MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA"TIMISOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

Ing.GHEORGHE-MIRCEA BOGOEVICI

PORNIREA MASINII DE INDUCTIE CU INELE DE CONTACT, UTILIZIND UN CONVERTOR IN CIRCUITUL ROTORIC.

TEZA DE DOCTORAT

Conducător ştiinţific,
Prof.dr.ing.TOMA DORDEA

- 1 9 8 6 -

INTRODUCERE

Dezvoltarea fără precedent pe care o cunoaşte producţia industrială în epoca noastră se datorează în mare măsură folosirii sistemelor electrice de acţionare. Acestea îşi găsesc de asemenea aplicaţii în domeniul transporturilor şi a altor ramuri economice neindustriale.

In ultimele decenii, în special în urma progreselor înregistrate în tehnica semiconductoarelor, în sistemele de acţionare electrică se impune utilizarea maşinii de inducţie comandată cu mutatoare.

Creşterea continuă a necesarului de energie, combinată cu actuala criză a resurselor energetice clasice impune ca şi în sistemele de acţionare electrică să se respecte o disciplină energetică severă.

Referindu-se la problemele energiei raportată la cerinţele economiei noastre, în contextul larg al conjuncturii economice mondiale, documentele programatice ale Congresului al XIII-lea al Partidului Comunist Român indică cu claritate că o sursă inepuizabilă de energie o constituie însăşi economia de energie.

Aceasta înseamnă, raportat la domeniul acţionărilor electrice, înlocuirea sistemelor de acţionare cu randament scăzut cu sisteme moderne mai eficiente, asigurarea utilizării acestora în regimuri de lucru economice, a funcţionării lor la parametrii energetici la care au fost proiectate.

In acţionările cu motoare asincrone o problemă deosebită o ridică procesul de pornire, care ca orice proces tranzitoriu se desfăşoară în condiţii energetice mai puţin favorabile

In plus în timpul procesului de pornire apare o creştere importantă a curentului statoric al maşinii ceea ce, ţinînd cont de numărul mare de maşini asincrone aflate simultan în funcţionare şi de puterea nominală de valoare ridicată a multora dintre ele, înseamnă pentru reţea repunerea la şocuri de curent repetate. Aceasta poate conduce la scăderea tensiunii reţelei, cu influenţe nefavorabile asupra funcţionării celorlalţi consumatori [3,4,6,17,22,38,40,52,57,64,77,96]

La aceasta se adaugă în ultimul timp poluarea armonică a rețelelor de alimentare cu energie electrică, datorită prezenței mutatoarelor, ceea ce duce practic la apariția unui regim deformant cvasipermanent [5,6,14,18,27,30,31,43,68,65,66,67] .

In același timp însă, motorul asincron prezintă o serie de avantaje constructive și funcționale care au și condus de fapt la folosirea lui în sistemele de acționare electrică,deci ceea ce se impune este soluționarea cît mai corectă a problemelor legate de procesul de pornire.

Pornind de la aceste considerente, lucrarea de față conține studiul teoretic și experimental al unei metode de pornire folosind un redresor semicomandat trifazat în punte (RTPS),corectat la inelele rotorice, un astfel de studiu neexistînd pînă în prezent în literatura de specialitate.

Lucrarea este organizată pe șase capitole și două anexe. Ea se întinde pe. 169 pagini și conține un număr de 59 figuri. In bibliografia anexată lucrării sînt consemnate 103 titluri, din care 5 reprezintă lucrări ale autorului.

Capitolul 1 al lucrării reprezintă o sinteză a problematicii legate de pornirea motoarelor asincrone. Se încearcă o prezentare unitară a metodelor de pornire utilizate, atît în variantele clasice, cît și soluțiile moderne ce utilizează tehnica din domeniul electronicii de putere. Se încearcă încadrarea și localizarea metodei analizate în lucrare în contextul general al metodelor de pornire făcîndu-se analiză comparativă a acestora.

Capitolul 2 conține o analiză armonică completă a tensiunii rotorice, definite în lucrare ca o funcție de unghiul de aprindere α și de unghiul de stingere forțată β în cazul considerării comutației ideale. Se determină forma de undă a tensiunii rotorice pentru trei situații distincte și pe baza calculului analitic se obțin expresiile coeficienților termenilor în sinus și cosinus ai dezvoltării în serie Fourier atît pentru fundamentală cît și pentru armonicile superioare.

In capitolul 3 se face determinarea expresiilor termenilor în sinus și cosinus ai armonicii fundamentale a tensiunii rotorice în condițiile considerării comutației reale. Intr-o primă etapă se stabilește o relație de dependență între unghiul de suprapunere la comutație și valoarea curentului rotoric la momentul comutației; se stabilesc forma și intervalele de variație a tensiunii rotorice și pentru fiecare din cele patru cazuri definite se calculează expresia analitică a coeficienților termenilor în sinus și cosinus ai armonicii fundamentale. Se prezintă de asemenea un program de calcul ALF pentru determinarea valorii coeficienților susmenționați pentru întregul domeniu de definiție al funcției u_R.

In capitolul 4 se prezintă calculul de determinare al parametrilor echivalenți ai circuitului rotoric și a cuplului și curentului de pornire pentru metoda de pornire studiată. In acest sens se concepe o schemă echivalentă a ansamblului circuit rotoric al mașinii circuit de forță al redresorului, schemă ce constituie baza modelului matematic cu care se calculează expresiile rezistenței echivalente de fază R_e, a reactanței echivalente de fază X_e, a rapoartelor k_{Ip} - al curentului de pornire față de curentul nominal de sarcină I_n - și k_{Mp} - cuplului de pornire față de cuplul nominal al motorului - ca funcții de unghiul α de comandă al tiristoarelor punții. Se prezintă de asemenea ordinograma și schema de lucru a programului de calcul ALFIM conceput de autor pentru determinarea valorilor mărimilor susmenționate. Sub forma de de tabele și reprezentări grafice sînt prezentate rezultatele calculului făcute pentru un motor asincron cu inele de 4 kW.

Capitolul 5 este consacrat cercetărilor experimentale; se prezintă standul de probă conceput și realizat de autor, precum și rezultatele experimentale care confirmă ipotezele teoretice asumate.

Fiecare din cele 5 capitole conțin în încheiere o seamă de concluzii și observații.

In capitolul 6 sînt prezentate concluziile finale și unele probleme legate de perspectiva cercetărilor în acest domeniu.

Anexa 1 prezintă în extenso calculul armonic aferent capitolului 2, iar anexa 2 cel referitor la capitolul 3.

In elaborarea lucrării au fost aduse o serie de contribuții originale care sînt prezentate în continuare:

- studiul critic al metodelor de pornire utilizate la mașinile de inducție, precum și a condițiilor impuse de acest proces și în acest context încadrarea metodei de pornire propusă;

- determinarea şi definirea modului de variaţie pentru tensiunea rotorică; evidenţierea cazurilor destinate precum şi stabilirea intervalelor aferente fiecărui caz, folosind teoria ideală a comutaţiei;

- calculul coeficienţilor armonicii fundamentale şi a armonicilor superioare ca funcţii de unghiurile α şi β;

- stabilirea formei şi a intervalelor devariaţie a tensiunii u_K cu considerarea comutaţiei reale ;

- calculul coeficienţilor armonicii fundamentale pe cele patru subîmpărţiri ale domeniului de definiţie a tensiunii rotorice u_K ;

- conceperea programului de calcul ALF pentru calculul valorii coeficienţilor armonici ;

- conceperea şi determinarea schemei echivalente a ansamblului circuit rotoric al maşinii - circuit de forţă al redresorului ;

- definirea şi calculul expresiilor parametrilor echivalenţi R_e şi X_e ca funcţii ale unghiului α de comandă al tiristoarelor şi ale curentului de sarcină (prin intermediul unghiurilor de suprapunere la comutaţie γ şi γ_o) ;

- conceperea programului de calcul ALFIM pentru calculul valorii parametrilor echivalenţi şi al mărimilor de pornire prescurtată în lucrare ;

- conceperea şi realizarea standului experimental pentru verificarea metodei de pornire analizate în lucrare.

