

MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VULIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

Ing. Romeo Mihai Viagii

CONTINUTUL LA CALCULUL NUMERIC AL CIMPULUI
ELECTROMAGNETIC IN MEDII CONDUCTOARE IN
MISCANE. APLICATII LA CONTORUL DE INDUCTIE

Text de contact

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

Coordonator științific:

Prof. dr. ing. IOAN DE SABATA

| | |
|---------------------------------|-------|
| INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA | |
| BIBLIOTECA | |
| 521.666 | |
| Volumul nr. | |
| Dulap | 359 4 |

- 1987 -

C U P R I N S

| | |
|--|----|
| INTRODUCERE | 1 |
| Cap.1. CALCULUL NUMERIC AL SCALARULUI CÎMPULUI ELECTRIC DIN DISCUL DE ALUMINIU AL CONTORULUI DE INDUCȚIE MONOFAZAT ȘI TEOREMA POTENȚIALELOR DE NODURI | 9 |
| 1.1. Deducerea ecuației diferențiale pe care o satisface scalarul cîmpului electric în plăci conductoare, mobile, situate în cîmp magnetic variabil în timp | 10 |
| 1.1.1. Sistem de referință cartezian, legat de polii magnetici | 13 |
| 1.1.2. Sistem de referință polar, legat de polii magnetici | 13 |
| 1.1.3. Sistem de referință cartezian, legat de placa în mișcare | 14 |
| 1.1.4. Sistem de referință polar, legat de placa în mișcare | 15 |
| 1.2. Aplicarea metodei elementelor finite la cal- culul scalarului cîmpului electric și al cu- renților turbionari din discul de aluminiu al C.I.M. | 16 |
| 1.3. Principii de discretizare a unui domeniu . . plan oarecare | 19 |
| 1.4. Teorema potențialelor de noduri referitoare la calculul numeric al scalarului cîmpului electric cu metoda elementelor finite | 23 |
| 1.5. Influența discretizării asupra preciziei calculului numeric și a utilizării calcu- latorului electronic | 30 |

| | | |
|--------|--|----|
| 1.5.1. | Structura programului de calcul numeric al scalarului cîmpului electric | 30 |
| 1.5.2. | Considerații asupra corectitudinii soluției aproximative și evaluarea erorilor pentru un caz particular al cîmpului magnetic exterior | 34 |
| 1.5.3. | Influența discretizării domeniului plan al discului asupra erorilor de calcul | 39 |
| Cap.2. | DETERMINAREA DISTRIBUȚIILOR INDUCȚIILOR MAGNETICE ALI CÎMPURILOR MAGNETICE CARE STRĂBAT DISCUL DE ALUMINIU AL C.I.M. | 43 |
| 2.1. | Determinarea distribuțiilor inducțiilor magnetice create de bobinele de tensiune și curent ale C.I.M., $\bar{B}_u(x,y)$ și $\bar{B}_i(x,y)$, în planul discului de aluminiu | 45 |
| 2.2. | Determinarea distribuției inducției magnetice generate de magnetul permanent. $\bar{B}_{MP}(x,y)$ în planul discului de aluminiu | 51 |
| Cap.3. | CĂLCULUL NUMERIC AL DENSITĂȚII DE CURENT A CURENȚILOR TURBIONARI DIN DISCUL DE ALUMINIU AL C.I.M. TIP CMA | 57 |
| 3.1. | Calculul numeric al densității de curent $\bar{J}_{tu}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin transformare de cîmpul magnetic al bobinei de tensiune | 60 |
| 3.2. | Calculul puterii active dezvoltate în discul de aluminiu de către curenții turbionari $\bar{J}_{tu}(x,y,t)$ produși de t.e.m. induse prin transformare de cîmpul magnetic al bobinei de tensiune | 64 |
| 3.3. | Calculul numeric al densității de curent $\bar{J}_{ti}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin transformare de cîmpul magnetic al bobinei de curent | 65 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 3.4. | Calculul numeric al densității de curent $\bar{J}_{mu}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin mișcare de câmpul magnetic al bobinei de tensiune | 68 |
| 3.5. | Calculul numeric al densității de curent $\bar{J}_{mi}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin mișcare de câmpul magnetic al bobinei de curent | 72 |
| 3.6. | Calculul numeric al densității de curent $\bar{J}_{MP}(x,y)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin mișcare de câmpul magnetic al magnetului permanent | 76 |
| Cap.4. | CAIULUL NUMERIC AL MOMENTULUI MECANIC ACTIV EXERCITAT ASUPRA DISCULUI DE ALUMINIU AL C.I.M. TIP CM4 | 83 |
| 4.1. | Momentul mecanic exercitat de un câmp magnetic exterior asupra unei plăci plane, conductoare, aflată în mișcare | 85 |
| 4.2. | Calculul numeric al momentului mecanic activ exercitat asupra discului de aluminiu al C.I.M. | 90 |
| 4.3. | Verificarea prin măsurători experimentale a valorilor calculate numeric ale momentului mecanic activ al C.I.M. tip CM4 | 95 |
| 4.3.1. | Metoda cu resort spiral | 95 |
| 4.3.2. | Metoda de măsurare prin echilibrare cu momentul unei greutatei | 97 |
| Cap.5. | CAIULUL NUMERIC AL MOMENTELOR MECANICE DE FRÎNARE EXERCITATE ASUPRA DISCULUI DE ALUMINIU AL C.I.M. TIP CM4 | 102 |
| 5.1. | Calculul numeric al momentului mecanic de frînare produs de magnetul permanent asupra discului de aluminiu al C.I.M. tip CM4 | 103 |

| | |
|---|-----|
| 5.2. Influența poziției raport cu discul a magnetului permanent asupra valorii momentului mecanic de frinare produs asupra discului | 107 |
| 5.3. Calculul numeric al momentelor mecanice de frinare suplimentare (de amortizare) produse de câmpurile magnetice ale celor două bobine asupra discului de aluminiu al C.I.M. | 111 |
| Cap.6. PROCESUL MECANIC TRANZITORIU DE PORNIRE A C.I.M. TIP OM4 | 113 |
| 6.1. Momentul de inerție al discului de alu- miniu | 113 |
| 6.2. Procesul mecanic tranzitoriu de pornire a discului de aluminiu al C.I.M. tip OM4. . . | 117 |
| Cap.7. CONCLUZII | 124 |
| BIBLIOGRAFIE | 129 |

I N T R O D U C E R E

Caracterul dinamic al dezvoltării economiei noastre socialiste impune ramurii producătoare de energie electrică un ritm rapid de dezvoltare, o valorificare cât mai eficientă a resurselor naturale și o creștere continuă a ponderii energiei electrice în raport cu celelalte tipuri de energii utilizate în producția bunurilor materiale și spirituale. Importanța energiei electrice este evidențiată tot mai pregnant de introducerea pe scară largă a tehnologiilor complexe, de mecanizarea și automatizarea proceselor de producție în agricultură și industrie, de extinderea tracțiunii electrice în transporturi, de urbanizarea rapidă a țării noastre etc. Ca urmare a acestui fapt se elaborează studii ample privind prognoza consumului de energie electrică în viitor, utilizându-se metodele statisticii matematice aplicate pe calculatoare electronice de mare capacitate.

La Congresul al XIII-lea al P.C.R. secretarul general al partidului, tovarășul Nicolae Ceaușescu, sublinia importanța utilizării energiei electrice în vederea promovării progresului tehnic și a creșterii productivității muncii. În contextul actual al crizei energetice internaționale, caracterizată prin măsuri severe de economisire a energiei, problemele privind măsurarea energiei electrice ridică o serie de aspecte tehnice și economice. Interesul producătorilor și consumatorilor de energie electrică de a cunoaște cât mai exact mărimile și calitatea acestora, stimulează fabricarea unor aparate de măsurat energia electrică de precizie cât mai ridicată și consumuri proprii cât mai mici.

În spiritul celor de mai sus, întreprinderea de aparate electrice de măsură din Timișoara, în calitate de principal producător și furnizor al contoarelor electrice pentru măsurarea energiei electrice consumate, se preocupă permanent de îmbunătățirea performanțelor acestora. O acțiune dirijată în

... este sans a îmbrăca forma unei colaborări pe bază de contract de cercetare științifică condus de un colectiv de cadre didactice de la catedra Electronică aplicată, autorul tezei de doctorat fiind conducător de temă. Contractul amintit a avut ca obiect stabilirea unor modele matematice și metode de calcul a fenomenelor electromagnetice în vederea îmbunătățirii proiectării controlului de inducție monofazat pentru măsurarea energiei active. De asemenea, au fost concepute, elaborate și rulate pe calculatorul electronic un set de programe pentru optimizarea proiectării și fabricării acestui aparat de măsură.

**CONTORUL DE INDUCȚIE MONOFAZAT
- CONSTRUCTIE, FUNCTIONARE, PERFORMANTE -**

Deoarece energia activă se definește ca integrala în raport cu timpul a puterii active:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P dt \quad \text{unde} \quad P = \frac{1}{T} \int_{\tilde{t}}^{\tilde{t}+T} u(t)i(t) dt \quad (1.1)$$

rezultă că, principial, orice wattmetru, adică un aparat care măsoară putere activă, poate fi folosit la măsurarea energiei active dacă se integrează în timp mărimea sa de ieșire.

Un aparat care măsoară puterea activă trebuie să conțină obligatoriu un bloc ce realizează produsul $u(t) \cdot i(t)$, deci un multiplicator, un bloc de mediere, unul de integrare și unul indicator /89, 107/, (fig.1.1).

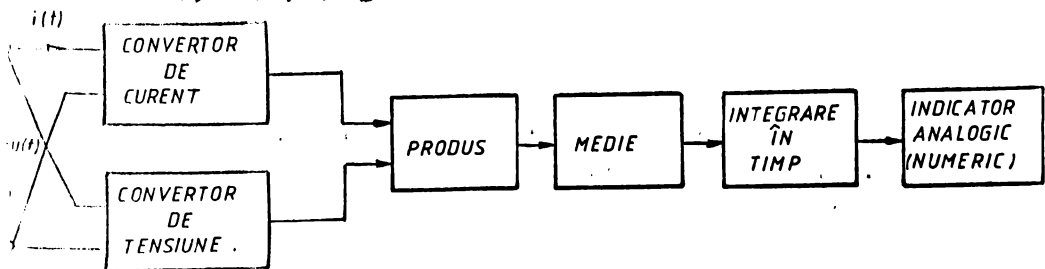


Fig.1.1. Schema bloc de măsurare a energiei.

Multiplicatorul cu inducție funcționează asemănător cu motorul asincron bifazat cu rotorul în scurtcircuit. La turații mici, momentul mecanic activ este proporțional cu produsul curenților electricei din cele două înfășurări. Principalul avantaj al acestui wattmetru constă în simplitatea realizării constructive a

operației de integrare și anume prin rotirea continuă a unui disc masiv metalic, disc ce joacă rolul roterului în scurtcircuit.

O variantă constructivă de bază a unui wattmetru (contor) de inducție monofazat este prezentată în fig.1.2 /107/.

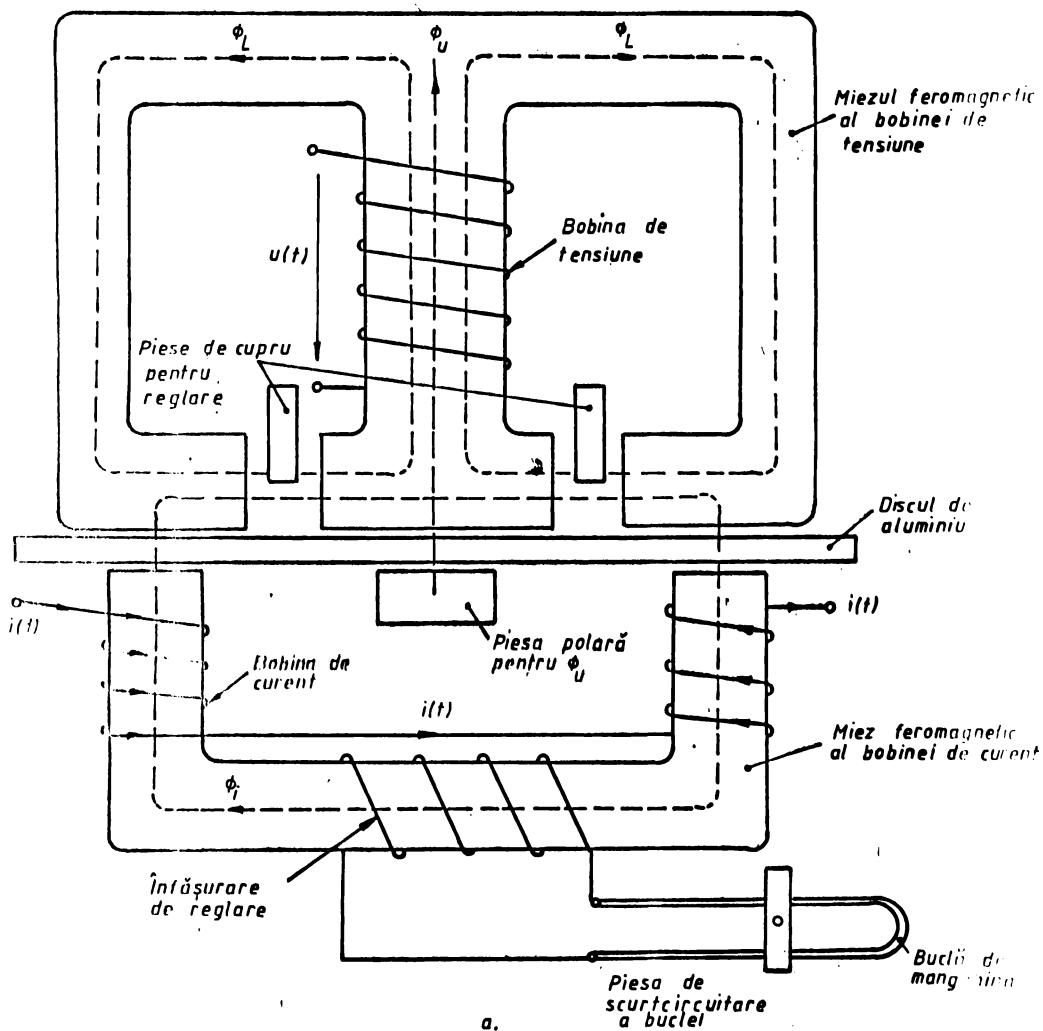


Fig.1.2. Schema constructivă a wattmetrului (contorului) de inducție monofazat (vedere frontală).

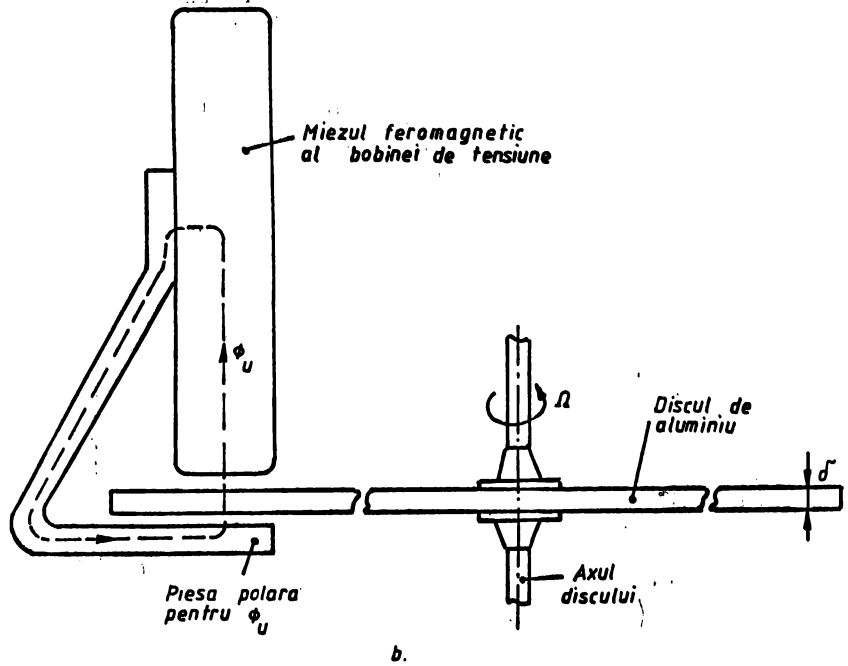


Fig.1.2. Schema de construcție a wattmetrului (conterului) de inducție monofazat (vedere laterală).

Bobina de tensiune, alimentată cu tensiunea $u(t)$, produce un câmp magnetic variabil în timp al cărui flux magnetic are o componentă ϕ_u , determinată de inducția \bar{E}_u , care traversează discul de aluminiu al conterului. Această bobină de tensiune trebuie să aibă un caracter reactiv deosebit de pronunțat. Bobina de curent, divizată în două părți pe un alt miez magnetic, este străbătută de curentul $i(t)$ ce trece prin consumator și determină la rîndul ei un alt câmp magnetic \bar{B}_i care străbate transversal discul de aluminiu în două zone, în sensuri contrare.

Datorită faptului că cele două câmpuri magnetice, \bar{E}_u și \bar{B}_i , sînt variabile în timp, avînd variații sinusoidale de frecvență 50 Hz (a rețelei de tensiune alternativă), fluxurile magnetice variabile în timp ce străbat suprafața discului de aluminiu vor induce tensiuni electromotoare în volumul discului și ca urmare, în discul conductor de aluminiu vor apărea curenți turbionari. Interacțiunea dintre curenții turbionari și cele două cim-

puri magnetice vor conduce la apariția unor forțe și ca urmare a unui moment mecanic de rotație, mediu asupra discului, denumit moment mecanic activ, de forma [107] :

$$M_a = k f \phi_u \phi_i \sin \psi \quad (1.2)$$

în care semnificația mărimilor fizice este următoarea:

f : frecvența tensiunii de alimentare $u(t)$;

k : factor de proporționalitate;

ϕ_u : fluxul magnetic maxim al bobinei de tensiune care străbate transversal discul de aluminiu;

ϕ_i : fluxul magnetic maxim al bobinei de curent care străbate discul de aluminiu;

ψ : unghiul de defazaj dintre ϕ_u și ϕ_i (B_u și B_i).

Pentru ca indicația contorului să fie proporțională cu puterea activă $P=UI \cos \varphi$, trebuie să fie îndeplinite următoarele condiții:

a. fluxul ϕ_u să fie proporțional cu tensiunea U ;

b. fluxul ϕ_i să fie proporțional cu curentul I ;

c. $\sin \psi = \cos \varphi$, adică, $\psi + \varphi = 90^\circ$.

Din diagrama fazorială reprezentată în fig.1.3 se observă că:

$$\beta_u = \psi + \alpha_1 + \varphi \quad (1.3)$$

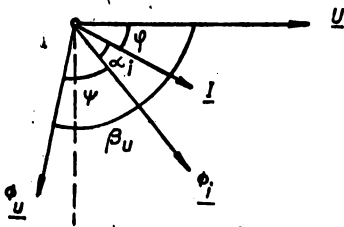


Fig.1.3. Diagrama fazorială, a C.I.M.

condiția c. de mai sus dacă:

$$\beta_u = \alpha_1 = 90^\circ \quad (1.4)$$

Această condiție se realizează prin modificarea rezistenței electrice a buclei de manganină a înfășurării de reglare de pe miezul feromagnetic al bobinei de curent (α_1) și prin modificarea poziției piesei de cupru din întrefierul miezului magnetic al bobinei de tensiune (unghiul β_u).

La wattmetrul de inducție indicația se stabilește la egalitatea momentului mecanic activ M_a cu momentul antagonist al unui resort spiral fixat pe axul de rotație al discului de aluminiu și este proporțională cu puterea activă. La contorul de inducție monofazat pentru energia activă lipsește resortul spiral, momentul mecanic de frinare a discului fiind produs în principal cu ajutorul unui magnet permanent, aparatul având posibilitatea să realizeze integrarea în timp a puterii active prin rotirea continuă a discului conectat la un numărător de rotații.

Deoarece în expresia momentului mecanic activ intervine și frecvența tensiunii de alimentare a consumatorului, funcționarea contorului de inducție monofazat pentru energie activă este satisfăcătoare la o singură frecvență, cea industrială, de 50 Hz, la care clasa de precizie a aparatului este 2. Firma Landis-Cyr din Elveția fabrică și contoare de inducție monofazate și cu precizie de 1% și 0,5%, acestea din urmă fiind utilizate în special ca aparate de măsură etalon /89/.

Conceput ca un aparat cu funcționare neîntreruptă contorul de inducție monofazat este, prin construcție, un aparat robust, cu fiabilitate ridicată, construcție simplă și preț de cost redus. Chiar dacă precizia de măsurare este de 2%, ele se folosesc aproape în exclusivitate pentru măsurarea energiei active la consumatorii casnici și industriali, mono și trifazați.

Contoarele electronice care folosesc multiplicatorul cu modulație în amplitudine și durată au precizie de măsurare mai ridicată decât a celor electromecanice, astfel că ele s-au impus mai ales ca aparate de măsură etalon sau de precizie pentru măsurarea energiilor active mari în punctele importante ale sistemelor energetice naționale. S-au realizat și contoare electronice de precizie mai redusă (clasa 1 sau 2) cu intenția de a se înlocui contoarele clasice de inducție, dar ele nu sînt deocultă competitive ca fiabilitate și preț de cost.

La contorul de inducție monofazat pentru măsurarea energiei active realizarea unui moment mecanic de frinare se face în principal cu ajutorul unui magnet permanent al cărui flux magnetic Φ_{MP} , determinat de inducția magnetică B_{MP} , străbate transversal discul de aluminiu care se rotește (fig.1.4). Valoarea acestui moment de frinare este proporțională cu pătratul valorii maxime a fluxului magnetic Φ_{MP} și cu viteza unghiulară a discului de aluminiu Ω , la poziție dată a magnetului permanent față

de disc /107/ :

$$M_{MP} = k_1 \phi_{MP}^2 \Omega = k_1 \phi_{MP}^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} \quad (1.5)$$

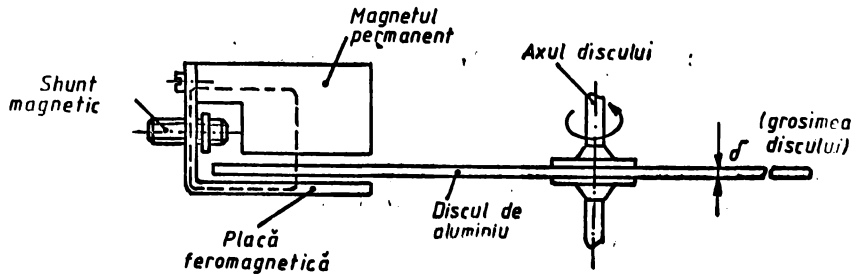


Fig.1.4. Obținerea momentului mecanic de frinare cu magnet permanent.

Datorită mișcării de rotație a discului de aluminiu al contorului sub acțiunea momentului activ, apar încă două momente de frinare. Și anume, ca urmare a interacțiunii curentilor turbionari produși de t.e.m. induse prin mișcare cu cîmpurile magnetice ale bobinelor de tensiune și curent /107/ :

$$M_{Auu} = k_2 \phi_u^2 \Omega = k_2 \phi_u^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} \quad (1.6)$$

$$M_{Aii} = k_3 \phi_i^2 \Omega = k_3 \phi_i^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} \quad (1.7)$$

Momentul mecanic de frinare total va fi:

$$M_f = M_{MP} + M_{Auu} + M_{Aii} \quad (1.8)$$

și va determina valoarea coeficientului de amortizare din ecuația diferențială ce caracterizează mișcarea instrumentelor integrate cu citire directă:

$$J \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + A \frac{\partial \alpha}{\partial t} = M_a \quad (1.9)$$

adică:

$$A = k_1 \phi_{MP}^2 + k_2 \phi_u^2 + k_3 \phi_i^2 \quad (1.10)$$

Deoarece mărimea A intră direct în indicația contorului, numărul de rotații într-un interval de timp dat fiind invers proporțional cu A /107/ :

$$N = \frac{k}{2\pi A} W_a \text{ [rot/KWh]} \quad (1.11)$$

această mărime trebuie să fie o constantă. Pentru a fi o constantă, adică independentă de ϕ_u și ϕ_i , momentul mecanic de

area al magnetului permanent M_{MP} trebuie să fie mult mai mare decât suma celorlalte două, $M_{Au} + M_{Al}$. Această condiție se realizează și prin metode constructive de reglare.

Pentru compensarea frecărilor din timpul mișcării de rotație a discului de aluminiu, asupra discului mai acționează un moment mecanic de compensare, produs de un flux de compensare ϕ_k . Acesta este constituit /107/ de o parte a fluxului de dispersie al bobinei de tensiune, defazat față de ϕ_u cu ajutorul unei spire auxiliare. Momentul mecanic de compensare nu depinde de puterea consumată de receptor; există chiar pentru $I=0$. Valoarea sa este aleasă astfel ca frecările să fie compensate la o viteză de mișcare corespunzătoare unei puteri active de (10-20)% din puterea nominală pentru care a fost construit contorul. Pentru a nu fi afectat în lipsa consumului de energie (în gol), construcția contorului de inducție monofazat mai asigură un moment mecanic suplimentar de frinare a discului în asemenea situație.

Contoarele de inducție monofazate (C.I.M.) pentru energie activă sînt aparate de măsură care, spre deosebire de marea majoritate a aparatelor de măsură electrice și electronice, funcționează încontinuu, fiind conectate permanent în circuitele consumatorilor. În plus, ținînd seama de numărul foarte mare al consumatorilor electricei la care se măsoară energia activă absorbită - rezidențiali, cîșt și industriali - la nivelul național se estimează la peste 5 milioane numărul de contoare de inducție monofazate. Aceste aspecte impun ca absolut necesară satisfacerea următoarelor cerințe:

1. fiabilitate ridicată;
2. verificarea și reglarea lor să se poată face la intervale mari de timp;
3. consum propriu mic de energie activă;
4. cost redus.

În urma acestor condiții, contoarele de inducție monofazate ocupă o poziție prioritară în raport cu alte tipuri de contoare pentru energie activă. Deși în ultima vreme s-au realizat contoare electronice de precizie mai redusă (1% și 2%) cu scopul de a înlocui contoarele clasice de inducție, ele nu sînt pînă în prezent competitive, mai ales din punct de vedere al fiabilității și al costului lor /89/.

$$W = \frac{P}{A \cdot S} = H$$

1) Sursa de câmp magnetic este un bobinaj

scara de o eroare de câmp magnetic în câmpul
-ca, caracterizată în funcție de câmpul magnetic și de
în câmpul și în câmpul magnetic și în câmpul

CAPITOLUL 1.

-Baza, metoda de calcul, metoda de calcul, metoda de calcul

**CALCULUL NUMERIC AL SCALARULUI CIMPULUI ELECTRIC
DIN DISCUL DE ALUMINIU AL CONTORULUI DE INDUCȚIE
MONOFAZAT ȘI TEOREMA POTENTIALEROR DE HODURI**

Problema determinării curenților turbionari în plăci plane conductoare, situate într-un câmp magnetic variabil în timp este larg tratată în literatura de specialitate. În acest scop se utilizează metode analitice sau numerice. Unul din avantajele celor mai importante ale metodelor numerice este faptul că ele pot rezolva această problemă și pentru situațiile când metodele analitice nu se pot aplica, fie chiar cu ipoteze simplificatoare care modifică substanțial sistemul fizic studiat, depărtându-l de realitate.

Metoda elementelor finite ocupă un loc prioritar în familia metodelor numerice de calcul ca urmare a dezvoltării vertiginuoase a tehnicii de calcul, atât ca viteză de calcul cât și sub raportul capacității memoriei calculatoarelor numerice. Calculul curenților turbionari în plăci plane imobile situate în câmpuri magnetice variabile în timp cu metoda elementelor finite este de asemenea o problemă abordată în multe lucrări de specialitate [3, 8, 10, 11, 18, 20, 24, 30, 35, 49, 53, 60, 74, 80, 93, 96, 129].

Autorul tezei de doctorat dorește să rezolve în cele ce urmează problema calculului numeric al curenților turbionari care apar în plăci conductoare, nemagnetice, în mișcare, aflate în câmp magnetic variabil în timp și neuniform, dirijat normal pe suprafața plană a plăcilor, precum și problema calculului numeric al momentului mecanic exercitat asupra acestor plăci, ambele în ipoteza neglijării câmpului magnetic de reacție al curenților turbionari. După stabilirea modelului matematic, a metodelor de calcul și a relațiilor pe cazul general, considerațiile deduse se vor aplica pe sistemul fizic al discului de aluminiu al contorului de inducție monofazat tip OM4, fabricat de Întreprind-

rea de aparate electrice de măsură (IAEM) din Timișoara.

1.1. Deducerea ecuației diferențiale pe care o satisface scalarul cîmpului electric în plăci conductoare, mobile, situate în cîmp magnetic variabil în timp și neuniform

Se consideră o placă plană, conductoare, în mișcare, străbătută perpendicular de un cîmp magnetic variabil în timp și repartizat neuniform pe suprafața plăcii (fig.1.5).

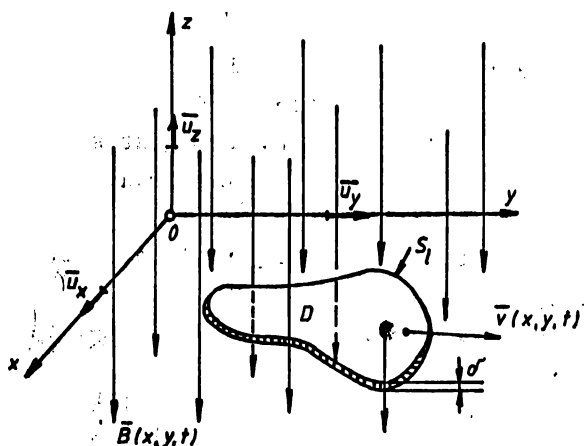


Fig.1.5. Placă plană, conductoare și mobilă situată în cîmp magnetic variabil în timp și neuniform.

Cîmpul magnetic exterior se consideră de forma:

$$\vec{B}(x,y,t) = B_m(x,y) \sin \omega t \vec{u}_z = B(x,y) \sqrt{2} \sin \omega t \vec{u}_z \quad (1.12)$$

adică este plan paralel și orientat după axa oz. Domeniul D al plăcii este limitat de suprafața laterală cilindrică S_l , de înălțime constantă, δ . Placa se consideră izotropă, fără cîmp electric imprimat și avînd conductivitate electrică σ constantă.

În vederea rezolvării problemei propuse se iau în considerare următoarele ipoteze simplificatoare:

- a. regimul de funcționare este cvasistaționar;
- b. se neglijează cîmpul magnetic de reacție al curenților turbionari din placă;
- c. nu se ține seama de fenomenul de pătrundere (atenuare) a undei electromagnetice în placă, datorită frecvenței mici a

cîmpului magnetic (50 Hz - frecvența industrială);

d. permeabilitatea magnetică a mediului conductor al plăcii se consideră μ_0 .

În acord cu /49/ se introduce funcția scalară $\varphi(x, y, t)$ definită în fiecare punct al plăcii conductoare prin relația:

$$\vec{E} = \text{grad } \varphi \times \vec{u}_z \quad (1.13)$$

În cele ce urmează pentru $\varphi(x, y, t)$ se va folosi denumirea de scalarul cîmpului electric. Intensitatea cîmpului electric \vec{E} , scrisă în conformitate cu legea inducției electromagnetice în formă diferențială:

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{d_t \vec{B}}{dt} \quad (1.14)$$

determină în placa plană, conductoare curenți turbionari cu densitatea de curenți:

$$\vec{j} = 6 \vec{E} \quad (1.15)$$

În acord cu legea conservării sarcinii electrice libere, pînă la frecvențe de lucru foarte înalte densitatea volumică de sarcină electrică liberă este nulă, astfel că:

$$\text{div } \vec{j} = 0 \quad (1.16)$$

Deci cîmpul vectorial al densității de curenți \vec{j} a curenților turbionari din placă este eminent solenoidal. Cum suprafața laterală S_c a plăcii considerate separă mediul ei conductor de aer, în toate punctele ei componenta normală a densității de curenți este nulă:

$$\vec{j}_n = 0 \text{ pe suprafața } S_c \quad (1.17)$$

Ca atare suprafața S_c este o suprafață de cîmp a lui \vec{j} , liniile de cîmp ale acestuia fiind tangente la această suprafață.

Înmulțind vectorial ambii membri ai egalității (1.13) cu vectorul unitar al axei oz , \vec{u}_z , rezultă:

$$\begin{aligned} \vec{u}_z \times \vec{E} &= \vec{u}_z \times (\text{grad } \varphi \times \vec{u}_z) = (\vec{u}_z \cdot \vec{u}_z) \text{grad } \varphi - \\ &= (\vec{u}_z \cdot \text{grad } \varphi) \vec{u}_z = \text{grad } \varphi \end{aligned} \quad (1.18)$$

deoarece $\vec{u}_z \cdot \text{grad } \varphi = 0$, cei doi vectori fiind ortogonali. Se observă că liniile de cîmp ale vectorilor $\text{grad } \varphi$ și \vec{j} sînt ortogonale, deci liniile de cîmp ale densității de curenți \vec{j} sînt în același timp linii echiscalare scalarul cîmpului electric φ .

În orice sistem de referință în care $\vec{B} = B \vec{u}_z$ și viteză \vec{v} nu este

$$\operatorname{rot} \bar{E} = - \frac{d_r \bar{B}}{dt} = - \bar{u}_z \left\{ \nabla \cdot (\bar{v} \bar{B}) \right\} - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (1.19)$$

unde \bar{v} reprezintă viteza unui punct al plăcii față de referențial ales. În condițiile menționate, se constată că:

$$\frac{d_r \bar{B}}{dt} = \bar{u}_z \left[\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{v} \bar{B}) \right] = \bar{u}_z \frac{d_v \bar{B}}{dt} \quad (1.20)$$

Din relațiile (1.13), (1.14), (1.18) și (1.20) se poate scrie, aplicînd operatorul divergență în relația (1.18):

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi &= \nabla^2 \varphi = \\ &= \operatorname{div}(\bar{u}_z \times \bar{E}) = \bar{E} \cdot \operatorname{rot} \bar{u}_z - \bar{u}_z \cdot \operatorname{rot} \bar{E} = - \bar{u}_z \cdot \operatorname{rot} \bar{E} = \\ &= - \bar{u}_z \cdot \left(- \frac{d_r \bar{B}}{dt} \right) = - \bar{u}_z \cdot \left(- \bar{u}_z \frac{d_v \bar{B}}{dt} \right) = \frac{d_v \bar{B}}{dt} \end{aligned}$$

Se obține astfel o ecuație diferențială de tip Poisson pentru scalarul cîmpului electric φ :

$$\nabla^2 \varphi = \frac{d_v \bar{B}}{dt} \quad (1.21)$$

care se integrează în condiții de frontieră de tip Dirichlet:

$$\varphi = 0 \quad \text{pe frontiera } S_\rho \text{ a domeniului } D \quad (1.22)$$

Caracteristica esențială a ecuației (1.21) este aceea că ea nu depinde de sistemul de referință ales. În adevăr, scalarul cîmpului electric φ nu depinde de sistemul de referință, intensitatea cîmpului electric \bar{E} fiind independentă de acesta. Membrul drept al ecuației diferențiale Poisson (1.21), fiind o derivată de integrală de volum a unei mărimi scalare, este de asemenea independentă de sistemul de referință ales.

Se observă că în cazul plăcilor imobile ($\bar{v}=0$) se obține $\nabla^2 \varphi = \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$, ecuație cunoscută din literatura de specialitate /49/.

Prin integrarea ecuației (1.21) în condițiile de frontieră (1.22) se obțin valorile scalarului cîmpului electric $\varphi(x, y, t)$ în orice punct al plăcii plane considerate. Cu relațiile (1.13) și (1.15) se pot determina apoi intensitatea cîmpului electric \bar{E} și densitatea de curent \bar{j} a curenților turbionari din placă.

În cele ce urmează se dezvoltă ecuația diferențială Poisson (1.21) a scalarului cîmpului electric φ în diferite sisteme de referință.

1.1.1. Sistem de referință cartezian, legat de
polii magnetici

Față de un sistem de referință fix, viteza \vec{v} a unui punct al plăcii se scrie:

$$\vec{v} = v_x \vec{u}_x + v_y \vec{u}_y \quad (1.23)$$

Cu acestea derivata de integrală de volum a lui B se scrie:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} B &= \frac{\partial B}{\partial t} + \text{div}(\vec{v}B) = \frac{\partial B}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad } B = \\ &= \frac{\partial B}{\partial t} + v_x \frac{\partial B}{\partial x} + v_y \frac{\partial B}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.24)$$

Mai sus : $\text{div } \vec{v} = 0$, mediul conductor al plăcii fiind considerat nedeformabil.

Ecuatia Poisson, a scalarului cimpului electric, este:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial B}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad } B = \frac{\partial B}{\partial t} + v_x \frac{\partial B}{\partial x} + v_y \frac{\partial B}{\partial y} \quad (1.25)$$

care se integrează cu condiția de frontieră $\varphi = 0$ pe frontiera S_0 a plăcii considerate. Dacă valoarea inducției magnetice B este uniformă pe suprafața plăcii, se obține ecuația:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.26)$$

iar dacă B este invariabil în timp, dar neuniform pe suprafața plăcii:

$$\nabla^2 \varphi = v_x \frac{\partial B}{\partial x} + v_y \frac{\partial B}{\partial y} \quad (1.27)$$

care se integrează cu aceeași condiție de frontieră.

1.1.2. Sistem de referință polar, legat de polii
magnetici

Într-un sistem de referință polar:

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\alpha = v_r \vec{u}_r + v_\alpha \vec{u}_\alpha$$

și

$$\vec{B} = B \vec{u}_z$$

Prin dezvoltarea directă a membrului drept al ecuației Poisson (1.21) rezultă:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi &= \frac{\partial B}{\partial t} + \text{div}(\vec{v}B) = \frac{\partial B}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad } B = \\ &= \frac{\partial B}{\partial t} + v_r \frac{\partial B}{\partial r} + v_\alpha \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \end{aligned}$$

ecuație care se integrează cu condiția de frontieră $\varphi = 0$ pe suprafața laterală S_2 a plăcii considerate.

Pentru o mișcare de rotație în jurul unei axe perpendiculare pe planul plăcii conductoare (cazul discului de aluminiu al C.I.M.) :

$$\mathbf{v}_r = 0$$

și se obține:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{1}{r} v_\alpha \frac{\partial B}{\partial \alpha} = \frac{\partial B}{\partial t} + \Omega \frac{\partial B}{\partial \alpha} \quad (1.29)$$

în care $\Omega = v_\alpha / r$ reprezintă viteza unghiulară în mișcarea de rotație. Ecuația (1.29) se integrează cu condiția de frontieră de tip Dirichlet $\varphi = 0$ pe frontiera S_2 a plăcii considerate.

1.1.3. Sistem de referință cartezian, legat de placa în mișcare

Într-un sistem de referință legat de placa în mișcare orice punct al plăcii are viteză nulă, dar amplitudinea inducției magnetice $B(x, y, t)$ devine funcție de timp și datorită mișcării plăcii. Prin urmare se poate scrie:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{d_v B}{dt} = \frac{\delta B}{\delta t} \quad (1.30)$$

în care:

$$\frac{\delta B}{\delta t} = \frac{\partial B}{\partial t} + \bar{v} \cdot \text{grad } B \quad (1.31)$$

În relația (1.31) \bar{v} reprezintă viteza cu care se deplasează un punct al plăcii mobile față de sistemul fizic ce generează câmpul magnetic.

Cu acestea ecuație (1.30) devine:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial B}{\partial t} + \bar{v} \cdot \text{grad } B \quad (1.32)$$

care în coordonate carteziene se scrie sub forma:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial B}{\partial t} + v_x \frac{\partial B}{\partial x} + v_y \frac{\partial B}{\partial y} \quad (1.33)$$

Ea se integrează cu condiția de frontieră de tip Dirichlet $\varphi = 0$ pe frontiera S_2 a plăcii considerate. Se observă că ecuația (1.33) este identică celei date de relația (1.25), dedusă într-un sistem de referință legat de poli magnetici.

1.1.4. Sistem de referință polar, legat de placă în mișcare.

Pornind de la forma generală (1.21) a ecuației Poisson satisfăcută de scalarul cîmpului electric φ , se poate scrie:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial B}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad } B \quad (1.34)$$

în care \vec{v} este viteza cu care se deplasează un punct al plăcii față de sistemul fizic ce generează cîmpul magnetic (polii magnetici). În coordonate polare ecuația (1.34) devine :

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial B}{\partial t} + v_r \frac{\partial B}{\partial r} + \frac{1}{r} v_\alpha \frac{\partial B}{\partial \alpha} \quad (1.35)$$

care are forma identică cu (1.28), dedusă într-un sistem de referință polar legat de polii magnetici. Ecuația Poisson (1.35) se integrează tot cu condiția de frontieră $\varphi = 0$ pe frontiera S_0 a plăcii considerate.

Pentru o mișcare de rotație în jurul unei axe perpendiculare pe planul plăcii conductoare (cazul discului de aluminiu al C.I.M.) :

$$v_r = 0$$

și se obține:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{1}{r} v_\alpha \frac{\partial B}{\partial \alpha} = \frac{\partial B}{\partial t} + \Omega \frac{\partial B}{\partial \alpha} \quad (1.36)$$

care se integrează cu aceeași condiție de frontieră $\varphi = 0$ pe S_0 . Dacă B este invariabil în timp, dar neuniform pe suprafața plăcii:

$$\nabla^2 \varphi = v_r \frac{\partial B}{\partial r} + \frac{1}{r} v_\alpha \frac{\partial B}{\partial \alpha} \quad (1.37)$$

iar în cazul mișcării de rotație a plăcii:

$$\nabla^2 \varphi = v_\alpha \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial \alpha} = \Omega \frac{\partial B}{\partial \alpha} \quad (1.38)$$

ecuații care se integrează tot cu condiția de frontieră $\varphi = 0$ pe suprafața laterală S_0 a plăcii conductoare considerate.

Pentru sistemul fizic format de discul circular de aluminiu al C.I.M., aflat în mișcare de rotație în jurul axului său, este mai avantajoasă pentru calculul scalarului cîmpului electric ecuația Poisson scrisă în coordonate polare, (1.29) sau (1.36), întrucît membrul drept al ecuației se poate calcula mult mai ușor.

Așa cum s-a subliniat la începutul acestui paragraf ecuația diferențială Poisson pe care o satisface scalarul cîmpului

electric φ este independentă de sistemul de referință, proprietate deosebită care a fost verificată pe cazurile considerate pentru sistemul de referință.

1.2. Aplicarea metodei elementelor finite la calculul scalarului câmpului electric și al curenților turbionari din discul de aluminiu al C.I.M.

Integrarea ecuației diferențiale de tip Poisson (1.21) în condițiile de frontieră de tip Dirichlet (1.22) este echivalentă cu rezolvarea unei probleme de calcul variațional care conduce la obținerea valorilor scalarului câmpului electric φ prin minimizarea unei funcționale a energiei de forma următoare [30, 49, 90/:

$$F(\varphi) = \int_{V_D} \left[\frac{1}{2} (\nabla\varphi)^2 + \varphi \frac{dV_B}{dt} \right] \cdot \delta \cdot ds \quad (1.39)$$

în care:

V_D este volumul plăcii plane considerate;
 δ grosimea plăcii conductoare.

În conformitate cu metoda elementelor finite suprafața bazei plăcii plane se împarte în elemente finite. Acest proces de discretizare a unui domeniu plan se poate face prin contururi poligonale, drepte sau curbilinii, în așa fel încât reuniunea domeniilor elementare să formeze domeniul inițial. Utilizarea elementelor finite triunghiulare (F.F.T.) are, așa după cum se va vedea în cele ce urmează, unele avantaje față de alte forme geometrice ale acestora. Pentru fiecare nod al rețelei de discretizare se consideră alocată valoarea necunoscută a scalarului câmpului electric φ . Într-un punct de coordonate (x, y) din domeniul bidimensional considerat, valoarea scalarului câmpului electric $\varphi(x, y)$ rezultă sub forma unei combinații liniare în x și y a valorilor sale din nodurile elementului finit triunghiular considerat [49, 129, 139/ :

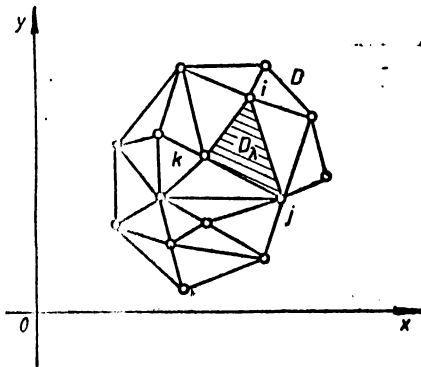
$$\varphi(x, y) = \sum_{n=1}^3 \alpha_n(x, y) \varphi_n \quad (1.40)$$

Pentru concretizare se consideră un element finit triunghiular D_λ avînd nodurile notate cu i, j și k (fig.1.6) :

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2 \Delta_\lambda} \left\{ [(x_j y_k - x_k y_j) + (y_j - y_k)x + (x_k - x_j)y] \varphi_i + \right.$$

$$+ [(x_k y_j - x_j y_k) + (y_k - y_j)x + (x_i - x_k)y] \varphi_j + \dots$$

$$+ [(x_i y_j - x_j y_i) + (y_i - y_j)x + (x_j - x_i)y] \varphi_k \} \quad (1.41)$$



T: numărul elementelor finite triunghiulare (F.F.T.);
 N: numărul nodurilor rețelei de discretizare.

Semnificația mărimilor din expresia (1.41) este următoarea: $\varphi_i, \varphi_j, \varphi_k$ sînt valorile nodale necunoscute ale scalarului cîmpului electric φ în nodurile F.F.T. D_λ ;

x_α, y_β sînt coordonatele geometrice ale nodurilor rețelei de discretizare;

Fig.1.6. Discretizarea unui domeniu plan D în elemente finite. vîrfuri nodurile i, j și k;

x, y sînt coordonatele curente ale unui punct din interiorul F.F.T. D_λ .

Funcționala $\mathcal{F}(\varphi)$ (1.39) se poate scrie în acest caz ca sumă a funcționalelor corespunzătoare fiecărui F.F.T. din domeniu D:

$$\mathcal{F}(\varphi) = \sum_{\lambda=1}^T \left[\frac{1}{2} (\nabla \varphi)_\lambda^2 \Delta_\lambda + \left(\frac{dV_B}{dt} \right)_\lambda \varphi_\lambda \Delta_\lambda \right] \delta \quad (1.42)$$

Valorile nodale necunoscute ale scalarului cîmpului electric φ_α , cu $\alpha = 1, 2, \dots, N$ se obțin din condiția de minimizare a funcționalei $\mathcal{F}(\varphi)$ în raport cu valorile nodale φ_α .

$$\frac{\partial \mathcal{F}(\varphi)}{\partial \varphi_\alpha} = 0, \quad \alpha = 1, 2, \dots, N \quad (1.43)$$

Egalînd cu zero derivatele funcționalei în raport cu toate valorile nodale φ_α ale scalarului cîmpului electric rezultă un sistem de N ecuații algebrice liniare avînd ca necunoscute cele N valori nodale ale scalarului cîmpului electric φ . Sub formă matricială el se scrie sub forma:-

$$[O][FI] + [TL] = 0 \quad (1.44)$$

în care:

[O] este matricea coeficienților, care se exprimă numai cu ajutorul coordonatelor geometrice ale nodurilor;

[FI] este matricea coloană a necunoscutelor;

[TL] este matricea coloană a termenilor liberi.

