

MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VULIA " TIMISOARA
FACULTATEA DE MECANICA

ing.STOICOVICI ST.MIRCEA BLAJIU

STUDIUL TEORETIC SI EXPERIMENTAL AL REZELEI
RADIAL-AXIALE ROTITOARE, CU APLICATIE LA DIMENSIONAREA
ROTOARELOR DE TURBINA RADIAL- AXIALE

- TEZA DE DOCTORAT -

BIBLIOTECA CENTRALA
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMISOARA

CONDUCATOR STIINTIFIC :

Acad.Prof.Dr.Doc.ing.IOAN ANTON

- Timisoara 1989 -

538 654
JG D

BUPT

In memoria mamei și fratelui meu,

CUVINT ÎNAINTE

In condițiile crizei actuale mondiale de energie, procesul de valorificare a potențialului hidroenergetic are o importanță deosebită pentru întreaga dezvoltare economico-socială a țării noastre.

Realizarea obiectivelor cuprinse în "Programul național de perspectivă pentru amenajarea bazinelor hidrografice din Republica Socialistă România", implică sarcini majore în abordarea problemelor privind cercetarea hidroagregatelor.

Reducerea gabaritelor și greutateților, obținerea de mașini cu performanțe energetice și cavitaționale superioare, reprezintă numai câteva din obiectivele care stau în fața cercetătorilor din domeniu. Acestea pot fi atinse numai prin dezvoltarea amplă a cercetărilor teoretice și experimentale privind cunoașterea și stăpânirea fenomenelor hidrodinamice, în primul rând din rotorul hidroagregatului, organul esențial în procesul transformării energetice.

Cercetările teoretice în domeniul hidrodinamicii rețelilor de profile aplicabile în construcția turbinelor hidraulice, au constituit întotdeauna o direcție prioritară abordată în cadrul colectivului Catedrei de Mașini Hidraulice din Timișoara condus de Acad. I. Anton, colectiv în care m-am format și mi-am desfășurat activitatea. Experiența științifică vastă a iluștrilor mei dascăli cât și rezultatele deosebit de valoroase ale cercetărilor întreprinse de acest colectiv mi-au oferit o bază temeinică și liniile călăuzitoare pentru elaborarea acestei lucrări.

Prezenta lucrare, a constituit obiectul unor contracte de cercetare științifică între IPTV Timișoara și CCSITEN Reșița în domeniul turbinelor hidraulice diagonale. În cadrul lucrării s-a urmărit elaborarea unei metode teoretice de studiu pe cale analitică a rețelilor de profile radial-axiale, aplicabilă la soluționarea problemei proiectării rotoarelor turbinelor hidraulice radial-axiale de caderi joase. Metoda elaborată are la bază și constituie o extindere a rezultatelor cercetărilor întreprinse de Acad. I. Anton și prof. O. Popa în domeniul hidrodinamicii rețelilor plane de profile.

Soluționarea pe cale teoretică a problemei directe și inverse a rețelelor de profile radial-axiale, efectuată în cadrul tezei, a permis elaborarea și a unei metode respectiv programe de calcul pentru dimensionarea rotoarelor de turbină diagonală. Validitatea rezultatelor obținute pe cale teoretică a fost verificată prin experiment. Cercetările experimentale s-au efectuat în cadrul unui program amplu la CCSITEN Reșița și au urmărit investigarea globală energetică a unui model de turbină diagonală dimensionat prin metoda teoretică abordată.

Cercetările teoretice și experimentale efectuate, sper să aducă o modestă contribuție în domeniul hidrodinamicii rețelelor de profile radial-axiale și să constituie un pas înainte cât și o bază pentru desfășurarea unor cercetări viitoare.

x

x x

Pe tot parcursul elaborării tezei cât și în întreaga mea activitate de cercetător și cadru didactic, am beneficiat de ajutor și îndrumare permanentă din partea distinsului meu dascăl, conducătorul științific, tov. Academician profesor doctor docent inginer Ioan Anton. Pentru sugestiile prețioase de o înaltă competență științifică, pentru grija, răbdarea și sfaturile părintești, pentru încrederea, ajutorul și îndrumarea continuă, pentru tot ce a făcut pentru mine, îi mulțumesc cu căldură din toată inima.

Mulțumesc deasemeni distinsului dascăl prof.dr.ing. Octavian Popa pentru sfaturile prețioase și ajutorul acordat la elaborarea părții teoretice a lucrării.

Sincere mulțumiri le aduc colegilor de la Centrul de Calcul al IPFV Timișoara și în special matem. Petru Mihai, pentru ajutorul și sugestiile care mi-au fost de un real folos în utilizarea tehnicii moderne de calcul. Aceleași mulțumiri le aduc colectivului de cercetători de la CCSITEN Reșița pentru sprijinul acordat la efectuarea cercetărilor experimentale. Deasemeni, îmi exprim recunoștința față de personalul tehnic ajutător al casei mele pentru aportul adus la realizarea modelului experimental, cât și tuturor colegilor care mi-au acordat ajutor direct sau indirect.

Pentru amănunțele conștii create mă adresatorului, pentru buna materială complexă și modernă pusă la dispoziție, mulțumesc conducerii de partid și de stat.

CUPRINS

CAPITOLUL I	METODE TEORETICE PENTRU REZOLVAREA PROBLEMEI DIRECTE SI INVERSE LA ROTOARELE TURBOMASINILOR RADIAL-AXIALE.....	Pag. 1
1.1.	Introducere	1
1.2.	Sinteză a unor metode teoretice	3
1.3.	Ecuații de bază utilizate în hidrodinamica turbomășinilor.....	7
1.4.	Concluzii, obiective propuse spre rezolvare în cadrul tezei.....	9
CAPITOLUL II	TRANSFORMARI CONFORME DE PE SUPRAFEȚE AXIAL-SIMETRICE.....	11
2.1.	Utilizarea transformărilor conforme la studiul mișcării pe suprafețe de revoluție...	11
2.2.	Transformarea conformă locală.....	13
2.3.	Observații privind utilizarea transformărilor conforme în hidrodinamica turbomășinilor, contribuții originale.....	28
CAPITOLUL III	METODA TRANSFORMĂRILOR CONFORME DE STUDIU A MIȘCĂRII RELATIVE PE SUPRAFEȚE DE REVOLUȚIE DE FORMA ARBITRARĂ, ÎN PREZENȚA UNEI REȚELE DE PROFILE.....	31
3.1.	Prezentarea generală, ipoteze de calcul....	31
3.2.	Ecuația funcției de curent în mișcarea relativă.....	35
3.3.	Mișcarea în planul imagine.....	38
3.4.	Soluția particulară a ecuației lui Poisson	39
3.5.	Componentele vitezei în planul imagine, condiția de frontieră.....	41
3.6.	Mișcarea potențială într-o rețea circulară de profile cu frontiera penetrabilă.....	44
3.7.	Compunerea vectorială a vitezelor.....	50
3.8.	Condiții la limită.....	51
3.9.	Circulația vitezei relative și vitezele pe frontieră.....	55
3.10.	Observații privind metoda transformărilor conforme, contribuții originale.....	57

CAPITOLUL IV	DIMENSIONAREA ROTOARELOR DE TURBINA DIAGONALA PRIN METODA TRANSFORMARILOR CONFORME	71
	4.1.Considerații privind utilizarea metodei transformărilor conforme la dimensionarea rotoarelor radial-axiale	71
	4.2.Problema directă pe suprafețele de curent din rotorul turbinei radial-axiale	75
	4.3.Problema inversă pe suprafețele de curent din rotorul turbinei diagonale.....	82
	4.4.Metodă pentru dimensionarea rotoarelor de turbina diagonală.....	84
	4.5.Dimensionarea rotorului de turbină diagonală D:45	98
	4.6.Concluzii privind utilizarea metodei tran- sformărilor conforme la dimensionarea ro- toarelor de turbină diagonală.....	132
CAPITOLUL V	PROGRAME DE CALCUL FORTRAN PENTRU PROIECTAREA PALETEI ROTOARELOR DE TURBINA DIAGONALA.....	137
	5.1.Prezentare generală.....	137
	5.2.Programul "DIMENS"	138
	5.3.Programul "SECT"	148
CAPITOLUL VI	CERCETARI EXPERIMENTALE ASUPRA ROTORULUI DE TURBINA DIAGONALA D 45.....	149
	6.1.Stațiunea de măsurători și aparatura de măsură.....	149
	6.2.Modelul de turbină diagonală D 45.....	153
	6.3.Metodologia de încercare și prelucrare a rezultatelor.....	158
	6.4.Rezultatele încercării energetice.....	158
	6.5.Analiza rezultatelor măsurătorilor.Concluzii	165
CAPITOLUL VII	CONCLUZII, CONTRIBUTII PERSONALE, PERSPECTIVE..	168
	7.1.Concluzii.....	168
	7.2.Contribuții personale.....	169
	7.3.Perspectivă.....	171
BIBLIOGRAFIE	172
ANEXA	

CAPITOLUL I

METODE TEORETICE PENTRU REZOLVAREA PROBLEMEI DIRECTE SI INVERSE LA ROTOARELE TURBOMASINILOR RADIAL-AXIALE

1.1. Introducere

Construcția turbomășinilor a cunoscut în ultimile decenii un avânt deosebit, fiind cuprinsă în progresul general ultrarapid al științei și tehnicii.

Lupta omului pentru cucerirea spațiului aerian și cosmic, pentru găsirea de noi metode și ferme de obținere a energiei au determinat, alături de dezvoltarea construcțiilor aerospațiale, dezvoltarea hidro- și termoelectricității. În aceste condiții, turbomașina fiind un organ important în echiparea construcțiilor aere-spațiale cât și a centralelor hidro și termoelectrice, iar în cadrul ei rotorul - mediul transformărilor energetice, organ cu rol esențial pentru performanțele și parametrii funcționali ai mașinii - s-a constituit printre obiectivele fundamentale ale cercetării științifice și tehnologice din întreaga lume. Cercetările în domeniul rotoarelor turbomășinilor urmăresc obținerea unor performanțe superioare energetice și cavitaționale, reducerea gabaritelor și greutateților, creșterea turațiilor, îmbunătățirea performanțelor la funcționarea în regimuri speciale sau în condiții dificile din punct de vedere cavitațional sau termic.

Progresul extraordinar obținut în domeniul tehnicii de calcul a favorizat dezvoltarea cercetărilor teoretice, obținându-se metode noi bazate pe modele matematice care să reproducă cât mai fidel fenomenul fizic.

Cercetările teoretice urmăresc în principiu soluționarea a două probleme fundamentale, denumite problema directă și problema inversă.

Problema directă constă în analiza fenomenului curgerii în rotorul turbomășinii, determinarea câmpului de viteze și presiuni, în condițiile cunoașterii configurației geometrice a traseului de curgere cât și a condițiilor cinematice și stării termice a fluidului, pe frontiere la intrare. Așardarea acestei probleme are o deosebită însemnătate, ajutând la cunoașterea și controlul fenomenului de cavitație, mișcarea în stratul limită

evoluția stării termice și dinamice a fluidului.

Problema inversă numită și problema proiectării urmărește determinarea configurației geometrice a rotorului (dimensiunile principale ale traseului de curgere și suprafețele paletelor) care să realizeze performanțe date, respectiv condițiile cinematice și termice impuse pe frontiere în amonte și aval de rotor. Datorită multitudinii de parametri ce influențează performanțele mașinii, creați de complexitatea fenomenului curgerii și care nu pot fi surprinși în întregime în cadrul metodelor de soluționare a problemei inverse, la dimensionarea rotorului unei turbomașini, este necesară efectuarea unei preselecții a soluțiilor oferite de aceste metode prin abordarea analizei pe cale teoretică, cu metodele de soluționare a problemei directe. Desigur, soluția obținută prin metodele teoretice este supusă cercetărilor experimentale, fie prin investigații locale, fie prin investigații globale.

În cadrul metodelor teoretice se introduc ipoteze simplificatoare privind fenomenul fizic. Astfel:

- fluidul este considerat fără vâscozitate și incompresibil, iar în cazul considerării compresibilității, transformările de stare se consideră adiabatic și izentropice.

- se neglijează variația în timp a fenomenelor, abordându-se în general cazul mișcărilor relative staționare.

- se neglijează efectul creat de numărul finit de palete și grosimea paletelor, introducându-se conceptul de mișcare axial-simetrică.

- se consideră că, în cazul rotorului suprafețele de curent sînt suprafețe de revoluție, care în cadrul unora dintre metode sînt aproximate cu suprafețe sferice, conice sau toroidale,

- se neglijează componenta vorticității după normala la suprafețele de curent, deci se abordează ipoteza mișcării absolute potențiale creîndu-se acces metodelor analitice furnizate de teoria potențialului.

1.2. Sinteză a unor metode teoretice

Mișcarea în rotorul turbomășinilor radial-axiale este tridimensională și este dependentă de structura geometrică a rotorului, de forțele de inerție și de proprietățile fluidului.

Ecuațiile generale care guvernează mișcarea tridimensională sînt extrem de complicate, astfel că majoritatea metodelor teoretice se bazează pe soluționarea directă a mișcării tridimensionale prin acceptarea unor ipoteze simplificatoare care reduc problema tridimensională la o problemă bidimensională. Metodele de soluționare directă a mișcării tridimensionale aserdeză ipoteza mișcării absolute potențiale.

Unele dintre metode /79/ soluționează direct ecuația funcției de curent sau a potențialului vitezei utilizînd tehnicile de calcul numeric - metoda diferențelor finite, metoda elementului finit sau metode de relaxare. Ribcut /70/ dezvoltă o metodă bazată pe teoria singularităților, pe baza căreia, frontiera solidă ce crează o discontinuitate în câmpul de viteze este înlocuită cu o distribuție de singularități spațiale (curse și vîrtejuri). Sistemul de ecuații integrale asociat distribuției de singularități este transformat într-un sistem algebric care se soluționează numeric. Aceste metode de soluționare directă a mișcării tridimensionale sînt laborioase și necesită mașini de calcul de mare capacitate și timp de calculator considerabil.

Tratarea bidimensională a problemei are la bază acceptarea a două ipoteze fundamentale:

- a) ipoteza mișcării axial-simetrice
- b) ipoteza mișcării pe suprafețe de revoluție.

Acceptarea acestor ipoteze determină o simplificare substanțială a ecuațiilor ce guvernează mișcarea, aceasta fiind redusă fie la mișcarea în plan meridian (mișcarea axial-simetrice) fie la mișcarea pe suprafețe de revoluție.

a) Bimetriaxială crează un model de curgere prin rotor potrivit căreia, numărul de palete este înfinit iar grosimea paletelor este nulă. În aceste condiții spațiul dintre palete tinde spre zero, suprafața paletei, extrudată și intrudată, tinde spre o suprafață medie a paletei, suprafața determinată de scheletul paletei /70/. Fluidul este obligat să urmărească spațiul înfinit mic dintre palete, la limită el urmînd suprafața medie a paletei. Pe baza acestei ipoteze, suprafața generată de scheletul profilurilor (suprafața medie a paletei) este suprafața de curent.

Câmpul de viteze în spațiul infinit mic dintre palete este uniform, neuniformitățile manifestându-se numai pe suprafețe ortogonale dintre frontiere (inel și ecrană). S-a redus astfel mișcarea tridimensională la o mișcare bidimensională, la mișcarea în semiplanul meridian. Ecuațiile ce guvernează mișcarea se simplifică, deoarece toate derivatele după direcția circumferențială devin nule.

Ruden a arătat că pentru rețeauzele cu număr mare de palete soluțiile bazate pe ipoteza simetriei axiale realizează o aproximare suficient de bună a curgerii /79/.

La baza unor metode bazate pe ipoteza simetriei axiale stă conceptul "forței distribuite" introdus de Lorentz în 1907 /28/, potrivit căruia în interacțiunea dintre fluid și palete, diferențele de presiune între intrarea și extradaș generează un câmp de forțe orientate de-a lungul normalelor la suprafața paletei. Se imaginează mișcarea în rotor ca fiind sub acțiunea unui câmp de forțe ce substituie paletele.

Metodele de studiu a mișcării axial-simetrice sînt diferite. Wu și Stanitz /79/, /93/, abordînd ipoteza mișcării absolute potențiale, introduce funcția de curent pe baza ecuației de continuitate și soluționează direct ecuația funcției de curent (rel.1.4.) utilizînd metoda diferențelor finite și metoda relaxării, pentru problema directă.

Alte metode abordînd conceptul "forței distribuite" rezolvă sistemul format de ecuația de mișcare și ecuația de continuitate urmărind respectarea condițiilor pe frontiera solidă. Astfel Stepanov /81/ pornește de la ecuația de mișcare Lamb-Boggio pentru fluidul elastic și incompresibil în cazul mișcării relative staționare, pe care o integrează utilizînd metoda diferențelor finite (rel.1.2.)

Jukevski /31/ utilizează transformarea conformă, pentru a reduce domeniul delimitat de frontiere evazate din semiplanul meridian la domeniul unui dreptunghi și rezolvă o problemă Dirichlet-Neumann prin metoda diferențelor finite.

Katsanis /33/, /35/ utilizează ecuația mișcării relative raportată la casa rotorului absolut (rel.1.2.) exprimată de-a lungul unei familii de curbe arbitrare din semiplanul meridian (denumite quasiortogonale), care este transformată într-o ecuație diferențială ordinară și soluționată prin metoda diferențelor finite.

St.Zarea/96/, în ipoteza mișcării absolute potențiale, rezolvă problema directă prin soluționarea pe cale analitică a ecuației funcției de curent (de tip Helmholtz) (rel.1.4) într-una domeniu mărginit de frontiere evazate în condițiile absenței paletelor, iar I.Carte /15/, /16/ soluționează aceeași problemă numeric utilizând metoda elementului finit.

O.Popa, în ipoteza mișcării absolute potențiale, hemo-core, soluționează analitic sistemul de ecuații diferențiale Carleman /61/, făcând apel la teoria funcțiilor analitice generalizate pentru rezolvarea atât a problemei directe cât și inverse în domeniul rotașoarelor radial-axiale de joasă cădere.

b) Ipoteza mișcării pe suprafețe de revoluție

Atunci când numărul de palete este redus, variația vitezei pe direcția circumferențială nu mai poate fi neglijată, în acest caz ipoteza simetriei axiale conduce la soluții eronate. Conform ipotezei, între 2 suprafețe de curent considerate suprafețe de revoluție, adiacente și infinit apropiate, câmpul de viteze este uniform pe suprafețele ortogonale suprafețelor de curent. Mișcarea poate fi studiată pe suprafața mediană celor 2 suprafețe de curent adiacente. Se reduce astfel problema tridimensională la o problemă bidimensională. Suprafața de curent este impenetrabilă și ecuațiile ce guvernează mișcarea se simplifică.

Unele metode pernese de la ipoteza mișcării absolute potențiale pe suprafața de revoluție și soluționează direct ecuațiile cu derivate parțiale asociate funcției de curent și potențialului vitezei (rel.1.5.). Astfel Stanitz și Elis /78/, /79/ rezolvă problema directă în cazul fluidelor incompresibile iar Katsanis /74/ în cazul fluidelor compresibile. Soluționările sînt numerice și bazate pe metodele de relaxare.

Wu /93/, /94/, tot în ipoteza mișcării absolute potențiale, a dezvoltat o teorie generală a curgerii pe suprafețe de revoluție cuprinzînd cazul fluidului compresibil în regim atât subsonic cât și supersonic. Face apel la ecuația funcției de curent (rel.15), ecuația continuității și la legile transformării adiabatic și politropice, obținînd soluționarea pe cale numerică prin metoda diferențelor finite. Problema inversă este soluționată tot numeric prin aproximații succesive în cadrul unor cicluri de rezolvare a problemei directe.

Katsanis /33/,/35/ pornind de la ecuația Euler asociată mișcării relative și raportată la baza reperului absolut (rel.1.2.) exprimă legea de variație de-a lungul unei familii de curbe pe suprafața de revoluție (denumite "quasi-ortogonale") și obține soluția numerică prin metoda diferențelor finite.

Alte metode apelează la transformarea conformă locală. Prin intermediul transformării conforme locale se realizează corespondența dintre mișcarea pe suprafața de curent din rotorul turbomașinii, în general suprafață de revoluție nedesfășurabilă și mișcarea pe o suprafață imagine, care se alege desfășurabilă; conică, cilindrică sau chiar plană. Rețeaua de profile radial-axială rezultată din intersecția paletei rotorului radial-axial cu suprafața de curent evazată, are drept imagine o rețea plană de profile. Stratului de fluid cuprins între 2 suprafețe de curent evazate și infinit apropiate îi corespunde un strat plan de fluid de grosime variabilă. Procedul transformării conforme conduce la simplificarea ecuațiilor de bază asociate mișcării pe suprafața evazată și permite utilizarea teoriei hidrodinamicii rețelelor plane de profile. Teoriile care utilizează această procedură pornesc de la ipoteza mișcării absolute potențiale și soluționează fie mișcarea absolută netaționară, fie mișcarea relativă rotațională.

Y. Senoo /74/,/75/, și Yukihiro W./95/ reduc mișcarea relativă a unui fluid compresibil de pe suprafața de curent evazată, la o mișcare în planul unei rețele circulare de profile. Ecuația funcției de curent de pe suprafața de revoluție (rel.1.5.) dobândește în plan o formă mai simplă (rel.1.6) și este soluționată numeric utilizând teoria singularităților.

Moulin/43/ dezvoltă o metodă de soluționare a problemei directe și inverse utilizând aceleași ipoteze și reduce mișcarea relativă de pe suprafața evazată la mișcarea pe un cilindru, respectiv într-o rețea rectilinie de profile în prezența unui strat de fluid de grosime variabilă. Ecuația integrală a vitezei din plan este soluționată numeric.

Th. Czibere și Fúzy /20/,/21/,/25/ în ipoteza mișcării absolute potențiale a unui fluid incompresibil soluționează mișcarea absolută utilizând același tip de transformare conformă și teoria singularităților din plan. Ecuațiile integrale asociate distribuției de surse și vîrtejuri sînt soluționate numeric.

1. Carte /16/ pornește tot de la ipoteza mișcării absolute potențiale și studiază mișcarea relativă în planul imagine a unei rețele rectilinii în prezența stratului de fluid de grosime variabilă prin soluționarea rel.(1.8) și (1.9) cu metoda elementului finit.

Se poate încerca o clasificare a metodelor teoretice de soluționare a problemei directe și inverse a rețelelor de profile radial-axiale. Considerând drept criteriă caracterul mișcării soluționate direct;

- metode tridimensionale - abordează direct mișcarea reală din rotor
 - metode bidimensionale - bazate pe ipoteza simplificatoare privind caracterul ougerii
 - metode quasi- tridimensionale - obținute prin soluționarea combinată a unor metode bidimensionale.
- După precedeaul matematic utilizat:
- metoda rezolvării directe a ecuațiilor diferențiale sau ecuațiilor cu derivate parțiale
 - metoda singularităților
 - metoda transformărilor conforme și ovasiconforme.

Majoritatea soluționărilor sînt numerice mai rar analitice.

1.3. Ecuații de bază utilizate în hidrodinamica turbomăginelor

Considerîndu-ne în cazul fluidului ideal și incompresibil și acceptînd notațiile :

\vec{v} - viteza în sist.de ref.inerțial,

\vec{v}' - viteza în sist.de ref.neinerțial,

$\vec{\omega} = \vec{v} \wedge \vec{v}_e$; \vec{v}_e - viteza de antrenament.

1.3.1. Ecuația de mișcare Euler în sist.de ref.inerțial și în descrierea spațială a mișcării /54/

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{\vec{v}^2}{2} \right) + \vec{\omega} \wedge \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1.1)$$

p - presiunea; \vec{f} - cîmpul accelerației gravitaționale.

1.3.2. Ecuația de mișcare Euler în sistemul de referință neinertial și raportată la baza reperului absolut (inerțial), în descrierea spațială a mișcării (Ecuația Lamb-Doggio) /54/

$$\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + \vec{Q} \cdot \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} + \nabla \left(\frac{\vec{v}'^2}{2} \right) + \vec{\omega} \wedge (\vec{v} - \vec{v}_e) - \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v}_e) = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1.2.)$$

\vec{Q} - tensor ortogonal care descrie transformarea sistemului de referință.

1.3.3. Ecuațiile asociate mișcării absolute potențiale, în ipoteza simetriei axiale /97/

ψ - funcția de curent

φ - funcția potențial al vitezei

și considerăm sistemul de coordonate cilindrice r, θ, z :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad (\text{Ecuația lui Laplace}) \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \quad (\text{Ecuația lui Helmholtz}) \quad (1.4)$$

1.3.4. Ecuația funcției de curent asociată mișcării relative pe o suprafață de revoluție evazată, în ipoteza mișcării absolute potențiale /74/, /68/.

Considerind sistemul de coordonate curbilini ortogonale

q_1, q_2, q_3 , și H_1, H_2, H_3 - parametrii Lamé și

l_1, l_2, l_3 - lungimile de arc

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial q_1^2} + \frac{1}{H_2^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial q_2^2} - \frac{\partial(l_1 h)}{H_2 \partial q_2} \frac{\partial \psi}{H_2 \partial q_2} - \frac{\partial(l_2 h)}{\partial q_1} \frac{\partial \psi}{\partial q_1} + \frac{1}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} \frac{\partial \psi}{\partial q_1} = -2\omega h \frac{\partial H_2}{\partial q_1}, \quad (1.5)$$

$$\omega = |\nabla \wedge \vec{v}|, \quad h = H_3 = \frac{dl_3}{dq_3}$$

1.3.5. Ecuația funcției de curent asociată mișcării relative din plan, imagine conformă a unei suprafețe de curent evazate.

Considerind pe suprafața evazată mișcarea absolută potențială /74/ în sistemul de coordonate polare R, θ :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial(l_1 h)}{\partial \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{\partial(l_2 h)}{\partial R} \frac{\partial \psi}{\partial R} = -2\omega h \frac{\partial H_2}{\partial q_1} \left(\frac{H_2}{R}\right)^2 \quad (1.6)$$

1.3.6. Ecuația potențialului vitezei și funcției de curent asociate mișcării absolute pe cilindru, imagine conformă a suprafeței de curent evazate, în ipoteza mișcării absolute potențiale.

În sistemul cartezian x, y din planul obținut prin desfășurarea cilindrului /97/ considerind transformarea

conformă din /97/: $x = q_2, y = \int \frac{H_1}{H_2} dq_1$

aplicată relației (1.5) obținem:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{1}{x} \frac{dx}{dy} \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{d\lambda}{dy} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \quad (1.8)$$

1.4. Concluzii, obiective propuse spre rezolvare în cadrul tezei

Mișcarea în rotorul turbomașinilor radial-axiale are un caracter complex, spațial. Abordarea problemei soluționării mișcării tridimensionale în cazul cel mai general, este practic imposibilă datorită dificultăților de natură matematică, chiar cu posibilitățile oferite de tehnica modernă de calcul, încercările de soluționare pe această cale fiind puține. Din acest motiv s-a impus metoda cuasi-tridimensională, care alege rezolvarea directă a mișcării tridimensionale prin soluționarea în mod succesiv a două probleme bidimensionale. Acestea se formulează pe baza unor ipoteze simplificatoare fundamentale:

a) ipoteza mișcării axial-simetrice ; b) ipoteza mișcării pe suprafețe de curent evazate în prezența rețelei de profile radial-axiale.

Urmind această cale s-au dezvoltat numeroase metode bazate pe diferite modele și procedee matematice, dintre care amintim teoria lui Wu, metoda lui Katsanis, teoria lui Senoo, etc., cu rezultate foarte apropiate de fenomenul, fizic real al curgerii fluidului în turbomașini. Toate aceste metode sînt însă deosebit de complexe, necesită un volum foarte mare de calcule, iar soluțiile se obțin pe cale numerică. Majoritatea metodelor prezentate în literatură sînt axate spre rezolvarea problemei directe, fiind metode de analiză pe cale teoretică a curgerii. Sînt cunoscute însă foarte puține metode cuasi-tridimensionale sau bidimensionale care rezolvă problema inversă, problema dimensiunii turbomașinilor. Soluțiile prezentate sînt extrem de laborioase și utilizează procedee iterative și tehnici de calcul numeric, din care motiv nu prezintă elasticitatea necesară în rezolvarea problemelor ingineresti de proiectare.

În cadrul tezei s-a urmărit elaborarea unei metode analitice bidimensionale de studiu a mișcării pe suprafețele de curent evazate din rețelele turbomașinilor radial-axiale, pe calea utilizării transformărilor conforme și a extinderii rezultatelor cercetărilor efectuate în domeniul hidrodinamicii rețelelor de profile rectilinii de Acad. I. Anton și Prof. O. Popa, în domeniul hidrodinamicii rețelelor de profile radial-axiale.

S-a urmărit deasemenea, ca metoda obținută să permită soluționarea pe cale analitică atât a problemei directe, dar mai ales a problemei inverse, obiectivul fundamental al tezei, fiind realizarea unei metode analitice de dimensionare a rotoarelor turbinelor hidraulice radial-axiale.

CAPITOLUL II

TRANSFORMARI CONFORME DE PE SUPRAFETE AXIAL-SIMETRICE

2.1. Utilizarea transformărilor conforme la studiul mişcării pe suprafețe de revoluție

Abordarea pe cale teoretică a problemei mișcării în rotorul turbomașinilor radial-axiale este extrem de complicată, chiar în condițiile mișcării potențiale și hemocore, și acceptării ipotezei simetriei axiale sau a ipotezei vurgerii pe suprafețe de curent medii. Suprafețele de curent axial-simetrice din canalul rotorului al turbomașinilor radial-axiale, în general nedesfășurabile, soluționarea ecuațiilor asociate mișcării pe aceste suprafețe creează mari dificultăți atât la utilizarea metodelor numerice dar mai ales a celor analitice. Făcînd apel la transformările conforme locale, mișcarea pe suprafețele de revoluție de formă oarecare și nedesfășurabile poate fi pusă în echivalență cu mișcarea pe suprafețe axial-simetrice desfășurabile.

Aceasta permite reducerea problemei formulate în spațiul rotorului radial-axial, la o problemă în plan și la utilizarea metodelor analitice bazate pe teoria hidrodinamicii rețelelor plane de profile.

Fie un triplet de familii de suprafețe ortogonale $(S_\psi, S_\phi, S_\theta)$, unde S_ψ este o familie de suprafețe axial-simetrice de parametru ψ , S_ϕ este familia de suprafețe axial-simetrice ortogonale la S_ψ și de parametru ϕ , iar S_θ este un fascicul de semiplane de parametru θ (axa fascicoulului se suprapune cu axa de simetrie a suprafețelor S_ψ și S_ϕ).

Astfel, orice poziție spațială \vec{x} poate fi descrisă cu ajutorul parametrilor

$$(\phi, \psi, \theta) \quad (2.1)$$

care pot fi asociați coordonatelor curbilinii ale poziției \vec{x} într-un sistem spațial.

Parametrii (2.1) asociați poziției \bar{X} definesc cele trei suprafețe de coordonate ($\mathcal{L}_\phi, \mathcal{L}_\psi, \mathcal{L}_\theta$) (2.2.)

Astfel:

$$\mathcal{L}_\phi = \{ \bar{X} \mid \phi = \text{const}, \bar{X} = \bar{X}(\psi, \theta) \} \quad (2.3)$$

$$\mathcal{L}_\psi = \{ \bar{X} \mid \psi = \text{const}, \bar{X} = \bar{X}(\phi, \theta) \} \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L}_\theta = \{ \bar{X} \mid \theta = \text{const}, \bar{X} = \bar{X}(\psi, \phi) \} \quad (2.5)$$

precum și tripletul de curbe coordonate ($\ell(\phi), \ell(\psi), \ell(\theta)$) (2.6) ortogonale și care pot fi definite:

$$\ell_\phi = \{ \bar{X} \mid \psi = \text{const}, \theta = \text{const}, \bar{X} = \bar{X}(\phi) \in \mathcal{L}_\psi \cap \mathcal{L}_\theta \} \quad (2.7)$$

$$\ell_\psi = \{ \bar{X} \mid \phi = \text{const}, \theta = \text{const}, \bar{X} = \bar{X}(\psi) \in \mathcal{L}_\phi \cap \mathcal{L}_\theta \} \quad (2.8)$$

$$\ell_\theta = \{ \bar{X} \mid \psi = \text{const}, \phi = \text{const}, \bar{X} = \bar{X}(\theta) \in \mathcal{L}_\phi \cap \mathcal{L}_\psi \} \quad (2.9)$$

Abscisele curbilini la curbele coordonate (7), (8), (9) sînt:

$$(m(\phi), n(\psi), R\theta) \quad (2.10)$$

iar baza de vectori unitate : ($\bar{e}_m, \bar{e}_n, \bar{e}_\theta$) (2.11)

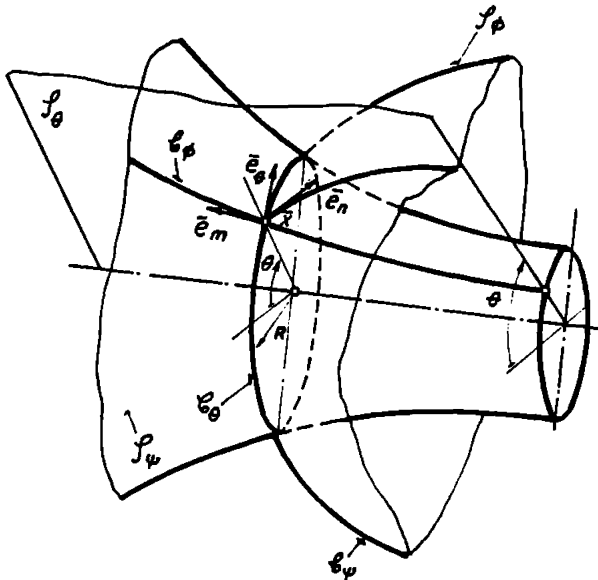


Fig.2.1.

Translațiile elementare se exprimă:

- în lungul curbelor coordonate:

$$d\bar{X}(\phi) = \bar{e}_m dm, \quad d\bar{X}(\psi) = \bar{e}_n dn, \quad d\bar{X}(\theta) = \bar{e}_\theta R d\theta \quad (2.12)$$

- pe suprafețele coordonate:

$$d\bar{X}(\psi, \theta) = \bar{e}_n dn + \bar{e}_\theta R d\theta \quad (2.13)$$

$$d\bar{X}(\phi, \theta) = \bar{e}_m dm + \bar{e}_\theta R d\theta \quad (2.14)$$

$$d\bar{X}(\psi, \phi) = \bar{e}_n dn + \bar{e}_m dm \quad (2.15)$$

- în spațiu:

$$d\bar{X}(\phi, \psi, \theta) = \bar{e}_m dm + \bar{e}_n dn + \bar{e}_\theta R d\theta \quad (2.16)$$

2.2. Transformarea conformă locală

2.2.1. Definiție

Fie două suprafețe S_ϕ și S_ψ cărora le asociem câte un sistem de coordonate curbilinii generat de familia de suprafețe S_ϕ respectiv S_ψ și fascicolul de plane S_θ respectiv S_{θ^*} . Curbiele coordonate generate pe S_ψ se notează $c(\psi)$ și $c(\psi^*)$ definite analog rel. (2.7) și (2.9), iar coordonatele (2.1) vor fi (m_1, n_1, r^{ψ^*}) . Elementul liniar al celor două suprafețe:

$$dL^2 = d\bar{X}(\phi, \theta) \cdot d\bar{X}(\phi, \theta) = dm^2 + R^2 d\theta^2 \quad (2.17)$$

$$d\ell^2 = d\bar{x}(\psi, \psi^*) \cdot d\bar{x}(\psi, \psi^*) = dm_i^2 + r^2 d\psi^{*2} \quad (2.18)$$

Transformarea conformă locală se definește prin aplicația:

$$S_\phi \rightarrow S_\psi \quad (2.19)$$

sau

$$\mathcal{C}(\theta) \times \mathcal{C}(\phi) \rightarrow \mathcal{C}(\theta^*) \times \mathcal{C}(\psi) \quad (2.20)$$

în sensul existenței proprietății:

$$\forall \theta = \theta^*, \quad M^2 = \frac{dL^2}{d\ell^2} = \frac{dm^2 + R^2 d\theta^2}{dm_i^2 + r^2 d\psi^{*2}} = \text{const.}, \quad M \in \mathbb{R}^+, \quad (2.21)$$

M - modulul dilatației liniare în $\bar{x} = \bar{x}(\bar{X})$ și este independent de argumentul $\theta = \theta^*$

Din (2.21):

$$M^2 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{\left(\frac{dm}{R}\right)^2 + d\theta^2}{\left(\frac{dm_i}{r}\right)^2 + d\psi^{*2}} \quad (2.22)$$

Satisfacerea proprietății (2.21) implică :

$$M = \frac{R}{r}, \quad \frac{dm}{R} = \pm \frac{dm_1}{r}, \quad \theta = \vartheta \quad (2.23)$$

2.2.2. Transformări conforme locale de pe suprafețe de revoluție nedesfășurabile pe suprafețe desfășurabile.

Au fost stabilite de Prasil /54/ pentru 3 cazuri:

a) Suprafața A_φ este un plan. Introducând sistemul de coordonate polare (r, ϑ) , aplicația (2.20) corespunde cazului :

$$\mathcal{L}(\varphi) = \{ \bar{x} | \vartheta = \text{const}, \bar{x} = \bar{x}(r) \} \quad (2.24)$$

$$\mathcal{L}(\vartheta) = \{ \bar{x} | r = \text{const}, \bar{x} = \bar{x}(\vartheta) \} \quad (2.25)$$

Considerând (2.23) și $m_1 \equiv r$:

$$r = r_0 e^{\pm \int_{m_0}^m \frac{dm}{R}}, \quad \theta = \vartheta, \quad \frac{dm}{R} = \pm \frac{dr}{r} \quad (2.26)$$

$$r_0 = \text{constantă} \quad (2.27)$$

b) Suprafața A_φ este suprafață cilindrică de rază r_0 . Introducând sistemul de coordonate cilindrice (z, r, ϑ) , aplicația (2.20) corespunde cazului:

$$\mathcal{L}(\varphi) = \{ \bar{x} | \vartheta = \text{const}, r_0 = \text{const}, \bar{x} = \bar{x}(z) \} \quad (2.28)$$

$$\mathcal{L}(\vartheta) = \{ \bar{x} | z = \text{const}, r_0 = \text{const}, \bar{x} = \bar{x}(\vartheta) \} \quad (2.29)$$

Considerând (2.23) și $m_1 \equiv z$,

$$\frac{dm}{R} = \pm \frac{dz}{r_0} \quad (2.30)$$

$$z = z_0 \pm r_0 \int_{m_0}^m \frac{dm}{R}, \quad z_0 = \text{constantă} \quad (2.31)$$

c) Suprafața A_φ este suprafața unui con circular drept. Fie 2α unghiul de la vârful conului. Introducând sistemul de coordonate cilindrice (z, r, ϑ) , axa Oz cu originea în vârful conului, aplicația (2.20) corespunde cazului:

$$\mathcal{L}(\varphi) = \{ \bar{x} | \vartheta = \text{const.}, z = r \cot \alpha, \bar{x} = \bar{x}(r) \} \quad (2.32)$$

$$\mathcal{L}(\vartheta) = \{ \bar{x} | z = \text{const.}, r = z \tan \alpha, \bar{x} = \bar{x}(\vartheta) \} \quad (2.33)$$

În relația (2.23) $m_1 \equiv s = \frac{r}{\sin \alpha}$ lungimea generatoarei conului:

$$\frac{dm}{R} = \pm \sin \alpha \frac{ds}{s} \quad (2.34)$$

$$s = s_0 e^{\pm \sin \alpha \int_{m_0}^m \frac{dm}{R}}, \quad s_0 = \text{const.} \quad (2.35)$$

Dublul semn în relațiile (2.26), (2.27), (2.30), (2.31), (2.34), (2.35) corespunde pentru două soluții imagine ale transformării conforme, "imagini în oglindă".

2.2.3. Transformarea conformă locală a unei rețele de profile dispuse pe o suprafață de revoluție de formă arbitrară, în plan.

Această transformare este utilizabilă la studiul mișcării pe suprafețele de curent din rotorul turbomașinilor radial-axiale.

Fie o rețea de N profile dispuse pe suprafața de revoluție S_ψ , suprafața de formă arbitrară și nedesfășurabilă. Rețeaua de profile delimitează pe suprafață domeniile D_s^- și D_s^+ (Fig.2.2).

Făcînd apel la transformarea exprimată de relațiile (2.26) și (2.27) (considerînd semnul +) se realizează implicațiile (2.20), (2.24) și (2.25), precum și

$$D_s^- \Rightarrow D_k^- \quad (2.36)$$

$$D_s^+ \Rightarrow D_k^+ \quad (2.37)$$

$$\partial D_s^+ \Rightarrow \partial D_k^+ \quad (2.38)$$

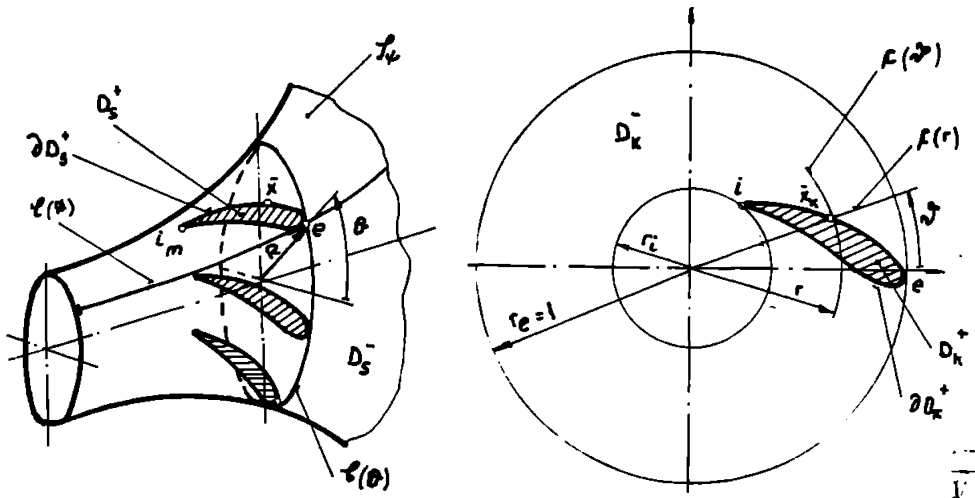


Fig.2.2

În relația (2.27) limita inferioară de integrare corespunde lungimii de arc ρ_e , meridian asociată bordului de fugă m_1 , iar constanta

r_0 se obține impunând condiția de obținere în planul imaginii a rețelei circulare normale:

$$\{ \bar{x}(m, \theta) | m = m_e \} \Rightarrow \{ \bar{x}_k(r, \vartheta) | r = r_e = 1 \} \quad (2.39)$$

Astfel din (2.39) și (2.27) obținem:

$$r_0 = e^{-\int_{m_i}^{m_e} \frac{dm}{R}} \quad (2.40)$$

Aplicarea acestei transformări la studiul mișcării pe suprafețele de curent din rotoarele turbinelor radial-axiale, implică calculul numeric, atunci când suprafața S_ψ este de formă arbitrară și exprimarea funcției $y = y(x)$ asociate meridianului suprafeței este numerică sau o expresie analitică care nu permite evaluarea integralei din (2.27) analitic.

Integrala curbilinie din (2.27) se transformă în:

$$I = \int_{m_i}^m \frac{dm}{R} = \int_{x_i}^x \frac{1}{y} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx, \quad (2.41)$$

unde x_i este abscisa punctului pe meridian asociat bordului de fugă al profilului.

În calculul practic, se determină în puncte discrete derivata funcției asociate meridianului suprafeței pe cale numerică, iar apoi argumentul integralei (2.41). Evaluarea integralei (2.41) se efectuează numeric.

În programul de calcul "DIMENS" de dimensionare a rotoarelor de turbină diagonală, secvența de calcul a transformării conformelocale se efectuează în subrutina "FRASIL" pe baza relațiilor și schemei de calcul prezentate anterior. Etapele de calcul numeric s-au efectuat prin interpolarea funcțiilor cu funcții spline cubice [30], subrutinele "CUBS 3D" și "TURB" (vezi cap. V, programul FORTRAN "DIMENS").

2.2.4. Transformarea conformă locală a unei rețele de rețea dispusă pe o suprafață sferică în plan

În notorul unor mașini diagonale suprafețele de curent pot fi aproximată cu suprafețe sferice. Aproximarea are ca avantajul calculului în întregime analitic.

538.654
56-D

Această transformare conformă constituie o particularizare a transformării exprimate de relația (2.26), (2.27) în cazul suprafețelor S_ψ de formă sferică. Corespondențele geometrice realizate prin această transformare sînt analog celor din (2.23) astfel rețeaua de cercuri ortogonale de pe suprafața sferică S_ψ (cercuri mari și cercuri paralele) au drept imagine în plan o rețea formată de un fascicul de semidrepte radiale ce trece prin pol și o familie de cercuri concentrice.

Analog, pentru o rețea de N profile dispusă pe suprafața sferică S_ψ de rază R_s , care delimitează domeniile D_s^- și D_s^+ , prin particularizarea transformării (2.27) se realizează implicațiile: vezi fig. 2.3

$$D_s^- \Rightarrow D_k^- \quad (2.42)$$

$$D_s^+ \Rightarrow D_k^+ \quad (2.43)$$

$$\partial D_s^+ \Rightarrow \partial D_k^+ \quad (2.44)$$

Condiția obținerii rețelei circulare normate se exprimă:

$$\{ \bar{X}(R, \theta) | R=R_c \} \Rightarrow \{ \bar{X}_k(r, \vartheta) | r=r_c=1 \} \quad (2.45)$$

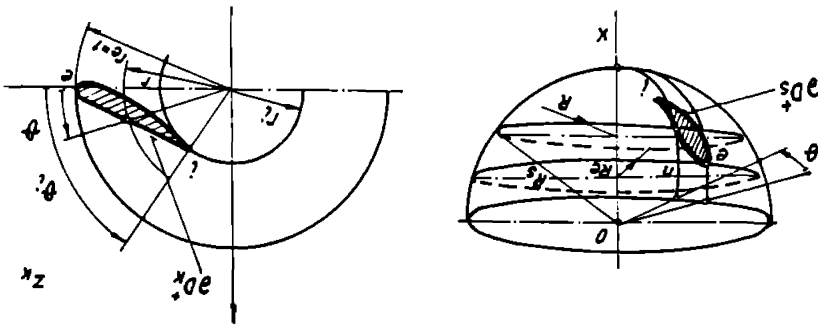


Fig. 2.3

Integrala din (2.27) poate fi evaluată analitic observînd că:

$$m = R_s \arcsin \left(\frac{R}{R_s} \right) \quad (2.46)$$

$$I = \int_{m_i}^m \frac{dm}{R} = \int_{R_i}^R \frac{dR}{R \sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_s} \right)^2}} = \frac{1}{2} \ln F(R) \quad (2.47)$$

unde :

$$F(R) = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_s} \right)^2} - 1}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_s} \right)^2} + 1} \cdot \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{R_i}{R_s} \right)^2} + 1}{\sqrt{1 - \left(\frac{R_i}{R_s} \right)^2} - 1} \quad (2.48)$$

înlocuind în (2.27) obținem:

$$r = r_0 \sqrt{F(R)}, \quad \theta = \vartheta \quad (2.49)$$

Constanta r_0 se determină din (2.43) punând condiția obținerii unei rețele circulare normale (rel.2.39)

$$r_0 = e^{-\int_{R_0}^m \frac{dm}{R}} = F^{-1/2}(R_0) \quad (2.50)$$

Din (2.47)... (2.50) obținem particularitățile pentru cazul suprafeței sferice a relației (2.27):

$$r = \sqrt{\frac{F(R)}{F(R_0)}} = \sqrt{A' \frac{\sqrt{1-(R/R_0)^2 - 1}}{\sqrt{1-(R/R_0)^2 + 1}}}, \quad \theta = \vartheta \quad (2.51)$$

unde:
$$A' = \frac{\sqrt{1-(R_0/R_0)^2 + 1}}{\sqrt{1-(R_0/R_0)^2 - 1}} \quad (2.52)$$

2.2.5. Transformarea conformă a unei rețele circulare de profile într-o rețea rectilinie.

În cazul metodelor bazate pe transformarea conformă locală (2.26), prezintă interes transformarea unei rețele circulare de profile într-o rețea rectilinie.

Fie (Z_K) și (Z) planul complex a două domenii, Fig.2.3 și Fig.2.4, (Z_K) -planul complex al rețelei circulare normale, (Z) -planul complex al rețelei rectilinii normale, asociate prin intermediul funcției de transformare conformă /55/:

$$Z_K = e^{-2\frac{\pi}{N}\left(\frac{\ell}{\epsilon}\right)} e^{i\lambda} Z \quad (2.53)$$

unde: $Z \Rightarrow \zeta = \xi + i\eta$

dacă: $\zeta \in \partial D^+$ (2.54)

Parametrii rețelei rectilinii ($1/\epsilon$) și λ se determină din condițiile:

$$Z_K = 1 \Rightarrow \xi = 0 \quad (2.55)$$

$$Z_K = r_i e^{i\vartheta_i} \Rightarrow Z = 1 \quad (2.56)$$

aplicate în (2.53) obținem

$$r_i = e^{-2\frac{\pi}{N}\left(\frac{\ell}{\epsilon}\right) \cos \lambda} < 1 \quad (2.57)$$

$$\vartheta_i = -2\frac{\pi}{N}\left(\frac{\ell}{\epsilon}\right) \sin \lambda \quad (2.58)$$

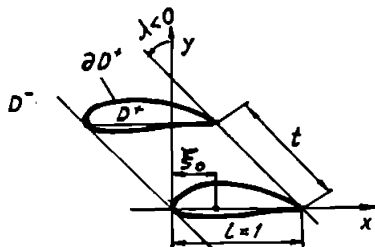


Fig.2.4.

Soluționând sistemul (2.57), (2.58) obținem:

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{\mathcal{N}'}{\ln r_i} \quad (2.59)$$

$$\frac{\ell}{\xi} = \frac{N}{2\pi} \sqrt{\mathcal{N}'^2 + \ln^2 r_i} \quad (2.60)$$

Prin separarea părții reale și imaginare în (2.53) se obțin relațiile dintre coordonatele profilului imagine din rețeaua rectilinie și a profilului din rețeaua circulară.

$$r = e^{-2\frac{\pi}{N}\left(\frac{\ell}{\xi}\right)(\xi \cos \lambda - \eta \sin \lambda)} \quad (2.61)$$

$$\mathcal{N}' = -2\frac{\pi}{N}\left(\frac{\ell}{\xi}\right)(\xi \sin \lambda + \eta \cos \lambda) \quad (2.62)$$

$$\xi = -\frac{1}{2\frac{\pi}{N}\left(\frac{\ell}{\xi}\right)} (\ln r \cos \lambda + \mathcal{N}' \sin \lambda) \quad (2.63)$$

$$\eta = -\frac{1}{2\frac{\pi}{N}\left(\frac{\ell}{\xi}\right)} (-\ln r \sin \lambda + \mathcal{N}' \cos \lambda) \quad (2.64)$$

2.2.6. Transpunerea pe o suprafață de revoluție arbitrară a unui profil din plan

Această operație este deosebit de utilă la soluționarea problemei inverse a rețelelor de profile dispuse pe suprafețe de revoluție în cazul dimensionării rotoarelor de turbină diagonală. Dimensionarea rețelei de profile se efectuează printr-un calcul iterativ (vezi cap. IV) care implică stabilirea configurației profilului din rețeaua de pe suprafața de revoluție. Desigur, obținerea unei configurații pe suprafața de revoluție se poate realiza și pe calea utilizării transformării conforme locale (2.27) în sens invers, pornind de la un profil din plan. Datorită însă a deformațiilor geometrice create de transformarea conformă locală [85], suprafața de curent fiind în general nedesfășurabilă, nu putem avea controlul asupra geometriei profilului obținut pe suprafață. Controlul geometriei profilului de pe suprafața de revoluție este indispensabil la dimensionare.

Se prezintă în continuare o metodă de generare a unui profil pe o suprafață de revoluție, pornind de la un profil din plan, metodă care produce deformații minime, pe suprafața de revoluție. În cazul, particular al suprafeței sferice se realizează conservarea parametrilor geometrici ai profilului din plan.

Metoda de transpunere vizează aplicabilitatea ei la proiectarea paletelor rotoarelor de turbină diagonală. Pentru aceasta s-a considerat existența axei de rotație a paletelor

care fermează unghiul $\sqrt{2}$ cu axa rotarului, deci pe suprafața de revoluție un centru de rotație al profilului, precum și a orientării profilului față de rețeaua de curbe ortogonale (în plan unghiul α).

În plan considerăm profilul MACA din seria 4 definit de funcțiile algebrice /97/:

$$y_1/e = \left(\frac{d}{\ell}\right) \left[1,4845 \sqrt{x/e} - 0,63 \left(\frac{x}{\ell}\right) - 1,758 \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 - 1,4215 \left(\frac{x}{\ell}\right)^3 - 0,5075 \left(\frac{x}{\ell}\right)^4 \right] \quad (2.65)$$

$$y_2/e = \frac{(y_1/e)}{(x_1/e)} \left[2 \left(\frac{x_1}{\ell}\right) \cdot \left(\frac{x}{\ell}\right) - \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 \right], \quad 0 \leq \left(\frac{x}{\ell}\right) \leq \left(\frac{x_1}{\ell}\right) \quad (2.66)$$

$$y_3/e = \frac{(y_1/e)}{(1-x_1/e)} \left[1 - 2 \left(\frac{x_1}{\ell}\right) + 2 \cdot \left(\frac{x_1}{\ell}\right) \cdot \left(\frac{x}{\ell}\right) - \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 \right], \quad \left(\frac{x_1}{\ell}\right) \leq \left(\frac{x}{\ell}\right) \leq 1 \quad (2.67)$$

$$(y/e) = (y_1/e) \pm (y_2/e) \quad , \quad (x/e) \in [0, 1] \quad (2.68)$$

Axa paletei se dispune după recomandările din /5/ la:

$$x_0 = 0,45 \ell \quad (2.69)$$

Dacă suprafața de curent este nedesfășurabilă, transpunerea se realizează prin conservarea lungimii între rețeaua de drepte ortogonale din plan și rețeaua de curbe ortogonale pe suprafață (meridiane și paralele). Pentru aceasta se efectuează în plan o rotație a originii sistemului cartezian în axa profilului și o rotație cu unghiul α (format de corda profilului și viteza meridională).

$$\xi = (x - x_0) \cos \alpha + y \sin \alpha \quad (2.70)$$

$$\eta = y \cos \alpha - (x - x_0) \sin \alpha \quad (2.71)$$

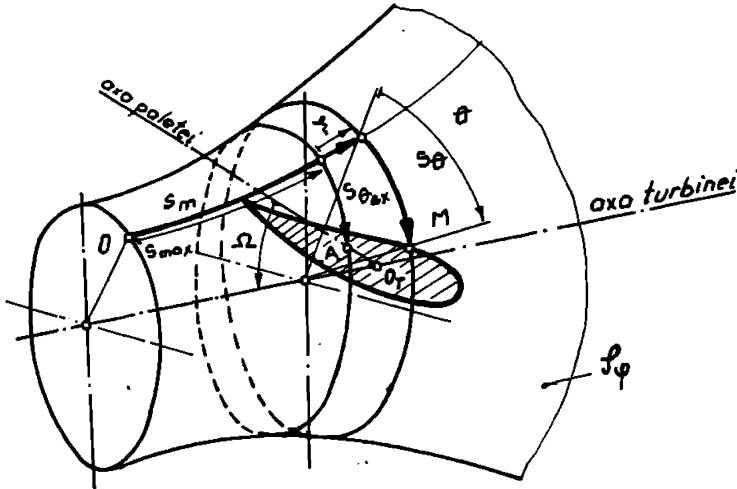


Fig.2.5.

Se determină în semiplanul meridian coordonatele punctului de intersecție dintre axa paletelor și meridianul suprafeței evazate. Dacă meridianul este definit numeric, se discretizează pe axa absciselor din semiplanul meridian (axa turbinei) funcția asociată diferenței ordonatelor dintre axa paletelor și meridianul suprafeței. Ordinata meridianului, pentru o abscisă dată, se obține numeric prin interpolare cu funcții spline cubice. Se determină rădăcina acestei funcții pe cale numerică, cu metoda înjumătățirii intervalului. Coordonatele curbilini $A_{m_{max}}$ și $A_{\theta_{max}}$ (fig.2.5) asociate punctului în care axa paletelor înțeapă suprafața evazată, se obțin prin calculul lungimii de arc pe meridian tot utilizând funcțiile spline cubice. Transpunerea profilului din plan pe suprafață se face prin suprapunerea punctului din plan asociat axei profilului cu punctul omolog de pe suprafață și prin conservarea lungimilor asociate abscisei și ordinatei din plan, cu lungimile măsurate pe curbele coordonate de pe suprafață. Astfel :

$$A_m = A_{m_{max}} - \xi \quad (2.72)$$

$$A_\theta = R d\theta = r_s \sin \alpha - \eta \quad (2.73)$$

În programul de calcul FORTRAN pentru dimensionarea retoarelor de turbină diagonală, secvența de generare a profilului pe suprafața de revoluție permind de la un profil din plan se realizează în subrutina "CONFOR". Transpunerea se efectuează în puncte discrete, cu ajutorul funcțiilor de interpolare spline cubice.

În cazul particular al suprafeței de curent de formă sferică, transpunerea se efectuează analitic. Se prezintă în continuare o metodă analitică de transpunere pe sferă a unui profil din plan, metodă care conservă pe sferă parametrii geometrici ai profilului din plan.

Pe suprafața sferică se consideră o rețea de cercuri geodezice ortogonale \mathcal{C} și \mathcal{C}_r obținută prin intersecția sferei cu planul P ce conține axa paletelor rezultând \mathcal{C} și un fascicul de plane PX ortogonale la primul și care conține centrul O al sferei, rezultând cercurile mari \mathcal{C}_r (Fig.2.6). Se definește unghiul α , ea fiind unghiul de instalare al profilului pe suprafața sferică, diedrul format de planul P și planul PV care conține axa de rotație a turbinei și axa paletelor.

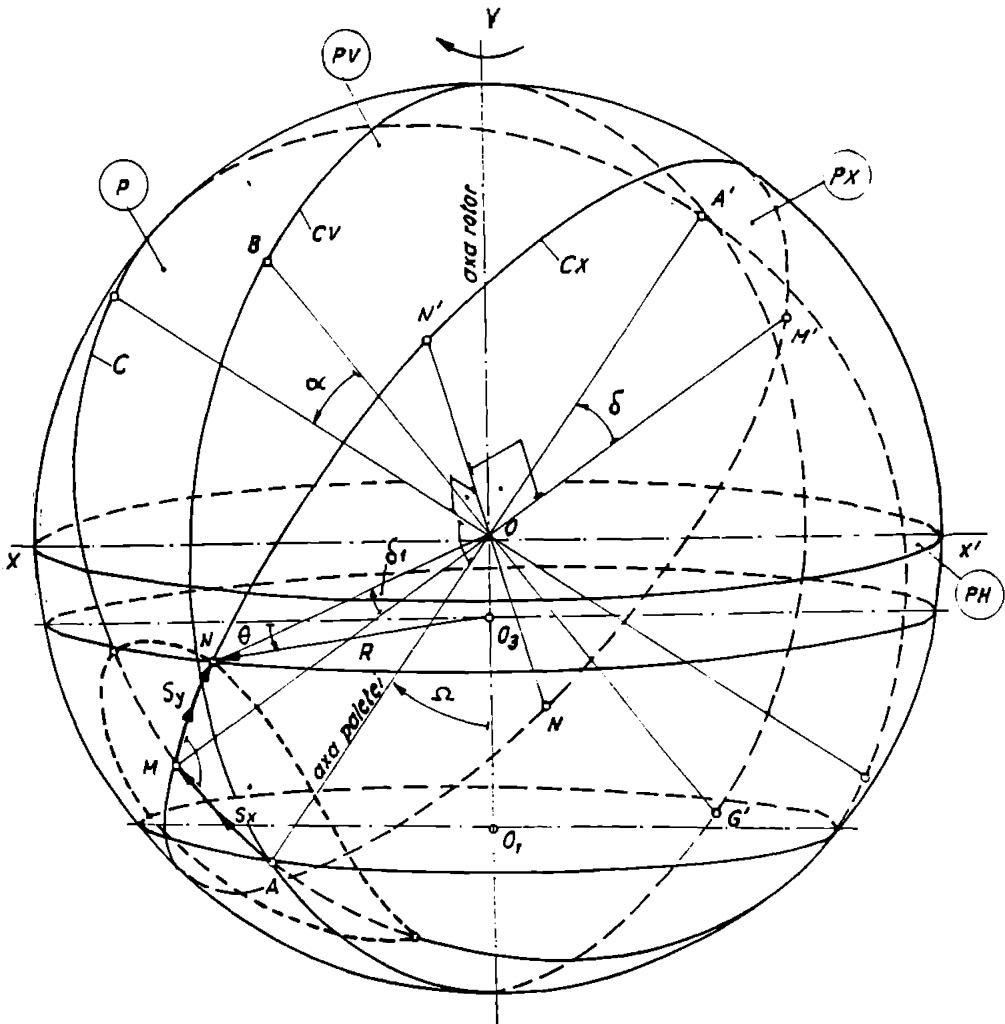


Fig.2.6.

Intersecția planului FV cu sfera generează cercul $\mathcal{C}'V$. Transpunerea pe sferă a profilului din plan se realizează prin suprapunerea corzii profilului din plan peste cercul \mathcal{C}' iar segmentele rezultate din intersecția rețelei de drepte ortogonale la coardă și centrul profilului din plan, pe rețeaua de cercuri \mathcal{C}'_X .

$$S_x = k_0 - \xi, \quad S_y = -\eta \quad (2.74)$$

$$\delta_1 = \frac{S_y}{R_s}, \quad \delta = \frac{S_x}{R_s} \quad (2.75)$$

Pe baza unui raționament geometric se urmărește proiecțiile punctului M în planele PX, P și PV se obțin coordonatele R, θ :

$$R = R_s \sqrt{1 - (\cos\delta \cos\delta_1 \cos\Omega - \sin\delta \sin\Omega \cos\alpha - \sin\delta_1 \sin\Omega \sin\alpha)^2} \quad (2.76)$$

$$\theta = \arctg \left| \frac{\sin\Omega \cos\delta \cos\delta_1 + \sin\delta \cos\Omega \cos\alpha + \cos\Omega \sin\delta \sin\delta_1}{\cos\delta_1 \sin\delta \sin\alpha} \right| \quad (2.77)$$

Relația (2.77) se aplică cu restricțiile:

$$a), \quad \cos\delta_1 \sin\delta \sin\alpha < 0 \quad \Rightarrow \quad \theta = \pi - \theta_x \quad (2.78)$$

unde θ_x este valoarea determinată prin (2.77)

$$b), \quad \cos\delta_1 \sin\delta \sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad (2.79)$$

2.2.7. Deformații geometrice la transformarea conformă a unei rețele de profile dispuse pe o suprafață, într-o rețea plană rectilinie.

Prin aplicarea transformărilor definite în paragraful 2.2.3. și 2.2.4., configurația profilului dispus pe o suprafață se modifică. La dimensionarea rotoarelor de turbină radial-axială prin metoda transformării conforme, este necesară cunoașterea corespondenței între parametrii geometrici ai profilului de pe suprafața de curent și parametrii geometrici ai profilului din rețeaua imagine.

Se prezintă etapele și rezultatele calculului acestor deformații în cazul suprafețelor sferice.

Se pornește de la parametrii unei rețele de profile definite pe sferă:

$$L_s = m_1 - m_0, \text{ lungimea corzii măsurată pe cercul } (2.80)$$

$$R_s = \text{raza sferii} \quad (2.81)$$

α - unghiul de instalare, definit în 3.2.3/3 (2.82)

N - numărul de profile (2.83)

Ω - unghiul format de axa paletelor și axa turbinei (2.84)

ξ - poziția pe coardă a axei paletelor (2.85)

Priă aplicarea rel. (2.40), (2.59), (2.60), (2.74), (2.75), (2.77) se determină parametrii rețelei plane $\lambda, l/t$

Se generează în plan un profil definit de un polinom trigonometric ai cărui coeficienți se determină impunând parametrii geometrice ai profilului (f/l), (d/l), (ξ/l), ($\xi d/l$), (R_0/l), (R_{π}/l) utilizând metoda prezentată în /55/. Acest profil este transpus punctual pe suprafața sferică iar priă aplicarea relațiilor de transformare conforma se obține în puncte discrete, conturul profilului imagine din rețeaua rectilinie. Fucând apel la metoda analizei armonice /10/, se exprimă funcția de contur a profilului printr-un polinom trigonometric cu 3 coeficienți a_n, b_n :

$$\xi = 0,5(1 + \cos \varphi) \quad (2.86)$$

$$\eta_s = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^5 a_n \cos(n\varphi) \quad (2.87)$$

$$\eta_d = \sum_{n=1}^4 b_n \sin(n\varphi) \quad (2.88)$$

$$\eta = \eta_s + \eta_d \quad (2.89)$$

Dacă φ_f și φ_d sînt parametrii asociați poziției săgeții maxime relative, ($\xi f/l$) respectiv grosirii maxime relative ($\xi d/l$) priă intermediul rel. 2.86 atunci condițiile:

$$\left(\frac{d\eta_s}{d\varphi} \right)_{\varphi=\varphi_f} = 0, \quad \left(\frac{d\eta_d}{d\varphi} \right)_{\varphi=\varphi_d} = 0, \quad (2.90)$$

conduc la ecuații de gradul 3 respectiv 4 în $\cos \varphi_f$ și $\cos \varphi_d$. Soluția reală, pozitivă și subunitară a ecuațiilor (2.90) și soluțiile (2.86), (2.87) conduc la parametrii geometrice ai profilului imagine din rețeaua rectilinie.

Pe baza acestor etape s-a întocmit un algoritmu de calcul și un subprogram FORTRAN care determină parametrii geometrice ai profilurilor imagine din rețeaua rectilinie și centrul acestora, pornind de la o familie de profile definită în plan și transpună într-o rețea pe sferă, de parametrii definiți. Intrucit în probleme-

le de dimensionare se consideră drept parametru dimensionar săgeata maximă relativă, acest parametru s-a ales drept parametrul familiei de profile transpuse pe sferă.

Se prezintă în continuare soluțiile obținute prin efectuarea calculului programat cu următoarele date:

- parametrii rețelei

$$\Omega = 45^\circ; \alpha = 45^\circ; L/R_g = 0,25; N = 8 \text{ profile } \xi_d/l = 0,45 \quad (2.91)$$

- parametrii familiei de profile transpusă pe sferă:

$$(F/L) \in [-0,1; +0,1]; \quad (D/L) = 0,1; \quad (\xi f/l) = 0,45; \\ (\xi_d/l = 0,3) \quad (R_g/L) = 0,105; \quad (R_{II}/L) = 1,1 \quad (2.92)$$

Calculul s-a efectuat pentru 20 de profile diferind prin parametrul F/L obținut prin divizarea echidistanță a intervalului considerat.

În Fig.2.7. se prezintă legile de modificare a parametrilor geometrisi ai profilului imagine din rețeaua rectilinie în funcție de săgeata maximă relativă a profilului transpus pe sferă.

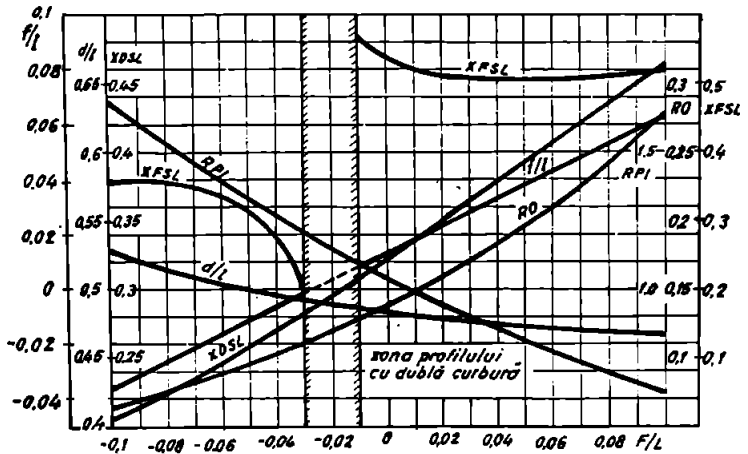


Fig.2.7.

Iar în Fig.2.8. s-a reprezentat configurația a 3 profile din rețeaua rectilinie, imagini ai profilelor de pe sferă. Ordonațiile sînt amplificate de 10 ori.

