

MODELĂRI ȘI SIMULĂRI ÎN OBOSEALA MULTIAXIALĂ

Teză destinată obținerii
titlului științific de doctor inginer
la
Universitatea "Politehnica" din Timișoara
în domeniul INGINERIE MECANICĂ
de către

Ing. Loránd Kun

Conducător științific: Prof.univ.dr.ing. Ion Dumitru
Referenți științifici: Prof. habil. László Tóth, DSc.
Prof.univ.dr.ing. Dan Mihai Constantinescu
Prof.univ.dr.ing. Liviu Marșavina

Ziua susținerii tezei: 17.12.2012

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- | | |
|------------------------|---|
| 1. Automatică | 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații |
| 2. Chimie | 8. Inginerie Industrială |
| 3. Energetică | 9. Inginerie Mecanică |
| 4. Ingineria Chimică | 10. Știința Calculatoarelor |
| 5. Inginerie Civilă | 11. Știința și Ingineria Materialelor |
| 6. Inginerie Electrică | |

Universitatea „Politehnica” din Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2006

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității „Politehnica” din Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221
e-mail: editura@edipol.upt.ro

Cuvânt înainte

Teza de doctorat a fost elaborată pe parcursul activității mele în cadrul Departamentului de Mecanică și Rezistența Materialelor al Universității „Politehnica” din Timișoara.

Lucrarea aduce un aport în domeniul oboselii multiaxiale cu numere mari de cicluri, cuprinzând studii teoretice și experimentale bazate pe cele mai consacrate concepte. Modelul de degradare propus și validat în lucrare contribuie la îmbogățirea cunoașterii fenomenului de oboseală multiaxială, fenomen extrem de complex și dificil de analizat, dar care este prezent în componentele tuturor echipamentelor cu încărcări variabile în timp.

Doresc să-mi exprim profunda recunoștință Domnului Prof.dr.ing. Ion DUMITRU, care, în calitate de conducător de doctorat, mi-a oferit cu generozitate și profesionalism mult sprijin și sfaturi prețioase, atât de necesare pentru finalizarea acestei teze.

Sunt recunoscător conducerii și membrilor Departamentului de Mecanică și Rezistența Materialelor, în frunte cu Domnul Prof.dr.ing. Nicolae FAUR, pentru asigurarea condițiilor optime de lucru, a accesului în laboratorul departamentului și pentru susținerea permanentă de care mi-au dat dovadă.

Adresez mulțumiri deosebite Domnului Prof.dr. László TÓTH, consilier științific și Domnului Péter RÓZSAHEGYI, conducătorul Laboratorului de Încercări de Materiale, pentru ajutorul competent și susținerea constantă pe parcursul stagiului de cercetare desfășurat la Institutul de Cercetare BAY-LOGI din Miskolc, Ungaria.

De asemenea, doresc să mulțumesc tuturor colegilor și prietenilor care mi-au fost alături, m-au ajutat și m-au susținut în acești trei ani ai stagiului doctoral.

Nu în ultimul rând, îmi manifest dragostea și recunoștința față de familia mea, care nu a conținut să-mi acorde atât sprijin moral și spiritual, cât și răbdare și înțelegere, ori de câte ori a fost nevoie.

Timișoara, decembrie 2012

Loránd Kun

Familiei mele, cu multă recunoștință.

Teza de doctorat a fost realizată cu sprijin parțial din grantul strategic POSDRU/88/1.5/S/50783, Proiect ID50783 (2009), cofinanțat din Fondul Social European "Învestește în oameni", în cadrul Programului Operațional Sectorial Dezvoltare Resurse Umane 2007-2013

Kun, Lorand

Modelări și simulări în oboseala multiaxială

Teze de doctorat ale UPT, Seria 9, Nr. 124, Editura Politehnica, 2012, 170 pagini, 108 figuri, 30 tabele.

ISSN: 1842-4937

ISBN: 978-606-554-576-2

Cuvinte cheie: oboseală multiaxială, numere mari de cicluri, model degradare, durabilitate, proporțional/neproporțional, tensiune echivalentă

Rezumat,

Lucrarea abordează fenomenul de oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri. În acest context se propune o nouă clasificare a acestora. Studiile de caz întocmite conduc la o serie de concluzii în ceea ce privește particularitățile calculului analitic al parametrilor de oboseală multiaxială. Se propune un nou model de degradare la oboseală multiaxială, bazat pe cel de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune. Modelul este validat folosind date din literatură respectiv pe baza datelor obținute în urma realizării unui program experimental complex. Se realizează studiul durabilității unui arbore cu concentrator supus la o încărcare multiaxială cu amplitudine variabilă. Din analiza durabilității arborelui prin trei metode reiese că modelul propus dă rezultate comparabile cu celelalte metode analizate.

CUPRINS

NOTAȚII, ABREVIERI, ACRONIME	9
LISTA DE FIGURI	11
LISTA DE TABELE	16
1. INTRODUCERE. CUPRINSUL COMENTAT	18
2. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRII ÎN DOMENIUL OBOSELII MULTIAXIALE CU NUMERE MARI DE CICLURI.....	23
2.1. Generalități	23
2.1.1. Spectre de solicitare deterministe respectiv aleatoare	23
2.1.2. Mecanisme de degradare la oboseală.....	24
2.2. Metodologii de calcul la oboseală	26
2.2.1. Metoda bazată pe analiza tensiunilor	26
2.2.2. Metoda bazată pe analiza deformațiilor	27
2.2.3. Metoda tolerării defectelor.....	27
2.3. Oboseală multiaxială	28
2.3.1. Multiaxialitatea în tensiuni.....	29
2.3.2. Multiaxialitatea în deformații specifice.....	31
2.4. Modele de calcul în oboseala multiaxială cu numere mari de cicluri	33
2.4.1. Clasificări ale modelelor de calcul în oboseala multiaxială cu numere mari de cicluri	34
2.4.2. Modele bazate pe tensiuni echivalente	35
2.4.2.1. Modelul Gough	36
2.4.2.2. Modelul Lee	37
2.4.2.3. Modelul Langer.....	37
2.4.2.4. Modelul von Mises definit pe baza frecvenței	38
2.4.2.5. Modelul von Mises cu semn definit în funcție de timp	39
2.4.3. Modelele planelor critice	40
2.4.3.1. Modelul Sines.....	40
2.4.3.2. Modelul Findley	41
2.4.3.3. Modelul McDiarmid	42
2.4.3.4. Modelul Dang Van.....	43
2.4.4. Modelele integralelor	45
2.4.4.1. Modelul Papadopoulos	46
2.4.5. Modele energetice	46
2.4.5.1. Modelul Chu-Conle-Bonnen	47
2.4.5.2. Modelul Glinka-Wang-Plumtree.....	47
2.4.6. Modele bazate pe invarianții stării de tensiune	47
2.4.6.1. Modelul Sines.....	49
2.4.6.2. Modelul Crossland.....	50
2.4.6.3. Modelul Papadopoulos	50
2.4.6.4. Modelul Bin Li	50
2.4.6.5. Modelul Mamiya-Araujo	51

2.4.7. Modele mesoscopice.....	51
2.4.7.1. Modelul Dang Van.....	52
2.5. Sinteza parametrilor de degradare aplicabile în calculul durabilității la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri.....	54
3. PARTICULARITĂȚI ALE CALCULULUI ANALITIC AL PARAMETRILOR DE OBOSEALĂ FOLOSIND MODELE MULTIAXIALE.....	60
3.1. Considerații generale privind aplicarea modelelor de oboseală multiaxială în tensiuni	60
3.2. Implementarea formulei lui Bishop în determinarea tensiunii echivalente „von Mises cu semn” și comparație cu modelul Yokobori.....	62
3.2.1. Definirea caracteristicilor solicitării multiaxiale considerate	62
3.2.2. Prezentarea programului de calcul pentru implementarea formulei lui Bishop.....	64
3.2.3. Evaluarea ciclului echivalent obținut prin comparație cu modelul Yokobori aplicat aceleiași solicitări	66
3.3. Studiul influenței unghiului de defazare și a frecvenței asupra poziției planului critic determinat cu ajutorul modelului Findley	69
3.3.1. Definirea caracteristicilor solicitărilor multiaxiale considerate	69
3.3.2. Prezentarea programului de calcul pentru implementarea modelului Findley	70
3.3.3. Analiza valorilor obținute	71
3.4. Studiu de caz comparativ pe baza modelelor Yokobori, Mataka și McDiarmid	73
3.4.1. Definirea caracteristicilor solicitărilor multiaxiale considerate	74
3.4.2. Prezentarea programului de calcul pentru implementarea modelelor Yokobori, Mataka și McDiarmid	75
3.4.3. Analiza rezultatelor obținute.....	77
3.5. Concluzii asupra modelelor studiate	82
4. PROPUNERE ASUPRA UNUI NOU MODEL DE CALCUL LA OBOSEALĂ MULTIAXIALĂ.....	83
4.1. Introducere	83
4.2. Definirea matematică a modelului propus	83
4.3. Program de calcul pentru determinarea grafică a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune	85
4.4. Funcție de pondere pentru compensarea efectului neproporționalității	87
4.5. Validarea modelului propus folosind date experimentale din literatura de specialitate	88
4.6. Concluzii asupra aplicabilității modelului propus.....	90
5. STUDIU EXPERIMENTAL PRIVIND INFLUENȚA NEPROPORȚIONALITĂȚII ASUPRA DURABILITĂȚII OȚELULUI 41CR4	91

5.1. Introducere	91
5.2. Determinarea experimentală a caracteristicilor statice ale oțelului 41Cr4.....	91
5.2.1. Încercarea la tracțiune statică.....	91
5.2.1.1. Echipament experimental și epruvete	91
5.2.1.2. Rezultate obținute în urma încercării oțelului 41Cr4 la tracțiune statică	94
5.2.2. Încercarea la torsiune statică.....	96
5.2.2.1. Echipament experimental și epruvete	96
5.2.2.2. Rezultate obținute în urma încercării oțelului 41Cr4 la torsiune statică	98
5.3. Determinarea experimentală a caracteristicilor la oboseală a oțelului 41Cr4.....	99
5.3.1. Ridicarea curbei de oboseală la tracțiune ciclică	99
5.3.1.1. Echipament experimental și epruvete	99
5.3.1.2. Rezultate obținute în urma încercării oțelului 41Cr4 la oboseală prin tracțiune-compresiune.....	102
5.3.2. Ridicarea curbei de oboseală la torsiune ciclică.....	103
5.3.2.1. Echipament experimental și epruvete	103
5.3.2.2. Rezultate obținute în urma încercării oțelului 41Cr4 la oboseală prin torsiune.....	105
5.4. Studiul influenței neproportionalității asupra durabilității oțelului 41Cr4.....	107
5.4.1. Introducere	107
5.4.2. Caracteristici de material și definirea încărcărilor proporționale și neproportionale.....	108
5.4.3. Program de calcul pentru determinarea analitică a planelor în care tensiunile reprezentative ating valori extreme.....	109
5.4.3.1. Descrierea programului de calcul cu implementarea a 11 modele de degradare	109
5.4.3.2. Rezultate obținute în urma aplicării programului de calcul pentru încărcările studiate	113
5.4.4. Studiul experimental al comportării oțelului 41Cr4 la oboseală multiaxială cu încărcări proporționale și neproportionale	116
5.4.4.1. Echipament experimental, metode și epruvete.....	116
5.4.4.2. Analiza rezultatelor obținute în urma încercărilor experimentale multiaxiale.....	119
5.4.5. Validarea modelului propus pe baza modelelor analizate și a datelor experimentale obținute.....	127
5.4.6. Concluzii asupra programului experimental și a rezultatelor obținute	130
6. STUDIUL DURABILITĂȚII UNUI ARBORE SUPUS UNEI SOLICITĂRI MULTIAXIALE VARIABILE ÎN TIMP.....	132
6.1. Introducere	132
6.2. Descrierea ansamblului din care face parte arborele și prezentarea ciclului de încărcare.....	132
6.3. Analiza stării de tensiune din zona concentratorului studiat prin modelarea arborelui cu metoda elementelor finite	134

6.3.1. Modelarea ansamblului din care face parte arborele.....	134
6.3.2. Studiu de convergență pentru discretizarea modelului.....	136
6.3.3. Definitivarea modelului și alegerea elementului finit pentru extragerea valorilor tensiunilor rezultate ca urmare a aplicării ciclului de încărcare	138
6.4. Determinarea durabilității arborelui	140
6.4.1. Calculul durabilității arborelui folosind tensiuni echivalente	140
6.4.1.1. Prelucrarea spectrului de solicitare folosind metoda picăturii	140
6.4.1.2. Determinarea numărului de cicluri până la rupere folosind criteriul Palmgren-Miner	144
6.4.2. Calculul durabilității arborelui prin aplicarea metodei propuse de Feng și Titus	146
6.4.2.1. Prezentarea metodei propuse de Feng-Titus	146
6.4.2.2. Transformarea spectrului de încărcare și determinarea ciclului echivalent	147
6.4.2.3. Determinarea numărului de cicluri până la rupere	151
6.4.3. Calculul durabilității arborelui prin aplicarea modelului de oboseală multiaxială propus	153
6.4.3.1. Transformarea spectrului de încărcare și determinarea ciclurilor echivalente	153
6.4.3.2. Determinarea numărului de cicluri până la rupere	153
6.5. Analiza comparativă a rezultatelor obținute și validarea modelului propus.....	154
7. CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE	156
BIBLIOGRAFIE	160

NOTAȚII, ABREVIERI, ACRONIME

Simbol	Descriere
σ_a	- amplitudinea unui ciclu de solicitare de tracțiune
σ_m	- tensiunea normală medie
σ_{max}	- valoarea maximă a tensiunii normale în decursul unui ciclu armonic de solicitare
σ_{min}	- valoarea minimă a tensiunii normale în decursul unui ciclu armonic de solicitare
σ_{sup}	- valoarea maximă a tensiunii normale în decursul unui ciclu aleator de solicitare
σ_{inf}	- valoarea minimă a tensiunii normale în decursul unui ciclu aleator de solicitare
T	- perioada unui ciclu armonic de solicitare
f	- frecvența unui ciclu armonic de solicitare
N	- numărul de cicluri până la rupere
HCF	- oboseală cu numere mari de cicluri (High Cycle Fatigue)
VHCF	- oboseală cu numere foarte mari de cicluri (Very High Cycle Fatigue)
ϵ	- deformația specifică liniară
K	- factorul de intensitate a tensiunii
da/dN	- viteza de propagare a unei fisuri
ν	- coeficientul lui Poisson
LCF	- oboseală cu numere mici de cicluri (Low Cycle Fatigue)
σ_{ij}	- tensorul tensiunilor
σ	- tensiune normală
τ	- tensiune tangențială
I_1, I_2, I_3	- invariantii stării de tensiune
δ	- simbolul lui Kronecker
σ'_{ij}	- tensorul deviator al stării de tensiune
σ_h	- tensiunea hidrostatică
σ_{oct}	- tensiunea normală octaedrică
τ_{oct}	- tensiunea tangențială octaedrică
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	- tensiuni normale principale
$\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$	- tensiuni tangențiale principale
ϵ	- deformație specifică liniară
γ	- deformație specifică unghiulară
$I_1^{def}, I_2^{def}, I_3^{def}$	- invariantii stării de deformație
ϵ'_{ij}	- tensorul deviator al stării de deformație
ϵ_m	- deformație medie
E	- modul de elasticitate longitudinal
G	- modul de elasticitate transversal
ϵ^p	- deformație specifică liniară plastică
γ^p	- deformație specifică unghiulară plastică
σ_r	- rezistența la rupere
σ_c	- limita de curgere

- σ_{-1} – limita de oboseală la tracțiune cu cicluri simetrice
- σ_0 – limita de oboseală la tracțiune cu cicluri pulsante
- τ_{-1} – limita de oboseală la torsiune cu cicluri simetrice
- τ_0 – limita de oboseală la torsiune cu cicluri pulsante
- f_{-1} – limita de oboseală la încovoiere cu cicluri alternant simetrice
- PD – parametru de degradare
- τ_a – amplitudinea unui ciclu de solicitare de torsiune
- Φ – unghiul de fază dintre tensiunile componente
- PSD – Densitatea spectrală de putere (Power Spectral Density)
- J_2 – cel de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune
- A – factor de neproportionalitate
- λ – raportul frecvențelor tensiunilor tangențiale respectiv normale
- R – gradul (coeficientul) de asimetrie al unui ciclu de solicitare
- $R_{p0,2}$ – limita de proporționalitate
- σ_R – tensiunea echivalentă conform criteriului Rankine
- σ_{Tr} – tensiunea echivalentă conform criteriului Tresca
- σ_{vM} – tensiunea echivalentă conform criteriului von Mises
- σ_{vMs} – tensiunea echivalentă conform criteriului „von Mises cu semn”
- σ_{Sin} – tensiunea echivalentă conform criteriului Sines
- τ_{TY}, σ_{Yok} – tensiunea echivalentă conform criteriului Yokobori
- σ_{Fin} – tensiunea echivalentă conform criteriului Findley
- σ_{Mat} – tensiunea echivalentă conform criteriului Mataka
- σ_{McD} – tensiunea echivalentă conform criteriului McDiarmid
- σ_{SinII} – tensiunea echivalentă conform criteriului Sines II
- σ_{Cro} – tensiunea echivalentă conform criteriului Crossland
- σ_{KK} – tensiunea echivalentă conform criteriului Kakuno-Kawada
- $\theta_{\sigma,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea normală este maximă
- $\theta_{\tau,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea tangențială este maximă
- $\theta_{\sigma1,max}, \theta_{\sigma2,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea normală principală este maximă
- $\theta_{\tau12,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea tangențială principală este maximă
- $\theta_{\tau oct,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea tangențială octaedrică este maximă
- $\theta_{\Delta\tau,max}$ – unghiul planului pe care amplitudinea tensiunii tangențiale este maximă
- $\theta_{\Delta\tau oct,max}$ – unghiul planului pe care amplitudinea tensiunii tangențiale octaedrice este maximă
- $\theta_{\sigma vM,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea von Mises este maximă
- $\theta_{\sigma vMs,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea „von Mises cu semn” este maximă
- $\theta_{\sigma Tr,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea Tresca este maximă
- $\theta_{\sigma Sin,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea Sines este maximă
- $\theta_{\sigma Yok,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea Yokobori este maximă
- $\theta_{\sigma Mat,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea Mataka este maximă
- $\theta_{\sigma McD,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea McDiarmid este maximă
- $\theta_{\sigma SinII,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea Sines II este maximă
- $\theta_{\sigma Cro,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea Crossland este maximă
- $\theta_{\sigma KK,max}$ – unghiul planului pe care tensiunea Kakuno-Kawada este maximă

LISTA DE FIGURI

Fig. 2.1. Ciclu de solicitare armonic (a) respectiv aleator (b) [Dumitru, 2009]	24
Fig. 2.2. Fazele procesului de degradare la solicitări variabile [Dumitru, 2009].....	25
Fig. 2.3. Moduri de rupere [Socie și Marquis, 2000]	25
Fig. 2.4. Cazurile A și B de extindere a fisurii [McDiarmid, 1991, 1994]	26
Fig. 2.5. Diagrama ciclurilor limită de tip Gough-Pollard [Socie și Marquis, 2000] ..	36
Fig. 2.6. Modelul Sines pentru cicluri simetrice de tracțiune cu torsiune [Socie și Marquis, 2000]	41
Fig. 2.7. Delimitarea volumelor și a tensiunilor la nivel macroscopic și microscopic conform modelului Dang Van [Dang Van, Cailletaud ș.a, 1989]	44
Fig. 2.8. Evoluția ecruisării în cazul oboselii multiaxiale [Dang Van, Cailletaud ș.a., 1989]	44
Fig. 2.9. Modelul Dang Van [Dang Van, 1993]	45
Fig. 2.10. Amplitudinea tensiunii tangențiale la o încărcare proporțională respectiv neproporțională [Dumitru și Kun, 2011].....	48
Fig. 2.11. Vectorul tensiune totală \vec{S}_n și componentele \vec{N} și \vec{C} care acționează în planul Δ [Papadopoulos și Dang Van, 1988]	49
Fig. 2.12. Traectoria încărcării ψ' descrisă de vectorul tensiune \vec{S}_n și traectoria ψ descrisă de vectorul tensiune tangențială \vec{C} [Papadopoulos și Dang Van, 1988]	49
Fig. 2.13. Cercul minim circumscris traectoriei de încărcare ψ [Papadopoulos și Dang Van, 1988]	50
Fig. 2.14. Elipsă minimă circumscrisă traectoriei de încărcare ψ [Li, Santos s.a., 2000]	51
Fig. 2.15. Prismă dreptunghiulară care circumscrie un elipsoid [Mamiya și Araujo, 2002]	51
Fig. 3.1. Reprezentarea tensiunilor reprezentative în cazul unui ciclu de solicitare multiaxial.....	61
Fig. 3.2. Secvențele temporale ale tensiunilor normale și tangențiale considerate pentru determinarea tensiunii echivalente „von Mises cu semn”	63
Fig. 3.3. Traseul de încărcare generat de componentele normală și tangențială.....	63
Fig. 3.4. Secvența temporală a tensiunii echivalente von Mises.....	63
Fig. 3.5. Definiția tensiunilor normale principale în mediul MathCad.....	64
Fig. 3.6. Definiția funcției Bishop în mediul MathCad	64
Fig. 3.7. Schema logică a programului pentru calculul tensiunii echivalente „von Mises cu semn” aplicând formula lui Bishop [Dumitru, Kun ș.a., 2011]	65
Fig. 3.8. Variația tensiunii echivalente „von Mises cu semn” $\sigma_{vMs}(t)$ [Dumitru, Kun ș.a., 2011]	66
Fig. 3.9. Secvența de program pentru determinarea valorii maxime a parametrului Yokobori, respectiv a momentului de timp și a planului în care aceste este atins	67

Fig. 3.10. Hodograful parametrului Yokobori în diferite plane înclinate cu unghiul θ , reprezentat în coordonate polare la momentul de timp $\omega t = 1.94n$ rad, la care acesta atinge valoarea maximă [Dumitru, Kun ș.a., 2011]	67
Fig. 3.11. Variația parametrului Yokobori în diferite plane înclinate cu unghiul θ , reprezentat în coordonate carteziane la momentul de timp $\omega t = 1,94n$ rad, la care acesta atinge valoarea maximă [Dumitru, Kun ș.a., 2011]	68
Fig. 3.12. Cazuri de solicitare proporționale și neproporționale analizate cu modelul Findley [Kun și Dumitru, 2010]	69
Fig. 3.13. Variația direcției dată de tensiunea principală maximă în cazul unor solicitări neproporționale [Kun și Dumitru, 2010].....	70
Fig. 3.14. Secvența de program pentru determinarea parametrului Findley	71
Fig. 3.15. Variația parametrului Findley în funcție de poziția planului la solicitări monoaxiale [Kun și Dumitru, 2010]	72
Fig. 3.16. Variația parametrului Findley în funcție de poziția planului la diferite defazări [Kun și Dumitru, 2010].....	72
Fig. 3.17. Variația parametrului Findley în funcție de poziția planului la diferite rapoarte ale frecvențelor [Kun și Dumitru, 2010].....	73
Fig. 3.18. Regimuri de încărcare abordate în studiul comparativ între modelele Yokobori, Mataka și McDiarmid	75
Fig. 3.19. Determinarea amplitudinii tensiunii tangetiale în funcție de poziția planului, în mediul MathCad	76
Fig. 3.20. Suprafețele generate de (a) tensiunea normală, (b) tensiunea tangențială și (c) amplitudinea tensiunii tangențiale, în funcție de unghiul de defazare Φ și unghiul planului înclinat în care se calculează, θ [Kun și Dumitru, 2011]	76
Fig. 3.21. Secvența de program pentru generarea suprafeței date de criteriul Mataka reprezentat în funcție de unghiul de defazare și unghiul planului	76
Fig. 3.22. Suprafețele generate în funcție de unghiul de defazare Φ și unghiul planului θ ((a) Yokobori, (b) Mataka, (c) McDiarmid) respectiv în funcție de factorul de neproporționalitate A și unghiul planului θ ((d) Yokobori, (e) Mataka, (f) McDiarmid) [Kun și Dumitru, 2011].....	77
Fig. 3.23. Influența unghiului de defazare asupra poziției planului critic	80
Fig. 3.24. Influența factorului de neproporționalitate asupra poziției planului critic	80
Fig. 3.25. Influența unghiului de defazare asupra valorilor tensiunilor echivalente .	81
Fig. 3.26. Influența factorului de neproporționalitate asupra valorilor tensiunilor echivalente	81
Fig. 4.1. Determinarea valorii maxime a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator pentru un caz de solicitare proporțională (a) respectiv neproporțională (b).....	86
Fig. 4.2. Secvență de program pentru determinarea valorii maxime a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune	86
Fig. 4.3. Funcția de pondere H pentru compensarea efectului neproporționalității [Kun, Dumitru ș.a., 2011].....	87
Fig. 4.4. Histograma erorilor relative dintre tensiunea echivalentă calculată cu modelul propus și date experimentale [Kun, Dumitru ș.a., 2011].....	89

Fig. 5.1. Mașina universală de încercat la tracțiune-compresiune model w+b LFV-100 HH	92
Fig. 5.2. Ansamblu prindere probă de tracțiune statică în dispozitivul filetat, cu extensometrul montat pe epruvetă.....	93
Fig. 5.3. Schiță epruvetă cu capete filetate pentru încercări de tracțiune statică....	93
Fig. 5.4. Curbele caracteristice obținute în urma încercării la tracțiune statică a oțelului 41Cr4 în stare recoaptă	94
Fig. 5.5. Curbele caracteristice obținute în urma încercării la tracțiune statică a oțelului 41Cr4 în stare îmbunătățită.....	95
Fig. 5.6. Reprezentarea comparativă a rezultatelor încercărilor de tracțiune statică efectuate asupra oțelului 41Cr4 în stare recoaptă respectiv îmbunătățită	96
Fig. 5.7. Mașina universală de încercat la tracțiune-torsiune model Instron 8874...	97
Fig. 5.8. Schiță epruvetă pentru încercările de torsiune statică	98
Fig. 5.9. Curbele caracteristice obținute în urma încercării la torsiune statică a oțelului 41Cr4 în stare îmbunătățită.....	99
Fig. 5.10. Schiță epruvetă pentru încercările de tracțiune ciclică	100
Fig. 5.11. Structura metalografică a secțiunii transversale a unei epruvete pentru încercarea de oboseală la tracțiune văzută la mărirea de x1750	100
Fig. 5.12. Interfața software DION PRO la încercarea de oboseală la tracțiune cu cicluri simetrice	101
Fig. 5.13. Curba de oboseală la tracțiune simetrică obținută experimental pentru oțelul 41Cr4	102
Fig. 5.14. Suprafața de rupere a epruvetei I4 supusă la oboseală la tracțiune simetrică (N = 114800)	103
Fig. 5.15. Structura metalografică a secțiunii transversale a unei epruvete pentru încercarea de oboseală la torsiune văzută la mărirea de x1750.....	104
Fig. 5.16. Interfață Instron Dynamic Software pentru setarea parametrilor încercărilor de oboseală la torsiune cu cicluri simetrice.....	105
Fig. 5.17. Interfața Instron Dynamic Software la încercarea de oboseală la torsiune cu cicluri simetrice	105
Fig. 5.18. Curba de oboseală la torsiune simetrică obținută experimental pentru oțelul 41Cr4	106
Fig. 5.19. Suprafața de rupere a epruvetei T2 supusă la oboseală la torsiune simetrică (N = 124128)	107
Fig. 5.20. Vedere de ansamblu asupra Laboratorului de Încercări de Materiale din cadrul Institutului de Cercetare BAY-LOGI din Miskolc, Ungaria ..	108
Fig. 5.21. Exemplu de caz general de solicitare ciclică cu toate cele 6 componente ale tensorului tensiune [Kun, 2012b]	110
Fig. 5.22. Reprezentarea în coordonate σ - τ a celor 3 cazuri de stare plană de tensiune rezultate în urma descompunerii spectrului generic de solicitare [Kun, 2012b]	110
Fig. 5.23. Alegerea cazului de stare plană de tensiune bazată pe găsirea parametrizată a celei mai mari distanțe dintre poziția curentă pe traseul de încărcare și originea sistemului de coordonate [Kun, 2012b]	110
Fig. 5.24. Algoritm pentru determinarea variației totale a tensiunii tangențiale de-a lungul unui ciclu (a) respectiv pentru determinarea unghiului planului pe care această variație atinge valoarea maximă (b) [Kun, 2012b]	112

Fig. 5.25. Reprezentarea traseului de încărcare, a tensiunilor componente maxime și a tensiunilor principale maxime în funcție de unghi, pentru cazurile de încărcare A2 și B1	114
Fig. 5.26. Tensiuni echivalente și tensiuni care definesc planul critic, pentru cazurile de solicitare A2 și B1, respectiv cele 11 modele	115
Fig. 5.27. Mașină universală de încercat la oboseală multiaxială Instron 8874 în dotarea Laboratorului de Încercări de Materiale din cadrul Institutului de cercetare BAY-LOGI din Miskolc	117
Fig. 5.28. Interfața principală a programului de comandă și monitorizare Instron WaveMatrix în timpul unei încercări multiaxiale proporționale.....	117
Fig. 5.29. Interfața principală a programului de comandă și monitorizare Instron WaveMatrix în timpul unei încercări multiaxiale neproporționale	118
Fig. 5.30. Forțele care acționează asupra epruvetelor în timpul încercărilor de oboseală multiaxială la întindere și răsucire	118
Fig. 5.31. Dimensiunile și forma epruvetelor folosite la încercările de oboseală multiaxială	119
Fig. 5.32. Suprafețele de rupere obținute în urma încercărilor proporționale (seria A) respectiv pozițiile planelor de rupere.....	120
Fig. 5.33. Suprafețele de rupere obținute în urma încercărilor neproporționale (seria B) respectiv pozițiile planelor de rupere.....	121
Fig. 5.34. Curbele de histereză din timpul încercărilor proporționale (Seria A).....	122
Fig. 5.35. Înregistrarea deplasărilor axiale și unghiulare maxime și minime în timpul încercărilor proporționale (Seria A)	123
Fig. 5.36. Curbele de histereză generate de ultimele 10 cicluri de încărcare axială și unghiulară, în cazul epruvetelor rupte din Seria A	124
Fig. 5.37. Curbele de histereză din timpul încercărilor neproporționale (Seria B) .	125
Fig. 5.38. Înregistrarea deplasărilor axiale și unghiulare maxime și minime în timpul încercărilor neproporționale (Seria B).....	126
Fig. 5.39. Curbele de histereză generate de ultimele 10 cicluri de încărcare axială și unghiulară, în cazul epruvetelor rupte din Seria B	127
Fig. 5.40. Erori relative ale modelelor analizate, calculate pe baza tensiunii echivalente	129
Fig. 6.1. Ansamblul din care face parte arborele studiat [Kun, Neș ș.a., 2012]	133
Fig. 6.2. Detaliu privind concentratorul de tensiune considerat critic și evidențierea valorilor razei de racordare pentru care s-a efectuat studiul	133
Fig. 6.3. Variația în timp a forței $F(t)$ care generează spectrul de solicitare la care este supus arborele [Kun, Neș ș.a., 2012]	134
Fig. 6.4. Modelul mecanismului din care face parte arborele studiat, realizat în programul ABAQUS 6.9-3 [Kun, Neș ș.a., 2012].....	135
Fig. 6.5. Detaliu privind constrângerile aplicate modelului – încastrarea care joacă rolul roții melcate	135
Fig. 6.6. Detaliu privind constrângerile aplicate modelului – împiedicarea translației brațului pe direcția axială a arborelui	136
Fig. 6.7. Variante de mesh-uri folosite la studiul de convergență: cea mai fină (a) respectiv cea mai grosolană (c) discretizare și o variantă intermediară (b)	136
Fig. 6.8. Curba de convergență a discretizărilor efectuate	137

Fig. 6.9. Discretizarea arborelui și identificarea elementului finit aflat la baza concentratorului pentru care se determină tensiunile pe parcursul solicitării [Kun, Neș ș.a., 2012]	138
Fig. 6.10. Distribuția tensiunii tangențiale τ_{xy} în momentul atingerii vârfului de încărcare de pe ciclul de solicitare [Kun, Neș ș.a., 2012]	139
Fig. 6.11. Variația în timp pe parcursul unui ciclu a celor 6 componente ale tensorului tensiune, pentru modelul cu raza concentratorului de 3,2 mm	139
Fig. 6.12. Ciclul de solicitare reprezentat în tensiuni echivalente von Mises și Tresca pentru concentratorul cu raza de 3,2 mm [Kun, Neș ș.a., 2012]	141
Fig. 6.13. Numărarea semialternațelor crescătoare de pe ciclul echivalent von Mises cu ajutorul metodei picăturii	141
Fig. 6.14. Numărarea semialternațelor descrescătoare de pe ciclul echivalent von Mises cu ajutorul metodei picăturii	142
Fig. 6.15. Schema logică pentru determinarea durabilității arborelui aplicând metoda tensiunilor echivalente și criteriul Pamgren-Miner [Kun, Neș ș.a., 2012]	145
Fig. 6.16. Alegerea momentelor de timp reprezentative A și B de pe ciclul de solicitare	147
Fig. 6.17. Secvență de program în mediul MathCad pentru determinarea variațiilor tensiunilor principale între momentele A și B	148
Fig. 6.18. Secvență de program în mediul MathCad pentru determinarea cosinuşilor directori corespunzători primei variații de tensiune principală între momentele A și B	149
Fig. 6.19. Secvență de program în mediul MathCad pentru calculul amplitudinii ciclului echivalent	150
Fig. 6.20. Secvență de program în mediul MathCad pentru determinarea tensiunii medii a ciclului echivalent	151
Fig. 6.21. Ciclul echivalent obținut prin determinarea amplitudinii și tensiunii medii aplicând metoda Feng și Titus	151
Fig. 6.22. Ciclul simetric obținut prin transformarea Soderberg	152
Fig. 6.23. Numerele de cicluri până la rupere obținute în urma analizei durabilității arborelui	154

LISTA DE TABELE

Tabelul 2.1. Sinteza modelelor de oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri .	54
Tabelul 3.1. Definirea planului critic [Kun, 2011]	61
Tabelul 3.2. Caracteristicile la oboseală a oțelului 30NDC16 [Froustey și Lassere, 1989]	66
Tabelul 3.3. Coeficienți de siguranță determinați pe baza modelelor „von Mises cu semn” respectiv Yokobori [Dumitru, Kun ș.a., 2011].....	68
Tabelul 3.4. Poziția planelor critice în funcție de cazurile de solicitare aplicând modelul Findley [Kun și Dumitru, 2010]	71
Tabelul 3.5. Caracteristicile adoptate pentru oțelul 41Cr4	74
Tabelul 3.6. Valorile tensiunilor normale, tangențiale, Yokobori, Mataka și McDiarmid, respectiv pozițiile planelor critice pentru cazul $\omega t = 90^\circ$ [Kun și Dumitru, 2011].....	78
Tabelul 4.1. Aplicarea modelului de oboseală propus pe date experimentale [Kun, Dumitru ș.a., 2011].....	88
Tabelul 5.1. Principalele caracteristici ale mașinii universale de încercat w+b LFV-100 HH	92
Tabelul 5.2. Caracteristicile mecanice determinate experimental pentru oțelul 41Cr4 în stare recoaptă	94
Tabelul 5.3. Tratamentul termic de îmbunătățire ales aplicat oțelului 41Cr4.....	95
Tabelul 5.4. Caracteristicile mecanice determinate experimental pentru oțelul 41Cr4 în stare îmbunătățită.....	95
Tabelul 5.5. Principalele caracteristici ale mașinii universale de încercat Instron 8874	97
Tabelul 5.6. Caracteristicile mecanice la torsiune determinate experimental pentru oțelul 41Cr4	98
Tabelul 5.7. Duritatea materialului epruvetelor pentru încercarea de oboseală la tracțiune.....	101
Tabelul 5.8. Rezultatele încercărilor de oboseală la tracțiune-compresiune	102
Tabelul 5.9. Duritatea materialului epruvetelor pentru încercarea de oboseală la torsiune	104
Tabelul 5.10. Rezultatele încercărilor de oboseală la torsiune simetrică	106
Tabelul 5.11. Caracteristicile statice și de oboseală ale oțelului 41Cr4 determinate experimental	108
Tabelul 5.12. Regimuri de încărcare multiaxială alese pentru studiul teoretic și experimental	109
Tabelul 5.13. Principalele caracteristici ale modelelor de degradare la oboseală multiaxială implementate în programul de calcul [Kun, 2012b].....	111
Tabelul 5.14. Valorile tensiunilor calculate, corespunzătoare cazurilor de solicitare și modelelor de degradare alese	113
Tabelul 5.15. Rezultatele încercărilor de oboseală multiaxială	119
Tabelul 5.16. Valorile tensiunilor echivalente calculate cu modelele analizate.....	128

Tabelul 5.17. Comparație între valorile calculate și determinate experimental ale unghiului de rupere	130
Tabelul 6.1. Parametrii studiului de convergență și rezultatele obținute.....	137
Tabelul 6.2. Caracteristicile ciclurilor descompuse și cele simetrice echivalente pentru cele trei raze de racordare	143
Tabelul 6.3. Rezultate obținute în urma analizei durabilității arborelui aplicând metoda tensiunilor echivalente [Kun, Neș ș.a., 2012].....	145
Tabelul 6.4. Rezultate obținute în urma analizei durabilității arborelui aplicând metoda propusă de Feng și Titus.....	152
Tabelul 6.5. Rezultate obținute în urma analizei durabilității arborelui aplicând modelul de oboseală propus	154

1. INTRODUCERE. CUPRINSUL COMENTAT

Cercetările în domeniul oboselii materialelor folosite în construcția de mașini au început deja în secolul XIX. Cu toate că timpul scurs din acea perioadă până în zilele noastre este lung, la ora actuală fenomenul de oboseală nu este încă stăpânit în totalitate.

Unul dintre primii cercetători care a realizat încercări de laborator în domeniul oboselii a fost August Wöhler. El a observat că aplicarea o singură dată a unei sarcini mult mai mici decât rezistența la rupere a unei piese nu produce nici o degradare în materialul piesei. Dar dacă se aplică aceeași sarcină în mod repetat de foarte multe ori, ea poate cauza ruperea componentei. Din moment ce în acea perioadă nu exista posibilitatea vizualizării progresului degradării din materiale, oboseala era considerată un fenomen misterios pentru care nu existau explicații logice pentru ruperile care se produceau aparent fără nici un semnal.

Principalul pas înainte în înțelegerea fenomenului de oboseală s-a făcut abia în secolul XX, atunci când cercetătorii au observat existența unui mecanism de degradare din materiale care se declanșează sub acțiunea solicitărilor repetate și care conduce la nucleația unei microfisuri, urmat de propagarea acesteia și culminând în final cu ruperea completă a piesei.

Istoria echipamentelor ingineresti, fie ele mașini, utilaje, vehicule, aeronave sau diferite structuri, a fost marcată de numeroase ruperi cauzate de oboseală. Unele din aceste cazuri au provocat dezastruri de proporții, cum ar fi explozia unui recipient sub presiune, ruperea unui pod, etc. De cele mai multe ori problemele cauzate de fenomenul de oboseală nu au ajuns pe primele pagini ale ziarelor, însă au avut repercusiuni majore pe plan material [Schijve, 2003, 2009]. La ora actuală oboseala este considerată una dintre cele mai importante probleme în domeniul construcțiilor de mașini și a structurilor [Nicholas, 2006], din moment ce peste 80% din totalul ruperilor înregistrate se datorează acestui fenomen.

În majoritatea ramurilor industriale, calculul la oboseală reprezintă o etapă de bază în procesul de proiectare a echipamentelor. În multe cazuri însă, pe parcursul calculului componentelor supuse la solicitări complexe, problema este redusă la o solicitare monoaxială echivalentă, fără a evalua dacă criteriile de simplificare sunt valide pentru piesa sau starea de solicitare considerate [Dumitru și Neguț, 2003; Pötter, Yousefi ș.a., 2000]. În ultimii ani problema oboselii multiaxiale a constituit tematica mai multor conferințe internaționale, respectiv a multor lucrări publicate în literatura de specialitate [Socie și Marquis, 2000; Lee, Pan ș.a., 2005; Murakami, 2002].

Stările multiaxiale de tensiuni și deformații într-un punct al unui element de rezistență nu pot fi evitate pentru marea majoritate a echipamentelor și instalațiilor din construcția de mașini. În cazul cel mai simplu al unei bare solicitate la tracțiune, se obține o stare triaxială în deformații. Dacă de-a lungul axei longitudinale se obțin deformațiile ϵ , după celelalte două direcții deformațiile specifice devin $-\nu\epsilon$, unde coeficientul lui Poisson poate lua valori de la 0,3 în domeniul elastic, la 0,5 în domeniul plastic. Trecând la o analiză în tensiuni pentru o secțiune înclinată în condițiile aceleiași solicitări se ajunge la o problemă de stare plană de tensiuni [Dumitru, 2009]. La o stare plană de tensiuni se ajunge și dacă se consideră un element din peretele unui recipient aflat sub presiune interioară. Este evident că

studiul oboselii devine o problemă deosebit de complexă în cazul unor solicitări compuse variabile în timp cu atât mai mult dacă solicitările componente sunt defazate unele față de altele sau au frecvențe diferite, așa cum se întâmplă de exemplu la arborii de mașini. La asemenea solicitări cu defazaje sau frecvențe diferite, direcțiile principale nu rămân fixe în timp și din această cauză pozițiile planelor unde tensiunile sau deformațiile ating valori extreme nu mai sunt cunoscute apriori [ASM Handbook, 1996]. Totodată, pe aceste plane, pe lângă tensiunile tangențiale extreme (care determină apariția microfisurilor) mai acționează și tensiuni normale, care nu sunt neapărat în fază cu cele tangențiale. Tensiunile normale care acționează în planele tensiunilor tangențiale extreme influențează la rândul lor nucleația fisurilor, prin deschiderea acestora, dar într-o manieră neelucidată încă pe deplin.

Acestui subiect îi sunt dedicate zeci de articole științifice în fiecare an, neajungând-se încă la o corelare multumitoare între diversele modele de degradare și rezultatele experimentale.

Cercetările în acest domeniu s-au intensificat începând cu anii 1960-1970, odată cu explozia dezvoltării tehnologiei de calcul. Acest fapt a permis prelucrarea în timp scurt a unor cantități mari de date generate prin înregistrarea variației parametrilor de oboseală. La ora actuală se lucrează în mai multe direcții și în ultimii ani s-a ajuns la un nivel foarte avansat. Sunt propuse diferite moduri de abordare a oboselii multiaxiale, cum ar fi studiul la nivelul micro, meso sau macro, zeci și chiar sute de modele de degradare fiind dezvoltate pentru fiecare dintre nivelele menționate. De asemenea, cercetările s-au diversificat și în ceea ce privește domeniul de durabilitate, astfel efectuându-se studii pentru numere mici de cicluri, numere mari de cicluri și numere foarte mari de cicluri.

Lucrarea de față se încadrează în acest domeniu în plină dezvoltare prin faptul că aduce o contribuție materializată printr-o propunere proprie asupra unui model de calcul la oboseală multiaxială. Mai mult decât atât, datorită faptului că oferă o sistematizare al stadiului actual al cercetării în oboseala multiaxială cu numere mari de cicluri la nivel mondial, teza de doctorat aduce un plus real de valoare în țara noastră, unde fenomenul de oboseală multiaxială este foarte puțin abordată.

Teza de doctorat este concepută pe șase capitole de bază la care se adaugă un capitol de detaliere a contribuțiilor personale ale autorului la rezolvarea temei propuse și bibliografia.

După analiza oportunității lucrării și a obiectivelor urmărite, se prezintă în **Capitolul 2** stadiul actual al cercetării în domeniul oboselii multiaxiale la numere mari de cicluri. După expunerea unor generalități asupra oboselii în general și a metodologiilor de calcul la oboseală, se trece la o analiză amănunțită a stărilor triaxiale în tensiuni și deformații. Cu această ocazie sunt definite o serie de mărimi care intervin la studiul oboselii multiaxiale și care sunt utilizate în capitolele următoare. Folosind cele mai noi cercetări bibliografice, se prezintă apoi principalele metode de calcul la oboseală multiaxială.

Sunt clasificate metodele de calcul în șase categorii și anume: metode bazate pe tensiunile echivalente, metodele planelor critice, metodele integralelor, metodele energetice, metodele bazate pe invariabilității stării de tensiune și metoda mesoscopică. În cadrul primei categorii sunt analizate modelele: Gough, Lee, Langer, Von Mises, fiecare cu avantajele și dezavantajele lor. Se face o prezentare în detaliu a modelelor bazate pe planele critice. Sunt analizate principalele modele, respectiv: Sines, Findley, McDiarmid și Van Dang. În ce privește modelele

integralelor, se analizează cel mai sugestiv, respectiv modelul Papadopoulos. Modelele energetice au fost grupate în trei categorii, respectiv modele bazate pe energia elastică, plastică și modele care iau în considerare atât energia elastică cât și plastică. În acest sens au fost analizate modelele Chu-Conle-Bonnen, Glinka-Wang-Plumtree. O atenție deosebită s-a acordat modelelor bazate pe invarianții stărilor de tensiune cu referire la modelele Sines, Crossland, Papadopoulos, Bin Li, Mamiya-Araujo. În final se prezintă și modelele mesoscopice cu referire la modelul Van Dang, care abordează fenomenul de oboseală multiaxială la scară mesoscopică.

Paragraful 2.5 prezintă o sinteză critică a parametrilor de degradare utilizați de diverse teorii cu avantajele și dezavantajele lor.

Capitolul 3 intitulat „Particularități ale calculului analitic al parametrilor de oboseală folosind modele multiaxiale” conține o serie de contribuții originale privind modelarea și simularea unora dintre cele mai reprezentative metode care abordează oboseala multiaxială.

Acest capitol a avut ca scop determinarea poziției planelor critice pentru o solicitare compusă formal din tensiuni normale și tangențiale defazate cu $\pi/2$ sau alte unghuri pentru care s-au determinat planele critice în care parametrii critici respectiv: tensiunea normală, tensiunea tangențială, amplitudinea tensiunii tangențiale, tensiunea echivalentă Findley, tensiunea echivalentă von Mises și alte tensiuni echivalente respectiv tensiunea octaedrică, ating valorile maxime. Concluziile trase de autor după acest studiu sunt deosebit de utile în ce privește abordarea unui calcul la oboseală multiaxială.

Calcululele prezentate au fost realizate în mediul de programare MathCad 14 și ele au fost astfel concepute încât prin modificarea datelor de intrare să se poată analiza poziția planului critic în funcție de amplitudinile tensiunilor, unghiul de defazare, frecvența, etc. fără a mai fi necesare calcule suplimentare.

Tot în același capitol se poate aminti elaborarea unui program pentru studiul tensiunii echivalente cu luarea în considerare a semnului acesteia. În acest sens s-a întocmit un program de calcul pentru implementarea teoriei lui Bishop care a fost comparat cu modelul Yokobori. Simularea modelului Yokobori s-a realizat pe baza unui hodograf al tensiunilor, fapt ce permite găsirea planului critic în coordonate polare.

Capitolul 3 mai conține și un studiu al influenței unghiului de defazare și a frecvenței asupra poziției planului critic pe baza modelului Findley. Aici s-au luat în discuție 13 cazuri de încărcare și de asemenea a fost întocmit un program de calcul care a permis tragerea unei serii de concluzii deosebit de utile în privința influenței fiecărui mod de încărcare asupra parametrului Findley la diferite rapoarte ale frecvențelor.

Ultimul paragraf al Capitolului 3 conține un studiu comparativ între modelele Yokobori, Mataka și McDiarmid pentru 17 regimuri de încărcare. Pentru definirea planului critic pentru cele trei modele analizate, a fost creată o serie de funcții în MathCad cu care s-au determinat tensiunea normală, tensiunea tangențială și amplitudinea tensiunii tangențiale în orice plan înclinat cu un unghi θ . Suprafețele de variație ale acestor mărimi au fost reprezentate într-un sistem de coordonate tridimensional.

Finalul acestui capitol conține o serie de concluzii asupra modelelor studiate și cu o serie de particularități privind aplicarea lor într-un calcul concret de proiectare.

În **Capitolul 4** se propune un model original pentru calculul la oboseală multiaxială în domeniul durabilității nelimitate. Modelul propus calculează un parametru de degradare pe baza radicalului de ordinul doi a amplitudinii celui de-al

doilea invariant al tensorului deviator și presiunea hidrostatică maximă. Parametrii de material utilizați sunt: limita de oboseală la tracțiune ciclică și limita de oboseală la răsucire ciclică. Pentru aplicarea criteriului a fost elaborat un program de calcul a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator. Corecția modelului a impus introducerea unei funcții de pondere pentru compensarea efectului neproportionalității.

Criteriul a fost verificat atât pe baza unor date din literatura de specialitate cât și pe rezultatelor experimentale obținute de autor.

Verificarea modelului a fost confirmată prin histograma erorilor relative a cărei distribuție Gaussiană pune în evidență posibilitatea aplicării pe scară largă a criteriului propus.

Capitolul 5 este destinat studiului experimental privind influența neproportionalității asupra durabilității oțelului 41Cr4.

Programul experimental a avut ca scop într-o primă etapă determinarea caracteristicilor mecanice de bază ale oțelului 41Cr4. A doua etapă a cuprins trasarea curbelor de durabilitate ale oțelului 41Cr4 la tracțiune și răsucire după cicluri simetrice.

Etapă a treia și care este cea mai complexă a avut ca scop evaluarea efectului neproportionalității încărcărilor asupra durabilității la solicitări ciclice de tracțiune cu răsucire. Acest studiu a fost efectuat în cadrul Laboratorului de Încercări de Materiale din cadrul Institutului de Cercetare BAY-LOGI, Miskolc, Ungaria.

Regimurile de încărcare, studiate atât teoretic cât și experimental în condițiile solicitării compuse de tracțiune cu răsucire s-au bazat pe mai multe rapoarte ale amplitudinilor celor două solicitări corespunzător a două defazări ($\Phi = 0$ și $\Phi = \pi/2$). Pentru fiecare regim de încărcare s-a studiat variația tensiunilor normale și tangențiale în punctul în care traseul de încărcare se află la distanța maximă față de origine.

Folosind reprezentări sub forma unor hodografe s-au determinat pozițiile planelor critice corespunzător cu diverse teorii și care au fost confruntate cu datele experimentale. În cursul încercărilor s-au analizat buclele de histereză la începutul încercărilor și la ultimele cicluri de solicitare.

Modelul propus a fost validat pe baza încercărilor efectuate iar erorile au fost calculate și comparate cu cele prezise de alte modele luate în studiu. Cercetările efectuate au evidențiat că modelul propus aduce o îmbunătățire în ce privește acuratețea calculului tensiunilor atât pentru încărcări proporționale cât și neproportionale.

Unul dintre capitolele care conține mai multe contribuții originale este **Capitolul 6**, în care se face o analiză în detaliu asupra calculului duratei de viață a unui arbore supus unei solicitări variabile de încovoiere cu răsucire.

Analiza a fost efectuată pe baza ciclului real de solicitare a arborelui, a cărui durată este de 500 ms după care acesta se repetă integral. Arborele este prevăzut cu un concentrator de tensiune de tipul unei racordări, dovedit a fi deosebit de periculos, conducând la ruperea prematură a arborelui.

Pe baza unui model de analiză cu elemente finite realizat în programul ABAQUS 6.9-3 s-a efectuat un studiu riguros al celor șase componente ale tensorului tensiune în zona concentratorului, unde aceste componente ating valori extreme pentru trei raze de racordare.

Spectrul de solicitare a fost prelucrat cu metoda Matsuishi și Endo pe baza unui program conceput special pentru acest scop, fapt ce a permis o analiză a 42

cicluri de solicitare pentru care s-au calculat tensiunile maxime și minime, amplitudinile, valorile medii și amplitudinea unui ciclu echivalent simetric.

Calculul durabilității arborelui s-a făcut prin trei metode și anume:

- Metoda reducerii solicitării multiaxiale la o solicitare uniaxială echivalentă pe baza unei corecții Morrow, pentru care a fost conceput un program special;
- Metoda Feng și Titus care se bazează pe codurile de proiectare ASME, ITER, FIRE și codurile germane. Această metodă se bazează pe o tensiune echivalentă Tresca, iar amplitudinea și valoarea medie a ciclului echivalent determinat sunt corelate pe baza cosinuşilor directori corespunzători fiecărei tensiuni;
- Metoda propusă de autor pentru aplicarea căruia s-a conceput un alt program pentru transformarea ciclului aleator într-un ciclu cu amplitudine constantă folosind criteriul Morrow.

În finalul capitolului se face o analiză comparativă a duratelor de viață calculate pentru zona periculoasă a concentratorului de tensiune la trei raze de racordare, respectiv: 2 mm, 2,5 mm și 3,2 mm.

Metoda propusă în cadrul acestui capitol s-a încadrat suficient de bine comparativ cu celelalte metode, fiind recomandată și prin faptul că dă rezultate mai acoperitoare față de modelul Feng-Titus.

Capitolul 7 al lucrării cuprinde concluziile și principalele contribuții originale ale autorului.

2. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRII ÎN DOMENIUL OBOSELII MULTIAXIALE CU NUMERE MARI DE CICLURI

2.1. Generalități

Amploarea cercetărilor actuale determină o reconsiderare continuă a conceptelor, metodologiilor experimentale și de calcul a elementelor și structurilor supuse la solicitări variabile. Efortul considerabil depus pentru elucidarea naturii fenomenului de degradare la solicitări variabile poate fi clasificat pe mai multe niveluri, pornind de la fizica metalelor și ajungând până la structuri complexe reale.

Starea de tensiune din vecinătatea oricărui concentrator de tensiune este de regulă multiaxială, chiar dacă componenta în sine din care face parte concentratorul este supusă la o solicitare monoaxială. Astfel la baza unui filet se obține o stare biaxială față de restul șurubului aflat într-o stare monoaxială de tensiuni. Problema care în general se pune este în ce măsură o solicitare variabilă uniaxială este echivalentă cu o solicitare variabilă multiaxială. Un caz aparte în ceea ce privește calculul la oboseală multiaxială o reprezintă recipientele și conductele aflate sub presiune interioară variabilă în timp [Dumitru, Kun ș.a., 2010; Dumitru, Tripa ș.a., 2010].

În paragrafele care urmează se face o introducere în problematica oboselii multiaxiale, pornind chiar de la definiția parametrilor care caracterizează un ciclu de solicitare. Se face o sistematizare a metodologiilor de calcul la oboseală multiaxială, metodologii dintre care se distinge cea a calculului oboselii multiaxiale cu numere mari de cicluri, direcția pe care se axează prezenta lucrare. Mai mult decât atât, în cadrul acestui capitol se face o trecere în revistă a principalelor modele de degradare la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri publicate în literatura de specialitate.

2.1.1. Spectre de solicitare deterministe respectiv aleatoare

Un ciclu de solicitare în accepțiunea obișnuită, reprezintă în general totalitatea valorilor pe care le obține tensiunea într-un punct al unui element de rezistență în decursul unei perioade de timp. Variația tensiunilor poate fi descrisă prin funcții explicite de timp, denumite solicitări deterministe.

În funcție de reproductibilitatea tensiunilor, solicitările deterministe pot fi periodice sau neperiodice, iar cele periodice pot fi la rândul lor armonice (cu amplitudine constantă) (Fig. 2.1a) sau cu variație complexă. Dacă variațiile tensiunilor nu pot fi descrise printr-o funcție explicită de timp, solicitarea se consideră aleatoare (Fig. 2.1b) [Dumitru, 2009]. Parametrii care descriu un ciclu de solicitare, reprezentați în Fig. 2.1, au următoarea semnificație: σ_a este amplitudinea ciclului, σ_m reprezintă tensiunea medie, σ_{min} și σ_{max} sunt valoarea minimă respectiv maximă a tensiunii în decursul unui ciclu de solicitare, $\sigma_{a,max}$ este valoarea maximă a amplitudinii în cazul unui ciclu cu amplitudine variabilă, iar σ_{inf} și σ_{sup} reprezintă minimul respectiv maximul atins de tensiune în decursul unui spectru aleator. T reprezintă perioada iar f este frecvența cu care se repetă ciclul.

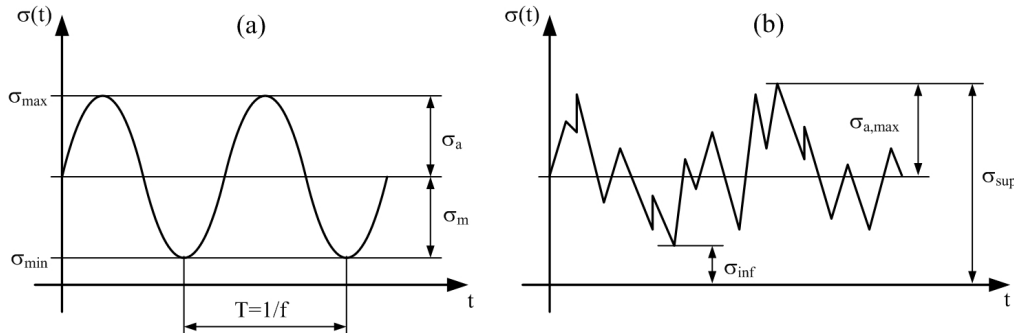


Fig. 2.1. Ciclu de solicitare armonic (a) respectiv aleator (b) [Dumitru, 2009]

Asemenea solicitări apar cel mai frecvent în timpul funcționării diverselor echipamente și instalații mecanice. Pentru caracterizarea unei asemenea solicitări și abordarea ei din punctul de vedere al oboseii multiaxiale, este necesar ca pe lângă valorile extreme ale tensiunii să se introducă și unele mărimi suplimentare. Analiza spectrelor aleatoare a constituit și constituie obiectul multor studii legate de descompunerea secvențială a acestora sau așa numita numărare a ciclurilor. Până în prezent au fost propuse mai multe metode sau tehnici de analiză a spectrelor aleatoare. Aceste metode se clasifică în cinci grupe, după cum urmează:

- metoda traversării nivelului (level crossing) [Gassner și Schultz, 1962];
- metoda bazată pe evaluarea variațiilor și valorilor medii ale secvențelor ciclului aleator (range/main) [Power, 1978];
- metoda picăturii (rainflow) [Matsuishi și Endo, 1969];
- metoda celor patru puncte (four-point algorithm) [Provan, 2006];
- metode bazate pe funcțiile densității de probabilitate [Cioclov, 1975].

Este subliniată astfel importanța prelucrării corecte a spectrelor reale de solicitare, care, de cele mai multe ori, prezintă amplitudine variabilă.

2.1.2. Mecanisme de degradare la oboseală

În abordarea oboseii multiaxiale sunt necesare de asemenea cunoștințe de mecanica ruperii, din moment ce procesului de degradare a unui material la oboseală îi sunt caracteristice mai multe faze. Conform mării majorități a studiilor referitoare la comportarea materialelor la solicitări variabile, aceste faze sunt trei la număr, și anume: *inițierea fisurii, propagarea fisurii și ruperea finală*.

Tensiunea tangențială ciclică este considerată factor dominant în inițierea microfisurilor de oboseală. Această tensiune cauzează ecruisări repetate locale ale materialului, fapt ce conduce la formarea unor benzi de alunecare în grăunții acestuia. Cum tensiunea tangențială atinge valori maxime pe suprafața pieselor supuse la solicitări variabile, inițial fisurile de oboseală sunt aproape întotdeauna microfisuri de suprafață, ele evoluând spre interiorul materialului în prelungirea unor intruziuni de material. Dintre aceste microfisuri amorsate una la depășește pe celelalte, estompând extinderea celor învecinate printr-un efect de descărcare.

Extinderea se produce până când propagarea acesteia începe să fie controlată de tensiunea normală. Durata de nucleație împreună cu perioada de propagare a microfisurii până când aceasta devine controlată de tensiunea normală reprezintă Stadiul I de propagare a fisurii după Forsyth [Forsyth, 1962, 1963]. Din acest moment nu se mai poate vorbi de o microfisură ci de o macrofisură sau fisură

de oboseală. Odată cu formarea macrofisurii, debutează a doua fază a procesului de degradare la solicitări variabile (Stadiul II), și anume propagarea macrofisurii, cea în care controlul revine tensiunii normale [Forsyth, 1962, 1963]. Fisura de oboseală se propagă evident până când secțiunea piesei se slăbește astfel încât se produce ruperea finală. Ruperea finală poate avea în funcție de condițiile de solicitare, material, temperatură, etc un caracter ductil sau fragil [Dumitru, 2009]. În Fig. 2.2 sunt indicate aceste faze cu procesele caracteristice precum și parametrii globali care caracterizează degradarea.

