MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE MECANICA

Ing. GHEORGHE I. CALIN

STUDIUL CURGERII VISCOASE PRINTR-O RETEA PLANA DE PROFILE

- TEZA DE DOCTORAT -

CONDUCATOR STIINTIFIC :

Acad.Prof.Dr.Doc.ing.IOAN ANTON

- Timişoara 1988 -

Rezistențe mari și piedici mari
se opun numai unei voințe mari
(Lucian Blaga)

CUVINT INAINTE

In amplul proces de valorificare a potențialului hidroenergetic din țara noastră se impune cu consecvență construirea unor agregate capabile să realizeze transformarea energetică a fluidului cu eficiență sporită. Atingerea acestui obiectiv este posibilă numai prin cunoașterea, aprofundarea și stăpînirea tuturor fenomenelor hidrodinamice care apar în procesul transformărilor energetice din elementele mașinilor hidraulice. In rezolvarea acestei problematici, deosebit de complexe, un rol important îl are studiul curgerii fluidelor reale în prezența rețelelor de profile, indisolubil legat de problema pierderilor energetice. Idealul spre care tindem, perfecțiunea, este posibil de realizat numai prin cunoașterea și stăpînirea căilor prin care pot fi reduse aceste pierderi.

In tematica de cercetare a colectivului de mașini hidraulice din Timișoara, colectiv în care m-am format și perfecționat continuu, hidrodinamica rețelelor de profile a stat într-o permanentă atenție. Prin studiile elaborate, de iluștrii săi dascăli, școala timișoreană de mașini hidraulice și-a adus o contribuție importantă la știința și tehnica din țara noastră. Cercetările efectuate au sintetizat o valoroasă și vastă experiență științifică care au oferit bazele și liniile directoare în elaborarea prezentei lucrări.

Lucrarea de față și-a propus, drept scop, aplicarea teoriei stratului limită la studiul curgerii fluidelor reale în rețele plane de profile destinate turbinelor hidraulice. Cercetările teoretice au fost axate pe rezolvarea a două probleme : 1) calculul pierderilor hidraulice și al caracteristicilor energetice pentru o rețea dată, sau problema directă, și ii) proiectarea rețelelor, optimizate prin teoria stratului limită, care să funcționeze cu pierderi minime, avînd cunoscute elementele cinematice şi unghiulare de la intrarea şi ieşirea din reţea, sau problema inversă. Cercetările experimentale, efectuate în tunelul de strat limită şi turbulenţă asupra profilului izolat NACA 4412, au fost orientate spre analiza cîmpurilor de presiuni şi ale eforturilor turbulente din jurul şi în dîra profilului. Rezultatele obţinute au stat la baza verificării unor metode şi relaţii folosite în lucrare.

Programul de cercetări, desfăşurat pe baza contractelor de colaborare dintre Catedra de maşini hidraulice a Institutului Politehnic "Traian Vuia" din Timişoara şi Centrul de cercetări ştiinţifice şi inginerie tehnologică pentru echipamente hidromecanice din Reşiţa, a asigurat aplicarea rezultatelor în procesul de analiză şi proiectare a rotorilor destinaţi maşinilor hidraulice axiale.

Pentru sugestiile preţioase, de o înaltă competenţă ştiinţifică, pentru sfaturile profesionale şi părinteşti, precum şi pentru îndrumarea continuă pe toată durata elaborării lucrării, care au constituit un sprijin deosebit şi un imbold pentru o continuă perfecţionare a activităţii de cercetare, autorul mulţumeşte, în mod deosebit, conducătorului ştiinţific Acad.Ioan Anton.

Sincere mulţumiri pentru ajutorul acordat şi discuţiile purtate, care mi-au fost de un real folos în rezolvarea problemelor abordate, ţin să le exprim colegului dr.ing.Dumitru Ionescu. Aceleaşi mulţumiri le aduc tuturor colegilor care au contribuit, în mod direct sau indirect, în obţinerea rezultatelor prezentate în cadrul lucrării. De asemenea, îmi exprim recunoştinţa faţă de personalul ajutător pentru aportul adus la realizarea modelului experimental şi a dispozitivelor necesare investigaţiilor experimentale. In acelaşi timp, mulţumesc familiei pentru sprijinul şi înţelegerea acordată pe toată durata elaborării lucrării.

Intreaga activitate de cercetare a fost sprijinită de conducerea facultăţii şi institutului care au manifestat o deosebită înţelegere şi au asigurat condiţiile de realizare ale unei baze materiale complexe şi moderne pentru care ţin să-mi exprim întreaga gratitudine.

Mulţumirile exprimate dovedesc că lucrarea elaborată este rezultatul unui produs de factori, mai mult sau mai puţin cunoscuţi. Este o consecinţă a minunatelor condiţii oferite de ţară, fiind destinată spre folosinţa ţării. Dacă, pe măsura sprijinului acordat, lucrarea reuşeşte să-şi aducă un modest aport la studiul, deosebit de complex, al curgerii fluidelor reale în reţele plane de profile, cred că scopul a fost, cu prisosinţă, atins.

C U P R I N S

CAPITOLUL 1
PROBLEME GENERALE

1.1 Orientări actuale în hidrodinamica rețelelor plane de profile dispuse într-un curent de fluid real

Cunoașterea fenomenelor care apar la curgerea fluidelor prin elementele de bază ale turbomașinilor prezintă o importanță deosebită, deoarece numai în aceste condiții pot fi realizate mașini cu performanțe ridicate.

Mașinile hidraulice în care, prin modul lor de funcționare, are loc transformarea energiei fluidului în energie mecanică sau invers, oferă posibilitatea utilizării lor în diverse ramuri economice și în special în sectorul energetic al economiei naționale. De aceea, ele reprezintă un domeniu în care cunoașterea și reducerea pierderilor energetice devine un lucru deosebit de important. Dacă ținem seama că tipul cel mai important de pierderi îl reprezintă pierderea hidraulică prin rotorii turbomașinilor este lesne de înțeles cît de însemnată devine cunoașterea corectă a pierderilor hidraulice.

Studiul curgerii prin rotorul mașinilor hidraulice este extrem de dificil de realizat, dat fiind faptul că mișcările reale sînt tridimensionale, nepermanente, iar fluidul este vîscos. O tratare teoretică sau experimentală a problemei, în general, este foarte greu de făcut, dar nu și neapărat necesară din punct de vedere practic. Din acest motiv, cercetările s-au orientat asupra reducerii curgerii tridimensionale în jurul unor suprafețe simplificate în care mișcarea este mai ușor de analizat. In asemenea condiții a devenit posibilă utilizarea unor tehnici de calcul care au la bază teoria rețelelor de profile /3, 67, 72, 9o, 116/.

Intr-o mașină axială componenta radială a vitezei este neglijabilă, iar suprafețele medii de curgere pot fi considerate cilindrii coaxiali cu axa mașinii. Desfășurînd pe un plan tangent o secțiune cilindrică oarecare prin rotor se obține rețeaua plană de profile în care curgerea fluidului este bidimensională. Această simplificare a determinat ca cercetările asupra curgerii în rotorii turbomașinilor axiale să se orienteze spre studiul curgerii în rețeaua plană de profile, la care ne vom referi în continuare.

Aspectele sub care poate fi analizată problema curgerii prin rețeaua plană de profile sînt numeroase, însă cercetarea poate fi considerată finalizată atunci cînd proiectantului de mașini hidraulice i se oferă toate elementele necesare pentru a alege rețeaua optimă care să realizeze caracteristicile energetice dorite cu pierderi hidraulice minime, în condițiile unei funcționări bune din punct de vedere cavitațional.

Rețeaua plană de profile, în decursul timpului, a fost obiectul a numeroase cercetări teoretice și experimentale, însă multitudinea parametrilor de care depinde curgerea în rețea, pe de o parte, și complexitatea curgerii, pe de altă parte, au făcut ca unele probleme să nu-și asigure în totalitate scopul propus. Dacă pentru o rețea cu geometrie dată avem posibilitatea să facem analiza experimentală a curgerii și cu suficientă precizie cu ajutorul unor metode teoretice, problema cea mai importantă rămîne proiectarea unor rețele optimizate cînd sînt cunoscute elementele mișcării la intrarea și ieșirea din rețea. Incercările de a oferi soluții au fost numeroase, însă pînă în prezent nu au reușit să-și atingă maturitatea deoarece, la baza lor au stat mai puțin cunoașterea fenomenelor care apar la curgerea fluidului și mai mult unele rezultate globale obținute pe cale experimentală /6, 51, 87/.

Multă vreme dimensionarea rețelelor plane de profile s-a axat pe cunoștințele în domeniul profilului izolat /3, 67/ care, este adevărat, a jucat un rol important în tehnica aviației și dispunem de un volum mare de informații. Incercările de-a stabili o legătură între funcționarea profilului izolat și a aceluiași profil în rețea, deși s-au obținut unele rezultate bune, nu au reușit sa conducă la relații universale privind coeficienții de influență ai rețelei și transpunerea caracteristicilor energetice la profilul din rețea.

O soluție ar putea fi obținerea de date experimentale asupra unor cît mai multe rețele de profile /6/, în scopul, analog profilului izolat, întocmirii unor cataloage de rețele. Acestea ar fi deosebit de utile proiectantului, însă multitudinea parametrilor care intervin și volumul mare de muncă ce trebuie depus fac aproape imposibilă realizarea unor astfel de cercetări experimentale. Cu toate acestea rolul cercetării experimentale este important, deoarece el vine în ajutorul cercetării teoretice prin informații și verificări utile.

Primele metode teoretice care s-au dezvoltat în teoria rețelelor de profile s-au bazat pe neglijarea efectelor viscozității la curgerea fluidului în rețea (curgerea potențială): metoda singularităților /44, 5o, 86/, metoda transformărilor conforme /7o, 71, 83/ și mai tîrziu metoda ecuațiilor integrale /55, 112/. Aceste metode aproximează în mod satisfăcător curgerea fluidului într-o rețea dată și ne dau caracteristici energetice apropiate, însă nu ne oferă mărimea cea mai importantă, pierderea în rețea. Mai mult, utilizarea acestor metode în proiectarea rețelelor se bazează în general pe considerente geometrice impuse profilului /3, 7o, 86, 116/, deduse din cercetări experimentale, astfel că nu întotdeauna rețeaua obținută este cea optimă. Totuși, metodele potențiale, așa cum vom vedea mai departe, sînt deosebit de utile la studiul curgerii în rețea.

Cunoștințele în domeniul stratului limită au făcut posibilă dezvoltarea unor metode privind analiza curgerii fluidelor cu frecare în rețea /51, 73, 74, 9o, 93/. Ele permit calculul pierderilor hidraulice și al caracteristicilor energetice cu o precizie destul de bună. Avantajul acestor metode este evident, într-un timp scurt pot fi obținute informații importante asupra performanțelor rețelei. Acestea permit selectarea variantei optime dintr-un număr de rețele analizate.

Lipsa unei teorii generale a stratului limită a făcut ca aplicarea acestuia la optimizarea rețelelor de profile să întîrzie multă vreme. Primele cercetări aparțin lui Worthmann /114/ care aplică teoria stratului limită la dimensionarea profilelor singulare laminare, obținînd rezultate deosebite, verificate cu un volum impresionant de cercetări experimentale. Odată cu dezvoltarea teoriei generale a stratului limită a lui Le Foll /49/ și apariția tehnicilor electronice moderne de calcul au făcut posibilă abordarea problemei optimizării rețelelor plane de profile. Studiile teoretice efectuate în domeniul rețelelor de compresoare și turbine cu gaz, Papailiou /63, 64, 65/, verificate experimental, au dovedit eficiența teoriei, însă modul diferit al transferului de energie și condițiile în care loc curgerea (numărul Reynolds, turbulență, etc.) nu fac posibilă extinderea metodei, în mod asemănător, la mașinile hidraulice axiale. Lipsa unor informații privind aplicarea teoriei lui Le Foll la optimizarea rețelelor de turbine axiale au orientat lucrarea de față spre această direcție la care, într-o strînsă legătură, se adaugă un studiu privind utilizarea teoriei stratului limită la calculul cît mai sigur al pierderilor hidraulice în rețea.

. . .

1.2 Parametrii şi caracteristicile energetice ale reţelei plane de profile. Notaţii

In fig.1.2.1 este reprezentată reţeaua plană de profile. De asemenea sînt figurate triunghiurile de viteze în amonte de reţea (indicele 1) şi în aval de reţea (indicele 2), aferente curgerii pe linia de curent mijlocie între două profile. Cu U şi V s-au notat vitezele absolute, iar cu W şi V_m vitezele relative.

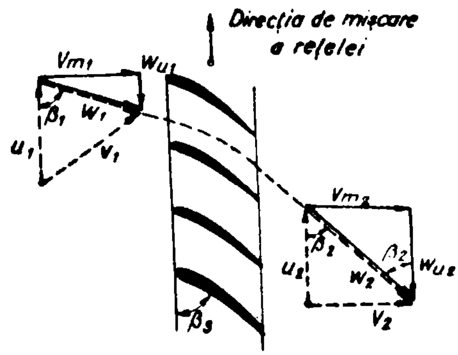


Fig.1.2.1 Reţeaua plană de profile

Parametrii reţelei plane de profile sînt determinaţi de :

a. parametrii geometrici ai reţelei definiţi prin :

- geometria profilului din reţea: curbura maximă relativă $\frac{f}{l}$; grosimea maximă relativă $\frac{d}{l}$; poziţia relativă a curburii maxime $\frac{x_f}{l}$; poziţia relativă a grosimii maxime $\frac{x_d}{l}$; raza relativă a bordului de atac $\frac{r_0}{l}$; raza relativă a bordului de fugă $\frac{r_f}{l}$, etc.
- geometria reţelei definită prin unghiul de instalare β_s şi pasul relativ $\frac{t}{l}$.

b. parametrii hidrodinamici care caracterizează curgerea în reţea. In principal sînt : viteza curentului, presiunea, unghiul de incidenţă, numărul Reynolds.

Deoarece reţeaua de profile provoacă o deviaţie a curentului de la direcţia vitezei W_1 la direcţia vitezei W_2 , se defineşte viteza W_∞ ca fiind media vectorială a vitezelor W_1 şi W_2

$$\vec{W}_\infty = \frac{\vec{W_1} + \vec{W_2}}{2} \tag{1.2.1}$$

In fig.1.2.2 sînt reprezentate vitezele respective din care rezultă şi convenţia admisă la notarea unghiurilor pe care le fac vitezele cu axa reţelei Y .

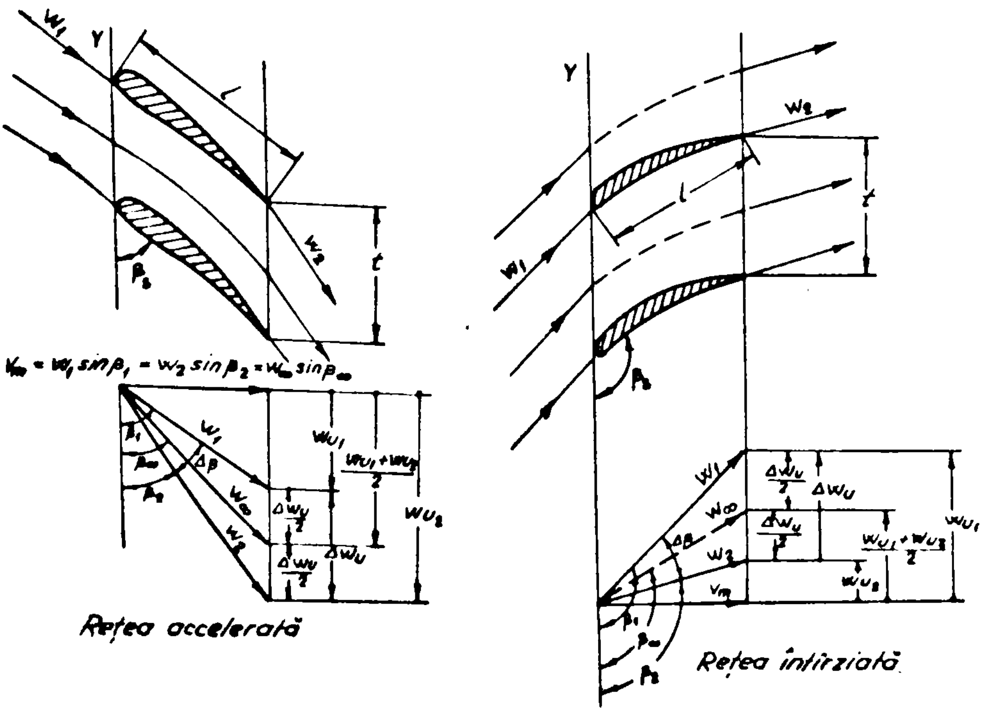


Fig.1.2.2 Schemă de notaţii pentru mărimile cinematice

Unghiul de incidenţă α_∞ este definit ca fiind unghiul pe care îl închide coarda profilului cu direcţia vitezei W_∞ .

Numărul Reynolds raportat la coarda profilului se exprimă în funcţie de una din vitezele relative, astfel

$$Re_1 = \frac{W_1 l}{\nu} \;;\; Re_2 = \frac{W_2 l}{\nu} \;,\; Re_\infty = \frac{W_\infty l}{\nu} \tag{1.2.2}$$

<u>Caracteristicile energetice ale reţelei plane de profile</u>

Acţiunea fluidului asupra profilului dispus în reţea se manifestă printr-o forţă rezultantă R şi un moment rezultant M, definite prin :

$$R = C_R \frac{\rho}{2} W_\infty^2 l L \tag{1.2.3}$$

$$M = C_M l \frac{\rho}{2} W_\infty^2 l L \tag{1.2.4}$$

Aici, C_R este coeficientul adimensional a forţei rezultante, C_M - coeficientul adimensional al momentului şi L - anvergura profilului.

Relaţia care ne dă legătura între parametrii energetici, geometria şi elementele cinematice ale reţelei poartă denumirea de <u>ecuaţia fundamentală a reţelei de profile</u>. Expresiile cel mai des folosite /3/ sînt :

$$C_{ar} = 2\frac{t}{l}\delta_u \sin\beta_\infty + \zeta_r \frac{t}{l}\sin^2\beta_\infty \cos\beta_\infty \qquad (1.2.5)$$

$$C_{ar} = 2\frac{t}{l}\delta_u \sin\beta_\infty + C_{wr}\,ctg\,\beta_\infty \qquad (1.2.6)$$

unde C_{ar} este coeficientul adimensional al forţei portante, care acţionează asupra profilului din reţea, şi C_{wr} este coeficientul adimensional a forţei de rezistenţă. Definirea acestor coeficienţi se face analog relaţiei (1.2.3).

δ_u este coeficientul adimensional de deviaţie al reţelei, definit prin

$$\delta_u = \frac{\Delta W_u}{V_m} = ctg\,\beta_2 - ctg\,\beta_1 \qquad (1.2.7)$$

şi este un parametru fundamental în caracterizarea reţelelor plane de profile.

ζ_r reprezintă coeficientul de pierdere hidraulică la trecerea curentului prin reţea, definit prin

$$\zeta_r = \frac{\Delta p_{tot}}{\rho V_m^2/2} \qquad (1.2.8)$$

unde $\Delta p_{tot} = p_{tot_1} - p_{tot_2}$ este pierderea totală de energie la trecerea curentului prin reţea.

Intre coeficientul de rezistenţă C_{wr} şi coeficientul de pierderi ζ_r există următoarea legătură

$$C_{wr} = \frac{t}{l}\zeta_r \sin^3\beta_\infty \qquad (1.2.9)$$

Randamentul hidraulic al reţelei plane de profile are expresia, Speidel şi Scholz /93/,

$$\eta_h = 1 - \frac{1}{2}\frac{V_m}{U}\frac{\zeta_r}{\delta_u} \qquad (1.2.10)$$

<u>Reprezentarea caracteristicilor energetice ale reţelei</u>

In literatura de specialitate sînt cunoscute o multitudine de forme de reprezentare a caracteristicilor energetice ale reţelelor plane de profile. O prezentare detailată a diferitelor moduri de reprezentare se află în V.Anton /6/, I.Anton /3/.

Pentru reprezentarea caracteristicilor energetice, în lucrare, au fost utilizate formele primare de reprezentare : $C_{ar} = f(\beta_1)$, $C_{ar} = f(C_{wr})$, $\zeta_r = f(\delta_u)$, etc.

1.3 Consideraţii privind curgerea fluidelor vîscoase prin reţea

In general, curgerea fluidelor vîscoase este guvernată de ecuaţiile Navier-Stokes dacă mişcarea este laminară şi ecuaţiile Reynolds dacă mişcarea este turbulentă (caracterizată prin mişcarea neregulată a unor aglomeraţii de particule de fluid şi un puternic schimb de masă între straturile adiacente). Ecuaţiile Reynolds se obţin introducînd în primele proprietăţile de curgere, descompuse într-o valoare mediată în timp şi o valoare fluctuantă, şi apoi făcînd medierea ecuaţiilor rezultate. Aceste ecuaţii înclud ca necunoscute suplimentare combinaţii mediate în timp ale cantităţilor fluctuante /4, 48, 72/. Ele sînt oricum mai simple decît ecuaţiile Navier-Stokes nestaţionare şi pot fi tratate numeric dacă sînt formulate în plus ipoteze pentru necunoscutele suplimentare.

Este cunoscut faptul că soluţionarea numerică a ecuaţiilor Navier-Stokes este un lucru aproape imposibil, chiar cu cele mai moderne mijloace de calcul ; soluţii au fost găsite numai pentru un număr foarte restrîns de cazuri cu valori la limită foarte simple /62, 65/.

A fost deci necesar să se caute modele simplificate de curgere care să ocolească setul complet de ecuaţii Navier-Stokes. Cea mai interesantă s-a dovedit a fi teoria stratului limită. Aceasta divide curgerea în două regiuni care se interacţionează între ele (Prandtl în 1904):

- o regiune potenţială în care efectele vîscoase sînt neglijate,
- stratul limită şi regiunea dîrei, în care vîscozitatea trebuie luată în considerare.

Prin urmare, teoria stratului limită reduce analiza în totalitate a curgerii la studiul efectelor vîscozităţii într-un strat foarte subţire adiacent suprafeţei corpului - stratul limită. Apariţia, dezvoltarea şi desprinderea stratului limită (fig.1.3.1 şi 1.3.2) sînt răspunzătoare în cea mai mare măsura de rezistenţa la înaintare a unui corp dispus într-un curent de fluid real. Curgerea în stratul limită poate fi laminară şi (sau) turbulentă şi are un caracter complex şi dificil de analizat datorat, în special, apariţiei turbulenţei; necunoscuta principală a problemelor de turbulenţă.

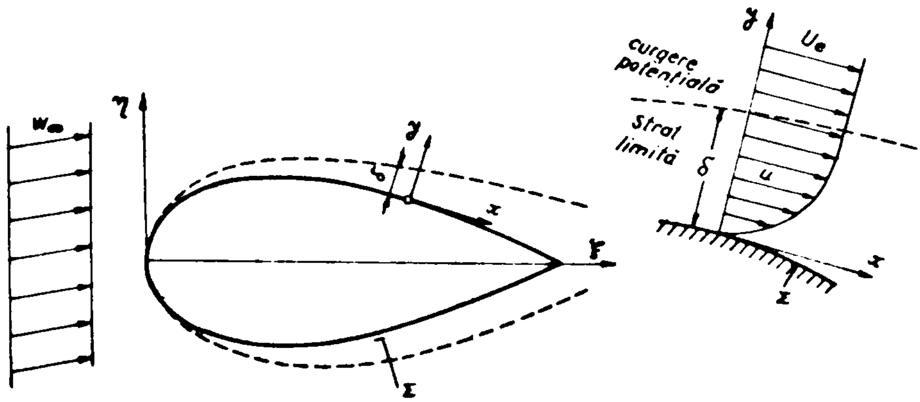


Fig.1.3.1 Dezvoltarea stratului limită

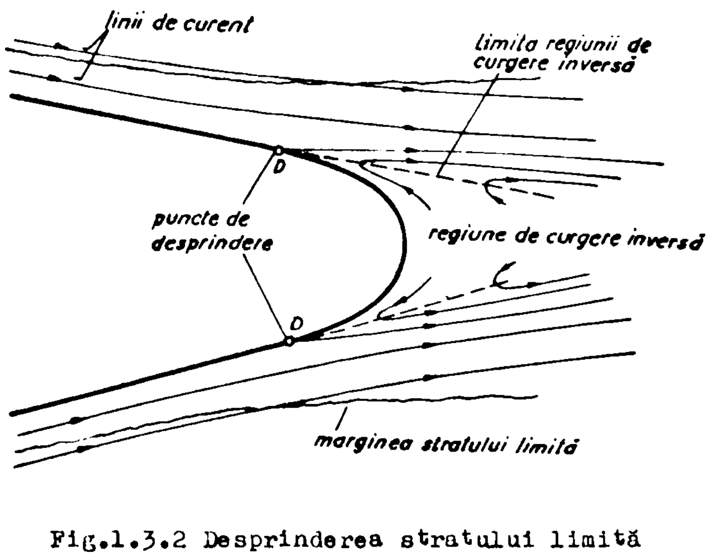


Fig.1.3.2 Desprinderea stratului limită

Mişcarea turbulentă contribuie la apariţia unor eforturi suplimentare care nu pot fi obţinute decît pe cale experimentală. Prin urmare, curgerea turbulentă este necesar semiempirică. Un alt fenomen nedorit şi complex al curgerii îl constituie desprinderea stratului limită (fig.1.3.2). Aceasta are ca efect formarea vîrtejurilor între stratul limită şi suprafaţa corpului care împreună cu stratul limită se transformă în dîra aerodinamică. Formarea vîrtejurilor necesită un consum suplimentar de energie contribuind la scăderea performanţelor energetice.

Numeroase cercetări experimentale şi teoretice au elucidat multe fenomene care apar la curgerea în stratul limită. Prin utilitatea sa teoria stratului limită şi-a adus aportul la rezolvarea multor probleme de aerodinamică şi în special în tehnica aviaţiei şi aeronauticii. Un rol important îl are şi în studiul curgerii reale a fluidelor în reţele plane de profile.

In prezent pentru profilul singular sînt suficiente informaţii privind curgerea în stratul limită şi în dîră, asociate cu un număr însemnat de date experimentale. Cu toate acestea comportarea stratului limită pe un profil singular nu poate fi asociată, în mod identic, aceluiaşi profil dispus în reţea. Comportarea profilelor din reţea este evident diferită deoarece cîmpul vitezelor este altul şi prin urmare, profilul este însoţit de un strat limită, desprindere, vîrtejuri, etc., diferite de cele ale profilului izolat. La profilul izolat perturbaţiile provocate de apariţia forţei

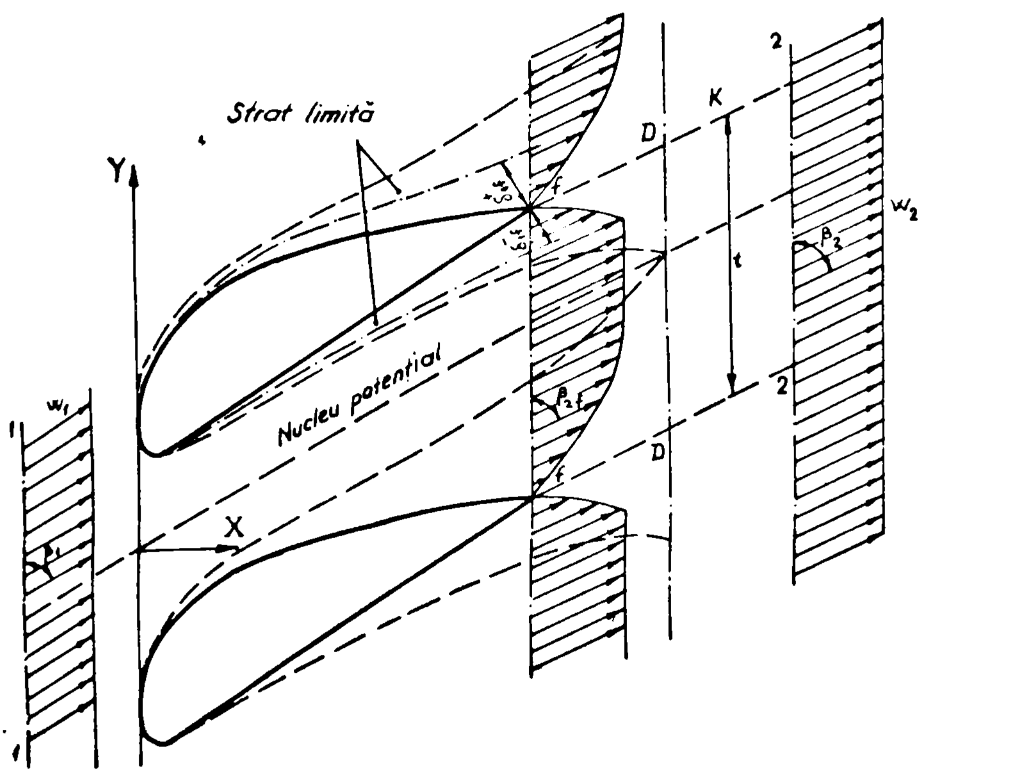


Fig.1.3.3 Schema curgerii vîscoase în reţea

portante şi a rezistenţei se amortizează în aval şi nu produc schimbarea parametrilor curgerii la infinit. Cu totul diferit, prezenţa profilului din reţea produce schimbarea parametrilor curentului la infinit. In acest caz,apariţia şi modificarea circulaţiei va provoca variaţia vitezei,atît în amonte,cît şi în aval de reţea, în timp ce perturbaţiile legate de pierderea de energie produc modificarea parametrilor curentului numai în avalul reţelei (fig.1.3.3).

Prin urmare,influenţa vîscozităţii la curgerea prin reţea se manifestă prin modificarea parametrilor curentului în spatele reţelei. Desigur că vîscozitatea poate influenţa şi direcţia vitezei în spatele reţelei deoarece dezvoltarea stratului limită deplasează liniile de curent, existente într-un curent ideal /65,73, 74, 85, 93/. In concluzie,la curgerea prin reţea,apariţia stratului limită se manifestă printr-o modificare a direcţiei vitezei în spatele reţelei (deci,o modificare a circulaţiei) şi producerea unui cîmp de viteze neuniform la bordul de fugă (datorită variaţiei vitezei în stratul limită). Acest cîmp de viteze se uniformizează departe în aval, proces care este strîns legat de pierderile hidraulice în reţea.

In figurile din această secţiune prin δ se înţelege grosimea stratului limită, iar prin :

δ_1 - grosimea de eliminare

$$\delta_1 = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy \tag{1.3.1}$$

δ_2 - grosimea pierderii de impuls

$$\delta_2 = \int_0^{\delta} \frac{u}{U_e}\left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy \tag{1.3.2}$$

U_e reprezintă viteza la marginea stratului limită, indicii "+" şi "-" se referă la extradosul şi respectiv intradosul profilului,iar "f" la bordul de fugă.

1.4 Consideraţii privind determinarea pierderilor hidraulice în reţea

Primele cercetări asupra unei reţele de profile datează din anul 1927 cînd L.Prandtl şi A.Betz determină în tunelul aerodinamic de Göttingen distribuţia de presiuni pe profilul Gö 587 dispus în reţea, însă pînă în anii 1950 aceste cercetări au fost destul de sporadice. După această perioadă problema curgerii în reţele plane de profile a intrat tot mai accentuat în atenţia cercetătorilor.Au apărut numeroase lucrări care cuprind,atît studii teoretice,cît şi experimentale privind diferite aspecte ale hidrodinamicii rețelelor de profile.

a. <u>Cercetări experimentale</u>

Studiul experimental al curgerii fluidelor prin rețea a fost abordat de numeroși cercetători. Cea mai reprezentativă din acest punct de vedere este școala de la Braunschweig unde curgerea bidimensională a fluidelor incompresibile, ideale sau reale, a fost studiată, teoretic sau experimental, de cercetători recunoscuți ca H.Schlichting, W.Scholz, M.Speidel, A.Das, etc. /85, 86, 87, 9o, 93/. Aspectul complex al curgerii în rețea a fost studiat prin influența unor parametrii asupra pierderilor hidraulice; influența geometriei profilului (curbură, grosime) și a geometriei rețelei (pasul relativ, unghiul de instalare), influența numărului Reynolds și a numărului Mach, influența gradului de turbulență, etc. Rezultatele obținute au dat posibilitatea verificării unor metode teoretice de calcul a caracteristicilor energetice ale rețelei și a pierderilor hidraulice, dezvoltate pe baza teoriei singularităților /86/ și a teoriei stratului limită /85, 87, 89, 9o, 93/. De asemenea, a fost abordată problema determinării rețelei optime /87, 93/. O sinteză a unor rezultate obținute poate fi găsită în /6/.

Rețeaua plană de profile, sub aspectul curgerii, a fost studiată de cercetători sovietici ca G.F.Proskura, E.A.Gukasova, M.I.Jukovski, M.E.Deici, etc. Pe baza rezultatelor obținute au fost date unele metode și formule utile, din punct de vedere aplicativ, pentru proiectarea mașinilor hidraulice. Preocupări au fost și în cadrul școlii japoneze de la Sondai condusă de F.Numachi, în special, privind studiul unor profile dispuse în rețea cu performanțe cavitaționale optime, și desigur că lista acestor preocupări este mai numeroasă.

Problema curgerii în rețele plane de profile a fost și în atenția școlii de mașini hidraulice a Institutului Politehnic din Timișoara, inițiată de regretatul profesor A.Bărglăzan și condusă de Acad.I.Anton. In cadrul stațiunii experimentale a laboratorului au fost încercate numeroase rețele de profile pentru mașini hidraulice axiale și turbine de foraj. O contribuție importantă în cercetarea experimentală și-a adus prof.V.Anton /6, 7/, care a studiat influența geometriei rețelei asupra caracteristicilor energetice și cavitaționale ale profilului MHT-I-12 %. Reprezentarea rezultatelor sub forma unor diagrame universale constituie un material deosebit de util care stă la îndemîna proiectantului de mașini hdiarulice în alegerea reţelei optime.

Cu toate că, în prezent, există o cantitate mare de date experimentale cercetările experimentale asupra reţelelor de profile nu şi-au atins scopul aşa cum este cazul profilului izolat. Ele sînt insuficiente ca să ofere proiectantului posibilitatea să aleagă reţeaua dorită. De asemenea, metodele, formulele sau coeficienţii obţinuţi pe baza rezultatelor experimentale sînt valabile, în special, pentru cazurile studiate şi mai puţin cu caracter de generalitate.

Importanţa cercetărilor experimentale constă, în principal, că oferă posibilitatea dezvoltării unor noi metode de calcul a pierderilor hidraulice sau perfecţionării altor mai vechi.

b. <u>Cercetări teoretice</u>

Avînd în vedere complexitatea curgerii fluidelor vîscoase în reţele plane de profile (secţiunea 1.3) nu se poate aborda direct problema curgerii, dar poate fi posibilă o elaborare etapizată a soluţionării teoretice /73, 74, 9o, 93/.

In această etapă se presupun cunoscute mărimile curgerii reale în planul bordului de fugă (fig.1.3.3) fără a lua în discuţie modul cum acestea pot fi obţinute în etapele anterioare (calcul potenţial al mişcării şi calculul stratului limită) şi precizia cu care pot fi calculate. O astfel de analiză va fi dată în capitolele următoare.

Stiind că procesul de uniformizare al vitezelor în dîra reţelei este strîns legată de pierderile hidraulice, atunci acestea pot fi determinate aplicînd transferul impulsului între planul bordului de fugă f-f, în care mărimile curgerii sînt date, şi un plan în dîră în care dorim să cunoaştem mărimile. Pornind de la această idee au fost numeroase preocupări care au avut ca scop dezvoltarea unor metode şi relaţii de calcul.

Printre primele încercări de-a calcula pierderile amintim pe acelea ale lui Loiţianski în 1947 /73/, Markov în 1947, Mc Gregor în 1952 (un model identic cu Markov), H.Schlichting şi N.Scholz în 1952 /85/, etc.

O tendinţă, privind dezvoltarea unor metode de calcul, a fost de a aplica ecuaţia transferului impulsului pe o suprafaţă de control K cuprinsă între planul bordului de fugă f-f şi planul 2-2 departe în aval în care are loc egalizarea vitezelor (fig.1.3.3). Pe această bază H.Schlichting şi N.Scholz /85/ elaborează o metodă pentru reţele de profile subţiri. După apariţia acestei metode, mai mulţi cercetători caută să generalizeze metoda pentru reţele de profile groase printre care şi Povh /73, 74/. L.Speidel şi Scholz /93/ reiau metoda şi o aplică la calculul unor reţele de profile groase şi curbate.

In principal, aceste metode constau în descompunerea ecuaţiei impulsului după două direcţii X şi Y, care împreună cu ecuaţia de continuitate formează un sistem de trei ecuaţii integrale cu trei necunoscute : mărimile curgerii în curgerea uniformizată p_2, W_2 şi β_2 . Stiind că mărimile curgerii la intrare nu se modifica, din ecuaţia lui Bernoulli rezultă căderea totală de presiune şi deci, pierderea hidraulică în reţea.

L.Speidel şi M.Scholz /93/, bine fundamentat, admit că dezvoltarea inegală a stratului limită pe extradosul şi intradosul profilului, prin grosimea de eliminare δ_1 , influenţează atît distribuţia de grosimi, cît şi scheletul profilului. Această modificare are o influenţă mica asupra distribuţiei de viteză pe contur, însă importanta este modificarea circulaţiei. Utilizînd metoda lui Schlichting /86/, cu unele simplificări (secţiunea 3.3.1), se obţine modificarea $\Delta\Gamma$ a circulaţiei. Considerînd că numai o parte a acesteia este echivalenta pierderilor şi deci unei modificări a incidenţei $\Delta\alpha_\infty$, pentru a obţine aceeaşi portanţă în curgerea vîscoasă ca şi în cea potenţială este necesară rotirea profilului cu $\Delta\alpha_\infty$. In acest mod, din triunghiul vitezelor pot fi obţinute unghiurile corectate la intrare β_{1cor} şi la ieşire din reţea β_{2cor} Presupunînd că presiunea şi viteza variaza în planul bordului de fugă, pentru a le face să rămînă constante, introduc o mişcare potenţial teoretică suplimentară care este identică cu mişcarea potenţială corectată departe în aval, adică

$$W_{2E} = W_{2cor} \; , \; p_{2E} = p_{2cor} \; , \; \beta_{2E} = \beta_{2cor} \tag{1.4.1}$$

Aici, indicele E se referă la mişcarea potenţială introdusă suplimentar.

In această situaţie δ_{1f} şi δ_{2f} trebuie recalculate. Din ecuaţia stratului limită /1o4/, pentru grosimea de impuls se obţine :

$$\frac{\delta_{2E}}{\delta_{2f}} = \frac{\delta_{1E}}{\delta_{1f}} = \left(\frac{W_f}{W_{2E}}\right)^3 = \left(\frac{W_f}{W_{2cor}}\right)^3 \tag{1.4.2}$$

unde W_f este viteza potenţială teoretică la bordul de fugă.

Cu notaţiile :

$$\Theta_1 = \frac{\delta_{1E}^+ + \delta_{1E}^-}{t \sin\beta_{2cor}} \qquad \text{şi} \qquad \Theta_2 = \frac{\delta_{2E}^+ + \delta_{2E}^-}{t \sin\beta_{2cor}} \tag{1.4.3}$$

integralele din ecuaţiile impulsului pot fi evaluate şi pot fi de-

535646
282 H

terminate mărimile căutate. Pentru calculul pierderii este dată relația simplă /93/

$$\zeta_r = \frac{2\theta_2}{\sin^2\beta_{2cor}} \qquad (1.4.4)$$

iar pentru abaterea unghiului β_2 al curgerii cu frecare

$$\frac{ctg\,\beta_2}{ctg\,\beta_{2cor}} = 1 - \theta_1 - \theta_2 \qquad (1.4.5)$$

Ținînd seama că $\beta_1 = \beta_{1cor}$ (în amonte nu se modifică parametrii curgerii) pot fi calculate caracteristicile energetice ale rețelei: C_{or}, C_{wr} (secțiunea 1.2, relațiile (1.2.5) și (1.2.9).

Mai tîrziu, N.Scholz /9o/ prezintă același raționament, însă pentru mișcarea potențială teoretică suplimentară (1.4.1) admite că:

$$\beta_{2E} = \beta_{2cor} \quad , \quad W_{2E} = \frac{W_{2cor}}{1-\theta_1} \qquad (1.4.6)$$

Urmărind (1.4.2) și (1.4.3) și ținînd seama de (1.4.6) rezultă că pentru a obține valoarea W_{2E} este necesar un calcul iterativ.

Scholz /9o/ rezolvă mai precis integralele din ecuația impulsului, însă pentru calculul pierderilor hidraulice dă o relație aproximativă sub forma:

$$\zeta_r = \frac{2\theta_2}{(1-2,7\,\theta_1)\sin^2\beta_{2cor}} \qquad (1.4.7)$$

oricum mai precisă decît (1.4.4).

Metoda /93/ a fost verificată pentru un număr mare de rețele de profile formate din profilul NACA oolo ($\frac{t}{l}$ = o,5 ; o,75 ; 1 ; 1,25 ; β_s = 9o°, 12o°; 13o°) și profilul NACA 841o ($\frac{t}{l}$ = o,5; o,75 ; 1 ; 1,25 ; β_s = 3o° ; 6o° ; 9o° ; 12o° ; 15o°). Comparate cu valorile pierderilor experimentale, valorile calculate s-au dovedit destul de precise dacă nu apare desprinderea stratului limită (metoda se poate aplica la mici desprinderi ale stratului limită, $x_D > 0,8\,l$) și dacă pasul relativ și unghiul de instalare nu iau valori extreme.

I.L.Povh /73, 74/ consideră că mărimile curgerii uniformizate pot fi legate de mărimile din nucleul potențial al curgerii. De asemenea, admite că în planul bordului de fugă presiunea și vitezele sînt constante. Cu notațiile

$$\bar{\delta}_1 = \frac{\delta_{1f}^{+} + \delta_{1f}^{-}}{t\sin\beta_2'} \quad , \quad \bar{\delta}_2 = \frac{\delta_{2f}^{+} + \delta_{2f}^{-}}{t\sin\beta_2'} \qquad (1.4.8)$$

în care β_2' este direcția modificată a vitezei curgerii ideale

W_{2f} în planul bordului de fugă, datorită stratului limită. Valoarea vitezei se modifică şi ea datorită modificării secţiunii de curgere

$$\beta_2' = \beta_{2f} + \varepsilon \quad , \quad W_2' = \frac{W_{2f}}{1-\bar{\delta}_1} \, \frac{\sin\beta_{2f}}{\sin\beta_2'} \qquad (1.4.9)$$

unde ε este abaterea unghiulară.

Aplicînd ecuaţia impulsului, pentru abaterea unghiului β_2 al curgerii cu frecare se obţine

$$\sigma = \frac{ctg\,\beta_2}{ctg\,\beta_2'} = \frac{1-\bar{\delta}_1-\bar{\delta}_2}{(1-\bar{\delta}_1)^2} \qquad (1.4.10)$$

şi pentru coeficientul de pierderi

$$\zeta_r = \frac{\sigma^2 + ctg^2\beta_2}{\sigma^2(1-\bar{\delta}_1)^2} + 1 - 2\sigma - ctg^2\beta_2 \qquad (1.4.11)$$

Se observă din (1.4.10) şi (1.4.11) că β_2 şi respectiv ζ_r pot fi calculate numai dacă σ şi ε sînt cunoscute. Povh /74/, pe baza unor date experimentale, admite pentru turbine axiale σ = 1,02 - 1,05, iar pentru ε o relaţie empirică.

Pentru calculul modificării circulaţiei în /73/ se arată că profilul poate fi îmbrăcat cu grosimea de eliminare δ_1 şi apoi recalculată distribuţia de viteză potenţială. In acest caz, este necesar un calcul succesiv. Pentru a evita aceasta, Povh /73/ propune ca, calculul grosimii de eliminare să fie făcut cu o distribuţie de viteză potenţială modificată la bordul de fugă; (0,8-1) W_2 Calculul distribuţiei de viteză cu profilul îmbrăcat cu această grosime de deplasare reduce numărul iteraţiilor la cel mult două.

Povh /74/ afirmă că relaţia (1.4.11) poate fi aplicată şi în curgeri cu desprindere (dacă δ_{1f} şi δ_{2f} pot fi calculate). De asemenea, consideră că (1.4.11) este mai generală decît cea propusă de Schlichting şi Scholz /85/. In /73/ sînt prezentate cîteva rezultate obţinute pentru reţele de turbină, comparativ cu rezultate experimentale. Metoda dă valori ale coeficienţilor de pierdere apropiate de valorile experimentale, cu excepţia valorilor mici ale pasului relativ (t/l = 0,4) la care se obţin valori calculate inferioare.

Lieblein şi Roudebush /52/, folosind aceleaşi ipoteze pentru curgerea uniformizată, din ecuaţia impulsului obţin următoarea formulă :

$$\zeta_r = \frac{2\bar{\delta}_2}{(1-\bar{\delta}_1)^2\sin^2\beta_2'}\left\{1 + \frac{\bar{\delta}_2}{2}\left[\bar{H}_{12} - \cos^2\beta_2'\left(\bar{H}_{12} - \frac{1}{1-\bar{\delta}_2}\right)^2\right]\right\} \qquad (1.4.12)$$

în care δ_1^- și δ_2^- au aceeași semnificație ca în (1.4.8), iar

$$\bar{H}_{12} = \frac{\bar{\delta_1}}{\bar{\delta_2}} \qquad (1.4.13)$$

O analiză mai profundă a relației (1.4.12) comparativ cu (1.4.11), pentru un strat limită calculat și același unghi β_2', ne conduce la valori aproape identice deși, ca formă, sînt diferite. De asemenea, dacă în (1.4.12) termenul din paranteza acoladă este aproximat cu unitatea ($\bar{\delta_2} \ll 1$) și comparăm relația rămasă cu relația (1.4.7) dată de Scholz /9o/ observăm o bună asemănare între ele.

Papailiou /65/ utilizează relația (1.4.12) pentru analiza pierderilor în rețele de compresor și turbine cu gaz. Pentru o rețea de compresor încercată în tunel valoarea pierderilor calculate este foarte apropiată de valoarea găsită experimental.

Am arătat pînă aici cîteva relații de calcul a pierderilor hidraulice în care mărimile curgerii cu frecare în mișcarea uniformizată au fost legate de mărimile stratului limită la bordul de fugă de pe extradosul și intradosul profilului din rețea și dintr-o analiză sumară a rezultat că nu pot exista diferențe mari între ele dat fiind pusă problema în mod asemanător.

O altă tendință, bazată tot pe transferul impulsului în dîră, a fost de a stabili o legătură între pierderile hidraulice și grosimea de impuls a dîrei. Aceasta este oarecum asemănătoare grosimii de impuls a dîrei la infinit $\delta_{2\infty}$ pentru calculul coeficientului de rezistență al profilului izolat. In practică această valoare nu poate fi calculată teoretic, însă poate fi gasită o legătură empirică între $\delta_{2\infty}$ și parametrii stratului limită la bordul de fugă. Pentru profilul izolat astfel de relații au fost date de Sevaier și Young, Kalihman, Povh /73/ etc.

Loițianski /73/ pentru soluționarea pierderilor în rețea analizează curgerea în dîră și folosind o metodă analoaga celei utilizate de Sevaier și Young la profilul izolat, stabilește o relație între grosimea de impuls a dîrei în planul D-D (fig.1.3.3) și parametrii stratului limită la intrarea în dîra (planul f-f)

$$\delta_{2D} = \delta_{2f}\, \bar{W_f}^{\left(\frac{H_f+5}{2}\right)} \qquad (1.4.14)$$

în care, $\bar{W_f} = \frac{W_f}{W_\infty}$ este viteza potențială adimensională la bordul de fugă al profilului, $\delta_{1,2f} = \delta_{1,2f}^+ + \delta_{1,2f}^-$, $H_f = \delta_{1f}/\delta_{2f}$

Admițînd că în secțiunea D-D neuniformitatea curgerii este foarte mică, din ecuația impulsului obține pentru calculul pierderilor relația :

$$\zeta_r = 2\,\delta_{2D}\,\frac{l}{t}\,\frac{1}{\sin^3\beta_2} \qquad (1.4.15)$$

Datorită aproximaţiilor făcute, valorile pierderilor calculate cu această relaţie sînt, în general, mai mici decît cele reale.

Povh /73/, ţinînd seama de rezultatele lui Loiţianski, face o analiză mai profundă a curgerii în dîră şi obţine pentru grosimea de impuls a dîrei următoarea relaţie :

$$\delta_{2D} = \delta_{2f}\,\frac{\overline{W}_f^{\,2}}{1{,}5 - 0{,}5\,\overline{W}_f^{\,2}} \qquad (1.4.16)$$

pentru reţele de turbină, şi

$$\delta_{2D} = \delta_{2f}\left[\overline{W}_f^{\,2} + 0{,}5\,(\overline{W}_f^{\,2} - 1)\,H_f\right] \qquad (1.4.17)$$

pentru reţele de compresor, iar pentru coeficientul de pierderi

$$\zeta_r = 2\,\frac{\varepsilon_0}{\sin^2\beta_2}\left[1 + (2{,}5 + \sin^2\beta_2)\,\varepsilon_0\right] \qquad (1.4.18)$$

în care

$$\varepsilon_0 = \delta_{2D}\,\frac{l}{t}\,\frac{H_D}{\sin\beta_2} \qquad (1.4.19)$$

unde H_D este parametrul de formă (H_{12}) al dîrei în secţiunea D-D. Pentru acesta, Povh /73/ consideră o expresie empirică,

$$H_D = 1 + 0{,}05\,\frac{l}{t} \qquad (1.4.20)$$

Valorile calculate de Povh cu relaţia (1.4.18) comparate cu cele calculate cu relaţia (1.4.11) şi valori experimentale sînt într-o bună concordanţă, cu deosebirea că (1.4.18) dă rezultate mai bune la valori mici ale pasului relativ ($\frac{t}{l}$ = 0,4), în schimb inferioare la valori mai mari ($\frac{t}{l}$ = 1).

O relaţie asemănătoare cu (1.4.18) este dată în /51/

$$\zeta_r = 2\,\delta_{2D}\,\frac{l}{t}\,\frac{1}{\sin^3\beta_2}\,\frac{3H_D}{3H_D - 1}\left(1 - \delta_{2D}\,\frac{l}{t}\,\frac{H_D}{\sin\beta_2}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (1.4.21)$$

în care termenul din paranteza mare poate fi aproximat cu unitatea, deoarece $\delta_{2D} \ll 1$. Valoarea lui H_D se admite constantă $H_D \approx 1{,}0$.

Pentru determinarea grosimii de impuls a dîrei Lieblein /51/, dintr-o analiză a ecuaţiei impulsului stratului limită, arată că aceasta poate fi pusă în raport cu factorul de difuzie, definit prin :

$$\frac{U_{max}}{W_2} = (\overset{+}{C}_{pw1})_{max}\,\frac{\sin\beta_2}{\sin\beta_1}\left(1 - \delta_{2D}\,\frac{l}{t}\,\frac{H_D}{\sin\beta_2}\right) \qquad (1.4.22)$$

în care $(\overset{+}{C}_{pw1})_{max}$ este valoarea maximă a coeficientului de presiune pe extrados. In acest mod stabileşte o legătură între $\frac{U_{max}}{W_1}$ şi δ_{2D} , pe baza unor date experimentale, pentru reţele de profile

NACA 65 (A_{10}) şi schelet în arc de cerc C_4 (cu curburi simetrice şi grosimea maximă de 10 %) la unghiuri de incidenţă $\alpha_{\infty min}$, corespunzătoare pierderii minime. Pentru scopuri de proiectare (1.4.22) poate fi exprimată empiric în funcţie de parametrii circulaţiei. La incidenţe $\alpha_{\infty min}$, $(C^{+}_{pw_1})_{max}$ poate fi aproximat prin

$$(C^{+}_{pw_1})_{max} \simeq 1,12 + 0,61 \frac{t}{l} \sin^2\beta_1 \sigma_U \qquad (1.4.23)$$

astfel că pentru pierderea minimă poate fi obţinut un factor de difuzie echivalent

$$D_e^{+} = \frac{\sin\beta_2}{\sin\beta_1}\left(1,12 + 0,61 \frac{t}{l} \sigma_U \sin^2\beta_1\right) \simeq \frac{U^{+}_{max}}{W_2} \qquad (1.4.24)$$

O relaţie asemănătoare a fost găsită şi pentru incidenţe diferite de $\alpha_{\infty min}$

$$D_e = \frac{\sin\beta_2}{\sin\beta_1}\left[1,12 + a(\alpha_\infty - \alpha_{\infty min})^{1,43} + 0,61 \frac{t}{l} \sigma_U \sin\beta_1\right] \qquad (1.4.25)$$

în care a este o constantă (a = 0,0117 pentru reţele de profile NACA 65 (A_{10}) şi a = 0,007 pentru reţele de profile C_4 /51/).

Dacă legătura $\sigma_{2D} = f\left(\frac{U^{+}_{max}}{W_2}\right)$ este stabilită, atunci evident că putem cunoaşte şi legătura $\zeta_r = f(D_e)$. Pentru ultima, des folosită este dependenţa $E = f(D_e)$ /116/, în care

$$E = \zeta_r \frac{1}{2} \frac{t}{l} \frac{\sin\beta_2}{\cos^2\beta_2} \qquad (1.4.26)$$

Corelaţiile $E = f(D_e)$ sînt deosebit de utile în proiectarea reţelelor optimizate. Dezavantajul constă în faptul că astfel de corelaţii pot fi obţinute, în prezent, numai pentru reţele formate din aceeaşi familie de profile şi numai pe baza unor date obţinute experimental.

In fig.1.4.3 este reprezentată dependenţa $E = f(D_e)$ pentru o reţea plană de profile, iar în fig.1.4.2 este reprezentată dependenţa optimizată $\zeta_r = f(\sigma_U)$ pentru o reţea de compresor, după Schlichting /87/. Se observă analogia între cele două tipuri de reprezentări. Prin urmare $E = f(D_e)$ reprezintă înfăşurătoarea curbelor $E = f(D_e)$ pentru diferite valori ale pasului relativ. Asemănător principiului lui Schlichting /87/, pentru determinarea pasului relativ pentru reţeaua optimă (fig.1.4.2), Lieblein /51/ stabileşte că stagnarea corespunde unui raport de difuzie echivalent $D_e \simeq 2$.

In literatură se întîlnesc o multitudine de procedee de optimizare a reţelelor de profile pe baza datelor experimentale /6, 87, 90, 93/. Avantajul dependenţei $E = f(D_e)$ este că e mai generală decît alte reprezentări. Dacă se utilizează corelaţiile sugerate

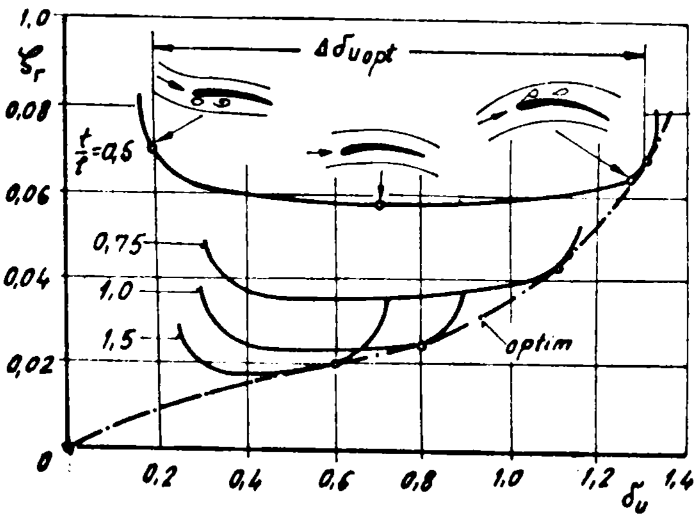


Fig.1.4.1 Coeficienţii de pierderi optimi ai unei reţele de profile ($\beta_S = 120^o$) după Schlichting /87/. Domeniul $\delta_{u\,opt}$ se găseşte în domeniul curgerii fără desprindere.

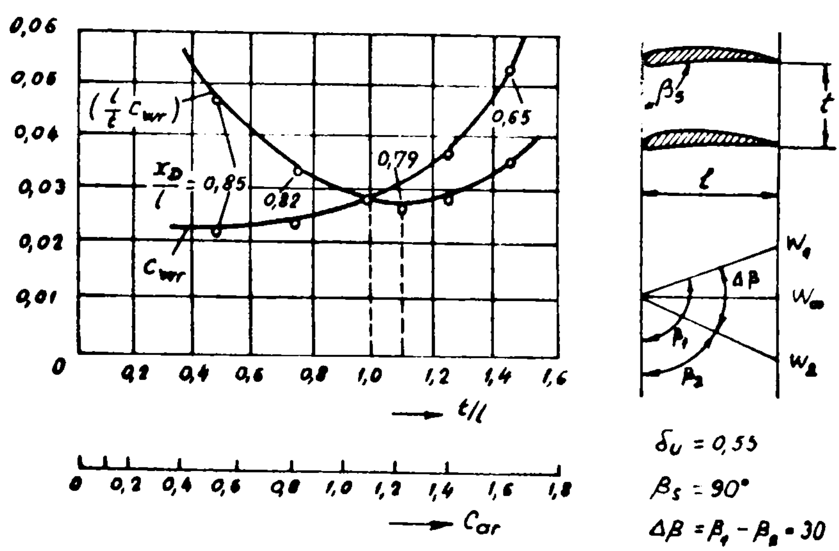


Fig.1.4.2 Variaţia coeficientului de rezistenţă c_{wr} în funcţie de pasul relativ t/l pentru reţele de profile bidimensionale ($Re_2 = 5 \cdot 10^5$), după Schlichting /87/.

de Lieblein /51/ este posibilă optimizarea reţelelor de profile în diferite secţiuni de rotor pentru o valoare optimă fixată a factorului de difuzie De. Acesta este o măsură bună a încărcării paletei şi pot fi calculate pierderile în reţea (ec. (1.4.21)) dacă sînt

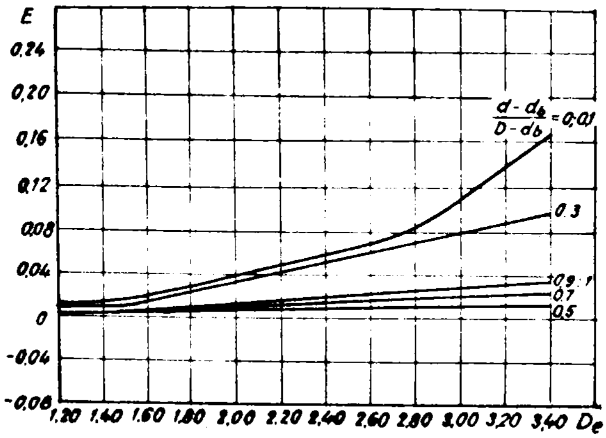


Fig.1.4.3 Dependenţa E = E(De) în diferite secţiuni cilindrice ale unui rotor axial /116/ d_b - diametrul butucului, D - diametrul rotorului.

cunoscute corelaţii, bazate pe date experimentale, de forma $\delta_{2D} = f(De)$. In această situaţie este posibilă o analiză a influenţei diferiţilor parametrii asupra curgerii astfel să se obţină eficienţa maximă. Deşi, prezintă avantaje multiple, utilizarea unor astfel de procedee de optimizare este oarecum limitată, deoarece nu dispunem de suficiente date experimentale, pe baza cărora, să putem stabili corelaţiile necesare. Mai mult, la proiectarea maşinilor hidraulice parametrii geometrici ai profilului şi reţelei variază de la o secţiune de rotor la alta. In asemenea condiţii sînt necesare mai multe informaţii asupra unui număr cît mai mare de reţele de profile, pentru ca scopul proiectării să fie cu certitudine atins.

1.5 Analiza metodelor de calcul a pierderilor. Prezentarea temei

Din analiza unor metode de calcul a pierderilor hidraulice în rețele plane de profile, bazate pe teoria stratului limită, pot fi desprinse unele aspecte importante :

- la baza metodelor /52, 73, 74, 85, 90, 93/ stă analiza curgerii în dîra rețelei în care are loc procesul de egalizare al vitezelor și care este răspunzător în cea mai mare măsură de mărimea pierderilor. Această analiză s-a făcut prin aplicarea teoremei impulsului în două moduri diferite, un mod în care mărimile curgerii cu frecare sînt căutate departe în aval unde mișcarea este uniformizată și un al doilea în zona dîrei în care straturile limită de pe extrados și intrados se unesc, însă mișcarea nu este complet uniformizată,

- metodele /51, 73/, care se bazează pe grosimea pierderii de impuls a dîrei sînt necesar semiempirice, deoarece corelația dintre aceasta și parametrii stratului limită se poate determina numai pe ajustarea unor date experimentale. Dacă astfel de dependențe sînt cunoscute, pierderile pot fi calculate satisfăcător. In general, relațiile semiempirice ale grosimii δ_{2D} au fost deduse pentru un număr insuficient de rețele încercate și este puțin probabil ca acestea să fie universal valabile. De aceea, în prezent aceste metode au o utilizare practică restrînsă, însă pot fi folosite la analiza curgerii în rețea atunci cînd este disponibil un volum important de date experimentale ;

- aplicarea teoremei impulsului /52, 73, 74, 85, 90, 93/ pe toată suprafața de control a dîrei, cuprinsă între bordul de fugă și secțiunea în care mișcarea este uniformizată, sînt bine fundamentate și oferă posibilitatea determinării corecte a mărimilor curgerii cu frecare în funcție de parametrii stratului limită la bordul de fugă. Pierderile pot fi calculate cu suficientă precizie dacă se cunoaște influența stratului limită asupra mișcării potențiale (direcția vitezei la ieșire β_2') ;

- relația (1.4.11), comparativ cu relațiile (1.4.4) și (1.4.7) pentru calculul pierderilor, este mai completă și are avantajul că mărimile curgerii cu frecare pot fi calculate din mărimile curgerii în nucleul potențial la bordul de fugă. Din păcate, dificultatea unor astfel de metode constă tocmai în determinarea direcției β_2' a vitezei în acest nucleu. Deoarece β_2' intervine în expresiile (1.4.8) este posibil ca mărimile δ_1 și δ_2 să nu fie estimate corect. De asemenea,abaterea unghiului β_2 al curgerii cu frecare prin σ, relația (1.4.10), depinde de valoarea unghiului β_2'. Pentru a ocoli aceste dificultăți, în /74/ se propun relații empirice pentru calculul lui β_2', iar pentru σ se admite σ = 1,02 - 1,05. Aceste relații aproximative pot să afecteze acuratețea calculelor. Dificultățile legate de calculul unghiului β_2' sînt valabile și pentru relația (1.4.12) pentru care am arătat că oferă valori ale pierderilor foarte apropiate de cele obținute cu (1.4.11) dacă β_2' este același ;

- un raționament bine fundamentat pentru calculul influenței stratului limită este oferit de Speidel și Scholz /93/ cu ajutorul metodei singularităților /86/, care poate fi adaptată unor astfel de probleme. Aceasta permite calculul direct al modificării circulației din care poate fi dedusă modificarea incidenței și din triunghiul vitezelor modificarea unghiurilor de intrare și ieșire din rețea. In /93/ pierderile sînt legate de curgerea potențială calculată în care distribuția de viteză este puțin afectată de grosimea stratului limită. Din aceste considerente, din modificarea totală a circulației se ia numai partea care afectează distribuția de viteză. Acest fapt ar putea să influențeze calculul unghiului la ieșire, deoarece modificarea deviației curentului este dată de modificarea totală a circulației (și nu parțială) ;

- mișcarea potențială suplimentară /90, 93/ introdusă sub forma (1.4.1) sau (1.4.6) pentru a menține presiunea și viteza constante în planul bordului de fugă are mai mult un rol de facilitare a evaluării integralelor din ecuația impulsului, decît faptul că această mișcare suplimentară ține seama de aceste efecte. Recalcularea parametrilor stratului limită la bordul de fugă (1.4.2), cu ajutorul vitezei potențiale, este destul de aproximativă; datorită condiției Jukovski valoarea acestei viteze nu este găsită corect. Din aceste motive, mai justificată este ipoteza admisă în alte metode /52, 73, 74/ că presiunea și viteza în nucleul potențial al mișcării la bordul de fugă cu o bună aproximație sînt constante.

Aceste considerente au fost făcute numai pe baza unor ipoteze formulate pentru analiza curgerii în dîra rețelei de profile, iar în discuție au fost luate numai acele mărimi care pot influența calculul pierderilor. In /73, 74, 90, 93/ sînt date rezultatele obținute cu metodele respective care au fost comparate cu valori experimentale și se poate afirma că în toate cazurile există o bună corelaţie între teorie şi experiment. Cu toate acestea, deşi asemănătoare, metodele nu prezintă un mod unitar de calcul. Ţinînd seama de aceasta şi de rezultatele obţinute este greu de afirmat care din metode este mai sigură, deoarece :

- calculul potenţial al curgerii în reţea şi calculul stratului limită s-a făcut cu metode diferite pentru fiecare caz în parte şi în unele cazuri cu metode mult prea aproximative. Acestea ar putea influenţa semnificativ parametrii la bordul de fugă care au fost consideraţi cunoscuţi ;

- nu sînt date comparaţii între valori calculate cu metode în care ipotezele sînt puse în mod diferit, iar informaţiile sînt insuficiente pentru a face asemenea verificări ;

- au fost analizate rezultatele pentru reţele caracterizate mai mult prin geometria reţelei (pas relativ şi unghi de instalare) şi mai puţin prin geometria profilului /53, 74, 9o, 93/, care, pentru maşinile hidraulice, are un rol foarte important. Sînt cazuri în care geometria reţelei nu este specificată /73, 74/ sau nu se oferă suficiente date privind condiţiile în care au fost efectuate determinările experimentale.

Avînd în vedere că, în prezent, există numeroase informaţii privind curgerea în stratul limită (laminar sau turbulent) şi dispunem de metode care pot calcula destul de sigur mişcarea potenţială şi cu ajutorul acesteia dezvoltarea stratului limită în jurul profilului, din cele de mai sus, poate fi trasă concluzia că nu dispunem de o metodă unitară de calcul a pierderilor hidraulice în reţea.

Pornind de la această concluzie şi de la rolul important pe care îl are reţeaua de profile optimizată în proiectarea unor maşini hidraulice axiale cu performanţe ridicate lucrarea prezentă are ca obiectiv principal studiul curgerii reale a fluidelor şi încearcă să-şi aducă o modestă contribuţie la rezolvarea următoarelor probleme :

a. Stabilirea unei metode de calcul a pierderilor în reţea pe cît posibil unitară, completă şi suficient de precisă. In capitolul 3 este prezentat un calcul etapizat al curgerii reale în reţea în care pentru soluţionarea curgerii potenţiale, stratului limită laminar şi (sau) turbulent şi a tranziţiei laminar-turbulent sînt propuse metode cunoscute, bine justificate prin comparaţii cu experimentul. Pentru calculul pierderilor se analizează mişcarea pornind de la influenţa stratului limită asupra curgerii potenţiale, analiza dîrei şi pînă la calculul caracteristicilor energetice reale ale reţelei. Verificate cu date experimentale valorile calculate sînt într-o bună concordanţă.

b. Proiectarea reţelelor de turbine axiale optimizate prin metoda stratului limită. In capitolul 4 pe baza teoriei generale a stratului limită se stabilesc funcţiile stratului limita laminar şi turbulent în reprezentarea lui Le Foll /49/. După ce se analizează proprietăţile generale a stratului limită se stabileşte distribuţia de viteză optimizată pe extradosul profilului, independentă de geometria reţelei. In funcţie de numărul Reynolds şi un parametru al circulaţiei, impuse de condiţiile de la intrare şi ieşire din reţea, poate fi obţinută distribuţia de viteză sub forma cunoscută, iar prin intermediul unei metode de calcul potenţial invers se obţine profilul din reţea. In final, se prezintă optimizarea unei reţele de turbină axială, în care se analizează curgerea reală cu metoda directă (a). Rezultatele obţinute confirmă posibilitatea proiectării optimizate a reţelelor prin metoda stratului limită propusă.

c. Elaborarea unor programe pe calculator, la care au fost folosite cele mai moderne tehnici de calcul care asigură o precizie şi rapiditate cît mai mare calculelor pentru fiecare etapă rezolvată.

d. Efectuarea unor investigaţii experimentale în tunelul de strat limită şi turbulenţă asupra unui profil aerodinamic. Au fost efectuate măsurători ale distribuţiilor de presiuni pe profil şi ale profilelor de viteză şi turbulenţă în stratul limită şi în dîra profilului. Datele prelucrate sub forma unor mărimi globale ale stratului limită au stat la baza verificării unor legi şi relaţii folosite la calculul stratului limită.

e. Orientarea cercetărilor viitoare spre problemele cele mai importante ale curgerii în reţele de profile cu utilitate practică în proiectarea maşinilor hidraulice.

Lucrarea, prin metodele şi tehnicile de calcul propuse şi prin experienţa dobîndită, îşi propune să ofere posibilitatea realizării unui program general de studiu automat (pe un calculator de capacitate şi viteză mare) al curgerii reale în reţea, pornind de la obţinerea reţelei optime şi pînă la determinarea influenţei unor parametrii importanţi ai curgerii asupra pierderilor hidraulice, deosebit de util proiectantului de maşini hidraulice.

CAPITOLUL 2
NOTIUNI DE TEORIA STRATULUI LIMITA

2.1 Ecuaţiile diferenţiale ale stratului limită

Simplificările făcute de Prandtl asupra ecuaţiilor Navier-Stokes /27, 62/ au condus la aşa numitele ecuaţii diferenţiale ale stratului limită ;

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\tau}{\rho}\right) \tag{2.1.1}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{2.1.2}$$

unde $\tau = \eta \frac{\partial u}{\partial y}$ este tensiunea tangenţială de frecare.

Ecuaţia (2.1.2) are o semnificaţie practică deosebită şi se confirmă într-o identitate aproape perfectă cu valoarea calculată a presiunii cu ajutorul curgerii potenţiale şi determinată experimental. Tinînd seamă de ecuaţia diferenţială a lui Bernoulli

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = U_e \frac{dU_e}{dx} \tag{2.1.3}$$

Ecuaţiile (2.1.1) şi (2.1.2) se reduc la una singură, astfel că ecuaţiile diferenţiale ale stratului limită pentru mişcarea staţionară a unui fluid incompresibil devin,

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U_e \frac{dU_e}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \tag{2.1.4}$$

la care se adaugă ecuaţia de continuitate,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.1.5}$$

Aici, U_e reprezintă viteza curentului la marginea stratului limită.

Ecuaţia (2.1.4) dedusă de Prandtl este valabilă pentru stratul limită laminar. Pentru stratul limită turbulent trebuie urmată o cale asemănătoare celei din care au fost deduse ecuaţiile Reynolds. Rezultatul ne va conduce la o formă asemănătoare ecuaţiei (2.1.4) în care, trebuie să ţinem seama că proprietăţile de transport ale stratului limită turbulent diferă esenţial de cele ale stratului limită laminar,

$$\tau = \rho\left(-\overline{u'v'} + \nu \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{2.1.6}$$

pentru stratul limită turbulent, iar prin u şi v se înţeleg valori mediate în timp.

Prin urmare, ecuaţiile stratului limită turbulent conţin o parte suplimentară în care intervin, proprietăţile turbulenţei şi ipotezele care s-au făcut pentru ea. Natura ecuaţiilor finale care guvernează stratul limită turbulent depinde de aceste ipoteze. Aceste ecuaţii sînt necesar semiempirice deoarece turbulenţa rămîne soluţia necunoscută a problemei de turbulenţă.

2.2 Ecuaţiile integrale ale stratului limită

Dificultăţile legate de integrarea exactă a ecuaţiilor (2.1.4) şi (2.1.5) a impus dezvoltarea unor metode de aproximare. In acest caz se renunţă la satisfacerea ecuaţiilor diferenţiale ale stratului limită pentru fiecare particulă în parte şi se examinează mişcarea în ansamblu.

Ecuaţia diferenţială (2.1.4) se poate transforma pentru stratul limită laminar, prin înmulţire cu puteri ale lui U şi (sau) y şi integrare parţială peste grosimea stratului limită, dintr-un sistem cu o infinitate de ecuaţii diferenţiale obişnuite, în aşa numitele ecuaţii integrale. Practic însă numărul lor este limitat şi, deobicei, se consideră ca suficiente două ecuaţii. Cea mai mare valoare, pentru studiul stratului limită, o au ecuaţiile de ordin redus (obţinute prin înmulţire cu puteri mici) /109/ : ecuaţia integrală a impulsului (V.Karman 1921, Gruschwitz 1935) şi ecuaţia integrală a energiei (K.Wiegard 1948). Dacă aceste afirmaţii sînt valabile pentru stratul limită laminar este de aşteptat să fie adevărate şi pentru stratul limită turbulent.

a. Ecuaţia integrală a impulsului

Prin înmulţirea ecuaţiei (2.1.4) cu $U^0=1$, eliminarea lui v cu ajutorul ecuaţiei de continuitate (2.1.5) şi integrarea peste grosimea stratului limită δ, prin cîteva transformări simple, se obţine,

$$\frac{d\delta_2}{dx} + (H_{12}+2)\frac{\delta_2}{U_e}\frac{dU_e}{dx} = \frac{C_f}{2} - \mathcal{J}_1 \qquad (2.2.1)$$

b. Ecuaţia integrală a energiei

Prin înmulţirea ecuaţiei (2.1.4) cu U şi procedînd în mod asemănător obţinerii ecuaţiei (2.2.1) se obţine,

$$\frac{1}{U_e^3}\frac{d}{dx}(U_e^3\delta_3) = C_D - \mathcal{J}_2 \qquad (2.2.2)$$

Ecuaţiile (2.2.1) şi (2.2.2) pot fi considerate ca forme asemănătoare, atît pentru stratul limită laminar, cît şi pentru stratul limită turbulent, dacă:

$$\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2 = 0 \quad \text{pentru stratul limită laminar} \qquad (2.2.3)$$

$$\mathcal{J}_1 = \frac{1}{U_e^2}\frac{d}{dx}\int_0^\delta(\overline{u'^2}-\overline{v'^2})dy, \quad \mathcal{J}_2 = \frac{2}{U_e^3}\int_0^\delta U\frac{\partial(\overline{u'^2}-\overline{v'^2})}{\partial x}dy \qquad (2.2.4)$$

pentru stratul limită turbulent. In general, aceşti termeni pot fi neglijabili. Totuşi, pe baza măsurătorilor, s-a constatat că mărimile U' şi V' devin importante în apropierea desprinderii.

Mărimile C_f şi C_D au următoarele semnificaţii :

$$C_f = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2}\rho U_e^2} \qquad (2.2.5)$$

este coeficientul de frecare local, iar

$$C_D = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho U_e^3}\int_0^{\delta} \tau \frac{\partial u}{\partial y}\, dy \qquad (2.2.6)$$

este coeficientul de disipaţie.

In ecuaţia (2.2.1) δ_2 este grosimea pierderii de impuls (1.3.2), iar în ecuaţia (2.2.2) δ_3 este grosimea pierderii prin disipaţie a energiei

$$\delta_3 = \int_0^{\delta} \frac{u}{U_e}\left(1 - \frac{u^2}{U_e^2}\right) dy \,. \qquad (2.2.7)$$

H_{12} este parametrul de formă al profilului vitezei în stratul limită definit prin

$$H_{12} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \qquad (2.2.8)$$

în care δ_1 este grosimea de eliminare (1.3.1).

2.3 Stabilitatea mişcării laminare. Tranziţia laminar-turbulent

Este cunoscut că pentru valori mici ale numărului Reynolds, bazat pe cantităţi locale, curgerile laminare sînt stabile, însă ele devin instabile pentru numere Reynolds mari şi apoi se transformă în curgeri turbulente. Din punct de vedere practic instabilitatea mişcării laminare este importantă în calculul stratului limită.

Cercetările teoretice asupra stabilităţii mişcării laminare se bazează pe ipoteza că această mişcare este afectată de mici perturbaţii. Dacă aceste perturbaţii se amplifică, curgerea devine instabilă. In acest caz, de interes devine valoarea critică a numărului Reynolds, care trebuie cunoscută. Pentru aceasta, mişcarea este descompusă într-o curgere principală, a cărei stabilitate se cercetează, şi o perturbaţie suprapusă peste aceasta /27, 88/.

Un astfel de model teoretic a fost construit pentru mişcarea bidimensională în care perturbaţia a fost presupusă a fi formată dintr-un număr discret de fluctuaţii parţiale, fiecare din acestea fiind o undă care se propagă în direcţia axei Ox. S-a găsit pentru amplitudinea mişcării o ecuaţie diferenţială ordinară de ordinul patru, cunoscută ca ecuaţia Orr-Sommerfeld /27, 88/.

Fără a intra în detalii şi discuţii, modelul teoretic reuşeşte, pentru un strat limită dat, să stabilească o legătură între numărul Reynolds, bazat pe grosimea stratului limită, şi lungimea de undă a perturbaţiei, stabilind aşa numita curbă de stabilitate neutrală, care desparte regiunea perturbaţiilor instabile de aceea a perturbaţiilor stabile. Această curbă neutrală a permis calculul valorii critice a numărului Reynolds, sub care toate oscilaţiile se amortizează, iar peste această valoare cel puţin cîteva se amplifică. Valoarea calculată a numărului Reynolds nu corespunde cu valoarea observată experimental în punctul de tranziţie. Explicaţia constă în faptul că numărul Reynolds critic indică punctul în care începe amplificarea unor perturbaţii individuale (punct de instabilitate). Acestea se continuă în aval, iar transformarea în turbulenţă are loc în timp. Prin urmare, este de aşteptat ca numărul Reynolds la tranziţie să fie mai mare, decît numărul Reynolds calculat.

Deşi oferă rezultate deosebite, modelul teoretic construit nu poate fi aplicat practic deoarece lungimea de undă a perturbaţiei este necunoscută. A fost necesar să fie luată în considerare o altă mărime care să fie pusă în legătură cu numărul Reynolds. Această mărime a fost gradientul de presiune.

Calculul efectului gradientului de presiune asupra instabilităţii a fost făcut de Schlichting şi Ulrich /88/ folosind un polinom de gradul şase pentru aproximarea vitezei în stratul limită. Forma profilelor de viteză este determinată de parametrul de formă a lui Polhausen /79, 88/,

$$\Lambda = \frac{\delta^2}{\nu}\frac{dU_e}{dx} \qquad (2.3.1)$$

Curbele de instabilitate neutrală calculate pentru această familie de profile au fost folosite pentru a deduce dependenţa numărului Reynolds critic, bazat pe grosimea de eliminare δ_1, de parametrul de formă Λ (fig.2.3.1). Se observă că numărul Reynolds critic variază puternic cu Λ şi prin urmare cu gradientul presiunii.

Pe baza acestor rezultate este posibil să se calculeze punctul de instabilitate al unei curgeri bidimensionale care trece peste un corp de formă oarecare.