CAPITOLUL 1

PORNIREA MOTOARELOR ASINCRONE. METODE DE PORNIRE. TENDINTE MODERNE.

1.1. Pornirea maşinilor electrice în regim de motor ca proces electric şi energetic.

In literatura de specialitate [4,15,16,17,22,38,39,40 45,52,64,65,77,78,79,82,83,96] procesul de pornire este considerat ca un proces normal de exploatare în regimul de motor al unei maşini electrice care cuprinde totalitatea fenomenelor mecanice şi electromagnetice ce apar din momentul conectării maşinii la reţea şi pînă la atingerea vitezei constante de regim.

El trebuie să se desfăşoare astfel încît să nu influenteze în mod dezavantajos nici reţeaua de alimentare prin intermediul tensiunii acesteia (să nu existe un şoc de curent la conectarea motorului, care ar duce la scăderea tensiunii reţelei) şi nici asupra motorului şi instalaţiilor acţionate (să se poată antrena maşina acţionată în condiţii cît mai bune).

Pornirea ca un proces tranzitoriu complex cuprinde două etape:

- procesul tranzitoriu electric, determinat de conectarea înfăşurărilor motorului electric la reţeaua de alimentare cu energie electrică ;

- procesul tranzitoriu mecanic, considerat din momentul punerii în mişcare a părţii mobile a maşinii electrice sub acţiunea cuplului sau a forţelor electromagnetice create în urma alimentării maşinii de la reţea şi pînă în momentul atingerii vitezei corespunzătoare regimului nominal de sarcină.

Pentru un studiu amănunţit a procesului de pornire sînt definite [22,38,40,64,77,78,96] o serie de mărimi şi funcţii de stare şi anume:

- raportul K_{Ip} - dintre curentul de pornire şi curentul nominal de sarcină al motorului ;

- variaţia valorii curentului de pornire pe perioada pornirii, în funcție de timp $i_p=f(t)$;

- raportul ζ_{mp} dintre cuplul motor la pornire și cuplul nominal al mașinii în regim de motor ;
- variația valorii vitezei părții mobile a mașinii pe perioada pornirii, în funcție de timp: $\Omega= f(t)$ pentru mașini rotative sau $v=f(t)$ pentru mașini lineare;
- finețea pornirii caracterizată prin funcția $s=f(t)$;
- durata pornirii t_p;
- energia disipată în timpul procesului de pornire;
- încălzirea mașinii în timpul procesului de pornire.

In studiul procesului de pornire se remarcă faptul că, în general nu se face o analiză aparte a procesului electric care este asimilat cu un proces de scurtcircuit (mașina este alimentată și partea mobilă este blocată) considerîndu-se doar procesul mecanic, deci se pornește cu condițiile inițiale $i=I_p$ și $v(\Omega) = 0$ și se admite că, imediat, părțile mobile ale mașinii se pun în mișcare.

1.2. Pornirea mașinii de inducție în regim de motor. Elemente de principiu.

Mașina asincronă sau de inducție este o mașină electrică de curent alternativ cu părți mobile în mișcare relativă sau lineară.

In practică ea se folosește cu precădere în regim de motor în acționări electrice datorită avantajelor sale constructive și funcționale [22,40,64,70,96] :

- construcție simplă și robustă ;
- execuție ieftină ;
- siguranță în funcționare (lipsesc elemente componente sensibile cum ar fi colectorul cu lamele de la mașinile de curent continuu);
- alimentare de la rețeaua trifazată.

Dezavantajele pe care le prezintă mașina de inducție în comparație cu alte mașini electrice sînt în principal următoarele:

- mașina consumă pe tot parcursul funcționării putere reactivă și prin urmare înrăutățește factorul de putere al rețelei;
- motoarele asincrone cu rotor în colivie au un curent de pornire de valoare mare, iar cuplul de pornire este de valoare

redusă;

- cuplul variază proporțional cu pătratul tensiunii de alimentare ceea ce face ca el să scadă mult la reducerea valorii tensiunii de alimentare.

Acest ultim enunțat dezavantaj se simte și în timpul pornirii, nepermițînd reducerea importantă a tensiunii de alimentare pe perioada pornirii, reducere care urmărește diminuarea valorii șocului de curent la pornire.

Problemele ridicate de pornirea motoarelor de inducție vizează atît implicațiile pe care acest proces le are asupra rețelei de alimentare și a funcționării celorlalți consumatori din rețea cît și cele ce se referă la mașina însăși.

In aprecierea influenței asupra rețelei trebuie pornit de la faptul că acționările cu motoare electrice în general reprezintă cel mai puternic consumator de energie electrică; motoarele utilizate în mod uzual la puteri medii și mari fiind cele asincrone și de curent continuu. Dacă pînă în urmă cu câteva decenii motorul asincron era utilizat cu precădere în acționări unde turația se menținea practic constantă, dat fiind maniabilitatea proprie mai scăzută a acestuia, dezvoltarea actuală a electronicii de putere a permis construirea de dispozitive statice cu semiconductoare, relativ ieftine și cu o fiabilitate corespunzătoare care permit modificarea vitezei motoarelor asincrone în limite largi precis și simplu, făcînd ca acestea să fie comparabile ca performanțe cu motoarele de curent continuu și în acționările cu viteză variabilă.

Toate acestea au condus la creșterea atît a numărului de mașini de inducție aflate în funcțiune, cît și a puterii lor nominale, făcînd ca, la nivelul rețelei de distribuție a energiei electrice procesele de pornire să apară în mod frecvent, însoțite de consecințe importante. Efectele pornirii motoarelor asincrone asupra rețelei de distribuție a energiei electrice fac obiectul a o serie de lucrări apărute în publicațiile de specialitate .

Se apreciază [3,4,8,17,52,57,65,77,82,83,90] că reducerea tensiunii rețelei datorită șocului de curent ce apare la pornirea motoarelor asincrone cu rotor în colivie constituie principalul neajuns. Scăderea valorii tensiunii rețelei acționează în primul rînd asupra motorului, reducînd cuplul de pornire și prin aceasta valoarea accelerației, ceea ce face să se mărească timpul de pornire. Întrucît în timpul pornirii curenții prin înfășurările motorului depășesc valorile nominale, cresc și pierderile și asociind și faptul că ventilația nu este nici ea bună (motorul nu a atins turația nominală) rezultă concluzia că încălzirea motorului poate atinge valori periculoase.

Este posibil ca un caz extrem, că la o reducere substanțială a tensiunii rețelei cuplul motorului să scadă sub valoarea cuplului rezistent la pornire și deci să nu poată demara. Din acest motiv normele de vigoare în diverse state [64, 98] impun ca valoarea minimă a tensiunii la bornele motorului să nu fie sub 80-85% din tensiunea nominală.

Scăderea tensiunii de alimentare influențează și comportarea celorlalte motoare conectate la rețea și aflate în funcțiune. Funcționarea lor la tensiune redusă duce la scăderea vitezei de rotație, sau, dacă valoarea cuplului critic la tensiune redusă devine mai mică decît a cuplului static rezistent, la oprirea lor.

Efectele negative ale scăderii tensiunii rețelei se fac resimțite și în funcționarea celorlalți consumatori conectați la rețea.