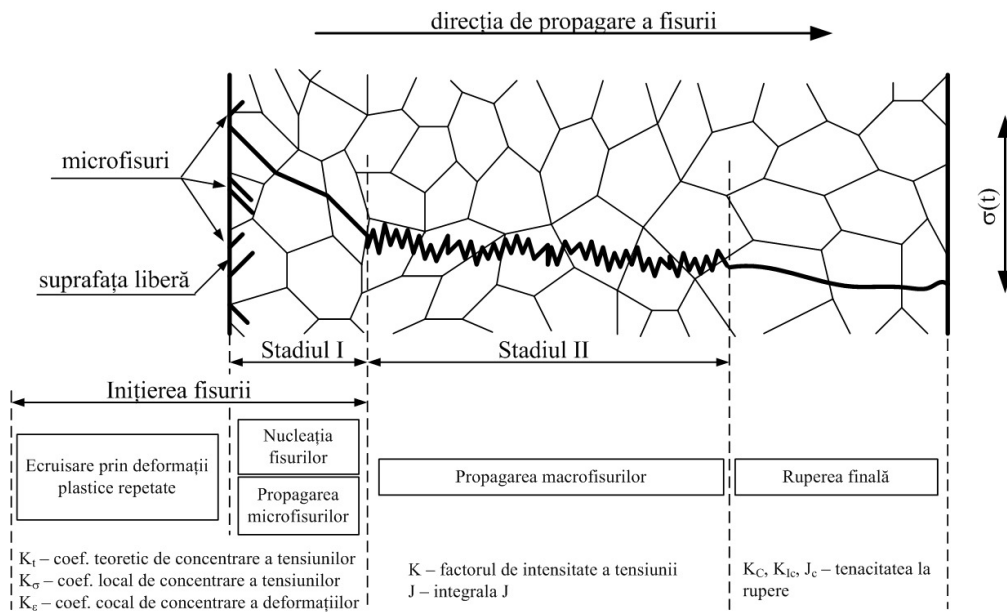


Fig. 2.2. Fazele procesului de degradare la solicitări variabile [Dumitru, 2009]

Modurile de rupere depind de forma și dimensiunile fisurii, respectiv de modul de încărcare. Astfel, se deosebesc trei moduri de rupere, așa cum se arată în Fig. 2.3:

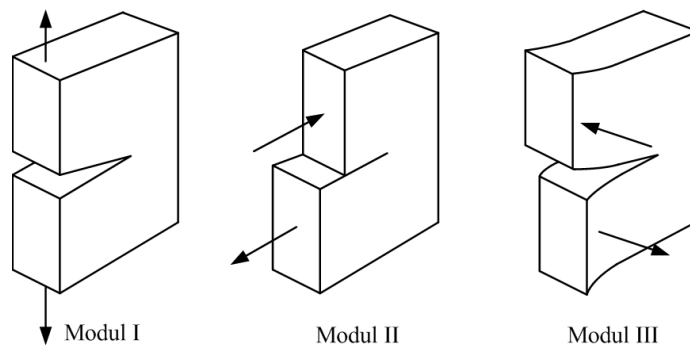


Fig. 2.3. Moduri de rupere [Socie și Marquis, 2000]

Tensiunile normale care apar în urma întinderii conduc la fisurare după Modul I, adică deschid fisura. Acesta este cel mai des întâlnit mod de rupere, toate încărcările se consideră ca având acest efect dacă nu se specifică altfel [Socie și Marquis, 2000]. Tensiunile tangențiale care apar în urma încărcării la torsiune, în cazul unei fisuri de suprafață provoacă propagarea atât după Modul II, cât și după Modul III. Modul II de propagare se produce de-a lungul suprafeței libere, iar Modul III se produce în punctul de cea mai mare adâncime a fisurii. În toate celelalte puncte de pe fețele fisurii propagarea este mixtă după Modulii II și III.

Sub acțiunea tensiunii tangențiale fisurile se pot propaga în două feluri, diferențiându-se astfel cazurile A și B [McDiarmid, 1991, 1994], așa cum se arată în Fig. 2.4.

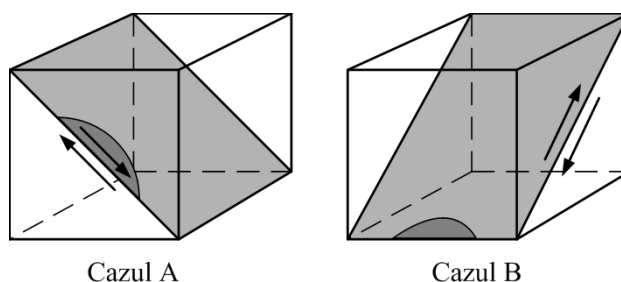


Fig. 2.4. Cazurile A și B de extindere a fisurii [McDiarmid, 1991, 1994]

Cazul A corespunde solicitării de răsucire deoarece în acest caz tensiunile tangențiale acționează pe suprafața liberă, paralel cu lungimea fisurii. Nu acționează tensiuni perpendiculare pe suprafața liberă de-a lungul lungimii fisurii.

Spre deosebire de cazul A, în cazul B tensiunile tangențiale acționează perpendicular pe direcția lungimii fisurii, iar planul de fisurare este înclinat la 45° față de suprafața liberă. Cazul B apare la întinderea biaxială și este descris prin modelele de formare a extruziunilor și intruziunilor.

Pentru solicitarea de întindere tensiunile tangențiale sunt aceleași pentru cele două cazuri și se pot manifesta ambele moduri de fisurare. În cazul solicitării de torsiune sau a solicitării de tracțiune cu torsiune, fisurarea se produce după cazul A.

2.2. Metodologii de calcul la oboseală

În prezent cele mai folosite trei metodologii clasice de calcul, cărora le corespund trei moduri de abordare a obosezii, sunt:

- metoda bazată pe analiza tensiunilor (Stress-Life);
- metoda bazată pe analiza deformațiilor (Strain-Life);
- metoda tolerării defectelor (degradării) (Damage-Tolerance).

A patra metodă, care face obiectul celor mai noi cercetări se bazează pe simularea tuturor fazelor care contribuie la degradarea prin oboseală.

2.2.1. Metoda bazată pe analiza tensiunilor

Aceasta a fost prima abordare a obosezii și a debutat în jurul anului 1860, atunci când inginerul August Wöhler a efectuat primele încercări asupra osiilor de vagoane. Această abordare are la bază utilizarea curbei de oboseală sau așa-numita

curbă Wöhler, trasată în coordonate S-N (unde S reprezintă tensiunea nominală calculată cu relațiile clasice din rezistența materialelor, iar N este numărul de cicluri până la rupere). Ruperea este înțeleasă ca și separarea completă a epruvetei sau piesei supuse la solicitări variabile. Această metodă este aplicabilă materialelor fără fisuri, solicitate elastic, fabricate din oțel sau din materiale feroase. Epruvetele folosite trebuie să respecte anumite condiții de similitudine cu piesele reale.

Folosind această metodă se realizează o proiectare fie în condițiile unei funcționări sigure pe o durată de viață nelimitată, fie în condițiile unei funcționări sigure pe o durată de viață limitată. În ambele cazuri vorbim despre calculul la oboseală cu numere mari de cicluri (*High Cycle Fatigue* – HCF) sau oboseală cu numere foarte mari de cicluri (*Very High Cycle Fatigue* – VHCF) [Shiozawa, Hasegawa ș.a., 2009; Akiniwa, Stanzl-Tschegg ș.a., 2008].

Cu toate că pe parcursul anilor s-a acumulat un volum considerabil de cercetări teoretice și experimentale în acest domeniu, această metodă continuă să fie folosită pe scară foarte largă și în zilele noastre. O particularitate care o face să aibă o largă utilizare este aceea că trasarea și interpretarea unor curbe de oboseală S-N nu reprezintă o problemă pentru un laborator de încercări cu dotări medii.

Progresele considerabile realizate în domeniul echipamentelor mecanice între anii 1940 și 1950 a impus o creștere a capacității portante aplicate acestora. Rezultatul direct a constat într-o creștere a tensiunilor peste limita de elasticitate, respectiv apariția în anumite zone, cum ar fi concentratorii de tensiune, a unor deformații plastice locale. Cele de mai sus au impus dezvoltarea unor tehnici noi pentru evaluarea cantitativă a acestor deformații la sarcini ciclice [Dumitru, 2009].

2.2.2. Metoda bazată pe analiza deformațiilor

Spre deosebire de metoda bazată de analiza tensiunilor, această metodă utilizează curbe de oboseală sau curbe de durabilitate în coordonate ϵ -N, unde ϵ reprezintă deformația specifică locală, iar N este numărul de cicluri până la rupere.

Criteriul de rupere inițial s-a dorit a fi reprezentat de apariția primelor fisuri „mici”. Dificultățile legate de stabilirea mărimii acestora, precum și de detectarea lor pe parcursul încercărilor de oboseală, au făcut ca ruperea să fie considerată și în cadrul acestei metode ca o separare completă în două părți ale epruvetei [Dumitru, 2009; Socie și Marquis, 2000]. Analog cu metoda tensiunilor, metoda bazată pe analiza deformațiilor consideră că materialul din care sunt executate elementele de rezistență nu conține fisuri inițiale. Evident că metoda „Strain-Life” implică utilizarea unor tehnici mai complicate, în schimb are avantajul că poate fi utilizată pentru orice geometrie a pieselor, la amplitudini ridicate ale tensiunilor, care conduc la apariția deformațiilor plastice încă de la primele cicluri de solicitare.

Metoda bazată pe analiza deformațiilor se aplică în toate cazurile când sarcinile variabile includ deformații plastice, iar conceptul care stă la baza acesteia este funcționarea sigură pe o durată de viață limitată. În acest caz vorbim despre calcul la oboseală cu numere mici de cicluri (*Low Cycle Fatigue* – LCF) [Schram, Wesling ș.a., 2006; Hoffmeyer, Döring ș.a., 2006].

Această metodă, ca și cea anterioară, se pretează la acele echipamente la care în general nu este posibil să se efectueze un control nedistructiv în timpul funcționării.

2.2.3. Metoda tolerării defectelor

În cazul ambelor metode prezentate anterior, s-a acceptat condiția că materialul nu conține goluri (fisuri). Dacă vorbim de exemplu despre îmbinări

sudate, materiale turnate sau piese la care prezența unor discontinuități se poate datora tehnologiilor de prelucrare, montaj sau reparare, o astfel de ipoteză nu se mai poate accepta. Mai mult decât atât, după anumite perioade de funcționare a unor piese pot să apară fisuri și problema care se pune este dacă acestea mai pot fi lăsate sau scoase din exploatare.

Începând cu anul 1960 se pun bazele celei de-a treia metode, respectiv metoda tolerării defectelor, care analizează evoluția fisurilor sub acțiunea sarcinilor variabile pe baza conceptelor mecanicii ruperii.

Această metodă impune un control permanent al mărimii fisurii prin monitorizarea lungimii ei până la ruperea finală, când, evident, aceasta atinge o valoare critică. Parametrul care caracterizează de această dată starea de tensiune la vârful unei fisuri este factorul de intensitate a tensiunii, K . Acesta este însoțit de indicii I, II sau III corespunzător celor trei moduri de rupere. Curba de oboseală în acest caz se trasează în coordonatele da/dN (viteza de propagare a fisurii) în funcție de ΔK (variația factorului de intensitate a tensiunii).

Conform acestei metode, pentru o geometrie a unei fisuri, respectiv lungimea critică a acesteia, se poate calcula ΔK , iar pe baza dependenței ($da/dN - \Delta K$) cunoscută pentru acel material, rezultă vitezele de propagare ale fisurii care permit apoi determinarea numărului de cicluri până la rupere [Dumitru, 2009]. Dezavantajele metodei constau în greutatea impusă de un calcul corect al factorului de intensitate a tensiunii în funcție de geometria corpului cu fisură, lungimea acesteia, condiții de solicitare, respectiv obținerea caracteristicilor de material precum și integrarea numerică sau analitică pentru determinarea duratei de viață N . La acestea se mai adaugă și performanțele metodei de control nedistructiv utilizată, cu ajutorul căreia se monitorizează experimentul. După cum se vede, această metodă nu ia în considerare faza inițială a fenomenului de oboseală, respectiv inițierea fisurii.

2.3. Oboseală multiaxială

După cum s-a precizat în cele de mai sus, stările multiaxiale de tensiuni și deformații într-un punct al unui element de rezistență nu pot fi evitate pentru marea majoritate a echipamentelor și instalațiilor din construcția de mașini. Chiar și în cazul cel mai simplu al unei bare solicitate la tracțiune, se obține o stare triaxială în deformații. Dacă de-a lungul axei longitudinale se obțin deformațiile ϵ , după celelalte două direcții deformațiile specifice devin $-\nu\epsilon$, unde coeficientul lui Poisson poate lua valori de la 0,3 în domeniul elastic, la 0,5 în domeniul plastic. Trecând la o analiză în tensiuni pentru o secțiune înclinată în condițiile aceleiași solicitări se ajunge la o problemă de stare plană de tensiuni [Dumitru, 2009]. Este evident că studiul obosezii devine o problemă deosebit de complexă în cazul unor solicitări compuse variabile în timp cu atât mai mult dacă solicitările componente sunt defazate unele față de altele sau au frecvențe diferite, așa cum se întâmplă de exemplu la arborii de mașini. La asemenea solicitări cu defazaje sau frecvențe diferite, direcțiile principale nu rămân fixe în timp și din această cauză pozițiile planelor unde tensiunile sau deformațiile ating valori extreme nu mai sunt cunoscute apriori [ASM Handbook, 1996].

Asemenea solicitări multiaxiale, la care direcțiile principale nu rămân fixe în decursul unui ciclu, se numesc *solicitări neproporționale*. De-a lungul timpului au fost propuse mai multe definiții ale neproporționalității. La ora actuală însă există o definiție larg acceptată a proporționalității. Astfel, proporționalitatea este strâns legată de ecrisarea care apare în materialele policristaline, ecrisare care este

cauzată la rândul ei de schimbările apărute în structurile dislocațiilor din material. Prin urmare, o solicitare neproportională poate fi definită, din punct de vedere mecanic, drept rotația direcțiilor tensiunilor tangențiale principale. Din punct de vedere al oboselii materialelor, o solicitare în decursul căreia direcțiile principale rămân fixe, este considerată o *solicitare proporțională*. O solicitare în decursul căreia direcțiile principale se rotesc, este considerată o *solicitare neproportională*.

Cazurile speciale de solicitare, cum ar fi cele ciclice sinusoidale sau triunghiulare, sunt denumite *în fază* sau *defazate*. Încărcările de tracțiune cu torsiune defazate sunt întotdeauna neproportionale. Același tip de încărcare, dar cu tensiunile în fază, întotdeauna este proporțională.

Multiaxialitatea unei stări de solicitare se poate explicita fie prin calculul stării de tensiune, fie prin calculul stării de deformăție.

2.3.1. Multiaxialitatea în tensiuni

Problema care se pune este cunoașterea stării de tensiune în orice punct de material. Astfel, starea de tensiune dintr-un punct se consideră cunoscută dacă se cunosc tensiunile de pe trei plane ortogonale care trec prin punctul respectiv. În fiecare plan acționează câte trei tensiuni, o tensiune normală, perpendiculară pe plan, respectiv două tensiuni tangențiale, în plan. Astfel, cele nouă componente ale tensiunii din cele trei plane formează ceea ce numim *tensorul tensiunilor* dintr-un punct. Tensorul tensiunilor se notează astfel [Socie și Marquis, 2000]:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

unde σ_{ij} este un tensor simetric de ordinul doi, care necesită doi indici ($i, j = 1, 2, 3$) pentru identificarea tuturor elementelor, iar $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{xz}$ sunt cele nouă tensiuni componente. Ținând cont de reciprocitatea tensiunilor tangențiale, acestea sunt egale între ele pe perechi: $\tau_{xy} = \tau_{yx}$; $\tau_{yz} = \tau_{zy}$; $\tau_{zx} = \tau_{xz}$. Astfel, tensorul tensiunilor este definit de șase componente distincte, trei tensiuni normale și trei tensiuni tangențiale.

Prin orice punct al unui corp aflat într-o stare spațială de tensiune trec trei plane în raport cu care tensiunile normale au valori extreme $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, iar tensiunile tangențiale sunt nule. Aceste plane sunt denumite plane principale, iar normalele la acestea direcții principale, notate cu 1, 2 și 3. Tensiunile principale σ_1, σ_2 și σ_3 sunt soluțiile unei ecuații de forma:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (2.2)$$

unde I_1, I_2 și I_3 sunt invariantii stării de tensiune, definiți astfel:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \\ I_2 &= \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{31}^2 \\ I_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Tensorul tensiune poate fi decompus în două elemente distincte, și anume:

- tensiunea medie sau tensiune hidrostatică (tensorul sferic):

$$\sigma_h = \frac{\sigma_{kk}}{3} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.4)$$

- deviatorul stării de tensiune sau tensorul deviator al stării de tensiune:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_h \delta_{ij} \quad (2.5)$$

unde δ este simbolul lui Kronecker ($\delta = 1$ pentru $i = j$ și $\delta = 0$ pentru $i \neq j$).

Având în vedere expresia tensorului tensiunilor σ_{ij} din relația (2.1), tensorul deviator al stării de tensiune va avea expresia:

$$\sigma'_{ij} = \begin{bmatrix} (\sigma_1 - \sigma_h) & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & (\sigma_2 - \sigma_h) & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & (\sigma_3 - \sigma_h) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Există o familie de plane care au caracteristica următoare: normalele la acestea au aceleași cosinusuri directorale în raport cu cele trei direcții principale. Asemenea plane, denumite și planele Π , constituie fețele unui octaedru, iar tensiunile care acționează pe acestea sunt denumite tensiuni octaedrice, care sunt:

- tensiunea normală octaedrică, având expresia:

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{I_1}{3} = \sigma_h \quad (2.7)$$

- tensiunea tangențială octaedrică, având expresia:

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \quad (2.8)$$

S-a constatat de asemenea, că prin fiecare punct material al unui corp supus unei stări triaxiale de tensiuni, trec trei plane ortogonale pe care acționează tensiunile tangențiale extreme. Aceste plane sunt bisectoarele unghiurilor diedre formate de planele principale. Tensiunile tangențiale care acționează pe aceste plane sunt denumite tensiuni tangențiale principale:

$$\tau_{23} = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}; \quad \tau_{31} = \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2}; \quad \tau_{12} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \quad (2.9)$$

Pentru a caracteriza starea de tensiuni într-un punct în vederea comparării cu o tensiune limită s-a introdus noțiunea de tensiune efectivă echivalentă, notată cu $\bar{\sigma}$. Aceasta se poate exprima prin următoarele moduri [Dumitru, 2009]:

- tensiunea echivalentă conform criteriului Rankine:

$$\bar{\sigma}_R = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) \quad (2.10)$$

- tensiunea echivalentă conform criteriului Tresca (criteriul tensiunii tangențiale maxime):

$$\bar{\sigma}_{Tr} = \max(|\sigma_1 - \sigma_3|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_2|) \quad (2.11)$$

- tensiunea echivalentă conform criteriului von Mises (criteriul energiei specifice modificatoare de formă sau criteriul tensiunii tangențiale octaedrice):

$$\bar{\sigma}_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \quad (2.12)$$

2.3.2. Multiaxialitatea în deformații specifice

De data aceasta problema care se pune este cunoașterea stării de deformație în orice punct de material. Astfel, starea de deformație dintr-un punct se consideră cunoscută dacă se cunosc deformațiile specifice liniare ε_x , ε_y și ε_z ale unor segmente de dreaptă infinitezimale situate pe axele unui sistem de referință cartezian $Oxyz$ cu originea în punctul considerat, precum și deformațiile specifice unghiulare γ_{xy} , γ_{yz} și γ_{zx} din planele de coordonate Oxy , Oyz și Oxz .

Cele nouă componente ale stării de deformație în raport cu un punct (care sunt șase de fapt, tinând cont de reciprocitatea deformațiilor specifice unghiulare, analog cu cazul tensiunilor tangențiale) formează tensorul deformațiilor specifice, care poate fi scris sub forma [Socie și Marquis, 2000]:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

unde ε_{ij} este tensorul stării de deformație, un tensor simetric de ordinul doi, necesitând doi indici ($i, j = 1, 2, 3$) pentru identificarea tuturor elementelor.

Se demonstrează că prin orice punct al unui corp aflat într-o stare multiaxială de deformații trec trei direcții ortogonale denumite axele principale aferente deformației, pentru care unghiurile dintre ele nu se modifică. Aceste axe se notează cu 1, 2 și 3, iar deformațiile specifice liniare în raport cu acestea ε_1 , ε_2 și ε_3 ($\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3$) sunt denumite alungiri principale. Ca și în cazul tensiunilor, acestea sunt soluțiile unei ecuații de gradul trei de forma:

$$\varepsilon^3 - I_1^{def} \varepsilon^2 + I_2^{def} \varepsilon - I_3^{def} = 0 \quad (2.14)$$

unde I_1^{def} , I_2^{def} , I_3^{def} sunt invariantii stării de deformație, după cum urmează:

$$\begin{aligned} I_1^{def} &= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \\ I_2^{def} &= \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x - \frac{1}{4}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \\ I_3^{def} &= \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Prin analogie cu tensiunile, tensorul deformației se poate descompune în tensorul sferic sau tensorul dilatație ε_{KK} și tensorul deviator al stării de deformație ε'_{ij} , astfel:

- tensorul dilatației (tensorul sferic):

$$\varepsilon_{KK} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{\Delta V}{V_0} \quad (2.16)$$

unde ΔV reprezintă variație volumului, iar V_0 volumul inițial.

- tensorul deviator al stării de deformație:

$$\varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{KK}}{3} \delta_{ij} \quad (2.17)$$

unde δ este simbolul lui Kronecker ($\delta = 1$ pentru $i = j$ și $\delta = 0$ pentru $i \neq j$).

Având în vedere expresia tensorului deformațiilor ε_{ij} din relația (2.13), și faptul că $\varepsilon_{KK} / 3 = \varepsilon_m$ tensorul deviator al stării de deformație va avea expresia:

$$\varepsilon'_{ij} = \begin{bmatrix} (\varepsilon_x - \varepsilon_m) & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & (\varepsilon_y - \varepsilon_m) & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & (\varepsilon_z - \varepsilon_m) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Analog cu caracterizarea stării de tensiune, și în cazul stării de deformație dintr-un punct putem defini deformațiile specifice unghiulare octaedrice. Pentru aceasta, pornim de la relația (2.8) și ținând seama de legea lui Hooke generalizată, vom avea:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\tau_{oct} = \gamma_{oct} G$$

Se obține astfel:

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2} \quad (2.20)$$

Ca și în cazul tensiunilor, se pot defini niște deformații specifice efective echivalente, $\bar{\varepsilon}$ prin care starea de deformație multiaxială dintr-un punct se poate compara cu o stare limită obținută printr-o încercare monoaxială. Deformațiile specifice efective echivalente se pot defini în mai multe feluri:

- conform teoriei deformației specifice liniare maxime:

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_1 \quad (2.21)$$

- conform teoriei deformației specifice unghiulare maxime:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{1 + \nu} \quad (2.22)$$

- conform teoriei deformației specifice unghiulare octaedrice:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2}}{\sqrt{2}(1 + \nu)} \quad (2.23)$$

Relațiile de mai sus se pot obține prin aplicarea relațiilor (2.10), (2.11) și (2.12) și ținând cont de legea lui Hooke generalizată dată în grupul de relații (2.19).

Dacă se efectuează analiza de mai sus și în deformații plastice, se pot obține în mod analog valorile deformațiilor efective echivalente plastice:

$$\bar{\varepsilon}^p = \frac{1}{\sqrt{2}} \gamma_{oct}^p = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p)^2 + (\varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p)^2 + (\varepsilon_3^p - \varepsilon_1^p)^2} \quad (2.24)$$

respectiv

$$\bar{\varepsilon}^p = \frac{2}{3} \gamma_{max}^p = \frac{2}{3} (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p) \quad (2.25)$$

unde p este un indice care marchează prezența deformațiilor plastice.

Deformația specifică efectivă totală este formată din componenta elastică și plastică:

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}^e + \bar{\varepsilon}^p = \frac{\bar{\sigma}}{E} + \bar{\varepsilon}^p \quad (2.26)$$

2.4. Modele de calcul în oboseala multiaxială cu numere mari de cicluri

Pe parcursul anilor au fost elaborate un număr însemnat de modele sau criterii aplicabile în cazul oboselei multiaxiale la numere mari de cicluri (HCF). Fiecare criteriu se caracterizează printr-un parametru de degradare calculat în funcție de caracteristicile ciclului multiaxial $[\sigma_{ij}(t)]_T$, definit pe o perioadă T, caracteristicile de material, cum ar fi rezistența la rupere σ_r , limita de curgere σ_c , limitele de oboseală la cicluri simetrice respectiv pulsante de tracțiune sau torsiune (σ_{-1} , σ_0 , τ_{-1} , τ_0), etc.

Parametrul de degradare (PD) poate fi o tensiune, suma unor tensiuni, o deformație elastică, suma unor deformații elastice, produsul unor tensiuni, produsul unor tensiuni și deformații sau chiar o funcție adimensională. În condițiile unor funcții adimensionale, $PD \geq 1$ indică posibilitatea inițierii fisurilor de oboseală.

Există foarte multe componente mecanice la care proiectarea se face pentru durabilități la numere mari de cicluri, având în vedere că nu sunt posibile inspecțiile periodice pentru evidențierea și controlul apariției fisurilor. În asemenea cazuri partea cea mai importantă a duratei de viață este legată direct de inițierea fisurilor

de oboseală, care determină funcționarea în siguranță a echipamentelor sau instalațiilor.

Degradarea în condițiile unor numere mari de cicluri se produce la tensiuni mai mici decât limita de curgere și ea are loc prin deformații plastice repetate la nivelul grăunților de material. Acestea sunt urmate de apariția unor benzi de lunecare în care se inițiază fisurile, cu toate că la nivel macroscopic solicitarea este în regim elastic.

În aceste condiții tensiunile tangențiale au un rol decisiv în faza inițială, în timp ce tensiunile normale, prin deschiderea microfisurilor formate, conduc la micșorarea rezistenței la oboseală.

Calculul la oboseală multiaxială pentru numere mari de cicluri poate fi un calcul de verificare, respectiv o comparație între parametrul de degradare (care poate fi o tensiune) și limita de oboseală a materialului.

În alte situații, același calcul la oboseală constă în determinarea numărului de cicluri până la rupere, printr-o ecuație de forma:

$$(PD) = A \cdot N^b + B \cdot N^c \quad (2.27)$$

unde (PD) reprezintă parametrul de degradare, A, B, c, d sunt constante de material, iar N este numărul de cicluri până la rupere.

2.4.1. Clasificări ale modelelor de calcul în oboseala multiaxială cu numere mari de cicluri

Data fiind diversitatea abordărilor în domeniul obosezii multiaxiale, la ora actuală există o multitudine de clasificări ale criteriilor de degradare și ale modelelor de calcul. Câteva dintre aceste clasificări, reprezentative, sunt prezentate în continuare.

Wang și Yao [Wang și Yao, 2004] fac o clasificare a criteriilor de degradare la oboseală multiaxială astfel:

- modele bazate pe analiza tensiunilor;
- modele bazate pe analiza deformațiilor;
- modele bazate pe energia specifică de deformație.

Un loc aparte în clasificarea modelelor de oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri îl ocupă modelele bazate pe teoria distanțelor critice [Susmel și Taylor, 2005; 2009].

Conform clasificării propuse de Karolczuk și Macha [Karolczuk și Macha, 2005] toate modelele care se pretează la oboseală multiaxială intră în categoria modelelor planelor critice și în cadrul acesteia, ele se clasifică în mod similar cu propunerea lui Wang și Yao. Karolczuk și Macha consideră că se poate identifica un plan critic de rupere, de-a lungul căruia un parametru atinge o valoare critică, în cazul fiecărui model de oboseală multiaxială.

Socie și Marquis [Socie și Marquis, 2000] propun un alt tip de clasificare a modelelor, mai detaliată. În acest caz se face distincția între modelele care consideră ca și parametru principal tensiunea respectiv deformația:

- modele bazate pe analiza tensiunilor;
- modele bazate pe analiza deformațiilor și pe energia specifică de deformație:
 - criteriul deformației specifice statice;
 - modele energetice;
 - modelele planelor critice;

- modele care iau în considerare atât energiile specifice cât și planele critice;
- modele bazate pe conceptele mecanicii ruperii.
 - O altă clasificare a criteriilor de degradare și mai detaliată este propusă de Dumitru [Dumitru, 2009], după cum urmează:
- modele bazate pe analiza tensiunilor:
 - modele care iau în considerare tensiunile efective;
 - modelele invarianților stării de tensiune;
 - modelele planelor critice;
 - modele care iau în considerare influența tensiunii medii.
- modele bazate pe deformații și energia specifică ciclică:
 - modele bazate pe amplitudinea deformației efective;
 - modele bazate pe factorul de triaxialitate;
 - modelele planelor critice;
 - criterii bazate pe energia elastică;
 - criterii bazate pe energia plastică;
 - modele care iau în considerare atât energia elastică precum și cea plastică.
- modele care folosesc conceptele mecanicii ruperii
- modele care combină o serie de factori prezentați anterior.

Dumitru și Kun propun o altă clasificare a modelelor ce se pretează de această dată exclusiv oboselii multiaxiale cu numere mari de cicluri. În paragrafele ce urmează se va face o prezentare detaliată a unor modele reprezentative din domeniul oboselii multiaxiale cu numere mari de cicluri, bazată pe clasificarea de mai jos [Dumitru și Kun, 2011]:

- criterii de degradare la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri (HCF):
 - modele bazate pe tensiuni echivalente;
 - modele care iau în considerare existența unor plane critice;
 - modele bazate pe tensiuni medii în volume elementare (modelele integralelor);
 - modele energetice;
 - modele bazate pe invarianții stării de tensiune;
 - modele mesoscopice.

2.4.2. Modele bazate pe tensiuni echivalente

Așa cum spune și numele, la asemenea modele parametrul de degradare este o tensiune echivalentă monoaxială, pentru care se obține aceeași limită de oboseală ca și la încărcările multiaxiale. Inițial primele modele au fost folosite pentru calculul unei tensiuni echivalente în condițiile unor solicitări multiaxiale în fază [Hohenemser și Prager, 1933; Gough și Pollard, 1935; Davies, 1935; Nishihara și Kawamoto, 1941]. Pe parcursul anilor au fost propuse și unele modele care iau în considerare defazajul dintre încovoiere și răsucire, aplicabile în cazul arborilor de mașini [Langer, 1971; Lee, 1980, 1989].

Ulterior, odată cu dezvoltarea metodelor și a aparatelor utilizate în cercetare, studiul oboselii multiaxiale s-a diversificat substanțial. Noțiunea de tensiune echivalentă poate fi definită la ora actuală pe baza mai multor teorii, care tind să acopere și să ia în considerare influența a tot mai multor parametri.

În construcția de mașini se aplică frecvent asemenea modele pentru simplitatea lor și pentru faptul că în general sunt acoperitoare pentru calculul la

oboseală al arborilor de transmisie. Parametrii prin care se apreciază degradarea sunt în general niște tensiuni, iar valoarea critică a acestora este limita la oboseală la tracțiune, încovoiere sau răsucire.

2.4.2.1. Modelul Gough

Acesta este unul dintre primele modele cu referire la oboseala multiaxială, având la bază o serie de încercări la încovoiere cu torsiune [Gough, 1950; Gough și Pollard, 1935, 1951]. Elaborarea acestui model a pornit de la observația că la solicitări statice starea limită se atinge când tensiunea echivalentă calculată pe baza teoriilor clasice de rezistență devine egală cu cea corespunzătoare stării limită de la întinderea monoaxială (de exemplu limita de curgere). În aceste condiții locul geometric obținut cu aceste relații într-un sistem de axe σ și τ , considerând ca stare limită apariția curgerii, este o conică.

Pentru solicitări la încovoiere cu răsucire prin cicluri simetrice în fază, Gough și Pollard au propus pentru materiale ductile o curbă empirică a ciclurilor limită reprezentată printr-un arc de elipsă având ecuația:

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1 \quad (2.28)$$

unde σ_{+1} este considerată limita de oboseală la încovoiere ciclică, respectiv τ_{+1} este limita de oboseală la torsiune ciclică.

Transformând relația (2.28), obținem:

$$\sqrt{\sigma_a^2 + \frac{\sigma_{-1}^2}{\tau_{-1}^2} \tau_a^2} = \sigma_{-1} \quad (2.29)$$

Membrul stâng al ecuației (2.29) poate fi privită ca amplitudinea tensiunii echivalente. Pentru un material la care $\tau_{-1} / \sigma_{-1} = 0,5$, ecuația (2.29) conduce la criteriul Tresca. Pentru un material la care $\tau_{-1} / \sigma_{-1} = 1 / \sqrt{3}$, ecuația (2.29) conduce la criteriul von Mises.

Arcul de elipsă reprezentând curba ciclurilor limită în cazul solicitări de încovoiere cu răsucire este prezentată în figura de mai jos.

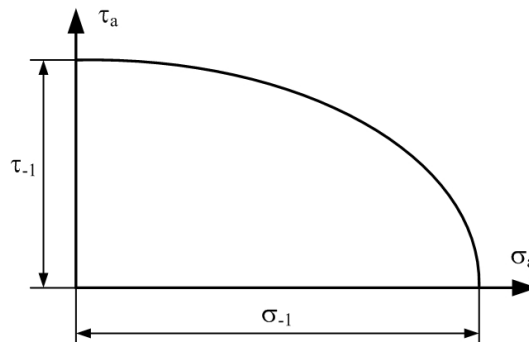


Fig. 2.5. Diagrama ciclurilor limită de tip Gough-Pollard [Socie și Marquis, 2000]

Relația propusă de Gough și Pollard este una empirică, ea fiind în bună corelație cu datele experimentale pe care le-au studiat.

2.4.2.2. Modelul Lee

Lee [Lee, 1980], bazat pe relația lui Gough propune o tensiune echivalentă empirică de forma:

$$SLEE = \sigma_a \left[1 + \left(\frac{f-1}{2\tau-1} K \right)^{2(1+\beta \sin \phi)} \right]^{\frac{1}{2(1+\beta \sin \phi)}} \quad (2.30)$$

unde β este o constantă de material necesară pentru calibrarea rezultatelor cu datele experimentale, K este un parametru de încărcare egal cu $2\tau_a/\sigma_a$ iar ϕ este unghiul de fază dintre tensiunile componente.

2.4.2.3. Modelul Langer

Metoda definirii unei tensiuni empirice echivalente luând în considerare criteriul curgerii este cea mai utilizată pentru simplitatea sa. Langer [Langer, 1971] propune o tensiune echivalentă bazată pe teoria lui Tresca. Pentru cicluri sinusoidale simetrice defazate de încovoiere cu răsucire, amplitudinea tensiunii echivalente (SALT) este:

$$SALT = \frac{\sigma_a}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + K^2 + \left[1 + 2K^2 \cos(2\phi) + K^4 \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (2.31)$$

unde K este un parametru de încărcare egal cu $2\tau_a/\sigma_a$ iar ϕ este unghiul de fază dintre tensiunile componente.

Din relația (2.31) se vede că atunci când $\phi = 0$:

$$SALT = \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \quad (2.32)$$

Prin modificarea relației (2.31), pe baza teoriei lui von Mises se obține o ecuație de forma [ASME, 1979]:

$$SEQA = \frac{\sigma_a}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \frac{3}{4} K^2 + \left[1 + \frac{3}{2} K^2 \cos(2\phi) + \frac{9}{10} K^4 \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (2.33)$$

Și în acest caz se vede că pentru o încărcare proporțională ($\phi = 0$) aceasta se reduce la tensiunea lui von Mises:

$$SALT = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \quad (2.34)$$

Făcând o analiză asupra tensiunilor echivalente empirice, se poate aprecia în primul rând faptul că acestea sunt ușor de calculat într-o serie de aplicații inginerești. Rezultatele obținute pe baza criteriilor Tresca și von Mises nu sunt acoperitoare [Bong-Ryul și Soon-Bok, 1996]. Relația lui Gough se aplică numai pentru încărcări proporționale. Ecuația propusă de Lee introduce o constantă de material, fapt ce conduce la o reducere a limitelor de aplicabilitate.

2.4.2.4. Modelul von Mises definit pe baza frecvenței

Pitoiset ș.a. [Pitoiset, 2001; Pitoiset, Rychlik ș.a., 2001] definesc tensiunea echivalentă pe baza unui proces variabil staționar gaussian cu tensiunea medie diferită de zero sub forma densității spectrale de putere (*Power Spectral Density* - PSD).

Se va analiza cazul stării plane de tensiune la care componentele vectorului tensiune sunt:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x(t) \\ \sigma_y(t) \\ \tau_{xy}(t) \end{Bmatrix} \Rightarrow \sigma^T = [\sigma_x(t) \quad \sigma_y(t) \quad \tau_{xy}(t)] \quad (2.35)$$

Dacă se introduce matricea:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

se poate defini pătratul tensiunii echivalente calculate în ipoteza von Mises:

$$\sigma_{VM}^2(t) = \sigma^T Q \sigma = \text{Trace}\{Q[\sigma\sigma^T]\} \quad (2.37)$$

Se va lua în considerare expectanța:

$$E[\sigma_{VM}^2(t)] = \text{Trace}\{QE[\sigma\sigma^T]\} \quad (2.38)$$

unde $E[\sigma\sigma^T]$ este matricea de covarianță a vectorului tensiune. Aceasta este legată de matricea PSD a vectorului tensiune prin următoarea relație:

$$E[\sigma\sigma^T] = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{\sigma}(\omega) d\omega \quad (2.39)$$

Relațiile de mai sus permit determinarea densității spectrale de putere a tensiunii echivalente von Mises, prin descompunerea pătratului său în funcție de frecvență:

$$E[\sigma_{eq,VM}^2(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{VM}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Trace}\{QG_{\sigma}(\omega)\} d\omega \quad (2.40)$$

unde $G_{\sigma}(\omega)$ este matricea densității spectrale de putere a tensorului tensiune:

$$G_{VM}(\omega) = \text{Trace}\{QG_{\sigma}(\omega)\} \quad (2.41)$$

Conform relației (2.41) tensiunea echivalentă von Mises este considerată drept o funcție scalară aleatoare, a cărei densitate spectrală de putere se obține din matricea densității spectrale de putere a tensorului tensiune, conform legii de combinație cvadratică von Mises.

2.4.2.5. Modelul von Mises cu semn definit în funcție de timp

În calculele ingineresti din zilele noastre se uzitează foarte des tensiunea echivalentă propusă de von Mises, care poate fi exprimată matematic pe baza celor 6 componente ale tensorului tensiunilor, după cum urmează:

$$\bar{\sigma}_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (2.42)$$

Prin transformarea corespunzătoare a parametrilor, tensiunea echivalentă von Mises se poate exprima de asemenea în funcție de tensiunile principale, astfel:

$$\bar{\sigma}_{VM}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{[\sigma_1(t) - \sigma_2(t)]^2 + [\sigma_2(t) - \sigma_3(t)]^2 + [\sigma_3(t) - \sigma_1(t)]^2} \quad (2.43)$$

Modelul von Mises aparține de categoria modelelor tensiunilor echivalente, dar se bazează pe determinarea unei tensiuni echivalente în care factor determinant este tensiunea tangențială care acționează pe planele octaedrice. Acest model este foarte des utilizat în zilele noastre, mai ales din cauza faptului că este relativ ușor de calculat și dă rezultate, în ceea ce privește tensiunea echivalentă rezultantă, acceptabile în comparație cu solicitările reale. După cum s-a menționat în capitolul precedent, neajunsul principal al acestui model este că ciclul de solicitare rezultant este întotdeauna un ciclu oscilant pozitiv cu tensiunea medie diferită de zero și care conține o componentă a frecvenței incoerentă cu solicitarea de la care se pornește.

Pentru eliminarea acestei ambiguități date de modul de definire a tensiunii von Mises, Bishop [Bishop și Sherrat, 2000] a propus o corecție a tensiunii echivalente von Mises în sensul luării în considerare a semnului acesteia, semn care în general este dat de prima tensiune principală sub forma:

$$\bar{\sigma}_{VMs}(t) = \bar{\sigma}_{VM}(t) \cdot \text{sign}(\sigma_1(t)) \quad (2.44)$$

Un alt mod de abordare a tensiunii echivalente von Mises cu semn a fost propus de Braccesi [Braccesi, Cianetti ș.a., 2004, 2008]. Metoda constă în calculul unui nou tensor construit într-o manieră coerentă în funcție de frecvență. Tensiunea von Mises σ_{VM}^* astfel obținută este apoi corectată prin scăderea unei valori medii pentru obținerea unei mărimi variabile având media nulă.

$$\sigma_{VM}^*(t) = \bar{\sigma}_{VM}(t) - \text{mean}\{\bar{\sigma}_{VM}(t)\} \quad (2.45)$$

În aceste condiții tensiunea echivalentă, care definește procesul este dată de ecuația:

$$\sigma_{eq}(t) = \sigma_{VM}^*(t) \frac{\max_{t \in T} \{\bar{\sigma}_{VM}\}}{\max_{t \in T} \{\sigma_{VM}^*\}} \quad (2.46)$$

Autorii arată că ecuația de mai sus elimină o serie de ambiguități pe care le introduce teoria clasică von Mises [Braccesi, Cianetti ș.a., 2004].

2.4.3. Modelele planelor critice

Pe baza celor prezentate anterior reiese că abordarea unei solicitări multiaxiale folosind un proces echivalent este însoțită de o serie de dificultăți, atunci când se ia în considerare caracterul variabil al sarcinilor exterioare. Mai mult, asemenea procese echivalente caută în general să extindă criteriile clasice ale lui Rankine, Tresca sau în special von Mises. Conform acestor criterii planele de rupere sunt planele în care se ating tensiunile normale principale, tensiunile tangențiale extreme respectiv tensiunile tangențiale octaedrice.

Caracterul variabil al sarcinilor face ca în multe situații planele de rupere să nu coincidă cu cele de mai sus, astfel încât abordarea fenomenului de oboseală nu se mai poate face pe baza criteriilor de rupere statică. Aceste criterii, cu toate corecțiile aduse, nu pot să ia în considerare succesiunea stărilor de tensiune care definesc un ciclu multiaxial.

Ideea care stă la baza modelelor planelor critice constă în reducerea unei stări de tensiune multiaxială la o stare echivalentă monoaxială calculată într-un anumit plan. Modelele bazate pe conceptul planelor critice permit determinarea atât a numărului de cicluri până la rupere cât și a poziției planului în care se va produce ruperea prin oboseală [Susmel, Tovo ș.a., 2008].

Conceptul asupra planelor critice a fost introdus pentru prima dată de Stanfield în 1935 [Stanfield, 1935]. Conform lui Stanfield tensiunile normale și tangențiale într-un plan considerat critic contribuie fiecare cu o anumită cotă la procesul de degradare, iar acestea se pot combina printr-o relație matematică.

Trebuie subliniat că asemenea plane nu coincid totdeauna cu planele principale. Conceptul de plan critic nu s-a dezvoltat timp de 20 de ani până când Findley [Findley, 1959] și Stulen și Cummings [Stulen și Cummings, 1954] au introdus termenul „critic”, prezentând o metodă de verificare la oboseală multiaxială folosind metoda planelor critice. Primele modele au folosit ca parametri de degradare tensiunile, apoi introducându-se deformațiile, combinațiile acestora, respectiv energia de deformație.

2.4.3.1. Modelul Sines

Sines a luat în considerare datele experimentale ale lui Gough, pentru încercări de încovoiere cu răsucire [Sines, 1955, 1959]. După ce a studiat mai multe modele de calcul, a propus ca tensiunea tangențială octaedrică să fie considerată drept parametru de degradare. Tensiunea tangențială octaedrică exprimă efectele medii ale alunecărilor pe diferite plane și pe diferite direcții în grăunții materialului.

În cazul stării tridimensionale de tensiune, determinarea tensiunilor tangențiale maxime este dificilă pentru că presupune rezolvarea unei ecuații de gradul trei, soluțiile căreia fiind tensiunile normale principale. Tensiunile octaedrice pot fi determinate în mod direct folosind cele șase componente ale tensorului tensiunilor.

Pentru a pune în evidență efectul tensiunilor medii, Sines a studiat datele experimentale de la încercări de încovoiere cu răsucire. A grupat datele experimentale pe care le-a avut la dispoziție după cum urmează:

- solicitare axială ciclică cu întindere sau compresiune statică;
- răsucire ciclică cu răsucire statică;
- încovoiere ciclică cu răsucire statică;
- răsucire ciclică cu încovoiere statică.

Deoarece nu a observat o influență a răsucirii statice asupra rezistenței la oboseală la încovoiere sau răsucire ciclică, respectiv pentru că întinderea și

compresiunea statică au o influență liniară asupra rezistenței la oboseală atât în cazul solicitării axiale cât și în cazul răsucirii, Sines a ajuns la concluzia că tensiunea medie hidrostatică influențează durabilitatea. Modelul de calcul la care a ajuns poate fi exprimat după cum urmează:

$$\frac{\Delta\tau_{oct}}{2} + \alpha(3\sigma_h) = \beta \quad (2.47)$$

unde α și β sunt constante de material care se pot determina prin încercări simple de oboseală monoaxială.

Dacă exprimarea se face în funcție de starea generală de tensiuni, criteriul Sines capătă forma:

$$\frac{1}{6} \sqrt{(\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_y)^2 + (\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_z)^2 + (\Delta\sigma_y - \Delta\sigma_z)^2 + 6(\Delta\tau_{xy}^2 + \Delta\tau_{yz}^2 + \Delta\tau_{zx}^2)} + \alpha(\sigma_{x,m} + \sigma_{y,m} + \sigma_{z,m}) = \beta \quad (2.48)$$

În cazul în care se consideră o solicitare compusă din cicluri simetrice de întindere și torsiune, parametrul de degradare propus de Sines generează o serie de elipse concentrice în condițiile în care reprezentarea se face într-un sistem de coordonate în care axele reprezintă amplitudinile celor două tensiuni (Fig. 2.6). Dimensiunea elipsei este proporțională cu tensiunea hidrostatică medie. Prin includerea tensiunii hidrostatische medii în expresia modelului de calcul, Sines postulează faptul că efectul unei tensiuni normale medii de întindere care acționează pe anumită direcție poate fi reprimat de efectul unei alte tensiuni normale medii de compresiune care acționând pe o altă direcție.

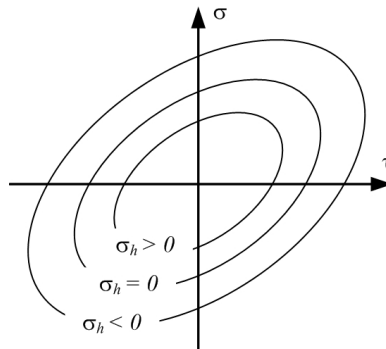


Fig. 2.6. Modelul Sines pentru cicluri simetrice de tracțiune cu torsiune [Socie și Marquis, 2000]

Formularea propusă de Sines are avantajul că este relativ ușor de rezolvat în cazul unor stări complexe de tensiune, respectiv cele două constante α și β se pot determina pe baza unor încercări uzuale de oboseală. Un dezavantaj major îl constituie faptul că relația (2.47) este aplicabilă doar în cazul încărcărilor proporționale.

2.4.3.2. Modelul Findley

Modelul propus de Findley abordează problema oboselii prin starea de tensiuni de pe un anumit plan din material. Conform acestui criteriu, parametrul

care caracterizează ruperea la solicitări variabile multiaxiale constă dintr-o combinație liniară între amplitudinea tensiunii tangențiale în decursul unui ciclu de pe un plan n și tensiunea normală ce acționează pe același plan n :

$$\frac{\Delta\tau_n}{2} + k\sigma_n = \beta \quad (2.49)$$

În relația de mai sus k și β sunt constante de material care se pot determina pe baza unor încercări simple de oboseală.

Planul critic în care se produce ruperea este planul în care parametrul β atinge valoarea maximă [Findley, 1957, 1959].

Trebuie avut în vedere faptul că, făcând parte din categoria modelelor planelor critice, în cazul aplicării criteriului Findley, poziția planului critic de rupere nu coincide cu planele principale (având normalele direcțiile principale, de-a lungul cărora acționează tensiunile normale extreme), planele octaedrice sau planele în care tensiunile tangențiale au valori extreme. Este deci deosebit de importantă stabilirea poziției planului critic de rupere față de un sistem de axe fix, prestabilit [Kun și Dumitru, 2010].

Conform acestui criteriu, în cazul unor încărcări multiaxiale proporționale cu tensiuni medii egale cu zero, poziția planului critic depinde de direcția tensiunii principale maxime respectiv de coeficientul k . Findley a mai observat că, pentru materiale ductile, valoarea lui k este scăzută și, în consecință, poziția planului critic se apropie de poziția planului forfecării maxime, adică $\pi/4$. În cazul materialelor fragile cum ar fi fontele, valoarea lui k este mare, iar poziția planului critic este dată de direcțiile principale. În cazul tensiunilor medii diferite de zero, poziția planului critic depinde nu numai de direcțiile principale și k , ci și de valorile tensiunilor constante respectiv variabile. Această ultimă observație este valabilă de asemenea în cazul solicitărilor multiaxiale neproporționale.

Cu toate că relația lui Findley este acceptată din punct de vedere matematic și de cele mai multe ori coincide cu rezultatele experimentale, există și excepții. Criteriul ne spune că poziția planului critic este influențată atât de tensiunile tangențiale cât și de cele normale. Se cunoaște că la încercări de oboseală la tracțiune-compresiune fisurile apar în planele tensiunilor maxime. Expresia parametrului de rupere propus de Findley conduce la concluzia că poziția planului critic nu va coincide cu planul tensiunii normale principale maxime nici în cazul unor materiale fragile supuse la tracțiune-compresiune monoaxială, lucru infirmat de rezultate experimentale [Karolczuk și Macha, 2005].

Findley nu a definit o relație matematică pentru determinarea parametrului β . Unii cercetători [Park și Nelson, 2000; Backstrom și Marquis, 2001] au folosit criteriul lui Findley pentru studii de durabilitate limitată și au determinat valoarea lui β pe baza coeficientului rezistenței la oboseală la torsiune τ'_f :

$$\left(\frac{\Delta\tau}{2} + k\sigma_n\right)_{max} = \tau'_f (2N)^b \quad (2.50)$$

unde b reprezintă exponentul rezistenței la oboseală (coeficientul lui Basquin).

2.4.3.3. Modelul McDiarmid

McDiarmid [McDiarmid, 1991, 1994] a extins studiile asupra obosezii multiaxiale în domeniul numerelor mari de cicluri, propunând un model care ia în considerare amplitudinea tensiunii tangențiale, $\Delta\tau_{max}/2$, în planul unde aceasta are

valoarea maximă precum și tensiunea normală $\sigma_{n,max}$ din același plan. Criteriul McDiarmid în funcție de cele două componente se prezintă sub forma:

$$\frac{\Delta\tau_{max}}{2\tau_{f_{A,B}}} + \frac{\sigma_{n,max}}{2\sigma_r} = 1 \quad (2.51)$$

unde $\tau_{f_{A,B}}$ este rezistența la oboseală în condițiile în care fisurarea prin oboseală are loc după cazul A sau cazul B (Fig. 2.4).

Modelul McDiarmid față de modelul Findley diferă prin aceea că planul în care se produce degradarea este planul în care amplitudinea tensiunii tangențiale este maximă și nu planul în care parametrul β atinge valoarea maximă. Constanta

de material k din modelul Findley este înlocuită de termenul $\frac{\tau_{f_{A,B}}}{2\sigma_r}$. Astfel, sunt

necesare un singur set de încercări de oboseală și o încercare statică, față de două seturi de încercări la oboseală necesare pentru determinarea lui k .

Pentru domeniul durabilității limitate, modelul McDiarmid poate fi combinat cu ecuația lui Basquin sub forma:

$$\frac{\Delta\tau_{max}}{2} + \left(\frac{\tau_{f_{A,B}}}{2\sigma_r} \right) \sigma_{n,max} = \tau_f' (2N)^b \quad (2.52)$$

2.4.3.4. Modelul Dang Van

Modelul propus de Dang Van este cu totul diferit față de modelele planelor critice prezentate anterior. Acesta ia în considerare influența microtensiunilor care acționează la nivelul unui grăunte de material. Dang Van face o distincție între abordarea macroscopică și microscopică a ruperilor prin oboseală [Dang Van, 1993].

Scara macroscopică specifică modului de abordare ingineresc se caracterizează printr-un volum elementar $V(M)$ situat în jurul grăuntelui în care se analizează fenomenul de degradare la solicitări variabile (Fig. 2.7).

În general volumul de material $V(M)$ care caracterizează abordarea la nivel macroscopic se referă la mai mulți grăunți situați în jurul unui grăunte central de masă m . Dimensiunile lui $V(M)$ sunt de ordinul unui element folosit la analiza cu elemente finite, respectiv de ordinul bazei tensometrice a unui traductor rezistiv. Tensiunile și deformațiile la nivel macroscopic se notează cu $\Sigma_{ij}(M,t)$ și $E_{ij}(M,t)$ și sunt niște funcții de masa M și timpul t .

Din punct de vedere microscopic abordarea se face la nivelul unui grăunte de masă m iar tensiunile și deformațiile microscopice respectiv microtensiunile și microdeformațiile se notează cu $\sigma_{ij}(m,t)$, respectiv $\varepsilon_{ij}(m,t)$.

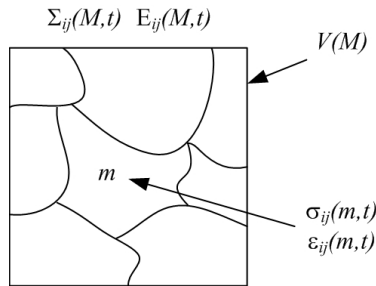


Fig. 2.7. Delimitarea volumelor și a tensiunilor la nivel macroscopic și microscopic conform modelului Dang Van [Dang Van, Cailletaud ș.a, 1989]

Pornind de la observația că microfisurile se inițiază în benzile de alunecare intergranulare, rezultă că rolul dominant pe care îl au microtensiunile de forfecare $\tau(t)$. Dacă se are în vedere că și microtensiunile hidrostactice $\sigma_n(t)$ au un rol important în deschiderea fisurii formată în benzile de alunecare, criteriul Dang Van se exprimă sub forma:

$$\tau(t) + \alpha\sigma(t) = \beta \quad (2.53)$$

unde α și β sunt constante de material.

Se vede că în criteriul Dang Van există diferențe între tensiunile și deformațiile care acționează în interiorul grăuntelui și tensiunile respectiv deformațiile utilizate în mod obișnuit pentru calculul la oboseală. Evident că la nivel microscopic nu se mai respectă nici condiția de izotropie și nici de omogenitate și deci $\sigma(m,t)$ și $\epsilon(m,t)$ sunt diferite de variabilele locale macroscopice $\Sigma_{ij}(M,t)$ respectiv $E_{ij}(M,t)$.

Deformarea plastică prin forfecare a grăunților cu orientările cele mai nefavorabile este împiedicată de comportarea elastică a grăunților din zona învecinată cu orientări mai puțin nefavorabile. Ruperea prin oboseală în zona grăunților cu orientări critice poate fi evitată prin acest proces de deformare elastică a grăuntelui învecinat.

Domeniul comportării elastice inițiale a unui volum critic de material este reprezentat prin cercul C_0 cu centrul în O_0 și raza R_0 . Acest cerc definește conturul zonei care marchează curgerea. În procesul solicitării variabile materialul suferă o ecrisare izotropă (locală) și o ecrisare cinematică (în jurul grăuntelui), astfel încât conturul care marchează apariția curgerii (cercul) suferă o translație și în același timp își modifică și raza (Fig. 2.8).

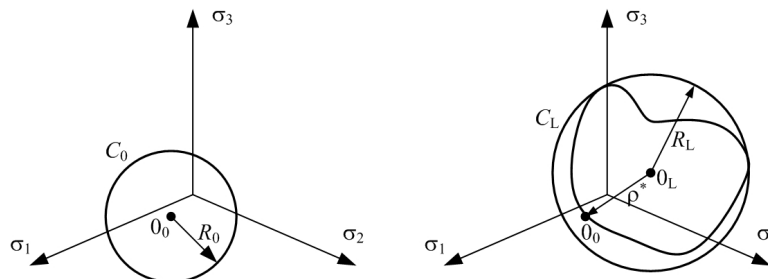


Fig. 2.8. Evoluția ecrisării în cazul oboselii multiaxiale [Dang Van, Cailletaud ș.a., 1989]

După un anumit număr de cicluri apare o stabilizare a regimului de încărcare și a cercului în care se include conturul specific al respectivului regim. Se definește astfel tensorul tensiunii remanente ρ^* corespunzătoare centrelor 0_0-0_L .

În cazul întinderii monoaxiale, domeniul C_L corespunde unui cerc în coordonatele $\tau\sqrt{3} - \sigma$.

Punctul critic în aplicarea acestui criteriu îl reprezintă determinarea tensorului ρ^* . Acesta se definește sub forma:

$$\sigma_{ij}(t) = \Sigma_{ij}(t) + dev \rho^* \quad (2.54)$$

unde $dev \rho^*$ este deviatorul părții stabilizate a tensorului tensiunilor remanente.

Tensiunile tangențiale se calculează aplicând criteriul Tresca:

$$\tau(t) = \frac{1}{2} [\sigma_1(t) - \sigma_3(t)] \quad (2.55)$$

Constantele de material α și β din relația (2.53) se determină prin două încercări de oboseală obișnuite respectiv printr-o tracțiune ciclică cu $R = -1$ și $R = 0$.

Aprecierea duratei de viață se face urmărind modul în care conturul regimului de încărcare se situează în raport cu cele două linii având ecuația (2.53) și care marchează starea limită respectiv apariția degradării prin oboseală (Fig. 2.9).

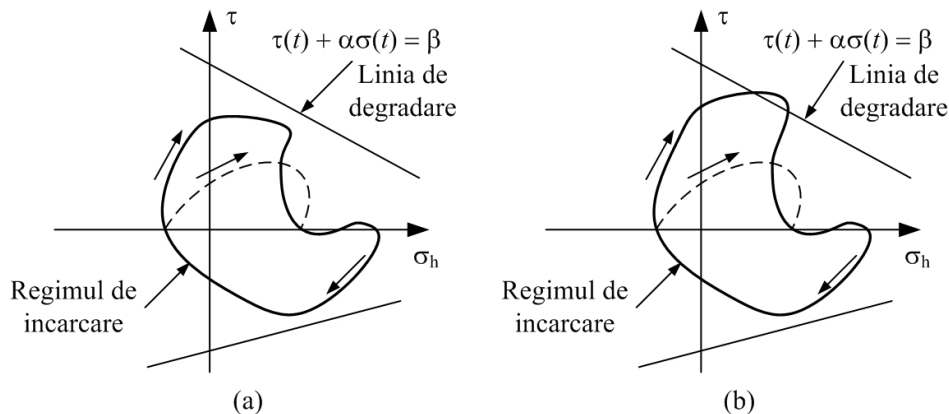


Fig. 2.9. Modelul Dang Van [Dang Van, 1993]

Dacă conturul care marchează regimul de încărcare rămâne în interiorul domeniului situat între cele două linii care marchează ruperea (Fig. 2.9a), durata de viață a elementului considerat se consideră infinită. Dacă însă conturul regimului de încărcare intersectează una dintre cele două linii de degradare se va produce ruperea prin oboseala cauzată de prezența deformațiilor microscopice (Fig. 2.9b).

2.4.4. Modelele integralelor

Asemenea modele, cunoscute și sub numele de modele bazate pe tensiuni medii în volume elementare, au la bază niște valori medii ale tensiunilor care acționează într-un volum elementar V . În general aceste mărimi medii sunt descrise prin integrale duble în raport cu coordonatele sferice φ și θ ale vectorului normalei

\bar{n} la planul Δ . În raport cu φ integrala se efectuează pe intervalul $[0; 2\pi]$, iar în raport cu θ pe intervalul $[0; \pi]$.

Cele mai cunoscute criterii bazate pe metoda integralelor sunt: criteriul Papadopoulos [Papadopoulos, 1994] și criteriul Papuga [Papuga și Ruzicka, 2008]. Un alt model bazat pe tensiunile medii a fost propus de Grubisic și Simburger [Grubisic și Simburger, 1976].

Trebuie subliniat că modelul propus de Papadopoulos a fost în bune concordanțe cu datele experimentale la încărcările în fază. Criteriul Papuga aduce unele corecții în ceea ce privește încărcările defazate, asigurând o concordanță satisfăcătoare cu datele experimentale.

2.4.4.1. Modelul Papadopoulos

Papadopoulos [Papadopoulos, 1994] a propus un criteriu bazat pe combinația liniară dintre valoarea medie a amplitudinii tensiunii tangențiale generalizate T_a într-un anumit plan și valoarea maximă a tensiunii hidrostatice $\sigma_{h,max}$.

$$T_{a,m} + \alpha\sigma_{h,max} = \beta \quad (2.56)$$

unde α și β sunt constante de material.

Valoarea medie a amplitudinii tensiunii tangențiale generalizate se determină după toate direcțiile de lunecare aparținând unui plan (integrare în raport cu χ), respectiv pe toate planele care trec prin punctul considerat în interiorul unui volum elementar (integrarea făcându-se în raport cu ρ și θ , după cum este prezentat în relația de mai jos:

$$T_{a,m} = \sqrt{5} \sqrt{\frac{1}{8\pi^2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} T_a(\varphi, \theta, \chi) d\chi \sin \theta d\theta d\varphi} \quad (2.57)$$

Valoarea T_a este în strânsă legătură cu valoarea medie a amplitudinii tensiunii tangențiale. Pentru determinarea numărului de cicluri până la rupere s-a considerat o formulare de tip Wöhler. Cu toate acestea, Papadopoulos nu precizează o anumită formă pentru curba S-N folosită în determinarea parametrilor.

2.4.5. Modele energetice

Criteriile energetice pot fi divizate în trei grupe care depind de tipul energiei specifice de deformație disipată pe un ciclu de solicitare. Din acest punct de vedere deosebim:

- modele bazate pe energia elastică;
- modele bazate pe energia plastică;
- modele bazate pe energia elastică și plastică.

Criteriile bazate pe energia de deformație elastică se aplică pentru calculul la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri $N > 5 \cdot 10^4$ sau 10^5 cicluri. Criteriile bazate pe energia de deformație plastică sunt apropiate mai mult de oboseala oligociclică pentru $N < 10^4$ sau $5 \cdot 10^4$ cicluri. Criteriile bazate pe energia elastică și plastică pot fi aplicate atât la numere mari cât și la numere mici de cicluri.