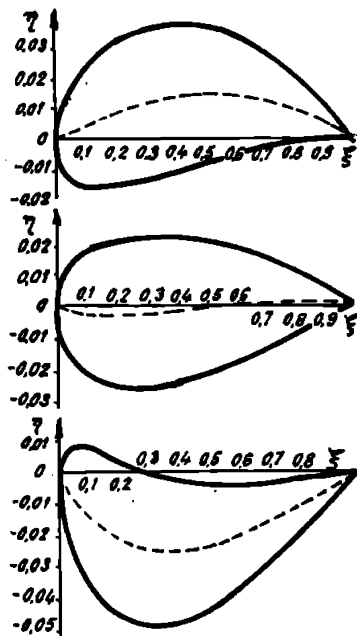


Fig.2.8.

Transformarea conformă de pe sferă distorționează mult imaginea, se observă apariția unei zone cu profile de dublă curbură în rețeaua rectilinie.

Pentru a studia influența parametrilor rețelei de pe sferă asupra logii de deformare a scheletului, s-a aplicat programul de calcul considerând aceeași familie de profile transpusă pe sferă și modificând pe rând câte unul din parametrii rețelei. S-a considerat:

$$\begin{aligned} \Omega &= 30^\circ; \Omega = 60^\circ; L/R_0 = 0,3; L/R_0 = 0,5; L/R_0 = 0,1; \alpha = 1 \text{ radian} \\ \alpha &= 0,75 \text{ radian; } \alpha = 0,5 \text{ radian; } \end{aligned} \quad (2.93)$$

Rezultatele obținute sînt prezentate în Fig.2.9.

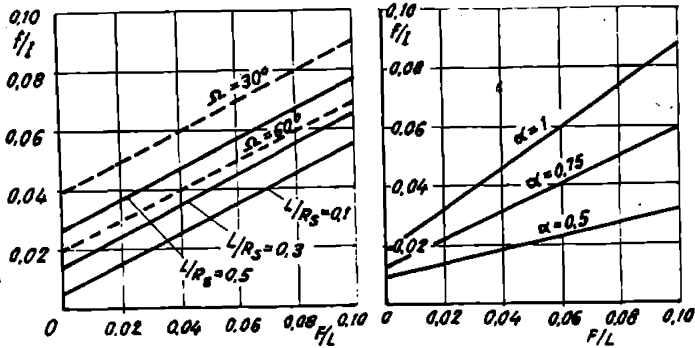


Fig.2.9.

În fig.2.10.este reprezentat scheletul profilelor din rețeaua rectilinie, imagine a unei rețele de plăci transpuse pe sferă, pentru diferite valori ale unghiului de instalare (exprimat în radiani).

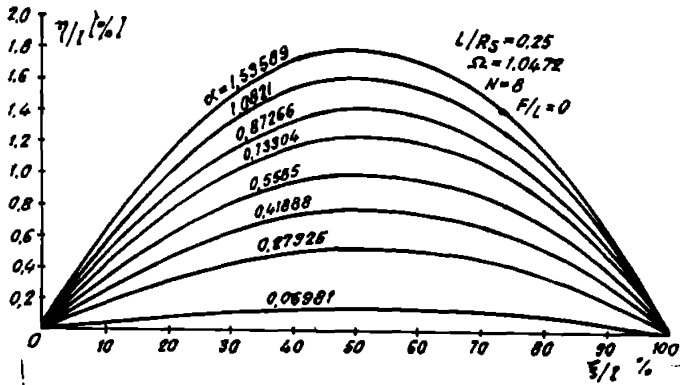


Fig.2.10.

Deci se constată că, prin aplicarea transformării conforme locale apar deformații geometrice, care sînt dependente de toți parametrii transformării. De aceea, la utilizarea metodelor de dimensionare a rotoarelor bazate pe transformarea conformă, este obligatorie cunoașterea deformațiilor, respectiv a corespondenței între parametrii geometrici ai profilului dimensionat din rețeaua imaginii și cei ai profilului de pe suprafața de revoluție. În programul de calcul dimensionar al rotorului de turbină radial-axială, această etapă este cuprinsă în cadrul unui subprogram.

2.3. Observații privind utilizarea transformărilor conforme în hidrodinamica turbomașinilor, contri-
butii originale.

Transformările conforme permit definirea corependenței între mișcarea potențială, homocoră a fluidelor din spațiul familiei de suprafețe de curent evazate $\Psi = \text{const}$ de formă sarecare și nedesfășurabile și mișcarea în spațiul familiei de suprafețe de curent $\psi = \text{const}$ de formă mai simplă desfășurabile (cilindrice, conice sau chiar plane). Structura ecuațiilor asociate acestor mișcări permite abordarea unor cazuri mai simple de rezolvare și chiar obținerea unor soluții analitice.

Definirea echivalenței conforme a 2 mișcări este legată deosemeni de introducerea unei aproximații. Astfel dacă Φ și φ sînt potențialele vitezei absolute a două mișcări homocore și axial simetrice, una în spațiul familiei de suprafețe evazate, iar cealaltă în spațiul unei familii de cilindri coaxiali, din egalitatea potențialelor:

$$d\phi = d\vec{x} \cdot \nabla\phi = v_m dm, \quad d\varphi = d\vec{z} \cdot \nabla\varphi = v_z dz \quad (2.94)$$

unde v_m este viteza absolută, tangentă liniei de curent.

$\psi = \text{const}$ din semiplanul meridian, iar v_z viteza axială pe cilindru, obținem:

$$v_m dm = v_z dz \quad (2.95)$$

și considerînd transformarea (2.30):

$$v_z = \frac{R}{r_0} v_m \quad (2.96)$$

Relația (2.96) infirmă validitatea ecuației de continuitate în spațiul familiei de suprafețe cilindrice. Înlăturarea accentului neajuns se face prin introducerea conceptului de mișcare plană cu "strat de fluid de grosime variabilă".

Deformațiile determinate de aplicarea transformărilor conforme și care creează dificultăți la soluționarea problemei inverse pentru proiectarea paletelor de turbomașini radial-axiale, pot fi controlate prin stabilirea legilor de deformare create de transformare. Este obligatorie deci introducerea în programele de calcul dimensionar al rotorului al unei secvențe de calcul, al obținerii deformații.

În cazul în care suprafețele de curent pot fi aproximate cu suprafețe sferice sau conice (cazul turbinaelor diagonale), transformarea conformă se efectuează prin calcul pur analitic, și permite soluționarea problemei directe cât și inverse pe suprafața de revoluție pe cale analitică.

Intrucât în cadrul tezei s-a urmărit elaborarea unei metode de soluționare a problemei directe și inverse la rețele de profile dispuse pe suprafețe de revoluție care are la bază transformarea conformă, aplicabilă la dimensionarea rețeaelor pe turbine radial-axiale, s-au realizat următoarele:

- a) - aplicarea relațiilor transformării conforme locale stabilite de către Prasil, la transformarea conformă locală a unor familii de rețele de profile dispuse pe suprafețele de curent de formă arbitrară din rotorul turbinei radial axiale și diagonale, în familii de rețele circulare de profile.

Transformarea se efectuează numeric pe baza unui algoritm de calcul original, prin utilizarea interpelărilor cu funcții spline cubice. În acest scop s-a întocmit subprogramul de calcul "FRASIL" în limbaj FORTRAN utilizat la dimensionarea rotorului de turbină diagonală.

- b) - particularizarea relațiilor (2.26), (2.27) pentru transformarea sferă-plan aplicată familiei de rețele de profile. S-au obținut astfel relațiile (2.46).... (2.52) care permit efectuarea transformării pe cale analitică.

Relațiile au fost utilizate la dimensionarea unui rotor de turbină diagonală considerând aproximarea suprafețelor de curent cu sfere.

- c) - aplicarea relațiilor de transformare conformă în plan (2.53).... (2.64) la soluționarea problemei directe și inverse în planul imagine al rețelei de profile radial-axiale.

- d) - elaborarea unei metode originale de transpunere a unui profil din plan pe o suprafață de revoluție de formă arbitrară cât și de formă particulară sferică, utilă la soluționarea problemei proiectării paletelor rotoarelor de turbină, rel. (2.70), (2.71) (2.72), (2.73), (2.74), (2.75), (2.76), (2.78), (2.79) metodă prezentată în paragraful 2.2.6. Pe baza metodei s-a întocmit subprogramul FORTRAN de calcul "CONFOR" și "SPERA" utilizat la di-

menționarea rotoarelor de turbină diagonală(vezi cap.V)

- e)-elaborarea unui algoritm și subprogram FORTRAN pentru calculul deformărilor produse de aplicarea succesivă a transformării conforme locale și transformării conforme în plan la familii de rețele de profile dispuse pe suprafețele sferice,utilizat la dimensionarea rotoarelor de turbină diagonală.

CAPITOLUL III

METODA TRANSFORMĂRIILOR CONFORME, DE STUDIU A MIȘCĂRII RELATIVE PE SUPRAFEȚE DE REVOLUȚIE DE FORMĂ ARBITRARĂ ÎN PREZENȚA UNEI REȚELE DE PROFILE

3.1. Prezentare generală, ipoteze de calcul

Se consideră o suprafață de curent S_ψ , axial-simetrică și de formă arbitrară, din canalul rotorice a unei turbine radial-axiale și o rețea de profile dispusă pe această suprafață, rezultată din intersecția suprafeței de curent cu paletajul.

Pentru studierea mișcării fluidului în prezența rețelei de profile dispusă pe suprafața de revoluție se acceptă următoarele ipoteze simplificatoare:

1. fluidul este ideal și incompresibil $\rho = \text{const.}$ (3.1)

2. mișcarea absolută este potențială,
 $\nabla \wedge \vec{v}(\vec{x}) = 0, \forall \vec{x} \in S_\psi$ (3.2)

3. Mișcarea relativă este staționară,
 $\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} = 0, \forall \vec{x} \in S_\psi$ (3.3)

4. mișcarea de antrenament este rotația pură de viteză unghiulară $\omega = \frac{U}{R} = \text{const.}$ (3.4)

5. suprafața de curent S_ψ este suprafață de revoluție impenetrabilă, deci viteza absolută satisface condiția:
 $\vec{e}_n \cdot \vec{v}(\vec{x}) = 0, \forall \vec{x} \in S_\psi$ (3.5)

6. pe suprafața de curent S_ψ , frontiera solidă ∂D_s^+ rezultată din intersecția suprafeței cu paletajul este impenetrabilă, fiind linie de curent în mișcarea relativă,
 $\vec{n}_s(\vec{x}) \cdot \vec{w}(\vec{x}) = 0, \forall \vec{x} \in \partial D_s^+ \subset S_\psi$ (3.6)

7. grosimea stratului elementar de fluid, adiacent la suprafața de curent S_ψ este constantă,
 $H(n) = \text{const.}$ (3.7)

$\vec{e}_n(\vec{x})$ - vector unitate ortogonal suprafeței S_ψ , iar
 $\vec{n}_s(\vec{x})$ - vector unitate dispus în planul local tangent și ortogonal frontierei ∂D_s^+

În virtutea ipotezelor enunțate, mișcarea relativă este rotațională, fluxul vorticității prin suprafața S_{ψ} , fiind generat de proiecțiile pe direcții ortogonale suprafeței a vectorului vorticitate $2\bar{\Omega} = \nabla \wedge \bar{U}$ creat de mișcarea de antrenament.

Metoda de calcul elaborată, urmărește determinarea pe cale analitică a componentelor vitezei relative pe conturul profilului din rețeaua radial-axială, elemente fundamentale pentru soluționarea problemei directe și inverse la rotoarele turbinelor radial-axiale.

Soluționarea ecuației funcției de curent asociată mișcării relative pe suprafața de revoluție este laborioasă și nu poate fi abordată pe cale analitică, nici în virtutea ipotezelor simplificatoare enunțate.

De aceea se face apel la transformarea conformă locală prezentată în cap. 2.2.2.a) și 2.2.3., care permite reducerea problemei formulate pe suprafața de revoluție, în plan, unde ecuația funcției de curent are o structură mai simplă.

Transformarea conformă locală de pe suprafața de revoluție în plan implică următoarele observații și etape pentru rezolvarea problemei propuse:

3.1. a) - rețeaua din plan formată de o familie de cercuri concetrice și un fascicul de semidrepte radiale trecând prin pol, reprezintă imaginea unei rețele de curbe ortogonale (cercuri paralele și curbe meridiene) de pe suprafața de revoluție.

3.1. b) - rețeaua circulară de profile din plan, reprezintă imaginea rețelei de profile dispusă pe suprafața de revoluție.

3.1. c) - linia de curent din plan reprezintă imaginea liniei de curent de pe suprafața de revoluție iar funcția de curent din plan este echivalentă funcției de curent de pe suprafața de revoluție.

3.1. d) - mișcarea μ obținută în plan, corespunzătoare mișcării relative de pe suprafața de revoluție, este cu flux de vorticitate, vorticitatea din plan fiind determinată de vorticitatea de pe suprafața de revoluție, prin intermediul transformării conforme locale.

3.1.e) - fluxul vorticității pe un domeniu delimitat de orice curbă închisă ce aparține suprafeței de revoluție se conservă pe domeniul imagine din plan.

3.1.f) - debitul elementar de fluid delimitat de două suprafețe de revoluție înfățișate apropiate, se conservă în plan numai în cazul considerării în plan a unui strat de fluid de grosime variabilă (vezi cap.2.3). Acceptarea ipotezei simplificatorii (3.7) implică o aproximație care restrânge aria de aplicabilitate a metodei elaborate, la domeniul turbinelor Francis de căderi joase și în special, al turbinelor diagonale.

3.1.g) - Ecuația funcției de curent ψ asociată mișcării μ din plan, considerând sistemul de coordonate polare și în condițiile ipotezelor enunțate, este ecuația lui Poisson. Structura soluției acestei ecuații sugerează posibilitatea descompunerii mișcării rotaționale μ din plan în două mișcări mai simple:

- mișcarea μ_0 careia îi corespunde o funcție de curent ψ_0 soluție a ecuației Laplace, deci o mișcare potențială.
- mișcarea μ_* generată de distribuția vorticității din plan.

3.1.h) - Condiția fizică existentă pe suprafața de revoluție și exprimată de ipoteza (3.6) se transmite și în planul imagine pe baza observației 3.1.e). Astfel în mișcarea rotațională μ din planul imagine, frontiera solidă definită de profilul din rețeaua circulară este deosebit de interesantă.

Satisfacerea acestei condiții fizice pentru mișcarea în planul rețelei circulare, dacă avem în vedere observația 3.1.g), implică introducerea unei abstractizări, pentru mișcarea μ_0 . Astfel, în mișcarea μ_0 centrul profilului se consideră penetrabil, fluxul pe contur al vitezei asociate mișcării μ_0 fiind determinat de prezența vorticității din plan.

3.1.i) - Studiul mișcării μ rotaționale din planul rețelei circulare, se efectuează studiind pe de o parte mișcarea μ_0 potențială, în prezența unui contur solid penetrabil, iar pe de altă parte mișcarea μ_* asociată distribuției vorticității din plan.

3.1.j) - Pentru funcția de curent ψ_* asociată mișcării μ_* care corespunde unei soluții particulare a ecuației lui Poisson, s-a determinat în cadrul tezei o expresie analitică. Aceasta permite obținerea unor expresii analitice și pentru componentele vitezei.

3.1.k) - Pentru mișcarea μ_0 potențială în prezența rețelei circulare cu centur penetrabil, s-au determinat componentele vitezei pe centur și expresia circulației. Problema determinării acestor elemente s-a soluționat utilizând o dublă transformare conformă /55/, /57/, rețea circulară - rețea rectilinie - cerc unitate. Pe baza acestei duble transformări conformă, mișcării μ_0 din planul rețelei circulare cu centur penetrabil îi corespunde o mișcare μ_{0K} în prezența unui cerc unitate penetrabil.

Pentru studiarea mișcării μ_{0K} din planul cercului penetrabil, s-a făcut apel la forma extinsă a teoremei cercului formulată de O. Papp /63/, care a fost aplicată în cazul conturului penetrabil. S-au obținut astfel expresii analitice pentru viteza și circulația în mișcarea μ_{0K} pe conturul cercului unitate penetrabil.

3.1.l) - Dubla transformare conformă conservă circulația și fluxul vitezei pe contur. Aceasta permite ca rezultatele obținute în planul cercului unitate penetrabil să poată fi transpuse în planul rețelei circulare, obținându-se viteza pe centur asociată mișcării μ_0 (mișcare potențială). Viteza asociată mișcării staționare μ_{0K} se obține prin compunerea vectorială a vitezelor asociate mișcărilor μ_0 și μ_* . -
Viteza pe conturul profilului din rețeaua radial-axială se obține pe baza vitezei pe contur asociate mișcării μ din rețeaua circulară, prin aplicarea transformării conforme locale în sens invers.
Determinarea unei expresii analitice pentru distribuția vitezei pe conturul profilului din rețeaua radial-axială, cât și aplicarea teoremei Kelvin-Stokes pe suprafața de revoluție a creat posibilitatea soluționării pe cale analitică și a problemei inverse.

Față de metodele prezentate în literatură (vezi Cap.I) care prezintă numai soluții numerice, metoda elaborată în cadrul lucrării oferă soluții analitice atât pentru problema directă cât și pentru problema inversă la rețele de profile dispuse pe suprafețe de revoluție. Metoda dezvoltată este utilizabilă la dimensionarea rotoarelor de turbină radial axiale de săderi joase și diagonale, oferă elasticitate și control permanent asupra soluției la proiectare. În cadrul lucrării, pe baza metodei elaborate s-a conceput un algoritm pentru dimensionarea și calculul distribuțiilor de viteze la rotoarele turbinelor diagonale iar programul de calcul aferent a fost aplicat la dimensionarea unor variante de rotoari.

3.2. Ecuația funcției de curent în mișcarea relativă

Pentru studiul mișcării relative pe o suprafață de curent \mathcal{S}_ψ , considerăm un sistem de referință neinertial spațial, definit de suprafețele ortogonale coordonate ($\mathcal{S}_\psi, \mathcal{S}_\theta, \mathcal{S}_r$) și curbele ortogonale coordonate ($\mathcal{C}_\psi, \mathcal{C}_\theta, \mathcal{C}_r$) rezultate din intersecția unui triplet de suprafețe coordonate (vezi fig.2.1.Cap.II). Fie tripletul de coordonate curbilinii ortogonale (q_1, q_2, q_3), asociat unui punct de pe suprafața \mathcal{S}_ψ , ($m, R\theta, n$) lungimile de arc corespunzătoare pe curbele coordonate și ($\bar{e}_m, \bar{e}_\theta, \bar{e}_n$) baza locală de vectori unitate. (fig.3.1.).

Parametrii lui Lamé se exprimă /99/:

$$H_1 = H = \frac{d m}{d q_1} \quad (3.8)$$

$$H_2 = H = \frac{d(R\theta)}{d q_2} \quad (3.9)$$

$$H_3 = H = \frac{d n}{d q_3} \quad (3.10)$$

Parametrul H_3 are semnificația fizică, a grosimii stratului elementar de fluid adiacent suprafeței \mathcal{S}_ψ .

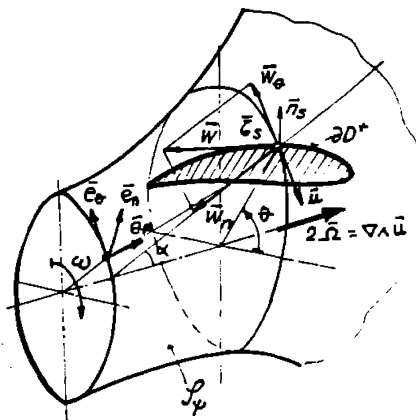


Fig.3.1.

Notînd cu \vec{V} - viteza asociată mişcării absolute,
 \vec{w} - viteza asociată mişcării relative şi \vec{u} - viteza
 de antrenament, avem în virtutea ipotezelor (3.4) şi (3.5)

$$\vec{V} = v_m \vec{e}_1 + v_\theta \vec{e}_2 \quad (3.11)$$

$$\vec{w} = w_m \vec{e}_1 + w_\theta \vec{e}_2 \quad (3.12)$$

$$\vec{u} = \omega R \vec{e}_2 \quad (3.13)$$

$$\vec{V} = \vec{u} + \vec{Q} \cdot \vec{w} \quad (3.14)$$

În ipoteza mişcării absolute potenţiale:

$$\nabla \wedge \vec{V} = \nabla \wedge \vec{u} + \vec{Q} \cdot \nabla' \wedge \vec{w}', \vec{Q}^T = 0 \quad (3.15)$$

unde \vec{Q} şi \vec{Q}^T sînt tensori ortogonali ce descriu transformarea siste-
 mului de referinţă. /54/

Aplicînd rotorul în relaţiile (3.12) şi (3.13) şi consi-
 derînd (3.15) obţinem :

$$\frac{\partial(Hw_m)}{\partial q_2} - \frac{\partial(Rw_\theta)}{\partial q_1} = 2\omega \frac{\partial R}{\partial q_1} \quad (3.15)$$

Din relaţiile (3.8), (3.9) şi (3.10)

$$\frac{\partial}{\partial q_1} = \frac{\partial m}{\partial q_1} \cdot \frac{\partial}{\partial m} = H \frac{\partial}{\partial m} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial q_2} = \frac{\partial(R\theta)}{\partial q_2} \cdot \frac{\partial}{\partial R\theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (3.17)$$

Aplicînd operatorii (3.16) şi (3.17) în (3.15), obţinem:

$$\frac{\partial W_m}{\partial \theta} - w_\theta \frac{\partial R}{\partial m} - R \frac{\partial w_\theta}{\partial m} = 2R\omega \frac{\partial R}{\partial m} \quad (3.18)$$

Ecuaţia continuităţii în mişcarea relativă se obţine
 determinînd divergenţa în rel.(3.12):

$$\frac{\partial(HRw_m)}{\partial q_1} + \frac{\partial(H^2w_\theta)}{\partial q_2} = 0 \quad (3.19)$$

Introducem funcţia de curent ψ asociată mişcării rela-
 tive pe suprafaţa de revoluţie, astfel încît să satisfacă ecuaţia
 (3.19):

$$w_m = -\frac{1}{HR} \frac{\partial \psi}{\partial q_2} = -\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{R \partial \theta} \quad (3.20)$$

$$w_\theta = \frac{1}{H^2} \frac{\partial \psi}{\partial q_1} = \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial m} \quad (3.21)$$

Înlocuind (3.20) şi (3.21) în (3.18), obţinem :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{HR} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial m} \cdot \frac{\partial R}{\partial m} + R \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial m} \right) = -2\omega R \frac{\partial R}{\partial m} \quad (3.22)$$

După efectuarea derivatelor în (3.22) și amplificarea ecuației cu $\frac{H}{R}$, obținem: ecuația cu derivate parțiale a funcției de curent asociată mișcării relative pe suprafața de revoluție:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial m^2} + \frac{\partial^2 \psi}{R^2 \partial \theta^2} + \left[\frac{1}{R} \sin \alpha - \frac{\partial(\ln H)}{\partial m} \right] \frac{\partial \psi}{\partial m} - \frac{\partial(\ln H)}{R^2 \partial \theta} \cdot \frac{\partial \psi}{R^2 \partial \theta} = -2\omega H \sin \alpha \quad (3.23)$$

unde am notat: $\sin \alpha = \frac{\partial R}{\partial m}$ (vezi fig.3.1) (3.24)

Se face apel la transformarea conformă locală exprimată de relația (2.26) și (2.27), care determină corespondența între mișcarea relativă pe suprafața de revoluție și mișcarea din planul imagine a unei rețele circulare de profile. Considerând în plan sistemul de coordonate polare (r, ϑ) , imagine conformă local a sistemului de coordonate curbiliniilor de pe suprafață, se pot forma observând relațiile (2.26) și (2.27) operatorii:

$$\frac{\partial}{\partial m} = \frac{r}{R} \frac{\partial}{\partial r} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial m^2} = \left(\frac{r}{R} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial}{R \partial \theta} = \frac{r}{R} \frac{\partial}{r \partial \vartheta} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial^2}{R^2 \partial \theta^2} = \left(\frac{r}{R} \right)^2 \frac{\partial^2}{r^2 \partial \vartheta^2} \quad (3.28)$$

Având în vedere conservarea funcției de curent ψ prin transformare, și aplicând operatorii (3.25)...(3.28) în (3.23), obținem:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{r^2 \partial \vartheta^2} - \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(\ln H)}{\partial m} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial m} + \frac{\partial(\ln H)}{\partial r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} \right\} = -2\omega \sin \alpha \left(\frac{R}{r} \right)^2 \quad (3.29)$$

care reprezintă ecuația diferențială a funcției de curent asociată mișcării din planul imagine.

În virtutea ipotezei simplificatorii (3.7), parametrul H este o constantă:

$$H = \frac{\partial n}{\partial z_3} = 1 \quad (3.30)$$

Iar ecuația (3.29) devine ecuația lui Poisson:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{r^2 \partial \vartheta^2} = -2\omega \sin \alpha \left(\frac{R}{r} \right)^2 \quad (3.31)$$

În mod similar, legătura între funcția de curent din plan și componentele f vitezei se exprimă în virtutea satisfacerii ecuației de continuitate:

$$w_{\theta} = \frac{\partial \psi}{\partial r} \tag{3.32}$$

$$w_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \tag{3.33}$$

Considerind relațiile (3.20), (3.21), (3.32), (3.33), (2.26) și observația (3.30) exprimăm corespondența dintre componentele vitezei asociate celor două mișcări - mișcarea relativă de pe suprafața de revoluție și mișcarea din planul imagine:

$$\frac{w_{\theta}}{w_r} = \frac{r}{R}, \quad \frac{w_{\theta}}{w_r} = \frac{r}{R} \tag{3.34}$$

În ipoteza mișcării absolute potențiale pe suprafața de revoluție, mișcarea relativă este rotațională. Prin intermediul transformării conforme locale, mișcării rotaționale de pe suprafața de revoluție îi corespunde în plan tot o mișcare rotațională, vorticitatea din plan fiind determinată de cea pe suprafața de revoluție, geometria suprafeței și parametrii transformării conforme locale. Abordarea ipotezei simplificaterii (3.7), determină o structură mai simplă pentru ecuația funcției de curent din planul imagine, care se pretează în acest caz la o soluționare pe cale analitică.

3.3. Mișcarea în planul imagine

Prezența termenului liber din ecuația diferențială (3.31), ne indică faptul că, mișcării relative rotaționale de pe suprafața de revoluție îi corespunde în planul imagine a rețelei circulare o mișcare μ cu flux de vorticitate avînd intensitatea:

$$\gamma(r) = -2\omega \sin d \left(\frac{R}{r}\right)^2 \tag{3.35}$$

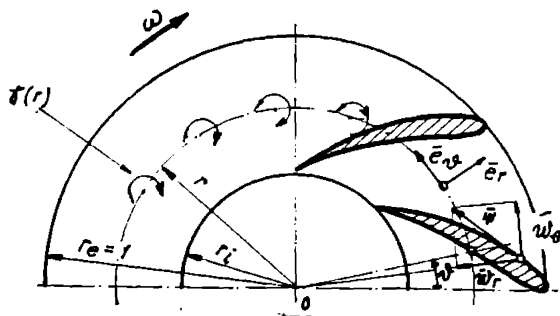


Fig. 3.2.

Soluția ecuației (3.31) poate fi exprimată sub forma prezentată de Y.Senes și W.Yukihiko /73/, /75/,/95/:

$$\psi = \psi_0 - \psi_* \quad (3.36)$$

În relația(3.36) ψ reprezintă funcția de curent asociată mișcării μ cu flux de vorticitate din planul imagine ,soluția ecuației (3.31), ψ_0 reprezintă soluția generală a ecuației(3.31) omogene, (ecuația lui Laplace în coordonate polare), iar ψ_* soluție particulară a ecuației neomogene.

Exprimarea funcției de curent ψ sub forma(3.36), ne sugerează să considerăm că mișcarea μ cu flux de vorticitate din plan,este rezultată din suprapunerea a două mișcări:

- o mișcare μ_0 careia îi corespunde funcția de curent ψ_0 soluție a ecuației Laplace - care este mișcare potențială
- o mișcare μ_* careia îi corespunde funcția de curent ψ_* soluție particulară a ecuației lui Poisson (3.31), determinată de distribuția de vorticități din plan.

Pe baza acestei observații, studiul mișcării μ rotaționale din plan, se reduce la studiul unei mișcări potențiale μ_0 . (pentru care se va face apel la teoria hidrodinamicii rețelelor plane de profile) și la determinarea soluției particulare a ecuației lui Poisson.

3.4. Soluția particulară a ecuației lui Poisson

Observând structura termenului general a ecuației lui Poisson (3.31), acesta este o funcție numai de rază ,astfel că mișcarea μ_* determinată de prezența vorticității este axial-simetrică. În acest caz pentru funcția ψ_* asociată acestei mișcări putem căuta o soluție de forma:

$$\psi_* = C_1 \psi^0 + \psi_1(r) \quad (3.37)$$

unde $C_1 = \text{const.}$ (3.38)

Căutînd pentru ψ_* soluții de forma (3.37) și înlocuind (3.36) în (3.31) obținem :

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} = 2\omega \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 \quad (3.39)$$

cu substituția : $\frac{\partial \psi_1}{\partial r} = y(r)$ (3.40)

obținem ecuația diferențială de ord. I. liniară și neomogenă :

$$\frac{dy}{dr} + \frac{1}{r} y = 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2$$
 (3.41)

s a u

$$y' - a(r)y = d(r)$$
 (3.42)

unde

$$a(r) = -\frac{1}{r}, \quad d(r) = 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2$$
 (3.43)

Soluția generală a ecuațiilor de forma (3.42) este /77/:

$$y = \left[C + \int_{r_0}^r e^{-A(t)} d(t) dt \right] e^{A(r)}$$
 (3.44)

unde :

$$A(r) = \int_{r_0}^r a(t) dt$$
 (3.45)

Cu notațiile (3.43) obținem :

$$y(r) = \frac{1}{r} \left[C r_0 + \int_{r_0}^r 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 dr \right]$$
 (3.46)

în urma unui artificiu:

$$y(r) = \frac{C_2}{2\pi r} + \frac{1}{2\pi r} \int_{r_0}^r 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 2\pi r dr$$
 (3.47)

revenind în (3.40):

$$\psi_1(r) = \frac{C_2}{2\pi} \ln r + \int_{r_0}^r \frac{1}{2\pi r} \int_{r_0}^r 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 2\pi r dr dr$$
 (3.48)

și

$$\psi_* = \frac{C_1}{2\pi} \psi + \frac{C_2}{2\pi} \ln r + \int_{r_0}^r \frac{1}{2\pi r} \int_{r_0}^r 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 2\pi r dr dr$$
 (3.49)

În (3.49) r_0 este un punct arbitrar din domeniul de definiție al funcției $y(r)$ /77/, deci avem o infinitate de soluții particulare pentru ecuația Poisson. Prof. Sense /74/ consideră $r_0 \approx 0$. În (3.49) primul și al doilea termen sînt funcții armonice și sînt curenți în soluția generală ψ_0 , ei corespundînd vîrtejii generate în rețeaua circulară de singularitățile izolate tip vîrtej (absorbție) și vîrtej dispuse în axă.

Atunci (3.49) poate fi exprimată :

$$\psi_* = \int_{r_0}^r \frac{1}{2\pi r} \int_{r_0}^r 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 2\pi r dr dr + \int_{r_0}^r \frac{1}{2\pi r} \int_{r_0}^r 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 2\pi r dr dr$$
 (3.50)

unde r_1 corespunde bordului de fugă din rețeaua circulară. (3.51)

Integrala definită din termenul al doilea, reprezintă fluxul vorticității pe domeniul închis de cercul de rază r_1 , care este egal cu fluxul pe suprafața de revoluție și respectiv, conform teoremei Kelvin-Stokes, cu circulația vitezei de antrenament pe cercul paralel de rază R_1 (care trece prin bordul de fugă), aceasta fiind $2\pi R_1^2 \omega$. Atunci :

$$\int \frac{1}{2\pi r} \int_0^{r_i} 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 2\pi r dr dr = R_i^2 w \ln r \quad (3.52)$$

și

$$\Psi_* = \int \frac{1}{2\pi r} \int_{r_i}^r 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 2\pi r dr dr + R_i^2 w \ln r \quad (3.53)$$

Constanțele C_1 și C_2 se determină din condițiile cinematice formulate pe frontieră în amonte sau aval de rețeaua circulară, care derivă din condițiile cinematice formulate pe suprafața fizică.

3.5. Componentele vitezei în planul imagine, condiția de frontieră

Considerăm legătura dintre funcția de curent asociată mișcării μ din plan și componentele vitezei rel.(3.32) și (3.33), precum și soluția ecuației lui Poisson exprimată de (3.36) și (3.53).

Efectuînd derivatele parțiale în (3.36), se notează:

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial r} = W_{r0} \quad , \quad - \frac{\partial \psi_0}{r \partial \alpha} = W_r \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial \psi_*}{\partial r} = u^* \quad , \quad - \frac{\partial \psi_*}{r \partial \alpha} = 0 \quad (3.55)$$

obținem :

$$W_{r0} = W_{r0} - u^* \quad (3.56)$$

$$W_r = W_r \quad (3.57)$$

unde W_{r0} și W_r sînt componentele vitezei asociate funcției de curent ψ_0 și corespund mișcării μ_0 potențiale generate de singularitățile izolate din axa rețelei, în prezența rețelei de profile, iar u^* este componenta tangențială a vitezei asociate funcției ψ_* corespunzătoare mișcării μ_* generate de distribuția de vorticități.

$$u^* = \frac{1}{2\pi r} \int_{r_i}^r 2w \sin \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^2 2\pi r dr + \frac{R_i^2 w}{r} \quad (3.58)$$

În relațiile (3.56), (3.57), avînd în vedere relația (3.32) și (3.33), W_{r0} și W_r reprezintă componentele tangențială și radială a vitezei asociate mișcării rotaționale μ din plan. Componentele W_{θ} și W_r ale vitezei relative pentru mișcarea rotațională de pe suprafața de revoluție se obțin cu rel.(3.34).

Să introducem în planul rețolei circulare, alături de baza de vectori $(\bar{e}_r, \bar{e}_{\theta'})$ asociată sistemului de coordonate polare, baza locală ortogonală (\bar{e}, \bar{n}) avînd orientarea ca și în fig. 3.3. și 3.4.

Ipozeza impenetrabilității frontierei solide în mișcarea relativă de pe suprafața de revoluție (ipoteza 3.6) se transpune prin transformarea conformă locală și în planul imagine. Deci în mișcarea rotațională μ din planul imagine, centrul profilului este linie de curent iar viteza asociată mișcării rotaționale satisface ipoteza impenetrabilității frontierei:

$$\bar{w}(\bar{x}) \cdot \bar{n}(\bar{x}) = 0, \quad \forall \bar{x} \in \partial D_k^* \quad (3.59)$$

Avînd în vedere modul de compunere al vitezelor, exprimat de rel. (3.56) și (3.57) satisfacerea condiției fizice (3.59), impune pentru mișcarea μ_0 potențială condiția penetrabilității frontierei solide. Mișcarea potențială tributară acestei ipoteze este abstractă și a fost introdusă în scopul satisfacerii condiției fizice la perete pentru mișcarea μ rotațională, cea reală. Relațiile (3.56) și (3.57) reprezintă proiecțiile pe direcțiile $(\bar{e}_r, \bar{e}_{\theta'})$ a înclinării vectoriale a vitezelor din planul imagine. Astfel în fig. 3.3. s-a efectuat compunerea vitezelor a 2 mișcări: mișcarea μ_0 potențială în cazul în care aceasta ar satisface ipoteza impenetrabilității și mișcarea μ_* generată de vorticități. În acest caz vectorul resultant \bar{w} al vitezei rotaționale pe centur, se observă că se abate de la direcția versorului \bar{e} și în mișcarea μ rotațională condiția la perete nu mai este satisfăcută.

În fig. 4. s-a introdus pe direcția normalei \bar{n} un vector $\bar{w}_n = -\bar{u}_n^*$ asociat vitezei potențiale. Componenta \bar{w}_c s-a lăsat neschimbată și s-a efectuat paralelogramul vectorilor. Se observă că \bar{w} primește direcția lui \bar{e} și ipoteza impenetrabilității frontierei solide în mișcarea μ cea reală este respectată.

Exprimînd vectorial:

$$\bar{w} = w_r \bar{e}_r + w_{\theta'} \bar{e}_{\theta'} = w_r \bar{e}_r + (w_{\theta'} - u^*) \bar{e}_{\theta'} \quad (3.60)$$

$$\bar{w} = \bar{w}_r \bar{e}_r + \bar{w}_{\theta'} \bar{e}_{\theta'} = \bar{w}_n \bar{e}_n + \bar{w}_c \bar{e}_c \quad (3.61)$$

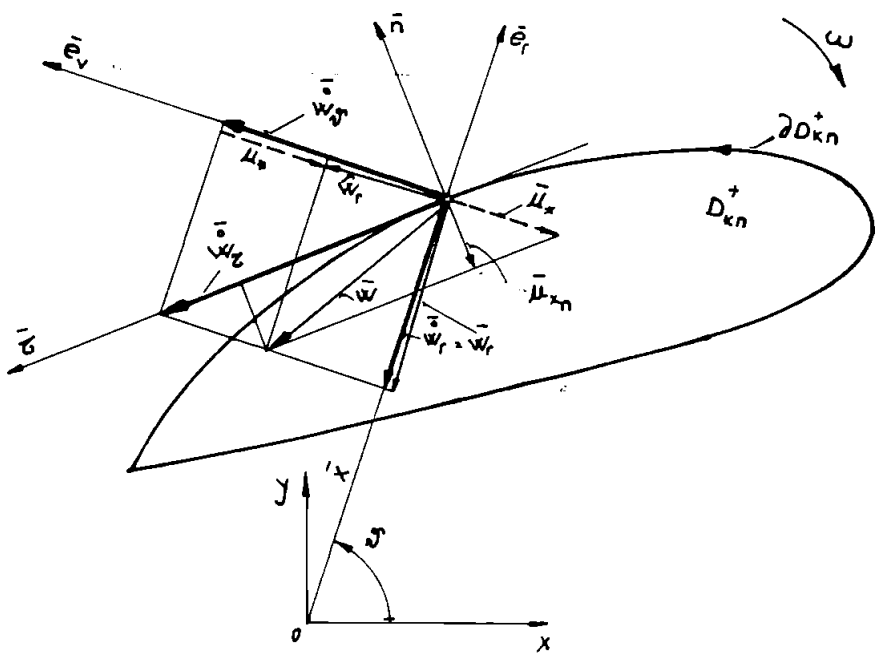


Fig. 3.3.

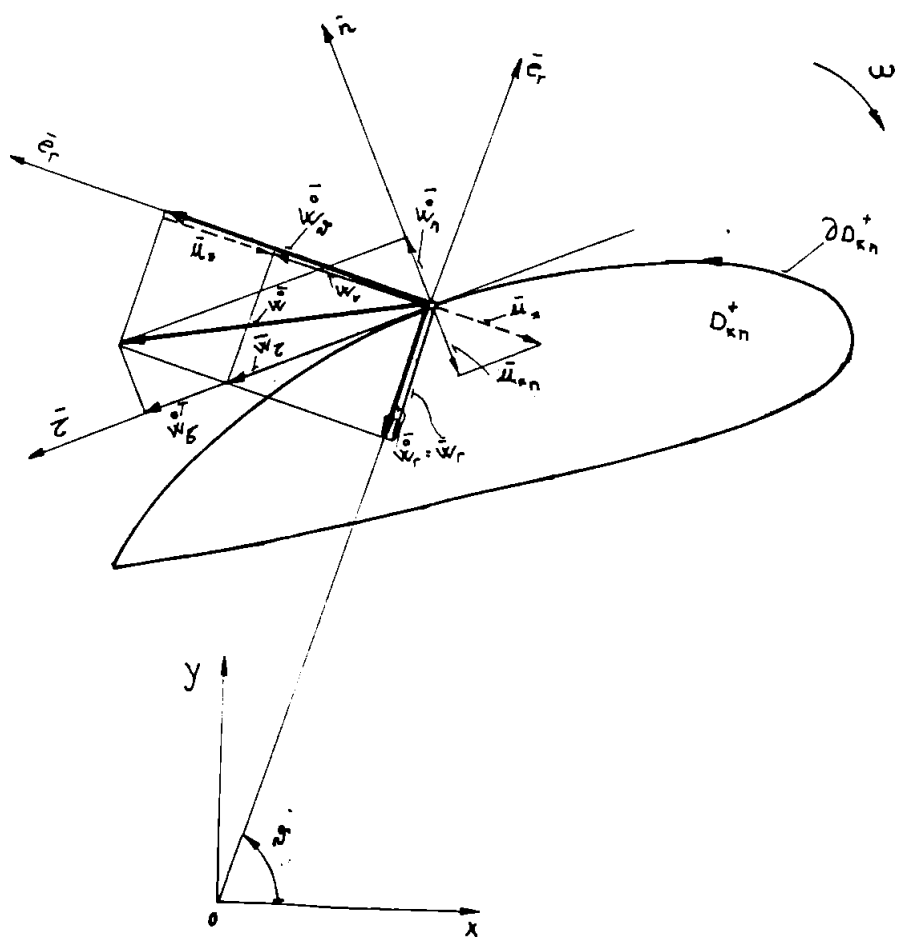


Fig. 3.4.

Din (3.60) și (3.61)

$$\bar{w} = N_r \bar{e}_r + w_{\rho r} \bar{e}_{\rho r} - u^* \bar{e}_{\rho r} = \bar{w} - u^* \bar{e}_{\rho r} \quad (3.62)$$

și considerînd condiția fizică exprimată de (3.59)

$$\bar{w} \cdot \bar{n} = \bar{w} \cdot \bar{n} - u^* \bar{e}_{\rho r} \cdot \bar{n} = 0 \quad (3.63)$$

$$\bar{w}_n = \bar{w} \cdot \bar{n} = u^* \bar{e}_{\rho r} \cdot \bar{n} \neq 0, \quad \forall \bar{x} \in \partial D_k^+ \quad (3.64)$$

$$\bar{w}_n = u^* (\bar{e}_{\rho r} \cdot \bar{n}) \bar{n}, \quad \forall \bar{x} \in \partial D_k^+ \quad (3.65)$$

Soluționarea mișcării rotaționale μ din planul imagine implică soluționarea unei mișcări potențiale μ_0 care pe frontiera solidă nu respectă ipoteza impenetrabilității. Componenta normală la contur a vitezei în această mișcare este dată de soluția particulară a ecuației lui Poisson asociată mișcării generate de prezența vorticității din plan $\chi(r)$ și produsul scalar al vârfurilor $\bar{e}_{\rho r}$ și \bar{n} ai celor 2 baze.

3.6. Mișcarea potențială într-o rețea circulară de profile cu frontiera penetrabilă

3.6.1. Reducerea mișcării prin transformări conforme. Pentru studiul mișcării potențiale μ_0 în rețeaua circulară avînd frontiera penetrabilă, se utilizează o dublă transformare conformă, pe baza căreia mișcarea μ_0 din rețeaua circulară este redusă în planul unei rețele rectilinii și de aici la mișcarea μ_{0k} în planul cercului unitate cu frontiera penetrabilă.

Această cale permite soluționarea analitică a problemei, prin utilizarea extinderii teoremei cercului la reprezentările integrale Cauchy a vitezei complexe.

Să considerăm planul complex a trei domenii asociate prin funcții de reprezentare conformă (fig. 3.5).

(Z_k) - planul complex al rețelei circulare normale

(Z) - planul complex al rețelei rectilinii normale

(Z_*) - planul complex al cercului unitate.

$$D_k = [(D_k^- U D_k^+)^T]^0, \quad D_k \in (Z_k) \quad (3.66)$$

$$D = [(D^- U D^+)^T]^0, \quad D \in (Z) \quad (3.67)$$

$$D_* = [(D_*^- U D_*^+)^T]^0, \quad D_* \in (Z_*) \quad (3.68)$$

$$D_k^+ = \bigcup_{n=1}^N D_{kn}^+ \quad k - \text{nr. de profile al rețelei circulare} \quad (3.69)$$

D_k^- - domeniul exterior rețelei circulare de profile reprezintă imaginea domeniului D^- - exterior rețelei rectilinii de profile, prin intermediul funcției de reprezentare conformă, exprimată de relația (2.53) din Cap.2, paragraful 2.2.5. Unui sector de periodicitate din rețeaua circulară îi corespunde o bandă de periodicitate din rețeaua rectilinie.

∂D^+ - mulțimea frontieră a rețelei rectilinii de profile, reprezintă imaginea unei familii de cercuri unitate $\{\partial D_n^+, n=0, 1, 2, \dots\}$ $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ prin intermediul funcției de reprezentare conformă determinată de prof. O. Popa /55/, /57/ :

$$z(z_k) = \frac{1}{z} + i \frac{q_0}{z} + \varphi(z_k) + \bar{\varphi}\left(\frac{1}{z_k}\right) - \sum (b_n - i a_n) \frac{e^{in\varphi_k}}{z_k^n} \quad (3.70)$$

Potențialul complex al mișcării din cele trei plane se conservă:

$$\bar{\Phi}_k = \bar{\Phi} = \bar{\Phi}_* \quad (3.71)$$

astfel că unei mișcări potențiale din planul rețelei circulare îi corespunde o mișcare potențială în planul complex al rețelei rectilinii, respectiv mișcarea potențială în planul cercului unitar. Corespondența mișcărilor din cele trei plane este determinată prin intermediul funcțiilor de reprezentare conformă de egalitatea potențialelor.

F i o

$$w_k(z_k) = u_x - i v_y \quad (3.72)$$

$$|w_k(z_k)| \equiv \dot{W} = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \quad (3.73)$$

viteza complexă în planul (z_k) , iar $w(z)$ și $w_*(z_*)$ viteza complexă din planele (z) și (z_*) . Considerând (3.71):

$$w_k(z_k) = \frac{d\bar{\Phi}_k}{dz_k} = \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dz_k} = w(z) \frac{dz}{dz_k} \quad (3.74)$$

Efectuând un raționament analog se obține:

$$w_k(z_k) dz_k = w(z) dz = w_*(z_*) dz_* \quad (3.75)$$

Introducând o bază locală ortonormată de vectori (vezi fig.3.5)

$$(\bar{e}_k, \bar{n}_k) \in \partial D_k^+ \quad (3.76)$$

$$(\bar{e}, \bar{n}) \in \partial D^+ \quad (3.77)$$

$$(\bar{e}_*, \bar{n}_*) \in \partial D_*^+ \quad (3.78)$$

Relația (3.75) considerată în puncte aparținând conturului și

$$d\bar{s}_j = e^{i\theta_j} d\alpha_j, \quad w_j(\bar{s}_j) = (u_{r_j} + i u_{n_j}) e^{-i\theta_j} \quad (3.79)$$

J - indice asociat celor 3 frontiere, conduce separând partea reală și imaginară la :

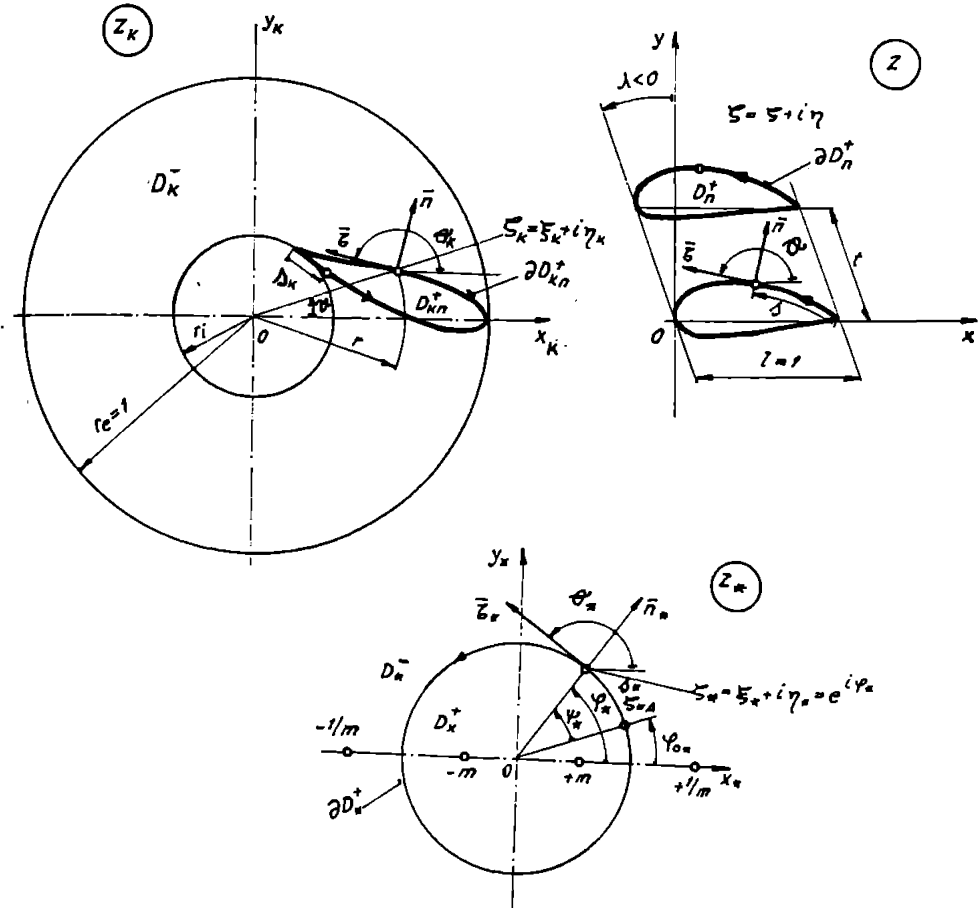


Fig.3.5.

$$N_{\tau_k} dA_k = N_{\tau} dA = N_{\tau_x} dA_x \quad (3.80)$$

$$N_{n_k} dA_k = N_n dA = N_{n_x} dA_x \quad (3.81)$$

Condiția pe frontiera ∂D_k^+ exprimată de rel.(3.64) se conservă și pe ∂D^+ respectiv ∂D_x^+ prin intermediul rel.(3.81):

$$N_{n_x} = N_{n_k} \frac{ds}{ds_x} \cdot \frac{dA_x}{dA_k}, \quad N_{n_k} = \overset{\circ}{W}_n \quad (3.82)$$

Mișcarea potențială într-o rețea circulară de profile cu frontiera solidă penetrabilă a fost redusă pe baza a două funcții de reprezentare conformă și a rel.(3.71) la o mișcare potențială în prezența unei rețele rectilinii, respectiv a cercului unitate avînd frontiera penetrabilă.

3.62. Viteza complexă în prezența cercului unitate cu
frontiera nontrabilă

În planul (Z_*) , viteza complexă este o funcție clonorfă pe domeniul exterior cercului.

$$w_*(z_*) \in \mathbb{C}_{z_*}^0, \quad \forall z_* \in D_*^- \quad (3.83)$$

Pe frontiera solidă respectă ipoteza :

$$\operatorname{Im} \left\{ w_*(\zeta_*) e^{i\theta_{\zeta_*}} \right\} = \nu n_*(\zeta_*) \neq 0, \quad \forall \zeta_* \in \partial D_*^+ \quad (3.84)$$

Admite reprezentarea integrală Cauchy :

$$w_*(z_*) = H(z_*) - \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D_*^+} \frac{w_*(\zeta_*)}{\zeta_* - z_*} d\zeta_*, \quad \forall z_* \in D_*^- \quad (3.85)$$

$$w_*(z_*) = 0, \quad \forall z_* \in D_*^+ \quad (3.86)$$

reluagirea analitică a reprezentării integrale:

$$\bar{w}_*\left(\frac{1}{z_*}\right) = \bar{H}\left(\frac{1}{z_*}\right) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D_*^+} \frac{\bar{w}_*(\bar{\zeta}_*)}{\bar{\zeta}_* - \frac{1}{z_*}} d\bar{\zeta}_*, \quad \forall z_* \in D_*^+ \quad (3.87)$$

$$\bar{w}_*\left(\frac{1}{z_*}\right) = 0, \quad \forall z_* \in D_*^- \quad (3.88)$$

$H(z_*)$ este partea principală a funcției $w_*(z_*)$, fiind asociată condițiilor asimptotice din planul (z_*) și are expresia ca și în /55/, /57/.

Se poate exprima :

$$\frac{1}{\bar{\zeta}_* - \frac{1}{z_*}} = -z_* - z_*^2 \frac{1}{\zeta_* - z_*} \quad (3.89)$$

Înlocuim (3.89) în (3.87) și amplificăm cu $\frac{1}{z_*^2}$:

$$\frac{1}{z_*^2} \bar{w}_*\left(\frac{1}{z_*}\right) = \frac{1}{z_*^2} \bar{H}\left(\frac{1}{z_*}\right) - \frac{1}{z_*} \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D_*^+} \bar{w}_*(\bar{\zeta}_*) d\bar{\zeta}_* - \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D_*^+} \frac{\bar{w}_*(\bar{\zeta}_*)}{\bar{\zeta}_* - z_*} d\bar{\zeta}_*, \quad \forall z_* \in D_*^+ \quad (3.90)$$

$$\frac{1}{z_*^2} \bar{w}_*\left(\frac{1}{z_*}\right) = 0, \quad \forall z_* \in D_*^-$$

Scuzând relațiile (3.85), (3.86) și considerând (3.91) obținem reprezentarea vitezei complexe în tot planul (z_*) :

$$w_*(z_*) = H(z_*) - \frac{1}{z_*^2} \bar{H}\left(\frac{1}{z_*}\right) + \frac{1}{z_*} \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D_*^+} \bar{w}_*(\bar{\zeta}_*) d\bar{\zeta}_* + \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D_*^+} \bar{w}_*(\bar{\zeta}_*) \frac{d\bar{\zeta}_*}{\bar{\zeta}_* - z_*} - \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D_*^+} \frac{w_*(\zeta_*)}{\zeta_* - z_*} d\zeta_*, \quad (3.92)$$

$$\forall z_* \in (z_*)^I$$

Prin conjugarea rel.(3.79) și utilizând (3.92) obținem:

$$W_*(Z_*) = H(Z_*) - \frac{1}{Z_*^2} \bar{H}\left(\frac{1}{Z_*}\right) + \frac{1}{Z_*} \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D_*^+} \bar{W}_*(\bar{z}_*) d\bar{z}_* - \frac{1}{2\pi} \int_{\partial D_*^+} 2U_{n*} \frac{d\Omega_*}{z_* - Z_*} + Z_* \in (Z_*)^I \quad (3.93)$$

expresia vitezei complexe în tot planul complex al cercului unitate, se observă că pentru $Z_* \rightarrow z_* \in \partial D_*^+$ ultima integrală devine singulară și există în sensul valorilor principale după Cauchy /47/. Pentru evaluarea integralei în puncte $z_* \in \partial D_*^+$ se face apel la forma extinsă a teoremei cercului O. Pope /56/, /63/. Considerând reprezentarea funcției $U_{n*}(\varphi_*)$ sub forma polinomului trigonometric:

$$U_{n*}(\varphi_*) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum [\alpha_n \cos(n\varphi_*) + \beta_n \sin(n\varphi_*)] \quad (3.94)$$

se poate defini în planul (Z_*) o funcție $F(Z_*)$ /63/, astfel încât:

$$U_{n*}(\varphi_*) = \lim_{Z_* \rightarrow z_* \in \partial D_*^+} F(Z_*) \quad (3.95)$$

unde :

$$F(Z_*) = \frac{1}{2} \left\{ \alpha_0 + \sum [\alpha_n (Z_*^n + Z_*^{-n}) - i\beta_n (Z_*^n - Z_*^{-n})] \right\} \quad (3.96)$$

În aceste condiții se realizează echivalența pe contur:

$$\int_{\partial D_*^+} dZ_* K(z_*, Z_*) \bar{z}_* F(z_*) \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{\partial D_*^+} U_{n*} \frac{d\Omega_*}{z_* - Z_*} \quad (3.97)$$

unde :

$$K(z_*, Z_*) = \frac{1}{2\pi i} \frac{1}{z_* - Z_*}, \quad K: \partial D_*^+ \times (Z_*)^I \Rightarrow \mathbb{C} \quad /63/ \quad (3.98)$$

Conform teoremei cercului, expresia vitezei complexe considerată în puncte z_* ce aparțin conturului este :

$$W_*(z_*) = H(z_*) - z_*^2 \bar{H}\left(\frac{1}{z_*}\right) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D_*^+} W_*(z_*) dz_* + \sum (\alpha_n + i\beta_n) z_*^{-(n+1)} \quad (3.99)$$

Utilizând (3.99) determinăm funcția $i z_* W_*(z_*)$ și separăm partea reală și imaginară, se obțin componentele vitezei potențiale pe conturul cercului:

$$\operatorname{Re} \{ i z_* W_*(z_*) \} = -2 \operatorname{Im} \{ z_* H(z_*) \} - \frac{r}{2\pi} + \sum [-\beta_n \cos(n\varphi_*) + \alpha_n \sin(n\varphi_*)] \quad (3.100)$$

$$\operatorname{Im} \{ i z_* W_*(z_*) \} = \frac{Q}{2\pi} + \sum [\beta_n \sin(n\varphi_*) + \alpha_n \cos(n\varphi_*)] \quad (3.101)$$

$$\Gamma = - \int \frac{\partial U_{\tau}^*}{\partial D_{\tau}^*} dA_{\tau} \quad , \quad Q = \int \frac{\partial U_{n\tau}}{\partial D_{\tau}^*} dA_{\tau} \quad (3.102)$$

$$U_{\tau}^*(\varphi_{\tau}) = \mathcal{R}e \{ i \tau_{\tau} W_{\tau}(\tau_{\tau}) \} \quad (3.103)$$

$$U_{n\tau}(\varphi_{\tau}) = \mathcal{I}m \{ i \tau_{\tau} W_{\tau}(\varphi_{\tau}) \} \quad (3.104)$$

3.6.3. Circulația vitezei pe frontiera penetrabilă

Se determină din condiția satisfacerii condiției fizice Joukowski-Carafoli pentru mișcarea μ rotațională din rețeaua circulară imagine. Condiția exprimă anularea vitezei asociate mișcării μ rotaționale pe centur în dreptului bordului de fugă retunjit.

$$\bar{W}(\bar{x}_{\kappa}) \cdot \bar{e}(\bar{x}_{\kappa}) = 0 \quad , \quad \bar{x}_{\kappa} = \bar{x}_{\kappa_0} \in \partial D_{\kappa}^+ \quad (3.105)$$

Din relația (3.105) obținem :

$$W_{\tau} = \bar{W} \cdot \bar{e} = \bar{W} \cdot \bar{e} - U^*(\bar{e}_{N\tau} \cdot \bar{e}) = 0$$

și astfel pentru viteza \bar{W} asociată mișcării μ la bordul de fugă penetrabil condiția Joukowski-Carafoli se exprimă:

$$\bar{W} \cdot \bar{e} = U^*(\bar{e}_{N\tau} \cdot \bar{e}) = U_{\tau_0} \frac{d\lambda_{\tau}}{d\lambda_{\tau}} \neq 0 \quad (3.106)$$

Relația (3.106) exprimă formularea condiției Joukowski-Carafoli pentru viteza asociată mișcării potențiale μ în dreptul bordului de fugă retunjit al profilului din rețeaua plană cu frontiera solidă penetrabilă. Această condiție corespunde unei abstractizări și a fost introdusă în mișcarea potențială din planul imagine, pentru a satisface condiția fizică în mișcarea rotațională din planul rețelei circulare.

$$\text{Făcînd în rel. (3.106) } \tau_{\tau} \Rightarrow \tau_{\tau_0} = e^{i\varphi_{\tau_0}} \in \partial D_{\tau}^+$$

și utilizînd condiția (3.106), obținem :

$$\Gamma = -4\pi \mathcal{I}m \{ \tau_{\tau_0} H(\tau_{\tau_0}) \} + 2\pi \sum [\alpha_n \sin(n\varphi_{\tau_0}) - \beta_n \cos(n\varphi_{\tau_0})] - 2\pi U_{\tau_0} \quad (3.107)$$

Din /55/, /57/ considerăm expresiile:

$$H(\tau_{\tau}) = \left(W_{\infty} - \frac{\Gamma}{2t} e^{-i(\frac{\theta}{2}-\lambda)} m \tau_{\tau} \right) F(\tau_{\tau}) + \left(W_{\infty} - \frac{\Gamma}{2t} e^{-i(\frac{\theta}{2}-\lambda)} m e^{i\varphi_{\tau_0}} \right) h(\tau_{\tau}) \quad (3.108)$$

$$h(\tau_*) = \frac{1}{2} \sum n(\alpha_n + i a_n) e^{-in\varphi_0} \tau_*^{(n-1)} \quad (3.109)$$

$$F(\tau_*) = \frac{k}{\pi} \frac{m e^{-i\lambda}}{1 - (m\tau_*)^2}, \quad \zeta_{\alpha_0}^2 = \frac{e^{i\lambda} + m^2 e^{-i\lambda}}{e^{-i\lambda} + m^2 e^{i\lambda}} \quad (3.110)$$

unde (3.109), se asociază condițiilor asimptotice din planul (Z_*) determinate de condițiile asimptotice din planul (Z) prin intermediul funcției (3.73), iar W_{00} este media geometrică a vitezelor asimptotice din planul (Z).

$$W_{00} = U_{00} \cos \alpha_{00} - i U_{00} \sin \alpha_{00} \quad (3.111)$$

Cu rel.(3.10)...(3.111) se determină, prin separarea părții reale și imaginare în expresia $\zeta_{\alpha_0} H(\tau_*)$, primul termen din (3.107) și se explicitează circulația.

Considerând rel.(3.73) și funcția lui Weing/55/ se observă:

$$\cos(\varphi_{0*} + \lambda) = \frac{1}{M} (\cos 2\lambda + m^2), \quad \sin(\varphi_{0*} + \lambda) = \frac{\sin 2\lambda}{M} \quad (3.112)$$

$$\frac{2m^4}{M^2} \cos(2\lambda) + \frac{2m^4}{M^2} + \frac{1}{M^2} - \frac{m^4}{M^2} = 1 \quad (3.113)$$

unde m - abscisa singularității funcției Weing, iar M are exprimarea ca și în /55/, /57/.

Se obține :

$$\Gamma = \frac{4V_0 k \frac{m}{M} \left[-\frac{1}{2} \frac{\sqrt{1-m^4}}{mM} \sum n a_n \cos \alpha_n + \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1-m^4}}{mM} \sum n b_n \right) \sin \alpha_n \right] + 2\pi \frac{m}{M} [S(\varphi_{00}) - U_{00}]}{1 + \frac{\sqrt{1-m^4}}{M} \left(\frac{m}{M} \right)^2 \frac{1-m^4}{mM} \left[\sum n b_n (m^2 + \cos 2\lambda) - \sum n a_n \sin 2\lambda \right]}$$

$$\text{unde: } S(\varphi_{0*}) = \sum [d_n \sin(n\varphi_{0*}) - \beta_n \cos(n\varphi_{0*})] \quad (3.114)$$

Relația (3.114) poate fi restructurată în sensul explicitării circulației din mișcarea potențială în prezența frontierelor impenetrabile. Considerând expresiile funcțiilor γ_0 , γ_1 , A , B , Q , G din /57/, expresia circulației (3.114) poate fi adusă la forma :

$$\Gamma = 4V_0 k \frac{m}{M} (\gamma_0 \cos \alpha_{00} + \gamma_1 \sin \alpha_{00}) + \frac{2}{G} \frac{m}{M} \frac{1-m^4}{mM} \left\{ \sum [d_n \sin(n\varphi_{0*}) - \beta_n \cos(n\varphi_{0*})] - U_{00} \right\} \quad (3.115)$$

$$\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma_{1*} \quad , \quad \Gamma_0 = 4U_0 t \frac{m}{M} (\delta_0 \cos \alpha_{00} + \delta_1 \sin \alpha_{00}) \quad /57/ \quad (3.116)$$

$$\Gamma_{1*} = \frac{2}{G} \frac{m}{M} \frac{1-m^2}{mM} \pi \left\{ \sum [d_n \sin(n\varphi_{0*}) - \beta_n \cos(n\varphi_{0*})] - U_{*0} \right\} \quad (3.117)$$

Circulația vitezei complexe pe un contur penetrabil a-a exprimat ca și suma a doi termeni , primul termen corespunde: circulației vitezei complexe pe o frontieră impenetrabilă (Γ_0 din (3.116)) care se asociază primului termen din membrul drept al rel.(3.115), iar al doilea fiind termenul Γ_{1*} asociat termenului secund din (3.115) care cuprinde distribuția componentei normale la frontieră a vitezei complexe.

3.6.4. Componenta tangențială a vitezei pe frontiera penetrabilă

Considerind în relația (3.103) circulația Γ exprimată sub forma (3.116) se observă posibilitatea exprimării :

$$H(\zeta_*) = H_0(\zeta_*) + H_1(\zeta_*) \quad (3.118)$$

unde $H_0(\zeta_*)$ are expresia (3.103) în care înlocuim Γ cu Γ_0 (vezi /57/) și are semnificația funcției asociate condițiilor asimptotice în mișcarea cu frontieră impenetrabilă, iar

$$H_1(\zeta_*) = -\frac{m}{2t} \Gamma_{1*} \left[\zeta_* F(\zeta_*) + e^{i\varphi_{0*}} h(\zeta_*) \right] e^{-i\left(\frac{t}{2} - \lambda\right)} \quad (3.119)$$

Observăm satisfacerea pe conturul cercului unitate corolațiile :

$$\bar{\zeta}_*^2 + \zeta_*^2 = 2 \cos(2\varphi_*) \quad (3.120)$$

$$\zeta_*^2 F(\zeta_*) = \frac{\zeta_*^2}{1-(m\zeta_*)^2} \frac{t}{\pi} m e^{-i\lambda} \quad (3.121)$$

$$\frac{1}{\bar{\zeta}_*^2 - m^2} = \frac{\zeta_*^2 - m^2}{1+m^2 - 2m^2 \cos(2\varphi_*)} \quad (3.122)$$

și introducând funcția $I(\Psi_*)$ din /57/:

$$I(\Psi_*) = \frac{t}{\pi} \frac{mM \sin \Psi_*}{1+m^2 - 2m^2 \cos(2\varphi_*)} \quad (3.123)$$

obținem :

$$im \left\{ \zeta_* H_1(\zeta_*) \right\} = m \frac{\Gamma_{1*}}{2t} I(\Psi_*) \left[\frac{\cos(2\varphi_*) - m^2}{1+m^2 - 2m^2 \cos(2\varphi_*)} - \left(\frac{d\eta_0}{d\varphi} \right) \cos(\varphi_{0*} + \lambda) - \left(\frac{d\eta_1}{d\varphi} \right) \sin(\varphi_{0*} + \lambda) \right] \quad (3.124)$$

unde $\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)$ și $\left(\frac{dN}{d\xi}\right)$ sînt funcții de φ_* asociate geometriei centurului din rețeaua rectilinie imagine și are expresia ca și în /55/, /57/.

Determinînd $\mathcal{H}_m\{\zeta_* H(\zeta_*)\}$ pe baza rel.(3.117), (3.118) și utilizînd (3.10a) obținem:

$$U_{\zeta_*}(\varphi_*) = -2\mathcal{H}_m\{\zeta_* H_0(\zeta_*)\} - \frac{\Gamma_0}{2\pi} - 2\mathcal{H}_m\{\zeta_* H_1(\zeta_*)\} - \frac{\Gamma_{1*}}{2\pi} - \sum [d_n \sin(n\varphi_*) - \beta_n \cos(n\varphi_*)] \quad (3.125)$$

d a r :

$$U_{\zeta_*}(\varphi_*) = -2\mathcal{H}_m\{\zeta_* H_0(\zeta_*)\} - \frac{\Gamma_0}{2\pi} \quad (3.126)$$

reprezintă componenta tangențială a vitezei complexe pe contur în mișcarea potențială cu frontiera impenetrabilă (vezi /57/) determinată de O.Papa și putem exprima (3.125) sub forma:

$$U_{\zeta_*} = U_{\zeta_*0} + U_{\zeta_*1} \quad (3.127)$$

Deci componenta tangențială pe conturul cercului unitar a vitezei complexe asociată mișcării în prezența frontierei solide penetrabile, se exprimă prin însumarea unui termen depinzînd de distribuția componentei normale pe contur, la expresia (3.126), acest termen fiind:

$$U_{\zeta_*1} = -2\mathcal{H}_m\{\zeta_* H_1(\zeta_*)\} - \frac{\Gamma_{1*}}{2\pi} + \sum [d_n \sin(n\varphi_*) - \beta_n \cos(n\varphi_*)] \quad (3.128)$$

Introducînd (3.124) în (3.128) obținem:

$$U_{\zeta_*1}(\varphi_*) = -\frac{\Gamma_{1*}}{2\pi} \left\{ 1 + 2B^2 I(\psi_*) \left[\left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{\cos(2\varphi_*) - m^2}{\sin \psi_*} - Q\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right) - P\left(\frac{dN}{d\xi}\right) \right] \right\} + \sum [d_n \sin(n\varphi_*) - \beta_n \cos(n\varphi_*)] \quad (3.129)$$

Din rel.(3.30) și (3.126), (3.127), (3.128) obținem componenta tangențială a vitezei potențiale pe conturul profilului din rețeaua rectilinie cu frontieră penetrabilă,

$$U_{\zeta}(\varphi_*) = U_{\zeta_*}(\varphi_*) \frac{ds_*}{ds} = U_{\zeta_*0}(\varphi_*) + U_{\zeta_*1} \frac{ds_*}{ds} \quad (3.130)$$

unde, $U_{\zeta_*}(\varphi_*)$ reprezintă viteza potențială pe conturul profilului din rețeaua rectilinie și are exprimarea ca și în /57/.

