MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI

INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA

FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

ing. DORU-ADRIAN NICOLA

TEZA DE DOCTORAT

CONTRIBUTII LA STUDIUL MASINII DE INDUCTIE BIFAZATE NESIMETRICE CU REFERIRI LA MOTOARELE ASINCRONE MONOFAZATE

CONDUCATOR STIINTIFIC,

Prof. Dr. Ing. IOAN NOVAC

TIMISOARA 1987

C U P R I N S

INTRODUCERE

Dezvoltarea impetuoasă a mecanizării şi automatizării în toate domeniile (industrie, agricultură, transporturi, medicină, unităţi economice şi comerciale, unităţi culturale, aparatură de uz casnic etc.) a determinat o creştere fără precedent a producţiei de echipamente electrice şi electronice în rîndul cărora maşinile electrice ocupă o pondere însemnată.

Devenită una din marii consumatori de energie şi materii prime, industria constructoare de maşini electrice este confruntată în prezent cu problemele spinoase ale crizei de energie şi materii prime (materialele electrotehnice fiind de mult deficitare) astfel încît activitatea de reproiectare şi modernizare a producţiei aproape că a devenit tradiţională /186/.

Aceste probleme, de ordin general, au devenit specifice producţiei de masă de motoare electrice de mică putere. Dintre acestea, motoarele asincrone bifazate alimentate de la reţeaua monofazată de j.t. (şi utilizate pe scară largă în acţionarea maşinilor unelte mici, în aparatura medicală, automate comerciale, uz casnic etc.) au cea mai mare pondere.

In acest cadru s-au dezvoltat teoria şi construcţia de motoare asincrone bifazate, denumite impropriu monofazate, cu condensatori cît şi cele cu fază rezistivă sau capacitivă de pornire, motoare în care înfăşurările statorice de fază sînt în cuadratură electrică.

O dată cu creşterea indicelui de utilizare a energiei electrice, preocuparea cercetătorilor şi constructorilor de maşini electrice din toată lumea de a realiza motoare mai economice şi mai eficiente apare ca o tendinţă firească. Se avansează ideea măririi decalajului spaţial dintre axele fazelor statorice ale motoarelor monofazate cu fază capacitivă de pornire /12/,/49/,/56/, /83/,/112/,/166/,/167/,/168/,/169/, respectiv a realizării de motoare asincrone monofazate fără înfaşurare de pornire /1/,/2/,/3/,/4/,/6/etc.

Astfel se nasc motoarele de inducţie cu înfăşurări bifazate general nesimetrice pe stator.

Insă, din nefericire, cercetarea teoretică a acestor tipuri de motoare asincrone prezintă mari lacune (determinate de abordarea simplistă şi pe alocuri chiar eronată a lor). Rezultă că particularităţile şi posibilităţile lor sînt încă incomplet cunoscute deşi în anumite aplicaţii practice utilizarea lor ar conduce la însemnate economii de materiale active.

In plus, extrapolarea concluziilor şi a relaţiilor de calcul de la motoarele cu fazele statorice în cuadratură electrică cît şi a expresiilor empirice la dimensionarea elementelor motoarelor asincrone bifazate cu înfăşurări general nesimetrice pe stator poate conduce la rezultate eronate.

Pe baza unei detaliate analize teoretico-experimentale, în cadrul lucrării de față se fundamentează metoda componentelor simetrice stabilindu-se totodată o serie de relații de calcul și diagrame care evidențiază în întregime posibilitățile motoarelor asincrone monofazate realizate cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator. Aceasta va ajuta proiectanților și constructorilor de mașini electrice de mică putere să decidă, cînd este cazul, să opteze pentru o astfel de variantă constructivă.

Teza de doctorat este structurată în 6 capitole și 4 anexe.

In Capitolul 1, după o serie de definiții și precizări, se prezintă stadiul actual al cercetărilor privind mașinile de inducție cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator. Tot aici sînt punctate și limitările metodelor componentelor simetrice utilizate în prezent la studiul acestor mașini electrice.

Capitolul 2 conține teoria originală a componentelor simetrice, elaborată de autor, în vederea analizei mașinilor de inducție echipate cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator.

Precizarea "modelului matematic" al mașinii trifazate nesimetrice, echivalente, a permis stabilirea expresiilor componentelor simetrice fazoriale ale curenților și tensiunilor de fază cît și definirea impedanțelor echivalente simetrice. Componentele simetrice instantanee +,-,0 sînt stabilite în urma efectuării a două schimbări de coordonate. Transformarea A,B,C - d,q,0 este realizată pe baza adoptării unui model energetic de mașină echivalentă. Definirea componentelor d,q,0 generalizate precum și determinarea factorilor de scară au evidențiat originea fizică comună a celor trei variante (naturală, normală și normată) ale transformărilor d,q,0 utilizate și în teoria modernă a mașinilor electrice simetrice. In continuare este efectuată transformarea d,q,0 - +,-,0 generalizată. Sînt stabilite componentele simetrice instantanee (c.s.i.) naturale și normate cît și ecuațiile mașinii trifazate nesimetrice "model matematic" în c.s.i (+,-,0) naturale și respectiv normate. Pentru analize de regimuri tranzitorii sînt stabilite și impedanțele echivalente operaționale z_+, z_- și z_0. In ultima parte este precizat conceptul de "simetrizare a înfășurărilor statorice" pe baza căruia, pentru orice mașină de inducție cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator, poate fi reconstituită mașina trifazată nesimetrică "model matematic" alimentată dezechilibrat. In felul acesta, utilizînd relațiile stabilite în interiorul capitolului, poate fi analizat orice regim (staționar sau dinamic) pentru orice mașină de inducție echipată cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator indiferent de modul de conectare și alimentare a înfășurărilor de fază.

Capitolul 3 cuprinde analiza motoarelor de inducție monofazate cu înfășurare auxiliară sau de pornire, nesimetrică, în necuadratura electrică. Studiul este efectuat pe baza teoriei componentelor simetrice stabilită în Capitolul 2. Este analizat cu precădere regimul de pornire al motoarelor asincrone monofazate cu fază de pornire capacitivă, rezistivă şi de tip complex prin prisma principalilor indicatori de pornire. Sînt stabilite relaţii de dimensionare (a reactanţei capacitive, a raportului k, a unghiului θ etc.) din condiţii de optim. Incercările experimentale confirmă pe deplin previziunile teoretice. In final se prezintă influenţa asimetriei unghiulare şi asupra principalilor indicatori de funcţionare ai motoarelor asincrone monofazate cu condensatori.

In Capitolul 4 sînt prezentate şi analizate motoarele de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire. Pentru motorul asincron monofazat fară înfăşurare de pornire dar cu condensator de pornire sînt stabilite (pe baza metodei componentelor simetrice stabilite în Capitolul 2) performanţele la pornire. In plus, se prezintă diagrame şi se deduc o serie de relaţii de calcul (necesare dimensionării) din condiţii de optim.

Este propus şi analizat motorul asincron monofazat fără înfăşurare de pornire, de tip "hibrid". Pe baza rezultatelor teoretico-experimentale, pentru acest tip de motor sînt prezentate toate elementele specifice necesare fabricaţiei. In ultima parte se stabileşte schema electrică echivalentă corespunzătoare regimului de funcţionare al motoarelor de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire. Se obţin expresii analitice exacte atît pentru s_k, M_k cît şi pentru ceilalţi parametrii de funcţionare întocmai ca la maşinile asincrone polifazate simetrice.

Capitolul 5 conţine modalitatea de obţinere sistematică a ecuaţiilor de analiză a regimurilor tranzitorii electromecanice corespunzătoare motoarelor asincrone monofazate echipate cu înfaşurări bifazate general nesimetrice pe stator. In acest scop este utilizată teoria componentelor simetrice instantanee +,-,0 stabilită în Capitolul 2. După sistematizarea conceptelor de bază şi precizarea parametrilor "modelului matematic" sînt stabilite (în formă finală, imediat utilizabilă în cadrul metodelor numerice de calcul) ecuaţiile de analiză a regimurilor dinamice ale tuturor motoarelor asincrone monofazate prezentate în capitolele 3 şi 4 ale tezei. Ca exemplu, sînt prezentate rezultatele modelării numerice a procesului tranzitoriu de pornire al unui motor asincron monofazat cu condensatori de pornire şi funcţionare în cazul dispunerii înfăşurării auxiliare la 90° şi respectiv 120°el.

Capitolul 6 conţine o serie de concluzii finale precum şi o parte din contribuţiile originale ale autorului.

In Anexa I este demonstrată compatibilitatea teoriei componentelor simetrice stabilită în Capitolul 2 cu celelalte teorii ale maşinii de inducţie cît şi cu variantele clasice ale ei. Se verifică pe de o parte generalitatea teoriei componentelor simetrice iar pe de altă parte este demonstrat caracterul unitar al metodei componentelor simetrice trifazate şi bifazate, deşi în literatură cele două variante au apărut şi s-au dezvoltat ca metode independente.

Capitolele 2,3,4,5 cît şi Anexa I sînt în întregime originale.

x x x

Lucrarea reprezintă rodul activității desfășurate de doctorand sub îndrumarea atentă, plină de înțelegere și deosebit de competentă a tov. Prof. dr.ing. Ioan Novac. Autorul îi exprimă și pe această cale mulțumirile sale cele mai sincere și îi rămîne profund îndatorat pentru sfaturile și îndrumările primite pe parcursul întregei perioade de pregătire a doctoratului.

Deosebite mulțumiri aduce autorul tov. Prof.dr.doc.ing. Toma Dordea, ale cărui îndemnuri repetate (din perioada susținerii referatelor) de a căuta și componentele omopolare, l-au condus pe doctorand să reconsidere întreaga teorie a componentelor simetrice utilizabilă la analiza mașinilor de inducție echipate cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator.

Sincere mulțumiri se cuvin și tov. Prof.dr.ing. Aurel Câmpeanu de la Universitatea din Craiova pentru numeroasele discuții purtate de-a lungul anilor, discuții care l-au ajutat pe autor la cristalizarea multor probleme confuze.

Pentru partea experimentală, autorul este recunoscător Conducerii I.M.E. Pitești și în mod special tov. ing. Al.Gheorghe, ing. M.Zamfirescu și ing. D.Vrînceanu pentru bunăvoința de a-i pune la dispoziție o parte din reperele necesare realizarilor experimentale.

De asemenea, autorul este recunoscător tov. ing. Orșa Adrian și sing. Munteanu vasile de la I.E.P. Săcele pentru interesul manifestat privind motorul de inducție monofazat fără înfășurare de pornire, de tip "hibrid". (Pe baza documentației puse la dispoziție de autor, la I.E.P.S. s-au efectuat deja încercările de omologare a trei motoare de acest tip, motoare ce vor echipa polizoarele $\phi 125$, $\phi 150$ și $\phi 200$ destinate exportului.)

Autorul adresează și pe această cale mulțumirile sale deosebite Conducerii Facultății de Electrotehnică de la Universitatea din Craiova, colegilor de la disciplina de Mașini electrice din catedra de Electrotehnică și în mod special, șefului de catedră, tov. Prof.dr.ing. Silviu Pușcașu pentru bunăvoința și înțelegerea manifestată pe toată perioada de finalizare a Tezei de doctorat.

C A P I T O L U L 1.

STADIUL ACTUAL AL PROBLEMEI. LIMITELE METODEI COMPONENTELOR SIMETRICE UTILIZATĂ IN PREZENT LA ANALIZA MAȘINILOR DE INDUCȚIE CU INFAȘURARI BIFAZATE GENERAL NESIMETRICE PE STATOR.

1.1 Definiții și precizări.

Cu scopul delimitării și localizării tematicii tezei de doctorat, în continuare sînt formulate o serie de definiții și precizări:

Definiția 1. O mașină de inducție bifazată cu rotor simetric, în scurtcircuit, se spune că este simetrică dacă este echipată și pe stator cu o înfășurare bifazată simetrică.

Definiția 2. O înfășurare bifazată este simetrică dacă cele două înfășurări de fază, A și B, îndeplinesc următoarele condiții:

a/ sînt decalate spațial la 90^{o}el.;

b/ au același număr efectiv de spire ($w_A = w_B$ și $k_{wA} = k_{wB}$);

c/ sînt repartizate în același număr de crestături ($N_{zA} = N_{zB}$);

d/ sînt realizate din același conductor ($\phi d_A = \phi d_B$);

e/ au aceeași parametrii electrici ($Z_A = Z_B$, $R_A = R_B$, $X_A = X_B$).

Definiția 3. Orice înfășurare bifazată care nu îndeplinește cel puțin o condiție din cele precizate la Definiția 2 se spune că este nesimetrică.

Definiția 4. O înfășurare bifazată care nu îndeplinește nici una din condițiile precizate în Definiția 2 se spune că este general nesimetrică.

Definiția 5. Orice mașină de inducție, cu rotor în scurtcircuit, echipată pe stator cu o înfășurare bifazată nesimetrică se numește mașină de inducție bifazată nesimetrică.

Mașinile de inducție bifazate, simetrice sau nesimetrice, sînt frecvent utilizate ca elemente de execuție în sistemele automate (ca servomotoare asincrone bifazate /10/,/25/,/28/,/47/,/48/,/69/,/76/,/104/,/110/,/121/,/127/, /200/etc.) sau în teletehnică (în construcția ansamblului selsin-motor/202/).

Insă, în cele mai frecvente utilizări, înfășurările bifazate nesimetrice sînt conectate prin intermediul unor elemente pasive de circuit (condensatori, rezistori sau chiar inductanțe) la rețeaua monofazată. Așa se întîmplă în cazul motoarelor asincrone monofazate la care, cel puțin pe durata pornirii, înfășurarea statorică este bifazată.

Acesta este domeniul de aplicații cel mai raspîndit și în consecință, în teză, mașina de inducție cu înfășurare bifazată general nesimetrică pe stator va fi analizată numai din punctul de vedere al utilizării ei ca motor asincron monofazat.

1.2 Stadiul actual al construcţiei şi teoriei motoarelor asincrone cu înfăşurări bifazate nesimetrice pe stator.

Teoria maşinilor asincrone nesimetrice a început să se dezvolte o dată cu dezvoltarea şi diversificarea construcţiei de micromaşini. Această ramură a electrotehnicii a căpătat o importanţă deosebită o dată cu automatizarea proceselor industriale, a aparaturii medicale, cu apariţia automatelor comerciale, cu diversificarea utilizărilor în transporturi, agricultură şi uz casnic. In consecinţă, s-au diversificat şi schemele motoarelor asincrone monofazate.

Clasificarea motoarelor asincrone monofazate.

Indiferent de conexiunea concretă a înfăşurărilor de fază, în motoarele asincrone monofazate se urmăreşte obţinerea sistemului bifazat de curenţi în stator (cel puţin pe durata pornirii) şi pe această bază creearea cîmpului magnetic învîrtitor.

Practic, înfăşurările statorice de fază pot fi conectate în derivaţie (ca în fig.1.1) sau în serie (ca în fig.1.2) la reţeaua monofazată.

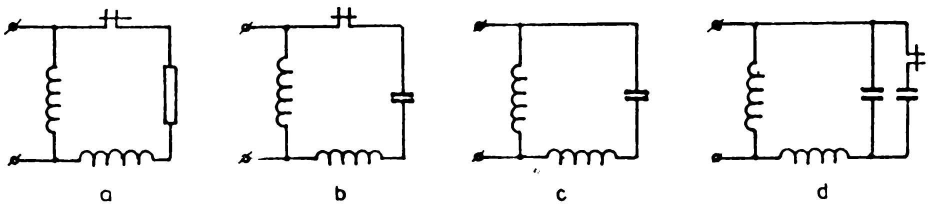


Fig.1.1

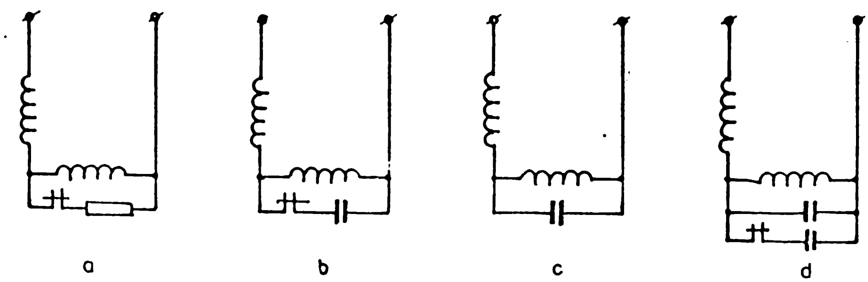


Fig.1.2

In motoarele cu rezistenţă mărită de pornire ca şi în cele cu condensatori de pornire, defazajul curenţilor statorici este obţinut ca urmare a valorilor diferite ale raportului X/R corespunzător celor două faze statorice. Atît dimensionarea fazei auxiliare cît şi stabilirea valorilor elementelor de defazare se corelează cu datele şi parametrii înfăşurării principale /17/,/21/,/58/,/62/,/79/,/113/,/119/,/120/,/153/. Decuplarea fazei auxiliare sau a elementului de defazare la pornire este realizată, la aceste motoare, de către întreruptoare centrifugale sau relee de curent.

Motoarele asincrone monofazate cu fază rezistivă de pornire cît şi cele cu rezistenţă de pornire au performanţe relativ modeste la pornire (M_p/M_n = max 0,9 - 1,1 pentru I_p/I_n = 7 - 9). Limitarea curentului de pornire este însoţită de diminuarea considerabilă a momentului de pornire.

Pentru ameliorarea caracteristicilor de pornire, în circuitul înfăşurării auxiliare se conectează de regulă condensatori. Aceştia permit fie reducerea (pînă la jumătate) a curentului de pornire, fie obţinerea valorii dorite a momentului de pornire.

Motoarele monofazate cu un singur condensator au parametrii de pornire relativ reduşi. Utilizarea condensatorilor de valori diferite (la pornire şi respectiv în funcţionare) poate conduce la creşterea puterii pe gabarit pînă la max. 94% din puterea motorului trifazat simetric (din acelaşi gabarit) /2/,/6/.

Obs. Motoarele asincrone monofazate cu fazele statorice înseriate şi condensatori în derivaţie (v.fig.1.2 b,c,d) multă vreme nu şi-au găsit o utilizare practică. Principalul motiv îl constituia capacitatea relativ mare a condensatoarelor necesare. Insă o dată cu dezvoltarea noilor condensatoare cu pelicule metalizate (cu oxid de aluminiu sau, mai recent, cu oxid de tantal) care sînt foarte economice în special în domeniul tensiunilor joase, se impune cu necesitate reconsiderarea acestor tipuri de motoare monofazate.

Indiferent de schema de conexiuni, motoarele asincrone monofazate cu înfăşurări statorice bifazate, nesimetrice, dar în cuadratură electrică sînt studiate în cadrul teoriilor clasice de analiză a maşinilor electrice:
i/Teoria cîmpurilor circulare învîrtitoare /15/,/84/,/111/,/151/,/187/,/189/.
ii/Teoria cîmpului transversal /55/,/57/,/82/,/100/,/109/,/148/,/157/,/158/.
iii/Teoria componentelor simetrice bifazate /1/,/2/,/6/,/10/,/76/,/79/,/96/, /102/,/104/,/110/,/120/,/142/,/143/,/153/,/172/,/177/,/200/ etc.
Sînt astfel analizate atît regimurile dinamice cît şi regimurile staţionare de funcţionare (cu dimensionarea corespunzătoare a înfăşurării auxiliare şi a elementelor de defazare).

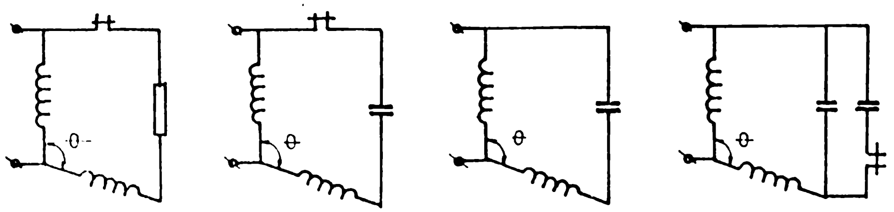
x x x

Pot fi realizate motoare de inducţie monofazate şi cu înfăşurări bifazate general nesimetrice pe stator. La acestea, înfăşurările de fază statorice sînt dispuse de regulă sub unghiuri θ mai mari de 90°el.

Schemele corespunzătoare ale acestora sînt prezentate în fig.1.3 şi în fig.1.4.

Dispunerea înfăşurării de pornire sub unghiul $\theta = 110^\circ - 120^\circ$el., ca în fig.1.3, conduce la creşterea momentului de pornire dacă celelalte elemente rămîn neschimbate /83/,/112/,/138/,/168/,/169/. Această creştere este însoţită însă şi de majorarea curentului de pornire /138/.

Schemele din fig.1.4 corespund motoarelor asincrone monofazate fără înfăşurare de pornire. Acestea sînt comentate în lucrările lui Adamenko /2/,



a b c d

Fig.1.3

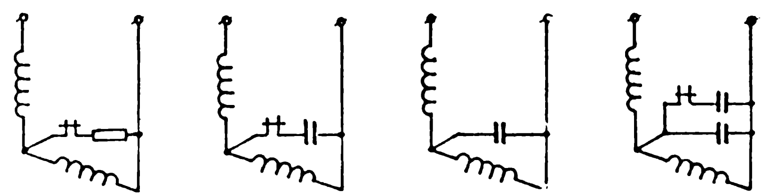

a b c d

Fig.1.4

/3/,/6/ şi ale colaboratorilor săi /4/,/8/. Surprinzătoare sînt efectele economice obţinute la motoarele asincrone monofazate fără înfaşurare de pornire dar cu condensatori de pornire (fig.1.4,b).

Particularitatea de bază constă în despărţirea înfăşurării monofazate în două faze, legate în opoziţie şi decalate spaţial cu ungniuri θ mai mari de 90^{o}el. Eliminarea înfăşurării de pornire este însoţită de reducerea considerabilă a consumului de cupru iar utilizarea condensatorilor actuali de j.t. cu oxizi de tantal le poate face competitive în raport cu celelalte tipuri de motoare asincrone monofazate.

Din nefericire, posibilităţile motoarelor asincrone monofazate cu înfăşurări bifazate general nesimetrice pe stator sînt încă incomplet cunoscute şi foarte puţin folosite.

Din punct de vedere teoretic, decalarea înfăşurărilor de fază statorice sub ungniul $\theta \neq 90^{o}$el. a creat serioase "probleme" cercetătorilor.

1. O parte din aceştia au adoptat un model intuitiv de maşină echivalentă prin descompunerea artificială a unei înfăşurări de fază (de ex.B) în două componente: una, notată cu B_d (cu $w_B\cos\theta$ spire), coaxială cu cealaltă înfăşurare şi alta, B_q (cu $w_B\sin\theta$ spire), în cuadratură electrică cu prima, exact ca în fig.1.5. Nicăieri nu s-a justificat echivalenţa energetică a celor două maşini.

Pe astfel de modele îşi dezvoltă studiile Dunfield şi Barton /38/, B.S. Guru /54/,/56/, Hershberger şi Oldenkamp /70/, Leung şi Szeto /107/, Tang şi Cosgriff /183/ etc.

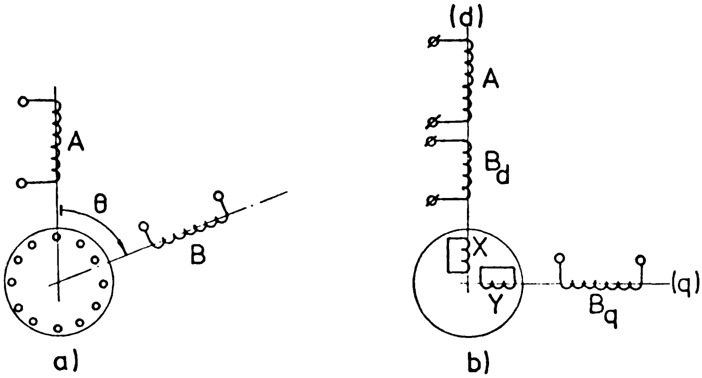


Fig.1.5

Leung și Choy /106/ prezintă un circuit echivalent universal (stabilit în cadrul aceleiași idei) pe baza căruia modelează atît motoarele asincrone trifazate (simetrice și nesimetrice) cît și motoarele asincrone monofazate (cu faza auxiliară dispusă nesimetric, cu priză în bobinajul statoric, cu poli ecranați etc.).

Chang /26/, Wallace și Butler /197/ stabilesc o serie de echivalențe între motoarele asincrone cu înfășurări statorice în necuadratură electrică și cele cu înfășurări statorice în cuadratură electrică pe baza aceleiași descompuneri artificiale a înfășurărilor statorice de fază.

V.Artemiuk /8/ formulează și aplică o transformare matriceală motorului asincron cu o înfășurare bifazată general nesimetrică pe stator, transformare obținută în urma aceleiași descompuneri formale a unei înfășurări de fază.

Observație: In baza demonstrației din Capitolul 2 al tezei se poate constata că modelul energetic din teoria celor două axe (fig.2.12, p.34) al mașinii de inducție cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator este mult mai complex decît imaginea intuitivă prezentată mai sus.

2. Studii mult mai complete sînt cele bazate pe teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare: /12/,/13/,/32/,/42/,/49/,/60/,/83/,/85/,/112/, /130/,/151/,/166/,/184/,/185/,/189/,/198/,/201/.

Deși conduce mult mai rapid la expresiile finale ale ecuațiilor de funcționare (cu sau fără influența armonicilor spațiale), metoda cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare nu permite rezolvarea anumitor probleme specifice motoarelor de inducție monofazate.

3. Metoda componentelor simetrice, deși conduce la expresii intermediare mai complicate, permite obținerea de relații necesare optimizării proiectării motoarelor asincrone monofazate. Din acest motiv ea este tot mai mult agreată de cercetători fiind tot mai răspîndită în literatura de dată recentă /2/,/3/,/6/,/29/,/41/,/64/,/65/,/73/,/74/,/75/,/76/,/78/,/80/,/81/, /90/,/143/,/167/,/190/,/192/,/195/,/202/.

Cu toate acestea, în forma actuală de utilizare, metoda componentelor simetrice specifică analizei mașinilor de inducție cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator conține o serie de deficiențe de fond care o reduc în fapt la metoda cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare. Acestea sînt punctate în paragraful imediat următor al lucrării.

4. In afara teoriilor clasice, la studiul mașinii de inducție cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator s-au mai propus și alte metode. Acestea fie că sînt elaborate "ad-hoc" precum metoda interdicției /9/, fie că se bazează de fapt pe teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare (ca metoda sumei amper-spirelor complexe /2/,/3/). Din fericire ele nu prezintă o importanță teoretică deosebită.

1.3 Limitele metodei componentelor simetrice utilizate în prezent la analiza mașinilor de inducție cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator.

In urma cercetării bibliografice a metodei componentelor simetrice corespunzătoare analizei mașinilor de inducție cu înfășurări bifazate, general nesimetrice pe stator, s-au extras:

- toate propunerile de descompunere în componente simetrice a curenților și tensiunilor de fază;
- toate expresiile propuse pentru calculul componentelor simetrice ale curenților și/sau tensiunilor de fază;
- toate schemele echivalente și/sau expresiile propuse pentru impedanțele echivalente directe și respectiv inverse.

Cu acestea s-au întocmit Tab.1.1 și Tab.1.2.

Totodată se precizează că notațiile, diagramele mașinilor de referință, schemele ecnivalente cît și expresiile reproduse sînt întocmai ca în referințele bibliografice specificate.

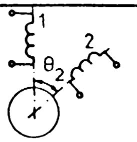
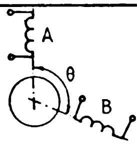
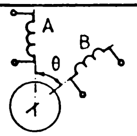
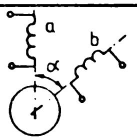
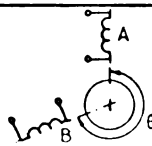
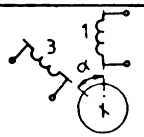
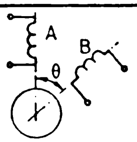
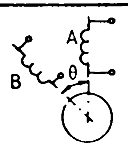
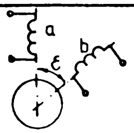
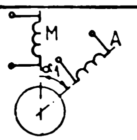
1.3.1 Limitările și analiza expresiilor propuse pentru componentele simetrice ale curenților și/sau tensiunilor de fază.

Din studierea lucrărilor care abordează metoda componentelor simetrice pentru mașinile asincrone cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator cît și din Tab.1.1 se desprind următoarele concluzii:

1. S-au propus, în exclusivitate, numai descompuneri aditive ale curenților și/sau tensiunilor de fază în componente simetrice directe și respectiv inverse.

2. Componentele simetrice ale curenților de fază sînt determinate din condițiile obținerii cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare direct și respectiv invers (în întrefier), întocmai ca în teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare. (De fapt și expresiile stabilite pentru $\underline{I}_{A1}$ și $\underline{I}_{A2}$ reproduc -pînă la nivelul unei constante multiplicative- curenții $\underline{I}_f$ și $\underline{I}_b$).

Tab. 1.1.

Nr. crt.	AUTORUL	MAŞINA DE REFERINŢĂ	EXPRESII PROPUSE PENTRU COMPONENTELE SIMETRICE	OBS.
1	ADAMENKO A.I. /2/, /3/, /6/ KISLENKO V.I. /4/		$\underline{I}_1=\underline{I}_{11}+\underline{I}_{12}$; $\underline{I}_2=\underline{I}_{11}\frac{1}{\xi}e^{-jk'\alpha}+\underline{I}_{12}\frac{1}{\xi}e^{jk'\alpha}$ $\underline{I}_{11}=\frac{\underline{I}_1e^{jk'\alpha}-\underline{I}_2\xi}{e^{jk'\alpha}-e^{-jk'\alpha}}$ $\underline{I}_{12}=\frac{\underline{I}_1e^{-jk'\alpha}-\underline{I}_2\xi}{e^{-jk'\alpha}-e^{jk'\alpha}}$	$\xi=\frac{w_2\,k_{w2}}{w_1\,k_{w1}}$ $\alpha=\pi-\theta_2$ $k'=\frac{\nu'}{p}$
2	DINOV V.R. /29/		$\underline{I}_{A1\nu}=\frac{\underline{I}_Ae^{j\nu\theta}+k_\nu\underline{I}_B}{e^{j\nu\theta}-e^{-j\nu\theta}}$; $\underline{I}_{A2\nu}=\frac{\underline{I}_Ae^{-j\nu\theta}+k_\nu\underline{I}_B}{e^{j\nu\theta}-e^{-j\nu\theta}}$ $\underline{I}_{B1\nu}=-\frac{1}{k_\nu}\underline{I}_{A1\nu}e^{-j\nu\theta}$; $\underline{I}_{B2\nu}=-\frac{1}{k_\nu}\underline{I}_{A2\nu}e^{j\nu\theta}$	$k_\nu=\frac{w_B\cdot k_{wB\nu}}{w_A\,k_{wA\nu}}$
3	EFIMENKO E.I /41/		$\underline{I}_{A1}=-j\frac{\underline{I}_Ae^{j\theta}+K\underline{I}_B}{2\sin\theta}$; $\underline{I}_{A2}=j\frac{\underline{I}_Ae^{-j\theta}+K\underline{I}_B}{2\sin\theta}$ $\underline{I}_{B1}=\frac{1}{K}\underline{I}_{A1}e^{j(\pi-\theta)}$; $\underline{I}_{B2}=\frac{1}{K}\underline{I}_{A2}e^{-j(\pi-\theta)}$	$K=\frac{w_B\,k_{wB}}{w_A\,k_{wA}}$
4	PUSTOLA J. SLIWINSKI I.T. /143/ GIERAS J. /64/. /65/		$\underline{I}_{a1}=\frac{\underline{I}_a+k\underline{I}_be^{-j\alpha}}{2}$ $\underline{I}_{a2}=\frac{\underline{I}_a+k\underline{I}_be^{j\alpha}}{2}$	
5	IUFEROV F.M. /75/,/76/ OSIN I.L. /74/		$\underline{I}_{A1\nu}=\frac{\underline{I}_A+k_\nu\underline{I}_Be^{-j\nu\theta}}{2\sin\nu\theta}e^{-j(\frac{\pi}{2}-\nu\theta)}$; $\underline{I}_{A2\nu}=\frac{\underline{I}_A+k_\nu\underline{I}_Be^{j\nu\theta}}{2\sin\nu\theta}e^{j(\frac{\pi}{2}-\nu\theta)}$ $\underline{I}_{B1\nu}=-\frac{\underline{I}_{A1\nu}}{k_\nu}e^{-j\nu\theta}$; $\underline{I}_{B2\nu}=-\frac{\underline{I}_{A2\nu}}{k_\nu}e^{j\nu\theta}$	$k_\nu=\frac{w_B\,k_{wB\nu}}{w_A\,k_{wA\nu}}$
6	IVANOVA G.T /78/ IVANOVA N.V. /80/, /81/		$\underline{I}_{3f}=\frac{\underline{I}_3e^{-j\gamma}-jk\underline{I}_1}{2\cos\gamma}$; $\underline{I}_{3b}=\frac{\underline{I}_3e^{j\gamma}+jk\underline{I}_1}{2\cos\gamma}$ $\underline{I}_{1f}=\frac{1}{k}\underline{I}_{3f}e^{j(\pi-\alpha)}$; $\underline{I}_{1b}=\frac{1}{k}\underline{I}_{3b}e^{-j(\pi-\alpha)}$	$k=\frac{w_1\cdot k_{w1}}{w_3\,k_{w3}}$ $\gamma=\frac{\pi}{2}-\alpha$
7	KELIM Iu.M KARPOVA V.M. /90/ SVECIARNIK D.V /202,p.329/		$\underline{I}_{A1}=\frac{\underline{I}_Ae^{j(\pi+\theta)}-\frac{1}{k}\underline{I}_B}{e^{j(\pi+\theta)}-e^{j(\pi-\theta)}}$; $\underline{I}_{A2}=\frac{\underline{I}_Ae^{j(\pi-\theta)}-\frac{1}{k}\underline{I}_B}{e^{j(\pi-\theta)}-e^{j(\pi+\theta)}}$ $\underline{I}_{B1}=k\underline{I}_{A1}e^{j(\pi-\theta)}$; $\underline{I}_{B2}=k\underline{I}_{A2}e^{j(\pi+\theta)}$	$k=\frac{w_A\,k_{wA}}{w_B\cdot k_{wB}}$
8	SAVIUC V.D. LUCANU M.T. /167/		$\underline{I}_{A1}=\frac{-j(\underline{I}_Ae^{j\theta}+k\underline{I}_B)}{2\sin\theta}$; $\underline{I}_{B1}=\frac{\underline{I}_{A1}}{k}e^{-j\theta}$, $\underline{U}_{A1}=\frac{j(\underline{U}_Ae^{-j\theta}-\frac{1}{k}\underline{U}_B)}{2\sin\theta}$; $\underline{U}_{B1}=k\underline{U}_{A1}e^{j\theta}$ $\underline{I}_{A2}=\frac{j(\underline{I}_Ae^{-j\theta}+k\underline{I}_B)}{2\sin\theta}$; $\underline{I}_{B2}=\frac{\underline{I}_{A2}}{k}e^{j\theta}$; $\underline{U}_{A2}=\frac{-j(\underline{U}_Ae^{j\theta}-\frac{1}{k}\underline{U}_B)}{2\sin\theta}$; $\underline{U}_{B2}=k\underline{U}_{A2}e^{-j\theta}$	
9	VASKE P. /195/		$\underline{U}_a=\underline{U}_1+\underline{U}_2$ $\underline{U}_b=-\underline{U}_1e^{-j\varepsilon}-\underline{U}_2e^{j\varepsilon}$	
10	VAS P. /190/, /192/		$C_{3m}=\begin{array}{\|c\|c\|}\hline 1 & 1\\ \hline e^{-j\alpha_1} & e^{j\alpha_1}\\ \hline\end{array}$	

3. Corespunzător diverselor structuri geometrice ale mașinii bifazate de referință, formal au rezultat o mulțime de expresii pentru componentele simetrice ale curenților. Eliminînd deosebirile cauzate de utilizarea notațiilor diferite se constată că toate relațiile propuse sînt echivalente între ele (și în același timp echivalente cu $\underline{I}_f$ și respectiv cu $\underline{I}_b$).

4. Nu se menționează nimic despre componentele omopolare ale curenților de fază deși în literatură /34/ se precizează clar că acestea sînt nule numai dacă înfășurările statorice sînt în cuadratură electrică.

5. Majoritatea autorilor /41/,/75/,/76/,/78/,/80/,/81/,/90/,/202/ au stabilit componentele simetrice ale curenților de fază cu unicul scop de a calcula momentul electromagnetic. (Date fiind componentele simetrice ale curenților, momentul electromagnetic se calculează ca în teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare).

6. Componentele simetrice ale tensiunilor de fază, atunci cînd sînt stabilite, diferă de componentele simetrice ale curenților. Numai P.Vas /190/,/192/ propune aceleași expresii pentru componentele simetrice ale curenților și tensiunilor de fază.

7. De regulă /167/,/195/, componentele simetrice ale tensiunilor s-au ales identice (ca formă) cu expresiile t.e.m. induse în cele două înfășurări statorice de fază de către cîmpurile magnetice circulare învîrtitoare direct și respectiv invers.

8. Nu se menționează nimic despre componentele omopolare ale tensiunilor statorice de fază.

9. Nu se menționează nimic despre componentele simetrice instantanee +, -,0 ale mărimilor de fază. (In toată bibliografia consultată s-au întîlnit numai componente simetrice fazoriale ale curenților și tensiunilor de fază.)

10. Particularizate pentru $\theta = 90^o$el. atît expresiile componentelor simetrice ale curenților cît și cele ale tensiunilor devin identice cu cele cunoscute din teoria componentelor simetrice bifazate.

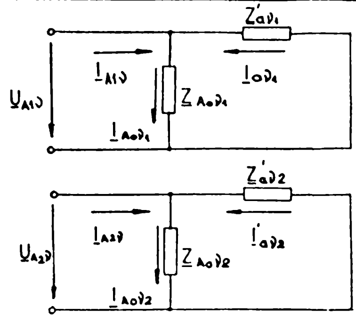
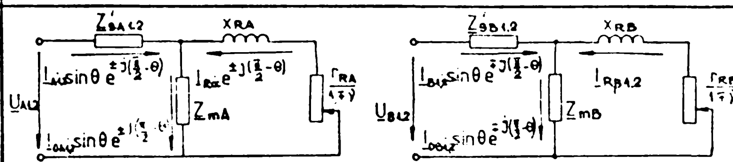
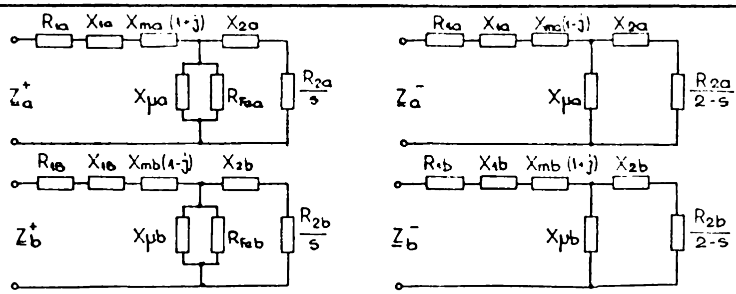
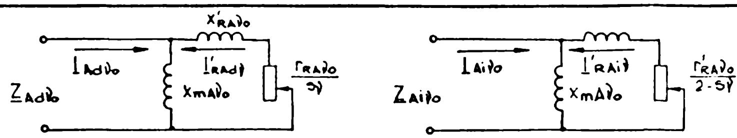
11. Particularizate pentru $\theta = 120^o$el., rezultatele obținute diferă în totalitate de relațiile cunoscute din teoria componentelor simetrice trifazate.

12. Nici una dintre formele propuse de descompunere în componente simetrice (atît pentru curenți cît și pentru tensiuni) nu îndeplinește condiția de conservare a puterii. (Se reamintește că invarianța puterii este o condiție obligatorie la efectuarea oricărei transformări de coordonate în teoria modernă a mașinilor electrice: /24/,/47/,/98/,/122/,/124/,/139/,/181/,/200/).

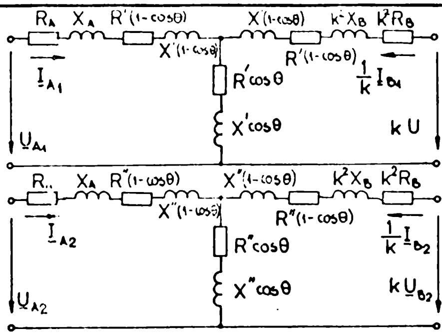
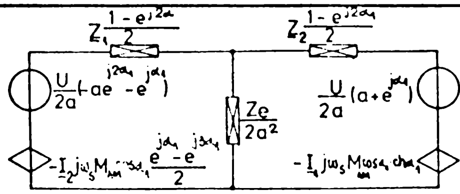
1.3.2 Analiza schemelor electrice echivalente și/sau a expresiilor propuse pentru impedanțele directe și inverse.

Schemele electrice sau expresiile impedanțelor echivalente, directe și inverse, așa cum sînt precizate și utilizate în literatură sînt prezentate în Tab.1.2.

Tab.12.

Nr. crt	AUTORUL	SCHEME ELECTRICE ECHIVALENTE ŞI / SAU EXPRESII PROPUSE PENTRU IMPEDANTELE DIRECTE ŞI INVERSE
0	1	2
1	ADAMENKO A.I. /2/, /3/, /6/ KISLENKO V.I. /4/	$U_1 = I_{11} Z_{11} + I_{12} Z_{12}$; $U_2 = I_{21} Z_{21} + I_{22} Z_{22}$, în care: $Z_{11} = Z_{s11} + Z'_{1d1} \sin\theta_2 \, e^{j(\theta_2-\frac{\pi}{2})}$; $Z_{12} = Z_{s12} + Z'_{1i1} \sin\theta_2 \, e^{-j(\theta_2-\frac{\pi}{2})}$ $Z_{21} = Z_{s21} + Z_{2d1} \sin\theta_2 \, e^{-j(\theta_2-\frac{\pi}{2})}$; $Z_{22} = Z_{s22} + Z_{2i1} \sin\theta_2 \, e^{j(\theta_2-\frac{\pi}{2})}$
2	DINOV V.R. /29/	$U_A = U_{As} + \sum_{\nu=1}^{\infty} U_{A1\nu} + \sum_{\nu=1}^{\infty} U_{A2\nu}$ $Z_{Ao\nu_1} = jx_{mA\nu}(1-\cos\nu\theta \cdot e^{-j\nu\theta})$ $Z_{Ao\nu_2} = jx_{mA\nu}(1-\cos\nu\theta \cdot e^{j\nu\theta})$ $Z'_{a\nu_1} = j\frac{2w_A^2 k_{wA\nu} \sin\nu\theta \cdot e^{-j\nu\theta}}{m_2 w_2^2 k_{w2\nu}^2} \cdot \left(\frac{r_{2\nu}}{s_{1\nu}} + jx_{2\nu}\right)$ $Z'_{a\nu_2} = -j\frac{2w_A^2 k_{wA\nu}^2 \sin\nu\theta \cdot e^{j\nu\theta}}{m_2 w_2^2 k_{w2\nu}} \left(\frac{r_{2\nu}}{s_{2\nu}} + jx_{2\nu}\right)$ 
3	EFIMENKO E.I. /41/	 $Z'_{sA1,2} = (r_{sA} \pm x_{sAB}\,ctg\,\theta) + j(x_{sAR} \mp r_{sA}\,ctg\,\theta)$; $Z' = (r_{sB} \mp x_{sAB}\,ctg\,\theta) + j(x_{sBR} \pm r_{sB}\,ctg\,\theta)$
4	PUSTOLA J. SLIWINSKI T. /143/ GIERAS J. /64/, /65/	
5	IUFEROV F.M. /75/ /76/ OSIN I.L. /74/	 $Z_{Ad\nu} = Z_{Ad\nu_0} \sin\nu\theta \, e^{j(\frac{\pi}{2}-\nu\theta)}$; $Z_{Ai\nu} = Z_{Ai\nu_0} \sin\nu\theta \, e^{-j(\frac{\pi}{2}-\nu\theta)}$ $Z_{Bd\nu} = Z_{Bd\nu_0} \sin\nu\theta \, e^{-j(\frac{\pi}{2}-\nu\theta)}$; $Z_{Bi\nu} = Z_{Bi\nu_0} \sin\nu\theta \, e^{j(\frac{\pi}{2}-\nu\theta)}$
6	IVANOVA G.V. /78/ IVANOVA N.V. /80/, /81/	$Z_{1f} = r_1 + jx_{1f} + \frac{jx_{\mu 1} Z'_{2f}}{jx_{\mu 1} + Z'_{2f}} e^{-j\delta} \cos\delta$; $Z_{1b} = r_1 + jx_{1b} + \frac{jx_{\mu 1} Z'_{2b}}{jx_{\mu 1} + Z'_{2b}} e^{j\delta} \cos\delta$ $Z_{3f} = r_3 + jx_{3f} + \frac{1}{k^2} \frac{jx_{\mu 1} Z'_{2f}}{jx_{\mu 1} + Z'_{2f}} e^{j\delta} \cos\delta$; $Z_{3b} = r_3 + jx_{3b} + \frac{1}{k^2} \frac{jx_{\mu 1} Z'_{2b}}{jx_{\mu 1} + Z'_{2b}} e^{-j\delta} \cos\delta$

Tab 1. 2. (continuare)

0	1	2
7	KELIM Iu M KARPOVA V M /190/ SVECIARNIK D.V. /202 p 330/	 $P_{M1} = 2 I_{A1}^2 R' \sin^2\theta \quad P_{M2} = 2 I_{A2}^2 R'' \sin^2\theta$ $R' = \dfrac{\frac{R_{rA}}{s} X_{mA}^2}{\left(\frac{R_{rA}}{s}\right)^2 + X_{mA}^2}$ $X' = \dfrac{X_{mA}\left(\frac{R_{rA}}{s}\right)^2}{\left(\frac{R_{rA}}{s}\right)^2 + X_{mA}^2}$ $R'' = \dfrac{\frac{R_{rA}}{2-s} X_{mA}^2}{\left(\frac{R_{rA}}{2-s}\right)^2 + X_{mA}^2}$ $X'' = \dfrac{X_{mA}\left(\frac{R_{rA}}{2-s}\right)^2}{\left(\frac{R_{rA}}{2-s}\right)^2 + X_{mA}^2}$
8	SAVIUC V.D. LUCANU M.T. /167/	$U_A - \frac{1}{k} U_B e^{j\theta} = I_{A1}(Z_{A11} + 2Z_1 \sin^2\theta) + I_{A2} Z_{A12}$ $U_A - \frac{1}{k} U_B e^{-j\theta} = I_{A1} Z_{A21} + I_{A2}(Z_{A22} + 2Z_2 \sin^2\theta)$ cu: $Z_{A11} = Z_{A22} = Z_A + \frac{1}{k^2} Z_B - j\frac{2}{k} X_{AB} \cos\theta$ $Z_{A12} = Z_A + \frac{1}{k^2} Z_B e^{j2\theta} - j\frac{2}{k} X_{AB} e^{j\theta}$; $Z_1 = \dfrac{Z_m \cdot Z_{r1}}{Z_m + Z_{r1}}$ $Z_{A21} = Z_A + \frac{1}{k^2} Z_B e^{-j2\theta} - j\frac{2}{k} X_{AB} e^{-j\theta}$; $Z_2 = \dfrac{Z_m \cdot Z_{r2}}{Z_m + Z_{r2}}$
9	VASKE P. /195/	———
10	VAS P. /190/, /192/	 $\frac{U}{2a}(-a e^{j2\alpha_1} - e^{j\alpha_1}) = Z_1 I_1 \frac{1-e^{j2\alpha_1}}{2} + I_2 j\omega_s M_{AM} \cos\alpha_1 \frac{e^{j\alpha_1} - e^{j3\alpha_1}}{2} + \frac{Ze}{2a}(I_1 + I_2 e^{j2\alpha_1})$ $\frac{U}{2a}(a + e^{j\alpha_1}) = Z_2 I_2 \frac{1-e^{j2\alpha_1}}{2} + I_1 j\omega_s M_{AM} \cos\alpha_1 \, ch\alpha_1 - \frac{Ze}{2a}(I_1 + I_2 e^{j2\alpha_1})$

Din analiza lor se pot desprinde următoarele aspecte:

1. Sînt descrise -analitic sau grafic- numai impedanțele corespunzătoare regimurilor simetrice direct și respectiv invers.

2. Despre impedanțele omopolare nu se menționează nimic.

3. Impedanțele echivalente pe fază (ale mașinii de inducție bifazate cu înfășurări general nesimetrice pe stator) corespunzătoare succesiunilor directe și inverse nu sînt riguros definite de nici unul dintre autorii citați în Tab.1.2. (Impedanțele echivalente diferă de la autor la autor în funcție de componentele simetrice utilizate).

4. Formal, majoritatea autorilor au preluat structura impedanţelor echivalente din teoria clasică a maşinilor electrice simetrice.

5. In descrierea analitică sau în reprezentarea grafică a impedanţelor echivalente (care ar trebui să fie asemenea schemelor electrice ale maşinii de inducţie corespunzătoare regimurilor staţionare simetrice de funcţionare), parametrii înfăşurărilor îşi pierd sensul fizic. Astfel, prin multiplicarea cu exponenţiale complexe apar impedanţe care conţin reactanţe în partea reală şi rezistenţe în partea imaginară. (De altfel, la acest capitol, cercetătorii şi-au dat frîu liber fanteziei propunînd tot felul de circuite electrice -unele chiar cu surse imprimate de curent şi respectiv de tensiune. Si toate pentru maşina de inducţie bifazată, nesimetrică.)

x x x

Semnalarea acestor deficienţe sub aspect teoretic, necesită reconsiderarea în totalitate a metodei componentelor simetrice utilizată în prezent la analiza maşinilor de inducţie cu înfăşurări bifazate general nesimetrice pe stator.

Totodată se impune şi reconsiderarea tuturor rezultatelor obţinute pînă acum în literatură (referitoare la motoarele asincrone monofazate echipate cu înfăşurări bifazate general nesimetrice pe stator) şi bazate pe metoda componentelor simetrice.

Din acest punct de vedere, prin soluţionarea problemelor de mai sus, rezultă caracterul în întregime original al tezei de doctorat.

CAPITOLUL 2.

CONTRIBUTII LA STABILIREA TEORIEI COMPONENTELOR SIMETRICE -FAZORIALE SI INSTANTANEE- CORESPUNZATOARE ANALIZEI MASINILOR DE INDUCTIE ECHIPATE CU INFASURARI BIFAZATE GENERAL NESIMETRICE PE STATOR.

2.1 Consideraţii generale.

Literatura de specialitate /3/,/29/,/41/,/64/,/76/,/81/,/90/,/167/, /190/,/192/,/195/ etc. indică -de regulă- în cadrul metodei componentelor simetrice referitoare la maşinile de inducţie cu înfăşurări statorice bifazate, general nesimetrice, numai componentele simetrice ale curenţilor. Ele sînt stabilite pe baza condiţiilor de obţinere a cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare direct şi respectiv invers. Componentele simetrice ale tensiunilor, atunci cînd sînt precizate, se consideră identice (ca formă) cu t.e.m. induse în cele două înfăşurări statorice de către cîmpurile învîrtitoare direct şi invers. Despre componentele omopolare nu se menţionează nimic.

Mai mult, în prezentarea impedanţelor echivalente -prin scheme electrice sau relaţii- parametrii maşinii îşi pierd chiar şi semnificaţia fizică.

Deşi expresiile propuse concordă în totalitate cu teoria clasică pentru configuraţii de înfăşurări în cuadratură electrică, totuşi această concordanţă dispare în cazurile -controlabile, de altfel- în care înfăşurările statorice sînt dispuse la 60° sau la 120°el.

Avîndu-se în vedere aceste situaţii cît şi concluziile desprinse din capitolul precedent, în capitolul de faţă va fi elaborată o teorie originală şi totodată unitară a metodei componentelor simetrice, teorie compatibilă în totalitate atît cu variantele clasice ale ei cît şi cu celelalte teorii.

Relaţiile stabilite sînt generale şi pot fi utilizate la analiza oricărui tip de maşină asincronă echipată cu o înfăşurare bifazată, general nesimetrică pe stator (cu orice decalaj spaţial între axele înfăşurărilor statorice de fază şi orice raport al numerelor efective de spire).

Ideea originală /136/,/139/,/140/ care a stat la baza dezvoltării întregii teorii poate fi formulată în următoarea propoziţie: "<u>Structura de maşină bifazată, general nesimetrică pe stator, provine din regimul dezechilibrat al unei maşini trifazate (nesimetrice, echivalente), la întreruperea sau nealimentarea unei înfăşurări de fază statorice.</u>"

Pentru ilustrarea ei, în fig.2.1 a), s-a reprezentat ca exemplu /141/ un motor de inducţie monofazat, cu faza auxiliară B general nesimetrică (dispusă sub unghiul $\theta \neq 90^{\circ}$el. şi cu un număr oarecare de spire).

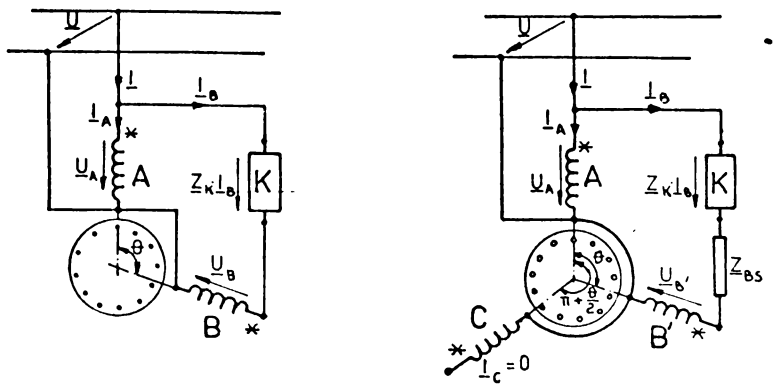


Fig.2.1 a)Motorul de inducție monofazat cu faza auxiliară general nesimetrică; b)Idem, ca provenind din regimul dezechilibrat al unei mașini de inducție trifazate, nesimetrice.

In vederea folosirii metodei componentelor simetrice pentru analiza performanțelor acestui motor, în fig.2.1 b) s-a indicat motorul trifazat echivalent, nesimetric, alimentat dezechilibrat de la aceeași rețea monofazată. Ecuațiile funcționale corespunzătoare modului de alimentare și de conectare a înfășurarilor statorice pot fi rapid soluționate prin utilizarea unor substituții (componentele simetrice ale mărimilor de fază) adecvate.

Modul de descompunere în componente simetrice, expresiile acestora cît și impedanțele echivalente vor fi stabilite atît pentru regimul staționar cît și pentru regimul dinamic. In primul caz vor fi utilizate conceptele teoriei cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare /14/,/49/,/59/,/60/,/85/, /112/,/136/,/139/,/140/,/189/ și se va stabili teoria componentelor simetrice fazoriale (c.s.f.). In al doilea caz vor fi efectuate două transformări de coordonate și se va stabili teoria componentelor simetrice instantanee (c.s.i.).

2.2 Regimul permanent sinusoidal. Metoda componentelor simetrice naturale fazoriale.

52 - 116

Așa cum a fost subliniat în paragraful 2.1 și exemplificat în figura 2.1 b), analiza oricărei mașini de inducție echipat cu o înfășurare bifazată, general nesimetrică, pe stator impune -în cadrul metodei componentelor simetrice- precizarea mașinii trifazate nesimetrice, echivalente.

O vom denumi "model matematic".

Se propune+ pentru mașina trifazată nesimetrică "model matematic" structura reprezentată în fig.2.2 cu următoarele precizări suplimentare:

1. Infășurările statorice A și B sînt identice cu cele ale mașinii bi-

+) Justificarea riguroasă atît a structurii mașinii trifazate "model matematic " cît și a relațiilor (2.1) va fi prezentată în § 2.3.1, la pg.31.

fazate general nesimetrice (acelaşi unghi de decalaj spaţial θ; aceleaşi numere de spire w_A, w_B; acelaşi k_y, k_q etc). Infăşurarea statorică de faza C, cu w_C spire, este dispusă spaţial sub ungniul $\pi + \frac{1}{2}\theta$ faţă de înfăşurarea A.

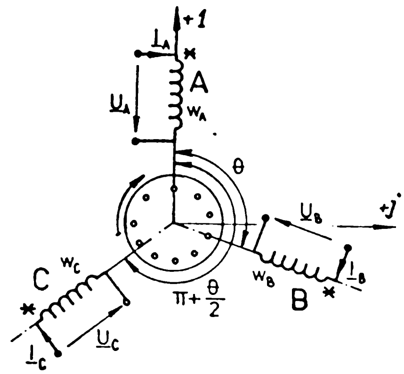


Fig.2.2 Maşina trifazată nesimetrică "model matematic".

2. Rezistenţele şi inductanţele proprii de dispersie ale celor trei înfăşurări de fază statorice satisfac relaţiile:

$$R_B = k_B^2 \cdot R_A \; ; \qquad l_{B\sigma} = k_B^2 \cdot l_{A\sigma} \qquad a)$$

$$R_C = \frac{k_C^2}{2\cos(\pi-\theta)} \cdot R_A \qquad\qquad (2.1)$$

$$l_{C\sigma} = \frac{k_C^2}{2\cos(\pi-\theta)} \cdot l_{A\sigma} \qquad b)$$

în care:
$$k_B = \frac{w_B k_{qB} k_{yB}}{w_A k_{qA} k_{yA}} \quad \text{şi} \quad k_C = \frac{w_C k_{qC} k_{yC}}{w_A k_{qA} k_{yA}} \qquad (2.2)$$

3. Rotorul simetric, de regulă în colivie, este acelaşi cu cel al motorului bifazat analizat iar întrefierul -presupus uniform- se consideră neschimbat.

<u>Ipoteze de calcul</u>.

Conform procedurii uzuale înfăşurările statorice sînt presupuse repartizate sinusoidal. Iniţial, pierderile în fier, mecanice şi de ventilaţie vor fi neglijate. Ulterior, pierderile în fier vor fi considerate în schemele echivalente corespunzătoare regimurilor simetrice urmînd calea clasică iar pierderile mecanice şi de ventilaţie vor fi considerate ca simple sarcini mecanice la arborele motorului.

Totodată sînt admise toate ipotezele simplificatoare care asigură valabilitatea principiului superpoziţiei. In plus, inductanţele de dispersie ale înfăşurărilor statorice de fază se iau în consideraţie atît prin inductanţele proprii de dispersie: $l_{A\sigma}$, $l_{B\sigma}$, $l_{C\sigma}$ cît şi prin inductanţele mutuale de dispersie: $L_{AA\sigma}$, $L_{AB\sigma}$, $L_{AC\sigma}$ . . . întocmai ca în /33/,/34/,/35/ şi /36/.

x x x

Potrivit conceptelor fizice ale metodei componentelor simetrice /14/,/23/ /25/,/28/,/47/,/69/,/71/,/98/,/104/,/126/,/127/,/128/,/162/ etc., orice regim staţionar de funcţionare al maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" poate fi obţinut (sau descompus) din (sau în) trei regimuri staţionare simetrice, în corelaţie cu cîmpurile magnetice din întrefierul maşinii.

In acest context, pentru dezvoltările matematice viitoare, vom ataşa fig.2.2 planul complex (+1,+j) cu axa reală suprapusă axei fazei statorice A.

S-a precizat astfel implicit sensul orar pentru măsurarea pozitivă a unghiurilor. Totodată înfășurarea statorică A va fi considerată ca înfășurare de referință.

2.2.1 Componentele simetrice naturale ale curenților.

Să considerăm că înfășurările statorice de fază A, B și C ale mașinii trifazate nesimetrice "model matematic" (v.fig.2.2) sînt parcurse de sistemul trifazat de curenți:

$$\begin{aligned} i_A &= \sqrt{2}\cdot I_A \cos\omega_1 t \\ i_B &= \sqrt{2}\cdot I_B \cos(\omega_1 t - \varepsilon_B) \\ i_C &= \sqrt{2}\cdot I_C \cos(\omega_1 t - \varepsilon_C) \end{aligned} \tag{2.3}$$

cu succesiunea în timp precizată de : $|\varepsilon_B| < |\varepsilon_C|$.

In referențialul statoric fix (cu $x=0$ în axa fazei A și $t=0$ în momentul trecerii prin maxim a curentului i_A) expresiile tensiunilor magnetice (t.m.) excitate de solenațiile înfășurărilor statorice A, B și C într-un punct din întrefier, de coordonată x, la momentul $t>0$ sînt :

$$\begin{aligned} v_A(x,t) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi\cdot p}\cdot w_A k_{wA} I_A \cos\omega_1 t\cdot \cos\frac{\pi}{\tau}x \\ v_B(x,t) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi\, p}\cdot w_B k_{wB} I_B \cos(\omega_1 t - \varepsilon_B)\cos(\frac{\pi}{\tau}x - \theta) \\ v_C(x,t) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi\, p}\cdot w_C k_{wC} I_C \cos(\omega_1 t - \varepsilon_C)\cos\left[\frac{\pi}{\tau}x - (\pi + \tfrac{1}{2}\theta)\right] \end{aligned} \tag{2.4}$$

Prelucrînd relațiile (2.4) conform identității trigonometrice: $\cos x\cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y))$ și folosind apoi formula lui Euler $\cos z = \frac{1}{2}(e^{jz} + e^{-jz})$, expresia t.m. rezultante $v(x,t) = v_A(x,t)+v_B(x,t)+v_C(x,t)$ poate fi pusă sub forma:

$$v(x,t) = \frac{1}{2}(\ \underline{v} + \underline{v}^{*}) \tag{2.5}$$

în care:

$$\underline{v} = \frac{\sqrt{2}}{\pi p} w_A k_{wA}\cdot\left[(\underline{I}_A + k_B\underline{I}_B e^{j\theta} + k_C\underline{I}_C e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)})e^{j(\omega_1 t - \frac{\pi}{\tau}x)} + \right. \\ \left. +(\underline{I}_A + k_B\underline{I}_B e^{-j\theta} + k_C\underline{I}_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)})e^{j(\omega_1 t + \frac{\pi}{\tau}x)}\right] \tag{2.6}$$

iar asteriscul "*" semnifică mărimea complex conjugată.

Analizînd expresia (2.6) se observă posibilitatea ca, pentru anumite valori ale curenților $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$ și $\underline{I}_C$, t.m. $\underline{v}(x,t)$ și respectiv $\underline{v}^{*}(x,t)$ să capete semnificația unor sinori Fresnel /4/,/25/,/69/,/98/,/124/,/125/ de rotație pozitivă și respectiv negativă. In acest context vom descompune aditiv, în mod natural, ansamblul curenților statorici $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$ și $\underline{I}_C$ în trei sisteme de componente, după modelul de mai jos:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{B1} + \underline{I}_{B2} + \underline{I}_{B0} \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{C1} + \underline{I}_{C2} + \underline{I}_{C0}$$

Componentele simetrice de succesiune directă $(\underline{I}_{A1}, \underline{I}_{B1}, \underline{I}_{C1})$ vor stabili în întrefier un cîmp magnetic circular, învîrtitor în sensul succesiunii fazelor, cu amplitudinea la $t = 0$ orientată după axa înfășurării A, numai dacă:

$$\begin{aligned} &\underline{I}_{A1} + k_B\underline{I}_{B1}e^{-j\theta} + k_C\underline{I}_{C1}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} = 0 \\ &\underline{I}_{A1} + k_B\underline{I}_{B1}e^{+j\theta} + k_C\underline{I}_{C1}e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} = m_1'\underline{I}_{A1} \quad \text{cu } m_1' \in \mathbb{R} \end{aligned} \tag{2.8}$$

Eliminînd curentul $\underline{I}_{C1}$ din ecuațiile sistemului (2.8) obținem:

$$(1 - e^{j\theta}) + k_B \cdot \frac{\underline{I}_{B1}}{\underline{I}_{A1}} e^{j\theta}(1 - e^{-j\theta}) = m_1' \tag{2.9}$$

In continuare se apelează la un artificiu de calcul: se formează expresia complex conjugată relației (2.9). Efectuînd diferența lor, după cîteva calcule intermediare, rezultă:

$$\mathrm{Re}\left\{(1 - e^{j\theta})(k_B \cdot \frac{\underline{I}_{B1}}{\underline{I}_{A1}} e^{j\theta} - 1)\right\} = 0 \tag{2.10}$$

Condiția (2.10) este matematic echivalentă sistemului (2.8). Ea este îndeplinită pentru orice valoare a ungniului θ, dacă și numai dacă:

$$\underline{I}_{B1} = \frac{1}{k_B}\underline{I}_{A1}e^{-j\theta} \tag{2.11}$$

Avînd precizată valoarea lui $\underline{I}_{B1}$, din sistemul (2.8) obținem imediat:

$$\underline{I}_{C1} = \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\underline{I}_{A1}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \quad \text{și} \quad m_1' = 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta \tag{2.12}$$

Componentele simetrice de succesiune inversă $(\underline{I}_{A2}, \underline{I}_{B2}, \underline{I}_{C2})$ vor stabili în întrefier un cîmp magnetic circular, învîrtitor în sens invers succesiunii fazelor, cu amplitudinea la $t = 0$ orientată după axa înfășurării A, numai dacă:

$$\begin{aligned} &\underline{I}_{A2} + k_B\underline{I}_{B2}e^{+j\theta} + k_C\underline{I}_{C2}e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} = 0 \\ &\underline{I}_{A2} + k_B\underline{I}_{B2}e^{-j\theta} + k_C\underline{I}_{C2}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} = m_1''\cdot\underline{I}_{A2} \quad \text{cu } m_1'' \in \mathbb{R} \end{aligned} \tag{2.13}$$

Prelucrînd similar și ecuațiile (2.13), în final vom obține:

$$\underline{I}_{B2} = \frac{1}{k_B}\underline{I}_{A2}e^{j\theta}; \quad \underline{I}_{C2} = \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\underline{I}_{A2}e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}; \quad m_1'' = 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta \tag{2.14}$$

Componentele simetrice de succesiune nulă $(\underline{I}_{A0}, \underline{I}_{B0}, \underline{I}_{C0})$ vor stabili în întrefier un cîmp magnetic rezultant nul, în orice punct x și la orice moment $t > 0$, numai dacă:

$$\begin{aligned} &\underline{I}_{A0} + k_B\underline{I}_{B0}e^{+j\theta} + k_C\underline{I}_{C0}e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} = 0 \\ &\underline{I}_{A0} + k_B\underline{I}_{B0}e^{-j\theta} + k_C\underline{I}_{C0}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} = 0 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Condițiile (2.15) sînt simultan îndeplinite, dacă și numai dacă:

$$\underline{I}_{BO} = \frac{1}{k_B}\cdot\underline{I}_{AO} \quad \text{și} \quad \underline{I}_{CO} = \frac{1}{k_C}\cdot 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{I}_{AO} \tag{2.16}$$

Reconsiderînd descompunerea (2.7) și înlocuind rezultatele obținute pînă acum, obținem forma definitivă de descompunere în componente simetrice a curenților statorici de fază:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{AO} \\ \underline{I}_B &= \frac{1}{k_B}\cdot(\underline{I}_{A1}e^{-j\theta} + \underline{I}_{A2}e^{j\theta} + \underline{I}_{AO}) \\ \underline{I}_C &= \frac{1}{k_C}\cdot\left[2\cos(\pi-\theta)\underline{I}_{A1}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + 2\cos(\pi-\theta)\underline{I}_{A2}e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{I}_{AO}\right] \end{aligned} \tag{2.17}$$

Expresiile componentelor simetrice, corespunzătoare descompunerii (2.17) și obținute ca soluție a acestui sistem sînt date mai jos, în forma finală:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{A1} &= \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[\underline{I}_A + k_B\underline{I}_B e^{+j\theta} + k_C\underline{I}_C e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\ \underline{I}_{A2} &= \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[\underline{I}_A + k_B\underline{I}_B e^{-j\theta} + k_C\underline{I}_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\ \underline{I}_{AO} &= \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[2\cos(\pi-\theta)\underline{I}_A + 2\cos(\pi-\theta)k_B\underline{I}_B + 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot k_C\underline{I}_C\right] \end{aligned} \tag{2.18}$$

2.2.2 Componentele simetrice naturale ale tensiunilor.

Sistemul tensiunilor statorice de fază $\underline{U}_A, \underline{U}_B$ și $\underline{U}_C$ va fi descompus în mod natural, aditiv, în trei sisteme de componente: direct $(\underline{U}_{A1}, \underline{U}_{B1}, \underline{U}_{C1})$, invers $(\underline{U}_{A2}, \underline{U}_{B2}, \underline{U}_{C2})$ și de succesiune nulă $(\underline{U}_{AO}, \underline{U}_{BO}, \underline{U}_{CO})$. Alimentînd mașina trifazată nesimetrică "model matematic", succesiv, cu cele trei sisteme simetrice de tensiuni, prin înfașurările statorice se vor stabili, pe rînd, cele trei sisteme simetrice de curenți. In acest fel se obțin regimurile simetrice de funcționare ale "modelului matematic".

Dacă alegem componentele tensiunii $\underline{U}_A$ ca mărimi de bază, descompunerea tensiunilor de fază în componente simetrice poate fi realizată după următorul model:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{AO} \\ \underline{U}_B &= \underline{b}_1\underline{U}_{A1} + \underline{b}_2\underline{U}_{A2} + \underline{b}_o\underline{U}_{AO} \\ \underline{U}_C &= \underline{c}_1\underline{U}_{A1} + \underline{c}_2\underline{U}_{A2} + \underline{c}_o\underline{U}_{AO} \end{aligned} \tag{2.19}$$

în care coeficienții transformării sînt, deocamdată, necunoscuți.

Condiția în baza căreia va fi determinată descompunerea (2.19) este cea de invarianță a puterii aparente complexe /24/,/47/,/98/,/122/,/124/, /139/,/181/,/200/etc.

Matematic, în formulare matriceală, această condiție se traduce prin relația:

$$\|\underline{U}_{A,B,C}\|^T\cdot\|\underline{I}_{A,B,C}\|^* = \|\underline{U}_{1,2,0}\|^T\cdot\|H\|\cdot\|\underline{I}_{1,2,0}\|^* \tag{2.20}$$

în care:

$$\begin{aligned} \|\underline{U}_{A,B,C}\|^T &= \boxed{\underline{U}_A \;\; \underline{U}_B \;\; \underline{U}_C}\,; \quad \|\underline{I}_{A,B,C}\| = \boxed{\underline{I}_A \;\; \underline{I}_B \;\; \underline{I}_C}^{\,T} \\ \|\underline{U}_{1,2,0}\|^T &= \boxed{\underline{U}_{A1} \;\; \underline{U}_{A2} \;\; \underline{U}_{AO}}\,; \quad \|\underline{I}_{1,2,0}\| = \boxed{\underline{I}_{A1} \;\; \underline{I}_{A2} \;\; \underline{I}_{AO}}^{\,T} \end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\|H\| = \mathrm{diag.}(h_1, h_2, h_0)$$

h_1, h_2 şi h_0 fiind coeficienţi numerici reali, nenuli, în general diferiţi. Ei sînt egali ($h_1 = h_2 = h_0 = 1$) numai în cazul transformărilor normate.

Dacă rescriem matriceal descompunerile (2.17) şi (2.19):

$$\|\underline{I}_{A,B,C}\| = \|\underline{C}_I\| \|\underline{I}_{1,2,0}\| \quad ; \quad \|\underline{U}_{A,B,C}\| = \|\underline{C}_U\| \|\underline{U}_{1,2,0}\| \tag{2.22}$$

din condiţia de invarianţă a puterii (2.20) obţinem:

$$\|\underline{C}_U\|^T \cdot \|\underline{C}_I\|^* = \|H\| \tag{2.23}$$

Intrucît matricea $\|\underline{C}_U\|$ are structura cunoscută:

$$\|\underline{C}_U\| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{b}_1 & \underline{b}_2 & \underline{b}_0 \\ \underline{c}_1 & \underline{c}_2 & \underline{c}_0 \end{vmatrix} \tag{2.24}$$

iar matricea $\|\underline{C}_I\|$ este perfect determinată:

$$\|\underline{C}_I\| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{k_B} e^{-j\theta} & \frac{1}{k_B} e^{j\theta} & \frac{1}{k_B} \\ \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C} e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C} e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & \frac{2\cos\frac{1}{2}\theta}{k_C} \end{vmatrix} \tag{2.25}$$

condiţia de invarianţă a puterii (2.23) a devenit echivalentă cu un sistem algebric de 9 ecuaţii liniare cu 9 necunoscute. Rezolvîndu-l obţinem:

$$\begin{aligned} &\underline{b}_1 = k_B e^{-j\theta} \quad ; \quad \underline{b}_2 = k_B e^{j\theta} \quad ; \quad \underline{b}_0 = k_B \\ &\underline{c}_1 = k_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \quad ; \quad \underline{c}_2 = k_C e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \quad ; \quad \underline{c}_0 = k_C \frac{\cos\frac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)} \\ &h_1 = 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta \quad ; \quad h_2 = 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta \quad ; \quad h_0 = \frac{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)} \end{aligned} \tag{2.26}$$

In concluzie, a rezultat o descompunere unică a tensiunilor statorice de fază în componente simetrice. Forma definitivă a relaţiilor de descompunere este:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} \\ \underline{U}_B &= k_B(\underline{U}_{A1} e^{-j\theta} + \underline{U}_{A2} e^{j\theta} + \underline{U}_{A0}) \\ \underline{U}_C &= k_C\left[\underline{U}_{A1} e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \underline{U}_{A2} e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \frac{\cos\frac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)} \underline{U}_{A0}\right] \end{aligned} \tag{2.27}$$

Expresiile componentelor simetrice ale tensiunilor de fază, obţinute ca soluţie a sistemului (2.27) sînt date mai jos, în forma finală:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{A1} &= \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[\underline{U}_A + \frac{1}{k_B}\underline{U}_B e^{+j\theta} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C} \cdot \underline{U}_C e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\ \underline{U}_{A2} &= \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[\underline{U}_A + \frac{1}{k_B}\underline{U}_B e^{-j\theta} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C} \cdot \underline{U}_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\ \underline{U}_{A0} &= \frac{2\cos(\pi-\theta)}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[\underline{U}_A + \frac{1}{k_B}\underline{U}_B + \frac{2\cos\frac{1}{2}\theta}{k_C} \cdot \underline{U}_C\right] \end{aligned} \tag{2.28}$$

2.2.3 Impedanțele echivalente.

Analiza oricărui regim dezechilibrat al mașinii trifazate nesimetrice "model matematic" (v.fig.2.2) este realizată din punct de vedere fizic -în cadrul metodei componentelor simetrice- prin suprapunerea a trei regimuri staționare, simetrice.

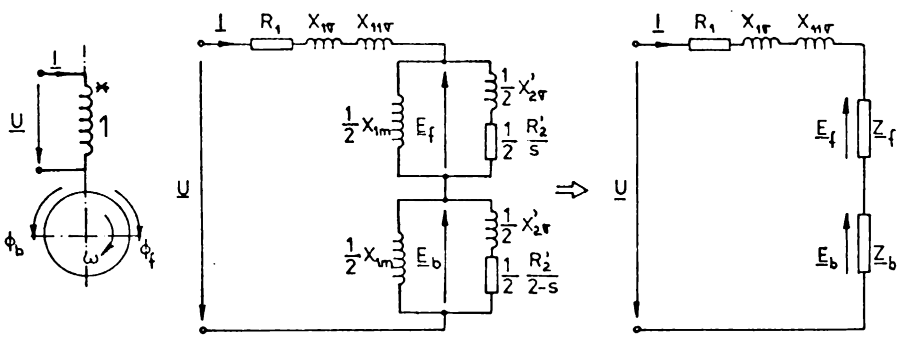
Din punct de vedere matematic, această analiză este posibilă numai dacă se precizează în plus și ecuațiile "modelului matematic" în cele trei regimuri simetrice. Acestea sînt ecuații de forma:

$$\underline{U}_{A1} = \underline{Z}_{A1}\underline{I}_{A1} \; ; \quad \underline{U}_{A2} = \underline{Z}_{A2}\underline{I}_{A2} \; ; \quad \underline{U}_{A0} = \underline{Z}_{A0}\underline{I}_{A0} \qquad (2.29)$$

Atît expresiile cît și schemele electrice echivalente corespunzătoare impedanțelor: directă $\underline{Z}_{A1}$, inversă $\underline{Z}_{A2}$ și oopolară $\underline{Z}_{A0}$ pot fi precizate numai după stabilirea ecuațiilor "modelului matematic". In acest scop vor fi utilizate conceptele teoriei cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare /49/,/60/,/85/,/112/,/189/etc. în contextul ipotezelor simplificatoare admise în 2.1, considerîndu-se totodată înfășurarea statorică A drept înfășurare de referință.

x x x

In concordanță cu teorema de descompunere a cîmpului magnetic pulsatoriu în două cîmpuri magnetice circulare învîrtitoare, în sensuri opuse cu viteza de sincronism, orice motor de inducție monofazat poate fi reprezentat prin două circuite echivalente înseriate, unul corespunzător cîmpului direct iar celălalt cîmpului invers, întocmai ca în fig.2.3.



a) b) c)

Fig.2.3 Motorul de inducție pur monofazat.

Tensiunile electromotoare induse de cîmpurile magnetice proprii: direct "f"(forward) și invers "b"(backward) s-au notat prin $\underline{E}_f = -\underline{Z}_f\underline{I}$, respectiv $\underline{E}_b = -\underline{Z}_b\underline{I}$. Impedanțele $\underline{Z}_f$ și $\underline{Z}_b$ asociate acestor cîmpuri magnetice sînt date de:

$$\underline{Z}_f = \frac{1}{2}\cdot\frac{jX_{1m}\left(\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma}\right)}{\frac{R'_2}{s} + j(X'_{2\sigma} + X_{1m})}; \qquad \underline{Z}_b = \frac{1}{2}\cdot\frac{jX_{1m}\left(\frac{R'_2}{2-s} + jX'_{2\sigma}\right)}{\frac{R'_2}{2-s} + j(X'_{2\sigma} + X_{1m})} \qquad (2.30)$$

în care parametrii rotorici R'_2 și $X'_{2\sigma}$ sînt reduși la numărul efectiv de spire al înfăşurării statorice 1.

Cu aceste precizări introductive, să analizăm iniţial situaţia alimentării succesive a celor trei înfăşurări de fază ale maşinii trifazate nesimetrice "model matematic". Cazurile obţinute sînt reprezentate în fig.2.4 cu menţiunea că, de această dată, parametrii rotorici se consideră raportaţi la numărul efectiv de spire al înfăşurării de referinţă A.

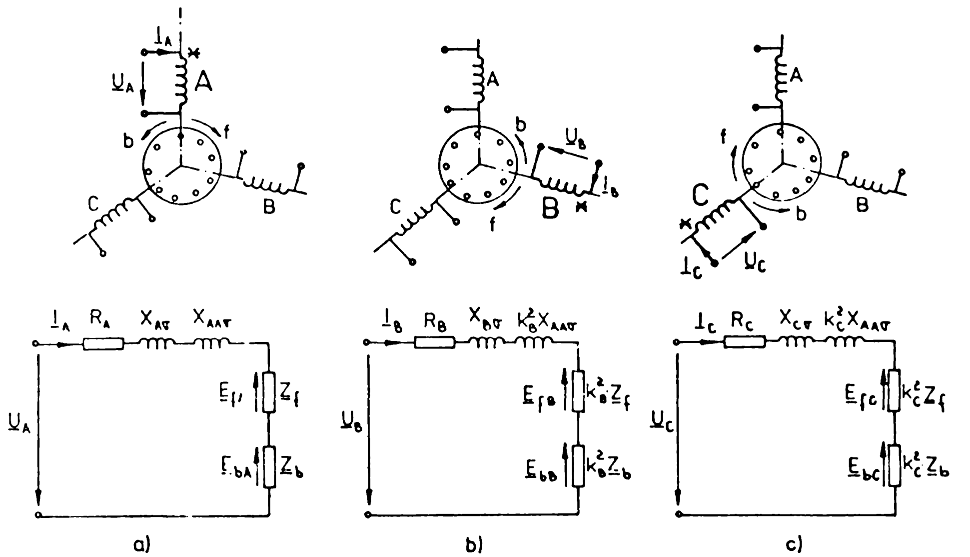


Fig.2.4 Circuitele echivalente la alimentarea monofazată, succesivă, a înfăşurărilor "modelului matematic".

In circuitele electrice echivalente din fig.2.4 a, b, c, t.e.m. induse de cîmpurile magnetice proprii, directe şi inverse, se determină cu:

$$\begin{aligned} \underline{E}_{fA} &= -\underline{Z}_f\underline{I}_A\ ; & \underline{E}_{bA} &= -\underline{Z}_b\underline{I}_A \\ \underline{E}_{fB} &= -k_B^2\cdot\underline{Z}_f\underline{I}_B\ ; & \underline{E}_{bB} &= -k_B^2\cdot\underline{Z}_b\underline{I}_B \\ \underline{E}_{fC} &= -k_C^2\cdot\underline{Z}_f\underline{I}_C\ ; & \underline{E}_{bC} &= -k_C^2\cdot\underline{Z}_b\underline{I}_C \end{aligned} \qquad (2.31)$$

In plus, se observă că, la alimentarea unei singure înfăşurări statorice de fază, cîmpurile sale învîrtitoare induc t.e.m. şi în celelalte două înfăşurări statorice, t.e.m. defazate temporar cu unghiuri egale cu unghiurile dintre axele înfăşurărilor respective.

Pentru stabilirea ecuaţiilor de tensiuni, vom analiza din punct de vedere fizic situaţia alimentării simultane a celor trei înfăşurări statorice de fază ale "modelului matematic". In acest caz, în fiecare înfăşurare statorică de fază se induc t.e.m. precizate de (2.31) şi apar în plus:

1. T.e.m. de forma $\underline{E}_{fXY}$, ca t.e.m. de rotaţie, induse în înfăşurarea statorică X (X = A, B, C) de cîmpul magnetic direct "f", cîmp excitat de înfăşu-

rarea statorică Y (Y ≠ X; Y = A, B, C).

2. T.e.m. de forma $\underline{E}_{bXY}$, ca t.e.m. de rotație, induse în înfășurarea statorică X (X = A, B, C) de cîmpul magnetic invers "b", cîmp excitat de înfășurarea statorică Y (Y ≠ X; Y = A, B, C).

3. T.e.m. de forma $\underline{E}_{\sigma XY}$, ca t.e.m. transformatorice, induse în înfășurarea statorică X (X = A, B, C) de cîmpul magnetic de dispersie mutuală al înfășurării statorice Y (Y ≠ X; Y = A, B, C).

Cu aceste precizări, în fig.2.5 s-au reprezentat circuitele electrice echivalente corespunzătoare fiecărei înfășurări statorice la alimentarea simultană a celor trei înfășurări de fază ale "modelului matematic".

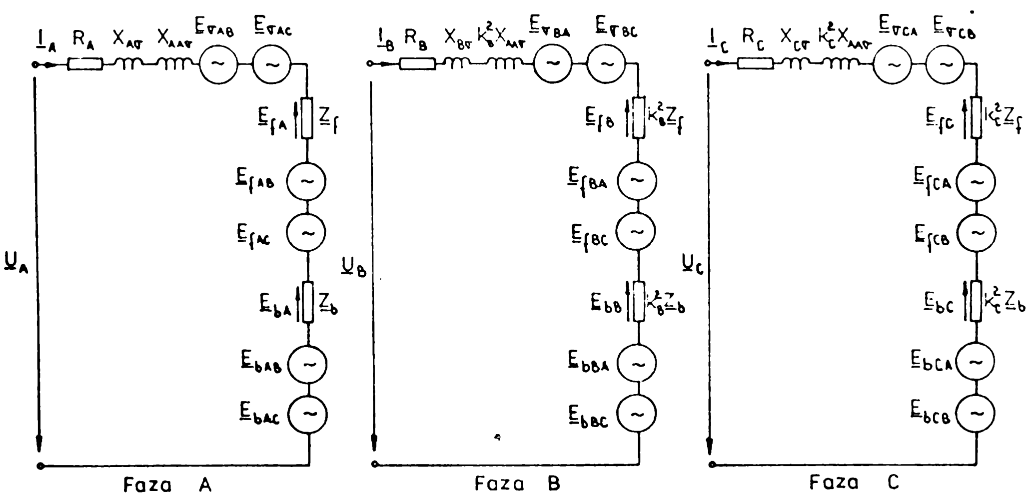


Fig.2.5 Circuitele echivalente la alimentarea simultană a înfășurărilor statorice ale mașinii trifazate "model matematic".

