

INSTITUTUL POLITEHNIC TRAIAN VUIA
TIMISOARA
Facultatea de Mecanică Agricolă

Ing. VOICU ION

TEZA DE DOCTORAT

**Contribuții teoretice și
experimentale privind siguranța în
funcționare a aparatelor de legat
de la presele pentru paie și fân**

Conducători științifici

Prof. Dr. Doc. Șt. Ing. CĂPROIU ȘTEFAN

Dr. Doc. Șt. Ing. TOMESCU DUMITRU

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

1988

539 701

219 D

P R E F A T A

Progresul continuu al științei și tehnicii a determinat introducerea unei noțiuni relativ nouă, fiabilitatea, care este o caracteristică a unui dispozitiv (organ, ansamblu, mașină, instalație etc.) exprimată prin probabilitatea ca acesta să funcționeze fără defectări în condiții de utilizare specificate și pentru o perioadă de timp determinată.

La început fiabilitatea se limita la ansambluri mecanice, apoi, o dată cu apariția electricității, s-a căutat să se facă fiabilă această nouă sursă de putere [5]. Apariția electronicii, a avioanelor cu viteze sonice și supersonice, a rachetelor și vehiculelor spațiale a determinat un progres rapid al teoriei fiabilității, devenită știință tehnică de sine stătătoare.

Importanța fiabilității a depășit cadrul electronicii și al experiențelor aerospațiale devenind un parametru fundamental în toate ramurile tehnicii, deci și în domeniul mașinilor și utilajelor agricole.

Fiabilitatea este determinată de calitatea produsului, în fond, fiabilitatea este o extensiune în timp a calității.

Documentele Congresului al XIII-lea al P.C.R., ale Conferinței Naționale a Partidului, pun un accent deosebit pe modernizarea continuă a structurilor de producție, ridicarea permanentă a nivelului tehnic și calitativ al produselor și implicit a fiabilității acestora.

Pe linia acestor cerințe se înscrie și prezenta teză de doctorat, orientată spre o preocupare majoră din domeniul mașinilor agricole; creșterea fiabilității acestora.

Teza de doctorat a fost realizată sub conducerea de înaltă competență științifică a regretatului prof.dr.doc.șt.ing.Stefan Căprioiu, căruii îi aduc un ultim și dureros omagiu.

Autorul tezei dorește să exprime pe această cale cele mai sincere mulțumiri tovarășului dr.doc.șt.ing.Dumitru Tomescu, pentru bunăvoința de a prelua conducerea științifică, în vederea susținerii. De asemenea, mulțumesc tuturor inginerilor, maștrilor și mecanicilor din unitățile agricole S.M.A. jud.Timiș, pentru sprijinul acordat la culegerea datelor experimentale. Aduc mulțumiri colegilor din Catedra de Mașini Agricole și Organizare care mi-au acordat tot sprijinul în acești ani de căutare și efort precum și celor care m-au ajutat la dactilografiera tezei și realizarea materialului grafic.

LISTA SIMBOLURILOR PRINCIPALE

Variabila aleatoare (caracteristica)	T
Valorile variabilei (caracteristicii)	t_i
Volumul (mărimea) populației	N
Volumul eşantionului	n
Mărimea intervalelor de grupare	h
Numărul intervalelor de grupare	k
Momentul teoretic necentrat de ordinul r	M_r
Momentul teoretic centrat de ordinul r	D_r
Momentul centrat de ordinul r al eşantionului	m_r
Dispersia (varianța) teoretică	$D^2(T); D_2^2$
Dispersia eşantionului	$S^2; \sigma^2$
Abaterea standard teoretică	D(T)
Abaterea standard a eşantionului	S; σ
Coefficientul de variație	C_v
Amplitudinea	A
Abaterea medie liniară	d_t
Mediana	M_e
Moda (modul)	M_o
Coefficientul de asimetrie	β_1
Coefficientul de exces	β_2
Ipoteza statistică nulă	H_0
Ipoteza statistică alternativă	H_1
Nivelul de semnificație	α
Funcția de fiabilitate	R(t)
Funcția de repartiție (defiabilitatea)	F(t)
Densitatea de probabilitate (funcția de frecvență)	f(t)
Intensitatea de defectare (rata căderilor)	$\lambda(t)$
Timpul mediu de bună funcționare (TMBF)	\bar{t}
Timpul mediu de reparare (TMR)	\bar{t}_r
Parametrul de formă al modelului Weibull	b
Parametrul de scară al modelului Weibull	a
Parametrul de localizare al modelului Weibull	c
Estimator punctual al parametrului θ	θ
Estimator prin interval de încredere	$\theta_{inf}; \theta_{sup}$
Metoda de estimare a celor mai mici pătrate	MCMMP
Metoda de estimare a momentelor	NM
Metoda de estimare a verosimilității maxime	MVM

INTRODUCERECERCETARI IN DOMENIUL FIABILITATII MASINILOR AGRICOLE,
IN TARA NOASTRA

Fiabilitatea, una din ultimele aplicații ale calculului probabilităților, este un concept relativ nou, care a cunoscut în ultimul timp o evoluție rapidă.

Este sigur că studiul său a fost serios abordat apoi considerabil dezvoltat din necesitatea asigurării reușitei experiențelor aerospațiale. Imperativele economice cer să fie estimate șansele de succes ale unei experiențe extrem de costisitoare și în plus trebuie estimate șansele de retur pe pământ a vehiculelor spațiale cu echipaje la bord.

Fiabilitatea - siguranța în funcționare - a centralelor atomoelectrice a devenit azi o problemă de maximă importanță, datorită consecințelor pe care le implică la scara întregii omeniri.

Aceste exigențe imperioase au generat simultan două progrese: progres matematic, respectiv progres tehnologic și industrial.

Ca urmare a importanței ei, fiabilitatea a pătruns rapid și în alte ramuri ale tehnicii ca: sistemele energetice naționale, aparatura electronică, într-un timp foarte scurt studiile de fiabilitate au cuprins și alte ramuri ale tehnicii, industria de automobile, de mașini-unelte și chiar a jucăriilor. Din ce în ce mai mult se consideră fiabilitatea ca un parametru fundamental și cea mai mare parte a contractelor industriale includ clauze de fiabilitate alături de preț și performanțe.

În țara noastră, după 1955, apar o serie de lucrări referitoare la fiabilitate în reviste de specialitate ca: "Studii și cercetări energetice electrice", "Telecomunicații", "Automatică. Telemecanică. Metrologie" etc.

Prin STAS 8174-77 se stabilește terminologia specifică a fiabilității, mentenabilității și disponibilității, iar STAS 10307-75 prezintă indicatorii de fiabilitate.

Ca știință de sine stătătoare, fiabilitatea își are începuturile în primii ani ai celui de al V-lea deceniu al secolului XX-lea

cînd savanți de renume ca B.V.Gnedenko, A.I.Hincin, R.Barlow, W.Feller, Von Neuman, B.Epstein, A.Hald, W.Weibull ș.a. au elaborat teorii cu aplicații practice imediate și deosebit de eficiente.

Factorii esențiali care au impus introducerea acestei noi caracteristici, fiabilitatea, și a tehnicilor asociate specifice ei au fost:

- creșterea complexității echipamentelor, mașinilor etc., ceea ce a determinat sporirea dificultăților de întreținere și reparare;

- punerea în joc de investiții și de riscuri din ce în ce mai mari (costul calculatoarelor, costul zborurilor cosmice, numărul de pasageri transportați în avioane etc.);

- dezvoltarea studiilor de gestiune, care impun o bună cunoaștere a timpilor medii de bună funcționare și a timpilor medii de imobilizare pentru reparare, în scopul determinării necesarului de mașini, utilaje, echipamente pentru îndeplinirea unei funcțiuni date.

Intre noțiunile care caracterizează aspectele științifice ale unei mașini, utilaj, echipament, sistem etc., cum sînt: calitatea, fiabilitatea, mentenabilitatea, disponibilitatea, există relații strînse, bine determinate.

Fiabilitatea este unul din parametrii principali ai calității unui produs. Calitatea poate fi considerată o virtute statică, adică satisfacerea beneficiarului în momentul acceptării produsului, pe cînd fiabilitatea este o virtute dinamică reflectînd modul de comportare al produsului în procesul de exploatare. Fără calitate la baza produsului nu se poate pune problema fiabilității acestuia.

Ridicarea nivelului de fiabilitate al mașinilor, utilajelor, instalațiilor etc. necesită cheltuieli de producție suplimentare, care cresc într-un ritm mai accelerat decît creșterea fiabilității. O parte din aceste cheltuieli suplimentare se compensează prin reducerea cheltuielilor din exploatare, îndeosebi a celor de întreținere și reparare. În figura 1, curba 1 reprezintă cheltuielile de investiții (cercetare, proiectare, realizare a produsului) iar curba 2 cheltuielile de exploatare (întreținere, revizii, reparații). Suprapunînd cele două curbe, rezultă curba cheltuielilor totale 3 cu o zonă minimă a prețului de cost denumită zonă optimă din punct de vedere economic.

În industria spațială, centralele atomoelectrice etc. se urmărește obținerea unei fiabilități maxime, ceea ce atrage după sine o creștere marcantă a cheltuielilor.

La tractoare, mașini și instalații agricole frecvența apariției căderilor aleatoare, care

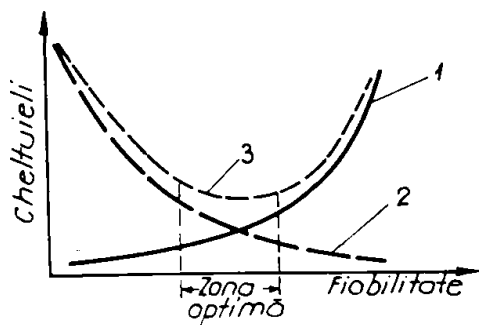


Fig. 1

precum și pierderile ce se produc datorită imobilizării lor pentru întrețineri și reparații.

Pe de altă parte, cheltuielile medii anuale pentru întrețineri, revizii tehnice și repararea mașinilor agricole se situează la cote ridicate, iar perioadele agrotehnice optime limitate în timp impun existența unui număr mai mare de mașini, în cazul unei fiabilități scăzute, pentru a executa același volum de lucrări, ceea ce înseamnă intervenții și cheltuieli de producție suplimentare.

În stațiunile pentru mecanizarea agriculturii din țara noastră, cheltuielile anuale pentru executarea întreținerilor tehnice, reviziilor și reparațiilor reprezintă oca 29-30% din valoarea cheltuielilor totale de producție. Rezultă că pentru toată perioada de exploatare a mașinii, pînă la casare, cheltuielile pentru menținerea capacității funcționale sînt însemnate.

În perioada actuală se remarcă o creștere a complexității și încărcării mașinilor agricole, ceea ce determină o sporire a posibilităților de defectare, deci o scădere a fiabilității. În consecință, este de preferat, sub aspect economic, o creștere a cheltuielilor de investiție, deci a costului inițial al mașinii, în scopul reducerii cheltuielilor pentru întrețineri și reparații din exploatare.

Dacă se utilizează noțiunile:

- fiabilitate operațională R_o , realizată în condițiile din producție de către beneficiar;

- fiabilitatea intrinsecă R_i , adică fiabilitatea implementată mașinii de factorii cercetare, proiectare și constructor;

Fiabilitatea de utilizare R_u , reflectînd modul de deservire, utilizare etc., se poate scrie:

$$R_o = R_i \times R_u \quad (1)$$

Relația (1) arată că, pentru obținerea și menținerea unui nivel ridicat de fiabilitate, nu trebuie acționat numai asupra fia-

bilității proprii mașinii, ci în aceeași măsură asupra pregătirii profesionale, a disciplinei și simțului de răspundere al personalului din exploatare. Analiza cauzelor defecțiunilor ce se produc la mașinile agricole arată că acestea sînt determinate în cea mai mare măsură de condițiile de exploatare, regimuri necorespunzătoare de utilizare, insuficiența sau lipsa întreținerilor tehnice, execuție la un nivel tehnic scăzut a reviziilor și reparațiilor. Nu pot fi neglijate nici unele erori de proiectare și în special de execuție (materiale și tehnologii necorespunzătoare, montaj neîngrijit etc.) care diminuează sensibil fiabilitatea.

Avînd în vedere cele de mai sus, se poate afirma că pentru utilajele din agricultură problema de bază din punct de vedere al siguranței în funcționare constă în asigurarea unei fiabilități optime și nu maxime. Intrucît în jurul minimumului cheltuielilor totale au variații mici, consider că nivelul fiabilității pentru presele de paie și fîn trebuie situat în zona optimă, spre dreapta minimumului curbei 3 (fig.1).

Teoria fiabilității, devenită știință tehnică de sine stătătoare, găsește un cîmp de aplicații tot mai larg și în domeniul mașinilor agricole. Primele lucrări referitoare la fiabilitatea mașinilor agricole apar în revista "Mecanizarea și electrificarea agriculturii" în anul 1972, ele tratînd într-o formă simplă, accesibilă specialiștilor din agricultură, unele aspecte privind această teorie. Jam în aceeași perioadă, cercetările privind fiabilitatea mașinilor agricole încep și la Catedra de Mașini Agricole din cadrul Facultății de Mecanică Agricolă a Institutului Politehnic Timișoara.

Apariția unui laborator de fiabilitate în cadrul I.C.S.I.T. I.U.A. București, înființarea unor centre de fiabilitatea mașinilor agricole în diverse zone ale țării, denotă preocuparea crescîndă pentru utilizarea teoriei fiabilității și a tehnicilor asociate ei în domeniul mecanicii agricole.

Literatura de specialitate, referitoare la fiabilitatea mașinilor agricole este mai săracă decît în alte domenii ca de exemplu: energetica, metrologia, electronica etc. În anul 1981 a apărut în editura Ceres lucrarea "Fiabilitatea utilajelor agricole" autori Toescu D., Manciu Gh. și Scripnic V., iar un an mai tîrziu în Editura didactică și Pedagogică, a apărut cartea "Tehnologia reparării și fiabilitatea utilajului agricol" autori Ionuț V., Moldovanu Gh.

Dintre tezele de doctorat, care tratează diverse aspecte ale fiabilității mașinilor agricole, voi menționa:

- "Contribuții teoretice și experimentale privind stabilirea și îmbunătățirea indicilor de fiabilitate ai combinei C-12" autor Manciu Gheorghe, susținută în anul 1978;

- "Stabilirea indicatorilor de fiabilitate și a consumului pieselor de schimb în condiții de exploatare, la tractoarele pe roți U-650 M" autor Curelea Marian, teză susținută în anul 1981;

- "Contribuții teoretice și experimentale privind îmbunătățirea indicilor de fiabilitate ai cilindrilor de la motoarele agricole" autor Cojocaru Octavian, teză susținută în anul 1987.

Toate cele trei teze accentuează partea experimentală a temei cercetate, fără a adânci cercetarea teoretică a fiabilității mașinilor agricole, bazată, ca și în alte ramuri ale tehnicii, tot pe teoria probabilităților și statistica matematică. Diversificarea calculelor statistice asupra datelor empirice obținute fie prin observare, fie prin măsurare permite o bună alegere a modelului statistic, o bună evaluare a unor caracteristici cantitative ale acestuia, deci o bună inferență statistică.

În condițiile existenței unui mare număr de centre de fiabilitatea mașinilor agricole, problema obținerii datelor experimentale este rezolvată. Esențială este prelucrarea acestor date. Alegerea modelului statistic numai pe baza valorii coeficientului de variație este insuficientă. De asemenea, testarea concordanței între o repartiție empirică - furnizată de un experiment - și repartiția teoretică aleasă drept model, numai prin testul χ^2 - pătrat, nu este totdeauna convingătoare, acum când statistica matematică furnizează teste speciale.

Oportunitatea abordării temei

Presă de balotat paie și fîn - PPF - este o mașină agricolă de o complexitate ridicată, cu un preț de cumpărare destul de mare și cu cheltuieli de întreținere și reparare care se situează mult peste cele date prin normative. Dintre ansamblele preseii, dispozitivul de legat - înnodătorul - constituie obiectul celor mai frecvente căderi în exploatare.

Realizarea unor indici calitativi de lucru și parametri funcționali optimi este impusă de:

- necesitatea eliberării rapide a terenului, de paie, în vederea semănatului culturilor succesive;

- paiele rezultate din baloturile nelegate creează dificultăți lucrării de arat și înrăutățesc sensibil calitatea semănatului;

- necesitatea balotării în timpul optim (1-2 zile) a fînului în vederea evitării pierderilor prin scuturare sau nelegare.

Desele întreruperi în funcționarea dispozitivului de legat în timpul campaniei conduc la nerealizarea lucrărilor agricole în perioada optimă, ceea ce determină pierderi de producție, deci prejudicii însemnate pentru economia unităților agricole și a patriei.

Dotarea unităților cu mașini agricole este făcută pe criterii economice, fiecărei mașini revenindu-i un volum de lucrări pe care trebuie să-l execute în perioada optimă a campaniei agricole. În condițiile deselor căderi în timpul campaniei, pentru a evita pierderile de recoltă, se face o supradotare a unităților, ceea ce are efecte economice nefavorabile.

În concluzie, o fiabilitate scăzută a mașinilor agricole conduce la însemnate pierderi de recoltă cu toate consecințele economice nefavorabile.

Cunoașterea fiabilității mașinilor agricole permite:

- stabilirea nivelului optim de dotare a unităților agricole;
- stabilirea normelor de timp pentru diverse lucrări agricole și a normativelor privind întreținerile tehnice, reviziile și reparațiile;
- determinarea pe cale științifică a cheltuielilor de întreținere, revizii și reparații ca și a volumului de piese de schimb necesar într-o anumită perioadă de timp.

Pentru producători, fiabilitatea constituie un important indicator al nivelului calitativ al produselor fabricate, permițându-i stabilirea măsurilor ce trebuie să le aplice atât în concepție cât și în procesul de fabricație.

Lucrarea își propune realizarea următoarelor obiective:

1. Aprofundarea studiului teoriei probabilităților și statisticii matematice, avându-se în vedere caracterul probabilistic al fiabilității;
2. Adâncirea studiului teoriei privind prelucrarea și interpretarea datelor statistice, deoarece se face o cercetare selectivă (asupra unui eșantion), informațiile obținute analizate și prelucrate statistic permițând trecerea la concluzii privind populația;
3. Prezentarea relațiilor fundamentale ale fiabilității, mentenabilității și disponibilității;
4. Selectarea, din mulțimea de legi teoretice de repartiție utilizate în fiabilitate, a celor legi care definesc cel mai

bine dispozitivele de legat;

5. Determinarea legii de repartiție, utilizând mai multe metode, în scopul găsirii celei mai potrivite legi;

6. Testarea ipotezei privind legea de repartiție aleasă;

7. Estimarea parametrilor legii de repartiție aleasă ca model;

8. Realizarea unui stand pentru studiul și încercarea dispozitivelor de legat utilizabil în cercetarea științifică, lucrări practice cu studenții și în producție;

9. Stabilirea concluziilor privind dispozitivele de legat însoțite de propuneri de îmbunătățire, atât pentru constructor cât și pentru diverși beneficiari.

Lucrarea se va referi numai la dispozitivele de legat cu sfoară, deoarece cele de legat cu sîrmă au fost studiate, din punct de vedere al fiabilității, de I.C.S.I.T.M.U.A. București.

CAPITOLUL 1ELEMENTE DE TEORIA PROBABILITĂȚILOR ȘI STATIS-
TICA MATEMATICĂ1.1. Definiții

Fiabilitatea exprimându-se sub forma unei probabilități de funcționare, în continuare vor fi prezentate în mod succint, o serie de noțiuni specifice teoriei probabilităților.

Experimentul reprezintă generarea sau producerea unui anumit fenomen într-un complex de condiții dat, conform unui anumit criteriu de cercetare.

Evenimentul este o abstractizare matematică care poate fi considerat ca rezultatul unei experiențe și care se supune unor anumite operații logice: și (\cap), sau (\cup), non. Evenimentul este, așadar orice fapt care poate sau nu să se întâmple ca rezultat al unei experiențe. Dacă se asociază fiecărui eveniment un anumit număr care să indice posibilitatea de realizare se ajunge la noțiunea de probabilitate.

a). Eveniment sigur (Ω) - evenimentul care se produce în mod cert într-un experiment.

b). Eveniment imposibil (\emptyset) - evenimentul care în mod obligatoriu nu se produce în cadrul unui experiment.

c). Eveniment aleator (întâmplător) (A, B, C etc. sau $A_1, A_2 \dots A_n$) - evenimentul care se produce sau nu într-un experiment. Evenimentele aleatoare pot fi compatibile dacă pot avea loc în același timp și incompatibile dacă nu se produc simultan, se exclud mutual ($A \cap B = \emptyset$). În cadrul evenimentelor incompatibile se menționează evenimentele contrarii (complementare) când la nerealizarea unui eveniment A se produce sigur evenimentul contrar \bar{A} .

Evenimentele mai pot fi dependente sau independente în probabilitate după cum probabilitatea realizării unuia influențează sau nu realizarea celuilalt.

Cîmp de evenimente reprezintă totalitatea evenimentelor rezultate în urma unui experiment.

Cîmp de probabilitate este mulțimea valorilor numerice

reprezentând probabilitatea fiecărui eveniment aparținând unui câmp de evenimente.

Probabilitatea evenimentelor

Probabilitatea reprezintă măsura numerică a posibilității de realizare a unui eveniment. Dacă în urma a - N - experiențe care au loc în condiții identice, evenimentul A , a cărui probabilitate o căutăm, apare de - n - ori, raportul n/N se numește probabilitatea evenimentului A și se notează $P(A)$

$$P(A) = \frac{n}{N} = \frac{\text{numărul cazurilor favorabile}}{\text{numărul cazurilor posibile}} \quad (1.1)$$

Se obișnuiește să se utilizeze simbolul \hat{P} pentru a desemna o probabilitate estimată. Probabilitatea P este atunci definită ca o limită:

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \hat{P} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n}{N} \quad (1.2)$$

De unde definiția următoare: probabilitatea teoretică este limita raportului numărului realizărilor favorabile și numărul total de experiențe când acesta crește la infinit.

1.2. Algebra evenimentelor

1.2.1. Reuniunea evenimentelor

Considerând evenimentele A și B , evenimentul S care constă în producerea sau a evenimentului A sau a evenimentului B se numește reuniunea (suma) evenimentelor A și B

$$S = A \cup B \quad (1.3)$$

care se enunță "A sau B", ori "sumă logică A plus B".

In cazul unui sistem de n evenimente (A_1, A_2, \dots, A_n) evenimentul reuniune S se scrie:

$$S = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i \quad (1.4)$$

1.2.2. Intersecția evenimentelor

Evenimentul I care constă în producerea atât a evenimentului A cât și a evenimentului B se numește intersecția (produsul) evenimentelor A și B .

$$I = A \cap B \quad (1.5)$$

care se citește "A și B" sau "produs logic A.B".

Intersecția unui sistem de evenimente este:

$$I = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^n A_i \quad (1.6)$$

1.2.3. Axiomele probabilității

In conformitate cu definiția axiomatică a evenimentelor și a probabilităților propusă de A.N.Kolmogorov:

- unei experiențe îi corespunde totdeauna un câmp de evenimente;
- fiecărui eveniment al câmpului îi corespunde un număr real negativ, $P(A)$, numit probabilitatea sa $0 \leq P(A) \leq 1$;
- probabilitatea evenimentului sigur este egală cu 1, $P(\Omega) = 1$;
- probabilitatea evenimentului imposibil este egală cu zero $P(\emptyset) = 0$;
- probabilitatea reuniunii a două evenimente reciproc incompatibile este egală cu suma probabilităților fiecărui eveniment în parte:

$$A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (1.7)$$

Evenimentele astfel definite se caracterizează prin următoarele proprietăți:

- Dacă A_1, A_2, \dots, A_n sînt evenimente elementare incompatibile, adică:

$$A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$$

și

$$A_i \cap A_j = \emptyset$$

vom avea:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

sau:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \quad (1.8)$$

- Se numește sistem complet de evenimente un număr - n - de evenimente incompatibile astfel încît:

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$$

ceea ce conduce la:

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1 \quad (1.9)$$

- Două evenimente A și \bar{A} se numesc complementare dacă:
 A sau $\bar{A} = A \cup \bar{A} = \Omega$, eveniment sigur
 A și $\bar{A} = A \cap \bar{A} = \emptyset$, eveniment imposibil
- Dacă evenimentele A_1, A_2, \dots, A_n sînt independente atunci:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \times P(A_2) \times \dots \times P(A_n) \quad (1.10)$$

In fiabilitate se utilizează în primul rînd următoarele

reguli fundamentale ale teoriei probabilităților:

1. Dacă A și B sînt două evenimente compatibile și independente cu probabilitățile $P(A)$ și $P(B)$, probabilitatea de a vedea realizîndu-se simultan cele două evenimente este egală cu produsul:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad (1.11)$$

2. Reuniunea a două evenimente A și B compatibile și dependente este:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \quad (1.12)$$

3. Dacă două evenimente sînt incompatibile, adică se exclud reciproc, conform relației (1.8) vom avea:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (1.13)$$

4. Dacă cele două evenimente sînt complementare și totodată incompatibile, astfel încît să avem neapărat fie evenimentul A fie evenimentul B, atunci relația (1.13) dă:

$$P(A) + P(B) = 1 \quad (1.14)$$

5. Probabilități condiționate:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = P(B) \times P(A/B) \quad (1.15)$$

Simbolul $P(B/A)$ indică o probabilitate condiționată, adică probabilitatea evenimentului B știind că evenimentul A s-a produs.

1.3. Variabile aleatoare

Noțiunea de variabilă aleatoare reprezintă una din noțiunile de bază ale teoriei probabilităților. Marea majoritate a caracteristicilor produselor sînt variabile care iau diferite valori ce au la bază o multitudine de factori întîmplători. Spre deosebire de realizarea certă a unei caracteristici, care constituie un eveniment sigur (de probabilitate 1), realizarea unei caracteristici aleatoare constituie un eveniment întîmplător de probabilitatea ≤ 1 .

În urma unui proces tehnologic uniform de fabricație, produsele obținute au valori diferite pentru oricare din caracteristicile controlate (geometrice, fizice, funcționale etc.). De asemenea, valorile numerice reale rezultate în urma unor experimente vor prezenta un anumit grad de variabilitate care face imposibilă previziunea exactă a observațiilor.

Se numește variabilă aleatoare (stochastică) acea mărime care poate lua o valoare oarecare necunoscută aprioric, sau ecea variabilă a cărei realizare constituie evenimente întîmplătoare.

Variabila aleatoare este o noțiune cu două aspecte: unul

referitor la o anumită caracteristică exprimată calitativ (produs corespunzător sau necorespunzător) sau cantitativ (valorile măsurate ale variabilei) și al doilea referitor la posibilitatea de realizare exprimată prin probabilitate.

Dintre variabilele aleatoare frecvent întâlnite în teoria fiabilității se menționează: timpul de funcționare fără defecțiuni, timpul de restabilire, gradul de uzură, numărul produselor defecte dintr-un lot examinat, numărul de defecțiuni care apar într-o anumită perioadă de funcționare.

Deosebim variabile aleatoare discrete și continue.

1.3.1. Variabile aleatoare discrete

O variabilă aleatoare este discretă dacă poate lua numai o mulțime cel mult numărabilă de valori. Astfel, numărul produselor corespunzătoare sau necorespunzătoare dintr-o probă constituie o variabilă aleatoare discretă. Enumerarea tuturor valorilor posibile ale unei variabile aleatoare și ale probabilităților respective se numește repartiție. Repartiția variabilei discrete se poate prezenta sub forma unui tablou:

x_1	x_1	x_2	\dots	x_n
$P(X=x_1)$	p_1	p_2	\dots	p_n

sau sub forma:

$$X: \begin{pmatrix} x_1, x_2, \dots, x_n \\ p_1, p_2, \dots, p_n \end{pmatrix} \text{ sau } X: \left(\frac{x_i}{p_i} \right) \quad 1 \leq i \leq n \quad (1.16)$$

În această exprimare, x_i este numit argumentul variabilei aleatoare. Indicînd probabilitatea p_i a fiecărei valori x_i , s-a stabilit legea de repartiție a variabilei aleatoare. În acest mod, s-au definit așa - numitele repartiții discrete, adică acele repartiții care se caracterizează prin faptul că fiecare valoare posibilă din mulțimea valorilor variabilei are o probabilitate pozitivă sau nulă, iar suma probabilităților respective este egală cu 1.

Expresia analitică:

$$P(X = x_i) = P(x_i) = p_i$$

definită pe mulțimea $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ a argumentului x se numește funcția de probabilitate sau funcția de frecvență care poate fi empirică sau teoretică. Dacă probabilitatea evenimentului $(X = x_i)$ adică $P(X = x_i)$ se obține în urma experienței pe baza datelor observării statistice, atunci este o frecvență relativă (probabilitate statistică) iar repartiția este empirică.

Pentru mulțimea ale cărei perechi ordonate (x_i, p_i) , $i=1, 2, \dots, n$ definesc repartiția, avem:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (1.17)$$

O altă formă de exprimare, care caracterizează aproape complet o variabilă aleatoare, este funcția de repartiție. Prin definiție, funcția de repartiție a unei variabile aleatoare X este probabilitatea evenimentului ca variabila X să ia o valoare mai mică decât un x dat:

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_i \leq x} p_i \quad (1.18)$$

adică, funcția de repartiție $F(x)$ a variabilei aleatoare discretă X este dată de suma probabilităților p_i pentru valorile x_i cel mult egale cu x . În fig. 1.1 se prezintă graficul funcției $F(x)$.

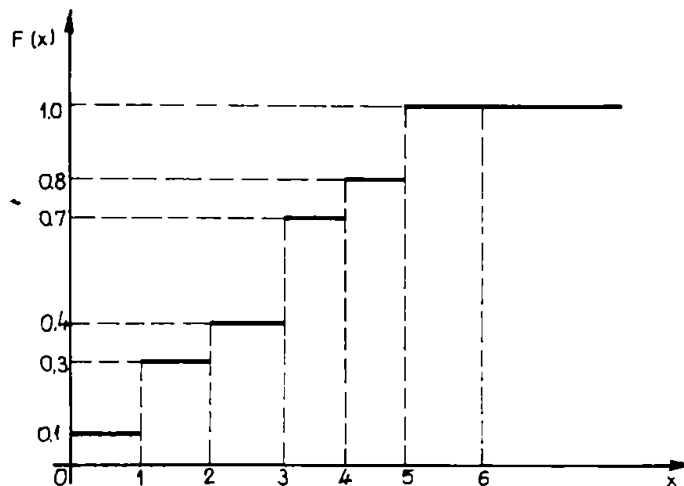


Fig.1.1

Fiind suma unor probabilități, funcția de repartiție este nedescrescătoare, avînd valori cuprinse între 0 și 1.

1.3.2. Variabile aleatoare continue

Dacă valorile posibile ale unei variabile aleatoare umplu un interval finit sau infinit, iar numărul acestor valori este infinit, spunem că variabila aleatoare este continuă.

Pentru definirea variabilei aleatoare continue X se consideră intervalul $(x, x+dx)$ al dreptei reale. Probabilitatea elementară ca variabila aleatoare să ia o valoare din acest interval este de forma $dP = f(x) dx$, unde funcția $f(x)$ reprezintă densitatea de repartiție a probabilității sau pe scurt densitatea de probabilitate.

Funcția de repartiție a unei variabile aleatoare continue

este definită de integrala:

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (1.19)$$

Densitatea de probabilitate este prima derivată a funcției de repartiție $F(x)$ adică:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x)$$

În fig.1.2 sînt reprezentate funcția de repartiție (poz.a) și densitatea de probabilitate (poz.b).

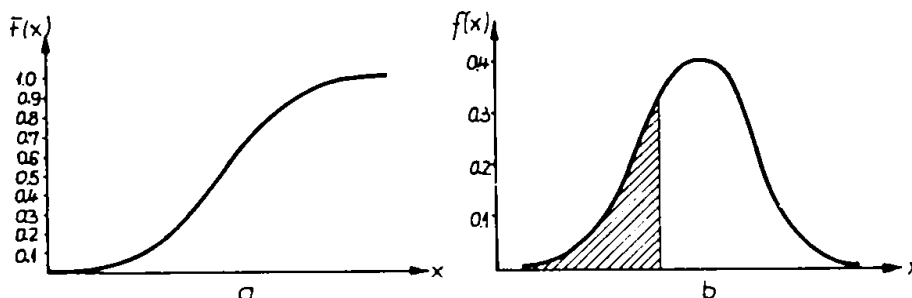


Fig.1.2

Funcția de repartiție $F(x)$ reprezintă aria hașurată limitată de curba densității de probabilitate, axa absciselor și perpendiculara dusă în punctul $X = x$.

Tinînd seama de proprietățile funcției densității de probabilitate avem:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (1.20)$$

adică aria limitată de curba densității de probabilitate și axa absciselor este egală cu unitatea.

1.4. Caracteristici numerice ale variabilelor aleatoare

Caracteristica cea mai completă a unei variabile aleatoare este dată de funcția sa de repartiție, care indică ce valori poate lua variabila dată și cu ce probabilitate. În teoria fiabilității un rol deosebit îl au caracteristicile numerice asociate variabilei aleatoare. Interesul practicianului se îndreaptă atît asupra formei funcției de repartiție cît și asupra valorilor parametrilor acestei funcții, care să fie cît mai aproape de cele adevărate. Dacă parametrii unei repartiții date și forma acesteia sînt cunoscute, atunci aceasta se numește complet specificată. Dacă cel puțin unul dintre parametri este necunoscut, repartiția se numește incomplet specificată.

După nota dominantă pe care o pun în evidență, indicatorii

ce caracterizează o variabilă aleatoare pot fi grupați în următoarele trei categorii:

- indicatorii tendinței centrale;
- indicatorii împrăștierei;
- indicatorii asimetriei și boltirii.

1.4.1. Indicatorii tendinței centrale

În cadrul fiecărei repartiții, valorile observate manifestă tendința de grupare în jurul unei valori tipice numită centrul de grupare. Pentru caracterizarea statistică a centrului de grupare se pot folosi o serie de indicatori medii ca: valoarea medie, mediana, modul etc.

1.4.1.1. Valoarea medie, $M(X)$

Cel mai reprezentativ indicator teoretic al variabilei aleatoare este valoarea medie denumită și speranța matematică, media teoretică sau pe scurt medie. Pentru variabila aleatoare discretă, valoarea medie, $M(X)$ este dată de relația:

$$M(X) = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad (1.2.1)$$

Speranța matematică a unei variabile aleatoare X este estimată de media aritmetică a variabilei respective obținută într-un mare număr de experiențe, când frecvența relativă estimează probabilitatea adevărată. Pentru variabila aleatoare continuă:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (1.2.2)$$

1.4.1.2. Mediana, $M_e(X)$

Se numește mediana variabilei aleatoare X , numărul M_e care satisface ecuația:

$$P(X < M_e) = P(X > M_e) \quad (1.2.3)$$

adică acea valoare pentru care variabila aleatoare are aceeași probabilitate de a fi mai mică sau mai mare ca ea.

În cazul unei variabile aleatoare discrete, mediana împarte șirul valorilor ordonate în două părți egale, astfel ca:

$$\sum_{i=1}^{m-1} p_i = \sum_{i=m}^n p_i \quad (1.2.4)$$

Dacă variabila aleatoare este continuă, mediana se determină din relația:

$$\int_{-\infty}^{M_e} f(x) dx = \int_{M_e}^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{2} \quad (1.2.5)$$

539701
219D

Din punct de vedere geometric, mediana reprezintă abscisa unui punct situat pe curba densității de repartiție a cărui ordonată împarte suprafața cuprinsă între curbă și axa absciselor în două părți egale.

1.4.1.3. Cuantile

Cuantilele sînt valorile variabilei aleatoare corespunzătoare unei valori date ale funcției de repartiție. Astfel, valorile variabilei aleatoare pentru care:

$$\int_{-\infty}^{x_1} f(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = \int_{x_2}^{x_3} f(x)dx = \dots = \\ = \int_{x_{n-1}}^{\infty} f(x)dx = \frac{1}{n} \quad (1.2.6)$$

Dacă $n = 4$, valorile $x_1 = Q_1$; $x_2 = Q_2$; $x_3 = Q_3$ se numesc cuantile. Se observă că a doua cuartilă Q_2 coincide cu mediana M_e . Cuantilele de ordinul zece ($n = 10$) se numesc decile iar cele de ordinul o sută ($n = 100$) centile sau procentile.

1.4.1.4. Modul (Moda), $M_o(X)$

Se numește modul valoarea cea mai probabilă a variabilei aleatoare X , acea valoare pentru care funcția de probabilitate respectiv densitatea de probabilitate este maximă. În cazul v.s. continuă ecuația $f'(X_{M_o}) = 0$ poate furniza mai multe maximeși corespunzător, repartiția respectivă se va numi multimodală.

Figura 1.3. înfățișează pozițiile indicatorilor tendinței centrale (localizării).

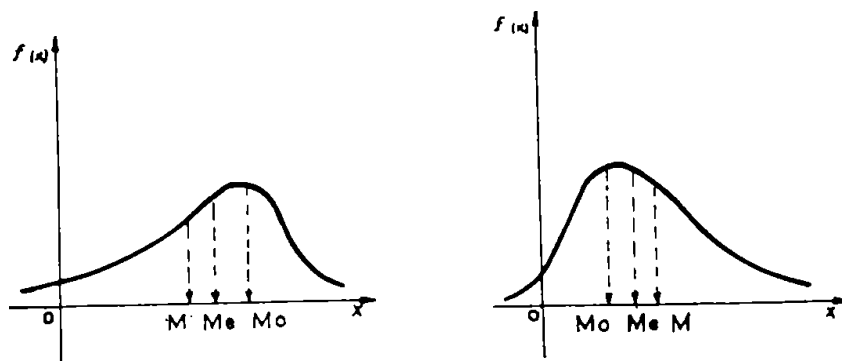


Fig.1.3

În cazul distribuțiilor simetrice $M(X) = M_e(X) = M_o(X)$. Pentru distribuții puțin asimetrice, mediana se găsește între valoarea medie și mod.

1.4.2. Indicatorii împrăstierii

Indicatorii utilizați pentru caracterizarea variației sînt

destul de numeroși iar semnificația lor depinde, evident, de forma și metodologia lor de calcul. Expresiile acestor indicatori reprezintă doar cazuri particulare ale unor caracteristici mai generale denumite momente.

1.4.2.1. Moment inițial de ordin r

Momentul de ordinul r ($r > 1$) al variabilei aleatoare X față de originea sistemului de coordonate, denumit și moment necentrat se obține din relațiile:

- pentru variabila aleatoare discretă:

$$M_r = M(X^r) = \sum_{i=1}^n x_i^r \cdot p_i \quad (1.27)$$

- pentru variabila aleatoare continuă:

$$M_r = M(X^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x) dx \quad (1.28)$$

Momentul inițial de ordin 1 este chiar media teoretică.

1.4.2.2. Moment centrat de ordin r

Dacă valorile variabilei aleatoare X sînt raportate la punctul de abscisă $X = M_1$, unde M_1 este momentul de ordin unu, atunci momentele care se obțin înlocuind valorile variabilei cu abaterile lor față de medie se numesc momente centrate.

Pentru variabila discretă, momentul centrat de ordin r este:

$$m_r = D_r = M [X - M(X)]^r = \sum_{i=1}^n (x_i - m)^r p_i \quad (1.29)$$

Pentru variabila aleatoare continuă:

$$m_r = D_r = M [X - M(X)]^r = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m)^r f(x) dx \quad (1.30)$$

Nu este greu de văzut că au loc relațiile:

$$\begin{aligned} D_1 &= 0; \quad D_2 = M_2 - M_1^2; \quad D_3 = M_3 - 3M_1M_2 + 2M_1^3 \\ D_4 &= M_4 - 4M_1M_3 + 6M_1^2M_2 - 3M_1^4 \end{aligned} \quad (1.31)$$

1.4.2.3. Dispersia

Ca indicator foarte important al împrăstierii (sau concentrării) repartiției statistice se constituie momentul centrat de ordinul doi, denumit dispersie sau varianță și are expresiile:

- pentru variabila discretă:

$$D_2 = D^2(X) = M [X - M(X)]^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 p_i \quad (1.32)$$

- pentru variabila continuă:

$$D_2 = D^2(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^2 f(x) dx \quad (1.33)$$

1.4.2.4. Abaterea standard

Din expresiile dispersiei se constată că ea are ca dimensiune pătratul dimensiunii variabilei aleatoare X , ceea ce în practică devine incomod, mai ales cînd ne referim la semnificația ei de măsură a împrăstierii variabilei X . Pentru a înlătura acest neajuns se definește rădăcina pătrată din dispersie numită abaterea medie pătratică sau abaterea medie tip sau abaterea standard dată de expresia:

$$\sqrt{\text{VAR}(X)} = D(X) = \sqrt{D^2(X)} \quad (1.34)$$

Pentru variabila aleatoare discretă, relația (1.34) devine

$$D(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 p_i} = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - m^2} \quad (1.35)$$

iar pentru variabila aleatoare continuă:

$$D(X) = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^2 f(x) dx} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - m^2} \quad (1.36)$$

Abaterea medie pătratică exprimă, de obicei, precizia unui proces tehnologic, a unui proces de măsurare etc.

1.4.2.5. Coefficientul de variație

Se utilizează ca o măsură a împrăstierii relative și este dat de raportul dintre abaterea medie pătratică și media aritmetică

$$CV(X) = \frac{D(X)}{M(X)} \quad (1.37)$$

Inversul său este cunoscut sub denumirea de coeficient de perturbație al variabilei X și reprezintă o măsură a apropierii unei valori observate a lui X de media acesteia.

Obs. Pentru valoarea medie teoretică și pentru abaterea standard a unor variabile aleatoare carecure, nu au fost folosite notațiile μ respectiv σ , prin care se notează parametrii repartiției normale. În cazul altor repartiții ei nu mai au aceeași semnificație ca la modelul normal.

1.4.3. Indicatorii asimetriei și boltirii

1.4.3.1. Coefficientul de asimetrie

O repartiție poate fi caracterizată și din punct de vedere al gradului de asimetrie pe care-l prezintă. Astfel indicatorul:

$$\beta_1 = \frac{D_3}{[D^2(X)]^{3/2}} \quad (1.38)$$

măsoară asimetria unei repartiții în raport cu gradul ei de împrăștiere; β_1 se numește coeficientul de asimetrie. Pentru repartițiile simetrice $\beta_1 = 0$; pentru repartițiile cu asimetrie de dreapta $\beta_1 > 0$; pentru repartițiile cu asimetrie de stînga $\beta_1 < 0$.

1.4.3.2. Coeficientul de exces

O altă caracteristică a formei unei repartiții este boltirea sau, contrara ei, turtirea. Măsura acestei caracteristici este dată de coeficientul:

$$\beta_2 = \frac{D_4}{[D^2(X)]^2} \quad (1.39)$$

denumit coeficient de exces. Boltirea unei distribuții oarecare se compară cu distribuția normală (Gauss-Laplace) pentru care $\beta_2 = 3$. Diferența $E = \beta_2 - 3$ este numită excesul distribuției.

Dacă $\beta_2 = 3$ repartiția se numește mezokurtică.

Dacă $\beta_2 > 3$ repartiția se numește leptokurtică și este mai "ascuțită" decît cea normală.

Dacă $\beta_2 < 3$ repartiția se numește platykurtică și are vârful mai turtit decît cea normală.

CAPITOLUL 2

PRELUCRAREA SI INTERPRETAREA DATEIUR STATISTICE

2.1. Introducere

Conceptul de bază cu care operează statistica este acela de unitate statistică, care reprezintă forma individuală de manifestare a obiectelor, fenomenelor, proceselor etc. supusă cercetării. Innodătorul cu sfoară al unei prese de paie și fîn constituie o unitate statistică.

Totalitatea unităților de același fel, cu trăsături sau proprietăți comune supusă unei prelucrări statistice formează o populație sau colectivitate statistică.

Trăsăturile sau proprietățile comune ale unităților (elementelor) unei populații se numesc caracteristici. Observării și prelucrării statistice îi sînt supuse valorile numerice ale caracteristicilor, care variază de la o unitate statistică la alta. Valorile concrete, la fiecare element în parte, ale caracteristicilor variabile se numesc variante. Caracteristicile care au doar două variante se numesc caracteristici alternative. Caracteristicile probabilistice ale variabilei teoretice X se numesc caracteristici teoretice. Deoarece aceeași caracteristică se schimbă de la o unitate statistică la alta, se mai numește variabilă, care poate fi:

- cantitativă - exprimată numeric prin valori măsurate;
- atributivă sau calitativă exprimată prin aprecieri ca bun sau defect etc.

Dacă informațiile referitoare la caracteristica populației sînt luate de la fiecare element, se face o cercetare totală, completă sau unitară. Dacă informațiile (măsurătorile) se referă la o parte din unitățile populației, se face o cercetare selectivă (parțială). Unitățile de la care se obțin informațiile formează selecția, esantionul, iar numărul - n - al unităților, volumul esantionului sau volumul selecției. Dacă $n \leq 30$, esantionul este de volum mic, iar dacă $n > 30$ este de volum mare.