52.668
359

rezolvarea sistemului (1.44) se obține soluția sub forma unui
de N valori pentru scalarul cîmpului electric φ în noduri.

Pentru calculul intensității cîmpului electric se calculează
întîi grad $\varphi(x, y)$:

$$\begin{aligned} \text{grad } \varphi(x, y) &= \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \bar{u}_x + \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \bar{u}_y = \\ &= \frac{1}{2 \Delta_\lambda} [(y_j - y_k) \varphi_1 + (y_k - y_1) \varphi_j + (y_1 - y_j) \varphi_k] \bar{u}_x + \\ &+ \frac{1}{2 \Delta_\lambda} [(x_k - x_j) \varphi_1 + (x_1 - x_k) \varphi_j + (x_j - x_1) \varphi_k] \bar{u}_y \end{aligned} \quad (1.45)$$

pe care, în conformitate cu relația (1.13) rezultă:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \text{grad } \varphi \times \bar{u}_z = \left[\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \bar{u}_x + \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \bar{u}_y \right] \times \bar{u}_z = \\ &= - \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \bar{u}_x - \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \bar{u}_y \end{aligned}$$

unde se pot scrie cele două componente, E_x și E_y , ale intensității cîmpului electric:

$$\begin{aligned} E_x &= - \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} = - \frac{1}{2 \Delta_\lambda} [(x_k - x_j) \varphi_1 + (x_1 - x_k) \varphi_j + (x_j - x_1) \varphi_k] \\ E_y &= - \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = - \frac{1}{2 \Delta_\lambda} [(y_k - y_j) \varphi_1 + (y_1 - y_k) \varphi_j + (y_j - y_1) \varphi_k] \end{aligned} \quad (1.46)$$

componentele după cele două axe ale densității de curenți turbionari din placă vor fi:

$$\begin{aligned} j_x &= \sigma E_x = - \frac{\sigma}{2 \Delta_\lambda} [(x_k - x_j) \varphi_1 + (x_1 - x_k) \varphi_j + (x_j - x_1) \varphi_k] \\ j_y &= \sigma E_y = - \frac{\sigma}{2 \Delta_\lambda} [(y_k - y_j) \varphi_1 + (y_1 - y_k) \varphi_j + (y_j - y_1) \varphi_k] \end{aligned} \quad (1.47)$$

poate calcula astfel modulul densității de curenți în fiecare
punct:

$$j = \sqrt{j_x^2 + j_y^2} \quad (1.48)$$

și orientarea vectorului densității de curenți față de
axa prin:

$$\text{tg } \gamma_x = \frac{j_y}{j_x} = \frac{(y_k - y_j) \varphi_1 + (y_1 - y_k) \varphi_j + (y_j - y_1) \varphi_k}{(x_k - x_j) \varphi_1 + (x_1 - x_k) \varphi_j + (x_j - x_1) \varphi_k} \quad (1.49)$$

**1.3. Principii de discretizare a unui domeniu plan
oarecave.**

În general, discretizarea unui domeniu plan oarecave se poate face prin contururi poligonale elementare, curbilindă sau drepte, astfel încât reuniunea domeniilor elementare să fie domeniul plan considerat. Dintre cele mai utilizate forme se marcă cea de E.F.T. cu trei noduri, care conduce la o definiție scalarului cimpului electric $\psi(x,y)$ printr-o expresie liniară în x și y de forma (1.40). După modul de alegere a nodurilor într-un E.F.T. se pot obține polinoame de interpolare $\alpha_n(x,y)$ de gradul unu, doi sau trei (fig.1.7):

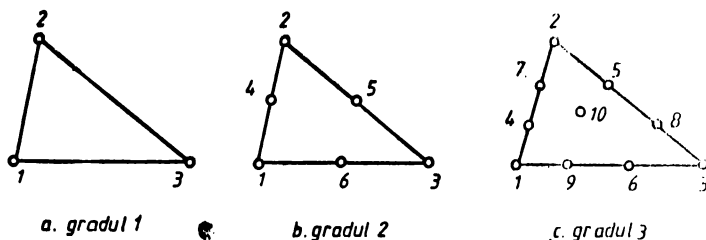


Fig.1.7. Gradul polinoamelor de interpolare $\alpha_n(x,y)$ funcție de modul de alegere a nodurilor în E.F.T.

Principalele avantaje ale discretizării domeniului plan prin E.F.T. simple (fig.1.7.a) sînt următoarele:

a. se poate realiza o deformare reală redusă a frontierei domeniului, prin alegerea unui număr suficient de mare de lăţimi pentru conturul poligonal ce aproximează frontiera;

b. se obţin expresii simple de calcul a coeficienţilor $C_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta=1, 2, \dots, N$) ai matricei coeficienţilor sistemului de ecuaţii algebrice;

c. îmbunătăţirea preciziei calculului se poate realiza prin micşorarea suprafeţei E.F.T., mai ales în zonele cu gradient mare al cimpului magnetic exterior;

d. obţinerea unei lăţimi minime a benzii în care se situează coeficienţii nenuli din matricea sistemului;

e. necesarul de memorie al calculatorului în rezolvarea sistemului de ecuaţii algebrice este minim.

O linie a matricei coeficienţilor conţine un număr de coeficienţi egal cu numărul nodurilor legate direct de nodul con-

decat plus unul. De aceea pentru generarea coeficienților matricei sistemului trebuie să se alcătuiască un tablou al nodurilor adiacente unui nod oarecare al rețelei de discretizare, precum și al F.F.T. ce concurează în fiecare nod.

Poziția acestor coeficienți în linia matricei determină mai esențial lățimea benzii matricei coeficienților. De aceea marotarea nodurilor are o importanță deosebită. La o marotă corespunzătoare, coeficienții nenuli ai matricei sistemului sunt situați într-o bandă plasată în jurul diagonalei principale (fig. 1.8.a).

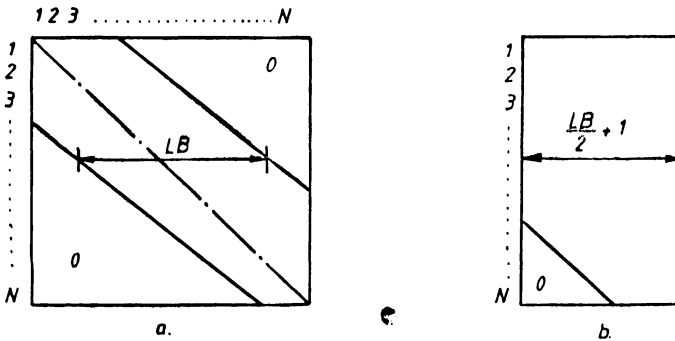


Fig.1.8. Matricea de tip bandă și semibandă.

Acastă formă de prezentare a matricei coeficienților, având lățimea benzii notată cu LB, ușurează mult memorarea coeficienților în vederea rezolvării sistemului. În cazul în care matricea este și simetrică se poate stoca în memoria calculatorului doar o semibandă (dreapta sau stînga, fig.1.8.b). La o marotă corespunzătoare lățimea benzii LB nu depășește 10% din numărul nodurilor matricei. Pentru a se obține o lățime LB a matricei coeficienților cât mai mică, trebuie ținut seama de următoarele recomandări:

- a. sensul de parcurgere a rețelei de discretizare să fie același pentru toate F.F.T. ale domeniului plan considerat;
- b. dacă în parcurgerea rețelei de discretizare s-a ajuns într-o zonă în care s-a făcut deja numerotarea, este recomandabil să se renunțe la regula numărului minim de noduri după o anumită direcție. Se obține astfel o lățime a benzii mai mică (fig.1.9b);
- c. orice modificare a modului de construire a F.F.T. al rețelei de discretizare ("dezordine locală") conduce automat la o creștere a lățimii benzii LB a matricei coeficienților (fig. 1.9f).

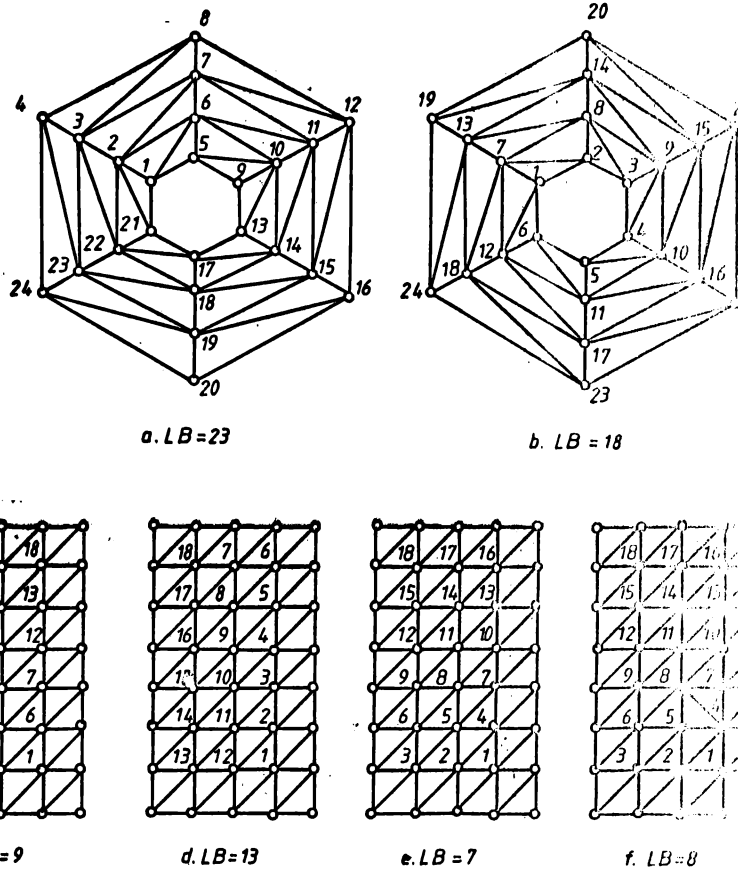


Fig.1.9. Influența numerotării nodurilor asupra lățimii benzii LB a matricii coeficienților.

În

După realizarea numerotării rețelei de discretizare adesea este recomandabil să se verifice lățimea benzii LB și dacă se constată că în anumite puncte există abateri mari de la valoarea medie se va reface rețeaua de discretizare și numerotarea F.F.T.

Lățimea benzii se determină simplu prin determinarea numărului diferenței dintre numărul de ordine cel mai mare și cel mai mic ale nodurilor adiacente nodului α , $\alpha = 1, 2, \dots, N$, la care se adaugă o unitate.

Trasarea efectivă a rețelei de discretizare a unui domeniu plan considerat se poate face în mod automat sau manual. În

gramele de discretizare automată, realizate cu ajutorul calculatoarelor electronice numerice, sînt costisitoare și presupun un necesar de memorie asigurat doar de calculatoarele mari, a căror memorie este practic nelimitată. Discretizarea manuală are avantajul de a fi mai ieftină și în concordanță cu dorința autorului, dar necesită un volum mai mare de muncă pentru listarea topologiei și verificarea datelor de intrare. În plus, un rol important îl joacă experiența și abilitatea celui care o efectuează. În acest sens literatura de specialitate face următoarele recomandări /129/ :

1. nici un E.F.T. al rețelei de discretizare nu trebuie să conțină în interiorul său frontiere ce reprezintă curbe sau suprafețe de discontinuitate pentru mărimile electromagnetice sau constantele de material;

2. rețelele de discretizare nu trebuie sub nici o formă să prezinte situații de genul celor prezentate în fig.1.10, pentru care generarea coeficienților matricei sistemului [C] devine dificilă sau chiar imposibilă;

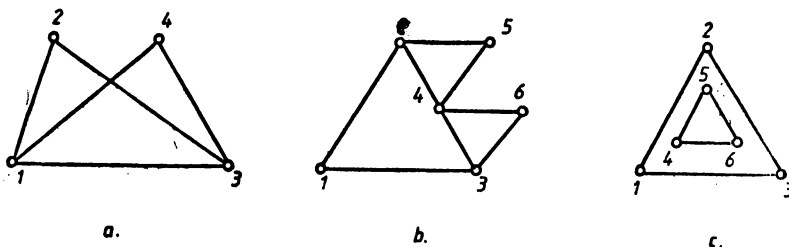


Fig.1.10. Situații ce nu trebuie să apară în discretizarea unui domeniu plan cu E.F.T.

3. se va limita numărul E.F.T. ce concurează într-un nod al rețelei de discretizare la maximum 8-10, urmărindu-se ca unghiurile acestora să fie, pe cît se poate, ascuțite, cu valori între 35° și 80°;

4. se va urmări, de asemenea, ca numărul de noduri de-a lungul unei direcții de numerotare să fie constant atunci cînd se parcurge întregul domeniu. În acest fel se obține o lățime a benzii redusă și constantă;

5. în zonele cu gradient mare al cîmpului magnetic dimensiunile E.F.T. ale rețelei de discretizare se vor alege mai mici decît în celelalte zone, în vederea măririi preciziei de aproximare a valorilor scalarului cîmpului electric $\psi(x,y,t)$;

6. se va evita orice fel de "dezordine locală" introdusă prin schimbarea bruscă a direcțiilor după care se generează laturile F.F.T. în zonele vecine, deoarece, așa cum s-a amintit mai înainte, acest fapt determină creșterea lățimii benzii LB a matricii [G] a coeficienților sistemului.

1.4. Teorema potențialelor de noduri referitoare la calculul numeric al scalarului cîmpului electric cu metoda elementelor finite

Teorema care va fi dedusă nu este valabilă decât în cazul ecuațiilor Poisson de forma (1.21) care se integrează cu condiția de frontieră (1.22), pentru scalarul cîmpului electric φ în plăci plane, conductoare, în mișcare, străbătute normal de cîmpuri magnetice variabile în timp și/sau neuniforme pe suprafața plăcilor.

Prin minimizarea funcționalei (1.42) a domeniului considerat (placa plană, conductoare) în raport cu valoarea necunoscută φ_α a unui nod oarecare, cu $\alpha = 1, 2, \dots, N$ se obține un sistem de ecuații algebrice liniare de forma (1.44). De remarcat faptul că atunci cînd se derivează funcționala în raport cu valoarea nodală φ_α a scalarului cîmpului electric a unui nod oarecare, vor apare termeni nenuli doar pentru funcționalele scrise pentru F.F.T. care concură în nodul în raport cu care se face derivarea. Cu alte cuvinte, ecuația algebrică ce rezultă prin derivarea în raport cu φ_α conține ca termeni nenuli pe cei în care intră valorile nodale ale scalarului cîmpului electric al nodurilor care sînt legate direct de nodul α printr-o latură de rețea. Coeficienții acestor necunoscute se exprimă numai cu ajutorul coordonatelor geometrice ale nodului α și ale nodurilor adiacente lui.

Pentru deducerea formei generale a unei ecuații algebrice a sistemului (1.46) se calculează în cele ce urmează derivatele funcționalei scrise pentru F.F.T. oarecare, D_λ , în raport cu cele trei noduri ale sale, notate cu i , j și k .

$$\frac{\partial \mathcal{F}_\lambda(\varphi)}{\partial \varphi_i} = \frac{1}{8 \Delta_\lambda^2} \cdot \Delta_\lambda \left\{ 2 \varphi_i [(x_i - x_j)^2 + (y_j - y_k)^2] + 2 \varphi_j [(x_k - x_j)(x_i - x_k) + (y_j - y_k)(y_k - y_i)] + \dots \right\}$$

$$+ 2 \varphi_k [(x_j - x_1)(x_k - x_j) + (y_1 - y_j)(y_j - y_k)] + \frac{2}{3} \left(\frac{dV_B}{dt} \right)_\lambda \Delta_\lambda$$

Termenul liber $\frac{2}{3} \left(\frac{dV_B}{dt} \right)_\lambda \Delta_\lambda$ din expresia anterioară apare din derivarea termenului al doilea din suma ce dă funcționala $\mathcal{F}(\varphi)$ (1.42), în care $\varphi(x, y)$ se consideră în centrul de greutate al N.F.T. considerat. În relația (1.41) se vor lua deci:

$$x = x_G = \frac{1}{3} (x_1 + x_j + x_k)$$

$$y = y_G = \frac{1}{3} (y_1 + y_j + y_k)$$

Coefficientul care apare în termenul liber este deci de forma:

$$\begin{aligned} & (x_j y_k - x_k y_j) + (y_j - y_k) \frac{x_1 + x_j + x_k}{3} + (x_k - x_j) \frac{y_1 + y_j + y_k}{3} = \\ & = \frac{3x_j y_k - 3x_k y_j + x_1 y_j - x_1 y_k + x_j y_j - x_j y_k + x_k y_j - x_k y_k + x_1 y_k - x_k y_1}{3} + \\ & + \frac{x_k y_1 - x_j y_1 + x_k y_j - x_j y_j + x_k y_k - x_j y_k}{3} = \\ & = \frac{x_j y_k + x_1 y_j + x_k y_1 - x_1 y_k - x_k y_j - x_j y_1}{3} = \\ & = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_j & x_k \\ y_1 & y_j & y_k \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \Delta_\lambda \end{aligned}$$

Cu acestea rezultă:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}_\lambda(\varphi)}{\partial \varphi_1} &= \frac{1}{4 \Delta_\lambda} \left\{ [(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2] \varphi_1 + \right. \\ &+ [(x_k - x_j)(x_1 - x_k) + (y_j - y_k)(y_k - y_1)] \varphi_j + \\ &+ [(x_j - x_1)(x_k - x_j) + (y_1 - y_j)(y_j - y_k)] \varphi_k \left. \right\} + \\ &+ \frac{2}{3} \Delta_\lambda \left(\frac{dV_B}{dt} \right)_\lambda \end{aligned} \quad (1.50)$$

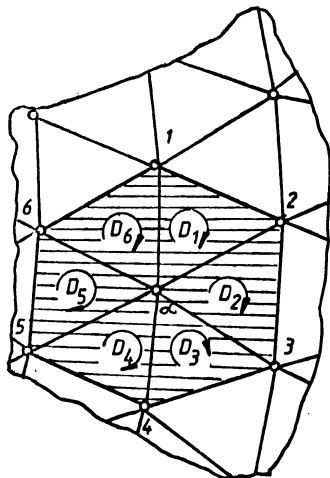
și în mod analog:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}_\lambda(\varphi)}{\partial \varphi_j} &= \frac{1}{4 \Delta_\lambda} \left\{ [(x_k - x_j)(x_1 - x_k) + (y_j - y_k)(y_k - y_1)] \varphi_1 + \right. \\ &+ [(x_1 - x_k)^2 + (y_k - y_1)^2] \varphi_j + [(x_1 - x_k)(x_j - x_1) + \\ &+ (y_k - y_1)(y_1 - y_j)] \varphi_k \left. \right\} + \frac{2}{3} \Delta_\lambda \left(\frac{dV_B}{dt} \right)_\lambda \end{aligned} \quad (1.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}_\lambda(\varphi)}{\partial \varphi_k} &= \frac{1}{4 \Delta_\lambda} \left\{ [(x_j - x_1)(x_k - x_j) + (y_1 - y_j)(y_j - y_k)] \varphi_1 + \right. \\ &+ [(x_1 - x_k)(x_j - x_1) + (y_k - y_1)(y_1 - y_j)] \varphi_j + [(x_j - x_1)^2 + \end{aligned}$$

$$+ (y_1 - y_j)^2 \varphi_k] + \frac{2}{3} \Delta_\lambda \left(\frac{dB}{dt} \right)_\lambda \quad (1.52)$$

Pentru concretizare se consideră acum o zonă oarecare din rețeaua de discretizare cu E.F.T. (fig.1.11)



| NOD ARIE | i | j | k |
|-------------|----------|---|---|
| Δ_1 | α | 1 | 2 |
| Δ_2 | α | 2 | 3 |
| Δ_3 | α | 3 | 4 |
| Δ_4 | α | 4 | 5 |
| Δ_5 | α | 5 | 6 |
| Δ_6 | α | 6 | 1 |

Fig.1.11. Delimitarea E.F.T. D_λ , $\lambda=1,2,\dots,6$, ce concură în nodul α al rețelei de discretizare.

Scalărul cîmpului electric considerat φ_α intervine în expresia funcționalelor E.F.T. ce concură în nodul α : D_1, D_2, \dots, D_6 . Ariile acestor E.F.T. s-au notat în tabelul din fig.1.11 cu $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_6$. De aceea atunci cînd se derivatează funcționala domeniului considerat $\mathcal{F}(\varphi)$ în raport cu φ_α vor mai apărea în ecuație doar 6 termeni nenuli, corespunzători celor 6 E.F.T. reprezentate hașurat în fig.1.11:

$$\frac{\partial \mathcal{F}(\varphi)}{\partial \varphi_\alpha} = \sum_{\lambda=1}^6 \frac{\partial \mathcal{F}_\lambda(\varphi)}{\partial \varphi_\alpha} \quad (1.53)$$

Prin efectuarea calculelor în conformitate cu relațiile (1.50) - (1.52), cu același sens de parcurgere pentru fiecare E.F.T., indicat în fig.1.1, rezultă o ecuație algebrică de forma:

$$\varphi_\alpha \cdot \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{\Delta_1} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2] + \frac{1}{\Delta_2} [(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\Delta_3} [(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2] + \frac{1}{\Delta_4} [(x_4 - x_5)^2 + (y_4 - y_5)^2] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\Delta_5} [(x_5 - x_6)^2 + (y_5 - y_6)^2] + \frac{1}{\Delta_6} [(x_6 - x_1)^2 + (y_6 - y_1)^2] \right\} + \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}
& + \varphi_1 \cdot \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{\Delta_1} [(x_1-x_2)(x_2-x_\alpha) + (y_1-y_2)(y_2-y_\alpha)] + \right. \\
& + \left. \frac{1}{\Delta_6} [(x_6-x_1)(x_1-x_\alpha) + (y_6-y_1)(y_1-y_\alpha)] \right\} + \\
& + \varphi_2 \cdot \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{\Delta_1} [(x_1-x_2)(x_2-x_\alpha) + (y_1-y_2)(y_2-y_\alpha)] + \right. \\
& + \left. \frac{1}{\Delta_2} [(x_2-x_3)(x_3-x_\alpha) + (y_2-y_3)(y_3-y_\alpha)] \right\} + \\
& + \varphi_3 \cdot \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{\Delta_2} [(x_2-x_3)(x_3-x_\alpha) + (y_2-y_3)(y_3-y_\alpha)] + \right. \\
& + \left. \frac{1}{\Delta_3} [(x_3-x_4)(x_4-x_\alpha) + (y_3-y_4)(y_4-y_\alpha)] \right\} + \\
& + \varphi_4 \cdot \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{\Delta_3} [(x_3-x_4)(x_4-x_\alpha) + (y_3-y_4)(y_4-y_\alpha)] + \right. \\
& + \left. \frac{1}{\Delta_4} [(x_4-x_5)(x_5-x_\alpha) + (y_4-y_5)(y_5-y_\alpha)] \right\} + \\
& + \varphi_5 \cdot \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{\Delta_4} [(x_4-x_5)(x_5-x_\alpha) + (y_4-y_5)(y_5-y_\alpha)] + \right. \\
& + \left. \frac{1}{\Delta_5} [(x_5-x_6)(x_6-x_\alpha) + (y_5-y_6)(y_6-y_\alpha)] \right\} + \\
& + \varphi_6 \cdot \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{\Delta_5} [(x_5-x_6)(x_6-x_\alpha) + (y_5-y_6)(y_6-y_\alpha)] + \right. \\
& + \left. \frac{1}{\Delta_6} [(x_6-x_1)(x_1-x_\alpha) + (y_6-y_1)(y_1-y_\alpha)] \right\} + \\
& + \frac{2}{3} \left[\Delta_1 \left(\frac{dB}{dt} \right)_{D1} + \Delta_2 \left(\frac{dB}{dt} \right)_{D2} + \Delta_3 \left(\frac{dB}{dt} \right)_{D3} + \Delta_4 \left(\frac{dB}{dt} \right)_{D4} + \Delta_5 \left(\frac{dB}{dt} \right)_{D5} + \right. \\
& + \left. \Delta_6 \left(\frac{dB}{dt} \right)_{D6} \right] = 0 \tag{1.54}
\end{aligned}$$

Dacă rețeaua de discretizare este suficient de fină, ast-nouă să se poată considera valoarea inducției cimpului mag-pantru un E.F.T. în centrul său de greutate sub forma:

$$B_\lambda = \frac{B_1 + B_2 + B_3}{3}$$

media aritmetică a valorilor acestora din noduri, valoare antă pe întregul E.F.T. considerat, și apoi se integrează pe față Δ_λ , termenul liber al ecuației (1.54) ia forma:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \left\{ \frac{dB_\alpha}{dt} (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 + \Delta_5 + \Delta_6) + \frac{dB_1}{dt} (\Delta_1 + \Delta_6) + \frac{dB_2}{dt} (\Delta_1 + \Delta_2) + \right. \\
& + \left. \frac{dB_3}{dt} (\Delta_2 + \Delta_3) + \frac{dB_4}{dt} (\Delta_3 + \Delta_4) + \frac{dB_5}{dt} (\Delta_4 + \Delta_5) + \frac{dB_6}{dt} (\Delta_5 + \Delta_6) \right\} +
\end{aligned}$$

Din analiza relației (1.54) rezultă următoarele observații:

a. ecuația algebrică liniară scrisă pentru nodul α conține necunoscute valorile scalarului cîmpului electric din nodul α și ale celor care formează cu el E.F.T. din jurul acestuia. Aceste noduri sînt legate direct de nodul α printr-o latură a rețelei de discretizare realizate;

b. coeficienții tuturor necunoscutelor se exprimă exclusiv în funcție de coordonatele geometrice ale nodului α și ale celor legate direct de el printr-o latură de rețea;

c. coeficientul numeric al scalarului cîmpului electric φ_α al nodului în raport cu care s-a făcut derivarea funcționalei este strict pozitiv; coeficienții celorlalte necunoscute pot fi pozitivi, negativi sau nuli;

d. termenul liber al ecuației se exprimă ca o sumă de 6 componente scrise cu ajutorul coordonatelor nodurilor și a variației în unitatea de timp a inducției magnetice din centrelor de greutate ale E.F.T.

Aceste observații rămîn valabile pentru orice nod al rețelei de discretizare considerate, inclusiv cele situate pe frontiera domeniului. Se poate enunța deci următoarea teoremă:

"Valorile necunoscute ale scalarului cîmpului electric în nodurile rețelei de discretizare cu E.F.T. a suprafeței plane a unei plăci conductoare, în mișcare, străbătută perpendicular de un cîmp magnetic exterior, variabil în timp și/sau neuniform pe suprafața plăcii, se determină prin rezolvarea unui sistem de N ecuații algebrice liniare a căror formă generală e următoarea:

$$\varphi_1 C_{1\alpha} + \varphi_2 C_{2\alpha} + \dots + \varphi_\alpha C_{\alpha\alpha} + \dots + \varphi_N C_{N\alpha} + \varphi_\alpha^T = 0 \quad (1.55)$$

în care:

N este numărul nodurilor rețelei de discretizare cu

E.F.T.;

φ_α vînzarea necunoscută a scalarului cîmpului electric pentru un nod oarecare, $\alpha = 1, 2, \dots, N$;

$C_{\alpha\alpha}$ coeficientul scalarului cîmpului electric φ_α al nodului pentru care se scrie ecuația, strict pozitiv, avînd expresia:

$$C_{\alpha\alpha} = \sum_{(1,j)} \frac{1}{\Delta_{1j\alpha}} [(x_1 - x_j)^2 + (y_1 - y_j)^2]^{-1/2} \quad (1.56)$$

Sumă se referă la toate perechile

nodul α formează un F.F.T.;

$C_{\beta\alpha}$, $\beta=1,2,\dots,N$ și $\beta \neq \alpha$, coeficientul necunoscutei φ_{β} , avind expresia:

$$C_{\beta\alpha} = \sum_{\gamma} \frac{1}{4 \Delta_{\beta\alpha\gamma}} [(x_{\beta}-x_{\alpha})(x_{\gamma}-x_{\beta})+(y_{\beta}-y_{\alpha})(y_{\gamma}-y_{\beta})] \quad (1.57)$$

și în care suma se referă la nodurile γ (cel mult două) care împreună cu β și α formează, în această succesiune, un F.F.T.

$T_{\ell\alpha}$ termenul liber al ecuației scrise pentru nodul α , de forma:

$$T_{\ell\alpha} = \sum_{\lambda \in \alpha} \Delta_{\lambda} \left(\frac{dB}{dt} \right)_{\lambda} \quad (1.58)$$

Suma se referă la toate F.F.T. care concură în nodul α .

În acord cu teorema enunțată, coeficienții necunoscutelor sistemului de ecuații algebrice liniare și termenii liberi se generează ușor cu ajutorul calculatoarelor numerice conform relațiilor (1.56), (1.57) și (1.58).

Dacă se scrie sistemul de N ecuații algebrice liniare sub formă matricială:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1\alpha} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2\alpha} & \dots & C_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ C_{\alpha 1} & C_{\alpha 2} & \dots & C_{\alpha\alpha} & \dots & C_{\alpha N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \dots & C_{N\alpha} & \dots & C_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{\alpha} \\ \vdots \\ \varphi_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{\ell\alpha} \\ \vdots \\ T_N \end{bmatrix} = 0 \quad (1.59)$$

din teorema potențialelor de noduri rezultă că toți coeficienții $C_{\alpha\alpha}$, $\alpha=1,2,\dots,N$, situați pe diagonala principală a matricii $[C]$ sînt strict pozitivi. Ceilalți coeficienți $C_{\beta\alpha}$, $\beta \neq \alpha$, precum și termenii liberi $T_{\ell\alpha}$, $\alpha=1,2,\dots,N$, pot fi pozitivi, negativi sau nuli.

O observație importantă ce se poate face în legătură cu toți coeficienții matriciei $[C]$ a sistemului (1.59) este aceea că ei se exprimă exclusiv funcție de coordonatele nodurilor rețelei de discretizare cu F.F.T. în raport cu originea sistemului de referință ales. Acesta înseamnă că atunci cînd se urmărește calculul numeric al scalarului cîmpului electric cu metoda elementelor finite într-o placă plană pentru care s-a realizat o rețea cu F.F.T. în mai multe variante distincte pentru repartitia inducției cîmpului magnetic $B(x,y)$, matricea coeficienților rămîne

neschimbată. Este necesară doar modificarea, de fiecare dată, a matricii termenilor liberi, ai cărei coeficienți depind și de coordonatele geometrice ale nodurilor și de valorile inducției magnetice în centrele de greutate ale B.F.T. sau în nodurile rețelei de discretizare adoptate. Acest fapt reprezintă un avantaj indiscutabil atunci când se rulează pe calculator programe de calcul numeric pentru aceeași rețea de discretizare a plăcii considerate, dar cu date inițiale, pentru inducția magnetică $B(x,y)$ și/sau pentru viteza de deplasare a plăcii mobile, corespunzătoare mai multor variante distincte. În acest mod se calculează numeric în capitolul 3 componentele densității de curent a curenților turbionari care apar în disc datorită t.e.m. induse prin transformare și mișcare de câmpurile magnetice $\vec{B}_u(x,y,t)$ și $\vec{B}_l(x,y,t)$ create de cele două bobine ale C.I.M., precum și densitatea de curent a curenților turbionari datorăți t.e.m. induse prin mișcare de magnetul permanent al C.I.M.

Rezolvarea numerică a sistemului de ecuații presupune îndeplinirea unor condiții de implementare a problemei pe calculator. Apar, în principal, următoarele aspecte implicate în utilizarea calculatorului:

1. realizarea unei topologii de discretizare cu B.F.T. a domeniului plan considerat, astfel încât matricea $[C]$ a coeficienților sistemului (1.59) să rezulte simetrică, rară și cu structură de tip bandă, având lățimea benzii cât mai mică;
2. verificarea topologiei discretizării realizate pentru asigurarea corectitudinii generării matricii coeficienților $[C]$;
3. asigurarea condițiilor necesare pentru rezolvarea numerică a sistemului de ecuații (1.59).

Rezolvarea numerică a sistemului de ecuații se poate face prin metode directe (Gauss, Cholesky etc.) sau iterative (Gauss Seidel, a relaxării etc.). Metodele directe de rezolvare conduc la soluții afectate de erori cu atât mai mari cu cât sistemul este mai mare și matricea $[C]$ a coeficienților este mai prost condiționată. O soluție mai exactă se poate obține printr-o rezolvare iterativă astfel încât:

$$\{\varphi\}^{n+1} = [A] \{\varphi\}^n + [D] \quad (1.60)$$

în care $\{\varphi\}^{n+1}$ și $\{\varphi\}^n$ reprezintă vectorii necunoscutelor tați după $(n+1)$, respectiv după n iterații, $[A]$ și $[D]$ sîn-

trică, ce rezultă din structura sistemului de ecuații inițial. Numărul de iterații necesare este funcție de precizia impusă de programator în conformitate cu relația:

$$\max \|\varphi_{\alpha}(n+1) - \varphi_{\alpha}(n)\| \leq \varepsilon, \quad \alpha=1,2,\dots,N$$

unde ε este o valoare pozitivă, foarte mică, aleasă de utilizator la început. În cazul rezolvării iterative este deosebit de importantă o astfel de structurare a sistemului de ecuații algebrice liniare încât să se asigure o convergență rapidă a metodei.

1.5. Influența discretizării asupra preciziei calculului numeric și a utilizării calculatorului electronic

Datorită caracterului original al calculului numeric al tuturor categoriilor de curenți turbionari care apar în discul de aluminiu al C.I.M., nu se poate face o verificare a rezultatelor obținute cu cele din literatura de specialitate. Din acest motiv, în cele ce urmează se va alege un caz particular pentru cîmpul magnetic ce străbate perpendicular discul și anume, unul pentru care se poate face un calcul analitic exact al soluției: cîmp magnetic uniform pe întreaga suprafață a discului, avînd amplitudinea constantă și variație sinusoidală în raport cu timpul. Aceeași problemă se va rezolva apoi numeric cu M.F.F. și prin compararea celor două soluții se vor putea evalua erorile datorate calculului numeric precum și influența discretizării asupra acestora.

1.5.1. Structura programului de calcul numeric al scalarului cîmpului electric

Rezolvarea cu metoda elementelor finite M.F.F. a problemei bidimensionale a curenților turbionari din discul C.I.M. presupune pregătirea și interpretarea unui volum mare de date, atât de intrare cît și de ieșire. Pentru evitarea etapelor de rutină, în abordarea problemei s-a folosit un sistem format din următoarele patru programe de calcul:

I. PFM1LF : preprocesor pentru verificarea datelor de intrare;

II. PFM2LF : program propriu-zis pentru determinarea numerică a valorii aproximative ale

lui câmpului electric $\psi(x,y)$;

III. FEMLFP : postprocesor pentru reprezentarea grafică a liniilor echiscalare ale lui $\psi(x,y)$;

IV. FEMLFP : postprocesor pentru calculul și reprezentarea grafică a densității de curent a curenților turbionari din disoul C.I.M.

Legăturile dintre aceste programe și modul lor de utilizare sînt reprezentate în fig.1.2.

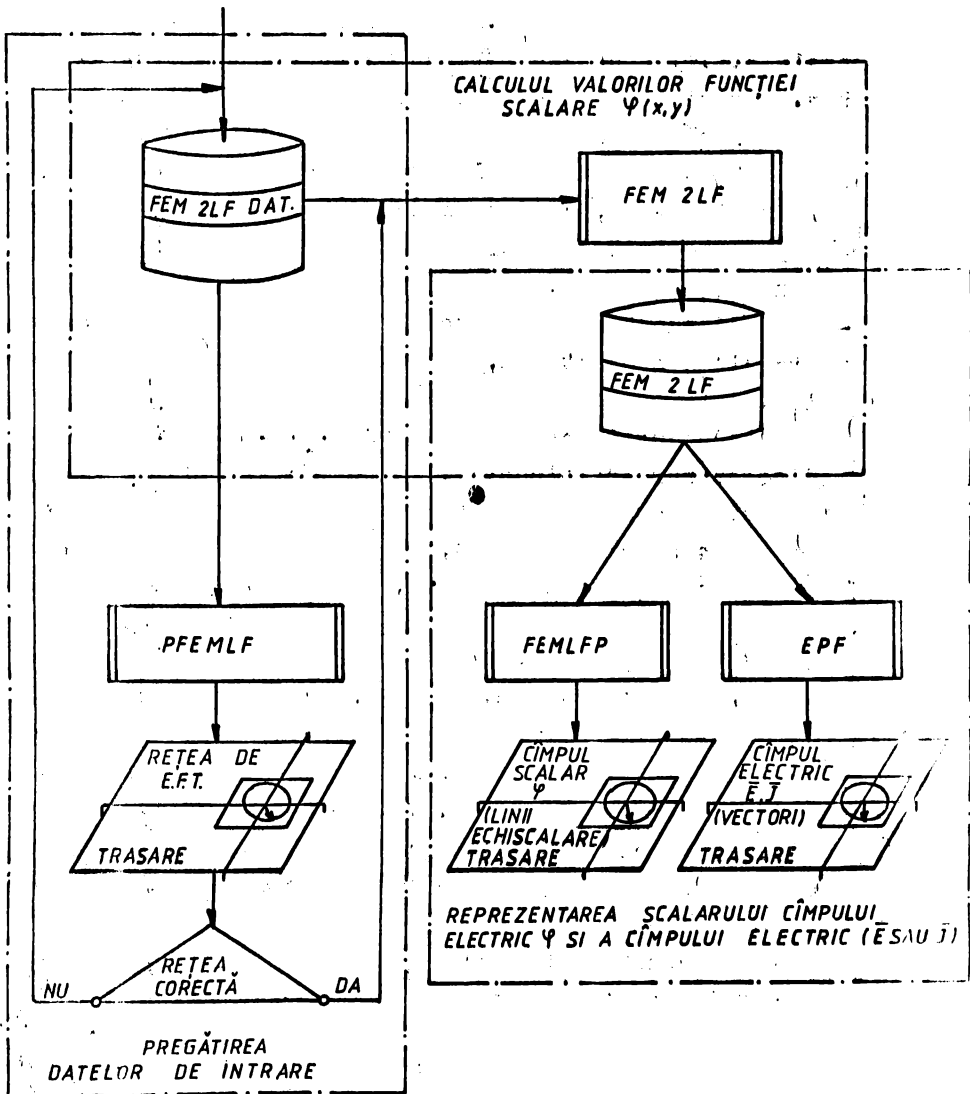


Fig.1.12. Programul de calcul numeric și de trasare automată a liniilor echiscalare ale lui $\psi(x,y)$ și a liniilor de câmp ale densității de curent.

I. Datele de intrare descriu structura a căror analiză
a fost făcută de program și acestea sînt:

- coordonatele nodurilor F.F.T.;
 - topologia rețelei de discretizare realizate;
 - valorile scalarului cîmpului electric $\varphi(x,y)$ pe fron-
- tieră;
- valorile nenule ale derivatei de integrală de volum a
inducției magnetice în centrele de greutate ale F.F.T. sau în no-
- durile rețelei de discretizare. O parte din acestea, și anume
coordonatele F.F.T. sînt generate cu ajutorul unui program pe
calculator. Restul datelor de intrare sînt pregătire manual. Este
absolut necesar să fie eliminate toate erorile posibile în aceas-

tă etapă printr-o metodă grafică (desenare "explodată" a F.F.T.)
realizează următoarele:

- fixează punctele corespunzătoare nodurilor rețelei de
discretizare și le numerotează, ținînd seama de recomandările din
paragraful 1.3;

- unește nodurile ce formează un F.F.T. și generează re-

țeaua de discretizare "explodată".

Desenul se obține automat pe un plotter legat la calculator. Pe
baza lui se poate stabili imediat, printr-o simplă privire, dacă
datele de intrare au fost corecte și, eventual, care sînt erorile
comise.

II. Programul FEM2IF rezolvă numeric ecuația diferențială
Poisson pe care o satisface scalarul cîmpului electric $\varphi(x,y)$
prin M.R.F. Programul are la intrare un fișier care cuprinde:

- un articol parametru;
 - coordonatele nodurilor F.F.T. în care vor fi calculate
valorile scalarului cîmpului electric $\varphi(x,y)$;
 - topologia rețelei de discretizare cu F.F.T.;
 - valorile scalarului cîmpului electric $\varphi(x,y)$ pe fron-
- tieră a domeniului considerat (condiții de frontieră Dirichlet);
- valorile nenule ale variației în unitatea de timp a in-
- ducției magnetice perpendiculare pe suprafața domeniului.

Structura acestui program este prezentată în fig.1.13.

Sistemul de ecuații algebrice liniare asociat problemei
este memorat ținînd cont de proprietățile matricei coeficienți-
ilor săi: simetrică și cu multe elemente nule. Din acest motiv

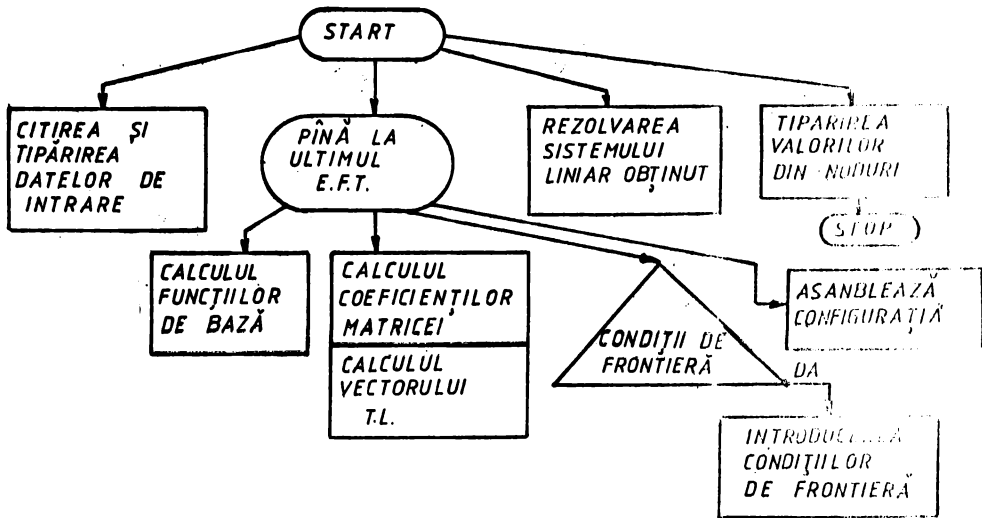


Fig.1.13. Structura programului FEM2LF.

algoritmul de calcul al soluției acestui sistem de ecuații algebrice e o variantă modificată a metodei Gauss.

III. Programul FEM2LF are ca date de intrare rezultatele obținute în urma calculului și realizează reprezentarea grafică a valorilor scalarului cîmpului electric $\varphi(x,y)$. Cunoșcîndu-se coordonatele nodurilor rețelei de discretizare și valorile nodale ale lui $\varphi(x,y)$, programul determină punctele în care această funcție are anumite valori stabilite și trasează automat, pe plotter, liniile echiscale corespunzătoare acestor valori, linii ce reprezintă și liniile de cîmp ale densității de curent a curenților turbionari din discul C.I.M.

IV. Programul FEM2LF trasează la scară vectorii intensității cîmpului electric \vec{E} sau a densității de curent \vec{J} a curenților turbionari ($\vec{E} = \text{grad } \varphi \times \vec{u}_z$, $\vec{J} = \delta \vec{E}$) în planul discului C.I.M. Dacă s-a cunoscut faptul că $\varphi(x,y)$ este dat, în cazul particular amintit, de o funcție de gradul 2 și că a fost aproximat cu un polinom de gradul 1, pe fiecare E.F.T. se obține o valoare constantă a densității de curent, care se reprezintă în centrul de greutate al E.F.T. Totuși, această valoare nu reprezintă corect valoarea densității de curent decît într-un singur punct: T , cel în care dreapta-tangentă la graficul lui $\varphi(x,y)$ pe un E.F.T. considerat este paralelă cu cea determinată de aproximația liniară a lui $\varphi(x,y)$.

$\varphi(x,y)$ pe acel N.F.T. (fig.1.14.).

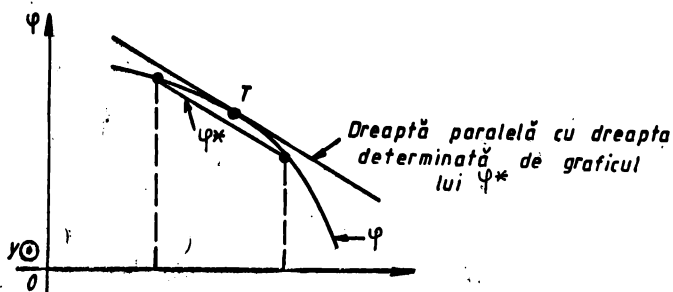


Fig.1.14. Punctul T în care valoarea aproximativă (\bar{j}^*) coincide cu cea exactă (\bar{j}).

În cazul problemelor la care soluția exactă este cunoscută, punctul în care valoarea calculată a lui \bar{j}^* (plecând de la aproximația liniară φ^*) este identică cu valoarea exactă a lui \bar{j} (calculată analitic) poate fi determinat cu exactitate și deci \bar{j} poate fi reprezentat corect. În general însă, acest lucru nu este posibil, nefiind cunoscută valoarea exactă a lui \bar{j} . Din acest motiv, valorile calculate au fost reprezentate în centrele de greutate ale N.F.T. corespunzătoare.

1.5.2. Considerații asupra corectitudinii soluției aproximative și evaluarea erorilor pentru un caz particular al cîmpului magnetic exterior

În teoria elementelor finite se demonstrează corectitudinea metodei prin evaluarea erorilor soluției aproximative în raport cu soluția exactă și stabilirea unor criterii de convergență. Totuși, în formula de evaluare a diferenței dintre soluția exactă și cea aproximativă intervine o constantă care depinde de domeniul în care trebuie determinată soluția ecuației diferențiale. Aceasta face ca evaluarea corectă a erorii să fie dificilă. Pentru problema studiată s-a luat un caz particular pentru care a fost posibilă evaluarea exactă a erorilor prin determinarea analitică a soluției exacte. Se consideră discul de aluminiu al C.I.M. imobil, situat într-un cîmp magnetic variabil în timp, omogen pe suprafața discului și orientat perpendicular pe axa

$$\vec{B}(t) = B_m \sin \omega t \cdot \vec{u}_z$$

$$B_m = 0,05 \text{ T} ; \omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/sec} ; f = 50 \text{ Hz}$$

Pentru o astfel de repartiție a cîmpului magnetic se poate calcula și soluția analitică exactă a densității de curent a curenților turbionari ce apar în disc. Prin compararea cu soluția obținută prin M.F.F. se verifică și corectitudinea programului implementat pe calculatorul electronic și se și pot face aprecieri asupra erorilor și preciziei de calcul.