Pentru $\psi_* = 0, \pi$ relația (3.129) conduce la o nedeterminare. Se ridică nedeterminarea prin restructurarea rel.(3.129)

și trecere la limită astfel:

$$U_{z_{k1}}(0) = -\frac{r_{1*}}{t} m \left\{ t \frac{m}{\pi} \frac{\cos(2\varphi_{0*}) - m^2}{1+m^2 - 2m^2 \cos(2\varphi_{0*})} + \frac{A}{2} \left[\sum n \tilde{b}_n \cos(\varphi_{0*} + \lambda) - \sum n \tilde{a}_n \sin(\varphi_{0*} + \lambda) \right] \right\} - \frac{r_{1*}}{2\pi} + \sum [a_n \sin(n\varphi_{0*}) - \beta_n \cos(n\varphi_{0*})] \quad (3.131)$$

$$U_{z_{k1}}(\pi) = -\frac{r_{1*}}{t} m \left\{ t \frac{m}{\pi} \frac{\cos(2\varphi_{0*}) - m^2}{1+m^2 - 2m^2 \cos(2\varphi_{0*})} + \frac{A}{2} \left[\sum (-1)^n \tilde{b}_n \cos(\varphi_{0*} + \lambda) - \sum (-1)^n \tilde{a}_n \sin(\varphi_{0*} + \lambda) \right] \right\} - \frac{r_{1*}}{2\pi} + \sum [a_n \sin(n\varphi_{0*} + n\pi) - \beta_n \cos(n\varphi_{0*} + n\pi)] \quad (3.132)$$

Rel.(3.131) și (3.132) se asociază termenului $U_{z_{k1}}$ din rel. (3.127) de calcul a vitezei tangențiale pe conturul cercului unitate în punctele asociate berzului de fugă și de atac al profilului, pentru mișcarea în prezența frontierelor penetrabile.

Componenta tangențială U_{z_k} vitezei din mișcarea μ pe conturul profilului din rețeaua circulară se obține din componentele pe conturul cercului unitate, respectiv a profilului din rețeaua rectilinie utilizând relația (3.86),

Componenta normală U_{n*} pe conturul cercului unitate este cunoscută, fiind indusă prin corelația (3.82) de U_{nk} componenta normală pe conturul profilului din rețeaua circulară. Coeficienții a_n, β_n din relația (3.94) reprezintă coeficienții polinomului trigonometric de interpolare al funcției $U_{n*}(\varphi_*)$ care se obține prin metoda analizei armonice /13/.

Coeficienții a_n și β_n reprezintă coeficienții polinomului trigonometric de interpolare a funcției de contur a profilului din rețeaua rectilinie (vezi.Cap.II.Rel.(2.86).... (2.89), iar a_n^0 și β_n^0 ai profilului izolat.

3.6.5. Derivatele funcțiilor de transformare conformă

Acestea intervin la exprimarea corelației dintre componentele vitezei din mișcările pe domeniu asociate prin transformări conforme.

Fie funcție de transformare conformă $Z_k(z)$ (rel.2.83. Cap.II) și efectuăm derivatele :

$$\frac{dZ_k}{dz_k} = -\frac{N}{2\pi} \left(\frac{t}{\bar{t}} \right) e^{-i\lambda} \frac{1}{z_k} \quad , \quad \frac{dZ_k}{d\bar{z}} = -2 \frac{\pi}{N} \left(\frac{l}{\bar{t}} \right) e^{i\lambda} \frac{1}{z_k} \quad (3.133)$$

făcînd în (3.133) $z_k \Rightarrow z_k \in \partial D_k^+$ și $z \Rightarrow z \in \partial D^+$ și observînd (Fig.3.5)

$$z_k = r e^{i\vartheta} = \xi_k + i \eta_k \quad (3.134)$$

obținem:

$$\frac{d\zeta_k}{d\tau} = -2 \frac{\pi}{N} \frac{l}{E} r e^{i(\lambda + n\tau)} \quad (3.135)$$

dar:

$$\frac{d\zeta_k}{d\tau} = \frac{d\lambda_k}{d\sigma} e^{i(\theta_k - \theta)} \quad (3.136)$$

din (3.135) și (3.136) obținem:

$$\left| \frac{d\zeta_k}{d\tau} \right| = \frac{d\lambda_k}{d\sigma} = 2 \frac{\pi}{N} \frac{l}{E} r \quad (3.137)$$

$$\arg \left\{ \frac{d\zeta_k}{d\tau} \right\} = \lambda + \nu + \pi \quad (3.138)$$

Înlocuind (2.61), (2.62) din Cap. II în (3.137) și (3.138), obținem:

$$\frac{d\lambda_k}{d\sigma} = 2 \frac{\pi}{N} \left(\frac{l}{E} \right) e^{-2 \frac{\pi}{N} \left(\frac{l}{E} \right) (\xi \cos \lambda - \eta \sin \lambda)} \quad (3.139)$$

$$\arg \left\{ \frac{d\zeta_k}{d\tau} \right\} = \lambda + \pi - 2 \frac{\pi}{N} \frac{l}{E} (\xi \sin \lambda + \eta \cos \lambda) \quad (3.140)$$

La determinarea componentei U_{nk} pe baza rel. (3.66) intervin derivata $\frac{d\eta_k}{d\zeta_k}$ asociată ∂D_k^+ . Derivata se poate determina analitic sub forma unei funcții de variabilă ψ și coeficienții \dot{a}_n , \dot{b}_n asociați funcției de contur al profilului imagine din rețeaua rectilinie. Din (3.134) și rel. (2.55), (2.56), Cap. II, obținem funcțiile compuse:

$$\xi_k = r(\psi) \cos \nu(\psi) \quad (3.141)$$

$$\eta_k = r(\psi) \sin \nu(\psi) \quad (3.142)$$

$$\frac{d\eta_k}{d\zeta_k} = \frac{d\eta_k}{d\psi} \frac{d\psi}{d\zeta_k} \quad (3.143)$$

$$\frac{d\zeta_k}{d\psi} = \frac{\partial \xi_k}{\partial r} \cdot \frac{dr}{d\psi} + \frac{\partial \xi_k}{\partial \nu} \cdot \frac{d\nu}{d\psi} \quad (3.144)$$

$$\frac{d\eta_k}{d\psi} = \frac{\partial \eta_k}{\partial r} \cdot \frac{dr}{d\psi} + \frac{\partial \eta_k}{\partial \nu} \cdot \frac{d\nu}{d\psi} \quad (3.145)$$

Efectuând derivatele în rel. (2.61)....(2.64) din Cap. II, obținem după efectuarea unor operații:

$$\frac{d\eta_k}{d\zeta_k} = \frac{\sin(\nu + \lambda) + \left(\frac{d\eta}{d\zeta} \right) \cos(\nu + \lambda)}{\cos(\nu + \lambda) - \left(\frac{d\eta}{d\zeta} \right) \sin(\nu + \lambda)} \quad (3.146)$$

unde :

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right) = \frac{2}{\sin\varphi} \left[\sum n a_n^{\circ} \sin(n\varphi^{\circ}) - \sum n b_n^{\circ} \cos(n\varphi^{\circ}) \right] \quad (3.147)$$

Coefficienții a_n° și b_n° aparțin polinomului trigonometric de interpolare pentru funcția de contur a profilului din rețeaua rectilinie imagine, exprimat funcție de variabila Joukowski (Cap.II.rel.(2.86)....(2.89))

În calculul de transpunere a vitezei potențiale de pe centrul cercului penetrabil în rețeaua rectilinie, intervine modulul derivatei $\frac{dz}{dz_*}$;

$$\frac{dz}{dz_*} = -2I(\psi_*) \sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2} \quad (3.148)$$

În punctele aparținând bordului de fugă și de atac rel.(3.148) conduce la nedeterminare, prin ridicarea căreia se obține /55/ ,

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_{0,\pi} = \sum (\pm 1)^n n b_n^{\circ} \quad (3.149)$$

$$\left(\frac{dz}{dz_*}\right)_{0,\pi} = \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_{0,\pi} \frac{2M^2}{1-m^2} \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{t}{\ell} \frac{m}{M}} \quad (3.150)$$

3.6.6. Componenta normală a vitezei potențiale pe frontiera penetrabilă.

Se introduce în scopul satisfacerii condiției fizice de impenetrabilitate a frontierei solide pentru mișcarea rotațională din planul rețelei circulare imagine. Este determinată de soluția particulară a ecuației Poisson, și se exprimă pe centrul profilului din rețeaua circulară imagine cu ajutorul relației(3.64).

Să reconsiderăm în planul rețelei circulare cele două buze de vectori, pentru a exprima produsele scalare care intervin în expresia componentei normale a vitezei potențiale cît și în relațiile de obținere prin descompunere vectorială a componentelor vitezei asociate mișcării μ cu flux de vorticitate din rețeaua circulară imagine (vezi Cap.3.7).

Astfel fie :

a) Baza locală ortogonală (\bar{e}, \bar{n}) formată de vectorul tangentă locală \bar{e} cu orientare pozitivă corespunzător sensului pozitiv de parcurs al frontierei ∂D_K^+ (sursă-lasă în exterior interior

D_k^+ la stînga) și vectorul normală \bar{n} , cu orientare pozitivă spre exteriorul domeniului D_k^+ .

b) Baza ortonormală (\bar{e}_r, \bar{e}_ν) asociată sistemului de coordonate (r, ν) vectorul radial \bar{e}_r cu orientare pozitivă din spre polul O. Vectorul tangențial \bar{e}_ν orientat pozitiv în sensul trigonometric. Am considerat sensul mișcării de antrenament al rotorului, sensul invers trigonometric.

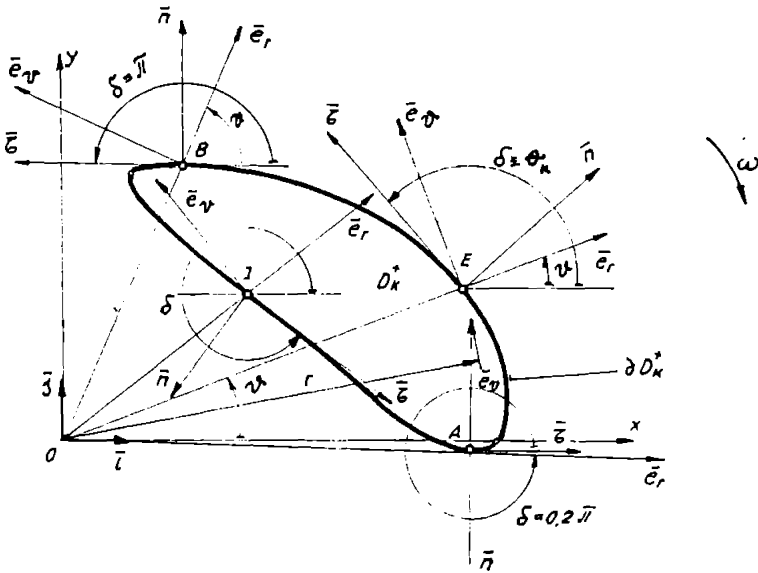


Fig. 3.6.

Prezintă interes produsele scalare între versorii celor 2 baze. Prin exprimarea versurilor celor 2 baze față de baza de versori (\bar{i}, \bar{j}) asociată sistemului cartezian, obținem:

$$\bar{n} \cdot \bar{e}_\nu = -\cos(\delta - \nu) \quad (3.151)$$

$$\bar{n} \cdot \bar{e}_r = \sin(\delta - \nu) \quad (3.152)$$

$$\bar{e} \cdot \bar{e}_\nu = \sin(\delta - \nu) \quad (3.153)$$

$$\bar{e} \cdot \bar{e}_r = \cos(\delta - \nu) \quad (3.154)$$

Pentru determinarea unghiului δ este necesară determinarea în prealabil a punctelor de extrem A și B (fig. 3.6) care delimitează poziția unghiului în cele 4 cadrane. Determinarea se efectuează numeric prin soluționarea ecuației transcendente:

$$\frac{d\eta_k(\psi)}{d\xi_k} = 0 \quad (3.155)$$

pe intervalul $\psi \in [0, \pi]$ și pentru $\psi \in [\pi, 2\pi]$, unde

$\frac{d\eta_k}{d\xi_k}$ are expresia dată de rel.(3.146). Coordonatele (r, ψ) asociate punctelor A și B se obțin apoi cu rel.(2.61), (2.62) din Cap.II.

Calculul unghiului de pantă δ este afectat de următoarele restricții:

$$\delta = \delta_1 = \arctg\left(\frac{d\eta_k}{d\xi_k}\right), \quad \frac{d\eta_k}{d\xi_k} > 0, \quad \xi_k \in \widehat{AEB} \quad (3.156)$$

$$\delta = \delta_1 = \pi + \arctg\left(\frac{d\eta_k}{d\xi_k}\right), \quad \frac{d\eta_k}{d\xi_k} < 0, \quad \xi_k \in \widehat{AEB} \quad (3.157)$$

$$\delta = \delta_1 + \pi, \quad \xi_k \in \widehat{AIB} \quad (3.158)$$

În expresia componentei normale a vitezei din mișcarea μ în prezența frontierei penetrabile, intervine termenul u^* exprimat pe conturul profilului din rețeaua circulară care corespunde derivatei soluției particulare a ecuației Poisson. Pentru calculul acestuia se consideră rel.(3.35) aferentă întocmității verticilității din planul rețelei circulare și rel.(3.53).

Pentru suprafețele de curent de formă evazată, calculul se efectuează numeric, întrucât corependența $r=r(R)$ cît și derivata $\sin \alpha = \frac{dR}{dm}$ se obțin în puncte discrete. Pentru aceasta se efectuează discretizarea funcției $\delta(r)$ pe intervalul $[r_1, 1]$ și se determină argumentul integralei (3.53). Integrarea se efectuează numeric și se obține în puncte discrete funcția $u^*(r)$. Deoarece întreg calculul distribuției vitezelor se efectuează în funcție de ψ variabilo pe cercul Joukowski, termenul u^* ce intervine în (3.54) se determină prin interpolare considerînd funcția compusă:

$$u^* = u^*(r(\psi)) \quad (3.159)$$

Integrarea cît și interpolarea se efectuează cu ajutorul funcțiilor spline cubice/3e/.

În cazul particular al suprafeței de curent sferice, u^* poate fi exprimat analitic. Astfel, fie R_s raza sferei (fig.2.3) Cap.II) se poate exprimat

$$\sin \alpha = \frac{dR}{dm} = \sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_s}\right)^2} \quad (3.16a)$$

și utilizând rel.(2.51) Cap.II., obținem :

$$\sin d = \frac{A' + r^2}{A' - r^2} \quad (3.161)$$

$$R = \frac{2rR_s \sqrt{-A'}}{A' - r^2} \quad (3.162)$$

Înlocuind în expresia vorticității:

$$\gamma(r) = -8\omega A' R_s^2 \frac{A' + r^2}{(A' - r^2)^3} \quad (3.163)$$

și introdusă în expresia lui U^* :

$$U^* = -8\omega A' R_s^2 \frac{1}{r} \int_{r_i}^r \frac{A' + r^2}{(A' - r^2)^3} r dr + \frac{R_i^2 \omega}{r} \quad (3.164)$$

În (3.164) integrala se poate evalua analitic și obținem:

$$U^* = -4\omega A' R_s^2 \frac{1}{r} \left[\frac{r^2}{(A' - r^2)^2} - \frac{r_i^2}{(A' - r_i^2)^2} \right] + \frac{R_i^2 \omega}{r} \quad (3.165)$$

Componenta normală a vitezei potențiale pe centrul cercului unitate notată cu U_{n*} se determină cunoscând valorile acesteia pe centrul profilului din rețeaua circulară (notată cu \tilde{w}_n sau U_{nK}) pe baza rel.(3.82). Distribuția componentei normale a vitezei potențiale pe centrul cercului unitate intervine în expresia componente tangențiale a vitezei potențiale și a circulației, pentru mișcarea în prezența frontierei solide penetrabile rel.(3.129) și (3.114), fiind reprezentată de polinomul :

$$\tilde{U}_n(\psi_*) = \sum [\alpha_n \sin(n\psi_*) - \beta_n \cos(n\psi_*)] \quad (3.166)$$

Acesta reprezintă polinomul conjugat al polinomului trigonometric de interpolare a distribuției componente normale a vitezei potențiale pe centrul cercului Weing (ψ_* este variabila pe cercul Weing) rel.(3.94). Deoarece funcția asociată distribuției componente normale a vitezei potențiale pe cercul Weing nu este întotdeauna reprezentabilă de un polinom trigonometric, construirea polinomului conjugat pe calea determinării coeficienților α_n și β_n prin metoda analizei armonice conduce la erori, polinomul conjugat prezentând fluctuații care se transmit și distribuției de viteze. Pentru înlăturarea acestui neajuns calea determinării coeficienților α_n și β_n poate fi evitată.

A) se determină valorile polinomului conjugat în puncte discrete prin aproximarea acestuia cu o serie convergentă/26/, cunoscând valorile funcției $U_{n*}(\psi_*)$ în puncte discrete pe intervalul

Suma seriei care corespunde valorii polinomului conjugat (3.166) se exprimă /26/:

$$\tilde{U}_{n_x}(\varphi_{x_0}) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V(\varphi_{x_0}, t) dt \quad (3.167)$$

unde :

$$V(\varphi_{x_0}, t) = \rho_0 \cos\left(\frac{t}{2}\right) [U_{n_x}(\varphi_{x_0} + t) - U_{n_x}(\varphi_{x_0} - t)] \quad (3.168)$$

cu restricția:

$$V(\varphi_{x_0}, t) = 0 \quad \left. \frac{dU_{n_x}(\varphi_x)}{d\varphi_x} \right|_{\varphi_x = \varphi_{x_0}} \quad (3.169)$$

$$V(\varphi_{x_0}, \pi) = 0 \quad (3.170)$$

Derivata din relația (3.169) cît și integrarea se efectuează numeric utilizînd funcțiile spline cubice.

2) Dacă polinomul conjugat determinat pe această cale prezintă deasemenea fluctuații, atunci neajunsul poate fi înlăturat determinînd prin metode analizei armenice polinomul conjugat pornind de la distribuția componentei normale a vitezei pe centrul cercului Joukowski. Această funcție este întotdeauna reprezentabilă de un polinom trigonometric. Astfel, se consideră că polinomul trigonometric și polinomul conjugat reprezintă partea imaginară respectiv reală a derivatei potențialului complex.

$$f(\varphi_x) = \frac{d\phi}{d\varphi_x} = \frac{dN}{d\varphi_x} + i \frac{dM}{d\varphi_x} = \tilde{U}_{n_x}(\varphi_x) + i U_{n_x}(\varphi_x) \quad (3.171)$$

$$\dot{f}(\dot{\varphi}_x) = \frac{d\dot{\phi}}{d\dot{\varphi}_x} = \frac{d\dot{N}}{d\dot{\varphi}_x} + i \frac{d\dot{M}}{d\dot{\varphi}_x} = \tilde{U}_{n_x}(\dot{\varphi}_x) + i U_{n_x}(\dot{\varphi}_x) \quad (3.172)$$

unde φ_x este argumentul pe cercul Weiszig iar $\dot{\varphi}_x$ argumentul pe cercul Joukowski.

$$\text{dar : } \frac{dM}{d\xi} = \frac{d\dot{M}}{d\dot{\xi}} \quad (3.173)$$

și utilizînd artificiful introdus de G. Repa /57/, /55/:

$$\left(1 - \frac{dN}{d\xi_L}\right) \frac{d\xi_L}{d\xi} = \left(1 - \frac{d\dot{N}}{d\dot{\xi}_L}\right) \frac{d\dot{\xi}_L}{d\dot{\xi}} \quad (3.174)$$

unde ξ_L, ξ reprezintă abscisa rețelei de plăci respectiv a rețelei de profile, iar $\dot{\xi}_L, \dot{\xi}$ abscisa plăcii, respectiv a profilului izolat. Rezultă :

$$\frac{d\dot{\varphi}_x}{d\dot{\varphi}_x} = \frac{d\dot{N}}{d\dot{\varphi}_x} \cdot \frac{d\dot{\varphi}_x}{d\dot{\varphi}_x} \quad \text{din /55/;} \quad (3.175)$$

$$\text{și exprimînd derivata } \frac{d\dot{\varphi}_x}{d\dot{\varphi}_x} \quad \text{din /55/;}$$

$$\tilde{U}_{n_x}(\varphi_{x_0}) = \tilde{U}_{n_x}(\dot{\varphi}_x) \frac{d\dot{\varphi}_x}{d\dot{\varphi}_x} = 4\Gamma(\psi_{x_0}) \frac{\tilde{U}_{n_x}(\dot{\varphi}_x)}{\dot{\varphi}_x} \quad (3.176)$$

unde $\tilde{U}_n(\psi)$ este polinomul conjugat asociat distribuției componente normale a vitezei pe conturul cercului Joukowski care se determină prin metoda analizei armonice, iar $I(\psi_*)$ are semnificația funcției din /57/.

2.6.7. Vitezele asimptotice în rețeaua rectilinie cu frontiera penetrabilă.

La rezolvarea problemei directe prin metoda transformărilor conforme, prezintă interes legătura dintre viteza asimptotică din anente de rețea $W(\pm\infty)$ și media vitezelor W_∞ asimptotice.

Din teoria hidrodinamicii rețelelor de profile rectilinii, /14/, /55/, /57/.

$$W(\mp\infty) = W_\infty \pm \frac{\Gamma}{2t} e^{-i(\frac{\pi}{2}-\lambda)} \quad (3.177)$$

$$W(\mp\infty) = U_{1,2} e^{-i\alpha_{1,2}} \quad (3.178)$$

$$W_\infty = U_\infty e^{-i\alpha_\infty} = \frac{1}{2} [W(-\infty) + W(+\infty)] \quad (3.179)$$

$$\Gamma = - \int_{\partial D^+} W(\zeta) d\zeta \quad (3.180)$$

Introduce în (3.177) expresia circulației Γ a vitezei potențiale pe conturul profilului cu frontiera penetrabilă (rel. 3.115, (3.116) și după efectuarea unor grupări se separă partea reală și imaginară :

$$U_1 \cos \alpha_1 - \frac{\Gamma_*}{2t} \sin \lambda = (1 + 2\delta_1 \sin \frac{m}{M}) U_\infty \cos \alpha_\infty + 2 \frac{m}{M} \delta_1 \sin \lambda U_\infty \sin \alpha_\infty \quad (3.181)$$

$$U_1 \sin \alpha_1 - \frac{\Gamma_*}{2t} \cos \lambda = 2\delta_1 \cos \lambda \frac{m}{M} U_\infty \cos \alpha_\infty + (1 + 2 \frac{m}{M} \delta_1 \cos \lambda) U_\infty \sin \alpha_\infty \quad (3.182)$$

Rezolvând sistemul (3.181), (3.182) cu necunoscutele α_∞ și

$$U_\infty \text{ obținem : } \quad \frac{1}{\cos \alpha_\infty} = \frac{U_1 [\sin \alpha_1 - 2\delta_1 \frac{m}{M} \cos(\alpha_1 + \lambda)] - \frac{\Gamma_*}{2t} \cos \lambda}{U_1 [\cos \alpha_1 + 2\delta_1 \frac{m}{M} \cos(\alpha_1 + \lambda)] - \frac{\Gamma_*}{2t} \sin \lambda} \quad (3.183)$$

$$\quad (3.184)$$

$$U_\infty = U_1 \frac{\cos(\alpha_1 + \lambda)}{\cos(\alpha_\infty + \lambda)}$$

3.7. Compunerea vectorială a vitezelor

Întreg calculul pentru determinarea distribuției de viteze pe conturul profilului din rețeaua radial-axială se efectuează parametric în funcție de variabila ψ de pe cercul Joukowski. Astfel că funcțiile asociate conturului profilului de pe suprafața evazată cit și în planul imagine al rețelei circulare, cit și componentele vitezei asociate mișcării rotaționale se exprimă ca funcții de ψ . După determinarea soluției particulare a ecuației Poisson și obținerea componentei U^* precum și a componente tangențiale și normale a vitezei potențiale în rețeaua circulară imagine, cu frontiera penetrabilă, se poate obține vi-

teza din mișcarea rotațională μ , pe contur în rețeaua circulară.

Utilizând relația (3.56), (3.57) și proiecțiile scalare (3.151)....(3.154), obținem :

$$W_M = \bar{e}_M \cdot \bar{w} = \bar{e}_M \cdot \bar{w} - u^* = \dot{w}_M - u^* \quad (3.185)$$

$$W_r = \bar{e}_r \cdot \bar{w} = \bar{e}_r \cdot \bar{w} = \dot{w}_r \quad (3.186)$$

$$\bar{w} = u_z \bar{z} + u_n \bar{n} = \dot{w}_M \bar{e}_M + \dot{w}_r \bar{e}_r \quad (3.187)$$

$$\bar{e}_M \cdot \bar{w} = u_z \bar{z} \cdot \bar{e}_M + u_n \bar{n} \cdot \bar{e}_M \quad (3.188)$$

$$\bar{e}_r \cdot \bar{w} = u_z \bar{z} \cdot \bar{e}_r + u_n \bar{n} \cdot \bar{e}_r \quad (3.189)$$

$$W_M = u_{zK} \sin(\delta - \nu) - u_{nK} \cos(\delta - \nu) - u^* \quad (3.190)$$

$$W_r = u_{zK} \cos(\delta - \nu) + u_{nK} \sin(\delta - \nu) \quad (3.191)$$

$$W_z = W = \sqrt{W_M^2 + W_r^2} \quad (3.192)$$

și a u :

$$\bar{w} = (\dot{w}_M - u^*) \bar{e}_M + \dot{w}_r \bar{e}_r = \bar{w} - u^* \bar{e}_M \quad (3.193)$$

$$W_z = \bar{z} \cdot \bar{w} = \bar{z} \cdot \bar{w} - u^* \bar{z} \cdot \bar{e}_M = \dot{w}_z - u^* \sin(\delta - \nu) \quad (3.194)$$

și observând condiția (3.63):

$$W_n = \bar{n} \cdot \bar{w} = \bar{n} \cdot \bar{w} - u^* \bar{n} \cdot \bar{e}_M = \dot{w}_n - u^* \bar{n} \cdot \bar{e}_M = 0 \quad (3.195)$$

3.3. Condiții la limită

În expresia generală a soluției ecuației Poisson rel. (3.36) și (2.49), intervin constantele C_1 și C_2 , care corespund intensității sursei (absorbției) și vorticității din axa rețelei circulare și care generează mișcarea în rețeaua circulară. Acestea se determină pe baza condițiilor cinematice pe care le satisface viteza relativă pe frontiera din amonte de rețea, pe suprafața de revoluție. Condițiile formulate pe frontiera amonte de pe suprafața de revoluție, corespund debitului și circulației vitezei relative rotaționale pe conturul unui cerc paralel în amonte de rețea, respectiv componentelor W_{01} și W_{M1} . Aceste condiții sînt cunoscute atât la rezolvarea problemei directe cît și la rezolvarea problemei inverse. Pentru determinarea debitului Q_k și circulației Γ_k asociate mișcării μ_0 din rețeaua circulară, se construiește în prealabil soluția particulară a ecuației Poisson și u_i^* , pe frontiera amonte imagine, din rețeaua circulară. Observînd rel. (3.56), (3.57) și (3.34) se poate exprima deasemeni:

$$W_{N1} = W_{\theta 1} \frac{R_1}{r_1}, \quad W_{r1} = W_{m1} \frac{R}{r_1} \quad (3.196)$$

unde R_1, r_1 sînt razele cercurilor paralele asociate frontierei amonte pe suprafața de revoluție, respectiv în plan, iar $W_{\theta 1}, W_{m1}$ sînt componentele vitezei asociate mișcării relative pe frontiera amonte pe suprafața de revoluție, iar W_{N1}, W_{r1} ale mișcării rotaționale din rețeaua circulară imagine.

Atunci :

$$\Gamma_{k1} = 2\pi r_1 \overset{\circ}{W}_{N1} = 2\pi r_1 W_{N1} + 2\pi r_1 U_1^* = 2\pi (R_1 W_{\theta 1} + r_1 U_1^*) \quad (3.197)$$

$$Q_{k1} = 2\pi r_1 \overset{\circ}{W}_{r1} = 2\pi r_1 W_{r1} = 2\pi R_1 W_{m1} \quad (3.198)$$

În relațiile (3.197) și (3.198), Γ_{k1}, Q_{k1} reprezintă circulația și debitul din mișcarea potențială în rețeaua circulară imagine cu centrul profilului penetrabil. Acestea sînt determinate de câmpul vitezei relative și distribuția vorticității pe frontiera amonte de rețea de pe suprafața de revoluție. Penetrabilitatea frontierei solide pentru mișcarea μ_0 din planul rețelei circulare implică existența unui debit suplimentar prin profil q , rezultat din integrarea vitezei pe centur.

$$q = \int_{20_k^+} v_{n_k} d\Delta_k \quad (3.199)$$

În vederea satisfacerii ecuației continuității în plan, acest debit se adaugă debitului Q_{k1} , astfel că potențialul complex al mișcării și viteza complexă din amonte în planul rețelei circulare penetrabile se exprimă:

$$\Phi_k^*(z_k) = -\frac{Q+Nq+i\Gamma}{2\pi} \ln z_k \quad \text{și} \quad W_k(z_k) = -\frac{Q_{k1}+Nq+i\Gamma_{k1}}{2\pi} \frac{1}{z_k} \quad (3.200)$$

Suplimentarea debitului sursei din planul rețelei circulare penetrabile, este echivalentă în planul rețelei rectilinii imagine și în planul cercului unitate penetrabil, instalării suplimentar la infinit amonte și aval de rețeaua rectilinie, respectiv în punctele $z_k = \mp \frac{1}{m}$ din planul cercului unitate a unei surse și absorbții, de intensitate q .

Astfel structura părții principale a funcției asociate vitezei complexe din planul cercului unitate imagine devine:

$$H(z_k) = W_k(z_k) \Big|_{z_k=\infty} + \left(\frac{Q_{k1}}{k} + q + i\Gamma_{k1} \right) \frac{1}{2\pi} \frac{1}{z_k + \frac{1}{m}} + \left(\frac{Q_{k1}}{k} + q + i\Gamma_{k1} \right) \frac{1}{2\pi} \frac{1}{z_k - \frac{1}{m}} \quad (3.201)$$

Expresia părții principale (3.201) este legată de

exprimarea părții principale a derivatei $\frac{dz}{dz_*}$ vezi /55/, /57/ și de corelația dintre condițiile la limită din planul rețelei circulare, respectiv al rețelei rectilinii.

Astfel, din egalitatea potențialelor (rel.3.74), și rel.(3.200) prin trecere la limită obținem:

$$W(-\infty) = W_{k_1}(z_k) \left(\frac{dz_k}{dz} \right)_{z \rightarrow -\infty} \quad (3.202)$$

Determinând derivata funcției de transformare conformă (2.53), Cap.II și utilizînd (3.200) și (3.202):

$$Nq + Q_{k_1} + i\Gamma_{k_1} = N\left(\frac{t}{l}\right) e^{-i\lambda} W(-\infty) \quad (3.203)$$

După separarea părții reale și imaginare :

$$Nq + Q_{k_1} = U_1 N\left(\frac{t}{l}\right) \cos(d_1 + \lambda) \quad (3.204)$$

$$\Gamma_{k_1} = -U_1 N\left(\frac{t}{l}\right) \sin(d_1 + \lambda) \quad (3.205)$$

Prin rezolvarea sistemului (3.203) și (3.204) obținem :

$$\tan d_1 = \frac{\Gamma_{k_1} \cos \lambda + (Nq + Q_{k_1}) \sin \lambda}{\Gamma_{k_1} \sin \lambda - (Nq + Q_{k_1}) \cos \lambda} \quad (3.206)$$

$$U_{-\infty} = U_1 = \frac{(Nq + Q_{k_1}) \cos \lambda - \Gamma_{k_1} \sin \lambda}{N\left(\frac{t}{l}\right) \cos d_1} \quad (3.207)$$

Observînd rel.(3.206) și (3.207) se exprimă viteza asimptotică din rețeaua rectilinie imaginie, relația (3.189) asociată părții principale a funcției $W_*(z_*)$ este echivalentă relației (3.201)

Pe baza vitezei asimptotice $W(-\infty)$ se determină, cu rel.(3.183) și (3.184) nodii vitezelor asimptotice în rețeaua rectilinie imaginie și se cunosc toate elementele pentru determinarea repartiției de viteză.

3.9. Circulația vitezei relative și vitezele pe frontiere

Legătura dintre circulația vitezei relative pe conturul profilului din rețeaua de pe suprafața de revoluție și vitezele pe frontiera din abscisă și ovalul de viteză, rezolvate în mod atât la soluționarea problemei directe cât și la soluționarea problemei inverse. Determinarea acestei legături are la bază teorema Kelvin-Stokes /45/, /54/, /97/.

La rezolvarea problemei directe, după determinarea repartiției de viteză pe centrul profilului dispus în rețea pe suprafața de revoluție, obținem viteza la ieșirea din rețea pe baza teoremei Kelvin-Stokes aplicată direct pe suprafața de revoluție.

La rezolvarea problemei inverse este mai utilă aplicarea acestei teoreme în planul imaginii întrucât conduce la o relație în care parametrul dimensional apare explicit, un lucru de calcul mai redus, relația convenabilă în calculul de proiectare.

3.9.1. Circulația vitezei relative pe suprafața de revoluție

pe suprafața de curent \mathcal{F} , , definim rețeaua cu N profile D_1^+, R_1 și R_2 razele cercurilor paralele asociate frontierei din amonte și aval, w_1, w_2 , viteza relativă pe frontiere. Considerăm sectorul periodicitate ABCD care delimitează domeniul $D_1^- \cup D_3^+ \cup \partial D_2^+$; D_2^- fiind exterior rețelei de profile. Semnul pozitiv de parcurs a frontierei domeniului corespunde sensului pentru care domeniul este la stânga (Fig. 3.7.).

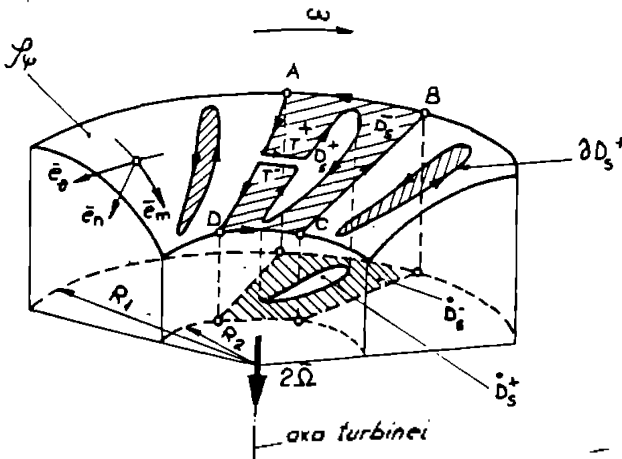


Fig. 3.7.

Frontiera exterioară a sectorului de periodicitate este formată din arcele \widehat{AD} și \widehat{BC} considerate pe meridian și arcele \widehat{AB} și \widehat{CD} pe cercurile paralele de rază R_1 și R_2 . Frontiera interioară coincide cu centrul profilului. Domeniul dublu conex al sectorului de periodicitate se transformă în simplu conex prin practicarea unei tăieturi pe un cerc paralel.

$$T \Leftrightarrow T^+ U T^- \quad (3.20)$$

Prin aplicarea tăieturii:

$$\partial D_3^- = \widehat{BA} \cup \widehat{AD} \cup \widehat{DC} \cup \widehat{CB} \cup T^+ U T^- U (-\partial D_3^+) \quad (3.209)$$

și exprimăm circulația :

$$\int_{\partial D_3^-} \vec{w} \cdot d\vec{e} = \int_{\widehat{BA}} \vec{w} \cdot d\vec{e} + \int_{\widehat{AD}} \vec{w} \cdot d\vec{e} + \int_{\widehat{DC}} \vec{w} \cdot d\vec{e} + \int_{\widehat{CB}} \vec{w} \cdot d\vec{e} + \int_{T^+} \vec{w} \cdot d\vec{e} + \int_{T^-} \vec{w} \cdot d\vec{e} - \int_{\partial D_3^+} \vec{w} \cdot d\vec{e} \quad (3.210)$$

$$\int_{\partial D_2^-} \bar{w} \cdot d\bar{e} = \int_{\widehat{BA}} w_{\theta_1} ds + \int_{\widehat{AD}} w_m ds - \int_{\widehat{DC}} w_{\theta_2} ds - \int_{\widehat{CA}} w_m ds - \int_{T^+} w_{\theta} ds + \int_{T^-} w_{\theta} ds - \int_{\partial D_2^+} w ds \quad (3.211)$$

$$\int_{\partial D_2^-} \bar{w} \cdot d\bar{e} = \frac{2\pi}{H} (R_1 w_{\theta_1} - R_2 w_{\theta_2}) - \int_{\partial D_2^+} w \cdot ds \quad (3.212)$$

Fluxul vorticității pe D_2^- poate fi determinat în proiecția pe planul perpendicular pe axa turbinei:

$$\iint_{D_2^-} (\nabla_{\lambda} \bar{w}) \cdot d\bar{Q} = \iint_{D_2^-} (\nabla_{\lambda} \bar{w}) \cdot d\bar{Q}^0 = 2\omega \iint_{D_2^-} dQ^0 = \frac{2\pi}{H} \omega (R_1^2 - R_2^2) - 2\omega \mathcal{A}_{D_2^+}^0 \quad (3.213)$$

unde $\mathcal{A}_{D_2^+}^0$ este aria profilului din proiecție.

Aplicând teorema Kelvin-Stokes, obținem prin egalarea rel.(3.212) și (3.213):

$$\frac{2\pi}{H} (R_1 w_{\theta_1} - R_2 w_{\theta_2}) = N \int_{\partial D_2^+} w ds + 2\pi \omega (R_1^2 - R_2^2) - 2\omega N \mathcal{A}_{D_2^+}^0 \quad (3.214)$$

Cu (3.214) poate fi determinată viteza la ieșire w_{θ_2} .
Din triunghiul vitezelor :

$$w_{\theta} = u - v_{\theta} = R\omega - v_w \quad (3.215)$$

și înlocuind în (3.214) și observând că:

$$\Gamma_i \psi = 2\pi R_i v_{\theta_i} \quad i=1,2$$

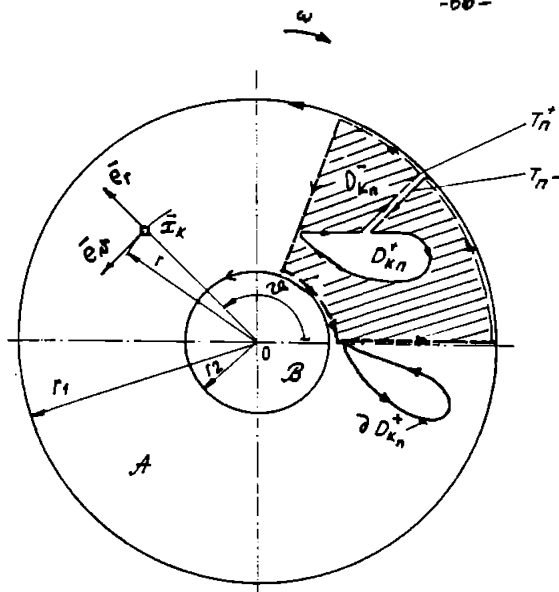
este circulația vitezei absolute pe frontiere, obținem:

$$\Gamma_1 \psi - \Gamma_2 \psi = -N \int_{\partial D_2^+} w ds + 2\omega N \mathcal{A}_{D_2^+}^0 \quad (3.216)$$

legătura între circulația vitezei absolute pe frontiere și circulația vitezei relative pe conturul profilului, relație care coincide cu cea din /68/.

3.9.2. Circulația vitezei în planul imagine

Fie rețeaua circulară din planul imagine (Fig.3.9) în care am reprezentat un profil din sectorul de periodicitate. Frontierele exterioară și interioară sînt cercurile concentrice de raze r_1 , respectiv r_2 . Prin convenție, sensul pozitiv de parcurgere al frontierei unui domeniu este sensul pentru care domeniul este lăsat la stînga.



Domeniul multiplu
cerc se transformă
în simplu cerc prin
efectuarea tăieturii-
lar $\{T_n^{\pm}\}$.
Se pot defini mulți-
mii închise:

$$A = \{\bar{x}_k | r \leq r_1\}; \partial A = \{\bar{x}_k | r = r_1\}$$

$$(3.217)$$

$$B = \{\bar{x}_k | r_2 \leq r \leq r_1\}; \partial B = \{\bar{x}_k | r = r_2\}$$

Fig.3.8.

$$D_k^- = B^A - \bigcup_{n=1}^N D_{kn}^+ - \bigcup_{n=1}^N T_n^{\pm}$$

$$(3.218)$$

$$\partial D_k^- = \partial A \cup (-\partial B) \cup \bigcup_{n=1}^N (-\partial D_{kn}^+) \cup \bigcup_{n=1}^N T_n^+$$

$$(3.219)$$

și exprimă circulația vitezei din mișcarea cu flux de vorticitate:

$$\Gamma_{(\partial D_k^-)} = \int_{\partial D_k^-} w ds = \Gamma_{(\partial A)} - \Gamma_{(\partial B)} - N \Gamma_{(\partial D_{kn}^+)}$$

$$(3.220)$$

$$\Gamma_{(\partial D_k^-)} = 2\pi (r_1 W_{N1} - r_2 W_{N2}) - N \int_{\partial D_{kn}^+} \bar{w} \cdot \bar{e} ds$$

$$(3.221)$$

și considerăm rel.(3.59) :

$$\Gamma_{(\partial D_k^-)} = 2\pi (r_1 \dot{W}_{N1} - r_2 \dot{W}_{N2}) - 2\pi (r_1 U_1^* - r_2 U_2^*) - N \int_{\partial D_{kn}^+} \bar{w} \cdot \bar{e} ds$$

$$(3.222)$$

Integrala din (3.222) poate fi exprimată cu rel.(3.194) și (3.116)

$$\int_{\partial D_{kn}^+} \bar{w} \cdot \bar{e} ds = \int_{\partial D_{kn}^+} \dot{W}_e ds - \int_{\partial D_{kn}^+} U^* \sin(\delta - \nu) ds = -\Gamma_0 - \Gamma_{1\nu} - \int_{\partial D_{kn}^+} U^* \sin(\delta - \nu) ds$$

$$(3.223)$$

Fluxul de vorticitate :

$$\iint_{D_k^-} \gamma(r) da = \iint_{B^A} \gamma(r) da - N \iint_{D_{kn}^+} \gamma(r) da$$

$$(3.224)$$

unde $\gamma(r)$ intensitatea vorticității, este exprimată de rel.(3.35)
prima integrală dublă din membrul drept reprezentând fluxul verti-
cității prin cerceana circulară iar a doua integrală fluxul verti-
cității prin profil.

Introducând (3.197) în (3.222) și egalând relația obținută cu (3.224) conform teoremei Kelvin-Stokes, obținem

$$\begin{aligned} \Gamma_{K_1} - \Gamma_{K_2} - 2\pi (r_1 U_1^* - r_2 U_2^*) + N(\Gamma_0 + \Gamma_{12}) + N \int_{\partial D_{K_1}^*} U^* \sin(\delta - \nu^*) ds = \\ = \iint_{B^*} \gamma(r) da - N \iint_{D_{K_1}^*} \gamma(r) da \end{aligned} \quad (3.225)$$

Relația (3.225) poate fi utilă la rezolvarea problemei inverso, în expresia lui Γ_0 parametrul geometric al profilului apar sub formă explicită iar în integrala curbilinie și fluxul prin profil sub formă implicită. Considerând drept parametrul dimensional săgonta profilului, rel. (3.225) devine o ecuație transcendentă. Pentru soluționare se utilizează un procedeu iterativ, soluția de start obținându-se pur analitic, considerând cazul mișcării relative potențiale ($U^* = 0$). Se evaluează apoi integrala din (3.225) și se obține o nouă soluție ș.a.m.d.

Procedeeul este rapid convergent. O altă cale de soluționare constă în determinarea rădăcinilor unei funcții transcendente constituite pe baza rel. (3.225), prin utilizarea unei metode de analiză numerică (metoda înjumătățirii intervalului).

Această cale s-a utilizat în cadrul metodei de dimensionare a rețerului turbinei diagonale, considerând suprafața curent sferice.

3.1e. Observații privind metoda transferărilor conforme, contribuții originale.

Metoda transferărilor conforme definită în cadrul acestei lucrări este o metodă bidimensională de studiu pe care analitică a mișcării relative pe suprafețe de curent de revoluție și de formă arbitrară, în prezența unei rețele radial-axiale de profile cu beroul de fugă rotunjit. La baza metodei stă procedeeul transferării conforme locale a rețelei de profile de pe suprafața de curent evazată $\Psi\psi$, în planul unei rețele circulare și utilizarea extinderii teoremei cercului formulată de prof. J. Segal, la rezolvarea problemelor de hidrodinamică rețelelor plane de profile. Introducerea ipotezei simplificatorii (3.7) ce exprimă neglijarea influenței presiunii stratului de fluid asupra distribuției de viteze, restrânge aria de aplicabilitate a metodei. Astfel metoda poate fi utilizată la studiul mișcării în rețelele turbinelor Francis de căderi joase și în special în rețelele turbinelor diagonale. Cu modificări și completări necesare,

ea poate fi utilizată și în domeniul pompelor diagonale sau al mașinilor reversibile diagonale.

În ipoteza mișcării absolute potențiale și homocare pe suprafața de revoluție, corespondenții din planul imagine al acestei mișcări, este o mișcare rotațională. Structura soluției ecuației funcției de curent asociată mișcării rotaționale din planul imagine, sugerează posibilitatea decompunerii mișcării rotaționale în două mișcări, o mișcare potențială soluție a ecuației Laplace și o mișcare generată de distribuția de vorticități create de mișcarea de antrenament din spațiul suprafeței de revoluție. În ipoteza neglijării grosimii stratului de fluid, care în cazul suprafeței de curent sferice nu infirmă validitatea ecuației de continuitate, pentru ambele mișcări s-a găsit o soluționare analitică. Respectarea condiției fizice pe frontiera profilului în mișcarea relativă pe suprafață, a impus introducerea conceptului de mișcare potențială în prezența frontierei solide penetrabile. Această mișcare este definită în planul imagine și deși corespunde unei abstractizări, fiind introdusă în cadrul unui artificiu matematic, ea conduce la respectarea unei condiții fizice pe suprafața de revoluție. Mișcarea potențială în ipoteza frontierei solide penetrabile se studiază în planul imagine, cu condiții la limită rezultate din condițiile la limită asociate mișcării rotaționale pe suprafață.

Respectarea condiției fizice Joukowski-Carafoli pentru profilele cu bord de fugă rotunjit în mișcarea rotațională, a impus reformularea acestei condiții în planul mișcării potențiale pe frontiera penetrabilă. În urma unui artificiu matematic, se impune viteza potențială la bordul de fugă penetrabil ca fiind diferită de zero, în cazul bordului de fugă rotunjit.

Pe baza acestei condiții se obține o nouă expresie a circulației vitezei potențiale pe centur în rețelele plane, care corespunde profilelor cu centur penetrabil. Prin aplicarea unei forme extinse a teoremei cercului $U_{\infty} \sin \alpha / 56, / 63 /$, se obține noua soluție analitică a vitezei complexe pe centur.

Pe baza egalității potențialelor mișcării corespunzând domeniilor asociate prin transformări conforme, cât și prin aplicarea transformării conforme locale în sens invers, soluția analitică obținută în planul imagine, este transpusă pe suprafața de revoluție. Se obține astfel o expresie analitică pentru viteza relativă pe centrul profilului din rețeaua radial-axială. Aplicarea teoremei Kelvin-Stokes pe suprafața de revoluție sau în planul imagine, ne conduce la o expresie transcendentă care poate fi utilizată la dimensionare.

Prin metoda transferențelor conforma poate fi rezolvată pe cale analitică atât problema directă cât și cea inversă pentru rețele de profile dispuse pe suprafețe de revoluție de formă arbitrară. Metoda este aplicată la rezolvarea problemei dimensionării rețecilor de turbină diagonală.

Elementele originale din cadrul acestei metode sînt:

1. Determinarea expresiei analitice pentru soluția ecuației Poisson, rel. (3.36), (3.37), (3.49), (3.50), (3.53). Expriarea soluției particulare a ecuației Poisson sub forma dată de relația (3.49) coincide cu forma obținută de prof. Y Senec /74/, /75/. Se acordă însă o altă interpretare termenilor din structura ecuației, care a deschis calea spre soluționarea pe cale analitică a mișcării.

2. Descompunerea mișcării rotaționale din planul imagine în două mișcări, o mișcare potențială în prezența frontierei solide penetrabile și o mișcare generată de distribuția vorticității.

3. Expriarea condiției cinematice pe frontiera solidă în cazul mișcării rotaționale rel. (3.64), (3.65).

4. Introducerea și utilizarea conceptului de mișcare potențială în prezența frontierei solide penetrabile.

5. Aplicarea unei forme extinse a teoremei cercului la determinarea vitezei complexe în planul unei rețele de profile rectilinii cu frontiera penetrabilă rel. (3.93).

6. Reformularea condiției fizice Joukowski-Carafoli pentru mișcarea potențială în prezența profilului cu bord de fugă rotunjit penetrabil, rel. (3.106).

7. Determinarea expresiei circulației vitezei complexe pe centrul profilului din rețea rectilinie în ipoteza frontierei solide penetrabile, rel. (3.114), (3.117).

8. Expriarea circulației vitezei potențiale pe centrul penetrabil cât și a componentei tangențiale a vitezei pe contur ea și suma a doi termeni, unul fiind asociat mișcării potențiale în prezența frontierei solide impenetrabile iar celălalt, determinat de distribuția componentei normale a vitezei pe contur, rel. (3.115), (3.116), (3.127).

9. Expresia părții principale a funcției asociate vitezei complexe din planul rețelei rectilinii de profile cu frontiera penetrabilă, rel. (3.118), (3.119).

10. Expresia componentei tangențiale la contur a vitezei complexe asociată mișcării potențiale într-o rețea rectilinie de

de profile cu frontiera solidă penetrabilă, rel.(3.129), (3.131), (3.132).

11. Aplicația polinoamelor de aproximație a distribuției componente normale a vitezei potențiale pe conturul profilului din rețeaua rectilinie. Corelația între valorile acestor polinoame exprimate în planul cercului Joukowski și cele din planul cercului Weinga rel.(3.176).

12. Expresia analitică a componente a vitezei rotaționale pe suprafețele de curent de formă sferică rel.(3.165).

13. Algoritmul pentru compunerea vectorială a vitezelor asociate mișcărilor din planul rețelei circulare imagine, rel. (3.151), ... (3.158), (3.185) ... (3.195)

14. Formularea condițiilor la limită pentru soluționarea mișcării rotaționale din rețeaua circulară imagine: rel.(3.197), (3.198), (3.204), (3.205), (3.206), (3.207).

15. Corelația între viteza complexă din ascute și media vitezelor asinptotice, într-o rețea rectilinie de profile cu frontiera penetrabilă rel.(3.183), (3.184).

16. Expresia circulației vitezei rotaționale pe conturul profilului din rețeaua circulară imagine.

Pe baza ipotezelor simplificatorii introduse și a căii abordate pentru studiul mișcării relative pe suprafețe de curent de revoluție și de formă arbitrară, în prezența rețelelor de profile radial-axiale, soluționarea problemei directe și inverse a acestei clase de rețele de profile se poate efectua analitic. Metoda de calcul conduce la soluții riguroase în cazul suprafețelor de curent sferice sau conice, iar în cazul suprafețelor arbitrare prin intermediul unei aproximații.

Prin reducerea expresiei vorticității din planul imagine la o constantă, se realizează particularizarea metodei pentru clasa rețelelor circulare de profile estivate.-

CAPITOLUL IV.

DIMENSIONAREA ROTOARELOR DE TURBINA DIAGONALA PRIN METODA TRANSFORMARILOR CONFORME.

4.1. Considerații privind utilizarea metodei transformărilor conforme la dimensionarea rețoarelor radial-axiale

Utilizarea metodelor teoretice de studiu a mișcării pe suprafețe axial-simetrice la dimensionarea rețoarelor radial-axiale, impune parcurgerea a 2 etape fundamentale :

a) determinarea suprafețelor de curent din canalul rotor și a cîmpului de viteze în semiplanul meridian. Această etapă poate fi efectuată teoretic prin studiul mișcării în canalul rotor în absența paletelor în condițiile cunoașterii frontierei interioare (oscoane) și exterioare (inclul), abandonînd ipoteza simetriei-axiale.

b) soluționarea problemei inverse pe suprafețele de curent axial-simetrice. Pentru aceasta se alegează o metodă de studiu a mișcării pe suprafețe de revoluție în prezența rețelei de profile radial-axiale, determinarea geometriei rețelei și a distribuției de viteze și presiuni. În funcție de configurația conturului hidraulic a turbinei prima etapă poate fi soluționată cu precizie suficientă și prin utilizarea metodei monodimensionale. Astfel, în cazul turbinelor diagonale, configurație specifică a traseului hidraulic în zona rotor și aparat directer permite efectuarea unei aproximații privind configurația liniilor de curent în zona rotorului. Astfel în literatură [17/,/41/,/66/ sînt indicate turbine pentru care se pot aproxima suprafețele de curent din canalul rotor care sînt de formă sferică și nedeschisibile cu suprafețe mai simple, chiar desfigurabile (fig.4.1.)

- La turbinele diagonale cu turație specifică joasă (n_g mic) și raportul B_g/R_{oc} mic suprafețele de curent pot fi aproximate pe suprafețe sferice (în semiplan meridian linii de curent circulare concentrice).

- La turbinele diagonale cu turație specifică mare (n_g mare) și raportul B_g/R_{oc} mare, se poate efectua aproximația cu suprafețe de curent de formă conică (în semiplan meridian, linii de curent formate din drepte paralele între ele și perpendiculare pe axa de rotație a paletelor).

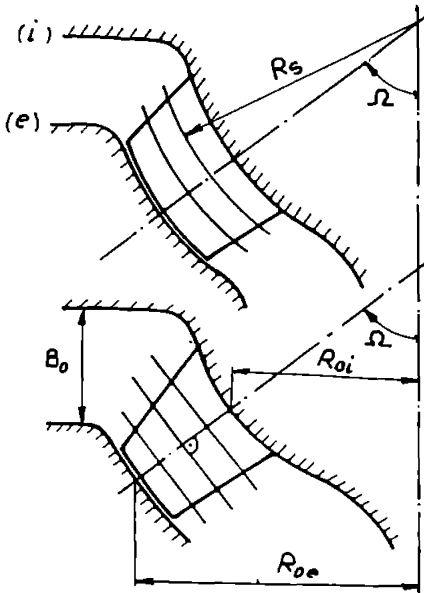


Fig.4.1.

Aberdarea acestor aproximații simplifică etape de calcul(a), iar etapa b) de calcul propriu și de dimensionare poate fi efectuată pur analitic.

După Chapalaz /18/, la efectuarea unui calcul ingineresc de proiectare, erorile introduse prin aproximarea liniilor de curent sînt neglijabile.

Aproximarea liniilor de curent din scriplanul aerian cu linii de curent circulare, presupune adaptarea ipotezei vitezei meridionale constante de-a lungul oricărei drepte radiale. În acest caz viteza meridională este o funcție numai de unghiul polar θ (Fig.4.2.)

Dacă ψ și $\psi+d\psi$ sînt 2 suprafațe de curent înzinit apropiate, și Q_T debitul turbinei, avem :

$$dQ_T = 2\pi r v_\theta dR = 2\pi v_\theta \sin\theta R dR \quad (4.1.)$$

$$Q_T = 2\pi \sin\theta v_\theta \int_{r_i}^{r_e} R dR = \pi \sin\theta v_\theta (R_e^2 - R_i^2) \quad (4.2.)$$

$$v_m = v_\theta = \frac{Q_T}{\pi(R_e^2 - R_i^2)} \frac{1}{\sin\theta} = \frac{C_1}{\sin\theta} \quad (4.3.)$$

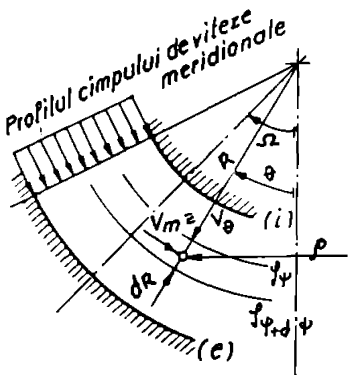


Fig.4.2.

Mișcarea în lungul unei familii de linii de curent circulare din scriplanul median, presupune în ipoteza simetriei axiale, existența unui potențial al vitezei absolute. Dacă R, θ sînt coordonate polare, iar ψ și ψ potențialul vitezei absolute și funcția de curent, soluții ale ecuației Stokes (18), (19), avem :

$$v_{\theta} = \frac{\partial \psi}{R \partial \theta} = - \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial R} = - \frac{C_1}{\sin \theta} \quad (4.4)$$

$$v_R = \frac{\partial \psi}{\partial R} = \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial \psi}{R \partial \theta} = 0 \quad (4.5)$$

determinăm :

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial R} dR + \frac{\partial \psi}{R \partial \theta} d\theta = - \frac{C_1}{\sin \theta} d\theta \quad (4.6)$$

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial R} dR + \frac{\partial \psi}{R \partial \theta} d\theta = C_1 R dR \quad (4.7)$$

$$\psi = -C_1 \ln \left| \frac{1}{\sin \theta} \right| + C_2, \text{ pt. } \theta = \pi/2 \Rightarrow C_2 = 0 \quad (4.8)$$

$$\psi = C_1 \frac{R^2}{2} + C_2 \quad (4.9)$$

cu condițiile :

$$R = R_i \Rightarrow \psi = 0, \quad R = R_e \Rightarrow \psi = \frac{Q_T}{2J} \quad (4.10)$$

și regăsim :

$$C_1 = \frac{Q_T}{\pi(R_e^2 - R_i^2)}, \quad C_2 = -C_1 \frac{R_i^2}{2} \quad (4.11)$$

Studiul mișcării pe suprafețele de curent din canalul rotoric al turbinelor Francis de joasă cădere și al turbinelor diagonale poate fi efectuat absurdă ipoteza grosimii constante a straturii elementar de fluid (ipoteze 3.7) Cap.III). Datorită configurației canalului rotoric liniile de curent în zona paleată sînt echidistante și astfel se poate efectua aproximarea

$$b = b(r) \approx 1 \quad (4.12)$$

deci neglija influența acestei grosimi asupra distribuției de viteze. Eroarea introdusă de această aproximare poate fi neglijată la soluționarea problemei de dimensionare. În fig.4.3. s-a repre-

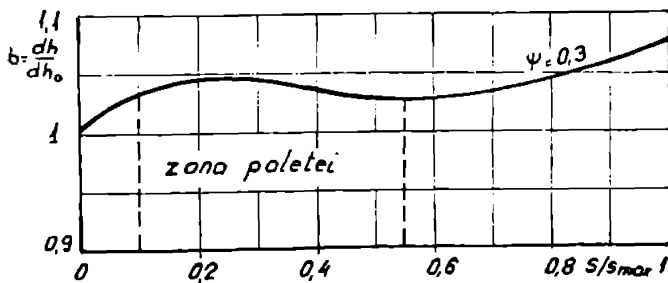


Fig.4.3.

zentat variația funcției $b = b(m)$ în planul imagine, asociat unei suprafețe de curent $\psi = \text{const.}$ din canalul rotorului al unei turbine Francis de joasă cădere, $n_0 = 333 \text{ rot/min}$. Abscisa adimensională unitate corespunde frontierei de ieșire a demeniului (intrarea în tubul de aspirație), iar abscisa zero corespunde ieșirii din aparatul director (frontiera de intrare a demeniului).

În fig. 4.4. s-a reprezentat câmpul hidrodinamic axial-simetric în rotorul unei turbine diagonale D.45 cu $n_0 = 230 \text{ rot/min}$. Rețele reprezentări s-au obținut prin soluționarea migrației axial-simetrice cu metoda elementului finit/15/.

Dimensionarea unui rotor de turbină diagonală utilizând metoda transformărilor conform prezentată în Cap. III, este echivalentă soluționării problemei inverse pentru o familie de rețele de profile radial-axiale dispuse pe suprafețele de curent din canalul rotorului. Metoda poate fi aplicată la dimensionarea pe suprafețe de curent de formă oarecare atât pe parcurs și etape de calcul numeric, cât și în cazul particular al aproximării cu suprafețe de curent sferice sau conice când întreg calculul dimensional se efectuează analitic.

Soluționarea problemei inverse pe o suprafață de curent are la bază satisfacerea corelației între circulația vitezei relative pe profilul din roțonua radial-axială și circulație pe frontierele din amonte și aval, rel. (3.214), (3.126) sau (3.225) precum și expresia puterii mecanice de antrenament $P_e(\omega', \varepsilon)$ în raport cu un sistem de referință neinertial. Astfel dacă $\omega' \in \mathcal{P}'$ este un volum de control neinertial ce aparține mulțimii materiale $\mathcal{P}' \subset \mathcal{B}$ inclusă în corpul \mathcal{B} , μ' fiind masea în raport cu sistemul de referință neinertial, puterea mecanică de antrenament în raport cu sistemul de referință neinertial $P_e(\omega', \varepsilon)$ a mulțimii materiale $\mathcal{P}' \subset \mathcal{B}$ se exprimă /54/:

$$P_e(\omega', \varepsilon) = \int_{\omega'} \rho \bar{v}_e \left(\frac{\partial \bar{v}_e}{\partial t} + \bar{Q} \cdot \frac{\partial \bar{v}'}{\partial t} \right) d\omega' + \int_{\partial \omega'} \rho (\bar{v} \cdot \bar{v}_e) (\bar{v} - \bar{v}_e) \cdot \bar{n} da' \quad (4.13)$$

unde \bar{v} , \bar{v}' sînt viteza absolută, respectiv relativă iar \bar{v}_e este viteza de antrenament a sistemului de referință neinertial,

\bar{Q} - tensor ortogonal al transformării.

Dacă ω' corespunde spațiului între paletele rotorului unei turbine, iar viteza de antrenament este rotația pură cu viteza unghiulară $\omega = \text{constantă}$:

$$\bar{u} = \bar{v}_e = \bar{q} \wedge (\bar{z} - \bar{c}) \quad (4.14)$$

$$2\bar{q} = \nabla \wedge \bar{v}_e \quad (4.15)$$

atunci particularizarea expresiei (4.13) pentru viteza de

antrenament rotație, conducând la ecuația fundamentală Euler a turbomășinilor [5], [54] :

$$P_e = \rho Q_T (u_1 v_{u1} - u_2 v_{u2}) \quad (4.16)$$

$$\text{sau: } \eta_h g H_T = u_1 v_{u1} - u_2 v_{u2} = \frac{1}{2} \omega (r_{1\varphi} - r_{2\varphi}) \quad (4.17)$$

expresie utilizată la dimensionare.

Efectuarea dimensionării pe baza celor două relații (4.17) și (3.214) sau (3.225) impune, datorită multitudinii de parametrii geometrici și cinematici care influențează performanțele turbinei, utilizarea și a datelor oferite de statistică și experiment. Parametrii dimensionari fundamentali sînt unghiul de instalare în rețeaua radial-axială, desimea rețelei și așgeata profilului.

Prin metoda transformărilor conforme, dimensionarea se efectuează în planul imagine. Datorită deformărilor geometrice create de utilizarea transformărilor conforme și necesitatea acordării soluțiilor obținute pe familia de suprafețe de curent, este necesar efectuarea unui calcul al deformărilor în vederea stabilirii corespondenței dintre parametrii geometrici ai profilului din rețeaua radial-axială și parametrii geometrici ai profilului din planul imagine.

4.2. Problema directă pe suprafața de curent din rotarul turbinei radial-axiale

4.2.1. Formularea problemei directe

Pe suprafața de curent de formă arbitrară din canalul rotorului unei turbine radial-axiale, se consideră rețeaua de profile radial-axiale rezultată din intersecția suprafeței de curent cu paleta rotorului. Suprafața de curent este determinată, fie teoretic prin rezolvarea unei probleme directe în ipoteza simetriei axiale pe cale numerică [33], [35], [49], [93], [16] sau analitică [62], [96], fie experimental, direct în canalul rotorului turbinei [73] sau indirect prin metoda analogiei electrohidraulice. Suprafața evazată S_φ fiind axial-simetrică se definește prin funcție asociată meridianului suprafeței, care se exprimă fie numeric fie analitic. Configurația frontierei ∂D_φ^+ aprofundului profilului din rețeaua radial-axială este cunoscută și se exprimă numeric prin coordonate asociate suprafeței S_φ . Pe frontiera cunoscută definită de cercul paralel de rază R_1 care aparține suprafeței S_φ (vezi fig. 4.9) și este dispus la înălțimea din aparatul director al turbinei, sînt date condițiile cinematice, elemente ale triunghiului de viteze dispus în planul local tangent la

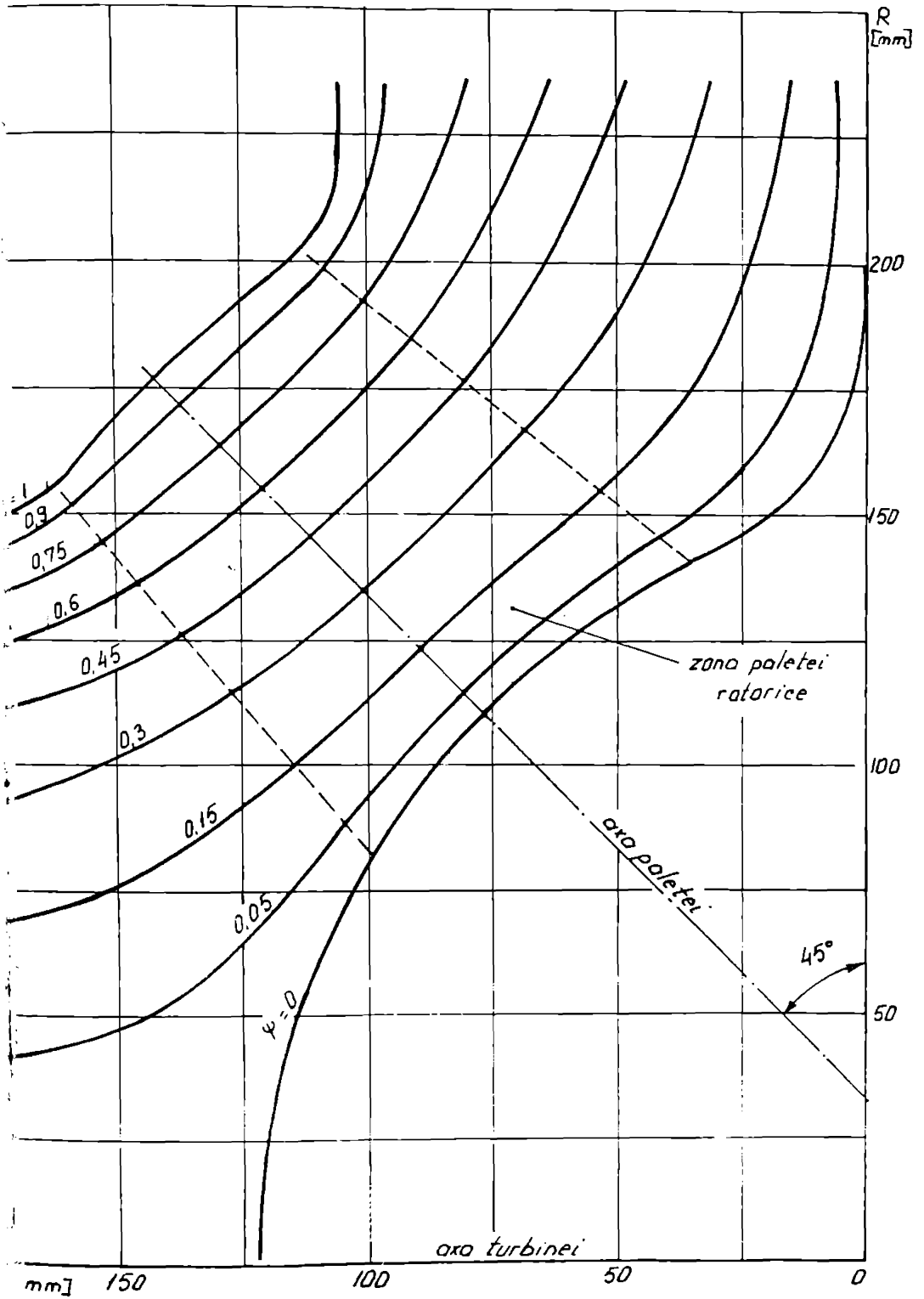


Fig.4.4.

suprafață. Astfel se cunosc :

- viteza de antrenament U_1 , corespunzătoare mișcării de rotație cu viteza unghiulară constantă $\omega = \text{const.}$
- debitul Q_ψ și circulația $\Gamma_{1\psi}$ vitezei absolute, respectiv componentele V_{m1} și V_{u1}, w_1, β_1
- numărul de palete N .