Ca soluții pentru evitarea șocului de curent la pornirea motoarelor asincrone se recomandă:

- evitarea pornirii prin conectare directă la rețea și utilizarea metodelor de pornire la tensiune redusă [4,17,22, 38,52,57,73,77,78,79,83,96,98] ; în special a mașinilor mari;
- conectarea unui condensator la bornele motorului asincron pe perioada pornirii [65,82,98] , condensatorul asigurînd reducerea puterii reactive absorbită de motor dela rețea pe perioada pornirii și implicit a curentului de pornire;recomandă ca, pentru a se evita un vîrf de tensiune la bornele motorului, condensatorul să fie conectat la rețea înainte de a se alimenta motorul [98] ;
- utilizarea mai frecventă a motorului asincron cu rotor bobinat a cărui pornire se poate face fără șoc de curent ;
- stabilirea pe baza unui studiu aprofundat a caracteristicilor rețelei de alimentare, a regimurilor de funcționare

ale consumatorilor conectați la aceasta, a perioadelor în care motoarele pot fi pornite fără conectare directă fără a perturba funcționarea celorlalți consumatori [17,98] ; un astfel de studiu fiind posibil cu ajutorul tehnicii moderne de calcul.

Pornirea motorului este constituită dintr-un proces tranzitoriu electric și unul mecanic. Procesul electric poate fi asimilat cu un fenomen de scurtcircuit brusc, simetric la care curentul are o componentă periodică și una aperiodică. Componenta periodică are valoarea curentului permanent de scurtcircuit, iar componenta aperiodică se amortizează foarte rapid deoarece constanta electromagnetică de timp la scurtcircuit $T = X_{sc}/\omega \cdot R_{sc}$ are valori mici. Din acest motiv valoarea curentului de pornire se consideră egală cu valoarea curentului permanent de scurtcircuit.

Procesul tranzitoriu mecanic durează de la punerea în mișcare a părților mobile pînă la atingerea practică a vitezei de regim permanent. Timpul cît durează procesul de pornire depinde de valoarea cuplului static rezistent la arborele motorului, de valoarea momentului de inerție al maselor în mișcare de rotație precum și de tipul constructiv al motorului în funcție de care cuplul motor la pornire poate lua diferite valori [38]. Datorită faptului că pe parcursul procesului mecanic curentul de pornire are valori relativ mari pierderile în bobinaje au valori importante și duc la încălzirea mașinii. Un calcul estimativ [38] arată că din energia electromagnetică transmisă prin întrefier către rotor o jumătate se transformă în energie cinetică a maselor în mișcare iar cealaltă jumătate se transformă în căldură. De aici rezultă că reducerea timpului de pornire conduce la diminuarea solicitărilor termice ale mașinii.

Motorul asincron poate porni în orice condiții de încărcare cuprinse între regimul de mers în gol și regimul nominal de sarcină. Cuplul electromagnetic al motorului trebuie să fie pe tot parcursul pornirii mai mare decît cuplul rezistent pentru a asigura accelerarea după diagrama prestabilită a sistemului de acționare. Curentul de pornire, la rîndul său nu trebuie să depășească o valoare limită la care solicitările termice și mecanice ale mașinii sînt la valori admisibile.

In alegerea procedeului de pornire concret la o acționare cu motor asincron este necesar că se țină cont de o serie de factori [64] :

- tipul constructiv al rotorului mașinii ;
- puterea mașinii de acționare ;
- puterea rețelei la care este conectat motorul ;
- limitele de timp impuse pornirii ;
- cuplul static rezistent al mașinii de lucru.

Ca modalitate practică, pornirea motoarelor asincrone se poate realiza prin conectare directă la rețea sau folosind diverse procedee de limitare a curentului de pornire al motorului.

La pornirea prin conectare directă înfășurarea statorică a mașinii este alimentată de la rețea la tensiune nominală, și în mașină se instalează un regim de scurtcircuit apropiat de cel nominal, întrucît în acest moment viteza mașinii este nulă. Curenții depășesc mult valoarea curentului nominal și rețeaua suportă un șoc de curent a cărui valoare depinde de puterea mașinii. După ce mașina se pune în mișcare curentul scade relativ rapide așa că solicitările ce apar nu sînt periculoase pentru mașină.

Tinînd cont de faptul că șocul de curent are o influență nefastă asupra rețelei și a celorlalți consumatori legați la rețea, se limitează puterea motoarelor care pot fi pornite prin conectare directă.

Motoarele asincrone cu rotor în scurtcircuit în construcție normală au cuplu de pornire mic chiar în cazul pornirii directe.

In prezent se construiesc motoare asincrone cu colivie cu bare înalte și cu dublă colivie care prezintă caracteristici de pornire îmbunătățite reducînd șocul de curent și mărind valoarea cuplului de pornire, dar în dauna randamentului și factorului de putere.

In fig.1.1. sînt reprezentate caracteristicile mecanice $M = f(s)$ pentru cele trei tipuri de motoare asincrone cu rotor în colivie: curba (a) pentru motorul în colivie normală, curba (b) pentru motorul cu bare înalte și curba (c) pentru motorul cu dublă colivie.

Metodele de pornire, care urmăresc limitarea șocului de curent la pornire se pot clasifica în trei categorii:

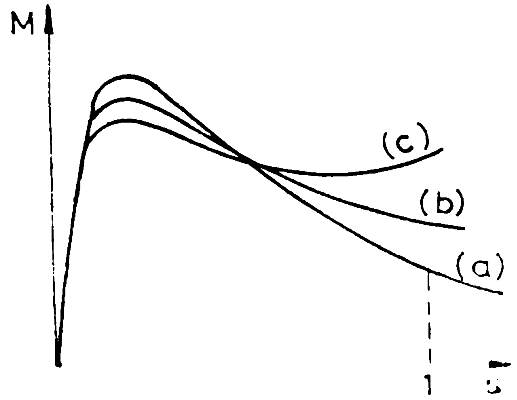


Fig.1.1.

A) care acţionează asupra mărimilor statorice ce influenţează valoarea curentului de pornire - tensiunea de alimentare a înfăşurărilor statorice, impedanţa echivalentă a circuitului statoric - şi care pot fi aplicate la orice tip constructiv de maşină de inducţie.

B) Care acţionează asupra unor mărimi rotorice-impedanţa totală a circuitului rotoric, tensiunea din rotor, montaje în cascadă - şi care pot fi aplicate doar la maşinile de inducţie cu motor bobinat.

C) Care folosesc dispozitive auxiliare.

Metodele de pornire se pot clasifica în două grupe diferite şi după criteriul modalităţii practice de realizare prin care se evidenţiază:

- principiul metodei ;
- elementele de nou pe care le introduce utilizarea dispozitivelor cu componente electronice la pornirea motoarelor asincrone.

După acest criteriu se pot deosebi două categorii:

- metode care utilizează procedee clasice ;
- metode care folosesc dispozitive cu semiconductoare (mutatoare).

1.3. <u>Metode de pornire a motoarelor asincrone cu procedee clasice</u>.

1.3.1. Pornirea prin reducerea tensiunii de alimentare.

Metodele utilizate sînt din categoria (A); ele asigură un raport constant de reducere între cuplul de pornire şi curentul de pornire. Se folosesc în general două metode:

- cu comutator stea-triunghi ;
- cu autotransformator sau transformator reglabil.

Pornirea cu comutator stea-triunghi [4,22,38,64,76,96] se foloseşte doar la motoarele care funcţionează cu fazele înfășurării statorice legate în triunghi. Schema principală a comutatorului este prezentată în fig.1.2. Pe poziția 1 fazele înfășurării statorice sînt conectate în stea, iar pe poziția 2 sînt conectate în triunghi.

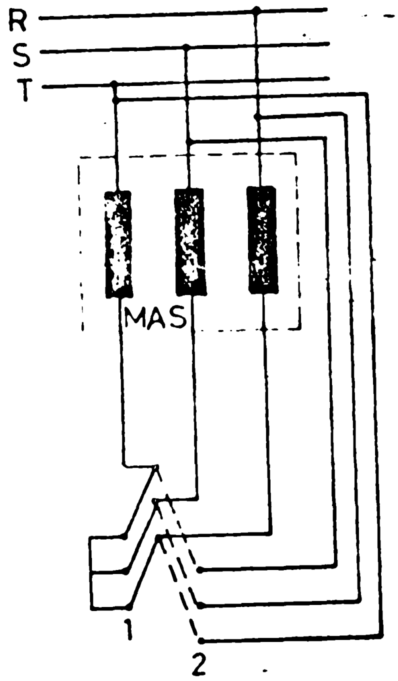


Fig.1.2.