Câteva dintre modelele bazate pe energia de deformație elastică sunt cele propuse de Chu-Conle-Bonnen [Chu, Conle ș.a., 1993], Glinka-Wang-Plumtree [Glinka, Wang ș.a., 1995], Macha [Macha și Sonsino, 1999], Shariyat [Shariyat, 2009].

Banvillet [Banvillet, Palin-Luc ș.a., 2003] consideră ca parametru de degradare densitatea volumică a energiei de deformație într-un punct material M , $U_g(M)$, în decursul unei perioade de timp T , definit ca:

$$U_g(M) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \int_T \left\langle \sigma_{ij}(M, t) \cdot \varepsilon_{ij}^e(M, t) \right\rangle dt \quad (2.58)$$

2.4.5.1. Modelul Chu-Conle-Bonnen

Parametrul prin care se ia în considerare degradarea în cadrul modelului Chu-Conle-Bonnen [Chu, Conle ș.a., 1993] are dimensiunea de energie și se obține prin multiplicarea amplitudinilor deformațiilor specifice liniare și unghiulare dintr-un plan cu valorile corespunzătoare ale tensiunilor normale și tangențiale maxime care acționează în același plan:

$$\Delta W^* = \sigma_{n, \max} \frac{\Delta \varepsilon}{2} + \tau_{n, \max} \frac{\Delta \gamma}{2} \quad (2.59)$$

Ruperea prin oboseală se produce atunci când parametrul ΔW^* atinge o valoare maximă.

2.4.5.2. Modelul Glinka-Wang-Plumtree

Modelul Glinka-Wang-Plumtree [Glinka, Wang ș.a., 1995] introduce un parametru energetic definit ca produsul dintre amplitudinea deformației specifice unghiulare dintr-un plan, amplitudinea tensiunii tangențiale din același plan și un termen care conține tensiunea normală maximă și tensiunea tangențială maximă tot din planul considerat:

$$\Delta W^* = \frac{\Delta \gamma}{2} \frac{\Delta \tau}{2} \left(\frac{\sigma_f'}{\sigma_f' - \sigma_{n, \max}} + \frac{\tau_f'}{\tau_f' - \tau_{n, \max}} \right) \quad (2.60)$$

Termenul suplimentar care corectează energia specifică de deformație la forfecare include tensiunea normală maximă $\sigma_{n, \max}$ care are ca efect deschiderea fisurii și tensiunea tangențială maximă care are ca efect deformarea prin lunecare.

2.4.6. Modele bazate pe invarianții stării de tensiune

Ideea care stă la baza modelelor invarianților ține seama de corelația rezistenței la oboseală cu al doilea invariant al tensorului deviator J_2 și primul invariant al tensiunilor I_1 sub forma generală:

$$f(I_{1,a}, J_{2,a}, I_{1,m}, J_{2,m}) = \xi \quad (2.61)$$

unde $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ și $J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$, respectiv a și m indică amplitudinile și valorile medii, iar ξ este o constantă de material calibrată pe baza rezistenței la oboseală.

Cele mai cunoscute criterii bazate pe invarianții tensiunilor sunt următoarele: Sines [Sines, 1955], Crossland [Crossland, 1956] și Kakuno-Kawada [Kakuno și Kawada, 1979]. Aplicarea celor trei criterii, și în special a criteriului Crossland care este cel mai utilizat, implică unele complicații în ce privește

determinarea amplitudinii tensiunii tangențiale echivalente, aceasta fiind egală cu valoarea radicalului de ordinul doi din amplitudinea celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune $\sqrt{J_{2a}}$. Când încărcarea ciclică multiaxială este în fază, amplitudinea tensiunii tangențiale echivalente poate fi determinată direct sub forma:

$$\sqrt{J_{2a}} = \sqrt{\frac{1}{6} \left[(\sigma_{xa} - \sigma_{ya})^2 + (\sigma_{ya} - \sigma_{za})^2 + (\sigma_{za} - \sigma_{xa})^2 + 6(\tau_{xya}^2 + \tau_{yza}^2 + \tau_{xza}^2) \right]} \quad (2.62)$$

Aceste criterii, care după cum s-a văzut au la bază combinația liniară dintre amplitudinea tensiunilor tangențiale octaedrice respectiv tensiunea hidrostatică, sunt relativ simple de aplicat pentru încărcări proporționale. Cu ajutorul acestor modele se poate determina zona în care se vor iniția fisurile de oboseală, dar sunt capabile de prezicerea direcțiilor de propagare doar după planele octaedrice [Mrzygold și Zielinski, 2006].

Dacă solicitarea ciclică multiaxială este defazată, determinarea lui $\sqrt{J_{2a}}$ nu mai este atât de simplă și impune calcule matematice complexe. Vectorul care reprezintă amplitudinea tensiunii tangențiale echivalente este variabil atât ca mărime cât și ca direcție în decursul unui ciclu de solicitare. În Fig. 2.10 este indicată diferența dintre o încărcare proporțională și una neproporțională.

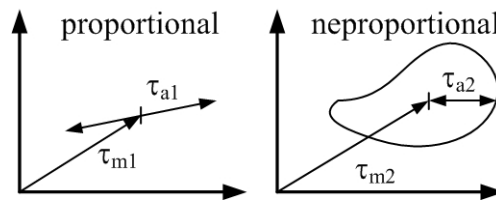


Fig. 2.10. Amplitudinea tensiunii tangențiale la o încărcare proporțională respectiv neproporțională [Dumitru și Kun, 2011]

Printr-un punct aflat în studiu trece un plan Δ definit prin vectorul unitar normal \vec{n} a cărui poziție este dată de coordonatele sferice φ și θ . Vectorul tensiune \vec{S}_n care acționează în planul Δ se descompune în vectorul tensiune normală \vec{N} și vectorul tensiune tangențială \vec{C} (Fig. 2.11).

În timpul variației încărcării, vectorul \vec{S}_n descrie o curbă închisă ψ' , a cărei proiecție ψ în planul considerat reprezintă traiectoria descrisă de vectorul \vec{C} (Fig. 2.12).

Amplitudinea tensiunii tangențiale depinde de orientarea planului Δ , deci $C_a = f(\varphi, \theta)$. Pentru determinarea lui $C_{a,max}$ este necesar să obținem maximum funcției $C_a = f(\varphi, \theta)$ pentru toate unghiurile φ și θ . Atunci când se aplică metoda invariantilor tensiunilor, amplitudinea tensiunii tangențiale echivalente $\sqrt{J_{2a}}$ rămâne aceeași pentru orice orientare a planului Δ .

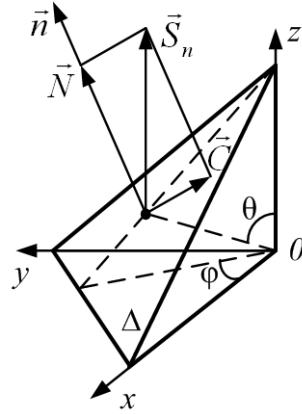


Fig. 2.11. Vectorul tensiune totală \vec{S}_n și componentele \vec{N} și \vec{C} care acționează în planul Δ [Papadopoulos și Dang Van, 1988]

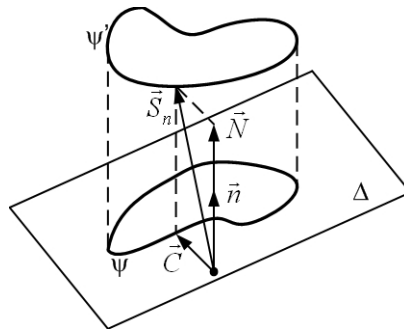


Fig. 2.12. Traiectoria încărcării ψ' descrisă de vectorul tensiune \vec{S}_n și traiectoria ψ descrisă de vectorul tensiune tangențială \vec{C} [Papadopoulos și Dang Van, 1988]

În literatură sunt prezentate mai multe metode propuse de Papadopoulos [Papadopoulos și Dang Van, 1988], Deperrois [Deperrois, 1991], Duprat [Duprat, 1997], Bin Li [Li, Santos ș.a., 2000], Mamiya-Araujo [Mamiya și Araujo, 2002] și Balthazar [Balthazar și Malcher, 2007], Cristofori [Cristofori, Susmel ș.a., 2008] pentru calculul tensiunii tangențiale echivalente.

2.4.6.1. Modelul Sines

Sines [Sines, 1955] a analizat influența diferitelor combinații ale încărcărilor de încovoiere și torsiune și a propus un model bazat pe al doilea invariant al deviatorului tensorului tensiunilor și valoarea medie a tensiunii hidrostactice, după cum urmează:

$$\sqrt{J_{2a}} + k\sigma_h \leq \beta \quad (2.63)$$

unde k și β sunt constante de material ce se pot determina prin încercări la oboseală uzuale.

2.4.6.2. Modelul Crossland

Modelul propus de Crossland [Crossland, 1956] este similar cu cel formulat de Sines, cu deosebirea că în acest caz se ia în considerare valoarea maximă a tensiunii hidrostactice spre deosebire de valoarea medie. Astfel, expresia matematică a modelului Crossland este dată în relația de mai jos:

$$\sqrt{J_{2a}} + k\sigma_{h,max} \leq \beta \quad (2.64)$$

unde k și β sunt constante de material ce se pot determina prin încercări la oboseală uzuale.

2.4.6.3. Modelul Papadopoulos

Papadopoulos [Papadopoulos și Dang Van, 1988] consideră că amplitudinea tensiunii tangențiale echivalente este egală cu raza C_a a cercului minim circumscris traiectoriei de încărcare ψ (Fig. 2.13).

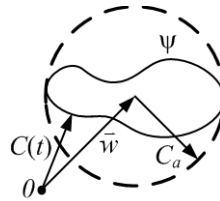


Fig. 2.13. Cercul minim circumscris traiectoriei de încărcare ψ [Papadopoulos și Dang Van, 1988]

Valoarea medie a tensiunii tangențiale este dată de mărimea vectorului \bar{w} care unește originea cu centrul cercului circumscris. O facilitate în abordarea calculului lui $\sqrt{J_{2a}}$ constă în transformarea tensorului deviator σ'_{ij} într-un vector \bar{s} cu cinci dimensiuni. În acest mod tensorul deviator este descris prin mai puține componente [Papadopoulos, Davoli ș.a., 1997]:

$$\begin{aligned} s_1 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \left[\frac{2}{3} \sigma_x - \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_z) \right]; & s_2 &= \frac{\sqrt{2}}{6} (\sigma_y - \sigma_z); & s_3 &= \sqrt{2} \tau_{xy}; \\ s_4 &= \sqrt{2} \tau_{yz}; & s_5 &= \sqrt{2} \tau_{xz} \end{aligned} \quad (2.65)$$

În decursul ciclului de solicitare $\bar{s}(t)$ descrie de asemenea o curbă închisă, care reprezintă conturul sau traseul de încărcare.

2.4.6.4. Modelul Bin Li

O altă metodă pentru determinarea amplitudinii tensiunii tangențiale echivalente a fost propusă de Bin Li [Li, Santos ș.a., 2000]. Conform acestei metode cercul circumscris este înlocuit printr-o elipsă. Valoarea tensiunii tangențiale echivalente se determină în acest caz conform relației de mai jos:

$$\sqrt{J_{2a}} = \sqrt{R_a^2 + R_b^2} \quad (2.66)$$

În relația de mai sus R_a și R_b sunt semirazele elipsei circumscrise traiectoriei de încărcare (Fig. 2.14). Acest mod de abordare ia în considerare efectul neproporționalității comparativ cu metoda prezentată de Dang Van și Papadopoulos.

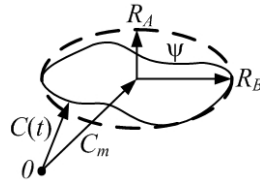


Fig. 2.14. Elipsă minimă circumscrisă traiectoriei de încărcare ψ [Li, Santos s.a., 2000]

2.4.6.5. Modelul Mamiya-Araujo

Mamiya și Araujo [Mamiya și Araujo, 2002] înlocuiesc hipersfera sau elipsoidul cu o anvelopă prismatică, aceasta circumscriind traseul de încărcare în planul deviator (Fig. 2.15).

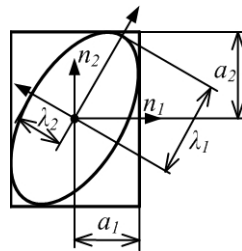


Fig. 2.15. Prismă dreptunghiulară care circumscrie un elipsoid [Mamiya și Araujo, 2002]

Amplitudinea tensiunii tangențiale echivalente se calculează de această dată cu relația:

$$\sqrt{J_{2,a}} = \left(\sum_{i=1}^5 a_i^2 \right)^{1/2} \quad (2.67)$$

unde a_i este amplitudinea componentei $x_i(t)$ în deviatorul tensiunilor, definită sub forma:

$$a_i = \max_i |x_i(t)| \quad (2.68)$$

2.4.7. Modele mesoscopice

Modelele mesoscopice pornesc de la observația că dacă la scara macroscopică (inginerescă $\approx (0,1 - 1)$ mm) materialul are o comportare elastică, anumiți grăunți, la scara mesoscopică ($1 - 100$) μm suferă deformații plastice în timp, fapt ce conduce la apariția primelor microfisuri.

În domeniul numerelor mari de cicluri până la rupere trebuie efectuată o analiză separată pentru subdomeniile duratelor de viață limitate și nelimitate.

Analiza la nivel macroscopic atât pentru durata de viață limitată cât și pentru cea nelimitată indică o cedare a structurii în condițiile unor solicitări elastice.

Din punct de vedere al stării mesoscopice, situațiile sunt cu totul diferite. La scară mesoscopică grăunții cedează în condiții de solicitări elastice numai pentru duratele de viață nelimitate. Pentru duratele de viață limitate analiza la nivel mesoscopic indică prezenta deformațiilor plastice într-un număr limitat de grăunți. Numai anumite cristale cu orientări nefavorabile capătă lunecări plastice, fapt ce conduce la o eterogenitate a distribuției microfisurilor. Durata până la inițierea primei fisuri vizibile la scară macroscopică reprezintă o parte importantă a durabilității la oboseală [Dumitru, Tripa ș.a., 2012 (I, II, III)].

Trebuie subliniat că la scara unui grăunte tensiunile și deformațiile sunt dificil de cuantificat și se impune utilizarea unor metode de trecere de la scară macroscopică spre cea mesoscopică. Condițiile de trecere au fost detaliate de Hill [Hill, 1967], Mandel [Mandel, 1971] și Dumitru [Dumitru, Tripa ș.a., 2012 (I, II, III)]. Acești autori exprimă tensiunile la scară mesoscopică sub forma:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{A}}(x) : \underline{\underline{\Sigma}} + \underline{\underline{\rho}} \quad (2.69)$$

unde $\underline{\underline{A}}(x)$ este tensorul de localizare a tensiunilor, $\underline{\underline{\Sigma}}$ reprezintă tensorul tensiunilor macroscopice, $\underline{\underline{\sigma}}$ este tensorul tensiunilor mesoscopice, iar $\underline{\underline{\rho}}$ tensorul tensiunilor remanente locale. Pentru determinarea acestor mărimi sunt necesare unele ipoteze simplificatoare. Conform ipotezei Liu-Taylor se obține:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - 2G\underline{\underline{\varepsilon}}^P \quad (2.70)$$

unde G este modulul de elasticitate transversal, iar $\underline{\underline{\varepsilon}}^P$ reprezintă tensorul deformațiilor mesoscopice plastice.

Problema cea mai complicată în aplicarea acestor modele constă în determinarea lui $\underline{\underline{\varepsilon}}^P$.

Prima formulare a unui criteriu mesoscopic aparține lui Dang Van [Dang Van, Cailletaud ș.a., 1989] și este folosit în industria franceză de automobile. Criteriul a fost formulat pentru materiale policristaline solificate în domeniul durabilității nelimitate.

Un alt criteriu mesoscopic cu largă utilizare este criteriul Morel [Morel, 1998, 2000; Morel, Palin-Luc ș.a., 2001]. Autorul presupune că amorsarea unei fisuri de oboseală se produce atunci când deformația plastică mesoscopică acumulată Γ atinge o valoare critică Γ_{cr} specifică materialului. Mai mult, el acceptă că numai lunecarea macroscopică este activă în procesul de rupere și pe această bază studiază diferite faze de comportare ale materialului. În final se deduce ecuația unei curbe Wöhler pentru inițierea fisurii. În condițiile în care $(PD) \leq 1$ se poate calcula și numărul de cicluri necesar inițierii fisurii.

2.4.7.1. Modelul Dang Van

Acest criteriu se bazează pe ipoteza că în jurul limitei de oboseală se produce o plasticitate ciclică la scară mesoscopică datorită neomogenității materialului la nivelul unor grăunți. Această deformație plastică puternic localizată

produce o relaxare a tensiunii medii la nivelul mesoscopic, sau cu alte cuvinte conduce la apariția unor tensiuni remanente/reziduale la nivel mesoscopic.

În condițiile unei stări stabilizate, atinsă după un număr mare de cicluri, criteriul Dang Van acceptă că inițierea unei fisuri se produce atunci când o funcție de tensiuni mesoscopice este mai mare sau cel puțin egal cu 0:

$$f\{\underline{\sigma}(O, t)\} \geq 0 \quad \text{pt. } O \in V(M) \quad (2.71)$$

unde M este punctul unde se produce concentrarea puternică a tensiunilor (filet, creștătură, racordare, etc), $V(M)$ este volumul reprezentativ din jurul punctului M , O este punctul volumului $V(M)$ unde grăuntele prezintă o orientare nefavorabilă (orientare critică) și $\underline{\sigma}(O, t)$ este tensiunea mesoscopică în locația O , la timpul t .

Pe baza celor de mai sus, Dang Van [Dang Van, Griveau ș.a., 1982; Dang Van, Cailletaud, 1989] postulează un criteriu de oboseală sub forma:

$$\forall \vec{n}, \forall t \quad \hat{\sigma}_{eq} = \hat{\tau}(\vec{n}, t) + \alpha \cdot \hat{\sigma}_H(t) \geq \beta \quad (2.72)$$

unde $\hat{\sigma}_{eq}$ reprezintă tensiunea echivalentă conform lui Dang Van, $\hat{\tau}(\vec{n}, t)$ este

tensiunea tangențială mesoscopică instantanee, respectiv $\hat{\sigma}_H(t)$ este tensiunea hidrostatică instantanee asociată tensiunii mesoscopice $\underline{\sigma}$, iar α și β sunt constante de material.

În accepțiunea lui Dang Van, tensiunile tangențiale mesoscopice produc lunecarea, deci inițiază primele microfisuri, în timp ce tensiunea hidrostatică favorizează acest proces prin deschiderea fisurii.

Problema care creează cele mai mari complicații în aplicarea criteriului propus de Dang Van o constituie calculul lui $\hat{\tau}(\vec{n}, t)$, care se bazează pe criteriul de plasticitate a unui grăunte conform ipotezei lui Schmid:

$$\|\vec{\tau}(\vec{n})\| - \tau_y \leq 0 \quad (2.73)$$

unde $\|\vec{\tau}(\vec{n})\|$ reprezintă valoarea absolută a tensiunii tangențiale mesoscopice care acționează în planul Δ_n iar τ_y este tensiunea mesoscopică critică (limita de curgere la forfecare a unui grăunte).

În plus față de forfecarea mesoscopică, Dang Van presupune că amorsarea unei fisuri la nivelul limitei de oboseală este puternic influențată de tensiunea hidrostatică mesoscopică, care în multe situații se consideră egală cu valoarea macroscopică σ_n a acesteia.

2.5. Sinteza parametrilor de degradare aplicabile în calculul durabilității la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri

În tabelul de mai jos sunt redată parametrii de degradare ai principalelor modele de calcul pentru oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri, atât pentru cele prezentate detaliat în paragrafele anterioare, cât și pentru alte modele reprezentative existente în literatura de specialitate. Parametrii de degradare sunt prezentați grupați pe categorii. În cazul fiecărui parametru de degradare se prezintă formula matematică cu care acesta se poate determina și se definește condiția critică cu explicarea termenilor noi.

Tabelul 2.1. Sinteza modelelor de oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri

	Modelul	Parametrul de degradare, (PD)
Teoria tensiunilor echivalente	von Mises (1913)	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$
		Obs: Tensiunea echivalentă critică sau $(PD)_{cr} = \sigma_{-1}$
	Signed von Mises (2000)	$sign(\sigma_1) \cdot \sigma_{VM}$
		Obs: σ_{VM} este tensiunea echivalentă von Mises; Tensiunea echivalentă critică sau $(PD)_{cr} = \sigma_{-1}$
	Tresca (1864)	$\sigma_3 - \sigma_1$
		Obs: Tensiunea echivalentă critică sau $(PD)_{cr} = \sigma_{-1}$
	Hohenemser-Prager (1933)	$\sqrt{\tau_a^2 + \tau_{-1}^2 \frac{\sigma_m}{\sigma_r}}$
		Obs: Tensiunea echivalentă critică sau $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$
	Gough-Pollard (1935)	$\sqrt{\tau_a^2 + \tau_{-1}^2 \frac{f_a^2}{f_{-1}^2}}$
		Obs: Tensiunea echivalentă critică, $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; Aplicabil la materiale ductile
$\sqrt{\tau_a^2 + (f_{-1} - \tau_{-1}) \left(\frac{f_a}{f_{-1}} \right)^2 \tau_{-1} + (2\tau_{-1} - f_{-1}) \frac{f_a}{f_{-1}} \tau_{-1}}$		
Obs: Tensiunea echivalentă critică, $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; Aplicabil la materiale fragile		

	Modelul	Parametrul de degradare, (PD)
	Davies (1935)	$\sqrt{f_a + \frac{\tau_m}{\tau_r} f_{-1}^2}$ <p>Obs: Tensiunea echivalentă critică, $(PD)_{cr} = f_{-1}$</p>
	Nishihara- Kawamoto (1941)	$\sqrt{\tau_a^2 + \tau_{-1}^2 \frac{f_a^2}{f_{-1}^2}}$ <p>Obs: Tensiunea echivalentă critică, $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; Aplicabil pentru $f_{-1}/\tau_{-1} \geq \sqrt{3}$</p> $\sqrt{\tau_a^2 + \frac{1}{2}(3\tau_{-1}^2 - f_{-1}^2) \frac{f_a}{f_{-1}} + \frac{1}{2}(f_{-1}^2 - \tau_{-1}^2) \left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2}$ <p>Obs: Tensiunea echivalentă critică, $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; Aplicabil pentru $f_{-1}/\tau_{-1} < \sqrt{3}$</p>
	Langer (1971)	$\frac{f_a}{\sqrt{2}} \left[1 + K^2 + \left(1 + 2K^2 \cos(2\Phi) + K^4 \right)^{1/2} \right]^{1/2}$ <p>Obs: Aplicabil pentru cicluri sinusoidale simetrice defazate de încovoiere cu răsucire; $K = 2\tau_a/f_a$; Φ - unghiul de defazare dintre încovoiere și răsucire</p>
	ASME (1978)	$\frac{f_a}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{3}{4} K^2 + \left(1 + \frac{3}{2} K^2 \cos(2\Phi) + \frac{9}{16} K^4 \right)^{1/2} \right]^{1/2}$ <p>Obs: Aplicabil pentru cicluri sinusoidale simetrice defazate de încovoiere cu răsucire; $K = 2\tau_a/f_a$; Φ - unghiul de defazare dintre încovoiere și răsucire</p>
	Lee (1980)	$f_a \left[1 + \left(\frac{\tau_a f_{-1}}{f_a \tau_{-1}} \right)^\alpha \right]^{1/\alpha}$ <p>Obs: Tensiunea echivalentă critică, $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; $\alpha = 2(1 + \beta \sin\Phi)$; β - constantă de material</p>
	Lee (1989)	$f_a \left[1 + \left(\frac{\tau_a f_{-1}}{f_a \tau_{-1}} \right)^\alpha \right]^{1/\alpha} / \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_r} \right)^n \right]$ <p>Obs: n - constantă de material</p>

	Modelul	Parametrul de degradare, (PD)
Teoria planelor critice	Stulen-Cummings (1954)	$\tau_{na} + \alpha\sigma_{n,max}$ Obs: Planul critic, având normala n, este planul în care σ_n atinge valoarea maximă; τ_{na} – amplitudinea tensiunii tangențiale din planul critic; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; $\alpha = 2(\tau_{-1}/\sigma_{-1}) - 1$;
	Sines (1955)	$\frac{\Delta\tau_{oct}}{2} + \alpha(3\sigma_{h,m})$ Obs: $\alpha = \frac{(2\sqrt{2}/3)(\sigma_{-1} - \sigma_0/2)}{\sigma_0}$; $(PD)_{cr} = (\sqrt{2}/3)\sigma_{-1}$
	Findley (1957)	$\tau_{na} + \alpha\sigma_{n,max}$ Obs: Planul critic, având normala n, este planul în care (PD) atinge valoarea critică; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; $\alpha = 2(\tau_{-1}/\sigma_{-1}) - 1$;
	Yokobori (1966)	$\max_t(\tau_n(t)) + \alpha\sigma_{n,max}$ Obs: Planul critic, cu normala n, este planul în care τ_n atinge valoarea maximă; $\sigma_{n,max}$ – tensiunea normală din același plan; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; $\alpha = 2(\tau_{-1}/\sigma_{-1}) - 1$
	Matake (1977)	$\tau_{na} + \alpha\sigma_{n,max}$ Obs: Planul critic, cu normala n, este planul în care amplitudinea tensiunii tangențiale τ_{na} este maximă; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; $\alpha = 2(\tau_{-1}/\sigma_{-1}) - 1$;
	Dang Van (1993)	$\max_t(\tau_{na}(t) + \alpha\sigma_h(t))$ Obs: $\sigma_h(t) = 1/3 \cdot (\sigma_1(t) + \sigma_2(t) + \sigma_3(t))$; $\alpha = 3(\tau_{-1}/\sigma_{-1} - 1/2)$; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$
	McDiarmid (1994)	$\tau_{na} + \alpha\sigma_{n,max}$ Obs: Planul critic, având normala n, este planul în care τ_{na} atinge valoarea maximă; $\alpha = \tau_{-1}/2\sigma_{-1}$; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$
	Robert (1992)	$\max_t[\tau_{na}(t) + \alpha\sigma_{na}(t) + \beta\sigma_{nm}]$ Obs: Valoarea critică a (PD): $(PD)_{cr} = \tau_{-1}\sqrt{\alpha^2 + 1}$; α, β – constante de material
	Skibicki (2007)	$(\tau_{na} + C_1\sigma_{na} + C_2\sigma_{nm})\left(1 - \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}}H^3\right)$

	Modelul	Parametrul de degradare, (PD)
		Obs: Planul critic, având normala n, se consideră planul în care τ_{na} atinge valoarea maximă; σ_{na} și σ_{nm} reprezintă amplitudinea și valoarea medie a tensiunii normale în planul critic; C_1, C_2 – constante de material; H – funcție de pondere; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$
Teoria modelelor integralelor	Papadopoulos (1994)	$\sqrt{\langle T_a^2 \rangle} + \alpha p_H \max$ $\sqrt{\langle T_a^2 \rangle} = \sqrt{5} \sqrt{\frac{1}{8\pi^2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} T_a(\varphi, \theta, \chi) d\chi \sin \theta d\theta d\varphi}$ <p>Obs: $\langle T_a \rangle$ – valoarea medie a amplitudinii tensiunii tangențiale după toate direcțiile de alunecare aparținând unui plan (integrare în raport cu χ), respectiv pe toate planele care trec prin punctul considerat în interiorul unui volum elementar (integrarea făcându-se în raport cu φ și θ); $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; $\alpha = 3\tau_{-1} / \sigma_{-1} - \sqrt{3}$</p>
	Papuga (2008)	$\sqrt{\frac{1}{4\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \left[\frac{5}{2} C_a^2 + \alpha \left(N_a + \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} N_m \right) \right] \sin \theta d\theta d\varphi}$ <p>Obs: C_a, N_a, N_m – amplitudinea tensiunii tangențiale, respectiv amplitudinea și valoarea medie a tensiunii normale dintr-un plan dat; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$; $\alpha = \sigma_{-1} (3\sigma_{-1}^2 / \tau_{-1}^2 - 1)$</p>
Teoria energetică	Macha (1999)	$4\sqrt{GU_f}$ <p>Obs: $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$</p>
	Shariyat (2009)	$a\sqrt{U_f} + \bar{\beta} \cdot p_H$ <p>Obs: a, $\bar{\beta}$ – constante de material; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$</p>
	Chu-Conle-Bonnen (1993)	$\max_t [\gamma_{na}(t)\tau(t) + \varepsilon_{na}(t)\sigma(t)]$ <p>Obs: (PD) este o energie de deformație determinată în planul în care aceasta are valoarea maximă</p>
	Glinka-Wang-Plumtree (1995)	$\max_t \left[\gamma_{na}(t)\tau(t) \left(\frac{\sigma'_f}{\sigma'_f - \sigma_{n,max}} + \frac{\tau'_f}{\tau'_f - \tau_{n,max}} \right) \right]$ <p>Obs: (PD) este o energie de deformație determinată în planul în care aceasta are valoarea maximă</p>

	Modelul	Parametrul de degradare, (PD)
Teoria invariantilor stării de tensiune	Sines (1955)	$\sqrt{J_{2,a}} + K \cdot I_{1,m}$
		Obs: $\sqrt{J_{2,a}}$ - amplitudinea tensiunii tangențiale echivalente; $I_{1,m} = \sigma_{h,m}$ - valoarea medie a tensiunii hidrostactice; $K = 3\tau_{-1} / \sigma_0 - \sqrt{3}$; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$
	Crossland (1986)	$\sqrt{J_{2,a}} + K[I_{1,m} + I_{1,a}]$
		Obs: $I_{1,m} + I_{1,a} = I_{1,max} = \sigma_{h,max}$; $K = 3\tau_{-1} / \sigma_{-1} - \sqrt{3}$; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$
Kakuno-Kawada (1979)	$\sqrt{J_{2,a}} + K \cdot I_{1,m} + \lambda \cdot I_{1,a}$	
	Obs: $I_{1,m} = \sigma_{h,m}$; $I_{1,a} = \sigma_{h,a}$; $K = 3\tau_{-1} / \sigma_{-1} - \sqrt{3}$; $\lambda = 3\tau_{-1} / \sigma_0 - \sqrt{3}$; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$	
Teoria mesoscopica	Dang Van (1989)	$\hat{\tau}(\vec{n}, t) + \alpha \cdot \hat{\sigma}_H(t)$
		Obs: $\alpha = \frac{\tau_{-1} - \sigma_1 / 2}{\sigma_{-1} / 3}$; $(PD)_{cr} = \tau_{-1}$
Morel (1998)		$\frac{1}{N_i} \left(p \ln \frac{C_a}{C_a - \tau_{lim}} + q \frac{\tau_{lim}}{C_a - \tau_{lim}} - \frac{r}{C_a} \right)$
		Obs: N_i - numărul de cicluri necesar inițierii fisurii; C_a - amplitudinea tensiunii tangențiale macroscopice; p, q, r - constante de material; $\tau_{lim} = \tau_c$; $(PD)_{cr} = 1$

După cum se poate vedea din tabelul de mai sus, există o multitudine de abordări în ceea ce privește parametrul de degradare în oboseala multiaxială cu numere mari de cicluri. În decursul timpului s-a ajuns de la abordarea macroscopică specifică modelelor bazate pe tensiuni echivalente până la nivelul mesoscopic, concept dezvoltat de Van Dang.

Primele modele, în special cele bazate pe tensiuni echivalente dau rezultate de regulă acoperitoare care prezintă avantajul de a fi foarte ușor de aplicat. În ziua de azi industria constructoare de mașini se orientează tot mai mult spre fabricarea unor produse cu durată limitată de viață și din acest motiv derivă necesitatea determinării cu precizie tot mai mare a numărului de cicluri remanente până la rupere. Astfel, modelele care s-a dezvoltat ulterior, începând chiar cu modelele planelor critice, tind să răspundă acestor cerințe.

Modelele planelor critice prezintă un avantaj față de modelele tensiunilor echivalente, și anume acela că dau posibilitatea determinării pe lângă numărul de cicluri până la rupere și a planului de material de-a lungul căruia un parametru sau o combinație de parametri ating o valoare critică și de-a lungul căruia se propagă primele fisuri de oboseală. Dezavantajul evident este complicația introdusă în calculele matematice pentru determinarea poziției acestui plan critic.

Spre deosebire, modelele invarianților stării de tensiune consideră întotdeauna că primele fisuri de oboseală se propagă în planele octaedrice. Această condiție le restrânge aria de aplicabilitate la materialele ductile, acolo unde tensiunile tangențiale joacă rolul dominant în nucleația fisurilor de oboseală.

Modelele dezvoltate ulterior, cele ale integralelor și cele energetice, vin cu calcule matematice destul de dificil de aplicat, dar și cu avantajul că sunt pretabile la determinarea duratelor de viață limitate dând rezultate apropiate de realitate.

Un loc aparte îl ocupă în această trecere în revistă modelele bazate pe abordarea mesoscopică, situându-se între nivelul macroscopic și cel microscopic, adică în zona unui grăunte sau a unui grup de grăunți de material. Abordarea mesoscopică pleacă de la nivelul de bază de la care se poate observa nucleația unei fisuri și este descrisă de ecuații matematice de nivel înalt. Această abordare cunoaște o dezvoltare continuă fiind aplicată în tot mai multe ramuri ale industriei constructoare de mașini, cu precădere în industria de automobile și cea aeronautică.

3. PARTICULARITĂȚI ALE CALCULULUI ANALITIC AL PARAMETRILOR DE OBOSEALĂ FOLOSIND MODELE MULTIAXIALE

3.1. Considerații generale privind aplicarea modelelor de oboseală multiaxială în tensiuni

Cu toate că modelele de oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri vin cu o abordare a stării de tensiune, care este implicit mult mai simplă decât cea a stării de deformație sau energiei specifice de deformație, este totuși necesară o înțelegere foarte bună a noțiunilor definitorii pentru caracterizarea solicitărilor și a degradării la numere mari de cicluri.

Cel mai important parametru care guvernează abordarea degradării bazată pe tensiuni este tensorul tensiunilor, cu cele 6 componente ale sale independente. În cazul aplicării unor modele de tensiune echivalentă este suficientă cunoașterea variației celor 6 componente ale tensorului tensiunilor de-a lungul unui ciclu de solicitare. Lucrurile se complică substanțial la aplicarea modelelor planelor critice, din moment ce este necesară calcularea componentelor tensorului tensiunilor pe mai multe plane de material. Astfel, fiecare componentă a tensorului tensiune depinde de unghiul planului în care se determină starea de tensiune.

Expresia generală a modelelor planelor critice este redată în relația de mai jos:

$$\Delta\tau + \alpha \cdot \sigma \leq \beta \quad (3.1)$$

unde α și β sunt parametri care depind de caracteristicile materialului analizat. Parametrul de degradare în cazul modelelor planelor critice depinde deci atât de variația tensiunii tangetiale pe un anumit plan cât și de tensiunea normală de pe același plan. Implicit, intră în calcul parametrii care definesc relația dintre variațiile temporale ale celor două tensiuni amintite, care pot fi raportul amplitudinilor, unghiul de defazare, sau frecvența. În consecință, abordarea stării de degradare cu ajutorul modelelor planelor critice conduce întotdeauna la o problemă matematică puternic parametrizată, parametrii amintiți mai sus intervenind în determinarea variației temporale a parametrului de degradare global, după cum se arată în relația de mai jos:

$$PD = f(A, \lambda, \Phi) \quad (3.2)$$

unde A reprezintă raportul razelor extreme corespunzătoare tensiunii normale respectiv tangetiale în sistemul de coordonate σ - τ reprezentând curba de încărcare (factorul de neproporționalitate), λ este raportul frecvențelor tensiunilor tangetiale respectiv normale, iar Φ este valoarea unghiului de defazare dintre tensiunea normală și cea tangetială.

Pe de altă parte, o problemă aparte o reprezintă definirea planului critic de rupere. Acesta diferă de la un autor la altul, planul critic poate fi acel plan unde anumite tensiuni ating valori extreme sau o combinație dintre acestea. În tabelul de

mai jos se prezintă a sinteză a definirii planului critic de rupere în cazul unor modele de oboseală multiaxială des utilizate:

Tabelul 3.1. Definierea planului critic [Kun, 2011]

Modelul	Planul critic este acela/unde:
Criteriul tensiunii normale maxime	σ_a este maximă
Findley	Tensiunea echivalentă Findley este maximă
Yokobori	τ este maximă
Matake	τ_a este maximă
McDiarmid	τ_a este maximă
Von Mises	Planul octaedric
Von Mises „cu semn”	Planul octaedric
Tresca	Planul octaedric
Crossland	Planul octaedric

Dacă se consideră o sollicitare compusă din două tensiuni, una normală și una tangențială, ambele cu variație sinusoidală, defazate cu $\Phi = \pi/2$, se poate reprezenta variația tensiunilor reprezentative amintite în Tabelul 3.1, conform Fig. 3.1, acceptând relațiile care guvernează starea plană de tensiune.

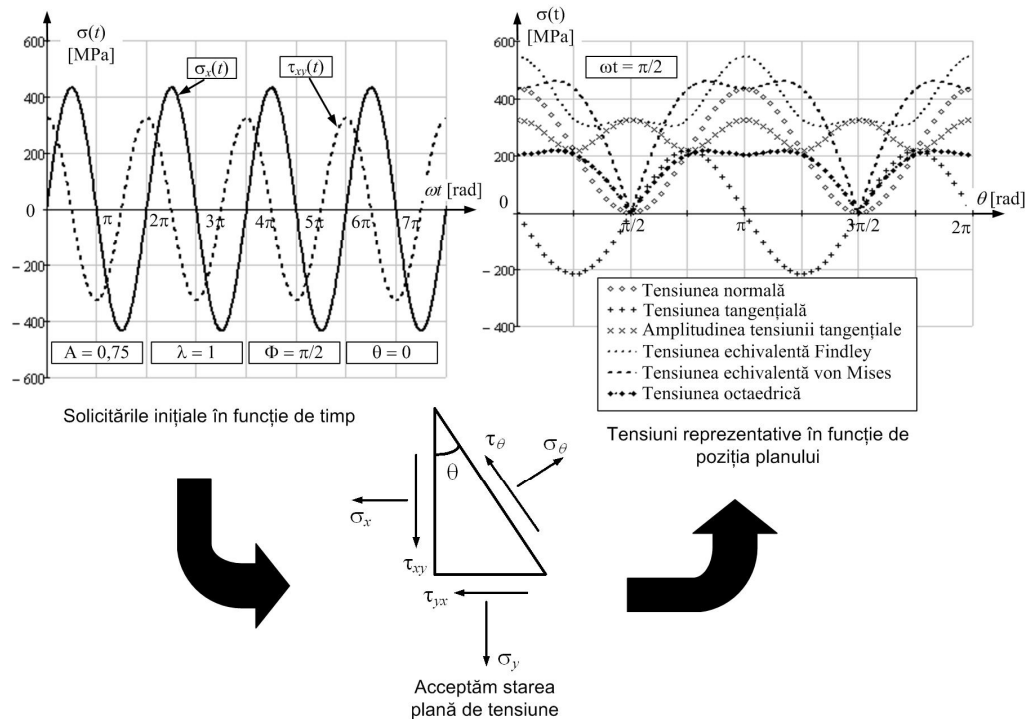


Fig. 3.1. Reprezentarea tensiunilor reprezentative în cazul unui ciclu de sollicitare multiaxial

După cum se poate observa din figură, la momentul de timp ales ($\omega t = \pi/2$), tensiunile reprezentative, cele care sunt considerate parametrii definitorii pentru

determinarea planului critic de rupere conform criteriilor amintite mai sus, au o variație foarte pronunțată în funcție de planul de material de-a lungul căruia sunt calculate. Se observă de asemenea faptul că valorile extreme ale acestor tensiuni nu sunt atinse întotdeauna pe aceleași plane. De exemplu, există plane unde atât tensiunea normală, amplitudinea tensiunii tangențiale cât și tensiunea echivalentă Findley ating o valoare extremă, în schimb, de-a lungul aceluiași plane tensiunea octaedrică și tensiunea echivalentă von Mises nu ating extreme, ba mai mult, tensiunea tangențială chiar se anulează.

În cele ce urmează vor fi prezentate studii de caz teoretice cu privire la metodologia de aplicare a modelelor tensiunilor echivalente și a planelor critice în cazul unor stări plane de tensiune și cu tensiuni normale și tangențiale cu variație armonică. Se pune în evidență influența parametrilor amintiți în relația (3.2) asupra planului critic de rupere și asupra tensiunii echivalente rezultante.

Calculule prezentate în paragrafele următoare au fost realizate în mediul de programare MathCad 14, astfel au fost elaborate practic programe de calcul complet parametrizate în care au fost implementate modelele amintite. Aceste programe sunt construite astfel încât este necesară doar introducerea datelor de intrare, constând din parametrii solicitărilor cum ar fi amplitudinile tensiunilor, unghiul de defazare, frecvența, etc. După această etapă toate celelalte elemente sunt calculate automat, inclusiv graficele sunt realizate în timp real în funcție de datele inițiale introduse.

3.2. Implementarea formulei lui Bishop în determinarea tensiunii echivalente „von Mises cu semn” și comparație cu modelul Yokobori

3.2.1. Definirea caracteristicilor solicitării multiaxiale considerate

Solicitarea multiaxială simulată în mediul de programare MathCad este reprezentată prin componentele de tensiune normală $\sigma_x(t)$ și tensiune tangențială $\tau_{xy}(t)$ presupuse sinusoidale cu aceeași frecvență ($\lambda = 1$), dar defazate la $\Phi = 90^\circ$ respectiv:

$$\sigma_x(t) = \sigma_{x,m} + \sigma_{x,a} \cdot \sin(\omega t) \quad [MPa] \quad (3.3)$$

$$\tau_{xy}(t) = \tau_{xy,m} + \tau_{xy,a} \cdot \sin(\omega t + \Phi) \quad [MPa] \quad (3.4)$$

unde $\sigma_{x,a} = 120$ MPa, $\sigma_{x,m} = 0$ MPa, $\tau_{xy,a} = 60$ MPa și $\tau_{xy,m} = 30$ MPa.

În Fig. 3.2. sunt redată variațiile temporale ale celor două componente de tensiune.

Cele două tensiuni generează în sistemul de coordonate σ - τ un traseu de încărcare eliptic, din care se poate determina cu ușurință factorul de neproporționalitate A (Fig. 3.3).

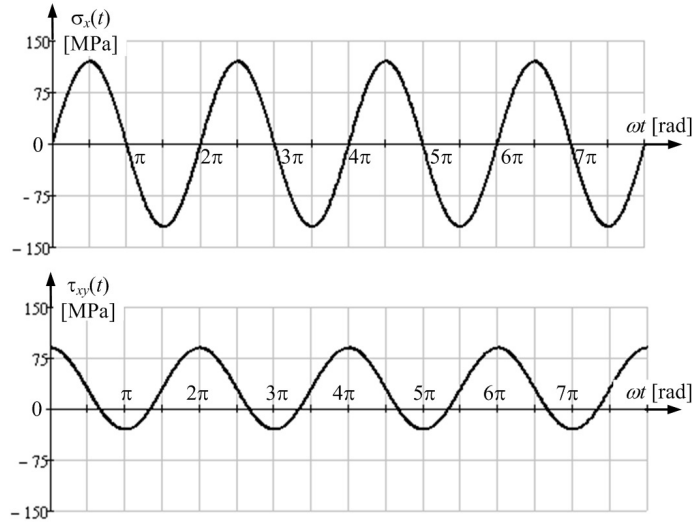


Fig. 3.2. Secvențele temporale ale tensiunilor normale și tangențiale considerate pentru determinarea tensiunii echivalente „von Mises cu semn”

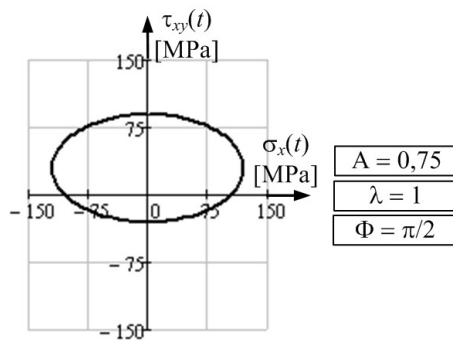


Fig. 3.3. Traseul de încărcare generat de componentele normală și tangențială

Tensiunea echivalentă von Mises dată de sollicitarea de mai sus este reprezentată în figura de mai jos:

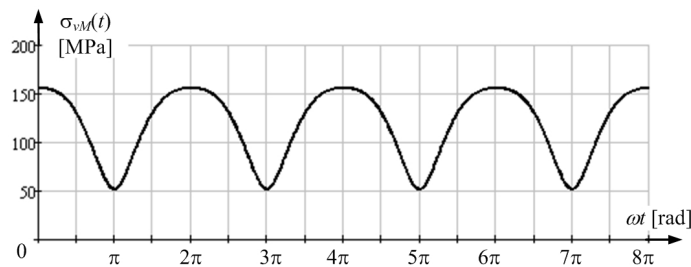


Fig. 3.4. Secvența temporală a tensiunii echivalente von Mises

Se poate observa din Fig. 3.4 faptul că tensiunea echivalentă von Mises se prezintă sub forma unui ciclu pulsant pozitiv, cu tensiunea medie diferită de zero, cu toate că ambele tensiuni componente au porțiuni negative.

Pentru eliminarea acestei ambiguități date de modul de definire a tensiunii von Mises, Bishop [Bishop și Sherrat, 2000] a propus o corecție a tensiunii echivalente von Mises în sensul luării în considerare a semnului acesteia, semn care în general este dat de prima tensiune principală sub forma redată în relația (2.44).

3.2.2. Prezentarea programului de calcul pentru implementarea formulei lui Bishop

În continuare se prezintă felul în care s-a aplicat relația propusă de Bishop pentru transformarea ciclului pulsant von Mises într-un ciclu simetric von Mises „cu semn”. A fost elaborat un program de calcul [Dumitru, Kun ș.a., 2011] care transformă orice solicitare ciclică compusă dintr-o tensiune normală și tangențială (cu orice amplitudine constantă, frecvență, tensiune medie și lege de variație) într-un ciclu simetric echivalent, folosind metoda lui Bishop. Pentru aceasta s-a utilizat mediul de programare pentru calcule numerice MathCad 14.

Formula lui Bishop implică, pe lângă cunoașterea legilor de variație a tensiunilor componente și a tensiunii echivalente von Mises, determinarea tensiunilor normale principale σ_1 și σ_2 . În Fig. 3.5 se prezintă definirea în mediul MathCAD a funcțiilor cu ajutorul cărora s-au calculat aceste tensiuni principale.

$$\sigma_1 \langle wt_ \rangle := \frac{\sigma_x \langle wt_ \rangle}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma_x \langle wt_ \rangle^2 + 4 \cdot \tau_{xy} \langle wt_ \rangle^2}$$

$$\sigma_2 \langle wt_ \rangle := \frac{\sigma_x \langle wt_ \rangle}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma_x \langle wt_ \rangle^2 + 4 \cdot \tau_{xy} \langle wt_ \rangle^2}$$

Fig. 3.5. Definirea tensiunilor normale principale în mediul MathCad

Formula lui Bishop a fost reconstruită în mediul MathCad astfel încât programul să țină cont permanent de semnul tensiunii normale principale maxime (Fig. 3.6).

$$\sigma_{vM_s} \langle wt_ \rangle := \begin{cases} (-1)^{\text{trunc}\left(\frac{wt_}{360}\right)} \cdot \sigma_{vM} \langle wt_ \rangle & \text{if } \text{mod}(wt_ , 360) = 0 \\ \text{otherwise} \\ \begin{cases} (-1)^{\text{trunc}\left(\frac{wt_}{360}\right)} \cdot \text{sign}(\sigma_1 \langle wt_ \rangle) \cdot \sigma_{vM} \langle wt_ \rangle & \text{if } (|\sigma_1 \langle wt_ \rangle| \geq |\sigma_2 \langle wt_ \rangle|) \\ (-1)^{\text{trunc}\left(\frac{wt_}{360}\right)} \cdot \text{sign}(\sigma_2 \langle wt_ \rangle) \cdot \sigma_{vM} \langle wt_ \rangle & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases}$$

Fig. 3.6. Definirea funcției Bishop în mediul MathCad

Programul de calcul a fost realizat conform schemei logice prezentate în Fig. 3.7. S-a ținut cont de momentele în care prima și a doua tensiune principală devin egale. În asemenea cazuri, dacă în următorul moment de timp a doua tensiune normală principală devine mai mare decât prima tensiune normală principală, programul schimbă automat cele două tensiuni între ele și semnul fostei a doua

tensiuni normale principale este luat în considerare în formula lui Bishop, până la următorul moment de acest fel de pe ciclu.

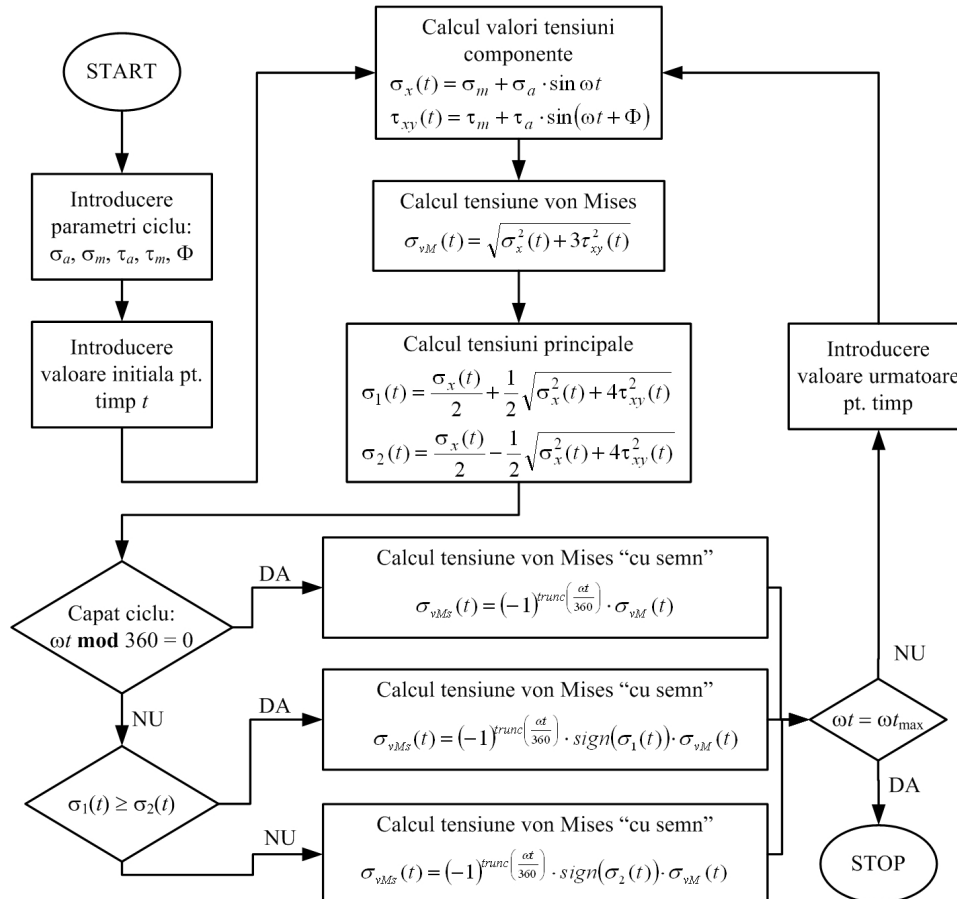
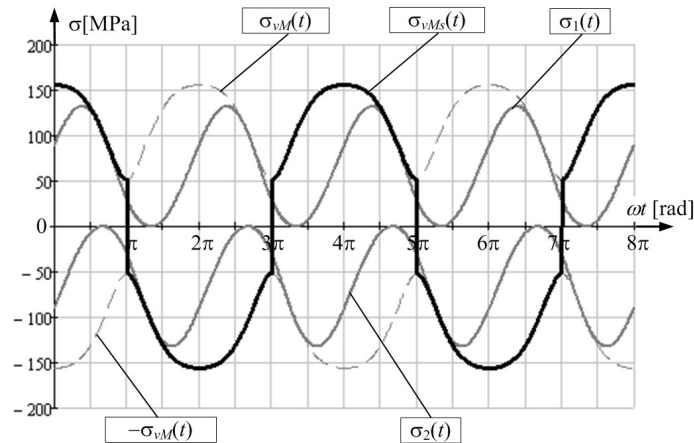


Fig. 3.7. Schema logică a programului pentru calculul tensiunii echivalente „von Mises cu semn” aplicând formula lui Bishop [Dumitru, Kun ș.a., 2011]

Bazat pe această schemă logică adoptată, s-a calculat tensiunea echivalentă „von Mises cu semn” și este reprezentată în Fig. 3.8 suprapusă cu tensiunea von Mises clasică (cu linie întreruptă) și cu cele două tensiuni normale principale σ_1 și σ_2 , cu scopul de a putea fi comparate cu ușurință.

S-a obținut un ciclu echivalent simetric, care menține atât secvențele pozitive cât și pe cele negative din solicitarea originală. Se vede că ciclul echivalent este un ciclu simetric la care valorile extreme sunt egale cu $\pm 155,9$ MPa. Evident că acest mod de abordare a problemei este acoperitor într-un calcul ingineresc, în schimb aplicarea acestei metode este extrem de dificilă în cazul unor cicluri aleatoare.

Fig. 3.8. Variația tensiunii echivalente „von Mises cu semn” $\sigma_{vMs}(t)$ [Dumitru, Kun ș.a., 2011]

3.2.3. Evaluarea ciclului echivalent obținut prin comparație cu modelul Yokobori aplicat aceleiași solicitări

Din moment ce modelul propus de Yokobori [Yokobori și Yoshimura, 1966] aparține categoriei modelelor planelor critice, este de înțeles faptul că extinderea noțiunii de tensiune echivalentă necesită anumiți parametri suplimentari față de cazul aplicării modelelor tensiunilor echivalente. Asemenea parametri sunt caracteristicile de material, necesari pentru aplicarea modelului Yokobori.

Conform criteriului Yokobori, ecuația care caracterizează starea de tensiune în cazul unor solicitări multiaxiale variabile în timp se poate scrie în felul următor:

$$\max_{t \in T} [\tau_n(t)] + \alpha \cdot \sigma_{n,max} = \beta \quad (3.5)$$

unde $\alpha = 2\tau_{-1} / \sigma_{-1} - 1$ și $\beta = \tau_{-1}$. Pentru determinarea coeficientului α a fost ales un oțel cu caracteristicile la oboseală prezentate în Tabelul 3.2.

Tabelul 3.2. Caracteristicile la oboseală a oțelului 30NDC16 [Froustey și Lassere, 1989]

Material	Rezistența la oboseală întindere ciclică σ_{-1} [MPa]	Rezistența la oboseală la răsucire ciclică τ_{-1} [MPa]
30NDC16	660	410

În cele ce urmează se prezintă programul de calcul realizat în mediul MathCad în scopul aplicării criteriului Yokobori pentru același caz de solicitare din Fig. 3.2. Programul de calcul permite determinarea tensiunii echivalente Yokobori $\tau_{YK}(t)$ atât ca o funcție de timp cât și ca o funcție de unghiul de înclinare θ al planului critic. Pentru reprezentarea tensiunilor echivalente s-au utilizat atât coordonate polare cât și coordonate carteziane.

Secvența de program realizată pentru determinarea simultană a valorii maxime a parametrului Yokobori, a momentului de timp în care se atinge această valoare maximă, respectiv al unghiului θ al planului în care se atinge această valoare maximă a parametrului Yokobori, este prezentată în Fig. 3.9:

```

(Y'_{max} \omega t_{mm} \theta_{Y_{max}}) :=
  x_{Y'_{max}} \leftarrow 0
  x_{\omega t_{mm}} \leftarrow 0
  x_{\theta_{Y_{max}}} \leftarrow 0
  for xx_{\omega t_{mm}} \in 0, 1 .. 360
    for xx_{\theta_{Y_{max}}} \in 0, 0.02 .. 2\pi
      if x_{Y'_{max}} < Y'(xx_{\omega t_{mm}}, xx_{\theta_{Y_{max}}})
        x_{Y'_{max}} \leftarrow Y'(xx_{\omega t_{mm}}, xx_{\theta_{Y_{max}}})
        x_{\omega t_{mm}} \leftarrow xx_{\omega t_{mm}}
        x_{\theta_{Y_{max}}} \leftarrow xx_{\theta_{Y_{max}}}
  return (x_{Y'_{max}} x_{\omega t_{mm}} x_{\theta_{Y_{max}}})

\theta_{Y_{max}2} := \text{mod}(\theta_{Y_{max}}, \pi)

```

Fig. 3.9. Secvența de program pentru determinarea valorii maxime a parametrului Yokobori, respectiv a momentului de timp și a planului în care acesta este atins

Este de menționat faptul că, deși se determină poziția planului de material de-a lungul căruia parametrul (de fapt, tensiunea echivalentă) Yokobori atinge valoarea sa extremă, acest plan nu este planul critic de rupere. În conformitate cu definiția modelului Yokobori [Yokobori și Yoshimura, 1966], planul critic de rupere este acela de-a lungul căruia tensiunea tangențială atinge o valoare extremă.

Astfel, pentru ciclul de încărcare considerat, s-a determinat valoarea maximă a tensiunii echivalente Yokobori ca fiind 119,79 MPa, valoare care se atinge în momentul $\omega t = 1,94\pi \text{ rad}$, într-un plan înclinat cu unghiul $\theta = 5,64^\circ$ sau $185,64^\circ$. Ținând seama de aceste valori, hodograful tensiunilor (reprezentare în coordonate polare, propusă de Skibicki [Skibicki și Sempreuch, 2004]) va avea forma prezentată în Fig. 3.10.

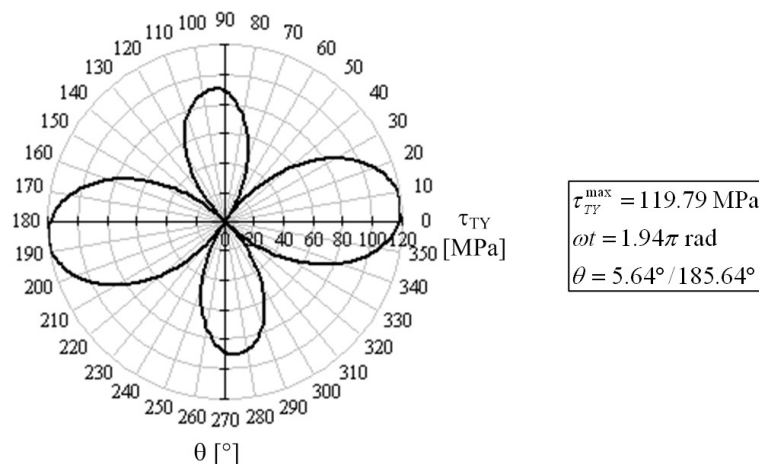


Fig. 3.10. Hodograful parametrului Yokobori în diferite plane înclinate cu unghiul θ , reprezentat în coordonate polare la momentul de timp $\omega t = 1.94\pi \text{ rad}$, la care acesta atinge valoarea maximă [Dumitru, Kun ș.a., 2011]

Considerând aceleași valori determinate anterior, în Fig. 3.11 se prezintă de această dată în coordonate carteziene variația parametrului Yokobori în diferite plane la momentul de timp în care acesta atinge valoarea maximă.

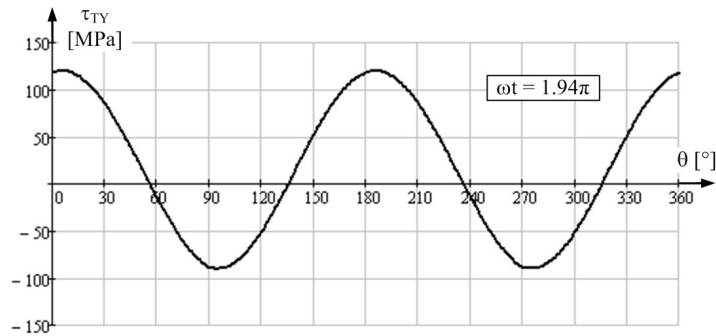


Fig. 3.11. Variația parametrului Yokobori în diferite plane înclinate cu unghiul θ , reprezentat în coordonate carteziene la momentul de timp $\omega t = 1,94\pi$ rad, la care acesta atinge valoarea maximă [Dumitru, Kun ș.a., 2011]

Pornind de la valorile extreme ale tensiunilor echivalente determinate mai sus, compararea celor două abordări s-a făcut pe baza unor coeficienți de siguranță, calculați ca fiind raportul dintre limita de oboseală la torsiune a materialului și valoarea tensiunii echivalente „von Mises cu semn” respectiv Yokobori. Valorile obținute pentru coeficienții de siguranță sunt centralizate în Tabelul 3.3.

Tabelul 3.3. Coeficienți de siguranță determinați pe baza modelelor „von Mises cu semn” respectiv Yokobori [Dumitru, Kun ș.a., 2011]

Model	Tensiunea echivalentă maximă $\max(\sigma_{eq})$ [MPa]	Rezistența la oboseală la răsucire τ_{-1} [MPa]	Coeficientul de siguranță c [-]
Von Mises „cu semn”	155,90	410	2,63
Yokobori	119,79		3,42

După cum se poate observa din Tabelul 3.3, modelul Yokobori produce un coeficient de siguranță mai mare decât modelul „von Mises cu semn”. Acest lucru se traduce printr-o tensiune echivalentă mai mică în cazul modelului Yokobori decât în cazul modelului „von Mises cu semn”, adică se ajunge la concluzia că modelul „von Mises cu semn” este mai acoperitor decât modelul Yokobori. Această concluzie este în concordanță cu aspectele prezentate în stadiul actual al cercetării în domeniul oboselii multiaxiale cu numere mari de cicluri, unde s-a precizat faptul că modelele tensiunilor echivalente (categorie de care aparține atât modelul von Mises, cât și modelul „von Mises cu semn”) sunt mai acoperitoare decât modelele planelor critice.