Expresiile t.e.m. transformatorice cît și de rotație induse de cîmpurile magnetice de dispersie mutuală respectiv de cîmpurile circulare învîrtitoare, altele decît cele proprii, sînt indicate (pentru fiecare înfășurare statorică de fază) în continuare:

i. T.e.m. induse în înfășurarea statorică A:

$$\begin{aligned}
\underline{E}_{\sigma AB} &= -jk_B X_{AA\sigma}\cos\theta\cdot\underline{I}_B & \underline{E}_{\sigma AC} &= -jk_C X_{AA\sigma}\cos(\pi+\tfrac{1}{2}\theta)\cdot\underline{I}_C \\
\underline{E}_{fAB} &= -k_B\underline{Z}_f e^{j\theta}\cdot\underline{I}_B & \underline{E}_{fAC} &= -k_C\underline{Z}_f e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\cdot\underline{I}_C \qquad (2.32)\\
\underline{E}_{bAB} &= -k_B\underline{Z}_b e^{-j\theta}\underline{I}_B & \underline{E}_{bAC} &= -k_C\underline{Z}_b e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\underline{I}_C
\end{aligned}$$

ii. T.e.m. induse în înfășurarea statorică B:

$$\begin{aligned}
\underline{E}_{\sigma BA} &= -jk_B X_{AA\sigma}\cos\theta\cdot\underline{I}_A & \underline{E}_{\sigma BC} &= -jk_B k_C X_{AA\sigma}\cos(\pi-\tfrac{1}{2}\theta)\cdot\underline{I}_C \\
\underline{E}_{fBA} &= -k_B\underline{Z}_f e^{-j\theta}\underline{I}_A & \underline{E}_{fBC} &= -k_B k_C\underline{Z}_f e^{j(\pi-\frac{1}{2}\theta)}\cdot\underline{I}_C \qquad (2.33)\\
\underline{E}_{bBA} &= -k_B\underline{Z}_b e^{j\theta}\cdot\underline{I}_A & \underline{E}_{bBC} &= -k_B k_C\underline{Z}_b e^{-j(\pi-\frac{1}{2}\theta)}\underline{I}_C
\end{aligned}$$

iii. T.e.m. induse în înfășurarea statorică C:

$$\underline{E}_{vCA} = -jk_C X_{AAv}\cos(\pi+\tfrac{1}{2}\theta)\cdot\underline{I}_A \qquad \underline{E}_{vCB} = -jk_Bk_C X_{AAv}\cos(\pi-\tfrac{1}{2}\theta)\cdot\underline{I}_B$$
$$\underline{E}_{fCA} = -k_C\underline{Z}_f e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\underline{I}_A \qquad \underline{E}_{fCB} = -k_Bk_C\underline{Z}_f e^{-j(\pi-\frac{1}{2}\theta)}\underline{I}_B \tag{2.34}$$
$$\underline{E}_{bCA} = -k_C\underline{Z}_b e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\cdot\underline{I}_A \qquad \underline{E}_{bCB} = -k_Bk_C\underline{Z}_b e^{j(\pi-\frac{1}{2}\theta)}\cdot\underline{I}_B$$

Dispunînd de toate elementele din circuitele echivalente (v.fig.2.5) acum sîntem în măsură să stabilim ecuațiile de tensiuni -în regim permanent sinusoidal- ale mașinii trifazate nesimetrice "model matematic". Forma finală, compactă a acestora, este prezentată mai jos:

$$\begin{aligned}\underline{U}_A &= \underline{Z}_{AA}\underline{I}_A + \underline{Z}_{AB}\underline{I}_B + \underline{Z}_{AC}\underline{I}_C\\ \underline{U}_B &= \underline{Z}_{BA}\underline{I}_A + \underline{Z}_{BB}\underline{I}_B + \underline{Z}_{BC}\underline{I}_C\\ \underline{U}_C &= \underline{Z}_{CA}\underline{I}_A + \underline{Z}_{CB}\underline{I}_B + \underline{Z}_{CC}\underline{I}_C\end{aligned} \tag{2.35}$$

La scrierea sistemului (2.35) s-au folosit notațiile:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{AA} &= R_A + j(X_{Av} + X_{AAv}) + \underline{Z}_f + \underline{Z}_b\\ \underline{Z}_{AB} &= k_B(\underline{Z}_f e^{j\theta} + \underline{Z}_b e^{-j\theta} + jX_{AAv}\cos\theta)\\ \underline{Z}_{AC} &= k_C\left[\underline{Z}_f e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \underline{Z}_b e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + jX_{AAv}\cos(\pi+\tfrac{1}{2}\theta)\right]\\ \underline{Z}_{BA} &= k_B(\underline{Z}_f e^{-j\theta} + \underline{Z}_b e^{j\theta} + jX_{AAv}\cos\theta)\\ \underline{Z}_{BB} &= R_B + jX_{Bv} + k_B^2(jX_{AAv} + \underline{Z}_f + \underline{Z}_b)\\ \underline{Z}_{BC} &= k_Bk_C\left[\underline{Z}_f e^{j(\pi-\frac{1}{2}\theta)} + \underline{Z}_b e^{-j(\pi-\frac{1}{2}\theta)} + jX_{AAv}\cos(\pi-\tfrac{1}{2}\theta)\right]\\ \underline{Z}_{CA} &= k_C\left[\underline{Z}_f e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \underline{Z}_b e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + jX_{AAv}\cos(\pi+\tfrac{1}{2}\theta)\right]\\ \underline{Z}_{CB} &= k_Bk_C\left[\underline{Z}_f e^{-j(\pi-\frac{1}{2}\theta)} + \underline{Z}_b e^{j(\pi-\frac{1}{2}\theta)} + jX_{AAv}\cos(\pi-\tfrac{1}{2}\theta)\right]\\ \underline{Z}_{CC} &= R_C + jX_{Cv} + k_C^2(jX_{AAv} + \underline{Z}_f + \underline{Z}_b)\end{aligned} \tag{2.36}$$

2.2.3.1 Regimul staționar simetric direct; impedanțele directe.

Mașina trifazată nesimetrică "model matematic" va funcționa în regim permanent simetric direct dacă -alimentată fiind cu un sistem trifazat de tensiuni de forma- :

$$\underline{U}_A = \underline{U}\ ; \quad \underline{U}_B = k_B\underline{U}e^{-j\theta} \quad \text{și} \quad \underline{U}_C = k_C\underline{U}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \tag{2.37}$$

înfășurările statorice de fază vor fi parcurse de sistemul de curenți:

$$\underline{I}_A = \underline{I}\ ; \quad \underline{I}_B = \frac{1}{k_B}\underline{I}e^{-j\theta} \quad \text{și} \quad \underline{I}_C = \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\underline{I}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \tag{2.38}$$

Impedanțele echivalente ale fiecărei înfășurări de fază (corespunzătoare acestui regim) sînt, prin definiție, impedanțele directe. Deci:

$$\underline{Z}_{A1} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{I}_A} = \underline{Z}_{AA} + \frac{1}{k_B}\underline{Z}_{AB}e^{-j\theta} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\underline{Z}_{AC}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}$$
$$\underline{Z}_{B1} = \frac{\underline{U}_B}{\underline{I}_B} = k_B\underline{Z}_{BA}e^{j\theta} + \underline{Z}_{BB} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}k_B\underline{Z}_{BC}e^{-j(\pi-\frac{1}{2}\theta)} \tag{2.39}$$

$$\underline{Z}_{C1} = \frac{\underline{U}_C}{\underline{I}_C} = \frac{k_C}{2\cos(\pi-\theta)}\,\underline{Z}_{CA}e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \frac{k_C}{2\cos(\pi-\theta)}\,\frac{1}{k_B}\underline{Z}_{CB}e^{j(\pi-\frac{1}{2}\theta)} + \underline{Z}_{CC}$$

După înlocuirea relațiilor (2.36) în (2.39), expresiile impedanțelor echivalente devin:

$$\begin{aligned}
\underline{Z}_{A1} &= R_A + j(X_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma}) + 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_f \\
\underline{Z}_{B1} &= R_B + jX_{B\sigma} + k_B^2(j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma} + 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_f) \qquad (2.40)\\
\underline{Z}_{C1} &= R_C + jX_{C\sigma} + \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}\cdot k_C^2(j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma} + 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_f)
\end{aligned}$$

Mai mult, dacă avem în vedere și condițiile (2.1) impuse mașinii trifazate nesimetrice "model matematic", vom obține:

$$\underline{Z}_{B1} = k_B^2\cdot\underline{Z}_{A1} \quad \text{și} \quad \underline{Z}_{C1} = \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}\cdot k_C^2\cdot\underline{Z}_{A1} \qquad (2.41)$$

In fine, cu relația (2.30) a impedanței $\underline{Z}_f$, expresia de calcul a impedanței directe $\underline{Z}_{A1}$ devine:

$$\underline{Z}_{A1} = R_A + j(X_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma}) + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\frac{jX_{Am}(R_2'/s + jX_{2\sigma}')}{R_2'/s + j(X_{2\sigma}' + X_{Am})} \qquad (2.42)$$

Corespunzător relației (2.42), în fig.2.6 s-a reprezentat schema electrică pentru impedanța directă $\underline{Z}_{A1}$ a "modelului matematic".

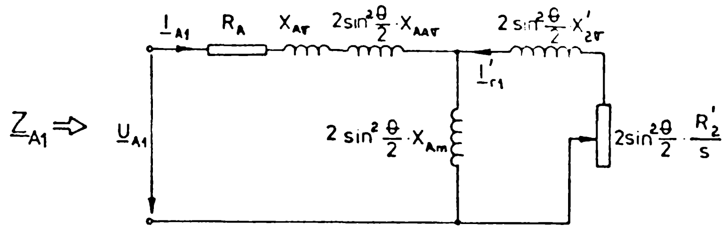


Fig.2.6 Impedanța echivalentă directă.

2.2.3.2 <u>Regimul staționar simetric invers; impedanțele inverse</u>.

Mașina trifazată nesimetrică "model matematic" va funcționa în regim permanent simetric invers dacă -alimentată fiind cu un sistem trifazat de tensiuni de forma- :

$$\underline{U}_A = \underline{U}\ ; \quad \underline{U}_B = k_B\underline{U}e^{j\theta} \quad \text{și} \quad \underline{U}_C = k_C\underline{U}e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \qquad (2.43)$$

înfășurările statorice de fază vor fi parcurse de sistemul de curenți:

$$\underline{I}_A = \underline{I}\ ; \quad \underline{I}_B = \frac{1}{k_B}\underline{I}e^{j\theta} \quad \text{și} \quad \underline{I}_C = \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\cdot\underline{I}e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \qquad (2.44)$$

Impedanțele echivalente ale fiecărei înfășurări de fază (corespunzătoare acestui regim) sînt prin definiție impedanțele inverse. Deci:

$$\begin{aligned}
\underline{Z}_{A2} &= \frac{\underline{U}_A}{\underline{I}_A} = \underline{Z}_{AA} + \frac{1}{k_B}\underline{Z}_{AB}e^{j\theta} + 2\cos(\pi-\theta)\,\frac{1}{k_C}\underline{Z}_{AC}e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \\
\underline{Z}_{B2} &= \frac{\underline{U}_B}{\underline{I}_B} = k_B\underline{Z}_{BA}e^{-j\theta} + \underline{Z}_{BB} + 2\cos(\pi-\theta)\,\frac{k_B}{k_C}\,\underline{Z}_{BC}e^{j(\pi-\frac{1}{2}\theta)} \qquad (2.45)
\end{aligned}$$

$$\underline{Z}_{C2} = \frac{\underline{U}_C}{\underline{I}_C} = \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}\cdot k_C \underline{Z}_{CA} e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}\cdot\frac{k_C}{k_B}\underline{Z}_{CB} e^{-j(\pi-\frac{1}{2}\theta)} + \underline{Z}_{CC}$$

După înlocuirea relaţiilor (2.36) în (2.45), expresiile impedanţelor echivalente devin:

$$\begin{aligned}
\underline{Z}_{A2} &= R_A + j(X_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma}) + 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_b \\
\underline{Z}_{B2} &= R_B + jX_{B\sigma} + k_B^2(j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma} + 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_b) \\
\underline{Z}_{C2} &= R_C + jX_{C\sigma} + \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}\cdot k_C^2(j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma} + 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_b)
\end{aligned} \qquad (2.46)$$

Dacă avem în vedere şi condiţiile (2.1) impuse maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" vom obţine în plus:

$$\underline{Z}_{B2} = k_B^2\cdot\underline{Z}_{A2} \quad \text{şi} \quad \underline{Z}_{C2} = \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}\,k_C^2\cdot\underline{Z}_{A2} \qquad (2.47)$$

In fine, cu relaţia (2.30) a impedanţei $\underline{Z}_b$, expresia de calcul a impedanţei inverse $\underline{Z}_{A2}$ devine:

$$\underline{Z}_{A2} = R_A + j(X_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma}) + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\frac{jX_{Am}(R_2'/(2-s) + jX_{2\sigma}')}{R_2'/(2-s) + j(X_{2\sigma}' + X_{Am})} \qquad (2.48)$$

Corespunzător relaţiei (2.48), în fig.2.7 s-a reprezentat schema electrică pentru impedanţa inversă $\underline{Z}_{A2}$ a "modelului matematic".

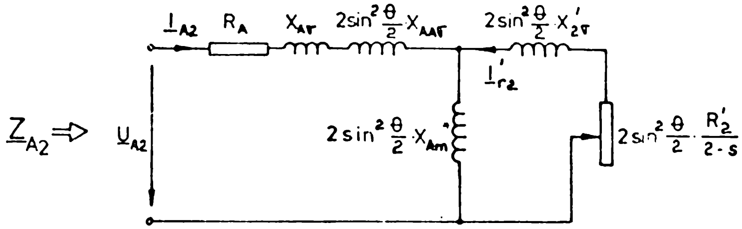


Fig.2.7 Impedanţa echivalentă inversă.

2.2.3.3 Regimul staţionar simetric de secvenţă nulă; impedanţele omopolare.

Maşina trifazată nesimetrică "model matematic" va funcţiona în regim permanent simetric de secvenţă nulă dacă -alimentată fiind cu un sistem de tensiuni de forma- :

$$\underline{U}_A = \underline{U} \quad ; \quad \underline{U}_B = k_B\underline{U} \quad \text{şi} \quad \underline{U}_C = \frac{\cos\frac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)}\cdot k_C\underline{U} \qquad (2.49)$$

înfăşurările statorice de fază vor fi parcurse de sistemul de curenţi:

$$\underline{I}_A = \underline{I} \quad ; \quad \underline{I}_B = \frac{1}{k_B}\cdot\underline{I} \quad \text{şi} \quad \underline{I}_C = 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\,\frac{1}{k_C}\cdot\underline{I} \qquad (2.50)$$

Impedanţele echivalente ale fiecarei înfăşurări de fază (corespunzătoare acestui regim) sînt prin definiţie impedanţele omopolare. Rezultă:

$$\begin{aligned}
\underline{Z}_{A0} &= \frac{\underline{U}_A}{\underline{I}_A} = \underline{Z}_{AA} + \frac{1}{k_B}\underline{Z}_{AB} + 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot\frac{1}{k_C}\underline{Z}_{AC} \\
\underline{Z}_{B0} &= \frac{\underline{U}_B}{\underline{I}_B} = k_B\underline{Z}_{BA} + \underline{Z}_{BB} + 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot\frac{k_B}{k_C}\underline{Z}_{BC}
\end{aligned} \qquad (2.51)$$

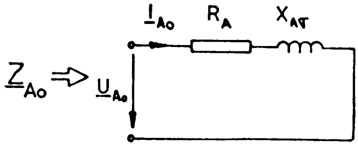
$$\underline{Z}_{CO} = \frac{\underline{U}_C}{\underline{I}_C} = \frac{1}{2\cos\chi\theta} k_C \underline{Z}_{CA} + \frac{1}{2\cos\chi\theta} \cdot \frac{k_C}{k_B} \underline{Z}_{CB} + \underline{Z}_{CC}$$

Prelucrînd în mod similar şi relaţiile (2.51) obţinem:

$$\underline{Z}_{AO} = R_A + jX_{A\sigma}; \quad \underline{Z}_{BO} = R_B + jX_{B\sigma} \quad \text{şi} \quad \underline{Z}_{CO} = R_C + jX_{C\sigma} \tag{2.52a}$$

Avînd în vedere şi condiţiile (2.1) impuse "modelului matematic" obţinem:

$$\underline{Z}_{BO} = k_B^2 \cdot \underline{Z}_{AO}$$
$$\underline{Z}_{CO} = \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)} \cdot k_C^2 \cdot \underline{Z}_{AO} \tag{2.52b}$$



Schema electrică corespunzătoare impedanţei $\underline{Z}_{AO}$ este indicată în fig.2.8.

Fig.2.8 Impedanţa omopolară.

2.2.4 Momentul electromagnetic în regim permanent sinusoidal.

Potrivit conceptelor generale ale metodei componentelor simetrice /6/, /10/,/23/,/28/,/33/,/68/,/71/,/98/,/103/,/110/,/114/ momentul electromagnetic dezvoltat de maşina trifazată nesimetrică "model matematic" -în orice regim staţionar dezechilibrat- se determină ca rezultantă a momentelor (opuse) corespunzătoare celor două regimuri staţionare simetrice. In raport cu sensul pozitiv de rotaţie al rotorului, rezultă:

$$M = M_1 - M_2 \tag{2.53}$$

Dar, în schemele electrice echivalente, maşina de inducţie trifazată nesimetrică "model matematic" apare -în cele două regimuri staţionare simetrice- cu $m_1 = 4\sin^2\chi\theta$ faze pe stator. In consecinţă:

$$M_1 = \frac{m_1 p}{2\pi f_1} \frac{2\sin^2\chi\theta \, R_2'}{s} \cdot I_{r1}'^2 \; ; \quad M_2 = \frac{m_1 p}{2\pi f_1} \cdot \frac{2\sin^2\chi\theta \, R_2'}{2-s} \cdot I_{r2}'^2 \tag{2.54}$$

In plus, dacă explicităm (din schemele electrice echivalente) şi curenţii rotorici I_{r1}', respectiv I_{r2}', obţinem pentru momentul electromagnetic relaţia:

$$M = \frac{p}{2\pi f_1} 8\sin^4\chi\theta \left[\frac{\frac{R_2'}{s} X_{Am}^2}{\left(\frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_{2\sigma}' + X_{Am})^2} \cdot I_{A1}^2 - \frac{\frac{R_2'}{2-s} X_{Am}^2}{\left(\frac{R_2'}{2-s}\right)^2 + (X_{2\sigma}' + X_{Am})^2} \cdot I_{A2}^2 \right] \tag{2.55}$$

x x x

Cu ajutorul relaţiilor stabilite în §2.2 poate fi soluţionat regimul permanent sinusoidal al oricărei maşini de inducţie cu două înfăşurări general nesimetrice pe stator.

Eventualele diferenţe privind îndeplinirea condiţiei (2.1) pot fi considerate printr-o impedanţă exterioară înseriată, după caz, cu una din înfăşurările

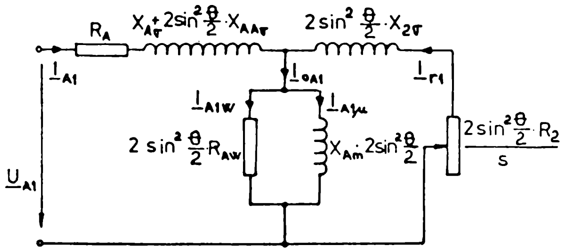


Fig.2.9a Impedanţa echivalentă directă în teoria tehnică.

statorului.

In analizele tehnice, saturația este considerată prin modificarea corespunzătoare a parametrilor electrici ai mașinii, iar pierderile în fier vor fi considerate prin completarea schemelor echivalente (procedură uzual folosită) ca în figurile 2.9a și 2.9b.

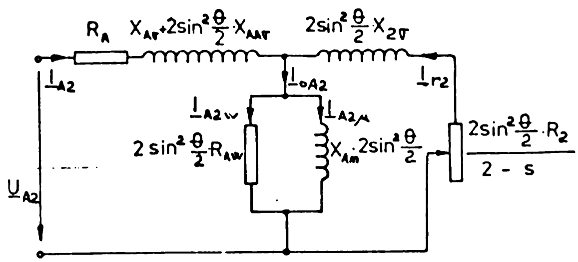


Fig.2.9b Impedanța echivalentă inversă în teoria tehnică.

In ansamblu, metoda descrisă este generală, se aplică întocmai ca la mașinile simetrice și în plus oferă avantajul probării rapide a rezultatelor obținute (în cazurile particulare cunoscute).

Compatibilitatea metodei componentelor simetrice stabilită în acest capitol cu celelalte teorii de analiză a mașinii de inducție (teoria cîmpului transversal, teoria cîmpurilor învîrtitoare) cît și cu formele particulare (corespunzătoare mașinilor bifazate cu $\theta = 90^o$el. și respectiv trifazate cu $\theta = 120^o$el.) ale metodei componentelor simetrice este demonstrată în ANEXA I a lucrării.

2.3 Regimul tranzitoriu electromecanic. Metoda componentelor simetrice instantanee +,-,0.

Analiza regimurilor tranzitorii ale mașinii de inducție simetrice, alimentată dezechilibrat de la rețeaua tri- sau monofazată este simțitor simplificată și totodată sistematizată dacă este transpusă în spațiul coordonatelor simetrice instantanee (c.s.i.) +,-,0, /24/,/25/,/68/,/98/,/105/,/117/, /118/,/122/,/124/,/155/,/182/.

In acest context, avînd în vedere și ideea formulată la începutul paragrafului 2.1 se întrezărește și posibilitatea analizei regimurilor dinamice ale mașinii de inducție bifazate general nesimetrică pe stator. Numai că -în acest stadiu- nu avem precizată structura mașinii trifazate, nesimetrice, echivalente.

Totuși, două din cele trei înfășurări statorice de fază trebuie să fie identice cu cele ale mașinii bifazate nesimetrice (cu aceleași numere efective de spire și dispuse spațial sub același unghi θ). In plus, mașina trifazată echivalentă păstrează de la ceea bifazată atît rotorul cît și întrefierul.

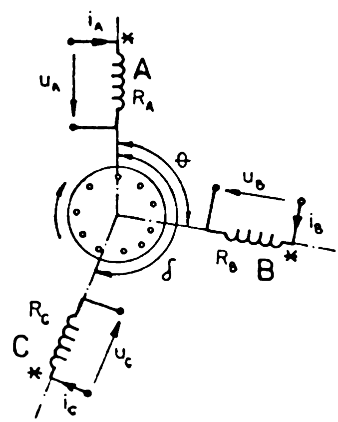


Fig.2.10 Mașina trifazată echivalentă, model intuitiv.

Să considerăm că a treia înfăşurare de fază (fie aceasta C) ar fi dispusă spaţial sub ungniul $\delta \neq \theta$ şi că ar avea $w_C k_{wC}$ spire efective.

Acesta este modelul intuitiv al maşinii trifazate nesimetrice echivalente şi este reprezentat în fig.2.10. Particularităţile şi structura definitivă ale acestuia -stabilite prin calcule- conduc în final la un "model matematic" de maşină trifazată echivalentă.

O altă dificultate care va trebui depaşită constă în faptul că în literatură nu există încă stabilite -pentru maşini trifazate cu asimetrii unghiulare- nici un fel de matrice de transformare din spaţiul variabilelor de fază în spaţiul coordonatelor simetrice instantanee sau invers.

Din acest motiv, transformarea A,B,C, - +,-,0 va fi stabilită indirect pe baza efectuarii a două transformări succesive de coordonate: A,B,C - d, q,0 şi respectiv d,q,0 - +,-,0.

In plus, prin introducerea noţiunii de "coordonată generalizată" a devenit posibil să obţinem transformarea d,q,0 în cele trei forme cunoscute pînă acum: normală, naturală şi normată. De asemenea, transformarea +,-,0 s-a obţinut în formele: naturală şi normată.

Toate expresiile stabilite generalizează relaţiile cunoscute din teoria modernă a maşinilor electrice simetrice.

2.3.1 "Modelul matematic" al maşinii trifazate nesimetrice.

Analizîndu-se posibilitatea extinderii teoriei celor două axe şi la maşinile m-fazate nesimetrice, în /34/ sînt precizate două categorii de condiţii restrictive şi anume:

1. Condiţia ca solenaţia curenţilor $i_{o\nu}$ să fie nulă în orice punct de la periferia indusului (rel.4 din /34/):

$$\sum_{\nu=1}^{m} \xi_\nu = 2 \;; \qquad \sum_{\nu=1}^{m} \xi_\nu \sin 2\theta_\nu = 0 \quad \text{şi} \quad \sum_{\nu=1}^{m} \xi_\nu \cos 2\theta_\nu = 0$$

2. Condiţia ca toate mărimile maşinii să poată fi descompuse pentru fiecare înfăşurare de fază (rel.18 din /34/):

$$\frac{\xi_\lambda R_\lambda}{w_\lambda^2} = \frac{\xi_\nu R_\nu}{w_\nu^2} \;; \quad \frac{\xi_\lambda l_{\lambda\sigma}}{w_\lambda^2} = \frac{\xi_\nu l_{\nu\sigma}}{w_\nu^2} \qquad \lambda,\nu \in \overline{1,m}$$

Impunînd condiţiile 1 şi 2 şi maşinii trifazate nesimetrice "model intuitiv" din fig.2.10 (cu m = 3, $\theta_A = 0$, $\theta_B = \theta$ şi $\theta_C = \delta$) obţinem:

$$\begin{aligned} \xi_A + \xi_B + \xi_C &= 2 \\ + \xi_B \sin 2\theta + \xi_C \sin 2\delta &= 0 \\ \xi_A + \xi_B \cos 2\theta + \xi_C \cos 2\delta &= 0 \end{aligned} \qquad (2.56)$$

respectiv:

$$\frac{\xi_A R_A}{w_{efA}^2} = \frac{\xi_B R_B}{w_{efB}^2} = \frac{\xi_C R_C}{w_{efC}^2} \;; \quad \frac{\xi_A l_{A\sigma}}{w_{efA}^2} = \frac{\xi_B l_{B\sigma}}{w_{efB}^2} = \frac{\xi_C l_{C\sigma}}{w_{efC}^2} \qquad (2.57)$$

Pentru $\theta \neq 0$, $\delta \neq 0$ şi $\delta \neq \theta$ sistemul (2.56) este compatibil, unic determinat. Soluţia lui este:

$$\xi_A = \frac{\cos(\delta-\theta)}{\sin\theta\cdot\sin\delta};\quad \xi_B = \frac{\cos\delta}{\sin\theta\cdot\sin(\theta-\delta)};\quad \xi_C = \frac{\cos\theta}{\sin\delta\cdot\sin(\delta-\theta)} \tag{2.58}$$

Inlocuind expresiile (2.58) în (2.57) vom stabili o serie de relaţii între parametrii maşinii trifazate nesimetrice "model intuitiv":

$$R_B = \frac{\sin 2(\theta-\delta)}{\sin 2\delta}\cdot k_B^2 R_A\ ;\ l_{B\sigma} = \frac{\sin 2(\theta-\delta)}{\sin 2\delta}\, k_B^2 l_{A\sigma}\ \text{cu}\quad k_B = \frac{w_B k_{qB} k_{yB}}{w_A k_{qA} k_{yA}}$$

$$R_C = \frac{\sin 2(\delta-\theta)}{\sin 2\theta}\cdot k_C^2 R_A\ ;\ l_{C\sigma} = \frac{\sin 2(\delta-\theta)}{\sin 2\theta}\, k_C^2 l_{A\sigma}\ \text{cu}\quad k_C = \frac{w_C k_{qC} k_{yC}}{w_A k_{qA} k_{yA}} \tag{2.59}$$

Pentru stabilirea unghiului δ vom impune o condiţie suplimentară:

3. La întreruperea sau nealimentarea înfăşurării statorice C, maşina trifazată nesimetrică "model intuitiv" să devină identică cu maşina bifazată general nesimetrică pe stator pentru orice valori ale unghiului θ, respectiv ale raportului de transformare k_B. Prin urmare, R_B şi $l_{B\sigma}$ (2.59a) trebuie să fie independenţi de mărimea unghiului δ (prin care se fixează faza C).

Deci:
$$\sin 2(\theta-\delta) = \sin 2\delta \tag{2.60}$$

adică:
$$\delta = \frac{1}{2}(\theta + n\pi)\ ;\quad n \in Z \tag{2.61}$$

Din mulţimea soluţiilor (2.61) reţinem numai valoarea:

$$\delta = \frac{1}{2}\theta + \pi \tag{2.62}$$

obţinută pentru $n = 2$. Aceasta asigură dispunerea simetrică a înfăşurării C în raport cu celelalte două înfăşurări statorice de fază ale maşinii trifazate "model intuitiv" rezultînd totodată şi o structură uşor controlabilă pentru cazurile uzuale de simetrie unghiulară ($\theta = 90^\circ$ şi respectiv 120°el.).

Orice maşină trifazată nesimetrică care îndeplineşte condiţiile 1., 2. şi 3. va fi denumită "model matematic".

Pe baza elementelor precizate pînă acum, în fig.2.11 s-a reprezentat maşina trifazată nesimetrică "model matematic".

In plus, faţă de specificaţiile intuitive de pînă acum, rotorul (simetric, în colivie) este reprezentat printr-o înfăşurare bifazată, simetrică, x-y în scurtcircuit.

Sensul de rotaţie al rotorului este cel orar (unghiul γ indică poziţia momentană a lui) iar sensurile pozitive ale curenţilor şi tensiunilor corespund regulii dipolului receptor.

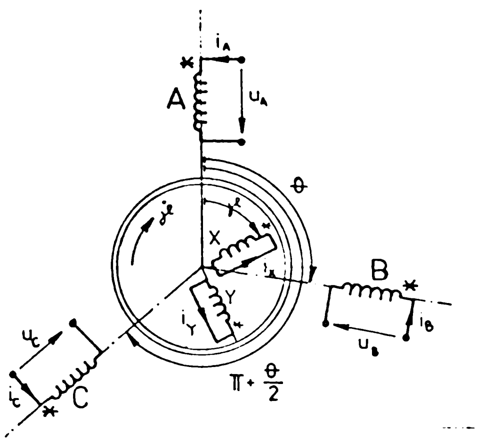


Fig.2.11 Maşina trifazată nesimetrică "model matematic".

Pentru maşina trifazată nesimetrică "model matematic" din fig.2.11 parametrii precizaţi de (2.58) şi (2.59) devin:

$$\xi_A = \frac{1}{2\sin^2 \frac{1}{2}\theta} \; ; \quad \xi_B = \frac{1}{2\sin^2 \frac{1}{2}\theta} \; ; \quad \xi_C = \frac{\cos(\pi-\theta)}{\sin^2 \frac{1}{2}\theta} \tag{2.63}$$

şi respectiv:

$$\begin{aligned} R_B &= k_B^2 R_A \; ; \quad l_{B\sigma} = k_B^2 l_{A\sigma} \\ R_C &= \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)} \cdot k_C^2 R_A \; ; \quad l_{C\sigma} = \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)} \cdot k_C^2 l_{A\sigma} \end{aligned} \tag{2.64}$$

In ipoteza distribuţiei sinusoidale a înfăşurărilor maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" avem de asemenea:

$$\begin{array}{lll} L_A = l_{A\sigma} + L_{AA\sigma} + L_{Ah} & L_B = l_{B\sigma} + k_B^2 (L_{AA\sigma} + L_{Ah}) & L_C = l_{C\sigma} + k_C^2 (L_{AA\sigma} + L_{Ah}) \\ L_{AB} = k_B (L_{AA\sigma} + L_{Ah}) \cos\theta & L_{BC} = k_B k_C (L_{AA\sigma} + L_{Ah}) \cos(\pi - \frac{1}{2}\theta) & L_{CA} = k_C (L_{AA\sigma} + L_{Ah}) \cos(\pi + \frac{1}{2}\theta) \\ L_{Ax} = L_{Ah} \cos\gamma & L_{Bx} = k_B L_{Ah} \cos(\gamma - \theta) & L_{Cx} = k_C L_{Ah} \cos[\gamma - (\pi + \frac{1}{2}\theta)] \\ L_{Ay} = -L_{Ah} \sin\gamma & L_{By} = -k_B L_{Ah} \sin(\gamma - \theta) & L_{Cy} = -k_C L_{Ah} \sin[\gamma - (\pi + \frac{1}{2}\theta)] \end{array}$$

$$L_x = L_y = L_r = L_{2\sigma} + L_{Ah} \tag{2.65}$$

Cu aceste elemente suplimentare, ecuaţiile maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" (în coordonate de fază) pot fi scrise sub forma:

$$\begin{aligned} \|u_f\| &= \|R_f\| \cdot \|i_f\| + \frac{d}{dt} \|L_f\| \cdot \|i_f\| \\ \frac{J}{p} \cdot \frac{d^2\gamma}{dt^2} &= m - m_f - m_s \\ m &= p \left(\frac{\partial W_m}{\partial \gamma} \right)_{i=ct.} \\ W_m &= 0{,}5 \, \|i_f\|^T \cdot \|L_f\| \cdot \|i_f\| \end{aligned} \tag{2.66}$$

în care: $\|u_f\| = \|u_A, u_B, u_C, 0, 0\|^T$; $\|i_f\| = \|i_A, i_B, i_C, i_x, i_y\|^T$; $\|L_f\|$ este matricea pătrată a inductanţelor, $\|R_f\| = \mathrm{diag}(R_A, R_B, R_C, R_2, R_2)$; p şi J reprezintă numărul perechilor de poli, respectiv momentul axial total de rotaţie; m, m_f şi m_s sînt momentele: electromagnetic, corespunzător frecărilor şi static; W_m - energia magnetică.

Sub forma (2.66), ecuaţiile maşinii trifazate "model matematic" sînt practic inoperante la analiza regimurilor dezechilibrate. Aceasta este raţiunea transferării lor în spaţiul coordonatelor simetrice +,-,0.

Pentru obţinerea ecuaţiilor maşinii trifazate nesimetrice (cît şi a relaţiilor de transformare) în coordonate +,-,0 vom stabili mai întîi transformarea A,B,C - d,q,0.

2.3.2 Transformarea A,B,C - d,q,0.

Datorită structurii nesimetrice a maşinii trifazate "model matematic", transformarea A,B,C, - d,q,0 va fi efectuată pe baza adoptării unui model energetic de maşină echivalentă (v.fig.2.12) întocmai ca în /33/ şi /34/. Acesta se caracterizează prin:

1. Două înfăşurări statorice ds şi qs, repartizate sinusoidal, cu

w_{efA} spire fiecare, înfășurări înlănțuite cu cîmpul magnetic principal;

ii. Două înfășurări rotorice fixe dr și qr, repartizate sinusoidal, cu w_{efA} spire fiecare și înlănțuite cu cîmpul magnetic principal;

iii. Trei înfășurări statorice fixe A,B,C, identice cu cele ale "modelului matematic" dar necuplate magnetic nici între ele și nici cu celelalte înfășurări. Ele nu produc cîmp magnetic în întrefier.

(Echivalența dintre cele două mașini se consideră în sensul precizat de /33/ și /34/.)

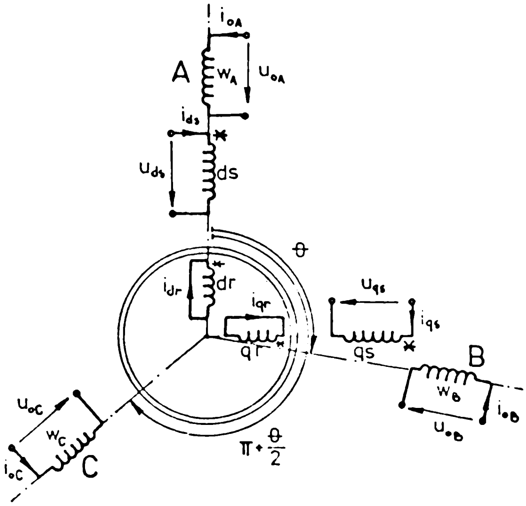


Fig.2.12 Mașina echivalentă energetic corespunzătoare transformarii d,q,0.

In plus, convenim să introducem coordonatele d,q,0 generalizate, (mărimi marcate cu "'") pe baza următoarelor relații de definiție:

$$
\begin{array}{lllll}
i'_{ds}=c_{ds}\cdot i_{ds}; & i'_{qs}=c_{qs}\cdot i_{qs}; & i'_{oA}=c_o\cdot i_{oA}; & i'_{oB}=c_o\cdot i_{oB}; & i'_{oC}=c_o\cdot i_{oC} \\
i'_{dr}=c_{dr}\cdot i_{dr}; & i'_{qr}=c_{qr}\cdot i_{qr} & & & \\
u'_{ds}=t_{ds}\cdot u_{ds}; & u'_{qs}=t_{qs}\cdot u_{qs}; & u'_{oA}=t_o\cdot u_{oA}; & u'_{oB}=t_o\cdot u_{oB}; & u'_{oC}=t_o\cdot u_{oC} \\
\Psi'_{ds}=f_{ds}\cdot\Psi_{ds}; & \Psi'_{qs}=f_{qs}\cdot\Psi_{qs}; & \Psi'_{oA}=f_o\cdot\Psi_{oA}; & \Psi'_{oB}=f_o\cdot\Psi_{oB}; & \Psi'_{oC}=f_o\cdot\Psi_{oC} \\
\Psi'_{dr}=f_{dr}\cdot\Psi_{dr}; & \Psi'_{qr}=f_{qr}\cdot\Psi_{qr} & & &
\end{array}
\tag{2.67}
$$

în care prin c, t și f s-au desemnat factorii de scară, nenuli, pentru curenții, tensiunile și fluxurile corespunzătoare tuturor înfășurărilor mașinii echivalente energetic din fig.2.12.

Prin introducerea coordonatelor generalizate d,q,0, pe de o parte se pierde sensul fizic al transformării respective, dar pe de altă parte devine posibilă stabilirea unitară a celor trei forme cunoscute ale transformării d,q,0: normală sau fizică /33/,/34/; normată /23/,/24/,/71/,/98/,/100/,/122/, /154/,/182/ și naturală /25/,/28/,/38/,/39/,/40/,/41/,/68/,/76/,/121/,/124/, /125/,/155/,/181/etc.

In general se constată posibilitatea stabilirii unei infinități de forme ale transformării dq0. Dintre acestea numai cele menționate mai sus au căpătat răspîndire practică.

In plus, a devenit de prisos căutarea de modele și justificări intuitive /2/,/38/,/40/,/107/,/183/,/185/,/197/,/199/ pentru diferitele forme particulare ale transformării dq0.

Din considerente de simetrie (dar și pentru simplificarea calculelor), fără a reduce din generalitatea ecuațiilor, în continuare vom adopta:

$$\begin{array}{ll} c_{ds} = c_{qs} = c_s; & c_{dr} = c_{qr} = c_r \\ t_{ds} = t_{qs} = t_s; & t_{dr} = t_{qr} = t_r \\ f_{ds} = f_{qs} = f_s; & f_{dr} = f_{qr} = f_r \end{array} \qquad (2.68)$$

2.3.2.1 Ecuațiile de transformare a mărimilor statorice.

Ecuațiile de transformare a curenților se stabilesc pe baza condițiilor de invarianță a cîmpurilor magnetice din întrefierurile egale ale celor două mașini.

In coordonate generalizate se obțin următoarele ecuații:

$$\begin{aligned}
i'_{ds} &= c_s\left[i_A + k_B i_B\cos\theta + k_C i_C\cos(\pi+\tfrac{1}{2}\theta)\right] \\
i'_{qs} &= c_s\left[\qquad k_B i_B\sin\theta + k_C i_C\sin(\pi+\tfrac{1}{2}\theta)\right] \\
i'_{oA} &= c_o\cdot\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot\left[i_A\cos(\pi-\theta) + k_B i_B\cos(\pi-\theta) + k_C i_C\cos\tfrac{1}{2}\theta\right] \\
i'_{oB} &= c_o\cdot\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\,\frac{1}{k_B}\cdot\left[i_A\cos(\pi-\theta) + k_B i_B\cos(\pi-\theta) + k_C i_C\cos\tfrac{1}{2}\theta\right] \\
i'_{oC} &= c_o\cdot\frac{2\cos\frac{1}{2}\theta}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\,\frac{1}{k_C}\cdot\left[i_A\cos(\pi-\theta) + k_B i_B\cos(\pi-\theta) + k_C i_C\cos\tfrac{1}{2}\theta\right]
\end{aligned} \qquad (2.69)$$

și respectiv:

$$\begin{aligned}
i_A &= \frac{1}{c_s}\cdot\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot i'_{ds}, && + \frac{1}{c_o}i'_{oA} \\
i_B &= \frac{1}{k_B}\cdot\frac{1}{c_s}\cdot\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot\left[i'_{ds}\cos\theta + i'_{qs}\sin\theta\right] && + \frac{1}{c_o}i'_{oB} \\
i_C &= \frac{1}{k_C}\cdot\frac{1}{c_s}\cdot\frac{2\cos(\pi-\theta)}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[i'_{ds}\cos(\pi+\tfrac{1}{2}\theta) + i'_{qs}\sin(\pi+\tfrac{1}{2}\theta)\right] && + \frac{1}{c_o}i'_{oC}
\end{aligned} \qquad (2.70)$$

Ecuațiile de transformare a tensiunilor se obțin din condiția de conservare a puterilor instantanee la borne. In coordonate generalizate, condiția este:

$$\sum_{\nu=A,B,C} u_\nu i_\nu = \frac{1}{t_s}\cdot\frac{1}{c_s}(u'_{ds}i'_{ds} + u'_{qs}i'_{qs}) + \frac{1}{t_o}\cdot\frac{1}{c_o}\cdot\sum_{\nu=A,B,C} u'_{o\nu}i'_{o\nu} \qquad (2.71)$$

iar ecuațiile de transformare obținute sînt:

$$\begin{aligned}
u'_{ds} &= t_s\cdot\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B\cos\theta + \frac{1}{k_C}u_C 2\cos(\pi-\theta)\cdot\cos(\pi+\tfrac{1}{2}\theta)\right] \\
u'_{qs} &= t_s\cdot\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot\left[\qquad \frac{1}{k_B}u_B\sin\theta + \frac{1}{k_C}u_C 2\cos(\pi-\theta)\cdot\sin(\pi+\tfrac{1}{2}\theta)\right] \\
u'_{oA} &= t_o\cdot\frac{\cos(\pi-\theta)}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot\left(u_A + \frac{1}{k_B}u_B + \frac{1}{k_C}u_C\cdot 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\right) \\
u'_{oB} &= t_o\cdot\frac{\cos(\pi-\theta)}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}k_B\left(u_A + \frac{1}{k_B}u_B + \frac{1}{k_C}u_C\cdot 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\right)
\end{aligned} \qquad (2.72)$$

$$u'_{oC} = t_o \cdot \frac{\cos\gamma\theta}{2\sin^2\gamma\theta} k_C(u_A + \frac{1}{k_B}u_B + \frac{1}{k_C}u_C \cdot 2\cos\gamma\theta)$$

şi respectiv:

$$\begin{aligned} u_A &= \frac{1}{t_s} \cdot u'_{ds} && + \frac{1}{t_o}u'_{oA} \\ u_B &= k_B \frac{1}{t_s} \cdot (u'_{ds}\cos\theta + u'_{qs}\sin\theta) && + \frac{1}{t_o}u'_{oB} \\ u_C &= k_C \frac{1}{t_s} \cdot \left[u'_{ds}\cos(\pi+\gamma\theta) + u'_{qs}\sin(\pi+\gamma\theta)\right] && + \frac{1}{t_o}u'_{oC} \end{aligned} \tag{2.73}$$

Ecuaţiile de transformare a fluxurilor se obţin din condiţia de conservare a energiilor magnetice. Intrucît -în coordonate generalizate- condiţia este formal identică cu relaţia (2.71), ecuaţiile de transformare sînt:

$$\begin{aligned} \Psi'_{ds} &= f_s \cdot \frac{1}{2\sin^2\gamma\theta}\left[\Psi_A + \frac{1}{k_B}\Psi_B\cos\theta + \frac{1}{k_C}\Psi_C 2\cos(\pi-\theta)\cdot\cos(\pi+\gamma\theta)\right] \\ \Psi'_{qs} &= f_s \cdot \frac{1}{2\sin^2\gamma\theta}\left[\frac{1}{k_B}\Psi_B\sin\theta + \frac{1}{k_C}\Psi_C 2\cos(\pi-\theta)\cdot\sin(\pi+\gamma\theta)\right] \\ \Psi'_{oA} &= f_o \cdot \frac{\cos(\pi-\theta)}{2\sin^2\gamma\theta}\cdot(\Psi_A + \frac{1}{k_B}\Psi_B + \frac{1}{k_C}\Psi_C 2\cos\gamma\theta) \\ \Psi'_{oB} &= f_o \cdot \frac{\cos(\pi-\theta)}{2\sin^2\gamma\theta} k_B(\Psi_A + \frac{1}{k_B}\Psi_B + \frac{1}{k_C}\Psi_C 2\cos\gamma\theta) \\ \Psi'_{oC} &= f_o \cdot \frac{\cos\gamma\theta}{2\sin^2\gamma\theta} k_C(\Psi_A + \frac{1}{k_B}\Psi_B + \frac{1}{k_C}\Psi_C 2\cos\gamma\theta) \end{aligned} \tag{2.74}$$

şi respectiv:

$$\begin{aligned} \Psi_A &= \frac{1}{f_s}\cdot\Psi'_{ds} && + \frac{1}{f_o}\Psi'_{oA} \\ \Psi_B &= k_B \frac{1}{f_s}(\Psi'_{ds}\cos\theta + \Psi'_{qs}\sin\theta) && + \frac{1}{f_o}\Psi'_{oB} \\ \Psi_C &= k_C \frac{1}{f_s}\left[\Psi'_{ds}\cos(\pi+\gamma\theta) + \Psi'_{qs}\sin(\pi+\gamma\theta)\right] && + \frac{1}{f_o}\Psi'_{oC} \end{aligned} \tag{2.75}$$

Ecuaţiile dintre tensiunile şi curenţii statorici generalizaţi ai maşinii echivalente energetic se deduc din ecuaţiile "modelului matematic". Din condiţia de invarianţă a acestora în raport cu unghiul θ, rezultă:

$$\begin{aligned} u'_{ds} &= \frac{t_s}{c_s}\frac{1}{2\sin^2\gamma\theta}R_A i'_{ds} + \frac{t_s}{f_s}\frac{d\Psi'_{ds}}{dt} \\ u'_{qs} &= \frac{t_s}{c_s}\frac{1}{2\sin^2\gamma\theta}R_A i'_{qs} + \frac{t_s}{f_s}\frac{d\Psi'_{qs}}{dt} \\ u'_{oA} &= \frac{t_o}{c_o}R_A i'_{oA} + \frac{t_o}{f_o}\frac{d\Psi'_{oA}}{dt} \\ u'_{oB} &= \frac{t_o}{c_o}R_B i'_{oB} + \frac{t_o}{f_o}\frac{d\Psi'_{oB}}{dt} \\ u'_{oC} &= \frac{t_o}{c_o}R_C i'_{oC} + \frac{t_o}{f_o}\frac{d\Psi'_{oC}}{dt} \end{aligned} \tag{2.76}$$

Cu notațiile:

$$R'_s = \frac{t_s}{c_s}\cdot\frac{1}{2\sin^2 \frac{1}{2}\theta}\cdot R_A \quad \text{și} \quad R'_{o\nu} = \frac{t_o}{c_o}\cdot R_\nu \quad \nu = A,B,C \qquad (2.77)$$

sistemul (2.76) poate fi pus sub forma canonică:

$$\begin{aligned} u'_{ds} &= R'_s i'_{ds} + \frac{d}{dt}\Psi'_{ds} \\ u'_{qs} &= R'_s i'_{qs} + \frac{d}{dt}\Psi'_{qs} \\ u'_{o\nu} &= R'_{o\nu} i'_{o\nu} + \frac{d}{dt}\Psi'_{o\nu} \; ; \quad \nu = A,B,C \end{aligned} \qquad (2.78)$$

dacă și numai dacă este admisă următoarea egalitate:

$$t_s = f_s \quad \& \quad t_o = f_o \qquad (2.79)$$

2.3.2.2 Ecuațiile de transformare a mărimilor rotorice.

Intrucît rotorul motorului "model matematic" s-a presupus bifazat simetric, în cadrul acelorași condiții de conservare energetică se obțin ecuațiile unei banale transformări de rotație, de ungni $-\gamma$. In coordonate generalizate, ecuațiile de transformare sînt:

$$\begin{aligned} i'_{dr} &= c_r(i_x\cos\gamma - i_y\sin\gamma) & i_x &= \frac{1}{c_r}(i'_{dr}\cos\gamma + i'_{qr}\sin\gamma) \\ i'_{qr} &= c_r(i_x\sin\gamma + i_y\cos\gamma) & i_y &= \frac{1}{c_r}(-i'_{dr}\sin\gamma + i'_{qr}\cos\gamma) \end{aligned} \qquad (2.80)$$

$$\begin{aligned} u'_{dr} &= t_r(u_x\cos\gamma - u_y\sin\gamma) & u_x &= \frac{1}{t_r}(u'_{dr}\cos\gamma + u'_{qr}\sin\gamma) \\ u'_{qr} &= t_r(u_x\sin\gamma + u_y\cos\gamma) & u_y &= \frac{1}{t_r}(-u'_{dr}\sin\gamma + u'_{qr}\cos\gamma) \end{aligned} \qquad (2.81)$$

$$\begin{aligned} \Psi'_{dr} &= f_r(\Psi_x\cos\gamma - \Psi_y\sin\gamma) & \Psi_x &= \frac{1}{f_r}(\Psi'_{dr}\cos\gamma + \Psi'_{qr}\sin\gamma) \\ \Psi'_{qr} &= f_r(\Psi_x\sin\gamma + \Psi_y\cos\gamma) & \Psi_y &= \frac{1}{f_r}(-\Psi'_{dr}\sin\gamma + \Psi'_{qr}\cos\gamma) \end{aligned} \qquad (2.82)$$

Ecuațiile dintre tensiunile și curenții rotorici ai mașinii echivalente energetic se deduc din ecuațiile "modelului matematic". In coordonate generalizate rezultă:

$$\begin{aligned} 0 &= R'_r i'_{dr} + \frac{d}{dt}\Psi'_{dr} + \Psi'_{qr}\cdot\frac{d\gamma}{dt} \\ 0 &= R'_r i'_{qr} + \frac{d}{dt}\Psi'_{qr} - \Psi'_{dr}\cdot\frac{d\gamma}{dt} \end{aligned} \qquad (2.83)$$

în care:

$$R'_r = \frac{f_r}{c_r}\cdot R_2 \qquad (2.84)$$

2.3.2.3 Fluxurile mașinii echivalente.

Pentru mașina trifazată nesimetrică "model matematic", fluxul magnetic rezultant al oricărei înfășurări de fază j (j = A,B,C,x,y) se determină cu:

$$\Psi_j = L_j i_j + \sum_{k\neq j} L_{jk} i_k \qquad (2.85)$$

Utilizînd ecuațiile de transformare a fluxurilor statorice (2.74) și rotorice (2.82) în care se înlocuiesc fluxurile înfăşurărilor de fază cu (2.85) şi totodată expresiile inductivităţilor L_{jk} din (2.65) obţinem (după o serie de calcule intermediare) următoarele relaţii -în coordonate generalizate- pentru fluxurile maşinii echivalente :

$$
\begin{aligned}
\Psi'_{ds} &= \frac{f}{c}\,\frac{1}{2\sin^2\gamma\theta}\left[l_{A\sigma} + 2\sin^2\gamma\theta\cdot(L_{AA\sigma}+L_{Ah})\right]\cdot i'_{ds} + \frac{f}{c}\,L_{Ah}i'_{dr} \\
\Psi'_{qs} &= \frac{f}{c}\,\frac{1}{2\sin^2\gamma\theta}\left[l_{A\sigma} + 2\sin^2\gamma\theta\cdot(L_{AA\sigma}+L_{Ah})\right]\cdot i'_{qs} + \frac{f}{c}\,L_{Ah}i'_{qr} \\
\Psi'_{dr} &= \frac{f}{c}\,L_{Ah}i'_{ds} + \frac{f}{c}\,(L_{2\sigma}+L_{Ah})i'_{dr} \\
\Psi'_{qr} &= \frac{f}{c}\,L_{Ah}i'_{qs} + \frac{f}{c}\,(L_{2\sigma}+L_{Ah})i'_{qr} \\
\Psi'_{oA} &= \frac{f_o}{c_o}\,l_{A\sigma}i'_{oA}\;;\quad \Psi'_{oB} = \frac{f_o}{c_o}\,l_{B\sigma}i'_{oB}\;;\quad \Psi'_{oC} = \frac{f_o}{c_o}\,l_{C\sigma}i'_{oC}
\end{aligned}
\tag{2.86}
$$

A fost posibilă această formulare canonică a fluxurilor dacă şi numai dacă, în prealabil sînt admise egalităţile:

$$c = c_s = c_r \qquad \& \qquad f = f_s = f_r \tag{2.87}$$

2.3.2.4 <u>Momentul electromagnetic</u>.

Pentru deducerea expresiei momentului electromagnetic vom apela la teorema forţelor generalizate în cîmp magnetic:

$$m = p\left(\frac{\partial W_m}{\partial \gamma}\right)_{i\,=\,ct.} \tag{2.88}$$

în care energia magnetică W_m (în coordonate d,q,0 generalizate) este:

$$W_m = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{c\,f}(i'_{ds}\Psi'_{ds} + i'_{qs}\Psi'_{qs}) + \frac{1}{c_o f_o}\sum_{\nu=A,B,C} i'_{o\nu}\Psi'_{o\nu} + \frac{1}{c\,f}(i'_{dr}\Psi'_{dr} + i'_{qr}\Psi'_{qr})\right] \tag{2.89}$$

Efectuînd derivata energiei magnetice (2.89) şi ţinînd cont că:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial i'_{dr}}{\partial\gamma} = -i'_{qr}\;;\quad \frac{\partial i'_{qr}}{\partial\gamma} = i'_{dr}\;;\quad \frac{\partial \Psi'_{ds}}{\partial\gamma} = -\frac{f}{c}\,L_{Ah}i'_{qr} \\
&\frac{\partial \Psi'_{qs}}{\partial\gamma} = \frac{f}{c}\,L_{Ah}i'_{dr}\;;\quad \frac{\partial \Psi'_{dr}}{\partial\gamma} = -\frac{f}{c}(L_{2\sigma}+L_{Ah})i'_{qr}\;;\quad \frac{\partial \Psi'_{qr}}{\partial\gamma} = \frac{f}{c}(L_{2\sigma}+L_{Ah})i'_{dr}
\end{aligned}
\tag{2.90}
$$

expresia momentului electromagnetic poate fi scrisă sub una din următoarele forme echivalente:

$$m = \frac{1}{c^2}\cdot p\cdot L_{Ah}(i'_{dr}i'_{qs} - i'_{ds}i'_{qr}) \tag{2.91}$$

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{1}{c}\cdot\frac{1}{f}\cdot p(\Psi'_{ds}i'_{qs} - \Psi'_{qs}i'_{ds}) \\
m &= \frac{1}{c}\cdot\frac{1}{f}\cdot p(\Psi'_{qr}i'_{dr} - \Psi'_{dr}i'_{qr})
\end{aligned}
\tag{2.92}
$$

utilizabile, după caz, în soluţionarea problemelor de regim tranzitoriu.

2.3.2.5 Ecuațiile electromecanice în coordonate dq0 generalizate.

Ansamblul ecuațiilor de tensiuni și fluxuri:

$$
\begin{aligned}
u'_{ds} &= R'_s i'_{ds} + \frac{d}{dt}\Psi'_{ds} & \Psi'_{ds} &= L'_{ds} i'_{ds} + L'_{dsdr} i'_{dr} \\
u'_{qs} &= R'_s i'_{qs} + \frac{d}{dt}\Psi'_{qs} & \Psi'_{qs} &= L'_{qs} i'_{qs} + L'_{qsqr} i'_{qr} \\
u'_{o\nu} &= R'_{o\nu} i'_{o\nu} + \frac{d}{dt}\Psi'_{o\nu} & \Psi'_{o\nu} &= L'_{o\nu} i'_{o\nu} \\
0 &= R'_r i'_{dr} + \frac{d}{dt}\Psi'_{dr} + \Psi'_{qr}\cdot\frac{d\gamma}{dt} & \Psi'_{dr} &= L'_{drds} i'_{ds} + L'_{dr} i'_{dr} \\
0 &= R'_r i'_{qr} + \frac{d}{dt}\Psi'_{qr} - \Psi'_{dr}\cdot\frac{d\gamma}{dt} & \Psi'_{qr} &= L'_{qrqs} i'_{qs} + L'_{qr} i'_{qr}
\end{aligned}
\tag{2.93}
$$

completat cu ecuația de mișcare a rotorului:

$$
\frac{1}{c}\,\frac{1}{f}\,p(\Psi'_{ds} i'_{qs} - \Psi'_{qs} i'_{ds}) - m_f - m_s = \frac{J}{p}\cdot\frac{d^2\gamma}{dt^2} \tag{2.94}
$$

reprezintă ecuațiile electromecanice, în coordonate dq0 -generalizate, ale mașinii trifazate nesimetrice "model matematic".

La scrierea sistemului de ecuații de mai sus s-au introdus următoarele notații suplimentare:

$$L'_{ds} = L'_{qs} = \frac{f}{c}\cdot\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\vartheta}\cdot\left[l_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\vartheta\cdot(L_{AA\sigma}+L_{Ah})\right]$$

$$L'_{dsdr} = L'_{qsqr} = L'_{drds} = L'_{qrqs} = \frac{f}{c}\cdot L_{Ah}$$

$$L'_{dr} = L'_{qr} = \frac{f}{c}(L_{2\sigma}+L_{Ah})$$

$m_f = \frac{f_m}{p}\cdot\frac{d\gamma}{dt}$ pentru momentul corespunzător frecărilor;

m_s pentru momentul de sarcină (rezistent);

J pentru momentul total de inerție redus la axul mașinii.

2.3.2.6 Determinarea factorilor de scară.

In funcție de valorile numerice date factorilor de scară c, c_o, $t = f$, $t_o = f_o$, în teoria modernă a mașinilor electrice se disting trei forme ale transformării dq0. Acestea sînt echivalente între ele, avînd în plus -conform demonstrației care urmează- și aceeași fundamentare din punct de vedere fizic. Cele trei forme sînt:

i. Transformarea dq0 normală;
ii. Transformarea dq0 normată;
iii. Transformarea dq0 naturală.

1. Forma normală a transformării dq0 se obține dacă în ecuațiile de transformare a tensiunilor, curenților și fluxurilor toți factorii de scară se iau egali cu unitatea:

$$c = t = f = c_o = t_o = f_o = 1 \tag{2.95}$$

In acest caz, mărimile fictive (cu ') se confundă cu mărimile determinate direct din condiţiile fizice de echivalenţă energetică. Pentru maşinile simetrice nu se pretează la tratare matriceală. Este folosită în /33/ şi /34/.

2. Forma normată a transformării dq0 este foarte răspîndită în special datorită facilităţilor pe care le prezintă în formulare matriceală. Pentru obţinerea transformării normate să observăm mai întîi că mărimile omopolare din ecuaţiile (2.69),(2.72) şi (2.74) nu sînt independente. Dacă notăm:

$$i'_{os} = i'_{oA} \; ; \qquad u'_{os} = u'_{oA} \quad \text{şi} \quad \Psi'_{os} = \Psi'_{oA}$$

atunci:

$$\begin{aligned} i'_{oB} &= \frac{1}{k_B} i'_{os} & u'_{oB} &= k_B u'_{os} & \Psi'_{oB} &= k_B \Psi'_{os} \\ i'_{oC} &= \frac{2\cos\frac{1}{2}\theta}{k_C} \cdot i'_{os} & u'_{oC} &= \frac{\cos\frac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)} k_C u'_{os} & \Psi'_{oC} &= \frac{\cos\frac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)} k_C \Psi'_{os} \end{aligned} \tag{2.96}$$

Avînd în vedere şi condiţiile (2.64), ansamblul ecuaţiilor de tensiuni omopolare din sistemul (2.93) este echivalent cu ecuaţia:

$$u'_{os} = R'_{os} i'_{os} + \frac{d}{dt} \Psi'_{os} \quad \text{cu} \quad R'_{os} = \frac{t_o}{c_o} \cdot R_A \tag{2.97}$$

Astfel putem formula matriceal transformarea dq0 -generalizată:

$$\begin{Vmatrix} i_A & i_B & i_C & i_x & i_y \end{Vmatrix}^T = \|C_i\| \cdot \begin{Vmatrix} i'_{ds} & i'_{qs} & i'_{os} & i'_{dr} & i'_{qr} \end{Vmatrix}^T \tag{2.98}$$

$$\begin{Vmatrix} u_A & u_B & u_C & u_x & u_y \end{Vmatrix}^T = \|C_u\| \cdot \begin{Vmatrix} u'_{ds} & u'_{qs} & u'_{os} & u'_{dr} & u'_{qr} \end{Vmatrix}^T \tag{2.99}$$

Impunînd condiţia generală de transformare normată /24/,/98/,/122/,/124/,/182/,/200/ etc. a rezultat:

$$\|C_i\|^{-1} = \|C_u\|^T \tag{2.100}$$

obţinîndu-se în final:

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sin\frac{1}{2}\theta} & t &= f = \sqrt{2}\cdot\sin\tfrac{1}{2}\theta \\ c_o &= 2\cdot\sin\tfrac{1}{2}\theta & t_o &= f_o = \frac{\sin\frac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)} \end{aligned} \tag{2.101}$$

Menţionăm că pentru maşinile trifazate simetrice ($k_B = k_C = 1$ şi $\theta = 120^o$) factorii precizaţi de (2.101) devin: $c = \sqrt{2/3}$, $t = \sqrt{3/2}$, $c_o = t_o = \sqrt{3}$, adică exact coeficienţii numerici din ecuaţiile transformării dq0 folosite în /23/,/24/,/71/,/98/,/100/,/122/,/154/,/182/,/200/.

3. Forma naturală a transformării dq0 se obţine numai dacă coeficienţii componentelor d, q şi 0 ale curentului, tensiunii şi fluxului corespunzători unei înfăşurari statorice -numită şi înfăşurare de referinţă- se iau egali cu egali cu 1.

Considerînd înfăşurarea statorică A drept înfăşurare de referinţă obţinem:

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta} & t &= f = 1 \\ c_o &= 1 & t_o &= f_o = 1 \end{aligned} \tag{2.102}$$

Şi transformarea dq0 naturală se poate trata matriceal. In cazul maşinilor trifazate simetrice, factorii precizaţi de (2.102) devin: $c = 2/3$,

$t = f = c_o = t_o = f_o = 1$, adică exact coeficienţii numerici din ecuaţiile transformării dq0 utilizate în /25/,/28/,/38/,/39/,/40/,/47/,/68/,/76/, /121/,/125/,/155/,/181/.

In acest stadiu se poate formula -pentru maşina trifazată nesimetrică "model matematic", fig.2.11- transformarea dq0 în cele trei forme precizate mai înainte. Ecuaţiile de transformare, scrise atît pentru cazul general de model matematic cît şi pentru cazurile particulare: 1. maşină trifazată nesimetrică dar cu $\theta = 120^o$ şi 2. maşină bifazată nesimetrică cu $\theta = 90^o$ sînt particularizate în ANEXELE II, III şi IV (corespunzător transformărilor dq0 normale, normate şi naturale).

Dar o dată cu precizarea factorilor de scară c, t, f, c_o, t_o şi f_o se modifică corespunzător şi valorile parametrilor din sistemul de ecuaţii (2.93). In acest scop s-a întocmit tabelul 2.1 cu valorile parametrilor maşinii echivalente energetic corespunzătoare din punct de vedere matematic celor trei forme de transformări dq0.

2.3.3 Transformarea d,q,0 - +,-,0.

In conformitate cu teoria transformărilor de coordonate /25/,/68/,/69/, /98/,/122/,/124/,/182/,/200/ componentele +,-,0 sînt definite cu ajutorul componentelor d,q,0 după cum urmează:

$$\begin{aligned} \underline{x}_+ &= F(x'_d + jx'_q) & \qquad x'_d &= \frac{1}{2F}\cdot(\underline{x}_+ + \underline{x}_-) \\ \underline{x}_- &= F(x'_d - jx'_q) & \qquad x'_q &= \frac{1}{2F}\cdot(-j\underline{x}_+ + j\underline{x}_-) \\ x_o &= x'_o & \qquad x'_o &= x_o \end{aligned} \qquad (2.103)$$

în care:

$$F = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{pentru transformarea +,-,0 normată}$$

$$F = \frac{1}{2} \quad \text{pentru transformarea +,-,0 naturală.}$$

2.3.4 Transformarea A,B,C - +,-,0 generalizată.

Inlocuind expresiile coordonatelor d,q,0 generalizate în relaţiile de definiţie a componentelor simetrice instantanee (c.s.i.) vom obţine pe rînd:

1. Ecuaţiile de transformare a curenţilor:

$$\begin{aligned} \underline{i}_{s+} &= cF\left[i_A + k_B i_B e^{j\theta} + k_C i_C e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\ \underline{i}_{s-} &= cF\left[i_A + k_B i_B e^{-j\theta} + k_C i_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\ i_{so} &= c_o\cdot\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot\left[i_A\cos(\pi-\theta) + k_B i_B\cos(\pi-\theta) + k_C i_C\cos\tfrac{1}{2}\theta\right] \\ \underline{i}_{r+} &= cF(i_x + ji_y)e^{j\gamma} \\ \underline{i}_{r-} &= cF(i_x - ji_y)e^{-j\gamma} \end{aligned} \qquad (2.104)$$

PARAMETRII MAȘINII

Tab. 2.1 ECHIVALENTE CORESPUNZATOARE TRANSFORMARII dqo

PARAMETRU	EXPRESIE GENERALĂ	TRANSFORMAREA NORMALĂ			TRANSFORMAREA NORMATĂ			TRANSFORMAREA NATURALĂ		
		$\theta=\theta$	CAZURI PARTICULARE $\theta=2\pi/3$	$\theta=\pi/2;\ i_c=0$	$\theta=\theta$	CAZURI PARTICULARE $\theta=2\pi/3$	$\theta=\pi/2;\ i_c=0$	$\theta=\theta$	CAZURI PARTICULARE $\theta=2\pi/3$	$\theta=\pi/2;\ i_c=0$
	c	1	1	1	$\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	1	$\frac{1}{2\sin\theta/2}$	$\frac{2}{3}$	1
	$t=f$	1	1	1	$\sqrt{2}\sin\frac{\theta}{2}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	1	1	1	1
	c_{os}	1	1	1	$2\sin\frac{\theta}{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	1	1	1
	$t_{os}=f_{os}$	1	1	1	$\frac{\sin\theta/2}{\cos(\pi-\theta)}$	$\sqrt{3}$	—	1	1	1
R'_s	$\frac{t}{c}\cdot\frac{1}{2\sin^2\theta/2}R_A$	$\frac{1}{2\sin^2\theta/2}R_A$	$\frac{2}{3}R_A$	R_A	R_A	R_A	R_A	R_A	R_A	R_A
$R'_{o\nu}$	$\frac{t_{os}}{c_{os}}R_\nu \quad \nu=A,B,C$	$R_\nu \quad \nu=A,B,C$	$R_\nu \quad \nu=A,B,C$	$R_\nu \quad \nu=A,B$	$\frac{R_\nu}{2\cos(\pi-\theta)}$	$R_\nu \quad \nu=A,B,C$	—	$R_\nu \quad \nu=A,B,C$	$R_\nu \quad \nu=A,B,C$	$R_\nu \quad \nu=A,B$
R'_r	$\frac{f}{c}R_2$	R_2	R_2	R_2	$2\sin^2\frac{\theta}{2}R_2$	$\frac{3}{2}R_2$	R_2	$2\sin^2\frac{\theta}{2}R_2$	$\frac{3}{2}R_2$	R_2
$L'_{ds}=L'_{qs}$	$\frac{f}{c}\cdot\frac{l_{A\sigma}}{2\sin^2\theta/2}+\frac{f}{c}(L_{AA\sigma}+L_{Ah})$	$\frac{l_{A\sigma}}{2\sin^2\theta/2}+L_{AA\sigma}+L_{Ah}$	$\frac{2}{3}l_{A\sigma}+L_{AA\sigma}+L_{Ah}$	$l_{A\sigma}+L_{AA\sigma}+L_{Ah}$	$l_{A\sigma}+2\sin^2\frac{\theta}{2}(L_{AA\sigma}+L_{Ah})$	$l_{A\sigma}+\frac{3}{2}(L_{AA\sigma}+L_{Ah})$	$l_{A\sigma}+L_{AA\sigma}+L_{Ah}$	$l_{A\sigma}+2\sin^2\frac{\theta}{2}(L_{AA\sigma}+L_{Ah})$	$l_{A\sigma}+\frac{3}{2}(L_{AA\sigma}+L_{Ah})$	$l_{A\sigma}+L_{AA\sigma}+L_{Ah}$
$L'_{dr}=L'_{qr}$	$\frac{f}{c}(L_{2\sigma}+L_{Ah})$	$L_{2\sigma}+L_{Ah}$	$L_{2\sigma}+L_{Ah}$	$L_{2\sigma}+L_{Ah}$	$2\sin^2\frac{\theta}{2}(L_{2\sigma}+L_{Ah})$	$\frac{3}{2}(L_{2\sigma}+L_{Ah})$	$L_{2\sigma}+L_{Ah}$	$2\sin^2\frac{\theta}{2}(L_{2\sigma}+L_{Ah})$	$\frac{3}{2}(L_{2\sigma}+L_{Ah})$	$L_{2\sigma}+L_{Ah}$
L'_{dsdr}	$\frac{f}{c}L_{Ah}$	L_{Ah}	L_{Ah}	L_{Ah}	$2\sin^2\frac{\theta}{2}L_{Ah}$	$\frac{3}{2}L_{Ah}$	L_{Ah}	$2\sin^2\frac{\theta}{2}L_{Ah}$	$\frac{3}{2}L_{Ah}$	L_{Ah}
$L'_{o\nu}$	$\frac{f_{os}}{c_{os}}l_{\nu\sigma} \quad \nu=A,B,C$	$l_{\nu\sigma} \quad \nu=A,B,C$	$l_{\nu\sigma} \quad \nu=A,B,C$	$l_{\nu\sigma} \quad \nu=A,B$	$\frac{l_{\nu\sigma}}{2\cos(\pi-\theta)}$	$l_{\nu\sigma} \quad \nu=A,B,C$	—	$l_{\nu\sigma}$	$l_{\nu\sigma} \quad \nu=A,B,C$	$l_{\nu\sigma} \quad \nu=A,B$

BUPT

şi respectiv:

$$
\begin{aligned}
i_A &= \frac{1}{2cF}\,\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}(\underline{i}_{s+} + \underline{i}_{s-}) + \frac{1}{c_o}\, i_{so} \\
i_B &= \frac{1}{2cF}\,\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\,\frac{1}{k_B}\,(\underline{i}_{s+}e^{-j\theta} + \underline{i}_{s-}e^{j\theta}) + \frac{1}{c_o}\frac{1}{k_B}\, i_{so} \\
i_C &= \frac{1}{2cF}\,\frac{\cos(\pi-\theta)}{\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot\frac{1}{k_C}\cdot\left[\underline{i}_{s+}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \underline{i}_{s-}e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] + \frac{1}{c_o}\frac{1}{k_C}\, i_{so}\, 2\cos\tfrac{1}{2}\theta \\
i_x &= \frac{1}{2cF}\cdot(\underline{i}_{r+}e^{-j\gamma} + \underline{i}_{r-}e^{j\gamma}) \\
i_y &= \frac{1}{2cF}\cdot(-j\underline{i}_{r+}e^{-j\gamma} + j\underline{i}_{r-}e^{j\gamma})
\end{aligned}
\tag{2.105}
$$

2. Ecuaţiile de transformare a tensiunilor.

$$
\begin{aligned}
\underline{u}_{s+} &= tF\,\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B e^{j\theta} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}u_C e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\
\underline{u}_{s-} &= tF\,\frac{1}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B e^{-j\theta} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}u_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\
u_{so} &= t_o\cdot\frac{\cos(\pi-\theta)}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B + \frac{2\cos\frac{1}{2}\theta}{k_C}u_C\right] \\
\underline{u}_{r+} &= tF\cdot(u_x + ju_y)e^{j\gamma} \\
\underline{u}_{r-} &= tF\cdot(u_x - ju_y)e^{-j\gamma}
\end{aligned}
\tag{2.106}
$$

şi respectiv:

$$
\begin{aligned}
u_A &= \frac{1}{2tF}\cdot(\underline{u}_{s+} + \underline{u}_{s-}) + \frac{1}{t_o}u_{so} \\
u_B &= \frac{1}{2tF}\cdot(\underline{u}_{s+}e^{-j\theta} + \underline{u}_{s-}e^{j\theta})k_B + \frac{1}{t_o}k_B u_{so} \\
u_C &= \frac{1}{2tF}\left[\underline{u}_{s+}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \underline{u}_{s-}e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right]\cdot k_C + \frac{1}{t_o}\cdot\frac{\cos\frac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)}k_C u_{so} \\
u_x &= \frac{1}{2tF}\left(\underline{u}_{r+}e^{-j\gamma} + \underline{u}_{r-}e^{j\gamma}\right) \\
u_y &= \frac{1}{2tF}\left(-j\underline{u}_{r+}e^{-j\gamma} + j\underline{u}_{r-}e^{j\gamma}\right)
\end{aligned}
\tag{2.107}
$$

3. Ecuaţiile de transformare a fluxurilor. Fluxurile maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" pot fi descompuse în c.s.i. şi invers după aceleaşi ecuaţii ca şi tensiunile.

2.3.4.1 Ecuaţiile electromecanice în coordonate +,-,0 generalizate.

Considerînd ansamblul ecuaţiilor de tensiuni în coordonate dq0 generalizate (2.93) cît şi relaţiile de definiţie a c.s.i. (2.103) şi procedînd în mod similar, vom obţine ecuaţiile electromecanice ale maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" în c.s.i. +,-,0. Forma finală a lor este dată în continuare:

$$\begin{aligned}
\underline{u}_{s+} &= R_s \underline{i}_{s+} + \frac{d}{dt}\underline{\Psi}_{s+} & \underline{\Psi}_{s+} &= L_s \underline{i}_{s+} + L_m \underline{i}_{r+} \\
\underline{u}_{s-} &= R_s \underline{i}_{s-} + \frac{d}{dt}\underline{\Psi}_{s-} & \underline{\Psi}_{s-} &= L_s \underline{i}_{s-} + L_m \underline{i}_{r-} \\
u_{so} &= R_o i_{so} + \frac{d}{dt}\underline{\Psi}_{so} & \underline{\Psi}_{so} &= L_o i_{so} \\
0 &= R_r \underline{i}_{r+} + \frac{d}{dt}\underline{\Psi}_{r+} - j\underline{\Psi}_{r+}\cdot\frac{d\gamma}{dt} & \underline{\Psi}_{r+} &= L_m \underline{i}_{s+} + L_r \underline{i}_{r+} \\
0 &= R_r \underline{i}_{r-} + \frac{d}{dt}\underline{\Psi}_{r-} + j\underline{\Psi}_{r-}\cdot\frac{d\gamma}{dt} & \underline{\Psi}_{r-} &= L_m \underline{i}_{s-} + L_r \underline{i}_{r-}
\end{aligned} \tag{2.108}$$

La scrierea sistemului (2.108) s-au introdus următoarele notații:

$$\begin{aligned}
R_s &= \frac{t}{c}\,\frac{1}{2\sin^2 \tfrac{1}{2}\theta}\cdot R_A \\
R_r &= \frac{f}{c}\,R_2 \\
R_o &= \frac{t_o}{c_o}\,R_A \;; \qquad L_o = \frac{f_o}{c_o}\,l_{A\sigma} \\
L_s &= \frac{f}{c}\,\frac{1}{2\sin^2 \tfrac{1}{2}\theta}\left[l_{A\sigma} + 2\sin^2 \tfrac{1}{2}\theta\cdot(L_{AA\sigma} + L_{Ah})\right] \\
L_r &= \frac{f}{c}\,(L_{2\sigma} + L_{Ah}) \;; \qquad L_m = \frac{f}{c}\,L_{Ah}
\end{aligned} \tag{2.109}$$

Ecuația de mișcare a rotorului este descrisă de (2.94) cu excepția momentului electromagnetic m care, în c.s.i. se calculează cu una din următoarele expresii:

$$m = \frac{1}{cfF^2}\cdot pL_m\cdot \mathrm{Re}\left\{j\underline{i}_{s-}\cdot\underline{i}_{r+}\right\}$$

$$m = \frac{1}{cfF^2}\cdot p\cdot \mathrm{Re}\left\{j\underline{\Psi}_{s+}\cdot\underline{i}_{s-}\right\} \;; \qquad m = \frac{1}{cfF^2}\cdot p\cdot \mathrm{Re}\left\{-j\underline{\Psi}_{r+}\cdot\underline{i}_{r-}\right\} \tag{2.110}$$

2.3.4.2 Componentele +,-,0 normate. Ecuațiile mașinii trifazate nesimetrice "model matematic" în c.s.i. normate.

Dacă în ecuațiile generale (2.104),(2.105). . . (2.110) se înlocuiesc factorii de scară c, t, f, c_o, t_o, f_o prin valorile:

$$\begin{aligned}
c &= \frac{1}{\sqrt{2}\sin\tfrac{1}{2}\theta} \;; \qquad t = f = \sqrt{2}\cdot\sin\tfrac{1}{2}\theta \\
c_o &= 2\cdot\sin\tfrac{1}{2}\theta \;; \qquad t_o = f_o = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)} \qquad \text{și} \qquad F = \frac{1}{\sqrt{2}}
\end{aligned} \tag{2.111}$$

se obțin atît c.s.i. cît și ecuațiile "modelului matematic" în c.s.i. normate. In continuare se prezintă, sistematizate, numai rezultatele finale.

1. Ecuațiile de transformare normată a curenților:

$$\underline{i}_{s+} = \frac{1}{2\sin\tfrac{1}{2}\theta}\left[i_A + k_B i_B e^{+j\theta} + k_C i_C e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right]$$

$$\underline{i}_{s-} = \frac{1}{2\sin\tfrac{1}{2}\theta}\left[i_A + k_B i_B e^{-j\theta} + k_C i_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right]$$

$$\begin{aligned}
i_{so} &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\left[i_A 2\cos(\pi-\theta) + k_B i_B 2\cos(\pi-\theta) + k_C i_C 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\right] \\
\underline{i}_{r+} &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}(i_x + ji_y)e^{j\gamma} \\
\underline{i}_{r-} &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}(i_x - ji_y)e^{-j\gamma}
\end{aligned} \tag{2.112}$$

şi respectiv:

$$\begin{aligned}
i_A &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}(\underline{i}_{s+} + \underline{i}_{s-} + i_{so}) \\
i_B &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\frac{1}{k_B}(\underline{i}_{s+}e^{-j\theta} + \underline{i}_{s-}e^{+j\theta} + i_{so}) \\
i_C &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\frac{1}{k_C}\left\{2\cos(\pi-\theta)\left[\underline{i}_{s+}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \underline{i}_{s-}e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] + 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\, i_{so}\right\} \\
i_x &= \sin\tfrac{1}{2}\theta\,(\underline{i}_{r+}e^{-j\gamma} + \underline{i}_{r-}e^{j\gamma}) \\
i_y &= \sin\tfrac{1}{2}\theta\,(-j\underline{i}_{r+}e^{-j\gamma} + j\underline{i}_{r-}e^{j\gamma})
\end{aligned} \tag{2.113}$$

2. <u>Ecuaţiile de transformare normată a tensiunilor:</u>

$$\begin{aligned}
\underline{u}_{s+} &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B e^{+j\theta} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}u_C e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\
\underline{u}_{s-} &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B e^{-j\theta} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}u_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\
u_{so} &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B + \frac{2\cos\frac{1}{2}\theta}{k_C}u_C\right] \\
\underline{u}_{r+} &= \sin\tfrac{1}{2}\theta\,(u_x + ju_y)e^{j\gamma} \\
\underline{u}_{r-} &= \sin\tfrac{1}{2}\theta\,(u_x - ju_y)e^{-j\gamma}
\end{aligned} \tag{2.114}$$

şi respectiv:

$$\begin{aligned}
u_A &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\left[\underline{u}_{s+} + \underline{u}_{s-} + u_{so}2\cos(\pi-\theta)\right] \\
u_B &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}k_B\left[\underline{u}_{s+}e^{-j\theta} + \underline{u}_{s-}e^{+j\theta} + u_{so}2\cos(\pi-\theta)\right] \\
u_C &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}k_C\left[\underline{u}_{s+}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \underline{u}_{s-}e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + u_{so}2\cos\tfrac{1}{2}\theta\right] \\
u_x &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}(\underline{u}_{r+}e^{-j\gamma} + \underline{u}_{r-}e^{j\gamma}) \\
u_y &= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}(-j\underline{u}_{r+}e^{-j\gamma} + j\underline{u}_{r-}e^{j\gamma})
\end{aligned} \tag{2.115}$$

Parametrii (2.109) corespunzători valorilor (2.111) ale factorilor de scară, devin:

$$R_s = R_A\ ;\quad R_r = 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot R_2\ ;\quad R_o = \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}\cdot R_A\ ;\quad L_o = \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}\cdot l_{A\sigma}$$

$$L_s = l_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot(L_{AA\sigma}+L_{Ah});\quad L_r = 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot(L_{2\sigma}+L_{Ah});\ L_m = 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah} \tag{2.116}$$

Cu aceste precizări, sistemul (2.108) este complet determinat. Forma finală a acestuia este prezentată în continuare.

3. Ecuaţiile maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" în coordonate +,-,0 normate.

$$
\begin{aligned}
\underline{u}_{s+} &= \left[R_A + (l_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{AA\sigma})\frac{d}{dt} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\frac{d}{dt}\right]\underline{i}_{s+} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\frac{d}{dt}\underline{i}_{r+}\\
\underline{u}_{s-} &= \left[R_A + (l_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{AA\sigma})\frac{d}{dt} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\frac{d}{dt}\right]\underline{i}_{s-} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\frac{d}{dt}\underline{i}_{r-}\\
u_{so} &= \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}R_A i_{so} + \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}l_{A\sigma}\cdot\frac{d}{dt}i_{so}\\
0 &= \left[2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot R_2 + (2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\, L_{2\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah})\left(\frac{d}{dt} - j\frac{d\gamma}{dt}\right)\right]\underline{i}_{r+} + \\
&\qquad + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\cdot\left(\frac{d}{dt} - j\frac{d\gamma}{dt}\right)\underline{i}_{s+}\\
0 &= \left[2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot R_2 + (2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{2\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah})\left(\frac{d}{dt} + j\frac{d\gamma}{dt}\right)\right]\underline{i}_{r-} + \\
&\qquad + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\cdot\left(\frac{d}{dt} + j\frac{d\gamma}{dt}\right)\underline{i}_{s-}
\end{aligned}
\tag{2.117}
$$

4. Momentul electromagnetic în c.s.i. normate.

$$
\begin{gathered}
m = 4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot pL_{Ah}\cdot \mathrm{Re}\left\{j\underline{i}_{s-}\cdot\underline{i}_{r+}\right\}\\
m = 2p\cdot\mathrm{Re}\left\{j\underline{\Psi}_{s+}\cdot\underline{i}_{s-}\right\} \quad ; \quad m = 2p\cdot\mathrm{Re}\left\{-j\underline{\Psi}_{r+}\cdot\underline{i}_{r-}\right\}
\end{gathered}
\tag{2.118}
$$

2.3.4.3 Componentele +,-,0 naturale. Ecuaţiile maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" în c.s.i. naturale.

Dacă în ecuaţiile generale (2.104),(2.105). . . (2.110) se înlocuiesc factorii de scară c, t, f, c_o, t_o, f_o cu valorile:

$$
\begin{gathered}
c = \frac{1}{2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta} \quad ; \quad t = f = 1\\
c_o = 1 \quad ; \quad t_o = f_o = 1 \quad \text{şi} \quad F = \frac{1}{2}
\end{gathered}
\tag{2.119}
$$

se obţin atît c.s.i. cît şi ecuaţiile "modelului matematic" în c.s.i. naturale. In continuare se prezintă, sistematizate, numai rezultatele finale:

1. Ecuaţiile de transformare naturală a curenţilor:

$$
\begin{aligned}
\underline{i}_{s+} &= \frac{1}{4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta}\left[i_A + k_B i_B e^{+j\theta} + k_C i_C e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right]\\
\underline{i}_{s-} &= \frac{1}{4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta}\left[i_A + k_B i_B e^{-j\theta} + k_C i_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right]\\
i_{so} &= \frac{1}{4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta}\left[i_A 2\cos(\pi-\theta) + k_B i_B 2\cos(\pi-\theta) + k_C i_C 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\right]\\
\underline{i}_{r+} &= \frac{1}{4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta}(i_x + j i_y)e^{+j\gamma}\\
\underline{i}_{r-} &= \frac{1}{4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta}(i_x - j i_y)e^{-j\gamma}
\end{aligned}
\tag{2.120}
$$

şi respectiv:

$$
\begin{aligned}
i_A &= \underline{i}_{s+} + \underline{i}_{s-} + i_{so} \\
i_B &= \frac{1}{k_B}(\underline{i}_{s+} e^{-j\theta} + \underline{i}_{s-} e^{+j\theta} + i_{so}) \\
i_C &= \frac{1}{k_C}\left[2\cos(\pi-\theta)\ \underline{i}_{s+} e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \underline{i}_{s-} e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + i_{so}\ 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\right] \qquad (2.121) \\
i_x &= 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\ (\underline{i}_{r+} e^{-j\gamma} + \underline{i}_{r-} e^{j\gamma}) \\
i_y &= 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\ (-j\underline{i}_{r+} e^{-j\gamma} + j\underline{i}_{r-} e^{j\gamma})
\end{aligned}
$$

2. <u>Ecuațiile de transformare naturală a tensiunilor:</u>

$$
\begin{aligned}
\underline{u}_{s+} &= \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B e^{+j\theta} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}u_C e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\
\underline{u}_{s-} &= \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B e^{-j\theta} + \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}u_C e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)}\right] \\
u_{so} &= \frac{2\cos(\pi-\theta)}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[u_A + \frac{1}{k_B}u_B + \frac{2\cos\frac{1}{2}\theta}{k_C}u_C\right] \qquad (2.122) \\
\underline{u}_{r+} &= \frac{1}{2}(u_x + ju_y)e^{+j\gamma} \\
\underline{u}_{r-} &= \frac{1}{2}(u_x - ju_y)e^{-j\gamma}
\end{aligned}
$$

și respectiv:

$$
\begin{aligned}
u_A &= \underline{u}_{s+} + \underline{u}_{s-} + u_{so} \\
u_B &= k_B(\underline{u}_{s+} e^{-j\theta} + \underline{u}_{s-} e^{+j\theta} + u_{so}) \\
u_C &= k_C\left[\underline{u}_{s+} e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + \underline{u}_{s-} e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + u_{so}\frac{\cos\frac{1}{2}\theta}{\cos(\pi-\theta)}\right] \qquad (2.123) \\
u_x &= \underline{u}_{r+} e^{-j\gamma} + \underline{u}_{r-} e^{+j\gamma} \\
u_y &= -j\underline{u}_{r+} e^{-j\gamma} + j\underline{u}_{r-} e^{+j\gamma}
\end{aligned}
$$

Parametrii (2.109) corespunzători valorilor (2.119) ale factorilor de scară, devin:

$$
\begin{aligned}
&R_s = R_A\ ;\quad R_r = 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot R_2\ ;\quad R_o = R_A\ ;\quad L_o = l_{A\sigma} \qquad (2.124) \\
&L_s = l_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot(L_{AA\sigma}+L_{Ah});\ L_r = 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot(L_{2\sigma}+L_{Ah});\ L_m = 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}
\end{aligned}
$$

3. <u>Ecuațiile mașinii trifazate nesimetrice "model matematic" în coordonate +,-,0 naturale.</u>

$$
\begin{aligned}
\underline{u}_{s+} &= \left[R_A + (l_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{AA\sigma})\frac{d}{dt} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\frac{d}{dt}\right]\underline{i}_{s+} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\frac{d}{dt}\underline{i}_{r+} \\
\underline{u}_{s-} &= \left[R_A + (l_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\ L_{AA\sigma})\frac{d}{dt} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\frac{d}{dt}\right]\underline{i}_{s-} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\frac{d}{dt}\underline{i}_{r-} \\
u_{so} &= R_A i_{so} + l_{A\sigma}\cdot\frac{d}{dt}i_{so} \qquad (2.125)
\end{aligned}
$$

$$0 = \left[2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot R_2 + (2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{2\sigma} + 2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah})(\frac{d}{dt} - j\frac{d\gamma}{dt})\right]\underline{i}_{r+} + $$
$$+ 2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\cdot(\frac{d}{dt} - j\frac{d\gamma}{dt})\ \underline{i}_{s+}$$

$$0 = \left[2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot R_2 + (2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{2\sigma} + 2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah})(\frac{d}{dt} + j\frac{d\gamma}{dt})\right]\underline{i}_{r-} + $$
$$+ 2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot L_{Ah}\cdot(\frac{d}{dt} + j\frac{d\gamma}{dt})\ \underline{i}_{s-}$$

4. <u>Momentul electromagnetic în c.s.i. naturale</u> se calculează cu una din expresiile :

$$m = 16\sin^4\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot pL_{Ah}\cdot \mathrm{Re}\left\{j\underline{i}_{s-}\cdot\underline{i}_{r+}\right\}$$
$$m = 8\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\ p\cdot\mathrm{Re}\left\{j\underline{\Psi}_{s+}\cdot\underline{i}_{s-}\right\}\ ;\quad m = 8\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\ p\cdot\mathrm{Re}\left\{-j\underline{\Psi}_{r+}\cdot\underline{i}_{r-}\right\} \qquad (2.126)$$

2.3.5 <u>Impedanţele echivalente operaţionale</u>.