Constituirea esantionului se face cu unități ale populației luate după o anumită tehnică, numită operație de sondaj.

Pentru obținerea anumitor informații asupra unei populații, statistica matematică folosește datele experimentale obținute prin cercetarea efectivă a unui număr de unități statistice. Datele experimentale (date empirice) analizate și prelucrate statistic permit obținerea unor concluzii asupra populației prin așa-zisa inferență statistică. Inferența statistică este acea ramură a metodei științifice care, cu margini specificate de incertitudine exprimate în termeni probabilistici, face trecerea de la observații la concluzii privind populația.

Prin ordonarea sau gruparea datelor statistice după una sau mai multe caracteristici de grupare se obțin seriile statistice. Seria statistică este o corespondență între două șiruri de date statistice în care primul șir reprezintă variația caracteristicii de grupare, iar cel de-al doilea șir reprezintă frecvențele de apariție sau valorile unei alte caracteristici cu care se corelează. În cele ce urmează se va lucra cu seria statistică de repartiție denumită și serie de distribuție sau de frecvență. Seriile de distribuție după variația unei caracteristici numerice pot fi discrete (pe variante) sau continue (pe intervale)

Variabila aleatoare exprimă variația unei caracteristici întâmplătoare ce rezultă din cercetarea unei colectivități. Această variație este pusă în evidență de seria statistică de repartiție sau pe scurt, repartiția variabilei aleatoare.

După numărul caracteristicilor luate în studiu, repartițiile pot fi: unidimensionale (de o singură variabilă) sau multidimensionale.

Așadar, o colectivitate statistică este caracterizată prin repartiția unităților sale după mărimea concretă a unei anumite caracteristici luate în studiu.

2.2. Construirea repartițiilor empirice

Repartițiile empirice reprezintă rezultatul grupării unităților statistice observate în funcție de una sau mai multe caracteristici cantitative sau calitative. Construirea repartițiilor empirice este un proces de sintetizare a datelor primare, prin care se sacrifică o parte din cantitatea de informație, dar clarifică operațiile de prelucrare.

Gruparea datelor observate după o singură caracteristică conduce la repartiția unidimensională.

2.2.1. Repartiții discrete (pe variante)

Considerăm că, pentru cercetarea unei populații, s-a constituit un eșantion din n unități. Fie x_1, x_2, \dots, x_n valorile observate la unitățile eșantionului privind variabila X . Aceste valori se ordonează (de obicei) crescător, obținându-se șirul statisticilor de ordine. Scriind fiecare variantă - x_i - o singură dată împreună cu frecvența sa absolută - n_i - se obține repartiția ponderată:

$$X: \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ n_1 & n_2 & \dots & n_k \end{pmatrix}, \quad \sum_{i=1}^k n_i = n \quad (2.1)$$

calculând frecvențele relative $f_i = \frac{n_i}{n}$ repartiția se scrie astfel:

$$X: \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \frac{n_1}{n} & \frac{n_2}{n} & \dots & \frac{n_k}{n} \end{pmatrix} \quad \text{sau } X: \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ f_1 & f_2 & \dots & f_k \end{pmatrix}, \quad \sum_{i=1}^k f_i = 1 \quad (2.2)$$

În baza teoremei lui Bernoulli, cunoscută și sub denumirea de legea numerelor mari, probabilitățile - p_i - din relația (1.16) se înlocuiesc în practică cu frecvențele relative. Considerând frecvențele relative ca pe niște probabilități vom numi o serie statistică de tipul (2.2) variabilă empirică sau de selecție.

Pentru reprezentarea grafică a unei repartiții se pot folosi atât frecvențele absolute cât și frecvențele relative (fig.2.1) obținându-se poligonul frecvențelor.

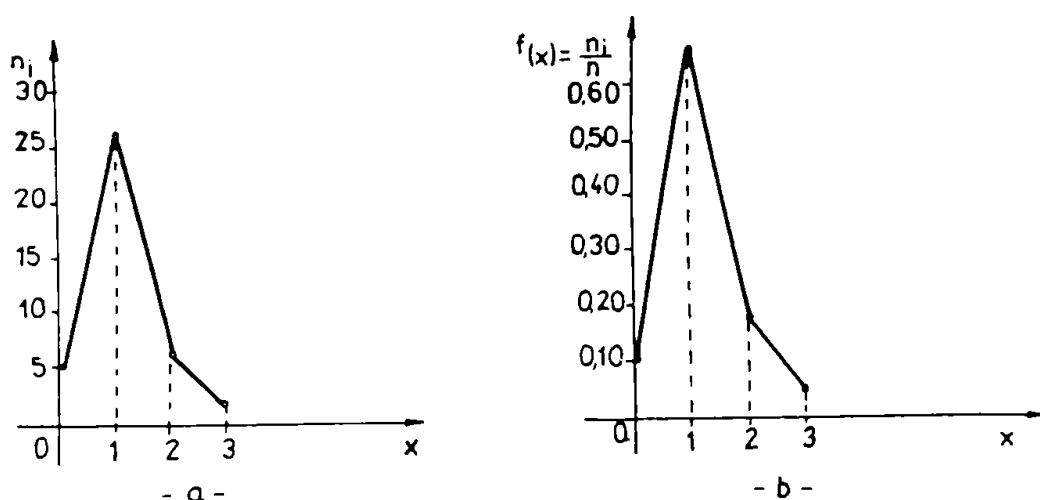


Fig.2.1

În cercetarea variabilei empirice o deosebită însemnătate o are șirul frecvențelor cumulate, care este legat de funcția de repartiție a acestei variabile. Frecvența cumulată poate fi abso-

lută sau relativă și, de asemenea, crescătoare sau descrescătoare. Frecvența cumulată a unei variante - x_1 - este egală cu suma frecvențelor tuturor valorilor mai mici (sau mai mari) decât x_1 inclusiv. În fig.2.2 sînt prezentate poligonul frecvențelor absolute cumulate (poz.a) respectiv poligonul frecvențelor relative cumulate (poz.b).

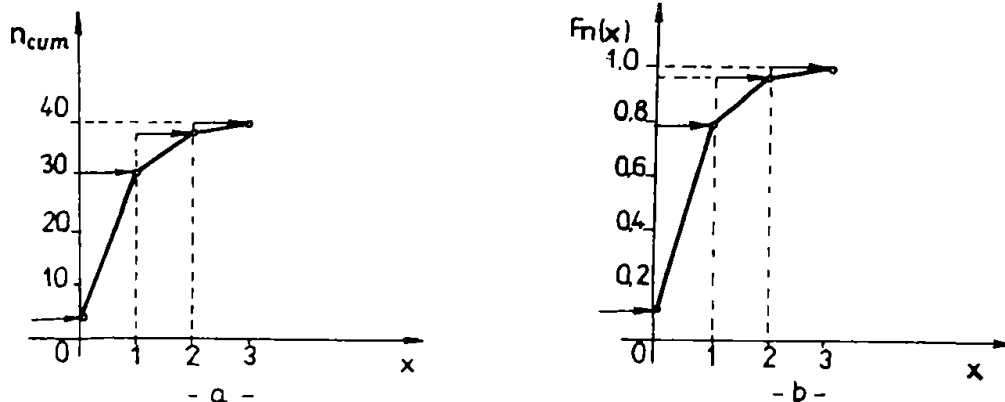


Fig.2.2

2.2.2. Repartiții pe intervale

Dacă numărul variantelor distincte ale caracteristicii cercetate este mare, se face o grupare a acestor valori pe intervale disjuncte (clase) de obicei egale. Mărimea intervalelor - h - poate fi apreciată cu relația lui H.A.Sturges:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg n} \quad (2.3)$$

unde:

n este numărul tuturor datelor de observație;

x_{\max} și x_{\min} - cea mai mare și respectiv cea mai mică valoare din șirul observațiilor.

Numărul intervalelor de grupare - k - se alege între 7 și 20 sau se calculează cu una din relațiile:

1. STAS 7122-72:

$$k = 1 + 3,322 \lg n \quad (2.4)$$

2. Pentru $n > 100$, H.B.Mann, A.Wald și C.A.Williams recomandă relația:

$$k = 4[0,75(n-1)^2]^{1/5} \quad (2.5)$$

3. Mahn - Shapiro recomandă pentru valori moderate ale lui n , partea întreagă a raportului:

$$k = \frac{n}{5} \quad (2.6)$$

4. Schwob și Peyrache prezintă relația:

$$k = \sqrt{n} \quad (2.7)$$

În general se utilizează aproximativ 7 - 10 clase de grupare, cu intervale de clasă egale, pentru a ușura calculele.

O repartiție continuă (pe intervale) se poate scrie:

$$X; \left(\begin{array}{c} x_i' - x_i'' \\ n_i \end{array} \right) \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.8)$$

în care x_i' este limita inferioară, iar x_i'' este limita superioară a intervalului i .

Înlocuind fiecare interval $(x_i' - x_i'')$ cu mijlocul său x_i , repartiția continuă se transformă într-una discretă.

Pentru reprezentarea grafică a repartițiilor continue (pe intervale) se folosește poligonul frecvențelor și histograma. Poligonul frecvențelor se obține prin unirea punctelor (x_i, n_i) , iar histograma se obține prin construirea unor dreptunghiuri avînd baza egală cu intervalul de grupare iar înălțimea proporțională cu frecvența absolută, frecvența relativă (fig.2.3a) sau frecvența cumulată (fig.2.3b) a intervalului.

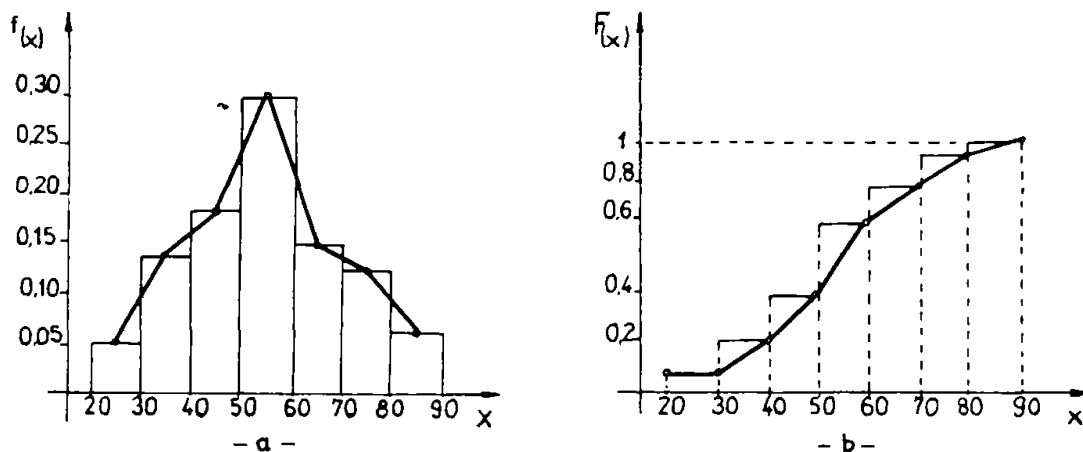


Fig.2.3

Poligonul frecvențelor cumulate (poligonul repartiției) se mai numește și ogiva lui Galton.

2.3. Indicatorii repartițiilor empirice

2.3.1. Indicatorii tendinței centrale (de localizare)

În condițiile variabilității mărimilor obținute în urma măsurărilor, există totuși o tendință a datelor de a se grupa în jurul unei valori centrale. Orice mărime care dă informații asupra poziției valorilor principale ale repartiției pe axa absciselor se numește indicator de localizare sau de poziție.

2.3.1.1. Valoarea medie

Se numește valoare medie a variabilei X acea valoare , care prin substituția $x_i = \bar{x}$, $i = 1, 2, \dots, n$ nu modifică proprietatea determinantă.

Proprietatea determinantă a unei colectivități statistice este acea proprietate, exprimată numeric, care rămîne neschimbată oricare ar fi variațiile posibile x_i ale variabilei X .

Dacă pentru exprimarea proprietății determinante se folosește momentul de ordinul r :

$$M_r = \sum_{i=1}^n x_i^r f_i = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n x_i^r}{n} & \text{simplu} \\ \frac{\sum_{i=1}^k x_i^r \cdot n_i}{n} & \text{ponderat} \end{cases} \quad (2.9)$$

atunci valoarea medie de ordinul - r - este dată de relația:

$$\bar{x}_{(r)} = \left[\sum_{i=1}^n x_i^r f_i \right]^{\frac{1}{r}} = \begin{cases} \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^r}{n} \right)^{1/r} & \text{simplă} \\ \left(\frac{\sum_{i=1}^k x_i^r n_i}{n} \right)^{1/r} & \text{ponderată} \end{cases} \quad (2.10)$$

Obs. Simplu - cînd fiecare din cele - n - rezultate apare o singură dată.

Din relația (2.10) se obțin, pentru diferite valori ale lui r , mediile de diferite ordine.

a). Media aritmetică ($r=1$)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{sau} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{n} \quad (2.11)$$

b). Media pătratică ($r = 2$)

$$\bar{x}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad \text{sau} \quad \bar{x}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i}{n}} \quad (2.12)$$

c). Media cubică ($r = 3$)

$$\bar{x}_c = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^3}{n}} \quad \text{sau} \quad \bar{x}_c = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^k x_i^3 n_i}{n}} \quad (2.13)$$

d). Media armonică $r = -1$

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{x_i}} \quad \text{sau} \quad \bar{x}_h = \frac{n}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{x_i} n_i} \quad (2.14)$$

e). Media geometrică $r = 0$

$$x_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^k x_i} \quad \text{sau} \quad x_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^k x_i^{n_i}} \quad (2.15)$$

2.3.1.2. Mediana

Mediana reprezintă valoarea care ocupă locul central în şirul ordonat al valorilor caracteristicii. Dacă numărul valorilor observate este impar, mediana reprezintă valoarea unităţii de rang $\frac{n+1}{2}$. În cazul unui număr par de valori, mediana este egală cu media aritmetică a celor două valori centrale:

$$M_e = \frac{1}{2}(x_{n/2} + x_{n/2+1}) \quad (2.16)$$

În cazul repartiţiilor pe intervale, nu se poate determina exact valoarea mediană ci numai intervalul care conţine mediana numit "interval median". Mediana este mai puţin afectată de valorile extreme mari sau mici.

2.3.1.3. Cuantile

În general, valorile variabilei care împart volumul colectivităţii în părţi egale se numesc cuantile.

Revenind la definiţia medianei, rezultă că frecvenţa relativă cumulată corespunzătoare medianei este egală cu 1/2. Generalizând această observaţie, cuantila se poate defini ca fiind valoarea variabilei căreia îi corespunde o frecvenţă relativă cumulată dată. Pentru determinarea acestora, se construieşte poligonul frecvenţelor relative cumulate iar cuantila corespunzătoare unei frecvenţe date este abscisa punctului a cărei ordonată este egală cu frecvenţa dată.

2.3.1.4. Modul (moda)

În cazul repartiţiilor pe intervale, când valoarea modală nu poate fi stabilită direct, ci numai intervalul modal, se foloseşte relaţia:

$$M_o = x_{i_{Mo}} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} h_{i_{Mo}} \quad (2.17)$$

unde:

$x_{i_{Mo}}$ este limita inferioară a intervalului modal;
 Δ_1 şi Δ_2 - diferenţele dintre frecvenţa corespunzătoare intervalului modal şi cea a intervalului precedent

respectiv următor;

$h_{i_{Mo}}$ - mărimea intervalului modal.

2.3.2. Indicatorii împrăstierii

2.3.2.1. Amplitudinea

Este cel mai simplu indicator al variației și se obține din diferența valorilor extreme:

$$A = x_{\max} - x_{\min} \quad (2.18)$$

2.3.2.2. Variația intercuartilă

Este media aritmetică a intervalelor $Q_3 - M_e$ și $M_e - Q_1$, adică

$$Q_d = \frac{(Q_3 - M_e) + (M_e - Q_1)}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \quad (2.19)$$

2.3.2.3. Abaterea medie liniară

Este media aritmetică a abaterilor $x_i - \bar{x}$, ($i = 1, 2, \dots, n$) luate în valoare absolută, adică:

$$d_x = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} \quad \text{sau} \quad d_x = \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}| n_i}{n} \quad (2.20)$$

2.3.2.4. Momente centrate. Dispersia

Momentul centrat de ordinul r - se obține din momentul corespunzător (2.9) în care valorile x_i se înlocuiesc cu abaterile lor față de medie, adică:

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^r}{n} \quad \text{sau} \quad m_r = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^r n_i}{n} \quad (2.21)$$

Pentru $r = 2$ se obține momentul centrat de ordinul doi numit dispersie, notată în general $D^2(X)$ sau S_1^2 , dacă este definită în raport cu \bar{x} :

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \text{sau} \quad S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n} \quad (2.22)$$

Dispersia se poate calcula și cu ajutorul momentelor:

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n} \quad \text{sau} \quad S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i n_i\right)^2}{n}}{n} \quad (2.23)$$

Dispersia de selecție calculată cu relațiile (2.22); (2.23), este un estimator deplasat al dispersiei teoretice. De aceea, în cazul

că se estimează dispersia populației cu ajutorul unei selecții, se corectează estimatorul dispersiei de selecție S_1^2 cu raportul $\frac{n}{n-1}$. Acest estimator numit dispersie corectată se notează cu S^2 și are expresia:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{sau} \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.24)$$

Dacă dispersia de selecție S^2 este calculată cu valori grupate pe intervale, amplitudinea intervalului fiind $-h-$, se poate corecta (corecția Sheppard) cu relația:

$$s_c^2 = s^2 - \frac{h^2}{12} \quad (2.25)$$

2.3.2.5. Abateră medie pătratică (abaterea tip)

Abateră medie pătratică (abaterea standard sau abaterea tip) se obține extrăgînd rădăcina patrată din dispersie:

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{sau} \quad S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}} \quad (2.26)$$

ori:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{sau:} \quad S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i} \quad (2.27)$$

2.3.2.6. Coefficientul de variație

Reprezintă raportul dintre abaterea medie pătratică și media aritmetică:

$$C_v = \frac{S_1}{\bar{x}} \quad \text{sau} \quad C_v = \frac{S}{\bar{x}} \quad (2.28)$$

2.3.3. Indicatorii asimetriei și boltirii

2.3.1.1. Coefficientul de asimetrie

Coefficientul de asimetrie bazat pe momentele centrate se calculează cu relația propusă de K.Pearson:

$$\beta_1 = \frac{m_3^2}{m_2^3} = \frac{m_3}{S^{3/2}} \quad (2.29)$$

unde m_3^2 este pătratul momentului centrat de ordinul trei, iar m_2^3 este cubul momentului centrat de ordinul doi, adică al dispersiei și se pot calcula cu relația (2.21).

2.3.3.2. Coefficientul de exces

O altă caracterizare a formei curbei o oferă "boltireă". Măsura acestei caracteristici o dă coefficientul propus de R.A.Fischer:

$$\beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{m_4}{s^2} \quad (2.30)$$

unde m_4 este momentul centrat de ordinul patru, iar m_2^2 este pătratul momentului centrat de ordinul doi, adică pătratul dispersiei.

CAPITOLUL 3CERCETARI TEORETICE PRIVIND FIABILITATEA3.1. Aspecte generale

Fiabilitatea este o caracteristică a unui sistem tehnic (organ, ansamblu, mașină, instalație) exprimată prin probabilitatea ca aceasta să funcționeze fără căderi în condiții de utilizare specificate și pentru o perioadă de timp determinată.

Altfel spus, fiabilitatea se exprimă prin funcția $R(t)$ care redă probabilitatea evenimentului ca timpul T de funcționare fără defecțiuni să depășească timpul t prescris, adică:

$$R(t) = P(T > t) \quad (3.1)$$

Fiind o probabilitate, $R(t)$ are o valoare cuprinsă între 0 și 1.

Fiabilitatea se caracterizează deci prin patru concepte:

- probabilitatea, care se determină pe baza metodelor statisticii matematice și a teoriei probabilităților;
- performanțele de îndeplinit, care trebuie bine definite pentru a preciza concret noțiunea de cădere (defectare);
- condițiile de funcționare, reprezintă ansamblul condițiilor de exploatare pentru care a fost proiectat produsul;
- durata de funcționare, care se exprimă în unități de timp (ore, zile, ani etc.) sau alți parametri ca numărul ciclurilor de funcționare etc.

La modul general, fiabilitatea este o probabilitate de succes, în general, necunoscută dinainte. Valoarea numerică exactă a probabilității de funcționare corectă rămâne necunoscută. Dar statistica și calculul probabilităților furnizează estimări cu o foarte bună aproximare.

Evenimentul a cărui probabilitate se estimează este îndeplinirea corectă a performanțelor date într-o perioadă de timp. Rezultă că este foarte important de indicat funcția exactă pe care o are de îndeplinit materialul, menționând performanțele cerute. În cazul dispozitivelor de legat cu sfoată se consideră că acestea funcționează corect dacă ambele noduri sînt executate la parametrii pre-crisi.

O dată funcționarea corectă clar definită, se poate defini starea de defectare sau cădere.

3.1.1. Defecțiunile elementelor și sistemelor

O noțiune de bază a teoriei fiabilității este noțiunea de defectare (cădere). Prin defectare se înțelege modificarea unor caracteristici ale produsului, care diminuează esențial sau conduc la pierderea completă a capacității de îndeplinire a uneia sau a tuturor funcțiilor de bază ale acestuia. Nu orice defecțiune este o cădere (defect); cele care nu împiedică îndeplinirea funcțiilor de bază ale mașinii nu constituie căderi (ex. ruperea unui dinte la ridicătorul de paie al preseii).

Defecțiunile pot fi clasificate în diferite maniere.

1. În funcție de cauzele lor:

1.1. Defecțiuni intrinseci, sînt cele atribuite unor slăbiri inerente materialului;

1.2. Defecțiuni extrinseci, datorate aplicării unor eforturi (tensiuni) superioare posibilităților produsului. Pot surveni din defectarea unui subansamblu asociat celui considerat.

2. În funcție de viteza de apariție:

2.1. Defecțiuni bruște (instantanee); sînt provocate de materiale sau piese necorespunzătoare, defecte de producție etc. Căderile instantanee sînt, de obicei, totale și evidente, se produc ca urmare a modificării bruște a unor condiții de exploatare (supraîncălziri, eforturi suplimentare) și au o frecvență mai mare în perioada inițială de funcționare.

2.2. Defecțiuni progresive (treptate); cauzate de schimbări cantitative și calitative treptate ale caracteristicilor constructive și funcționale. Sînt rezultatul uzurilor și înrăutățirii elementelor componente.

3. În funcție de amplitudinea lor:

3.1. Defecțiuni parțiale; rezultă din deriva unei caracteristici dincolo de limitele specificate fără a antrena totuși pierderea completă a funcției utile;

3.2. Defecțiuni totale; cele pentru care deriva în afara limitelor specificate, antrenează pierderea completă a performanțelor utile.

4. Prin combinarea conceptelor precedente:

4.1. Defecțiuni catalectice sînt bruște și totale.

4.2. Defecțiuni prin degradare sînt progresive și parțiale.

5. In funcție de consecințe:

5.1. Defecțiuni minore, sînt acele defecțiuni a căror apariție nu compromite îndeplinirea funcției.

5.2. Defecțiuni majore, sînt cele care determină încetarea funcționării mașinii.

5.3. Defecțiuni critice, provoacă încetarea funcționării determinînd apariția unor riscuri destul de grave.

6. In funcție de perioada apariției:

6.1. Defecțiuni precoce (inițiale sau infantile), care survin în prima perioadă de punere în funcțiune (ieșirea de pe linia de montaj etc.).

6.2. Defecțiuni de maturitate, sînt defecțiuni aleatoare care apar în perioada exploatării normale a mașinii.

6.3. Defecțiuni de uzură, apar cu o intensitate rapid crescătoare, fiind datorate proceselor de deteriorare sau coroziune.

In fiabilitate, defecțiunile sînt privite, în special, din acest ultim punct de clasificare.

3.2. Relațiile fundamentale ale fiabilității

In funcție de destinația lor, produsele se pot împărți în două categorii:

1. produse reparabile sau cu restabilire;
2. produse nereparabile sau fără restabilire.

Avînd în vedere existența acestor două categorii de produse fiabilitatea se poate studia în următoarele variante:

A. Dacă produsul este reparabil se pot calcula trei feluri de indicatori (parametri):

- indicatorii funcționării fără defectări;
- indicatorii reparării (restabilirii);
- indicatorii disponibilității.

B. Pentru produsele nereparabile, funcționarea lor se exprimă prin indicatorii funcționării fără defectări.

Termenul produs-dispozitiv în sensul STAS 8174/1-77 desemnează orice element component, ansamblu, echipament, subsistem sau sistem etc. ce poate fi considerat de sine stătător și care poate fi încercat individual.

3.2.1. Funcția de fiabilitate - $R(t)$

După cum s-a mai arătat, reprezintă probabilitatea de funcționare a elementului în intervalul $(0, t)$

$$R(t) = P(T > t)$$

3.2.2. Probabilitatea de defectare (defiabilitatea) - $F(t)$

Denumită și funcția de nonfiabilitate sau funcția de repartiție a căderilor, reprezintă probabilitatea cumulată de defectare adică probabilitatea apariției unui defect în intervalul de timp $(0, t)$

$$F(t) = P(T < t) \quad (3.2)$$

Funcțiile $R(t)$ și $F(t)$ reprezintă probabilitatea unor evenimente complementare și incompatibile. Intre aceste două evenimente, funcționare și defectare, conform relației (1.14) avem:

$$R(t) + F(t) = 1 \quad (3.3)$$

Graficele funcțiilor $R(t)$ și $F(t)$ ale unui element dat sînt prezentate în fig.3.1.

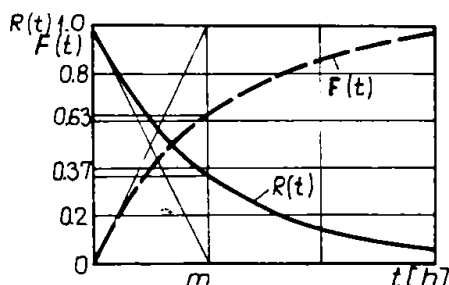


Fig.3.1

Din figura 3.1 rezultă câteva proprietăți evidente ale funcțiilor $R(t)$ și $F(t)$:

- $R(0) = 1$ adică se poate examina funcționarea fără defecțiuni doar a acelor elemente sau sisteme care au fost în bună stare în momentul pornirii, la $t=0$;
- $R(t)$ este o funcție monoton descrescătoare;
- Funcția $R(t)$ tinde către zero

cînd timpul - t - tinde către infinit.

Reciproc, probabilitatea de defectare este nulă la pornire, $F(0) = 0$, însă ea crește continuu, iar pentru $t \rightarrow \infty$ se obține $F(t) \rightarrow 1$.

Funcțiile $R(t)$ și $F(t)$ se pot determina cu aproximație prin experiențe. Se supun experimentului N elemente identice, în aceleași condiții, un timp t . La momentul - t -, cînd experimentul încetează, vor exista N_F elemente care au rezistat (funcționează) și N_C elemente căzute (defecte).

$N = N_F + N_C$ este o constantă de-a lungul testului.

În conformitate cu teorema lui Borel, putem afirma cu o probabilitate egală cu unitatea, că:

$$\frac{N_F}{N} \rightarrow R(t) \quad \text{cînd } N \rightarrow \infty$$

Practic, cînd N este mare, cu o probabilitate apropiată de unitate, se poate scrie:

$$R(t) = \frac{N_r}{N} \quad (3.4)$$

Raportul $R(t) = N_r/N$ se numește funcția empirică a fiabilității.

In același mod se poate defini probabilitatea de defectare $F(t)$:

$$F(t) = \frac{N_c}{N} \quad (3.5)$$

3.2.3. Densitatea de probabilitate de defectare $f(t)$

Este derivata în raport cu timpul a funcției defiaibilității $F(t)$, adică:

$$f(t) = \frac{dF}{dt} = - \frac{dR}{dt} \quad (3.6)$$

Relația (3.4) se mai poate scrie:

$$R(t) = \frac{N_r}{N_r + N_c} = \frac{N - N_c}{N} = 1 - \frac{N_c}{N} \quad (3.7)$$

Prin diferențiere se obține:

$$- \frac{dR}{dt} = \frac{d(1 - N_c/N)}{dt} = - \frac{1}{N} \frac{dN_c}{dt} \quad (3.8)$$

Din relația (3.6) și (3.8) rezultă următoarea formă pentru densitatea de repartiție a defecțiunilor (funcția de frecvență) prin ea înțelegându-se frecvența defecțiunilor pe unitate:

$$f(t) = - \frac{dR}{dt} = \frac{1}{N} \frac{dN_c}{dt} = \frac{dF}{dt} \quad (3.9)$$

Aria totală limitată de curba diferențială $f(t)$ și axele de coordonate este egală cu unitatea:

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt \quad (3.10)$$

ceea ce arată că probabilitatea de defectare F la momentul t este egală cu aria limitată de curba de densitate, axele de coordonate și dreapta de abscisă t . Această arie este o funcție crescătoare de t , deci $F(t)$ este probabilitatea cumulată de defectare.

In corelație, fiabilitatea este o funcție descrescătoare cu timpul t de funcționare. Deoarece $R(t) = 1 - F(t)$ vom avea:

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt ; \text{ cum } \int_0^{\infty} f(t) dt = 1$$

rezultă:

$$R(t) = \int_0^{\infty} f(t)dt - \int_0^t f(t)dt = \int_t^{\infty} f(t)dt \quad (3.11)$$

În fig.3.2 s-a reprezentat funcția de densitate în cazul exponențial.

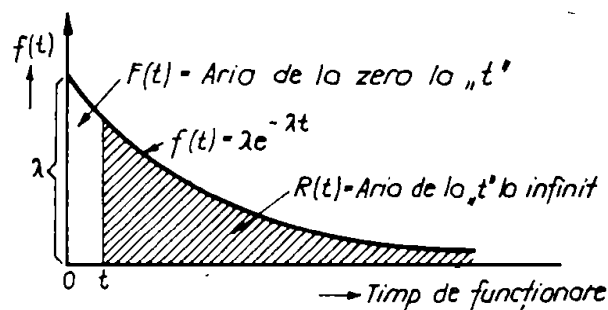


Fig.3.2

Se observă că aria A sub această curbă este egală cu unitatea.

$$A = \int_0^{\infty} f(t)dt = \int_0^t f(t)dt + \int_t^{\infty} f(t)dt = F(t) + R(t) = 1$$

3.2.4. Intensitatea de defectare $\lambda(t)$

Denumită și rata căderilor, funcția $\lambda(t)$ reprezintă probabilitatea de defectare între momentele t și $t+dt$, redusă la unitatea de timp, a unui element în funcționare sau capabil de a funcționa la momentul t .

Relația (3.9) se mai poate scrie:

$$\frac{dN_c}{dt} = -N \frac{dR}{dt} \quad (3.12)$$

Împărțind cei doi membri ai relației (3.12) prin N_F , obținem în primul membru intensitatea de defectare sau probabilitatea instantanee de defectare pentru un element, $\lambda(t)$:

$$\lambda(t) = \frac{1}{N_F} \frac{dN_c}{dt} = - \frac{N}{N_F} \frac{dR}{dt} \quad (3.13)$$

de unde:

$$\lambda(t) = - \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \quad (3.14)$$

Relația (3.14) este expresia generală a ratei căderilor, ea aplicându-se tuturor distribuțiilor.

Integrând relația (3.14) obținem:

$$\lambda dt = - \frac{dR}{R} \quad \text{deci} \quad \ln R = - \int_0^t \lambda dt$$

Deoarece la $t = 0$ avem $R(t) = 1$:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda dt} = \exp \left[- \int_0^t \lambda dt \right] \quad (3.15)$$

Relația (3.15) reprezintă expresia matematică a fiabilității pentru toate distribuțiile de defectare posibile.

Intensitatea de defectare, având în vedere relațiile (3.6) și (3.14) se mai poate obține din:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (3.16)$$

Reprezentând grafic rata căderilor $\lambda(t)$, se obține curba "cadă de baie" din fig.3.3, caracteristică echipamentelor electrice și electronice care au o perioadă de viață utilă mare.

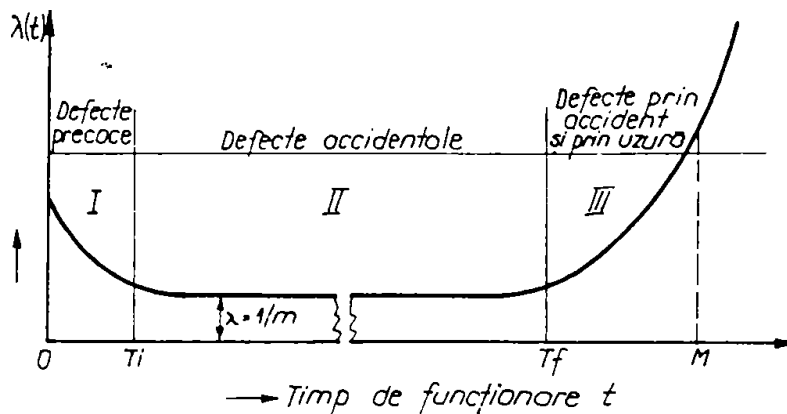


Fig.3.3

Modul de variație a ratei defectărilor delimitează trei perioade tipice din viața produsului.

I. Perioada inițială (infantilă) $0-T_i$ a defectelor precoce cuprinde defectele care apar la începutul punerii în funcțiune a produsului. Rata defectărilor are o valoare ridicată care descrește permanent. Ea poate fi redusă prin verificarea atentă a materialelor, control sporit pe fluxul de fabricație, efectuarea corespunzătoare a rodajului.

II. Perioada de funcționare normală sau perioada de viață utilă T_i-T_f este cea care caracterizează fiabilitatea produsului. Rata căderilor este relativ constantă iar defectele sînt accidentale.

III. Perioada de uzură începe când rata căderilor crește brusc datorită îmbătrânirii și uzurii elementelor. Intre momentele T_f și M circa jumătate din elementele care au funcționat pînă la T_f se vor defecta. M este timpul mediu de uzură al componentelor.

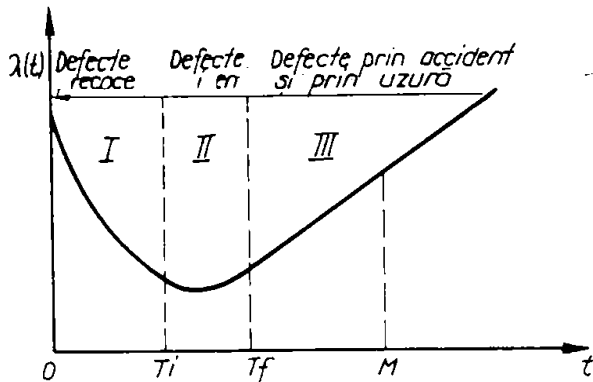


Fig.3.4

În figura 3.4 este reprezentată variația ratei căderilor funcție de timpul de funcționare pentru unele componente mecanice cu perioadă de viață utilă mică, dar care printr-o politică de mentenanță corespunzătoare, permite sistemului să se comporte ca cel din fig.3.3.

3.2.5. Timpul mediu de bună funcționare - TMBF

Timpul mediu de bună funcționare - TMBF, este un parametru de bază în fiabilitate. Mărimea lui este direct proporțională cu gradul de fiabilitate al produsului. Se determină ca speranță matematică a variabilei aleatoare T :

$$M(T) = \text{TMBF} = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (3.17)$$

sau, folosind funcția de frecvență:

$$\text{TMBF} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt \quad (3.18)$$

În cazul elementelor reparabile TMBF reprezintă media timpilor de bună funcționare între căderi sau pînă la prima cădere, iar pentru elementele nereparabile reprezintă durata medie pînă la defectare.

Timpul mediu de bună funcționare se poate exprima matematic ca inversul intensității de defectare, adică:

$$m = \frac{1}{\lambda} \quad (3.19)$$

Timpul mediu din această relație, care se referă numai la defectele accidentale, este, în general mult mai mare decît timpul mediu de uzură M (fig.3.3 și 3.4).

3.2.6. Frecvența medie a defectiunilor - $f_m(t)$

Este un parametru asociat intervalului de timp $(0, t)$ care

se determină din relația:

$$f_m(t) = \frac{1}{t} \int_0^t f(t) dt \quad (3.20)$$

3.2.7. Fiabilitatea condiționată - $R(t_0, t_1)$

Fiabilitatea condiționată sau fiabilitatea de misiune este probabilitatea ca elementul fără defectări între 0 și t_0 să funcționeze corect între t_0 și t_1 . Dacă A este evenimentul funcționare corectă în intervalul 0 - t_0 și B evenimentul funcționare corectă în intervalul t_0 - t_1 probabilitatea cerută este:

$$R(t_0, t_1) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

Evenimentul AB semnifică funcționarea corectă în intervalul 0 - t_1 , de aceea:

$$R(t_0, t_1) = \frac{R(t_1)}{R(t_0)} \quad (3.21)$$

Conform relației (3.15) se poate scrie:

$$R(t_0, t_1) = \exp \left[- \int_{t_0}^{t_1} \lambda(t) dt \right]$$

Probabilitatea de defectare în intervalul t_0, t_1 se definește prin relația:

$$F(t_0, t_1) = F(t_1) - F(t_0) \quad (3.22)$$

3.3. Mentenabilitatea

După STAS 8174/2-77, mentenabilitatea este aptitudinea unui dispozitiv, în condiții date de utilizare, de a fi menținut sau restabilit în starea de a-și îndeplini funcția specificată, atunci cînd mentenanța se efectuează în condiții date, cu procedee și remedii specificate.

Mentenanța este formată din ansamblul tuturor acțiunilor tehnice și organizatorice care le sînt asociate, efectuate în scopul menținerii sau restabilirii unui dispozitiv în starea de a-și îndeplini funcțiile prevăzute.

Operațiile de mentenanță se împart în două categorii:

1. - mentenanță corectivă sau ocazională, se efectuează la apariția unui defect, avînd ca scop restabilirea cît mai rapidă a capacității de funcționare și constă în înlocuirea, repararea sau regla-

jul elementului defect;

- mentenanță preventivă sau sistematică, cuprinde operații de întreținere, control și de revizie în timpul cărora:

1. se efectuează operațiile de întreținere necesare funcționării normale (curățire, ungere, plinuri, reglaje etc.);

2. se controlează elementele redonante (dacă există) reparându-se cele defecte;

3. se înlocuiesc sau se recondiționează elementele intrate în perioada de uzură accelerată (perioada a III-a din fig.3.3 și 3.4).

Operațiile de mentenanță pentru presele de paie și fîn cuprind:

- întreținerile și reviziile tehnice;
- reparațiile curente;
- reparațiile capitale.

Mantenabilitatea este influențată în mod direct de următorii factori:

1. Factori constructivi dintre care amintim: separabilitatea, accesibilitatea, diagnosticarea stării tehnice fără demontare, bazarea tehnologică, forma constructivă a pieselor etc.

2. Factori tehnologici ca: procedeele tehnologice de fabricație, metodele de realizare a preciziei necesare, procedeele tehnologice de realizarea formei și dimensiunilor pieselor etc.

3. Factori de exploatare dintre care se menționează: sistemul de organizare a întreținerilor tehnice și reparațiilor, periodicitatea și conținutul întreținerilor tehnice, asigurarea cu piese de schimb și materiale, calitatea întreținerilor și reparațiilor, dotarea tehnică etc.

Cantitativ, mentenabilitatea reprezintă caracteristica unui produs exprimată prin probabilitatea repunerii în stare de funcționare în intervalul de timp $(0, t')$ și în condiții date. Funcția de mentenabilitate $M(t')$ este:

$$M(t') = P(T_r < t') \quad (3.23)$$

unde:

T_r este variabila aleatoare "timp de reparare".

Timpul mediu de reparare (TMR) - notat cu \bar{t}_r - considerînd diagrama succesiunii stărilor de funcționare și de reparare (fig.3.5) se calculează cu expresia:

$$TMR = \bar{t}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \quad (3.24)$$

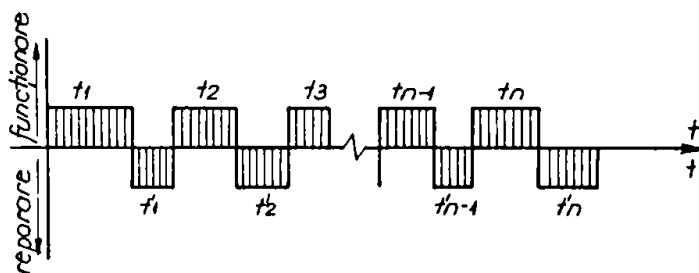


Fig. 3.5

Intensitatea reparării (restabilirii) r se calculează astfel:

$$r = \frac{1}{\bar{t}_R} \quad (3.25)$$

Parametrul \bar{t}_R , care se exprimă de obicei în ore, se poate folosi pentru compararea mentenabilității produselor de același fel.

3.4. Disponibilitate

Potrivit STAS 8174/3-77 disponibilitatea este aptitudinea unui dispozitiv - sub aspectele combinate de fiabilitate, mentenabilitate și de organizare a acțiunilor de mentenanță - de a-și îndeplini funcția specificată, la un moment dat sau într-un interval de timp dat.

Ca și fiabilitatea și mentenabilitatea, noțiunea de disponibilitate prezintă două aspecte, calitativ și cantitativ.

Exprimată calitativ, disponibilitatea reprezintă capacitatea unui produs de a îndeplini în timp misiunea printr-o funcționare fără defectări și menținere în stare de funcționare.

Cantitativ, disponibilitatea reprezintă:

- procentul de timp în care o mașină este în stare de funcționare;
- procentul de mașini disponibile pentru utilizare după un timp de funcționare.

În sens probabilistic, disponibilitatea reprezintă probabilitatea ca un produs să fie în stare de funcționare la un moment t adică:

$$D(t) = R(t) + [1 - R(t)]M(t') \quad (3.26)$$

unde:

$R(t)$ și $M(t')$ sînt fiabilitatea respectiv mentenabilitatea;

$t = \sum_{1}^n t_1$ (t_1 este timpul de funcționare fără defectări

aferent unui ciclu, iar n este numărul ciclurilor de bună funcționare)

$$t' = \sum_1^n t_i' \quad (t_i' \text{ este timpul de reparație pentru un ciclu}).$$

La produsele nereparabile: $M(t') = 0$ deci $D(t) = R(t)$

In cazul mașinilor agricole se evidențiază următoarele forme ale disponibilității:

1. Disponibilitatea tehnică - k_d

Sintetic, disponibilitatea tehnică poate fi exprimată prin indicatorul coeficient de disponibilitate k_d , care este raportul dintre timpul mediu de bună funcționare \bar{t} și durata medie a unui ciclu funcționare - reparație ($\bar{t} + \bar{t}_R$)

$$k_d = \frac{TMBF}{TMBF + TMR} = \frac{\bar{t}}{\bar{t} + \bar{t}_R} = \frac{T}{T + T_R} \quad (3.27)$$

unde:

T este timpul total de bună funcționare, în ore;

T_R - timpul total de reparații, în ore om.

2. Disponibilitatea de mentenanță - k_m

Disponibilitatea de mentenanță include în calcul și timpul total T_1 pentru întrețineri tehnice, care în multe cazuri variază între 5 și 15% din timpul total de funcționare zilnic.

$$k_m = \frac{T}{T + T_R + T_1} \quad (3.28)$$

unde:

T , T_R , T_1 sînt timpii totali pe perioada unei campanii agricole.

3. Disponibilitatea funcțională sau tehnologică - k_f

Se calculează cu ajutorul relației:

$$k_f = \frac{T}{T + T_R + T_1 + T_d} \quad (3.29)$$

unde:

T_d este timpul total necesar înlăturării defecțiunilor tehnologice (înfundări, blocări etc.).

3.5. Legi teoretice de repartiție utilizate în fiabilitate

Pentru stabilirea indicilor de fiabilitate ai mașinilor agricole, este necesar de stabilit care din modelele matematice descris cel mai bine comportamentul mașinii studiate și care sînt valorile parametrilor ce trebuie introduși în aceste modele. Cu valorile experimentale obținute, teoria verificării ipotezelor statistice per-

mite verificarea concordanței unei repartiții empirice cu o repartiție teoretică aleasă ca model.

În studiul fiabilității se pot folosi numeroase legi de repartiție ca: repartiția normală, repartiția log-normală, repartiția gama sau Pearson tip III, repartiția uniformă, repartiția beta, repartiția exponențială, repartiția Weibull, repartiția Rayleigh etc. Cele mai utilizate legi de repartiție utilizate în teoria fiabilității, dintre care urmează să se stabilească care descrie cel mai bine funcționarea dispozitivelor de legat cu sfoară, sînt: repartiția exponențială, repartiția normală, repartiția Weibull.