Van Driest şi Blumer /106/ au elaborat o teorie a tranziţiei stratului limită care ţine seama de efectele turbulenţei curentului liber şi gradientul presiunii. Ideea de bază se sprijină pe ipoteza că prăbuşirea curgerii laminare apare atunci cînd vorticitatea locală din stratul limită este suficient de departe de perete. Criteriul de tranziţie s-a formulat considerînd că raportul dintre tensiunea inerţială locală $\rho l^2 (dU/dy)^2$ şi tensiunea vîscoasă locală $\eta \frac{\partial u}{\partial y}$ trebuie să atingă o valoare limită undeva în curent pentru ca tranziţia să aibe loc. Teoria a fost pusă în legătură cu date obţinute pe cale experimentală (fig.2.3.2), şi s-a găsit că poziţia punctului de tranziţie verifică ecuaţia

$$\frac{1690}{Re_x^{1/2}} = 1 + 19,6\, Re_x^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U_e} \right)^2 \qquad (2.3.2)$$

unde Re_x este numărul Reynolds bazat pe distanţa x din punctul de impact pînă în punctul considerat.

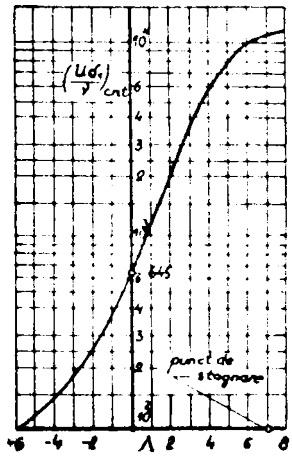


Fig.2.3.1 Curba de stabilitate a stratului limită laminar /88/

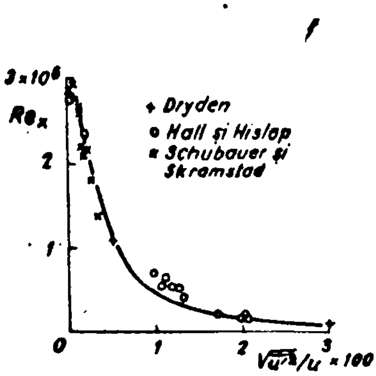


Fig.2.3.2 Efectul turbulenţei curentului exterior asupra tranziţiei, /106/

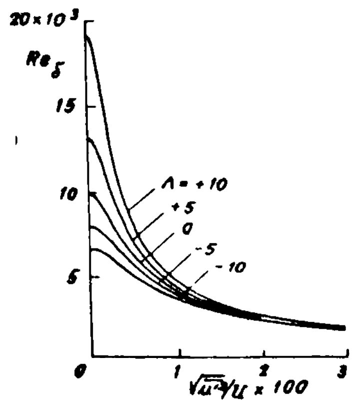


Fig.2.3.3 Efectul gradientului de presiune asupra tranziţiei, /106/

Pentru o familie de profile de viteză reprezentate prin parametrul de formă al lui Polhausen Λ, ecuaţia punctului de tranziţie este dată de relaţia /106/

$$\frac{9860}{Re_\delta} = 1 - 0,0485\Lambda + 3,36\, Re_\delta \left(\frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U_e} \right)^2 \qquad (2.3.3)$$

unde Re_{δ} este numărul Reynolds bazat pe grosimea stratului limită δ.

In fig.2.3.3 sînt reprezentate curbele (2.3.3) pentru diferite valori ale parametrului de formă Λ.

2.4 Stratul limită turbulent

Soluționarea unor probleme de strat limită este strîns legată de calculul stratului limită turbulent. In secțiunea 2.1 am văzut că în ecuațiile stratului limită turbulent intervine ca necunoscută turbulența și este clar că trebuie să facem o ipoteză suplimentară, bazată pe tensiunile turbulente, pentru ca problema stratului limită turbulent să fie rezolvată.

Pentru stratul limită laminar această problemă nu există și se poate descrie istoria trecută a stratului limită laminar de o manieră satisfăcătoare, înlocuind ecuația (2.1.4) cu un număr mic de ecuații integrale, valabile pentru o familie de profile de viteză.

Pentru a aplica aceeași tehnică și la stratul limită turbulent, este necesar ca ipoteza suplimentară să ne permită să utilizăm o familie de profile de viteză. O ipoteză care ne permite aceasta este ipoteza similitudinii locale /82/, care postulează că tensiunile depind numai de condițiile locale.

a. Ipoteza similitudinii locale

Ecuația de mișcare (2.1.1) pentru $y \to 0$ devine

$$\lim_{y \to 0} \frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{dp}{dx} \qquad (2.4.1)$$

sau sub formă adimensională

$$\lim_{y \to 0} \frac{\partial\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)}{\partial\left(\frac{y}{\delta_1}\right)} = \frac{dp}{dx}\,\frac{\delta_1}{\tau_0} = -\,\frac{\delta_1 \frac{dU_e}{dx}}{\frac{C_f}{2}\, U_e} = \pi \qquad (2.4.2)$$

Mărimea π se reprezintă ca un parametru fizic important, ea descrie forma profilului tensiunii tangențiale în apropierea peretelui. π poate fi interpretat și ca raportul dintre forțele de presiune și forțele de frecare. El corespunde parametrului lui Polhausen /88/ pentru stratul limită laminar. Dacă este posibil să se găsească o legătură între π și profilul vitezei, relația (2.4.2) poate fi adăugată ca o ecuație suplimentară la sistemul de ecuații integrale.

In cazul în care π este constant curgerea se găsește în condiții de "cvasiechilibru"; ipoteza similitudinii locale fiind satisfăcută.

b. Profilul vitezei turbulente

La stratul limită turbulent trebuie să facem distincția între regiunea adiacentă peretelui și regiunea exterioară sau zona dîrei.

Regiunea interioară ($\sim \frac{1}{5}\delta$) poate fi privită ca fiind compusă din două părți : un substrat laminar sau substrat vîscos ($\sim \frac{1}{100}\delta$) adiacent peretelui în care fluctuațiile vitezei aproape că dispar și la care se adaugă zona turbulentă a regiunii de perete între care se găsește o zonă de tranziție numită și "zonă tampon".

In regiunea exterioară, curentul nu mai este influențat direct de vîscozitatea moleculară, ci numai de forțele de inerție, istoria stratului limită joacă aici un rol important. Comportarea stratului limită depinde în această regiune de gradientul de presiune.

Legea universală a peretelui

- pentru substratul vîscos este valabilă relația

$$\frac{u}{u_*} = \frac{y u_*}{\nu} \quad , \quad \frac{y u_*}{\nu} < 12 \tag{2.4.3}$$

unde

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = U_e \sqrt{\frac{C_f}{2}} \tag{2.4.4}$$

- pentru zona complet turbulentă a regiunii de perete este valabilă legea logaritmică a peretelui (Prandtl /88/),

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{y u_*}{\nu} + C \quad , \quad \frac{y u_*}{\nu} > 60 \tag{2.4.5}$$

Constantele K și C s-au determinat experimental; valori acceptabile sînt date în /88/, K = o,4 și C = 5,1.

Legea universálă a dîrei

Pînă în prezent nu a fost găsită o relație universală între profilul vitezei și tensiunea tangențială pentru stratul exterior. Coles /31/ a reușit să deducă o lege empirică, general valabilă pentru partea exterioară a stratului limită turbulent

$$\frac{u(x,y)}{u_*(x)} = f\left(\frac{y u_*}{\nu}\right) + F\left[\Pi(x), \frac{y}{\delta}\right] \tag{2.4.6}$$

Funcția f($y u_*/\nu$) este legea universală a peretelui, definită de (2.4.3) și (2.4.5), iar F($\Pi, y/\delta$) este legea universală a dîrei definită de Coles /32/, astfel

$$F\left(\Pi, \frac{y}{\delta}\right) = \frac{\Pi(x)}{k} W\left(\frac{y}{\delta}\right) \tag{2.4.7}$$

Parametrul Π (x) poate fi privit ca un parametru de profil și este o măsură pentru mărimea relativă a componentei-dîra. $W\left(\frac{y}{\delta}\right)$ este astfel normată încît,

$$W(0)=W'(0)=0\,,\quad W(1)=2\quad,\ \int_0^1 W\,d\left(\frac{y}{\delta}\right)=1 \qquad (2.4.8)$$

Legea (2.4.7) prin neglijarea substratului vîscos se aduce sub forma

$$\frac{U_e-u}{u_*}=-\frac{1}{k}\ln\frac{y}{\delta}+\frac{\Pi(x)}{k}\left[2-W\left(\frac{y}{\delta}\right)\right] \qquad (2.4.9)$$

cunoscută sub denumirea de <u>legea exterioară.</u> In această reprezentare profilele vitezei turbulente formează o familie de curbe cu un singur parametru. Π nu este privit ca un parametru de formă pentru că nu se poate aduce în legătură cu parametrul de formă H_{12}, care în reprezentarea (2.4.9) nu este privit ca un parametru semnificativ. In afară de aceasta, δ nu este o grosime definită clar. Rotta /82/ a propus să se deducă aceste mărimi direct din legea exterioară.

Se definesc :

- analog grosimii de eliminare

$$\Delta=\int_0^{\delta}\frac{U_e-u}{u_*}dy=2\,\frac{\delta_1}{C_f} \qquad (2.4.10)$$

- analog parametrului de formă

$$I=\frac{\int_0^{\delta}\left(\frac{U_e-u}{u_*}\right)^2 dy}{\int_0^{\delta}\frac{U_e-u}{u_*}dy}=\frac{H_{12}-1}{H_{12}}\,\frac{1}{\sqrt{\frac{C_f}{2}}} \qquad (2.4.11)$$

- o legătură între parametrii de formă H_{12} şi H_{32}, pentru care Fernholz /38/, analizînd numeroase rezultate experimentale, a dat o relaţie empirică îmbunătăţită faţă de Rotta /82/

$$H_{12}=1+1{,}48\,(2-H_{32})+104\,(2-H_{32})^{6{,}7} \qquad (2.4.12)$$

Această expresie corespunde unei expresii uniparametrice a profilului vitezei.

c. <u>Relaţia dintre profilul vitezei şi distribuţia tensiunii tangenţiale</u>

S-a arătat, în secţ.2.4 a, că în cazul soluţiilor asemenea ale profilului de viteză turbulent, atît parametrul Π, cît şi parametrul I, rămîne constant cu x. In acest caz special este evident că există o legătură clară între mărimile integrale ale profilului de viteză (Π poate fi privit ca o mărime integrală).

Mellor şi Gibson /56/ au reuşit să descrie în-tregul domeniu al straturilor limită în echilibru ($-0{,}5<\Pi<\infty$). Curba care rezultă din valorile lor numerice poate fi exprimată în intervalul $-0{,}5<\Pi<250$ cu expresia

$$\Pi = \frac{(I+1,5)^2}{36} - 1,8 \qquad (2.4.13)$$

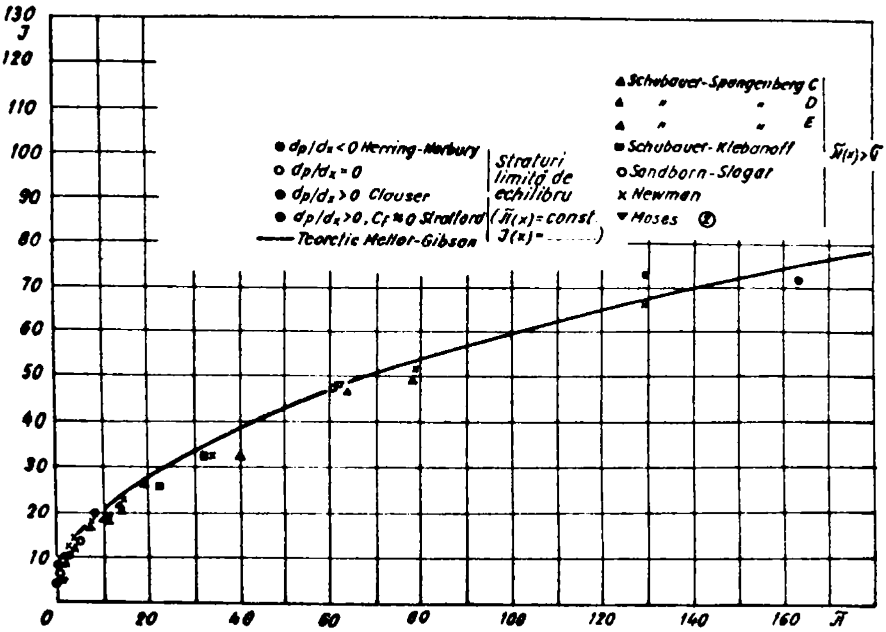


Fig.2.4.1 Relaţia dintre parametrul de formă I şi parametrul de presiune Π, /37/

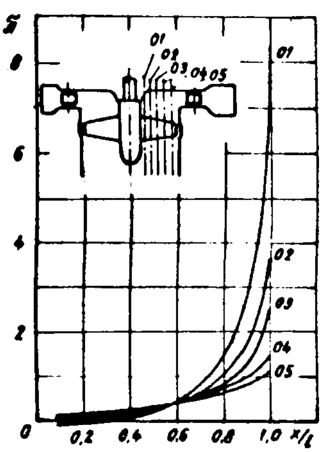


Fig.2.4.2 Curbele Π = f(x/l) pentru profile aerodinamice (Turbina KT-10,5)

Este de dorit cunoaşterea unei relaţii generale între Π şi I, deoarece o astfel de relaţie este socotită ca fundamentală pentru teoria stratului limită turbulent. Felsch /37/ analizînd circa 20 de serii de măsurători, publicate asupra straturilor limită, a făcut următoarea constatare importantă; măsurătorile pentrucare Π creşte continuu urmează cu o bună aproximare - chiar la $d\Pi/dx$ mare - pînă la desprindere, linia curbei pentru straturi limită în echilibru (fig.2.4.1).

Pentru profile aerodinamice curba Π ($\mathcal{X}$) este crescătoare cu excepţia unei zone restrînse în vecinătatea bordului de atac, care pentru cazul de faţă nu prezintă interes deoarece se găseşte în domeniul stratului limită laminar, (fig.2.4.2).

Felsch /37/, pe baza rezultatelor experimentale, a reuşit să reprezinte sub forma unei nomograme relaţia $I = I(\Pi, dI/d\ln Re_{\delta_2})$, valabilă pentru cazul general.

d. Legea tensiunii de frecare la perete

Tensiunea de frecare apare de două ori în ecuaţiile integrale : explicit în ecuaţia impulsului (2.2.1) şi implicit în ecuaţia energiei (2.2.2). Prin urmare, trebuie cunoscută cu o precizie cît mai mare.

Legea tensiunii de frecare la perete poate fi considerată destul de sigură pe baza lucrărilor lui Ludwieg şi Tillmann /54/, Rotta /82/, Patel /66/ şi alţii.

Pornind de la legea universală a peretelui, Ludwieg şi Tillmann /54/ au dedus următoarea lege universală a tensiunii tangenţiale la perete

$$c_f = a\gamma^n Re_{\delta_2}^{-m} \tag{2.4.14}$$

unde γ este un parametru de profil definit ca $\gamma = u_{\delta_2}/U_e$, unde u_{δ_2} este viteza u din legea peretelui în punctul $y = \delta_2$. Constantele din (2.4.14) sînt

$$a = 0{,}058 \quad ; \; n = 1{,}705 \quad ; \; m = 0{,}268 \tag{2.4.15}$$

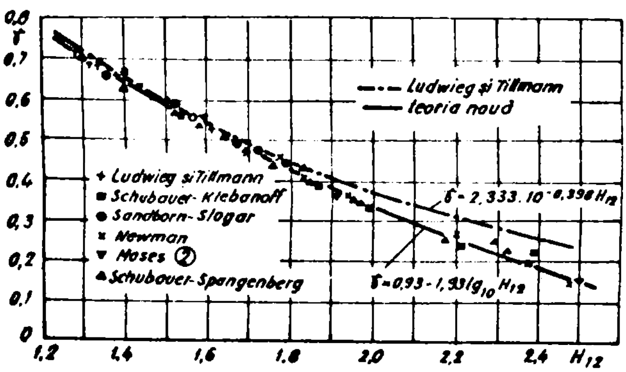


Fig.2.4.3 Relaţia dintre parametrul de profil γ şi H_{12} /37/

Pentru γ a fost determinată o relaţie din măsurători (fig.2.4.3)

$$\gamma = 2,333 \cdot 10^{-0,398 H_{12}} \tag{2.4.16}$$

astfel că (2.4.14) poate fi scrisă sub forma

$$C_f = 0,246 \cdot 10^{-0,678 H_{12}} Re_{\delta_2}^{-0,268} \tag{2.4.17}$$

Relaţia (2.4.17), a lui Ludwieg şi Tillmann, este foarte des utilizată în aplicaţii. Ea verifică date experimentale pînă la $H_{12} < 1,8$ şi nu poate fi extrapolată pînă la $C_f = 0$, cum ar fi logic din punct de vedere fizic.

Felsch /37/ a folosit experienţe care conţin date sigure de profile de viteză pînă la valori mai mari ale $H_{12} \simeq 2,5$ (fig. 2.4.3). Acestea pot fi bine aproximate cu expresia

$$\gamma = 0,93 - 1,95 \log H_{12} \tag{2.4.18}$$

astfel că legea tensiunii de frecare la perete este

$$C_f = 0,058 (0,93 - 1,95 \log H_{12})^{1,705} Re_{\delta_2}^{-0,268} \tag{2.4.19}$$

Relaţia (2.4.18) devine zero pentru $H_{12} = 3$.

c. Legea disipaţiei

In ecuaţia integrală a energiei (2.2.2) apare integrala disipaţiei, definită de (2.2.6),

$$C_D(x) = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho U_e^3} \int_0^{\delta} \tau \frac{\partial u}{\partial y} dy = \frac{d+t}{\frac{1}{2}\rho U_e^3} \tag{2.4.20}$$

ca o funcţie necunoscută, unde τ înseamnă tensiunea tangenţială totală, d - disipaţia totală în stratul limită şi t - variaţia energiei turbulenţei. In general, t se neglijează, însă aceasta este admisibil numai dacă mărimile pulsatorii nu variază mult cu lungimea x, cum este cazul în apropierea desprinderii.

In conformitate cu ecuaţia stratului limită (2.1.1) τ nu depinde numai de u şi $\partial u / \partial y$ ci şi de profilul precedent şi de gradientul presiunii dp/dx, deci de π. Cu alte cuvinte, profilul tensiunii tangenţiale depinde în afară de profilul de viteză şi de preistoria stratului limită. Această constatare a fost făcută la deducerea relaţiei $\pi(I)$. Prin urmare, pentru C_D va fi necesară o legătură de forma

$$C_D = f\left(H_{12}, Re_{\delta_2}, \pi, \frac{dI}{d \ln Re_{\delta_2}}\right) \tag{2.4.21}$$

Walz /109/, din ecuaţiile integrale ale impulsului (2.2.1) şi energiei (2.2.2) în care s-au neglijat mărimile pulsatorii şi utilizînd definiţiile (2.2.5) - (2.2.8) şi ecuaţia (2.4.2), a dedus pentru integrala de disipaţii următoarea relaţie :

$$C_D = \frac{C_f}{2}\left[\frac{dH_{32}}{d\ln Re_{\delta_2}}\left(1+\frac{H_{12}+1}{H_{12}}\Pi\right)+H_{32}\left(\frac{H_{12}-1}{H_{12}}\Pi+1\right)\right] \quad (2.4.22)$$

din care, pentru straturile limită în echilibru, a dedus expresia aproximativă

$$C_D = \frac{C_f}{2} H_{32}\left(\frac{H_{12}-1}{H_{12}}\Pi + 1\right) \quad (2.4.23)$$

Aici, H_{32} este parametrul de formă definit prin

$$H_{32} = \frac{\delta_3}{\delta_2} \quad (2.4.24)$$

CAPITOLUL 3

PREDICȚIA PIERDERILOR HIDRAULICE IN REȚEA

In această parte a lucrării se prezintă calculul etapizat al pierderilor hidraulice din rețea, în care sînt prezentate metodele propuse pentru calculul curgerii potențiale și al stratului limită, iar în final este dată o metodă unitară pentru calculul pierderilor, bazată pe analiza curgerii în dîra rețelei.

3.1 Calculul curgerii potențiale în rețea

Constituie o etapă importantă deoarece determinarea parametrilor stratului limită depinde de cîmpul vitezelor în jurul profilului în rețea și prin urmare, poate influența determinarea corectă a pierderilor hidraulice.

In cazul mișcării bidimensionale, în ipoteza fluidului incompresibil și staționar, în absența forțelor masice, studiul curgerii potențiale se reduce la studiul unor funcții de variabilă complexă, iar determinarea mișcării constă în soluționarea ecuației integrale a vitezei complexe. Pentru rețele de profile cu bord de fugă rotunjit, viteza complexă pe conturul profilului (fig.3.1.1) admite următoarea reprezentare integrală Cauchy /71, 116/

$$\overline{W}(\zeta_0) = 2\overline{W}_\infty + \frac{1}{\pi i}\int_{\partial D_0^+}\overline{W}(\zeta)\frac{\pi}{t}e^{i\lambda}\,cth\left[\frac{\pi}{t}e^{i\lambda}(z-\zeta)\right]d\zeta$$

unde $\overline{W}_\infty$ este o constantă complexă.

Soluția generală a acestei ecuații, C.Popa /71/, se determină cu aproximația unei constante ciclice, circulația vectorială a vitezei pe conturul profilului considerat ca linie de curent

$$\Gamma(\partial D_0^+) = \int_{\partial D_c}\overline{W}(\zeta)d\zeta = \int_{\partial D_0^+} W(s)ds$$

Determinarea circulației este posibilă numai făcînd apel la condiția fizică Jukovski pentru profile cu bord de fugă ascuțit sau

E.Carafoli pentru profile cu bord de fugă rotunjit.

O.Popa /68/, cu argumente bine fundamentate matematic, cu ajutorul exclusiv al teoriei funcţiilor de variabilă complexă, arată că ecuaţia integrală a vitezei complexe poate fi descompusă în două ecuaţii integrale de tip Fredholm :

- o ecuaţie integrală singulară de tip Fredholm de speţa I-a în care necunoscuta apare numai sub integrală, şi
- o ecuaţie integrală de tip Fredholm de speţa II-a în care necunoscuta apare atît sub integrală cît şi în afara ei.

De asemenea, în /68/ se arată că ecuaţia integrală a vitezei complexe poate fi prelungită analitic în interiorul profilului, astfel că repartiţia de vîrtejuri de pe contur (nucleul ecuaţiei integrale) poate fi înlocuită cu o repartiţie de singularităţi (surse şi vîrtejuri) pe schelet. In urma acestei prelungiri analitice se obţine tot o ecuaţie integrală de tip Cauchy.

Ţinînd seama de aceste cîteva consideraţii, în hidrodinamica reţelelor plane de profile dezvoltarea metodelor teoretice de calcul a curgerii potenţiale s-a făcut pe baza următoarelor teorii /68/, cunoscute sub forma :

- teoria singularităţilor (ecuaţii integrale singulare)
- teoria transformărilor conforme
- teoria ecuaţiilor integrale (ecuaţii integrale de tip Fredholm de speţa a II-a)

3.1.1 Consideraţii asupra unor metode de calcul

a. Metoda singularităţilor

La baza acestor metode constă determinarea mişcării potenţiale prin soluţionarea ecuaţiilor integrale singulare, însă dificultăţile legate de evaluarea integralelor pe schelet au făcut ca repartiţia de surse şi vîrtejuri să fie considerate în lungul corzii profilului, Schlichting /86/, Lesohin /5o/, Lesohin-Simonov /67/, etc. Acest artificiu limitează aplicarea metodei la profile de curbură şi grosime redusă. O.Popa /68/ pentru reţele de profile subţiri consideră repartiţia de vîrtejuri în lungul scheletului aproximat printr-o funcţie polinomială.

Tot pe baza teoriei singularităţilor Isay /44/ soluţionează problema curgerii potenţiale în reţea cu ajutorul ecuaţiei integrale de tip Fredholm de speţa I-a, însă aplicabilitatea metodei este limitată la reţele de profile subţiri.

b. Metoda transformărilor conforme

Constă în studiul mişcării într-un plan auxiliar obţinut prin transformare conformă (cel mai des folosit este cercul) în care analiza mişcării este mai uşor de făcut. Dacă funcţia de transformare conformă este cunoscută şi are o formă simplă, atunci poate fi determinată mişcarea în reţea.

Metoda transformărilor conforme a fost folosită la construirea şi analiza curgerii în jurul unor familii de profile : Jukovski, Kármán-Trefftz, Müller, Carafoli, etc. /23, 116/. Pentru profile de formă oarecare s-au dezvoltat mai multe metode : Mujin /60/, Müller, Carafoli /23, 116/, Theodorsen /98, 77, 116/, O.Popa /71/, etc.

In domeniul reţelelor, primele metode s-au dezvoltat pentru studiul reţelelor de profile rectilinii : König în 1922 şi Weinig /116, 71, 116/ în 1935, însă pe o altă cale. Ulterior s-au dezvoltat metode şi pentru reţele de profile oarecare : Vallander /115/, Samoilovici /83/, Numachi şi Murai /61/, Murai /58/, O.Popa /70, 71/, etc.

Dacă pentru profile singulare metoda transformărilor conforme a fost folosită cu succes, pentru reţele de profile a întîmpinat greutăţi în construirea unor funcţii de transformare conformă simple şi exacte. Din acest motiv a întîrziat aplicarea lor în practică. Apariţia calculatoarelor moderne de calcul a determinat ca în ultimul timp metodele să se dezvolte intens.

O.Popa /70, 71/, cu ajutorul teoremelor extinse ale cercului /69/, a dezvoltat o metodă care are o formă explicită şi uşor de aplicat, însă datorită unor aproximaţii în funcţia de transformare conformă metoda este limitată la studiul unor reţele de profile subţiri şi curbură mică.

c. <u>Metoda ecuaţiilor integrale</u>

S-a dezvoltat mai ales în ultimile decenii, odată cu apariţia tehnicilor moderne de calcul. La baza metodei constă înlocuirea conturului profilului printr-o repartiţie de vîrtejuri, iar evaluarea numerică a integralei expresiei vitezei se face numeric (metoda trapezelor). In acest mod, soluţionarea mişcării se reduce la rezolvarea unuia sau mai multor sisteme de ecuaţii algebrice.

Soluţionarea curgerii potenţiale cu ajutorul ecuaţiilor integrale a fost făcută de Martensen /55/, însă ecuaţia integrală a vitezei a fost dedusă pe baza teoriei cîmpurilor vectorial armonice. Metoda a fost extinsă de K.Jacob /45/ la profile cu bord de fugă rotunjit cu rază mică de curbură şi bord de fugă angulos. Wilkinson /112/ aduce unele îmbunătăţiri şi extinde metoda la rezolvarea problemelor inverse, atunci cînd se cunoaşte repartiția de viteză pe contur și se cere rețeaua de profile.

Din analiza metodelor, a modului cum se pune problema, a posibilităților de rezolvare și a rezultatelor pe care le oferă în lucrare a fost folosită metoda ecuațiilor integrale, varianta îmbunătățită de Wilkinson /112/. Metoda a fost utilizată atît pentru soluționarea directă a curgerii potențiale în rețea (și prin particularizare la profile singulare) cît și la soluționarea problemelor de optimizare a rețelelor de profile. Metoda directă este dată în secțiunea următoare, iar metoda inversă în capitolul 4.

3.1.2 Calculul curgerii potențiale în rețea cu metoda ecuațiilor integrale

Fără a intra în demonstrații amănunțite se expune principiul metodei și relațiile utile de calcul pentru rețele de profile cu bord de fugă rotunjit /112, 45, 46, 116/.

Ecuația integrală a vitezei complexe pe conturul profilului din rețea poate fi pusă sub forma :

$$\overline{W}(\zeta_0)=2\overline{W}_\infty+2\int_{\partial D_0^+}\overline{W}(\zeta)e^{i\lambda}\overline{V}_r(\zeta_0-\zeta)d\zeta \qquad (3.1.1)$$

în care $\overline{V}_r$ $(\zeta_0-\zeta)$ reprezintă viteza indusă în punctul $\zeta_0\in\partial D_0^+$ de șirul infinit de vîrtejuri de intensitate unitară plasate în punctele $\zeta\in\partial D_0^+$.

Cu notațiile

$$\begin{aligned} &\zeta_0(s_0)=x(s_0)+iy(s_0) \quad , \quad \zeta(s)=x(s)+iy(s)\\ &e^{i\lambda}\zeta_0=X(s_0)+iY(s_0) \quad , \quad e^{i\lambda}\zeta=X(s)+iY(s)\end{aligned} \qquad (3.1.2)$$

în care $(x(s_0), y(s_0))$ și $(x(s), y(s))$ sînt coordonatele punctelor ζ_0 și respectiv ζ față de sistemul de referință (xOy) legat de profil, iar $(X(s_0), Y(s_0))$ și $(X(s), Y(s))$ coordonatele acelorași puncte față de sistemul de referință (XOY), legat de rețea (fig.3.1.1). Prin cîteva transformări simple ale nucleului ecuației integrale (3.1.1), se obține

$$\overline{V}_r(\zeta_0-\zeta)=V_{rx}(s_0,s)-iV_{ry}(s_0,s)=-\frac{1}{2t}\,\frac{\sin\frac{2\pi}{t}[Y(s_0)-Y(s)]}{ch\frac{2\pi}{t}[X(s_0)-X(s)]-\cos\frac{2\pi}{t}[Y(s_0)-Y(s)]}-$$

$$-\frac{i}{2t}\cdot\frac{sh\frac{2\pi}{t}[X(s_0)-X(s)]}{ch\frac{2\pi}{t}[X(s_0)-X(s)]-\cos\frac{2\pi}{t}[Y(s_0)-Y(s)]} \qquad (3.1.3)$$

Se introduce unghiul auxiliar φ pentru punctul fix ζ_0 , și ψ pentru punctul curent ζ , definit de coordonatele (3.1.2), $\varphi,\psi\in[0,2\pi]$, și se exprimă vitezele complexe din (3.1.1) cu ajutorul componentelor din planul (xOy), (fig.3.1.1). Luînd proiecțiile acestora în planul (τOn) determinat de normala și tangenta în punctul φ_0 , din (3.1.1) se obţine o ecuaţie integrală de forma

$$\gamma(\varphi) - \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \gamma(\psi)\, K(\varphi,\psi)\, d\psi = 2W_\infty\left(\frac{dx}{d\varphi}\cos\alpha_\infty - \frac{dy}{d\varphi}\sin\alpha_\infty\right) \qquad (3.1.4)$$

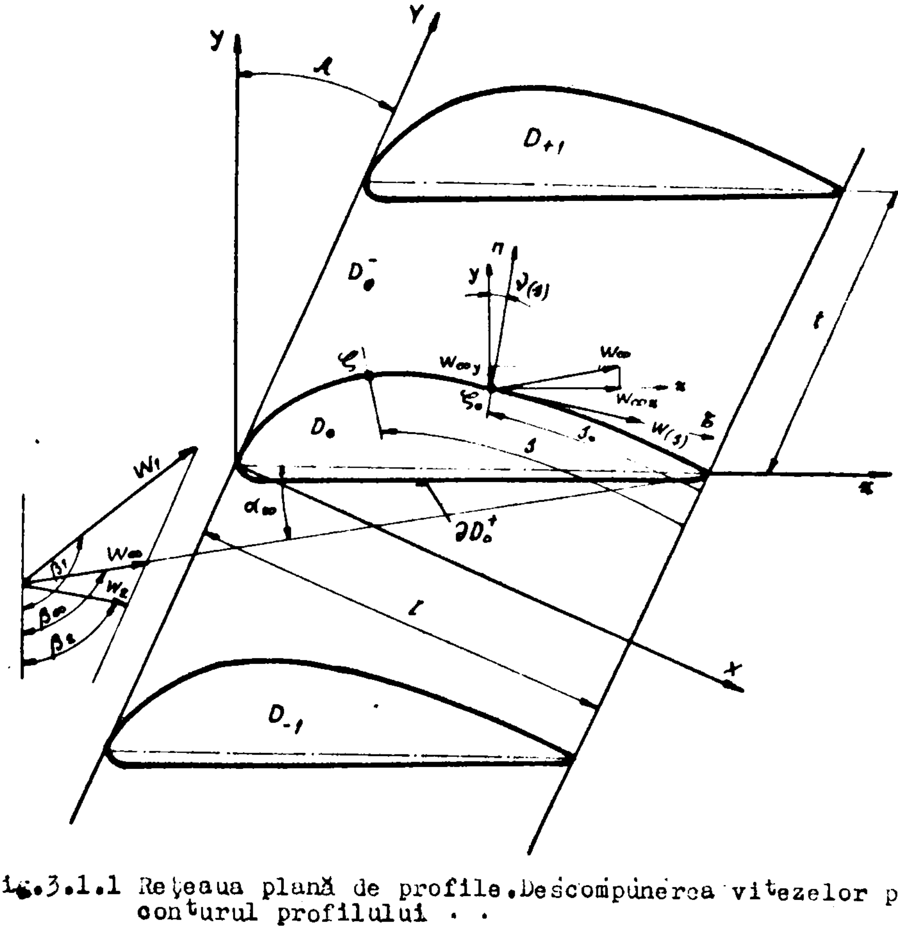


Fig.3.1.1 Reţeaua plană de profile.Descompunerea vitezelor pe conturul profilului . .

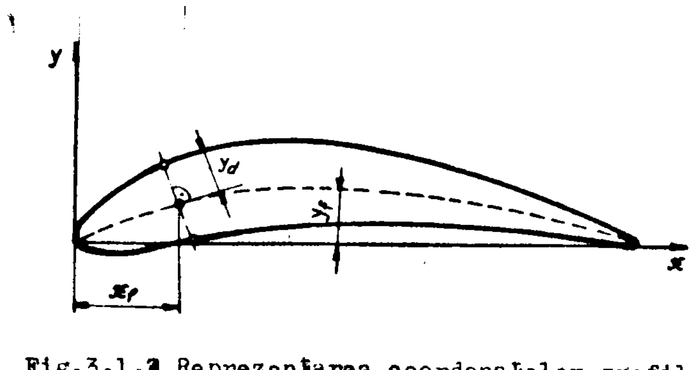


Fig.3.1.2 Reprezentarea coordonatelor profilului

Prin $\gamma(\varphi)$, $\gamma(\psi)$ şi $K(\varphi,\psi)$ se înţeleg următoarele expresii :

$$\gamma(\varphi)=W(s_0)\frac{ds_0}{d\varphi} \quad , \; \gamma(\psi)=W(s)\frac{ds}{d\psi} \tag{3.1.5}$$

$$K(\varphi,\psi)=\frac{\pi}{t}\;\frac{\frac{dY}{d\varphi}\,sh\,\frac{2\pi}{t}\left(X(\varphi)-X(\psi)\right)-\frac{dX}{d\varphi}\,sin\,\frac{2\pi}{t}\left(Y(\varphi)-Y(\psi)\right)}{ch\,\frac{2\pi}{t}\left(X(\varphi)-X(\psi)\right)-cos\,\frac{2\pi}{t}\left(Y(\varphi)-Y(\psi)\right)} \tag{3.1.6}$$

Nucleul (3.1.6) este continuu deoarece aplicînd de două ori succesiv teorema lui L'Hospital se obţine

$$\lim_{\psi\to\varphi} K(\varphi,\psi)=K(\varphi,\varphi)=\frac{1}{2}\;\frac{X'(\varphi)\,Y''(\varphi)-Y'(\varphi)\,X''(\varphi)}{X'^2(\varphi)+Y'^2(\varphi)} \tag{3.1.7}$$

Efectuînd integrarea ecuaţiei (3.1.4), prin metoda trapezelor, în M puncte pe suprafaţa profilului, şi introducînd primul termen în însumare avem

$$\sum_{j=1}^{M}\bar{\gamma}_j K_{ij}=-M(x_i'\cos\alpha_\infty+y_i'\sin\alpha_\infty) \quad , \; i=\overline{1,M} \tag{3.1.8}$$

un sistem algebric liniar de M ecuaţii cu M necunoscute ($\bar{\gamma}_j$).Prin $\bar{\gamma}_j$ se înţeleg mărimile adimensionale $\bar{\gamma}_j=\gamma_j/W_\infty$.

Aici

$$K_{ij}=\frac{\pi}{t}\;\frac{Y_i'\,sh\,\frac{2\pi}{t}(X_i-X_j)-X_i'\,sin\,\frac{2\pi}{t}(Y_i-Y_j)}{ch\,\frac{2\pi}{t}(X_i-X_j)-cos\,\frac{2\pi}{t}(Y_i-Y_j)} \tag{3.1.9}$$

$$K_{ii}=\frac{1}{2}\;\frac{X_i'Y_i''-Y_i'X_i''}{X_i'^2+Y_i'^2}-\frac{M}{2} \tag{3.1.10}$$

Martensen /55/ demonstrează relaţia de irotaţionalitate,

$$\int_0^{2\pi}K(\varphi,\psi)d\varphi=\pi \tag{3.1.11}$$

care se aproximează prin

$$\frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{M}K_{ij}\,\frac{2\pi}{M}-1=0 \quad , \; j=\overline{1,M} \tag{3.1.12}$$

astfel că suma elementelor pe fiecare coloană a matricii K_{ij} a sistemului (3.1.8) este nulă. De asemenea,suma termenilor de după semnul egal al aceluiaşi sistem este nulă, deoarece

$$\sum_{i=1}^{M}x_i'=\int_0^{2\pi}x'(\varphi)d\varphi=0 \quad , \; \sum_{i=1}^{M}y_i'=\int_0^{2\pi}y'(\varphi)d\varphi=0 \tag{3.1.13}$$

Integrarea prin metoda trapezelor este destul de precisă, cu excepţia punctului i = M + 2 - 1 unde punctele de pe extrados şi intrados sînt opuse. Aici, integrantul are un vîrf îngust şi aria va fi supraestimată. Ca să se depăşească aceasta se foloseşte o valoare mai mică a elementelor $K_{i,M+2-i}$ dedusă din condiţia de irotaţionalitate (3.1.12), /45, 112, 116/

$$K_{i,M+2-i} = -\sum_{n=1}^{M} K_{n,M+2-i} \quad , \; i = \overline{2,M} \, , \, n \neq i \qquad (3.1.14)$$

Considerînd setul complet de ecuaţii (3.1.8), din (3.1.12) o ecuaţie este o sumă liniară de toate celelalte, astfel că sistemul este liniar dependent. Acesta este cazul circulaţiei arbitrare. Pentru a elimina aceasta se pune condiţia E. Carafoli la bordul de fugă,

$$\overline{\gamma}_1 = 0 \qquad (3.1.15)$$

Astfel, se reduce numărul ecuaţiilor şi al necunoscutelor cu 1 (prima linie şi coloană din (3.1.8) se elimină).

Dacă bordul de fugă are o rază de curbură mică ($\frac{r_f}{l} < 0{,}005$) atunci eroarea metodei creşte foarte mult /45/, deoarece celelalte M-1 ecuaţii rămase tind către un sistem liniar dependent. Aceasta se datorează faptului că $r_f \to 0$ implică $x'(0) \to 0$ şi $y'(0) \to 0$, astfel că prima ecuaţie a sistemului (3.1.8) ţinînd seama de (3.1.9) tinde să devină echivalentă cu (3.1.12). Această dificultate a fost înlăturată în diferite moduri, Jacob /45/, Jacob şi Riegels /46/, Wilkinson /112/. Analizînd aceste soluţii, varianta propusă de Wilkinson este cea mai convenabilă. Pentru a elimina încă una din ecuaţiile (3.1.8) se face o ipoteză suplimentară : încărcarea în punctul cel mai apropiat de bordul de fugă a fost considerată nulă /112/,

$$\overline{\gamma}_M = -\overline{\gamma}_2 \qquad (3.1.16)$$

In acest fel ultima coloană din sistemul de ecuaţii (3.1.8) rămas a fost scoasă din prima şi ultima linie şi coloană eliminată, rămînînd M-2 ecuaţii.

Ecuaţia (3.1.16) nu înlocuieşte condiţia Carafoli la bordul de fugă, ci încărcarea este considerată zero atît în bordul de fugă cît şi în punctul imediat următor. Aceasta afectează în măsură foarte mică portanţa şi rezultatele obţinute sînt bune.

Distribuţia punctului fix este recomandată /112/ să fie definită pe schelet, prin

$$\frac{x_f}{l} = \frac{1}{2}(1+\cos\varphi) \quad , \; \varphi \in [0, 2\pi] \qquad (3.1.17)$$

Coordonatele punctelor fixe de pe suprafaţa profilului se obţin din intersecţia normalelor duse la schelet, în punctele definite de (3.1.17), şi suprafaţa profilului (fig.3.1.3).

Soluţionarea sistemului de ecuaţii (3.1.8) ţinînd seama de (3.1.14) şi condiţiile (3.1.15) şi (3.1.16) se poate face în două situaţii

$$a.\ \alpha_\infty = 0 \Rightarrow \sum_{j=2}^{M-1} \bar{\gamma}_{aj} K_{ij} = -M x_i' \qquad (3.1.18)$$

$$b.\ \alpha_\infty = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sum_{j=2}^{M-1} \bar{\gamma}_{bj} K_{j} = -M y_i' \qquad i = \overline{2, M-1} \qquad (3.1.19)$$

Rezolvarea sistemelor de ecuaţii (3.1.18) şi (3.1.19), prin folosirea unor procedee matematice cunoscute, ne oferă soluţiile $\bar{\gamma}_{aj}$ şi $\bar{\gamma}_{bj}$ astfel că distribuţia vitezei potenţiale pe suprafaţa profilului se obţine din,

$$\frac{U}{W_\infty}\left(\frac{x_f}{l}\right) = U_{\gamma_1}\left(\frac{x_f}{l}\right)\cos\alpha_\infty + U_{\gamma_2}\left(\frac{x_f}{l}\right)\sin\alpha_\infty \qquad (3.1.20)$$

unde

$$U_{\gamma_1} = \frac{\bar{\gamma}_{aj}}{\sqrt{x_j'^2 + y_j'^2}} \quad , \quad U_{\gamma_2} = \frac{\bar{\gamma}_{bj}}{\sqrt{x_j'^2 + y_j'^2}} \qquad (3.1.21)$$

Coeficientul de portanţă al reţelei este dat de

$$C_{ar} = C_{a1}\cos\alpha_\infty + C_{a2}\sin\alpha_\infty \qquad (3.1.22)$$

unde

$$C_{a1} = -\frac{4\pi}{M}\sum_{j=2}^{M-1}\bar{\gamma}_{aj} \quad , \quad C_{a2} = -\frac{4\pi}{M}\sum_{j=2}^{M-1}\bar{\gamma}_{bj} \qquad (3.1.23)$$

Unghiurile la intrare şi ieşire din reţea se determină din relaţiile /86/, 116/

$$tg\,\beta_{1,2} = -\frac{1}{tg(\lambda+\alpha_\infty) \pm \dfrac{C_{ar}}{4\, t/l\, \cos(\lambda+\alpha_\infty)}} \qquad (3.1.24)$$

3.1.3 <u>Cazul profilului singular</u>

Metoda /112/ din secţiunea 3.1.2 poate fi folosită, prin particularizare, la calculul distribuţiei de viteză în prezenţa profilului izolat. In acest caz $K(\varphi, \psi)$ nucleul ecuaţiei integrale se obţine din (3.1.6) trecînd la limită pentru $t \to \infty$, sau $\frac{x}{t} \to 0$, rezultînd :

$$K(\varphi,\psi) = \frac{\frac{dy}{d\varphi}\left(x(\varphi) - x(\psi)\right) - \frac{dx}{d\varphi}\left(y(\varphi) - y(\psi)\right)}{\left(x(\varphi) - x(\psi)\right)^2 - \left(y(\varphi) - y(\psi)\right)} \qquad (3.1.25)$$

Expresia (3.1.7) pentru $K(\varphi, \varphi)$ rămîne aceeaşi dacă coordonatele (X, Y) se înlocuiesc cu coordonatele (x, y). Astfel, devin utile următoarele relaţii :

$$K_{ij} = \frac{y_i'(x_i - x_j) - x_i'(y_i - y_j)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \qquad (3.1.26)$$

$$K_{ii} = \frac{x_i' y_i'' - y_i' x_i''}{x_i'^2 + y_i'^2} - \frac{M}{2} \qquad (3.1.27)$$

Condiția E.Carafoli (3.1.15) la bordul de fugă rămîne valabilă. De asemenea și ipoteza (3.1.16). Distribuția punctului fix se definește la fel, cu relația (3.1.17), iar elementele $K_{i,M+2-i}$ se recalculează cu relația (3.1.14).

Soluționarea sistemului algebric de ecuații (3.1.8) se face în cele două situații, (3.1.18) și (3.1.19), astfel că rămîn valabile expresiile (3.1.20) și (3.1.22) ale distribuției de viteză pe suprafața profilului și respectiv a coeficientului de portanță.

3.1.4 Aspecte privind soluționarea numerică

Precizia de calcul a metodei depinde de evaluarea numerică a integralei. In /45/ se indică M > 24, Wilkinson /112/ recomandă un număr M = 32 puncte pe suprafața profilului, care sînt suficiente pentru a obține rezultate destul de precise. Aceasta înseamnă că în (3.1.18) și (3.1.19) avem 30 de ecuații cu 30 de necunoscute. Soluțiile acestor sisteme de ecuații sînt posibil de obținut numai cu ajutorul unor tehnici moderne de calcul. In acest scop a fost realizat un program în limbaj BASIC pentru un calculator Hewlett-Packard HP 9845 S avînd memoria operativă a 62650 bytes.

Relațiile de calcul fiind simple nu dau dificultăți în programare, însă metoda prezintă două inconveniente :

a. coordonatele punctelor de pe suprafața profilului se cer ca fiind obținute așezînd funcția de grosimi după normala la schelet (fig.3.1.2) și

b. calculul derivatelor de ordinul întîi din expresia nucleului (3.1.9) sau (3.1.26) și mai ales al derivatelor de ordinul doi din (3.1.10) sau (3.1.27).

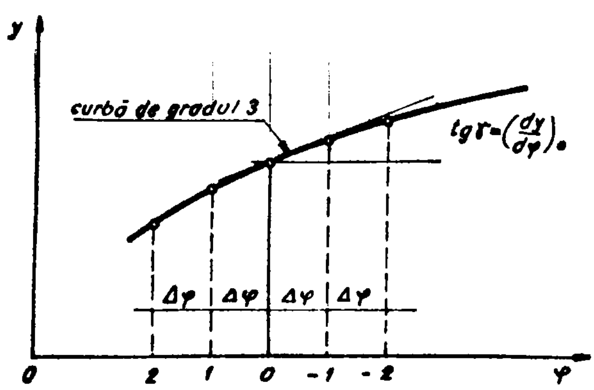
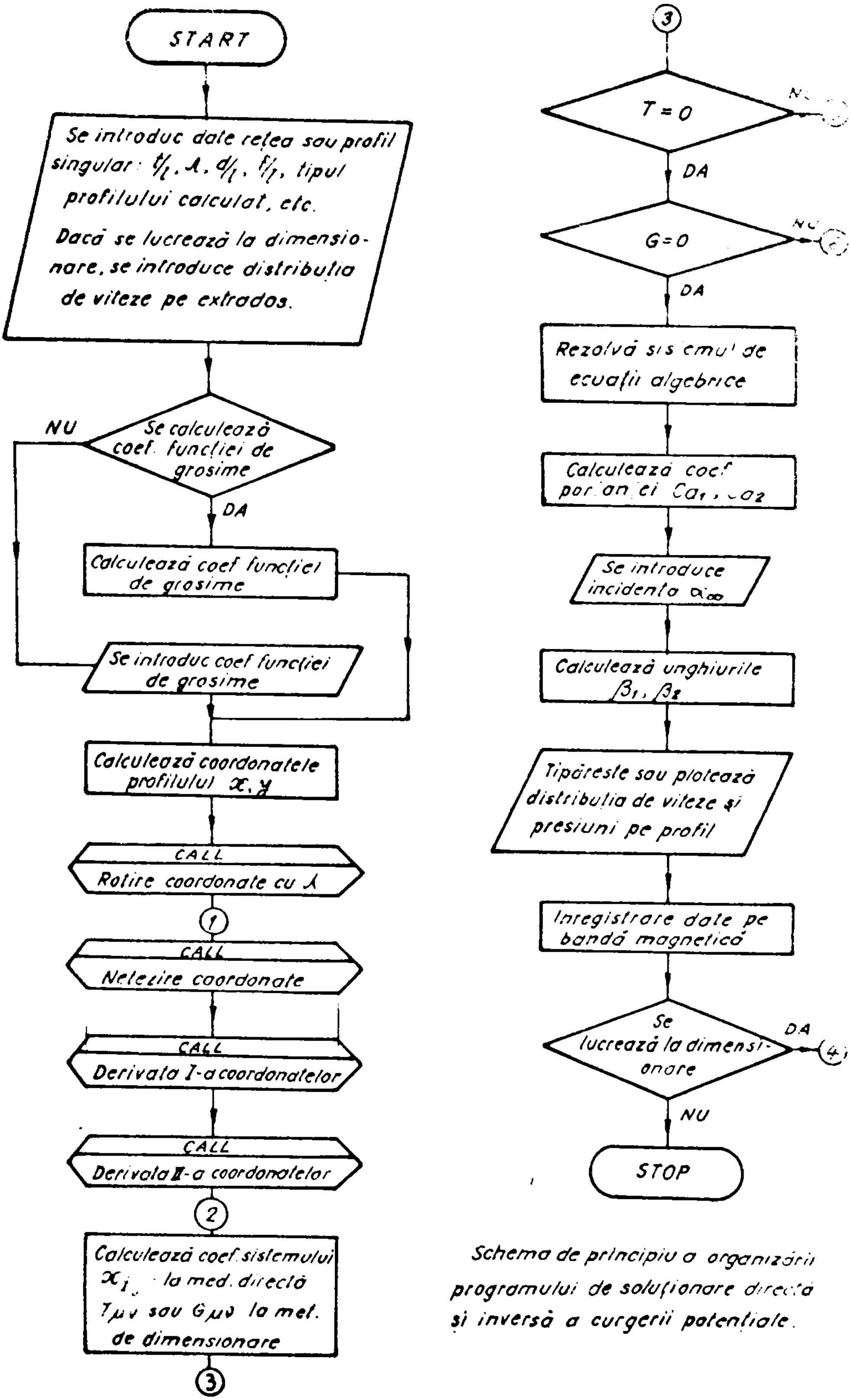
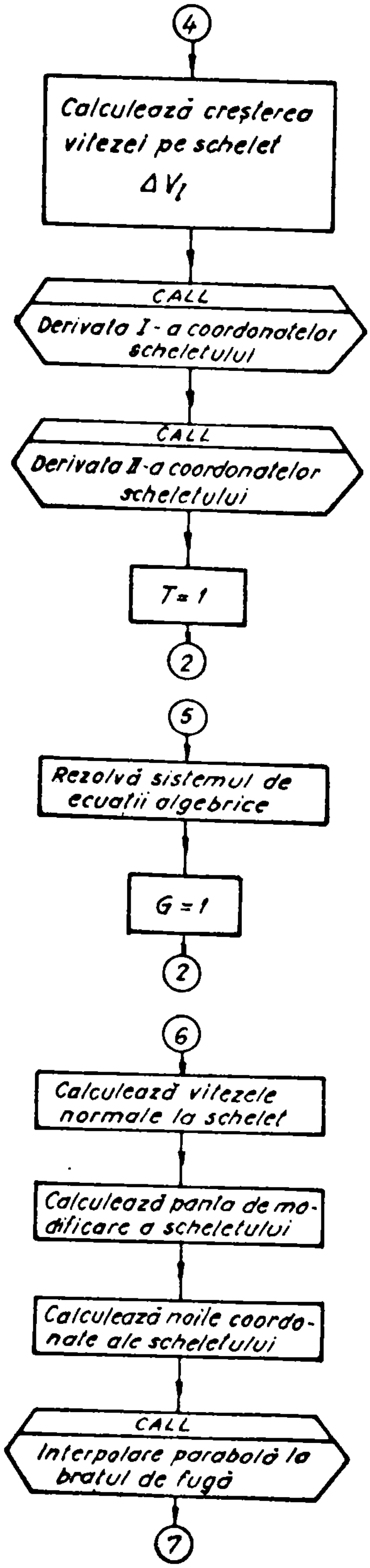
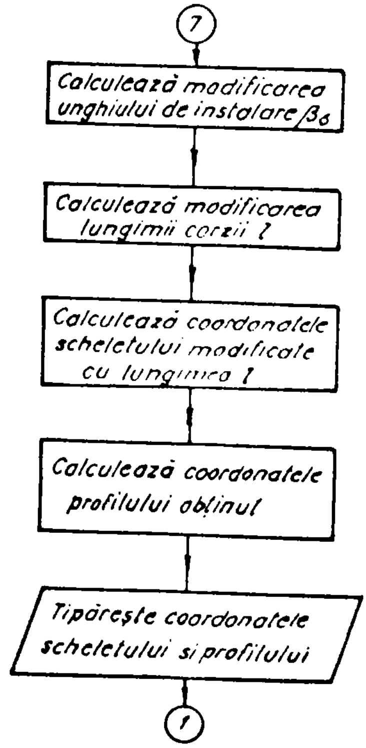


Fig.3.1.3 Calculul derivatelor



Schema de principiu a organizării programului de soluționare directă și inversă a curgerii potențiale.





Observaţie : partea de dimensionare a metodei este expusă în Sec. 4.6

Avînd în vedere exprimarea punctelor fixe în funcţie de unghiul auxiliar φ, suprafaţa profilului poate fi considerată ca o funcţie periodică cu perioada 2π. In acest caz, ducînd o curbă de gradul trei prin cinci puncte (fig.3.1.3) derivata întîi poate fi calculată numeric din aceasta /112/,

$$\left(\frac{dy}{d\varphi}\right)_0 = \frac{1}{12\Delta\varphi}\left[8(y_1 - y_{-1}) - (y_2 - y_{-2})\right] \qquad (3.1.28)$$

Folosind acelaşi procedeu şi pentru derivata a doua, însă în construirea funcţiei din fig.3.1.3 luînd expresia (3.1.28) prin derivare se obţine

$$\left(\frac{d^2y}{d\varphi^2}\right)_0 = \frac{1}{144\Delta\varphi}\left[-130y_0 + 16(y_1 - y_{-1}) + 64(y_2 - y_{-2}) - 16(y_3 - y_{-3}) + (y_4 + y_{-4})\right] \qquad (3.1.29)$$

Relaţiile (3.1.28) şi (3.1.29) sînt mai puţin sensibile la erori decît alte metode, ca de exemplu polinoamele Fourier, des folosite în practică. Prin aceasta a fost îmbunătăţită precizia rezultatelor.

Inainte de a calcula derivatele cu relaţiile (3.1.28) şi (3.1.29) este de preferat să se facă o netezire a ordonatelor coordonatelor. Aceasta poate fi făcută prin trasarea unei parabole prin metoda a celor mai mici pătrate şi înlocuind ordonata punctului din centru cu valoarea ordonatei parabolei. Astfel, se obţine

$$(y_0)_{net} = \frac{1}{12}\left[6y_0 + 4(y_1 - y_{-1}) - (y_2 - y_{-2})\right] \qquad (3.1.30)$$

Expresia (3.1.30) reduce erorile la mai mult de jumătate din valoarea lor originală.

<u>Modificarea reprezentării profilelor</u>

In cele mai multe cazuri profilele se obţin prin aşezarea distribuţiei de grosimi după normala la coardă (cu excepţia profilelor NACA) sau pur şi simplu prin valori discrete ale coordonatelor extradosului şi intradosului. Utilizarea coordonatelor în acest mod duce la erori mari în calculul soluţiilor, în deosebi în zona bordului de atac. Pentru a depăşi această dificultate am elaborat un procedeu simplu prin care se recalculează scheletul şi distribuţia de grosimi, astfel ca acelaşi profil să fie reprezentat aşezînd noua distribuţie de grosimi după normala la noul schelet.

Presupunînd cunoscute, într-un punct dat x_0, ordonatele extradosului y^+ şi intradosului y^- după normala la coarda profilului n, se admite că bisectoarea unghiului format de tangentele la profil în punctul considerat este tangentă la noul schelet (fig. 3.1.4). De asemenea, se admite că normala la bisectoare în punctul considerat pînă la intersecţia cu tangentele la profil ne definesc

noua grosime a profilului.

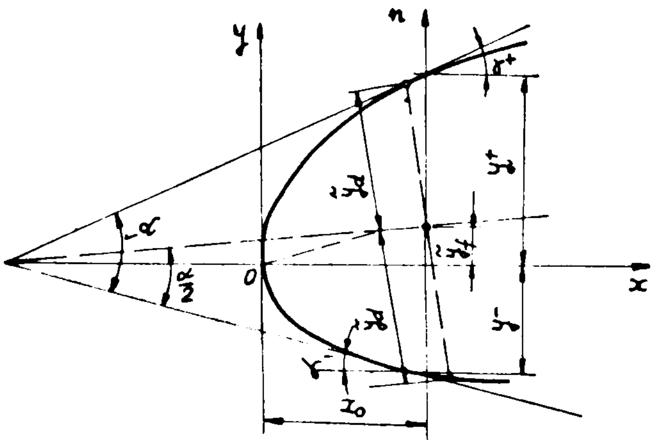


Fig.3.1.4 Modificarea reprezentării profilului

Cu următoarele notații

$$tg\,\gamma^{+} = \frac{dy^{+}}{dx}\ ,\quad tg\,\gamma^{-} = \frac{dy^{-}}{dx}\quad ,\ \alpha = \gamma^{+} - \gamma^{-} \tag{3.1.31}$$

$$B = \frac{y^{+} - y^{-}}{tg\gamma^{+} - tg\gamma^{-}} \tag{3.1.32}$$

ordonata aproximativă a noului schelet $\tilde{y}_f$ **și grosimea aproximativă** $\tilde{y}_d$ **normală la scheletul obținut au următoarele expresii**

$$\tilde{y}_f = y^{-} + B\left[tg\left(\frac{\alpha}{2} + \gamma^{-}\right) - tg\,\gamma^{-}\right] \tag{3.1.33}$$

$$\tilde{y}_d = \frac{B}{\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \gamma^{-}\right)}\, tg\frac{\alpha}{2} \tag{3.1.34}$$

Procedeul propus a fost verificat pe două profile avînd curburi diferite, NACA 4412 și NACA 841o. La primul profil erorile au fost nesemnificative. In al doilea caz s-au obținut aceleași rezultate cu excepția unei distanțe foarte mici față de bordul de atac (~ 2,5 % din coardă) unde eroarea maximă relativă a fost în jur de 2 %. Avînd în vedere că în această zonă avem un singur punct, în care se calculează viteza potențială, o eroare de 2 % a ordonatei profilului nu poate afecta cu nimic distribuția de viteză pe profil.

Deși aproximativ, procedeul arătat este simplu de aplicat și oferă rezultate bune în cazul unor profile cu curburi moderate, utilizate, mai ales, la mașinile hidraulice axiale.

Un calcul asupra distribuției de viteză pentru profilul

NACA 841o reprezentat în două situații, cu distribuția de grosimi dispusă după normala la schelet și cu distribuția dispusă după normala la coardă (reprezentarea profilului fiind modificată cu procedeul de mai sus), a condus la diferențe nesemnificative în distribuțiile coeficientului de presiune în lungul profilului. In schimb, introducerea ordonatelor după normala la coardă în expresiile (3.1.9) și (3.1.1o) au condus la erori mari în valorile distribuției de viteză și mai ales în forma acesteia. De aici, rezultă că metoda ecuațiilor integrale este foarte sensibilă la modul de reprezentare a profilului.

3.1.5 Comparații cu experimentul. Analiza rezultatelor și concluzii

Metoda ecuațiilor integrale /112/ (Secț. 3.1.2) a fost folosită la calculul potențial al distribuțiilor de viteză și al caracteristicilor energetice pentru un număr mare de rețele formate cu profilele MHT-1-12 % și NACA 841o încercate experimental, în vederea determinării parametrilor stratului limită, respectiv a pierderilor hidraulice.

Profilul MHT-1-12 % dispus în rețea a fost încercat de V. Anton /6/ în cadrul stațiunii de rețele de profile a laboratorului de cercetări pentru mașini hidraulice din Timișoara. Profilul NACA 841o a fost studiat experimental de Speidel și Scholz /93/ în cadrul laboratorului din Braunschweig.

Geometriile celor două profile, MHT-1-12 % (fig.3.1.5) și NACA 841o (fig.3.1.6), se caracterizează prin (a doua valoare corespunde profilului NACA 841o) :

- curbura maximă $\frac{f}{l}$ = 2,59 % ; 8 %
- poziția curburii maxime 47,5 % ; 4o %
- grosimea maximă $\frac{d}{l}$ = 12 % ; 1o %
- poziția grosimii maxime $\frac{x_d}{l}$ = 3o % ; 3o %

Coordonatele profilului MHT-1-12 % /6/ fiind date după normala la coardă, în calcule a fost necesară modificarea acestora după normala la schelet (secț. 3.1.4). De asemenea, la încercări unghiul de instalare β_s a fost considerat față de tangenta la intrados, ceea ce constituie o abatere de $3^o 5o'$ față de coarda profilului. In calcul s-a ținut seamă de această abatere.

Pentru profilul MHT-1-12 % calculele s-au efectuat la două valori ale pasului relativ ($\frac{t}{l}$ = o,75 ; 1), la fiecare valoare fiind considerate patru valori ale unghiului de instalare (β_s = 3o°, 6o°, 9o°, 12o°). In mod asemănător, pentru profilul NACA 841o s-au luat $\frac{t}{l}$ = o,75 ; 1 și 1,25 și respectiv β_s = 3o°, 6o°, 9o°.

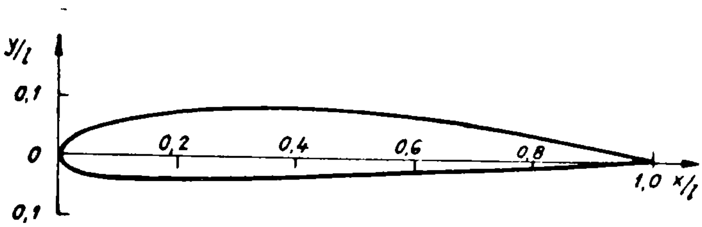


Fig.3.1.5 Profilul MHT-1-12 %

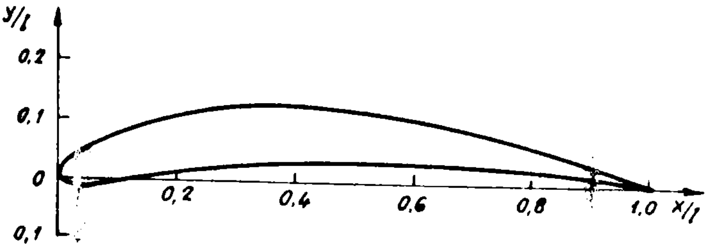


Fig.3.1.6 Profilul NACA 841o

In fig.3.1.7 şi fig.3.1.8 sînt prezentate variaţiile coeficientului de portanţă potenţial C_{ar} cu unghiul de intrare β_1. De asemenea, comparativ, sînt figurate valorile acestor coeficienţi obţinute experimental, după /6/ şi respectiv /93/. In fig.3.1.9 - 3.1.14 pentru reţeaua de profile MHT-1-12 % şi fig.3.1.15 - 3.1.16 pentru reţeaua de profile NACA 841o sînt date comparaţii între distribuţiile de presiuni pe profil obţinute teoretic şi experimental.

Din analiza rezultatelor obţinute pot fi formulate următoarele concluzii :

a. Coeficienţii de portanţă calculaţi pentru profilul MHT-1-12 % urmează destul de bine valorile experimentale pentru toate cazurile considerate (fig.3.1.7).

b. Pentru profilul NACA 841o (fig.3.1.8) la $\beta_s = 30^{\circ}$ şi 90° există o bună concordanţă între coeficienţii de portanţă calculaţi şi experimentali, în schimb la $\beta_s = 60^{\circ}$ valorile calculate sînt mai mari decît valorile experimentale (în special la $\frac{t}{l} = 1$ şi 1,25). S-ar putea ca la acest unghi de instalare influenţa stratului limită asupra curgerii potenţiale să fie mai importantă decît pentru alte valori.

c. Comparaţiile dintre distribuţiile de presiuni (fig.3.1.9 - 3.1.16), calculate şi experimentate, arată, în general, o bună corelare. Abateri mai importante (profilul MHT-1-12 %) s-au obţinut

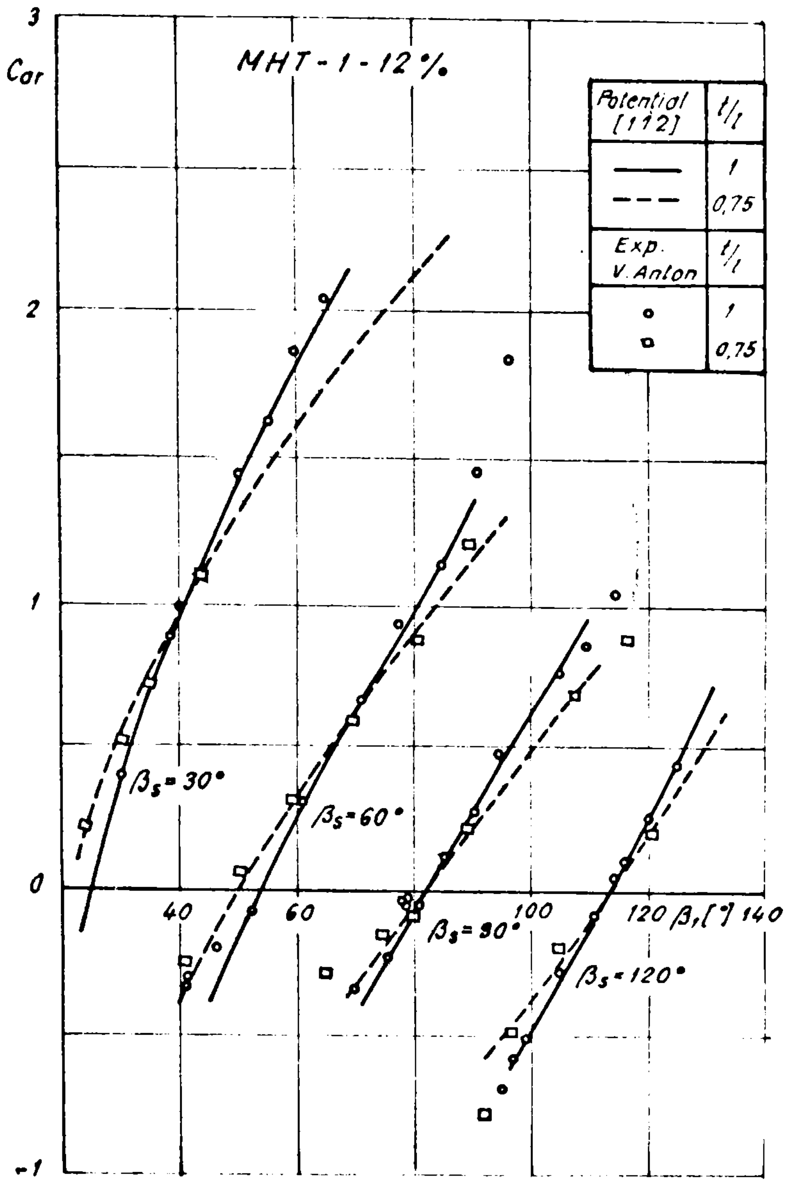


Fig.3.1.7 Variaţia coeficientului de portanţă potenţial cu unghiul de intrare pentru profilul MHT-1-12%

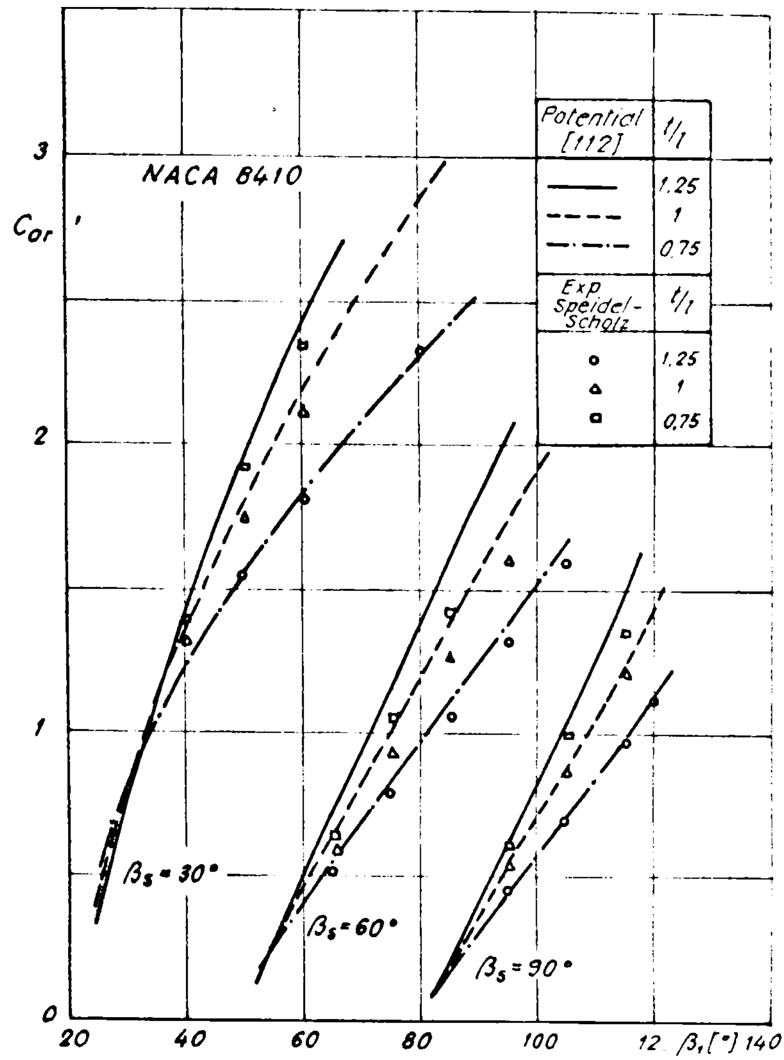


Fig.3.1.8 Variaţia coeficientului de portanţă potenţial cu unghiul de intrare pentru profilul NACA 841o

la valori ale unghiului de instalare β_s = 9o° (fig.3.1.1o d) şi β_5 = 12o° (fig.3.1.11 e şi fig.3.1.14 b). Este posibil ca aceste abateri să fie rezultatul apariţiei desprinderii stratului limită, pe extrados la valori mari ale unghiului de intrare (fig.3.1.1od), sau pe intrados la valori mici ale unghiului de intrare (fig. 3.1.11 e şi fig.3.1.14 b). Calculele (secţ.3.2.4) au arătat că în aceste cazuri apare o desprindere aproape totală a stratului li-