La analiza regimurilor tranzitorii ale maşinii de inducţie trifazate, simetrice, sînt frecvent utilizate metodele operaţionale de calcul /28/,/68/, /71/,/98/,/154/,/155/,/182/,/190/,/191/. Recent, Murthy şi Berg /117/,/118/ utilizează aceiaşi metodă şi la studiul regimurilor tranzitorii corespunzătoare alimentării dezechilibrate (de la reţeaua monofazată) a maşinilor de inducţie trifazate simetrice.

In acest context metoda poate fi extinsă şi la analiza regimurilor tranzitorii ale maşinilor de inducţie echipate cu înfăşurări bifazate general nesimetrice pe stator şi alimentate de la reţeaua monofazată. Pentru acestea vor fi utilizate ecuaţiile în c.s.i. stabilite mai înainte.

Să observăm că ecuaţiile de tensiuni (2.117) respectiv (2.125) corespunzătoare succesiunilor + şi – sînt invariante la schimbarea tipului (normat sau natural al) transformării. Numai ecuaţiile corespunzătoare secvenţei 0 diferă.

In continuare vom avea în vedere numai transformarea +,–,0 naturală.

Dacă în ecuaţiile sistemului (2.125) efectuăm schimbarea de variabilă $\tau = \omega_1 t$ şi notăm cu:

$$v = \frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{d\gamma}{dt} \qquad (2.127)$$

viteza instantanee (relativă) a rotorului, vom putea obţine uşor ecuaţiile operaţionale ale maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" în c.s.i.

Convenim să barăm superior imaginile Laplace şi să notăm cu $\underline{p}$ -variabila complexă.

1. <u>Impedanţa operaţională pozitivă</u>.

Cu precizările de mai sus, ecuaţiile operaţionale corespunzătoare componentelor pozitive pot fi scrise sub forma:

$$\bar{\underline{u}}_{s+} = (R_A + X_{A\sigma}\underline{p} + 2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma}\underline{p})\ \bar{\underline{i}}_{s+} + 2\sin^2\!\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{Am}\underline{p}(\bar{\underline{i}}_{s+} + \bar{\underline{i}}_{r+})$$

$$0 = \left(\frac{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}{1 - j\frac{v}{\underline{p}}}\cdot R_2 + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{2\sigma}\underline{p}\right)\underline{\bar{I}}_{r+} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{Am}\cdot\underline{p}(\underline{\bar{I}}_{s+} + \underline{\bar{I}}_{r+}) \qquad (2.128)$$

în care:

$$X_{A\sigma} = \omega_1 l_{A\sigma}\ ;\quad X_{AA\sigma} = \omega_1 L_{AA\sigma}\ ;\quad X_{Am} = \omega_1 L_{Ah}\ ;\quad X_{2\sigma} = \omega_1 L_{2\sigma} \qquad (2.129)$$

Circuitul operațional descris de ecuațiile (2.128) este reprezentat în fig.2.13 și indică chiar impedanța operațională pozitivă.

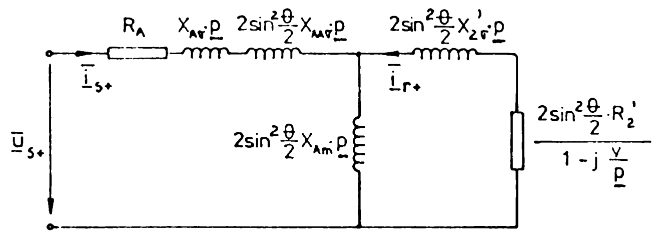


Fig.2.13 Impedanța operațională pozitivă.

2. Impedanța operațională negativă.

Ecuațiile operaționale corespunzătoare componentelor negative din sistemul (2.125) pot fi scrise sub forma:

$$\underline{\bar{u}}_{s-} = (R_A + X_{A\sigma}\underline{p} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\, X_{AA\sigma}\underline{p})\,\underline{\bar{i}}_{s-} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\, X_{Am}\,\underline{p}(\underline{\bar{i}}_{s-} + \underline{\bar{i}}_{r-})$$

$$0 = \left(\frac{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}{1 + j\frac{v}{\underline{p}}}\cdot R_2 + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\, X_{2\sigma}\underline{p}\right)\underline{\bar{I}}_{r-} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{Am}\cdot\underline{p}(\underline{\bar{I}}_{s-} + \underline{\bar{I}}_{r-}) \qquad (2.130)$$

Circuitul operațional descris de ecuațiile (2.130) este indicat în fig.2.14 și reprezintă chiar impedanța operațională negativă.

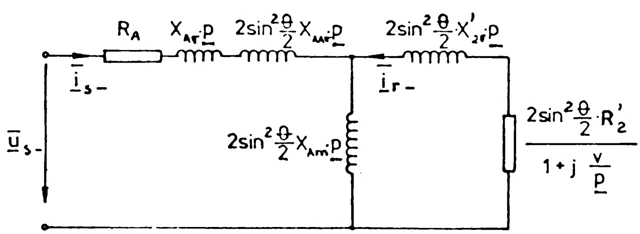


Fig.2.14 Impedanța operațională negativă.

3. Impedanța operațională de secvență zero.

Ecuația corespunzatoare secvenței nule din sistemul (2.125) este:

$$\bar{u}_{s0} = (R_A + X_{A\sigma}\underline{p})\,\bar{I}_{s0} \qquad (2.131)$$

iar impedanța operațională $Z_{s0}(\underline{p})$ corespunde unui banal circuit serie.

O b s. In regim permanent sinusoidal, dacă se fac înlocuirile: $p = j$ şi $v = 1 - s$ (s fiind alunecarea rotorului), din schemele şi ecuaţiile operaţionale de mai sus se obţin exact impedanţele echivalente complexe : directă $\underline{Z}_{A1}$ (fig.2.6), inversă $\underline{Z}_{A2}$ (fig.2.7) şi omopolară $\underline{Z}_{A0}$ (fig.2.8).

2.4 Aplicarea teoriei componentelor simetrice la analiza maşinilor de inducţie bifazate cu înfăşurări general nesimetrice pe stator. Simetrizarea înfăşurărilor statorice.

Teoria componentelor simetrice stabilită în lucrare este generală şi în acelaşi timp compatibilă şi cu celelalte teorii ale maşinii de inducţie. (Demonstrarea compatibilităţii teoriei componentelor simetrice stabilite în Cap.2 cu celelalte teorii ale maşinii de inducţie cît şi cu variantele clasice ale ei este efectuată în Anexa I a lucrării.)

Teoria componentelor simetrice stabilită în lucrare generalizează teoriile clasice ale componentelor simetrice trifazate şi respectiv bifazate. Ea este utilă la analiza regimurilor staţionare şi dinamice ale maşinilor de inducţie trifazate,nesimetrice, de tipul "modelului matematic".

In acest context, teoria componentelor simetrice generalizate poate fi utilizată şi la studiul maşinilor de inducţie echipate cu înfaşurări bifazate, general nesimetrice pe stator. Singura problemă care poate apărea constă în asigurarea condiţiilor (2.1).

Dacă aceste condiţii nu sînt îndeplinite, se va evidenţia impedanţa $\underline{Z}_{BS}$ (de simetrizare), definită pe baza relaţiei:

$$R_B + jX_{B\sigma} = k_B^2(R_A + jX_{A\sigma}) + \underline{Z}_{BS} \tag{2.132}$$

De fapt, relaţia (2.132) sugerează ideea unei substituiri fictive a înfăşurării reale B, cu o alta B' înseriată cu impedanţa $\underline{Z}_{BS}$. Infăşurarea B' îndeplineşte condiţiile (2.1).

In plus, se va indica şi a treia înfăşurare statorică (C) nealimentată reconstituind astfel maşina trifazată nesimetrică "model matematic".

Procedeul este numit "simetrizarea înfăşurărilor statorice" şi este reprezentat în fig.2.15.

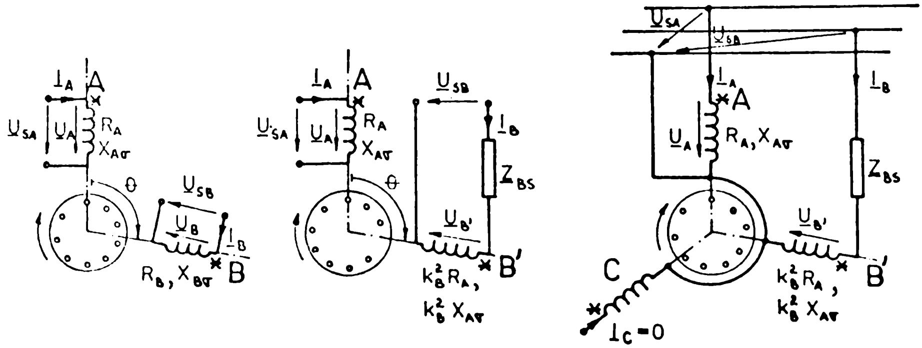


Fig.2.15 Simetrizarea înfăşurărilor statorice.

Descompunerile în componente simetrice vor corespunde curenţilor şi respectiv tensiunilor la bornele maşinii trifazate nesimetrice reconstituite după procedeul indicat mai sus.

In felul acesta, ecuaţiile de descompunere a curenţilor şi tensiunilor de fază împreună cu ecuaţiile maşinii trifazate "model matematic" în cele trei regimuri simetrice cît şi cu ecuaţiile funcţionale corespunzătoare conexiunii înfăşurărilor statorice formează un sistem compatibil, unic determinat, la studiul regimului staţionar sau dinamic al oricărui motor de inducţie monofazat (cu o înfăşurare bifazată pe stator).

O b s. 1. Impedanţa de simetrizare $\underline{Z}_{BS}$ este nulă numai dacă înfăşurările statorice A şi B sînt identice.

O b s. 2. In cazul motoarelor monofazate cu sens de rotaţie invers celui specificat în lucrare, ecuaţiile de descompunere rămîn formal aceleaşi cu menţiunea că, se schimbă între ele mărimile directe (+) cu cele inverse (sau -). Rotorul are în totdeauna sensul de rotaţie al cîmpului direct.

O b s. 3. Componentele simetrice instantanee +,- utilizate în analiza regimurilor dinamice sînt mărimi complexe şi nu sînt asociate cu nişte cîmpuri învîrtitoare opuse, precum sînt componentele simetrice fazoriale în regimul staţionar sinusoidal.

Astfel, dacă tensiunile de alimentare sînt simetrice, există ambele secvenţe $\underline{u}_{s+}$ şi $\underline{u}_{s-}$, fiind complex conjugate, chiar dacă fazorul tensiunii de succesiune inversă este nul.

CAPITOLUL 3

CONTRIBUTII LA ANALIZA MOTOARELOR DE INDUCTIE MONOFAZATE CU INFASURAREA AUXILIARA SAU DE PORNIRE, NESIMETRICA, IN NECUADRATURA ELECTRICA.

3.1 Prezentarea problematicii.

Majoritatea motoarelor de inducție monofazate au -pe stator- două înfășurări cu numere diferite de spire, dispuse în cuadratură electrică. Una din înfășurări (numită auxiliară sau de pornire) este dimensionată a avea, în prezența unui convertor static de fază înseriat cu ea, un raport X/R considerabil diferit de al celeilalte înfășurări (numită principală).

Cînd cele două înfășurări sînt conectate în paralel, la aceeași sursă monofazată de tensiune, curenții care le străbat sînt defazați temporar cu unghiuri diferite. Apare cîmpul magnetic învîrtitor în întrefier și, în consecință, posibilitatea autopornirii lor. Caracteristicile acestor motoare sînt identice pentru cele două sensuri de rotație.

La motoarele cu fază de pornire (rezistivă, capacitivă sau de tip complex) înfășurarea auxiliară este utilizată numai la pornire. Ea va fi deconectată imediat ce rotorul a atins o anumită viteză (de obicei 0,8 din viteza de sincronism). Folosindu-se în regim de scurtă durată și numai pentru asigurarea pornirii, înfășurarea de pornire este dimensionată după criterii speciale /3/,/58/,/62/,/113/,/119/,/120/.

La motoarele monofazate cu fază auxiliară capacitivă (de pornire și funcționare) înfașurarea auxiliară împreună cu condensatorul este utilizată atît la pornire cît și în funcționare (cu toată capacitatea sau numai o fracțiune din ea). O atenție deosebită trebuie acordată dimensionării înfășurării auxiliare (cît și alegerii condensatorului) astfel încît -în sarcină- să se obțină un regim cît mai apropiat de unul bifazat simetric /3/,/11/,/25/,/33/,/86/,/101/,/102/,/147/,/153/,/162/,/170/,/189/,/200/.

In practică (exceptînd cazurile singulare corespunzătoare unor greșeli de bobinare) anumite restricții pot conduce de multe ori la imposibilitatea dispunerii în cuadratură a înfășurărilor statorice. Situații de acest gen apar frecvent în cazul unificării seriilor de motoare asincrone mono și trifazate de mică putere /2/,/3/,/171/etc. cînd, de regulă, este impusă geometria transversală a mașinii.

O dată cu dezvoltarea și extinderea tehnicilor de modulare a amplitudinii polilor (PAM) și la motoarele de inducție monofazate /20/,/43/,/44/,/91/,/92/,

/93/,/94/,/95/,/175/,/176/ s-a observat că, pentru anumite numere de perechi de poli, înfăşurările statorice numai sînt în cuadratură electrică.
In plus, în ultimul timp au şi fost brevetate /186/ construcţii de motoare asincrone monofazate cu înfăşurarea de pornire plasată în necuadratură electrică.

Dispunerea înfăşurării de pornire sub un unghi θ mai mare de 90^{o}el., ca în fig.3.1, conduce la momente de pornire mărite /85/,/112/, /138/,/168/etc., dacă celelalte elemente constructive rămîn neschimbate.

Desigur, o apreciere globală a performanţelor, la optarea pentru o astfel de soluţie constructivă, poate fi stabilită numai în lumina unei analize teoretice şi experimentale complete. Acesta constitue de fapt şi scopul capitolului de faţă.

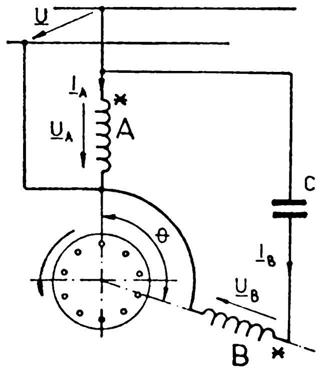


Fig.3.1

Prima lucrare ce abordează motorul asincron monofazat cu faza auxiliară (sau de pornire) în necuadratură electrică aparţine lui Puchstein şi Lloyd /201/ în 1935. A urmat, la un an, lucrarea lui Lyon şi Kingsley /105/. După o absenţă de aproape 20 de ani, subiectul a reintrat în atenţia cercetătorilor. Frecvenţa lucrărilor din ultimul deceniu denotă că particularităţile şi posibilităţile acestor motoare sînt încă incomplet cunoscute şi folosite.

Studiile apărute cu această tematică pot fi grupate în raport cu teoriile de investigaţie utilizate, şi anume:

1. Lucrări bazate pe teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare: /12/,/13/,/32/,/42/,/49/,/60/,/83/,/85/,/112/,/116/,/147/,/151/,/166/,/197/, /201/.

2. Lucrări bazate pe teoria cîmpului transversal: /26/,/54/,/56/,/57/, /107/,/148/,/183/,/184/,/185/.

3. Lucrări bazate pe teoria componentelor simetrice: /2/,/3/,/4/,/6/, /29/,/41/,/64/,/65/,/73/,/75/,/78/,/80/,/81/,/90/,/105/,/167/,/168/,/169/, /170/,/178/,/190/,/192/.

In afară de acestea au mai apărut şi lucrări bazate pe teorii elaborate "ad-hoc" /8/,/9/, dar fară o importanţă teoretică deosebită.

Din păcate, majoritatea autorilor se limitează numai la prezentarea ecuaţiilor şi a relaţiilor de calcul corespunzătoare (de regulă) curenţilor şi momentului electromagnetic.

Sînt analizate, în exclusivitate, numai motoarele asincrone monofazate cu faza auxiliară sau de pornire de tip capacitiv.

Pentru motoarele monofazate cu înfăşurare de pornire de tip rezistiv sau complex, în necuadratură electrică, nu s-a întîlnit nici o referinţă bibliografică.

In plus, toate rezultatele publicate pînă acum sînt stabilite în limitele neglijerii reactanței mutuale de dispersie dintre înfășurările statorice.

Totodată se menționează că teoria componentelor simetrice (așa cum a fost utilizată pînă acum în literatură la analiza mașinilor de inducție cu înfășurări bifazate, general nesimetrice, pe stator) conține o serie de vicii de fond care o reduc în fapt la teoria cîmpurilor magnetice învîrtitoare. (Se are în vedere atît modul de aplicare cît și expresiile propuse pentru componentele simetrice ale curenților, respectiv ale tensiunilor.) De fapt această deficiență este semnalată și în capitolele precedente ale lucrării.

Plecînd de la constatările de mai sus, în acest capitol, se va efectua o analiză în detaliu a principalelor mărimi funcționale corespunzătoare motoarelor asincrone monofazate cu faza auxiliară sau de pornire dispusă în necuadratură electrică. Scopul analizei constă în depistarea de noi aspecte și proprietăți intrinseci la decalarea înfășurarii de pornire din poziția consacrată. Metoda de investigație: "Teoria componentelor simetrice". Sînt studiate, în mod special, marimile de pornire corespunzătoare motoarelor asincrone monofazate cu fază auxiliară de pornire de tip rezistiv, capacitiv sau complex.

3.2 <u>Metoda componentelor simetrice</u>.

In fig.3.1, cu A și B s-au notat înfășurările statorice, principală și respectiv auxiliară (sau de pornire) ale unui motor de inducție monofazat, conectate la aceeași rețea.

Infășurarea auxiliară B are de k_B ori mai multe spire efective, este dispusă spațial sub unghiul $\theta \neq 90^{o}$el. față de înfășurarea principală A și are în serie un convertor static de fază (condensator, rezistor sau o grupare R-C), de impedanță $\underline{Z}_K$.

Din considerente analitice, în fig. 3.2 s-a reconstituit mașina trifazată nesimetrică (echivalentă) "model matematic" din al cărei regim dezechilibrat ($\underline{I}_C = 0$) provine motorul asincron bifazat, general nesimetric, prezentat în fig.3.1.

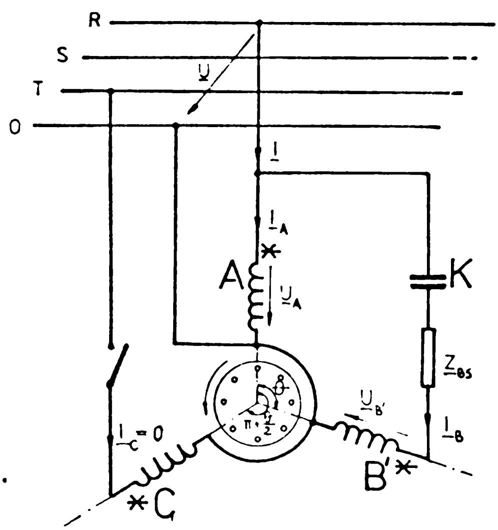


Fig.3.2

(Acesta este punctul de vedere original -al autorului- iar rezultatele astfel obținute în cadrul teoriei componentelor simetrice -deși diferă de cele stabilite în literatură- sînt în totalitate compatibile atît cu celelalte teorii cît și cu varianta clasică, la dispunerea în cuadratură a înfășurărilor.)

Infășurarea auxiliară B, avînd de k_B ori mai multe spire decît cea principală A, ar trebui să aibă atît rezistența cît și reactanța proprie de dispersie de k_B^2 ori mai mare decît R_A și respectiv $X_{A\sigma}$. Așa stau lucrurile cu înfășurarea auxiliară ideală (simetrizată) B'. Orice diferență dintre impedanța proprie de dispersie a înfășurării auxiliare reale B și a celei ideale B' este considerată prin introducerea impedanței de simetrizare $\underline{Z}_{BS}$, ca mai jos:

$$R_B + jX_{B\sigma} = k_B^2(R_A + jX_{A\sigma}) + \underline{Z}_{BS} \qquad (3.1)$$

Ecuațiile funcționale corespunzătoare constrîngerilor în alimentarea înfășurărilor statorice ale mașinii trifazate echivalente din fig.3.2 sînt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U} \\ \underline{U}_{B'} + (\underline{Z}_{BS} + \underline{Z}_K)\,\underline{I}_B &= \underline{U} \\ \underline{I}_C &= 0 \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Aceste ecuații pot fi soluționate în cadrul teoriei componentelor simetrice (stabilite în Cap.2) întocmai ca în teoria clasică a mașinilor electrice simetrice. Substituțiile utilizabile în acest caz sînt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} \\ \underline{U}_{B'} &= k_B(\underline{U}_{A1}e^{j\theta} + \underline{U}_{A2}e^{-j\theta} + \underline{U}_{A0}) \end{aligned} \qquad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} \\ \underline{I}_B &= \frac{1}{k_B}(\underline{I}_{A1}e^{j\theta} + \underline{I}_{A2}e^{-j\theta} + \underline{I}_{A0}) \\ \underline{I}_C &= \frac{1}{k_C}\left[2\cos(\pi-\theta)\underline{I}_{A1}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + 2\cos(\pi-\theta)\underline{I}_{A2}e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} + 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{I}_{A0}\right] \end{aligned} \qquad (3.4)$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{Z}_{A1}\underline{I}_{A1} \;;\; \underline{U}_{A2} = \underline{Z}_{A2}\underline{I}_{A2} \;;\; \underline{U}_{A0} = \underline{Z}_{A0}\underline{I}_{A0} \qquad (3.5)$$

în care: $\underline{U}_{A1}$, $\underline{U}_{A2}$ și $\underline{U}_{A0}$ sînt componentele directă, inversă și omopolară ale tensiunii $\underline{U}_A$; $\underline{Z}_{A1}$, $\underline{Z}_{A2}$ și $\underline{Z}_{A0}$ sînt impedanțele echivalente ale mașinii văzute pe la bornele înfășurării principale A, atunci cînd este parcursă de componentele simetrice: directă $\underline{I}_{A1}$, inversă $\underline{I}_{A2}$ și respectiv omopolară $\underline{I}_{A0}$ ale curentului $\underline{I}_A$.

(Substituțiile (3.3) și (3.4) corespund componentelor simetrice naturale. Similar puteau fi utilizate și componentele simetrice normate.)

După efectuarea substituțiilor (3.3),(3.4) și (3.5) în sistemul (3.2) se obține:

$$\begin{aligned} &\underline{I}_{A1}\underline{Z}_{A1} + \underline{I}_{A2}\underline{Z}_{A2} + \underline{I}_{A0}\underline{Z}_{A0} = \underline{U} \\ &\underline{I}_{A1}(\underline{Z} + k^2\underline{Z}_{A1})e^{j\theta} + \underline{I}_{A2}(\underline{Z} + k^2\underline{Z}_{A2})e^{-j\theta} + \underline{I}_{A0}(\underline{Z} + k^2\underline{Z}_{A0}) = k\underline{U} \\ &\underline{I}_{A1}e^{j\theta}2\cos\theta + \underline{I}_{A2}2\cos\theta + \underline{I}_{A0}(1 + e^{j\theta}) = 0 \end{aligned} \qquad (3.6)$$

Rezolvînd sistemul (3.6) vom găsi componentele simetrice ale curentului $\underline{I}_A$, adică:

$$\begin{aligned}
\underline{I}_{A1} &= \frac{\underline{U}}{1-e^{j\theta}}\cdot\frac{\underline{Z}(1-e^{j\theta})+k\underline{Z}_{A2}(1+e^{j\theta})(ke^{-j\theta}-1)-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}k(k-1)}{\underline{Z}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})+k^2\left[\underline{Z}_{A1}\underline{Z}_{A2}2(1+\cos\theta)-2\cos\theta\underline{Z}_{A0}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})\right]}\\
\underline{I}_{A2} &= \frac{\underline{U}}{1-e^{j\theta}}\cdot\frac{\underline{Z}(1-e^{j\theta})-k\underline{Z}_{A1}(1+e^{j\theta})(ke^{j\theta}-1)+2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}e^{j\theta}k(k-1)}{\underline{Z}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})+k^2\left[\underline{Z}_{A1}\underline{Z}_{A2}2(1+\cos\theta)-2\cos\theta\underline{Z}_{A0}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})\right]}\\
\underline{I}_{A0} &= \frac{\underline{U}}{1-e^{j\theta}}\cdot\frac{-2\cos\theta\left[\underline{Z}(1-e^{j\theta})-k\underline{Z}_{A1}(ke^{j\theta}-1)+k\underline{Z}_{A2}(k-e^{j\theta})\right]}{\underline{Z}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})+k^2\left[\underline{Z}_{A1}\underline{Z}_{A2}2(1+\cos\theta)-2\cos\theta\underline{Z}_{A0}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})\right]}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

în care, pentru simplificarea scrierii s-au folosit notațiile:

$$k = k_B = \frac{w_B k_{yB} k_{qB}}{w_A k_{yA} k_{qA}} \tag{3.8}$$

și

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{BS} + \underline{Z}_K \tag{3.9}$$

Curenții statorici se determină cu substituțiile (3.4):

$$\begin{aligned}
\underline{I}_A &= \underline{U}\,\frac{4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\,\underline{Z}+k^2(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})-k(\underline{Z}_{A1}e^{-j\theta}+\underline{Z}_{A2}e^{+j\theta}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})}{\underline{Z}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})+k^2\left[\underline{Z}_{A1}\underline{Z}_{A2}2(1+\cos\theta)-2\cos\theta\underline{Z}_{A0}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})\right]}\\
\underline{I}_B &= \underline{U}\,\frac{(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})-k(\underline{Z}_{A1}e^{+j\theta}+\underline{Z}_{A2}e^{-j\theta}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})}{\underline{Z}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})+k^2\left[\underline{Z}_{A1}\underline{Z}_{A2}2(1+\cos\theta)-2\cos\theta\underline{Z}_{A0}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})\right]}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Curentul $\underline{I} = \underline{I}_A + \underline{I}_B$ absorbit de motor din rețea se calculează cu:

$$\underline{I} = \underline{U}\,\frac{4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\,\underline{Z}+(k^2-2k\cos\theta+1)(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})-2\cos\theta\underline{Z}_{A0}(k-1)^2}{\underline{Z}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\underline{Z}_{A0})+k^2\left[\underline{Z}_{A1}\underline{Z}_{A2}2(1+\cos\theta)-2\cos\theta\underline{Z}_{A0}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})\right]} \tag{3.11}$$

Cu relațiile (3.7),(3.10) și (3.11), avînd în vedere și schemele echivalente din regimurile staționare simetrice (fig.2.9 a și b), pot fi predeterminate toate performanțele motorului asincron monofazat pentru orice valori date parametrilor θ, k, $\underline{Z}_K$ și s.

Totuși, în acest stadiu, este imposibil de prezis în ce sens se modifică performanțele motorului la schimbarea unghiului θ.

3.3 Separarea nesimetriei unghiulare.

La dispunerea fazei auxiliare sau de pornire în necuadratură electrică în motor se manifestă în plus și un cuplaj transformatoric. Acest aspect fizic determină schimbări esențiale în distribuția curenților statorici, în mărimea și faza componentelor simetrice ale acestora, în valorile pierderilor, a momentului electromagnetic și în general a tuturor caracteristicilor funcționale.

In teoria componentelor simetrice aceste modificări sînt determinate, în primul rînd, de dependența parametrilor impedanțelor echivalente (directă și inversă) de valoarea unghiului θ.

Dacă se compară impedanțele echivalente directă $\underline{Z}_{A1}$ și inversă $\underline{Z}_{A2}$ cu impedanțele corespunzătoare ale aceleeași mașini dar cu faza auxiliară sau de pornire în cuadratură electrică (v.Anexa I, ec.162), obținem:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{A1} &= \underline{Z}_1\cdot(1-\cos\theta) + \underline{Z}_0\cos\theta \\ \underline{Z}_{A2} &= \underline{Z}_2\cdot(1-\cos\theta) + \underline{Z}_0\cos\theta \end{aligned} \qquad (3.12)$$

în care:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= R_A + j(X_{A\sigma}+X_{AA\sigma}) + \frac{(R_{1m}+jX_{1m})(\frac{R_2'}{s}+jX_{2\sigma}')}{\frac{R_2'}{s}+R_{1m}+j(X_{2\sigma}'+X_{1m})} \\ \underline{Z}_2 &= R_A + j(X_{A\sigma}+X_{AA\sigma}) + \frac{(R_{1m}+jX_{1m})(\frac{R_2'}{2-s}+jX_{2\sigma}')}{\frac{R_2'}{2-s}+R_{1m}+j(X_{2\sigma}'+X_{1m})} \\ \underline{Z}_0 &= R_A + jX_{A\sigma} \end{aligned} \qquad (3.13)$$

Relațiile (3.12) permit separarea nesimetriei unghiulare din toate expresiile stabilite pînă acum. Dacă avem în vedere și identitățile trigonometrice:

$$1-\cos\theta = \frac{1}{2}(1-e^{j\theta})(1-e^{-j\theta}) = 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta \qquad (3.14)$$

după cîteva transformări intermediare, expresiile (3.7), (3.10) și (3.11) devin:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{A1} &= \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\cdot\frac{\underline{Z} + jk\sin\theta\,\underline{Z}_2(ke^{-j\theta}-1) + k\cos\theta\,\underline{Z}_0(ke^{-j\theta}+1)}{\underline{Z}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2 - (\underline{Z}_1-\underline{Z}_0)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_0)\cos^2\theta\right]} \\ \underline{I}_{A2} &= \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\cdot\frac{\underline{Z} - jk\sin\theta\,\underline{Z}_1(ke^{+j\theta}-1) + k\cos\theta\,\underline{Z}_0(ke^{+j\theta}+1)}{\underline{Z}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2 - (\underline{Z}_1-\underline{Z}_0)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_0)\cos^2\theta\right]} \\ \underline{I}_{A0} &= \frac{\underline{U}\cos\theta}{1-\cos\theta}\cdot\frac{-2\underline{Z} + k(1-e^{-j\theta})\left[\underline{Z}_1(ke^{j\theta}-1)-\underline{Z}_2(k-e^{j\theta})\right] - 2k\cos\theta\,\underline{Z}_0(1+k)}{\underline{Z}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2 - (\underline{Z}_1-\underline{Z}_0)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_0)\cos^2\theta\right]} \end{aligned} \qquad (3.15)$$

respectiv:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{U}\,\frac{2\underline{Z} + k\underline{Z}_1(k-e^{-j\theta}) + k\underline{Z}_2(k-e^{+j\theta}) + 2k\cos\theta\,\underline{Z}_0}{\underline{Z}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2 - (\underline{Z}_1-\underline{Z}_0)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_0)\cos^2\theta\right]} \\ \underline{I}_B &= \underline{U}\,\frac{\underline{Z}_1(1-ke^{+j\theta}) + \underline{Z}_2(1-ke^{-j\theta}) + 2k\cos\theta\,\underline{Z}_0}{\underline{Z}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2 - (\underline{Z}_1-\underline{Z}_0)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_0)\cos^2\theta\right]} \end{aligned} \qquad (3.16)$$

și

$$\underline{I} = \underline{U}\,\frac{2\underline{Z} + (1-2k\cos\theta+k^2)(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 4k\cos\theta\,\underline{Z}_0}{\underline{Z}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2 - (\underline{Z}_1-\underline{Z}_0)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_0)\cos^2\theta\right]} \qquad (3.17)$$

Rezultatele obținute sînt foarte generale. Dacă se înlocuiește θ cu 90° în expresiile (3.15), (3.16) și (3.17) se regăsesc exact relațiile date în literatură: /6/,/7/,/10/,/22/,/24/,/25/,/47/,/68/,/69/,/76/,/82/,/84/,/104/, /110/,/114/,/115/,/121/,/142/,/160/,/162/,/172/,/173/,/174/,/177/,/201/ pentru motorul asincron monofazat cu faza auxiliară în cuadratură electrică.

Funcţionarea în regimuri dezechilibrate a motoarelor electrice polifazate, simetrice, este mai comod de urmărit prin intermediul rapoartelor modulelor componentelor simetrice ale curenţilor, respectiv ale tensiunilor.

In particular, şi pentru motorul asincron monofazat cu fază auxiliară sau de pornire general nesimetrică, se definesc:

a. Gradul de disimetrie al curenţilor, respectiv al tensiunilor:

$$\varepsilon_{iI} = \frac{|\underline{I}_{A2}|}{|\underline{I}_{A1}|} \quad ; \quad \varepsilon_{iU} = \frac{|\underline{U}_{A2}|}{|\underline{U}_{A1}|} \tag{3.18}$$

b. Gradul de asimetrie al curenţilor, respectiv al tensiunilor:

$$\varepsilon_{oI} = \frac{|\underline{I}_{A0}|}{|\underline{I}_{A1}|} \quad ; \quad \varepsilon_{oU} = \frac{|\underline{U}_{A0}|}{|\underline{U}_{A1}|} \tag{3.19}$$

Corespunzător expresiilor (3.15), factorii de nesimetrie (3.18),(3.19) se calculează cu:

$$\varepsilon_{iI} = \frac{|\underline{Z} - jk\sin\theta\ \underline{Z}_1(ke^{+j\theta}-1) + k\cos\theta\ \underline{Z}_0(ke^{+j\theta}+1)|}{|\underline{Z} + jk\sin\theta\ \underline{Z}_2(ke^{-j\theta}-1) + k\cos\theta\ \underline{Z}_0(ke^{-j\theta}+1)|} \tag{3.20}$$

$$\varepsilon_{iU} = \frac{|\underline{Z}_2(1-\cos\theta) + \underline{Z}_0\cos\theta|}{|\underline{Z}_1(1-\cos\theta) + \underline{Z}_0\cos\theta|}\cdot\varepsilon_{iI} \tag{3.21}$$

şi respectiv:

$$\varepsilon_{oI} = |\cos\theta|\cdot\frac{|-2\underline{Z} + k(1-e^{-j\theta})[\underline{Z}_1(ke^{j\theta}-1)-\underline{Z}_2(k-e^{j\theta})]-2k\cos\theta\ \underline{Z}_0(1+k)|}{|\underline{Z} + jk\sin\theta\ \underline{Z}_2(ke^{-j\theta}-1) + k\cos\theta\ \underline{Z}_0(ke^{-j\theta}+1)|} \tag{3.22}$$

$$\varepsilon_{oU} = \frac{|\underline{Z}_0|}{|\underline{Z}_1(1-\cos\theta) + \underline{Z}_0\cos\theta|}\cdot\varepsilon_{oI} \tag{3.23}$$

Valori mari ale acestor factori de nesimetrie conduc la încălziri exagerate, zgomote şi vibraţii. Minimizarea lor constitue un real criteriu de optimizare la pornire (în cazul motoarelor asincrone monofazate cu fază auxiliară de pornire) sau în funcţionare (la motoarele asincrone monofazate cu condensator).

3.4 Regimul de pornire.

La pornire, $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_p$. Experimental, impedanţa $\underline{Z}_p$ poate fi măsurată la bornele înfăşurării principale A a motorului asincron monofazat cu rotorul calat. Cu această substituţie, expresiile generale (3.15),(3.16) şi (3.17) devin:

$$\underline{I}_{A1p} = \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\cdot\frac{\underline{Z} + jk\sin\theta\ \underline{Z}_p(ke^{-j\theta}-1) + k\cos\theta\ \underline{Z}_0(ke^{-j\theta}+1)}{2\underline{Z}\underline{Z}_p + 2k^2[\underline{Z}_p^2 - (\underline{Z}_p - \underline{Z}_0)^2\cos^2\theta]}$$

$$\underline{I}_{A2p} = \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\cdot\frac{\underline{Z} - jk\sin\theta\,\underline{Z}_p(ke^{+j\theta}-1) + k\cos\theta\,\underline{Z}_o(ke^{+j\theta}+1)}{2\underline{Z}\underline{Z}_p + 2k^2\left[\underline{Z}_p^2 - (\underline{Z}_p - \underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]} \qquad (3.24)$$

$$\underline{I}_{A0p} = \frac{\underline{U}\cos\theta}{1-\cos\theta}\cdot\frac{-2\underline{Z} - 2\underline{Z}_p k(k+1)(1-\cos\theta) - 2\underline{Z}_o k(k+1)\cos\theta}{2\underline{Z}\underline{Z}_p + 2k^2\left[\underline{Z}_p^2 - (\underline{Z}_p - \underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]}$$

respectiv:

$$\underline{I}_{Ap} = \underline{U}\,\frac{\underline{Z} + k^2\underline{Z}_p - k(\underline{Z}_p - \underline{Z}_o)\cos\theta}{\underline{Z}\underline{Z}_p + k^2\left[\underline{Z}_p^2 - (\underline{Z}_p - \underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]}$$

$$\underline{I}_{Bp} = \underline{U}\,\frac{\underline{Z}_p - k(\underline{Z}_p - \underline{Z}_o)\cos\theta}{\underline{Z}\underline{Z}_p + k^2\left[\underline{Z}_p^2 - (\underline{Z}_p - \underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]} \qquad (3.25)$$

şi

$$\underline{I}_{p} = \underline{U}\,\frac{\underline{Z} + (k^2+1)\underline{Z}_p - 2k(\underline{Z}_p - \underline{Z}_o)\cos\theta}{\underline{Z}\underline{Z}_p + k^2\left[\underline{Z}_p^2 - (\underline{Z}_p - \underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]} \qquad (3.26)$$

Momentul electromagnetic dezvoltat de rotor la pornire se determină cu:

$$M_p = \frac{p\cdot 8\sin^4 \tfrac{1}{2}\theta}{2\pi f_1}\cdot\frac{R_2'(R_{1m}^2+X_{1m}^2)}{(R_2'+R_{1m})^2+(X_{2r}'+X_{1m})^2}\cdot(I_{A1p}^2 - I_{A2p}^2) \qquad (3.27)$$

Ansamblul ecuaţiilor stabilite pînă acum formează baza teoretică a oricărei analize privind motoarele asincrone monofazate cu înfăşurare auxiliară sau de pornire general nesimetrică. Ele generalizează relaţiile date pînă acum în literatură pentru motoarele asincrone monofazate cu faza auxiliară în cuadratură electrică.

3.5 Motoare de inducţie monofazate cu înfăşurare de pornire general nesimetrică.

Cele două înfăşurări statorice ale motoarelor asincrone monofazate cu înfăşurare de pornire de tip capacitiv, rezistiv sau complex sînt dimensionate, de regulă, în baza unor condiţii total diferite.

Astfel, înfăşurarea principală (cît şi rotorul) se proiectează -în mod obişnuit- pe baza datelor nominale. La dimensionarea înfăşurării de pornire se impun o serie de condiţii suplimentare ($M_p \geq M_{p,min}$, $I_p \leq I_{p,max}$, $J \leq J_{ad}$ etc.) /21/,/58/,/113/,/119/,/120/. In plus, în funcţie de caracterul fazei de pornire se pot impune şi alte restricţii (C_p = min, U_C = dat, Q_{Cp} = min).

S-au făcut aceste precizări pentru a evidenţia că cele două înfăşurări statorice: principală (A) şi de pornire (B) se deosebesc una de alta atît constructiv (prin diametrul conductorului utilizat, numerele de spire şi factorii de bobinaj) cît şi prin valorile parametrilor electrici.

Mai mult, înfăşurarea de pornire se consideră dispusă spaţial sub unghiul $\theta \neq 90^o$el. faţă de înfăşurarea principală A.

Prin urmare, aceste motoare folosesc la pornire o înfăşurare bifazată, general nesimetrică pe stator.

Dacă se notează cu k (3.8) raportul de transformare dintre înfăşurările statorice şi introducem, ca în /169/, coeficienţii numerici adimensionali:

$$\rho = \frac{R_B}{R'_B} \quad \text{şi} \quad \xi = \frac{X_{B\sigma}}{X'_{B\sigma}} \tag{3.28}$$

în care $R'_B = k^2 R_A$ şi respectiv $X'_{B\sigma} = k^2 X_{A\sigma}$, vom obţine:

$$R_B = \rho k^2 R_A \quad ; \quad X_{B\sigma} = \xi k^2 X_{A\sigma} \tag{3.29}$$

Prin acest artificiu matematic, toate expresiile referitoare la motoarele asincrone monofazate cu înfăşurare de pornire (de orice tip) pot fi exprimate numai în funcţie de parametrii înfăşurării principale A.

La repartizarea înfăşurării de pornire pe 1/2 pînă la 1/3 din circumferinţa statorului, coeficientul ξ ia valori între 1 şi 2. Coeficientul ρ, în aceleaşi condiţii, va depinde de caracterul înfăşurării de pornire (capacitiv, rezistiv sau complex) fiind întotdeauna supraunitar.

3.5.1 Motoare de inducţie monofazate cu fază capacitivă de pornire.

Pentru aceste tipuri de motoare asincrone monofazate vom studia influenţa unghiului θ şi a reactanţei condensatorului C_K înseriat cu înfăşurarea de pornire B asupra următoarelor mărimi: 1.Curentul de pornire I_p; 2.Momentul de pornire M_p; 3.Raportul dintre momentul electromagnetic şi curentul de pornire M_p/I_p; 4.Raportul dintre momentul electromagnetic şi pierderile electrice din înfăşurările statorului la pornire M_p/P_p şi 5.Raportul dintre puterea aparentă a condensatorului şi puterea aparentă a motorului la pornire S_{Cp}/S_p.

De asemenea, se stabilesc relaţii de dimensionare a reactanţei condensatorului de pornire din condiţiile: a) M_p = max.; b) M_p = valoare prestabilită şi c) M_p/P_p = max.

Problematica anunţată mai sus se găseşte (în parte) şi în literatură: /168/,/169/,/170/. Motivul pentru care este reluată aici este determinat de întrebuinţarea unei forme "simpliste" /167/ a teoriei componentelor simetrice la stabilirea tuturor expresiilor analitice.

Reprezentările grafice aferente sînt construite în mărimi relative, mărimi marcate cu semnul ~ deasupra simbolului corespunzător. Rezistenţele, reactanţele (impedanţele), curenţii, puterile (pierderile electrice) şi momentul electromagnetic vor fi raportate respectiv la: Z_n, U_n/Z_n, U_n^2/Z_n şi $pU_n^2/\omega_1 Z_n$ unde Z_n este raportul dintre tensiunea şi curentul nominal al motorului.

Organigrama de calcul este reprezentată în fig.3.3. (Calculele au fost efectuate pe un calculator Felix C 256).

In plus, acolo unde a fost posibil, s-au înregistrat şi rezultatele încercărilor experimentale.

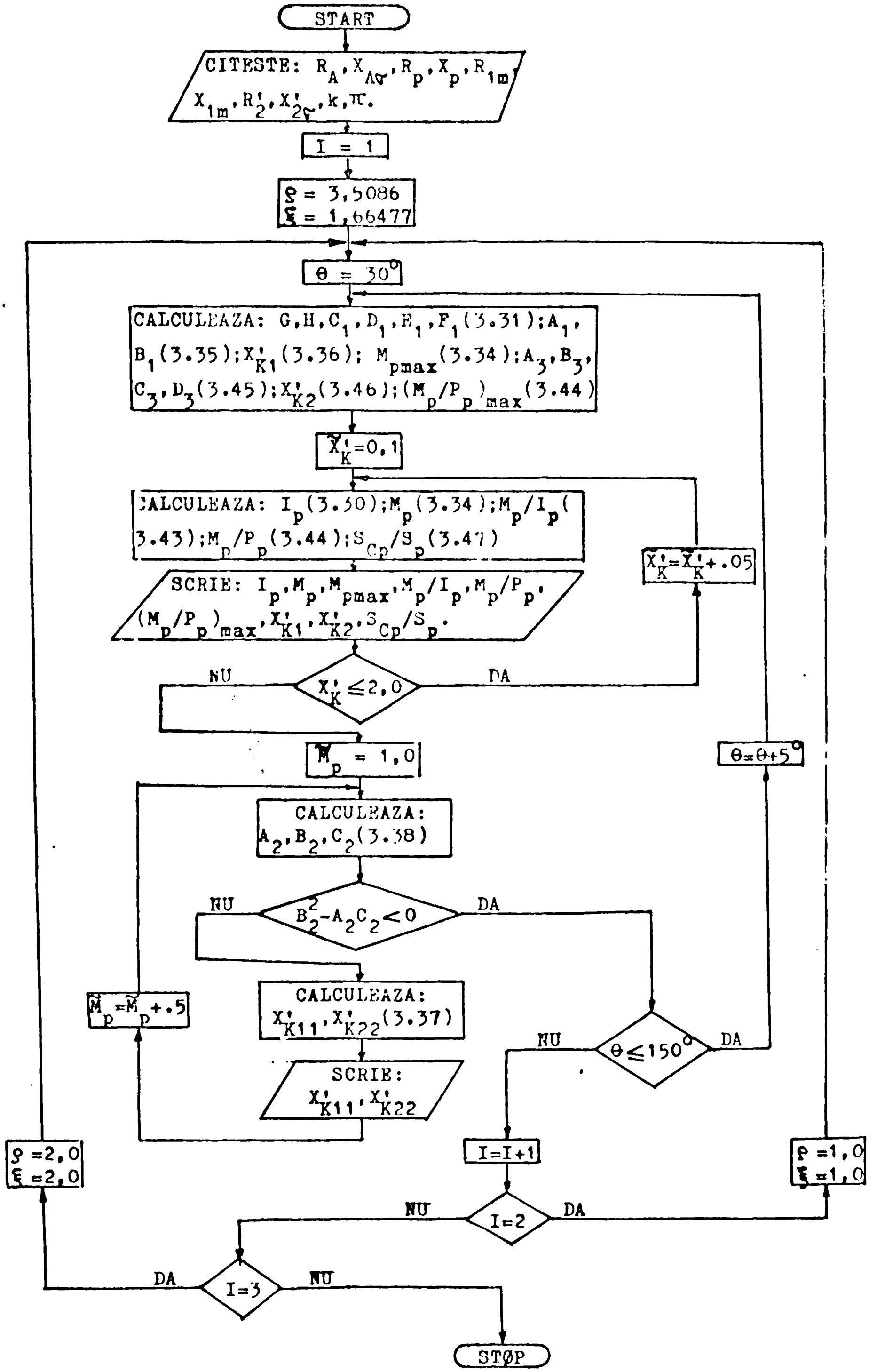

START
CITESTE: $R_A, X_{A\sigma}, R_p, X_p, R_{1m}, X_{1m}, R'_2, X'_{2\sigma}, k, \pi$.
I = 1
ρ = 3,5086
ξ = 1,66477
θ = 30°
CALCULEAZA: G, H, C_1, D_1, E_1, F_1 (3.31); A_1, B_1 (3.35); X'_{K1} (3.36); M_{pmax} (3.34); A_3, B_3, C_3, D_3 (3.45); X'_{K2} (3.46); $(M_p/P_p)_{max}$ (3.44)
X'_K=0,1
CALCULEAZA: I_p (3.30); M_p (3.34); M_p/I_p (3.43); M_p/P_p (3.44); S_{Cp}/S_p (3.47)
SCRIE: $I_p, M_p, M_{pmax}, M_p/I_p, M_p/P_p, (M_p/P_p)_{max}, X'_{K1}, X'_{K2}, S_{Cp}/S_p$.
$X'_K \leq 2,0$
NU
DA
$X'_K = X'_K + .05$
$\tilde{M}_p$ = 1,0
CALCULEAZA: A_2, B_2, C_2 (3.38)
$B_2^2 - A_2C_2 < 0$
NU
DA
CALCULEAZA: X'_{K11}, X'_{K22} (3.37)
SCRIE: X'_{K11}, X'_{K22}
$\tilde{M}_p = \tilde{M}_p + .5$
$\theta \leq 150°$
NU
DA
$\theta = \theta + 5°$
I=I+1
I=2
NU
DA
ρ =1,0
ξ =1,0
I=3
DA
NU
ρ =2,0
ξ =2,0
STØP

Fig.3.3

3.5.1.1 Curentul de pornire.

Curentul absorbit, la pornire, de motorul asincron monofazat cu fază capacitivă (general nesimetrică) de pornire se determină pe baza relației (3.26) în care $\underline{Z}_K$ -din (3.9)- se înlocuește cu $-jX_K$.

Folosindu-se constantele ρ și ξ definite de (3.28) precum și valoarea raportată X_K' a reactanței capacitive X_K ($X_K' = \frac{1}{k^2} \cdot X_K$), expresia de calcul a curentului de pornire devine:

$$I_p = \frac{U}{k^2} \cdot \left[\frac{G^2 + (H - k^2 X_K')^2}{(C_1 + D_1 X_K')^2 + (E_1 - F_1 X_K')^2} \right]^{1/2} \tag{3.30}$$

în care:

$$\begin{aligned}
G^2 &= \left[(\rho-1)k^2 R_A + (k^2+1)R_p - 2k(R_p - R_A)\cos\theta\right]^2 \\
H &= (\xi-1)k^2 X_{A\sigma} + (k^2+1)X_p - 2k(X_p - X_{A\sigma})\cos\theta \\
C_1 &= (\rho-1)R_p R_A - (\xi-1)X_p X_{A\sigma} + R_p^2 - X_p^2 - \left[(R_p - R_A)^2 - (X_p - X_{A\sigma})^2\right]\cos^2\theta \\
D_1 &= X_p \\
E_1 &= (\rho-1)R_A X_p + (\xi-1)R_p X_{A\sigma} + 2R_p X_p - 2(R_p - R_A)(X_p - X_{A\sigma})\cos^2\theta \\
F_1 &= R_p
\end{aligned} \tag{3.31}$$

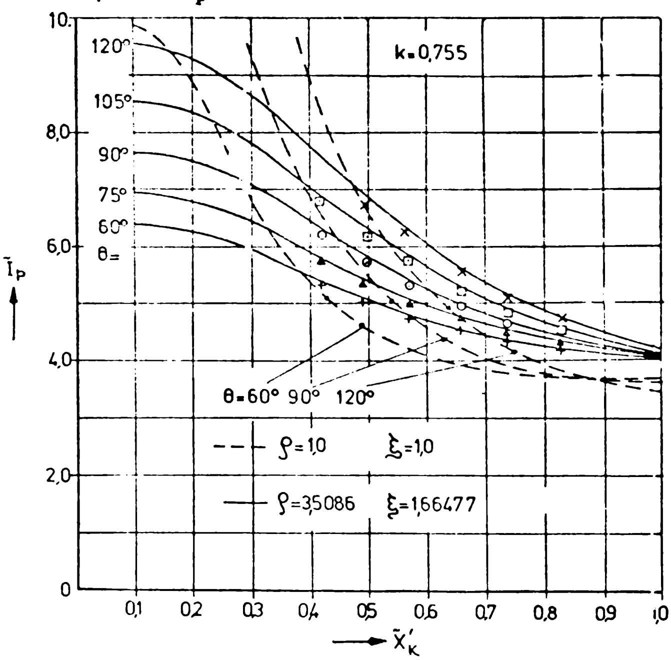


Fig.3.4

Puncte experimentale ($k=0,755$; $\rho=3,5086$ și $\xi=1,66477$): + pentru $\theta=60^\circ$; ▲ pentru $\theta=75^\circ$; ⊙ pentru $\theta=90^\circ$; ⊡ pentru $\theta=105^\circ$; × pentru $\theta=120^\circ$.

(In relațiile (3.31) cu R_p și X_p s-au notat rezistența și respectiv reactanța înfășurării principale A, măsurată la pornire.)

In fig.3.4 s-a reprezentat dependența curentului de pornire cu mărimea reactanței X_K', $\widetilde{I}_p = f(\widetilde{X}_K')$ pentru cîteva valori ale unghiului θ (60°, 75°, 90° 105° și 120°) dintre axele înfășurărilor statorice.

(Aici și în continuare, punctele experimentale corespund unui motor asincron monofazat cu $\widetilde{R}_A = 0,10356$; $\widetilde{X}_{A\sigma} = 0,05636$; $\widetilde{R}_p = 0,18318$; $\widetilde{X}_p = 0,16338$ $\widetilde{R}_{1m} = 0,17134$; $\widetilde{X}_{1m} = 2,4518$; $\widetilde{R}_2' = 0,06296$; $\widetilde{X}_{2\sigma}' = 0,07138$; $k = 0,755$; $\rho = 3,5086$ şi $\xi = 1,66477$; cu menţiunea că parametrii rotorici R_2' şi $X_{2\sigma}'$ au fost reduşi la numărul efectiv de spire al înfăşurării principale A.)

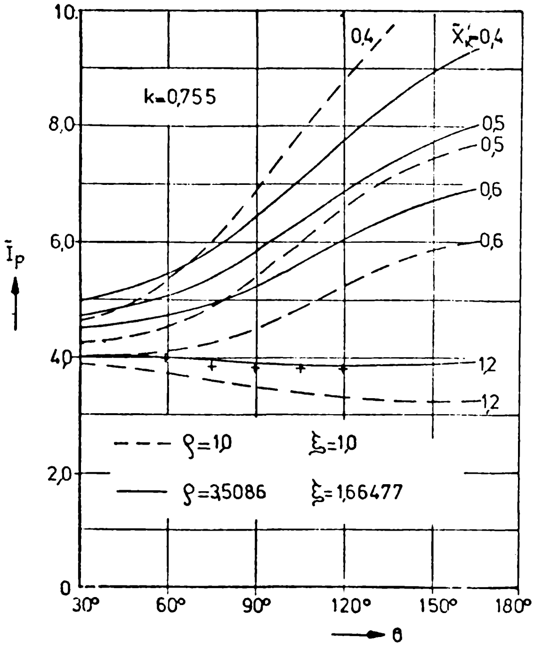


Fig.3.5
+ puncte experimentale ($k = 0,755$; $\rho = 3,5086$; $\xi = 1,66477$ şi $\widetilde{X}_K' = 1,2$)

In fig.3.5 este reprezentată dependenţa $\widetilde{I}_p = f(\theta)$ pentru $\widetilde{X}_K' =$ const. (Cu linie continuă sînt trasate caracteristicile corespunzătoare parametrilor $\rho = 3,5086$ şi $\xi = 1,66477$ iar cu linie întreruptă, cele corespunzătoare motorului cu $\rho = 1,0$ şi $\xi = 1,0$.)

3.5.1.2 <u>Momentul de pornire</u>.

Momentul electromagnetic dezvoltat la pornire de motorul asincron monofazat cu rotor simetric şi fază de pornire, general nesimetrică -de tip capacitiv- (calculat pe baza relaţiilor (3.27) şi (3.24)) este dat de:

$$M_p = \frac{2pU^2k\sin\theta}{\omega_1} R_o' \frac{M}{N_1^2} \tag{3.32}$$

cu:

$$R_o' = \frac{R_2'(R_{1m}^2+X_{1m}^2)}{(R_2'+R_{1m})^2+(X_{2\sigma}'+X_{1m})^2}$$

$$\begin{aligned} M &= (1-k\cos\theta)\left[X_p(R_B-k^2R_A)-R_p(X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma}-X_K)\right] + k\cos\theta\left[X_{A\sigma}(R_B-k^2R_A)-\right.\\ &\left.-R_A(X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma}-X_K)\right] + k(k^2-1)(X_{A\sigma}R_p-R_AX_p)\cos\theta \\ N_1^2 &= \left\{R_p(R_B-k^2R_A)-X_p(X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma}-X_K) + k^2(R_p^2-X_p^2) + k^2\left[(R_p-R_A)^2-\right.\right.\\ &\left.\left.-(X_p-X_{A\sigma})^2\right]\cos^2\theta\right\}^2 + \left\{R_p(X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma}-X_K) + X_p(R_B-k^2R_A) +\right.\\ &\left.+2k^2\left[R_pX_p-(R_p-R_A)(X_p-X_{A\sigma})\cos^2\theta\right]\right\}^2 \end{aligned} \tag{3.33}$$

In vederea prelucrărilor analitice (cu ρ şi ξ din (3.28) şi $X_K' = X_K/k^2$) momentul electromagnetic (3.32) va fi rescris ca funcţie raţională fracţionară (în raport cu variabila X_K') ca mai jos:

$$M_p = \frac{2pU^2}{\omega_1} \cdot R_o' \cdot \frac{\sin\theta}{k^2} \cdot \frac{A_1 + B_1 X_K'}{(C_1 + D_1 X_K')^2 + (E_1 - F_1 X_K')^2} \qquad (3.34)$$

în care:

$$A_1 = \left[(1-\rho k^2)\cos\theta + k(\rho-1)\right] R_A X_p - \left[(1-\xi k^2)\cos\theta + k(\xi-1)\right] R_p X_{Ar} + k^2(\rho-\xi) R_A X_{Ar} \cos\theta$$

$$B_1 = kR_p - k^2(R_p - R_A)\cos\theta \text{ , iar} \qquad (3.35)$$

C_1, D_1, E_1 şi F_1 sînt aceeaşi ca în (3.31).

In fig.3.6 s-a reprezentat variaţia momentului relativ de pornire $\tilde{M}_p = f(\tilde{X}_K')$ corespunzătoare motorului asincron monofazat cu ρ = 3,5086 şi ξ = 1,66477, pentru cîteva valori (60°, 75°, 90°, 105° şi 120°) ale unghiului θ.

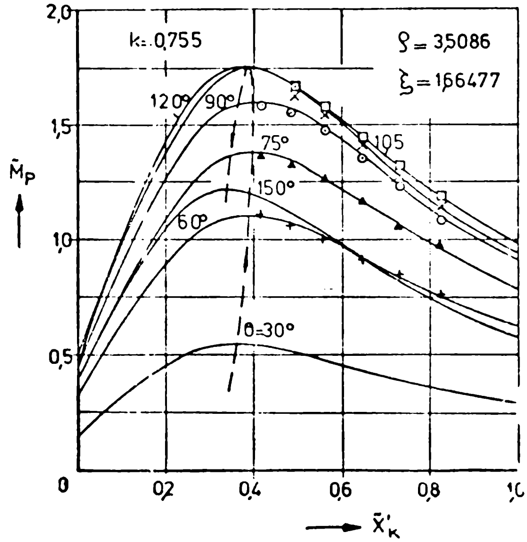


Fig.3.6

Puncte experimentale: + pentru θ = 60°; ▲ pentru θ = 75°; ⊙ pentru θ = 90°; ⊡ pentru θ = 105° şi × pentru θ = 120°.

Urmărind monotonia cuplului de pornire M_p cu mărimea reactanţei X_K' se observă că acesta creşte de la 0, trece printr-un maxim, după care scade monoton către 0. Valoarea reactanţei capacitive X_K', pentru care M_p este maxim, se determină cu relaţia:

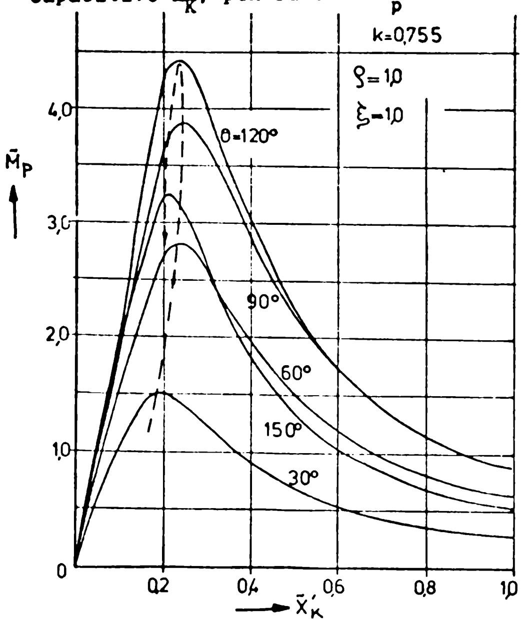


Fig.3.7

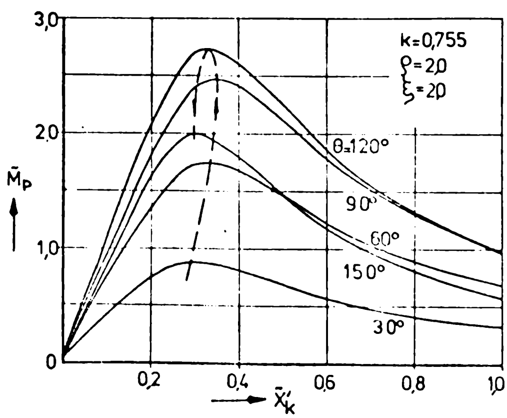


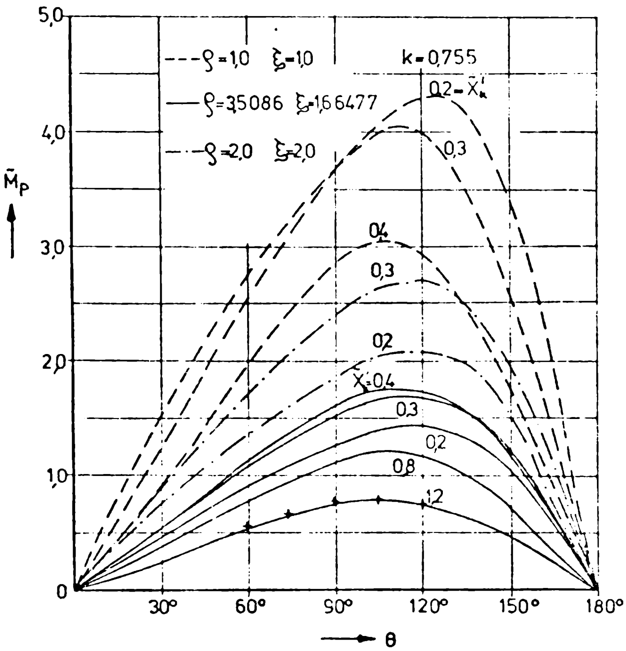
Fig.3.8

$$X'_K = -\frac{A_1}{B_1} + \frac{1}{B_1}\cdot\sqrt{\frac{(A_1D_1-B_1C_1)^2+(A_1F_1+B_1E_1)^2}{D_1^2+F_1^2}} \qquad (3.36)$$

(Relația (3.36) s-a obținut în urma anulării derivatei momentului de pornire în raport cu X'_K.)

Curba $\widetilde{M}_{pmax} = f(\widetilde{X}'_K)$ -care unește valorile maxime ale momentului de pornire- pentru diferite unghiuri θ este reprezentată pe aceeași figură dar cu linie întreruptă.

In figurile 3.7 și 3.8 s-au reprezentat aceleași dependențe dar pentru $\rho = 1,0$; $\xi = 1,0$ și respectiv $\rho = 2,0$; $\xi = 2,0$.



Variația momentului de pornire cu unghiul θ, $\widetilde{M}_p = f(\theta)$, pentru cîteva valori ale reactanței capacitive $\widetilde{X}'_K$ este prezentată în fig.3.9.

Fig.3.9
+ puncte experimentale ($k = 0,755$; $\rho = 3,5086$; $\xi = 1,66477$)

Cînd înfașurarea de pornire este cunoscută (prin valorile constantelor k, ρ, ξ, θ), mărimea reactanței capacitive X'_K care va asigura un moment de pornire impus se calculează cu relația:

$$X'_{K1,2} = \frac{B_2 \pm (B_2^2 - A_2C_2)^{1/2}}{A_2} \qquad (3.37)$$

în care:

$$\begin{aligned} A_2 &= D_1^2 + F_1^2 \\ B_2 &= E_1F_1 - C_1D_1 + \frac{pU^2}{\omega_1 M_p}\cdot R'_o\cdot\frac{\sin\theta}{k^2}\cdot B_1 \\ C_2 &= C_1^2 + E_1^2 - \frac{2pU^2}{\omega_1 M_p}\cdot R'_o\cdot\frac{\sin\theta}{k^2}\cdot A_1 \end{aligned} \qquad (3.38)$$

Dacă $B_2^2 > A_2C_2$, atunci M_p -impus se obține pentru două valori distincte X'_{K1} și X'_{K2} ale reactanței capacitive. In afara intervalului (X'_{K1}, X'_{K2}), momentul de pornire al motorului asincron monofazat este inferior celui impus. Dependența $\widetilde{X}'_K = f(\theta)$, pentru $\widetilde{M}_p$ = impus, este indicată în fig.3.10, fig.3.11 și fig.3.12.

Dacă $B_2^2 < A_2C_2$, nici o valoare a reactanţei capacitive X_K' nu asigură valoarea dorită a momentului de pornire. In acest caz este necesară redimensionarea înfăşurării de pornire.

Să observăm că reactanţa capacitivă X_K intervine, de fiecare dată în relaţia momentului de pornire (3.32), prin expresia $(X_K - X_{B\sigma} + k^2 X_{A\sigma})$ sau ulterior (3.34), în expresia echivalentă $X_K' - (\xi - 1)X_{A\sigma}$.

Prin urmare, dacă M_p este valoarea momentului de pornire corespunzătoare parametrilor $\xi = 1,0$ iar $X_K' = X_K'(1)$, atunci pentru $\xi \neq 1,0$ şi

$$X_K'(\xi) = X_K'(1) - (\xi - 1)X_{A\sigma} \qquad (3.39)$$

se obţine aceeaşi valoare pentru M_p.

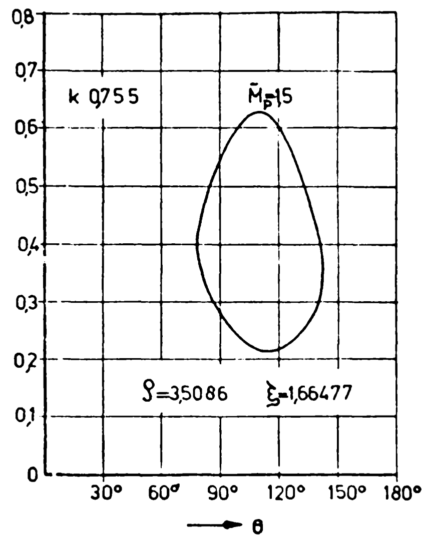


Fig.3.10

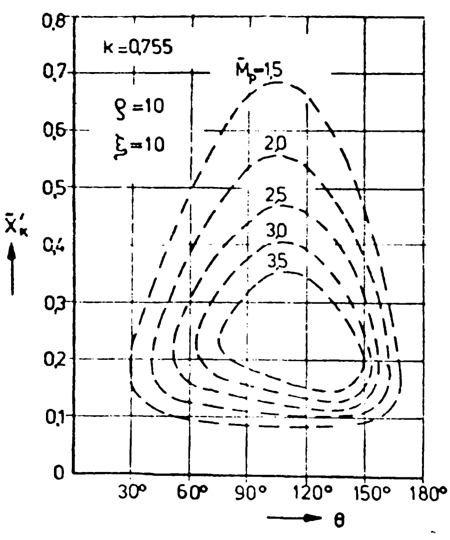


Fig.3.11

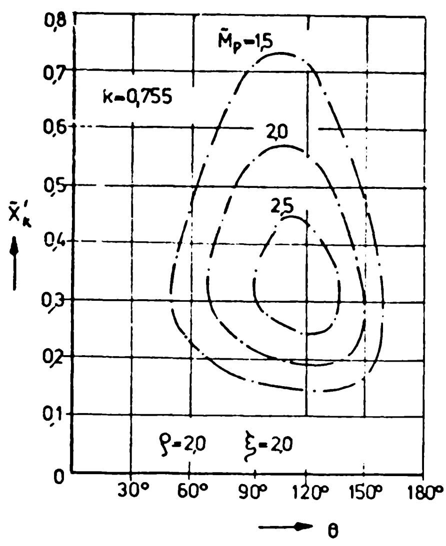


Fig.3.12

Raportul de transformare k intervine direct în expresia momentului de pornire. Influenţa lui poate fi apreciată numai după rescrierea relaţiei (3.34) sub forma:

$$M_p = \frac{2pU^2}{\omega_1} \cdot \frac{R_o' \sin\theta}{(C_1 + D_1 X_K')^2 + (E_1 - F_1 X_K')^2} \cdot \frac{lk^2 + mk + n}{k^2} \qquad (3.40)$$

cu: $\quad l = \left[\xi R_p X_{A\sigma} - \rho R_A X_p + (\rho - \xi) R_A X_{A\sigma} - (R_p - R_A) X_K'\right] \cos\theta$

$$m = (\varrho-1)R_A X_p - (\xi-1)R_p X_{Av} + R_p X'_K \qquad (3.41)$$

$$n = (R_A X_p - R_p X_{Av})\cos\theta$$

In cazul motoarelor asincrone monofazate cu faza de pornire în cuadratură electrică, momentul electromagnetic de pornire este invers proporţional cu k.

Dacă $\theta \neq 90^{o}$el., momentul electromagnetic dezvoltat de motor la pornire poate avea o valoare extremă (pentru un X_K dat) dacă:

$$k = \frac{2(X_{Av}\cos\varphi_p - R_A\sin\varphi_p)\cos\theta}{(\varrho-1)R_A\sin\varphi_p + [X'_K-(\xi-1)X_{Av}]\cos\varphi_p} \qquad (3.42)$$

în care $\cos\varphi_p = R_p/(R_p^2+X_p^2)^{1/2}$ este chiar factorul de putere al motorului, la pornire, cînd este alimentată numai înfăşurarea principală A.

3.5.1.3 Raportul dintre momentul electromagnetic şi curent, la pornire.

Un criteriu de bază în aprecierea performanţelor la pornire îl constitue mărimea cuplului specific de pornire, adică valoarea raportului dintre momentul electromagnetic şi curentul de pornire.

Pentru motorul asincron monofazat cu fază general nesimetrică de pornire de tip capacitiv, cuplul specific de pornire se calculează cu:

$$\frac{M_p}{I_p} = \frac{2pU\cdot R'_o\sin\theta}{\omega_1}\cdot\frac{A_1 + B_1X'_K}{\left[(C_1+D_1X'_K)^2+(E_1-F_1X'_K)^2\right]^{1/2}\left[G^2+(H-k^2X'_K)^2\right]^{1/2}} \qquad (3.43)$$

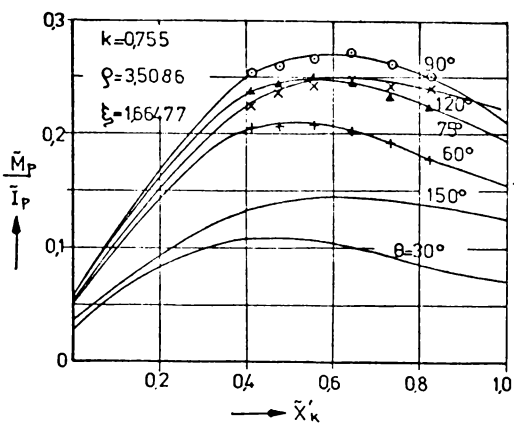


Fig.3.13

Puncte experimentale: + pentru $\theta = 60^{o}$; ▲ pentru $\theta = 75^{o}$; ⊙ pentru $\theta = 90^{o}$; × pentru $\theta = 120^{o}$.

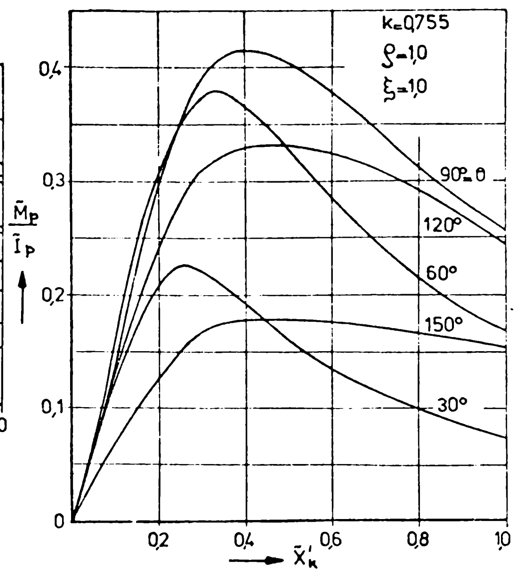


Fig.3.14

Variația cuplului specific de pornire (pentru motorul considerat) este reprezentată în fig.3.13, fig.3.14, fig.3.15 și fig.3.16 (atît în raport cu $\tilde{X}'_K$ cît și în raport cu θ).

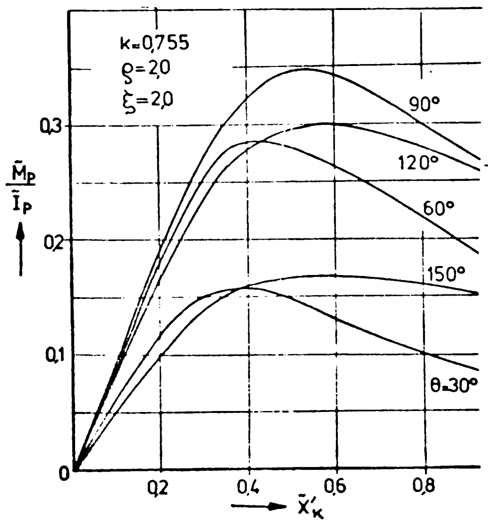


Fig.3.15

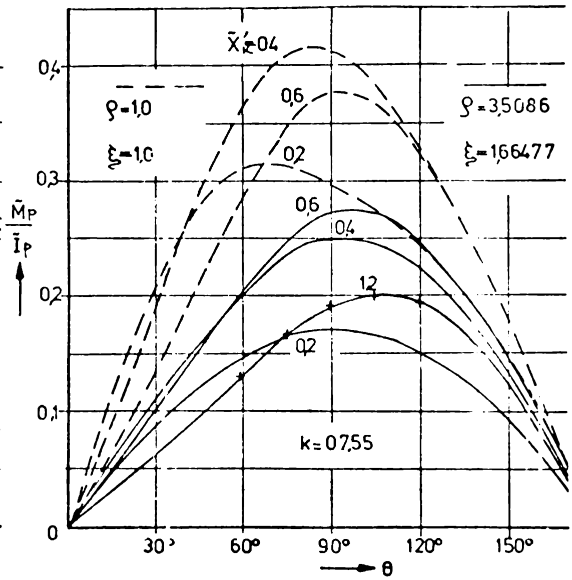


Fig.3.16
+ puncte experimentale ($k = 0,755$; $\rho = 3,5086$; $\xi = 1,66477$ și $\tilde{X}'_K = 1,2$)

Din punct de vedere numeric este de dorit o valoare cît mai mare pentru cuplul specific de pornire. Practic, dacă $k < 1$, această cerință este îndeplinită numai de motoarele asincrone monofazate cu faza de pornire în cuadratură electrică.

3.5.1.4 Raportul dintre momentul electromagnetic și pierderile din înfășurările statorului, la pornire.

Pierderile electrice din înfășurările statorice ($P_p = R_A I_{Ap}^2 + R_B I_{Bp}^2$) oferă cea mai sugestivă idee privind încălzirea înfășurarilor la pornire. Valoarea acestora -pentru un moment de pornire impus- va limita în ultimă instanță numărul de porniri pe oră ale motorului.

In acest context, este de dorit o valoare cît mai mare pentru acest raport.

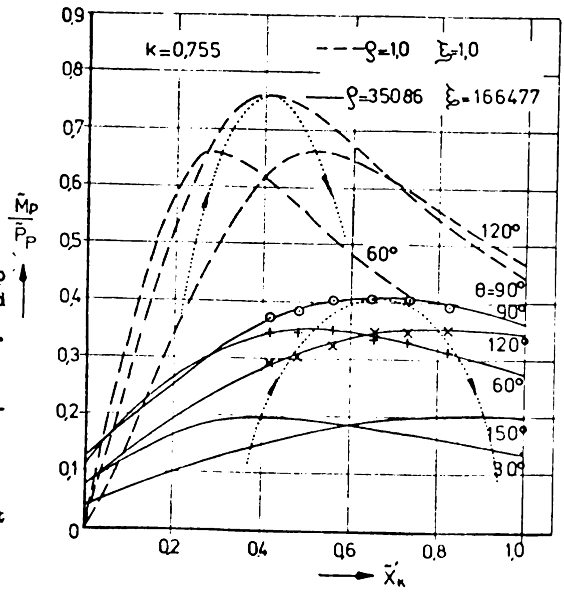


Fig.3.17

Analitic, raportul M_p/P_p poate fi studiat pe baza relaţiei:

$$\frac{M_p}{P_p} = \frac{2p\cdot\sin\theta}{\omega_1}\cdot\frac{R'_o}{R_A}\cdot\frac{A_3 + B_3X'_K}{C_3^2 + (D_3 - kX'_K)^2} \tag{3.44}$$

în care:

$$A_3 = A_1;\quad B_3 = B_1$$

$$C_3^2 = \left[(\rho-1)kR_A + kR_p - (R_p - R_A)\cos\theta\right]^2 + \left[R_p - k(R_p - R_A)\cos\theta\right]^2 + \left[X_p - k(X_p - X_{A\sigma})\cos\theta\right]^2 \tag{3.45}$$

$$D_3 = (\xi-1)kX_{A\sigma} + kX_p - (X_p - X_{A\sigma})\cos\theta$$

Variaţia raportului $\tilde{M}_p/\tilde{P}_p = f(\tilde{X}'_K)$, pentru cîteva valori ale unghiului θ, este reprezentată în fig.3.17 (cu linie continuă pentru $\rho = 3,5086$ şi $\xi = 1,66477$, respectiv cu linie întreruptă pentru $\rho = 1,0$ şi $\xi = 1,0$).

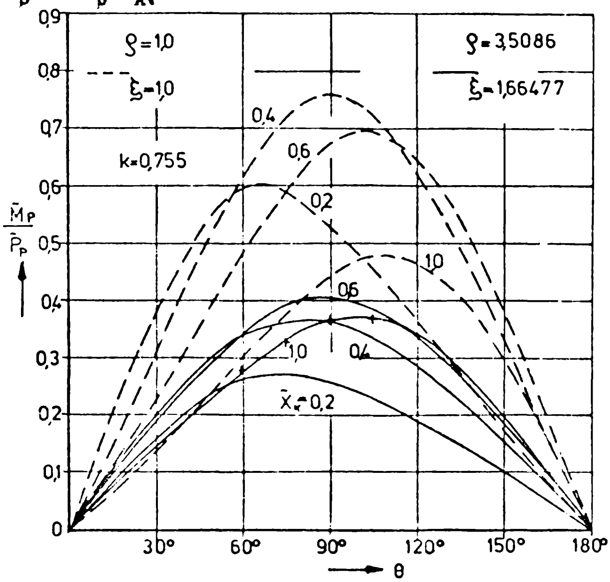


Fig.3.18
+ puncte experimentale ($k = 0,755$; $\rho = 3,5086$; $\xi = 1,66477$ şi $\tilde{X}'_K = 1,0$)

Valoarea reactanţei capacitive X'_K care asigură maximul raportului M_p/P_p (stabilită din condiţia $\frac{\partial}{\partial X'_K}(M_p/P_p) = 0$) se determină cu:

$$X'_K = -\frac{A_3}{B_3} + \sqrt{\left[\frac{A_3}{B_3} + \frac{D_3}{k}\right]^2 + \frac{C_3^2}{k^2}} \tag{3.46}$$

Curba $(\tilde{M}_p/\tilde{P}_p)_{max} = f(\tilde{X}'_K)$, care uneşte valorile maxime ale raportului analizat pentru diferite valori ale ungniului θ, este reprezentată tot în fig. 3.17 (dar cu linie punctată).

Dependenţa raportului $\tilde{M}_p/\tilde{P}_p = f(\theta)$, pentru cîteva valori ale reactanţei capacitive $\tilde{X}'_K$, este ilustrată în fig.3.18.

3.5.1.5 Raportul dintre puterea aparentă a condensatorului şi puterea aparentă a motorului la pornire.

Un important criteriu de analiză tehnico-economică al motoarelor asincrone monofazate cu fază de pornire -de tip capacitiv- poate fi obţinut prin compararea puterii aparente a condensatorului cu ceea a motorului, la pornire.

La considerarea curentului de pornire (3.30) cît şi a curentului din înfăşurarea de pornire (3.25 b), raportul puterilor aparente -la pornire- se analizează cu:

$$\frac{S_{Cp}}{S_p} = X'_K \frac{\left[R_p-k(R_p-R_A)\cos\theta\right]^2+\left[X_p-k(X_p-X_A)\cos\theta\right]^2}{\left[(C_1+D_1X'_K)^2+(E_1-F_1X'_K)^2\right]^{1/2}\left[G^2+(H-k^2X'_K)^2\right]^{1/2}} \qquad (3.47)$$

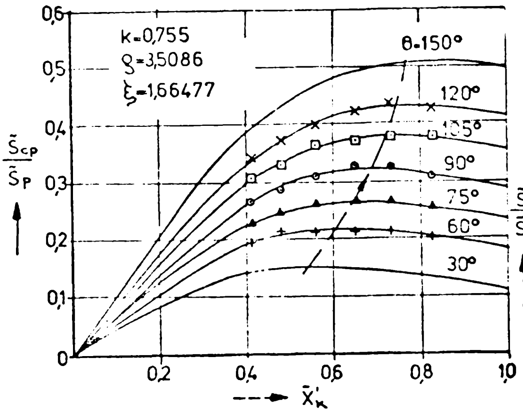


Fig.3.19
Puncte experimentale (k = 0,755; ρ = 3,5086; ξ = 1,66477): + pentru θ = 60°; ▲ pentru θ = 75°; ⊙ pentru θ = 90°; ⊡ pentru θ = 105°; x pentru θ = 120°.

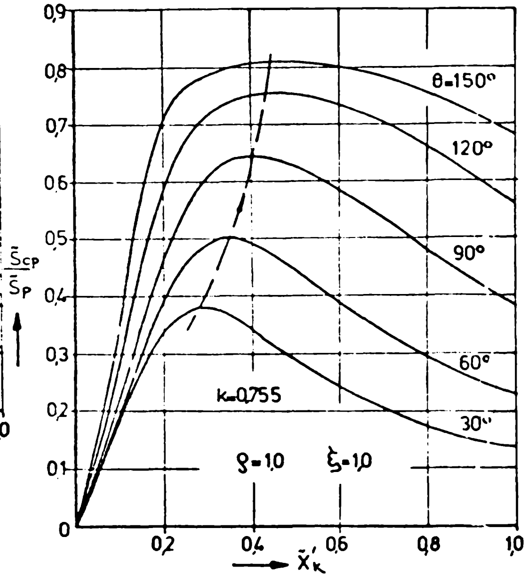


Fig.3.20

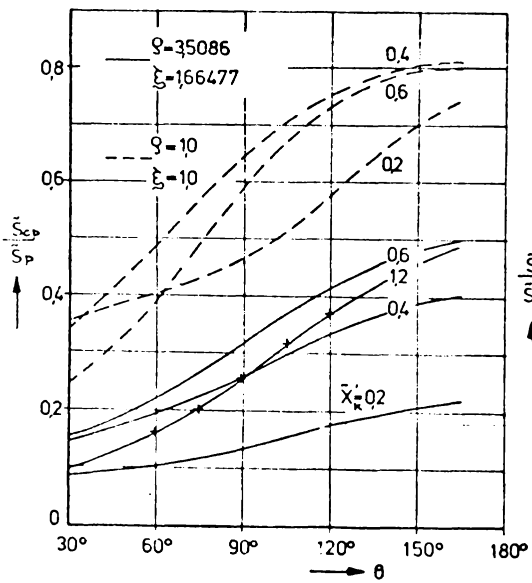


Fig.3.21
+ puncte experimentale ($\tilde{X}'_K$ = 1,2)

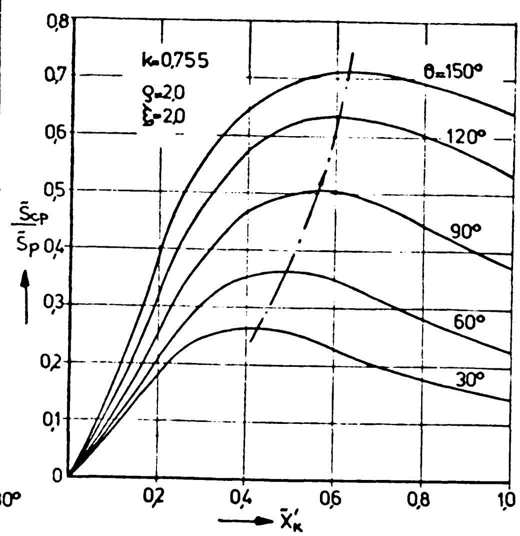


Fig.3.22

Pentru motorul analizat, variaţia raportului $\widetilde{S}_{Cp}/\widetilde{S}_p = f(\widetilde{X}'_K)$ este reprezentată în fig.3.19.

La modificarea înfăşurării de pornire, acelaşi raport s-a studiat în fig.3.20 (pentru $\rho = 1,0$; $\xi = 1,0$) şi în fig.3.22 (pentru $\rho = 2,0$ şi $\xi = 2,0$). Pentru fiecare caz în parte, cu linie-punct s-a figurat şi caracteristica $(\widetilde{S}_{Cp}/\widetilde{S}_p)_{max} = f(\widetilde{X}'_K)$.

Variaţia raportului $\widetilde{S}_{Cp}/\widetilde{S}_p$ cu unghiul θ -pentru cîteva valori ale reactanţei capacitive X'_K - este reprezentată în fig.3.21.

3.5.2 Motoare de inducţie monofazate cu fază rezistivă de pornire.

Pentru aceste tipuri de motoare asincrone monofazate vom studia influenţa unghiului θ şi a rezistenţei înfăşurării de pornire asupra următoarelor mărimi: 1.Curentul de pornire I_p; 2.Momentul electromagnetic de pornire M_p; 3.Raportul dintre moment şi curentul de pornire M_p/I_p şi 4.Raportul dintre moment şi pierderile electrice din înfăşurările statorului la pornire M_p/P_p.

De asemenea se vor stabili relaţii de dimensionare a rezistenţei înfăşurării de pornire din condiţiile: a. M_p = max.; b. M_p = valoare impusă şi c. M_p/P_p = max.

Toate expresiile stabilite în acest paragraf presupun cunoscute atît înfăşurarea principală (A) a motorului precum şi parametrii coliviei rotorice (reduşi la ea). De fapt aceste elemente sînt dimensionate iniţial, pe baza datelor nominale din tema de proiectare a motorului.

Reprezentările grafice sînt construite în mărimi relative. Mărimile de raportare (de bază) sînt aceleaşi ca în § 3.5.1.

Organigrama de calcul este indicată în fig.3.23.

In plus, acolo unde a fost posibil, s-au înregistrat şi rezultatele încercărilor experimentale.