3.5.1. Repartiția exponențială

Această lege se aplică bine la toate sistemele tehnice puse la punct, eliberate de defectele precoce și care nu suferă încă de fenomene de uzură sau de deteriorare a performanțelor datorită vârstei lor.

În fiabilitate această lege are un loc remarcabil, deoarece descrie foarte bine comportamentul elementelor în perioada de funcționare normală (perioada a II-a, fig.3.3), fiind definită datorită unui singur parametru λ sau inversul său TMBF, notat cu m .

a). Densitatea de probabilitate sau funcția diferențială în cazul legii exponențiale este:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (3.30)$$

unde:

- $e = 2,71828$ este baza logaritmilor naturali sau neperieni;
- λ - intensitatea căderilor sau rata căderilor;
- t - o durată de utilizare arbitrară pentru care se caută fiabilitatea.

În fig.3.6 este prezentată curba de densitate exponențială.

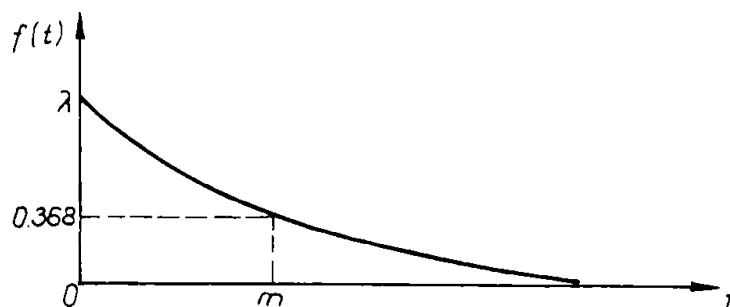


Fig.3.6

Dacă se utilizează inversul intensității căderilor, denu-

mit timp mediu între defectări sau timpul mediu de bună funcționare $m = 1/\lambda$, relația (3.30) devine:

$$f(t) = \frac{1}{m} e^{-t/m} \quad (3.31)$$

b). Funcția de fiabilitate sau probabilitatea de funcționare dată de relația:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad \text{sau} \quad R(t) = e^{-t/m} \quad (3.32)$$

este reprezentată în fig.3.7.

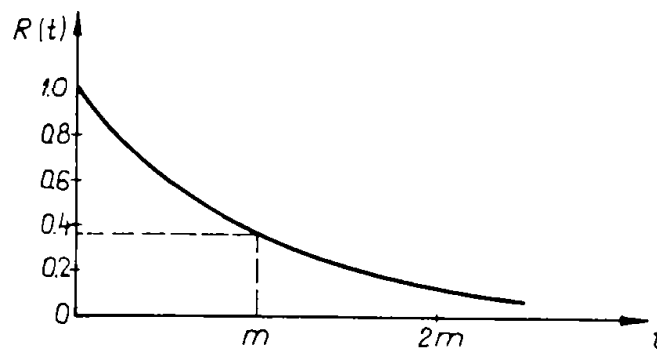


Fig.3.7

În perioada normală de funcționare, fiabilitatea este în principiu aceeași pentru durate de utilizare egale.

c). Funcția de repartiție (funcția integrală sau defiaibilitatea) care reprezintă probabilitatea căderii pînă la momentul t . Se calculează cu relația:

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda t} \quad (3.33)$$

Aceeași relație se putea obține din expresia:

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Reprezentarea grafică a funcției nonfiabilității este dată în fig.3.8.

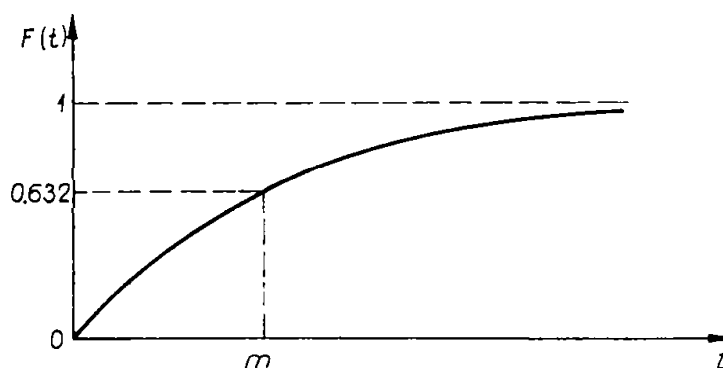


Fig.3.8

d). Intensitatea căderilor este constantă

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda = \text{const.} \quad (3.34)$$

și este prezentată în fig.3.9.



Fig. 3.9

Rata căderilor λ , singurul parametru al repartiției exponențiale, avînd o valoare constantă ne permite să considerăm că probabilitatea de funcționare este aceeași pentru perioade de utilizare egale între ele.

e). Timpul mediu de bună funcționare

Densitatea de probabilitate exponențială are o valoare caracteristică care

este media sa. Aceasta se poate obține formînd momentul de ordinul 1 de $f(t)$ și integrîndu-l pe tot intervalul:

$$M(T) = m = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (3.35)$$

Deci, pentru repartiția exponențială, timpul mediu între defectări m este egal cu inversul ratei căderilor λ .

Alte valori caracteristice în cazul repartiției exponențiale sînt:

- Dispersia sau momentul central de ordin II: $D^2(T) = m^2$
- Abaterea tip: $D(T) = m$
- Momentul central de ordinul III: $D_3 = 2m^3$
- Momentul central de ordinul IV: $D_4 = 9m^4$
- Coeficientul de variație: $CV(T) = 1$
- Coeficientul de asimetrie: $\beta_1 = 2$
- Coeficientul de exces: $\beta_2 = 9$

În legătură cu repartiția exponențială este important de subliniat că timpul t din relațiile (3.30); (3.32) etc. nu reprezintă nici vîrsta reală a produsului, nici totalul orelor de funcționare de la darea în exploatare a acestuia. Timpul t reprezintă orele unei perioade de funcționare arbitrar aleasă și nu depinde de timpul de funcționare anterior perioadei considerate.

În cazul distribuției exponențiale, pentru o durată de funcționare $t = m$, probabilitatea de funcționare în continuare este numai de 36,8%. Practic aceasta înseamnă că din 100 componente identice funcționînd în aceleași condiții, aproximativ 37 vor funcționa încă la capătul timpului $t = m$, celelalte 63 fiind defecte.

3.5.2. Repartiția normală

Statistica matematică pune la dispoziția studiului fiabilității elementelor supuse uzurii o distribuție care dă, de obicei, o aproximație pe deplin satisfăcătoare a fenomenului de uzură. Aceasta este legea de repartiție normală sau legea lui Gauss-Laplace cu aspectul de clopot.

În cazul distribuției normale, în general, jumătate din defecțiuni se produc înainte duratei medii de uzură M , în timp ce la distribuția exponențială aproximativ 63% din defecțiuni se produc până la timpul mediu de bună funcționare m .

În privința timpului mediu de bună funcționare m (timp mediu între defectări accidentale) și a timpului mediu de uzură M , se poate afirma că, în general, valorile lui M sînt mult mai mici ca valorile lui m . Dacă nu se previne sistematic uzura pieselor peste limita maximă, printr-o mentenanță corespunzătoare, uzura prezintă caractererele unei distribuții normale.

a). Densitatea de probabilitate a legii normale este dată de relația:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t-M)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (3.36)$$

unde:

t este timpul de funcționare cumulat de la punerea în funcțiune;

M - timpul mediu de uzură;

σ - abaterea medie pătratică a timpilor de uzură în raport cu media M .

O arie parțială situată sub curba densității de probabilitate între t_1 și t_2 (fig.3.10) reprezintă procentul din cele N elemente de origine care se vor defecta în acest interval.

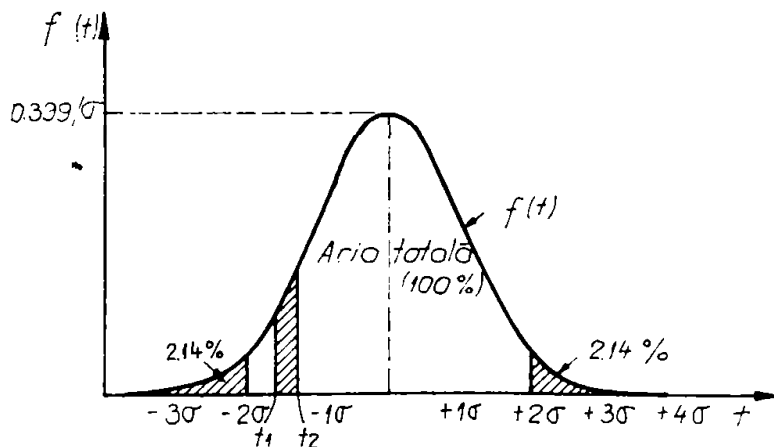


Fig.3.10

Această arie parțială reprezintă de asemenea probabilitatea apriori ca unul din elementele puse în funcțiune la $t = 0$ să se defecteze în intervalul $t_2 - t_1$, avînd ca expresie:

$$P_{t_2-t_1} = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

Probabilitatea apriori ca un dispozitiv să se defecteze în intervalele $M - 3\sigma$ la $M - 2\sigma$ respectiv $M + 2\sigma$ la $M + 3\sigma$ este aceeași, 2,14%. Pentru a evalua însă fiabilitatea dispozitivului, la această probabilitate trebuie adăugată probabilitatea de defectare de la $t = 0$ (prima punere în funcționare) la începutul intervalului considerat, ceea ce constituie probabilitatea cumulată de defectare. În primul caz probabilitatea de defectare de la $t = 0$ la $t = M - 3\sigma$ (începutul intervalului) este de 0,135% deci probabilitatea cumulată de defectare înaintea momentului $M - 2\sigma$ este egală cu $0,135 + 2,14 = 2,275\%$. Pentru al doilea interval, probabilitatea de defectare de la $t = 0$ la $t = M + 2\sigma$ este de 97,725%, deci probabilitatea totală de defectare (probabilitatea cumulată) de la $t = 0$ la $t = M + 3\sigma$ este de $97,725 + 2,14 = 99,865\%$.

Se observă din acest exemplu că probabilitatea de defectare sau defiaibilitatea într-un interval dat este dată de raportul dintre numărul dispozitivelor defectate în intervalul considerat și numărul de dispozitive în funcțiune la începutul intervalului.

Aria situată sub curba de densitate de probabilitate este egală cu 100% dacă curba este întinsă la infinit în cele două sensuri. Deoarece un dispozitiv nou intră în funcțiune la timpul $t = 0$ și nu la $t = -\infty$ rezultă că legea lui Gauss este aproximativă. Totuși această aproximare este foarte bună, mai ales cînd abaterea tip σ este mică în raport cu media M . Rezultă că dacă $M \geq 3\sigma$ se poate înlocui limita inferioară a integralei ($-\infty$) cu $t = 0$. Aceasta deoarece, pentru $t \leq M - 3\sigma$, din tabele rezultă că $F(t) = 1,3 \times 10^{-3}$, deci probabilitatea apariției unei căderi este foarte mică, sub 0,2% și se poate neglija.

În cazul că această condiție nu este îndeplinită, adică $M < 3\sigma$, se poate apela la o distribuție trunchiată iar în alte cazuri este preferabil să se treacă de la legea normală la legea log-normală (legea lui Galton), care are avantajul de a avea $f(t) = 0$ la $t = 0$.

b). Funcția fiabilității în cazul repartiției normale este dată de relația:

$$R(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_t^{\infty} \exp\left[-\frac{(t-M)^2}{2\sigma^2}\right] dt \quad (3.37)$$

iar graficul corespunzător este reprezentat în fig.3.11.

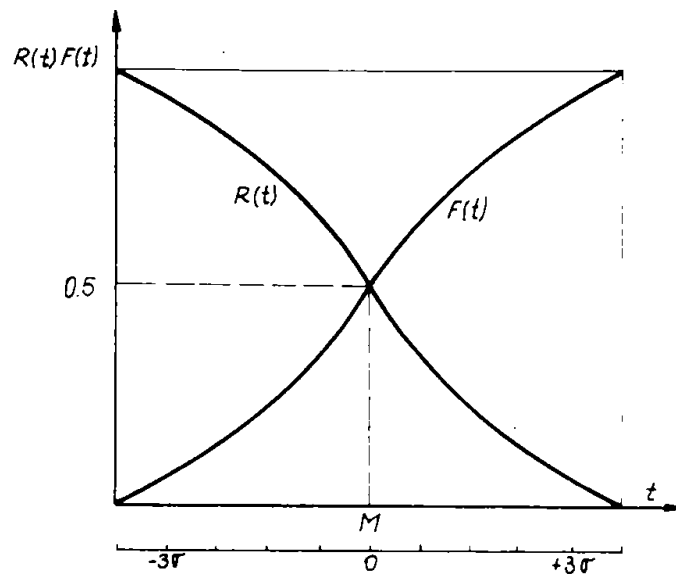


Fig. 3.11

Din fig.3.7 și 3.11 se observă că în cazul exponențial funcția fiabilității $R(t)$ descrește în raport cu m (în primele ore de funcționare), mult mai repede decât în cazul normal, raportând t la M .

c). Funcția de repartiție, care reprezintă probabilitatea căderii dispozitivului pînă la momentul t , este:

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp\left[-\frac{(t-M)^2}{2\sigma^2}\right] dt \quad (3.38)$$

fiind prezentată în fig.3.11.

Limita inferioară ($-\infty$), în cazul evenimentului timp, nu are sens. Se poate înlocui cu $t = 0$, în condițiile arătate mai sus, sau se poate evita integrînd de la t la $+\infty$ și luînd complementul integralei la 1. Operația este corectă deoarece aria sub curba densității de probabilitate este egală cu unitatea. Deci:

$$F(t) = 1 - \int_t^{\infty} f(t) dt \quad (3.39)$$

d). Intensitatea de defectare în cazul legii normale este crescătoare, o creștere accentuată remarcîndu-se cînd dispozitivul a încheiat perioada de funcționare normală. Relația de calcul a intensității de defectare este:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

iar reprezentarea grafică pentru $\sigma = 0,5$; $\sigma = 1$ și $\sigma = 2$ este redată în fig.3.12.

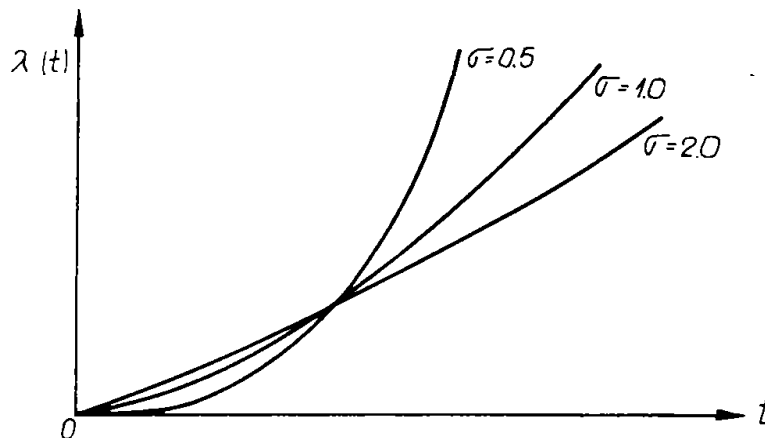


Fig. 3.12

Alte valori caracteristice distribuției normale sînt:

- Dispersia: $D_2 = \sigma^2$
- Abaterea tip: $D(T) = \sigma$
- Valoarea medie: $M(T) = M = \mu$
- coeficientul de variație: $CV(T) = \frac{\sigma}{M}$
- Momentul centrat de ordinul III: $D_3 = 0$
- Momentul centrat de ordinul IV: $D_4 = 3\sigma^4$
- Coeficientul de asimetrie: $\beta_1 = 0$
- Coeficientul de exces: $\beta_2 = 3$

Alte caracteristici ale distribuției normale:

- Este o repartiție simetrică, centrul fiind $x = \mu$;
- Are o singură modă care este în același timp și mediană, iar ambele coincid cu valoarea medie .

Deoarece calculul integralelor $R(t)$ și $F(t)$ este dificil de efectuat în practică, printr-o schimbare de variabilă întâmplătoare T , la variabila normală standard:

$$z = \frac{t - M}{\sigma} \quad (3.40)$$

se obține distribuția normală normată cu densitatea:

$$f_0(t) = f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-z^2/2\right] \quad (3.41)$$

și parametrii $M = 0$ și $\sigma^2 = 1$ (fig.3.13)

Valorile funcției (3.41) sînt tabelate.

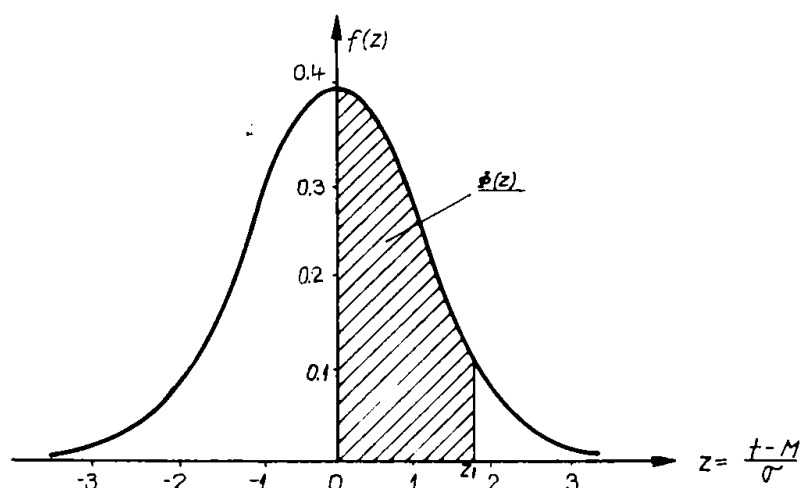


Fig.3.13

Ordonata maximă este: $f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = 0,3989$

Aria mărginită de curba $f(z)$ în intervalul $(-z, 0)$ este egală și de sens contrar cu aria limitată de curbă în intervalul $(0, z)$. Din această cauză funcția de repartiție se poate scrie sub forma:

$$F_0(t) = F(z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-z^2/2} dz \quad (3.42)$$

Integrala:

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-z^2/2} dz \quad (3.43)$$

reprezintă aria hașurată din fig.3.13 și se numește funcția lui Laplace. Este tabelată. De remarcat că:

$$\phi(0) = 0; \phi(-z) = -\phi(z); \phi(+\infty) = \frac{1}{2}; \phi(-\infty) = -\frac{1}{2} \quad (3.44)$$

Așadar, funcția de repartiție $F(z)$ se poate scrie:

$$F(z) = \frac{1}{2} + \phi(z) \quad (3.45)$$

Se poate trece de la distribuția normală normată la distribuția normală a variabilei T :

$$F(t) = F(z) \quad \text{unde} \quad z = \frac{t - M}{\sigma} \quad (3.46)$$

Potrivit relației (3.46) ordonata unui punct oarecare de pe curba $F(z)$ este egală cu ordonata punctului corespunzător de pe curba $F(t)$ iar abscisa punctului respectiv se obține din relația: $t = z\sigma + M$.

În domeniul fiabilității utilajelor agricole, repartiția normală reflectă bine comportarea unor elemente care suferă de fenomene de uzare. Legea normală reflectă bine: repartiția valorilor uzurilor limită ale pieselor, dispersia resurselor totale și remanente

ale pieselor, dispersia pieselor de schimb necesare reviziilor și reparațiilor.

3.5.3. Repartiția Weibull

Repartiția Weibull propusă ca model matematic în anul 1951 de profesorul Waloddi Weibull are numeroase aplicații în cele mai diverse domenii de activitate (durabilitate, controlul produselor, chimie etc.). În domeniul fiabilității, a căpătat în scurt timp o largă răspândire datorită avantajelor sale, dintre care cităm:

- are o mare elasticitate dată de existența a trei parametri astfel că poate descrie fenomene și procese de o complexitate ridicată;
- rata căderilor nu mai este constantă ca la repartiția exponențială, ci funcție de timp, fapt ce asigură o mai bună concordanță cu practica;
- față de modelul normal, caracterizează mai bine caracteristicile repartizate asimetric;
- înglobează modelele exponențial, Rayleigh, normal ș.a. sub forma unor cazuri particulare.

Repartiția Weibull apare în diferite lucrări într-o mare varietate de forme. În cele ce urmează vor fi prezentate trei dintre cele mai importante variante, prin transformări simple putându-se trece de la o formă la alta și utiliza cea mai potrivită situației concrete studiată. În ce privește notarea parametrilor, se va folosi ST CAER 877-78.

3.5.3.1. Modelul Weibull biparametric

Modelul biparametric permite o mai bună legătură cu repartițiile: exponențială, Rayleigh și normală.

a). Densitatea de probabilitate în varianta biparametrică este:

$$f(t) = b \lambda t^{b-1} \cdot e^{-\lambda t^b} \quad (3.47)$$

cu $t > 0$; $b > 0$; $\lambda > 0$, fiind reprezentată grafic în fig.3.14.

unde:

b este parametrul de formă, el definind alura curbei Weibull.

Din (3.47) și fig.3.14 se observă că pentru $b = 1$ modelul Weibull corespunde repartiției exponențiale, pentru $b = 2$ repartiției Rayleigh, iar pentru $b = 3,6$ la care $\beta_1 = 0$ și $\beta_2 = 2,72$ se constată o asemănare mare cu modelul normal.

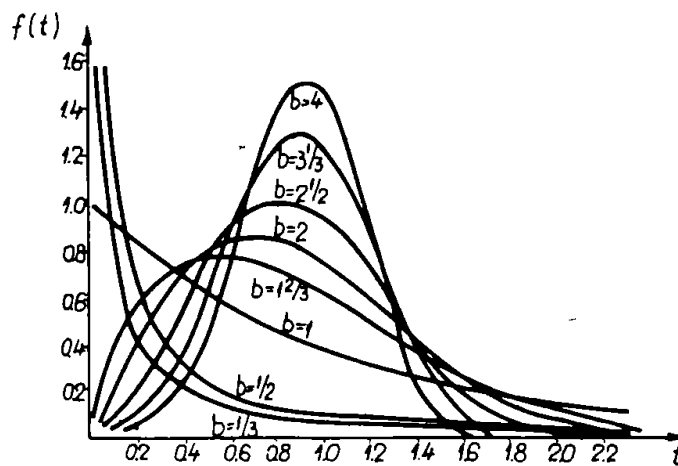


Fig. 3.14

b). Funcția de repartiție a căderilor are expresia:

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t^b) \quad (3.48)$$

c). Funcția fiabilității sau probabilitatea funcționării fără căderi are relația:

$$R(t) = \exp(-\lambda t^b) \quad (3.49)$$

d). Rata căderilor se calculează cu relația:

$$\lambda(t) = b \lambda t^{b-1} \quad (3.50)$$

fiind reprezentată în fig.3.15 pentru diferite valori ale lui b.

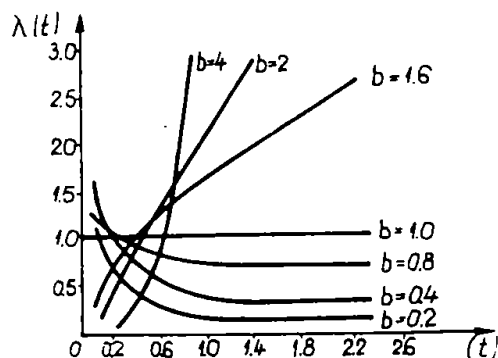


Fig. 3.15

Pentru componentele care în perioada inițială prezintă defecțiuni ascunse, dar care apoi un timp relativ lung nu "îmbătrinesc", rata căderilor este ridicată la început, după care descrește și se stabilizează. Fiabilitatea acestor componente se aproximează bine cu modelul Weibull de parametru $b < 1$. Dacă componentele nu prezintă defecte ascunse, dar îmbătrinesc repede, rata căderilor crește monoton iar funcția de

fiabilitate se aproximează printr-o lege Weibull cu $b > 1$.

e). Timul mediu de bună funcționare, este dat de relația:

$$TMBF = \int_0^{\infty} f(t) dt = \frac{\Gamma(\frac{1}{b} + 1)}{\lambda^{1/b}} \quad (3.51)$$

unde:

Γ reprezintă funcția gama.

3.5.3.2. Modelul Weibull - forma normalată

Dacă se introduce relația:

$$\lambda = 1/a^b \quad (3.52)$$

de unde:

$$a = 1/\sqrt[b]{\lambda} \quad (3.53)$$

se obține forma normalată a funcției Weibull în care: a este parametru de scară (scală) reală, el exprimând legătura dintre $f(t)$ și t pentru că aria de sub curba densității de probabilitate să fie egală cu unitatea.

a). Densitatea de probabilitate sau funcția de frecvență a legii Weibull în forma normalată este:

$$f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \cdot \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) \quad (3.54)$$

b). Funcția de repartiție a căderilor la această formă are expresia:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right] \quad (3.55)$$

c). Funcția de fiabilitate devine:

$$R(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) \quad (3.56)$$

și este prezentat în fig.3.16.

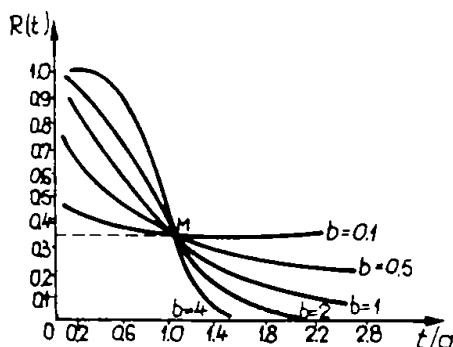


Fig. 3.16

Se remarcă faptul că, pentru orice valoare a parametrului b , toate curbele trec prin punctul M de coordonate $t/a = 1$ și $R(t) = e^{-1} = 0,36788$. De aceea, parametrul a se mai numește viață caracteristică.

d). Intensitatea de defectare rezultă din relațiile (3-50, și (3-52)

$$\lambda(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \quad (3.57)$$

e). Timpul mediu de bună funcționare este dat de expresia:

$$TMBF = a \left[\frac{1}{b} + 1 \right] \quad (3.58)$$

3.5.3.3. Modelul Weibull triparametric

Acest model include al treilea parametru, c , numit parametru de localizare sau reperaj. El reprezintă perioada minimă de funcționare în care nu se constată nici un defect, adică $R(t) = 1$. Acest

parametru indică funcționarea tuturor elementelor urmărite între 0 și c , punctul zero putând fi momentul dării în exploatare a utilajului, al punerii în funcțiune a instalației, al începerii testării în laborator sau al observației în exploatare. Cu excepția unor cazuri particulare, parametrul de localizare este nul, deci se obține forma normată a repartiției.

a). Densitatea de probabilitate de defectare are forma:

$$f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t-c}{a} \right)^{b-1} \cdot \exp\left(-\frac{t-c}{a}\right) \quad (3.59)$$

cu $t > c$; $a > 0$; $b > 0$.

Prezența parametrului c în model conduce la translatarea curbei funcției de frecvență pe axa absciselor.

b). Funcția de repartiție este:

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t-c}{a}\right)^b \quad (3.60)$$

și exprimă probabilitatea ca defecțiunea să apară în intervalul $c-t$. Graficul unei funcții de repartiție este dat în fig.3.17.

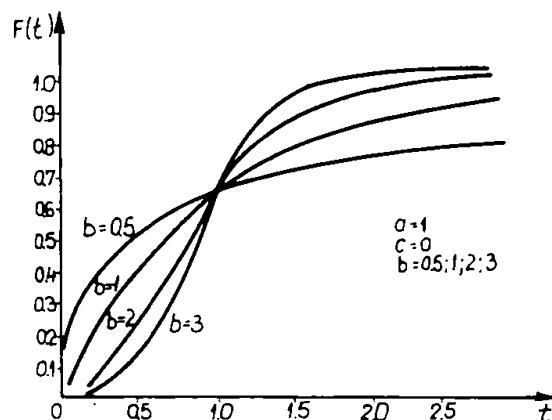


Fig. 3.17

c). Funcția fiabilității, respectiv probabilitatea funcționării fără căderi pînă la momentul t este:

$$R(t) = \exp\left(-\frac{t-c}{a}\right)^b \quad (3.61)$$

d). Intensitatea de defectare

$$\lambda(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t-c}{a} \right)^{b-1} \quad (3.62)$$

$$\lambda(t) = 0 \text{ pentru } t \leq c$$

e). Timpul mediu de bună funcționare

$$TMBF = c + a \Gamma\left(\frac{1}{b} + 1\right) \quad (3.63)$$

Alte caracteristici numerice mai importante ale repartiției Weibull sînt:

$$- \text{Dispersia: } D^2(T) = a^2 \left[\Gamma(2/b+1) - \Gamma^2(1/b+1) \right] \quad (3.64)$$

$$- \text{Abaterea tip: } D(T) = a \sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{b} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{b} + 1\right)} \quad (3.65)$$

$$- \text{Coeficientul de variație: } CV(T) = \left[\frac{\Gamma(1+2/b)}{\Gamma^2(1+1/b)} - 1 \right]^{1/2} \quad (3.66)$$

Coeficienții de asimetrie β_1 și exces β_2 se pot calcula cu relațiile (1.38) și (1.39), sau se iau valorile lor din tabele, unde sînt date în funcție de parametrul b .

3.5.4. Aprecieri privind legile de repartiție

Oricare dintre repartițiile continue descrise mai sus (§3.5) pot fi considerate drept repartiții teoretice ale timpului de funcționare fără defectiuni a elementelor sau sistemelor studiate.

În legătură cu repartiția exponențială negativă, este necesar de menționat că utilizarea ei este indicată numai atunci cînd există motive temeinice de a neglija influența uzurii. Presupunerea că intensitatea de defectare $\lambda(t)$ este constantă (λ) este echivalentă cu ipoteza că proprietățile fizico-chimice ale materialelor sînt invariabile în timp. În realitate toate sistemele tehnice suferă o uzură și îmbătrînire. Fenomenele de uzură, de oboseală etc. conduc la legi de repartiție mai complexe; legea normală, legea Weibull etc.

Pe baza datelor experimentale se obține funcția de repartiție empirică, care estimează, într-o măsură mai mare sau mai mică, legea de repartiție teoretică. Acum trebuie stabilită legea de repartiție care să descrie cît mai fidel comportamentul dispozitivului studiat, problemă deosebit de importantă, deoarece pe baza modelului ales se efectuează predicții ce pot afecta - în bine sau în rău - desfășurările ulterioare.

În scopul alegerii corecte a modelului statistic, se procedează, în general, în două etape:

1. Se determină tipul de lege de repartiție aplicabilă fenomenului luat în studiu;
2. Se determină parametrii legii reținute.

3.6. Metode de determinare a legilor de repartiție

3.6.1. Criterii empirice

Criteriile empirice se bazează pe unele proprietăți carac-

teristice ale repartițiilor statistice.

În cazul repartiției exponențiale, coeficientul de variație teoretic este egal cu unitatea. Această proprietate poate fi folosită în practică, atunci când dintr-un set de date experimentale t_1, t_2, \dots, t_n obținem media \bar{t} și abaterea tip S iar: $\bar{t} \approx S$. În această situație, este plauzibil ca datele de observație să fi provenit dintr-o populație exponențială, deoarece:

$$\widehat{CV} = \frac{S}{\bar{t}} = 1 \quad (3.67)$$

Este adevărat că și alte repartiții au această proprietate a egalității cu unitatea a coeficientului de variație. În acest sens se pot cita repartiția Poisson sau așa numita repartiție "invers gaussiană" la care media teoretică este egală cu dispersia teoretică. Dar nu are sens să se apeleze la repartiții statistice deloc uzuale, numai pentru a combate ipoteza exponențialității, dacă situația practică ce trebuie modelată acceptă această repartiție.

Pentru a întări convingerea că ipoteza privind modelul exponențial este corectă, se poate evalua mediana de selecție. Dacă pe lângă $\bar{t} \approx S$ are loc și:

$$M_e \approx \frac{\ln 2}{\bar{t}} \quad (3.68)$$

atunci există puține șanse ca datele experimentale să nu provină dintr-o populație exponențială.

Ipoteza că datele experimentale se supun unei legi de repartiție normală se acceptă, când coeficientul de variație are valori mai mici de 0,33.

Pentru valori ale coeficientului de variație cuprinse între 0,33 și 1 se admite ipoteza unei legi de repartiție Weibull.

3.6.2. Metode grafice

O cale aproximativă de stabilire a legii de repartiție pentru datele experimentale o constituie reprezentarea grafică prin intermediul histogramei. Ea nu permite totdeauna să adevăm modelul cel mai plauzibil, datorită multitudinii de modele care seamănă între ele.

Dintre metodele grafice, așa numitele rețele probabilistice constituie un mijloc important de adecvare a modelelor statistice, permițând în același timp o estimare a parametrilor modelului precum și eliminarea valorilor aberante (acele valori care se abat mult față de restul valorilor din eșantion).

Principiul de construire a rețelelor probabiliste se bazează

ză, în esență, pe liniarizarea funcției de repartiție presupusă ca model. În vederea acestei liniarizări este necesară însă estimarea funcției de repartiție. Fie $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ valorile ordonate crescător ale eșantionului. Funcția definită prin relația:

$$\bar{F}(t_1) = \frac{i}{n} \quad (3.69)$$

constituie o estimare punctuală a funcției de repartiție teoretice $F(t)$ pe intervalul (t_1, t_n) . Acest mod de estimare are un dezavantaj. Se știe că pentru $t_n = +\infty$ (teoretic), $F(+\infty) = 1$. Așadar, estimatorul dat de (3.69) este potrivit eșantioanelor foarte mari, greu de obținut în practică. Pe de altă parte, rețeaua probabilistică are un cadru finit de reprezentare. Rezultă că pe rețea vor figura puncte de coordonate $[t_1, \bar{F}(t_1)]$, punctele $(+\infty, 1)$ respectiv $(-\infty, 0)$ ieșind din cadrul rețelei, ceea ce nu influențează precizia estimatorilor obținuți.

Alte estimări ale funcției de repartiție sînt:

a). Estimația de tip Hazen: $\bar{F}(t_1) = (i - 0,5)/n$ (3.70)

b). Estimația de tip Weibull: $\bar{F}(t_1) = i/(n+1)$ (3.71)

c). Estimația de tip Knp: $\bar{F}(t_1) = (i-1)/n-1$ (3.72)

d). În cazul grupării valorilor pe intervale (clase) se poate utiliza estimatorul:

$$\bar{F}[t_{(ck+1/2)}] = n_j/n+1 \quad (3.73)$$

unde t_{ck} este mijlocul clasei de ordin k , $t_{ck+1/2}$ este marginea superioară a clasei de ordin k , n_j este frecvența absolută a clasei j .

3.6.2.1. Metoda grafică pentru legea exponențială

Funcția de repartiție a legii exponențiale:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

se logaritmează

$$\ln \frac{1}{1 - F(t)} = \lambda t \quad \text{sau} \quad -\ln(1 - F) = \lambda t \quad (3.74)$$

și se notează cu $y = -\ln(1 - F)$ (3.75)

Pe axa absciselor se consideră o scară liniară cu repere echidistante iar pe axa ordonatelor se consideră coordonatele y proporționale cu funcția de repartiție.

Modulul K_t al scalei absciselor, adică numărul de mm afectați pentru o unitate a variabilei aleatoare, se calculează cu relația:

$$K_t = \frac{L}{t_n - t_1} \quad (3.76)$$

unde L este lungimea utilizabilă a abscisei, în mm, iar t_1 și t_n valorile extreme ale șirului ordonat crescător.

Valorile semnificative ale funcției $F(t)$ sînt: $F_{\max} = 0,999$ și $F_{\min} = 0$ cărora le corespund $y_{\max} = 6,908$ și $y_{\min} = 0$. Pasul scării ordonatelor se stabilește cu relația:

$$S_y(F) = \frac{H}{6,908} y \quad (3.77)$$

în care H este lungimea în mm a rețelei probabilistice. Substituind valorile y , vor rezulta dimensiunile în mm pentru valorile marcate pe ordonată. În literatura de specialitate sînt calculate valorile $S_y(F)$ pentru $H = 100; 200; 300; 400; 500$ și 1000 mm, precum și $y = -\ln[1 - F(t)]$, pentru $F(t) = 0$ pînă la $F(t) = 0,9975$.

Se reprezintă pe rețea perechile de puncte $t_1; F(t_1)$ și dacă se dispun după o dreaptă, se confirmă ipoteza exponențialității (fig.3.18)

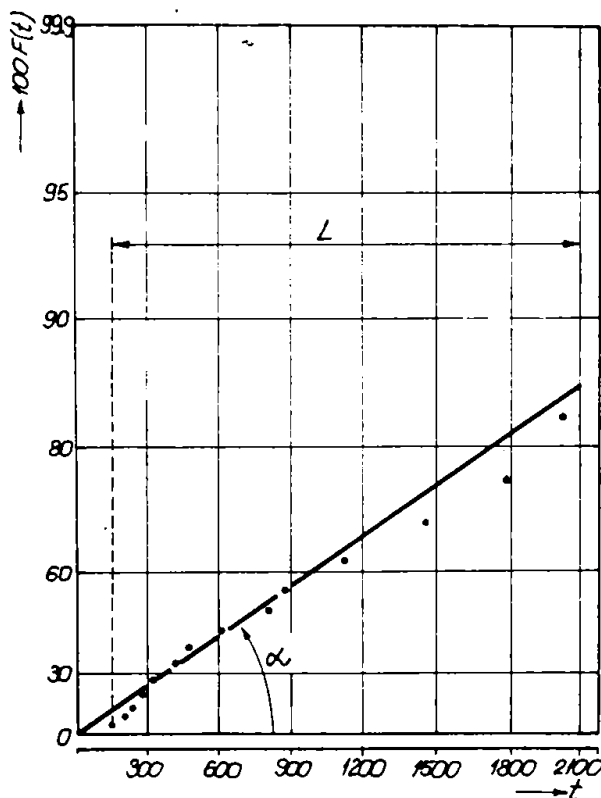


Fig.3.18

mează funcția de repartiție $F(t)$:

Dacă dreapta experimentală trece prin origine, parametrul de localizare $c = 0$, iar dacă nu trece prin origine, parametrul de localizare se calculează astfel:

$$\bar{c} = OA/K_t \quad (3.78)$$

unde OA reprezintă distanța măsurată între originea O și punctul A de intersecție a dreptei cu axa absciselor.

Parametrul λ se estimează cu relația:

$$\bar{\lambda} = \frac{K_t}{H} 6,908 \rho \quad (3.79)$$

unde $\rho = \operatorname{tg} \alpha$ este coeficientul unghiular al dreptei experimentale, iar α unghiul dreptei cu axa absciselor.

Un alt procedeu grafic de verificarea ipotezei exponențialității este prezentat în [79]. Se logarit-

$$\ln\left(\frac{1}{1-F(t)}\right) = \frac{t}{m}$$

și se ordonează crescător valorile t_1, t_2, \dots, t_n reprezentând timpii de defectare.

Se demonstrează că această suită de observații ordonate urmează o lege Beta a cărei speranță matematică este:

$$M[F(t_1)] = \frac{i}{n+1} \quad (3.80)$$

În consecință se reprezintă pe grafic punctele x_i de abscisă t_i și ordonată $\ln\left(\frac{n+1}{n+1-i}\right)$. Dacă punctele se aliniază după o dreaptă ce trece prin origine, ipoteza unei legi de repartiție exponențială cu un singur parametru este verosimilă. Dacă legea de repartiție este cu doi parametri:

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t-c}{m}} \quad (3.81)$$

dreapta va prezenta o ordonată la origine egală cu c/m .

Parametrul m (T.M.B.F.) se poate calcula utilizând dreapta trasată, cu relația:

$$\bar{m} = \frac{t}{2,3 \lg \frac{n+1}{n+1-i}} \quad (3.82)$$

Ipoteza că dispozitivele experimentate urmează o lege de repartiție exponențială trebuie supusă unor teste, care permit acceptarea sau respingerea ei.

3.6.2.2. Metoda grafică pentru legea normală

Pentru aplicarea acestei metode se folosește hîrtie cu scară funcțională gaussiană. Pe această hîrtie o lege normală normată $F_0(t)$ va fi reprezentată printr-o dreaptă, numită dreapta lui Henry.

În lipsa hîrtiei cu scara logaritmică, aceasta se poate realiza utilizând hîrtie milimetrică.

Pe axa absciselor se consideră o scară liniară (cu repere echidistante), modulul K_t al scării calculîndu-se cu relația (3.76)

Pe axa ordonatelor se consideră coordonatele proporționale cu funcția de repartiție normală standard. Pentru alegerea scalei se adoptă pentru funcția de repartiție $F(t)$ următoarele valori extreme: $F_{\min} = 0,001$ și $F_{\max} = 0,999$, valori cărora le corespund $y_{\min} = -3,09$ și $y_{\max} = 3,09$, unde $y = z(F)$ sînt cuantilele repartiției normale. Pasul scării pe axa ordonatelor se calculează cu relația:

$$S(F) = \frac{H}{6,18} y \quad (3.83)$$

unde H este lungimea utilizabilă a ordonatei, în mm.

Pentru $0 < F(t) < 1/2$ se aplică proprietatea:

$$S_y(F) = - S_y(1 - F) \quad (3.84)$$

Valorile $S_y(F)$ sînt tabelate în unele lucrări de specialitate pentru $H = 100; 200; 300; 400; 500$ și 1000 mm.

Pe o astfel de rețea (fig.3.19) se reprezintă perechile de valori $[t_1; \bar{F}(t_1)]$ unde $\bar{F}(t_1)$ este estimația punctuală a funcției de repartiție. Dacă punctele se repartizează în jurul unei drepte, atunci ipoteza că datele experimentale provin dintr-o repartiție normală poate fi acceptată.

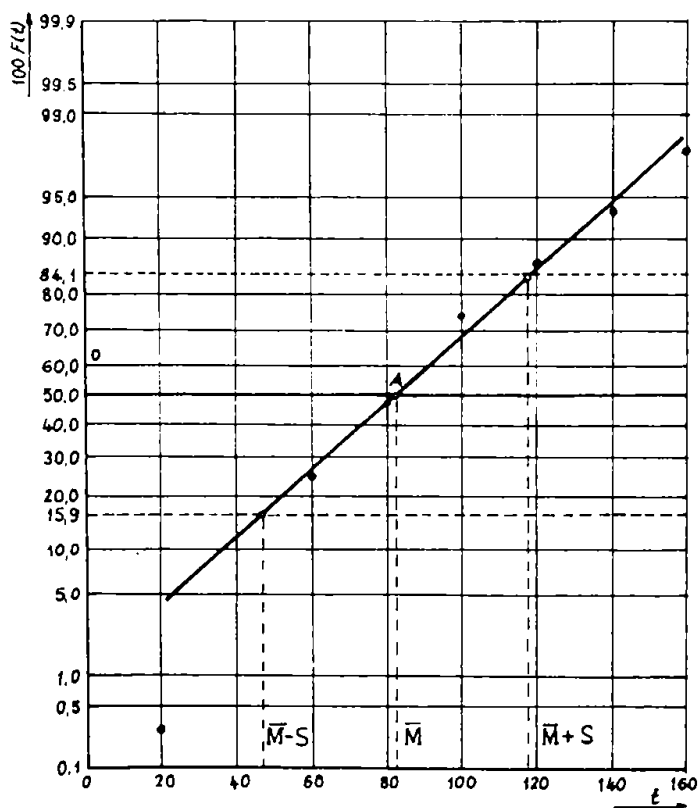


Fig. 3.19

Media \bar{M} va fi determinată de abscisa punctului de intersecție cu orizontala $F(t) = 0,5$.

Abaterea tip - S - se poate calcula din grafic cu una din relațiile:

$$S = \bar{M} - t_{15,9} \quad (3.85)$$

sau cea propusă de Hahn G.J. și Shapiro S.S.;

$$S = \frac{2(t_{90} - t_{10})}{5} \quad (3.86)$$

În STAS 10307-75 este dată relația:

$$s = \frac{t_{84} - t_{16}}{2} \quad (3.87)$$

unde t_{10} ; $t_{15,9}$; t_{16} și t_{90} reprezintă abscisele punctelor de intersecție a dreptei cu orizontalele $F(t) = 10\%$; $F(t) = 15,9\%$; $F(t) = 16\%$; $F(t) = 84\%$ și $F(t) = 90\%$.

În general, funcția empirică de repartiție $\bar{F}(t) = \frac{1}{n}$ nu are o formă liniară. Liniaritatea este mai bună în centru decât în zonele extreme, chiar dacă modelul normal descrie adecvat setul de date experimentale.

3.6.2.3. Metoda grafică pentru legea Weibull

Există mai multe variante de rețele probabilistice care liniarizează legea de repartiție Weibull, dintre care notăm: rețeaua Nelson-Thompson, rețeaua Allan Plait etc.

Având funcția de repartiție:

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{a}\right)^b \quad (3.88)$$

prin logaritmare rezultă:

$$-\ln[1 - F(t)] = \left(\frac{t}{a}\right)^b \quad (3.89)$$

iar prin repetarea logaritmării se obține:

$$y = \ln[-\ln[1 - F(t)]] = b \ln \frac{t}{a} = 2,303 b (\lg t - \lg a) \quad (3.90)$$

Pe axa absciselor se construiește scara logaritmică conform ecuației:

$$S_x(t) = K_t \cdot \ln t \quad (3.91)$$

unde K_t se calculează cu relația (3.76).