In fig.1.3. sînt reprezentate curbele de variație a cuplului și curentului pe perioada pornirii.

Coeficienții de reducere a curentului K_I și cuplului K_M sînt:

$$K_I = \frac{I_{pY}}{I_{pd}} = \frac{U}{\sqrt{3}\, Z_{sc}} \cdot \frac{Z_{sc}}{U\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

$$K_M = \frac{M_{pY}}{M_{pd}} = \left(\frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{U}\right)^2 = \frac{1}{3} \qquad (1.1)$$

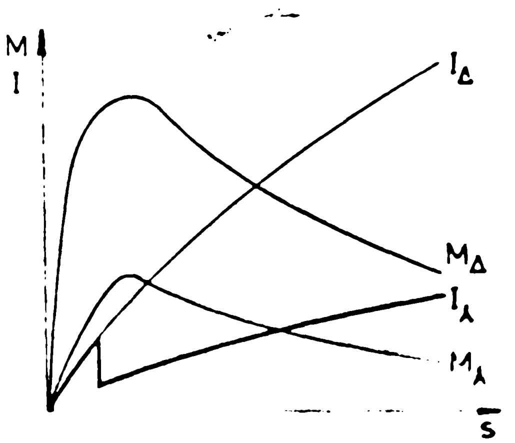


Fig.1.3.

Metoda este simplă însă are și dezavantajul că reducîndu-se mult cuplul motor în momentul pornirii, ea se poate aplica doar la porniri în gol sau la sarcină redusă.

Pornirea cu autotransformator [4,15,22,38,64,96] folosește un autotransformator (transformator) intercalat între rețea și bornele motorului care reduce tensiunea de alimentare a motorului pe perioada pornirii (fig.1.4).

Alimentarea motorului se comandă prin intermediul unui contactor a cărui contacte K_1 sînt închise, iar K_2 deschise în perioada pornirii, înfășurarea statorică a mașinii fiind alimentată la o tensiune redusă de la autotransformator. La încheierea procesului de pornire se trece la alimentare directă deschizînd contactele K_1 și închizînd K_2.

Notînd cu k raportul de reducere a tensiunii (raportul de transformare al autotransformatorului coborîtor) coeficienţei K_I şi K_M definiţi anterior vor lua valorile:

$$K_I = \frac{I_{pt}}{I_{pd}} = \frac{1}{k^2}$$
$$K_M = \frac{M_{pt}}{M_{pd}} = \frac{1}{k^2} \qquad (1.2)$$

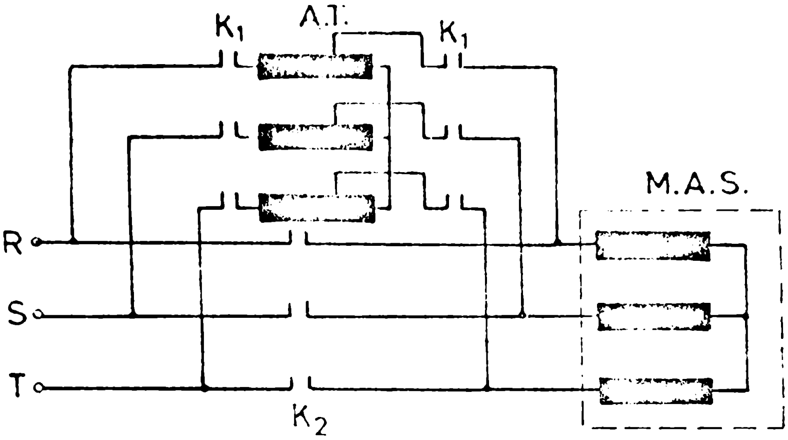


Fig.1.4.

unde I_{pt}, M_{pt} sînt curentul şi cuplul la pornirea cu autotransformator, iar I_{pd}, M_{pd} aceleaşi mărimi la pornirea prin conectare directă la reţea.

Scăderea atît a curentului cît şi a cuplului este pronunţată; avantajul metodei fiind posibilitatea modificării raportului de transformare în anumite limite, permiţînd adaptarea lui funcţie de cuplul rezistent la pornire, dar condiţionînd limitarea curentului de pornire.

Metoda este simplă, practică, nu introduce pierderi mari, dar transformatorul utilizat înseamnă o investiţie suplimentară şi măreşte gabaritul instalaţiei de acţionare.

1.3.2. Pornirea prin modificarea impedanţei echivalente a circuitului statoric.

Metodele de acest tip aparţin categoriei (A). Modificarea impedanţei echivalente a circuitului statoric se face prin intercalarea în circuitul statoric de rezistenţe, bobine sau condensatoare. Pornirea cu rezistenţă înseriată în circuitul statoric [4,15,22,38] se realizează cu un montaj a cărui schemă de principiu este prezentată în fig.5. La pornire se închid contactele K_1 (K_2 rămînînd deschise) şi se intercalează un reostat R pe fiecare fază a circuitului statoric, iar cînd curentul a scăzut suficient se închid contactele K_2 şi se deschid contactele K_1, motorul fiind alimentat la tensiunea nominală.

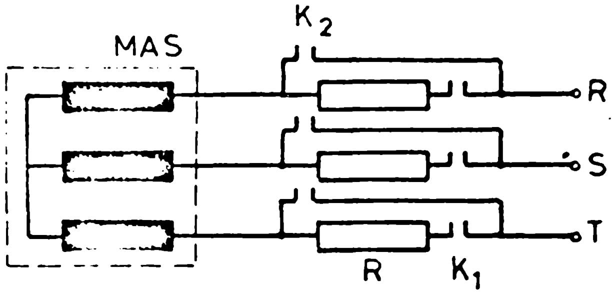


Fig.1.5

Coeficientul K_I de reducere a curentului de pornire depinde de valoarea rezistenţei reostatului utilizat; cuplul se reduce într-un raport $K_M = K_I^2$, deci scade mult mai pronunţat decît curentul.

In locul reostatelor se pot folosi bobine. Aceasta se recomandă la pornirea motoarelor mari, cu tensiuni nominale ridicate, izolarea bobinelor fiind mai uşor de realizat. Şi în acest caz se păstrează relaţia $K_M = K_I^2$, valorile coeficienţilor depinzînd de impedanţa bobinelor. Trebuie însă specificat faptul că utilizarea unor bobine înrăutăţeşte factorul de putere pe perioada pornirii.

O serie de lucrări apărute în ultimii ani [65,82,98] prezintă o metodă de pornire care foloseşte o baterie de condensatoare conectate în paralel cu înfăşurările statorice ale motorului, metodă ce se recomandă a fi utilizată la pornirea motoarelor asincrone de mare putere. Prin introducerea condensatoarelor se urmăreşte reducerea sau chiar compensarea totală a curentului reactiv de magnetizare a motorului şi implicit reducerea valorii curentului de pornire.

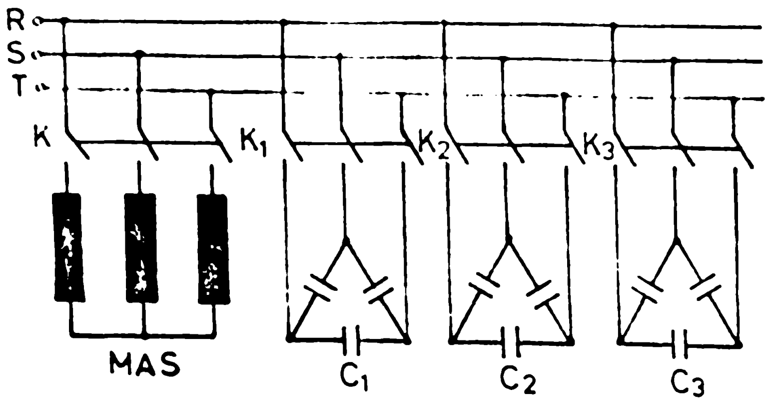


Fig.1.6.