3.5.2.1 Curentul de pornire.

Dacă R_B este rezistenţa electrică totală a înfăşurării de pornire şi notăm $\rho = R_B/k^2R_A$, curentul absorbit la pornire de motorul asincron monofazat cu rotor simetric şi fază (general nesimetrică) rezistivă de pornire se determină cu:

$$I_p = \frac{U}{k^2}\cdot\sqrt{\frac{G'^2 + (H' + \rho L')^2}{(C'_1\rho - D'_1)^2 + (E'_1\rho - F'_1)^2}} \tag{3.48}$$

în care:

$$\begin{aligned}
G'^2 &= \left[\xi k^2 X_{A\sigma} + X_p + (X_p - X_{A\sigma})(k^2 - 2k\cos\theta)\right]^2 \\
H' &= R_p + (R_p - R_A)(k^2 - 2k\cos\theta) \\
L' &= k^2 R_A \\
C'_1 &= R_A R_p \\
D'_1 &= R_A R_p + (\xi - 1)X_p X_{A\sigma} + X_p^2 - R_p^2 + \left[(R_p - R_A)^2 - (X_p - X_{A\sigma})^2\right]\cos^2\theta
\end{aligned} \tag{3.49}$$

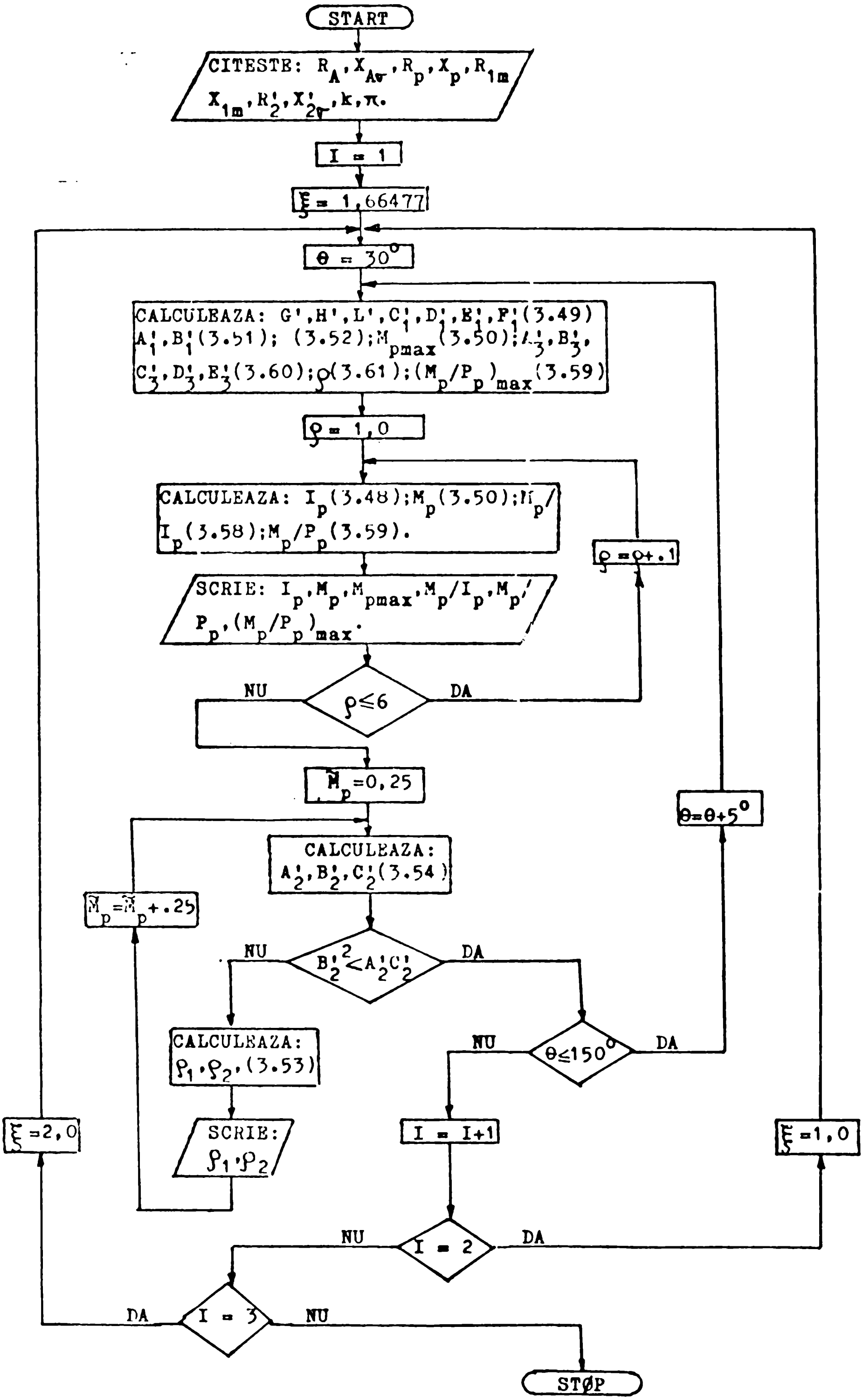

START
CITESTE: R_A, X_Aσ, R_p, X_p, R_1m
X_1m, R'_2, X'_2σ, k, π.
I = 1
ξ = 1,66477
θ = 30°
CALCULEAZA: G', H', L', C'_1, D'_1, E'_1, F'_1 (3.49)
A'_1, B'_1 (3.51); (3.52); M_pmax (3.50); A'_3, B'_3,
C'_3, D'_3, E'_3 (3.60); ρ (3.61); (M_p/P_p)_max (3.59)
ρ = 1,0
CALCULEAZA: I_p (3.48); M_p (3.50); M_p/
I_p (3.58); M_p/P_p (3.59).
ρ = ρ + .1
SCRIE: I_p, M_p, M_pmax, M_p/I_p, M_p/
P_p, (M_p/P_p)_max.
NU
ρ≤6
DA
M_p = 0,25
CALCULEAZA:
A'_2, B'_2, C'_2 (3.54)
M_p = M_p + .25
θ = θ + 5°
NU
B'_2² < A'_2 C'_2
DA
CALCULEAZA:
ρ_1, ρ_2, (3.53)
NU
θ≤150°
DA
SCRIE:
ρ_1, ρ_2
ξ = 2,0
I = I+1
ξ = 1,0
NU
I = 2
DA
DA
I = 3
NU
STØP

Fig.3.23

$$E_1' = R_A X_p$$

$$F_1' = R_A X_p - (\xi - 1) R_p X_{A\sigma} - 2 R_p X_p + 2(R_p - R_A)(X_p - X_{A\sigma})\cos^2\theta$$

Variația curentului de pornire cu mărimea parametrului ρ, $\tilde{I}_p = f(\rho)$, pentru cîteva valori ale unghiului θ, este prezentată în fig.3.24 și 3.25.

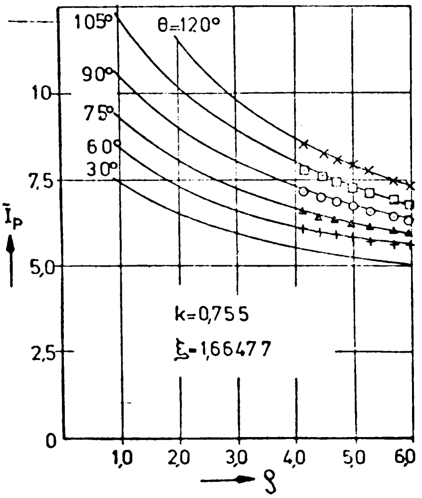


Fig.3.24
Puncte experimentale ($k = 0,755$; $\xi = 1,66477$): + pentru $\theta = 60^\circ$; ▲ pentru $\theta = 75^\circ$; ⊙ pentru $\theta = 90^\circ$; □ pentru $\theta = 105^\circ$; x pentru $\theta = 120^\circ$

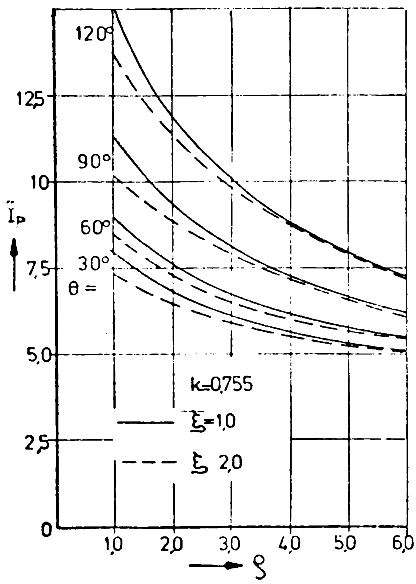


Fig.3.25

(Aici și în continuare, punctele experimentale corespund unui motor asincron monofazat cu $\tilde{R}_A = 0,10356$; $\tilde{X}_{A\sigma} = 0,05636$; $\tilde{X}_p = 0,16338$; $\tilde{R}_p = 0,18318$; $\tilde{R}_{1m} = 0,17134$; $\tilde{X}_{1m} = 2,4518$; $\tilde{R}_2' = 0,06296$; $\tilde{X}_{2\sigma}' = 0,07138$; $k = 0,755$; $\xi = 1,66477$. Parametrii rotorici s-au raportat la numărul efectiv de spire al înfășurării principale A. Constanta ξ are semnificația dată de (3.28)).

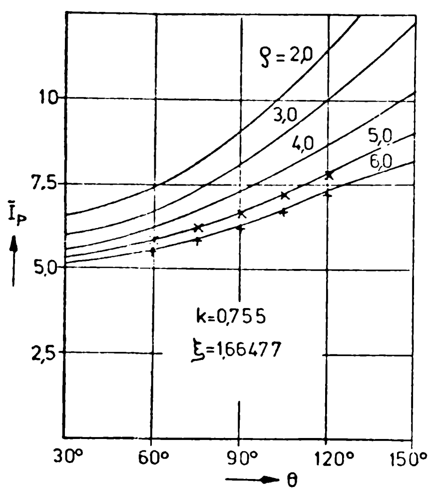


Fig.3.26
Puncte experimentale ($k = 0,755$; $\xi = 1,66477$): + pentru $\rho = 6,0$; x pentru $\rho = 5,0$

In fig.3.25, cu linie continuă sînt trasate caracteristicile corespunzătoare parametrului $\xi = 1,0$ iar cu linie întreruptă -cele pentru $\xi = 2,0$.

Variația curentului de pornire cu unghiul θ, $\tilde{I}_p = f(\theta)$, pentru cîteva valori constante ale coeficientului ρ, este reprezentată în fig.3.26.

3.5.2.2 Momentul de pornire.

Momentul electromagnetic dezvoltat la pornire de motorul asincron monofazat (cu rotor simetric şi fază rezistivă de pornire), calculat pe baza expresiilor generale (3.27) şi (3.24), poate fi scris sub forma:

$$M_p = \frac{2pU^2R_o'\sin\theta}{\omega_1 k^2} \cdot \frac{A_1'\rho - B_1'}{(C_1'\rho - D_1')^2 + (E_1'\rho - F_1')^2} \qquad (3.50)$$

cu

$$R_o' = \frac{R_2'(R_{1m}^2 + X_{1m}^2)}{(R_2'+R_{1m})^2 + (X_{2\sigma}'+X_{1m})^2}$$

$$A_1' = k\left[(1-k\cos\theta)R_A X_p + k\cos\theta\, R_A X_{A\sigma}\right] \qquad (3.51)$$

$$B_1' = \left[(1-\xi k^2)\cos\theta + (\xi-1)k\right]R_p X_{A\sigma} + (k-\cos\theta)R_A X_p + \xi k^2\cos\theta \cdot R_A X_{A\sigma}$$

iar C_1', D_1', E_1' şi F_1' sînt aceeaşi ca în (3.45).

Dependenţa momentului de pornire de rezistenţa totală a fazei de pornire este reprezentată în fig. 3.27, fig.3.28 şi fig.3.29,(pentru diferite valori ale parametrului ξ şi cîteva unghiuri θ dintre axele înfăşurărilor statorice).

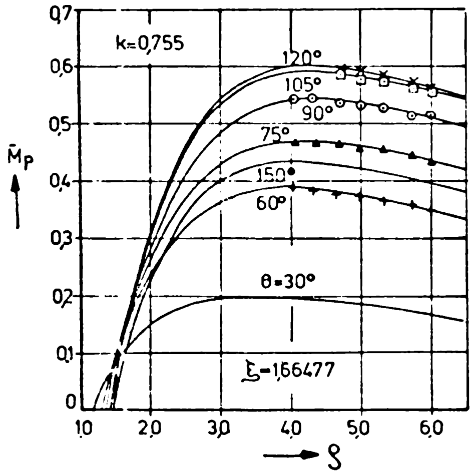


Fig.3.27
Puncte experimentale: + pentru $\theta = 60^0$; Δ pentru $\theta = 75^0$; $\odot$ pentru $\theta = 90^0$; $\square$ pentru $\theta = 105^0$; $\times$ pentru $\theta = 120^0$.

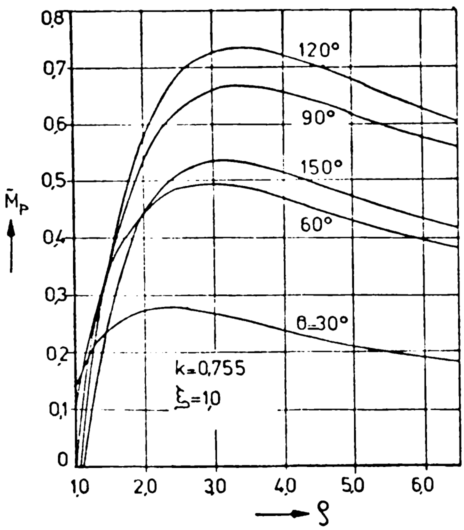


Fig.3.28

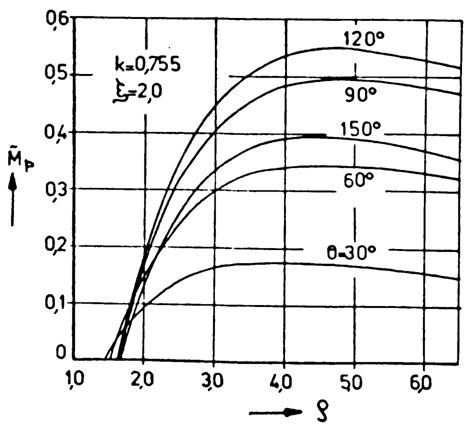


Fig.3.29

Observînd monotonia dependenţei $M_p = f(\rho)$ la θ = const., se poate stabili valoarea rezistenţei totale R_B a fazei de pornire (B) pentru care momentul de pornire este maxim. Aceasta se calculează cu $R_B = \rho k^2 R_A$, în care:

$$\rho = \frac{B_1'}{A_1'} + \sqrt{\frac{B_1'^2}{A_1'^2} + \frac{D_1'^2+F_1'^2}{C_1'^2+E_1'^2} - 2\,\frac{B_1'}{A_1'}\cdot\frac{C_1'D_1'+E_1'F_1'}{C_1'^2+E_1'^2}} \tag{3.52}$$

(Expresia de mai sus a fost stabilită din ecuaţia: $dM_p/d\rho = 0$)

Variaţia momentului de pornire cu unghiul θ, $\tilde{M}_p = f(\theta)$, pentru ρ = const. şi ξ = const., este prezentată în fig.3.30.

Aşa cum se observă, aceste tipuri de motoare asincrone monofazate dezvoltă cuplu maxim la pornire numai dacă faza auxiliară este dispusă la 120°el.

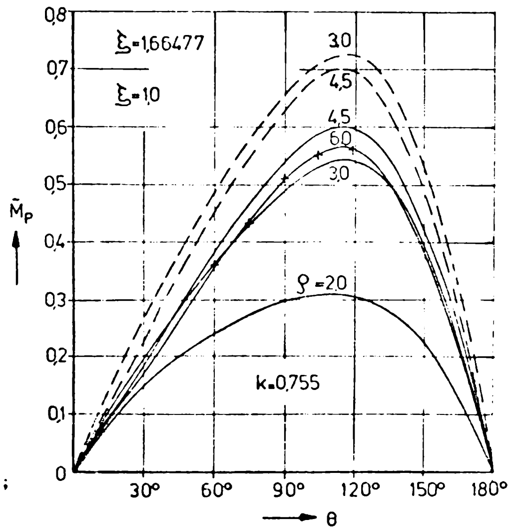


Fig.3.30
+ puncte experimentale (k =0,755; ξ = 1,66477 şi ρ = 6,0)

De multe ori, în proiectarea motoarelor asincrone monofazate cu fază rezistivă de pornire se impune mărimea cuplului de pornire. In acest caz, rezistenta electrică totală a fazei de pornire se va determina tot cu $R_B = \rho k^2 R_A$, însă în care:

$$\rho_{1,2} = \frac{B_2'}{A_2'} \pm \sqrt{\frac{B_2'^2}{A_2'^2} - \frac{C_2'}{A_2'}} \tag{3.53}$$

cu

$$\begin{aligned} A_2' &= C_1'^2 + E_1'^2 \\ B_2' &= C_1'D_1' + E_1'F_1' + \frac{pU^2}{\omega_1}\cdot\frac{R_o'\sin\theta}{M_p k^2}\cdot A_1' \\ C_2' &= D_1'^2 + F_1'^2 + 2\,\frac{pU^2}{\omega_1}\cdot\frac{R_o'\sin\theta}{M_p k^2}\cdot B_1' \end{aligned} \tag{3.54}$$

Problema are soluţii numai dacă $B_2'^2 - A_2'C_2' \geq 0$. In caz contrar, se schimbă raportul de transformare k (respectiv numărul efectiv de spire al înfăşurării de pornire).

Dependenţa grafică $\rho = f(\theta)$ corespunzătoare momentelor de pornire $\tilde{M}_p$ = 0,25; respectiv 0,5 este reprezentată în fig.3.31 (pentru ξ = 1,0), fig.3.32 (pentru ξ = 1,66477) şi în fig.3.33 (pentru ξ = 2,0).

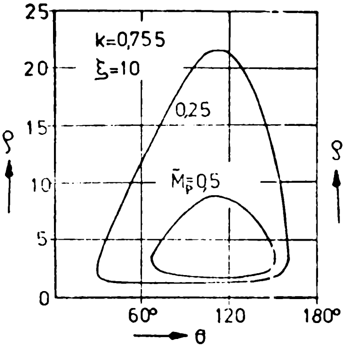


Fig.3.31

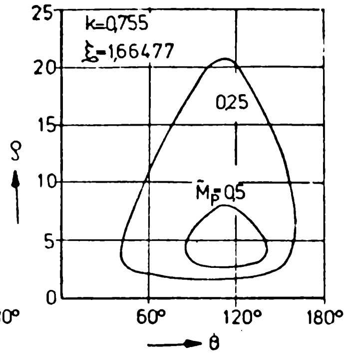


Fig.3.32

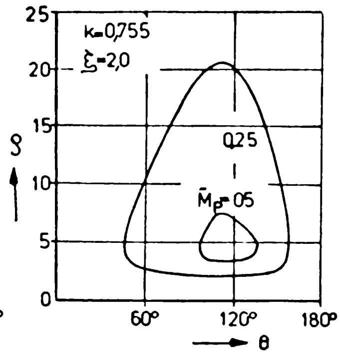


Fig.3.33

Raportul de transformare k intervine explicit în expresia momentului de pornire. Influenţa lui poate fi apreciată numai după rescrierea relaţiei (3.50) sub forma:

$$M_p = \frac{2pU^2}{\omega_1}\cdot\frac{R'_o\sin\theta}{(C'_1\rho - D'_1)^2+(E'_1\rho - F'_1)^2}\cdot\frac{l'k^2+m'k+n'}{k^2} \qquad (3.55)$$

în care:

$$\begin{aligned} l' &= \left[\xi(R_p-R_A)X_{Av} - (X_p-X_{Av})R_A\right]\cos\theta \\ m' &= (\rho-1)R_AX_p - (\xi-1)R_pX_{Av} \qquad (3.56) \\ n' &= (R_AX_p - R_pX_{Av})\cos\theta \end{aligned}$$

Dacă $\theta = 90^o$el., momentul electromagnetic dezvoltat la pornire de motorul asincron monofazat cu fază rezistivă de pornire este invers proporţional cu raportul de transformare k.

Dacă $\theta \neq 90^o$el., momentul de pornire poate avea o valoare extremă (în raport cu k) numai dacă:

$$k = \frac{2(R_pX_{Av} - R_AX_p)\cos\theta}{(\rho-1)R_AX_p - (\xi-1)R_pX_{Av}} \qquad (3.57)$$

3.5.2.3 Raportul dintre momentul electromagnetic şi curent, la pornire.

Raportul dintre momentul electromagnetic şi curentul de pornire sau cuplul specific de pornire corespunzător motorului asincron monofazat cu fază rezistivă de pornire se calculează cu:

$$\frac{M_p}{I_p} = \frac{2pUR'_o\sin\theta}{\omega_1}\cdot\frac{A'_1\rho - B'_1}{\left[(C'_1\rho-D'_1)^2+(E'_1\rho-F'_1)^2\right]^{1/2}\cdot\left[G'^2+(H'+\rho L')^2\right]^{1/2}} \qquad (3.58)$$

Datorită complexităţii analitice a expresiei (3.58), în continuare se prezintă numai cîteva rezultate grafice -probate de încercări experimentale.

Variația cuplului specific de pornire (în u.r.) cu mărimea rezistenței electrice totale a fazei de pornire, $\tilde{M}_p/\tilde{I}_p = f(\rho)$, pentru θ = const.(30°, 60°, 75°, 90°, 120° și 150°) este prezentată în fig.3.34.

In fig.3.35 s-a reprezentat influența decalajului spațial θ (dintre axele înfășurărilor statorice) asupra cuplului specific M_p/I_p, dacă ρ = const.

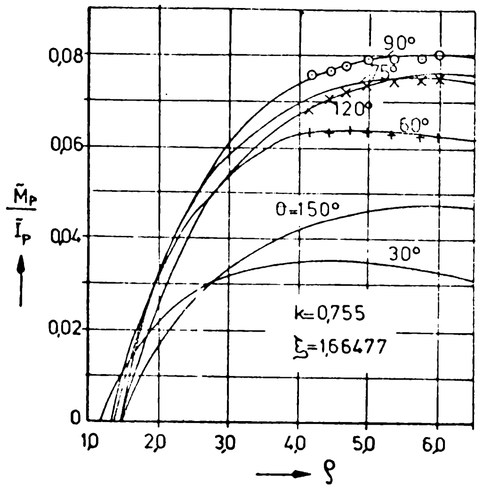


Fig.3.34
Puncte experimentale(k = 0,755; ξ = 1,66477): + pentru θ = 60°; ▲ pentru θ = 75°; ⊙ pentru θ = 90° și x pentru θ = 120°.

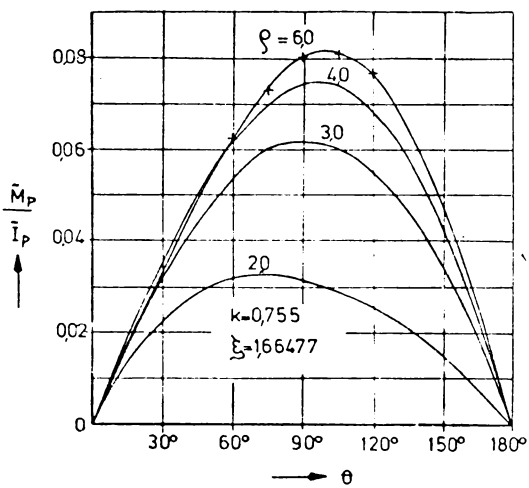


Fig.3.35
+ puncte experimentale (k =0,755; ξ = 1,66477 și ρ = 6,0).

Practic și la motoarele asincrone monofazate cu fază rezistivă de pornire (și k < 1), maximum maximorum raportului M_p/I_p este obținut numai dacă înfășurările statorice sînt în cuadratură electrică.

3.5.2.4 Raportul dintre momentul electromagnetic și pierderile din înfășurările statorului, la pornire.

La motoarele asincrone monofazate cu fază rezistivă de pornire, realizată cu spire întoarse (neinductive), mărimea pierderilor electrice disipate în înfășurările statorului -la pornire ($P_p = R_A I_{Ap}^2 + R_B I_{Bp}^2$)- constitue un indicator de bază referitor la încălzirea acestora.

Analitic, raportul M_p/P_p se poate studia cu:

$$\frac{M_p}{P_p} = \frac{2\,p\,\sin\theta}{\omega_1} \cdot \frac{R_o'}{R_A} \cdot \frac{A_3'\rho - B_3'}{C_3'\rho^2 + D_3'\rho + E_3'} \tag{3.59}$$

în care:

$$A_3' = A_1'; \quad B_3' = B_1'; \quad C_3' = k^2 R_A^2 \tag{3.60}$$

$$D_3' = 2kR_A(R_p - R_A)(k-\cos\theta) + \left[R_p - k(R_p - R_A)\cos\theta\right]^2 + \left[X_p - k(X_p - X_{A\sigma})\cos\theta\right]^2$$

$$E_3' = \left[\xi k X_{A\sigma} + (X_p - X_{A\sigma})(k-\cos\theta)\right]^2$$

Dependenţa raportului $\tilde{M}_p/\tilde{P}_p$ de mărimea rezistenţei electrice totale a fazei de pornire (pentru θ = const.) este ilustrată în fig.3.36.

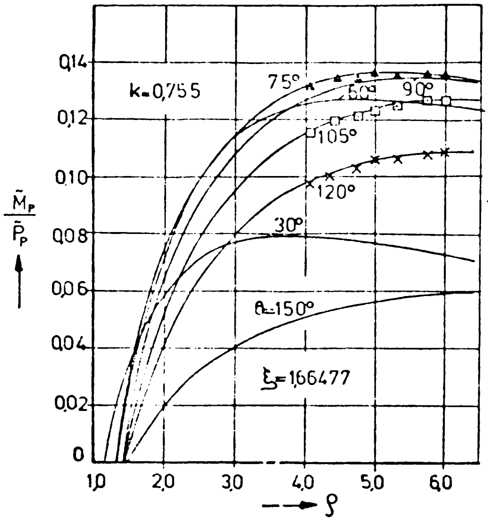


Fig.3.36
Puncte experimentale (k = 0,755; ξ = 1,66477): + pentru $\theta = 60^0$; ▲ pentru $\theta = 75^0$; ⊙ pentru $\theta = 90^0$ ⊡ pentru $\theta = 105^0$ şi x pentru $\theta = 120^0$.

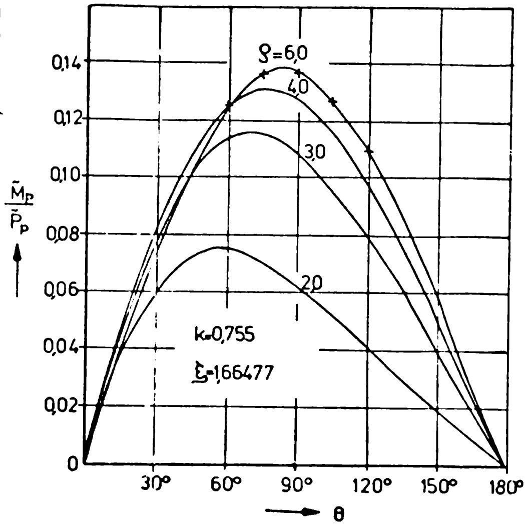


Fig.3.37
+ puncte experimentale (k = 0,755; ξ = 1,66477; ρ = 6,0)

Avînd în vedere şi cerinţa impusă momentului de pornire, practic se doreşte o valoare cît mai mare pentru raportul M_p/P_p.

Concret, mărimea rezistenţei totale a fazei rezistive de pornire (B) care asigură maximul raportului analizat va fi determinată cu $R_B = \rho k^2 R_A$ în care:

$$\rho = \frac{B_3'}{A_3'} + \sqrt{\left(\frac{B_3'}{A_3'}\right)^2 + \frac{E_3'}{C_3'} + \frac{B_3' D_3'}{A_3' C_3'}} \qquad (3.61)$$

Variaţia raportului M_p/P_p cu ungniul θ (dintre axele înfăşurărilor statorice) este prezentată în fig.3.37 pentru cîteva valori constante ale parametrului ρ .

3.5.3 Motoare de inducţie monofazate cu fază de pornire de tip complex.

La aceste tipuri de motoare asincrone monofazate, convertorul static de fază -înseriat cu înfăşurarea de pornire B- este de tipul RL sau, mai frecvent, de tipul RC.

Impedanţa echivalentă a convertorului static de fază este $\underline{Z}_K = Z_K e^{j\varphi_K}$. Argumentul φ_K (egal cu -90^0, 0 sau $+90^0$ atunci cînd pentru pornire se utilizează condensatori, rezistori sau bobine ideale) poate avea -în general- orice valoare din intervalul $(-90^0, +90^0)$.

Impedanţa echivalentă la pornire a înfăşurării principale A este $\underline{Z}_p = Z_p e^{j\varphi_p}$. Uzual, $20^\circ < \varphi_p < 70^\circ$. Analitic, atît modulul cît şi argumentul impedanţei $\underline{Z}_p$ depind de mărimea parametrilor statorici şi rotorici şi pot fi calculate pe baza schemei electrice echivalente la pornire.
In plus, impedanţa $\underline{Z}_p$ poate fi determinată şi experimental.

Cu aceste precizări introductive, vom defini variabila complexă $\underline{y}$:

$$\underline{y} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_p} = y e^{-j\phi_p} \tag{3.62}$$

cu: $\underline{Z} = \underline{Z}_K + \underline{Z}_{BS}$; $y = Z/Z_p$ şi $\phi_p = \varphi_p - \mathrm{Arg}(\underline{Z})$ (3.63)

în care $\underline{Z}_{BS}$ este impedanţa de simetrizare a înfăşurării de pornire B şi este definită de (3.1).

Implicit, din (3.63) rezultă şi intervalul în care ϕ_p ia valori. De exemplu, dacă convertorul static de fază este de tipul RC, atunci $20^\circ < \phi_p < 160^\circ$.

Din considerente analitice, vom defini -în plus- constanta complexă $\underline{a}$:

$$\underline{a} = \frac{R_A + jX_{A\sigma}}{\underline{Z}_p} = a e^{-j\alpha} \tag{3.64}$$

$$\text{cu:} \quad a = (R_A^2+X_{A\sigma}^2)^{1/2}/(R_p^2+X_p^2)^{1/2} \quad \text{şi} \quad \alpha = \varphi_p - \mathrm{arctg}\,\frac{X_{A\sigma}}{R_A} \tag{3.65}$$

Cantitativ, pentru aceste tipuri de motoare asincrone monofazate, vom studia influenţa ungniului θ şi a convertorului static de fază (prin modulul său y cît şi prin caracterul său ϕ_p) asupra următoarelor mărimi: 1.Factorii de nesimetrie; 2.Curenţii de pornire şi 3.Momentul de pornire.

Se stabilesc relaţii analitice de dimensionare a mărimii convertorului static de fază y (la ϕ_p impus) din condiţiile: a. $\varepsilon_{iI} = 0$ (anularea gradude disimetrie al curenţilor) şi b. $M_p = \max$.

Reprezentările grafice aferente sînt construite în mărimi relative. (Ca mărimi de bază s-au ales mărimile corespunzătoare din regimul bifazat simetric.) Valorile numerice ale parametrilor, pentru care s-au construit toate diagramele din acest paragraf, corespund motorului asincron monofazat studiat în /109/.

3.5.3.1 Factorii de nesimetrie.

La pornire, cînd şi înfăşurarea de pornire este alimentată, în stator ia naştere un sistem bifazat general nesimetric de curenţi. In astfel de regimuri dezechilibrate s-au definit: i.gradul de disimetrie ε_i (3.18) şi ii. gradul de asimetrie ε_o (3.19).
(Se poate demonstra că mărimea gradului de disimetrie al curenţilor influenţează nefast performanţele motorului la pornire: diminuarea momentului electromagnetic, creşterea pierderilor, zgomote, vibraţii etc. Din acest punct

de vedere se dorește o valoare cît mai redusă –în particular chiar nulă– a lui.)

Pentru curenți, expresiile generale (3.20) și (3.22) ale factorilor de nesimetrie, pot fi rescrise sub forma:

$$\mathcal{E}_{iI} = \frac{\left|\underline{y} - jk\sin\theta\cdot(ke^{+j\theta}-1) + k\cos\theta\cdot\underline{a}(ke^{+j\theta}+1)\right|}{\left|\underline{y} + jk\sin\theta\cdot(ke^{-j\theta}-1) + k\cos\theta\cdot\underline{a}(ke^{-j\theta}+1)\right|} \qquad (3.66)$$

$$\mathcal{E}_{oI} = \frac{2\left|\cos\theta\right|\left|\underline{y} + k(k+1)\left[1 - (1-\underline{a})\cos\theta\right]\right|}{\left|\underline{y} + jk\sin\theta\cdot(ke^{-j\theta}-1) + k\cos\theta\cdot\underline{a}(ke^{-j\theta}+1)\right|} \qquad (3.67)$$

Analitic, gradul de disimetrie al curenților (3.66) poate fi privit ca o funcție reală de trei variabile reale $\mathcal{E}_{iI} = \mathcal{E}_{iI}(\theta, y, \phi_p)$ dacă k, a și α sînt considerați drept parametrii la o construcție dată.

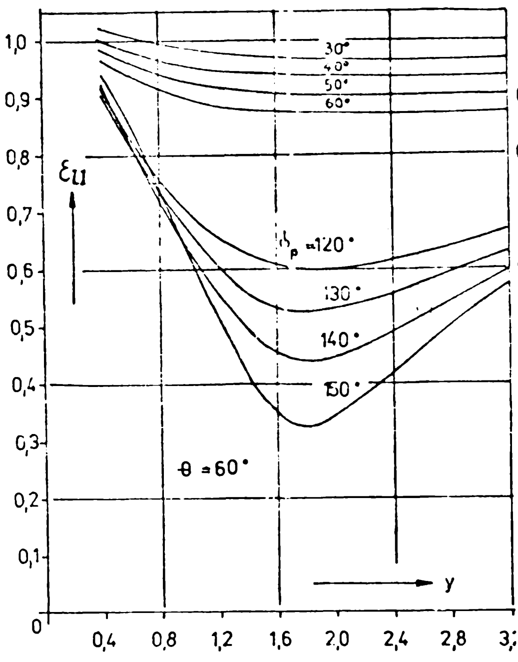


Fig.3.38

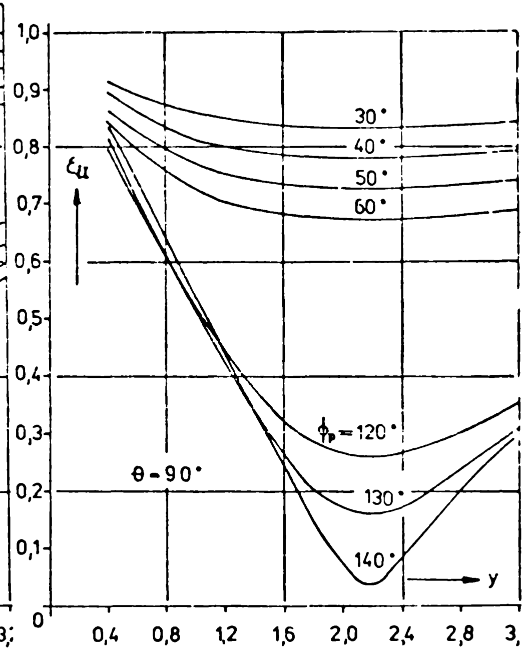


Fig.3.39

In fig.3.38, fig.3.39 și fig.3.40 s-a reprezentat variația gradului de disimetrie al curenților la pornire cu mărimea convertorului static de fază y, $\mathcal{E}_{iI} = f(y)$ pentru $\theta = 60^\circ$, 90° și respectiv 120°. (Familiile de curbe prezentate au drept parametru argumentul ϕ_p. Valorile numerice considerate pentru acesta sînt: 30°, 40°, 50°, 60°, 120°, 130°, 140° și 150°.)

Pentru aprecierea influenței caracterului convertorului static de fază, separat s-au construit și dependențele $\mathcal{E}_{iI} = f(\phi_p)$ în condițiile: θ = const. și y = const. Pentru $\theta = 90^\circ$, 100°, 110° și 120°, acestea sînt reprezentate în fig.3.41 (pentru y = 1,6), fig.3.42 (pentru y = 2,0) și fig.3.43 (pentru

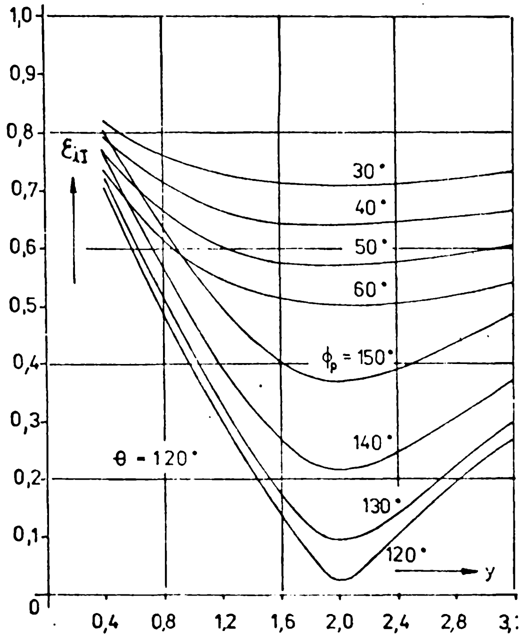


Fig.3.40

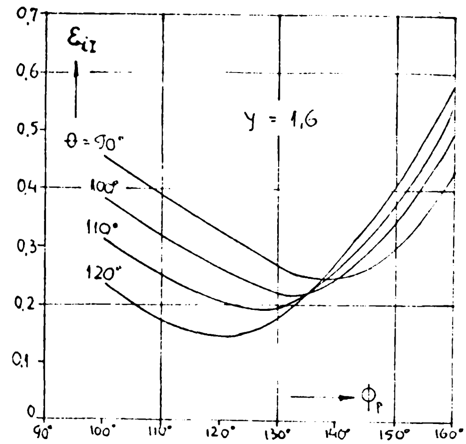


Fig.3.41

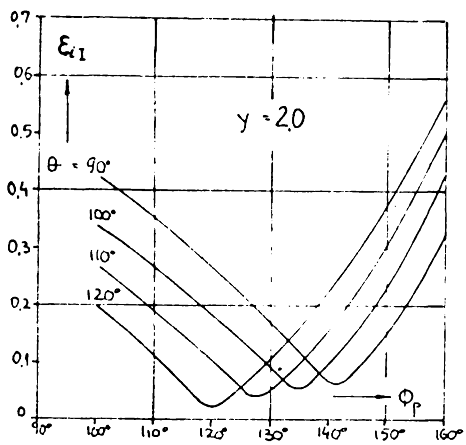


Fig.3.42

y = 2,4).

Avînd în vedere și relațiile (3.62) și (3.64) de definire a mărimilor complexe $\underline{y}$ și $\underline{a}$, sîntem în măsură să stabilim analitic condițiile anulării cîmpului invers din mașină, la pornire.

Acestea sînt conținute în sistemul:

$$y \cdot \cos\phi_p = -k^2\sin^2\theta - ak\cos\theta \cdot [k\cos(\theta-\alpha) + \cos\alpha]$$

$$y \cdot \sin\phi_p = -k\sin\theta \cdot (k\cos\theta - 1) + ak\cos\theta[k\sin(\theta-\alpha) - \sin\alpha] \quad (3.68)$$

Pentru un motor asincron monofazat (la care se cunoaște unghiul θ și caracterul convertorului static de fază -prin valoarea argumentului ϕ_p), sistemul (3.68) permite stabilirea raportului de transformare k:

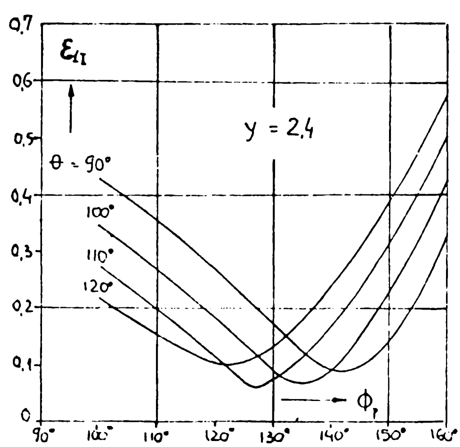


Fig.3.43

$$k = \frac{\cos\phi_p + a\cdot ctg\theta\cdot\sin(\phi_p - \alpha)}{\cos(\theta + \phi_p) - a\cdot ctg\theta\cdot\sin(\theta + \phi_p - \alpha)} \tag{3.69}$$

sau mărimea argumentului ϕ_p (pentru o construcţie dată a fazei de pornire):

$$tg\phi_p = \frac{k\sin\theta\cdot(k\cos\theta - 1) - ak\cos\theta[k\sin(\theta - \alpha) - \sin\alpha]}{k^2\sin^2\theta + ak\cos\theta[k\cos(\theta - \alpha) + \cos\alpha]} \tag{3.70}$$

In plus, se poate determina şi valoarea impedanţei convertorului static de fază (care asigură $\mathcal{E}_{iI} = 0$) cu relaţia:

$$y = k\left\{(k^2+1)\left[(\sin\theta + a\cdot\cos\theta)^2 - a\cdot\sin 2\theta\cdot(1-\sin\alpha)\right] + 2k\cos\theta\cdot\left[a^2\cos^2\theta + \sin^2\theta\cdot(2a\cos\alpha - 1)\right] - 2a\cdot\sin 2\theta\cdot\sin\alpha\right\}^{1/2} \tag{3.71}$$

Dacă se înlocuieşte $\theta = 90^o$el., relaţiile de mai sus devin:

$$k = -ctg\phi_p \quad \text{şi} \quad y = k(k^2+1)^{1/2} \tag{3.72}$$

adică tocmai expresiile stabilite de Jha în /84/ pentru motoarele asincrone monofazate cu înfăşurarea de pornire în cuadratură electrică.

In plus, dacă şi $Arg(\underline{Z}) = -90^o$, obţinem:

$$k = tg\varphi_p \quad \text{şi} \quad X_K = X_p/\cos^2\varphi_p \tag{3.73}$$

în care $X_p = Z_p\sin\varphi_p$ (adică chiar reactanţa înfăşurării principale A, la pornire). Astfel, s-au regăsit exact relaţiile clasice /10/,/76/,/104/,/162/ /201/etc. de dimensionare a motorului asincron monofazat cu fază capacitiva de pornire (în cuadratură electrică), la pornirea în regim bifazat simetric.

3.5.3.2 Curenţii la pornire.

Cu notaţiile (3.62) şi (3.64), curenţii din cele două înfăşurări statorice (principală A şi de pornire B) ale motorului de inducţie monofazat -raportaţi la curentul de fază al motorului bifazat simetric- sînt daţi de:

$$\left(\frac{I_A}{I_s}\right)_p = \frac{\left|\underline{y} + k^2 - k\cos\theta\cdot(1-\underline{a})\right|}{\left|\underline{y} + k^2\cdot[1 - \cos^2\theta\cdot(1 - \underline{a})^2]\right|} \tag{3.74}$$

$$\left(\frac{I_B}{I_s}\right)_p = \frac{\left|1 - k\cos\theta\cdot(1-\underline{a})\right|}{\left|\underline{y} + k^2\cdot[1 - \cos^2\theta\cdot(1 - \underline{a})^2]\right|} \tag{3.75}$$

Expresiile (3.74) şi (3.75) sînt foarte generale, valabile pentru orice decalaj spaţial θ (dintre axele înfăşurărilor statorice) şi orice tip de convertor static de fază utilizat pentru pornire. Din punct de vedere analitic, expresiile de mai sus sînt relativ complicate, dar dacă sînt cunoscuţi parametrii maşinii asincrone monofazate pot fi utilizate la studiul variaţiei curenţilor statorici (fie cu y cînd θ şi ϕ_p sînt fixaţi, fie cu θ cînd y şi ϕ_p sînt fixaţi, fie cu ϕ_p cînd y şi θ sînt fixaţi).

In fig.3.44, fig.3.45, fig.3.46 şi fig.3.47 sînt reprezentate (cu linie

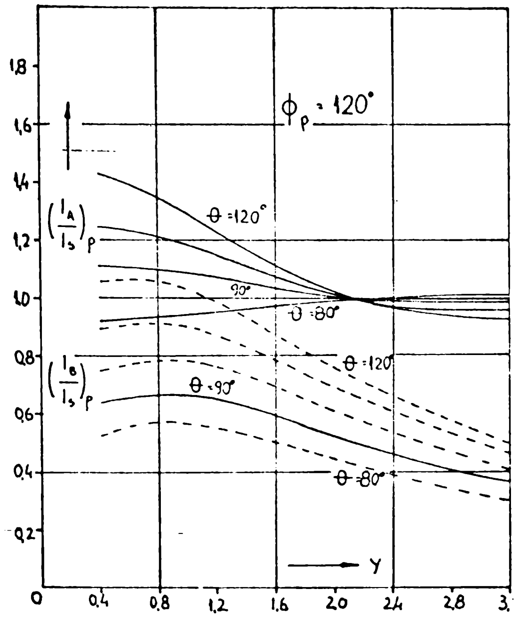


Fig.3.44

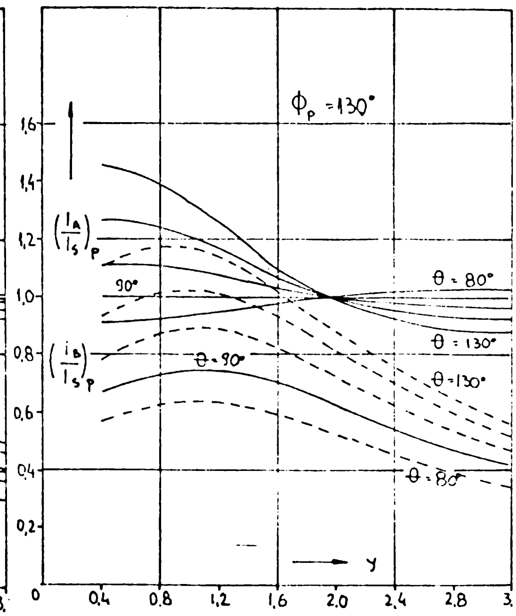


Fig.3.45

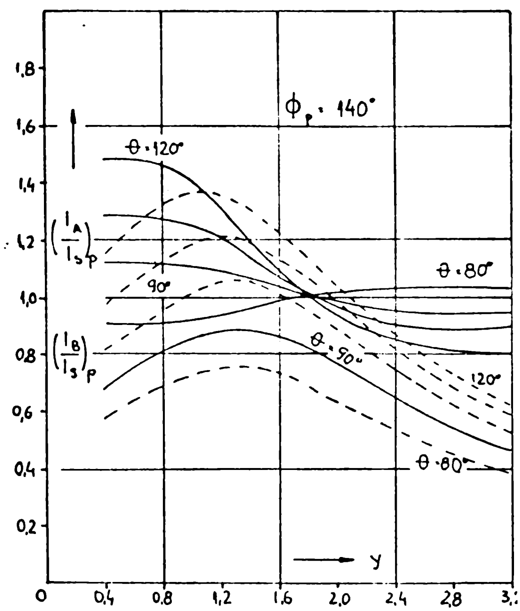


Fig.3.46

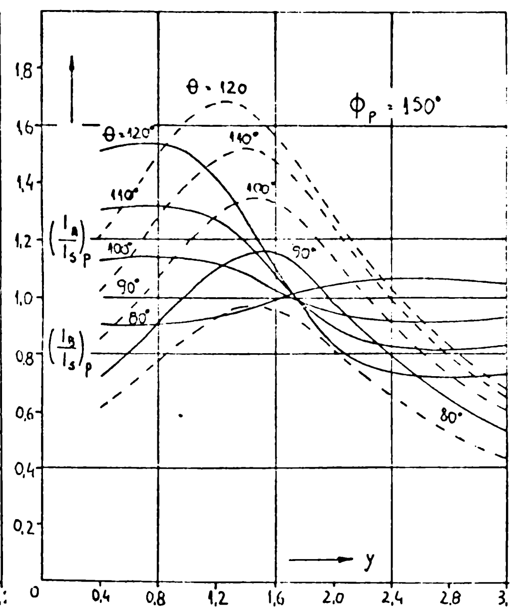


Fig.3.47

continuă şi respectiv cu linie întreruptă) dependenţele $(I_A/I_s)_p = f(y)$ şi $(I_B/I_s)_p = f(y)$, pentru $\phi_p = 120°, 130°, 140°$ şi $150°$. In plus, pentru fiecare valoare a argumentului ϕ_p s-au reprezentat caracteristicile curenţilor corespunzători decalajelor spaţiale $\theta = 80°, 90°, 100°, 110°$ şi $120°$.

Numai cînd înfăşurările statorice sînt în cuadratură electrică obţinem:

$$\left(\frac{I_{A90^o}}{I_s}\right)_p = 1 \quad \text{şi} \quad \left(\frac{I_{B90^o}}{I_s}\right)_p = \frac{1}{(y^2 + 2k^2 y\cos\phi_p + k^4)^{1/2}} \tag{3.76}$$

adică curentul prin înfăşurarea principală (la pornire) este independent de mărimea impedanţei exterioare Z_K.

In fine, tot din examinarea relaţiilor (3.74) şi (3.75) se poate prevedea şi comportarea asimptotică (în raport cu y) a curenţilor la pornire. Astfel, dacă $y \to 0$, rezultă:

$$\left(\frac{I_A}{I_s}\right)_{p(y\to 0)} = \frac{1}{k}\left[\frac{k^2-2k\cos\theta\cdot(1-2a\cos\alpha) + \cos^2\theta(1-2a\cos\alpha+a^2)}{1-2\cos^2\theta(1-2a\cos\alpha+a^2\cos 2\alpha)+\cos^4\theta(1-2a\cos\alpha+a^2)^2}\right]^{1/2} \tag{3.77}$$

$$\left(\frac{I_B}{I_s}\right)_{p(y\to 0)} = \frac{1}{k^2}\left[\frac{1-2k\cos\theta\cdot(1-a\cos\alpha) + k^2\cos^2\theta(1-2a\cos\alpha+a^2)}{1-2\cos^2\theta(1-2a\cos\alpha+a^2\cos 2\alpha)+\cos^4\theta(1-2a\cos\alpha+a^2)^2}\right]^{1/2} \tag{3.78}$$

In schimb, dacă $y \to \infty$ (cînd înfaşurarea de pornire este întreruptă):

$$I_{Ap(y\to\infty)} = I_{sp} \quad \text{şi} \quad I_{Bp(y\to\infty)} = 0 \tag{3.79}$$

Pentru evidenţierea influenţei decalajului spaţial θ dintre axele înfăşurărilor statorice, expresiile curenţilor se rescriu sub forma:

$$\left(\frac{I_A}{I_{A90^o}}\right)_p = \left|\frac{\underline{y}+k^2-(1-\underline{a})k\cos\theta}{\underline{y}+k^2\left[1-(1-\underline{a})^2\cos^2\theta\right]}\right| \tag{3.80}$$

$$\left(\frac{I_B}{I_{B90^o}}\right)_p = \left|\frac{(\underline{y}+k^2)\left[1-(1-\underline{a})k\cos\theta\right]}{\underline{y}+k^2\left[1-(1-\underline{a})^2\cos^2\theta\right]}\right| \tag{3.81}$$

$$\left(\frac{I}{I_{90^o}}\right)_p = \left|\frac{\underline{y}+k^2+1-2(1-\underline{a})k\cos\theta}{\underline{y}+k^2\left[1-(1-\underline{a})^2\cos^2\theta\right]}\cdot\frac{\underline{y}+k^2}{\underline{y}+k^2+1}\right| \tag{3.82}$$

Variaţia raportului $(I/I_{90^o})_p = f(y)$, pentru $\phi_p = 120^o$, 130^o şi 140^o este reprezentată în fig.3.55, fig.3.56 şi respectiv fig.3.57.

3.5.3.3 <u>Momentul de pornire</u>.

Momentul electromagnetic dezvoltat la pornire de motorul asincron monofazat cu fază de pornire de tip complex (raportat la momentul de pornire al motorului bifazat simetric) poate fi pus sub forma:

$$\left(\frac{M}{M_s}\right)_p = 4\sin^4 \tfrac{1}{2}\theta\cdot\left(\frac{I_{A1}}{I_s}\right)_p^2\cdot(1 - \mathcal{E}_{1I}^2) \tag{3.83}$$

Dacă prelucrăm expresia (3.83) -pe baza relaţiilor (3.24a), (3.66)- şi ţinem cont de notaţiile (3.62) şi (3.64), în final obţinem:

$$\left(\frac{M}{M_s}\right)_p = k\cdot\sin\theta\cdot\frac{Ay + B}{y^2 + 2yC + D} \tag{3.84}$$

în care:

$$A = \sin\phi_p + k\cos\theta\left[a\sin(\phi_p-\alpha)-\sin\phi_p\right]$$

$$B = -k(k^2-1)a\cos\theta\cdot\sin\alpha$$

$$C = k^2\left\{\cos\phi_p-\cos^2\theta\left[a^2\cos(\phi_p-2\alpha)-2a\cos(\phi_p-\alpha)+\cos\phi_p\right]\right\} \qquad (3.85)$$

$$D = k^4\left[1-2\cos^2\theta(a^2\cos 2\alpha-2a\cos\alpha+1)+\cos^4\theta(a^2-2a\cos\alpha+1)^2\right]$$

Raportul momentelor de pornire precizat de expresia (3.84) este foarte general. Poate fi utilizat la ana-

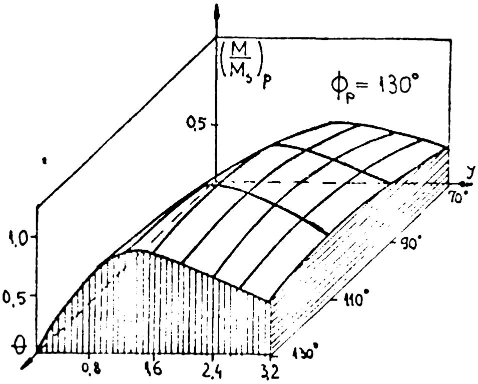


Fig.3.48

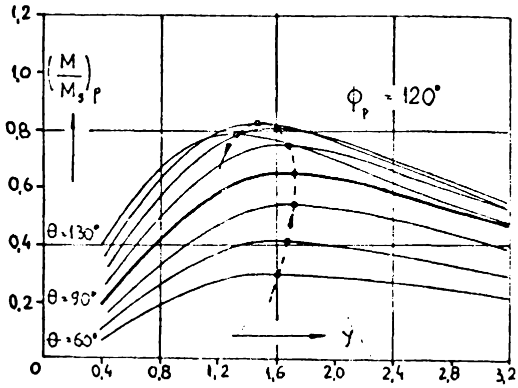


Fig.3.49

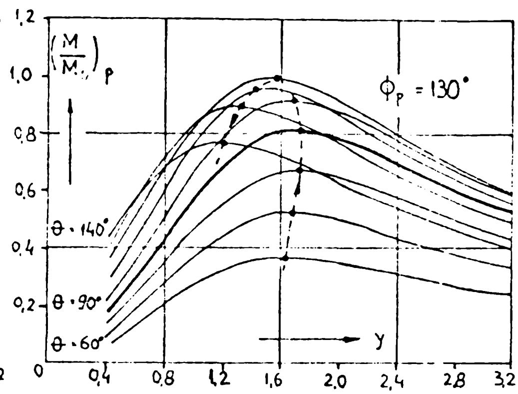


Fig.3.50

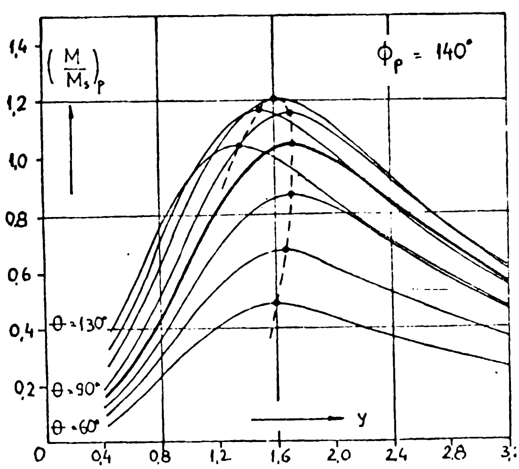


Fig.3.51

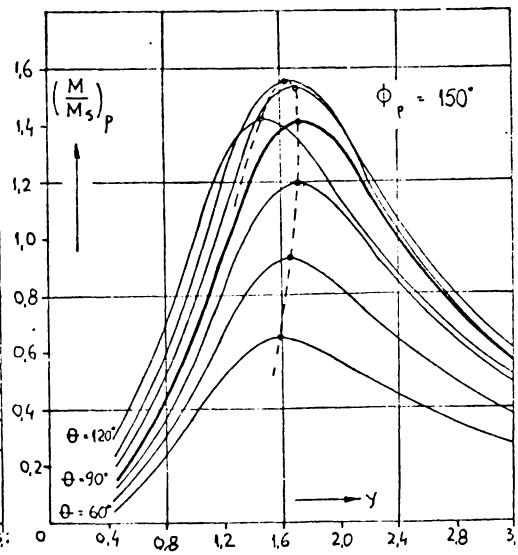


Fig.3.52

liza oricărui motor de inducție monofazat (cu fază auxiliară sau de pornire general nesimetrică) şi orice tip de convertor static de fază.

Analitic, raportul momentelor (3.84) este descris de o funcţie reală de şase variabile reale: $(M/M_s)_p = f(y, \phi_p, \theta, k, a, \alpha)$. Ca exemplu, în fig.3.48 se prezintă suprafaţa $(M/M_s)_p = f(y, \theta)$, pentru $\phi_p = 130^o$.

Practic însă, ultimele cinci variabile pot fi interpretate (după caz) drept parametrii -pentru o construcţie impusă cu tip de pornire prestabilit.

Astfel, în fig.3.49, fig.3.50, fig.3.51 şi în fig.3.52 s-au reprezentat dependenţele $(M/M_s)_p = f(y)$ pentru $\phi_p = 120^o$, 130^o, 140^o şi respectiv 150^o. In plus, pentru fiecare valoare a argumentului ϕ_p sînt reprezentate (cu linie întreruptă) şi caracteristicile $(M/M_s)_{pmax} = f(y)$. Unghiul θ (dintre axele înfăşurărilor statorice) a fost variat (din 10^o în 10^o) de la 60^o la 130^o. Caracteristicile corespunzătoare dispunerii în cuadratură a înfăşurărilor statorice sînt îngroşate.

Valoarea lui y care, la pornire, asigură un moment electromagnetic maxim se calculează cu:

$$y_{opt} = -\frac{B}{A} + \sqrt{\left(\frac{B}{A}\right)^2 + D - 2\,\frac{B\cdot C}{A}} \qquad (3.86)$$

(Relaţia (3.86) a fost obţinută prin calcularea şi anularea derivatei în raport cu y a expresiei (3.84).)

Dacă se înlocuieşte (3.86) în (3.84) se obţine momentul electromagnetic maxim de pornire. In final se ajunge la:

$$\left(\frac{M}{M_s}\right)_{p,max} = \frac{k\,\sin\theta}{2}\cdot\frac{A}{C + y_{opt}} \qquad (3.87)$$

Ca exemplu, în fig.3.53 se prezintă suprafaţa $(M/M_s)_{pmax} = f(\theta, \phi_p)$ construită pe baza relaţiei (3.87).

O imagine mult mai completă ne oferă fig.3.54. Aici s-au reprezentat fami-

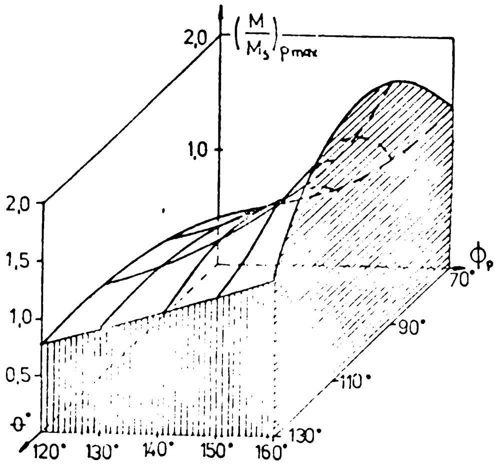


Fig.3.53

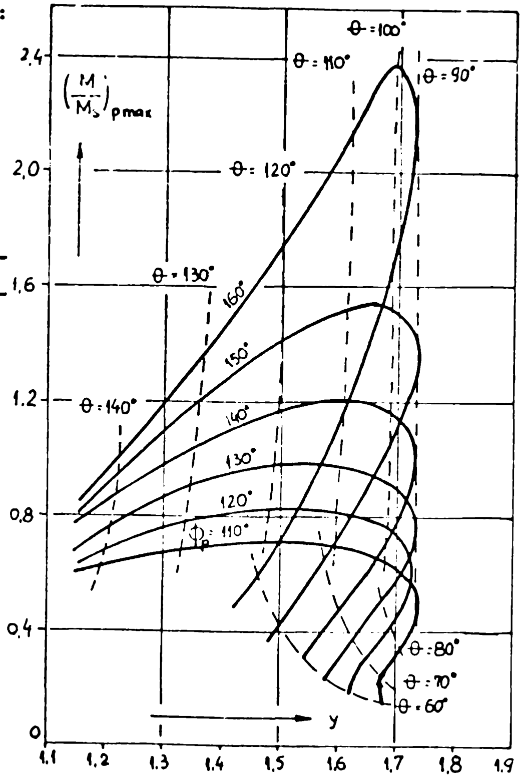


Fig.3.54

liile de curbe $(M/M_s)_{pmax} = f(y)$ pentru $\phi_p = 110^o, 120^o, 130^o, 140^o, 150^o$ și 160^o. In plus, pe aceeași figură a fost figurată (cu linie întreruptă) și rețeaua de curbe de ecuație θ = const. (de la 60^o la 140^o, din 10^o în 10^o).

In fine, se precizează că expresiile (3.84),(3.85),(3.86) și (3.87) au cel mai mare grad de generalizare. Astfel, particularizate pentru $\theta = 90^o$el. ele devin:

$$A = \sin\phi_p, \quad B = 0, \quad C = k^2\cos\phi_p, \quad D = k^4 \tag{3.88}$$

$$\left(\frac{M_{90^o}}{M_s}\right)_p = \frac{y\, k\sin\phi_p}{y^2 + 2k^2 y\cos\phi_p + k^4} \tag{3.89}$$

$$y_{opt(90^o)} = k^2 \tag{3.90}$$

$$\left(\frac{M_{90^o}}{M_s}\right)_{p,max} = \frac{\sin\phi_p}{2k(1+\cos\phi_p)} \tag{3.91}$$

Jha și Daniels, în /84/, ajung -pe o cale mai simplă- exact la aceleași relații. Dar analiza lor se limitează numai la motoarele asincrone monofazate cu faza de pornire dispusă în cuadratură electrică.

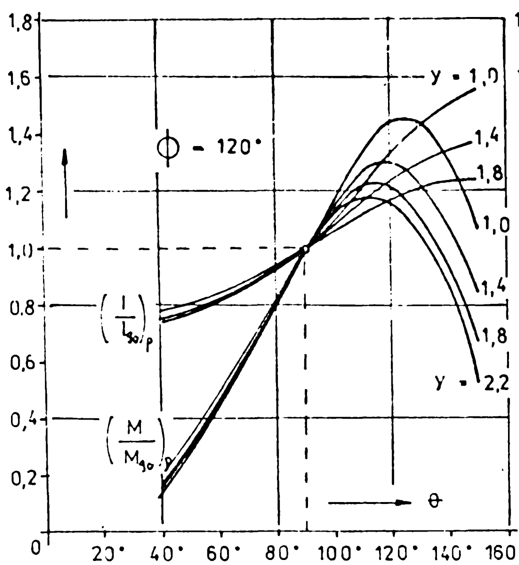


Fig.3.55

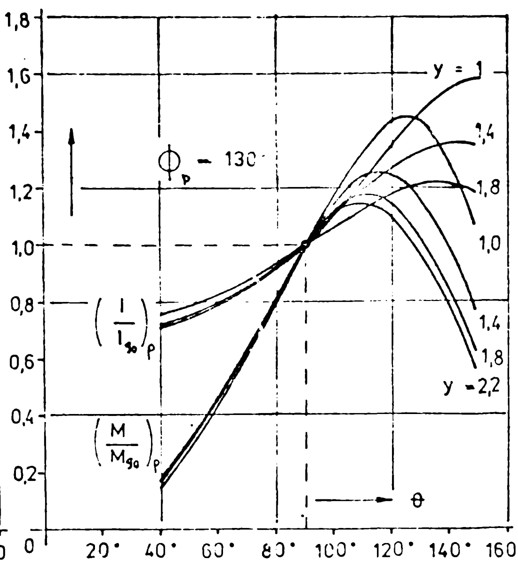


Fig.3.56

Pentru a evidenția influența nesimetriei ungniulare (la dispunerea înfășurării de pornire sub unghiuri $\theta \neq 90^o$el.), momentul electromagnetic va fi raportat chiar la $M_{90^o p}$. Utilizîndu-se relațiile (3.84) și (3.89) stabilite anterior precum și constantele A, B, C, D precizate de (3.85) obținem:

$$\left(\frac{M}{M_{90^o}}\right)_p = \sin\theta \cdot \frac{(Ay + B)(y^2 + 2yk^2\cos\phi_p + k^4)}{y(y^2 + 2yC + D)\cdot\sin\phi_p} \qquad (3.92)$$

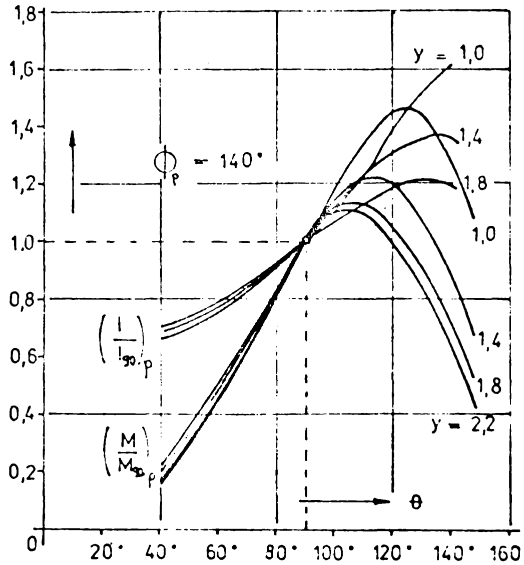


Fig.3.57

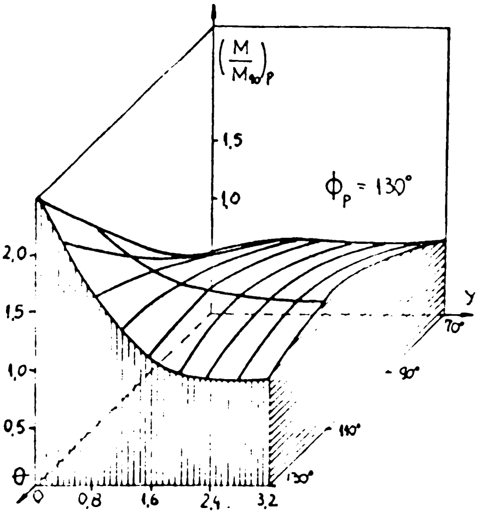


Fig.3.58

Variația rapoartelor $(M/M_{90^o})_p = f(\theta)$ și $(I/I_{90^o})_p = f(\theta)$ pentru $\phi_p = 120^o$, 130^o și 140^o este prezentată în fig.3.55, fig.3.56 și respectiv în fig.3.57. In plus, pentru $\phi_p = 130^o$, în fig.3.58 s-a construit suprafața $(M/M_{90^o}) = f(\theta, y)$.

Intrucît o dată cu creșterea momentului de pornire se majorează și cu-

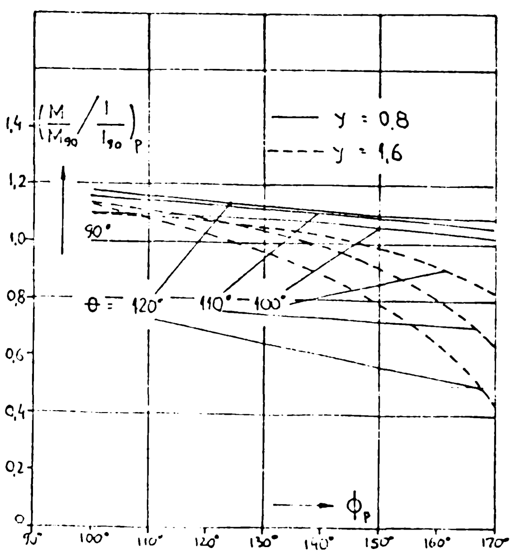


Fig.3.59

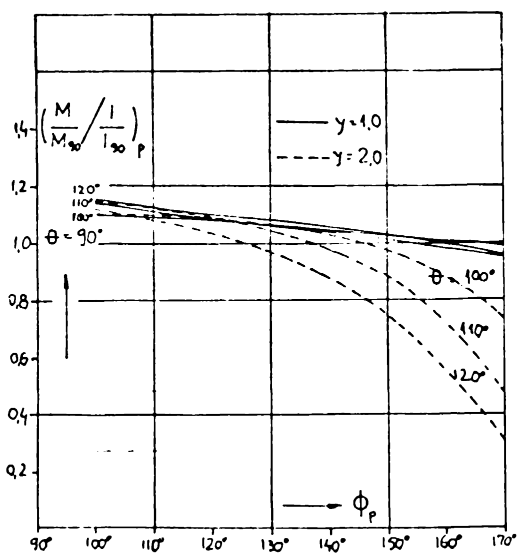


Fig.3.60

rentul de pornire, este interesant de urmărit şi evoluţia momentului specific de pornire $(M/I)_p$.

Variaţia momentului specific de pornire cu mărimea argumentului ϕ_p este ilustrată în fig.3.59 pentru y = 0,8 (cu linie continuă) şi y = 1,6 (cu linie întreruptă), respectiv în fig.3.60 pentru y = 1,0 (cu linie continuă) şi y = 2,0 (cu linie întreruptă). Caracteristicile au fost reprezentate pentru $\theta = 90^o$, 100^o, 110^o şi 120^o.

In final, ca o particularitate a motoarelor asincrone monofazate cu fază de pornire general nesimetrică, se menţionează puternica dependenţă a tensiunii U_K de mărimea unghiului θ.

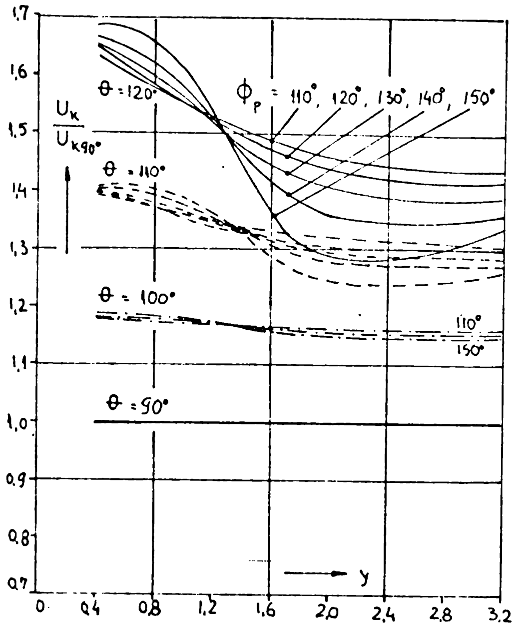


Fig.3.61

Afirmaţia este susţinută atît de încercările experimentale cît şi de fig.3.61 în care se prezintă variaţia tensiunii $U_K/U_{K90^o} = f(y)$ pentru θ = 90^o, 100^o, 110^o şi 120^o. In plus, pentru fiecare valoare a ungniului θ, argumentul ϕ_p a fost modificat (din 10^o în 10^o) de la 110^o la 150^o.

3.5.4 Incercări experimentale.

Incercările experimentale au fost efectuate cu motoare de inducţie monofazate realizate pe structura produsului comercial MF-2 (1/6 CP, 220V, 1,55 A, 2880 rot/min) fabricat de IME Piteşti. De la acesta s-au folosit: miezul statoric, înfăşurarea principală şi rotorul.

Infăşurarea de pornire (de tip rezistiv la produsul original) a fost modificată în sensul înlăturării spirelor neinductive. In plus, ea a fost dispusă spaţial sub ungniuri θ diferite de 90^oel. faţă de înfăşurarea principală (care a rămas neschimbată).

Intrucît aceste motoare sînt bipolare şi au 24 de crestături pe stator, prin decalarea înfăşurării de pornire (cu cîte o crestătură) experimental s-au realizat numai cinci valori ale ungniului θ şi anume: 60^o, 75^o, 90^o, 105^o şi 120^o. (In fig.3.62 se prezintă miezul statoric bobinat cu o înfăşurare bifazată, general nesimetrică, folosit la efecuarea încercărilor experimentale.)

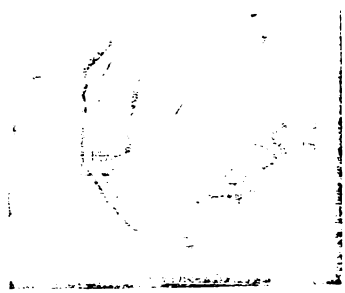


Fig.3.62

De asemenea, s-au confecționat atît carcasa statorică precum și arborele rotoric (produsul original asamblîndu-se direct în compresorul agregatului frigorific). Pentru asamblare s-au folosit scuturile motorului MS-911 (fabricat tot la IME Pitești).

Fiecare din cele cinci motoare a fost încercat la pornire atît cu fază rezistivă cît și cu fază capacitivă.

Incercările au fost efectuate la tensiunea nominală (220 V). Pentru fiecare valoare a rezistenței exterioare (respectiv capacității a condensatorului de pornire), s-au citit mărimile corespunzătoare la trei poziții ale rotorului. Valorile înregistrate reprezintă media aritmetică a celor trei citiri.

In timpul încercărilor, atît temperatura înfășurărilor statorice cît și a rotorului a fost de circa 20^{o} - 30^{o}C.

O parte din rezultatele experimentale obținute au fost prelucrate și înregistrate pe diagramele deja prezentate în paragrafele anterioare.

Concordanța aproape deplină cu valorile calculate confirmă corectitudinea expresiilor stabilite pe cale analitică, pe parcursul întregului capitol.

3.6 Motoare de inducție monofazate cu înfășurare auxiliară (capacitivă) în necuadratură electrică. Caracteristicile de funcționare.

Acestea fac parte din marea familie a motoarelor asincrone monofazate cu condensatori. Se particularizează prin dispunerea înfășurării auxiliare sub unghiul θ (în general diferit de 90^{o}el.).

La pornire se analizează cu aceleași expresii ca și motoarele asincrone monofazate cu fază capacitivă de pornire (v. 3.5.1).

Prin urmare, în cazul motoarelor de inducție monofazate cu înfășurarea auxiliară capacitivă în necuadratură electrică mai rămîne de apreciat influența unghiului θ asupra principalelor mărimi funcționale.

In acest scop, s-a considerat un motor asincron monofazat cu condensator (de construcție uzuală). Motorul, de 1,4kW la 2900 rot/min este alimentat la tensiunea 220V, 50Hz, cu un condensator de 25 μF/450V în circuitul fazei auxiliare (în cuadratură electrică), este utilizat la acționarea compresorului unui agregat frigorific.

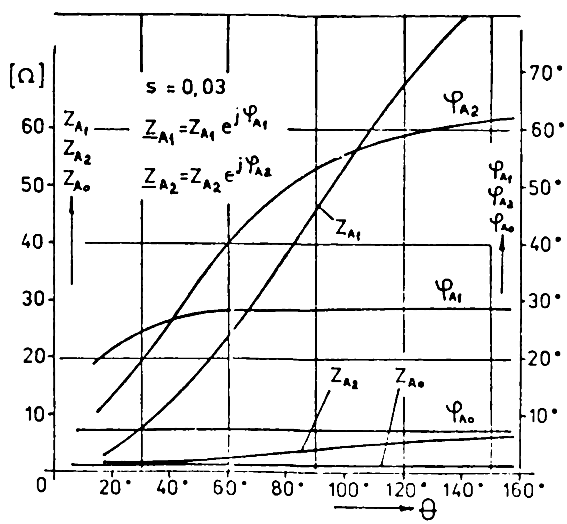


Fig.3.63

Atît datele constructive cît şi valorile parametrilor motorului sînt precizate în /109/.

Metoda de studiu folosită este metoda simulării numerice. Pe baza relaţiilor stabilite la începutul acestui capitol, s-a întocmit un program de calcul a principalelor mărimi funcţionale ale motorului cînd unghiul θ ar varia de la 0^{o} la 180^{o}el. Rezultatele astfel obţinute sînt prezentate grafic.

In fig.3.63 s-au reprezentat (corespunzător valorilor parametrilor motorului asincron monofazat) impedanţele echivalente: directă, inversă şi omopolară -atît ca modul cît şi ca fază- în funcţie de ungniul θ, pentru alunecarea nominală a rotorului.

In scopul generalizării concluziilor, mărimile funcţionale obţinute sînt prezentate în unităţi relative. Baza de raportare este formată din ansamblul valorilor corespunzătoare dispunerii în cuadratură electrică a în-

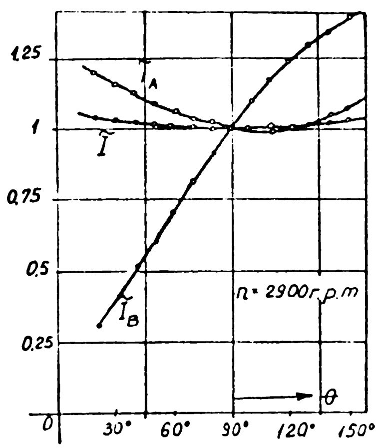


Fig.3.64

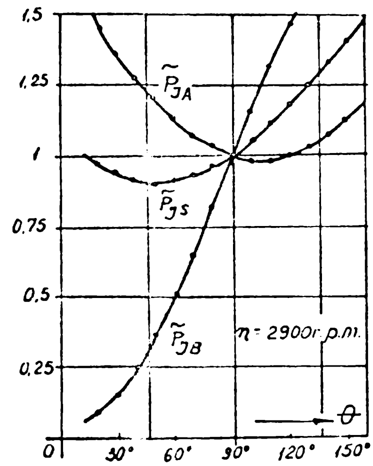


Fig. 3.65

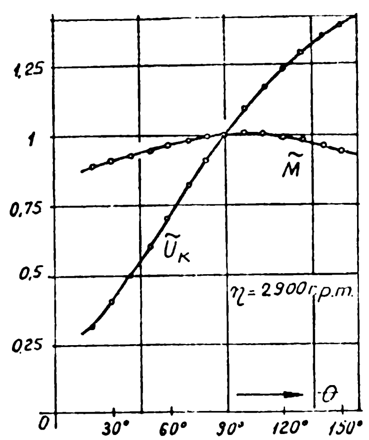


Fig.3.66

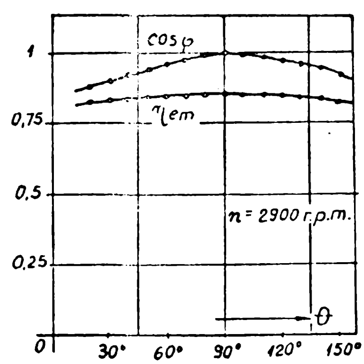


Fig.3.67

fășurării auxiliare.

Corespunzător funcționării la turația nominală, s-au analizat:

1. Variația curenților statorici cu unghiul θ (în fig.3.64);

2. Variația pierderilor electrice din înfășurările statorice (principală A și auxiliară B) cu unghiul θ (în fig.3.65);

3. Dependența momentului electromagnetic și a tensiunii la bornele condensatorului, cu unghiul θ (în fig.3.66);

4. Dependența randamentului și a factorului de putere al motorului, cu unghiul θ (în fig.3.67);

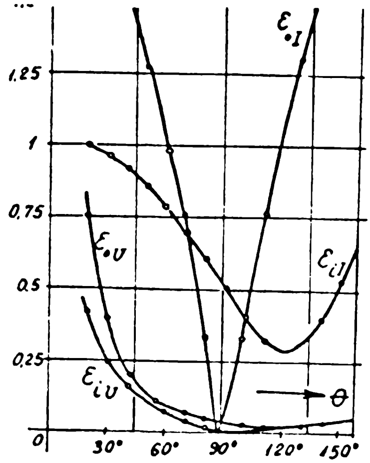


Fig.3.68

5. Variația factorilor de nesimetrie cu unghiul θ (în fig.3.68).

Se precizează că la calcularea randamentului (fig.3.67) nu s-au considerat pierderile mecanice și de ventilație, valorile înregistrate semnificînd doar randamentul conversiei electromecanice.

Prin ilustrarea aspectelor de mai sus, s-a întregit tabloul comportării motoarelor de inducție monofazate cu fază auxiliară sau de pornire, general nesimetrică.

Față de cele cunoscute pînă în prezent, prin decalarea fazei auxiliare sau de pornire cu unghiuri $\theta > 90^{o}$, se constată majorarea atît a curentului de pornire cît și a tensiunii la bornele condensatorului. Prin urmare, soluția se impune numai cînd primordial devine mărirea cu orice preț a momentului de pornire.

In plus, la utilizarea a două sau, mai rar, trei dimensiuni de crestături statorice (în cadrul tehnologiilor de fabricație mai evoluate), prin decalarea fazei de pornire se pot obține importante economii de oțel electrotehnic la croirea adecvată a tolei stator, ceea ce este un avantaj deloc neglijabil.

Probabil, aceasta este și rațiunea pentru care, în ultimul timp /186/, pe plan mondial au fost construite astfel de motoare asincrone monofazate.

C A P I T O L U L 4

CONTRIBUTII LA STUDIUL MOTOARELOR DE INDUCTIE MONOFAZATE FARA INFASURARE DE PORNIRE

4.1 Introducere.

Motorul de inducție monofazat (cu o singură înfășurare pe stator) prezintă o serie întreagă de neajunsuri /23/,/25/,/33/,/48/,/162/ etc. Dintre acestea, lipsa autopornirii îl face practic inutilizabil.

Teoretic, inconvenientul poate fi ușor depășit dacă -la pornire- prin înfășurarea statorică se stabilesc curenți polifazați. In particular, pornirea motoarelor de inducție monofazate se asigură (în majoritatea cazurilor) prin formarea sistemului bifazat (în general nesimetric) de curenți în stator.

Practic, motoarele au fost bobinate cu încă o înfășurare (numită "de pornire") decalată -de regulă- la 90^{o}el. față de înfășurarea principală. La alimentarea de la aceeași rețea monofazată, defazajul temporar al curenților este asigurat prin stabilirea unui raport X/R diferit pentru cele două înfășurări statorice. In acest scop sînt folosite elemente pasive de circuit.

Infășurarea de pornire este dimensionată pentru regimul de scurtă durată, fiind decuplată (de un releu centrifugal, de timp sau de curent) de la rețea imediat ce rotorul a intrat în turație. In urma pasivizării acesteia, motorul continuă să funcționeze numai cu înfășurarea principală alimentată.

4.2 Motoare de inducție monofazate fără înfășurare de pornire dar cu condensatori de pornire.

Motoarele de inducție monofazate fără înfășurare de pornire folosesc o altă posibilitate practică de transpunere în viață a aceleiași idei de pornire a motoarelor asincrone monofazate. Principial, aceasta este ilustrată în fig.4.1 la poziția d). Concret, motoarele nu mai sînt prevăzute cu înfășurări suplimentare pentru pornire. Pentru defazarea curenților sînt utilizate condensatoare electrice.

Este o soluție practică mai puțin cunoscută și deci nici prea răspîndită, deși elimină neajunsul variantei clasice, conducînd (în raport cu aceasta) -după opinia lui Adamenko /3/- la economii de pînă la 33% Cu și de 10 - 20% Fe prin croirea adecvată a tolei stator.

Sugestiv, la construcția indicată de fig.4.1d s-ar ajunge dacă înfășurarea statorică monofazată (v.fig.4.1, a) a motorului s-ar realiza din două subînfășurări (faze) A și B (ca în fig.4.1, b) care s-ar decala spațial cu cu ungniul θ_1 şi s-ar înseria ca în fig.4.1c. Defazajul temporar al curenţilor -la pornire- este asigurat prin conectarea de condensatori în derivaţie cu una din cele două faze statorice.

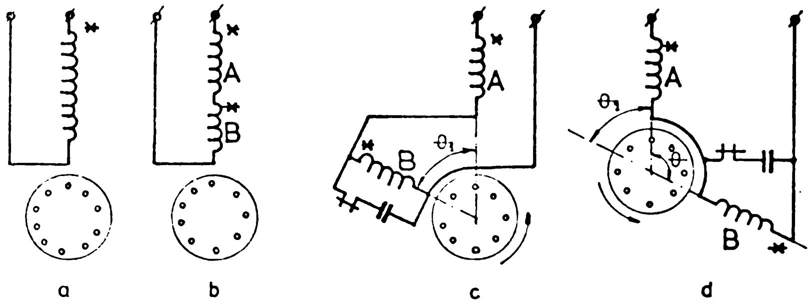


Fig.4.1

Sensul de rotaţie al rotorului se stabileşte în funcţie de faza statorică şuntată de condensator (fiind în totdeauna de la faza statorică şuntată către cealaltă, ca în fig.4.1d). Dacă cele două faze statorice sînt identice, performanţele motorului vor fi aceleaşi pentru ambele sensuri de rotaţie.

Ideea de a înseria înfăşurările statorice (principală şi auxiliară, în cuadratură electrică) ale motorului asincron monofazat cu condensator, concomitent cu legarea condensatorului în derivaţie cu înfăşurarea auxiliară, este de mult timp cunoscută. Incă din anii 40-50 se construiau /189/ motoare de inducţie monofazate cu două viteze, la care conexiunea derivaţie -zisă normală- a înfăşurărilor statorice era utilizată în alternanţă cu conexiunea serie a lor (pentru viteza mică). Surprinzător este însă faptul că ecuaţiile funcţionale ale acestor motoare au fost stabilite mult mai tîrziu,/57/, /187/, la nivelul anului 1977.

O situaţie similară este întîlnită şi la motoarele asincrone monofazate cu priză în bobinajul statoric /50/,/52/,/53/,/134/,/188/ la care în cadrul conexiunii L -alimentate pe priza de viteză mare- înfăşurările statorice: auxiliară şi exterioară (sau intermediară) în cuadratură electrică sînt tot inseriate.

Tot înserieri de înfăşurări statorice intervin şi în funcţionarea motoarelor de inducţie monofazate cu două sau trei viteze realizate pe baza tehnicilor de modulare a amplitudinii polilor (PAM) /91/,/92/,/93/,/94/, /95/,/166/ etc.

Studiile teoretice efectuate în literatură în vederea stabilirii performanţelor acestor tipuri de motoare asincrone monofazate consideră înfăşurările statorice înseriate în cuadratură electrică. Pentru această configuraţie au fost utilizate teoriile clasice de analiză a maşinilor electrice. Incercările de a extrapola anumite expresii la predeterminarea performanțelor motoarelor asincrone monofazate la care, din anumite motive, înfășurările statorice nu mai sînt exact în cuadratură electrică au condus la rezultate eronate.

Motoarele de inducție monofazate cu impedanță de pornire dar fără înfășurare de pornire /2/,/3/ au înfășurarea statorică repartizată pe 2/3 pînă la 3/4 din numărul total de crestături, despărțită în două faze, A și B, decalate spațial cu unghiul $\theta = 110^{\circ} - 120^{\circ}$el. și înseriate ca în fig.4.1d. Ele au fost dezvoltate în cadrul Institutului de Electrodinamică al Academiei de Stiințe din R.S.S. Ucraina, începînd din anul 1957, /3/.

De altfel, din cercetarea bibliografică efectuată, referiri la acest tip de motor asincron monofazat au fost întîlnite numai în lucrările lui Adamenko /1/,/2/,/3/,/4/,/5/,/6/,/7/ și ale colaboratorilor săi: Kislenko /4/ și Artemiuk /8/. In plus, în U.R.S.S. au și fost construite motoare asincrone monofazate fără înfășurare de pornire (dar cu fazele statorice identice și decalate spațial la 120°el.), simbolizate AOLGM ($P_N = 0,12 - 0,6$ kW; 2p = 2 sau 4 și $U_N = 220$ V), motoare derivate din seria AOLG /3/. Pentru pornirea acestor motoare s-au utilizat condensatoare electrolitice nepolarizate de tensiune redusă avînd ca dielectric oxidul de aluminiu ($\varepsilon_r = 10$) iar mai recent, oxidul de tantal cu $\varepsilon_r = 25$.