Pentru $y = \ln[-\ln[1 - F(t)]]$ corespunzător valorilor $F_{\max} = 0,999$ respectiv $F_{\min} = 0,01$, se obține $y_{\max} = 1,93$ și $y_{\min} = -6,91$. Dacă $F(t) < 0,6321$ atunci $y < 0$ și deci modulul scării ordonatelor $S_y(F) < 0$:

$$S_y(F) = \frac{H}{8,84} y \quad (3.92)$$

Valorile $S_y(F)$ sînt tabelate în lucrări de specialitate. În fig.3.20 se prezintă o rețea Weibull cu raportor.

Procedul de utilizare a rețelei este următorul:

- Se ordonează valorile observate în mod crescător, sau se grupează pe intervale;

- Se calculează funcția $\bar{F}(t)$ pentru fiecare observație respectiv fiecare interval;

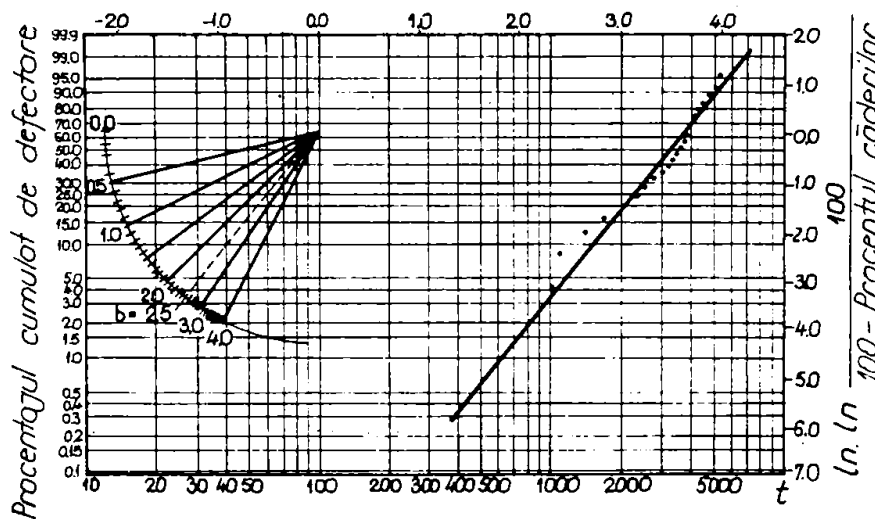


Fig. 3.20

- Se reprezintă grafic perechile de puncte $[t_i; \bar{F}(t_i)]$;
- Se trasează o dreaptă prin punctele reprezentate.

Dacă punctele se aliniază în jurul unei drepte, atunci datele provin dintr-o repartiție Weibull cu parametrul $c = 0$.

Parametrul a este dat de abscisa punctului de intersecție a dreptei cu ordonata 63,21%.

Parametrul b se obține corespunzător rețelei utilizate. În cazul rețelei din fig.3.20 se duce o paralelă la dreapta reprezentativă, prin centrul raportorului și se citește valoarea parametrului b pe raportor.

Cunoscând valoarea parametrului b se citește pe scara de deasupra rețelei raportul $TMBF/a$ de unde rezultă valoarea $TMBF$.

Dacă punctele nu se dispun pe o dreaptă, există două situații:

- a). Modelul static nu este Weibull;
- b). modelul statistic este Weibull cu parametrul de localizare c diferit de zero, adică:

- $c > 0$ punctele se dispun după o curbă cu concavitățile în jos;

- $c < 0$ concavitățile curbei este în sus.

Pentru a obține în aceste cazuri o dreaptă, se adună sau se scade (funcție de forma curbei), o aceeași constantă, la un număr

de puncte de pe curbă astfel încât, rețeaua fiind de scară logaritmică, noile puncte să se alinieze pe o dreaptă. Operația se realizează prin tatonări. Valoarea parametrului c se citește direct pe grafic, sau se estimează cu relația:

$$c = \frac{t_2^2 - t_1 t_3}{2t_2^2 - (t_1 + t_3)} \quad (3.93)$$

unde t_1 și t_3 reprezintă abscisele extremelor curbei, iar t_2 abscisa punctului median al frecvențelor relativ cumulate.

3.6.2.3.1. Reteaua Barlow-Campo

Metoda Barlow-Campo permite o adecvare rapidă a modelelor statistice ca: exponențial, Weibull, log-normal, normal trunchiat. Avantajele metodei sînt:

- se poate aplica în cazul încercărilor trunchiate sau cenzurate;

- nu necesită hîrtie probabilistă specială.

Metoda se bazează, în esență, pe statistica timpului total de testare și constă în:

- ordonarea (crescător) timpilor de funcționare pînă la cădere;

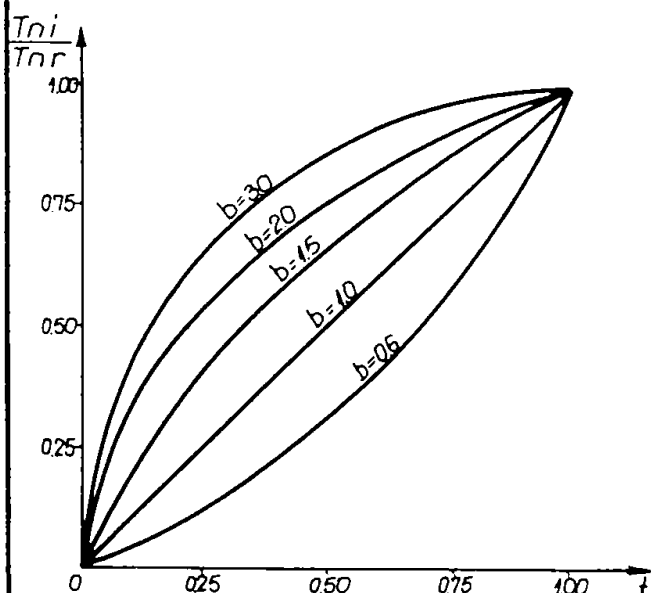


Fig.3. 21

- se calculează timpul total de funcționare $T_{n,r}$ (pînă la cea de-a r-a cădere) cu relația:

$$T_{n,r} = \sum t_{ni} + (n-r)t_{nr} \quad (3.94)$$

- se calculează timpul total de funcționare pînă la căderea de rang i , adică T_{ni} ;

- se calculează raportul $T_{n,i}/T_{n,r}$ cît și raportul $\frac{i}{r}$;

- se reprezintă grafic (fig.3.21) perechile de puncte corespunzătoare celor două rapoarte.

Alinierea perechilor de puncte de-a lungul bisectoarei rețelei arată că modelul căderilor este exponențial. Dacă perechile de puncte se aliniază ca în fig.3.21 (după curba $b = 1,5$ de exemplu) sîntem în prezența unui model Weibull cu parametrul de formă $b = 1,5$.

3.7. Teste pentru validarea ipotezei privind legea de repartiție

În fiabilitate este necesar, înainte de a proceda la exploatarea rezultatelor unui experiment, la operații de inferență, la formularea de concluzii, să se verifice că ipoteza privind legea de repartiție reținută este valabilă, deci să se valideze modelul. În practică nu dispunem de informații globale referitoare la comportamentul tuturor elementelor unei populații, ci de informații asupra unui eșantion obținute dintr-un experiment. Este necesar să verificăm că datele experimentale nu contravin ipotezei formulate privind legea de repartiție aleasă ca model.

Testele statistice sînt semnificative atunci cînd ipoteza privind legea de repartiție este respinsă. Faptul că ipoteza nu poate fi respinsă, adică testul este nesemnificativ nu permite să se afirme cu certitudine că ipoteza reținută este bună. Este posibil ca o altă ipoteză să fie mai bună.

Testele cunoscute se pot împărți în două categorii:

a). Teste parametrice, corespund ipotezelor în care legea de repartiție este cunoscută, dar valorile parametrilor sînt necunoscute;

b). Teste neparametrice, la care legea de repartiție nu este luată în considerație sau este căutată. Ele sînt aplicabile la toate legile de repartiție.

Teoria verificării ipotezelor statistice permite găsirea răspunsului la două genuri de întrebări: primul referitor la natura repartiției datelor experimentale, iar cel de-al doilea asupra parametrului necunoscut al repartiției. Menționăm că ipoteza statistică este întotdeauna făcută asupra populației și nu a eșantionului pe care îl avem la dispoziție.

Să presupunem că T reprezintă caracteristica unui produs al cărui comportament îl studiem. Efectuăm măsurări asupra acestei caracteristici și construim histograma. Ea ne sugerează tipul de repartiție, o repartiție oarecare avînd ca funcție de repartiție $F_T(t; \theta)$ și parametrul necunoscut θ . Ipoteza statistică că variabila aleatoare T luată în studiu urmează un anumit tip de funcție de repartiție - $F_T(t; \theta)$ - oricare ar fi parametrul θ , se numește ipoteză nulă și se notează H_0 . Ipoteza respectivă se scrie:

$$H_0: T \in \{F_T(t; \theta)\} \quad (3.94)$$

Afirmația că variabila aleatoare T nu urmează funcția de repartiție $F_T(t; \theta)$ constituie o alternativă la ipoteza nulă și va fi notată cu H_1 , purtînd denumirea de ipoteză alternativă. Se scrie:

$$H_1 : T \notin \{F_T(t; \theta)\} \quad (3.95)$$

Intrucît concluziile asupra populației se efectuează prin intermediul eșantionului, și verificarea ipotezelor statistice este însoțită de două tipuri de erori. Una constă în respingerea ipotezei nule atunci cînd aceasta este adevărată. Se notează de obicei cu α și se scrie:

$$\alpha = P\{\text{respinge } H_0/H_0 \text{ adevărată}\} \quad (3.96)$$

Cealaltă eroare constă în acceptarea ipotezei nule, cînd ea este falsă. Se notează cu β și este dată de:

$$\beta = P\{\text{acceptă } H_0/H_0 \text{ falsă}\} \quad (3.97)$$

Aceste erori sînt niște probabilități ce mai poartă denumirea de erori de genul I (α), respectiv de genul II (β). Se mai observă că:

$$1 - \beta = P\{\text{respinge } H_0/H_0 \text{ falsă}\} \quad (3.98)$$

această valoare constituind puterea testului respectiv.

Testul statistic obligă în final luarea - cu un anumit risc - a uneia din cele două decizii: acceptare sau respingere. Dacă H_0 se acceptă, H_1 se respinge și reciproc.

Regula de decizie se exprimă în general printr-o inegalitate de tipul:

$$\text{valoarea calculată} > \text{valoarea critică}$$

sau:

$$\text{valoarea calculată} \leq \text{valoarea critică}$$

Valoarea critică este în general o valoare tabelată în funcție de repartiția folosită, volumul eșantionului și pragul de semnificație ales (valoarea riscului ales α). De obicei $\alpha = 0,01; 0,05; 0,10$.

3.7.1. Testul χ^2

Este un test neparametric, deci aplicat la toate distribuțiile și reprezintă o importantă aplicație a repartiției χ^2 datorată lui Karl Pearson.

Pentru a aplica acest test, este necesar un număr important de date ($n > 50$). Pe baza eșantionului $t_1, t_2 \dots t_n$ efectuat

asupra unei variabile aleatoare T , cu funcția de repartiție $F(t)$, verificăm ipoteza nulă:

$$H_0: F(t) = \bar{F}(t) \quad (3.99)$$

unde:

$\bar{F}(t)$ este funcția de repartiție specificată.

Acest test constă în:

- divizarea duratei de observație în k intervale astfel încât $k > 3$, iar numărul mediu de defecțiuni în fiecare interval $np_1 > 5$, unde $p_1 = F(t_1) - F(t_{1-1})$ este probabilitatea de defectare în intervalul (t_{1-1}, t_1) ;

- Calculul numărului mediu de defecțiuni pe fiecare interval.

Dacă numărul parametrilor necunoscuți este l atunci ^{se} demonstrează în statistica matematică că expresia:

$$\chi_{\text{calc}}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_1)^2}{np_1} \quad (3.100)$$

urmează la limită o repartiție χ^2 cu $k - l - 1$ grade de libertate. Din tablele corespunzătoare repartiției χ^2 se citește valoarea χ_ϵ^2 (ϵ fiind nivelul sau pragul de încredere).

Ipoteza H_0 se acceptă când $\chi^2 < \chi_\epsilon^2$, spunînd că există o concordanță între repartiția teoretică ^{calc} presupusă și cea empirică dată.

3.7.2. Testul Kolmogorov-Smirnov

Este un test general de adecvare a modelelor statistice și deci aplicabil la oricare din repartițiile menționate. Acest test, numit și test de distanță, evaluează distanța dintre funcția empirică de repartiție $\bar{F}(t)$, generată de datele experimentale, și funcția teoretică $F(t)$ aleasă drept model. În baza teoremei lui Kolmogorov, îmbunătățită de Smirnov, pentru nivelul de încredere $1 - \alpha$ se poate scrie:

$$P\left(\max d_n \leq \frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad (3.101)$$

unde:

$$d_n = |F(t_i) - \bar{F}(t_i)| \quad (3.102)$$

Statistica testului este distanța maximă d_{\max} , dintre funcția de repartiție empirică și cea teoretică (fig.3.22).

În tablele sînt date valorile $\lambda_\alpha / \sqrt{n}$ pentru care:

$$P\left[\max |F(t_i) - \bar{F}(t_i)| \leq \frac{\lambda_\alpha}{n}\right] = 1 - \alpha \quad (3.103)$$

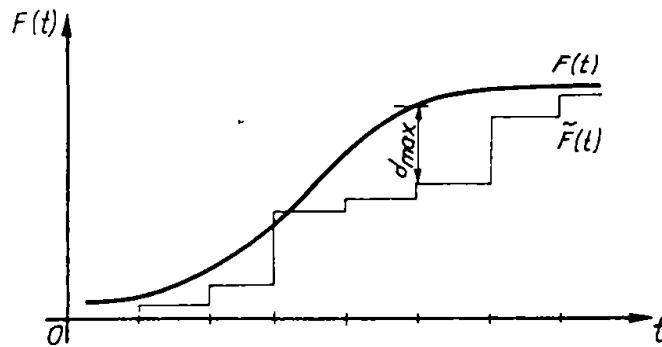


Fig. 3.22

Dacă d_{\max} calculat este mai mic decât $\lambda_{\alpha}/\sqrt{n}$ tabelat se acceptă ipoteza H_0 .

3.7.3. Testul Cramer- Von Mises

Dacă $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ sînt statisticile de ordine obținute din eșantionul t_1, t_2, \dots, t_n atunci se calculează statistica:

$$C = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(t_i) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (3.104)$$

unde ipoteza ce vrem s-o verificăm este:

$$H_0: T \in \{F(t)\} \text{ pentru toți } t \quad (3.105)$$

Ipoteza H_0 se acceptă dacă $C_{\text{calc}} < C_{\xi}$. Valorile C_{ξ} nu depind de n , cele mai des folosite fiind:

$$C_{0,99} = 0,743; C_{0,95} = 0,461; C_{0,90} = 0,347$$

3.7.4. Testul binomial

Este tot un test general, neparametric.

Cunoscînd funcția de distribuție teoretică $F(t)$ a unei variabile aleatoare T , probabilitatea de a observa o valoare inferioară sau egală cu t este $F(t)$. Cînd încercarea este repetată de n ori proporția de rezultate inferioare sau egale cu t , fie $\bar{F}(t)$, este o variabilă aleatoare care urmează o lege binomială cu densitatea de probabilitate:

$$B[n, F(t)] = \frac{n!}{(n-i)!i!} F(t)^i [1-F(t)]^{n-i} \quad (3.106)$$

Dacă cunoaștem limitele fluctuațiilor aleatoare ale lui $\bar{F}(t)$ la un prag de încredere dat și dacă $\bar{F}(t)$ este, în toate punctele, între aceste limite, ipoteza unei distribuții $F(t)$ poate fi acceptată.

Probabilitatea de a observa cel mult i căderi $i=n \cdot F(t)$ este:

$$P(T \leq i) = \sum_{i=1}^i B[n, f(t)] \quad (3.107)$$

Iar probabilitatea de a observa cel puțin i căderi este:

$$P(T \geq i) = 1 - P(T < i) = 1 - \sum_{i=1}^i B[n, F(t)] \quad (3.108)$$

Dacă $F_1(t)$ și $F_2(t)$ sînt limitele intervalului de încredere cu nivelul $1 - \alpha$, considerînd un interval de încredere centrat $1 - \alpha$ vom avea:

$$\frac{\alpha}{2} = I[i+1, n-i, F_2(t)] \quad (3.109)$$

și:

$$1 - \frac{\alpha}{2} = I[i, n-i-1, F_1(t)] \quad (3.110)$$

$I(p, q, t)$ fiind funcția Beta de parametri p, q .

Se caută în tabelele funcției Beta incomplete pentru $p=i+1$ și $q=n-i$, valoarea $F_2(t)$ astfel ca:

$$I[p, q, F_2(t)] = 0,95 \quad (3.111)$$

De asemenea se caută, pentru $p=i$ și $q=n-i-1$, valoarea $F_1(t)$ astfel ca:

$$I[p, q, F_1(t)] = 0,05 \quad (3.112)$$

Dacă valorile $F(t)$ sînt cuprinse între $F_2(t)$ și $F_1(t)$, ipoteza concordanței repartiției teoretice cu cea empirică se acceptă cu un nivel de încredere de 95%.

Testul binomial este cel mai precis, apoi testul Kolmogorov Smirnov și în fine testul χ^2 .

Testele generale de adecvarea modelului statistic au dezavantajul necesității unui număr mare de date. Din aceste motive au apărut teste speciale, asociate unei anume repartiții statistice. Din mulțimea acestor teste vom menționa:

3.7.5. Testul Shapiro-Hahn

Pentru verificarea ipotezei conform căreia t_1, t_2, \dots, t_n este o selecție asupra unei variabile exponențiale de densitate

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Shapiro-Hahn folosește statistica:

$$WE_0 = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{\left(\sum_{i=1}^n t_i\right)^2} \quad (3.113)$$

Se compară valoarea WE_0 calculată cu valorile tabelate (VT). Dacă are loc dubla inegalitate:

$$(VT)_{inf} < (WE_0)_{calc} < (VT)_{sup}$$

atunci se acceptă ipoteza de exponențialitate la pragul de semnificație ales.

3.7.6. Testul Pearson-Geary

Pentru verificarea concordanței repartiției empirice cu repartiție teoretică normală, se cunosc peste 40 teste statistice.

Testul Pearson -Geary constă în calculul coeficienților de asimetrie b_1 și exces b_2 :

$$b_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} \quad \text{iar} \quad b_2 = \frac{m_4}{m_2^2}$$

unde momentele centrate m de ordinul 2, 3, 4 se calculează cu relația 2.21.

Se știe că pentru legea normală corespondenții teoretici ai coeficienților de asimetrie și exces au valorile $\beta_1 = 0$ și $\beta_2 = 3$.

Pentru a aduce o specificare în plus, Geary a introdus statistica:

$$a = \frac{d}{\sqrt{m_2}}, \quad \text{unde abaterea medie} \quad d = \frac{\sum |t_i - \bar{t}|}{n} \quad (3.114)$$

În cazul legii normale, $a = \sqrt{2/\pi} = 0,7979$

Limitele inferioară și superioară ale probabilității de normalitate sînt tabelate sau redată prin nomograme, astfel că dacă valorile calculate pentru b_1 , b_2 și a cad între aceste limite, normalitatea este plauzibilă.

3.7.7. Testul Mann

Există mai multe criterii analitice de adecvare a legii Weibull. Astfel, Nancy Mann ș.a. propun pentru adecvarea modelului Weibull biparametric

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{a} \right)^b \right]$$

următoarea procedură:

- Se consideră datele experimentale t_1, t_2, \dots, t_n și valorile $x_i = \ln t_i, i = 1, 2, \dots, n$

- Se evaluează statistica:

$$l_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{M(Z_{i+1}) - M(Z_i)} \quad (3.115)$$

unde:

$$Z_i = \frac{x_i - \eta}{\xi} \quad \text{cu } \eta = \ln a \quad \text{iar } \xi = \frac{1}{b}$$

- Se construiește statistica testului:

$$S = \frac{\sum_{i=(n/2)+1}^{n-1} l_i}{\sum_{i=1}^{n-1} l_i} \quad (3.116)$$

Modelul Weibull se acceptă cu riscul respectiv, dacă

$$S_{\text{calc}} < S_{\text{tabel}}$$

In concluzie, nu este suficient de a testa validitatea unei ipoteze pentru a o considera ca fiind singura valabilă. Uneori, pentru un număr redus de observații, testele permit acceptarea a două sau chiar trei legi de repartiție ceea ce nu are sens. In aceste cazuri se pot aplica alte metode; se poate calcula dreapta de regresie în cele două, trei cazuri și evalua varianța abaterilor între această dreaptă și punctele observate. Se va alege dreapta care dă varianța cea mai mică. Ne putem baza pe fizica fenomenului studiat și pe legi de repartiție cunoscute pentru dispozitive asemănătoare.

Dacă legea de repartiție este cunoscută și parametrii acesteia sînt cunoscuți, atunci repartiția este complet specificată. Când legea de repartiție este cunoscută, iar cel puțin unul din parametri este necunoscut, repartiția se numește incomplet specificată.

3.8. Estimarea parametrilor legilor de repartiție

3.8.1. Noțiuni de teoria estimatiei

Prin estimare se înțelege evaluarea valorilor necunoscute ale parametrilor unei populații.

O valoare teoretică θ (ce aparține variabilei teoretice) se estimează cu ajutorul variabilei de selecție $\bar{\theta}$, printr-un mod de estimare cât mai potrivit ce folosește valorile de selecție x_1, x_2, \dots, x_n . Deoarece valorile x_1, x_2, \dots, x_n sînt variabile aleatoare și $\bar{\theta}$ este o variabilă aleatoare (putîndu-se vorbi de media și dispersia estimatorului $\bar{\theta}$) pe cînd θ reprezintă o constantă corespunzătoare variabilei

teoretice X.

Există diferite tipuri de estimatori și estimații.

Un estimator $\bar{\theta}$, se numește estimator consistent al valorii teoretice θ , dacă pentru selecții cu volume din ce în ce mai mari ($n \rightarrow \infty$), valorile $\bar{\theta}$ corespunzătoare tind în probabilitate către valoarea teoretică θ , ceea ce se exprimă matematic prin relația:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{\theta} - \theta| < \varepsilon) = 1 \quad (3.117)$$

adevărată oricare ar fi numărul real $\varepsilon > 0$.

Un estimator $\bar{\theta}$, se numește estimator deplasat (corect) al valorii teoretice θ , dacă pentru selecții cu volume din ce în ce mai mari ($n \rightarrow \infty$), media sa tinde către valoarea lui teoretică, iar dispersia sa tinde către zero, adică:

$$M(\bar{\theta}) \rightarrow \theta \quad \text{și} \quad D^2(\bar{\theta}) \rightarrow 0 \quad (3.118)$$

Diferența $M(\bar{\theta}) - \theta$ se numește distorsiunea estimatorului $\bar{\theta}$ sau deplasarea lui.

Un estimator $\bar{\theta}$, se numește estimator nedeplasat (absolut corect) al valorii teoretice θ dacă media sa este egală cu valoarea teoretică iar pentru selecții cu volume din ce în ce mai mari ($n \rightarrow \infty$) dispersia sa tinde către zero. Orice estimator nedeplasat al unei valori teoretice este și estimator consistent al acelei valori.

Un estimator, $\bar{\theta}$, se numește estimator eficient al valorii teoretice θ , dacă deplasarea sa este nulă, iar dispersia sa este minimă.

De asemenea estimația este suficientă sau exhaustivă dacă se utilizează complet întreaga informație a eșantionului.

Pentru orice repartiție teoretică, într-o selecție repetată:

- media mediei de selecție este egală cu media teoretică;
- dispersia mediei de selecție este mai mică de n ori decât dispersia teoretică.

Estimarea parametrilor populației se poate face în două moduri: estimarea punctuală și estimare prin intervale de încredere.

Dacă pentru parametrul estimat se calculează o singură valoare, estimarea se numește punctuală, în sensul că reprezintă un punct pe dreapta reală. În paragraful (2.3) s-a prezentat estimarea punctuală a unor indicatori.

Dacă pentru fiecare valoare tipică (parametru) se calculează un interval, în care să se găsească valoarea teoretică estimată cu o probabilitate dată, estimarea se numește prin intervale de încredere. Dacă:

$$P\{\theta_1(x_1, x_2, \dots, x_n) < \theta < \theta_2(x_1, x_2, \dots, x_n)\} = 1 - \alpha \quad (3.119)$$

atunci (θ_1, θ_2) se numește interval de încredere pentru parametrul θ cu coeficientul sau nivelul de încredere $1 - \alpha = \beta$. Valoarea α se numește nivel de semnificație și reprezintă probabilitatea ca parametrul estimat să se afle în afara limitelor intervalului de încredere. Relația (3.119) se citește: cu probabilitatea $1 - \alpha$, intervalul (θ_1, θ_2) acoperă adevărata valoare a parametrului θ . Intervalul de încredere fiind dependent de x_1, x_2, \dots, x_n , el este o variabilă aleatoare și nu parametrul θ .

După modul cum este plasat riscul în raport cu intervalul de încredere acesta poate fi: interval de încredere cu risc bilateral (simetric sau asimetric), sau interval de încredere cu risc unilateral (stînga sau dreapta). Intervalul de încredere cu risc bilateral simetric (fig.3.23) are riscul α plasat cu valori egale ($\alpha/2$) de o parte și de alta a valorilor extreme ale intervalului.

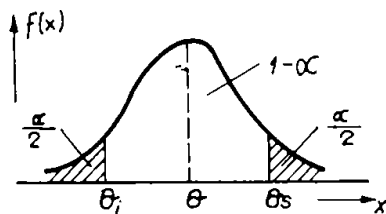


Fig.3.23

$$P(\theta < \theta_1) = P(\theta > \theta_2) = \frac{\alpha}{2} \quad (3.120)$$

Intervalul de încredere unilateral are riscul plasat la stînga sau la dreapta intervalului și în consecință intervalul este cu o singură limită inferioară sau superioară, definit corespunzător de una din relațiile:

$$P(\theta < \theta_1) = \alpha \quad \text{sau} \quad P(\theta > \theta_2) = \alpha \quad (3.121)$$

În fiabilitate, ne interesează mai mult limita inferioară a intervalului de încredere pentru timpul mediu de bună funcționare sau timpul mediu de uzură. În clauzele de fiabilitate se cere adesea ca timpul mediu între defectări să fie superior unei anumite valori cu o probabilitate $1 - \alpha$. În timp ce, în cazul bilateral simetric, aveam o arie $\alpha/2$ la extremitatea stîngă a curbei, acum vom avea o arie α la stînga valorii cerute și o arie $1 - \alpha$ la dreapta acestei valori.

3.8.2. Estimarea parametrilor legii exponențiale

Metodele de măsurare și de evaluare statistică sînt diferite pentru căderile accidentale și cele datorate uzurii.

Legea exponențială, aplicabilă căderilor accidentale, este complet definită de un singur parametru m timpul mediu de bună funcționare sau timpul mediu între defectări.

După cum s-a arătat, o estimare satisfăcătoare a parametru-
lui m se poate face grafic.

Estimarea timpului mediu de bună funcționare m prin medie
de selecție:

$$\bar{m} = n^{-1} \sum_{1}^{n} t_i$$

coincide cu estimatorul de verosimilitate maximă. Acest estimator es-
te nedeplasat, adică:

$$M(\bar{m}) = m \quad \text{și} \quad D^2(\bar{m}) = \frac{m^2}{n} \rightarrow 0 \quad \text{pentru } n \rightarrow \infty$$

Se demonstrează că raportul:

$$\frac{2n\bar{m}}{m} = \frac{2 \sum t_i}{\theta}$$

urmează o lege χ^2 cu $2n$ grade de libertate. Pe această bază se cal-
culează limitele intervalului de încredere, pentru m , la un nivel de
încredere $(1 - \alpha)$. În cazul intervalului bilateral simetric:

$$\frac{2n\bar{m}}{\chi_{\frac{\alpha}{2}; 2n}^2} < m < \frac{2n\bar{m}}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}; 2n}^2} \quad (3.122)$$

Un indicator important este estimatorul nedeplasat și de
dispersie minimă pentru funcția de fiabilitate $R(t)$ pentru un $t = t_0$
dat:

$$\bar{R}(t_0) = \begin{cases} (1 - \frac{t_0}{n\bar{m}})^{n-1} & \text{dacă } n\bar{m} > t_0 \\ 0 & \text{dacă } n\bar{m} \leq t_0 \end{cases} \quad (3.123)$$

Cunoscînd timpul mediu de bună funcționare m se pot cal-
cula ceilalți parametri ai fiabilității: $R(t)$, $F(t)$, $f(t)$, λ , etc.
cu relațiile din (3.5.1).

O problemă care se pune la determinarea lui m este a tim-
pului care se poate consacra pentru încercări. În general nu se poa-
te aștepta ca toate cele N componente să se defecteze din cauze pur
accidentale. Trebuie, deci, limitată durata încercării, astfel încît
să nu avem defectări datorate uzurii, care alterează valoarea inten-
sității de defectare accidentală.

Există mai multe posibilități de încercare.

3.8.2.1. Încercări cenzurate (k)

O încercare este cenzurată la nivelul k , dacă se înche-
ie la momentul t_k de apariție a celei de a k defecțiuni (k fiind

număr dinainte stabilit).

Deosebit încercări cenzurate fără înlocuire F, sau cu înlocuire C.

a). Încercări cenzurate fără înlocuire (n F k)

Se supun încercării n dispozitive și se continuă testul pînă se obțin k defectări. Dispozitivele defecte nu se înlocuiesc.

Epstein a demonstrat că dacă se pun în funcțiune n dispozitive și k dispozitive se defectează la momentele t_1, t_2, \dots, t_k cu originea timpilor începutul încercării și dacă se întrerupe încercarea la momentul t_k cînd n - k dispozitive funcționează încă, atunci metoda verosimilității maxime dă ca estimator:

$$\bar{m} = \frac{t_1 + t_2 + \dots + (n-k)t_k}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k t_i + (n-k)t_k}{k} \quad (3.124)$$

Numărătorul reprezintă timpul total T_k de funcționare.

Numărul dispozitivelor de încercat depinde de timpul t_k ce poate fi consacrat încercării, de rata căderilor λ la care ne așteptăm și precizia dorită. Se poate calcula cu relația:

$$n = \frac{k}{1 - \exp(-\lambda t_k)} \quad (3.125)$$

Dacă nu se notează exact momentele în care survin defecțiunile accidentale și se întrerupe încercarea la capătul timpului t_k corespunzător a k defecțiuni, se poate obține o estimatie a timpului mediu de bună funcționare utilizînd expresia probabilității de defectare:

$$\frac{k}{n} = D(t_k) = 1 - \exp\left(-\frac{t_k}{\bar{m}}\right)$$

Cunoscînd durata încercării t_k și numărul k de defecțiuni:

$$\bar{m} = \frac{t_k}{\ln(n) - \ln(n-k)} \quad (3.126)$$

b). Încercări cenzurate cu înlocuire (n C k)

La această metodă dispozitivele defectate se repară sau se înlocuiesc cu altele noi, deci numărul dispozitivelor în funcțiune rămîne egal cu n în tot cursul încercării. Așadar, la acest plan de încercări se folosesc n + k - 1 dispozitive, din care n-1 sînt încă în funcțiune, în momentul cînd au căzut k dintre ele.

Durata totală de funcționare T_k a celor n+k-1 dispozitive este: $T_k = n \cdot t_k$.

Metoda verosimilității maxime conduce la estimatorul:

$$\bar{m} = \frac{n t_k}{k} \quad (3.127)$$

După estimarea timpului mediu de bună funcționare (relațiile (3.124); (3.126); (3.127) se pot calcula limitele intervalului de încredere cu relația (3.122).

3.8.2.2. Incercări trunchiate (T)

Sînt utilizate pentru acele componente de durată de funcționare mare. La aceste planuri de încercări, numărul n al dispozitivelor încercate și timpul de testare t_t sînt dinainte fixate; numărul k de defectări care se produc în intervalul de timp $0 - t_t$ este o variabilă aleatoare.

Distingem, ca și pentru încercările cenzurate, procedura cu înlocuire C , sau fără înlocuirea dispozitivelor defectate F .

a). Incercări trunchiate cu înlocuire ($n C T$)

La acest plan de încercări sînt utilizate $(n+k)$ dispozitive, la sfîrșitul încercării vor exista n dispozitive în stare de funcționare.

Durata de funcționare cumulată este:

$$T_k = n \cdot t_t \quad (3.128)$$

b). Incercări trunchiate fără înlocuire ($n F T$)

Dacă nu se înlocuiesc dispozitivele defecte, vor fi utilizate n dispozitive din care $n - k$ funcționează la capătul timpului t_t .

Durata de funcționare cumulată este:

$$T_k = t_1 + t_2 + \dots + t_k + (n-k)t_t \quad (3.129)$$

Împărțind durata cumulată de funcționare dată de relația (3.128) și (3.129) la numărul k de căderi se obține timpul mediu de bună funcționare \bar{m} .

Dacă $t_t = t_k$, adică durata încercării t_t coincide cu momentul t_k de apariție a celei de a k căderi, intervalul de încredere pentru m se calculează cu relația (3.122).

Dacă $t_t > t_k$ și dacă s-au înregistrat k căderi, atunci intervalul de încredere se calculează cu relația:

$$\frac{2T_k}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}; 2k+2}} < m < \frac{2T_k}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}; 2k+2}} \quad (3.130)$$

Presupunînd că în cursul încercărilor nu s-a realizat nici o cădere accidentală, nu se poate face o estimare punctuală a para-

metrului m , dar se poate determina un interval de încredere pentru orice nivel.

3.8.3. Estimarea parametrilor legii normale

3.8.3.1. Estimarea punctuală

În fiabilitate trebuie cunoscute cu maximum de precizie adevărata valoare a timpului mediu între căderile datorate uzurii (timpul mediu de uzură \bar{M}) și a abaterii tip σ , căci ele permit stabilirea unui program judicios de revizii și reparații când se recondiționează sau se înlocuiesc piesele uzate.

În încercările de anduranță sînt suficiente eșantioane mai mici decît în studiul căderilor accidentale, dar este necesar să consacram un timp mai îndelungat.

Pentru a evalua timpul mediu de uzură \bar{M} și abaterea tip σ , o primă posibilitate este oferită de metoda grafică (paragraful 3.6.2.2).

Cunoscînd duratele de funcționare ale componentelor care s-au defectat datorită uzurii, se pot estima timpul mediu de uzură \bar{M} și dispersia S^2 (respectiv abaterea tip S), cu relațiile:

$$\bar{\mu} = \bar{M} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} \quad \bar{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \quad (3.131)$$

care dau estimatori nedeplasați pentru $\bar{\mu}$ și $\bar{\sigma}^2$.

Estimarea abaterii standard a populației normale se poate face direct prin extragerea rădăcinii pătrate din $\bar{\sigma}^2$. Proprietățile noilor estimatori vor fi diferite de ale celor din care au fost obținuți.

Se poate calcula un estimator nedeplasat pentru $\bar{\sigma}$ pornind direct de la S cu ajutorul unui coeficient de conversie.

R.M.Brugger consideră că, pentru n suficient de mare, se poate obține un estimator nedeplasat al abaterii standard cu relația:

$$\bar{\sigma} = c \cdot S \quad \text{unde } c = \sqrt{(n-1) / (n - \frac{3}{2})} \quad (3.132)$$

Dixon și Massey arată că pentru n relativ mare, constanta

$$\epsilon_n = 1 + \frac{1}{4(n-1)} \quad (3.133)$$

poate fi folosită drept factor de nedeplasare pentru S , adică:

$$\bar{\sigma} = \epsilon_n \cdot S \quad (3.134)$$

este estimatorul căutat.

3.8.3.2. Estimarea prin intervale de încredere

În cazul în care abaterea medie pătratică σ este cunoscută, intervalul de încredere al mediei teoretice M este dat de relația:

$$\bar{M} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} < M < \bar{M} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \quad (3.135)$$

unde $z_{\alpha/2}$ este - cvantila repartiției normale standard.

Relația (3.135) se poate aplica și în cazul că abaterea tip σ a fost estimată prin S , atunci când $n > 25$.

În cazul că nu se cunoaște σ iar numărul căderilor $n < 25$, se folosește intervalul de încredere dat de relația:

$$\bar{M} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2;n-1} < M < \bar{M} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2;n-1} \quad (3.136)$$

unde $t_{\alpha/2;n-1}$ reprezintă -cvantila repartiției Student cu $n-1$ grade de libertate.

Intervalul de încredere pentru dispersie, în ipoteza mediei necunoscute și estimată prin \bar{M} , este dat de relația:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{M})^2}{\frac{\chi^2_{\frac{1+\alpha}{2};n-1}}{2}} < \sigma^2 < \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{M})^2}{\frac{\chi^2_{\frac{1-\alpha}{2};n-1}}{2}} \quad (3.137)$$

unde $\chi^2_{a;b}$ reprezintă a-cvantila repartiției χ^2 cu b grade de libertate.

3.8.4. Estimarea parametrilor legii Weibull

În paragraful (3.6.2.3) au fost prezentate două metode grafice de estimare a parametrilor legii Weibull.

Parametrii legii Weibull pot fi estimați cu mai multă precizie prin metode analitice.

3.8.4.1. Estimarea parametrilor prin MCMMP

Estimarea parametrilor legii Weibull prin metoda celor mai mici pătrate consideră funcția de repartiție sub formă biparametrică

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t^b} \quad \text{sau} \quad e^{\lambda t^b} = \frac{1}{1 - F(t)}$$

Printr-o dublă operație de logaritmare rezultă:

$$\ln \lambda + b \ln t = \ln \ln \frac{1}{1 - F(t)} \quad (3.138)$$

Notînd:

$$a_1 = \ln \lambda \quad \text{și} \quad y = \ln \ln \frac{1}{1 - F(t)} \quad (3.139)$$

obținem:

$$y = a_1 + b \ln t \quad (3.140)$$

Aplicînd principiul de bază al metodei celor mai mici pătrate, ca suma S să fie minimă;

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - a_1 - b \ln t_i)^2 = \min \quad (3.141)$$

și calculînd derivatele parțiale prin anulare, se obține un sistem de două ecuații care conduce în final la soluțiile:

$$\hat{a}_1 = \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n \ln^2 t_i) - (\sum_{i=1}^n y_i \ln t_i)(\sum_{i=1}^n \ln t_i)}{n(\sum_{i=1}^n \ln^2 t_i) - (\sum_{i=1}^n \ln t_i)^2} \quad (3.142)$$

respectiv:

$$\hat{b} = \frac{n(\sum_{i=1}^n y_i \ln t_i) - (\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n \ln t_i)}{n(\sum_{i=1}^n \ln^2 t_i) - (\sum_{i=1}^n \ln t_i)^2} \quad (3.143)$$

Pentru estimarea funcției de repartiție în punctele t_i , se va folosi estimatorul:

$$\hat{F}(t_i) = \frac{i - 1/2}{n} \quad \text{sau} \quad \hat{F}(t_i) = \frac{i}{n + 1}$$

Revenind la (3.139) cu estimatorul (3.142) se obține parametrul $\hat{\lambda} = e^{\hat{a}_1}$. Cunoscînd parametrii $\hat{\lambda}$ și \hat{b} se pot estima indicatorii fiabilității ca $R(t)$, TMBF etc.

$$\text{De exemplu: } \hat{R}(t) = \exp(-\hat{\lambda} \cdot t^{\hat{b}})$$

Se poate trece și la forma de exprimare prin parametrul de scară reală a dacă facem:

$$\hat{a} = 1/\sqrt{\hat{\lambda}^{\hat{b}}}$$

3.8.4.2. Estimarea parametrilor prin MM

I. Un procedeu de estimare prin metoda momentelor este oferit de M.V.Menon și presupune calculul mediei logaritmilor valorilor observate și al abaterii tip a acestor valori:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln t_i \quad (3.144)$$

și:

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\ln t_i - \bar{y})^2}{n - 1}} \quad (3.145)$$

Estimatorul parametrului de formă rezultă din:

$$\bar{b} = \frac{\pi/\sqrt{6}}{S_{\bar{y}}} \quad (3.146)$$

Parametrul de scală este dat de relația:

$$\bar{a} = \exp\left(\bar{y} + \frac{E}{\bar{b}}\right) \quad (3.147)$$

unde $\pi/\sqrt{6} = 1,28255$ iar E este constanta Euler, $E = 0,577226$.

Valoarea parametrului de formă b , ca estimator nedeplasat, se poate obține prin aplicarea unui coeficient de corecție $G(n)$ ale cărui valori sînt tabelate. Estimatorul nedeplasat va fi:

$$\hat{b} = G(n) \cdot \bar{b} \quad (3.148)$$

II. O altă metodă a momentelor propusă de K. Pearson este descrisă de E.J. Gumbel care folosește proprietatea coeficientului de variație de a depinde numai de parametrul de formă. El lucrează cu funcția:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right]$$

Considerînd momentul inițial de ordinul r se face observația că:

$$M_r = M(T^r) = a^r \cdot \Gamma\left(\frac{r}{b} + 1\right) \quad (3.149)$$

Pentru $r = 1$ obținem media repartiției Weibull

$$M_1 = M(T) = a \cdot \Gamma\left(\frac{1}{b} + 1\right) \quad (3.150)$$

în care se poate nota: $k_b = \Gamma\left(\frac{1}{b} + 1\right)$ (3.151)

ale cărui valori sînt tabelate.

Tinînd seama de comportamentul expresiei $\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)$ de a descrește mai întîi și apoi de a crește pe intervalul $0 < \frac{1}{b} < 1$ avînd un minim aproximativ de 0,885 pentru $1/b = 0,45$, rezultă că pentru modelul Weibull valoarea medie este cuprinsă în domeniul

$$0,885 < M(T) < a \quad (3.152)$$

Pentru $r = 2$ rezultă momentul de ordinul doi:

$$M_2 = M(T^2) = a^2 \Gamma\left(\frac{2}{b} + 1\right) \quad (3.152)$$

Conform relației (1.31) dispersia va fi:

$$D_2 = D^2(T) = M_2 - M_1^2 = a^2 \Gamma\left(\frac{2}{b} + 1\right) - a^2 \Gamma^2\left(\frac{1}{b} + 1\right) \quad (3.154)$$

de unde rezultă abaterea standard:

$$D(T) = a \sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{b} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{b} + 1\right)} = a \cdot g_b \quad (3.155)$$

în care:

$$g_b = \sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{b} + 1\right) - k_b^2} \quad (3.156)$$

Efectuînd raportul între (3.155) și (3.150) obținem coeficientul de variație:

$$CV = \frac{D(T)}{M(T)} = \frac{a \sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{b} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{b} + 1\right)}}{a \Gamma\left(\frac{1}{b} + 1\right)} = \frac{g_b}{k_b} \quad (3.157)$$

În tabele sînt date valorile coeficienților k_b , g_b și raportul CV pentru diferite valori ale parametrului b .

Modul de lucru este următorul:

- cu datele eșantionului t_1, t_2, \dots, t_n se calculează media \bar{t} , abaterea standard S și coeficientul de variație CV.

$$\bar{t} = n^{-1} \sum_{i=1}^n t_i, \quad S = \left[(n-1)^{-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \right]^{1/2}, \quad CV = \frac{S}{\bar{t}};$$

- cunoscînd valoarea coeficientului de variație, din tabele se citesc valorile parametrului b și ale coeficienților k_b și g_b ;

- parametrul de scară a se determină din relațiile:

$$\hat{a} = S/g_b \quad \text{sau} \quad \hat{a} = \bar{t}/k_b$$

- parametrul de localizare c se poate estima din:

$$\hat{c} = \bar{t} - \hat{a} \cdot k_b$$

și se compară cu valoarea minimă observată (t_{\min});

- se determină, cu ajutorul valorilor din tabele, care dau $f(t)$ și $F(t)$, valorile teoretice ale funcțiilor diferențială $f(t)$ și integrală $F(t)$.

III. Estimarea punctuală a parametrilor modelului se poate efectua și pe baza coeficientului de asimetrie, percurgînd următoarea succesiune de operații:

- se calculează pe baza datelor de observație, valorile \bar{t} și S ;

- se calculează un estimator al coeficientului de asime-

trie:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^3}{(n-2)(n-1) \cdot s^3} \quad (3.158)$$

- cunoscînd $\hat{\beta}_1$, din tabele se obțin valorile pentru b , k_b și g_b ;

- estimarea marametrilor a și c se poate face ca la paragrafele precedente, înlocuind mărimea b cu estimatorul Menon \bar{b} .

3.8.4.3. Estimarea parametrilor prin MVM

Metoda verosimilității maxime este tot mai mult utilizată la estimarea parametrilor modelului.