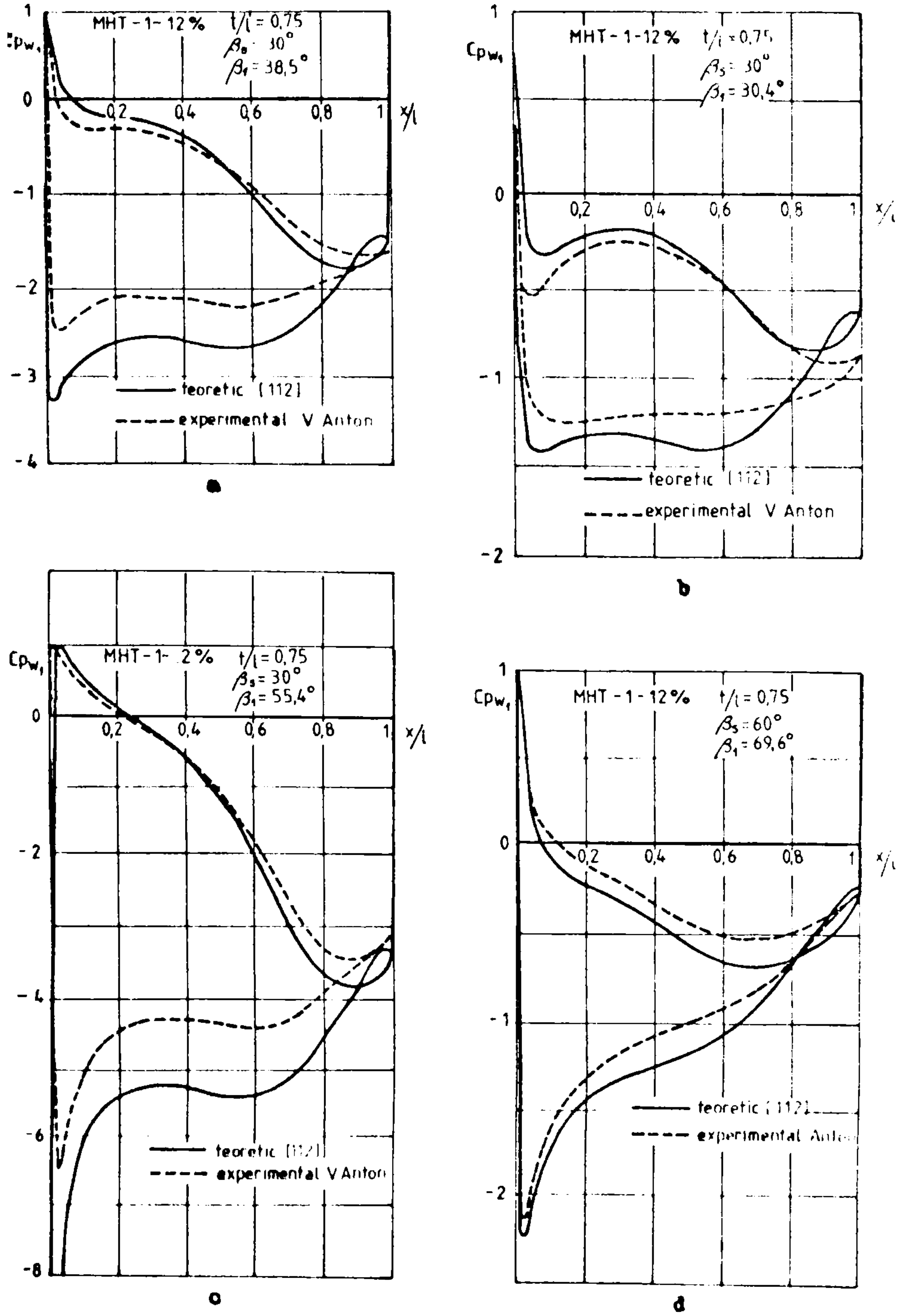


Fig.3.1.9 Distributii de presiuni pe profilul MHT-1-12%

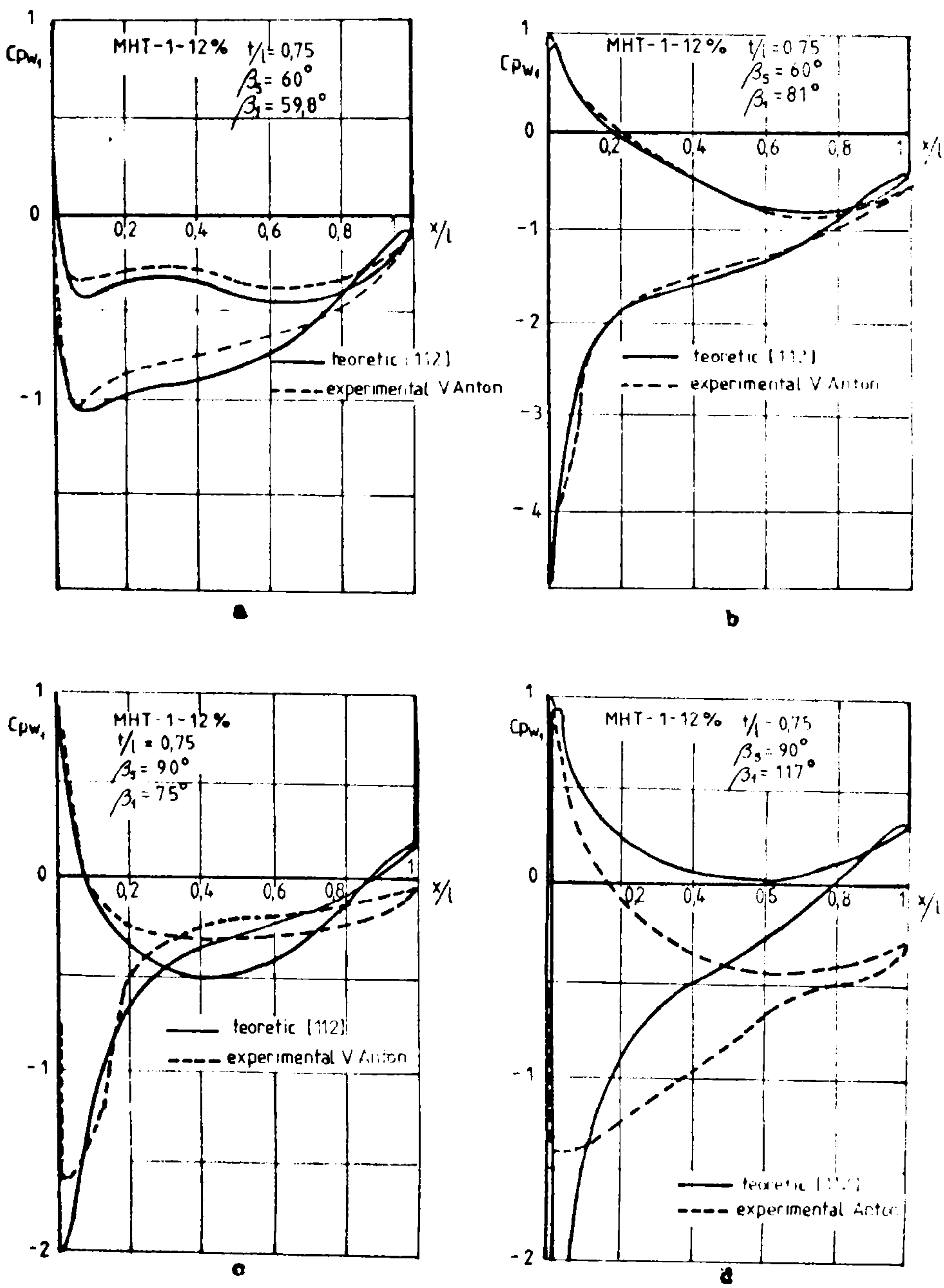


Fig.3.1.1o Distribuţii de presiuni pe profilul MHT 1-12%

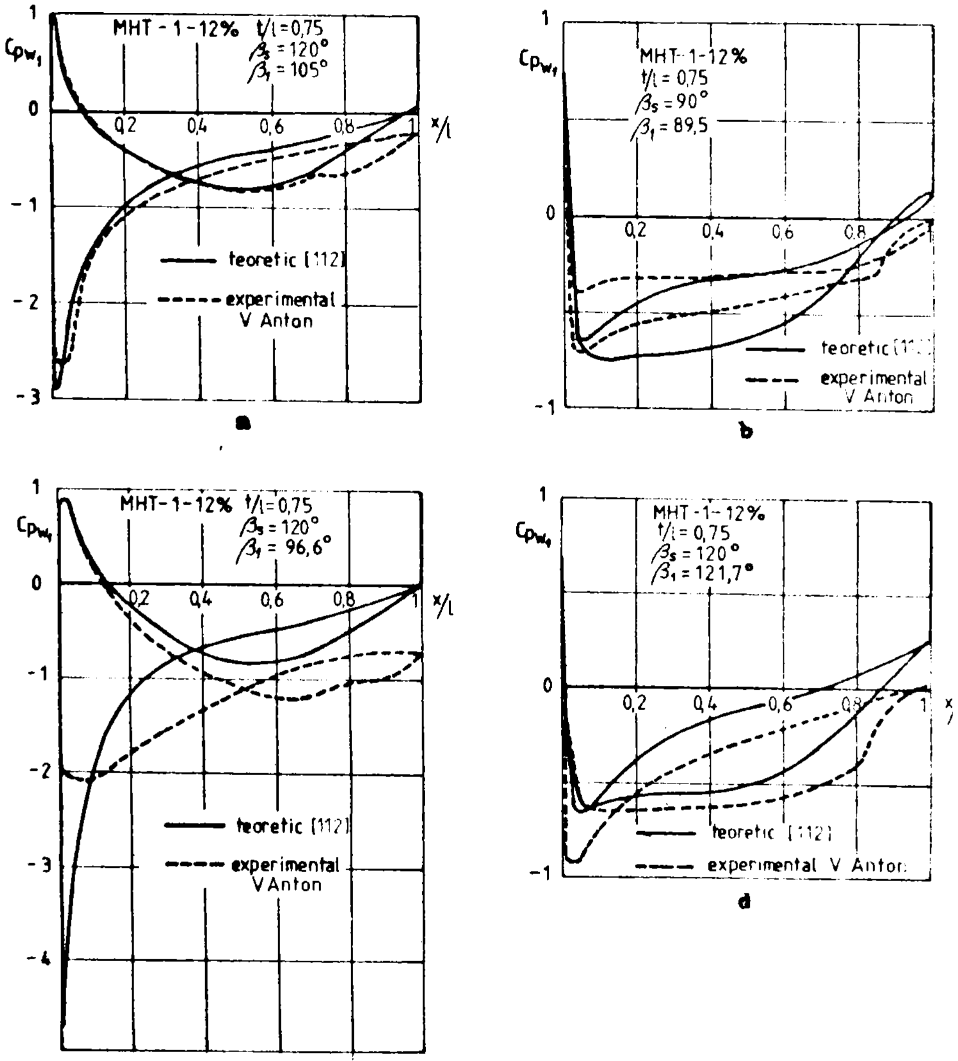


Fig.3.1.11 Distributii de presiuni pe profilul MHT-1-12%

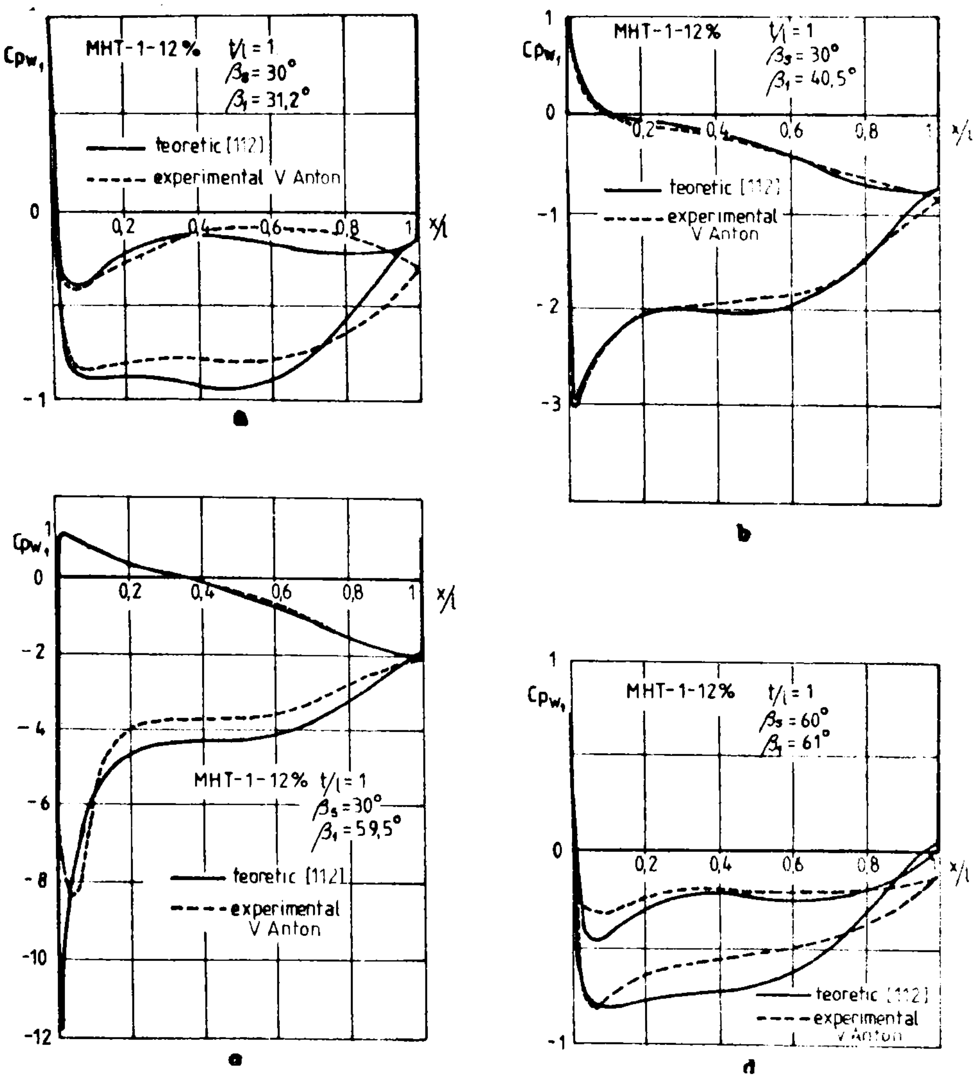


Fig. 3.1.12 Distribuţii de presiuni pe profilul MHT-1-12%

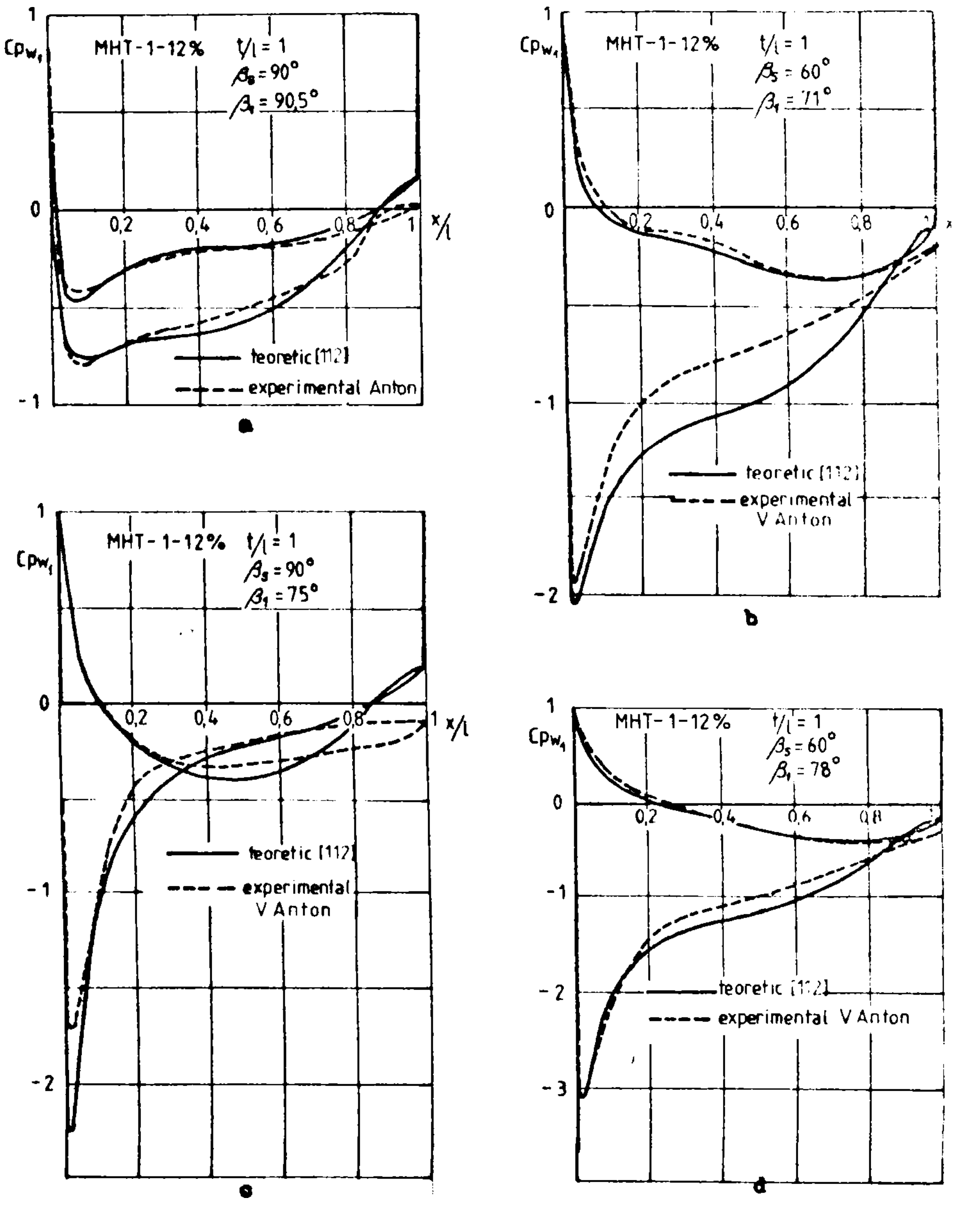


Fig.3.1.13 Distribuţii de presiuni pe profilul MHT-1-12%

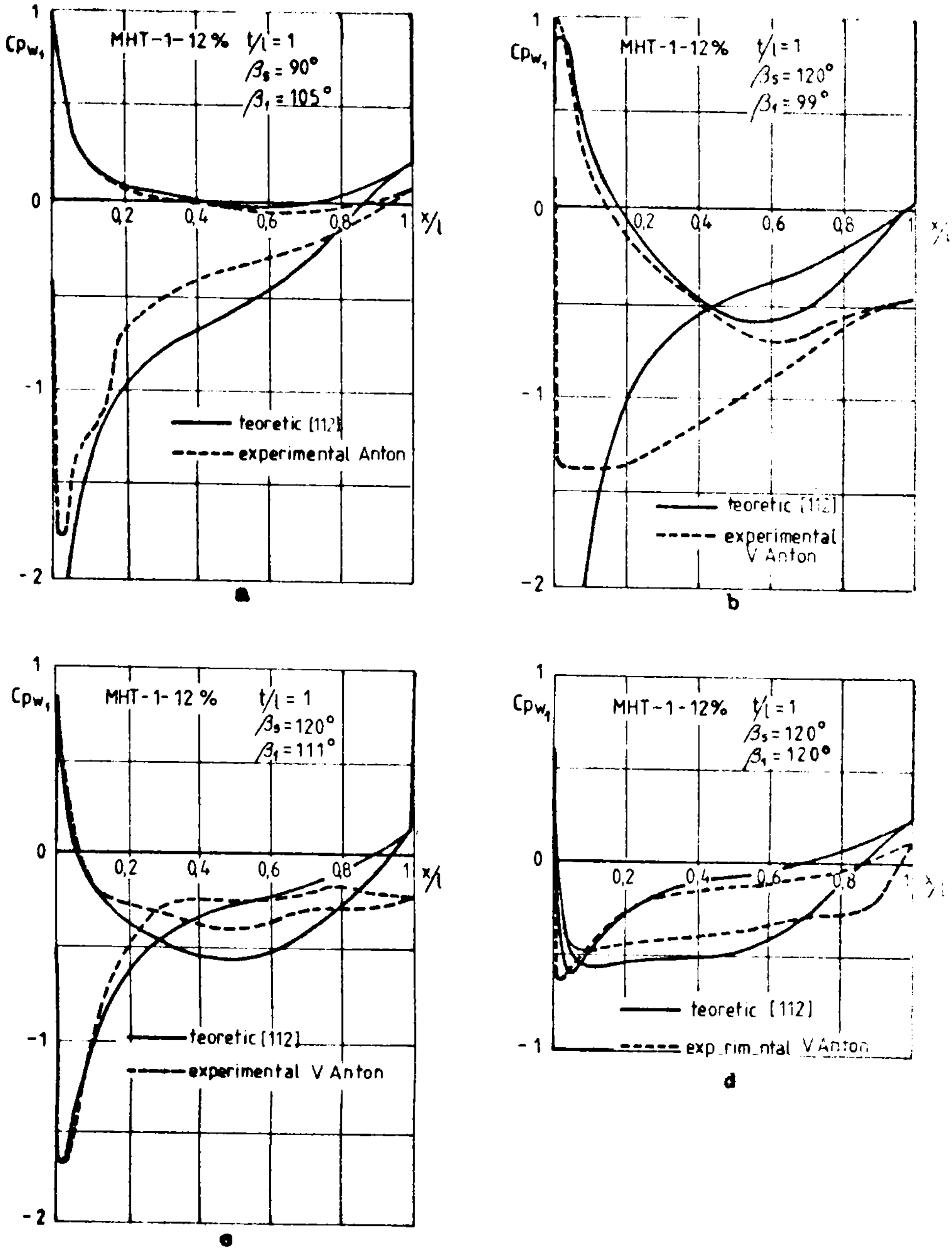


Fig.3.1.14 Distribuţii de presiuni pe profilul MHT-1-12%

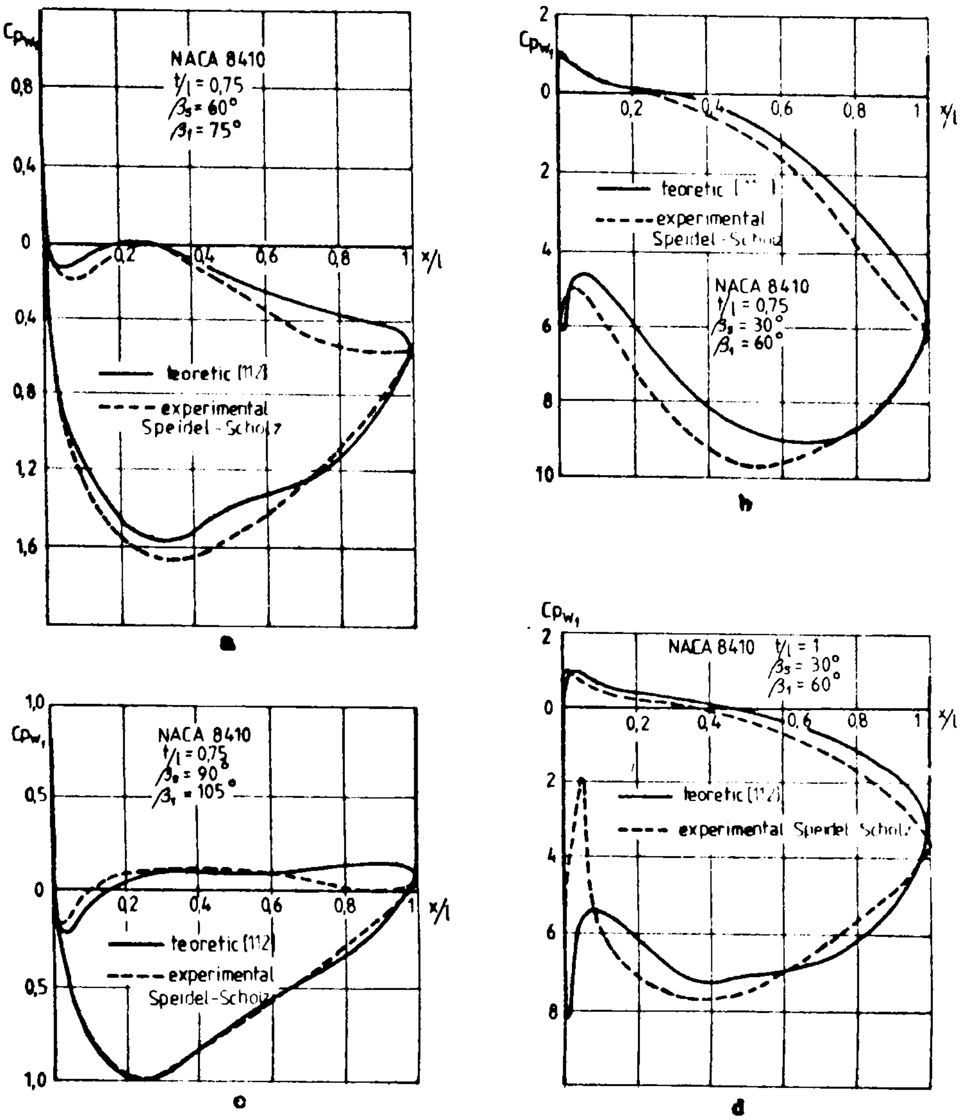


Fig.3.1.15 Distribuţii de presiuni pe profilul NACA 841o

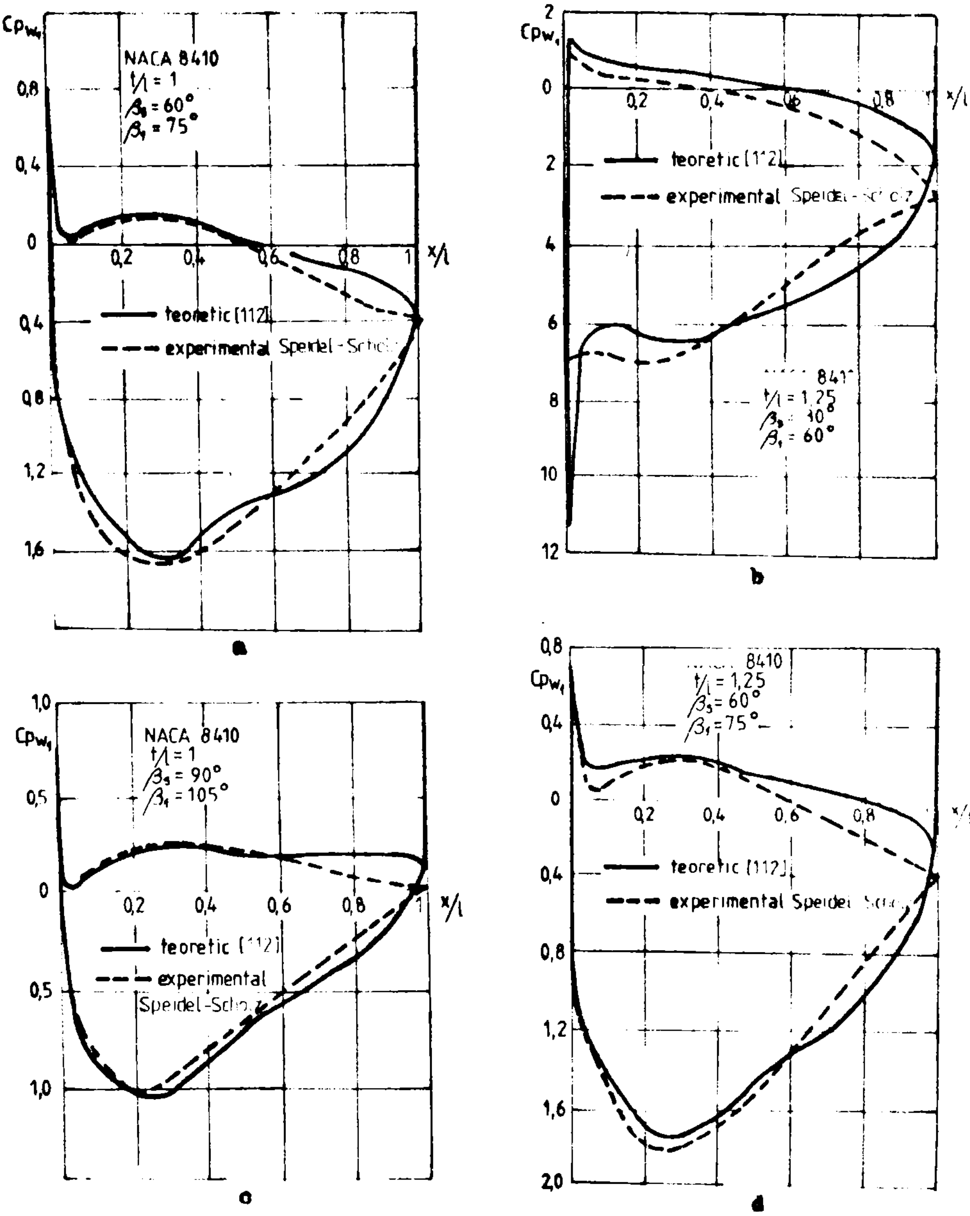


Fig.3.1.16 Distribuţii de presiuni pe profilul NACA 8410

mită, pe extradosul sau intradosul profilului (foarte aproape de bordul de atac), datorită unor gradienţi mari de presiune.

Ca o concluzie generală, rezultatele obţinute ne arată că soluţionarea curgerii potenţiale din reţea, cu metoda Wilkinson /112/(secţ.3.1.2), se face cu o acurateţe suficient de bună, care justifică alegerea metodei.

3.2 Calculul stratului limită în lungul suprafeţei profilului

In general, este acceptat faptul că atît stratul limită laminar cît şi stratul limită turbulent, incompresibil şi bidimensional, poate fi calculat cu suficientă precizie pentru scopuri inginereşti, de interes în turbomaşini.

Mărimile care ne interesează la calculul pierderilor hidraulice în reţele plane de profile sînt : grosimea de eliminare δ_1 , grosimea pierderilor de impuls δ_2 şi un parametru de formă care trebuie privit ca un criteriu de desprindere a stratului limită (cel mai des folosit este parametrul de formă al profilului vitezei din stratul limită H_{12}).

3.2.1 Consideraţii asupra metodelor de calcul

Cercetările efectuate asupra stratului limită laminar au scos în evidenţă faptul că acesta poate fi calculat cu ajutorul a numai două ecuaţii integrale care pot înlocui ecuaţiile diferenţiale cu derivate parţiale. Pentru stratul limită turbulent problema devine mai dificilă deoarece în ecuaţia diferenţială (2.1.4) intervine o parte necunoscută care trebuie obţinută din experiment. Deci este necesară o ecuaţie suplimentară, care poate fi adăugată sistemului de ecuaţii numai dacă proprietăţile turbulenţei sînt considerate ca proprietăţi ale curgerii. In aceste condiţii ecuaţiile stratului limită turbulent sînt condiţionat semiempirice. Pentru ca şi stratul limită turbulent să fie soluţionat, într-o manieră asemănătoare stratului limită laminar, au fost necesare unele ipoteze asupra profilului vitezei în stratul limită şi să fie deduse legi pentru mărimile care conţin proprietăţile turbulenţei (prezentate în secţiunea 2.5).

Dezvoltarea metodelor de calcul a stratului limită s-a făcut după două direcţii :

a. Metode diferenţiale sau de cîmp

Acestea implică ecuaţiile diferenţiale cu derivate parţiale (2.1.4) şi (2.1.5), soluţionarea făcîndu-se printr-o schemă echivalentă cu diferenţe finite.

Pentru stratul limită laminar astfel de metode sînt date în Rosenhead /79/, Cebeci şi Bradshaw /27/. In cazul stratului limită turbulent metodele s-au dezvoltat în funcţie de formularea ecuaţiei de închidere a sistemului şi care conţine proprietăţile turbulenţei. Această ecuaţie poate fi ecuaţia energiei cinetice turbulente, sau o formulă a lungimii de amestec, sau o formulă a vîscozităţii turbulente (eddy). O metodă de referinţă este dată de Bradshaw şi alţii /15, 16, 18/.

Soluţionarea numerică a ecuaţiilor cu derivate parţiale necesită scheme complicate de calcul şi un volum mare de muncă /18/. In plus, ipotezele care se fac asupra proprietăţilor turbulenţei nu pot ridica cu mult acurateţea metodelor şi deci nu pot fi mai precise decît ecuaţiile integrale. De asemenea, trebuie avut în vedere faptul că soluţionarea stratului limită constituie numai o parte din problema care necesită a fi rezolvată şi deci calcule prea lungi nu sînt de dorit. Din acest motiv metodele diferenţiale nu sînt utilizate în aplicaţii inginereşti.

b. Metode integrale

Metodele integrale sînt bazate pe soluţionarea numerică a unor sisteme de ecuaţii integrale. Acestea sînt mult mai avantajoase pentru aplicaţii practice, datorită uşurinţei cu care pot fi mînuite şi volumului mai mic de calcule, cu toate că ne oferă mărimile globale ale stratului limită.

Rosenhead /79/ face o prezentare a unor metode pentru stratul limită laminar, cu unul sau doi parametrii : Pelhausen, Walz, Timman, Thwaites, Wieghart, etc. Analiza făcută asupra acestor metode, comparativ cu soluţii exacte ale stratului limită şi date experimentale, a scos în evidenţă rezultatele bune obţinute cu metoda Thwaites. Această metodă este recomandată şi de Cebeci şi Bradshaw /27/. Rezultate satisfăcătoare se pot obţine cu metodele Tani /97/, I. Anton şi D. Ionescu /43/ şi Truckenbrodt /1o2, 1o3/.

Dezvoltarea metodelor integrale pentru calculul stratului limită turbulent s-a făcut în moduri diferite, ţinînd seama de ecuaţia integrală specifică care împreună cu ecuaţia integrală a impulsului formează sistemul de ecuaţii. O clasificare a metodelor este dată în /75/ :

- metode ale disipaţiei integrale, bazate pe ecuaţia integrală a energiei (2.2.2), propuse în principal de Rotta şi Walz. Cea mai utilizată este metoda Truckenbrodt /1o2/. Aceasta a fost îmbunătăţită de Schols /87/ şi apoi reluată de Truckenbrodt /1o5/ pe baza unor cunoştinţe noi în domeniul stratului limită

- metode de antrenare, bazate pe ecuaţia de antrenare propusă de Head /39, 40/,

- metode combinate, fondate mai puţin pe legi fizice evidente.

Rotta /81/ face o comparaţie a predicţiei teoretice cu date experimentale pentru metode integrale de calcul a stratului limită turbulent. Rezultatele lui Rotta confirmă rezultatele obţinute de Thompson /99/, care au scos în evidenţă cea mai bună metodă pînă atunci, metoda Head /39/. Mai recent Schlichting /88/, Bradshaw /19/, Cebeci şi Bradschaw /27/ recomandă această metodă la calculul stratului limită turbulent.

Pe baza acestor consideraţii pentru calculul stratului limită laminar a fost folosită metoda Thwaites /27, 79/, iar metoda Head /39, 40, 19, 27/ la calculul stratului limită turbulent. In secţiunea următoare sînt expuse în detaliu aceste metode cu unele îmbunătăţiri care le-au fost aduse.

3.2.2 Calculul stratului limită laminar

Considerînd ecuaţia (2.2.1) se observă că dacă H_{12} şi C_f sînt cunoscute ca funcţii de grosimea de impuls δ_2 sau de o combinaţie convenabilă de δ_2 şi viteza la marginea stratului limită U_e, atunci integrarea ecuaţiei nu prezintă nici o dificultate. Astfel de funcţii au fost găsite de Thwaites /27/, punînd următoarele condiţii la limită pentru ecuaţia (2.1.1) din care ecuaţia (2.2.1) poate fi obţinută prin integrare în raport cu y

$$y=0 \quad , \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{U_e}{\delta_2^2}\lambda \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{U_e}{\delta_2}L \tag{3.2.1}$$

Ecuaţiile (3.2.1) definesc parametrii de formă ai profilului vitezei în stratul limită laminar λ şi L. Mărimea L poate fi calculată dintr-o soluţie particulară a ecuaţiilor stratului limită şi este verificat faptul că, în toate cazurile cunoscute, tinde să adere la o funcţie universală de λ, notată prin $L(\lambda)$. In mod similar, dacă se consideră că H_{12} depinde numai de λ, poate fi găsită o funcţie universală $H_{12}(\lambda)$.

Cu $y = 0$ în ecuaţia (2.1.1) şi folosind ecuaţia (3.2.1) se obţine

$$\lambda = \frac{\delta_2^2}{\nu}\frac{dU_e}{dx} \tag{3.2.2}$$

De asemenea,

$$\frac{C_f}{2} = \frac{\tau_c}{\rho U_e^2} = \frac{\nu}{U_e^2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{\nu L(\lambda)}{U_e \delta_2} \tag{3.2.3}$$

Inlocuind (3.2.2) şi (3.2.3) în (2.2.1), aceasta poate fi scrisă sub forma

$$\frac{U_e}{\nu}\frac{d\delta_2^2}{dx} = 2\left\{L(\lambda) - \left[H_{12}(\lambda) + 2\right]\lambda\right\} \equiv F(\lambda) \qquad (3.2.4)$$

Funcţia $F(\lambda)$ este considerată ca o funcţie universală. Analizînd soluţiile cunoscute ale ecuaţiei diferenţiale a impulsului (2.2.1) Thwaites /79/ scrie o relaţie pentru $F(\lambda)$ astfel încît să aproximeze cît mai fidel aceste soluţii

$$F(\lambda) = 0{,}45 - 6\lambda = 0{,}45 - 6\,\frac{\delta_2^2}{\nu}\,\frac{dU_e}{dx} \qquad (3.2.5)$$

Inlocuind relaţia (3.2.5) în (3.2.4), prin integrare se obţine

$$\frac{\delta_2^2}{\nu} = \frac{0{,}45}{U_e^6}\int_0^x U_e^5\,dx + \left(\frac{\delta_2^2 U_e^6}{\nu}\right)_{x=0} \qquad (3.2.6)$$

Soluţia (3.2.6) ne permite calculul parametrului de formă. Dacă λ este cunoscut, valorile lui $L(\lambda)$ şi $H_{12}(\lambda)$ pot fi determinate cu ajutorul funcţiilor Falker-Skan /27, 73/. După /27/ aceste funcţii sînt :

$$0 \le \lambda \le 0{,}1 \quad \begin{cases} L = 0{,}22 + 1{,}57\lambda - 1{,}8\lambda^2 \\ H_{12} = 2{,}61 - 3{,}75\lambda + 5{,}24\lambda^2 \end{cases} \qquad (3.2.7)$$

$$-0{,}1 \le \lambda \le 0 \quad \begin{cases} L = 0{,}22 + 1{,}402\lambda + \dfrac{0{,}018}{0{,}107}\lambda^2 \\ H_{12} = \dfrac{0{,}0731}{0{,}14+\lambda} + 2{,}088 \end{cases} \qquad (3.2.8)$$

In punctul de impact ($U_e = 0$) avem $L = 0{,}22$ şi $H_{12} = 2{,}61$, iar la desprindere $L = -0{,}1$ şi $H_{12} = 3{,}9155$. In fig.3.2.1

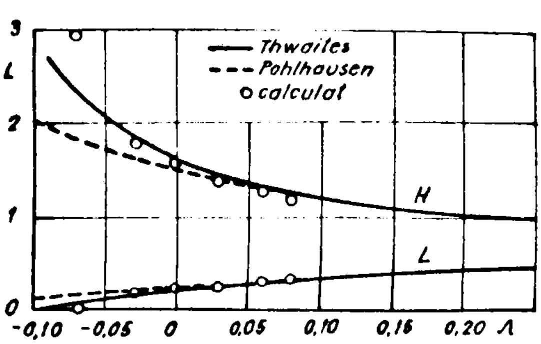


Fig.3.2.1 Funcţii din metoda Thwaites /27/ comparate cu funcţii exacte şi cu cele ale lui Polhausen /88/

este dat un exemplu al valorilor calculate cu această metodă (după /27/) comparativ cu soluţiile calculate cu metode exacte.

Soluţionarea numerică

Ecuaţiile stratului limită (2.1.4) şi (2.1.5) au fost deduse în ipoteza că suprafaţa de scurgere este plană. Aceste ecuaţii pot fi utilizate şi pe suprafeţe curbate dacă raza de curbură nu este mare, condiţie care este îndeplinită de profilele des utilizate în maşinile hidraulice axiale. Pentru evaluarea cît mai precisă a integralei din (3.2.6) este de preferat ca integrarea să fie făcută în lungul suprafeţei s a profilului (fig.3.2.2) în locul corzii profilului x.

Deoarece distribuţia de viteză la marginea stratului limită se obţine din calculul potenţial (secţiunea 3.1.2), ţinînd seama de notaţia vitezei teoretice pe profil, se înlocuieşte U_e cu U

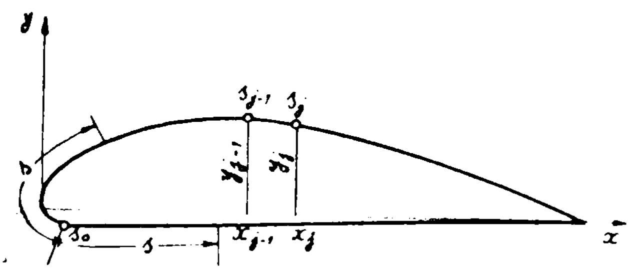


Fig.3.2.2 Coordonatele profilului în lungul suprafeţei

Pentru simplificarea relaţiei (3.2.6) este mai convenabil să pornim calculul din punctul de impact s_o (fig.3.2.2) în care viteza este nulă,

$$s_o \to U=0\ ,\ \delta_2=0\ ,\quad \frac{\delta_2 U}{\nu}=0 \tag{3.2.9}$$

Cu aceste observaţii devin utile următoarele relaţii

$$\bar{\delta}_2^{\,2}=\frac{0,45}{Re_\infty}\,\frac{1}{\bar{U}^6}\int_{\bar{s}_o}^{\bar{s}}\bar{U}^5 d\bar{s} \tag{3.2.10}$$

$$\lambda=\bar{\delta}_2^{\,2}\,\frac{1}{Re_\infty}\,\frac{d\bar{U}}{d\bar{s}} \tag{3.2.11}$$

Prin $\bar{U}$, $\bar{s}$ şi $\bar{\delta}_2$ s-au notat mărimile adimensionale

$$\bar{U}=\frac{U}{W_\infty}\ ,\quad \bar{s}=\frac{s}{l}\ ,\quad \bar{\delta}_2=\frac{\delta_2}{l} \tag{3.2.12}$$

Distanţa s, într-un punct dat pe suprafaţa profilului, poate fi calculată folosind formula simplă

$$s_j=s_{j-1}+\sqrt{(x_j-x_{j-1})^2+(y_j-y_{j-1})^2}\ ,\quad j=\overline{1,N} \tag{3.2.13}$$

unde x şi y reprezintă coordonatele profilului (fig.3.2.2). Pentru un calcul cît mai precis este de preferat ca numărul de puncte N să fie cît mai mare.

3.2.3 Parametrii stratului limită în punctul de tranziție

In secțiunea 2.4 a fost analizată stabilitatea curgerii laminare și posibilitățile de calcul. De asemenea, a fost menționată observația experimentală, că tranziția laminar-turbulent apare la o distanță oarecare în aval de punctul în care începe instabilitatea curgerii laminare /88/. Apariția tranziției depinde de o mulțime de parametrii : gradientul de presiune, numărul Re_∞ , nivelul turbulenței în curgerea liberă $\sqrt{\overline{u'^2}}/U$,rugozitatea suprafeței, etc. Dacă considerăm că tranziția se datorează gradientului de presiune și depinde de valoarea turbulenței în curgerea liberă, atunci putem determina punctul de tranziție urmînd criteriul lui Van Driest și Blumer /106/, definit de relația (2.3.3). Această relație nu este convenabilă de aplicat practic, deoarece din calculul stratului limită laminar (secțiunea 3.2.2) nu obținem valoarea numărului Reynolds Re_δ (format cu grosimea δ) și deci nici parametrul de formă Λ . Cu o bună aproximație, relația (3.2.2) poate fi transformată în termeni ai numărului Reynolds Re_{δ_2} (format cu δ_2), care poate fi cunoscut . Astfel obținem relația,

$$\frac{1127}{Re_{\delta_2}} = 1{,}3041 + 29{,}4\, Re_{\delta_2} \left(\frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U} \right)^2 \qquad (3.2.14)$$

care ne definește punctul în care apare tranziția x_{tr} . In acest punct trebuie să avem satisfăcută continuitatea grosimilor de impuls ale stratului limită laminar δ_{2l} și turbulent δ_{2t} /88/

$$\delta_{2t}(x_{tr}) = \delta_{2l}(x_{tr}) \qquad (3.2.15)$$

Truckenbrodt /88/ admite că în punctul de tranziție valoarea parametrului de formă H_{12} se modifică cu valoarea $-\Delta H_{12}$ (fig.3.2.3)

$$H_{12t}(x_{tr}) = H_{12l}(x_{tr}) - \Delta H_{12} \qquad (3.2.16)$$

Dacă punctul de tranziție este cunoscut, calculul poate fi continuat cu stratul limită turbulent, luînd ca valori inițiale δ_{2t} și H_{12t} .

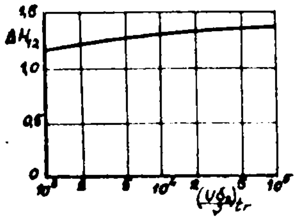


Fig.3.2.3 Variația ΔH_{12} cu numărul Reynolds Re_{δ_2} la tranziție

3.2.4 Calculul stratului limită turbulent

Metoda de calcul a stratului limită turbulent constă din rezolvarea următoarelor două ecuații :

- ecuația integrală a impulsului (2.2.1), în care pentru C_f se acceptă relația (2.4.17) dată de Ludwieg și Tillmann /54/, și
- ecuația de antrenare formulată de Head /39/

$$\frac{1}{U_e}\frac{dQ}{dx} = \frac{d}{dx}\left[U_e(\delta-\delta_1)\right] = F(H_1) \qquad (3.2.17)$$

unde $F(H_1)$ este o funcție adimensională de parametrul de formă al profilului vitezei în stratul limită

$$H_1 = \frac{\delta-\delta_1}{\delta_2} \qquad (3.2.18)$$

In particular, ecuația (3.2.17) arată că variația debitului de fluid Q pe unitatea de lungime și lățime a stratului limită depinde numai de parametrul de formă H_1.

Pentru o familie a profilelor de viteză, care depind de un parametru, există o relație unică între H_1 și cel mai utilizat parametru de formă H_{12}. Această relație a fost determinată de Head /39/ din date experimentale (fig.3.2.4) și poate fi aproximată cu relația

$$H_1 = \frac{2H_{12}}{H_{12}-1} \qquad (3.2.19)$$

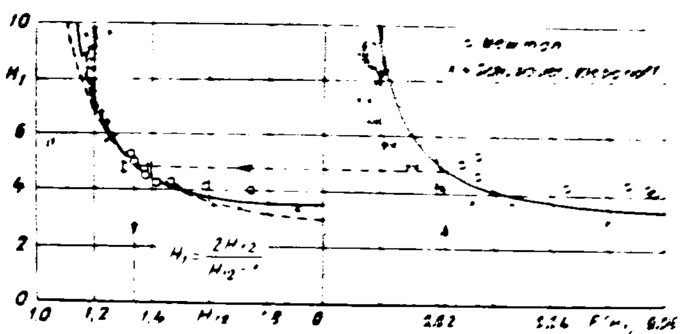


Fig.3.2.4 Teoria lui Head /39/

Funcția $F(H_1)$ a fost determinată din aceleași măsurători și este dată în aceeași figură în care este arătat și modul de folosire a teoriei lui Head.

Utilizarea curbelor din fig.3.2.4 este incomodă și de aceea s-a căutat o relație empirică care să exprime corelația $F(H_1)$. De asemenea, au fost deduse relații mai precise privind dependența $H_1(H_{12})$.

Inlocuind x cu s şi U_e cu U (secţiunea 3.2.2) obţinem,

$$\frac{d}{d\bar{s}}(\bar{\delta_2}) = \frac{C_f}{2} - (H_{12}+2)\frac{\bar{\delta_2}}{\bar{U}}\frac{d\bar{U}}{d\bar{s}} \qquad (3.2.20)$$

$$\frac{d}{d\bar{s}}(\bar{\delta_2}\bar{U}H_1) = \bar{U}F(H_1) \qquad (3.2.21)$$

unde C_f se exprimă cu (2.4.17), iar prin $\bar{s}$, $\bar{\delta_2}$ şi $\bar{U}$ înţelegem mărimile adimensionale (3.2.12). Funcţiile $F(H_1)$ şi $H_1(H_{12})$, după Cebeci şi Bradsøhaw /27/, se exprimă cu următoarele relaţii :

$$F(H_1) = 0{,}0306\,(H_1-3)^{-0{,}6169} \qquad (3.2.22)$$

$$H_1 = \begin{cases} 0{,}8234\,(H_{12}-1{,}1)^{-1{,}287} + 3{,}3 \,, & H_{12} \leq 1{,}6 \\ 1{,}5501\,(H_{12}-0{,}6778)^{-3{,}064} + 3{,}3 \,, & H_{12} \geq 1{,}6 \end{cases} \qquad (3.2.23)$$

Ecuaţiile (3.2.20) şi (3.2.21), împreună cu relaţiile (3. (3.2.22), (3.2.23) şi (2.4.17), formează un sistem de două ecuaţii diferenţiale în care avem ca necunoscute mărimile δ_2 şi H_1 (sau H_{12}). Soluţionarea sistemului de ecuaţii poate fi făcută cu metode numerice.

Parametrul de formă H_{12} este privit ca un criteriu de desprindere a stratului limită turbulent. Din (2.4.17) se observă că $C_f \to 0$ numai dacă $H_{12} \to \infty$. Este imposibil să se dea o valoare exactă a lui H_{12} la desprindere, astfel că se admite H_{12} = 1,8 - 2,4 /27/. Aceste limite influenţează nesemnificativ localizarea punctului de desprindere, deoarece variaţia dH_{12}/ds la desprindere este foarte mare.

In fig.3.2.5 , 3.2.6 şi 3.2.7 sînt date cîteva exemple, după /39, 81, 27/, în care metoda /39/ a fost comparată cu valori experimentale. Aceste exemple arată o bună corelare a teoriei cu experimentul.

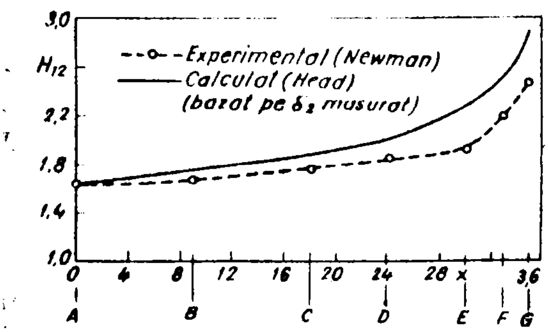


Fig.3.2.5 Comparaţie între teoria lui Head /39/ şi experiment, după /81/

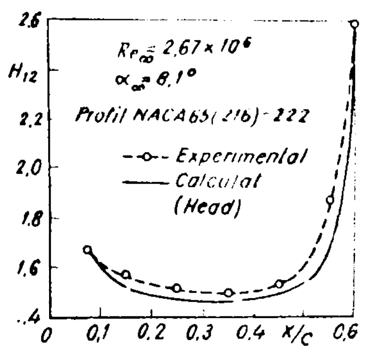


Fig.3.2.6 Comparaţie între teoria lui Head şi experiment, după /81/

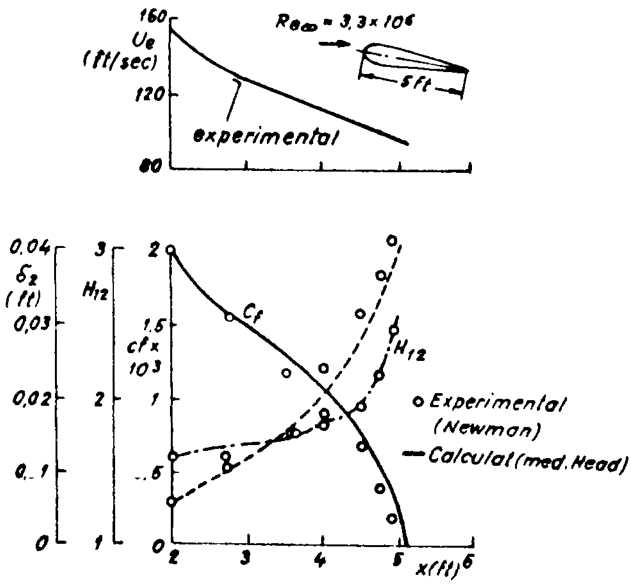


Fig.3.2.7 Comparaţie între teoria lui Head /39/ şi experiment ,după /27/

Completarea metodei pentru stratul limită complet turbulent

Integrarea numerică a ecuaţiilor diferenţiale (3.2.2o) şi (3.2.21) presupune cunoaşterea unor condiţii iniţiale de forma

$$\bar{\xi} = \bar{\xi}_i \Rightarrow (\bar{\delta}_2)_i \quad , \ (H_{12})_i \qquad \text{cunoscute} \qquad (3.2.24)$$

Dacă stratul limită acceptă, începînd cu punctul de impact de pe profil, o porţiune laminară, atunci determinarea condiţiilor (3.2.24) nu prezintă dificultate (secţiunea 3.2.3). Sînt însă cazuri cînd porţiunea laminară este foarte mică şi,în general, în apropierea punctului de impact distribuţia de viteză prezintă o variaţie mare. In astfel de cazuri punctul de tranziţie este dificil de stabilit,iar valorile iniţiale ale stratului limită devin imprecise. Pentru a ocoli aceasta este de preferat să considerăm stratul limită turbulent din punctul de impact,

$$\bar{\xi}_t = \bar{\xi}_o \Rightarrow \bar{U} = 0 \ , \ \bar{\delta}_1 = \bar{\delta}_2 = 0 \ , \ H_{12} = \frac{0}{0} \neq 0 \qquad (3.2.25)$$

In acest caz soluţionarea sistemului de ecuaţii nu poate fi făcută, deoarece nu cunoaştem valoarea lui H_{12} ($\neq$ o).

Pentru a înlătura acest inconvenient, în lucrare s-a încercat să se obţină un procedeu prin care să poată fi determinate condițiile inițiale din metoda însăși.

Dacă se admite că pe o porțiune mică Δs, $H_{12} \simeq$ const., atunci ecuația integrală a impulsului (2.2.1) poate fi privită ca o ecuație diferențială cunoscută /92/, a cărei soluție generală este

$$\delta_2^{1-m} = U^{-(1-m)(H_{12}+2)}\left[(\delta_2)_{s_0}^{1-m} + (1-m)a\int_{s_0}^{s_0+\Delta s} U^{(1-m)(H_{12}+2)+m} ds\right] \qquad (3.2.26)$$

unde

$$a = 0,123 \cdot 10^{-0,678 H_{12}} \nu^{-m} \quad , \; m = -0,268 \qquad (3.2.27)$$

Inmulțind membrul stîng și drept a relației (3.2.26) cu H_1 și grupînd termenii sub forma parantezei membrului stîng al ecuației (3.2.21) și ținînd seama de (3.2.25) se obține

$$U\delta_2 H_1 = U^{-(H_{12}+1)} H_1\left[(1-m)a\int_{s_0}^{s_0+\Delta s} U^{(1-m)(H_{12}+2)+m} ds\right]^{\frac{1}{1-m}} \qquad (3.2.28)$$

Folosind un raționament asemănător și pentru ecuația (3.2.17), prin integrare rezultă

$$U\delta_2 H_1 = F(H_1)\int_{s_0}^{s_0+\Delta s} U ds \qquad (3.2.29)$$

Egalînd (3.2.28) cu (3.2.29) obținem

$$H_1 = \frac{F(H_1) U^{(H_{12}+1)} \int_{s_0}^{s_0+\Delta s} U ds}{\left[(1-m)a\int_{s_0}^{s_0+\Delta s} U^{(1-m)(H_{12}+2)+m} ds\right]^{\frac{1}{1-m}}} \qquad (3.2.30)$$

Expresia (3.2.30) este o relație implicită de H_1. Prin iterații succesive, în care se modifică H_{12}, se poate obține egalitatea. Valoarea lui H_1 este considerată ca valoare inițială. Valoarea inițială a grosimii de impuls δ_2 se obține din (3.2.26), astfel că la $s_i = s_0 + \Delta s$ avem cunoscute $(\delta_2)_i$ și $(H_1)_i$ sau $(H_{12})_i$.

Relațiile (3.2.26) și (3.2.30), în care se introduc mărimile adimensionale (3.2.12), devin

$$(H_1)_i = \frac{F(H_1)\bar{U}^{(H_{12}+1)}\int_{\bar{s}_0}^{\bar{s}_0+\Delta\bar{s}} \bar{U} d\bar{s}}{A\left[\int_{\bar{s}_0}^{\bar{s}_0+\Delta\bar{s}} \bar{U}^{(1-m)(H_{12}+2)+m} d\bar{s}\right]^{\frac{1}{1-m}}} \qquad (3.2.31)$$

$$(\bar{\delta}_2)_i = A\left[\int_{\bar{s}_0}^{\bar{s}_0+\Delta\bar{s}} \bar{U}^m ds\right]^{\frac{1}{1-m}} \qquad (3.2.32)$$

unde

$$A = \left[0{,}123\,(1-m)\,10^{-0{,}678 H_{12}}\,Re_{\infty}^{\,m}\right]^{\frac{1}{1-m}} \tag{3.2.33}$$

3.2.5 Calculul numeric al stratului limită

Metodele folosite la calculul stratului limită, laminar şi turbulent, au fost obiectul unui program de calcul în limbaj Basic pe calculatorul HP 9845 S (vezi schema anexată).

Sistemul de ecuaţii diferenţiale (3.2.20) şi (3.2.21) a fost rezolvat prin două procedee numerice : primul bazat pe polinomul de interpolare a lui Newton /2/, în care se obţin iterativ soluţiile la patru paşi consecutivi, şi al doilea binecunoscut sub denumirea Runge-Kutta /53, 108/. Ambele procedee au condus la rezultate apropiate. Primul necesită un timp de calcul aproape dublu datorită, în special, modificării pasului de integrare atunci cînd nu se obţine convergenţa.

Pentru interpolarea distribuţiei de viteză, în punctele de integrare numerică, au fost utilizate funcţii Spline /57/, formate din curbe de gradul trei. Acestea au avantajul că dau valori sigure în punctele de interpolare şi pot fi utilizate pe întreg domeniul considerat în calcule (extradosul sau intradosul profilului). De asemenea, cu o precizie bună, se calculează derivata şi integrala curbei în punctul de interpolare. Utilizarea funcţiilor Spline în programul de calcul a stratului limită, a condus la îmbunătăţirea rezultatelor prin eliminarea unor erori posibile, prin interpolare, la calculul derivatelor şi al integralelor, cu alte procedee numerice.

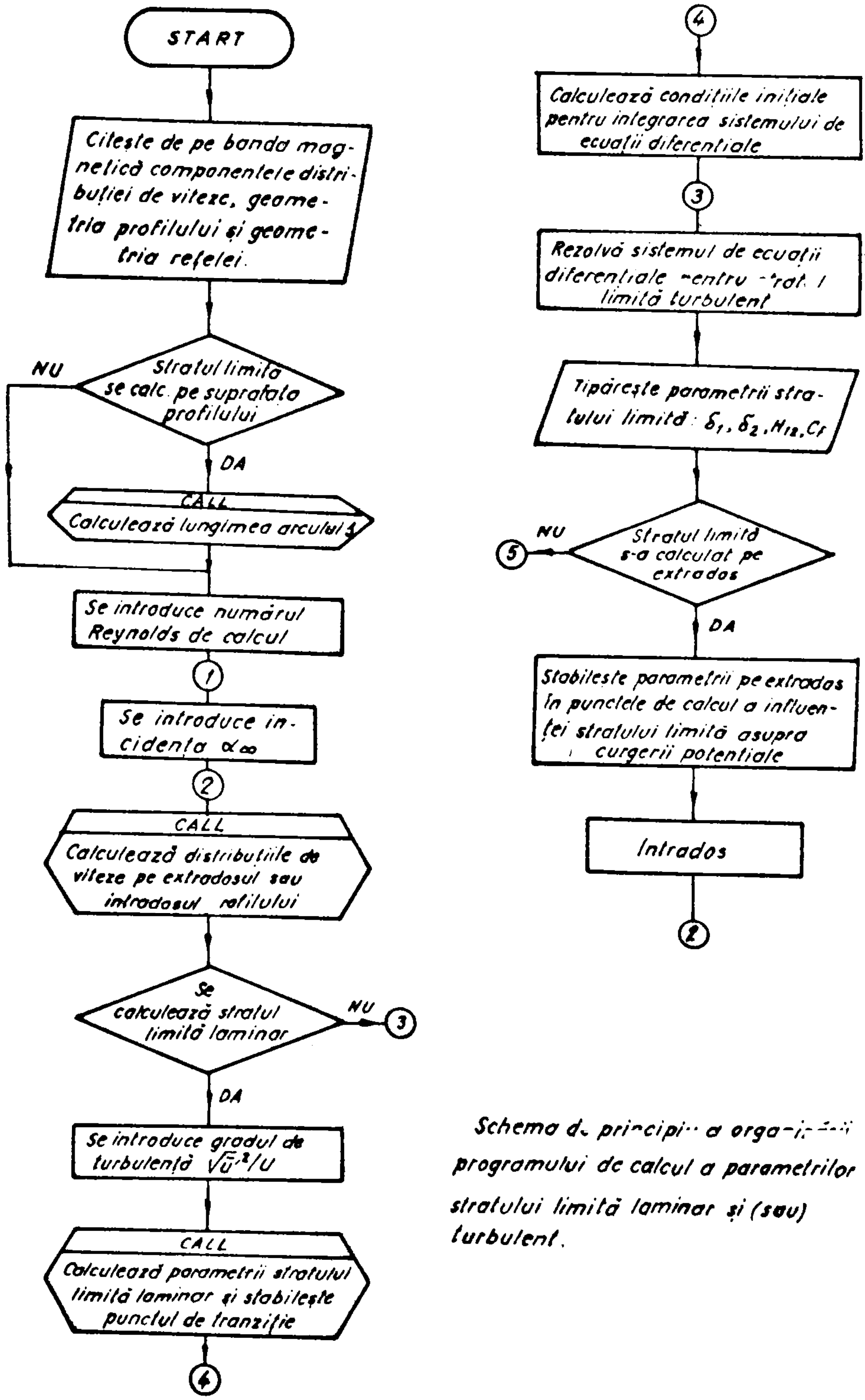
Verificarea relaţiilor (3.2.31) şi (3.2.32) (de calcul a valorilor de start), stabilite în lucrare, pentru extinderea metodei Head /39,27/ la calculul stratului limită în totalitate turbulent, s-a făcut în moduri şi pentru curgeri diferite. O verificare s-a făcut prin compararea rezultatelor, obţinute cu metoda Head extinsă, cu parametrii calculaţi cu metoda Truckenbrodt /102/(fig. 3.2.8 a,c), care dă posibilitatea ca stratul limită să fie calculat în întregime turbulent din punctul de impact. In fig. 3.2.8 a şi c sînt date două exemple analizate; în primul, stratul limită turbulent este calculat pe extradosul unui profil funcţionînd în reţea de turbină axială şi nu prezintă desprinderi, în al doilea, este calculat pe extradosul unui profil izolat şi se desprinde în apropierea bordului de fugă. Din ambele exemple se observă că la abscisa $(x/l)_1$, la care au fost calculate valorile iniţiale, parametrii δ_2 şi H_{12} sînt într-o corespondenţă excelentă cu valorile calculate cu metoda Truckenbrodt. De asemenea, ambele metode dau rezultate apropiate, exceptînd regiunea de desprindere (fig. 3.2.8 c).

O altă verificare a fost realizată prin modificarea treptată a turbulenței în curgerea exterioară. Prin creșterea gradului de turbulență $\sqrt{\overline{u'^2}}/U$ se modifică poziția punctului de tranziție, astfel că are loc o restrîngere a porțiunii laminare pe o suprafață relativ îngustă în jurul punctului de impact. In această situație, stratul limită devine predominant turbulent, apropiat de condiția impusă, complet turbulent. Analiza influenței gradului de turbulență asupra distribuțiilor stratului limită turbulent δ_2 și H_{12} (fig.3.2.8 b,d), pentru un profil dispus în rețea de turbină, arată că această condiție este realizată la valori ale turbulenței peste 2 % (posibile în turbomașini), pentru care tranziția este foarte aproape de punctul de impact. Stratul limită laminar pînă la tranziție a fost calculat cu metoda Thwaites (secț.3.2.2), iar punctul de tranziție s-a stabilit cu criteriul dat de relația (3.2.14). Parametrii stratului limită turbulent, calculați cu metoda Head, din punctul de tranziție (în care valorile inițiale sînt cunoscute (secț.3.2.3)) prezintă o variație aproape identică la turbulențe de 3 % cu aceea obținută prin extinderea metodei. Aceasta dovedește că relațiile (3.2.31) și (3.2.32) sînt corect stabilite și pot fi folosite cu rezultate bune în calcule. Relațiile s-au dovedit deosebit de utile la numeroasele aplicații efectuate în lucrare.

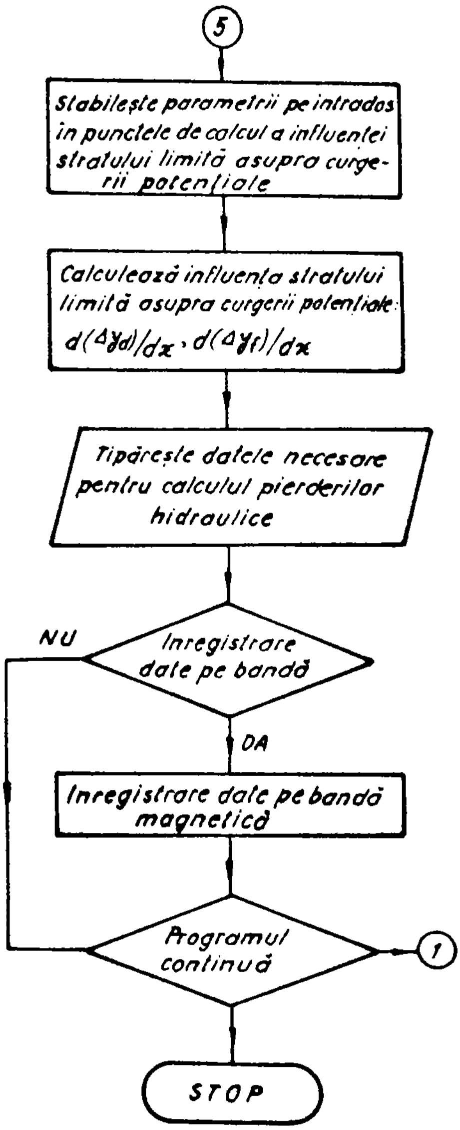
3.3 Calculul pierderilor hidraulice la trecerea curentului în rețea

Așa cum am arătat în capitolul 1, cunoștințele acumulate în domeniul stratului limită permit determinarea pe cale teoretică a caracteristicilor aerodinamice ale unei rețele plane de profile așezate într-un curent real.

In lucrarea de față se propune o asemenea metodă care să fie, pe cît posibil, unitară și completă. După ce se face o analiză a modului în care stratul limită influențează curgerea fără frecare în jurul profilului, se stabilește variația corespunzătoare a circulației și se dau relațiile pentru recalcularea elementelor unghiulare. De asemenea, s-au dedus relațiile de calcul în cazul în care se face o corecție a unghiului de incidență, astfel încît să obținem aceeași portanță ca în mișcarea potențială. Influența dîrei este analizată pe baza teoremei impulsului, considerînd că în planul bordului de fugă viteza și presiunea sînt constante. Aceasta a permis stabilirea relației de calcul a coeficientului de pierdere în rețea.



Schema de principiu a organizării programului de calcul a parametrilor stratului limită laminar și (sau) turbulent.



Observație: influența stratului limită asupra curgerii potențiale este prezentată în secț. 3.3.1

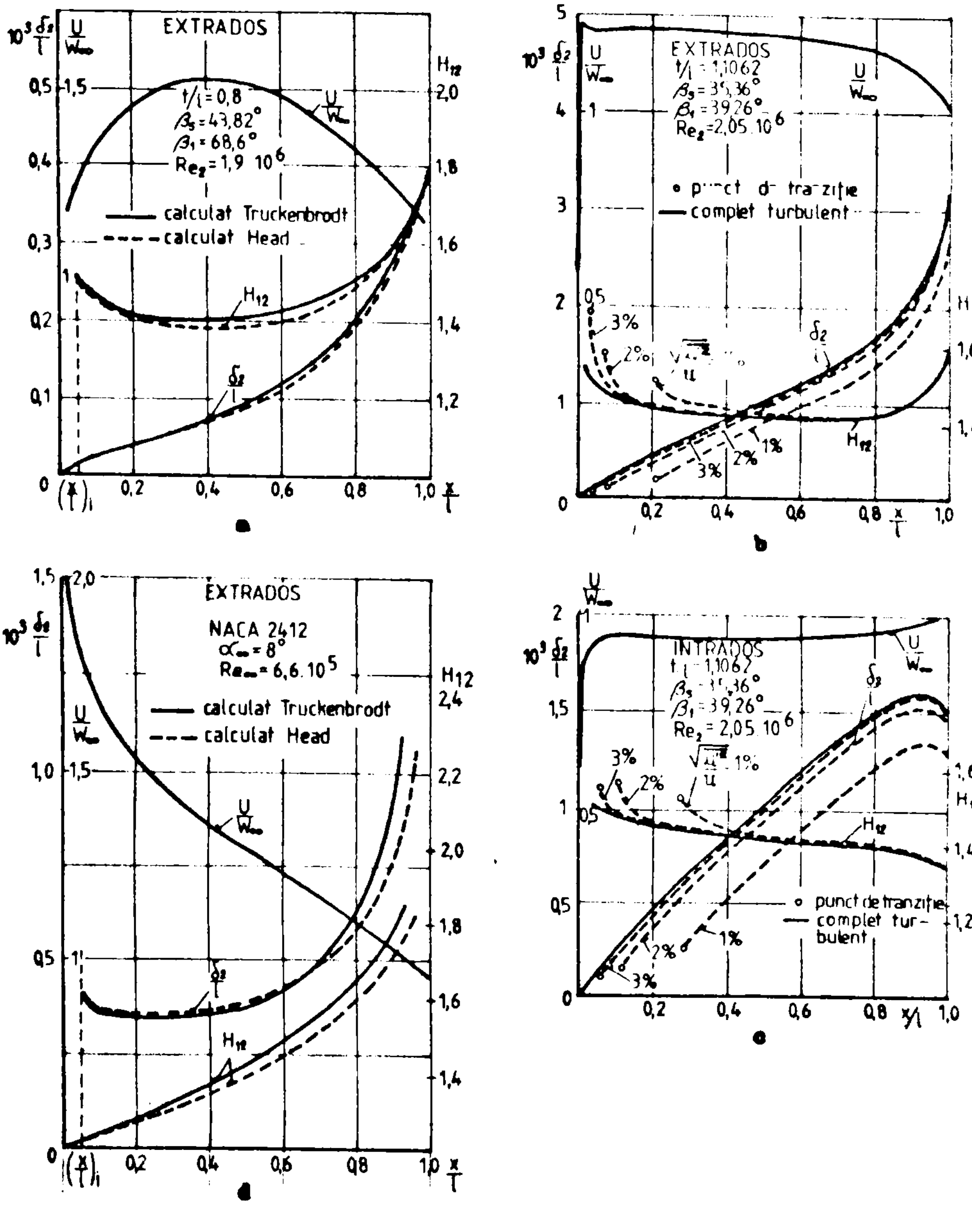


Fig.3.2.8 Comparații între metoda Head și Truckenbrodt. Influența gradului de turbulență asupra parametrilor stratului limită turbulent.

Se consideră calculate : distribuţia vitezei potenţiale şi variaţia parametrilor stratului limită (δ_1 , δ_2 şi H_{12}) pe conturul profilului din reţea.

3.3.1 Influenţa stratului limită asupra curgerii în jurul unui profil

In fig.3.3.1 este reprezentat un profil aşezat într-un curent, la care ne vom referi ca profil de bază, şi dezvoltarea stratului limită şi a dîrei în lungul celor două suprafeţe şi în aval de ele. De asemenea este reprezentată şi distribuţia grosimii de deplasare δ_1 pe profil.

Se observă că liniile de curent ale curgerii potenţiale din exteriorul stratului limită se deplasează cu mărimea δ_1. Prin urmare, putem considera profilul din curentul real echivalent cu un profil îngroşat care funcţionează într-un curent potenţial.

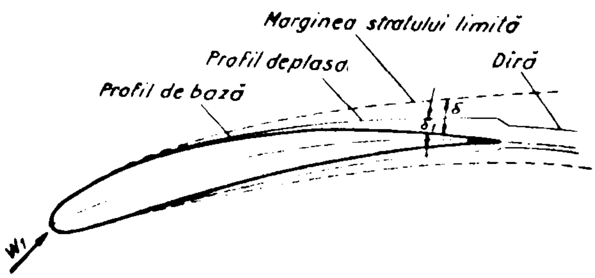


Fig.3.3.1 Profil cu strat limită şi dîră

Pentru a deduce influenţa grosimii de deplasare δ_1 asupra curgerii, în fig.3.3.2 considerăm, pentru simplificare, un profil

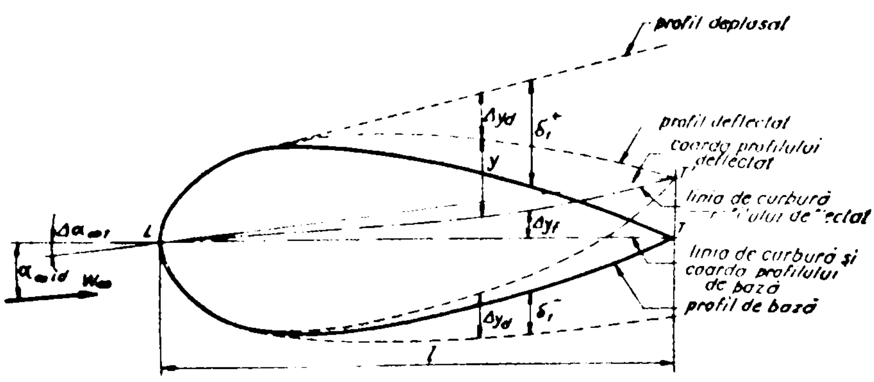


Fig.3.3.2 Efectul grosimii de deplasare asupra curgerii în jurul unui profil

simetric, aşezat sub un unghi de incidenţă α_{∞}'. Reprezentînd distribuţia grosimii de deplasare δ_1 pe profilul de bază, obţinem un alt profil numit profil deplasat. Acest profil are altă coardă, altă curbură şi altă distribuţie de grosimi.

Linia de curbură a profilului deplasat se deduce din aceea a profilului de bază, adăugînd mărimea

$$\Delta y_f = \frac{1}{2}(\delta_1^+ - \delta_1^-) \tag{3.3.1}$$

unde indicii "+" şi "-" corespund extradosului, respectiv intradosului profilului. Păstrînd aceeaşi distribuţie a grosimii profilului de bază, însă faţă de noua linie de curbură, obţinem un nou profil, numit profil deflectat. Adăugînd la aceasta o distribuţie egală de grosimi,

$$\Delta y_d = \frac{1}{2}(\delta_1^+ + \delta_1^-) \tag{3.3.2}$$

ajungem la profilul deplasat. Prin urmare, putem considera că efectul de deplasare este suma a trei efecte : un efect de coardă, un efect de curbură şi un efect de grosime.

Abaterea profilului deplasat faţă de profilul de bază are o importanţă neglijabilă asupra distribuţiei potenţiale de viteză pe contur, în schimb este semnificativă modificarea circulaţiei.

3.3.2 Modificarea circulaţiei

Efectul de coardă rezultă din fig.3.3.2, unde se poate vedea, referindu-ne la noua coardă LT', că acesta este echivalent cu o micşorare a incidenţei cu,

$$\Delta\alpha_{\infty 1} = -\left(\frac{\delta_1^+ - \delta_1^-}{2l}\right)_f \tag{3.3.3}$$

(l - coarda profilului, indicele "f" se referă la bordul de fugă). Semnul minus indică că este vorba de o scădere a unghiului de incidenţă.

Efectul de curbură se manifestă printr-o distribuţie de curbură negativă, care, în cazul unui profil oarecare, apare ca o micşorare a acesteia.

Pentru efectele de curbură şi grosime, L.Speidel şi N. Scholz în /93, 90/, prezintă o metodă raţională de calcul a variaţiei circulaţiei, bazată pe metoda singularităţilor a lui H. Schlichting /86/, înlocuind modificarea curburii şi grosimii profilului cu vîrtejuri şi surse de-a lungul coardei (x), $\gamma'(x)$, respectiv $q'(x)$

$$\gamma'(x) = 2 w_{\infty x}\left[A_1' \operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2} + \sum_{j=2}^{\infty} A_j' \sin(j\varphi)\right] \tag{3.3.4}$$

$$q'(x) = 2 W_{\infty x} \sum_{j=1}^{\infty} B_j' \sin(j\varphi) \qquad (3.3.5)$$

unde φ = arc cos(1 - 2 $\frac{x}{l}$) şi A_j' şi B_j' sînt coeficienţi.

Coeficienţii din (3.3.4) şi (3.3.5) se determină din condiţiile cinematice ale curentului. Aceste condiţii deduse din /86/ sînt, pentru distribuţia suplimentară de grosimi

$$\frac{d(\Delta y_d)}{dx} = \frac{q'(x)}{2 W_m} \qquad (3.3.6)$$

şi pentru variaţia liniei de schelet

$$\frac{d(\Delta y_f)}{dx} = \frac{v_i'}{W_m} \qquad (3.3.7)$$

în care v_i' sînt vitezele induse de distribuţiile suplimentare de vîrtejuri şi surse normale la coardă, iar W_m (din cauza grosimii şi curburii mici ale profilului suplimentar) poate fi considerată ca media vitezelor teoretice de pe extradosul şi intradosul profilului, cunoscute din mişcarea potenţială,

$$W_m = \frac{1}{2}(U^+ + U^-) \qquad (3.3.8)$$

In lucrarea de faţă seriile (3.3.4) şi (3.3. 5) au fost restrînse la cinci termeni (în /93/ au fost consideraţi numai primii trei termeni). Inlocuind acum (3.3.4) şi (3.3.5) în (3.3.7) şi respectiv (3.3.6) se pune condiţia ca ultimile să fie satisfăcute în cinci puncte de pe contur. Punctele se aleg astfel,

n	1	2	3	4	5
$(\frac{x}{l})_n$	0,2	0,35	0,5	0,65	0,8

Cu distribuţia suplimentară de grosimi calculată cu (3.3.2) se obţine prin înlocuirea lui (3.3.5) în (3.3. 6), următorul sistem de ecuaţii, pentru determinarea coeficienţilor B_j' ,

$$\left(\frac{d(\Delta y_d)}{dx} \frac{W_m}{W_{\infty x}}\right)_n = \sum_{j=1}^{5} B_j' \sin(j\varphi_n) \qquad (3.3.9)$$

Rezolvarea acestui sistem ne conduce la

$$B_j' = \sum_{n=1}^{5} b_{jn} \left(\frac{d(\Delta y_d)}{dx} \frac{W_m}{W_{\infty x}}\right)_n \qquad (3.3.10)$$

Constantele b_{jn} rezultă din (3.3.9) prin rezolvarea următoarelor 5 sisteme de ecuaţii (n = 1, 2, 3, 4, 5)

$$\sum_{j=1}^{5} b_{jn} \sin(j\varphi_k) = \delta_{kn} \ , \ k = \overline{1,5} \ , \ \delta_{kn} \text{- simb. Kronecker} \qquad (3.3.11)$$

unde φ_k = arc cos $\left[1 - 2\left(\frac{x}{t}\right)_k\right]$.

Se observă că b_{jn} sînt independente de geometria profilului şi a reţelei.

In mod asemănător se determină coeficienţii A_j'. Pentru aceasta se deduc mai întîi vitezele induse v_i' care, în conformitate cu /86/, sînt

$$\left(\frac{v_i'}{W_m}\right)_n = \sum_{j=1}^{5}\left(A_j' F_{nj} + B_j' G_{nj}\right) \tag{3.3.12}$$

unde

$$F_{n1} = -\frac{1}{2}\frac{1}{t}\int_0^{\pi} R(\varphi_n,\psi)(1+\cos\psi)\,d\psi - 1$$
$$F_{nk} = -\frac{1}{2}\frac{1}{t}\int_0^{\pi} R(\varphi_n,\psi)\sin(k\psi)\,d\psi + \cos\varphi_n \quad , \ k = \overline{2,5} \tag{3.3.13}$$

$$G_{nj} = -\frac{1}{2}\frac{1}{t}\int_0^{\pi} I(\varphi_n,\psi)\sin\psi\sin(j\psi)\,d\psi \quad , \ j = \overline{1,5}. \tag{3.3.14}$$

Cu

$$R(\varphi_n,\psi) = \frac{\cos\lambda\ sh(2\pi z'\cos\lambda) + \sin\lambda\ \sin(2\pi z'\sin\lambda)}{ch(2\pi z'\cos\lambda) - \cos(2\pi z'\sin\lambda)} - \frac{1}{\pi z'} \tag{3.3.15}$$

$$I(\varphi_n,\psi) = \frac{\sin\lambda\ sh(2\pi z'\cos\lambda) - \cos\lambda\ \sin(2\pi z'\sin\lambda)}{ch(2\pi z'\cos\lambda) - \cos(2\pi z'\sin\lambda)} \tag{3.3.16}$$

unde

$$z' = \frac{x_n - x'}{t}$$
$$\frac{x'}{t} = \frac{1}{2}(1-\cos\psi) \quad , \quad \psi \in [0,\pi]$$

Din (3.3.4), (3.3.7), (3.3.10) şi (3.3. 12) se obţin soluţiile

$$A_j' = \sum_{n=1}^{5}\left[a_{jn}\left(\frac{d(\Delta y_f)}{dx}\frac{W_m}{W_{\infty x}}\right)_n + g_{jn}\left(\frac{d(\Delta y_t)}{dx}\frac{W_m}{W_{\infty x}}\right)_n\right] \tag{3.3.17}$$

Coeficienţii a_{jn} se obţin din (3.3.12), rezolvînd următoarele 5 sisteme de ecuaţii (n = 1, 2, 3, 4, 5)

$$\sum_{j=1}^{5} a_{jn} F_{kj} = \delta_{nk} \quad , \quad k = \overline{1,5} \tag{3.3.18}$$

iar g_{jn} se calculează astfel

$$g_{jn} = -\sum_{k=1}^{5}\left[b_{kn}\sum_{m=1}^{5} G_{mk}\, a_{jm}\right],\ n=\overline{1,5} \tag{3.3.19}$$

Ţinînd sema de (3.3.13) şi (3.3. 14), constantele universale a_{jn} şi g_{jn} depind numai de $\frac{t}{l}$ şi λ şi sînt independente de geometria profilului. Ele pot fi uşor calculate cu ajutorul unui program de calculator.

Micşorarea $\Delta\Gamma$, a circulaţiei totale Γ , datorită efectelor de curbură şi grosime se poate obţine aproximativ prin integrare

$$\Delta\Gamma \simeq \int_0^l f'(x)dx = \pi l W_{\infty x}\left(A_1' + \frac{1}{2}A_2'\right) \tag{3.3.20}$$

3.3.3 Modificarea elementelor unghiulare

Considerăm că micşorarea $\Delta\Gamma$ a circulaţiei este echivalentă cu o reducere a unghiului de incidenţă, a cărei valoare dorim să o determinăm.

Din calculul mişcării potenţiale putem cunoaşte raportul dintre variaţia portanţei în raport cu unghiul de incidenţă α_∞ a profilului din reţea (indicele r) şi aceea a profilului considerat singular (indicele s)

$$k_r = \frac{dC_{ar}}{d\alpha_\infty} \Big/ \frac{dC_{as}}{d\alpha_\infty} \tag{3.3.21}$$

Considerînd (3.1.22)

$$\frac{dC_{as}}{d\alpha_\infty} = -C_{as_1}\sin\alpha_{\infty id} + C_{as_2}\cos\alpha_{\infty id} \tag{3.3.22}$$

indicele "id" ne indică faptul că ne referim la curgerea potenţială.

Considerînd expresia coeficientului de portanţă după /86/, derivînd în raport cu α_∞ şi ţinînd seama de (3.3.20) obţinem,

$$\frac{dC_{ar}}{d\alpha_\infty} = 2\pi\left[A_1' + \frac{1}{2}A_2'\right]\frac{\cos\alpha_{\infty id}}{d\alpha_\infty} - 2\pi\left[A_1 + \frac{1}{2}A_2\right]\sin\alpha_{\infty id} \tag{3.3.23}$$

Inlocuind (3.3.23) în (3.3.21) rezultă modificarea unghiului de incidenţă

$$\Delta\alpha_{\infty 2} \simeq d\alpha_\infty = \frac{2\pi\left[A_1' + \frac{1}{2}A_2'\right]\cos\alpha_{\infty id}}{k_r\frac{dC_{as}}{d\alpha_\infty} + C_{arid}\,tg\alpha_{\infty id}} \tag{3.3.24}$$

Micşorarea totală a unghiului de incidenţă corespunzătoare efectelor de coardă, curbură şi grosime va fi

$$\Delta\alpha_\infty = \Delta\alpha_{\infty 1} + \Delta\alpha_{\infty 2} \tag{3.3.25}$$

Cu această micşorare a unghiului de incidenţă apare şi modificarea cu $\Delta W'_{\infty u}$ a componentei tangențiale a lui $W_{\infty id}$. Din fig. 3.3.3 se obține

$$\Delta W'_{\infty u} = |\Delta \alpha_{\infty}| \frac{W_{\infty id}}{\sin \beta_{\infty id}} \tag{3.3.26}$$

Circulația este acum $\Gamma' = \Gamma - |\Delta\Gamma|$ unde $\Delta\Gamma$ este dat de (3.3.2o). Intre Γ' și $\Delta W'_u$ există relația cunoscută

$$\Delta W'_u = \frac{\Gamma'}{t} \tag{3.3.27}$$

Tinînd seama de fig.3.3.3, în mișcarea cu frecare, unghiurile de la intrare și ieșire se exprimă astfel,

$$ctg\,\beta'_{1,2} = \frac{W'_{1,2u}}{v_m} = \frac{1}{v_m}\left(W_{\infty u id} \mp \frac{1}{2}\Delta W'_u - \Delta W'_{\infty u}\right) \tag{3.3.28}$$

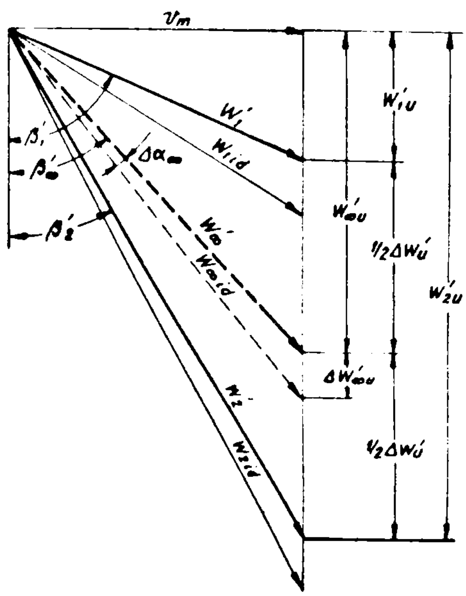


Fig.3.3.3 Triunghiul vitezelor pentru deducerea modificării unghiurilor la intrare și ieșire din rețea

Avînd în vedere că

$$W_{1,2u_{id}} = W_{\infty u id} \mp \frac{\Gamma_{id}}{2t} \tag{3.3.29}$$

$$\Delta\Gamma = \frac{1}{2} k_r W_{\infty id} \frac{dC_{as}}{d\alpha_{\infty}} |\Delta \alpha_{\infty}| \tag{3.3.30}$$

$$v_m = W_{\infty id} \sin \beta_{\infty id} \tag{3.3.31}$$

relațiile (3.3. 28) devin

$$ctg\beta'_{1,2} = ctg\beta_{1,2id} \pm \frac{1}{4}\frac{1}{t}\frac{k_r}{\sin\beta_{\infty id}}\frac{dC_{as}}{d\alpha_\infty}|\Delta\alpha_\infty| - \frac{|\Delta\alpha_\infty|}{\sin^2\beta_{\infty id}} \qquad (3.3.32)$$

Prin urmare, unghiurile β'_1 şi β'_2 se determină pentru curentul real după (3.3.32). Cu β'_1 avem valoarea unghiului la intrare

$$\beta_1 = \beta'_1 \qquad (3.3.33)$$

care se introduce în calcul. Pentru unghiul de la ieşire mai apare o modificare datorită curgerii în dîră.