Intrucît aceste tipuri de motoare sînt mai puțin cunoscute, cu titlu informativ -după /3/- se prezintă cîteva din performanțele lor la pornire. Astfel, pentru $M_p/M_N = 1,5$; curentul de pornire (raportat la curentul nominal) este 2,6 - 3 pentru motoarele cu 2p = 2 și 4 - 5,5 la motoarele cu patru poli. Valoarea maximă a momentului de pornire poate depăși de 2,5 - 3,7 ori momentul nominal.

Cu toate acestea, din punct de vedere teoretic, motorul de inducție monofazat fără înfășurare de pornire dar cu condensator de pornire a fost prea puțin studiat. Singura metodă de analiză utilizată în acest scop este cea a "sumei amper-spirelor complexe" (metodă mai puțin cunoscută și bazată în fapt pe teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare). In plus, în /3/ și /4/ s-a încercat și o analiză în cadrul metodei componentelor simetrice (varianta prezentată la poz.1 în Tab.1.1), dar fără finalizare.

Să menționăm că analiza motorului de inducție monofazat fără înfășurare de pornire, în cadrul teoriei cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare a fost publicată de autor /130/ în 1980. Doi ani mai tîrziu, Guru /60/ stabilește exact aceleași ecuații într-o lucrare similară

Desigur, o apreciere globală a performanțelor la pornire, în cazul optării pentru o astfel de soluție constructivă poate fi stabilită numai în lumina unei analize teoretico-experimentale complete.

Din acest punct de vedere, în paragrafele următoare ale lucrării, va fi prezentat un studiu detaliat al principalelor aspecte legate de funcționarea, dimensionarea și stabilirea performanțelor la pornire ale motoarelor de inducție monofazate fără înfășurare de pornire. Pentru investigațiile teoretice este utilizată metoda componentelor simetrice (stabilită în Cap.2 al lucrării) a cărei corectitudine a fost amănunțit verificată în ANEXA 1.

4.2.1 Metoda componentelor simetrice.

In fig.4.1, la poz.d, cu A și B s-au notat cele două faze statorice înseriate ale unui motor de inducție monofazat fără înfășurare de pornire dar cu condensator de pornire. Faza B -în general- are de k_B ori mai multe spire efective decît faza A, este dispusă spațial sub ungniul $\theta > 90^o$el. și este șuntată de un condensator K, de impedanță $\underline{Z}_K$.

Din considerente analitice, în fig.4.2 s-a reconstituit mașina trifazată nesimetrică "model matematic" care alimentată dezechilibrat ($\underline{I}_C = 0$) permite analiza teoretică a motorului asincron monofazat fără înfășurare de pornire. (Acesta este punctul de vedere original al autorului.)

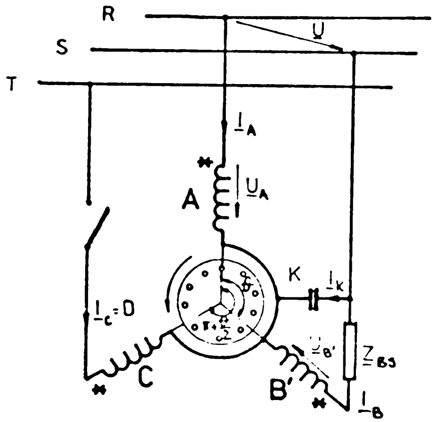


Fig.4.2

In conformitate cu procedura menționată în paragraful 2.4, înfășurarea reală B va fi substituită fictiv cu o alta , ideală, B' înseriată cu impedanța de simetrizare $\underline{Z}_{BS}$. Aceasta conține eventualele diferențe dintre rezistențele și reactanțele proprii de dispersie ale celor două faze statorice A și B, fiind definită prin:

$$R_B + jX_{B\sigma} = k_B^2(R_A + jX_{A\sigma}) + \underline{Z}_{BS} \tag{4.1}$$

Regimul dezechilibrat al mașinii trifazate nesimetrice "model matematic" reprezentat în fig.4.2 (cu înfășurările statorice A și B conectate ca în fig. 4.1d) este descris de următorul set de ecuații:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A - \underline{U}_{B'} - \underline{Z}_{BS}\,\underline{I}_B &= \underline{U} \\ \underline{U}_A \qquad\quad - \underline{Z}_K\,\underline{I}_K &= \underline{U} \\ \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_K &= 0 \\ \underline{I}_C &= 0 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Sistemul (4.2) poate fi soluționat în cadrul metodei componentelor simetrice întocmai ca în teoria clasică a mașinilor electrice simetrice. Pentru configurația "modelului matematic" și sensul de rotație precizat în fig. 4.2, substituțiile utilizabile în acest scop sînt următoarele:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} \\ \underline{U}_{B'} &= k_B(\underline{U}_{A1}e^{+j\theta} + \underline{U}_{A2}e^{-j\theta} + \underline{U}_{A0}) \end{aligned} \tag{4.3}$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0}$$

$$\underline{I}_B = \frac{1}{k_B}(\underline{I}_{A1}e^{j\theta} + \underline{I}_{A2}e^{-j\theta} + \underline{I}_{A0}) \qquad (4.4)$$

$$\underline{I}_C = \frac{1}{k_C}\left[2\cos(\pi-\theta)\underline{I}_{A1}e^{j(\pi+½\theta)} + 2\cos(\pi-\theta)\underline{I}_{A2}e^{-j(\pi+½\theta)} + 2\cos½\theta\cdot\underline{I}_{A0}\right]$$

şi $$\underline{U}_{A1} = \underline{Z}_{A1}\underline{I}_{A1}, \quad \underline{U}_{A2} = \underline{Z}_{A2}\underline{I}_{A2}, \quad \underline{U}_{A0} = \underline{Z}_{A0}\underline{I}_{A0} \qquad (4.5)$$

In relaţiile (4.3),(4.4) şi (4.5) s-au notat: cu $\underline{U}_{A1}$, $\underline{U}_{A2}$ şi $\underline{U}_{A0}$ componentele directă, inversă şi omopolară ale tensiunii $\underline{U}_A$; cu $\underline{Z}_{A1}$, $\underline{Z}_{A2}$ şi $\underline{Z}_{A0}$ impedanţele echivalente ale maşinii nesimetrice "model matematic" văzute pe la bornele înfăşurării statorice A; cu $\underline{I}_{A1}$, $\underline{I}_{A2}$ şi $\underline{I}_{A0}$ componentele simetrice (directă, inversă şi omopolară) ale curentului $\underline{I}_A$.

Cu aceste substituţii, setul ecuaţiilor funcţionale (4.2) se reduce la următorul sistem (echivalent):

$$\begin{aligned}
&\underline{I}_{A1}\left[\underline{Z}_{A1}(1-ke^{j\theta})-\underline{Z}_{BS}\frac{e^{j\theta}}{k}\right] + \underline{I}_{A2}\left[\underline{Z}_{A2}(1-ke^{-j\theta})-\underline{Z}_{BS}\frac{e^{-j\theta}}{k}\right] + \underline{I}_{A0}\left[\underline{Z}_{A0}(1-k)-\frac{1}{k}\underline{Z}_{BS}\right] = \underline{U}\\
&\underline{I}_{A1}\left[\underline{Z}_{A1} + \underline{Z}_K(1+\frac{e^{j\theta}}{k})\right] + \underline{I}_{A2}\left[\underline{Z}_{A2} + \underline{Z}_K(1+\frac{e^{-j\theta}}{k})\right] + \underline{I}_{A0}\left[\underline{Z}_{A0} + \underline{Z}_K(1+\frac{1}{k})\right] = \underline{U}\\
&\underline{I}_{A1}\cdot 2\cos\theta\cdot e^{j\theta} + \underline{I}_{A2}\cdot 2\cos\theta + \underline{I}_{A0}(1+e^{j\theta}) = 0
\end{aligned} \qquad (4.6)$$

în care, pentru simplificarea scrierii, s-a notat:

$$k = k_B = \frac{w_B k_{yB} k_{qB}}{w_A k_{yA} k_{qA}} \qquad (4.7)$$

Sistemul (4.6) este compatibil, unic determinat, cu soluţia:

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{U}}{1-e^{j\theta}}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\left\{\underline{Z}_K(1-e^{j\theta})(1-ke^{-j\theta})+\underline{Z}_{BS}(1-e^{j\theta})+k^2\left[\underline{Z}_{A2}(1+e^{-j\theta})-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}\right]\right\}$$

$$\underline{I}_{A2} = \frac{\underline{U}}{1-e^{j\theta}}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\left\{\underline{Z}_K(1-e^{j\theta})(1-ke^{j\theta})+\underline{Z}_{BS}(1-e^{j\theta})-k^2e^{j\theta}\left[\underline{Z}_{A1}(1+e^{j\theta})-2\cos\theta\ \underline{Z}_{A0}\right]\right\}$$

$$\underline{I}_{A0} = \frac{\underline{U}}{1-e^{j\theta}}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\cdot 2\cos\theta\left[\underline{Z}_K(1-e^{j\theta})(k-1) - \underline{Z}_{BS}(1-e^{j\theta}) + k^2(\underline{Z}_{A1}e^{j\theta}-\underline{Z}_{A2})\right] \qquad (4.8)$$

în care prin $\underline{D}$ s-a notat determinantul sistemului (4.6), adică:

$$\underline{D} = \underline{Z}_K\left[(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})(1-2k\cos\theta+k^2)+\underline{Z}_{BS}2(1-\cos\theta)-2\cos\theta\ \underline{Z}_{A0}(k-1)^2\right] + \underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_{A1}+$$
$$+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}) + k^2\left[\underline{Z}_{A1}\underline{Z}_{A2}2(1+\cos\theta)-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})\right] \qquad (4.9)$$

Expresiile curenţilor statorici $\underline{I}_A$ şi $\underline{I}_B$ ai motorului asincron monofazat fără înfăşurare de pornire se determină pe baza substituţiilor (4.4):

$$\underline{I}_A = \underline{U}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\left[4\sin^2½\theta\cdot(\underline{Z}_K + \underline{Z}_{BS}) + k^2(\underline{Z}_{A1} + \underline{Z}_{A2} - 2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0})\right] \qquad (4.10)$$

$$\underline{I}_B = \underline{U}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\left[-4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_K - k(\underline{Z}_{A1}e^{j\theta} + \underline{Z}_{A2}e^{-j\theta} - 2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0})\right]$$

Curentul $\underline{I}_K$ (prin condensatorul K) se determină cu:

$$\underline{I}_K = \underline{U}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\left[-4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_{BS} - k^2(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0})+k(\underline{Z}_{A1}e^{j\theta}+\underline{Z}_{A2}e^{-j\theta} - 2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0})\right] \tag{4.11}$$

Similar se determină şi tensiunile de fază $\underline{U}_A$, $\underline{U}_B$. După cîteva calcule intermediare, rezultă:

$$\underline{U}_A = \underline{U}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\Big\{\underline{Z}_K\left[\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0} - k(\underline{Z}_{A1}e^{-j\theta}+\underline{Z}_{A2}e^{j\theta}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0})\right] + \underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_{A1} + \underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0})+k^2\left[\underline{Z}_{A1}\underline{Z}_{A2}2(1+\cos\theta)-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})\right]\Big\}$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\left[-4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_{BS} - k^2(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}) + k(\underline{Z}_{A1}e^{j\theta} + \underline{Z}_{A2}e^{-j\theta} - 2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0})\right] \tag{4.12}$$

Momentul electromagnetic dezvoltat de motorul asincron monofazat fără înfăşurare de pornire se calculează cu relaţia (2.55).

Să precizăm că toate expresiile stabilite pînă acum sînt foarte generale, valabile pentru orice alunecare s, a rotorului şi orice valori numerice date parametrilor θ, k şi $\underline{Z}_K$. Cu ajutorul lor pot fi stabilite performanţele motorului la orice sarcină dacă -în plus- se consideră şi schemele echivalente corespunzătoare regimurilor staţionare simetrice.

4.2.2 Separarea nesimetriei unghiulare.

Sub forma lor iniţială, expresiile (4.8)...(4.12) sînt greoaie şi dificil de manevrat. Motivul: dependenţa relativ complicată a parametrilor impedanţelor echivalente $\underline{Z}_{A1}$ şi $\underline{Z}_{A2}$ cu unghiul θ.

Pentru depăşirea situaţiei descrise mai sus vom folosi relaţiile (ec.I.62, Anexa I):

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{A1} &= \underline{Z}_1(1 - \cos\theta) + \underline{Z}_0\cos\theta\\ \underline{Z}_{A2} &= \underline{Z}_2(1 - \cos\theta) + \underline{Z}_0\cos\theta\end{aligned} \tag{4.13}$$

în care:

$$\underline{Z}_1 = R_A + j(X_{A\sigma}+X_{AA\sigma}) + \frac{(R_{1m}+jX_{1m})(\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma})}{\frac{R'_2}{s} + R_{1m} + j(X'_{2\sigma}+X_{1m})}$$

$$\underline{Z}_2 = R_A + j(X_{A\sigma}+X_{AA\sigma}) + \frac{(R_{1m}+jX_{1m})(\frac{R'_2}{2-s} + jX'_{2\sigma})}{\frac{R'_2}{2-s} + R_{1m} + j(X'_{2\sigma}+X_{1m})} \tag{4.14}$$

$$\underline{Z}_0 = R_A + jX_{A\sigma}$$

Aceste relaţii, înpreună cu identităţile trigonometrice:

$$1 - \cos\theta = \frac{1}{2}(1-e^{j\theta})(1-e^{-j\theta}) = 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta \tag{4.15}$$

permit separarea nesimetriei unghiulare din toate expresiile stabilite pînă acum. După cîteva calcule intermediare, obținem:

a) Pentru componentele simetrice ale curenților statorici:

$$
\begin{aligned}
\underline{I}_{A1} &= \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\cdot\frac{1}{\underline{D}_m}\cdot\left[\underline{Z}_K(1-ke^{-j\theta})+\underline{Z}_{BS}+k^2e^{-j\theta}(j\sin\theta\cdot\underline{Z}_2+\cos\theta\cdot\underline{Z}_o)\right]\\
\underline{I}_{A2} &= \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\cdot\frac{1}{\underline{D}_m}\cdot\left[\underline{Z}_K(1-ke^{+j\theta})+\underline{Z}_{BS}-k^2e^{+j\theta}(j\sin\theta\cdot\underline{Z}_1-\cos\theta\cdot\underline{Z}_o)\right]\\
\underline{I}_{A0} &= \frac{\underline{U}\cos\theta}{1-\cos\theta}\cdot\frac{1}{\underline{D}_m}\left\{2\underline{Z}_K(k-1)-2\underline{Z}_{BS}+k^2\left[(\underline{Z}_1-\underline{Z}_o)e^{j\theta}+(\underline{Z}_2-\underline{Z}_o)e^{-j\theta}-(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)\right]\right\}
\end{aligned}
\tag{4.16}
$$

cu determinantul modificat $\underline{D}_m$ dat de:

$$
\begin{aligned}
\underline{D}_m = {} & \underline{Z}_K\left[(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)(1-2k\cos\theta+k^2)+4k\cos\theta\cdot\underline{Z}_o+2\underline{Z}_{BS}\right]+\underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)+\\
& +2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2-(\underline{Z}_1-\underline{Z}_o)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_o)\cos^2\theta\right]
\end{aligned}
\tag{4.17}
$$

b) Pentru expresiile curenților statorici:

$$
\begin{aligned}
\underline{I}_A &= \underline{U}\,\frac{1}{\underline{D}_m}\cdot\left[2(\underline{Z}_K+\underline{Z}_{BS})+k^2(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)\right]\\
\underline{I}_B &= \underline{U}\,\frac{1}{\underline{D}_m}\cdot\left[-2\underline{Z}_K-k(\underline{Z}_1e^{j\theta}+\underline{Z}_2e^{-j\theta}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_o)\right]\\
\underline{I}_K &= \underline{U}\,\frac{1}{\underline{D}_m}\cdot\left[-2\underline{Z}_{BS}-k^2(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)+k(\underline{Z}_1e^{j\theta}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_o)\right]
\end{aligned}
\tag{4.18}
$$

c) Pentru expresiile tensiunilor fazelor statorice:

$$
\begin{aligned}
\underline{U}_A &= \underline{U}\,\frac{1}{\underline{D}_m}\cdot\left\{\underline{Z}_K\left[(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)-k(\underline{Z}_1e^{-j\theta}+\underline{Z}_2e^{j\theta}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_o)\right]+\underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)+\right.\\
&\qquad\left.+2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2-(\underline{Z}_1-\underline{Z}_o)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_o)\cos^2\theta\right]\right\}\\
\underline{U}_B &= \underline{U}\,\frac{1}{\underline{D}_m}\underline{Z}_K\left[-2\underline{Z}_{BS}-k^2(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)+k(\underline{Z}_1e^{j\theta}+\underline{Z}_2e^{-j\theta}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_o)\right]
\end{aligned}
\tag{4.19}
$$

4.2.3 Performanțele la pornire.

La pornire: $\underline{Z}_1=\underline{Z}_2=\underline{Z}_p$. Impedanța $\underline{Z}_p$ se calculează cu una din relațiile (4.14) în care se înlocuește $s = 1$. In plus, ea poate fi determinată și experimental (fiind chiar impedanța măsurată la bornele înfășurării statorice A atunci cînd rotorul este calat).

Cu aceste precizări, relațiile (4.16)...(4.19) la pornire devin:

$$
\begin{aligned}
\underline{I}_{A1p} &= \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\,\frac{1}{2}\,\frac{\underline{Z}_K(1-ke^{-j\theta})+\underline{Z}_{BS}+k^2e^{-j\theta}(j\sin\theta\underline{Z}_p+\cos\theta\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_K\left[\underline{Z}_p(1-2k\cos\theta+k^2)+2k\cos\theta\underline{Z}_o+\underline{Z}_{BS}\right]+\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p+k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]}\\
\underline{I}_{A2p} &= \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\,\frac{1}{2}\,\frac{\underline{Z}_K(1-ke^{+j\theta})+\underline{Z}_{BS}-k^2e^{+j\theta}(j\sin\theta\underline{Z}_p-\cos\theta\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_K\left[\underline{Z}_p(1-2k\cos\theta+k^2)+2k\cos\theta\underline{Z}_o+\underline{Z}_{BS}\right]+\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p+k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]}\\
\underline{I}_{A0p} &= \frac{\underline{U}\cdot\cos\theta}{1-\cos\theta}\,\frac{2}{2}\,\frac{\underline{Z}_K(k-1)-\underline{Z}_{BS}-k^2\,\underline{Z}_p-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)\cos\theta}{\underline{Z}_K\left[\underline{Z}_p(1-2k\cos\theta+k^2)+2k\cos\theta\underline{Z}_o+\underline{Z}_{BS}\right]+\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p+k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]}
\end{aligned}
\tag{4.20}
$$

$$\underline{I}_{Ap} = \underline{U}\frac{\underline{Z}_K + \underline{Z}_{BS} + k^2\underline{Z}_p}{\underline{Z}_K\left[\underline{Z}_p(1-2k\cos\theta+k^2)+2k\cos\theta\underline{Z}_o+\underline{Z}_{BS}\right]+\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p+k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]}$$

$$\underline{I}_{Bp} = \underline{U}\frac{-\underline{Z}_K - k\cos\theta\cdot(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_K\left[\underline{Z}_p(1-2k\cos\theta+k^2)+2k\cos\theta\underline{Z}_o+\underline{Z}_{BS}\right]+\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p+k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]} \qquad (4.21)$$

$$\underline{I}_{Kp} = \underline{U}\frac{-\underline{Z}_{BS} - k^2\underline{Z}_p + k\cos\theta\cdot(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_K\left[\underline{Z}_p(1-2k\cos\theta+k^2)+2k\cos\theta\underline{Z}_o+\underline{Z}_{BS}\right]+\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p+k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]} \qquad (4.22)$$

$$\underline{U}_{Ap} = \underline{Z}_p\underline{I}_{Ap}; \qquad \underline{U}_{Bp} = \underline{U}_{Kp} = \underline{Z}_K\underline{I}_{Kp}$$

Momentul electromagnetic dezvoltat -la pornire- de motorul de inducție monofazat fără înfășurare de pornire va fi determinat cu:

$$M_p = \frac{p\cdot 8\sin^4 ½\theta}{\omega_1}\cdot\frac{R_2'(R_{1m}^2+X_{1m}^2)}{(R_2'+R_{1m})^2+(X_{2\sigma}'+X_{1m})^2}\cdot(I_{A1p}^2 - I_{A2p}^2) \qquad (4.23)$$

OBSERVAȚIE: Expresia "$\underline{Z}_p(1-2k\cos\theta+k^2) + 2k\cos\theta\cdot\underline{Z}_o + \underline{Z}_{BS}$" care intervine în numitorul relațiilor (4.19)...(4.22) are o semnificație fizică deosebită. Pentru a o evidenția vom calcula impedanța echivalentă -la pornire- a motorului asincron monofazat, în absența condensatorului de pornire (ca în fig.4.3a).

In acest scop în fig. 4.3b s-a reconstituit mașina trifazată nesimetrică "model matematic", alimentată dezechilibrat (corespunzător relațiilor):

$$\underline{I}_{Ap} = -\underline{I}_{Bp} = \underline{I}_p$$
$$\underline{I}_C = 0 \qquad (4.24)$$
$$\underline{U}_{Ap} - \underline{U}_{B'p} + \underline{Z}_{BS}\underline{I}_p = \underline{U}$$

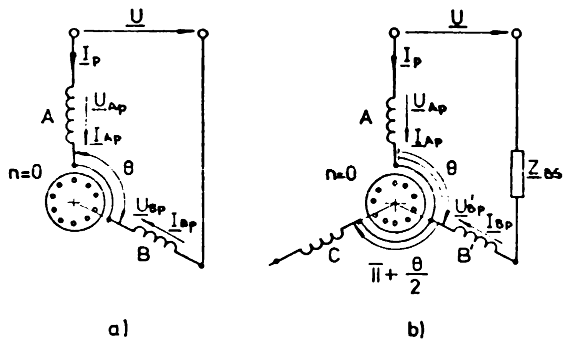


Fig.4.3

Dacă descompunem tensiunile de fază în componente simetrice și ținem cont de (4.5) obținem:

$$\underline{U}_{Ap} = \underline{Z}_{A1p}\underline{I}_{A1p} + \underline{Z}_{A2p}\underline{I}_{A2p} + \underline{Z}_{AO}\underline{I}_{AOp}$$
$$\underline{U}_{B'p} = k(\underline{Z}_{A1p}\underline{I}_{A1p}e^{j\theta} + \underline{Z}_{A2p}\underline{I}_{A2p}e^{-j\theta} + \underline{Z}_{AO}\underline{I}_{AOp}) \qquad (4.25)$$

în care, componentele simetrice ale curenților statorici (calculate cu relațiile (2.18)) sînt :

$$\underline{I}_{A1p} = \frac{1-ke^{-j\theta}}{4\sin^2 ½\theta}\cdot\underline{I}_p; \quad \underline{I}_{A2p} = \frac{1-ke^{+j\theta}}{4\sin^2 ½\theta}\cdot\underline{I}_p; \quad \underline{I}_{AOp} = \frac{2\cos(\pi-\theta)}{4\sin^2 ½\theta}(1-k)\underline{I}_p \qquad (4.26)$$

In plus, dacă ținem cont că: $\underline{Z}_{A1p} = \underline{Z}_{A2p} = \underline{Z}_p(1-\cos\theta) + \underline{Z}_o\cos\theta$ și că $\underline{Z}_{A0} = \underline{Z}_0$, ecuaţia de echilibru a tensiunilor din sistemul (4.24), după efectuarea substituţiilor de mai sus, devine:

$$\underline{U} = \left[\underline{Z}_p(1-2k\cos\theta+k^2) + 2k\cos\theta\cdot\underline{Z}_0 + \underline{Z}_{BS}\right]\cdot\underline{I}_p \qquad (4.27)$$

Prin urmare "$\underline{Z}_p(1-2k\cos\theta+k^2) + 2k\cos\theta\cdot\underline{Z}_0 + \underline{Z}_{BS}$" este chiar impedanţa la pornire a motorului asincron monofazat fără înfăşurare de pornire (şi fără condensatorul de pornire). O vom nota cu $\underline{Z}_{mp}$, ($\underline{Z}_{mp} = R_{mp} + jX_{mp}$). Dacă utilizăm şi relaţia (4.1) de definire a impedanţei de simetrizare $\underline{Z}_{BS}$ şi separăm părţile reală şi imaginară, obţinem:

$$\begin{aligned} R_{mp} &= (R_p-R_A)(1-2k\cos\theta+k^2) + R_A + R_B \\ X_{mp} &= (X_p-X_{A\sigma})(1-2k\cos\theta+k^2) + X_{A\sigma} + X_{B\sigma} \end{aligned} \qquad (4.28)$$

Intrucît R_p, R_{mp}, X_p şi X_{mp} pot fi determinaţi şi experimental (atît pentru conexiunea adiţională cît şi cea diferenţială a înfăşurărilor de fază statorice), relaţii de tipul (4.28) au fost utilizate la determinarea experimentală a parametrilor motoarelor asincrone monofazate fără înfăşurare de pornire.

Cu această observaţie pot fi rescrise -mai simplu- toate expresiile corespunzătoare regimului de pornire (căci $\underline{Z}_{mp}$ apare explicit în numitorul acestora). Insă, în acest stadiu, este imposibil de prezis cum se modifică performanţele motorului -la pornire- dacă se variază unghiul θ sau raportul de transformare k. Pentru a răspunde la această întrebare, în primul rînd, trebuie stabilită dependenţa parametrilor înfăşurărilor statorice cu θ şi k. In plus, pentru aprecieri cantitative, toate mărimile aferente regimului de pornire (curenţi, moment electromagnetic, pierderi etc.) vor trebui precizate în valori relative.

Pentru motorul de inducţie monofazat fără înfăşurare de pornire s-a găsit că cea mai convenabilă bază de raportare o constitue mărimile corespunzătoare (regimului de pornire) ale motorului bifazat simetric echivalent.

Motorul bifazat simetric reprezentat în fig.4.4 b (cu acelaşi rotor şi aceeaşi mărime a întrefierului) este echivalent -atît din punct energetic (la pornire) cît si al solicitărilor electromagnetice- cu motorul asincron monofazat fără înfăşurare de pornire.

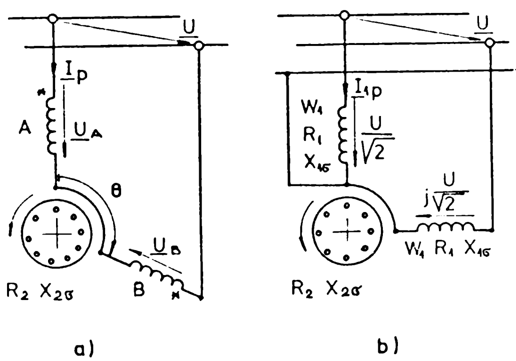


Fig.4.4

Condiţiile de conservare sînt următoarele:

1. Aceeaşi putere aparentă absorbită din reţea, la pornire:

$$U\cdot I_p = 2\cdot\frac{U}{\sqrt{2}}\cdot I_{1p} \qquad (4.29)$$

de unde: $$I_p = \sqrt{2}\cdot I_{1p} \tag{4.30}$$

2. Aceeași putere activă absorbită din rețea, la pornire:

$$R_{mp} I_p^2 = 2\cdot R_{1p}\cdot I_{1p}^2 \tag{4.31}$$

de unde: $$R_{mp} = R_{1p} \tag{4.32}$$

Din condițiile 1. și 2. rezultă implicit și egalitatea puterilor reactive, adică:

$$X_{mp} = X_{1p} \tag{4.33}$$

(In relațiile de mai sus, cu R_{1p} și X_{1p} s-au notat rezistența și respectiv reactanța -pe fază- la pornire, corespunzătoare motorului bifazat simetric echivalent.)

3. Aceleași solicitări magnetice. Cum însă circuitele magnetice ale celor două mașini sînt identice, condiția este echivalentă cu invarianța fluxului util maxim în întrefier. Rezultă:

$$w_A k_{wA}\cdot\sqrt{1-2k\cos\theta+k^2} = \sqrt{2}\cdot w_1 k_{w1} \tag{4.34}$$

de unde:

$$\begin{aligned} w_A k_{wA} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1-2k\cos\theta+k^2}}\cdot w_1 k_{w1} \\ w_B k_{wB} &= \frac{k\sqrt{2}}{\sqrt{1-2k\cos\theta+k^2}}\cdot w_1 k_{w1} \end{aligned} \tag{4.35}$$

La aceeași geometrie transversală a crestăturilor statorice, reactanțele proprii de dispersie a înfășurărilor statorice depind numai de pătratul numerelor efective de spire. Prin urmare:

$$\begin{aligned} X_{A\sigma} &= \frac{2}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot X_{1\sigma} \\ X_{B\sigma} &= \frac{2k^2}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot X_{1\sigma} \end{aligned} \tag{4.36}$$

De asemenea, parametrii rotorici raportați la numărul efectiv de spire al înfășurării statorice (de referință) A, se calculează cu:

$$R'_{2(A)} = \frac{2}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot R'_{2(1)}; \qquad X'_{2\sigma(A)} = \frac{2}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot X'_{2\sigma(1)} \tag{4.37}$$

4. Aceleași solicitări electrice. Dacă prin s_{Cu} și s_{Cu1} se notează secțiunile transversale ale conductoarelor înfășurărilor statorice (corespunzătoare celor două mașini), la pornire condiția devine echivalentă cu:

$$\frac{s_{Cu1}}{s_{Cu}} = \frac{I_{1p}}{I_p} \tag{4.38}$$

Dacă admitem că atît lungimea medie a spirelor statorice cît și factorii de bobinaj sînt aceeași pentru înfășurările ambelor mașini, vom obține:

$$R_A = \frac{1}{\sqrt{1-2k\cos\theta+k^2}}\cdot R_1 \quad ; \quad R_B = \frac{k}{\sqrt{1-2k\cos\theta+k^2}}\cdot R_1 \tag{4.39}$$

Ansamblul relațiilor de mai sus, înpreună cu expresiile (4.28) permit stabilirea analitică a dependenței (cu k și θ) a tuturor parametrilor motorului asincron monofazat (văzuți pe la bornele înfășurării statorice de referință A):

$$R_p(k,\theta) = \frac{(1-2k\cos\theta+k^2)^{1/2}R_{1p} + k(k-1-2\cos\theta)R_1}{(1-2k\cos\theta+k^2)^{3/2}}$$

$$X_p(k,\theta) = \frac{(1-2k\cos\theta+k^2)\cdot X_{1p} - 4k\cdot\cos\theta\cdot X_{1\sigma}}{(1-2k\cos\theta+k^2)^2}$$

$$R_A(k,\theta) = \frac{1}{(1-2k\cos\theta+k^2)^{1/2}}\cdot R_1 \;;\quad R_B(k,\theta) = \frac{k}{(1-2k\cos\theta+k^2)^{1/2}}\cdot R_1 \tag{3.40}$$

$$X_{A\sigma}(k,\theta) = \frac{2}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot X_{1\sigma} \;;\quad X_{B\sigma}(k,\theta) = \frac{2k^2}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot X_{1\sigma}$$

$$R'_{2(A)}(k,\theta) = \frac{2}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot R'_{2(1)};\quad X'_{2\sigma(A)}(k,\theta) = \frac{2}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot X'_{2\sigma(1)}$$

In ceea ce privește aspectul economic, vom face o scurtă comparație cu motorul asincron monofazat cu fază de pornire (la care greutatea înfășurării de pornire poate ajunge pînă la 33% din greutatea înfășurării principale, cu w_{pr} spire efective). Pentru aceasta, în fig.4.5 și fig.4.6 s-au reprezentat dependențele $\tilde{w}_A = w_A k_{wA}/(wk_w)_{pr}$ și $\tilde{w}_B = w_B k_{wB}/(wk_w)_{pr}$ precum și consumul relativ de cupru (utilizat la confecționarea înfășurărilor statorice A și B) $\widetilde{C.Cu1}$ (raportat la cantitatea de cupru necesară înfășurării principale), cu k și respectiv cu θ.

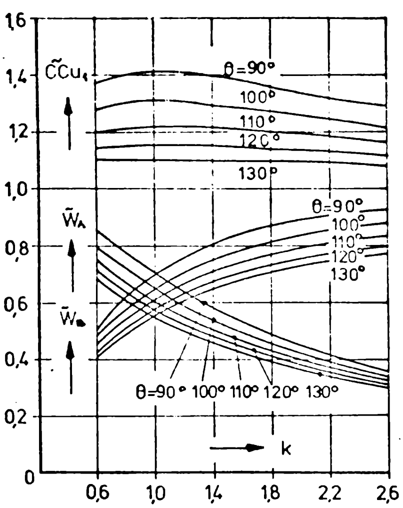


Fig.4.5

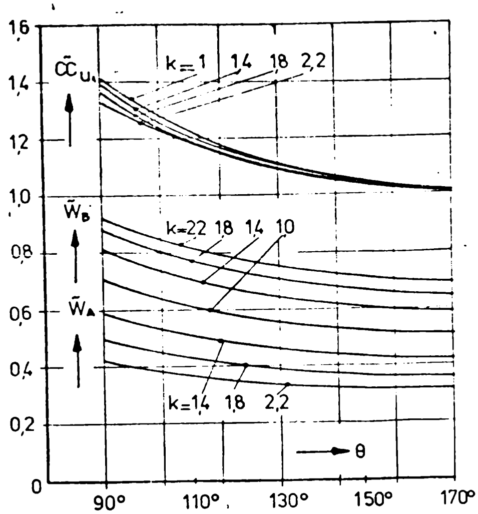


Fig.4.6

Pentru cazul uzual al fazelor statorice A și B dispuse la 120°, cantitatea de cupru necesară realizării înfășurărilor statorice ale motorului asincron monofazat fără înfășurare de pornire nu depășește decît cu 10 - 12% greutatea înfășurării principale a motorului asincron monofazat cu fază auxiliară de pornire. In ansamblu, pe motor, rezultă o economie de cupru de cca. 20 - 23%.

Pentru motorul asincron monofazat fără înfăşurare de pornire dar cu condensator de pornire vom analiza influenţa: a unghiului θ, a raportului de transformare k şi a reactanţei condensatorului de pornire X_K asupra următoarelor mărimi: 1) Curenţii $I_{Ap} = I_p$, I_{Bp} şi I_{Kp} la pornire; 2) Momentul electromagnetic de pornire; 3) Raportul dintre momentul electromagnetic şi curentul de pornire; 4) Raportul dintre moment şi pierderile electrice din înfăşurările statorice, la pornire şi 5) Tensiunea U_{Kp} la bornele condensatorului, la pornire.

De asemenea, se stabilesc relaţii de dimensionare a reactanţei capacitive X_K din condiţiile: a/ Grad de disimetrie al curenţilor statorici egal cu zero; b/ M_p = max.; c/ M_p = valoare prestabilită şi d/ M_p/P_p = max.

Reprezentările grafice aferente vor fi trasate în mărimi relative (mărimi marcate cu semnul ~ deasupra simbolului respectiv). Baza de raportare va fi alcătuită din mărimile corespunzătoare motorului bifazat simetric, echivalent. (Rezistenţele, reactanţele şi impedanţele vor fi raportate la impedanţa echivalentă -pe fază- $Z_{1p} = Z_{mp}$; curenţii la I_{1p}; momentul electromagnetic la M_{sp} etc.)

In acest sens, se introduc notaţiile:

$$x_K = X_K/Z_{1p} \; ; \quad r_p = R_p/Z_{1p} \; ; \quad x_p = X_p/Z_{1p} \; ; \quad r_A = R_A/Z_{1p}$$
$$r_B = R_B/Z_{1p} \; ; \quad x_{A\sigma} = X_{A\sigma}/Z_{1p} \; ; \quad x_{B\sigma} = X_{B\sigma}/Z_{1p} \qquad (4.41)$$

Separat vor fi prezentate şi rezultatele încercărilor experimentale corespunzătoare la 11 motoare realizate practic.

4.2.3.1 <u>Curenţii la pornire. Gradul de disimetrie al curenţilor statorici la pornire.</u>

In valori absolute, curentul absorbit din reţea (la pornire) de motorul asincron monofazat fără înfăşurare de pornire dar cu condensator de pornire se determină cu:

$$I_p = I_{Ap} = U\cdot\left\{\frac{\left[R_B+k^2(R_p-R_A)\right]^2+\left[X_K-X_{B\sigma}-k^2(X_p-X_{A\sigma})\right]^2}{N_1^2}\right\}^{1/2} \qquad (4.42)$$

în care:

$$\begin{aligned} N_1^2 = {} & \Big[\Big[X_K\left[(X_p-X_{A\sigma})(1-2k\cos\theta+k^2)+X_{A\sigma}+X_{B\sigma}\right]+R_p(R_B-k^2R_A)-X_p(X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma})+ \\ & +k^2\left\{R_p^2-X_p^2-\left[(R_p-R_A)^2-(X_p-X_{A\sigma})^2\right]\cos^2\theta\right\}\Big]\Big]^2+ \qquad (4.43) \\ & +\Big[\Big[-X_K\left[(R_p-R_A)(1-2k\cos\theta+k^2)+R_A+R_B\right]+R_p(X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma})+X_p(R_B-k^2R_A)+ \\ & +2k^2\left[R_pX_p-(R_p-R_A)(X_p-X_{A\sigma})\cos^2\theta\right]\Big]\Big]^2 \end{aligned}$$

Expresii cu totul similare se obţin şi pentru I_{Bp}, respectiv I_{Kp}:

$$I_{Bp} = U\left\{\frac{k^2\cos^2\theta\cdot(R_p-R_A)^2+\left[X_K-k\cos\theta\cdot(X_p-X_{A\sigma})\right]^2}{N_1^2}\right\}^{1/2}$$

$$I_{Kp} = U\left\{\frac{\left[(R_p-R_A)(k^2-k\cos\theta)+R_B\right]^2+\left[(X_p-X_{A\sigma})(k^2-k\cos\theta)+X_{B\sigma}\right]^2}{N_1^2}\right\}^{1/2} \qquad (4.44)$$

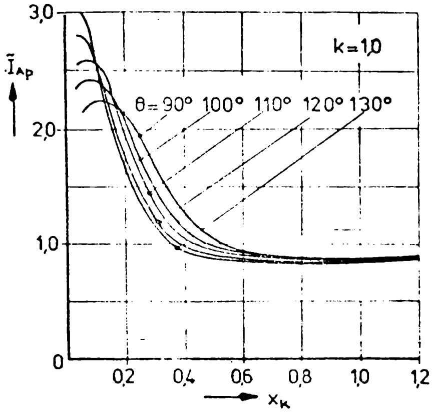


Fig.4.7

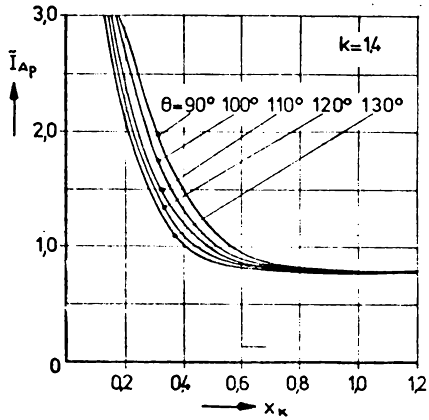


Fig.4.8

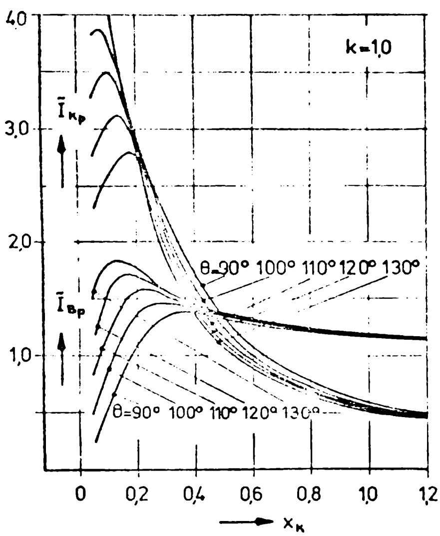


Fig.4.9

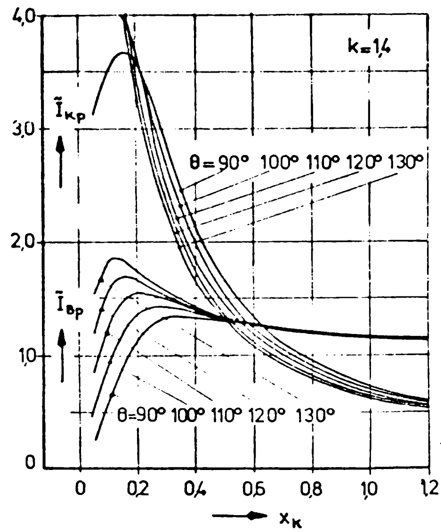


Fig.4.10

Pentru aprecieri cantitative, vom utiliza expresiile curenților statorici în mărimi relative (raportați la curentul de pornire al motorului bifazat simetric, echivalent). In final, obținem:

$$\tilde{I}_{Ap} = \left\{\frac{\left[r_B+k^2(r_p-r_A)\right]^2+\left[x_K-x_{B\sigma}-k^2(x_p-x_{A\sigma})\right]^2}{(C_1+D_1x_K)^2+(E_1-F_1x_K)^2}\right\}^{1/2}$$

$$I_{Bp} = \left\{ \frac{k^2\cos^2\theta\cdot(r_p-r_A)^2 + \left[x_K - k\cos\theta\cdot(x_p-x_{A\sigma})\right]^2}{(C_1+D_1x_K)^2+(E_1-F_1x_K)^2} \right\}^{1/2} \qquad (4.45)$$

$$I_{Kp} = \left\{ \frac{\left[(r_p-r_A)(k^2-k\cos\theta)+r_B\right]^2 + \left[(x_p-x_{A\sigma})(k^2-k\cos\theta)+x_{B\sigma}\right]^2}{(C_1+D_1x_K)^2+(E_1-F_1x_K)^2} \right\}^{1/2}$$

în care:

$$C_1 = r_p(r_B-k^2r_A)-x_p(x_{B\sigma}-k^2x_{A\sigma}) + k^2\left\{r_p^2-x_p^2-\left[(r_p-r_A)^2-(x_p-x_{A\sigma})^2\right]\cos^2\theta\right\}$$

$$D_1 = (x_p-x_{A\sigma})(1-2k\cos\theta+k^2) + x_{A\sigma} + x_{B\sigma} \qquad (4.46)$$

$$E_1 = r_p(x_{B\sigma}-k^2x_{A\sigma})+x_p(r_B-k^2r_A) + 2k^2\left[r_px_p-(r_p-r_A)(x_p-x_{A\sigma})\cos^2\theta\right]$$

$$F_1 = (r_p-r_A)(1-2k\cos\theta+k^2) + r_A + r_B$$

Dependența curenților $\tilde{I}_{Ap}$, $\tilde{I}_{Bp}$ și $\tilde{I}_{Kp}$ cu mărimea reactanței capacitive x_K este reprezentată în fig.4.7, fig.4.8, fig.4.9 și fig.4.10 pentru $k = 1,0$ (respectiv $k = 1,4$) și $\theta = 90^\circ$, 100°, 110°, 120°, 130°.

După cum se observă, curenții $\tilde{I}_{Ap}$ și $\tilde{I}_{Kp}$ se micșorează o dată cu mărirea decalajului spațial θ dintre axele fazelor statorice A și B. In plus, curentul $\tilde{I}_{Bp}$ (pentru k = ct. și $x_K > 0,5$) rămîne practic neschimbat (pentru toate valorile precizate anterior ale unghiului θ).

La pornire, cînd condensatorul K șuntează faza statorică B, înfășurările statorice sînt parcurse de un sistem bifazat, general nesimetric de curenți. Pentru un astfel de regim au fost definiți factorii de nesimetrie ai curenților statorici.

Corespunzător regimului de pornire al motorului asincron monofazat fără înfășurare de pornire dar cu condensator de pornire, gradul de disimetrie (3.20) al curenților se calculează cu:

$$\varepsilon_{iI} = \left| \frac{\underline{Z}_K(1-ke^{j\theta}) + \underline{Z}_{BS} - k^2e^{j\theta}(j\sin\theta\cdot\underline{Z}_p - \cos\theta\cdot\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_K(1-ke^{-j\theta}) + \underline{Z}_{BS} + k^2e^{-j\theta}(j\sin\theta\cdot\underline{Z}_p + \cos\theta\cdot\underline{Z}_o)} \right| \qquad (4.47)$$

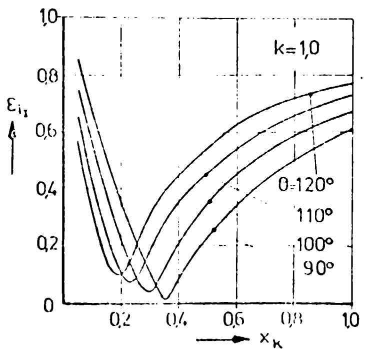


Fig.4.11

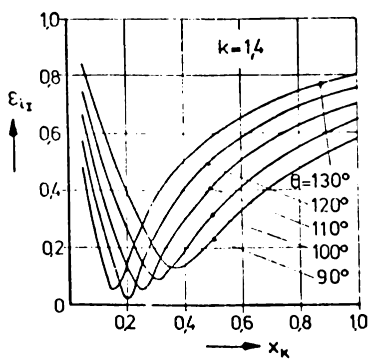


Fig.4.12

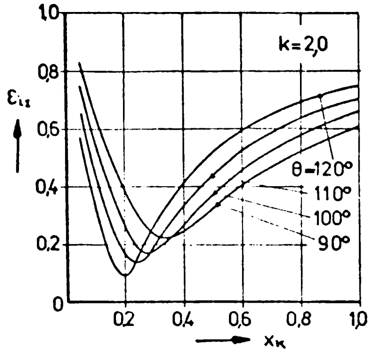


Fig.4.13

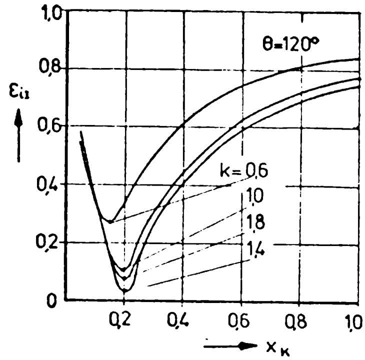


Fig.4.14

Variația gradului de disimetrie cu mărimea reactanței capacitive x_K este reprezentată în fig.4.11 (pentru k = 1,0), fig.4.12 (pentru k = 1,4), fig. 4.13 (pentru k = 2,0).

Pentru θ = 120°, în fig.4.14 s-a reprezentat variația gradului de disimetrie (al curenților la pornire) cu x_K și diferite valori ale raportului de transformare k.

Din analiza curbelor de mai sus, la θ = ct., cu ușurință se observă existența unei perechi de valori (x_K, k) pentru care ε_{iI} devine minim. În acest context, ne propunem să stabilim condițiile anulării gradului de disimetrie al curenților, la pornire.

Dacă introducem mărimile complexe:

$$\underline{x}_K = \frac{-jX_K}{R_{mp}+jX_{mp}} \quad ; \quad \underline{z}_p = \frac{R_p+jX_p}{R_{mp}+jX_{mp}} \quad ; \quad \underline{a} = \frac{R_A+jX_{A\sigma}}{R_{mp}+jX_{mp}} \tag{4.48}$$

pe care le scriem în reprezentare polară, sub forma:

$$\underline{x}_K = x_K e^{-j\xi} \quad ; \quad \underline{z}_p = z_p e^{-j\xi_p} \quad ; \quad \underline{a} = a\cdot e^{-j\alpha} \tag{4.49}$$

atunci, condițiile anulării gradului de disimetrie al curenților, la pornire, sînt conținute în sistemul:

$$\begin{aligned}
(1-2k\cos\theta+k^2)x_K\cos\xi &= -1+k\cos\theta + z_p\Big\{\big[1-k\cos\theta(2-2k\cos\theta+k^2)\big]\cos\xi_p - \\
&\quad -k(1-k\cos\theta)\cos(\theta+\xi_p)\Big\} + ak\cos\theta\big[(2-2k\cos\theta+k^2)\cos\alpha-k\cos(\theta+\alpha)\big] \\
(1-2k\cos\theta+k^2)x_K\sin\xi &= k\sin\theta + z_p\Big\{\big[1-k\cos\theta(2-2k\cos\theta+k^2)\big]\sin\xi_p - \\
&\quad -k(1-k\cos\theta)\sin(\theta+\xi_p)\Big\} + ak\cos\theta\big[(2-2k\cos\theta+k^2)\sin\alpha-k\sin(\theta+\alpha)\big]
\end{aligned} \tag{4.50}$$

Analitic, sistemul (4.50) poate fi simplificat dacă se rescrie sub forma:

$$\begin{aligned}
x_K(K_3-1)\cos\xi &= A + C \\
x_K(K_3-1)\sin\xi &= B + D
\end{aligned} \tag{4.51}$$

cu soluția imediată:

$$x_K = \frac{[(A+C)^2+(B+D)^2]^{1/2}}{K_3-1} \quad \text{şi} \quad tg\,\xi = \frac{B+D}{A+C} \qquad (4.52)$$

La scrierea relaţiilor (4.51) şi (4.52) s-au utilizat notaţiile:

$$\begin{aligned} A &= -1 + k\cos\theta + z_p[K_1\cos\xi_p - K_2\cos(\theta+\xi_p)] \\ B &= k\sin\theta + z_p[K_1\sin\xi_p - K_2\sin(\theta+\xi_p)] \\ C &= ak\cos\theta\cdot[K_3\cos\alpha - k\cos(\theta+\alpha)] \\ D &= ak\cos\theta\cdot[K_3\sin\alpha - k\sin(\theta+\alpha)] \end{aligned} \qquad (4.53)$$

şi respectiv:

$$\begin{aligned} K_1 &= 1 - k\cos\theta\cdot(2-2k\cos\theta+k^2) \\ K_2 &= k(1-k\cos\theta) \\ K_3 &= 2 - 2k\cos\theta + k^2 \end{aligned} \qquad (4.54)$$

Relaţii mult mai simple se obţin în cazul înfăşurărilor statorice în cuadratură electrică (deşi nici acestea nu sînt stabilite în literatură). Astfel, pentru $\theta = 90^o$ obţinem:

$$\begin{aligned} &K_{1(90^o)} = 1\ ; \quad K_{2(90^o)} = k\ ; \quad K_{3(90^o)} = 2 + k^2 \\ &A_{(90^o)} = -1 + z_p(\cos\xi_p + k\sin\xi_p) \\ &B_{(90^o)} = k + z_p(\sin\xi_p - k\cos\xi_p) \\ &C_{(90^o)} = 0\ ; \quad D_{(90^o)} = 0 \end{aligned} \qquad (4.55)$$

Pe baza acestora, expresiile (4.52) devin:

$$x_{K(90^o)} = \sqrt{\frac{1-2z_p\cos\xi_p+z_p^2}{1+k^2}} \qquad tg\,\xi = \frac{k+z_p(\sin\xi_p-k\cos\xi_p)}{-1+z_p(\cos\xi_p+k\sin\xi_p)} \qquad (4.56)$$

Dacă se au în vedere şi relaţiile de definire a mărimilor complexe $\underline{x}_K$, $\underline{z}_p$ şi $\underline{a}$ (4.48),(4.49), după cîteva prelucrări matematice, expresiile (4.56) pot fi puse sub forma:

$$k = \frac{R_{mp} - R_p}{X_{mp} - X_p} \quad \text{şi} \quad x_{K(90^o)} = \frac{X_{mp} - X_p}{R_{mp}^2 + X_{mp}^2} \qquad (4.57)$$

Ultima relaţie din (4.57) ne oferă chiar capacitatea condensatorului de pornire, adică:

$$C_{(90^o)} = \frac{1}{2\pi f_1\cdot(X_{mp}-X_p)}$$

4.2.3.2 Momentul de pornire.

Momentul electromagnetic dezvoltat la pornire de motorul de inducţie monofazat fără înfăşurare de pornire dar cu condensator de pornire (de reactanţă $X_K = 1/(\omega_1 C_K)$), calculat pe baza expresiilor (4.23) şi (4.20) poate fi adus la forma:

$$M_p = \frac{2p\cdot U^2 k\cdot\sin\theta}{\omega_1}\cdot R_o'\cdot\frac{M}{N_1^2} \qquad (4.58)$$

în care:

$$R'_o = \frac{R'_2(R_{1m}^2 + X_{1m}^2)}{(R'_2+R_{1m})^2 + (X'_{2\sigma}+X_{1m})^2} \qquad (4.59)$$

$$M = X_K\left[R_B+k(k-\cos\theta)(R_p-R_A)\right] + k\cos\theta\left[(R_p-R_A)X_{B\sigma}-(X_p-X_{A\sigma})R_B\right]$$

N_1^2 este precizat de (4.43).

La scrierea relațiilor (4.59), parametrii rotorici se consideră reduși la numărul efectiv de spire $w_A k_{wA}$ (al înfășurării statorice de referință A), iar cu R_p și X_p s-au notat rezistența și respectiv reactanța măsurată -la pornire- la bornele înfășurării A.

Dacă se raportează expresia (4.58) la relația momentului de pornire al motorului bifazat simetric (echivalent) M_{sp}, și totodată introducem parametrii (4.41), în final obținem:

$$\tilde{M}_p = \frac{4k\cdot\sin\theta}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot\frac{A_1+B_1x_K}{(C_1+D_1x_K)^2+(E_1-F_1x_K)^2} \qquad (4.60)$$

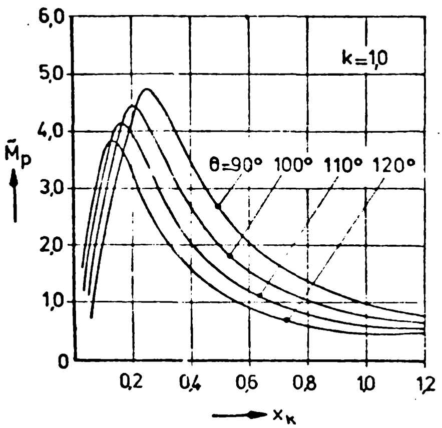


Fig.4.15

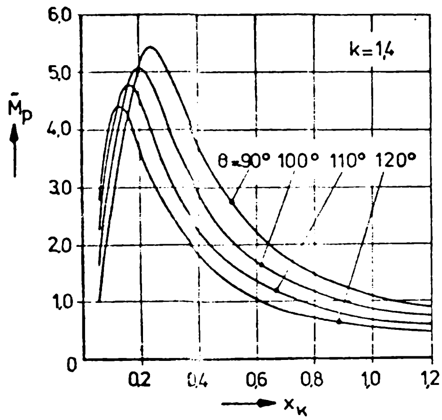


Fig.4.16

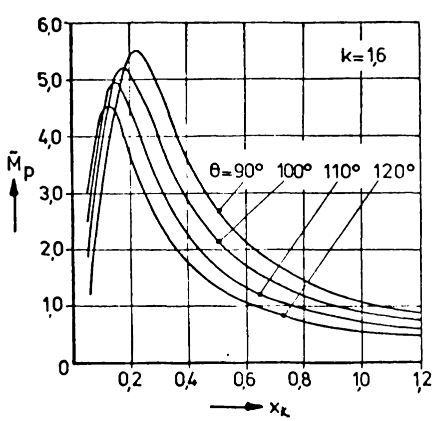


Fig.4.17

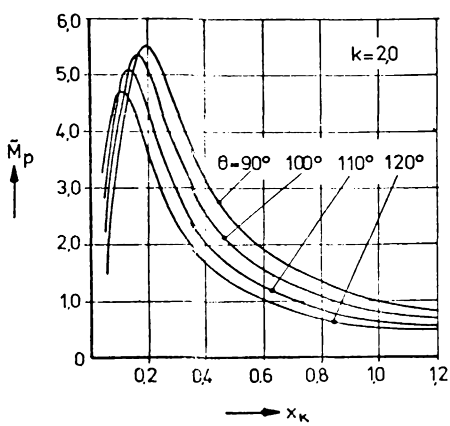


Fig.4.18

în care:

$$A_1 = k\cos\theta\left[(r_p - r_A)x_{B\nabla} - (x_p - x_{A\nabla})r_B\right]$$

$$B_1 = r_B + k(k - \cos\theta)(r_p - r_A) \tag{4.61}$$

C_1, D_1, E_1 și F_1 sînt dați de (4.46)

Variația momentului relativ de pornire cu mărimea reactanței capacitive, $\tilde{M}_p = f(x_K)$, pentru $\theta = 90^o$, 100^o, 110^o și 120^o este reprezentată în fig. 4.15 (pentru k =1), fig.4.16 (pentru k = 1,4), fig.4.17 (pentru k = 1,6) și în fig.4.18 (pentru k = 2). Din alura graficelor se constată prezența unui optim.

Mărimea reactanței capacitive x_K, pentru care M_p este maxim, se determină din condiția $\partial M_p/\partial x_K = 0$. După efectuarea calculelor, se găsește:

$$x_K = -\frac{A_1}{B_1} + \frac{1}{B_1}\left[\frac{(A_1D_1 - B_1C_1)^2 + (A_1F_1 + B_1E_1)^2}{D_1^2 + F_1^2}\right]^{1/2} \tag{4.62}$$

Intrucît valoarea capacității condensatorului de pornire determinată cu (4.62) este mult prea mare, din rațiuni economice, pentru pornirea acestor tipuri de motoare asincrone monofazate (la $\tilde{M}_p$ = 1 - 2) se utilizează condensatoare de capacități mult mai mici.

In plus, să observăm că expresia (4.62) este formal identică cu relația (3.36) de dimensionare a reactanței capacitive pentru care și motorul asincron monofazat cu fază capacitivă de pornire dezvoltă moment electromagnetic maxim la pornire.

Raportul de transformare k intervine atît explicit cît și implicit în expresia momentului de pornire. De fapt, el a și fost ales ca parametru general în figurile 4.15 - 4.18. Pentru valoarea uzuală a decalajului spațial dintre axele fazelor statorice, $\theta = 120^o$el., în fig.4.19 s-a reprezentat dependența grafică $\tilde{M}_p = f(x_K)$, pentru k = 0,6; 1,0; 1,4; 1,8.

Variația momentului de pornire cu raportul de transformare k, $\tilde{M}_p = f(k)$

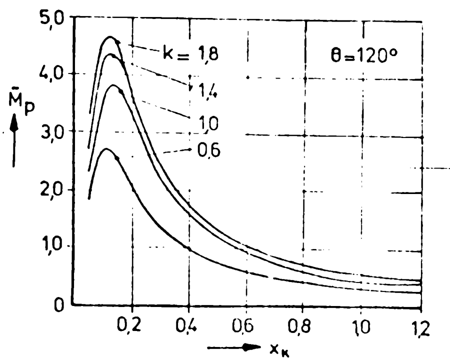


Fig.4.19

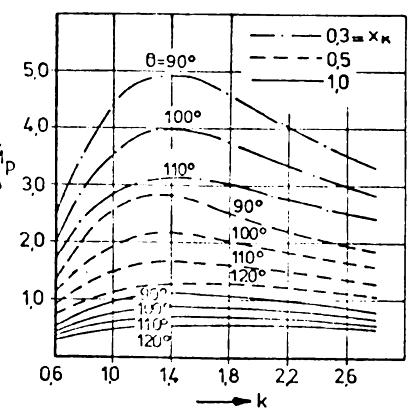


Fig.4.20

corespunzător decalajelor spațiale $\theta = 90^\circ$, 100°, 110° și 120° este reprezentată în fig.4.20 pentru $x_K = 0,3$ (cu linie-punct), $x_K = 0,5$ (cu linie întreruptă) și respectiv $x_K = 1,0$ (cu linie continuă).

Pentru a ilustra dependența momentului de pornire cu unghiul θ, în fig. 4.21, fig.4.22 și fig.4.23 s-au reprezentat familiile de curbe $\tilde{M}_p = f(\theta)$, avînd ca parametru general pe k. In fiecare diagramă, $x_K = 0,3...1,0$ (din 0,1 în 0,1).

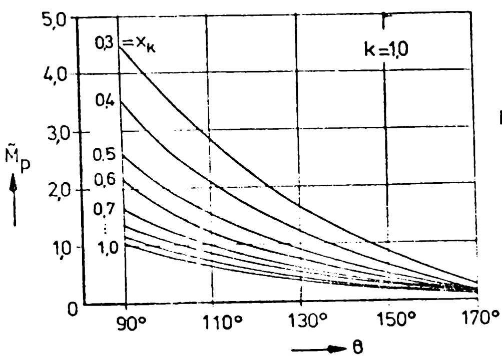


Fig.4.21

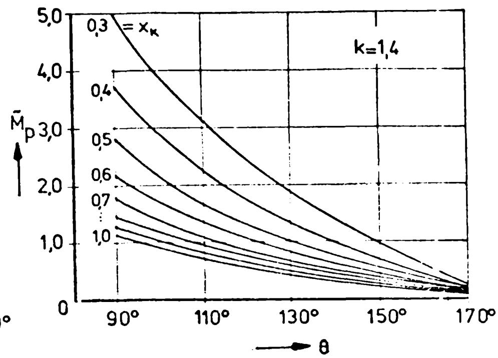


Fig.4.22

Din analiza diagramelor prezentate mai sus, se observă dependența foarte pronunțată a momentului de pornire cu unghiul θ precum și influența relativ redusă a raportului de transformare k (tot asupra momentului de pornire). (Astfel, dacă k crește de la 1,0 la 1,4, momentul de pornire se mărește numai cu 10% -pentru orice valoare a unghiului θ- dacă x_K rămîne același.

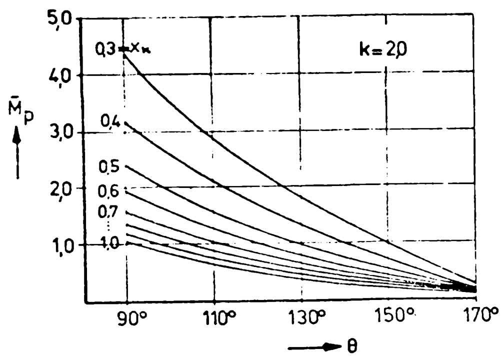


Fig.4.23

Un alt tip de problemă care poate fi pusă acestor tipuri de motoare asincrone monofazate constă în determinarea reactanței capacitive x_K care -la pornire- să asigure o anumită valoare a momentului de pornire. Răspunsul îl putem afla numai după soluționarea ecuației (4.60), în raport cu x_K. In final, ajungem la:

$$x_{K1,2} = \frac{B_2}{A_2} \pm \sqrt{\left(\frac{B_2}{A_2}\right)^2 - \frac{C_2}{A_2}} \qquad (4.63)$$

în care:

$$A_2 = D_1^2 + F_1^2$$

$$B_2 = B_1F_1 - C_1D_1 + \frac{1}{\tilde{M}_p}\cdot\frac{2k\sin\theta}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot B_1 \qquad (4.64)$$

$$C_2 = C_1^2 + E_1^2 - \frac{1}{\tilde{M}_p}\cdot\frac{4k\sin\theta}{1-2k\cos\theta+k^2}\cdot A_1$$

Dacă $B_2^2 < A_2C_2$, soluţiile (4.63) sînt complexe iar motorul nu va dezvolta la pornire momentul impus, pentru orice valoare a condensatorului de pornire.

Dacă $B_2^2 \geqslant A_2C_2$, soluţiile (4.64) sînt reale. Din considerente tehnice (pentru limitarea curentului de pornire) se va alege întotdeauna valoarea maximă a reactanţei x_K (corespunzătoare semnului + în faţa radicalului). In acest caz, dacă în plus $x_{K1} > x_K > x_{K2}$, atunci vor fi obţinute momente de pornire mai mari decît cel impus.

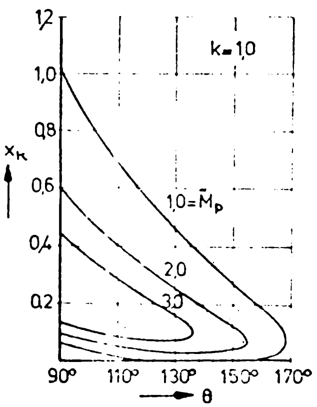


Fig.4.24

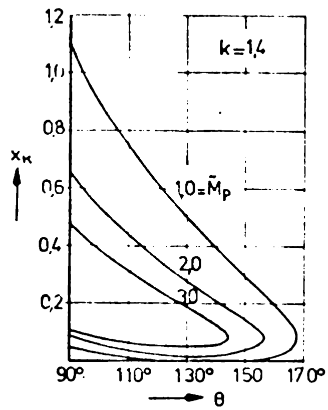


Fig.4.25

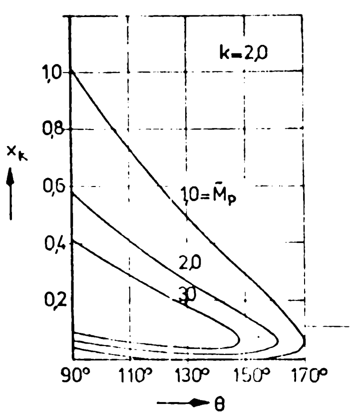


Fig.4.26

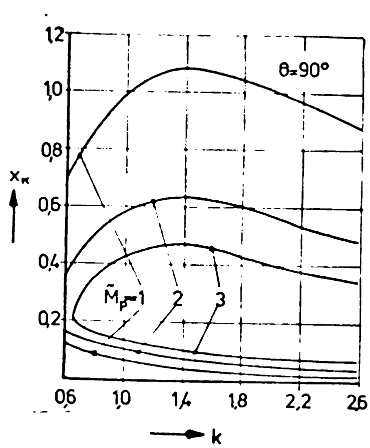


Fig.4.27

Dependenţa $x_K = f(\theta)$ pentru $\tilde{M}_p$ = const. şi k = const., este ilustrată în fig.4.24, fig.4.25 şi în fig.4.26. Să observăm că, o dată cu mărirea decalajului spațial θ (dintre axele fazelor statorice), intervalul în care x_K ia valori, astfel ca momentul de pornire să depășească valoarea impusă, se îngustează considerabil. Acest aspect este și mai pregnant ilustrat de fig.4.27 și 4.28, în care s-au reprezentat dependențele $x_K = f(k)$, pentru $\theta = 90^o$ și respectiv $\theta = 120^o$.

Totodată, aceste diagrame ne oferă în plus și o imagine mai sugestivă în legătură cu alegerea valorii raportului de transformare k.

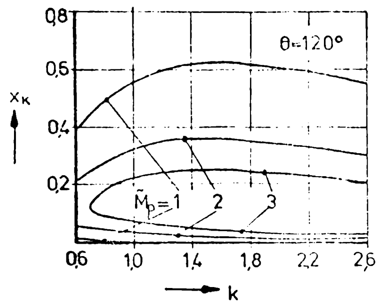


Fig.4.28

4.2.3.3 Raportul dintre momentul electromagnetic și curent, la pornire.

Mărimea raportului dintre momentul electromagnetic de pornire și curentul de pornire (sau momentul specific de pornire) al motorului asincron monofazat fără înfășurare de pornire dar cu condensator de pornire se determină -în mărimi relative- cu relația:

$$\frac{\tilde{M}_p}{\tilde{I}_p} = \frac{4k\sin\theta}{1-2k\cos\theta+k^2}\,\frac{A_1 + B_1x_K}{\left[(C_1+D_1x_K)^2+(E_1-F_1x_K)^2\right]^{1/2}\cdot\left[(r_{BS}+k^2r_p)^2+(x_{BS}+k^2x_p-x_K)^2\right]^{1/2}}$$

cu: $r_{BS} = r_B-k^2r_A;\quad x_{BS} = x_{B\sigma}-k^2x_{A\sigma}$ (4.65)

în care constantele A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 și F_1 depind numai de parametrii motorului și sînt precizate de (4.61) și (4.46).

Desigur, pentru orice motor electric se dorește o valoare cît mai mare a momentului specific. Variația momentului specific de pornire cu mărimea

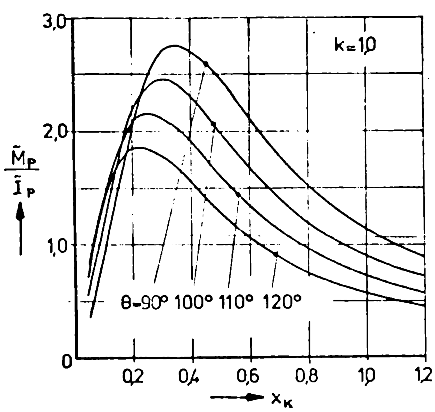


Fig.4.29

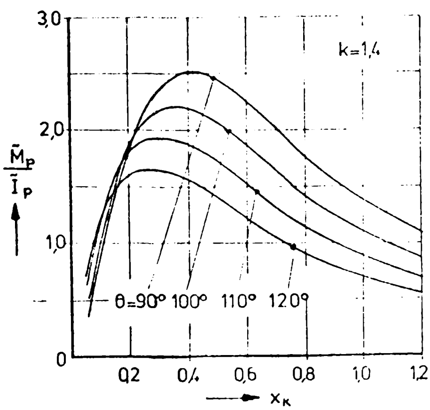


Fig.4.30

reactanţei capacitive x_K este reprezentată în fig.4.29 şi fig.4.30.

Totodată, în figurile de mai sus, se poate urmări şi influenţa decalajului spaţial θ asupra mărimii momentului specific de pornire.

Pentru $\theta = 120^o$, în fig.4.31 s-a reprezentat variaţia momentului specific de pornire cu x_K, $\tilde{M}_p/\tilde{I}_p = f(x_K)$, şi diferite valori ale raportului dintre numerele efective de spire ale celor două faze statorice înseriate.

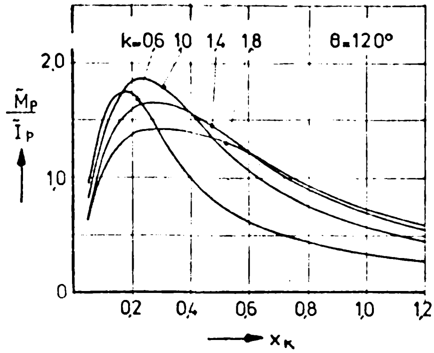


Fig.4.31

Din punct de vedere analitic, dependenţa $\tilde{M}_p/\tilde{I}_p = f(x_K)$ este relativ complicată. (Chiar simpla aflare a reactanţei x_K care ar asigura un cuplu specific maxim -la pornire- ar necesita soluţionarea unei ecuaţii algebrice de gradul patru.)

Mult mai simplu poate fi analizat raportul $\tilde{M}_p/\tilde{I}_p^2$. In mărimi relative, acesta devine maxim pentru:

$$x_K = \sqrt{\left(\frac{A_1}{B_1} + X\right)^2 + R^2} - \frac{A_1}{B_1} \tag{4.66}$$

în care:

$$\begin{aligned} R &= r_B + k^2(r_p - r_A) \\ X &= x_{B\sigma} + k^2(x_p - x_{A\sigma}) \end{aligned} \tag{4.67}$$

Din punct de vedere numeric, valorile reactanţei x_K calculate cu (4.66) sînt foarte apropiate de cele determinate cu relaţia (4.72).

4.2.3.4 Raportul dintre momentul electromagnetic şi pierderile din înfăşurările statorului, la pornire.

Incălzirea statorului, la pornire, este influenţată -în primul rînd- de mărimea pierderilor Joule disipate în înfăşurarea statorică. $P_p = R_A I_{Ap}^2 + R_B I_{Bp}^2$. Limitarea acestora, simultan cu majorarea momentului de pornire, conduce la formularea unui alt criteriu de analiză a motoarelor de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire.

In valori absolute, raportul M_p/P_p (calculat pe baza relaţiilor anterioare), poate fi pus sub forma:

$$\frac{M_p}{P_p} = \frac{2\cdot p\cdot k\cdot \sin\theta}{\omega_1}\cdot\frac{M}{N_2^2}\cdot R_o' \tag{4.68}$$

în care:

M şi R_o' sînt aceeaşi ca în (4.59), iar

$$N_2^2 = R_A\left[R_B + k^2(R_p - R_A)\right]^2 + R_A\left[X_K - X_{B\sigma} - k^2(X_p - X_{A\sigma})\right]^2 +$$

$$+\ R_B k^2\cos^2\theta\cdot(R_p-R_A)^2 + R_B\left[X_K-(X_p-X_{A\sigma})k\cos\theta\right]^2 \tag{4.69}$$

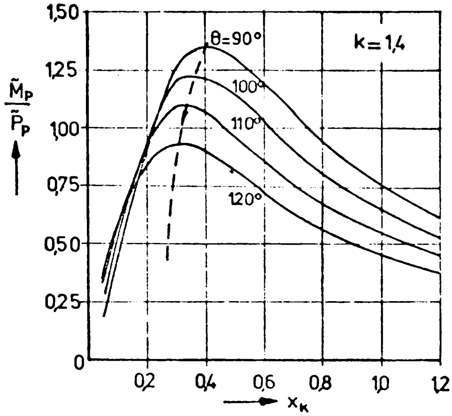


Fig.4.32

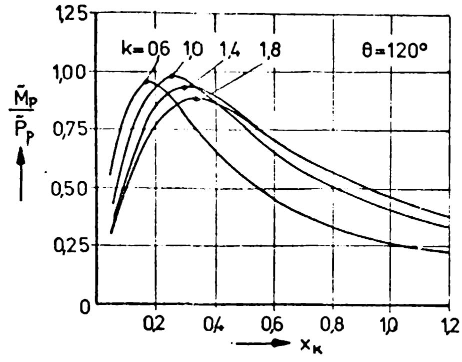


Fig.4.33

In mărimi relative, raportul (4.68) devine:

$$\frac{\tilde{M}_p}{\tilde{P}_p} = \frac{4k\cdot\sin\theta}{(1-2k\cos\theta+k^2)^{1/2}}\cdot\frac{A_3+B_3x_K}{C_3x_K^2-2D_3x_K+E_3} \tag{4.70}$$

cu:

$$\begin{aligned} A_3 &= A_1; \quad B_3 = B_1; \quad C_3 = 1+k \\ D_3 &= x_{B\sigma} + k^2(x_p-x_{A\sigma})(1+\cos\theta) \\ E_3 &= \left[r_B + k^2(r_p-r_A)\right]^2 + \left[x_{B\sigma}+k^2(x_p-x_{A\sigma})\right]^2 + \\ &\quad + k^3\cos^2\theta\left[(r_p-r_A)^2+(x_p-x_{A\sigma})^2\right] \end{aligned} \tag{4.71}$$

Variația raportului $\tilde{M}_p/\tilde{P}_p$ cu mărimea reactanței capacitive x_K este reprezentată în fig.4.32 (pentru k = 1,4 și θ = 90°, 100°, 110°, 120°) și în fig.4.33 (pentru θ = 120° și k = 0,6; 1,0; 1,4; 1,8).

Urmărind alura graficelor de mai sus, constatăm existența unei valori a reactanței x_K pentru care raportul dintre moment și pierderi este maxim la pornire. Aceasta se determină din condiția $\frac{\partial}{\partial x_K}\left(\frac{\tilde{M}_p}{\tilde{P}_p}\right) = 0.$

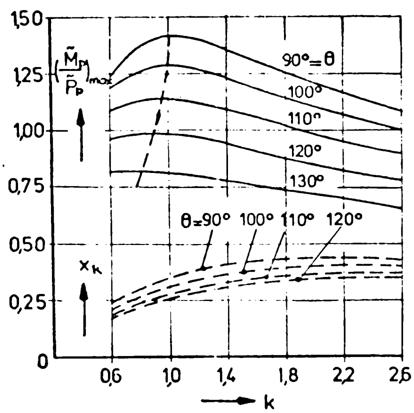


Fig.4.34

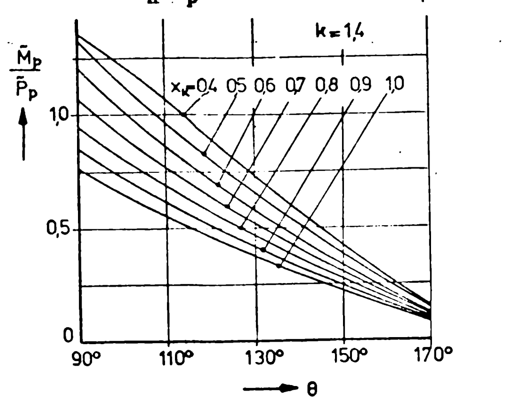


Fig.4.35

După soluționarea ecuației și eliminarea rădăcinilor improprii, obținem:

$$x_K = -\frac{A_3}{B_3} + \sqrt{\left(\frac{A_3}{B_3}\right)^2 + 2\frac{A_3 D_3}{B_3 C_3} + \frac{E_3}{C_3}} \qquad (4.72)$$

In fig.4.34 s-au reprezentat: cu linie continuă $(\tilde{M}_p/\tilde{P}_p)_{max} = f(k)$; cu linie întreruptă x_K (calculat cu (4.72)) $= f(k)$. După cum se observă, o dată cu mărirea unghiului θ, se reduce atît valoarea maximă a raportului $\tilde{M}_p/\tilde{P}_p$ precum și mărimea reactanței capacitive pentru care are loc maximul.

Variația raportului $\tilde{M}_p/\tilde{P}_p$ cu unghiul θ este reprezentată în fig.4.35 pentru $k = 1,4$ și $x_K = 0,4...1,0$ (din 0,1 în 0,1).

4.2.3.5 Tensiunea la bornele condensatorului de pornire.

Pentru completarea imaginii asupra acestui tip de motor asincron monofazat fără înfășurare de pornire, vor fi prezentate -pe scurt- două diagrame privind variația tensiunii la bornele condensatorului, $\tilde{U}_K$, la pornire. (Tensiunea U_K a fost raportată la tensiunea de alimentare a motorului.)

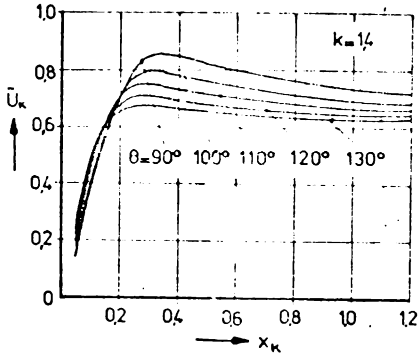


Fig.4.36

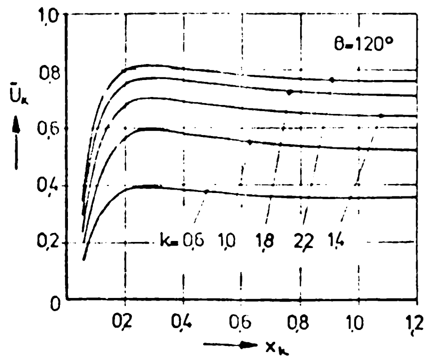


Fig.4.37

Să observăm că atît la creșterea unghiului θ cît și la micșorarea raportului de transformare k, tensiunea $\tilde{U}_K$ -la bornele condensatorului de pornire- scade. In plus, pentru $\theta = 120^o$ și $k = 1,0$ (pînă la 1,4), tensiunea la bornele condensatorului de pornire ajunge la cel mult (60 - 70)% din tensiunea de alimentare a motorului.

4.2.4 Incercări experimentale.

Pentru efectuarea încercărilor experimentale s-au realizat -în condiții de laborator- 11 motoare de inducție monofazate fără înfășurare de pornire dar cu condensatori de pornire, motoare simbolizate cu MC 1...MC 11.

Motoarele au fost realizate pe structura produsului comercial MF 2 (fabricat la IME Pitești) de la care s-au folosit miezul statoric și rotorul. Intrucît motorul MF 2 se asamblează direct în compresorul agregatului frigorific, s-au folosit scuturile motorului MS 911V (producător: IME Pitești), iar carcasele şi arborii rotorici au fost confecţionaţi în laborator.

Miezurile statorice (cu $Z_1 = 24$ cr.) au fost bobinate cu înfăşurări bifazate nesimetrice, bipolare, distribuite sinusoidal. La realizarea înfăşurărilor s-a utilizat conductor de CuE cu aceeaşi secţiune transversală ($\phi = 0,58$ mm) ca şi cel folosit la fabricarea înfăşurării principale a motorului MF 2.

Valorile decalajelor spaţiale θ, rapoartele de transformare k precum şi repartiţia conductoarelor în crestături (pe intervalul unui pas polar) ale înfăşurărilor statorice realizate practic sînt specificate -pentru fiecare motor în parte- în Tabelul 4.1.

Fiecare dintre cele 11 motoare astfel construite a fost încercat la pornire. Pentru fiecare valoare a capacităţii condensatorului de pornire s-au citit: curenţii I_{Ap}, I_{Bp} prin înfăşurările statorice precum şi I_{Kp} (la

Tabelul 4.1

Nr.crt.	θ	k	A/B	n_{c1}	n_{c2}	n_{c3}	n_{c4}	n_{c5}	n_{c6}	n_{c7}	n_{c8}	n_{c9}	n_{c10}	n_{c11}	n_{c12}
MC 1	90°	1,0	A	67	67	58	46	30	-	-	30	46	58	67	67
			B	-	30	46	58	67	67	67	67	58	46	30	-
MC 2	105°	1,0	A	60	60	52	41	27	-	-	27	41	52	60	60
			B	-	-	27	41	52	60	60	60	60	52	41	27
MC 3	105°	1,73	A	43	43	37	30	19	-	-	19	30	37	43	43
			B	-	-	33	51	65	75	75	75	75	65	51	33
MC 4	120°	1,0	A	55	55	48	38	25	-	-	25	38	48	55	55
			B	25	-	-	25	38	48	55	55	55	55	48	38
MC 5	120°	1,73	A	40	40	34	27	18	-	-	18	27	34	40	40
			B	31	-	-	31	48	60	69	69	69	69	60	48
MC 6	120°	2,0	A	36	36	31	25	16	-	-	16	25	31	36	36
			B	32	-	-	32	50	63	72	72	72	72	63	50
MC 7	120°	2,5	A	31	31	26	21	14	-	-	14	21	26	31	31
			B	34	-	-	34	53	66	77	77	77	77	66	53
MC 8	135°	1,73	A	38	38	32	26	17	-	-	17	26	32	38	38
			B	45	29	-	-	29	45	57	65	65	65	65	57
MC 9	135°	2,0	A	34	34	30	24	15	-	-	15	24	30	34	34
			B	47	30	-	-	30	47	60	68	68	68	68	60
MC 10	135°	2,5	A	30	29	25	20	14	-	-	14	20	25	29	30
			B	50	33	-	-	33	50	63	73	73	73	73	63
MC 11	150°	2,5	A	29	28	24	20	13	-	-	13	20	24	28	29
			B	60	48	32	-	-	32	48	60	70	71	71	70

pornire); forța dezvoltată de motor -la capătul unei pîrghii echilibrate(la pornire) și tensiunea U_K la bornele condensatorului de pornire.
Valorile înregistrate corespund mediei aritmetice a mărimilor corespunzătoare la trei poziții (simetrice) ale rotorului.

Incercările au fost efectuate la tensiunea nominală (220 V).

Rezultatele încercărilor experimentale au fost prelucrate și reprezentate grafic. Pentru generalizare, diagramele au fost construite în mărimi relative. Ca mărimi de bază au fost considerate valorile corespunzătoare (la pornire) ale motorului MF 2. Astfel, în diagramele experimentale, s-au notat: $\tilde{M}_p = M_p/M_{pb}$; $\tilde{I}_p = I_p/I_{pb}$; $\tilde{I}_{Bp} = I_{Bp}/I_{pb}$; $\tilde{I}_{Kp} = I_{Kp}/I_{pb}$; $\tilde{U}_K = U_K/U_n$; $x_K = X_K/Z_{pb}$; $Z_{pb} = U_n/I_{pb}$. Valorile considerate pentru mărimile de bază sînt:

I_{pb} = 6,2 A (mărimea curentului de pornire prin înfășurarea principală a motorului MF 2)

M_{pb} = 57 gfm (momentul de pornire al motorului MF 2,/204/)

U_n = 220 V.

In fig.4.38 se prezintă miezurile statorice bobinate la patru dintre motoarele asincrone monofazate (fără înfășurare de pornire dar cu condensatoare de pornire) realizate experimental.

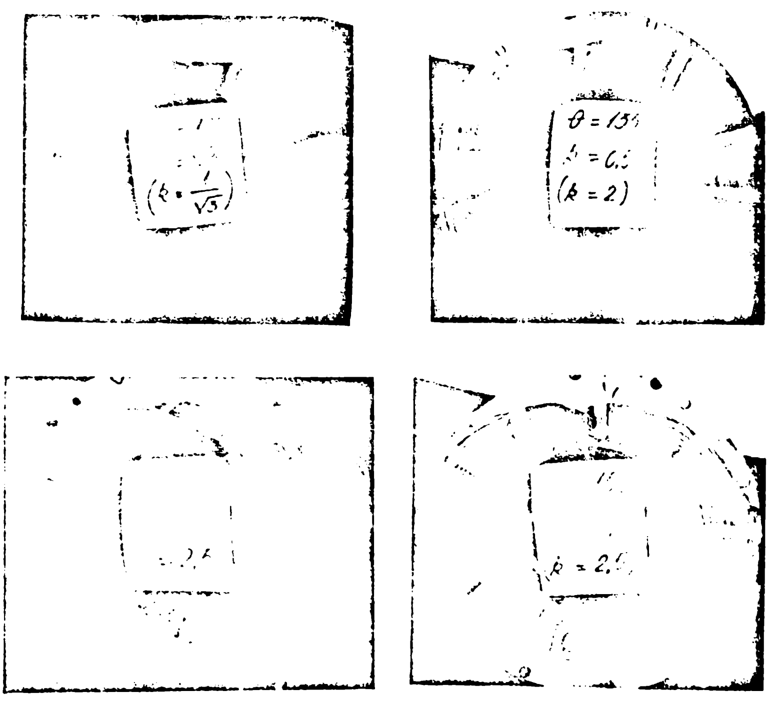


Fig.4.38

Curenţii de pornire

Pentru fiecare din cele 11 motoare asincrone monofazate experimentate s-au construit dependenţele $\tilde{I}_p = \tilde{I}_{Ap}$, $\tilde{I}_{Bp}$ şi $\tilde{I}_{Kp} = f(x_K)$ corespunzătoare tensiunii nominale (220V) de alimentare a motorului.

Din cauza diferenţelor relativ reduse dintre caracteristicile diverselor motoare, în continuare sînt reproduse numai patru astfel de diagrame: în fig.4.39 (pentru MC 1), în fig.4.40 (pentru MC 4), în fig.4.41 (pentru MC 5) şi în fig.4.42 (pentru MC 7).