Pornind de la modelul Weibull triparametric cu c cunoscut sau cu $c = 0$

$$f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t-c}{a}\right)^{b-1} \cdot \exp\left(-\frac{t-c}{a}\right)^b$$

după logaritmare, calculînd derivatele parțiale în raport cu b și a , prin anulare rezultă un sistem din care se obține în final (pentru $c = 0$):

$$\frac{n}{b} + \sum_{i=1}^n \ln t_i = \frac{n \sum_{i=1}^n t_i^b \cdot \ln t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^b} \quad (3.159)$$

$$a = b \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n t_i^b}{n}} \quad (3.160)$$

Rezolvarea sistemului (3.159), (3.160) poate fi efectuată pornind de la o soluție inițială (metoda grafică sau metoda momentelor) prin care se stabilește valoarea parametrului de formă b și se revine la cele două ecuații, obținînd un spor de precizie.

Ecuația (3.159) se mai poate rezolva prin metoda aproximațiilor succesive Newton-Raphson, sau dînd diferite valori cuprinse între 1 și 3,5, parametrului b , pînă ce se egalează cei doi termeni ai relației.

Parametrul b se poate determina mai ușor pe cale grafică. În ecuația (3.159) se notează:

$$y_1 = \frac{n}{b} + \sum_{i=1}^n \ln t_i$$

și

$$y_2 = \frac{n \sum_{i=1}^n t_i^b \cdot \ln t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^b}$$

Se dau cca 7 valori lui b (în intervalul 1 - 3,5) și se construiește graficul din fig.3.24 cu valorile y_1 și y_2 obținute.

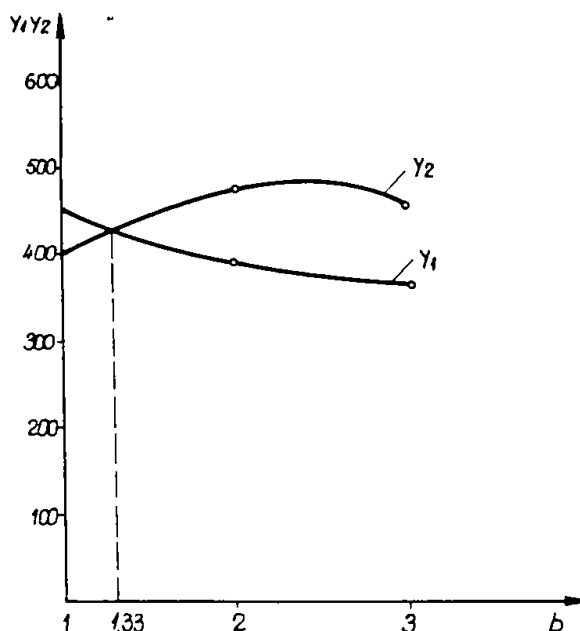


Fig. 3.24

Abscisa punctului de intersecție a curbelor y_1 și y_2 reprezintă valoarea parametrului b . Parametrul a se determină din relația (3.160).

Pentru a obține un estimator nedeplasat pentru b , în cazul $n \leq 120$, St SEV 877-78, Sofia, 1978 recomandă folosirea valorilor coeficientului $C(n)$ tabelat pentru $n = 5, 120$. Deci, după ce s-a obținut prin procedeele indicate \tilde{b} , se poate calcula \bar{b} nedeplasat:

$$\bar{b} = C(n) \cdot \tilde{b} \quad (3.161)$$

În literatura de specialitate sînt date și alte metode de estimare a parametrilor legii Weibull.

3.8.4.4. Intervale de încredere pentru parametrii modelului Weibull

Parametrii modelului Weibull fiind estimați în baza unor eșantioane, datorită erorilor de reprezentativitate, se vor abate de la valorile adevărate dar necunoscute ale parametrilor populației. Est deci, necesară calcularea unor intervale de încredere care să garanteze probabilistic acoperirea valorii parametrului populației.

- Interval de încredere pentru parametrul a

Limitele parametrului de scară a se vor stabili prin:

$$a_{\text{inf}} = \left(\frac{2 \sum_{i=1}^n t_i^b}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}; 2n}} \right)^{1/b} \quad (3.162)$$

respectiv:

$$a_{\text{sup}} = \left(\frac{2 \sum_{i=1}^n t_i^b}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}; 2n}} \right)^{1/b} \quad (3.163)$$

Dacă valorile parametrilor a și b au fost obținute prin metoda verosimilității, limitele parametrului a se stabilesc cu relațiile:

$$a_{\text{inf}} = \tilde{a} \exp\left(-\frac{z_{1-\alpha/2}}{\tilde{b}}\right) \quad (3.164)$$

respectiv:

$$a_{\text{sup}} = \tilde{a} \exp\left(-\frac{z_{\alpha/2}}{\tilde{b}}\right) \quad (3.165)$$

Cvantelele z_{α} ale variabilei aleatoare $\tilde{b} \ln(\tilde{a}/a)$ pentru $5 \leq n \leq 120$ sînt prezentate în tabele. Dacă volumul eșantionului $n > 120$ unități, valoarea z_{α} se aproximează cu relația:

$$z_{\alpha} = u_{\alpha} \sqrt{\frac{1,108}{n}} \quad (3.166)$$

în care u_{α} poate fi extras din tabelele cvantilelor repartiției normale.

- Interval de încredere pentru parametrul b

Dacă valorile parametrului de formă b au fost estimate prin metoda verosimilității maxime, limitele lui se vor stabili prin:

$$b_{\text{inf}} = \frac{\tilde{b}}{l_{1-\alpha/2}} \quad (3.167)$$

respectiv:

$$b_{\text{sup}} = \frac{\tilde{b}}{l_{\alpha/2}} \quad (3.168)$$

în care cvantelele l_{α} ale variabilei aleatoare \tilde{b}/b , pentru $5 \leq n \leq 120$ sînt tabelate. În cazul în care $n > 120$, valoarea l_{α} se poate aproxima cu relația:

$$l_{\alpha} = 1 + u_{\alpha} \sqrt{\frac{0,608}{n}} \quad (3.169)$$

- Interval de încredere pentru parametrii λ , a și t

Considerînd modelul Weibull biparametric, valorile $y = t^b$ au o repartiție exponențială de parametri

$$\lambda = a^{-b} \quad (3.170)$$

Dacă parametrul de formă b al modelului Weibull este cunoscut, iar din experiment obținem valorile t_1, t_2, \dots, t_n ale variabilei T ,

$$y_1 = t_1^b, \quad y_2 = t_2^b, \dots, y_n = t_n^b \quad (3.171)$$

rezultă:

$$\frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y} \quad (3.172)$$

unde λ_0 reprezintă nivelul mediu al parametrului λ . Limitele de încredere față de nivelul λ_0 se pot stabili utilizînd coeficienții r_1 și r_2 ale căror valori sînt tabelate pentru diferite nivele de încredere, astfel:

$$\lambda_{inf} = \frac{\lambda_0}{r_{1;1-\alpha;n}} = \frac{1}{\bar{y} \cdot r_{1;1-\alpha;n}} \quad (3.173)$$

respectiv:

$$\lambda_{sup} = \frac{\lambda_0}{r_{2;1-\alpha;n}} = \frac{1}{\bar{y} \cdot r_{2;1-\alpha;n}} \quad (3.174)$$

Din relațiile (3.170) și (3.172) rezultă parametrul a :

$$\bar{a} = \frac{1}{b \sqrt{\lambda_0}} = \sqrt{\frac{b}{\bar{y}}} \quad (3.175)$$

limita inferioară rezultă din:

$$a_{inf} = \frac{1}{b \sqrt{\lambda_{sup}}} = \sqrt{\frac{b}{\bar{y} \cdot r_{2;1-\alpha;n}}} \quad (3.176)$$

iar limita superioară prin:

$$a_{sup} = \frac{1}{b \sqrt{\lambda_{inf}}} = \sqrt{\frac{b}{\bar{y} \cdot r_{1;1-\alpha;n}}} \quad (3.177)$$

In paragraful (3.8.4.2) s-a prezentat relația care stabilește nivelul mediu al variabilei t

$$\bar{t} = \hat{a} \cdot k_b \quad (3.178)$$

Avînd în vedere și relațiile (3.176), (3.177), se pot obține limitele de încredere pentru indicatorul timp mediu de bună

funcționare:

$$t_{inf} = k_b \sqrt{\frac{b}{\bar{y} \cdot r_{2;1-\alpha;n}}} \quad (3.179)$$

$$t_{sup} = k_b \sqrt{\frac{b}{\bar{y} \cdot r_{1;1-\alpha;n}}} \quad (3.180)$$

Spre deosebire de limitele de încredere, care se calculează pentru parametrii unei repartiții, statistica matematică furnizează metode pentru stabilirea limitelor de toleranță naturală, care se stabilesc pentru valorile individuale ale variabilei.

Stabilirea limitelor naturale de toleranță are o deosebită importanță practică în cazul fiabilității, unde caracteristicile urmărite se prezintă sub forma unor timpi de funcționare, număr de cicluri, kilometri parcurși etc. pentru care motiv, de obicei, interesează stabilirea unor limite de toleranță inferioară, deși pot fi calculate și toleranțele superioare.

CAPITOLUL 4CERCETARI EXPERIMENTALE PRIVIND DISPOZITIVUL DE
LEGAT CU SFOARA4.1. Organizarea experimentelor și culegerea informațiilor

În perioada 1983-1987 au fost urmărite în exploatare 32 de prese pentru balotat paie și fîn noi, echipate cu dispozitive de legat cu sfoară, la S.M.A.Buziaș, S.M.A.Cenei, S.M.A.Ciacova, S.M.A. Jebel, S.M.A.Timișoara etc. În acest scop au fost întocmite și distribuite la secții fișe de observații, corectitudinea completării lor verificându-se periodic.

La apariția unei căderi la dispozitivul de legat cu sfoară în fișa de observații erau notate: timpul de funcționare până la defectare, reperul sau subsamblul defectat, cauzele defectării, durata remedierii etc.

S-a avut în vedere ca presele supuse cercetării să efectueze un volum de lucrări aproximativ egal, cca 300 ore, ceea ce a impus urmărirea fiecărei mașini timp de doi ani.

La încheierea experimentului, au fost reținute pentru prelucrare informațiile referitoare la 19 dispozitive de legat cu sfoară, renunțându-se la celelalte deoarece:

- volumul de lucrări efectuat a fost prea mic;
- informațiile notate în fișe nu erau concludente;
- numărul de căderi înregistrat la cele 19 dispozitive reținute a fost mare, 120, ceea ce permite o bună prelucrare cu metode statisticii matematice și calculului probabilităților. De fapt, cele 19 dispozitive de legat, la care s-au înregistrat 120 căderi reparabile, echivalează cu 120 dispozitive urmărite până la prima cădere.

În tabelul 4.1 sînt redate:

- coloana 1 - seria mașinii;
- coloana 2 - timpii de funcționare până la apariția căderilor, urmărirea încetînd la ultima defectare;
- coloana 3 - timpii de bună funcționare între căderi notați în ordine crescătoare;
- coloana 4 - numărul de căderi.

Tabelul 4.1

Nr. crt.	Seria mașinii	Timpul de funcționare pînă la apariția căderilor, ore	Timpul de bună funcționare între căderi, ore	Nr. de căderi
0	1	2	3	4
1.	24.806	18; 46; 78; 115; 169; 240; 301	18; 28; 32; 37; 54; 61; 71	7
2.	29.177	4; 38; 128; 190; 231; 284	4; 34; 41; 53; 62; 90	6
3.	28.948	98; 142; 178; 210; 276; 297	21; 32; 36; 44; 66; 98	6
4.	25.486	50; 112; 153; 236; 263; 283; 289; 312	6; 20; 23; 27; 41; 50; 62; 83	8
5.	30.870	10; 39; 110; 174; 225; 269; 294	10; 25; 29; 44; 51; 64; 71	7
6.	30.887	15; 60; 103; 179; 218; 240; 295; 303	8; 15; 22; 39; 43; 45; 55; 76	8
7.	25.331	9; 34; 75; 160; 229; 282; 296	9; 14; 25; 41; 53; 69; 85	7
8.	25.563	36; 53; 114; 144; 200; 261; 306	17; 30; 36; 45; 56; 61; 61	7
9.	25.398	72; 175; 237; 307	62; 70; 72; 103	4
10.	24.438	12; 36; 95; 129; 140; 165; 250; 305; 203	11; 12; 24; 25; 34; 38; 47; 55; 59	9
11.	25.302	15; 155; 229; 296	15; 67; 74; 140	4
12.	24.594	94; 195; 307	94; 101; 112	3
13.	25.404	16; 64; 91; 104; 151; 186; 231; 295	13; 16; 27; 35; 45; 47; 48; 64	8
14.	25.341	82; 160; 249; 306	57; 78; 82; 89	4
15.	25.103	17; 75; 110; 151; 210; 251; 300	17; 35; 41; 41; 49; 58; 59	7
16.	24.900	65; 142; 229; 291	62; 65; 77; 87	4
17.	25.461	21; 82; 130; 157; 205; 240; 282	21; 27; 35; 42; 48; 48; 61	7
18.	25.015	28; 70; 99; 117; 145; 203; 252; 284	18; 28; 28; 29; 32; 42; 49; 58	8
19.	29.175	62; 104; 143; 199; 228; 280	29; 39; 42; 52; 56; 62	6
TOTAL:				120

Nu au fost luate în considerare căderile datorate sforii de legat, reglajelor necorespunzătoare, utilizării în procesul de reparare a unor piese uzate peste limita admisă.

4.2. Estimarea legii teoretice de repartiție

Cu datele furnizate de eşantionul al cărui volum este $n = 120$, trebuie să găsim repartiția teoretică care ajustează cel mai bine repartiția de selecție. Stabilirea legii teoretice de repartiție, prin intermediul repartiției empirice obținută în experiment, se numește estimarea legii teoretice de repartiție.

Deoarece volumul eşantionului este mare, se face o grupare a acestor valori pe intervale, după alcătuirea șirului statisticilor de ordine.

Se alege numărul de intervale $k = 7$.

Se calculează mărimea intervalului $h = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{k}$

unde $t_{\max} = 140$ iar $t_{\min} = 4$ reprezintă timpul maxim respectiv timpul minim între căderi. Rezultă:

$$h = \frac{140 - 4}{7} = 19,42. \text{ Se alege } h = 20$$

Grupând celelalte 120 căderi pe intervale și calculând frecvențele relative (funcția de probabilitate) $f(t_i) = n_i/n$ și frecvențele relative cumulate (funcția de repartiție) $F(t_i)$, rezultă tabelul 4.2.

Tabelul 4.2

t_i	0-20	21-40	41-60	61-80	81-100	101-120	121-140
n_i	18	32	36	22	8	3	1
$f(t_i)$	0,15	0,267	0,3	0,183	0,066	0,025	0,0084
$F(t_i)$	0,15	0,417	0,717	0,9	0,966	0,991	1

4.2.1. Histograma

Histograma oferă prima informație privind forma repartiției statistice care poate adecva fenomenul cercetat. În fig.4.1 este prezentată histograma funcției de probabilitate, calculată în tabelul 4.2.

Din examinarea histogramei funcției de probabilitate se poate trage concluzia că repartiția căderilor dispozitivului de legat cu sfoară este sub formă de clopot, ceea ce sugerează adecvarea cu o repartiție normală asimetrică, log-normală sau Weibull cu parametrul de formă $b > 1$.

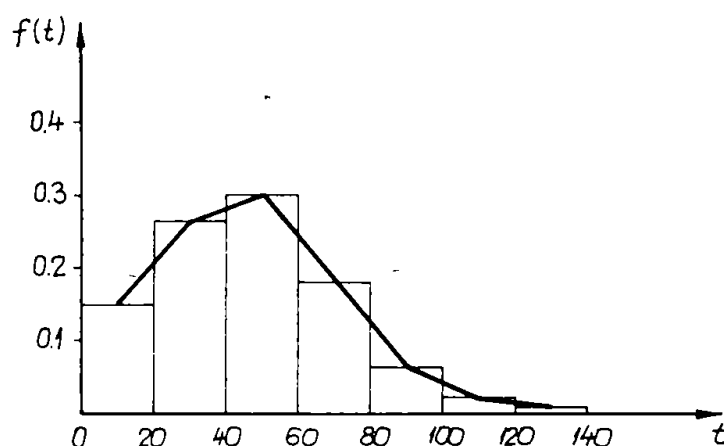


Fig. 4.1

Histograma frecvențelor relative cumulate (fig.4.2) conduce la aceeași concluzie.

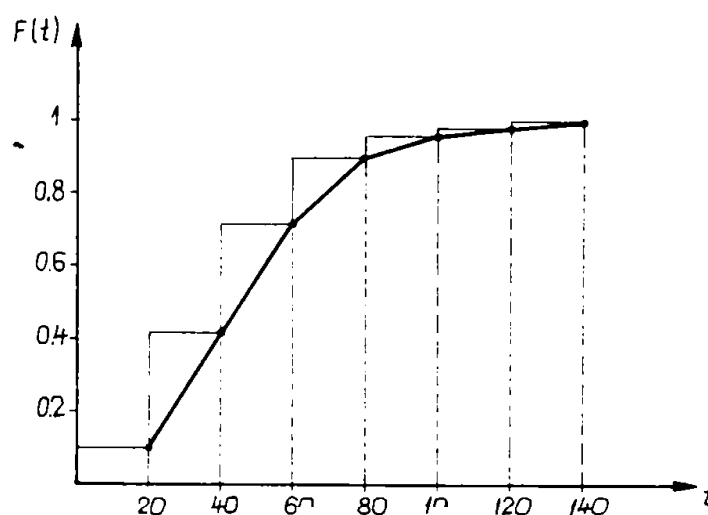


Fig. 4.2

4.2.2. Coefficientul de variație, C_v

Pentru determinarea coeficientului de variație, trebuie mai întâi calculați: timpul mediu de bună funcționare \bar{t} , dispersia S^2 și abaterea medie pătratică S .

4.2.2.1. Timpul mediu de bună funcționare, TMBF sau \bar{t}

Este un parametru de bază în fiabilitate și se determină cu relația:

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{120} 4+6+\dots+140}{120} = 46,6417 \text{ ore}$$

Pentru a ușura calculele și a mări precizia lor, au fost alcătuite programe în limbaj BASIC (prezentate în anexă) cu ajutorul cărora s-au determinat principalii parametri ai fiabilității, parametrii repartiției Weibull etc. Pentru a demonstra sporul de precizie ce se obține cu ajutorul programelor, se va da un exemplu. Timpul mediu de bună funcționare are valoarea: $\bar{t} = 46,6417$ ore. Calculat cu una din metodele statisticii matematice, de exemplu metoda sumelor, valoarea obținută este: $\bar{t} = 47,167$ ore.

Media eșantionului \bar{t} , este un estimator nedepășat pentru media teoretică.

4.2.2.2. Dispersia (varianța), S^2

Se calculează cu relația 2.24 care ne dă dispersia corectată, deoarece dispersia S_1^2 calculată cu relația 2.22 este un estimator depășat al dispersiei teoretice.

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 = \frac{1}{120-1} \sum_{i=1}^{120} (4-46,64)^2 + \dots + (140-46,64)^2 = 629,83$$

4.2.2.3. Abaterea medie pătratică S

Se obține prin extragerea rădăcinii pătrate din dispersie (relația 2.27) și are valoarea:

$$S = \sqrt{629,83} = 25,096$$

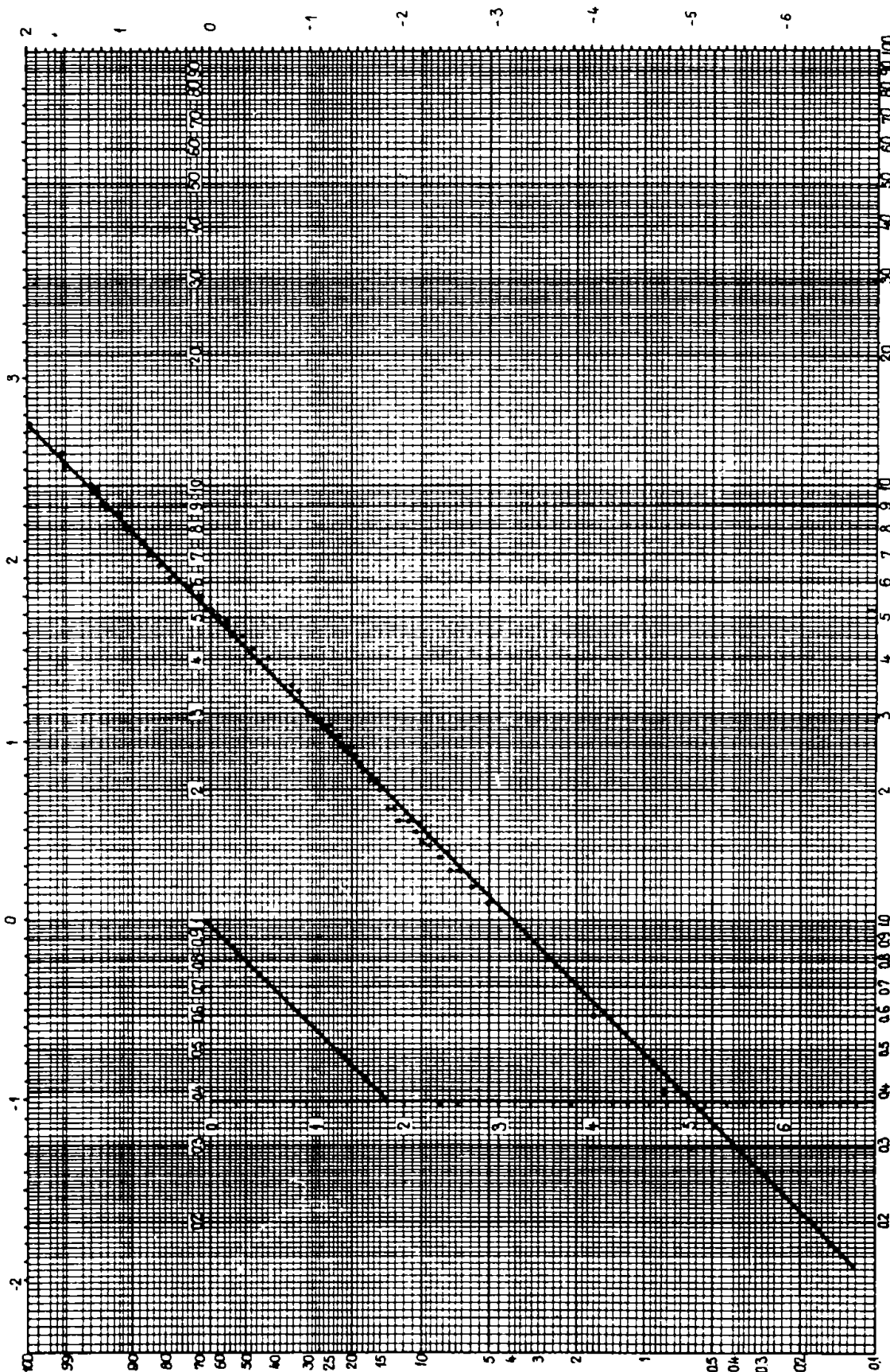
Coefficientul de variație C_v , dat de relația 2.28, prin valoarea sa oferă o imagine sintetică a împrăstierii valorilor cât și o posibilitate de a aprecia apropierea repartiției experimentale de unul din modelele clasice.

$$C_v = \frac{S}{\bar{t}} = \frac{25,096}{46,6417} = 0,5381$$

Deoarece valoarea coeficientului de variație $C_v = 0,538$ este mai mare decât 0,333, rezultă că datele experimentale provin dintr-o repartiție Weibull.

4.2.3. Rețeaua probabilistă

Pe baza concluziilor rezultate în subcapitolele 4.2.1 și 4.2.2, se va utiliza rețeaua probabilistă ALLAN PLAIT (o variantă a rețelelor Weibull), pentru validarea modelului Weibull presupus a-



$\sigma = 52$

$b = 182$

Fig. 4.3

decat datelor experimentale. Pe axa ordonatelor au fost reprezentate frecvențele relative cumulate $\bar{F}(t_1) = 1/n$, iar pe cea a absciselor timpilor de bună funcționare (fig.4.3).

Se poate observa că punctele de coordonate $[t_1, \bar{F}(t_1)]$ se aliniază după o dreaptă, ceea ce confirmă concluziile anterioare și anume că datele experimentale provin dintr-o repartiție Weibull cu parametrul de localizare $c = 0$.

Pe lângă avantajul confirmării (sau infirmării) modelului statistic, rețeaua Weibull permite o primă estimare a parametrilor b , a și c .

Valoarea parametrului de forma b se obține ducând o paralelă la dreapta experimentală, prin punctul 1 de coordonate $(1; 63,3\%)$. Intersecția paralelei cu axa verticală $\ln\{-\ln[1-F(t)]\}$ dă valoarea parametrului b . În cazul studiat $\bar{b} = 1,82$.

Intersecția dreptei experimentale cu axa superioară "63,3%" permite citirea valorii parametrului de scară $\bar{a} = 52$. Deci funcția de fiabilitate va avea forma:

$$\bar{R}(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{52} \right)^{1,82} \right]$$

4.3. Teste pentru validarea modelului Weibull

Din capitolul 4.2 a rezultat că datele experimentale provin dintr-o repartiție Weibull. Se impune efectuarea unor teste pentru validarea legii de repartiție aleasă ca model. Bazele teoretice ale principalelor teste au fost prezentate în cap.3.7, unde s-a arătat că dintre testele generale, neparametrice, testul χ^2 este cel mai puțin exact, din care cauză nu se va folosi:

4.3.1. Testul Kolmogorov-Smirnov

Din figura 4.3 rezultă că distanța maximă față de dreapta experimentală o are punctul $t_1 = 4$ ore.

În acest punct:

$$\bar{F}(t_1) = \frac{1}{n} = \frac{1}{120} = 0,0083$$

și:

$$F(t_1) = 1 - e^{-\left(\frac{t_1}{52}\right)^{1,82}} = 0,0098$$

deci:

$$\max.d_{120} = |F(t_1) - \bar{F}(t_1)| = |0,0098 - 0,0083| = 0,0015$$

Din tabele citim că pentru un nivel de încredere $1 - \alpha = 0,9$, deci un risc de 10%,

$$\frac{\lambda_{\alpha}}{\sqrt{n}} = \frac{1,22}{\sqrt{n}} = 0,1113 > 0,0015$$

Deoarece $\frac{\lambda_{\alpha}}{\sqrt{n}} > \max.d_{120}$, ipoteza unei legi Weibull poate fi acceptată.

Din aceleași tabele rezultă că pentru un prag de semnificație $1 - \alpha = 0,8$, deci un risc de eroare $\alpha = 0,2$, valoarea $\lambda_{\alpha} / \sqrt{n} = 1,07 / \sqrt{n} = 0,0976$, care și ea este mai mare decât $\max.d_{120} = 0,0015$.

Se pot trasa limitele de încredere pentru ansamblul de funcții $F(t)$. Prin definiție, aceste limite sînt date de:

$$F_g(t) = F(t) + \frac{\lambda_{\alpha}}{\sqrt{n}} = F(t) + 0,1113$$

$$F_i(t) = F(t) - \frac{\lambda_{\alpha}}{\sqrt{n}} = F(t) - 0,1113$$

$\frac{\lambda_{\alpha}}{\sqrt{n}}$ depinde de α și de numărul n de observații dar este independent de punctul considerat pe curbă.

4.3.2. Testul binomial

S-a constatat că abaterea maximă între $F(t)$ și $F_i(t)$ sau $F_g(t)$ are loc pentru $F(t) = 0,5$.

Utilizînd deci, în locul termenului $\lambda_{\alpha} / \sqrt{n}$ al testului Kolmogorov-Smirnov, valoarea $B(n; 0,5; \alpha)$ obținem cu aceeași procedură un test mai sensibil. Valorile $B(n; 0,5; \alpha)$ sînt tabelate. Pentru $n = 120$ și un nivel de încredere de 90% tabelul dă:

$$B(120; 0,5; 0,1) = \frac{0,882}{\sqrt{n}} = 0,080515$$

valoare mai mică decît $\frac{\lambda_{\alpha}}{\sqrt{n}} = 0,1113$ a testului Kolmogorov-Smirnov. Si această valoare 0,0805 a testului binomial este mai mare ca $\max.d_{120} = 0,0015$ deci și acest test confirmă ipoteza repartiției Weibull.

Limitele intervalului de încredere, pentru un prag de semnificație $1 - \alpha = 0,9$, vor fi:

$$F_i(t) = F(t) - 0,0805$$

$$F_g(t) = F(t) + 0,0805$$

Se poate de asemenea aplica testul binomial la punctul prezentînd abaterea maximă între $\bar{F}(t)$ și $F(t)$. In toate punctele trebuie îndeplinite condițiile:

$$\bar{F}(t) - F(t) \leq F_g(t) - F(t)$$

sau:

$$F(t) - \bar{F}(t) \leq F(t) - F_1(t)$$

Pentru punctul cel mai depărtat de dreapta experimentală $t_1 = 4$ ore, relațiile de mai sus dau valorile:

$$- 0,00147 < 0,079$$

$$0,00147 < 0,06238$$

care confirmă încă odată ipoteza unei repartiții Weibull din care provin datele experimentale.

Este preferabil, când se posedă tabele pentru testul binomial, să se aplice acesta, deoarece este cel mai exact dintre toate testele neparametrice.

4.4. Estimarea parametrilor legii Weibull

Cu ajutorul rețelei Weibull s-a realizat o primă aproximare a parametrilor legii de repartiție Weibull. Determinarea mai exactă a valorilor parametrilor se va face prin metodele analitice sau grafo-analitice prezentate în 3.8.4.

4.4.1. Estimarea parametrilor prin M.C.M.M.P.

Metoda celor mai mici pătrate consideră funcția de repartiție sub formă biparametrică:

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t^b)$$

Pe baza considerentelor teoretice prezentate în 3.8.4.1, programul de calcul a dat următoarele rezultate:

- estimatorul \hat{a}_1 , dat de relația (3.142) are valoarea:

$$\hat{a}_1 = - 7,4988$$

- parametrul de formă \hat{b} , dat de relația (3.143) are valoarea:

rea:

$$\hat{b} = 1,89$$

Se observă că, față de valoarea determinată cu ajutorul rețelei probabilistice Allan Plait, $\bar{b} = 1,82$, diferența este foarte mică, 0,07, ceea ce evidențiază precizia metodelor grafice.

- parametrul $\hat{\lambda}$, ce intervine în forma biparametrică a funcției de repartiție, are valoarea:

$$\hat{\lambda} = 0,00055386$$

Cunoscând parametrii \hat{b} și $\hat{\lambda}$, funcția fiabilității se va putea calcula cu relația:

$$\hat{R}(t) = \exp(-0,0005538 t^{1,89})$$

Prin programul alcătuit au fost calculate: $R(t)$; $F(t)$; $f(t)$ și $\lambda(t)$ pentru numeroase valori ale lui t , rezultate prezentate în anexă.

Utilizând relația:

$$\hat{a} = 1/\sqrt{\hat{\lambda}}$$

a fost determinată valoarea parametrului de scară reală:

$$\hat{a} = 52,8482$$

valoare foarte apropiată de cea determinată cu ajutorul rețelei probabilistice, unde $\bar{a} = 52$.

4.4.2. Estimarea parametrilor prin MM

I. Metoda momentelor oferită de M.V.Menon, prezentată în paragraful 3.3.4.2, conduce la următoarele rezultate:

- Media logaritmilor valorilor observate, calculată cu relația (3.144);

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln t_i = \frac{1}{120} \sum_{i=1}^{120} \ln 4 + \ln 6 + \dots + \ln 140 = 3,66994$$

- Abaterea tip a logaritmilor valorilor observate, dată de relația (3.145):

$$s_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\ln t_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{120} (\ln 4 - 3,6699)^2 + \dots + (\ln 140 - 3,6699)^2}{119}} = 0,6451$$

Estimatorul deplasat al parametrului de formă b dat de relația (3.146), are valoarea:

$$\bar{b} = \frac{\pi/\sqrt{6}}{s_{\bar{y}}} = \frac{1,2825}{0,6451} = 1,9881$$

- Valoarea parametrilor de formă b , ca estimator nedeplasat, calculată cu relația (3.148) este:

$$\hat{b} = G(n) \cdot \bar{b} = 0,986 \cdot 1,9881 = 1,9603$$

Față de valoarea $\hat{b} = 1,89$ obținută prin MCMP, se remarcă o diferență de 0,07, datorită sporului de precizie al metodei momentelor.

- Parametrul de scară a , calculat cu relația (3.147) are valoarea:

$$\bar{a} = \exp\left(\bar{y} + \frac{E}{\bar{b}}\right) = \exp\left(3,6699 + \frac{0,5772}{1,9881}\right) = 52,4717$$

foarte apropiată de cea determinată prin MCMP și cu ajutorul rețelei probabilistice.

II. O altă metodă a momentelor descrisă de E.J.Gumbel constă în parcurgerea următoarelor etape:

- Se calculează media \bar{t} , abaterea standard S și coeficientul de variație C_v . Acesta din urmă a fost calculat anterior și are valoarea $C_v = 0,5381$.

- Cunoșcînd valoarea coeficientului de variație, din tabele se citesc valorile parametrului b și ale coeficienților k_b și g_b . Pentru $C_v = 0,5381$, din tabele prin interpolare, se obține:

$$\hat{b} = 1,9368 \quad g_b = 0,4772 \quad k_b = 0,8868$$

- Parametrul de scară a se determină cu una din relațiile:

$$\hat{a} = \frac{S}{g_b} = \frac{25,09638}{0,4772} = 52,5869$$

sau:

$$\hat{a} = \frac{\bar{t}}{k_b} = \frac{46,6417}{0,8868} = 52,5955$$

Se remarcă că, și prin această metodă se obțin pentru parametrii b și a valori foarte apropiate de cele determinate anterior.

4.4.3. Estimarea parametrilor prin MVM

Metoda verosimilității maxime utilizată la estimarea parametrilor b și a ai modelului Weibull presupune rezolvarea sistemului de ecuații (3.159) și (3.160).

Pentru rezolvarea ecuației (3.159):

$$\frac{120}{b} + \sum_{i=1}^{120} \ln 4 \dots + \ln 140 = \frac{120 \sum_{i=1}^{120} 4^b \cdot \ln 4 + 6^b \cdot \ln 6 + \dots + 140^b \cdot \ln 140}{\sum_{i=1}^{120} 4^b + 6^b + \dots + 140^b}$$

a fost alcătuit un program prin care s-au dat parametrului de formă b valori cuprinse între 1,5 și 2 (din 0,01 în 0,01) pînă cînd cei doi termeni ai relației se egalează. După cum rezultă din listingul anexat, cei doi termeni ai ecuației de mai sus s-au egalat pentru

$$\hat{b} = 1,96$$

care reprezintă valoarea parametrului de formă determinată prin MVM.

Pentru a obține un estimator nedeplasat \tilde{b} se aplică relația 3.161:

$$\tilde{b} = C(n) \cdot \hat{b} = 0,99 \cdot 1,96 = 1,94$$

Valoarea $C(120) = 0,99$ fiind dată în tabele, după ST SEV877-78, Sofia, 1978.

Parametrul de scară a calculat cu relația (3.160) are

valoarea:

$$\bar{a} = 52,6796$$

Dintre valorile obținute pentru parametrii de formă b și de scară a , se vor adopta cele rezultate prin MVM considerată cea mai precisă. Deci parametrii modelului Weibull au valorile:

$$\tilde{b} = 1,94$$

$$\tilde{a} = 52,68$$

Funcția fiabilității $R(t)$, exprimată prin parametrii estimați, va fi:

$$\tilde{R}(t) = \exp\left(-\frac{t}{52,68}\right)^{1,94}$$

Funcția de repartiție a căderilor $F(t)$ este:

$$\tilde{F}(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{52,68}\right)^{1,94}$$

Densitatea de probabilitate $f(t)$ este dată de:

$$\tilde{f}(t) = \frac{1,94}{52,68} \left(\frac{t}{52,68}\right)^{1,94-1} \cdot \exp\left(-\frac{t}{52,68}\right)^{1,94}$$

Rata căderilor $\lambda(t)$ rezultă din relația:

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{1,94}{52,68} \left(\frac{t}{52,68}\right)^{1,94-1}$$

Cu ajutorul acestor relații se pot calcula principalii parametri ai fiabilității dispozitivelor de legat cu sfoară pentru diferite durate de funcționare.

Pentru stabilirea concordanței dintre legea teoretică aleasă ca model și repartiția experimentală, au fost calculate:

- funcția diferențială teoretică $f(t)$ și experimentală $f(t)_{\text{exp}}$;
- funcția de repartiție teoretică $F(t)$ și experimentală $F(t)_{\text{exp}}$;
- funcția teoretică $R(t)$ și experimentală $R(t)_{\text{exp}}$ a fiabilității;
- intensitatea defectărilor (rata căderilor) $\lambda(t)$ pentru diferite durate de funcționare.

Rezultatele sînt prezentate în tabelul 4.3

Valorile funcțiilor din tabelul 4.3 s-au determinat astfel

- funcția de frecvență experimentală, $f(t_1)_{\text{exp}} = n_1/n$;
- funcția de frecvență teoretică, $f(t_1) = \frac{\tilde{a} \cdot f(t_1)}{\tilde{a}} \cdot h$;
- funcția de repartiție experimentală, $F(t_1)_{\text{exp}} = \sum f(t_1)_{\text{exp}}$

Tabelul 4.3

t_i	0-20	21-40	41-60	61-80	81-100	101-120	121-140
n_i	18	32	36	22	8	3	1
$f(t_i)_{exp}$	0,15	0,267	0,3	0,183	0,067	0,025	0,0084
$f(t_i)$	0,148	0,308	0,283	0,169	0,072	0,023	0,0056
$F(t_i)_{exp}$	0,15	0,417	0,717	0,9	0,967	0,992	1
$F(t_i)$	0,142	0,444	0,724	0,895	0,969	0,993	1
$R(t_i)_{exp}$	0,85	0,583	0,283	0,1	0,033	0,008	0
$R(t_i)$	0,858	0,556	0,276	0,105	0,031	0,007	0
$\lambda(t_i)$	0,0146	0,0284	0,0416	0,0545	0,0673	0,0798	0,0923

suma cuprinzînd intervalul considerat și cele precedente;

- funcția de repartiție teoretică, $F(t_i) = 1 - R(t_i)$;
- funcția experimentală a fiabilității, $R(t_i)_{exp} = \frac{1 - F(t_i)_{exp}}{t_i}$
- funcția teoretică a fiabilității, $R(t_i) = \exp\left(-\frac{t_i}{\bar{a}}\right)^{\bar{b}}$
- rata căderilor $\lambda(t) = \frac{\bar{b}}{\bar{a}} \left(\frac{t}{\bar{a}}\right)^{\bar{b}-1}$

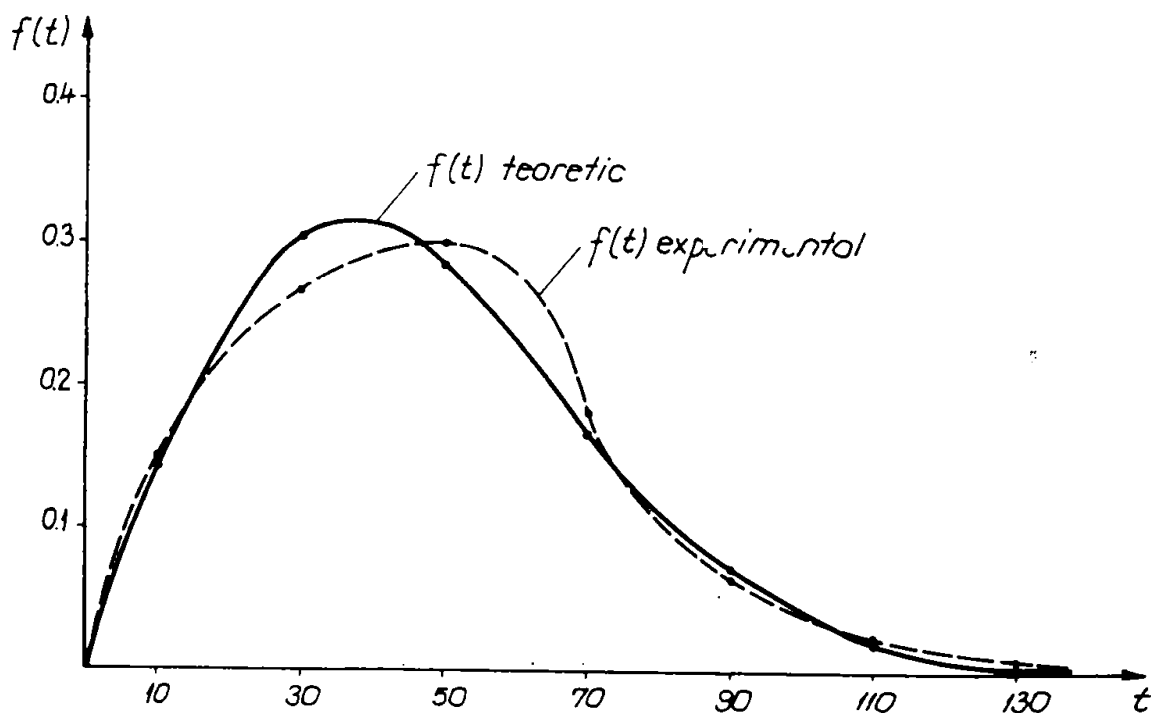


Fig.4.4

Pe baza valorilor calculate în tabelul 4.3, în figura 4.4 sînt prezentate curbele de variație a funcțiilor de frecvență experimentală și teoretică în raport cu timpul.

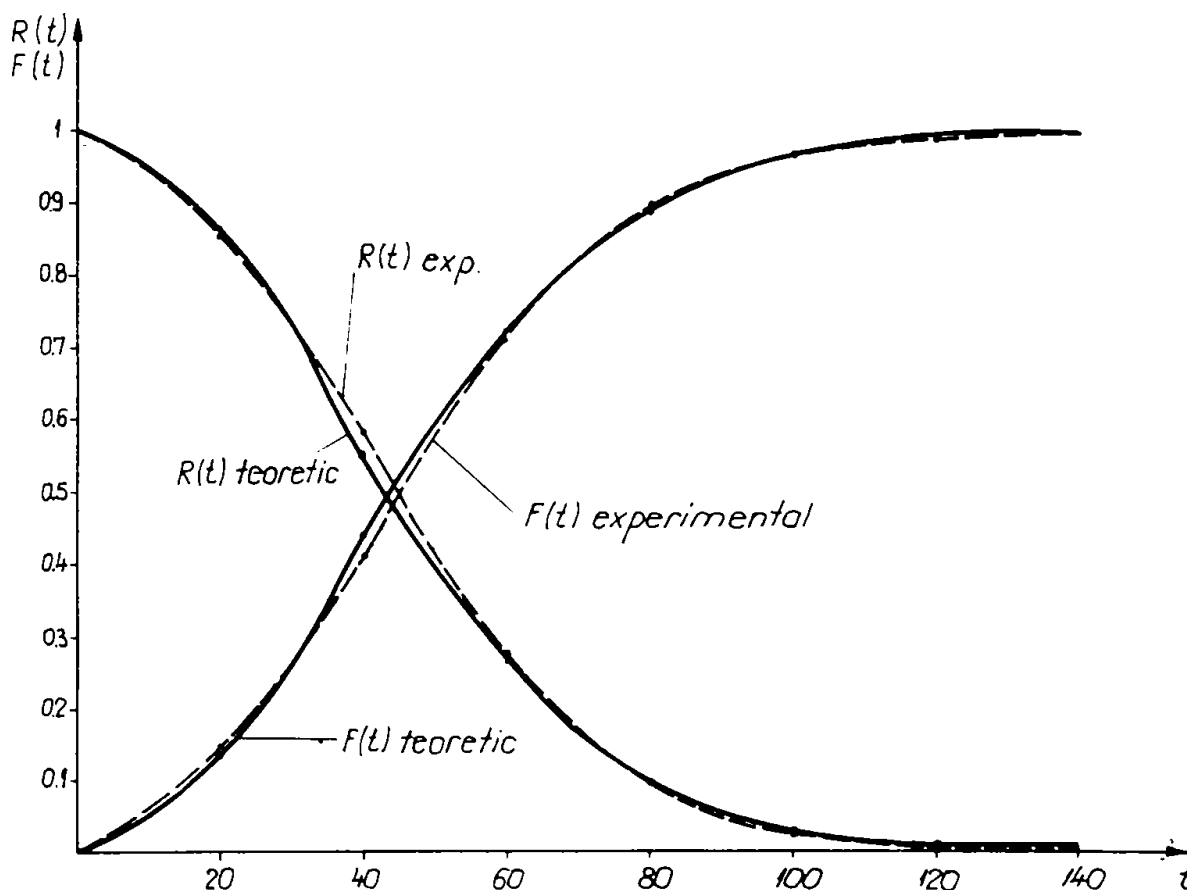


Fig. 4.5

În figura 4.5 sînt prezentate curbele funcției de repartiție și a fiabilității, teoretice și experimentale. Se remarcă o excelentă apropiere a curbelor teoretice și experimentale, ceea ce se explică prin:

- alegerea corespunzătoare a modelului teoretic;
- o foarte bună estimare a parametrilor modelului.