In [65] este prezentată o schemă practică pentru pornirea unui motor asincron de mare putere (6000 kW) folosind o baterie de condensatoare în trepte, legate independent la reţeaua de alimentare.

Folosirea unei capacităţi în trepte în locul unui singur condensator elimină creşterea de tensiune care ar apare la bornele motorului la turaţii apropiate de cea nominală în caz că întreaga capacitate ar rămîne conectată în circuitul statoric pînă la atingerea turaţiei nominale. Aşa cum s-a prezentat în fig.1.7 [65] pe tot parcursul pornirii tensiunea la bornele motorului se menţine în intervalul 98,5 % - 101,5 % Un.

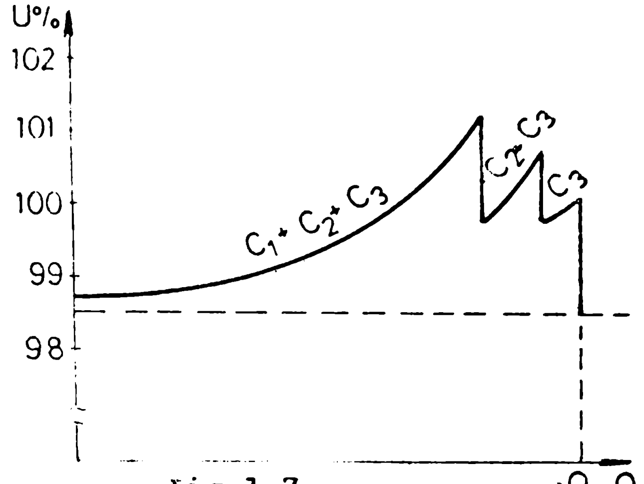


Fig.1.7.

O metodă aparte din această categorie este cea care utilizează amplificatoarele magnetice [15] . Înfăşurările principale ale amplificatoarelor joacă rolul de bobine cu reactanţă variabilă, comandate de tensiunea la bornele statorului (fig.1.8.a) sau de viteza de rotaţie (fig.1.8.b) pe perioada pornirii. Curentul din înfăşurarea de comandă depinde de una din mărimile susmenţionate, a căror valoare creşte pe parcursul pornirii ceea ce face ca şi curentul de comandă să crească şi să reducă reactanţa bobinelor astfel încît la turaţie nominală reactanţa să scadă atît de mult încît amplificatorul să fie practic scurtcircuitat.

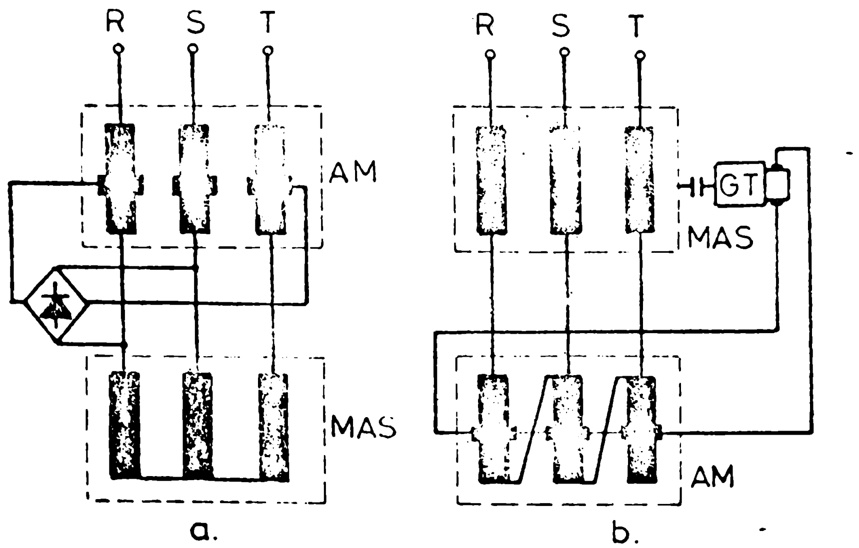


Fig.1.8

1.3.3. Pornirea prin modificări în circuitul rotoric.

Metodele de acest tip formează categoria (B) şi se pot utiliza doar la pornirea maşinilor asincrone cu rotor bobinat.

Metoda de pornire tradiţională a motoarelor cu rotor bobinat o constituie pornirea cu un reostat conectat în circuitul rotoric. Este un reostat trifazat simetric sau asimetric, reglabil în trepte sau continuu, a cărui reglare se poate face manual sau se poate automatiza prin procedee destul de simple. Schema de principiu a unei astfel de metode este prezentată în fig.1.9.

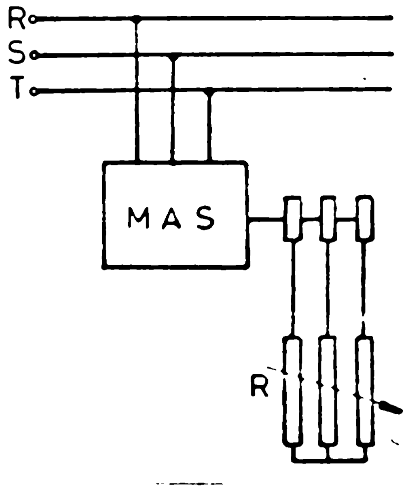


Fig.1.9

Valoarea rezistenţei totale pe fază a reostatului de pornire numărul de trepte precum şi valorile treptelor de rezistenţă se determină pe baza unui calcul de dimensionare care porneşte de la condiţia ca în timpul pornirii curentul rotoric (şi implicit cel statoric) să varieze între două limite I_{max} şi I_{min}, astfel încît pe parcursul pornirii solicitările termice şi mecanice să nu atingă valori periculoase (limitare superioară) şi să se asigure un cuplu motor la pornire capabil să accelereze rotorul şi masele cuplate la acesta (limitare inferioară).

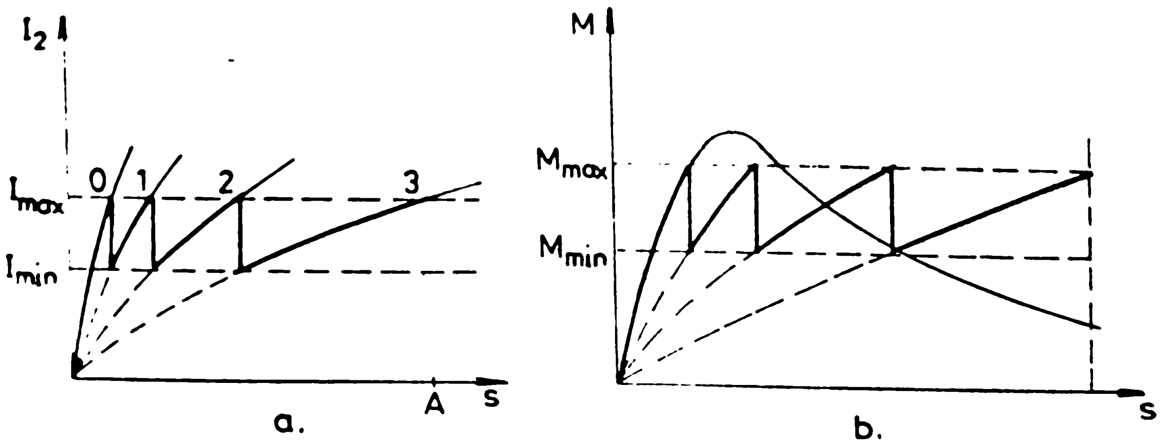


Fig.1.10.