Rezolvarea unei probleme directe pe suprafața de revoluție este echivalentă determinării, în condițiile cunoscute ale elementelor geometrice și cinematice menționate anterior, distribuției de viteze și presiuni pe centrul profilului, circulației și elementelor cinematice la ieșirea din roțea.

Pentru rezolvarea problemei directe utilizăm metoda transformărilor conforme expusă în Cap. III, în condițiile validității ipotezelor simplificative (3.1)...(3.7).

Calculul distribuției de viteze se efectuează pe baza unui algoritm ce urmărește întru totul metoda prezentată în Cap. III, în cadrul unui program FORTRAN prezentat în Cap. V. (vezi subrutina "VITEZA"). În continuare se prezintă rezultatul soluționării problemei directe pe suprafața de curent din reterul unei turbine Francis de joasă cădere, utilizând metoda transformărilor conforme.

4.2.2. Distribuția de viteze și coeficientul de presiune într-o roțea de profile radial-axială al unui reter de turbină Francis.

S-a considerat un reter de turbină Francis de joasă cădere, asupra căruia s-au efectuat investigații experimentale globale și locale de către G. Schlemmer în cadrul colectivului condus de prof. J. Raabe/73/. Măsurătorile s-au efectuat pentru mai multe puncte de funcționare a turbinei pe un model având diametrul rotului $D = 0,455$ m. S-a determinat distribuția de viteze și suprafețele de curent pe întreg traseul hidraulic începând de la intrarea în stator și pînă la intrarea în reter. În reterul turbinei s-a măsurat distribuția de presiuni pe paletă precum și traseul liniilor de curent a vitezei relative pe intradosul și extradocusul paletei. Distribuția de viteze pe paletă este exprimată de-a lungul liniilor de curent determinate experimental. S-au ales pentru efectuarea comparației rezultatele experimentale obținute în punctul optim de funcționare a turbinei.

$H_T = 3,65$ m (căderea turbinei)
 $Q_T = 0,324$ m³/s (debitul)
 $n_T = 302$ rot/min (turația)
 $D = 0,455$ m (diam.reterului)
 $\eta = 0,07$ (randamentul)

$n_{11} = 72$ rot/min.
 $Q_{11} = 0,821$ m³/s
 $a_0 = 55$ mm (înălțimea sp.
directer)
 $N = 15$ palete

Din analiza rezultatelor experimentale prezentate în /73/ observăm că mișcarea reală în reter nu are loc după suprafețe de revoluție ovazate axial-simetrice. În prezența paletelor, datorită presiunii paletei și a forțelor de inerție liniile de curent au aspect complet diferit pe cele două fețe ale paletei.

Observând Fig.4.5. liniile de curent pe extrados urmează un traseu radial, iar pe intradocul paletei au un traseu axial și se modifică în regiunile de funcționare ale turbinei.

Pentru efectuarea unei comparații între rezultatele experimentale și cele obținute pe cale teoretică prin metoda transferurilor conforme, s-a considerat următoarea cale. S-a ales proiectia unei linii de curent în plan meridian, de pe o față a paletei și s-a determinat intersecția suprafeței ovazate definite de această linie de curent din plan meridian cu paleta. Intersecția s-a efectuat pe cale grafică, paleta reterului se turca în rîndul definită

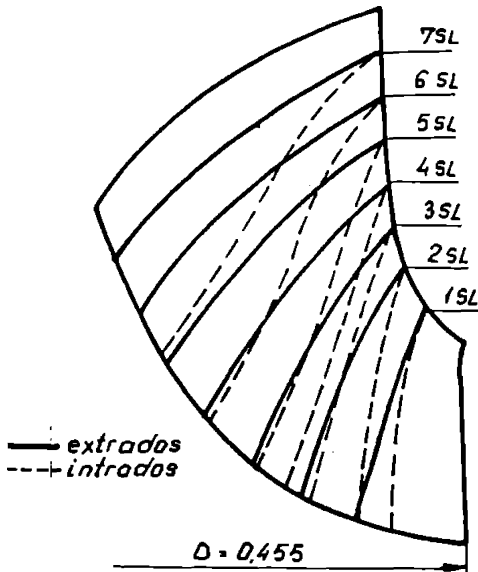


Fig.4.5.

prin intersecțiile cu plane de nivel și plane meridiane. Erorile rezultate din interpolare și prelucrarea grafică la obținerea coordonatelor profilurilor sînt de max.1 %-s-a considerat astfel, linia de curent de pe extradocul paletei. Coordonatele meridianului și cele ale profilului de intersecție a suprafeței de curent cu paleta, constituie date de intrare în programul de calcul.

Fig.4.6.reprezintă proiecția în plan perpendicular pe axa turbinăci a intersecției suprafeței de curent cu paleta.

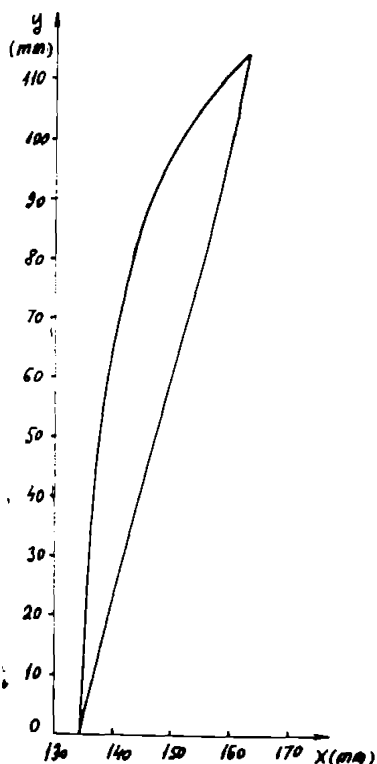


Fig.4.6.

Pe baza distribuțiilor de viteze măsurate la ieșirea din aparatul director, s-au determinat elementele cinematice pe frontiera amonte pentru linia 4 de curent, acestea constituind deasemenea date de intrare în programul de calcul. Elementele cinematice determinate pe frontiera amonte sînt : $h/a_g = 0,525$, $R_1 = 0,21$ m; $V_1 = 5,45$ m/s; $V_{m1} = 1,696$ m/s; $V_{u1} = 5,183$ m/s; $U_1 = 6,641$ m/s; $W_1 = 2,2368$ m/s; $\omega = 0,8605$ rad.

În vederea efectuării comparației cu rezultatele experimentale, viteza pe conturul profilului s-a adimensionalizat cu relația : $K_w = \frac{w}{\sqrt{2gH_T}}$ (4.18) În Fig.4.7.s-a reprezentat distribuția coeficientului de viteză K_w , obținut teoretic cu metoda transformărilor conforme, pe conturul profilului dispus pe suprafața avazată cu meridianul definit de linia de curent 4 de pe extrados și distribuția vitezelor măsurate experimental de către Schlenner. Reprezentarea s-a efectuat față de abscisa curbilinie considerată pe meridian și adimensionalizată prin raportarea abscisei curente măsurată de la muchia de intrare la lungimea meridianului.

Cunoscînd viteza la intrare și presiunea totală la intrare $P_1 = 190,5$ mm Hg /73/, precum și distribuția vitezei relative pe profil s-a determinat distribuția presiunii statice pe conturul profilului, aplicînd ecuația Bernoulli pentru mișcarea relativă /6/. În Fig.4.8. s-a reprezentat comparativ, distribuția presiunii statice relative, raportată la presiunea totală relativă de la intrare în funcție de abscisa curbilinie adimensională considerată pe meridian, pornind de la distribuțiile de viteză experimentală obținută de G.Schlenner și respectiv de la distribuția de viteze obținută teoretic prin metoda transformărilor conforme. Presiunea atmosferică s-a considerat $P_{at} = 760$ mm Hg.

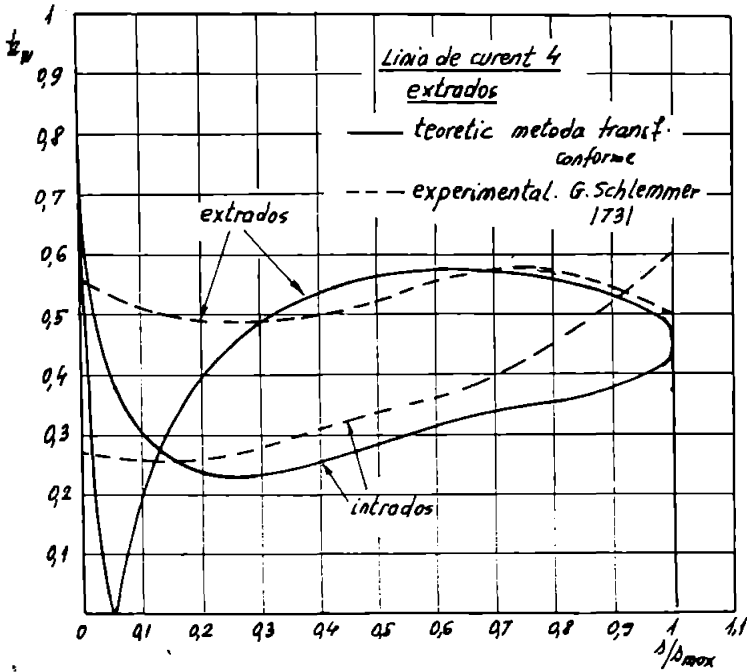


Fig.4.7.

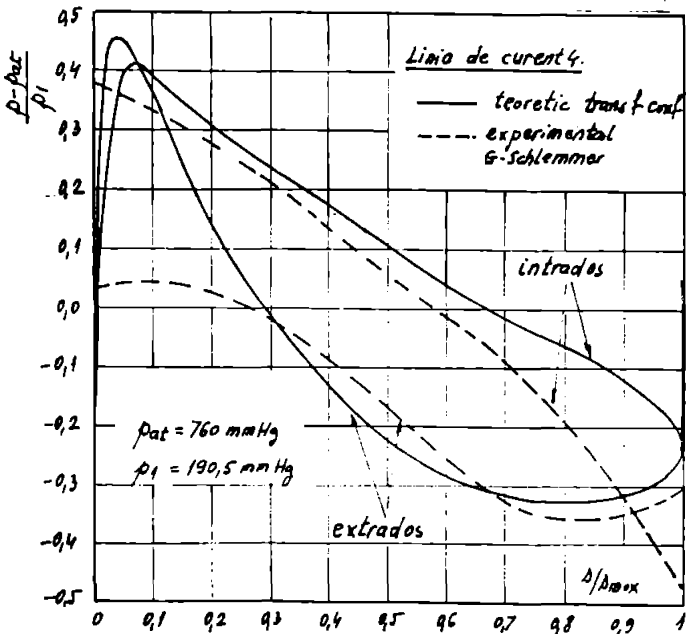


Fig.4.8.

4.2.3. Concluzii privind aplicarea metodei transformărilor conforme la rezolvarea problemei directe

S-a prezentat modul în care se aplică metoda transformărilor conforme la determinarea distribuției de viteze pe conturul unui profil aparținând unei rețele radial-axiale, dispusă pe o suprafață de curent de fermă arbitrară. Pentru soluționarea acestei probleme este necesară cunoașterea elementelor geometrice ale suprafeței de curent și rețelei de profile radial-axiale precum și elementele dinamice din aneaza de rețea. Deși metoda de calcul este analitică, volumul și complexitatea operațiilor de calcul din cadrul metodei împun efectuarea calculului programat. În acest scop a fost întocmit pe baza metodei transformărilor conforme, un algoritmul de calcul și un program de calcul FORTRAN. Programul de calcul este utilizabil la rezolvarea problemei directe pe suprafețe de curent evazate cilindrice și de fermă sferică, din canalul rețetelor de turbină radial-axiale, este încadrat în programul de dimensionare al acestor rețetare care e prezentat în Cap.V. În cazul suprafețelor de curent evazate anumite etape de calcul se efectuează numeric, iar în cazul particular al suprafețelor sferice întreg calculul este analitic. Prin introducerea unor completări neesențiale, programul poate fi utilizat și în cazul rețetelor de pompă radial-axiale.

Pentru compararea rezultatelor obținute prin metoda transformărilor conforme la rezolvarea problemei directe cu rezultatele experimentale, s-a aplicat programul de calcul la determinarea repartiției de viteze și presiuni de-a lungul unei linii de curent din canalul unui rotor de turbină Francis, care a fost investigat experimental de către G.Schlemmer/73/. În fig.4.7.s-a reprezentat distribuția coeficientului vitezei relative determinată experimental și cea obținută pe cale teoretică prin metoda transformărilor conforme.

Se observă o apropiere destul de bună a rezultatelor pe extrados, în a doua treime a profilului unde abaterea maximă realizată este de maxim 10%. Diferențe mari apar în prima treime a profilului și la bordul de atac.

Pe intrados diferențe mari apar tot în zona bordului de atac, iar în rest abaterile sînt de ordinul 10% - 30 %, mai mari în zona bordului de fugă. Rezultatele experimentale corespund mișcării reale din rotor (mișcarea tridimensională), iar cele teoretice corespund mișcării bidimensionale, pe suprafața de revoluție. Lipsa punctului de impact la distribuția vitezelor

obținută experimental poate fi interpretată în două moduri: Fie impactul este la bordul de atac și în acest caz metoda teoretică prezintă erori mari, fie este în vecinătatea bordului de atac și nu este reprezentat în distribuțiile experimentale, întrucât acestea s-au obținut prin interpolare, pe baza măsurărilor de presiune efectuate în puncte discrete (vezi /73/). Abaterile față de experiment sînt cauzate și de neglijarea în calcul a influenței variației grosinii stratului elementar de fluid adiacent suprafeței de curent, asupra repartiției de viteză (ipoteza simplificatorie &3.7). Abaterile create prin abordarea în calcul a acestei ipoteze sînt mai mari la rețeaule radial-axiale destinate caderilor mari și mai mici în cazul turbinelor de joasă cădere sau turbinelor diagonale. În cazul suprafețelor de curent sferice sau conice grosimea stratului elementar de fluid este constantă și metoda utilizată este mai exactă.

Observînd Fig.4.3. abaterea minimumului de presiune între valoarea obținută teoretic și cea experimental este de aproximativ 8,9%.

Efectuînd compararea unor parametri hidrodinamici globali, abaterile realizate de metoda teoretică față de experiment sînt mai mici. Astfel între circulația vitezei relative pe contur obținută teoretic și cea obținută prin integrarea vitezelor măsurate, diferențele sînt de aproximativ 4,2% iar pentru circulația vitezei la ieșirea din rotor diferențele sînt de aproximativ 6%.

Rezolvarea problemei directe prin metoda transformărilor conforme se efectuează analitic, astfel că durata execuției programului este de aproximativ 2 minute.

Abordarea metodei de rezolvare a problemei directe este utilă la dimensionarea rețeașelor de turbină radial-axială, atunci cînd la alegerea unor parametri geometrici ai rețelei de profile se introduc considerente legate de incluziunea fenomenului de cavitație.

4.3. Problema inversă de aerodinamică la ieșirea din rotorul turbinei diagonale

Pe suprafața de curent S_p din canalul rotorului și turbinei, definită de ecuația meridianului în cazul suprafeței de formă arbitrară sau raza sferei R , în cazul aproximației cu suprafețe sferice, se cunosc elementele :

Rezolvarea problemei inverse pe suprafața de curent constă în determinarea configurației ∂D_g^+ profilului din rețeaua radial-axială, cît și parametrii geometrice ai rețelei care să realizeze condițiile cinematice definite pe frontiere de $\Gamma_r, \Gamma_z, Q, \psi$. Prin transformarea conformă locală, problema inversă formulată pe suprafața de curent se reduce în planul imagine, fiind convertită în problema dimensionării unei rețele circulare de profile.

Dimensionarea paletelor roterului de turbină diagonală per-nepte de la următoarele date de calcul principale:

- căderea turbinei H_T - se admite ipoteza repartizării uniforme a căderii pe roterii elementari
- debitul turbinei Q_T
- turația turbinei n_T
- dimensiunile geometrice ale traseului hidraulic în zona stator, aparat director și rotor, cît și unghiul de înclinare a axei paletelor.

Ca rezultat al dimensionării se obține paleta roterului definită numeric printr-o mulțime de coordonate asociate suprafeței, intradosului și extradadosului, respectiv intersecției acestora cu familiile de suprafețe desfășurabile :

- plane de nivel
- plane meridiane
- plane perpendiculare pe axa paletelor
- cilindri coaxiali cu axa turbinei
- conuri coaxiale cu axa turbinei.

4.4. Metodă pentru dimensionarea rețetelor de turbină diagonală

4.4.1. Dimensiunile principale ale roterului. Sînt reprezentate de diametrul exterior D_g , diametrul butucului D_1 , lățimea canalului rotorului B (Fig. 4.10). Stabilirea acestor elemente este fundamentală la dimensionarea roterului, deoarece are o influență considerabilă asupra performanțelor energetice și cavitaționale ale turbinei cît și asupra dimensiunilor de gabarit ale turbinei. Toate recomandările din literatură provenite statistic sau din experiment sînt exprimate adimensional, prin raportarea la diametrul exterior D_g . Conform metodei Acad. I. Antea /5/, diametrul D_g se obține pe baza coeficienților de viteză :

$$k_{uc} = \frac{u_c}{\sqrt{2gH_T}} = \frac{\pi n_T}{60} \frac{D_g}{\sqrt{2gH_T}} \quad (4.19)$$

$$k_{vme} = \frac{V_{mc}}{\sqrt{2gHr}} = \frac{4Q_T}{\pi D_e^2} \frac{1}{\sqrt{2gHr}} \quad (4.20)$$

care se obține funcție de turația specifică a rotorului n_g^* pe baza relațiilor statistice /5/ :

$$k_{ve} = 1,08 \frac{\eta_s^{3/2}}{\eta_T^{1/3}}, \quad k_{vme} = 0,224 \frac{\eta_s^{3/2}}{\eta_T^{1/3}} \quad (4.21)$$

unde η_T este randamentul hidraulic al turbinei.

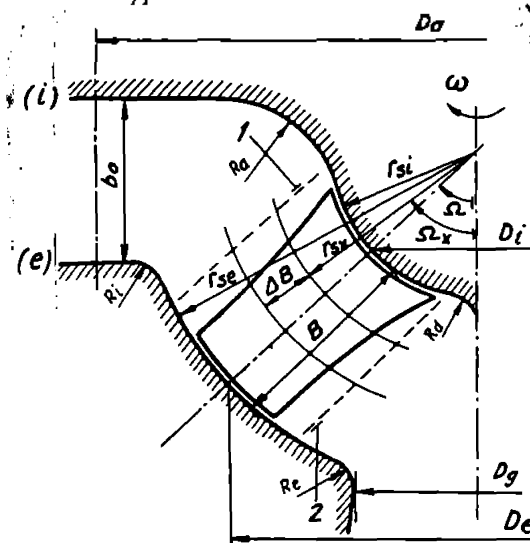


Fig.4.10.

Diametrul exterior se poate obține și după rel. lui Kviatkovski /41/:

$$D_e = k_D \sqrt[3]{\frac{Q_T}{n_T}}, \quad k_D = \sqrt[3]{\frac{n_D}{Q_{11}}} \quad (4.22)$$

n_{11} , Q_{11} - fiind turația respectiv debitul unitar în punctul optim. Pentru coeficientul k_D , Acad. I. Anten recomandă relația:

$$k_D = 22,519 \cdot n_g^{*-3/21} \quad (4.23)$$

Pentru diametrul butusului D_1 - respectiv lățimea canalului în zona aparatului director, în /5/ se recomandă relațiile statistice:

$$D_1 = 6,893 \cdot 10^{-4} n_g^{*+0,891} \quad (4.24)$$

$$\bar{b} = \frac{b_o}{D_e} = 6,51 \cdot 10^{-4} n_g^{*+0,888} \quad (4.25)$$

Amplasura paletei B se obține din legătura geometrică

$$\bar{B} = \frac{B}{D_e} = \frac{1 - D_i}{2 \sin \alpha} \quad (4.26)$$

În cazul dimensionării unui model de turbină, diametrul D_e al rotorului este precizat inițial, fiind o măsură a scării geometrice a modelului. În acest caz pe baza relațiilor mărimilor unitare n_{11} , Q_{11} (vezi /5/) și a rel. (4.21) se va stabili o corepondență între parametrii de calcul unitari ai punctului optim n_{11} , Q_{11} , diametrul D_e al modelului (care este impus) și parametrii dimensionari ai turbinei n_T , Q_T și n_g^* .

Nomenclaturar sovietic /41/ prevede dimensiunile principale ale rotorului în funcție de tipul turbinei diagonale (tabelul 4.1)

Tabelul 4.1.

Tip / Mărimi	D60		D45		D30	
	60-1	60-2	45-1	45-2	30-1	30-2
Căderea H_r (m)	25-40	40-60	60-90	90-120	120-160	160-200
Inclinarea axei Ω	60°	60°	45°	45°	30°	30°
Număr de palete	6-8	8-10	10-9	10	10-11	10-12
$\bar{D}_i = D_i / D_e$	0,4-0,45	0,45-0,525	0,575-0,62	0,625-0,675	0,76-0,775	0,775-0,8
$\bar{B} = B / D_e$	0,35-0,32	0,32-0,28	0,3-0,26	0,28-0,23	0,25-0,225	0,225-0,2
$\bar{D}_m = D_m / D_e$	0,7-0,725	0,746	0,775	0,82	0,878	0,9
$\bar{b}_0 = b_0 / D_e$	0,4	0,375	0,35	0,3	0,25	0,2
$\bar{D}_a = D_a / D_e$	1,25-1,28	1,28-1,3	1,3-1,32	1,32-1,35	1,35-1,375	1,375-1,4
n_s	480-500	400-330	330-290	290-250	250-215	215-180

Celelalte dimensiuni ale centrului hidraulic al turbinei sînt exprimate în /41/ funcție de diametrul exterior D_e .

4.2. Pasul și decizia rețelei

În literatură există recomandări privind alegerea numărului de paletă N și decizia rețelei la periferie $(l/t)_0$, respectiv la utuc $(l/t)_1$ în funcție de căderea turbinei.

În tabelul 4.2. sînt redată prescripțiile rezultate din cercetările efectuate la IIZ /41/.

Tabelul 4.2.

H_r (m)	30-60	60-110	110-160
N (paletă)	7-10	9-10	10-12
$(l/t)_0$	1,1-1,2	1,5-1,5	1,5-1,7
$(l/t)_1$	1,4-1,5	1,7-1,9	1,9-1,9

Pasul în jocurile se calculează ca obșice cunoștința numărului de paletă N :

$$t = \frac{\pi D}{N} \quad (4.27)$$

unde D este diametrul asociat punctului de intersecție în se-
nplanul meridian între axa paletelor și meridianul suprafeței de
curent. Lungimea cozii profilului se obține omisând pasul t
și desinea rețelei $1/t$. Desinea rețelei este un parametru geome-
tric al rețelei de profile, care influențează considerabil pa-
rametrii hidrodinamici energetici și cavitaționali ai rețelei
de profile respectiv ai rotorului turbinei. Întrucât statistica
indică un câmp destul de larg pentru alegerea acestui parametru
la butuc și periferie și nu există recomandări privind variația
sa pe anvergura paletelor, în cadrul metodei de dimensionare pre-
zentate, variația desinii rețelei se obține în urma unui calcul
de optimizare. (vezi paragraf. 4.4.6).

4.4.3. Alegerea unor elemente geometrice ale profilului

Din cadrul parametrilor geometrii ai profilului, să-
geții maxime reprezintă un parametru dimensionar și rezultă din
calcul analitic pe baza metodei transformărilor conforme.

Grosimea maximă a profilului d/l se alege din consi-
derente de rezistență mecanică și pierderi hidraulice minime.
Este un parametru care în cadrul acestei metode se impune pe
baza recomandărilor statistice.

După recomandările Acad. I. Anton /5/, la butuc și peri-
ferie se consideră :

$$(d/l)_1 = 0,14 - 0,15; \quad (d/l)_e = 0,04 - 0,02 \quad (4.28)$$

Pentru repartiția grosimii relative pe anvergura
paletelor se alege o variație liniară sau exponențială.

Profilele utilizate la construcția paletelor sînt de
tipul NACA din seria 4, pentru care s-a ales poziția săgeții maxime
și grosimii :

$$(X_{p/l}) = 0,4; \quad (X_{d/l}) = 0,3 \quad (4.29)$$

Elementele geometrice prezentate se asociază profilului
dispus pe suprafața de curent. În cazul suprafețelor de curent
desfășurabile sau în cazul suprafețelor sferice, aceste mărimi
pot fi găsite cu exactitate la transpunerea profilului din plan
pe suprafață. (vezi cap. 2.2.5).

În cazul suprafețelor de curent necesitășurabile, conform
metodei, aceste elemente se asociază profilului NACA definit în
plan, care apoi se transpune pe suprafața de curent după metoda
prezentată în cap. 2.2.6.

În calculul dimensional ce se efectuează în planul imaginic, pe baza corespondenței geometrice rezultate prin transformările conforme, se aleg acele soluții care pe suprafața evazată conservă parametrii geometriei impuși. În cazul suprafețelor de curent evazate (nedesfășurabile) la transpunerea profilului definit în plan pe suprafața evazată, conservarea parametrilor geometrice se realizează parțial.

4.4.4. Condiții cinematice în anete și aval.

Debitul Q_ψ pe suprafața de revelație asociat unui strat de fluid de grosime unitate, se obține cunoscând distribuția vitezei absolute în lungul meridianului suprafeței. În cazul suprafeței de curent sferice viteza se obține prin relația (4.3), iar în cazul suprafețelor evazate viteza se obține prin soluționarea ecuației axial-simetrice pe cale numerică /15/. Notând cu R_1 și R_2 razele cercurilor paralele asociate frontierei anete și aval (Fig. 4.3), avem:

$$Q_\psi = 2\pi R_1 v_{m1} = 2\pi R_2 v_{m2} \quad (4.30)$$

În literatură există recomandări privind alegerea circulației vitezei absolute la intrarea din rotor. Astfel în /41/ se indică valorile acestea la butuc și periferie (Tabelul 4.3.)

Tabelul 4.3.

$\Gamma_{2\psi}$	Butuc	periferie
D 30	0	1,32 $\cdot D_0/Q_D$
D 45	0	0
D 50	-0,17 $\frac{\tau_{a2} H r}{\omega}$	0,036 $\frac{\tau_{a2} H r}{\omega}$

Repartiția circulației $\Gamma_{2\psi}$ în lungul paletei între valorile admise la butuc și la periferie se consideră după o variație liniară.

În ipoteza repartiției uniforme a cîmpului de viteză în avansarea paletei, făcînd apel la ecuația fundamentală (4.17), obținem variația în lungul paletei a circulației vitezei absolute la intrare $\Gamma_{1\psi}$. Acest mod de stabilire a condițiilor la frontieră, impune alături de dimensionarea rotorului turbinei, dimensionarea sinerată a palotajului direct și respectiv stator.

Din relația :

$$\Gamma_{1\psi} = 2\pi R_1 v_{u1} \quad \Gamma_{2\psi} = 2\pi R_2 v_{u2} \quad (4.31)$$

și relațiile din triunghiul vitezelor /5/ se obțin componentele W_{θ_1} și W_{θ_2} ale vitezei relative pe freațiere. În continuare în vederea aplicării metodei transformărilor conforme, condițiile la limită se obțin prin relațiile de la Cap. III. paragraf 3.8.

4.4.5. Determinarea săgeții maxime și a unghiului de instalare

Săgeata maximă a profilului cît și unghiul de instalare constituie alături de desimea rețelei $1/t$, parametrii geometrici fundamentali care înfrimă performanțele energetice și cavitaționale ale rețelei de profile, respectiv ale rotorului turbinei.

Intrucît în general suprafața de curent pe care este dispusă rețeaua radial-axială este nedesfășurabilă, săgeata maximă a profilului $f/1$ cît și unghiul de instalare $\beta_s = \frac{f}{z} - \alpha$, se asociază profilului definit în plan și care se transpune pe suprafață conform metodei prezentate în Cap. 2.2.6.

Acești parametri se conservă pe suprafața de revoluție, numai în cazul particular al suprafețelor desfășurabile sau sfonice (vezi parag. 2.2.6), în cazul suprafețelor nedesfășurabile atribuirea directă a acestora geometriei profilului și rețelei radial-axiale dispusă pe suprafață nu mai are sens fizic. Configurația profilului definit în plan și transpus pe suprafața de revoluție, se redă a imagine mai apropiată asupra configurației profilului dispus pe suprafața de revoluție, decît profilul din planul imagine, obținut prin aplicarea transformării conforme locale (vezi Cap. 2.2.6. și 2.2.7.).

Determinarea acestor doi parametri are la bază satisfacerea corelației dintre circulația vitezei absolute în amonte și egal de rețeaua radial-axială, circulația vitezei relative pe conturul profilului și fluxul vorticității pe domeniul interior rețelei de profile relația 3.216 (vezi cap. 3.9).

După cum se observă în relația 3.216, obținerea circulației vitezei relative pe contur cît și fluxul vorticității pe domeniul interior rețelei de profile presupune însă cunoscută geometria profilului cît și a rețelei, ori săgeata maximă a profilului și unghiul de instalare sînt mărimi necunoscute.

Din acest motiv, determinarea acestor doi parametri implică un calcul iterativ pentru săgeată și tatenativ, pentru unghiul de instalare, care are la bază următoarea observație:

Dacă se atribuie o valoare unghiului de instalare, atunci relația 3.216 devine o ecuație transcendentă în $f/1$, care admite soluție unică pe un interval definit de limitele fizice admisibile ale săgeții maxime $[-15\%, +15\%]$. Ecuația în acest caz poate fi

soluționată cu una din metodele analizei numerice, în cadrul metodei de dimensionare fiind utilizată metoda înjumătățirii intervalului /101/. În cadrul unui ciclu, unghiul de instalare și săgeata sînt cunoscute deosemeni circulației vitezei absolute la intrare $\Gamma_{1\psi}$, deci se poate determina distribuția de viteze pe contur, respectiv prin integrarea acesteia pe contur circulației, fluxul vorticității prin rețeaua de profile, rezultînd astfel circulația vitezei absolute la ieșire:

$$\Gamma_{2\psi} = \Gamma_{1\psi} + N \int_{\Omega_2^+} w ds - 2\omega N A \Delta_2^+ \quad (4.32)$$

Valeaerea obținută pentru $\Gamma_{2\psi}$ este comparată cu valoarea prescrisă (vezi Cap.4.4.4.) și iterația continuă pînă la egalitate celor două mărimi. Dacă în intervalul admis pentru (f/l) nu avem soluții, se modifică valoarea atribuită unghiului de instalare. Integrarea distribuției de viteze pe contur pentru obținerea circulației și calculul fluxului de vorticitate pe demoniul interior rețelei de profile, se efectuează numeric utilizînd funcțiile spline cubice /36/.

Întreaga secvență de calcul se efectuează programat (vezi programul "DIEMIS" și subprogramele "RAFXO", "CUESDQ" din cap.V).

Acest mod de calcul implică stabilirea în prealabil a următoarelor mărimi: intervalul $(f/l)_{\max}$; $(f/l)_{\min}$ de obținere a săgeții, valoarea de start pentru unghiul de instalare, pasul de modificare a unghiului de instalare cît și precizia de obținere a circulației de la ieșire.

La soluționarea problemei inverse pentru o singură rețea de profile, alegerea acestor mărimi nu crează aici o dificultate. Pentru soluționarea însă a problemei inverse pentru o familie de rețele de profile care definește paleta rotorului de turbină diagonală, s-a elaborat un algoritm care asigură recordarea soluțiilor obținute pe fiecare suprafață de curent, respectiv notarea legii de variație a săgeții și unghiului de instalare pe anvergura paletei.

Antrel : - se stabilește săgeata maximă a profilului la butuc $(f/l)_1$ și la periferie $(f/l)_0$ în intervalul recomandat de statistică/5/.

$$(f/l)_0 = 0-12\% , \quad (f/l)_1 = 2-5\% \quad (4.33)$$

precum și legea de variație a săgeții pe anvergura paletei, care se poate alege liniară, parabolă concavă sau convexă.

Intrucît intervalul definit de (4.33) este larg, aceste măriri cît și logea de variație a săgeții se definitivează prin optimizarea dimensionării (vezi paragraful 4.4.6).

- se stabilește intervalul de obținere a soluțiilor ecuației (4.32) în fiecare secțiune de calcul:

$$\left[(f/l)_x - \varepsilon, \text{sol} ; (f/l)_x + \varepsilon, \text{sol} \right] \quad (4.34)$$

unde $(f/l)_x$ reprezintă valoarea săgeții în secțiunea curentă x , obținută din logea de variație a săgeții în lungul convergenței. Se observă că intervalul ales este foarte strîns, tocmai pentru a forța obținerea soluției ecuației (4.32) în fiecare secțiune, după logea stabilită pentru variația săgeții.

- se alege ca valoare de start pentru unghiul de instalare, valoarea corespunzătoare incidenței nule,

- se stabilește pasul de start pentru ciclul de tatonare a unghiului de instalare ca fiind de 1° , precum și precizia de obținere a circulației la ieșire de 10^{-4} . Alegerea acestor două măriri este corelată cu precizia de calcul a calculatorului cît și durata de execuție a programului.

- se stabilește pasul de modificare al intervalului admis pentru săgeata maximă ca fiind ε .

Calculul dimensionar pornește de la butucul rotorului. Într-o secțiune curentă de calcul, pentru valoarea de start a unghiului de instalare, se rezolvă ecuația transcendentă (4.32) căutînd soluții în intervalul (4.34). În cazul în care ecuația nu admite soluții în acest interval se modifică unghiul de instalare cu cîte un pas în sens crescător sau descrescător, pînă la obținerea soluției pentru ecuația (4.32) în intervalul impus. Algoritmul de calcul prevede reducerea pasul de start asociat unghiului de instalare, printr-o progresie geometrică cu rația δ , în vederea atingerii preciziei cerute. În cazul în care secțiunea de calcul este diferită de cea de la butuc, se compară permanent valorile atinse în cadrul ciclului tatonativ de către unghiul de instalare, cu valoarea unghiului de instalare din secțiunea de calcul anterioară.

Dacă unghiul de instalare în secțiunea curentă atinge valori care conduc la modificarea monotonică variației acestui unghi în lungul convergenței paletei (la paletele rotorice de turbină unghiul de instalare are o monotonie strict descrescătoare), se modifică intervalul de obținere a săgeții (4.34) prin modificarea lui $(f/l)_x$ curent cu un pas, acceptînd astfel o abatere de la logea prescrisă pentru variația săgeții în lungul convergenței. În acest caz se reia întreg calculul în această secțiune

permiind din nou cu valoarea de start și pasul de start pentru unghiul de instalare. În cazul, în care s-a realizat o abatere a intervalului săgeții de la legea prescrisă, se compară valoarea săgeții în secțiunea curentă cu săgeata din secțiunea anterioară. Dacă săgeata obținută în secțiunea curentă conduce la schimbarea monotoniei variației acestora în lungul anvergurii, calculul se sisteză și trebuiește reluat de la început considerind alte valori pentru săgeata la butuc și periferie cât și pentru legea de variație a săgeții. În această situație programul de calcul alcătuit după acest algoritm se oprește și așteaptă decizia proiectantului.

4.4.6. Obținizarea dimensionării paletelor rotorice de turbină diagonală

După cum s-a arătat în paragrafele 4.4.2.; 4.4.3; și 4.4.5. configurația paletelor rotorice este dependentă de o multitudine de parametri, parametrii fundamentali asupra performanțelor energetice și cavitaționale ale turbinei fiind aceiași rețelei de profil $1/t$, unghiul de instalare β , cât și săgeata maximă a profilului z/l . Pentru dimensionare, avem însă la dispoziție o singură ecuație rel. 4.32, respectiv 4.32, rezultată din ecuația fundamentală Euler pentru turbomagia și aplicarea teoremei Helmholtz, deci o nedeterminare.

Conform algoritmului de calcul elaborat (paragraf 4.4.5)., doi parametri se impun pe baza recomandărilor statistice, iar din ecuația transcendentă 4.32. rezultă al treilea parametru. Astfel se impun: dimensiunea rețelei la butuc și periferie $(1/t)_1$, $(1/t)_2$ (vezi paragraful 4.4.2.), cu variație liniară în lungul anvergurii, săgeata maximă la butuc și periferie $(z/l)_1$, $(z/l)_2$ (rel. 4.33) precum și legea de variație a săgeții în lungul anvergurii, rezultând în urma unui calcul iterativ și tentativ variația unghiului de instalare. Statistica ne oferă un timp destul de lung privind alegerea dimensiunii rețelei cât și valorile săgeții maxime, la butuc și periferie și nu există recomandări ferme privind legea de variație a acestor doi parametri în lungul anvergurii. Deosebit, în literatura nu există recomandări privind valorile și variația unghiului de instalare, ci numai valori într-un timp recomandat, sau dimensiunilor paletelor la intrare și ieșire $/5/$, $/17/$, $/41/$, $/100/$. Relația de calcul dimensionar (4.32) asigură numai satisfacerea corelației între circulația vitezei la intrare și ieșire, deci a deflecției cerute curentului și dătează nedeterminării puteri obținute a dublă infinitate de palete care ne asigură deflecția.

În această situație, nu avem un control asupra performanțelor energetice și cavitaționale ale rotorului.

Din aceste motive dimensiunarea paletei necesită efectuarea unei optimizări pe baza căreia să rezulte valorile $(1/t)_i$, $(1/t)_e$, $(f/l)_i$, $(f/l)_e$ cât și legea variației a săgeții (f/l) în lungul avvergurii. Metoda de calcul elaborată are la bază ipoteza fluidului ideal, fără frecare, mișcarea absolută potențială și ne oferă distribuția de viteze și coeficientul de presiune pe centrul familiei de rețele de profile radial-axiale precum și valorile incidenței în secțiunile de calcul.

În aceste condiții criteriile care stau la baza optimizării sînt constituite de : valorile și legea de variație a incidenței, care corelată cu valorile săgeții maxime ne pot da o imagine intuitivă asupra performanțelor energetice; valorile și legea de variație a coeficientului minim de presiune și a coeficientului de cavitație σ_T /% în lungul avvergurii, care reflectă comportamentul cavitațional.

Pentru proiectarea unei palete rotorice de turbină diagonală pe baza metodei elaborate se efectuează dimensiunarea a mai multor variante de rotor, pentru care se modifică pe rînd oîte unul din parametrii.

Altfel, o serie de rețeaua se dimensiunează menținînd aceleași valori și aceeași lege de variație a săgeții maxime în lungul avvergurii (liniară sau parabolică) în domeniul recomandărilor din literatură. Variantele din această serie se obțin considerînd diferite valori ale desinii rețelei la butuc și periferie și o lege de variație liniară, atît în domeniul recomandărilor statistice cit și în afara domeniului $1/t \in [1; 2, 2]$. Se urmărește legea de variație în lungul avvergurii a incidenței a coeficienților de cavitație, cât și a dependențelor de butuc și periferie:

$$K_{pmax} = K_{pmin} = (1/t)_i, \quad \sigma_T = \sigma_T (1/t), \quad i = i(l/t) \quad (4.35)$$

unde i - reprezintă incidența în rețeaua radial-axială, K_{pmax} și σ_T - coeficienți de cavitație /5/, /6/ (vezi vol. 4.59 și 4.61).

Astfel, ne putem fișa asupra valorilor optime ale desiniei rețelei la butuc și periferie.

O a doua serie de rețeaua, se dimensiunează menținînd aceeași lege de variație liniară cu valorile stabilite la butuc și periferie pentru desimea rețelei. Variantele din această a doua serie se obțin considerînd acum diferite valori ale săgeții maxime a profilelor la butuc și periferie în domeniul:

$$(f/l)_i \in [0\% ; 6\%], \quad (f/l)_e \in [6\% ; 14\%] \quad (4.36)$$

sau chiar pe un domeniu mai larg și legea de variație liniară în lungul anvergurii. Se urmăresc funcțiile (4.35) pentru a fixa valorile optime a săgeții la butuc și periferie. Dacă variațiile în lungul anvergurii a incidenței și coeficienților de cavitație nu sînt convenabile se modifică variația liniară a săgeții cu o variație parabolică, concavă sau convexă.

Pe această cale s-a efectuat în cadrul tezei dimensionarea unor variante de rețoare diagonale D.45 prin metoda transferurilor conforme, considerînd suprafețele de curent ovazate.

Intrucît selecția variantelor după criteriul energetic este intuitivă și bazată pe experiența proiectantului, optimizarea dimensionării poate fi îmbunătățită prin introducerea unui calcul al pierderilor hidraulice în familia de rețele radial-axiale sau chiar al randamentului hidraulic al rotorului.

4.4.7. Secțiuni plane în paleta rotorului diagonal.

Secția obținută la dimensionarea rețoarelor diagonale prin utilizarea metodei prezentate, se prezintă sub formă metricială, metrica caracterizînd centurul familiei de rețele de profile dimensionate dispuse pe suprafețele de curent din canalul rotoric. Intrucît în general suprafețele de curent sînt nedezăgurabile, definirea suprafeței paletoi sub această formă implică dificultăți la rezolvarea problemelor de execuție a paletoi. De aceea este necesară definirea paletoi rotorului diagonal pe baza intersecțiilor acesteia cu o rețea de plane de nivel cilindrică (plane perpendiculare pe axa rotorului) și o rețea de plane ortogonale la axa paletoi. Pe baza acestor intersecții paleta rotorului diagonal poate fi executată cu precizie.

Intersecțiile pot fi obținute prin soluționarea analitică, cu ajutorul calculatoarei.

În Fig. 4.11 s-a reprezentat o suprafață de curent din canalul rotoric al unei turbine diagonale și un profil rezultat din intersecția suprafeței cu paleta. Centurul profilului este definit de metricile $[z]$, $[\rho]$, $[\theta]$ asociate coordonatelor cilindrice.

Planul de nivel de abscisă Z_H , intersecționează suprafața de curent după cercul paralel de rază ρ_H .

În prima fază se testează dacă planul intersecționează și rețeaua de profile, testare care este echivalentă verificării inegalităților:

$$\rho_i \leq \rho_H \leq \rho_e \quad (4.37)$$

În cazul în care inegalitățile (4.37) sînt satisfăcute, se obține prin interpelare considerînd funcția $\Theta = \Theta(\rho)$ asociată extradeseului respectiv intradeseului profilului, coordonata Θ a punctelor de intersecția dintre cercul paralel ρ_N și centrul profilului. Astfel pentru fiecare suprafață de curent pe care s-a dimensionat rețeaua de profile și pentru care inegalitățile (4.37) sînt satisfăcute obținem perechile de coordonate:

$$(Z_N, \rho_N, \Theta_N \text{ ex}), (Z_N, \rho_N, \Theta_N \text{ in}) \quad (4.38)$$

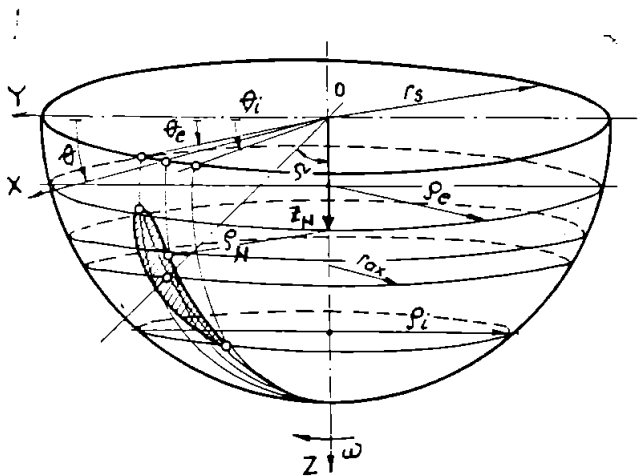


Fig.4.11.

Mulțimea coordonatelor (4.38) corespunde planului de nivel de abscisă Z_N , reprezintă coordonatele liniei de nivel a extradeseului respectiv intradeseului, rezultată din intersecția planului de nivel, (Π) cu paleta. În mod analog se obține intersecția planului de nivel cu mușchia de intrare și ieșire. În vederea execuției paletelor, liniile de nivel se raportează la un sistem cartezian OXYZ (fig.4.12) (Planul OXZ conține axa paletelor).

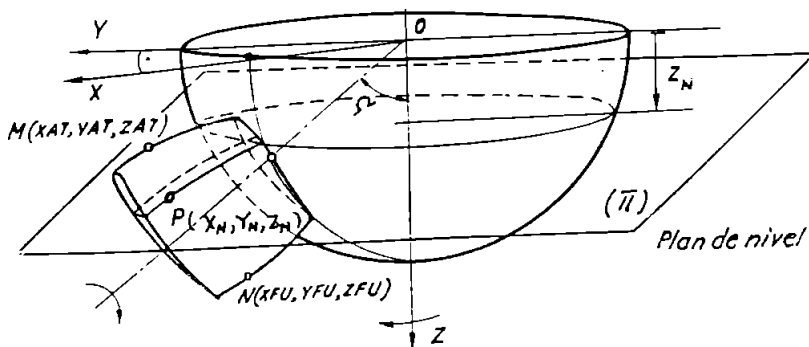


Fig.4.12

În Fig.4.13 s-a reprezentat imaginea paletelor într-un plan ortogonal axei rotorului și modul de estare a punctelor de intersecție a planului de nivel cu paleta.

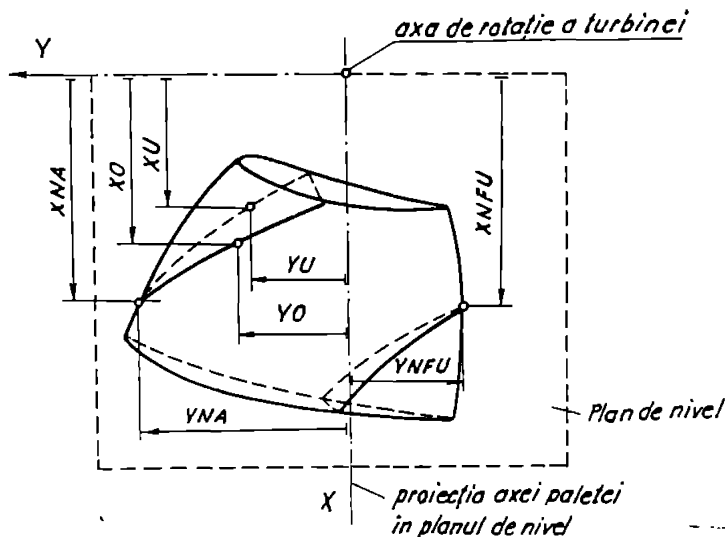


Fig.4.13.

Prin efectuarea acestei secvențe de calcul într-un sistem corespunzător unei mulțimi de plane de nivel, se obține spectrul liniilor de nivel a paletelor.

La execuția paletelor rotorice de turbină diagonală, deosebit de utilă este intersecția paletelor cu plane ortogonale axei paletelor. Problema se rezolvă pornind de la liniile de nivel ale paletelor.

În figura 4.14 s-a reprezentat planul de nivel (N) care intersectează paleta după liniile de nivel C_{ex} , C_{in} și planul (P), ortogonal axei paletelor. Punctele P_{ex} și P_{in} de intersecție a planului P, cu liniile de nivel C_{ex} și C_{in} se află pe linia MM' (în urma planului P în planul (N)). I_y este punctul în care axa paletelor întâlnește planul de nivel N iar I_x punctul în care axa paletelor întâlnește planul ortogonal P.

Aceste observații stau la baza algoritmului de soluționare pe cale analitică a problemei.

În prima etapă se determină poziția urmei MM' în planul (N), respectiv coordonata X_{PM} . În planul (N) liniile de nivel C_{ex} și C_{in} sînt reprezentate față de sistemul cartezian $O'XY$ în puncte discrete care definesc dependențele:

$$Y = Y(X) / \text{extradon} \quad , \quad Y = Y(X) / \text{intradon} \quad (4.39)$$

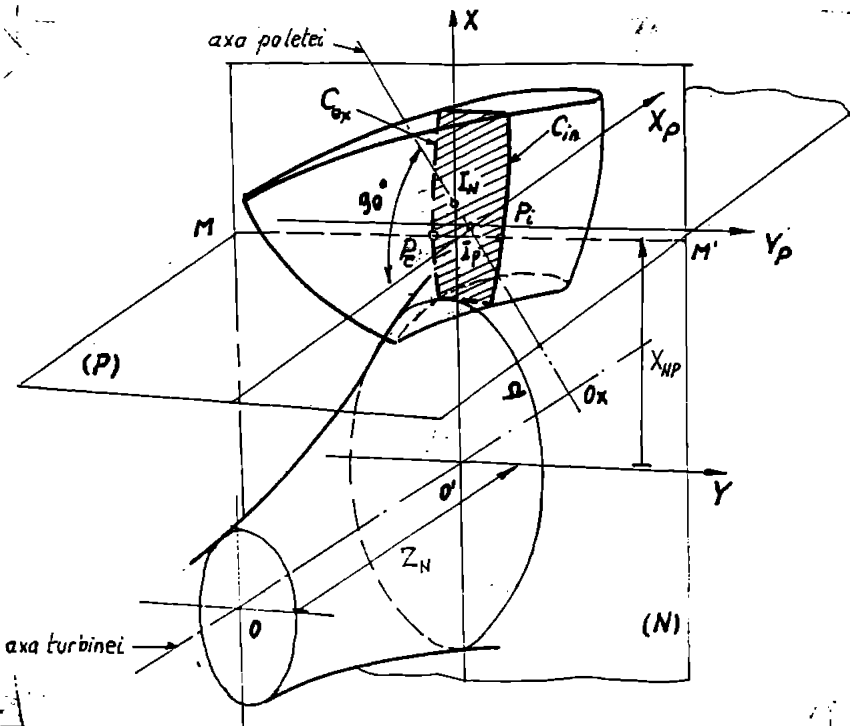


Fig.4.14.

Coordonata X_{PH} se determină pe baza unui raționament geometric, iar poziția urmei MM' în planul (P) care este echivalentă abscisei punctelor P_{ex} și P_{in} în sistemul cartezian I_0, X_p, Y_p (din planul P) pe baza unui raționament similar.

Se verifică dacă urma MM' intersectează liniile de nivel C_{ex} și C_{in} prin rezolvarea inegalităților :

$$X_{ex} \text{ butuc} \leq X_{PH} \leq X_{ex} \text{ perif.} , X_{in} \text{ butuc} \leq X_{PH} \leq X_{in} \text{ perif.} \quad (4.4a)$$

În cazul în care condițiile (4.4a) sînt satisfăcute, se determină ordonatele Y_{ex} și Y_{in} din sistemul $O'XY$, ale punctelor P_{ex} și P_{in} , prin interpolarea funcțiilor (2.39). Se recalculează aceste coordonate față de sistemul I_0, X_p, Y_p din planul ortogonal P. Prin repetarea secvenței de calcul pentru întreaga familie a planelor de nivel, obținem în puncte discrete conturul profilului din planul ortogonal π . (fig.4.15).

Prin efectuarea calculului pentru o familie de plane ortogonale după același algoritm, obținem conturul profilului rezultate din intersecția paletelor cu planele ortogonale. Acestea servesc la executarea paletelor.

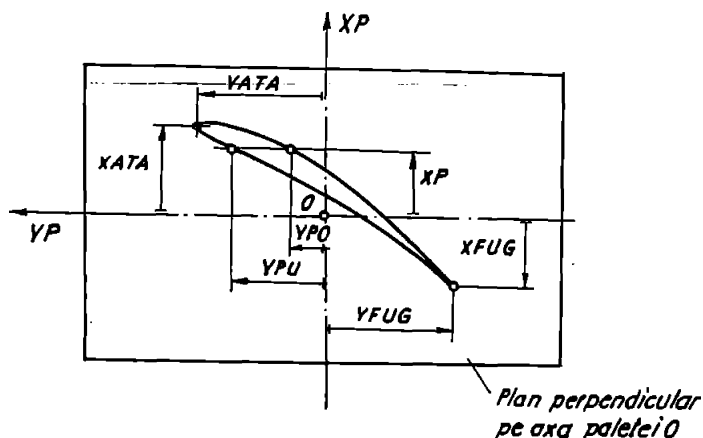


Fig.4.15.

În cadrul metodei, etapele de interpolare s-au efectuat cu ajutorul funcțiilor spline cubice /30/, /44/.

Întregul calcul se efectuează în cadrul unei subprograme FORTRAN (vezi cap.5, programul "SECT", subrutina "INTERS").

4.5. Dimensionarea rotorului de turbină diagonală D 45

4.5.1. Datele de calcul ale turbinei

$$H = 90 - 120 \text{ m} \quad - \text{căderea turbinei industriale} \quad (4.41)$$

$$n_{11} = 90 \text{ rot/min} - \text{turația unitară} \quad (4.42)$$

$$Q_{11} = 0,75 \text{ m}^3/\text{s} - \text{debitul unitar} \quad (4.43)$$

Se dimensionează turbina model pentru următoarele date, impunând căderea și diametrul modelului :

$$H_g = 0,35 \text{ m} \quad (4.44)$$

$$H_T = 25 \text{ m} \quad (4.45)$$

$$Q_T = 0,46 \text{ m}^3/\text{s} \quad (4.46)$$

$$n_T = 1206 \text{ rot/min} \quad , \quad n_g = 300 \text{ rot/min} \quad (4.47)$$

4.5.2. Dimensiunile principale ale circuitului hidraulic

Dimensiunile principale ale traseului hidraulic în zona rotorului și aparatului director au fost stabilite pe baza recomandărilor din literatura /41/, în concordanță cu posibilitatea încadrării modelului din punct de vedere funcțional și gabaritic în standul de încercări. S-au ales astfel (vezi Fig.4.18):

$$\Omega = 45^\circ - \text{înclinarea axei paletelor} \quad (4.48)$$

$$N = 10 - \text{număr paletor rotor} \quad (4.49)$$

$$N_D = 24 - \text{număr paletor directoare} \quad (4.50)$$

$$D_1/D_e = 0,626 \quad D_1 = 0,22 \text{ m} \quad (4.51)$$

$$b_o/D_e = 0,3 \quad b_o = 0,106 \text{ m} \quad (4.52)$$

$$D_a/D_e = 1,345 \quad D_a = 0,47 \text{ m} \quad (4.53)$$

$$B/D_e = 0,263 \quad B = 0,092 \text{ m} \quad (4.54)$$

$$D_g/D_e = 0,8575 \quad D_g = 0,294 \text{ m} \quad (4.55)$$

$$R_a = 0,054 \text{ m}; R_1 = 0,03 \text{ m}; R_e = 0,03 \text{ m}; R_d = 0,084 \text{ m} \quad (4.57)$$

$$h/D_e = 2,1 - \text{înălțimea tubului de aspirație} \quad (4.58)$$

Configurația circuitului hidraulic în zona rotorului s-a stabilit pe baza accelerații considerente (statice și constructive) și corespunde celei prezentate în Fig.4.4.

4.5.3. Alegerea secțiunilor de calcul, condiții în amonte și aval.

Avînd cunoscută configurația și dimensiunile butucului și coroanei rotorice, s-au determinat în ipoteza mișcării axial-simetrice, liniile de curent meridiane și distribuția vitezei și potențialului în lungul acestora. Liniile de curent meridiane, definesc suprafețele de curent axial simetrice din canalul rotoric al turbinei care s-au ales drept secțiuni de calcul dimensionar.

Determinarea acestora s-a efectuat pe baza metodei elementului finit și programului FORTRAN, elaborate de I. Carte /15/, /16/. Imaginea acestor linii care corespund pentru $\Psi = 0; 0,05, 0,15, 0,3, 0,45, 0,6, 0,75, 0,9$, este prezentată la scară 1 : 1 în fig.4.4. (Ψ - potențialul vitezei absolute în mișcarea axial-simetrică)

S-au stabilit frontierele amonte și aval de rotor ca fiind linii meridiane echipotențiale dispuse la distanță finită de mușchii paletelor, în vecinătatea acestora. Alegînd circulația vitezei absolute pe frontiera de ieșire, constantă $\sqrt{q} = 0,41$, pe baza câmpului hidrodinamic axial simetric, a ecuației fundamentale Euler (rel.4.17) și a corelațiilor din triunghiurile de viteze /5/, s-au putut determina elementele unghiulare și cinematice din triunghiurile de viteze definite în planul local tangent pe frontiera din amonte și din aval.

Întreaga secvență de calcul cit și reprezentarea sub formă grafică a rezultatelor s-a efectuat pe calculatorul "CORAL

4c21" și este cuprinsă în programul de calcul "DIMENS"(vez. Cap.V).
 În fig.4.16, 4.17, 4.18, sînt prezentate sub formă grafică, varia-
 țiile elementelor calculate în lungul anvergurii B a paletai(Fig.
 4.1e).

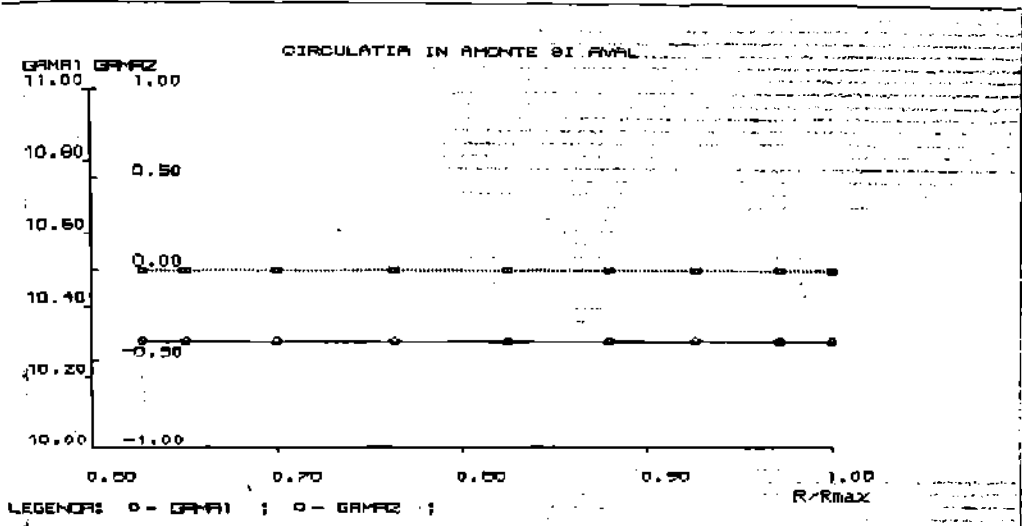


Fig.4.16.

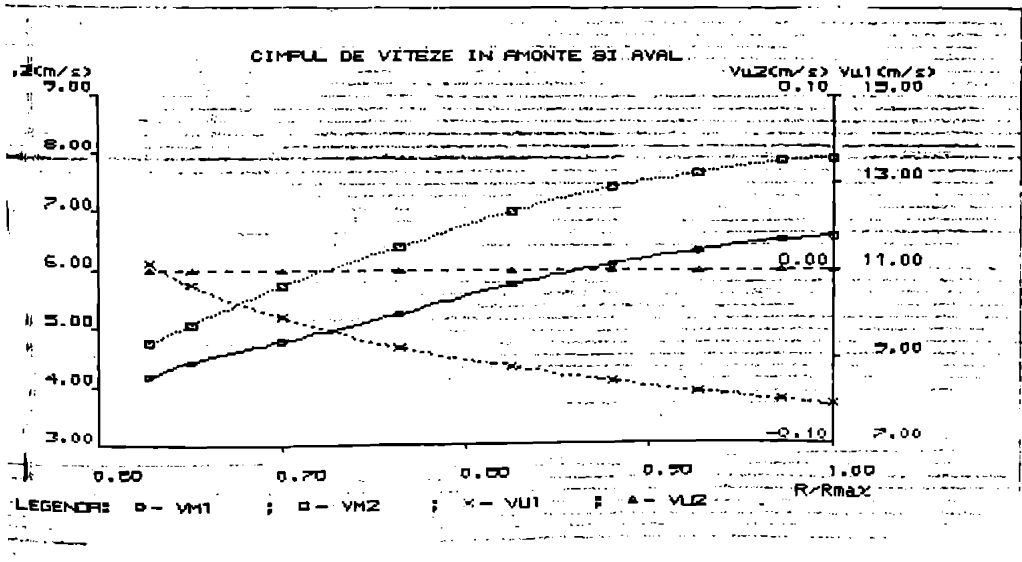


Fig.4.17.

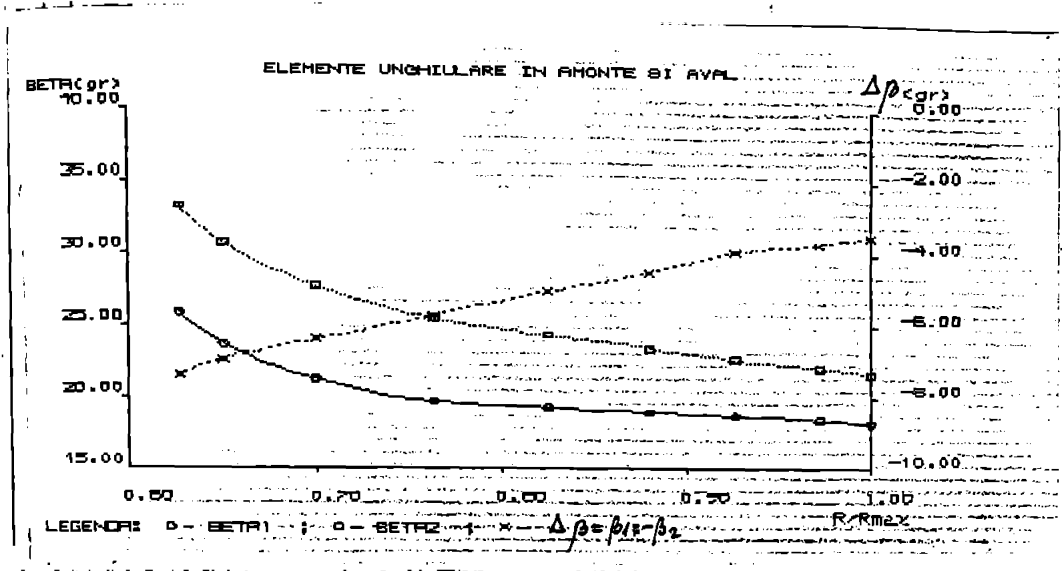


Fig.4.18.

Pe axa absciselor s-a considerat R/R_{max} , raza adimensională în canalul rotoric, măsurată pe axa paletii și cu originea la intersecția axei paletii cu axa turbinei (fig.4.10).

4.5.4. Dimensionarea unor variante de rotoare considerând suprafețele de curent evazate

Dimensionarea s-a efectuat pe baza metodei și algoritmilor prezentate în subcapitolul anterior 4.4, utilizând metoda transformărilor conforme (Cap.III) pentru soluționarea problemei directe și inverse la familiile de rețele de profile radial-axiale. S-au considerat suprafețele de curent axial-simetrice obținute pe baza metodei elementului finit (vezi parag.4.5.3).

Intreg calculul cit și reprezentarea grafică a rezultatelor s-a realizat cu ajutorul programelor FORTRAN: "DIMENS", "SECT", "GRAFIC", "OPTIM", "SECPAL", "SECMER", "SECNIV", utilizând un calculator tip "CORAL 4021" (vezi Cap.V).

Conform metodei de dimensionare, obținerea unei paletii de rotor diagonal necesită dimensionarea mai multor variante și selecția apoi a unei variante optime (vezi paragraf 4.4.6). Astfel s-au dimensionat 8 variante de paletii grupate în 2 serii. Pentru toate variantele configurația profilului de pe suprafața de curent corespunde profilului NACA 4 definit în plan și transpus pe suprafață conform metodei prezentate în Cap.2.2.6. Toate elementele geometrice asociate profilului cit și unghiul de instalare $\beta_s = \frac{\pi}{2} - \alpha$ la care ne vom referi

În continuare, se asociază profilului MACA din plan (vezi 2.2.6). Pentru toate variantele s-a considerat o variație liniară a grosimii relative în lungul anvergurii (fig.4.19) între limitele : $(d/l)_{butuc} = 0,12$, $(d/l)_{perif} = 0,04$, iar poziția grosimii maxime a săgeții maxime constantă în lungul anvergurii și avînd valorile exprimate de (4.29).

În prima serie de rotoare, ce conține 5 variante (varianta 1,2,3,4,5) s-a impus și păstrat aceeași lege de variație în lungul anvergurii (variație parabolică) pentru săgeata maximă, între limitele : $(f/l)_{butuc} = -12\%$, $(f/l)_{perif.} = -2\%$ (fig.4.19).

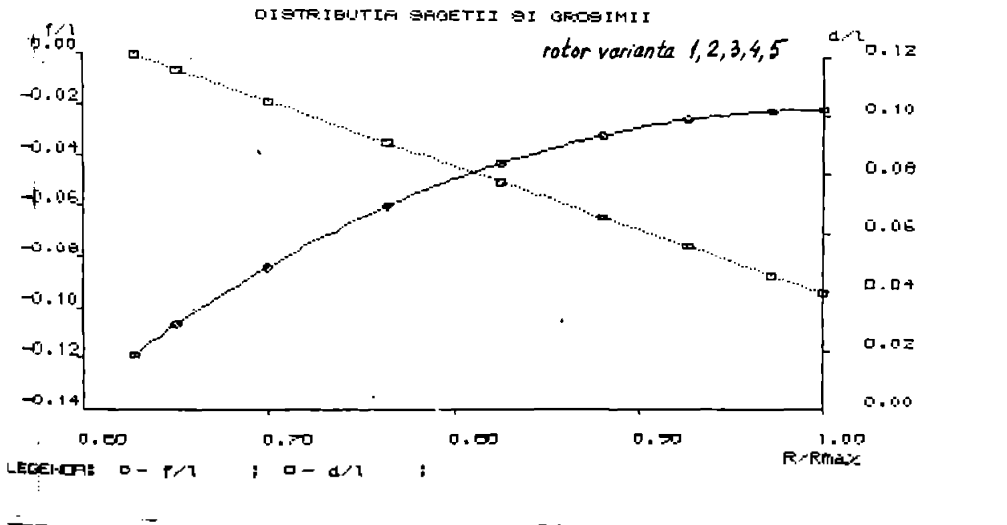


Fig.4.19.

Pentru fiecare variantă din seria 1 s-au considerat alte limite la butuc și periferie a desimii rețelei : $(1/t)$, păstrîndu-se variația liniară. Limitele s-au ales în domeniul recomandărilor statistice /5/, /41/, cît și în afara domeniului. Variația desimii rețelei în lungul anvergurii pentru variantele 1,2,3,4,5 este prezentată în Fig.4.20 și 4.21.

În seria a doua, s-au dimensionat 3 variante de palete, variantele 6,7,8. Pentru variantele din această serie s-a păstrat aceeași lege de variație a desimii rețelei - variație liniară între limitele $(1/t)_{butuc} = 1,5$, $(1/t)_{perif.} = 1,2$, identică cu a

rotorului varianta 3 fig.4.20. Pentru fiecare variantă din seria 2 s-a considerat tot legea parabolică pentru distribuția săgeții maxime, variantele din serie diferind prin valorile săgeții la butuc și periferie. Aceste valori s-au ales în intervalul exprimat de rel.(4.36) (vezi paragraful 4.4.6).

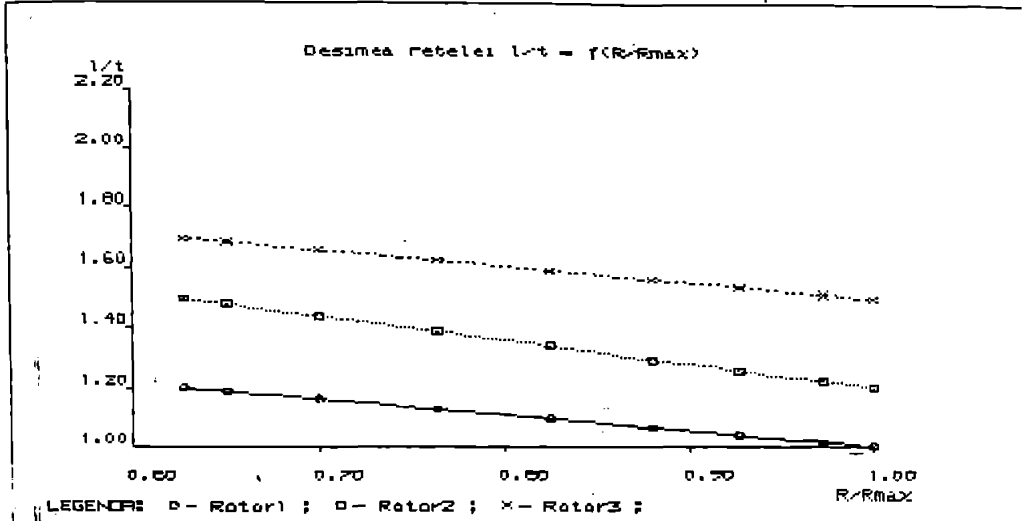


Fig.4.20.