Pentru a obţine în curentul real o portanţă egală cu aceea din curentul ideal, profilul va trebui să fie rotit cu unghiul $\Delta\alpha_\infty$ în sensul măririi unghiului de incidenţă,

$$\alpha_{\infty cor} = \alpha_{\infty id} + |\Delta\alpha_\infty| \qquad (3.3.34)$$

indicele "cor" se referă la unghiul de incidenţă modificat. Efectuînd un raţionament analog cu cel precedent rezultă expresiile de calcul a unghiurilor de la intrare şi ieşire,

$$ctg\beta_{1,2cor} = ctg\beta_{1,2id} + \frac{|\Delta\alpha_\infty|}{\sin^2\beta_{\infty id}} \qquad (3.3.25)$$

3.3.4 Curgerea în dîră. Pierderi

In spatele reţelei, straturile limită de pe extrados şi intrados se unesc, diferenţele de viteză dispar treptat, astfel că la infinit viteza şi presiunea devin constante. Acest proces de omogenizare este evident legat de pierderi suplimentare de energie.

Pentru a obţine parametrii curgerii în aval de reţea, aplicăm teorema impulsului relativ la suprafaţa de control K (fig.3.3.5).

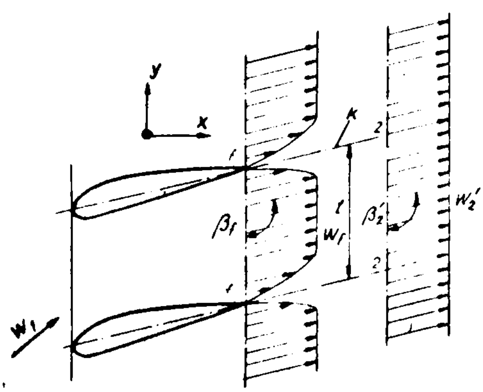


Fig.3.3.4 Curgerea în dîră

In cele ce urmează indicele "f" reprezintă mărimile curentului neomogen la bordul de fugă, iar indicele "2" reprezintă aceleaşi mărimi în curgerea omogenă, departe în aval.

Teorema impulsului în direcția y este

$$\int_0^t w_{yf}\, w_{xf}\, dy = w_{2y}\, w_{2x}\, t \tag{3.3.36}$$

iar în direcția x

$$\rho \int_0^t w_{xf}^2\, dy + \int_0^t p_f\, dy = \rho w_{2x}^2\, t + p_2 t \tag{3.3.37}$$

Adăugînd ecuația de continuitate

$$\int_0^t w_{xf}\, dy = w_{2x}\, t \tag{3.3.38}$$

avem la dispoziție un sistem de trei ecuații pentru necunoscutele w_{2x}, w_{2y} și p_2 ale curgerii omogene.

Introducem următoarele mărimi

$$\hat{\delta}_1 = \left(\frac{\delta_1^+ + \delta_1^-}{l}\right)_f \frac{l}{t \sin\beta_s} \tag{3.3.39}$$

$$\hat{\delta}_2 = \left(\frac{\delta_2^+ + \delta_2^-}{l}\right)_f \frac{l}{t \sin\beta_s} \tag{3.3.40}$$

grosimea adimensională de deplasare, respectiv a pierderilor de impuls, la ieșirea din rețea în direcția axei rețelei.

Considerăm că la ieșirea din rețea, mișcarea are direcția

$$\beta_f = \beta_2' \tag{3.3.41}$$

în timp ce viteza crește datorită îngroșării cu stratul limită

$$w_f = \frac{w_2'}{1 - \hat{\delta}_1} \tag{3.3.42}$$

Presiunea statică la bordul de fugă rezultă din teorema lui Bernoulli

$$p_f = p_2' - \frac{\rho}{2} w_2'^2 \frac{2\hat{\delta}_1 - \hat{\delta}_1^2}{(1 - \hat{\delta}_1)^2} \tag{3.3.43}$$

Evaluînd integralele (3.3.36) - (3.3.38) în funcție de (3.3.39) - (3.3.43), cu notația,

$$\sigma = \frac{\operatorname{ctg}\beta_2}{\operatorname{ctg}\beta_2'} = \frac{1 - \hat{\delta}_1 - \hat{\delta}_2}{(1 - \hat{\delta}_1)^2} \tag{3.3.44}$$

se obțin următoarele ecuații

$$w_2'^2 \sigma \sin\beta_2' \cos\beta_2' = w_2^2 \sin\beta_2 \cos\beta_2 \tag{3.3.45}$$

$$\rho w_2'^2 \sigma \sin\beta_2' + \left[p_2' - \frac{\rho}{2} w_2'^2 \frac{2\hat{\delta}_1 - \hat{\delta}_1^2}{(1 - \hat{\delta}_1)^2}\right] = \rho w_2^2 \sin^2\beta_2 + p_2 \tag{3.3.46}$$

$$w_2' \sin\beta_2' = w_2 \sin\beta_2 \tag{3.3.47}$$

Din aceste relații rezultă mărimile căutate ale curgerii omogene cu frecare W_2, p_2 și β_2.

Pierderea totală de presiune în dîra rețelei este

$$\Delta p_t = (p_2' - p_2) + \frac{\rho}{2}(W_2'^2 - W_2^2)$$

Ținînd seama de (3.3.45) - (3.3.47) se obține coeficientul de pierdere în rețea

$$\zeta_r = \frac{\Delta p_t}{\frac{1}{2}\rho U_m^2} = \frac{\sigma^2 + ctg^2\beta_2}{\sigma^2(1-\delta_1)^2} + 1 - 2\sigma - ctg^2\beta_2 \qquad (3.3.48)$$

Relația (3.3.48) este oarecum asemănătoare cu cea dată de Povh /73/, unde parametrul σ este considerat necunoscut ca și unghiul β_f. Pentru a obține valori acceptabile pentru σ, în /73/ se sugerează σ = 1,o2 - 1,o5, valori deduse dintr-un număr limitat de măsurători; acestea sînt inacceptabile deoarece în multe situații se poate ajunge la valori negative ale coeficientului ζ_r. In cazul de față σ rezultă din mărimile stratului limită la bordul de fugă.

Pentru rețeaua corectată cu unghiul $\Delta\alpha_\infty$ se utilizează aceleași relații (3.3.45) - (3.3.48), cu observația că mărimile notat cu semnul (') se înlocuiesc cu mărimile corespunzătoare afectate de indicele "cor".

Cunoscînd unghiurile β_1 și β_2 se pot calcula caracteristicile energetice ale rețelei /3/ în curgerea cu frecare

$$C_{ar} = 2\frac{t}{l}\,\sigma_u \sin\beta_\infty + \frac{t}{l}\,\zeta_r \sin^2\beta_\infty \cos\beta_\infty \qquad (3.3.49)$$

$$C_{wr} = \frac{t}{l}\,\zeta_r \sin^3\beta_\infty \qquad (3.3.50)$$

3.3.5 <u>Evaluarea pierderilor în cazul micilor desprinderi</u>

Calculul stratului limită poate fi condus numai pînă la desprindere, unde ecuațiile își pierd valabilitatea. Deoarece în multe cazuri pot apare zone mici de desprindere (x_D/l > o,85), evaluarea aproximativă a efectului acestora se poate face după /93, 9o/, din care se dau numai expresiile finale pentru :

- grosimea pierderii de impuls la bordul de fugă

$$\frac{\delta_{2f}}{l} = \frac{\delta_{2D}}{l}\left(\frac{U_D}{U_f}\right)^2 + \frac{1}{2}\,\frac{(y_d)_D}{l}\left(\frac{U_D^2}{U_f^2} - 1\right) \qquad (3.3.51)$$

- suma grosimilor de deplasare pe extrados și intrados la bordul de fugă

$$\left(\frac{\delta_1^+}{l}\right)_f + \left(\frac{\delta_1^-}{l}\right)_f \cdot \frac{\pi}{2} B_1' \frac{W_{\infty id}}{U_f} \qquad (3.3.52)$$

Indicele D se referă la punctul de desprindere, iar U_f este viteza la bordul de fugă obţinută prin prelungirea graficelor vitezei teoretice (pe extrados şi intrados) după tangentele duse în punctele situate la o,95 l.

3.3.6 Comparaţii cu experimentul. Analiza rezultatelor şi concluzii

Metoda propusă în secţ. 3.3.5,cu unele îmbunătăţiri faţă de cea prezentată în /9, 24/,a fost verificată cu date experimentale pentru reţele de profile MHT-1-12 % /6/ şi NACA 84lo /93/. In secţ. 3.1.5 au fost prezentate rezultatele calculului potenţial ale caracteristicilor energetice şi distribuţiilor de presiuni. Stratul limită a fost considerat complet turbulent pe toată suprafaţa profilului, iar calculul s-a efectuat cu metoda Head /39, 27/ (secţ. 3.2.4) pentru care condiţiile iniţiale s-au determinat cu relaţiile (3.2.31) şi (3.2.32). In calcule s-a respectat numărul Reynolds realizat la încercări. Pentru NACA 84lo în /93/ se dă $Re_2 = 5.10^5$. Pentru profilul MHT-1-12 % a fost luat numărul Reynolds $Re_m = V_m l/\nu$, format cu valoarea medie (pentru fiecare β_s în parte) în jurul căreia tinde să oscileze viteza meridională V_m, determinată experimental /6/. Valorile acestor numere Reynolds sînt date mai jos :

β_s^o	$Re_m(\frac{t}{l} = 0{,}75)$	$Re_m(\frac{t}{l} = 1)$
3o	$5{,}63.10^4$	$5{,}83.10^4$
6o	$1{,}44.10^5$	$1{,}07.10^5$
9o	$1{,}25.10^5$	$1{,}32.10^5$
12o	$1{,}21.10^5$	$1{,}23.10^5$

Calculul complet, de la soluţionarea curgerii potenţiale pînă la calculul pierderilor hidraulice şi al caracteristicilor energetice,în prezenţa curgerii vîscoase din reţea, a fost efectuat cu ajutorul unor programe pe calculatorul HP 9845 S. Memoria operativă a calculatorului (6265o bytes) a fost insuficientă pentru un calcul în totalitate şi din acest motiv s-a făcut în trei etape, cu programe diferite. Datele necesare etapei următoare s-au înregistrat pe bandă magnetică. La fiecare etapă s-au rezolvat următoarele probleme :

1. Soluţionarea curgerii potenţiale în reţea. Ca date ne-

cesare pentru etapa 2 pe bandă magnetică s-au înregistrat :

- parametrii rețelei de profile, și
- componentele distribuției de viteză, obținute din relațiile (3.1.21), care permit să se obțină configurația acesteia pentru orice valoare a unghiului de incidență α_∞ .

2. Determinarea parametrilor stratului limită în jurul profilului din rețea. Calculele au fost efectuate pentru un domeniu de incidențe, în general $\alpha_\infty \in (-10^{\circ}, 10^{\circ})$, în care incidența minimă corespunde desprinderii totale a stratului limită pe intrados (în apropierea bordului de atac). Incidența maximă s-a luat în funcție de apariția desprinderii pe extrados, astfel încît aceasta să nu depășească mai mult de 15 % din coardă față de bordul de fugă ($x_D \geq 0,85\, l$). Pentru etapa următoare s-au înregistrat :

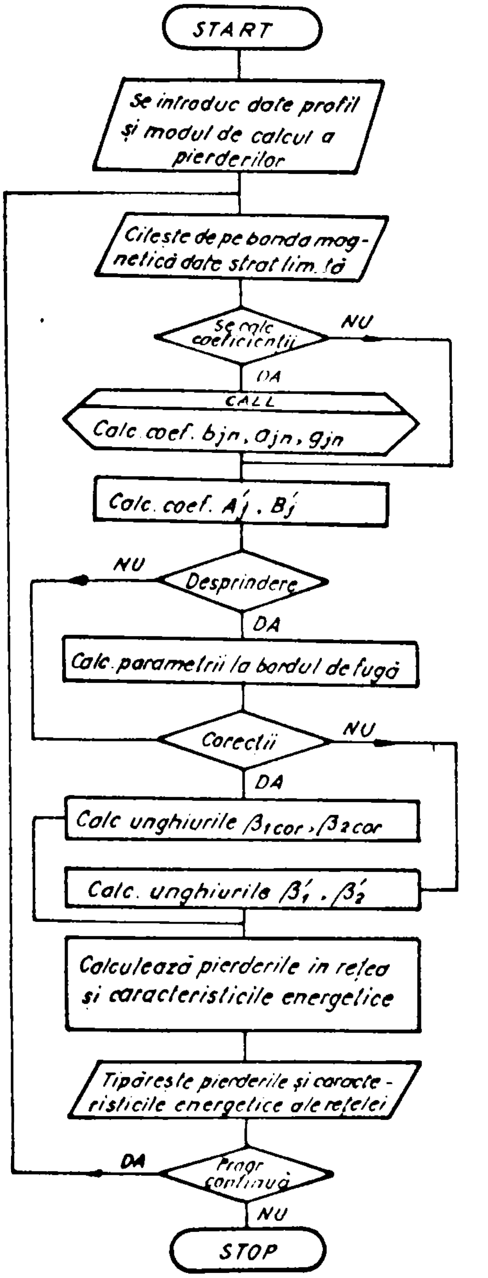
- parametrii rețelei de profile
- mărimile caracteristicilor energetice ale rețelei în mișcarea potențială (coeficientul de portanță C_{ar} , unghiul de intrare β_1 și ieșire β_2 din rețea, etc)
- mărimile stratului limită la bordul de fugă (δ_{1f}^{+} , δ_{2f}^{+} , U_f) sau la desprindere (δ_{1D}^{+} , δ_{2D}^{+} , U_D^{+})
- variațiile determinate de parametrii stratului limită în cele m puncte de pe extrados și intrados care influențează distribuția suplimentară de grosimi (3.3.6) și variația liniei de schelet (3.3.7).

3. Calculul pierderilor hidraulice și al caracteristicilor energetice ale rețelei de profile (sect.3.3). Din acest calcul se obțin variațiile mărimilor ζ_r și C_{ar} în funcție de parametrii : α_∞ , β_1 , δ_u și C_{wr} .

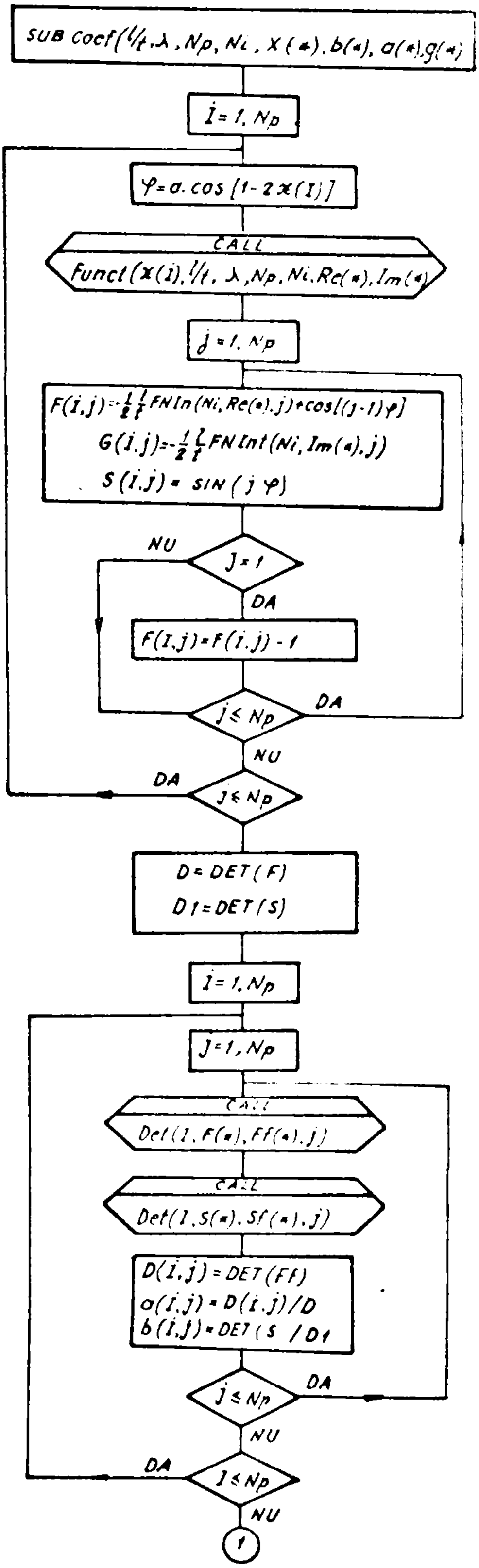
Rezultatele obținute pentru rețelele de profile MHT-1-12% și NACA 8410 au fost reprezentate sub forma unor curbe primare, comparativ cu valorile experimentale :

- variația coeficientului de pierdere ζ_r cu coeficientul de deviație al rețelei δ_u (fig.3.3.5 pentru MHT-1-12 % și respectiv fig.3.3.8 pentru NACA 8410) la valorile considerate ale pasului relativ
- variația coeficientului de portanță C_{ar} cu unghiul de la intrare în rețea β_1 (în curgerea cu frecare) și în funcție de coeficientul de rezistență la înaintare C_{wr} (fig.3.3.6 pentru MHT-1-12 % și respectiv fig.3.3.9 - 3.3.10 pentru NACA 8410)

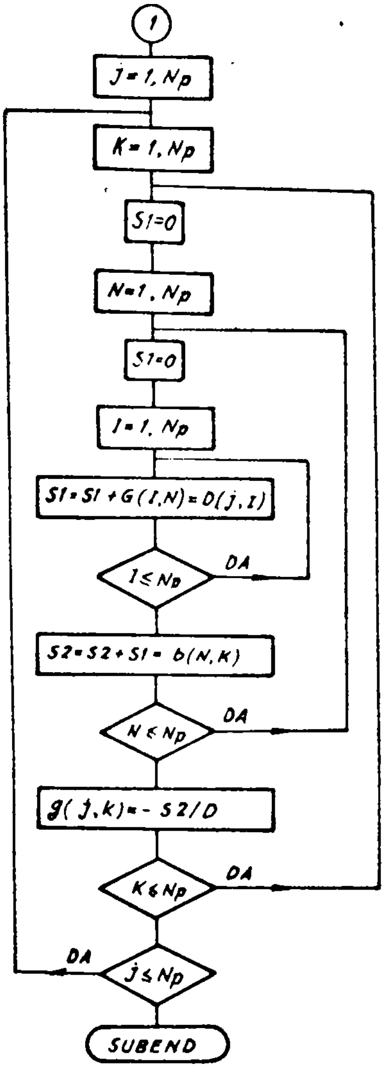
In fig.3.3.11 pentru rețeaua de profile MHT-1-12 % și fig. 3.3.7 pentru rețeaua de profile NACA 8410 sînt reprezentate sintetic curbele $C_{ar} = f(\beta_1)$ pentru toate cazurile calculate.

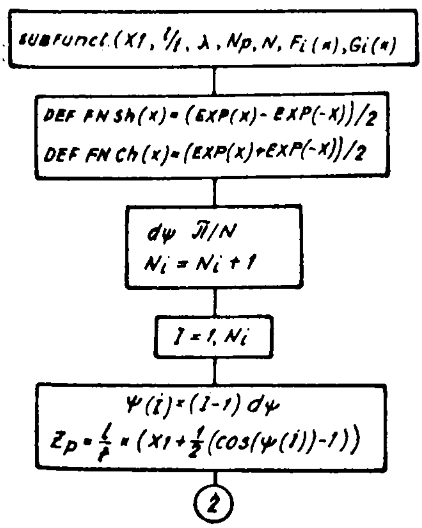


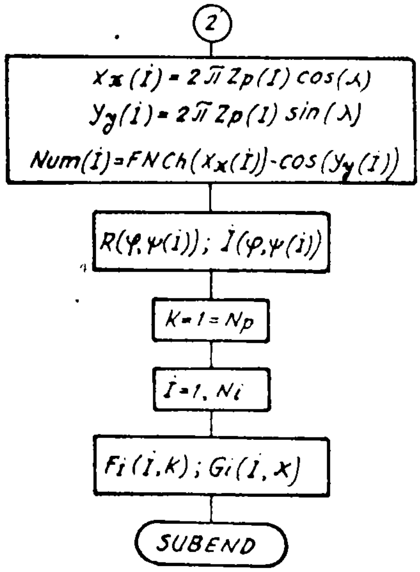
Schema de principiu a organizării programului de calcul a pierderilor şi caracteristicilor energetice ale reţelei.

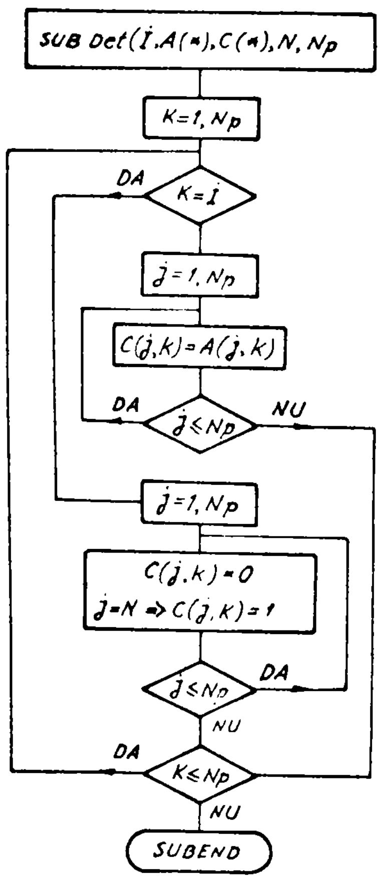


Schema logică a subprogramului de calcul a coeficienţilor bjn, ajn şi gjn









Observații : în SUB Coef - $N_p=6$, $N_i=25$
-funcția Int calculează integralele din relațiile (3.3.13-3.3.14) cu metoda trapezelor

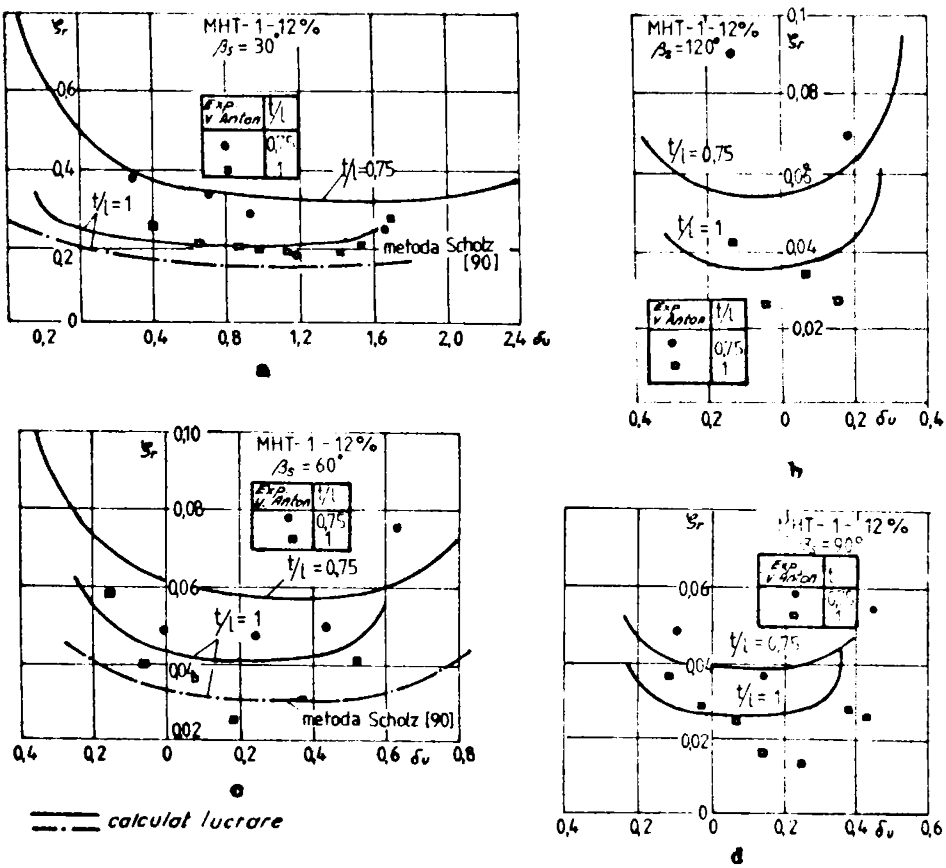


Fig.3.3.5 Dependenta $\zeta_r = f(\delta_v)$ pentru profilul MHT-1-12%

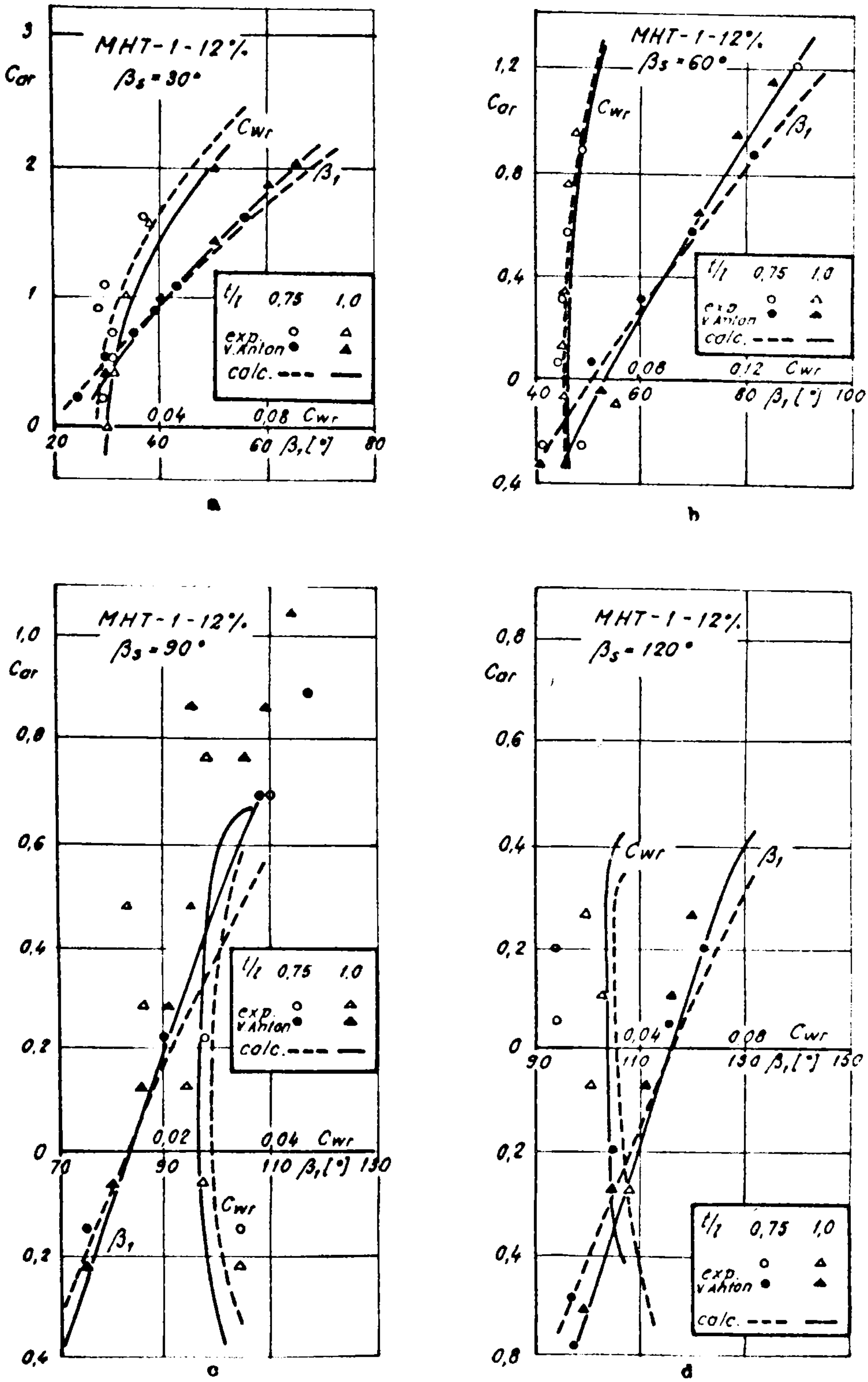


Fig.3.3.6 Caracteristici energetice ale profilului MHT-1-12%

Analiza rezultatelor obținute ne conduce la următoarele concluzii :

a. Coeficienții de pierdere ζ_r calculați, în domeniul în care stratul limită nu prezintă desprinderi pe extrados sau intrados sau mici desprinderi pe extrados, se află în general într-o bună concordanță cu valorile obținute experimental. Pentru rețeaua de profile MHT-1-12 % la $\beta_s = 60^o$ (fig.3.3.5 c) și $\beta_s = 90^o$; $\frac{t}{l} = 0{,}75$ (fig.3.3.5 d) valorile calculate sînt ușor mai ridicate decît valorile măsurate, în schimb o foarte bună corelare s-a obținut la $\beta_s = 30^o$ (fig.3.3.5 a). Pentru NACA 8410 la $\beta_s = 30^o$ (fig.3.3.8 a) domeniul pierderilor calculate arată o întindere mai mare ($\frac{t}{l} = 0{,}75$) decît al pierderilor experimentale.

b. Metoda stabilită (secțiunea 3.3) oferă valori ale coeficienților de pierdere mai mari decît metoda Scholz /90/ (cu mici modificări /93/). In fig.3.3.5 a și 3.3.5.c sînt date două comparații, în care pierderile s-au calculat pentru aceleași date ale curgerii potențiale și ale stratului limită. Aceste comparații arată că metoda propusă urmărește mai fidel domeniul valorilor experimentale.

c. Polarele profilului din rețea $C_{ar} = f(C_{wr})$, calculate și experimentale, atît pentru MHT-1-12 % (fig.3.3.6, cu excepție la $\beta_s = 90^o$ și $\frac{t}{l} = 0{,}75$, fig.3.3.6.c), cît și pentru profilul NACA 8410 (fig.3.3.9 - 3.3.10), sînt bine corelate.

d. Variațiile coeficienților de portanță $C_{ar} = f(\beta_1)$ pentru $\beta_s = 30^o$; 60^o (fig.3.3.6.a,b și 3.3.9 b,c,d ; 3.3.10 a,c,d) urmăresc foarte aproape valorile experimentale. La $\beta_s = 90^o$, în general, pentru ambele profile (fig.3.3.6 c și respectiv 3.3.10 b,e) valorile calculate sînt mai mici.

Ca o concluzie generală, se poate afirma că metoda de calcul a pierderilor hidraulice și a caracteristicilor energetice dă rezultate foarte bune într-un domeniu larg de incidențe, $\alpha_{\infty} \in (-10^o ; 10^o)$, la valori ale unghiului de instalare și ale pasului relativ frecvent utilizate în mașinile hidraulice. Cu rezultate satisfăcătoare metoda poate fi utilizată și la $\beta_s = 90^o$, însă astfel de unghiuri de instalare nu sînt întîlnite în turbomașini. Comparațiile cu valori experimentale arată că rezultate bune se obțin și pentru unghiuri de instalare folosite la compresoare.

Rezumînd cele prezentate mai sus, în acest capitol a fost propus și studiat un model de calcul etapizat în care curgerea în rețea este analizată pornind de la mișcarea potențială, mișcarea în stratul limită şi diră pentru ca în final să fie obţinute informaţii privind funcţionarea reţelei de profile într-un curent de fluid real. Pentru acest model de calcul au fost rezolvate următoarele probleme :

1. A fost realizat un program de calcul pentru soluţionarea curgerii potenţiale în reţea. Printr-un procedeu simplu de modificare a reprezentării coordonatelor profilului (secţiunea 3.1.4), metoda de calcul /112/ (secţ. 3.1.2) poate fi folosită la determinarea caracteristicilor potenţiale ale reţelei în care geometria profilului este cunoscută, indiferent de forma de reprezentare.

2. A fost realizat un program de calcul a stratului limită care cuprinde : calculul stratului limită laminar (secţiunea 3.2.2), stabilirea punctului de tranziţie şi a parametrilor stratului limită la tranziţie (secţiunea 3.2.3) şi calculul stratului limită turbulent (secţiunea 3.2.4).

Pentru a putea fi utilizată metoda Head /39/ la calculul stratului limită complet turbulent au fost deduse relaţiile (3.2.31)-şi (3.2.32) care permit stabilirea condiţiilor iniţiale la integrarea numerică a sistemului de ecuaţii diferenţiale (3.2.20) şi (3.2.21).

3. S-a stabilit o metodă unitară şi completă de calcul a pierderilor hidraulice în care:

- a fost luat în considerare efectul de coardă al grosimii de deplasare a stratului limită echivalent cu o micşorare a incidenţei cu $\Delta\alpha_{\delta}$ (relaţia 3.2.3)

- influenţa efectelor de grosime (3.3.6) şi curbură (3.3.7), care determină micşorarea circulaţiei cu $\Delta\Gamma$, s-a considerat în 5 puncte pe profil (în /93, 90/ sînt luate în 3 puncte). In acest sens s-au stabilit sistemele de ecuaţii (3.3.11) şi (3.3.18) din care pot fi calculate constantele b_{jn} şi a_{jn} , iar cu relaţia (3.3.19) constantele q_{jn}

- pentru calculul modificării incidenţei cu $\Delta\alpha_{2}$ a fost dedusă relaţia completă (3.3.24) pornind de la derivata coeficientului de portanţă al profilului din reţea /86/. Valoarea coeficientului de influenţă al reţelei k_r se determină din calculul curgerii potenţiale (în /90/ se consideră ca profil singular profile de curbură şi grosimi moderate)

- relaţiile de calcul ale unghiurilor de intrare β_1' şi ieşire β_2' din reţea, în mişcarea cu frecare, au fost deduse considerînd modificarea totală a circulaţiei $\Delta\Gamma$ (relaţiile 3.3.32). In mod asemănător au rezultat expresiile (3.3.35) pentru calculul corecţiilor datorită prezenţei stratului limită

- descompunerea mărimilor stratului limită la bordul de fugă după direcţia axei reţelei, relaţiile (3.3.39) şi (3.3.40), s-a făcut în raport cu unghiul β_S (în /93, 90, 52/ se ia β_2'). Aceasta a avut o influenţă semnificativă asupra calculului corect al pierderilor cu relaţia (3.3.48), în special la valori mici ale unghiului de instalare ($\beta_S = 30^o$)

- pe baza analizei curgerii în dîră, din ecuaţia impulsului s-a dedus relaţia de calcul a pierderilor hidraulice (3.3.48) care este completă şi comodă în aplicaţii

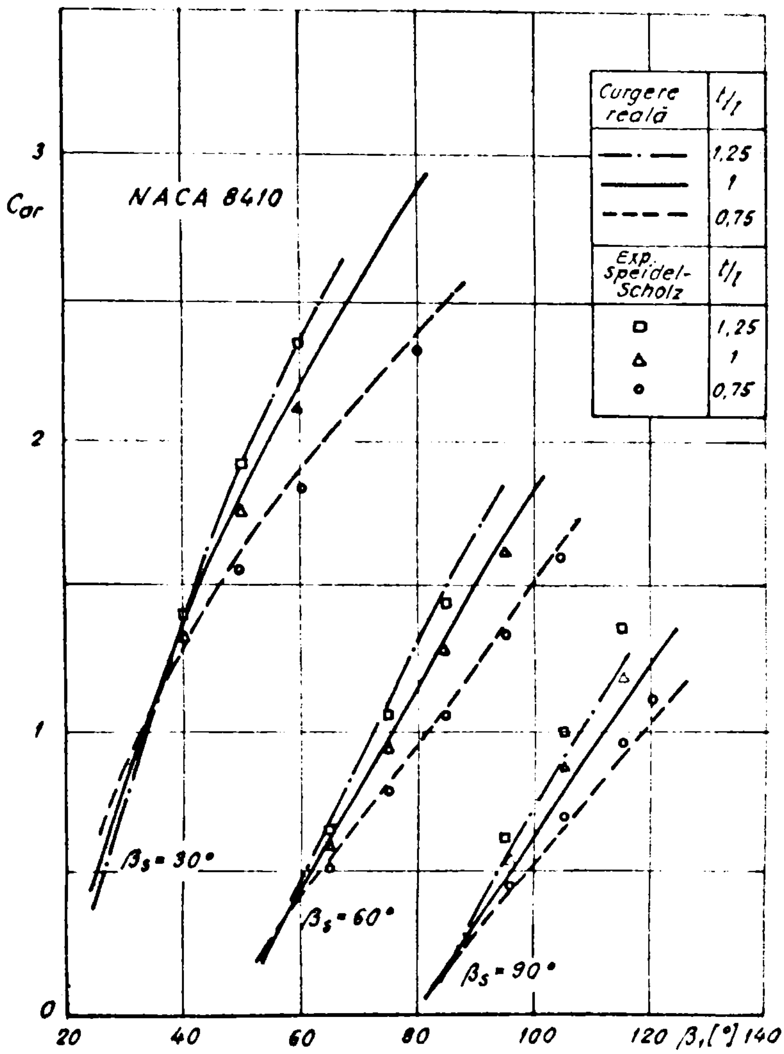


Fig.3.3.7 Variaţia coeficienţilor de portanţă în curgerea vîscoasă cu unghiul de la intrare pentru reţeaua de profile NACA 8410

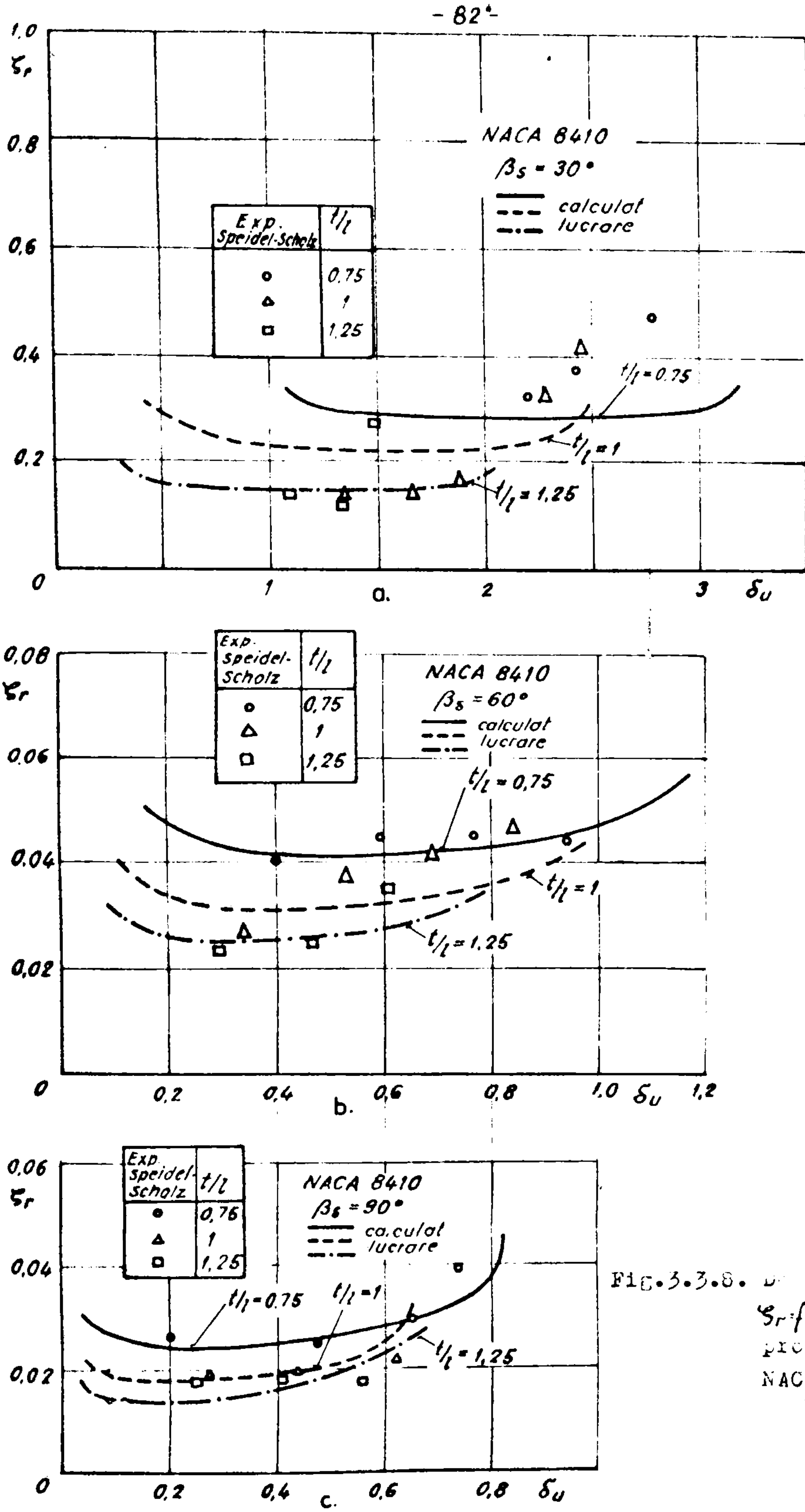


Fig.3.3.8. Dependenţa $\zeta_r = f(\delta_u)$ pentru profilul NACA 8410

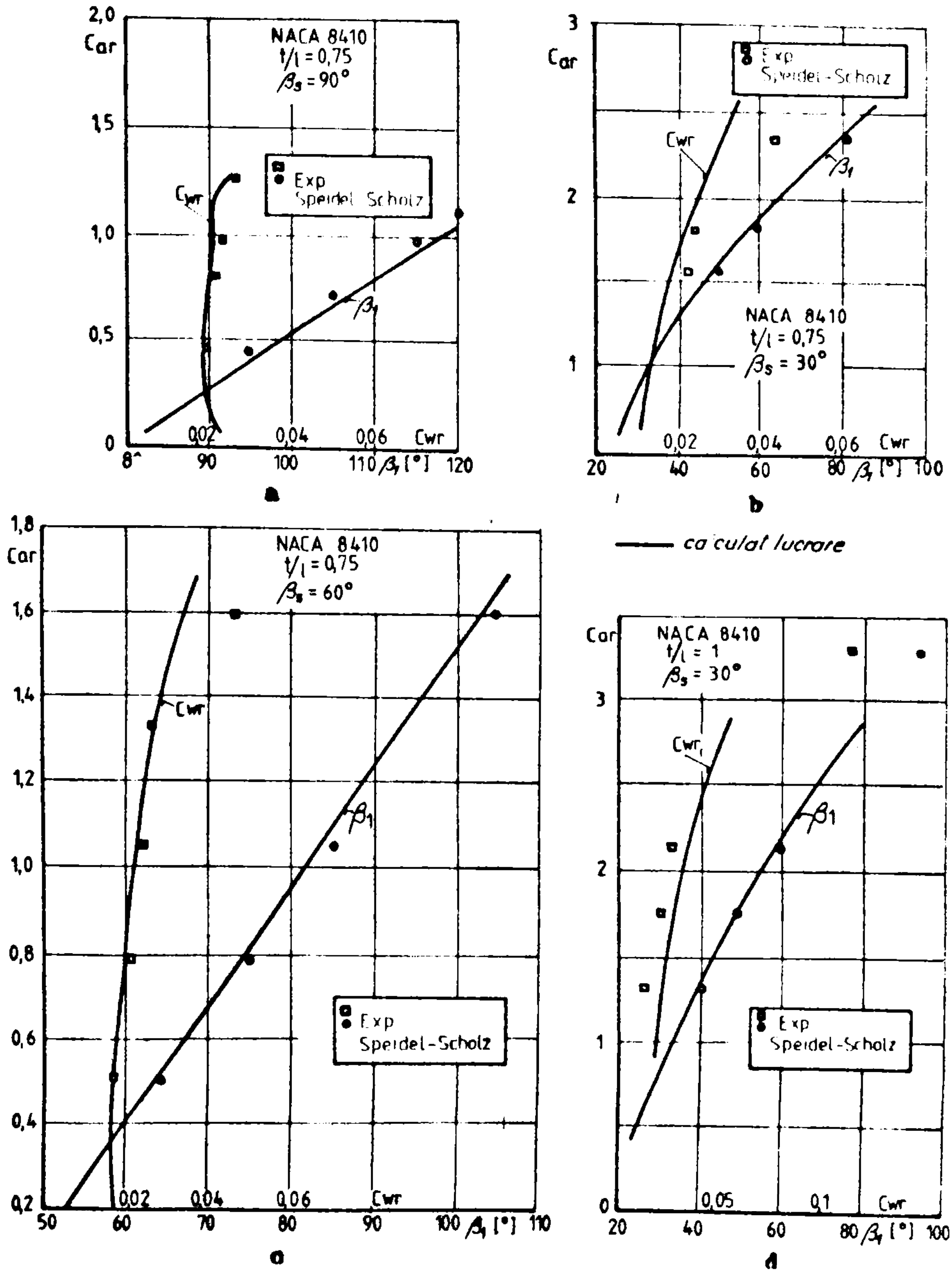
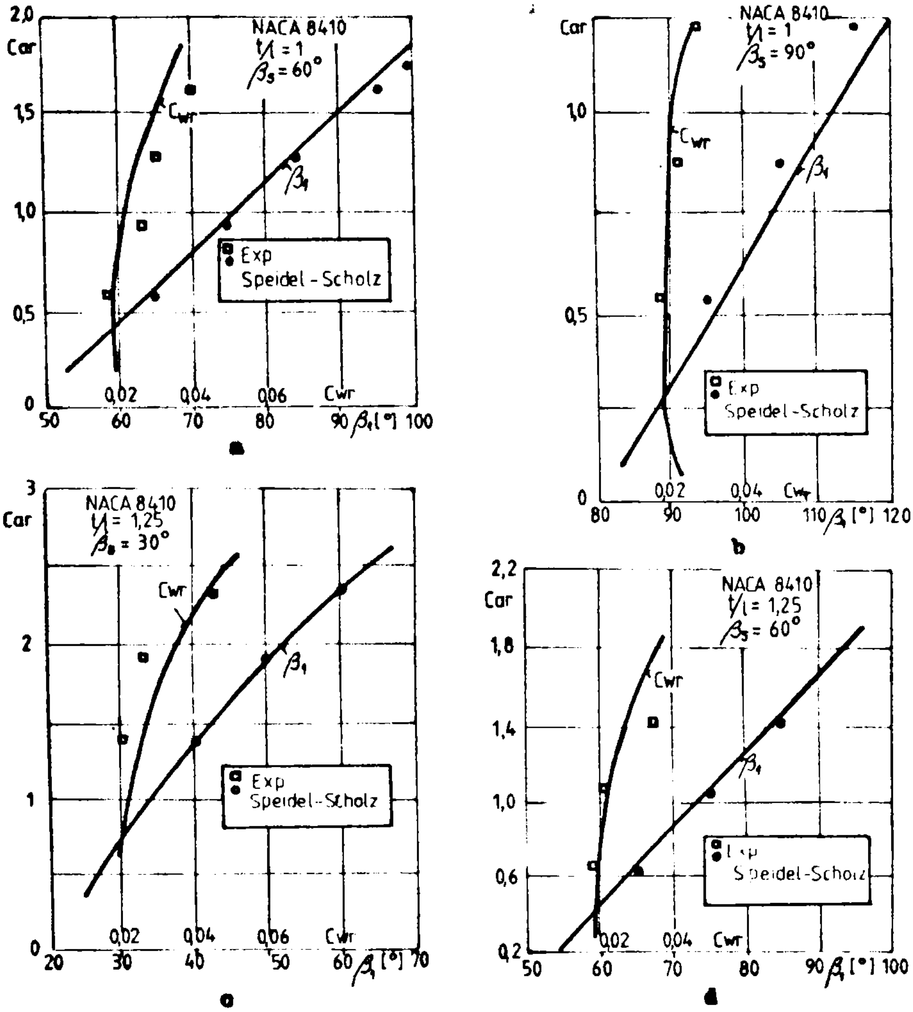
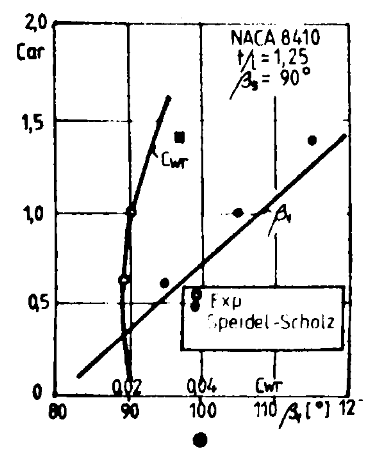


Fig.3.3.9 Caracteristici energetice ale profilului NACA 8410





—— *calculat lucrare*

Fig.3.3.1o Caracteristici energetice ale profilului NACA 8410

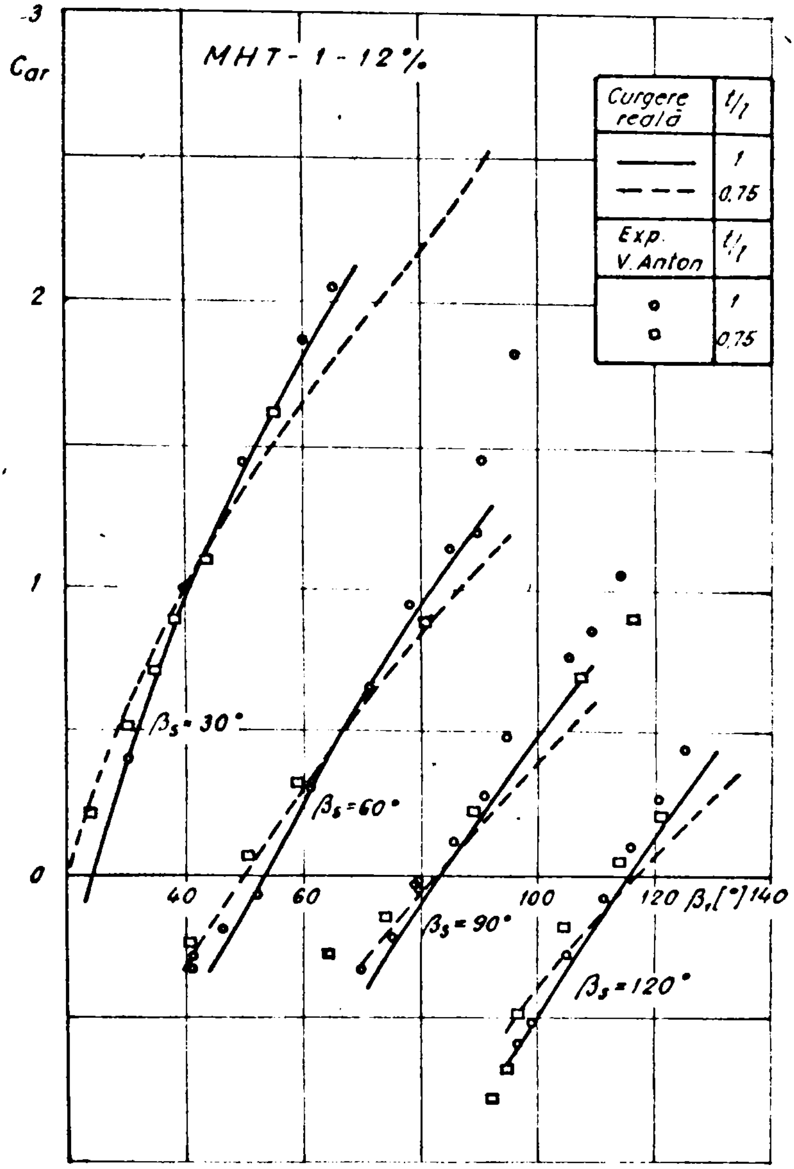


Fig.3.3.11 Variaţia coeficienţilor de portanţă în curgerea vîscoasă cu unghiul de la intrare pentru reţeaua de profile MHT-1-12 %

– pentru calculul pierderilor şi al caracteristicilor energetice ale reţelei în curgerea cu frecare a fost realizat un program de calculator.

Modelul de analiză al curgerii în reţele plane de profile a dovedit că pot fi obţinute rezultate bune atît pentru curgerea potenţială (secţ. 3.1.5) cît şi pentru curgerea cu frecare (secţ. 3.3.6).

CAPITOLUL 4

OPTIMIZAREA REȚELELOR PLANE DE PROFILE PRIN TEORIA STRATULUI LIMITĂ

Problema optimizării rețelelor de profile bazată pe teoria stratului limită poate fi formulată astfel : fiind date condițiile de la intrare și ieșire din rețea, să se găsească profilul care va realiza portanța cu pierderi minime. Pentru rezolvarea acestei probleme sînt necesare două teorii : o teorie prin care să se stabilească un strat limită cu pierderi minime și care să ne ofere distribuția de viteză pe profil și o teorie a curgerii potențiale care, pe baza distribuției de viteză, să determine geometria profilului și a rețelei.

Pentru studiul stratului limită s-a ales metoda Le Foll /49/ deoarece aceasta poate fi adaptată unor probleme de proiectare. Metoda Le Foll introduce un plan auxiliar, numit plan imagine, în care pot fi reprezentate toate proprietățile generale ale straturilor limită laminare și turbulente. In planul imagine se trasează stratul limită cu proprietățile dorite, din care se deduce distribuția de viteză corespunzătoare extradosului profilului.

Studiul curgerii potențiale s-a făcut cu metoda ecuațiilor integrale, extinsă de Wilkinson /112/ la soluționarea problemei inverse, de dimensionare a rețelei pentru distribuția de viteză cunoscută pe extradosul profilului. Metoda constă dintr-un proces de analiză comparativă a distribuției de viteză cerute cu o distribuție de viteză pentru o configurație dată profilului din rețea.

Pentru rețeaua obținută se face o analiză a pierderilor hidraulice și se determină caracteristicile energetice cu metoda propusă în sect.3.3.

4.1 Ecuațiile generale ale stratului limită în planul imagine

Metoda Le Foll /49/ se bazează pe cele două ecuații fundamentale ale stratului limită, ecuația integrală a impulsului

$$f_1 (U_e , x , H_{12} , \delta_2) = 0 \qquad (4.1.1)$$

și ecuația integrală a energiei

$$f_2 (U_e , x , H_{12} , \delta_2) = 0 \qquad (4.1.2)$$

Aceste funcții depind de patru variabile; dacă două se fixează, atunci celelalte două pot fi deduse. In general se cunoaște $U_e(x)$ și se calculează $\delta_2(x)$ și $H_{12}(x)$. Dacă dorim să proiectăm o rețea este preferabil a se fixa $H_{12}(x)$, adică de a impune proprietățile stratului limită pe care vrem să-l obținem. Pe baza cunoştinţelor pe care le avem despre proprietăţile stratului limită, poate fi ales un astfel de strat limită care să corespundă problemei puse, iar prin intermediul ecuaţiilor de mai sus să calculăm distribuţia de viteză corespunzătoare stratului ales.

In continuare vom face o expunere a teoriei lui Le Foll privind reprezentarea grafică plană a stratului limită într-un sistem de coordonate (L , X), în care ordonata L este un parametru de formă, iar abscisa X este un număr Reynolds bazat pe o scară de lungime caracteristică stratului limită.

Ecuaţiile integrale ale impulsului (2.2.1) şi energiei (2.2.2), în care mărimea x se schimbă cu lungimea s în lungul suprafeţei profilului, pot fi puse sub forma

$$d(\delta_2 U_e^2) + \delta_1 U_e dU_e = \frac{C_f}{2} U_e^2 ds \tag{4.1.3}$$

$$d(\delta_3 U_e^3) = C_D U_e^3 ds \tag{4.1.4}$$

Introducem disipaţia energiei E, definită de

$$E = \frac{1}{2} \rho \delta_3 U_e^3 \tag{4.1.5}$$

care este o funcţie crescătoare cu distanţa de deplasare. Atunci, ecuaţia (4.1.4) devine

$$\frac{dE}{E} = C_D \frac{ds}{\delta_3} \tag{4.1.6}$$

Ţinînd seama că $\delta_3 = H_{32} \delta_2$, din ecuaţia (4.1.5), prin logaritmare şi diferenţiere, se obţine

$$\frac{d(\delta_2 U_e^2)}{\delta_2 U_e^2} = \frac{dE}{E} - \frac{dU_e}{U_e} - \frac{dH_{32}}{H_{32}} \tag{4.1.7}$$

care, combinată cu ecuaţia (4.1.3) dă

$$\frac{dE}{E} + (H_{12} - 1) \frac{dU_e}{U_e} - \frac{dH_{32}}{H_{32}} = \frac{1}{2} H_{32} C_f \frac{ds}{\delta_3} \tag{4.1.8}$$

Eliminînd pe ds din (4.1.6) şi (4.1.8) rezultă

$$\frac{1}{H_{12}-1} \frac{dH_{32}}{H_{32}} = \frac{1}{H_{12}-1} \left(1 - \frac{H_{32}}{2} \frac{C_f}{C_D}\right) \frac{dE}{E} + \frac{dU_e}{U_e} \tag{4.1.9}$$

Din relaţia (2.4.12) rezultă că $H_{12} = H_{12}(H_{32})$, astfel că membrul sting al ecuaţiei (4.1.9) poate fi considerat ca o diferenţială totală

$$dL = \frac{1}{H_{12}-1} \frac{dH_{32}}{H_{32}} \tag{4.1.10}$$

în care L este parametrul de formă introdus de Truckenbrodt /102/. Introducînd parametrul

$$M = \frac{1}{H_{12}-1} \left(1 - \frac{H_{32}}{2} \frac{C_f}{C_D}\right) \tag{4.1.11}$$

din (4.1.9) obţinem o ecuaţie care leagă proprietăţile intrinseci ale stratului limită, definite prin L, M şi E, de distribuţia de viteză Ue

$$\frac{dU_e}{U_e} = dL - M\,\frac{dE}{E} \qquad (4.1.12)$$

In continuare vor fi stabilite coordonatele planului imagine astfel încît să fie posibilă reprezentarea în acest plan al oricărui strat limită, laminar sau turbulent. Se introduce, viteza sub forma

$$q = \ln \frac{U_e}{U_{ref}} \qquad (4.1.13)$$

şi lungimea de arc S sub forma unui număr Reynolds local generalizat

$$\phi = \int_0^S \frac{U_e}{\nu}\,ds \qquad (4.1.14)$$

se introduc numerele Reynolds bazate pe grosimile stratului limită

$$Re_{\delta_1} = \frac{U_e\delta_1}{\nu} \quad , \; Re_{\delta_2} = \frac{U_e\delta_2}{\nu} \quad , \; Re_{\delta_3} = H_{32}\, Re_{\delta_2} \qquad (4.1.15)$$

Cu noile variabile, distribuţia de viteză $q = q(\phi)$ depinde de două scări; viteza de referinţă U_{ref} şi vîscozitatea cinematică ν. Aceste mărimi trebuie cunoscute dinainte pentru a putea calcula distribuţia de viteză Ue = Ue(S) pentru stratul limită pe care vrem să-l obţinem.

Introducînd noile variabile q şi ϕ în (4.1.6), (4.1.7) şi (4.1.12) se obţin ecuaţiile

$$\frac{dE}{E} = C_D\,\frac{d\phi}{Re_{\delta_3}} \qquad (4.1.16)$$

$$\frac{dE}{E} = \frac{dRe_{\delta_3}}{Re_{\delta_3}} + 2\,dq \qquad (4.1.17)$$

$$dL = dq + M\,\frac{dE}{E} \qquad (4.1.18)$$

Eliminînd pe dq din (4.1.17) şi (4.1.18) rezultă

$$(1+2M)\,\frac{dE}{E} = \frac{dRe_{\delta_3}}{Re_{\delta_3}} + 2dL \qquad (4.1.19)$$

Se introduce un nou număr Reynolds Re_4 care poate fi definit prin

$$Re_4 = Re_{\delta_3}\, e^{2L} \qquad (4.1.20)$$

ceea ce ne permite să punem ecuaţia (4.1.19) sub o formă simplă

$$(1+2M)\,\frac{dE}{E} = \frac{dRe_4}{Re_4} \qquad (4.1.21)$$

Deoarece $dE/E > 0$ şi (1 + 2M) > 0 /49, 65/ atunci, putem folosi pe Re_4 ca o variabilă independentă în corelație cu o scară de lungime. Pentru simplificare introducem

$$X = \ln Re_4 \tag{4.1.22}$$

Eliminînd dE/E între (4.1.18) și (4.1.21) și între (4.1.18) și (4.1.16) și ținînd seama de (4.1.22) se obține

$$dq = dL - \frac{M}{1+2M}\, dX \tag{4.1.23}$$

$$d\phi = \frac{e^{X-2L}}{(1+2M)C_D}\, dX \tag{4.1.24}$$

In aceste ecuații q corespunde vitezei, ϕ lungimii arcului, X numărului Reynolds, bazat pe o mărime caracteristică stratului limită, și L unui factor de formă al profilului vitezei, așa cum le întîlnim într-un set de ecuații, tipic stratului limită. Prin urmare, s-a găsit formularea uzuală a stratului limită, care corespunde la două ecuații diferențiale cu două variabile independente. Aceste ecuații se folosesc pentru calculul dezvoltării stratului limită și se consideră valabile, atît pentru stratul limită laminar, cît și pentru stratul limită turbulent.

Problema poate fi pusă în două moduri :

a. Dacă distribuția de viteză $q(\phi)$ este dată, se poate găsi $L(\phi)$ și $X(\phi)$ sau $L(X)$ - problema directă.

b. Dacă sînt date o serie de proprietăți $L(X)$ se poate găsi $q(\phi)$ - problema inversă.

In ambele cazuri $M(L,X)$ și $C_D(L,X)$ trebuie să fie cunoscute. Evaluarea acestora poate fi făcută pe baza unor relații din teoria stratului limită (cap-2).

Un aspect particular și foarte important al calculului stratului limită privește punctul de desprindere. Se știe că regiunea stratului limită reprezentată prin legea logaritmică universală se îngustează treptat cînd ne apropiem de acest punct și dispare cînd $yU_*/\nu \to 60$. Pentru toate numerele Reynolds Re_{δ_1}, parametrul H_{32} trece printr-un minim de aproximativ 1,49 cînd H_{12} crește. Minimul este atins cînd $60 < \frac{yU_*}{\nu} < 100$. Această condiție este suficientă pentru a defini începutul desprinderii.

Putem deci să definim parametrul de forma L precizînd constanta din ecuația (4.1.10)

$$L = \int_{H_{32\,min}}^{H_{32}} \frac{dH_{32}}{H_{32}(H_{12}-1)} \tag{4.1.25}$$

astfel că $L = o$ corespunde începutului desprinderii stratului limită.

4.2 Etalonarea funcțiilor M și C_D

Pentru a rezolva ecuațiile diferențiale ale stratului limită (4.1.23) și (4.1.24) este necesar să cunoaștem funcțiile M, definită de relația (4.1.11), și C_D, definită de relația (2.2.6), în raport cu cele două variabile independente L și X.

a. Stratul limită laminar

Determinarea funcțiilor M și C_D pentru stratul limită laminar se poate face teoretic. In cazul de față s-a folosit metoda aproximativă a lui Tani /97/. Urmînd pe Polhausen /79,88/, el acceptă pentru profilul vitezei în stratul limită un polinom de gradul patru, pentru care rămîne nedeterminat un coeficient α,

$$\frac{u}{U_e} = 1 - \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^3 \left[1 + (3 - \alpha)\frac{y}{\delta}\right] \tag{4.2.1}$$

Ecuațiile integrale ale impulsului (2.2.1) și energiei (2.2.2) pot fi scrise sub forma

$$\frac{U_e}{\nu}\frac{d\delta_2^2}{ds} + 2(2 + H_{12})\frac{\delta_2^2}{\nu}\frac{dU_e}{ds} = P \tag{4.2.2}$$

$$\frac{U_e}{\nu}\frac{d(H_{32}\delta_2^2)}{ds} + 6\,\frac{H_{32}\delta_2^2}{\nu}\frac{dU_e}{ds} = Q \tag{4.2.3}$$

unde

$$P = \frac{2\delta_2}{U_e}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} \quad , \quad Q = \frac{4H_{32}\delta_2}{U_e^2}\int_0^{\delta}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)dy \tag{4.2.4}$$

Substituind ecuația (4.2.1) în (1.3.1), (1.3.2), (2.2.7) și (4.2.4) se obține

$$H_{12} = \frac{63(8 - \alpha)}{144 + 12\alpha - 5\alpha^2} \tag{4.2.5}$$

$$H_{32} = \frac{3(10512 + 876\alpha - 253\alpha^2 - 21\alpha^3)}{143(144 + 12\alpha - 5\alpha^2)} \tag{4.2.6}$$

$$P = \frac{\alpha}{630}(144 + 12\alpha - 5\alpha^2) \tag{4.2.7}$$

$$Q = \frac{1}{525525}(48 - 4\alpha + 3\alpha^2)(10512 + 876\alpha - 253\alpha^2 - 21\alpha^3) \tag{4.2.8}$$

Mărimile H_{32} și Q variază slab cu α și pot fi înlocuite cu valori constante. Atunci, ecuaţia (4.2.3) poate fi integrată şi se obţine

$$\lambda = \frac{\delta_2^2}{\nu}\frac{dU_e}{ds} = 0{,}44\,\frac{dU_e}{ds}\,\frac{1}{U_e^6}\int_0^s U_e^5\,ds \qquad (4.2.9)$$

Legătura din parametrii λ şi α rezultă din ecuaţiile (4.2.2) şi (4.2.3) eliminînd pe $d\delta_2^2/ds$

$$\lambda(H_{12}-1) = \frac{1}{2}\left(P - \frac{Q}{H_{32}^2}\right) \qquad (4.2.10)$$

în care s-a neglijat termenul $\lambda\,\frac{d(\ln H_{32})}{d(\ln U_e)}$. Parametrul α variază în intervalul $\alpha\in[0,\ 4]$, în care $\alpha = 4$ corespunde punctului de impact şi $\alpha = 0$ corespunde desprinderii stratului limită.

Observînd relaţiile (4.1.11) şi (4.1.25) şi ţinînd seama de (4.2.5), (4.2.6) şi de faptul că raportul

$$\frac{C_f}{2C_D} = \frac{35}{2}\,\frac{\alpha}{48-4\alpha+3\alpha^2} \qquad (4.2.11)$$

dedus din (4.2.4), rezultă că funcţiile L şi M depind numai de parametrul α, astfel că pentru stratul limită laminar M depinde numai de L. Pentru $\alpha\in[0,\ 4]$ se obţine curba M(L), fig.4.2.1. In planul imagine L = L(X) funcţia M apare ca o familie de drepte paralele cu axa X (fig.4.2.3).

Avînd în vedere definiţiile (4.2.4) şi (2.2.6) ale mărimilor Q şi respectiv C_D se deduce

$$Q = 2C_D\,Re_{\delta_3} \qquad (4.2.12)$$

iar pe baza definiţiei (4.1.22) a variabilei X din (4.1.20) rezultă $Re_{\delta_3} = e^{X-2L}$. Prin urmare,

$$C_D = C_D(\alpha) = \frac{Q(\alpha)}{2e^{X-2L(\alpha)}} \qquad (4.2.13)$$

Pentru $\alpha\in[0,\ 4]$ vom avea o familie de curbe C_D(X , L) (fig.4.2.2). Transpunerea acestei familii de curbe în planul imagine L = L(X) se obţine prin intersectarea cu drepte C_D = const (fig.4.2.3)

b. <u>Stabilitatea stratului limită laminar</u>

A fost discutată stabilitatea curgerii laminare (secţ.2.3) şi s-a arătat că pentru fiecare profil de viteză există un număr Reynolds, bazat pe grosimea de eliminare δ_1, sub care perturbaţiile de orice frecvenţă sînt amortizate. In fig.2.3.1 a fost dată curba de stabilitate a stratului limită laminar $(Re_{\delta_1})_{crit} = f(\lambda)$. Pentru a cunoaşte stabilitatea laminară în planul imagine, este necesar să transpunem această curbă în coordonatele L şi X.

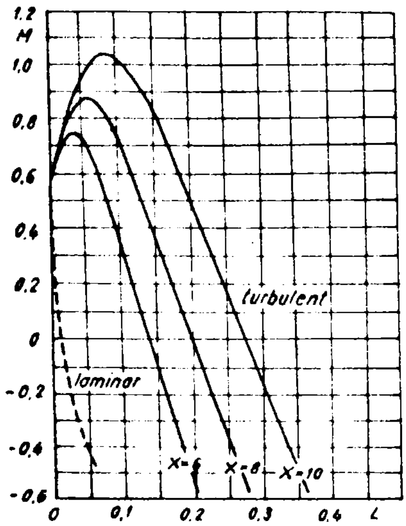


Fig.4.2.1 Curbele M=f(L) pentru straturile limită laminare şi turbulente

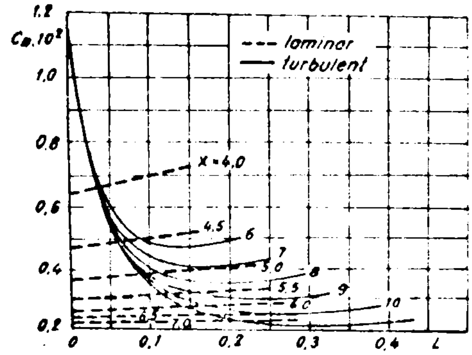


Fig.4.2.2 Curbele C_D=f(L) pentru straturile limită laminare şi turbulente

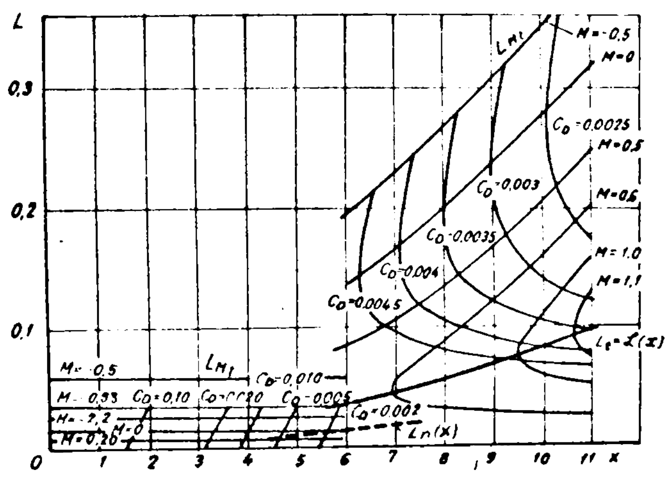


Fig.4.2.3 Reprezentarea proprietăţilor straturilor limită în planul imagine

Intre parametrul de formă a lui Polhausen Λ , definit de relația (2.3.1), şi parametrul $\mathcal{L}$, definit de relația (4.2.9), există relația

$$\Lambda = \frac{1260^2}{(144+12\mathcal{L}-5\mathcal{L}^2)^2}\,\mathcal{L} \qquad (4.2.14)$$

Tinînd seama de relația (4.2.10), prin cîteva transformări simple, se poate obține o legătură $\Lambda = \Lambda(\mathcal{L})$. Avînd în vedere că $L = L(\mathcal{L})$, rezultă că $L = L(\Lambda)$.

Din (4.1.22) se poate deduce o legătură între L, X şi Re_{δ_1}

$$X = \ln\left(\frac{H_{32}}{H_{12}}\, e^{2L} Re_{\delta_1}\right) \qquad (4.2.15)$$

sau

$$L = \ln\left(\frac{H_{12}}{H_{32}}\,\frac{1}{Re_{\delta_1}}\right)^2 + \frac{1}{2}X \qquad (4.2.16)$$

Cu H_{12} şi H_{32} cunoscuți din (4.2.5) şi (4.2.6) se obține o legătură $L = L(\mathcal{L}, Re_{\delta_1}, X)$. Această relație ne permite ca pentru $\mathcal{L} \in [0, 4]$ şi diferite valori Re_{δ_1} = const. (corespunzătoare curbei din fig.2.3.1) să obținem o familie de curbe $L(X)$ avînd ca parametru Re_{δ_1} . Pentru fiecare valoare Re_{δ_1} , curbei din fig.2.3.1 îi corespunde o valoare a parametrului Λ. Cunoscînd legătura $L(\Lambda)$ se pot obține perechile de valori L şi X din planul imagine, corespunzătoare perechilor de valori Re_{δ_1} şi Λ ale curbei de stabilitate. In acest mod a fost obținută curba de stabilitate a stratului limită laminar în planul imagine, notată prin $L_{fl}(X)$ (fig.4.2.3)

c. Stratul limită turbulent

In secț.2.4 s-a arătat că, dacă stratul limită respectă condițiile de echilibru, există o legătură univocă între parametrul de echilibru π şi parametrul de formă I (relația 2.4.13). Pentru profile dispuse în rețea din calcule a rezultat că avem îndeplinite aceste condiții (fig.2.4.2). In această situație putem calcula:

- coeficientul de frecare C_f cu (2.4.19)
- coeficientul de echilibru π cu (2.4.13)
- parametrul de formă I cu (2.4.11)
- coeficientul de disipație C_D cu (2.4.23)
- funcția M cu (4.1.11)

Parametrul de formă L se calculează cu relația de definiție (4.1.25) ținînd seama de relația (2.4.12). Integrarea începe cu H_{32min} = 1,49, corespunzător punctului de desprindere pentru care L = 0.

Din definiția (4.1.22) a variabilei X se poate deduce

$$Re_{\delta_2} = \frac{e^{X-2L}}{H_{32}} \qquad (4.2.16)$$

astfel că pentru stratul limită turbulent putem obține o familie de curbe $M = M(L, X)$ (fig.4.2.1) și respectiv o familie de curbe $C_D = C_D(L, X)$ (fig.4.2.2), avînd ca parametru variabila X. Intersecția acestor curbe cu drepte paralele M = const. și respectiv C_D = const. ne oferă posibilitatea să obținem în planul imagine curbele $L = L(X)$ avînd ca parametru M sau C_D (fig.4.2.3).

d. <u>Stabilitatea stratului limită turbulent</u>

Incercările lui Clauser /30/ de a stabili un strat limită în echilibru cu gradient de presiune pozitiv au întîmpinat numeroase dificultăți. Clauser a fost tentat de a le explica presupunînd existența unei instabilități diferite prin natura sa, de instabilitatea întîlnită în straturile limită laminare. Această instabilitate a fost numită de tip "S", sau instabilitate aval, pentru că ea nu este legată de o modificare a naturii curgerii, ci simplu de comportarea perturbațiilor în aval de punctul de excitație.

Reprezentînd perturbațiile în planul (q, ϕ) și cerînd ca perturbațiile corespunzătoare în planul (L, X) să fie amortizate în aval, Papailiou /65/ a stabilit curba de stabilitate turbulentă $L_t(X)$ (fig.4.2.3). Din calcule s-a putut stabili că curba $L_t(X)$ corespunde cu $\mathcal{L}(X)$, locul punctelor unde $M(L)_{X=const}$ (fig.4.2.1) ia valoarea maximă. Regiunea stabilă este $L > L_t(X)$

4.3 <u>Proprietățile generale ale stratului limită în planul imagine</u>

Pentru a discuta proprietățile stratului limită, vom considera planul imagine dat în fig.4.2.3, în care, prin $L = 0$ am definit limita inferioară a lui L pentru toate straturile limită nedesprinse. Deoarece $(1 + 2M) >$ e înseamnează că există o limită superioară pentru L, care este diferită pentru straturile limită laminare (L_{Ml}) și turbulente (L_{Mt}). In acest plan mai este reprezentată curba de stabilitate laminară $L_n(X)$ /88/ și curba de stabilitate în mișcarea turbulentă $L_t(X)$ (curba lui Clauser /65/). Pentru stratul limită laminar regiunea stabilă este dată de $L > L_n(X)$, iar pentru stratul limită turbulent de $L > L_t(X)$.

In cazul stratului limită laminar vom considera pentru un număr Reynolds $(Re_{S_F})_1$ (bazat pe lungimea totală a arcului extradosului profilului S_F și viteza de referință U_{ref}) o curbă imagine AB (fig.4.3.1) corespunzătoare distribuției de viteză adimensionale. Papailiou /65/ a arătat că dacă numărul Reynolds crește pînă la valoare $(Re_{S_F})_2$ și noua distribuție de viteză se retransferă în planul imagine, se va obține o curbă imagine A'B' care are ceeași formă ca și curba inițială, însă deplasată cu ΔX spre dreapta

$$\Delta X = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{(Re_{SF})_2}{(Re_{SF})_1} \right] \tag{4.3.1}$$

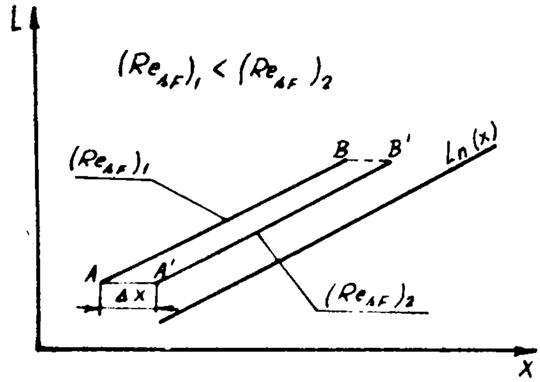


Fig.4.3.1 Deplasarea curbei imagine cînd numărul Reynolds Re_{SF} crește

Prin urmare, o creștere a numărului Reynolds Re_{SF} deplasează curba imagine spre dreapta, iar o scădere o deplasează spre stînga. Important este faptul de a menține stratul limită laminar (stabil) pe un segment dat al profilului pentru ---- de -- ere Reynolds la care funcționează rețeaua. In acest caz este de preferat ca proiectarea rețelei să se facă la numărul Reynolds minim de funcționare $(Re_{SF})_{min}$ deoarece acesta este cel mai critic din punct de vedere al desprinderii stratului limită turbulent (curba AB, fig.4.3.2) /65/. Putem deci lua deplasarea maximă posibilă egală cu

$$\Delta X = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{(Re_{SF})_{max}}{(Re_{SF})_{min}} \right] \tag{4.3.2}$$

a curbei imagine spre dreapta (curba A"B"), considerînd ca curbă de stabilitate a desenului o curbă fictivă de stabilitate deplasată cu ΔX spre stînga ($L_n(X)$ deplasat).