În momentul conectării maşinii la reţea valoarea rezistenţei de fază a reostatului este maximă, curentul şi cuplul avînd valorile I_{max}, respectiv M_{max} (fig.1.10.a şi b, curbele 3). In continuare curbele de variaţie ale celor două mărimi au o formă în trepte reprezentată îngroşat în fig.1.10, pînă ce la sfîrşitul procesului de pornire se atinge punctul normal de funcţionare de pe caracteristica naturală (curbele 0 din fig. 1.10). Pentru I_{max} şi I_{min} în literatura de specialitate se dau valori orientative în funcţie de puterea maşinii. Alegerea valorii lor trebuie să se facă ţinînd cont de mai multe criterii deoarece dacă, de exemplu, cele două limite se apropie ca valoare una de alta creşte numărul de trepte, se reduc vîrfurile de curent şi în acelaşi timp reglajul se face mai fin, dar mărirea numărului de trepte al reostatului complică construcţia sa şi al sistemului său de comandă.

Marele avantaj al acestei metode îl constituie faptul că valoarea cuplului motor de pornire creşte faţă de valoarea pe care ar fi avut-o pe caracteristica naturală, iar curentul de pornire se micşorează mult faţă de curentul de pornire nominal Acest avantaj a făcut ca metoda să fie utilizată în cvasitotalitatea cazurilor la pornirea motoarelor asincrone cu rotor bobinat cu toate că prezintă şi dezavantaje dintre care pot fi amintite:

- pierderile de putere activă pe rezistenţa reostatului;
- necesitatea ca trecerea de pe un plot pe altul al reostatului să se facă strict în concordanţă cu diagrama timpilor de pornire calculaţi pentru fiecare treaptă; în caz contrar nu se mai respectă intervalul I_{max}-I_{min} de variaţie al curentului şi pot să apară locuri de curent prin depăşirea lui I_{max}, sau agăţări (blocări) dacă cuplul maşinii pe perioada pornirii coboară sub valoarea M_{min}.

O variantă automatizată a metodei depornire cu reostat rotoric este pornirea cu amplificatoare magnetice conectate la inele (fig.1.11).

Valoarea reactanţei X a înfăşurării principale a amplificatorului magnetic AM depinde de frecvenţa f_2 a tensiunii electromotoare induse în înfăşurarea rotorică a motorului asincron şi de curentul de comandă i_c debitat de generatorul tahometric GT cuplat mecanic cu motorul asincron MAS.

In momentul cuplării motorului la reţea, viteza rotorului fiind nulă $f_2=f_1$ şi $i_c=0$ şi deci reactanţa X va fi maximă, fiind astfel calculată încît $X \gg R$. Ca urmare curentul rotoric I_2 va trece aproape în întregime prin R, adică $I_2=I_R$ iar I_{AM} = 0, motorul pornind cu întreaga rezistență R conectată la inele. Pe măsură ce rotorul accelerează frecvența rotorică f_2 scade, iar i_c dat de generatorul tahometric crește, ceea ce determină scăderea continuă a reactanței X, deci o parte tot mai mare a curentului I_2 va trece prin X, ceea ce este echivalent

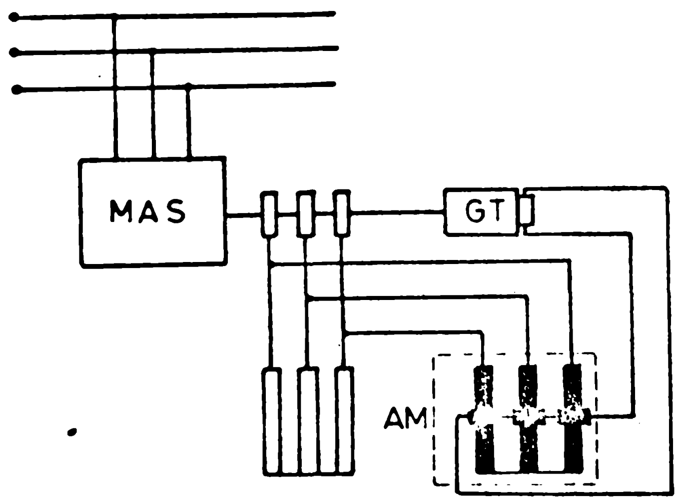


Fig.1.11.

cu scurtcircuitarea continuă și progresivă a rezistenței R. La terminarea procesului de pornire f_2 fiind minimă și miezul amplificatorului complet saturat, reactanța înfășurării principale a amplificatorului magnetic scade practic la 0 și reostatul este scurtcircuitat.

In locul rezistenței de pornire se poate folosi o impedanță trifazată legată la inele care poate fi un condensator și o rezistență înseriate pe fiecare fază sau o bobină de reactanță.

In [92] se face o analiză detaliată a comportării mașinii asincrone cu inele având o impedanță conectată în circuitul rotoric. Pe baza unei analize teoretice care investighează diverse combinații ale elementelor R,L,C, ca variante constructive al impedanței de pornire, autorii se opresc asupra soluției constructive cu rezistență fixă și capacitate variabilă înseriate pe fiecare fază a impedanței suplimentare conectate la curentul rotoric.

Caracteristicile artificiale obținute (fig.1.12) în cazul că se utilizează doar un reostat (b) sau variația susamintit (c), prezintă cupluri de pornire mai mari ca în cazul pornirii pe caracteristica naturală (a). Valoarea cea mai mare a cuplului de pornire se obține pe caracteristica (c) și se poate explica astfel:

- rezistența suplimentară face ca alunecarea critică să aibă valori apropiate de 1 ;

- reactanța capacitivă introdusă duce la micșorarea reactanței echivalente a circuitului rotoric și deci la mărirea cuplului critic;

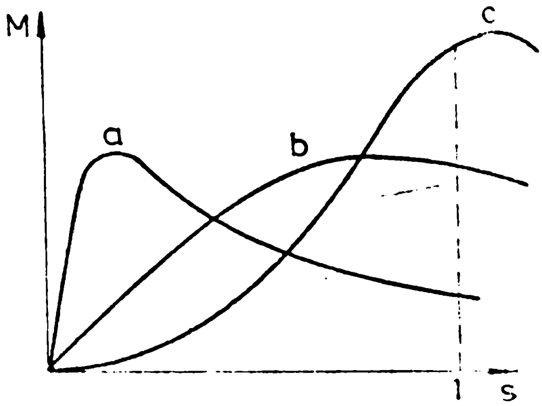


Fig.1.12

Reactanța capacitivă este invers proporțională cu alunecarea și pe măsură ce turația crește duce la reducerea valorii cuplului mașinii, așa cum se observă și în fig.1.12.

Acest dezavantaj, la care se adaugă și posibilitatea apariției unor vîrfuri de tensiune datorită rezonanței fac ca metoda să nu fie utilizată în mod frecvent.

Deși este enunțată teoretic, posibilitatea utilizării unei impedanțe de tip RL legată la bornele rotorului nu se întîlnește practic decît ca o variantă a pornirii cu amplificatoare. Schema deprincipiu este prescurtată în fig.1.13 și conține următoarele elemente:

- un reostat de pornire cu două trepte de rezistență R_I și R_{II} ;

- o bobină de reactanță cu rezistență R_b și reactanță X_b.

Bobina de reactanță este legată în paralel cu treapta doua a reostatului. Rezistența rămîne permanent conectată avînd rolul de a asigura o caracteristică de funcționare mai moale decît caracteristica.

La pornire cînd frecvența din rotor este egală cu frecvența rețelei ($f_2=f_1$), reactanța X_b are valori mari ceea ce face ca impedanța echivalentă a circuitului rotoric să fie mare și să micșoreze valoarea circuitului.

O dată cu creșterea vitezei are loc o micșorare a reactanței X_b și deci o modificare continuă a impedanței echivalente la bornele rotorului. La viteza de regim, impedanța bobinei este practic nulă ceea ce duce la scurtcircuitarea treptei de rezistență R_{II} a reostatului.

Schema are avantajul simplității, a numărului redus de contacte şi rezistenţe. Ea se utilizează în practică la acţionarea troliilor de foraj.