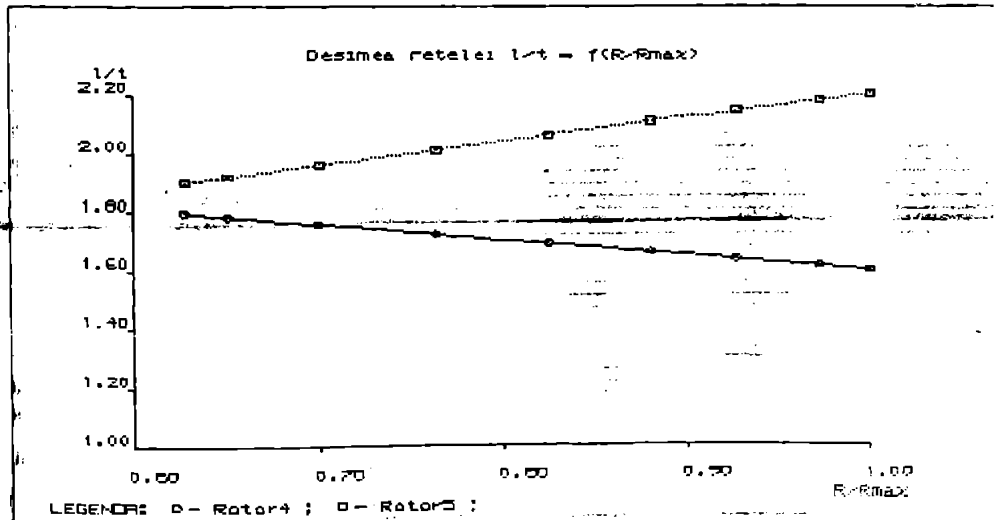


Fig.4.21.

În figura 4.22 este reprezentată variația săgeții în lungul anvergurii pentru variantele Seriei 2, variantele 3,6,7,8.

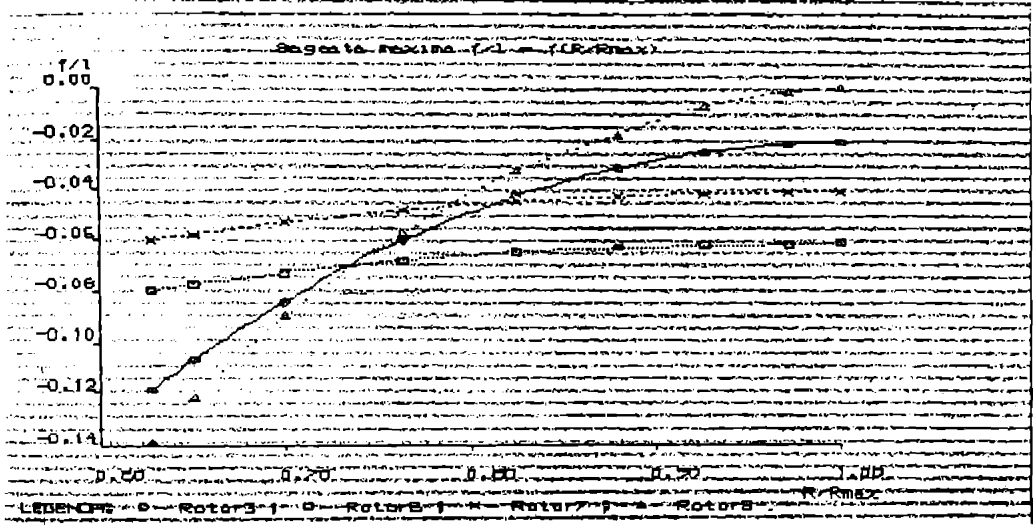


Fig.4.22.

Pe baza unor tatonări preliminare efectuate cu ajutorul calculatorului pe 3 tipuri de legi de variație a săgeții (liniară, parabolă concavă, parabolă convexă) s-a stabilit că variația săgeții după parabolă convexă este cea mai avantajoasă din punct de vedere energetic și cavitațional.

În continuare prezentăm sub formă grafică, următoarele rezultate obținute în urma dimensionării:

-Unghiul de instalare β_i , pentru suprafețele de curent care sînt nedesfășurabile corespunde unghiului de instalare al profilului NACA din plan și transpus pe suprafață (vezi metoda la cap.2.2.5)

-Unghiul de incidență I , nu are sens fizic pe suprafața de revoluție, de aceea s-a considerat acest unghi în planul rețelei rectilinii imagine și are semnificația unghiului de incidență la rețeaua rectilinie /5/. Această mărime ne oferă o imagine intuitivă, care ajută la selecția variantei optime după considerentul energetic.

- Distribuția vitezei relative pe conturul profilului de pe suprafața de revoluție, este prezentată adimensional, prin raportarea la w_2 (viteza relativă pe frontiera din aval pe suprafața de revoluție).

Pe scara abaciselor în diagramele distribuțiilor de viteze și a coeficientului de presiune s-a considerat lungimea de arc S/S_{max} , măsurată pe conturul profilului dispus pe suprafața de la bordul de atac spre bordul de fugă pe extrados respectiv intrados și adimensionalizată prin raportarea la lungimea maximă de arc a extradosului, respectiv intradosului.

- Variația coeficientului K_p max. în lungul anvergurii, determinat cu relația /6/:

$$K_p \text{ max} = \left(\frac{W \text{ max}}{W_2} \right)^2 - 1 \quad (4.59)$$

- distribuția coeficientului de presiune C_p pe conturul profilelor, pentru care s-a aplicat relația /6/:

$$C_p = \frac{p-p_2}{\rho \frac{w_2^2}{2}} = 1 - \left(\frac{W}{W_2} \right)^2 + \left(\frac{U_2}{W_2} \right)^2 \left[\left(\frac{U}{U_2} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.60)$$

- coeficientul de cavitație al rotorului σ_T /6/:

$$\sigma_T = \frac{W_2}{2gH_T} \left[\left(\frac{W}{W_2} \right)^2 - 1 \right] - \frac{U_2}{2gH_T} \left[\left(\frac{U}{U_2} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.61)$$

care corespunde momentului incipienței fenomenului de cavitație.

În figurile 4.23, 4.24 și 4.25 este reprezentată variația unghiului de instalare β_3 în lungul anvergurii pentru variantele dimensionate, iar în fig.4.26,4.27 și 4.28 variația incidenței.

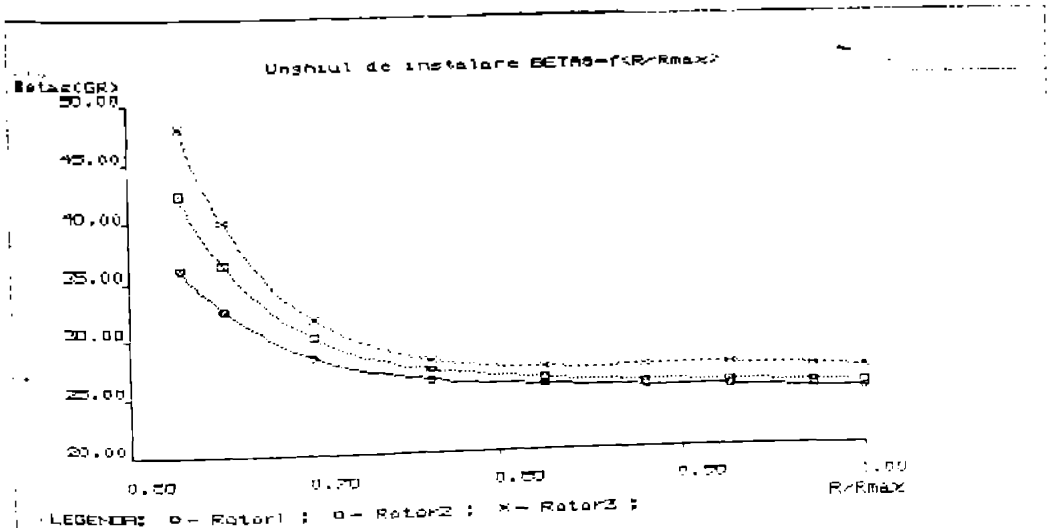


Fig.4.23.

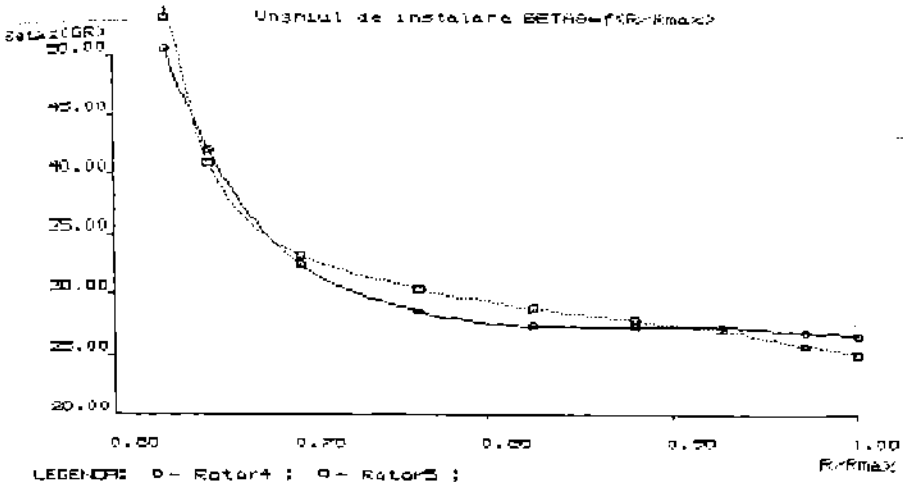


Fig.4.24.

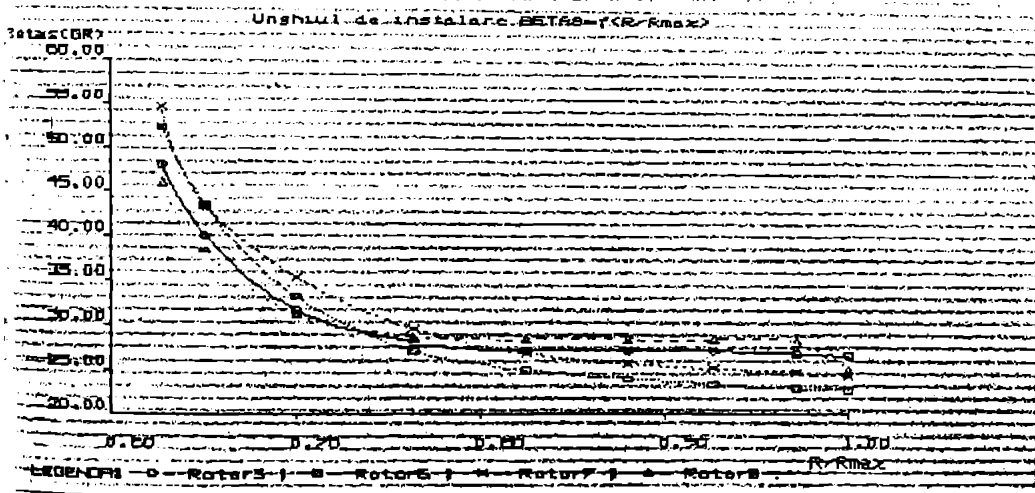
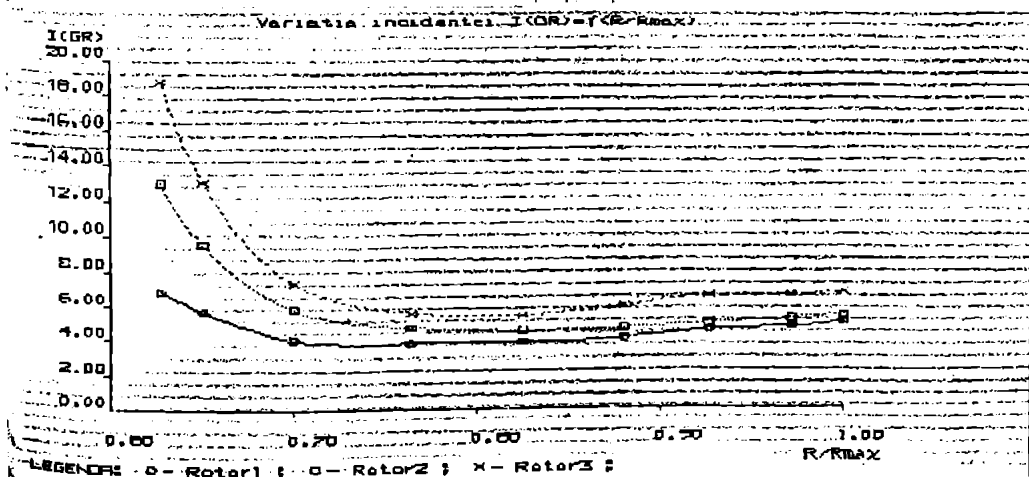


Fig.4.25.



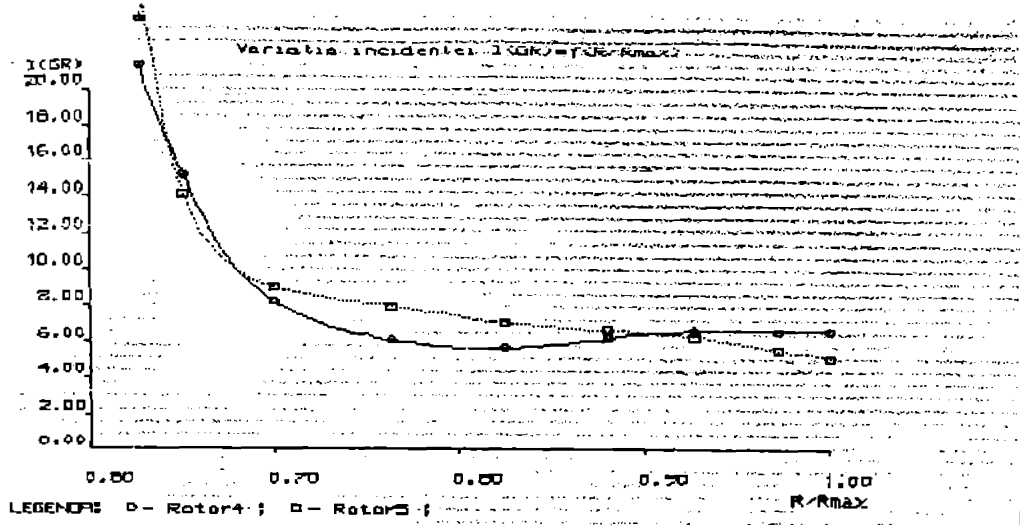


Fig.4.27.

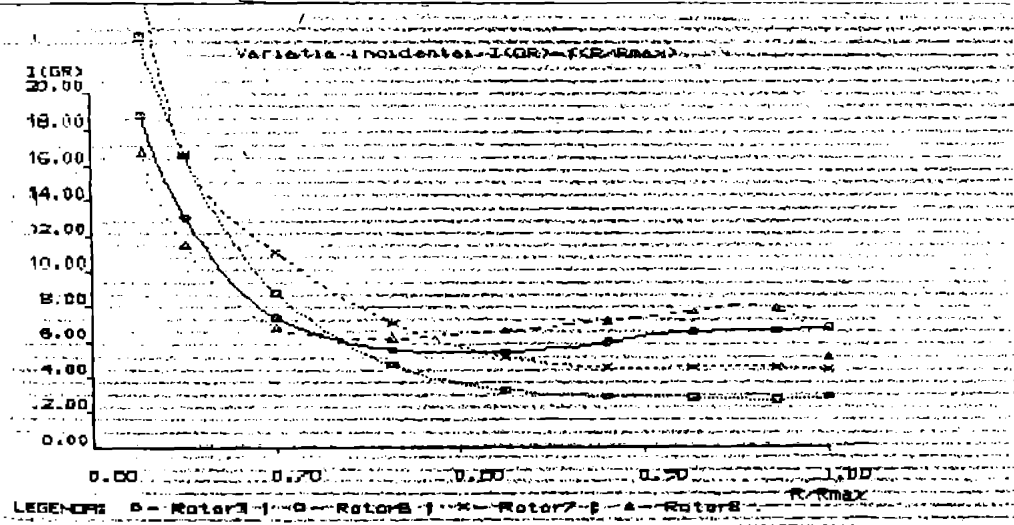


Fig.4.28.

În figurile 4.29, 4.30, 4.31 s-a reprezentat variația în lungul anvergurii a coeficientului σ_T , calculat cu rel.(4.61).

Pe baza acestor elemente calculate pentru fiecare variantă de rotor s-au întocmit reprezentări, care să permită alegerea unor valori optime pentru limitele de variație în lungul anvergurii paletei, a desimii rețelei (l/t) și a săgeții maxime (f/l) (vezi cap.4.4.6)

Reprezentările s-au efectuat pentru valorile la butuc și periferie a unghiului de instalare β_s , unghiului de incidență ϵ , coeficientului σ_T și coeficientului K_{pmax} în funcție de desimea rețelei (l/t) pe de o parte și în funcție de săgeata maximă (f/l) pe de altă parte.

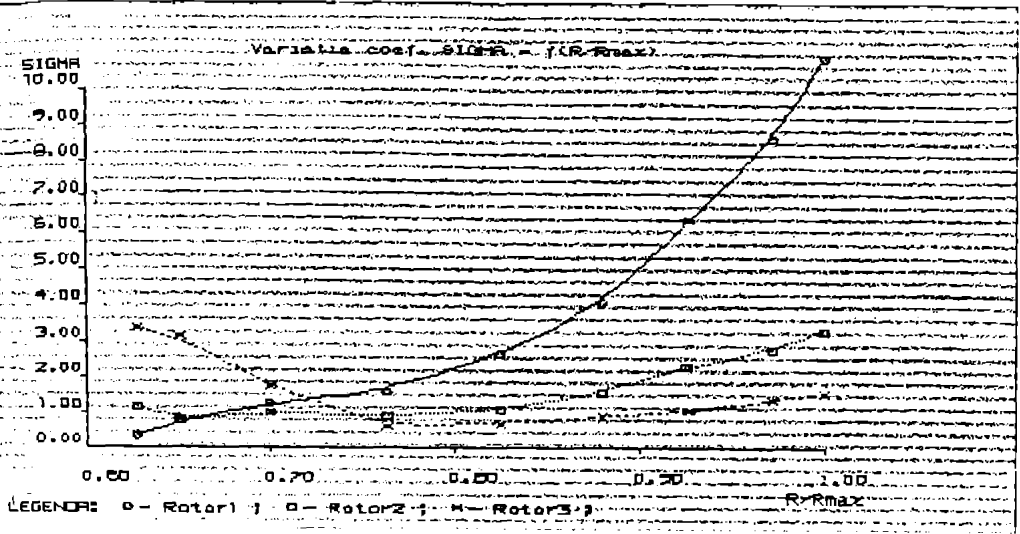


Fig.4.29.

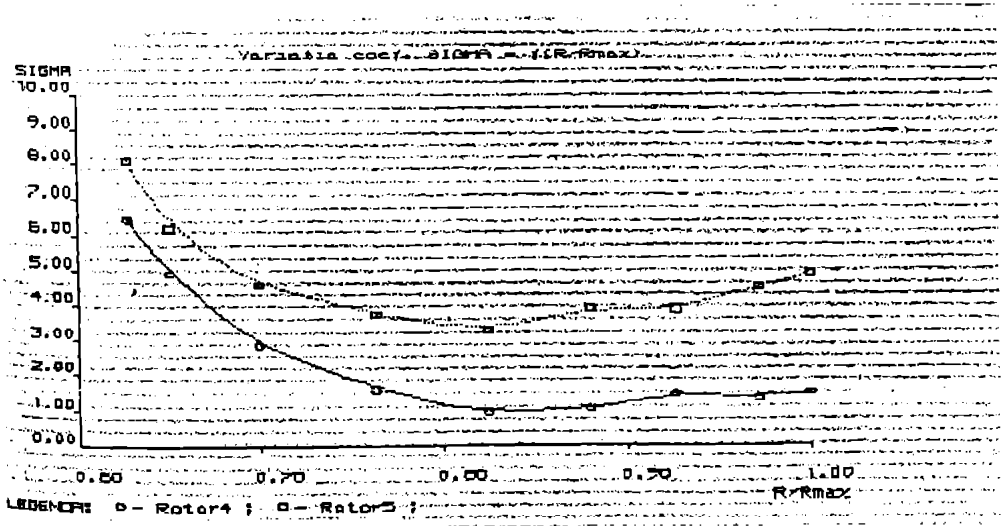


Fig.4.30.

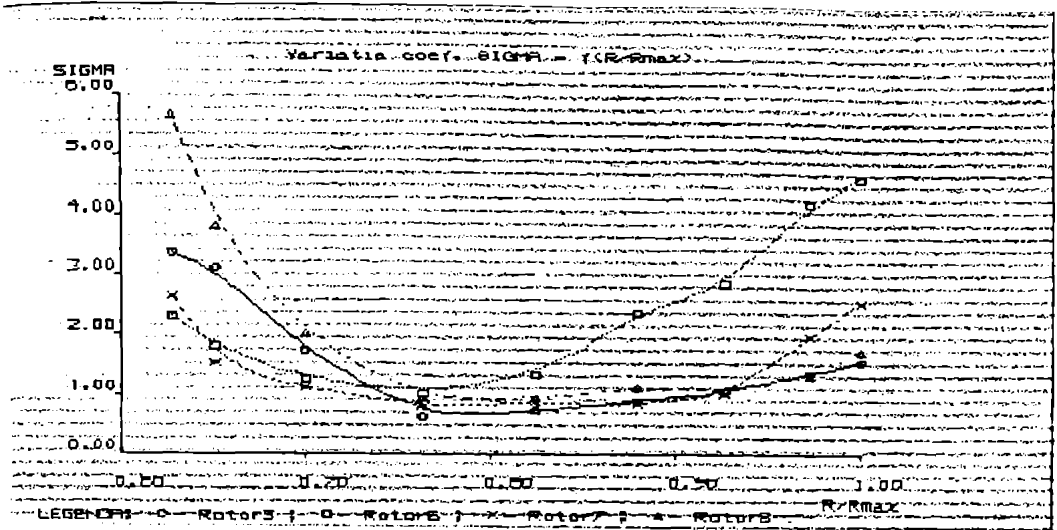


Fig.4.31.

Astfel în fig.4.32 s-a reprezentat variația la butuc și periferie a unghiului de instalare în funcție de l/t .

În figura 4.33. - variația la butuc și periferie a unghiului de incidență în funcție de l/t

În figura 4.34. variația la butuc și periferie a coeficientului C_f în funcție de l/t

În figura 4.35. variația la butuc și periferie a coeficientului K_{pmax} în funcție de l/t .

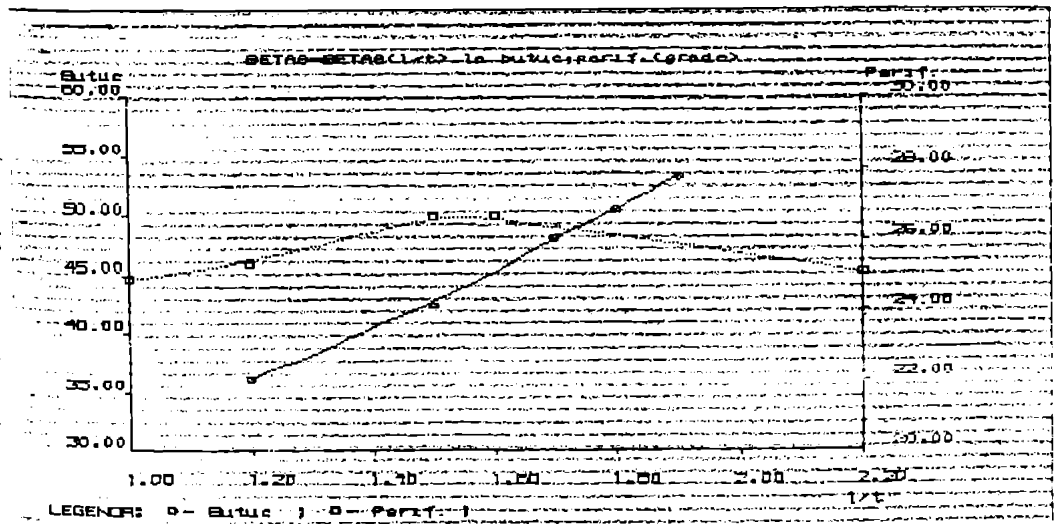


Fig.4.32.

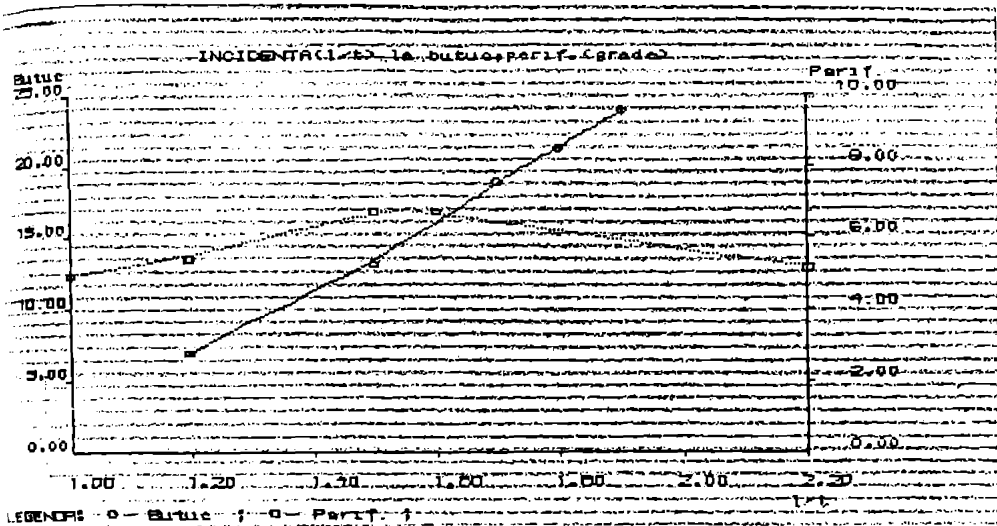


Fig.4.33.

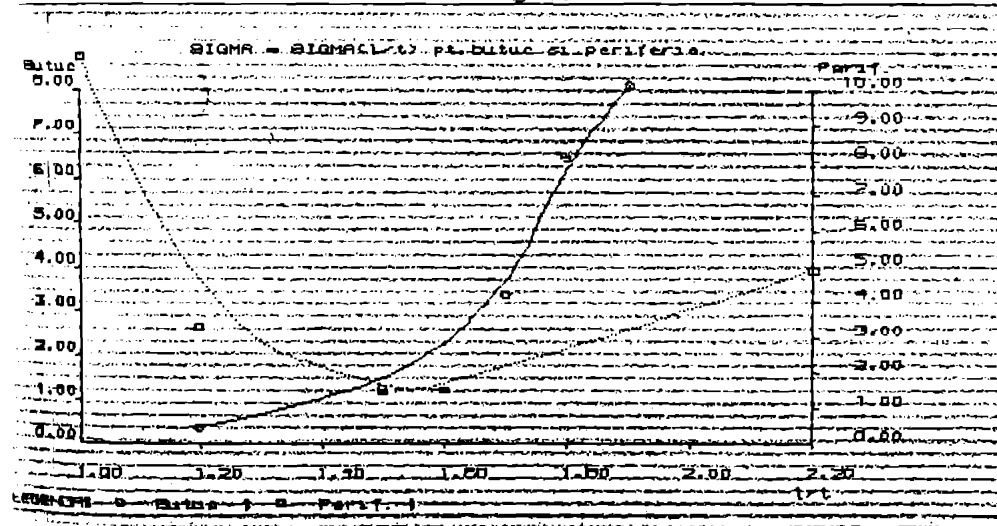
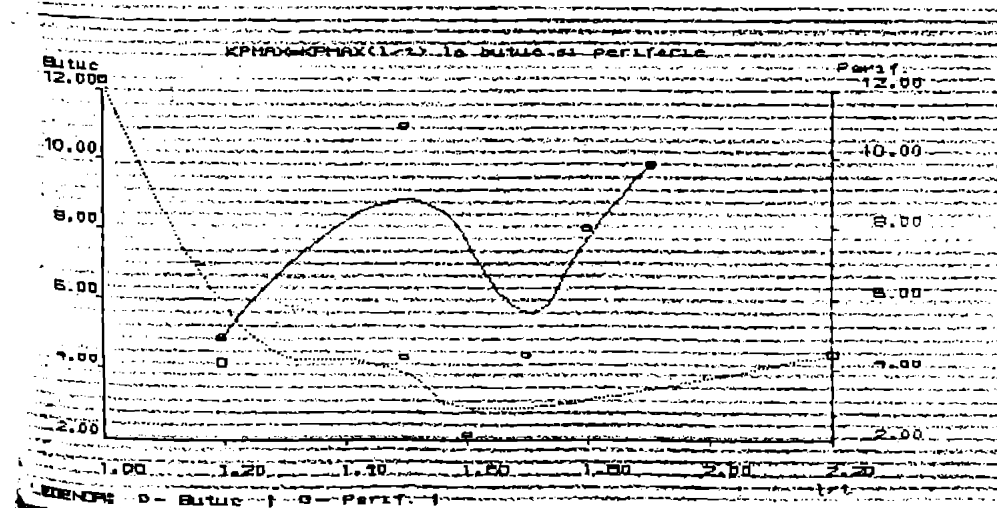


Fig.4.34.



S-au reprezentat în continuare, variațiile acelorasi elemente la butuc și periferie, în funcție de săgeata maximă relativă

În figura 4.36 - variația unghiului β_s

În figura 4.37 - variația incidenței I

În figura 4.38 - variația coeficientului σ_T

În figura 4.39 - variația coeficientului K_{pmax}

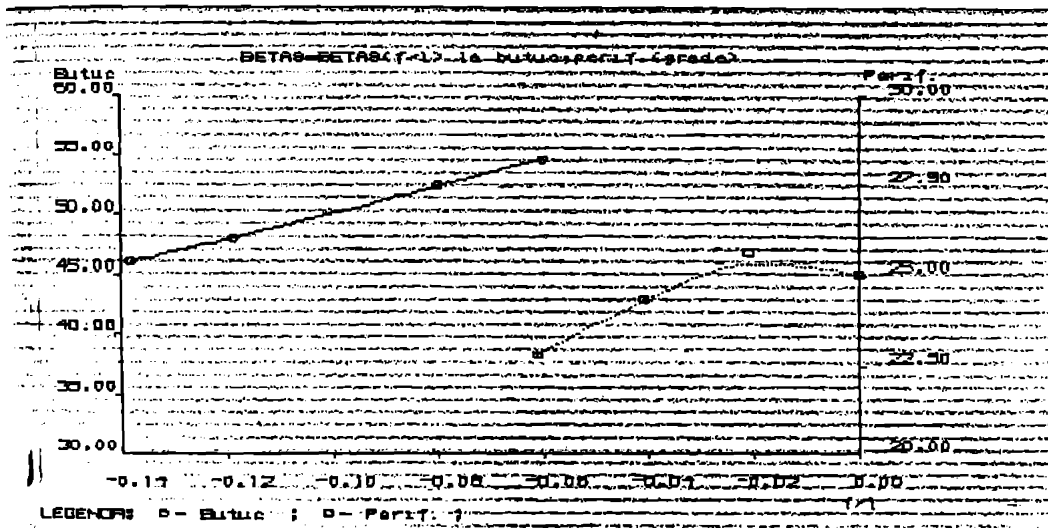


Fig.4.36.

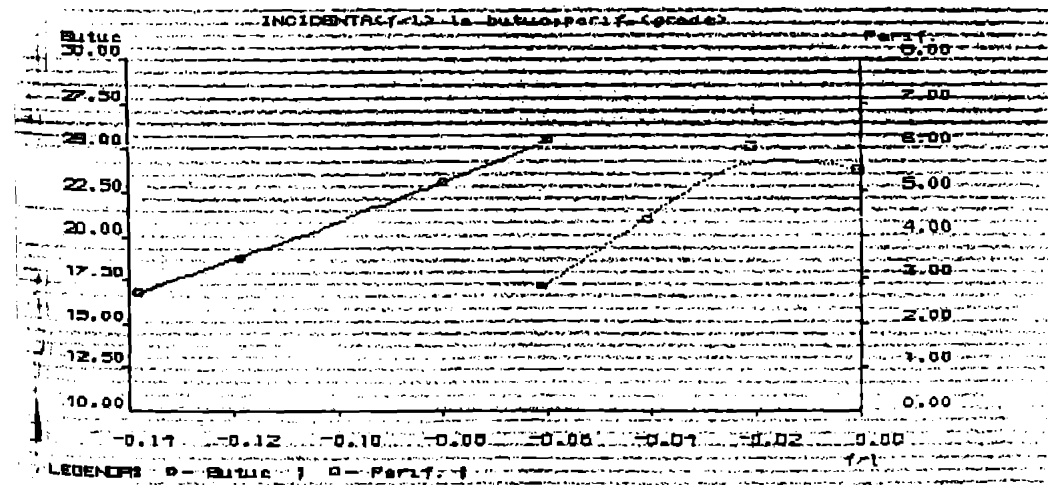


Fig.4.37.

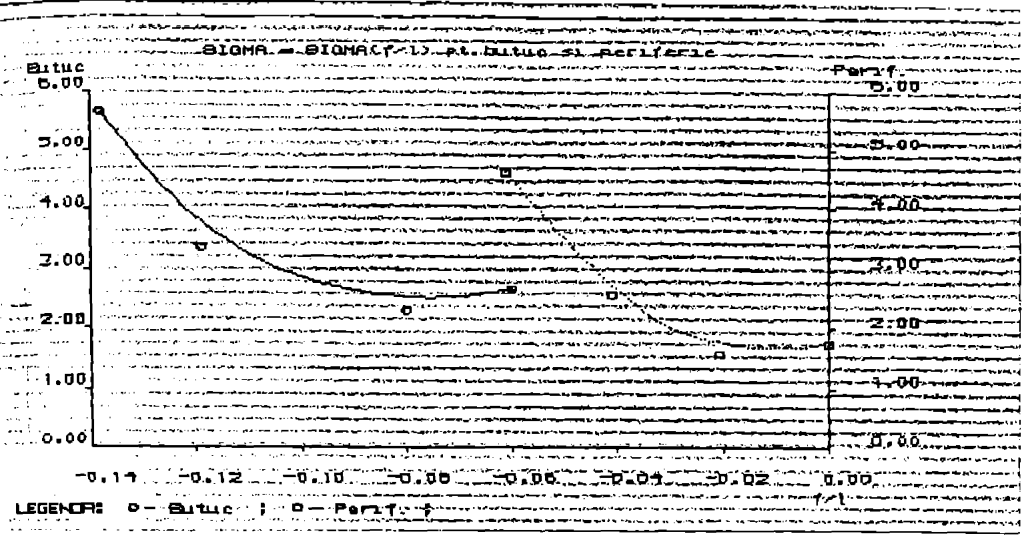


Fig.4.38.

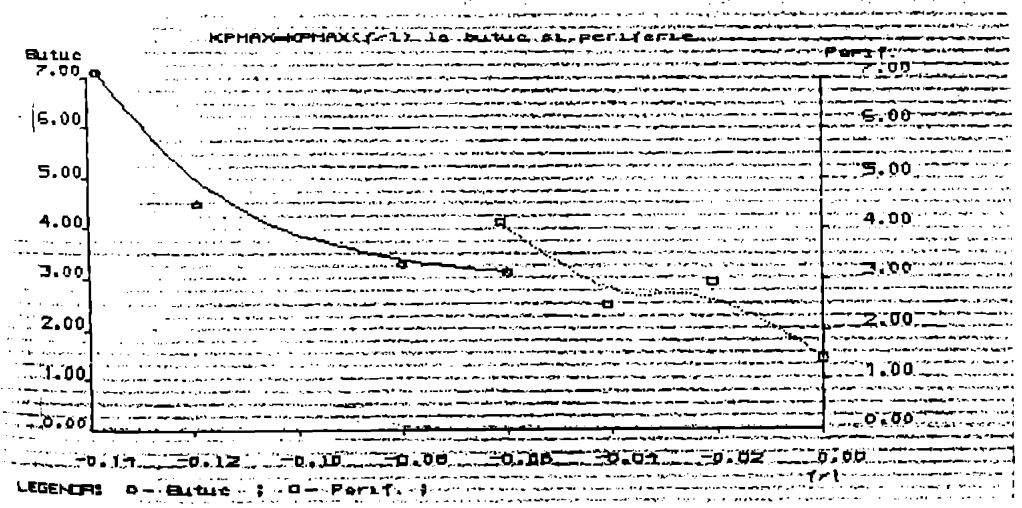


Fig.4.39.

Se prezintă în continuare două variante de rotoare din seria celor dimensionate, rotorul varianta 1 avînd desimea rețelei considerată în afara recomandărilor statistice și rotorul variantei 3 pentru care s-au admis valorile desimii rețelei în intervalul recomandărilor /41/. Distribuțiile de viteze și ale coeficientului de presiune, sînt prezentate în 5 secțiuni rezultate din intersecția suprafețelor de curent $\psi = 0, 0,15, 0,45, 0,75, 1$ cu paleta (fig. 4.40, ... 4.49).

In fig.4.50 s-a reprezentat imaginea paletii în plan perpendicular pe axa turbinei și spectrul liniilor de nivel. In fig.4.51.4.54 sînt prezentate secțiuni plane ortogonale axei paletii pentru cele două variante de rotoare.

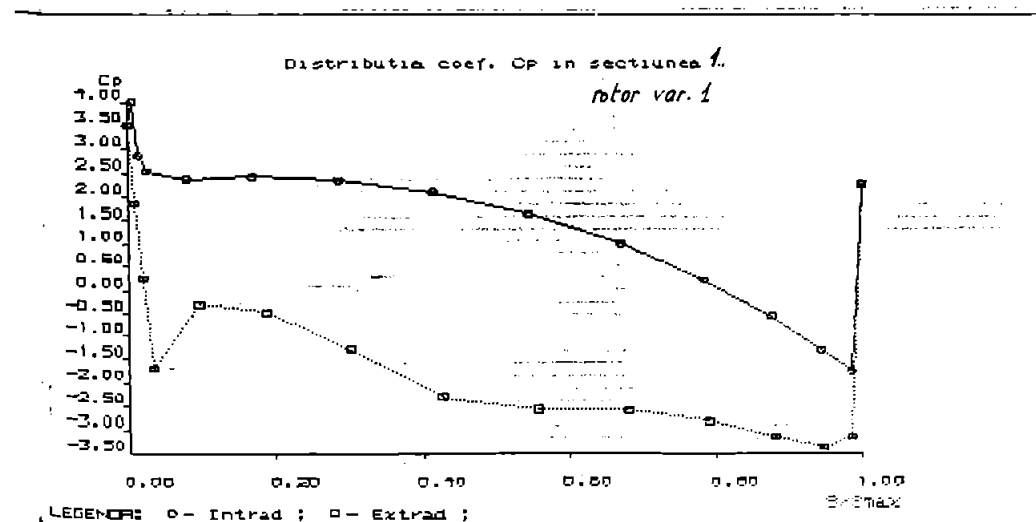
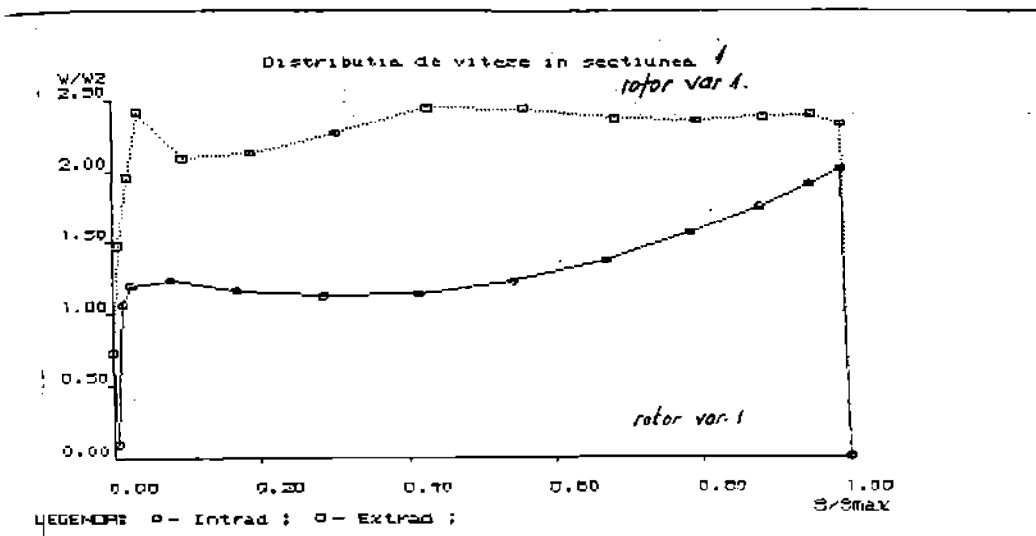


Fig. 4.40:

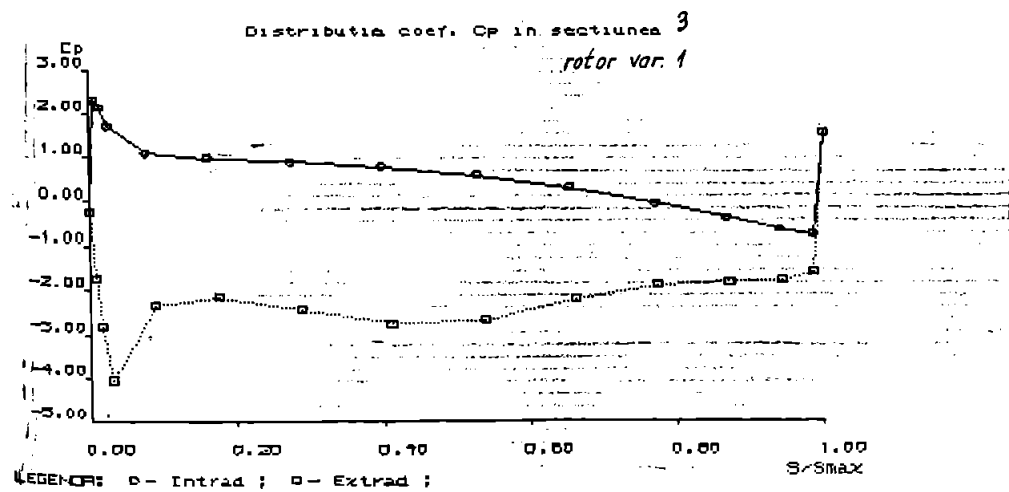
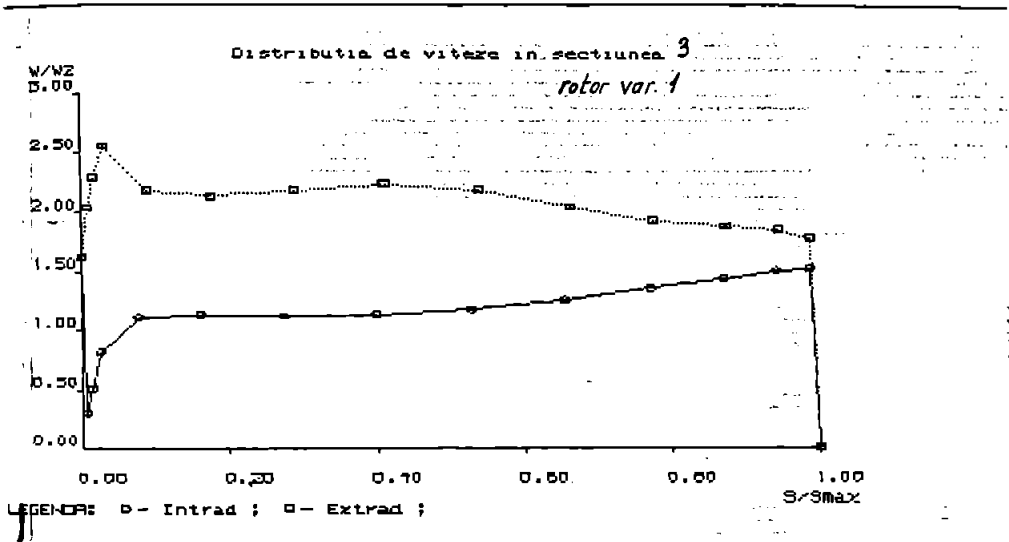


Fig.4.41.

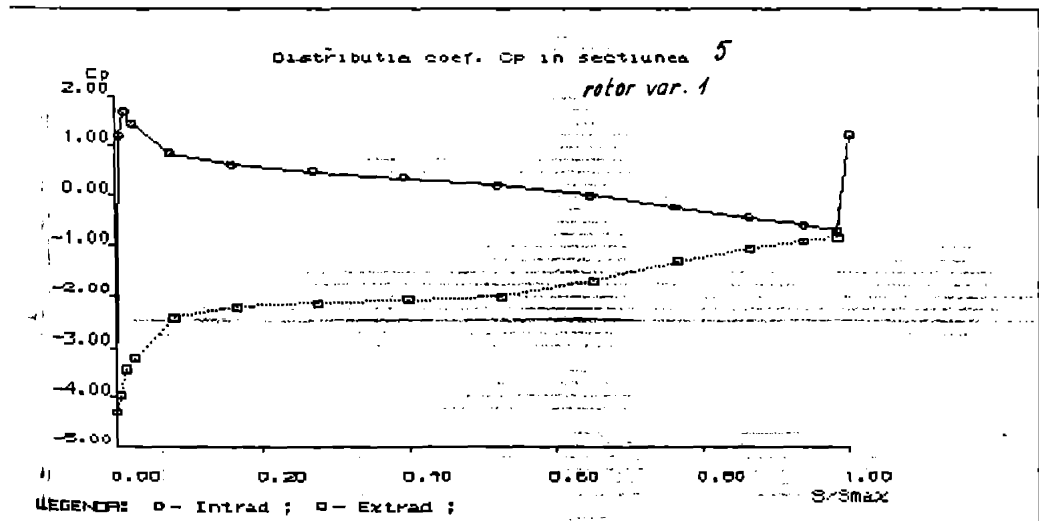
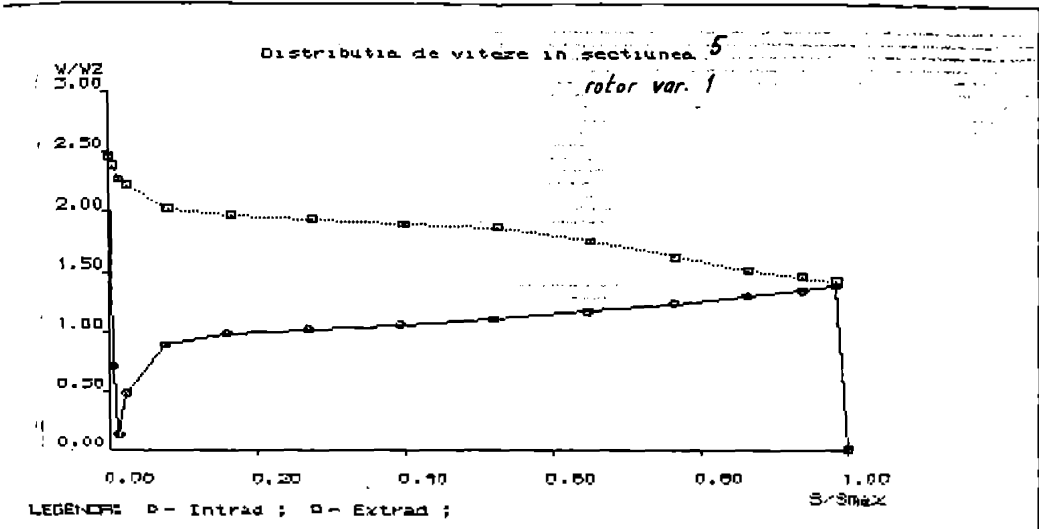


Fig.4.42.

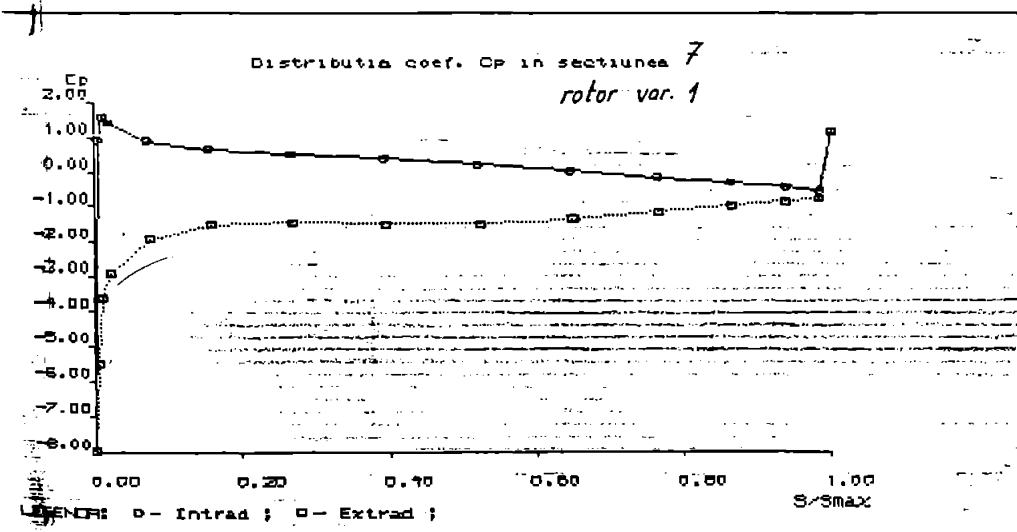
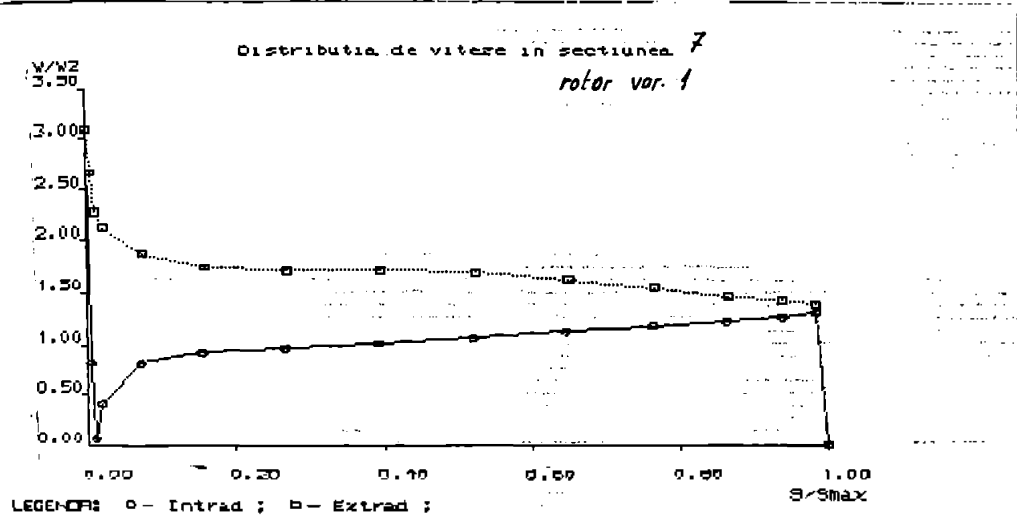


Fig.4.43.

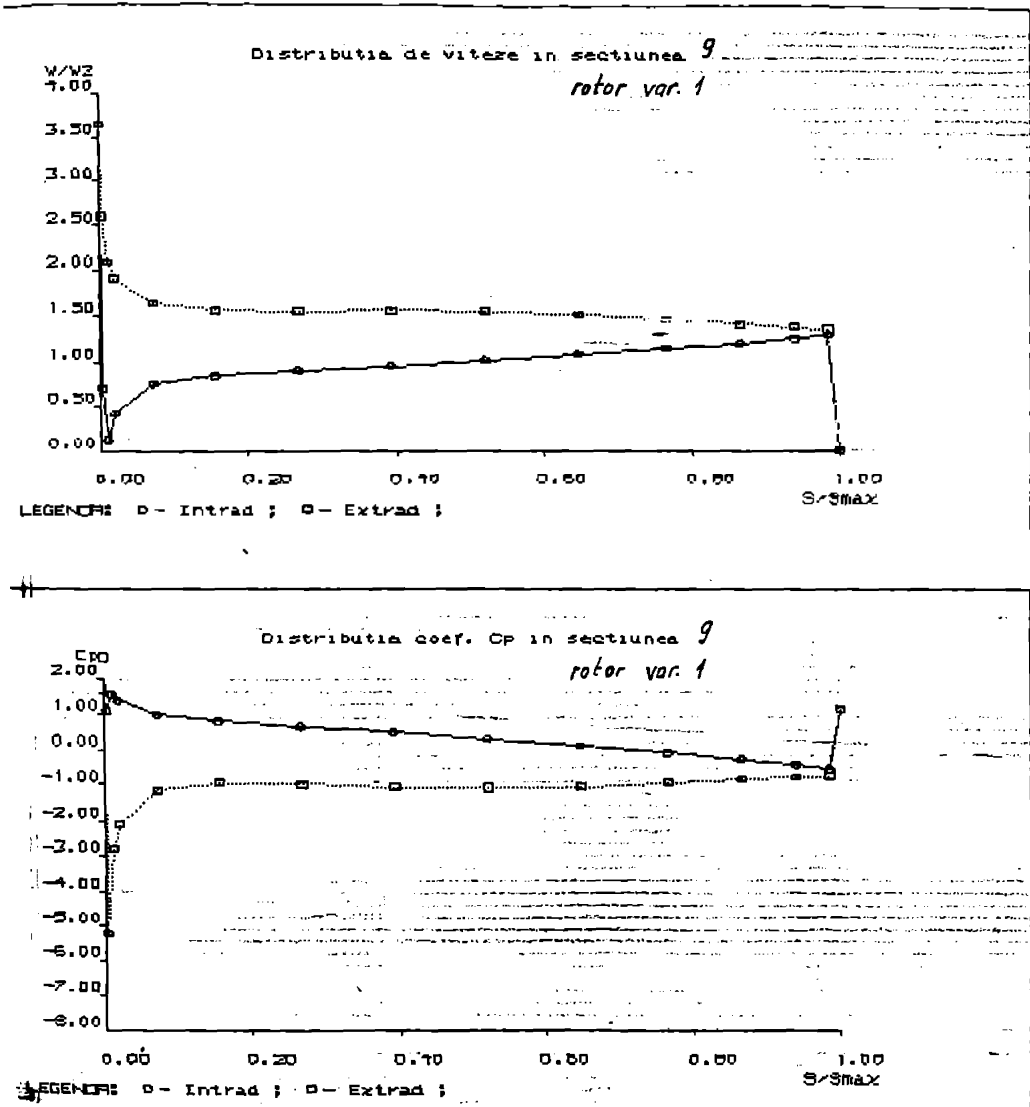


Fig.4.44.

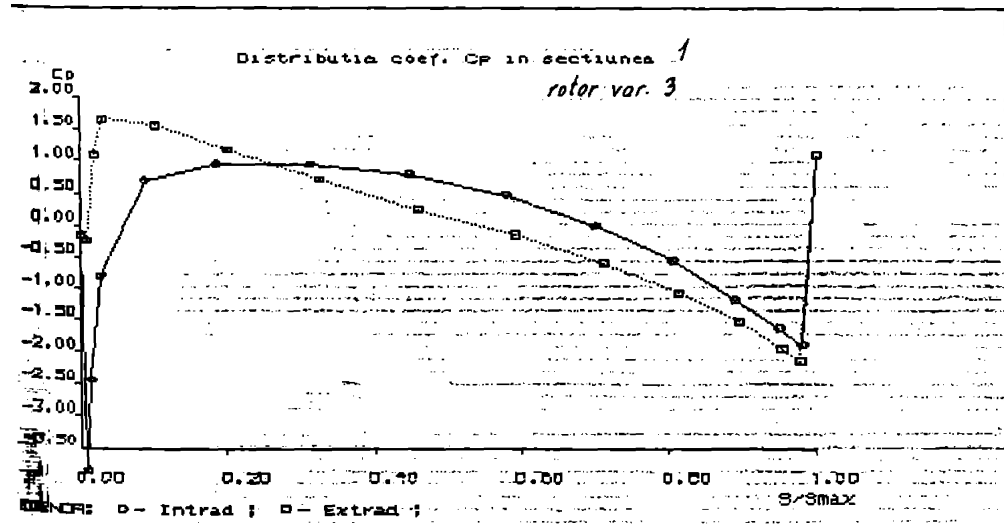
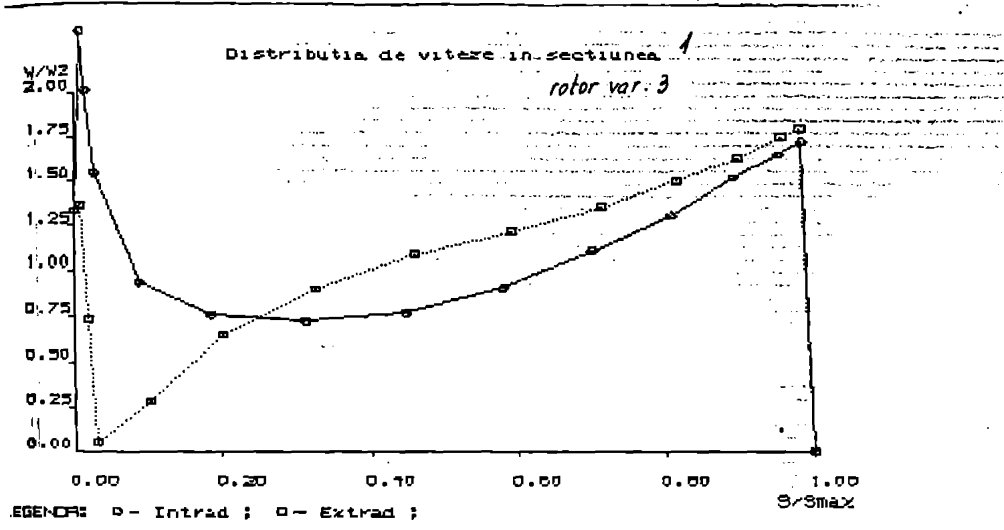


Fig.4.45.

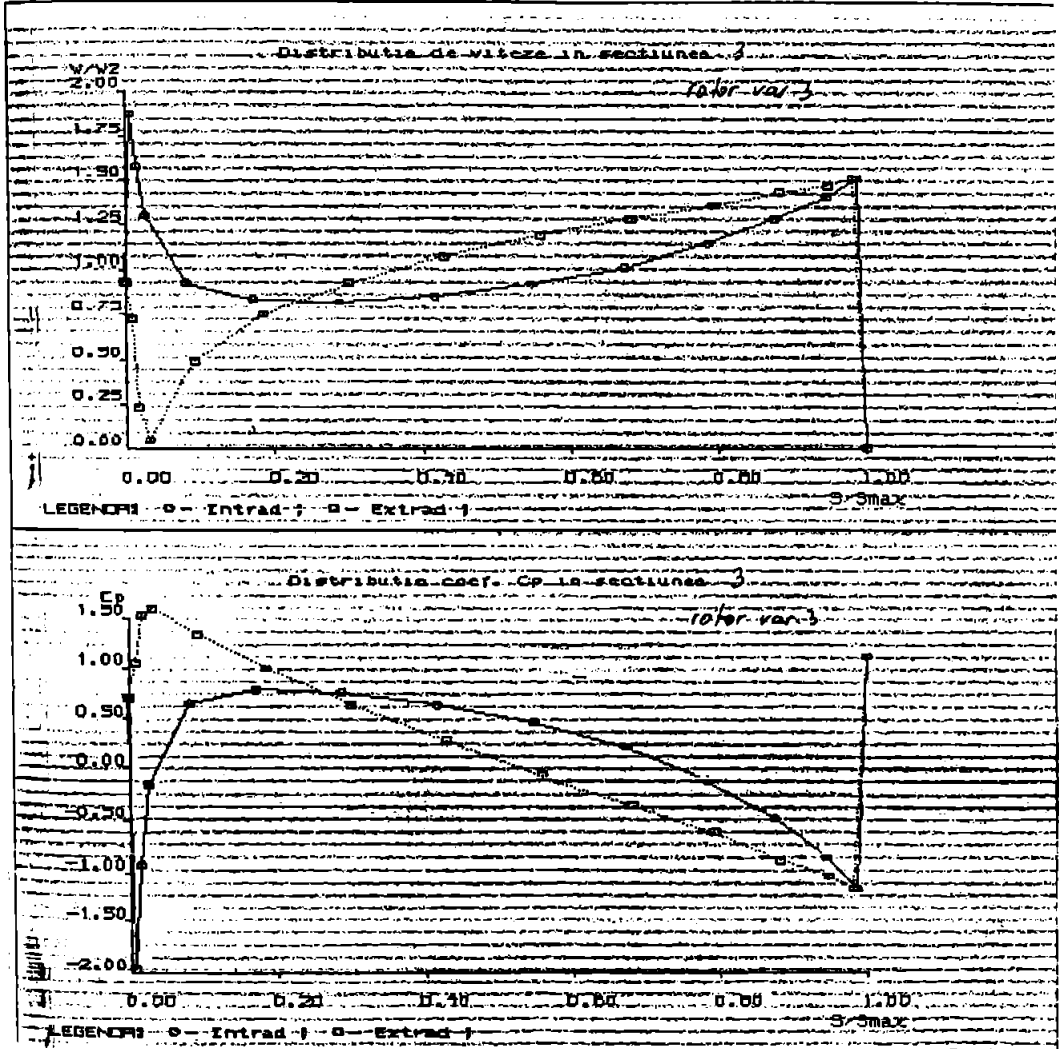


Fig. 4.46.

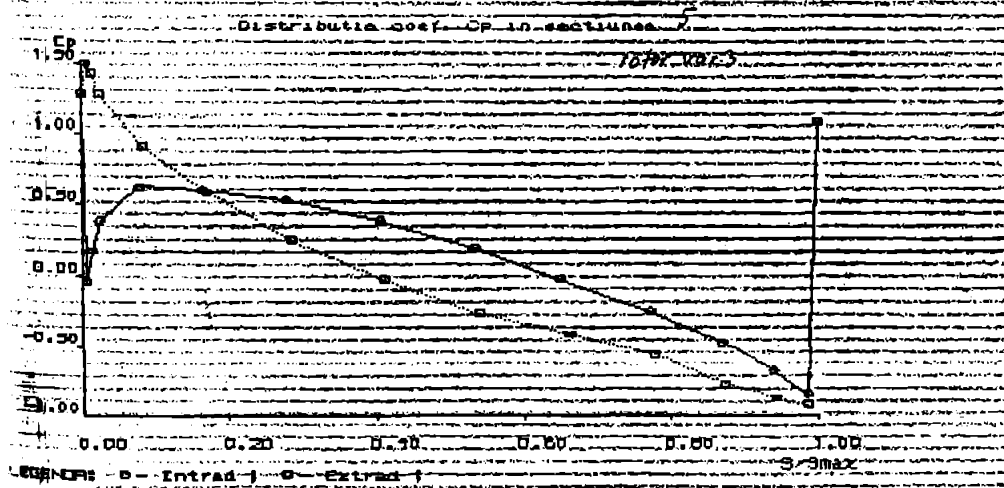
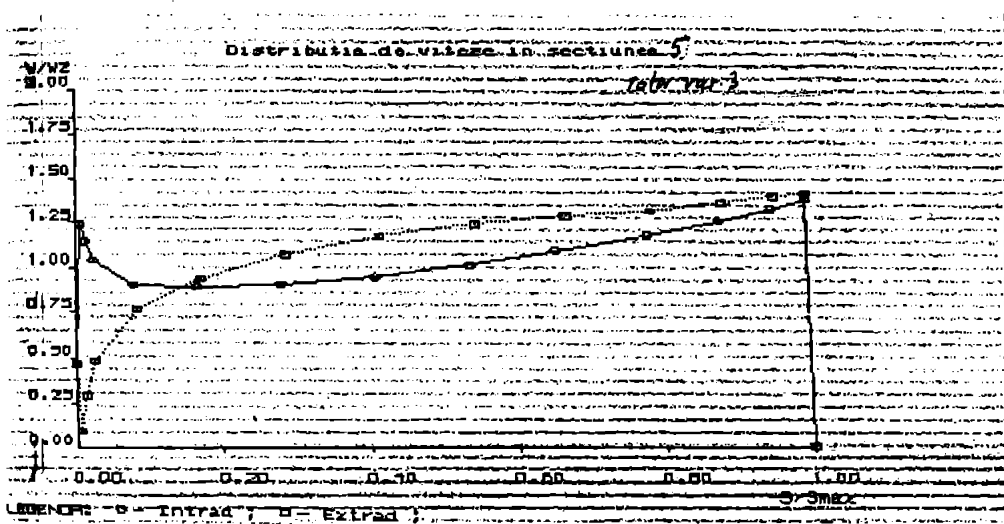


Fig. 4.47.

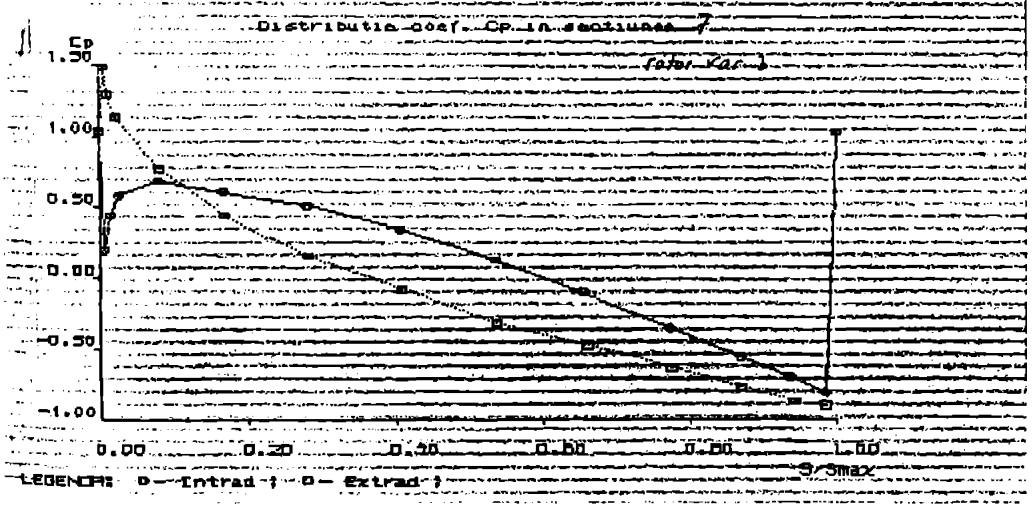
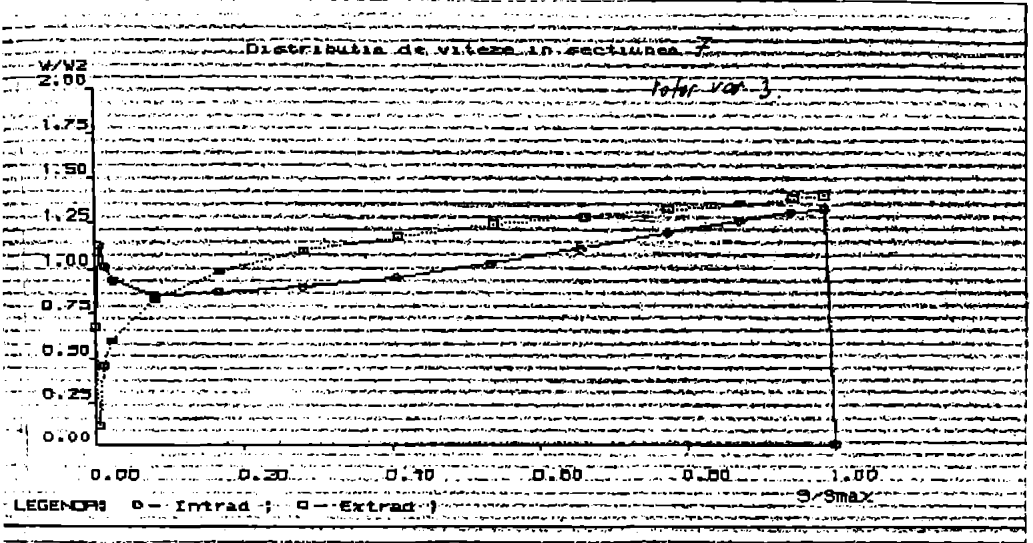


Fig. 4.48.