La expresia analitică a scalarului cîmpului electric ψ în cazul considerat se poate ajunge, pornind de la scrierea legii inducției electromagnetice pentru o linie de cîmp a intensității cîmpului electric avînd forma unui cerc de raza r (sinusoidală, fig.1.15):

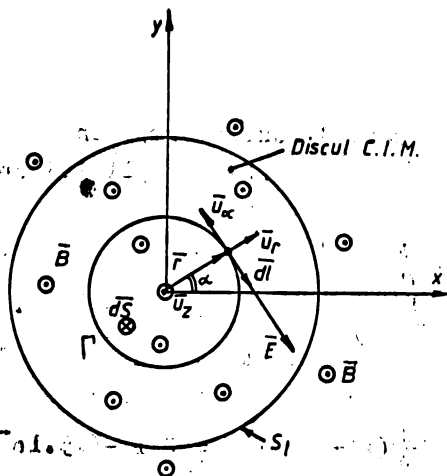


Fig.1.15. Orientările vectorului intensitate a cîmpului electric E și a inducției magnetice B a cîmpului magnetic exterior.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\pi r^2 \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.61)$$

$$2\pi r E = \frac{\partial B}{\partial t} \cdot \pi r^2 \quad E = \frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{r}{2} \quad (1.62)$$

Avînd numai componentă tangențială, vectorial se poate scrie:

$$\vec{E} = \frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{r}{2} \vec{u}_\alpha = \nabla \psi \times \vec{u}_z \quad (1.63)$$

\vec{u}_α și \vec{u}_z sînt vectori unitari după tangenta la cerc și respectiv după axa oz .

Prin înmulțire vectorială cu \vec{u}_z a egalității (1.63) se obține:

$$(\nabla\varphi \times \vec{u}_z) \times \vec{u}_z = \vec{u}_z \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} \right) - \nabla\varphi = -\nabla\varphi = \vec{E} \times \vec{u}_z$$

deoarece $\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0$, scalarul cîmpului electric fiind funcție numai de x și y , deci constant în raport cu z .

Cu acestea:

$$\begin{aligned} \vec{E} \times \vec{u}_z &= \left(-\frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{r}{2} \cdot \vec{u}_\omega \right) \times \vec{u}_z = -\nabla\varphi = -\frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{r}{2} \vec{u}_r = \\ &= -\frac{d\varphi}{dr} \vec{u}_r \end{aligned}$$

Datorită simetriei, scalarul cîmpului electric variază numai cu r , astfel că din ultima egalitate de mai sus se poate scrie:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{r}{2} \quad (1.64)$$

Integrînd ecuația diferențială (1.64) rezultă:

$$\varphi = \frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{r^2}{4} + C$$

Constanta de integrare C rezultă impunînd ea pe frontiera domeniului considerat ($r=R$) să fie îndeplinită condiția:

$$\varphi = 0 \quad \text{pentru } r=R$$

Rezultă așadar:

$$0 = \frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{R^2}{4} + C \quad \text{și} \quad C = -\frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{R^2}{4}$$

Înlocuind valoarea determinată a constantei de integrare în soluție se obține pentru cazul particular considerat:

$$\varphi(r,t) = \frac{1}{4} (r^2 - R^2) \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{4} [r^2 - (45 \cdot 10^{-3})^2] \cdot 100 \pi \cdot 0,05 \cdot$$

$$\cdot \cos\omega t = (3,92625 r^2 - 7950,65625 \cdot 10^{-6}) \cos\omega t \text{ [V]} \quad (1.65)$$

S-a realizat o discretizare manuală a domeniului discului C.I.M., avînd raza $R=45$ mm, prin E.F.T. (fig.1.17) care conține:

$$N = 97 \text{ noduri}$$

$$T = 168 \text{ E.F.T.}$$

Du programul PFEMLF, cu care s-a trasat automat pe plotter rețeaua de discretizare "explodată" din fig.1.17 s-a verificat corectitudinea discretizării realizate.

Pentru calculul erorilor a fost realizat un program pe calculator care poate calcula erorile față de soluția analitică exactă în orice punct din domeniul discului în care se precizează valoarea aproximativă a scalarului cîmpului electric $\varphi(x,y)$,

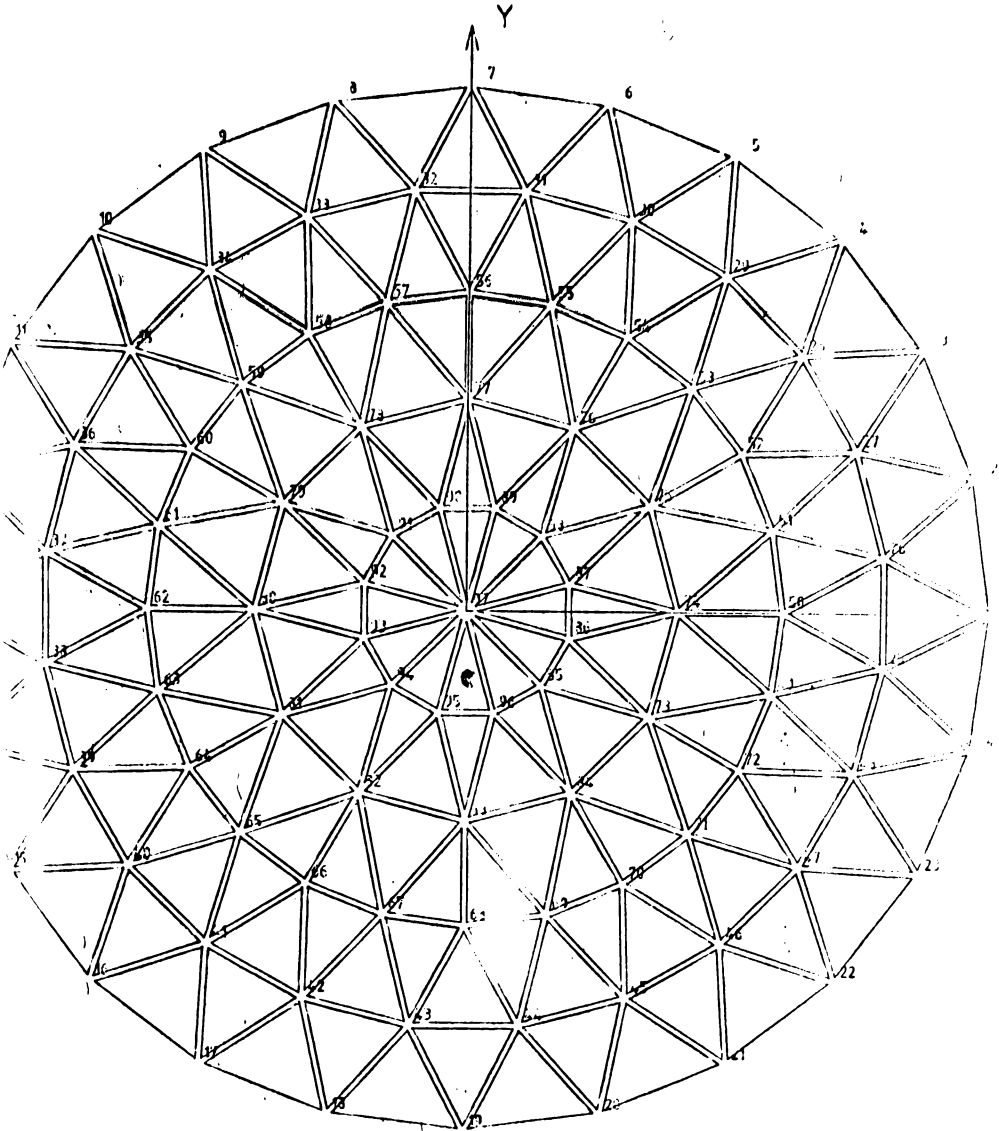
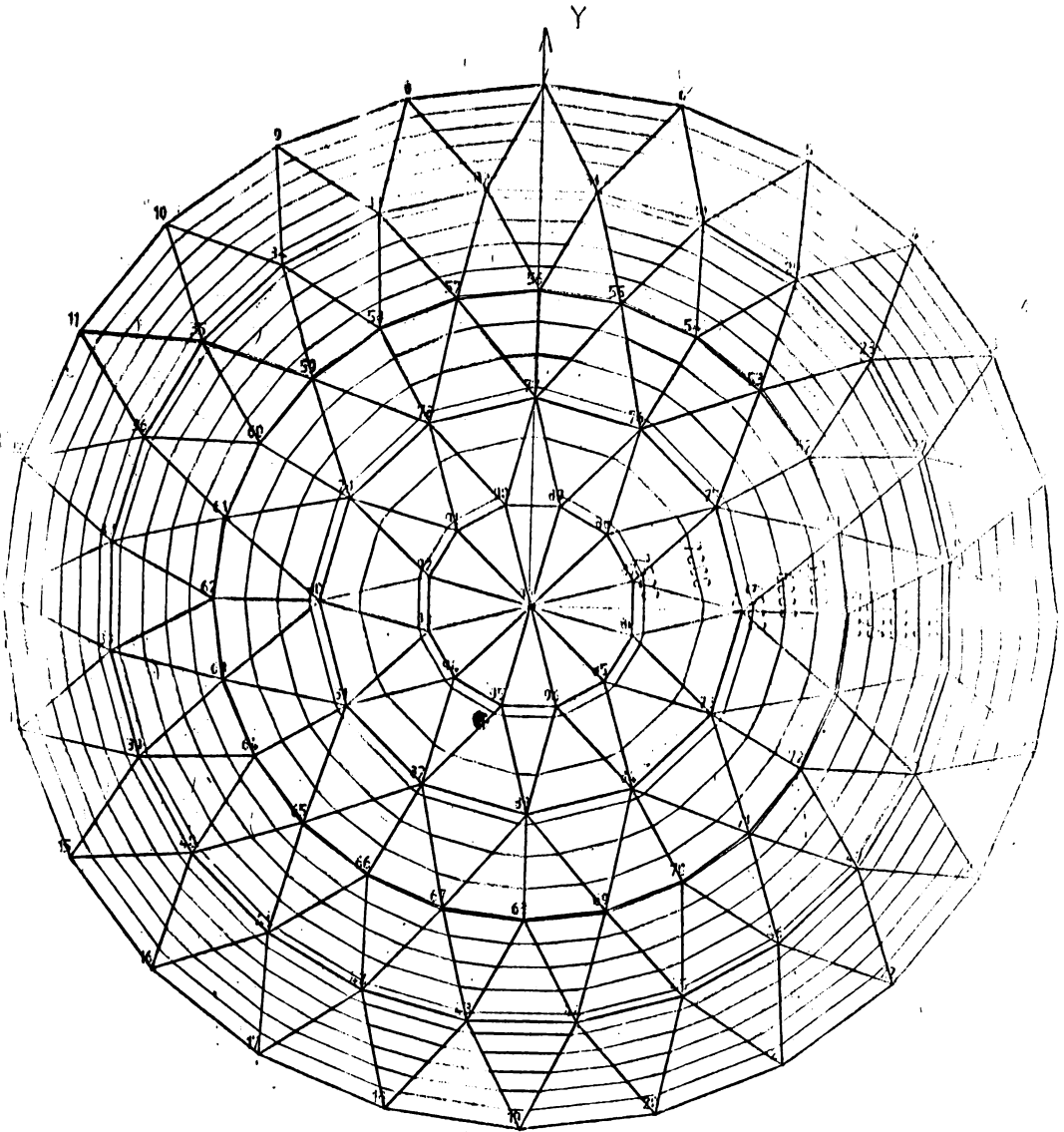


Fig. 16. Rețeaua de discretizare "explodată" a
domeniului plan al discului C.I.M. (caz particu-
lar: cîmp magnetic omogen).



**Fig.1.17. Linile echiscalarare ale funcției $\psi(x,y)$
la rețeaua de discretizare a C.I.M. cu $N=97$ noduri.**

calculată cu M.E.F. Ținând cont că liniile echiscalarare sînt cercuri concentrice, calculele au fost făcute doar pentru nodurile de pe axa ox. Rezultatele sînt trecute în tabelul nr.1.1.

Se observă că erorile se situează sub valoarea de 1,3%, ceea ce evidențiază posibilitățile și avantajele utilizării cal-

>RUN E

IN CITE NODURI DORITI SA FACETI CALCULUL?
 (MAXIMUM 20) (FORMAT I2): 7
 INTRODUCETI NUMERELE NODURILOR (FORMAT I3),
 COORDONATELE (FORMAT 1X,F7.3)
 SI VALOAREA APROXIMATIVA (FORMAT 1X,F9.3)

| NODUL X | Y | VAL.APROX. |
|-----------|--------|------------|
| 1 45.0 | 0.0 | 0.0 |
| 25 35.692 | -4.7 | 2628.8 |
| 50 27.0 | 0.0 | 5022.6 |
| 51 26.080 | 6.988 | 5049.8 |
| 74 18.0 | 0.0 | 6660.1 |
| 86 8.693 | -2.330 | 7590.3 |
| 97 0.0 | 0.0 | 7985.9 |

CALCULUL VALORILOR EXACTE SI AL ERORILOR

| NR.NOD | X | Y | VAL.EXACTA | VAL.APROX. | DIFERENTA | %-FI |
|--------|--------|--------|------------|------------|-----------|------|
| 1 | 45.000 | 0.000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.00 |
| 25 | 35.692 | -4.700 | 2642.2021 | 2628.8000 | 33.4021 | 1.17 |
| 50 | 27.000 | 0.000 | 5088.4199 | 5022.6000 | 65.8199 | 1.29 |
| 51 | 26.080 | 6.988 | 5088.4258 | 5049.8000 | 38.6258 | 0.76 |
| | | 0.000 | 6678.5513 | 6660.1000 | 18.4513 | 0.28 |
| 86 | 8.693 | -2.330 | 7632.6411 | 7590.3000 | 42.3411 | 0.55 |
| 97 | 0.000 | 0.000 | 7950.6563 | 7985.9000 | -35.2437 | 0.44 |

culatelor electronice precum și acuratețea calculelor cu M.F.F.

Cu programul FEMIFF s-au trasat grafic, la scară, vectorii densității de curent a curenților turbionari din planul discului considerat în centrele de greutate ale celor 168 F.F.T. (fig.1.18). Vectorul densității de curent \vec{j} a curenților turbionari are modulul proporțional cu lungimea segmentului și orientarea indicată de săgeată.

1.5.3. Influența discretizării domeniului plan al

discului asupra erorilor de calcul

In aceeași situație particulară, adică la același câmp magnetic cu variație sinusoidală în timp ($B_m = 0,05 T$ și $f = 50 Hz$) și omogen pe suprafața discului, dirijat normal pe acesta, s-a realizat o discretizare mai fină (fig.1.19) avînd:

- N = 385 noduri
- T = 720 F.F.T.

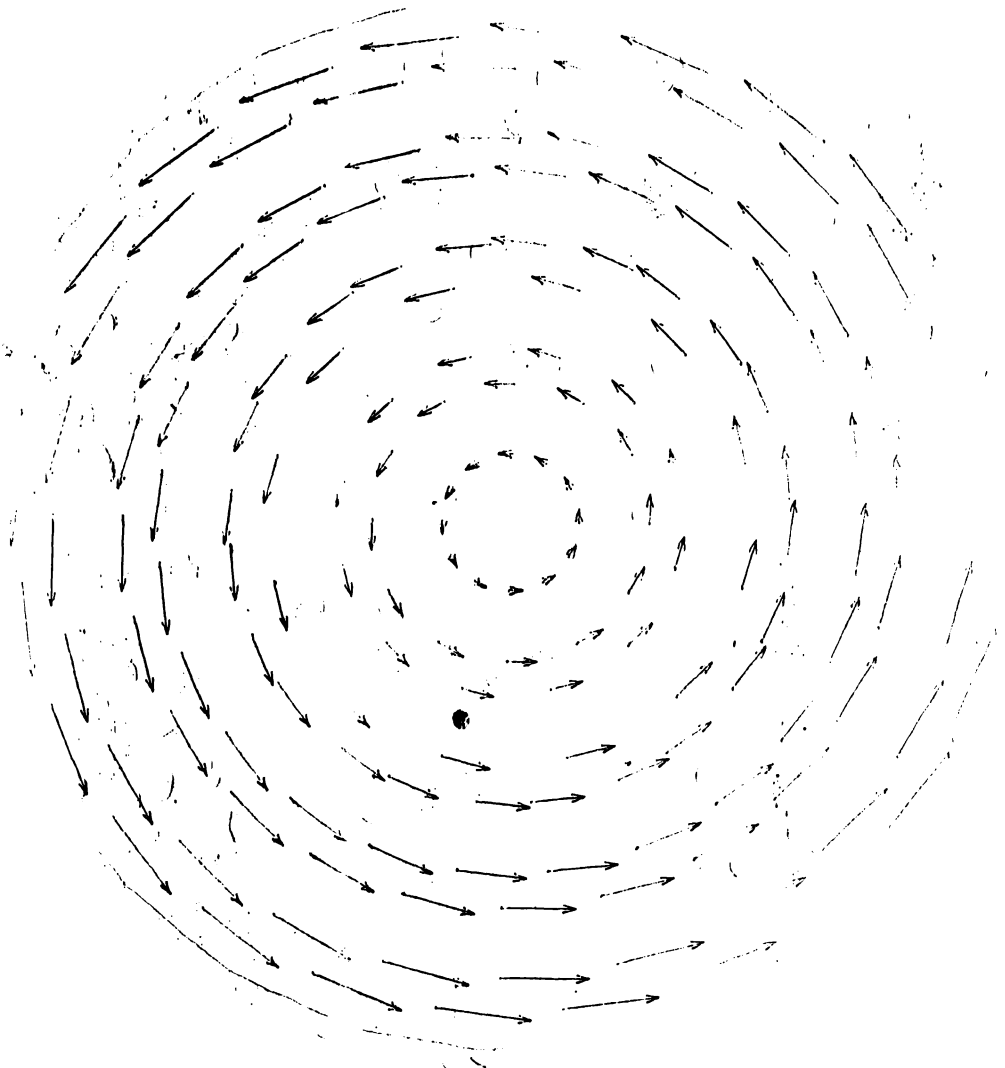


Fig.1.18. Densitatea de curent a curenților turbionari din planul discului C.I.M. (în centrele de greutate ale E.F.T.), N=97 noduri, T=168 E.F.T.

Cu programul PFMLP, cu care s-a trasat automat pe plotter rețeaua de discretizare "explodată" din fig.1.9, s-a verificat și corectitudinea discretizării realizate, din punctul de vedere al nodurilor care formează un E.F.T. și al E.F.T. ce concurează într-un nod al rețelei de discretizare.

Calculule efectuate cu M.F.F., în aceleași condiții ca și în cazul particular anterior, au condus la următoarele concluzii:

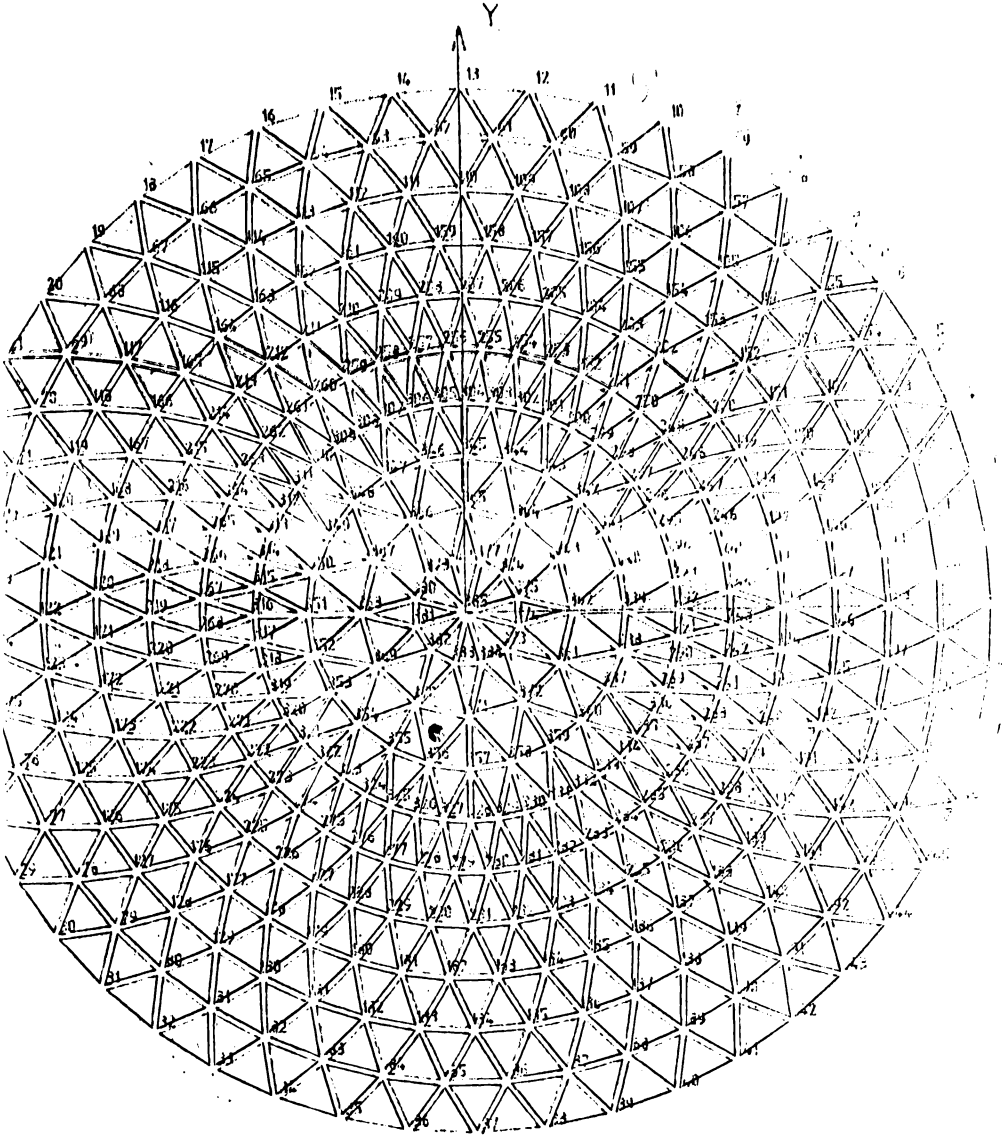


Fig.1.19. Rețeaua de discretizare adoptată pentru discul de aluminiu al C.I.M. tip CM4, N=385 noduri, T=720 R.F.T.

- a. eroarea maximă înregistrată (0,87%) nu scade proporțional cu numărul total al nodurilor rețelei de discretizare, ci fiind ponderea erorilor de trunchiere în efectuarea calculului;
- b. timpul de lucru crește la mai mult decât dublul celui

din cazul anterior, conducând la costuri mai mari ale rulării pe calculator a programelor de calcul;

c. necesarul de memorie este amplificat de 8 ori.

S-a mai realizat o discretizare mai fină, având $N=817$ noduri și $T=1428$ E.F.T., pentru care după aceleași procedee s-a obținut o eroare maximă de 0,76 %, însă timp de lucru de peste 7 ori mai mare și necesar de memorie de 19 ori mai mare decât în cazul anterior.

Ca urmare s-a adoptat rețeaua de discretizare din fig.1.19, considerându-se cea mai eficientă în privința raportului (precizia calculului)/(timp de lucru și necesar de memorie).

... ..

... ..

CAPITOLUL 2.

DETERMINAREA DISTRIBUTIILOR INDUCTIILOR MAGNETICE ALE CIMPURILOR MAGNETICE CARE STRABAT DISCUL DE ALUMINIU AL C.I.M.

În funcționare normală, discul de aluminiu al C.I.M. este străbătut de 3 grupuri mai importante de cimpuri magnetice:

- a. cimpul magnetic produs de bobina de tensiune, proporțional cu tensiunea electrică de alimentare, de inducție $\bar{B}_u(x,y,t)$;
- b. cimpul magnetic produs de bobina de curent, proporțional cu intensitatea curentului electric absorbit de consumator, de inducție $\bar{B}_i(x,y,t)$;
- c. cimpul magnetic produs de magnetul permanent, pentru realizarea momentului mecanic de frinare principal al C.I.M., de inducție $\bar{B}_{MP}(x,y)$.

Așa după cum s-a arătat, bobina de tensiune are număr foarte mare de spire, $N_u=9900$, cu diametrul de 0,1 mm, prezentînd un caracter reactiv foarte pronunțat. Cimpul magnetic sinusoidal creat de circuitul magnetic al bobinei de tensiune are o repartiție neuniformă în planul discului, componenta normală a inducției magnetice avînd valorile maxime sub polul magnetic dreptunghiular al circuitului magnetic și scăzînd rapid spre exteriorul acestuia.

Circuitul magnetic al bobinei de curent are două tălpi pelare dreptunghiulare, dispuse simetric, de o parte și de alta a tălpii pelare a bobinei de tensiune (fig.2.1) și crează în planul discului două repartiții spațiale neuniforme, cu valori maxime sub tălpile pelare și rapid descreșcătoare spre exterior. Sensul de înfășurare al celor două înfășurări ale bobinei de curent este diferit, astfel că sensurile vectorului inducție magnetică în cele două regiuni corespunzătoare sînt și ele opuse.

Magnetul permanent este fixat de cadrul neferomagnetic de susținere a circuitelor magnetice și a discului de aluminiu al

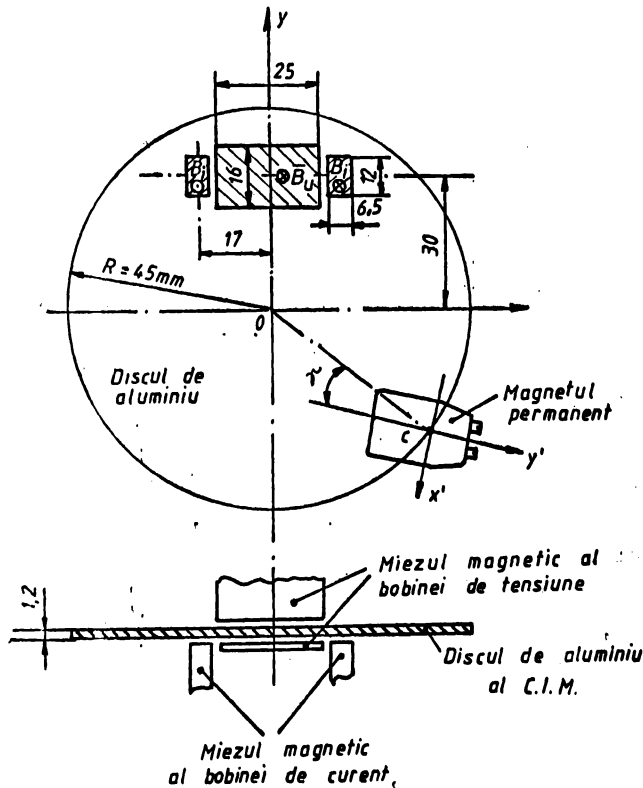
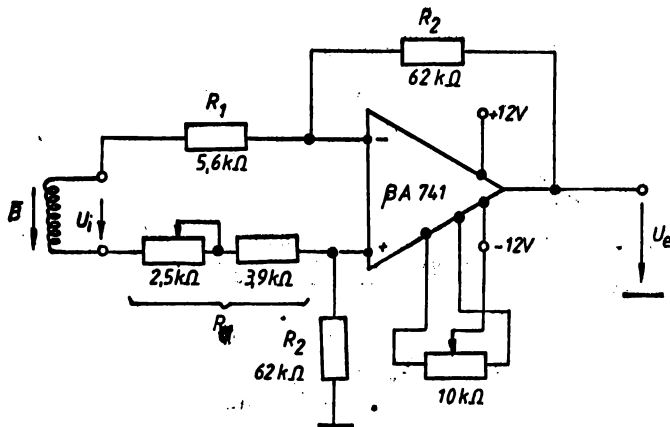


Fig.2.1. Dispunerea polilor magnetici ai celor două circuite magnetice și a magnetului permanent în planul discului C.I.M.

C.I.M., în cadranul al IV-lea al discului (fig.2.1). Cîmpul magnetic al magnetului permanent este dirijat normal pe planul discului cu ajutorul unei tălpi magnetice dispuse în apropierea discului, de partea opusă magnetului permanent. Prin rotirea discului printre cele două piese feromagnetice ale magnetului permanent apar prin mișcare curenti turbionari. Interacțiunea acestora cu cîmpul magnetic al magnetului permanent determină momentul mecanic de frinare principal al discului de aluminiu al C.I.M.

2.1. Determinarea distribuțiilor inducțiilor magnetice create de bobinele de tensiune și curent ale C.I.M., $B_u(x,y)$ și $B_l(x,y)$ în planul discului de aluminiu

Pentru măsurarea inducției magnetice $B_u(x,y,t)$ și $B_l(x,y,t)$ în planul discului de aluminiu al C.I.M. s-a adoptat metoda inducției electromagnetice într-o bobină de probă, fără miez magnetic, cu diametrul interior $D_i=2$ mm și $N_p=400$ spire. Împotriva zgomotului și a parazitilor s-a ales schemă electronică de măsură din fig.2.2.



$$U_e = \frac{R_2}{R_1} U_i$$

$$A_U = \frac{R_2}{R_1} = \frac{62156}{5623} = 11,0528$$

Fig.2.2. Schema electronică de măsură a inducției magnetice în planul discului de aluminiu al C.I.M. tip OM4.

Amplificatorul operațional BA 741, în montajul realizat, asigură un factor de amplificare 11,0528 pentru t.e.m. indusă în bobina de măsură. Diametrul conductorului de cupru emailat al bobinei este 0,08 mm, deci un fir foarte subțire, în scopul realizării unor dimensiuni transversale minime. Înălțimea (lungimea) bobinei de măsură, impusă de întreținerul sistemelor magnetice de producere a cimpului magnetic, s-a ales de 1,2 mm, identică cu grosimea discului de aluminiu al C.I.M. Bobina de măsură a fost fixată (fig.2) cu ajutorul unei lamele de textolit pe un cursor ce se poate deplasa cu ajutorul a două filete micrometrice (cu pas foarte mic) după două direcții ortogonale: ox și oy. S-a înălțurat discul de



Fig.2.5. Dispozitivul de măsură a inducției cîmpului magnetic creat de bobinele de tensiune și curent în planul discului de aluminiu.

aluminiu al C.I.M. și s-a fixat dispozitivul de măsură pe cadrul neferomagnetic al contorului. S-a măsurat t.e.m. indusă în bobina de măsură cu un voltmetru electronic numeric avînd impedanța de intrare foarte mare, deplasîndu-se bobina de măsură după cele două axe cu un pas de 1 mm. Cu ajutorul t.e.m. induse în bobina de măsură s-au calculat valorile maxime ale inducțiilor magnetice în planul discului, pentru ambele sisteme de bobine ale CIM, $B_{um}(x,y)$ și $B_{im}(x,y)$. Valorile determinate (în mT) sînt trecute în tabelele nr.1A și nr.2A, din anexa tezei de doctorat.

În figurile 2.4 și 2.5 sînt reprezentate dependențele amplitudinii inducției magnetice create de bobina de tensiune în planul discului funcție de x , avînd pe y ca parametru și respectiv funcție de y , avînd pe x ca parametru. Se observă simetria în raport cu axa oy a cîmpului magnetic ca urmare a simetriei constructive a miezurilor magnetice ale celor două bobine. În schimb, în raport cu axa de simetrie a miezurilor magnetice care este paralelă cu axa ox (fig.2.1) se observă o ușoară asimetrie. Această asimetrie se poate atribui montării excentrice a miezurilor magnetice față de centrul discului.

În figurile 2.6 și 2.7 sînt reprezentate în același mod

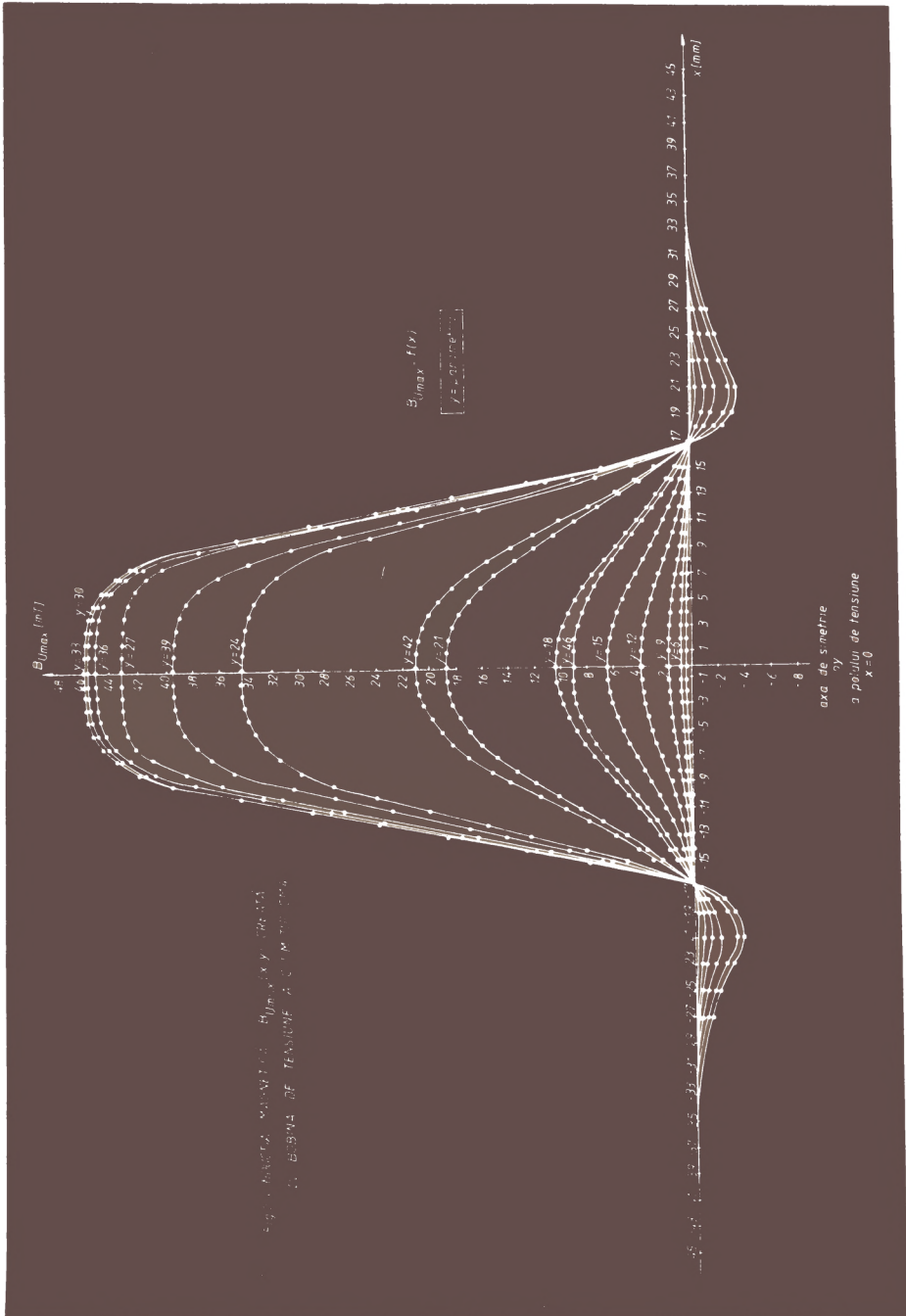


Fig. 25. MATEMATIKA MATEMATICA S. J. (1974) CREATA DE BOJANA DE TENSUNF A C. I. P. 12 (1974)

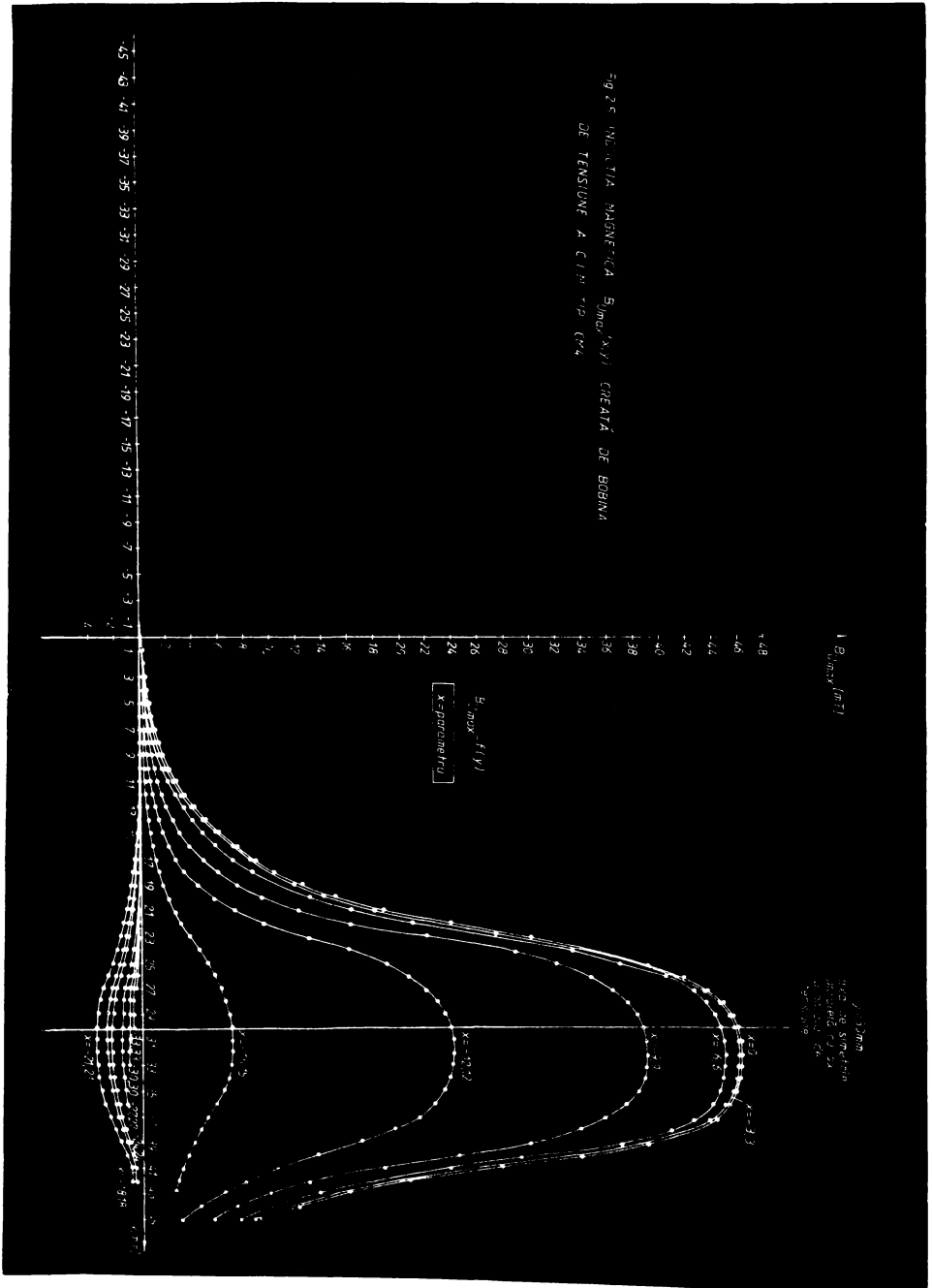
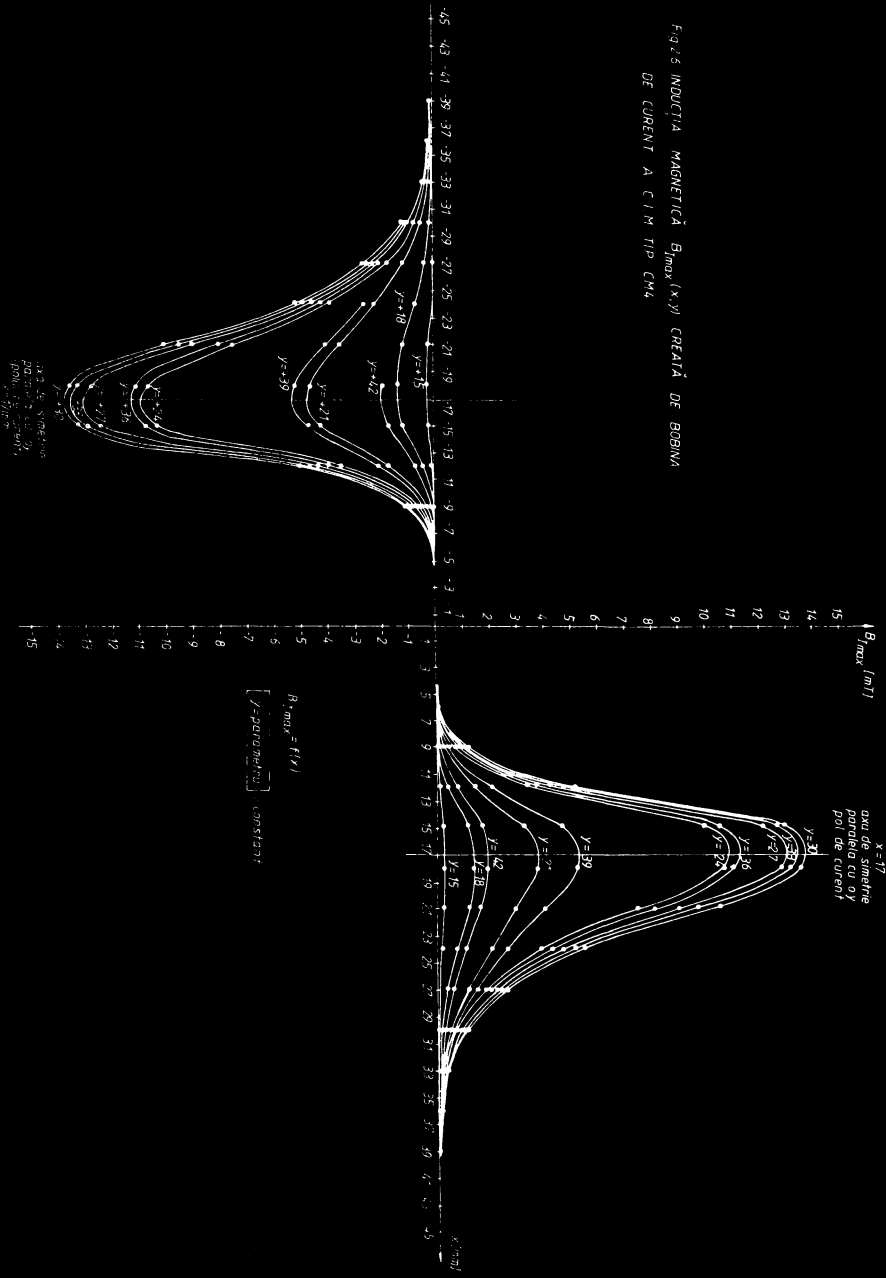


FIG. 5 INDUCTIA MAGNETICĂ $B_{max}(x,y)$ CREATĂ DE BOBINA
DE CURENT A C.I.M. TIP. CM4.



dependențele amplitudinii inducției magnetice create de bobina de curent funcție de x și y , pentru curentul nominal al contorului, $I_n = 10$ A. În raport cu axa oy curbele prezintă de asemenea simetrie față de originea axelor reprezentării grafice. Luate în parte, fișare din cele două repartiții prezintă asimetrii după direcții paralele cu axe ox și oy .

2.2. Determinarea distribuției inducției magnetice generate de magnetul permanent $B_{MP}(x,y)$ în planul discului de aluminiu

În vederea calculului numeric al momentului mecanic de frinare principal exercitat asupra discului C.I.M., trebuiesc determinate valorile inducției magnetice create de magnetul permanent în nodurile rețelei de discretizare adoptate. Fiind un câmp magnetic invariabil în timp s-a adoptat metoda de măsurare cu un teslametru cu sondă Hall de tip SIEMENS. M 05009-A 2

Sonda Hall, fixată pe o lamelă subțire de partinax, are lungimea 4,8 mm și lățimea 2,8 mm, fiind de formă dreptunghiulară. Lamela dielectrică este fixată într-un miner de aluminiu cu ajutorul cărui se poate explora zona cu câmp magnetic dorită. Având în vedere faptul că se dorește măsurarea inducției magnetice în puncte distanțate cu 1 mm după două direcții perpendiculare în întregul magnetului permanent, sonda Hall a fost fixată rigid de un suport^{ve} magnetic imobil. Magnetul permanent al CIM s-a fixat pe un cărucior mobil antrenat printr-un filet metric cu pasul de 1 mm ce trece prin corpul căruciorului. Deplasarea orizontală a căruciorului se realizează prin rotirea filetului de antrenare, la o rotație completă a acestuia rezultând o deplasare pe orizontală cu 1 mm. Mișcarea de translație pe orizontală în același plan, se asigură cu ajutorul a două bare de ghidare orientate ce străbat corpul căruciorului prin găuri cilindrice de același diametru. Magnetul permanent a fost fixat pe o lamelă nemagnetică realizată din tablă de aluminiu cu grosimea de 1 mm, având lungimea 40 mm și lățimea 20 mm. Lamela de aluminiu se fixează pe cărucior printr-un sistem de strângere cu un șurub, fiind dirijată perpendicular pe direcția de deplasare a căruciorului, în plan orizontal (fig.2.8). Pe această lamelă au fost trasate repere distanțate între ele cu 1 mm, care permit d

sarea magnetului permanent după direcție perpendiculară celei de deplasare a căruciorului. În acest fel se poate explora întregă zonă cu cîmp magnetic din întrefierul magnetului permanent.

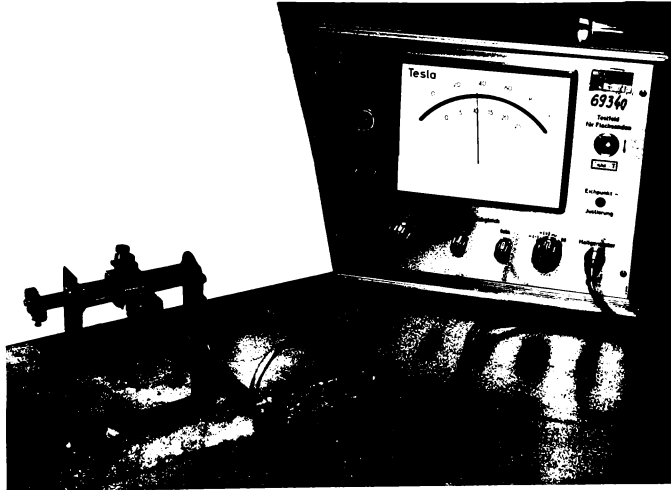


Fig.2.8. Dispozitivul de măsurare a inducției magnetice din întrefierul magnetului permanent.

Măsurîndu-se pe domeniile care asigură precizia cea mai bună s-au obținut valorile sintetizate în tabelul nr.3A din anexa tezei de doctorat. Ca axe de coordonate x' și y' s-au luat axele de simetrie ale magnetului permanent (fig.2.9), trecînd prin centrul său, C.

Magnetul permanent al C.I.M. este fixat pe un cadru de aluminiu care susține și sistemul celor două bobine ce crează cîmpul magnetic și discul, împreună cu dispozitivul de înregistrare a energiei consumate. Fixarea se face cu un șurub ce străbate corpul masei de aluminiu în care este înglobat magnetul permanent propriu-zis și care pătrunde în cadrul nemagnetic al conterului, permițînd o rotire a întregului sistem în jurul axei respective (fig.2.10).