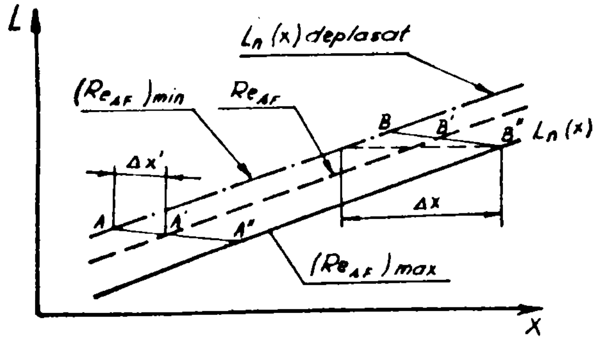


Fig.4.3.2 Reprezentarea schematică a deplasării curbei lui Schlichting

Mărind acum numărul Reynolds, curba imagine (AB) se va deplasa spre dreapta (curba A'B') cu

$$\Delta X' = \frac{1}{2} \ln\left[\frac{Re_{sF}}{(Re_{sF})_{min}} \right] \tag{4.3.3}$$

dar nu va depăși curba stabilitate reală $L_n(X)$, deoarece $\Delta X' < \Delta X$ sau $Re_{sF} < (Re_{sF})_{max}$, astfel că A'B' traversează o regiune stabilă a stratului limită laminar.

Ca o concluzie a acestei discuții putem spune că la numărul Reynolds de proiectare Re_{sF} este de preferat să luăm o marjă de siguranță pentru curba imagine a stratului limită laminar față de curba de stabilitate $L_n(X)$.

La stabilirea distribuției de viteză în planul imagine trebuie ținut seama că, în general, rețelele de turbine se caracterizează prin numere Reynolds relativ mari la care corespund coeficienți de portanță relativ mici (pentru paletele turbinelor axiale s-a găsit că $Re_\infty\ C_{ar}$ = const.).

Deoarece pierderile în curgerea laminară sînt cu un ordin de mărime mai mici decît în cea turbulentă, ar trebui ca stratul limită laminar să se întindă pe o porțiune cît mai mare din suprafața profilului. Datorită însă numerelor Reynolds mari și a turbulenței relativ ridicate, stratul limită nu poate fi menținut laminar decît pe o zonă îngustă în apropierea bordului de atac. De aici rezultă că pierderile hidraulice pentru astfel de rețele se datoresc stratului limită turbulent.

Este cunoscut faptul că pierderile sînt proporționale cu grosimea de impuls δ_2. Din relația (4.2.16) se poate scrie

$$\frac{\delta_2}{S} = \frac{1}{Re_S} \frac{e^{X \cdot 2L}}{H_{32}(L)} \tag{4.3.4}$$

în care $Re_S = \frac{U_e S}{\nu}$, iar $H_{32}(L)$ este o funcție crescătoare cu L. Relația (4.3.4) ne arată că δ_2 scade cu creșterea lui L, ceea ce înseamnă că curba imagine a stratului limită turbulent trebuie ridicată la valori cît mai mari ale lui L.

De asemenea, foarte important este faptul ca distribuția de viteză pe profil să prezinte un palier, aceasta pentru compatibilitatea cu distribuția de grosimi folosită la calculul profilului. Ecuația (4.1.23) cu relația de definiție (4.1.13) a lui ϱ poate fi scrisă

$$\frac{dU_e}{U_e} = dL - \frac{M}{1+2M} dX \tag{4.3.5}$$

din care, pentru $\frac{dU_e}{U_e} = 0$ rezultă

$$dL = \frac{M}{1+2M} dX \quad \text{sau} \quad L = \int \frac{M}{1+2M} dX + const. \tag{4.3.6}$$

Realizarea unui palier de viteză constantă este greu de obţinut atît în planul imagine, prin integrarea relaţiei (4.3.6) (deoarece M depinde de L şi X), cît şi la dimensionarea profilului. Analiza unor profile dispuse în reţea de turbină a arătat că pentru domeniul optim de funcţionare distribuţia de viteză poate avea o porţiune în care dU_e/U_e este negativ însă foarte apropiat de valoarea zero. O astfel de porţiune poate fi realizată pentru valori mici ale lui M, apropiate de zero. Valori mici ale lui M înseamnă valori mari pentru L şi conform relaţiei (4.3.4) pierderi minime.

In general, după palierul vitezei urmează inevitabil o decelerare (mai pronunţată la portanţe mari). Decelerarea constituie partea cea mai importantă a curgerii în jurul unui profil, deoarece acest proces este strîns legat de pierderile în reţea. Observînd ecuaţia (4.3.5) decelerarea poate fi făcută în două moduri :

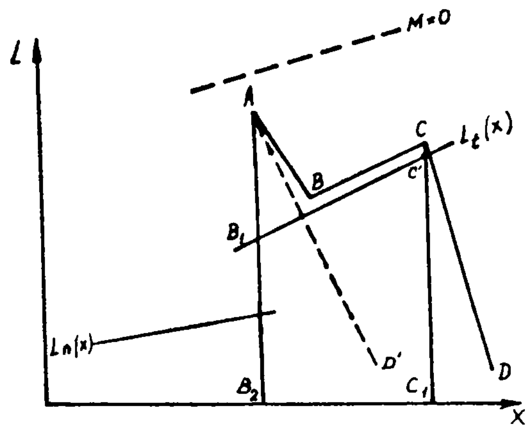


Fig.4.3.3 Curba imagine pentru decelerarea optimă

a. <u>Prin descreşterea valorii parametrului de formă L.</u> Reducînd pe L pînă la valoarea zero (dreapta AB_2, fig.4.3.3) putem realiza o decelerare fără o creştere a disipaţiei, $d\Psi = 0$ (sau $d X = 0$). O astfel de variţie a lui L corespunde evident la o deformare a profilului de viteză în stratul limită. Această decelerare are neajunsul în primul rînd de a fi mică şi în al doilea rînd de a fi fizic imposibil de realizat, deoarece aceasta ar implica un transfer de energie de la straturile interioare la cele exterioare.

b. <u>Prin creşterea disipaţiei energiei E</u> care depinde de valoarea funcţiei M. Din relaţia (4.1.21) cu (4.1.22) se obţine

$$\frac{dE}{E} = \frac{dX}{1+2M} \qquad (4.3.7)$$

Această relație ne arată că creșterea va fi minimă dacă M ia valoarea maximă. Pentru stratul limită turbulent M atinge un maxim care este mult îndepărtat de desprindere. Locul geometric $\mathcal{L}(X)$(fig.4.3.3) care este definit de condiția că M ia valoarea maximă, este foarte important, deoarece decelerarea în lungul acestei linii asigură o creștere minimă a disipației energiei.

c. Decelerația optimă

Din cele prezentate pînă acum a rezultat că o decelerare fără o creștere a energiei de disipație poate fi realizată prin descreșterea lui L, însă aceasta este mică. Pentru a obține o decelerare mai mare, va trebui să creștem disipația energiei cinetice. După cum s-a arătat, această decelerare depinde de M și prin urmare disipația va fi minimă dacă M ia valoarea maximă. De aici se poate deduce că o decelerare optimă ideală poate fi reprezentată în planul imagine prin curba $AB_1C'C_1$ (fig.4.3.3). Extinderea părții B_1C' depinde de mărimea decelerației dorite.

Dacă decelerația în lungul curbei $L_t(X) = \mathcal{L}(X)$ este fizic posibilă (B_1C'), după cum am arătat, decelerația în care variază numai L este fizic imposibilă. Vom folosi curba imagine corespunzătoare vitezei maxime de decelerare dL/dX care este fizic posibilă pentru a înlocui părțile decelerației ideale AB_1 și $C'C_1$. Pornind din A vom folosi viteza maximă de decelerare, care este cît mai aproape posibil de AB_1 pînă ajungem la curba de M maxim (partea AB), apoi vom urma curba de M maxim pînă lapunctul C și în continuare vom folosi din nou decelerația maximă pînă la L=0, partea CD a decelerării optime. Punctul C se definește astfel încît cu decelerația CD să se realizeze decelerația optimă totală.

La rețele de turbine axiale în general nu sînt necesare decelerații mari (datorită coeficienților de portanță relativ mici) și din acest motiv curba ABCD (fig.4.3.3) poate fi înlocuită cu linia AD'. Panta acestei curbe, dL/dX care este fizic posibilă, a fost dată în /65/ și are valoarea aproximativă de -0,5 pentru punctele situate sub curba lui Clauser.

Pentru stratul limită laminar, M ia valoarea maximă la desprindere. In consecință, curba de valori maxime posibile este curba lui Schlichting /88/.

4.4 Optimizarea stratului limită

In secțiunile anterioare au fost stabilite cîteva elemente ajutătoare, privind proprietățile stratului limită, laminar și turbulent, în planul imagine. In această secțiune se va da o metodă prin care să se obţină o distribuţie optimizată de viteză pe extradosul profilului din reţea, utilizînd planul imagine. Optimizarea stratului limită are în vedere obţinerea reţelelor de turbine axiale care se caracterizează prin numere Reynolds relativ mari şi coeficienţi de portanţă relativ mici.

4.4.1 Distribuţia vitezei în apropierea bordului de atac

Van Dyke /107/ a arătat că curgerea în vecinătatea bordului de atac al unui profil subţire nu depinde decît de condiţiile locale. Acest fapt a permis să fie generalizate rezultatele în apropierea punctului de impact al unui profil oarecare. Fără a intra în detalii, se demonstrează că variaţia vitezei în apropierea punctului de impact este de forma /65/

$$\frac{dU_e}{ds} = \frac{W_\infty}{r_0} \cdot const. \tag{4.4.1}$$

r_0 fiind raza bordului de atac.

Relaţia (4.4.1) ne informează că în apropierea bordului de atac viteza variază liniar cu distanţa s. Această regiune se află în domeniul stratului limită laminar. In planul imagine în punctul de impact avem $\alpha = 4$ (secţ.4.2 a) pentru care corespunde

$$L = 0{,}0342 \quad , M = -0{,}33 \; , \; C_D = 0{,}70287\, e^{X} \tag{4.4.2}$$

Cu acestea, ecuaţiile generale (4.1.23) şi (4.1.24) devin

$$dq \simeq dX \tag{4.4.3}$$

$$d\phi = 3{,}90788\, e^{2X} \tag{4.4.4}$$

Eliminînd pe X între aceste două ecuaţii şi ţinînd seama de relaţiile de definiţie (4.1.13) şi (4.1.14), rezultă că

$$\frac{dU_e}{ds} = const. \tag{4.4.5}$$

Prin urmare, linia orizontală în planul imagine dusă la L = 0,0342 (corespunzător punctului de impact) reprezintă o variaţie liniară a vitezei cu distanţa s.

4.4.2 Curba imagine a distribuţiei de viteză pe extradosul profilului

Structura curgerii în stratul limită din jurul unui profil (laminară sau turbulentă) trebuie menţinută şi în planul imagine. Prin urmare, reprezentarea distribuţiei de viteză în planul imagine trebuie să fie cuprinsă în cele două domenii ale stratului limită : un domeniu corespunzător stratului limită laminar şi un domeniu aferent stratului limită turbulent. Intre cele două, trebuie să existe o legătură astfel încît să se obțină continuitatea distribuției de viteză. Această continuitate se realizează în punctul de tranziție laminar-turbulent.

a. Domeniul laminar al curbei imagine

Partea laminară a curbei imagine pornește de la $X = -\infty$ cu $L = 0{,}0342$ (corespunzătoare punctului de impact) și urmează o dreaptă paralelă cu axa X pînă în punctul A (fig.4.4.1). Această porțiune corespunde variației liniare a vitezei în apropierea bordului de atac. Poziția punctului A are influență asupra pantei $\frac{dU_e}{ds}$ și în consecință asupra razei bordului de atac (relația (4.4.1)). In continuare curba imagine trebuie să urmeze cît mai aproape posibil curba de stabilitate $L_n(X)$ (segmentul CI) care este o curbă optimă pentru stratul limită laminar, deoarece aci M ia valoarea maximă posibilă.

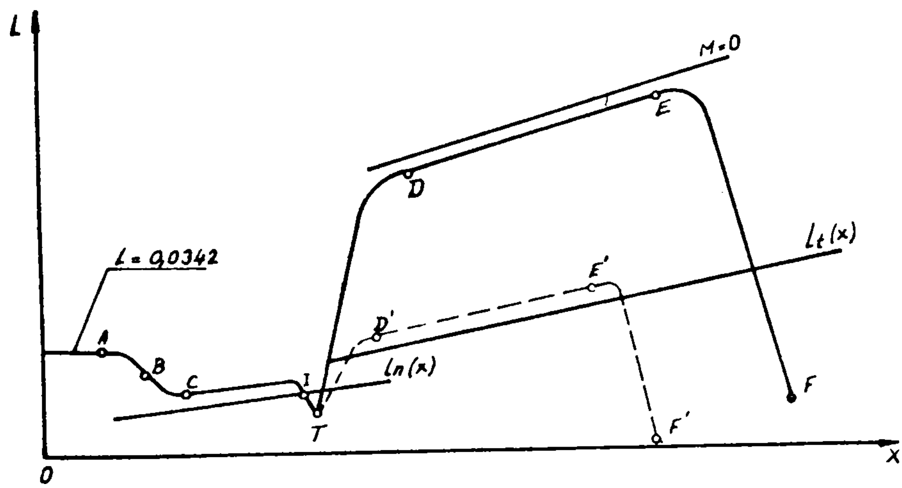


Fig.4.4.1 Stabilirea distribuției de viteze în planul imagine

Porțiunea (ABC) a curbei imagine, care pornește din A, prezintă o importanță mică din punct de vedere al stratului limită, însă poate fi importantă la calculul profilului.

Cînd dorim să realizăm tranziția, traversăm brusc curba de stabilitate $L_n(X)$, pătrundem în zona de instabilitate a stratului limită și provocăm tranziția (segm.IT). Pentru calculul punctului de tranziție T se poate utiliza criteriul dat Van Driest și Blumer /106/ (relația (2.3.3))-

Partea laminară a curbei imagine se obține în mod identic și pentru rețele de compresor /64, 65/. Deosebirea este că în aceste cazuri distribuţia de viteză corespunzătoare curbei imagine ABCIT se întinde pe lungime mai mare din suprafaţa profilului şi prezintă un palier de viteză aproape constantă. Acest fapt este posibil datorită numerelor Reynolds de funcţionare al reţelei mult mai mici.

b. Domeniul turbulent al curbei imagine

Partea turbulentă a stratului limită ar trebui să corespundă unei decelerări a distribuţiei de viteză. Dacă ar fi aşa, atunci curba imagine optimă ar trebui să urmeze cît mai aproape curba de stabilitate turbulentă (D'E', fig.4.4.1), conform celor discutate în secţ.4.3 c. Pentru reţelele de profile destinate turbinelor hidraulice axiale acest lucru nu este posibil deoarece întinderea laminară fiind mică face ca zona de decelerare să se întindă pe o porţiune mare pe suprafaţa profilului (fig.4.7.5).Aceasta ar conduce pe de o parte la valori mari ale vitezei maxime (nefavorabile din punct de vedere cavitaţional),pe de altă parte la profile puternic curbate - cu săgeata maximă foarte aproape de bordul de atac.

Pentru a realiza un palier de viteză aproximativ constant (asemănător celui realizat la compresoare /64,65/) am considerat că acesta trebuie să fie obţinut în stratul limită turbulent.In acest sens, curba imagine urmează cît mai aproape curba $M = 0(DE)$. Cu o bună aproximaţie segmentul DE corespunde curbei $M \approx 0{,}075$.

Panta curbei în punctul de tranziţie T şi forma curbei de racordare pînă la punctul D au fost duse în aşa fel ca să asigure continuitatea distribuţiei de viteză. Din punctul E urmează decelerarea distribuţiei de viteză (EF).

Forma curbei în zona de decelerare este partea cea mai importantă a curbei imagine, deoarece evoluţia pierderilor în această zonă este strîns legată de forma distribuţiei de viteză.De asemenea, valoarea maximă a vitezei depinde de lungimea decelerării; o decelerare mai întinsă pe suprafaţa profilului determină o valoare mai mare a vitezei maxime. Panta minimă a curbei în punctul F, pentru care decelerarea este posibil de realizat, este $\frac{dL}{dx} = -0{,}5$. In general,se ia o valoare mai mare, $\frac{dL}{dx} > -0{,}5$. La proiectarea unei reţele de profile este necesar să se facă o analiză a curbei imagine în zona de decelerare. Pentru aceasta este de preferat să fie dimensionată reţeaua de profile pentru mai multe variante de curbe de decelerare, urmînd ca alegerea reţelei optimizate să se facă pe baza analizei pierderilor.

In cazul reţelelor de profile de compresor /64,65/ pentru care sînt necesare deceleraţii mari, curba imagine optimă a stratălui limită turbulent urmează foarte aproape curba de instabilitate $L_t(X)$ (segmentul D'E') urmînd ca decelerarea finală (E'F') să se facă pînă în apropierea desprinderii. Profilele care se obţin sînt mult mai curbate, deoarece coeficienţii de portanţă ceruţi sînt mai mari decît în cazul reţelelor de turbină hidraulică.

4.5 Calculul distribuţiei de viteză

Odată curba imagine stabilită (fig.4.4.1) prin integrarea ecuaţiilor (4.1.23) şi (4.1.24) poate fi obţinută distribuţia de viteză $q = q(X)$. Evaluarea integralelor se face numeric prin metoda trapezelor.

Funcţia $\phi(X)$ se determină astfel :

- în intervalul $X \in [-\infty, X_A]$ (strat limită laminar) avem valorile lui L, M şi C_D date de (4.4.2), astfel că

$$\phi(X_A) = 1,95394\, e^{2X_A} \quad , \quad \phi(-\infty) = 0 \qquad (4.5.1)$$

- în continuare pentru $X \in (X_A, X_F]$ (strat limită laminar sau turbulent) sînt cunoscute valorile lui L, M şi C_D, în fiecare punct al planului imagine (reprezentare grafică sau calcul programat), cu care se calculează

$$\phi(X) = \phi(X_A) + \int_{X_A}^{X} \frac{e^{X-2L}}{(1+2M)C_D}\, dX \qquad (4.5.2)$$

Pentru a obţine $q(X)$ este de preferat ca integrarea să înceapă din punctul X_F. Luînd $U_{ref} = W_\infty$, la bordul de fugă avem

$$q(X_F) = \ln \frac{V_F}{W_\infty} \qquad (4.5.3)$$

în care raportul $\frac{V_F}{W_\infty}$ poate fi cunoscut din datele problemei, astfel ca pentru $X \in [X_F, -\infty]$ avem

$$q(X) = \ln \frac{V_F}{W_\infty} - [L(X) - L(X_F)] - \int_{X_F}^{X} \frac{M}{1+2M}\, dX \qquad (4.5.4)$$

Cunoscînd funcţiile $\phi(X)$ şi $q(X)$ rezultă curba $q(\phi)$. Pentru a obţine distribuţia de viteză sub forma obişnuită $U/W_\infty = f(s/s_F)$ pornim de la relaţiile (4.1.13) şi (4.1.14). Din (4.1.13) avem

$$\frac{U_e}{W_\infty}(X) = e^{q(X)} \quad , \quad \frac{U_e}{W_\infty}(-\infty) = 0 \quad , \quad \frac{U_e}{W_\infty}(X_F) = \frac{V_F}{W_\infty} \qquad (4.5.5)$$

iar din (4.1.14)

$$\phi(X) = Re_{s_F} \int_0^{s_F} \frac{U_e}{W_\infty}\, d\left(\frac{s}{s_F}\right) \qquad (4.5.6)$$

unde

$$Re_{s_F} = \frac{W_\infty s_F}{\nu} \, . \qquad (4.5.7)$$

Prin diferențiere, din (4.5.6) rezultă

$$\frac{d(S/S_F)}{dX} = \frac{d\phi/dX}{Re_{S_F}\, U_e/W_\infty} = F(X) \qquad (4.5.8)$$

în care $\frac{d\phi}{dX}$ este dat de relația (4.1.24) și poate fi obținut din (4.5.1) și (4.5.2).

Lungimea arcului s/s_F se determină prin integrare din (4.5.8). Deoarece la X_F avem $\frac{s}{S_F} = 1$, iar la $X = -\infty$, $\frac{s}{S_F} = 0$ este mai convenabil ca integrarea să înceapă de la bordul de fugă, deci

$$\frac{S}{S_F}(X) = 1 - \int_{X_F}^{X} F(X)\,dX \quad , \quad \frac{S}{S_F}(-\infty) = 0 \qquad (4.5.9)$$

Numărul Reynolds Re_{S_F} este o mărime care ne interesează și poate fi calculat din (4.5.8), prin integrare. Deoarece $\int_{-\infty}^{X_F} d(S/S_F) = 1$ atunci

$$Re_{S_F} = \int_{X}^{X_F} \frac{1}{U_e/W_\infty} \frac{d\phi}{dX}\, dX \qquad (4.5.10)$$

Cunoscînd valoarea Re_{S_F} , cu ajutorul expresiei (4.5.9) se calculează $\frac{s}{S_F}(X)$ și cu valorile (4.5.5) se obține $U_e/W_\infty = f(S/S_F)$

O altă mărime care ne interesează este V^+_{med} definită astfel

$$V^+_{med} = \int_0^1 \frac{U_e}{W_\infty}\, d\left(\frac{S}{S_F}\right) \qquad (4.5.11)$$

și care reprezintă contribuția extradosului la circulația vitezei în jurul profilului, deoarece

$$\frac{\Gamma}{W_\infty S_F} = \int_{S_F^-/S_F^+}^{1} \frac{U_e}{W_\infty}\, d\left(\frac{S}{S_F}\right) = \underbrace{\int_0^1 \frac{U_e}{W_\infty}\, d\left(\frac{S}{S_F}\right) - \int_0^{S_F^-/S_F^+} \frac{U_e}{W_\infty}\, d\left(\frac{S}{S_F}\right)}_{V^+_{med} - V^-_{med}} = \qquad (4.5.12)$$

Aici indicii "+" sau "-" corespund extradosului, respectiv intradosului, iar s_F este lungimea totală a suprafeței extradosului măsurată din punctul de impact.

Mărimile $\frac{V_F}{W_\infty}$, Re_{S_F} și V^+_{med} sînt foarte importante întrucît ce fac legătura dintre curba imagine a distribuției de viteză și datele de proiectare ale rețelei de profile.

Soluționarea numerică a distribuției de viteză s-a făcut cu ajutorul unui program în limbaj BASIC pe calculatorul HP 9845 B. Pentru o programare simplă și efort minim, concepția programului a pornit de la următoarele legături ale parametrului de formă L :

$L_{lam} = L(\mathcal{L})$, $\mathcal{L} \in [0,4]$ pentru stratul limită laminar și

$L_{turb} = L(H_{32})$, $H_{32} \in [1,49 \; , \; 1,9]$ pentru stratul limită turbulent.

Aceste funcții pot fi calculate astfel încît în orice punct al curbei imagine de coordonate (L, X), prin interpolare (cu funcții

Spline) să putem determina valoarea parametrilor α sau H_{32}, după caz. Celelate mărimi se calculează în felul următor :

a. Stratul limită laminar

- parametrul de formă H_{32} (α) cu (4.2.6)
- funcţia $Q(\alpha)$ cu (4.2.8)
- raportul $\frac{C_f}{2C_D}$ (α) cu (4.2.11)
- coeficientul de disipaţie C_D (α , X) cu (4.2.15)
- funcţia $M(\alpha)$ cu (4.1.11)

b. Stratul limită turbulent

- parametrul de formă H_{12} (H_{32}) cu (2,4,12)
- numărul Reynolds Re_{δ_2} (L, X) cu (4.2.16)
- coeficientul de frecare locală C_f (H_{12}, Re_{δ_2}) cu (2.4.19)
- parametrul de formă I (H_{12}, Re_{δ_2}) cu (2.4.11)
- parametrul de echilibru π(I) cu (2.4.13)
- coeficientul de disipaţie C_D (H_{12}, Re_{δ_2}, π) cu (2.4.22)
- funcţia H (H_{12}, Re_{δ_2}, π) cu (4.1.11)

4.6 Dimensionarea profilului din reţea pentru o distribuţie de viteză dată

Cunoscînd distribuţia de viteză pe extrados $\frac{U}{W_\infty}$ ($\frac{S}{S_f}$), în care pentru simplificare am înlocuit U_e cu U, dimensionarea reţelei de profile poate fi făcută cu metoda Wilkinson /112/. In principiu, metoda constă dintr-un procedeu iterativ. Astfel, pornind de la o configuraţie iniţială a profilului (deobicei se ia un profil simetric), diferenţa dintre distribuţia de viteză cerută şi cea obţinută (cu metoda directă, secţ.3.1.2) este folosită să găsească o corecţie scheletului. In timpul procesului de analiză funcţia de grosime şi pasul reţelei se menţin constante. Partea de dimensionare a metodei constă din :

a. Calculul vitezelor tangenţiale la schelet

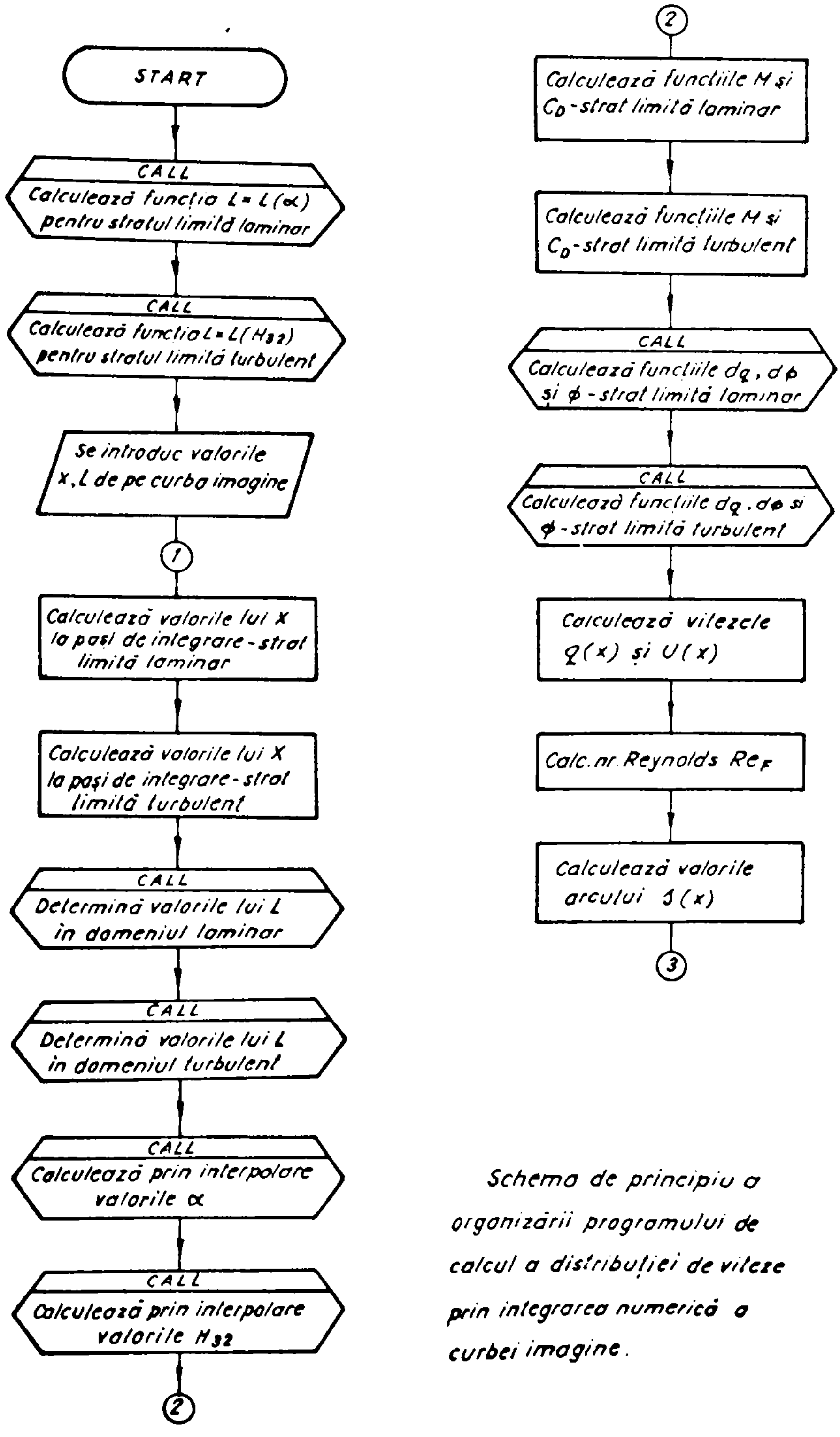
Introducem următoarele notaţii

$$l_\mu = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\frac{\mu\pi}{N}\right)\ ,\quad \mu = \overline{1,N}\ ,\quad N = \frac{M_p}{2} \qquad (4.6.1)$$

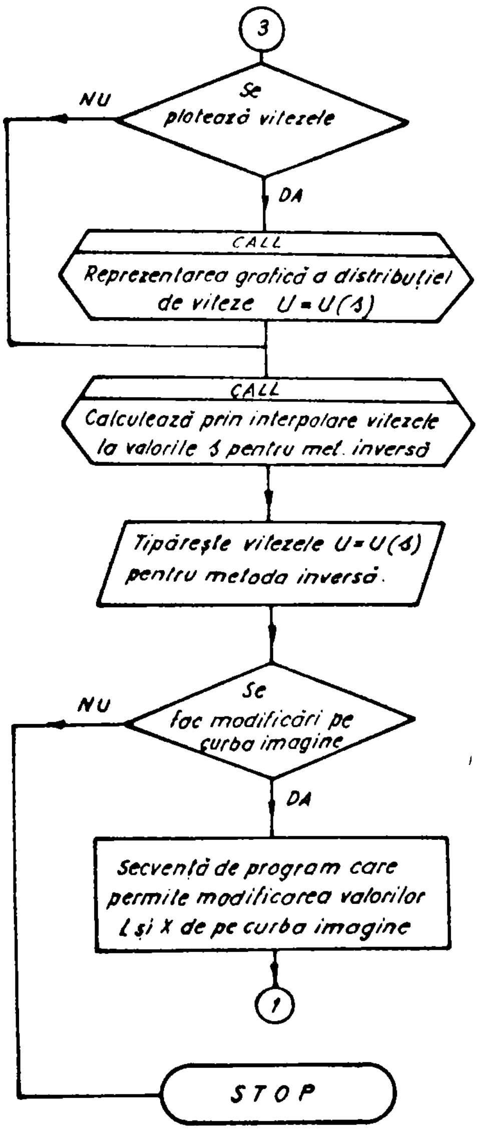
pentru absoisa scheletului

$$\Delta V_{S\mu} = \left(\frac{U}{W_\infty}\right)_\mu^{in} - \left(\frac{U}{W_\infty}\right)_\mu^{fin} \qquad (4.6.2)$$

pentru creşterea vitezei pe extradosul profilului. Indicii "in" şi "fin" se referă la viteza calculată pentru configuraţia ini-



Schema de principiu a organizării programului de calcul a distribuției de viteze prin integrarea numerică a curbei imagine.



3
Se plotează vitezele
NU
DA
CALL
Reprezentarea grafică a distribuţiei de viteze U = U(s)
CALL
Calculează prin interpolare vitezele la valorile s pentru met. inversă
Tipăreşte vitezele U = U(s) pentru metoda inversă.
Se fac modificări pe curba imagine
NU
DA
Secvenţă de program care permite modificarea valorilor L şi X de pe curba imagine
1
STOP

ţială, respectiv la viteza cerută. M_p este numărul de puncte utilizat la metoda directă.

Pentru un profil de curbură mică, creşterea vitezei tangenţiale pe schelet este egală cu jumătate din intensitatea vîrtejului local. Folosind factorul lui Weber /110/ pentru creşterea vitezei pe contur, se obţine pentru creşterea vitezei pe schelet $\Delta V_{t\mu}$ relaţia

$$\Delta V_{t\mu} = \frac{\Gamma(l)}{2W_\infty} \simeq -\frac{ds}{dl}\,\Delta V_{s\mu} \tag{4.6.3}$$

Pentru reţele de profile cu unghi de instalare mare şi profile puternic curbate, nu este sigur că (4.6.3) asigură o convergenţă rapidă şi procesul de iteraţii poate fi chiar divergent în unele cazuri. Este deci necesar să se facă un calcul mai exact al lui $\Gamma(l)$.

Introducînd unghiul auxiliar φ pentru punctul fix şi ψ pentru punctul curent de pe schelet, vitezele tangenţiale pot fi scrise astfel

$$\Delta V_{t\mu}(\varphi) = -\Delta V_{s\mu}\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_\mu = \frac{\Gamma_\mu(\varphi)}{2W_\infty} + \int_0^\pi \frac{\Gamma(\varphi)}{2W_\infty}\,T(\varphi,\psi)\,d\varphi \tag{4.6.4}$$

unde $T(\varphi,\psi)$ reprezintă nucleul ecuaţiei integrale (4.6.4), asemănător nucleului $K(\varphi,\psi)$ (relaţia 3.1.6), cu deosebirea că coordonatele X şi Y se înlocuiesc cu coordonatele scheletului X_f şi Y_f.

Ţinînd seama că

$$-\Delta V_{s\mu}\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_\mu = \left(\frac{U}{W_\infty}\right)_\mu^{fin}\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_\mu - \left(\frac{U}{W_\infty}\right)_\mu^{in}\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_\mu =$$

$$= \left(\frac{U}{W_\infty}\right)_\mu^{fin}\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_\mu - \frac{\Gamma_\mu^{in}}{W_\infty} \tag{4.6.5}$$

în care

$$\frac{ds}{d\varphi} = \sqrt{\left(\frac{dX}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dY}{d\varphi}\right)^2}\ ,\quad \left(\frac{U}{W_\infty}\right)^{fin}\ \text{şi}\ \left(\frac{U}{W_\infty}\right)^{in}$$

sînt cunoscute, ecuaţia (4.6.4) poate fi integrată cu metoda trapezelor. Introducînd $\frac{\Gamma_\mu}{2W_\infty}$ sub integrală se poate obţine următorul sistem de ecuaţii

$$\sum_{\nu=1}^{N} \frac{\Gamma_\mu}{2W_\infty} T_{\mu\nu} = \left(\frac{U}{W_\infty}\right)_\mu^{fin}\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)_\mu - \frac{\Gamma_\mu^{in}}{W_\infty}\ ,\quad \mu = \overline{1,N} \tag{4.6.6}$$

Sistemul (4.6.6) este un sistem de N (sau $\frac{M_p}{2}$) ecuaţii algebrice care prin rezolvarea cu metode numerice cunoscute ne conduce la soluţiile $\Gamma_\nu / 2W_\infty$.

Coeficienţii sistemului $T_{\mu\nu}$ au următoarele expresii:

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{N}\frac{\pi}{t}\,\frac{\left(\frac{dY_f}{d\varphi}\right)_\mu sh\left[\frac{2\pi}{t}(X_{f\mu}-X_{f\nu})\right] - \left(\frac{dX_f}{d\varphi}\right)_\mu \sin\left[\frac{2\pi}{t}(Y_{f\mu}-Y_{f\nu})\right]}{ch\left[\frac{2\pi}{t}(X_{f\mu}-X_{f\nu})\right] - \cos\left[\frac{2\pi}{t}(Y_{f\mu}-Y_{f\nu})\right]} \times$$

$$\times\left(\frac{1}{2} \text{ dacă } \nu = N\right) \qquad (4.6.7)$$

$$T_{\mu\mu} = \frac{1}{2N}\,\frac{X'_{f\mu} Y''_{f\mu} - Y'_{f\mu} X''_{f\mu}}{X'^2_{f\mu} + Y'^2_{f\mu}} \qquad (4.6.8)$$

$$T_{NN} = 1 \qquad (4.6.9)$$

b. Calculul vitezelor normale la schelet

Viteza normală indusă în punctele fixe în lungul scheletului se reprezintă prin următoarea ecuaţie integrală :

$$V_{n\mu}(l) = \frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{\Gamma(l)}{2W_\infty} T^*(l_\mu, l)\,dl \qquad (4.6.10)$$

în care $T^*(l_\mu, l)$ are o expresie asemănătoare cu (4.6.7) dacă la numărător se înlocuieşte $\frac{dY_f}{dl}$ cu $\frac{dX_f}{dl}$ şi $\frac{dX_f}{dl}$ cu $-\frac{dY_f}{dl}$. Integrantul din (4.6.10) are o singularitate la $l = l_\mu$. Separînd aceasta, (4.6.10) devine

$$V_{n\mu}(l) = -\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{\Gamma(l)}{2W_\infty} T^*(l_\mu, l)(l_\mu - l)\,\frac{dl}{l_\mu - l} \qquad (4.6.11)$$

Termenul $[T^*(l_\mu, l) \times (l_\mu - l)] \to 1$ cînd $l \to l_\mu$, este neted şi nesingular peste tot, astfel că putem scrie (4.6.11) sub forma

$$V_{n\mu}(l) = \frac{1}{\pi}\int_0^1 G(l_\mu, l)\,\frac{dl}{l_\mu - l} \qquad (4.6.12)$$

Integrantul din (4.6.12) are singularităţi la bordul de atac şi la $l = l_\mu$ şi pentru fiecare profil de formă oarecare poate fi evaluat cu metode folosite pentru profile cu curbură mică. După Weber /110/, $G(l_\mu, l)$ poate fi reprezentat printr-o funcţie de interpolare, care ia valorile $G_{\mu\nu} = G(l_\mu, l)$ în punctele definite de relaţia (4.6.1). Aceasta este

$$G(\varphi_\mu,\varphi)\sin\varphi = \frac{2}{N}\left\{\sum_{\nu=1}^{N-1} G_{\mu\nu}\sin\varphi_\nu\left[\sum_{n=1}^{N-1}\cos(n\varphi_\nu)\cos(n\varphi) + \frac{1-\cos(N\varphi_\nu)\cos(N\varphi)}{2}\right] + \right.$$

$$\left. + \lim_{l\to 0} G(l_\mu,l)\sqrt{l}\left[\sum_{n=1}^{N-1}\cos(n\pi)\cos(n\varphi) + \frac{1+\cos(N\varphi)}{2}\right]\right\} \tag{4.6.13}$$

Substituind $l = l(\varphi)$ în (4.6.12) obținem

$$V_{n\mu}(\varphi) = -\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{G(\varphi_\mu,\varphi)\sin\varphi}{\cos\varphi-\cos\varphi_\mu}d\varphi \tag{4.6.14}$$

Introducînd (4.6.13) în (4.6.14) și evaluînd integralele și sumele cu ajutorul unor relații cunoscute, rezultă

$$V_{n\mu} = \sum_{\nu=1}^{N-1} S_{\nu\mu} G_{\mu\nu} - S_{N\mu}\lim_{l\to 0} G(l_\mu,l)\sqrt{l} \tag{4.6.15}$$

în care

$$S_h = -N \quad , \quad S_{\nu\nu} = 0$$

$$S_{N\mu} = \frac{(-1)^\mu - 1}{N}\frac{1}{1+\cos\varphi_\mu} \quad , \quad S_{\nu\mu} = \frac{(-1)^{\mu-\nu}-1}{N}\frac{\sin\varphi_\nu}{\cos\varphi_\mu-\cos\varphi_\nu} \tag{4.6.16}$$

De notat că în $G(l_\mu, l)$ din ecuația (4.6.12) avem

$$\frac{\Gamma(l)}{2W_\infty} = \frac{1}{dl/d\varphi}\frac{\Gamma(\varphi)}{2W_\infty} \tag{4.6.17}$$

iar la bordul de atac se înlocuiește (4.6.17) prin

$$\lim_{l\to 0}\frac{\Gamma(l)}{2W_\infty}\sqrt{l} = -\frac{\Gamma(\pi)}{2W_\infty} \tag{4.6.18}$$

deoarece pentru $\varphi\to\pi$, $\sqrt{l}\to -l'$

Coeficienții $G_{\mu\nu}$ se calculează cu următoarea expresie :

$$G_{\mu\nu} = \frac{\Gamma_\nu}{2W_\infty}\frac{\pi}{t}\;\frac{X'_{f\mu}\,sh\left[\frac{2\pi}{t}(X_{f\mu}-X_{f\nu})\right] + Y'_{f\mu}\sin\left[\frac{2\pi}{t}(Y_{f\mu}-Y_{f\nu})\right]}{ch\left[\frac{2\pi}{t}(X_{f\mu}-X_{f\nu})\right] - \cos\left[\frac{2\pi}{t}(Y_{f\mu}-Y_{f\nu})\right]}\times$$

$$\times(\cos\varphi_\mu - \cos\varphi_\nu) \tag{4.6.19}$$

c. Modificarea scheletului

Presupunînd că viteza în lungul scheletului este egală cu W_∞, panta unei linii de curent față de schelet în punctul de intersecție este

$$\left(\frac{dn}{d\varphi}\right)_\mu \simeq V_{n\mu} \tag{4.6.20}$$

unde n este distanța normală la schelet. Panta scheletului trebuie schimbată cu această mărime ca să o facă linie de curent. Integrînd (4.6.2o) de la bordul de atac, se obține

$$n_{\mu} = \frac{1}{2} \sum_{\mu=N}^{1} (V_{n\mu} + V_{n\mu-1})(\varphi_{\mu} - \varphi_{\mu-1}) \qquad (4.6.21)$$

Coordonatele scheletului ($X_{f\mu}$, $Y_{f\mu}$) vor fi înlocuite prin noile coordonate

$$\left(X_{f\mu} - n_{\mu} \frac{dY_{f\mu}}{d\varphi}, \; Y_{f\mu} + n_{\mu} \frac{dX_{f\mu}}{d\varphi}\right) \qquad (4.6.22)$$

Lungimea corzii profilului în general se schimbă, astfel că este necesar ca toate coordonatele să fie înmulțite cu o constantă, pentru ca să o readucă la valoarea ei inițială. Cunoscînd noile coordonate ale scheletului, funcția de grosime se adaugă normal la acesta și cu profilul nou obținut se trece la soluționarea directă a curgerii în rețea. Procesul continuă pînă cînd se atinge un grad dorit de precizie în relația (4.6.2).

d. Soluționarea numerică

Pentru dimensionarea unei rețele de profile trebuie cunoscute sau admise următoarele mărimi (în afara distribuției de viteză) :

- pasul relativ al rețelei t/l și unghiul β_{∞}, cunoscute din calculul hidrodinamic al rețelei, care sînt menținute constante pe toata durata calculului,
- funcția de grosime a profilului; se impune și se menține constantă în timpul procesului de iterație,
- unghiul de instalare β_s , care poate fi luat $\beta_s \simeq \beta_{\infty}$. In timpul procesului iterativ acesta se modifică.

Deoarece, în cele mai multe cazuri nu se poate da o geometrie profilului din rețea apropiată de configurația finală, este de preferat ca începutul calculului să pornească cu un profil simetric. In general, sînt necesare circa șase iterații ca să obținem profilul pentru o distribuție de viteză dată pe extrados.

Soluționarea numerică este cuprinsă în cadrul programului pe calculator care soluționează și problema directă a curgerii în rețea (secț.3.1.2 - 3.1.4).

e. Modificări empirice

In scopul de a îmbunătăți convergența calculelor, în conformitate cu /112/ se recomandă următoarele modificări empirice:

- intensitatea vîrtejului la bordul de atac $\Gamma(\pi)/2W_{\infty}$ se înmulțește cu constanta empirică o,7 înainte de a găsi vitezele normale, deoarece aceasta tinde să oscileze în jurul valorii cerute,

- pentru proiectarea rețelelor de profile la unghiuri mari de instalare, o îmbunătățire a convergenței se obține dacă intensitățile vîrtejurilor $\Gamma_\mu/2W_\infty$ se înmulțesc cu $\cos\beta_S$. Aceasta are un efect neglijabil pentru rețele de profile cu unghiuri de așezare mai mici,

- deoarece bordul de fugă nu intră în calcule, este necesar ca acesta să fie aliniat cu o variație continuă a scheletului. Aceasta poate fi obținută prin interpolarea punctelor imediat următoare cu o funcție (cubică, parabolă sau dreaptă). Punctul corespunzător bordului de fugă se obține la intersecția funcției de interpolare cu normala la coardă în bordul de fugă. Prin aceasta, poziția corzii se modifică și drept urmare are loc modificarea unghiului de instalare. Modul în care se face interpolarea și numărul punctelor luate în considerare trebuie făcute cu atenție, deoarece poate să conducă la o înrăutățire a calculelor.

Pentru distribuțiile de viteză obținute din planul imagine s-a găsit că interpolarea primelor două puncte de la bordul de fugă cu o parabolă cu originea în al doilea punct dă rezultate mai bune decît recomandările date în /112/.

4.7 <u>Proiectarea rețelelor de profile pentru turbine axiale</u>

4.7.1 <u>Considerații asupra mărimilor necesare în calcule</u>

Calculul hidrodinamic al unui rotor de turbină hidraulică axială ne oferă în fiecare secțiune considerată elementele cinematice și unghiulare și caracteristicile energetice pe care trebuie să le realizeze rețeaua de profile /3/. Acestea sînt :

- pasul relativ al rețelei t/l
- unghiurile β_1 , β_2 și β_∞
- vitezele relative W_1, W_2 și W_∞
- coeficientul de portanță C_{ar}

Din considerente de rezistență, este cunoscută grosimea maximă relativă d/l a profilului. De asemenea, pot fi cunoscute numerele Reynolds : Re_1, Re_2 și Re_∞ (formate cu vitezele relative W și lungimea corzii profilului l).

Pentru reprezentarea curbei imagine, corespunzătoare distribuției de viteză pe extrados, este important să cunoaștem :

- nivelul turbulenței curentului exterior $\sqrt{\overline{u'^2}}/U$
- numărul Reynolds Re_{sF} definit cu relația (4.5.7)
- contribuția extradosului la circulația în jurul profilului V^+_{med}, definită în relația (4.5.11)
- viteza adimensională la bordul de fugă V_F/W_∞

Modul cum pot fi determinate aceste mărimi este dat în cele ce urmează :

a. Nivelul turbulenţei curentului exterior în cea mai mare parte a aplicaţiilor practice este dificil de stimat, ceea ce introduce un oarecare grad de incertitudine în calculul tranziţiei. In literatură se specifică că în turbomaşini $\sqrt{\overline{u'^2}}/U > 1,5$ %, însă nu se oferă date sigure. La turbinele hidraulice s-ar putea să fie atinse valori chiar mai mari, deoarece nu există o corelare perfectă între ieşirea din aparatul director şi intrarea în rotor /65/.

Pentru calculul abscisei X_T în planul imagine vom folosi criteriul de tranziţie /106/ transformat în relaţia (3.2.14). Dacă $\frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U}$ este cunoscută sau admisă, din (3.2.14) se poate calcula valoarea numărului Reynolds Re_{δ_2}. Tinînd seama că $Re_{\delta_3} = H_{32} Re_{\delta_2}$ atunci

$$X_T = \ln Re_{\delta_3} + 2L_T \tag{4.7.1}$$

In general pentru stratul limită laminar H_{32} variază slab şi se poate admite că în punctul de tranziţie $H_{32} \simeq 1,55$. Pentru L_T se acceptă o valoare mică pozitivă (L_T = 0,04 – 0,1) care trebuie să se afle sub curba de stabilitate laminară $L_n(X)$, să fim siguri că are loc tranziţia. Calculul lui X_T pentru cîteva valori ale gradului de turbulenţă au condus la următoarele valori :

$$\frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U} = 1;2;3\,\% \implies X_T \simeq 6,55\,;\,6\,;\,5,7 \tag{4.7.2}$$

Se observă că pentru valori ale turbulenţei peste 2%, X_T variază destul de puţin şi nu influenţează semnificativ coeficienţii aerodinamici ai reţelei. In cele ce urmează vom considera pentru turbinele hidraulice valoarea $\sqrt{\overline{u'^2}}/U = 3\%$.

b. Numărul Reynolds Re_{S_F} nu poate fi calculat precis deoarece nu cunoaştem valoarea arcului S_F, corespunzătoare extradosului, măsurată din punctul de impact. Totuşi se poate evalua aproximativ din relaţia

$$Re_{S_F} = k_S Re_\infty \tag{4.7.3}$$

Pentru rotoare de turbină axială s-a dedus că, $k_S \in (1,005-1,\ldots)$, în care valorile maxime corespund la butucul rotorului, iar valorile minime la periferie. Numărul Reynolds Re_{S_F} este important, deoarece fixează punctul final al curbei imagine F de coordonate (X_F , L_F).

c. Viteza medie V^+_{med}

Pentru calculul contribuţiei extradosului la circulaţia pe profil, în lucrare, a fost stabilită relaţia aproximativă

$$V^+_{med} = \frac{1}{k_S}\frac{C_{or}}{2} + \frac{k_F}{k_V}\frac{\sin\beta_2}{\sin\beta_\infty} \quad , \quad k_F = \frac{V_F}{W_\infty} \tag{4.7.4}$$

unde k_v este un coeficient care, în cazul rețelelor de turbină, variază slab, k_v = 1,015 - 1,025. O valoare medie k_v = 1,02 este suficientă pentru un calcul bun a lui V^+_{med}, dacă k_v și k_F se aleg corespunzător.

d. <u>Viteza adimensională la bordul de fugă</u>, notată prin

$$k_F = \frac{V_F}{W_\infty} \qquad (4.7.5)$$

este foarte importantă la dimensionarea profilului, deoarece s-a constatat că convergența și precizia metodei /112/, în procesul de calcul iterativ, depinde mult de această valoare.

Pe baza a numeroase rețele de turbină, calculate în lucrare, s-a stabilit că k_F variază într-un domeniu larg $k_F \in$ (0,98-1,20) și depinde, în special, de geometria rețelei (β_5 și t/l). O valoare sigură a lui k_F este dificil de precizat la dimensionarea unei rețele. In situația în care valorile lui k_F, respectiv V^+_{med}, conduc la abateri mari se impune repetarea calculelor; distribuția de viteză se recalculează cu valorile modificate ale lui k_F și V^+_{med}.

4.7.2 <u>Planul imagine al rețelelor de profile</u>

Pentru a putea stabili ușor curba imagine corespunzătoare unei rețele de profile care urmează a fi proiectată a fost construit un plan imagine în sensul celor discutate în secț.4.4.2 (fig.4.7.1). Această diagramă dă straturi limită nedesprinse, adică distribuțiile de viteză obținute (la nivelul aproximațiilor făcute) nu produc desprinderea curentului de pe suprafața profilului.

La stabilirea diagramei s-a avut în vedere următorul principiu : pentru valoarea numărului Reynolds Re = 10^6 linia de decelerare s-a construit în așa fel ca valoarea acestuia să rămînă aproximativ constantă oricare ar fi poziția punctului F. Celelalte linii de decelerare s-au construit în mod asemănător și s-a constatat că sînt paralele între ele dacă curbele de racordare din χ_F se micșorează treptat înspre valori crescătoare ale lui χ . Panta liniei de decelerare obținută în punctul F este în jurul valorii $dL/d\chi \approx -0,3$.

In planul imagine (fig.4.7.1) s-au calculat mărimile V_{med} și Re_F pentru diferite poziții, pe curbele de decelerare, ale punctului F de coordonate (L_F , χ_F). Deoarece raportul $\frac{V_F}{W_\infty}$ nu se cunoaște , în calcule s-a luat $\frac{V_F}{W_\infty}$ = 1 . In acest caz,

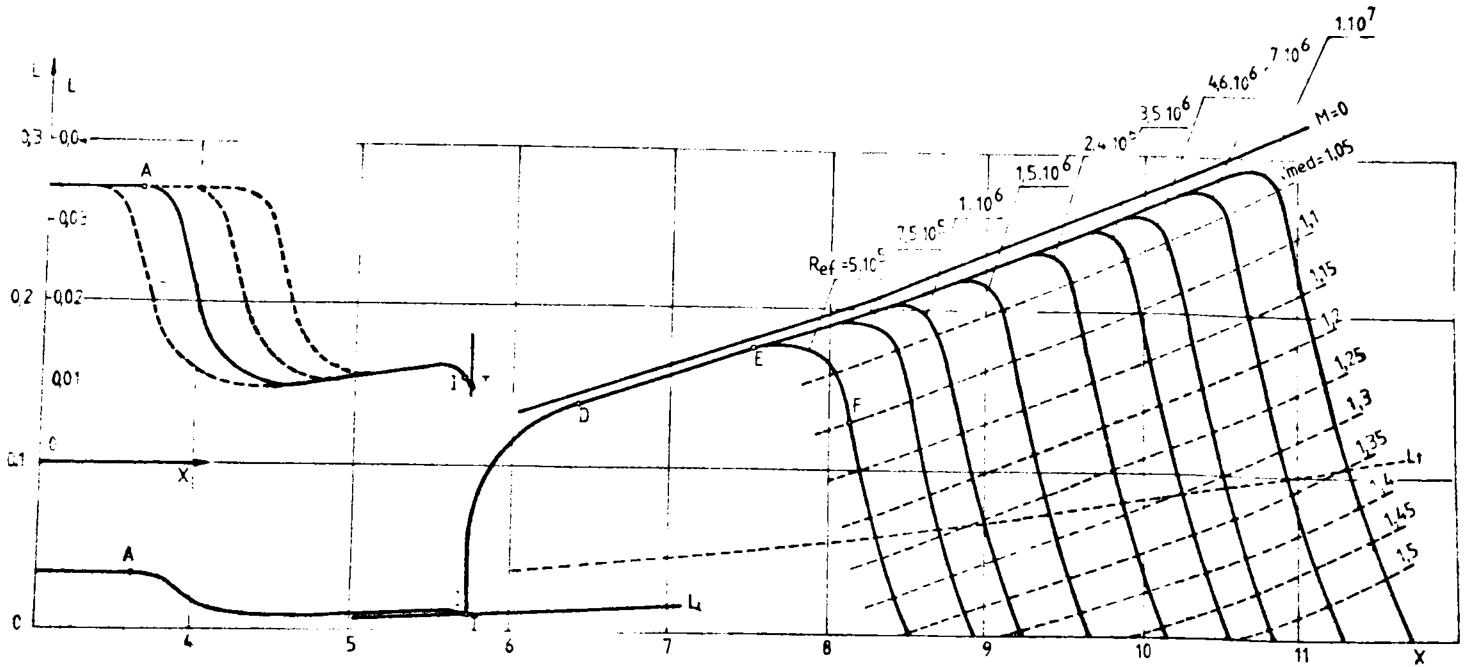


Fig.4.7.1 Planul imagine pentru proiectarea rețelelor de profile

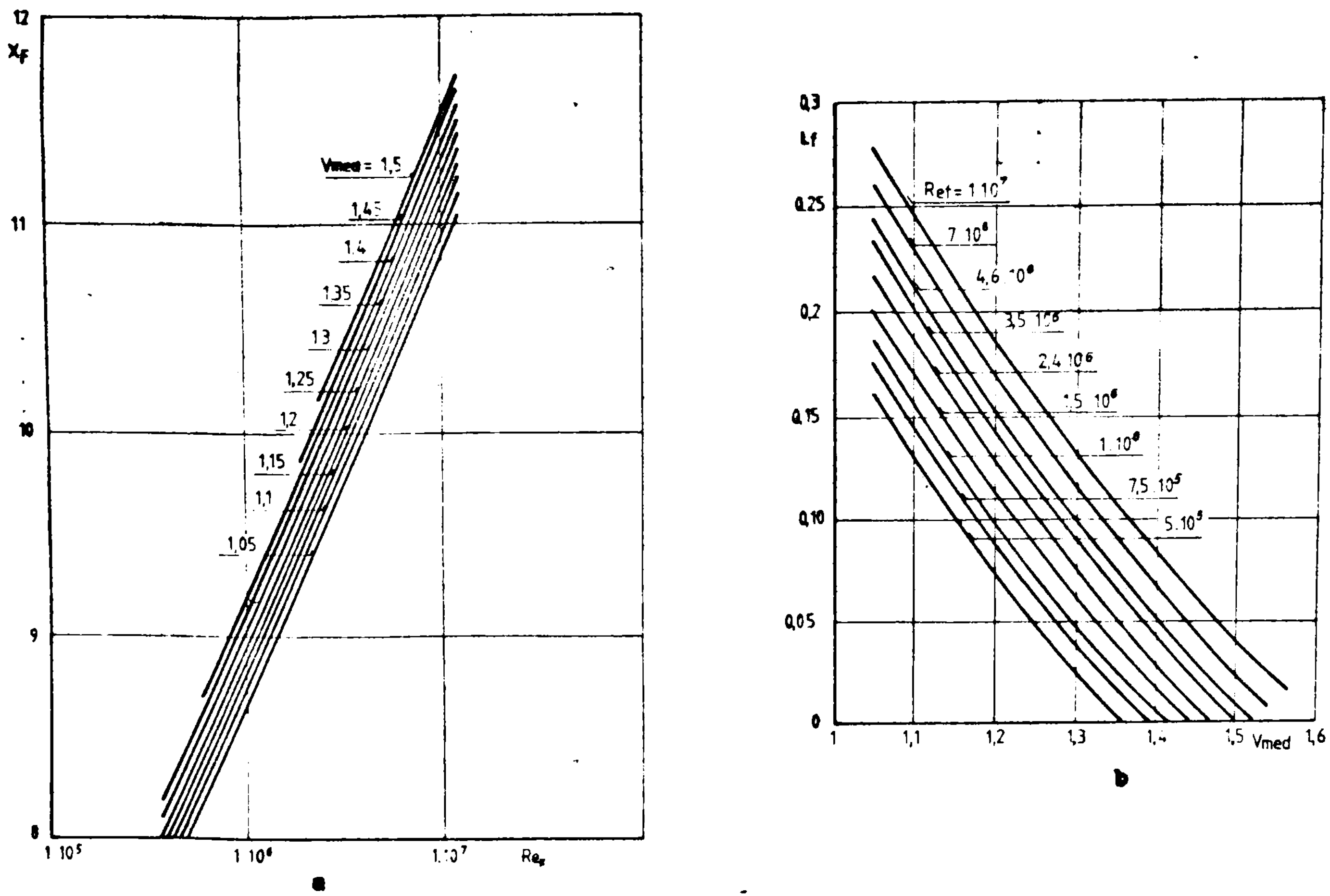


Fig.4.7.2 Diagramele $X_F = f(Re_F)$ şi $L_F = f(V_{med})$

între mărimile calculate și mărimile de proiectare Re_{S_F} și V^+_{med} există legătura

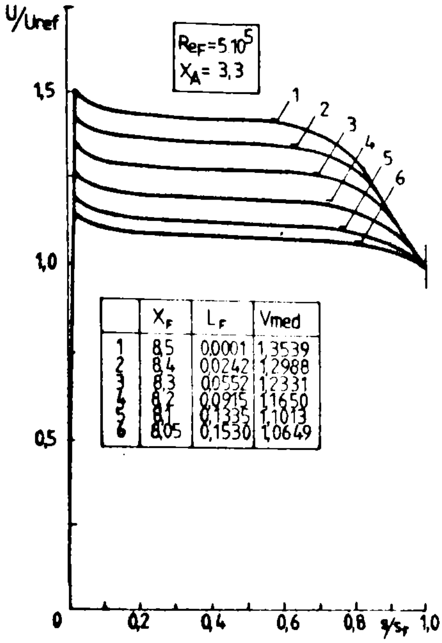
$$Re_F = k_F \, Re_{S_F} \qquad (4.7.6)$$

$$V_{med} = \frac{1}{k_F} V^+_{med} \qquad (4.7.7)$$

Abscisa X_A (fig.4.7.1 - detaliu) s-a modificat în calcule pentru a evita o micșorare prea mare a pantei vitezei în apropierea bordului de atac și deci a mărimii V_{med}.

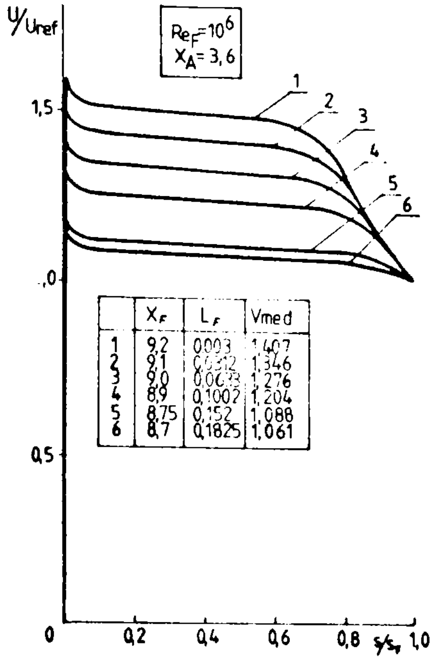
Valorile calculate au fost reprezentate (fig.4.7.2 a,b) sub forma dependențelor $X_F = f(Re_F)$ și $L_F = f(V_{med})$. Acestea sînt utile la stabilirea distribuției de viteză în planul imagine pentru date cunoscute ale rețelei. Rezultatele obținute ne conduc la următoarele observații :

- numărul Reynolds crește cu deplasarea curbelor de decelerare înspre valori crescătoare ale lui X, însă se menține destul de constant în lungul acestora,
- viteza medie în lungul unei linii de decelerare scade aproape liniar cu creșterea lui L_F (fig.4.7.2 b). In fig.4.7.1 au fost trasate curbe de egală viteză medie, care sînt aproximativ paralele între ele,
- variația numărului Reynolds cu X_F, într-o scară semilogaritmică, este liniară pentru V_{med} = const. (figura 4.7.2a). Pentru diferite valori ale lui V_{med} acestea sînt paralele,
- distribuțiile de viteză rezultate în lungul liniei de decelerare pentru diferite valori ale lui Re_F (fig.4.7.3 a,b,c, d) prezintă forme foarte asemănătoare. De aici, se obține un lucru important că pentru același V_{med} distribuția de viteză este independentă de numărul Reynolds Re_F. Pe de altă parte, însă cu scăderea numărului Reynolds Re_F proiectarea rețelelor cu portanțe mari (sau V_{med} mari) este limitată de desprinderea stratului limită turbulent (de expl. pentru V_{med} = 1,4 limita este Re_F = = 10^6). Avînd în vedere că rețelele de turbină hidraulică axială funcționează la numere Reynolds mari, iar coeficienții de portanță sînt relativ mai mici este puțin probabil ca proiectarea rețelei să întîmpine greutăți datorită limitării lui V_{med} la desprindere. Dacă astfel de cazuri apar, o soluție, ca să evităm desprinderea stratului limită, este de a folosi decelerarea optimă (sec. 4.3 e) în sensul curbei ABCD (fig.4.3.3).



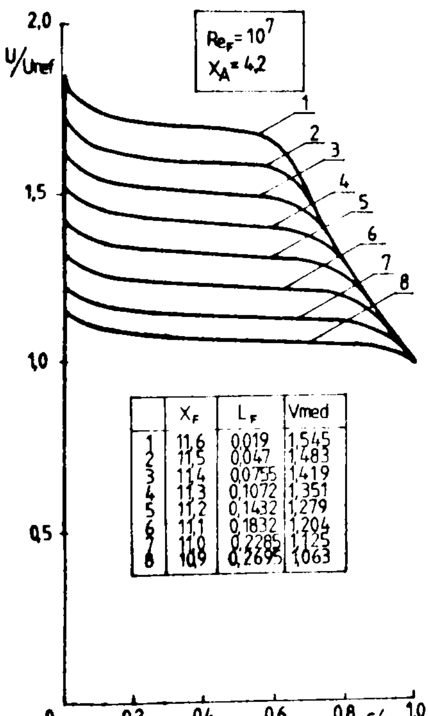
	X_F	L_F	Vmed
1	8,5	0,0001	1,3539
2	8,4	0,0242	1,2988
3	8,3	0,0552	1,2331
4	8,2	0,0915	1,1650
5	8,1	0,1335	1,1013
6	8,05	0,1530	1,0649

a



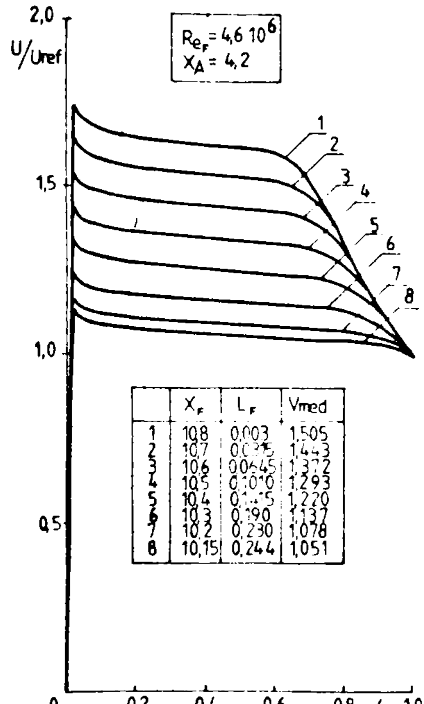
	X_F	L_F	Vmed
1	9,2	0,003	1,407
2	9,1	0,0312	1,346
3	9,0	0,0633	1,276
4	8,9	0,1002	1,204
5	8,75	0,152	1,088
6	8,7	0,1825	1,061

b



	X_F	L_F	Vmed
1	11,6	0,019	1,545
2	11,5	0,047	1,483
3	11,4	0,0755	1,419
4	11,3	0,1072	1,351
5	11,2	0,1432	1,279
6	11,1	0,1832	1,204
7	11,0	0,2285	1,125
8	10,9	0,2695	1,063

c



	X_F	L_F	Vmed
1	10,8	0,003	1,505
2	10,7	0,0315	1,443
3	10,6	0,0645	1,372
4	10,5	0,1010	1,293
5	10,4	[illegible]	1,220
6	10,3	0,190	1,137
7	10,2	0,230	1,078
8	10,15	0,244	1,051

d

Fig.4.7.3 Distribuţii de viteză obţinute prin planul imagine la Re_F = const.

4.7.3 Dimensionarea unei rețele de turbină

In această parte a lucrării se prezintă un exemplu de calcul a unei rețele pentru un model de turbină bulb și rezultatele obținute, folosind planul imagine prezentat în secțiunea anterioară (fig.4.7.1).

Parametrii hidroenergetici ai turbinei industriale sînt : $H = 7,12$ m , $Q = 380$ m^3/s, $n = 75$ rpm și $D = 7,2$ m, pentru care corespund datele de proiectare ale rotorului turbinei model /94/

$$n_{11} = 202,32 \text{ rpm} \qquad Q_{11} = 2,7464 \text{ m}^3/\text{s}$$
$$n_s = 1160,25 \text{ rpm} \qquad n_s = 3,935$$

Calculul rotorului, elementelor unghiulare și cinematice din zona rotorului au fost efectuate utilizînd metoda I.Anton /3/. Diametrul butucului s-a determinat din /5/ și este d = 110 mm.

Pentru dimensionarea rețelei de profile s-a considerat secțiunea de rotor dispusă la raza r = 105 mm (sau $r/R = 0,6$), pentru care, din calculul hidrodinamic, au rezultat următoarele mărimi:

$$\frac{l}{t} = 1,1062 \ , \ \beta_1 = 39^\circ \ , \ \beta_2 = 31,78^\circ \ , \ \beta_\infty = 35,07^\circ$$
$$\frac{d}{l} = 0,0775 \ , \ C_{ar} = 0,482 \ , \ Re_\infty = 1,8 \cdot 10^6$$

Pentru coeficienții k_s, k_v și k_f a rezultat (întîmplător) aceeași valoare, $k_s = k_v = k_f = 1,02$, cu care din (4.7.3) și (4.7.4) se obține

$$Re_{sf} = 1,84 \cdot 10^6 \ , \ V^+_{med} = 1,17$$

sau ținînd seama de (4.7.6) și (4.7.7)

$$Re_f = 1,9 \cdot 10^6 \ , \ V_{med} = 1,15$$

Cu ultimile valori, din diagramele 4.7.2 (a și b) s-au determinat coordonatele punctului $F(L_F , X_F)$. Prin F s-a construit o linie de decelerare în același mod ca în fig.4.7.1. Curba imagine este dată în fig.4.7.4 a (linia AITDTF), iar distribuția de viteză corespunzătoare în fig.4.7.4 c. In fig.4.7.4 b sînt reprezentate distribuții de viteză calculate pentru diferite poziții ale punctului F în lungul liniei de decelerare (fig.4.7.4 b).

Pentru comparații, cu linie subțire (fig.4.7.4 a) s-a trasat o curbă imagine utilizată la dimensionarea rețelelor de compresoare /65/, în care decelerarea s-a făcut pînă în apropierea desprinderii. Distribuțiile de viteză corespunzătoare celor trei linii de decelerare luate (1, 2 și 3) sînt date în fig.4.7.5, în care sînt tabelate și valorile lui V_{med} și Re_F . Se observă, în

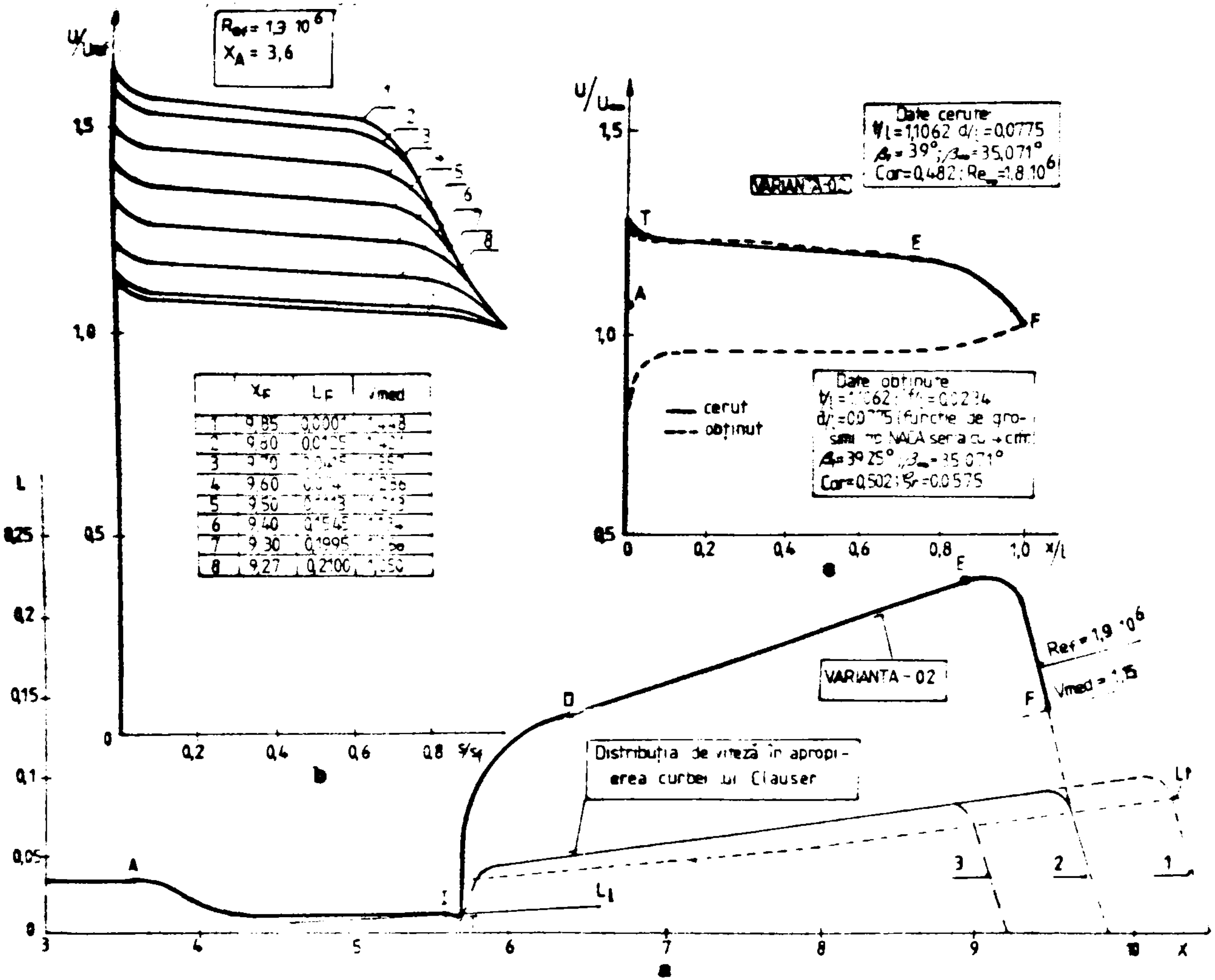


Fig.4.7.4 Dimensionarea unei reţele de turbină

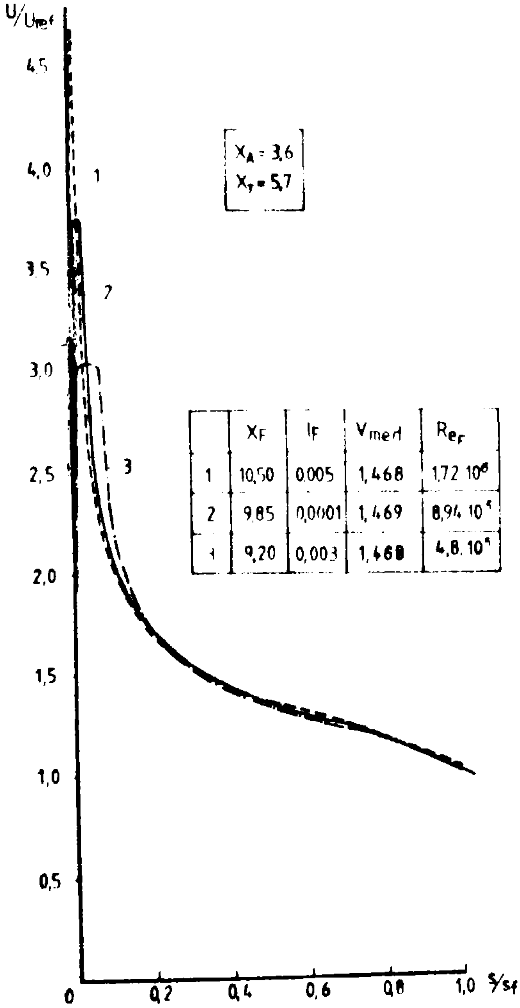
acest caz, că V_{med} obținut se menține constant, în schimb valoarea numărului Reynolds cerut este atinsă la valori mai mari ale lui χ. Distribuțiile de viteză au valori maxime foarte ridicate și prezintă o decelerare puternică, care se întinde aproape pe toată suprafața extradosului. Astfel de distribuții de viteză fac imposibilă dimensionarea unor rețele de profile de turbină hidraulică. Curba imagine poate fi însă utilizată la proiectarea unor rețele optimizate de compresor care funcționează la numere Reynolds Re_f mult mai mici ($Re_f < 10^5$).

Profilul dimensionat (cu metoda /112/ - secț.4.6), pentru o funcție de grosime NACA seria cu 4 cifre /77/, este reprezentat în fig.4.7.6. In fig.4.7.7 este dat scheletul profilului, comparativ cu cel al profilelor NACA cu 4 cifre /77/ cu aceeași săgeată maximă, însă cu poziția la x_f = 0,4 l (frecvent utilizat la rețele de turbine). Distribuția de viteză, pe care o realizează profilul, este trasată cu linie întreruptă (fig.4.7.4 c) care, pentru extrados, corespunde, cu mici abateri, cu distribuția cerută. Datorită acestor abateri coeficientul de portanță calculat este cu 4 % mai mare decît este necesar. Avînd în vedere alte aproximații care se fac în calcule s-a considerat că diferența este suficient de mică pentru a nu mai repeta calculele.

Considerînd partea de dimensionare încheiată s-a trecut la analiza directă a curgerii reale în rețeaua obținută. Aceasta s-a făcut cu metodele expuse în capitolul 3. In fig.4.7.8 sînt date variațiile parametrilor stratului limită pe extradosul profilului, în care : stratul limită laminar s-a calculat cu metoda Thwaites /27/ (secț.3.2.2), punctul de tranziție s-a stabilit cu criteriul Van Driest /106/ (relația (3.2.14)), stratul limită turbulent s-a calculat cu metoda Head /39, 27/ (secț.3.2.4) și cu ecuațiile stratului limită în echilibru, care stau la baza stratului limită turbulent în planul imagine. In fig.4.7.9 sînt date caracteristicile energetice reale ale rețelei, iar în fig. 4.7.10 și 4.7.11 se prezintă influența turbulenței, respectiv a numărului Reynolds asupra pierderilor în rețea, calculate în punctul de proiectare.

Pe baza rezultatelor obținute se desprind următoarele concluzii :

a. Distrivuția de viteză obținută este suficient de aplatizată (fig.4.7.4 c) și drept urmare, curbura profilului se încadrează în valorile frecvent utilizate la turbine hidraulice.