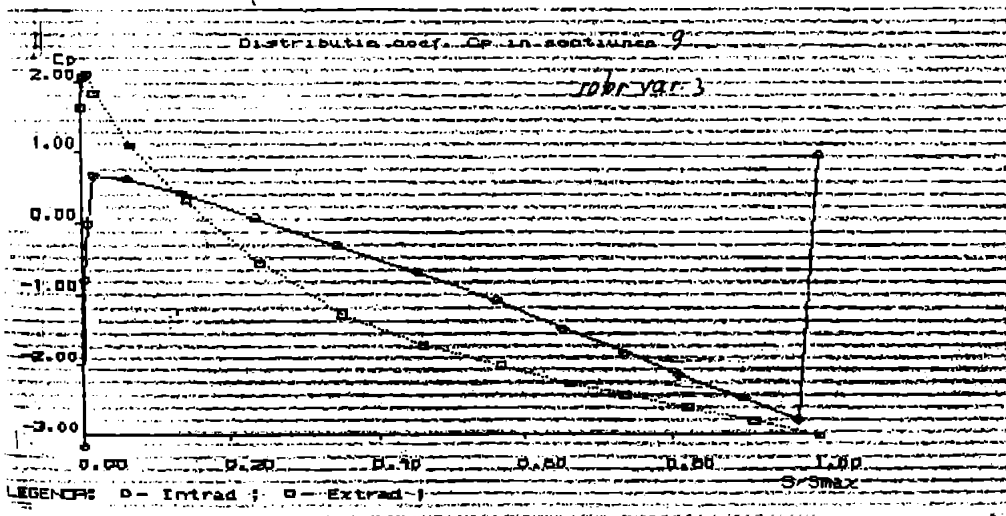
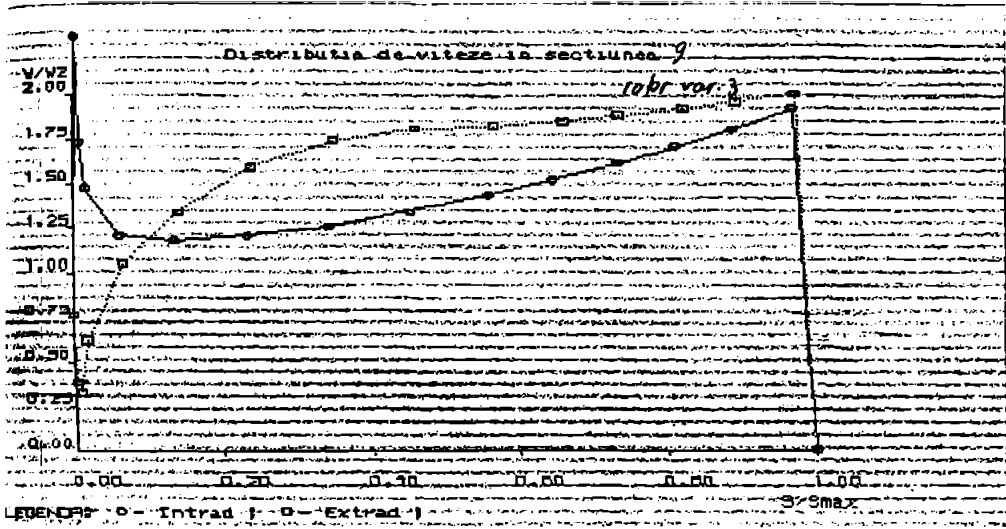


Fig.4.49.

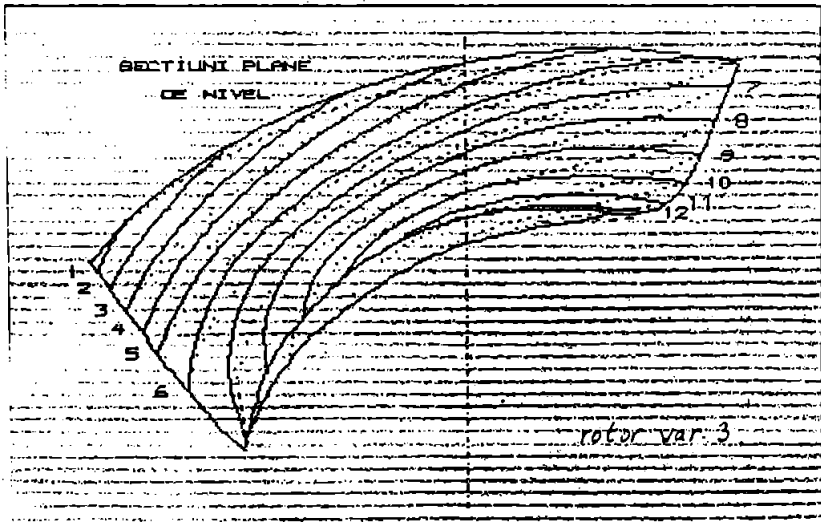
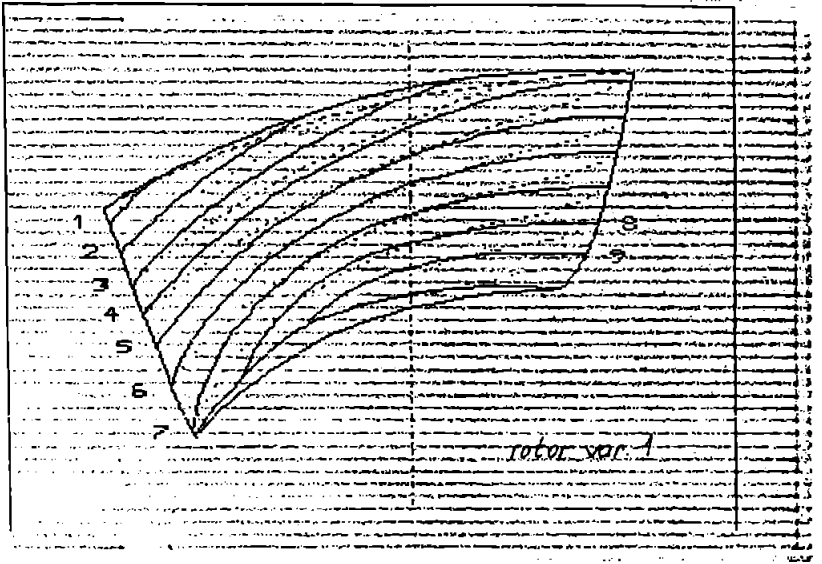


Fig.4.50.

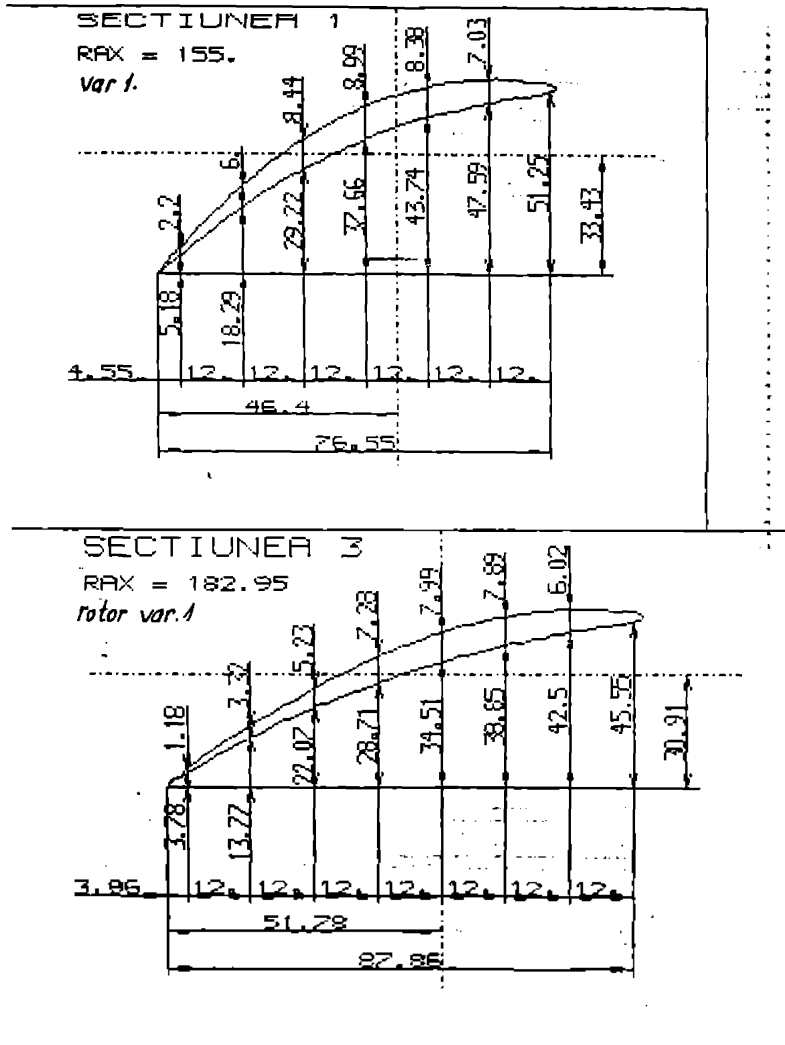


Fig.4.51.

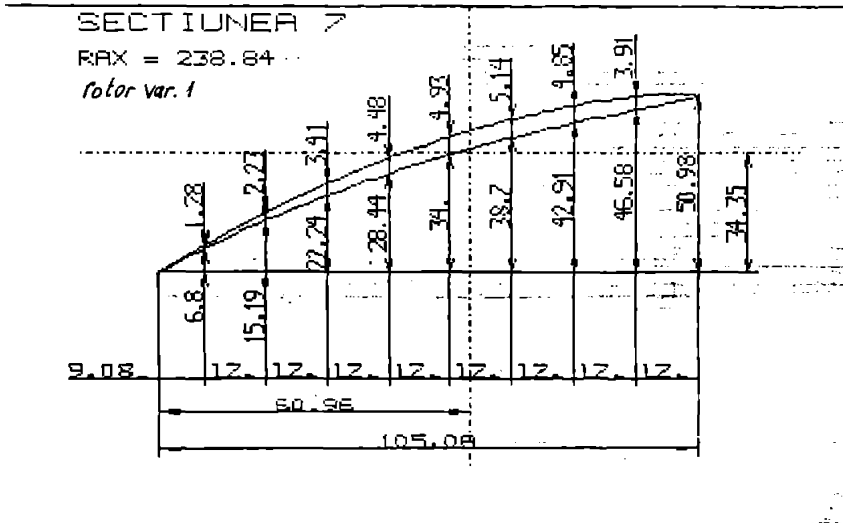
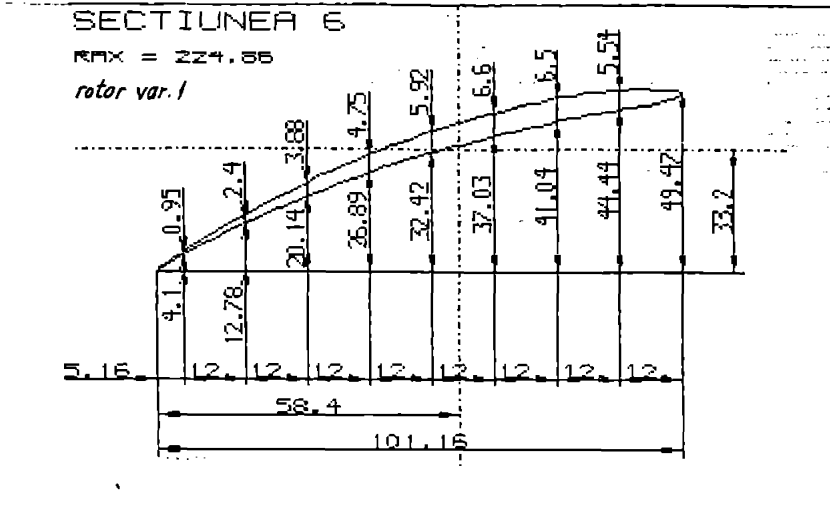
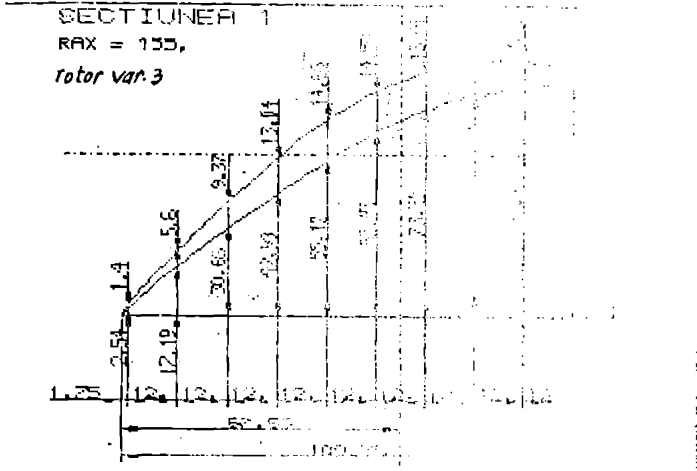


Fig. 4.52.



În anexă sînt prezentate variantele rotorice 2,4,5,6,7,8 și desenul de execuție al paletei varianta 3.

Astfel : - distribuțiile de viteze și ale coeficientului de presiune în anexa A1.....A30.

- proiecția paletei în plan perpendicular pe axa turbinei și și spectrul liniilor de nivel în anexa A31, A32,A33

- secțiuni plane ortogonale axei paletei în anexa A34....
.....A.43.

Reprezentările grafice au fost obținute pe calculatorul "CORAL 4021" prin copiere ecran, iar desenul de execuție al paletei varianta 3 s-a efectuat pe baza unor reprezentări la plotter.

4.5.5. Analiza rezultatelor, concluzii

În tabelul 4.4. se prezintă comparativ pentru cele 8 variante de rotoare dimensionate, valorile la butucul și periferia rotorică ale parametrilor geometrici fundamentali (densitatea rețelei l/t , unghiul de instalare β_s , săgeata maximă a profilului ($l/1$) cît și ale unghiului de incidență i și coeficientului de cavitație σ_7

Tabelul 4.4.

Varianta	l/t		l/e %		β_s°		i°		σ_7	
	but.	per.	but.	per.	but.	per.	but.	per.	but.	per.
rotor 1	1,5	1	-12	-2	38	25	8	5	0,38	8,8
rotor 2	1,2	1,2	-12	-2	43	26	13	6	1,3	3
rotor 3	1,7	1,5	-12	-2	48	27,5	18	7,5	3,25	1,25
rotor 4	1,8	1,6	-12	-2,5	51,5	27	21	7	6,5	1,4
rotor 5	1,9	2,2	-12	-2	54	26	24	6	8,1	4,8
rotor 6	1,7	1,5	-8	-6	52,5	23	22,5	3	2,31	4,63
rotor 7	1,7	1,5	-6	-4	54,6	25	24,5	5	2,62	2,55
rotor 8	1,7	1,5	-14	0	46	26	16	6	5,65	1,75

Din analiza valorilor prezentate în tabelul 4.4. cît și a reprezentărilor grafice efectuate se desprind următoarele concluzii:

- a).- valorile obținute pentru variația coeficientului σ_7 în lungul anvergurii sînt cu mult mai mari decît valorile obținute experimental prin încercări globale pe model la turbinele diagonale.

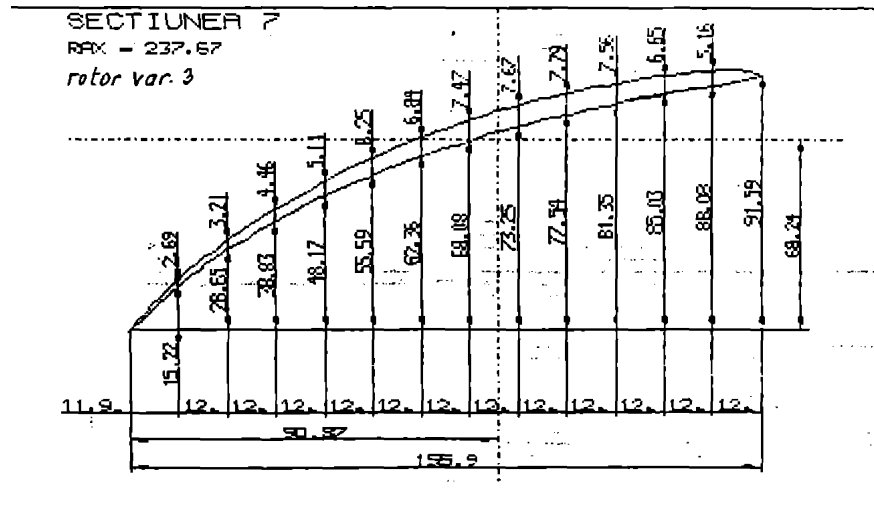
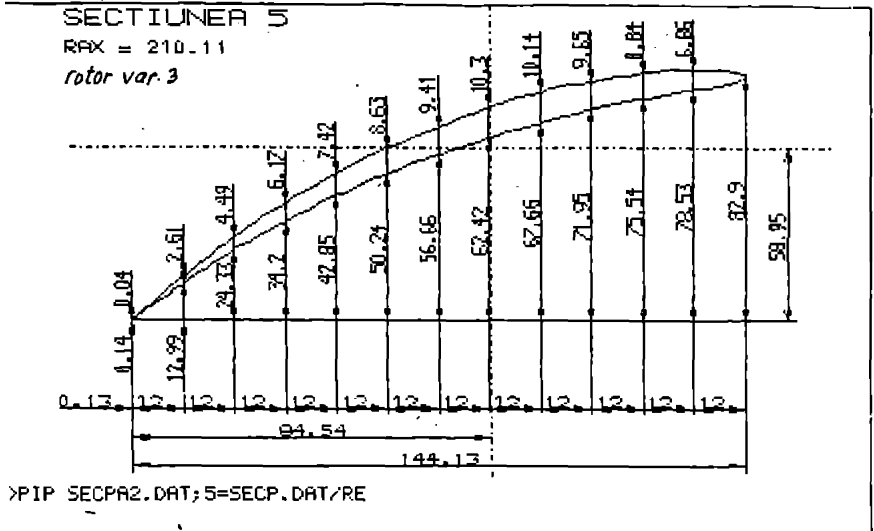


Fig. 4.54.

În diagramele universale pentru diferite modele, prezentate în /41/, coeficientul de cavitație este $\sigma = 0,16 - 0,2$. Observând figura 4.29, 4.30, 4.31, 4.34, variantele rotorice 2 și 3 realizează valorile cele mai mici ale coeficientului σ , din cadrul celor 8 variante dimensionate, astfel $\sigma_{\max} \approx 3$ iar $\sigma_{\min} \approx 0,6$. Diferențele sînt explicabile prin semnificația diferită a coeficienților σ obținuți prin calcul și cei experimentali. Valorile σ obținute prin calcul sînt valori locale, asociate fiecărei rețele de profile ce alcătuiește paleta rotorică și corespund incidenței fenomenului de cavitație. Valorile σ obținute experimental prin încercări globale pe model corespund unui anumit grad de dezvoltare în rotor a cavitației și reflectă comportamentul global al întregii turbine.

Acad. I. Anton prezintă în /5/ coeficienți de corecție K_{σ_2} care se aplică valorilor σ obținute teoretic, în vederea comparației cu experimentul. Considerînd $K_{\sigma_2} = 2/5$, valorile obținute prin calcul se reduc la jumătate.

b). Din analiza reprezentărilor fig. 4.32, 4.33 și 4.34 care asociază rotoarelor 1, ..., 5, (caracterizate de aceeași lege de variație a săgeții) se poate efectua alegerea desimii $1/t$ la butuc și periferie. Variația $\sigma_{perif} = \sigma_{perif} (l/t)$ corespunde rezultatelor experimentale prezentate în /41/. La periferie influența desimii $1/t$ asupra incidenței și unghiului de instalare este neglijabilă astfel că se aleg valorile corespunzătoare zonei de minim pentru σ . La butuc, pentru valorile lui $1/t$ care corespund unui minim p pentru σ se obțin valori mult prea mici pentru unghiul de instalare β_s (aprox. 30°) care conduc la o creștere a coeficientului de pierderi ζ /5/. Observînd diagramele 4.32, 4.34, valorile optime ale desimii rețelei la butuc și periferie corespund recomandărilor din literatură (vezi parag. 4.4.2) astfel: $(1/t)_e \approx 1,5 - 1,7$, $(1/t)_i \approx 1,5 - 1,6$.

Analizînd variația coeficientului σ , a unghiului de incidență i și unghiul de instalare β_s în lungul anvergurii (fig. 4.23, 4.24, 4.26, 4.27, 4.29 și 4.30), rotorul varianta 3 realizează variațiile cele mai avantajoase ale acestor parametrii.

c). Analizînd reprezentările 4.30, ..., 4.33 care se asociază rotoarelor 3, 6, 7, 8, (caracterizate de aceeași lege de variație a desimii $1/t$) observăm influența săgeții maxime a profilului asupra incidenței unghiului de instalare, coeficienților σ și ζ .

La butuc alegerea săgeții maxime în intervalul 10%-12% este cea optimă. Alegerea unor valori mai mici ale săgeții, oesî conduce la valori scăzute ale coeficientului \overline{C}_T , determină valori prea mari ale incidenței (pt. $f/l = 6\%$; $i = 25^\circ$) dăci creștere a pierderilor hidraulice. Alegerea săgeții maxime la butuc peste 12%, conduce însă la dublarea coeficientului \overline{C}_T (pentru $f/l = 14\%$, rezultă $\overline{C}_T \approx 6$).

La periferie, săgeata se alege în intervalul 0%- 2%, interval în care coeficientul \overline{C}_T atinge valori minime $\overline{C}_T \approx 1-1,2$ iar incidența $i \approx 4^\circ-5^\circ$. Pentru valori ale săgeții la periferie mai mari de 3%, se obțin valori ridicate pentru coeficienții de cavitație la periferie. Astfel pentru $f/l = 4\%$, $K_{pmax} \approx 4,5$, $\overline{C}_T \approx 3$.

Analizînd variațiile acestor parametri în lungul anvergurii în fig. 4.28, 4.31, 4.25, observăm că varianta rotorică 3 prezintă variațiile cele mai convenabile. Deasemeni, variația săgeții în lungul anvergurii după o lege parabolică este avantajoasă, întrucît conduce la reducerea valorilor coeficientului de cavitație \overline{C} , în zona mediană a paletii.

Din seria variantelor dimensionate, se selectează varianta rotorică 3 pentru a fi supusă cercetărilor experimentale pe model.

4.5.6. Dimensionarea unei variante de rotor prin aproximarea suprafețelor de curent cu suprafețe sferice.

Programul de calcul (vezi Cap.V) pe baza căruia s-a efectuat dimensionarea variantelor de roteare 1, ... 8 cuprinde posibilitatea dimensionării pentru cazul particular al suprafețelor de curent sferice. În acest caz întreg calculul este analitic. Astfel că durata execuției programului dimensionar se reduce considerabil. Cu ajutorul acestor programe, s-a efectuat dimensionarea unei variante rotorice, pentru care suprafețele de curent din canalul rotoric s-au aproximat cu suprafețe sferice.

Datele de proiectare, dimensiunile principale ale rotorului și traseului hidraulic sînt identice variantelor rotorice 1...8, și corespund celor din paragraful 4.5.1. 4.5.2., Suprafețele de curent s-au considerat sfere concentrice în punctul de intersecție dintre axa paletii și axa turbinei. Condițiile cinematice pe frontiere în amonte și aval s-au obținut, prin abordarea ipotezei monodimensionale la determinarea cimpului de viteze în semiplanul meridian și ipoteza circulației nule $\int_{2\psi} = 0$ pe frontiera din aval de rotor.

În tabelul 4.4. sînt reprezentați parametrii geometrici a familiei de rețele de profile dispuse pe sferele de rază R_2 cît și elementele geometrice și cinematice.

În fig.4.55 s-a reprezentat proiecția paletelor în semi-planul meridian ce conține axa paletelor, în fig.4.56 s-au reprezentat propriu-zis 4 secțiuni plane ortogonale axei paletelor, cît și proiecția paletelor în plan ortogonal axei turbinei cu liniile de nivel.

Tabelul 4.5.

R_2 (m)	R_1 (m)	R_2 (m)	l (m)	l/l	α (rad)	f/l	d/l	W_1 m/s	W_2 m/s	β_1 (rad)	β_2 (rad)
0,165	0,135	0,08	0,11707	1,7	0,75676	0,09741	0,12	7,0659	13,3598	0,71123	0,60054
0,1945	0,146	0,09	0,12609	1,67481	0,84076	0,091821	0,10593	8,98685	14,3242	0,54665	0,5312
0,18679	0,159	0,1	0,13624	1,64162	0,92939	0,08840	0,08906	11,3287	15,0704	0,43108	0,4647
0,2160	0,179	0,132	0,15133	1,57912	1,04765	0,08614	0,06023	15,2751	18,1417	0,32429	0,38275
0,23304	0,191	0,147	0,15917	1,53731	1,1009	0,08308	0,06093	17,3241	19,667	0,28460	0,34546

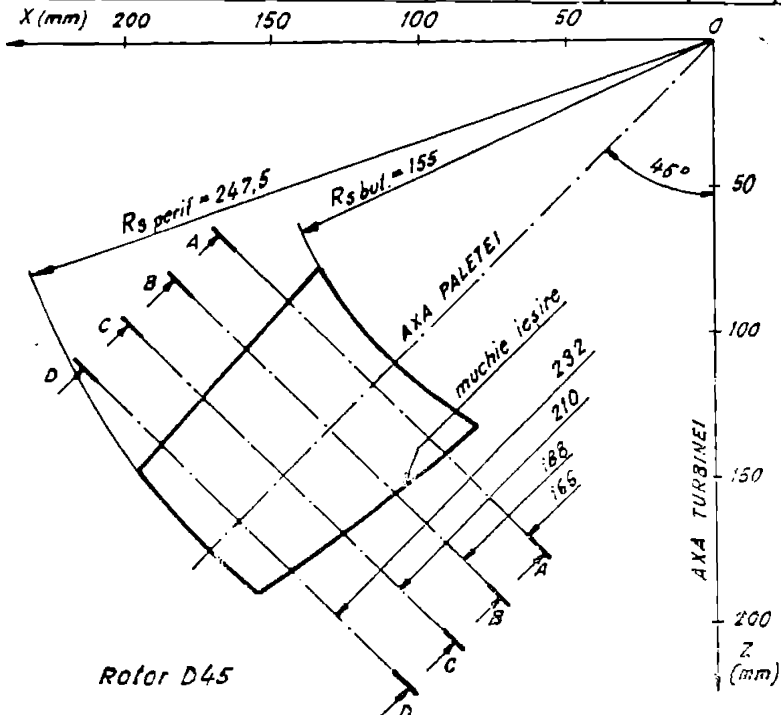


Fig.4.55.

Calculul rezistenței și aluziunii
la vibrații în zona rotorului de turbina

Se realizează calculul de rezistență și aluziune prin metoda elementelor finite. Se utilizează metoda de rezoluție a problemei inverse de rezoluție a problemei directe, pe suprafețele de rezistență și aluziune. Se utilizează metoda de rezoluție a problemei inverse de rezoluție a problemei directe, pe suprafețele de rezistență și aluziune. Se utilizează metoda de rezoluție a problemei inverse de rezoluție a problemei directe, pe suprafețele de rezistență și aluziune.

Se realizează calculul de rezistență și aluziune prin metoda elementelor finite. Se utilizează metoda de rezoluție a problemei inverse de rezoluție a problemei directe, pe suprafețele de rezistență și aluziune. Se utilizează metoda de rezoluție a problemei inverse de rezoluție a problemei directe, pe suprafețele de rezistență și aluziune. Se utilizează metoda de rezoluție a problemei inverse de rezoluție a problemei directe, pe suprafețele de rezistență și aluziune.

Se realizează calculul de rezistență și aluziune prin metoda elementelor finite. Se utilizează metoda de rezoluție a problemei inverse de rezoluție a problemei directe, pe suprafețele de rezistență și aluziune. Se utilizează metoda de rezoluție a problemei inverse de rezoluție a problemei directe, pe suprafețele de rezistență și aluziune. Se utilizează metoda de rezoluție a problemei inverse de rezoluție a problemei directe, pe suprafețele de rezistență și aluziune.

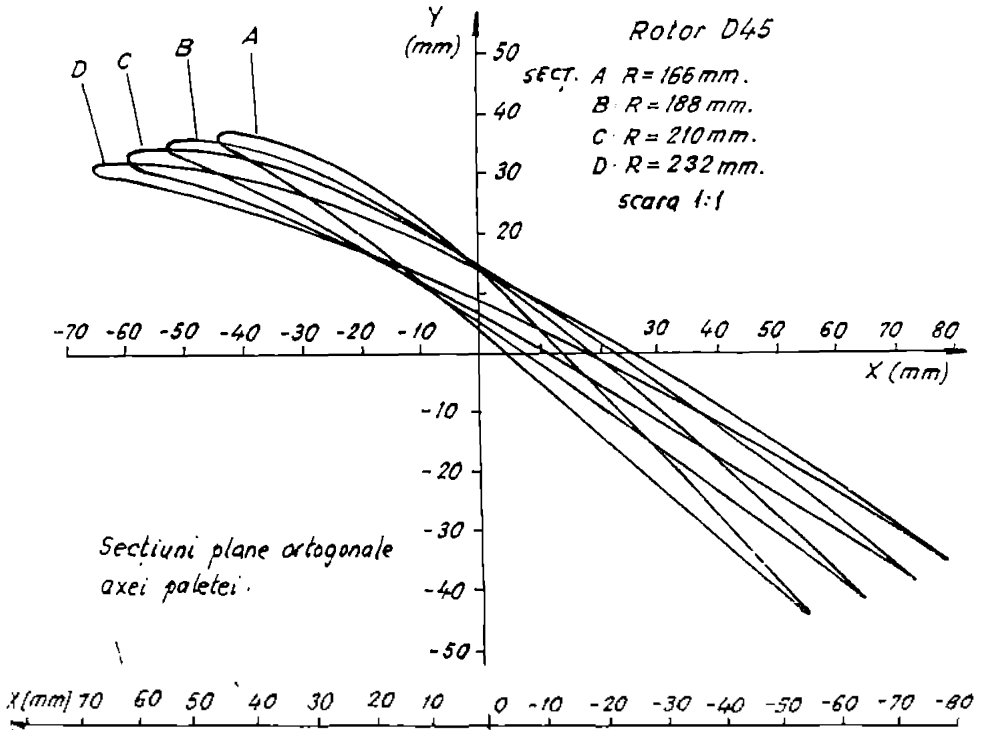


Fig. 5-20 rotor D45

Sectiuni plane echidistante
ortogonale axei rotorului.
Proiectie in plan ortogonal
axei rotorului. Scara 1:1

— linie de nivel extrados
 - - - - linie de nivel intrados

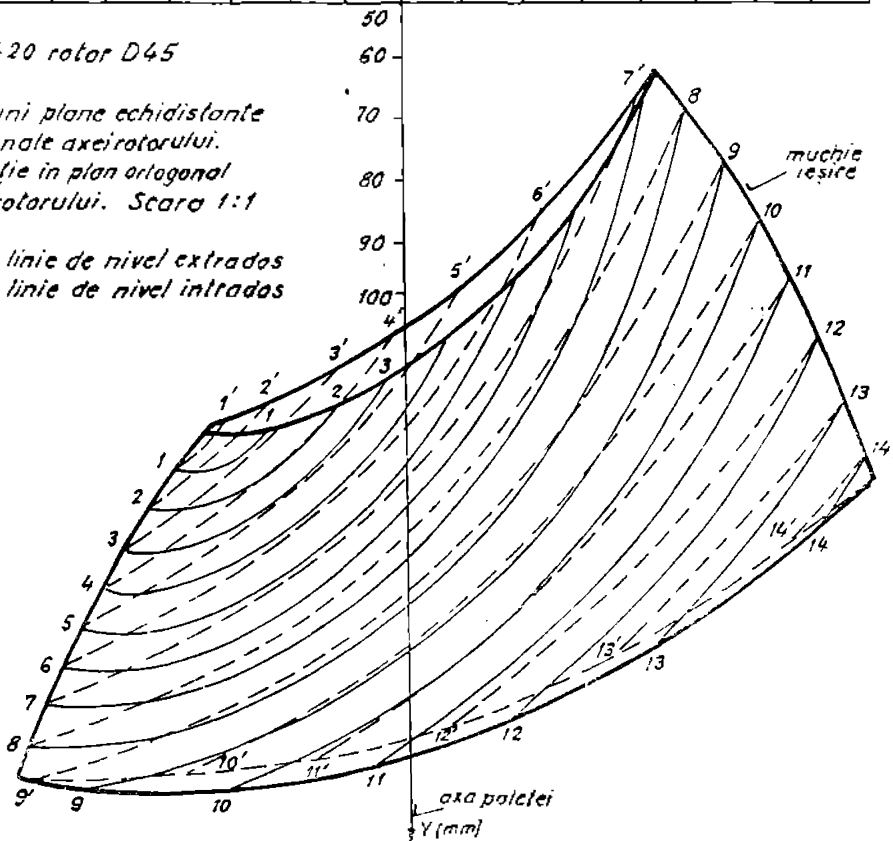


Fig. 5-20b.

Definitivarea legilor de variație, a desinii rețelei, săgeții maxime și unghiului de instalare în lungul anvergurii paletei se efectuează în cadrul unui calcul de optimizare (vezi 4.4.6). Metoda de calcul efectuează dimensionarea atât în cazul suprafețelor de curent axial-simetrice de formă arbitrară cât și pentru cazul particular al suprafețelor de curent sferice.

La turbinele radial-axiale destinate căderilor joase și turbinelor diagonale, datorită configurației specifice a circuitului hidraulic în zona rotorului, liniile de curent din semi-planul meridian sînt paralele și echidistante (Fig.4.3 Fig.4.4) astfel că erorile introduse de ipoteza de calcul (rel.3.7) sînt mici chiar în cazul suprafețelor de curent evazate. În condițiile aproximării suprafețelor de curent cu suprafețe sferice sau conice, soluționarea problemei inverse prin această metodă este exactă și pur analitică.

Pe baza metodei transformărilor conforme, s-a efectuat dimensionarea a 8 variante rotorice de turbină diagonală de tipul Deriaz 45, considerînd suprafețele de curent evazate, obținute prin aplicarea metodei elementului finit /15/cît și o variantă de rotor pentru care suprafețele de curent au fost aproximate cu suprafețe sferice.

Toate variantele dimensionate au aceleași date de proiectare a turbinei, însă alegerea unor parametrii geometrici (desimea rețelei și săgeata maximă a profilului) este diferită (vezi 4.4.6 și 4.5.4). Analiza influenței acestor parametrii asupra coeficienților cavitaționali C_r și K_{pmax} cît și asupra unghiului de incidență și unghiului de instalare, a permis stabilirea intervalului de alegere a valorilor optime pentru desimea rețelei și săgeata maximă, respectiv selecția variantelor rotorice dimensionate (vezi 4.5.5.). Valorile optime rezultate pentru desimea rețelei corespund recomandărilor din literatură obținute prin experiment /41/.

Intrucît metoda de calcul are la bază ipoteza fluidului fără frecare nu avem o măsură exactă a pierderilor hidraulice în rotor, astfel că comportamentul energetic al variantei rotorice dimensionate a fost estimat intuitiv, pe baza valorilor unghiurilor de incidență și unghiurilor de instalare cît și a curburii profilului din familia de rețele radial-axiale.

Pentru fiecare variantă rotorică dimensionată, s-a determinat, utilizând metoda transformărilor conforme, distribuția de viteze și presiuni, iar pe baza acestora valorile coeficienților de cavitație K_{pmax} și σ_T .

Pe baza acestor coeficienți s-a efectuat selecția variantelor din considerentul cavitațional. Variația în lungul anvergurii paletelor pentru coeficientul σ_T , obținută teoretic prin calcul (rel. (4.61), ne indică în limitele create de ipotezele simplificatorii a metodei teoretice elaborate, sensibilitatea la cavitație a familiilor de rețele de profile de pe suprafețele de curent din canalul rotoric. Întrucât acest coeficient corespunde incipienței fenomenului de cavitație, valorile sale sînt mult mai ridicate decît valorile coeficientului σ obținut experimental prin încercări globale pe modele. Astfel valorile coeficientului σ_T obținute prin calcul, chiar dacă nu ne dau o măsură exactă a performanțelor cavitaționale a turbinei, servesc însă la studiul influenței unor parametrii dimensionari asupra comportamentului cavitațional al rotorului și la selecția variantelor dimensionate.

Elementele originale legate de rezolvarea problemei dimensionării rotoarelor de turbină diagonală sînt:

1).-Elaborarea unei metode de dimensionare a rotoarelor de turbină diagonală. Metoda are la bază o metodă teoretică originală de studiu a rețelelor de profile dispuse pe suprafețe de revoluție de formă arbitrară (vezi Cap. III), cît și elemente recomandate de statistică și experiment.

2).- Elaborarea unui algoritm de calcul pentru rezolvarea problemei directe la rețele de profile radial-axiale. Considerînd mișcarea pe suprafețele de curent axial-simetrice de formă arbitrară cît și în cazul particular al suprafețelor sferice. (vezi Cap. V; 5.2., subprogramul "VITEZA")

3).- Elaborarea unui algoritm de calcul pentru soluționarea problemei inverse la rețelele de profile radial-axiale, aplicat la dimensionarea rotoarelor de turbină. Algoritmul urmărește un calcul iterativ și tatonativ de stabilire a parametrilor fundamentali ai rețelei de profile, vizînd racordarea soluțiilor obținute pe suprafețele de curent din canalul rotoric al turbinei. (vezi Cap. IV.4.4.5).

4).- Organizarea optimizării dimensionării rotoarelor de turbină diagonală (Cap.IV,4.4.6)

5).- Soluționarea pe cale analitică a intersecțiilor geometrice dintre paleta rotorică și planete nivel și plane ortogonale axei paletei (Cap.IV.4.4.7.).

6).-Elaborarea unui pachet de programe în limbaj FORTRAN 77 aferent metodelor de calcul elaborate.(Vezi Cap.V).

Metoda de calcul dimensionar prezentată, poate fi îmbunătățită prin introducerea unei secvențe de calcul a pierderilor hidraulice în rotor, iar prin modificări și completări necesitare, poate fi extinsă în domeniul pompelor diagonale cât și mașinilor reversibile diagonale.

CAPITOLUL V.

PROGRAME DE CALCUL FORTRAN PENTRU PROIECTAREA PALETEI ROTORULOR DE TURBINA DIAGONALA

5.1. Prezentare generală

Valoarea și complexitatea operațiilor rezultate prin aplicarea metodei transformărilor conferă la dimensionarea rețeașelor de turbină diagonală și calculul distribuției de viteze și presiuni pe paletă, înșur efectuarea calculului programat. Pe baza metodei de calcul prezentată în Cap. II și IV, s-au elaborat programe de calcul în limbajul FORTRAN -77, adecvate calculatorului "CORAL 4021", instrucit acest limbaj cît și sistemul de operare conversațional prezintă facilități deosebite pentru soluționarea problemelor de proiectare.

Programele de calcul elaborate sînt cuprinse în 50 de fișiere surșă, care totalizează apoximativ 5000 linii de program FORTRAN.

Avînd în vedere limitările de memorie ale calculatorului, întreg calculul a fost organizat în 2 pachete de programe totalizînd 2 programe care se lansează independent, cu transmiterea datelor prin fișiere de date.

a) programul "DIMEN" și programul "SECT" (2 fișiere task) care efectuează dimensionarea paletelor și calculul distribuției de viteze și presiuni; respectiv calculul intersecției paletelor cu plane.

b) programele "GRAFIC", "OPTIM", "DIA", "SECFAL", "SECMIV" și "SECMER" (6 fișiere task) care efectuează reprezentările și întreaga documentație grafică a rotorului.

Începînd de la datele de proiectare a turbinei, prin lansarea în execuție a programelor, se obțin în final toate datele necesare execuției unui rotor de turbină diagonală, inclusiv distribuția de viteze și coeficientului de presiune pe paletă, distribuția coeficienților de cavitație.

Rezultatele se obțin atît numeric sub formă de "listing" la imprimantă cît și grafic, aceasta cuprinzînd diagramele aforante parametrilor geometrici, cinematici și hidrodinamici ai rotorului cît și desenele de execuție a paletelor. În funcție de opțiune, reprezentările grafice pot fi vizualizate pe display, înregistrate la imprimantă (prin "copy" ecran) sau obținute la scară impusă, cu platter-ul.

Cu ajutorul acestor programe s-a efectuat dimensionarea a 3 variante de palete rotative de turbină diagonală (vezi cap. IV).

Contra dimensionarea unei variante de palete, considerăm 9 secțiuni de calcul, durata execuției de dimensionare este de aproximativ 2 ore, iar în ansamblu, caștinând toate reprezentările numerice și grafice este de aproximativ 10 ore.

Se prezintă în continuare sintetic, descrierea conținutului unor fișiere mai importante din cadrul programelor elaborate.

5.2. Programul "DIMENS" Efectuează dimensionarea propriei zisă a paletei rotative de turbină diagonală cît și calculul distribuției de viteze, presiuni și coeficienți de cavitație pe paletă, în cazul suprafețelor de curent de formă arbitrară cît și în cazul particular al suprafețelor sferice. Programul urmărește întru totul relațiile de calcul și algoritmele prezentate în cap. III și IV. Programul este segmentat cuprind 34 de fișiere cursă conștinând 3000 linii FORTRAN care sînt grupate în 29 de segmente dispuse pe 4 nivele și conștine 40 de subprograme.

FIȘIERUL "PSDIA.FIN" - cuprind programul principal al programului "DIMENS". Datele de intrare în program se citesc dintr-un fișier de date și cuprind :

- datele de proiectare a roterului (cădere, debit, rotație)
- coordonatele liniilor de curent meridiane
- distribuția vitezei meridionale la lungul liniilor de curent
- coordonatele frontierei din amonte și aval de roter
- distribuția circulației vitezei absolute la ieșire
- elemente de geometrie a roterului (diametri D_0 , D_1 , unghiul de înclinare a axei paletei, număr de palete, deșeurile rețelei la butuc și periferie, grosimea profilului la butuc și periferie, numărul secțiunilor de calcul, numărul secțiunilor de nivel, numărul secțiunilor plane ortogonale axei, numărul de puncte pe profil cît și elemente de start necesare calculului dimensionar iterativ (vezi cap. 4.4.6.)).

Dimensionarea paletei are loc în 2 faze distincte:

- 1.) Se determină prin ciclu de calcul pe baza algoritmului prezentat în 4.4.6, unghiul de instalare și săgeata maximă a profilului pentru fiecare rețea de profile de pe suprafețele de curent. În cadrul unui ciclu, se determină în general prin calcul numeric intersecția axei paletei cu suprafața de curent, elementele cinematice pe frontieră, deșeurile rețelei, grosimea profilului cît și limitele admi-

se pentru săgeata în secțiunea curentă de calcul, apoi se deschide ciclul de calcul tatenativ și iterativ al săgeții și unghiului de instalare prin apelul subprogramelor "RAFKO" și "VITEZA". După parcurgerea tuturor secțiunilor, rezultatele sînt prezentate numeric și grafic pe "display", oferindu-se posibilitatea proiectantului de central și decizia asupra soluțiilor obținute. Intrucît săgeata cît și unghiul de instalare sînt rezultate în urma unui calcul numeric, și ar putea prezenta ușoare fluctuații, variația acestora poate fi netezită fie pe cale grafică, fie prin apelul subrutinei de aproxiere spline. În caz de întrerupere a execuției programului, dimensionarea poate fi reluată de la secțiunea curentă prin introducerea de la tastatură a rezultatelor obținute în secțiunile anterioare.

În fig.5.1. se prezintă schema logică a secvenței de calcul a săgeții și unghiului de instalare pe o suprafață de curent.

2.) De rein ciclul de calcul pe suprafețele de curent iar pe baza elementelor determinate din faza 1, se calculează distribuția de viteze și presiuni, coeficienții de cavitație și coordonatele centurului pentru familia de rețele de profile.

În funcție de opțiunea proiectantului, calculul poate fi efectuat în toate secțiunile sau în secțiuni înguste de către acesta, facilitare care ușurează etapa de optimizare a dimensionării.

Rezultatele calculului sînt scrise în fișiere de date, care permit comunicarea cu celelalte programe de calcul.

Subprogramul "VITEZA"

Subprogramul de calcul "VITEZA" a fost întesit pe baza metodei transferărilor conforme pentru calculul distribuției de viteze și coeficientului de presiune pe centrul unui profil dispus în rețea radial-axială, considerînd mișcarea pe suprafața de curent evazată și pentru cazul particular al suprafețelor de curent sferice. Relațiile de calcul utilizate corespund celor prezentate în Cap.III. Durata execuției pentru o discretizare în 43 puncte este de aprox.2 minute. În cadrul acestuia se parcurg toate etapele de bază la rezolvarea problemei directe, etapele auxiliare și cele repetabile fiind cuprinse în alte programe.

a) Date de intrare în subprogram sînt: coordonatele meridiaului suprafeței evazate, coordonatele de suprafață (m, R, θ) asociate centurului profilului și numărul de profile. Densitatea, raza frontierei anente și elementele cinematice pe frontieră; W_1 viteza relativă și β_1 unghiul măsurat în planul local-tangent

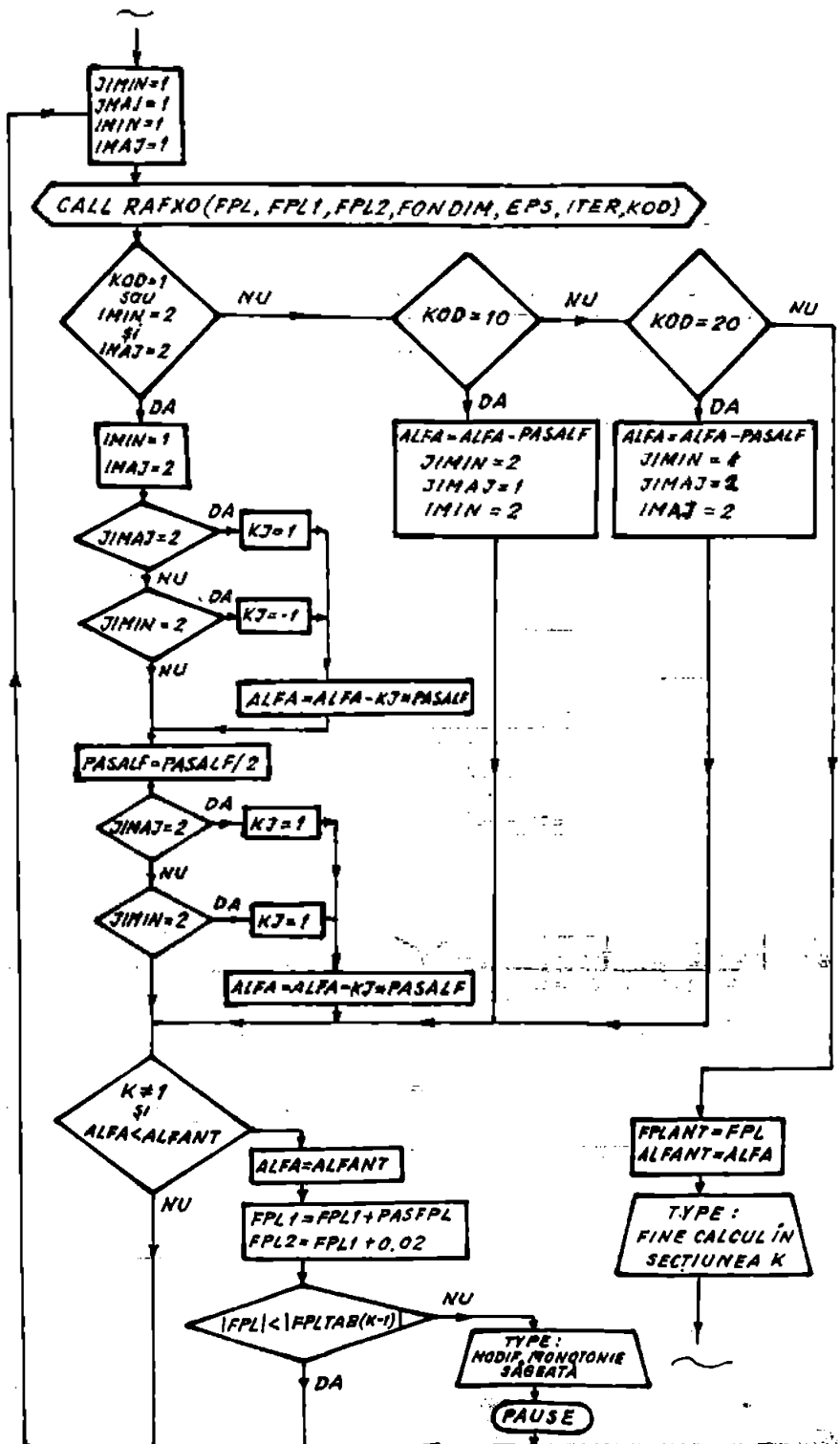


Fig.5.1.

scut de viteza relativă și versorul \bar{e}_ρ . În cazul suprafeței sferice, în locul coordonatelor meridianului se introduce raza sferei R_s . Există posibilitatea generării unui profil în plan și transpunerii pe suprafața de revoluție arbitrară sau sferică. Profilul generat în plan este de tipul MACA seria 4 cifre, și pentru aceasta datele de intrare cuprind: lungimea cerzii profilului din plan, parametrii geometrici săgeata maximă "FPL", grosimea maximă "DPL", unghiul de instalare α cât și unghiul de înclinare Ω a axei paletei. Generarea profilului MACA seria cu 4 cifre se efectuează prin apelul subprogramelor "AMACA" sau "CDEF" iar prin apelul în continuare a subprogramelor "CONFORMA" profilul generat în plan se transpune pe suprafață. În cazul suprafeței de curbat de formă arbitrară, se apelează în prealabil subrutina "PRAJIL" pentru stabilirea corespondenței între elemente geometrice a suprafeței și elementele geometrice din planul imagine.

b) Se efectuează lanțul de transformări conforme a rețelei de profile de pe suprafața evazată sau sferică în plan, pentru determinarea parametrilor geometriei și rețelei rectilinie și coordonatele profilului din rețeaua circulară și rectilinie. Întreg calculul se efectuează prin apelul subprogramului "CONFORMA". Apoi prin apelul subprogramului "POLCDEF" se discretizează funcția de centur asociată profilului din rețeaua rectilinie considerând variabila Jankowski pentru $\psi \in [0, 2\pi]$ utilizând interpolarea cu funcțiile spline cubice (apelul subrutinei "CUBSPLM") și se determină coeficienții \bar{a}_n, \bar{b}_n polinomului trigonometric de interpolare a funcției de centur, prin metoda analizei armonice.

c) Urmează determinarea unor parametri și funcții asociate geometriei profilului din rețeaua rectilinie, care intervin în relațiile de calcul a vitezei potențiale din rețeaua rectilinie. Prin apelul subprogramului "RAFXO" și al funcției externe "FONN" se obțin prin soluționarea unei ecuații transcendente rădăcinile derivatei $d\gamma_k(\psi)/d\bar{x}_k$ pentru obținerea coordonatelor punctelor A și B (vezi fig. 3.6. Cap. III) din rețeaua circulară, iar apoi se determină: $m, M, \varphi_0, \Sigma n \bar{a}_n, \Sigma n \bar{b}_n, \Sigma (-1)^n \bar{a}_n, \Sigma (-1)^n \bar{b}_n, G, P, Q, \delta_0, \delta_1$

d) Prin apelul subprogramelor "PRAJIL", "FYVIV" se determină pentru valori discrete ale parametrului ψ funcțiile asociate derivatelor funcțiilor de transformare conformă :

$$\frac{d\bar{y}(\psi)}{d\bar{x}} = \frac{d\gamma_k(\psi)}{d\bar{x}_k}, \frac{d\sigma}{d\sigma_k}(\psi), \frac{d\sigma_k}{d\sigma}(\psi), \delta(\psi), \varphi_*(\psi), I(\psi_*) \quad (5.1)$$

iar din apelul subrutinei "UTETA" și "PRAJIL" în cazul suprafeței evazate se obțin coeficienții: $U^*(\psi), U_{nk}(\psi), U_{nk}(\psi)$... Această etapă de calcul se efectuează într-un ciclu după variabila $\psi \in [0, 2\pi]$ la caarul aceluiași ciclu se efectuează transformarea conformă

în sens invers, prin apelul subrutinei "KATR L", pornind de la coordonatele profilului din rețeaua rectilinie $\xi(\varphi), \eta(\varphi)$ și obținând coordonatele profilului din rețeaua circulară:

$$r(\varphi), \nu(\varphi), \xi_k(\varphi), \eta_k(\varphi) \quad \text{respectiv pe suprafață:} \\ R(\varphi), \theta(\varphi) \quad (5.2)$$

În cazul suprafeței sferice, întreg calculul este analitic, iar în cazul suprafeței ovazate, determinarea se efectuează prin interpolări cu ajutorul funcțiilor spline cubice, pe baza corespundenței anterioare stabilite $R = R(r)$.

e) se determină în continuare polinomul conjugat $\tilde{U}_{n*}(\varphi_*)$ pe două căi. Prin apelul subrutinei "QORTOG" se obțin valorile polinomului în puncte discrete pe baza funcției $U_{n*}(\varphi_*)$ și a corespundenței: $\varphi^* = \varphi(\varphi_*)$, prin dezvoltare în serie. Se testează soluția obținută iar în cazul erorilor de peste 3% se utilizează metoda II. Prin apelul subrutinei "VGDER" se determină prin metoda analizei armonice coeficienții α_n, β_n pentru polinomul de interpolare a funcției $U_{n*}(\varphi)$ iar prin apelul subrutinei "SUMVA" se obține polinomul $\tilde{U}_{n*}(\varphi)$ respectiv $\tilde{U}_{n*}(\varphi_*)$ (vezi rel.3.176).

f) Pornind de la elementele geometrice și cinematice asociate frontierei anente pe suprafața ovazată sau sferică, R, W, β, ω se determină componentele vitezei rotaționale pe frontieră atât pe suprafață cât și în planul rețelei circulare $W_{m1}, W_{e1}, W_{r1}, W_{n1}$. Apelând subrutina "UTETA" se obține pe frontieră în rețeaua circulară u_i^* . Pe baza acestora și a valorii polinomului $\tilde{U}_{n*}(0)$, se obține și intensitatea aserbiei și vârtejului din rețeaua circulară Γ_k și Q_k , precum și condițiile asinptotice din rețeaua rectilinie $u_i, \alpha_i, u_{oi}, \alpha_{oi}$. Se determină apoi circulația

Γ a vitezei potențiale pe conturul profilului penetrabil.

g) Urmează etapa de calcul propriu-zis a distribuției de viteze. Calculul se efectuează în ciclul pentru valori discrete a variabilei Jeukowski φ^* , cu număr impus prin catele de intrare în program. În prima etapă se recalculază valorile funcțiilor (5.1) și (5.2) pentru noile valori ale variabilei, iar apoi se apelează subrutina "WKAPLA" pentru calculul componentei tangențiale a vitezei potențiale în isotoza frontierei impenetrabile. Pe baza rel.(3.129), (3.131), (3.132) se obține componenta U_{z*} și respectiv componentele U_{r*} și U_{n*} ale vitezei potențiale în isotoza frontierei penetrabile. Prin înmulțirea acestora cu derivatale ds^*/ds și ds/ds_k , pe baza relației (3.3e) se obțin aceleași componente pe conturul profilului din rețeaua rectilinie și circulară. Apelarea relațiilor (3.19e), .., (3.195) conduce la componentele vitezei rotaționale în rețeaua circulară, iar cu rel.(3.59) și (3.5e) se obțin componentele vitezei relative W_e, W_m și W pe suprafața de revoluție.

h) În următoarea etapă se determină viteza la ieșirea din rețeaua radial-axială prin elementele W_2, β_2 . Pentru aceasta se calculează fluxul de vorticitate pe demontul exterior al rețelei dispusă pe suprafața de revoluție, delimitat de frântițele înainte și aval de rețea. Integrala dublă se efectuează, considerând sistemul de coordonate polar, numeric cu ajutorul funcțiilor de interpolare spline cubice. Astăzi prin apelul subrutinei "CUBSDQ" se determină argumentul integralei de linie derivată din integrala dublă, iar printr-o nouă apolare a subrutinei "CUBSDQ" se efectuează integrarea numerică.

Circulația vitezei relative pe centurul profilului dispus pe suprafața evazată se obține pe baza distribuției de viteze prin integrare numerică, pe curba închisă asociată centurului profilului de pe suprafața de revoluție. Exprindând centurul profilului de pe suprafața evazată parametric, prin funcțiile $R = R(\varphi)$ și $\theta = \theta(\varphi)$ se determină lungimea de arc pe suprafață atât pe centur cât și pe meridian, prin apelul subrutinei "ELARC". Se parametrizează integrala curbilinie pentru calculul circulației și se efectuează integrarea numerică prin apelul subrutinei "CUBSDQ". Se obține viteza la ieșire utilizând relația (3.214).

i) Pentru calculul coeficientului de presiune și a coeficientului de sensibilitate la cavitația se utilizează relațiile din /6/. În fig.5.2. este prezentată schema logică generală simplificată a programului "VITAZA".

FUNCTION UTETA - În cazul suprafeței evazate, se determină prin interpolare cu funcții spline cubice, componenta $u^*(r)$ derivată din soluția particulară a ecuației Poisson, în puncte atribuite prin lista de parametrii fermali de apel. Funcția $u^*(r)$ s-a discretizat prin apelul în prealabil al subrutinei "PRASIL". În cazul soluției particulare al suprafeței sferice, determinarea componentei $u^*(r)$ se face analitic pe baza relației (3.165).

FUNCTION AIDPSI - determină funcția $I(\varphi_*)$ din /55/, (vezi rel. 3.123).

FUNCTION DSOSX - efectuează calculul derivatei $(\frac{ds}{ds_x})$ funcție de variabilă φ pe baza rel.(3.147), (3.148).

FUNCTION DSKDS - efectuează calculul derivatei $(\frac{ds}{ds})$ funcție de φ pe baza relației (3.159)

FUNCTION DELTAK - efectuează calculul derivatei $(\frac{d\eta_k}{d\varphi_k})$ funcție de φ și al punctei $f(\varphi)$ pe baza relațiilor (3.146) și (3.156)... (3.159).

FUNCTION "FOMB" - este utilizată ca și funcție externă în subprogramul "RAFPO" pentru determinarea soluției ecuației transcendentă

$$d\eta_k(\varphi)/d\varphi_k = 0 \quad (5.3)$$

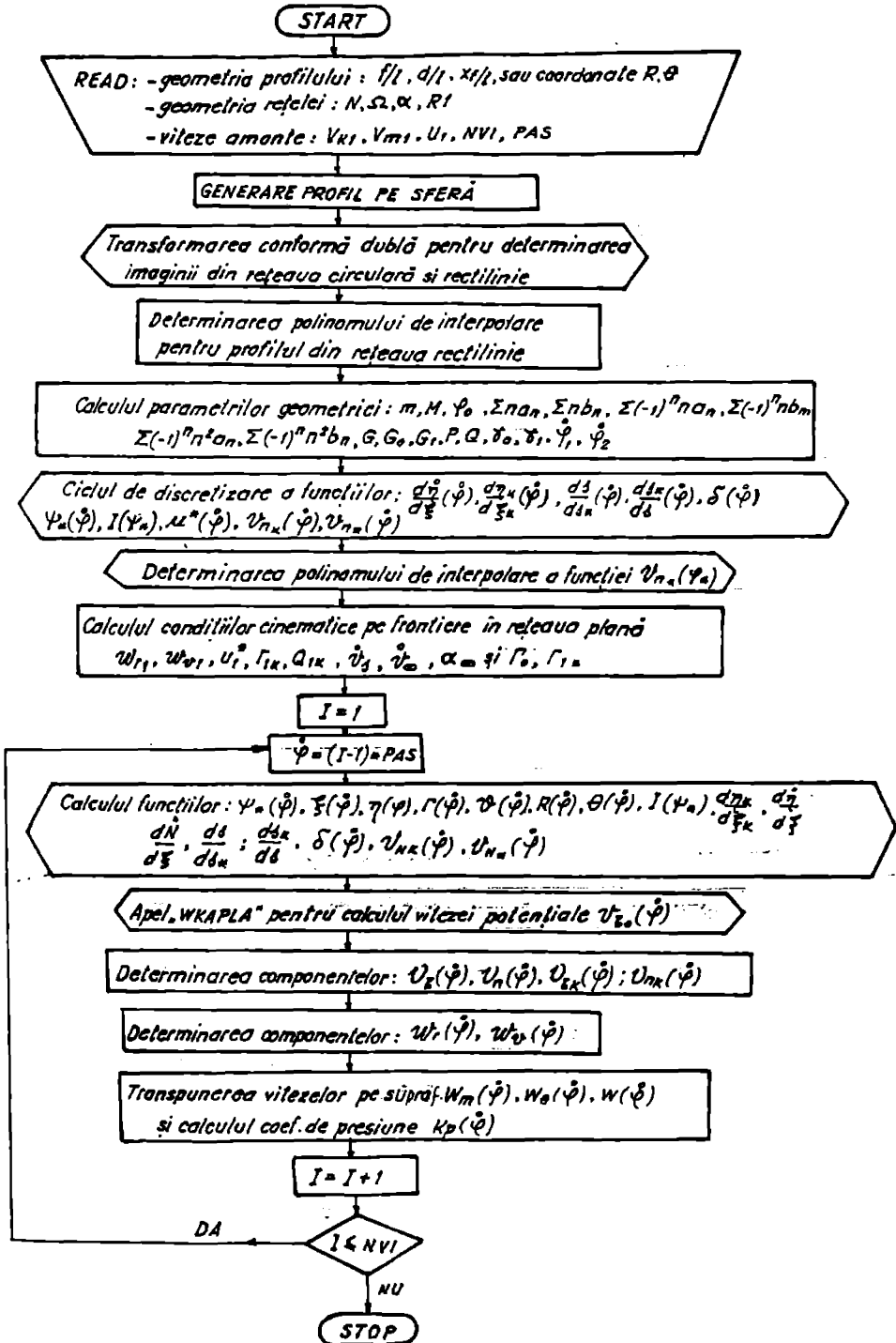


Fig. 5.2.

pe intervalul $(0, \pi)$ pentru a determina $\dot{\varphi}$ asociat punctului A, apoi pe intervalul $(\pi, 2\pi)$ pentru a determina $\dot{\varphi}$ asociat punctului B (vezi Fig.4.6).

FUNCTION "FONA" - este utilizată ca și funcție externă în "RAFXO" pentru soluționarea ecuației transcendente (5.4), la determinarea corespondenței: $\psi_* = \psi_*(\dot{\varphi})$, [55].

$$\cos \dot{\varphi} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{2} \left[\cos \lambda \operatorname{arth} \left(\frac{2m}{1+m} \cos \psi_* \right) + \sin \lambda \operatorname{arctg} \left(\frac{2m}{1-m} \sin \psi_* \right) \right] \quad (5.4)$$

FUNCTION "FONDIM" - este utilizată ca și funcție externă în "RAFXO" la dimensionare, pentru soluționarea ecuației transcendente asociată săgeții profilului (vezi Cap.4.4.6). Prin apelul subprogramului "VITEZA", rutina determină diferența între viteza la ieșirea din rețea și valoarea impusă ascensiv (vezi Cap.4.3.6).

FUNCTION "FFIZ" - determină corespondența $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}(\psi_*)$ pe baza rel. (5.4).

FUNCTION "SUMALF" - determină valoarea polinomului trigonometric asociat componentei normale a vitezei potențiale $\dot{U}_{n*}(\dot{\varphi})$ pentru $\dot{\varphi}$ dat rel.(3.94)

FUNCTION "SUMVM" calculează pentru variabila $\dot{\varphi}$ valoarea atribuită componentei $\dot{U}_{n*}(\dot{\varphi})$ prin polinomul de interpolare (3.166)

FUNCTION "VNCERG" - apelează relațiile (3.32), (3.64) pentru determinarea funcției de $\dot{\varphi}$ a componentelor $\dot{U}_{nk}(\dot{\varphi})$ și $\dot{U}_{n*}(\dot{\varphi})$. Subprogramul poate fi utilizat numai după determinarea în prealabil a funcțiilor (5.1) și apelul subprogramului UETA.

FUNCTION "AR" - stabilește corespondența $R = R(r)$ pe baza relației de transformare conformă locală (2.27), fie numeric prin interpolare în cazul suprafeței ovazate, fie analitic cu rel.(2.51) în cazul sferei.

FUNCTION "XSL" și "YSL" determină valorile funcțiilor de centur $\xi = \xi(\dot{\varphi})$ și $\eta = \eta(\dot{\varphi})$ asociate profilului din rețeaua rectilinie (2.86)...(2.89).

SUBROUTINE "RETUR 1" - efectuează numeric în cazul suprafeței ovazate sau analitic pentru sferă, transformarea conformă în sens invers. Astfel pentru variabila $\dot{\varphi}$ se determină prin apelul funcțiilor "XSL" și "YSL" punctul de pe centrul profilului din rețeaua rectilinie, iar apoi se determină coordonatele r, θ respectiv R, Θ a punctului imagine din planul rețelei circulare și radial-axiale.

SUBROUTINE "WKAFLA" - determină valoarea vitezei potențiale în ipoteza frântierii inpenetrabile, pe centrul profilului din rețeaua rectilinie pentru $\dot{\varphi}$ dat. La apelul subrutinei este necesară determinarea în prealabil a coeficienților a_n și b_n asociați polinomului de interpolare a funcției de centur a

profilului, reprezentat prin variabila $\dot{\varphi}$, respectiv a
 coeficienților $\sum n a_n$ și $\sum n b_n$ a parametrilor rotoclei rectilinii
 Λ și $1/t$, a parametrilor geometrice m, L , a valorilor
 funcțiilor $\Psi_* = \Psi_*(\dot{\varphi}), P(\dot{\varphi}), Q(\dot{\varphi})$ și incidenței α_∞ .
 Calculul vitezei se efectuează urmărind metoda prof. O. Popa și
 relațiile prezentate în /55/, /57/.

SUBROUTINE "RAFIO" - determină prin metoda înjumătățirii interva-
 lului rădăcina unei funcții transcendente. Se definește funcția
 în apelul subrutinei, intervalul în care se află rădăcina, precizia
 de calcul și numărul de iterații.

SUBROUTINE "FESI" - efectuează discretizarea funcției $\Psi_* = \Psi_*(\dot{\varphi})$
 pe intervalul $[0, 2\pi]$ într-un număr de intervale egale,
 definit prin apelul subrutinei.

SUBROUTINE "FISIFI" - efectuează discretizarea funcției inverse
 $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}(\Psi_*)$ pe intervalul $[0, 2\pi]$ într-un număr de intervale
 egale, definit prin apel.

SUBROUTINE "VCOEF" - utilizează metoda analizei armonice și relațiile
 prezentate în /13/ determină coeficienții α_n și β_n ai polino-
 mului de interpolare a funcției $U_{n*}(\dot{\varphi})$. Este necesară în prea-
 labil discretizarea funcției $U_{n*}(\dot{\varphi})$ pe intervalul $[0, 2\pi]$
 prin divizarea în 24 părți egale. Se determină 13 coeficienți α_n
 și 13 coeficienți β_n .

SUBROUTINE "FYVH" - servește la determinarea repartiției pe contu-
 rul cercului unitate a componentei U_{n*} . În cadrul subrutinei se
 efectuează discretizarea funcțiilor: $I(\dot{\varphi}), \xi(\dot{\varphi}), \eta(\dot{\varphi}), r(\dot{\varphi}), \vartheta(\dot{\varphi}),$
 $\frac{d\theta}{d\varphi}(\dot{\varphi}), \frac{d\sigma_k}{d\sigma}(\dot{\varphi}), \frac{d\eta_k}{d\eta}(\dot{\varphi}), \delta(\dot{\varphi}), u^*(\dot{\varphi}), \dot{\varphi} \in [0, 2\pi]$

care sînt necesare pentru discretizarea funcției $U_{n*}(\dot{\varphi})$.
 Apelul subrutinei trebuie precedat de apelul subrutinei "FESI" sau
 "FISIFI".

SUBROUTINE "ANACA" - pe baza funcțiilor algebrice de reprezentare
 a conturului profilului NACA din seria cu 4 cifre /97/, se efectuează
 discretizarea acestor funcții pe intervalul $[0, 2\pi]$ și se determină
 polinomul trigonometric de interpolare cu 7 coeficienți a_n și
 7 coeficienți b_n prin metoda analizei armonice /13/.

SUBROUTINE "QORTEG" - se calculează în puncte discrete valorile
 polinomului conjugat $U_{n*}(\varphi_*)$ cunoscută funcția $U_{n*}(\varphi_*)$ prin
 dezvoltarea cu serie convergentă. În rel. (3.167)...(3.170) integrarea
 se efectuează numeric prin apelul subrutinei "CUBSDQ".

SUBROUTINE "WMAF" și FUNCTION "WSTHIG" - servesc la determinarea
 parametrului "m" din funcția lui Weibull /55/ prin soluționarea
 ecuației transcendente, obținute din /44/ făcînd $\dot{\varphi} = 0, \varphi_* = \varphi_{*}$

prin metoda înjumătățirii intervalului.

SUBROUTINE "SFERA" - efectuează transformarea unui profil din plan pe suprafața sferică, urmărind metoda prezentată în Cap. II pe baza relațiilor (2.74)...(2.79). Poziționarea profilului pe suprafața sferică se efectuează astfel încât axa paletei întrepă suprafața sferei într-un punct situat pe cercul mare geodezic la 45% de bordul de atac.