Deplasarea unghiulară se poate face în jurul razei vectoriale a axei șurubului de fixare față de centrul O al discului de aluminiu, de o parte și alta a acestuia, simetric, cu un unghi de $\pm 31^\circ$. Limitarea acestei curse rotative se face prin

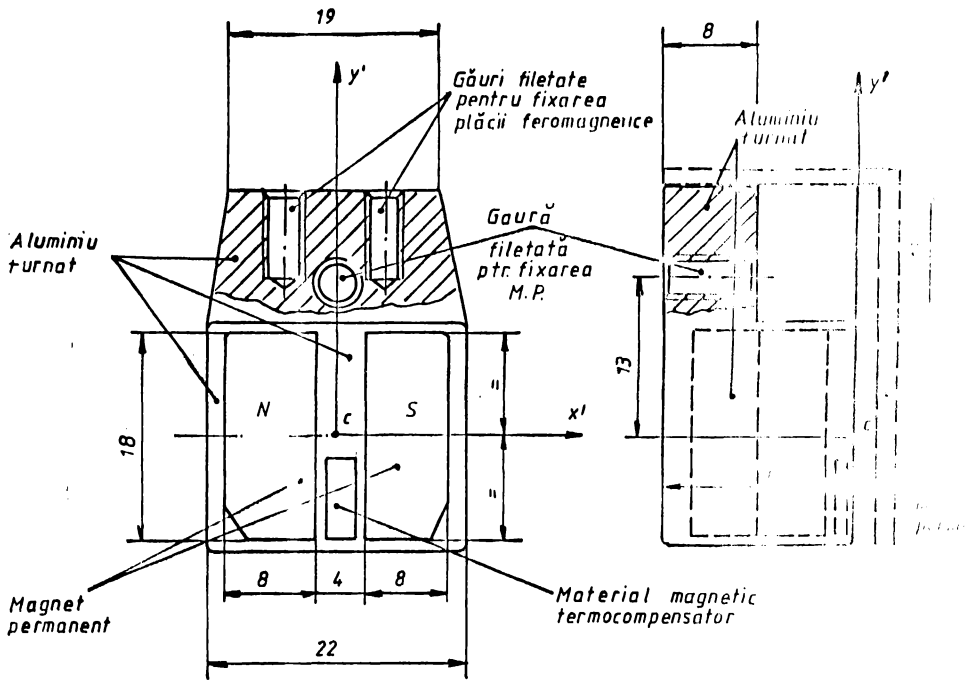


Fig.2.9. Magnetul permanent al C.I.M. tip CM4.

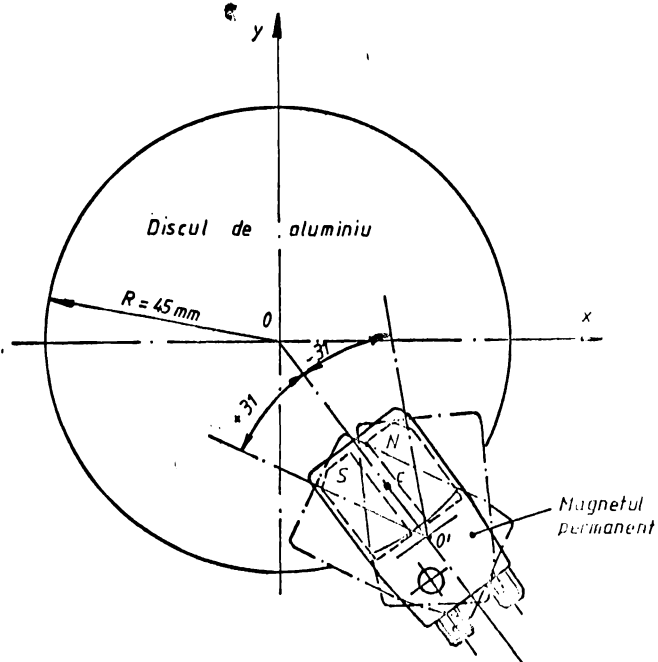
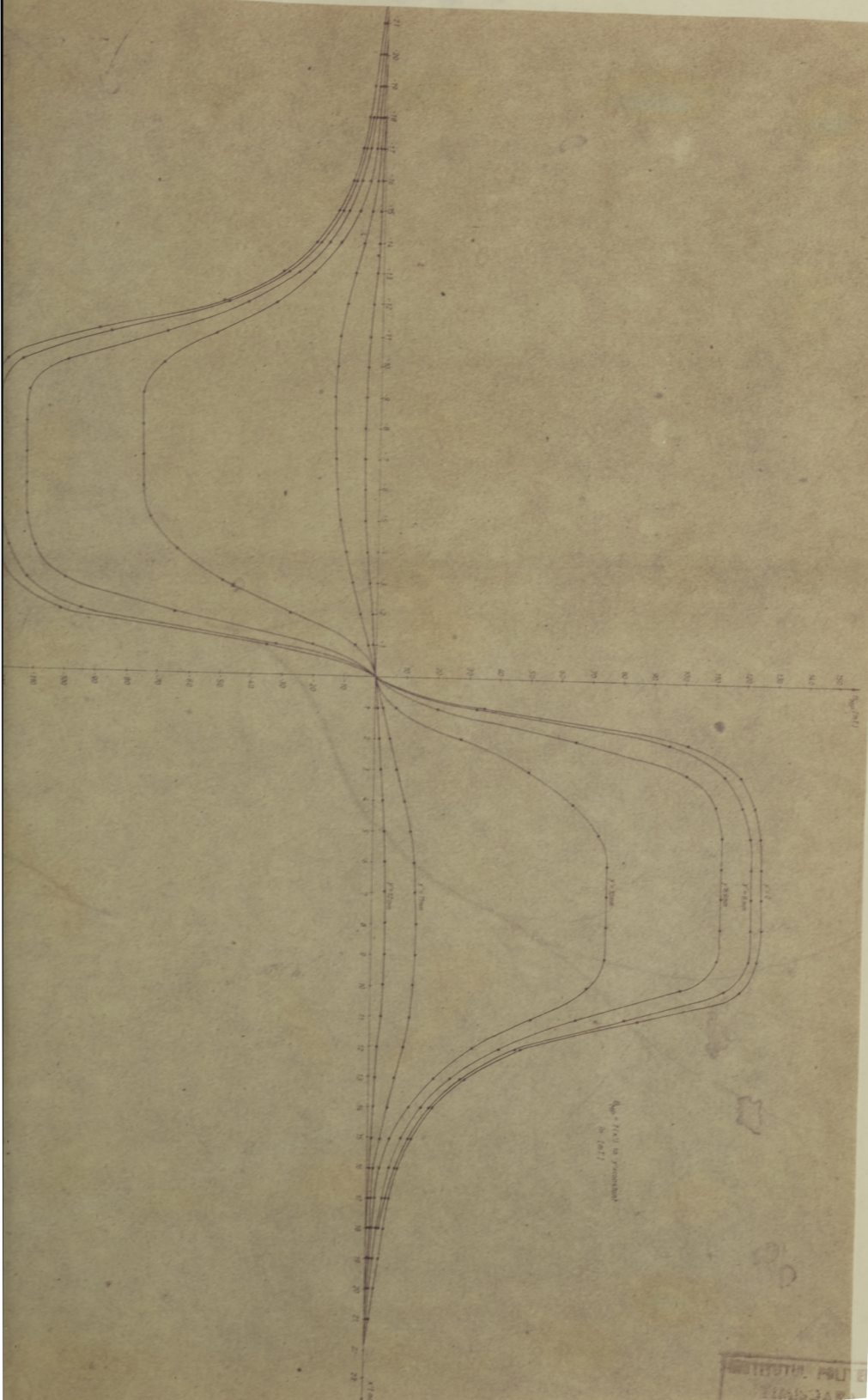


Fig.2.10. Fixarea magnetului permanent față de discul de aluminiu al C.I.M.



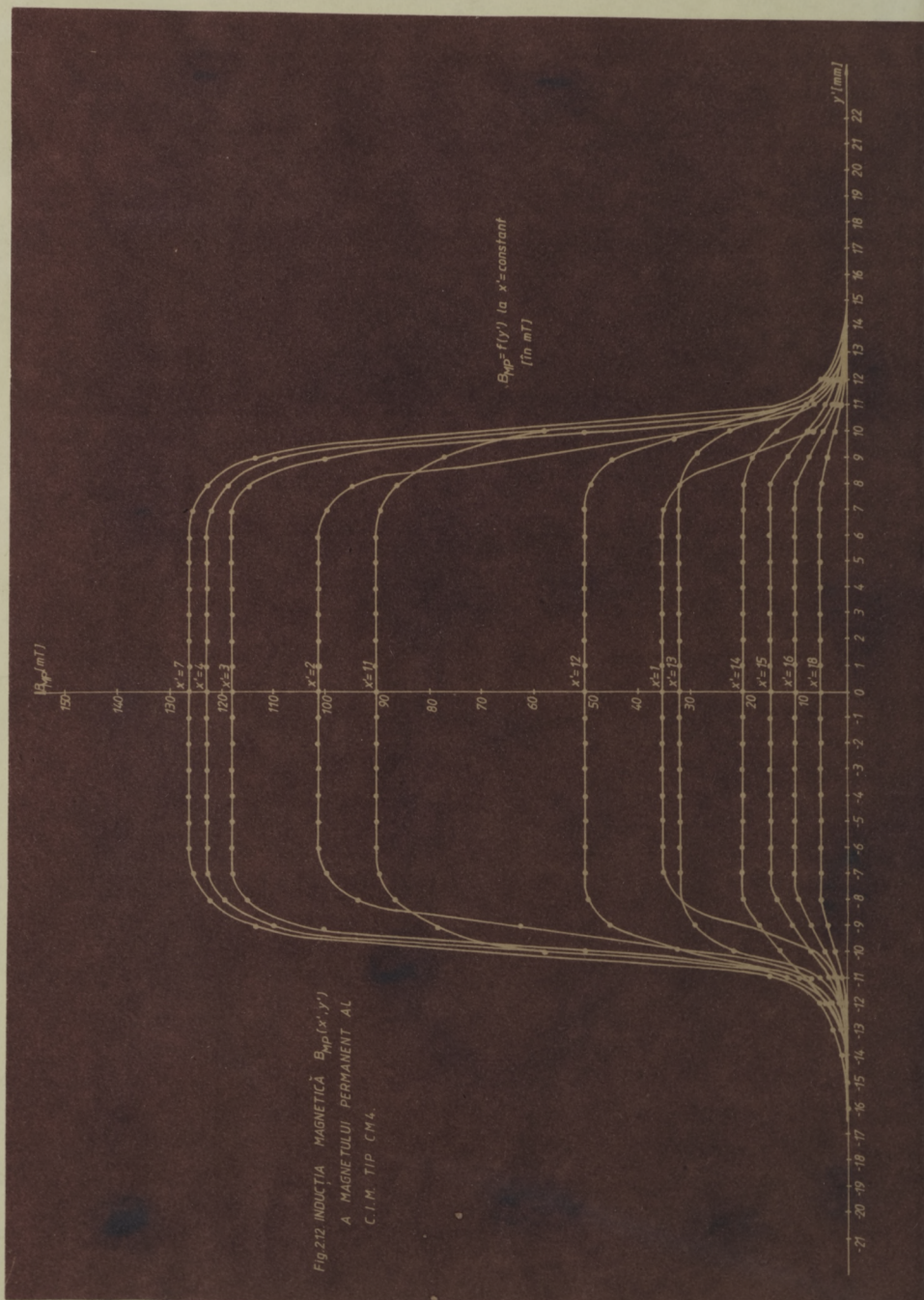


Fig.212. INDUCTIA MAGNETICĂ $B_{Hp}(x, y)$
A MAGNETULUI PERMANENT AL
C.I.M. TIP CM4.

$B_{Hp} = f(y)$ la $x = \text{constant}$
[in mT]

atingerea de către disc a supertului filetat de material plastic pentru cele două shunturi magnetice filetate. Prin rotirea ansamblului magnet permanent în modul amintit se realizează modificarea momentului mecanic de frinare exercitat asupra discului în limite, după cum se va vedea în continuare, destul de largi. Operația aceasta reprezintă cea mai mare importanță în etalonarea C.I.M., adică la stabilirea valorii constantei contorului: 480 rotații/Kwh. O modificare în limite mai reduse, în poziție fixă a magnetului permanent, se poate face prin rotirea unuia sau ambelor shunturi magnetice filetate. Prin apropierea lor de poli N și S ai magnetului permanent fluxul magnetic total ce străbate discul de aluminiu scade și astfel momentul mecanic de frinare se micșorează. Efectul invers asupra momentului de frinare se obține prin deșurubarea shunturilor magnetice.

Din analiza datelor ce redau distribuția cîmpului magnetic generat de magnetul permanent în planul discului rezultă următoarele:

a. ca urmare a formei geometrice a polilor magnetici distribuția de-a lungul axelor de simetrie proprii ale magnetului permanent este neuniformă;

b. datorită întrefierului mic realizat de talpa polară feromagnetică (2 mm) variația inducției magnetice este foarte pronunțată la depășirea spre exterior a conturilor de frontieră ale polilor magnetici.

c. variația cea mai accentuată are loc în zona centrală situată între cei doi poli magnetici, de-a lungul axei proprii Cx' a magnetului permanent, avînd în vedere și inversarea orientării cîmpului magnetic;

d. valoarea relativ constantă a inducției magnetice sub cei doi poli este mai riguros menținută pe direcții paralele cu axa Cy' , adică pe direcții paralele cu laturile mai lungi ale polilor, decît pe direcții paralele cu Cx' .

În figurile 2.11 și 2.12 au fost trasate dependențele dintre inducția magnetică a magnetului permanent funcție de distanța x' față de centrul de simetrie al magnetului, avînd ca parametru y' , respectiv funcție de y' , avînd ca parametru x' . Se evidențiază în acest fel observațiile de mai sus legate de distribuția inducției magnetice create de magnetul permanent în punctele din planul discului.

CAPITOLUL 3.

CALCULUL NUMERIC AL DENSITĂȚII DE CURENT A CURENȚILOR TURBIONARI DIN DISCUL DE ALUMINIU AL C.I.M. TIP CIME

Cunoscând distribuția inducției magnetice $\vec{B}(x,y,t)$ în planul discului, adică în nodurile rețelei de discretizare spațială a câmpurilor de greutate ale E.F.T., prin rezolvarea sistemului de ecuații algebrice liniare (1.44) se determină valorile nodale φ_α , $\alpha=1,2,\dots,N$ ale scalarului cîmpului electric. Cu aceste valori rezultă componentele J_x și J_y ale densității de curent a curenților turbionari, modulul acestora, J și orientarea ei în planul discului de aluminiu al C.I.M., dată prin unghiul γ_x (relațiile (1.47)-(1.49)).

În literatura de specialitate consultată, pentru calculul curenților turbionari din discul de aluminiu al C.I.M. se formulează o serie de ipoteze simplificatoare. Cu luarea lor în considerație se obțin sisteme fizice în care fenomenul studiat se poate cerceta calitativ și cantitativ cu metode analitice, plecîndu-se de la legile lui Maxwell. Ca și în cazul tezei abordată în această teză de doctorat, în toate considerațiile făcute se neglijează cîmpul magnetic de reacție al curenților turbionari din discul de aluminiu al C.I.M.

Spre exemplu, în /56/ se consideră că repartițiile în timp și spațiu ale câmpurilor magnetice $B_u(x,y)$ și $B_l(x,y)$ în planul discului sînt unghiulare, adică de amplitudine constantă, în regiuni spațiale delimitate, sub forma unor sectoare de coroană circulară (fig. 3.1). Scriindu-se legea inducției electromagnetice în formă diferențială într-un sistem de referință legat de polii magnetici:

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B})$$

se asociază primului termen al relației anterioare un potențial electric vector \vec{A} , iar celui de al doilea un potențial electric scalar V . Se integrează ecuațiile Laplace (zona I) și Poisson

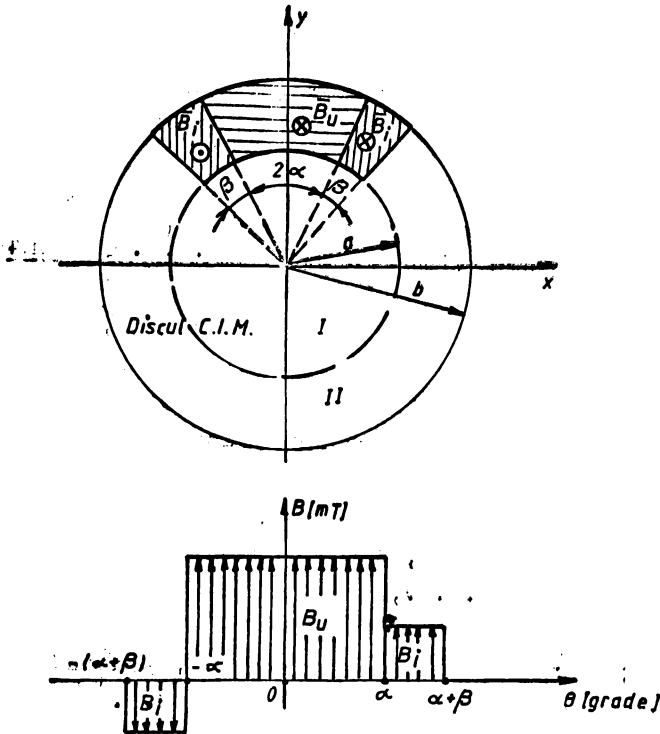


Fig.3.1. Ipoteza simplificatoare /56/ privind repartiția cimpurilor magnetice create de cele două bobine în planul discului de aluminiu al O.I.M.

(zona II) pe care le satisfac cele două mărimi fizice (în coordonate polare), folosindu-se condiții la limită și de frontieră corespunzătoare celor două zone distincte pentru determinarea constantelor de integrare. Din soluțiile obținute se deduc apoi expresiile componentelor radială și tangențială ale densității de curent a curenților turbionari în cele două zone.

În /113/ suprafețele străbătute de cimpurile magnetice ale celor două bobine se consideră circulare, iar pe aceste zone amplitudinile celor două inducții magnetice se consideră de asemenea constante (fig.3.2). Considerându-se cunoscute toate dimensiunile geometrice și valorile constante ale inducțiilor

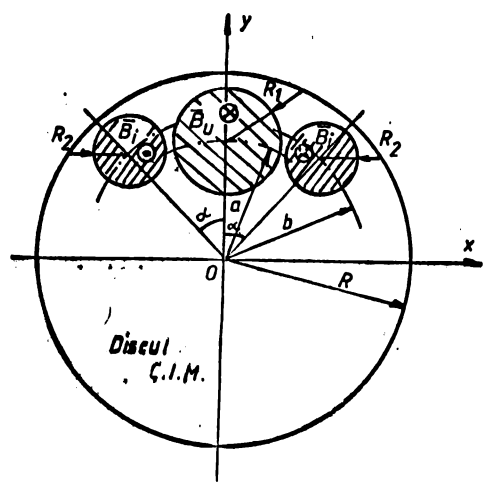


Fig.3.2. Ipoteză simplificatoare /113/ privind repartitia cimpurilor magnetice create de cele două bobine ale CIM in planul discului de aluminiu.

În ză auterul tezei de doctorat dorește să calculeze numeric, pe lângă M.F.F., valorile densității de curent a curenților turbionari în orice punct al discului de aluminiu al C.I.M. tip CM4 fabricat în prezent la IAFM Timișoara. Pentru aceasta, se consideră ecuația diferențială de tip Poisson (1.21) pe care o satisface potențialul cimpului electric φ din disc:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{d}{dt} B = \frac{\partial B}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad } B$$

care, în coordonate polare, față de un sistem de referință legat de măsurile magnetice ale celor două bobine se scrie sub formă (1.29) :

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial B}{\partial t} + \Omega \frac{\partial B}{\partial \alpha}$$

Ecuația de mai sus se integrează cu condiția de frontieră :

$$\varphi = 0 \text{ pe suprafața } S_0 \text{ a discului}$$

Ținând seama de ipoteza neglijării cimpului magnetic de reacție al curenților turbionari, soluția urmărită se descompune în două componente, corespunzător celor doi termeni ai ecuației de mai sus și anume :

1. o componentă \vec{J}_t , reprezentând densitatea de curenți turbionari care apar în disc datorită t.e.m.

magnetice B_u și B_2 , se folosește metoda imaginilor magnetice și se determină valorile densității de curent a curenților turbionari și forma liniilor de cimp (cercurile lui Apollonius).

La aceeași configurație (fig.3.2) în /17, 58/ se introduce coeficienți de corecție formulele de calcul deduse în /113/ cu scopul de a se lua în considerare forma reală a poliilor magnetici.

În cele ce urmează

prin transformare de cîmpurile magnetice create de cele două bobine (\bar{J}_{tu} și \bar{J}_{ti});

2. o componentă \bar{J}_m , reprezentînd densitatea de curent a curenților turbionari care apar în disc datorită t.e.m. induse prin mișcare de cîmpurile magnetice create de cele două bobine și de magnetul permanent, (\bar{J}_{mu} , \bar{J}_{mi} și \bar{J}_{MP}).

Trebuie menționat și faptul că se caută soluții de regim permanent pentru mișcarea discului de aluminiu al C.I.M.

3.1. Calculul numeric al densității de curent $\bar{J}_{tu}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. indusă prin transformare de cîmpul magnetic al bobinei de tensiune.

Ecuația Poisson pe care o satisface scalarul cîmpului electric φ_{tu} este:

$$\nabla^2 \varphi_{tu} = \frac{d B_u}{dt} = \frac{\partial B_u}{\partial t} \quad (3.1)$$

considerînd discul C.I.M. în repaus ($\vec{v}=0$) în raport cu referențialul legat de bobina de tensiune. Ecuația se integrează în condiții de frontieră de tip Dirichlet:

$$\varphi_{tu} = 0 \text{ pe suprafața laterală } S_0 \text{ a discului} \quad (3.2)$$

Semnificațiile celor doi indici din relațiile (3.1) și (3.2) sînt următoarele:

- t : pentru t.e.m. indusă prin transformare;
- u : pentru bobina de tensiune.

Programul de calcul numeric rulat pe calculator are structura principală reprezentată în fig.3.3. Valorile inducției magnetice create de bobina de tensiune sînt cele din tabelul nr.1A din anexa tezei de doctorat.

Valorile calculate prin program pentru scalarul cîmpului electric φ_{tu} în nodurile rețelei de discretizare sînt tipărite în listingul FLA din anexă. Cu valorile nodale ale scalarului cîmpului electric $\varphi_{tu\alpha}$ ($\alpha=1,2,\dots,385$) se calculează vectorii densitate de curent $\bar{J}_{tu\lambda}$ ($\lambda=1,2,\dots,720$) în centrele de greutate ale E.F.T. Prin programul de desenare se trasează automat pe plotterul calculatorului liniile echiscalaru ale scalarului cîmpului electric (care sînt și linii de cîmp ale densității de curent \bar{J}_{tu}) în fig.3.4 și vectorii densitate de curent a

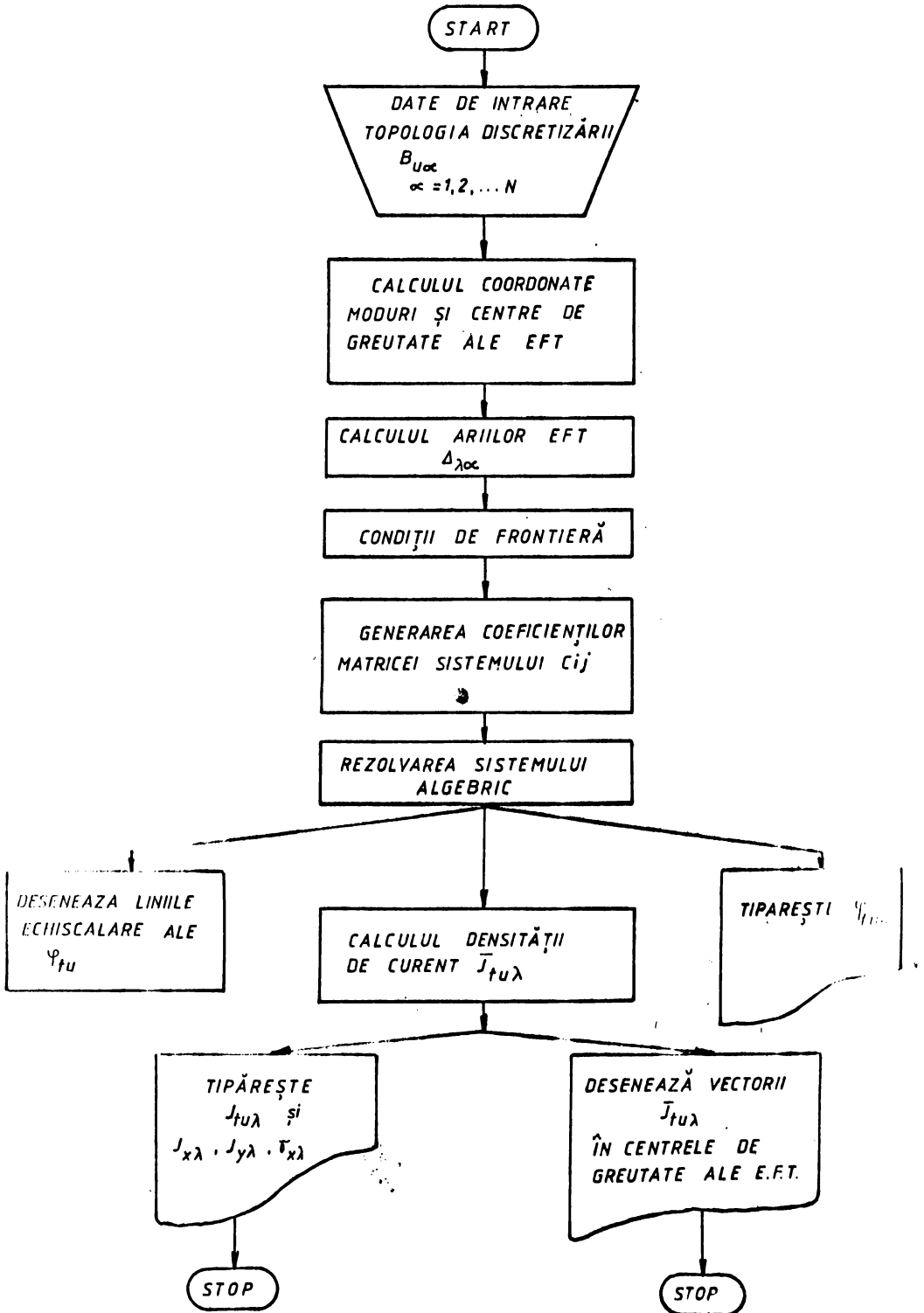


Fig. 1.3. ORDINOGRAMA PROGRAMULUI DE CALCUL NUMERIC

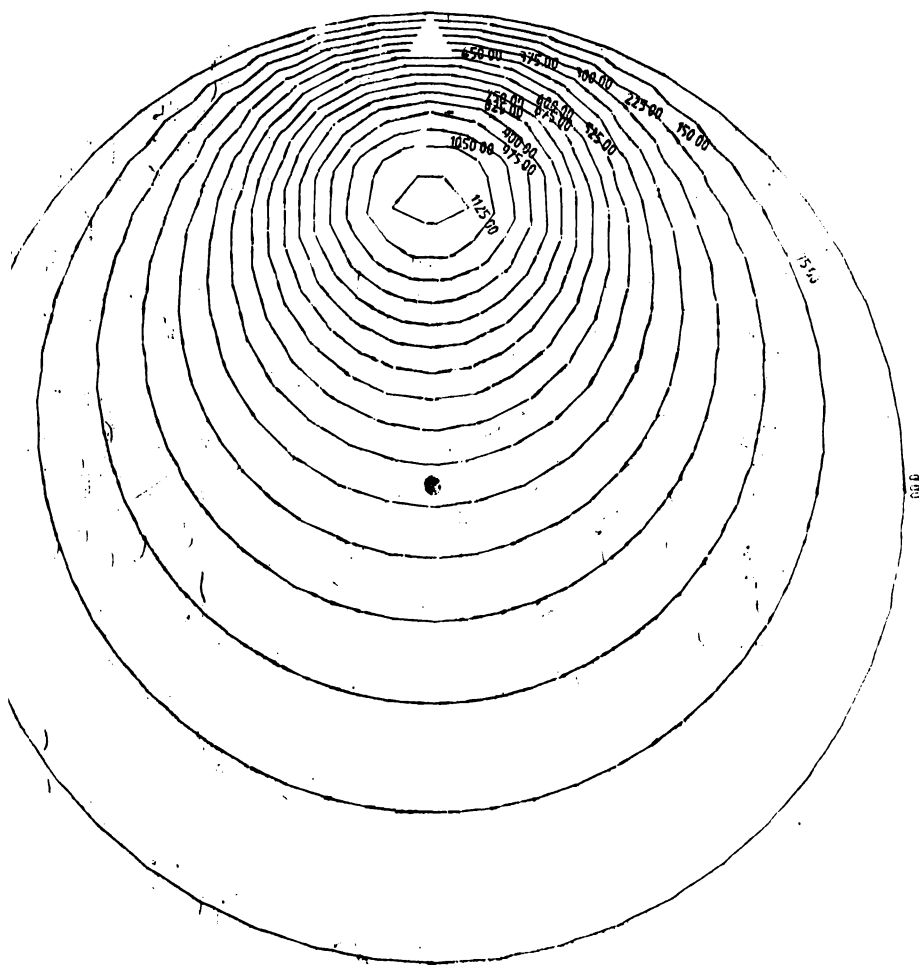


Fig.3.4. Liniile echiscalare ale scalarului cimpului electric $\varphi_{tu}(x,y,t)$ și liniile de cimp ale densității de curent $\vec{J}_{tu}(x,y,t)$.

curenților turbienari în centrele de greutate ale H.F.T. în fig. 3.5. Se observă clar în ambele figuri zona din partea de sus a axei oy a discului în care densitatea de curent are valorile cele mai mari, precum și simetria în raport cu axa oy a discului.

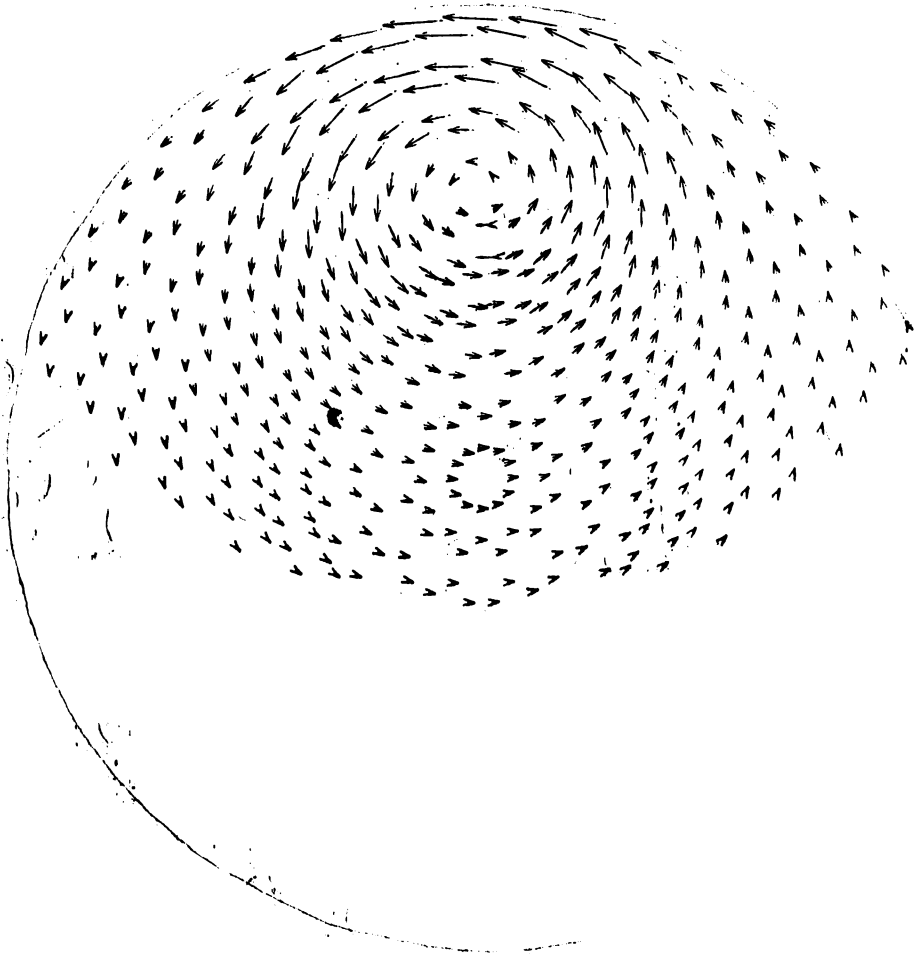


Fig. 3.5. Vectorii densitate de curent $\vec{j}_{\text{tu}\lambda}$ în centrele de greutate ale H.F.T.

3.2. Calculul puterii active dezvoltate în discul de aluminiu de către curenții turbionari \bar{J}_{tu} (av. 6) produși de t.e.m. induse prin transformarea de câmp magnetic al bobinei de tuncușor.

Curenții turbionari care apar în acest fel în disc au o particularitate față de toate celelalte categorii, și anume sunt prezenți în disc chiar și în poziția de repaos a acestuia, adică în lipsa vreunui consum de energie electrică activă (100).

La consumul propriu al C.I.M. în acest caz se adaugă și pierderile prin efect Joule ale acestor curenți din disc. Calculând valorile densității de curent $J_{tu\lambda}$ ($\lambda=1,2,\dots,720$) în centrele de greutate ale F.F.T., aceste pierderi de putere activă se calculează sub forma:

$$\Delta P_{tu} = \sum_{\lambda=1}^{720} \frac{J_{tu}^2}{\sigma} \cdot \Delta \lambda \cdot \delta \quad (3.3)$$

în care:

$J_{tu\lambda}$ [A/m^2] este densitatea de curent în centrul de greutate al F.F.T. curent, λ ;

$\sigma = 36 \cdot 10^6$ [$1/\Omega m$] conductivitatea electrică a aluminiului;

$\Delta \lambda$ [m^2] aria F.F.T.;

$\delta = 1,2 \cdot 10^{-3}$ [m] grosimea discului de aluminiu.

Printr-un program de calcul corespunzător relației (3.3) a fost calculată numeric valoarea acestor pierderi de putere, obținându-se:

$$\Delta P_{tu} = 0,228 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

Valorile fiecărui termen al sumei, împreună cu valoarea finală ΔP_{tu} sînt trecute în listingul P2A din anexa tezei de doctorat.

Deși foarte mici, aceste pierderi de putere produc în timp o pierdere de energie care nu mai este neglijabilă dacă se ia în considerare numărul foarte mare al C.I.M. aflate în funcțiune, mai ales în domeniul casnic (peste $5 \cdot 10^6$). Oricum, ele sînt mult mai mici decît consumul propriu al întregului aparat chiar în lipsa unui consum de energie măsurat.

3.3. Calculul numeric al densității de curenți $J_{ti}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. indusă prin transformarea de câmpul magnetic al bobinei de curent

Spre deosebire de câmpul magnetic al bobinei de tensiune, cel creat de bobina de curent apare numai la trecerea curentului de sarcină al consumatorului monofazat (casnic). În lipsa unui consum de energie activă, câmpul magnetic creat este nul:

$$B_1(x,y,t)=0.$$

Față de un sistem de referință legat de bobina de curent ecuația Poisson satisfăcută de scalarul câmpului electric φ_{ti} determinat în disc de câmpul magnetic variabil în timp al bobinei de curent este:

$$\nabla^2 \varphi_{ti} = \frac{d_y B_1(x,y,t)}{dt} = \frac{\partial B_1(x,y,t)}{\partial t} \quad (3.4)$$

care se integrează cu condiția de frontieră:

$$\varphi_{ti} = 0 \quad \text{pe suprafața laterală } S_p \text{ a discului} \quad (3.5)$$

Semnificația celor doi indici din relațiile (3.4) și (3.5) este următoarea:

t : pentru t.e.m. indusă prin transformare;

i : pentru bobina de curent.

Programul de calcul numeric al scalarului câmpului electric $\varphi_{ti}(x,y,t)$ și al densității de curenți a curenților turbionari care apar, $\bar{J}_{ti}(x,y,t)$, este foarte asemănător cu cel descris anterior pentru bobina de tensiune. Valorile inducției magnetice maxime se iau din tabelul nr.2A din anexa tezei de doctorat. În urma rulării pe calculator a programului de calcul s-au obținut valorile nodale ale scalarului câmpului electric $\varphi_{ti\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, 385$) tipărite în listingul P3A din anexa tezei. Datele au fost trasate automat pe plotterul calculatorului liniile echiscalare ale scalarului câmpului electric, care sînt în același timp și linii de câmp ale densității de curenți (fig. 3.6), precum și vectorii densitate de curenți a curenților turbionari în centrele de greutate ale E.F.T. (fig.3.7). Se observă și în acest caz simetria față de axa oy care aici este și linie echiscalară pentru care $\varphi_{ti}=0$, la fel ca și circumferința discului. În fig.3.7 nu au mai fost trasate vectorii densitate de curenți în semicercul inferior al discului datorită rilor foarte mici ale acestora (practic zero).

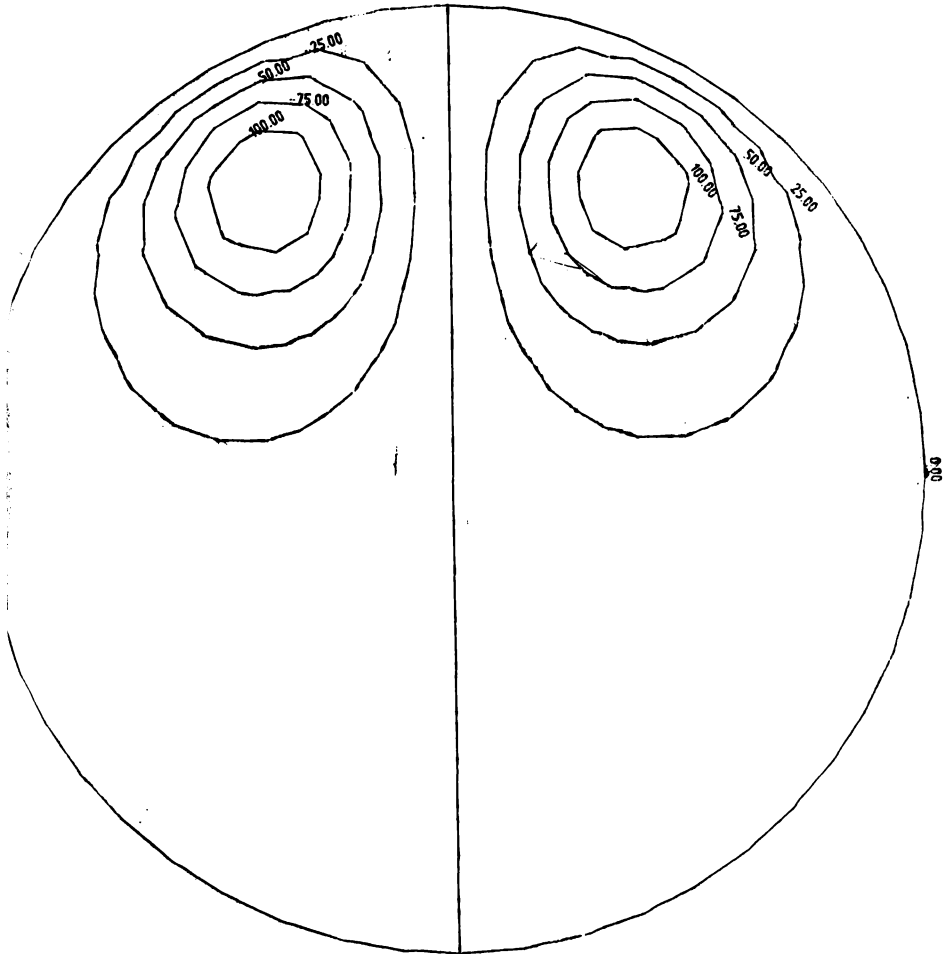


Fig.3.6. Linii echiscalarare ale scalarului câmpului electric $\varphi_{t1}(x, y, t)$ și liniile de câmp ale densității de curent $\bar{J}_{t1}(x, y, t)$.

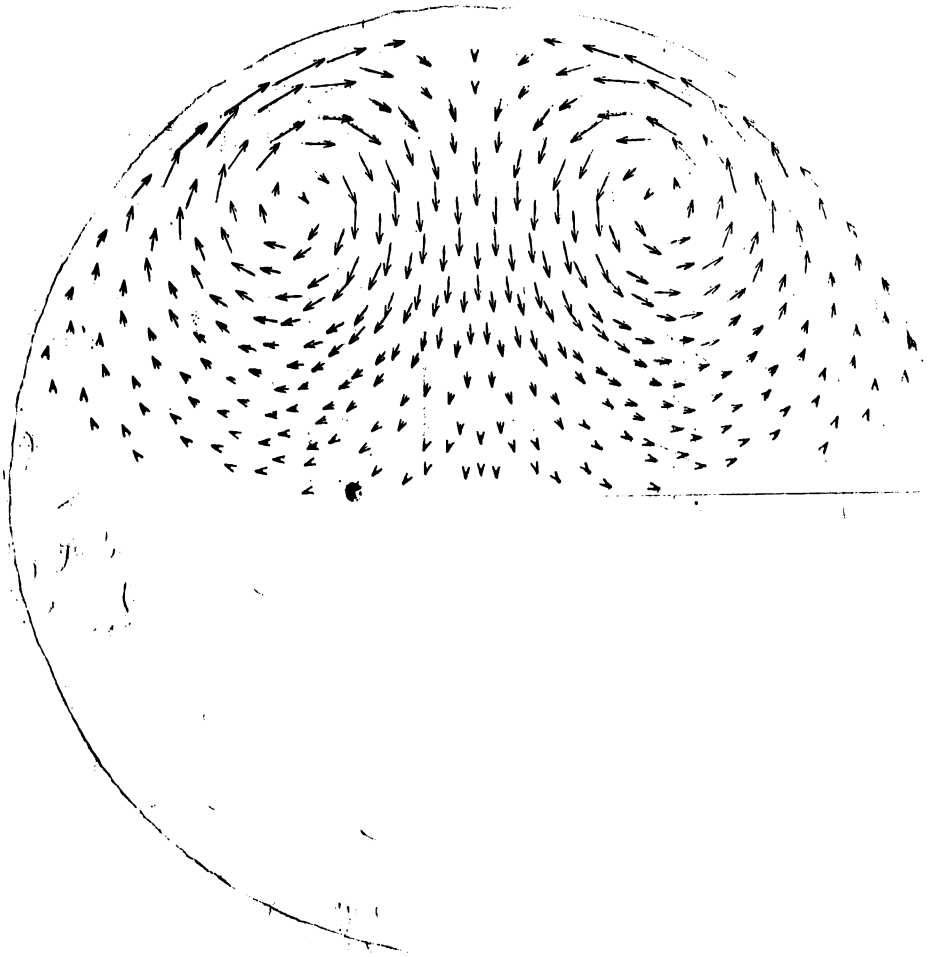


Fig.3:7. Vectorii densitate de curent J_{ti}
in centrele de greutate ale H.F.T.

3.4. Calculul numeric al densității de curent $\bar{J}_{mu}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin mișcare de câmpul magnetic al bobinei de tensiune

În cazul unui consum constant de energie activă, discul de aluminiu al C.I.M. are o mișcare de rotație uniformă, cu viteza unghiulară Ω constantă. Considerînd un sistem de referință legat de bobina de tensiune față de care un punct al discului se mișcă pe un cerc de rază $r \in [0, 45]$ mm cu viteza:

$$v = \Omega r \quad (3.6)$$

corespunzător t.e.m. induse prin mișcare, scalarul câmpului electric $\varphi_{mu}(x,y,t)$ satisface ecuația Poisson:

$$\nabla^2 \varphi_{mu} = \frac{\partial B_u}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = \Omega \frac{\partial B_u}{\partial \theta} \quad (3.7)$$

în care θ reprezintă unghiul parcurs de raza vectoare a punctului considerat. Se observă imediat relația de directă proporționalitate între scalarul câmpului electric φ_{mu} și viteza unghiulară Ω a mișcării de rotație. Ecuația (3.7) se integrează în condiția de frontieră de tip Dirichlet:

$$\varphi_{mu} = 0 \quad \text{pe suprafața laterală } S_2 \text{ a discului} \quad (3.8)$$

Pentru valoarea variației inducției magnetice B_u pe un arc de cerc de un grad sexagesimal (radian) se va considera:

$$\frac{\partial B_u}{\partial \theta} = \frac{\Delta B_u}{\Delta \theta} = \frac{B_{\alpha+1} - B_\alpha}{\theta_{\alpha+1} - \theta_\alpha} \quad (3.9)$$

în care B_α , $B_{\alpha+1}$ sînt valorile în două noduri consecutive de pe același cerc;

$(\theta_{\alpha+1} - \theta_\alpha)$ unghiul la centru subîntins de arcul de cerc ce leagă cele două noduri considerate.

Așa cum se poate observa din rețeaua de discretizare realizată (fig.1.19) valorile $\Delta \theta$ sînt aceleași pentru fiecare cerc interior, funcție de numărul de noduri existente pe acestea: 48, 24 sau 12. Deci :

$$\Delta \theta \in \left\{ \frac{\pi}{24} ; \frac{\pi}{12} ; \frac{\pi}{6} \right\} \quad (\text{în radiani})$$

Programul de calcul a fost rulat pentru 2 situații distincte în care vitezele unghiulare au fost :

$$\Omega_1 = 0,8375 \text{ rad/sec } (P_1 = 2 \text{ KW})$$

$$\Omega_2 = 4,1875 \text{ rad/sec } (P_2 = 10 \text{ KW})$$

Valorile nodale ale scalarului cîmpului electric φ_{mu} ($\alpha=1, 2, \dots, 385$) sînt tipărite în listîngul P4A din anexa țazei. Cîmpurile de cîmp, au fost calculate, cu metodologia prezentată, densitățile de cîmp ale cîmpurilor turbienari (în cele două situații) în centrele de greutate ale F.F.T. În fig. 3.8 și 3.9 sînt trasate automat pe plotter liniile echiscolare ale scalarului cîmpului electric φ_{mu} (care sînt totodată și linii de cîmp ale

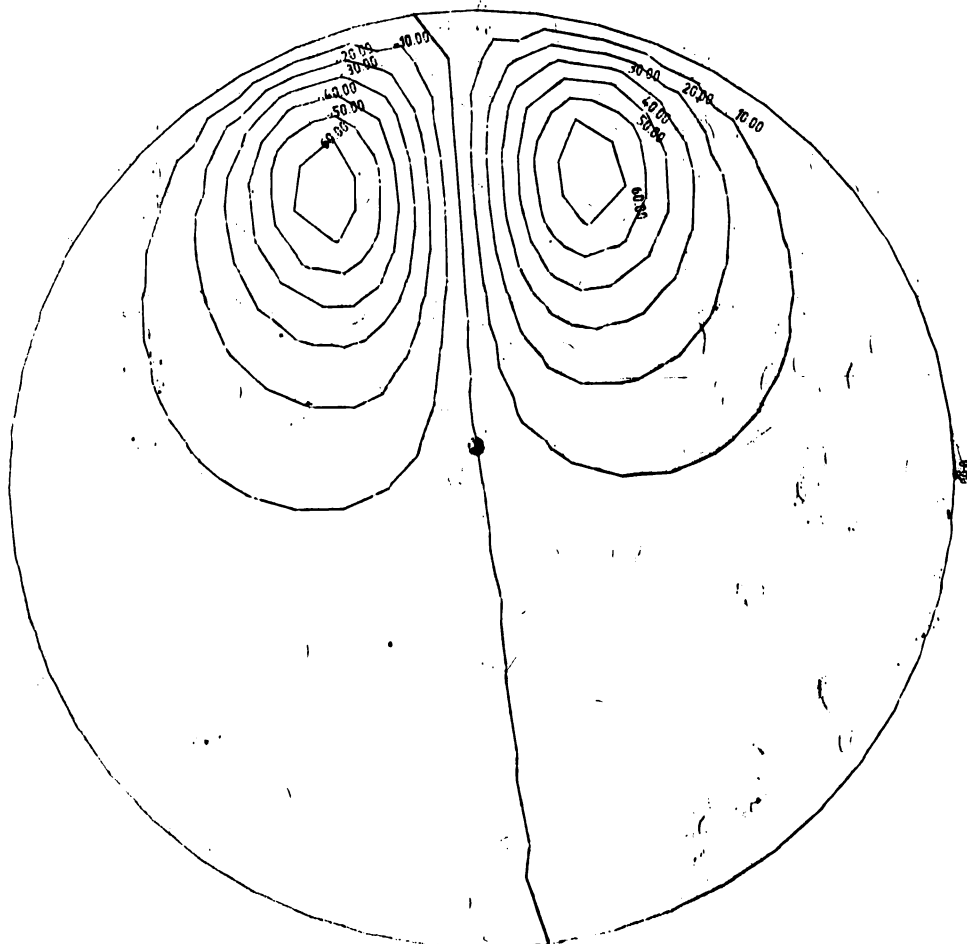


Fig. 3.8. Liniile echiscolare ale scalarului cîmpului electric $\varphi_{mu}(x,y,t)$ și liniile de cîmp ale densității de cîmp $\vec{J}_{mu}(x,y,t)$ ($\Omega_1=9,8375$ rad/sec, $P_1=2KW$).

densității de curent \vec{J}_{mu} pentru $\Omega_1=0,8375$ rad/sec și, respectiv, $\Omega_2=4,1875$ rad/sec. În fig.3.10 sînt reprezentate vectorii densitate de curent $\vec{J}_{mu\lambda}$ ($\lambda=1,2,\dots,720$) în centrul de greutate ale E.F.T. pentru prima din cele două situații considerate, în $\Omega_1=0,8375$ rad/sec.