3.3. Studiul influenței unghiului de defazare și a frecvenței asupra poziției planului critic determinat cu ajutorul modelului Findley

3.3.1. Definirea caracteristicilor solicitărilor multiaxiale considerate

În cadrul acestui studiu al particularităților calculului la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri, se va aplica modelul propus de Findley [Findley, 1957, 1959] pentru diferite cazuri de solicitări compuse din tensiuni normale și tangențiale (stări plane de tensiune, aplicabile cu precădere la tuburi) cu diferite valori ale unghiului de defazare Φ și a raportului frecvențelor λ . Cazurile de solicitare, reprezentate în sistemul de coordonate σ - τ sunt prezentate în Fig. 3.12:

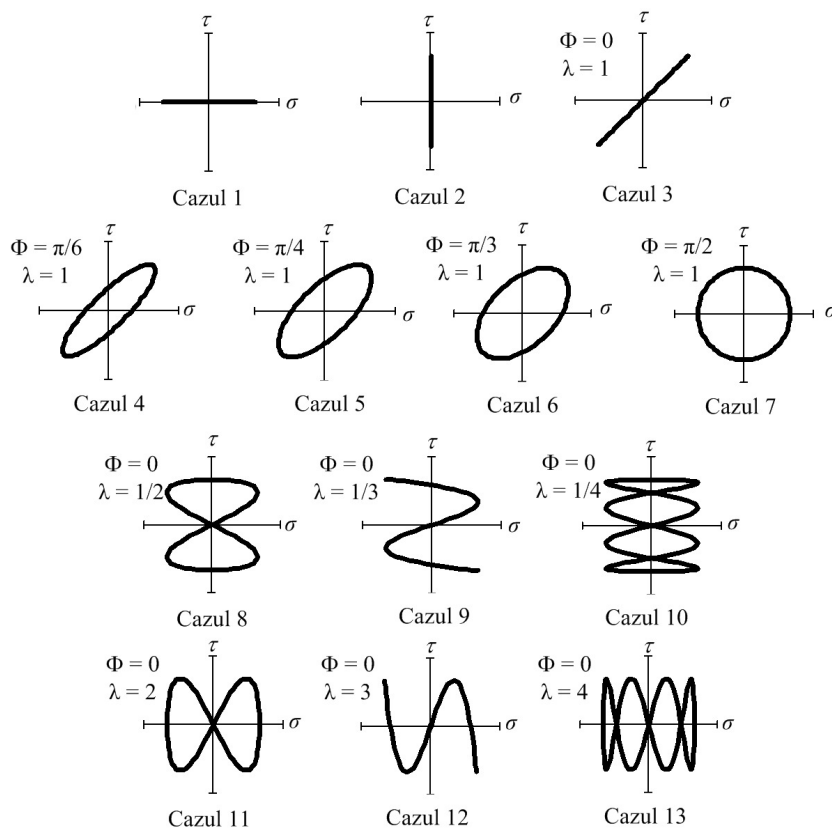


Fig. 3.12. Cazuri de solicitare proporționale și neproporționale analizate cu modelul Findley [Kun și Dumitru, 2010]

Se poate observa că primele trei cazuri sunt proporționale, iar restul neproporționale. De asemenea, se vede că în cazul a 5 încărcări (cazurile 3-7) s-a variat unghiul de defazare, iar în cazul a 6 încărcări (cazurile 8-13) s-a variat raportul frecvențelor.

Din moment ce modelul propus de Findley face parte din categoria modelelor planelor critice, trebuie cunoscut materialul la care se aplică. Din acest motiv, proprietățile de material luate în calcul de această dată sunt: $\sigma_{-1} = 180$ MPa, $\sigma_0 = 320$ MPa, $\sigma_r = 540$ MPa, $\tau_{-1} = 90$ MPa, $\tau_0 = 160$ MPa, $\tau_r = 270$ MPa.

3.3.2. Prezentarea programului de calcul pentru implementarea modelului Findley

În realizarea programului de calcul în mediul MathCad s-a ținut cont de faptul că în cazul solicitărilor neproporționale, direcțiile tensiunilor principale se rotesc în timp. În Fig. 3.13, realizată cu acest program, se exemplifică variațiile direcțiilor principale de-a lungul unui ciclu de solicitare, pentru cazurile 7 respectiv 11.

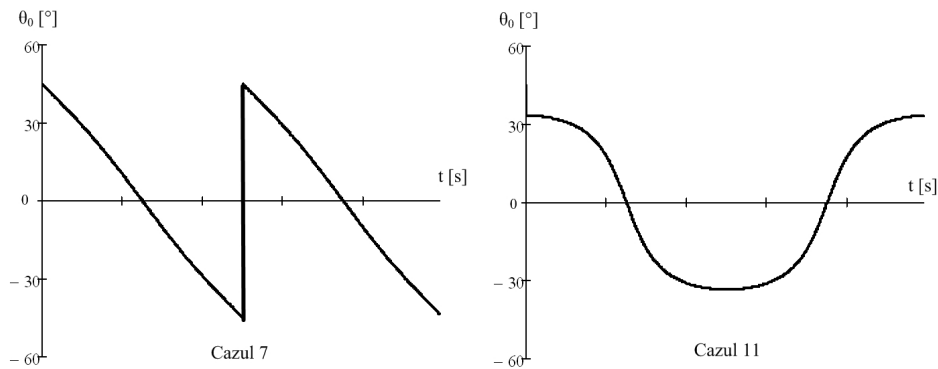


Fig. 3.13. Variația direcției dată de tensiunea principală maximă în cazul unor solicitări neproporționale [Kun și Dumitru, 2010]

Secvența de cod folosită pentru determinarea tensiunilor principale a fost și de această dată cea din Fig. 3.5.

Funcția de bază care determină valoarea parametrului Findley pentru orice valoare a tensiunilor, a defazării și a frecvențelor, este prezentată în Fig. 3.14.

Valoarea coeficientului k din expresia modelului propus de Findley s-a calculat conform relațiilor din capitolul 2 și a rezultat $k = 0,25$, valoare caracteristică pentru materiale ductile [Reis, Li ș.a., 2006, 2009].

Programul de calcul elaborat pentru a determina pozițiile planelor critice a fost aplicat în felul următor: după definirea solicitărilor impuse, s-au calculat tensiunile normale și tangențiale care acționează pe două plane perpendiculare ce trec printr-un punct de material ales arbitrar. S-a considerat un plan înclinat cu unghiul θ , trecând prin același punct de material, calculându-se tensiunile ce acționează în decursul unui ciclu pe acesta, pentru un interval al unghiului de înclinare θ de la -90° la 90° . Având valorile tensiunilor pentru un ciclu pentru fiecare plan înclinat, s-a calculat parametrul lui Findley pentru toate valorile lui θ . Derivând expresia parametrului Findley în raport cu unghiul θ și anulând derivata s-a obținut poziția planului unde acesta atinge valoarea maximă.

```

k := 0.23

FIN<θ_> :=
  for t ∈ tmin, tmin + 1 .. T
    val_τ1t ← ττ<θ_, t>
    val_σ1t ← σσ<θ_, t>
  tmin ← min<val_τ>
  tmax ← max<val_τ>
  σn_ ← max<val_σ>
  FF ←  $\frac{t_{max} - t_{min}}{2} + k \cdot \sigma_{n_}$ 
  return FF

dFIN<θ_> :=  $\left(\frac{d}{d\theta_} FIN<\theta_>\right)$ 

```

Fig. 3.14. Secvența de program pentru determinarea parametrului Findley

3.3.3. Analiza valorilor obținute

S-au determinat pozițiile planelor critice de rupere pentru cele 13 cazuri de solicitări prezentate în Fig. 3.12 aplicând modelul Findley. Rezultatele calculului sunt prezentate în Tabelul 3.4.

Tabelul 3.4. Poziția planelor critice în funcție de cazurile de solicitare aplicând modelul Findley [Kun și Dumitru, 2010]

Cazul	Parametrii solicitării		Tipul solicitării	Poziția planului critic
	Φ [rad]	λ [-]		θ_{cr} [°]
1	-	-	întindere	$\pm 39,3$
2	-	-	răsucire	5,6 / 84,3
3	0	1	proporțional	-14,8 / 63,9
4	$\pi/6$	1		-14,7 / 63,8
5	$\pi/4$	1		-15,1 / 63,8
6	$\pi/3$	1		-13,6 / 63,7
7	$\pi/2$	1		0
8	0	1/2	neproporțional	$\pm 22,5$
9	0	1/3		19,9
10	0	1/4		$\pm 21,8$
11	0	2		$\pm 17,9$
12	0	3		21,6
13	0	4		$\pm 20,3$

După cum se vede din Tabelul 3.4 și Fig. 3.15, în cazul solicitărilor monoaxiale (cazurile 1 și 2), poziția planului critic determinat prin criteriul Findley nu corespunde cu pozițiile planelor principale. Cercetările experimentale confirmă faptul că fisurile de oboseală se inițiază pe planele forfecării maxime, adică la 45° și se propagă ulterior perpendicular pe direcția tensiunilor normale (0°) care au tendința de a le deschide, respectiv ruperea finală se produce după direcții apropiate de aceste plane.

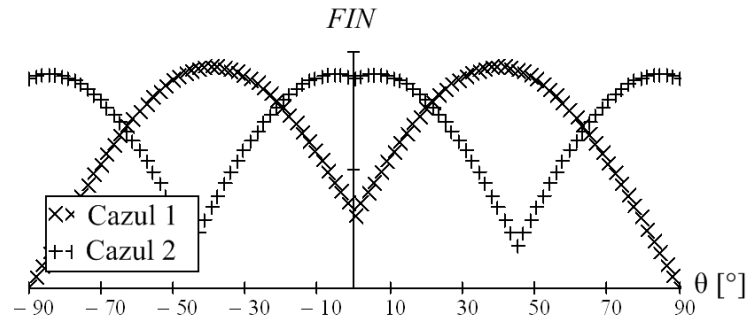


Fig. 3.15. Variația parametrului Findley în funcție de poziția planului la solicitări monoaxiale [Kun și Dumitru, 2010]

Rezultatele obținute mai indică faptul că poziția planului critic nu se modifică semnificativ în cazurile de solicitare proporțională (cazul 3) și solicitările defazate (cazurile 4-6) (Fig. 3.16). Excepție face cazul 7, solicitarea neproporțională cu un defazaj de $n/2$, când unghiul planului critic are valoarea 0.

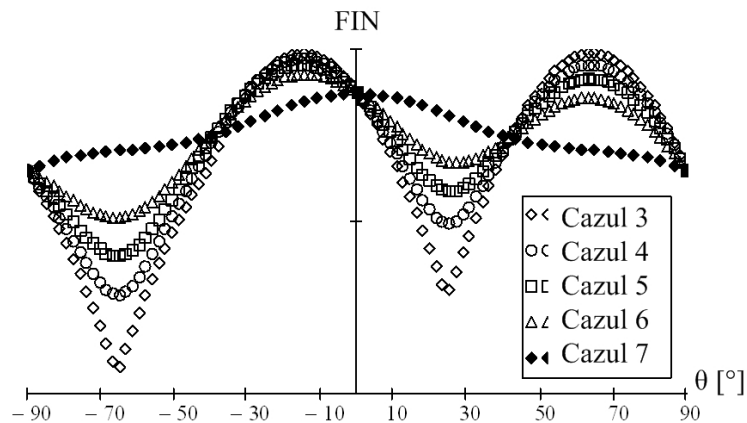


Fig. 3.16. Variația parametrului Findley în funcție de poziția planului la diferite defazări [Kun și Dumitru, 2010]

Variind frecvențele tensiunilor normale respectiv tangențiale, s-a constatat faptul că poziția planului critic nu se modifică semnificativ, fie vorba de frecvențe mai ridicate ale tensiunii normale (cazurile 8-10), fie de frecvențe mai ridicate ale tensiunii tangențiale (cazurile 11-13). Se observă totuși că în cazurile cu $\lambda = 3$ sau $\lambda = 1/3$ (cazurile 9 și 12), parametrul Findley prezintă o variație asimetrică față de 0° cu un singur maxim, în opoziție cu celelalte cazuri (cazurile 8, 10, 11, 13), unde s-a obținut un grafic al parametrului simetric față de 0°, cu două maxime (Fig. 3.17).

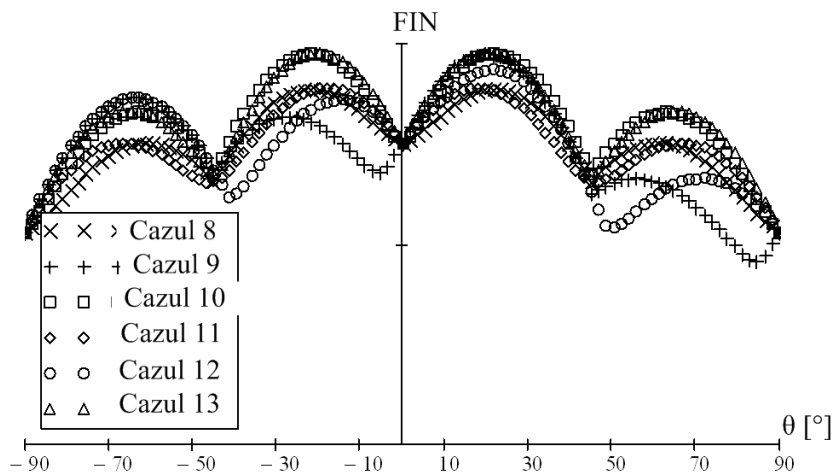


Fig. 3.17. Variația parametrului Findley în funcție de poziția planului la diferite rapoarte ale frecvențelor [Kun și Dumitru, 2010]

În baza calculelor efectuate, se pot afirma următoarele:

- poziția planului critic nu se modifică semnificativ odată cu creșterea unghiului de defazaj de la 0 la $\pi/3$ (trecând deci de la o solicitare proporțională la una neproporțională). În cazul unui defazaj de $\pi/2$ însă poziția planului critic se modifică semnificativ;
- variația frecvențelor solicitărilor componente nu influențează în mod semnificativ poziția planului critic;
- poziția planului critic diferă semnificativ la cele două tipuri de solicitări multiaxiale neproporționale analizate, cele defazate respectiv cele cu frecvențe diferite.

3.4. Studiu de caz comparativ pe baza modelelor Yokobori, Matake și McDiarmid

Stările multiaxiale de tensiuni și deformații într-un punct al unui element de rezistență nu pot fi evitate pentru majoritatea echipamentelor și instalațiilor din construcția de mașini. În cazul în care o piesă este supusă unor încărcări complexe, în fiecare plan de material acționează atât tensiuni normale cât și tangențiale. Modelele de oboseală denumite criteriile planelor critice se bazează pe reducerea stării de tensiune multiaxială la o stare monoaxială echivalentă într-un anumit plan [Bernasconi, Folletti ș.a., 2008; Bernasconi, Filippini ș.a., 2006; Susmel, 2008; Kun și Dumitru, 2011].

Pornind de la aceste aspecte, în cele ce urmează se va considera o solicitare multiaxială compusă din cicluri de întindere și torsiune, ambele variabile în timp, cu diferite rapoarte ale amplitudinilor solicitărilor componente, respectiv defazate cu diferite unghiuri.

În prima fază se face o analiză a influenței raportului amplitudinilor tensiunilor componente și a defazării asupra poziției planelor critice, definite ca planele în care tensiunile tangențiale sau normale ating valori extreme. După aceea, noțiunea de plan critic se analizează pe baza modelelor Yokobori [Yokobori și

Yoshimura, 1966], Mataka [Mataka, 1997] și McDiarmid [McDiarmid, 1991]. În final se face o comparație între aceste modele prin prisma evaluării cât mai corecte a unor tensiuni echivalente cu ajutorul cărora se pot trasa curbe de oboseală la tracțiune cu torsiune.

3.4.1. Definirea caracteristicilor solicitărilor multiaxiale considerate

Modelele utilizate în acest paragraf, făcând toate parte din categoria modelelor planelor critice, pretind cunoașterea caracteristicilor materialului pentru care se aplică. Astfel, se vor adopta caracteristicile unui oțel marca 41Cr4, conform Tabelul 3.5:

Tabelul 3.5. Caracteristicile adoptate pentru oțelul 41Cr4

41Cr4*		
Rezistența la rupere la tracțiune	σ_r [MPa]	860
Rezistența la rupere la torsiune	τ_r [MPa]	650
Limita de curgere la tracțiune	σ_c [MPa]	770
Limita de curgere la torsiune	τ_c [MPa]	460
Rezistența la oboseală la întindere ciclică	σ_{-1} [MPa]	293**
Rezistența la oboseală la răsucire ciclică	τ_{-1} [MPa]	180**

* tratament termic: călire volumică la 830°C, urmată de revenire înaltă la 400°C [Mitelea și Vlaicu, 2010]

** pentru $N = 1000000$ cicluri

Se presupune că o piesă executată din acest material este supusă unei încărcări multiaxiale variabile în timp, de întindere cu răsucire, compusă dintr-o tensiune normală și o tensiune tangențială, ambele cu variație sinusoidală.

S-au luat în considerare 17 regimuri de încărcare distincte. Diferențierea regimurilor s-a făcut prin doi parametri, și anume coeficientul de neproporționalitate A (care este de fapt raportul dintre amplitudinea tensiunii tangențiale și a celei normale), respectiv unghiul de defazare dintre tensiuni Φ .

Dintre acestea, 11 regimuri de încărcare sunt proporționale, având diferiți coeficienți de neproporționalitate $A = 0,5..1,0$ (variația coeficientului de neproporționalitate realizându-se prin descreșterea în 11 trepte a amplitudinii tensiunii normale de la 625 MPa la 325 MPa, în timp ce amplitudinea tensiunii tangențiale a fost menținută constantă la 325 MPa).

Celelalte 7 regimuri sunt neproporționale, cele două tensiuni fiind defazate la 7 valori diferite ale unghiului Φ , menținându-se constantă $A = 0,75$. Traseele de încărcare, reprezentate în coordonate σ - τ sunt prezentate în Fig. 3.18, sugerându-se în același timp variația celor doi parametri amintiți mai sus (A și Φ).

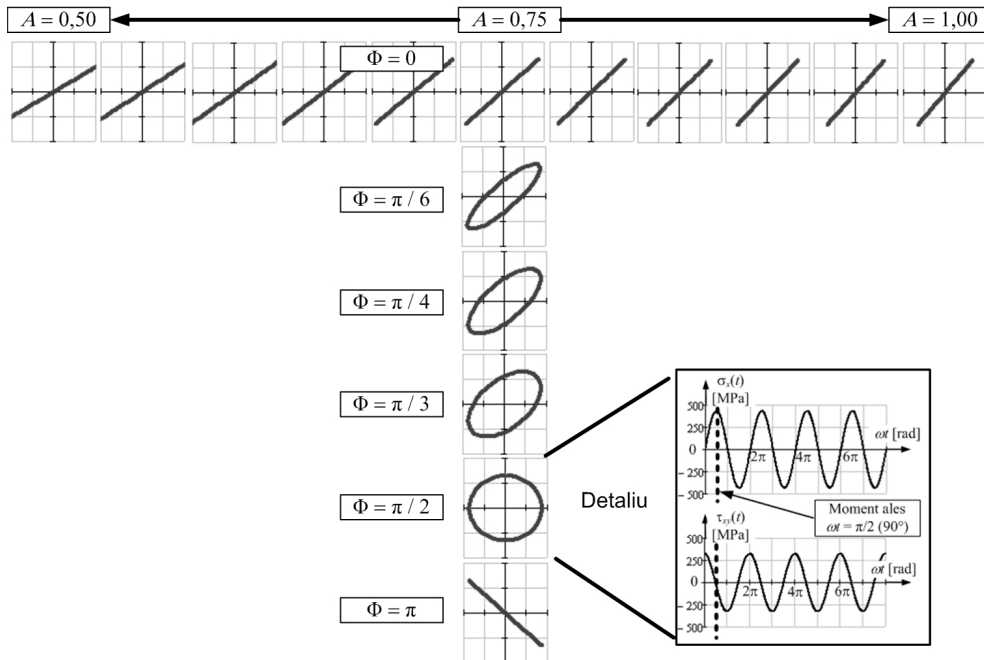


Fig. 3.18. Regimuri de încărcare abordate în studiul comparativ între modelele Yokobori, Matake și McDiarmid

3.4.2. Prezentarea programului de calcul pentru implementarea modelelor Yokobori, Matake și McDiarmid

Programul de calcul în care au fost construite funcțiile pentru determinarea parametrilor Yokobori, Matake și McDiarmid a fost realizat în mediul MathCad. Programul de calcul este complet parametrizat, însemnând că sunt necesare doar datele de intrare care definesc ciclurile de solicitare, calculele și reprezentările grafice fiind efectuate automat.

În cadrul acestui program s-au efectuat calcule în funcție de două variabile independente simultan și s-au obținut astfel suprafețe specifice fiecărui caz. Modelele Yokobori, Matake și McDiarmid au fost aplicate pentru o serie de solicitări proporționale și neporționale (după cum s-a văzut în Fig. 3.17).

Datorită modului de definire a planului critic de rupere conform celor trei modele analizate, a fost nevoie de crearea unor funcții în MathCad care să determine tensiunea normală, tangențială și amplitudinea tensiunii tangențiale în orice plan înclinat cu unghiul θ . Secvența de program conținând funcția pentru determinarea amplitudinii tensiunii tangențiale în funcție de înclinația planului este redată în Fig. 3.19.

```

 $\Delta\tau'(\sigma_a, \theta, \Phi) :=$ 
for  $t \in t_{min}, t_{min} + 1 .. T$ 
     $val\_tau_{1t} \leftarrow \tau'(\omega \cdot t, \sigma_a, \theta, \Phi)$ 
 $\tau_{min} \leftarrow \min(val\_tau)$ 
 $\tau_{max} \leftarrow \max(val\_tau)$ 
 $d \leftarrow \tau_{max} - \tau_{min}$ 
return  $d$ 
    
```

Fig. 3.19. Determinarea amplitudinii tensiunii tangențiale în funcție de poziția planului, în mediul MathCad

Suprafețele de variație a tensiunii normale, tangențiale respectiv a amplitudinii tensiunii tangențiale în funcție de unghiul de defazare Φ , respectiv în funcție de unghiul planului înclinat θ , se prezintă în Fig. 3.20.

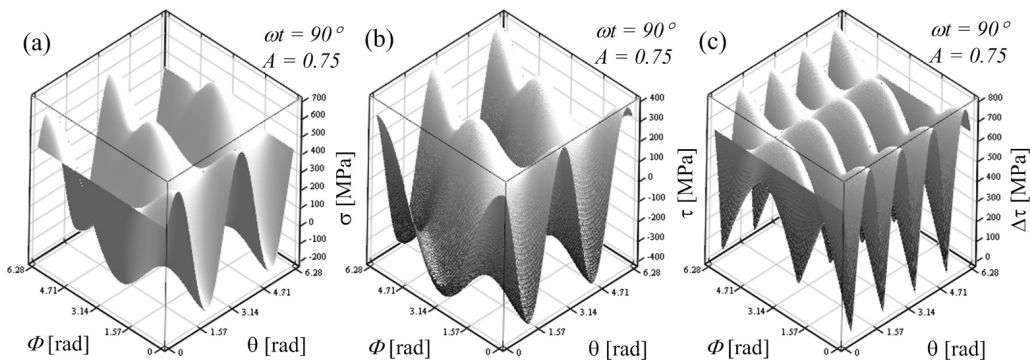


Fig. 3.20. Suprafețele generate de (a) tensiunea normală, (b) tensiunea tangențială și (c) amplitudinea tensiunii tangențiale, în funcție de unghiul de defazare Φ și unghiul planului înclinat în care se calculează, θ [Kun și Dumitru, 2011]

Au fost variați doi câte doi parametri și anume într-o primă fază s-a studiat influența unghiului de defazare asupra valorii tensiunilor echivalente Yokobori, Mataka și McDiarmid, în funcție de poziția planului exprimat prin valoarea unghiului θ . În a doua fază s-a analizat influența factorului de neproporționalitate asupra tensiunilor echivalente, iar reprezentarea s-a făcut analog, în funcție de poziția planului înclinat. Pentru exemplificare, în Fig. 3.21 se redă secvența de program cu ajutorul căreia s-a creat suprafața generată de tensiunea echivalentă Mataka, reprezentată în funcție de unghiul de defazare și unghiul planului înclinat.

```

Mata $\langle \omega t, \sigma_a, \theta, \Phi \rangle := \frac{\Delta\tau'(\sigma_a, \theta, \Phi)}{2} + \alpha \cdot \sigma'(\omega t, \sigma_a, \theta, \Phi)$ 

N_MATA1 $\langle \theta\sigma, \Phi\sigma \rangle := \left( \begin{array}{c} \theta\sigma \\ \Phi\sigma \\ \mathbf{Mata}(\text{poz}, \sigma_{\text{am}\theta}, \theta\sigma, \Phi\sigma) \end{array} \right)$ 

CreateMesh $\langle \mathbf{N\_MATA1} \rangle$ 
    
```

Fig. 3.21. Secvența de program pentru generarea suprafeței date de criteriul Mataka reprezentat în funcție de unghiul de defazare și unghiul planului

Suprafețe generate de cele trei modele, pentru cele două perechi de variabile independente (Φ și θ respectiv A și θ), sunt prezentate în Fig. 3.22.

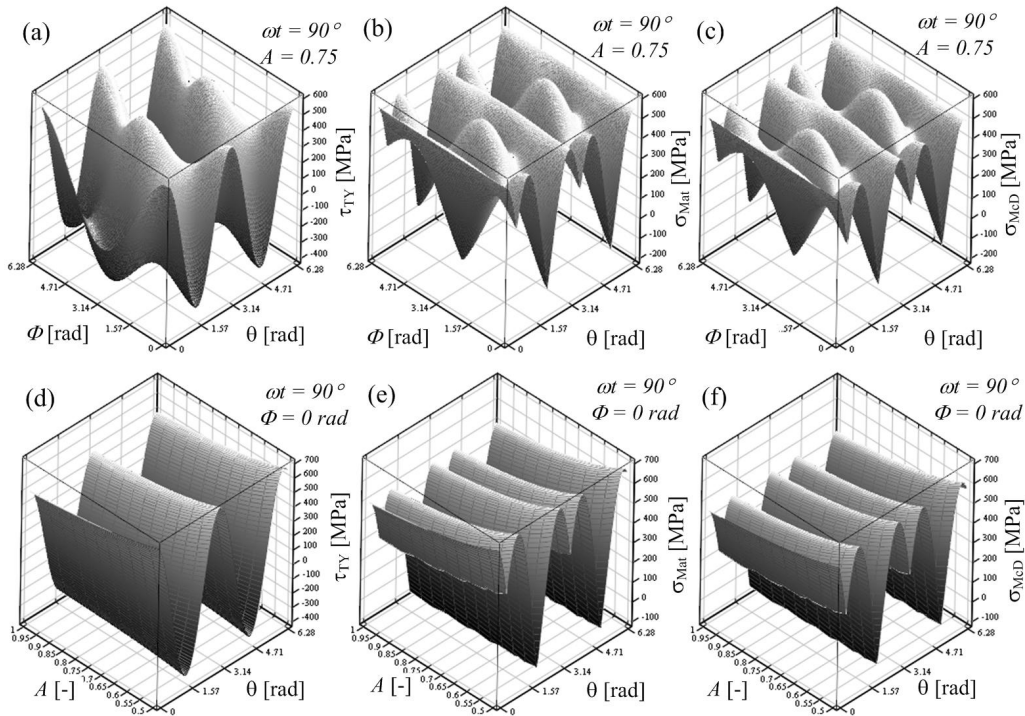


Fig. 3.22. Suprafețele generate în funcție de unghiul de defazare Φ și unghiul planului θ ((a) Yokobori, (b) Matake, (c) McDiarmid) respectiv în funcție de factorul de neproporționalitate A și unghiul planului θ ((d) Yokobori, (e) Matake, (f) McDiarmid) [Kun și Dumitru, 2011]

3.4.3. Analiza rezultatelor obținute

În Fig. 3.20 se prezintă variația amplitudinii tensiunii tangențiale $2\tau_a = \Delta\tau$ în funcție cei doi parametri amintiți mai sus. Cunoașterea acestei variații este foarte importantă din moment ce numeroase modele bazate pe teoria planelor critice consideră drept planul în care pornesc primele fisuri de oboseală planul în care τ_a atinge o valoare extremă (vezi Tabelul 3.6).

Comparând Fig. 3.20 (b) cu Fig. 3.20 (c) se poate observa că amplitudinea tensiunii tangențiale $\Delta\tau$ variază cu frecvență dublă față de valoarea momentană a tensiunii tangențiale τ , atât în funcție de unghiul de defazare Φ cât și în funcție de poziția planului θ .

După cum se poate observa din Fig. 3.22 (a), suprafața generată de tensiunea echivalentă Yokobori este foarte asemănătoare cu suprafața generată de variația valorii momentane a tensiunii tangențiale. Această similitudine provine tocmai din modul de definire al modelului Yokobori, conform căruia ponderea cea mai mare în ecuația parametrului de degradare considerat într-un anumit plan de material este o are valoarea momentană a tensiunii tangențiale, combinată cu valoarea momentană a tensiunii normale din același plan.

Suprafețele generate de tensiunile echivalente propuse de Mataka (Fig. 3.22 (b)) și McDiarmid (Fig. 3.22 (c)) sunt practic identice, ceea ce este de înțeles, din moment ce singura diferență în definirea lor matematică fiind valoarea unei constante de material. Mai mult decât atât, în cazul acestor ultime două suprafețe se poate observa o anumită similitudine din punct de vedere al frecvenței cu suprafața generată de variația amplitudinii tensiunii tangențiale (Fig. 3.20 (c)).

O altă serie de suprafețe generate de aceleași tensiuni echivalente au fost construite, dar de această dată cu scopul de a urmări influența coeficientului de neproporționalitate asupra tensiunilor echivalente. Astfel, în Fig. 3.22 (d) - Fig. 3.22 (f) se prezintă tensiunile echivalente Yokobori τ_{TY} , Mataka σ_{Mat} și McDiarmid σ_{McD} ca și funcții de poziția planului θ și factorul de neproporționalitate A .

Din Fig. 3.22 (d) se poate deduce că tensiunea echivalentă Yokobori are o variație mai puțin pronunțată în funcție de factorul de neproporționalitate, decât în cazul unghiului de defazare. Aceeași observație este valabilă și în cazul tensiunilor echivalente Mataka și McDiarmid ca funcții de A (Fig. 3.22 (e) și Fig. 3.22 (f)).

Cu toate acestea, se observă o clară tendință de creștere invers proporțională cu factorul de neproporționalitate A în cazul a toate trei tensiuni echivalente studiate.

Valorile distincte alese pentru A și Φ , respectiv valorile corespunzătoare ale tensiunilor normale σ și tangențiale τ , ale tensiunilor echivalente τ_{TY} , σ_{Mat} și σ_{McD} sunt redate în Tabelul 3.6. Același tabel conține de asemenea poziția planului critic θ_{cr} corespunzător valorilor A și Φ , respectiv momentului de pe ciclu ales, definit prin $\omega t = 90^\circ$.

Tabelul 3.6. Valorile tensiunilor normale, tangențiale, Yokobori, Mataka și McDiarmid, respectiv pozițiile planelor critice pentru cazul $\omega t = 90^\circ$ [Kun și Dumitru, 2011]

Nr. crt.	Defazarea	Factor de neproporționalitate	Tensiunea normală pe planul critic	Tensiunea tangențială pe planul critic	Amplitudinea tensiunii tangențiale pe planul critic	Tensiunea echivalentă Yokobori pe planul critic	Tensiunea echivalentă Mataka pe planul critic	Tensiunea echivalentă McDiarmid pe planul critic	Poziția planului critic
Planul critic este acela unde σ este maximă									(σ_{max})
1	0	0,75	607,2	-5,4	5,4	-	-	-	28,5
2	$\pi / 6$	0,75	571,8	-0,7	98,8	-	-	-	26,2
3	$\pi / 4$	0,75	532,4	4,6	160,1	-	-	-	22,9
4	$\pi / 3$	0,75	487,5	0,9	225,7	-	-	-	18,3
5	$\pi / 2$	0,75	433,3	0	325	-	-	-	0
6	π	0,75	607,2	-6,4	6,4	-	-	-	152,3
Planul critic este acela unde τ este maximă									(τ_{max})
7	0	0,50	316,8	459,5	459,5	621,6	-	-	156,9
8	0	0,55	300,4	439,2	439,2	592,9	-	-	159,2
9	0	0,60	274,3	423,0	423,0	563,4	-	-	160,3
10	0	0,65	253,8	410,0	410,0	539,8	-	-	161,5

Nr. crt.	Defazarea	Factor de neproporționale	Tensiunea normală pe planul critic	Tensiunea tangențială pe planul critic	Amplitudinea tensiunii tangențiale pe planul critic	Tensiunea echivalentă Yokobori pe planul critic	Tensiunea echivalentă Matake pe planul critic	Tensiunea echivalentă McDiarmid pe planul critic	Poziția planului critic
11	0	0,70	237,6	399,3	399,3	520,9	-	-	162,6
12	0	0,75	210,7	390,5	390,5	498,3	-	-	162,7
13	0	0,80	201,3	383,2	383,2	486,2	-	-	163,9
14	0	0,85	193,2	377,0	377,0	475,9	-	-	164,9
15	0	0,90	174,5	371,7	371,7	461,0	-	-	165
16	0	0,95	171,5	367,2	367,2	455,0	-	-	166,2
17	0	1,00	168,7	363,3	363,3	449,6	-	-	167,2
18	0	0,75	210,7	390,5	390,5	498,3	-	-	162,7
19	$\pi / 6$	0,75	220,1	355,1	377,9	467,7	-	-	161,5
20	$\pi / 4$	0,75	214,3	315,8	356,7	425,5	-	-	158,1
21	$\pi / 3$	0,75	216,9	270,8	319,2	381,8	-	-	153,5
22	$\pi / 2$	0,75	217,6	216,6	216,6	328,0	-	-	135,1
23	π	0,75	212,9	390,5	390,5	499,5	-	-	106,6
Planul critic este acela unde τ_a este maximă ($\tau_{a,max}$)									
24	0	0,50	324,7	-459,6	459,6	-	625,7	583,7	67,5
25	0	0,55	297,1	-439,2	439,2	-	591,2	552,8	68,7
26	0	0,60	273,7	-423,0	423,0	-	563,0	527,7	69,9
27	0	0,65	252,4	-410,0	410,0	-	539,1	506,5	71,1
28	0	0,70	232,6	-399,3	399,3	-	518,4	488,3	72,2
29	0	0,75	215,4	-390,6	390,6	-	500,8	472,9	73,3
30	0	0,80	201,3	383,2	383,2	-	486,2	460,2	163,9
31	0	0,85	193,2	377,0	377,0	-	475,9	450,9	164,9
32	0	0,90	179,6	-371,7	371,7	-	463,7	440,4	75,5
33	0	0,95	171,5	367,2	367,2	-	455,0	432,8	166,2
34	0	1,00	162,9	-363,3	363,3	-	446,7	425,6	76,7
35	0	0,75	215,4	-390,6	390,6	-	500,8	472,9	73,3
36	$\pi / 6$	0,75	249,6	353,6	379,4	-	507,1	474,8	163,9
37	$\pi / 4$	0,75	289,5	307,3	366,1	-	514,2	476,8	165
38	$\pi / 3$	0,75	342,7	239,7	349,4	-	524,7	480,4	167,3
39	$\pi / 2$	0,75	433,3	0	325,0	-	546,7	490,6	0
40	π	0,75	213,2	-390,5	390,5	-	499,6	472,1	17,1

După cum se poate observa din Tabelul 3.6, atunci când se consideră planul critic acela în care σ atinge o valoare extremă, poziția planului critic se modifică odată cu creșterea unghiului de defazare (A menținându-se constant). Planul critic devine cel perpendicular pe direcția aplicării σ ($\theta_{cr} = 0$) atunci când $\Phi = \pi/2$.

Urmărind dependența dintre poziția planului critic unde τ atinge valori extreme, se constată iarăși o influență majoră a defazării asupra θ_{cr} . Analizând

valorile obținute pentru θ_{cr} în cazul definirii planului critic ca și planul în care τ_a atinge valoarea extremă, nu mai există o dependență univocă clară între θ_{cr} și Φ (Fig. 3.23).

În ceea ce privește influența A asupra θ_{cr} se constată o variație mai mică a unghiului planului critic definit ca planul unde τ este maxim, acesta rămânând în jurul valorii de $\theta_{cr} \cong 160^\circ$, dar cu o clară tendință de creștere odată cu scăderea $\sigma_{x,a}$. Această tendință de creștere moderată se menține parțial și în cazul poziției planului în care amplitudinea tensiunii tangențiale atinge valoarea extremă, θ_{cr} mișcându-se în jurul valorii de 70° , dar de această dată existând și salturi de 90° la anumite valori ale factorului de neproporționalitate (Fig. 3.24).

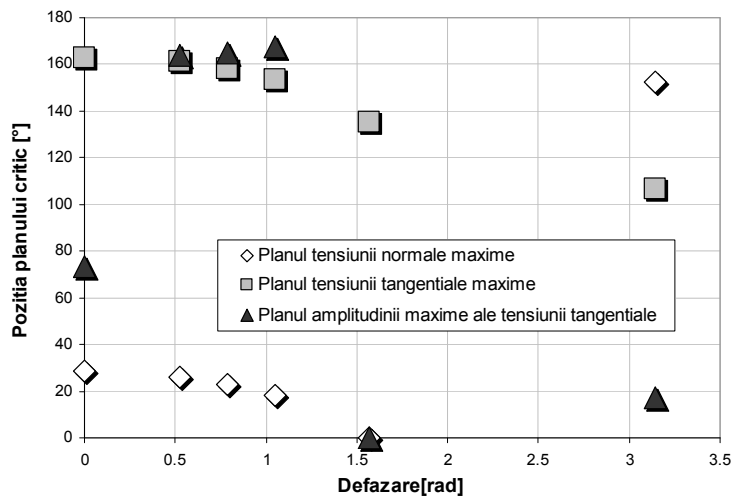


Fig. 3.23. Influența unghiului de defazare asupra poziției planului critic

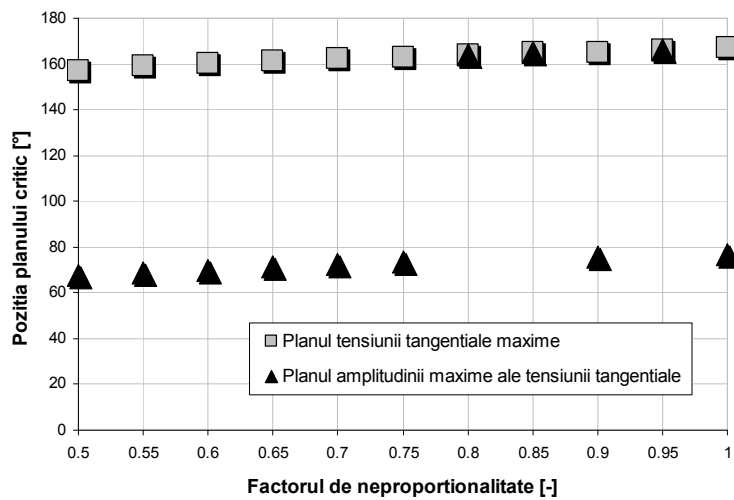


Fig. 3.24. Influența factorului de neproporționalitate asupra poziției planului critic

Analizând acum influența defazării și a factorului de neproporționalitate asupra valorii tensiunii echivalente corespunzătoare fiecărui model analizat, s-a constatat că valorile tensiunii echivalente McDiarmid sunt întotdeauna mai mici decât cele ale tensiunii Matake, acest fapt explicându-se prin definirea diferită a parametrului de material α . Se observă și faptul că defazarea are un impact mai puternic asupra tensiunii echivalente Yokobori decât asupra celorlalte două modele (Fig. 3.25).

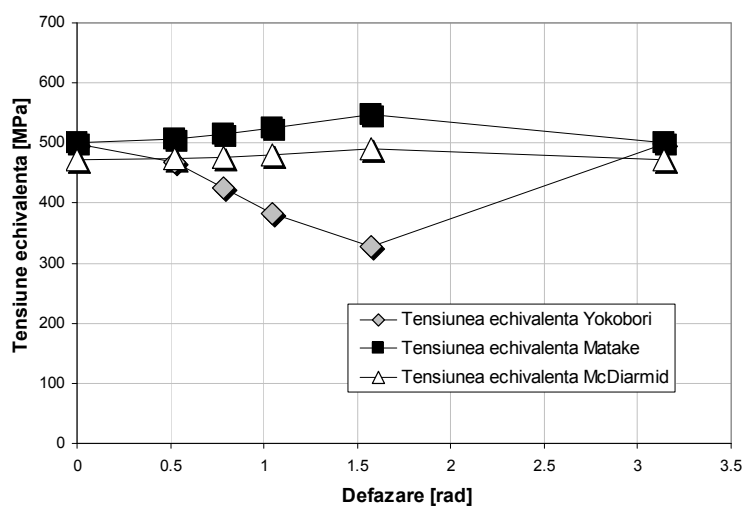


Fig. 3.25. Influența unghiului de defazare asupra valorilor tensiunilor echivalente

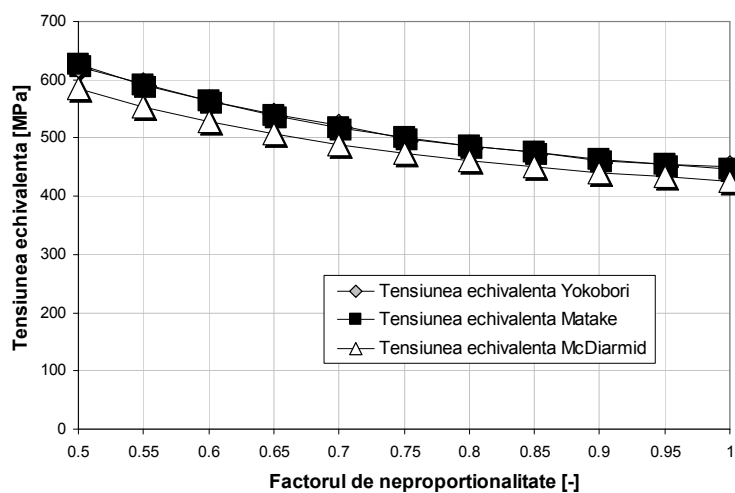


Fig. 3.26. Influența factorului de neproporționalitate asupra valorilor tensiunilor echivalente

S-a constatat de asemenea faptul că valorile tensiunilor echivalente Yokobori și Matake sunt foarte apropiate, uneori chiar identice, mai ales în cazul în care sunt reprezentate în funcție de coeficientul de neproporționalitate. Acest lucru este

oarecum contrar așteptărilor, din moment ce la cele două modele planul critic este definit în moduri diferite (Fig. 3.26). Tot de aici rezultă și valorile diferite obținute pentru θ_{cr} sub aceleași condiții de solicitare.

3.5. Concluzii asupra modelelor studiate

În acest capitol au fost efectuate mai multe studii de caz pe solicitări multiaxiale simulate, compuse din solicitări normale și tangențiale cu diferite grade de neproporționalitate. Au fost realizate programe de calcul în mediul MathCad în care au fost implementate modelele multiaxiale „von Mises cu semn”, Findley, Yokobori, Mataka și McDiarmid.

Se poate concluziona că toate modelele se pot aplica pentru solicitări multiaxiale, însă există numeroase diferențe atât în modul de definire a parametrilor cât și între rezultatele obținute. Pornind de la faptul că diferitele modele definesc planul critic de rupere în mai multe feluri, tensiunile care acționează pe aceste plane (fiind implicit parametrii care controlează degradarea), ele dau de multe ori rezultate care nu sunt în concordanță.

S-a constatat că atât modelul von Mises cât și modelul „von Mises cu semn” prezic planul critic ca cel fiind planul octaedric, în schimb modelul Findley definește un plan critic dat de o combinație a tensiunilor. Nici celelalte trei modele, Yokobori, Mataka și McDiarmid nu coincid în predicția planului critic de rupere, acesta fiind fie planul unde tensiunea tangențială atinge o valoare critică (Yokobori), fie planul în care amplitudinea tensiunii tangențiale atinge o valoare critică (Mataka, McDiarmid). În ceea ce privește tensiunea echivalentă calculată, s-a constatat că modelul „von Mises cu semn” este cel mai acoperitor, dând o tensiune echivalentă calculată mai mare decât modelul Yokobori. Rezultate apropiate s-au obținut în cazul modelelor Mataka și McDiarmid, având definiții apropiate. Un rezultat neașteptat este acela că tensiunea echivalentă calculată cu modelul Yokobori este aproape identică cu tensiunea echivalentă Mataka, aceste două modele fiind în concordanță.

4. PROPUNERE ASUPRA UNUI NOU MODEL DE CALCUL LA OBOSEALĂ MULTIAXIALĂ

4.1. Introducere

În cadrul acestui capitol se propune un nou model de calcul la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri, din categoria modelelor bazate pe invarianții stării de tensiune. Modelul are la bază cel de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune, mărime a cărei determinare în cazul unor solicitări neproporționale s-a realizat prin metoda grafică cu ajutorul unui program de calcul elaborat în mediul MathCad. Modelul matematic este completat de o funcție de pondere determinată empiric cu scopul de a ține seama de efectul neproporționalității asupra tensiunii echivalente. Fiind un model din categoria modelelor bazate pe invarianții stării de tensiune, planul critic este considerat planul în care acționează tensiunile tangențiale octaedrice.

În urma confruntării modelului cu date experimentale din literatura de specialitate, s-a constatat că rezultatele obținute sunt în bună concordanță cu datele experimentale și erorile relative se încadrează în limite acceptabile.

4.2. Definirea matematică a modelului propus

Modelul propus are următoarea formulă matematică [Kun, Dumitru ș.a., 2011]:

$$\sqrt{\left(\sqrt{J_{2a,m}}\right)^2 + \alpha \cdot \sigma_{h,m}^2} \leq \beta \quad (4.1)$$

unde $\sqrt{J_{2a,m}}$ reprezintă radicalul de ordinul doi din valoarea maximă a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune, $\sigma_{h,m}$ este valoarea maximă a tensiunii medii hidrostactice, iar α și β sunt constante de material care se pot determina prin încercări de oboseală monoaxială simplă, respectiv tracțiune cu cicluri simetrice și torsiune cu cicluri simetrice.

În cazul în care se consideră o încercare de torsiune cu cicluri simetrice ($R = -1$), tensorul tensiune capătă forma:

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tau_a \sin \omega t \quad (4.2)$$

de unde $\sigma_h(t) = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma(t)) = 0 \Rightarrow \max_t \{\sigma_h(t)\} = 0$ (Notația „tr” provine din englezescul „trace” și reprezintă suma termenilor de pe diagonala principală a unui tensor).

Conform transformării tensorului deviator, amplitudinea tensiunii tangențiale echivalente devine:

$$\tau_a = \sqrt{\frac{1}{2} s(t) : s(t)} = \sqrt{\frac{1}{2} 2(\tau_a \sin \omega t)^2} = \tau_a \sin \omega t \quad (4.3)$$

Valoarea maximă a amplitudinii:

$$\tau_{a \max} = \max_t (\tau_a \sin \omega t) = \tau_a \quad (4.4)$$

Înlocuind în relația (4.1) și având în vedere că $\sqrt{J_{2a}} = \tau_a$, se obține $\tau_{-1}^2 = \beta^2 \Rightarrow \beta = \tau_{-1}$.

În mod analog, pe baza solicitării de întindere rezultă următorul tensor tensiune:

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sigma_a \sin \omega t \quad (4.5)$$

de unde $\sigma_h(t) = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma(t)) = \frac{1}{3} \sigma_a \sin \omega t \Rightarrow \max_t \{\sigma_h(t)\} = \max_t \left\{ \frac{1}{3} \sigma_a \sin \omega t \right\} = \frac{1}{3} \sigma_a$.

Dacă se are în vedere expresia lui $s(t)$:

$$s(t) = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Rezultă:

$$\begin{aligned} \sigma_{a \max} &= \max_t \sqrt{\frac{1}{2} s(t) : s(t)} = \\ &= \max_t \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{3} \sigma_a \sin \omega t \right)^2 + 2 \left(-\frac{1}{3} \sigma_a \sin \omega t \right)^2 \right\}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_a \end{aligned} \quad (4.7)$$

Înlocuind această valoare în relația (4.1), rezultă:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_a \right)^2 + \alpha \cdot \left(\frac{1}{3} \sigma_a \right)} = \beta \Rightarrow \alpha = 3 \left(\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} \right)^2 - 3 \quad (4.8)$$

Având acum expresiile parametrilor de material, se poate scrie forma extinsă a modelului de degradare propus:

$$\sqrt{\left(\sqrt{J_{2a,m}} \right)^2 + \left[3 \left(\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} \right)^2 - 3 \right] \cdot \sigma_{h,m}^2} \leq \tau_{-1} \quad (4.9)$$

Termenul din partea stângă poate fi considerat ca o tensiune tangențială echivalentă τ_{eq} , iar modelul devine astfel $\tau_{eq} \leq \tau_{-1}$.

4.3. Program de calcul pentru determinarea grafică a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune

Determinarea celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune prezintă diferențe majore dacă este vorba de solicitări proporționale respectiv neproporționale. În cazul solicitărilor multiaxiale proporționale, amplitudinea J_{2a} se calculează direct cu relația (2.62).

În cazul unor solicitări neproporționale, unde apar defazări sau frecvențe diferite, determinarea J_{2a} devine mult mai complicată. În cele ce urmează se prezintă un program de calcul realizat în mediul de programare MathCad 14, realizat pentru calculul valorii maxime a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului tensiune, utilizând metoda grafică.

S-a pornit de la transformarea tensorului deviator într-un vector cu 5 dimensiuni în spațiul Euclidian. Astfel, s-a obținut o simplificare a descrierii stării de tensiune, prin trecerea de la un tensor cu 6 mărimi independente la un vector cu 5 componente. Transformarea s-a realizat în felul următor [Papadopoulos, 1997]:

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma'_{xx} \\
 s_2 &= \frac{1}{2} (\sigma'_{yy} - \sigma'_{zz}) \\
 s_3 &= \sigma'_{xy} \\
 s_4 &= \sigma'_{xz} \\
 s_5 &= \sigma'_{yz}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

unde $\sigma'_{xx}, \sigma'_{yy}, \sigma'_{zz}, \sigma'_{xy}, \sigma'_{xz}, \sigma'_{yz}$ sunt cele 6 componente ale tensorului deviator de tensiune $\sigma'(t)$, iar s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 sunt cele 5 componente ale vectorului tensiune $s(t)$ transformat.

Metoda grafică pentru determinarea valorii maxime a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator constă în găsirea punctului aflat la distanța cea mai mare de la originea sistemului de coordonate s_1-s_3 , de pe curba de variație a lui J_{2a} pe parcursul unui ciclu complet. În Fig. 4.1 se prezintă două cazuri de solicitare (una proporțională și una neproporțională, cu o defazare de $\pi/6$) pentru care s-a determinat variația amplitudinii J_2 în sistemul de coordonate s_1-s_3 și este marcată prelevarea valorii maxime a acesteia în ambele cazuri. Diagramele și prelevarea valorilor maxime s-a realizat prin intermediul unui program de calcul elaborat în mediul MathCad.

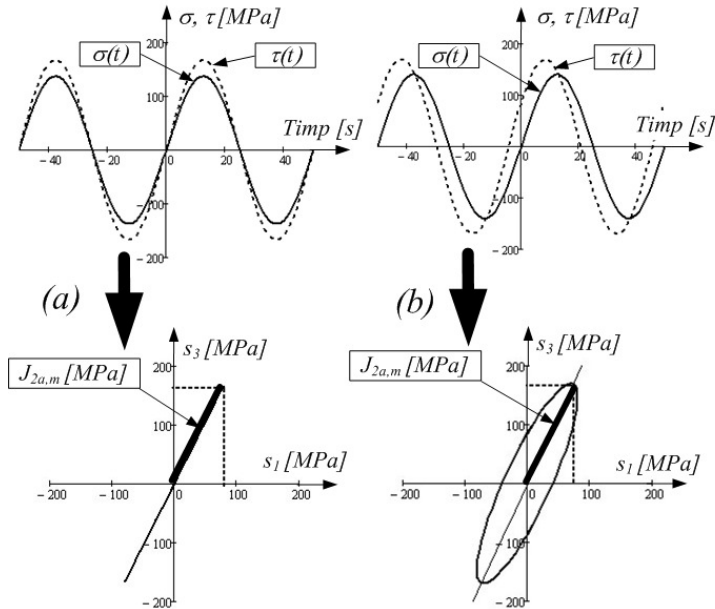


Fig. 4.1. Determinarea valorii maxime a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator pentru un caz de solicitare proporțională (a) respectiv neproporțională (b)

```

s1<σi, tg> :=  $\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sigma_{i} \cdot \sin(\omega t \langle t_{g} \rangle)$       f(xi, θi) := tan(θi) · xi
s3<τi, tg, Φi> := τi · sin(ωt ⟨tg⟩ + Φi)      x := -300, -290 .. 300

t := tmin · tmin + 1 .. 1

xt1g := 25
Given
s3(τi, xt1g, Φi) = f(s1(σi, xt1g), θi)

xt1<θi> := Find<xt1g>

xt2g := 100
Given
s3(τi, xt2g, Φi) = f(s1(σi, xt2g), θi)      punctx<xti> := s1(σi, xti)
xt2<θi> := Find<xt2g>      puncty<xti> := s3(τi, xti, Φi)

J2ai<xt1, xt2> := |punctx<xt1> - punctx<xt2>|
J2aj<xt1, xt2> := |puncty<xt1> - puncty<xt2>|

J2aeq<xt1, xt2> :=  $\frac{\sqrt{J_{2ai}^2 \langle xt_1, xt_2 \rangle + J_{2aj}^2 \langle xt_1, xt_2 \rangle}}{2}$ 

w = 0, 1 ..  $\frac{2\pi}{0.01}$       θw := w · 0.01

Jw := J2aeq(xt1(θw), xt2(θw))

J2amax := max<Jw>      J2amax = 184.507
    
```

Fig. 4.2. Secvență de program pentru determinarea valorii maxime a amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune

Secvența de program prin care s-a realizat transformarea elementelor corespunzătoare ale tensorului tensiune într-un vector în spațiul Euclidian cu 5 dimensiuni, respectiv determinarea variației amplitudinii J_2 și găsirea valorii maxime a acestuia, este redată în Fig. 4.2.

După cum se poate observa din Fig. 4.2, programul calculează coordonatele fiecărui punct de pe curba de variație a J_{2a} în sistemul de coordonate s_1-s_3 , după care determină distanța acestuia de la origine. Având distanța de la origine corespunzătoare fiecărui punct de pe curbă, programul calculează maximul acestor distanțe, care nu este altceva decât valoarea maximă a amplitudinii J_2 .

4.4. Funcție de pondere pentru compensarea efectului neproportionalității

Modelul propus în paragrafele anterioare este completat de o funcție de pondere care compensează efectul neproportionalității și corectează astfel valoarea determinată pentru $J_{2a,m}$ prin metoda grafică. Funcția de pondere H este o funcție determinată empiric, luând în considerare unghiul de defazare Φ dintre solicitările normale și tangențiale. În Fig. 4.3 se prezintă atât curba funcției de pondere H în funcție de unghiul de defazare cât și ecuația acesteia.

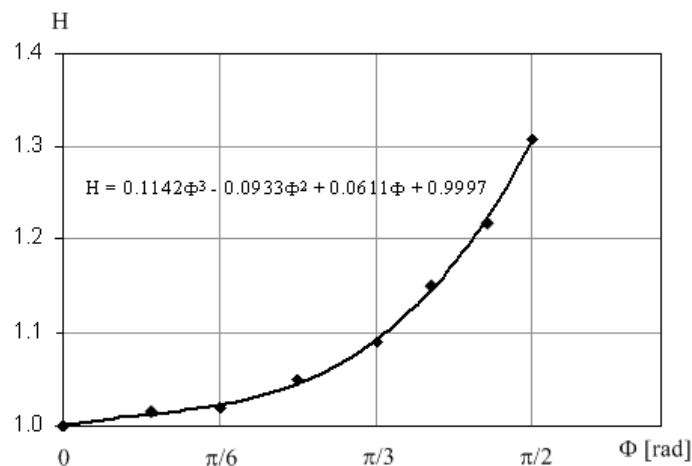


Fig. 4.3. Funcția de pondere H pentru compensarea efectului neproportionalității [Kun, Dumitru ș.a., 2011]

Funcția de pondere H intervine în aplicarea modelului de oboseală multiaxială propus atunci când solicitarea este neproportională, prin înmulțirea $J_{2a,m}$ cu valoarea lui H corespunzătoare unghiului de defazare.

4.5. Validarea modelului propus folosind date experimentale din literatura de specialitate

Modelul propus a fost verificat pe baza unor date experimentale preluate din literatura de specialitate. Validarea a constat prin compararea tensiunii echivalente determinate prin aplicarea modelului propus cu limita de oboseală la torsiune cu cicluri simetrice, τ_{-1} . Acest lucru a fost realizat prin calcularea erorilor relative porinid de la raportul celor două tensiuni amintite, conform relației de mai jos:

$$e = \frac{\tau_{-1} - \tau_{eq}}{\tau_{-1}} \cdot 100 [\%] \quad (4.11)$$

Datele experimentale folosite au fost: amplitudinile tensiunii normale σ_{xa} și tangențiale $\tau_{xy,ar}$, tensiunea normală medie σ_{xm} și tensiunea tangențială medie τ_{xym} respectiv unghiul de defazare Φ . Pentru toate aceste date s-au calculat: tensiunea hidrostatică σ_h , amplitudinea tensiunii von Mises σ_{vMa} , valoarea maximă a lui $\sqrt{J_{2a}}$, tensiunea tangențială echivalentă τ_{eq} respectiv raportul dintre tensiunea tangențială echivalentă și limita de oboseală la răscuire τ_{-1} . Valorile tuturor acestor mărimi sunt prezentate în Tabelul 4.1.