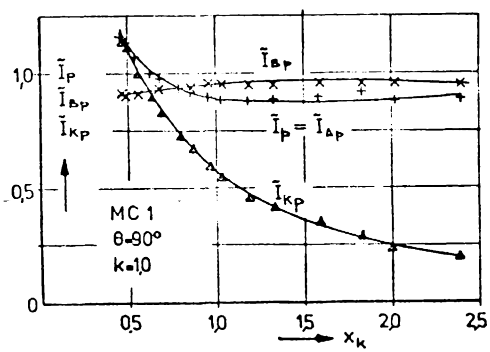


Fig.4.39

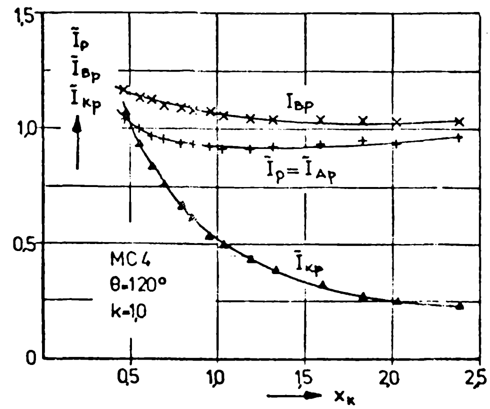


Fig.4.40

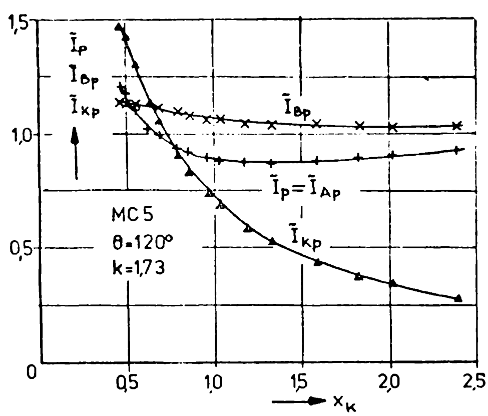


Fig.4.41

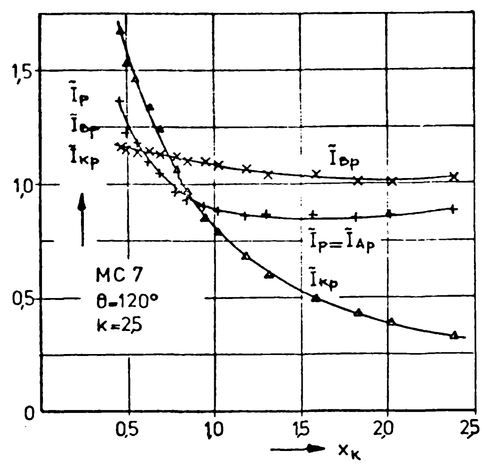


Fig.4.42

Momentul de pornire.

Valorile măsurate ale momentului de pornire, corespunzător celor 11 motoare experimentate (cu diferite mărimi a reactanţei condensatorului de pornire) sînt prezentate -sub forma diagramelor $\tilde{M}_p = f(x_K)$- în figurile: 4.43, 4.44, 4.45 şi 4.46. Diagramele au fost ordonate după valoarea parametrului k, iar curbele -după mărimea unghiului θ.

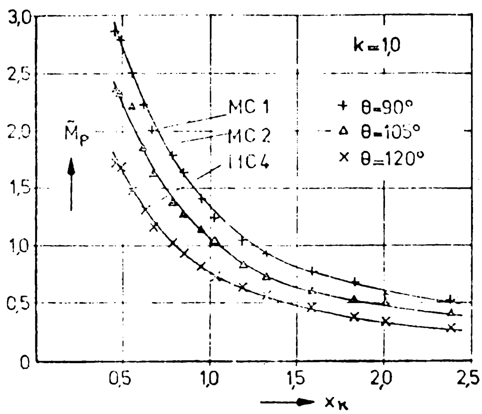


Fig.4.43

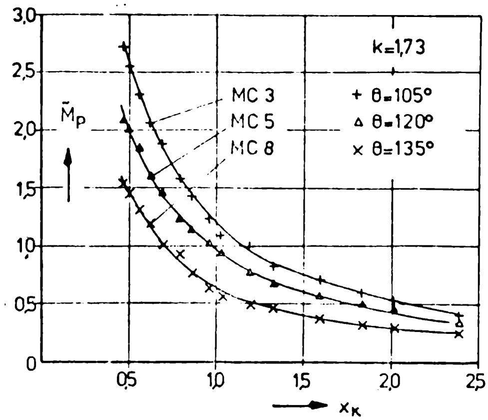


Fig.4.44

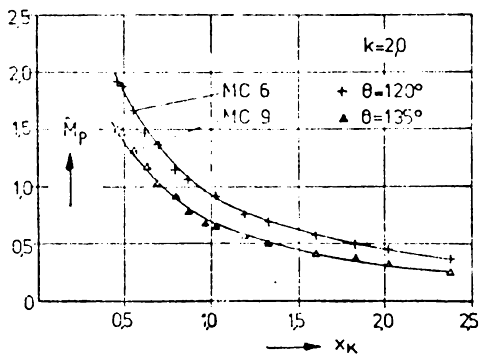


Fig.4.45

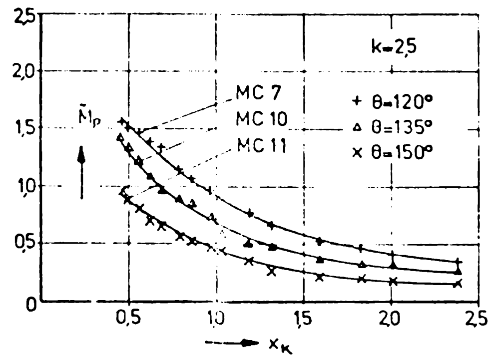


Fig.4.46

<u>Tensiunea la bornele condensatorului (la pornire).</u>

In fig.4.47 s-a reprezentat curba de variaţie a tensiunii la bornele condensatorului de pornire, $\tilde{U}_K = f(x_K)$, pentru motoarele monofazate cu $\theta = 120^o$ şi k = 1 (MC 4); k =2 (MC 6), respectiv k = 2,5 (adică MC 7).

Diagrame absolut similare s-au obţinut şi pentru celelalte motoare experimentate.

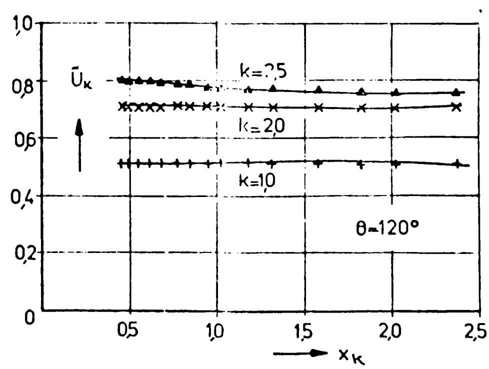


Fig.4.47

O dată cu prezentarea rezultatelor încercărilor experimentale, s-au validat o bună parte din relaţiile analitice stabilite anterior, în vederea stabilirii performanţelor la pornire.

Modalitatea de predeterminare a performanţelor de funcţionare ale motoarelor de inducţie monofazate, fără înfăşurare de pornire dar cu condensator de pornire, va fi prezentată în ultima parte a acestui capitol.

4.3 Motoare de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire, de tip hibrid.

Acest tip de motor asincron monofazat (fără înfăşurare de pornire) constitue o propunere originală a autorului /207/,/208/. El poate înlocui cu succes motorul de inducţie monofazat cu poli ecranaţi. In plus (la puteri mai mari şi în acţionări cu moment de pornire redus) motorul asincron monofazat de tip hibrid poate înlocui -cu efecte economice imediate- chiar şi motoarele asincrone monofazate cu fază rezistivă de pornire, respectiv cu înfăşurare auxiliară capacitivă.

Din punct de vedere constructiv, motorul de inducţie monofazat de tip hibrid, v.fig.4.48, are înfăşurarea statorică divizată în două faze, A şi B, cu numere efective de spire diferite (de regulă $w_B k_{wB} = (0,2...0,5) w_A k_{wA}$), realizate din acelaşi conductor şi repartizate sinusoidal în crestături. Cele două faze statorice sînt dispuse spaţial sub unghiul $\theta = 130^o - 140^o$ şi legate în opoziţie. Rotorul este simetric, în colivie iar întrefierul este uniform.

La pornire, faza statorică B este scurtcircuitată şi motorul porneşte întocmai ca orice motor asincron monofazat cu poli ecranaţi. După depăşirea vitezei critice (de regulă cînd $n \geq 0,8\ n_1$ sau la cîteva secunde de la pornire) se deschide întreruptorul care scurtcircuita faza B şi motorul continuă să funcţioneze ca orice motor de inducţie monofazat.

Ca performanţe la pornire (în urma testelor experimentale), s-a confirmat că acesta este puţin inferior motorului asincron monofazat cu fază rezistivă de pornire. In schimb, lipsa fazei auxiliare de pornire conduce la mari economii de cupru. (Obişnuit, astfel de motoare utilizează cu 18-23% mai puţin cupru la realizarea înfăşurării statorice.)

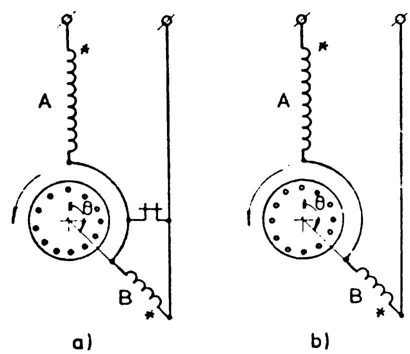


Fig.4.48

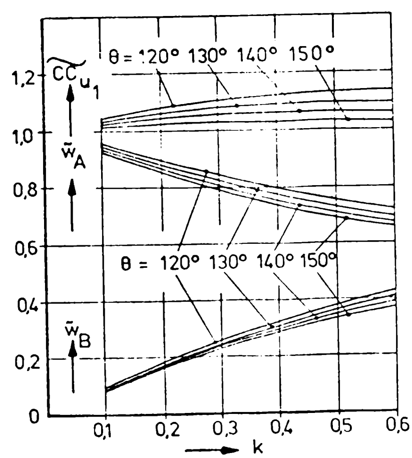


Fig.4.49

Afirmaţia este susţinută şi de fig.4.49 în care s-au reprezentat dependenţele: $\tilde{w}_A = w_A k_{wA}/(wk_w)_{pr}$; $\tilde{w}_B = w_B k_{wB}/(wk_w)_{pr}$ precum şi consumul relativ de cupru $\widetilde{C.Cu}_1$ necesar la realizarea fazelor statorice A şi B, cu k (pentru diferite valori ale unghiului θ).
(In fig.4.49 s-au notat: cu $w_A k_{wA}$ şi $w_B k_{wB}$ -numerele efective de spire ale fazelor statorice A şi B; cu $(wk_w)_{pr}$ -numărul efectiv de spire al înfăşurării principale a motorului cu fază rezistivă de pornire; cu k -raportul de transformare, numeric egal cu $w_B k_{wB}/w_A k_{wA}$; iar $\widetilde{C.Cu}_1 = G_{CuA+B}/G_{Cu.pr}$.)

Ori, din diagramele prezentate în fig.4.49 rezultă că, pentru $k = 0,2 \ldots 0,5$ şi $\theta = 130^0 - 140^0$, cantitatea de cupru necesară nu depăşeste decît cu max. (7-8)% pe cea corespunzătoare realizării înfăşurării principale a motorului asincron monofazat cu fază rezistivă de pornire.

După cunoştinţa autorului, în literatură nu există nici o referinţă asupra unui astfel de motor asincron monofazat. Motorul a fost denumit "hibrid" ca urmare a îmbinării principiului de pornire de la motorul cu poli ecranaţi cu principiul de funcţionare al motorului de inducţie pur monofazat, într-o construcţie unică.

In paragrafele următoare ale lucrării va fi prezentat un detaliat studiu cu principalele aspecte legate de dimensionarea fazelor statorice şi stabilirea performanţelor la pornire ale motoarelor asincrone monofazate, de tip hibrid. Metoda de investigaţie utilizată este metoda componentelor simetrice generalizate (stabilită în Capitolul 2 al tezei).

4.3.1 Metoda componentelor simetrice.

In conformitate cu procedura specificată şi folosită pînă acum, în fig. 4.50 s-a reconstituit maşina trifazată, nesimetrică "model matematic" care, alimentată dezechilibrat ($\underline{I}_C = 0$), permite analiza teoretică a motorului de inducţie monofazat, de tip hibrid.

Constrîngerile în alimentarea masinii nesimetrice "model matematic" impuse de schema de conexiuni a înfăşurărilor de fază statorice -pe durata pornirii- sînt precizate de:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U} \\ \underline{U}_{B'} + \underline{Z}_{BS}\underline{I}_B &= 0 \\ \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_K &= 0 \\ \underline{I}_C &= 0 \end{aligned} \qquad (4.73)$$

în care impedanţa de simetrizare $\underline{Z}_{BS}$ este dată de (4.1).

In urma efectuării substituţiilor (4.3), (4.4) şi (4.5), setul ecuaţiilor (4.73) se

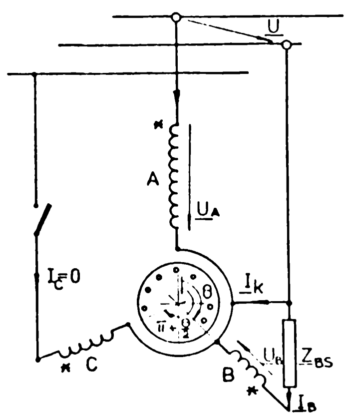


Fig.4.50

reduce la următorul sistem echivalent:

$$
\begin{aligned}
&\underline{I}_{A1}\underline{Z}_{A1} &&+ \underline{I}_{A2}\underline{Z}_{A2} &&+ \underline{I}_{A0}\underline{Z}_{A0} &&= \underline{U}\\
&\underline{I}_{A1}(k\underline{Z}_{A1}+\tfrac{1}{k}\cdot\underline{Z}_{BS})e^{j\theta} &&+ \underline{I}_{A2}(k\underline{Z}_{A2}+\tfrac{1}{k}\cdot\underline{Z}_{BS})e^{-j\theta} &&+ \underline{I}_{A0}(k\underline{Z}_{AC}+\tfrac{1}{k}\,\underline{Z}_{BS}) &&= 0\\
&\underline{I}_{A1}-2\cos\theta\cdot e^{j\theta} &&+ \underline{I}_{A2}\cdot 2\cos\theta &&+ \underline{I}_{A0}(1+e^{j\theta}) &&= 0
\end{aligned}
\qquad (4.74)
$$

unde prin k s-a notat raportul numerelor efective de spire ale celor două înfășurări de fază statorice, ca în (4.7).

Componentele simetrice $\underline{I}_{A1}$, $\underline{I}_{A2}$ și $\underline{I}_{A0}$ ale curentului $\underline{I}_A$ (determinate ca soluție a sistemului de mai sus) au următoarele expresii:

$$
\begin{aligned}
\underline{I}_{A1} &= \frac{\underline{U}}{1-e^{j\theta}}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\left\{\underline{Z}_{BS}(1-e^{j\theta}) + k^2\left[\underline{Z}_{A2}(1+e^{-j\theta}) - 2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}\right]\right\}\\
\underline{I}_{A2} &= \frac{\underline{U}}{1-e^{j\theta}}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\left\{\underline{Z}_{BS}(1-e^{j\theta}) - k^2e^{j\theta}\left[\underline{Z}_{A1}(1+e^{j\theta})-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}\right]\right\}\\
\underline{I}_{A0} &= \frac{\underline{U}}{1-e^{j\theta}}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\cdot 2\cos\theta\left[-\underline{Z}_{BS}(1-e^{j\theta}) + k^2(\underline{Z}_{A1}e^{j\theta}-\underline{Z}_{A2})\right]
\end{aligned}
\qquad (4.75)
$$

In (4.75) cu $\underline{D}$ s-a notat determinantul sistemului (4.74), cu expresia:

$$
\underline{D} = \underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}) + k^2\left[\underline{Z}_{A1}\underline{Z}_{A2}2(1+\cos\theta) - 2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2})\right]
$$

Curenții statorici $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$ se determină cu substituțiile (4.4). După efectuarea calculelor, rezultă:

$$
\begin{aligned}
\underline{I}_A &= \underline{U}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\left[4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_{BS} + k^2(\underline{Z}_{A1}+\underline{Z}_{A2}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0})\right]\\
\underline{I}_B &= -\underline{U}\cdot\frac{1}{\underline{D}}\cdot k(\underline{Z}_{A1}e^{+j\theta}+\underline{Z}_{A2}e^{-j\theta}-2\cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0})\\
\underline{I}_K &= -(\underline{I}_A+\underline{I}_B)
\end{aligned}
\qquad (4.76)
$$

Deși toate expresiile stabilite pînă acum sînt foarte generale, dependența parametrilor impedanțelor echivalente de unghiul θ le face practic incomode. Depășirea situației se realizează prin separarea nesimetriei unghiulare întocmai ca în paragraful 4.2.2.

După cîteva calcule intermediare, expresiile (4.75) și (4.76) se aduc la forma:

$$
\begin{aligned}
\underline{I}_{A1} &= \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\cdot\frac{\underline{Z}_{BS} + k^2e^{-j\theta}(j\sin\theta\cdot\underline{Z}_2+\cos\theta\cdot\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2-(\underline{Z}_1-\underline{Z}_o)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_o)\cos^2\theta\right]}\\
\underline{I}_{A2} &= \frac{\underline{U}}{1-\cos\theta}\cdot\frac{\underline{Z}_{BS} - k^2e^{+j\theta}(j\sin\theta\cdot\underline{Z}_1-\cos\theta\cdot\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2-(\underline{Z}_1-\underline{Z}_o)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_o)\cos^2\theta\right]}\\
\underline{I}_{A0} &= \frac{\underline{U}\cdot\cos\theta}{1-\cos\theta}\cdot\frac{-2\underline{Z}_{BS} + k^2\left[(\underline{Z}_1-\underline{Z}_o)e^{j\theta}+(\underline{Z}_2-\underline{Z}_o)e^{-j\theta}-(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)\right]}{\underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2-(\underline{Z}_1-\underline{Z}_o)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_o)\cos^2\theta\right]}
\end{aligned}
\qquad (4.77)
$$

şi respectiv:

$$\underline{I}_A = \underline{U}\,\frac{2\underline{Z}_{BS} + k^2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)}{\underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2-(\underline{Z}_1-\underline{Z}_o)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_o)\cos^2\theta\right]}$$

$$\underline{I}_B = \underline{U}\,\frac{-k(\underline{Z}_1 e^{j\theta} + \underline{Z}_2 e^{-j\theta} - 2\cos\theta\cdot\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_{BS}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) + 2k^2\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2-(\underline{Z}_1-\underline{Z}_o)(\underline{Z}_2-\underline{Z}_o)\cos^2\theta\right]} \qquad (4.78)$$

$$\underline{I}_K = -(\underline{I}_A + \underline{I}_B)$$

Se menţionează că impedanţele $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ şi $\underline{Z}_o$ din expresiile de mai sus sînt chiar cele date de relaţiile (4.14).

4.3.2 Performanţele la pornire.

La pornire, $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_p$. Impedanţa $\underline{Z}_p$ poate fi măsurată şi experimental, fiind chiar impedanţa determinată la bornele înfăşurării A (motorul avînd rotorul calat). Analitic, impedanţa $\underline{Z}_p$ se calculează cu una din relaţiile (4.14) în care se înlocueşte s=1.

Cu aceste precizări, expresiile componentelor simetrice, ale curenţilor statorici la pornire, devin:

$$\underline{I}_{A1p} = \frac{\underline{U}}{2(1-\cos\theta)}\cdot\frac{\underline{Z}_{BS} + k^2 e^{-j\theta}(j\sin\theta\cdot\underline{Z}_p + \cos\theta\cdot\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p + k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]}$$

$$\underline{I}_{A2p} = \frac{\underline{U}}{2(1-\cos\theta)}\cdot\frac{\underline{Z}_{BS} - k^2 e^{+j\theta}(j\sin\theta\cdot\underline{Z}_p - \cos\theta\cdot\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p + k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]} \qquad (4.79)$$

$$\underline{I}_{Aop} = \frac{\underline{U}\cdot\cos\theta}{1-\cos\theta}\cdot\frac{-\underline{Z}_{BS} - k^2\left[\underline{Z}_p-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)\cos\theta\right]}{\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p + k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]}$$

Curenţii statorici, la pornire, se determină cu:

$$\underline{I}_{Ap} = \underline{U}\cdot\frac{\underline{Z}_{BS} + k^2\underline{Z}_p}{\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p + k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]}$$

$$\underline{I}_{Bp} = \underline{U}\,\frac{-k\cos\theta\cdot(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)}{\underline{Z}_{BS}\underline{Z}_p + k^2\left[\underline{Z}_p^2-(\underline{Z}_p-\underline{Z}_o)^2\cos^2\theta\right]} \qquad (4.80)$$

$$\underline{I}_{Kp} = -(\underline{I}_{Ap} + \underline{I}_{Bp})$$

Pe baza acestor expresii vor fi stabilite toate mărimile aferente regimului de pornire.

Pentru motorul asincron monofazat fără înfăşurare de pornire, de tip hibrid, vom studia influenţa unghiului θ şi a raportului de transformare k asupra următoarelor mărimi: 1. Curenţii I_{Ap}, I_{Bp} şi I_{Kp} la pornire; 2. Momentul de pornire; 3. Raportul dintre momentul electromagnetic şi curent, la pornire; 4. Raportul dintre momentul electromagnetic şi pierderile electrice din înfăşurările statorului, la pornire.

Reprezentările grafice vor fi prezentate în mărimi relative (mărimi marcate cu ~ deasupra simbolului respectiv). Baza de raportare este alcătuită din ansamblul mărimilor corespunzătoare motorului bifazat simetric echivalent din fig.4.4.

Separat vor fi prezentate şi rezultatele încercărilor experimentale pentru 8 motoare de inducţie monofazate, de tip hibrid.

4.3.2.1 Curenţii statorici la pornire. Gradul de disimetrie al curenţilor la pornire.

Curentul absorbit din reţea, la pornire, de motorul asincron monofazat fără înfăşurare de pornire, de tip hibrid, se determină cu:

$$I_p = I_{Ap} = U\cdot\left\{\frac{\left[R_B+k^2(R_p-R_A)\right]^2+\left[X_{B\sigma}+k^2(X_p-X_{A\sigma})\right]^2}{N_1'^2}\right\}^{1/2} \tag{4.81}$$

$$\text{cu}\quad N_1'^2 = \Big[\Big[R_p(R_B-k^2R_A)-X_p(X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma})+k^2\Big\{R_p^2-X_p^2-\left[(R_p-R_A)^2-(X_p-X_{A\sigma})^2\right]\cos^2\theta\Big\}\Big]\Big]^2+$$
$$+\Big[\Big[R_p(X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma})+X_p(R_B-k^2R_A)+2k^2\left[R_pX_p-(R_p-R_A)(X_p-X_{A\sigma})\cos^2\theta\right]\Big]\Big]^2 \tag{4.82}$$

Curentul I_{Bp} din faza statorică, scurtcircuitată (la pornire) este dat de relaţia:

$$I_{Bp} = U\cdot k\cdot|\cos\theta|\cdot\left[\frac{(R_p-R_A)^2+(X_p-X_{A\sigma})^2}{N_1'^2}\right]^{1/2} \tag{4.83}$$

In mărimi relative (raportaţi la curentul de pornire al motorului de inducţie bifazat simetric, echivalent), curenţii din înfăşurările statorice se calculează (la pornire) cu expresiile:

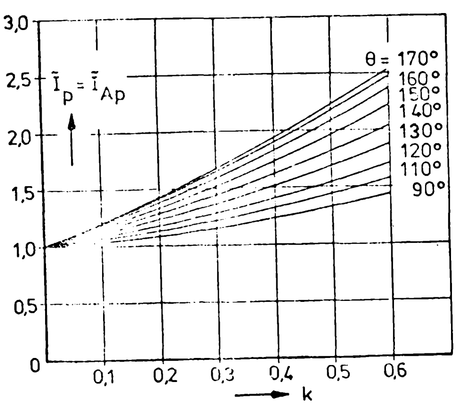


Fig.4.51

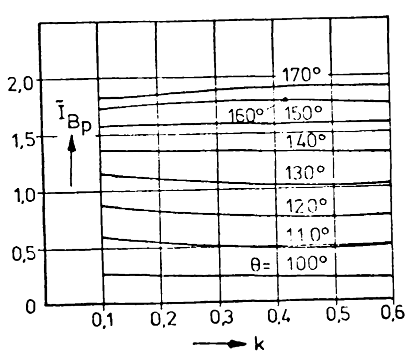


Fig.4.52

$$\tilde{I}_{Ap} = \left\{ \frac{\left[r_B+k^2(r_p-r_A)\right]^2 + \left[x_{B\sigma}+k^2(x_p-x_{A\sigma})\right]^2}{B^2+C^2} \right\}^{1/2}$$

$$\tilde{I}_{Bp} = k\cdot|\cos\theta|\cdot\left[\frac{(r_p-r_A)^2+(x_p-x_{A\sigma})^2}{B^2+C^2}\right]^{1/2} \qquad (4.84)$$

în care:

$$B = r_p(r_B-k^2r_A)-x_p(x_{B\sigma}-k^2x_{A\sigma})+k^2\left\{r_p^2-x_p^2-\left[(r_p-r_A)^2-(x_p-x_{A\sigma})^2\right]\cos^2\theta\right\}$$

$$C = r_p(x_{B\sigma}-k^2x_{A\sigma})+x_p(r_B-k^2r_A)+2k^2\left[r_px_p-(r_p-r_A)(x_p-x_{A\sigma})\cos^2\theta\right] \qquad (4.85)$$

Pe baza expresiilor (4.84), în fig.4.51 şi fig.4.52 s-au reprezentat grafic $\tilde{I}_{Ap} = f(k)$ şi respectiv $\tilde{I}_{Bp} = f(k)$ pentru $\theta = 100^\circ, 110^\circ, 120^\circ, 130^\circ, 140^\circ, 150^\circ, 160^\circ$ şi 170°.

Curentul de pornire $\tilde{I}_{Ap}$ creşte monoton cu creşterea variabilelor k şi θ. Curentul prin faza statorică scurtcircuitată, I_{Bp}, creşte numai la mărirea unghiului θ. Practic, el este independent de valoarea factorului k. (Mărimea raportului de transformare k poate fi stabilită prin impunerea coeficientului de multiplicitate al curentului de pornire.)

Gradul de disimetrie al curenţilor la pornire, calculat pe baza relaţiilor de definiţie, se determină cu:

$$\varepsilon_{iI} = \left\{ \frac{\left[r_B+r(1-\cos 2\theta)+x\cdot\sin 2\theta\right]^2+\left[x_{B\sigma}+x(1-\cos 2\theta)-r\cdot\sin 2\theta\right]^2}{\left[r_B+r(1-\cos 2\theta)-x\cdot\sin 2\theta\right]^2+\left[x_{B\sigma}+x(1-\cos 2\theta)+r\cdot\sin 2\theta\right]^2} \right\}^{1/2} \qquad (4.86)$$

cu: $\quad r = \frac{1}{2}\cdot k^2(r_p-r_A) \quad$ şi $\quad x = \frac{1}{2}\cdot k^2(x_p-x_{A\sigma}) \qquad (4.87)$

Variaţia gradului de disimetrie al curenţilor de pornire, cu unghiul θ şi raportul k, s-a reprezentat în fig.4.53, respectiv în fig.4.54.

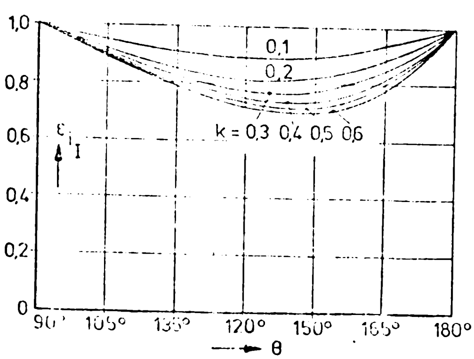


Fig.4.53

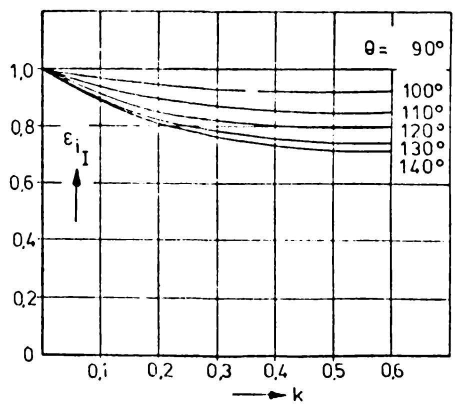


Fig.4.54

Se observă că, dacă $k \leq 0,5$, valoarea minimă a gradului de disimetrie nu scade sub 0,7 (chiar dacă $\theta = 135^{\circ}-140^{\circ}$), ceea ce explică și mărimea oarecum limitată a momentului de pornire. In plus, $\mathcal{E}_{iI} = 1$ numai dacă $\theta = 0,\ 90^{\circ}$ și 180°.

4.3.2.2 Momentul de pornire.

Momentul electromagnetic dezvoltat la pornire de motorul de inducție monofazat fără înfășurare de pornire, de tip hibrid, poate fi pus sub forma:

$$M_p = \frac{p \cdot U^2 \cdot k^2 \cdot \sin 2(\pi-\theta)}{\omega_1} \cdot R_o' \cdot \frac{M'}{N_1'^2} \tag{4.88}$$

în care:

$$R_o' = \frac{R_2'(R_{1m}^2+X_{1m}^2)}{(R_2'+R_{1m})^2+(X_{2\sigma}'+X_{1m})^2}$$

$$M' = R_B(X_p-X_{A\sigma}) - X_{B\sigma}(R_p-R_A) \tag{4.89}$$

$N_1'^2$ este același cu cel dat la (4.82)

La scrierea relațiilor de mai sus, parametrii rotorici R_2' și $X_{2\sigma}'$ se consideră reduși la numărul efectiv de spire $w_A k_{wA}$ al fazei statorice A (considerată ca înfășurare de referință); R_{1m} și X_{1m} sînt elementele impedanței de magnetizare corespunzătoare înfășurării de referință A, iar cu R_p și λ_p s-au notat rezistența și respectiv reactanța (la pornire) măsurate la bornele înfășurării statorice A.

Dacă vom raporta expresia (4.88) la expresia momentului de pornire al motorului asincron bifazat simetric echivalent și totodată vom folosi notațiile definite de (4.41), în final obținem:

$$\tilde{M}_p = \frac{2k^2 \sin 2(\pi-\theta)}{1-2k\cos\theta+k^2} \cdot \frac{A}{B^2+C^2} \tag{4.90}$$

în care: $A = r_B(x_p-x_{A\sigma}) - x_{B\sigma}(r_p-r_A)$; B și C fiind aceiași ca în (4.85).

Influența unghiului θ și a raportului k asupra momentului de pornire al motorului monofazat hibrid poate fi apreciată numai în baza relațiilor (4.40).

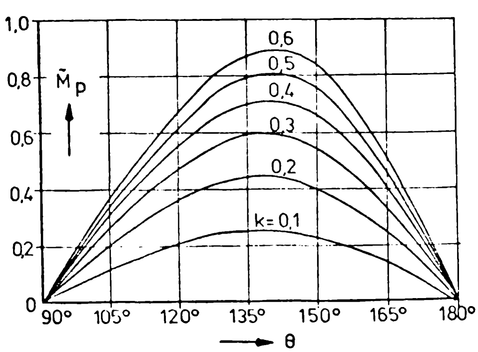


Fig.4.55

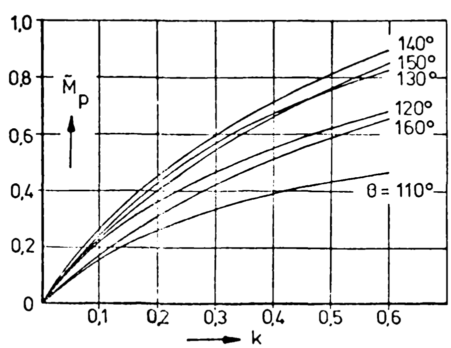


Fig.4.56

Variația momentului electromagnetic dezvoltat la pornire de motorul de inducție monofazat de tip hibrid, cu mărimea decalajului spațial θ, $\tilde{M}_p = f(\theta)$ este ilustrată în fig.4.55 (pentru k = 0,1...0,6). In fig.4.56 s-a reprezentat dependența $\tilde{M}_p = f(k)$ pentru $\theta = 110^\circ$, 120°, 130°, 140°, 150° și 160°.

Valoarea maximă a momentului de pornire (dacă k = const.) are loc pentru decalaje spațiale $\theta = 135^\circ - 140^\circ$. (Acest rezultat a fost confirmat și experimental.) In schimb, dacă θ se menține constant și se mărește raportul k, momentul electromagnetic de pornire crește monoton.

Ca ordin de mărime, pentru $k \leq 0,5$ și $\theta = 135^\circ$, momentul dezvoltat la pornire de motorul asincron monofazat de tip hibrid nu depășește 80% din mărimea momentului de pornire corespunzător motorului asincron bifazat simetric echivalent.

4.3.2.3 Raportul dintre momentul electromagnetic și curent, la pornire.

In mărimi relative, raportul dintre momentul de pornire și curentul de pornire (adică momentul specific de pornire) al motorului asincron monofazat de tip hibrid, se calculează cu:

$$\frac{\tilde{M}_p}{\tilde{I}_p} = \frac{2k^2 \sin 2(\pi-\theta)}{1-2k\cos\theta+k^2} \; \frac{r_B(x_p-x_{A\sigma})-x_{B\sigma}(r_p-r_A)}{(B^2+C^2)^{1/2}\left\{\left[r_B+k^2(r_p-r_A)\right]^2+\left[x_{B\sigma}+k^2(x_p-x_{A\sigma})\right]^2\right\}^{1/2}} \qquad (4.91)$$

Dependența momentului specific de pornire cu unghiul θ și respectiv cu raportul de transformare k este reprezentată în figurile 4.57 și 4.58.

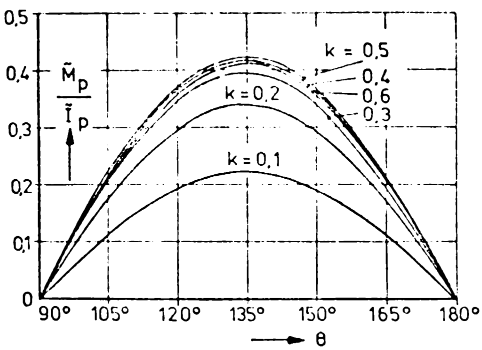


Fig.4.57

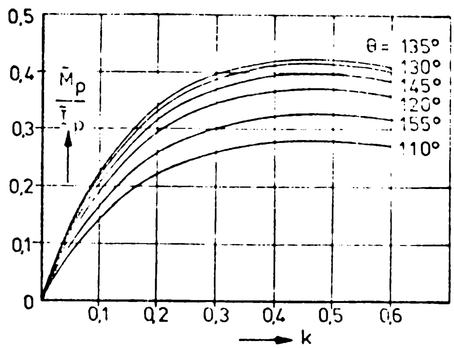


Fig.4.58

Din nou se observă că pentru $\theta = 135^\circ$ și momentul specific de pornire devine maxim (indiferent de mărimea raportului de transformare k). Maximum-maximorum momentului specific de pornire se obține pentru k = 0,5.

Dacă se mărește k (peste 0,5), deși crește momentul electromagnetic de pornire, totuși, curentul de pornire crește mult mai mult, astfel încît -în ansamblu- momentul specific de pornire începe să descrească.

(Remarcile de mai sus sînt demne de luat în considerație la dimensionarea înfăşurărilor statorice ale motoarelor monofazate, fără înfăşurare de pornire, de tip hibrid.)

4.3.2.4 Raportul dintre momentul electromagnetic şi pierderile din înfăşurările statorului, la pornire.

Pentru motorul de inducţie monofazat fără înfăşurare de pornire, de tip hibrid, raportul M_p/P_p se poate calcula cu:

$$\frac{M_p}{P_p} = \frac{p\,k^2\sin 2(\pi-\theta)}{\omega_1}\cdot R_o'\cdot\frac{M'}{N_2'^2} \tag{4.92}$$

cu R_o' şi M' ca în (4.89) şi

$$\begin{aligned} N_2'^2 = {} & R_A\left\{\left[R_B+k^2(R_p-R_A)\right]^2+\left[X_{B\sigma}+k^2(X_p-X_{A\sigma})\right]^2\right\}+ \\ & + R_Bk^2\cos^2\theta\left[(R_p-R_A)^2+(X_p-X_{A\sigma})^2\right] \end{aligned} \tag{4.93}$$

In mărimi relative (raportat la $M_{sp}/P_{\varepsilon p}$), după cîteva prelucrări matematice intermediare, raportul (4.92) devine:

$$\frac{\tilde{M}_p}{\tilde{P}_p} = \frac{2k^2\sin 2(\pi-\theta)}{(1-2k\cos\theta+k^2)^{1/2}}\cdot\frac{A_3}{B_3} \tag{4.94}$$

cu $A_3 = A$ şi

$$B_3 = \left[r_B+k^2(r_p-r_A)\right]^2+\left[x_{B\sigma}+k^2(x_p-x_{A\sigma})\right]^2+k^3\cos^2\theta\left[(r_p-r_A)^2+(x_p-x_{A\sigma})^2\right] \tag{4.95}$$

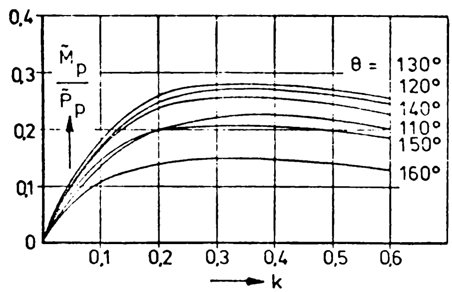


Fig.4.59

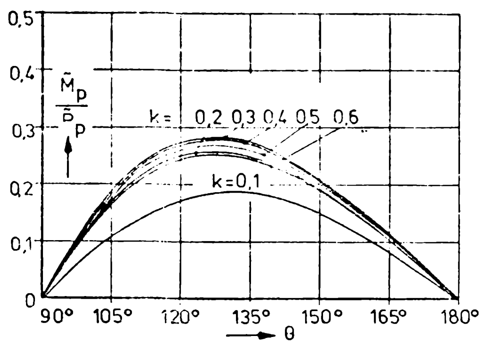


Fig.4.60

Variaţia raportului $\tilde{M}_p/\tilde{P}_p$ cu k şi respectiv cu θ este reprezentată în fig.4.59 şi fig.4.60.

Să observăm că acest indicator ia valori maxime numai dacă k = 0,3-0,4 şi θ = 130°-135°. Dacă k > 0,5, pierderile din înfăşurările statorului (la pornire) cresc mult mai repede decît M_p astfel încît, pe ansamblu, raportul M_p/P_p începe să descrească pentru orice valoare a unghiului θ.

4.3.3 Incercări experimentale.

In scopul verificării concluziilor teoretice, s-au realizat (în condiții de laborator) 8 motoare de inducție monofazate fără înfășurare de pornire, de tip hibrid. Motoarele au fost simbolizate cu MH 1...MH 8 și au fost realizate pe structura produsului comercial MF 2 (producător IME Pitești) de la care s-au folosit miezul statoric și rotorul.

Miezurile statorice (cu $Z_1 = 24$ cr.) au fost bobinate cu înfășurări bifazate nesimetrice, bipolare, distribuite sinusoidal și realizate din același conductor ($\phi = 0,58$ mm) ca și cel utilizat la fabricarea înfășurării principale a motorului MF 2.

Valorile decalajelor spațiale θ, rapoartele de transformare k precum și distribuția conductoarelor în crestături (pe intervalul unui pas polar) ale înfășurărilor realizate practic, sînt specificate în Tabelul 4.2.

Tabelul 4.2

Nr.crt.	θ	k	A/B	n_{c1}	n_{c2}	n_{c3}	n_{c4}	n_{c5}	n_{c6}	n_{c7}	n_{c8}	n_{c9}	n_{c10}	n_{c11}	n_{c12}
MH 1	105°	0,57	A	75	75	65	51	33	-	-	33	51	65	75	75
			B	-	-	19	30	37	43	43	43	43	37	30	19
MH 2	120°	0,40	A	77	77	66	53	34	-	-	34	53	66	77	77
			B	14	-	-	14	21	26	31	31	31	31	26	21
MH 3	120°	0,50	A	72	72	63	50	32	-	-	32	50	63	72	72
			B	16	-	-	16	25	31	36	36	36	36	31	25
MH 4	120°	0,57	A	69	69	60	48	31	-	-	31	48	60	69	69
			B	18	-	-	18	27	34	40	40	40	40	34	27
MH 5	135°	0,40	A	73	73	63	50	33	-	-	33	50	63	73	73
			B	20	14	-	-	14	20	25	29	30	30	29	25
MH 6	135°	0,50	A	68	68	60	47	30	-	-	30	47	60	68	68
			B	24	15	-	-	15	24	30	34	34	34	34	30
MH 7	135°	0,57	A	65	65	60	47	30	-	-	30	47	60	65	65
			B	26	17	-	-	17	26	32	38	38	38	38	32
MH 8	150°	0,40	A	71	70	60	48	32	-	-	32	48	60	70	71
			B	24	20	13	-	-	13	20	24	28	29	29	28

Fiecare din cele 8 motoare a fost încercat la pornire.

S-a măsurat forța dezvoltată la capătul unei pîrghii (echilibrate), cu lungimea 0,245 m, la pornire. Simultan au fost citiți și curenții corespunzători la pornire.

Incercările au fost efectuate la tensiunea nominală (220 V) iar valorile înregistrate corespund mediei aritmetice a mărimilor citite pentru trei poziţii distincte (la 120^{o}) ale rotorului.

Rezultatele încercărilor experimentale sînt prezentate în Tabelul 4.3.

Tabelul 4.3

Nr.crt.	M_p		$I_p = I_{Ap}$		I_{Bp}		$\frac{M_p}{I_p}$
	gfm	u.r.	A	u.r.	A	u.r.	
MH 1	30,625	0,537	10,4	1,142	1,9	0,20879	0,4698
MH 2	40,421	0,71	9,3	1,021	3,5	0,3846	0,6947
MH 3	44,1	0,7736	10,2	1,12	3,4	0,3736	0,6901
MH 4	48,38	0,848	11,3	1,241	3,5	0,3846	0,6829
MH 5	49,0	0,8596	9,7	1,065	5,5	0,6044	0,8064
MH 6	53,9	0,945	10,4	1,142	5,6	0,6153	0,8268
MH 7	57,82	1,014	11,5	1,263	5,6	0,6153	0,8023
MH 8	42,875	0,752	10,5	1,153	7,0	0,7692	0,651

(In tabelul de mai sus, momentul electromagnetic a fost raportat la M_{pb} = 57 gfm iar curenţii $I_p = I_{Ap}$ şi I_{Bp}, la I_{pb} = 9,1 A. Valorile numerice precizate mai înainte corespund motorului asincron monofazat cu fază rezistivă de pornire MF 2,/204/.)

In plus, se precizează că, temperatura înfăşurărilor motorului în timpul măsurătorilor a fost de cca. 20^{o}-30^{o}C.

Analizînd rezultatele experimentale din Tab.4.3 constatăm că acestea confirmă în totalitate previziunile -stabilite pe cale analitică- cu privire la parametrii de pornire ai motorului asincron monofazat, fără înfăşurare de pornire, de tip hibrid.

4.4 Caracteristicile de funcţionare ale motoarelor asincrone monofazate fără înfăşurare de pornire.

Deschiderea circuitului fazei B la motoarele de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire (v. fig.4.1d şi fig.4.48) are loc -de regulă- numai după depăşirea vitezei (alunecării) critice.

Atît viteza sau alunecarea critică cît şi momentul electromagnetic maxim M_k sînt mărimi deosebit de importante pentru proiectant. In particular, cunoaşterea lui M_k va permite constructorului de motoare electrice să stabilească procentul maxim de reducere a tensiunii de alimentare pentru care motorul mai poate funcţiona în sarcină.

Pe de altă parte, stabilirea cu suficientă precizie a cuplului, a factorului de putere, a curentului şi a randamentului (pentru orice viteză a rotorului din domeniul funcţionării stabile), constitue elemente absolut necesare în orice calcul preliminar de proiectare.

Aceste probleme sînt comune și motoarelor asincrone monofazate cu fază de pornire (rezistivă sau capacitivă), motoare care în funcționare rămîn doar cu înfășurarea principală alimentată. De altfel, pînă nu demult, atît M_k cît și $s_k(v_k)$ erau determinate numai cu relații empirice.

La nivelul anilor 1978-1979, Butler /22/ și Guru /51/ stabilesc relații analitice exacte pentru calculul lor. Ambii autori se referă la motoarele de inducție monofazate cu fază de pornire în cuadratură electrică folosindu-se de teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare. In plus, Butler stabilește și relații analitice pentru calculul performanțelor de funcționare ale motoarelor asincrone monofazate.

In acest context, dezvoltarea teoretică prezentată în continuare se constitue ca o extindere a problematicii enunțate mai sus și pentru motoarele asincrone monofazate fără înfășurare de pornire. In ipoteza parametrilor constanți, pentru aceste tipuri de motoare de inducție monofazate, vor fi stabilite relații analitice exacte (întocmai ca la mașinile polifazate simetrice) pentru determinarea: alunecării sau vitezei critice s_k; a momentului electromagnetic M(s) și respectiv a momentului maxim M_k, a curentului, randamentului și a factorului de putere la orice turație a rotorului.

Investigațiile teoretice au la bază metoda componentelor simetrice generalizate. In ultima parte se indică și modalitatea de considerare a armonicilor spațiale.

4.4.1 Schema echivalentă.

In fig.4.61 s-a reprezentat un motor de inducție monofazat fără înfășurare de pornire (cu rotorul în turație), după deschiderea circuitului fazei B.

Cele două faze statorice, A și B sînt repartizate sinusoidal, dispuse spațial sub unghiul θ și au $w_A k_{wA} \neq w_B k_{wB}$. Rotorul este simetric, are turația n și sensul de rotație de la faza B la faza A.

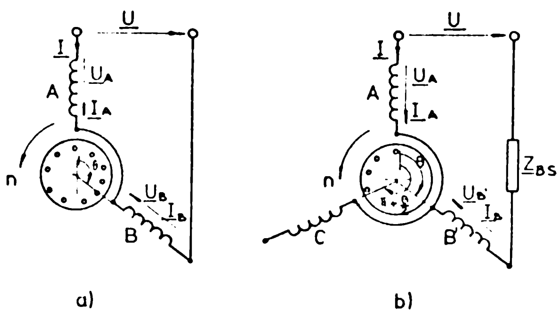


Fig.4.61

Conform procedurii uzuale, în fig.4.61 b s-a reprezentat mașina trifazată echivalentă "model matematic", alimentată monofazat corespunzător motorului asincron studiat. Constrîngerile impuse de schema de conexiuni și de modul de alimentare a înfășurărilor de fază sînt descrise de sistemul:

$$\underline{U}_A - \underline{U}_{B'} - \underline{Z}_{BS}\underline{I}_B = \underline{U} \quad (a)$$
$$\underline{I}_A = -\underline{I}_B = \underline{I} \quad (b) \qquad \underline{I}_C = 0 \quad (c) \qquad (4.96)$$

Cu relațiile (4.96 b și c) se determină componentele simetrice naturale (2.18) ale curenților statorici:

$$\underline{I}_{A1} = \frac{1-ke^{-j\theta}}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot\underline{I}\ ;\quad \underline{I}_{A2} = \frac{1-ke^{+j\theta}}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}\cdot\underline{I}\ ;\quad \underline{I}_{A0} = \frac{2\cos(\pi-\theta)}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta}(1-k)\underline{I} \qquad (4.97)$$

Tensiunile statorice de fază $\underline{U}_A$ și $\underline{U}_{B'}$ vor fi descompuse în componentele lor simetrice naturale (2.27), ca mai jos:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} \\ \underline{U}_{B'} &= k(\underline{U}_{A1}e^{+j\theta} + \underline{U}_{A2}e^{-j\theta} + \underline{U}_{A0}) \end{aligned} \qquad (4.98)$$

In plus: $\underline{U}_{A1} = \underline{Z}_{A1}\underline{I}_{A1}$; $\underline{U}_{A2} = \underline{Z}_{A2}\underline{I}_{A2}$ și $\underline{U}_{A0} = \underline{Z}_{A0}\underline{I}_{A0}$.

Expresiile impedanțelor echivalente: directă $\underline{Z}_{A1}$, inversă $\underline{Z}_{A2}$ și omopolară $\underline{Z}_{A0}$ sînt date de relațiile (2.42), (2.48) și (2.52) iar circuitele electrice echivalente atașate lor sînt reprezentate în fig.2.6, fig.2.7 și fig. 2.8. (La scrierea relațiilor de mai sus, k reprezintă raportul de transformare iar cu $\underline{Z}_{BS}$ s-a notat impedanța de simetrizare a înfășurării statorice de fază B.)

Efectuînd substituțiile descrise de relațiile (4.98) și (4.97) în ecuația (4.96 a), după o serie de calcule intermediare, se ajunge la:

$$\underline{U} = \Big[R_A + R_B + jX_{A\sigma} + jX_{B\sigma} + j(1-2k\cos\theta + k^2)X_{AA\sigma} + \qquad (4.99)$$
$$+ \frac{1}{2}(1-2k\cos\theta+k^2)\cdot\frac{jX_{Am}(\frac{R_2'}{s}+jX_{2\sigma}')}{\frac{R_2'}{s}+j(X_{2\sigma}'+X_{Am})} + \frac{1}{2}(1-2k\cos\theta+k^2)\cdot\frac{jX_{Am}(\frac{R_2'}{2-s}+jX_{2\sigma}')}{\frac{R_2'}{2-s}+j(X_{2\sigma}'+X_{Am})}\Big]\cdot\underline{I}$$

Ecuația (4.99) descrie un circuit electric.

Schema electrică echivalentă a motorului asincron monofazat fără înfășurare de pornire, descrisă de (4.99), este reprezentată în fig.4.62.

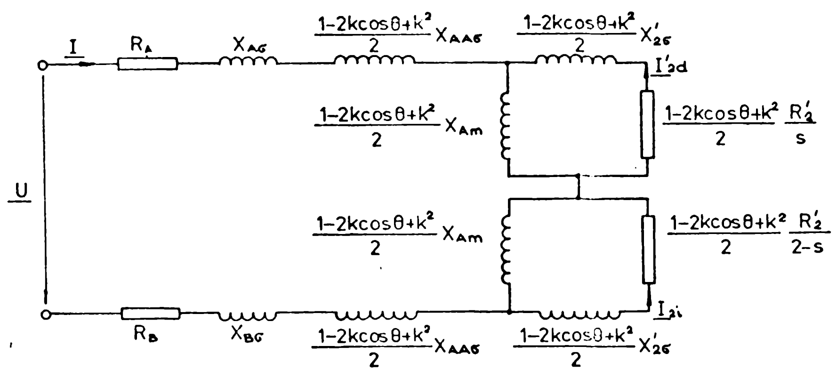


Fig.4.62

In schema electrică echivalentă din fig.4.62, atît parametrii rotorici

R'_2, $X'_{2\sigma}$ cît și reactanța utilă X_{Am} corespund numărului efectiv de spire al fazei statorice A, aleasă ca fază de referință.

Dacă vom introduce notațiile consacrate:

$$\begin{aligned} R_s &= R_A + R_B; & X_{s\sigma} &= X_{A\sigma} + X_{B\sigma} + (1-2k\cos\theta+k^2)X_{AA\sigma} \\ R'_r &= \frac{1}{2}(1-2k\cos\theta+k^2)R'_2; & X'_{r\sigma} &= \frac{1}{2}(1-2k\cos\theta+k^2)X'_{2\sigma} \\ X_m &= \frac{1}{2}(1-2k\cos\theta+k^2)X_{Am}; & v &= n/n_1 \end{aligned} \tag{4.100}$$

atunci circuitul electric echivalent poate fi pus sub forma compactă, clasică pentru orice motor asincron monofazat, ca în fig.4.63.

In plus, în schema echivalentă din fig.4.63 s-au considerat și pierderile în fier prin introducerea în paralel cu bornele terminale a rezistenței R_F (de valoare U^2/p_{Fe}). Procedura este frecvent utilizată în teoria motoarelor de inducție monofazate /15/,/22/,/113/,/143/,/146/.

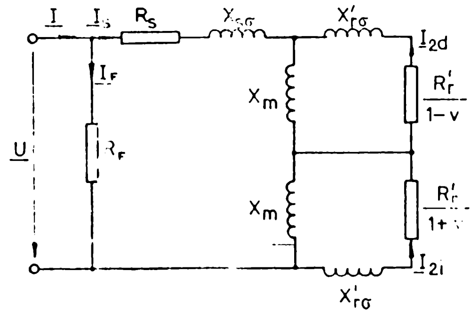


Fig.4.63

4.4.2 Momentul electromagnetic.

In teoria componentelor simetrice, momentul electromagnetic dezvoltat de motorul asincron nesimetric "model matematic" în orice regim staționar nesimetric, se determină cu relația: $M = M_1 - M_2$, în care:

$$M_1 = \frac{m_{1e}p}{\omega_1}\cdot\frac{2\sin^2\frac{1}{2}\theta\, R'_2}{s}\cdot I'^2_{r1}\ ; \qquad M_2 = \frac{m_{1e}p}{\omega_1}\cdot\frac{2\sin^2\frac{1}{2}\theta\cdot R'_2}{2-s}\cdot I'^2_{r2} \tag{4.101}$$

unde $m_{1e} = 4\sin^2\frac{1}{2}\theta$ reprezintă numărul echivalent de faze statorice, iar I'_{r1} și I'_{r2} sînt curenții rotorici la funcționarea motorului "model matematic" în regimuri staționare simetrice (direct și respectiv invers).

Curenții rotorici $\underline{I}'_{r1}$ și $\underline{I}'_{r2}$, explicitați din schemele echivalente ale "modelului matematic" corespunzătoare regimurilor simetrice de funcționare (v.fig.2.6 și fig.2.7) sînt dați de:

$$\underline{I}'_{r1} = \frac{-jX_{Am}}{\frac{R'_2}{s} + j(X'_{2\sigma}+X_{Am})}\cdot\underline{I}_{A1} \quad \text{și} \quad \underline{I}'_{r2} = \frac{-jX_{Am}}{\frac{R'_2}{2-s} + j(X'_{2\sigma}+X_{Am})}\cdot\underline{I}_{A2} \tag{4.102}$$

Cu aceste detalii teoretice, momentul electromagnetic dezvoltat de motorul asincron monofazat fără înfășurare de pornire, poate fi pus sub forma:

$$M = \frac{p}{\omega_1}\cdot X_m^2\cdot R'_r\left[\frac{\frac{1}{1-v}}{\left(\frac{R'_r}{1-v}\right)^2 + (X'_{r\sigma}+X_m)^2} - \frac{\frac{1}{1+v}}{\left(\frac{R'_r}{1+v}\right)^2 + (X'_{r\sigma}+X_m)^2}\right]\cdot I_s^2 \tag{4.103}$$

Se precizează că în expresia (4.103) s-au utilizat notaţiile (4.100) şi în plus, s-a înlocuit $\underline{I}$ prin $\underline{I}_s$ (ca în fig.4.63).

Curentul $\underline{I}_s$ se determină din schema electrică echivalentă prezentată în fig.4.63. După o serie de transformări matematice intermediare, în final se ajunge la următoarea expresie:

$$\underline{I}_s = \underline{U}(1-v^2)\cdot\frac{\left[\frac{R'_r}{1-v}+j(X'_{r\sigma}+X_m)\right]\cdot\left[\frac{R'_r}{1+v}+j(X'_{r\sigma}+X_m)\right]}{Av^2-(A+B)+j\left[Cv^2-(C-D)\right]} \qquad (4.104)$$

în care constantele A, B, C şi D depind numai de parametrii motorului, avînd următoarea semnificaţie:

$$\begin{aligned} A &= R_s(X'_{r\sigma}+X_m)^2 \\ B &= R'_r\left[2(X_{s\sigma}+X_m)(X'_{r\sigma}+X_m)-R_sR'_r\right] \\ C &= (X'_{r\sigma}+X_m)\left[X_{s\sigma}(X'_{r\sigma}+X_m)+2X'_{r\sigma}\cdot X_m\right] \\ D &= R'_r\left[R'_r(X_{s\sigma}+2X_m)+2R_s(X'_{r\sigma}+X_m)\right] \end{aligned} \qquad (4.105)$$

Expresia finală a momentului electromagnetic se obţine numai după înlocuirea curentului I_s în relaţia (4.103). Rezultă:

$$M(v) = \frac{2p}{\omega_1}\cdot U^2R'_r\cdot X_m^2\cdot\frac{v\left[(X'_{r\sigma}+X_m)^2-R'^2_r-v^2(X'_{r\sigma}+X_m)^2\right]}{\left[Av^2-(A+B)\right]^2+\left[Cv^2-(C-D)\right]^2} \qquad (4.106)$$

Trecînd la variabila s (alunecare), se constată că $M(s) = M(1-v)$.

Analizînd expresia (4.106), vom observa că momentul electromagnetic se anulează în punctele de abscisă:

$$\begin{aligned} v_1 &= 0,\ \text{respectiv}\quad s_1 = 1 \quad \text{şi} \\ v_2 &= \left[1-R'^2_r/(X'_{r\sigma}+X_m)^2\right]^{1/2},\ \text{respectiv}\quad s_2 = 1-v_2 \end{aligned} \qquad (4.107)$$

La sincronism, momentul electromagnetic dezvoltat de motor, se determină cu:

$$M_{(v=1)} = -\frac{p}{\omega_1}\cdot\frac{2\,U^2R'^3_rX_m^2}{B^2+D^2} \qquad (4.108)$$

Pe de altă parte, $M(1) = M_1(1) - M_2(1) = -M_2(1)$, căci $M_1(1) = 0$.

Cu această remarcă s-a interpretat fizic şi semnul negativ al rezultatului.

4.4.3 <u>Momentul electromagnetic maxim şi viteza (alunecarea) critică</u>.

Din punct de vedere analitic, funcţia $M = M(v)$ precizată de relaţia (4.106), este continuă şi derivabilă pe tot domeniul ei de definiţie.

In plus, $M(v_1) = M(v_2) = 0$.

In aceste condiţii, teorema lui Rolle ne asigură existenţa unui punct de abscisă v_k ($v_1 < v_k < v_2$), pentru care:

$$\left.\frac{dM}{dv}\right|_{v=v_k} = 0$$

Aceasta este tocmai viteza (alunecarea) critică a motorului asincron monofazat. Pentru a o determina este necesar să rezolvăm ecuația anterioară.

Derivînd expresia momentului electromagnetic (4.106) în raport cu v și introducînd variabila suplimentară q definită prin: $q = 1 - v^2$, după o serie de calcule intermediare se ajunge la:

$$\frac{dM}{dv} = \frac{-\frac{p}{\omega_1}\cdot 2\cdot U^2\cdot R'_r\cdot X_m^2}{\left[(Aq+B)^2+(Cq-D)^2\right]^2}\cdot(a_0q^3 - a_1q^2 - a_2q + a_3) \tag{4.109}$$

în care:

$$\begin{aligned} a_0 &= (X'_{r\sigma}+X_m)^2(A^2+C^2)\\ a_1 &= \left[3R_r'^2+2(X'_{r\sigma}+X_m)^2\right](A^2+C^2) + 2(X'_{r\sigma}+X_m)^2(AB-CD)\\ a_2 &= 2R_r'^2\left[(AB-CD)-2(A^2+C^2)\right] + 3(X'_{r\sigma}+X_m)^2(B^2+D^2)\\ a_3 &= 4R_r'^2(AB-CD) + \left[R_r'^2+2(X'_{r\sigma}+X_m)^2\right](B^2+D^2) \end{aligned} \tag{4.110}$$

Viteza critică v_k, respectiv alunecarea critică s_k, se calculează cu:

$$v_k = (1-q_k)^{1/2};\qquad s_k = 1-(1-q_k)^{1/2} \tag{4.111}$$

în care q_k este o rădăcină a ecuației $a_0q_k^3 - a_1q_k^2 - a_2q_k + a_3 = 0$, și anume rădăcina reală cuprinsă între:

$$R_r'^2/(X'_{r\sigma}+X_m)^2 < q_k < 1 \tag{4.112}$$

Momentul electromagnetic maxim, $M_k = M(v_k)$, se calculează cu relația:

$$M_k = \frac{p}{\omega_1}\cdot 2U^2R'_r\cdot X_m^2\cdot\frac{(1-q_k)^{1/2}\left[q_k(X'_{r\sigma}+X_m)^2 - R_r'^2\right]}{(Aq_k+B)^2+(Cq_k-D)^2} \tag{4.113}$$

4.4.4 Curentul, factorul de putere și randamentul.

La considerarea pierderilor în fier, curentul absorbit de motor din rețea (v.fig.4.63) este $\underline{I} = \underline{I}_F + \underline{I}_s$. Componenta $\underline{I}_F = \underline{U}/R_F$ iar $\underline{I}_s$ este precizat de relația (4.104).

In reprezentare polară (alegînd fazorul tensiunii la borne ca origine de fază, $\underline{U} = U$), cei trei curenți de mai sus pot fi scriși :

$$\underline{I} = Ie^{-j\varphi};\quad \underline{I}_F = I_F \quad \text{și} \quad \underline{I}_s = I_se^{-j\varphi_s} \tag{4.114}$$

Din compunerea grafică $\underline{I}_F + \underline{I}_s$ se obține imediat atît mărimea (modulul) curentului absorbit cît și factorul de putere al motorului:

$$\begin{aligned} I &= (I_F^2 + I_s^2 + 2I_FI_s\cos\varphi_s)^{1/2}\\ \cos\varphi &= \frac{I_F + I_s\cos\varphi_s}{(I_F^2 + I_s^2 + 2I_FI_s\cos\varphi_s)^{1/2}} \end{aligned} \tag{4.115}$$

în care:

$$I_s = I_s(v) = U\left\{\frac{\left[(1-v^2)(X'_{r\sigma}+X_m)^2 - R'^2_r\right]^2 + 4R'^2_r(X'_{r\sigma}+X_m)^2}{\left[A(1-v^2)+B\right]^2 + \left[C(1-v^2)-D\right]^2}\right\} \quad (4.116)$$

$$\varphi_s = \varphi_s(v) = \operatorname{arctg}\frac{2R'_r(X'_{r\sigma}+X_m)}{(1-v^2)(X'_{r\sigma}+X_m)^2 - R'^2_r} + \operatorname{arctg}\frac{C(1-v^2)-D}{A(1-v^2)+B} \quad (4.117)$$

Randamentul motorului asincron monofazat fără înfășurare de pornire va fi stabilit pe baza bilanțului puterilor active corespunzător schemei echivalente reprezentată în fig.4.63. In final se ajunge la:

$$\eta = \frac{M\cdot\frac{\omega_1}{p} - R'_r(I'^2_{2d} + I'^2_{2i}) - p_{m,v}}{U\cdot I\cdot\cos\varphi} \quad (4.118)$$

în care:

$$I'^2_{2d} = \frac{X^2_m}{\left(\frac{R'_r}{1-v}\right)^2 + (X'_{r\sigma}+X_m)^2}\cdot I^2_s; \quad I'^2_{2i} = \frac{X^2_m}{\left(\frac{R'_r}{1+v}\right)^2 + (X'_{r\sigma}+X_m)^2}\cdot I^2_s \quad (4.119)$$

iar $p_{m,v}$ sînt pierderile mecanice și de ventilație ale motorului.

4.4.5 Considerarea armonicilor spațiale.

Dacă din motive tehnologice, sau pentru reducerea prețului de cost, înfășurările statorice nu mai sînt repartizate sinusoidal, unda tensiunii magnetomotoare este puternic distorsionată încît armonicile spațiale nu mai pot fi neglijate.

In acest scop, în fig.4.64 s-a reprezentat circuitul electric echivalent al motorului asincron monofazat, fără înfășurare de pornire, la considerarea armonicilor spațiale $\nu = 3, 5, 7$, etc. Schema echivalentă din fig.4.64 este de fapt o extensie a schemei din fig.4.63, în care reactanța de dispersie $X^*_{s\sigma}$ este mai mică decît $X_{s\sigma}$ (în corelație cu dispersia diferențială /15/,/72/,/143/, /162/ a înfășurării statorice). Suma este extinsă pînă la armonica de ordinul n, pentru care numărul efectiv de spire

$$w_A k_{wAn}(1-2k_n\cos n\theta + k^2_n)^{1/2}$$

este neglijabil față de cel al fundamentalei.

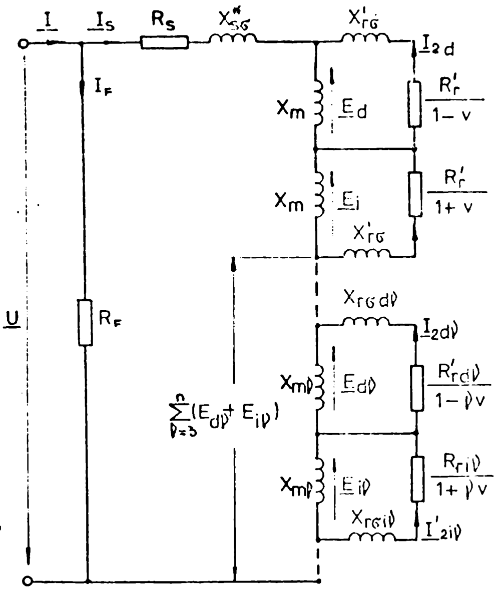


Fig.4.64

In plus, $R'_{rd\nu} \neq R'_{ri\nu} \neq R'_r$ și $X'_{r\sigma d\nu} \neq X'_{r\sigma i\nu} \neq X'_r$ datorită atît efectului pelicular în colivia rotorică cît și a deosebirilor dintre numerele efective de spire, dintre numerele perechilor de poli etc.

In consecință, prin schimbarea reactanței $X_{s\sigma}$ cu $X^*_{s\sigma}$ și completarea schemei echivalente cu circuitele armonicilor superioare, virtual, ar trebui ca impedanța echivalentă dintre bornele terminale să rămînă aceeași.

In acest context și curenții $\underline{I}$, $\underline{I}_F$ și $\underline{I}_s$ vor rămîne neschimbați.

In schimb, momentul electromagnetic M' dezvoltat de motor (în domeniul funcționării stabile) este mai mic decît momentul M (corespunzător fundamentalei) precizat de relația (4.106). Momentul electromagnetic M' poate fi calculat cu:

$$M' = M - \frac{p}{\omega_1}\cdot\sum_{\nu=3,5}^{n}\nu\cdot\left[\frac{R'_{rd\nu}}{\nu v-1}I'^2_{2d\nu} + \frac{R'_{ri\nu}}{\nu v+1}I'^2_{2i\nu}\right] \qquad (4.120)$$

în care curenții rotorici corespunzători cîmpurilor magnetice directe și inverse de armonică ν se determină din schema echivalentă, avînd expresiile:

$$I'^2_{2d\nu} = \frac{X^2_{m\nu}}{\left(\frac{R'_{rd\nu}}{\nu v-1}\right)^2+(X'_{r\sigma d\nu}+X_{m\nu})^2}\cdot I_s^2; \qquad I'^2_{2i\nu} = \frac{X^2_{m\nu}}{\left(\frac{R'_{ri}}{\nu v+1}\right)^2+(X'_{r\sigma i\nu}+X_{m\nu})^2}\cdot I_s^2 \qquad (4.121)$$

Viteza critică v_k va fi determinată tot cu relația (4.111). Faptul că ea nu este influențată de prezența armonicilor spațiale poate fi observat din expresia (4.120), (Modificări apreciabile ale vitezei v, în vecinătatea vitezei critice v_k, determină schimbări practic nesemnificative ale diferenței M - M'.)

Momentul electromagnetic maxim se determină pe baza expresiei (4.120) în care însă se înlocuește $v = v_k$ ($M'_k = M'(v_k)$).

Factorul de putere, calculat cu (4.115), rămîne valabil și în cazul considerării armonicilor spațiale.

In schimb, randamentul motorului se diminuează, de la valoarea dată de (4.118), la valoarea:

$$\eta' = \eta - \left[\frac{\omega_1}{p}\cdot(M - M') + \sum_{\nu=3,5}^{n}(R'_{rd\nu}I'^2_{2d\nu} + R'_{ri\nu}I'^2_{2i\nu})\right]/(UI\cos\varphi) \qquad (4.122)$$

în concordanță cu reducerea puterii mecanice și apariția pierderilor suplimentare în circuitul echivalent.

x x x

Motoarele de inducție monofazate fără înfășurare de pornire sînt motoare asincrone monofazate în construcție economică. Ele se constitue ca o alternativă la motoarele asincrone monofazate cu fază (capacitivă sau rezistivă) de pornire sau la motoarele asincrone cu poli ecranați.

Evidențiindu-se o serie de aspecte privind comportarea lor în regim staționar, atît la pornire cît și în funcționare, materialul oferă constructorilor de mașini electrice de mică putere datele necesare privind optarea pentru o asemenea variantă constructivă de motor asincron monofazat.

De altfel, pe baza propunerii de invenţie /207/, la Intreprinderea Electroprecizia - Săcele au fost realizate prototipurile a trei motoare asincrone monofazate fără înfăşurare de pornire, de tip hibrid.

Motoarele vor acţiona polizoarele duble de lăcătuşerie ϕ125, ϕ150 şi ϕ 200. Ele vor înlocui actualele motoare de antrenare, asincrone, monofazate cu fază capacitivă de pornire.

Buletinele de încercare în vederea omologării motoarelor asincrone monofazate de tip hibrid au confirmat în totalitate cerinţele impuse acţionării polizoarelor ϕ150 şi ϕ200, evidenţiind în plus si o serie de rezerve la anumiţi parametrii măsuraţi.

Din punct de vedere al eficienţei economice, antecalculul estimativ a evidenţiat o economie de 19,83 lei pe produs la fabricarea motorului pentru polizorul ϕ150 şi de 59,96 lei pe produs la fabricarea motorului pentru polizorul ϕ200. Luîndu-se în calcul aplicarea invenţiei la polizoarele duble de lăcătuşerie fabricate de Intreprinderea Electroprecizia Săcele, la nivelul planului de producţie pe 1986, s-a estimat o economie anuală de valută forte de cca. 3,2 milioane lei. (Se precizează că aceste produse sînt fabricate în exclusivitate pentru export.)

x x x

Studiul regimurilor tranzitorii electromecanice ale motoarelor de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire va fi prezentat în Capitolul următor al tezei.

CAPITOLUL 5

CONTRIBUTII LA ANALIZA REGIMURILOR TRANZITORII ELECTROMECANICE ALE MASINII DE INDUCTIE BIFAZATE, GENERAL NESIMETRICE PE STATOR, CU REFERIRI LA MOTOARELE ASINCRONE MONOFAZATE.

5.1 Introducere.

Majoritatea motoarelor de inducţie alimentate de la reţeaua monofazată utilizează, cel puţin la pornire, o înfăşurare bifazată pe stator. Cele două înfăşurări de fază, decalate spaţial şi parcurse de curenţi defazaţi temporar, conduc la apariţia cîmpului magnetic învîrtitor şi în consecinţă fac posibilă pornirea acestor motoare.

Dacă cele două înfăşurări de fază statorice sînt decalate spaţial la 90^{o}el., ecuaţiile corespunzătoare regimului dinamic se simplifică considerabil. De altfel, regimul tranzitoriu de pornire al motoarelor de inducţie monofazate cu fază auxiliară sau de pornire, în cuadratură electrică a şi fost soluţionat în literatură /46/,/97/,/123/,/159/etc.

Dacă cele două înfăşurări de fază statorice sînt decalate spaţial sub unghiul $\theta \neq 90^{o}$el., problema regimurilor tranzitorii se complică mult. Pînă acum, pentru această configuraţie a înfăşurărilor statorice de fază, au fost propuse (în vederea soluţionării regimurilor tranzitorii) cîteva transformări matriciale /8/,/107/,/183/. Acestea corespund de fapt descompunerii uneia din înfăşurările statorice în două componente (reciproc perpendiculare): una coaxială iar cealaltă în cuadratură electrică faţă de ceea de-a doua înfăşurare. Pe lîngă formularea intuitivă a transformărilor, în nici una din lucrările menţionate mai sus, nu a fost efectuată o analiză concretă de regim tranzitoriu.

Referitor la motoarele de inducţie cu două înfăşurări general nesimetrice pe stator, în Capitolul 2 al lucrării a fost prezentat punctul de vedere original, al autorului. Potrivit acestei optici, orice motor de inducţie echipat pe stator cu două înfăşurări de fază, SA şi SB, general nesimetrice ($w_A k_{wA} \neq w_B k_{wB}$ şi $\theta \neq 90^{o}$el.) provine din regimul dezechilibrat al unei maşini de inducţie, trifazate, nesimetrice, v.fig.5.1, la întreruperea sau nealimentarea înfăşurării statorice de fază SC ($i_C = 0$).

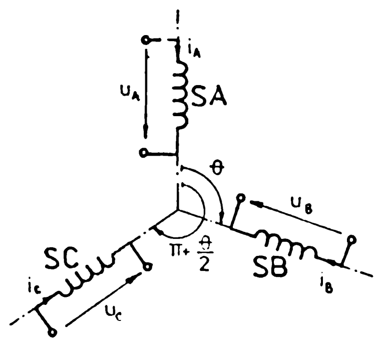


Fig.5.1 Structura înfăşurărilor statorice ale maşinii trifazate "model matematic".

Atît structura cît şi condiţiile restrictive impuse maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" sînt riguros justificate în paragraful 2.3.1 din Capitolul 2 al lucrării.

In acest context, orice problemă de regim tranzitoriu corespunzătoare maşinilor de inducţie cu două înfăşurări de fază, general nesimetrice, pe stator poate fi soluţionată în cadrul metodei componentelor simetrice instantanee (c.s.i.). Sînt utilizate în acest scop: ecuaţiile modelului matematic în c.s.i., ecuaţiile corespunzătoare modului de legare şi alimentare a înfăşurărilor statorice de fază (transcrise în spaţiul c.s.i.) precum şi ecuaţia de mişcare a rotorului.

Urmînd această cale, în continuare sînt stabilite ecuaţiile regimurilor tranzitorii electromecanice la pornirea motoarelor de inducţie cu două înfăşurări general nesimetrice pe stator, atunci cînd sînt alimentate de la reţeaua monofazată. In ultima parte sînt prezentate rezultatele numerice concrete la pornirea unui motor asincron monofazat cu condensatori.

5.2 Componentele simetrice instantanee şi circuitele echivalente operaţionale.

Pentru maşina trifazată, nesimetrică, "model matematic" a fost stabilită (în Capitolul 2) transformarea A,B,C – +,-,0. Varianta normată a transformării, în formulare matricială, este dată mai jos:

$$\|\underline{C}_i\| = \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot\begin{array}{c|c|c|c|} & + & - & 0 \\ \hline A & 1 & 1 & 1 \\ \hline B & e^{+j\theta} & e^{-j\theta} & 1 \\ \hline C & 2\cos(\pi-\theta)e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & 2\cos(\pi-\theta)e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & 2\cos\frac{1}{2}\theta \\ \hline \end{array} \qquad (5.1)$$

$$\|\underline{C}_u\| = \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot\begin{array}{c|c|c|c|} & + & - & 0 \\ \hline A & 1 & 1 & 2\cos(\pi-\theta) \\ \hline B & e^{+j\theta} & e^{-j\theta} & 2\cos(\pi-\theta) \\ \hline C & e^{j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & 2\cos\frac{1}{2}\theta \\ \hline \end{array} \qquad (5.2)$$

cu:
$$\|\underline{C}_i\|^{-1} = \|\underline{C}_u^*\|^T \quad \text{şi} \quad \|\underline{C}_u\|^{-1} = \|\underline{C}_i^*\|^T \qquad (5.3)$$

Componentele simetrice instantanee ale curenţilor şi tensiunilor de fază se determină cu:

$$\|i'\|_{A,B,C} = \|\underline{C}_i\|\cdot\|\underline{i}\|_{+,-,0} \qquad (5.4)$$

$$\|u'\|_{A,B,C} = \|\underline{C}_u\|\cdot\|\underline{u}\|_{+,-,0} \qquad (5.5)$$

în care:

$$\|i'\|_{A,B,C} = \|i_A, k_B i_B, k_C i_C\|^T; \quad \|u'\|_{A,B,C} = \left\|u_A, \frac{1}{k_B}u_B, \frac{1}{k_C}u_C\right\|^T \qquad (5.6)$$

$$\|\underline{i}\|_{+,-,0} = \|\underline{i}_{s+}, \underline{i}_{s-}, \underline{i}_{s0}\|^T; \quad \|\underline{u}\|_{+,-,0} = \|\underline{u}_{s+}, \underline{u}_{s-}, \underline{u}_{s0}\|^T \qquad (5.7)$$

In relațiile (5.6) prin k_B și k_C s-au notat, ca și pînă acum, rapoartele dintre numerele efective de spire ale înfășurărilor statorice SB și SA, respectiv SC și SA.

Referitor la c.s.i. facem precizarea că pentru toate cazurile concrete de legare a înfășurărilor statorice de fază SA și SB (decalate spațial cu unghiul $\theta \neq 90^0$el.) vor fi prezente toate componentele simetrice instantanee ale curenților și respectiv ale tensiunilor. Numai dacă $\theta = 90^0$el. componentele de secvență nulă dispar. In plus, mărimile de secvență negativă sînt întotdeauna complex-conjugatele mărimilor de secvență pozitivă. Aceasta înseamnă că numai mărimile de secvență pozitivă sînt suficiente la rezolvarea completă a oricărei probleme de regim tranzitoriu.

Circuitul echivalent operațional al mașinii de inducție trifazate, nesimetrice "model matematic", corespunzător secvenței pozitive, este reprezentat în fig.5.2.(Se reamintește că în Capitolul 2, la paragraful 2.3.5 au fost stabilite impedanțele echivalente operaționale ale mașinii trifazate, nesimetrice, "model matematic".)

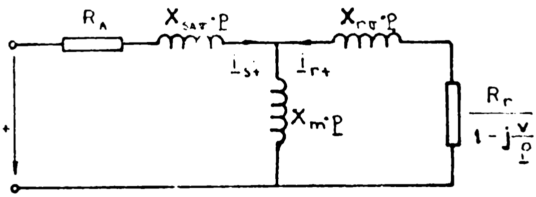


Fig.5.2 Circuitul echivalent operațional corespunzător secvenței pozitive.

Față de schema din fig.2.13, în fig.5.2 s-au introdus notațiile:

$$\begin{aligned} X_{SA\sigma} &= X_{A\sigma} + 2\sin^2 \tfrac{1}{2}\theta \cdot X_{AA\sigma} \\ X_m &= 2\sin^2 \tfrac{1}{2}\theta \cdot X_{Am} \\ X_{r\sigma} &= 2\sin^2 \tfrac{1}{2}\theta \cdot X'_{2\sigma} \\ R_r &= 2\sin^2 \tfrac{1}{2}\theta \cdot R'_2 \end{aligned} \qquad (5.8)$$

Să reamintim că: R_A, $X_{A\sigma}$ și $X_{AA\sigma}$ sînt rezistența, reactanța proprie de dispersie și respectiv reactanța mutuală de dispersie a înfășurării de fază SA; X_{Am} este reactanța de magnetizare a înfășurarii de fază SA iar R'_2 și $X'_{2\sigma}$ sînt parametrii rotorici reduși la numărul efectiv de spire $w_A k_{wA}$ al înfășurării statorice de referință SA.

In plus, pentru a nu se confunda cu numărul perechilor de poli, operatorul de derivare s-a notat cu: $\underline{p} = \frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{d}{dt}$ iar cu v s-a notat viteza instantanee relativă ($v = \frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{d\gamma}{dt}$) a rotorului.

Din fig.5.2 rezultă și ecuația de tensiuni corespunzătoare secvenței pozitive:

$$\underline{u}_{s+} = \underline{z}_{s+}\,\underline{i}_{s+} \qquad (5.9)$$

Cu totul similar:

$$\underline{u}_{s-} = \underline{z}_{s-}\,\underline{i}_{s-} \tag{5.10}$$

(Circuitul operaţional corespunzător secvenţei negative este ca în fig.5.2 avînd însă pe "j" înlocuit prin "-j". De altfel, el a fost stabilit şi reprezentat în fig.2.14.)

Circuitul echivalent operaţional corespunzător secvenţei zero este reprezentat în fig.5.3, în care:

$$\begin{aligned} R_{oA} &= \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)} R_A \\ X_{oA} &= \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)} X_{A\sigma} \end{aligned} \tag{5.11}$$

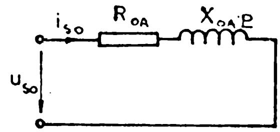


Fig.5.3

Momentul electromagnetic dezvoltat de motor, în teoria c.s.i. se determină cu relaţia (2.118,a), scrisă sub forma:

$$m = \frac{jX_m}{\omega_m}\cdot(\underline{i}_{s-}\,\underline{i}_{r+} - \underline{i}_{s+}\,\underline{i}_{r-}) \tag{5.12}$$

în care ω_m este viteza (unghiulară) mecanică de sincronism ($= \frac{\omega_1}{p}$).

Ecuaţiile de tensiuni (care pot fi obţinute din circuitele echivalente operaţionale) precum şi expresia momentului electromagnetic (prezentată mai sus) formează baza sistemului de ecuaţii la analiza regimurilor tranzitorii pentru orice conexiune practică a înfăşurărilor statorice.

In acest scop, să observăm că mărimile de secvenţă - sînt complex conjugatele celor de secvenţă +. Prin urmare, ele pot fi scrise ca mai jos:

$$\begin{aligned} \underline{u}_{s+} &= u_{sx} + ju_{sy} \\ \underline{u}_{s-} &= u_{sx} - ju_{sy} \\ \underline{i}_{s+} &= i_{sx} + ji_{sy} \\ \underline{i}_{s-} &= i_{sx} - ji_{sy} \\ \underline{i}_{r+} &= i_{rx} + ji_{ry} \\ \underline{i}_{r-} &= i_{rx} - ji_{ry} \end{aligned} \tag{5.13}$$

Pe baza circuitelor echivalente operaţionale, fig.5.2 şi fig.5.3 cît şi a relaţiilor (5.13), ecuaţiile de tensiuni pot fi aduse la forma:

$$\begin{aligned} u_{sx} &= (R_A + X_{SA}\cdot \underline{p})i_{sx} + X_m\cdot \underline{p}i_{rx} \\ u_{sy} &= (R_A + X_{SA}\cdot \underline{p})i_{sy} + X_m\cdot \underline{p}i_{ry} \\ 0 &= (R_r + X_r\cdot \underline{p})i_{rx} + X_m\cdot \underline{p}i_{sx} + v(X_m i_{sy} + X_r i_{ry}) \\ 0 &= (R_r + X_r\cdot \underline{p})i_{ry} + X_m\cdot \underline{p}i_{sy} - v(X_m i_{sx} + X_r i_{rx}) \\ u_{so} &= \frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}(R_A + X_{A\sigma}\cdot \underline{p})i_{so} \end{aligned} \tag{5.14}$$

La scrierea relaţiilor (5.14), s-au introdus notaţiile:

$$X_{SA} = X_{SA\sigma} + X_m \qquad X_r = X_{r\sigma} + X_m \qquad (5.15)$$

In mod cu totul similar poate fi simplificată şi expresia momentului electromagnetic (5.12):

$$m = 2\frac{X_m}{\omega_m}\cdot(i_{sy}i_{rx} - i_{sx}i_{ry}) \qquad (5.16)$$

In fine, ansamblul ecuaţiilor de bază (5.14) se completează cu ecuaţia de mişcare a rotorului (2.94). După cîteva prelucrări matematice, ea devine:

$$2p\frac{X_m}{\omega_1}\cdot(i_{sy}i_{rx} - i_{sx}i_{ry}) - \frac{F_m\omega_1}{p}v - M_s = \frac{J\omega_1^2}{p}\cdot pv \qquad (5.17)$$

în care: p reprezintă numărul perechilor de poli; $\omega_1 = 2\pi f_1$, F_m este coeficientul de amortizare (corespunzător frecărilor vîscoase), M_s este momentul de sarcină, iar J reprezintă momentul total de inerţie (redus la arborele motorului).

De foarte multe ori, în soluţionarea problemelor de regimuri tranzitorii, se obişnuieşte /24/,/47/,/71/,/100/,/121/,/124/,/182/ etc. ca ecuaţiile să fie scrise în u.r. In acest scop, ca mărimi de raportare de bază vor fi alese valorile maxime nominale ale curentului şi tensiunii înfăşurării statorice de referinţă SA.

Prin urmare, ansamblul mărimilor de bază este:

$$U_b = \sqrt{2}\cdot U_{AN}; \quad I_b = \sqrt{2}\cdot I_{AN}; \quad Z_b = U_b/I_b$$
$$P_b = 2\cdot U_{AN}I_{AN} = U_bI_b; \quad M_b = P_b/\omega_m \qquad (5.18)$$

In plus, vom admite convenţia ca, la scrierea ecuaţiilor în u.r. toţi parametrii motorului să fie notaţi cu literă mică. Astfel, de exemplu, ecuaţia de mişcare a rotorului (5.17), în u.r., devine:

$$2x_m(i_{sy}i_{rx} - i_{sx}i_{ry}) - f_m v - m_s = H\cdot pv \qquad (5.19)$$

în care:

$$f_m = \frac{F_m\omega_1^2}{p^2\cdot 2U_{AN}I_{AN}}$$ este constanta de frecări

$$H = \frac{J\cdot\omega_1^3}{p^2\cdot 2U_{AN}I_{AN}}$$ este constanta de inerţie a motorului.

In analiza dezvoltată, saturaţia, pierderile în fier şi efectul pelicular nu au fost considerate. De altfel, toate aceste aspecte pot fi uşor prinse în ecuaţiile stabilite. Saturaţia poate fi considerată prin alegerea valorilor saturate pentru X_m, $X_{SA\sigma}$ şi $X_{r\sigma}$. Efectul pelicular poate fi considerat prin alegerea valorii potrivite pentru R_r (corespunzătoare fiecărei frecvențe rotorice), pe cînd pierderile în fier pot fi considerate prin conectarea unei rezistențe în paralel cu X_m. Cu aceste precizări, modelul va descrie cît mai fidel procesele fizice care au loc în mașină.

5.3 Ecuațiile regimurilor tranzitorii electromecanice ale mașinii de inducție echipată cu o înfășurare bifazată, general nesimetrică, pe stator.

In fig.5.4 s-a reprezentat un motor de inducție bifazat, cu înfășurările statorice de fază general nesimetrice ($w_A k_{wA} \neq w_B k_{wB}$ și $\theta \neq 90^{o}$el.), parcurse de curenții i_A și i_B cînd la bornele lor se aplică tensiunile u_{SA} și u_{SB}. Obișnuit, rotorul este simetric, în colivie, iar întrefierul este constant și uniform.

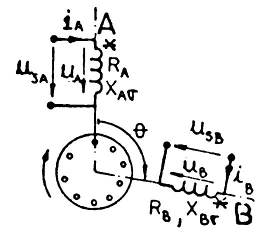


Fig.5.4

Potrivit ideii generale, avansată la începutul capitolului, motorul de inducție bifazat cu înfășurările statorice de fază general nesimetrice provine din regimul dezechilibrat al unei mașini de inducție trifazate, nesimetrice, la întreruperea (sau nealimentarea) celei de-a treia înfășurări statorice de fază ($i_C = 0$).