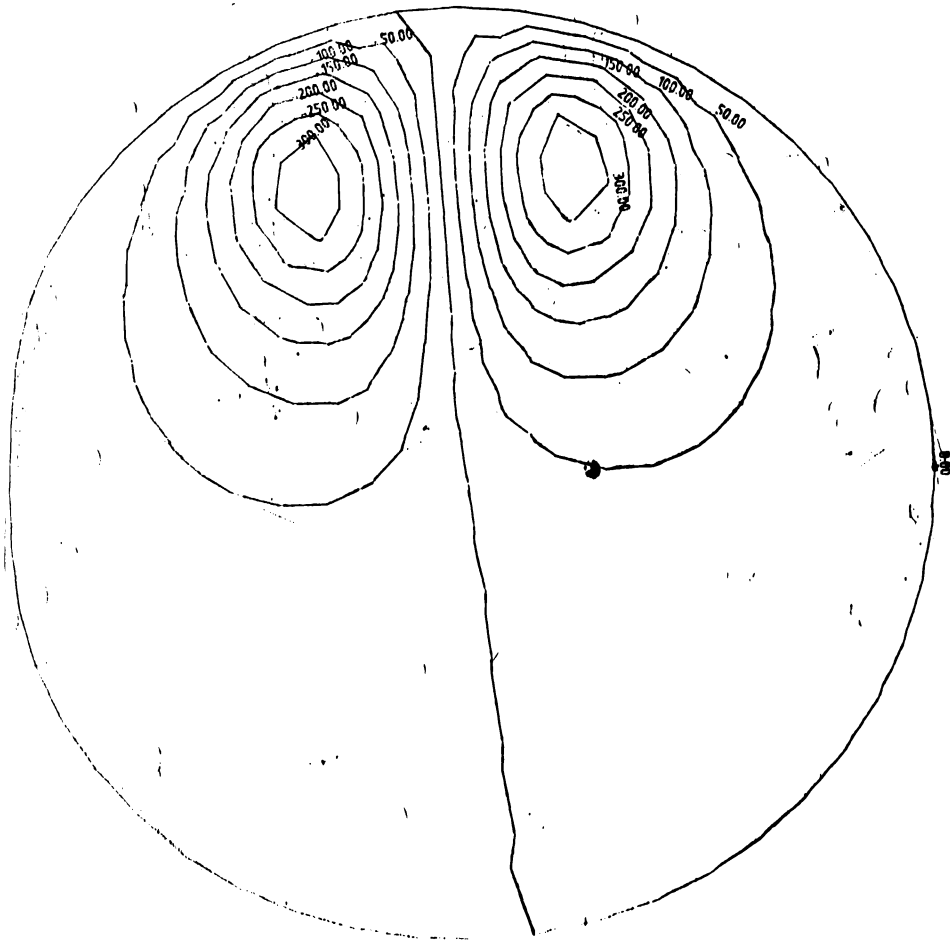


Fig.3.9. Linile echipotentialare ale scalarului cîmpului electric $\varphi_{mu}(x,y,t)$ și liniile de cîmp ale densității de curent $\vec{J}_{mu}(x,y,t)$ ($\Omega_2=4,1875$ rad/sec, $P_2=10$ KW).

Din fig. 3.8 și 3.9 se observă perfectă proporționalitate a valorilor scalarului câmpului electric φ_{mu} cu viteza unghiulară Ω a mișcării circulare. Aceeași proporționalitate se regăsește și pentru valorile efective ale densității de curenți a curentilor turbionari.

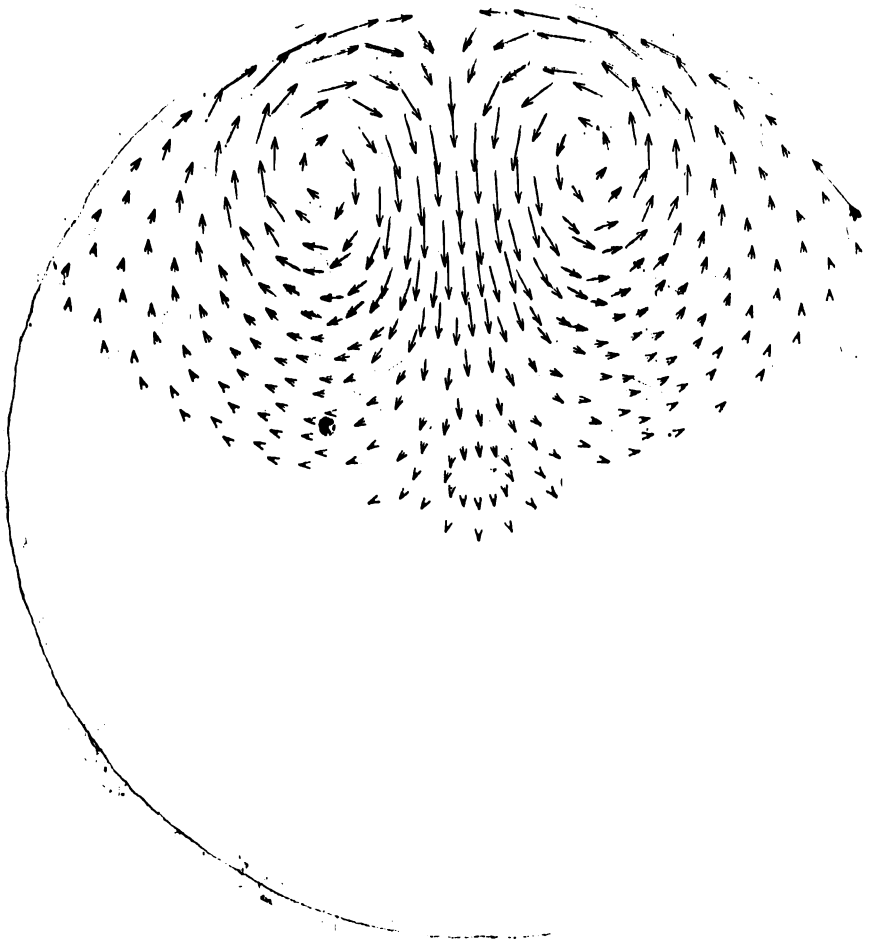


Fig. 3.10. Vectorii densitate de curenți $\vec{J}_{\mu\lambda}$ în auto-centrele de greutate ale N.F.T.1 ($\lambda=1,2,\dots,720$)
• ($\Omega_1=0,8375$ rad/sec, $P_1=2$ KW).

Nici în aceste reprezentări grafice nu au mai fost trasate liniile de câmp și vectorii densitate a curenților turbionari în semiceroul inferior al discului de aluminiu al C.I.M., unde valorile densității de curent sînt foarte mici.

3.5. Calculul numeric al densității de curent $\vec{J}_{mi}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. indusă prin mișcare de câmpul magnetic al bobinei de curent

În sistemul de referință legat de bobina de curent a C.I.M., față de care un punct al discului de mișcă uniform pe un cerc de rază r , cu viteza constantă;

$$v = \Omega r$$

luînd în considerare numai t.e.m. indusă prin mișcare în disc, scalarul câmpului electric $\varphi_{mi}(x,y,t)$ satisface ecuația Poisson:

$$\nabla^2 \varphi_{mi} = \frac{d_v B_1}{dt} = \frac{\partial B_1}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = \Omega \frac{\partial B_1}{\partial \theta} \quad (3.8)$$

Ecuația diferențială (3.8) se întegrează cu condiția de frontieră:

$$\varphi_{mi} = 0 \quad \text{pe suprafața laterală } S_2 \text{ a discului} \quad (3.9)$$

Și în acest caz s-a rulat programul de calcul pentru cele două viteze unghiulare precedente:

$$\Omega_1 = 0,8375 \text{ rad/sec } (P_1 = 2 \text{ KW})$$

$$\Omega_2 = 4,1875 \text{ rad/sec } (P_2 = 10 \text{ KW})$$

Valorile nodale ale scalarului câmpului electric $\varphi_{mi\alpha}$ ($\alpha=1, 2, \dots, 385$) rezultate din calcul sînt tipărite în listîngul P5A din anexă. Au fost calculate apoi densitățile de curent ale curenților turbionari care apar în disc, corespunzător celor două situații considerate, în centrele de greutate ale E.F.T. În figurile 3.11 și 3.12 sînt trasate automat pe plotterul calculatorului liniile schismale ale scalarului câmpului electric φ_{mi} (care sînt totodată și linii de câmp ale densității de curent \vec{J}_{mi}). De asemenea, în figura 3.13 sînt reprezentate la scară vectorii densitate de curent $J_{mi\lambda}$ ($\lambda=1, 2, \dots, 720$) în centrele de greutate ale E.F.T. pentru una din cele două situații. Este de remarcat semnul diferit al scalarului câmpului electric $\varphi_{mi}(x,y)$ în cele trei regiuni distincte limitate de liniile

sale de câmp echiscalare (fig.3.11 și 3.12), precum și proporționalitatea perfectă cu valoarea vitezei unghiulare Ω .

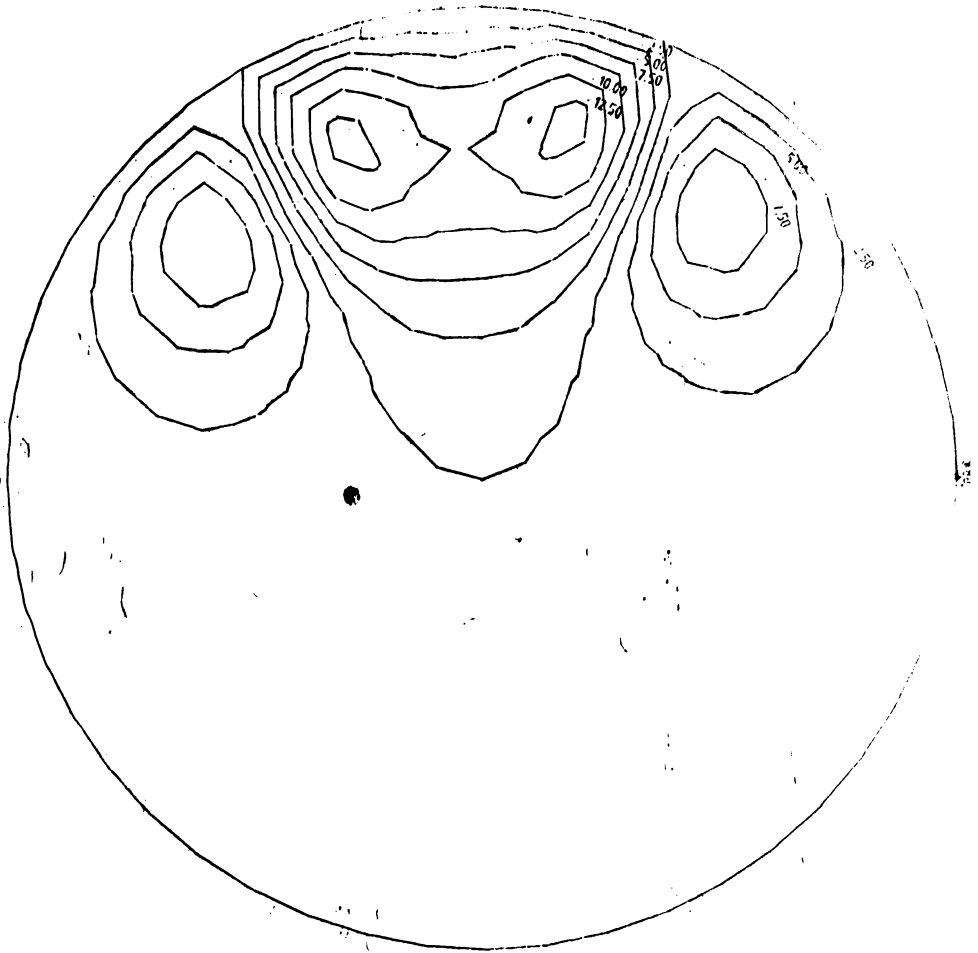


Fig.3.11. Liniile echiscalare ale scalarului câmpului electric $\varphi_{m1}(x,y,t)$ și liniile de câmp ale densității de curent $\vec{j}_{m1}(x,y,t)$ ($\Omega_1=0,8375$ rad/sec, $P_1=2$ KW).

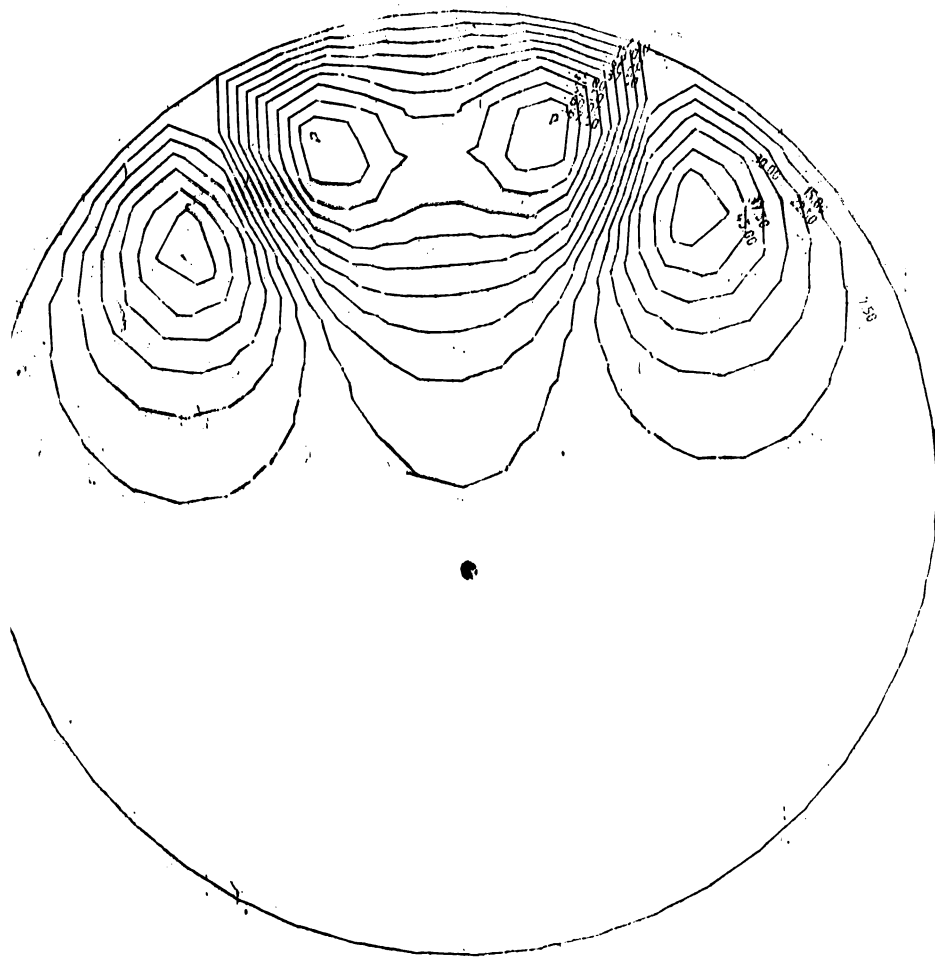


Fig.3.12. Linile echiscalare ale scalarului câmpului electric $\varphi_{m1}(x,y,t)$ și liniile de câmp ale densității de curent $\vec{j}_{m1}(x,y,t)$ ($\Omega_2=4,1875$ rad/sec, $P_2 = 10$ KW).

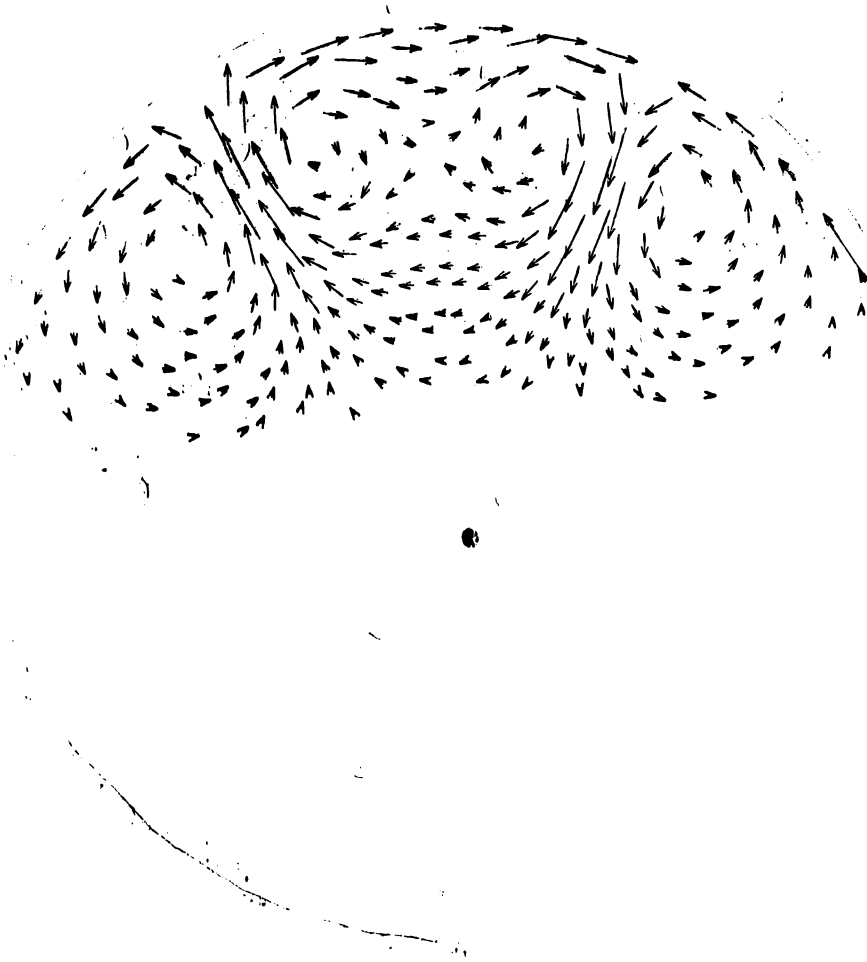


Fig.3.13. Vectorii densitate de curent $\bar{J}_{mi\lambda}$ in centrele de greutate ale E.F.T. ($\lambda = 1, 2, \dots, 720$) ($\Omega_1 = 0,8375$ rad/sec., $P_1 = 2$ KW).

3.6. Calculul numeric al densității de curent $J_{MP}(x,y)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. indusă prin mișcare de câmpul magnetic al magnetului permanent

Într-un sistem de referință fix, legat de magnetul permanent al C.I.M., scalarul câmpului electric care apare în disc datorită mișcării discului φ_{MP} satisface tot o ecuație de tip Poisson:

$$\nabla^2 \varphi_{MP} = \frac{d B_{MP}}{dt} \quad (3.10)$$

care integrată cu condiția de frontieră de tip Dirichelet :

$$\varphi_{MP} = 0 \quad \text{pe suprafața laterală } S_p \text{ a discului} \quad (3.11)$$

Cu valorile inducției magnetice B_{MP} create de magnetul permanent (cuprinse în tabelul nr.3A din anexă) au fost determinate, pe de altă parte, un program de interpolare pe calculator, valorile în nodurile rețelei de discretizare cu E.F.T. realizate și în centrele de greutate ale E.F.T.

Trecerea de la coordonatele x', y' , în sistemul de axe propriu $x'Cy'$ al magnetului permanent, la coordonatele x, y în raport cu sistemul de axe xoy cu originea în centrul discului de aluminiu, se face ținând cont de configurația geometrică reprezentată în fig.3.14.

Distanța de la axa proprie de rotație a magnetului permanent la centrul discului de aluminiu este $oo'=47$ mm, iar de la centrul de simetrie al magnetului permanent O' la centrul O al discului de aluminiu, $OO=33$ mm, care face cu axa ox un unghi de 50° . Coordonatele centrului magnetului permanent în sistemul de axe xoy sînt:

$$x_o = OO \cdot \cos 50^\circ = 33 \cdot 0,6427 = 21,20 \text{ mm}$$

$$y_o = -OO \cdot \sin 50^\circ = -33 \cdot 0,7660 = -25,27 \text{ mm}$$

Un punct curent A din planul discului, avînd coordonate x'_A, y'_A în sistemul de axe $x'Cy'$, va avea în sistemul de axe xoy coordonatele:

$$\begin{aligned} x_A &= x_o + OT = 21,20 + r \cdot \sin(\beta - 50^\circ) = \\ &= 21,20 + \sqrt{x_A'^2 + y_A'^2} \sin(\beta - 50^\circ) \quad [\text{mm}] \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} y_A &= y_o + OS = -25,27 - r \cdot \cos(\beta - 50^\circ) = \\ &= -25,27 - \sqrt{x_A'^2 + y_A'^2} \cos(\beta - 50^\circ) \quad [\text{mm}] \end{aligned} \quad (3.13)$$

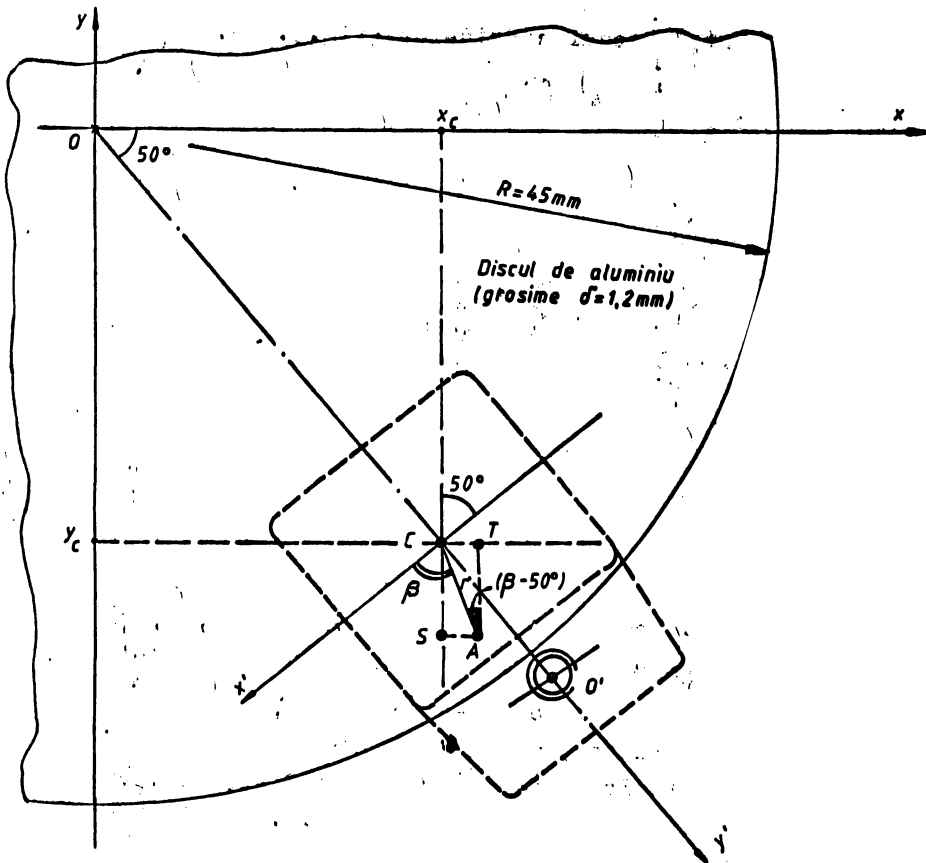


Fig.3.14. Trecerea de la coordonatele x', y' la x, y .

β este unghiul dintre vectorul de poziție al punctului A în sistemul $x'Oy'$, x' și axa Ox'

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y'_A}{x'_A} \quad (3.14)$$

Considerând valoarea B_{MP} în punctul A, rezultă coordonatele x_A, y_A ale aceluiași punct A față de axele sistemului de referință cu originea în centrul discului de aluminiu în care cîmpul magnetic are inducția magnetică luată în considerare.

În acest fel s-au determinat printr-un program pe calculator coordonatele x, y în care s-au măsurat valorile B_{MP} din tabelul nr.3A. Pentru aflarea valorilor acestui cîmp în nodurile rețelei de discretizare cu R.F.T. realizate s-a făcut o interpolare liniară cu valorile inducției magnetice din virfurile unui pă-

trat elementar, cu laturi de 1 mm și paralele cu axele Ox' și Oy' , care cuprinde nodul considerat (fig.3.15).

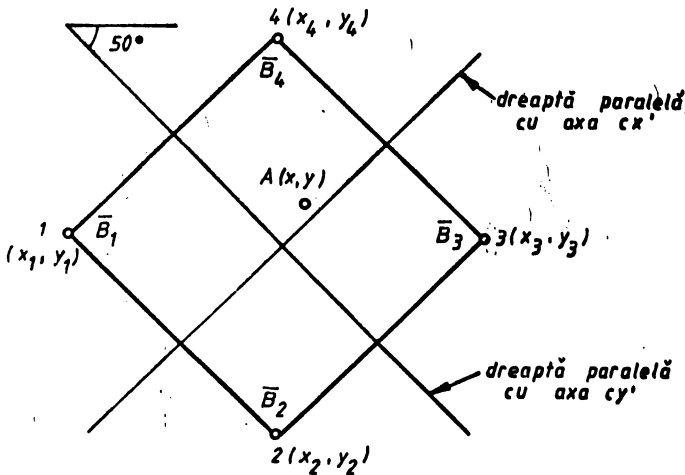


Fig.3.15. Nod al rețelei de discretizare, A, în interiorul unui patrat elementar cu latura de 1 mm.

tot prin interpolare liniară s-au calculat, prin același program de calcul pe calculator, valorile inducției magnetice create de magnetul permanent în centrele de greutate ale E.F.T.

Prin metodologia de calcul cu E.F.T. s-a realizat și rulaj pe calculator un program de calcul al densității de curent a curenților turbionari care apar ca urmare a mișcării discului în interiorul magnetului permanent.

Cu rezultatele acestui calcul numeric în fig.3.16 sînt tratate automat pe plotterul calculatorului liniile echiscalară ale potențialului cîmpului electric φ_{MP} , care sînt și liniile de curenți densității de curent \vec{J}_{MP} , pentru $\Omega_1 = 0,8375$ rad/sec, iar în fig.3.17 aceleași mărimi pentru $\Omega_2 = 4,1875$ rad/sec. În fig.3.18 sînt reprezentate vectorii densitate de curent \vec{J}_{MP} în centrele de greutate ale E.F.T. Modulul densității de curent și orientarea fiecărui vector prin unghiul făcut cu axa ox sînt prezentate în tabelul P6A din anexă.

Variația inducției magnetice în unitatea de timp este proporțională cu viteza unghiulară Ω în mișcarea de rotație a discului de aluminiu. Considerînd valorile inducției în nodurile rețelei de discretizare situate pe același cerc, de rază r , se poate scrie:

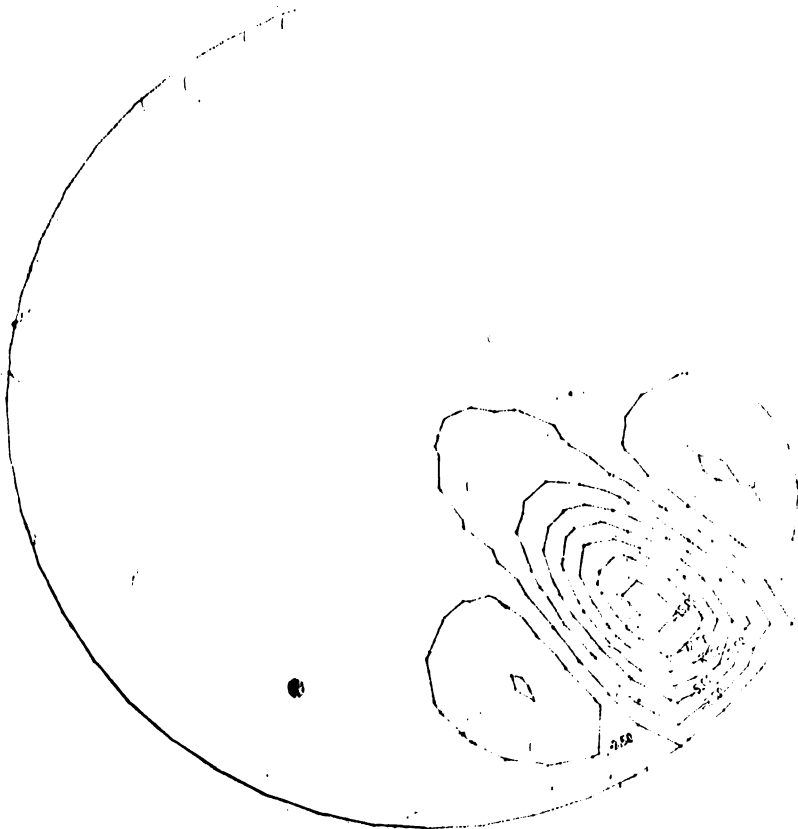


Fig.3.16. Linii echiscălare ale scalarului câmpului electric $\varphi_{MP}(x,y)$ și liniile de câmp ale densității de curent $\bar{J}_{MP}(x,y)$. ($\Omega_1=0,8375$ rad/sec, $P_1=2$ KW).

$$\frac{dB_{MP}}{dt} = \frac{\partial B_{MP}}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial B_{MP}}{\partial \theta} \cdot \Omega \quad (3.15)$$

în care θ este unghiul făcut de raza vectorie a nodului considerat cu axa ox. Pentru $\partial B_{MP}/\partial \theta$ s-au considerat valorile:

$$\frac{\Delta B_{MP}}{\Delta \theta} = \frac{B_i - B_{i+1}}{\theta_{i+1} - \theta_i} \quad (3.16)$$

în care B_i și B_{i+1} sînt valorile inducției magnetice B_{MP} în două noduri vecine de pe cercul considerat, iar θ_i și θ_{i+1} sînt unghiurile razelor vectoare ale nodurilor în cauză cu axa ox. Se poate observa că valorile $\Delta \theta$ iau valori constante pe un cerc, funcție de numărul de noduri pe cercul respectiv: 48, 24 sau 12.

$$\Delta\theta \in \left\{ \frac{2\pi}{48} = \frac{\pi}{24}, \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}, \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \right\} \text{ radiani} \quad (3.17)$$

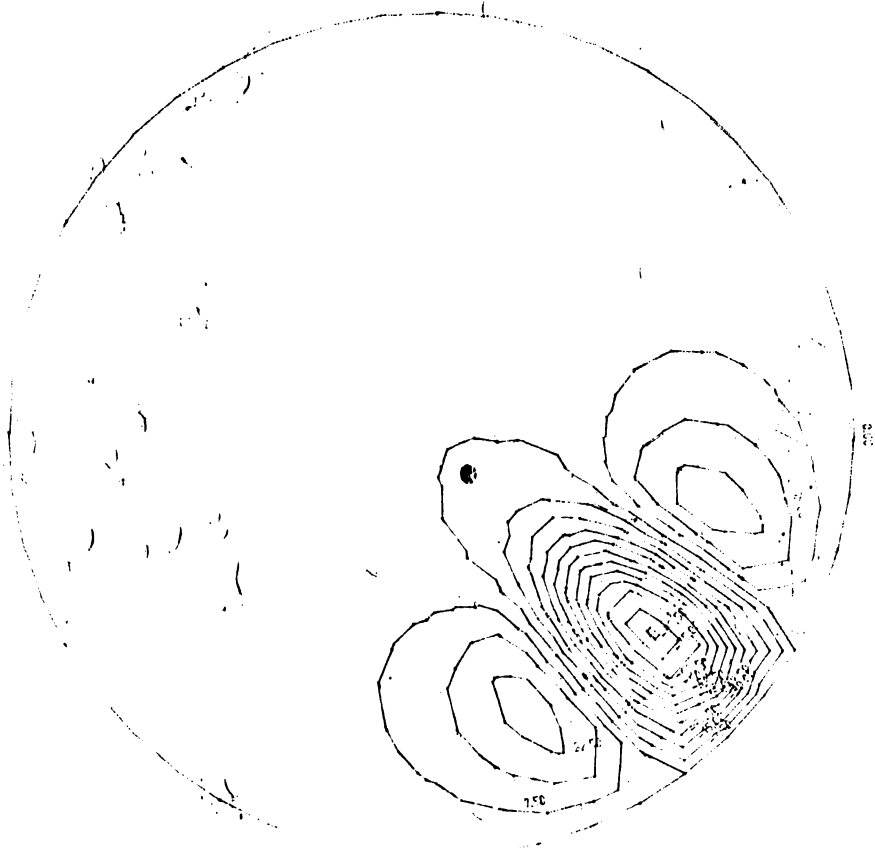


Fig.3.17. Linii nodale ale scalarului cimpului electric $\varphi_{MP}(x,y)$ și liniile de cimp ale densității de curent: $\vec{j}_{MP}(x,y)$. ($\Omega_2=4,1875$ rad/sec, $P_2=10$ KW).

• Pentru calculul densității de curent în discul de aluminiu al C.I.M. s-au considerat pentru viteza unghiulară Ω situațiile prezentate în tabelul nr.3.1.

TABELUL Nr. 3.1

Vitezele unghiulare Ω considerate.

| | | | | | | |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| P [W] | 220 | 440 | 660 | 1100 | 1650 | 2200 |
| Ω [$\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$] | 0,184 | 0,368 | 0,552 | 0,921 | 1,382 | 1,842 |

$\cos \varphi_e = 1$

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3300 | 4400 | 5500 | 6600 | 7700 | 8800 |
| 2,764 | 3,685 | 4,606 | 5,528 | 6,449 | 7,370 |

Regim de suprasarcină.



Fig. 3.18. Vectorii densitate de curent $\bar{J}_{MP}(x,y)$ in centrele de greutate ale R.F.T. ($\Omega_1 = 0,8375$ rad/sec, $P_1 = 2$ KW).

În figurile 3.16 - 3.18 se poate observa localizarea strictă a zonei în care discul de aluminiu este străbătut de curenți turbionari în cadranul al IV-lea în sistemul de axe xoy. Acest fapt este firesc deoarece, așa cum s-a determinat experimental în paragraful 2.2 (fig.2.12, 2.13 și valorile din tabelul nr.3A din anexă) în afara întrefierului magnetului permanent valorile inducției magnetice B_{MP} scad foarte rapid spre zero. Atât din reprezentările grafice ale spectrului liniilor de câmp ale densității de curent $\vec{J}_{MP}(x,y)$ din figurile 3.16 și 3.17, cât și din reprezentarea grafică a vectorilor $\vec{J}_{MP\lambda}$ în centrele de greutate ale E.F.T. din figura 3.18, reiese clar că valoarea densității de curent a curenților turbionari scade repede cu depărtarea de magnetul permanent.

nr. (V, x) \vec{J}_{MP} $\vec{J}_{MP\lambda}$ \vec{J}_{MP} $\vec{J}_{MP\lambda}$
cuasa/bax (V, x) \vec{J}_{MP} $\vec{J}_{MP\lambda}$ \vec{J}_{MP} $\vec{J}_{MP\lambda}$

nr. (V, x) \vec{J}_{MP} $\vec{J}_{MP\lambda}$ \vec{J}_{MP} $\vec{J}_{MP\lambda}$
cuasa/bax (V, x) \vec{J}_{MP} $\vec{J}_{MP\lambda}$ \vec{J}_{MP} $\vec{J}_{MP\lambda}$
.(1)

CAPITOLUL 4.

CALCULUL NUMERIC AL MOMENTULUI MECANIC ACTIV EXERCITAT
ASUPRA DISCULUI DE ALUMINIU AL C.I.M. TIP CMA

În literatura de specialitate consultată calculul momentului mecanic activ exercitat asupra discului de aluminiu al C.I.M. se face prin intermediul interacțiunii dintre densitatea de curent a curenților turbionari din disc cu inducția magnetică ce există în te. discul. Așa cum s a arătat la începutul capitolului 3, calculul analitic al densității de curent a curenților turbionari din disc este posibil numai cu ipoteze simplificatoare ce vizează în principal valoarea inducției magnetice, forma și localizarea suprafețelor străbătute de câmp în planul discului de aluminiu. Aceste ipoteze simplificatoare rămân implicit valabile și în cazul calculului analitic al momentului activ corespunzător.

Astfel, în /56/ cu ipotezele simplificatoare asupra repartiției cîmpului magnetic în planul discului (fig.3.1), momentul activ se calculează sub forma unei integrale de volum pe întregul volum al discului:

$$M_p = -\delta \operatorname{Real} \left[\iint r^2 dr d\alpha \underline{J}_{ru} \underline{B}_i^* \right] -$$

$$-\delta \operatorname{Real} \left[\iint r^2 dr d\alpha \underline{J}_{ri} \underline{B}_u^* \right]$$

în care δ este grosimea discului;

\underline{J}_{ru} și \underline{J}_{ri} expresiile în complex ale componentelor radiale ale densităților de curent ale curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin transformare de cîmpurile magnetice create de bobinele de tensiune și curent ale C.I.M.;

\underline{B}_u^* și \underline{B}_i^* expresiile în complex ale conjugatelor mărimilor inducțiilor magnetice create de cele două bobine.

Prin integrarea pe întregul volum al discului se obține

pentru momentul mecanic activ expresia:

$$M_p = 4 \int \omega \sigma K'_p B_1 B_u \sin \psi$$

in care, pe lângă mărimile cunoscute, apare coeficientul K'_p care depinde numai de mărimile geometrice a , b , α și β (fig.3.1). Se calculează momentul activ pentru mai multe seturi de valori ale mărimilor ce intervin în expresie, în următoarele domenii (pentru un C.I.M. tip CAMS care era produs de întreprinderea Electromagnetica Băcurești) :

$$\alpha \in [15^\circ, 25^\circ]; \quad \beta \in [10^\circ, 20^\circ], \\ B_u \in [45 \text{ mT}, 60 \text{ mT}], \quad B_1 \in [10 \text{ mT}, 30 \text{ mT}],$$

$$a = 30 \text{ mm} \quad \text{și} \quad b = 45 \text{ mm}$$

evidențindu-se că valoarea cea mai apropiată de cea determinată experimental rezultă pentru:

$$B_u = 59 \text{ mT}, \quad B_1 = 20 \text{ mT}, \quad \alpha = 20^\circ \quad \text{și} \quad \beta = 15^\circ$$

Cu ipoteza simplificatoare a secțiunilor circulare a suprafețelor din disc străbătute de cele două cimpuri magnetice /113/ (fig.3.2) se calculează momentul mecanic activ tot pe baza interacțiunii dintre \vec{J} și \vec{B} , considerându-se liniile de curent cercurile lui Apollonius, iar în /17, 58/ se introduc coeficienții de corecție care țin seama de forma reală a polilor magnetici.

În /141/ se prezintă o metodă de calcul a momentului mecanic activ prin aplicarea metodei conductanței electrice mutuale.

Principalele acțiuni ponderomotoare care se manifestă sub formă de momente de rotație ce acționează asupra discului de aluminiu al C.I.M. sînt:

- a. momentul mecanic activ;
- b. momentul mecanic de frinare al magnetului permanent;
- c. momentele mecanice de frinare suplimentare.

Toate acestea apar ca urmare a interacțiunii dintre un cîmp magnetic exterior discului și curenții turbionari care apar prin inducție electromagnetică în disc. Așa cum s-a arătat în capitolele precedente, principalele categorii de cimpuri magnetice sînt cele determinate de:

- bobina de tensiune;
- bobina de curent;
- magnetul permanent.

Primele două sînt cu variații sinusoidale în timp, ultimul este

un câmp magnetic invariabil în timp. Toate trei au însă, după cum s-a arătat, repartiții spațiale neuniforme în planul discului de aluminiu al C.I.M., având valori maxime sub tălpile polare și fiind neuniform cu distanța față de centrul de simetrie al tălpilor polare corespunzătoare. Având în vedere că discul are o mișcare de rotație în jurul axei sale verticale, în cele ce urmează se va lua în considerare cazul general al unei plăci plane care care se rotește cu o viteză unghiulară Ω într-un câmp magnetic exterior, dirijat normal pe planul plăcii.

4.1. Momentul mecanic exercitat de un câmp magnetic exterior asupra unei plăci plane, conductoare aflată în mișcare

Se consideră o placă plană, conductoare, situată într-un câmp magnetic exterior de forma:

$$\vec{B}_e = B_e(x, y, t) \vec{u}_z \quad (4.1)$$

adică este un câmp magnetic plan-paralel, neuniform. Placa se poate roti în jurul axei verticale oz cu viteza unghiulară Ω . Viteza unui punct oarecare al plăcii este:

$$\vec{v} = v_x \vec{u}_x + v_y \vec{u}_y \quad (4.2)$$

Se neglijează câmpul magnetic de reacție al curenților turbionari din placă și se presupune mediul plăcii liniar, omogen și izotrop.

Dacă se alege un referențial legat de sistemul care generează câmpul magnetic, legea inducției electromagnetice

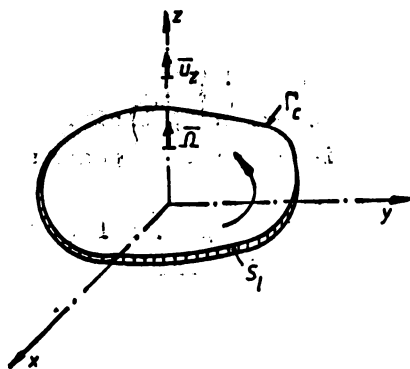


Fig.4.1. Placă plană mobilă, în câmp magnetic exterior.

în formă diferențială se scrie sub forma:

$$\text{rot } \vec{B} = - \frac{\partial \vec{B}_e}{\partial t} + \text{rot } \vec{v} \times \vec{B} = - \frac{\partial \vec{B}_e}{\partial t} + \vec{v} (\nabla \cdot \vec{B}_e) - (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{B}_e + (\vec{B}_e \cdot \nabla) \vec{v} - \vec{B}_e (\nabla \cdot \vec{v}) \quad (4.3)$$

Câmpul magnetic exterior fiind solenoidal $\nabla \cdot \vec{B}_e = 0$, iar $(\vec{B}_e \cdot \nabla) \vec{v}$ și mediul conductor al plăcii nedeformabilă, $\nabla \cdot \vec{v} = 0$, se poate scrie în continuare:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} - (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{B}_0 \quad (4.4)$$

Deoarece mediul s-a presupus omogen, deci avind aceeași conductivitate electrică σ , ținind seama de legea conducerii electrice (Ohm) $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, se mai poate scrie:

$$\operatorname{rot} \vec{j} = - \sigma \left[\frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{B}_0 \right] \quad (4.5)$$

Legea conservării sarcinii electrice libere și teorema relaxației arată că pînă la frecvențe foarte înalte cîmpul densității de curent este eminent solenoidal, adică:

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad \text{sau} \quad \vec{j} = \operatorname{rot} \vec{A}_j \quad (4.6)$$

în care \vec{A}_j este potențialul vector al cîmpului densității de curent \vec{j} . Componenta potențială a lui \vec{A}_j fiind arbitrară, se va considera în continuare:

$$\nabla \cdot \vec{A}_j = 0 \quad (4.7)$$

Cîmpul densității de curent fiind plan-paralel rezultă că:

$$\vec{A}_j(x, y, t) = A_j(x, y, t) \cdot \vec{u}_z \quad (4.8)$$

și deci:

$$\vec{j} = \nabla \times \vec{A}_j = -\vec{u}_z \times \nabla A_j = \nabla A_j \times \vec{u}_z \quad (4.9)$$

Și în acest caz, cum rezultă din relația de mai sus, liniile de cîmp ale densității de curent \vec{j} sînt linii echiscolare pentru potențialul vector \vec{A}_j .

Între funcția scalară $\varphi(x, y, t)$ definită prin relația (1.13) /49/ și valoarea potențialului vector \vec{A}_j există o relație de corespondență biunivocă de proporționalitate directă. În adevăr din:

$$\vec{E} = \nabla \varphi \times \vec{u}_z$$

rezultă:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \sigma \nabla \varphi \times \vec{u}_z \quad (4.10)$$

Comparînd această relație cu (4.9) rezultă imediat:

$$\sigma \nabla \varphi = \nabla A_j \quad (4.11)$$

adică funcția scalară $\varphi(x, y, t)$ reprezintă raportul dintre valoarea potențialului vector \vec{A}_j și conductivitatea electrică σ (constantă) a mediului conductor al plăcii considerate.

Din relațiile (4.6) și (4.7) rezultă ecuația diferențială pe care o satisface valoarea potențialului vector A_j :

$$\nabla^2 A_j = \sigma \frac{\partial B_e}{\partial t} + (\nabla \nabla) B_e \quad (4.12)$$

ceea ce reprezintă o ecuație de tip Poisson. Ținînd seama de relația de proporționalitate între $\varphi(x,y,t)$ și $A_j(x,y,t)$ se poate afirma direct că ecuația Poisson trebuie integrată în condiții de frontieră de tip Dirichlet:

$$A_j = 0 \quad \text{pe suprafața laterală } S_2 \text{ a plăcii} \quad (4.13)$$

Aceeași condiție de frontieră pentru integrarea ecuației Poisson pe care o satisface valoarea potențialului vector A_j se poate obține și printr-un alt considerent. Potențialul vector A_j are numai componentă după axa oz , perpendiculară pe planul xoy al plăcii conductoare. Aceasta rezultă nemijlocit din observația că intensitatea curentului de conducție, i , este nulă prin orice suprafață S_r situată într-o secțiune transversală oarecare a plăcii cilindrice (fig.4.2).