	X_F	l_F	V_{med}	R_{e_F}
1	10,50	0,005	1,468	$1,72\ 10^6$
2	9,85	0,0001	1,469	$8,94\ 10^5$
3	9,20	0,003	1,468	$4,8.\ 10^5$

Fig.4.7.5 Distribuţii de viteză în apropierea curbei lui Clauser

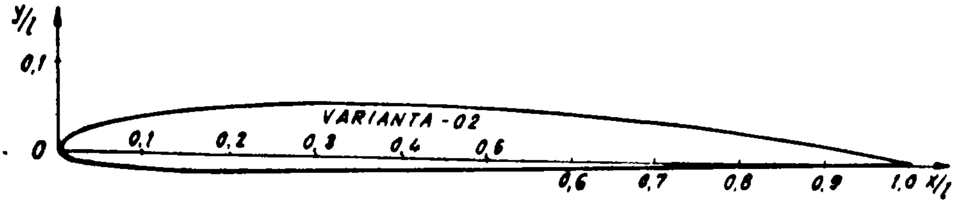


Fig.4.7.6 Profilul dimensionat

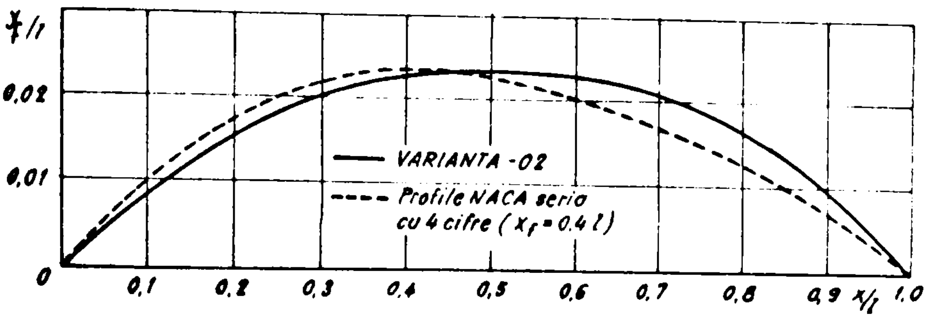


Fig.4.7.7 Scheletul profilului

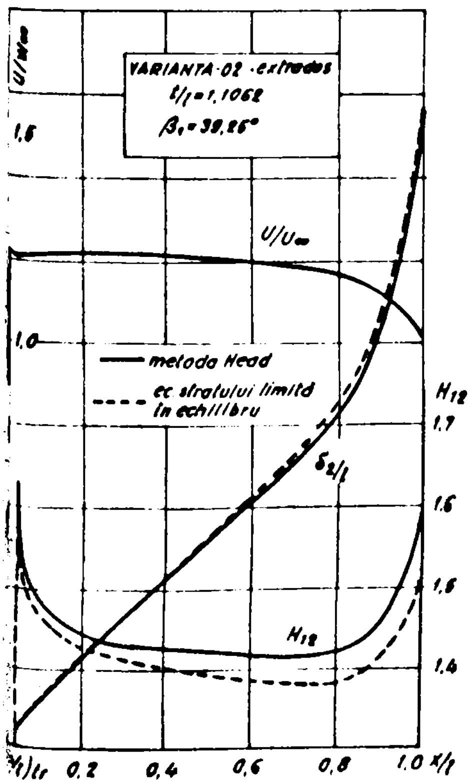


Fig.4.7.8 Parametrii stratului limită turbulent calculați pentru $\sqrt{u'^2}/u = 3\%$

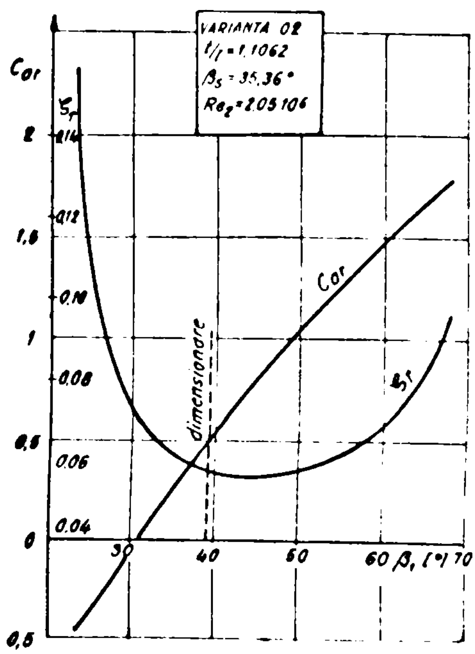


Fig.4.7.9 Caracteristicile energetice ale rețelei

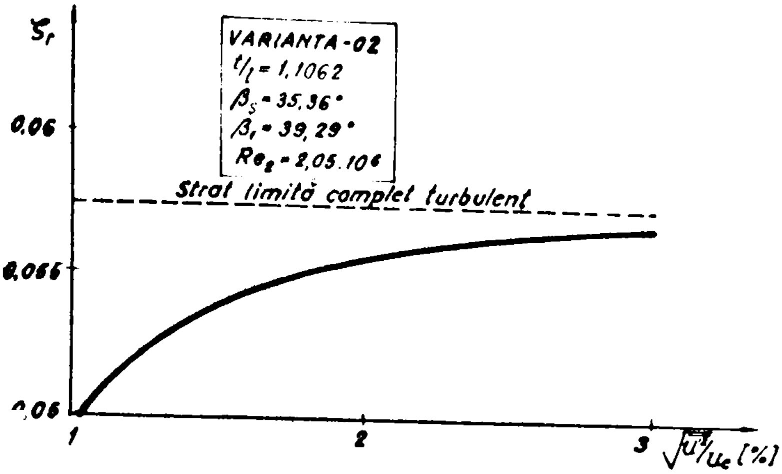


Fig.4.7.10 Influența turbulenței asupra pierderilor

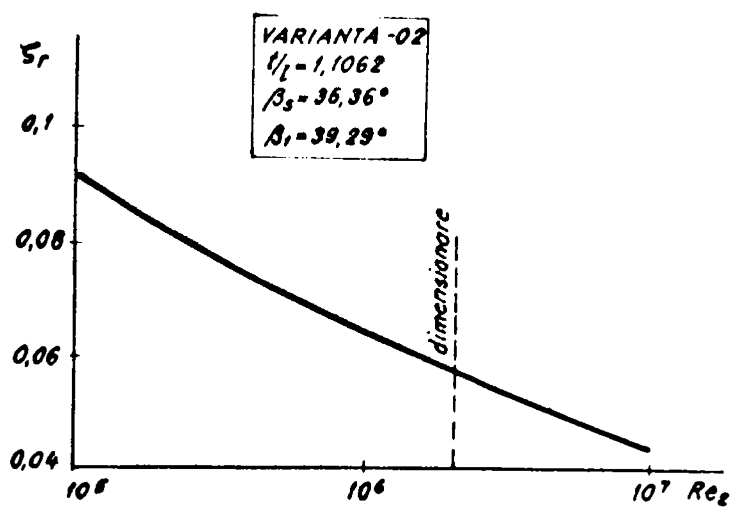


Fig.4.7.11 Influența numărului Reynolds asupra pierderilor

Poziţia curburii maxime se deplasează însă spre valori mai mari (x_f/l = 0,5, fig.4.7.7) faţă de valorile admise la proiectarea reţelei cu metode potenţiale.

b. Funcţiile M şi C_D stabilite în planul imagine, în ipoteza stratului limită turbulent în echilibru, ne oferă informaţii asupra parametrilor δ_2 şi H_{12} care sînt în bună concordanţă cu metoda Head /39, 27/ (fig.4.7.8).

c. Valoarea coeficientului de pierdere în punctul de dimensionare este foarte aproape de valoarea minimă (fig.4.7.9). Variaţia coeficientului de pierdere ζ_r cu unghiul de la intrare β_1 ne arată că domeniul optim de funcţionare al reţelei se extinde înspre valori mai mari ale lui β_1 (incidenţe pozitive)

d. Turbulenţa curgerii exterioare (fig.4.7.10) are o influenţă mică asupra pierderilor pentru valori ale $\sqrt{u'^2}/U > 2\%$, însă poate fi importantă la turbulenţe sub această valoare.

e. Numărul Reynolds influenţează semnificativ pierderea (fig.4.7.11); pierderile cresc mult cu scăderea numărului Reynolds. Trebuie menţionat faptul că pierderile au fost calculate pentru turbina model. La turbina industrială numărul Reynolds este mai mare şi prin urmare pierderile pot fi mai mici.

Ca o concluzie generală, se poate afirma că planul imagine (fig.4.7.1), construit în urma analizei proprietăţilor stratului limită, permite optimizarea reţelelor de profile destinate turbinelor axiale. Analiza pierderilor (fig.4.7.9) ne arată că dimensionarea se face în domeniul optim de funcţionare al reţelei.

4.7.4 <u>Dimensionarea unui rotor de turbină</u>

In prezent este unanim acceptat că dimensionarea rotoarelor de turbină axială cu reţele formate din aceeaşi familie de profile constituie un avantaj important din punct de vedere hidrodinamic şi constructiv /3, 116/. Incercările de a obţine aceeaşi familie de profile, pentru reţelele optimizate prin teoria stratului limită, în secţiunile de dimensionare ale unui rotor au întîmpinat unele greutăţi. In principal, acestea sînt datorate :

- numerelor Reynolds şi coeficienţilor de portanţă diferiţi de la o secţiune la alta. Aceasta înseamnă construirea în planul imagine a unei familii de curbe imagine (asemănătoare diagramei 4.7.1). Avînd în vedere că acestea se trasează grafic, erorile inevitabile unui astfel de procedeu se transferă distribuţiei de viteză, şi

- metodei de dimensionare inversă, sensibilă la valorile vitezei la bordul de atac şi în punctul imediat următor bordului de fugă, valori care nu pot fi precizate cu suficientă siguranţă. De asemenea, obţinerea bordului de fugă prin interpolare (secţ. 4.6 e) constituie un element de aproximare.

La acestea se adaugă necesitatea unor numeroase calcule şi construcţii grafice care determină un volum mare de timp. Din aceste motive, în lucrare, se propune o metodă de dimensionare a reţelelor din secţiunile unui rotor de turbină, care are la bază un profil generator, optimizat prin metoda stratului limită. Ca profil generator se consideră cel corespunzător secţiunii de la butuc. Printr-o lege semiempirică, scheletul obţinut pentru aceasta se modifică pentru celelalte secţiuni. Funcţia de grosime se modifică în funcţie de grosimea maximă d/l, calculată din considerente de rezistenţă. Unghiul de instalare β_s se determină astfel încît profilul să realizeze coeficientul de portanţă impus.

Metoda a fost aplicată la dimensionarea rotorului turbinei model (secţ.4.7.3). Pentru secţiunea de la butuc avem :

$$\frac{t}{l} = 1 \quad , \beta_1 = 80{,}97^\circ \quad , \beta_2 = 48{,}62^\circ \quad , \beta_\infty = 62{,}56^\circ$$
$$\frac{d}{l} = 0{,}18 \ , \ C_{or} = 1{,}283 \ , \ Re_\infty = 6{,}9 \cdot 10^5$$

Cu date de calcul pentru planul imagine au rezultat :

$$Re_F = 7 \cdot 10^5 \ , \ V^{+}_{med} = 1{,}46 \quad , k_F = 1{,}06$$

Cu aceste date a fost construită curba imagine a distribuţiei de viteză la care, pentru partea de decelerare, au fost luate liniile I, II şi III (fig.4.7.12 a). La aceste linii s-au modificat, atît panta dL/dX în punctul F, cît şi curba de racordare a liniei de decelerare. In fig.4.7.12 b sînt reprezentate distribuţiile de viteză corespunzătoare cazurilor analizate.

La dimensionarea inversă a profilului s-a luat aceeaşi funcţie de grosime, NACA seria cu 4 cifre. In fig.4.7.12 c au fost reprezentate comparativ funcţiile de schelet obţinute şi este tabelată curbura maximă f/l .

Pentru profilele obţinute (reamintim că profilele se construiesc aşezînd distribuţia de grosimi normală la schelet - secţ. 3.12, fig.3.1.2) s-a făcut analiza pierderilor în reţea cu metoda dată în capitolul 3. Variaţia pierderilor calculate în funcţie de β_1 , pentru stratul limită complet turbulent, este dată în fig. 4.7.13. Din această figură rezultă că din punct de vedere al pierderilor, varianta III este cea mai bună (în punctul de dimensionare pierderea este mai mică cu 16,9 % decît varianta I şi 12,8%

față de varianta II). Pe baza acestei constatări importante, pot fi desprinde cîteva concluzii privind decelerarea vitezei pe profil:

a. Din fig.4.7.12 b (var.I) se observă că menținerea unui palier prea lung, de viteză aproximativ constantă, este dezavantajos pierderilor. Acesta este favorabil desprinderilor stratului limită; observația este confirmată de calculul stratului limită cu metoda Head /39, 27/ (sect. 3.4).

b. Micșorarea pantei de decelerare în planul imagine (var. II - fig.4.7.12 a) are ca efect micșorarea decelerării vitezei (fig. 4.7.12 b); în schimb viteza maximă crește. Influența asupra pierderilor este nesemnificativă în punctul de proiectare (fig.4.7.13), însă are loc o îmbunătățire a domeniului de funcționare al rețelei.

c. Var.III (fig.4.7.12 a) ne arată că o racordare mare a curbei imagine urmată de o decelerare mai pronunțată pe ultima parte are ca efect micșorarea palierului de viteză constantă (fig. 4.7.12 b) fără a afecta viteza maximă. Decelerarea vitezei este mai mică pe o porțiune însemnată a profilului, dar crește în apropierea bordului de fugă. Efectul unei astfel de decelerări are importanță asupra pierderilor, atît asupra valorii acestora, cît și asupra domeniului optim de funcționare al rețelei (fig.4.7.13).

d. Reprezentarea comparativă a scheletului (fig.4.7.12 c) ne arată că varianta II tinde să se apropie de profilele frecvent utilizate la turbine (x_f = 0,4 l) în timp ce varianta III are o funcție de schelet apropape simetrică. Curbura maximă f/l prezintă o micșorare cu aproximativ 16 % față de curbura obținută prin dimensionarea cu o metodă potențială /94/.

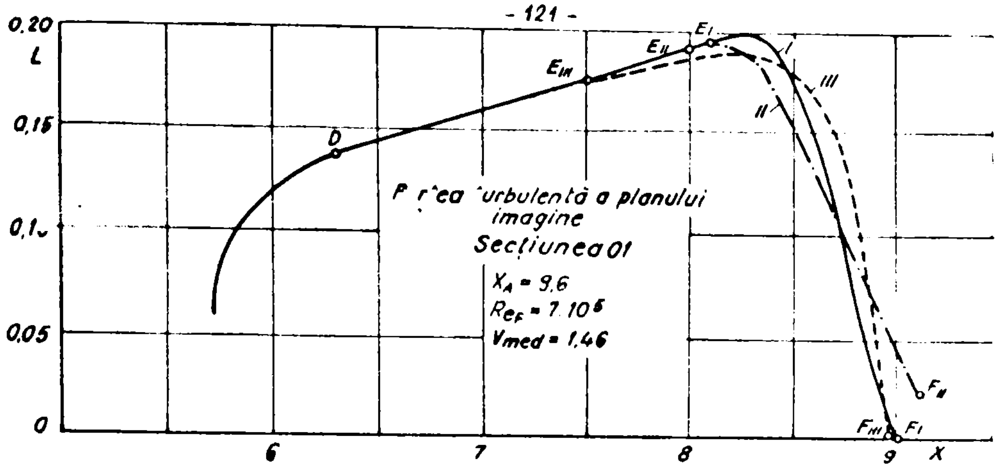
Cu aceste rezultate importante, obținute pentru profilul de la butuc (var.III), s-a considerat că pot fi obținute rezultate la fel de bune și pentru celelalte secțiuni ale rotorului, dacă acest profil se modifică corespunzător. Pentru aceasta s-a luat în considerare ecuația caracteristică a scheletului /94, 116/

$$\left(\frac{f}{l}\right)^2 + \frac{a}{tg\Delta\theta}\frac{f}{l} + c = 0 \qquad (4.7.8)$$

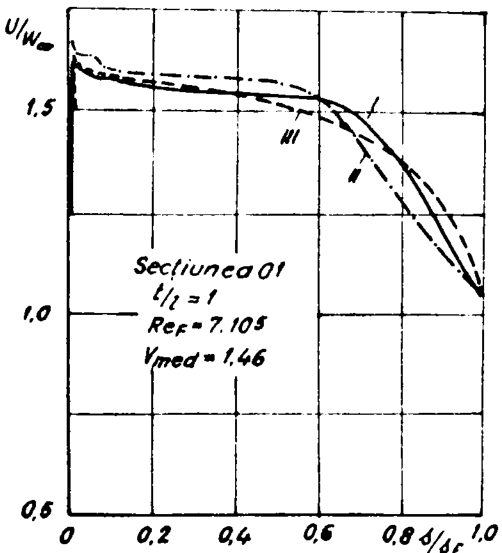
în care $\Delta\theta$ - este unghiul format de tangentele duse la schelet în bordul de fugă și atac, iar a și c constante, care se determină din condiții la limită.

In urma unor analize efectuate în planul imagine, s-a putut deduce că modificarea unghiului $\Delta\theta$, în celelalte secțiuni ale rotorului, poate fi aproximată cu relația

$$\Delta\theta = k_\theta \left[\Delta\theta\right]_{01} \frac{C_{or}}{\left[C_{or}\right]_{01}} \qquad (4.7.9)$$

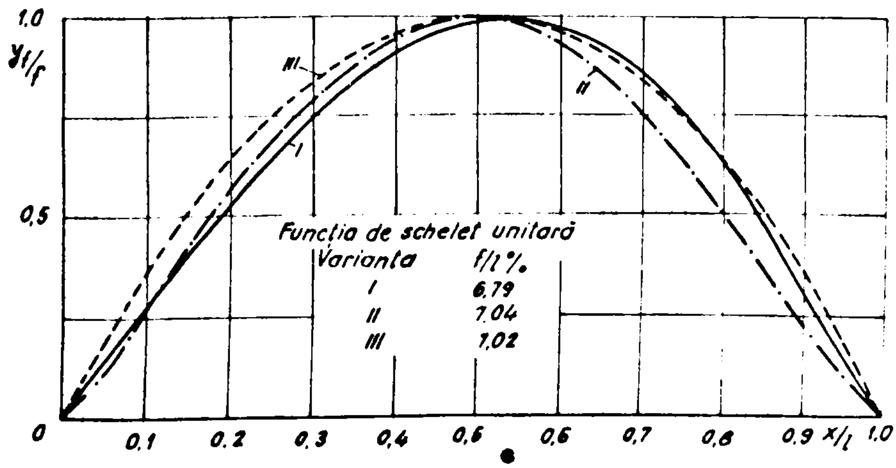


a



b

Fig.4.7.12 Optimizarea reţelei de la butuc



c

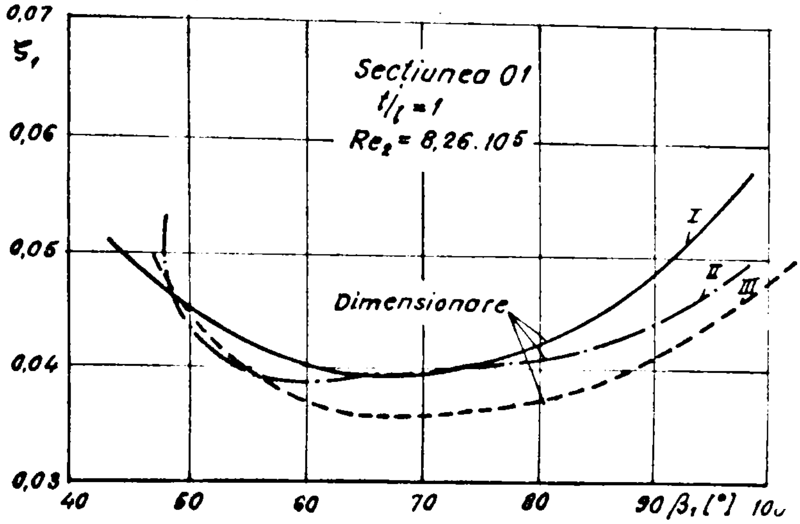


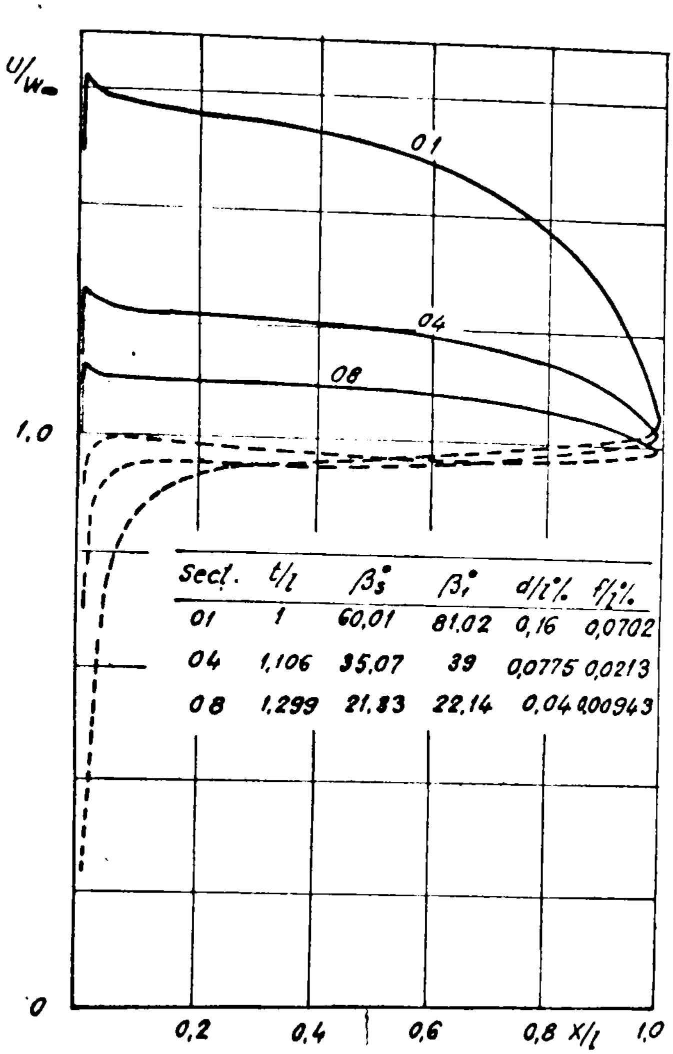
Fig.4.7.13 Coeficienţii de pierdere calculaţi pentru variantele analizate

unde indicele ol se referă la secţiunea de la butuc. Pentru constanta k_θ s-a găsit valoarea k_θ = 1,21.

Cu $\Delta\theta$ calculat, din ecuaţia (4.7.8) se obţine curbura maximă f/l . Cu valoarea f/l se modifică funcţia de schelet a profilului de la butuc (var.III în acest caz). Rezultatele obţinute sînt prezentate pentru două secţiuni ale rotorului : secţiunea o4 (r/R = 0,6 – vezi secţ. 4.7.3) şi secţiunea 08 (r/R = 1 la periferia rotorului). Pentru secţiunea o8 din calculul hidrodinamic avem următoarele date

$$\frac{t}{l} = 1,299 \;,\; \beta_1 = 22,05^\circ \;,\; \beta_2 = 20,42^\circ \;,\; \beta_\infty = 21,25^\circ$$
$$\frac{d}{l} = 0,04 \;,\; C_{or} = 0,212 \;,\; Re_\infty = 4,19 \cdot 10^6$$

In fig.4.7.14 sînt date comparativ distribuţiile de viteză, în care tabelat sînt date valorile corespunzătoare ale curburii maxime f/l şi ale unghiurilor de instalare β_S , la care se realizează portanţa cerută,şi de intrare β_1 , calculat cu relaţia (3.1.24) (mici diferenţe faţă de datele reţelelor apar datorită unor rotunjiri în calcule). In fig.4.7.15 a,b,c sînt reprezentate caracteristicile energetice calculate cu metoda din secţ ... ... unui strat limită complet turbulent. Coeficienti



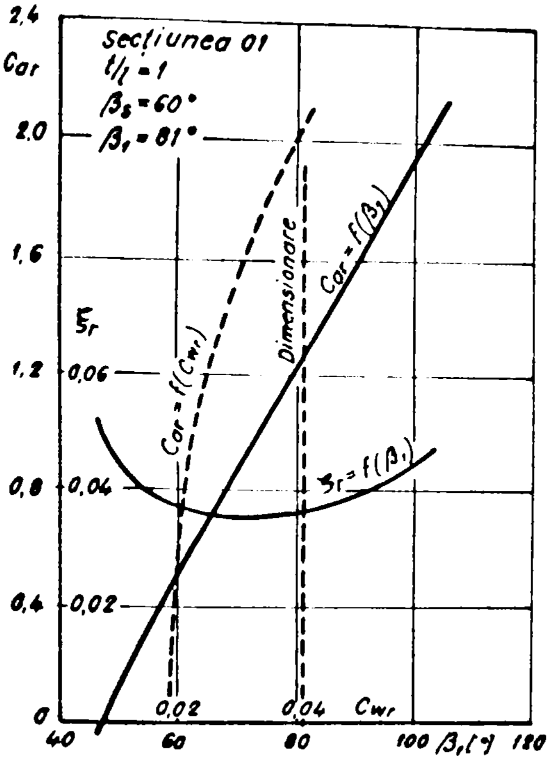
Secț.	t/l	β_s°	β_1°	d/l %	f/l %
01	1	60,01	81,02	0,16	0,0702
04	1,106	35,07	39	0,0775	0,0213
08	1,299	21,83	22,14	0,04	0,00943

Fig.4.7.14 Distribuțiile de viteză în secțiunile de rotor considerate

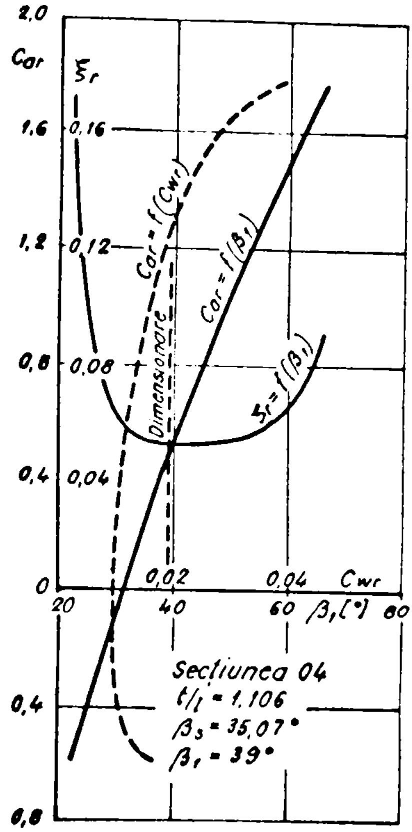
de pierdere în punctul de dimensionare se prezintă în tabelul de mai jos, în care se dau și valorile curburii maxime, comparativ cu cele ale profilelor calculate cu metoda potențială /94/ (profile cu curbură maximă la f/l = o,4 și o funcție de grosime asemănătoare profilelor NACA cu patru cifre).

Pe baza rezultatelor obținute se constată următoarele :

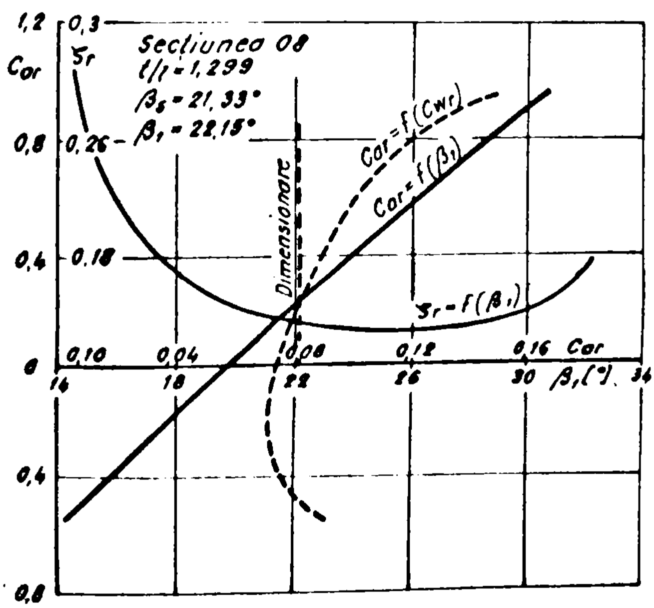
a. In toate secțiunile analizate se obțin distribuții de viteză suficient de aplatizate. Din fig.4.7.14 se observă că viteza de decelerare dU/U scade cu depărtarea secțiunilor spre



a



b



c

Fig.4.7.15 Caracteristicile energetice în secțiunile de rotor considerate periferia rotorului. Aceasta înseamnă că, în planul imagine, fiecărei secțiuni ar corespunde o altă pantă a liniei de decelerare (se poate observa prin comparație din fig.4.7.3 a,b,c,d și fig. 4.7.14).

Secțiunea de rotor	o 1	o4	o8
Coeficientul de pierdere ζ	0,036	0,0534	0,1324
Curbura max. f/l (rel. 4.7.8)	0,0702	0,0213	0,00943
Curbura max.f/l (met. potențială)	0,0833	0,0231	0,0104

b. Curburile maxime sînt mai mici decît cele obținute cu metoda potențială, însă micșorarea este mai pronunțată la butuc și în secțiunile apropiate.

c. Punctul de funcționare al rețelei (fig.4.7.15), în toate secțiunile analizate, se situează în domeniul optim de funcționare al rețelei.

d. Pentru secțiunea o4 coeficientul de pierdere calculat este mai mic cu 7 % față de cel obținut pentru aceeași rețea dimensionată în sect.4.3.4. De aici, rezultă că prin îmbunătățirea performanțelor rețelei de la butuc s-au mărit performanțele și în celelalte secțiuni ale rotorului (în fig.4.7.12 a varianta I are aceeași linie de decelerare ca în fig.4.7.4 a). De asemenea, se observă o îmbunătățire a domeniului optim de funcționare al acestei rețele (fig.4.7.15 b, comparativ cu fig.4.7.9).

In concluzie, rezultatele ne arată că metoda propusă poate fi aplicată cu eficiență la proiectarea rotoarelor de turbină. Avantajul metodei constă în faptul că dimensionarea rețelei de la butuc se face în urma unei analize a curgerii ținînd seama de proprietățile stratului limită, iar prin modificarea corespunzătoare a profilului în celelate secțiuni, aceste proprietăți nu sînt afectate.

4.8 Concluzii privind optimizarea rețelelor prim teoria stratului limită

In acest capitol au fost analizate posibilitățile prin care teoria generală a stratului limită, dezvoltată de Le Foll /49/, poate fi aplicată la proiectarea optimizată a rețelelor de profile. Din această analiză a rezultat modul cum poate fi reprezentată în planul imagine, și obținută din acesta, distribuția de viteză, optimizată, corespunzătoare extradosului profilului din rețea. Ca rezultat, s-a construit un plan imagine, destinat proiectării rețelelor de turbine axiale (fig.4.7.1), care a fost utilizat la dimensionarea unei rețele de profile (secț.4.7.3) și apoi la dimensionarea unui rotor de turbină (secț.4.7.4). Rezultatele obținute și concluziile care s-au desprins au fost discutate în detaliu în secț.4.7.2, 4.7.3 și 4.7.4. Drept urmare, aici vom rezuma concluziile mai importante :

a. Datorită numerelor Reynolds mari la care funcționează rețelele de turbină hidraulică partea laminară a stratului limită este foarte restrînsă. Prin urmare, procesul de optimizare constă în principal din optimizarea stratului limită turbulent. Pentru turbine problema se pune în mod diferit optimizării compresoarelor /64, 65/; curba imagine urmează foarte aproape curba $M = 0$ (fig.4.7.1) și nu curba de stabilitate a lui Clauser (fig. 4.7.4 a).

b. Planul imagine (fig.4.7.1), destinat proiectării rețelelor de profile, ne dă distribuții de viteză pentru straturi limită nedesprinse, care sînt independente de condițiile de la intrare și ieșire, pasul relativ și valoarea numărului Reynolds. Ultima observație este foarte importantă în proiectare, deoarece în urma calculelor (secț.4.7.3 și 4.7.4) rezultă că :

- pierderile în lungul unei linii V_{med} = const. (fig. 4.7.1) scad cu creșterea lui X , deci cu valoarea numărului Reynolds (fig.4.7.4) (vezi /87/)

- pierderile cresc cu creșterea lui L_F în lungul liniei de decelerare (Re_F = const)

Deci, o funcționare bună a rețelei are loc la numere Reynolds mari și pe cît posibil la limita desprinderii și chiar la mici desprinderi /87/. Datorită coeficienților de portanță relativ mici, această limită nu poate fi atinsă în toate secțiunile unui rotor.

c. O importanță mare în procesul de optimizare îl are partea de decelerare. Pentru turbine hidraulice mai avantajoasă este o distribuție de viteză concavă pe partea de decelerare (secț.4.7.4 - fig.4.7.14), în timp ce pentru compresoare, o distribuție de viteze convexă /64, 65/ (fig.4.7.5). Decelerarea puternică a curentului trebuie să se producă în apropierea bordului de fugă. La optimizarea unei rețele este indicat să fie făcută o analiză a decelerării distribuției de viteză.

d. Aplicarea planului imagine (fig.4.7.1) prezintă avantaje pentru proiectarea rețelelor, însă prezintă dezavantaje în ceea ce privește dimensionarea unor rețele de profile formate din aceeași familie de profile, ceea ce ar prezenta mari facilități în procesul de proiectare. Pentru rotoare de turbine axiale această dificultate a fost înlăturată prin optimizarea profilului de la butuc și modificarea corespunzătoare a acestuia pentru celelalte secțiuni de rotor (secț.4.7.4).

e. In toate cazurile analizate (secț.4.7.3 și 4.7.4) rezultatele au dovedit că funcționarea rețelei, obținute din curba imagine a distribuției de viteză, se situează în domeniul optim. Valoarea pierderii și extinderea domeniului depinde în mare măsură de decelerarea distribuției de viteză (sau linia de decelerare a curbei imagine).

In acest capitol au fost rezolvate următoarele probleme:

1. Pe baza unor metode, legi și relații din literatură, privind teoria stratului limită (secț.4.2), au fost stabilite funcțiile M și C_D în reprezentarea lui Le Foll /49/. Acestea sînt într-o bună concordanță (fig.4.7.8) cu metodele folosite, la calculul stratului limită, în procesul de analiză al pierderilor în rețea (secț. 3.2.2 - 3.2.4).

2. A fost stabilită curba imagine corespunzătoare distribuției de viteză optimizate pe extradosul profilului dispus în rețea de turbină hidraulică. La baza acesteia a stat analiza proprietăților stratului limită în planul imagine (secț.4.3).

3. S-a construit un plan imagine (fig.4.7.1) destinat proiectării rețelelor de turbine. Pe baza acestui plan s-au obținut curbele ajutătoare din fig.4.7.2 a,b. Acestea permit stabilirea curbei imagine a distribuției de viteză, pentru valori cunoscute ale numărului Reynolds Re_F și V_{med}.

4. A fost realizat un program, pe calculatorul HP 9845 S, de calcul al distribuției de viteză prin integrarea numerică a curbei imagine. Distribuția de viteză se obține numeric sau prin reprezentare grafică.

5. Din analiza mai multor rețele s-a dedus relația aproximativă (4.7.4) și s-au stabilit valorile coeficienților k_s, k_v și k_f (secț.4.7.1).

6. Pentru dimensionarea inversă a profilului s-a realizat un program de calcul avînd la bază metoda Wilkinson /112/ (secț.3.1.2 și 4.6). In cadrul programului s-a stabilit curba de interpolare a scheletului la bordul de fugă, adecvată distri-

buţiilor de viteză obţinute din planul imagine (secţ.4.6 e).

7. A fost elaborată o metodă pentru dimensionarea reţelelor, pentru un rotor de turbină, formate dintr-o familie de profile. Metoda constă din optimizarea, prin teoria stratului limită, a reţelei de la butuc şi modificarea corespunzătoare a profilului pentru celelalte secţiuni. Pentru aceasta s-a dedus relaţia empirică (4.7.9). Prin rezultatele obţinute (secţ.4.7.4) s-a dovedit că metoda propusă poate fi folosită la proiectarea rotoarelor axiale de turbină hidraulică.

CAPITOLUL 5

CERCETARI EXPERIMENTALE DE STRAT LIMITA SI TURBULENTA PE UN PROFIL AERODINAMIC

Cercetările experimentale de strat limită şi turbulenţă s-au efectuat în cadrul staţiunii experimentale a Laboratorului de maşini hidraulice al Institutului Politehnic din Timişoara. Staţiunea este dotată cu un tunel aerodinamic de strat limită şi turbulenţă (fig.5.1) şi aparatură electronică de mare precizie necesară unor investigaţii experimentale. Cercetările au fost orientate asupra analizei curgerii în stratul limită şi în dîra unui profil aerodinamic şi au avut ca scop verificarea unor metode folosite în secţiunile anterioare la soluţionarea curgerii potenţiale (secţ.3.1.3) şi la soluţionarea curgerii în stratul limită (secţ.3.2.2 - 3.2.4).

Ca sistem de măsurare a fost utilizată termoanemometria cu fir încălzit (fig.5.2), binecunoscută în prezent pentru avantajele pe care le oferă în analiza experimentală a curgerii turbulente /21, 75/.

5.1 Descrierea staţiunii

Tunelul de strat limită şi turbulenţă este un tunel în circuit deschis (fig.5.1.1) care lucrează prin absorbţie, în scopul de a obţine un curent uniform fără prea mari complicaţii constructive. Tunelul constă dintr-o gură de intrare (1), o cameră de uniformizare (2) cu 5 site (3), o contracţie 12:1 (4), camera de lucru cu secţiunea 0,6 x 0,3 m şi lungimea 1,5 m (5), un difuzor (7) şi două ventilatoare (9) racordate prin intermediul unei contrucţii bifurcate (8). Este executat din lemn cu excepţia piesei bifurcate confecţionată din tablă. In camera de lucru

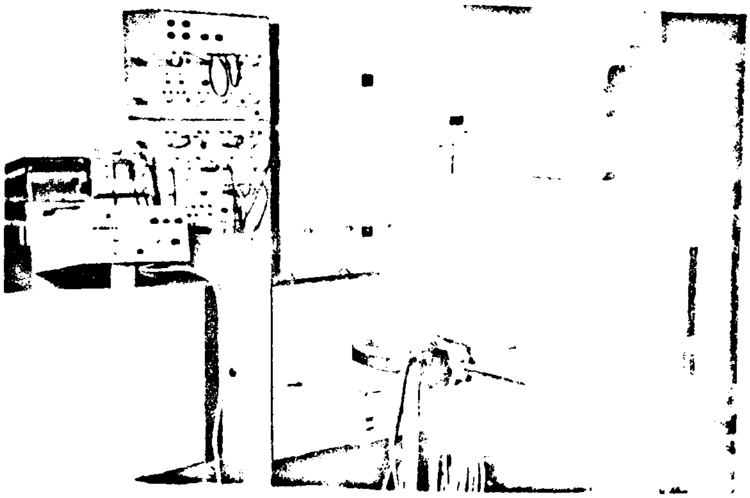


Fig.5.1 Instalaţia experimentală

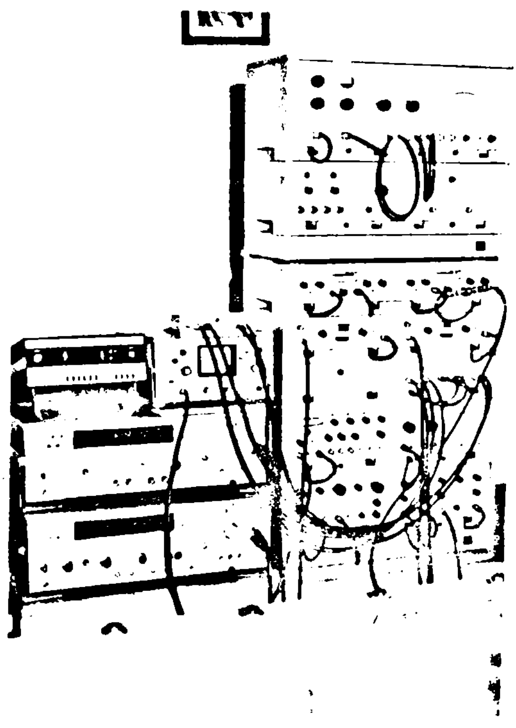


Fig.5.2 Aparatura de măsură

se poate dezvolta o viteză de aproximativ 65 m/s.

Ventilatoarele sînt de tipul axial, cu caracteristicile: $\Delta p = 62$ mm.c.apă, $Q = 25000\ m^3/h$. Puterea motorului de antrenare a unui ventilator este $P = 7,5$ kW la turația $n = 1500$ rot/min.

La încercări s-a lucrat cu un singur ventilator pentru a evita viteze prea mari în camera de lucru. In acest scop ieşirea celuilalt ventilator a fost obturată. Pentru a distruge vîrtejul central al curentului, datorat ventilatorului, între piesa de bifurcație (9) şi difuzorul (8) a fost introdusă o sită. Aceasta a avut ca scop eliminarea pulsațiilor de viteză transmise de la ventilator în amonte.

Uniformitatea vitezei în camera de lucru a tunelului a fost verificată în trei secțiuni transversale care încadrează lungimea profilului ($l = 0,6$ m, fig.5.1.2 a), Măsurătorile s-au efectuat în secțiunea mediană a înălțimii camerei de lucru ($L = 0,3$ m, corespunzătoare anvergurii profilului), în care au fost efectuate şi mă surătorile pe profil. Viteza a fost măsurată în două moduri : cu sondă Pitot-Prandtl şi cu termoanemometrul tip DISA cu fir cald (secț.5.3). In ambele cazuri s-au obținut valori apropiate ale vitezei. Variațiile în presiunea statică şi totală au fost mai mici de 1% din presiunea dinamică. Din fig.5.1.2 a se constată o foarte bună uniformitate a vitezei în toate cele trei secțiuni analizate. Micşorarea vitezei de la secțiunea I ($U = 23,8$ m/s) la secțiunea III ($U = 23,2$ m/s) se datorează lărgirii camerei de lucru cu 1^o, pe lungimea de 1,5 m, pentru a reduce efectul stratului limită al pereților asupra curgerii.

Ca viteză de referință U_{ref}, la care se raportează măsurătorile, a fost considerată valoarea vitezei în prima secțiune ($U_{ref} = 23,8$ m/s) ceea ce corespunde unui număr Reynolds format cu diametrul echivalent $U_{ref}.d_e/\nu = 7,54.10^5$. Numărul Reynolds corespunzător profilului ($l = 0,6$ m) este $U_{ref}.l/\nu = 9,46.10^5$.

In fig.5.1.2 b este dată variația gradului de turbulență, măsurat cu termoanemometrul DISA cu ajutorul unei sonde cu un fir încălzit, dispus paralel cu înălțimea camerei de lucru. Se observă că se respectă şi uniformitatea turbulenței în toate secțiunile şi se mențin la aceeaşi valoare de aproximativ 0,1 %, valoare acceptată pentru măsurători de strat limită şi turbulență în tunele aerodinamice.

In general, rezultatele prezentate concordă destul de bine cu cele date de Nakayama /59/ asupra tunelului de joasă viteză în circuit închis de la Douglas Aircraft Company, Long

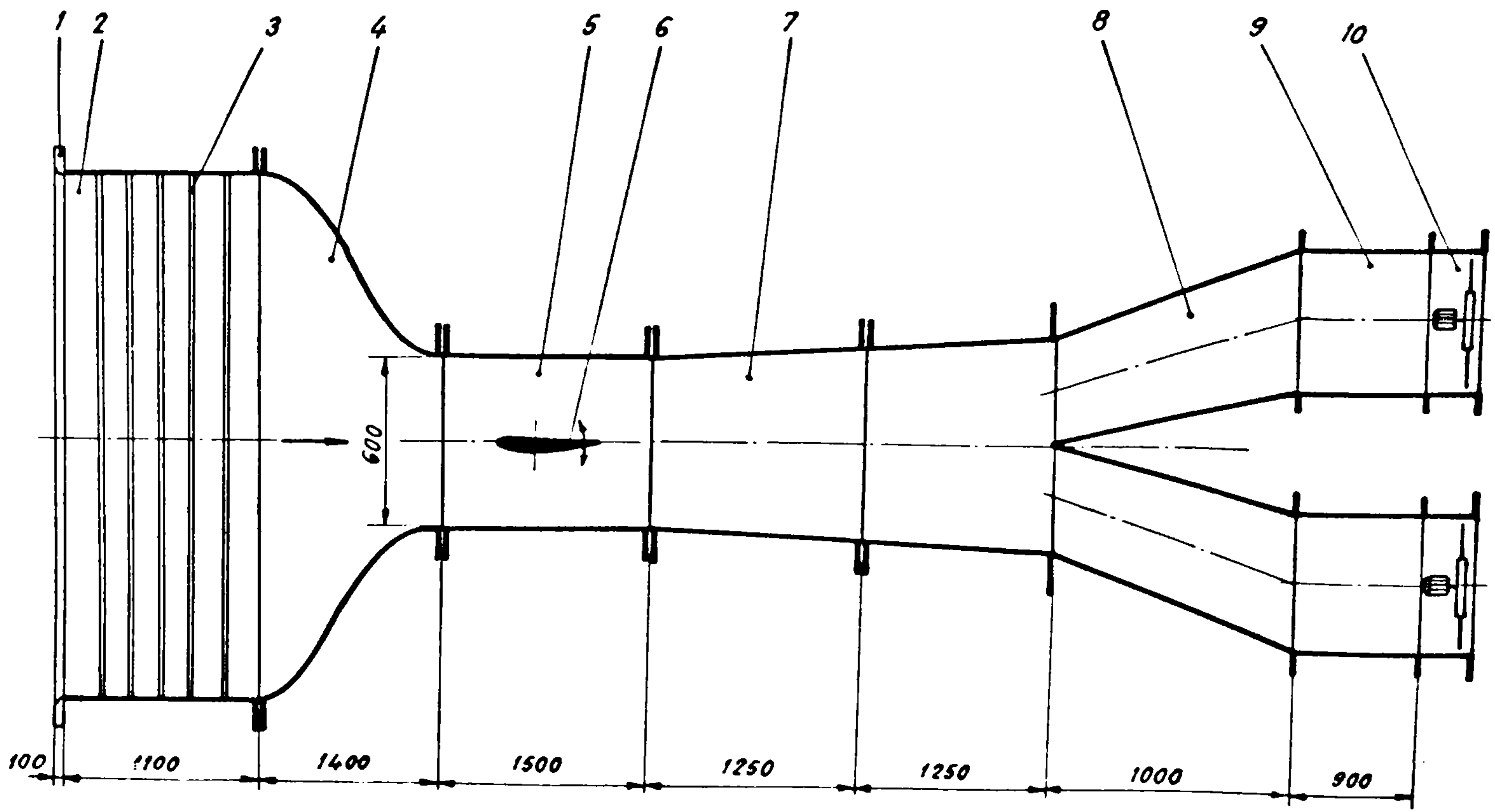


Fig. 5.1.1 Schița instalației experimentale

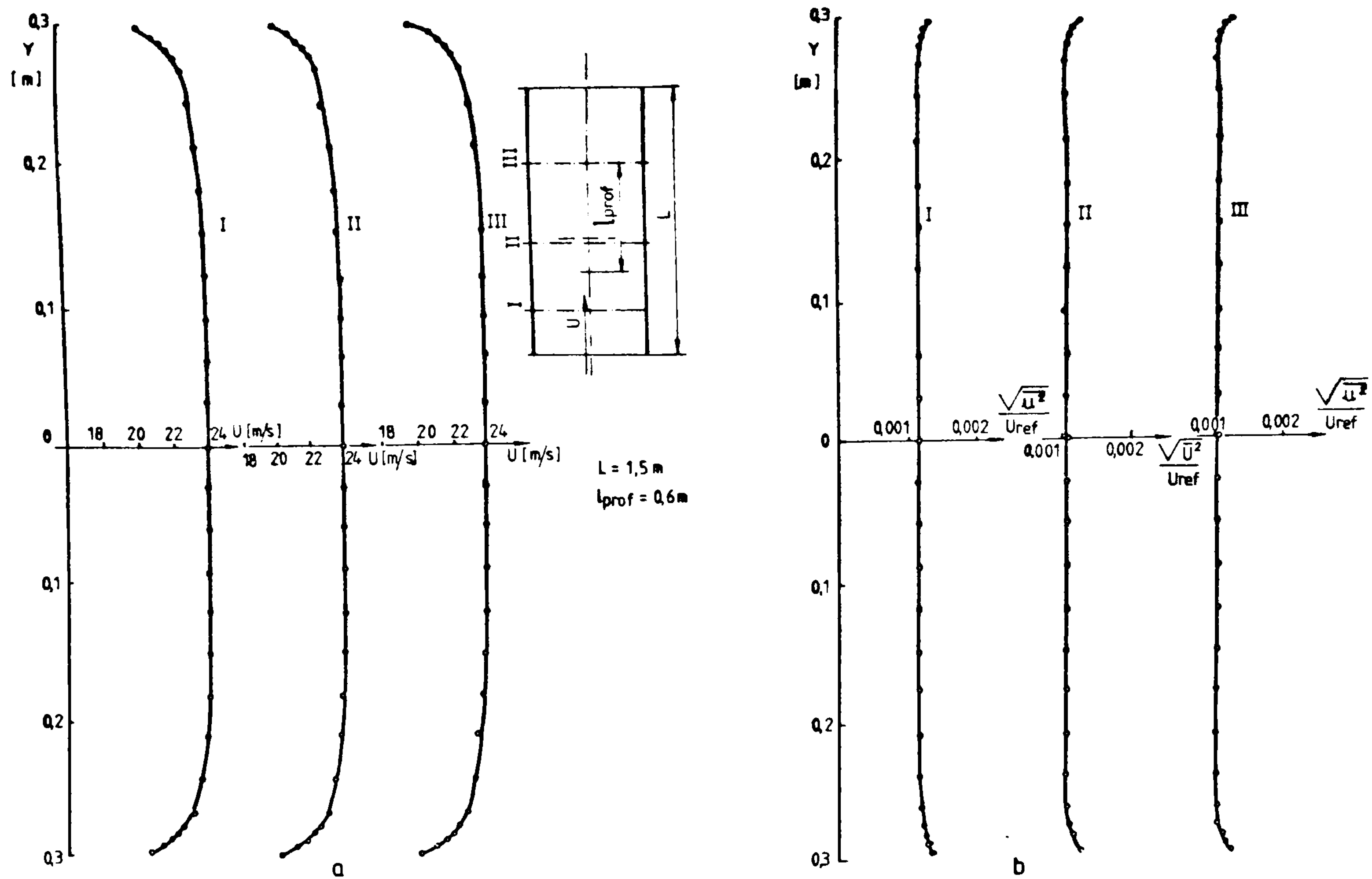


Fig. 5.12 Profile de viteză și turbulență în camera de lucru.

Beach, USA. Excepţie face gradul de turbulenţă mai ridicat al tunelului nostru, însă trebuie avut în vedere dimensiunile mai mici şi construcţia tunelului în circuit deschis.

5.2 Modelul experimental

Pentru studiul experimental a fost luat profilul NACA (fig. 5.2.1) a cărui geometrie se caracterizează prin /77/ : curbura maximă $f/l = 4\ \%$; grosimea maximă $d/l = 12\ \%$; poziţia curburii maxime $x_f/l = 40\ \%$; poziţia grosimii maxime $x_d/l = 30\ \%$.

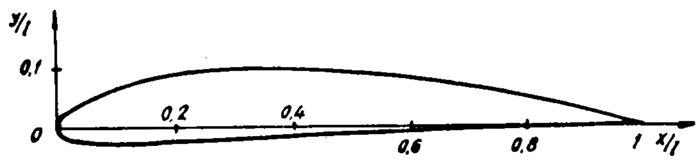


Fig.5.2.1 Profilul NAÇA 4412

Modelul experimental (fig.5.2.2) s-a construit din lemn de tei, finisat, vopsit şi lustruit. Caracteristicile modelului sînt : lungimea corzii l = 0,6 m şi anvergura L = 0,3 m.

Pe suprafaţa profilului, în secţiunea mediană a anvergurii, au fost aplicate un număr de 41 de prize de presiune (22 pe extrados, 17 pe intrados şi cîte unul în bordul de atac şi respectiv bordul de fugă). Prizele sînt dispuse normal la suprafaţă şi au diametrul orificiului d = 1 mm. Legătura dintre prizele de presiune şi instrumentul de măsură s-a făcut prin intermediul unor ţevi metalice scoase prin axul modelului, racordate cu furtune la un comutator de presiune cu fluid magnetic (fig.5.2.3).

Comutatorul de presiune este rezultatul preocupărilor colectivului de ferohidrodinamică al Laboratorului de maşini hidraulice în domeniul aplicării fluidelor magnetice în tehnică. Comutatorul este obiectul unei cereri de brevet de invenţie. Avantajul pe care îl oferă este înlocuirea unui instrument multiplu de măsurare a presiunii cu un instrument simplu. In acest fel, eroarea de măsură a instrumentului se reduce la eroarea datorată unui singur aparat.

Pentru măsurarea presiunii pe suprafaţa profilului s-a utilizat un micromanometru cu alcool clasa de precizie 1.

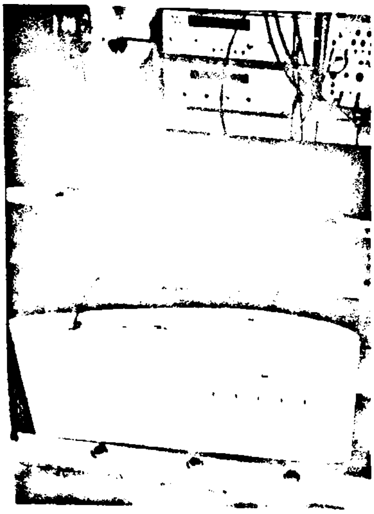


Fig.5.2.3 Modelul experimental

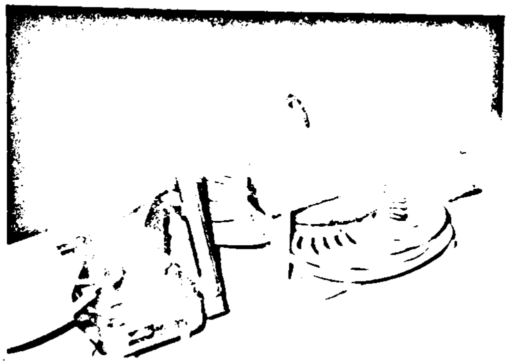


Fig.5.2.3 Comutatorul de presiune şi instrumentul de măsurare a presiunii

5.3 Măsurarea vitezei şi a turbulenţei

Pentru măsurarea vitezei medii şi a cantităţilor fluctuante s-a folosit sistemul DISA 55Doo, aflat în dotarea Laboratorului de maşini hidraulice. Sistemul (fig.5.2) cuprinde : termoanemometre de temperatură constantă, liniarizatoare, voltmetre numerice, voltmetre de valoare efectivă, corelator analog, traductori cu fir sau film şi aparatură auxiliară pentru etalonarea şi deplasarea în tunel de traductoarelor. Ca traductori, ai schimbului de energie dintre fluid şi sistemul de măsură, s-au utilizat sonde DISA cu fir de wolfram cu diametrul firului d_f = 5μm şi lungimea l_f = 1,2 mm.

Termoanemometria cu fir cald, datorită complexităţii curgerilor studiate şi a aparaturii folosite, a făcut obiectul a numeroase cercetări privind sistemele de măsurare, traductorii şi metodele de analiză a semnalelor /1, 17, 21, 36, 47, 78, 91/.

Legătura dintre transferul de căldură a firului şi viteza curentului este dată de legea lui King /17, 78/,

$$Nu = A + BU^n \qquad (5.3.1)$$

unde : $Nu = Q_c d_f (\pi d_f l_f) \lambda (T_w - T_o)$ este numărul Nusselt bazat pe diametrul firului, A şi B sînt constante ; n - exponent. Aici, Q_c este transferul de căldură, λ conductivitatea termică, T_w temperatura absolută a firului şi T_o temperatura absolută a fluidului.

Incercările de a obţine în relaţia (5.3.1) constante universale au întîmpinat greutăţi datorită factorilor de care depinde natura schimbului de căldură /37,78/. Din această cauză, în practică, evaluarea constantelor A, B şi exponentul n se face într-o instalaţie de etalonare. Etalonarea firului se efectuează în mod obişnuit prin măsurarea căderii de tensiune E la o serie de viteze medii U care acoperă domeniul de viteze măsurat (fig.5.3.1). Datorită neliniarităţii, corelaţia E = E(U), care se obţine este incomodă în aplicaţii practice. Din acest punct de vedere, mult mai avantajoase sînt corelaţiile liniare de forma

$$E = k\,U \qquad (5.3.2)$$

unde k este panta dreptei. Astfel de curbe de etalonare pot fi realizate prin intermediul liniarizatoarelor, introduse în sistemul de măsură.

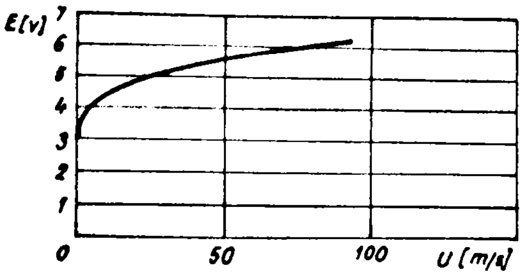


Fig.5.3.1 Curbă tipică de etalonare pentru o sondă DISA (sist.neliniarizat)

Klatt /47/ analizează cele două sisteme de măsură, neliniarizat şi liniarizat, pentru care obţine valori apropiate la turbulenţe $\overline{u^2}/U^2 = 15$ %. Pentru măsurătorile efectuate în lucrare s-a putut estima, pe baza distribuţiilor de viteză pe profil, că vitezele medii nu depăşesc 40 m/s, iar datorită nivelului scăzut al turbulenţei al tunelului (prin analogie cu măsurătorile lui Nakayama /28,59/) s-a presupus, şi s-a verificat ulterior, că nivelul turbulenţei în dîră nu depăşeşte valoarea $\sqrt{\overline{u^2}}/U = 15$ %. In aceste condiţii poate fi utilizat sistemul de măsurare liniarizat. Sistemele folosite la măsurători, curbele de etalonare obţinute, precum şi modul de prelucrare a semnalelor, pentru fiecare caz în parte, sînt prezentate în continuare. Schematic, în fig. 5.3.2 este dat sistemul măsură a vitezei medii U în stratul limită. Ca traductor s-a folosit o sondă standard tip P14 cu un singur fir. Etalonarea sondei a fost realizată în instalaţia de etalonare DISA 55 A 22 (fig.5.3.4), care lucrează pe acelaşi principiu ca şi instalaţia experimentală, prin absorbţie. Curba de etalonare (fig. 5.3.3) arată o foarte bună liniaritate în domeniul de viteze $U = 5 - 40$ m/s, pentru care $k = 1/10$. Mărimile din fig.5.3.3 au următoarele semnificaţii : R_0 - rezistenţa firului ($d = 5\,\mu m$) la temperatura ambiantă, R_T - rezistenţa de supraîncălzire ($R_T = a\,R_0$ cu $a = 1,8$ recomandat de firmă), V_0 - tensiunea punţii la viteză

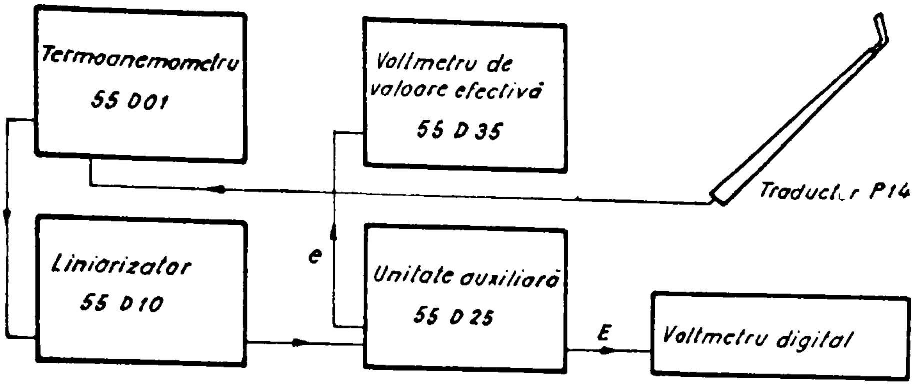


Fig. 5.3.2 Schema sistemului de măsură a vitezei și turbulenței în stratul limită

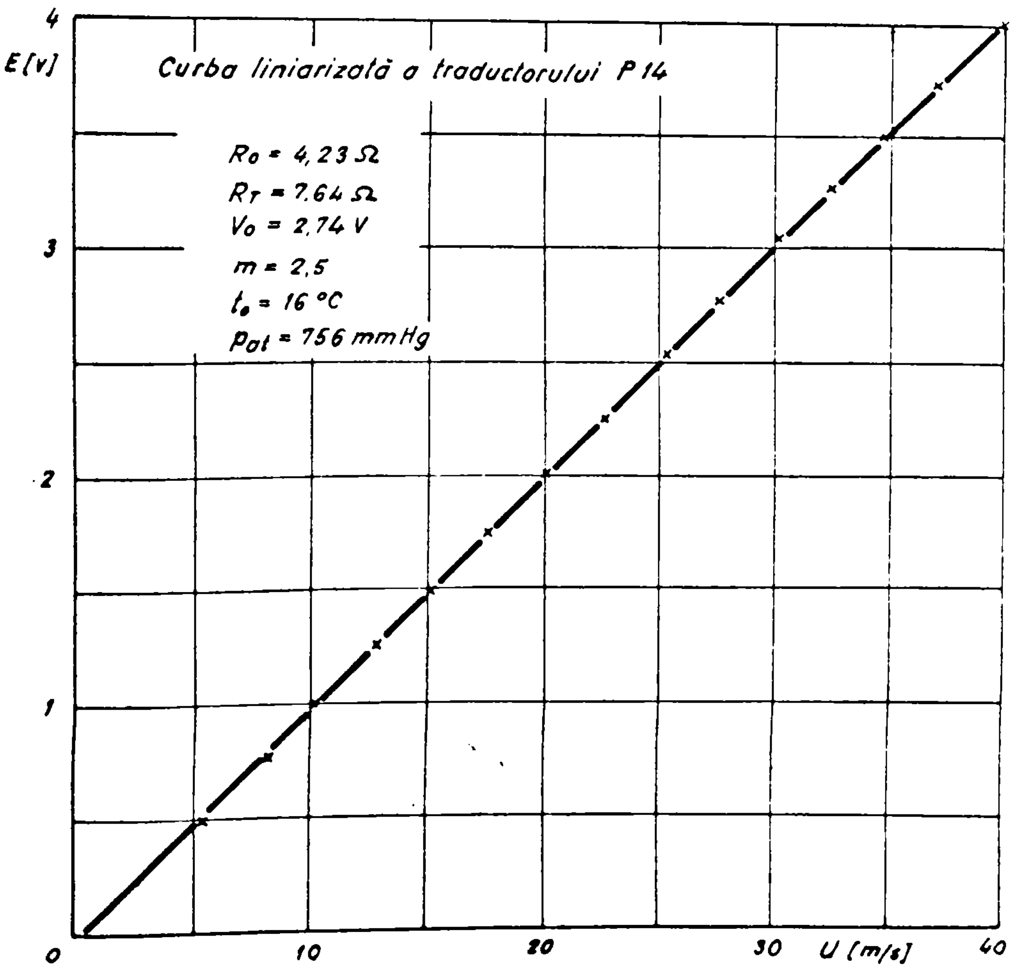


Fig. 5.3.3 Curba de etalonare a sondei DISA tip P14

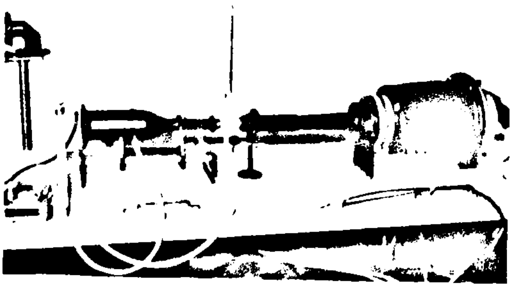


Fig.5.3.4 Instalaţia de etalonare DISA 55 A 22

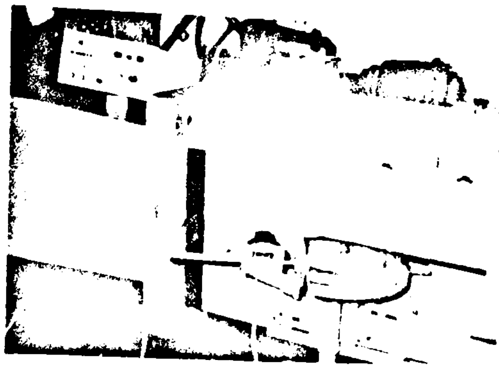


Fig.5.3.5 Dispozitivul de poziţionare şi deplasare a sondei

nulă şi m - exponentul fixat la liniarizator (stabilit prin tatonare).

In punctul de măsură pe profil suporţii sondei, dispuşi la 90° şi cu o lungime de circa 7 mm în raport cu axa sondei, au fost orientaţi în direcţia curgerii. Poziţionarea şi deplasarea sondei, normal la suprafaţa profilului, s-a efectuat cu ajutorul unui dispozitiv construit special (fig.5.3.5), respectiv cu un mecanism de deplasare fină tip DISA. Pentru măsurarea căderii de tensiune E s-a folosit un voltmetru digital, care a realizat o mediere a semnalului timp de 10 s. In fiecare punct s-au citit 4-6 valori pe baza cărora s-a obţinut valoarea medie. In general, valorile citite au oscilat cu abatere mai mică de 1% în jurul valorii medii.

Pentru măsurătorile de turbulenţă în stratul limită şi în dîră şi ale vitezei medii în dîră s-a folosit o sondă tip P63 cu două fire ($d = 5 \mu m$) dispuse în planul XOY (fig.5.3.6). Firele sînt înclinate, în raport cu axa Y, cu unghiurile α şi β ($\alpha = 45^o$, $\beta = -45^o$). In dîră deplasarea sondei s-a făcut după o direcţie normală la axa centrală a camerei de lucru. Linia paralelă cu aceasta, care trece prin bordul de fugă, s-a considerat drept axă de referinţă. In stratul limită deplasarea sondei s-a efectuat normal la suprafaţa profilului. Măsurătorile au constat în determinarea componentelor, vitezei medii şi ale fluctuaţiilor acestora, după direcţia de curgere (U şi u) şi transversală (V şi v), normală la prima. De asemenea, au fost efectuate măsurători ale efortului de frecare sau corelaţia $-\overline{uv}$.

Sistemul de măsură pentru componentele vitezei medii U şi V este prezentat schematic în fig.5.3.7, iar în fig.5.3.8 curba de

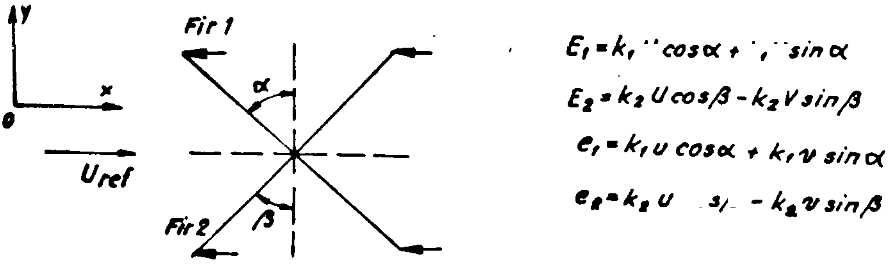


Fig.5.3.6 Configurația sondei X

etalonare a sondei, care arată o foarte bună liniaritate în domeniul de viteze U = 5 - 3o m/s. Pentru ambele fire panta dreptei este $k_1 = k_2 = k = 1/1o$. In conformitate cu /36/ componentele vitezei se obțin din legea cosinusului

$$U = \frac{1}{2k} (E_1 + E_2) \qquad (5.3.3)$$

$$V = \frac{1}{2k} (E_1 - E_2) \qquad (5.3.4)$$

unde E_1 și E_2 reprezintă căderile de tensiune pe cele două fire.Pentru măsurarea acestora s-au folosit două voltmetre numerice.Ca principiu și metodologie de măsurare s-a respectaț procedeul utilizat la măsurătorile cu sonda simplă cu un singur fir.

Pentru determinarea turbulenței și ale corelației $-\overline{uv}$ s-a folosit sistemul din fig.5.3.9. Componentele mediate ale turbulenței s-au obținut de la două voltmetre de valoare efectivă prin intermediul unui sumator de semnale fluctuante. Ținînd seama de relațiile de mediere se obține

$$\sqrt{\overline{u^2}} = \frac{1}{2kk_S} \left[\overline{(e_1 + e_2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2kk_S} (\overline{e_S^2})^{\frac{1}{2}} \qquad (5.3.5)$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \frac{1}{2kk_S} \left[\overline{(e_1 - e_2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2kk_S} (\overline{e_D^2})^{\frac{1}{2}} \qquad (5.3.6)$$

unde e_S și e_D sînt semnalele preluate de la sumator, k = 1/1o este panta dreptei de etalonare (fig.5.3.8), iar k_S este factorul de amplificare al sumatorului (k_S = o,33 pentru sumatorul DISA 55D71).

Corelația $-\overline{uv}$ a fost măsurată cu ajutorul unui corelator analog. Factorul de corelație R_{AB} este dat de

$$R_{AB} = R'_{AB} G_A G_B = G_A G_B \overline{e_S e_D} = 4k^2 k_S^2 \overline{uv} \qquad (5.3.7)$$

unde R'_{AB} este valoarea citită la instrument, G_A și G_B sînt constantele de atenuare ale celor două canale A și B ale corelatoru-

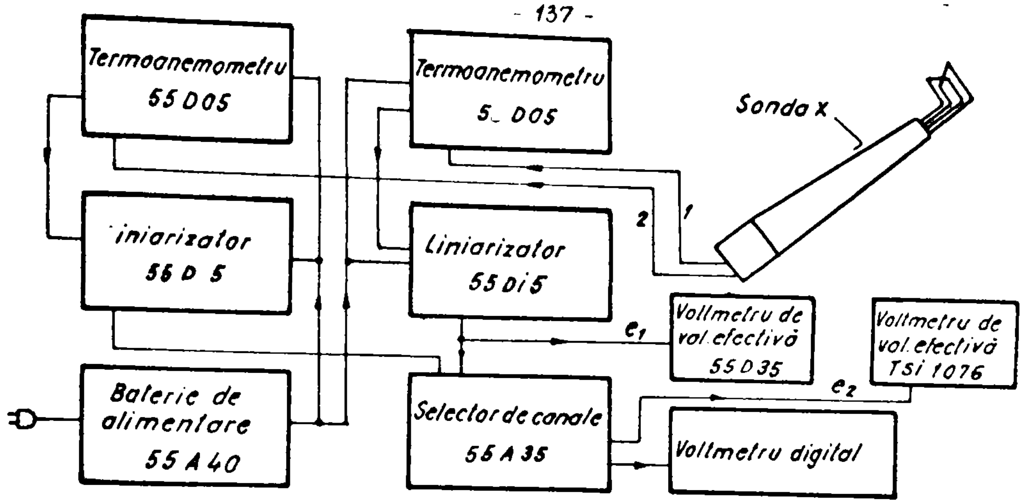


Fig. 5.3.7 Schema sistemului de măsură pentru componentele vitezei medii U și V

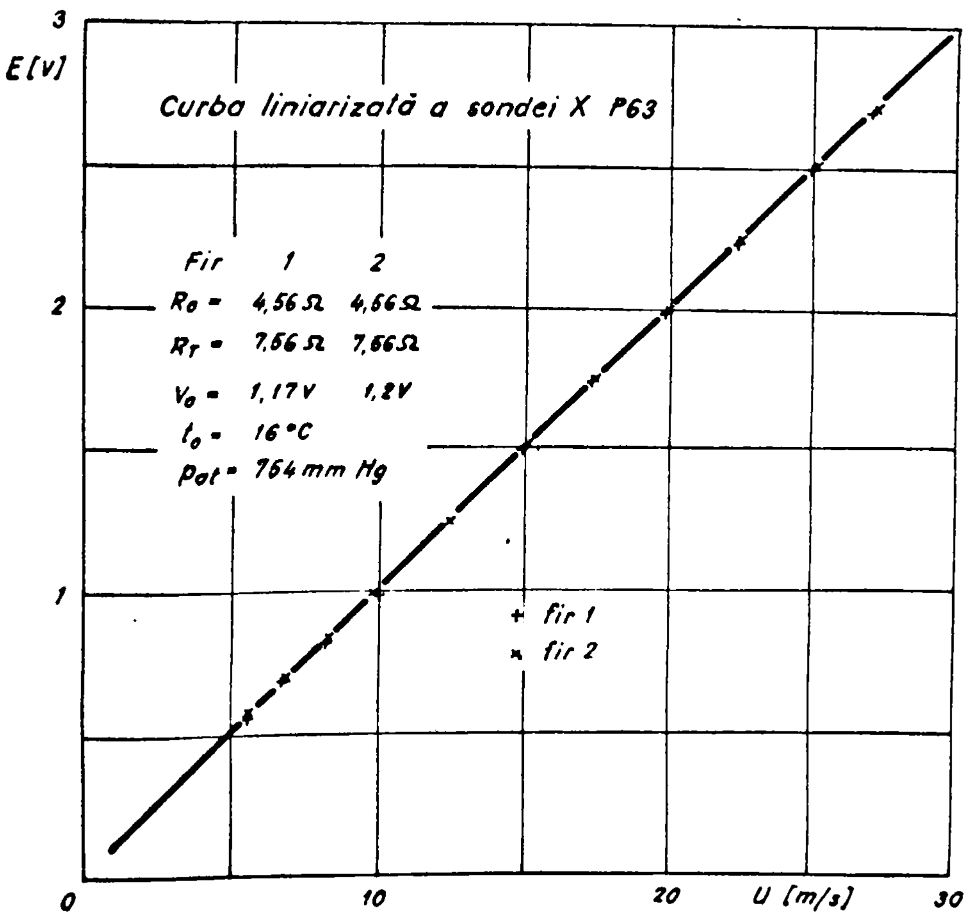


Fig. 5.3.8 Curba de etalonare a sondei X

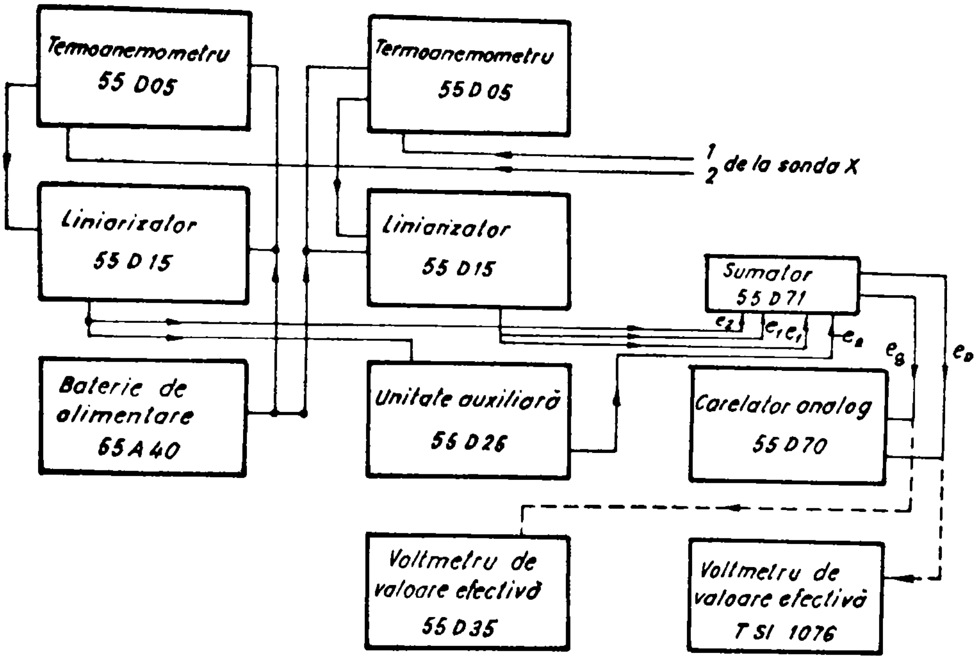


Fig.5.3.9 Schema sistemului de măsură a componentelor turbulenţei (linie întreruptă) şi a corelaţiei $-\overline{uv}$

rului; e_S , e_D , k şi k_s au aceleaşi semnificaţii din (5.3.5) şi (5.3.6)

Din (5.3.7) se obţine

$$\overline{UV} = \frac{R_{AB}}{4K^2 k_s^2} = \frac{R'_{AB} G_A G_B}{4K^2 k_s^2} \qquad (5.3.8)$$

In general, timpul de integrare T, atît la măsurarea componentelor turbulenţei, cît şi la măsurarea factorului de corelaţie R'_{AB}, a fost T > 30 s.

5.4 Rezultate experimentale și comparații cu rezultate teoretice

5.4.1 Cîmpul de presiuni și viteze pe suprafața profilului

Rezultatele măsurătorilor de presiune, obținute de la orificiile dispuse normal pe suprafața profilului, sînt reprezentate în fig.5.4.1 a,c ; 5.4.2 a,c și 5.4.3 a,c sub forma coeficientului de presiune definit prin

$$C_p = \frac{p - p_{ref}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2} = 1 - \left[\frac{U}{U_{ref}}\right]^2 \qquad (5.4.1)$$

în care p_{ref} și U_{ref} sînt presiunea statică, respectiv viteza curentului neperturbat într-o secțiune situată la o distanță suficient de mare în amonte de profil. Deoarece, pe baza verificărilor efectuate în timpul măsurătorilor, s-a constatat că prezența profilului provoacă distorsionarea profilului vitezei în secțiunea transversală la ieșirea din contracție (datorită unei distanțe relativ mici față de profil), fără a afecta profilului vitezei în secțiunea normală, s-a considerat ca viteză de referință viteza curentului din camera de lucru în absența profilului. Din calculul vitezei medii în secțiunea de intrare în tunel, în prezența profilului, a rezultat că în domeniul de incidențe $\alpha_\infty \in [-5^\circ, +5^\circ]$ valoarea acesteia se menține în jurul valorii considerate cu o abatere relativă mai mică de 0,5 %, însă cu creșterea incidenței viteza medie scade, abaterea maximă fiind de 1,6 % la $\alpha_\infty = 10^\circ$. Aceste abateri au o influență mică asupra coeficientului de presiune C_p (fig.5.4.3 c) dar pot fi importante la calculul coeficienților de portanță și rezistență la înaintare. Drept urmare, calculul acestor coeficienți s-a făcut în raport cu viteza medie a curentului în secțiunea de la intrarea în camera de lucru.