Examinînd graficul funcției de frecvență (fig.4.4) se constată că după 60 ore de funcționare (cea o săptămînă), 74% din dispozitivele de legat se vor defecta, sau există 74% șanse ca un dispozitiv de legat cu sfoară să aibă o cădere în acest timp.

Din graficele funcțiilor fiabilității și defiaibilității (fig.4.5) se constată:

- funcția fiabilității descrește relativ repede în raport cu timpul, în aceeași măsură crescînd funcția de repartiție;
- cele două curbe se intersectează într-un punct de abscisă $t_1 = 44$ ore, care ne arată că jumătate din dispozitivele de legat

puse în funcțiune la $t = 0$ se vor defecta la capătul acestui timp t_1

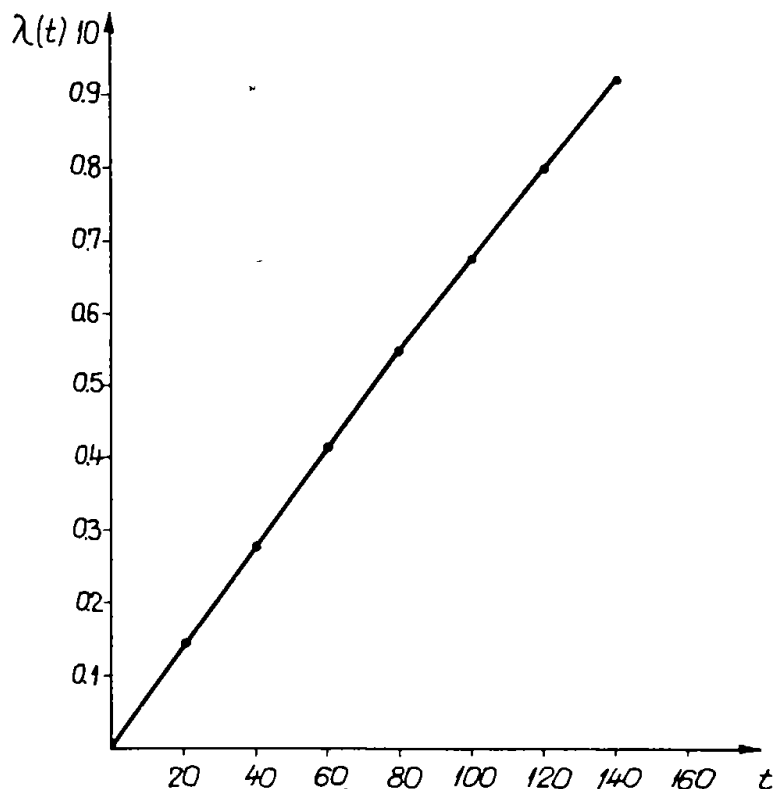


Fig. 4.6

Variația ratei căderilor funcție de timp, prezentată în fig.4.6, ne arată o creștere monotonă a acesteia, caracteristică legii Weibull cu $b > 1$.

4.4.4. Indicatorii repartiției Weibull

Până acum au fost calculați o serie de indicatori ai variabilei aleatoare, timp de bună funcționare, indicatori definiți în § 1.4 și § 2.3, dintre care se menționează: valoarea medie, dispersia, abaterea medie pătratică, coeficientul de variație. În cele ce urmează vor fi determinați alți indicatori de localizare precum și indicatorii asimetriei și boltirii.

Mediana reprezintă valoarea timpului de bună funcționare care ocupă locul central în șirul ordonat al valorilor acestei caracteristici. Din punct de vedere geometric, mediana reprezintă abscisa punctului situat pe curba densității de repartiție a cărei ordonată împarte suprafața cuprinsă între curbă și axa absciselor în două părți egale. În alți termeni, mediana reprezintă valoarea timpului de bună funcționare pentru care $F(t) = 0,5$.

Din șirul statisticilor de ordine precum și din figura 4.5 rezultă că mediana are valoarea:

$$\underline{M_e = 44 \text{ ore}}$$

Modul (valoarea modală) reprezintă valoarea timpului de bună funcționare pentru care densitatea de probabilitate este maximă. În cazul repartiției Weibull se calculează cu relația:

$$M_0 = \tilde{a} \left(1 - \frac{1}{\tilde{b}}\right)^{1/\tilde{b}} = 52,68 \left(1 - \frac{1}{1,94}\right)^{1/1,94} \quad \underline{M_0 = 36,26 \text{ ore}}$$

valoare confirmată de figura 4.4. Deoarece mediana se găsește între valoarea medie și mod, adică

$$M(T) > M_g(T) > M_0(T)$$

$$46,64 > 44 > 36,26$$

se consideră că distribuția este puțin asimetrică.

Coeficientul de asimetrie

Imaginea curbei funcției de frecvență (fig.4.4) a modelului Weibull ne permite să constatăm asimetria față de valoarea centrală. Forma repartiției, din punctul de vedere al asimetriei, se caracterizează cu ajutorul coeficientului de asimetrie β_1 .

Coeficientul de asimetrie se poate calcula cu relația (2.29) sau se citește direct din tabele, în funcție de valoarea parametrului de formă b sau a coeficientului de variație C_v . Pentru $\tilde{b} = 1,94$, din tabele rezultă:

$$\beta_1 = 0,6724$$

Deoarece $\beta_1 > 0$, repartiția este cu asimetrie dreaptă, fapt confirmat de figura 4.4.

Coeficientul de exces măsoară boltirea sau turtirea curbei funcției de frecvență. Se poate calcula cu relația (2.30) sau se citește din tabele în funcție de b .

$$\text{Pentru } \tilde{b} = 1,94 \text{ rezultă } \underline{\beta_2 = 3,598}$$

4.4.5. Intervale de încredere pentru parametrii modelului Weibull

O altă metodă de estimare a parametrilor este aceea a estimării prin intervale de încredere, în care să se găsească valoarea estimată cu o probabilitate dată. Probabilitatea ca parametrul estimat să aparțină intervalului de încredere se numește nivel de încredere și este egal cu $1 - \alpha$.

Nivelul de semnificație (coeficientul de încredere) α reprezintă riscul sau probabilitatea ca valoarea adevărată să cadă în afara intervalului de încredere considerat. Intervalul depinde de datele de selecție și din acest motiv este un interval aleator. De aceea, $1 - \alpha$ se va interpreta ca o probabilitate a intervalului de a include

valoarea adevărată.

4.4.5.1. Interval de încredere pentru parametrul-a

Deoarece valoarea parametrului de scară \tilde{a} a fost obținută prin metoda verosimilității maxime, limitele parametrului a se stabilesc cu relațiile (3.164), (3.165)

$$a_{inf} = \tilde{a} \cdot \exp\left(-\frac{z_{1-\alpha/2}}{\tilde{b}}\right) = 52,68 \exp\left(-\frac{0,159}{1,94}\right) = 48,535$$

$$a_{sup} = \tilde{a} \cdot \exp\left(-\frac{z_{\alpha/2}}{\tilde{b}}\right) = 52,68 \exp\left(\frac{0,158}{1,94}\right) = 57,15$$

unde $z_{120;0,05} = -0,158$ iar $z_{120;0,95} = 0,159$ sînt cvantilele z_{α} ale variabilei aleatoare $\tilde{b} \cdot \ln(\tilde{a}/a)$, valori date în tabele în funcție de n și nivelul de încredere de 90%.

Deci valoarea parametrului de scară a , la un nivel de încredere de 90%, va fi cuprinsă de intervalul:

$$a_{inf} < a < a_{sup} \quad \text{sau} \quad 48,535 < a < 57,15$$

4.4.5.2. Interval de încredere pentru parametrul-b

Avînd valoarea estimată \tilde{b} prin metoda verosimilității maxime, limitele parametrului de formă b se calculează cu relațiile (3.167) și (3.168)

$$b_{inf} = \frac{\tilde{b}}{l_{1-\alpha/2}} = \frac{1,94}{1,133} = 1,71$$

$$b_{sup} = \frac{\tilde{b}}{l_{\alpha/2}} = \frac{1,94}{0,897} = 2,16$$

unde $l_{120;0,05} = 0,897$ și $l_{120;0,95} = 1,133$ sînt cvantilele variabilei aleatoare \tilde{b}/b , valori tabelate în funcție de n și pentru un nivel de încredere de 90%. Deci:

$$b_{inf} < b < b_{sup} \quad \text{sau} \quad 1,71 < b < 2,16$$

Cu o probabilitate de 90% intervalul 1,71-2,16 va include adevărata valoare a parametrului de formă b .

4.4.5.3. Interval de încredere pentru parametrul- λ

Considerînd modelul Weibull biparametric, parametrul $\lambda = a^{-b}$ se mai poate calcula și cu relația (3.172):

$$\frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y}$$

unde: $y_i = t_i^b$, iar λ_0 reprezintă nivelul mediu al parametrului λ .
Aplicînd relația de mai sus, rezultă:

$$\bar{y} = \frac{1}{120} \sum_{i=1}^{120} 4^{1,94} + \dots + 140^{1,94} = 2.178,183$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{2.178,183} = 0,000459098$$

Limitele de încredere față de nivelul mediu λ_0 se stabilesc cu ajutorul coeficienților r_1 și r_2 ale căror valori sînt tabelate pentru diferite nivele de încredere.

Cu o probabilitate de 95%, limita inferioară dată de relația (3.173), va fi:

$$\lambda_{inf} = \frac{1}{2.178,183 \times 1,178} = 0,000389726$$

respectiv, limita superioară dată de relația (3.174), va fi:

$$\lambda_{sup} = \frac{1}{2.178,183 \times 0,866} = 0,000530136$$

Cunoscînd limitele de încredere ale parametrului λ , se poate stabili pe altă cale intervalul de încredere pentru parametrul de scară -a-.

Limita inferioară, dată de relația (3.176) are valoarea:

$$a_{inf} = \frac{1}{\sqrt{b \lambda_{sup}}} = \frac{1}{1,94 \sqrt{0,000530136}} = 48,8045$$

Limita superioară se calculează cu relația (3.177) și are valoarea:

$$a_{sup} = \frac{1}{\sqrt{b \lambda_{inf}}} = \frac{1}{1,94 \sqrt{0,00038973}} = 57,1928$$

4.4.5.4. Interval de încredere pentru TMBF

În paragraful (3.8.4.2) au fost prezentate relațiile de legătură dintre timpul mediu de bună funcționare \bar{t} , parametrul de scară -a- și coeficientul - k_p .

Pentru $\tilde{b} = 1,94$ din tabele rezultă $k_p = 0,8868$.

Avînd în vedere relațiile (3.176...3.180), se pot obține limitele de încredere pentru indicatorul timp mediu de bună funcționare.

Limita inferioară, calculată cu relația (3.179) are valoarea:

$$t_{\text{inf}} = 0,8868 \sqrt[1,94]{2.178,183 \times 0,866} = 43,28 \text{ ore}$$

Limita superioară se calculează cu relația (3.180) și are valoarea:

$$t_{\text{sup}} = 0,8868 \sqrt[1,94]{2.178,183 \times 1,178} = 50,72 \text{ ore}$$

Deci, cu o probabilitate de 95%, intervalul 43,28...50,72 ore va cuprinde adevărata valoare a timpului mediu de bună funcționare \bar{t} . Tabelul 4.3.a centralizează valorile calculate mai sus.

4.5. Considerațiuni privind dispozitivul de legat cu sfoară

Din examinarea figurii 4.5 rezultă că fiabilitatea înnodătorului pentru sfoară scade relativ repede în raport cu timpul de funcționare. Valoarea fiabilității $R(t) = 0,85$ după 20 ore de funcționare nu este satisfăcătoare. Cauzele acestei scăderi pot fi grupate în două categorii: defecțiuni constructive și defecțiuni de exploatare.

În cele ce urmează vor fi prezentate reperatele și subansamblurile purtătoare sau care generează cele mai frecvente defecțiuni.

La încheierea experimentărilor, s-a constatat că 35% din căderi au fost provocate de subansamblul deget înnodător (fig.4.7) reper P.P.F.-50.1.11.0 M.

Expertiza tehnică făcută la numeroase degete înnodătoare, noi și uzate, a permis identificarea principalelor defecțiuni ale acestora.

S-au constatat abateri față de dimensiunile din desenele de execuție, materializate la montajul celor cinci repere ce compun acest subansamblu prin:

- rotirea greoaie sau chiar blocarea rolei degetului 1;
- nerealizarea poziției degetului 1 față de degetul 2 și a cotei de $1 \pm 0,1$ mm conform fig.4.7. La numeroase degete, vârful ciocului degetului 1 nu ajunge la baza canalului frezat în degetul 2, din care cauză degetul înnodător nu strânge bine capetele sforii pînă în momentul degajării nodurilor și acestea se desfac.

După un timp de funcționare elementul deget 1 s-a îndoit, spatetele lui devenind curb, nu au mai fost prinse ambele fire de sfoară și nodul a fost format numai pe un capăt al sforii. La unele degete s-au format prea repede rizuri adînci, care îngreunează sau chiar împiedică îndepărtarea nodului din deget.

Cauzele acestor defecțiuni: utilizarea unor materiale și a

Tabelul 4.3.a

Valorile unor parametri ai repartiției Weibull

Parametrul	Simbol	Valoarea	Metoda de estimare
Timpul mediu de bună funcționare	\bar{t}	46,6417	
Dispersia	s^2	629,83	
Abateră medie pătratică	S	25,096	
Coeficientul de variație	C_v	0,5381	
Parametrul de formă	b	1,82	R.P.
		1,89	MCMMP
		1,96	MM (Menon)
		1,9368	MM (Gumbel)
		1,94	MVM
Parametrul de scară	a	52	RP
		52,848	MCMMP
		52,472	MM (Menon)
		52,595	MM (Gumbel)
		52,679	MVM
Mediana	M_e	44	
Modul (valoarea modală)	M_o	36,26	
Coeficientul de asimetrie	β_1	0,6724	
Coeficientul de exces	β_2	3,598	

Valorile estimate prin intervale de încredere

Parametrul	Limita inferioară	Limita superioară
Timpul mediu de bună funcționare	43,28	50,72
Parametrul de formă	1,71	2,16
Parametrul de scară	48,535	57,15

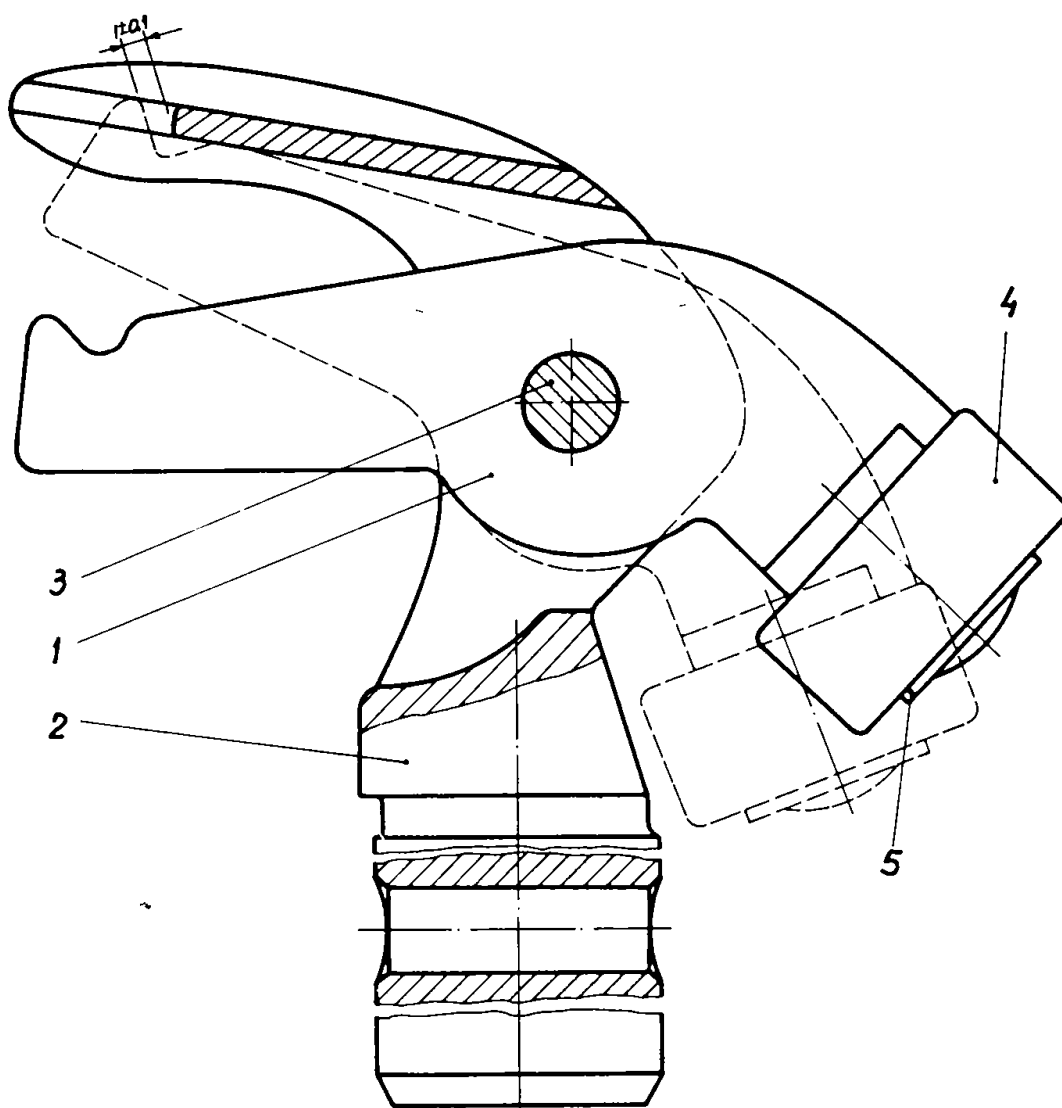


Fig. 4.7

unor tehnologii de execuție necorespunzătoare, nedeținerea stratului de crom dur cu grosimea de 0,01-0,015 mm, cum prevăd desenele de execuție.

Un alt subansamblu care provoacă numeroase căderi, circa 24%, este suportul cuțit PPF-50.1.8.0 M. Suportul 1, reper PPF-50.1.8.1.AM, executat din Fmm-370 STAS 569-79, se uzează în zona curățitorului-răzuitor de noduri (I, fig.4,8b), se deformează (uneori se rupe) prea repede, din care cauză partea de detașare a suportului se depărtează de spatele degetului înodător și nodurile rămân agățate pe deget, rupându-se.

Pentru a mări rezistența la uzare a curățitorului-rezuitor de noduri, încă din procesul de fabricație acesta se poate durifica cu Relit sau cu electrod EICr.2VS, după cum se procedează și cu alte repere ale înodătorului. O altă propunere constă în realizarea lui

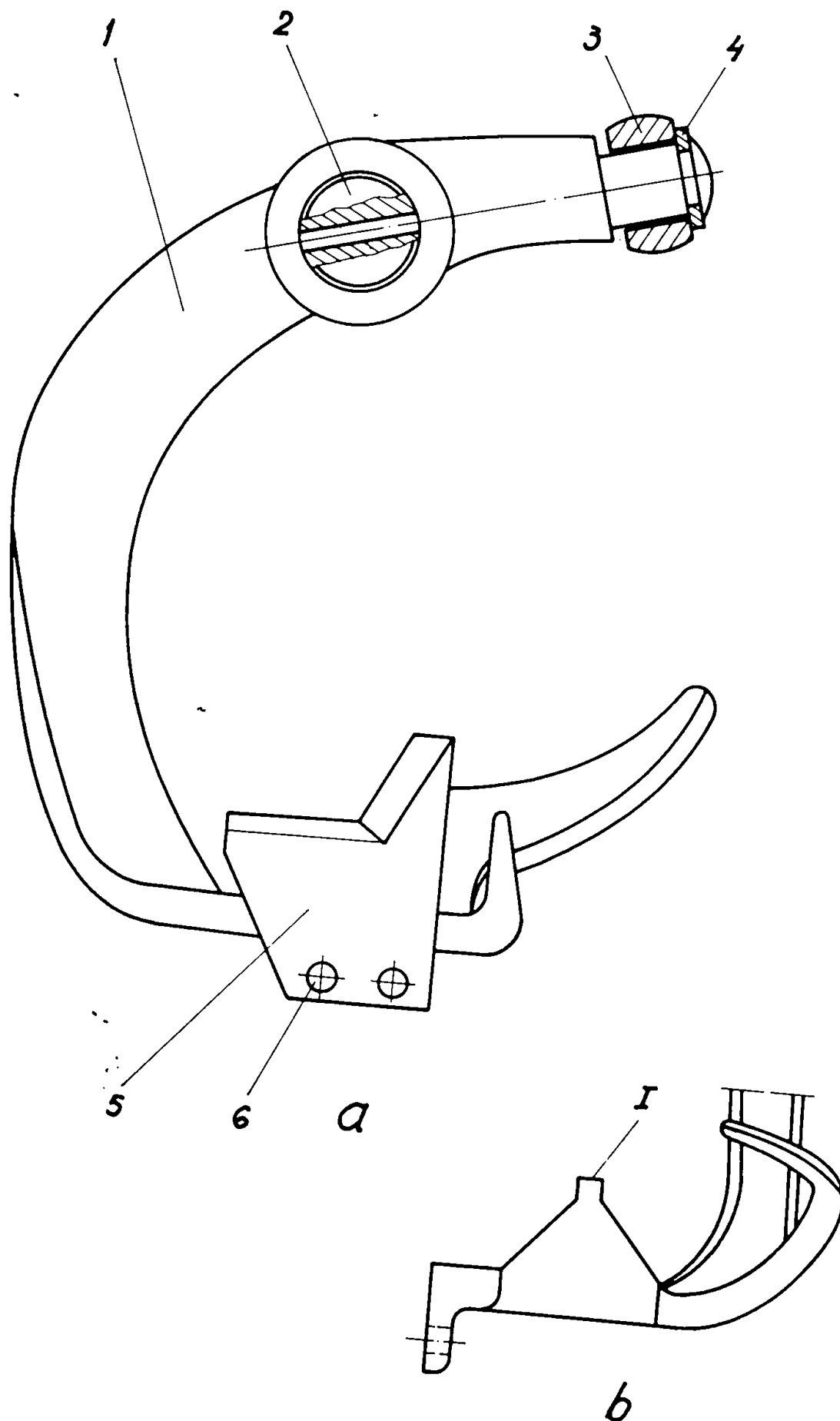


Fig. 4.8

ca piesă separată din oțel fixată pe suportul 1 prin șuruburi sau nituri.

O uzură accentuată, uneori după câteva zeci de ore de funcționare, s-a constatat la tăișul cuțitului 5, ceea ce arată că nu totdeauna este executat din OSCIO STAS 1700-80- Dacă la aceasta se mai adaugă și faptul că în procesul de reparare nu totdeauna este ascuțit corespunzător, se poate explica numărul mare de căderi provocate de acest subansamblu.

Camele de acționare, reper PPF-50.1.7.0 (fig.4.9), au generat 15% din căderile nominalizate pe parcursul încercărilor.

Se uzează prea repede (în unele cazuri după 80 ore de funcționare) suprafața 1 în frecare cu suprafețele de ghidare ale roților conice I și II, care comandă reținătorul de sfoară respectiv degetul înnodător, influențând negativ angrenarea corectă a roților conice cu sectoarele dințate 2 și 3, acestea din urmă uzându-se peste limita admisă într-un timp relativ scurt.

Viteza de uzare mare a zonelor indicate se explică prin următoarele:

- cama de acționare este turnată din fontă cenușie Fc 200, în timp ce roțile conice sînt turnate din Fm 300, material cu rezistență la uzură mai mare;

- suprafețele de ghidare ale roților conice I și II sînt durificate cu Relit sau electrod EICr.2VS pe o adîncime de cca 2 mm în zona cea mai solicitată (aproximativ jumătate din suprafața de ghidare);

- în exploatare, la depășirea jocului maxim dintre cama de acționare și roțile conice, nu se restabilește jocul optim cu ajutorul șaburilor de reglaj existente de o parte și de alta a camei.

În procesul de reparare nu se acordă importanță uzurii camei 4, de comandă a suportului cuțit, în frecare cu rola acestuia. Uzura camei și a rolei cu care se freacă, uzura curățitorului-răzuitor de noduri etc. conduc la creșterea peste limita admisă a jocului dintre suportul cuțit și degetul înnodător, ceea ce îngreunează sau împiedică scoaterea nodului de pe deget.

Acele, reper PPF-50.2.3, au provocat 9% din căderi. În această cifră nu au fost incluse acele rupte datorită nesincronizării mecanismelor mașinii. Deformarea și ruperea acelor se produce îndeosebi la balotarea paielor cu umiditate mare. Cu ocazia înlocuirii acelor rupte, s-a constatat că cele noi nu corespund totdeauna formei și dimensiunilor din desenul de execuție.

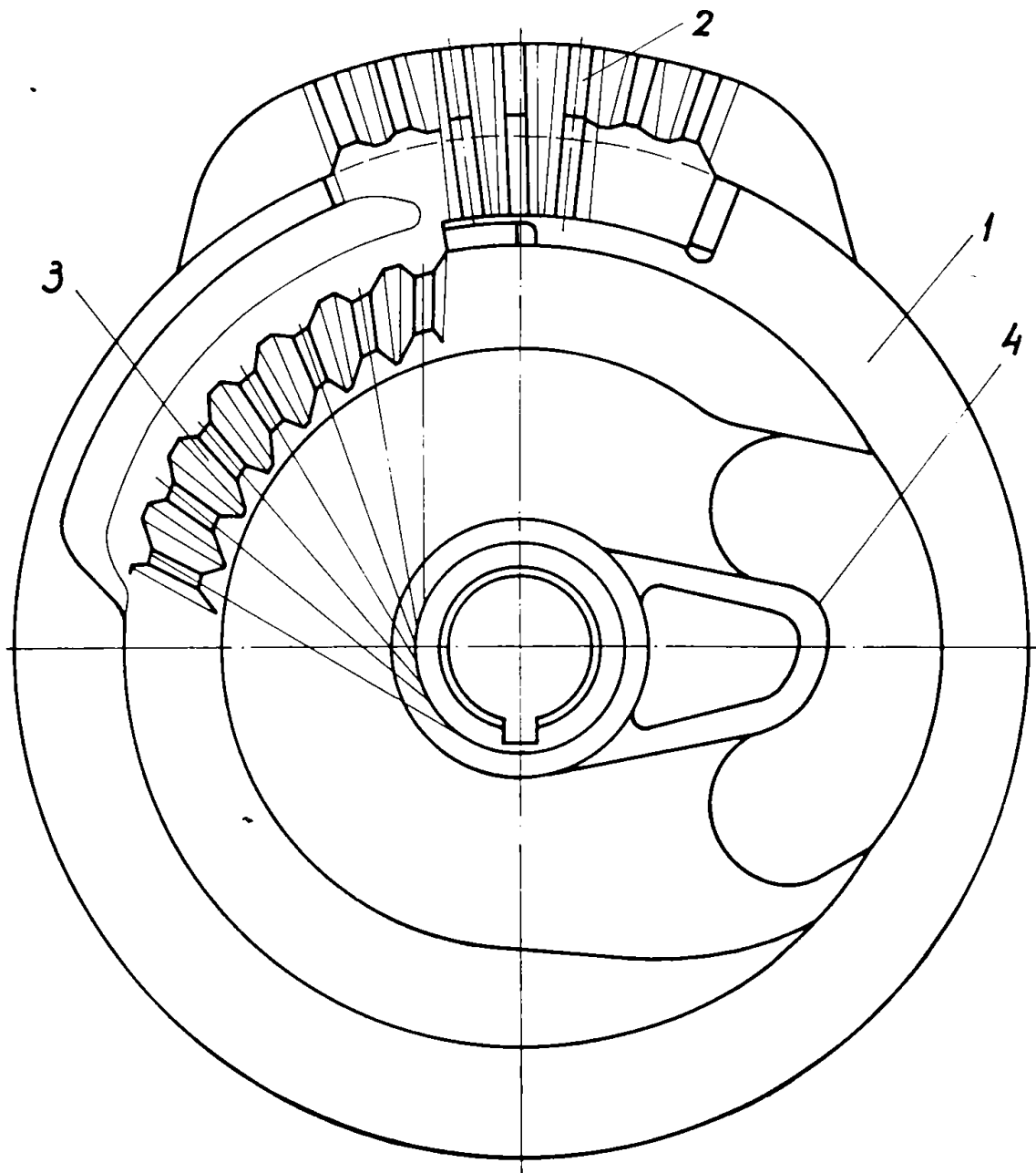


Fig.4.9

Corpul înnodător, reper PPF-50.1.45, a generat 5% din căderi, datorită ruperii acestuia, uzurii peste limita admisă a profilului care asigură deschiderea degetului înnodător, uzurii orificiului în care se montează bolțul suportului cuțit.

Pentru a mări rezistența la uzare a suprafeței 1 (fig.4.10) a profilului în frecare cu rela 4 (fig.4.7) suprafața se poate durifica cu Relit sau cu electrod EICr.2VS, materiale utilizate la durificarea roților conice.

În ceea ce privește orificiul $\varnothing 20$ mm al corpului înnodător, în care se montează cu un joc de maxim 0,06 mm bolțul suportului cuțit, soluția constructivă aleasă nu este cea mai bună. Bolțul,

executat din OLC15 STAS 880-80 și cementat pe o adâncime de 0,3-0,8 mm, uzează relativ repede locașul său din corpul înnodător, uzură care mărește distanța dintre curățitorul-răzuitor al suportului cu-

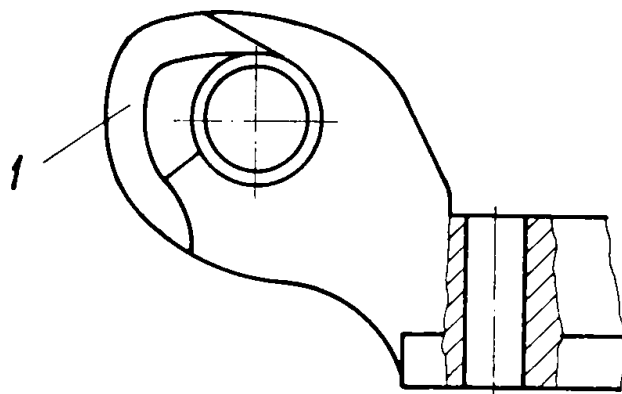


Fig. 4.10

țit și degetul înnodător, ceea ce îngreunează scoaterea nodului de pe deget. Orificiul uzat nu se poate recondiționa prin bușcare, datorită grosimii mici a peretelui său.

Consider că trebuie mărită, la turnare, grosimea peretelui iar orificiul să fie prevăzut cu bușcă, care se poate schimba când este uzată.

Arborele principal, reper PPF-50.1.46, executat din oțel Rul 2 STAS 1456/1-80 a cauzat patru căderi, 3,33% din totalul căderilor, concretizate în torsionarea sau ruperea arborelui.

Celelalte zece căderi, 8,33% din total, au fost provocate de reținătoarele de sfoară, dereglarea plăcii de presiune a reținătorului de sfoară II, piesa de presiune a rolei degetului, melcul de antrenare a reținătorului de sfoară I etc.

Pe baza constatărilor menționate mai sus, voi prezenta uzinei soluțiile preconizate, ceea ce va contribui la creșterea fiabilității inerente a înnodătorului pentru sfoară. Pentru creșterea fiabilității de utilizare, trebuie perfecționată pregătirea profesională a mecanizatorilor, trebuie să crească simțul de răspundere la întreținerea, repararea și exploatarea preseii de balotat paie și fîn.

4.6. Parametrii restabilirii

Pentru produsele reparabile, cum este și dispozitivul de legat cu sfoară, trebuie să se determine și indicatorii reparării ca: timpul mediu de reparații, frecvența relativă a reparațiilor, funcția de repartiție a timpilor de reparații etc.

Timpii de imobilizare (reparații), pentru cele 120 căderi înregistrate la dispozitivele de legat urmărite în exploatare, ordonați crescător, sînt prezentați în tabelul 4.4.

Tabelul 4.4

Nr. crt.	Seria mașinii	Timpii de imobilizare (reparații), min.	Nr. de reparații
1.	24806	30; 90; 105; 120; 130; 150; 180	7
2.	29177	50; 85; 110; 125; 145; 160	6
3.	28948	60; 90; 105; 130; 145; 220;	6
4.	25486	25; 75; 95; 110; 125; 140; 150; 165	8
5.	30870	75; 90; 105; 120; 135; 155; 165	7
6.	30897	65; 80; 95; 100; 115; 130; 150; 175	8
7.	25331	50; 75; 85; 115; 120; 120; 150	7
8.	25563	90; 105; 115; 135; 145; 155; 175	7
9.	25398	90; 120; 160; 165	4
10.	24438	45; 60; 75; 95; 100; 100; 130; 140; 170	9
11.	25302	105; 155; 170; 195	4
12.	24594	10; 120; 185	3
13.	25404	55; 80; 95; 115; 135; 140; 145; 155	8
14.	25341	75; 115; 165; 190	4
15.	25103	60; 80; 100; 120; 130; 135; 160	7
16.	24900	70; 125; 135; 200	4
17.	25461	65; 90; 100; 110; 125; 140; 110	7
18.	25015	70; 80; 85; 95; 105; 110; 120; 110	8
19.	29175	85; 90; 105; 125; 135; 140	6
Total; $n_T =$			120

4.6.1. Estimarea legii teoretice de repartiție

Stabilirea legii de repartiție teoretică, prin intermediul repartiției empirice dată de experiment, se va face prin metode grafice și analitice.

După alcătuirea șirului statisticilor de ordine, se calculează numărul intervalelor de grupare k , pentru $n_r = 120$, valori reprezentând timpii de reparații. Aplicând relația 2.7 rezultă:

$$k = \sqrt{n_r} = \sqrt{120} = 11$$

Mărimea intervalului, în cazul unor intervale egale este:

$$h = \frac{t_{r,\max} - t_{r,\min}}{k} = \frac{220 - 10}{11} \approx 20'$$

În urma grupării datelor pe intervale de 20 minute și a calculului frecvențelor relative $\bar{f}(t_{ri}) = n_{ri}/n$ și frecvențelor relative cumulate $\bar{F}(t_{ri})$, rezultă tabelul 4.5.

Tabelul 4.5

Interval	n_{ri}	$\bar{f}(t_{ri})$	$\bar{F}(t_{ri})$	Interval	n_{ri}	$\bar{f}(t_{ri})$	$\bar{F}(t_{ri})$
0 - 20	1	0,0083	0,0083	121-140	21	0,175	0,7583
21 - 40	2	0,0167	0,025	141-160	15	0,125	0,8833
41 - 60	7	0,0583	0,0833	161-180	9	0,075	0,9583
61 - 80	13	0,1083	0,1916	181-200	3	0,025	0,9833
81 -100	21	0,175	0,3666	201-220	2	0,0167	1
101-120	26	0,2166	0,5833	Total	120	1	

4.6.1.1. Histograma

Reprezentarea grafică prin intermediul histogramei constituie o cale rapidă, dar și aproximativă, de stabilire a legii teoretice de repartiție din care provin datele experimentale.

În fig.4.11 este reprezentată histograma și poligonul frecvențelor relative calculate în tabelul 4.5.

Histograma frecvențelor relative cumulate este reprezentată în fig.4.12.

Ambele grafice, atașate variabilei empirice, sugerează repartiția normală ca repartiție teoretică de adecvare a numărului de reparații, acestea prezentând o deosebită asemănare cu graficele corespunzătoare ale acestui tip de repartiție.

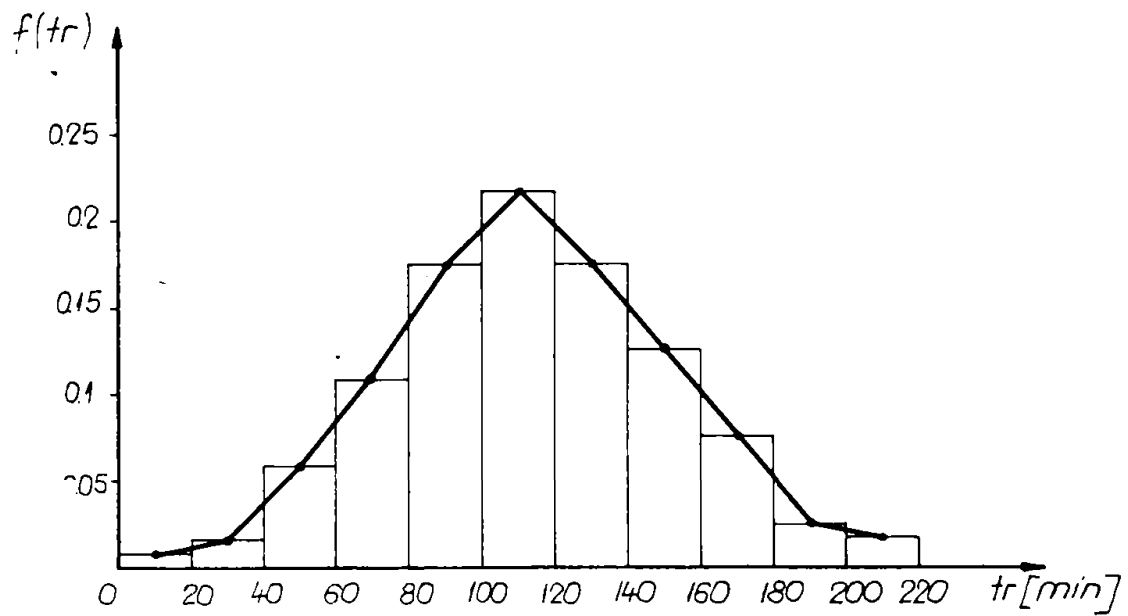


Fig.4.11

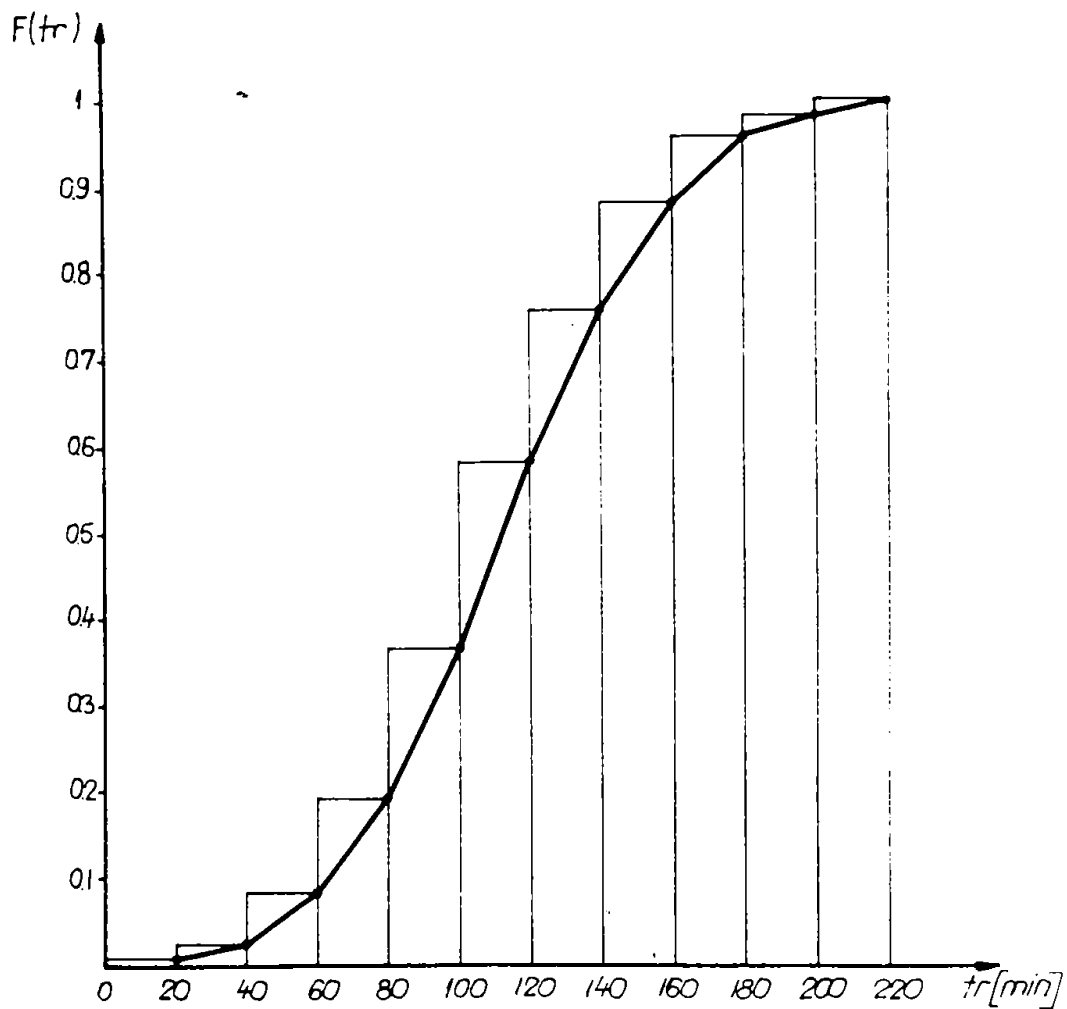


Fig.4.12

4.6.1.2. Coeficientul de variație

Determinarea valorii coeficientului de variație impune calculul timpului mediu de reparație t_r , dispersiei σ^2 și abaterii medii pătratice σ .

Pentru a mări precizia calculelor, a fost alcătuit un program în limbaj BASIC cu ajutorul căruia s-au determinat valorile parametrilor legii normale.

I. Timpul mediu de reparații

Timpul mediu de reparații este, alături de timpul mediu de bună funcționare, un parametru de bază al fiabilității produselor reparabile. Se determină cu relația 2.11:

$$\bar{t}_r = \frac{\sum_{i=1}^n t_{ri}}{n_r} = \frac{\sum_{i=1}^{120} 10+30+\dots+220}{120} = 115,666 \text{ min.}$$

Media eșantionului \bar{t}_r este un estimator nedeplasat pentru media teoretică t_r .

II. Dispersia

Pentru calculul dispersiei $\bar{\sigma}^2$ se va folosi relația 2.24 care dă un estimator absolut corect (estimator nedeplasat) al dispersiei teoretice σ^2

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{n_r - 1} \sum_{i=1}^n (t_{ri} - \bar{t}_r)^2 = \frac{1}{120 - 1} \sum_{i=1}^{120} (10 - 115,66)^2 + \dots + (220 - 115,66)^2 = 1474,7697 \text{ min}^2$$

III. Abaterea medie pătratică

Abaterea tip se obține prin extragerea rădăcinii pătrate din dispersie:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{1474,7697} = 38,40273 \text{ min.}$$

Un estimator nedeplasat pentru abaterea tip se poate calcula cu una din relațiile (3.132) sau (3.134).

Dacă se utilizează relația propusă de R.M.Brugger (3.132) se obține:

$$\bar{\sigma} = 38,4836$$

Factorul de nedeplasare propus de Dixon și Massey (3.133 și 3.134) dă valoarea:

$$\bar{\sigma} = 38,4834$$

Se adoptă media acestor două valori, deci:

$$\bar{\sigma} = 38,4835 \text{ min}$$

Cunoscînd valorile abaterii tip și timpului mediu de repara-

rații, se poate calcula coeficientul de variație:

$$C_v = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{t}_r} = \frac{38,4835}{115,666} = 0,3327$$

Deoarece valoarea coeficientului de variație este mai mică decât 0,333, se poate considera că datele experimentale provin dintr-o repartiție normală.

4.6.1.3. Rețeaua probabilistă:

Utilizarea rețelei probabiliste pentru estimarea unui model statistic presupus adecvat datelor experimentale presupune existența sau construirea unei rețele probabiliste normale (cu scară funcțională gaussiană).

Pe o astfel de rețea (fig.4.13) se reprezintă perechile de valori $[t_{r1}; \bar{F}(t_{r1})]$, unde $\bar{F}(t_{r1})$ este estimația punctuală a funcției de repartiție obținută cu una din relațiile 3.69...3.73. S-a utilizat estimația de tip Hazen: $\bar{F}(t_{r1}) = (i-0,5)/n_r$ iar în situațiile când mai multe reparații au avut același timp, au fost reprezentate pe rețea valorile extreme ale funcției de repartiție.

Se observă din fig.4.13 că punctele se repartizează în jurul unei drepte, dreapta lui Henry, ceea ce confirmă ipoteza că datele experimentale provin dintr-o repartiție normală.

Rețeaua probabilistă permite detectarea valorilor aberante, adică acele valori numerice care se deosebesc net de celelalte, fiind prea depărtate de dreapta trasată. Valorile aberante se elimină din analiză.