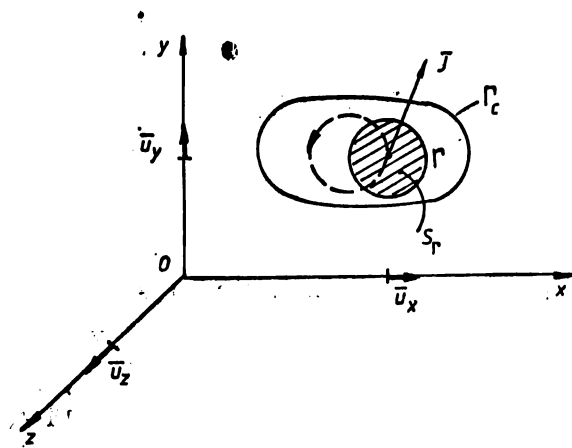


Fig.4.2. Suprafața S_r într-o secțiune transversală a plăcii.

$$\oint_{S_r} \vec{j} \cdot d\vec{s} = \int_{S_r} \text{rot } \vec{A}_j \cdot d\vec{s} = \oint_r \vec{A}_j \cdot d\vec{e} = 0 \quad (4.14)$$

relație identic satisfăcută numai cînd \vec{A}_j este perpendicular pe S_r , adică paralel cu axa oz . Dacă se consideră o linie de cîmp \vec{e}_j a densității de curent \vec{j} (fig.4.3) prin înmulțirea egalității

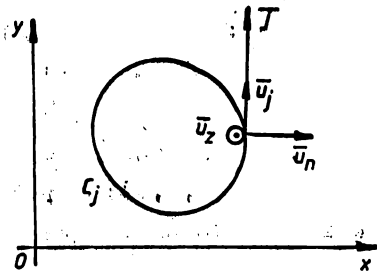


Fig.4-3. Linie de cîmp C_j a densității de curent în plăcii.

(4.9) scalar cu vectorul unitar \bar{u}_n , ce este ortogonal pe linia de cîmp, se obține:

$$\bar{j} \cdot \bar{u}_n = 0 = \nabla A_j \cdot (\bar{u}_z \times \bar{u}_n) = \nabla A_j \cdot \bar{u}_j \quad (4.15)$$

Relația de mai sus certifică faptul că A_j are valoare constantă pe o linie de cîmp C_j a densității de curent \bar{j} în placă. Și cum frontiera Γ_0 a plăcii este tot o linie de cîmp a densității de curent, iar funcția A_j este definită pînă la o constantă arbitrară, se poate lua pe întregul contur al secțiunii plăcii cilindrice Γ_0 :

$$A_j(x, y, t) = 0 \quad \text{pe conturul } \Gamma_0 \text{ al plăcii} \quad (4.16)$$

În capitolul 3 s-a rezolvat problema integrării ecuației Poisson pe care o satisface funcția scalară $\psi(x, y, t)$ în condiții de frontieră Dirichlet $\psi = 0$ pe conturul plăcii. Ca urmare în continuare se presupune cunoscută și soluția pentru $A_j(x, y, t)$.

Din egalitatea:

$$\nabla \cdot (\bar{A}_j \times \bar{j}) = -\bar{A}_j \cdot (\nabla \times \bar{j}) + j^2 \quad (4.17)$$

prin integrare pe volumul plăcii și ținînd seama de relația (4.5) se obține, utilizînd transformarea Gauss-Ostrogradski:

$$\oint_{\Sigma} (\bar{A}_j \times \bar{j}) \cdot d\bar{s} = \int_{V_{\Sigma}} \bar{A}_j \cdot \left[\bar{\sigma} \frac{\partial \bar{B}_e}{\partial t} + (\nabla \nabla) \bar{B}_e \right] dv + \int_{V_{\Sigma}} j^2 dv \quad (4.18)$$

Integrala din membrul stîng al relației de mai sus, efectuată pe întreaga suprafață exterioară Σ a plăcii, este nulă deoarece pe cele două baze vectorul de integrat $\bar{A}_j \times \bar{j}$ este perpendicular pe elementul de suprafață $d\bar{s}$, iar pe suprafața laterală a plăcii $\bar{A}_j = 0$. Cu această observație și împărțind întreaga egalitate cu $\bar{\sigma}$ se obține:

$$\int_{V_{\Sigma}} \frac{j^2}{\bar{\sigma}} dv + \int_{V_{\Sigma}} \bar{A}_j \cdot \frac{\partial \bar{B}_e}{\partial t} dv + \int_{V_{\Sigma}} \bar{A}_j \cdot [(\nabla \nabla) \bar{B}_e] dv = 0 \quad (4.19)$$

Pe de altă parte, pornind de la dezvoltarea divergenței dublului produs vectorial $\bar{A}_j \times (\nabla \times \bar{B}_e)$ se obține:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot [\bar{A}_j \times (\nabla \times \bar{B}_e)] &= (\nabla \times \bar{B}_e) \cdot (\nabla \times \bar{A}_j) - \bar{A}_j \cdot [\nabla \times (\nabla \times \bar{B}_e)] = \\ &= (\nabla \times \bar{B}_e) \cdot \bar{j} + \bar{A}_j \cdot [(\nabla \nabla) \bar{B}_e] = \bar{v} \cdot (\bar{B}_e \times \bar{j}) + \bar{A}_j \cdot [(\nabla \nabla) \bar{B}_e] = \\ &= -\bar{v} \cdot \bar{f}_v + \bar{A}_j \cdot [(\nabla \nabla) \bar{B}_e] \end{aligned} \quad (4.20)$$

in care s-a ținut seama că $\bar{f}_v = \bar{j} \times \bar{B}_e$, reprezintă densitatea de volum a forțelor exercitate de cîmpul magnetic exterior asupra plăcii. Dacă se integrează acum expresia (4.20) pe întregul volum al plăcii și se folosește transformarea Gauss-Ostrogradski în membrul stîng, rezultă:

$$\oint_{\Sigma} [\bar{A}_j \times (\nabla \times \bar{B}_e)] \cdot d\bar{s} = - \int_{\Sigma} \bar{v} \cdot \bar{f}_v dv + \int_{\Sigma} \bar{A}_j \cdot [(\nabla \nabla) \bar{B}_e] dv = 0 \quad (4.21)$$

Integrala pe suprafața totală Σ a plăcii considerate este nulă deoarece pe suprafața laterală $\bar{A}_j = 0$, iar pe cele două baze plane $d\bar{s}$ și vectorul de integrat $\bar{A}_j \times (\nabla \times \bar{B}_e)$ sînt ortogonali. În acest fel se poate scrie egalitatea:

$$\int_{\Sigma} \bar{A}_j \cdot [(\nabla \nabla) \bar{B}_e] dv = \int_{\Sigma} \bar{v} \cdot \bar{f}_v dv = \frac{\delta A}{\delta t} \quad (4.22)$$

in care prin $\delta A / \delta t$ s-a notat puterea cedată plăcii de cîmpul magnetic, prin efectuare de lucru mecanic.

Revenind la relația (4.19), aceasta se poate scrie, ținînd cont de (4.22) sub forma:

$$\int_{\Sigma} \frac{j^2}{\sigma} dv + \int_{\Sigma} \bar{A}_j \cdot \frac{\partial \bar{B}_e}{\partial t} dv + \frac{\delta A}{\delta t} = 0$$

sau și:

$$\frac{\delta A}{\delta t} = - \int_{\Sigma} \frac{j^2}{\sigma} dv - \int_{\Sigma} \bar{A}_j \cdot \frac{\partial \bar{B}_e}{\partial t} dv \quad (4.23)$$

Dacă \bar{B}_e este un cîmp uniform $\bar{B}_e = B_e(t) \bar{u}_z$ atunci ecuația (4.12) coincide cu cea obținută pentru medii imobile și cum condiția de frontieră este aceeași rezultă că și soluțiile coincid. S-a văzut însă că, în acest caz, cei doi termeni din membrul drept al relației (4.23) sînt egali și de semne contrare, deci $\delta A / \delta t = 0$. Rezultă concluzia foarte importantă că în cîmpuri magnetice uniforme nu poate produce o mișcare a plăcii conductoare considerate.

Dacă însă \bar{B}_e este neuniform în planul plăcii atunci $\delta A / \delta t \neq 0$ și relația (4.23)

care se exercită asupra plăcii;

$$M = \frac{1}{\Omega} \frac{\delta A}{\delta t} = - \frac{1}{\Omega} \left[\int_{V_{\Sigma}} \frac{j^2}{\sigma} dv - \int_{V_{\Sigma}} (\bar{A}_j \cdot \frac{\partial \bar{B}_e}{\partial t}) dv \right] \quad (4.24)$$

Scrind elementul de volum $dv=hds$, în care h este grosimea plăcii conductoare, se obține în final:

$$M = - \frac{h}{\Omega} \left[\oint_{\Sigma} \frac{j^2}{\sigma} ds + \oint_{\Sigma} \bar{A}_j \frac{\partial B_e}{\partial t} ds \right] \quad (4.25)$$

O altă observație importantă este aceea că dacă $\partial B_e / \partial t = 0$ în întregul domeniu al plăcii considerate, chiar dacă B_e este neuniform, momentul exercitat asupra plăcii devine:

$$M = - \frac{h}{\Omega} \oint_{\Sigma} \frac{j^2}{\sigma} ds \quad (4.26)$$

și este un moment rezistent, fiind o mărime strict negativă. Acesta este cazul magnetului permanent al C.I.M. care exercită asupra discului care se rotește în întrefierul său un moment mecanic de frinare, moment care se va calcula într-unul din paragrafele următoare.

4.2. Calculul numeric al momentului mecanic activ exercitat asupra discului de aluminiu al C.I.M.

Momentul mecanic activ exercitat de câmpul magnetic produs de cele două sisteme de cimpuri magnetice asupra discului C.I.M. apare ca urmare a două interacțiuni distincte, și anume:

a. interacțiunea dintre câmpul magnetic $\bar{B}_u(x,y,t)$ creat de bobina de tensiune a C.I.M. și densitatea de curent $\bar{J}_{t1}(x,y,t)$ a curenților turbionari care apar în disc ca urmare a t.e.m. induse prin transformare de către câmpul magnetic al bobinei de curent;

b. interacțiunea dintre câmpul magnetic $\bar{B}_1(x,y,t)$ creat de bobina de curent a C.I.M. și densitatea de curent $\bar{J}_{uu}(x,y,t)$ a curenților turbionari care apar în disc ca urmare a t.e.m. induse prin transformare de către câmpul magnetic al bobinei de tensiune.

Schematic cele două interacțiuni "în cruce" sînt prezentate în fig.4.4.

Interacțiunea dintre câmpul magnetic și densitatea de curent a curenților turbionari din disc se manifestă sub forma unor forțe de volum a căror densitate este \bar{f}_v :

$$\bar{f}_v = \bar{j} \times \bar{B}_e \quad (4.27)$$

Acstea se află în planul discului, inducția magnetică \vec{B}_0 fiind perpendiculară pe plan, iar densitatea de curent \vec{J} în planul discului.

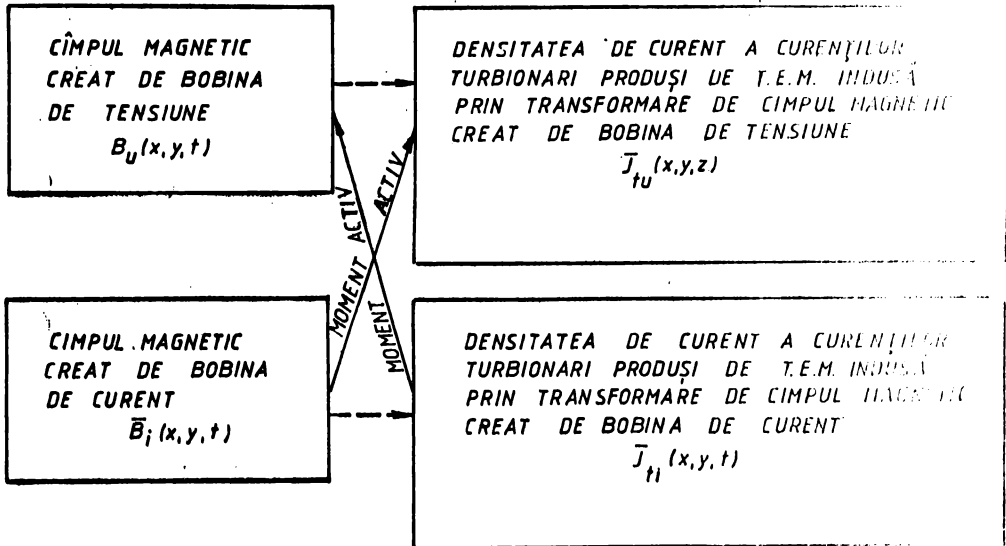


Fig.4.4. Interacțiunile ce crează moment mecanic activ asupra discului de aluminiu al C.I.M.

Se presupun acum în fig.4.5.a reprezentate sensurile lor trei vectori care intervin în relația (4.27) în centrul de greutate G_λ al unui E.F.T. al discretizării planului discului. Densitatea forțelor de volum în punctul G_λ va fi:

$$\vec{f}_{v\lambda} = \vec{j}_\lambda \times \vec{B}_{e\lambda} = j_\lambda B_{e\lambda} \sin 90^\circ \vec{u}_{f\lambda} = j_\lambda B_{e\lambda} \vec{u}_{f\lambda} \quad (4.28)$$

în care prin $\vec{u}_{f\lambda}$ s-a notat vectorul unitar al orientării forței specifice $\vec{f}_{v\lambda}$ în centrul de greutate al E.F.T. considerat. Se presupune în întregul volum determinat de un E.F.T. aceluși sens și mărime a forțelor de volum, forța elementară exercitată asupra acestui volum elementar va fi:

$$\Delta \vec{f}_\lambda = \vec{f}_{v\lambda} \Delta v_\lambda = j_\lambda B_{e\lambda} \Delta_\lambda \delta \vec{u}_{f\lambda} \quad (4.29)$$

în care: Δ_λ este aria E.F.T., baza elementului de volum considerat;

δ este grosimea discului C.I.M., înălțimea elementului de volum.

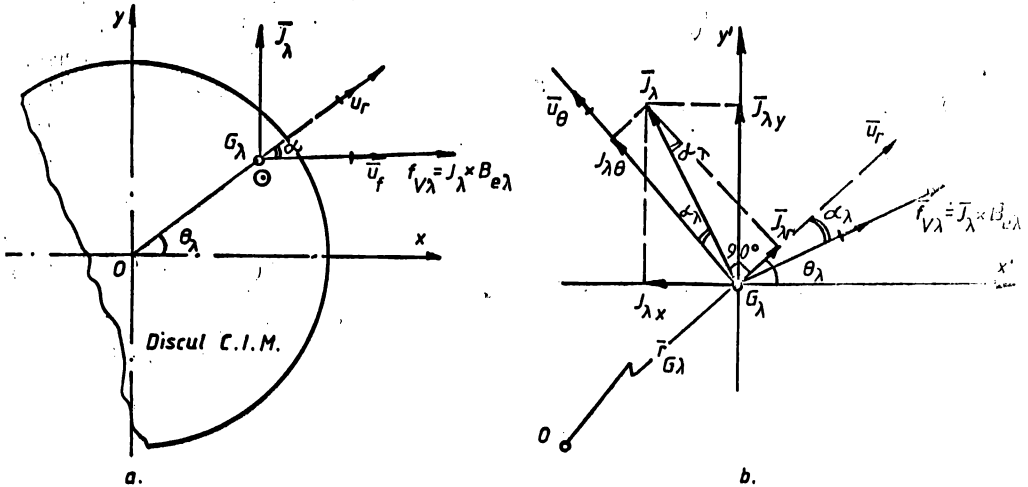


Fig.4.5. Forțe de volum exercitate asupra discului C.I.M.: a.orientarea forței specifice $\vec{F}_{v\lambda}$; b.compo-nentele densității de curent \vec{j}_λ în sisteme de re-ferință cartezian (x,y) și polar (r,θ)

Momentul mecanic produs de această forță elementară față de cen-trul discului (axul său) se poate scrie sub forma:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{M}_\lambda &= \vec{r}_{G\lambda} \times \Delta \vec{F}_\lambda = \vec{r}_{G\lambda} \times (j_\lambda B_{e\lambda} \Delta \lambda \delta \vec{u}_{r\lambda}) = \\ &= r_{G\lambda} j_\lambda B_{e\lambda} \Delta \lambda \delta (\vec{u}_r \times \vec{u}_{r\lambda}) = r_{G\lambda} j_\lambda B_{e\lambda} \Delta \lambda \delta \sin \alpha_\lambda \vec{e}_\theta \end{aligned} \quad (4.30)$$

Semnificațiile elementelor noi care apar în rel.(4.30) sînt:

$\vec{r}_{G\lambda}$: vectorul de poziție al centrului de greutate al

E.F.T. față de centrul de rotație al discului;

\vec{u}_r : vectorul unitar radial;

α_λ : unghiul format de forța elementară $\Delta \vec{F}_\lambda$ cu direc-

ția vectoroare $\vec{r}_{G\lambda}$ a centrului de greutate G_λ al E.F.T. considerat.

Trebuie făcută observația că orientarea forței de volum elementare $\Delta \vec{F}_\lambda$ este caracteristică fiecărui E.F.T. și diferă de la unul la altul. Momentele mecanice elementare $\Delta \bar{M}_\lambda$ au toate aceeași direcție și anume axa oz.

Din fig.4.5.b se observă că doar componenta radială a densității de curent $j_{\lambda r} = j_\lambda \sin \alpha_\lambda$ este cea care determină un mo-

ment mecanic care tinde să rotească discul. Toate momentele elementare $\Delta \bar{M}_\lambda$ avînd aceeași orientare, valoarea momentului mecanic rezultat asupra întregului disc rezultă ca sumă algebrică a valorilor acestora pentru toate F.F.T. ale discretizării realizate pentru disc:

$$\bar{M} = \sum_{\lambda=1}^T \Delta \bar{M}_\lambda = \left(\sum_{\lambda=1}^T \Delta M_\lambda \right) \bar{u}_z = \left(\sum_{\lambda=1}^T j_\lambda B_{e\lambda} \Delta_\lambda r_{G\lambda} \delta \sin \alpha_\lambda \right) \bar{u}_z \quad (4.31)$$

în care T este numărul total al F.F.T. ale discretizării discului.

Componentele tangențiale $j_{\lambda\theta} = j_\lambda \cos \alpha_\lambda$ nu determină moment mecanic de rotație, ci doar forțe radiale care sînt anulate de reacțiunile radiale ale lagărelor axului de rotație al discului.

Avînd în vedere cele două interacțiuni care determină momente mecanice de rotație se poate scrie în formă finală expresia momentului mecanic activ exercitat de cele două sisteme magnetice asupra discului contorului:

$$\bar{M}_a = \left[\sum_{\lambda=1}^T j_{tu\lambda} B_{1\lambda} \Delta_\lambda r_{G\lambda} \sin \alpha_{u\lambda} + \sum_{\lambda=1}^T j_{ti\lambda} B_{u\lambda} \Delta_\lambda r_{G\lambda} \sin \alpha_{i\lambda} \right] \delta \bar{u}_z \quad (4.32)$$

În expresia (4.32) a momentului mecanic activ s-au evidențiat cele două tipuri de interacțiuni ce determină rotirea discului. Prima sumă se referă la interacțiunea dintre cîmpul magnetic creat de bobina de curent ($B_{1\lambda}$ în centrele de greutate ale F.F.T.) și densitatea de curent a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin transformare de cîmpul magnetic al bobinei de tensiune ($j_{tu\lambda}$ în centrele de greutate ale F.F.T.). A doua sumă se referă la cealaltă interacțiune, dintre cîmpul magnetic creat de bobina de tensiune ($B_{u\lambda}$ în centrele de greutate ale F.F.T.) și densitatea de curent a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin transformare de cîmpul magnetic al bobinei de curent ($j_{ti\lambda}$ în centrele de greutate ale F.F.T.). Indicii mărimilor fizice din rel.(4.32) au deci semnificațiile următoare:

- λ : pentru F.F.T. curent ($\lambda = 1, 2, \dots, T$);
- u : referitor la bobina de tensiune a C.I.M.;
- i : referitor la bobina de curent a C.I.M.;
- t : referitor la t.e.m. induse prin transformare de către cele două cîmpuri magnetice.

În cele două sume algebrice pot apărea și termeni negativi sau nuli, funcție de orientările relative ale vectorului de poziție al centrului de greutate al E.F.T., $\vec{r}_{G\lambda}$, și vectorii densitate de curent a curenților turbionari, $\vec{J}_{tu\lambda}$ și $\vec{J}_{ti\lambda}$ ($\sin \alpha_{u\lambda}$ și respectiv $\sin \alpha_{i\lambda}$).

Valorile mărimilor fizice necesare calculului momentului mecanic activ cu relația (4.32) sunt furnizate de cele două programe de calcul pentru $\vec{J}_{tu\lambda}$ și $\vec{J}_{ti\lambda}$ (tipărite în listingurile P1A și P2A din anexă) și respectiv, de tabelele nr.1A și 2A din anexă, pentru $B_{u\lambda}$ și $B_{i\lambda}$.

Prin rularea pe calculator a programului întocmit pentru regimul nominal de funcționare ($U_n = 220$ V, $I_n = 10$ A, $f = 50$ Hz și $\cos \varphi_0 = 1$) a rezultat valoarea:

$$\begin{aligned} M_a &= -0,7918 \cdot 10^{-2} + 0,8396 \cdot 10^{-2} = 0,0478 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} = \\ &= 478 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} = 478 \mu \text{ Nm} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Cei doi termeni din relația de mai sus reprezintă chiar cele două sume din relația (4.32), iar valorile celor două seturi de câte $n=720$ termeni sînt tipărite în listingurile P7A și P8A din anexă (valorile necesare calculului celor două sume au aparținut unor fișiere de date distinote). Exprimat în gf.cm momentul mecanic activ este:

$$M_a = \frac{478 \cdot 10^{-6}}{9,8 \cdot 10^{-5}} = 4,877 \text{ gf.cm} \quad (4.34)$$

valoare care este foarte apropiată de cea furnizată de întreprinderea IAEM Timișoara: 4,8 gf.cm (eroare 1,6%). Această din urmă valoare a fost determinată experimental de un colectiv al secției de contoare monofazate a IAEM cu un aparat construit de specialiști din întreprindere, bazat pe torsionarea unui resort spiral. El încă nu a fost atestat metrologic. Apropierea valorilor validează atât corectitudinea calculului numeric al momentului mecanic activ cât și, implicit, corectitudinea calculului numeric ale scalarului cîmpului electric φ și al densității de curent \vec{J} a curenților turbionari din disc.

4.3. Verificarea prin măsurări experimentale a valorilor calculate numeric ale momentului mecanic activ al C.I.M. tip CM4

Valorile momentului mecanic activ al C.I.M. pentru diferite curenți de sarcină, care au fost calculate numeric prin intermediul metodei elementelor finite, s-au verificat experimental prin două procedee diferite:

1. cu resort spirală montat pe axul discului de aluminiu;
2. prin realizarea unui moment antagonist cu ajutorul unor greutateți legate de un fir la un capăt, celălalt capăt fiind fixat într-un punct, tangent pe periferia discului.

4.3.1. Metoda cu resort spirală

Centrul de inducție monofazat tip CM4 cu care s-au făcut măsurările experimentale i s-au fixat pe ax două resorturi spirale cu câte una din extremități, celelalte două extremități fiind fixate rigid, prin intermediul unor segmente din tablă subțire, de cadrul de aluminiu fix al C.I.M. (fig.4.6).

Fig. 4.6
Dispozitivul pentru măsurarea experimentală a momentului mecanic activ al C.I.M. tip CM4.

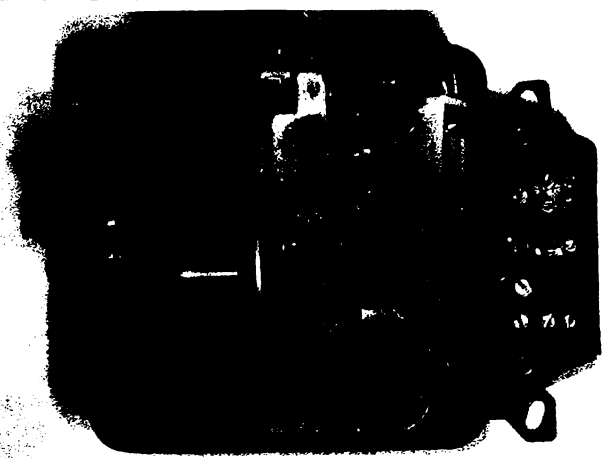


Fig.4.6. Dispozitivul pentru măsurarea experimentală a momentului mecanic activ al C.I.M. tip CM4.

Ca resorturi s-au folosit două exemplare din construcția unor aparate de măsură ce intră în producția de serie a IARM Timișoara. Bobina de tensiune s-a alimentat cu tensiunea nominală $U_n = 220$ V

și $f=50$ Hz, iar pentru curentul de sarcină s-au ales valori care să determine unghiuri de torsiune mai mici de 180° pentru poziția de echilibru a discului. Au fost măsurate unghiurile de deviație prin rotirea discului în pozițiile de echilibru, corespunzător valorilor curentului de sarcină.

După aceea, cele două resorturi au fost demontate și supuse aceluiași solicitări (unghiuri de torsiune) între aceleași două puncte de fixare pe o instalație specializată (R.P.Chineză) existentă la IANM Timișoara. Valoarea momentului antagonist al resortului se citește direct în gf.cm. Comparativ, în tabelul nr.4.1 sînt prezentate sintetic rezultatele experimentale și cele obținute prin calculul numeric, la valori identice ale curentului de sarcină (pînă la maximum 2,5 A).

TABELUL Nr.4.1

Comparația între valorile măsurate și calculate ale momentului mecanic activ al C.I.M.

| I [A] (la $\cos \varphi_e = 1$) | | 0,50 | 0,75 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | |
|---|------------------|-------------|--------|-------|-------|-------|--------|--------|
| Moment mecanic activ măsurat | Resort 1 [gf.cm] | 0,115 | 0,165 | 0,225 | 0,335 | 0,435 | 0,565 | |
| | Resort 2 [gf.cm] | 0,125 | 0,195 | 0,255 | 0,385 | 0,525 | 0,625 | |
| | Total | [gf.cm] | 0,240 | 0,360 | 0,480 | 0,720 | 0,960 | 1,190 |
| | | [μ Nm] | 23,91 | 35,67 | 47,43 | 70,95 | 94,47 | 117,01 |
| Moment mecanic activ calculat numeric | [μ Nm] | 23,90 | 35,85 | 47,80 | 71,70 | 95,60 | 119,50 | |
| Eroare în raport cu cel calculat | [%] | 0,04 | -0,502 | -0,77 | -1,04 | -1,18 | -2,08 | |

Rezultatele experimentale pentru momentul mecanic activ, trecute în tabel în μ Nm, au fost corectate cu valoarea estimată de momentul de frecare în lagăre /13/ :

$$M_{f0} = 0,39 \operatorname{sign}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right) [\mu\text{Nm}].$$

Din compararea rezultatelor se constată o eroare maximă între cele două tipuri de valori -2,08%, luînd ca referință valoarea calculată numeric a momentului mecanic activ. Se remarcă faptul că erorile de măsură pentru valori mici ale momentului mecanic activ, și că pentru valori mici ale unghiului de torsiune al resorturilor și spirale, sînt mai mici și cresc cu valoarea momentului activ.

Pentru investigarea unui alt domeniu al valorilor momentului mecanic activ s-a folosit un resort spiral de orologerie, avînd un moment antagonist specific mai mare. Conducînd identic procedeul de măsurare s-au obținut următoarele valori experimentale, alăturate în tabelul nr.4.2 cu cele obținute prin calcul numeric.

TABELUL Nr.4.2

Comparația între valorile măsurate și calculate
numerice ale momentului mecanic activ al C.I.M.
tip CM4.

| I [A] (la $\cos \varphi = 1$) | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Moment mecanic activ măsurat [μNm] | 426,8 | 474,9 | 522,7 | 569,5 | 617,3 | 665,1 |
| Moment mecanic activ calculat numeric [μNm] | 430,2 | 478,0 | 525,8 | 573,6 | 621,4 | 669,2 |
| Eroare [%] | -0,78 | -0,63 | -0,58 | -0,71 | -0,66 | -0,61 |

Cea mai mare eroare înregistrată este mai mică decît cea corespunzătoare curenților de sarcină mai mici și se observă o dispersie mult mai mică a acestora față de cazul anterior.

4.3.2. Metoda de măsurare prin echilibrare cu momentul unei greutatei

În cadrul acestei metode s-a lipit, cu ajutorul unei picături foarte mici de rășină epoxidică, un fir de kapron cu diametrul 0,022 mm (22 μm) într-un punct al periferiei discului. Dirijat apoi tangent la suprafața laterală, firul a fost trecut peste o bară de secțiune circulară redusă (diametru 1 mm) din safir șlefuit și adus în poziție verticală. La capătul de jos al porțiunii verticale a fost atașat un platan mic din folie subțire de hostafan (mylar) pentru mase mici de echilibrare (fig.4.7). Alimentînd bobinele C.I.M. la tensiune nominală și, respectiv, valori diferite ale curenților de sarcină, s-au așezat pe platan mase mici (pilătură fină de alamă) pînă la echilibrarea discului. În procesul tranzitoriu de echilibrare s-a anulat din exterior tendința de rotație a discului pînă la atingerea echilibrului static, în poziția inițială (porțiunea orizontală a firului tangentă la disc).

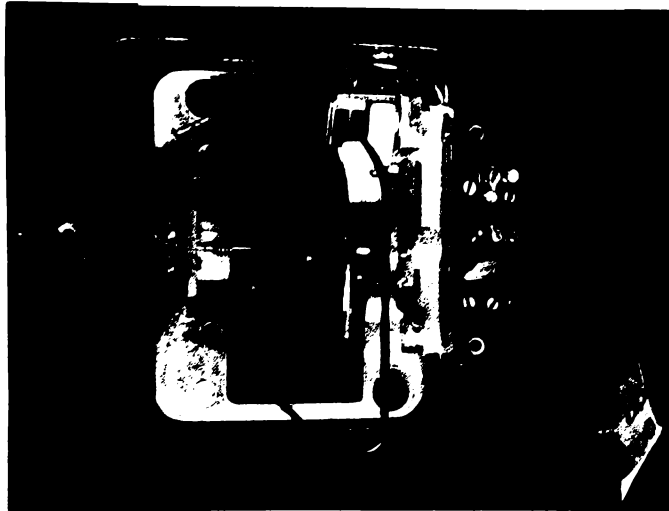


Fig.4.7. Sistemul de măsurare experimentală a momentului mecanic activ al O.I.M. tip OM4.

Alegerea firului subțire din kapron (rășină poliamidică) s-a făcut datorită coeficientului de frecare μ foarte redus al acestui material în raport cu marea majoritate a celorlalte materiale solide. Astfel, se estimează valoarea acestuia la

$$\mu = 0,012 \quad (\text{safir} - \text{kapron})$$

Ținând seama de frecarea firului pe cilindrul de safir (fig.4.8) tensiunea mecanică T_2 în porțiunea orizontală a firului /50/ se calculează cu ajutorul relației lui Euler:

$$T_2 = T_1 \cdot e^{\mu \theta} = G \cdot e^{\frac{\mu \pi}{2}} = G \cdot e^{0,012 \cdot \frac{\pi}{2}} = 1,01902 \cdot G \quad (4.35)$$

De alte cuvinte greutatea totală G (a porțiunii verticale a firului, a platanului și a masei de pe platan), sau tensiunea în firul vertical, trebuie amplificată cu factorul de corecție 1,01902 pentru a obține forța T_2 ce acționează tangent la periferia discului. Rezultatele experimentale sînt trecute în tabelul nr.4.3, pentru cazurile analizate.

Măsurarea masei totale în vederea determinării tensiunii T_1 s-a făcut cu o microbalanță analitică de mare precizie (R.P. Boloni), avînd o rezoluție de 10^{-4} grame. Se constată existența unei erori maxime de (-0,91%) la măsurarea valorii momentului mecanic activ și faptul că toate erorile înregistrate sînt negative și au valori apropiate.

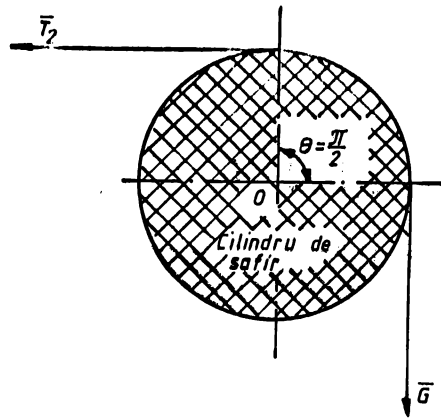


Fig.4.8. Frecarea firului de kapron pe safir.

TABELUL Nr.4.3

Comparația între valorile măsurate și calculate ale momentului mecanic activ al C.I.M.

| I [A] (la $\cos \varphi_e = 1$) | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
|--|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| Moment mecanic activ măsurat [μNm] | 237 | 474 | 710,5 | 948,2 | 1185,6 | 1421,2 | 1663,3 | 1896,5 |
| Moment mecanic activ calculat numeric [μNm] | 239 | 478 | 717 | 956 | 1195 | 1434 | 1673 | 1912 |
| Frecare [%] | -0,83 | -0,83 | -0,91 | -0,81 | -0,78 | -0,89 | -0,76 | -0,81 |

În scopul micșorării erorii de măsurare, s-a încercat o altă variantă, în care să se elimine utilizarea valorii estimate a coeficientului de frecare dintre fir și corpul de safir. S-a procedat în felul următor: pentru fiecare caz considerat s-a realizat o echilibrare statică a discului de aluminiu cu greutatea pe platan, astfel încât tendința de deplasare a discului să fie în sensul normal de rotație. Apoi, adăugând pe platan mici mase suplimentare (pilătură fină de alamă) s-a realizat o a doua echilibrare statică a discului, de data aceasta cu tendință de rotație a acestuia în sens invers sensului normal de rotație. Masa suplimentară Δm adăugată pe platan are o greutate al cărui moment mecanic față de axa de rotație este dublul sumei dintre momentul de frecare în lagăre și momentul forței de frecare a firului.

$$\Delta m g \cdot R = 2 M_{f\ell} + 2 F_f R \quad (4.36)$$

Rezultă forța de frecare a firului de kapron pe safir:

$$F_f = \frac{\Delta m g}{2} - \frac{M_{f\ell}}{R} \quad (4.37)$$

În care: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ reprezintă accelerația gravitațională;

$M_{f\ell}$ momentul mecanic de frecare în lagăre;

R raza discului de aluminiu (45 mm).

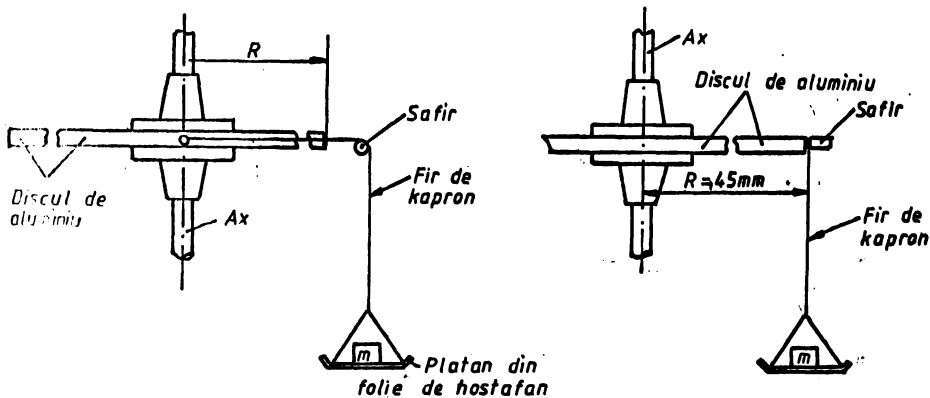


Fig.4.9. Sistemul de măsurare a momentului mecanic activ prin echilibrare cu greutate și fir.

Momentul mecanic de frecare datorat firului va fi:

$$M_{f\ell} = F_f R \operatorname{sgn}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right) = \left(\frac{\Delta m g R}{2} - M_{f\ell}\right) \operatorname{sgn} \frac{d\alpha}{dt} \quad (4.38)$$

Având sensul funcție de sensul de rotație al discului C.I.M.

Pentru exemplificare, la vâlcoarea de 25 Å pentru echilibrul discului cu tendință de deplasare înainte s-a măsurat o masă totală (fig. platan și contragreutate) de $m_1 = 2,6869$ grame. Pentru situația a doua, de asemenea echilibrul static al discului, dar cu tendința de rotire înapoi, a fost necesară pe platan o masă $\Delta m = 0,0244$ grame. Cu acestea momentul mecanic activ exercitat asupra discului are vâlcoarea:

$$\begin{aligned} M_{a25} &= m_1 g R + \frac{\Delta m g R}{2} - M_{f\ell} + M_{f\ell} = 2,6869 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 45 \cdot 10^{-3} \\ &+ \frac{0,0244 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 45 \cdot 10^{-3}}{2} - 1184,92 \cdot 10^{-6} + 5,3802 \cdot 10^{-6} = \\ &= 1190,30 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} = 1190,30 \text{ } \mu\text{Nm} \quad (4.39) \end{aligned}$$

ning dunaqydo nece an dunaqydo...
06,2011) , a success de fundamentele de...
(2011) dunaqydo success de dunaqydo...
(0 0,0-0) dunaqydo success de dunaqydo...
-de dunaqydo success de dunaqydo...
dunaqydo success de dunaqydo...

CAPITOLUL 5.

CALCULUL NUMERIC AL MOMENTELOR MECANICE DE FRINARE

EXERCITATE ASUPRA DISCULUI DE ALUMINIU AL C.I.M.

TIP CM4

În principal, momentele mecanice de frinare a mișcării de rotație a discului imprimată de momentul mecanic activ, sînt datorate unor două mecanisme distincte:

1. interacțiunea cîmpului magnetic al magnetului permanent, de inducție magnetică $\vec{B}_{MP}(x,y)$, cu densitatea de curent $\vec{J}_{MP}(x,y)$ a curenților turbionari care apar în disc datorită t.e.m. induse în disc prin mișcare de cîmpul magnetic neuniform amintit;

2. interacțiunile "în linie" dintre cîmpurile magnetice create de bobinele de curent și tensiune, $\vec{B}_u(x,y,t)$ și $\vec{B}_1(x,y,t)$, cu propriile densități de curent create de t.e.m. induse prin mișcare de ele, $\vec{J}_{mu}(x,y,t)$ și respectiv $\vec{J}_{m1}(x,y,t)$.

Trebuie făcută observația că pentru funcționarea corectă a C.I.M. primul moment mecanic de frinare (creat de magnetul permanent) trebuie să fie mult mai mare decît cel de al doilea. Acest lucru va fi evidențiat clar de valorile obținute prin calcul numeric pentru cele două mărimi fizice luate în considerare.

În legătură cu modalitatea de calcul a momentului mecanic de frinare principal al magnetului permanent în literatura de specialitate consultată se folosesc o serie de ipoteze simplificatoare. Cu ajutorul lor devine posibil calculul analitic al momentului de frinare considerat. Astfel în /56/ se recomandă pentru calculul momentului mecanic de frinare al magnetului permanent o repartiție a inducției magnetice a magnetului permanent $B_{MP}(x,y)$ de formă dreptunghiulară, de valoare constantă, într-o regiune de forma unui sector de coroană circulară asemănătoare celor din fig.3.1. Scriindu-se legea inducției în formă diferențială, prin asocierea unui potențial scalar termenului $[\text{rot } \vec{v} \times \vec{B}_{MP}]$, se integrează ecuația diferențială ce rezultă, cu condiții de

frontieră și la limită corespunzătoare. Momentul mecanic de frînare rezultă prin intermediul interacțiunii dintre densitatea de curent rezultată și câmpul magnetic.

Tot o repartiție dreptunghiulară, de valoare constantă, dar într-o regiune de formă circulară a suprafeței discului de aluminiu, asemănătoare celor din fig.3.2, se consideră în /113/ pentru calculul momentului mecanic de frînare al magnetului permanent al C.I.M.

În /51 / se consideră pentru densitatea de curent a curenților turbionari care apar într-un disc neferomagnetic ce se rotește în întrefierul unui magnet permanent un spectru al liniilor de câmp format din cercuri și curbe cu segmente de dreaptă și arcuri de cerc. Se calculează puterea activă dezvoltată de curenții turbionari printr-o metodă aproximativă și apoi, ținând seama de viteza unghiulară a mișcării circulare, se determină momentul mecanic de frînare ce se exercită asupra discului. Se introduc, de asemenea, coeficienți de corecție care țin seama de forma și dimensiunile magnetului permanent, precum și de poziția acestuia în raport cu discul.

5.1. Calculul numeric al momentului mecanic de frînare produs de magnetul permanent asupra discului de aluminiu al C.I.M. tip CM4

Câmpul magnetic invariabil în timp creat de magnetul permanent al C.I.M. străbate discul de aluminiu într-o zonă mai mare decât suprafața întrefierului său. Repartiția în planul discului a acestui câmp magnetic este tot neuniformă, având valori mai mari în întrefier și scăzând rapid spre zero în exteriorul acestuia.

Așa cum s-a arătat în capitolul 1, datorită mișcării de rotație a discului în câmpul magnetic neuniform al magnetului permanent (M.P.) în disc se induce t.e.m. prin mișcare, care determină în mediul conductor al discului curenți turbionari a căror densitate de curent se va nota cu \bar{J}_{MP} . În conformitate cu relația (4.31) interacțiunea dintre câmpul magnetic de inducție $\bar{B}_{MP} = B_{MP}(x,y)\bar{u}_z$ și \bar{J}_{MP} va determina un moment mecanic de frînare a discului ce se rotește cu viteza unghiulară Ω . Acest moment mecanic de frînare produs de magnetul permanent se poate calcula cu o relație foarte asemănătoare cu (4.32):

$$\vec{M}_{MP} = \left[\sum_{\lambda=1}^T \vec{J}_{MP\lambda} B_{MP\lambda} \Delta_{\lambda} r_{G\lambda} \sin \alpha_{MP\lambda} \cdot \delta \right] \vec{u}_z \quad (5.1)$$

in care: $\vec{J}_{MP\lambda}$ reprezintă valoarea densității de curent a curenților turbionari in centrele de greutate ale E.F.T.;

$B_{MP\lambda}$ inducția magnetică creată de magnetul permanent, considerată in aceleași puncte;

$\alpha_{MP\lambda}$ unghiul pe care îl face vectorul densitate de curent $\vec{J}_{MP\lambda}$ cu vectorul unitar tangențial \vec{u}_e (fig.4.5).

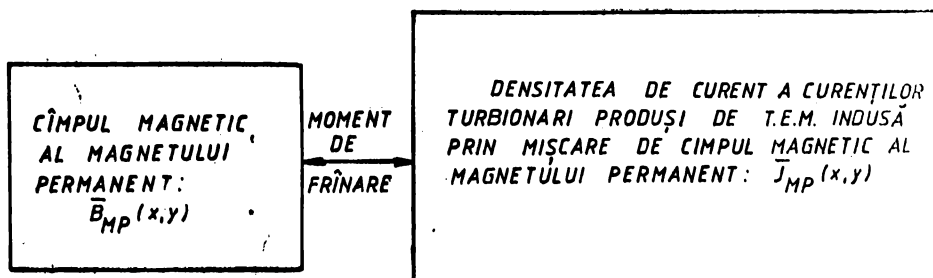


Fig.5.1. Interacțiunea ce crează momentul mecanic de frinare produs de magnetul permanent.

Fiind calculată tangenta unghiului pe care îl face vectorul densitate de curent $\vec{J}_{MP\lambda}$ cu axa ox, $\text{tg } \alpha_{MP\lambda}$ (valorile pentru fiecare E.F.T. fiind tipărite in listingul P6A din anexă), este preferabil ca in calculul momentului mecanic de frinare să se lucreze cu acest unghi, $\alpha_{MP\lambda}$ (fig.5.2). Acesta este unghiul făcut de densitatea de curent $\vec{J}_{MP\lambda}$ in centrul de greutate al unui E.F.T. oarecare cu axa ox. In punctul considerat este reprezentată și forța pe unitatea de volum, $\vec{f}_{v\lambda}$, situată in planul discului și perpendiculară pe $\vec{J}_{MP\lambda}$:

$$\vec{f}_{v\lambda} = \vec{J}_{MP\lambda} \times \vec{B}_{MP\lambda} = J_{MP\lambda} B_{MP\lambda} \sin 90^\circ \vec{u}_{f\lambda} = J_{MP\lambda} B_{MP\lambda} \vec{u}_{f\lambda} \quad (5.2)$$

Asupra unui volum elementar al discului, avind aria Δ_{λ} și înălțimea egală cu grosimea discului δ , se va exercita o forță elementară:

$$\Delta \vec{F}_{v\lambda} = \vec{f}_{v\lambda} \Delta_{v\lambda} = \vec{f}_{v\lambda} (\Delta_{\lambda} \delta) = \Delta_{\lambda} \delta J_{MP\lambda} B_{MP\lambda} \vec{u}_{f\lambda}$$

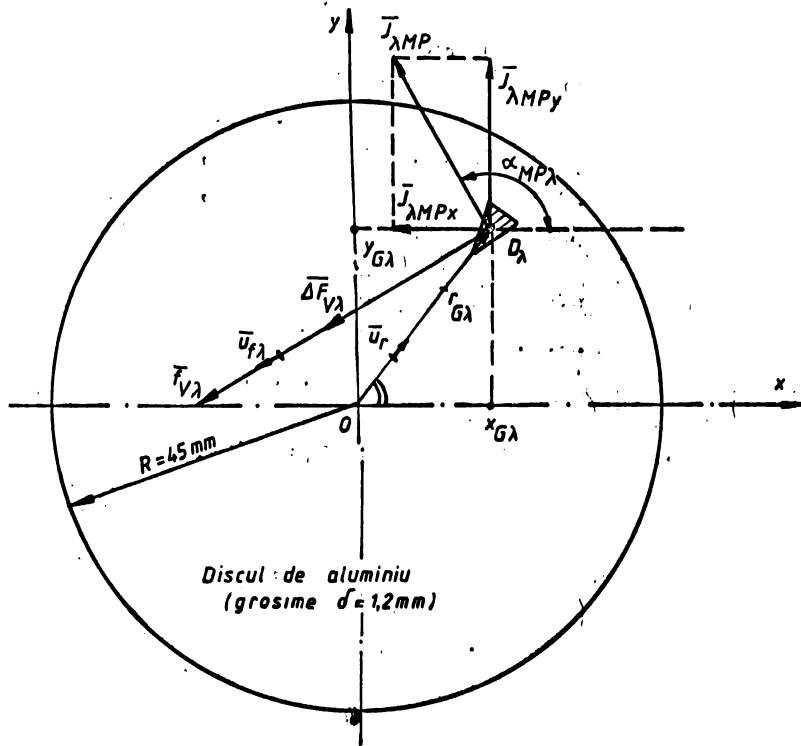


Fig.5.2. Forța elementară $\Delta \vec{F}_{v\lambda}$ exercitată asupra volumului delimitat de un E.F.T.