Tabelul 4.1. Aplicarea modelului de oboseală propus pe date experimentale [Kun, Dumitru ș.a., 2011]

Nr crt	σ_{xa} [MPa]	σ_{xm} [MPa]	τ_{xya} [MPa]	τ_{xym} [MPa]	Φ [rad]	σ_{vMa} [MPa]	σ_h [MPa]	$\sqrt{J_{2a}}$ [MPa]	τ_{eq} [MPa]	τ_{eq}/τ_{-1} [-]
Sursa: Nishihara și Kawamoto, 1945; $\sigma_{-1} = 313,9$ MPa, $\tau_{-1} = 196,2$ MPa										
1	138,1	0	167,1	0	0	320,6	46,03	185,1	188,0	0,96
2	140,4	0	169,9	0	$\pi/6$	326,0	46,80	188,6*	189,5	0,97
3	145,7	0	176,3	0	$\pi/3$	338,3	48,57	199,0*	193,5	0,99
4	150,2	0	181,7	0	$\pi/2$	348,7	50,07	237,6*	210,9	1,07
5	245,3	0	122,6	0	0	324,4	81,77	187,3	196,3	1,00
6	249,7	0	124,8	0	$\pi/6$	330,2	83,23	188,4*	195,7	1,00
7	252,4	0	126,2	0	$\pi/3$	333,8	84,13	183,3*	185,5	0,95
8	258,4	0	129,0	0	$\pi/2$	341,6	86,13	195,1*	181,5	0,93
9	299,1	0	62,8	0	0	318,2	99,70	183,7	197,2	1,01
10	304,5	0	63,9	0	$\pi/2$	323,9	101,5	229,9*	213,8	1,09
Sursa: Nishihara și Kawamoto, 1945; $\sigma_{-1} = 235,4$ MPa, $\tau_{-1} = 137,3$ MPa										
11	99,9	0	120,9	0	0	232,0	33,30	133,9	134,2	0,98
12	103,6	0	125,4	0	$\pi/6$	240,6	34,53	141,5*	135,7	0,99
13	108,9	0	131,8	0	$\pi/2$	252,9	36,30	172,4*	151,0	1,10
14	180,3	0	90,2	0	0	238,5	60,10	137,7	138,5	1,01
15	191,4	0	95,7	0	$\pi/2$	253,2	63,80	144,5*	127,3	0,93
16	213,2	0	44,8	0	0	226,8	71,07	130,9	132,1	0,96
17	230,2	0	48,3	0	$\pi/2$	244,9	76,73	173,8*	153,2	1,12
Sursa: Lemmp, 1977; $\sigma_{-1} = 235,0$ MPa, $\tau_{-1} = 136,0$ MPa										
18	226,0	0	47,5	0	0	240,5	75,33	138,8	139,1	1,02
19	233,0	0	48,9	0	$\pi/2$	247,9	77,67	175,9*	154,1	1,13
20	180,0	0	90,0	0	0	238,1	60,00	137,4	137,6	1,01
21	187,0	0	93,5	0	$\pi/3$	247,3	62,33	135,8*	130,1	0,96
22	201,0	0	100,5	0	$\pi/2$	265,9	67,00	151,8*	132,9	0,98
23	98,00	0	118,6	0	0	227,6	32,67	131,4	131,4	0,97
24	101,0	0	122,2	0	$\pi/3$	234,5	33,67	137,9*	132,0	0,97
25	109,0	0	131,9	0	$\pi/2$	253,1	36,33	172,5*	150,9	1,11

Nr crt	σ_{xa} [MPa]	σ_{xm} [MPa]	τ_{xya} [MPa]	τ_{xym} [MPa]	Φ [rad]	σ_{vMa} [MPa]	σ_h [MPa]	$\sqrt{J_{2a}}$ [MPa]	τ_{eq} [MPa]	τ_{eq}/τ_{-1} [-]
Sursa: Lempp, 1977; $\sigma_{-1} = 314,0$ MPa, $\tau_{-1} = 198,0$ MPa										
26	299,0	0	62,8	0	0	318,1	99,67	183,7	198,7	1,00
27	299,0	0	62,8	0	$\pi/2$	318,1	99,67	225,8*	211,4	1,07
28	245,0	0	122,5	0	0	324,1	81,67	187,1	197,1	1,00
29	245,0	0	122,5	0	$\pi/3$	324,1	81,67	177,9*	181,2	0,92
30	245,0	0	122,5	0	$\pi/2$	324,1	81,67	185,0*	173,2	0,88
31	255,0	0	127,5	0	$\pi/2$	337,3	85,00	192,5*	180,3	0,91
32	137,0	0	165,8	0	0	318,1	45,67	183,7	186,9	0,94
33	137,0	0	165,8	0	0	318,1	45,67	183,7	186,9	0,94
34	142,0	0	171,8	0	$\pi/3$	329,7	47,33	193,9*	189,0	0,95
35	147,0	0	177,9	0	$\pi/2$	341,4	49,00	232,7*	206,8	1,04
Sursa: Sonsino, 1983; $\sigma_{-1} = 200,0$ MPa, $\tau_{-1} = 120,0$ MPa										
36	135,0	0	78,3	0	0	191,3	45,00	110,4	112,6	0,94
37	152,0	0	88,2	0	$\pi/2$	215,5	50,67	126,4*	103,8	0,87
38	160,0	0	92,8	0	0	226,7	53,33	130,9	133,5	1,11
39	168,0	0	97,4	0	$\pi/2$	238,0	56,00	139,6*	114,7	0,96
40	207,0	0	120,1	0	$\pi/2$	293,4	69,00	172,1*	141,4	1,18
Sursa: Froustey și Lassere, 1989; $\sigma_{-1} = 660,0$ MPa, $\tau_{-1} = 410,0$ MPa										
41	485,0	0	280,0	0	0	685,8	161,6	395,9	411,3	1,00
42	480,0	0	277,0	0	$\pi/2$	678,6	160,0	362,5*	335,5	0,82
43	480,0	300	277,0	0	0	678,6	260,0	391,8	430,7	1,05
44	480,0	300	277,0	0	$\pi/4$	678,6	260,0	378,4*	411,0	1,00
45	470,0	300	270,0	0	$\pi/3$	663,0	256,6	362,1*	388,9	0,95
46	473,0	300	273,0	0	$\pi/2$	668,8	257,6	357,2*	359,1	0,88
47	590,0	300	148,0	0	0	643,2	296,6	371,4	423,7	1,03
48	565,0	300	141,0	0	$\pi/4$	615,5	288,3	358,0*	402,4	0,98
49	540,0	300	135,0	0	$\pi/2$	588,4	280,0	407,8*	405,2	0,99
50	211,0	300	365,0	0	0	666,4	170,3	384,7	402,2	0,98

* valori corectate cu funcția de pondere H

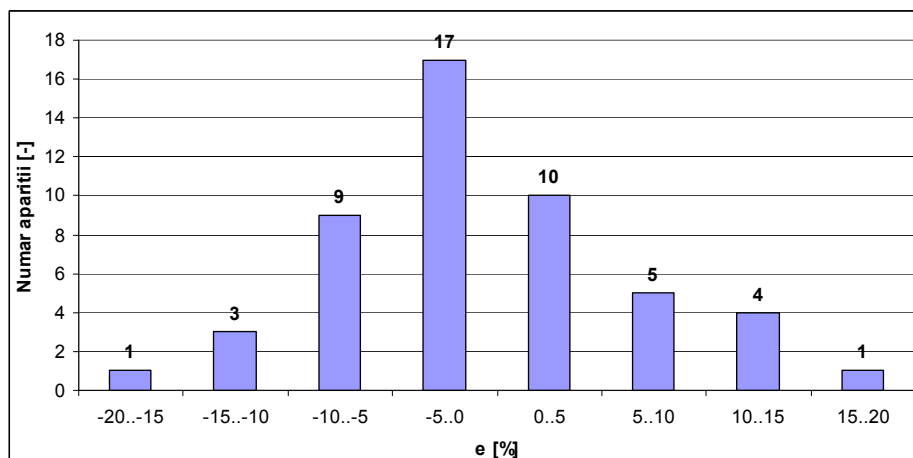


Fig. 4.4. Histograma erorilor relative dintre tensiunea echivalentă calculată cu modelul propus și date experimentale [Kun, Dumitru ș.a., 2011]

Histograma erorilor relative obținute pe baza datelor experimentale prezentate în Tabelul 4.1 este redată în Fig. 4.4. După cum se vede din Fig. 4.4, peste 80% din numărul de apariții ale erorilor generate de modelul propus se

încadrează în intervalul (-10..+10)%, dovedind o bună concordanță cu datele experimentale. Apropierea formei histogramei de distribuția Gaussiană, cu toate că s-au luat în considerare date experimentale de la mai multe tipuri de oțeluri, pune în evidență aplicabilitatea largă a modelului.

4.6. Concluzii asupra aplicabilității modelului propus

În acest capitol se propune un nou model de oboseală multiaxială, bazat pe invarianții stării de tensiune. Modelul este construit pe amplitudinea celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune, J_{2a} și ia în calcul de asemenea efectul tensiunii hidrostatice. Fiind vorba de un model din categoria modelelor invarianților de tensiune, planul critic de rupere prezis este întotdeauna cel în care acționează tensiunile tangențiale octaedrice.

Modelul a fost validat folosind date experimentale publicate în literatura de specialitate și s-a constatat că dă rezultate în bună concordanță cu aceste date. Validarea a constat prin calculul erorilor relative dintre tensiunea echivalentă determinată cu modelul propus și valorile experimentale, erori care s-au dovedit a fi acceptabile și care s-au încadrat în proporție de 80% între (-10..+10)%.

Din moment ce datele experimentale au fost selectate de la mai mulți autori care au analizat materiale diferite și au aplicat solicitări proporționale și neproporționale cu diferite caracteristici, se poate spune pe baza rezultatelor obținute de modelul propus, că are o largă aplicabilitate în domeniul oboselii multiaxiale la oțeluri.

5. STUDIU EXPERIMENTAL PRIVIND INFLUENȚA NEPROPORȚIONALITĂȚII ASUPRA DURABILITĂȚII OȚELULUI 41CR4

5.1. Introducere

În cadrul acestui capitol se prezintă programul experimental efectuat folosind epruvete confecționate din oțelul marca 41Cr4 și care a urmărit atingerea obiectivelor de a caracteriza materialul prin încercări statice și de oboseală, respectiv de a urmări influența parametrilor de solicitare care definesc neproporționalitatea asupra duratei de viață prin încercări de oboseală multiaxială.

Programul experimental efectuat constă din următoarele etape:

- determinarea caracteristicilor de material statice pentru oțelul 41Cr4
- determinarea caracteristicilor de material la oboseală pentru oțelul 41Cr4
- determinarea numărului de cicluri până la rupere în urma unor încercări de oboseală multiaxială cu diferite grade de neproporționalitate.

Prin încercările statice s-au obținut principalele caracteristici ale materialului, necesare pentru definirea corectă a parametrilor folosiți la încercările de oboseală monoaxiale și multiaxiale.

5.2. Determinarea experimentală a caracteristicilor statice ale oțelului 41Cr4

Determinarea caracteristicilor statice ale oțelului 41Cr4 a constat din efectuarea unor încercări de tracțiune respectiv torsiune la temperatură ambiantă, pe mașini universale de încercat de ultimă generație. În urma acestor încercări s-au înregistrat curbele caracteristice ale materialului în cazul ambelor tipuri de încercare și s-au determinat principalele proprietăți de material necesare pentru alegerea parametrilor de încercare la oboseală.

5.2.1. Încercarea la tracțiune statică

5.2.1.1. Echipament experimental și epruvete

Încercările de tracțiune statică au fost realizate în Laboratorul de Rezistența Materialelor din cadrul Facultății de Mecanică, Universitatea „Politehnica” din Timișoara, pe mașina universală de încercat la tracțiune-compresiune marca w+b (Walter+Bai) LFV-100 HH (Fig. 5.1). Principalele caracteristici ale mașinii de încercat sunt redată în Tabelul 5.1.

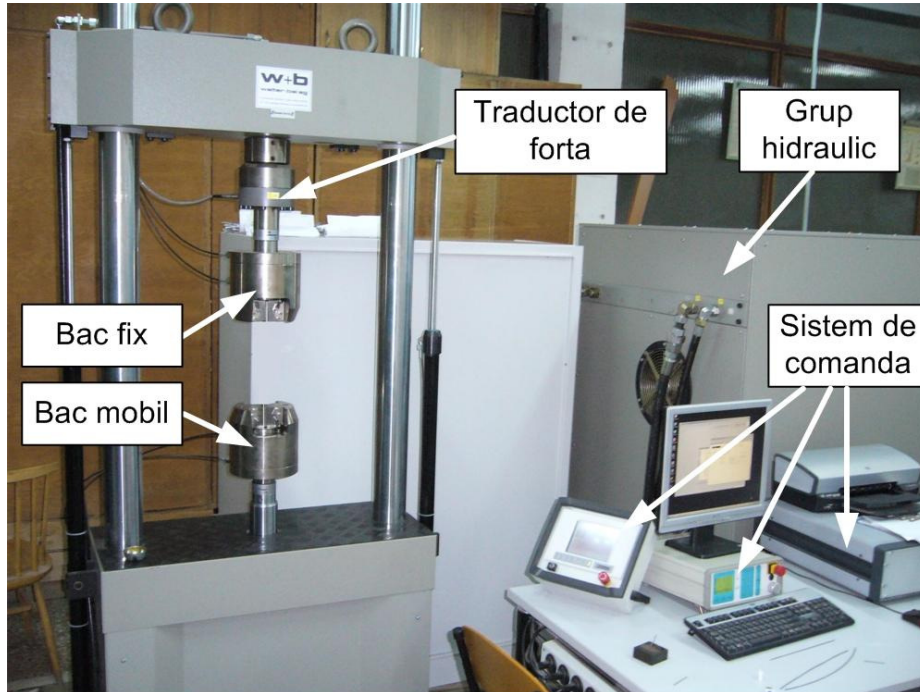


Fig. 5.1. Mașina universală de încercat la tracțiune-compresiune model w+b LFV-100 HH

Tabelul 5.1. Principalele caracteristici ale mașinii universale de încercat w+b LFV-100 HH

Model:	w+b LFV-100 HH, seria 879
Forța maximă (întindere / compresiune):	100 kN / -100 kN
Precizie traductor forță:	sub $\pm 0,25$ % din forța indicată [Walter+Bai AG, 2007]

Prinderea probelor în bacurile mașinii de încercat s-a realizat prin intermediul unui dispozitiv special, în care s-au înfiletat epruvetele, așa cum se arată în Fig. 5.2. Acest dispozitiv, realizat în cadrul Laboratorului de Rezistența Materialelor, a fost folosit pentru contracararea fenomenului de alunecare în bacuri la forțe mari de tracțiune.

Ridicarea curbei caracteristice la tracțiune statică s-a realizat pentru oțelul 41Cr4 inițial sub formă de epruvete confecționate din bare laminate, fără vreun tratament termic. Încercările au fost efectuate conform standardului ISO 6892-1:2009. Scopul acestor încercări a fost determinarea principalelor caracteristici mecanice ale oțelului în stare recoaptă și pentru evaluarea acestora în perspectiva efectuării încercărilor de oboseală planificate. Pentru încercări s-au folosit epruvete cilindrice, realizate conform desenului din Fig. 5.3.

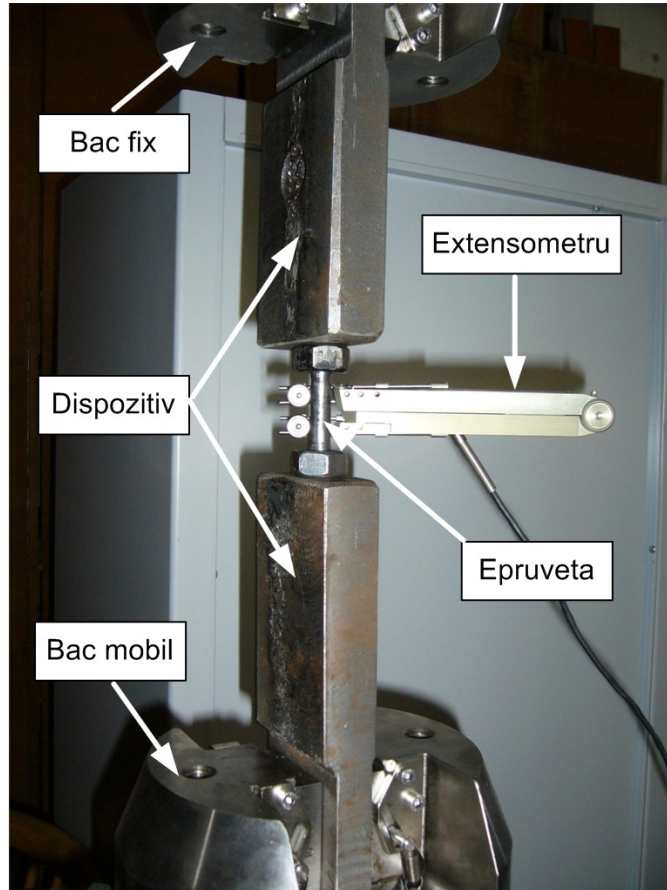


Fig. 5.2. Ansamblu prindere probă de tracțiune statică în dispozitivul filetat, cu extensometrul montat pe epruvetă

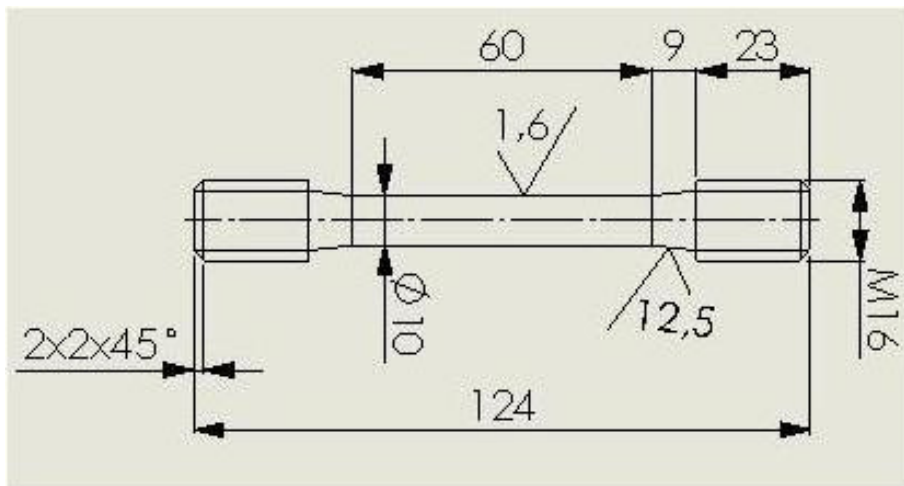


Fig. 5.3. Schiță epruvetă cu capete filetate pentru încercări de tracțiune statică

5.2.1.2. Rezultate obținute în urma încercării oțelului 41Cr4 la tracțiune statică

În urma efectuării încercărilor de tracțiune statică asupra epruvetelor confecționate din materialul netratat termic, s-au obținut curbele caracteristice prezentate în Fig. 5.4.

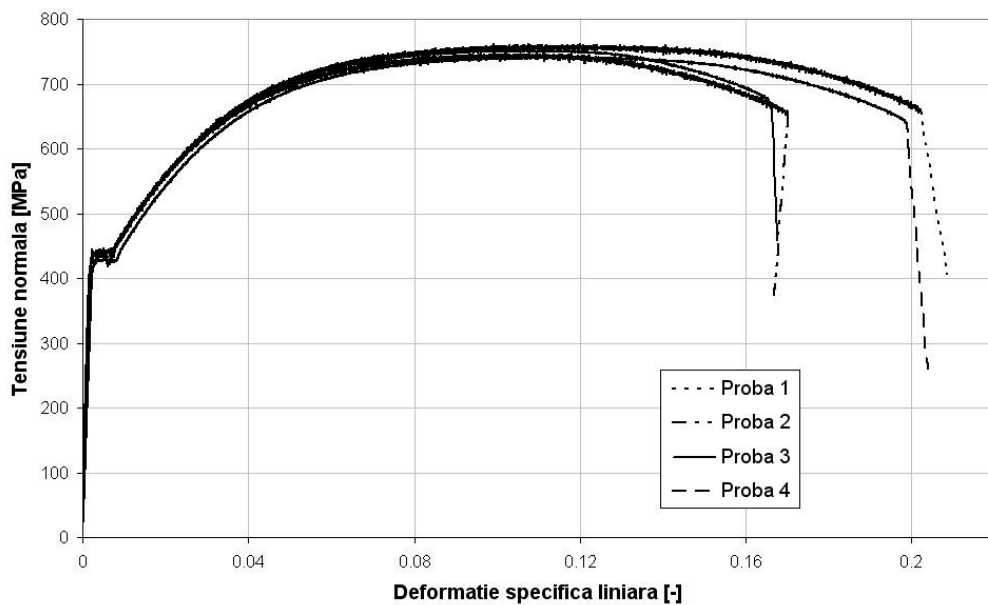


Fig. 5.4. Curbele caracteristice obținute în urma încercării la tracțiune statică a oțelului 41Cr4 în stare recoaptă

Folosind datele obținute s-au determinat caracteristicile mecanice ale oțelului 41Cr4 pentru stare recoaptă, așa cum se prezintă în Tabelul 5.2.

Tabelul 5.2. Caracteristicile mecanice determinate experimental pentru oțelul 41Cr4 în stare recoaptă

Nr. probă	Rezistența la rupere	Limita de proporționalitate	Modulul de elasticitate longitudinal	Alungirea totală
	σ_r [MPa]	$R_{p0,2}$ [MPa]	E [MPa]	A_t [%]
1	760	403	194624	20,2
2	732	425	205811	17,0
3	752	408	194706	16,5
4	741	361	182912	19,9
Media	747	399	194513	18,4

Analizând rezultatele prezentate în Tabelul 5.2, s-a constatat că limita proporționalitate a oțelului este prea joasă pentru o comportare corespunzătoare la încercările de oboseală. Astfel, s-a adoptat un tratament termic (conform [Mitelea și

Vlaicu, 2010]) de îmbunătățire pentru creșterea proprietăților mecanice, detaliat în Tabelul 5.3.

Tabelul 5.3. Tratamentul termic de îmbunătățire ales aplicat oțelului 41Cr4

Etapă	Temperatura	Menținere	Mediu de răcire
Călire	820-860 °C	10 min	ulei
Revenire înaltă	540-680 °C	1 h	aer

După aplicarea tratamentului termic detaliat în tabelul de mai sus, s-au refăcut încercările de tracțiune statică cu epruvete identice dimensional cu cele din setul netratat. Curbele caracteristice obținute astfel sunt prezentate în Fig. 5.5.

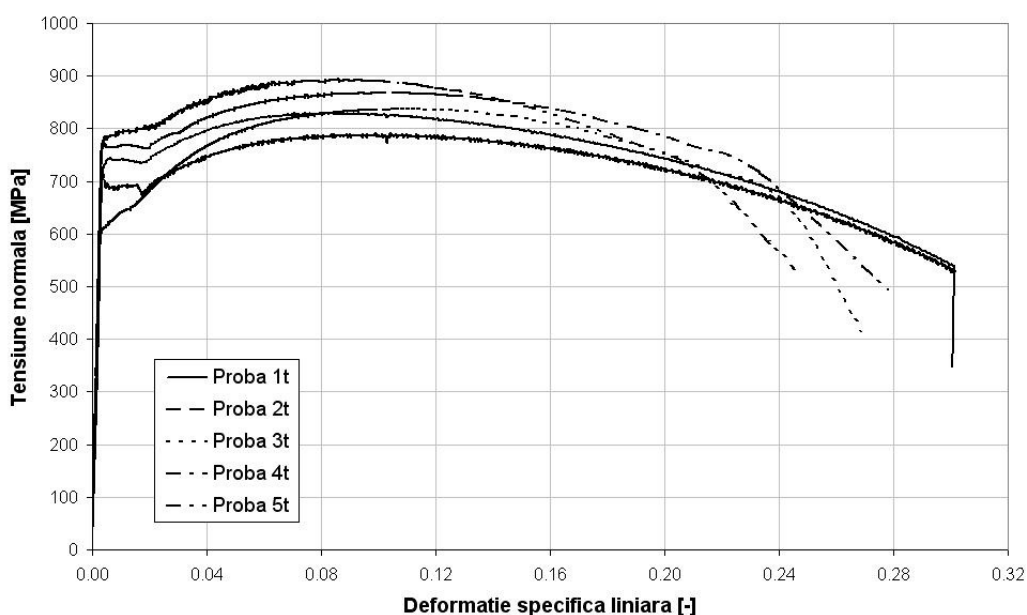


Fig. 5.5. Curbele caracteristice obținute în urma încercării la tracțiune statică a oțelului 41Cr4 în stare îmbunătățită

Folosind datele obținute s-au determinat caracteristicile mecanice ale oțelului 41Cr4 pentru stare îmbunătățită, așa cum se prezintă în Tabelul 5.4.

Tabelul 5.4. Caracteristicile mecanice determinate experimental pentru oțelul 41Cr4 în stare îmbunătățită

Nr. probă	Rezistența la rupere	Limita de proporționalitate	Modulul de elasticitate longitudinal	Alungirea totală
	σ_r [MPa]	$R_{p0,2}$ [MPa]	E [MPa]	A_f [%]
1t	829	742	202105	30,0
2t	788	688	217314	30,0
3t	836	683	212117	24,2
4t	867	769	211783	27,8
5t	891	801	211132	20,0

Nr. probă	Rezistența la rupere	Limita de proporționalitate	Modulul de elasticitate longitudinal	Alungirea totală
	σ_r [MPa]	$R_{p0,2}$ [MPa]	E [MPa]	A_f [%]
Media	851	740	210890	26,4

În scopul urmăririi facile a diferențelor înregistrate în ceea ce privește proprietățile mecanice în urma aplicării tratamentului termic de îmbunătățire, în Fig. 5.6 se redau atât curbele caracteristice în stare recoaptă, cât și cele corespunzătoare stării îmbunătățite.

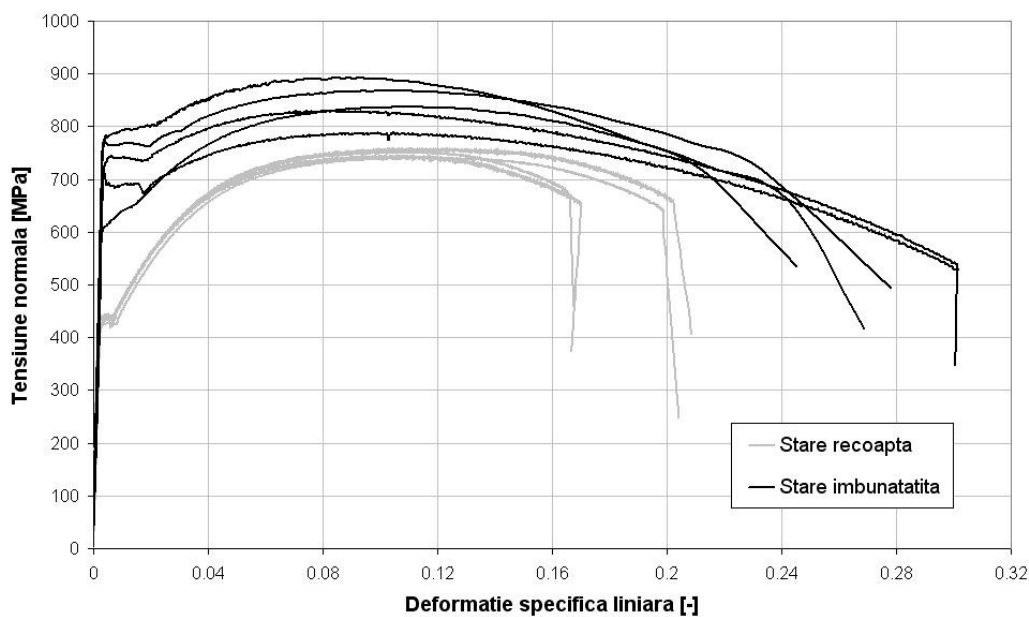


Fig. 5.6. Reprezentarea comparativă a rezultatelor încercărilor de tracțiune statică efectuate asupra oțelului 41Cr4 în stare recoaptă respectiv îmbunătățită

Din Fig. 5.6 se poate observa că s-au îmbunătățit considerabil caracteristicile mecanice, în special rezistența la rupere σ_r și limita de proporționalitate $R_{p0,2}$. Cea mai semnificativă diferență se observă în cazul limitei de proporționalitate, care prin tratamentul termic s-a ridicat de la 399 MPa (stare recoaptă, Tabelul 5.2) la 740 MPa (stare îmbunătățită, Tabelul 5.4).

5.2.2. Încercarea la torsiune statică

5.2.2.1. Echipament experimental și epruvete

Încercările de torsiune statică au fost efectuate în Laboratorul CIDUCOS din cadrul Centrului de Cercetare CMPICUSU, Facultatea de Mecanică, Universitatea „Politehnica” din Timișoara. S-a utilizat mașina universală de încercat la tracțiune-torsiune Instron 8874 (Fig. 5.7). Principalele caracteristici ale mașinii de încercat sunt prezentate în Tabelul 5.5.

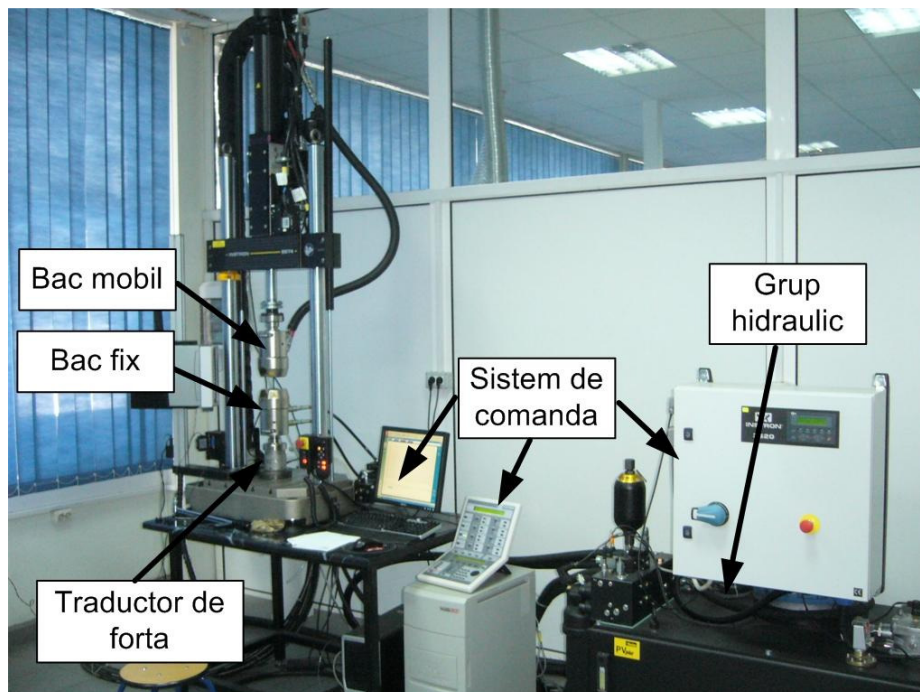


Fig. 5.7. Mașina universală de încercat la tracțiune-torsiune model Instron 8874

Tabelul 5.5. Principalele caracteristici ale mașinii universale de încercat Instron 8874

Model	Instron 8874
Forța maximă (întindere / compresiune)	25 kN / -25 kN
Precizie traductor forță	sub $\pm 0,25$ % din forța indicată [Instron, 2008a]
Cuplu maxim	100 Nm / -100 Nm
Precizie traductor cuplu	sub $\pm 0,25$ % din cuplul indicat [Instron, 2008b]

Prinderea în bacurile mașinii de încercat s-a realizat prin intermediul mecanismului hidraulic propriu încorporat în bacuri.

Ridicarea curbei caracteristice la torsiune statică s-a realizat pentru oțelul 41Cr4 în stare îmbunătățită, în urma tratamentului termic prezentat în Tabelul 5.3. Scopul acestor încercări a fost determinarea principalelor caracteristici mecanice la torsiune ale oțelului în stare îmbunătățită și pentru evaluarea acestora în perspectiva efectuării încercărilor de oboseală planificate. Pentru încercări s-au folosit epruvete cilindrice, realizate conform schiței din Fig. 5.8.

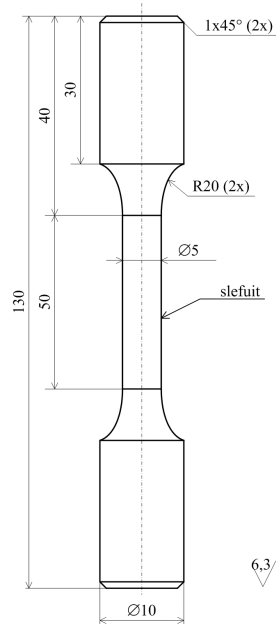


Fig. 5.8. Schiță epruvetă pentru încercările de torsiune statică

5.2.2.2. Rezultate obținute în urma încercării oțelului 41Cr4 la torsiune statică

În urma efectuării încercărilor, în stare îmbunătățită, s-au obținut următoarele rezultate, prezentate sub forma curbelor caracteristice tensiune-deformație unghiulară în Fig. 5.9.

Folosind datele obținute s-au determinat analitic caracteristicile mecanice la torsiune ale oțelului 41Cr4 în stare îmbunătățită, așa cum se prezintă în Tabelul 5.6.

Tabelul 5.6. Caracteristicile mecanice la torsiune determinate experimental pentru oțelul 41Cr4

Nr. probă	Rezistența la rupere	Limita de proporționalitate	Modulul de elasticitate transversal	Deformația unghiulară specifică maximă
	τ_r [MPa]	τ_p [MPa]	G [MPa]	φ [rad]
1	738	621	79040	0,1213
2	665	408	84864	0,2086
3	872	710	76115	0,2121
Media	758	580	80006	0,1807

După cum se vede din Tabelul 5.1, rezistența la rupere la torsiune a oțelului se situează în jurul valorii de 758 MPa. De pe curbele caracteristice obținute la torsiune, s-a determinat modulul de elasticitate longitudinal G având valoarea de 80006 MPa.

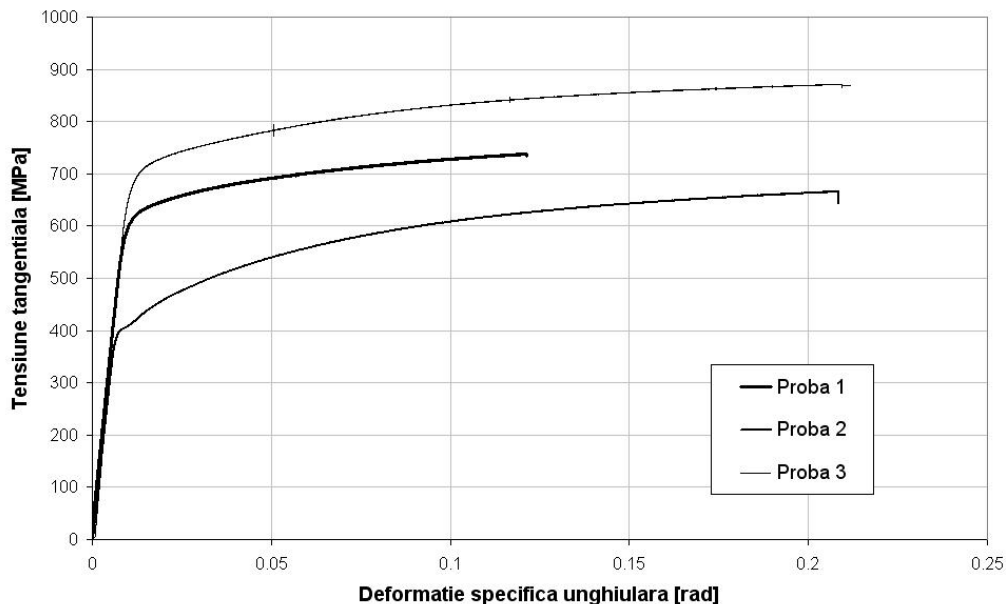


Fig. 5.9. Curbele caracteristice obținute în urma încercării la torsiune statică a oțelului 41Cr4 în stare îmbunătățită

Pe baza modulelor de elasticitate longitudinal și transversal se poate acum calcula coeficientul lui Poisson, care, după cum se cunoaște, trebuie să se situeze în jurul valorii de 0,3 în cazul oțelurilor. Astfel:

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1 = \frac{210781}{2 \cdot 80006} - 1 = 0,31 \quad (5.1)$$

5.3. Determinarea experimentală a caracteristicilor la oboseală a oțelului 41Cr4

5.3.1. Ridicarea curbei de oboseală la tracțiune ciclică

5.3.1.1. Echipament experimental și epruvete

Încercările de oboseală la tracțiune ciclică au fost efectuate utilizând echipamentul experimental descris în Fig. 5.1 și Tabelul 5.1.

Pentru aceste încercări s-au folosit epruvete cilindrice confecționate din oțelul 41Cr4 și tratate termic conform parametrilor din Tabelul 5.3. Schița după care au fost realizate epruvetele este redată în Fig. 5.10.

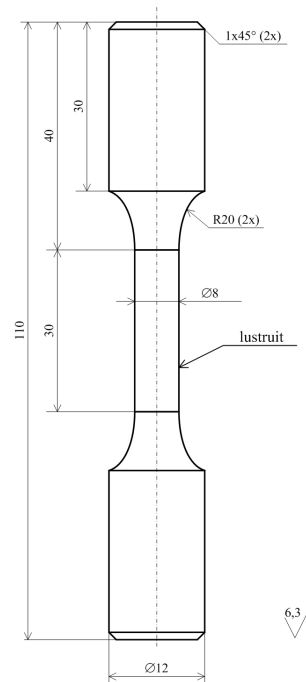


Fig. 5.10. Schiță epruvetă pentru încercările de tracțiune ciclică

În urma tratamentului termic s-a prelevat o porțiune dintr-o epruvetă și a fost efectuată o analiză metalografică și de duritate pe o secțiune transversală. Structura văzută la microscop la o mărire de 1750 în zona centrală respectiv lateral dreapta și stânga pe diamteru se prezintă în Fig. 5.11.

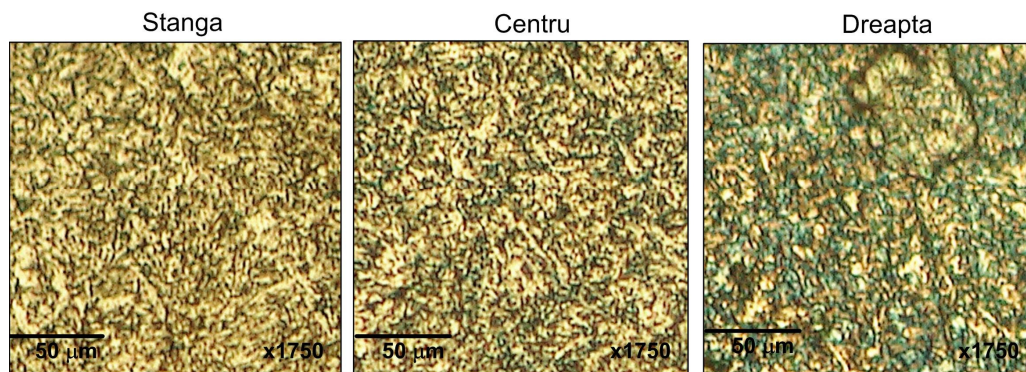


Fig. 5.11. Structura metalografică a secțiunii transversale a unei epruvete pentru încercarea de oboseală la tracțiune văzută la mărirea de x1750

După cum se poate observa din Fig. 5.11, în zona din stânga și în centru apare o structură sorbitică cu perlită și ferită uniform distribuite, precum și carburi de Cr. În ceea ce privește zona din dreapta, și aici avem o structură sorbitică dar cu ferita și perlita distribuite granular și intergranular, precum și carburi de Cr.

Structura metalografică obținută arată că tratamentul termic efectuat a fost corespunzător.

Măsurătorile de duritate Vickers s-au efectuat în 6 puncte, pornind de la exteriorul spre interiorul epruvetei în secțiune transversală. Valorile obținute sunt redată în Tabelul 5.7.

Tabelul 5.7. Duritatea materialului epruvetelor pentru încercarea de oboseală la tracțiune

Duritate	Punct măsurare (de le exterior spre interior)						Media
	1	2	3	4	5	6	
HV10	268	262	272	272	274	279	271

Prinderea epruvetelor în mașina de încercat s-a realizat folosind bacurile acționate hidraulic.

Pentru setările parametrilor de încercare și comanda lor s-a utilizat modulul dedicat din software-ul de comandă DION PRO. O captură din timpul unei încercări de oboseală la tracțiune cu cicluri simetrice este prezentată în Fig. 5.12.

În figură se poate observa fereastra care afișează valorile momentane ale parametrilor încercării, în termeni de forță, deplasare și deformație. De asemenea programul afișează încărcarea normală în timp real exercitată asupra epruvetei. În exemplul dat în figură este vorba de un ciclu sinusoidal simetric, de amplitudine de aproximativ 10 kN.

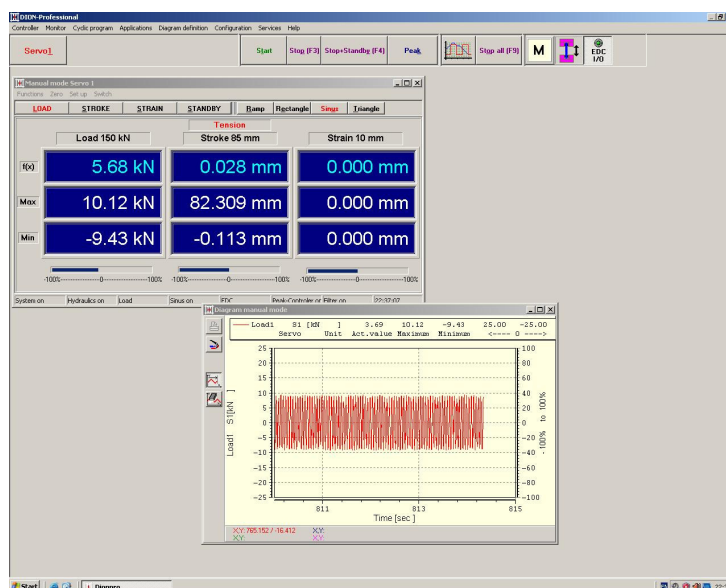


Fig. 5.12. Interfața software DION PRO la încercarea de oboseală la tracțiune cu cicluri simetrice

5.3.1.2. Rezultate obținute în urma încercării oțelului 41Cr4 la oboseală prin tracțiune-compresiune

Încercările de oboseală efectuate cu scopul ridicării curbei de durabilitate la tracțiune cu cicluri simetrice sunt centralizate în Tabelul 5.8 și valorile obținute sunt reprezentate în coordonate semilogaritmice în Fig. 5.13.

Tabelul 5.8. Rezultatele încercărilor de oboseală la tracțiune-compresiune

Nr. crt.	Nr. epr	Diametru d [mm]	Parametri ciclu			Nr. cicluri [-]	Obs.
			Amplitudine		Coef. asimetrie R [-]		
			Forță F _a [kN]	Tensiune σ [MPa]			
1	I1	7,5	32692	740	-1	1000	-
2	I2	7,6	25268	557	-1	1320	-
3	I9	7,8	24083	504	-1	5550	-
4	I10	8,0	26239	522	-1	10925	-
5	I3	7,5	17097	387	-1	11800	-
6	I11	8,0	22921	456	-1	16358	-
7	I14	8,0	21715	432	-1	77866	-
8	I4	7,5	16700	378	-1	114800	-
9	I7	8,0	17492	348	-1	147200	-
10	I5	7,6	15787	348	-1	314800	-
11	I12	7,8	18158	380	-1	466900	-
12	I6	8,0	17492	348	-1	570200	-
13	I8	7,6	15787	348	-1	576000	-
14	I13	7,6	16603	366	-1	689540	-
15	I15	7,8	17584	368	-1	756400	-

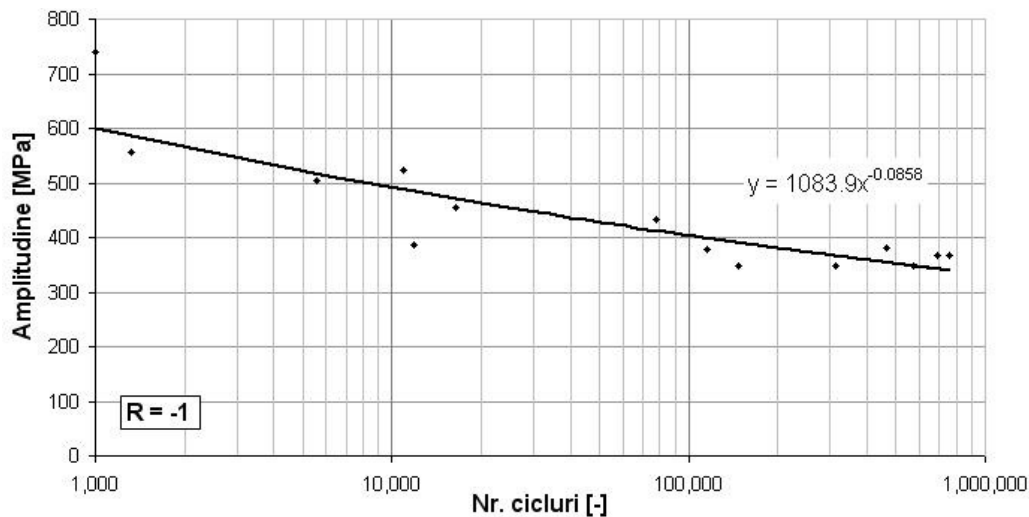


Fig. 5.13. Curba de oboseală la tracțiune simetrică obținută experimental pentru oțelul 41Cr4

În Fig. 5.13 se poate observa că dispersia punctelor față de curbă este tot mai mică odată cu creșterea numărului de cicluri până la rupere. Se poate de trage concluzia că limita de oboseală a oțelului la tracțiune tinde spre valoarea de $\sigma_{-1} = 350$ MPa.

Au fost analizate de asemenea suprafețele de rupere ale epruvetelor supuse la încercarea de oboseală la tracțiune ciclică.

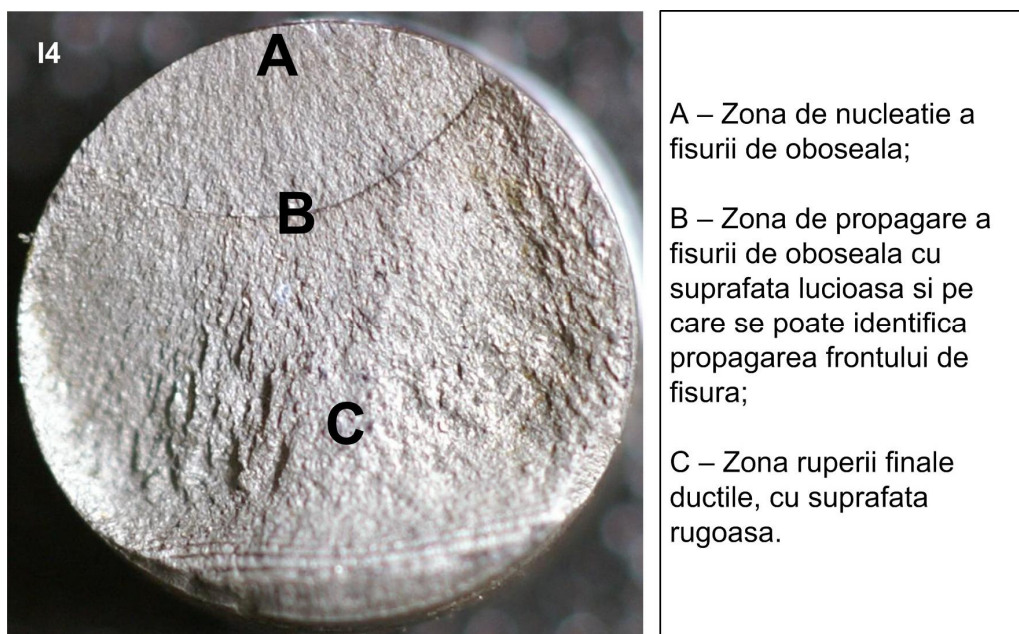


Fig. 5.14. Suprafața de rupere a epruvetei I4 supusă la oboseală la tracțiune simetrică ($N = 114800$)

În Fig. 5.14 se prezintă suprafața de rupere a epruvetei I4 și se pot identifica zonele specifice ruperii prin oboseală la tracțiune. Astfel, se identifică zona unde s-a produs nucleația fisurii de oboseală, care s-a propagat ulterior creând o suprafață lucioasă. Pe această suprafață se pot identifica liniile de-a lungul cărora s-a produs propagarea frontului de fisură. Zona de rupere finală are un aspect rugos și prezența deformațiilor plastice mari indică caracterul ductil.

5.3.2. Ridicarea curbei de oboseală la torsiune ciclică

5.3.2.1. Echipament experimental și epruvete

Încercările de oboseală la torsiune cu cicluri simetrice au fost efectuate pe echipamentul experimental prezentat și descris în Fig. 5.7 și Tabelul 5.5.

Epruvetele folosite la aceste încercări au fost confecționate din oțelul 41Cr4 și tratate termic conform parametrilor prezentați în Tabelul 5.3. Epruvetele au fost realizate conform schiței din Fig. 5.10, singura diferență fiind diametrul porțiunii calibrate, care de această dată a fost de 6 mm.

În urma tratamentului termic s-a prelevat o porțiune dintr-o epruvetă și a fost efectuată o analiză metalografică și de duritate pe o secțiune transversală. Structura văzută la microscop la o mărire de 1750 în zona centrală respectiv lateral dreapta și stânga pe diametru se prezintă în Fig. 5.15.

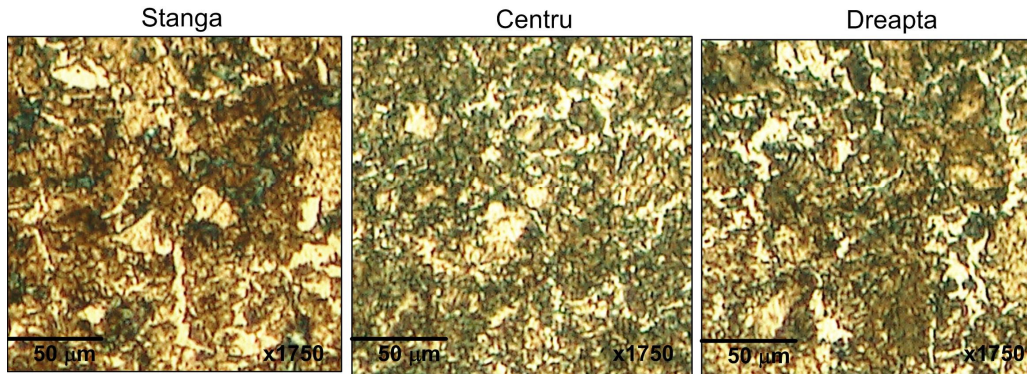


Fig. 5.15. Structura metalografică a secțiunii transversale a unei epruvete pentru încercarea de oboseală la torsiune văzută la mărirea de x1750

După cum se poate observa din Fig. 5.15, în zona din stânga apare o structură sorbitică cu zone perlitice și feritice plasate în general granular și carburi complexe de Cr. În zona centrală avem tot o structură sorbitică cu zone feritice plasate granular și intergranular, precum și carburi de Cr. În ceea ce privește zona din dreapta, structura este tot sorbitică cu zone feritice și perlitice plasate în general intergranular precum și carburi complexe de Cr. Structura metalografică obținută arată că tratamentul termic efectuat a fost corespunzător.

Măsurătorile de duritate Vickers s-au efectuat în 5 puncte, pornind de la exteriorul spre interiorul epruvetei în secțiune transversală. Valorile obținute sunt redată în Tabelul 5.9.

Tabelul 5.9. Duritatea materialului epruvetelor pentru încercarea de oboseală la torsiune

Duritate	Punct măsurare (de le exterior spre interior)					Media
	1	2	3	4	5	
HV10	245	256	251	243	254	250

Prinderea epruvetelor în mașina de încercat s-a realizat cu bacurile hidraulice.

Pentru efectuarea încercărilor de oboseală la torsiune, s-a utilizat modulul programului de comandă, dedicat pentru oboseală, instalat pe echipamentul experimental Instron 8874. O captură a interfeței acestuia este redată în Fig. 5.16.

O captură din timpul încercărilor de torsiune ciclică este redată în Fig. 5.17. Se poate observa ciclul sinusoidal generat, alături de valorile momentane ale principalilor parametri (în bara de sus), cum ar fi forța, momentul de torsiune, rotația, frecvența, numărul de cicluri și altele.

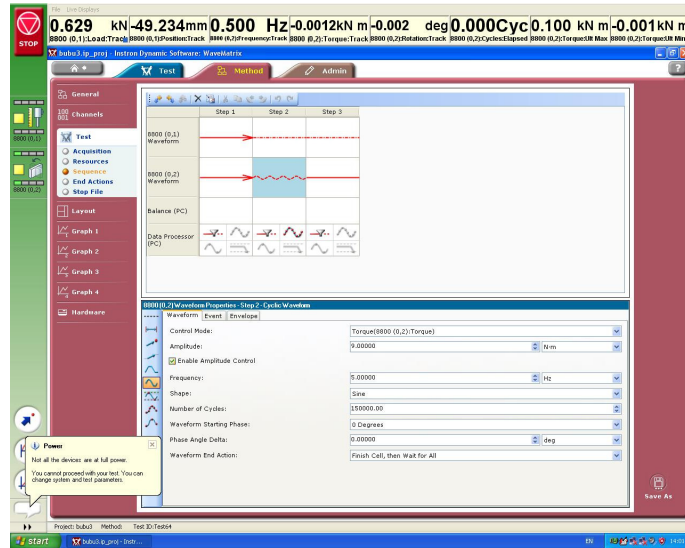


Fig. 5.16. Interfață Instron Dynamic Software pentru setarea parametrilor încercărilor de oboseală la torsiune cu cicluri simterice

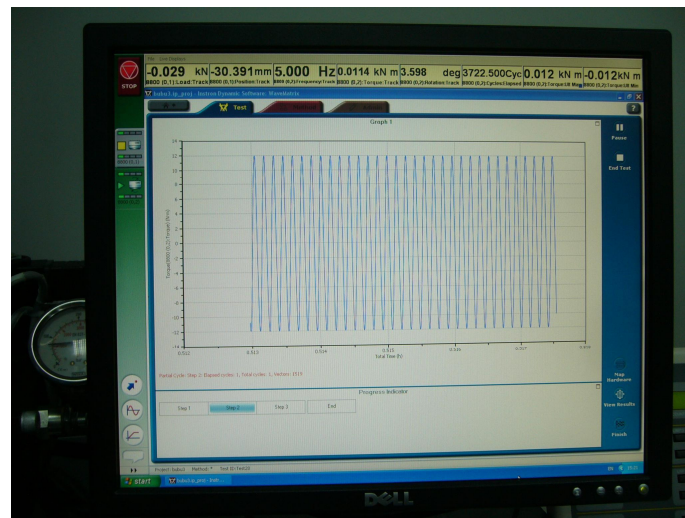


Fig. 5.17. Interfața Instron Dynamic Software la încercarea de oboseală la torsiune cu cicluri simetrice

5.3.2.2. Rezultate obținute în urma încercării oțelului 41Cr4 la oboseală prin torsiune

Încercările de oboseală efectuate cu scopul ridicării curbei de durabilitate la torsiune cu cicluri simetrice sunt centralizate în Tabelul 5.10 și valorile obținute sunt reprezentate în coordonate semilogaritmice în Fig. 5.18.

Tabelul 5.10. Rezultatele încercărilor de oboseală la torsiune simetrică

Nr. crt.	Nr. epr	Diametru d [mm]	Parametri ciclu			Nr. cicluri [-]	Obs.
			Amplitudine		Coef. asimetrie R [-]		
			Moment Mt _a [Nm]	Tensiune τ [MPa]			
1	T1	6,0	22224	524	-1	12000	-
2	T5	6,0	21206	500	-1	14410	-
3	T6	5,8	11876	310	-1	86540	-
4	T2	6,0	14844	350	-1	124128	-
5	T7	6,0	13572	320	-1	143800	-
6	T8	5,8	11876	310	-1	250700	-
7	T9	5,8	12298	321	-1	517898	-
8	T14	5,7	7636	210	-1	579877	-
9	T10	5,8	11876	310	-1	580788	-
10	T13	6,0	10264	242	-1	679466	-
11	T12	5,8	8620	225	-1	748700	-
12	T11	5,8	9731	254	-1	890655	-
13	T4	5,6	9379	272	-1	1020418	>10 ⁶
14	T3	6,0	9331	220	-1	1026893	>10 ⁶

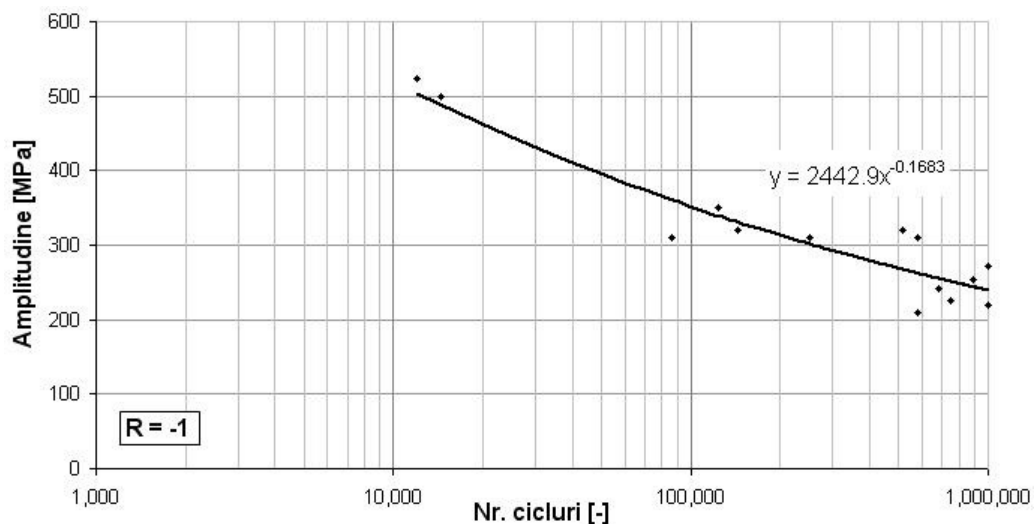


Fig. 5.18. Curba de oboseală la torsiune simetrică obținută experimental pentru oțelul 41Cr4

Se poate observa din Fig. 5.18 că dispersia datelor experimentale este tot mai mică cu scăderea amplitudinii ciclului de solicitare. De asemenea, din aceeași figură rezultă că limita de oboseală la torsiune simetrică pentru oțelul 41Cr4 este de $\tau_{-1} = 250$ MPa.

Suprafețele de rupere rezultate în urma încercării epruvetelor la torsiune arată caracteristici specifice acestui tip de rupere. Din Fig. 5.19 se poate observa faptul că suprafața de rupere prezintă aspecte concentrice.

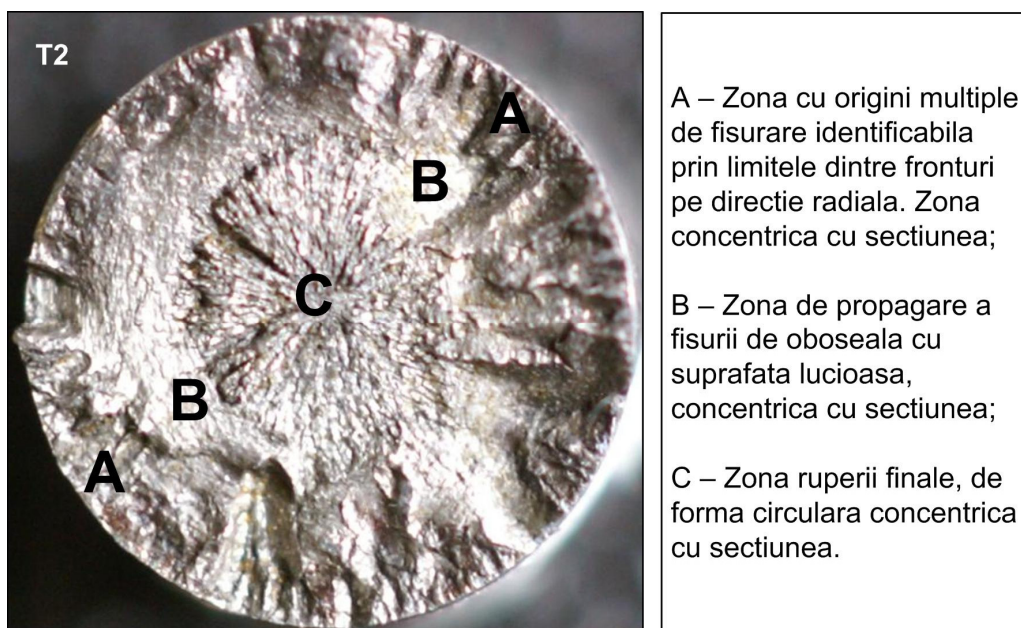


Fig. 5.19. Suprafața de rupere a epruvetei T2 supusă la oboseală la torsiune simetrică (N = 124128)

Striațiile care se pot identifica pe circumferința epruvetei au direcție preponderent radială. Aceste striații sunt de fapt limitele fronturilor de propagare a fisurilor de oboseală, care, după cum rezultă din analiza suprafeței, s-au propagat dinspre exterior spre interior pe întreaga circumferință a epruvetei. Rezultă deci că degradarea la oboseală a avut origini multiple, poziționate pe circumferința epruvetei și degradarea a pornit din această zonă spre centru. Această constatare duce la concluzia că la periferia epruvetei a avut loc o concentrare destul de puternică de tensiune tangențială, fapt care a cauzat formarea multiplelor origini de fisurare. În zona centrală se poate identifica cu ușurință zona de rupere finală, care are forma unui cerc cu rază mai mică, concentric cu secțiunea completă. Zona de rupere finală are o suprafață rugoasă, care se distinge clar față de zona de oboseală mai lucioasă care se află între aceasta și zona striatiilor radiale de pe circumferință.

5.4. Studiul influenței neproporționalității asupra durabilității oțelului 41Cr4

5.4.1. Introducere

Prezentul subcapitol conține rezultatele obținute în decursul stagiului de cercetare efectuat la Institutul de cercetare „*Bay Zoltán Alkalmazott Kutatási Közhazsnú Nonprofit Kft. Logisztikai és Gyártástechnikai Intézet – Bay-Logi*”, din Miskolc, Ungaria, în perioada 6 august 2012 – 5 septembrie 2012.

Încercările de oboseală multiaxială au fost efectuate în cadrul Laboratorului de Încercări de Materiale, aparținând institutului menționat, sub îndrumarea științifică a Domnului Prof. Dr. Ing. László TÓTH, respectiv îndrumarea practică a Domnului Ing. Péter RÓZSAHEGYI, șeful laboratorului de încercări.

Laboratorul este dotat cu mașini de încercat de ultimă generație, de fabricație Instron, Marea Britanie, având capacitatea de a efectua încercări statice și dinamice, la diferite temperaturi. O vedere de ansamblu a laboratorului este prezentată în Fig. 5.20.



Fig. 5.20. Vedere de ansamblu asupra Laboratorului de Încercări de Materiale din cadrul Institutului de Cercetare BAY-LOGI din Miskolc, Ungaria

Principalele obiective ale stagiului de cercetare au fost următoarele:

- Realizarea unui studiu teoretic asupra influenței neproporționalității asupra durabilității și secțiunii de rupere în domeniul numerelor mari de cicluri;
- Îmbunătățirea cunoștințelor în alegerea corectă a regimurilor de încărcare și utilizarea mașinilor de încercat la oboseală;
- Efectuarea unor încercări de oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri, cu diferite grade de neproporționalitate;
- Prelucrarea și interpretarea rezultatelor obținute și corelarea lor cu modelul de degradare propus în cadrul Capitolului 4.

În cele ce urmează va fi prezentat modul în care au fost atinse obiectivele amintite mai sus.

5.4.2. Caracteristici de material și definirea încărcărilor proporționale și neproporționale

În alegerea parametrilor de încercare la oboseală multiaxială au o importanță majoră caracteristicile mecanice ale materialului. Astfel, proprietățile statice și de oboseală ale oțelului 41Cr4, determinate experimental în paragrafele anterioare, sunt centralizate în Tabelul 5.11.