In acest context, în fig.5.5, s-a efectuat simetrizarea înfășurării statorice de fază B figurîndu-se totodată și ceea de-a treia înfășurare de fază (C), nealimentată. S-a reconstituit astfel mașina trifazată nesimetrică "model matematic". Ecuațiile funcționale, corespunzătoare modului de alimentare a înfășurărilor de fază sînt :

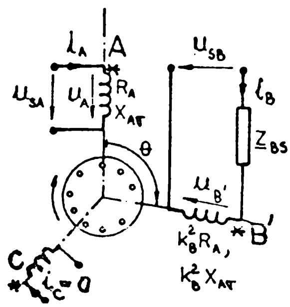


Fig.5.5

$$
\begin{aligned}
u_{SA} &= u_A \\
u_{SB} &= u_{B'} + (R_B - k^2 R_A) i_B + (X_{B\sigma} - k^2 X_{A\sigma}) p i_B \qquad (5.20) \\
0 &= i_C
\end{aligned}
$$

Utilizînd conceptele teoriei c.s.i. vor fi dezvoltate ecuațiile de analiză a proceselor tranzitorii electromecanice din orice mașină de inducție bifazată, general nesimetrică pe stator.

In acest cadru, vom descompune tensiunile u_A, $u_{B'}$ și curenții i_A, i_B, i_C în c.s.i. normate conform cu (5.5) și (5.4). Avînd în vedere și precizările descrise de (5.13), obținem:

$$u_A = \frac{1}{2\sin\frac{2}{3}\theta}\left[2u_{sx} + 2\cos(\pi-\theta)\cdot u_{so}\right]$$

(5.21)

$$u_{B'} = \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot k_B\left[u_{sx}2\cos\theta - u_{sy}2\sin\theta + 2\cos(\pi-\theta)\cdot u_{so}\right]$$

şi respectiv:

$$i_A = \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}(2i_{sx} + i_{so})$$

$$i_B = \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot\frac{1}{k_B}(i_{sx}2\cos\theta - i_{sy}2\sin\theta + i_{so}) \qquad (5.22)$$

$$i_C = \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot\frac{1}{k_C}(i_{sx}4\cos\theta\cdot\cos\tfrac{1}{2}\theta - i_{sy}4\cos\theta\cdot\sin\tfrac{1}{2}\theta + i_{so}2\cos\tfrac{1}{2}\theta)$$

Dacă avem în vedere expresiile componentelor u_{sx} şi u_{sy} din sistemul (5.14), tensiunile u_A şi $u_{B'}$ (5.21) pot fi scrise sub forma:

$$u_A = \left[R_A 2\sin\tfrac{1}{2}\theta + \frac{X_{SA}-X_{A\sigma}\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\,p\right]i_{sx} + \frac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}(R_A+X_{A\sigma}p)i_{sy} + \frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot X_m\cdot p\,i_{rx}$$

$$u_{B'} = \frac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}k_B(X_{SA}-X_{A\sigma})p\,i_{sx} - \left[\frac{1}{\cos\frac{1}{2}\theta}k_B R_A - (2k_B\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{SA} - \right.$$
$$\left. -k_B\cdot\frac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot X_{A\sigma})p\right]i_{sy} + k_B\cdot\frac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot X_m\cdot p\,i_{rx} - 2k_B\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_m\cdot p\,i_{ry} \qquad (5.23)$$

Tensiunea u_{SB} se determină cu (5.20, b). Dar mai înainte să observăm că i_{sx}, i_{sy} şi i_{so} nu sînt independenţi. Condiţia generală de dezechilibru ($i_C = 0$) ne conduce la următoarea relaţie între cele trei componente:

$$i_{so} = \frac{2\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}(-i_{sx}\cos\tfrac{1}{2}\theta + i_{sy}\sin\tfrac{1}{2}\theta) \qquad (5.24)$$

Cu aceasta, ecuaţiile generale de descompunere a curenţilor statorici i_A şi i_B (5.22) se transformă în:

$$i_A = \frac{1}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot(i_{sx}\sin\theta + i_{sy}\cos\theta)$$

$$i_B = -\frac{1}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot\frac{1}{k_B}i_{sy} \qquad (5.25)$$

Acum sîntem în măsură să stabilim şi expresia tensiunii u_{SB}. După cîteva transformări matematice, obţinem:

$$u_{SB} = k\frac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}(X_{SA}-X_{A\sigma})\,p\,i_{sx} - \frac{1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\left[R_B+X_{SB}p + k^2\cos\theta(X_{SA}-X_{A\sigma})p\right]i_{sy} +$$
$$+k\cdot\frac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot X_m\cdot p\,i_{rx} - 2k\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_m\cdot p\,i_{ry} \qquad (5.26)$$

La scrierea ecuaţiei (5.26) s-au folosit notaţiile suplimentare:

$$k = k_B = \frac{w_B k_{wB}}{w_A k_{wA}} \quad \text{(pentru simplificarea scrierii)}$$

şi

$$X_{SB} = X_{B\sigma} + k^2(2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma} + X_m) \qquad (5.27)$$

(Referitor la reactanţele X_{SA} (5.15) şi X_{SB} (5.27), să observăm că ele nu sînt independente. Intre ele există relaţia: $k^2(X_{SA}-X_{A\sigma}) = X_{SB}-X_{B\sigma})$.

Cu aceste precizări putem formula setul ecuaţiilor corespunzător regimului tranzitoriu electromecanic al motorului asincron bifazat, general nesimetric pe stator. Acesta este format din ecuaţiile tensiunilor statorice $u_{SA} = u_A$ (5.23); u_{SB} (5.26); ecuaţiile circuitului rotoric din sistemul (5.14) si ecuaţia de mişcare (5.17). Scrise înpreună, obţinem:

$$
\begin{aligned}
u_{SA} &= \left[R_A 2\sin\tfrac{1}{2}\theta + \frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}(X_{SA}-X_{A\sigma}\cos\theta)p\right]i_{sx} + \frac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}(R_A+X_{A\sigma}p)i_{sy} + \\
&\quad + \frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot X_m \cdot p i_{rx} \\
u_{SB} &= \frac{\cos\theta}{k\sin\frac{1}{2}\theta}(X_{SB}-X_{B\sigma})p i_{sx} - \frac{1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\left\{R_B+\left[X_{SB}(1+\cos\theta)-X_{B\sigma}\cos\theta\right]p\right\}i_{sy} + \\
&\quad + \frac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot kX_m \cdot p i_{rx} - 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot kX_m\cdot p i_{ry} \qquad (5.28) \\
0 &= (R_r+X_r p)i_{rx} + X_m\, p i_{sx} + v(X_m i_{sy}+X_r i_{ry}) \\
0 &= (R_r+X_r p)i_{ry} + X_m\, p i_{sy} - v(X_m i_{sx}+X_r i_{rx}) \\
\frac{J\omega_1^2}{p}\cdot p v &= 2p\,\frac{X_m}{\omega_1}\cdot(i_{sy}i_{rx}-i_{sx}i_{ry}) - \frac{F_m\omega_1}{p}\cdot v - M_s
\end{aligned}
$$

Ansamblul ecuaţiilor (5.28) este foarte general. Dacă se cunosc parametrii motorului si tensiunile de alimentare u_{SA}, u_{SB}, sistemul de ecuaţii diferenţiale (5.28) permite aflarea necunoscutelor: i_{sx}, i_{sy}, i_{rx}, i_{ry} si v. Cu acestea se determină, la orice moment de timp:

- momentul electromagnetic $m(t)$, (5.16);
- curenţii statorici $i_A(t)$ şi $i_B(t)$ cu (5.25).

De obicei, înfăşurările statorice de fază ale maşinilor bifazate sînt conectate între ele şi alimentate de la reţeaua monofazată. Aşa stau lucrurile în cazul motoarelor de inducţie monofazate. Prin urmare, stabilirea ecuaţiilor proceselor tranzitorii corespunzătoare motoarelor asincrone monofazate devine un simplu exerciţiu matematic.

Se precizează că, pentru motoarele de inducţie cu fazele statorice în cuadratură electrică, ecuaţiile regimurilor tranzitorii electromecanice se obţin prin simpla particularizare $\theta = 90^0$.

5.4 Ecuaţiile regimurilor tranzitorii electromecanice ale motoarelor de inducţie monofazate cu fază de pornire (general nesimetrică) de tip rezistiv.

In fig.5.6 a, cu SA şi SB s-au notat înfăşurările principală şi respectiv de pornire ale unui motor de inducţie monofazat. Infăşurarea de pornire SB este dispusă spaţial sub unghiul θ, are de k (= k_B) ori mai multe spire efective decît înfăşurarea principală şi este înseriată cu rezistenţa R_K.

(Obişnuit, rezistenţa suplimentară este inclusă chiar în R_B, fiind obţinută prin însăşi construcţia înfăşurării de pornire.)

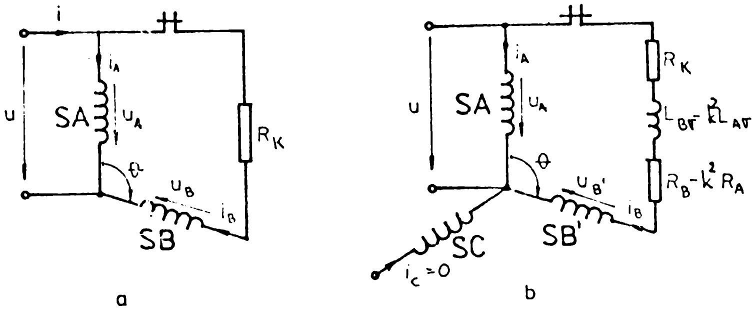


Fig.5.6 a) Motorul asincron monofazat cu fază rezistivă de pornire. b) Motorul asincron trifazat nesimetric corespunzător, alimentat dezechilibrat.

După simetrizarea înfăşurării de pornire, în fig.5.6 b, s-a reconstituit motorul trifazat nesimetric "model matematic". Constrîngerile în alimentarea acestuia sînt date de:

$$
\begin{aligned}
u &= u_A \quad (= u_{SA}) \\
u &= u_{B'} + (R_K+R_B-k^2R_A)i_B + (X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma})p i_B \quad (= u_{SB} + R_K i_B) \\
0 &= i_C
\end{aligned}
\tag{5.29}
$$

Ţinînd cont de (5.25) şi (5.28), ecuaţiile corespunzătoare regimului tranzitoriu electromecanic pot fi scrise sub forma:

$$
\begin{aligned}
u &= \left[R_A 2\sin\tfrac{1}{2}\theta + \frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}(X_{SA}-X_{A\sigma}\cos\theta)p\right]i_{sx} + \frac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}(R_A+X_{A\sigma}p)i_{sy} + \\
&\quad + \frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot X_m\cdot p i_{rx} \\
u &= \frac{\cos\theta}{k\sin\frac{1}{2}\theta}(X_{SB}-X_{B\sigma})p i_{sx} - \frac{1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot\left\{R_B+R_K+\left[(1+\cos\theta)X_{SB}-\cos\theta\cdot X_{B\sigma}\right]p\right\}\cdot i_{sy} + \\
&\quad + \frac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot kX_m\cdot p i_{rx} - 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot kX_m\cdot p i_{ry} \\
0 &= (R_r + X_r\, p)i_{rx} + X_m\, p i_{sx} + v(X_m i_{sy} + X_r i_{ry}) \\
0 &= (R_r + X_r\, p)i_{ry} + X_m\, p i_{sy} - v(X_m i_{sx} + X_r i_{rx}) \\
\frac{J\omega_1^2}{p}\cdot p v &= 2p\,\frac{X_m}{\omega_1}\cdot(i_{sy}i_{rx}-i_{sx}i_{ry}) - \frac{F_m\cdot\omega_1}{p}\cdot v - M_s
\end{aligned}
\tag{5.30}
$$

Pentru simularea numerică a proceselor tranzitorii electromecanice, după raportarea ecuaţiilor, sistemul (5.30) se rescrie sub forma:

$$\|A_1\|\cdot p\,\|X_1\| = \|B_1\| \tag{5.31}$$

de unde:

$$p\,\|X_1\| = \|A_1\|^{-1}\cdot\|B_1\| \tag{5.32}$$

In formularea (5.31), s-a notat:

$$\|X_1\| = \begin{bmatrix} i_{sx} & i_{sy} & i_{rx} & i_{ry} & v \end{bmatrix}^T \qquad (5.33)$$

$$\|A_1\| = \begin{array}{ccccc} sx & sy & rx & ry & v \\ \left[\begin{array}{c} \dfrac{x_{SA}-x_{A\sigma}\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta} \\ \dfrac{(x_{SB}-x_{B\sigma})\cos\theta}{k\sin\frac{1}{2}\theta} \\ x_m \\ 0 \\ 0 \end{array}\right. & \begin{array}{c} \dfrac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot x_{A\sigma} \\ \dfrac{-x_{SB}(1+\cos\theta)+x_{B\sigma}\cos\theta}{k\cos\frac{1}{2}\theta} \\ 0 \\ x_m \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} \dfrac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot x_m \\ \dfrac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot kx_m \\ x_r \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ -2\cos\frac{1}{2}\theta\cdot kx_m \\ 0 \\ x_r \\ 0 \end{array} & \left.\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{array}\right] \end{array} \qquad (5.34)$$

şi

$$\|B_1\| = \begin{bmatrix} u - 2\sin\frac{1}{2}\theta\cdot r_A i_{sx} - \dfrac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot r_A i_{sy} \\ u + \dfrac{1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}(r_B+r_K)i_{sy} \\ -r_r i_{rx} - v(x_m i_{sy}+x_r i_{ry}) \\ -r_r i_{ry} + v(x_m i_{sx}+x_r i_{rx}) \\ 2x_m(i_{sy}i_{rx}-i_{sx}i_{ry}) - f_m v - m_s \end{bmatrix} \qquad (5.35)$$

(In scrierea matricială, cu literă mică s-au notat parametrii şi mărimile în u.r. Baza de raportare este formată din ansamblul mărimilor (5.18)).

Se precizează că în sistemul (5.32), variabilele dependente sînt componentele vectorului $\|X_1\|$ pe cînd variabila independentă este $\tau = \omega_1 t$.

Soluţiile tranzitorii $i_A(t)$, $i_B(t)$, $i(t)$, $m(t)$, $v(t)$ se determină după fiecare pas de integrare utilizînd tehnicile numerice cunoscute.

5.5 Ecuaţiile regimurilor tranzitorii electromecanice ale motoarelor de inducţie monofazate cu fază de pornire (general nesimetrică) de tip capacitiv.

In fig.5.7 a, s-a reprezentat un motor de inducţie monofazat cu înfăşurarea de pornire (general nesimetrică) SB înseriată cu condensatorul C_K şi conectată în derivaţie cu înfăşurarea principală SA.

Cu totul similar, în fig.5.7 b, s-a indicat motorul trifazat nesimetric "model matematic" corespunzător, alimentat dezechilibrat.

Constrîngerile în alimentarea acestuia sînt descrise de:

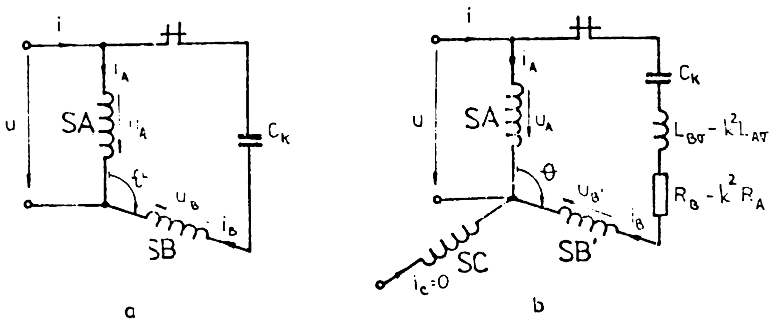


Fig.5.7 a) Motorul asincron monofazat cu fază capacitivă de pornire. b) Motorul asincron trifazat nesimetric corespunzător, alimentat dezechilibrat.

$$\begin{aligned} u &= u_A \\ u &= u_{B'} + (R_B - k^2 R_A) i_B + (X_{B\sigma} - k^2 X_{A\sigma}) \underline{p} i_B + u_K \\ 0 &= i_C \end{aligned} \tag{5.36}$$

în care: $\underline{p} = \frac{d}{d\tau}$ $\quad \tau = \omega_1 t$ iar

$$u_K = \frac{1}{C_K} \int i_B dt + u_K(0) = X_K \int i_B d\tau + u_K(0) \tag{5.37}$$

Cu relația (5.25,b) pentru i_B, tensiunea la bornele condensatorului devine:

$$u_K = - \frac{X_K}{k \cos \frac{1}{2}\theta} \int i_{sy} d\tau + u_K(0) \tag{5.38}$$

Dacă introducem în plus o nouă variabilă de stare:

$$q_{sy} = \int i_{sy} d\tau \quad \text{cu} \quad \underline{p} q_{sy} = i_{sy} \tag{5.39}$$

şi ţinem cont de (5.20), condiţiile (5.36) devin echivalente cu:

$$\begin{aligned} u &= u_{SA} \\ u &= u_{SB} - \frac{1}{k \cos \frac{1}{2}\theta} \cdot X_K \cdot q_{sy} + u_K(0) \\ i_{sy} &= \underline{p} q_{sy} \end{aligned} \tag{5.40}$$

Avînd în vedere (5.28), ecuaţiile corespunzătoare regimului tranzitoriu electromecanic al motorului cu fază de pornire capacitivă sînt:

$$u = \left[R_A 2 \sin \tfrac{1}{2}\theta + \frac{1}{\sin \frac{1}{2}\theta} (X_{SA} - X_{A\sigma} \cos\theta) \underline{p}\right] i_{sx} + \frac{\cos\theta}{\cos \frac{1}{2}\theta} (R_A + X_{A\sigma} \underline{p}) i_{sy} + \frac{1}{\sin \frac{1}{2}\theta} \cdot X_m \cdot \underline{p} i_{rx}$$

$$u = \frac{\cos\theta}{k \sin \frac{1}{2}\theta} (X_{SB} - X_{B\sigma}) \underline{p} i_{sx} - \frac{1}{k \cos \frac{1}{2}\theta} \cdot \left\{R_B + \left[(1+\cos\theta) X_{SB} - \cos\theta \cdot X_{B\sigma}\right] \underline{p}\right\} \cdot i_{sy} -$$

$$
\begin{aligned}
& - \frac{1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot X_K q_{sy} + u_K(0) + \frac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot kX_m\cdot p i_{rx} - 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot kX_m\cdot p i_{ry} \\
0 &= p q_{sy} - i_{sy} \\
0 &= (R_r + X_r\cdot p) i_{rx} + X_m\, p i_{sx} + v(X_m i_{sy} + X_r i_{ry}) \\
0 &= (R_r + X_r\cdot p) i_{ry} + X_m\, p i_{sy} - v(X_m i_{sx} + X_r i_{rx}) \\
\frac{J\omega_1^2}{p}\cdot p v &= 2p\,\frac{X_m}{\omega_1}\cdot(i_{sy} i_{rx} - i_{sx} i_{ry}) - \frac{F_m\omega_1}{p}\cdot v - M_s
\end{aligned}
\tag{5.41}
$$

Dacă notăm cu $\|X_2\|$ vectorul variabilelor de stare:

$$\|X_2\| = \begin{vmatrix} i_{sx} & i_{sy} & q_{sy} & i_{rx} & i_{ry} & v \end{vmatrix}^T \tag{5.42}$$

şi explicităm derivata lui, obţinem:

$$p\,\|X_2\| = \|A_2\|^{-1}\cdot\|B_2\| \tag{5.43}$$

In u.r., matricile componente din ecuaţia (5.43) sînt:

$$
\|A_2\| = \tag{5.44}
$$

$$
= \begin{array}{cccccc}
sx & sy & qy & rx & ry & v \\
\hline
\frac{x_{SA} - x_{A\sigma}\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta} & \frac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot x_{A\sigma} & 0 & \frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot x_m & 0 & 0 \\
\frac{(x_{SB} - x_{B\sigma})\cos\theta}{k\sin\frac{1}{2}\theta} & \frac{-x_{SB}(1+\cos\theta) + x_{B\sigma}\cos\theta}{k\cos\frac{1}{2}\theta} & 0 & \frac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot kx_m & -2\cos\frac{1}{2}\theta\cdot kx_m & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
x_m & 0 & 0 & x_r & 0 & 0 \\
0 & x_m & 0 & 0 & x_r & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H
\end{array}
$$

şi

$$
\|B_2\| = \begin{vmatrix}
u - 2\sin\frac{1}{2}\theta\cdot r_A i_{sx} - \frac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot r_A i_{sy} \\
u + \frac{1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot r_B i_{sy} + \frac{1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot x_K q_{sy} - u_K(0) \\
i_{sy} \\
-r_r i_{rx} - v(x_m i_{sy} + x_r i_{ry}) \\
-r_r i_{ry} + v(x_m i_{sx} + x_r i_{rx}) \\
2x_m(i_{sy} i_{rx} - i_{sx} i_{ry}) - f_m v - m_s
\end{vmatrix} \tag{5.45}
$$

<u>OBS.1</u> In cazul motoarelor asincrone monofazate cu doi condensatori (de por-

nire şi respectiv de funcţionare), regimul tranzitoriu electromecanic de pornire se analizează tot cu ecuaţia de stare (5.43) în care $x_K = x_{Kp} + x_{Kf}$ pentru prima perioadă de timp, după care (cînd rotorul în mişcare depăşeşte viteza critică -de regulă 0,75...0,85 din v_1) se înlocuieşte $x_K = x_{Kf}$.

OBS.2 La motoarele asincrone monofazate cu fază capacitivă de pornire, decuplarea condensatorului de pornire înseamnă de fapt deschiderea circuitului fazei de pornire SB. In acest caz, procesul tranzitoriu electromecanic se desfăşoară în continuare după ecuaţia:

$$p \left\| X_2' \right\| = \left\| A_2' \right\|^{-1} \cdot \left\| B_2' \right\| \tag{5.46}$$

în care:

$$\left\| X_2' \right\| = \begin{bmatrix} i_A & i_{rx} & i_{ry} & v \end{bmatrix}^T \tag{5.47}$$

$$\left\| A_2' \right\| = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \quad A \quad & \quad rx \quad & \quad ry \quad & \quad v \quad \end{array} \\ \begin{vmatrix} \dfrac{x_{SA} - x_{A\sigma}\cos\theta}{2\sin^2 \frac{1}{2}\theta} & \dfrac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot x_m & 0 & 0 \\ \dfrac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot x_m & x_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H \end{vmatrix} \end{array} \tag{5.48}$$

$$\left\| B_2' \right\| = \begin{vmatrix} u - r_A i_A \\ -r_r i_{rx} - v x_r i_{ry} \\ -r_r i_{ry} + v\left(\dfrac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot x_m i_A + x_r i_{rx} \right) \\ -2x_m \cdot \dfrac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot i_A i_{ry} - f_m v - m_s \end{vmatrix} \tag{5.49}$$

Sub forma dată, ecuaţiile stabilite permit soluţionarea numerică (cu calculatorul electronic) a regimurilor dinamice corespunzătoare motoarelor asincrone monofazate cu condensator, pentru orice valoare a unghiului θ.

5.6 Ecuaţiile regimurilor tranzitorii electromecanice ale motoarelor de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire dar cu condensator de pornire.

In fig.5.8 a, cu SA şi SB s-au notat cele două faze statorice înseriate ale unui motor de inducţie monofazat fără înfăşurare de pornire dar cu condensator de pornire. Faza SB este dispusă spaţial sub unghiul $\theta > 90^\circ$el. are, în general de k ($= k_B$) ori mai multe spire efective decît faza SA şi în plus este şuntată pe durata pornirii de condensatorul C_K.

După simetrizarea fazei statorice SB, în fig.5.8 b s-a reconsiderat motorul trifazat nesimetric "model matematic" corespunzător, alimentat dezechilibrat.

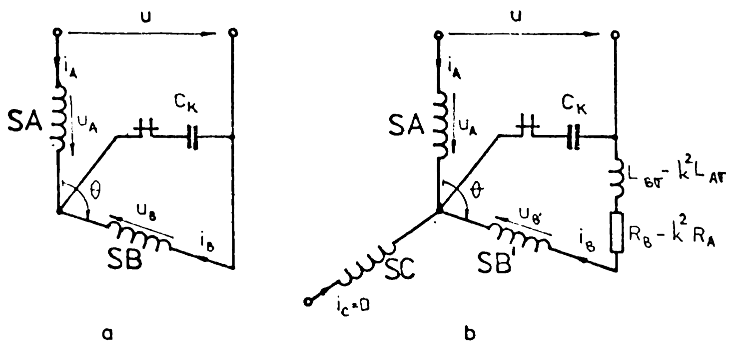


Fig.5.8 a) Motorul de inducție monofazat fără înfășurare de pornire dar cu condensator de pornire. b) Motorul asincron trifazat corespunzător, alimentat dezechilibrat.

Constrîngerile impuse mașinii trifazate nesimetrice "model matematic", determinate de schema de conexiuni și de alimentare a înfășurărilor statorice de fază, sînt descrise de:

$$\begin{aligned} u &= u_A + u_K \\ 0 &= u_{B'} + (R_B - k^2R_A)i_B + (X_{B\sigma}-k^2X_{A\sigma})pi_B + u_K \\ 0 &= i_C \end{aligned} \tag{5.50}$$

în care: $$u_K = \frac{1}{C_K}\int(i_A+i_B)dt = X_K\int(i_A+i_B)d\tau \tag{5.51}$$

Dacă avem în vedere expresiile (5.25) ale curenților i_A și i_B, relația de calcul a tensiunii u_K devine:

$$u_K = 2\sin\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_K\int i_{sx}d\tau + \frac{k\cos\theta-1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot X_K\int i_{sy}d\tau \tag{5.52}$$

In plus, dacă vom introduce două noi variabile de stare:

$$q_{sx} = \int i_{sx}d\tau \quad \text{și} \quad q_{sy} = \int i_{sy}d\tau \tag{5.53}$$

și ținem cont de (5.20), condițiile (5.50) devin echivalente cu:

$$\begin{aligned} u &= u_{sA} + 2\sin\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_Kq_{sx} + \frac{k\cos\theta - 1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot X_Kq_{sy} \\ 0 &= u_{sB} + 2\sin\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_Kq_{sx} + \frac{k\cos\theta - 1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot X_Kq_{sy} \\ i_{sx} &= pq_{sx} \\ i_{sy} &= pq_{sy} \end{aligned} \tag{5.54}$$

Avînd în vedere și ecuațiile (5.28), ecuațiile corespunzătoare regimului tranzitoriu electromecanic al motorului de inducție monofazat fără înfășurare de pornire dar cu condensator de pornire sînt date (în mărimi absolute) de:

$$u = \left[R_A 2\sin\tfrac{1}{2}\theta + \frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}(X_{SA}-X_{A\sigma}\cos\theta)p\right]i_{sx} + \frac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}(R_A+X_{A\sigma}p)i_{sy} +$$

$$+ \frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot X_m\cdot p i_{rx} + 2\sin\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_K q_{sx} + \frac{k\cos\theta-1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot X_K q_{sy}$$

$$0 = \frac{\cos\theta}{k\sin\frac{1}{2}\theta}(X_{SB}-X_{B\sigma})p i_{sx} - \frac{1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot\left\{R_B+\left[(1+\cos\theta)X_{SB}-\cos\theta\cdot X_{B\sigma}\right]p\right\}\cdot i_{sy} +$$

$$+ 2\sin\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_K q_{sx} + \frac{k\cos\theta-1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot X_K q_{sy} + \frac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot kX_m\cdot p i_{rx} - 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot kX_m\cdot p i_{ry}$$

$$0 = p q_{sx} - i_{sx} \tag{5.55}$$

$$0 = p q_{sy} - i_{sy}$$

$$0 = (R_r + X_r\cdot p)i_{rx} + X_m\cdot p i_{sx} + v(X_m i_{sy} + X_r i_{ry})$$

$$0 = (R_r + X_r\cdot p)i_{ry} + X_m\cdot p i_{sy} - v(X_m i_{sx} + X_r i_{rx})$$

$$\frac{J\omega_1^2}{p}\cdot pv = 2\nu\frac{X_m}{\omega_1}\cdot(i_{sy}i_{rx} - i_{sx}i_{ry}) - \frac{F_m\omega_1}{p}\cdot v - M_s$$

Pentru simularea pe calculatorul numeric, sistemul (5.55) va fi reformulat matricial. Astfel, dacă notăm cu $\|X_3\|$ vectorul variabilelor de stare:

$$\|X_3\| = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline i_{sx} & i_{sy} & q_{sx} & q_{sy} & i_{rx} & i_{ry} & v \\ \hline\end{array}^{\,T} \tag{5.56}$$

sistemul (5.55) poate fi pus sub forma:

$$\|A_3\|\cdot p\,\|X_3\| = \|B_3\| \tag{5.57}$$

de unde:

$$p\,\|X_3\| = \|A_3\|^{-1}\cdot\|B_3\| \tag{5.58}$$

In u.r., matricile componente din ecuaţia (5.57) sînt:

$$\|A_3\| = \tag{5.59}$$

$$= \begin{array}{ccccccc} sx & sy & qx & qy & rx & ry & v \\ \left|\begin{array}{c} \dfrac{x_{SA}-x_{A\sigma}\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta} \\ \dfrac{(x_{SB}-x_{B\sigma})\cos\theta}{k\sin\frac{1}{2}\theta} \\ 0 \\ 0 \\ x_m \\ 0 \\ 0 \end{array}\right. & \begin{array}{c} \dfrac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot x_{A\sigma} \\ \dfrac{-x_{SB}(1+\cos\theta)+x_{B\sigma}\cos\theta}{k\cos\frac{1}{2}\theta} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ x_m \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} \dfrac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot x_m \\ \dfrac{\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}kx_m \\ 0 \\ 0 \\ x_r \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ -2\cos\frac{1}{2}\theta\cdot kx_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ x_r \\ 0 \end{array} & \left.\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{array}\right| \end{array}$$

$$\|B_3\| = \begin{bmatrix} u - 2r_A i_{sx}\cdot\sin\frac{1}{2}\theta - r_A i_{sy}\cdot\dfrac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta} - 2x_K q_{sx}\cdot\sin\frac{1}{2}\theta - x_K q_{sy}\cdot\dfrac{k\cos\theta-1}{k\cos\frac{1}{2}\theta} \\ r_B i_{sy}\cdot\dfrac{1}{k\cos\frac{1}{2}\theta} - 2x_K q_{sx}\cdot\sin\frac{1}{2}\theta - x_K q_{sy}\cdot\dfrac{k\cos\theta-1}{k\cos\frac{1}{2}\theta} \\ i_{sx} \\ i_{sy} \\ -r_r i_{rx} - v(x_m i_{sy} + x_r i_{ry}) \\ -r_r i_{ry} + v(x_m i_{sx} + x_r i_{rx}) \\ 2x_m(i_{sy}i_{rx} - i_{sx}i_{ry}) - f_m v - m_s \end{bmatrix} \qquad (5.60)$$

După fiecare pas de integrare se calculează:

- curenții statorici i_A și i_B cu:

$$i_A = \frac{1}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot(i_{sx}\sin\theta + i_{sy}\cos\theta)$$

$$i_B = -\frac{1}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot\frac{1}{k_B}\cdot i_{sy}$$

- tensiunea la bornele condensatorului, u_K și curentul prin el, i_K :

$$u_K = x_K\left[2q_{sx}\sin\tfrac{1}{2}\theta + q_{sy}\cdot\frac{k\cos\theta-1}{k\cos\frac{1}{2}\theta}\right] \qquad (5.61)$$

$$i_K = i_A + i_B$$

- momentul electromagnetic dezvoltat de motor

$$m = 2x_m(i_{sy}i_{rx} - i_{sx}i_{ry})$$

<u>OBS</u>. Relațiile stabilite mai sus sînt valabile numai în intervalul de timp cît condensatorul C_K șuntează înfășurarea statorică B. După deschiderea întreruptorului centrifugal, $i_K = 0$ adică:

$$i_{sy} = \frac{k\sin\theta}{1 - k\cos\theta}\cdot i_{sx} \qquad (5.62)$$

și în continuare:

$$i_A = \frac{2\sin\frac{1}{2}\theta}{1 - k\cos\theta}\cdot i_{sx} = -i_B \qquad (5.63)$$

In continuare, procesul tranzitoriu electromecanic al motorului asincron monofazat fără înfășurare de pornire se va desfășura conform ecuațiilor:

$$u = (R_A+R_B)i_A + \left[X_{A\sigma}+X_{B\sigma} + \frac{1-2k\cos\theta+k^2}{1-\cos\theta}(X_{SA}-X_{A\sigma})\right]p i_A + \frac{1-k\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot X_m\cdot p i_{rx} +$$

$$+ 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot kX_m\cdot p i_{ry}$$

$$
\begin{aligned}
0 &= (R_r + X_r\cdot p)i_{rx} + \frac{1-k\cos\theta}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot X_m\cdot p i_A + v(\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot kX_m i_A + X_r i_{ry}) \\
0 &= (R_r + X_r\cdot p)i_{ry} + \cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot kX_m\cdot p i_A - v\left(\frac{1-k\cos\theta}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot X_m i_A + X_r i_{rx}\right)
\end{aligned}
\qquad (5.64)
$$

$$
\frac{J\omega_1^2}{p}\cdot pv = 2p\cdot\frac{X_m}{\omega_1}\cdot i_A\left(k\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot i_{rx} - \frac{1-k\cos\theta}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot i_{ry}\right) - \frac{F_m\omega_1}{p}\cdot v - M_s
$$

Notînd cu $\|X_3'\|$ vectorul noilor variabile de stare:

$$
\|X_3'\| = \begin{Vmatrix} i_A & i_{rx} & i_{ry} & v \end{Vmatrix}^T \qquad (5.65)
$$

şi explicitînd derivata lui, obţinem:

$$
p\|X_3'\| = \|A_3'\|^{-1}\cdot\|B_3'\| \qquad (5.66)
$$

In u.r., matricile componente din ecuaţia (5.66) sînt:

$$
\|A_3'\| = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \quad A \quad & rx & ry & v \end{array} \\ \begin{Vmatrix}
x_{A\sigma}+x_{B\sigma}+\dfrac{1-2k\cos\theta+k^2}{1-\cos\theta}\cdot(x_{SA}-x_{A\sigma}) & \dfrac{1-k\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot x_m & 2\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot kx_m & 0 \\
\dfrac{1-k\cos\theta}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot x_m & x_r & 0 & 0 \\
\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot kx_m & 0 & x_r & 0 \\
0 & 0 & 0 & H
\end{Vmatrix} \end{array} \qquad , \qquad (5.67)
$$

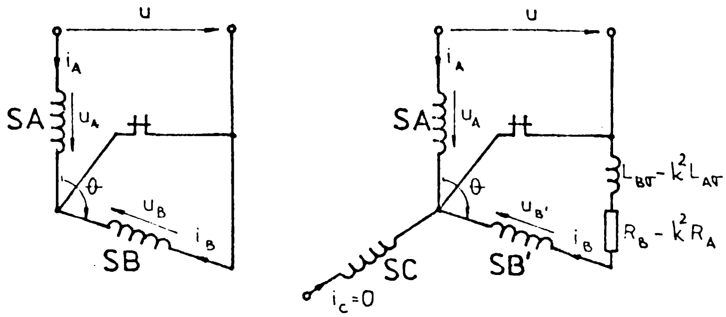
$$
\|B_3'\| = \begin{Vmatrix}
u - (r_A+r_B)i_A \\
-r_r i_{rx} - v(kx_m i_A\cos\tfrac{1}{2}\theta + x_r i_{ry}) \\
-r_r i_{ry} + v\left(x_m\cdot\dfrac{1-k\cos\theta}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot i_A + x_r i_{rx}\right) \\
2x_m i_A\left(k\cos\tfrac{1}{2}\theta\cdot i_{rx} - \dfrac{1-k\cos\theta}{2\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot i_{ry}\right) - f_m v - m_s
\end{Vmatrix} \qquad (5.68)
$$

Cu această observaţie, dispunem de toate elementele necesare simulării pe calculatorul electronic a procesului tranzitoriu electromecanic de pornire.

5.7 Ecuaţiile regimurilor tranzitorii electromecanice ale motoarelor de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire, de tip hibrid.

In fig.5.9 a, cu SA şi SB s-au notat cele două faze statorice înseriate ale unui motor de inducţie monofazat fără înfăşurare de pornire, de tip hibrid. Faza SB este dispusă spaţial sub unghiul $\theta > 90^{\circ}$el., are de k ($=k_B$) ori mai multe spire efective decît faza SA şi în plus -pe durata pornirii-este scurtcircuitată.

După simetrizarea fazei statorice SB, în fig.5.9 b s-a reconstituit motorul asincron trifazat nesimetric "model matematic" corespunzător primelor momente ale pornirii.



a b

Fig.5.9 a) Motorul de inducție monofazat fără înfășurare de pornire, de tip hibrid. b) Motorul asincron trifazat corespunzător regimului de pornire.

Constrîngerile impuse mașinii trifazate nesimetrice "model matematic", determinate de schema de conexiuni și de alimentare (la pornire) a înfășurărilor statorice de fază, sînt descrise de:

$$\begin{aligned} u &= u_A \\ 0 &= u_{B'} + (R_B - k^2 R_A) i_B + (X_{B\sigma} - k^2 X_{A\sigma}) p i_B \\ 0 &= i_C \end{aligned} \tag{5.69}$$

Dacă avem în vedere (5.28), ecuațiile corespunzătoare regimului tranzitoriu de pornire al motorului asincron monofazat de tip hibrid sînt date de:

$$\begin{aligned} u &= \left[2\sin\tfrac{\theta}{2}\cdot R_A + \frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}(X_{SA} - X_{A\sigma}\cos\theta) p\right] i_{sx} + \frac{\cos\theta}{\cos\frac{\theta}{2}}(R_A + X_{A\sigma} p) i_{sy} + \\ &\quad + \frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}\cdot X_m \cdot p i_{rx} \\ 0 &= (X_{SB} - X_{B\sigma})\cos\theta \cdot p i_{sx} - \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}\cdot\left\{R_B + \left[X_{SB}(1+\cos\theta) - X_{B\sigma}\cos\theta\right] p\right\} i_{sy} + \\ &\quad + \cos\theta\cdot k^2 X_m \cdot p i_{rx} - \sin\theta\cdot k^2 X_m \cdot p i_{ry} \\ 0 &= (R_r + X_r \cdot p) i_{rx} + X_m\, p i_{sx} + v(X_m i_{sy} + X_r i_{ry}) \\ 0 &= (R_r + X_r \cdot p) i_{ry} + X_m\, p i_{sy} - v(X_m i_{sx} + X_r i_{rx}) \\ \frac{J\omega_1^2}{p}\cdot p v &= 2p\,\frac{X_m}{\omega_1}\cdot(i_{sy} i_{rx} - i_{sx} i_{ry}) - \frac{F_m \omega_1}{p}\cdot v - M_s \end{aligned} \tag{5.70}$$

Dacă notăm cu $\|X_4\|$ vectorul variabilelor de stare:

$$\|X_4\| = \begin{vmatrix} i_{sx} & i_{sy} & i_{rx} & i_{ry} & v \end{vmatrix}^T \tag{5.71}$$

şi explicităm derivata lui, obţinem:

$$p\,\|X_4\| = \|A_4\|^{-1} \cdot \|B_4\| \tag{5.72}$$

In u.r., matricile componente din ecuaţia (5.72) sînt:

$$\|A_4\| = \tag{5.73}$$

$$= \begin{array}{ccccc} sx & sy & rx & ry & v \\ \hline \frac{x_{SA}-x_{A\sigma}\cos\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta} & \frac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot x_{A\sigma} & \frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta}\cdot x_m & 0 & 0 \\ (x_{SB}-x_{B\sigma})\cos\theta & -\frac{\sin\frac{1}{2}\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\left[x_{SB}(1+\cos\theta)-x_{B\sigma}\cos\theta\right] & \cos\theta\cdot k^2 x_m & -\sin\theta\cdot k^2 x_m & 0 \\ x_m & 0 & x_r & 0 & 0 \\ 0 & x_m & 0 & x_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H \end{array}$$

$$\|B_4\| = \begin{vmatrix} u - 2\sin\frac{1}{2}\theta\cdot r_A i_{sx} - \frac{\cos\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot r_A i_{sy} \\ \frac{\sin\frac{1}{2}\theta}{\cos\frac{1}{2}\theta}\cdot r_B i_{sy} \\ -r_r i_{rx} - v(x_m i_{sy}+x_r i_{ry}) \\ -r_r i_{ry} + v(x_m i_{sx}+x_r i_{rx}) \\ 2x_m(i_{sy}i_{rx} - i_{sx}i_{ry}) - f_m v - m_s \end{vmatrix} \tag{5.74}$$

<u>OBS</u>. După deschiderea circuitului fazei statorice SB (obişnuit atunci cînd rotorul depăşeşte viteza critică $v_k \simeq 0{,}8v_1$) procesul tranzitoriu care se desfăşoară în continuare va fi descris de ecuaţiile (5.64).

O dată cu formularea ecuaţiilor de analiză a regimurilor tranzitorii a devenit posibil studiul regimului dinamic (electromecanic) de pornire al oricărui tip de motor asincron monofazat cu două înfăşurări (general nesimetrice) pe stator.

5.8 <u>Simularea pe calculatorul electronic numeric a proceselor tranzitorii electromecanice corespunzătoare pornirii motoarelor asincrone monofazate</u>.

Ecuaţiile diferenţiale stabilite în paragrafele anterioare sînt neliniare. Ele conţin produse de variabile de tipul: curent x curent sau curent x viteză. Pentru soluționarea lor vor fi utilizate metode numerice. In acest sens, datorită avantajelor pe care le oferă, metodele Runge - Kutta de ordinul patru sînt tot mai frecvent folosite. (De regulă, în cadrul acestor metode, valorile curenților, vitezei, momentului electromagnetic etc. sînt calculate la intervale egale de timp -din momentul pornirii motorului- plecîndu-se de la valorile inițiale care, în majoritatea cazurilor practice sînt nule.)

In cazul motoarelor cu structură variabilă în timpul pornirii, integrarea numerică este inițializată pe setul de ecuații corespunzător metodei de pornire după care, la schimbarea configurației (adică la decuplarea unor condensatoare, deschiderea unor circuite etc.) se comută rezolvarea pe noul set de ecuații. In astfel de situații, la fixarea noilor valori inițiale va fi respectat principiul continuității curenților prin înfășurările motorului.

Procedura care trebuie urmată la analiza proceselor tranzitorii de pornire, pentru orice tip de motor asincron monofazat (la care se cunosc: θ, k precum și parametrii înfășurării statorice de referință SA), va conține obligatoriu următoarele puncte:

1. Determinarea parametrilor circuitului echivalent operațional cu relațiile (5.8);

2. Determinarea reactanțelor totale ale înfășurărilor motorului: X_{SA}, X_r cu (5.15) și respectiv X_{SB} cu (5.27);

3. Determinarea numerică (în funcție de tipul motorului) a tuturor elementelor matricilor $\|A\|$ și $\|B\|$. Opțional, acestea pot fi calculate și în u.r. (Ansamblul mărimilor de bază la raportarea parametrilor motorului este descris de (5.18).)

4. Inversarea numerică a matricei $\|A\|$;

5. Efectuarea numerică a produsului matricial $\|A\|^{-1}\cdot\|B\|$ și explicitarea derivatelor variabilelor de stare;

6. Rezolvarea numerică a sistemului de ecuații diferențiale. In acest scop, se apelează la o rutină de tip Runge-Kutta și se fixează: valorile inițiale ale variabilelor, pasul de integrare și timpul final.

7. Determinarea, după fiecare pas de integrare, cu relațiile specifice fiecărui tip de motor asincron monofazat a următoarelor mărimi: viteza rotorului v; curenții i_A, i_B și i; momentul electromagnetic m; tensiunea la bornele condensatorului u_K; tensiunile la bornele înfășurărilor statorice u_{SA} și u_{SB} etc. Procesul se repetă pînă cînd se ajunge la sfîrșitul intervalului de timp analizat.

5.8.1 <u>Exemplu numeric</u>.

Pe baza modelului dinamic stabilit în interiorul capitolului, în continuare va fi simulat regimul tranzitoriu la pornirea în sarcină a motorului de inducţie monofazat cu înfăşurare auxiliară capacitivă, general nesimetrică (dispusă la 120°el. faţă de înfăşurarea principală).

Pentru evidenţierea efectelor nesimetriei unghiulare, separat a fost simulat şi regimul tranzitoriu corespunzător dispunerii în cuadratură a fazei auxiliare. (Se precizează că,din punct de vedere constructiv, înfăşurarea principală, înfăşurarea auxiliară cît şi rotorul fiecărei maşini sînt aceleaşi.)

In plus, trebuie menţionat că soluţionarea regimurilor dinamice corespunzătoare celor două motoare a fost efectuată în condiţii externe identice (aceeaşi constantă de inerţie, acelaşi moment de sarcină, aceeaşi constantă de frecări etc.).

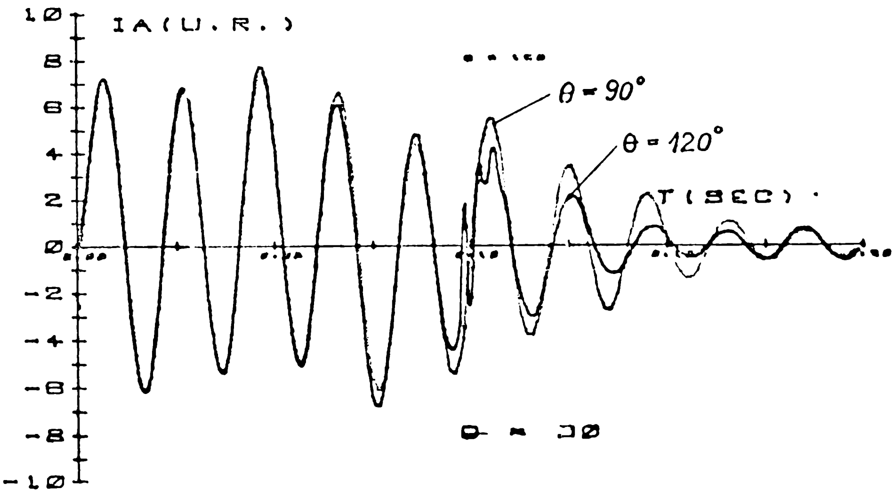


Fig.5.10 Variaţia în regim tranzitoriu a curenţilor din înfăşurarea principală.

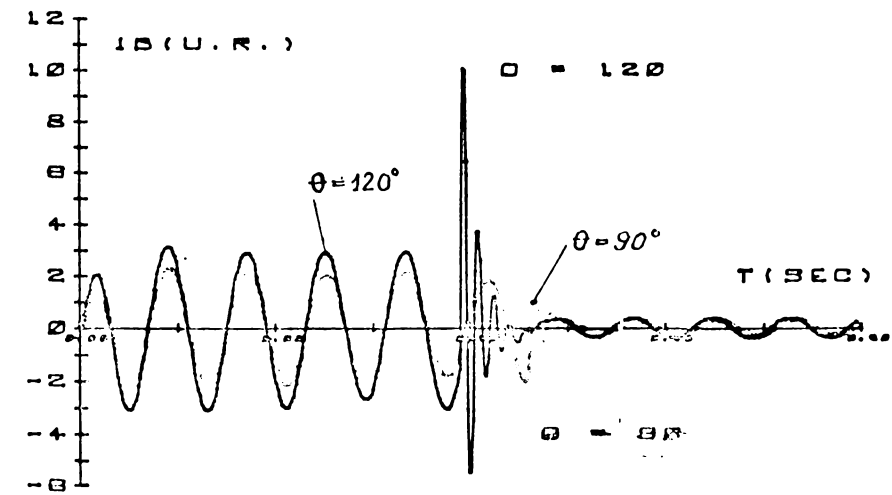


Fig.5.11 Variaţia în regim tranzitoriu a curenţilor din înfăşurarea auxiliară.

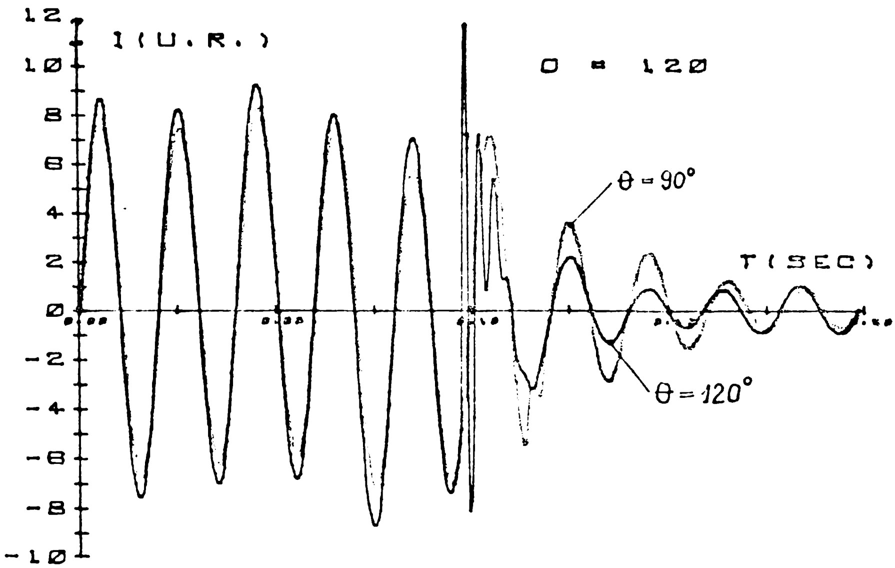


Fig.5.12 Variaţia în regim tranzitoriu a curentului absorbit de motor din reţea.

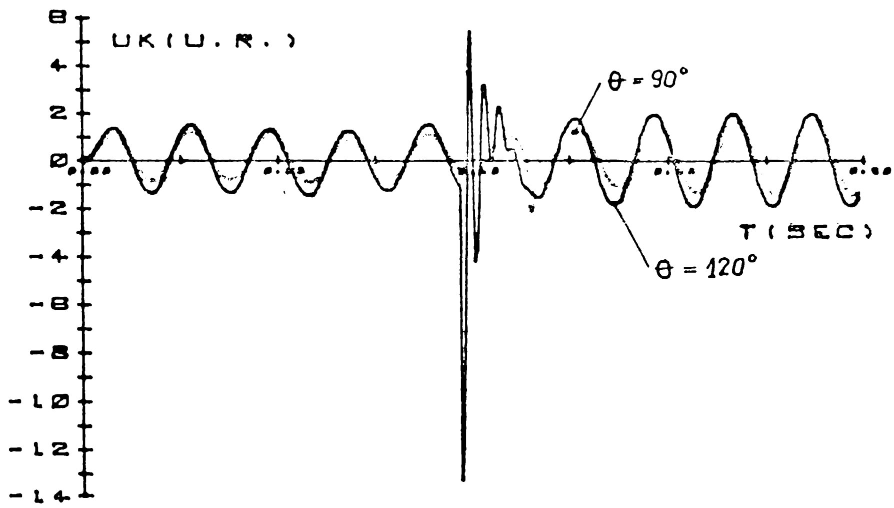


Fig.5.13 Variaţia în regim tranzitoriu a tensiunii la bornele condensatorului.

Datele maşinii:

Corespund unui motor asincron monofazat cu fază auxiliară /109/:

P_N = 1,4 kW; U_N = 220 V; I_N = 8 A; 2p = 2; f_1 = 50 Hz.

Parametrii înfăşurărilor în u.r. (raportaţi la U_N/I_N) sînt:

- înf. SA : r_A = 0,05491u.r.; $x_{A\sigma}$ = 0,04792u.r.; x_{Am} = 3,586u.r.
- înf. SB : r_B = 0,21854u.r.; $x_{B\sigma}$ = 0,09272u.r.
- înf. rot: r_2' = 0,05685u.r.; $x_{2\sigma}'$ = 0,06116u.r. (Parametrii rotorici au fost reduşi la numărul efectiv de spire al înfăşurării statorice de referinţă SA).

Raportul dintre numerele efective de spire ale celor două înfăşurări statorice este k = 1,3151. In plus, s-a considerat:

- constanta de inerţie mecanică H = 52,742;
- constanta de frecări mecanice f_m = 0,04·v;
- momentul de sarcină m_s = 0,02 + 0,363·v^2.

Pornirea motorului este asigurată cu un condensator de capacitate C_p = 250 μF (x_{Kp} = 0,463u.r.). La depăşirea vitezei 0,8·v_1 acesta este decuplat, în circuitul fazei auxiliare rămînînd numai condensatorul de funcţionare, de capacitate C_f = 25 μF (x_{Kf} = 4,63u.r.).

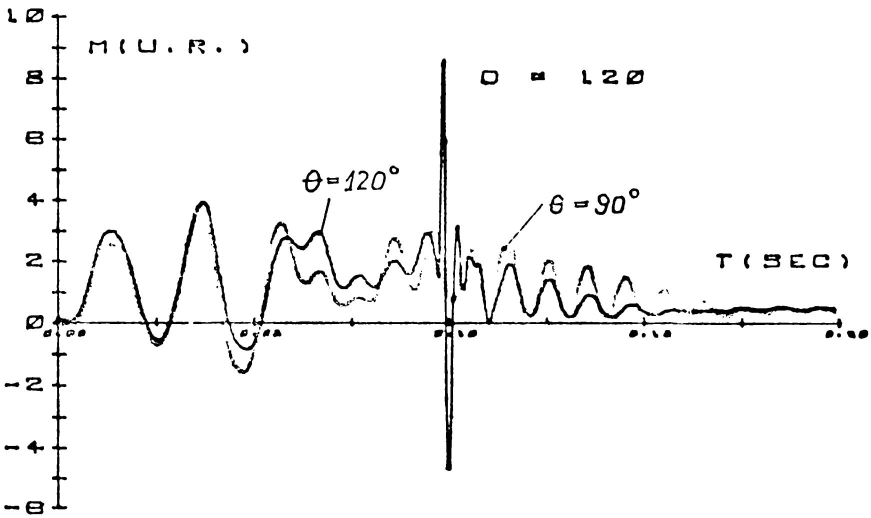


Fig.5.14 Variaţia în regim tranzitoriu a momentului electromagnetic.

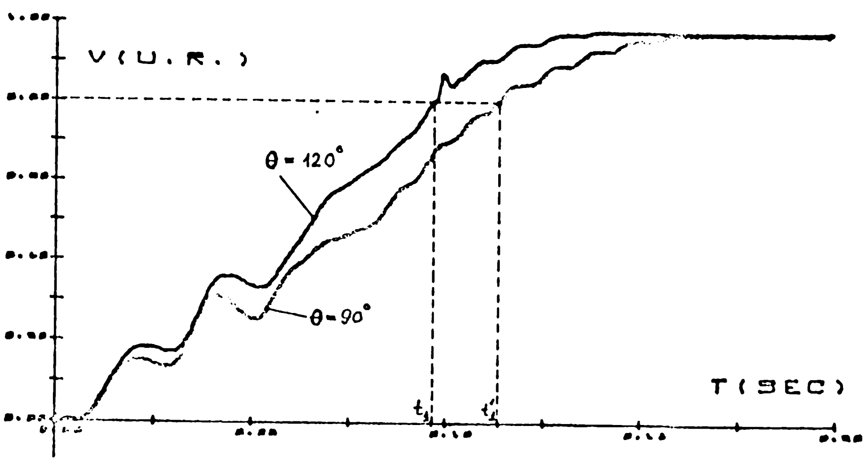


Fig.5.15 Variaţia în regim tranzitoriu a vitezei de rotaţie a rotorului.

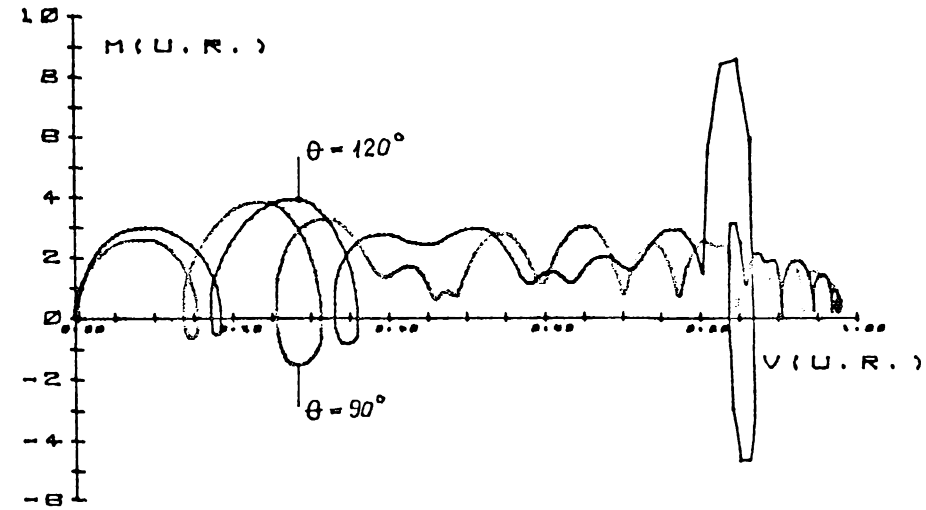


Fig.5.16 Caracteristica mecanică a motorului asincron monofazat în regim tranzitoriu.

Detalii privind soluționare numerică.

Ecuațiile diferențiale corespunzătoare modelului dinamic stabilit în paragraful 5.5 au fost rezolvate numeric pe calculatorul WANG 2200. In acest scop s-a apelat la programul metodei Runge-Kutta din biblioteca de programe matematice (de firmă) a calculatorului.

Acuratețea soluției s-a asigurat prin fixarea pasului de integrare $\Delta t = 4 \cdot 10^{-4}$s (adică a 50-a parte din perioada de variație a curentului alternativ de frecvență industrială). Intervalul de timp analizat a fost de 0,2 secunde. După fiecare pas de integrare s-au calculat: valorile curenților statorici i_A, i_B, i; tensiunea la bornele condensatorului u_K; momentul electromagnetic m și viteza v a rotorului.

Sirurile de rezultate astfel obținute au fost segmentate în pachete de cîte 250 valori numerice care s-au încărcat în fișiere (pe casetă magnetică). Cu aceste bănci de date s-a alimentat programul de trasare a graficelor.

Pentru comparație, curbele similare (corespunzătoare celor două motoare)au fost trasate în același sistem de axe, pe aceeași diagramă (cu "albastru" pentru $\theta = 120^\circ$ și cu "roșu" pentru $\theta = 90^\circ$)

Comentarea rezultatelor.

Fig.5.10 indică variația curenților $i_{A(120^\circ)}$ și $i_{A(90^\circ)}$ prin înfășurarea principală SA a celor două motoare. Datorită cuplajului transformatoric cu înfășurarea auxiliară, la motorul cu $\theta = 120^\circ$ apar mici oscilații ale curentului i_A în momentul decuplării condensatorului de pornire, oscilații care se amortizează cam după o jumătate de perioadă (0,01 s). Fenomenul este absent în cazul dispunerii în cuadratură a înfășurării auxiliare. Ca ordin de mărime, în primele perioade de variație $i_{A(120^\circ)} \cong i_{A(90^\circ)}$. In plus, se constată și o diferență între constanele de timp de amortizare a celor doi curenți.

Fig.5.11 reprezintă variația curenților din înfășurarea auxiliară a celor două motoare. De la început se remarcă valoarea mărită cu circa 25-30% a curentului $i_{B(120^o)}$ față de $i_{B(90^o)}$. Decuplarea condensatorului C_p este însoțită de puternice oscilații ale curentului $i_{B(120^o)}$. Oscilații, mult mai mici, se simt și în curba de variație a curentului $i_{B(90^o)}$. In schimb, durata acestora este aproximativ aceeași.

Fig.5.12 indică variația variația curentului absorbit de motor din rețea. Se remarcă prezența simultană a aspectelor semnalate mai înainte și în curba de variație în timp a curenților $i_{(120^o)}$ și $i_{(90^o)}$.

Fig.5.13 indică dependențele $u_{K(120^o)}$, $u_{K(90^o)} = f(t)$. Două aspecte sînt pregnante aici:

- creșterea cu pînă la 15-20% a tensiunii la bornele condensatorului pentru $\theta = 120^o$ și
- prezența oscilațiilor de comutație, de amplitudine mult mai mare în cazul motorului cu înfășurarea auxiliară la 120^o.

Fig.5.14 indică variația momentului electromagnetic. In primul rînd se remarcă prezența momentului oscilatoriu (cauzat de interacțiunea cîmpurilor magnetice directe și inverse din întrefier), moment care nu poate fi evidențiat în regim staționar. La decuplarea condensatorului de pornire se înregistrează șocuri de moment în cazul $\theta = 120^o$. Din punctul de vedere al valorilor medii, se constată că $\widetilde{m}^t_{(120^o)} > \widetilde{m}^t_{(90^o)}$. Diferența se păstrează și în regim staționar.

Fig.5.15 indică dependențele vitezelor celor două motoare în timpul pornirii. Deosebirile dintre momentele acceleratoare conduce la timpi de pornire diferiți ($t_{p(120^o)} < t_{p(90^o)}$). De fapt, acest lucru s-a evidențiat și pe figură cînd s-au marcat timpii t_1 și t_1' pentru care cele două motoare ajung la viteza $0{,}8 \cdot v_1$.

Fig.5.16 indică caracteristicile mecanice în regim dinamic ale celor două motoare asincrone monofazate.

x x x

In mod cu totul asemănător pot fi soluționate numeric și procesele tranzitorii ale celorlalte tipuri de motoare asincrone monofazate pentru care, în interiorul capitolului, s-au stabilit modelele dinamice.

In final, se precizează că metoda poate fi extinsă și la analiza proceselor tranzitorii ale mașinii de inducție trifazate, nesimetrice, de tipul "modelului matematic" pentru orice conexiuni și mod de alimentare a înfășurărilor statorice de fază. (Ecuațiile mașinii asincrone trifazate simetrice pot fi obținute prin simpla particularizare: $k_B = k_C = 1$ și $\theta = 120^o$el.)

C A P I T O L U L 6

CONCLUZII FINALE SI CONTRIBUTII ORIGINALE

6.1 Concluzii finale.

Subiectul dezvoltat în cadrul tezei de doctorat se înscrie printre preocupările -de mai mulți ani ale autorului- de a găsi căile și mijloacele de creștere a performanțelor și de reducere a consumurilor de materiale active la fabricarea motoarelor de inducție monofazate.

Pornind de la constatarea că, în prezent, majoritatea tipurilor de motoare asincrone monofazate sînt echipate cu înfășurări bifazate, nesimetrice (cu înfășurările statorice de fază diferite, dar plasate la 90^oel.), de la care s-au scos aproape toate rezervele, s-a încercat mărirea gradului de nesimetrie a lor.

Astfel, au apărut mașinile de inducție cu înfășurări bifazate general nesimetrice pe stator la care, în plus, cele două înfășurări statorice de fază sînt dispuse spațial sub unghiul $\theta \neq 90^o$el.

De modul de conectare și de alimentare a celor două înfășurări statorice de fază la rețeaua monofazată depind, pe de o parte, soluțiile de dimensionare optimă a lor, iar pe de altă parte, performanțele (la pornire și în funcționare) obținute de motoarele asincrone monofazate realizate în acest fel.

Deși problema a suscitat atenția cercetătorilor de mai multă vreme, totuși, s-a constatat că, din punct de vedere teoretic ea a fost abordată incomplet și uneori chiar simplist. (Se are în vedere metoda componentelor simetrice care, așa cum s-a demonstrat în Cap.1, este incorectă, reducîndu-se -pînă la un punct- la teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare, sub toate aspectele analizate în paragraful 1.3.)

Plecînd de la constatările de mai sus, în lucrarea de față s-a stabilit o teorie originală a metodei componentelor simetrice. Compatibilitatea ei cu celelalte teorii de analiză ale mașinii de inducție cît și cu variantele clasice -trifazate și bifazate- ale metodei componentelor simetrice, corespunzătoare analizei mașinilor de inducție simetrice, este demonstrată în Anexa I a tezei de doctorat.

Cu această "unealtă" au fost investigate -în teză- posibilitățile motoarelor de inducție monofazate cu înfășurări bifazate, general nesimetrice pe stator, atît în regim staționar cît și în regim dinamic. Rezultatele experimentale obținute -în regim staționar- la pornirea acestor tipuri de motoare asincrone monofazate au confirmat pe deplin justețea ei.

In ansamblu, din analiza lucrării, se desprind următoarele concluzii și rezultate generale:

1. Se consideră că mașina de inducție bifazată, cu înfășurări general nesimetrice pe stator, provine din regimul dezechilibrat al unei mașini de inducție trifazate, nesimetrice, la întreruperea sau nealimentarea unei înfășurări statorice de fază.

2. Pe baza adoptării unui model intuitiv de mașină de inducție trifazată nesimetrică, în lucrare sînt stabilite -prin calcule- particularitățile și structura definitivă a "modelului matematic" de mașină de inducție trifazată nesimetrică.

3. Teoria componentelor simetrice stabiliți în teza de doctorat este generală, compatibilă în totalitate atît cu variantele clasice ale ei cît și cu celelalte metode de analiză ale mașinii de inducție. Ea se referă la mașinile de inducție trifazate, nesimetrice, de tipul"modelului matematic". Prin simple particularizări, din ea se pot obține metodele clasice ale componentelor simetrice fazoriale 1,2,0 sau instantanee +,-,0 (în variantele naturală sau normată) corespunzătoare analizei mașinilor asincrone trifazate și respectiv bifazate simetrice.

4. Sub aspectul modului de utilizare, teoria componentelor simetrice stabilită în Cap.2,nu ridică probleme deosebite. Prin definirea impedanțelor simetrice echivalente -complexe și operaționale- ale mașinii trifazate nesimetrice "model matematic", poate fi analizată -întocmai ca în teoria clasică a componentelor simetrice- orice schemă de conexiuni și de alimentare a înfășurărilor statorice de fază.

5. Pe baza conceptului de "simetrizare a înfășurărilor statorice de fază", motoarele asincrone monofazate cu înfășurări bifazate, general nesimetrice,pe stator sînt analizate -atît în regim staționar cît și în regim dinamic- ca situații de alimentare dezechilibrată a mașinii de inducție trifazate, nesimetrice, "model matematic" corespunzător.

6. Sînt analizate -teoretic și experimental- performanțele la pornire ale motoarelor asincrone monofazate cu fază auxiliară sau de pornire (de tip rezistiv, capacitiv sau complex) general nesimetrică. Pentru acestea sînt stabilite relații de dimensionare -din condiții de optim- referitoare atît la înfășurarea de pornire cît și la elementul de defazare înseriat cu ea.

7. Sînt analizate -teoretic și experimental- performanțele la pornire ale motoarelor asincrone monofazate fără înfășurare de pornire dar cu condensator de pornire.

8. Este propus un nou tip de motor asincron monofazat fără înfășurare

de pornire: motorul de inducţie monofazat "hibrid". Pe baza analizei teoretice şi a încercărilor experimentale sînt stabilite principalele elemente de dimensionare optimă a acestuia.

9. Pentru motoarele de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire sînt stabilite relaţii analitice de calcul a caracteristicilor de funcţionare -cu şi fără considerarea armonicilor spaţiale- întocmai ca la motoarele polifazate simetrice.

10. Pe baza teoriei componentelor simetrice instantanee +,-,0 (stabilite în Cap.2 al tezei) s-a descris, pentru prima dată în literatură, o modalitate unitară de analiză a proceselor tranzitorii electromecanice ale motoarelor de inducţie monofazate echipate cu înfăşurări bifazate, general nesimetrice pe stator.

11. Metoda de analiză, dezvoltată în teza de doctorat, poate fi extinsă şi la calculul altor motoare de inducţie,nesimetrice, de tipul "modelului matematic".

12. Toate rezultatele stabilite în teza de doctorat au un grad sporit de generalitate. Dacă sînt particularizate pentru $\theta = 90^{\circ}$ se obţin exact relaţiile date în literatură pentru motoarele de inducţie monofazate cu înfăşurările statorice de fază în cuadratură electrică.

13. Din punct de vedere teoretic, prin elaborarea metodei componentelor simetrice generalizate s-a demonstrat originea comună a teoriilor clasice corespunzătoare componentelor simetrice trifazate şi respectiv bifazate. (Pînă acum, în literatura de specialitate acestea se demonstrau şi se utilizau ca forme complet independente.) Totodată s-a confirmat originea comună şi a variantelor -naturală şi normată- ale metodei componentelor simetrice -fazoriale şi instantanee- folosite în prezent la analiza regimurilor nesimetrice ale maşinilor electrice simetrice.

14. Din punct de vedere practic, lucrarea pune la dispoziţia proiectanţilor şi constructorilor de maşini electrice de mică putere o metodologie completă de calcul a performanţelor motoarelor asincrone monofazate cu înfăşurări bifazate general nesimetrice pe stator. De asemenea, omologarea şi introducerea în fabricaţia de serie (cu eficienţă economică deosebită) a motorului asincron monofazat "hibrid" la Intreprinderea Electroprecizia-Săcele, certifică aplicabilitatea imediată a rezultatelor stabilite în teza de doctorat.

6.2 Contribuţii originale.

Capitolul 1 al tezei de doctorat conţine, în sinteză, principalele rezultate stabilite pînă acum în domeniul construcţiei şi teoriei maşinilor de inducţie cu înfăşurări bifazate, general nesimetrice pe stator.

Capitolele 2, 3, 4, 5 cît şi Anexa I a tezei de doctorat sînt în întregime originale. De altfel, o parte din rezultatele stabilite aici au şi fost fructificate de autor, cu diferite prilejuri, /129/ - /141/, /205/ -/208/.

In continuare sînt punctate, pe capitole, principalele contribuţii originale ale autorului:

In Capitolul 2:

2.1 Enunţarea ideii potrivit căreia maşina de inducţie cu înfăşurări bifazate, general nesimetrice pe stator, provine din regimul dezechilibrat al unei maşini de inducţie trifazate, nesimetrice, la întreruperea sau nealimentarea unei înfăşurări statorice de fază;

2.2 Precizarea şi demonstrarea structurii maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" precum şi a restricţiilor impuse acesteia plecînd de la modelul intuitiv al maşinii trifazate nesimetrice echivalente;

2.3 Stabilirea expresiilor componentelor simetrice naturale fazoriale ale curenţilor şi tensiunilor statorice de fază şi a relaţiilor de descompunere în componente simetrice fazoriale;

2.4 Definirea, demonstrarea şi stabilirea impedanţelor echivalente -directă, inversă şi omopolară- ale maşinii trifazate nesimetrice "model matematic";

2.5 Definirea şi utilizarea coordonatelor d,q,0 respectiv +,-,0 generalizate. Acestea au permis stabilirea unitară a transformării A,B,C - d,q,0 în variantele: normală, naturală şi normată, iar a transformării A,B,C - +,-,0 în variantele: naturală şi normată;

2.6 Determinarea unitară a factorilor de scară corespunzători tipurilor uzuale de transformări de coordonate a mărimilor de fază ale maşinii trifazate nesimetrice "model matematic";

2.7 Stabilirea parametrilor maşinii echivalente energetic corespunzătoare diverselor tipuri de transformări d,q,0 şi respectiv +,-,0;

2.8 Demonstrarea transformării A,B,C - +,-,0 generalizate cît şi a formelor particulare: naturală şi normată;

2.9 Stabilirea ecuaţiilor maşinii trifazate, nesimetrice, "model matematic" în coordonate +,-,0 generalizate şi respectiv: naturale şi normate;

2.10 Stabilirea ecuaţiilor şi a impedanţelor echivalente operaţionale;

2.11 Definirea conceptului de simetrizare a înfăşurărilor statorice şi precizarea modului de utilizare a teoriei componentelor simetrice la analiza maşinilor de inducţie cu înfăşurări bifazate, general nesimetrice, pe stator.

In Capitolul 3:

3.1 Reconsiderarea modului de utilizare a metodei componentelor simetrice la analiza motoarelor asincrone monofazate cu fază auxiliară sau de pornire, general nesimetrică;

3.2 Stabilirea expresiilor de calcul a performanţelor la pornire, corespunzător diferitelor tipuri de motoare asincrone monofazate cu fază auxiliară sau de pornire general nesimetrică;

3.3 Analiza influenţei raportului de transformare k, a impedanţei convertorului static de fază şi a decalajului spaţial O asupra performanţelor la pornire;

3.4 Stabilirea de relaţii analitice de calcul corespunzătoare valorilor optime ale parametrilor de pornire;

3.5 Studierea influenţei decalajului spaţial θ asupra caracteristicilor de funcţionare ale motoarelor asincrone monofazate cu condensatori;

3.6 Verificarea experimentală, pe motoare realizate practic, a concluziilor teoretice.

In Capitolul 4:

4.1 Analiza motoarelor de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire cu metoda componentelor simetrice;

4.2 Stabilirea expresiilor analitice de calcul a performanţelor la pornire;

4.3 Definirea maşinii de inducţie bifazate simetrice echivalente şi raportarea tuturor parametrilor de pornire la ea;

4.4 Analiza influenţei diverşilor parametrii ai înfăşurărilor statorice general nesimetrice asupra performanţelor la pornire;

4.5 Stabilirea de relaţii analitice de calcul corespunzătoare valorilor optime ale parametrilor de pornire;

4.6 Descrierea şi analizarea motorului asincron monofazat fără înfăşurare de pornire, de tip "hibrid";

4.7 Stabilirea de relaţii analitice pentru calculul caracteristicilor de funcţionare ale motoarelor de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire;

4.8 Verificarea experimentală, pe motoare realizate practic, a concluziilor teoretice.

In Capitolul 5:

5.1 Precizarea modului de utilizare a teoriei componentelor simetrice instantanee +,-,0 la analiza regimurilor tranzitorii electromecanice ale maşinii de inducţie trifazate nesimetrice "model matematic";

5.2 Stabilirea ecuaţiilor regimurilor tranzitorii electromecanice corespunzătoare maşinilor de inducţie bifazate cu înfăşurări general nesimetrice pe stator;

5.3 Stabilirea modelelor dinamice a proceselor tranzitorii electromecanice corespunzătoare diferitelor tipuri de motoare asincrone monofazate cu înfăşurări bifazate, general nesimetrice, pe stator;

5.4 Soluţionarea numerică a procesului tranzitoriu de pornire al motorului asincron monofazat cu fază auxiliară -general nesimetrică- de tip capacitiv.

In Anexa I:

A.1 Demonstrarea compatibilităţii teoriei componentelor simetrice fazoriale -stabilită în Capitolul 2 al tezei- cu teoria cîmpului transversal precum şi cu teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare;

A.2 Demonstrarea compatibilităţii teoriei componentelor simetrice fazoriale cu variantele clasice -trifazate şi bifazate- ale metodei componentelor simetrice utilizate în prezent la analiza regimurilor nesimetrice ale maşinilor tri şi bifazate simetrice;

A.3 Demonstrarea originii comune a formelor trifazate şi bifazate ale teoriei componentelor simetrice clasice;

A.4 Stabilirea de relaţii între impedanţele echivalente -directă, inversă şi omopolară- corespunzătoare diferitelor forme ale teoriei componentelor simetrice generalizate.

A N E X A I

DEMONSTRAREA COMPATIBILITATII TEORIEI COMPONENTELOR SIMETRICE -STABILITA IN CAPITOLUL 2- CU CELELALTE TEORII ALE MASINII DE INDUCTIE CIT SI CU VARIANTELE CLASICE ALE EI.

Teoria componentelor simetrice -fazoriale şi instantanee- stabilită în Capitolul 2 al tezei de doctorat are un grad sporit de generalitate. Ea se pretează la analiza regimurilor staţionare şi dinamice ale maşinilor electrice trifazate, nesimetrice, de tipul "modelului matematic".

In particular, această teorie face posibilă şi analiza comportării maşinilor de inducţie cu două înfăşurări -general nesimetrice- pe stator, alimentate monofazat şi avînd orice schemă de conexiuni.

Ecuaţiile teoriei componentelor simetrice clasice -corespunzătoare analizei maşinilor de inducţie simetrice- se obţin ca situaţii particulare cînd:

a/ $k_B = 1$, $k_C = 1$ şi $\theta = 120^\circ$ pentru maşinile trifazate;

b/ $k_B = 1$, $i_C = 0$ şi $\theta = 90^\circ$ pentru maşinile bifazate.

Prin acest fapt este confirmat şi caracterul unitar al teoriei componentelor simetrice deşi, pînă acum în literatură /2/,/3/,/6/,/10/,/16/,/68/,/71/,/76/,/84/,/102/,/104/,/105/,/110/,/121/,/124/,/153/,/158/,/162/,/172/,/173/,/195/,/201/ etc. ecuaţiile de transformare pentru maşinile simetrice -bifazate şi trifazate- au fost formulate separat, în cadrul a două variante independente de sine stătătoare.

Cu toate aceste argumente, dispunînd în plus şi de posibilitatea verificărilor intermediare (prin particularizarea lui θ), s-a considerat oportun efectuarea unei demonstraţii de compatibilitate a teoriei stabilite cu teoriile clasice de analiză a maşinii de inducţie:

1. Teoria cîmpului transversal;
2. Teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare.

Ambele teorii pot fi aplicate direct la analiza maşinilor de inducţie cu înfăşurări statorice nesimetrice.

Cu scopul asigurării elementelor de comparaţie, în continuare vor fi prezentate succint relaţiile de bază ale celor două teorii.

I.1 Teoria cîmpului transversal.

Conceptele de bază ale acestei teorii sînt prezentate frecvent în literatură /52/,/53/,/54/,/55/,/56/,/57/,/61/,/82/,/97/,/106/,/107/,/109/,/148/, /162/,/182/,/183/,/184/,/185/. Corespunzător acestora, mașinii bifazate reale (reprezentate în fig.I.1) i se asociază modelul din fig.I.2:

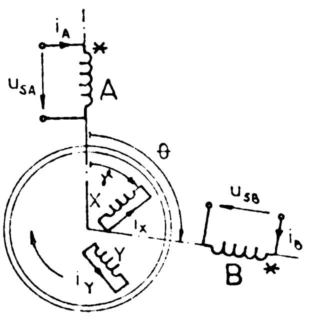


Fig. I.1

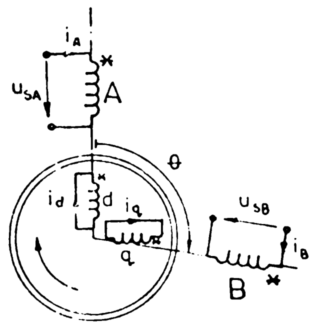


Fig. I.2

In sistemul coordonatelor de fază, ecuațiile de tensiuni ale mașinii bifazate reale sînt descrise de:

$$\|u_{xy}\| = \|z_{xy}\|\cdot\|i_{xy}\| \tag{I.1}$$

în care:
$$\|z_{xy}\| = \|R_{xy}\| + \frac{d}{dt}\|L_{xy}\| \tag{I.2}$$

Ecuațiile de tensiuni, în teoria cîmpului transversal, se obțin numai după efectuarea transformării definite de:

$$\|C\| = \begin{vmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \cos\gamma & \sin\gamma \\ & & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{vmatrix} \qquad \|C\|^{-1} = \|C\|^{T} = \begin{vmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \cos\gamma & -\sin\gamma \\ & & \sin\gamma & \cos\gamma \end{vmatrix} \tag{I.3}$$

Rezultă:
$$\|u_{dq}\| = \|z_{dq}\|\cdot\|i_{dq}\| \tag{I.4}$$

cu: $\|u_{dq}\| = \|C\|^{T}\cdot\|u_{xy}\|$; $\|i_{dq}\| = \|C\|^{T}\cdot\|i_{xy}\|$; $\|z_{dq}\| = \|C\|^{T}\cdot\|z_{xy}\|\cdot\|C\|$ (I.5)

După efectuarea derivatelor matriciale, ecuația (I.4) poate fi rescrisă sub forma:

$$\|u_{dq}\| = (\|R_{dq}\| + \|L_{dq}\|\cdot\frac{d}{dt} + \omega_r\cdot\|G\|)\cdot\|i_{dq}\| \tag{I.6}$$

în care:
$$\|R_{dq}\| = \|C\|^{T}\cdot\|R_{xy}\|\cdot\|C\|$$
$$\|L_{dq}\| = \|C\|^{T}\cdot\|L_{xy}\|\cdot\|C\| \tag{I.7}$$
$$\omega_r\cdot\|G\| = \|C\|^{T}\cdot\frac{d}{dt}\|C\|\cdot\|L_{dq}\| \quad \text{cu} \quad \omega_r = \frac{d\gamma}{dt}$$

Formînd ecuația de bilanț a puterilor:

$$\|i_{dq}\|^{T}\cdot\|u_{dq}\| = \|i_{dq}\|^{T}\cdot\|R_{dq}\|\cdot\|i_{dq}\| + \|i_{dq}\|^{T}\cdot\|L_{dq}\|\cdot\frac{d}{dt}\|i_{dq}\| + \omega_r\cdot\|i_{dq}\|^{T}\cdot\|G\|\cdot\|i_{dq}\| \tag{I.8}$$

se poate identifica şi expresia momentului electromagnetic:

$$m = \left\| i_{dq} \right\|^{T} \cdot \left\| G \right\| \cdot \left\| i_{dq} \right\| \tag{I.9}$$

Forma finală, dezvoltată, a ecuaţiei (I.6) este:

$$\begin{Vmatrix} u_{SA} \\ u_{SB} \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} R_A+(l_{A\sigma}+L_{AA\sigma}+L_{Ah})\frac{d}{dt} & k_B\cos\theta(L_{AA\sigma}+L_{Ah})\frac{d}{dt} & L_{Ah}\cdot\frac{d}{dt} & \\ k_B\cos\theta(L_{AA\sigma}+L_{Ah})\frac{d}{dt} & R_B+\left[l_{B\sigma}+k_B^2(L_{AA\sigma}+L_{Ah})\right]\frac{d}{dt} & k_B\cos\theta L_{Ah}\cdot\frac{d}{dt} & k_B\sin\theta L_{Ah}\cdot\frac{d}{dt} \\ L_{Ah}\cdot\frac{d}{dt} & k_B\cos\theta L_{Ah}\cdot\frac{d}{dt}+k_B\sin\theta L_{Ah}\cdot\omega_r & R_2'+(L_{2\sigma}'+L_{Ah})\frac{d}{dt} & \omega_r\cdot(L_{2\sigma}'+L_{Ah}) \\ -\omega_r\cdot L_{Ah} & k_B\sin\theta L_{Ah}\cdot\frac{d}{dt}-k_B\cos\theta L_{Ah}\cdot\omega_r & -\omega_r\cdot(L_{2\sigma}'+L_{Ah}) & R_2'+(L_{2\sigma}'+L_{Ah})\frac{d}{dt} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} i_A \\ i_B \\ i_d \\ i_q \end{Vmatrix} \tag{I.10}$$

iar momentul electromagnetic, dat de (I.9), se calculează cu:

$$m = pL_{Ah}\left[k_B i_B \sin\theta \cdot i_d - (i_A + k_B i_B \cos\theta) i_q\right] \tag{I.11}$$

In regim permanent sinusoidal, ecuaţiile maşinii de inducţie cu două înfăşurări general nesimetrice pe stator -în teoria cîmpului transversal- sînt:

$$\begin{Vmatrix} \underline{U}_{SA} \\ \underline{U}_{SB} \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} R_A+j(X_{A\sigma}+X_{AA\sigma}+X_{Am}) & jk_B\cos\theta\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & jX_{Am} & \\ jk_B\cos\theta\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & R_B+j\left[X_{B\sigma}+k_B^2(X_{AA\sigma}+X_{Am})\right] & jk_B\cos\theta\cdot X_{Am} & jk_B\sin\theta\cdot X_{Am} \\ jX_{Am} & jk_B\cos\theta\cdot X_{Am}+(1-s)k_B\sin\theta X_{Am} & R_2'+j(X_{2\sigma}'+X_{Am}) & (1-s)\cdot(X_{2\sigma}'+X_{Am}) \\ -(1-s)X_{Am} & jk_B\sin\theta\cdot X_{Am}-(1-s)k_B\cos\theta X_{Am} & -(1-s)\cdot(X_{2\sigma}'+X_{Am}) & R_2'+j(X_{2\sigma}'+X_{Am}) \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_d' \\ \underline{I}_q' \end{Vmatrix} \tag{I.12}$$

I.2 Teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare.

Conceptele de bază ale acestei teorii, frecvent utilizată în literatura de limbă engleză /14/,/49/,/59/,/60/,/85/,/112/,/136/,/139/,/140/,/189/, au fost deja prezentate şi chiar utilizate în Capitolul 2 al tezei.

Ecuaţiile de tensiuni -potrivit teoriei cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare (v.ec.2.35 şi 2.36)- pot fi puse sub forma:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{SA} &= \underline{Z}_{AA}\underline{I}_A + \underline{Z}_{AB}\underline{I}_B \\ \underline{U}_{SB} &= \underline{Z}_{BA}\underline{I}_A + \underline{Z}_{BB}\underline{I}_B \end{aligned} \tag{I.13}$$

în care:

$$
\begin{aligned}
\underline{Z}_{AA} &= R_A + jX_{A\sigma} + jX_{AA\sigma} + \underline{Z}_f + \underline{Z}_b \\
\underline{Z}_{AB} &= k_B(\underline{Z}_f e^{+j\theta} + \underline{Z}_b e^{-j\theta} + jX_{AA\sigma}\cos\theta) \\
\underline{Z}_{BA} &= k_B(\underline{Z}_f e^{-j\theta} + \underline{Z}_b e^{+j\theta} + jX_{AA\sigma}\cos\theta) \\
\underline{Z}_{BB} &= R_B + jX_{B\sigma} + k_B^2(jX_{AA\sigma} + \underline{Z}_f + \underline{Z}_b)
\end{aligned}
\qquad (I.14)
$$

In expresiile de mai sus, $\underline{Z}_f$ şi $\underline{Z}_b$ sînt impedanţele asociate cîmpurilor magnetice învîrtitoare -direct (f), respectiv invers (b)- şi sînt date de:

$$
\underline{Z}_f = 0{,}5\,\frac{jX_{Am}\left(\frac{R_2'}{s} + jX_{2\sigma}'\right)}{\frac{R_2'}{s} + j(X_{2\sigma}'+X_{Am})}\;;\qquad \underline{Z}_b = 0{,}5\,\frac{jX_{Am}\left(\frac{R_2'}{2-s} + jX_{2\sigma}'\right)}{\frac{R_2'}{2-s} + j(X_{2\sigma}'+X_{Am})} \qquad (I.15)
$$

Momentul electromagnetic mediu în cadrul acestei teorii -determinat tot din ecuaţia de bilanţ a puterilor- se calculează cu:

$$
M = \frac{p}{\omega_1}\cdot\left[I_f^2\,\mathrm{Re}(\underline{Z}_f) - I_b^2\,\mathrm{Re}(\underline{Z}_b)\right] \qquad (I.16)
$$

în care: $\underline{I}_f = \underline{I}_A + k_B\underline{I}_B e^{+j\theta}$; $\quad\underline{I}_b = \underline{I}_A + k_B\underline{I}_B e^{-j\theta}$ (I.17)

au semnificaţia unor curenţi statorici fictivi corespunzători cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare direct şi respectiv invers.

I.3 Teoria componentelor simetrice.