Parametrii \bar{t}_r și $\bar{\sigma}$ ai repartiției se determină direct din rețea.

Media \bar{t}_r este dată de abscisa punctului de intersecție a dreptei cu orizontala $F(t_r) = 50\%$
 $\bar{t}_r = 116 \text{ min.}$

Eroarea medie pătratică se calculează cu una din relațiile (3.85), (3.86) sau (3.87). Aplicând ultima relație se obține:

$$\bar{\sigma} = \frac{t_{r34} - t_{r16}}{2} = \frac{155-78}{2} \quad \bar{\sigma} = 38,5 \text{ min.}$$

Este remarcabilă apropierea valorilor timpului mediu de reparații \bar{t}_r și abaterii tip $\bar{\sigma}$, determinate pe cale grafică, de cele determinate anterior pe cale analitică.

Ipoteza că timpii de reparații urmează o lege de repartiție normală trebuie supusă unor teste, care permit acceptarea sau respingerea ei.

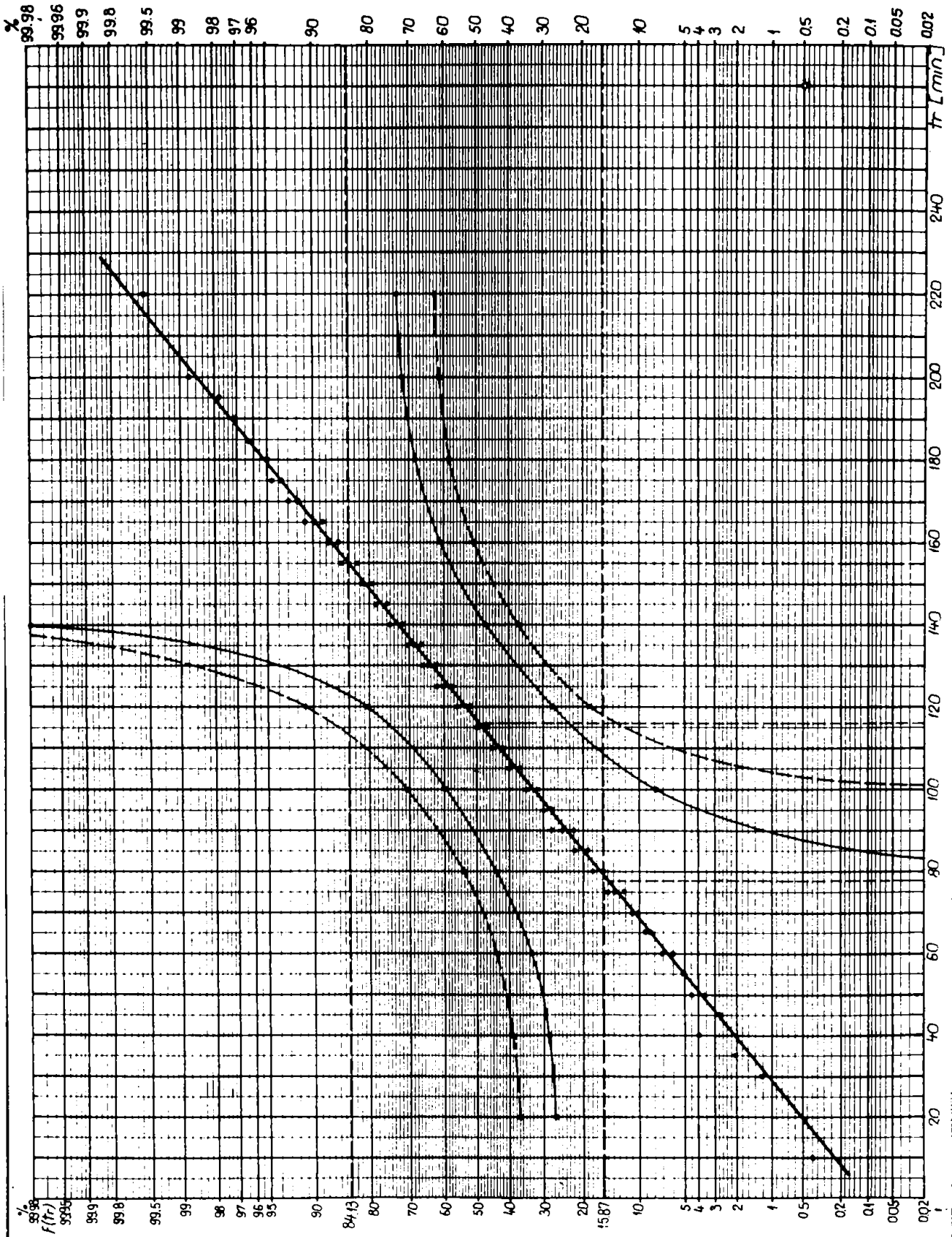


Fig. 4.13

4.6.2. Teste pentru validarea legii de repartiție normală

In subcapitolul 3.7 au fost prezentate bazele teoretice ale principalelor teste statistice de adecvare a modelelor. In cele ce urmează vor fi prezentate câteva teste de verificare a concordanței între repartiția empirică obținută în experiment și repartiția teoretică aleasă drept model.

4.6.2.1. Testul χ^2

In subcapitolul 3.7.1 au fost date câteva detalii privind utilizarea acestui test. Pentru a aplica acest test, datele experimentale vor fi grupate ca în tabelul 4.6.

Tabelul 4.6

Inter- valul	0-70	71-90	91-110	111-130	131-150	151-170	170-220
n_{ri}	12	22	23	23	19	13	8

Numărul sperat de defecțiuni (frecvența absolută teoretică) pe clasă este:

$$n_r p_i = n_r \int_{t_{r,i-1}}^{t_{ri}} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t_{ri} - \bar{t}_r}{\sigma} \right)^2} \quad (4.1)$$

sau:

$$n_r p_i = n_r \left[\Phi \left(\frac{t_{ri} - \bar{t}_r}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{t_{r,i-1} - \bar{t}_r}{\sigma} \right) \right] \quad (4.2)$$

Aplicînd relația (4.2) pentru cele șapte clase ale tabelului 4.6 se obține:

$$\begin{aligned} n_r p_1 &= 120 \Phi \left(\frac{70 - 115,66}{38,4835} \right) = 120 \Phi(-1,1866) = 120 \times 0,11767 = 14,12 \\ n_r p_2 &= 120 \left[\Phi \left(\frac{90 - 115,66}{38,4835} \right) - 0,11767 \right] = 120 \times 0,1347 = 16,16 \\ n_r p_3 &= 120 \left[\Phi \left(\frac{110 - 115,66}{38,4835} \right) - 0,25237 \right] = 120 \times 0,1891 = 22,69 \\ n_r p_4 &= 120 \left[\Phi \left(\frac{130 - 115,66}{38,4835} \right) - 0,44147 \right] = 120 \times 0,20374 = 24,45 \\ n_r p_5 &= 120 \left[\Phi \left(\frac{150 - 115,66}{38,4835} \right) - 0,64521 \right] = 120 \times 0,16865 = 20,24 \\ n_r p_6 &= 120 \left[\Phi \left(\frac{170 - 115,66}{38,4835} \right) - 0,81386 \right] = 120 \times 0,10714 = 12,86 \end{aligned}$$

$$n_r p_7 = 120(1 - 0,921) = 9,48$$

Calculînd expresia (3.100) rezultă:

$$\begin{aligned} \chi_c^2 &= \sum_1^k \frac{(n_{ri} - n_r p_i)^2}{n_r p_i} = \sum_1^7 \frac{(12-14,12)^2}{14,12} + \frac{(22-16,16)^2}{16,16} + \\ &+ \frac{(23-22,69)^2}{22,69} + \frac{(23-24,45)^2}{24,45} + \frac{(19-20,24)^2}{20,24} + \frac{(13-12,86)^2}{12,86} + \\ &+ \frac{(8-9,48)^2}{9,48} = 0,3183 + 2,1105 + 0,0042 + 0,086 + \\ &+ 0,076 + 0,0015 + 0,2311 = 2,8276 \end{aligned}$$

Pentru $7 - 2 - 1 = 4$ grade de libertate și un nivel de încredere egal cu 0,9 din tabelele repartiției χ^2 se citește $\chi_{0,9}^2(4) = 7,78$.

Deoarece $\chi_c^2 = 2,8276 < \chi_{0,9}^2 = 7,78$ se acceptă ipoteza H_0 , considerînd că există concordanță între repartiția teoretică aleasă ca model și cea empirică.

4.6.2.2. Testul Kolmogorov-Smirnov

Sînt două modalități de utilizare a acestui test.

O primă modalitate, prezentată teoretic în subcapitolul 3.72, presupune calculul frecvențelor relative $\bar{f}(t_r)$, frecvențelor relative cumulate (funcția de repartiție empirică) $\bar{F}(t_r)$. Presupunînd în cadrul ipotezei H_0 , o repartiție teoretică $F(t_r)$ normală cu densitatea de probabilitate $f(t_r)$, se calculează funcția de repartiție respectivă. În tabelul 4.7 sînt prezentate valorile calculate.

Valorile funcțiilor din tabelul 4.7 au fost determinate după cum urmează:

- Frecvența relativă experimentală $\bar{f}(t_{ri})$:

$$\bar{f}(t_{ri}) = \frac{n_{ri}}{n_r}$$

- Densitatea de probabilitate (funcția de frecvență teoretică) $f(t_{ri})$:

$$f(t_{ri}) = \frac{1}{\bar{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t_{rci} - \bar{t}_r)^2}{2\bar{\sigma}^2}\right]$$

în care t_{rci} este valoarea de la mijlocul intervalului.

- Funcția de repartiție experimentală $\bar{F}(t_{ri})$:

$$\bar{F}(t_{ri}) = \sum \bar{f}(t_{ri})$$

suma cuprinzînd intervalul considerat și cele precedente.

Tabelul 4.7

t_{ri}	n_{ri}	$\bar{F}(t_{ri})$	$f(t_{ri})$	$\bar{F}(t_{ri})$	$F(t_{ri})$	$ \bar{F}(t_{ri}) - F(t_{ri}) $
0-20	1	0,00833	0,00478	0,00833	0,00646	0,00187
21-40	2	0,01667	0,0174	0,025	0,02464	0,00036
41-60	7	0,05833	0,04835	0,08333	0,07402	0,00931
61-80	13	0,10833	0,10254	0,19166	0,17703	0,01463
81-100	21	0,175	0,16598	0,36666	0,34197	0,02469
101-120	26	0,21667	0,2051	0,58333	0,54484	0,03849
121-140	21	0,175	0,19344	0,75833	0,73644	0,02189
141-160	15	0,125	0,13926	0,88333	0,87532	0,00801
161-180	9	0,075	0,07653	0,95833	0,95271	0,00562
181-200	3	0,025	0,0321	0,98333	0,98579	0,00246
201-220	2	0,01667	0,01028	1	0,99665	0,00335

$n_r = 120$ 1

- Funcția teoretică de repartiție $F(t_{ri})$, cu ajutorul relațiilor (3.42...3.46) și tabele cu funcția integrală a lui Laplace.

Statistica testului (distanța maximă dintre funcția de repartiție empirică și cea teoretică) așa cum se poate vedea în ultima coloană din tabelul 4.7 este:

$$\max d_{11} = |\bar{F}(t_{ri}) - F(t_{ri})| = 0,03849$$

Din tabelele distribuției Kolmogorov citim că, pentru un nivel de încredere $1 - \alpha = 0,9$, deci un risc de eroare $\alpha = 0,1$:

$$\frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{k}} = \frac{1,22}{\sqrt{11}} = 0,3678$$

$k = 11$ reprezintă numărul intervalelor de grupare.

Deoarece $\max d_{11} = 0,03849 < \frac{\lambda_{0,1}}{\sqrt{k}} = 0,3678$ se acceptă ipoteza H_0 și vom considera repartiția teoretică drept o repartiție normală, cu parametri \bar{t}_r și $\bar{\sigma}$ estimați anterior.

Limitele intervalului de încredere pentru funcția $F(t_r)$ se pot calcula cu relațiile:

$$F_S(t_r) = F(t_r) \pm \frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{k}}$$

$$F_i(t_r) = F(t_r) - \frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{k}}$$

In fig.4.13 au fost trasate, cu linie intreruptă, limitele intervalului de încredere pentru funcția $F(t_r)$ calculate cu relațiile:

$$F_g(t_r) = F(t_r) + 0,3678$$

$$F_i(t_r) = F(t_r) - 0,3678$$

valorile funcției teoretice de repartiție $F(t_r)$ fiind luate din tabelul 4.7.

Se poate de asemenea utiliza acest test considerînd^{pe} graficul din fig.4.13 punctul care este mai depărtat de dreapta trasată. Acesta este primul, $t_{r1} = 10$ ore.

In acest punct:

$$\bar{F}(t_{r1}) = \frac{1 - 0,5}{n_r} = \frac{1 - 0,5}{120} = 0,00416$$

iar:

$$F(t_{r1}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t_{r1} - \bar{t}_r)^2}{2\sigma^2}\right] dt = 0,00312$$

deci:

$$\max d_{120} = |\bar{F}(t_{r1}) - F(t_{r1})| = 0,00416 - 0,00312 = 0,00104$$

Pentru un nivel de încredere $1 - \alpha = 0,9$, din tabele citim:

$$\frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{n_r}} = \frac{1,22}{\sqrt{120}} = 0,11137$$

Se observă că și prin această metodă rezultă:

$$\max d_{120} = 0,00104 < 0,11137 = \frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{n}}$$

deci ipoteza unei legi normale se confirmă.

4.6.2.3. Testul binomial

Sînt două variante de aplicare a acestui test și anume: testul binomial complet, prezentat în subcapitolul 3.7.4 și testul binomial simplificat.

Testul binomial complet se poate aplica atunci cînd dispunem de tabelele necesare (tabelul funcției Beta incompletă, tabele care dau valorile $F_i(x)$ și $F_g(x)$ în funcție de n și de i). In lipsa acestora, se poate aplica testul binomial simplificat, care este mai precis decît testul Kolmogorov-Smirnov și χ^2 .

Testul binomial simplificat se bazează pe constatarea că

abaterea maximă între $F(t_r)$ și $F_i(t_r)$ sau $F_s(t_r)$ are loc pentru $F(t_r) = 0,5$.

Dacă se utilizează, în locul termenului $\lambda_\alpha/\sqrt{n_r}$ al testului Kolmogorov-Smirnov, valoarea $B(n_r; 0,5; \alpha)$ se obține un test mai sensibil, care dă limite mai restrânse decât cele date de testul Kolmogorov-Smirnov. Valorile $B(n_r; 0,5; \alpha)$ sînt tabelate. Pentru $n_r = 120$ și $\alpha = 0,1$, din tabel citim:

$$B(120; 0,5; 0,1) = \frac{0,882}{\sqrt{120}} = 0,080515$$

sau:

$$B(11; 0,5; 0,1) = 0,265$$

Se remarcă faptul că:

$$B(120; 0,5; 0,1) = 0,080515 < 0,11137 = \frac{\lambda_{0,1}}{\sqrt{120}}$$

și:

$$B(11; 0,5; 0,1) = 0,265 < 0,3678 = \frac{\lambda_{0,1}}{\sqrt{11}}$$

Limitele intervalului de încredere vor fi:

$$F_i(t_r) = F(t_r) - 0,0805$$

$$\hat{F}_s(t_r) = F(t_r) + 0,0805$$

cînd se calculează funcția de repartiție teoretică $F(t_r)$ pentru fiecare punct, sau:

$$F_i(t_r) = F(t_r) - 0,265$$

$$F_s(t_r) = F(t_r) + 0,265$$

cînd funcția de repartiție este calculată prin intervale de grupare (tabelul 4.7).

În fig.4.13 au fost trasate, cu linie continuă, limitele intervalului de încredere pentru funcția $F(t_r)$, calculate cu ultimele două relații de mai sus, valorile funcției teoretice de repartiție $F(t_r)$ fiind luate din tabelul 4.7.

Se remarcă sporul de precizie dat de testul binomial, limitele acestuia fiind totdeauna în interiorul limitelor testului Kolmogorov-Smirnov.

Deoarece toate cele trei teste au confirmat ipoteza normalității, conchidem că timpii de reparații a dispozitivelor de legat cu sfoară defectate în perioada menționată urmează o lege normală de repartiție.

4.6.3. Estimarea parametrilor legii normale

4.6.3.1. Estimarea punctuală

În subcapitolul 4.6.1.2 au fost estimați principalii parametri ai repartiției normale: timpul mediu de repartiții, dispersia, abaterea medie patratică, coeficientul de variație. În continuare vor fi estimați alți parametri ai legii normale de repartiție:

I. Mediana

Mediana este valoarea caracteristicii (timpului de reparații) care ocupă locul central în șirul ordonat al valorilor. Pentru un număr par de valori mediana, calculată cu relația (2.16), are valoarea:

$$M_e = \underline{115 \text{ min}}$$

II. Modul

Reprezintă valoarea timpului de reparații pentru care densitatea de probabilitate este maximă. Pentru repartițiile unimodale, modul se poate calcula cu relația:

$$M_o = \bar{t}_r + 3(M_e - \bar{t}_r) \quad (4.3)$$

Înlocuind în relația (4.3) rezultă:

$$M_o = 115,66 + 3(115 - 115,6) \quad \underline{M_o = 113,66 \text{ min.}}$$

Decarece valoarea medianei se găsește între valoarea medie și valoarea modală,

$$M(T) > M_e(T) > M_o(T)$$

$$115,66 > 115 > 113,66$$

repartiția este asimetrică. De asemenea, se observă că valoarea modală este mai mică decât valoarea medianei, ceea ce indică o asimetrie de dreapta a curbei densității de probabilitate.

III. Amplitudinea

Se obține făcând diferența valorilor extreme;

$$A = t_{r.\max} - t_{r.\min} = 220 - 10 \quad \underline{A = 210 \text{ min.}}$$

IV. Abaterea medie liniară

Se calculează cu relația (2.20):

$$d_t = \frac{\sum_{i=1}^n |t_{ri} - \bar{t}_r|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{120} |(10 - 115,66) + \dots + (220 - 115,66)|}{120}$$

$$d_t = \underline{30,605}$$

V. Coeficientul de asimetrie

Se calculează cu relația (2.29) propusă de K.Pearson:

$$\beta_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} = \frac{98620}{55.928,7} \quad \beta_1 = 1,763$$

Deoarece $\beta_1 > 0$, curba densității de probabilitate este pozitiv asimetrică (asimetrie de dreapta).

VI. Coeficientul de exces

Caracterizează boltirea sau turtirea curbei și a fost propus de R.A. Fischer (relația 2.30)

$$\beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{6.276.508}{2.138.847,7} \quad \beta_2 = 2,935$$

Deoarece $\beta_2 < 3$, curba densității de probabilitate este de tip placurtic, adică vârful ei este mai plat iar cozile sînt mai mici în comparație cu repartiția normală normată.

Avînd calculați parametrii repartiției precum și valorile funcțiilor experimentale și teoretice (tabelul 4.7) au fost prezentate grafic funcțiile frecvențelor relative (fig.4.14)

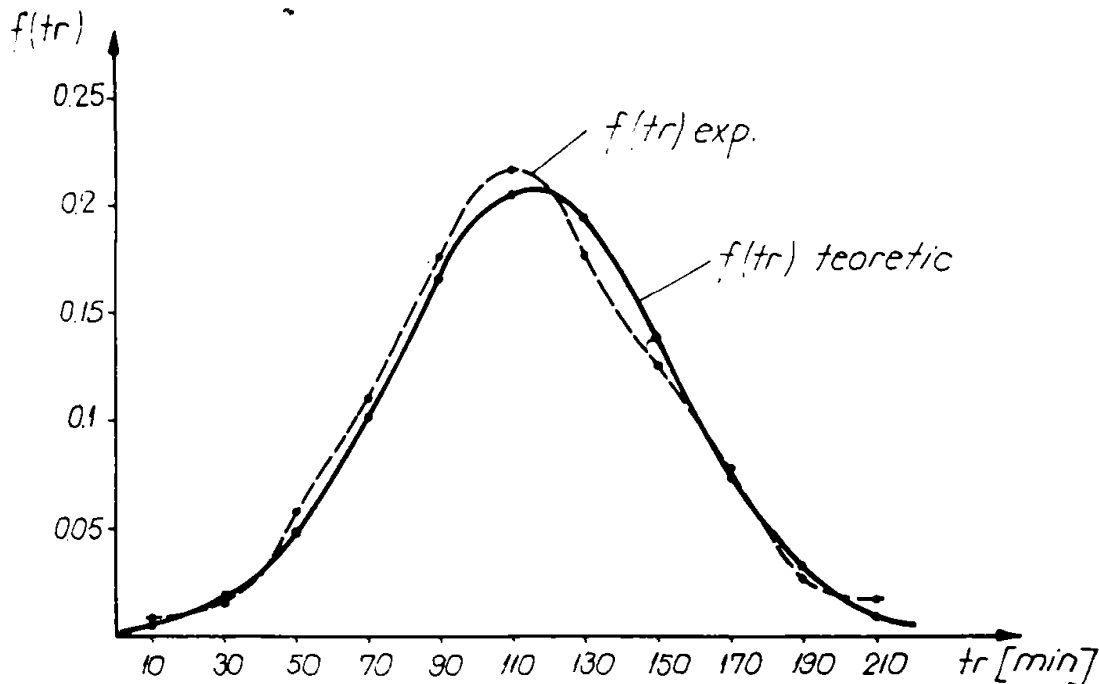


Fig.4.14

In figura 4.15 sînt reprezentate funcțiile de repartiție empirică și teoretică.

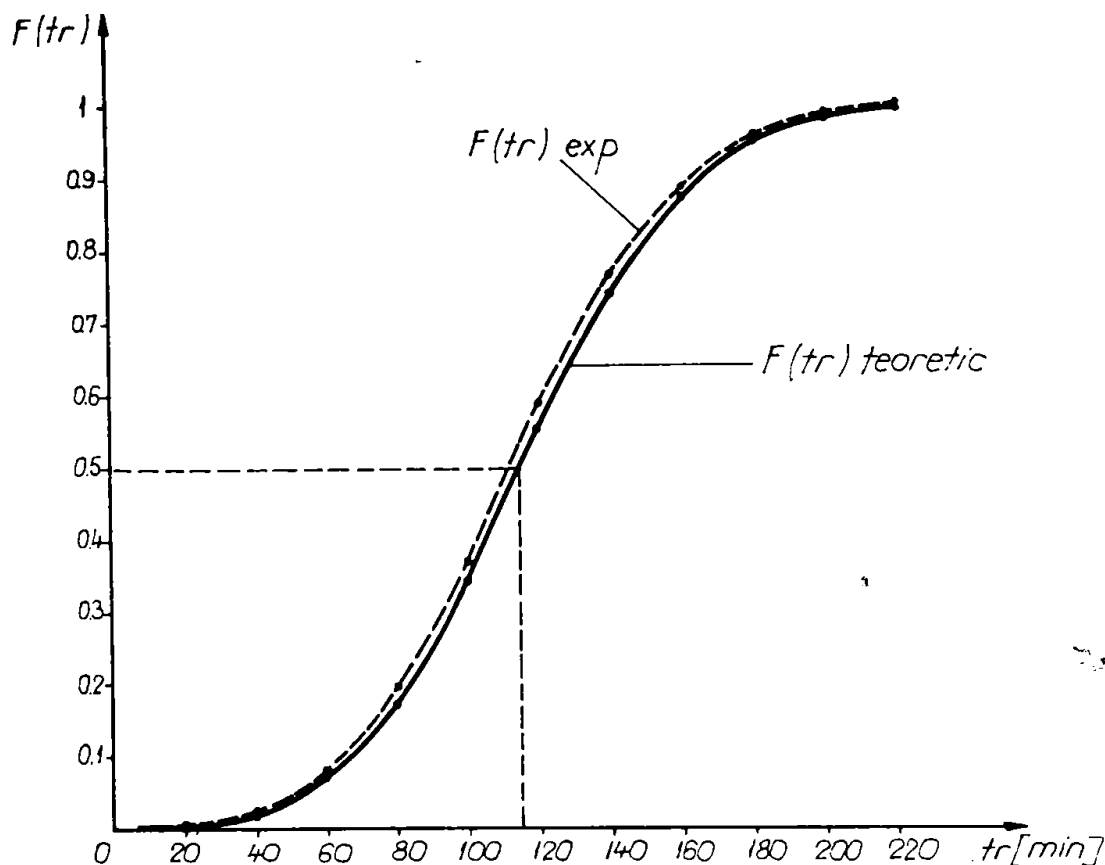


Fig. 4.15

4.6.3.2. Estimarea prin intervale de încredere

I. Interval de încredere pentru medie

Dacă abaterea medie pătratică σ a fost estimată prin S (relație 2.27) iar volumul selecției este mare ($n > 25$), intervalul de încredere al mediei teoretice este dat de relația 3.135, care se mai poate scrie și sub forma:

$$P\left(\bar{t}_r - z_{\alpha/2} \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n_r}} < t_r < \bar{t}_r + z_{\alpha/2} \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n_r}} = 1 - \alpha = 2\varphi(z) \right) \quad (4.4)$$

unde α este nivelul de semnificație sau riscul ca valoarea mediei să cadă în afara intervalului de încredere considerat iar $\varphi(z)$ este funcția lui Laplace.

Să estimăm media t_r cu un interval de încredere de 95% cu risc bilateral simetric, $\alpha = 0,05$. Tabelul cu funcția integrală a lui Laplace, pentru un nivel de încredere de 95%, dă $z = 1,96$, iar intervalul de încredere pentru media teoretică devine:

$$115,66 - 1,96 \frac{38,48}{\sqrt{120}} < t_r < 115,66 + 1,96 \frac{38,48}{\sqrt{120}}$$

sau:

$$108,78 < t_r < 122,55$$

II. Interval de încredere pentru dispersie

Atunci cînd dispunem de tabelele funcției Hi- pătrat pentru $n = 119$, intervalul de încredere pentru dispersie se poate calcula cu relația (3.137). În lipsa acestui tabel, estimarea dispersiei cu ajutorul intervalelor de încredere necesită cunoașterea erorii standard σ_{m_2} care nu este altceva decît abaterea medie pătratică a estimatorului $\bar{\sigma}$.

Eroarea standard a dispersiei se obține din relația:

$$\sigma_{m_2} = \sqrt{\frac{m_4 - m_2^2}{n_r}} = \sqrt{\frac{6.276.508 - 2.138.847}{120}} \quad (4.5)$$

$$\sigma_{m_2} = 185,69 \text{ min}$$

Intervalul de încredere corespunzător probabilității de 95% va fi:

$$\bar{\sigma}^2 - z \cdot \sigma_{m_2} < \sigma^2 < \bar{\sigma}^2 + z \cdot \sigma_{m_2} \quad (4.6)$$

$$1474,77 - 1,96 \times 185,69 < \sigma^2 < 1474,77 + 1,96 \times 185,69$$

$$\underline{1110,82 < \sigma^2 < 1838,72}$$

Valoarea variabilei normale normate z se determină din tabelul funcției integrale a lui Laplace, avînd în vedere ecuația:

$$\mathcal{N}(z) = 1 - \alpha$$

III. Interval de încredere pentru abaterea tip

Pentru determinarea intervalului de încredere al abaterii tip, se obișnuiește să se extragă rădăcina pătrată din valorile intervalului dispersiei. Avînd aceste valori, date de relația (4.6), intervalul de încredere al abaterii tip va fi:

$$\underline{33,33 < \sigma < 42,88}$$

Un alt mod de a calcula intervalul de încredere pentru abaterea standard este dat de relația:

$$\bar{\sigma}(1-q) < \sigma < \bar{\sigma}(1+q) \quad (4.7)$$

unde q este un coeficient cu valori tabelate.

Pentru un nivel de încredere 95%, relația (4.7) dă:

$$38,4835(1-0,1296) < \sigma < 38,4835(1+0,1296)$$

$$\underline{33,496 < \sigma < 43,471}$$

Intervalul de încredere al abaterii tip se mai poate determina cu ajutorul momentelor centrate. Se calculează eroarea standard cu relația:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{m_4 - m_2^2}{4n \cdot m_2}} = \sqrt{\frac{6.217.508 - 1.138.047}{4 \times 120 \times 1462,5}} = 2,43 \quad (4.8)$$

iar intervalul de încredere pentru $\alpha = 0,05$ cu relația:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} - z \sigma_s &< \sigma < \bar{\sigma} + z \sigma_s & (4.9) \\ 38,4835 - 1,96 \times 2,43 &< \sigma < 38,4835 + 1,96 \times 2,43 \\ \underline{33,72} &< \sigma < \underline{43,25} \end{aligned}$$

Se observă că, indiferent de metoda aplicată, valorile limitelor intervalului de încredere sînt foarte apropiate.

IV. Intervalul de încredere al coeficientului de variație

Se obține calculînd eroarea standard a coeficientului de variație cu relația:

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \frac{C_v}{\sqrt{2n_r}} \sqrt{1 + \frac{2C_v^2}{10^4}} & (4.10) \\ \sigma_v &= \frac{0,3327}{\sqrt{2 \times 120}} \sqrt{1 + \frac{0,3327^2}{10^4}} = 0,0215 \end{aligned}$$

Pentru un nivel de încredere de 95%, intervalul coeficientului de variație va fi:

$$\begin{aligned} \bar{C}_v - z \cdot \sigma_v &< C_v < \bar{C}_v + z \sigma_v & (4.11) \\ 0,3327 - 1,96 \times 0,0215 &< C_v < 0,3327 + 1,96 \times 0,0215 \\ \underline{0,29} &< C_v < \underline{0,375} \end{aligned}$$

4.6.4. Considerațiuni privind parametrii restabilirii

Metodele grafice și analitice utilizate au permis stabilirea valorii timpului mediu de reparații $\bar{t}_r = 115,66$ minute. Considerente de ordin constructiv referitoare la separabilitatea elementelor componente, accesibilitatea la diferitele subansambluri ale dispozitivului de legat cu sfoară etc. conduc la concluzia că valoarea timpului mediu de reparații este relativ mare.

Fără a neglija influența factorilor constructivi și tehnologici asupra mentenabilității și reparabilității dispozitivului de legat, se poate afirma că această valoare a timpului mediu de reparații a fost determinată în primul rând de factorii de exploatare, organizatorici și tehnici, dintre care se menționează:

- Sistemul de organizare a întreținerilor tehnice și reparațiilor, care diferă de la o unitate la alta, formele de organizare ce le-am întâlnit fiind pe echipe specializate și individuale. În acest ultim caz, întreținerile și reparațiile se fac de mecanizatorul care exploatează mașina.

- Nerespectarea cu strictețe a periodicității și continuității întreținerilor tehnice, ceea ce conduce la creșterea vitezei de uzură și chiar la avarii.

- Modul de organizare a aprovizionării cu materiale și piese de schimb în perioada campaniei.

- Nivelul pregătirii profesionale a mecanizatorilor și personalului de întreținere și reparații.

- Dotarea tehnică a atelierelor, a secțiilor și a atelierelor mobile etc.

Frecvența relativă a timpilor de reparații (densitatea de probabilitate) prezentată în fig.4.14 este pozitiv asimetrică (asimetrie de dreapta). Asimetria curbei frecvențelor relative se datorează faptului că primele 60 de căderi (ordonate crescător) au necesitat un timp de reparații egal cu 5.105 minute, iar următoarele 60 căderi au cerut 8.775 minute pentru reparare.

Asimetria de dreapta a curbei frecvențelor relative este evidențiată și de valoarea coeficientului de asimetrie $\beta_1 = 1,76$.

Din graficul funcției de repartiție (fig.4.15) se poate determina valoarea medianei, proiectând pe axa absciselor punctul de intersecție între orizontala $y = 0,5$ și curba $y = F(t_r)$. Rezultă $M_e = 115$ minute.

Cunoscînd timpul mediu de bună funcționare \bar{t} , timpul mediu

de reparații t_r și volumul lucrărilor de executat într-un an, se poate stabili nivelul optim de dotare a unităților agricole, se pot determina normele de timp pentru diverse lucrări agricole etc.

4.7. Stand pentru încercarea înnodătoarelor cu sfoară

În cadrul lucrării a fost realizat un stand, care servește pentru studiul construcției și funcționării înnodătorului cu sfoară, încercării și reglării acestuia după reparare. Standul, care a fost obiectul unei inovații, a intrat în dotarea Catedrei de Mașini Agricole, fiind folosit la lucrările practice cu studenții Facultății de Mecanică Agricolă Timișoara și a fost solicitat de unități S.M.A. din județul Timiș ca: S.M.A.Timișoara, S.M.A.Jebel, S.M.A.Ciacova etc.

Standul, prezentat în fotografiile din figura 4.16 și schematic în figura 4.17, este alcătuit dintr-un batiu 1, realizat din oțel profilat și tablă, în care a fost reprodusă camera de presare a presei. Pe batiu au fost montate, conform instrucțiunilor de montaj din cartea tehnică, înnodătorul pentru sfoară, acele cu mecanismul lor de acționare, ghidajul mobil, cutia de sfoară.

Acționarea înnodătorului și a celorlalte mecanisme este asigurată de electromotorul 2 prin intermediul cuplajului elastic 3, reductorul 4 și transmisia cu lanț 5. Pentru studiul la ralanti al funcționării înnodătorului, electromotorul 2 poate fi acționat manual cu ajutorul unei manivele.

Discul 6, gradat de la 0 la 360°, montat pe arborele principal, permite stabilirea ciclogramei de funcționare a dispozitivului de legat și acelor.

În lipsa baloturilor și a roții stelate, pîrghia de declanșare a înnodătorului este acționată de transmisia cu lanț formată din: roata de lanț z_3 , montată pe roata de lanț z_2 , lanțul 7 și roata de lanț z_4 pe arborele căreia este fixată și rola zimțată care ridică pîrghia de declanșare.

Roata de lanț z_5 , solidară cu cama de acționare dreapta, pune în mișcare mecanismul de întindere a sforii în momentul scoaterii nodurilor de pe degetul înnodător. Acest mecanism este alcătuit din:

- transmisia cu lanț 8 (roata de lanț z_5 - lanțul 8 - roata de lanț z_6);
- angrenajul format de roata cu sector dințat 10 (cu 7 dinți) montată pe arborele 9 al roții z_6 și roata dințată z_7 . La calculul cinematic al acestui angrenaj s-a avut în vedere ca roata condusă z_7

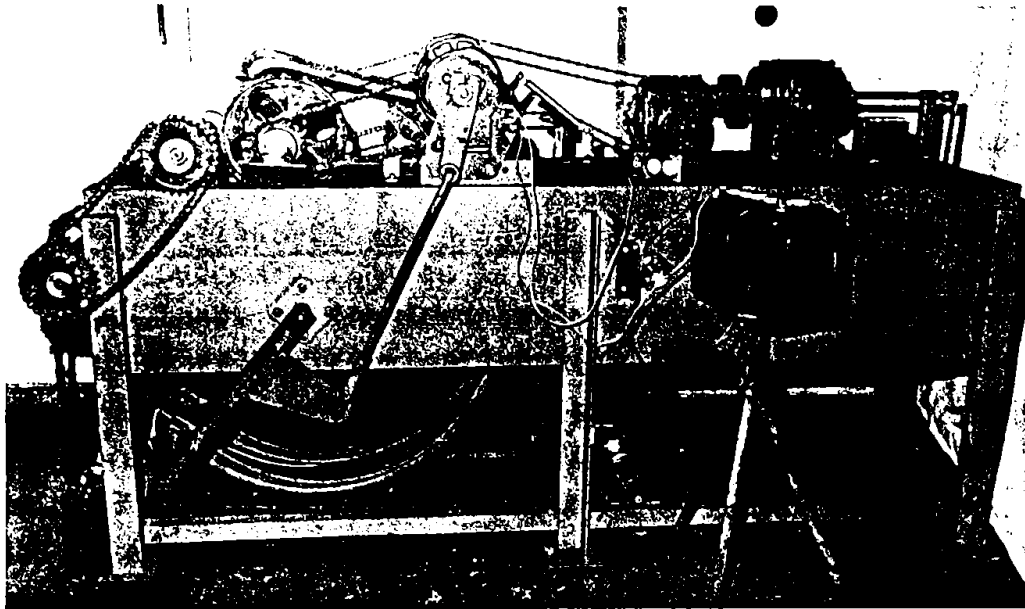
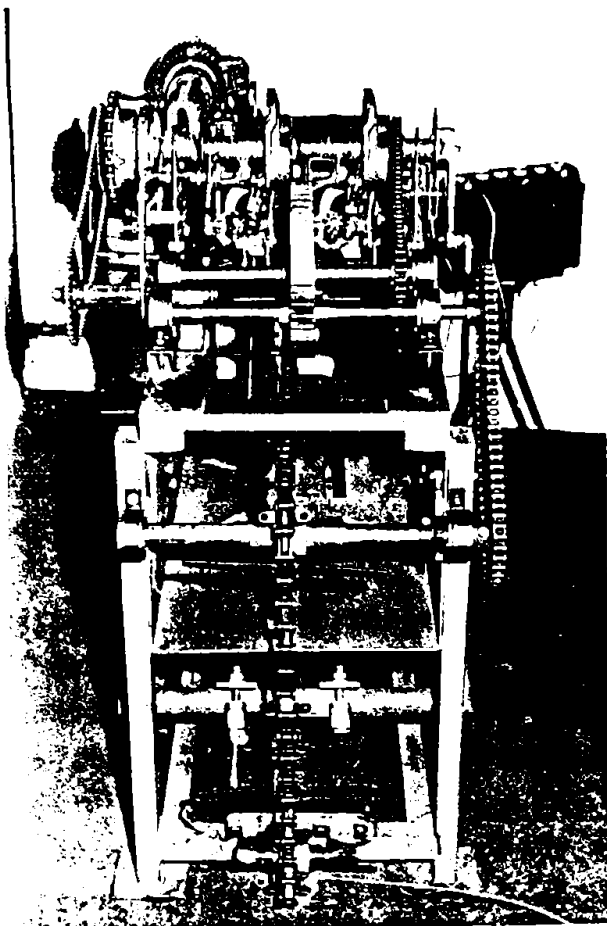


Fig. 4.16



să înceapă rotirea la jumătatea cursei active a suportului cuțit și să se oprească la începutul cursei în gol a acestuia;

- transmisia cu lanț 12 (z_8 montată pe arborele 11 al roții dinate z_7 - lanțul 12 - z_9);
- transmisia cu lanțul 13 de întindere a sforii, montat pe roata motoare z_{10} și roțile de ghidare z_{11} - z_{12} - z_{13} . Pe lanțul 13 au fost montate barele 14 care întind sfoara și scot nodul de pe deget. Pasul barelor corelat cu viteza de deplasare a lanțului, asigură o bună scoatere a nodurilor de pe cele două degete înnoțitoare, un consum redus de sfoară pentru încercări, înlocuind bine balo-ul și pale din exploatare.

tare.

Numărul ciclurilor de funcționare ale înnoțitorului este înregistrat de contorul de impulsuri 15, alimentat cu energie electrică de bateria de acumuloare 16, prin întrerupătorul 17. Pe periferia discului frânei acelor a fost sudată o camă care, la o rotație

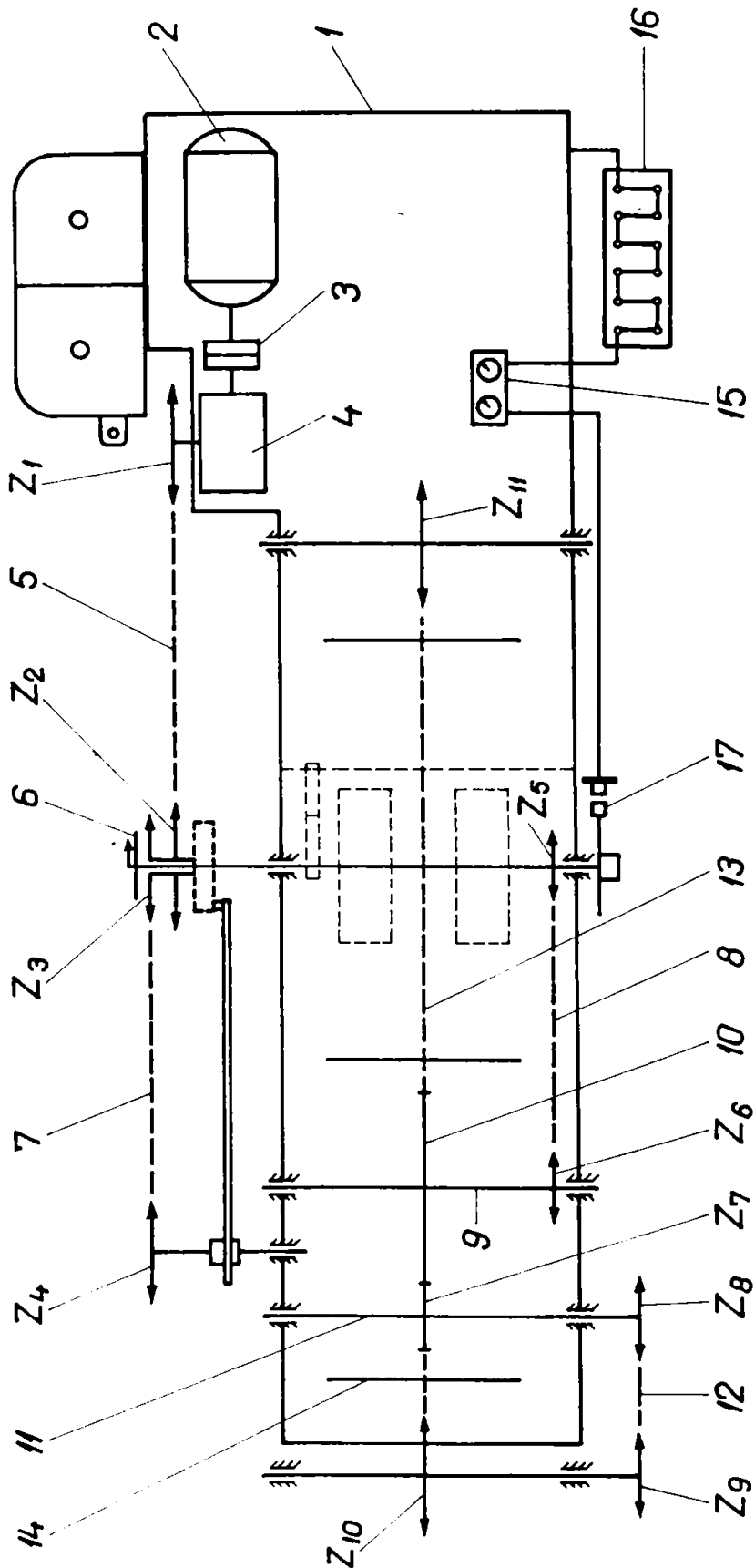


Fig.4.17

a arborelui principal (un ciclul de funcționare), închide odată contactele întrerupătorului 17, contorul 15 înregistrând un impuls.

Dispozitivul de legat care se încearcă, completat cu cele două roți de lanț z_3 și z_5 , se montează pe stand, respectând prescripțiile din cartea tehnică referitoare la jocurile și pozițiile diferitelor subansambluri componente.

La început se va acționa manual rotorul electromotorului, cu ajutorul manivelei, urmărindu-se funcționarea subansamblelor componente ale înodătorului și acelor, existența jocurilor și pozițiilor de montaj. Se introduce sfoara pe traseul prevăzut și prin acționarea manuală se execută primul nod. După ce reținătoarele de sfoară au reținut un capăt al sforii, se pornește electromotorului standului, în continuare procesul legării desfășurându-se automat cu o frecvență de 20-40 cicluri/minut.

Deoarece vitezele de lucru și sarcinile la care este supus dispozitivul de legat sînt mai apropiate de cele existente în condiții normale de lucru, probabilitatea apariției defecțiunilor, datorate unor vicii ascunse, montaje și reglaje necorespunzătoare, este mai mare decît la acționarea manuală.

Standul realizat permite încercarea și reglarea dispozitivelor de legat în cele mai bune condițiuni.

CAPITOLUL 5CONCLUZII FINALE5.1. Concluzii cu privire la rezultatele cercetărilor și experimentelor

1. Teoria probabilităților și statistica matematică pun la dispoziția inginerului numeroase legi de repartiție cu ajutorul cărora se pot cerceta oricare din fenomenele, procesele tehnice, tehnologice etc. Sarcina inginerului constă în găsirea legii de repartiție care corespunde cel mai bine fenomenului studiat.

2. Cu datele experimentale se obține funcția de repartiție empirică care estimează, mai mult sau mai puțin, legea de repartiție teoretică. Pentru a stabili legea de repartiție care să descrie cât mai fidel fenomenul studiat, trebuie folosite mai multe metode, empirice, grafice, analitice etc.

3. Trebuie să se verifice că ipoteza privind legea de repartiție reținută este valabilă, deci să se valideze modelul. În acest scop, statistica matematică ne pune la dispoziție teste generale, aplicabile la toate legile de repartiție și teste speciale, asociate unei anume repartiții.