Tabelul 5.11. Caracteristicile statice și de oboseală ale oțelului 41Cr4 determinate experimental

Material	σ_r [MPa]	σ_c [MPa]	σ_{-1} [MPa]	σ_0 [MPa]	τ_{-1} [MPa]
41Cr4	870	761	350	420	250

Regimurile de încărcare au fost alese astfel încât atât amplitudinea tensiunii normale, cât și amplitudinea tensiunii tangențiale să nu depășească limitele de oboseală corespunzătoare, determinate în paragrafele anterioare. Au fost alese 7 cazuri de încărcare, dintre care 4 cazuri proporționale (fără unghi de defazare –

Seria A), respectiv 3 cazuri neproporționale (cu tensiunea tangențială defazată cu 90° față de tensiunea normală – Seria B). La toate cele 7 cazuri de încărcare s-au respectat o valoare constantă a raportului dintre amplitudinea tensiunii tangențiale și a celei normale, și anume 0,6.

Regimurile de încărcare, studiate atât teoretic cât și experimental sunt redate în Tabelul 5.12.

Tabelul 5.12. Regimuri de încărcare multiaxială alese pentru studiul teoretic și experimental

Nr. Crt	Caz	Parametri ciclu încărcare						Încărcare
		σ_a [MPa]	σ_m [MPa]	τ_a [MPa]	τ_m [MPa]	τ_a / σ_a [-]	Φ [°]	
1	A1	300	0	180	0	0,6	0	proporțională
2	A2	280	0	165	0	0,6	0	
3	A3	262	0	158	0	0,6	0	
4	A4	250	0	150	0	0,6	0	
5	B1	280	0	165	0	0,6	90	ne-proporțională
6	B2	262	0	158	0	0,6	90	
7	B3	250	0	150	0	0,6	90	

5.4.3. Program de calcul pentru determinarea analitică a planelor în care tensiunile reprezentative ating valori extreme

5.4.3.1. Descrierea programului de calcul cu implementarea a 11 modele de degradare

În acest paragraf se prezintă studiul teoretic concretizat prin realizarea unui program de calcul în mediul de programare MathCad 14, complet parametrizat, cu scopul de a urmări influența încărcărilor multiaxiale simulate proporționale și neproporționale asupra tensiunilor echivalente calculate cu mai multe modele de degradare din literatura de specialitate, respectiv asupra poziției planului critic de rupere.

Programul de calcul a fost conceput astfel încât să permită analizarea unui spectru de solicitare compus din toate cele 6 componente independente ale tensorului tensiune, fiecare având propria funcție de variație definită individual, conform relației generice de mai jos:

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin(\omega t + \Phi) \quad (5.2)$$

unde Φ reprezintă unghiul de defazare, σ_m tensiunea medie și σ_a amplitudinea ciclului sinusoidal de solicitare.

Astfel, pentru o încărcare complexă, așa cum se prezintă în Fig. 5.21 [Kun, 2012b], programul determină printr-o procedură implementată perechea formată dintr-o tensiune normală și tangențială care creează cea mai periculoasă situație pe parcursul unui ciclu de solicitare (adică prin compunerea tensiunilor respectivei perechi se ating cele mai mari tensiuni rezultante).

Cele 3 cazuri de stare plană de tensiune rezultate în urma descompunerii conform celor afirmate anterior, sunt redate în Fig. 5.22.

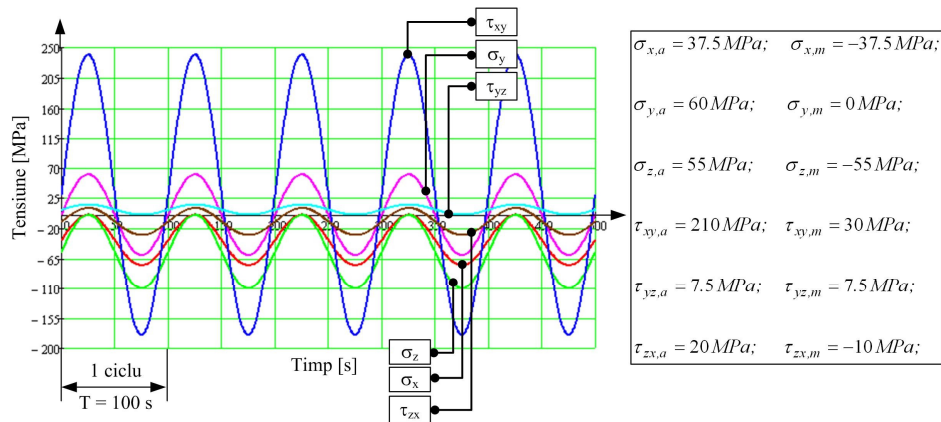


Fig. 5.21. Exemple de caz general de solicitare ciclică cu toate cele 6 componente ale tensorului tensiune [Kun, 2012b]

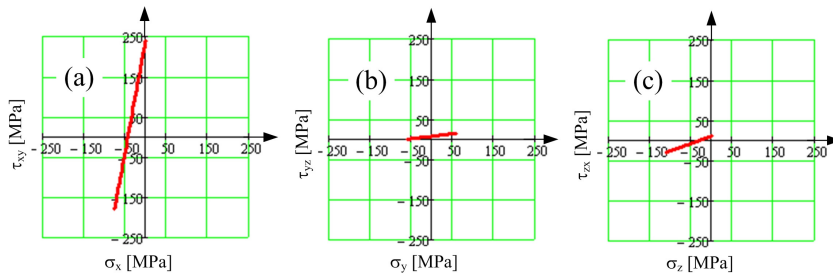


Fig. 5.22. Reprezentarea în coordonate σ - τ a celor 3 cazuri de stare plană de tensiune rezultate în urma descompunerii spectrului generic de solicitare [Kun, 2012b]

Din Fig. 5.22 se poate observa clar, că în cazul a) se obțin tensiuni mult mai mari decât în celelalte două cazuri, traseul de încărcare având punctele extreme cele mai îndepărtate de originea sistemului de coordonate. Programul de calcul realizat efectuează selecția celui mai periculos caz bazat pe un algoritm care calculează distanța fiecărui punct de pe traseul de încărcare față de originea sistemului de coordonate și determină în ce caz de cele 3 se obține valoarea maximă absolută. Secvența de program care conține acest algoritm este ilustrată în Fig. 5.23.

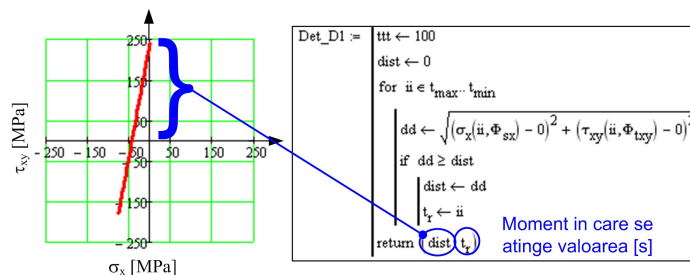


Fig. 5.23. Alegerea cazului de stare plană de tensiune bazată pe găsirea parametrizată a celei mai mari distanțe dintre poziția curentă pe traseul de încărcare și originea sistemului de coordonate [Kun, 2012b]

În programul de calcul au fost implementate un număr de 11 modele de oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri, așa cum se prezintă în Tabelul 5.13.

Tabelul 5.13. Principalele caracteristici ale modelelor de degradare la oboseală multiaxială implementate în programul de calcul [Kun, 2012b]

Nr	Model	Parametru de degradare (PD)	Valoare critică	Plan critic
1	von Mises (1913)	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$	$(PD) > \sigma_{-1}$	$\tau_{oct} \max$
2	Von Mises cu semn [Bishop, 2000]	$sign(\sigma_1) \cdot \sigma_{VM}$	$(PD) > \sigma_{-1}$	$\tau_{oct} \max$
3	Tresca (1864)	$\sigma_3 - \sigma_1$	$(PD) > \sigma_{-1}$	$\tau_{oct} \max$
4	Sines (1955)	$\frac{\Delta \tau_{oct}}{2} + \left[\frac{2\sqrt{2}}{3} \left(\frac{\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \right) \right] \cdot 3\sigma_h$	$(PD) > \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_{-1}$	$\tau_{oct} \max$
5	Yokobori (1966)	$\tau_n + \frac{2r_{-1}}{\sigma_{-1}} \sigma_n$	$(PD) > \tau_{-1}$	$\tau \max$
6	Findley (1957)	$\frac{\Delta \tau}{2} + \left(\frac{2r_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1 \right) \sigma_n$	$(PD) > \tau_{-1}$	$\left[\frac{\Delta \tau}{2} + \left(\frac{2r_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1 \right) \sigma_n \right] \max$
7	Matake (1977)	$\frac{\Delta \tau}{2} + \left(\frac{2r_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1 \right) \sigma_n$	$(PD) > \tau_{-1}$	$\frac{\Delta \tau}{2} \max$
8	McDiarmid (1994)	$\frac{\Delta \tau}{2} + \left(\frac{2r_{-1}}{\sigma_{UTS}} \right) \sigma_n$	$(PD) > \tau_{-1}$	$\frac{\Delta \tau}{2} \max$
9	Crossland (1956)	$\sqrt{J_{2a}} + \left(\frac{3r_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{3} \right) \cdot \sigma_{h,max}$	$(PD) > \tau_{-1}$	$\frac{\Delta \tau_{oct}}{2} \max$
10	Sines (II) (1955)	$\sqrt{J_{2a}} + \left(\frac{3r_{-1}}{\sigma_0} - \sqrt{3} \right) \cdot \sigma_{h,m}$	$(PD) > \tau_{-1}$	$\frac{\Delta \tau_{oct}}{2} \max$
11	Kakuno-Kawada (1979)	$\sqrt{J_{2a}} + \left(\frac{3r_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{3} \right) \cdot \sigma_{h,m} + \left(\frac{3r_{-1}}{\sigma_0} - \sqrt{3} \right) \cdot \sigma_{h,a}$	$(PD) > \tau_{-1}$	$\frac{\Delta \tau_{oct}}{2} \max$

unde: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ – componentele tensorului tensiune;
 σ_1, σ_3 – tensiuni normale principale;
 τ_{oct} – tensiunea octaedrică;
 σ_n – tensiunea normală care acționează pe planul n ;
 J_{2a} – amplitudinea celui de-al doilea invariant al tensorului deviator;
 σ_h – tensiunea hidrostatică;
 σ_r – rezistența la rupere;
 σ_{-1} – limita de oboseală la întindere cu cicluri simetrice ($R = -1$);
 σ_0 – limita de oboseală la întindere cu cicluri pulsante ($R = 0$);
 τ_{-1} – limita de oboseală la torsiune cu cicluri simetrice ($R = -1$);
 altele: m – medie; a – amplitudine; Δ – variație.

Pentru a fi posibilă aplicarea modelelor de degradare prezentate în Tabelul 5.13, este necesară determinarea unei serii de mărimi de interes intermediare, care pot fi fie tensiuni pe anumite plane, fie unghiuri care definesc poziția acestor plane. Astfel, primul pas constă în transformarea funcțiilor care definesc cele două

componente ale stării plane de tensiune determinate ca în Fig. 5.23, în funcții care iau în considerare și unghiul planului pe care acționează aceste tensiuni:

$$\begin{aligned}\sigma(\theta) &= \frac{\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2} \cos(2\theta) + \tau \sin(2\theta) \\ \tau(\theta) &= -\frac{\sigma}{2} \sin(2\theta) + \tau \cos(2\theta)\end{aligned}\quad (5.3)$$

Tensiunile normale principale reprezintă soluțiile ecuației cubice, unde $I_1(\theta)$, $I_2(\theta)$ și $I_3(\theta)$ sunt invariții tensorului tensiunilor:

$$\sigma^3 - I_1(\theta) \cdot \sigma^2 + I_2(\theta) \cdot \sigma - I_3(\theta) = 0 \quad (5.4)$$

Tensiunea tangențială principală, în cazul stării plane de tensiune considerate, se poate determina cu relația:

$$\tau_{12}(\theta) = \frac{|\sigma_1(\theta) - \sigma_2(\theta)|}{2} \quad (5.5)$$

Tensiunea tangențială octaedrică se determină cu ecuația:

$$\tau_{oct}(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\sigma^2(\theta) + 3\tau^2(\theta)} \quad (5.6)$$

Variațiile tensiunilor de interes sunt determinate de către programul de calcul cu ajutorul unor algoritmi special creați pentru acest scop. De asemenea, valorile unghiului de poziție a planului unde fiecare dintre aceste tensiuni de interes, amintite mai sus, ating valori extreme ($\theta_{\sigma, \max}$, $\theta_{\tau, \max}$, $\theta_{\sigma 1, \max}$, $\theta_{\sigma 2, \max}$, $\theta_{\tau 12, \max}$, $\theta_{\tau oct, \max}$, $\theta_{\Delta\tau, \max}$, $\theta_{\Delta\tau oct, \max}$), se determină cu algoritmi creați în mediul de programare MathCad. În Fig. 5.24 se dau două exemple pentru cele două tipuri de algoritmi menționate, adică determinarea variației totale a tensiunii tangențiale în decursul unui ciclu de solicitare (Fig. 5.24a), respectiv determinarea unghiului planului pe care se atinge cea mai mare variație a tensiunii tangențiale de-a lungul unui ciclu de solicitare (Fig. 5.24b).

(a)	$\Delta\tau(\theta) := \begin{cases} \text{for } t \in t_{\min}, t_{\min} + 1.. t_{\max} \\ \text{val_}\tau_{1t} \leftarrow \tau(t, \theta) \\ \tau_{\min} \leftarrow \min(\text{val_}\tau) \\ \tau_{\max} \leftarrow \max(\text{val_}\tau) \\ d \leftarrow \tau_{\max} - \tau_{\min} \\ d \end{cases}$	+	(b)	$\theta_{\max_ \Delta\tau} := \begin{cases} \text{val_}\tau \leftarrow 0 \\ \text{for } \theta_ \in 0, 0.01.. 2\pi \\ \text{if } \Delta\tau(\theta_) > \text{val_}\tau \\ \text{val_}\theta \leftarrow \theta_ \\ \text{val_}\tau \leftarrow \Delta\tau(\theta_) \\ \text{val_}\theta \leftarrow \text{mod}\left(\text{val_}\theta, \frac{\pi}{2}\right) \text{ if } \text{val_}\theta \geq \frac{\pi}{2} \\ \text{val_}\theta \end{cases}$
-----	--	---	-----	--

Fig. 5.24. Algoritm pentru determinarea variației totale a tensiunii tangențiale de-a lungul unui ciclu (a) respectiv pentru determinarea unghiului planului pe care această variație atinge valoarea maximă (b) [Kun, 2012b]

5.4.3.2. Rezultate obținute în urma aplicării programului de calcul pentru încărcările studiate

Au fost simulate cu ajutorul programului de calcul variantele de încărcare conform programului experimental prezentat în Tabelul 5.12. S-au determinat pentru fiecare caz de solicitare (A1 – B3), ca funcție de unghi, tensiunea normală, tangențială, tensiunile normale principale, tensiunile tangențiale principale, tensiunea tangențială octaedrică, variația tensiunii tangențiale și a tensiunii tangențiale octaedrice de-a lungul unui ciclu, respectiv unghiurile planelor în care tensiunile menționate ating valori extreme. De asemenea au fost determinate pentru fiecare caz de solicitare tensiunile echivalente maxime pe care le produc cele 11 modele de degradare prezentate în Tabelul 5.13, tensiunile echivalente corespunzătoare planelor critice în funcție de model, respectiv unghiurile planelor în care aceste tensiuni echivalente ating valori extreme.

Rezultatele analitice obținute sunt centralizate în Tabelul 5.14 și în figurile care urmează.

Tabelul 5.14. Valorile tensiunilor calculate, corespunzătoare cazurilor de solicitare și modelelor de degradare alese

Mărimă calculată	Cazul de solicitare						
	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3
$\theta_{\sigma, \max}$ [°]	23	22	23	23	0	0	0
σ_{\max} [MPa]	384	356	336	320	280	262	250
$\theta_{\tau, \max}$ [°]	68	68	68	68	43	43	43
τ_{\max} [MPa]	-234	-216	-205	-195	-140	-131	-125
$\theta_{\sigma 1, \max}$ [°]	4	5	6	6	0	0	0
$\sigma_{1, \max}$ [MPa]	388	360	340	324	280	262	250
$\theta_{\sigma 2, \max}$ [°]	80	79	80	80	52	52	52
$\sigma_{2, \max}$ [MPa]	-188	-173	-165	-157	-93	-87	-83
$\theta_{\tau 12, \max}$ [°]	62	61	62	61	34	32	31
$\tau_{12, \max}$ [MPa]	250	231	219	208	162	151	144
$\theta_{\tau \text{ oct}, \max}$ [°]	58	57	58	58	26	26	26
$\tau_{\text{ oct}, \max}$ [MPa]	210	194	184	175	140	131	125
$\theta_{\Delta \tau, \max}$ [°]	70	69	68	70	0	0	0
$\Delta \tau_{\max}$ [MPa]	469	433	410	391	330	316	300
$\theta_{\Delta \tau \text{ oct}, \max}$ [°]	-10,5	-8,2	-10	-10,5			
	/58	/57	/58	/58	0/90	0/90	-2/88
$\Delta \tau_{\text{ oct}, \max}$ [MPa]	210	194	184	175	135	129	122
$\theta_{\sigma \text{ VM}, \max}$ [°]	58	58	59	58	28	28	26
$\sigma_{\text{ VM}, \max}$ [MPa]	445	412	390	371	297	278	265
$\sigma_{\text{ VM}}(\theta_{\tau \text{ oct}, \max})$ [MPa]	445	411	389	370	296	277	264
$\theta_{\sigma \text{ VMs}, \max}$ [°]	58	58	59	58	28	28	26
$\sigma_{\text{ VMs}, \max}$ [MPa]	445	412	390	371	297	278	265
$\sigma_{\text{ VMs}}(\theta_{\tau \text{ oct}, \max})$ [MPa]	445	411	389	370	296	277	264
$\theta_{\sigma \text{ Tr}, \max}$ [°]	64	62	62	62	33	35	34
$\sigma_{\text{ Tr}, \max}$ [MPa]	500	462	437	416	323	303	289
$\sigma_{\text{ Tr}}(\theta_{\tau \text{ oct}, \max})$ [MPa]	494	454	432	411	316	295	282
$\theta_{\sigma \text{ Sin}, \max}$ [°]	18	19	20	19	-	-	-
$\sigma_{\text{ Sin}, \max}$ [MPa]	211	195	184	175	-	-	-
$\sigma_{\text{ Sin}}(\theta_{\tau \text{ oct}, \max})$ [MPa]	181	171	159	152	-	-	-
$\theta_{\sigma \text{ Yok}, \max}$ [°]	42	41	41	41	15	17	17

Mărimă calculată	Cazul de solicitare						
	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3
$\sigma_{Yok,max}$ [MPa]	623	577	544	519	443	415	396
$\sigma_{Yok}(\theta_{\tau,max})$ [MPa]	470	440	412	397	354	331	315
$\theta_{\sigma_{Fin},max}$ [°]	57	56	56	57	0	0	0
$\sigma_{Fin,max}$ [MPa]	319	295	279	266	285	270	257
$\sigma_{Fin}(\theta_{\sigma_{Fin},max})$ [MPa]	319	295	279	266	285	270	257
$\theta_{\sigma_{Mat},max}$ [°]	57	56	56	57	0	0	0
$\sigma_{Mat,max}$ [MPa]	319	295	279	266	285	270	257
$\sigma_{Mat}(\theta_{\Delta\tau,max})$ [MPa]	299	278	267	249	285	270	257
$\theta_{\sigma_{McD},max}$ [°]	64	65	64	64	0	0	0
$\sigma_{McD,max}$ [MPa]	258	239	226	215	205	196	186
$\sigma_{McD}(\theta_{\Delta\tau,max})$ [MPa]	256	237	226	213	205	196	186
$\theta_{\sigma_{SinII},max}$ [°]	60	57	60	56	84	88	88
$\sigma_{SinII,max}$ [MPa]	258	238	226	214	164	158	150
$\sigma_{SinII}(\theta_{\Delta\tau oct,max})$ [MPa]	256	238	224	214	164	158	150
$\theta_{\sigma_{Cro},max}$ [°]	22	19	20	21	40	42	41
$\sigma_{Cro,max}$ [MPa]	269	249	235	224	135	127	121
$\sigma_{Cro}(\theta_{\Delta\tau oct,max})$ [MPa]	228	215	200	191	82	79	80
$\theta_{\sigma_{KK},max}$ [°]	53	0	51	50	81	79	79
$\sigma_{KK,max}$ [MPa]	284	262	248	236	168	160	152
$\sigma_{KK}(\theta_{\Delta\tau oct,max})$ [MPa]	282	262	248	236	164	158	150

unde vM – von Mises; Mat – Matake;
 vMs – Von Mises cu semn; McD – McDiarmid;
 Tr – Tresca; SinII – Sines (II);
 Sin – Sines; Cro – Crossland;
 Yok – Yokobori; KK – Kakuno-Kawada
 Fin – Findley;

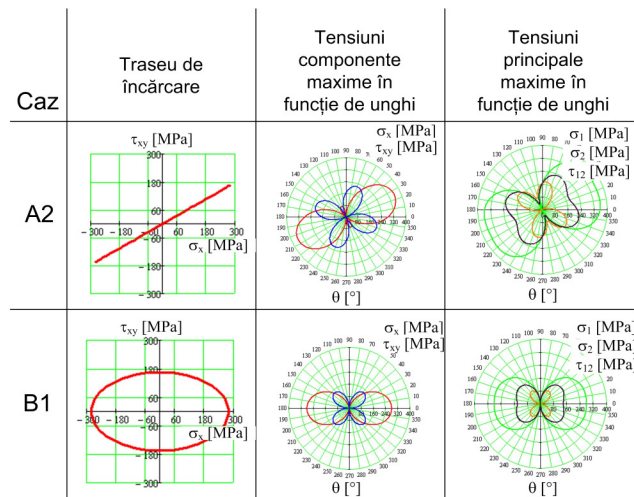


Fig. 5.25. Reprezentarea traseului de încărcare, a tensiunilor componente maxime și a tensiunilor principale maxime în funcție de unghi, pentru cazurile de încărcare A2 și B1

În Fig. 5.25 sunt redată spre exemplificare două dintre cazurile de solicitare analizate, și anume cazurile A2 (proporțional) respectiv B1 (neproporțional, aceleași

amplitudini), traseul de încărcare fiind reprezentat în sistem de coordonate σ - τ , iar variația tensiunilor normale și tangetiale componente, în punctul în care traseul de încărcare se află la distanța maximă față de origine, se reprezintă în funcție de unghiul planului pe care se află. De asemenea, în aceeași figură sunt redată variațiile tensiunilor principale în funcție de unghiul planului pentru cele două cazuri selectate.

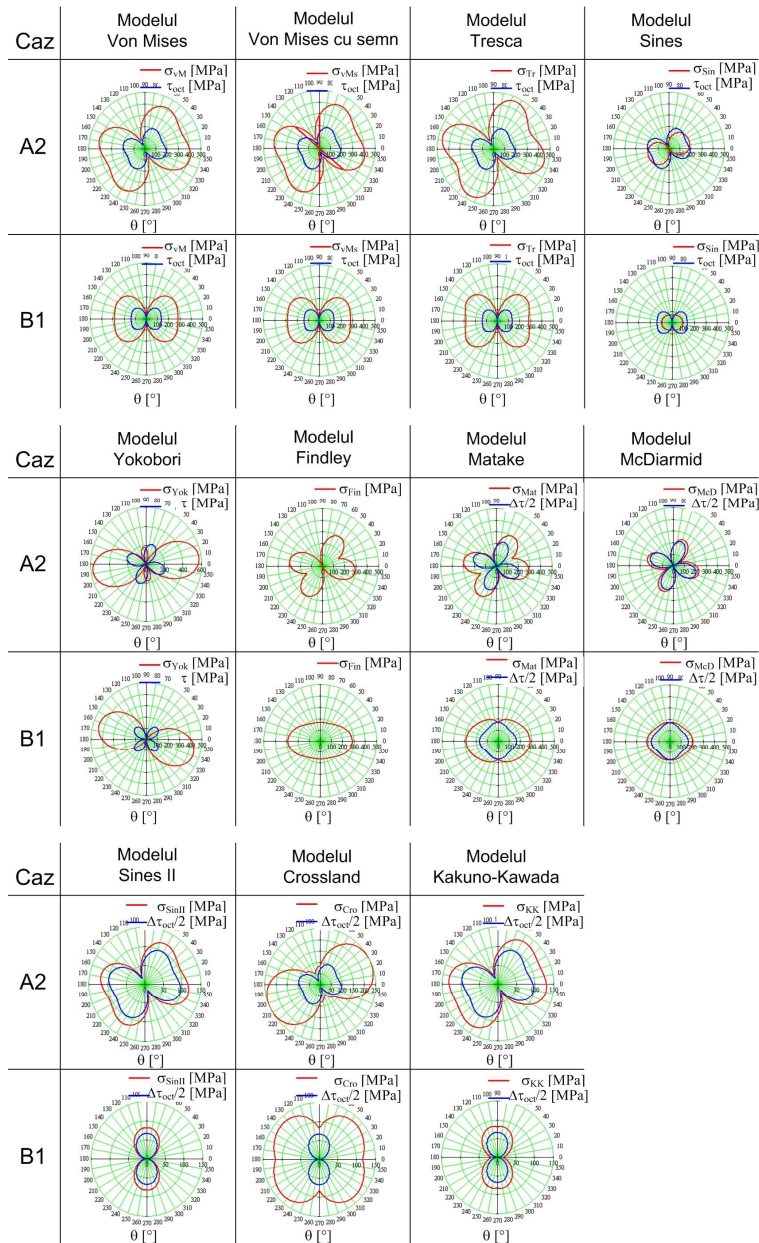


Fig. 5.26. Tensiuni echivalente și tensiuni care definesc planul critic, pentru cazurile de solicitare A2 și B1, respectiv cele 11 modele

În Fig. 5.26 se prezintă, pentru ambele cazuri de solicitare selectate, variațiile tensiunilor echivalente generate de fiecare model analizat în parte, suprapuse cu variațiile tensiunilor care definesc planul critic de rupere, conform fiecărui model.

Așa cum se poate observa din Fig. 5.26, defazarea de 90° are un efect major asupra direcției planelor unde se ating tensiunile maxime.

De asemenea, analizând hodografele din Fig. 5.26, se poate observa în principiu aceeași tendință, și anume o rotire a axei de simetrie a graficelor odată cu modificarea unghiului de defazare de la 0 la 90° . Excepție de la această regulă face modelul Yokobori, la care axa de simetrie nu se suprapune cu abscisa în cazul unei defazări de 90° . Acest fapt se datorează modului de definiție a modelului Yokobori, care este singurul model din cele 4 modele analizate din categoria planelor critice, unde tensiunea echivalentă este definită ca o combinație algebrică a tensiunii tangențiale și normale, pe când la celelalte modele din aceeași categorie aceasta se definește ca o combinație algebrică între o amplitudine de tensiune tangențială și valoarea tensiunii normale pe un anumit plan.

Mai mult decât atât, Fig. 5.26 arată diferențe semnificative între amplitudinea tensiunii echivalente în funcție de model. Astfel, modelele tensiunii echivalente (von Mises, von Mises cu semn, Tresca, Sines) și modelele bazate pe invarianții tensiunilor (Sines II, Crossland, Kakuno-Kawada) produc tensiuni echivalente cu amplitudini mai mari decât modelele planelor critice (Findley, Mataka, McDiarmid). Se confirmă deci, că modelele tensiunilor echivalente și modelele bazate pe invarianții stării de tensiune sunt mai acoperitoare decât modelele planelor critice. Excepție face, și de această dată, modelul Yokobori, care face parte din categoria modelelor planelor critice, și totuși se dovedește a fi mai acoperitor chiar decât unele modele ale tensiunii echivalente.

5.4.4. Studiul experimental al comportării oțelului 41Cr4 la oboseală multiaxială cu încărcări proporționale și neproporționale

5.4.4.1. Echipament experimental, metode și epruvete

Încercările experimentale de oboseală multiaxială au fost efectuate, așa cum s-a menționat anterior, în cadrul Laboratorului de Încercări de Materiale din Institutul de Cercetare Bay-Logi, Miskolc, Ungaria.

Încercările au fost realizate pe o mașină universală de încercat la oboseală multiaxială, modelul Instron 8874, din dotarea Laboratorului, după cum se prezintă în Fig. 5.27. Mașina are caracteristicile identice cu cele prezentate în Tabelul 5.5.

Parametrii experimentali au fost aleși conform Tabelul 5.12. Astfel au fost realizate un număr de 14 încercări, 7 proporționale și 7 neproporționale, cu unghi de defazare de 90° .

În Fig. 5.28 se prezintă o captură a interfeței software-ului de comandă (Instron WaveMatrix) a mașinii de încercat, în timpul unei încercări de oboseală multiaxială cu încărcare proporțională.

În Fig. 5.29 este redată interfața aceluiași program, dar de această dată din timpul unei încercări de oboseală multiaxială neproporțională, cu unghi de defazare de 90° .



Fig. 5.27. Mașină universală de încercat la oboseală multiaxială Instron 8874 în dotarea Laboratorului de Încercări de Materiale din cadrul Institutului de cercetare BAY-LOGI din Miskolc



Fig. 5.28. Interfața principală a programului de comandă și monitorizare Instron WaveMatrix în timpul unei încercări multiaxiale proporționale

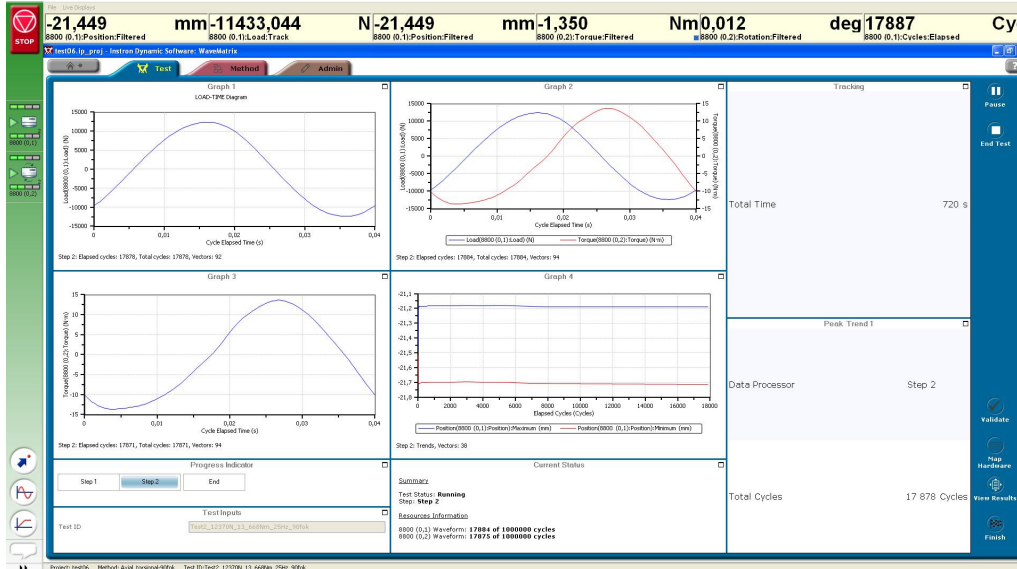


Fig. 5.29. Interfața principală a programului de comandă și monitorizare Instron WaveMatrix în timpul unei încercări multiaxiale neproporționale

S-au realizat astfel încărcări multiaxiale ciclice, de întindere și răsucire simultane, ambele cu cicluri simetrice, având coeficientul de asimetrie $R = -1$. În Fig. 5.30 se prezintă forțele care acționează asupra epruvetelor în timpul încercării.

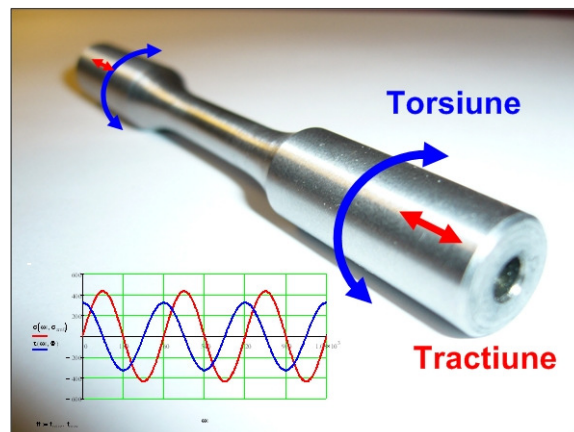


Fig. 5.30. Forțele care acționează asupra epruvetelor în timpul încercărilor de oboseală multiaxială la întindere și răsucire

Epruvetele folosite au fost confecționate din materialul 41Cr4 cu caracteristicile redată în Tabelul 5.11. Forma și dimensiunile epruvetelor sunt prezentate în Fig. 5.31.

Încercările au fost efectuate în „Load control”, adică în modul de funcționare „Controlul încărcărilor”, la frecvența de 25 Hz, iar o încercare s-a considerat finalizată la rupere sau la atingerea a 10^6 cicluri.

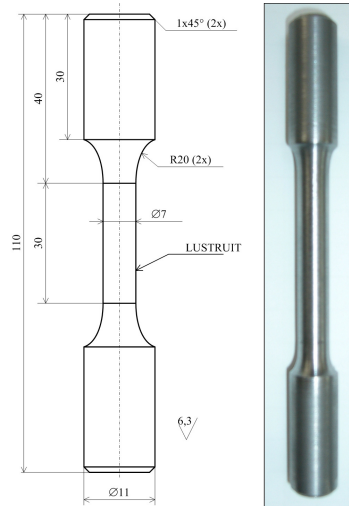


Fig. 5.31. Dimensiunile și forma epruvetelor folosite la încercările de oboseală multiaxială

5.4.4.2. Analiza rezultatelor obținute în urma încercărilor experimentale multiaxiale

Rezultatele primare ale încercărilor multiaxiale sunt prezentate în Tabelul 5.15, unde d reprezintă diametrul epruvetei, σ_a este amplitudinea ciclului de întindere în MPa, F_a este amplitudinea forței axiale, τ_a este amplitudinea ciclului de torsiune, M_{ta} este amplitudinea momentului de torsiune, Φ este unghiul de defazare, iar N_f reprezintă numărul de cicluri efectuate.

Tabelul 5.15. Rezultatele încercărilor de oboseală multiaxială

Nr	Nr. epr	d [mm]	Caz înc	σ_a	τ_a	τ_a/σ_a	Φ	Fr. [Hz]	F_a [N]	M_{ta} [N mm]	N_f [-]
				[MPa]	[MPa]	[-]	[°]				
1	1	7,51	A4	250	150	0,6	0	25	11074	12475	179972
2	2	7,50	A4	250	150	0,6	0	25	11045	12425	$>10^6$
3	3	7,60	A4	250	150	0,6	0	25	11341	12929	$>10^6$
5	6	7,51	A1	300	180	0,6	0	25	13289	14970	22179
6	7	7,48	A3	262	158	0,6	0	25	11513	12983	$>10^6$
7	8	7,50	A2	280	165	0,6	0	25	12370	13668	203245
13	5	7,43	A3	262	158	0,6	0	25	11360	12725	276856
8	9	7,50	B1	280	165	0,6	90	25	12370	13668	5041
9	10	7,50	B1	280	165	0,6	90	25	12370	13668	160230
10	11	7,52	B1	280	165	0,6	90	25	12436	13777	268601
11	12	7,49	B2	262	158	0,6	90	25	11544	13036	308964
12	15	7,52	B3	250	150	0,6	90	25	11104	12525	864482
14	13	6,93	B2	262	158	0,6	90	25	9882	10325	114061
15	14	7,00	B2	262	158	0,6	90	25	10083	10641	100796

După cum se poate observa din Tabelul 5.15, numărul de cicluri atins este în general mai mare în cazul încercărilor proporționale, înregistrându-se 3 epruvete care au atins limita de 10^6 cicluri fără a se înregistra fisuri sau rupere.

În Fig. 5.32 se prezintă suprafețele de rupere produse de încărcările proporționale (A1-A4), respectiv unghiul planului de-a lungul căruia s-a propagat fisura de oboseală. S-a constatat că unghiul planului de rupere este în general între 10-15° față de planul normal la direcția axială. Pe suprafețele de rupere se pot identifica, la toate cele 4 cazuri de încărcare proporțională (A1-A4), zona ruptă prin oboseală respectiv zona rupei ductile produsă de încărcarea axială. De asemenea, se pot identifica două zone situate lateral, datorită schimbării direcției de fisurare în momentul în care, după micșorarea secțiunii, tensiunea tangențială a început să provoace deformații plastice mari.

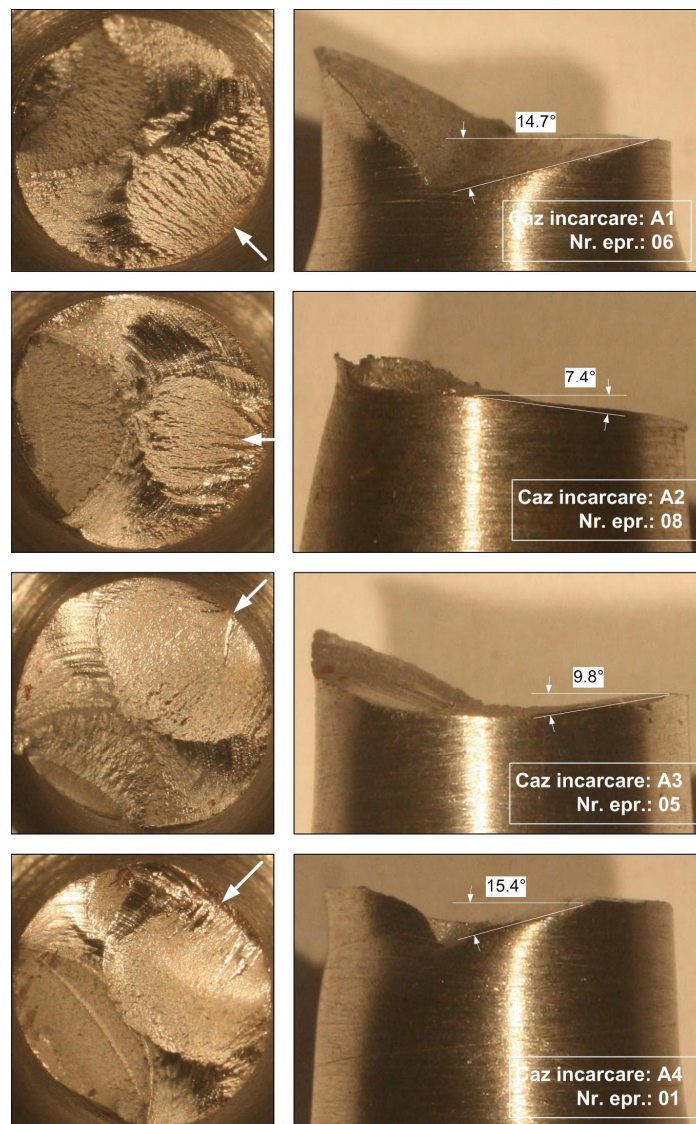


Fig. 5.32. Suprafețele de rupere obținute în urma încercărilor proporționale (seria A) respectiv pozițiile planelor de rupere

În Fig. 5.33 se prezintă suprafețele de rupere produse de încărcările neproporționale (B1-B3), respectiv unghiul planului de-a lungul căruia s-a propagat fisura de oboseală. S-a constatat că unghiul planului de rupere este în general între $1-2^\circ$ față de planul normal la direcția axială. Pe suprafețele de rupere se pot identifica, la toate cele 3 cazuri de încărcare proporțională (B1-B3), zona ruptă prin oboseală respectiv zona rupei ductile produsă de încărcarea axială. Spre deosebire de seria A, în cazul epruvetelor rupte prin încărcările defazate cu 90° , lipsesc cele două zone laterale prezente la seria A. De asemenea, suprafața ruptă prin oboseală este mai lucioasă decât în cazul epruvetelor rupte la încărcările în fază.

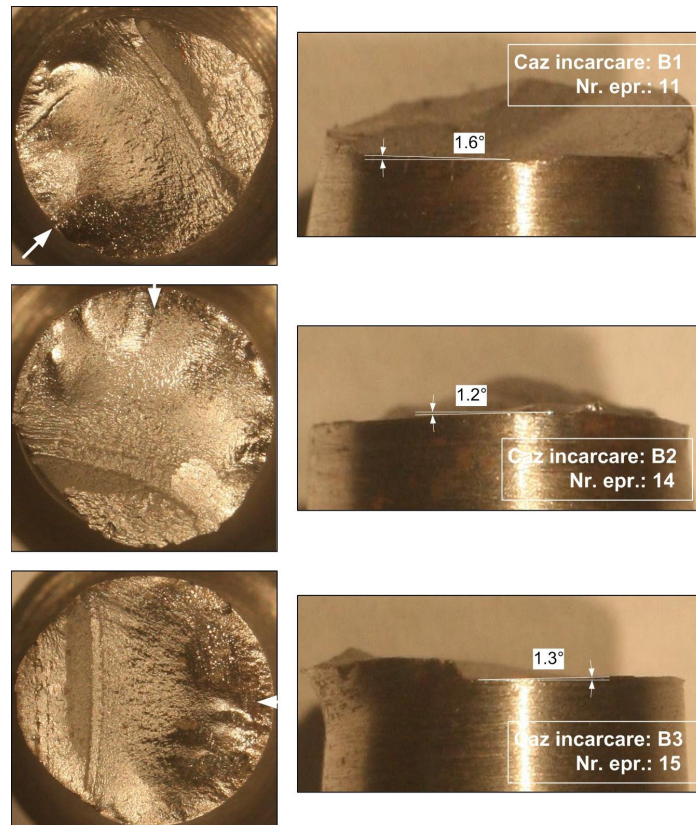


Fig. 5.33. Suprafețele de rupere obținute în urma încărcărilor neproporționale (seria B) respectiv pozițiile planelor de rupere

Fig. 5.34 prezintă curbele de histereză generate de ciclurile de încărcare, atât la încărcarea axială cât și la cea de răsucire.

Se poate observa că aria din interiorul curbelor de histereză este nesemnificativă, respectiv curbele se suprapun într-o măsură acceptabilă. Doar primele cicluri de încărcare prezintă diferențe majore, dar acest fapt se poate explica prin faptul că în timpul acestor cicluri, de la începutul fiecărei încercări, s-a produs fenomenul de așezare a epruvetei în bacurile mașinii, respectiv dinții de pe fețele active ale bacurilor au pătruns în suprafața epruvetelor, provocând deformații și deplasări minimale. Această concluzie este susținută și de înregistrările pozițiilor maxime și minime ale deplasărilor din timpul încercărilor (Fig. 5.35).

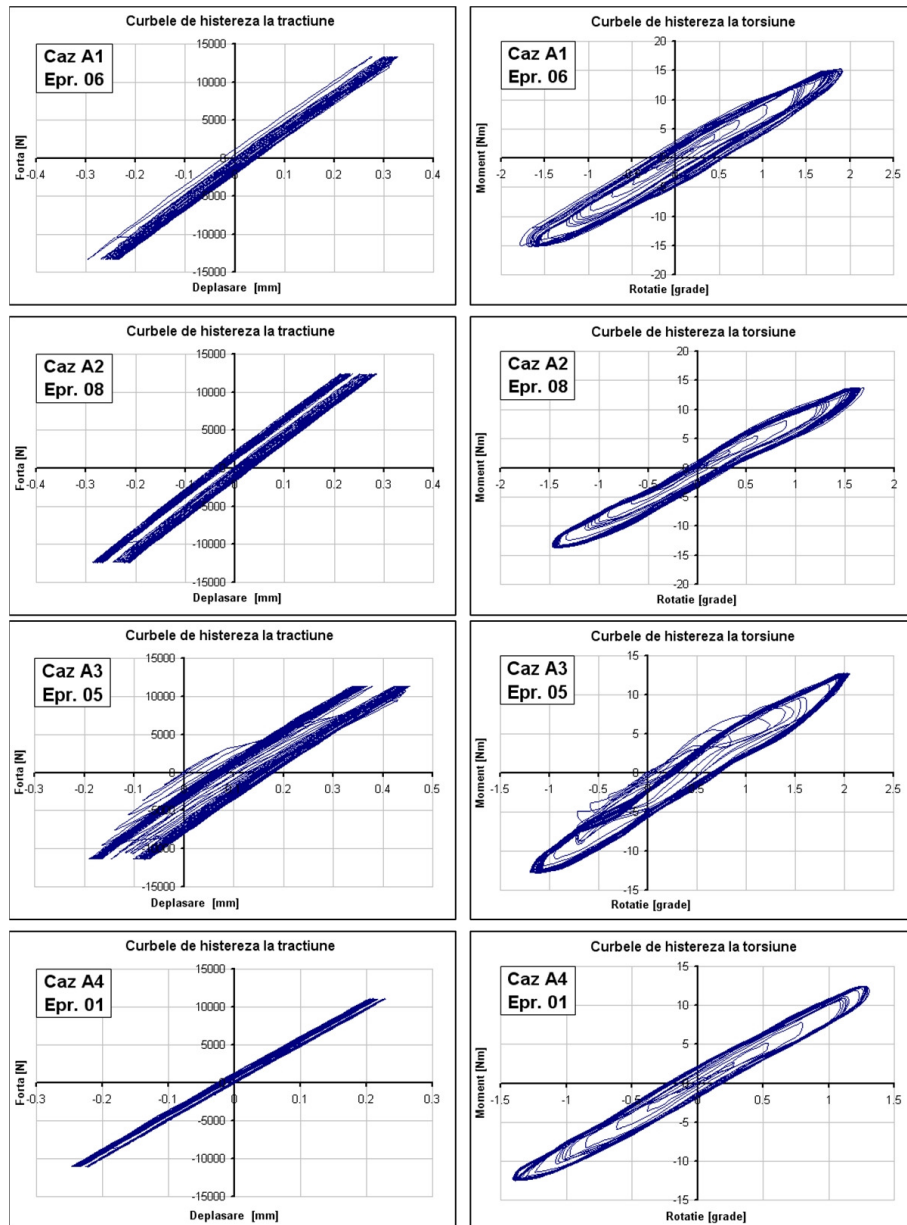


Fig. 5.34. Curbele de histereză din timpul încercărilor proporționale (Seria A)

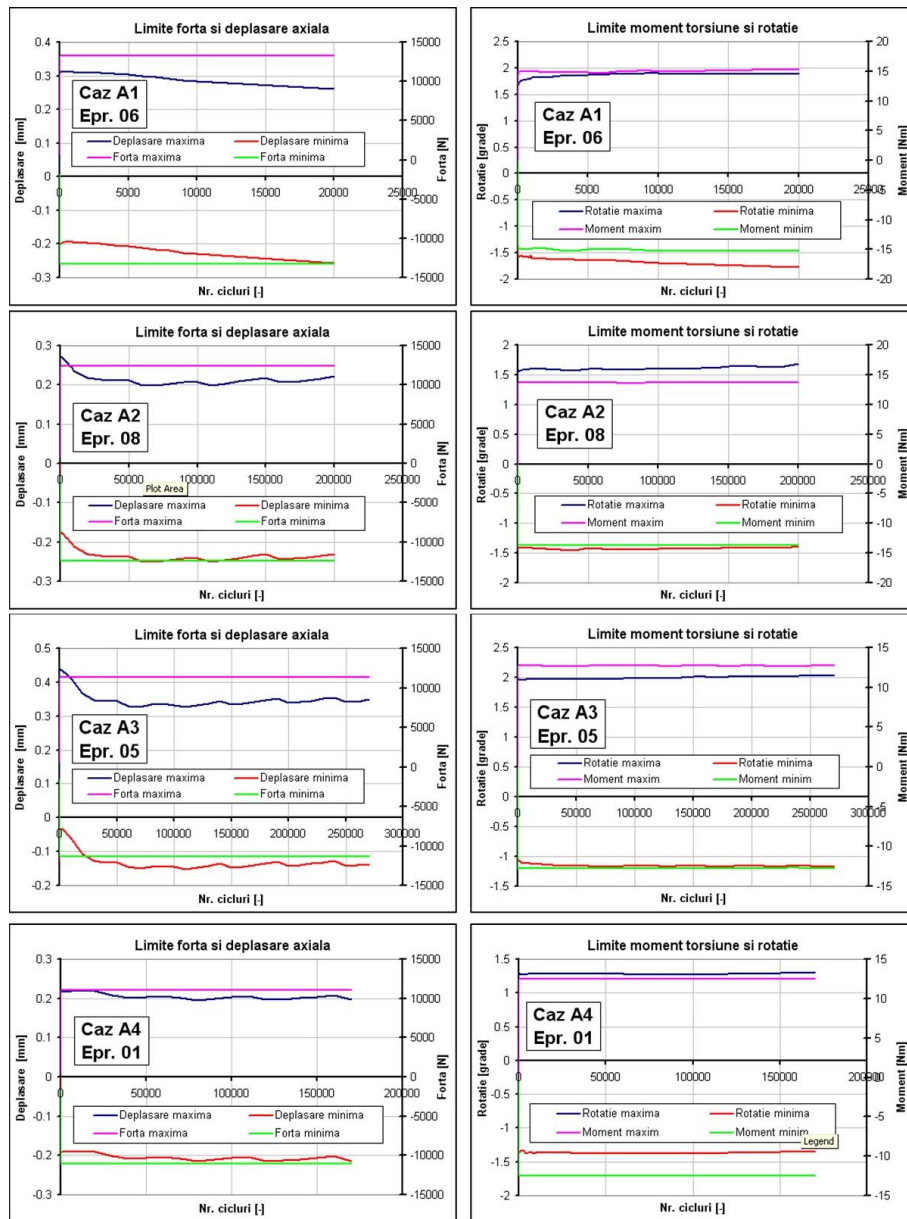


Fig. 5.35. Înregistrarea deplasărilor axiale și unghiulare maxime și minime în timpul încercărilor proporționale (Seria A)

Momentul ruperii epruvetelor a fost de asemenea înregistrată, prin salvarea datelor pentru ultimele 10 cicluri dinaintea ruperii totale. Astfel, în Fig. 5.36 sunt redată curbele de histerază corespunzătoare ultimilor 10 cicluri de încărcare, axiale și unghiulare, pentru epruvetele rupte din Seria A.

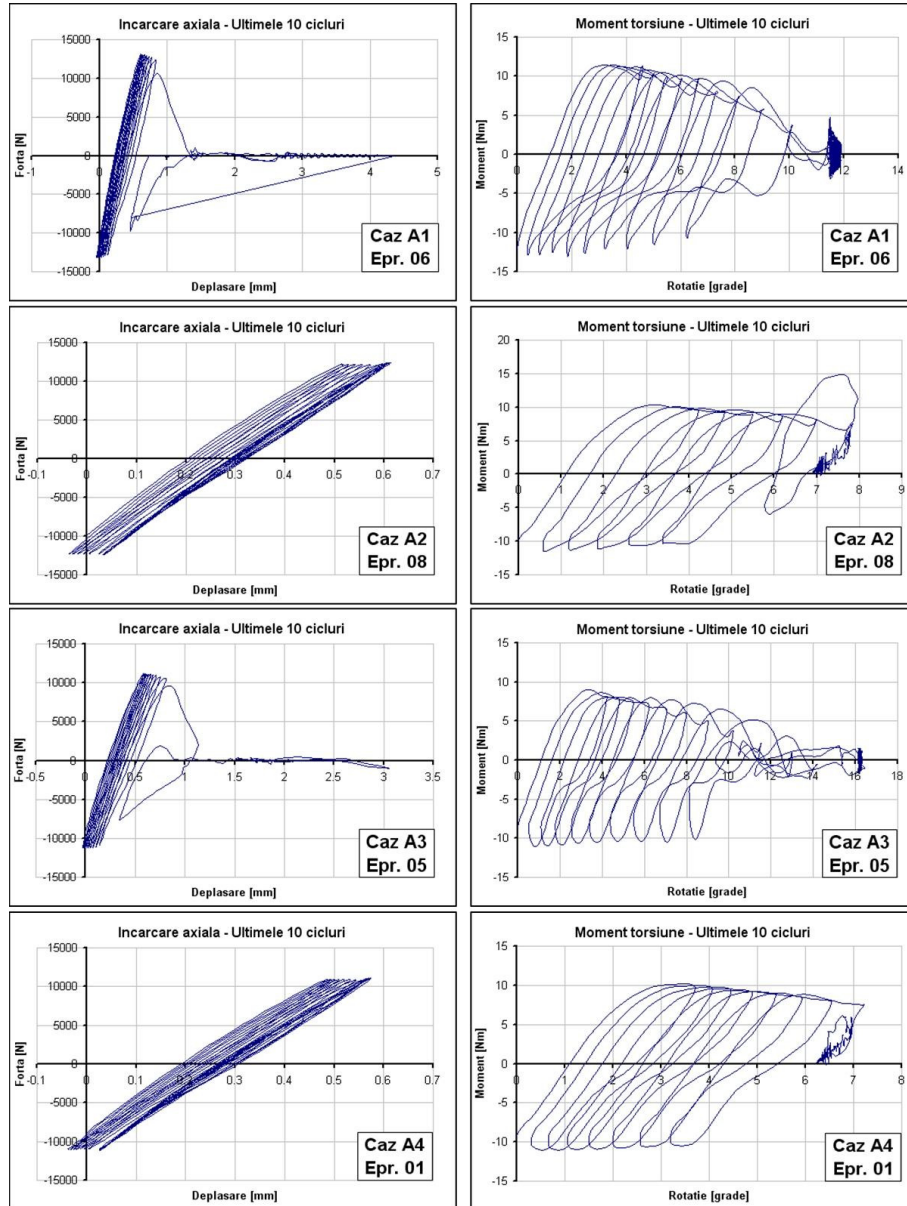


Fig. 5.36. Curbele de histerază generate de ultimele 10 cicluri de încărcare axială și unghiulară, în cazul epruvetelor rupte din Seria A

Din Fig. 5.36 se poate observa faptul că în toate cele 4 cazuri prezentate, creșterea deplasărilor unghiulare cu fiecare ciclu este mult mai pronunțată decât creșterea deplasărilor axiale. Acest fapt conduce la concluzia că ruperea finală a epruvetelor a fost cauzată de tensiunea tangențială produsă de torsiune.

Datele obținute în urma încercării epruvetelor din seria B au fost prelucrate în mod similar. Astfel, Fig. 5.37 prezintă curbele de histerază generate de ciclurile de încărcare, atât la încărcarea axială cât și la cea de răsucire.

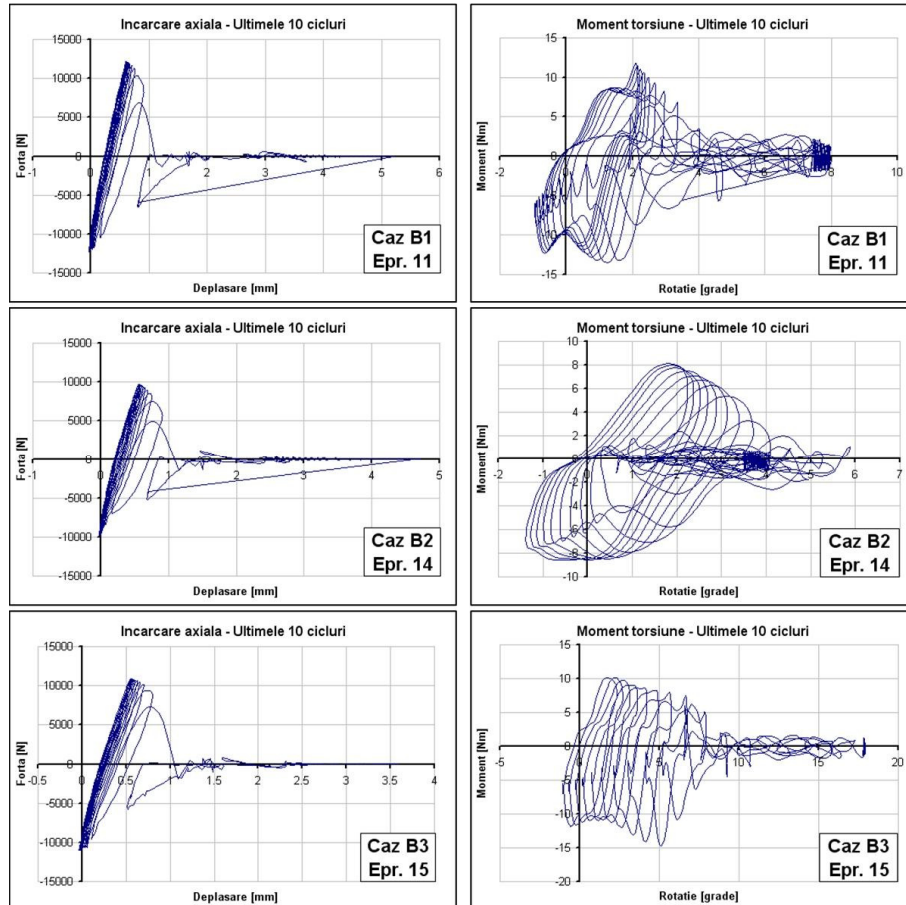


Fig. 5.37. Curbele de histereză din timpul încercărilor neproportionale (Seria B)

Și în cazul Seriei B sunt valabile observațiile făcute la Seria A (Fig. 5.34). Prin urmare, și de această dată curbele de histereză sunt suprapuse corespunzător, iar aria din interiorul lor este nesemnificativă, confirmând faptul că toate ciclurile s-au realizat în domeniul elastic, fără ca epruvetele să alunece în bacurile mașinii. Ultima afirmație este susținută de caracterul constant al curbelor deplasărilor axiale și unghiulare maxime și minime, redată în Fig. 5.38.

Momentul ruperii epruvetelor a fost de asemenea înregistrată, prin salvarea datelor pentru ultimele 10 cicluri dinaintea ruperii totale. Astfel, în Fig. 5.39 sunt redată curbele de histereză corespunzătoare ultimelor 10 cicluri de încărcare, axiale și unghiulare, pentru epruvetele rupte din Seria B.

Din Fig. 5.39 se poate observa de asemenea faptul că în toate cele 3 cazuri prezentate din Seria B, creșterea deplasărilor unghiulare cu fiecare ciclu este mult mai pronunțată decât creșterea deplasărilor axiale. Acest fapt conduce la concluzia că și în cazul încercărilor neproportionale, ruperea finală a epruvetelor a fost cauzată de tensiunea tangențială produsă de torsiune.

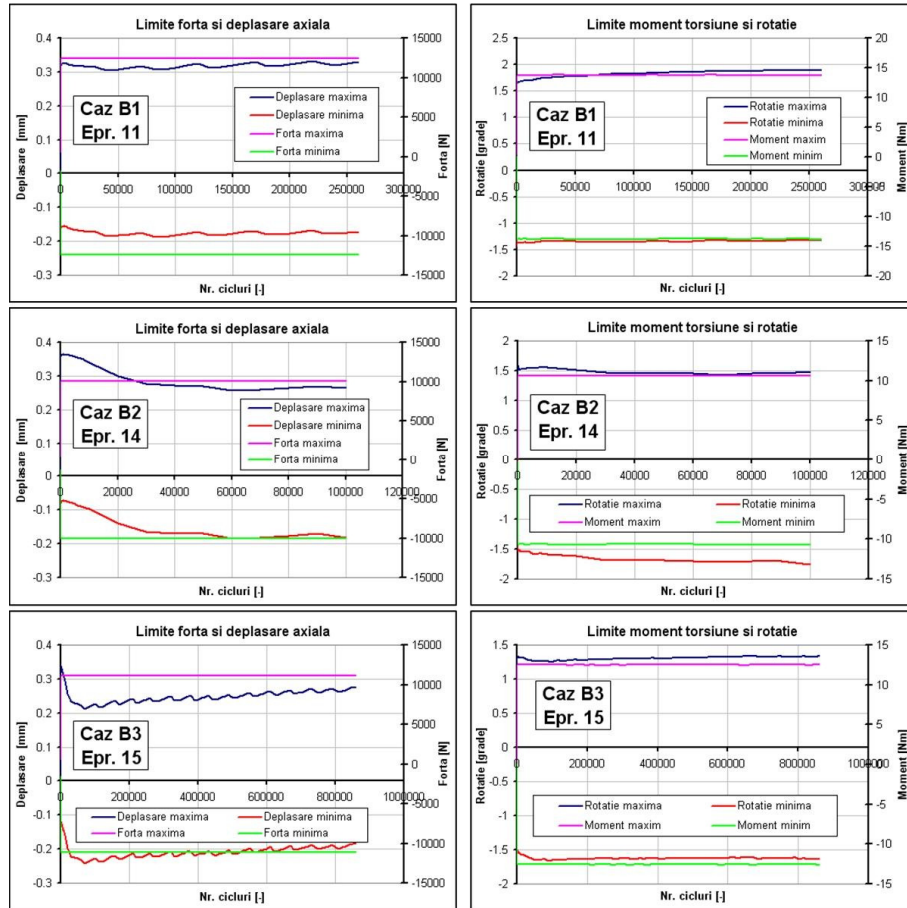


Fig. 5.38. Înregistrarea deplasărilor axiale și unghiulare maxime și minime în timpul încărcărilor neproporționale (Seria B)

În urma analizării datelor experimentale obținute se pot concluziona următoarele:

- Alunecări ușoare ale epruvetelor s-au înregistrat la începutul încercărilor, până epruvetele s-au așezat în bacuri. Alunecările ulterioare, din timpul încercărilor, sunt neglijabile;
- Toate încercările s-au realizat în domeniul elastic, afirmație susținută de aspectul curbelor de histereză;
- În cazul ambelor serii de încercări, proporționale (Seria A) respectiv neproporționale (Seria B), influența majoră asupra ruperii finale ale epruvetelor a avut-o tensiunea tangențială;
- Încercările proporționale (Seria A) au produs durate de viață mai mari (3 epruvete au depășit limita de 10^6 cicluri) decât cele neproporționale (Seria B) (nici o epruvetă nu a ajuns la 10^6 cicluri).