Conceptele de bază ale acestei teorii sînt dezvoltate pe larg în cadrul Capitolului 2 al tezei. Acolo sînt stabilite ecuaţiile "modelului matematic" atît în c.s.f. cît şi în c.s.i. Vom relua numai rezultatele finale, formulate matricial.

1. Ecuaţiile în mărimi instantanee:

(I.18)

$$
\begin{bmatrix} \underline{u}_{s+} \\ \underline{u}_{s-} \\ u_{so} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
R_A+(l_{A\sigma}+L_{AA\sigma}\,2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta)\frac{d}{dt} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{Ah}\frac{d}{dt} & & & 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{Ah} & \\
 & R_A+(l_{A\sigma}+L_{AA\sigma}\,2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta)\frac{d}{dt} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{Ah}\cdot\frac{d}{dt} & & & 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{Ah} \\
 & & R_A + l_{A\sigma}\cdot\frac{d}{dt} & & \\
2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{Ah}\left(\frac{d}{dt} - j\frac{d\gamma}{dt}\right) & & & 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot R_2' + (2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{2\sigma}' + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{Ah})\cdot\left(\frac{d}{dt} - j\frac{d\gamma}{dt}\right) & \\
 & 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{Ah}\left(\frac{d}{dt} + j\frac{d\gamma}{dt}\right) & & & 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot R_2' + (2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{2\sigma}' + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta L_{Ah})\cdot\left(\frac{d}{dt} + j\frac{d\gamma}{dt}\right)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \underline{i}_{s+} \\ \underline{i}_{s-} \\ i_{so} \\ \underline{i}_{r+} \\ \underline{i}_{r-} \end{bmatrix}
$$

Momentul electromagnetic -în c.s.i. naturale- se determină cu:

$$m = 16\cdot\sin^4\tfrac{1}{2}\theta\cdot pL_{Ah}\cdot \mathrm{Re}(j\underline{i}_{s-}\underline{i}_{r+}) \qquad (I.19)$$

2. Ecuațiile în mărimi fazoriale:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{s1} \\ \underline{U}_{s2} \\ \underline{U}_{so} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} R_A + j(X_{A\sigma} + \\ +2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta X_{AA\sigma} + \\ +2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta X_{Am}) \end{matrix} & & & j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta X_{Am} & \\ & \begin{matrix} R_A + j(X_{A\sigma} + \\ +2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta X_{AA\sigma} + \\ +2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta X_{Am}) \end{matrix} & & & j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta X_{Am} \\ & & \begin{matrix} R_A + \\ +jX_{A\sigma} \end{matrix} & & \\ j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{Am} & & & \begin{matrix} 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\frac{R'_2}{s} + \\ +j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot \\ \cdot(X'_{2\sigma}+X_{Am}) \end{matrix} & \\ & j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta X_{Am} & & & \begin{matrix} 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\frac{R'_2}{2-s} \\ +j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot \\ \cdot(X'_{2\sigma}+X_{Am}) \end{matrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{s1} \\ \underline{I}_{s2} \\ \underline{I}_{so} \\ \underline{I}'_{r1} \\ \underline{I}'_{r2} \end{bmatrix} \qquad (I.20)$$

Momentul electromagnetic mediu -în c.s.f. naturale- se determină cu:

$$M = \frac{p\cdot 8\sin^4\tfrac{1}{2}\theta}{\omega_1}\cdot\left[I_{s1}^2\cdot\frac{\frac{R'_2}{s}\cdot X_{Am}^2}{(\frac{R'_2}{s})^2+(X'_{2\sigma}+X_{Am})^2} - I_{s2}^2\cdot\frac{\frac{R'_2}{2-s}\cdot X_{Am}^2}{(\frac{R'_2}{2-s})^2+(X'_{2\sigma}+X_{Am})^2}\right] \qquad (I.21)$$

Dar pentru aplicarea teoriei componentelor simetrice la analiza mașinii de inducție bifazate, general nesimetrice (fig.I.1), trebuie îndeplinite condițiile (2.1).

Dacă acestea nu sînt îndeplinite, atunci se evidențiază impedanța $\underline{Z}_{BS}$, în serie cu înfășurarea (simetrizată) B', definită prin:

$$R_B + jX_{B\sigma} = k_B^2(R_A + jX_{A\sigma}) + \underline{Z}_{BS} \qquad (I.22)$$

Ecuațiile mașinii de inducție bifazate nesimetrice (în cadrul teoriei componentelor simetrice) sînt descrise prin intermediul mașinii trifazate "model matematic", fig.I.3, alimentată dezechilibrat corespunzător relațiilor:

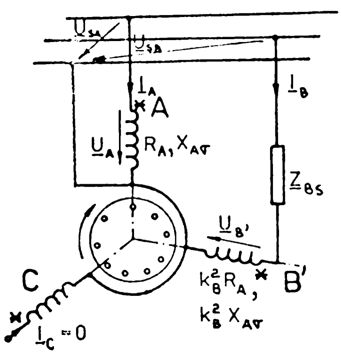


Fig.I.3

$$\begin{aligned} \underline{U}_{SA} &= \underline{U}_A \\ \underline{U}_{SB} &= \underline{U}_{B'} + \underline{Z}_{BS}\underline{I}_B \\ \underline{I}_C &= 0 \end{aligned} \qquad (I.23)$$

Toate demonstrațiile de compatibilitate vor avea ca punct de plecare ecuațiile (I.20) și relațiile (I.23).

I.3.1 Compatibilitatea teoriei componentelor simetrice cu teoria cîmpului transversal.

La început, vom reaminti o proprietate a sistemelor algebrice de ecuații liniare care va fi utilizată frecvent în demonstrație:

"Dacă într-un sistem de ecuații algebrice, liniare, se multiplică/simplifică toți coeficienții necunoscutelor și termenul liber ai uneia sau mai multor ecuații, cu aceeași constantă nenulă, se obține un sistem de ecuații echivalent cu cel dat".

In virtutea acestei proprietăți, vom efectua următoarele modificări în sistemul (I.20):

- multiplicăm ecuația a 4-a cu s
- multiplicăm ecuația a 5-a cu 2-s

Se obține sistemul modificat:

$$\left\| \underline{U}_{1,2,0} \right\| = \left\| \underline{Z}^{m}_{1,2,0} \right\| \cdot \left\| \underline{I}_{1,2,0} \right\| \tag{I.24}$$

Dacă în ecuația matricială modificată (I.24) efectuăm o transformare, în baza căreia introducem coordonate noi, definite de:

$$\begin{aligned} \left\| \underline{U}_{1,2,0} \right\| &= \left\| C \right\| \cdot \left\| U'_{d,q} \right\| \\ \left\| \underline{I}_{1,2,0} \right\| &= \left\| C \right\| \cdot \left\| I'_{d,q} \right\| \end{aligned} \tag{I.25}$$

vom obține:

$$\left\| \underline{U}'_{d,q} \right\| = \left\| \underline{Z}'_{d,q} \right\| \cdot \left\| \underline{I}'_{d,q} \right\| \tag{I.26}$$

cu

$$\left\| \underline{Z}'_{d,q} \right\| = \left\| C \right\|^{-1} \cdot \left\| \underline{Z}^{m}_{1,2,0} \right\| \cdot \left\| C \right\| \tag{I.27}$$

Transformarea de coordonate, precizată de hypermatricea $\|C\|$, este:

$$\|C\| = \begin{array}{|c|c|} \hline \|C_s\| & \\ \hline & \|C_r\| \\ \hline \end{array} \quad ; \quad \|C\|^{-1} = \begin{array}{|c|c|} \hline \|C_s\|^{-1} & \\ \hline & \|C_r\|^{-1} \\ \hline \end{array} \tag{I.28}$$

în care, matricile componente $\|C_s\|$ și $\|C_r\|$ (v.ec. 2.18, 2.28, 2.103, 2.120, 2.122) sînt următoarele:

$$\|C_s\| = \frac{1}{4\sin^2 \frac{1}{2}\theta} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & e^{+j\theta} & e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \\ \hline 1 & e^{-j\theta} & e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \\ \hline 2\cos(\pi-\theta) & 2\cos(\pi-\theta) & 2\cos\frac{1}{2}\theta \\ \hline \end{array} \tag{I.29}$$

a cărei inversă este:

$$\left\|C_s\right\|^{-1} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline e^{-j\theta} & e^{+j\theta} & 1 \\ \hline 2\cos(\pi-\theta)\cdot e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & 2\cos(\pi-\theta)\cdot e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & 2\cos\frac{1}{2}\theta \\ \hline \end{array} \qquad (I.30)$$

şi respectiv:

$$\left\|C_r\right\| = \frac{1}{2}\cdot\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & j \\ \hline 1 & -j \\ \hline \end{array} \quad ; \quad \left\|C_r\right\|^{-1} = \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 1 \\ \hline -j & j \\ \hline \end{array} \qquad (I.31)$$

Noile variabile, definite de (I.25) şi calculate cu (I.28), sînt:

$$\left\|\underline{U}'_{d,q}\right\| = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \underline{U}_A & \frac{1}{k_B}\cdot\underline{U}_B & \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\cdot\underline{U}_C & \underline{U}'_d & \underline{U}'_q \\ \hline \end{array}^{\,T}$$

$$\left\|\underline{I}'_{d,q}\right\| = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \underline{I}_A & k_B\underline{I}_B & k_C\underline{I}_C & \underline{I}'_d & \underline{I}'_q \\ \hline \end{array}^{\,T} \qquad (I.32)$$

Forma finală, dezvoltată, a ecuaţiei (I.26) este:

$$\begin{array}{|c|}\hline \underline{U}_A \\ \hline \frac{1}{k_B}\cdot\underline{U}_B \\ \hline \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\cdot\underline{U}_C \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline R_A+j(X_{A\sigma}+X_{AA\sigma}+X_{Am}) & j\cos\theta\cdot(X_{AA}+X_{Am}) & j\cos(\pi+\frac{1}{2}\theta)\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & jX_{Am} & \\ \hline j\cos\theta\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & R_A+j(X_{A\sigma}+X_{AA\sigma}+X_{Am}) & j\cos(\pi-\frac{1}{2}\theta)\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & j\cos\theta\cdot X_{Am} & j\sin\theta\cdot X_{Am} \\ \hline j\cos(\pi+\frac{1}{2}\theta)\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am})\cdot 2\cos(\pi-\theta) & j\cos(\pi-\frac{1}{2}\theta)\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am})\cdot 2\cos(\pi-\theta) & \left[\frac{R_A+jX_{A\sigma}}{2\cos(\pi-\theta)}+j(X_{AA\sigma}+X_{Am})\right]\cdot 2\cos(\pi-\theta) & j\cos(\pi+\frac{1}{2}\theta)\cdot X_{Am}\cdot 2\cos(\pi-\theta) & j\sin(\pi+\frac{1}{2}\theta)\cdot X_{Am}\cdot 2\cos(\pi-\theta) \\ \hline jX_{Am} & j\cos\theta X_{Am}+(1-s)X_{Am}\cdot\sin\theta & j\cos(\pi+\frac{1}{2}\theta)X_{Am}+(1-s)X_{Am}\cdot\sin(\pi+\frac{1}{2}\theta) & R'_2+j(X'_{2\sigma}+X_{Am}) & (1-s)(X'_{2\sigma}+X_{Am}) \\ \hline -(1-s)X_{Am} & j\sin\theta X_{Am}-(1-s)X_{Am}\cdot\cos\theta & j\sin(\pi+\frac{1}{2}\theta)X_{Am}-(1-s)X_{Am}\cdot\sin(\pi+\frac{1}{2}\theta) & -(1-s)(X'_{2\sigma}+X_{Am}) & R'_2+j(X'_{2\sigma}+X_{Am}) \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|}\hline \underline{I}_A \\ \hline k_B\underline{I}_B \\ \hline k_C\underline{I}_C \\ \hline \underline{I}'_d \\ \hline \underline{I}'_q \\ \hline \end{array} \qquad (I.33)$$

In virtutea aceleiaşi proprietăţi a sistemelor de ecuaţii algebrice liniare; vom modifica şi sistemul (I.33) după cum urmează:

- multiplicăm ecuaţia a 2-a cu k_B
- multiplicăm ecuaţia a 3-a cu $\dfrac{k_C}{2\cos(\pi-\theta)}$

Rezultă sistemul echivalent modificat:

$$\left\|\underline{U}_{d,q}\right\| = \left\|\underline{Z}'^{m}_{d,q}\right\|\cdot\left\|\underline{I}'_{d,q}\right\| \qquad (I.34)$$

cu

$$\left\|\underline{U}_{d,q}\right\| = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \underline{U}_A & \underline{U}_B & \underline{U}_C & 0 & 0 \\ \hline \end{array}^{\,T} \qquad (I.35)$$

In plus, pe baza observaţiei $\left\|\underline{I}'_{d,q}\right\| = \left\|C'\right\|\cdot\left\|\underline{I}_{d,q}\right\|$ în care:

$$\|\underline{I}_{d,q}\| = \begin{vmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \\ \underline{I}'_d \\ \underline{I}'_q \end{vmatrix} \qquad \|C'\| = \begin{vmatrix} 1 & & & & \\ & k_B & & & \\ & & k_C & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{vmatrix} \tag{I.36}$$

ecuaţia (I.34) poate fi rescrisă sub forma:

$$\|\underline{U}_{d,q}\| = \|\underline{Z}_{d,q}\| \cdot \|\underline{I}_{d,q}\| \tag{I.37}$$

cu

$$\|\underline{Z}_{d,q}\| = \|\underline{Z}'^{m}_{d,q}\| \cdot \|C'\| \tag{I.38}$$

Matricea $\|\underline{Z}_{d,q}\|$ se poate obţine direct din matricea $\|\underline{Z}'_{d,q}\|$ (prezentă în ec.I.33) dacă asupra ei se operează modificările:

1. Se multiplică linia şi coloana a 2-a cu k_B;

2. Se multiplică linia şi coloana a 3-a cu $\frac{1}{2\cos(\pi-\theta)}k_C$ şi respectiv cu k_C.

In final, se prezintă forma dezvoltată a ecuaţiei (I.37):

$$\begin{vmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \\ 0 \\ C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix}
R_A+j(X_{A\sigma}+X_{AA\sigma}+X_{Am}) & jk_B\cos\theta\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & jk_C\cos(\pi+½\theta)\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & jX_{Am} & \\
jk_B\cos\theta\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & k_B^2R_A+jk_B^2(X_{A\sigma}+X_{AA\sigma}+X_{Am}) & jk_C\cos(\pi-½\theta)\cdot k_B(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & jk_B\cos\theta X_{Am} & jk_B\sin\theta X_{Am} \\
jk_C\cos(\pi+½\theta)\cdot(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & jk_C\cos(\pi-\frac{\theta}{2})\cdot k_B(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & k_C^2\cdot\frac{R_A+jX_{A\sigma}}{2\cos(\pi-\theta)}+jk_C^2(X_{AA\sigma}+X_{Am}) & j\cos(\pi+½\theta)\cdot k_CX_{Am} & j\sin(\pi+½\theta)\cdot k_CX_{Am} \\
jX_{Am} & jk_B\cos\theta X_{Am}+(1-s)X_{Am}\cdot k_B\sin\theta & jk_C\cos(\pi+½\theta)\cdot X_{Am}+(1-s)X_{Am}\cdot k_C\sin(\pi+½\theta) & R'_2+j(X'_{2\sigma}+X_{Am}) & (1-s)\cdot(X'_{2\sigma}+X_{Am}) \\
-(1-s)X_{Am} & jk_B\sin\theta X_{Am}-(1-s)X_{Am}\cdot k_B\cos\theta & jk_C\sin(\pi+½\theta)\cdot X_{Am}-(1-s)X_{Am}\cdot k_C\sin(\pi+½\theta) & -(1-s)\cdot(X'_{2\sigma}+X_{Am}) & R'_2+j(X'_{2\sigma}+X_{Am})
\end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \\ I'_d \\ \underline{I}'_q \end{vmatrix} \tag{I.39}$$

De fapt, sistemul (I.39) conţine chiar ecuaţiile maşinii trifazate nesimetrice "model matematic" în teoria cîmpului transversal. Ecuaţiile maşinii de inducţie bifazate, general nesimetrice pe stator, se obţin pe baza restricţiilor de alimentare (I.23) ale acesteia.Matricial rezultă:

$$\begin{vmatrix} \underline{U}_{SA} \\ \underline{U}_{SB} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \left[\|\underline{Z}^{m}_{d,q}\| + \begin{vmatrix} & & & \\ & \underline{Z}_{BS} & & \\ & & & \\ & & & \end{vmatrix} \right] \cdot \begin{vmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}'_d \\ \underline{I}'_q \end{vmatrix} \tag{I.40}$$

Matricea modificată $\|\underline{Z}^m_{d,q}\|$ din ecuația (I.40) se poate obține direct din matricea impedanțelor $\|\underline{Z}_{d,q}\|$ (scrisă explicit în ec.I.39) prin eliminarea liniei și coloanei a 3-a.

Dacă avem în vedere și relația de definiție a impedanței $\underline{Z}_{BS}$ (I.22), ecuația (I.40) este identică cu ecuația (I.12). Cu aceasta s-a demonstrat compatibilitatea teoriei componentelor simetrice (dezvoltată de autor în Capitolul 2 al tezei) cu teoria cîmpului transversal.

I.3.2 Compatibilitatea teoriei componentelor simetrice cu teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare.

Să considerăm din nou ecuația (I.20) -stabilită în teoria componentelor simetrice fazoriale- scrisă sub forma:

$$\|\underline{U}_{1,2,0}\| = \|\underline{Z}_{1,2,0}\|\cdot\|\underline{I}_{1,2,0}\| \tag{I.41}$$

In urma eliminării curenților rotorici obținem ecuația echivalentă:

$$\|\underline{U}^s_{1,2,0}\| = \|\underline{Z}^s_{1,2,0}\|\cdot\|\underline{I}^s_{1,2,0}\| \tag{I.42}$$

cu

$$\|\underline{Z}^s_{1,2,0}\| = \|E\|\cdot\|\underline{Z}_{1,2,0}\|\cdot\|F\| \tag{I.43}$$

în care:

$$\|E\| = \begin{vmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \end{vmatrix} \qquad \|F\| = \begin{vmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \\ \dfrac{-jX_{Am}}{\dfrac{R'_2}{s}+j(X'_{2\sigma}+X_{Am})} & & \\ & \dfrac{-jX_{Am}}{\dfrac{R'_2}{2-s}+j(X'_{2\sigma}+X_{Am})} & \end{vmatrix} \tag{I.44}$$

După efectuarea calculelor, ecuația (I.42) devine:

$$\begin{vmatrix} \underline{U}_{s1} \\ \underline{U}_{s2} \\ \underline{U}_{so} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_A+jX_{A\sigma}+j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma}+4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_f & & \\ & R_A+jX_{A\sigma}+j2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot X_{AA\sigma}+4\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\cdot\underline{Z}_b & \\ & & R_A+jX_{A\sigma} \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} \underline{I}_{s1} \\ \underline{I}_{s2} \\ \underline{I}_{so} \end{vmatrix} \tag{I.45}$$

Utilizînd descompunerile în componente simetrice naturale (stabilite în Cap.2) pentru $\underline{I}_C = 0$:

$$\begin{vmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_{B'} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k_B e^{-j\theta} & k_B e^{+j\theta} & k_B \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} \underline{U}_{s1} \\ \underline{U}_{s2} \\ \underline{U}_{so} \end{vmatrix} \tag{I.46}$$

şi respectiv:

$$\begin{bmatrix}\underline{I}_{s1}\\ \underline{I}_{s2}\\ \underline{I}_{so}\end{bmatrix} = \frac{1}{4\sin^2 \frac{1}{2}\theta}\cdot\begin{bmatrix}1 & k_B e^{+j\theta}\\ 1 & k_B e^{-j\theta}\\ 2\cos(\pi-\theta) & k_B 2\cos(\pi-\theta)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\underline{I}_A\\ \underline{I}_B\end{bmatrix} \qquad (I.47)$$

ecuaţiile de tensiuni (I.23), corespunzătoare maşinii asincrone bifazate general nesimetrice, împreună cu (I.42) pot fi scrise sub forma:

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_{SA}\\ \underline{U}_{SB}\end{bmatrix} = \left[\frac{1}{4\sin^2 \frac{1}{2}\theta}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ k_B e^{-j\theta} & k_B e^{+j\theta} & k_B\end{bmatrix}\cdot\left\|\underline{Z}^{s}_{1,2,0}\right\|\cdot\begin{bmatrix}1 & k_B e^{+j\theta}\\ 1 & k_B e^{-j\theta}\\ 2\cos(\pi-\theta) & k_B 2\cos(\pi-\theta)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & \\ & \underline{Z}_{BS}\end{bmatrix}\right]\cdot\begin{bmatrix}\underline{I}_A\\ \underline{I}_B\end{bmatrix} \qquad (I.48)$$

După efectuarea calculelor (cu $\left\|\underline{Z}^{s}_{1,2,0}\right\|$ dat de (I.45) şi $\underline{Z}_{BS}$ din (I.22)), ecuaţia matricială (I.48) devine:

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_{SA}\\ \underline{U}_{SB}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}R_A+jX_{A\sigma}+jX_{AA\tau}+\underline{Z}_f+\underline{Z}_b & jk_B\cos\theta X_{AA\tau}+k_B\underline{Z}_f e^{j\theta}+k_B\underline{Z}_b e^{-j\theta}\\ jk_B\cos\theta X_{AA\tau}+k_B\underline{Z}_f e^{-j\theta}+k_B\underline{Z}_b e^{+j\theta} & R_B+jX_{B\sigma}+k_B^2(jX_{AA\tau}+\underline{Z}_f+\underline{Z}_b)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\underline{I}_A\\ \underline{I}_B\end{bmatrix} \qquad (I.49)$$

Aşa cum se poate observa, ecuaţia (I.49) nu reprezintă altceva decît formularea matricială a sistemului (I.13).

Cu aceasta, s-a demonstrat compatibilitatea teoriei componentelor simetrice (stabilită de autor în Capitolul 2) şi cu teoria cîmpurilor magnetice circulare învîrtitoare.

I.3.3 Compatibilitatea teoriei componentelor simetrice -stabilită în Capitolul 2- cu variantele clasice ale ei.

Atît în teoria clasică cît şi în cea modernă a maşinilor electrice, analiza regimurilor nesimetrice sau dezechilibrate este efectuată cu ajutorul teoriei componentelor simetrice.

Pentru maşinile trifazate, simetrice, se utilizează componentele simetrice Stokvis-Fortesque în forma naturală sau normată. In mod cu totul similar, analiza regimurilor nesimetrice ale maşinilor electrice bifazate cu înfăşurările statorice în cuadratură electrică este efectuată în cadrul metodei componentelor simetrice bifazate (naturale sau normate).

Merită subliniat că cele două variante ale metodei componentelor simetrice -trifazate şi respectiv bifazate- au apărut şi s-au dezvoltat în mod independent în literatură.

In Capitolul 2 al tezei de doctorat se propune un model de mașină trifazată, nesimetrică, cu o structură variabilă care poate reproduce atît mașina trifazată -prin fixarea unghiului $\theta = 2\pi/3$- cît și mașina bifazată (pentru $\theta = \pi/2$).

In continuare sînt reluate, pe scurt, principalele rezultate stabilite acolo. (Din considerente de spațiu grafic, vor fi reproduse numai componentele simetrice fazoriale, varianta naturală.)

i. Descompunerile în componente simetrice:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ k_B\underline{I}_B \\ k_C\underline{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{-j\theta} & e^{+j\theta} & 1 \\ 2\cos(\pi-\theta)e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & 2\cos(\pi-\theta)e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & 2\cos\frac{1}{2}\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{A1} \\ \underline{I}_{A2} \\ \underline{I}_{A0} \end{bmatrix} \tag{I.50}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \frac{1}{k_B}\underline{U}_B \\ \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\underline{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{-j\theta} & e^{+j\theta} & 1 \\ 2\cos(\pi-\theta)e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & 2\cos(\pi-\theta)e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} & 2\cos\frac{1}{2}\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_{A1} \\ \underline{U}_{A2} \\ \underline{U}_{A0} \end{bmatrix} \tag{I.51}$$

ii. Expresiile componentelor simetrice:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{A1} \\ \underline{I}_{A2} \\ \underline{I}_{A0} \end{bmatrix} = \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e^{+j\theta} & e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \\ 1 & e^{-j\theta} & e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \\ 2\cos(\pi-\theta) & 2\cos(\pi-\theta) & 2\cos\frac{1}{2}\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ k_B\underline{I}_B \\ k_C\underline{I}_C \end{bmatrix} \tag{I.52}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{A1} \\ \underline{U}_{A2} \\ \underline{U}_{A0} \end{bmatrix} = \frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}\theta} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e^{+j\theta} & e^{+j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \\ 1 & e^{-j\theta} & e^{-j(\pi+\frac{1}{2}\theta)} \\ 2\cos(\pi-\theta) & 2\cos(\pi-\theta) & 2\cos\frac{1}{2}\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \frac{1}{k_B}\cdot\underline{U}_B \\ \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\underline{U}_C \end{bmatrix} \tag{I.53}$$

iii. Expresiile impedanțelor echivalente:

$$\underline{Z}_{A1} = R_A + j(X_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta X_{AA\sigma}) + \frac{j2\sin^2\frac{1}{2}\theta X_{Am}\cdot\left(2\sin^2\frac{1}{2}\theta\,\frac{R'_2}{s} + j2\sin^2\frac{1}{2}\theta X'_{2\sigma}\right)}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta\cdot\frac{R'_2}{s} + j(2\sin^2\frac{1}{2}\theta X'_{2\sigma} + 2\sin^2\frac{1}{2}\theta\cdot X_{Am})}$$

$$\underline{Z}_{A2} = R_A + j(X_{A\sigma} + 2\sin^2\tfrac{1}{2}\theta X_{AA\sigma}) + \frac{j2\sin^2\frac{1}{2}\theta X_{Am}\cdot\left(2\sin^2\frac{1}{2}\theta\cdot\frac{R'_2}{2-s} + j2\sin^2\frac{1}{2}\theta X'_{2\sigma}\right)}{2\sin^2\frac{1}{2}\theta\cdot\frac{R'_2}{2-s} + j(2\sin^2\frac{1}{2}\theta X'_{2\sigma} + 2\sin^2\frac{1}{2}\theta X_{Am})}$$

$$\underline{Z}_{A0} = R_A + jX_{A\sigma} \qquad (I.54)$$

I.3.3.1 Compatibilitatea cu teoria componentelor simetrice trifazate.

Pentru $k_B = 1$; $k_C = 1$ şi $\theta = 2\pi/3$, maşina trifazată "model matematic" devine identică cu maşina de inducţie trifazată simetrică, standard.

In acest caz, cu notaţia consacrată $e^{j2\pi/3} = a$, expresiile prezentate la punctele i., ii. şi iii. devin:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{A1} \\ \underline{I}_{A2} \\ \underline{I}_{A0} \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{A1} \\ \underline{U}_{A2} \\ \underline{U}_{A0} \end{bmatrix} \qquad (I.55)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{A1} \\ \underline{I}_{A2} \\ \underline{I}_{A0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} \underline{U}_{A1} \\ \underline{U}_{A2} \\ \underline{U}_{A0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} \qquad (I.56)$$

şi respectiv:

$$\underline{Z}_1^{(m=3)} = R_A + j(X_{A\sigma} + \frac{3}{2}X_{AA\sigma}) + \frac{j\frac{3}{2}X_{Am}(\frac{3}{2}\cdot\frac{R_2'}{s} + j\frac{3}{2}X_{2\sigma}')}{\frac{3}{2}\cdot\frac{R_2'}{s} + j(\frac{3}{2}X_{2\sigma}' + \frac{3}{2}X_{Am})}$$

$$\underline{Z}_2^{(m=3)} = R_A + j(X_{A\sigma} + \frac{3}{2}X_{AA\sigma}) + \frac{j\frac{3}{2}X_{Am}(\frac{3}{2}\cdot\frac{R_2'}{2-s} + j\frac{3}{2}X_{2\sigma}')}{\frac{3}{2}\cdot\frac{R_2'}{2-s} + j(\frac{3}{2}X_{2\sigma}' + \frac{3}{2}X_{Am})} \qquad (I.57)$$

$$\underline{Z}_0^{(m=3)} = R_A + jX_{A\sigma}$$

Ecuaţiile (I.55),(I.56) şi (I.57) sînt identice cu cele folosite în teoria componentelor simetrice trifazate.

I.3.3.2 Compatibilitatea cu teoria componentelor simetrice bifazate.

Pentru $k_B = 1$; $\theta = \pi/2$ şi $\underline{I}_C = 0$, maşina trifazată "model matematic" capătă exact structura unei maşini bifazate simetrice, standard.

Intrucît în acest caz: $2\cos(\pi-\theta)\cdot\frac{1}{k_C}\cdot\underline{U}_C = 0$, $\underline{I}_{A0} = 0$ şi $\underline{U}_{A0} = 0$, matricile de transformare îşi reduc rangul cu o unitate. Cu această observaţie, expresiile prezentate la punctele i., ii. şi iii. devin:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{A1} \\ \underline{I}_{A2} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{A1} \\ \underline{U}_{A2} \end{bmatrix} \qquad (I.58)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{A1} \\ \underline{I}_{A2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\cdot\begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \underline{I}_{A} \\ \underline{I}_{B} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \underline{U}_{A1} \\ \underline{U}_{A2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\cdot\begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \underline{U}_{A} \\ \underline{U}_{B} \end{bmatrix} \qquad (I.59)$$

şi respectiv:

$$\underline{Z}_1^{(m=2)} = R_A + j(X_{A\sigma} + X_{AA\sigma}) + \frac{jX_{Am}\cdot\left(\frac{R_2'}{s} + jX_{2\sigma}'\right)}{\frac{R_2'}{s} + j(X_{2\sigma}' + X_{Am})}$$

$$\underline{Z}_2^{(m=2)} = R_A + j(X_{A\sigma} + X_{AA\sigma}) + \frac{jX_{Am}\cdot\left(\frac{R_2'}{2-s} + jX_{2\sigma}'\right)}{\frac{R_2'}{2-s} + j(X_{2\sigma}' + X_{Am})} \qquad (I.60)$$

Ecuaţiile (I.58),(I.59) şi (I.60) sînt identice cu cele folosite în teoria componentelor simetrice bifazate.

I.3.3.3 Asupra impedanţelor echivalente.

Faptul că expresiile impedanţelor echivalente depind de sistemul de componente simetrice -trifazate sau bifazate- utilizate, este semnalat în literatură /3/,/14/ etc.

In acest context, expresiile generale ale impedanţelor simetrice echivalente (I.54) pot fi exprimate în funcţie de mărimea impedanţelor echivalente trifazate:

$$\underline{Z}_{A1} = \frac{2}{3}(1-\cos\theta)\cdot\underline{Z}_1^{(m=3)} + \frac{1}{3}(1+2\cos\theta)\cdot\underline{Z}_{A0}$$

$$\underline{Z}_{A2} = \frac{2}{3}(1-\cos\theta)\cdot\underline{Z}_2^{(m=3)} + \frac{1}{3}(1+2\cos\theta)\cdot\underline{Z}_{A0} \qquad (I.61)$$

sau în funcţie de mărimea impedanţelor echivalente bifazate:

$$\underline{Z}_{A1} = (1-\cos\theta)\cdot\underline{Z}_1^{(m=2)} + \cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0}$$

$$\underline{Z}_{A2} = (1-\cos\theta)\cdot\underline{Z}_2^{(m=2)} + \cos\theta\cdot\underline{Z}_{A0} \qquad (I.62)$$

In particular, pe baza relaţiilor (I.61) şi (I.62), rezultă că:

$$\frac{\underline{Z}_{A1} + \underline{Z}_{A2} + 2\cos(\pi-\theta)\cdot\underline{Z}_{A0}}{4\sin^2 \frac{1}{2}\theta} = \frac{\underline{Z}_1^{(m=3)} + \underline{Z}_2^{(m=3)} + \underline{Z}_0^{(m=3)}}{3} = \frac{\underline{Z}_1^{(m=2)} + \underline{Z}_2^{(m=2)}}{2} \qquad (I.63)$$

Se menţionează că ultima egalitate este stabilită şi în literatură.

x x x

Din cele demonstrate mai înainte rezultă atît compatibilitatea cu variantele clasice precum şi caracterul unitar al teoriei componentelor simetrice. In mod cu totul similar poate fi analizată şi teoria componentelor simetrice instantanee.

ANEXA II

TRANSFORMAREA A, B, C - d, q, o NORMALĂ

Nr. crt.	MĂRIMEA	EXPRESIE GENERALĂ	$\theta - \theta$	CAZURI PARTICULARE $\theta = \frac{2\pi}{3}$	CAZURI PARTICULARE $\theta = \frac{\pi}{2}$; $i_C = 0$
1	i_{ds}	(2.69)	$i_A + i_B k_B \cos\theta + i_C k_C \cos(\pi + \frac{\theta}{2})$	$i_A - \frac{1}{2}(i_B k_B - i_C k_C)$	i_A
2	i_{qs}	(2.69)	$i_B k_B \sin\theta + i_C k_C \sin(\pi + \frac{\theta}{2})$	$\frac{\sqrt{3}}{2}(i_B k_B - i_C k_C)$	$i_B k_B$
3	i_{os}	(2.96) (2.69)	$\frac{1}{2\sin\theta/2}[i_A \cos(\pi-\theta) + i_B k_B \cos(\pi-\theta) + i_C k_C \cos\frac{\theta}{2}]$	$\frac{1}{3}(i_A + i_B k_B + i_C k_C)$	0
4	i_A	(2.70)	$\frac{1}{2\sin\theta/2}\ i_{ds} + i_{os}$	$\frac{2}{3} i_{ds} + i_{os}$	i_{ds}
5	i_B	(2.70)	$\frac{1}{k_B}[\frac{1}{2\sin\theta/2}(i_{ds}\cos\theta + i_{qs}\sin\theta) + i_{os}]$	$\frac{1}{k_C}[-\frac{1}{3} i_{ds} - \frac{\sqrt{3}}{3} i_{qs} + i_{os}]$	$\frac{1}{k_B} i_{qs}$
6	i_C	(2.70)	$\frac{1}{k_C}[\frac{\cos(\pi-\theta)}{\sin\theta/2}(i_{ds}\cos(\pi + \frac{\theta}{2}) + i_{qs}\sin(\pi + \frac{\theta}{2})) + i_{os} 2\cos\frac{\theta}{2}]$	$\frac{1}{k_C}[-\frac{1}{3} i_{ds} - \frac{\sqrt{3}}{3} i_{qs} + i_{os}]$	0
7	u_{ds}	(2.72)	$\frac{1}{2\sin\theta/2}[u_A + u_B \frac{1}{k_B}\cos\theta + u_C \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\cos(\pi + \frac{\theta}{2})]$	$\frac{2}{3}[u_A - \frac{1}{2}(u_B \frac{1}{k_B} - u_C \frac{1}{k_C})]$	u_A
8	u_{qs}	(2.72)	$\frac{1}{2\sin\theta/2}[u_B \frac{1}{k_B}\sin\theta + u_C \frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\sin(\pi + \frac{\theta}{2})]$	$\frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}(u_B \frac{1}{k_B} - u_C \frac{1}{k_C})$	$u_B \frac{1}{k_B}$
9	u_{os}	(2.72) (2.96)	$\frac{2\cos(\pi-\theta)}{4\sin\theta/2}[u_A + u_B \frac{1}{k_B} + u_C \frac{1}{k_C} 2\cos\frac{\theta}{2}]$	$\frac{1}{3}(u_A + u_B \frac{1}{k_B} + u \frac{1}{k_C})$	0
10	u_A	(2.73)	$u_{ds} + u_{os}$	$u_{ds} + u_{os}$	u_{ds}
11	u_B	(2.73)	$k_B(u_{ds}\cos\theta + u_{qs}\sin\theta + u_{os})$	$k_B(-\frac{1}{2} u_{ds} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{qs} + u_{os})$	$k_B u_{qs}$
12	u_C	(2.73)	$k_C[u_{ds}\cos(\pi + \frac{\theta}{2}) + u_{qs}\sin(\pi + \frac{\theta}{2}) + \frac{\cos\theta/2}{\cos(\pi-\theta)} u_{os}]$	$k_C(-\frac{1}{2} u_{ds} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{qs} + u_{os})$	—
13	i_{dr}	(2.80)	$i_x \cos\gamma - i_y \sin\gamma$	$i_x \cos\gamma - i_y \sin\gamma$	$i_x \cos\gamma - i_y \sin\gamma$
14	i_{qr}	(2.80)	$i_x \sin\gamma + i_y \cos\gamma$	$i_x \sin\gamma + i_y \cos\gamma$	$i_x \sin\gamma + i_y \cos\gamma$
15	u_{dr}	(2.81)	$u_x \cos\gamma - u_y \sin\gamma$	$u_x \cos\gamma - u_y \sin\gamma$	$u_x \cos\gamma - u_y \sin\gamma$
16	u_{qr}	(2.81)	$u_x \sin\gamma + u_y \cos\gamma$	$u_x \sin\gamma + u_y \cos\gamma$	$u_x \sin\gamma + u_y \cos\gamma$
17	m	(2.92)	$p L_{Ah}(i_{dr} i_{qs} - i_{ds} i_{qr})$	$p L_{Ah}(i_{dr} i_{qs} - i_{ds} i_{qr})$	$p L_{Ah}(i_{dr} i_{qs} + i_{ds} i_{qr})$
18	m	(2.92)	$p(\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds}) = p(\psi_{qr} i_{dr} - \psi_{dr} i_{qr})$	$p(\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds})$	$p(\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{dr})$

ANEXA III

TRANSFORMAREA A . B . C – d.q.o NORMATĂ

Nr. crt.	MĂRIMEA	EXPRESIE GENERALĂ	$\theta = \theta$	CAZURI PARTICULARE $\theta = \frac{2\pi}{3}$	CAZURI PARTICULARE $\theta = \frac{\pi}{2}$; $i_C = 0$
1	i_{ds}	(2.69)	$\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}[i_A + i_B k_B \cos\theta + i_C k_C \cos(\pi + \frac{\theta}{2})]$	$\sqrt{\frac{2}{3}}[i_A - \frac{1}{2}(i_B k_B + i_C k_C)]$	i_A
2	i_{qs}	(2.69)	$\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}[i_B k_B \sin\theta + i_C k_C \sin(\pi + \frac{\theta}{2})]$	$\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\sqrt{3}}{2}(i_B k_B + i_C k_C)$	$i_B k_B$
3	i_{os}	(2.69) (2.95)	$\frac{1}{\sin\theta/2}[i_A \cos(\pi-\theta) + i_B k_B \cos(\pi-\theta) + i_C k_C \cos\frac{\theta}{2}]$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(i_A + i_B k_B + i_C k_C)$	0
4	i_A	(2.70)	$\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}(i_{ds} + \frac{1}{\sqrt{2}} i_{os})$	$\sqrt{\frac{2}{3}}(i_{ds} + \frac{1}{\sqrt{2}} i_{os})$	i_{ds}
5	i_B	(2.70)	$\frac{1}{k_B}\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}[i_{ds}\cos\theta + i_{qs}\sin\theta + \frac{1}{\sqrt{2}} i_{os}]$	$\frac{1}{k_B}\sqrt{\frac{2}{3}}(-\frac{1}{2} i_{ds} + \frac{\sqrt{3}}{2} i_{qs} + \frac{1}{\sqrt{2}} i_{os})$	$\frac{1}{k_B} i_{qs}$
6	i_C	(2.70)	$\frac{1}{k_C}\frac{1}{\sin\theta/2}[[\sqrt{2}\cos(\pi-\theta)[i_{ds}\cos(\pi+\frac{\theta}{2}) + i_{qs}\sin(\pi+\frac{\theta}{2})] + i_{os}\cos\frac{\theta}{2}]]$	$\frac{1}{k_C}\sqrt{\frac{2}{3}}(-\frac{1}{2} i_{ds} + \frac{\sqrt{3}}{2} i_{qs} + \frac{1}{\sqrt{2}} i_{os})$	0
7	u_{ds}	(2.72)	$\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}[u_A + u_B\frac{1}{k_B}\cos\theta + u_C\frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\cos(\pi + \frac{\theta}{2})]$	$\sqrt{\frac{2}{3}}[u_A - \frac{1}{2}(u_B\frac{1}{k_B} + u_C\frac{1}{k_C})]$	u_A
8	u_{qs}	(2.72)	$\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}[u_B\frac{1}{k_B}\sin\theta + u_C\frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_C}\sin(\pi + \frac{\theta}{2})]$	$\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\sqrt{3}}{2}(u_B\frac{1}{k_B} - u_C\frac{1}{k_C})$	$u_B\frac{1}{k_B}$
9	u_{os}	(2.72) (2.96)	$\frac{1}{2\sin\theta/2}(u_A + u_B\frac{1}{k_B} + u_C\frac{1}{k_C}2\cos\frac{\theta}{2})$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(u_A + u_B\frac{1}{k_B} + u_C\frac{1}{k_C})$	
10	u_A	(2.73)	$\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}[u_{ds} + u_o\sqrt{2}\cos(\pi-\theta)]$	$\sqrt{\frac{2}{3}}(u_{ds} + \frac{1}{\sqrt{2}} u_{os})$	u_{ds}
11	u_B	(2.73)	$k_B\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}[u_{ds}\cos\theta + u_{qs}\sin\theta + u_{os}\sqrt{2}\cos(\pi-\theta)]$	$k_B\sqrt{\frac{2}{3}}[-\frac{1}{2} u_{ds} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{qs} + \frac{1}{\sqrt{2}} u_{os}]$	$k_B u_{qs}$
12	u_C	(2.73)	$k_C\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}[u_{ds}\cos(\pi + \frac{\theta}{2}) + u_{qs}\sin(\pi + \frac{\theta}{2}) + u_{os}\sqrt{2}\cos\frac{\theta}{2}]$	$k_C\sqrt{\frac{2}{3}}[-\frac{1}{2} u_{ds} - \frac{\sqrt{3}}{2} u_{qs} + \frac{1}{\sqrt{2}} u_{os}]$	
13	i_{dr}	(2.80)	$\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}(i_x\cos\gamma - i_y\sin\gamma)$	$\sqrt{\frac{2}{3}}(i_x\cos\gamma - i_y\sin\gamma)$	$i_x\cos\gamma - i_y\sin\gamma$
14	i_{qr}	(2.80)	$\frac{1}{\sqrt{2}\sin\theta/2}(i_x\sin\gamma + i_y\cos\gamma)$	$\sqrt{\frac{2}{3}}(i_x\sin\gamma + i_y\cos\gamma)$	$i_x\sin\gamma + i_y\cos\gamma$
15	u_{dr}	(2.81)	$\sqrt{2}\sin\frac{\theta}{2}(u_x\cos\gamma - u_y\sin\gamma)$	$\sqrt{\frac{3}{2}}(u_x\cos\gamma - u_y\sin\gamma)$	$u_x\cos\gamma - u_y\sin\gamma$
16	u_{qr}	(2.81)	$\sqrt{2}\sin\frac{\theta}{2}(u_x\sin\gamma + u_y\cos\gamma)$	$\sqrt{\frac{3}{2}}(u_x\sin\gamma + u_y\cos\gamma)$	$u_x\sin\gamma + u_y\cos\gamma$
17	m	(2.92)	$2\sin\frac{\theta}{2} pL_{Ax}(i_{dr} i_{qs} - i_{ds} i_{qr})$	$\frac{3}{2} pL_{Ax}(i_{dr} i_{qs} - i_{ds} i_{qr})$	$pL_{Ax}(i_{dr} i_{qs} - i_{ds} i_{qr})$
18	m	(2.92)	$p(\Psi_{ds} i_{qs} - \Psi_{qs} i_{ds}) = p(\Psi_{dr} i_{qr} - \Psi_{qr} i_{dr})$	$p(\Psi_{ds} i_{qs} - \Psi_{qs} i_{ds})$	$p(\Psi_{ds} i_{qs} - \Psi_{qs} i_{ds})$

ANEXA IV

TRANSFORMAREA A, B, C – d, q, o NATURALĂ

Nr. crt	MĂRIMEA	EXPRESIE GENERALĂ	$\theta = \theta$	CAZURI PARTICULARE $\theta = \frac{2\pi}{3}$	$\theta = \frac{\pi}{2}$ $i_c = 0$
1	i_{ds}	(2.69)	$\frac{1}{2\sin^2\theta/2}[i_A + i_B k_B \cos\theta + i_c k_c \cos(\pi + \frac{\theta}{2})]$	$\frac{2}{3}[i_A - \frac{1}{2}(i_B k_B + i_c k_c)]$	i_A
2	i_{qs}	(2.69)	$\frac{1}{2\sin^2\theta/2}[i_B k_B \sin\theta + i_c k_c \sin(\pi + \frac{\theta}{2})]$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}(i_B k_B + i_c k_c)$	$i_B k_B$
3	i_{os}	(2.69) (2.96)	$\frac{1}{2\sin^2\theta/2}[i_A \cos(\pi-\theta) + i_B k_B(\pi-\theta) + i_c k_c \cos\frac{\theta}{2}]$	$\frac{1}{3}(i_A + i_B k_B + i_c k_c)$	0
4	i_A	(2.70)	$i_{ds} + i_{os}$	$i_{ds} + i_{os}$	i_{ds}
5	i_B	(2.70)	$\frac{1}{k_B}[i_{ds}\cos\theta + i_{qs}\sin\theta + i_{os}]$	$\frac{1}{k_B}[-\frac{1}{2}i_{ds} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{qs} + i_{os}]$	$\frac{1}{k_B}i_{qs}$
6	i_c	(2.70)	$\frac{1}{k_c}[2\cos(\pi-\theta)][i_{ds}\cos(\pi+\frac{\theta}{2}) + i_{qs}\sin(\pi+\frac{\theta}{2})] + i_{os}2\cos\frac{\theta}{2}]$	$\frac{1}{k_c}[-\frac{1}{2}i_{ds} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{qs} + i_{os}]$	0
7	u_{ds}	(2.72)	$\frac{1}{2\sin^2\theta/2}[u_A + u_B\frac{1}{k_B}\cos\theta + u_c\frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_c}\cos(\pi+\frac{\theta}{2})]$	$\frac{2}{3}[u_A - \frac{1}{2}(u_B\frac{1}{k_B} + u_c\frac{1}{k_c})]$	u_A
8	u_{qs}	(2.72)	$\frac{1}{2\sin^2\theta/2}[u_B\frac{1}{k_B}\sin\theta + u_c\frac{2\cos(\pi-\theta)}{k_c}\sin(\pi+\frac{\theta}{2})]$	$\frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}(u_B\frac{1}{k_B} - u_c\frac{1}{k_c})$	$\frac{1}{k_B}u_B$
9	u_{os}	(2.72) (2.96)	$\frac{\cos(\pi-\theta)}{2\sin^2\theta/2}[u_A + u_B\frac{1}{k_B} + u_c\frac{1}{k_c}2\cos\frac{\theta}{2}]$	$\frac{1}{3}(u_A + u_B\frac{1}{k_B} + u_c\frac{1}{k_c})$	0
10	u_A	(2.73)	$u_{ds} + u_{os}$	$u_{ds} + u_{os}$	u_{ds}
11	u_B	(2.73)	$k_B[u_{ds}\cos\theta + u_{qs}\sin\theta + u_{os}]$	$k_B[-\frac{1}{2}u_{ds} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_{qs} + u_{os}]$	$k_B u_{qs}$
12	u_c	(2.73)	$k_c[u_{ds}\cos(\pi+\frac{\theta}{2}) + u_{qs}\sin(\pi+\frac{\theta}{2}) + u_{os}\frac{\cos\theta/2}{\cos(\pi-\theta)}]$	$k_c[-\frac{1}{2}u_{ds} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_{qs} + u_{os}]$	—
13	i_{dr}	(2.80)	$\frac{1}{2\sin^2\theta/2}(i_x\cos\gamma - i_y\sin\gamma)$	$\frac{2}{3}(i_x\cos\gamma - i_y\sin\gamma)$	$i_x\cos\gamma - i_y\sin\gamma$
14	i_{qr}	(2.80)	$\frac{1}{2\sin^2\theta/2}(i_x\sin\gamma + i_y\cos\gamma)$	$\frac{2}{3}(i_x\sin\gamma + i_y\cos\gamma)$	$i_x\sin\gamma + i_y\cos\gamma$
15	u_{dr}	(2.81)	$u_x\cos\gamma - u_y\sin\gamma$	$u_x\cos\gamma - u_y\sin\gamma$	$u_x\cos\gamma - u_y\sin\gamma$
16	u_{qr}	(2.81)	$u_x\sin\gamma + u_y\cos\gamma$	$u_x\sin\gamma + u_y\cos\gamma$	$u_x\sin\gamma + u_y\cos\gamma$
17	m	(2.92)	$4\sin^4\frac{\theta}{2}pL_{Ah}(i_{dr}i_{qs} - i_{ds}i_{qr})$	$\frac{9}{4}pL_{Ah}(i_{dr}i_{qs} - i_{ds}i_{qr})$	$pL_{Ah}(i_{dr}i_{qs} - i_{ds}i_{qr})$
18	m	(2.92)	$2\sin^2\frac{\theta}{2}p(\Psi_{ds}i_{qs} - \Psi_{qs}i_{ds}) = 2\sin\frac{\theta}{2}p(\Psi_{qr}i_{dr} - \Psi_{dr}i_{qr})$	$\frac{3}{2}p(\Psi_{ds}i_{qs} - \Psi_{qs}i_{ds})$	$p(\Psi_{ds}i_{qs} - \Psi_{qs}i_{ds})$

B I B L I O G R A F I E

1. ADAMENKO,A.I. Podformovka puskovîh kondensatorov v rabocet rejime odnofaznîh dvigatelei. Elektrotehnika, 1980, no.2, p.32-35.

2. ADAMENKO,A.I. Nesimmetricinîie asinhronnîe maşinî. Izd-vo Naukova Dumka Kiev, 1962.

3. ADAMENKO,A.I. Metodî issledovania nesimmetricinî. asinhronnîh maşin. Akademia Nauk Ukrainskoi SSR, Kiev, 1969.

4. ADAMENKO,A.I., KISLENKO,V.I. Preobrazovanie odnofaznoe toka v mnogofaznîi. Iz.Tehnika, Kiev, 1971.

5. ADAMENKO,A.I. Rele raznosti tokov v schemah odnofaznîh dvigatelei. Elektrotehnika, 1980, no.3, p.32-35.

6. ADAMENKO,A.I. Odnofaznîe kondensatornîe dvigatelii. Iz. Akademia Nauk USSR, Kiev, 1960.

7. ADAMENKO,A.I. Peregruzocinaia sposobnosti odnofaznîh kondensatornîh dvigatelei. Elektricestvo, 1963, no.10, p.32-39

8. ARTEMIUK,V.T. Uravnenia perehodnîh proţessov nesimmetricinîh dvuhfaznîh asinhronnîh dvigatelei. V knighi: Problemî tehniceskoi elektrodinamiki, Kiev, 1973, no.39, p.68-75.

9. AMBROSINI,M.L., TROILI,R. Il metodo dello interdizioni nello studio del motori elettrici a induzione. L'Elettrotecnica, 1967, p.927-942.

10. ARMENSKI,E., FALK,G. Micromachines electriques. Ed.Mir, Moscou, 1977.

11. x x x Elektriceskie mikromaşinî. Akademia Nauk, SSSR, Iz.Nauka, Leningrad, 1972.

12. BUTLER,O.I., WALLACE,A.K. Generalised theory of induction motors with asymmetrical primary windings. Proc.IEE, Vol.115, 1968, no.5, p.685-694.

13. BATTERSBY,G.A. Analysis of asymmetrical induction motor windings. Proc. IEE, Vol.112, 1965, no.11, p.2067-2073.

14. BROWN,J.E., JHA,C.S. Generalised rotating-field theory of polyphase induction motors and its relationship to symmetrical-component theory. Proc.IEE, Vol.109, 1962, no.2, p.59-69.

15. BUCHANAN,L.W. An equivalent circuit for a single-phase motor having space harmonics in its magnetic field. IEEE Trans.on PAS, 1965, no.11 p.999-1007.

16. BROWN,J.E., JHA,C.S. The starting of a thre phase induction motor connected to a single-phase supply-system. Proc.IEE, Vol.106, 1959, no.4 p.183-189.

17. BUTLER,O.I., BRADLEY,K.J. Experimental assessment of a single-phase winding induction motor. Electric Machines and Electromechanics, 1977, no.2, p.87-96.

18. BUTLER,O.I., WALLACE,A.K. Effect of parameter changes on the performance of shated-pole motors. Proc.IEE, Vol.116, 1969, no.5, p.732-736.

19. BUCKMAN,J., McPHERSON,G. The 1975-76 IEEE Single-Phase Motor Calculation and Test Project. IEEE Trans.on PAS, Vol.97, 1978, no.4. p.1272-1277.

20. BROADWAY,A.R.W., WEATHERLEY,M.R. PAM graded concentric windings for 2-speed single-phase induction motors. Proc.IEE, Vol.116, no.7, 1969, p.1169-1177.

21. BUSTAMANTE,E., GUTIERREZ,A. Design of the auxiliary phase for split-

phase and capacitor start, single-phase induction motors. Electric Machines and Electromechanics, Vol.4, 1979, p.11-20.

22. BUTLER,O.I. Single-Phase motor Induction-Run Performance. Electric Machines and Electromechanics, Vol.3, 1979, p.333-340.

23. BALA,C. Maşini electrice, EDP, Buc. 1979.

24. BOLDEA,I., ATANASIU,GH. Analiza unitară a maşinilor electrice. Ed.Academiei RSR, 1983.

25. BAŠTA,J., CHLÁDEK,J., MAYER,I. Teorie electrických strojů. SNTL Praha, 1968.

26. CHANG,S.S.L. Equivalence Theorems, Analysis and Synthesis of Single-Phase Induction Motors with Multiple Nonquadrature Windings. Trans. AIEE, 1956, no.10, p.913-916.

27. CHOY,C.T., LEUNG,W.S. AC Servomotors with concentrated stator windings. Proc.IEE. Vol.120, no.1, 1973, p.67-72.

28. CIMPEANU,A. Maşini electrice, Ed. Scrisul Românesc, Craiova, 1977.

29. DINOV,V.P. Issledovanie dvuhfaznîh nesimmetricinîh maşin s ucetom vîşih prostransvennîh garmonik. Elektricestvo, 1969, no.11, p.29-33.

30. DESAI,B.G. Single-phase induction motor with asymmetrical-cage rotor. Proc.IEE, Vol.116, 1969, no.7, p.1179-1184.

31. DESARKAR,A.K., BERG,G.J. Digital Simulation of three-phase Induction Motors. IEEE Trans.on PAS, Vol.89, 1970, no.6, p.1031-1037.

32. DAS GUPTA,A.K. Possibility of reversing single-phase squirrel-cage induction motors by reversing terminal supply voltage. Trans.AIEE, Vol. 79, 1960, no.5, p.679-684.

33. DORDEA,T. Maşini electrice, EDP Buc. 1977.

34. DORDEA,T. Beitrag zur Zweiachsentheorie der elektrischen Maschinen. A.f. E., B.50, 1966, p.362-371.

35. DORDEA,T. Asupra ecuaţiilor maşinilor electrice de curent alternativ. St.şi cerc. energ.electr. Tom.16, 1966, nr.1, p.17-31.

36. DORDEA,T. Asupra culpului electromagnetic al maşinilor electrice. St. si cerc. energ.electr. Tom.18, 1968, no.1, p.131-146.

37. DORDEA,T., HERMAN,H. Die nutenscharagung der Inductionsmaschine. Rev. Roum.S.T.E.E., 1979, no.3, p.487-493.

38. DUNFIELD,J.C., BARTON,T.H. Axis Transformations for Practical Primitive Machines. IEEE Trans.on PAS, Vol.87, 1968, no.5, p.1346-1354.

39. EFIMENKO,E.I. Obobščenie teori elektriceskih maşin s magnitnoi asimmetriei. Elektricestvo, 1980, no.4, p.36-44.

40. EFIMENKO,E.I. Metod analiza asinhronnîh maşin s magnitnoi asimmetriei. Elektricestvo, 1978, no.9, p.59-63.

41. EFIMENKO,E.I. K analizu elektriceskih maşin s prostransvennoi nesimmetrici faz. Elektricestvo, 1968, no.7, p.38-46.

42. EASTHAM,J.F., WILIAMSON,S. Generalised theory of induction motors with asymmetrical airgaps and primary windings. Proc.IEE, Vol.120, 1973, no. 7, p.767-775.

43. EASTHAM,J.F., McLEAN,G.W. Single-phase, two-speed pole-change motors using phase-mixting techniques. Proc.IEE, Vol.112, 1965, no.6, p.1159-1172.

44. EASTHAM,J.F., WILLIAMSON,S. Design and analysis of close-ratio two-speed shated-pole induction motors. Proc.IEE, Vol.120, 1973, no.10, p.1243-1249.

45. FONG,W. Universal winding for electrical-machine research. Proc.IEE,

Vol.114, 1967, no.8, p.1077-1083.

46. FEIGEL,J., FRANZ,P. Das dynamische Betriebsverhalten des zweisträngigen Asynchronmotors mit Käfigrotor bei Speisung aus einem Einphasennetz. A.f.E., 1978, B.60, no.6, p.327-336.

47. FRANSUA,Al., MAGUREANU,R., CIMPEANU,A. Maşini şi sisteme de acţionări electrice - probleme fundamentale. E.T. Buc. 1978.

48. GHEORGHIU,I.S., FRANSUA,Al. Tratat de maşini electrice. Vol.III, Maşini asincrone, Ed.Academiei RSR, 1971.

49. GURU,B.S. Revolving Field Analysis of Capacitor motors with Nonquadrature Windings. Electric Machines and Electromecanics, 1978, no.3, p. 11-20.

50. GURU,B.S. Revolving Field Analysis of T and L Connected Capacitor Motors with Arbitrarily Displaced Windings. IEEE Trans.on PAS, Vol.98, 1979, no.4, p.1198-1207.

51. GURU,B.S. Speed at Breakdown Torque of a Single-Phase Induction Motor. Electric Machines and Electromechanics, 1978, no.3, p.39-45.

52. GURU,B.S. Performance Equations and Calculations on T and L Connected Tapped-Winding Capacitor Motor by Cross-Field Theory. Electric Machines and Electromechanics, 1977, no.4, p.325-336.

53. GURU,B.S. Performance Equations and Calculations on T and L Connected Multi-Speed Capacitor Motors by Cross-Field Theory. Electric Machines and Electromechanics, 1977, no.1, p.37-47.

54. GURU,B.S. Cross-Field Analysis of Capacitor Motor with Windings Not in Quadrature.Extensions to 1-and 2 Phases Thereof. IEEE Trans.on PAS, Vol.98, 1979, no.1, p.110-115.

55. GURU,B.S. Two-Equations Analysis of a Capacitor Motor by Cross-Field Theory. Electric Machines and Electromechanics, 1978, no.2, p.147-153.

56. GURU,B.S. Cross-Field Analysis of Asymmetric Three-Phase Induction Motors. Extensions to Single-and-two-Phase Machines Thereof. IEEE Trans. on PAS, Vol.98, no.4, p.1251-1258.

57. GURU,B.S., TORREY,D. Performance Calculations on two-speed Shunted Capacitor Motor by Cross-Field Theory. Electric Machines and Electromechanics, 1977, no.4, p.315-324.

58. GURU,B.S. Corespondence: Discussion on "Design of Auxiliary Phase Windings for Single-Phase Capacitor Fractional-Horsepower Induction Motors". Electric Machines and Electromechanics, 1981, p.185-188.

59. GURU,B.S. Revolving-Field Analysis of a Shaded-Pole Motor. IEEE Trans. on PAS, Vol.102, 1983, no.4, p.918-927.

60. GURU,B.S. Revolving-Field Analysis of Two-Speed Shunted Capacitor Motors with Nonquadrature Windings. Electric Machines and Electromechanics, 1982, Vol.7, p.193-202.

61. GURU,B.S. Cross-field analysis of T and L-connected capacitor motors with arbitrarily displaced windings. IEEE Trans.on PAS, Vol.99, 1980, no.6, p.2460-2468.

62. GURU,B.S. A computer program to optimize design of permanent split-capacitor motors. Electric Machines and Electromechanics, 1978, p. 205-217.

63. GROTSTOLLEN,H., SCHROEDER,J.W. Das Betriebsverhalten und die Kenngrößen des Einphasen-Inductionsmotors mit unvollständingem Käfig. A.f.E., B.51, 1968, no.6, p.364-377.

64. GIERAS,J. K rascetu odnofaznîh asinhronnîh dvigatelei s korotkozamknutnîm vitkom na poliuse. Elektrotechn. Cas. 29, 1978, no.3, p.169-181.

65. GIERAS,J. Projektowanie silnikow indukcyjnych jednofazowych o fazie pomocnizej wspomagane maszyng cyfrowg. Prezg.Electrotech. 1977,no.7, p.299-302.

66. GOLUBKOV,N.E. Osnovnîe uravnenia i vektornaia diagramma dvigatelia s ekranirovannîmi poliusami. Elektricestvo, 1974, no.9, p.40-43.

67. GRISIN,E.N., ILINSKI,N.F., KOPILOV,I.P. Opredelenie spektra garmonik namagnicivaiuscei silî nesimmetricinîh obmotok. Elektricestvo, 1964, no.1, p.47-49.

68. ATANASIU,GH. Mașini electrice speciale, Vol.1,2 I.P.T.V.T. 1976.

69. GALAN,N., GHIȚA,C., CISTELECAN,M. Mașini electrice, EDP Buc. 1981.

70. HERSHBERGER,D.D., OLDENKAMP,J.L. A single-phase induction motor with one distributed winding. IEEE Trans.on PAS, Vol.87, 1968, no.10, p. 1862-1866.

71. HORA,O., NAVRÁTIL,S. ș.a. Regulace elektrických stroju. SNTL Praha, 1976.

72. HELLER,B., HAMATA,V. Harmonic field effects in induction machines. Academia Publishing House, Prague, 1977.

73. IUFEROV,F.M., OSIN,I.L. Metod analiza trehfaznîh asinhronnîh nesimmetricinîh mașin. Elektricestvo, 1968, no.5. p.45-49.

74. IUFEROV,F.M., OSIN,I.L. Analiz nesimmetricinîh kondensatornîh dvigatelei. Elektricestvo, 1969, no.7, p.23-25.

75. IUFEROV,F.M. O namagnicivaiuscih silah i vrasciaiuscih momentah dvuhfaznih nesimmetricinih elektriceskih mașin. Elektromehanika, 1966, no. 2, p.135-143.

76. IUFEROV,F.M. Elektriceskie mașinî avtomaticeskoi ustroistv. Moskva, Vîsaia școla, 1976.

77. IVANOV,V.V. Magnitnoe pole dvigatelia s ekranirovanîmi poliusami. Elektrotehnika, 1980, no.8, p.22-24.

78. IVANOVA,G.V. Rascet asinhronnîh dvigatelei s dvumia nesimmetricinîmi obmotkami na statore. Elektricestvo, 1966, no.3, p.27-33.

79. IVANOVA,G.V. Rascet parametrov odnofaznîh asinhronnîh dvigatelei v puskovom rejime. Elektricestvo, 1972, no.3, p.77-79.

80. IVANOVA,G.V., IVANOVA,N.V. Moment i elektromagnitnaia moșnosti asinhronnogo upravliaemogo dvigatelia s dvumia nesimmetricinîmi obmotkami na statore. Elektromehanika, 1968, no.4, p.369-372.

81. IVANOVA,G.V., IVANOVA,N.V. Metod simmetriceskih sostavliaiuscih v odnofaznîh dvigateliah s ekranirovannîmi poliusami. Elektrotehnika, 1981, no.4, p.10-14.

82. ISMAIL,M.K.E., ADKINS,B. Performance calculations of the capacitor motor using the transformer analogue analyser. Proc.IEE, 1959, no.4, p.175-182.

83. JHA,C.S. The starting of single-phase induction motors having asymmetrical stator windings not in quadrature. Proc.IEE,1962,no.2,p.47-58.

84. JHA,C.S., DANIELS,A.R. The starting of single-phase induction motors having asymmetrical stator windings in quadrature. Proc.IEE, 1959, no.8, p.326-335.

85. JHA,C.S., MURTHY,S.S. Generalised rotating-field theory of wound-rotor induction machines having asymmetry in stator and/or rotor windings. Proc.IEE, 1973, no.8, p.867-873.

86. KISLENKO,V.I., RAKITKI,L.B., ONOPRICI,B.P. Proiektirovanie odnofaznîh asinhronnîh dvigatelei maloi moșnosti s raspredelennîmi obmotkami statora. Elektrotehnika, 1980, no.2, p.7-10.

87. KADEEV,G.D., ZVEREVICI,V.E. Differenţialnîe upravlenia asinhronnoi maşinî ucitîvaiuscie vîşie prostranstvennîe garmoniki namagnicivaiuscei silî. Elektromehanika, 1968, no.11, p.1184-1189.

88. KAASIK,P.Iu., IVANOV,V.V. Matematiceskaia modeli dvigatelia s ekranirovanîmi poliusami. Elektrotehnika, 1980, no.3, p.7-12.

89. KAASIK,P.Iu., IVANOV,V.V. Novaia fiziceskaia modeli dvigatelia s ekranirovannîmi poliusami. Elektrotehnika, 1978, no.1, p.14-17.

90. KELIM,Iu.M., KARPOVA,M.V. Rascet rabocih harakteristik dvigatelia s polîm rotorom pri upravlenii prostranstvennîm sdvigom osei obmotok. Elektrotehnika, 1967, no.3, p.57-61.

91. KRISHNAMURTHY,M.R., SASTRY,V.V. Developements in speed-changing single-phase induction motors. IEEE Trans.on PAS, 1968, no.4,p.1111-1125.

92. KRISHNAMURTHY,M.R., SASTRY,V.V. Speed-changing, single-phase induction motor with single-layer windings. IEEE Trans.on PAS, 1968, no.4 p. 1125-1129.

93. KRISHNAMURTHY,M.R., SASTRY,V.V. Two-speed single winding single-phase induction motor using nonintegral cycle modulation techniques. IEEE Trans.on PAS, 1969, no.7, p.1092-1103.

94. KRISHNAMURTHY,M.R., SRINIVASAN,R. Speed-changing two-phase induction motors. Part I: Pole Amplitude Modulation Techniques. IEEE Trans.on PAS, 1970, no.6, p.1321-1335.

95. KRISHNAMURTHY,M.R., RAJARAMAN,K.C. Three-speed single-winding single-phase induction motor. Proc.IEE, 1965, no.6, p.1135-1143.

96. KRAITBERG,M.I. Issledovanie dvuhfaznoi asinhronnoi maşinî pri nesimmetricinoi pitanii. Elektricestvo, 1953, no.3, p.31-36.

97. KUZINA,I.V. Analiz dvuhfaznogo kondensatornogo dvigatelia tenzornnîm metodom. Elektricestvo, 1969, no.7, p.18-21.

98. KONONENKO,E.V., SIPAILOV,G.A., HORKOV,K.A. Elektriceskie maşinî-speţialnîi kurs. Moskva, Vîşaia şkola, 1975.

99. KATKAVICIUS,V.I., BUKSNAITIS,I.V., BANITE,D.K. Magnitnoe pole i shema zameşcenaia asinhronnîh dvigatelei s ekranirovannîmi poliusami. Elektrotehnika, 1984, no.5, p.14-16.

100. KURMANOVA,G.T. Preobrazovanie po metodu dvuh reakţii peremennîh trehfaznoi obmotki asinhronnîh maşin pri nesimmetricinom pitanii ot odnofaznoi seti. Elektromehanika, 1984, no.1, p.17-22.

101. LOPUHINA,E.M., SEMENCIUKOV,G.A., ILIN,B.I. Analiz integralnoi funcţii ţelii i ee vlianie na vîbor optimalnogo varianta asinhronnogo kondensatornogo dvigatelia. Elektrotehnika, 1980, no.2, p.10-14.

102. LOPUHINA,E.M., SEMENCIUKOV,G.A. Analiz otnositelnîh parametrov asinhronnîh kondensatornîh mikrodvigatelei. Elektrotehnika, 1973, no.7, p.28-32.

103. LOPUHINA,E.M., SEMENCIUKOV,G.A, Issledovanie mehaniceskoi harakteristiki dvuhfaznogo asinhronnogo dvigatelia. Elektricestvo, 1968, no.10, p,21-24.

104. LOPUHINA,E.M., SOMIHINA,G.S. Asinhronnîie mikromaşinî s polîm rotorom. Iz.Energhia, Moskva, 1967.

105. LYON,W., KINGSLEY,C.jr. Analysis of Unsimmetric Machines. Trans. AIEE, Vol.55, 1936, no.4, p.471-476.

106. LEUNG,W.S., CHOY,C.T. Universal equivalent circuit for steady-state operations of induction motors. Proc.IEE, 1973, no.12, p.1493-1498.

107. LEUNG,W.S., SZETO,W. Generalised tratement on single-phase motor with the aid of a digital computer. Proc.IEE, 1969, no.12, p.769-770.

108. LEUNG,W.S., MA,W.F. Investigations of induction moto- with unbalanced secondary winding connections. Proc.IEE, 1967, no.7, p.974-977.

109. LASZLO,M.L., FERENC,S. Kondenzátros motorok néhány üzemi aszimmetria-kérdése. Elektrotechnika, 1977, no.10, p.374-383.

110. LAZAROIU,D.F. Maşini electrice cu inerţie redusă. Ed.Academiei RSR, 1969.

111. MORRILL,W.J. The revolving-field theory of the capacitor motor. Trans. AIEE, 1929, no.6, p.614-618.

112. MANIGRASSO,R., VISTOLI,I. Motori ad alimentazione monofase con avvolgimento ausiliario non in quadrature. L'Elettrotecnica, 1967, no.6, p.433-442.

113. McCORMICK,M., KUALE,P.A., FOSTER,K.A. Design of auxiliary phase windings for rezistance-start split-phase fractional-horsepower induction motors. Proc.IEE, 1971, no.12, p.1755-1758.

114. MELESIN,M.I. Mehaniceskaia harakteristika kondensatornogo dvigatelia s polîm rotorom. Elektricestvo, 1967, no.6, p.57-60.

115. MESCERIAKOV,V.V. O rascete mehaniceskih i regulirovocinîh harakteristik ispolnitelnîh dvuhfaznîh asinhronnîh mikrodvigatelei. Elektromehanika, 1968, no.7, p.3-12.

116. MANICKAM,K., SRINIVASAN,R. Plugging of capacitor motors. Proc.IEE, 1978, no.9, p.848-852.

117. MURTHY,S.S., BERG,G.J., SINGH,B. Transient analysis of a three-phase induction motor with single-phase supply. IEEE Trans.on PAS, 1983, no.1, p.28-37.

118. MURTHY,S., SINGH,B., TANDON,A.K. Dynamic modeles for the transient analysis of induction machines with asymmetrical winding connections. Electric Machines and Electromechanics, 1981, Vol.6, p.479-492.

119. McCORMICK,M. Design of auxiliary phase windings for single-phase capacitor fractional-horsepower induction motors. Electric Machines and Electromechanics, 1980, Vol.5, p.135-142.

120. MADESCU,GH. Proiectarea înfăşurării de pornire la motorul asincron monofazat. EEA-Electrotehnica, 1983, no.5, p.177-184.

121. MAGUREANU,R. Maşini electrice speciale pentru sisteme automate. E.T. Buc. 1981.

122. MĚŘIČKA,J., ZOUBEK,Z. Obecná teorie elektrického stroje. SNTL Praha, 1973.

123. NOVOTNY,D.W., GRAINGER,J.J. Digital computer analysis of the instantaneous reversal transient in a single-phase motor. IEEE Trans.on PAS, 1964, no.4, p.380-386.

124. NEDELCU,V.N. Teoria conversiei electromecanice. E.T. Buc. 1978.

125. NEDELCU,V.N. Regimurile de funcţionare ale maşinilor de curent alternativ. E.T. Buc. 1968.

126. NICOLAIDE,A. Maşini electrice, Vol.II, Ed. Scrisul Românesc, Craiova, 1975.

127. NOVAC,I. ş.a. Maşini şi acţionări electrice. LDP Buc. 1983.

128. NOVAC,I. Maşini electrice, I.P.T.V.T. 1969.

129. NICOLA,A.D. Asupra cuplului dezvoltat la pornire de motorul asincron monofazat fără înfăşurare auxiliară. An.Univ.Cv.,Seria Mec.Elth.,Vol. 5, 1978/1979, p.89-92.

130. NICOLA,A.D. Analiza motorului de inducţie monofazat cu condensator în derivaţie prin metoda cîmpurilor magnetice învîrtitoare. EEA-Electrotehnica, 1980, no.8, p.331-337.

131. NICOLA,A.D. Expresiile componentelor simetrice în cazul maşinilor trifazate, general nesimetrice. An.Univ.Cv.,Seria Mec.Elth.,Vol.6, 1980, p.57-61.

132. NICOLA,A.D. Motorul asincron monofazat fără înfăşurare de pornire. Predeterminarea performanţelor la pornire. Sesiunea comună Univ.Cv.-CCSIT EP, 27-28 nov. 1981, p.D159-D166.

133. NICOLA,A.D. Motorul asincron monofazat fără înfăşurare de pornire. Predeterminarea performanţelor de funcţionare. Sesiunea comună Univ. Cv.-CCSIT EP, 27-28 nov. 1981, p.D25-D34.

134. NICOLA,A.D. Procedură de calcul a performanţelor motoarelor asincrone monofazate cu priză în bobinajul statoric. Lucrările "COMEP'82", 13-15 mai 1982, Piteşti.

135. NICOLA,A.D. Asupra unei posibilităţi de eliminare a înfăşurării de pornire la motoarele asincrone monofazate. Lucrările "COMEP'82", 13-15 mai 1982, Piteşti.

136. NICOLA,A.D. Contribution at the defining of symmetrical components used to the calculation of the performance of two-phase drag-cup induction servo-motor, controlled by varying the angle between of the stator windins. Proc.CNAE, Craiova, sept.20-21, 1984, Sec.C,p.61-68.

137. NICOLA,A.D. Motorul de inducţie monofazat cu faza auxiliară capacitivă dispusă în necuadratură electrică. Studiul caracteristicilor de funcţionare. Lucrările "COMEP'84", 17-19 mai 1984, Piteşti.

138. NICOLA,A.D. Motorul de inducţie monofazat cu înfăşurarea de pornire dispusă în necuadratură electrică. Analiza performanţelor la pornire. Lucrările "COMEP'84", 17-19 mai 1984, Piteşti.

139. NICOLA,A.D. Contribuţii la stabilirea teoriei componentelor simetrice fazoriale, corespunzătoare analizei maşinilor de inducţie bi şi monofazate cu înfăşurări general nesimetrice pe stator. Partea I-a. Modelul matematic. Componentele simetrice. Lucrările CNEE, Craiova, 20-21 sept. 1984, Vol.4, p.211-218.

140. NICOLA,A.D. Contribuţii la stabilirea teoriei componentelor simetrice fazoriale, corespunzătoare analizei maşinilor de inducţie bi şi monofazate cu înfăşurări general nesimetrice pe stator. Partea a II-a. Impedanţele echivalente. Momentul electromagnetic. Lucrările CNEE, Craiova, 20-21 sept. 1984, Vol.4, p.219-229.

141. NICOLA,A.D. Analiza motoarelor asincrone monofazate cu înfăşurări general nesimetrice pe stator în cadrul teoriei componentelor simetrice. Lucrările CNEE, Craiova, 20-21 sept. 1984, Vol.4, p.201-209.

142. PANASENKOV,M.A. Sovmeşcennie shemî zameşcenia odnofaznoi i dvuhfaznoi asinhronnoi maşin. Elektrotehnika, 1969, no.5, p.30-33.

143. PUSTOLA,J., SLIWINSKI,T. Budowa i dzilanie silnikow jednofazowych. Warszawa, WNT, 1964.

144. PERRET,R., POLOUJADOFF,M. Influence de la saturation sur les performances d'un moteur monophasé à bobines écrans. RGE, 1977,no.5,p.399-405.

145. PERRET,R., POLOUJADOFF,M. Characteristics analysis of saturated shated pole induction motors. IEEE Trans.on PAS, 1976, no.4, p.1347-1353.

146. POLOUJADOFF,M., PERRET,R. Measurements of iron losses in single-phase squirrel cage motors. Electric Machines and Electromechanics, 1979, Vol.4, p.165-175.

147. POLOUJADOFF,M. Considérations physiques sur le moteur a induction monophasé. RGE, 1964, no.4, p.217-226.

148. POLOUJADOFF,M. Contribution à l'étude des moteurs asynchrones monophasés. La théorie dite"du champ transversal".RGE,1959,no.10,p.591-604.

149. POLOUJADOFF,M. Contribution à l'étude des moteurs asynchrones monophasés. Les moteurs à induction monophasés à bobines-écrans. RGE, 1959, no.11, p.641-656.

150. POLOUJADOFF,M. Contribution à l'étude des moteurs asynchrones monophasés. Les moteurs à induction à cage d'écureuil à entrefer non constant. RGE, 1959, no.12, p.696-701.

151. POLOUJADOFF,M. General rotating m.m.f. theory of squirrel cage induction machines with non-uniform air-gap and several non sinusoidally distributed windings. IEEE Trans.on PAS, 1982, no.3. p.583-591.

152. PERERA,W.R., POLOUJADOFF,M. A contribution to the 1975-1976 IEEE single phase motor. Calculation and test project. IEEE Trans.on PAS, 1982, no.3, p.592-601.

153. PLIUSCI,B.M., REIFMAN,D.I. K rascetu odnofaznogo kondensatornogo dvigatelia. Elektricestvo, 1968, no.6, p.26-29.

154. POSTNIKOV,I.M. Obobscenaia teoria i perehodnîe proţessî elektriceskih maşin. Moskva, Vîşaia şkola, 1975.

155. PAL,K.K. Analiza regimurilor tranzitorii ale maşinilor electrice. E.T. Buc. 1980.

156. POTAPOV,L.A., IUFEROV,F.M. Izmerenie vrasciaiuscih momentov i skorostei vrascenia mikroelektrodvigatelei. Iz.Energhia, Moskva, 1974.

157. REKUS,G.G. Pusk kondensatornogo dvigatelia s şuntirovaniem emkosti aktivnîm soprotivleniem. Elektricestvo, 1962, no.8, p.73-76.

158. REKUS,G.G. Uslovia simmetricinogo rejima rabotî asinhronnogo kondensatornogo dvigatelia. Elektricestvo, 1960, no.8, p.51-54.

159. RAFIAN,M. Transient analysis of capacitor motors using dynamic phase coordinates theory. Electric Machines and Electromechanics, 1981, Vol. 6, p.13-21.

160. RETTER,G.J. The dyadic analysis of partially asymmetrical machines. A.f.E., 1978, no.2, p.69-78.

161. REZNICENKO,V.Iu., KURILIN,S.P. Osobennosti differenţialnîh uravnenii nesimmetricinîh elektriceskih maşin peremennogo toka. Elektricestvo, 1983, no.9, p.50-52.

162. RICHTER,R. Maşini electrice, Vol. II, IV. E.T.Buc. 1959, 1960.

163. SVET,L.M. Pulsaţii uglovoi ciastotî vrascenia magnitnogo polia v dvuhfaznoi elektrodvigatelia. Elektrotehnika, 1978, no.2, p.31-34.

164. SOMIHINA,G.S. Obobsennîi analiz i sravnitelnaia otenka shem zameşcenia dvuhfaznîh asinhronnîh maşin. Elektricestvo, 1971, no.7, p.22-29.

165. SEMENCIUKOV,G.A. Mostikovîie shemî zameşcenia dvuhfaznoi asinhronnoi maşinî. Elektrotehnika, 1969, no.8, p.12-15.

166. SASTRY,V.V., KRISHNAMURTHY,M.R. Generalized theory for the starting performance of single-phase induction motor with asymmetrical windings. IEEE Trans.on PAS, 1970, no.4, p.652-663.

167. SAVIUC,V.D., LUCANU,M.T. Maşina asincronă difazată cu înfăşurări nesimetrice pe stator. Lucrările ICPE, 1970, no.25, p.29-37.

168. SAVIUC,V.D., ALEXA,D.I. The starting torque of the capacitor motors with asymmetric stator windings. Acta Technica ČSAV, 1971, no.2, p. 173-200.

169. SAVIUC,V.D., ALEXA,D.I. Der Einfluß der unsymmetrischen Konstruktion der Statorwicklungen auf die charakteristischen Größen des Anlassens eines Kondensatormotors. A.f.E., 1973, no.5, p.274-284.

170. SAVIUC,V.D., LUCANU,M.T. The capacitance calculation of the capacitor

servo-motor with asymmetrical stator windings. Bul.I.P.I., 1969, fasc. 3-4, p.85-96.

171. SOKOLOV,A.A., PASINSKAIA,N.I., CERTOK,B.N. Vîbor cisel pazov unifitirovannogo rotora treh i odnofaznîh asinhronnîh dvigatelei. Elektrotehnika, 1978, no.9, p.31-33.

172. SIROKOV,N.G. Opredelenie parametrov dvuhfaznîh asinhronnîh maşin s polîm rotorom. Elektricestvo, 1974, no.8, p.68-70.

173. SIROKOV,N.G. Rezonnansnîi metod opredelenia parametrov dvuhfaznîh asinhronnîh maşin. Elektromehanika, 1961, no.5, p.79-85.

174. SAFRONSKI,V.I. Vîbor optimalnogo cisla vitkov puskovoi obmotki odnofaznogo asinhronnogo dvigatelia pri zadannom puskovom toke. Elektricestvo, 1978, no.10, p.88-90.

175. SRIDHARA,RAO,G., SASTRY,V.V., VENKATA,P.R. Two-speed single-winding shated-pole single-phase induction motors. IEEE Trans.on PAS, 1970, no.6, p.1308-1321.

176. SIRNIVASAN,R., KRISHNAMURTHY,M.R. Speed-changing two-phase induction motors. Part II: Phase modulation techniques. IEEE Trans.on PAS, 1970, no.6, p.1336-1346.

177. SOMIHINA,G.S., IGLIKOV,A.S. Rascet mehaniceskih harakteristik odnofaznîh asinhronnîh mikrodvigatelei obscego primenenia. Elektrotehnika, 1974, no.3, p.32-34.

178. SAUERLANI,F., VASKE,P. Symmetriebedingungen für Einphasen-Asynchronmotoren mit Drehstrom-wicklung. ETZ-A, 1959, no.3, p.133-138.

179. SIDELNIKOV,A.V., IVANOV,V.V. Rascet rabocih harakteristik odnofaznogo asinhronnogo dvigatelia s nesimmetricinoi magnitnoi sistemoi. Elektrotehnika, 1981, no.4, p.8-10.

180. SORA,I., BABESCU,M. Micromotorul cu poli ecranaţi. E.T.Buc. 1979.

181. SAAL,C., SZABO,W. Sisteme de acţionare electrică. Determinarea parametrilor de funcţionare. E.T.Buc. 1981.

182. SEN GUPTA,D.P., LYNN,J.W. Electrical machine dynamics. First published 1980, by THE MACMILLAN PRESS LTD. Printed in Hong Kong.

183. TANG,K.Y., COSGRIFF,R.L. Two-axis method of analyzing electric machines. Trans.AIEE, 1956, no.2, p.1449-1455.

184. THOMAS,A N. Equivalent circuit model for a shated-pole induction motor: I. One shading coil and a uniform air-gap. IEEE Trans.on PAS, 1981, no.4, p.1712-1717.

185. THOMAS,A.N. Equivalent circuit model for a shated-pole induction motor: II. One shading coil with stepped air-gap. IEEE Trans.on PAS, 1981, no.1, p.295-302.

186. TEODORESCU,D. Maşini electrice - soluţii noi, tendinţe, orientări. Ed. Facla, Timişoara, 1981.

187. VEINOTT,C.G. Performance calculations of the two-speed shunted capacitor motor. IEEE Trans.on PAS, 1977, no.4, p.1132-1136.

188. VEINOTT,C.G. Performance calculations on L and T connected tapped-winding capacitor motors. IEEE Trans.on PAS, 1977, no.4, p.1137-1144.

189. VEINOTT,C.G. Fractional and subfractional horse-power electric motors. McGrow Hill Book Company, N.Y., 1970.

190. VAS,P., VAS,J. Transient and steady-state operation of induction motors with stator asymmetries. A.f.E., 1977, no.2, p.121-127.

191. VAS,P. Transient and steady-state operation of induction motors with general two-side asymmetry. A.f.E., 1977, no.3, p.163-169.

192. VAS,P. Kétfázisú aszinkrongép szögaszimmetriaj. Electroteknica, 1978, no.4, p.145-154.

193. VAS,P. Aszimmetrikus forgórészű aszinkron gépek allandósult és tranziens állapotbeli viselkedése. Electroteknica, 1976, no.10, p.383-395.

194. VAS,P. Generalised transient analysis of induction motors. A.f.E., 1978, no.6, p.307-312.

195. VASKE,P. Uber die Drehfeder und Drehmomenten Symmetkisher Komponenten in Induktionsmaschinen. A.f.E., 1963, no.2, p.97-117.

196. VASKE,P. Beitrag zur Theorie des Spaltpolmotors. A.f.E., 1962, no.1, p. 1-28.

197. WALLACE,A.K., BUTLER,O.I. Equivalent circuit for nonquadrature, tapped-quadrature and shated-pole single-phase induction motor. Proc.IEE, 1968, no.12, p.1767-1771.

198. WALLACE,A.K. Novel method for reversal of single-phase squirrel-cage induction machines. Proc.IEE, 1971, no.3/4 p.550-554.

199. DUSA,V., GHEJU,P. Consideraţii asupra matricilor de transformare de la sistemul de fază la sistemul d,q,0. Lucrările CNEE, Craiova, 20-21 sept. 1984, Vol.3, p.53-60.

200. IVANOV-SMOLENSKI,A. Machines électriques. Tom.I,II. Ed.Mir, Moscou, 1983.

201. PUCHSTEIN,A.F., LLOYD,T.C. Capacitor Motor with Windings not in Quadrature. Trans.AIEE, 1935, no.11, p.1235-1239.

202. SVECIARNIK,D.V. Distanţionníe peredaci, p.319-335. Iz.Energhia, Moskva, 1974.

203. IVANOV-SMOLENSKI,A., GOVGALENKO,V.P. K rascetu asinhronnîh nesimmetricinîmi obmotkami. Izvestia Akademii Nauk SSSR, Energhetika i Transport, 1985, no.3, p.67-76.

204. x x x Moteurs electriques; producteur: L'ENTREPRISE DE MOTEURS ÉLECTRIQUES, PITESTI-ROUMANIE.

205. NICOLA,A.D. Asupra unui nou tip de motor de inducţie monofazat fără înfăşurare de pornire. Lucrările "COMEP'86", 15-17 mai 1986, Piteşti.

206. NICOLA,A.D. Contribuţii la stabilirea performanţelor în funcţionare ale motoarelor de inducţie monofazate fără înfăşurare de pornire. Lucrările "COMEP'86", 15-17 mai 1986, Piteşti.

207. NICOLA,A.D., ORSA,A. Motor asincron monofazat. Dosar OSIM, 123867 din 26.06.1986.

208. ORSA,A., NICOLA,A.D. Dispozitiv de pornire pentru un motor asincron monofazat. Dosar OSIM, 123868 din 26.06.1986.