Pe baza distribuțiilor experimentale de presiuni au fost calculate distribuțiile de viteză reprezentate în fig.5.4.1 b,d ; 5.4.2 b,c și 5.4.3 b. Comparativ în aceste figuri sînt date și distribuțiile de presiuni, respectiv viteză, obținute teoretic, în ipoteza curgerii potențiale, cu metoda ecuațiilor integrale - Wilkinson /112/ (secț.3.1.3). Pentru distribuțiile de viteză (fig.5.4.1 b,d ; 5.4.2 b,d și 5.4.3 b) sînt figurate și valorile teoretice, după Riegels /77/, calculate cu metoda transformărilor conforme - Theodorsen /98,116,117/. Aceste comparații arată că, pentru domeniul de incidențe $\alpha_\infty \in (-5^\circ, +5^\circ)$, la care curentul nu se desprinde de

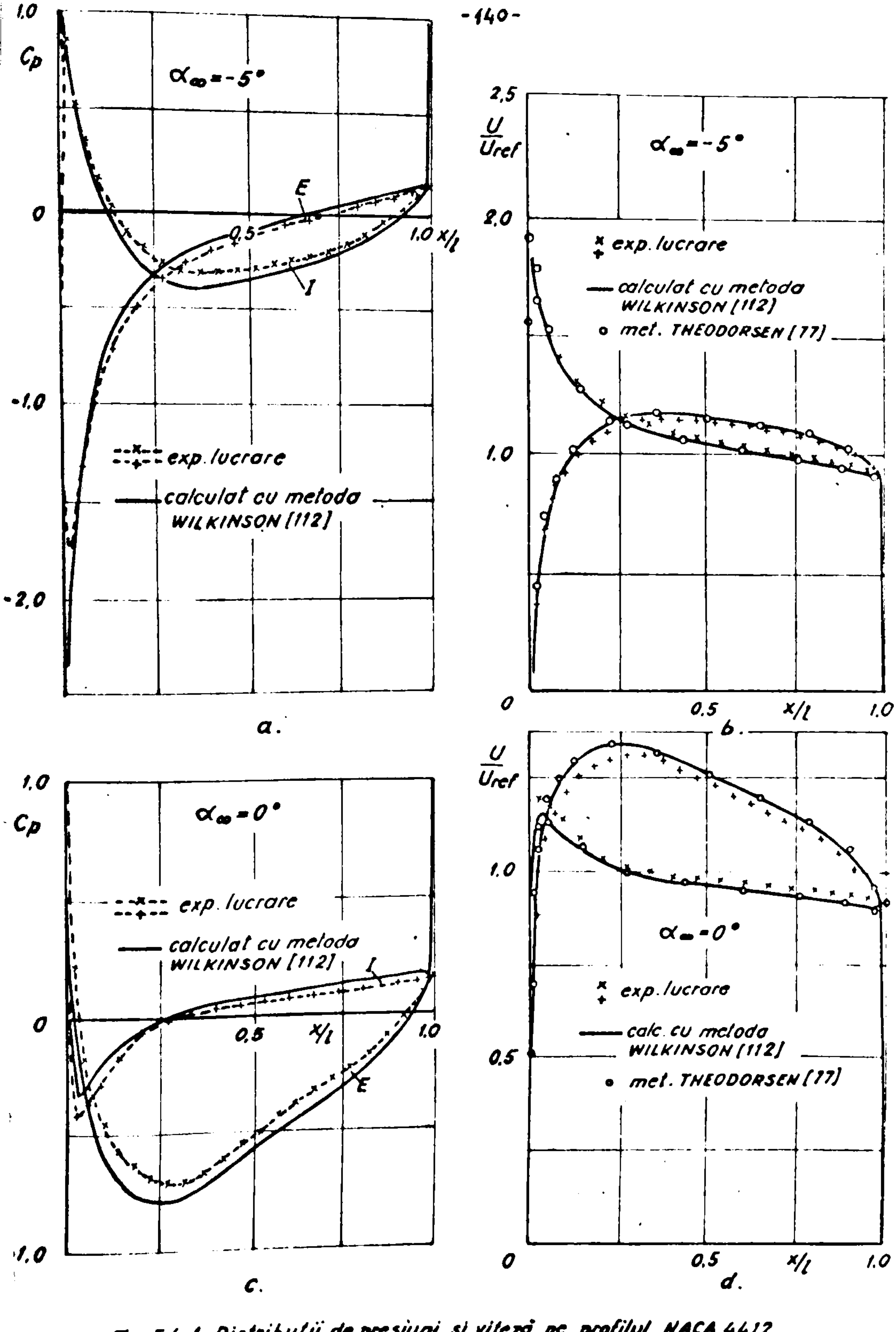


Fig. 5.4.1 Distribuții de presiuni și viteză pe profilul NACA 4412

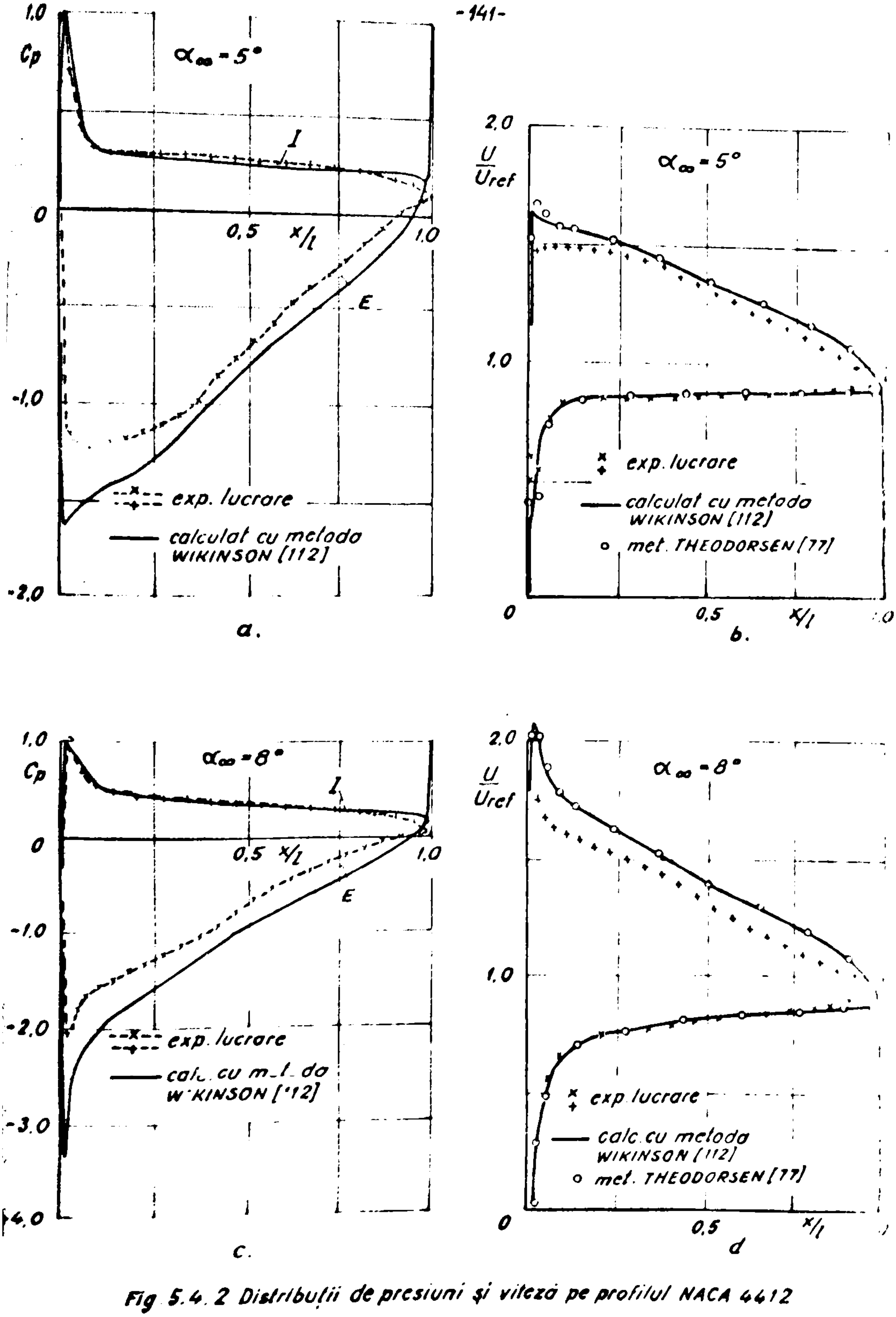


Fig 5.4.2 Distribuţii de presiuni şi viteză pe profilul NACA 4412

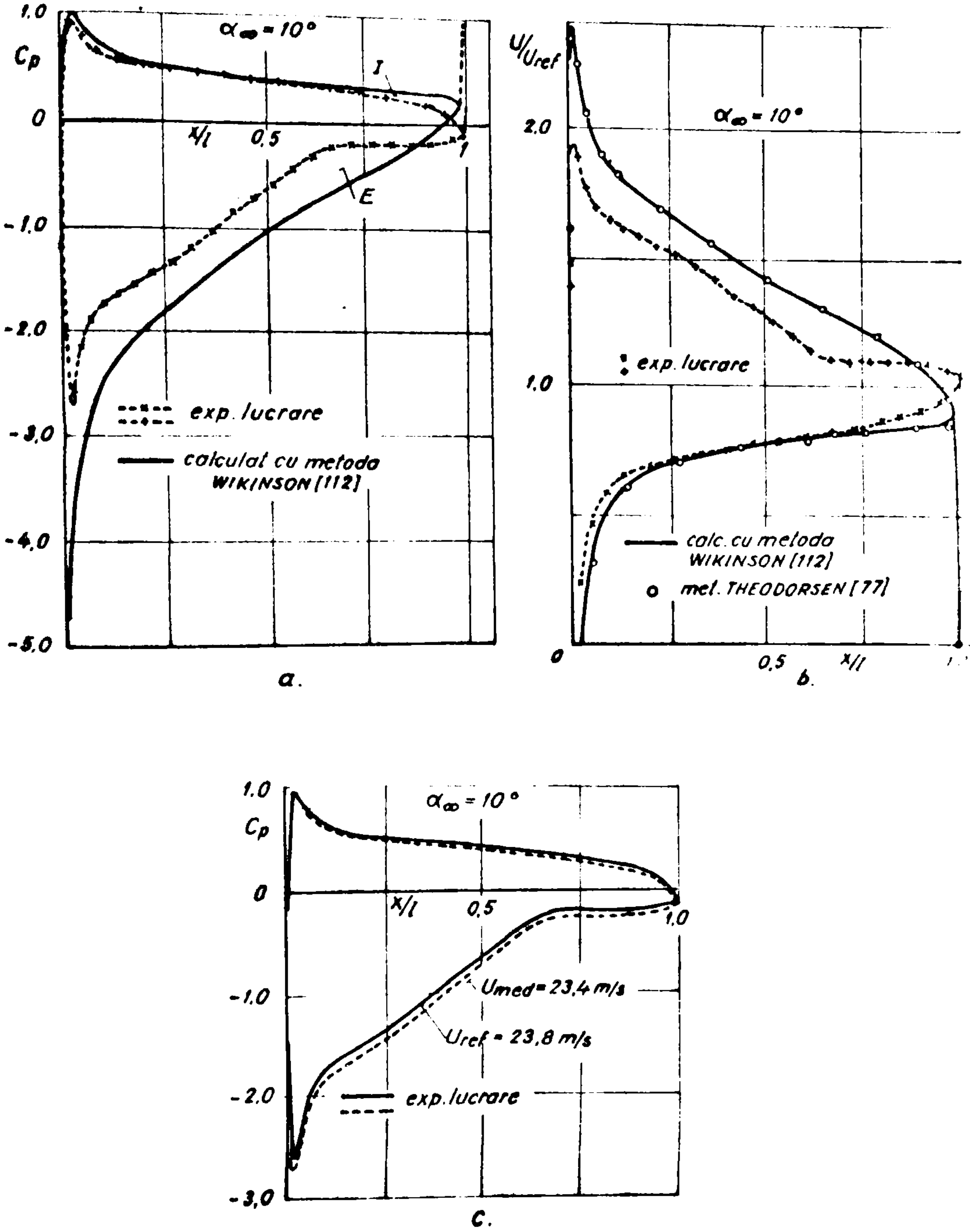


Fig. 5.4.3 Distribuţii de presiuni şi viteză pe profilul NACA 4412

profil, concordanţa teorie-experiment este satisfăcătoare. La incidenţe $\alpha_\infty > 5^\circ$ diferenţele între valorile teoretice şi experimentale cresc cu incidenţa. Acestea se datorează desprinderii pe extrados, în apropierea bordului de fugă, fapt observat atît din distribuţiile experimentale de presiuni (fig.5.4.2 c ; 5.4.3 a), prin apariţia unei zone de presiune constantă, cît şi din calculul teoretic al stratului limită. Existenţa desprinderii la bordul de fugă a fost confirmată şi prin măsurători de viteză în stratul limită, prelucrate sub formă globală, care arată o creştere însemnată a parametrului de formă H_{12} (> 2,6 pentru $\alpha_\infty \in [5^\circ, 10^\circ]$). De remarcat că, deşi apariţia desprinderii determină diferenţe importante între cîmpul de presiuni obţinut teoretic şi cel experimental, din comparaţiile prezentate rezultă că metoda de calcul /112/ respectă, pe o porţiune mare din suprafaţa profilului, panta variaţiei reale. De asemenea, metoda oferă rezultate într-o concordanţă foarte bună cu metoda Theodorsen /98, 116, 117/, considerată ca metodă de referinţă în studiul curgerii potenţiale din jurul profilelor izolate.

5.4.2 Coeficienţi de portanţă şi rezistenţă la înaintare

Valorile coeficienţilor de portanţă C_a, obţinute din distribuţiile experimentale de presiuni, sînt date în fig. 5.4.4. Pentru comparaţie, în această figură, au fost reprezentate valorile experimentale, după Abbott şi Doenhoff /117/. Concordanţa bună între valorile experimentale, obţinute în instalaţii şi prin moduri diferite, atestă valabilitatea măsurătorilor efectuate în lucrare. Diferenţele mici care apar la incidenţe mari ($\alpha_\infty = 8^\circ, 10^\circ$) pot fi puse pe seama numerelor Reynolds mult diferite.

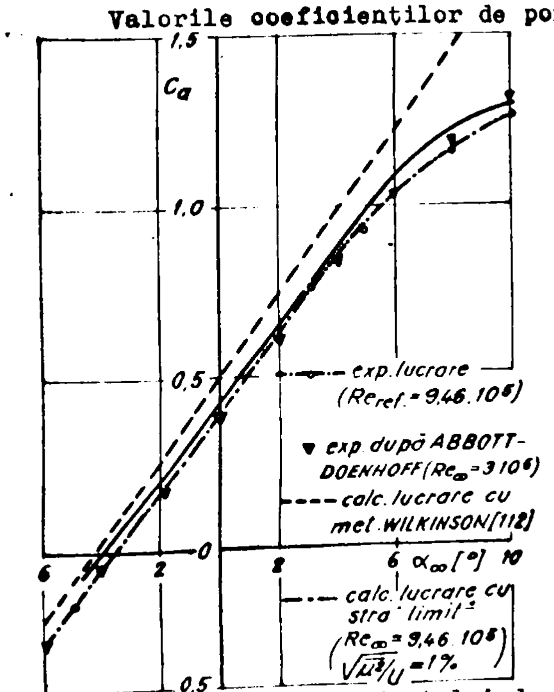


Fig.5.4.4 Variaţia coeficientului de portanţă cu unghiul de incidenţă

In ceea ce priveşte coeficienţii de portanţă calculaţi, cu metoda Wilkinson /112/, în ipoteza curgerii potențiale, rezultă abateri considerabile între teorie și experiment. Aceste abateri cresc cu incidența și în deosebi la incidențele pentru care stratul limită se desprinde. Prin urmare, prezența stratului limită modifică circulația în jurul profilului și are ca efect modificarea distribuției de presiuni, respectiv a portanței, în raport cu mișcarea fără frecare. Așa cum a fost arătat în secț.3.3 micșorarea circulației, datorită stratului limită, este echivalentă cu o micșorare a incidenței cu $\Delta\alpha_{\infty 2}$ la care se adaugă micșorarea incidenței cu $\Delta\alpha_{\infty 1}$ datorită efectului de coardă. Folosind metoda din secț.3.3, particularizată pentru profile dispuse în curent nelimitat /122/, a fost calculată modificarea totală a incidenței $\Delta\alpha_\infty = \Delta\alpha_{\infty 1} + \Delta\alpha_{\infty 2}$. Pentru calculul stratului limită s-au folosit metodele din secț.3.2. Ca valoare a turbulenței în curgerea exterioară s-a luat $\sqrt{u'^2}/U = 1\ \%$ (obținută experimental). Rezultatele, prezentate în fig.5.4.4, arată o apropiere satisfăcătoare între teorie și experiment.

Determinarea experimentală și teoretică a coeficienților de rezistență la înaintare C_w, reprezentată în fig.5.4.5 sub forma polarei $C_a = C_a(C_w)$, s-a făcut pe baza relației /88/

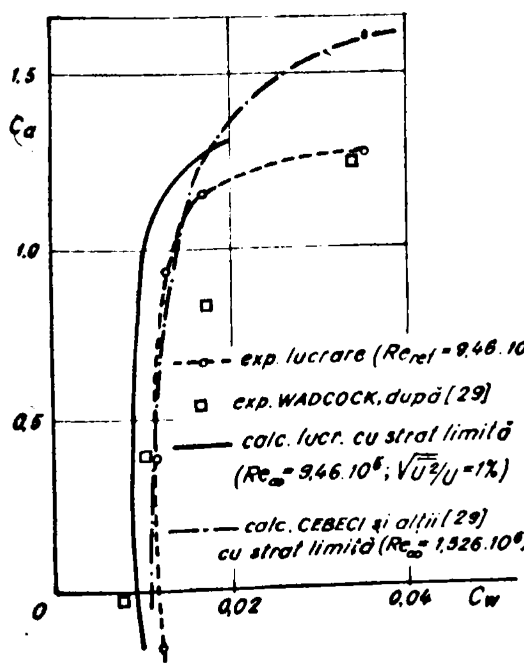


Fig.5.4.5 Polara profilului

$$C_w = 2\,\frac{\delta_{2\infty}}{l} \qquad (5.4.2)$$

în care

$$\frac{\delta_{2\infty}}{l} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u}{U_\infty}\left(1-\frac{u}{U_\infty}\right) d\left(\frac{y}{l}\right) \qquad (5.4.3)$$

reprezintă grosimea adimensională a pierderii de impuls a dîrei, considerată într-o secțiune în aval de bordul de fugă unde presiunea statică devine egală cu presiunea curentului neperturbat. Date fiind dificultățile în determinarea experimentală a lui $\delta_{2\infty}$ (camera de lucru relativ scurtă), în lucrare s-a folosit metoda Jones /88/. Pentru calculul teoretic al lui C_w, după Schlichting /88/, $\delta_{2\infty}$ poate fi obținut din relația :

$$\frac{\delta_{2\infty}}{l} = \frac{\delta_{2f}}{l}\left(\frac{U_f}{U_\infty}\right)^{3,2} \qquad (5.4.4)$$

în care δ_{2f} este grosimea pierderii de impuls la intrarea în dîr
$\delta_{2f} = \delta_{2f}^{+} + \delta_{2f}^{-}$ (indicele "f" se referă la bordul de fugă, iar indicii "±" la extradosul, respectiv intradosul profilului) și U_f este viteza potențială la bordul de fugă.

După cum se poate vedea din fig.5.4.5 polara experimentală și calculată, prin teoria stratului limită, prezintă o bună apropiere în domeniul de incidențe $\alpha_\infty \in (-5^o, +5^o)$, însă la incidențe mai pozitive ($\alpha_\infty = 8^o$ și mai ales $\alpha_\infty = 10^o$) apar diferențe semnificative între teorie și experiment. Aceste abateri rezidă, în principal, din calculul stratului limită. Calculele arată o desprindere mai puțin pronunțată decît cea posibilă în realitate, așa cum rezultă din distribuțiile măsurate de presiuni. Cauzele, pot fi în aproximațiile metodei de calcul /27,39/, însă mai ales în stabilirea punctului de tranziție. Așa cum au arătat Cebeci și alții /29/ în cazul desprinderii, modificări mici ale punctului de tranziție produc modificări mari ale poziției desprinderii, respectiv ale parametrilor stratului limită și prin urmare, ale coeficienților de portanță și rezistență calculați. In cazul în care stratul limită nu se desprinde, tranziția influențează mai puțin parametrii calculați.

Comparativ cu valorile măsurate de Wadcock, după /29/, sau calculate prin teoria stratului limită de Cebeci și alții /29/ (fig.5.4.5), rezultatele din lucrare sînt bine corelate cu acestea pentru un domeniu larg de incidențe, deși au fost obținute prin procedee diferite, atît din punct de vedere al investigațiilor experimentale, cît și al celor teoretice.

Ca o verificare a coeficientului de rezistență la înaintare C_w, obținut experimental, au fost determinați coeficienții de rezistență datorită formei profilului C_w' și datorită frecării C_w''. Coeficientul C_w' s-a calculat din distribuțiile experimentale de presiuni, iar C_w'' pe baza coeficientului global de frecare C_{fr} al profilului. Pentru calculul coeficientului de frecare s-a folosit relația de definiție /88/

$$C_{fr} = \frac{\int_S \tau_o \cos\gamma_o \, d\left(\frac{S}{l}\right)}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \qquad (5.4.5)$$

în care τ_o este efortul de frecare la perete (rel.2.2.5), γ_o este unghiul dintre tangenta la profil și direcția vitezei U_∞ și S este coordonata măsurată în lungul suprafeței.

Variația coeficientului de frecare pe extrados și intrados, respectiv ca valoare totală, este dată în fig.5.4.6. Aceasta indică

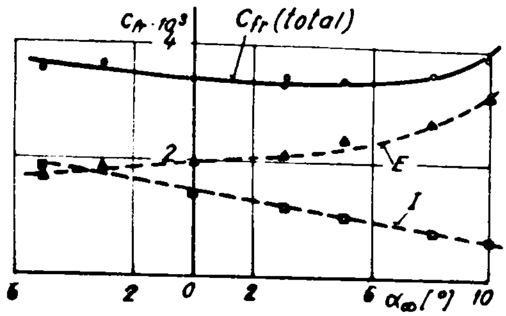


Fig.5.4.6 Variaţia coeficientului de frecare cu unghiul de incidenţă

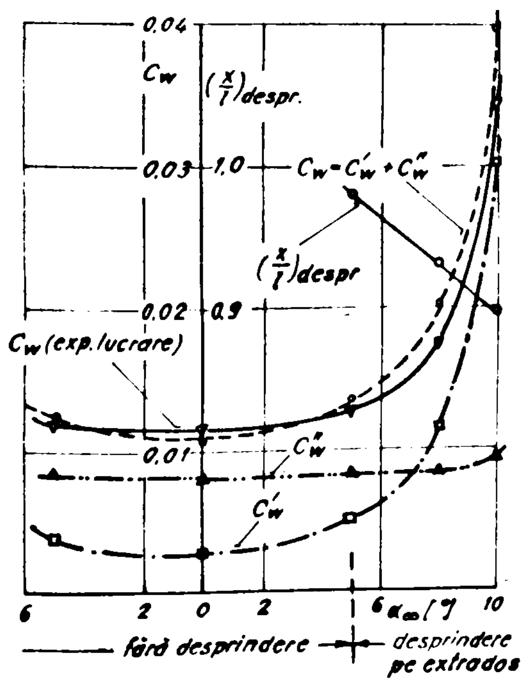


Fig.5.4.7 Variaţia coeficienţilor de rezistenţă cu unghiul de incidenţă

o creştere cu incidenţa a coeficientului de frecare pe extrados şi o scădere pe intrados, în timp ce, valoarea totală se menţine aproximativ constantă.

Variaţia coeficienţilor de rezistenţă, reprezentată în fig.5.4.7, arată ca rezistenţa datorită formei profilului creşte semnificativ cu incidenţa la valori ale lui $\alpha_\infty > 5^\circ$, care corespund -par[illegible]ţi[illegible] [illegible]espr[illegible]n[illegible]eri[illegible]. Pr[illegible]n urmare, modificarea distribuţiei de presiune în raport cu cea ideală, datorită, în special, desprinderii stratului limită (fig.5.4.2 - 5.4.3), are ca efect creşterea rezistenţei de formă. Coeficientul de rezistenţă datorită frecării C_w'' se menţine constant pe un domeniu larg de incidenţe cu tendinţă de creştere la incidenţe $\alpha_\infty > 8^\circ$.

O concordanţă bună s-a obţinut între coeficientul de rezistenţă la înaintare C_w [illegible] coeficienţilor C_w' şi C_w'' şi cel obţinut din măsurători. Abaterile de aproximativ 16 % care apar la $\alpha_\infty = 8^\circ$ şi 10° se datorează unor erori posibile în metoda de determinare experimentală a lui C_w, respectiv la calculul lui C_w' (număr insuficient de prize de presiune în zona bordului de atac).

5.4.3 Profile ale curgerii medii în stratul limită

Rezultatele primare ale măsurătorilor în stratul limită, efectuate cu termoanemometrul cu fir încălzit (sistemul din fig.5.3.2) sînt prezentate în fig.5.4.8 - 5.4.9 sub forma profilelor de viteză medie U, raportată la viteza de referință U_{ref}, în funcție de distanța adimensională y/l (normală la suprafața profilului)la diferite locații x/l . In aceleaşi figuri este dată şi dezvoltarea stratului limită prin grosimea adimensională δ/l .

Măsurătorile arată că la incidența considerată stratul limită nu se desprinde de profil. Acesta prezintă o dezvoltare aproape liniară pe intrados, în timp ce pe extrados creşte semnificativ în apropierea bordului de fugă. Viteza medie la marginea stratului limită se află într-o bună corelare cu viteza U calculată din distribuțiile de presiuni (fig.5.4.1 d), ceea ce este în concordanță cu rezultatul lui Prandtl ($\partial p/\partial y$ = 0 în stratul limită). Pe extrados, profilele de viteză prezintă o distorsionare în regiunea $0,377 \leq x/l \leq 0,445$, asociată zonei de tranziție, iar în regiunea $0,544 \leq x/l \leq 0,739$ şi aproape tot intradosul investigat profilele de viteză prezintă forme asemenea. Tranziția laminar-turbulent şi similaritatea profilelor de viteză medie vor fi discutate în secțiunile următoare.

5.4.4 Coeficientul de frecare la perete

Coeficientul de frecare locală C_f a fost obținut pe baza reprezentării lui Clauser /3o/. Aceasta permite determinarea vitezei de frecare la perete $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ prin fixarea logaritmică a profilelor de viteză medie din stratul limită. Legea universală utilizată este dată de ecuația lui Prandtl /88,126,128/

$$\frac{U}{u_*} = 2,5 \ln \frac{y u_*}{\nu} + 5,5 \qquad (5.4.6)$$

In fig.5.4lo - 5.4.11 se observă că, pe de o parte, similaritatea profilelor de viteză, pe de altă parte, absența desprinderii nu au creat dificultăți în reprezentare şi prin urmare, relația (5.4.6) este satisfăcuta în toate secțiunile analizate. Aceasta este şi o confirmare a corectitudinii masurătorilor efectuate. Pe extrados (fig.5.4.1o), în apropierea bordului de fugă (x/l > 0,836), regiunea de perete, cuprinsă între straturile interioare şi exterioare, se îngustează treptat. De asemenea, o îngustare, mai pronunțată, apare şi la x/l = 0,445. Dacă, la x/l = 0,445 micşorarea regiunii de perete este asociată zonei de tranziție în care stratul limită nu este în totalitate turbulent, micşorarea regiunii de perete în apropierea bordului de fugă trebuie asociată gradientului de presiune, mai puternic în această zona (fig.5.4.1 c,d). Pe intrados (fig.5.4.11), unde gra-

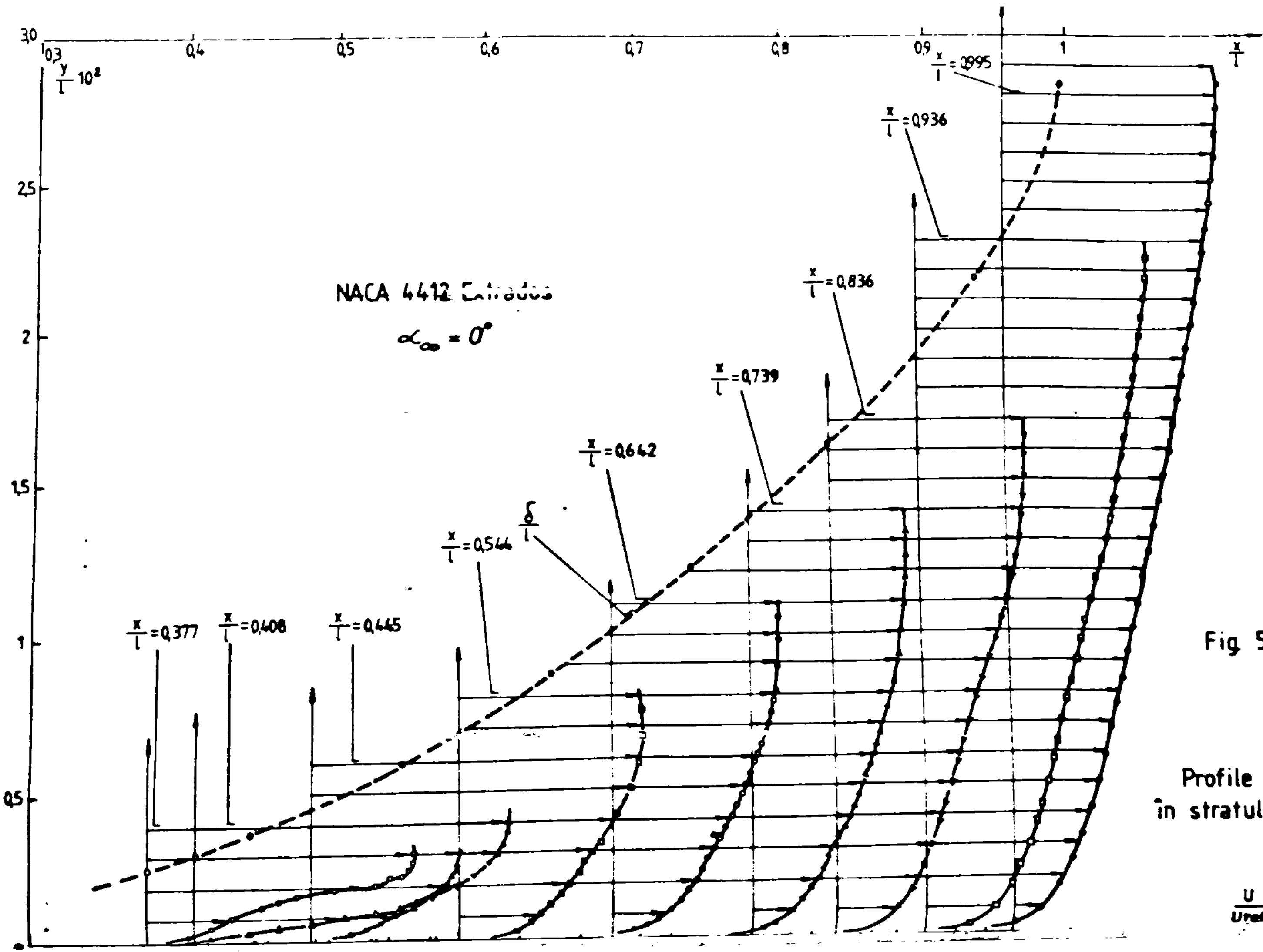


Fig. 5.48

Profile de viteză în stratul limită.

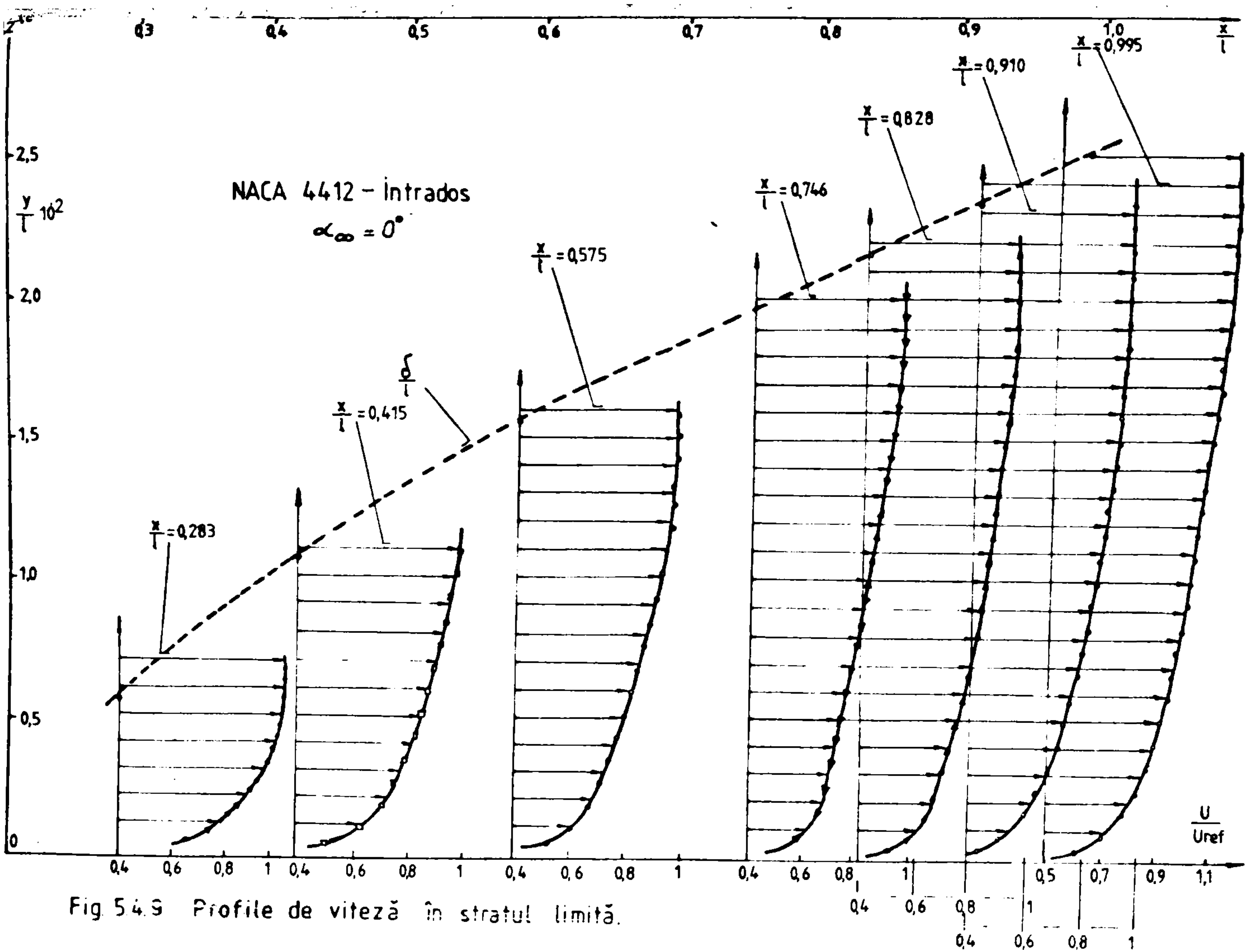


Fig. 5.4.9 Profile de viteză în stratul limită.

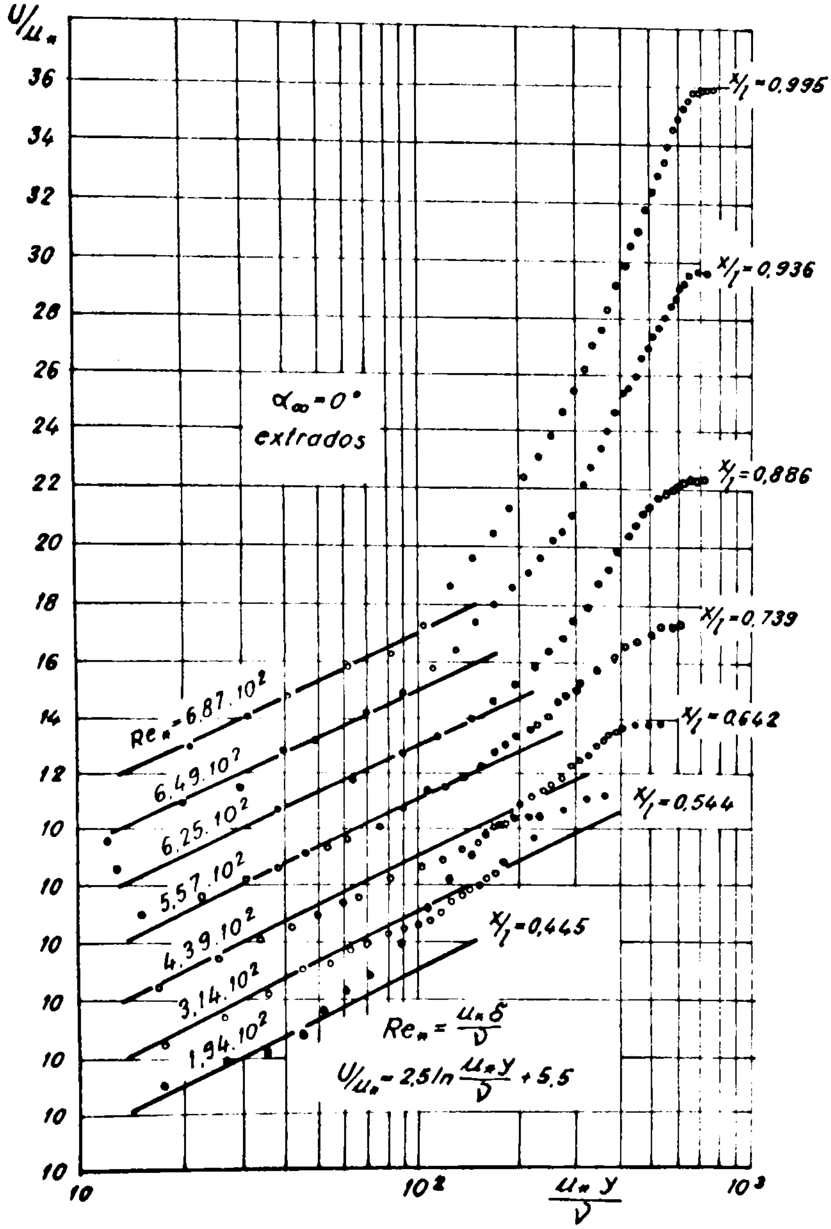


Fig.5.4.1o. Reprezentarea semilogaritmică a profilelor de viteză medie în stratul limită pe extrados

dientul de presiune este slab, regiunea de perete se menţine aproximativ în aceleaşi limite.

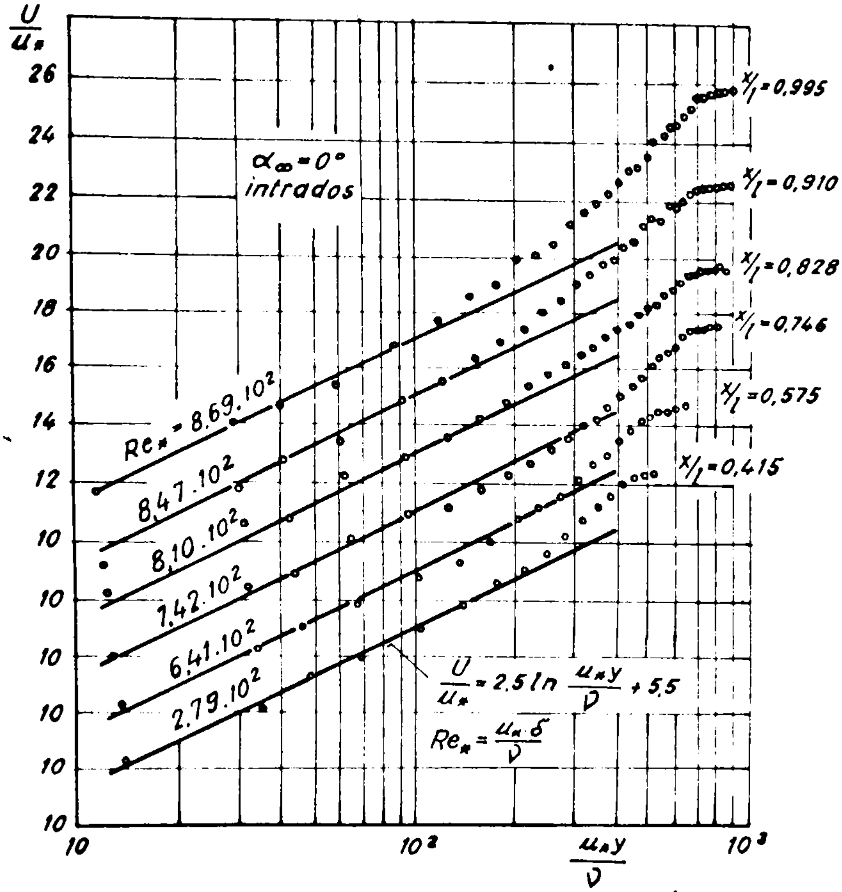


Fig.5.4.11 Reprezentarea semilogaritmică a profilelor de viteză medie în stratul limită pe intrados

Variaţia coeficientului de frecare locală C_f în stratul limita turbulent este reprezentată în fig.5.4.12, comparativ cu valorile calculate cu metoda Head /27,39/. Calculele au fost efectuate luînd în punctul de start valori obţinute experimental. Aşa cum rezultă din fig.5.4.12 a, pe extrados există o corelare mai slabă între teorie şi experiment. Cauza abaterilor existente în apropierea punctului de start poate fi explicată în poziţia acestuia care, în cazul de faţă, se afla în zona de tranziţie şi este posibil ca stratul limită să nu fie complet turbulent. Pe intrados (fig.5.4.12 b), unde stratul limita este sigur turbulent, concordanţa teorie-experiment este foarte bună.

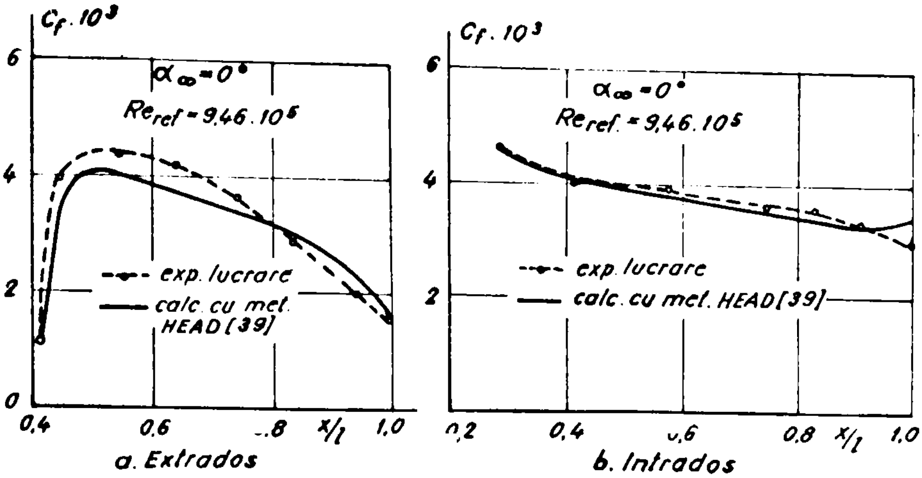


Fig.5.4.12 Variaţia coeficientului de frecare în stratul limita turbulent

5.4.5 Mărimile globale ale stratului limita

Profilele de viteză medie au fost integrate în stratul limită sub forma mărimilor cunoscute ; grosimea de eliminare δ_1 (relaţia (1.3.1)), grosimea pierderii de impuls δ_2 (relaţia (1.3.2)) şi parametrul de formă al profilului vitezei $H_{12} = \delta_1 / \delta_2$. Variaţia acestor parametrii este dată în fig.5.4.13. Comparativ în această figură s-au reprezentat parametrii calculaţi cu metodele din secţ.3.2. Calculele au fost efectuate în două moduri :

- primul, în care s-a calculat numai stratul limită turbulent cu metoda Head /27,39/, în punctul de start fiind considerate valori obţinute experimental, şi

- al doilea, în care stratul limită s-a calculat în totalitate; laminar cu metoda Thwaites /27,79/, turbulent cu metoda Head /27,39/. Pentru stabilirea punctului de tranziţie s-a folosit criteriul lui Van Driest şi Blumer /106/, cu valoarea turbulenţei în curgerea exterioară $\sqrt{\overline{u'^2}}/U = 1\ \%$ obţinută experimental.

Analiza rezultatelor arată, în general, o concordanţă satisfăcătoare între teorie şi experiment. O corelare bună s-a obţinut pentru grosimea de impuls δ_2 , atît pe extrados (fig.5.4.13 a), cît şi pe intrados (fig.5.4.13 b). In ambele cazuri parametrul de formă H_{12} calculat (fig.5.4.13 c,d) este superior celui obţinut prin măsurători. Aceasta este în corespondenţă şi cu alte comparaţii întîlnite

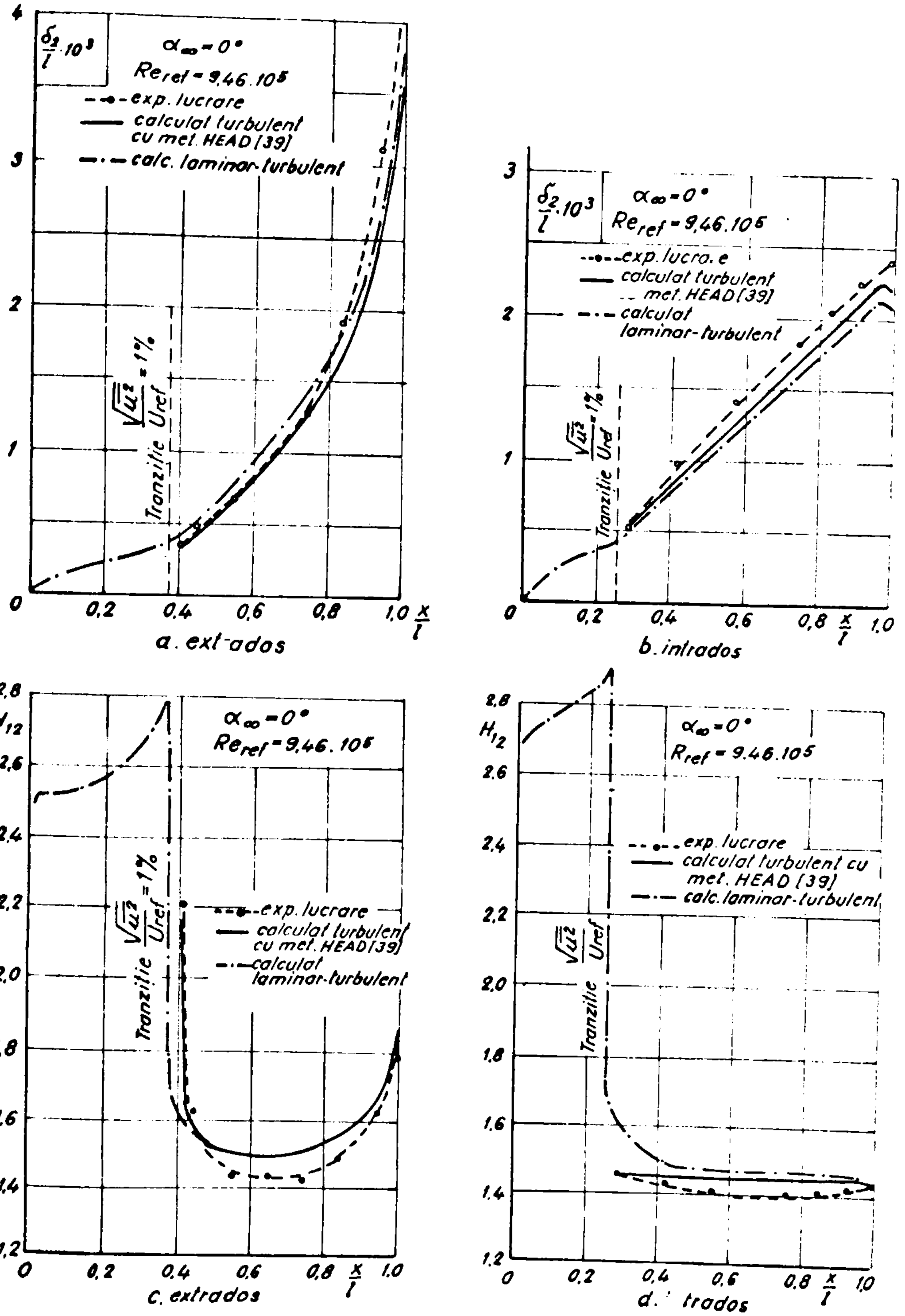


Fig. 5.4.13 Variația parametrilor globali ai stratului limită

în literatură /99/ (secţ.3.2, fig.3.2.5). In ceea ce priveşte punctul de tranziţie, rezultă că valoarea calculată,cu criteriul dat de Van Driest şi Blumer /1o6/, se situează în zona de tranziţie observată experimental. In această zonă parametrul de formă H_{12} (fig.5.4.13 c) prezintă valori ridicate ($H_{12} \simeq 2{,}2$) caracteristice saltului laminar-turbulent. Comparînd poziţia punctului de tranziţie cu distribuţia de presiuni (fig.5.4.1 c) rezultă că în acest punct presiunea este foarte apropiată de valoarea minimă. Aceasta confirmă rezultatele întîlnite în literatură /88/ prin care tranziţia este asociată punctului de presiune minimă. La numere Reynolds $Re_{\infty} = 1o^6 - 1o^7$ şi gradienţi de presiune relativ scăzuţi tranziţia are loc la distanţă mică de acest punct ceea ce este în concordanţă cu rezultatele din lucrare.

Parametrii δ_2 şi H_{12} au fost folosiţi să verifice relaţia (2.4.17), dată de Ludwig şi Tillmann /54/, la calculul coeficientului de frecare local C_f. Si în acest caz s-a obţinut o corespondenţă bună, abaterile fiind sub 5 % în raport cu valorile obţinute din măsurători.

5.4.6 <u>Profile ale fluctuaţiilor de viteză în stratul limită</u>

Rezultatele primare ale eforturilor Reynolds, obţinute prin măsurători, sînt date în fig.5.4.14, în care sînt reprezentate componentele normale $\overline{u^2}$ şi $\overline{v^2}$ şi fig.5.4.15, în care sînt reprezentate eforturile de frecare $-\overline{uv}$. Ele sînt rezultatul medierii analoage ale semnalelor fluctuante liniarizate, raportate la viteza de referinţă U_{ref}, obţinute de la termoanemometrul cu fir încălzit (sist. din fig.5.3.7 şi 5.3.9). In fig.5.4.15 prin semicercuri la $y/l = 0$ sînt reprezentate valorile ($u_* / U_{ref})^2$, unde u_* este determinat din fig.5.4.1o - 5.4.11. Extinderea valorilor $-\overline{uv} / U_{ref}^2$ spre suprafaţa profilului arată o bună corespondenţă cu valorile la perete.

Distribuţiile $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ şi $-\overline{uv}$ în stratul limită arată tendinţele acestora, bine acceptate /59/, în gradienţi de presiune pozitivi, moderaţi sau slabi. Eforturile Reynolds cresc cu distanţa y/l pînă la o valoare maximă. Punctul corespunzător acestei valori este situat la distanţă de perete. Pentru a analiza variaţia acestor eforturi în lungul suprafeţei profilului, în fig.5.4.16 este dată variaţia gradientului de presiune, reprezentat prin parametrul lui Clauser /3o/ $\Pi = (\delta_1 / \tau_0)dp/dx$. Pe extrados, în regiunea o,739 $< x/l \leq 1$, Π prezintă o variaţie accentuată şi drept urmare intensităţile longitudinale $\overline{u^2}$ cresc cu Π , în timp ce intensităţile transversale $\overline{v^2}$ se menţin în jurul aceloraşi valori. Distanţa de la perete, asociată valorilor maxime, de asemenea, creşte cu Π .Pe intrados, unde Π se menţine aproape constant, atît $\overline{u^2}$ cît şi $\overline{v^2}$ variază slab în lungul suprafeţei, valorile maxime fiind situate apro-

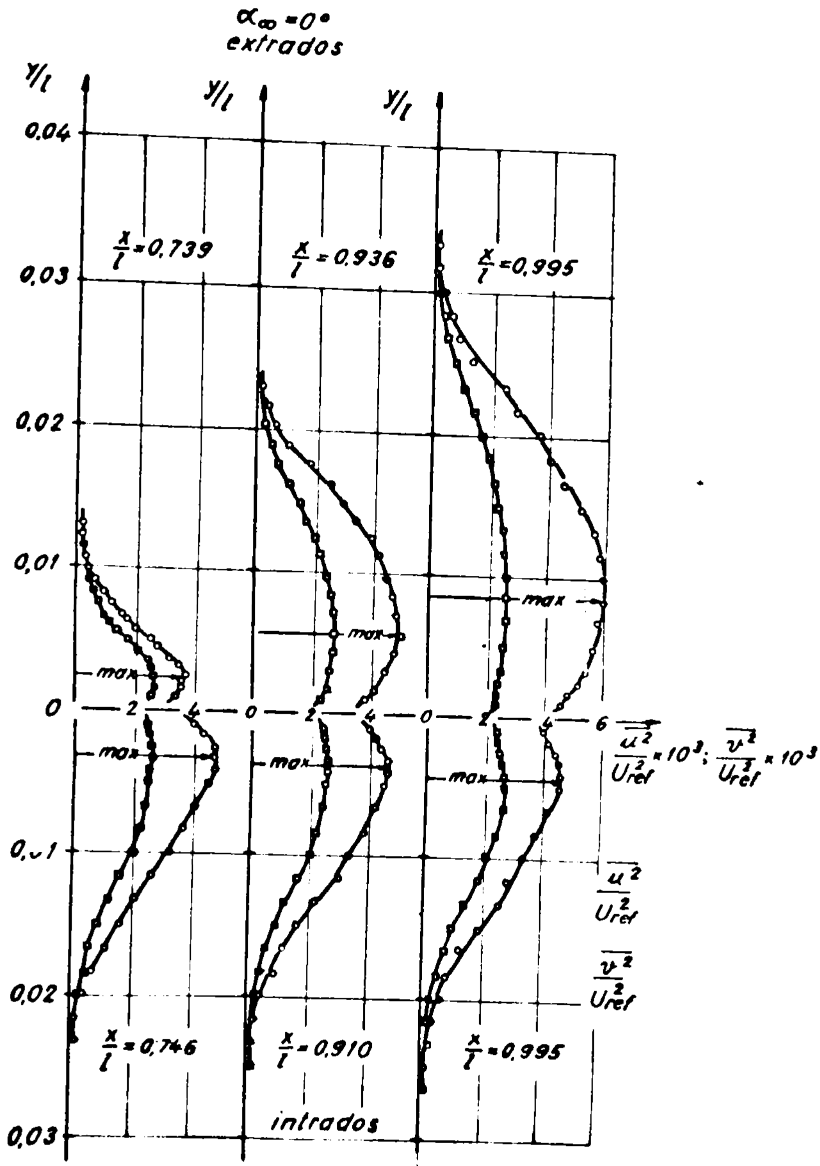


Fig. 5.4.14 Profile ale fluctuaţiilor de viteză în stratul limită

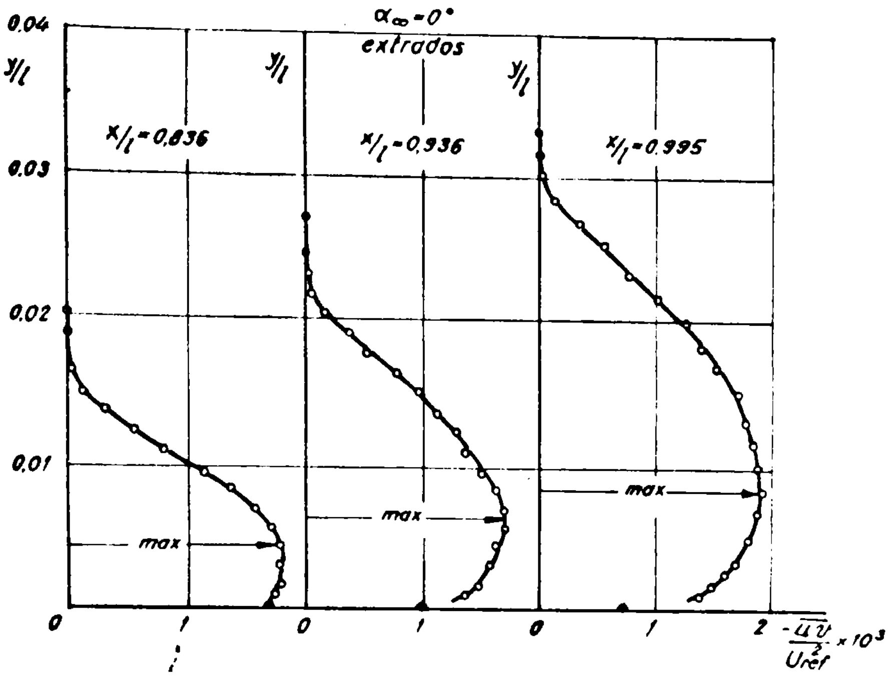


Fig.5.4.15 Profile ale eforturilor de frecare în stratul limită

ximativ la aceeaşi distanţă de perete. Regiunea intradosului ($\pi \approx$ const) confirmă ipoteza similitudinii locale (secţ.2.4) adică, pentru π = const stratul limită turbulent se găseşte în "cvasiechilibru", iar profilele de viteză sînt asemenea. Aceasta poate fi observată din fig.5.4.9,cît şi din fig.5.4.8 în regiunea $0{,}544 \leq x/l \leq 0{,}739$ pe extrados, pentru care, de asemenea, $\pi \approx$ const. Dacă ipoteza similitudinii locale este valabilă pentru profilul vitezei în stratul limită, este necesar să vedem dacă aceasta este valabilă şi pentru cantităţile fluctuante. In acest scop, în fig.5.4.17 - 5.4.18 s-a reprezentat variaţia în stratul limită a energiei cinetice datorită turbulenţei $\overline{q^2}$ raportată la viteza de frecare la perete u_*^2 , unde

$$\overline{q^2} = \frac{1}{2}(\overline{u^2} + \overline{v^2}) \qquad (5.4.7)$$

în care componenta normală $\overline{w^2}$ nu a fost luata în considerare, deoarece în stratul limită este comparativ inferioară celorlalte componente /28,59/. Reprezentarea s-a făcut într-o scară semilo-

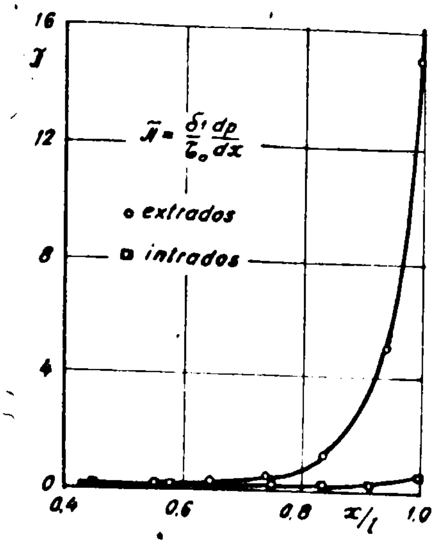


Fig.5.4.16 Variaţia parametrului π pe profil

(fig.5.4.10-5.4.11). După cum se observă d'- fi-.5.4.17, pe ex ra-dos apar diferenţe mari între profilele turbulenţei. Aceasta porţiune corespunde unei variaţii mai accentuate a lui π (fig.5.4.16). Valorile $\overline{q^2}/u_*^2$ cresc cu π şi, în mod asemănător, se modifica poziţia valorilor maxime faţă de perete. In contrast, pe intrados (fig.5.4.18), unde π variază foarte slab, profilele sînt foarte apropiate. Este, deci, posibil ca la π riguros constant să apară o suprapunere a rofilel r o- gie c ne ce urbulente şi, prin urmare, ipoteza similitudinii locale să fie satisfăcuta în acest caz. Din neferioire nu dispunem de date experimentale care să poată verifica sau infirma aceasta.

5.4.7 Corelaţii între mărimile curgerii medii şi cantităţile fluctuante

Aşa cum am arătat în secţ.5.4.6, mărimea gradientului de presiune, indicat prin parametrul lui Clauser π, este responsabilă de gradienţi mari, în raport cu distanţa y, ale eforturilor Reynolds. Pe extrados, în apropierea bordului de fugă $x/l \geq 0,936$ unde π creşte puternic, deviaţia vitezei de la legea logaritmică uzuală este mare (fig.5.4.10). De asemenea, eforturile de frecare $(-\overline{uv})$ (fig.5.4.15) prezintă variaţii mari cu distanţa de la perete. Valoarea maximă $(-\overline{uv})_{max}$ depăşeşte valoarea la perete u_*^2 (în regiunea $x/l \geq 0,936, (-\overline{uv})_{max} > 1,5\, u_*^2$). Aceasta sugerează că, în această regiune, profilele de viteză medie (fig. 5.4.8) pot fi descrise prin profilul universal de viteză propus de Perry şi Schofield /59,129/ pentru straturi limită în gradienţi de presiune, moderaţi la foarte mari, în care $(-\overline{uv})_{max} \geq 1,5\, u_*^2$. Scara de viteză U_s şi scara de lungime Δ, pentru regiunea exterioară şi regiunea dominantă dintre straturile interioare şi exterioare, sînt date prin

$$U_s = 8\left(\frac{\Delta}{l}\right)^{\frac{1}{2}} U_M \qquad (5.4.8)$$

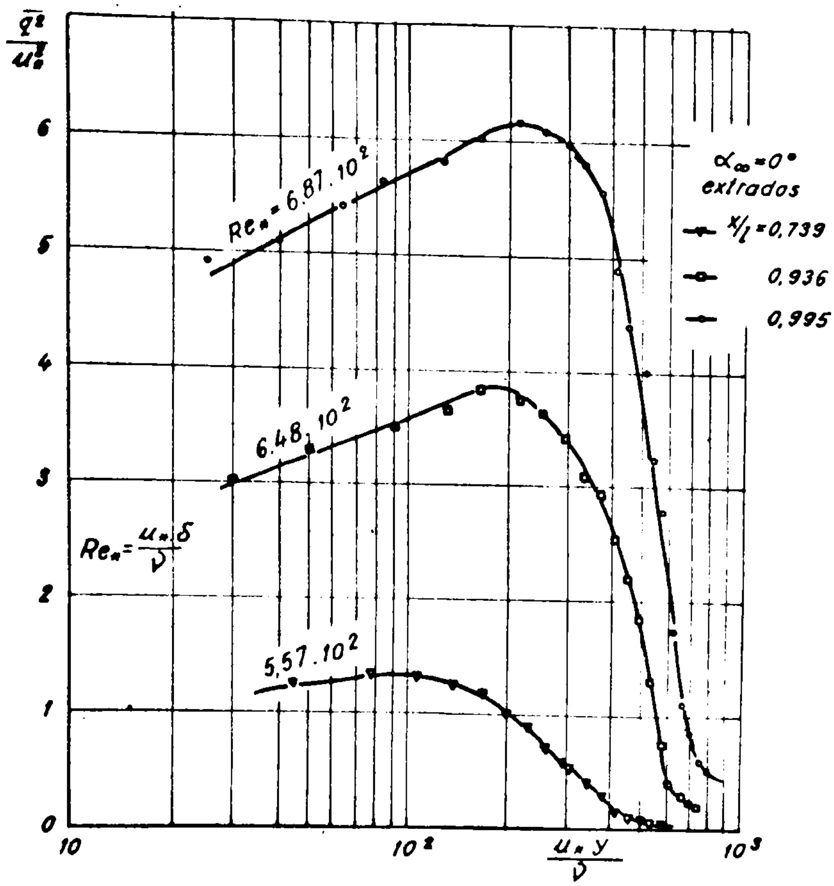


Fig.5.4.17 Reprezentarea semilogaritmică a profilelor de energie cinetică a turbulenței pe extrados

$$\Delta = 2,86\, \delta_1 \frac{U_e}{U_S} \quad \ldots \qquad (5.4.9)$$

unde $U_M = (-\overline{uv})_{max}$, L este distanța y de la perete asociate valorii maxime $(-\overline{uv})_{max}$, iar U_e este viteza medie la marginea stratului limită.

Reprezentarea profilelor de viteză sub forma propusă de Perry și Schofield

$$\frac{U_e - U}{U_s} = f\left(\frac{y}{\Delta}\right) \qquad (5.4.10)$$

este dată în fig.5.4.19. Se observă în această figură că pentru $x/l \geqslant 0,936$ măsurătorile efectuate în lucrare, se încadrează foarte bine în limitele de variație a datelor utilizate de Perry

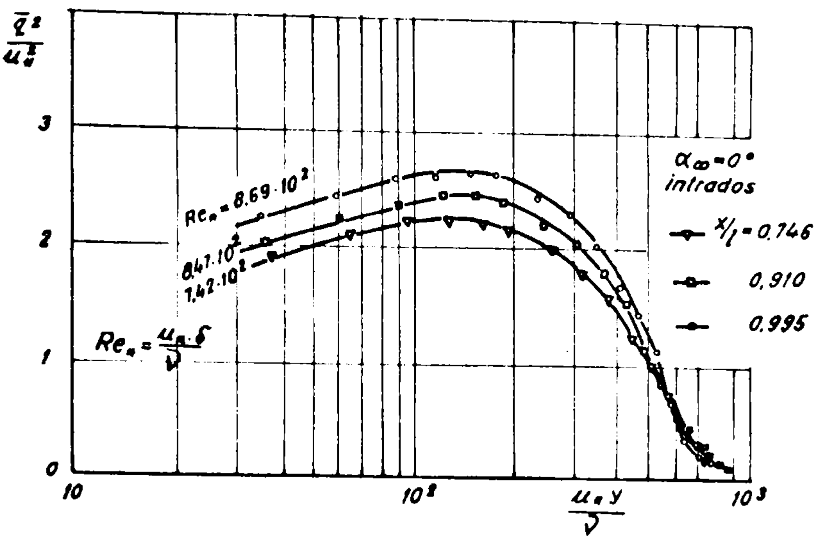


Fig.5.4.18 Reprezentarea semilogaritmică a profilelor de energie cinetica a turbulenţei pe intrados

şi Schofield (după /59/). Aceasta dovedeşte, încă o dată, corectitudinea măsurătorilor. La x/l = 0,836 datele tind să se abată de la profilul universal, însă aici $u_*^2 < (-\overline{uv})_{max} < 1,5\, u_*^2$ ceea ce nu mai corespunde cu condiţia de mai sus.

Considerînd variaţia energiei cinetice datorita turbulenţei în stratul limită (fig.5.4.17) se constată că valorile maxime $\overline{q^2}_{max}/u_*^2$ pe suprafaţa profilului (fig.5.4.20) se află într-o bună concordanţă cu datele experimentale ale lui Nakayama /59/, pre lucrate în mod corespunzător. Măsurătorile lui Nakayama au fost efectuate asupra unui profil "convenţional", de grosime maximă relativă d/l = 10 %, la un număr Reynolds $Re_{ref} = 1,2 \cdot 10^6$. O analiza a distribuţiilor de presiuni, respectiv de viteză (fig.5.4.1 c,d) ale profilului NACA 4412 in comparaţie cu cele ale profilului "convenţional" /59/ a putut stabili o asociere între variaţia acestora şi variaţia turbulenţei maxime (fig.5.4.20). Aceasta a sugerat ideea de a realiza o corelaţie între energie cinetică a turbulenţei maxime şi viteza medie pe profil. In fig.5.4.21 este prezentată o astfel de corelaţie în care

$$C_{max} = \frac{\overline{q^2_{max}}}{U^2_{ref}} \left(\frac{U}{U_{ref}}\right)^2 \qquad (5.4.11)$$

unde U/U_{ref} este viteza adimensională pe profil (fig.5.4.1 d).

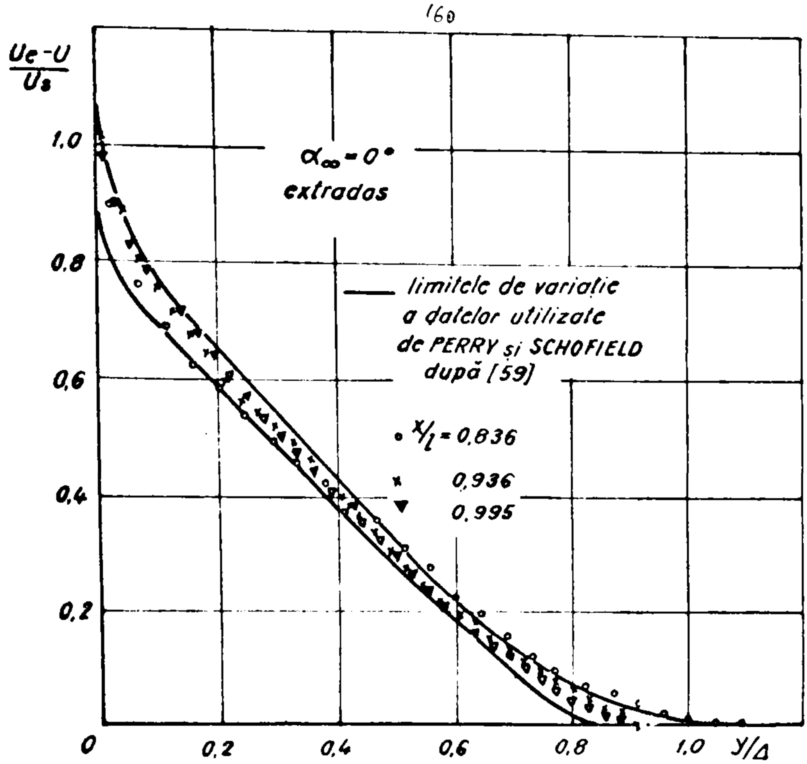


Fig.5.4.19. Comparații între profilele de viteză medie din stratul limită cu profilele Perry-Schofield

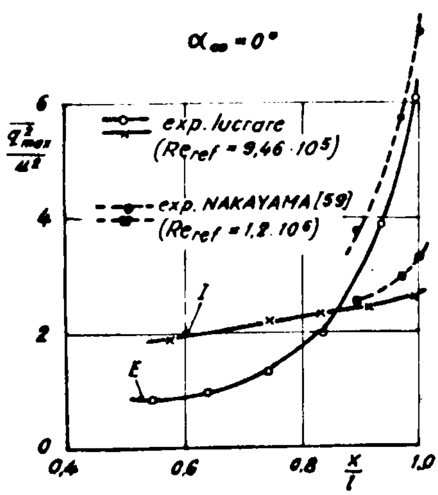


Fig.5.4.20. Variația energiei cinetice maxime a turbulenței pe profil

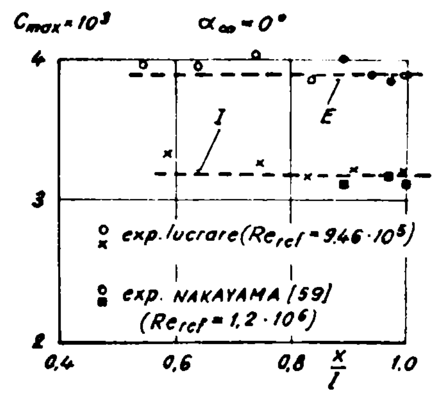


Fig.5.4.21. Corelarea energiei cinetice maxime a turbulenței cu viteza la marginea stratului limită

Rezultatele arată că, în această formă, coeficientul C_{max} se menține aproximativ constant, cu valori diferite pe extrados și intrados, și este într-o deplină concordanță cu datele lui Nakayama /59/. Un rezultat identic se obține dacă în locul relației (5.4.11) se ia

$$C_{t\ max} = \frac{\overline{q^2_{max}}}{u^2_\tau} \left(\frac{U}{U_{ref}}\right)^2 \qquad (5.4.12)$$

denumit în lucrare "coeficientul turbulenței maxime pe profil", în care $u_\tau = U_{ref}\sqrt{C_{fr}/2}$ reprezintă o viteză medie de frecare a profilului, calculată din coeficientul total de frecare C_{fr} (fig.5.4.6). In fig.5.4.22 se observă că valorile lui $C_{t\ max}$ pe extrados și intrados pot fi înlocuite, cu o bună aproximație, prin valoarea medie $C_{t\ max} \approx 1,05$. Lipsa unor date (valoarea lui C_{fr}) fac imposibilă verificarea rezultatelor, obținute în lucrare, cu date experimentale cunoscute din literatură. Oricum, este de așteptat ca valorile lui C_{tmax} să fie influențate de numărul Reynolds deoarece turbulența este dependentă de acesta.

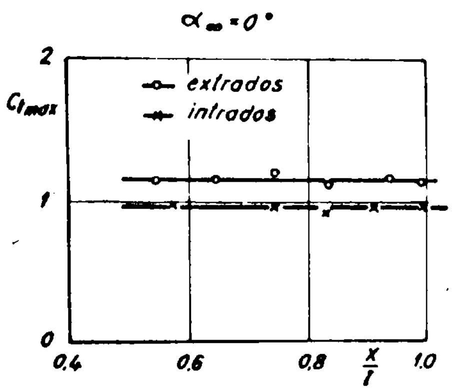


Fig.5.4.22 Variația coeficientului de turbulență maximă pe profil

5.4.8 Asupra calculului pulsațiilor de presiune pe suprafața profilului

Problema determinării pulsațiilor de presiune la perete, de un mare interes în practică /118/, a fost obiectul a numeroase cercetări /119,120,124,125,128,130/, însă pînă în prezent fără prea mult succes. In curgeri turbulente incompresibile legătura între pulsațiile de presiune p și fluctuațiile de viteză este dată de ecuația lui Poison /118,128/

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i} = -\rho\sigma \qquad (5.4.13)$$

unde termenul sursă σ este reprezentat în notație tensorială prin

$$\sigma = 2\,\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\,\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial x_i\,\partial x_j}\left(u_i u_j - \overline{u_i u_j}\right) \qquad (5.4.14)$$

care reprezintă o legătură complexă între componentele vitezei medii şi componentele vitezelor fluctuante în direcţia x_i . Soluţionarea ecuaţiei (5.4.13) devine aproape imposibila, chiar în cazuri mult simplificate. In cazul mişcării omogene şi izotrope primul termen din (5.4.14) dispare, iar eforturile Reynolds $\overline{u_i u_j}$ sînt nule dacă $i \neq j$. Beatchelor /119/, Uberoi /13o/ şi Kraichnan /125/ au calculat pulsaţia de presiune în funcţie de fluctuaţia de viteză, obţinînd

$$\left[\overline{p^2}\right]^{\frac{1}{2}} = a \rho U^2 \qquad (5.4.15)$$

în care, din calcule, a = o,6 – o,7. Lipsa unor măsurători face ca valorile experimentale a lui a să fie necunoscute. Totuşi, sînt disponibile rezultate experimentale ale valorilor lui $\overline{p^2}$, măsurate la perete /131/, raportate la efortul de frecare τ_o la perete. Astfel

$$\left[\overline{p^2}\right]_0^{\frac{1}{2}} = b\,\tau_o \qquad (5.4.16)$$

unde b = 2,2 ÷ 2,8 /118, 123, 131/.

In cazul turbulenţei anizotrope, pulsaţiile de presiune cresc cu grosimea stratului limită. Simpson şi alţii /129/ prezintă următoarea relaţie

$$\frac{\overline{p^2}}{\tau_o^2} = 0{,}52\,\alpha^{0,9}\left(\ln\left|\frac{u_*\delta}{\nu}\right| + 9{,}24\right) \qquad (5.4.17)$$

care coreleaza calculele lui Panton şi Linebarger /127/ pentru o curgere fără gradient de presiune, cu α = 1;2 şi 3 şi valoarea parametrului Π al lui Coles /31/ (sect.2.4 b) de Π = 0,6 (cazul plăcii plane). Aici, α este raportul scării de lungime în direcţia curgerii la scările de lungime în celelalte direcţii,care influenţează puternic corelaţia spaţială a lui v. In termeni ai numărului Reynolds, format cu grosimea de deplasare δ_1 , după Coles şi Hirst /129/

$$\frac{u_*\delta}{\nu} = \frac{k}{1+\Pi}\left(\frac{U_e\delta_1}{\nu} - 65\right) \qquad (5.4.18)$$

unde K = o,41. Parametrul Π poate fi calculat din următoarea relaţie /121/

$$\frac{\delta_1}{\delta} = \frac{1}{k}\,\frac{u_*}{U_e}\left(\frac{11}{12} + \Pi\right) \qquad (5.4.19)$$

O analiză a rezultatelor, teoretice şi experimentale prezentate în /129/ (Table 1) arată că valorile $\overline{p^2}/\tau_o^2$ calculate de Panton şi Linebarger /127/ pentru Π = 1,5 ; 3 ; 6 şi α = 1;2 nu sînt verificate de relaţiile (5.4.17) şi (5.4.18), în schimb unele rezultate experimentale (tabelul 1), pentru care α nu este disponibil, sînt într-o bună corespondență cu aceste relații numai dacă $\alpha \simeq 2$. Considerînd prin α raportul

$$\alpha = \frac{l}{L_c} \qquad (5.4.20)$$

în care l = lungimea peretelui canalului și L_c = lățimea canalului, raport care, evident, influențează componenta normală la perete v^2, atunci valoarea $\alpha \simeq 2$ poate fi plauzibilă. Aceasta a sugerat ideea ca, pe baza măsurătorilor efectuate în lucrare, să se calculeze pulsațiile de presiune pe profilul NACA 4412. In acest scop, profilul a fost asimilat cu o placă pentru care rezultă $\alpha = 2$. Rezultatele obținute din măsurători și calculate cu relațiile (5.4.17) - (5.4.19) sînt date în tabelul 1. Din acest tabel se constată că valorile p^2/τ_o^2 prezintă o apropiere satisfăcătoare cu datele experimentale obținute pentru straturi limită în echilibru, neechilibru și respectiv pe profil. De asemenea, se observă că p^2/τ_o^2 variază foarte slab în lungul suprafeței profilului, însă avînd în vedere că τ_o scade înspre bordul de fugă (îndeosebi pe extrados) rezultă că și pulsațiile de presiune p^2 vor scădea. Energia cinetică datorită turbulenței, fig.5.4.17 - 5.4.18, crește cu x/l, ceea ce nu exclude o legătură, asemănătoare curgerii medii, între fluctuațiile de presiune și cele de viteză. Edificatoare în acest sens ar putea fi și rescalarea pulsațiilor de presiune în raport cu efortul maxim de frecare în stratul limită $\tau_M = \rho U_M^2 = \rho\,(-\overline{uv})_{max}$. Tabelul 1 arată că, pe extrados, valorile p^2/τ_M^2 scad mult în apropierea bordului de fugă. Aceasta corespunde unei creșteri a parametrului de formă H_{12}, respectiv a efortului de frecare $(-\overline{uv})_{max}$, și este într-o deplină concordanță cu concluziile lui Simpson și alții /129/. Valoarea $\overline{p^2}/\tau_M^2$ obținută la bordul de fugă este în corespondență bună cu date experimentale obținute la valori apropiate ale lui H_{12}, însă la x/l = 0,836, unde H_{12} = 1,4, valoarea p^2/τ_M^2 se abate mult față de experiment. O cauză a acestor abateri ar putea fi, în acest caz, diferențele mult mai semnificative ale numerelor Reynolds Re_{δ_1}.

In secț.5.4.7 a fost analizată curgerea în regiunea exterioară a stratului limită și a rezultat că în apropierea bordului de fugă ($x/l >$ 0,836 pe extrados) aceasta verifică profilele universale de viteză propuse de Perry și Schofield /59,129/. Simpson și alții /129/ propun aici o dependență de forma :

Tabelul 1

Autori	$\frac{x}{l}$	$Re_{\delta_1} = \frac{U_e \cdot \delta_1}{\nu}$ exp.	$\frac{\mu_*}{U_e}$ exp.	$\frac{\delta_1}{\delta}$ exp.	$\frac{\mu_* \delta}{\nu}$ exp.	Π din rel. (5.4.19)	H_{12} exp.	$\frac{\mu_* \delta}{\nu}$ rel. (5.4.18)	$\frac{U_H}{U_e}$ exp	$\frac{\overline{p^2}}{\tau_0^2}$ rel. (5.4.17)	$\frac{\overline{p^2}}{\tau_H^2}$	$\frac{(\overline{p^2})^{1/2}}{\tau_0}$	$\frac{(\overline{p^2})^{1/2}}{\tau_0}$ rel. (5.4.16)	α	Obs.
Date exp.	0,544	1097	0,0471	0,165	314	0,515	1,443	279	–	14,55	–	3,813			
lucrare	0,642	1546	0,0458	0,162	439	0,529	1,438	397	–	14,87	–	3,856			
profil	0,739	1896	0,0430	0,146	557	0,478	1,425	508	–	15,10	–	3,886			
NACA 4412	0,836	3147	0,0381	0,192	625	1,147	1,491	589	0,0391	15,21	13,71	3,90	2,2÷2,8	2	
$\alpha_\infty = 0°$	0,936	5080	0,0316	0,247	649	2,290	1,624	625	0,0419	15,25	4,93	3,905			
extrados	0,995	6573	0,0278	0,265	687	2,990	1,778	687	0,0460	15,30	1,75	3,910			
=date exp. după [129]=										=exp=					
LIM-echilibru		28400	0,0291	0,201 +	4112 +	1,92 x	1,56	3979	0,0546 ∇	16,8	1,54	4,099		–	măsurători
SCHLOEMER-neechil.		14600	0,0296	0,199 +	2172 +	1,84 x	1,58	2098	0,0563 ∇	18,9	1,44	4,347	2,2÷2,8	–	cu traductori
HAHN-profil		48000	0,030	0,133 +	10827 +	0,9 x	1,33	10344	0,038	19,6	7,5	4,427		–	piezoelectrici
+ valori calculate din relația (5.4.19), x valori estimate din ec. str. limită în echilibru [129], ∇ valori estimate din ec. (5.4.22) [129]															
Date exp.	0,415	1719	0,0434	0,210	279	1,069	1,425	255	–	14,43	–	3,799			
lucrare	0,575	1964	0,0441	0,126	641	0,265	1,415	578	–	15,24	–	3,904			
profil	0,746	2200	0,0424	0,131	742	0,347	1,401	674	–	15,38	–	3,922	2,2÷2,8	2	
NACA 4412	0,828	2567	0,0421	0,133	810	0,381	1,413	743	–	15,46	–	3,933			
$\alpha_\infty = 0°$	0,910	2843	0,0406	0,136	847	0,458	1,421	762	–	15,51	–	3,938			
intrados	0,995	3344	0,0389	0,138	869	0,541	1,435	800	–	15,53	–	3,941			

$$p \sim \tau_M \left(\frac{\Delta}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \sim \tau_M \left(\frac{\delta_1}{L}\frac{U_e}{U_M}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (5.4.21)$$

însă lipsa unor date experimentale suficiente nu a permis stabilirea completă a acesteia. Totuşi, se aşteaptă ca la $\tau_M/\tau_o < 1,5$ să se obţina o valoare a lui p^2/τ_M^2 apropiată de 9 care este de ordinul valorii în curgeri fără gradient de presiune. Această observaţie este în corespondenţă cu datele lui Hahn (tabelul 1) şi cu datele lui Simpson şi alţii prezentate în /129/ (Table 2). Tinînd seama că datele lui Simpson şi alţii, obţinute la un număr Reynolds Re_{δ_1} mai mic, sînt mai ridicate decît cele ale lui Hahn, atunci este posibil ca valoarea $p^2/\tau_M^2 \simeq 14$ calculata la $x/l = 0,850$ ($\tau_M/\tau_o < 1,5$) să fie realistă, deoarece Re_{δ_1} este mult mai scazut. O alta remarcă, care trebuie făcută, este că, în datele experimentale (tabelul 1), τ_M este estimat de Simpson şi alţii /129/ din relaţia

$$\frac{\tau_M}{\rho U_e^2} = \left[\frac{1}{6,55}\left(1 - \frac{1}{H_{12}}\right)\right]^2 \qquad (5.4.22)$$

în raport cu care rezultatele obţinute prin măsurători, în lucrare, sînt inferioare.