SUBROUTINE "PRINCIPE" - determină parametrii geometriei ai rețelei circulare imaginare r_i, ψ_i și ai rețelei rectilinii r, t pe baza relațiilor (2.59), (2.60). Se apelează în cadrul ei subrutina "SFERA" pentru determinarea imaginii din plan a punctelor de pe vîrf asociate bordului de fugă și de atac.

SUBROUTINE "POLCOEF" - determină polinoamele de interpolare cu 6 coeficienți a_n și b_n ai funcției asociate centrului profilului din rețeaua rectilinie. Se efectuează discretizarea funcției $f(\psi)$ pe intervalul $\psi \in [0, 2\pi]$ prin interpolarea cu funcții spline cubice și se aplică metoda analizei armonice $1/2$.

SUBROUTINE "PRAFIL" - efectuează transformarea conformă locală de pe suprafața ovazată de fermă sarcină definită numeric, în plan pe baza rel. (2.26), (2.27). Se determină constanta r_0 din (2.27) prin condiția obținerii rețelei circulare normale. Coordonatele $r = r(R)$ se obțin numeric pe baza acestora și a relațiilor (3.35), (3.53) se determină distribuția vorticității $\gamma(r)$ și funcția $U^*(r)$ din planul imaginare al rețelei circulare. Derivarea și integrarea se efectuează numeric cu funcții spline cubice, prin utilizarea rutinelor CUBSDQ și CUBSPIN.

SUBROUTINE "CUBSDQ" - efectuează aproximarea unei funcții exprimate numeric cu funcții spline cubice, pe baza metodei și relațiilor din /30/. Pentru un tabel de abscise de interpolare, se obține tabelul ordonatelor funcției, al derivatelor și al integralei definite cu limitele date de primul element din tabelul absciselor funcției și abscisa punctului de interpolare.

SUBROUTINE "BLANC" - calculează lungimi de arc pentru orice curbă dată pe suprafață de revoluție, suprafața fiind definită prin meridianul acesteia exprimat numeric, iar curba, prin ecuațiile parametrice $R=R(\psi)$ și $\theta=\theta(\psi)$ exprimate tot numeric. Lungimile de arc se obțin prin parametrizarea integralei curbelor și evaluarea numerică prin apelul subrutinei CUBSDQ. Subrutina este utilizată la calculul lungimii de arc pe meridian și pe conturul profilului din plan pe suprafața ovazată.

SUBROUTINE "CONFORMA" Pentru profilul construit în plan prin apelul subrutinei ALACA, se efectuează transformarea profilului pe suprafața de revoluție. În cazul suprafeței sferice transformarea se face prin apelul subrutinei SFERA și PRINCIP. În cazul suprafeței ovazate, profilul NACA construit în plan și instalat la unghiul de instalare β_s este transpus pe suprafața ovazată prin presupunerea absciselor peste meridian iar a arceurilor peste cercurile paralele.

Se obțin coordonatele x, R, θ ale profilului NACA transpus pe suprafața ovazată. Lungimile de arc se obțin prin apelul rutinei ELARG, întreg calculul fiind numeric.

Dacă obținerea coordonatelor profilului pe suprafața ovazată sau sferică se efectuează transformarea conformă de pe suprafață în plan, pentru obținerea coordonatelor profilului din planul rețelei circulare și rectilinii. În cazul suprafeței ovazate transformarea în planul rețelei circulare se face prin intersecție cu funcții spline cubice utilizând dependența $r = r(R)$ obținută prin apelul rutinei "RABIE". În cazul suprafeței sferice transformarea se face analitic pe baza relațiilor (2.51), (2.52). Se face apelul subrutinei PRINCIP pentru determinarea parametrilor geometrici ai rețelei rectilinii, iar prin utilizarea rel. (2.63), (2.64) se transpune conform profilul din rețeaua circulară în rețeaua rectilinie.

5.3. Programul "SECT" - efectuează intersecția paletei rotative de tură în două planuri de nivel și plane ortogonale axei paletei. Datele de intrare ale programului sînt cuprinse într-un fișier de date care se generează prin execuția programului "DIMENS", iar rezultatele sînt scrise tot în fișiere de date de ieșire atât pentru reprezentarea numerică cât și pentru reprezentările grafice. Algoritmul de calcul pentru efectuarea intersecțiilor corespunde celui prezentat în cap. 4.4.7. După execuția programului "SECT" pot fi lansate programele "SECPAL", "SECMAN" și "SECMIV" care efectuează reprezentările grafice ale paletei. Prin utilizarea unui "plotter" pot fi obținute direct desenele de execuție ale paletei. În cadrul programului se apelează subrutina "INTERS".

SUBROUTINE "INTERS" - pe baza algoritmului prezentat în cap. 4.4.7 efectuează intersecția paletei rotative cu plane de nivel și plane ortogonale axei paletei. Interpolările care intervin în acest calcul se efectuează prin apelul subrutinelor "CURSPLM" și "CURSDQ" (acestea utilizează funcțiile spline cubice).

CAPITOLUL VI

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA ROTORULUI DE TURBINA DIAGONALĂ D 45

Cercetările efectuate pe partea experimentală, fac parte dintr-un program amplu de cercetări teoretice și experimentale contractuale ale CCSITEM Regița, în domeniul turbinelor diagonale.

În cadrul tezei se prezintă rezultatul primei faze a acestor cercetări, ce constă în investiția globală energetică a unei variante de rotor diagonal D 45, dimensionat prin metoda transformărilor conforme în ipoteza aproximării suprafețelor de curent cu suprafețe sferice (vezi Cap.4.5.6).

Rotorul de turbină diagonală prezentat în Cap.4.5.6 a fost realizat la diametrul 350 mm și încadrat în circuitul hidraulic al unui model de turbină diagonală D 45 / Ø 350 mm. Modelul de turbină a fost instalat în stațiunea de măsurători în circuit deschis de la CCSITEM Regița în vederea efectuării încercărilor energetice. Încercările au fost efectuate la cădere (H) variabilă, în cadrul a circa 550 regimuri de funcționare, prelucrarea datelor s-a efectuat cu ajutorul unui calculator M 118 iar diagrama universală energetică s-a determinat prin interpelări efectuate grafic asupra curbelor primare rezultate din măsurători.

6.1. Stațiunea de măsurători și aparatura de măsură

6.1.1. Stațiunea de măsurători. Este de tipul circuit deschis și prezentată schematic în Fig.6.1. Modelul de turbină (TM) este racordat printr-o conductă Ø 500 mm de bazinul amonte (BAM) cu suprafața liberă și nivel constant, alimentat permanent de o pompă centrifugă în dublu flux de tipul "SIREF 900". În aval, modelul se racordează la rezervorul aval (RAV) sub presiune, prevăzut cu robinetul de purjare a aerului (RP). Pe conducta de evacuare a apei având Ø 800 mm (CEV) racordată la rezervorul aval, este intercalat tubul venturi (TV), iar la capătul conductei (CEV) o clapetă de obturare acționată electro-mecanic (MAO).

Clapeta de obturare permite reglarea presiunii în rezervorul aval, deci și a căderii turbinei și asigură umplerea rezervorului aval la debite mici. Datorită inerției mari, ce caracterizează acest sistem de reglare a căderii, menținerea constantă a căderii în întreg cursul măsurătorilor este extrem de greoie, astfel că încercările s-au efectuat la cădere variabilă.

Frînarea turbinei se realizează electric cu ajutorul generatorului frînă (GF) având puterea nominală de 75 kW la 1500 rot/min. Stațiunea este prevăzută cu un sistem automat recuperativ de prescriere și menținere constantă a turației turbinei. Generatorul frînă are

statorul basculant și dispus pe lagăre hidrostatice, alinente de la un grup de trei. Cuplul la nivelul statorului, este transmis la balanța semiautomată (SBA).

6.1.2. Măsurarea debitului Q se utilizează ansamblul format din: un tub Venturi de tip simetric cu secțiunea de lucru $\phi 190$ mm și secțiunea de intrare $\phi 355$ mm, prizele de presiune prevăzute cu inel colector și piezometrul diferențial cu mercur. Ramura de joasă presiune a tubului este prevăzută cu un vas tampon colector. Venturimetrul este intercalat în conducta de evacuare aval având diametrul $\phi 300$ mm la aprox. 20 m distanță de model (vezi Fig. 6.1). Venturimetrul a fost tarat în circuitul hidraulic prezentat în Fig. 6.1. În faza de tarare legătura între rezervorul amonte și cel aval s-a realizat prin modelul de turbină D 60 al CCSITBH, căruia i s-a îndepărtat rotorul, iar deversarea debitului în aval efectuându-se în bazinul de tarare al CCSITBH. Tararea s-a efectuat prin metoda vasului etalon. Măsurarea timpilor de deplasare a caruciorului de deviere a vinei de apă cît și a umplerii vasului s-a efectuat cu ajutorul a 2 cronometre electronice tip CM 365 fabricație RSR, caracterizate de o precizie de 10^{-5} s.

Măsurarea coloanei de apă din bazinul de tarare se efectuează pe baza unui sistem cu plutitor, care asigură o precizie a măsurătorii volumice de $0,0270647$ m³. Astfel eroarea maximă efectuată la determinarea volumului este:

$$\epsilon_v = 0,1 \% \quad (6.1)$$

Eroarea maximă efectuată la măsurarea presiunii cu piezometrul diferențial cu mercur este :

$$\epsilon_{\Delta h} = 0,55 \% \quad (6.2)$$

Eroarea efectuată la determinarea debitului se obține prin însumare /92/-:

$$\epsilon_q = \epsilon_v + \epsilon_{\Delta h} = 0,65 \% \quad (6.3)$$

Rezultatele tarării sînt prezentate parțial în tabelul nr.1.

Tabelul nr.6.1.

Nr. crt.	Vas etalon T(sec)	V(m ³)	Q(m ³ /s)	Piezometru H		
				H (mm)	H (mm)	H (mm)
1.	522,1959	219,5193	0,26737	62	261	343
2.	536,3250	225,5305	0,26872	147	327	474
3.	734,0250	215,3810	0,29751	121,5	303	424,5
4.	523,455	220,5662	0,26591	60	260	360
5.	577,590	219,5981	0,26022	60	257	297
6.	540,000	220,6420	0,23294	40	217	257
7.	1010,525	210,5053	0,21652	33	200	220
8.	1122,975	218,9096	0,19501	3	150	183
9.	776,49	219,047	0,28313	63	264	347

s-a urmărit aproximaarea curbei de tarare a asbitului sub forma funcției :

$$Q = C \sqrt{\Delta H_Q} \quad (6.4)$$

Pentru determinarea constantei C, valorile experimentale ale acceției au fost prelucrate urmărind regresia polinomială prin metoda polinoamelor lui Coșigov. Calculând dispersia până la polinoame de gradul 6, s-a constatat că polinomul de gradul 0 asigură deja o dispersie de 2.10^{-9} . S-a obținut astfel:

$$C = 0,01440263037 \quad (6.5)$$

Erora medie pătratică rezultată prin aproximaarea curbei de tarare prin rel.6.4 și constanta definită de rel.6.5 este de $4,5074.10^{-5}$.

6.1.3. Măsurarea căderii H. se utilizează manometrul diferențial cu sistem rotativ "ASTRO". Acesta este racordat între: sonda de presiune ascende (PA1) (vezi Fig.6.1) dispusă pe conducta ascende $\varnothing 500$ mm la distanța de 2 m de axa turbinei model și sonda de presiune aval (PA2) instalată la nivelul frontal al rezervorului aval. Acest manometru servește la măsurarea termenului static al căderii H_{st} . Pentru calculul termenului dinamic H_d , se aproximează la valoarea 1 coeficientul de neuniformitate al distribuției de viteze în conductă, astfel:

$$H_d = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{\rho Q^2}{g \pi D_i^5} = k Q^2 \quad (6.6)$$

$$D_i = 0,5 \text{ m}; \quad k = 1,32203 \quad (6.7)$$

Relația de calcul a căderii :

$$H = H_{st} + 1,32203 \cdot Q^2 \quad (6.8)$$

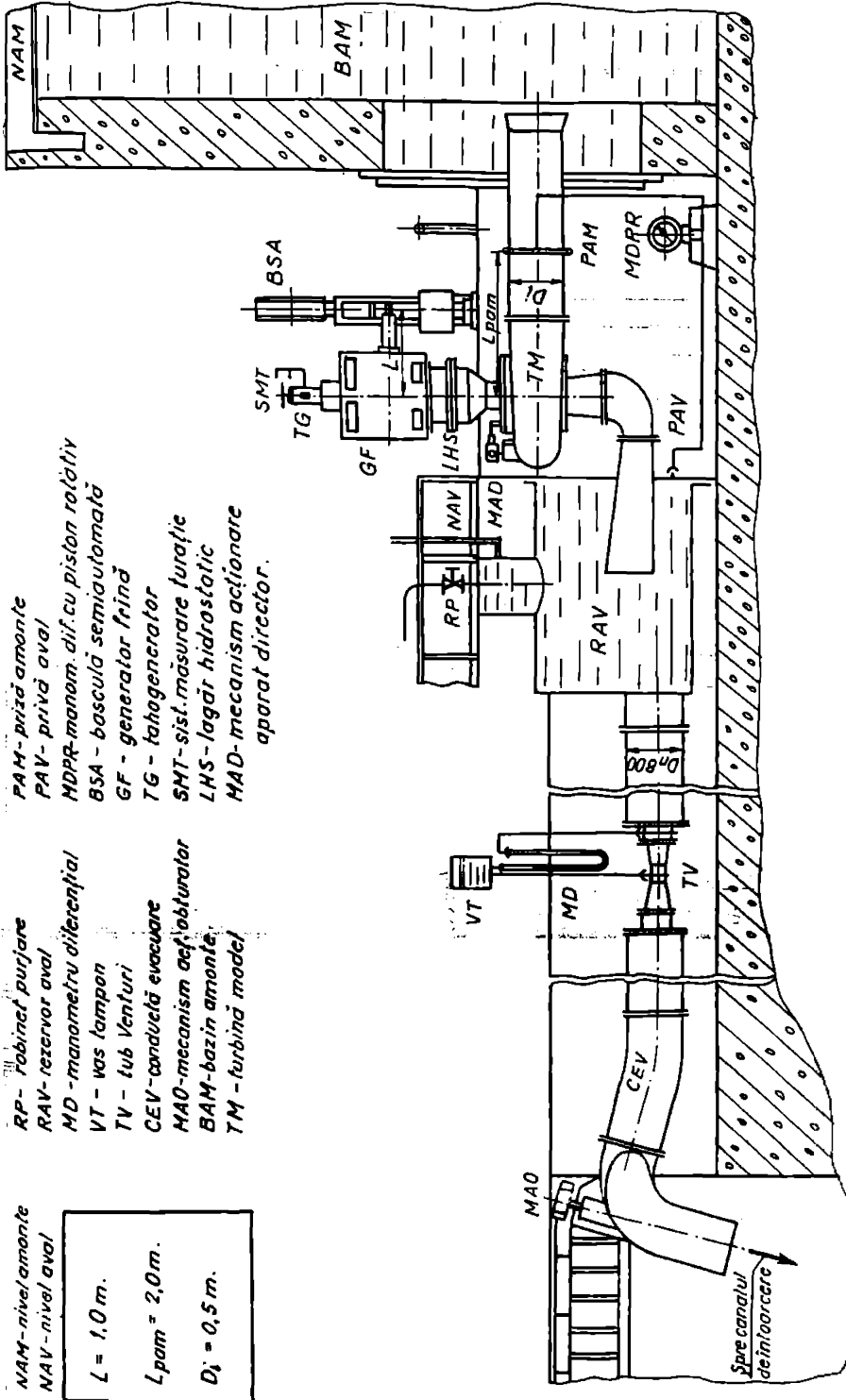
Erora efectuată la măsurarea căderii statice cu manometrul diferențial "ASTRO" în intervalul căderilor de încrecare este :

$$\epsilon_{H_{st}} = 0,15 \% \quad (6.9)$$

Avînd în vedere relația de calcul a căderii (6.8) și erora efectuată la debit, rel.(6.3), erora relativă procentuală efectuată la măsurarea căderii se determină /92/,

$$\epsilon_H = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial H}{\partial H_{st}} \Delta H_{st} + 2k \cdot Q \Delta Q \right) = 0,16762 \% \quad (6.10)$$

6.1.4. Măsurarea turației se efectuează pe baza unui sistem electronic care este format dintr-un circ prevăzut cu 60 de fante dispus pe axul generatorului, un sistem de măsurare a impulsurilor format din celulă foto și un numărător electronic de impulsuri. Baza de timp instalată fiind de 1 s, sistemul afișează direct valoarea turației în rotații pe minut. Precizia de măsurare a numărătorului fiind de ordinul 10^{-1} secunde, precizia de determi-



NAM - nivel amonte
 NAV - nivel aval
 L = 1,0 m.
 L_{pam} = 2,0 m.
 D_j = 0,5 m.

RP - robinet purjare
 RAV - rezervor aval
 MD - manometru diferentia
 VT - vas lampon
 TV - tub Venturi
 CEV - conduclă evacuare
 MAO - mecanism ael-obturator
 BAM - bazin amonte
 TM - turbină model

PAM - priză amonte
 PAV - priză aval
 MDRR - manom. dif. cu piston rotativ
 BSA - bascula semiautomată
 GF - generator frină
 TG - tahogenerator
 SMT - sist. măsurare turație
 LHS - lagăr hidrostatic
 MAD - mecanism acționare aparat director.

Fig. 0.1.

mare a turației este de 1 rotație pe minut. Erroarea relativă procentuală care se realizează cu acest sistem la măsurarea turației, considerând intervalul turațiilor de încălzire :

$$\varepsilon_n = 0,3 \% \quad (6.11)$$

6.1.5. Măsurarea cuplului. Motorul turbinei este montat direct pe arberile generatorului frână, ansamblul rotitor fiind instalat pe lagăre cu rulmenți într-un arbore tubular oscilant, suspendat la nivelul său pe lagăre hidrostatische. Pe arberile oscilant se fixează rigid staterul generatorului frână, cuplul turbinei fiind măsurat la nivelul staterului generatorului frână prin intermediul unui braț având lungimea de 1 m. Această variantă constructivă asigură măsurarea directă a cuplului hidraulic (pierderile în lagărele hidrostatische fiind neglijabile) și elimină pierderile mecanice și de ventilație.

Brațul generatorului frână este racordat la dispozitivul de măsurare a cuplului format din bascula semiautomată tip MF-Z-01 și balanța tip CA-5 fabricație "Balanța" Sibiu.

Bascula semiautomată este un aparat de cântărire constituit dintr-un ansamblu de pîrghii cu brațe iacobine fixate pe cașcioaie care transferă cuplul staterului într-o fărță reasă prin raportul de pîrghii la capul de cântărire. Etalonarea dispozitivului s-a efectuat prin încălzirea acestuia cu greutatea etalon. Precizia dispozitivului de măsurare a fărței este $\varepsilon_F = 0,05 \%$, iar precizia de măsurare a cuplului, adică $\varepsilon_C = 0,1 \%$ este precizia de măsurare a lungimii brațului :

$$\varepsilon_M = \varepsilon_F + \varepsilon_l = \pm (0,05 \% + 0,1 \%) = \pm 0,15\% \quad (6.12)$$

6.2. Modelul de turbină diagonală D 45

6.2.1. Elemente constructive .Ansamblul turbinei diagonale D.45 model $\varnothing 350$ mm a fost proiectat și executat de către CCȘITERM Reșița .Circuitul hidraulic este prezentat în fig.6.2., iar dimensiunile principale ale modelului sînt indicate în tabelul nr.6.2 comparativ cu recomandările din literatură /5/,/41/.Exprizarea mărimilor este dimensională cît și adimensională prin raportarea dimensiunilor la diametrul caracteristic al rotorului de 350 mm.

Modelul este prevăzut cu posibilitatea reglării palete-lor rotorice și directeare. Pentru aceasta, paletele rotorice sînt fixate în butuc prin strîngerea cu șarub și piuliță, iar calajul lor se realizează prin știft de centrare. Acest sistem asigură rigiditatea palte-lor în cursul măsurărilor. Stărușorul se efectuează față de staterul turbinei ,cu labirinți, iar fața de arberile oscilant prin sinerizuri.

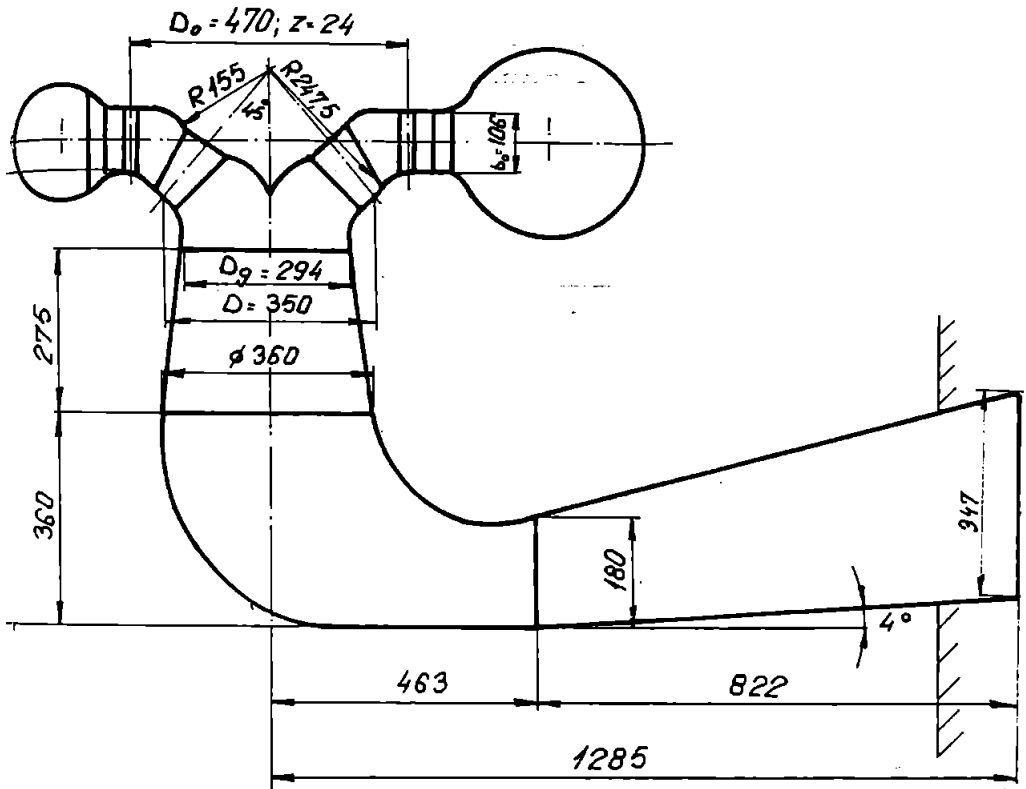


Fig.6.2.

Reglarea poziției, rotelui în cameră, pentru centrul jocurilor marginale, se efectuează prin șabla distanțiere, intercalate între flanșa arborelui și butuc.

Aparatul directer de tipul radial, este reglat, acțiunea inelului de reglare se efectuează mecanic, cu antrenare manuală prin intermediul unui mecanism cu șurub și culisă. Sumarul de rotații ale arborelui de intrare în mecanism este înregistrat de un contor mecanic. Etanșarea aparatului directer este realizată prin inelul "O".

3.2.2. Etanșarea a mecanismului aparatului directer

Aparatul directer radial are 24 paletă de înălțime $b_0 = 166$ mm, diametrul de instalare al fusurilor $D_a = 470$ mm, iar profilul paletei corespunde dimensional celui din Fig.6.3.

Taboul nr.6.2.

Parametrii turbinei : $n_1 \approx 3000 \text{ rot/min}$ $H = 90-120 \text{ m}$ $n = 90-85 \text{ m/min}$ $Q_n = 0,75-0,725 \text{ m}^3/\text{s}$				
Mărimi	Dimensiuni recomandate din statistică		Dimensiuni ale modelului experimental D45	
	adimens.	(mm)	adimens.	(mm)
Număr palete rotor	-	9-10	-	10
Diametrul butucului	0,575-0,675	204,2-236,2	0,626	249,2
Înălțimea aparatului director	0,35-0,3	122,5-105	0,302	106
Diametrul caracteristic al aparatului director	1,3-1,35	455-472,2	1,343	470
Diametrul gîturii după rotor	0,875-0,9	306,2-315	0,84	294
Înălțimea tubului de aspirație	2-2,3	700-804	1,81	635
Distanța dintre axa turbinei și secț. de ieșire din aspirator	4,77	1669,5	3,67	1285
Înălțimea secțiunii de ieșire a tubului de aspirație	1,21	423,5	0,991	347
Joc paletă rotor în cameră	$0,65 \cdot 10^{-3}$	0,2275	$1,65-2,1 \cdot 10^{-3}$	$0,58-0,735$

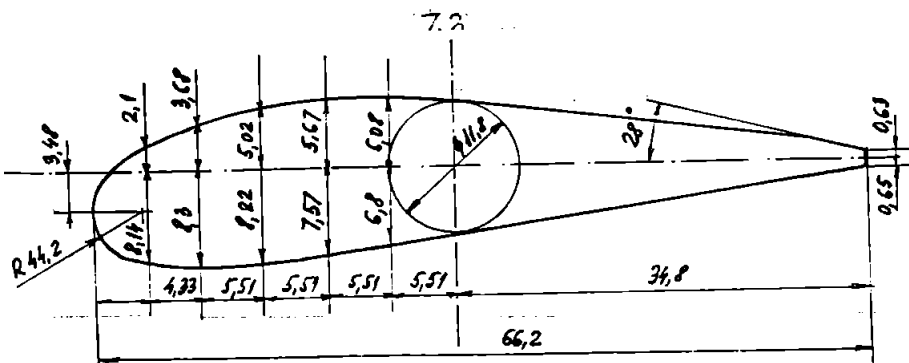


Fig.6.3.

Tabelul nr.6.3

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	Media
0	97740	97740	97740	97740	97740	97740	97.740
4	97873	97868	97804	97896	97855	97884	97.877
8	97977	97977	97986	97994	97961	97977	97.979
12	98071	98071	98071	98085	98048	98071	98.069
16	98164	98164	98164	98180	98138	98164	98.162
20	98255	98255	98232	98264	98227	98255	98.243
24	98311	98311	98316	98349	98316	98341	98.334
28	98435	98435	98411	98442	98411	98435	98.423
32	98523	98523	98510	98533	98510	98533	98.522
36	98629	98629	98616	98635	98616	98635	98.627
40	98753	98741	98741	98760	98741	98760	98.749
44	98890	98862	98890	98900	98890	98900	98.889

r_1 = diametrul culei otalea la beroul de fugă

r_2 = inaltația centerului

Etalarea aparatului directer a urmarit determinarea ero-
rății între deschiderea paletelor directoare a, măsurată la beroul
de fugă al paletelor și inaltația centerului, asociata cursei mecanice-
ului de reglare. Etalarea s-a efectuat prin introducerea unei oale
etalea cilindrice între beroul de fugă, la o perechi de palete și în-
registrarea indicățiilor centerului. Fiecare măsurătoare s-a efectuat
după "scutorea jocului din mecanism, iar pentru fiecare poziție a
paletelor directoare s-a considerat ca s-a 6 măsurători. Rezultatul
este prezentat în tabelul nr.6.3.

6.2.3. Geometria paletelor rotorului. Paletetele rotorice
s-au confecționat din alamă prin turnare, iar apoi frezate prin espiera
cu adaus, după un model de lemn realizat pe baza curbelor de nivel ale
paletelor. Finisarea paletelor s-a efectuat manual printr-un dispozitiv
de a pornis permanent centerul dimensional în șapte secțiuni plane
prin paletă, atât pe extradosul cit și pe intradosul paletelor. Pentru
instalarea paletelor în butuc, aceasta a fost fixat și centrat pe o
axă rotativă a unei mașini de frezat în coordonate. S-au reparat 8
paletete de pe intradosul unei paletete, pentru calarea acestora la po-
ziția nominală de funcționare, aceasta servind drept referință și
pentru celelalte paletete. Paletetele s-au fixat prin strângerea cu pa-
șubul și s-au efectuat alocajele de peult la poziția nominală. Aloca-
jele de știft pentru pozițiile intermediare $\pm 5^\circ$, $\pm 10^\circ$, $\pm 15^\circ$, $\pm 20^\circ$,
s-au realizat față de alocajul inițial, utilizând un șablon de centrare
După instalarea paletelor în butuc, s-a prelucrat șerifaria paletelor
prin strângere sferică, la cota nominală ± 350 mm.

Pentru verificarea instalării paletelor în butuc, acesta a fost centrat din nou pe masa rotativă a mașinii de frezat în coordonate. Cu ajutorul comparatorului cu vîrf au fost reperate cîte 3 puncte de pe extradósul unei palete, considerată drept paletă de referință, iar apoi s-au determinat față de aceasta, abaterile la cota în cele 3 puncte și pentru celelalte palete. Pentru fiecare paletă s-a calculat o medie a abaterilor unghiulare de poziție față de paletă de referință. Verificările s-au efectuat pentru poziția nominală cît și pentru pozițiile intermediare $\pm 5^\circ$, $+ 10^\circ$, $+ 15^\circ$. Rezultatele sînt prezentate în tabelul nr. 6.4.

Precizia de efectuare a acestor măsuri este dată de precizia comparatorului 0,01 mm și precizia unghiulară a mesei rotative FUS 250-270.

La montajul rotorului în turbină s-a efectuat verificarea jocului paletelor în camera rotorului, aceasta fiind o măsură care influențează parametrii funcționali ai turbinei. Măsurarea jocului s-a efectuat cu ajutorul unui set de calibre ("espioni"), prin introducerea acestora în interstițiul format de camera rotorului și extremitatea periferică a paletei. În tabelul nr. 5 se prezintă măsura jocului exprimată în milimetri, pentru patru poziții de instalare ale paletelor.

Tabelul nr. 5.5.

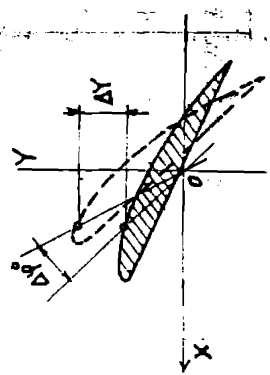
Jocul paletelor în camera rotorului (mm)

Pale- ta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0°	0,60	0,65	0,70	0,80	0,90	0,95	0,85	0,95	0,70	0,65
$+ 5^\circ$	0,35	0,40	0,50	0,75	0,75	0,75	0,70	0,60	0,45	0,35
$+ 10^\circ$	0,40	0,45	0,55	0,55	0,65	0,65	0,65	0,65	0,55	0,60
$+ 15^\circ$	0,55	0,60	0,65	0,80	0,75	0,90	0,85	0,85	0,75	0,65

În vederea efectuării verificării geometriei fiecărei palete, acestea au fost instalate într-un dispozitiv centrat pe masa mașinii de frezat în coordonate. Utilizînd comparatorul cu vîrf, s-au determinat coordonatele carteziene ale punctelor de pe extradós cît și intradós în trei secțiuni plane ortogonale unei paletei, corespunzătoare unor secțiuni de calcul, în zona mediană și zona periferică.

Abateri măsurate pe model.

φ°	Paleta 1		Paleta 2		Paleta 3		Paleta 4		Paleta 5		Paleta 6		Paleta 7		Paleta 8		Paleta 9		Paleta 10	
	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$	ΔY (mm)	$\Delta \varphi^\circ$
0°	0	0	-1,65	-1,50	-1,86	-1,67	-2,1	-1,78	-0,65	-0,59	+0,9	+0,81	-1,30	-1,25	-1,18	-1,6	-1,44	-1,3	-1,18	-1,18
+5°	0	0	-1,15	-0,84	-1,4	-0,83	-0,75	-0,75	1,22	-0,91	+0,26	+0,2	-0,64	-0,48	-0,66	-0,91	-0,68	+0,02	+0,02	+0,02
+10°	0	0	-2,4	-1,77	-2,41	-2,02	-1,42	1,199	-0,65	-0,47	+0,53	+0,45	-0,67	-0,58	-0,54	-0,64	-0,55	+0,15	+0,15	+0,48
+15°	0	0	-1,35	-0,83	-1,65	-0,77	-2,25	-1,71	+0,47	0,29	+0,47	0,29	-1,62	-0,99	-1,24	-0,76	-1,5	-0,82	-1,2	-0,74
-5°	0	0	-1,85	-1,63	-1,77	-1,55	-1,09	-0,96	-1,5	-1,32	-0,06	-0,05	-1,14	-1,06	-1,49	-1,31	-1,02	-0,9	-0,94	-0,93



Pentru reducerea erurilor cauzate de grosimea vârfului comparatorului, paleta a fost instalată în dispozitiv într-o poziție rotită față de poziția nominală de funcționare, astfel încât secțiunea de verificare din zona butucului să devină orizontală. Pentru aceasta s-a efectuat o recalculare a coordonatelor profilurilor rezultate din proiect, pentru o rotație a sistemului cartezian de 35° .

Calarea paletelor în dispozitiv, în vederea verificării geometriei, s-a efectuat reperind pe extradusul sau intradusul paletai două puncte dispuse simetric față de axa paletai, astfel încât să se realizeze simetric abaterilor coordonatelor acestora. S-a considerat drept referință și sistemul cartezian OXY, cu originea dispusă în axa de rotație a paletai, axa OY orientată în direcția de deplasare a comparatorului, iar axa OX în direcția de deplasare a mesei mașinii de frezat în coordonate. În tabelele 6.5, 6.7, 6.8 sunt prezentate coordonatele X_0, Y_0 ale extradusului profilurilor în cele trei secțiuni de efectuare a măsurătorilor, și ΔY_0 abaterile ordonatei, pentru fiecare paletă măsurată. În tabelele 6.9, 6.10, 6.11 sunt prezentate aceleași mărimi $X_1, Y_1, \Delta Y_1$ corespunzătoare intradusului. Toate mărimile sunt reprezentate în milimetri.

6.3. Metodologia de încercare și prelucrare a rezultatelor

6.3.1. Metodologia de încercare. Datorită unor particularități constructive ale stațiunii de măsurători de circuit deschis, încercările nu s-au putut efectua urmând metoda optimizării directe [65], [66].

Determinarea suprafeței caracteristice energetice pentru turbina cu dublu reglaj s-a efectuat prin explorarea familiei de suprafețe caracteristice pentru turbina cu palete fixe, parametrul familiei fiind unghiul de instalare al paletelor rotorului, notat cu φ . Încercările s-au efectuat la cădere variabilă. Explorarea suprafeței caracteristice pentru turbina cu palete fixe s-a efectuat prin investigarea regimurilor primare de funcționare a modelului. Diagramele primare de funcționare a turbinei cu palete fixe se obțin considerând diferite deschideri a_0 ale aparatului director, iar pentru fiecare deschidere prin varierea turăției de la zero până la turația de anbalare. Diagramele primare se asociază perechilor de funcții biparametrice:

$$\eta = \eta(n_n, a_0 = \text{const}, \varphi = \text{const}) \quad (6.13)$$

$$n_n = n_n(Q_{11}, a_0 = \text{const}, \varphi = \text{const}) \quad (6.14)$$

unde η este randamentul hidraulic al turbinei, iar n_{11} și Q_{11} turația respectiv debitul unitar.

X_0	50	40	30	20	10	0	-10	-20	-30	-40	-50	-60
Y_0	0,15	10,43	11,50	12,05	11,60	10,00	9,75	0,40	6,02	5,35	3,71	2,1
Paleta 1	-0,21	-0,15	-0,11	-0,4	-1,29	-1,02	-1,22	-1,42	-1,50	-2,01	-2,42	-2,01
2	-1,19	-1,45	-0,01	-1,08	-0,93	-0,96	-0,94	-1,14	-1,13	-1,26	-1,42	-1,75
3	-1,76	-0,99	-0,66	-0,93	-0,76	-0,75	-0,63	-0,54	-0,48	-0,57	-0,02	-1,19
4	-1,69	-0,28	0,9	0,63	0,01	-0,2	-0,73	-1,29	-1,59	-0,42	-1,2	-2,67
5	-1,42	-0,16	0,36	0,09	0,33	0,03	-0,29	-0,64	-0,96	-1,61	-2,16	-1,90
6	-1,34	-0,03	-0,66	-0,64	-0,76	-0,73	-0,91	-0,49	-0,41	-0,62	-0,95	-0,94
7	-1,03	-1,14	-1,39	-0,80	-0,90	-0,65	-0,7	-0,61	-0,52	-0,56	-0,55	-0,03
8	-1,72	-1,12	-0,72	-0,67	-0,7	-0,02	-0,75	-0,52	-0,44	-0,64	-0,6	-0,02
9	-1,51	-0,95	-0,95	-0,96	-0,92	-0,70	-0,70	-0,50	-0,50	-0,59	-0,00	-0,90
10	-1,24	-0,99	-0,02	-0,78	-0,54	-0,64	-0,84	-0,66	-0,52	-0,9	-1,05	-1,52

Abatevi extrados (mm). Secciónes V. R. $\epsilon = 0,199$ m Tubolul nr.6.7.

X_0	60	40	30	20	10	0	-10	-20	-30	-40	-50	-70
Y_0	0,3	0,4	0,42	11,65	12,29	12,5	12,4	11,95	11,30	10,69	9,82	7,95
Salota 1	-0,04	-0,41	-0,7	-0,97	-1,26	-1,50	-1,92	-2,16	-2,33	-2,61	-2,06	-2,71
2	-3,05	-2,22	-1,90	-1,03	-1,90	-1,60	-1,75	-1,69	-1,67	-1,60	-1,42	-1,73
3	-1,05	-1,72	-1,53	-1,41	-1,41	-1,39	-1,46	-1,37	-1,28	-1,36	-1,30	-1,97
4	-1,1	0,72	0,09	-1,02	-1,11	-1,04	-1,0	-1,15	-1,08	-1,17	-1,2	-1,20
5	-1,49	0,10	-0,26	-0,91	-0,05	-1,45	-1,03	-1,40	-1,57	-1,61	-1,69	-1,9
6	-2,54	-1,19	-1,06	-0,97	-0,99	-1,00	-1,00	-0,80	-0,79	-0,76	-0,70	-1,02
7	-2,00	-1,66	-1,41	-1,27	-1,3	-1,29	-1,08	-1,00	-1,00	-0,95	-0,91	-1,07
8	-1,3	0,75	0,13	-1,1	-1,32	-1,31	-1,45	-1,6	-1,03	-1,19	-1,2	-1,32
9	-1,26	-1,01	-0,02	-0,24	0,09	0,15	0,10	0,27	0,48	1,05	1,20	1,12
10	-1,15	-1,2	-0,08	-0,72	-0,51	-0,12	0,00	0,19	0,62	0,79	1,19	1,22

Tabelul nr.6.8.

ABATURI extrados (mm) Sectiunea VIII. $R_g = 0,232$ m.

X _e	50	40	30	20	10	0	-10	-20	-30	-40	-50	-U ₀
Y _e	-4	4,6	6,05	8,43	9,71	10,05	11,05	12,6	13,1	13,4	13,62	13,55
Palata 1	-0,29	-0,41	-0,12	0,68	0,85	0,61	0,56	0,2	-0,06	-0,21	-0,44	-1,01
2	-2,62	-2,22	-1,46	-0,67	-0,1	0,71	0,12	0,02	-0,06	-0,02	-0,04	0,1
3	-2,49	-1,86	-1,06	-0,17	0,47	0,74	0,74	0,69	0,67	0,69	0,64	0,65
4	1,67	0,64	0,62	0,67	0,55	-0,09	-0,63	-1,44	-2,16	-1,82	-1,96	-2,1
5	1,33	0,26	0,38	0,71	0,77	0,45	-0,14	-0,79	-1,42	-1,9	-2,01	-2,2
6	-1,06	-1,02	-0,21	0,71	1,34	1,61	1,59	1,40	1,49	1,6	1,59	2,24
7	-2,27	-1,54	-0,71	0,23	0,92	1,2	1,24	1,14	1,13	1,20	1,32	1,93
8	-0,31	-0,32	-0,08	0,15	0,28	0,35	0,36	0,40	0,74	0,79	0,89	1,32
9	-1,06	-1,06	-1,01	-0,05	-0,01	-0,05	0,00	0,15	0,19	0,40	0,67	1,09
10	-1,27	-1,03	-0,97	-0,42	-0,12	0,01	0,12	0,20	0,29	0,64	0,83	1,30

Tabelul nr.6.9.

ABATURI intrados (mm) Sectiunea III. $R_g = 0,177$ m

X _d	50	40	30	20	10	0	-10	-20	-30	-40	-50	-60
Y _d	1,95	2,95	3,62	3,90	3,92	3,55	2,94	2,30	1,6	0,85	0,22	0,20
Palata 1	-0,51	-0,76	-0,86	-0,86	-0,8	-0,68	-0,67	-0,76	-0,67	-0,99	-1,03	-1,04
2	-0,54	-0,89	-1,06	-1,77	-1,01	-0,14	-0,06	-1,07	-1,20	-1,35	-1,36	-1,28
3	-1	-1,34	-1,46	-1,41	-1,24	-0,32	-0,91	-1,07	-1,16	-1,21	-1,31	-1,45
4	2,66	1,53	0,65	-0,12	-0,75	-0,6	-1,02	-0,94	-1,2	-1,29	-1,44	-1,49
5	-0,5	-0,64	-0,89	-1,01	-0,96	-0,14	-0,91	-1,19	-1,46	-1,56	-1,64	-1,64
6	-0,31	-0,61	0,34	-0,67	-0,46	0,37	-0,33	-0,49	-0,69	-0,71	-0,80	-0,56
7	-1,22	-1,48	-1,56	-1,53	-1,3	0,40	1,1	-1,26	-1,42	-1,43	-1,4	-1,17
8	-1,02	-1,23	-0,96	-0,77	-0,92	0,59	-0,56	-0,60	-0,97	-0,95	-1,1	-0,92
9	-0,68	-0,79	-0,92	-1,05	-1,11	-0,34	-0,76	-0,96	-1,13	-1,2	-1,25	-1,17
10	-0,02	-0,67	-0,80	-1,36	-1,3	-0,20	-0,01	-1,12	-1,05	-1,32	-1,20	-1,30

	60	40	30	20	10	0	-10	-20	-30	-40	-70
X ₁	-3,75	0,70	2,59	3,02	4,64	5,20	5,7	5,94	6,1	6,2	6,45
Palota	1	0,51	-0,49	-1,03	-1,60	-1,26	-1,51	-1,70	-1,99	-2,2	2,79
	2	-1,04	-1,6	-0,53	-1,61	-1,59	-1,49	-1,73	-1,74	-1,73	-1,53
	3	1,67	1,97	-0,92	-1,74	-1,60	1,49	-1,77	-1,71	-1,69	1,69
	4	2,91	0,98	0,50	-1,2	-2,02	1,27	-1,35	-1,54	-1,7	1,97
	5	-0,27	-0,56	-0,03	-1,21	-1,23	-1,37	-1,51	-1,62	-1,72	1,99
	6	-0,74	-0,86	-0,95	-0,69	-1,11	-0,54	-0,63	-0,64	-0,61	0,54
	7	-1,04	-1,40	-2,02	-1,93	-1,67	-1,51	-1,68	-1,65	-1,56	1,34
	8	-1,06	-1,93	-0,0	-0,0	-2,07	-1,61	-1,64	-1,63	-1,20	1,70
	9	-0,54	-0,72	-0,94	-0,79	-1,0	-0,59	-0,63	-0,74	-0,62	0,63
	10	-0,50	-0,79	-0,80	-0,97	-1,02	-1,42	-1,64	-1,92	-1,70	1,92

Wabelul nr.6,11

ABATEDI intrador (mm) Socfajura VIII. R_G = 0,232 m.

	60	40	30	20	10	0	-10	-20	-30	-40	-50	-U0
X ₁	-11,19	-3,7	-0,75	1,7	3,0	5,6	7,12	6,35	9,36	10,2	10,9	12,05
Palota	1	2,71	1,79	1,46	1,13	0,96	0,13	-0,24	-0,40	-0,59	-0,69	-0,95
	2	0,51	0,29	0,11	-0,06	-0,09	-0,40	-0,59	-0,62	-0,59	-0,47	0,02
	3	0,27	0,09	0,54	0,1	-0,13	-0,43	-0,47	-0,40	-0,4	-0,30	0,12
	4	2,01	1,62	1,31	1,26	0,33	-0,37	-2,31	-0,09	-0,04	-0,15	-0,7
	5	2	1,47	1,2	1,01	0,8	0,20	0,11	0,02	-0,15	-0,06	0,34
	6	1,76	0,67	1,59	1,51	1,44	1,11	0,03	0,13	0,29	0,46	0,92
	7	0,01	0,47	0,37	0,36	0,29	-0,09	-0,13	-0,17	0,11	0,04	0,09
	8	0,35	0,05	0,62	-0,15	-0,18	-0,44	-0,57	-0,50	-0,42	-0,32	0,10
	9	0,99	0,39	0,22	0,1	-0,1	-0,62	-0,56	-0,60	-0,67	-0,49	0,09
	10	0,09	0,19	0,27	0,21	0,05	-0,12	-0,16	-0,74	-0,9	-0,02	-1,1

In cadrul unui regim primar, după fixarea unei poziții pentru paleta rotorului și pentru aparatul director, se instalează turajia de încercare, care este menținută constantă de sistemul automat de reglare a turajiei. Înregistrarea datelor se efectuează în regim staționar, respectiv după stabilirea căderii, debitului și turajiei.

Se înregistrează următoarele mărimi:

- poziția paletelor rotorice față de poziția nominală de funcționare ψ (grade)
- deschiderea a_0 a aparatului director, respectiv indicația centrului de înregistrare a poziției aparatului director
- indicația numărătorului de turajie n (rot/min)
- indicația manometrului "ASTRO" asociată căderii statice H_{st} (m col H_2O)
- indicațiile piezometrului diferențial cu mercur racordat la venturimetru, pentru măsurarea debitului H_{Q1} , H_{Q2} (mm col Hg)
- indicația balanței, pentru măsurarea cuplului X_M (kgf).

6.3.2. Prelucrarea rezultatelor măsurărilor. Mărimile măsurate s-au prelucrat utilizând un calculator M.118 pe baza unui program BASIC.

- H (m) căderea de încercare, se determină cu rel. (6.8)
- Q (m^3/s) debitul turbinei, se determină cu rel. (6.4) și (6.5)
- Turajia unitară n_{11} (rot/min) și debitul unitar Q_{11} (m^3/s) se obțin din H și Q prin aplicarea relațiilor /5/:

$$n_H = \frac{n_0}{\sqrt{H}}, \quad Q_H = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}} \quad (6.15)$$

- puterea utilă P_u (kW) se obține pe baza indicației balanței și turajiei:

$$P_u = M \cdot \omega = \frac{I_n}{3060} \cdot L \cdot X_M \quad L = 1 \text{ m} \quad (6.16)$$

- puterea hidraulică P_h (kW)

$$P_h = 9,81 \cdot Q \cdot H \quad (6.17)$$

- randamentul turbinei (4):

$$\eta = \frac{P_u}{P_h} \cdot 100 [\%] \quad (6.18)$$

Particularitățile constructive legate de modul de măsurare a cuplului (vezi 6.1.5) au permis eliminarea pierderilor mecanice și de ventilație la determinarea randamentului turbinei.

În vecinătatea zonelor de randament maxim, precizie de măsură a instrumentelor implică următoarele erori la determinarea parametrilor modelului:

- creșterea puterii utile, se obține prin:

$$\varepsilon_{P_u} = \varepsilon_M + \varepsilon_n = 0,45\% \quad (6.19)$$

- creșterea puterii hidraulice, se obține prin:

$$\varepsilon_{p_h} = \varepsilon_H + \varepsilon_Q = 0,817\% \quad (6.20)$$

- creșterea la determinarea randamentului se obține din η și considerînd relația (6.19) și relația (6.20):

$$\varepsilon_\eta = \sqrt{\varepsilon_{p_h}^2 + \varepsilon_{p_h}^2} = 0,935\% \quad (6.21)$$

Pe baza mărimilor calculate s-a efectuat reprezentarea grafică a diagramelor primare. În continuare, suprafața caracteristică energetică pentru turbina cu reglaj dublu, asociată combinațiilor optime ale poziției paletelor reterice și directeare, s-a obținut printr-un procedeu bazat pe interpolarea grafică.

Suprafața caracteristică energetică a turbinei cu dublu reglaj, este locul geometric al punctelor asociate regimurilor de randament maxim, pentru diverse combinații Q_0 și φ și diverse turații unitare n_{11} . Ea poate fi determinată cunoscînd curbele de intersecție ale suprafeței cu plane $n_{11} = \text{const.}$ în reprezentarea (η, n_{11}, Q_{11}) . Pentru aceasta, se efectuează intersecția suprafețelor de randament ale turbinei cu palete fixe, cu o familie de plane $n_{11} = \text{const.}$, respectiv a familiilor de curbe primare (6.13), (6.14) cu linii $n_{11} = \text{const.}$, rezultînd o altă familie de curbe primare caracterizate de $n_{11} = \text{const.}$, φ fiind parametrul familiei:

$$\eta = \eta(Q_H, \varphi), \quad n_{11} = \text{const.} \quad (6.22)$$

$$Q_0 = Q_0(Q_H, \varphi), \quad n_{11} = \text{const.} \quad (6.23)$$

Prin unirea punctelor asociate vîrfurilor de randament se obțin curbele optimizate, ce aparțin suprafeței caracteristice energetice pentru turbina cu reglaj dublu.

$$\eta_{opt} = \eta_{opt}(Q_{11}, n_{11} = \text{const.}) \quad (6.24)$$

$$Q_{0opt} = Q_{0opt}(Q_{11}, n_{11} = \text{const.}) \quad (6.25)$$

Intersectarea curbelor (7.25) cu o familie de plane de nivel caracterizate de $\eta = \text{const.}$ se obțin curbele de egal randament, iar prin intersectarea curbelor (7.26) cu o familie de drepte $Q_0 = \text{const.}$ se obțin curbele de Q_0 optim. Prin asocierea punctelor de randament maxim la $\varphi = \text{const.}$ se obțin curbele de φ constant:

$$n_{11} = n_{11}(Q_{11}, \varphi = \text{const.}) \quad (6.26)$$

Procedeu este prezentat grafic în Fig. 6.4.

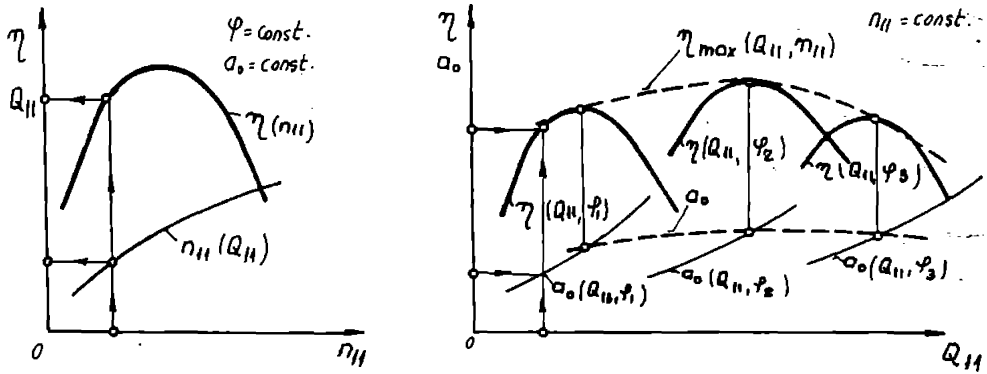


Fig.6.4.

6.4. Rezultatele încercării energetice

În cursul măsurătorilor căderea turbinei a fost menținută în limitele ce asigură "automodelarea"/90/, valorile limită ale căderii fiind cuprinse între $H = 1,9 \text{ m} - 4,0 \text{ m}$. Încercările s-au efectuat pentru 4 poziții ale paletelor rotorului, iar turațiile instalate au ajuns până la turația de ambalare ($n_{\text{ambalare}} = 630 \text{ rot/min}$).

În tabelul nr.6.12 sînt prezentate sinoptic regiunile combinatorii $\alpha_0 - \varphi$ de încercare și limitele între care s-a stabilit căderea în cadrul fiecărui regi.

Tabelul nr.6.12.

α_0, φ	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	32	36	40	44
0°	4,5-4,8m	3,8-4,2m	3,2-3,8m	2,9-3,6m	2,9-3,4m	2,6-3m	2,8-3,4m	2,6-3,3m	2,5-3,1m	2,4-3,2m	2,3-3,2m	2,6-3,7m	2,2-3,6m	2-3,4m	1,7-3,4m	1,8-3,5m	1,6-3,5m
+5°			3-3,8m		3-3,6m		2,8-3,6m	2,8-3,5m	2,7-3,4m	2,8-3,4m	2,6-3,3m	2,8-3,5m	2,4-3,2m	2,4-3,4m	2,1-3,3m	1,9-3,1m	
+10°								2,9-3,6m	3,3-3,5m	3,1-3,2m	2,9-3m				2,5-3,3m		
+15°					2,3-4,3		3,2-4,2m	3,2-4,3m	3,3-4,3m	3-4,1m	3,1-4m	3,3-4m	3,1-3,8m	3-3,5m	2,5-3,1m		

Măsurătorile s-au efectuat în cadrul a 44 de regimuri combinatorii $n_0 - \psi$ și aproximativ în medie în jurul a 12 turații în cadrul fiecărui regim, totalizând 547 regimuri de funcționare a turbinei.

În tacelele nr. 6.13 ... 6.15 sînt prezentate mărimile măsurate și calculate asociate regimurilor în care s-au înregistrat randamentele maxime.

Diagramele din Fig. 6.5 ... 6.8 reprezintă curbele primare asociate regiurilor de randament maxim pentru 4 poziții ale paletelor rotorice. În diagramele din Fig. 6.9 ... 6.13 s-au reprezentat intersecțiile suprafețelor de randament ale turbinei cu palete fixe de plane $n_{11} = \text{const}$ și curbele optimizate la $n_{11} = \text{const}$ asociate turbinei cu dublu reglaj, pentru 5 turații unitare din vecinătatea punctului optim.

În figurile 6.14 și 6.15 sînt reprezentate curbe de ambalare pentru 2 poziții ale paletelor rotorice, iar diagrama din fig. 6.16 reprezintă diagrama universală a turbinei cu dublu reglaj.

6.5. Analiza rezultatelor măsurătorilor. Concluzii

Observînd caracteristica universală a rotorului D 45, suprafața caracteristică se prezintă destul de aplatizată, astfel pentru modificarea poziției paletelor rotorice cu 15° față de poziția asociată punctului optim variațiile de randament sînt de maxim 1,5%. În tabelul nr. 6.17. se prezintă comparativ parametrii punctului optim măsurat și parametrii de calcul teoretic al rotorului, respectiv abaterile relative procentuale ale punctului optim măsurat față de punctul de calcul.

Tabelul nr. 6.17.

Mărimă	Simbol	Punct optim		
		măsurat	de calcul	abatere rel. proc.
turație unitară (rot./min)	n_{11}	75,52	90	+ 15,10%
debit unitar (m ³ /s)	q_{11}	0,304	0,75	-17,07%
poziție paletă rotor (grade)	ψ	+ 10	0	-

Labelul nr.6.14-

ROTOR D 45

CHI ROTOR FI= + 5 GRADE

SI IND INCERCARI IN CIRCUIT DESCHIS

SI SCHIDERA AP. DIRECTOR AO= 22.0000

PRIMI MASURATE

NR. CRT. (-)	TURATIA (ROT/MIN)	IND. BAL. (DAI)	HST (G)	HQ1+HQ2 (MM COL.ES)
33.0000	128.000	16.9000	3.37000	130.000
34.0000	156.000	16.5000	3.27000	133.500
35.0000	216.000	15.4000	3.08800	141.000
36.0000	255.000	14.1500	2.98000	146.500
37.0000	308.000	12.7500	2.86800	151.000
38.0000	367.000	11.1500	2.65000	154.500
39.0000	419.000	9.65000	2.70200	157.000
39.0000	454.000	8.40000	2.80000	156.500
41.0000	516.000	6.20000	2.79000	156.500
42.0000	559.000	4.15000	2.81000	155.000
43.0000	590.000	2.45000	2.91200	150.500
44.0000	648.000	.000000	3.28000	130.000

PRIMI CALCULATE

NR. CRT.	H11	Q11	IRA(%)
33.0000	24.2746	.730396	40.2516
34.0000	30.0244	.751159	43.6791
35.0000	42.7515	.793873	63.4730
36.0000	51.3521	.823339	71.3171
37.0000	63.1947	.851650	79.3615
38.0000	75.5215	.863995	82.2360
39.0000	87.2434	.881276	82.5280
39.0000	94.2333	.877099	77.4734
41.0000	107.291	.878643	65.2214
42.0000	115.892	.871419	47.1964
43.0000	120.153	.843910	28.8264
44.0000	124.924	.742482	.000000

NR. CRT. (-)	H (G)	Q (G/SEC)	PH (KW)	PT (KW)
83.0000	3.40605	.165128	5.51749	2.22088
84.0000	3.30702	.167335	5.42867	2.64265
85.0000	3.12710	.171972	5.27557	3.24656
85.0000	3.02062	.175293	5.14052	3.70424
87.0000	2.90967	.177955	5.03017	4.03175
88.0000	2.89264	.180016	5.10364	4.20114
89.0000	2.82553	.181467	5.02998	4.15114
90.0000	2.84340	.181177	5.05372	3.91529
91.0000	2.83340	.181177	5.03594	3.28451
92.0000	2.85233	.180307	5.04636	2.38171
93.0000	2.85373	.177671	5.14820	1.48404
94.0000	3.29605	.165128	5.33930	.000000

Tabelul nr.6.15

ROTOR 1000

UNGHII ROTOR DE + 10 GRADE
STAND INCORPORAT IN CIRCUIT DEGRUIS
DESCRIDEREA REACTOR ROTOR NO = 20.0000

MARINI MAGNETICI

NR.ORD. (-)	INDICIA (MAGN)	IND. BAL. (JGJ)	MSY (-)	MSY+IND (MAGN)
31.0000	10.0000	10.0000	3.30000	100.0000
32.0000	10.0000	10.2500	3.37500	100.5000
33.0000	10.0000	14.0000	3.34000	100.5000
34.0000	10.0000	14.1500	3.34000	100.5000
35.0000	10.0000	13.3000	3.20000	100.5000
36.0000	10.0000	12.2500	3.31500	100.5000
37.0000	10.0000	11.0000	3.35000	100.5000
38.0000	10.0000	6.00000	3.40000	100.5000
39.0000	10.0000	6.00000	3.42000	100.5000

MARINI CALIBRARE

NR.ORD. (-)	Q11	Q11	ETR(-)
31.0000	80.3079	803463	73.8334
32.0000	80.3046	805774	76.2016
33.0000	80.3071	805519	81.0063
34.0000	80.3193	804060	82.7344
35.0000	80.3258	804375	83.0714
36.0000	80.3182	8077604	81.0873
37.0000	80.32173	8067266	77.5799
38.0000	80.3409	8053963	69.1976
39.0000	80.3351	805653	59.3330

NR.ORD. (-)	Q	Q (-3/SEC)	PR (M)	PR (M)
31.0000	1.0074	1.00010	1.00000	4.00000
32.0000	1.0016	1.00019	1.00000	5.00000
33.0000	1.0033	1.00017	1.00000	3.00000
34.0000	1.0010	1.00007	1.00000	3.00000
35.0000	1.0005	1.00007	1.00000	5.00000
36.0000	1.0000	1.00000	1.00000	1.00000
37.0000	1.0000	1.00000	1.00000	1.00000
38.0000	1.0000	1.00004	1.00000	5.00000
39.0000	1.0000	1.00000	1.00000	3.00000

Labelul nr. 3.15

MOTOR D 45

SI ROTOR FI= + 15 GRADE

SI INCERCARI IN CIRCUIT DESCHIS

INDEREA AP. DIRECTOR IO= 22.0000

MI MASURATE

ROTOR (-)	TURATIA (ROT/MIN)	IND. BAL. (DAN)	IST (M)	IQ1+IQ2 (MI COL. IN)
.0000	166.000	21.5000	3.27000	201.000
.0000	198.000	20.5000	3.17500	205.000
.0000	265.000	17.7500	3.09000	213.000
.0000	300.000	16.1000	3.06500	215.000
.0000	341.000	14.5000	3.04500	217.000
.0000	380.000	13.4700	3.02500	217.000
.0000	422.000	11.4500	3.00000	213.000
.0000	469.000	9.25000	3.14500	207.000
.0000	504.000	7.90000	3.15000	207.000
.0000	546.000	5.30000	3.30000	197.000
.0000	644.000	.000000	4.07000	143.000

MI CALCULATE

ROTOR	MI1	MI2	ITA(S)
.0000	31.3550	.919108	54.6977
.0000	38.5486	.941591	53.3377
.0000	52.2665	.972316	73.3550
.0000	59.4006	.930692	76.1604
.0000	67.7298	.988321	79.7283
.0000	75.7201	.991514	81.3066
.0000	83.2319	.972316	75.9730
.0000	91.7280	.950510	68.0404
.0000	98.4969	.949769	62.3497
.0000	104.337	.905984	44.4121
.0000	111.186	.697390	.000000

ROTOR (-)	II (S)	Q (10/SEC)	PI (M)	PI (M)
.0000	3.132574	.205327	6.69801	3.63415
.0000	3.23134	.207359	6.57418	4.17032
.0000	3.14806	.211366	6.50051	3.12315
.0000	3.12463	.212337	6.50817	4.10070
.0000	3.13517	.213342	6.49573	3.13437
.0000	3.108517	.213342	6.45332	3.25507
.0000	3.14906	.211366	6.52556	4.13072
.0000	3.20240	.208360	6.54509	4.45392
.0000	3.20740	.208360	6.53511	4.03973
.0000	3.35463	.203273	6.68550	2.97053
.0000	4.10965	.173187	6.90819	.000000

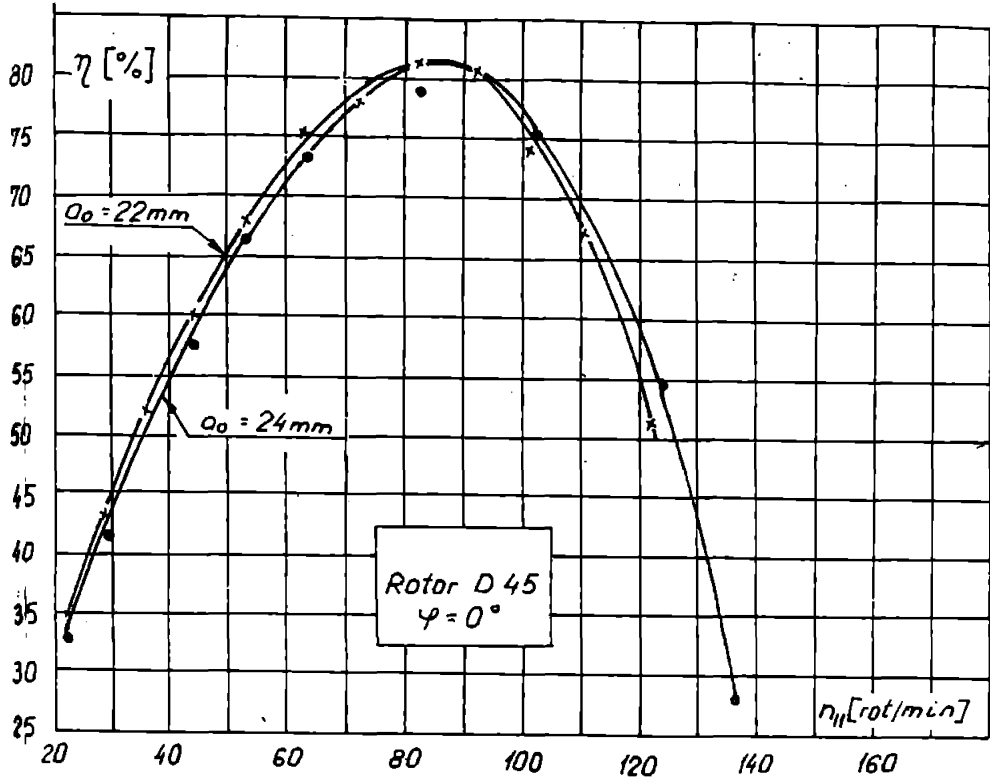


Fig. 6.5.

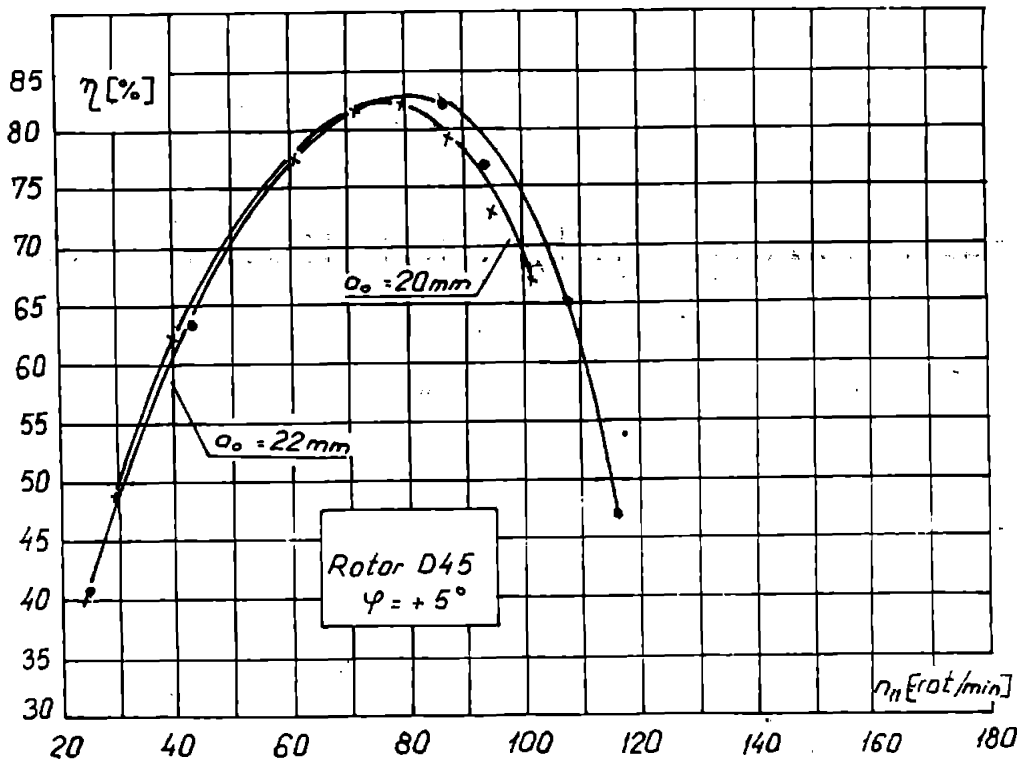


Fig. 6.6.

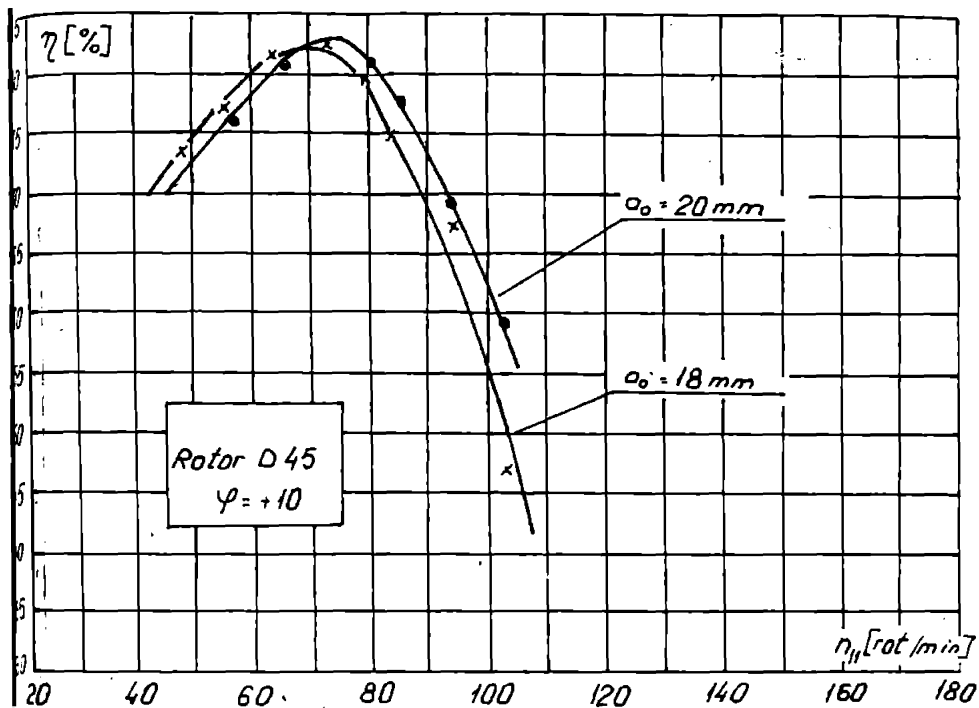


Fig. 6.7.