Tot în categoria metodelor de pornire ce utilizează modificări în circuitul rotoric se încadrează şi montajele în cascadă cu maşini asincrone. Principiul acestei metode constă în introducerea în circuitul rotoric a unei tensiuni electromotoare suplimentare. Funcţie de sensul ei în raport cu tensiunea electromotoare proprie a rotorului şi de valoarea ei efectivă se poate modifica valoarea curentului şi a cuplului maşinii putînd să se obţină o anumită valoare dorită.

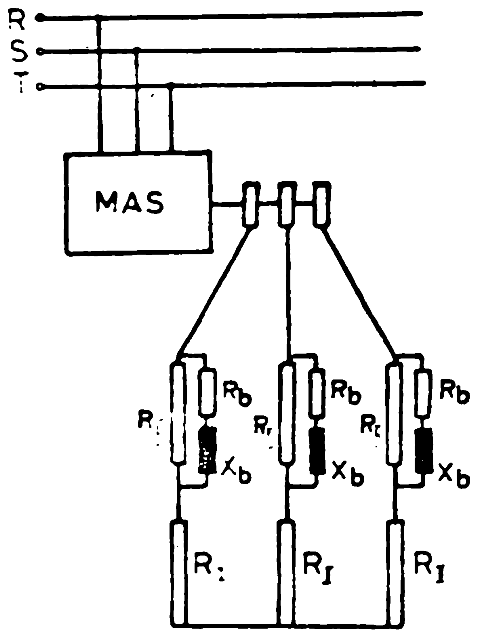


Fig.1.13.

Metoda este prea pretenţioasă pentru a fi folosită doar la pornire, de regulă ea se foloseşte la modificarea turaţiei, dar dacă există instalaţia, ea se poate folosi şi pentru pornire asigurînd o comandă completă a acţionării respective.

1.3.4. Metode de pornire care folosesc dispozitive auxiliare.

Sînt metode care se utilizează în anumite situaţii speciale, fără a fi aplicate în mod curent.

O astfel de metodă este pornirea cu motor auxiliar [22]. Metoda se utilizează la pornirea motoarelor asincrone de mare putere la care nu se poate porni la tensiune redusă, iar tensiunea din circuitul rotoric fiind relativ mare nu se pot folosi reostate de pornire.

In figura 1.14 s-a reprezentat schema de principiu. S-a notat cu B motorul de mare putere şi cu A motorul auxiliar. Infăşurările statorice a celor două maşini sînt legate în serie şi alimentate de la aceeaşi reţea; circuitul rotoric al maşinii A s-a introdus un reostat reglabil, iar circuitul rotoric al maşinii B este scurtcircuitat. In momentul pornirii tensiunea se repartizează în cea mai mare parte pe înfăşurarea statorică a maşinii auxiliare care antrenează şi rotorul maşinii auxiliare. Pe măsură ce creşte turaţia tensiunea pe înfăşurarea maşinii principale creşte, iar la atingerea turaţiei nominale se întrerupe alimentarea înfăşurării statorice a maşinii A prin închiderea întrerupătorului K.

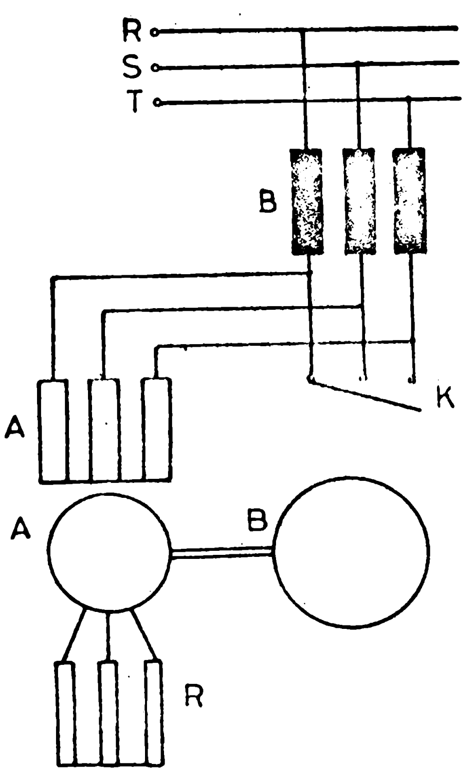


Fig.1.14

O altă metodă de pornire foloseşte o cuplă centrifugă care se intercalează între motor şi maşina de lucru acţionată. Cupla centrifugă are două părţi care pot alunecа una faţă de cealaltă, forţa de frecare dintre ele depinzînd de turaţie. Din stare de repaus motorul porneşte practic în gol astfel că se poate porni cu tensiune de alimentare redusă. Cînd motorul se apropie de turaţia de regim şi curentul de pornire a scăzut ca valoare cupla acţionează şi începe să transmită cuplu către maşina de lucru.

Din cele prezentate anterior se pot desprinde următoarele trăsături ale metodelor amintite:

- sînt metode simple care nu apelează la instalaţii complicate, dar şi performanţele sînt modeste;
- folosirea uneia sau alteia din metode este limitată de anumite condiţii locale aşa că sînt rare cazurile în care pentru o anumită acţionare să existe situaţie de a putea alege pe cea mai bună dintre două sau mai multe metode.

1.4. Tendinţe moderne în tehnica de pornire a maşinii de inducţie.

1.4.1. Probleme generale

Metodele clasice utilizate rezolvau în principiu problemele ridicate de pornire dar nu erau în toate situaţiile o soluţie optimă constructivă şi funcţională.

Utilizarea dispozitivelor statice cu semiconductori în procesul de pornire al maşinii de inducţie în regim de motor a însemnat un pas înainte prin asigurarea unui control mai precia al proceselor, o mărire a fineței comenzii, a posibilității unei comenzi automate.

In marea majoritate a cazurilor mutatoarele se folosesc pentru modificarea turației motoarelor de inducție, dar prezența lor permite utilizarea lor și în procesul de pornire. Există însă cazuri în care se folosesc dispozitive cu semiconductoare specifice pentru pornire.

Implementarea în comanda motoarelor de inducție a dispozitivelor cu semiconductoare a fost facilitată de dezvoltarea rapidă a electronicii de putere cauzată pe de o parte de realizarea de noi dispozitive semiconductoare complexe ca tiristoarele, triacurile, circuitele integrate și mai recent microprocesoarele și pe de altă parte de progresele tehnicii ce au permis obținerea de astfel de dispozitive pentru curenți de lucru mari și tensiuni de vîrf ridicate (la elementele circuitelor de forță: tiristoare, triacuri), la un preț care permite utilizarea lor pe scară largă.

Tiristoarele și triacurile sînt de fapt întrerupătoare lucrînd într-un singur sens de conducție sau în ambele sensuri, care se comandă folosind o putere foarte mică și care nu au părți în mișcare. Circuitele integrate permit obținerea de scheme de comandă complexe a mutatoarelor, cu gabarit redus și fiabilitate ridicată, iar microprocesoarele pot asigura conducerea automată pe criterii optimizate a procesului de pornire.

Este un adevăr de necontestat faptul că, pentru acționările electrice în general folosirea dispozitivelor cu semiconductoare a însemnat și înseamnă un progres evident deși în marea lor majoritate, în cursul proceselor ce au loc în timpul funcționării în circuit apar tensiuni și curenți a căror formă de undă nu mai este sinusoidală și acest fapt implică o serie de neajunsuri.

In literatura de specialitate au fost publicate o serie de lucrări [5,6,14,16,27,29,30,31,43,56,69,70,85,86,87,89,90] în care sînt evidențiate principalele dezavantaje ale folosirii mutatoarelor:

- fenomenul de "poluare armonică" a rețelei cu toate implicațiile sale
- rezonanță de tensiune.

Apariția armonicilor de tensiune este practic imposibil de evitat. Analiza armonică efectuată a permis evaluarea cantitativă şi calitativă a armonicilor ce apar în diverse situaţii concrete şi ca urmare s-au putut proiecta şi realiza filtre corespunzătoare.