Momentul mecanic elementar al acestei forțe în raport cu axa de rotație a discului va fi:

$$\Delta \vec{M}_{MP\lambda} = \vec{r}_{G\lambda} \times \Delta \vec{F}_{v\lambda} = r_{G\lambda} \cdot \Delta F_{v\lambda} \cdot \sin(\vec{r}_{G\lambda}, \Delta \vec{F}_{v\lambda}).$$

$$(\vec{u}_r \times \vec{u}_{f\lambda}) = r_{G\lambda} \Delta F_{v\lambda} \sin(\alpha_{MP\lambda} + \frac{\pi}{2} - \beta_\lambda) \vec{u}_z \quad (5.4)$$

Momentul mecanic rezultat exercitat asupra discului orientat după axa de rotație oz , este:

$$\vec{M}_{MP} = \sum_{\lambda=1}^H r_{G\lambda} \Delta F_{v\lambda} \sin(\alpha_{MP\lambda} + \frac{\pi}{2} - \beta_\lambda) \vec{u}_z =$$

$$\sum_{\lambda=1}^H r_{G\lambda} J_{MP\lambda} B_{MP\lambda} \Delta \rho \sin(\alpha_{MP\lambda} + \frac{\pi}{2} - \beta_\lambda) \vec{u}_z \quad (5.5)$$

în care:

$r_{G\lambda}$ este raza vectorie a centrului de greutate al E.F.T.
 D_λ , [m];

$J_{MP\lambda}$ densitatea de curent a curenților turbionari produși
induse prin mișcare de câmpul magnetic al magnetului
permanent, considerată în centrul de greutate al F.F.T., $[A/m^2]$;

$B_{MP\lambda}$ inducția magnetică dată de magnetul permanent, con-
siderată în centrul de greutate al F.F.T., $[T]$;

Δ_λ suprafața F.F.T. notat cu D_λ , $[m^2]$;

δ grosimea discului de aluminiu, $[m]$;

$\alpha_{MP\lambda}$ unghiul format de densitatea de curent \bar{J}_{MP} cu axa
ox, $[rad]$;

β_λ unghiul pe care îl face raza vectorie $\bar{r}_{G\lambda}$ a centrului
de greutate al F.F.T. cu axa ox, $[rad]$;

$T = 720$ numărul total de F.F.T. ale rețelei de discretiza-
re adoptate.

Calculul numeric dat de relația (5.5) se face cu valorile
 $J_{MP\lambda}$ calculate și tipărite în listingul P6A din anexa tezei, îm-
preună cu mărimile (unghiuri și distanțe) care determină poziția
vectorului $\bar{J}_{MP\lambda}$ (punct de aplicație, direcție, sens). Valorile
inducției magnetice $B_{MP\lambda}$ au fost calculate pe baza celor date în
tabelul nr.3A din anexă. Cei 720 de termeni ai sumei sînt de ase-
menea calculați și tipăriți în același listing. Toate valorile
considerate s-au luat pentru regimul de funcționare nominal, cu
viteza unghiulară:

$$\Omega = 1,8420 \text{ rad/sec}$$

Rezultatul calculului numeric este:

$$M_{MP} = 453 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} = 453 \mu\text{Nm}$$

Așa cum s-a arătat (rel.(4.26)) acest moment mecanic rezul-
tă o mărime strict negativă, adică este un moment mecanic de frî-
nare a mișcării discului de aluminiu și este proporțional cu vi-
teza unghiulară Ω a discului.

Prin rularea de mai multe ori a programului de calcul nu-
meric pe calculator la diferite valori ale vitezei unghiulare,
s-au obținut următoarele valori ale momentului mecanic de frîna-
re ale magnetului permanent (tabelul nr.5.1) pentru un unghi $\gamma =$
 22° între oo' și axa de simetrie Oy' a magnetului permanent
(fig.5.2). Pentru unghiul de poziționare a magnetului permanent
 $\gamma = 22^\circ$ se obține la viteza unghiulară $\Omega = 1,8420 \text{ rad/sec}$ o va-
loare de $453 \mu\text{ Nm}$ pentru momentul de frînare exercitat asupra
discului. De altfel, aspectul legat de influența poziției magne-
tului permanent față de disc asupra valorii momentului de frîna-

re principal este abordată în detaliu în paragraful următor, 5.2.

TABELUL Nr. 5.1.

Momentul mecanic de frinare (calculat numeric) al magnetului permanent.

| | | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| Ω [rad/sec.] | 0,184 | 0,368 | 0,552 | 0,921 | 1,382 | 1,842 |
| M_{MP} [μ Nm] | 45,3 | 90,6 | 135,9 | 226,5 | 339,75 | 453 |

| | | | | | |
|-------|-------|--------|-------|--------|-------|
| 2,764 | 3,685 | 4,606 | 5,528 | 6,449 | 7,370 |
| 679,5 | 906 | 1132,5 | 1359 | 1585,5 | 1812 |

Regim de suprasarcină

Se constată și aici o proporționalitate perfectă între momentul mecanic de frinare M_{MP} și viteza unghiulară Ω a discului de aluminiu.

5.2. Influența poziției în raport cu discul a magnetului permanent asupra valorii momentului mecanic de frinare produs asupra discului

În figura 3.11 axa Cy' a magnetului permanent s-a considerat trecând prin axa de rotație a discului de aluminiu. Ori, așa cum s-a văzut, magnetul permanent se poate roti în jurul unei axe verticale, paralelă cu axul discului, axă ce trece prin punctul O' . Dacă se consideră dreapta fixă $O'O'$ ca origine de măsurare a unghiului de rotație a magnetului permanent, față de ea centrul C se poate roti în jurul centrului de rotație O' cu un unghi de 31° într-o parte și alta a ei (fig.5.3). Luând acum un unghi curent $\gamma \in [-31^\circ, 31^\circ]$ de rotație a magnetului permanent (fig.5.3) se pot determina noile coordonate ale centrului C al magnetului permanent rotit cu unghiul γ :

$$\begin{aligned}
 x_0 &= x'_0 - O'O' \cos(50^\circ - \gamma) = O'O' \cos 50^\circ - O'O' \cos(50^\circ - \gamma) = \\
 &= 47,0,6427 - 13 \cos(50^\circ - \gamma) = 30,2 - 13 \cos(50^\circ - \gamma) \quad [\text{mm}]
 \end{aligned}
 \tag{5.6}$$

$$\begin{aligned}
 y_0 &= y'_0 + O'O' \sin(50^\circ - \gamma) = -O'O' \sin 50^\circ + O'O' \sin(50^\circ - \gamma) = \\
 &= -47,0,766 - 13 \sin(50^\circ - \gamma) = -36 - 13 \sin(50^\circ - \gamma) \quad [
 \end{aligned}$$

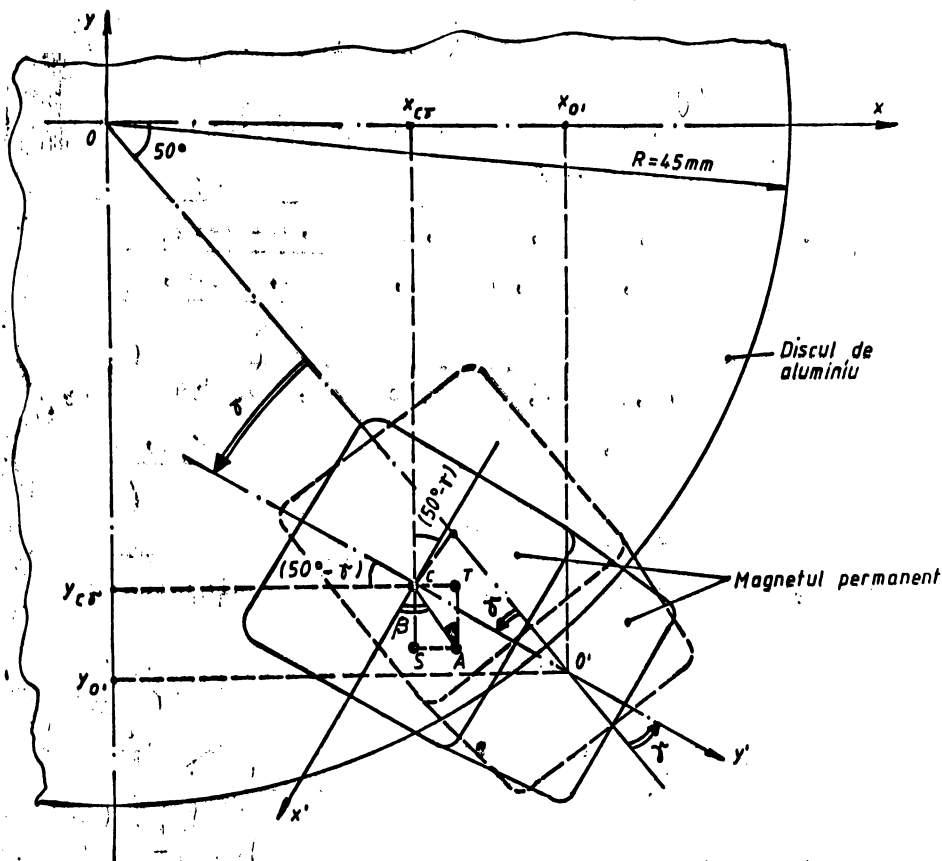


Fig.5.3. Magnetul permanent rotit cu unghiul γ în jurul punctului O' (axa de fixare).

Cu acestea, din figură se observă că:

$$x_A = x_{O'}\gamma + O'A = x_{O'}\gamma + r \cdot \sin(\beta + \gamma - 50^\circ) =$$

$$= 30,2 - 13 \cdot \cos(50^\circ - \gamma) + \sqrt{x'^2 + y'^2} \cdot \sin(\beta + \gamma - 50^\circ) \quad (5.8)$$

și

$$y_A = y_{O'}\gamma - O'S = y_{O'}\gamma - r \cdot \cos(\beta + \gamma - 50^\circ) =$$

$$= -36 - 13 \cdot \sin(50^\circ - \gamma) - \sqrt{x'^2 + y'^2} \cdot \cos(\beta + \gamma - 50^\circ) \quad (5.9)$$

unde: $\beta = \arctg \frac{y'}{x'}$, cu x' și y' coordonatele punctului A în sistemul de referință propriu $x'O'y'$ al magnetului permanent.

Cu metoda de interpolare amintită s-au determinat noile valori ale inducției magnetice $B_{MP\lambda}$ în nodurile rețelei de discretizare și în centrele de greutate ale E.F.T., ($\lambda = 1, 2, \dots, 720$) Programul de calcul a fost rulat de mai multe ori, pentru diverse unghiuri de rotație γ ale magnetului permanent și rezultatele cînt trecute în tabelul nr.5.2.

TABELUL Nr. 5.2

Momentul mecanic de frinare al magnetului permanent
funcție de unghiul de rotație γ
($U_n=220$ V, $I_n=10$ A, $f=50$ Hz, $\cos \varphi_e=1$)

| | | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| γ [°] | 31° | 25° | 20° | 15° | 10° | 5° |
| M_{MP} [μ Nm] | 389,5 | 433,6 | 469,1 | 490,2 | 500,1 | 506,4 |

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0° | -5° | -10° | -15° | -20° | -25° | -31° |
| 507,3 | 506,4 | 500,1 | 490,2 | 469,1 | 433,6 | 389,5 |

Reprezentarea grafică a dependenței funcționale $M_{MP}=f(\gamma)$ este trasată în fig.5.4. Se observă că valoarea maximă a momentului mecanic de frinare al magnetului permanent se obține pentru poziția sa simetrică față de discul contorului ($\gamma=0^\circ$) și scade destul de mult (pînă la 76,7 % din valoarea maximă) la poziție rotită la maxim ($\gamma = +31^\circ$). Acest fapt permite o etalare rapidă și sigură a contoajelor de inducție monofazate în faza finală a procesului de fabricație și apoi, ulterior, după perioade mai mari de funcționare, cînd apare fenomenul de "îmbătrînire" a magnetului permanent. Valoarea unghiului γ la care C.I.M. măsurat este etalnat (adică are constanta 480 rot/KWh) este:

$$\gamma = 22^\circ, \text{ la care } M_{MP} = 453 \mu\text{Nm.}$$

Valoarea aceasta a unghiului γ diferă de la contor la contor, ca urmare a dispersiei caracteristicilor magnetice ale magnetului permanent, în principal, precum și a altor parametri electrici, geometrici și de material ai materialelor și reperelor ce intră în construcția C.I.M. tip OM4.

În cele ce urmează se subliniază faptul că atunci cînd cîmpul magnetic se străbate o placă plană, conductoare, în mîg care este invariabil în timp, dar neuniform pe suprafața considerată, momentul mecanic magnetic de frinare se poate calcula și cu relația (4.26) :

$$M_{MP} = - \frac{d}{2} \int_{S_p} \frac{j_{MP}^2}{\sigma} ds$$

În cazul concret studiat, avînd valorile inducției magnetice și densitatea de curent în centrele de greutate ale R.F.T., această

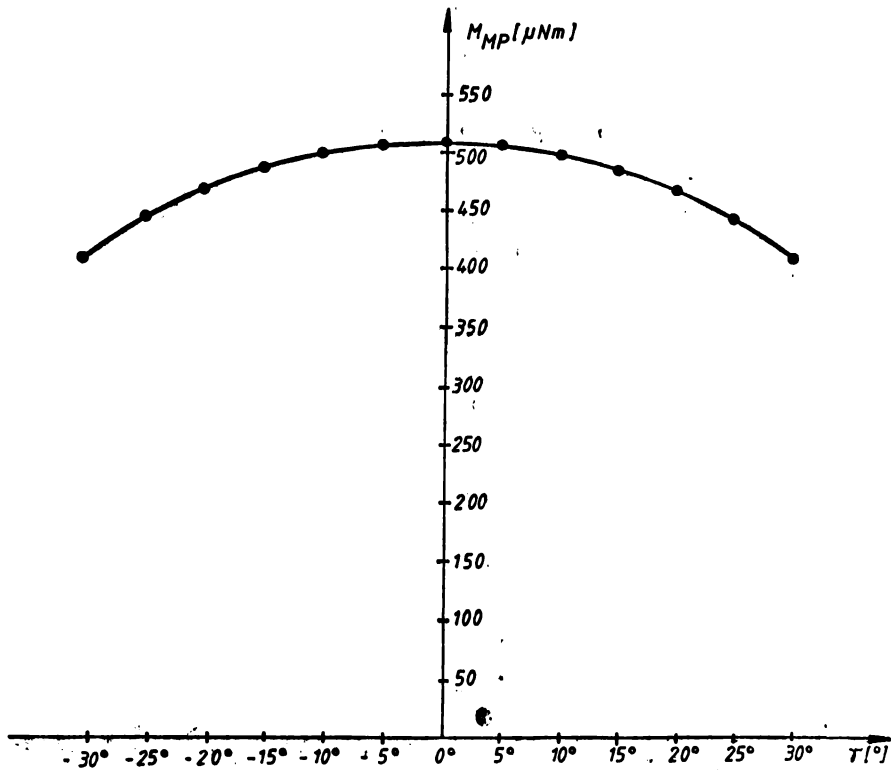


Fig. 5.4. Variația momentului mecanic de frinare al magnetului permanent funcție de poziția sa față de discul contorului.

valoare se poate calcula numeric cu relația:

$$M_{MP} = - \frac{\delta}{\Omega} \sum_{\lambda=1}^T \frac{J^2}{\sigma} \frac{M_{MP\lambda}}{\sigma} \Delta \lambda \quad [Nm] \quad (5.10)$$

în care: δ este grosimea discului (1,2 mm);

Ω viteza unghiulară (1,842 rad/sec);

σ conductivitatea electrică a aluminiului ($36 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega \cdot m}$);

$\Delta \lambda$ aria E.F.T. (m^2);

$J_{MP\lambda}$ densitatea de curenți a curenților turbionari ($\frac{A}{m^2}$);

$T=720$ numărul total al E.F.T. ale rețelei de discretizare adoptate (fig.1.19).

Calculul numeric al momentului mecanic de frinare al magnetului permanent conform relației (5.10) a condus la o valoare foarte apropiată:

$$M_{MP} = -452,934 \mu Nm$$

Relația (5.10) se poate scrie și sub forma:

$$M_{MP} = -\frac{\Delta P_{MP}}{\Omega}$$

în care ΔP_{MP} reprezintă pierderile de putere activă produsă de curenții turbionari având densitatea de curent $\vec{J}_{MP\lambda}$ ($\lambda=1,2,\dots,720$).

Rezultă:

$$\Delta P_{MP} = \sum_{\lambda=1}^{720} \frac{J_{MP\lambda}^2}{\sigma} \Delta \lambda \delta = 245,89 \cdot 10^{-6} \text{ W} \quad (5.11)$$

pierderi care se dezvoltă sub formă de căldură în materialul conductor al discului. Având valoare mică, sub un mW, încălzirea discului nu este sesizată.

5.3. Calculul numeric al momentelor mecanice de frinare suplimentare (de amortizare) produse de cîmpurile magnetice ale celor două bobine asupra discului de aluminiu al C.I.M.

Cele două momente de frinare suplimentare, \vec{M}_{Auu} și \vec{M}_{Aii} se manifestă asupra discului C.I.M. ca urmare a interacțiunilor dintre cîmpurile magnetice ale celor două bobine, $\vec{B}_u(x,y,t)$ și $\vec{B}_i(x,y,t)$ și densitățile de curent ale curenților turbionari care apar în disc ca urmare a t.e.m. induse prin mișcare de floare în partea disc, $\vec{J}_{mu}(x,y,t)$, respectiv; $\vec{J}_{mi}(x,y,t)$. Schematic cele două interacțiuni "în linie" sînt prezentate în fig.5.5.

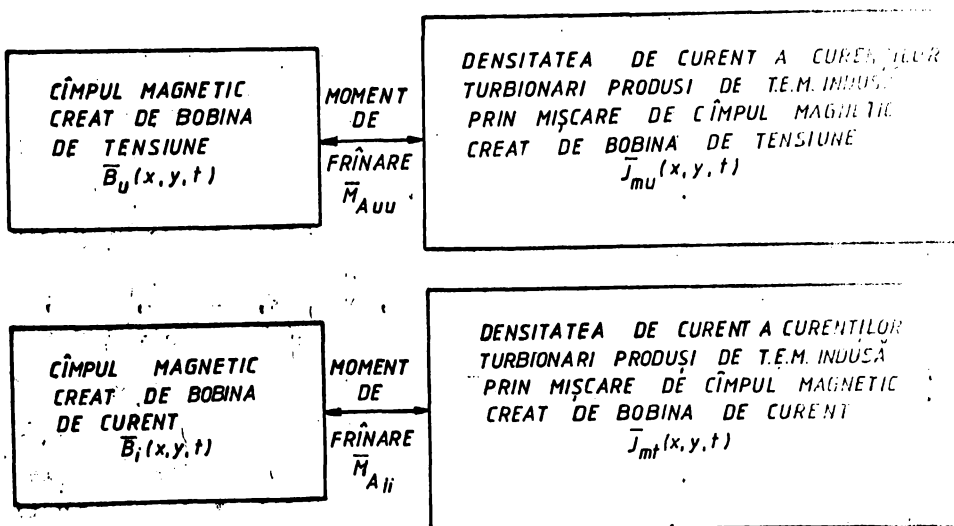


Fig.5.5. Interacțiunile ce crează momente mecanice de frinare suplimentare (amortizare) produse de bobinele C.I.M.

Mecanismul de producere a celor două momente mecanice de frinare este identic cu cel de producere a momentului mecanic activ, astfel că se poate scrie direct expresia finală sub forma:

$$\bar{M}_{Au\lambda} + \bar{M}_{Ai\lambda} = \left[\sum_{\lambda=1}^T r_{G\lambda} J_{mu\lambda} B_{u\lambda} \Delta_{\lambda} \delta \sin(\alpha_{u\lambda} + \frac{\pi}{2} - \beta_{\lambda}) + \sum_{\lambda=1}^T r_{G\lambda} J_{mi\lambda} B_{i\lambda} \Delta_{\lambda} \delta \sin(\alpha_{i\lambda} + \frac{\pi}{2} - \beta_{\lambda}) \right] \bar{u}_z \quad (5.12)$$

Semnificațiile mărimilor fizice introduse în relația (5.12) sînt următoarele:

- $r_{G\lambda}$ raza centrului de greutate al unui F.F.T. curent, [m];
- $J_{mu\lambda}$ densitatea de curent a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin mișcare se cîmpul magnetic cu inducția magnetică $\bar{B}_u(x, y, t)$ produs de bobina de tensiune, considerată în centrul de greutate al F.F.T. [A/m²];
- $J_{mi\lambda}$ densitatea de curent a curenților turbionari produși de t.u.m. induse prin mișcare de cîmpul magnetic avînd inducția magnetică $\bar{B}_i(x, y, t)$ produs de bobina de curent, considerată în centrul de greutate al F.F.T. [A/m²];
- $B_{u\lambda}$ inducția magnetică produsă de bobina de tensiune, considerată în centrul de greutate al F.F.T., [T];
- $B_{i\lambda}$ inducția magnetică produsă de bobina de curent a C.I.M. considerată în centrul de greutate al F.F.T., [T];
- Δ_{λ} aria F.F.T. curent, [m²];
- δ grosimea discului de aluminiu al C.I.M., [m];
- $\alpha_{u\lambda}$ unghiul pe care îl face densitatea de curent $\bar{J}_{mu\lambda}$ cu axa ox, [rad];
- $\alpha_{i\lambda}$ unghiul pe care îl face densitatea de curent $\bar{J}_{mi\lambda}$ cu axa ox, [rad];
- β_{λ} unghiul pe care îl face raza vectoare $\bar{r}_{G\lambda}$ a centrului de greutate al F.F.T. cu axa ox, [rad].

Semnificația mărimilor geometrice este aceeași cu cea dată în fig.5.2.

Pentru regimul nominal ($U=220V$, $I_n=10A$, $f=50Hz$, $\Omega=1,8420$ rad/sec. și $\cos \varphi_e=1$) a rezultat prin calcul numeric valoarea:

$$M_{Au\lambda} + M_{Ai\lambda} = 19,44 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} = 19,44 \mu\text{Nm}$$

Valorile pentru alte viteze unghiulare sînt proporționale cu viteza unghiulară Ω . Cei 2T=1440 termeni ai sumelor din relația (5.12) sînt tipăriți separat în listîngul P9A din anexă, în final fiind tipărite separat și cele două valori finale, $M_{Au\lambda}$ și $M_{Ai\lambda}$.

CAPITOLUL 6.

1.0) PROCESUL TRANZITORIU DE PORNIRE A C.I.M.

În acest paragraf se va studia fenomenul mecanic tranzitoriu de pornire a discului de aluminiu al C.I.M. tip CM4, fabricat de IAFM Timișoara. Nu se va ține seama de fenomenul electric tranzitoriu care apare la conectarea unui consumator electric de o anumită putere, deci la stabilirea unei valori constante a curentului prin bobina de curent a C.I.M. Acest studiu se poate face ca urmare a faptului că se cunosc valorile principalelor momente mecanice ce acționează asupra discului de aluminiu al C.I.M.

Astfel, momentul mecanic activ ce se exercită asupra discului este constant pentru cazul unei puteri active constante absorbite de consumator (curent constant prin bobina de curent). Aceasta, pentru că valoarea sa depinde de densitatea de curent a curenților turbionari din disc care apar ca urmare a t.e.m. induse prin transformare de cîmpurile celor două bobine, fiind deci independent de viteza unghiulară Ω a discului. Pentru diverse regimuri de funcționare a consumatorului electric, valorile momentului mecanic activ a fost calculat numeric în capitolul 4.

Momentul mecanic de frinare al magnetului și cele de frinare suplimentare depind esențial de viteza unghiulară Ω a discului de aluminiu. Aceste mărimi sînt funcție de densitățile de curent ale curenților turbionari ce apar ca urmare a t.e.m. induse prin mișcare de cîmpurile magnetice de magnetul permanent, bobina de tensiune și bobina de curent. Toate trei mărimi au fost calculate numeric în capitolul 5, pentru diverse valori ale vitezei unghiulare a discului de aluminiu al C.I.M.

6.1. Momentul de inerție al discului de aluminiu

Asupra discului de aluminiu al C.I.M. se exercită un moment mecanic activ și momente mecanice constante. Rotirea

registrarea în timp a ... active și deci înregistra-
 în numărul de rotații efectuate într-un interval de timp
 a energiei electrice active consumate.

Notînd cu α unghiul parcurs în mișcarea de rotație de ra-
 za vectorie a unui punct de pe suprafața discului, se poate scrie
 următoarea ecuație diferențială ce caracterizează mișcarea sa de
 rotație /50, 121/ :

$$J \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + A \frac{\partial \alpha}{\partial t} = M_a - M_{ft} \quad (6.1)$$

în care: J este momentul de inerție al discului, [kgm²];

A coeficientul de amortizare, [Nm sec/rad];

M_a momentul mecanic activ al C.I.M., [Nm];

M_{ft} momentul mecanic de frecare în lagărele axului, [Nm];

α unghiul parcurs, [rad].

Momentul de inerție J al discului este mărimea ce determină acce-
 lerația unghiulară ε în mișcarea de rotație:

$$\varepsilon = \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} = \frac{\partial \Omega}{\partial t} \quad [\text{rad/sec}^2]$$

Momentul de inerție al discului se poate calcula din con-
 siderente cinematice legate de mișcarea sa sub acțiunea unor for-
 țe sau momente cunoscute sau direct, cunoscîndu-se dimensiunile
 sale geometrice și proprietățile materialelor ce intră în cons-
 trucția (alcătuirea) sa. Aceste caracteristici sînt evidențiate
 în fig.6.1. Se observă că discul este alcătuit din repere cilin-
 drice, sau cu suprafață de revoluție avînd goluri în interior.
 Pentru un cilindru plin, momentul de inerție se calculează cu
 relația /50, 121/ :

$$J_0 = 2 \pi \rho h \frac{R^4}{4} = m \frac{R^2}{2}$$

în care semnificația mărimilor este următoarea:

ρ : densitatea materialului, [kg/m³];

h : înălțimea cilindrului, [m];

R : raza exterioară, [m];

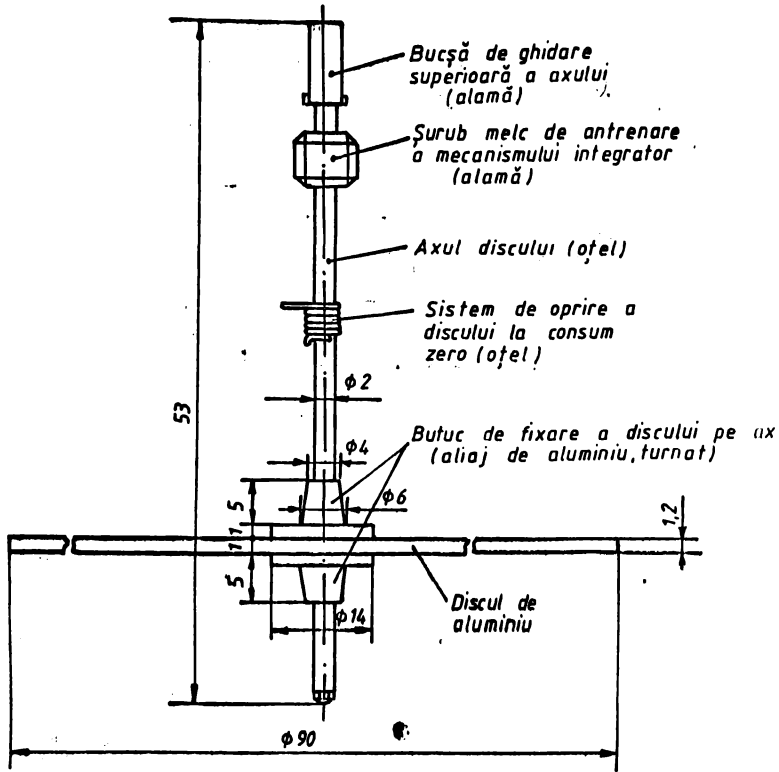
m : masa cilindrului, [Kg].

Pentru un corp cilindric tubular:

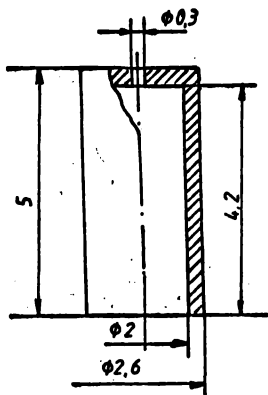
$$J_t = \pi \rho h \cdot \frac{R^4 - r^4}{2} = m \cdot \frac{R^2 + r^2}{2}$$

unde: R este raza exterioară, [m];

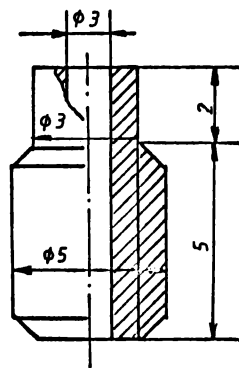
r raza interioară a tubului, [m].



a) Ansamblul disc de aluminiu al C.I.M. Tip CM4.



b) Bucșă de ghidare a axului sus. (alamă)



c) Șurub melc. (alamă)

DISCUL DE ALUMINIU AL C.I.M. TIP CM4.

Fig.6.1. Discul de aluminiu al C.I.M. tip CM4.

Cu acestea momentul de inerție al discului se poate scrie ca sumă a momentelor de inerție ale părților componente față de axa comună de rotație.

Pentru axul de oțel:

$$J_{ax} = \pi \rho_{Fe} \cdot h_a \cdot \frac{R_a^4}{2} = \pi \cdot 7800 \cdot 48 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(10^{-3})^4}{2} = 587 \cdot 10^{-12} \text{ kgm}^2$$

Pentru discul de aluminiu propriu-zis:

$$J_d = \pi \rho_{Al} \cdot h_d \cdot \frac{R_d^4}{2} = \pi \cdot 2700 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(45 \cdot 10^{-3})^4}{2} = 20,859 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

Pentru butucul turnat de fixare a discului (superior și inferior):

$$J_b = 2 \cdot \left[\pi \rho_b \cdot h_b \cdot \frac{R_b^4 - R_a^4}{2} + h_d \cdot \frac{R_d^4 - R_a^4}{2} \right] = 2 \cdot \left\{ \pi \cdot 4250 \cdot \left[5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(5 \cdot 10^{-3})^4 - (10^{-3})^4}{2} + 10^{-3} \cdot \frac{(14 \cdot 10^{-3})^4 - (10^{-3})^4}{2} \right] \right\} = 554,28 \cdot 10^{-9} \text{ kgm}^2$$

Pentru șurubul melcat:

$$J_{sm} = \pi \rho_{Bz} \cdot h_m \cdot \frac{R_m^4 - R_a^4}{2} = \pi \cdot 8100 \cdot 7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(4 \cdot 10^{-3})^4 - (10^{-3})^4}{2} = 22,7 \cdot 10^{-9} \text{ kgm}^2$$

Pentru sistemul de oprire a discului:

$$J_o = \pi \rho_{Fe} \cdot h_o \cdot \frac{R_o^4 - R_a^4}{2} = \pi \cdot 7800 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(1,5 \cdot 10^{-3})^4 - (10^{-3})^4}{2} = 149 \cdot 10^{-12} \text{ kgm}^2$$

Pentru bucașa se alamă ce ghidează axul discului în partea de sus:

$$J_{ba} = \pi \rho_{Al} \cdot h_a \cdot \frac{R_b^4 - R_a^4}{2} = \pi \cdot 8100 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(1,3 \cdot 10^{-3})^4 - (10^{-3})^4}{2} = 118 \cdot 10^{-12} \text{ kgm}^2$$

Cu acestea momentul de inerție al ansamblului disc de aluminiu va fi:

$$J = J_{ax} + J_d + J_b + J_{sm} + J_o + J_{ba} = 10^{-9} (587 + 20589 + 554 + 22,7 + 0,149 + 0,118) = 22339 \cdot 10^{-9} = 22,339 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2 \quad (6.2)$$

Valoarea calculată este foarte apropiată de cea determinată experimental în /13, 14/.

6.2. Procesul mecanic tranzitoriu de pornire a discului de aluminiu al C.I.M. tip CM4

În întreprinderea de aparate electrice de măsură din Timișoara (I.A.F.M.) a furnizat pentru momentul mecanic activ al contorului de inducție monofazat aflat în fabricație, (tip CM4) valoarea $M_a = 4,8 \text{ gf.cm} = 470,4 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} = 470,4 \text{ } \mu\text{Nm}$, valoare care nu diferă mult de cea obținută prin programul de calcul numeric $M_{\text{calc}} = 478 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} = 4,8770 \text{ gf.cm}$ (eroare 1,61 %) și respectiv de cea măsurată $M_{\text{măș}} = 468 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} = 4,7751 \text{ gf.cm}$ (eroare -0,51 %). Valorile acestea corespund alimentării C.I.M. cu o tensiune $U=220\text{V}$ ($f=50\text{Hz}$), un curent $I_n=10\text{A}$ (regim de sarcină nominală) și $\cos \varphi_0=1$.

Pentru momentul mecanic activ se va considera în continuare o valoare $M_a=470,4 \text{ } \mu\text{Nm}$ pentru care în regimul de funcționare amintit, la o constantă a contorului de 480 rotații/KWh , viteza unghiulară a discului este $\Omega=1,842 \text{ rad/sec}$.

Momentul mecanic de frecare în lagăre M_{ft} se consideră constant, independent de viteza unghiulară a discului, și se va lua /13/:

$$M_{ft} = 3,9 \cdot 10^{-7} \text{ Nm} = 0,39 \text{ } \mu\text{Nm} \quad (6.3)$$

Coefficientul de amortizare A din ecuația (6.1) modelează sintetic influența mai multor interacțiuni care apar în funcționarea contorului și trebuie să aibă valoarea:

$$A = \frac{M_a - M_{ft}}{\Omega_{\text{staționar}}} = \frac{470,4 \cdot 10^{-6} - 0,39 \cdot 10^{-6}}{1,8420} = 255,16 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Nm} \cdot \text{sec}}{\text{rad}}$$

În determinarea valorii coeficientului de amortizare A intervin:

a. momentele mecanice de frinare suplimentare realizate prin interacțiunea curenților turbionari produși de cîmpurile magnetice create de cele două bobine ale C.I.M. prin mișcare, cu cîmpurile magnetice care le-au produs /14/:

$$M_{Auu} + M_{Aii} = 19,66 \text{ } \mu\text{Nm} \quad (6.4)$$

b. momentul mecanic datorat frecării discului în mișcare cu aerul inconjurător. Valoarea acestuia este greu de precizat prin diferențiere față de momentul mecanic de frecare în lagărele axului. O valoare estimată oferită de firma producătoare este de

Seri mai mare ca momentul mecanic de frecare în lagăre, în nominal amintit ($U=220V$, $I_n=10A$, $f=50Hz$ și sarcină rezis-
 $\cos \varphi_g=1$):

$$M_{fa} = 5 M_{fe} = 5 \cdot 3,9 \cdot 10^{-7} = 1,95 \mu Nm \quad (6.5)$$

c. momentul mecanic de frinare datorat antrenării mecanismului integrator prin angrenajul șurub melc-roată melcătă de la intrarea acestuia. Valoarea sa este estimată tot în raport cu cea a momentului mecanic de frecare în lagărele axului, ca de zece ori valoarea acestuia din urmă, la viteza unghiulară nominală:

$$M_{fn} = 10 M_{fe} = 10 \cdot 3,9 \cdot 10^{-7} = 3,9 \mu Nm \quad (6.6)$$

d. momentul mecanic de frinare exercitat asupra discului de magnet permanent, el constituind principalul moment mecanic rezistent. Valoarea sa depinde direct proporțional de viteza unghiulară Ω a discului. Pentru regimul de funcționare amintit al G.I.M. ea trebuie să fie:

$$M_{MR} = 470,4 - (19,66 + 1,95 + 3,9) = 444,89 \mu Nm \quad (6.7)$$

Pentru ca viteza unghiulară a discului să fie $\Omega = 1,842$ rad/sec. Ținând seama de relațiile cantitative (6.2 - 6.6) ecuația diferențială a mișcării se poate scrie sub formă:

$$22,339 \cdot 10^{-6} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + 255,16 \cdot 10^{-6} \Omega = (470,4 - 0,39) \cdot 10^{-6} = 470,01 \cdot 10^{-6} \quad (6.8)$$

Pentru ecuația diferențială liniară, de ordinul întâi, neomogenă, soluția generală se compune din suma dintre:

- a. soluția generală a ecuației omogene, Ω_g ;
 - b. o soluție particulară a ecuației neomogene, Ω_p .
- $$\Omega = \Omega_g + \Omega_p \quad (6.9)$$

Ecuația diferențială omogenă are ecuația caracteristică:

$$22,339 \cdot 10^{-6} r + 255,16 \cdot 10^{-6} = 0$$

Rădăcina ecuației este:

$$r_1 = - \frac{255,16 \cdot 10^{-6}}{22,339 \cdot 10^{-6}} = -11,422 \text{ 1/sec.}$$

și deci:

$$\Omega_g(t) = C_1 \cdot e^{r_1 t} = C_1 \cdot e^{-11,422t} \quad (6.10)$$

Constanta de timp corespunzătoare acestei variații exponențiale

$$\tau = \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{11,422} = 0,08755 \text{ sec.} = 87,55 \text{ msec.}$$

Constanta de integrare C_1 se determină dintr-o condiție impusă soluției generale a ecuației.

O soluție particulară a ecuației diferențiale neomogenă trebuie căutată de forma membrului drept al ecuației, adică o constantă. Rezultă imediat că:

$$\Omega_p = \frac{470,01 \cdot 10^{-6}}{255,16 \cdot 10^{-6}} = 1,8420 \text{ rad/sec.}$$

satisfacă ecuația neomogenă.

Cu acestea, soluția generală a ecuației diferențiale (6.8) se scrie:

$$\Omega(t) = \Omega_c(t) + \Omega_p(t) = C_1 e^{-11,422t} + 1,8420$$

Impunind condiția ca la $t=0$ viteza unghiulară să fie zero, $\Omega(0) = 0$, rezultă:

$$C_1 = -1,8420 \text{ rad/sec.}$$

și cu aceasta soluția finală devine:

$$\Omega(t) = 1,8420(1 - e^{-11,422t}) \text{ [rad/sec]} \quad (6.11)$$

Reprezentarea grafică a variației teoretice în timp a vitezei unghiulare la pornirea discului de aluminiu al O.I.M. în regimul nominal de funcționare ($U_n=220 \text{ V}$, $I_n=10 \text{ A}$, $f=50 \text{ Hz}$, sarcină rezistivă) este redată în fig.6.2, curba a. În aceeași figură, notată cu b, este reprezentată variația în timp a vitezei unghiulare calculată numeric cu ajutorul calculatorului. Pentru aceasta din urmă s-a plecat de la ecuația diferențială (6.1) :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + A\Omega = M_a - M_f$$

în care momentul de inerție al discului s-a ales egal cu cel calculat (relația (6.2)). Valorile momentelor mecanice de frînare în lagăre M_{pe} , de frecare cu aerul M_{fa} și de frînare a mecanismului numărător M_{fn} s-au ales conform relațiilor (6.3), (6.5) și (6.6). Pentru momentul mecanic activ, cel de frînare al magnetului permanent și cele de frînare suplimentare datorate curentelor turbionari care apar prin mișcarea discului, s-au avut în vedere valorile obținute prin programele de calcul rulate pe calculator. Procedul urmat a fost următorul:

1. De la $t=0$ în primul interval de timp $\Delta t=0,025 \text{ sec.}$ se consideră $\Omega_1=0$ și se calculează, cunoscând toate mărimile, accelerația unghiulară $(\Delta\Omega/\Delta t)_1$;

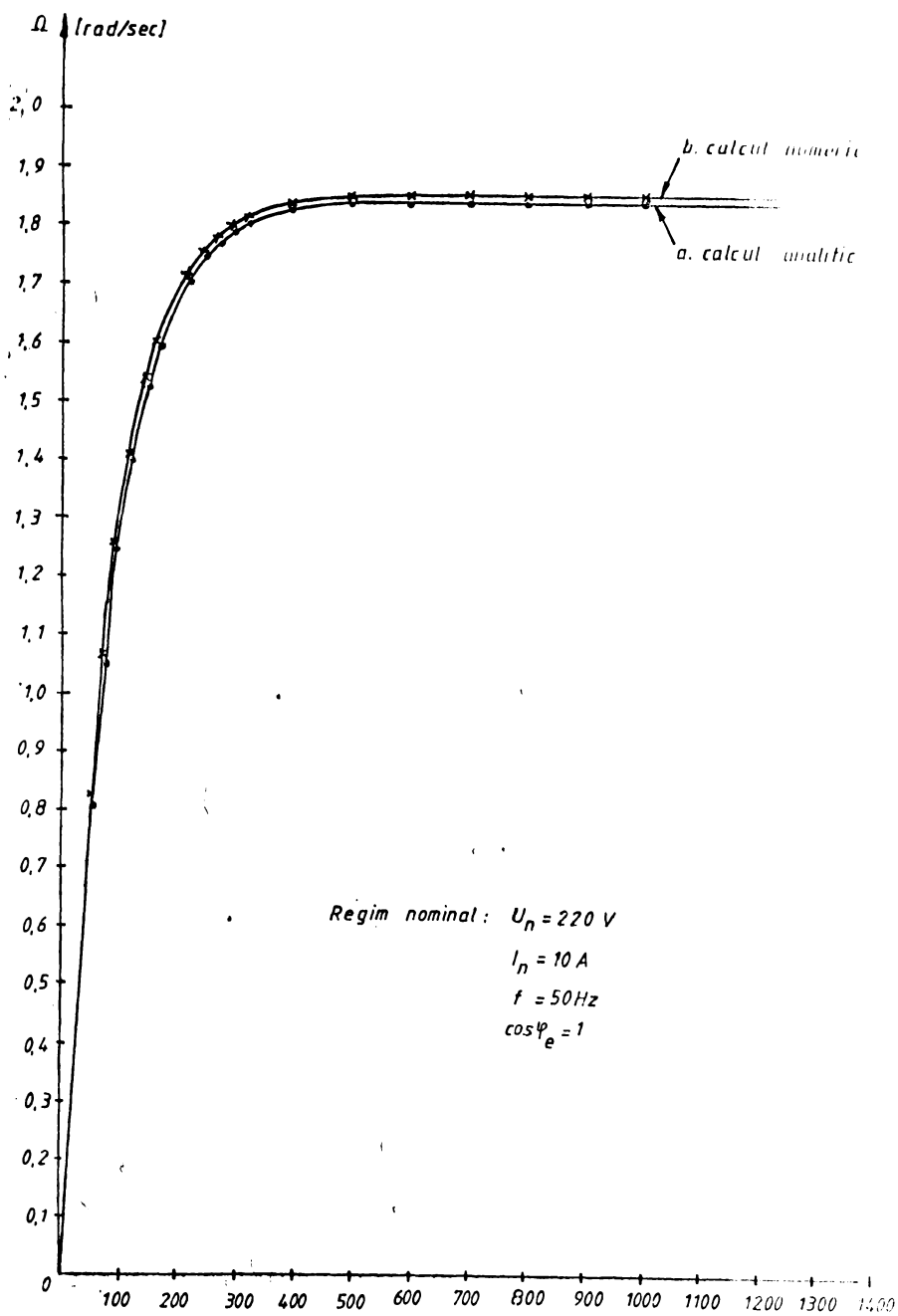


Fig.6.2. Variația vitezei unghiulare în timpul procesului mecanic tranzitoriu la pornirea a discului de aluminiu.

2. Pentru al doilea interval $\Delta t = 0,025$ sec. se consideră viteza unghiulară $\Omega_2 = \left(\frac{\Delta \Omega}{\Delta t}\right)_1 \cdot \Delta t$ și se calculează accelerația unghiulară corespunzătoare pasului al doilea $\left(\frac{\Delta \Omega}{\Delta t}\right)_2$;

3. Pentru al treilea interval se consideră viteza unghiulară $\Omega_3 = \Omega_2 + \left(\frac{\Delta \Omega}{\Delta t}\right)_2 \cdot \Delta t$ și se calculează accelerația unghiulară corespunzătoare $(\Delta \Omega / \Delta t)_3$.

Procesul iterativ s-a continuat pînă la $t = 3$ sec., adică la mai mult de patru constante de timp $T = 0,08755$ sec. și se constată o bună corespondență între valorile vitezei unghiulare calculată numeric cu cea determinată prin calcul analitic. Aceasta dovedește înă o dată corectitudinea considerațiilor făcute asupra calculului numeric al cîmpului densității de curent a curenților turbionari, care apar în discul de aluminiu al C.I.M., fapt ce manifestă prin momentele mecanice, și asupra mișcării discului în procesul mecanic de pornire a acestuia.

În tabelul nr.6.1 sînt prezentate valorile vitezei unghiulare, calculate în cele două moduri amintite la aceleași valori ale timpului măsurat din momentul pornirii discului de aluminiu.

TABELUL Nr.6.1

Viteza unghiulară funcție de timp în procesul mecanic de pornire a discului de aluminiu al C.I.M.

a. calculul analitic (Ω_a)

b. calculul numeric (Ω_b)

| | | | | | | | |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| t [s] | 0,025 | 0,050 | 0,075 | 0,100 | 0,125 | 0,150 | 0,175 |
| Ω_a [rad/s] | 0,4575 | 0,8014 | 1,0599 | 1,2541 | 1,4002 | 1,5099 | 1,5924 |
| Ω_b [rad/s] | 0,4640 | 0,8119 | 1,0726 | 1,2680 | 1,4145 | 1,5243 | 1,6066 |
| $(\Omega_b - \Omega_a)$ | 0,0065 | 0,0105 | 0,0127 | 0,0139 | 0,0144 | 0,0142 | 0,0142 |
| | 0,200 | 0,225 | 0,250 | 0,275 | 0,300 | 0,325 | 0,350 |
| | 1,6544 | 1,7010 | 1,7360 | 1,7623 | 1,7821 | 1,7970 | 1,8081 |
| | 1,6683 | 1,7146 | 1,7492 | 1,7752 | 1,7947 | 1,8093 | 1,8202 |
| | 0,0139 | 0,0136 | 0,0132 | 0,0129 | 0,0126 | 0,0123 | 0,0121 |
| | 0,375 | 0,400 | 0,425 | 0,450 | 0,475 | 0,500 | |
| | 1,8165 | 1,8228 | 1,8276 | 1,8312 | 1,8338 | 1,8359 | |
| | 1,8285 | 1,8346 | 1,8392 | 1,8426 | 1,8450 | 1,8471 | |
| | 0,0120 | 0,0118 | 0,0116 | 0,0114 | 0,0112 | 0,0112 | |

| | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| 0,550 | 0,600 | 0,700 | |
| 1,8385 | 1,8400 | 1,8413 | |
| 1,8497 | 1,8511 | 1,8524 | |
| 0,0112 | 0,0111 | 0,0111 | |
| | 0,800 | | |
| | 1,8418 | | |
| | 1,8528 | | |
| | 0,0110 | | |
| 0,900 | 1,000 | 2,000 | 3,000 |
| 1,8419 | 1,8419 | 1,8420 | 1,8420 |
| 1,8529 | 1,8529 | 1,8530 | 1,8530 |
| 0,0110 | 0,0110 | 0,0110 | 0,0110 |

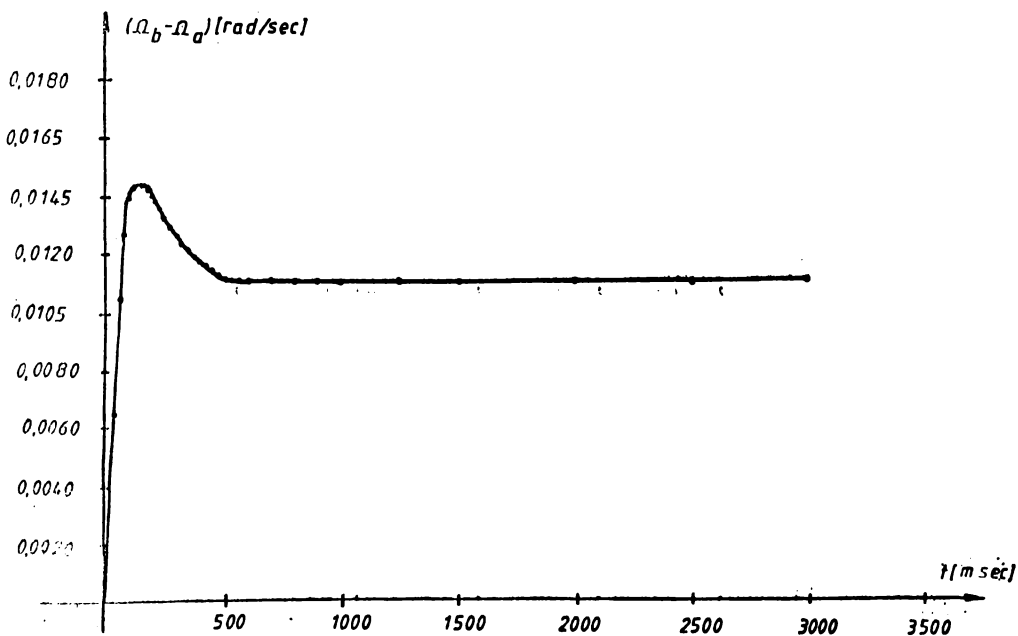


Fig.6.3. Variația diferenței $(\Omega_b - \Omega_g)$ funcție de timp în procesul tranzitoriu mecanic de pornire a C.I.M. tip OM4.