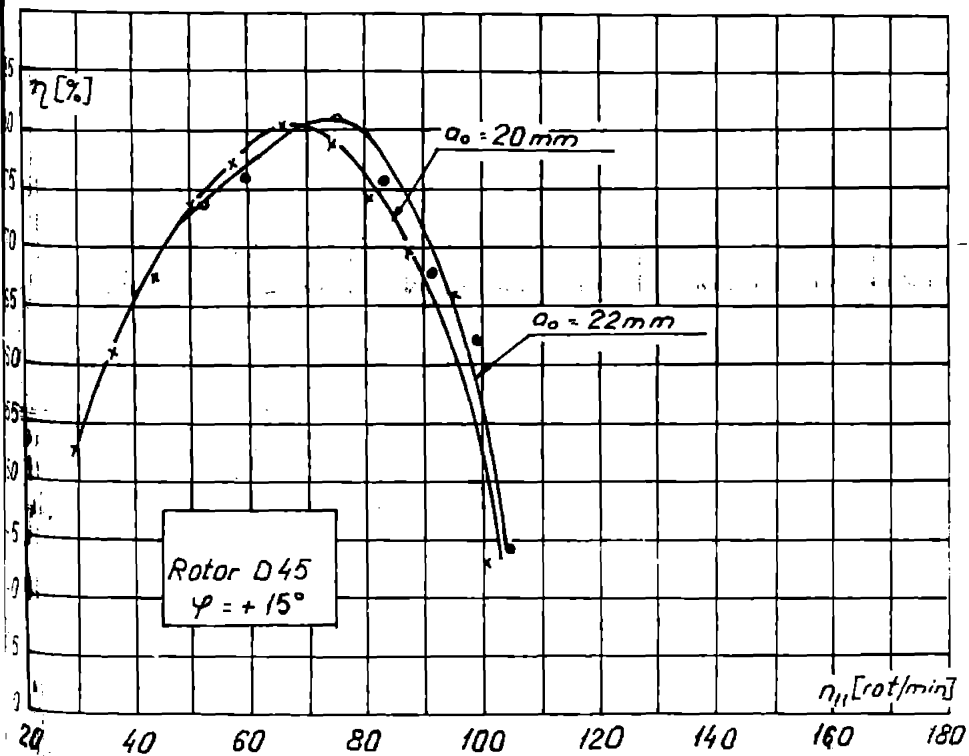


Fig. 6.8.

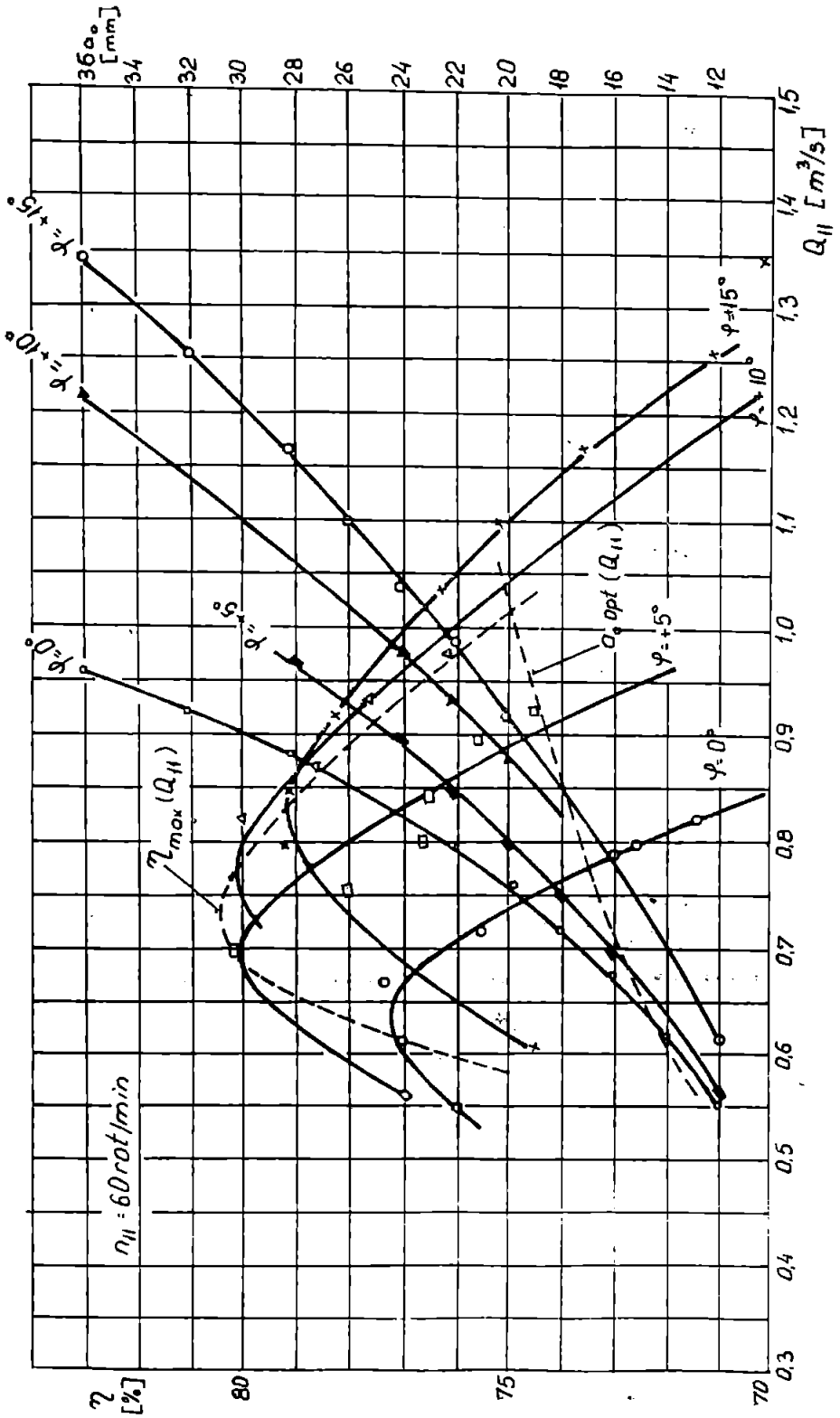


Fig. 6.9.

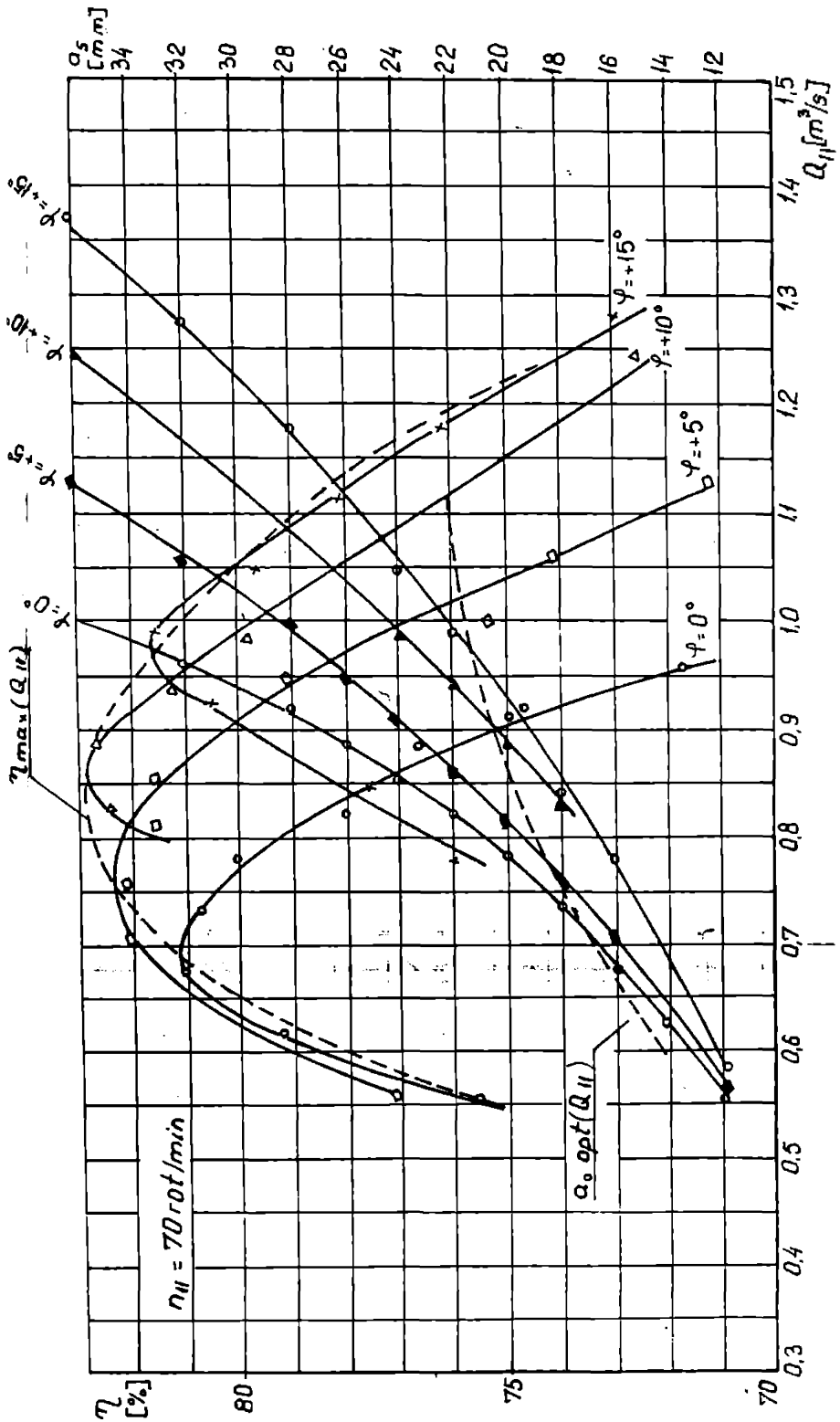


Fig. 5.16.

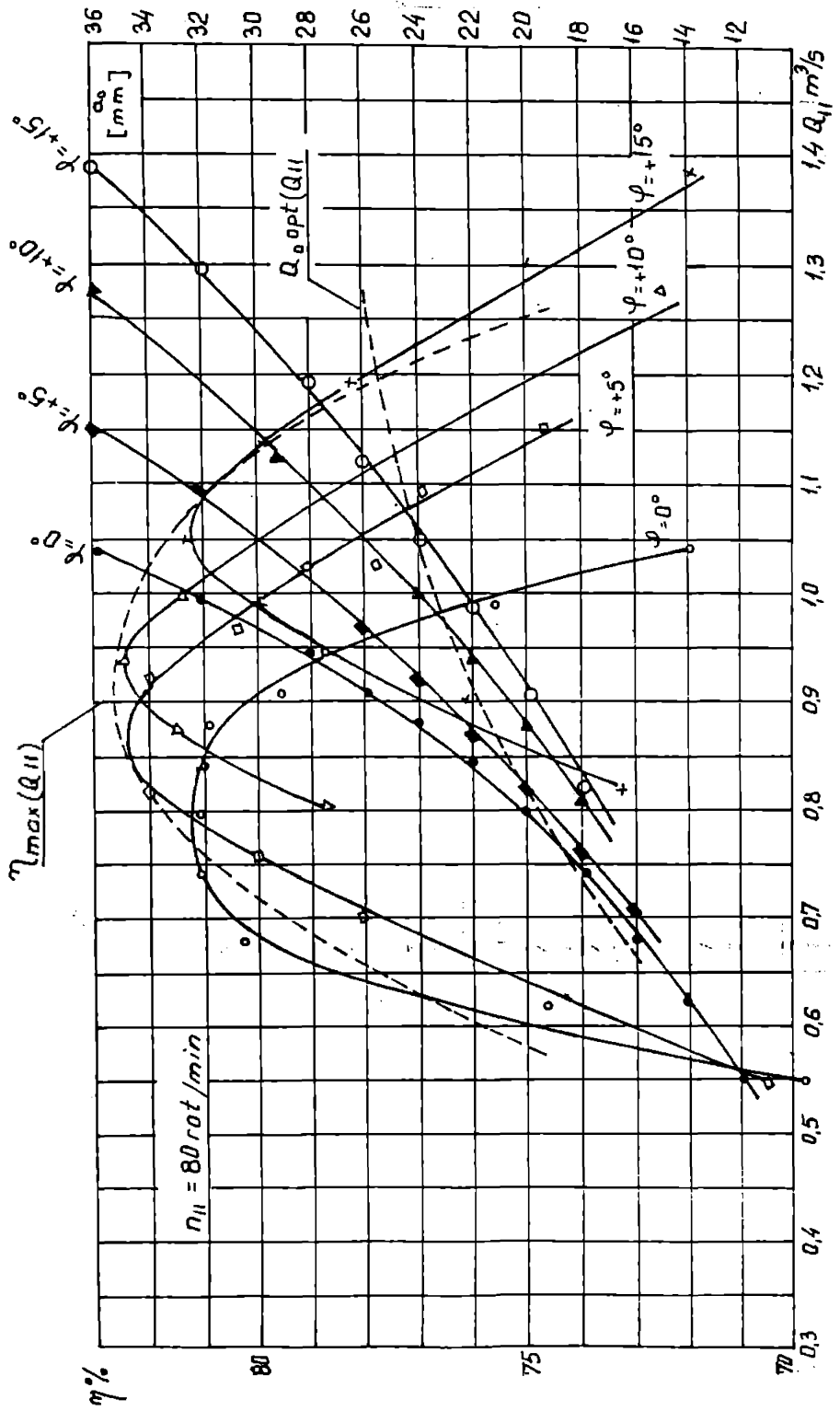


Fig. 6.11.

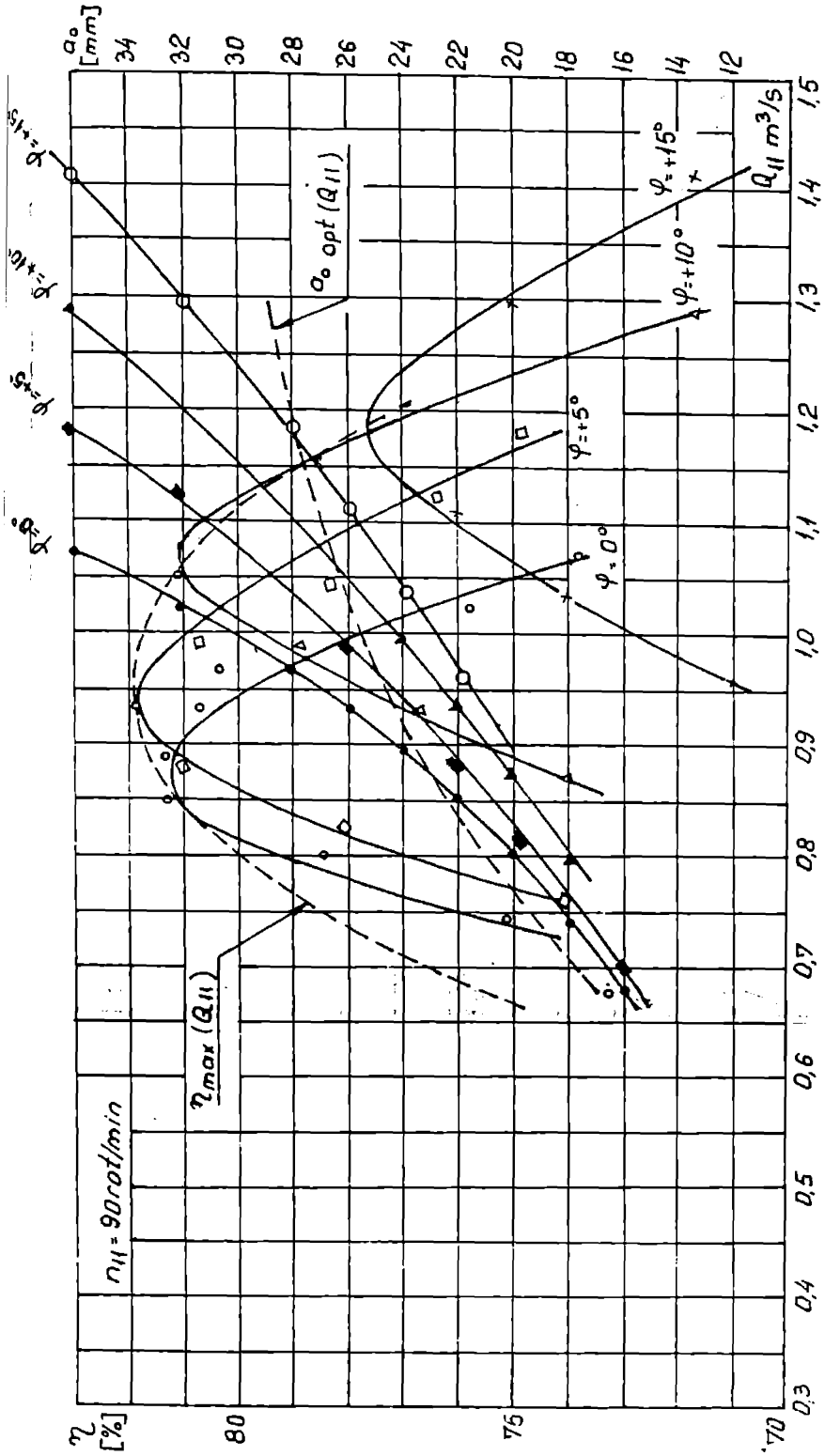


Fig. 6.12.

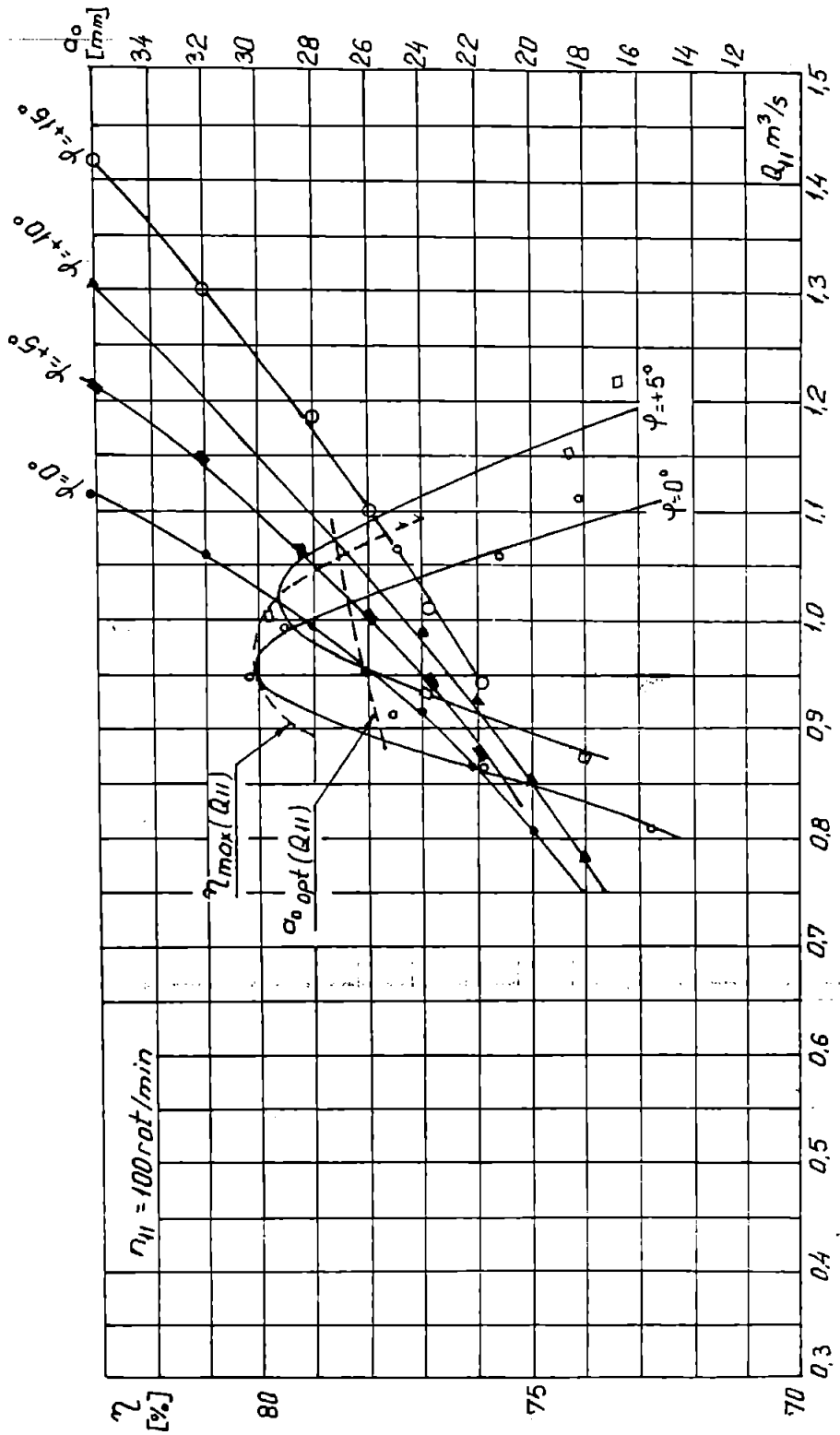


Fig. 6.13.

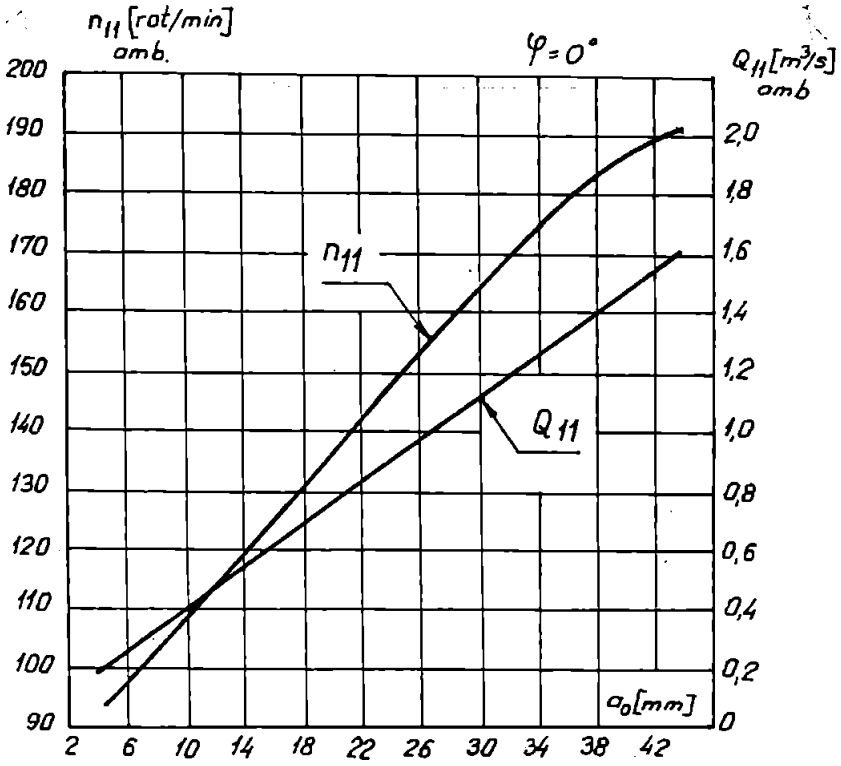


Fig. 6.14

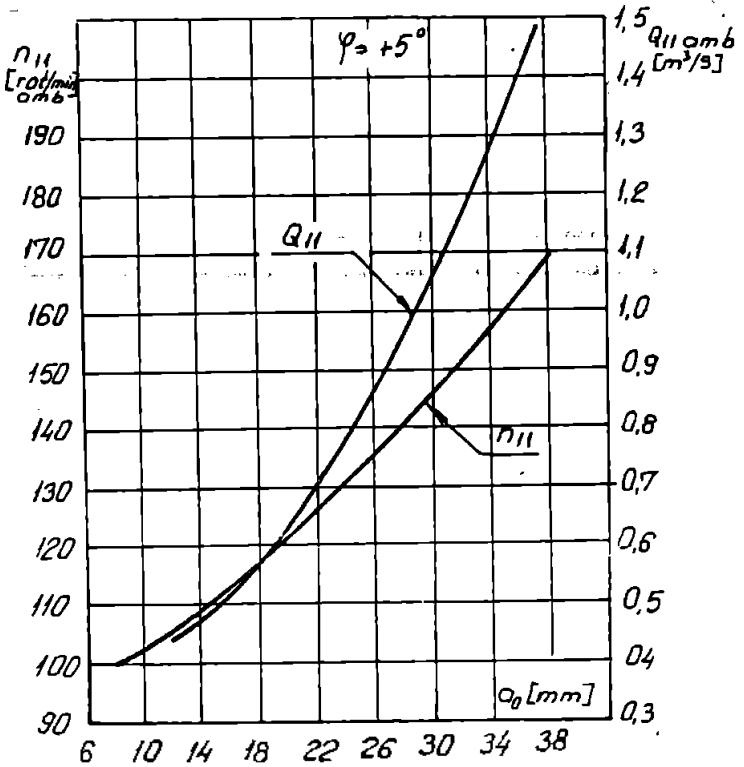


FIG. 6.15.

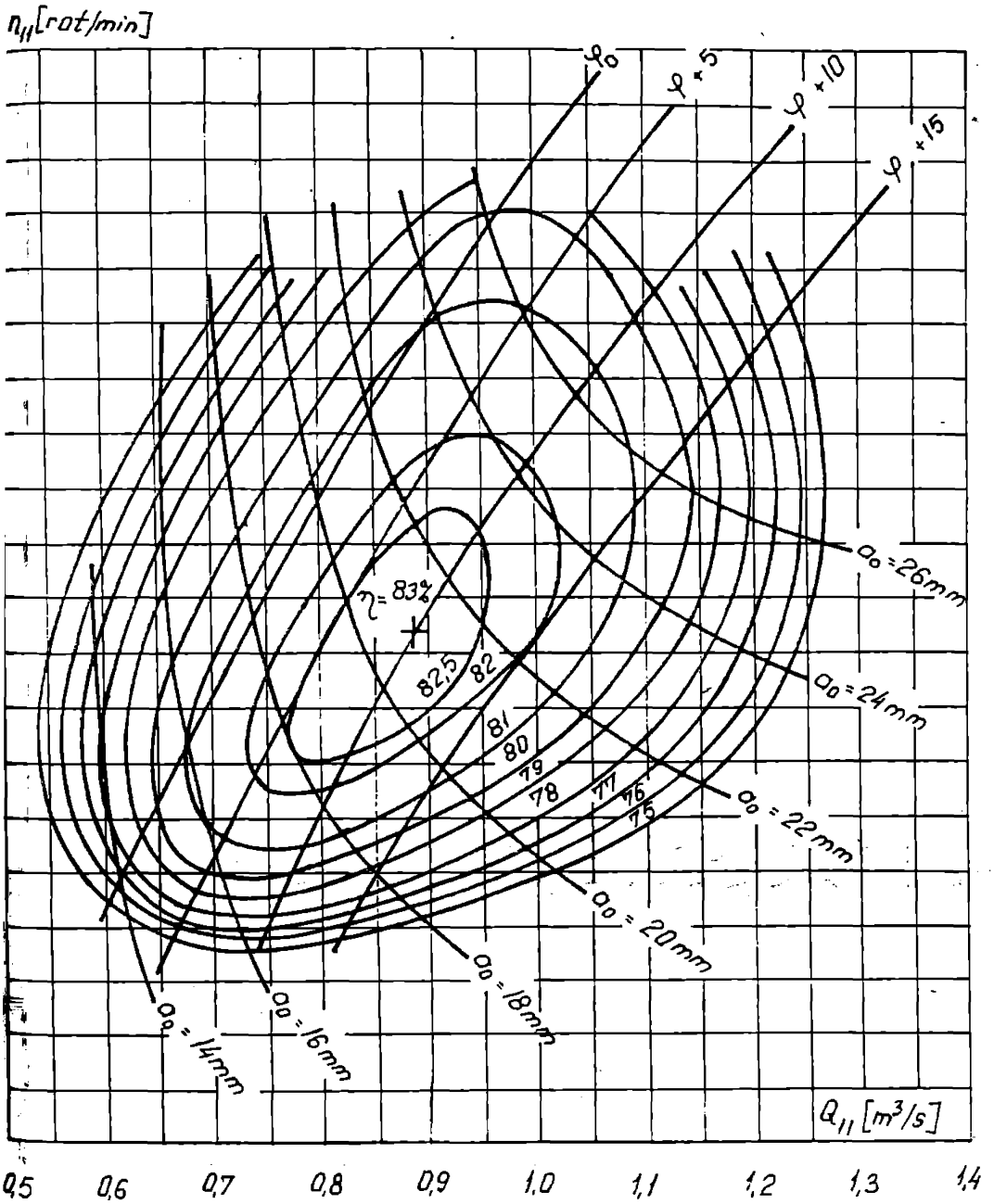


Fig. 6.16.

Randamentul maxim al unui regim măsurat este de 83%, la combinația paletelor rotorice și directoare $\varphi = 10^\circ$, $a_3 = 20$ mm. Se precizează că randamentul măsurat este randamentul ansamblului turbinei, asociat numai pierderilor hidraulice și volunice, contribuția pierderilor mecanice și de ventilație fiind eliminată la măsurători prin suspendarea pe lagăre hidrostactice a generatorului frână basculant. Literatura de specialitate /41/ oferă pentru aceste tipuri de turbine randamente cuprinse între 85 - 92 %, acestea fiind randamente hidraulice.

Valoarea mai redusă a randamentului maxim și abaterile punctului optim experimental față de cel de calcul, pot fi explicate efectuând analiza circuitului hidraulic al turbinei și geometria paletelor rotorului.

a). geometria paletelor rotorului Din măsurătorile de verificare a paletelor rotorului prezentat în tabelatele nr. 6.5...6.11 se constată :

- abateri de la configurația conturului profilurilor din secțiuni plane prin paletă. Acestea depășesc 0,35 mm în zona bordului de atac și respectiv 0,7 mm în restul paletelor, limitele maxime prevăzute de normele CEI /98/ s-au produs prin această modificare ale parametrilor geometrici și profilurilor, configurația scheletului și funcției de grosime cit și lungimea cozii.

- abateri privind uniformitatea instalării paletelor în butuc, pentru fiecare unghi de instalare, în unele 4-5 palete prezintă abateri unghiulare ce depășesc 0,25 grade, limita prevăzută în normele CEI /98/. Deformările geometrice provenite din execuție și operațiile de montaj, modifică parametrii hidrodinamici de calcul și familiei de rețele de profile, cu influențe negative asupra randamentului hidraulic și crează abaterea punctului optim de funcționare față de cel de calcul. Este dificilă o apreciere cantitativă a acestor influențe.

b). diametrul gîturii camerei rotorului - observînd tabelul nr. 6.3., această cotă exprimată adimensional este de 0,84 D și prezintă abateri față de recomandările din literatură /5/, /4/, unde corespunzător tipului de turbină D.25 H=90-120 m. se recomandă 0,875-0,9 D (/41/ pag-24 și pag.57). Această dimensiune are influență pregnantă asupra caracteristicilor energetice și cavitaționale /5/. Analizînd unele rezultate experimentale din literatură, la turbinele D.60 majorarea diametrului de la 0,85 D la 0,9 D conduce la majorarea randamentului hidraulic cu 1,5 % și micșorarea coeficientului de cavitație σ de la 0,38 la 0,27 (/41/ pag.133, 134; fig.69). La turbinele D.30 influența acestui diametru

este mai mare, astfel mărimea diametrului gîturii de la $0,975 D$ la $0,9 D$ determină creșterea randamentului cu 3% dar și o creștere a coeficientului de cavitație de la $0,12$ la $0,15$ (/41/ pag.49 fig.35). Considerînd media acestor rezultate, se apreciază pentru turbina $D 45$ că majorarea diametrului gîturii de la $0,95$ la $0,9$ produce o creștere a randamentului mașinii în domeniul de debite $Q_{11} = 0,6 - 0,75 \text{ m}^3/\text{s}$ cu $2,2\%$.

c). dimensiunile tubului de aspirație. Observînd tabelul nr.6.3, dimensiunile tubului de aspirație utilizat nu corespund dimensiunilor recomandate în literatură /5/, /41/, înălțimea tubului, lungimea tubului cît și aria secțiunii de ieșire fiind mult mai mică. Aceasta are drept efect o valoare scăzută a randamentului tubului de aspirație și cu efecte negative asupra randamentului global al turbinei. Astfel din /5/, pag.379, fig.11.10) rezultă că o majorare numai a înălțimii tubului de la $1,3 D$ la $2,5 D$ conduce la creșterea randamentului turbinei în vecinătatea debitelor unitare $Q_{11} = 0,8 \text{ m}^3/\text{s}$ cu 1% .

d). jocul paletelor în camera rotorului. Din tabelul nr.6.6 rezultă jocurile realizate la montaj în camera rotorului, jocul mediu variînd în funcție de pozițiile de instalare ale paletelor între $0,58 \text{ mm} - 0,735 \text{ mm}$; excentricitatea rotorului între $0,25 \text{ mm} - 0,4 \text{ mm}$, iar la poziția $\psi = +10^\circ$ corespunzătoare maximului de randament, jocul mediu a fost $0,58$ și excentricitatea $0,25$. Aceste valori depășesc recomandările din literatură /5/, /41/, ale fiind $0,65 - 10^{-3} D$, respectiv $0,25 \text{ mm}$ pentru modelul de 350 mm .

Valorile mărite ale jocului și excentricității în camera rotorului influențează negativ randamentul turbinei și abaterile punctului optim de funcționare față de cel de calcul, stît datorită pierderilor volumice, dar mai ales prin favorizarea turbionului marginal și distrugerea uniformității curentului în zona periferiei rotorului.

Observînd rezultatele măsurărilor efectuate de sovietici /41/, reducerea jocului de la $1 \cdot 10^{-3} D$ la $0,65 \cdot 10^{-3} D$ determină creșterea randamentului cu $0,6 - 1,2\%$ (/41/, pag.152, fig.76 și 77), iar reducerea jocului de la $2 \cdot 10^{-3} D$ la $1 \cdot 10^{-3} D$ determină la turbinele $D 45$ în domeniul debitelor $Q_{11} = 0,7 - 0,8 \text{ m}^3/\text{s}$ și $n_{11} = 70 - 90 \text{ rot/min}$ creșterea randamentului cu $2 - 2,5\%$ iar în domeniul debitelor $Q_{11} = 1,2 - 1,3 \text{ m}^3/\text{s}$ cu $1 - 0,8\%$. În domeniul turației unitare mai mari influența jocului scade (/41/, pag.152, 153, fig.78, 79). Pe baza acestora se estimează că reducerea jocului pentru modelul experimental de la valoarea medie $1,88 \cdot 10^{-3} D$ la $0,65 \cdot 10^{-3} D$ determină în domeniul de debite $Q_{11} = 0,7 - 0,9$ respectiv al turației $n_{11} = 70 - 90 \text{ rot/min}$ creșterea randamentului turbinei cu $2,3 - 3,4\%$. În concluzie, performan-

țele Modelului încercat pot fi îmbunătățite aducând următoarele modificări constructive:

- 1.- reducerea abaterilor unghiulare privind poziția de instalare a paletelor la valorile prevăzute de normele CEI și corectarea geometriei paletelor.
- 2.- reducerea diametrului de gîtuire a camerei la ieșirea rotorului la $0,9 D$.
- 3.- mărirea diametrului de gîtuire a camerei la ieșirea rotorului la $0,9 D$.
- 4.- înlocuirea tubului de aspirație cu un tub corespunzător recomandărilor (vezi tab.6.3.).

Prin aceste modificări se apreciază un efect pozitiv asupra abaterilor punctului optim de funcționare față de cel de calcul și majorarea randamentului mașinii în vecinătatea punctului optim cu 5,5-6 %.

Încercările experimentale efectuate, constituie o primă fază a cercetărilor experimentale asupra rotoarelor obținute prin aplicarea metodei transformărilor conforme și se referă la un rotor dimensionat prin particularizarea metodelor prezentate în Cap.III și IV în cazul suprafețelor de curent sferice. Deși dimensionarea în acest caz se efectuează pur analitic, este rapidă și simplă, rezultatele experimentale obținute indică dezavantajul creat de aproximarea suprafețelor reale de curent, care sînt de formă arbitrară și nedesfășurabile, cu suprafețe simple (în acest caz cu suprafețe sferice, vezi fig-4.4).

Se impune, continuarea cercetărilor experimentale considerînd variantele de rotoare 3 și 8 obținute prin aplicarea metodei de dimensionare a transformărilor conforme pornind de la suprafețele de curent arbitrare obținute pe baza metodei elementului finit.

CAPITOLUL VII

CONCLUZII, CONTRIBUTII PERSONALE, PERSPECTIVE

Din analiza rezultatelor obținute pe cale teoretică, prin utilizarea metodei transformărilor conforme pe baza programelor de calcul, cât și a rezultatelor experimentale obținute în urma încercărilor efectuate pe model, se conturează câteva concluzii privind soluționarea pe cale analitică a problemelor de hidrodinamică rețelelor de profile radial-axiale.

7.1. Concluzii

7.1.1. Utilizarea transformărilor conforme la soluționarea problemei directe și inverse la rețelele de profile radial-axiale, a permis aplicarea teoriei hidrodinamicii rețelelor plane de profile și obținerea soluțiilor pe cale analitică. Rezolvarea problemelor pe această cale este deosebit de avantajoasă în special la dimensionarea rotoarelor de turbină radial-axială, destinate căderilor joase, rezultând o metodă de dimensionare caracterizată de elasticitate și simplitate, abordabilă pe calculatoare cu performanțe medii. Problema directă și inversă, formulată în spațiul rotoarelor turbomașinilor radial-axiale în prezența rețelelor de profile dispuse pe familii de suprafețe de curent de formă arbitrară și nedesfășurabile, se reduce prin transformări conforme în domeniul unor familii de suprafețe mai simple desfășurabile. Ecuațiile asociate mișcării pe aceste suprafețe sînt mult mai simple și prin introducerea unor ipoteze simplificatorii sînt soluționabile pe cale analitică. Transformările conforme produc deformații pronunțate ale configurațiilor geometrice pe suprafața imagine (vezi Cap. II). Din acest motiv la rezolvarea problemei inverse pe suprafața imagine este obligatorie introducerea unei secvențe de calcul al acestor deformații pentru alegerea soluțiilor de configurație convenabilă pe suprafața fizică, din spațiul rotorului radial-axial.

7.1.2. Metoda transformărilor conforme permite soluționarea pe cale analitică a problemei directe și inverse la rețelele de profile radial-axiale considerînd mișcarea pe suprafețele de curent de formă arbitrară. În ipoteza mișcării absolute potențiale și homocore, pe suprafața de curent din canalul rotorului radial-axial, mișcarea relativă este rotațională. Prin intermediul transformării conforme locale, acestei mișcări îi corespunde în planul imagine o mișcare cu flux de vorticitate, câmpul vorticității

șii din plan fiind indus de vectorul vorticității creat de mișcarea de antrenament a rotorului radial-axial. Sărită introducerea ipotezei simplificatorii (rel.3.7) privind reducerea la o constantă a grosimii stratului de fluid adiacent suprafeței de revoluție, ecuația funcției de curent din planul imagine (rel. 3.29) dobîndește o structură care permite soluționarea pe cale analitică. În cadrul metodei sînt soluționate derivatele parțiale ale funcției de curent în puncte aparținînd centurului profilului din rețeaua plană imagine (componentele vitezei pe centur). Structura soluției ecuației funcției de curent (rel.3.34) a sugerat posibilitatea exprimării mișcării din planul imagine prin suprapunerea a două mișcări, o mișcare potențială soluție a ecuației, Laplace și o mișcare creată de distribuția de vorticități. Ambele mișcări sînt soluționate analitic. Prima mișcare se rezolvă prin aplicarea extinderii teoremei cercului la reprezentarea integrată a vitezei complexe /57/, /58/. În vederea respectării condiției fizice de impenetrabilitate a frontierei solide a profilului și a condiției fizice Joukowski-Caraffoli pentru bordul de fugă rotunjit în mișcarea rotațională, mișcarea potențială este soluționată în ipoteza penetrabilității frontierei solide și a non-anulării vitezei la bordul de fugă. A doua mișcare corespunde unei soluții particulare a ecuației Poisson și se exprimă analitic pe baza teoriei ecuațiilor cu derivate parțiale de tip eliptic. Pe această cale se obțin soluții analitice pe centurul profilului din rețeaua radial-axială și se soluționează problema directă cît și inversă la rețelele turbinelor radial-axiale.

7.1.3. Transformarea conformă locală în condițiile neglijării variației grosimii stratului de fluid din planul imagine (ipoteza 3.7) prezintă neajunsul non-validității ecuației de continuitate (vezi paragraf.2.4 (rel.2.94), (2.96)). Acest considerent restrînge domeniul de aplicabilitate al metodei transformărilor conforme la rotorele radial-axiale destinate caderilor joase, turbine Francis de joasă cădere și turbine diagonale. La aceste mașini configurația frontierelor în zona rotorului determină echidistanța suprafețelor de curent și deci validitatea ipotezei simplificatorii (3.7).

Analizînd comparativ distribuția de viteze și presiuni obținută teoretic prin metoda transformărilor conforme cu cea obținută experimental de către G.Schlömer /73/ (vezi paragraful 4.2.2 și Fig.4.7. și 4.8) de-a lungul unei linii de curent avansate pe palăta unui rotor de turbină Francis de joasă cădere, rezultatele obținute prin calcul sînt satisfăcătoare. Abaterile sînt apar în zona bordului de atac al profilului, în acest

ele situându-se în intervalul de $\pm 10\%$. Acestea sînt cauzate de abordarea în cadrul metodei a ipotezei simplificătorii (rel. 3.7). Efectuînd compararea unor parametrii hidrodinamici globali, circulația pe profil și deflecția, abaterile rezultatelor teoretice față de experiment sînt de ordinul 4-6 %. Astfel în cazul rotoarelor de turbină Francis de joasă cadere în prezența suprafețelor de curent evazate, soluționarea problemei directe și inverse este legată de aproximații, care sînt cu atît mai mari cu cît variația grosimii canalului rotorului elementar este mai pronunțată.

În cazul rotoarelor de turbină diagonală, în zona rotorului liniile de curent din semiplanul meridian sînt paralele și este validă aproximația cu o constantă a acestei grosimi (vezi Fig. 4.4.). În acest domeniu soluționarea problemei directe și inverse prin metoda elaborată conduce la soluții mai precise chiar în cazul considerării mișcării pe suprafețe de curent de formă arbitrară. La turbinele diagonale, suprafețele de curent în zona rotorului pot fi approximate cu suprafețe sferice sau conice /17/, /18/, /41/, /50/, în acest caz soluția problemei directe și inverse obținută prin abordarea metodei transformărilor conforme este pur analitică, metoda de calcul dimensionar devine mai simplă și se reduce mult timpul de calcul.

7.1.4. Metoda de soluționare pe cale analitică a problematicei rețelelor de profile radial-axiale utilizînd transformările conforme (prezentată în Cap. III) stă la baza algoritmului și metodei de dimensionare a paletelor rotoarelor de turbină diagonală și de calcul a distribuției de viteze, presiuni precum și a coeficienților de incipientă a cavității, pe paletă (vezi Cap. IV).

Metoda este materializată printr-un pachet de programe în limbaj FORTRAN adecvate calculatorului de tipul "CORAL", "INDEPENDENT". Programele s-au aplicat la dimensionarea și studiul a 9 variante rotorice de turbină diagonală, în vederea preselecției pe cale teoretică. Desigur, combinarea acestor metode cu o metodă de analiză a curgerii în rotor (ex. metoda elementului finit) și cu o metodă de calcul a pierderilor în familia de rețele radial-axiale, mărește precizia estimării variantei optime dimensionate. Se obține astfel reducerea volumului de cercetări experimentale și respectiv reducerea substanțială a cheltuielilor pentru realizarea unui model.

7.1.5. Cercetările experimentale efectuate, reprezintă o primă fază din cadrul unui program extins de cercetări teoretice și experimentale contractuale ale CCSITEH Reșița în domeniul turbinelor diagonale. Cercetările au urmărit în această fază, o primă variantă de rotor diagonal tip D45 dimensionat pe baza metodei elaborate, însă aplicată în cazul particular al aproximării suprafețelor de curent cu suprafețe sferice.

Rotorul de turbină diagonală D 45 a fost executat la diametrul de 350 mm și supus investigațiilor experimentale globale energetice în standul de încercări în circuit deschis de la CCSITEH Reșița. Acestea au condus la diagrama universală de funcționare a turbinei în condițiile reglajului dublu, al paletelor rotorului și al paletelor directoare. Randamentul hidraulic determinat pe baza măsurătorilor experimentale se asociază funcționării ansamblului turbinei. Parametrii funcționali ai turbinei și abaterile parametrilor în punctul optim de funcționare, Pașă de parametrii de calcul rezultă din Fig. 6.15 și tabelul 6.12 din Cap. VI. Rezultatele experimentale obținute ne conduc la următoarele concluzii:

a). paletele rotorice au prezentat abateri privind geometria profilelor și unghiul de instalare în butuc. Aceste abateri sînt cauzate de erori de execuție și de montaj, abaterile depășind recomandările codului C.E.I./90/. Deformările paletelor determină modificarea parametrilor locali și globali ai familiei de rețele de profile și conduce la deplasarea punctului de funcționare a turbinei față de punctul de calcul. Neuniformitățile privind unghiul de instalare al paletelor (vezi tabelul nr. 6.4 din cap. VI) contribuie și la scăderea randamentului hidraulic al rotorului.

b). Instalarea rotorului în circuitul hidraulic al turbinei model nu corespunde întru-totul recomandărilor din literatură (tabelul nr. 6.33 Cap. VI). Repetitivile se referă la dimensiunile tubului de aspirație, diametrul gîturii camerei la ieșirea din rotor și jocul paletelor în camera rotorului. Pe baza cercetărilor experimentale efectuate de sovietici la IMZ /41/ privind influența acestor elemente ale circuitului hidraulic al turbinei asupra parametrilor funcționali ai ansamblului turbinei, s-a efectuat o estimare a efectului acestora asupra randamentului hidraulic. Se apreciază creșterea randamentului hidraulic al turbinei de la 63 % la aproximativ 68,5 -69 % (vezi Cap. 3.6)

c). Imperfecțiunile cauzate de execuția rotorului model și nepotrivirile privind încadrarea acestuia în circuitul hidraulic al turbinei, fac dificilă obținerea unor concluzii pe baza experimentului asupra preciziei oferite de metoda de dimensionare teoretică. Având în vedere însă rezultatele obținute în urma încercărilor pe model și rezultatele obținute pe plan mondial pentru aceste mașini /5/, /41/, (randamente de 91 - 92 %) impun efectuarea unor observații privind modul de aplicare a metodei transformărilor conforme la dimensionare.

Dimensionarea rotorului model s-a efectuat în ipoteza apropiării suprafețelor de curent din întreg canalul rotoric cu suprafețe sferice. Prin analiza efectuată ulterior asupra spectrului liniilor de curent din semiplanul meridian cu metoda elementului finit /15/ s-a constatat că ipoteza apropiării suprafețelor de curent cu suprafețele sferice nu este validă. Observând figura 5.4. suprafețele de curent pot fi approximate cu suprafețe sferice numai în vecinătatea butucului rotoric. Iar în rest ar fi fost mai potrivită aproximarea cu suprafețe conice.

Aproximarea suprafețelor de curent de formă arbitrară din canalul rotoric cu suprafețe mai simple chiar desfășurabile, cât și considerarea ipotezei monodimensionale la determinarea câmpului de viteze din semiplanul meridian, conduc la metoda simplă și rapidă de dimensionare a rotoarelor diagonale. Cercetările experimentale efectuate ne indică rezultate satisfăcătoare, astfel că această cale de dimensionare este recomandabilă la calcule preliminare.

Se impune continuarea cercetărilor experimentale pe metode dimensionate cu versiunea perfecționată a metodei de calcul elaborate, considerând suprafețele de curent de formă arbitrară, rezultate printr-o metodă bidimensională (metoda elementului finit). S-a estimat (vezi Cap.4.5.5.), că varianta rotorică nr.3 reprezintă optimumul din cadrul seriei de 3 rotoare de turbină diagonală, dimensionate pe suprafețe de curent obținute bidimensional și urmează a fi supusă investigațiilor experimentale.

Prin considerarea observațiilor legate de modul de aplicare și organizarea a calculului dimensionar, metoda transformărilor conforme elaborată în cadrul tezei oferă precizie bună la soluționarea problemei dimensionării rotoarelor de turbină diagonală.

7.1.6. Metoda de rezolvare a problemei directe și inverse elaborată poate fi particularizată cu ușurință pentru cazul rotoarelor radiale, respectiv a rețelelor radiale de profile. La aceste rețeteare ipoteza neglijării variației grosimii rotorului elementar este validă, iar intensitatea vorticității exprimată cu o funcție de rază în cazul rotoarelor radial-axiale, se reduce în acest caz la o constantă egală cu 2ω . Pe baza unui calcul analitic se obține soluția exactă pentru ambele probleme.

7.1.7. Metoda de soluționare a problemei directe și inverse elaborată este aplicabilă direct și în domeniul aparatelor directoare conice al turbinelor bulb și turbinelor diagonale. Particularizarea se efectuează considerând $\beta = 0$, mișcarea relativă fiind fără flux de vorticitate. Efectuând această particularizare în relația de dimensionare (3.325) aceasta devine o funcție explicită privind săgeata maximă a profilului. Metoda de dimensionare și de rezolvare a problemei directe în acest caz este pur analitică și devine exactă și explicită.

7.2. Contribuții personale

7.2.1. Elaborarea unei metode teoretice bidimensionale bazată pe transformări conforme, de studiu a rețelelor de profile radial-axiale, considerând mișcarea relativă pe suprafețe de curent axial-simetrice de formă arbitrară (Cap.III). S-au obținut expresii analitice pentru distribuția vitezei și circulației acesteia pe centrul profilului, care servesc la soluționarea problemei directe și inverse a rețelelor de profile radial-axiale și circulare. Relațiile de calcul obținute, au fost particularizate pentru cazul suprafețelor de curent sferice.

Prin utilizarea transformării conforme locale, problema formulată pe suprafața de revoluție se transpune într-un plan imagine, în care soluționarea este mai simplă.

Structura soluției ecuației funcției de curent pentru mișcarea rotațională rezultată în planul imagine, a sugerat posibilitatea considerării acesteia ca fiind rezultată din suprapunerea a două mișcări, o mișcare potențială soluție a ecuației Laplace și o altă mișcare, generată de distribuția vorticității, soluție particulară a ecuației lui Poisson.

Studierea mișcării rotaționale din planul imagine pe această cale cât și respectarea condiției fizice pe frontiera solidă a impus introducerea pe baza unui artificiu matematic conceptul de mișcare potențială în prezența frontierei solide penetrabile.

Mișcarea potențială în prezența unei rețele circulare de profile cu frontiera solidă penetrabilă este studiată tot prin transformări conforme, prin aplicarea teoremei cercului sub forma extinsă /63/ și a teoriei hidrodinamicii rețelelor de profile rectilinii /5/, /6/, /57/. Pe această cale s-au obținut expresii analitice pentru viteza pe centrul profilului penetrabil, cât și pentru circulație.

7.2.2. Metoda teoretică elaborată a fost aplicată la studiul rețetelor de turbină diagonală, domeniu pentru care erorile introduse de acceptarea unor ipoteze simplificatorii ce stau la baza metodei, sînt neglijabile.

Astfel, s-a elaborat o metodă de dimensionare a paletelor rotative de turbină diagonală și calculul distribuțiilor vitezei, coeficient de presiune și coeficienți de incipientă a cavității pe paletă (Cap.IV). Metoda utilizează relațiile de calcul elaborate în cadrul metodei prezentate la punctul 7.2.1., cât și unele recomandări din literatură, provenite din experiment sau statistică,

/5/,/6/,/17/,/41/,/52/, privind alegerea unor parametrii dimensionari ai turbinei.

A fost concepută și elaborată, o metodă de soluționare a problemei inverse pentru familia de rețele de profile ce alcătuiesc paleta rotorului diagonal cît și organizarea optimizării dimensionării(paragraf 4.4.5., 4.4.6).

În vederea execuției paletelor de rotor diagonal, a fost găsită o cale analitică de determinare cu ajutorul calculatorului, a intersecției paletelor cu plane de nivel și plane ortogonale axei.

Cu modificări și completări necesare, metoda elaborată poate fi utilizată și la dimensionarea pompelor diagonale sau a mașinilor reversibile diagonale.

7.2.3. Elaborarea de algoritme privind dimensionarea rotorului diagonal, soluționarea problemei directe și inverse pentru rețelele de profile radial-axiale, cît și intersecția paletelor rotorice cu plane. Acestea au la bază relațiile de calcul aferente metodelor elaborate cît și aplicarea unor metode ale analizei numerice.

Pe baza algoritmilor s-a întocmit un pachet de programe de calcul în limbaj FORTRAN -77, adecvate calculărilor de tipul "CORAL", "INDEPENDENT".(CAP.V).

Pornind de la datele de proiectare, a unei turbine diagonale, prin lansarea programelor în execuție se obțin sub formă numerică și grafică toate elementele necesare realizării unui rotor diagonal, inclusiv distribuția de viteze, presiuni și coeficienți de cavitație pe paletă.

Programele prezintă elasticitate și permit permanent în decursul execuției, controlul, decizia și intervenția proiectantului asupra soluției.

7.2.4. Programele de calcul elaborate au fost utilizate la dimensionarea a 8 variante de rețea de turbină diagonală D.45 considerînd suprafețele de curent obținute bidimensional(cu metoda elementului finit /15/) cît și 1 variantă rotorică în cazul particular al suprafețelor de curent sferice.(Cap.4.5.4, 4.5.5.,4.5.6).

Variantele au fost dimensionate în vederea selecției acestora pe cale teoretică iar apoi experimentală.

În vederea comparării rezultatelor obținute pe cale teoretică cu experimentul, s-a determinat distribuția de viteze pe o suprafață de curent din canalul rotoric al unei turbine Francis de joasă cădere, investigat experimental de către G.Schlenner/73/ (vezi Cap.4.2.)

7.2.5. Varianta rotorică dimensionată în cazul particular al suprafețelor de curent sferice, a fost realizată ca model la diametrul 350 mm și investigată în laborator. S-au efectuat măsurători energetice în standul circuit deschis de la CCSITEH Reșița, în cadrul a circa 550 regimuri de funcționare, în condițiile reglajului dublu al paletelor rotorice și directe (Cap.VI). Măsurătorile au condus la diagrama universală energetică de funcționare a turbinei și au permis obținerea unor concluzii privind ipotezele simplificatorii abordate în cadrul metodei de calcul.

7.3. Perspectivă

7.3.1. Perfecționarea metodei de studiu pe cale teoretică a mișcării în prezența rețelelor de profile radial-axiale prin considerarea ipotezei stratului de fluid cu grosime variabilă. Prin aceasta se realizează extinderea domeniului de aplicabilitate a metodei, de la domeniul turbinelor diagonale și al turbinelor Francis de căderi joase la domeniul turbinelor radial-axiale Francis de căderi înalte și medii.

7.3.2. Perfecționarea metodei de dimensionare, prin introducerea unei secvențe de calcul al pierderilor hidraulice sau chiar randamentului hidraulic al rotorului. Aceasta permite cunoașterea încă de la proiectare pe lângă caracteristicile cavitaționale și a caracteristicilor energetice ale rotorului și deci efectuarea corectă și completă a optimizării dimensionării.

7.3.3. Extinderea metodei de dimensionare a rotoarelor de turbină diagonală, în domeniul pompelor diagonale cit și a mașinilor reversibile diagonale.

7.3.4. Tratarea problemei dimensionării turbomașinilor studiind mișcarea fluidului în ansamblul mașinii, în toate organele acesteia, pe baza volumelor de control cuplate. Condițiile de limită pe frontiere de ieșire a unui volum de control constituie în acest caz condițiile pe frontiera de intrare a volumului de control adiacent. Prin această procedură se ia în considerare interdependența organelor mașinii. În cazul turbinelor, în cazul impunerii condițiilor de ieșire, lanțul dimensionar ar fi alcătuit din tub de aspirație, rotor + aparat director + stator.

Cercetările care stau la baza elaborării prezentei teze, au constituit obiectul unor contracte de cercetare științifică în domeniul turbinelor hidraulice, încheiate între IPTV Timișoara, catedra de Mașini Hidraulice și CCSITEH Meșița între anii 1979- și 1989. Rezultatele obținute constituie un pas și o bază temeinică pentru continuarea cercetărilor teoretice și experimentale, extinderea metodelor la alte tipuri de mașini hidraulice radial-axiale, cât și pentru desfășurarea în continuare a cercetărilor de finețe privind stratul limită și fenomenul de cavitație la mașinile hidraulice radial-axiale.

B I B L I O G R A F I E

1. Adolph M. - Strömungsmaschinen, 2. Aufl. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1965.
2. Agarwal P.K., Viktorov G.V. - The Third Two-Dimensional Problem of Three-Dimensional Blade Systems of Hydraulic Machines, Journal of Fluids Engineering, March 1981, vol.103/33.
3. Anghelută Th. - Teoria funcțiilor de variabilă complexă, Ed. tehnică, București, 1957.
4. Anșot A. - Complemente de matematici pentru ingineri din electrotehnica și telecomunicații. Ed. Tehnică, București, 1966.
5. Anton I. - Turbine hidraulice, Ed. Pacla, Timișoara, 1979.
6. Anton I. - Cavitația, Vol. II, Editura Academiei RSR, București, 1985.
7. Anton I., Popa G. - Determination of the Sensitivity to Cavitation of a Cascade of Hydrofoils of Arbitrary Shape, Revue Roum. Sci. Techn. Mec. Appl. 12, 2, p.291-304, 1967.
8. Anton I., Stoicovici M. - Aplicarea teoremelor cercului la studiul mișcării relative în prezența unei rețele circulare de profile. Sesiunea anuală de comunicări "Progres în fizică", Secțiunea X, Mecanica mediilor continue, Timișoara, 22-24 oct. 1981.
9. Anton I., Stoicovici M. - Determinarea cu ajutorul calculatorului a paltei rotoarelor de turbină diagonală, considerin suprafețele de curent sferice. Conferința de Mașini hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, 18-19 oct. 1981. Vol. 2, pag. 35-40.
10. Aris Rutherford - Vectors, tensors and the basic equations of fluid mechanics, Prentice Hall of Canada, London, Tokyo, 1975.
11. Betz A. - Konforme Abbildung, 2. Aufl. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1964.
12. Betz A., Flüge-Lotz I. - Berechnung der Schaufeln von Kreisellrädern, Ing. Archiv, Bd. 2 (1951).
13. Carafoli E. - Aerodinamica vitezelor mari (fluide compresibile), Editura Academiei RSR, București, 1957.
14. Carafoli E., Constantinescu V.N. - Dinamica fluidelor incompresibile, Editura Academiei RSR, București, 1981.
15. Carte I. - Simularea mișcării meridionale axial-simetrice prin rotorii turbinelor Francis utilizând metoda elementului finit, Conferința de mașini hidraulice și hidrodinamică, Timișoara, 15-19 oct. 1985, Vol. I, p.29-51.
16. Carte I. - Contribuții la studiul rețelelor de profile radial-axiale și utilizarea lor în proiectarea rotorilor turbinelor Francis. Teză de doctorat, EPV Timișoara, 1987.
17. Chapellaz J.M. - An approach to the Hydraulic Design of the Francis type Pump-Turbine. Educational Fluid Mechanics No. 5, 1975.

18. Collatz L. - Numerische und graphische Methoden - Handbuch der Physik, Band. II, Springer Verlag, 1955.
19. Csanady G.T. - Theory of turbomachines, Mc.Graw-Hill Book Comp., New York, 1964.
20. Czibere T. - Über die Berechnung der Schaufelprofile und der Strömung um die Schaufeln von Strömungsmaschinen. Ing. Archiv, Bd. 32, 1964.
21. Czibere T. - Approximate calculation of the blading of flow-technical machines. Ganz. Maavag Buletin, 42, 1969.
22. Dina P. - Programarea în FORTRAN, Ed. didactică și pedagogică, București, 1971.
23. Etinberg I.E. - Metodika raschet asimetričnoy potoka v gidroturbinah. Energomašinstroenie, nr. 9, 1976.
24. Etinberg I.E. - Teoriya i raschet protocinoy ocasti poverkhnoplastnykh gidroturbin. Mašinstroenie, Leningrad, 1965.
25. Fűzy O. - Design of mixed flow impeller. Periodica Polytechnica M.VI/4, 1962.
26. Fichtenholz G.M. - Kurs de calcul diferentiael și integral, Ed. Tehnică, București, 1965.
27. Gohmen A.M., Rao E.V.N. - Primenenie pri skorosti ot osbornosti v paraboliceskom sloe k raschetu lopastei radialno-osevoi gidroturbin. Energomašinstroenie, No. 8, 1967.
28. Gravelos F.G. - The Dynamics of Turbo-Flow, Philadelphia, USA, ZAMP Vol. X, 1959.
29. Gray A., Mathews G.B. - Funcțiile Bessel și aplicațiile lor în fizică, Editura Tehnică, București, 1958.
30. Hiroshi Akimo - A new method of interpolation and smooth curve fitting based on local procedures. Journal of the Association for Computing Machinery, Vol. 17, No. 4, oct. 1970, pag. 589-602.
31. Jukowski M.I., Golovacev Iu.P. - Profilirovanie lopastei po gidroturbin v vkhrovom potoke. Energomašinstroenie, No. 9, 1976.
32. Kan A.V. - Reshenie obratnoy asimetričnoy zadachi profilirovaniya lopastei po gidroturbin s izpolzovaniem kriyolinieinykh, kvasiortogonalnykh. Energomašinstroenie, 1968.
33. Katsanis Th. - Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals For Calculating Flow Distributions in a Turbomachine. Transaction of the ASME. Journal of Engineering for Power, April, 1966.
34. Katsanis Th. - Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals for Calculating Flow Distributions on a Blade-to-Blade Surface in a Turbomachine. NASA TN-D-2809, Mai 1965.
35. Katsanis Th. - Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals for Calculating Flow Distributions in the Meridional Plane of a Turbomachine. NASA TN-D-2546, Dec. 1964.

1. ... general Relativ between ...
 2. ... general Relativ between ...
 3. ... general Relativ between ...
 4. ... general Relativ between ...
 5. ... general Relativ between ...
 6. ... general Relativ between ...
 7. ... general Relativ between ...
 8. ... general Relativ between ...
 9. ... general Relativ between ...
 10. ... general Relativ between ...
 11. ... general Relativ between ...
 12. ... general Relativ between ...
 13. ... general Relativ between ...
 14. ... general Relativ between ...
 15. ... general Relativ between ...
 16. ... general Relativ between ...
 17. ... general Relativ between ...
 18. ... general Relativ between ...
 19. ... general Relativ between ...
 20. ... general Relativ between ...

35. Katsanis Th. - Computer Program for Calculating Velocities and Streamlines on a Blade-to-Blade Stream Surface of a Turbomachine. NASA TN-D-4525 April, 1968.
37. Kodin N.E. - Calculul vectorial și introducerea în calculul tensăfial. Ed. Tehnică, București, 1954.
38. Kovalev N.N., Bronstein L.I. - Problemi proiectivării diagonalelor hidroturbin. Energoștiințific, 1968.
39. Kramer T.M. - Analysis of incompressible, nonviscous Blade-to-Blade Flow in Rotating Blade Rows. Transaction of the ASME, February, 1958.
40. Krüger H. - Ein Verfahren zur Druckverteilungsrechnung an geraden und radialen Schaufelgittern. Ingenieur Archive, XXVI Band, 1958.
41. Kviatkovski V.S. - Diagonalele hidroturbin. Mașinostroiение, Moskva, 1971.
42. Loitianskii L.G. - Mehanika jidkosti i gaza. Nauka, Moskva, 1970.
43. Moulin C., Wegner H., Ereneer R., Vina-Phong - Méthodes de tracé des turbomachines hydrauliques. La Houille Blanche, No.7/8, 1977.
44. Micula Gh. - Funcțiile spline și aplicații - Ed. Tehnică, București, 1978.
45. Milne-Thomson L.M. - Theoretical hydrodynamics. London Mac-Millan COLTD, New York, St. Martin Press, 1960.
46. Mihai H. Theory on Blades of Axial, Mixed and Radial-Flow Pumps on Water Turbines. Rep. Inst. High Sp. Mech. Japan, vol. 17, (1965/1966), No. 170.
47. Muskhelishvili M.J. - Singular Integral Equations. Groningen, 1953.
48. Nikitin N.V. - Isledovanie diagonalnîkh difuzornîkh rešetok, lopatocinîe mașinî i sturnîe aparatî. Mașinostroiение, Moskva, 1966.
49. Novak R.A. - Streamline Curvature Computing Procedures for Fluid Flow Problems. Transactions of the ASME; Journal of Engineering for Power, 478/October, 1967.
50. Nomachi M., Tsunada K., Chida I. - Cavitation test on Clark Y Profiles of Several Thickness Ratios, Rep. Inst. High Sp. Mech. Tohoku Univ. Japan 8, 47, -65, 1957.
51. Peters H.E. - Probleme bei Einsatz der EDV zur Berechnung von Diagonalgittern in Turbomaschinen. ZAMM 52 1, 4p2, 1972.
52. Pfeleiderer C. - Strömungsmaschinen. Springer Verlag, Berlin, 1957.
53. Plăcinteanu I.I. - Teoria erorilor de măsurare și metoda celor mai mici pătrate, Ed. Tehnică, București, 1957.
54. Popa O. - Mecanica fluidelor și măsurii hidraulice. Timișoara, Litografia IPT, 1975, Vol. I.
55. Popa O. - Mișcări potențiale și teoria hidrodinamică rețelelor de profile. Timișoara, Litografia IPT, 1980.
56. Popa O. - The Extension of the Circle Theorem to the Cauchy Integral Representation of Holomorphic Functions. Bul. St. Tehn. IPT, Seria I, Vol. I, p. 61-68, 1970.

72. Schlichting H. - Berechnung der reibungslosen, inkompressiblen Strömung für ein vorgegebenes ebenes Schaufelgitter. VDI-Forschungsheft 447/1955.
73. Schlemmer G. - Messung des absoluten und relativen Strömungsfeldes einer schnellläufigen Francis turbine mit Berücksichtigung der Wirbelzopferscheinungen im Saugrohr. Dissertation, München, 1973.
74. Senoo Y., Yoshiyuki N. - A blade Theory of an Impeller with an arbitrary Surface of Revolution. Transactions of the ASME - Journal of Engineering for Power, Oct. 1971.
75. Senoo Y., Yoshiyuki N. - An Analysis of Flow Through a Mixed Flow Impeller - Journal of Engineering for Power, January 1972.
76. Smith L.H. Jr. - The Radial-Equilibrium Equation of Turbomachinery. Journal of Engineering for Power, January 1966.
77. Smirnov V.I. - Cours de matematici superioare. Edit. tehnică, București, 1954.
78. Stanitz J.D. - Some Theoretical Aerodynamic Investigations of Impellers in Radial and Mixed Flow Centrifugal Compressors. Cleveland, Ohio. Transactions of the ASME, Mai 1952.
79. Stanitz J.D., Ellis G.O. - Two-Dimensional Flow on General Surfaces of Revolution in Turbomachines. NACA TN 2854, Mar. 1952.
80. Staufer F. - Verfahren zur Bestimmung der Schaufelform umkehrender kreisförmiger Schaufelgitter. Wasserkraft und Wasserwirtschaft, Heft 16, 1936, p. 212-219.
81. Stepanov G.I. - Gidrodinamika resetak turbomashini. Moskva. Gosudarstvennoe izdatelstvo fiziko-matematicheskoi literatury, 1962.
82. Stoicovici M. - Soluționarea cu ajutorul calculatoarelui a intersecției suprafeței paletelor rotorului de turbină radial-axială, cu o rețea de plane de nivel și plane meridiane. Conferința de Mașini hidraulice și Hidrodinamică, Vol. II, Timișoara, 1985.
83. Stoicovici M., Gombos M. - Algoritm de optimizare a configurației mûchii de ieșire la rotoarele de turbină Francis de joasă cădere. Conferința de Mașini hidraulice și Hidrodinamică, Vol. III, Timișoara, 1985.
84. Stoicovici M. - Dimensionarea unei rețele circulare de profile considerând mișcarea relativă. Conferința de Mașini hidraulice și Hidrodinamică, Vol. IX, Timișoara, 1985.
85. Stoicovici M. - Deformații geometrice în transformarea conformă locală a unei rețele de profile de pe o suprafață sferică în plan. Conferința de Mașini hidraulice și Hidrodinamică, Vol. IX, Timișoara, 1985.
86. Stoicovici M. - Studiul mișcării relative în prezența unei rețele de profile radial-axiale, considerând suprafețele de cureni sferice. Conferința de Mașini hidraulice și Hidrodinamică, Vol. I, Timișoara, 1985.