4. Uneori, pentru un număr redus de observații, testele permit acceptarea a două sau chiar trei legi de repartiție ceea ce nu are sens. În aceste cazuri se pot aplica alte metode: calculul dreptei de regresie, compararea fenomenului studiat și a legii reținute cu fenomene și legi cunoscute pentru dispozitive asemănătoare.

5. Pentru prelucrarea unui număr mare de date experimentale, statistica matematică face o grupare a acestor valori pe intervale disjuncte (clase), obținându-se anumite valori pentru parametrii cercetați. Utilizând calculatoarele electronice, programate corespunzător, se obțin valori mai exacte, pentru aceiași parametri. De exemplu, \bar{t}_r calculat cu ajutorul intervalelor disjuncte este egal cu 113,166 min. iar cel determinat prin calcul electronic este de 115,66 min, valoare mai exactă.

6. Practicianul dorește ca puterea testului să fie cît mai mare, deci riscul de eroare cît mai mic. Statistica matematică ne arată că mărirea puterii testului are ca efect diminuarea puterii de discriminare a testului respectiv, după cum se poate remarca și în paragraful (4.3.1).

7. Testele generale cele mai cunoscute și folosite de practicieni sînt testul X^2 și Kolmogorov-Smirnov, ambele mai puțin precise decît testul binomial. Atunci cînd se dispune de tabelele necesare, este preferabil să se folosească testul binomial.

8. Dacă legea de repartiție a fenomenului studiat este cunoscută, este indicat să se folosească testele speciale. Pentru verificarea normalității există cca 40 teste speciale.

9. Pentru legea de repartiție incomplet specificată, estimarea parametrilor trebuie să se facă în cele două moduri indicate de teoria estimației: estimare punctuală și prin intervale de încredere.

10. Atunci cînd se dispune de relații și tabelele necesare se vor calcula estimatorii nedepasați (absolut corecți) ai valorilor teoretice.

11. Presa pentru balotat paie și fîn este o mașină agricolă de complexitate ridicată, cu un preț de cumpărare mare și cu cheltuieli de întreținere și reparare care se situează peste cele date prin normative. Dispozitivul de legat cu sfoară al preseii este ansamblul care se defectează cel mai des în exploatare.

12. Cunoașterea indicilor de fiabilitate, a reperelor care produc cele mai frecvente căderi, permite constructorului să îmbunătățească tehnologia de fabricație iar beneficiarului îi dă posibilitatea stabilirii nivelului optim de dotare, determinării pe cale științifică a cheltuielilor de întreținere și reparații, îmbunătățirii sistemului de aprovizionare cu materiale și piese de schimb.

13. Cercetările teoretice privind legile de repartiție aplicabile mașinilor agricole au fost confirmate de cercetările experimentale. Pentru dispozitivul de legat cu sfoară, legea de repartiție a căderilor este legea Weibull - forma normală - parametrul de localizare c fiind egal cu zero.

14. Rețeaua probabilistă, pe lîngă avantajul confirmării sau infirmării modelului statistic presupus adecvat datelor experi-

mentale, permite o bună estimare a parametrilor legii de repartiție. Valorile parametrilor de formă - b - și de scară - a - determinate cu ajutorul rețelei probabiliste Allan-Plait au fost $\bar{b} = 1,82$ respectiv $\bar{a} = 52$. Aceleași valori, estimate prin metoda verosimilității maxime, au fost $\tilde{b} = 1,94$ și $\tilde{a} = 52,68$. Si mai convingătoare sînt rezultatele obținute cu ajutorul rețelei în cazul repartiției normale unde $\bar{t}_x = 116$ min. iar $s = 38,5$ min. Aceiași parametri, calculați analitic, au valorile $\bar{t}_x = 115,66$ min și $s = 38,43$ min.

15. Testele pentru validarea modelului Weibull și a celui normal din care provin datele experimentale, prezentate în paragrafele (4.3.1), (4.3.2) și (4.6.2), au confirmat ipoteza privind legea de repartiție aleasă, iar valorile numerice arată că testul binomial este cel mai exact.

16. Valorile parametrilor b și a estimate prin diverse metode, MCMMP, MM și MVH, valori foarte apropiate între ele, confirmă încă odată alegerea corespunzătoare a modelului Weibull ca model teoretic din care provin datele experimentale.

17. Forma curbelor de frecvență (fig.4.4), (fig.4.14) și a curbelor fiabilității și funcției de repartiție, teoretică și experimentală (fig.4.5) și (4.15), indică alegerea corespunzătoare a modelului teoretic și o bună estimare a parametrilor modelului.

18. Din tabelul 4.3 și fig.4.5 se remarcă o scădere destul de rapidă a fiabilității dispozitivului de legat, în raport cu timpul de funcționare. Valoarea $R(10) = 0,94$ indică o fiabilitate intrinsecă relativ scăzută, celelalte valori $R(20) = 0,85$; $R(40) = 0,58$ etc. fiind influențate și de modul de deservire, de utilizare a mașinii.

5.2. Contribuții personale

1. Lucrarea aprofundează unele aspecte teoretice ale fiabilității, aplicabile mașinilor agricole, insistînd asupra metodelor de stabilire a legii teoretice de repartiție din care provin datele experimentale și asupra estimării parametrilor principalelor legi folosite în fiabilitate.

2. Din bogata bibliografie privind fiabilitatea, bazată pe teoria probabilităților și statistica matematică, au fost reținute și aprofundate teoretic legile de repartiție care pot adecva cel mai bine procesele și fenomenele ce au loc în exploatarea dispo-

zitivelor de legat cu sfoară; legea normală și legea Weibull.

3. Pentru determinarea legii de repartiție a căderilor, respectiv a timpilor de reparații, au fost utilizate metode grafice (printre care și rețelele probabilistice), metode analitice, iar testarea ipotezei privind legea de repartiție aleasă ca model teoretic s-a făcut și cu ajutorul testului binomial, cel mai precis test ne-parametric, ceea ce nu am întâlnit în alte teze cu subiect similar.

4. Au fost determinate legile de repartiție a căderilor și a timpilor de reparații pentru dispozitivul de legat cu sfoară de la presele pentru paie și fîn, au fost determinate prin mai multe metode valorile parametrilor legii teoretice (§ 4.4), au fost determinați și prezentați grafic parametri de bază și fiabilității acestui dispozitiv.

5. Considerațiunile privind dispozitivul de legat cu sfoară reliefează principalele repere care generează cele mai frecvente căderi, însoțite de propuneri vizând îmbunătățiri din punct de vedere constructiv, în scopul creșterii fiabilității acestora (§ 4.5)-

6. A fost proiectat și realizat un stand pentru studiul construcției și funcționării dispozitivelor de legat cât și pentru încercarea în regimuri de lucru mai apropiate de cele din exploatare. Standul a intrat în dotarea Catedrei de Mașini Agricole și Organizare, fiind utilizat la lucrările practice cu studenții.

Unități agricole ca SMA Timișoara, Jebel etc. și-au manifestat interesul pentru realizarea unor standuri similare.

7. Standul realizat a fost obiectul unei propuneri de inovație. De asemenea, autorul acestei lucrări este coautor al unei propuneri de invenție referitoare la balotarea paielor în baloturi cilindrice.

8. Cercetările teoretice privind fiabilitatea mi-au permis ținerea unor lecții de curs pe această temă, în fața inginerilor și proiectanților de la I.M.A. Timișoara, în cadrul cursurilor de perfecționarea pregătirii profesionale. Lecții de curs privind fiabilitatea au mai fost ținute și pentru inginerii participanți la cursurile postuniversitare organizate anual la Facultatea de Mecanică Agricolă Timișoara.

Pentru mecanizatorii din unele unități agricole, am ținut lecții privind construcția, funcționarea și reglarea dispozitivelor de legat cu sfoară.

5.3. Recomandări pentru producție

1. Recomandările pentru întreprinderile constructoare care contribuie la realizarea dispozitivului de legat cu sfoară - I.M.U.Medgidia și I.M.A.Năvodari - sînt cuprinse în subcapitolul 4.5 al lucrării.

5.4. Unităților agricole S.M.A. și I.A.S. se recomandă, în primul rînd, instruirea mecanizatorilor în scopul cunoașterii construcției, funcționării, reglării și întreținerii preselor de paie și fîn în general și a dispozitivelor de legat, în special.

3. Cu ocazia campaniilor de reparații anuale, dispozitivele de legat reparate trebuie încercate pe standuri similare celui prezentat în lucrare, stand care simulează mai bine procesul legării din exploatare.

4. Organizarea executării lucrărilor agricole în formații, însoțite de ateliere mobile dotate corespunzător, constituie o importantă cale de reducere a timpului pentru remedierea defecțiunilor ivite în exploatare.

B I B L I O G R A F I E

1. Anilovici V.I. și colectiv - Exploataționnaia nadejnosti seliscohoziastvennih mașin. Minsk, 1974
2. Artemiev I.A. - Osnovi nadejnosti seliscohoziaistvennoi tehniki, Moskva, 1973
3. Baron T. - Calitatea și fiabilitatea produselor. Ed. didactică și pedagogică, București, 1976
4. Baron T. - Metode statistice pentru analiza și controlul calității producției. Editura didactică și pedagogică, București, 1979
5. Bazovski I. - Fiabilité. Théorie et pratique de la sûreté de fonctionnement. Dunod, Paris, 1966
6. Belaev M.S. - Nadejnosti i dolgovecinosti mașin. Kiev Tehnica, 1973
7. Bolotin V.V. - Statisticeskie metodî v stroitelnoimehanicke. Gosstroizdat, 1961
8. Bowker A.H. et Lieberman G.J. - Méthodes statistiques de l'ingénieur. Dunod, Paris, 1964
9. Calabre S.R. - Reliability principles and practices. Mc.Graw Hill, 1962
10. Cătuneanu M.V. - Bazele teoretice ale siguranței în funcționare. Telecomunicații 3, 1963
11. Cervonîi A.A. Lukiașcenko V.I. Kotin L.V. - Nadejnosti slojnih sistem. Mașinostroenie, Moskva, 1972
12. Chapouille P. et R. de Pazzis - Fiabilité des systèmes. Masson, 1968
13. Cojocaru O. - Contribuții teoretice și experimentale privind îmbunătățirea indicilor de fiabilitate ai cilindrilor de la motoarele agricole. Rezumatul tezei de doctorat, București, 1987
14. Constantinescu I. Golumbovici D. Militaru C. - Prelucrarea datelor experimentale cu calculatoare numerice. Editura tehnică, București, 1980

15. Craiu V. - Teste de concordanță cu programe în FORTRAN.
Enache R. Editura științifică și enciclopedică, București
Bâscă O. 1986
16. Cuciureanu A. - Strângerea mecanizată a paielor, fînului și co-
Alexandru St. cenilor. Editura Ceres, București, 1980
17. Curelea M. - Stabilirea indicatorilor de fiabilitate și a
consumului pieselor de schimb, în condiții de
exploatare la tractoarele pe roți U-650 M. Teză
de doctorat, A.S.A.S. București, 1981.
19. Dethoor J.M. - La vie des équipements. Paris, Dunod, 1968
Grobeillot J.L.
20. Dinculescu C. - O metodă pentru studiul siguranței sistemelor
Buhuș P. tehnice. Buletinul I.P. București 1/1970
21. Dinescu G. - Decizii în probleme economice. Editura didactică
Săvulescu B. și pedagogică, București, 1978
22. Dobrotă C. - Cercetări statistico-experimentale privind creș-
terea fiabilității automobilelor cu motoare die-
sel de fabricație românească prin modificarea
actualului sistem de întreținere și reparații.
Rezumatul tezei de doctorat, București, 1980
23. Drujin G.V. - Siguranța în funcționare a sistemelor. Trad. din
l. rusă. Ed. Tehnică, București, 1968
24. Drujin G.V. - Надежности устройств автоматики. Izd. Energia,
Leningrad, 1964
25. Dumitrescu C. - Contribuții privind fiabilitatea și mentenabili-
tatea unor piese și subansamble din structura
echipamentelor complexe. Rezumatul tezei de doc-
torat, Timișoara, 1985
26. Elizavetin M.A. - Повышение надежности машин. Машиностроение,
Москва, 1968
27. Elizavetin M.A. - Технологические способы повышения долговечно-
Sateli E.A. сти машин. Izd. Машиностроения, Москва, 1969
28. Enrick N.L. - Contrôle de qualité et fiabilité dans l'entre-
prise industrielle. Eyrolles, 1968
29. Faure R.
Laurière J.L. - Fiabilité et renouvellement des équipements.
Ed. Gauthier-Villars. Paris, 1974
30. Feller W. - An introduction to probability theory and its
applications. Wiley and sons, New York, 1952

- | | |
|---|---|
| 31. Fisher R. | - Statistical methods and scientific inference. Oliver and Boyd. Edimburg-London, 1956 |
| 32. Gnedenko B.V. | - Teoria probabilităților. Traducere din limba rusă. Ed. tehnică, București, 1952 |
| 33. Gnedenko B.V. | - Kurs teorii verociatnostei. Fizmatgiz, Moskva, 1961 |
| 34. Gnedenko B.V.
Koroliuk V.S.
Iuscenke E.L. | - Elementi programirovaniia. Fizmatgiz, Moskva, 1961 |
| 35. Gnedenko B.V.
Beleaev I.K.
Soloviev A.D. | - Matematicheskie metody v teorii nadejnosti. Osnovnye harakteristiki nadejnosti i ih statisticeshii analiz. Izd. Nauka, Moskva, 1965 |
| 36. Gnedenko B.V.
Kovalenco I.N. | - Vvedenie v teorii massovogo obslujvania. Izd. Nauka, Moskva, 1966 |
| 37. Gnedenko B.V.
Beleaev I.K.
Soloviev A.D. | - Metode matematice în teoria siguranței. Editura tehnică, 1968 |
| 38. Gnedenko B.V. | - Elementaroe vvedenie v teoriu verociatnostei. Izd. Nauka, Moskva, 1970 |
| 39. Gnedenko B.V.
Beliaev Y.
Soloviev A. | - Méthodes mathématiques en théorie de la fiabilité. Editions Mir, Moscou, 1972 |
| 40. Guldenpfenning P. | - Noțiuni de fiabilitate. Elektrotechnische Zeitschrift 21(1968). Culegere de traduceri I.N.I.D. București, 1973 |
| 41. Hald A. | - Statistical theory with engineering applications. Wiley and sons Inc. New York, 1952 |
| 42. Havilland R.P. | - Techniques de fiabilité et durée de vie des équipements. Eyrolles, Paris, 1966 |
| 43. Hore R.A. | - Metode moderne de calcul și proiectare a sistemelor electrice. Editura tehnică, București, 1970 |
| 44. Iliescu D.V.
Vodă Gh. V. | - Statistică și toleranțe. Editura tehnică, București, 1977 |
| 45. I.C.M.A. | - Lucrări științifice. Vol. XIX, București, 1980 |
| 46. Ionuț V.
Moldovanu Gh. | - Tehnologia reparării utilajului agricol. Ed. didactică și pedagogică, București, 1976 |

47. Ionuț V.
Moldovanu Gh. - Tehnologia reparării și fiabilitatea utilajului agricol. Editura didactică și pedagogică, București, 1982
48. Isaic-Maniu Al. - Metoda Weibull. Aplicații. Editura Academiei R.S.R., București, 1983
49. Isaic-Maniu Al.
Vodă Gh. V. - Fiabilitatea - șansă și risc. Editura tehnică, București, 1986
50. Langlois R.
Berthelot - Durée de vie, fiabilité, disponibilité des matériels. Dunod, Paris, 1968.
51. Manciu G. - Contribuții teoretice și experimentale privind stabilirea și îmbunătățirea indicilor de fiabilitate ai combinei C-12. Teză de doctorat I.P. "Traian Vuia" Timișoara, 1978
52. Manguirea O.
Rancu N. - Siguranța în funcționare a produselor electrotehnice analizată prin metode statistico-matematice. Ed. tehnică, București, 1965
53. Meyers Gh. - Le choc informatique. Dunod, Paris, 1972
54. Mihăilă N. - Introducere în teoria probabilităților și statistică matematică. Editura didactică și pedagogică, București, 1965
55. Mihăilă N.
Popescu O. - Matematici speciale aplicate în economie. Editura didactică și pedagogică, București, 1978
56. Mihoc Gh. - Elemente de calculul probabilităților. Ed. tehnică, București, 1954
57. Mihoc Gh.
Ciucu Gh.
Croiu V. - Teoria probabilităților și statistica matematică. Editura didactică și pedagogică, București, 1970
58. Mihoc Gh.
Nuja A.
Diatcu E. - Bazele matematice ale teoriei fiabilității. Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1976
59. Militaru C. - Fiabilitatea și precizia în tehnologia construcțiilor de mașini. Editura tehnică, București, 1987
60. M.I.C.M.G. - Notița tehnică. Presa pentru balotat paie și fin P.P.F.
61. Moga Al.
Soseanu S. - Fiabilitatea în industria construcțiilor de mașini. M.I.C.M. Oficiul de documentări și publicații tehnice, București, 1971

62. Meyers R.H. - Reliability engineering for electronic systems. J.Wiley and sons. New York, 1964
63. Nițu I.V.
Costin E.
Brădescu M. - Aplicarea calculului statistic în studiul siguranței în funcționare. Energetica, 11, 1964
64. Nițu I.V.
Albert H. - O nouă metodă de calcul a siguranței în funcționare. Energetica 12 (1965).
65. Nițu I.V. - Expresia matematică a siguranței în funcționare. Studii și cercetări energetice, electrice nr.3 (1966)
66. Nițu I.V.
Albert H.
Brădescu M. - Metode statistico-probabilistice utilizate în energetică. Ed. tehnică, București, 1968
67. Nițu I.V. - Fiabilitatea instalațiilor energetice. Editura Academiei, București, 1973
68. Nițu I.V.
Ionescu C. - Fiabilitatea în energetică. Editura didactică și pedagogică, București, 1980
69. Onicescu D.
Mihoc Gh. - Lecții de statistică matematică. Editura tehnică, București, 1958
70. Opreanu A. și col. - Fiabilitatea mașinilor unelte, Ed. tehnică, București, 1979
71. Panaite V.
Munteanu R. - Control statistic și fiabilitate. Editura didactică și pedagogică, București, 1982
72. Pavelescu D. - Concepții noi, calcul și aplicații în frecarea și uzarea solidelor deformabile. Ed. Academiei R.S.R., București, 1971
73. Pavelescu D. - Tribologie, frecare, uzare, ungere. Lito I.P. București, 1973
74. Peyret G.B. - La fiabilité industrielle, ses bases mathématiques. Editions-Eyrolles, Paris, 1969
75. Rancu N.
Tövissi L. - Statistică matematică cu aplicații în producție. Editura Academiei R.S.R., 1963
76. Renert M.
Oprisan Gh. - Fiabilitatea utilajelor și instalațiilor industriei chimice. Editura tehnică, București, 1980.
77. Resa D.I. și colab. - Probleme de statistică rezolvate pe calculator. Editura Facla, Timișoara, 1984
78. Roman I. - Determinarea indicilor de fiabilitate. Calitatea producției și metrologie, 1(1974)

79. Schwob M.
Peyrache G. - *Traité de fiabilité*. Ed. Masson, Paris, 1969
80. Sor I.B.
Kuzmin F.I. - *Tabliți dlia analiza i kontrolia nadejnosti*. Izdatelstvo "Sovetscoe Radio", Moskva, 1968
81. STAS 8174-77 - *Fiabilitate, mentenabilitate și disponibilitate. Terminologie.*
82. STAS 10307-75 - *Fiabilitatea produselor industriale. Indicatori de fiabilitate.*
83. STAS 10911-77 - *Fiabilitate, mentenabilitate și disponibilitate. Culegerea datelor privind comportarea în exploatare a produselor industriale.*
84. STAS 3160-84 - *Verificarea calității loturilor de produse pe baza nivelului de calitate acceptabil (AQL)*
85. STAS 6085-86 - *Verificarea calității loturilor de produse*
86. STAS 2872/1-86 - *Prelucrarea rezultatelor măsurătorilor. Terminologie și reguli generale pentru prezentarea rezultatelor.*
87. STAS 8742-79 - *Fiabilitatea mijloacelor de automatizare a aparaturii de joasă tensiune. Prescripții.*
88. STAS 7122-72 - *Prezentarea și prelucrarea datelor experimentale și de observație.*
89. STAS 2631-82 - *Aplicații ale metodelor statistice. Terminologie și simboluri.*
90. STAS 11278-79 - *Identificarea rezultatelor aberante ale măsurărilor.*
91. STAS R 12007-81 - *Incercarea de fiabilitate a echipamentelor*
92. STAS 10191-85 - *Fiabilitatea componentelor electronice. Ghid pentru introducerea prescripțiilor de fiabilitate în standarde și norme tehnice.*
93. STAS 10055-76 - *Calitatea produselor. Terminologie.*
94. Tiron M. - *Prelucrarea statistică și informațională a datelor de măsurare*. Ed. Tehnică, București, 1976
95. Tomescu D. și colab. - *Mărirea rezistenței la uzură a organelor active de la mașinile agricole de lucrat solul*. Ed. Agro-Silvică, 1966

96. Tomescu D. și colab. - Recondiționarea și mărirea rezistenței la uzură a organelor active de la mașinile agricole. Editura CERES București, 1971
97. Tomescu D. - Criterii de stabilire a limitelor de uzură a pieselor de tractoare și mașini agricole. Studii și cercetări de mecanică agricolă 1(1971).
98. Tomescu D. - Fiabilitatea mașinilor agricole. Mecanizarea și electrificarea agriculturii nr.3/1972
99. Tomescu D.
Scripnic V. - Unele aspecte ale tribologiei în domeniul mecanicii agricole. Mecanizarea și electrificarea agriculturii 1(1974)
100. Tomescu D. - Fiabilitatea și întreținerea utilajului agricol. Mecanizarea și electrificarea agriculturii nr.3(1974)
101. Tomescu D. și colab.- Repararea utilajului agricol. Ed.CERES, București, 1975
102. Tomescu D.
Manciu Gh.
Scripnic V. - Fiabilitatea utilajelor agricole. Editura CERES, București, 1981
103. Tuvissi L.
Vodă Gh.V. - Metode statistice. Aplicații în producție. Editura științifică și enciclopedică, București, 1982
104. Vodă Gh.V. - Noi modele statistice în studiul durabilității produselor. Editura Academiei R.S.R., București, 1980
105. Vodă Gh. V. - Controlul durabilității produselor industriale. Editura tehnică, București, 1981
106. Voicu I. - Cercetări teoretice privind fiabilitatea dispozitivelor de legat cu sfoară. Sesiunea științifică dedicată zilei I.P.Timișoara, 18 noiembrie 1983
107. Voicu I. - Cercetări teoretice și experimentale privind fiabilitatea dispozitivelor de legat cu sfoară. Simpozionul "Perfecționarea construcției mașinilor agricole, a tractoarelor și a tehnologiilor de exploatare și reparare a acestora". Timișoara, 7-8 decembrie 1984

- | | | | | |
|------|---|---|---|---|
| 108. | Wiener U.
Isaic-Maniu Al.
Vodă V. | | | - Aplicații ale rețelelor probabilistice în tehnică. Editura tehnică, București, 1983 |
| 109. | x | x | x | - Dolgovecinosti i nadejnosti selischoziaistvenih mašin. Mašinostroenie, 1966 |
| 110. | x | x | x | - Revista "Automatică, metrologie, calculatoare". |
| 111. | x | x | x | - Revista "Standardizarea", 1967 |
| 112. | x | x | x | - Revista "Studii și cercetări energetice electrice" |
| 113. | x | x | x | - Revista "Telecomunicații". |
| 114. | x | x | x | - Sbornik zadaci po teorii nadejnosti. Moskva, 1972 |
| 115. | x | x | x | - Spravocinik po nadejnosti. Moskva, 1970 |

C U P R I N S

	Pag.
PREFATA.	1
<u>INTRODUCERE</u> . CERCETARI IN DOMENIUL FIABILITATII MASINILOR AGRICOLE, IN TARA NOASTRA.	3
Oportunitatea abordării temei	7
<u>CAPITOLUL 1</u> . ELEMENTE DE TEORIA PROBABILITATILOR SI STA- TISTICA MATEMATICA.	10
1.1. Definiții	10
1.2. Algebra evenimentelor	11
1.2.1. Reuniunea evenimentelor	11
1.2.2. Intersecția evenimentelor	11
1.2.3. Axiomele probabilității	12
1.3. Variabile aleatoare	13
1.3.1. Variabile aleatoare discrete	14
1.3.2. Variabile aleatoare continue.	15
1.4. Caracteristici numerice ale variabilelor aleatoare	16
1.4.1. Indicatorii tendinței centrale.	17
1.4.2. Indicatorii împrăștierei	18
1.4.3. Indicatorii asimetriei și boltirii	20
<u>CAPITOLUL 2</u> . PRELUCRAREA SI INTERPRETAREA DATELOR STATIS- TICE	22
2.1. Introducere	22
2.2. Construirea repartițiilor empirice	23
2.2.1. Repartiții discrete	24
2.2.2. Repartiții pe intervale.	25
2.3. Indicatorii repartițiilor empirice	26
2.3.1. Indicatorii tendinței centrale.	26
2.3.2. Indicatorii împrăștierei	29
2.3.3. Indicatorii asimetriei și boltirii	30
<u>CAPITOLUL 3</u> . CERCETARI TEORETICE PRIVIND FIABILITATEA.	32
3.1. Aspecte generale	32
3.1.1. Defecțiunile elementelor și siste- melor	33
3.2. Relațiile fundamentale ale fiabilității	34

	Pag.
3.2.1. Funcția de fiabilitate	34
3.2.2. Probabilitatea de defectare	35
3.2.3. Densitatea de probabilitate de defec- tare	36
3.2.4. Intensitatea de defectare	37
3.2.5. Timpul mediu de bună funcționare	39
3.2.6. Frecvența medie a defecțiunilor	39
3.2.7. Fiabilitatea condiționată	40
3.3. Mentenabilitatea	40
3.4. Disponibilitatea	42
3.5. Legi teoretice de repartiție utilizate în fiabilitate	43
3.5.1. Repartiția exponențială	44
3.5.2. Repartiția normală	47
3.5.3. Repartiția Weibull	52
3.5.4. Aprecieri privind legile de reparti- ție	56
3.6. Metode de determinare a legilor de reparti- ție	56
3.6.1. Criterii empirice	56
3.6.2. Metode grafice	57
3.7. Teste pentru validarea ipotezei privind le- gea de repartiție	65
3.7.1. Testul χ^2	66
3.7.2. Testul Kolmogorov-Smirnov	67
3.7.3. Testul Cramer-Von Mises	68
3.7.4. Testul binomial	68
3.7.5. Testul Shapiro-Hahn	69
3.7.6. Testul Pearson-Geary	70
3.7.7. Testul Mann	70
3.8. Estimarea parametrilor legilor de reparti- ție	71
3.8.1. Noțiuni de teoria estimăției	71
3.8.2. Estimarea parametrilor legii exponen- țiale	73
3.8.3. Estimarea parametrilor legii normale	77
3.8.4. Estimarea parametrilor legii Weibull	78
CAPITOLUL 4. CERCETARI EXPERIMENTALE PRIVIND DISPOZITIVUL DE LEGAT CU SFOARA	87

	Pag.
4.1. Organizarea experimentelor și culegerea informațiilor	87
4.2. Estimarea legii teoretice de repartiție	89
4.2.1. Histograma	89
4.2.2. Coeficientul de variație	90
4.2.3. Rețeaua prebabilistă	91
4.3. Teste pentru validarea modelului Weibull	93
4.3.1. Testul Kolmogorov-Smirnov.	93
4.3.2. Testul binomial	94
4.4. Estimarea parametrilor legii Weibull	95
4.4.1. Estimarea parametrilor prin M. C.M.M.P.	95
4.4.2. Estimarea parametrilor prin M.M.	96
4.4.3. Estimarea parametrilor prin M.V.M.	97
4.4.4. Indicatorii repartiției Weibull	101
4.4.5. Intervale de încredere pentru parametrii modelului Weibull	102
4.5. Considerațiuni privind dispozitivul de legat cu sfoară	105
4.6. Parametrii restabilirii	112
4.6.1. Estimarea legii teoretice de repartiție	113
4.6.2. Teste pentru validarea legii de repartiție normală	118
4.6.3. Estimarea parametrilor legii normale	123
4.6.4. Considerațiuni privind parametrii restabilirii	128
4.7. Stand pentru încercarea înmedătearelor cu sfoară	129
CAPITOLUL 5. CONCLUZII FINALE	133
5.1. Concluzii cu privire la rezultatele cercetărilor și experimentelor	133
5.2. Contribuții personale	135
5.3. Recomandări pentru producție	137
BIBLIOGRAFIE	138

ATENȚIE LA INTRODUCEREA DATELOR
INTRODUCETI NR DE DATE

T (1) = 4
T (2) = 6
T (3) = 8
T (4) = 9
T (5) = 10
T (6) = 11
T (7) = 12
T (8) = 13
T (9) = 13
T (10) = 14
T (11) = 15
T (12) = 15
T (13) = 16
T (14) = 17
T (15) = 17
T (16) = 18
T (17) = 18
T (18) = 20
T (19) = 21
T (20) = 21
T (21) = 22
T (22) = 23
T (23) = 24
T (24) = 25
T (25) = 25
T (26) = 25
T (27) = 27
T (28) = 27
T (29) = 27
T (30) = 28
T (31) = 28
T (32) = 28
T (33) = 29
T (34) = 29
T (35) = 29
T (36) = 30
T (37) = 32
T (38) = 32
T (39) = 34
T (40) = 34
T (41) = 34

T(42)= 35
 T(43)= 35
 T(44)= 35
 T(45)= 36
 T(46)= 36
 T(47)= 37
 T(48)= 38
 T(49)= 39
~~T(50)= 39~~
 T(51)= 41
 T(52)= 41
 T(53)= 41
 T(54)= 41
 T(55)= 41
 T(56)= 42
 T(57)= 42
 T(58)= 42
 T(59)= 43
 T(60)= 44
 T(61)= 44
 T(62)= 45
 T(63)= 45
 T(64)= 45
 T(65)= 47
 T(66)= 47
 T(67)= 48
 T(68)= 48
 T(69)= 48
 T(70)= 49
 T(71)= 49
 T(72)= 50
 T(73)= 51
 T(74)= 52
 T(75)= 53
 T(76)= 53
 T(77)= 54
 T(78)= 55
 T(79)= 55
 T(80)= 56
 T(81)= 56
 T(82)= 57
 T(83)= 58
 T(84)= 58
 T(85)= 59
 T(86)= 59
 T(87)= 61
 T(88)= 61
 T(89)= 61
 T(90)= 61
 T(91)= 62
 T(92)= 62
 T(93)= 62
 T(94)= 62
 T(95)= 64
 T(96)= 64
 T(97)= 65
 T(98)= 66
 T(99)= 67
 T(100)= 69
 T(101)= 70
 T(102)= 71
 T(103)= 71
 T(104)= 72
 T(105)= 74
 T(106)= 76
 T(107)= 77
 T(108)= 78
 T(109)= 82
 T(110)= 83
 T(111)= 85
 T(112)= 87
 T(113)= 89
 T(114)= 90
 T(115)= 94
 T(116)= 98
 T(117)= 101
 T(118)= 103
 T(119)= 112
 T(120)= 140

MEDIA ARITMETICA ESTE T1= 46.6417
 DESVIACION ESTE S1= 429.800

T(42)= 35
 T(43)= 35
 T(44)= 35
 T(45)= 36
 T(46)= 36
 T(47)= 37
 T(48)= 38
 T(49)= 39
~~T(50)= 39~~
 T(51)= 41
 T(52)= 41
 T(53)= 41
 T(54)= 41
 T(55)= 41
 T(56)= 42
 T(57)= 42
 T(58)= 42
 T(59)= 43
 T(60)= 44
 T(61)= 44
 T(62)= 45
 T(63)= 45
 T(64)= 45
 T(65)= 47
 T(66)= 47
 T(67)= 48
 T(68)= 48
 T(69)= 48
 T(70)= 49
 T(71)= 49
 T(72)= 50
 T(73)= 51
 T(74)= 52
 T(75)= 53
 T(76)= 53
 T(77)= 54
 T(78)= 55
 T(79)= 55
 T(80)= 56
 T(81)= 56
 T(82)= 57
 T(83)= 58
 T(84)= 58
 T(85)= 59
 T(86)= 59
 T(87)= 61
 T(88)= 61
 T(89)= 61
 T(90)= 61
 T(91)= 62
 T(92)= 62
 T(93)= 62
 T(94)= 62
 T(95)= 64
 T(96)= 64
 T(97)= 65
 T(98)= 66
 T(99)= 67
 T(100)= 69
 T(101)= 70
 T(102)= 71
 T(103)= 71
 T(104)= 72
 T(105)= 74
 T(106)= 76
 T(107)= 77
 T(108)= 78
 T(109)= 82
 T(110)= 83
 T(111)= 85
 T(112)= 87
 T(113)= 89
 T(114)= 90
 T(115)= 94
 T(116)= 98
 T(117)= 101
 T(118)= 103
 T(119)= 112
 T(120)= 140

MEDIA ARITMETICA ESTE T1= 46.6417

 ESTIMAREA PARAMETRILOR UTILIZIND MOM
 *R4(OPTIM) = 1.96
 A4 = 52.6796

*(1) REPREZINTA MENSURAREA DE PROBABILITATE

F(I) REPREZINTA FUNCTIA DE REPARTITIE A CADERILOR

*(1) ESTE INTENSITATEA DE DEFECTARE

Q(1) = 3.11199E-03	F(1) = 6.37132E-03	W(1) = 3.13194E-03	R(1) = .993629
Q(2) = 4.55739E-03	F(2) = .0140503	W(2) = 4.62234E-03	R(2) = .98595
Q(3) = 5.94296E-03	F(3) = .0245611	W(3) = .0060926	R(3) = .975439
Q(4) = 6.61157E-03	F(4) = .0308397	W(4) = 6.82196E-03	R(4) = .96916
Q(5) = 7.26592E-03	F(5) = .0377784	W(5) = 7.54808E-03	R(5) = .962222
Q(6) = 7.89611E-03	F(6) = .0453595	W(6) = 8.27129E-03	R(6) = .954641
Q(7) = 8.51023E-03	F(7) = .0535643	W(7) = 8.99187E-03	R(7) = .946436
Q(8) = 9.10441E-03	F(8) = .0623733	W(8) = 9.71006E-03	R(8) = .937627
Q(9) = 9.10441E-03	F(9) = .0623733	W(9) = 9.71006E-03	R(9) = .937627
Q(10) = .0096778	F(10) = .0717662	W(10) = .010426	R(10) = .928234
Q(11) = .0102296	F(11) = .0817217	W(11) = .01114	R(11) = .918278
Q(12) = .0102296	F(12) = .0817217	W(12) = .01114	R(12) = .918278
Q(13) = .010759	F(13) = .0922179	W(13) = .011852	R(13) = .907782
Q(14) = .0112654	F(14) = .103232	W(14) = .0125622	R(14) = .896768
Q(15) = .0112654	F(15) = .103232	W(15) = .0125622	R(15) = .896768
Q(16) = .0117481	F(16) = .114741	W(16) = .0132708	R(16) = .885259
Q(17) = .0117481	F(17) = .114741	W(17) = .0132708	R(17) = .885259
Q(18) = .0126402	F(18) = .139146	W(18) = .0146833	R(18) = .86854
Q(19) = .0130487	F(19) = .151992	W(19) = .0153875	R(19) = .848008
Q(20) = .0130487	F(20) = .151992	W(20) = .0153875	R(20) = .848008
Q(21) = .0134316	F(21) = .165235	W(21) = .0160902	R(21) = .834766
Q(22) = .0137886	F(22) = .178847	W(22) = .0167917	R(22) = .821153
Q(23) = .0141195	F(23) = .192803	W(23) = .017492	R(23) = .807197
Q(24) = .0144241	F(24) = .207077	W(24) = .0181911	R(24) = .792923
Q(25) = .0144241	F(25) = .207077	W(25) = .0181911	R(25) = .792923
Q(26) = .0144241	F(26) = .207077	W(26) = .0181911	R(26) = .792923
Q(27) = .0149544	F(27) = .236473	W(27) = .019586	R(27) = .763527
Q(28) = .0149544	F(28) = .236473	W(28) = .019586	R(28) = .763527
Q(29) = .0149544	F(29) = .236473	W(29) = .019586	R(29) = .763527

Q(31) = .0151801	F(31) = .2515433	W(31) = .0202819	R(31) = .748457
Q(32) = .0151801	F(32) = .2515433	W(32) = .0202819	R(32) = .748457
Q(33) = .0153796	F(33) = .266825	W(33) = .0209768	R(33) = .733175
Q(34) = .0153796	F(34) = .266825	W(34) = .0209768	R(34) = .733175
Q(35) = .0153796	F(35) = .266825	W(35) = .0209768	R(35) = .733175
Q(36) = .0155532	F(36) = .282293	W(36) = .0216707	R(36) = .717707
Q(37) = .0158235	F(37) = .313687	W(37) = .0230558	R(37) = .686313
Q(38) = .0158235	F(38) = .313687	W(38) = .0230558	R(38) = .686313
Q(39) = .0158235	F(39) = .313687	W(39) = .0230558	R(39) = .686313
Q(40) = .0159938	F(40) = .345521	W(40) = .0244375	R(40) = .65448
Q(41) = .0159938	F(41) = .345521	W(41) = .0244375	R(41) = .65448
Q(42) = .0160426	F(42) = .361541	W(42) = .0251271	R(42) = .638459
Q(43) = .0160426	F(43) = .361541	W(43) = .0251271	R(43) = .638459
Q(44) = .0160426	F(44) = .361541	W(44) = .0251271	R(44) = .638459
Q(45) = .0160678	F(45) = .377598	W(45) = .0258159	R(45) = .622402
Q(46) = .0160678	F(46) = .377598	W(46) = .0258159	R(46) = .622402
Q(47) = .0160702	F(47) = .393669	W(47) = .0265039	R(47) = .606331
Q(48) = .0160501	F(48) = .409731	W(48) = .0271912	R(48) = .590269
Q(49) = .0160085	F(49) = .425762	W(49) = .0278778	R(49) = .574238
Q(50) = .0160085	F(50) = .425762	W(50) = .0278778	R(50) = .574238
Q(51) = .0158632	F(51) = .457647	W(51) = .0292488	R(51) = .542353
Q(52) = .0158632	F(52) = .457647	W(52) = .0292488	R(52) = .542353
Q(53) = .0158632	F(53) = .457647	W(53) = .0292488	R(53) = .542353
Q(54) = .0158632	F(54) = .457647	W(54) = .0292488	R(54) = .542353
Q(55) = .0158632	F(55) = .457647	W(55) = .0292488	R(55) = .542353
Q(56) = .0157611	F(56) = .473461	W(56) = .0299334	R(56) = .526539
Q(57) = .0157611	F(57) = .473461	W(57) = .0299334	R(57) = .526539
Q(58) = .0157611	F(58) = .473461	W(58) = .0299334	R(58) = .526539
Q(59) = .0156404	F(59) = .489163	W(59) = .0306172	R(59) = .510837
Q(60) = .015502	F(60) = .504736	W(60) = .0313005	R(60) = .495264
Q(61) = .015502	F(61) = .504736	W(61) = .0313005	R(61) = .495264
Q(62) = .0153467	F(62) = .520161	W(62) = .0319831	R(62) = .479839
Q(63) = .0153467	F(63) = .520161	W(63) = .0319831	R(63) = .479839
Q(64) = .0153467	F(64) = .520161	W(64) = .0319831	R(64) = .479839
Q(65) = .014989	F(65) = .550507	W(65) = .0333465	R(65) = .449493

Q(67) = .0147884	F(67) = .565397	W(67) = .0340273	R(67) = .434603
Q(68) = .0147884	F(68) = .565397	W(68) = .0340273	R(68) = .434603
Q(69) = .0147884	F(69) = .565397	W(69) = .0340273	R(69) = .434603
Q(70) = .0145744	F(70) = .58008	W(70) = .0347076	R(70) = .419921
Q(71) = .0145744	F(71) = .58008	W(71) = .0347076	R(71) = .419921
Q(72) = .0143481	F(72) = .594542	W(72) = .0353873	R(72) = .405458
Q(73) = .0141102	F(73) = .608772	W(73) = .0360665	R(73) = .391228
Q(74) = .0138618	F(74) = .622759	W(74) = .0367451	R(74) = .377241
Q(75) = .0136036	F(75) = .636492	W(75) = .0374232	R(75) = .363508
Q(76) = .0136036	F(76) = .636492	W(76) = .0374232	R(76) = .363508
Q(77) = .0133367	F(77) = .649963	W(77) = .0381008	R(77) = .350037
Q(78) = .0130618	F(78) = .663163	W(78) = .0387779	R(78) = .336837
Q(79) = .0130618	F(79) = .663163	W(79) = .0387779	R(79) = .336837
Q(80) = .0127799	F(80) = .676084	W(80) = .0394545	R(80) = .323916
Q(81) = .0127799	F(81) = .676084	W(81) = .0394545	R(81) = .323916
Q(82) = .0124918	F(82) = .688721	W(82) = .0401306	R(82) = .311279
Q(83) = .0121984	F(83) = .701066	W(83) = .0408063	R(83) = .298934
Q(84) = .0121984	F(84) = .701066	W(84) = .0408063	R(84) = .298934
Q(85) = .0119004	F(85) = .713116	W(85) = .0414815	R(85) = .286884
Q(86) = .0119004	F(86) = .713116	W(86) = .0414815	R(86) = .286884
Q(87) = .0112939	F(87) = .736312	W(87) = .0428305	R(87) = .263688
Q(88) = .0112939	F(88) = .736312	W(88) = .0428305	R(88) = .263688
Q(89) = .0112939	F(89) = .736312	W(89) = .0428305	R(89) = .263688
Q(90) = .0112939	F(90) = .736312	W(90) = .0428305	R(90) = .263688
Q(91) = .0109869	F(91) = .747453	W(91) = .0435043	R(91) = .252547
Q(92) = .0109869	F(92) = .747453	W(92) = .0435043	R(92) = .252547
Q(93) = .0109869	F(93) = .747453	W(93) = .0435043	R(93) = .252547
Q(94) = .0109869	F(94) = .747453	W(94) = .0435043	R(94) = .252547
Q(95) = .0103691	F(95) = .768809	W(95) = .0448507	R(95) = .231191
Q(96) = .0103691	F(96) = .768809	W(96) = .0448507	R(96) = .231191
Q(97) = .0100596	F(97) = .779023	W(97) = .0455232	R(97) = .220977
Q(98) = 9.75053E-03	F(98) = .788929	W(98) = .0461954	R(98) = .211072
Q(99) = 9.44255E-03	F(99) = .798525	W(99) = .0468671	R(99) = .201475
Q(100) = 8.83205E-03	F(100) = .816798	W(100) = .0482094	R(100) = .183202
Q(101) = 8.53057E-03	F(101) = .825479	W(101) = .0488799	R(101) = .174521

Q(103) = 8.23224E+03	F(103) = .83386	W(103) = .0429501	R(103) = .16614
Q(104) = 7.93751E+03	F(104) = .841945	W(104) = .0502199	R(104) = .158055
Q(105) = 7.36047E+03	F(105) = .85724	W(105) = .0515583	R(105) = .14276
Q(106) = 6.80238E+03	F(106) = .871399	W(106) = .0528953	R(106) = .128601
Q(107) = 6.53121E+03	F(107) = .878066	W(107) = .0535633	R(107) = .121934
Q(108) = 6.25565E+03	F(108) = .884464	W(108) = .0542309	R(108) = .11536
Q(109) = 5.26369E+03	F(109) = .907489	W(109) = .0568981	R(109) = .0925108
Q(110) = 5.02908E+03	F(110) = .912635	W(110) = .057564	R(110) = .087365
Q(111) = 4.57971E+03	F(111) = .922239	W(111) = .058895	R(111) = .0777607
Q(112) = 4.15721E+03	F(112) = .930972	W(112) = .0602247	R(112) = .0690282
Q(113) = 3.76175E+03	F(113) = .938886	W(113) = .0615532	R(113) = .0611138
Q(114) = 3.57414E+03	F(114) = .942554	W(114) = .062217	R(114) = .0574464
Q(115) = 2.89012E+03	F(115) = .955447	W(115) = .0648693	R(115) = .044553
Q(116) = 2.30834E+03	F(116) = .965811	W(116) = .067517	R(116) = .034189
Q(117) = .0019347	F(117) = .972163	W(117) = .0695	R(117) = .0278373
Q(118) = 1.71335E+03	F(118) = .975807	W(118) = .0708207	R(118) = .0241929
Q(119) = 9.55791E+04	F(119) = .987547	W(119) = .0767513	R(119) = .0124531
Q(120) = 1.06767E+04	F(120) = .998877	W(120) = .0799999	R(120) = .0000000