Viteza unghiulară crește de la zero la 95% din cea de regim staționar în aproximativ 0,25 secunde, în conformitate cu constanta de timp a procesului tranzitoriu considerat.

În fig.6.3 este prezentată variația diferenței ($\Omega_b - \Omega_a$) funcție de timp, în procesul mecanic tranzitoriu de pornire a conrotului, conform datelor din tabelul 6.1.

Din grafic se observă o valoare staționară a diferenței ($\Omega_b - \Omega_a$) de 0,0110 rad/sec., începând cu $t_s = 0,55$ sec. de la pornirea discului C.I.M., ceea ce reprezintă 0,59 % din oricare din vitezele unghiulare staționare. În procesul tranzitoriu de accelerare a mișcării de rotație a discului apare un maxim al acestei diferențe: 0,0144 rad/sec, la $t_m = 0,15$ sec. de la pornire, ceea ce reprezintă sub 1 % din valoarea vitezelor unghiulare Ω_a sau Ω_b în acel moment. Acest fapt se datorește unei mici diferențe între constantele de timp aferente procesului mecanic tranzitoriu de pornire în cele două variante de calcul abordate.

... ..

CAPITOLUL 7.

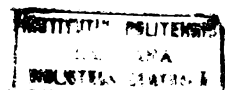
C O N C L U Z I I.

Contoarele de inducție monofazate utilizate pentru măsurarea energiei electrice active a consumatorilor sînt aparate de măsură care rămîn tot timpul conectate în circuitele electrice, adică se pot considera în regim de funcționare continuă. Una dintre caracteristicile cele mai importante ale C.I.M. trebuie să fie deci fiabilitate foarte ridicată, obținută și prin construcția foarte simplă și robustă adoptată.

Contoarele de tip CM4 fabricate de întreprinderea I.A.E.M. Timișoara asigură precizia de măsurare chiar și la o suprasarcină de curent de 400 % (curent de sarcină 40A). Îmbunătățirile tehnice făcute în cursul ultimilor ani au mărit fiabilitatea aparatului și au micșorat prețul de cost. De asemenea, contorul nu necesită operațiuni de verificare și reglare decît la intervale mari de timp.

În acest fel întreprinderea I.A.E.M. reprezintă nu numai singurul furnizor pentru acest tip de contoare electrice în țară, ci și un partener solicitat și preferat de multe țări din Europa precum și din alte continente. Exportul întreprinderii în aceste țări contribuie, pe lîngă avantajele materiale ce decurg, la creșterea prestigiului României în lume, dar în același timp și obligă cercetarea și producția la eforturi îndreptate spre îmbunătățirea în continuare a performanțelor acestui produs și micșorarea continuă a prețului său.

Fiind un aparat de foarte largă răspîndire la scară națională, orice îmbunătățire a performanțelor, orice modificare tehnologică sau reconsiderare a proiectului, care să conducă



mărirea fiabilității sau la micșorarea prețului de cost, au o importanță deosebită. În această direcție colectivele de cercetare și producție din întreprinderi au realizări dintre cele mai frumoase.

Autorul tezei speră ca și prin această lucrare, alături de contractele de cercetare încheiate cu catedra din care face parte și de alte tipuri de colaborări, să contribuie la îmbunătățirea în continuare a performanțelor produsului și a competitivității lui pe piața internațională.

Principalele contribuții originale ale autorului aduse în abordarea fenomenologică a aspectelor din teza de doctorat sînt următoarele:

1. Se stabilește că ecuația diferențială de tip Poisson satisfăcută de scalarul cîmpului electric într-o placă plană, conductoare, aflată în mișcare într-un cîmp magnetic exterior, este independentă de sistemul de referință ales. Se arată că în sisteme de referință legate de bobinele C.I.M. sau în cele legate de placa în mișcare ecuația diferențială are aceeași formă;

2. Se enunță o teoremă a potențialelor de noduri referitoare la calculul scalarului cîmpului electric din discul de aluminiu al C.I.M. cu metoda elementelor finite. Se deduce forma generală a ecuației sistemului algebric liniar care are ca necunoscute valorile scalarului cîmpului electric în nodurile rețelei de discretizare cu F.F.T., explicitîndu-se structura coeficienților matricii sistemului și a termenilor liberi;

3. Se face o analiză comparativă între diferitele moduri de realizare a rețelei de discretizare cu F.F.T. a planului discului, adoptîndu-se varianta optimă în funcție de raportul dintre precizia calculului și timpul de lucru pe calculator & necesarul de memorie impus de programele de calcul;

4. Se calculează numeric densitatea de curent a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin transformare de cîmpul magnetic variabil în timp al bobinei de tensiune folosindu-se metoda elementelor finite și se trasează automat pe plotterul calculatorului liniile echiscalare ale scalarului cîmpului electric $\varphi_{tu}(x,y,t)$. Ele reprezintă de asemenea liniile de cîmp ale densității de curent $\vec{J}_{tu}(x,y,t)$. Se trasează automat, la scară, și vectorii $\vec{J}_{tu}(x,y,t)$ în centrele de greutate ale F.F.T. ale rețelei de discretizare adoptate;

5. Se face un calcul numeric al pierderilor de putere dezvoltate prin efect Joule de către acești curenți turbionari în discul de aluminiu al C.I.M., subliniindu-se că acest fenomen este continuu în timp;

6. Cu aceeași metodologie de calcul se calculează numeric valorile scalarului cîmpului electric $\varphi_{t1}(x,y,t)$ în disc și densitatea de curent $\bar{J}_{t1}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși în disc de t.e.m. induse prin transformare de cîmpul magnetic variabil în timp al bobinei de curent. Se trasează automat pe plotterul calculatorului liniile echiscalare ale scalarului cîmpului electric $\varphi_{t1}(x,y,t)$, care sînt totodată și liniile de cîmp ale densității de curent $\bar{J}_{t1}(x,y,t)$ și vectorii densitate de curent în centrele de greutate ale F.F.T.;

7. Se calculează numeric scalarul cîmpului electric $\varphi_{mu}(x,y,t)$ în disc și densitatea de curent $\bar{J}_{mu}(x,y,t)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin mișcare de cîmpul magnetic, neuniform pe suprafața discului, al bobinei de tensiune. Și în acest caz se trasează automat pe plotter liniile echiscalare ale lui $\varphi_{mu}(x,y,t)$, care sînt și liniile de cîmp ale densității de curent $\bar{J}_{mu}(x,y,t)$, precum și vectorii densitate de curent în centrele de greutate ale F.F.T.;

8. Se face un calcul numeric al scalarului cîmpului electric $\varphi_{m1}(x,y,t)$ în nodurile rețelei de discretizare și al densității de curent $\bar{J}_{m1}(x,y,t)$ a curenților turbionari care apar în disc datorită t.e.m. induse prin mișcare de cîmpul magnetic, neuniform pe suprafața discului, al bobinei de curent. De asemenea se trasează grafic automat liniile echiscalare ale scalarului cîmpului electric $\varphi_{m1}(x,y,t)$, care reprezintă și liniile de cîmp ale densității de curent $\bar{J}_{m1}(x,y,t)$ și vectorii densitate de curent în centrele de greutate ale F.F.T.;

9. Se calculează numeric scalarul cîmpului electric $\varphi_{MP}(x,y)$ în nodurile rețelei de discretizare adoptate și densitatea de curent $\bar{J}_{MP}(x,y)$ a curenților turbionari produși de t.e.m. induse prin mișcare de cîmpul magnetic invariabil în timp, dar neuniform pe suprafața plană a discului de aluminiu, creat de magnetul permanent. Se trasează automat pe plotterul calculatorului liniile echiscalare ale scalarului cîmpului electric $\varphi_{MP}(x,y)$, care sînt și liniile de cîmp ale densității de curent $\bar{J}_{MP}(x,y)$, precum și vectorii densitate de curent în centrele de greutate ale F.F.T.;

10. Se calculează numeric momentul mecanic activ exercitat asupra discului de aluminiu la diferite puteri absorbite de consumator. Rezultatele calculate numeric se compară cu valorile determinate experimental pentru aceeași mărime fizică. Existența unor diferențe foarte mici între cele două categorii de valori (sub 1%) atestă corectitudinea calculelor numerice din teză;

11. Se face un calcul numeric al momentelor mecanice de frinare suplimentare (de amortizare), M_{Au} și M_{Al} , produse de cîmpurile magnetice ale celor două bobine asupra discului de aluminiu a C.I.M. la diferite viteze unghiulare Ω ale acestuia;

12. Se calculează numeric momentul mecanic de frinare principal M_{MP} exercitat asupra discului de către magnetul permanent și se stabilește, tot prin calcul numeric, dependența dintre valoarea acestuia și unghiul χ care determină poziția magnetului permanent față de discul de aluminiu al C.I.M. Se calculează numeric și pierderile de putere activă dezvoltate în disc de curenții turbionari la viteza unghiulară nominală și se verifică relația dintre aceste pierderi, momentul mecanic de frinare și viteza unghiulară.

De asemenea a fost analizat prin metode numerice procesul mecanic tranzitoriu de pornire a discului de aluminiu în cazul regimului nominal de funcționare.

După o colaborare de peste un deceniu cu colectivele de cercetare, proiectare și producție a contoarelor de inducție monofazate din această întreprindere industrială (IAEM Timișoara), autorul tezei de doctorat consideră că există premise reale de valorificare în continuare a cercetărilor sale prin aplicarea lor în producție. Din numeroasele discuții avute cu membrii ai colecțiivului de proiectare a C.I.M. a rezultat părerea unanimă că modelul matematic și metodele de calcul numeric folosite în teză pot fi aplicate cu succes la re-proiectarea acestui aparat de largă utilizare practică. Posibilitatea rulării facile pe calculator a mai multor variante privitoare la mărimile de înțrare electromagnetice, constructive și de materiale, potrivit dorinței utilizatorului, pot conduce la îmbunătățirea anumitor performanțe ale aparatului.

În legătură cu varianta constructivă produsă în prezent la IAEM, autorul tezei evidențiază în cele ce urmează câteva aspecte în legătură cu care se poate estima o îmbunătățire a funcției și a performanțelor C.I.M. tip CM4 :

a. O modificare a anumitor dimensiuni ale circuitului al bobinei de tensiune, și al bobinei de

incît în zonele exterioare tălpii polare a miezului magnetic al bobinei de tensiune cîmpul magnetic $B_u(x,y)$ să nu prezinte valori negative începînd cu distanța $x=17$ mm de o parte și de alta a axei de simetrie oy (fig.2.1,2.4 și tabelul nr.1A din anexă). Astfel, au fost rulate programele de calcul numeric pentru densitățile de curent și momentul mecanic activ corespunzător situației în care datele de intrare pentru $B_u(x,y)$ au fost introduse fără valorile negative în zonele amintite anterior. S-a obținut în acest caz o valoare a momentului mecanic activ de $481,9 \mu Nm$, ceea ce reprezintă mai mult decît cel calculat în condiții reale cu $7,1\%$.

b. Tot prin intermediul datelor de intrare ale programelor de calcul numeric, se pot rula mai multe variante de calcul modificînd poziția spațială a celor două distribuții ale cîmpurilor magnetice, $B_u(x,y,t)$ și $B_l(x,y,t)$, în planul discului de aluminiu al C.I.M. Se poate stabili astfel o dispunere geometrică, atît una față de alta, cit și față de discul de aluminiu, pentru care se obține cel mai favorabil raport: moment mecanic activ/momente de frînare suplimentare.

c. Posibilitatea calculului numeric al tuturor momentelor mecanice parazite care pot apare ca urmare a oricăror genuri de asimetrii de poziție a celor două circuite magnetice, atît unul față de celălalt, cit și față de discul de aluminiu.

d. Determinarea prin calcul numeric a influenței abaterii unghiulare a planului discului de aluminiu față de planul orizontal, precum și a influenței modificării poziției discului, pe verticală, în întrefierul miezurilor magnetice ale celor două bobine și mai ales al magnetului permanent.

e. Modelul matematic și metodele de calcul numeric folosite în cazul C.I.M. tip OM4 se pot aplica și în cazul contoarelor de inducție trifazate pentru energie activă, precum și a celor pentru măsurarea energiei electrice reactive.

f. Se poate studia numeric influența proprietăților fizico-chimice ale materialului discului, mai ales a conductivității sale electrice σ , asupra momentelor active, de frînare al magnetului permanent și de frînare suplimentare, precum și asupra curbei de sarcină a C.I.M.

Stimulat de rezultatele obținute pînă acum, autorul tezei de doctorat consideră ca fiind certă dobîndirea de noi valențe colaborării cu IAFM Timișoara, atît pe plan teoretic, cit mai ales al aplicării cercetărilor în producția întregii familii de contoare de inducție fabricate în această întreprindere.

B I B L I O G R A P H Y

1. P.D.Agarwal "Eddy-current losses in solid and laminated iron", I.E.E.E. Transactions, vol.78, no.1, 1959.
2. O.W.Andersen "Laplacian Electrostatic Field Calculations by Finite Elements with Automatic Grid Generation", I.E.E.E. Transactions, vol.PAS-92, 1973.
3. O.W.Andersen "Iterative Solution of Finite Element Equation in Magnetic Field Problems", I.E.E.E. Conf.Paper C 72425, San Francisco; July, 1972.
4. O.W.Andersen "Transformer Leakage Flux Program Based on the Finite Element Method", I.E.E.E. PES Summer Meeting, San Francisco, California, July 9-14, 1972.
5. O.W.Andersen "Finite Element Solution of Complex Potential Electric Fields", I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems", vol.PAS-96; no.4, July/August, 1977.
6. O.W.Andersen and K.G.Fehrle "Electrostatic Field Calculations Using Finite Element Methods", International Conference on Numerical Methods in Electrical and Magnetic Field Problems St.Margherita, Italy, 1976.
7. A.F.Armor and M.V.K.Chari "Heat Flow in the Stator Core of Large Turbine-Generators, by the Method of Three-Dimensional Finite Elements", Part I and Part II, I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems", vol.PAS-95, no.5, September-October, 1976.
8. J.F.Beikery, R.K.Barton and A.Konrad "Automatic Finite-Element Grid Generation for Motor Design Analysis", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference Hamburg, September, 1984.
9. C.S.Biddlecomb, G.J.Collie, J.Simpkin and C.W.Trowbridge, "The Integral Equation Method Applied to Eddy Currents", COMEUM Conference on Computation of Magnetic Fields, Oxford, 1977.
10. C.S.Biddlecomb, J.Simpkin and C.W.Trowbridge "Error Analysis of Finite Element Models of Electromagnetic Fields", I.E.E.E. Transactions on Magnetic, vol.MAG-22, no.5, Intermag Conference, Phoenix, Arizona, September, 1986.

11. J.Bigeon and J.C.Sabonnadiere "A Simple Scheme for Triangular" Upwind" Finite Elements in Eddy Currents Computation", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
12. J.H.Bramble and M.Zlamal "Triangular Elements in the Finite Element Method", Math.Comp., vol.24, 1970.
13. I.Braşovan "Utilizarea calculatoarelor electronice numerice la determinarea cuplurilor de frinare și a cuplurilor de frinare suplimentare din contoarele electromagnetice", Metrologia aplicată, vol.XXIV, nr.2, București, 1977.
14. I.Braşovan "Determinarea prin metoda oscilațiilor amortizate a cuplurilor de frinare suplimentare din contorul de inducție", Metrologia aplicată, vol.XXII, nr.4, București, 1975.
15. J.R.Brauer "Finite Element Analysis of Electromagnetic Induction in Transformers", I.E.E.E. Power Engineering Society, Winter Meeting, New York, February, 1977.
16. C.F.Bryant and F.M.Freeman "Three Dimensional Finite Element Preprocessing of Magnetic Field Problems", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
17. B.K.Bull "Rasceat vrasciauscevo momenta induktionnovo rele napravlenia moşcinosti", Elektricesstvo, nr.4, 1964.
18. N.Burais, A.Foggia, A.Nicolas, J.P.Pascal and J.C.Sabonnadiere "Numerical Solution of Eddy Current Problems Including Moving Conducting Parts", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
19. P.Campbel, P.Hoole, S.R.H. and TSALS, I. "Finite Element Field Analysis in 2-D and 3-D on a Personal Computer", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
20. C.J.Carpenter "Finite-Element Network Models and thier Application to Eddy-current Problems", Proc., vol.122, 1975.
21. C.J.Carpenter "Computation of Magnetic Fields and Eddy-currents", Fifth Int.Conf.on Magnetic Technology, Rome, 1975.
22. Z.J.Cendes and D.N.Shenton "Adaptive Mesh Refinement in the Finite Element Computation of Magnetic Fields", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol. MAG-20, no.5, Intermag Conference, St.Paul, September, 1985.

23. Z.J.Cendes, D.N.Shenton and H.Shanasser. "Magnetic Field Computation Using Element Mesh Generation", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-19, 1983.
24. M.V.K.Chari, G.Bedrosian and T.Sober "Two Dimensional Time Domain Solution of the Eddy Currents Problem in Rotating Electrical Machinery by Finite Elements", I.E.E.E.Transaction on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
25. M.V.K.Chari and P.Silvester "Finite-Element Analysis of Magnetically Saturated DC Machines", I.E.E.E.Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.PAS-90, 1971.
26. M.V.K.Chari "Nonlinear Finite Element Solution of Electrical Machines under No-Load and Full Load Conditions", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, Intermag, 1974.
27. M.V.K.Chari and A.F.Armor "Combined Electrothermal Finite Element Analysis of turbine-generators", Electric Machines and Electromechanics: An International Quarterly, 1, 1977.
28. M.V.K.Chari and Z.J.Cendes "Finite Element Analysis of the Skin Effect in Current Carrying Conductors", I.E.E.E.Transactions on Magnetics, vol.MAG-13, no.5, September, 1977.
29. M.V.K.Chari and P.Silvester "Analysis of Turbogenerator magnetic Fields by Finite Elements", I.E.E.E.Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.PAS-90, no.2, March/april, 1971.
30. M.V.K.Chari "Finite-Elements Solution of the Eddy-Current Problem in Magnetic Structures", I.E.E.E. PES Summer Meeting & EHV/UHV Conference, Vancouver, B.C.Canada, July, 1973.
31. M.V.K.Chari, J.D'angelo and M.A.Palmo "Three-Component, Two Dimensional Analysis of the Eddy Current Diffusion Problem", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
32. M.V.K.Chari, G.Bedrosian, J.D'angelo, J.F.Bokery, M.A.Palmo and A.De Blois "Computer Aided Design and Analysis of Electrical Machinery and Devices", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-22, no.5, Intermag Conference, Phoenix, Arizona, September, 1986.
33. M.Chiampli, A.Piazzoli and M.Tartaglia "Computer Aided Design of a Shaded-Pole Electromagnet by the Finite Element Method", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, St.Paul, September, 1985.

34. F.Chiriacozzi and A.Di Napoli "Time-Analysis of Leakage Flux of a Slot-Bar and Computation of Equivalent Network Parameters", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-13, no.5, September, 1977.
35. D.Colombani, L.Krahenbuhl, N.Burais and A.Nicolas "A General Mixed Boundary Conditions Definition for Eddy Current Problems", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
36. Gh.Costache, Fr.Della-Giacomo și M.Slănină "Metoda elementelor finite aplicată în probleme laplaciene plan-paralele", E.E.A.-Electrotehnica, no.24, vol.2, București, 1976.
37. Gh.Costache, M.Slănină și Fr.Della-Giacomo "Finite element method used to some axisymmetrical insulation problems", Rev.Roum.Sci.Techn., Electrotechnique et Energetique, nr.2, vol.4, București, 1975.
38. J.L.Coulomb, Y.Duterrail and J.Bigeon "Modelling Non Linear Ferromagnetic Characteristics for Finite Element Analysis", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-19, Intermag Conference, Philadelphia, September, 1983.
39. J.L.Coulomb and G.Meunier "Finite Element Implementation of Virtual Work Principle for Magnetic or Electric Force and Torque Computation", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
40. J.L.Coulomb, G.Meunier and J.C.Sabonnadiere "Energy Methods for the Evaluation of Global Quantities and Integral Parameters in a Finite Element Analysis of Electromagnetic Devices", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, St.Paul, September, 1985.
41. S.Cristina and A.Di Napoli "F.E.M. Input Data Reduction: An Automatic Procedure for Mesh Building in Magnetic Field Studies", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-19, no.5, Intermag Conference, Philadelphia, September, 1983.
42. S.Cristina and M.Feliziani "Automatic Optimized Mesh Generation for F.E.M. Electromagnetic Field Studies", I.E.E.E. Transaction on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
43. R.Oristesou "Analiza funcțională", Editura didactică și pedagogică, București, 1970.
44. A.Cupsa "Beiträge zur Berechnung"

- beninduktions messwerkzeug", S.F.F., IV, nr.2, 1970.
45. N.A.Demerdash, O.A.Mohammed and T.W.Lehl, "Three Dimensional Vector Potential Based Finite Element Formulation and Computation of Forces on Current Carrying Conductors" I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
46. I.De Sabata "Bazele electrotehnicii", vol.1, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1972.
47. I.De Sabata "Bazele electrotehnicii", vol.2, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1974.
48. I.De Sabata "Bazele electrotehnicii", vol.3, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1976.
49. G.De Mey "A method for calculating eddy currents in plates of arbitrary geometry", A.f.E., no.56, H.3, 1974.
50. D.Drăgulescu "Mecanica și rezistența materialelor", vol.1, Mecanica, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1981.
51. Eberhard Schwabe "Amortizarea și frinarea prin curenți turbiditari cu sisteme de magneti permanenți, E.M., vol.4, 1972.
52. E.A.Erdelyi and F.P.Fuchs "Nonlinear Magnetic Field Analysis of DC Machines", I.E.E.E. Winter Power Meeting, New York, Januari, 1970.
53. M.Fanelli "Il metodo degli elementi finiti: possibilità di applicazione a problemi di interesse degli elettrotecnici", L'Elettrotecnica, vol.LXII, no.6, Giugno, 1975.
54. A.Foggia, N.Burais, L.Krahenbuhl and A.Nicolas "Finite Element Analysis of a Fast Electromagnetic Actuator", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
55. N.Gheorghiu "Introducere în analiza funcțională", Editura Academiei R.S.R., București, 1974.
56. G.Golovanov "Asupra relației de calcul al momentului activ al contorului monofazat de inducție", Electrotehnica, vol.21, nr.1, 1973.
57. G.Golovanov "Contribuții la studiul influenței armonicilor de tensiune și curent asupra funcționării aparatelor electrice de măsurat", Teză de doctorat, Institutul Politehnic București, Facultatea de electrotehnică, 1974.
58. P.N.Goriunov, S.N.Fighin și N.N.Sumilovski "Contoare electrice", Editura energetică București, 1968.

59. P.Girdino, P.Molfino, P.Molinari, L.Puglisi and A.Viviani "Finite Difference and Finite Element Grid Optimization by the Grid Iteration Method", I.E.F.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-19, 1983.
60. V.K.Grag and J.Weiss "Finite Element Solution of Transient Eddy-Currents Problems in Multiply-Excited Systems", I.E.F.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-22, no.5, Intermag Conference, Phoenix, Arizona, September, 1986.
61. A.Haimovici "Ecuațiile fizicii matematice", Editura didactică și pedagogică, București, 1966.
62. P.Hammond and T.D.Tsiboukis "Dual Finite-Element Calculations for Static Electric and Magnetic Fields", Proceedings of the I.E.F.E., vol.130, no.3, 1983.
63. A.Y.Hannalla and D.C.Macdonald "A Nodal Method for the Numerical Solution of Transient Field Problems in Electrical Machines", I.E.F.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-11, no.5, September, 1975.
64. A.Y.Hannalla and D.C.Macdonald "Numerical Analysis of Transient Field Problems in Electrical Machines", Proceedings of the I.E.F.E., vol.123, no.9, September, 1976.
65. F.B.Hildebrand "Methods of Applied Mathematics", Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1971.
66. S.R.H.Hoole and P.R.P.Hoole "An Optimal 3-D Finite Element Mesh Based on Cross-Sections", I.E.F.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, St.Paul, September, 1985.
67. N.Ida and W.Lord "3-D Finite Element Prediction of Magneto-static Leakage Fields", I.E.F.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-19, no.5, Intermag Conference, Philadelphia, September, 1983.
68. A.M.Iliukovici "Novoe v teorii indukcionnih sciotnikov", Izmeritelnaia tehnik, nr.5, 1955.
69. B.M.Irons "A Frontal Solution Program for Finite Element Analysis", International Journal of Numerical Method in Engineering, vol.2, 1970.
70. H.K.Jung, G.S.Lee and S.Y.Hahn "Finite-Element Approach with Localized Functionals for Magnetic Field Computations", I.E.F.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, St.Paul, September, 1985.
71. G.Kalik "Ecuații cu derivate parțiale", Editura Didactică

- Pedagogică, București, 1980.
72. A.M.Kamar "Solution of Non Linear Eddy Current Problems Using Residual Finite Element Method for Space and Time Discretization", I.E.F.E. Transaction on Magnetos, vol.MAG-19, no. 5, Intermag Conference, Philadelphia, September, 1983.
 73. S.Keran and J.D.Lavers "A Skin-Depth Independent Finite Element Method for Eddy Current Problems", I.E.F.E. Transactions on Magnetos, vol.MAG-22, no.5, Intermag Conference, Phoenix, Arizona, September, 1986.
 74. A.Konrad "Eddy Currents and Modelling", I.E.F.E. Transactions on Magnetos, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, St. Paul, September, 1985.
 75. A.Konrad, J.Roeth, G.Bedrosian and M.V.K.Chari "Time Domain Analysis of Eddy Current Effects in Conducting Structures with Pulse Excitation", I.E.F.E. Transactions on Magnetos, vol.MAG-22, no.5, Intermag Conference, Phoenix, Arizona, September, 1986.
 76. A.Konrad, J.L.Coulomb, J.C.Sabonnadiere and P.P.Silvester "Finite Element Analysis of Steady State Skin Effects in Slot Embedded conductor", A 76-189-1, I.E.F.E. Winter Meeting, January, 1976.
 77. A.Konrad and P.P.Silvester "Scalar Finite Element Program Package for Two-Dimensional Field Problems", I.E.F.E. Transactions on Microwave Theory and Tech., vol.MTT-19, 1971.
 78. A.Kouyoumdjian and J.L.Coulomb "Sensitivity Analysis of Finite Element Formulation in a 2D Field Computing Program", I.E.F.E. Transactions on Magnetos, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, St.Paul, September, 1985.
 79. J.Lamperaner and M.Stafl "Eddy-currents", Iliffe Books Ltd., London, 1966.
 80. D.Lavers "Finite Element Solution of Two Dimensional TE-Mode Eddy Current Problems", I.E.F.E. Transactions on Magnetos, vol.MAG-19, no.5, Philadelphia, September, 1983.
 81. K.K.Lim and P.J.Lawreson "Universal Loss Chart for the Calculation of Eddy-Current Losses in Thick Steel Flats", Proc. I.E.E., vol.117, no.4, 1970.
 82. B.Luetke-Daldrup "Comparison of Exact and Approximate Finite Element Solution of the Two Dimensional Nonlinear Eddy Current Problem with Measurements", I.E.F.E. Transactions on Magnetos, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.

83. H.Mansir, N.Burais and A.Nicolas. "Eddy Current Calculations in Nondestructive Testing Using Crack-Element", I.F.F.F. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
84. G.Marinescu "Tratat de analiză funcțională", vol.1, Editura Academiei R.S.R., București, 1970.
85. G.Marinescu "Tratat de analiză funcțională", vol.2, Editura Academiei R.S.R., București, 1972.
86. G.Marinescu "Analiză numerică", Editura Academiei R.S.R., București, 1974.
87. P.Masse "Modelling of Continuous Methodology and Computer Aided of Finite Element Programs", I.F.F.F. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
88. R.O.McCary, D.W.Oliver, K.H.Silverstein and J.D.Young "Eddy Current Imaging", I.F.F.F. Transactions on Magnetics, vol. MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, Sept. 1984.
89. A.Millea "Măsurări electrice - principii și metode", Editura tehnică, București, 1981.
90. Gh.Mîndru și M.M.Rădulescu "Analiza numerică a câmpului electromagnetic", Editura Dacia, Cluj Napoca, 1986.
91. M.V.Nemeș și D.Radu "Metodă de calcul a curenților turbionari dintr-un disc plan, conductor", Al VII-lea Simpozion de Informatică și conducere, Expredinf, Cluj Napoca, 20-23 mai, 1981.
92. M.V.Nemeș "Calculul puterii disipate sub formă de căldură de curenții turbionari dintr-un disc plan, conductor, situat într-un câmp magnetic variabil în timp", Săptămîna științei și tehnicii universității clujean, Cluj Napoca, 16-22 noiembrie, 1981.
93. M.V.Nemeș, D.Radu și Gh.Gherman "Berechnung der Wirbelstromverluste in einer rechteckförmigen leitenden Platte, auf die ein zeitlich veränderliches Magnetfeld senkrecht gerichtet ist", Buletinul Științific și Tehnic al Institutului politehnic "Traian Vuia", Electrotehnica, Tom 28(42) Timișoara, 1983.
94. M.V.Nemeș "Calculul cuplului activ al contorului-monofazat de inducție", Sesiunea jubiliară "10 ani în slujba energiei românești", Timișoara, mai 1983.
95. M.V.Nemeș, M.Kalapati și N.Zsifkov "Analiza asistată de calculator a câmpului electromagnetic din discul contorului

- de inducție monofazat", Eficiență și rentabilitate în proiectarea, fabricarea și exploatarea mașinilor și aparatelor electrice, vol.1, Partea a II-a, Timișoara, 5-6 aprilie, 1985.
95. M.V.Nemeș "Calculul cîmpului electromagnetic în medii nemagnetice", Conferința națională de electronică, telecomunicații, automatică și calculatoare, București, 1986.
97. M.V.Nemeș și Gh.Gherman "Cercetări privind proiectarea automată de calculator a contorului de energie electrică monofazat", Faza I, Contract de cercetare științifică nr.309/13.05.1979, Beneficiar IAEM Timișoara, 1979.
98. M.V.Nemeș și Gh.Gherman "Cercetări privind proiectarea automată de calculator a contorului de energie electrică monofazat", Faza II, Contract de cercetare științifică nr.309/13.05.1979, Beneficiar IAEM Timișoara, 1979.
99. M.V.Nemeș "Teorema potențialelor de noduri referitoare la calculul scalarului cîmpului electric într-o placă plană, conductoare, mobilă, situată într-un cîmp magnetic variabil în timp", Buletinul Științific și Tehnic al Institutului politehnic "Traian Vuia", Timișoara, în curs de apariție.
100. M.V.Nemeș "Calculul numeric al curenților turbionari dintr-o placă plană, mobilă, situată într-un cîmp magnetic necanonic variabil în timp", Buletinul Științific și Tehnic al Institutului politehnic "Traian Vuia", Timișoara, în curs de apariție.
101. F.Nicolau și colectiv "Manualul inginerului electronist - Editații electronice", Editura tehnică, București, 1979.
102. J.P.Peng, S.Salon and M.V.K.Chari "A Comparison of Finite Element and Boundary Element Formulations for Three-Dimensional Magnetostatic Problems", I.E.E.E., Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
103. J.Penman and J.R.Fraser "Complementary and Dual Energy Finite Element Principles in Magnetostatics", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-17, 1981.
104. J.Penman and M.D.Grieve, "An Approach to Self Adaptive Method Generation", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol. 21, 1985.

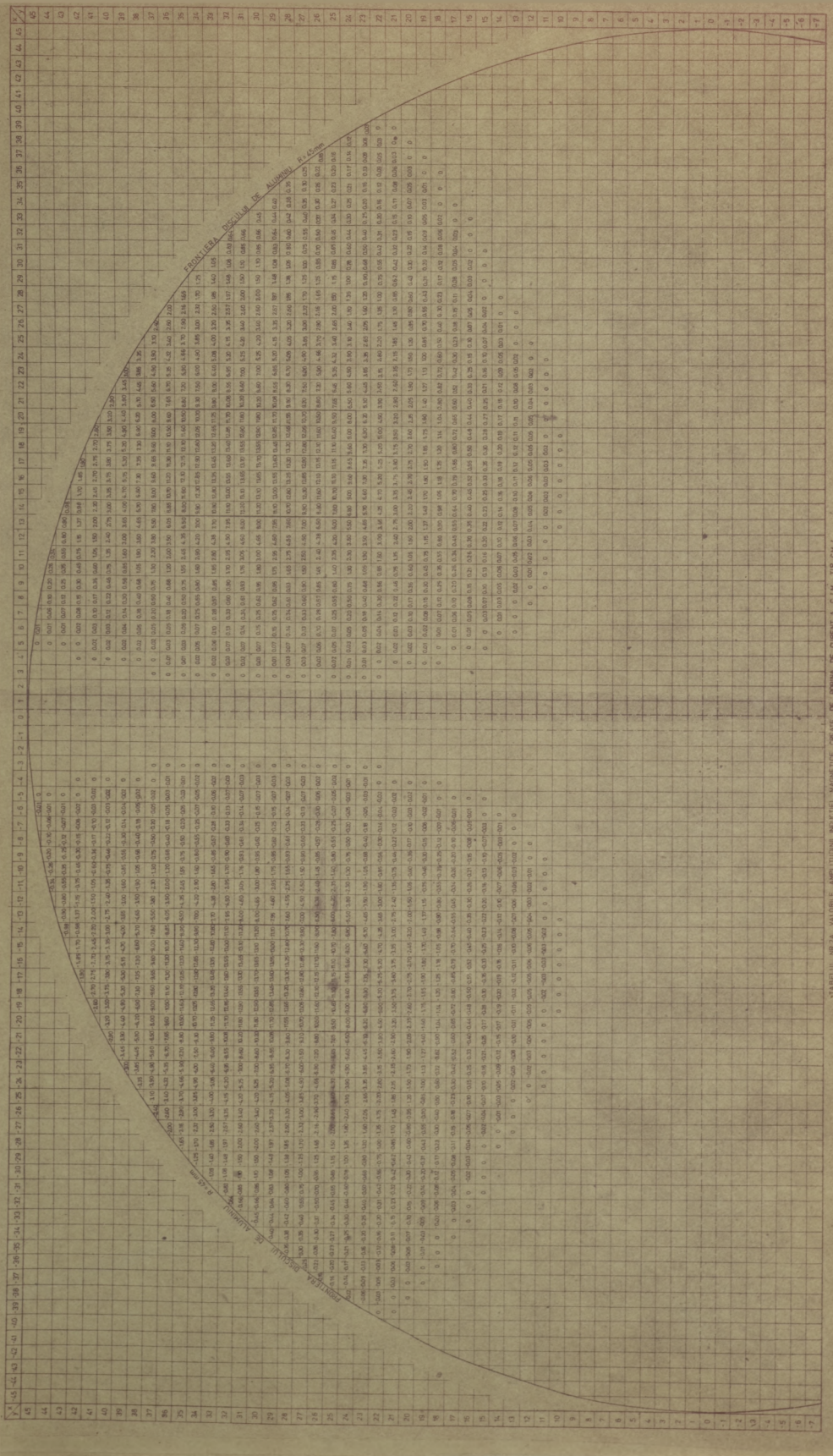
105. Amy R. Pinchuk and P.P.Silvester "Error Estimation for Automatic Finite Element Generation", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-21, 1985.
106. F.Pop, V.Stoica, I.Naforniță, E.Petriu "Tehnici moderne de măsurare", Editura Facla, Timișoara, 1983.
107. F.Pop și M.Chivu "Măsurări electrice", Institutul politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1976.
108. F.Pop și V.Stoica "Principii și metode de măsurare numerică" Editura Facla, Timișoara, 1977.
109. R.Răduleț și A.Iftim "Contribuții la teoria frânelor de inducție cu disc neferomagnetic", S.C.E.E., nr.1, 1961.
110. D.J.Richards and A.Wexler "Finite Element Solution Within Curved Boundaries", I.E.E.E. Transactions on Microwave Theory and Technology, vol.MTT-21, July, 1972.
111. J.Roberts "Analog Treatment of Eddy-Current Problems Involving Two-Dimensional Fields", Proc.I.E.E., vol.107.C, London, 1960.
112. J.Roberts "Analog Treatment of Eddy-Current and Magnetic Flux Penetration in Saturated Iron", Proc.I.E.E., vol.109 C, London, 1962.
113. W.Rogowski und W.Steinhaus "Über die induzierte Stromung und das Drehmoment der Scheibe des Wechselstromzähler", A.f.E., nr.1, 1913.
114. C.Rose "A Numerical Two-Dimensional Modelling of Eddy-Currents: An Application to Non-Destructiv Test", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
115. S.J.Salon "The Hybrid Finite Element-Boundary Element Method in Electromagnetics", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, St.Paul, September, 1985.
116. S.J.Salon and J.P.Peng "Three Dimensional Eddy Currents Using a Four Component Finite Element Formulation", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
117. S.J.Salon and B.Istfan "Inverse, Non-Linear Finite Element Problems", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-22, no.5, Intermag Conference, Phoenix, Arizona, Sept., 1986.

118. M.S.Sarma "Potential Functions in Electromagnetic Field Problems", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-6, 3, 1970.
119. R.Scherburne "Driving torque equations for the watt-hour based on the Ferraris Principle", I.E.E.E. Transaction Power Apparatus and Systems, vol.PAS-90, no.1, 1971.
120. D.Schieber "Braking torque on rotating sheet in stationary magnetic field", Proc.I.E.E., nr.121, 1974.
121. Gh.Silag și I.Groșanu "Mecanica", Editura didactică și științifică, București, 1981.
122. P.Silvester "High-order polynomial Triangular Finite Element for Potential Problems", International Journal of Engineering Science, vol.7, 1969.
123. P.Silvester and P.Rafinejad "Curvilinear Finite Elements for Two-Dimensional Saturable Magnetic Field", I.E.E.E. Power Apparatus Meeting, New York, January 22 - February 1, 1974.
124. P.Silvester, H.S.Cabayan and B.T.Browne "Efficient Torques for Finite Element Analysis of Electric Machines", I.E.E.E. PES Winter Meeting, New York, January 28 - February 1, 1973.
125. P.Silvester and M.V.K.Chari "Finite Element Solution of Saturable Magnetic Field Problems", I.E.E.E. Transactions Power Apparatus and Systems, vol.PAS-19, no.7, 1970.
126. P.Silvester and R.L.Ferrari "Finite Elements for Electrical Engineers", Cambridge, 1983.
127. J.Simkin "Eddy Current Modelling in Three Dimensions", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-22, no.5, Intermag Conference, Phoenix, Arizona, September, 1986.
128. I.F.Soran "Studiul configurației cîmpului magnetic în interiorul mașinii de inducție și influența ei asupra caracteristicilor de pornire", Teză de doctorat, Timișoara, 1979.
129. I.F.Soran "Asupra metodologiei de efectuare a triangulării manuale în vederea rezolvării unei probleme de câmp electromagnetic prin metoda elementelor finite", EET-1 Electrotehnica, vol.26, no.6, 1978.
130. I.Stakgold "Boundary Value Problems of Mathematical Physics", Mac Millan, New York, 1968.
131. G.Strang and G.J.Fix "An Analysis of the Finite Element Method", Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1973.
132. F.Tănăsescu și colectiv "Electrotehnica", Editura Tehnică, București, 1979.

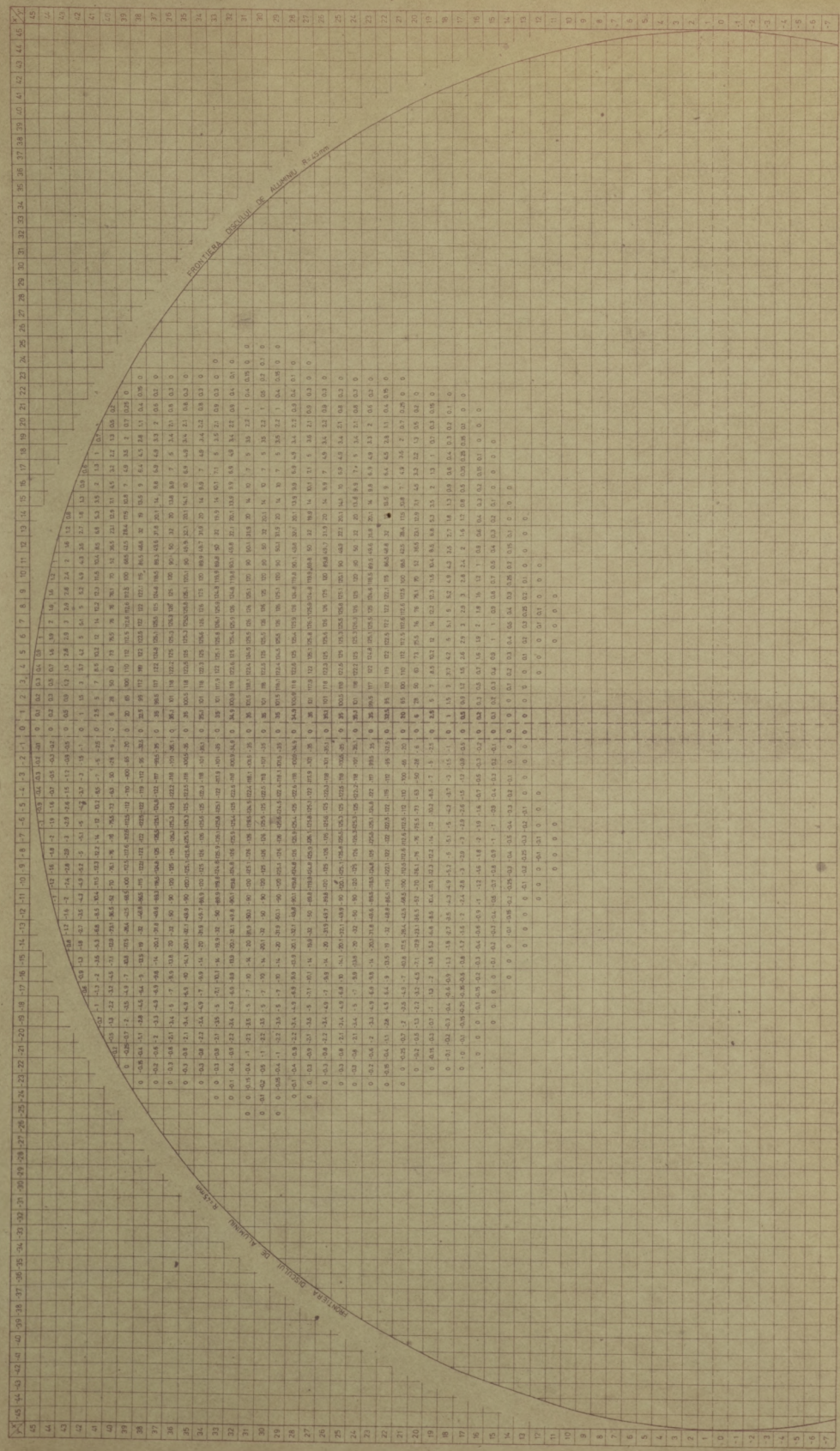
133. N.Teodorescu și V.Olaru "Ecuațiile fizicii matematice" Editura didactică și pedagogică, București, 1975.
134. Y.Du Terrail, J.C.Sabonnadiere, P.Masse and J.L.Coulomb "Non Linear Complex Finite Element Analysis of Electromagnetic Field in Steady State AC Devices", IEEE Transactions on Magnetics, vol.MAG-19, no.5, Intermag Conference, Philadelphia, September, 1983.
135. A.N.Tihonov și A.A.Samarski "Ecuațiile fizicii matematice", Editura tehnică, București, 1956.
136. T.Tortschanoff "Survey of Numerical Methods in Field Calculations", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no. 5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
137. L.R.Turner "An Integral Equation Approach to Eddy-Current Calculations", IEEE Transactions on Magnetics, vol.MAG-13, no. 5, September, 1977.
138. E.Unterwieser "Computation of Magnetic Fields in Electrical Apparatus", I.E.E.E. Summer Power Meeting, Vancouver, B.C., Canada, July, 1973.
139. P.Del Vecchio and G.M.Veca "Eddy Currents and Field Computation in a Superconducting Electromagnetic Pump", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-19, Intermag Conference, Philadelphia, September, 1983.
140. C.C.Zienkiewicz "The Finite Element Method in Engineering Science", Mc.Graw Hill, London, 1970.
141. M.Zlamal "On the Finite Element Method" Numer.Meth., vol.12, 1968.
142. M.P.Zlatev, et I.M.Panamsky "Determination du moment de rotation des relais d'induction a disque", Mesure et controle industriel, nr.30, 1962.
143. J.Weiss, V.K.Garg, M.Shan and F.Steinheim "Finite Element Analysis of Magnetic Field with Permanent Magnets", IEEE Transactions on Magnetics, vol.MAG-20, no.5, Intermag Conference, Hamburg, September, 1984.
144. J.Weiss, V.K.Garg and F.Steinheim "Eddy Current Loss Calculation in Multiconductor Systems", I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.MAG-19, no.5, Intermag Conference, Philadelphia, September, 1983.
145. A.M.Winslow "Magnetic Field Calculation in an Irregular Mesh" Proc.International Symp.on Magnetic Technology, Stanford, California, 1965.

146. T.Yoshimoto, S.Yamada and K.Bessho "3-D Finite Element Analysis of Flux Reflection and Flux Concentration Effects of Eddy Currents", I.F.F.F. Transactions on Magnetics, vol.MAG 22, no.5, Intermag Conference, Phoenix, Arizona, September, 1986.

A N B X A



ТАБЕЛЛУН АМПУТИДУН ПУЛСУН МУЛТИ-ВОЛНУН ДАРАТ ДИДАТ А. С. И. П. Ч. 4.



TABELUL NR.34 VALORILE INDUCIEI MAGNETICE CREATE DE MAGNETUL PERMANENT AL C.I.N. TIP CHA.