In ceea ce priveşte relaţia (5.4.17), valabilă în cazul mişcării omogene şi izotrope /130/, din tabelul 1 se observă ca valorile sînt mai mici cu aproximativ 50 % decît cele obţinute în curgeri turbulente anizotrope.

5.4.9 Profile ale curgerii medii în dîra

In fig.5.4.23 ($\alpha_\infty = 0^o$) şi fig.5.4.24 ($\alpha_\infty = 5^o$) sînt reprezentate rezultatele măsuratorilor asupra componentelor vitezei medii, U dupa direcţia de curgere şi V în direcţie transversală. Măsurătorile au fost efectuate cu termoanemometrul cu fir încălzit (sistemul din fig.5.3.7) în diferite secţiuni transversale ale dîrei. Ca axă a dîrei a fost considerată direcţia ce trece prin bordul de fugă al profilului paralelă cu axa tunelului. In general, rezultatele arată o dîră puternic dezvoltata în apropierea bordului de fuga care treptat se amortizeaza în aval, proces în care vitezele se uniformizează. Acest proces nu a fost prins în totalitate datorită camerei de lucru relativ scurtă. La $\alpha_\infty = 0^o$(fig.5.4.23) profilele componentei longitudinale prezintă o simetrie apropiată faţă de o axă care îşi schimbă poziţia în raport cu cea iniţială. Cu creşterea incidenţei la $\alpha_\infty = 5^o$ (fig.5.4.24) profilele devin asimetrice în apropierea bordului de fugă, unde se simte influenţa îngustării canalului dintre intradosul profilului şi peretele lateral al tunelului. Treptat în aval, prin procesul de omogenizare, dîra se uniformizează. In general, componentele transversale au valori mult mai mici în comparaţie cu cele longitudinale, iar profilele sînt mult mai asimetrice.

5.4.10 Profile ale fluctuaţiilor de viteză în dîră

Rezultatele măsurătorilor asupra eforturilor Reynolds sînt date în fig.5.4.25 - 5.4.28. Ele sînt rezultatul medierii analoage ale semnalelor fluctuante liniarizate, obţinute de la termoanemometrul cu fir încălzit (sist.din fig.5.3.7 şi 5.3.9). In general, turbulenţa are valori ridicate în dîră, cu valori maxime pînă la 8 - 10 % la $\alpha_\infty = 0^o$ (fig.5.4.25 - 5.4.26) şi de 11 - 14 % la $\alpha_\infty = 5^o$, în timp ce, în curgerea esterioară turbulenţa se menţine constantă în jurul valorii de 1 %. Distribuţiile componentei longitudinale $\sqrt{\overline{u^2}}$ au valori mai ridicate în raport cu cele transversale $\sqrt{\overline{v^2}}$ şi cresc mult cu incidenţa. Aceasta afectează în măsură mult mai mică componentele transversale care, în general, nu îşi modifică forma profilului. In ceea ce priveşte eforturile de frecare $-\overline{uv}/U^2_{ref}$ (fig.5.4.25 ; 5.4.26 şi 5.4.28), acestea prezintă o asimetrie pronunţată, cu valori mult mai mari înspre intrados şi sînt puternic influenţate de incidenţă. In aval de bordul de fugă profilele se amortizează cu distanţa şi tind spre o formă simetrică.

5.4.11 Concluzii

Au fost obţinute şi analiza cîmpurile de presiune şi viteză pe suprafaţa profilului NACA 4412, cîmpurile de viteză şi ale eforturilor turbulente în stratul limită şi în dîră, într-o curgere incompresibilă la un număr Reynolds, format cu coarda, $Re_{ref} = 9,46 \cdot 10^5$. Rezultatele au dat posibilitatea determinării caracteristicilor profilului, verificarea unor relaţii frecvent utilizate în teoria stratului limită şi a unor metode de calcul folosite în lucrare. Pe baza rezultatelor obţinute pot fi conturate următoarele concluzii :

a. Cîmpurile de presiune şi viteză se află într-o bună concordanţă cu teoria potenţială, propusă de Wilkinson /112/, în domeniul de incidenţe fără desprindere (fig.5.4.1). Apariţia şi dezvoltarea desprinderii cu incidenţa (fig.5.4.7) determină modificări importante în distribuţia presiunilor (fig.5.4.2 - 5.4.3) ceea ce are ca efect creşterea rezistenţei la înaintare (fig.5.4.5), în special datorită formei şi mai puţin datorită frecării (fig.5.4.7), şi micşorarea portanţei (fig.5.4.4). Utilizarea teoriei stratului

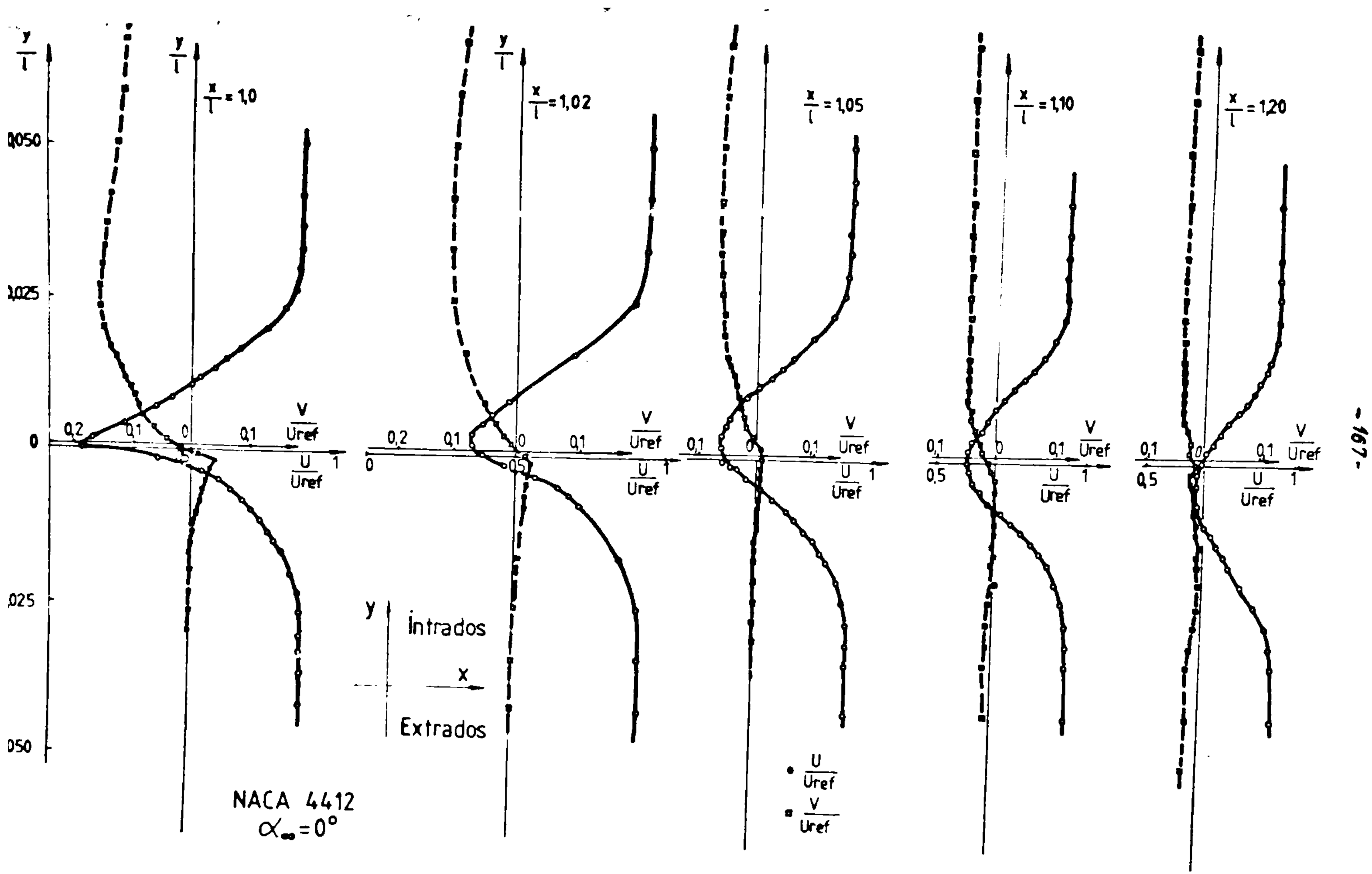


Fig. 5.4.23 Profile de viteză în dîră.

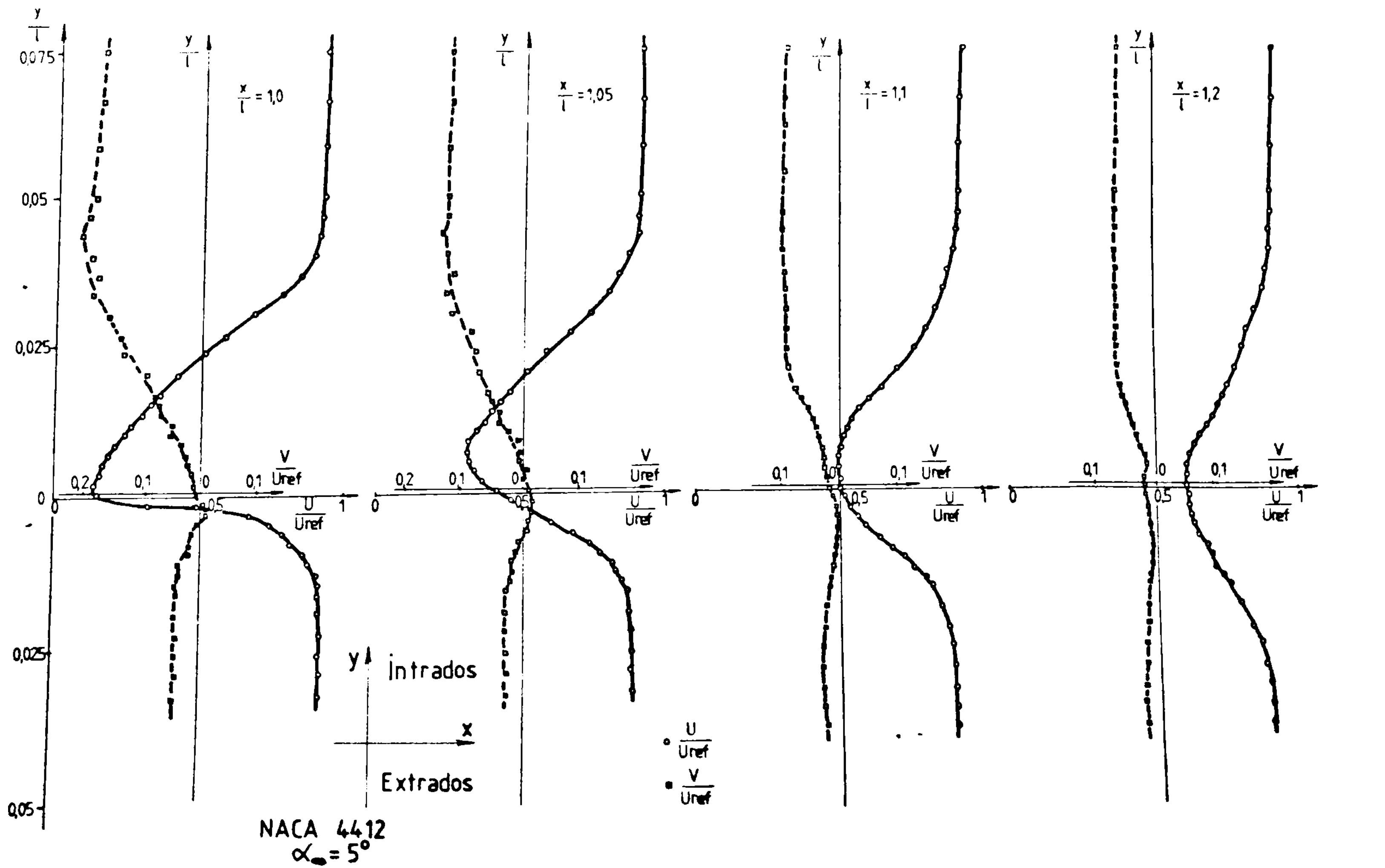


Fig. 5.4.24 Profile de viteză în dîră.

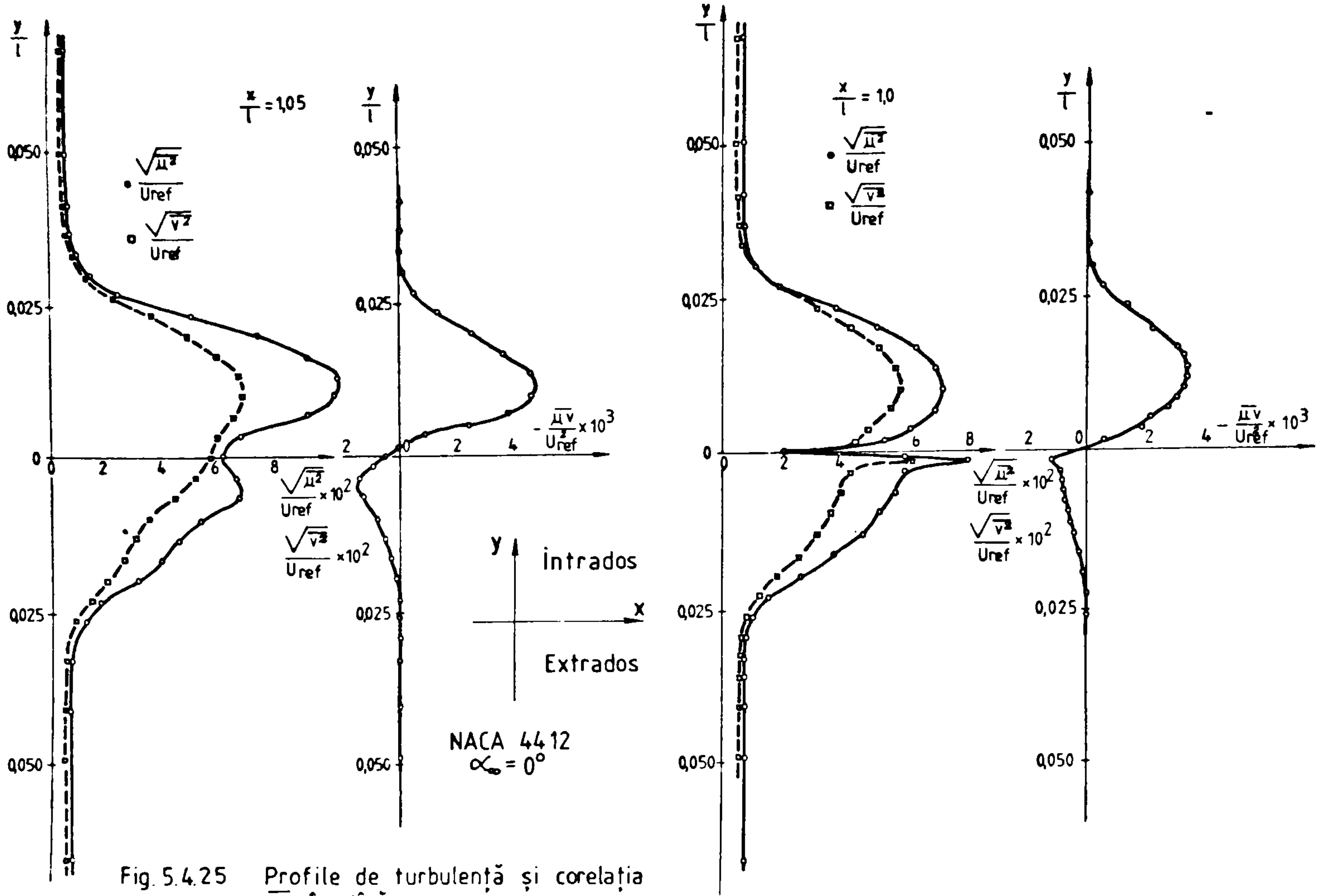


Fig. 5.4.25 Profile de turbulență și corelația $-\overline{uv}$ în dîră.

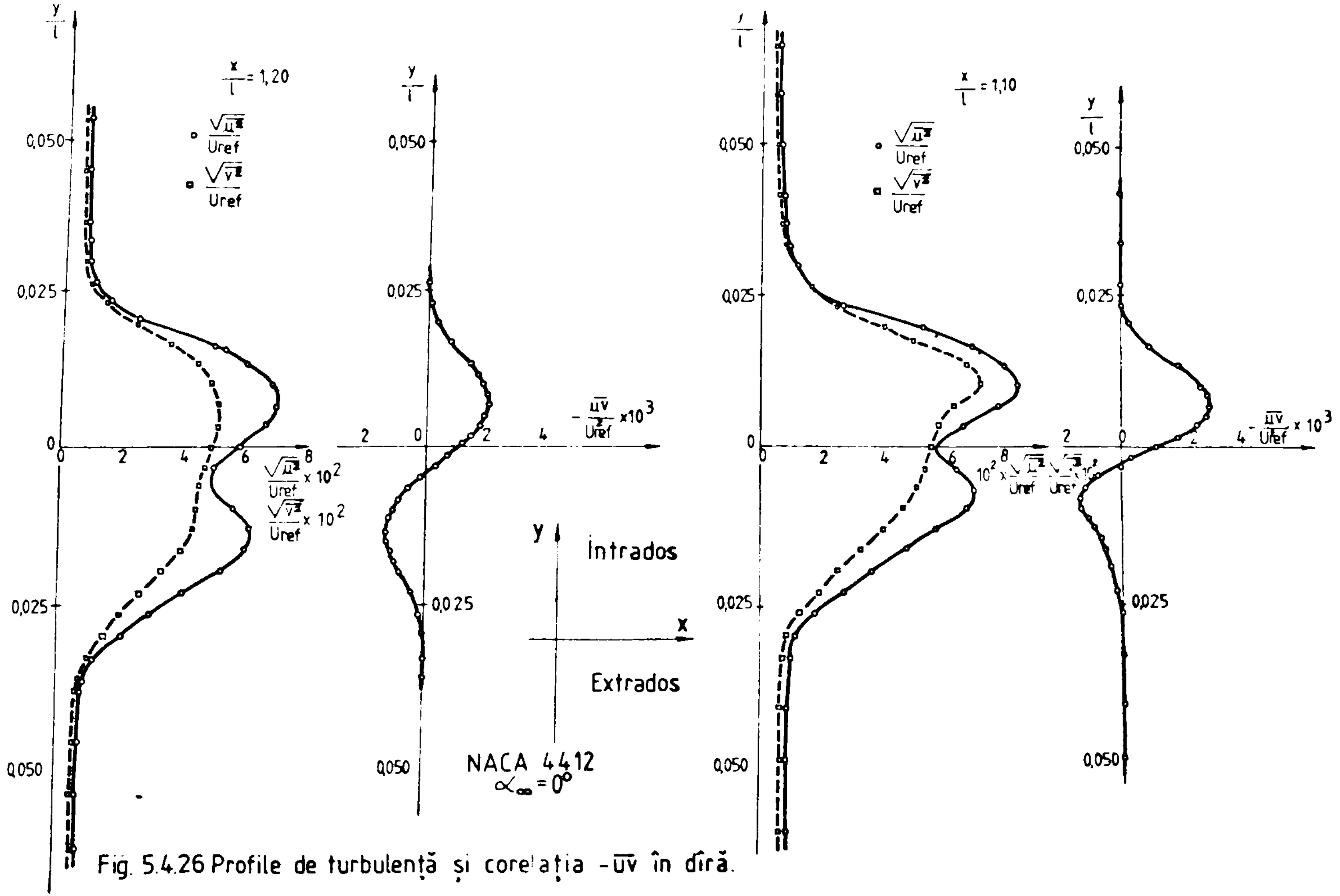


Fig. 5.4.26 Profile de turbulență și corelația $-\overline{uv}$ în dîră.

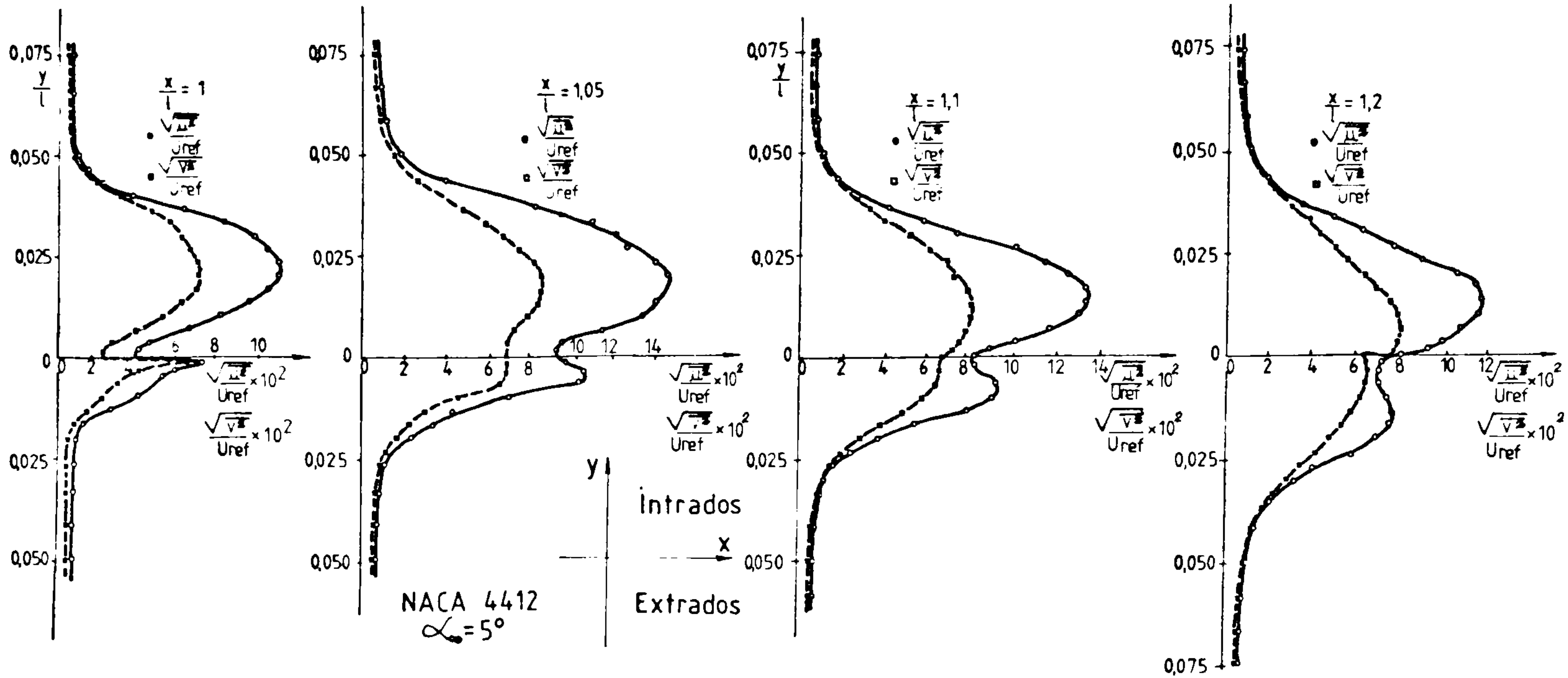


Fig. 5.4.27 Profile de turbulență în dîră.

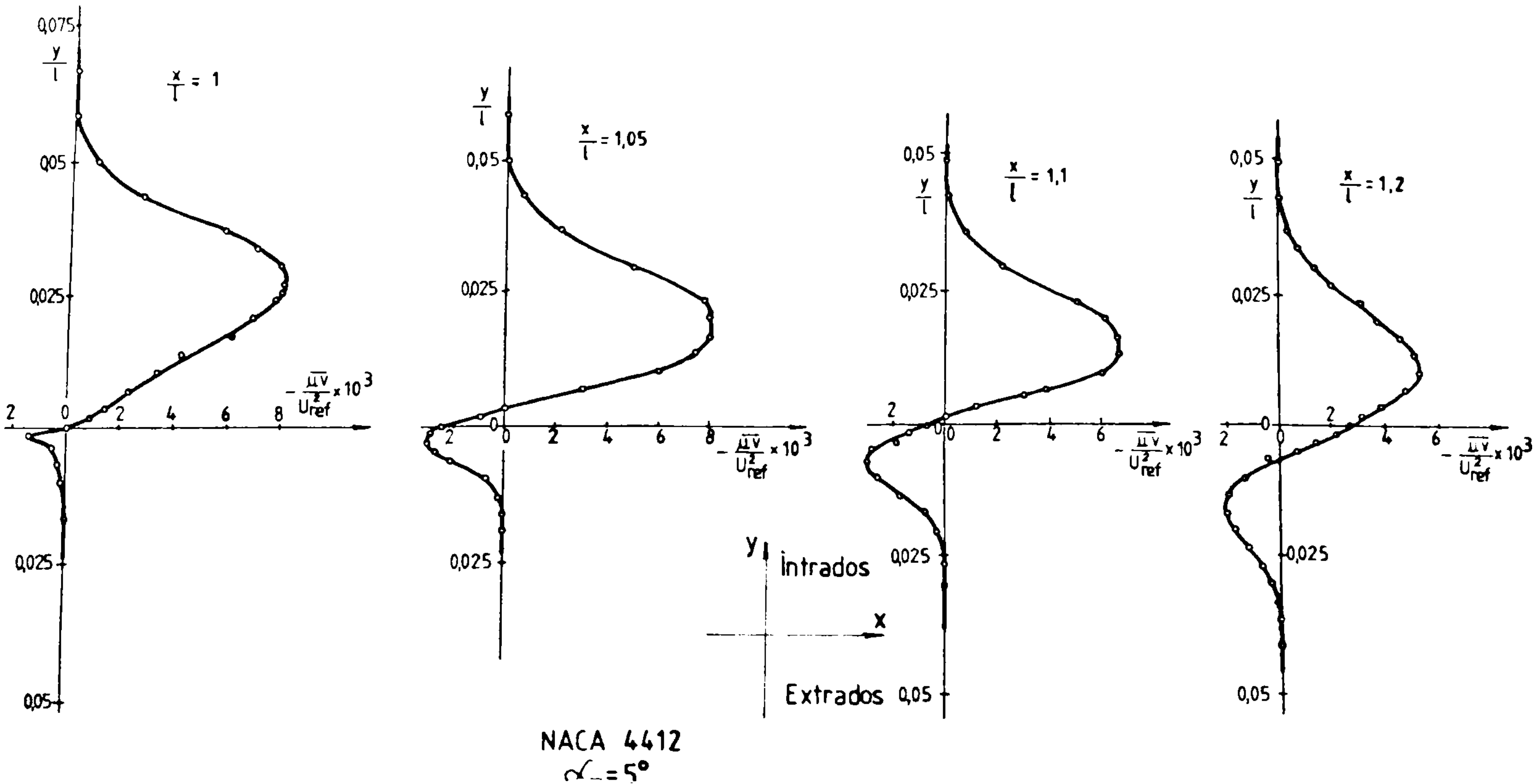


Fig. 5.4.28 Profile ale corelației $\overline{uv}$ în dîră.

limită la calculul acestor caracteristici s-a dovedit un instrument suficient de precis (fig.5.4.4 - 5.4.5) şi util aplicaţiilor practice. Metodele propuse în cap.3 oferă rezultate într-o corespondenţă bună cu cele obţinute prin metode mai complexe /16,27,29/ (fig.5.4.5), însă care solicită un volum însemnat de timp şi calcule.

b. Măsurătorile asupra curgerii medii în stratul limita au fost găsite a fi în raport cu gradienţii de presiune pozitivi, indicaţi prin parametrul Π al lui Clauser /30/. Pe porţiunile în care $\Pi \simeq$ const. (fig.5.4.16) profilele de viteză medie (fig. 5.4.8 - 5.4.11) au forme asemenea şi prin urmare, sînt în corespondenţă cu ipoteza similitudinii locale.. In aceste zone, profilele de viteză verifică pe regiuni mai intinse legea universală a peretelui dată de Prandtl /88,126,128/. In apropierea bordului de fugă pe extrados (o,836 $\leq x/l \leq$ 1), unde Π creşte mult, regiunea de perete se îngustează treptat cu creşterea lui Π . Aici, profilele de viteză medie sînt în concordanţă cu profilele universale propuse de Perry şi Schofield /59,129/ (fig.5.4.19). In apropierea punctului de presiune minimă pe extrados (o,377 $< x/l <$ o,445) are loc atît deformarea profilelor de viteză în stratul limită (fig. 5.4.8), cît şi îngustarea pronunţată a regiunii de perete (fig. 5.4.1o). Această zonă s-a dovedit asociată zonei de tranziţie şi este în corespondenţă cu rezultate din literatură /88/.

c. Rezultatele obţinute prin prelucrarea globală a masurătorilor de viteză medie, în forma mărimilor cunoscute ale stratului limită (grosimile δ_1 şi δ_2 , parametrul de formă H_{12} şi coeficientul de frecare C_f) au stat la baza verificării metodelor de calcul folosite în lucrare (secţ.3.2). In urma comparaţiilor făcute (fig.5.4.12 - 5.4.13) rezultă o congruenţă satisfăcatoare între rezultatele obţinute prin calcule şi cele experimentale.

d. Distribuţiile eforturilor turbulente în stratul limita $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ şi $-\overline{uv}$ arată tendinţa acestora, bine acceptată /59/, în gradienţi de presiune pozitivi. In regiunea în care parametrul Π creşte mult (o,739 $< x/l \leq$ 1 pe extrados) componenta longitudinală $\overline{u^2}$ (fig.5.4.1o) şi eforturile de frecare $-\overline{uv}$ (fig.5.4.15) cresc cu Π , în timp ce, componenta transversală se menţine în jurul aceloraşi valori. In toate aceste cazuri valoarea maximă este situată la distanţă de perete. In mod similar, energia cinetica a turbulenţei $\overline{q^2}$ (fig.5.4.17 - 5.4.18), raportată la viteza de frecare u_*^2, arată creşteri mari în regiunea de variaţie accentuată a lui Π (fig.5.4.17). In regiunea unde $\Pi \simeq$ const profilele sînt foarte apropiate, ceea ce, prin analogie cu profilele de viteză medie, poate fi în corespondenţă cu ipoteza similitudinii locale. O corelare a valorilor maxime ale energiei cinetice turbulente $\overline{q^2}_{max}$, raportate la o viteză globală de frecare U_τ^2 (corespunzătoare coeficientului de frecare al profilului C_{fr}), este posibilă cu viteza medie adimensională pe profil U/U_{ref}. Coeficientul de corelaţie $C_{t\ max}$ (rel.5.4.12)), denumit în lucrare "coeficientul turbulenţei maxime pe profil", este constant pe suprafaţa profilului şi are valori apropiate pe extrados şi intrados (fig.5.4.22).

e. Caracteristicile în dîra profilului la incidenţa $\alpha_\infty = 0^o$ (fig.5.4.23 ; 5.4.25 - 5.4.26) au fost găsite a fi apropiate de acelea obţinute pentru profile convenţionale /59/ şi nu diferă cu mult de dîrele plăcii plane sau de profilelor simetrice. Cu excepţia unei zone foarte apropiate bordului de fugă, profilele de viteză medie şi distribuţiile eforturilor turbulente prezintă o simetrie apropiată. Cu creşterea incidenţei la $\alpha_\infty = 5^o$ (fig.5.4.24 ; 5.4.27-5.4.28) în regiunea liniei centrale a dîrei, şi imediat în aval de bordul de fugă, interacţiunea celor două straturi limită, de pe extrados şi intrados, care se datorează unor gradienţi de presiune mult mai puternici (fig.5.4.2 a), crează o zonă intensă de amestec unde intensităţile longitudinale $\overline{u^2}$ şi eforturile de frecare $-\overline{uv}$ cresc. In acest caz asimetria dîrei este mult mai pronunţată. In general, intensităţile transversale variază slab în lungul dîrei şi îşi modifică slab profilul.

f. In lucrare a fost efectuat un studiu asupra calculului pulsaţiilor de presiune $\overline{p^2}$, pe suprafaţa profilului, în corelaţie cu mărimile globale ale stratului limită, după Simpson şi alţii/129/. Rezultatele obţinute (tabelul 1), asimilînd profilul cu o placă dispusă între doi pereţi plani, s-au dovedit într-o bună concordanţă cu date experimentale, însă lipsa unor informaţii privind valoarea factorului α nu dau posibilitatea să fie confirmate în totalitate. Totuşi, calculele arată că pulsaţiile de presiune $\overline{p^2}$ scad cu creşterea parametrului Π, respectiv cu creşterea energiei cinetice a turbulenţei $\overline{q^2}$. Sub formă adimensională, raportate la efortul de frecare la perete τ_o, valorile $\overline{p^2}/\tau_o^2$ se menţin aproape constante pe suprafaţa profilului, însă, raportate la efortul maxim de frecare τ_M din stratul limită, valorile $\overline{p^2}/\tau_M^2$ scad mult cu creşterea parametrului de formă H_{12}. Acestea din urmă, sînt în deplină concordanţă cu ipotezele lui Simpson şi alţii /129/şi, de asemenea, cu rezultate obţinute pe cale experimentală (tabelul 1).

Ca o concluzie generală, măsurătorile efectuate asupra profilului NACA 4412 au dat posibilitatea unei analize în profunzime a curgerii reale, bidimensionale şi incompresibile, din jurul şi în dîra profilului. Pe baza rezultatelor obţinute s-a dovedit că alegerea metodelor de calcul a curgerii potenţiale şi a parametrilor stratului limită, făcută în urma unor analize critice asupra metodelor cunoscute în literatură,este pe deplin justificată. Acestea permit evaluarea, cu o precizie satisfăcătoare, a caracteristicilor profilului, dispus în reţea sau funcţionînd izolat,în curgerea cu frecare.

6. CONSIDERATII FINALE

In prezenta lucrare au fost abordate două aspecte importante privind aplicaţiile teoriei stratului limită la studiul curgerii fluidelor reale în reţele plane de profile. Un prim aspect îl constituie calculul pierderilor hidraulice şi al caracteristicilor energetice pentru o reţea dată, sau problema directă. Al doilea aspect este proiectarea reţelelor, optimizate prin teoria stratului limită, fiind cunoscute elementele cinematice şi unghiulare de la intrarea şi ieşirea din reţea, sau problema inversă. Aceste probleme au fost orientate, în principal, la studiul curgerii în reţele destinate turbinelor hidraulice, în scopul îmbunătăţirii performanţelor energetice şi cavitaţionale.

In strînsă corelare cu problemele legate de soluţionarea curgerii potenţiale şi a curgerii în stratul limită, în lucrare, au fost efectuate cercetări experimentale asupra profilului NACA 4412.

6.1 Concluzii finale

6.1.1 Problema directă

Rezolvarea problemei directe implică o tratare în etape, astfel că, determinarea cît mai corectă a pierderilor în reţea este posibilă dacă, în fiecare etapă de calcul se obţine o soluţionare adecvată. In acest scop, în lucrare, pe baza unor analize critice privind metodele de calcul a curgerii potenţiale şi a parametrilor stratului limită, se prezintă un model de calcul al pierderilor hidraulice în reţele plane de profile. Pe baza relaţiilor stabilite şi a rezultatelor obţinute, comparativ cu date experimentale, pot fi conturate următoarele concluzii : . . .

6.1.1.1 La calculul potenţial, respectiv al distribuţiilor de viteză, s-a folosit metoda ecuaţiilor integrale propusă de Martensen cu îmbunătăţirile aduse de Wilkinson. Confruntarea cu date experimentale, provenite atît din măsurători preluate din literatură, asupra rețelelor de profile MHT-1-12 % și NACA 8-10, cît și din măsurătorile efectuate, în lucrare, asupra profilului izolat NACA 4412 a dovedit că metoda asigură o soluționare satisfăcătoare a problemei. Analiza cîmpurilor de presiuni arată o corespondență bună cu experimentul în domeniul de incidențe fără desprinderi sau cu desprinderi mici ale curentului de pe profil. Rezultate similare, în toate cazurile analizate, s-au obținut și la calculul coeficienților de portanță. La profilul izolat NACA 4412 metoda a fost verificată comparativ cu metoda transformărilor conforme a lui Theodorsen rezultînd o concordanță excelentă.

Pentru a înlătura dificultățile privind utilizarea metodei la profile la care coordonatele nu sînt date în raport cu distribuția de grosime dispusă normal la schelet, în lucrare, a fost stabilit un procedeu de modificare a reprezentării profilului. Acesta s-a dovedit deosebit de util în aplicații practice (ex.profilul MHT-1-12 %).

6.1.1.2 In rezolvarea problemelor de strat limită s-au folosit metode integrale, Thwaites pentru stratul limită laminar și Head pentru stratul limită turbulent. Acestea sînt convenabile din punct de vedere aplicativ și al preciziei de calcul. Analiza unor rezultate din literatură arată o corelare bună între parametrii calculați și obținuți experimental. In lucrare, metodele au fost verificate cu date obținute prin măsurători asupra profilului NACA 4412. Comparațiile efectuate asupra mărimilor de interes, grosimea de impuls δ_2 , factorul de formă H_{12} și coeficientul de frecare C_f, justifică alegerea metodelor și sînt într-o deplină corespondență cu rezultatele din literatură. De remarcat concordanța bună între punctul de tranziție calculat cu criteriul dat de Van Driest și Blumer și zona de tranziție obținută pe cale experimentală.

Pentru extinderea metodei Head la soluționarea stratului complet turbulent, în lucrare, a fost stabilit un procedeu iterativ de calcul a valorilor inițiale ale grosimii de impuls δ_2 și parametrului de formă H_{12}. Pe baza verificărilor efectuate, prin modele diferite de analiză, s-a dovedit valabilitatea și utilitatea relațiilor stabilite.

6.1.1.3 Pentru calculul pierderilor în rețea a fost stabilită o metodă unitară, comodă în aplicații practice și care s-a dovedit satisfăcător de precisă. La baza metodei stă analiza influenței stratului limită asupra curgerii potențiale și analiza curgerii în dîra rețelei. Influența stratului limită se manifestă prin suma a trei efecte : de coardă, de curbură și de grosime. Acestea modifică circulația pe profil, echivalentă cu o micșorare a incidenței. In mod corespunzător se modifică elementele cinematice și unghiulare de la intrarea și ieșirea din rețea, pentru care s-au dedus relații de calcul. Relația de calcul a pierderilor a fost stabilită pe baza analiza curgerii în dîra rețelei, prin utilizarea teoremei impulsului, pe un volum de control cuprins între planul bordului de fugă și planul curgerii omogene în aval. O îmbunătățire considerabilă a valorilor calculate se realizează dacă proiecția, pe axa rețelei Y, a grosimilor stratului limită de la bordul de fugă δ_{1f} și δ_{2f} se face în raport cu unghiul de instalare β_s , luat diferit față de alte metode. De asemenea, o îmbunătățire a preciziei s-a obținut prin calculul efectelor stratului limită, de curbură și grosime, în 5 puncte pe suprafața profilului.

Metoda propusă a fost aplicată la calculul pierderilor hidraulice și al caracteristicilor energetice pentru mai multe geometrii de rețele formate cu profilele MHT-1-12 % și NACA 8410, investigate experimental în instalații diferite. Rezultatele obținute arată, în general, o concordanță satisfăcătoare între valorile calculate și cele obținute prin măsurători. Condiția care se impune este să nu se producă desprinderea totală a curentului de profil. Este important de remarcat că la unghiuri de instalare $\beta_s = 30^o$ și 60^o, frecvent utilizate la turbinele hidraulice, concordanța teorie-experiment este foarte bună.

6.1.1.4 Soluționarea problemei directe a rețelelor de profile, prin complexitatea problemelor ce necesită a fi rezolvate în fiecare etapă de calcul, implică un volum însemnat de timp și calcule. Pentru ca modelul de calcul propus să devină accesibil și util aplicațiilor practice s-au elaborat o serie de programe de calcul. Acestea au dat posibilitatea să fie analizate un număr mare de rețele. In scopul îmbunătățirii preciziei au fost folosite procedee numerice moderne de calcul. Programele au fost concepute în limbaj Basic și rulate pe calculatorul HP 9845-B din dotarea Catedrei de mașini hidraulice.

6.1.2 <u>Problema inversă</u>

Problema optimizării a fost rezolvată, în principiu, pe baza teoriei lui Le Foll. Aceasta dă posibilitatea ca straturile limită nedesprinse să fie reprezentate într-un așa numit plan imagine în care : ordonata L este parametrul de formă a lui Truckenbrodt și abscisa X un număr Reynolds local al stratului limită. In acest plan se poate optimiza, prin impunerea unui strat limită cu pierderi minime, distribuția de viteză asociată extradosului profilului din rețea. Profilul se dimensionează prin intermediul unei metode potențiale de soluționare inversă a curgerii din rețea. Relațiile stabilite, rezultatele obținute și mai ales exemplele numerice rezolvate permit formularea următoarelor concluzii:

6.1.2.1 Pentru reprezentarea în planul imagine a straturilor limită, laminare și turbulente, sînt necesare două funcții: coeficientul de disipație C_D și funcția $M(C_D, C_f, H_{12})$. In lucrare, aceste funcții au fost obținute, pentru stratul limită laminar pe baza metodei lui Tani, iar pentru stratul limită turbulent s-au utilizat relații pentru curgeri mai generale și parțial relații în ipoteza stratului limită în echilibru. Stabilitatea stratului laminar a fost delimitată prin transpunerea în planul imagine a curbei lui Schlichting. Pentru stratul limită turbulent, stabilitatea este delimitată prin curba lui Clauser.

6.1.2.2 Problema reprezentării în planul imagine a curbei corespunzătoare distribuției optime de viteză constă, atît din optimizarea stratului limită laminar, cît și a stratului limită turbulent. Deoarece, la rețelele de turbină stratul limită laminar se întinde pe o regiune restrînsă din suprafața profilului, datorită curgerii la numere Reynolds și turbulențe relativ ridicate, procesul de optimizare constă, în principal, din optimizarea stratului limită turbulent. In lucrare, problema a fost rezolvată în concordanță cu parametrii specifici rețelelor de turbină și a factorilor de influență asupra pierderilor. Rezultatele au stabilit că, în stratul limită turbulent, curba optimă trebuie dusă în apropierea curbei $M = 0$. Reprezentarea în planul imagine a fost astfel realizată ca distribuția de viteză să prezinte un palier de viteză aproximativ constantă. Acesta s-a dovedit într-o corespondență excelentă cu distribuțiile de grosimi NACA folosite la dimensionarea profilului din rețea. O parte importantă o constituie decelerarea distribuției de viteză. In general, optimizarea decelerării în planul imagine este dificil de realizat. De aceea, la proiectarea unei rețele se impune analiza mai multor variante de curbe imagine. Pe baza pierderilor se poate stabili varianta optimă.

6.1.2.3 Legătura între planul imagine și datele de proiectare ale rețelei este dată de numărul Reynolds Re_f și contribuția extradosului la circulația pe profil, definită prin V_{med}. Aceste mărimi stabilesc poziția punctului final F al curbei în planul imagine. Poziţia punctului de tranziţie este dată de valoarea turbulenţei în curgerea exterioară stratului limită. Pentru a facilita optimizarea unei reţele cerute, în lucrare, a fost construit un plan imagine în care au fost stabilite curbe universale destinate proiectării reţelelor de turbină. Pe baza acestor curbe se obţin distribuţii de viteză care nu produc desprinderea stratului limită, sînt independente de condiţiile de la intrare şi ieşire din reţea şi geometria reţelei, iar pentru aceeaşi valoare a lui V_{med} nu depind de numărul Reynolds Re_f.

6.1.2.4 Analiza curgerii, cu metoda directă, în reţele optimizate prin planul imagine arată că dimensionarea reţelei se realizează în domeniul optim de funcţionare în apropierea valorii minime a pierderii. Poziţia punctului de proiectare şi valoarea coeficientului de pierdere ζ_r depind de valoarea lui V_{med}, respectiv a coeficientului de portanţă. La valori scăzute a lui V_{med} pierderile cresc, iar punctul de proiectare se deplasează spre valori mici ale unghiului de intrare β_1. Turbulenţa în curgerea exterioară la valori peste 2 % afectează slab coeficienţii de pierdere ζ_r, însă aceştia scad semnificativ cu creşterea numărului Reynolds Re_f.

6.1.2.5 Problema proiectării unui rotor de turbină, cu reţele optimizate prin planul imagine, prezintă unele dificultăţi legate de realizarea în toate secţiunile a unor reţele formate din aceeaşi familie de profile. Pentru a înlătura aceste dificultăţi, în lucrare, se propune o metodă de proiectare care s-a dovedit eficientă. Metoda constă în dimensionarea unui profil generator obţinut din optimizarea reţelei de la butuc. Acesta se modifică corespunzător pentru celelalte secţiuni, astfel : scheletul în raport cu curbura maximă, pentru care s-au dedus relaţii semiempirice de calcul, iar funcţia de grosime în raport cu grosimea maximă stabilită din considerente de rezistenţă. Rezultatele obţinute la proiectarea unui rotor de turbină axială arată următoarele : i) la optimizarea reţelei de la butuc partea de decelerare a distribuţiei de viteză pe extrados influenţează atît pierderile, cît şi extinderea domeniului optim de funcţionare. O formă concavă a distribuţiei de viteză în regiunea de decelerare şi o decelerarea puternică în apropierea bordului de fugă sînt avantajoase, ii) curburile profilelor dimensionate se încadrează în valorile frecvent utilizate la turbine; în general, au valori uşor inferioare celor admise la metode potenţiale, iii) în secţiunile de rotor distribuţiile de viteză sînt aplatizate cu forme asemenea,

iv) din analiza pierderilor rezultă că punctul de proiectare se află în domeniul optim de funcționare al rețelei, însă coeficienții de pierdere cresc cu raza rotorului, respectiv cu micșorarea circulației pe profil.

6.1.2.6 Rezultatele obținute în rezolvarea problemei inverse justifică efortul depus pentru stabilirea unor relații și metode de calcul și proiectare, completate cu programe de calculator. Acestea fac accesibilă utilizarea teoriei stratului limită la studiul complex al curgerii fluidelor reale în rotorii turbinelor hidraulice axiale. Pe baza verificărilor efectuate cu metoda de analiză directă a curgerii (care, în confruntarea cu experimentul, a arătat o precizie satisfăcătoare) s-a dovedit utilitatea și eficiența acestui instrument în proiectarea optimizată a rețelelor de profile.

6.1.3 <u>Partea experimentală</u>

Au fost obținute și analizate cîmpurile de presiuni, de viteză și ale eforturilor Reynolds în curgerea din jurul și în dîra profilului izolat NACA 4412 la un număr Reynolds format cu coarda, $Re_{ref} = 9{,}46.10^5$. Acestea au dat posibilitatea determinării caracteristicilor profilului și a parametrilor stratului limită, pe baza cărora au fost verificate metode și relații folosite în lucrare. Avînd în vedere că unele rezultate au fost obiectul unor analize în secț.6.1.1 în această secțiune vor fi analizate numai rezultatele referitoare la măsurătorile de strat limită și turbulență. Acestea permit următoarele concluzii :

6.1.3.1 Profilele de viteză și turbulență în stratul limită au fost găsite a fi în corespondență cu variația gradientului de presiune pe profil, indicat prin parametrul π al lui Clauser. Pe porțiunile în care $\pi \simeq$ const profilele de viteză medie, într-o deplină concordanță cu ipoteza similitudinii locale, sînt similare. Intr-un mod asemănător au fost găsite și profilele de energie cinetică a turbulenței. In aceste zone, profilele de viteză verifică, pe o intindere relativ mare, legea universală a peretelui dată de Prandtl, valabilă în regiunea dominantă dintre straturile interioare și exterioare ale curgerii din stratul limită. Cu creșterea lui π , pe extrados în apropierea bordului de fugă, regiunea de perete se micșorează treptat în concordanță cu creșterea turbulenței în direcția curgerii $\overline{u^2}$ și a eforturilor de frecare $-\overline{uv}$. Aici, profilele de viteză medie verifică profilele universale propuse de Perry și Schofield. O micșorare semnificativă a regiunii de perete, asociată unor profile de viteză deformate, are loc în zona de tranziție aflată în apropierea punctului de presiune minimă pe profil.

Măsurătorile de turbulență în stratul limită au permis stabilirea unei corelații între energia cinetică maximă a turbulenței $\overline{q^2_{max}}$ și viteza medie pe profil U. Coeficientul de corelație C_{tmax} stabilit, în lucrare denumit "coeficientul turbulenței maxime", s-a dovedit a fi constant pe profil cu valori apropiate pe extrados și intrados.

6.1.3.2 In ceea ce privește curgerea în dîră măsurătorile arată că la incidența $\alpha_\infty = 0^o$ dîra profilului nu diferă cu mult de acelea ale plăcii plane sau ale profilelor simetrice. Cu creșterea incidenței la $\alpha_\infty = 5^o$, respectiv a gradientului de presiune pe profil, interacțiunea celor două straturi limită, pe extrados și intrados, crează o intensă zonă de amestec în regiunea centrală a dîrei și imediata vecinătate a bordului de fugă. Curgerea se modifică rapid cu creșterea intensității turbulenței și a eforturilor de frecare. In această zonă dîra devine puternic asimetrică. In aval, prin procesul de omogenizare, dîra se amortizează treptat.

6.1.3.3 Pe baza mărimilor stratului limită, obținute prin măsurători, a fost efectuat un studiu privind calculul pulsațiilor de presiune la perete. Calcule efectuate, pe baza relațiilor stabilite de Simpson și alții, au condus la rezultate într-o bună concordanță cu date experimentale. Pulsațiile de presiune $\overline{p^2}$ scad cu creșterea gradientului de presiune, respectiv cu creșterea turbulenței. Raportate la efortul de frecare la perete τ_o, valorile $\overline{p^2}/\tau_o^2$ se mențin aproximativ constante pe profil, în schimb, raportate la efortul maxim de frecare τ_M din stratul limită, valorile $\overline{p^2}/\tau_M^2$ scad cu creșterea parametrului de formă H_{12}. Ultimile sînt în corespondență bună cu ipotezele lui Simpson și alții și, de asemenea, cu rezultate obținute prin măsurători.

6.2 Contribuții personale

Obiectivele propuse în cadrul lucrării de față au avut ca scop stabilirea unei metode de calcul a pierderilor hidraulice în rețea și a unei metode pentru proiectarea rețelelor optimizate care să funcționeze cu pierderi minime. Rezolvarea acestor probleme s-a făcut pe baza teoriei stratului limită. In aceste condiții studiile efectuate conțin unele elemente de originalitate aduse, atît la metodele auxiliare folosite în cadrul temei, cît și la rezolvarea problemelor care au făcut obiectul cercetărilor.Aceste elemente vor fi date în cele ce urmează :

6.2.1 Pentru a face accesibilă metoda Wilkinson la rezolvarea directă a curgerii potenţiale în jurul profilelor dispuse în reţea, sau izolate, reprezentate în mod diferit de aceea cerută de metodă (cu distribuţia de grosimi dispusă după normala la schelet), a fost conceput un procedeu numeric, util şi eficient, de modificare a reprezentării coordonatelor. La partea de dimensionare, deficitară în ceea ce priveşte forma profilului la bordul de fugă, s-a găsit curba optimă a scheletului în această zonă, adecvată distribuţiilor de viteză obţinute prin planul imagine.

6.2.2 Calculul parametrilor stratului limită turbulent cu metoda Head presupune integrarea numerică a unui sistem de două ecuaţii diferenţiale. Pentru a înlătura dificultăţile legate de stabilirea valorilor iniţiale, la calculul stratului limită considerat complet turbulent, s-a dedus un procedeu iterativ de calcul al mărimilor : grosimea de impuls δ_2 şi parametrul de formă H_{12}. Relaţiile au fost stabilite din ecuaţiile de bază în ipoteza că pe o regiune restrînsă, în apropierea bordului de atac, parametrul H_{12} se menţine aproximativ constant.

6.2.3 Pentru calculul pierderilor în reţea a fost stabilită şi folosită o metodă unitară, completă şi comodă în aplicaţii practice. La calculul influenţei stratului limită asupra curgerii potenţiale s-a luat suplimentar efectul de coardă, iar efectele de curbură şi grosime s-au considerat în 5 puncte pe suprafaţa profilului. Relaţiile de calcul a unghiurilor de la intrare β_1' şi ieşire β_2' din reţea s-au obţinut în raport cu modificarea totală a circulaţiei. La stabilirea formulei de calcul a pierderilor, pe baza analizei curgerii în dîră, proiecţia pe axa reţelei Y a grosimilor stratului limită la bordul de fugă δ_{if} şi δ_{ef} s-a luat în raport cu unghiul de instalare β_S . Prin relaţiile stabilite metoda poate fi aplicată şi la calculul corecţiilor elementelor unghiulare ale reţelei pentru a obţine în curgerea reală aceeaşi portanţă ca şi în curgerea potenţială. De asemenea, cu rezultate bune, prin particularizare, metoda poate fi aplicată şi la studiul curgerii reale în jurul profilelor izolate.

6.2.4 Pentru utilizarea teoriei generale a lui Le Foll, în procesul de optimizare al reţelelor plane de profile, s-a reanalizat reprezentarea parametrilor straturilor limită, laminare şi turbulente, în planul imagine. In acest scop, au fost folosite relaţii mai generale pentru calculul acestor parametrii, care în cazul teoriei lui Le Foll au fost considerați în ipoteza similitudinii locale. In consecință au fost stabilite și relațiile de transpunere ale funcțiilor M și C_D în planul imagine.

6.2.5 A fost stabilită reprezentarea în planul imagine a curbei corespunzătoare distribuției de viteză, optime, pe extradosul profilului dispus în rețea de turbină axială. Problema a fost rezolvată, în principal, din optimizarea stratului limită turbulent. Pentru a obține pierderi minime, în stratul limită turbulent curba imagine a fost reprezentată în apropierea curbei M = O, astfel ca distribuția de viteză să realizeze un palier de viteză aproximativ constantă. Pentru integrarea numerică a curbei din planul imagine s-a conceput un procedeu de calcul a funcțiilor M și C_D în orice punct al acesteia. In acest mod a devenit accesibilă calculatorului.

6.2.6 Pentru dimensionarea rețelelor optimizate de turbine s-a construit un plan imagine universal din care se obțin distribuții de viteză, la diferite valori ale numărului Reynolds Re_F, independente de condițiile de la intrarea și ieșirea din rețea și geometria rețelei. In planul imagine, au fost determinate corelațiile dintre numărul Reynolds Re_F, contribuția extradosului la circulația pe profil V_{med} și coordonatele X, L_F ale punctului final F al curbei imagine. Pentru calculul mărimilor Re_F și V_{med}, corespunzătoare datelor de proiectare ale rețelei, s-au stabilit relații semiempirice și valorile coeficienților care intervin în acestea.

6.2.7 In vederea aplicării teoriei stratului limită la proiectarea rotoarelor de turbine hidraulice se propune o metodă în care dimensionarea secțiunilor de rotor se obține prin utilizarea unei familii de profile derivate dintr-un profil generator. Problema dimensionării profilului generator a fost rezolvată prin optimizarea rețelei de la butuc. Pentru celelalte secțiuni se modifică adecvat scheletul acestuia în raport cu curbura maximă obținută din ecuația caracteristică a scheletului. Pentru calculul unghiului $\Delta\theta$ (format de tangentele duse la schelet în bordul de atac și de fugă), s-a stabilit o relație empirică de legătură între acesta și coeficientul de portanță cerut de rețea.

6.2.8 Pentru efectuarea măsurătorilor de strat limită și turbulență asupra profilului izolat NACA 4412 au fost concepute și proiectate modelul experimental și dispozitivul de deplasare a traductorului în tunelul aerodinamic. De asemenea, au fost concepute o serie de sisteme de măsură având la bază termoanemometrul cu fir încălzit, sistemul DISA 55 D 00. Măsurătorile de turbulență în stratul limită au permis stabilirea unui coeficient de corelație C_{tmax}, denumit în lucrare "coeficientul turbulenței maxime, între energia cinetică maximă a turbulenței $\overline{q^2_{max}}$ și viteza medie pe profil U.

6.2.9 Pe baza metodelor și relațiilor utilizate au fost concepute și realizate programe de calcul în limbaj Basic care au fost rulate pe calculatorul Hewlett-Packard HP 9845 S. Programele au fost folosite la rezolvarea următoarelor probleme : i) rezolvarea directă și inversă a curgerii potențiale în jurul profilelor funcționînd în rețea sau izolat, ii) calculul parametrilor stratului limită laminar, cu stabilirea punctului de tranziție și(sau) turbulent, iii) calculul pierderilor hidraulice în rețea, iv) calculul caracteristicilor profilelor izolate dispuse într-un curent de fluid real, v) calculul și reprezentarea grafică a funcțiilor M și C_D în planul imagine, vi) calculul distribuției de viteză pe extradosul profilului, prin integrarea numerică a curbei din planul imagine și vii) prelucrarea datelor experimentale.

6.3 Perspective

Cercetările efectuate și concluziile care se desprind din acestea oferă posibilitatea continuării lor, atît din punct de vedere teoretic, cît și experimental :

6.3.1 Continuarea cercetărilor teoretice va trebui axată în deosebi pe utilizarea teoriei stratului limită la optimizarea rețelelor de profile. Cu preponderență ele se pot extinde la :
i) stabilirea unei relații mai generale a coeficientului de disipație C_D care, în prezent, a fost considerat în ipoteza stratului limită turbulent în echilibru, ii) optimizarea rețelelor de turbină în cazul funcționării la numere Reynolds mici ($Re < 5 \cdot 10^5$), la care problema decelerării trebuie reanalizată, și iii) calculul aproximativ al pierderilor în rețea cînd proiectarea se află în fază de curbă imagine. Aceasta ar permite economisirea unui volum important de muncă.

6.3.2 Cercetările experimentale vor trebui orientate spre încercarea în laborator a unor rețele de profile, dimensionate teoretic în urma unor analize profunde a curgerii, și investigații experimentale asupra unor rotori de turbină hidraulică, proiectați prin teoria stratului limită.

6.3.3 Ca scop final, cercetările teoretice și experimentale trebuie să aibă în vedere îmbunătățirea metodelor și relațiilor de calcul, care să conducă la diagrama universală a rețelelor de profile, capabilă să ofere, în orice moment, proiectantului de maşini hidraulice informaţiile necesare privind reţeaua optimă.

In încheiere autorul îşi exprimă speranţa că lucrarea prezentată, prin studiile elaborate, a reuşit să-şi aducă o modestă contribuţie la problematica deosebit de complexă a curgerii fluidelor reale în reţele plane de profile, dovedindu-se utilă celor ce au preocupări în acest domeniu.

BIBLIOGRAFIE

1. Acrivlelillis M., Hot-Wire Measurements in Flows of Low and High Turbulence Intensity, DISA Information, Nr.22, 1977
2. Angot A., Complemente de matematici, Ed.tehnică, București, 1966
3. Anton I., Turbine hidraulice, Edit.Facla, 1979
4. Anton I., Influența parametrilor geometrici și cinematici asupra caracteristicilor energetice și cavitaționale ale turbinelor axiale, St.și cerc.de mec.aplicată, Tom.3o, nr.3, 1971
5. Anton I., Diametrul optim al butucului la turbinele Kaplan, Rev."Construcții de mașini", anul XXIII număr jubiliar, Reșița 2oo - sept., 1971
6. Anton V., Cercetări experimentale privind influența geometriei unor rețele de profile asupra caracteristicilor lor energetice și cavitaționale. Teză de doctorat,Timișoara 1971
7. Anton V., Caracteristicile energetice ale rețelei de profile MHT-1-12 % la t/ = o,75, Buletinul IPT, Seria Mecanică, 1972
8. Anton I., Popa O., Repartiția potențial-teoretică a presiunilor pe conturul profilului hidrodinamic MHT-1-12 %, St. cerc.șt.tehn.Timișoara, VIII, 3-4, 1961
9. Anton I., Ionescu D., Călin Gh., Calculul pierderilor hidraulice într-o rețea plană de profile, St.Cerc.Mec.Apl. Tom. 43, Nr.5-6, 1984, p.439-45o
10. Anton I., Ionescu D., Călin Gh., Uber das Le Foll-verfahren zur Optimisierung der Grenzschicht, Rev.Roum.Sci.Techn. Mec.Appl.Tome 3o, Nr.2-3, p.149-16o, București, 1985
11. Anton I., Ionescu D., Călin Gh., Proprietățile generale ale stratului limită în reprezentarea Le Foll, Conf.maș. hidraulice și hidrodinamică, Timișoara, 1985
12. Anton I., Ionescu D., Călin Gh., Stabilirea unei distribuții de viteză optimizate pe un profil aerodinamic, Conf.maș, hidraulice și hidrodinamică, Timișoara, 1985
13. Assasa G.M., Papailiou K.D., An Integral Method for Calculating Turbulent Boundary Layer With Separation, ASME, Journal of Fluids Engineering, vol.1o1, p.11o-116, 1979

14. Betchelor G.K., An introduction to fluid dinamics.Cambridge, 1967

15. Bradsøhaw P., Calculation of Boundary-Layer Development Using the Turbulent Energy Ecuations. V.Wakes near a Trailing Edge, NPL Aero Report 1285, 1969

16. Bradsøhaw P., Ferris D.H., Atwell M.P., Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation, J.Fluid Mech.,28, 593, 1967

17. Bradsøhaw P., An Introduction to Turbulence and its Measurement, Pergamon Press, 1971

18. Bradsøhaw P., Ferris D.H., Aplications of a General Method of Calculating Turbulent Shear Layers, ASME,Journal of Basic Engineering, P 345-352, 1972

19. Bradsøhaw P., Turbulence, Springer-Verlag,Berlin, 1976

20. Bradsøhaw P., Cebeci T., Whitelaw J.H., Engineering Calculation Methods for Turbulent Flows, Academic, 1981

21. Brunn H.H., Interpretation of X-Hot-Wire Signals, DISA Information, Nr.18, 1975

22. Carafoli E., Aerodinamica, Ed.tehnică, București, 1951

23. Carafoli E., Constantinescu V.N., Dinamica fluidelor incompresibile, Ed.Academiei RSR, București, 1981

24. Călin Gh., Calculul pierderilor hidraulice în rețele plane de profile prin metoda stratului limită. Comparație cu experimentul, Conf.maș.hidraulice și hidrodinamică, Timișoara, 1985

25. Călin Gh., Influența porțiunii laminare a stratului limită asupra pierderilor hidraulice în rețele de profile, Conf.maș.hidraulice și hidrodinamică,Timișoara,1985

26. Cebeci T., Smith A.M.O., Analysis of Turbulent Boundary Layers, Academic, 1974

27. Cebeci T., Bradsøhaw P., Momentum transfer in boundary layer, Mc Graw-Hill/Hemisphere, Washington, DC, 1977

28. Cebeci T., Numerical and Physical Aspects of Aerodinamic Flows, Springer, vol.II, 1984

29. Cebeci T., Clarck R.W., Chang K.C., Halsey N.D., Lee K.,Airfoils with separation and the resulting wakes, J. Fluid Mech., vol.163, pp.323-347, 1986

30. Clauser F., Turbulent Boundary Layer in Adverse Pressure Gradients, J.Aero.Sci.,Nr.21, p.91-108, 1954

31. Coles D., The Structure of Turbulent Boundary Layer, J.Fluid Mech., Nr.1, p.191-226, 1956

32. Coles D., Remarks on the Equilibrium Turbulent Boundary Layer, J.Aero.Sci., p.495-506, 1957.

33. Collatz L., Funktional Analysis und Numerische Matematik, Springer-Verlag, Berlin, 1964

34. Dancea I., Programarea calculatoarelor numerice pentru rezolvarea problemelor cu caracter tehnic şi de cercetare ştiinţifică, Ed.Dacia, Cluj, 1973

35. Davis H., Kottas H., Moody A.M.G., The Influence of Reynolds Number on the Performance of Turbomachinery, Trans.ASME, vol.73, p.499-509, 1951

36. Doyoub A.H., A New Method for Correcting Turbulence Data Caused by Angle Deviation from the Nominal 45^{o}-X-wire Probes, Dantec Information Nr.2, 1986

37. Felsch K.O., Beitrag zur Berechnung turbulenter Grenzschichten in zweidimensionaler inkompressibler Strömung, Dissertation, Karlsruhe, 1965

38. Fernholz H., Halbempirische Gesetze zur Berechnung turbulenter Grenzschichten nach der Methode der Integralbedingungen, Ing.Arch., Nr.33, p.384-385, 1964

39. Head M.R., Eintrainement in the Turbulent Boundary Layer, A.R.C., R. et M. 3152, 1960

40. Head M.R., Improved eintrainement method for calculating turbulent boundary layers, A.R.C., 31043, 1970

41. Hinze J.O., Turbulence, Mc Graw-Hill Book Company, London, 1959

42. Anton I., Ionescu D., O metodă aproximativă pentru calculul stratului limită laminar, St.cerc.mec.apl. Tom 27, Nr.6, p.1117-1126, Bucureşti, 1968

43. Ionescu D., Desprinderea stratului limită turbulent, Conf. maş.hidraulice şi hidrodinamică, Timişoara, 1985

44. Isay W.H., Beitrag zur Potentialströmung durch axiale Schaufelgitter, ZAMM Nr.33, 1953

45. Jacob K., Erweiterung des Martensen-Verfahrens auf Einzelräder Gitterprofile mit eckiger Hinterkante oder sehr kleinem Abundungsradius. Aerodynamische Versuchsanstalt, Göttingen, Bericht 67 A 21, 1967

46. Jacob K., Riegels F.W., The calculation of the pressure distribution over aerfoils sections of finite thickness with and without flaps and slats. Z.Flugwiss. 11, 9, p. 357-367, 1963

47. Klatt F., A Study of Systematic Errors in Measurements with the Constant-Temperature Anemometer in High-Turbulence Flows with and without Hot-Wire Signal Linearization, DISA Information Nr.14, 1973

48. Landau L., Lifchitz E., Mecanique des fluides, Ed.Mir, Moscow, 1971

49. Le Foll J., O theory of representation of the properties of boundary layers on a plane. Proc.seminar on Anvanced problems in turbomachinery, V.K.I., March 29-3o, 1965

5o. Lesohin A.F., Rascet lopaski rabocih coles osebîh turbin, Energomaşinostroenie, 5, P.49, 1953

51. Lieblein S., Loss and Stall Analysis of Compresor Cascades, ASME Paper, Nr.58, P.91, 1958

52. Lieblein S., Rondebush Theoretical loss relation for low speed, two-dimensional cascade flow, NACA TN 3662,1956

53. Loiţianski L.G., Mehanika jidkosti i gaza. Nauka, Moskva, 197o

54. Ludwieg H., Tillmann W., Untersuchungen über die Wandschubspannung in turbulenten Reibungsschichten, Ing.Arch., Nr.17, P.288-299, 1949

55. Martensen E., Berechnung der Druckverteilung an Gitterprofilen in ebener Potentialströmung mit einer Fredholmschen Integralgleichung. Arch, Rat. Mech. Analysis. Nr.3, p.235-27o, 1959

56. Mellor G.L., Gibson G.L., Equilibrium Turbulent Boundary Layer, J-Fluid Mec., Nr.24, p.226-253, 1966

57. Micula G., Funcţii spline şi aplicaţii, Edit.tehnică,1978

58. Murai H.,Theory on the Mutual Interference of Blade Elements in a Cascade, Rep.of the Institute of High Speed Mechanics, Tohoku Univ., vol.4, p.1-1o, k954

59. Nakayama A., Characteristics of the flow around conventional and supercritical airfoils, J.Fluid.Mech.,vol.16o, p.155-179, 1985

6o. Nujin S.G., Postroenie potenţialnogo potoka nesjimaemoi jidkosti okolo krilovîh profilei proizvolnoi formî.PMM,Tom 11, vîp.1, 1947

61. Numachi F., Murai H., Theoretical Research on Profile Form of Blade Element Suitable for Arrangement in a Straight Grate. Rep.4, Mem.Inst.High Speed Mech.,Nr.2, 1952

62. Oroveanu T., Mecanica fluidelor vîscoase, Ed.Academiei RSR, București, 1967
63. Papailiou K.D., An investigation on Le Foll's Method Used for Blade Optimization Based on Boundary Layer Concepts, V.K.I. TN 61, 1969
64. Papailiou K.D., Boundary Layer Optimization for the Design of High Turning Axial Flow Compressor Blades, ASME Headquarters, Paper Nr.7o-GT-88, 197o
65. Papailiou K.D., Optimisation des dispositifs decelerateurs à forte charge fondée sur une théorie integral de la couche limite, Thése de doctorat, L'Université Claude Bernard de Lyon, 1974
66. Patel R.P., An Improved Law for Skin Friktion in an Incompressible Turbulent Boundary Layer in any Pressure Gradient, Dep.of Mec.Eng., McGill University,Montreal,Rep. 62-64, 1962
67. Pavel D., Zarea St., Turbine hidraulice și echipamente hidroenergetice, vol.I, Ed.did.și pedagogică,București, 1965
68. Popa O., Contribuții teoretice la calculul rețelelor de profile folosite în construcția mașinilor hidraulice.Comunicările conf.dr mas.hidraulice, Timișoara, 1964
69. Popa O., The Extension of the Cicle Theorem to the Cauchy Integral Representation of Holomorphic Functions.Bul. I.P.Timișoara, Tom.15(2), Fasc.1, 197o
7o. Popa O., The determination of general relation betwen the aerodynamic properties of a single airfoil and those of the same airfoil arranged in an arbitrary cascade, Proceedings of the fourth conference on fluid machinery, Budapesta, 1972
71. Popa O., Mișcări potențiale și teoria hidrodinamicii rețelelor de profile. I.P.Timișoara, 198o
72. Popa O., Mecanica fluidelor și măsuri hidraulice, I.P.Timișoara, 198o
73. Povh I.L., Metodî rasciota soprotivleniia ploskih reșetok, obtekaemîh realnoi jidcostiu, Energomașinostroenie, tehniceskaia gitromechanika, 5, p.74, 1953
74. Povh I.L., Vlianie viakosti na velicenu i napravlenie scorosti za reșetevoi, Energomașinostroenie, 5, p.66, 1953
75. Reynolds A.J., Curgeri turbulente în tehnică, Traducere din limba engleză, Ed.tehnică, București, 1982

76. Rhaden G.H., Effects of Reynolds Number on the Flows of Air Trough a Cascade of Compressor Blades, ARC Report 2919, 1956

77. Riegels F.W., Aerodinamische Profile, R.Oldenbourg München, 1958

78. Rodi W., A New Method of Analysing Hot-Wire Signals in Highly Turbulent flow, and Its Evaluation in a Round Jet, DISA Information, Nr.17, 1975

79. Rosenhead L., Laminar Boundary Layer, Oxford University Press, 1963

8o. Rotta J., Similar Solutions of Turbulent Boundary Layers, J. Aero.Sci. vol.22, p.215, 1955

81. Rotta J., Recent Developments in Calculation Methods for Turbulent Boundary Layers With Pressure Gradients and Heat Transfer, J.of Applied Mechanics, Trans.ASME, vol.33, Series E., p.429-437, 1966

82. Rotta J., Turbulent Boundary Layers in Incompressible Flow, Progress in Aero.Sci., vol.2, 1962

83. Samoilovici G.S., Rasciot ghidrodinamiceskih resetok, PMM, Tom 14, vîp.2, 195o

84. Schetz J.A., Jannone J., A Study of Linearized Approximations to the Boundary-Layer Ecuations, ASME, Journal of Applied Mechanics, Paper Nr.65-APMV-6, 1965

85. Schlichting H., Scholz H., Uber die teoretische Berechnung der Strömungsverluste eines ebenen Schaufelgitters, Ing. Arch. Nr.1, 1952

86. Schlichting H., Berechnung der reibungslosen incompressiblen Strömung für ein vorgegebenes ebenes Schaufelgittern,VDI Forsch. Heft 447, Düsseldorf, 1955

87. Schlichting H., Aplication of Boundary-Layer Theory in Turbomachinery, ASME, Journal of Basic Engineering, p.543-551, 1959

88. Schlichting H., Boundary-Layer Theory, Mc.Graw-Hill Book Company, New York, 1968

89. Scholz N., Ergänzerung zum Grenzschichtquadraturverfahren von E.Truckenbrodt, Ing.Arch.29, 82-92, 196o

9o. Scholz N., Aerodynamik der Schaufelgitter, BDI, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1965

91. Siuru W.D., Logan E., Use of a Slating Hot-Wire to Make Measure-Roughened Tube, DISA Information, Nr.21, 1977
92. Smirnov V.I., Curs de matematici superioare, Ed.tehnică, vol.I (1953), vol.II (1954), vol.III, București, 1953
93. Speidel L., Scholz N., Untersuchungen über die Strömungsverluste in ebene Schaufelgittern, VDI Forsch-Heft 464, Düsseldorf, 1955
94. Stoicovici M., Paletă turbină bulb obținută prin metoda analitică, metoda transformărilor conforme. Exemplu de calcul - model varianta 2B. Protocol înaintat la ICPHR, 1973
95. Stuart D.J.K., Analysis of Reynolds Number Effects in Fluid Flow Through Two-Dimensional Cascades, ARC Report 292o, 1956
96. Stratford B.S., The prediction of separation of the turbulent boundary layer, J.Fluid.Mech., Vol.5, p.1-16, 1959
97. Tani I., On the solution of the Laminar Boundary Layer Equations, 5o Jahre Grenzschichtforschung, Akademie-Verlag, Berlin, 1956
98. Theodorsen Th., Theory of wing sections of arbitrary shape, NACA, Rep.411, 1931
99. Thompson B.G.J., A Critical Review of Existing Methods of Calçulating the Turbulent Boundary Layer, AIAA Journal, vol.3, p.746-747, 1965
1oo. Townsend A.A., The properties of equilibrium boundary layer, J.Fluid Mech., Vol.1, p.561-573, 1956
1o1. Townsend A.A., The flow in a turbulent boundary layer after a change in a Surface roughness, J.Fluid.Mech., 26, p.255, 1966
1o2. Truckenbrodt E., Ein Quadraturverfahren zur Berechnung des Laminaren und turbulenten Reibungschicht bei ebener und rotationssymmetrischer Strömung. Ing.Arch., 2o, p.211, 1952
1o3. Truckenbrodt E., Ein Quadraturverfahren zur Berechnung der Reibungsschicht and angeströmten rotierenden Drehkörpern, Ing.Arch. 22, p.21, 1954
1o4. Truckenbrodt E. Neuere Erkentnisse über die Berechnung von Strömungsgrenzschichten mittels enfacher Quadraturformeln. Ing.Arch. 43, Theil I, p.9, 1973

105. Truckenbrodt E., Neure Erkentnisse über die Berechnung von Strömungsgrenzschichten mittels enfacher Quadraturformeln. Ing.Arch. 43, Theil II, p.136, 1974
106. Van Driest E.R., Blumer C.B., Boundary layer transition. Freestream turbulence and pressure gradient effects. AIAA Journal, p.1303-1306, 1963
107. Van Dyke M., Perturbation methods in fluid mechanics.Academic, 1964
108. Vraciu G., Popa A., Metode numerice cu aplicaţii în tehnica de calcul, Scrisul românesc, vol.1, Craiova, 1982
109. Walz A., Strömungs- und Temperatur-Grenzschichten, Braun-Verlag, Karlsruhe, 1965
110. Weber J., The calculation of the pressure distribution on the surface of thick cambered wings and the design of wings with given pressure distribution. R et M., Nr.3026, 1955
111. Weinig F., Die Strömung um die Schaufeln von Turbomaschinene, J.A.Barth, Leipzig, 1935
112. Wilkinson D.H., A numerical solution of the analysis and design problems for the flows part one or more aerofoils or cascades, R. et M., Nr.3545, 1968
113. Worthing A.G., Geffner J., Prelucrarea datelor experimentale, Traducere din limba engleză, Ed.tehnică,Bucureşti, 1959
114. Wortmann F.X., Ein Beitrag zum Entwurf von Laminarprofilen für Segelflugzeuge und Hubschrauber, Z.f.Flugwiss.3, Heft 10, 1955
115. Zidaru G., Hidrodinamica reţelelor de profile, I.P.Bucureşti, 1974
116. Zidaru G., Mişcări potenţiale şi hidrodinamica reţelelor de profile. Ed.didact.şi pedag., Bucureşti, 1981
117. Abbott A.H., Von Doenhoff A.E., Theory of wing sections, Dover, New York, 1959
118. Anton I., Cavitaţia, vol.I, Ed.Acad.R.S.R., Bucureşti,1981
119. Batchelor G.K., Pressure fluctuations in izotropic turbulence, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 47, 1951
120. Batchelor G.K., Theory of homogeneous turbulence, Cambridge University Press, 1956

121. Cebeci T., Chang K.C., Bradshaw P., Solution of hyperbolic system of turbulence-model equations by the "box" scheme, Computer metods in applied mechanics and engineering, 22(1980), p.213-227, North-Holland publishing Company
122. Ionescu D., Influenţa stratului limită asupra curgerii în jurul unui profil singular, Conf.maş.hidraulice şi hidrodinamică, Timişoara, 1985
123. Favre A., ş.a., La turbulence en mécanique des fluides, Gauthier-Villars, Paris, 1976
124. Kim J., Moin P., Moser R., Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, J.Fluid Mech., vol.177, 1987
125. Kraichnan R.H., Pressure fluctuations in turbulent flow over a flat plate, J.Acoust.Soc.Am., 28, 1956
126. Nagomo Y., Hishida M., Improved form of the k-ε model for wall turbulent shear flows, J.Fluids Eng.Trans.ASME, vol. 109, June 1987
127. Panton R.L., Linebarger J.H., Wall pressure spectra calculations for echilibrum boundary layers, J.Fluid.Mech.,vol. 65, part.2, pp.261-287, 1974
128. Perry A.E., Henbest S., Chang M.S., A theoretical and experimental stody of wall turbulence, J.Fluid.Mech., vol.165, 1986
129. Simpson R.L., Ghodbane M., Mc Grath B.E., Surface pressure fluctuations in a separing turbulent boundary layer, J. Fluid Mech., vol.177, 1987
130. Uberoi M.S., Correlations involving pressure in homogeneous turbulence, NACA, Tech.Note 3116, 1954
131. Willmarth W.W., Pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers, Ann.Rev.Fluid Mech.5, 1975