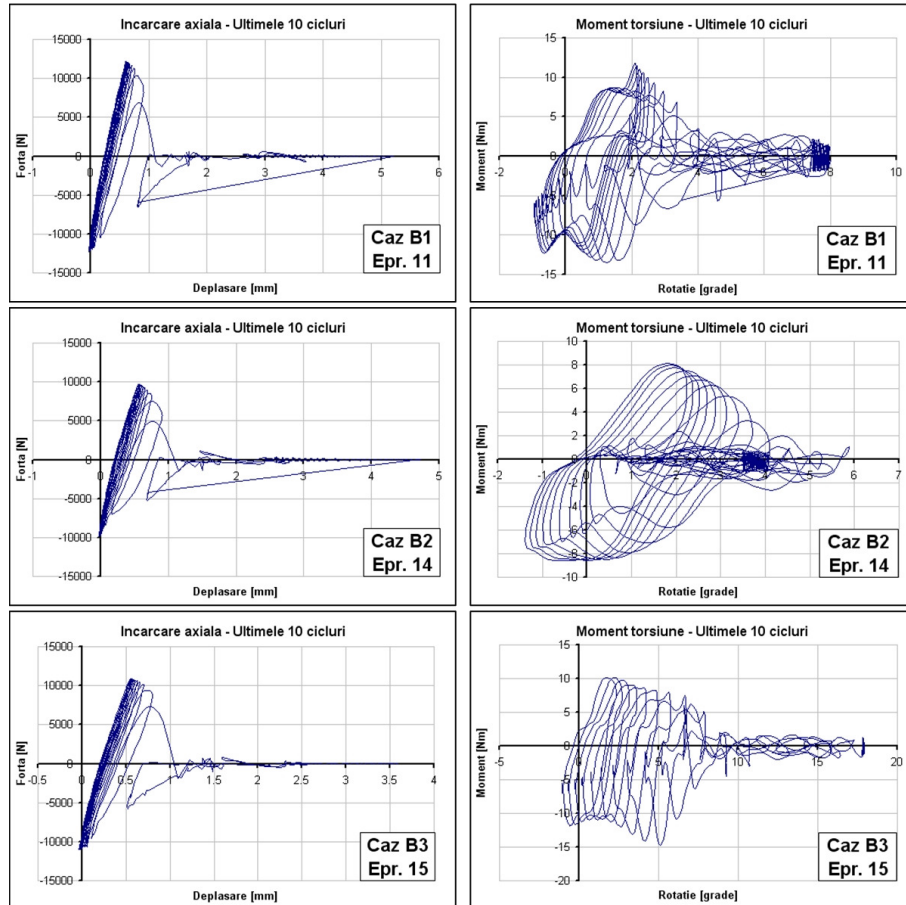


Fig. 5.39. Curbele de histereză generate de ultimele 10 cicluri de încărcare axială și unghiulară, în cazul epruvetelor rupte din Seria B

5.4.5. Validarea modelului propus pe baza modelelor analizate și a datelor experimentale obținute

Modelul de calcul la oboseală multiaxială propus în cadrul tezei (ecuația (4.1)) a fost aplicat pe cele 7 cazuri de încărcare prezentate mai sus și valorile obținute au fost comparate cu celelalte modele din literatură, pe baza programului de calcul realizat în acest scop, respectiv cu rezultatele experimentale obținute.

Conform modelului propus, planul critic de fisurare la oboseală este considerat planul octaedric, adică planul unde variația tensiunilor octaedrice atinge o valoare extremă.

Modelul propus este validat pe baza următoarelor considerente:

- Tensiunea echivalentă și eroarea sa relativă față de valoarea prescrisă;
- Comparație între valoarea (respectiv eroarea) tensiunii echivalente calculate cu modelul propus și cele 11 modele de degradare analizate în paragrafele anterioare;
- Analiza planului de rupere prezis în comparație cu datele experimentale.

Se menționează ca parametrii de material pe baza cărora se evaluează atât modelul propus cât și modelele din literatură, sunt cele din Tabelul 5.11, adică $\sigma_{-1} = 350$ MPa, $\tau_{-1} = 250$ MPa.

Tabelul 5.16 prezintă valorile tensiunilor echivalente calculate cu cele 11 modele analizate respectiv valorile calculate cu modelul de degradare propus, pentru toate cele 7 cazuri de încărcare.

Tabelul 5.16. Valorile tensiunilor echivalente calculate cu modelele analizate

Nr	Modelul	Valoare tensiune echivalentă [MPa]						
		A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3
1	Von Mises	445	412	390	371	297	278	265
2	Von Mises cu semn	445	412	390	371	297	278	265
3	Tresca	500	462	437	416	323	303	289
4	Sines	211	195	184	175	-	-	-
5	Yokobori	470	440	412	397	354	331	315
6	Findley	319	295	279	266	285	270	257
7	Matake	319	295	279	266	285	270	257
8	McDiarmid	258	239	226	215	205	196	186
9	Sines II	269	249	235	224	135	127	121
10	Crossland	258	238	226	214	164	158	150
11	Kakuno-Kawada	284	262	248	236	168	160	152
12	MODEL PROPUS	280	259	245	233	245	234	223

După cum se vede din Tabelul 5.16, valorile tensiunilor echivalente sunt apropiate de valoarea critică a parametrului de degradare, care este o funcție a limitei de oboseală, corespunzătoare fiecărui model în parte (vezi Tabelul 5.13).

Pentru a putea cuantifica exactitatea cu care modelele se apropie de valoarea critică a parametrului de degradare, pentru fiecare model și caz de încărcare a fost determinată eroarea relativă, cu următoarea relație:

$$e = \frac{DP - DP_{cr}}{DP_{cr}} \cdot 100[\%] \quad (5.7)$$

unde DP reprezintă parametrul de degradare (tensiunea echivalentă), conform cu Tabelul 5.13.

Astfel, în Fig. 5.40 sunt redată erorile relative ale tuturor celor 12 modele de degradare amintite în Tabelul 5.16, în fiecare dintre cele 7 cazuri de încărcare studiate.

Se poate vedea din această figură că modelul Yokobori generează cele mai mari erori, într-un contrast față de celelalte modele din categoria modelelor planelor critice (Findley, Matake, McDiarmid). Dintre modelele planelor critice modelul McDiarmid se dovedește singurul neacoperitor. Din această categorie, modelele Findley și Matake produc cele mai mici erori și sunt și acoperitoare.

În ceea ce privește modelele tensiunilor echivalente, se constată un caracter acoperitor în cazul încărcărilor proporționale (Seria A), respectiv caracter neacoperitor în cazul încărcărilor neproporționale (Seria B). Modelele von Mises, von Mises cu semn și Tresca produc erori apropiate, modelul Tresca fiind ușor mai acoperitor decât celelalte două. În cazul modelului Sines, nefiind definit pentru cazuri de neproporționalitate, erorile au fost calculate doar pentru Seria A și se încadrează în plaja erorilor celorlalte modele bazate pe tensiuni echivalente.

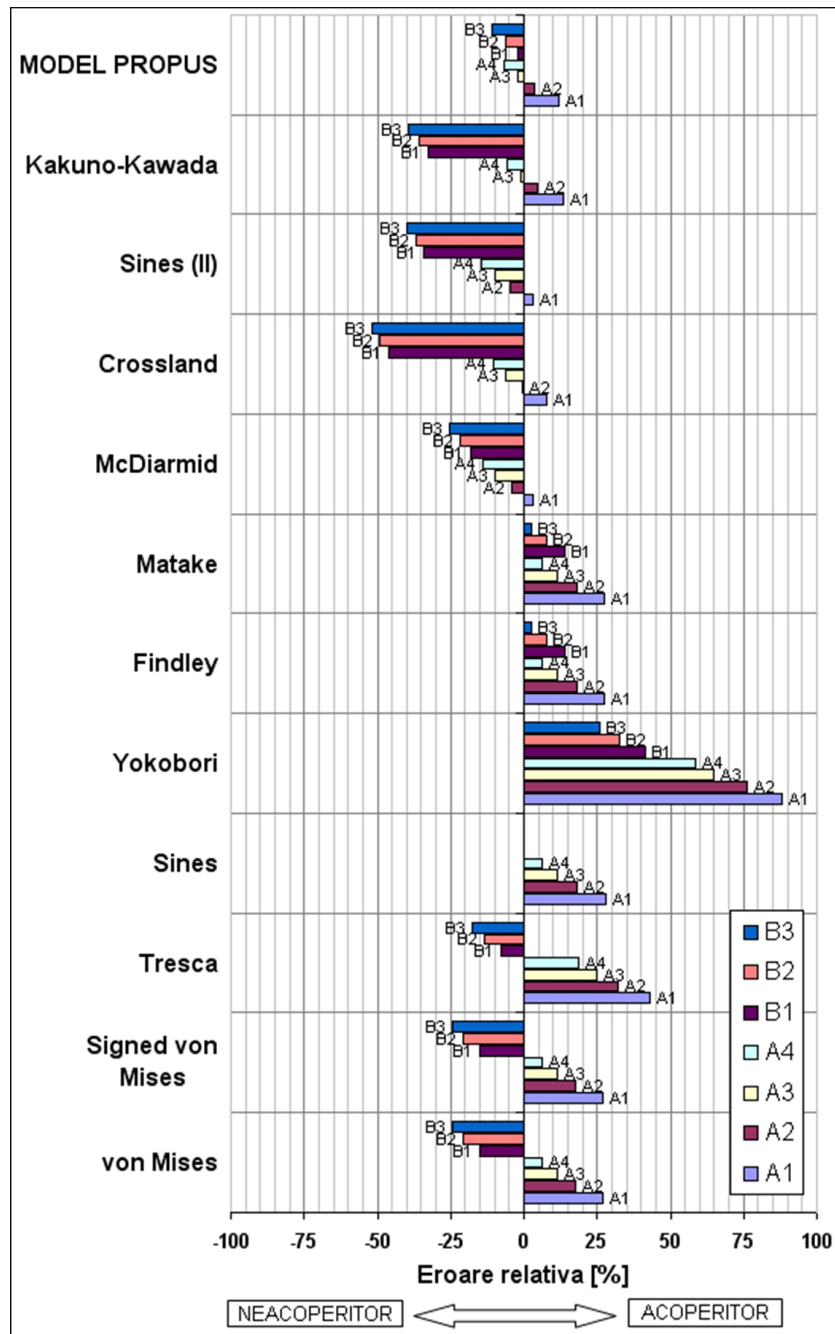


Fig. 5.40. Erori relative ale modelelor analizate, calculate pe baza tensiunii echivalente

Analizând acum modelele bazate pe invarianții tensiunilor (Sines II, Crossland, Kakuno-Kawada), se poate observa ca acestea sunt în general

neacoperitoare pentru cazurile de încărcare considerate. Caracterul neacoperitor este mult mai accentuat în cazul Seriei B de încărcări.

Modelul propus, făcând parte din categoria modelelor bazate pe invarianții tensiunilor, generează erori relative mult mai mici decât celelalte modele, nu numai din aceeași categorie, ci dintre toate 11. Modelul propus se dovedește a fi în general neacoperitor, dar cu erori cuprinse între -10% și 12%. Fig. 5.40 arată clar faptul că modelul propus aduce o îmbunătățire în ceea ce privește acuratețea calculului tensiunilor în cazul încărcărilor proporționale și neproporționale.

Validitatea modelului propus este verificat și pe baza comparației valorii unghiului planului de rupere, calculat analitic respectiv determinat experimental. Astfel, Tabelul 5.17 conține valorile unghiurilor de rupere calculate și măsurate pentru toate cele 7 cazuri de încărcare.

Tabelul 5.17. Comparație între valorile calculate și determinate experimental ale unghiului de rupere

Nr.	Caz încărcare	Poziție plan rupere [°]	
		Calculată (cf. model propus)	Determinată experimental
1	A1	-10,5 / 58	-14,7
2	A2	-8,2 / 57	-7,4
3	A3	-10 / 58	-9,8
4	A4	-10,5 / 58	-15,4
5	B1	0 / 90	1,6
6	B2	0 / 90	1,2
7	B3	-2 / 88	1,3

După cum se vede din Tabelul 5.17, valorile experimentale obținute se pot considera drept corespunzătoare, ele suprapunându-se aproximativ cu valorile calculate ale poziției planului unde variația tensiunii octaedrice atinge valoarea extremă. De asemenea, valorile obținute sunt în concordanță cu datele din literatura de specialitate [Reis, Li ș.a., 2006, 2009].

Astfel, se validează criteriul din cadrul modelului propus, conform căruia planul critic de rupere la oboseală este cel octaedric.

5.4.6. Concluzii asupra programului experimental și a rezultatelor obținute

Scopul principal al cercetării prezentate în acest capitol a fost validarea modelului propus de degradare la oboseală multiaxială, atât folosind date calculate analitic pe baza unui program de calcul realizat special în acest scop în care s-au implementat 11 modele din literatură, cât și pe baza unor date experimentale, obținute în urma efectuării unor încercări de oboseală multiaxială pe mașinile de încercat din dotarea Laboratorului de Încercări de Matriale, din Institutul de Cercetare Bay-Logi, Miskolc, Ungaria.

Au fost obținute următoarele rezultate:

- Program de calcul realizat în mediul MathCad, pentru simularea încărcărilor multiaxiale și determinarea valorilor tensiunilor caracteristice și a pozițiilor planelor în care acționează acestea;
- Studiul parametrilor care influențează durabilitatea la oboseală multiaxială;
- Asimilarea cunoștințelor necesare utilizării corespunzătoare a mașinilor de încercat la oboseală;

- Realizarea unor încercări de oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri, cu diferite grade de neproporționalitate, pe epruvete toroidale, fără concentrator de tensiune;
- Date experimentale înregistrate cu sistem de achiziție, cum ar fi: numărul de cicluri, forțe, deplasări, timp, frecvență, fotografii de înaltă rezoluție cu suprafețele de rupere și direcția fisurilor;
- Aplicarea modelului propus pe cazurile de încercare experimentală;
- Compararea datelor obținute experimental cu cele calculate analitic și validarea modelului propus pe baza acestora.

Modelul propus se consideră a fi validat pe baza următoarelor argumente:

- Tensiunea echivalentă calculată pe baza modelului se încadrează într-o marjă de eroare de -10% și 12% raportat la valoarea critică a parametrului de degradare (limita de oboseală la torsiune simetrică), la toate cele 7 cazuri de încărcare analizate;
- Eroarea relativă a tensiunii medii calculată pe baza modelului propus este sub erorile produse de alte 11 modele de oboseală multiaxială, aplicate pe aceleași cazuri de încărcare;
- Planul de rupere determinat experimental se suprapune într-o măsură acceptabilă (în limita numărului de încercări efectuate) cu valorile determinate analitic.

6. STUDIUL DURABILITĂȚII UNUI ARBORE SUPUS UNEI SOLICITĂRI MULTIAXIALE VARIABLE ÎN TIMP

6.1. Introducere

În cadrul acestui capitol se prezintă o analiză a durabilității unui arbore solicitat la încovoiere cu răsucire pe baza studiului stării de tensiune din zona unui concentrator de tip racordare la trecerea de la o secțiune circulară la o secțiune pătrată. Acest concentrator s-a dovedit deosebit de periculos conducând la ruperea prematură a arborelui în condițiile de funcționare specifice mecanismului din care face parte, adică la un număr de repetiții a ciclului de solicitare de sub 35000. Analiza durabilității s-a făcut folosind condițiile reale de încărcare, fapt ce a permis evaluarea spectrului tensiunilor echivalente la baza concentratorului pentru mai multe raze de racordare, folosind programul de analiză cu elemente finite ABAQUS 6.9-3. Pentru determinarea durabilității arborelui în condițiile date de solicitare s-a apelat la trei abordări, și anume:

- Abordarea 1: aplicarea metodei tensiunilor echivalente von Mises și Tresca;
- Abordarea 2: aplicarea metodei propuse de Feng și Titus [Feng și Titus, 2007], ținând cont de efectul tensiunii medii;
- Abordarea 3: aplicarea modelului de oboseală multiaxială propus în Cap. 4.

În toate cele trei cazuri amintite, durabilitatea arborelui s-a determinat pentru trei valori diferite ale razei de racordare, și anume 2 mm, 2,5 mm respectiv 3,2 mm. În partea finală a acestui capitol rezultatele obținute sunt analizate și comparate între ele cu scopul validării modelului de oboseală multiaxială propus.

6.2. Descrierea ansamblului din care face parte arborele și prezentarea ciclului de încărcare

Funcționarea în condiții normale a unui mecanism a fost împiedicată de ruperea după un număr mic de cicluri a unui arbore aflat în componența acestuia. Arborele executat din oțelul marca 41Cr4 (Tabelul 5.4) este prevăzut cu o roată melcată și este rezemat pe doi rulmenți (Fig. 6.1).

Încărcarea arborelui se realizează prin intermediul unei pârgii prin care o forță variabilă în timp, $F(t)$, se transmite arborelui sub forma unui cuplu de răsucire și a unui cuplu de încovoiere, ambele variabile în timp, ajungându-se astfel la solicitări multiaxiale [Dumitru și Kun, 2011; Kun și Dumitru, 2010; Kun, Dumitru ș.a., 2011]. Arborele este prevăzut cu doi concentratori de tensiune, unul de tipul unui canal situat în secțiunea de la baza roții melcate și altul de tipul unei racordări aflat pe capătul zonei de fixare a pârgiei de comandă. Acest ultim concentrator face obiectul de studiu al acestei lucrări întrucât s-a dovedit experimental că în acesta apar primele fisuri de oboseală [Dumitru, Marșavina ș.a., 2007]. Concentratorul în cauză este pus în evidență în Fig. 6.2.

Studii efectuate anterior au dovedit o discrepanță mare între rezultatele experimentale obținute la încercările pe stand a arborelui și calculul clasic la oboseală în ipoteza unei solicitări compuse [Dumitru, Marșavina ș.a., 2007;

Dumitru, 1998]. Pornind de la acest aspect, în cadrul acestui capitol s-a căutat să se facă o analiză a durabilității arborelui luând în considerare multiaxialitatea stării de tensiune de la baza concentratorului și cum influențează aceasta pentru unele raze de racordare durabilitatea arborelui.

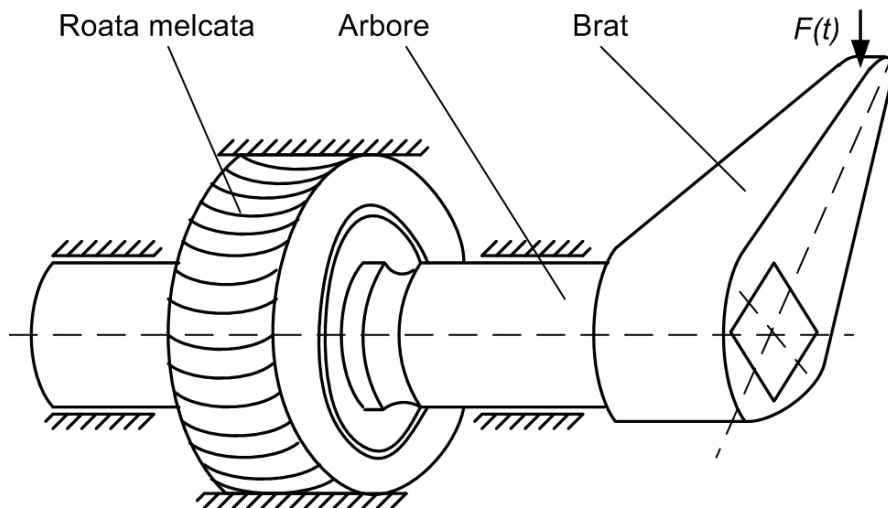


Fig. 6.1. Ansamblul din care face parte arborele studiat [Kun, Neș ș.a., 2012]

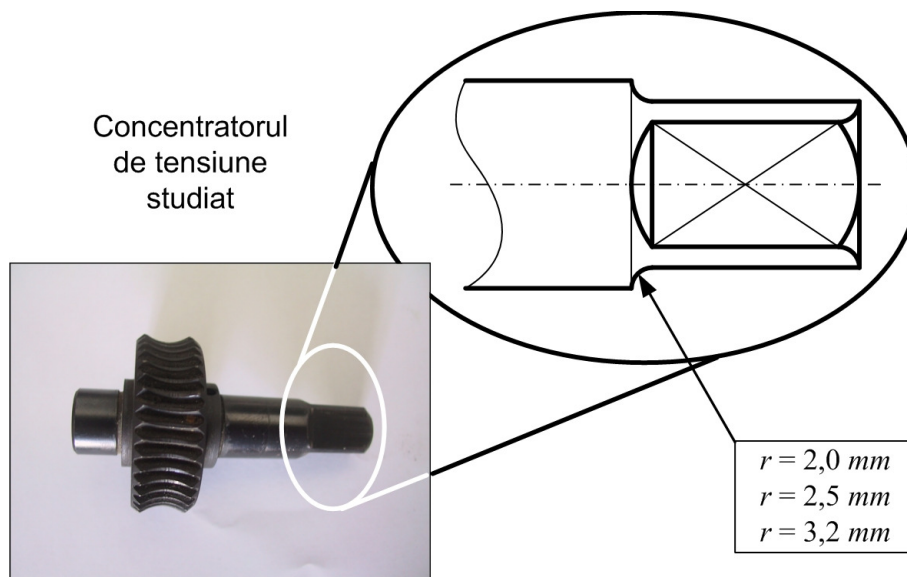


Fig. 6.2. Detaliu privind concentratorul de tensiune considerat critic și evidențierea valorilor razei de racordare pentru care s-a efectuat studiul

Încărcarea arborelui se realizează prin intermediul unei pârgii prin care o forță variabilă în timp, $F(t)$, se transmite arborelui sub forma unui cuplu de răsucire și a unui cuplu de încovoiere, ambele variabile în timp. Spectrul de încărcare real

înregistrat în timpul funcționării ansamblului, dat de variația forței $F(t)$ în timp este prezentat în Fig. 6.3.

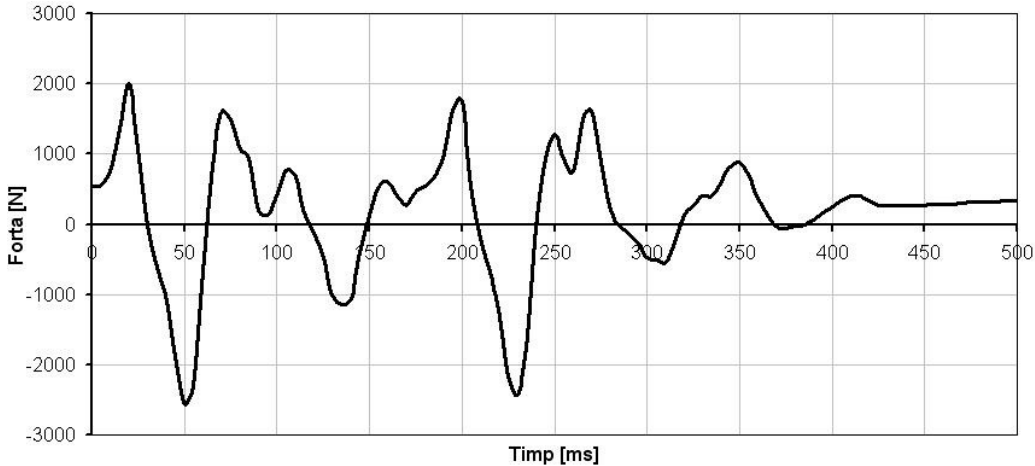


Fig. 6.3. Variația în timp a forței $F(t)$ care generează spectrul de solicitare la care este supus arborele [Kun, Neș ș.a., 2012]

Din Fig. 6.3 se poate vedea faptul că este vorba de un spectru de solicitare cu amplitudine variabilă, care conține atât vârfuri pozitive cât și negative. Înainte de a aplica vreun model de oboseală multiaxială, acest spectru de solicitare va trebui prelucrat pentru a ajunge la cicluri echivalente de tensiuni cu amplitudine constantă.

6.3. Analiza stării de tensiune din zona concentratorului studiat prin modelarea arborelui cu metoda elementelor finite

Pentru obținerea valorilor componentelor tensorului tensiunilor în zona concentratorului studiat, s-a utilizat modelul cu elemente finite realizat de [Neș, 2011] în programul de analiză cu elemente finite ABAQUS 6.9-3. După realizarea modelului tridimensional, conținând trei variante distincte cu raze diferite la concentrator (vezi Fig. 6.2), au fost introduse cele 100 valori distincte de pe curba din Fig. 6.3 și s-a realizat simularea numerică pentru fiecare valoare și pentru fiecare rază, obținându-se valorile celor 6 componente ale tensorului tensiune pe parcursul întregului ciclu.

6.3.1. Modelarea ansamblului din care face parte arborele

Mecanismul din care face arborele (vezi Fig. 6.1) a fost modelat în programul de analiză cu elemente finite ABAQUS 6.9-3 (Fig. 6.4). Din moment ce roata melcată (monobloc cu arborele) se află în angrenare, ea nu poate transmite mișcarea de rotație a arborelui, acționând astfel ca o încastrare. Acesta este motivul pentru care a fost înlocuită în modelul 3D cu o încastrare pe secțiunea transversală în care ea se află pe arbore (Fig. 6.5).

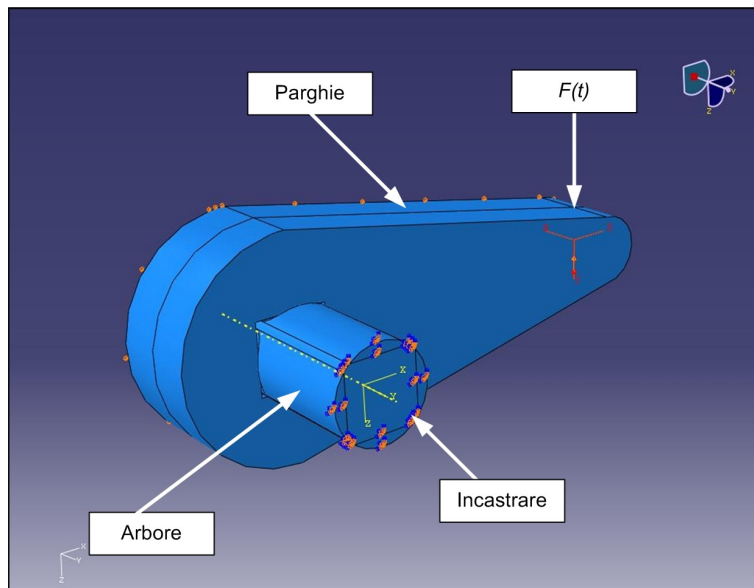


Fig. 6.4. Modelul mecanismului din care face parte arborele studiat, realizat în programul ABAQUS 6.9-3 [Kun, Neș ș.a., 2012]

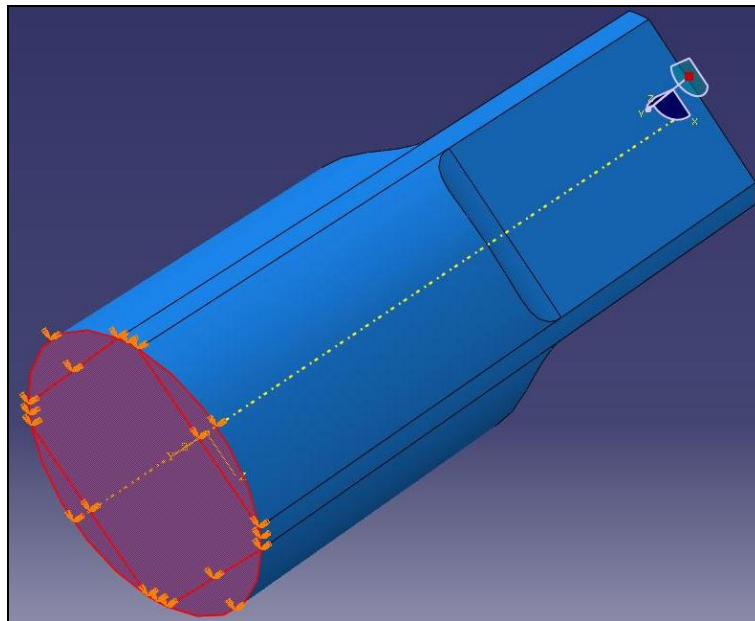


Fig. 6.5. Detaliu privind constrângerile aplicate modelului – încadrarea care joacă rolul roții melcate

Modelului i-a mai fost aplicată o constrângere, și anume împiedicarea culisării brațului pe arbore. În acest scop a fost blocată translația brațului pe direcția axială a arborelui, după cum se prezintă în Fig. 6.6.

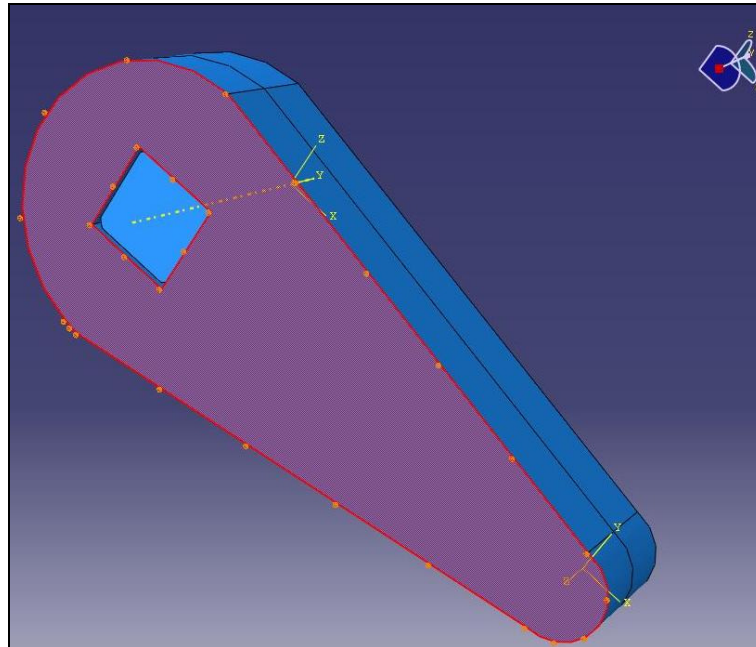


Fig. 6.6. Detaliu privind constrângerile aplicate modelului – împiedicarea translației brațului pe direcția axială a arborelui

Modelul astfel obținut reproduce în mod corect geometria ansamblului și solicitările la care este supus în timpul funcționării.

6.3.2. Studiu de convergență pentru discretizarea modelului

Pentru obținerea valorilor componentelor tensorului tensiune în zona concentratorului, a fost nevoie de discretizarea arborelui. Discretizarea a fost realizată folosind mai multe dimensiuni ale elementelor finite în zona concentratorului și s-a urmărit obținerea unor rezultate convergente spre o valoare stabilă.

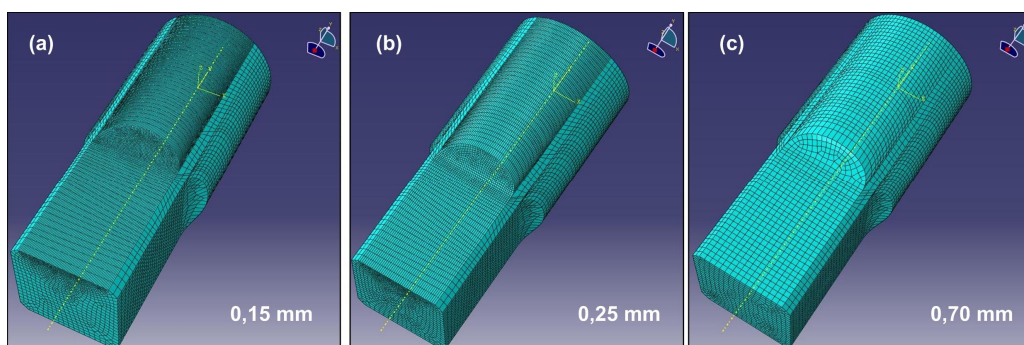


Fig. 6.7. Variante de mesh-uri folosite la studiul de convergență: cea mai fină (a) respectiv cea mai grosolană (c) discretizare și o variantă intermediară (b)

Studiul de convergență s-a compus din efectuarea a 8 simulări cu dimensiuni diferite ale elementelor finite folosite (de la 0,15 mm la 0,70 mm), toate pentru o valoare fixată a forței $F = 100$ N. Drept referință pentru comparație s-a luat în considerare tensiunea echivalentă von Mises generată la mijlocul laturii arborelui la baza concentratorului cu raza de racordare de 3,2 mm.

În Fig. 6.7 se prezintă trei discretizări diferite din seria de 8 în zona concentratorului, cea mai fină, cea mai grosolană și una cu elemente finite de dimensiune intermediară.

Tabelul 6.1. Parametrii studiului de convergență și rezultatele obținute

Nr. crt.	Dimensiune element finit	Încărcare F [N]	Rază racordare concentrator	Tensiune echivalentă von Mises pe elementul selectat	Observații
	[mm]		r [mm]	[MPa]	
1	0,15	100	3,2	20,6351	Mesh rafinat în zona concentratorului
2	0,20			20,5137	
3	0,25			20,4699	
4	0,35			19,8556	
5	0,45			19,5931	
6	0,55			19,3665	
7	0,65			18,9259	
8	0,70			18,8644	

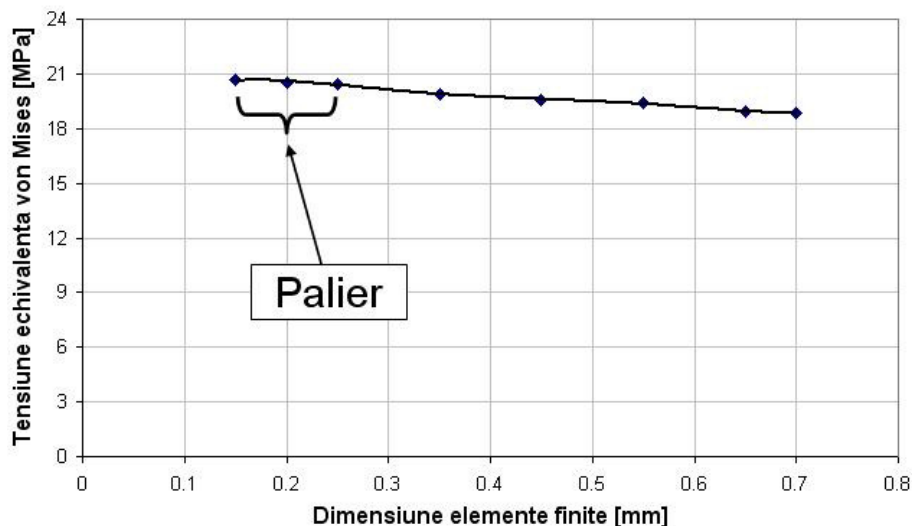


Fig. 6.8. Curba de convergență a discretizărilor efectuate

În Tabelul 6.1 sunt redați parametrii celor 8 simulări efectuate cât și valoarea obținută pentru tensiunea echivalentă von Mises la elementul finit de la mijlocul laturii de la baza concentratorului. Se poate observa o clară tendință de stabilizare a valorii tensiunii odată cu micșorarea dimensiunii elementelor finite.

Analizând curba de convergență trasată în Fig. 6.8 pe baza valorilor din Tabelul 6.1, se poate identifica cu ușurință un palier între primele 3 puncte reprezentate. În consecință, s-a ales drept discretizare definitivă varianta 3, având dimensiunea elementelor finite în zona critică de 0,25 mm.

6.3.3. Definitivarea modelului și alegerea elementului finit pentru extragerea valorilor tensiunilor rezultate ca urmare a aplicării ciclului de încărcare

În urma efectuării studiului de convergență din subcapitolul precedent a fost ales drept mesh de referință cel cu dimensiunea elementelor finite de 0,25 mm și toate simulările ulterioare au fost efectuate cu această mărime. Astfel, modelul arborelui a fost discretizat în toate cele trei variante cu raze diferite cu elemente finite lineare hexaedrice de tip C3D8R, utilizând o strategie de tip sweep [Barsoum, 1976] (Fig. 6.9).

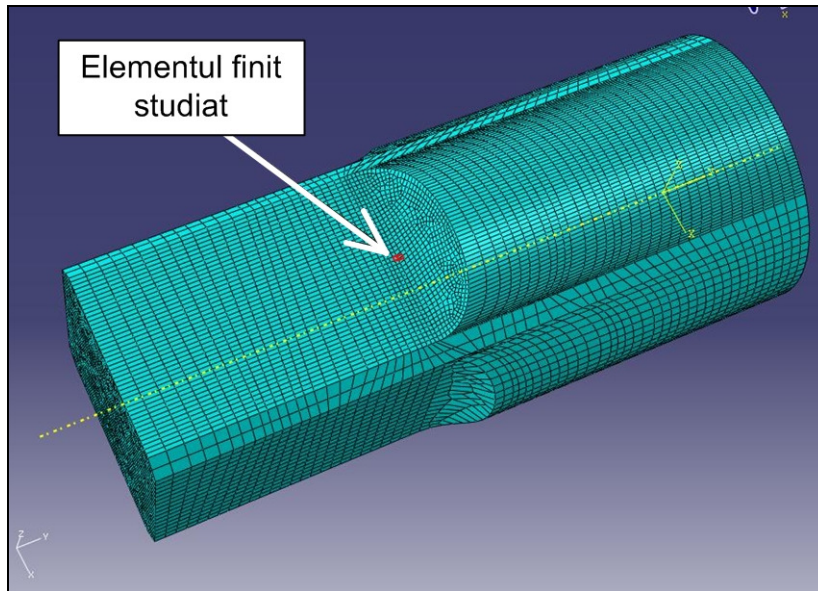


Fig. 6.9. Discretizarea arborelui și identificarea elementului finit aflat la baza concentratorului pentru care se determină tensiunile pe parcursul solicitării [Kun, Neș ș.a., 2012]

Se poate vedea că solicitarea predominantă la care este supus arborele este răsucirea [Kun, Neș ș.a., 2012]. De asemenea, se cunoaște faptul că în cazul răsucirii unui arbore, tensiunile tangențiale maxime se ating la mijlocul fiecărei laturi și implicit indică locul inițierii fisurilor de oboseală [Dumitru, 2009]. În Fig. 6.10 se prezintă distribuția tensiunii tangențiale τ_{xy} care se obține în momentul atingerii vârfului de solicitare de pe spectrul de încărcare (Fig. 6.3).

Acesta este motivul pentru care în scopul efectuării analizei stării de tensiune pe tot parcursul ciclului, s-a ales un element finit de pe mijlocul unei laturi (porțiunea cu secțiune transversală pătrată), aflat la baza concentratorului de tensiune. În Fig. 6.9 se prezintă alegerea elementului finit cel mai periculos din zona concentratorului.

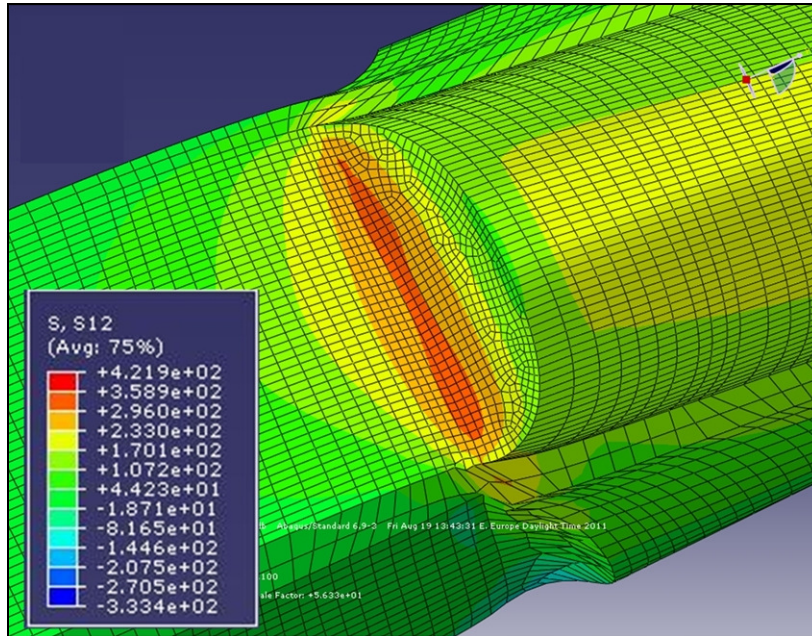


Fig. 6.10. Distribuția tensiunii tangențiale τ_{xy} în momentul atingerii vârfului de încărcare de pe ciclul de solicitare [Kun, Neș ș.a., 2012]

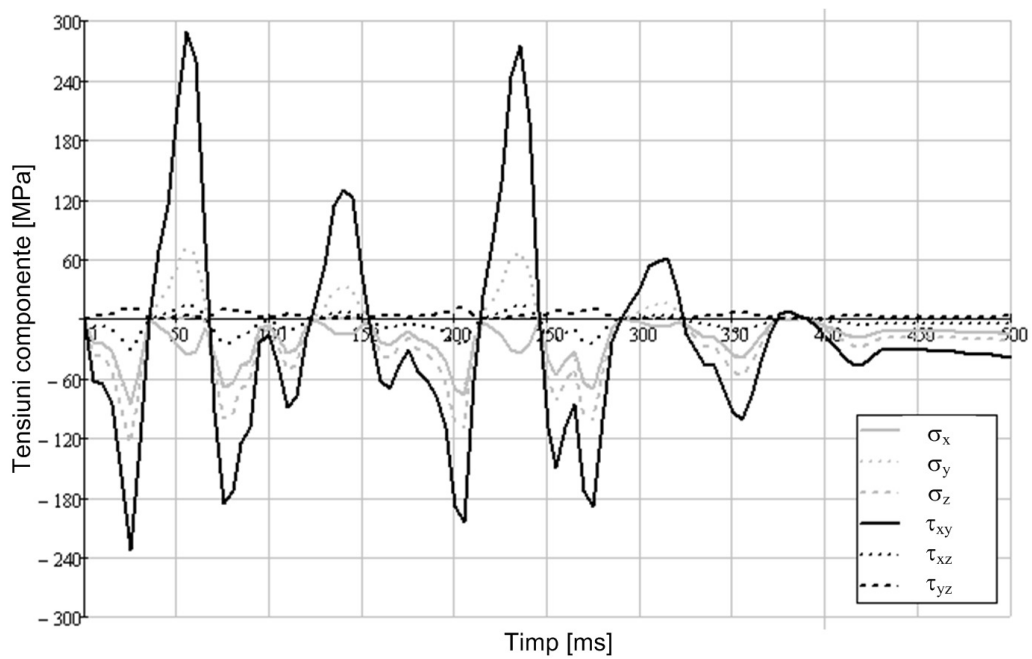


Fig. 6.11. Variația în timp pe parcursul unui ciclu a celor 6 componente ale tensorului tensiune, pentru modelul cu raza concentratorului de 3,2 mm

S-a obținut astfel modelul arborelui care permite obținerea valorilor tuturor celor 6 componente ale tensorului tensiune în 100 de puncte distincte de pe ciclul de solicitare prezentat în Fig. 6.3. Aceste valori generate pentru cele trei modele cu raze de racordare diferite au fost prelevate din mediul ABAQUS 6.9-3 și au fost exportate în fișiere de date care ulterior au fost introduse în mediul de calcule matematice și programare MathCad 14. În Fig. 6.11 se prezintă spre exemplificare variațiile prelevate din ABAQUS a celor 6 componente ale tensorului tensiune pe parcursul ciclului de solicitare în cazul arborelui cu raza la baza concentratorului de 3,2 mm, reprezentate în mediul MathCad. Se confirmă afirmația anterioară conform căreia solicitarea predominantă este răsucirea prin faptul că tensiunea tangențială τ_{xy} are cea mai pronunțată variație în timpul ciclului.

6.4. Determinarea durabilității arborelui

6.4.1. Calculul durabilității arborelui folosind tensiuni echivalente

6.4.1.1. Prelucrarea spectrului de solicitare folosind metoda picăturii

În urma determinării valorilor celor șase componente ale tensorului tensiunilor ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$) pe tot parcursul ciclului, pentru toate cele trei raze de racordare la concentrator, respectiv după analiza spectrelor tensiunilor principale, au fost calculate valorile corespunzătoare ale tensiunilor echivalente von Mises respectiv Tresca, după cum urmează:

$$\bar{\sigma}_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (6.1)$$

$$\bar{\sigma}_{Tr} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (6.2)$$

Variațiile tensiunilor echivalente de mai sus, corespunzătoare ciclului de încărcare prezentat în Fig. 6.3, în cazul razei de racordare de $r = 3,2$ mm, sunt redată în Fig. 6.12.

Majoritatea datelor indicate în literatura de specialitate se referă la încercări de oboseală pentru cicluri simetrice ($R = -1, \sigma_m = 0$). Astfel, pentru a putea construi curba ciclurilor limită, este nevoie de transformarea variațiilor aleatoare ale tensiunilor echivalente în blocuri cu cicluri simetrice. În acest scop s-a schematizat spectrul prezentat în Fig. 6.12 și s-a aplicat metoda picăturii [Matsuishi și Endo, 1969] pentru a număra ciclurile independente ce compun spectrul de solicitare. Conform metodei picăturii (sau scurgerea apei de ploaie de pe acoperișuri de pagodă) suprafața ciclului întors, adică cu axa timpului orientată în jos poate fi privită ca un acoperiș care trebuie să fie udat numai o singură dată. Două picături nu se pot întâlni, iar o picătură care în cădere nu mai întâlnește alte pante de scurgere, părăsește acoperișul. Aplicarea metodei picăturii pentru semialternanțele crescătoare este exemplificată în Fig. 6.13, iar pentru cele descrescătoare în Fig. 6.14, ambele în cazul tensiunii von Mises.

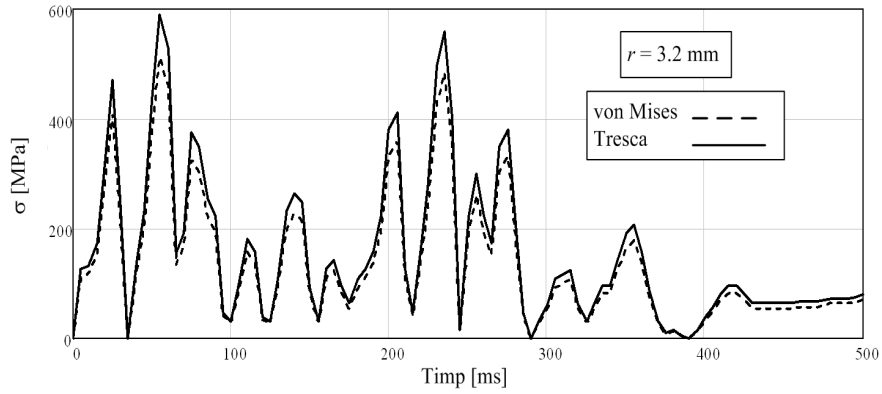


Fig. 6.12. Ciclul de solicitare reprezentat în tensiuni echivalente von Mises și Tresca pentru concentratorul cu raza de 3,2 mm [Kun, Neș ș.a., 2012]

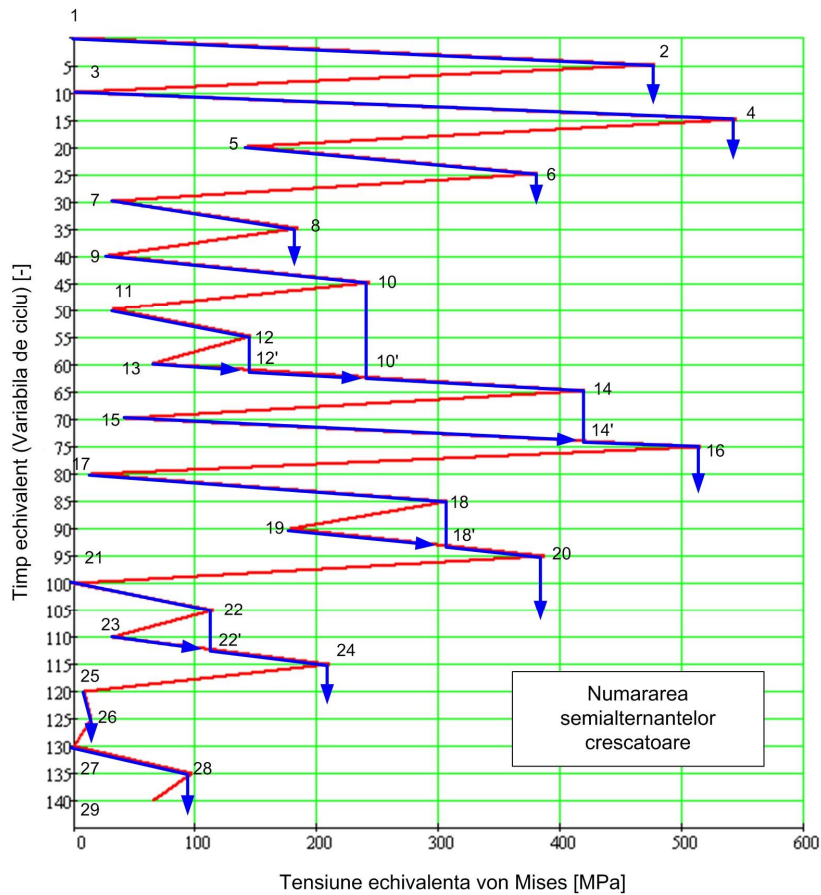


Fig. 6.13. Numărarea semialternanțelor crescătoare de pe ciclul echivalent von Mises cu ajutorul metodei picăturii

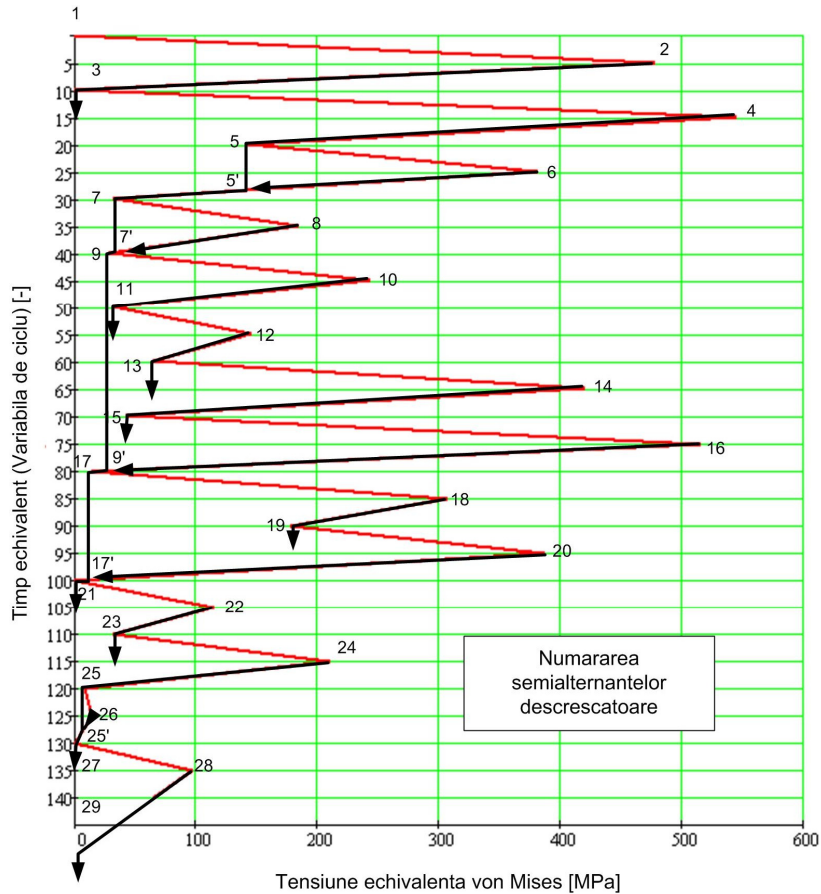


Fig. 6.14. Numărarea semialternanțelor descrescătoare de pe ciclul echivalent von Mises cu ajutorul metodei picăturii

Procedul prezentat mai sus a fost aplicat în mod similar și în cazul tensiunii echivalente Tresca. Având astfel semiciclurile formate, ele se împerechează și se obțin ciclurile complete care se numără.

A fost necesară transformarea blocurilor de solicitare compuse din cicluri pulsante, în blocuri de solicitare compuse din cicluri echivalente simetrice, aplicând criteriul Morrow [Morrow, 1968]:

$$\sigma_{aeq} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_r}} \quad (6.3)$$

unde σ_{aeq} reprezintă amplitudinea ciclului simetric echivalent transformat conform criteriului Morrow dintr-un ciclu cu $R \neq -1$ având amplitudinea σ_a și tensiunea medie σ_m ; σ_r reprezintă rezistența la rupere statică a materialului.

S-au obținut astfel un număr de 14 cicluri simetrice ca urmare a descompunerii spectrului original, pentru cele trei valori ale razei de racordare.

Principalele caracteristici ale acestor cicluri sunt prezentate în Tabelul 6.2. Prin aceasta spectrul de solicitare a devenit un bloc format din 14 grupe, per ansamblu având același efect de degradare ca și spectrul original, fiecare dintre aceste grupe având un ciclu de solicitare. Ultimele două coloane din Tabelul 6.2 redau amplitudinea ciclurilor simetrice echivalente obținute pe baza aplicării criteriului Morrow pentru modelele von Mises și Tresca.

Tabelul 6.2. Caracteristicile ciclurilor descompuse și cele simetrice echivalente pentru cele trei raze de racordare

Nr. Crt.	Caracteristici cicluri obținute în urma descompunerii spectrului original						Amplitudine ciclu simetric echivalent				
	σ_{max} [MPa]		σ_{min} [MPa]		R [-]	σ_a [MPa]		σ_m [MPa]		σ_{ar} [MPa]	
	vM^*	Tr^{**}	vM	Tr		vM	Tr	vM	Tr	vM	Tr
r = 2 mm											
1	618	713	0	0	0,0	309	357	309	357	554	729
2	585	676	33	38	0,1	276	319	309	357	496	653
3	438	505	0	0	0,0	219	253	219	253	319	396
4	385	444	49	56	0,1	168	194	217	250	243	302
5	355	410	16	19	0,0	169	195	186	214	231	282
6	349	403	163	188	0,5	93	108	256	295	147	186
7	281	324	162	187	0,6	59	68	222	256	87	108
8	276	319	30	34	0,1	123	143	153	177	158	191
9	192	222	0	0	0,0	96	111	96	111	111	132
10	168	194	30	34	0,2	69	80	99	114	81	96
11	133	153	59	68	0,4	37	43	96	111	43	51
12	130	150	30	34	0,2	50	58	80	92	57	67
13	89	102	0	0	0,0	44	51	44	51	47	55
14	16	19	10	11	0,6	3	4	13	15	3	4
r = 2,5 mm											
15	547	631	0	0	0,0	273	316	273	316	449	576
16	518	598	29	33	0,1	245	282	273	316	402	515
17	474	547	0	0	0,0	237	273	237	273	359	449
18	416	480	43	50	0,1	187	215	230	265	278	347
19	384	443	14	17	0,0	185	213	199	230	259	318
20	378	436	144	166	0,4	117	135	261	301	187	237
21	304	351	176	203	0,6	64	74	240	277	98	123
22	244	282	32	37	0,1	106	122	138	159	132	159
23	208	240	0	0	0,0	104	120	104	120	122	145
24	182	211	32	37	0,2	75	87	107	124	89	105
25	144	166	64	74	0,4	40	46	104	120	47	56
26	115	133	32	37	0,3	41	48	73	85	46	54
27	96	111	0	0	0,0	48	55	48	55	52	60
28	14	17	9	10	0,6	3	3	11	13	3	3
r = 3,2 mm											
29	512	590	0	0	0,0	256	295	256	295	404	511
30	485	559	27	31	0,1	229	264	256	295	361	457
31	409	470	0	0	0,0	204	235	204	235	289	354
32	359	412	40	46	0,1	160	183	200	229	223	273
33	332	381	13	16	0,0	159	183	173	198	211	255

Nr. Crt.	Caracteristici cicluri obținute în urma descompunerii spectrului original						Amplitudine ciclu simetric echivalent				
	σ_{max} [MPa]		σ_{min} [MPa]		R [-]	σ_a [MPa]		σ_m [MPa]		σ_{ar} [MPa]	
	vM^*	Tr^{**}	vM	Tr		vM	Tr	vM	Tr	vM	Tr
34	326	374	134	155	0,4	96	110	230	265	143	177
35	263	301	152	174	0,6	55	63	207	238	79	96
36	228	263	28	32	0,1	100	116	128	148	123	147
37	180	206	0	0	0,0	90	103	90	103	103	121
38	158	181	28	32	0,2	65	75	93	106	75	88
39	124	143	55	63	0,4	35	40	90	103	40	46
40	107	124	28	32	0,3	40	46	67	78	44	52
41	83	95	0	0	0,0	41	48	41	48	44	51
42	13	16	8	9	0,6	3	3	11	12	3	3

* von Mises; ** Tresca

6.4.1.2. Determinarea numărului de cicluri până la rupere folosind criteriul Palmgren-Miner

În cazul fiecărui ciclu de solicitare simetric s-a determinat numărul de repetiții până la rupere aplicând curba de oboseală a materialului prezentat în Fig. 5.13.

Pasul următor a constat în determinarea degradării date de fiecare ciclu simetric în parte. Aplicând criteriul Palmgren-Miner [Palmgren, 1924; Miner, 1945], se determină degradarea totală considerând întregul bloc de solicitare, respectiv numărul total de cicluri (blocuri de solicitare întregi aplicate) până la rupere, conform relației de mai jos:

$$N_r = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=h} \frac{\alpha_i}{N_q} B \sqrt{\frac{S_q}{S_i}}} \quad (6.4)$$

unde N_r reprezintă numărul total de cicluri până la rupere (numărul de blocuri de solicitare); h este numărul de grupe de solicitare; S_q este tensiunea de referință (poate fi egală cu tensiunea maximă din blocul de solicitare); N_q reprezintă numărul de cicluri la care s-ar produce ruperea prin oboseală păstrând constant nivelul de solicitare S_q ; B este panta curbei de oboseală; α_i reprezintă procentul numărului de cicluri la nivelul S_i din întregul program care conduce la rupere.

Criteriul Palmgren-Miner este criticat deoarece liniarizează un fenomen care în general nu este liniar. Cu toate acestea este foarte mult utilizat datorită simplității sale, respectiv posibilității aplicării sale și în cazul spectrelor aleatoare care pot fi descompuse în blocuri de solicitare, așa cum se procedează în cazul prezentat.

Principiul de bază al acestui criteriu de degradare cumulativă constă în determinarea degradării parțiale produse de fiecare ciclu în parte, degradări care sunt însumate în final generând degradarea totală.

În Fig. 6.15 este redată schema logică după care se efectuează calculul de durabilitate bazat pe calculul degradării cumulative după legea Palmgren-Miner pentru cazul prezentat, utilizând ambele tensiuni echivalente von Mises și Tresca, respectiv aplicându-le pentru toate cele trei valori ale razei de racordare.

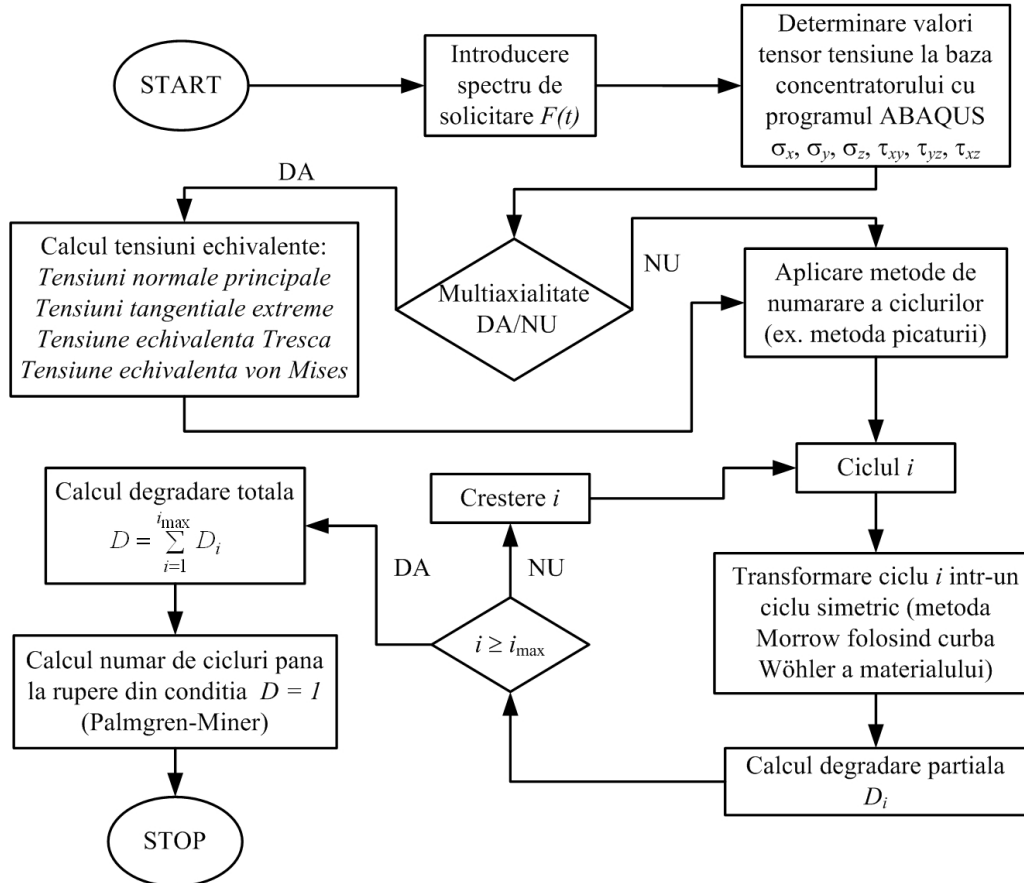


Fig. 6.15. Schema logică pentru determinarea durabilității arborelui aplicând metoda tensiunilor echivalente și criteriul Palmgren-Miner [Kun, Neș ș.a., 2012]

În urma efectuării calculului conform schemei logice din Fig. 6.15 pentru trei valori ale razei de racordare, s-au obținut următoarele tensiuni echivalente maxime von Mises și Tresca (Tabelul 6.3), respectiv numerele de repetiții corespunzătoare ale blocului de solcitare.

Tabelul 6.3. Rezultate obținute în urma analizei durabilității arborelui aplicând metoda tensiunilor echivalente [Kun, Neș ș.a., 2012]

Nr. crt.	Rază concentrator [mm]	$\sigma_{vM \max}$ [MPa]	$\sigma_{Tr \max}$ [MPa]	N_r (von Mises) [-]	N_r (Tresca) [-]
1	2	605,2	680,1	2338	2033
2	2,5	546,7	631,3	14268	12407
3	3,2	511,5	590,3	40352	35088

Analizând aceste rezultate se poate observa faptul că odată cu creșterea razei de racordare a concentratorului, atât vârfurile de tensiune echivalentă von Mises cât și Tresca scad. Implicit, odată cu scăderea tensiunilor echivalente,

amplitudinile ciclurilor ce compun blocul de solicitare echivalent scad, ducând la creșterea durabilității, atât conform von Mises cât și Tresca.

După cum se mai observă din Tabelul 6.3, față de rezultatele bazate pe criteriul von Mises, în cazul calculelor efectuate pe baza criteriului Tresca s-au obținut valori ale tensiunii echivalente mai mari respectiv numere de cicluri până la rupere mai mici. Acest lucru derivă din faptul că modelul Tresca este mai acoperitor decât modelul von Mises.

În consecință, conform ambelor criterii raza optimă de racordare pentru care durabilitatea se încadrează în limitele prescrise, i.e. numărul minim de cicluri de funcționare $N = 35000$, atât pentru criteriul Tresca cât și pentru von Mises a fost de 3,2 mm.

6.4.2. Calculul durabilității arborelui prin aplicarea metodei propuse de Feng și Titus

6.4.2.1. Prezentarea metodei propuse de Feng-Titus

Metoda propusă de Feng și Titus [Feng și Titus, 2007] a fost dezvoltată pentru a servi la calculul și proiectarea echipamentelor nucleare, acolo unde este necesară o precizie și siguranță maximă. În literatură există date experimentale și metode de calcul suficiente pentru solicitări monoaxiale. În ceea ce privește solicitările multiaxiale, teoria planelor critice este cel mai des aplicată, dar necesitatea determinării planului în care se produce solicitarea maximă complică mult calculele. Pentru determinarea planului critic, este nevoie de o combinație de încercări și de condiții de încărcare, astfel abordarea aceasta nu este practică pentru calculele ingineresti.

Autorii Feng și Titus propun deci o abordare pornind de la codurile de proiectare ASME, ITER, FIRE și codul German. Toate aceste abordări se bazează pe tensiunea echivalentă Tresca pentru determinarea amplitudinii ciclului echivalent. În ceea ce privește determinarea tensiunii medii însă, nu există a procedură pusă la punct, din moment ce aceste metode se aplică cu precădere pentru echipamente solicitate în domeniul oboselii cu numere mici de cicluri. Metoda propusă de Feng și Titus se pretează pentru calcule în domeniul numerelor mari de cicluri, oferind o soluție pentru determinarea univocă a tensiunii medii, efectul căreia neputând fi neglijat în domeniul HCF.

Aplicarea acestei metode presupune parcurgerea următorilor pași:

- a. alegerea a două momente reprezentative de timp A și B pe ciclul de încărcare și citirea valorilor celor 6 componente ale tensorului tensiune în A și B;
- b. determinarea variației fiecărei tensiuni între momentele A și B;
- c. determinarea variațiilor celor 3 tensiuni principale pornind de la variațiile celor 6 tensiuni determinate la pct. b. Determinarea cosinuşilor directori ai variațiilor tensiunilor principale;
- d. calculul diferențelor dintre câte două variații de tensiuni principale;
- e. determinarea amplitudinii echivalente drept jumătate din diferența cea mai mare dintre cele 3 variații de tensiuni principale determinate la pct. c;
- f. determinarea valorii medii pentru fiecare tensiune componentă între momentele A și B;
- g. determinarea celor trei tensiuni principale medii și ai cosinuşilor directori corespunzători;

- h. determinarea tensiunii medii echivalente care este suma acelor două valori medii dintre cele determinate la pct. g. care au aceiași cosinusi directori ca și cele două variații ale tensiunilor principale a căror diferență a dat amplitudinea echivalentă determinată la pct. d;
- i. construirea ciclului obținut cu amplitudinea și tensiunea medie determinată;
- j. transformarea ciclului obținut într-un ciclu echivalent simetric folosind schematizarea Soderberg;
- k. determinarea numărului de cicluri până la rupere din curba de oboseală a materialului, pornind de la amplitudinea ciclului echivalent simetric.

Metoda prezentată se poate aplica cu succes pentru o gamă foarte largă de solicitări, fie ele monoaxiale sau multiaxiale, proporționale sau neproporționale. Excepție prezintă aplicațiile unde materialul solicitat este fonta, fiindcă în acest caz mecanismul de degradare la oboseală nu este controlat de tensiunea tangențială.

6.4.2.2. Transformarea spectrului de încărcare și determinarea ciclului echivalent

Pentru aplicarea metodei propuse de Feng și Titus s-a realizat un program în mediul MathCad, în care au fost importate variațiile celor 6 componente ale tensorului tensiune pe tot parcursul ciclului de încărcare, pentru fiecare dintre cele 3 raze de racordare alese.

În cele ce urmează se va prezenta aplicare metodei pas cu pas pentru cazul în care raza de racordare a concentratorului studiat este 3,2 mm. Pentru celelalte două raze de racordare calculele au fost efectuate în mod similar.

Studiind variațiile celor 6 componente ale tensorului tensiune, s-au ales două momente de timp de pe ciclu între care variația tensiunilor este cea mai mare, așa cum se arată în Fig. 6.16.

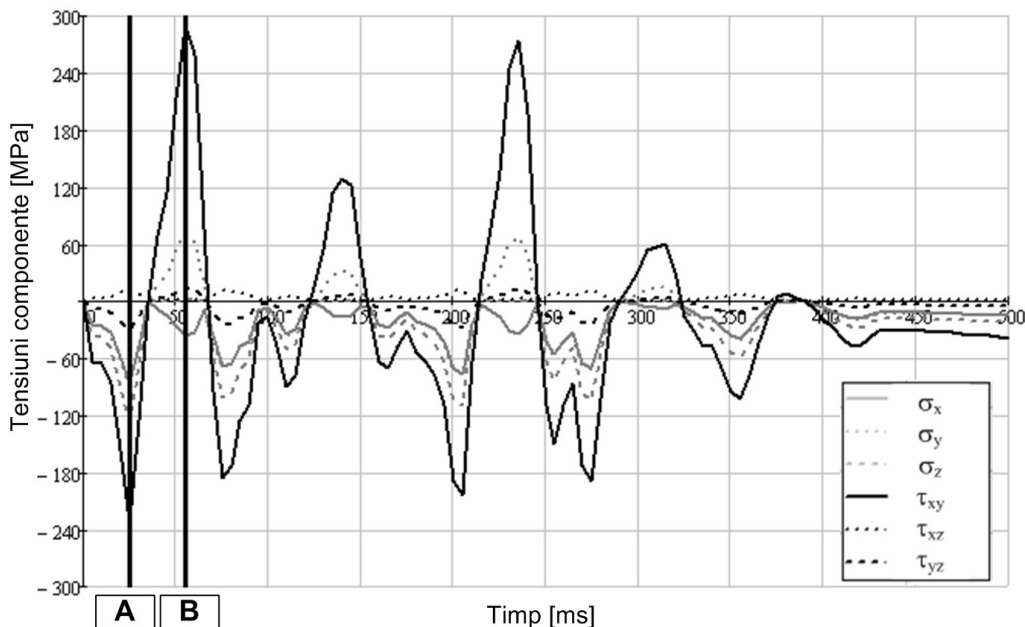


Fig. 6.16. Alegerea momentelor de timp reprezentative A și B de pe ciclul de solicitare

Astfel, cele două momente de timp de pe ciclu au fost alese ca fiind: $t_A = 25$ ms respectiv $t_B = 55$ ms.

Între aceste două momente de timp s-a determinat variațiile fiecărei tensiuni componente, după cum urmează:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{x,a} &= \sigma_{x,B} - \sigma_{x,A} = 49,419 \text{ MPa} \\
 \sigma_{y,a} &= \sigma_{y,B} - \sigma_{y,A} = 158,541 \text{ MPa} \\
 \sigma_{z,a} &= \sigma_{z,B} - \sigma_{z,A} = 126,304 \text{ MPa} \\
 \tau_{xy,a} &= \tau_{xy,B} - \tau_{xy,A} = 522,423 \text{ MPa} \\
 \tau_{yz,a} &= \tau_{yz,B} - \tau_{yz,A} = -10,394 \text{ MPa} \\
 \tau_{zx,a} &= \tau_{zx,B} - \tau_{zx,A} = 45,322 \text{ MPa}
 \end{aligned}
 \tag{6.5}$$

Pornind de la aceste valori au fost determinate variațiile corespunzătoare ale celor 3 tensiuni principale, rezolvând sistemul de ecuații așa cum se prezintă în următoarea secvență din programul de calcul realizat în acest scop:

```

I1(<σx, σy, σz>) := σx + σy + σz
I1(σax, σay, σaz) = ■
I2(<σx, σy, σz, τxy, τyz, τxz>) := σx·σy + σy·σz + σx·σz - τxy2 - τyz2 - τxz2
I2(σax, σay, σaz, τaxy, τayz, τazx) = ■
I3(<σx, σy, σz, τxy, τyz, τxz>) := σx·σy·σz + 2τxy·τyz·τxz - σx·τyz2 - σy·τxz2 - σz·τxy2
I3(σax, σay, σaz, τaxy, τayz, τazx) = ■
v := σp3 - I1(σax, σay, σaz)·σp2 + I2(σax, σay, σaz, τaxy, τayz, τazx)·σp - I3(σax, σay, σaz, τaxy, τayz, τazx) coeffs →
σpa := polyroots(v)
σa1 := σpa2 σa2 := σpa1 σa3 := σpa3

```

Fig. 6.17. Secvență de program în mediul MathCad pentru determinarea variațiilor tensiunilor principale între momentele A și B

Odată cu determinarea variației tensiunilor principale între momentele A și B au fost calculați și cosinuzii directori corespunzători fiecărei dintre acestea. În figura de mai jos se exemplifică determinarea cosinuzilor directori pentru variația de tensiune principală 1:

```

k1 := 0.5 l1 := 0.5 m1 := 0.5
Given
k1 · (σax - σa1) + l1 · τaxy + m1 · τazx = 0
k1 · τaxy + l1 · (σay - σa1) + m1 · τayz = 0
k1 · τazx + l1 · τayz + m1 · (σaz - σa1) = 0
k12 + l12 + m12 = 1
CosDirpa1 := (Find(k1, l1, m1))

```

Fig. 6.18. Secvență de program în mediul MathCad pentru determinarea cosinuzilor directori corespunzători primei variații de tensiune principală între momentele A și B

Au fost obținute următoarele valori pentru variațiile de tensiune principală și cosinușii directori:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{1,a} &= 630,262 \text{ MPa}; & \begin{pmatrix} k_1 = 0,670 \\ l_1 = 0,741 \\ m_1 = 0,045 \end{pmatrix} \\
 \sigma_{2,a} &= 128,287 \text{ MPa}; & \begin{pmatrix} k_2 = 0,025 \\ l_2 = 0,083 \\ m_2 = 0,996 \end{pmatrix} \\
 \sigma_{3,a} &= -424,285 \text{ MPa}; & \begin{pmatrix} k_3 = 0,742 \\ l_3 = -0,666 \\ m_3 = -0,074 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

Următorul pas îl constituie determinarea diferențelor între câte două variații de tensiune principală, astfel:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{12,a} &= \sigma_{1,a} - \sigma_{2,a} = 501,976 \text{ MPa} \\
 \sigma_{23,a} &= \sigma_{2,a} - \sigma_{3,a} = 552,572 \text{ MPa} \\
 \sigma_{31,a} &= \sigma_{3,a} - \sigma_{1,a} = -1054,574 \text{ MPa}
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

Amplitudinea ciclului echivalent reprezintă jumătate din cea mai mare diferență dintre variațiile de tensiune principală. Secvența de program cu care s-a realizat determinarea automată a acesteia este redată în figura de mai jos:

$$\begin{aligned}
 \max_{\sigma_r} &:= \max(\sigma_{a12}, \sigma_{a23}, \sigma_{a31}) \\
 \min_{\sigma_r} &:= \min(\sigma_{a12}, \sigma_{a23}, \sigma_{a31}) \\
 \sigma_{rmax} &:= \begin{cases} \max_{\sigma_r} & \text{if } |\max_{\sigma_r}| > |\min_{\sigma_r}| \\ \min_{\sigma_r} & \text{otherwise} \end{cases} \\
 \sigma_{aech} &:= \frac{\sigma_{rmax}}{2} \quad \sigma_{aech} = -527.274
 \end{aligned}$$

Fig. 6.19. Secvență de program în mediul MathCad pentru calculul amplitudinii ciclului echivalent

După cum se poate observa din Fig. 6.19, valoarea amplitudinii ciclului echivalent este de $\sigma_{a,ech} = -527,274$ MPa.

Tensiunea medie echivalentă s-a determinat în mod similar cu amplitudinea ciclului echivalent. Primul pas a fost calculul valorii medii fiecărei tensiuni componente între momentele de timp A și B de pe ciclul de solicitare, astfel:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{x,m} &= \frac{\sigma_{x,A} + \sigma_{x,B}}{2} = -61,096 \text{ MPa} \\
 \sigma_{y,m} &= \frac{\sigma_{y,A} + \sigma_{y,B}}{2} = -7,704 \text{ MPa} \\
 \sigma_{z,m} &= \frac{\sigma_{z,A} + \sigma_{z,B}}{2} = -62,209 \text{ MPa} \\
 \tau_{xy,m} &= \frac{\tau_{xy,A} + \tau_{xy,B}}{2} = 28,627 \text{ MPa} \\
 \tau_{yz,m} &= \frac{\tau_{yz,A} + \tau_{yz,B}}{2} = 7,831 \text{ MPa} \\
 \tau_{zx,m} &= \frac{\tau_{zx,A} + \tau_{zx,B}}{2} = -8,464 \text{ MPa}
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

La determinarea tensiunii medii pentru ciclul echivalent trebuie ținut cont de faptul că această tensiune se compune din suma acelor două tensiuni principale medii care au aceleași perechi de cosinusi directori ca și variațiile de tensiuni principale din care s-a determinat amplitudinea ciclului echivalent. Din moment ce cosinuşii directori ai variațiilor de tensiune principală sunt deja determinați, tensiunile medii se pot determina cu o relație simplificată. Astfel, s-au determinat tensiunile principale medii corespunzătoare fiecărei variații de tensiune principală. Au fost alese acele două tensiuni principale medii, la care diferența variațiilor de tensiune principală corespunzătoare a dat amplitudinea ciclului echivalent. Secvența de program scris în mediul MathCad care realizează automat aceste calcule este prezentată în Fig. 6.20:

```

σmech :=
σme ← σmx · ka12 + σmy · la12 + σmz · ma12 + 2τmxy · ka1 · la1 + 2τmyz · la1 · ma1 + 2τmzx · ma1 · ka1
σmee ← σmx · ka22 + σmy · la22 + σmz · ma22 + 2τmxy · ka2 · la2 + 2τmyz · la2 · ma2 + 2τmzx · ma2 · ka2
σmeee ← σmx · ka32 + σmy · la32 + σmz · ma32 + 2τmxy · ka3 · la3 + 2τmyz · la3 · ma3 + 2τmzx · ma3 · ka3
σmn ← σme + σmee if 2 · σaech = σa12
σmn ← σmee + σmeee if 2 · σaech = σa23
σmn ← σmeee + σme if 2 · σaech = σa31
return σmn

```

Fig. 6.20. Secvență de program în mediul MathCad pentru determinarea tensiunii medii a ciclului echivalent

Tensiunea medie determinată pentru cazul prezentat a fost de $\sigma_{m,ech} = -67,351$ MPa.

Ciclul echivalent obținut este prezentat în Fig. 6.21.

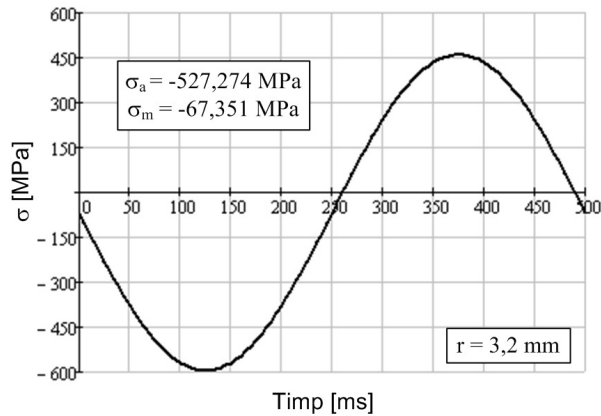


Fig. 6.21. Ciclul echivalent obținut prin determinarea amplitudinii și tensiunii medii aplicând metoda Feng și Titus

6.4.2.3. Determinarea numărului de cicluri până la rupere

Ciclul echivalent obținut în Fig. 6.21 necesită o transformare într-un ciclu cu grad de asimetrie de $R = -1$ pentru a poate fi folosit la determinarea numărului de cicluri până la rupere. Transformarea ciclului a fost realizată aplicând schematizarea Soderberg:

$$\sigma_{FS} = \frac{\sigma_{a,ech}}{1 - \frac{\sigma_{m,ech}}{\sigma_c}} \quad (6.9)$$

unde $\sigma_{a,ech}$ reprezintă amplitudinea ciclului transformat, $\sigma_{m,ech}$ tensiunea medie a ciclului transformat, σ_c limita de curgere a materialului, iar σ_{FS} amplitudinea ciclului simetric obținut. Ciclul simetric transformat este redat în Fig. 6.22:

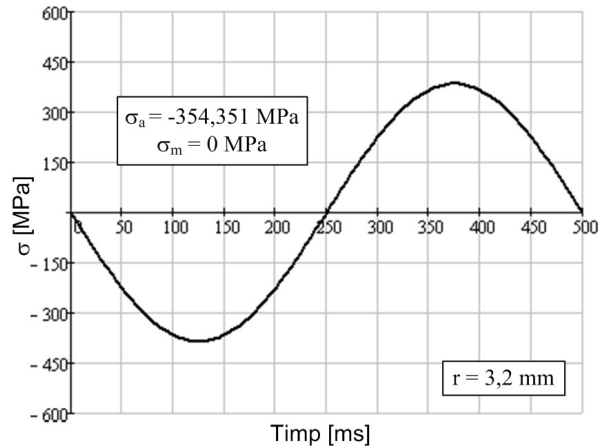


Fig. 6.22. Ciclu simetric obținut prin transformarea Soderberg

Ciclu obținut în Fig. 6.22 poate fi acum folosit pentru determinarea numărului de cicluri până la rupere. Acest calcul a fost făcut raportându-se la curba de oboseală a materialului prezentat în Fig. 5.13. Numărul de cicluri până la rupere s-a determinat conform relației:

$$N_r = \left(\frac{|\sigma_{FS}|}{A} \right)^{\frac{1}{B}} \quad (6.10)$$

unde A și B reprezintă coeficienții curbei de oboseală a materialului, având relația (vezi Fig. 5.13):

$$y = A \cdot x^B \quad (6.11)$$

Numerele de cicluri până la rupere obținute pentru cele trei valori ale razei de racordare a concentratorului de tensiune sunt redată în Tabelul 6.4.

Tabelul 6.4. Rezultate obținute în urma analizei durabilității arborelui aplicând metoda propusă de Feng și Titus

Nr. crt.	Rază concentrator	Ciclu echivalent		Număr cicluri până la rupere
	r [mm]	σ_a [MPa]	R [-]	N_r [-]
1	2	-520,617	-1	4375
2	2,5	-500,037	-1	8072
3	3,2	-354,351	-1	51570

Rezultatele obținute indică faptul că așa cum era de așteptat, raza de 3,2 mm la concentrator produce durabilitatea cea mai mare a arborelui și totodată singura care depășește limita minimă prescrisă de 35000 cicluri.

6.4.3. Calculul durabilității arborelui prin aplicarea modelului de oboseală multiaxială propus

6.4.3.1. Transformarea spectrului de încărcare și determinarea ciclurilor echivalente

Modelul de oboseală multiaxială propus în Capitolul 4 este aplicabil pentru solicitări mono sau multiaxiale cu amplitudine constantă. Acesta este motivul pentru care spectrul de solicitare din Fig. 6.3 trebuie transformat astfel încât să se ajungă la variații de tensiuni cu amplitudine constantă.

Astfel, s-a pornit de la descompunerea cu metoda picăturii a spectrului de solicitare conform Fig. 6.13 și Fig. 6.14 și obținerea a 14 cicluri simetrice transformate cu criteriul Morrow, care compun blocul de solicitare pentru fiecare dintre 6 tensiuni componente respectiv pentru fiecare dintre cele 3 raze ale concentratorului.

Ciclurile simetrice obținute au fost ordonate descrescător în funcție de amplitudinea lor și a fost determinată o amplitudine echivalentă ponderată cu următoarea relație [Kun, 2012a]:

$$\sigma_a^* = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{a_i} \cdot k_i}{\sum_{i=1}^n k_i} \quad (6.12)$$

unde σ_{a_i} reprezintă amplitudinile ciclurilor componente, n este numărul total al ciclurilor componente, iar k_i este coeficientul de pondere care depinde de poziția ciclului component în lista ordonată după amplitudine și care se determină cu relația următoare:

$$k_i = (n \times n_{i-1})^{0,44} \quad (6.13)$$

unde n_x reprezintă numărul de ordine al ciclului i în lista ordonată descrescător după amplitudini.

6.4.3.2. Determinarea numărului de cicluri până la rupere

Având acum un spectru de solicitare compus din variații de tensiuni cu amplitudine constantă, s-au determinat valorile termenilor necesari pentru aplicarea modelului propus conform relației (4.1). Din moment ce încărcarea arborelui este una proporțională (tensiunile normale și tangențiale sunt produse de aceeași forță exterioară), la determinarea amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune a fost posibilă utilizarea relației directe:

$$\sqrt{J_{2a}} = \sqrt{\frac{1}{6} \left[(\sigma_{xa} - \sigma_{ya})^2 + (\sigma_{ya} - \sigma_{za})^2 + (\sigma_{za} - \sigma_{xa})^2 + 6(\tau_{xya}^2 + \tau_{yza}^2 + \tau_{xza}^2) \right]} \quad (6.14)$$

Presiunea hidrostatică σ_h s-a determinat la rândul cu relația clasică:

$$\sigma_h = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (6.15)$$

S-a determinat astfel tensiunea echivalentă cu relația (4.1), iar numărul de cicluri până la rupere s-a obținut pentru toate cele 3 raze de racordare prin raportarea la curba de oboseală a materialului 41Cr4 determinată experimental. Rezultatele obținute sunt prezentate în Tabelul 6.5.

Tabelul 6.5. Rezultate obținute în urma analizei durabilității arborelui aplicând modelul de oboseală propus

Nr. crt.	Rază concentrator	Ciclu echivalent		Număr cicluri până la rupere
	r [mm]	σ_a [MPa]	R [-]	N_r [-]
1	2	431,69	-1	8339
2	2,5	409,82	-1	10954
3	3,2	350,92	-1	42840

Rezultatele obținute indică faptul că și de această dată raza de 3,2 mm la concentrator produce durabilitatea cea mai mare a arborelui și totodată singura care depășește limita minimă prescrisă de 35000 cicluri.

6.5. Analiza comparativă a rezultatelor obținute și validarea modelului propus

Durabilitatea arborelui supus la spectrul de solicitare prezentat în Fig. 6.3 a fost analizată prin aplicarea a trei metodologii diferite (metoda clasică bazată pe teoria tensiunilor echivalente, o metodă nouă bazată pe extinderea abordării clasice spre solicitările multiaxiale, respectiv modelul propus în această lucrare) cu scopul de a compara rezultatele. Numerele de cicluri până la rupere pentru cele 3 raze de racordare sunt prezentate în Fig. 6.23.

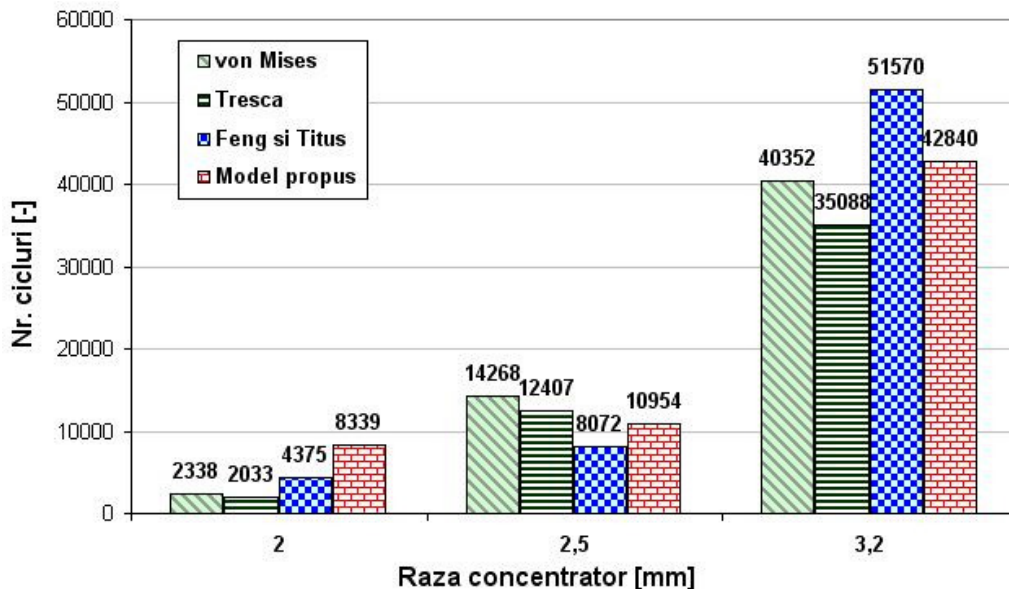


Fig. 6.23. Numerele de cicluri până la rupere obținute în urma analizei durabilității arborelui

În primul rând, din Fig. 6.23 se poate observa faptul că toate variantele de calcul au condus la concluzia conform căreia doar în cazul razei de 3,2 mm durabilitatea arborelui se încadrează în limitele prescrise. Din acest punct de vedere modelul propus se află în concordanță cu celelalte modele analizate.

În aceeași figură se arată de asemenea că numerele de cicluri determinate cu modelul Tresca sunt întotdeauna mai mici decât cele determinate cu modelul von Mises, adică modelul Tresca este mai acoperitor decât modelul von Mises, concluzie confirmată de literatura de specialitate. În ceea ce privește modelul propus, nu se poate trage o concluzie clară dacă este mai acoperitor sau nu decât celelalte modele, din moment ce în cazul razei de 2 mm dă cea mai optimistă predicție, iar în cazul razei de 3,2 mm se dovedește a fi mai acoperitoare decât modelul Feng și Titus.

Modelul propus în această lucrare a dat rezultate comparabile cu alte modele acceptate în literatura de specialitate aplicate pentru același caz de solicitare multiaxială. Este astfel întemeiată concluzia conform căreia modelul propus poate fi aplicat cu succes în cazul solicitărilor multiaxiale de oboseală cu numere mari de cicluri.

7. CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE

Cercetările în domeniul obosealii multiaxiale sunt de mare actualitate. La ora actuală nu există o abordare unanim acceptată în ceea ce privește descrierea degradării la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri, mai ales în cazul unor încărcări neproportionale sau cu amplitudini variabile.

Lucrarea de față scoate în evidență unele particularități ale aplicării modelelor de calcul la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri. De asemenea, în cadrul lucrării se propune un nou model de degradare care este validat pe baza unor date preluate din literatură, pe baza datelor experimentale obținute de autor, pe baza comparației cu alte modele existente, respectiv pe baza aplicabilității la cazuri complexe de solicitare.

În urma cercetărilor efectuate în domeniul obosealii multiaxiale cu numere mari de cicluri și prezentate în lucrarea de față, se trag următoarele concluzii:

- Domeniul obosealii multiaxiale este unul foarte vast, în care se fac cercetări intense și la ora actuală pentru a descrie cât mai exact fenomenele care se petrec în timpul unor încărcări după mai multe direcții.
- Se face distincția între studiul obosealii în domeniul elasto-plastic, cu numere mici de cicluri (LCF – Low Cycle Fatigue) și oboseală în domeniul exclusiv elastic, cu numere mari și foarte mari de cicluri (HCF – High Cycle Fatigue, VHCF – Very High Cycle Fatigue, GCF – Giga-Cycle Fatigue).
- Durabilitatea la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri este descrisă în literatura de specialitate printr-un număr foarte mare de modele matematice, destinate luării în calcul efectului multiaxialității. Aceste modele matematice au apărut pentru că simpla înlocuire a încărcărilor multiaxiale cu o încărcare monoaxială echivalentă nu ia în calcul efectele diferitelor direcții și a neproportionabilității. În cadrul lucrării se realizează o trecere în revistă și o clasificare sintetică a acestor modele.
- În urma studiului efectuat asupra modelului propus de Bishop, s-a constatat că tensiunea echivalentă „von Mises cu semn” produce predicții mai acoperitoare decât tensiunea echivalentă Yokobori, bazat pe calculul unor coeficienți de siguranță.
- Pe baza studiului influenței neproportionabilității asupra tensiunii echivalente calculate asupra modelului Findley, s-a constatat că valoarea unghiului de defazare are un impact mult mai mare asupra tensiunii echivalente decât raportul frecvențelor tensiunilor componente.
- S-a constatat că atât modelul von Mises cât și modelul „von Mises cu semn” prezic planul critic ca cel fiind planul octaedric, în schimb modelul Findley definește un plan critic dat de o combinație a tensiunilor. Nici celelalte trei modele, Yokobori, Mataka și McDiarmid nu coincid în predicția planului critic de rupere, acesta fiind fie planul unde tensiunea tangențială atinge o valoare critică (Yokobori), fie planul în care amplitudinea tensiunii tangențiale atinge o valoare

- critică (Matake, McDiarmid). În ceea ce privește tensiunea echivalentă calculată, s-a constatat că modelul „von Mises cu semn” este cel mai acoperitor, dând o tensiune echivalentă calculată mai mare decât modelul Yokobori.
- Rezultate apropiate s-au obținut în cazul modelelor Matake și McDiarmid, având definiții apropiate. Un rezultat neașteptat este acela că tensiunea echivalentă calculată cu modelul Yokobori este aproape identică cu tensiunea echivalentă Matake, aceste două modele fiind în concordanță cu toate că definesc tensiunea echivalentă în mod diferit.
 - S-a realizat caracterizarea experimentală a oțelului 41Cr4 din punct de vedere static și la oboseală, ridicându-se curbele caracteristice la întindere și torsiune statică respectiv la oboseală la întindere și torsiune ciclică. S-a constatat că tratamentul termic ales pentru îmbunătățirea caracteristicilor a fost unul corespunzător.
 - Pe baza rezultatelor încercărilor de oboseală multiaxială efectuate în cadrul stagiului de cercetare, la Miskolc, Ungaria, s-a evidențiat influența neproporționalității asupra durabilității materialului. Epruvetele supuse la încărcări ciclice neproporționale (torsiunea defazată cu 90° față de tracțiune) atingând numere de cicluri mai mici decât cele supuse la încărcări proporționale, cu aceleași amplitudini.
 - A fost propus un nou model de degradare la oboseală multiaxială cu numere mari de cicluri, bazat pe invarianții tensiunilor. Modelul a fost validat pe baza datelor experimentale din literatura de specialitate, pe baza datelor experimentale proprii, pe baza comparației efectuate cu alte modele de degradare, respectiv pe baza aplicării asupra unui caz complex de încărcare multiaxială a unui arbore.
 - În urma validării modelului pe baza datelor experimentale din literatura de specialitate, s-a constatat că distribuția erorilor relative o respectă pe cea gaussiană, peste 80% din erori încadrându-se în limitele $\pm 10\%$, respectiv erorile relative generate de modelul propus sunt mai reduse decât în cazul unor modele consacrate, cum ar fi modelul Crossland.
 - În urma validării modelului pe baza datelor experimentale proprii, s-a constatat că planul de rupere este corect prezis de model, pozițiile determinate experimental apropiindu-se într-o măsură corespunzătoare de valorile calculate.
 - Prin compararea tensiunii echivalente obținute în cazul încercărilor experimentale multiaxiale, pe baza modelului matematic propus, respectiv pe baza a altor 11 modele, s-a pus în evidență reducerea considerabilă a erorii relative în cazul modelului propus. S-a constatat că modelul propus este în general neacoperitor pentru cazurile de solicitare analizate, dar erorile relative se încadrează în limitele -10% și $+12\%$, fiind cele mai reduse în comparație cu toate celelalte 11 modele cuprinse în studiu.
 - Modelul de degradare propus a fost aplicat asupra unui arbore, simulat în programul de analiză cu elemente finite ABAQUS 6.9-3, supus unor încărcări multiaxiale cu amplitudine variabilă. În urma efectuării analizei durabilității arborelui pe baza a trei abordări diferite (cu teoria tensiunilor echivalente von Mises și Tresca, cu metoda propusă de Feng și Titus, respectiv prin aplicarea modelului propus), s-a constatat că rezultatele obținute cu modelul propus sunt

în concordanță cu celelalte modele aplicate. Se validează astfel modelul propus și în cazul unei aplicații complexe.

Principalele contribuții personale sunt următoarele:

- Realizarea unui studiu bibliografic, cuprinzând peste 30 de modele de degradare aplicabile în cazul obosealii multiaxiale cu numere mari de cicluri și introducerea unei noi clasificări a acestora pe baza parametrului de degradare.
- Realizarea unui număr de peste 10 de programe de calcul în mediul de programare MathCad 14 cu scopul efectuării unor studii de caz pe cicluri de încărcare multiaxiale simulate. În urma acestor studii de caz s-au evidențiat particularitățile aplicării a peste 15 modele de degradare la oboseală multiaxială și au fost comparate modelele pe baza rezultatelor obținute. S-a studiat influența amplitudinilor, tensiunilor medii, frecvenței și a defazării asupra tensiunii echivalente, respectiv asupra poziției planului critic de rupere.
- Utilizarea unei metode noi pentru reprezentarea și compararea tensiunilor echivalente și a variației parametrilor de oboseală multiaxială, bazate pe hodograful tensiunilor în coordonate polare.
- Dezvoltarea unui nou model de degradare la oboseală multiaxială, bazat pe cel de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune și tensiunea hidrostatică.
- Dezvoltarea metodei grafice pentru determinarea amplitudinii celui de-al doilea invariant al tensorului deviator de tensiune, printr-o transformare într-un sistem de coordonate Euclidian cu 5 dimensiuni.
- Definirea unei funcții de pondere pentru corectarea efectului neproportionalității asupra tensiunii echivalente calculate cu ajutorul modelului propus. Funcția de pondere are formă polinomială și este definită pe baza unghiului de defazare.
- Elaborarea unui program experimental complex, pentru caracterizarea materialului 41Cr4 din punct de vedere static (întindere și torsiune) și la oboseală (întindere și torsiune cu cicluri simetrice), respectiv pentru studiul influenței neproportionalității în cazul unor încărcări ciclice multiaxiale de întindere cu răsucire, pe baza căruia s-a validat modelul propus de autor.
- Elaborarea unui program de calcul complex pentru calculul analitic al tensiunilor și planelor caracteristice, pentru solicitările multiaxiale din programul experimental. Programul de calcul este complet parametrizat, determină automat tensiunile reprezentative și planele caracteristice pe care acestea acționează. De asemenea, în program s-au implementat 11 modele de degradare la oboseală cu numere mari de cicluri, cu scopul de a le compara între ele și cu modelul propus.
- Validarea modelului de degradare propus prin aplicarea acestuia pe cazurile de încărcare alese în cadrul programului experimental multiaxial, respectiv în cadrul programului de calcul. Compararea erorilor relative obținute cu modelul propus respectiv celor generate de cele 11 modele implementate în programul de calcul. Analizarea corelației între pozițiile planelor de rupere determinate experimental, respectiv valorile determinate analitic cu programul de calcul.
- Elaborarea unui program de calcul pentru prelucrarea spectrului de solicitare cu amplitudine variabilă la care este supus un arbore, aplicând metoda picăturii

- propusă de Endo pentru numărarea ciclurilor, respectiv teoria de acumulare a degradării Palmgren-Miner.
- Elaborarea unui program pentru analiza stării de tensiune și construirea tensorului tensiunilor în zona cu concentrator al arborelui, după ce spectrul de solicitare a fost aplicat modelului cu elemente finite al arborelui.
 - Determinarea durabilității arborelui prin aplicarea paralelă a următoarelor metode: teoria tensiunilor echivalente (modelele von Mises și Tresca), metoda propusă de Feng și Titus, respectiv prin aplicarea modelului propus.
 - Dezvoltarea unei proceduri originale pentru determinarea numărului de cicluri până la rupere în cazul arborelui, bazat pe o nouă formulă pentru echivalarea amplitudinilor ciclurilor care compun spectrul de solicitare respectiv pe baza modelului de degradare propus.
 - Validarea modelului de degradare propus prin comparația numerelor de cicluri obținute cu cele trei metode aplicate.

BIBLIOGRAFIE

Akiniwa, Y., Stanzl-Tschegg, S., Mayer, H., Wakita, M., Tanaka, K. (2008) *Fatigue strength of spring steel under axial and torsional loading in the very high cycle regime*, International Journal of Fatigue, vol. 30, pp. 2057-2063, ISSN: 0142-1123

ASM Handbook, Vol. 19 (1996) – *Fatigue and Fracture*, ASM Int., ISBN 0-87170-385-8

ASME, (1979) *Cases of ASME Boiler and Pressure Vessel Code*, Code Case N-47-12, American Society of Mechanical Engineers, New York, USA

Backstrom, M., Marquis, G. (2001) *A review of multiaxial fatigue of weldments: experimental results, design code and critical plane approaches*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 24, pp. 279–291, ISSN: 1460-2695

Balthazar, C.J., Malcher, L. (2007) *A review on the main approaches for determination of the multiaxial high cycle fatigue strength*, Mechanics of Solids in Brazil, Marcílio Alves & H.S. da Costa Mattos (Editors)

Banvillet, A., Palin-Luc, T., Lassere, S. (2003) *A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion*, International Journal of Fatigue, vol. 25, issue 8, pp. 755-769, ISSN: 0142-1123

Barsoum, R.S. (1976) *On the Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 10, no. 1, pp. 25–37, ISSN: 1097-0207

Bernasconi, A., Filippini, M., Folletti, S., Vaudo, D. (2006) *Multiaxial fatigue of a railway wheel steel under nonproportional loading*, International Journal of Fatigue, vol. 28 pp. 663-672, ISSN: 0142-1123

Bernasconi, A., Folletti, S., Papdopoulos, I.V. (2008) *A study on combined torsion and axial load fatigue limit tests with stresses of different frequencies*, International Journal of Fatigue, vol. 30, pp. 1430-1440, ISSN: 0142-1123

Bishop, N.W.M., Sherrat, F. (2000) *Finite element based fatigue calculations*, NAFEMS Ltd., UK

Bong-Ryul, Y., Soon-Bok, L. (1996) *A critical review on multiaxial fatigue assessment of metals*, International Journal of Fatigue, vol. 18, no. 4, pp. 235-244, ISSN: 0142-1123

Braccesi, C., Cianetti, F., Lori, G., Pioli, D. (2004) *Applicabilità della rappresentazione monoassiale equivalente alla valutazione del danneggiamento a fatica di componenti meccanici in stati sollecitazione multiassiali*, Convegno Nazionale, vol. XIV, ADM-XXXIII AIAS

Braccesi, C., Cianetti, F., Lori, G., Pioli, D. (2008) *An equivalent uniaxial stress process for fatigue life estimation of mechanical components under multiaxial stress conditions*, International Journal of Fatigue, vol. 30, pp. 1479-1497, ISSN: 0142-1123

Chu, C.C., Conle, F.A., Bonnen, F.F.A. (1993) *Multiaxial stress-strain modeling and fatigue life prediction of SAE axle shafts*, Advances in Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1191, pp. 37-54

Cioclov, D. (1975) *Rezistență și fiabilitate la solicitări variabile*, Editura Facla, Timișoara

Cristofori, A., Susmel, L., Tovo, R. (2008) *An invariant based criterion to estimate fatigue damage under multiaxial loading*, International Journal of Fatigue, vol. 30, pp. 1646-1658, ISSN: 0142-1123

Crossland, B. (1956) *Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel*, Proceedings of International Conference on Fatigue of Metals, ImechE London, pp. 138-149

Dang Van, K. (1993) *Macro-micro approach in high-cycle multiaxial fatigue*, Advances in Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1191, D.L. McDowell and R. Ellis, eds., American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, pp. 459-478

Dang Van, K., Cailletaud, G., Flavenot, J.F., Douaron, L., Leurade, H.P. (1989) *Criterion for high cycle fatigue under multiaxial loading*, Biaxial and Multiaxial Fatigue, Mechanical Engineering Publications, pp.459-478

Dang Van, K., Griveau, B., Message, O. (1982), *On a new multiaxial fatigue limit criterion: theory and application*, Biaxial and multiaxial fatigue, EGF Publication 3, editori Brown și Miller, pp. 479-496, London, UK

Davies, V.C. (1935) *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 131

Deperrois, A. (1991) *Sur le calcul de limites d'endurance des aciers*, These de doctorat, Ecole Polytechnique Paris, France

Dumitru, I. (1998) *Oboseala la șoc a materialelor*, Editura Mirton, Timișoara, ISBN: 973-578-566-8

Dumitru, I. (2009) *Bazele calculului la oboseală*, Editura Eurostampa, Timișoara, ISBN 978-973-687-820-6

Dumitru, I., **Kun, L.** (2011) *On the multiaxial high cycle damage parameters*, Buletinul Universității Petrol-Gaze din Ploiești, Seria Tehnică, Editura Universității Petrol-Gaze din Ploiești, România, vol. LXIII, nr. 1, pp. 117-126, ISSN: 1224-8495

Dumitru, I., **Kun, L.**, Dreucean, M., Menyhardt, K. (2011) *The equivalent stress concept in multiaxial fatigue*, Journal of Engineering Studies and Research, Editura Universității „Vasile Alecsandri” din Bacău, România, vol. 17, nr. 2, pp. 53-62, ISSN: 2068-7559

Dumitru, I., **Kun, L.**, Hlușcu, M. (2010) *Life-time estimation of an autofrettaged cylinder under repeated dynamic pressure*, Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Secția Construcției de Mașini, Editura Politehnicum, Iași, România, Tomul LVI (LX), Fasc. 4A, pp. 447-454, ISSN: 1011-2855

Dumitru, I., Marșavina, L., Faur, N. (2007) *Experimental study of torsional impact fatigue of shafts*, Journal of Sound and Vibration, vol. 308, no. 3-5, pp. 479-488, ISSN: 0022-460X

Dumitru, I., Neguț, N. (2003) *Elemente de Elasticitate, Plasticitate și Rezistența Materialelor*, vol.1, Editura Politehnica, Timișoara, ISBN 973-625-060-1

Dumitru, I., Tripa, P., Hlușcu, M., **Kun L.** (2010) *Durability analysis of fretted cylinders subject to variable pressure*, Acta Technica Napocensis, Series Applied Mathematics and Mechanics, Editura U.T. Press, Cluj-Napoca, România, nr. 53, vol. II, pp. 267-272, ISSN: 1221-5872

Dumitru, I., Tripa, P., **Kun, L.** (2012) *Considerații privind necesitatea abordării fenomenului de oboseală la mai multe scări. Oboseala mesoscopică (I)*, Știință și inginerie, an XII, vol. 21 – Lucrările celei de A XII-a Conferințe Internaționale multidisciplinare cu participare internațională „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, Editura AGIR, ISSN: 2067-7138

Dumitru, I., Tripa, P., **Kun, L.** (2012) *Considerații privind necesitatea abordării fenomenului de oboseală la mai multe scări. Oboseala mesoscopică (II)*, Știință și inginerie, an XII, vol. 21 – Lucrările celei de A XII-a Conferințe Internaționale multidisciplinare cu participare internațională „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, Editura AGIR, ISSN: 2067-7138

Dumitru, I., Tripa, P., **Kun, L.** (2012) *Considerații privind necesitatea abordării fenomenului de oboseală la mai multe scări. Oboseala mesoscopică (III)*, Știință și inginerie, an XII, vol. 21 – Lucrările celei de A XII-a Conferințe Internaționale multidisciplinare cu participare internațională „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, Editura AGIR, ISSN: 2067-7138

Duprat, D., Boudet, R., Davy, A. (1997) *A simple model to predict fatigue strength with out-of-phase tension-bending and torsion stress condition*, Advances in Fracture Research, International Conference on Fracture 9 – ICF-9, pp. 1379-1386, Sydney, Australia

Feng, J., Titus, P. (2007) *Proposed Method for Evaluating Multiaxial Fatigue in ITER*, PSFC/RR-07-4, Plasma Science and Fusion Center MIT, Cambridge, USA

Findley, W.N. (1957) *Fatigue of metals under combinations of stresses*, Transactions of ASME, vol.79, pp. 1337-1348

Findley, W.N. (1959) *A theory for effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial loads and bending*, Journal of Engineering for Industry, vol. 9, pp. 301-306

Forsyth, P.J.E. (1962) *A two-stage process of fatigue crack growth*, Proceedings of Crack Propagation Symposium, Vol. I, Cranfield College of Aeronautics, pp. 76-94

Forsyth, P.J.E. (1963) *Fatigue damage and crack growth in aluminium alloys*, Acta Metallurgica, vol. 11, issue 7, pp. 703-715

Froustey, C., Lasserre, S (1989) *Multiaxial fatigue endurance of 30NDC16 steel*, International Journal of Fatigue, vol. 11, issue 3, pp. 169-175, ISSN: 0142-1123

Gassner, E., Schultz, W. (1962) *Evaluating vital vehicle components by programme fatigue tests*, Proceedings of the 9th International Automobile Technical Congress, Institution of Mechanical Engineers, vol. 176, pp. 195-205

Glinka, G., Wang, G., Plumtree, A. (1995) *Mean stress effects in multiaxial fatigue*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 18, no. 7/8, pp. 755-764, ISSN: 1460-2695

Gough, H.J. (1950) *Engineering steels under combined cyclic and static stresses*, Journal of Applied Mechanics, vol. 50, pp. 113-125

Gough, H.J., Pollard, H.V. (1935) *The strength of metals under combined alternating stresses*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, vol. 131, pp. 1-103

Gough, H.J., Pollard, H.V. (1935) *The strength of metals under combined alternating stresses*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, vol. 31, pp. 3-18

Gough, H.J., Pollard, H.V., Clenshaw, H.J. (1951) *Some experiments on the resistance of metals in fatigue under combined stresses*, Aeronautical Research Council Report, R and M 2522, London HMSO

Grubisic, V., Simburger, A. (1976) *Fatigue under combined out-of-phase multiaxial stresses*, Proceedings of the International Conference on Fatigue Testing and Design

Hill, R. (1967) *The essential structure of constitutive laws for metal composites and polycrystals*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 15, issue 2, pp. 79-95

Hoffmeyer, J., Döring, R., Seeger, T., Vormwald, M. (2006) *Deformation behavior, short crack growth and fatigue lives under multiaxial nonproportional loading*, International Journal of Fatigue, vol. 28, pp. 508-520

Hohenemser, K., Prager, W. (1933) *The problem of fatigue strength under complex stresses*, Metallwirtschaft, vol. 12, pp. 342-343

Instron (2008a) *Loadcell Test Certificate*, Catalogue No. 2527-201, Serial No. 53930, Capacity 25 kN, United Kingdom, 30 Oct 2008

Instron (2008b) *Force/Torque Transducer Test Certificate*, Catalogue No. 2527-201, Serial No. 64719, Capacity 100 Nm, United Kingdom, 30 Oct 2008

ISO 6892-1 (2009) *Metallic Materials – Tensile Testing – Part 1: Method of Test at Room Temperature*, Switzerland

Kakuno, H., Kawada, Y. (1979) *A new criterion of fatigue strength of a round bar subjected to combined static and repeated bending and torsion*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 2, pp. 229-236, ISSN: 1460-2695

Karolczuk, A., Macha, E. (2005) *A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials*, International Journal of Fracture, vol. 134, no. 3-4, pp. 267-304, ISSN: 0376-9429

Kun, L. (2011) *Critical plane definitions in multiaxial fatigue*, Workshopul nr.2 Interdisciplinaritatea și Managementul Cercetării, Timișoara, România

Kun, L. (2012a) *Determination of fatigue life using equivalent stress theories*, Workshopul nr.3 Interdisciplinaritatea și Managementul Cercetării, Oradea, România

Kun, L. (2012b) *Review of high cycle fatigue models applied for multiaxial tension-torsion loading based on a new accuracy assessment parameter*, Journal of Engineering Studies and Research, Editura Universității „Vasile Alecsandri” din Bacău, România, vol. 18, nr. 3, pp. 75-86, ISSN: 2068-7559

Kun, L., Dumitru, I. (2010) *The influence of phase shift and frequency on critical plane positions under nonproportional cyclic loading*, Scientific Bulletin of the "Politehnica" University of Timisoara, Transactions on Mechanics, vol. 55(69), Special Issue S1, pp. 53-58, ISSN: 1224-6077

Kun, L., Dumitru, I. (2011) *Research on critical plane positions and stresses in materials subjected to cyclic tension-torsion loading*, Scientific Bulletin of the "Politehnica" University of Timisoara, Transactions on Mechanics, vol. 56(70), Special Issue S1, pp. 37-42, ISSN: 1224-6077

Kun, L., Dumitru, I., Cotuna, E. (2011) *A study on multiaxial high cycle fatigue models*, Proceedings of The 15th International Conference Modern Technologies, Quality and Innovation ModTech2011 – New Face of T.M.C.R., Chişinău, Republica Moldova, vol. I, pp. 561-564, ISSN 2069-6736

Kun, L., Neş, C.S., Dumitru, I., Faur, N. (2012) *Durability Study of a Machine Shaft Based on the Material Behavior of 41Cr4 Steel Subjected to Rotating Bending*, Solid State Phenomena, vol. 188 – Advanced Materials and Structures IV, Eds: Mircea Nicoară, Aurel Răduţă and Carmen Opreş, pp. 256-261, ISBN13: 978-3-03785-391-7

Langer, B.F. (1971) *Design of pressure vessels involving fatigue*, Pressure Vessel Engineering (Ed. Nichols, R.W.), pp. 59-100

Lee, S.B. (1980) *Evaluation of theories on multiaxial fatigue with discriminating specimens*, PhD thesis, Stanford University, California, USA

Lee, S.B. (1989) *Out-of-phase, combined bending and torsion fatigue of steels*, Biaxial and Multiaxial Fatigue, Mechanical Engineering Publications, pp.621-639

Lee, Y.L., Pan, J., Hathaway, R., Barkey, M. (2005) *Fatigue testing and analysis – Theory and practice*, Elsevier, ISBN 0-7506-7719-8

Lemmp, W. (1977) *Strength behavior of steel under multiaxial long life fatigue loading consisting of stresses with superimposed shear stresses both in-phase and out-of-phase*, PhD Thesis, University of Stuttgart

Li, B., Santos, J.L.T., de Freitas, M. (2000) *A unified numerical approach for multiaxial fatigue limit evaluation*, Mechanics of Structures and Machines, vol. 28, issue 1, pp. 85-103

Macha, E., Sonsino C.M. (1999) *Energy criteria of multiaxial fatigue failure*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 22, pp. 1053-1070, ISSN: 1460-2695

Mamiya, E.N., Araujo, J.A. (2002) *Fatigue limit under multiaxial loadings: on the definition of the equivalent shear stress*, Mechanics Research Communications, vol. 29, pp. 141-151

Mandel, J. (1971) *Plasticite classique et viscoplasticite*, Courses and lectures of CISM, no. 97, Springer Verlag

Matake, T. (1977) *An explanation on fatigue limit under combined stress*, Bulletin of Japan Society Mechanical Engineering, vol. 20, no. 141, pp. 257-263

Matsuishi, M., Endo, T. (1969) *Fatigue of metals subjected to varying stress*, Japan Society of Mechanical Engineering

McDiarmid, D.L. (1991) *A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 14, no. 4, pp.429-453, ISSN: 1460-2695

McDiarmid, D.L. (1994) *A shear stress based critical-plane criterion for multiaxial fatigue failure for design and life prediction*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 17, no. 12, pp. 1475-1485, ISSN: 1460-2695

Miner, M.A. (1945) *Cumulative Damage in Fatigue*, Journal of Applied Mechanics, no. 12, Trans. ASME 67, A159-A164

Mitelea, I., Vlaicu, M (2010) *Selecția materialelor și a proceselor de fabricație*, Editura Politehnica Timsoara

Morel, F. (1998) *A fatigue life prediction method based on a mesoscopic approach in constant amplitude multiaxial loading*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 21, pp. 241-246, ISSN: 1460-2695

Morel, F. (2000) *A critical plane approach for life prediction of high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading*, International Journal of Fatigue, vol. 22, issue 2, pp. 101-119, ISSN: 0142-1123

Morel, F., Palin-Luc, T., Froustey, C. (2001) *Comparative study and link between mesoscopic and energetic approaches in high cycle multiaxial fatigue*, International Journal of Fatigue, vol.23 issue 4, pp.317-327, ISSN: 0142-1123

Morrow, J. (1968) *Fatigue Design Handbook*, Advances in Engineering, vol.4, Society of Automotive Engineers, Philadelphia, USA

Mrzyglod, M., Zielinski, A.P. (2006) *Numerical implementation of multiaxial high-cycle fatigue criterion to structural optimization*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, vol. 44, issue 3, pp. 691-712, ISSN: 1429-2955

Murakami, Y. (2002) *Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions*, Elsevier, ISBN 0-08-044064

Neș, C.S. (2011) *Cercetări privind evaluarea numerică a parametrilor de mecanica ruperii*, teză de doctorat, Universitatea „Politehnica” din Timișoara, seria 9 Inginerie Mecanică, nr. 96, Editura Politehnica, Timișoara

Nicholas, T. (2006) *High Cycle Fatigue – A Mechanics of Materials Perspective*, Elsevier, ISBN-10 0-08-044691-4, ISBN-13 978-0-08-044691-2

Nishihara, T., Kawamoto, M. (1941) *The strength of metals under combined alternating bending and torsion*, Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, vol. 10, No. 6, pp. 177-201

Nishihara, T., Kawamoto, M. (1945) *The strength of metals under combined loading and twisting with phase difference*, In: Memoirs of the College of Engineering, Kyoto University, vol. 9, pp. 85-112

Palmgren, A. (1924) *Durability of Ball Bearings*, ZVDI, vol. 68, no. 14, pp. 339-341

Papadopoulos, I.V. (1994) *A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals*, International Journal of Fatigue, vol. 16, issue 6, pp. 377-384, ISSN: 0142-1123

Papadopoulos, I.V. (1997) *A review of multiaxial fatigue limit criteria*, In: Advanced Course on High-Cycle Metal Fatigue, ICMS, Udine, Italy

Papadopoulos, I.V., Dang Van, K. (1988) *Sur la nucleation des fissures en fatigue polycyclique sous chargement multiaxial*, Archives of Mechanics, vol. 40, pp. 759-774

Papadopoulos, I.V., Davoli, P., Gorla, C., Filippini, M., Bernasconi, A. (1997) *A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals*, International Journal of Fatigue, vol. 19, issue 3, pp. 219-235, ISSN: 0142-1123

Papuga, J., Ruzicka, M. (2008) *Two new multiaxial criteria for high cycle fatigue computation*, International Journal of Fatigue, vol. 30, issue 1, pp. 58-66, ISSN: 0142-1123

Park, J., Nelson, D. (2000) *Evaluation of an energy-based approach and a critical plane approach for predicting constant amplitude multiaxial fatigue life*, International Journal of Fatigue 22, pp. 23-39

Pitoiset, X. (2001) *Methodes spectrales pour une analyse en fatigue des structures metalliques sous chargements aleatoires multiaxiaux*, These soumise pour l'obtention du grade de docteur en sciences appliques, Universite Libre de Bruxelles, France

Pitoiset, X., Rychlik, I., Preumont. A. (2001) *Spectral methods to estimate local multiaxial fatigue failure for structures undergoing random vibrations*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 24, pp. 715-727, ISSN: 1460-2695

Pötter, K., Yousefi, F., Zenner, H. (2000) *Experiences with lifetime prediction under multiaxial random loading*, Multiaxial Fatigue and Deformation: Testing and Prediction, ASTM STP 1387, S. Kalluri and P.J. Bonacuse, Eds., American Society for Testing and Materials, pp. 157-178

Power, E.M. (1978) *Cycle counting methods and the development of block load fatigue programmes*, SAE 780102

Provan, J. (2006) *An introduction to fatigue*, part II., Department of Mechanical Engineering, University of Victoria, Canada

Reis, L., Li, B., de Freitas, M. (2006) *Analytical and experimental studies on fatigue crack path under complex multi-axial loading*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 29, pp. 281-289, ISSN: 1460-2695

Reis, L., Li, B., de Freitas, M. (2009) *Crack initiation and growth path under multiaxial fatigue loading in structural steels*, International Journal of Fatigue vol. 31, pp. 1660-1668, ISSN: 0142-1123

Robert, J.L. (1992) These de l'Institut National des Sciences Appliquees (INSA) de Lyon, 92 ISAL 0004

Schijve, J. (2003) *Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art*, International Journal of Fatigue, vol. 25, no. 8, pp. 679-702, ISSN: 0142-1123

Schijve, J. (2009) *Fatigue of Structures and Materials*, 2nd Edition, Springer, ISBN-13: 978-1-4020-6807-2, e-ISBN-13: 978-1-4020-6808-9

Schram, A., Wesling, V., Glatzer, M. (2006) *Analysis of microcrack growth in a 1015 SAE steel subjected to uniaxial and multiaxial loading*, International Journal of Fatigue, vol. 28, pp. 1022-1027, ISSN: 0142-1123

Shariyat, M. (2009) *Three energy-based multiaxial HCF criteria for fatigue life determination in components under random non-proportional stress fields*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 32, pp. 785-808, ISSN: 1460-2695

Shiozawa, K., Hasegawa, T., Kashiwagi, Y., Lu, L. (2009) *Very high cycle fatigue properties of bearing steel under axial loading condition*, International Journal of Fatigue, vol. 31, pp. 880-888, ISSN: 0142-1123

Sines, G. (1955) *Failure of materials under combined repeated stresses with superimposed static stresses*, Technical Note 3495, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington DC, USA

Sines, G. (1959) *Behavior of metals under complex static and alternating stresses*, Metal Fatigue, McGraw-Hill, New York, pp. 145-169

Skibicki, D. (2007) *Experimental verification of fatigue loading nonproportionality model*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, vol. 45, issue 2, pp. 337-448

Skibicki, D., Sempereuch, J. (2004) *Use of a load non-proportionality measure in fatigue under out-of-phase combined bending and torsion*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 27, pp. 369-377, ISSN: 1460-2695

Socie, D., Marquis, G. (2000) *Multiaxial Fatigue*, Society of Automotive Engineering International, ISBN-10: 0-7680-0453-5

Sonsino, C.M. (1983) *Schwingfestigkeitsverhalten von Sinterstahl unter kombinierten mehrachsigen phasengleichen und phasenverschobenen Beanspruchungszuständen*, Bericht Nr. FB-168, Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit LBF, Darmstadt, Germania

Stanfield, G. (1935) *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 131

Stulen, F.B., Cummings, H.N. (1954) *A failure criterion for multiaxial fatigue stresses*, Proceedings ASTM, vol. 54, pp. 822-835

Susmel, L. (2008) *Multiaxial fatigue limits and material sensitivity to non-zero mean stresses normal to the critical planes*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 31, pp. 295-309, ISSN: 1460-2695

Susmel, L., Taylor, D. (2006) *A simplified approach to apply the theory of critical distances to notched components under torsional fatigue loading*, International Journal of Fatigue, vol. 28, pp. 417-430, ISSN: 0142-1123

Susmel, L., Taylor, D. (2009) *The theory of critical distances to estimate the static strength of notched samples of Al6082 loaded in combined tension and torsion. Part II: Multiaxial static assessment*, Engineering Fracture Mechanics, vol. 77, issue 3, pp. 470-478, ISSN: 0013-7944

Susmel, L., Tovo, R., Lazzarin, P. (2005) *The mean stress effect on the high-cycle fatigue strength from a multiaxial fatigue point of view*, International Journal of Fatigue, vol. 27, pp. 928-943, ISSN: 0142-1123

Tresca, H. (1864) *Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions*, C.R. Acad. Sci. Paris, vol. 59, pp. 754

Von Mises, R. (1913) *Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand*, Göttin. Nachr. Math. Phys., vol. 1, pp. 582-592

Walter+Bai AG (2007) *Certificate of Calibration*, No. F/D300534, Capacity 100 kN, Switzerland, 26 Mar 2007

Wang, Y.Y., Yao, W.X. (2004) *Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria*, International Journal of Fatigue, vol. 26, pp. 17-25, ISSN: 0142-1123

Yokobori, T., Yoshimura, T. (1966) *A criterion for fatigue fracture under multiaxial alternating stress state*, Report 2, pp.45-54, Tohoku University, Sendai, Japan