Existenţa filtrelor şi a altor elemente de circuit care conţin capacităţi poate conduce la apariţia fenomenului de rezonanţă pentru una sau mai multe armonici superioare de tensiune şi prin aceasta la perturbaţii în funcţionarea reţelei. Eliminarea de la început a unor astfel de fenomene este greu de realizat deoarece în calcule este practic imposibil de prins toate inductivităţile şi capacităţile existente în reţea.

Intr-o serie de lucrări de dată recentă [30,31,69,70,85,86,87,90] se apreciază că această problemă nu este insolvabilă. In practică este necesară filtrarea eficientă a armonicilor impare de ordin mic (pînă cca la ordinul 11-13); armonicile de ordin superior avînd o influenţă mai mică, iar datorită structurii complexe a reţelei rareori sînt întrunite condiţiile de apariţie a fenomenului de rezonanţă, fără ca această posibilitate să fie efectiv eliminată.

Dispozitivele cu tiristoare pentru pornire se aleg în funcţie nu numai de condiţiile de pornire cît şi în funcţie de destinaţia ulterioară a acţionării cu motor de inducţie, de cerinţele de modificare a turaţiei în timpul funcţionării, de tipul de frînare folosit, de fapt dacă este necesară sau nu reversarea turaţiei în timpul funcţionării. Respectarea acestor condiţii nu este posibilă în întregime, cerinţele fiind de multe ori contradictorii.

Se poate întîmpla ca un motor să pornească în condiţii uşoare, nenecesitînd un echipament special, dar în timpul funcţionării să fie necesară modificarea turaţiei în limite largi cu un convertor de frecvenţă variabilă. Ideal ar fi ca, dat fiind costul relativ ridicat şi complexitatea instalaţiilor cu dispozitive semiconductoare, ele să se utilizeze atît la pornire cît şi la modificările turaţiei necesitate în timpul funcţionării: de exemplu în cazul susmenţionat să se pornească prin modificarea frecvenţei de la o valoare mică pînă la valoarea nominală, limitîndu-se totodată şi curentul. Procedeele de pornire a motorului de inducţie care utilizează dispozitive cu semiconductoare pot fi grupate după acelaşi criteriu ca şi metodele aşa-zise clasice.

1.4.2. Pornirea prin reducerea tensiunii de alimentare

Pentru acest tip de pornire se folosesc variatoare de tensiune alternativă cu tiristoare. După tipul de comandă folosit ele se împart în două categorii:

- cu comandă de tip închis-deschis, numite şi contactoare;
- cu comandă de fază.

Contactorul se recomandă a se utiliza în situaţia în care momentul de inerţie al maselor în mişcare este suficient de mare încît să nu apară şocuri. Metoda constă în alimentarea înfăşurării statorice a maşinii cu impulsuri de tensiune; într-un ciclu de funcţionare T, pe un interval t_f tiristoarele din circuitul de forţă al contactorului sînt în conducţie şi motorul este alimentat, iar pe intervalul t_n tiristoarele sînt blocate şi alimentarea motorului întreruptă.

In fig.1.15 este prezentată schema de principiu a unei faze a circuitului statoric alimentat de la contactor. Intre sursa de tensiune alternativă notată cu U_{1FR} şi faza înfăşurării statorice a maşinii de inducţie reprezentată prin impedanţa de fază Z_{1M1} interpune o pereche de tiristoare T_1 şi T_2 montate în antiparalel, care reprezintă circuitul de forţă al tiristorului.

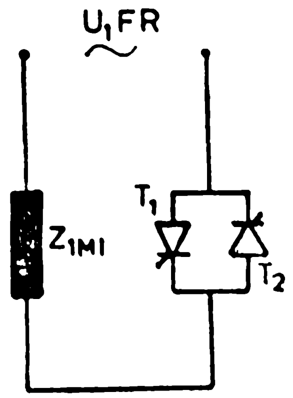


Fig.1.15

Intr-o primă aproximaţie se poate considera că motorul alimentat cu impulsuri se comportă ca şi cum ar fi alimentat în mod permanent, însă de la o tensiune de valoare U_{1n} efectivă U_{1i} mai mică decît tensiunea nominală de alimentare U_{1n}.

Valoarea efectivă a acestei tensiuni "echivalente" U_{1i} se poate calcula cu relaţia:

$$U_{1i} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{t_f} U_{1n}^2 \, dt} \qquad (1.3)$$

Din (1.3) rezultă că valoarea U_{1i} depinde de timpul de lucru al contactorului t_f a cărui durată variază între 0 şi timpul total al cilului T.

Contactorul static are avantajul unei scheme de comandă simple. El asigură alimentarea maşinii la tensiune sinusoidală şi deci în reţea nu apar armonici. El nu poate asigura însă modificarea tensiunii în limite largi.

In fig.1.16 sînt prezentate cîteva variante constructive ale circuitului de forţă al variatoarelor de tensiune (VT) pentru comanda motoarelor de inducţie cu înfăşurarea statorică conectată în stea (a) sau triunghi (b).

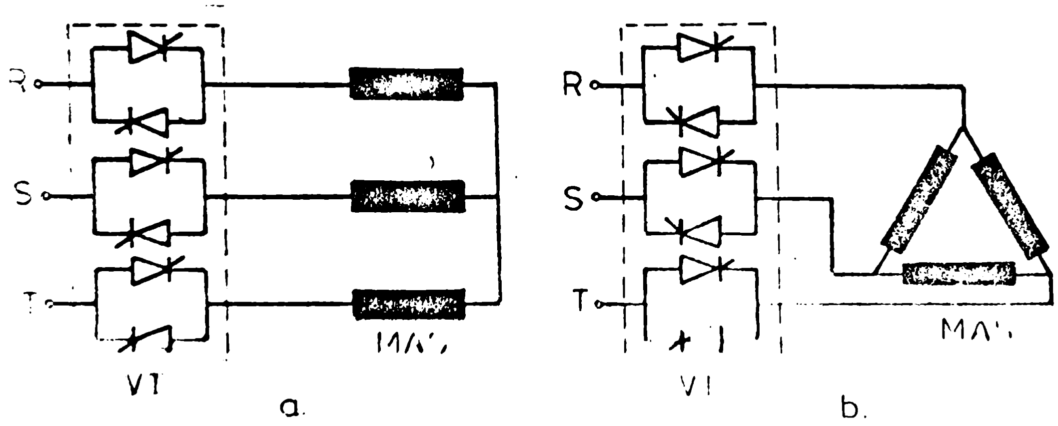


Fig.1.16

Se folosesc tiristoare montate în antiparalel (a,b) pentru a permite curentului alternativ să circule în ambele sensuri, tiristorul fiind element cu conducţie unidirecţională.

La variatorul de tensiune alternativă spre deosebire de contactor comanda se face prin controlul de fază a aprinderii tiristorului. Circuitul de comandă al variatorului poate face ca momentul aprinderii tiristorului să fie decalat cu un timp Δt (respectiv cu unghi de fază α) faţă de momentul comutaţiei naturale.

Modificînd unghiul de întîrziere α se modifică în fond tensiunea de alimentare a motorului. In fig.1.17 este reprezentată tensiunea pe o fază a circuitului statoric a maşinii de inducţie alimentate de la un variator de tensiune.

In momentul pornirii unghiul α are o valoare mare (α_1) tiristorul conduce un interval mic de timp şi tensiunea de alimentare a motorului are o valoare redusă. Pe măsură ce viteza motorului creşte, unghiul α se micşorează iar în apropierea vitezei de regim α devine foarte mic (α_2) tensiunea de alimentare avînd practic valoarea nominală. Prin această metodă curentul de pornire se limitează la valori practic acceptabile, fără pierderi importante de energie.

Scăderea valorii tensiunii de alimentare duce în mod implicit la reducerea valorii cuplului de pornire al motorului. Din acest motiv metoda în ambele variante se aplică doar la acționări de mică putere la care motorul pornește la sarcină redusă. Față de varianta contactor utilizarea variatorului de tensiune cu control de fază duce la apariția de armonici de tensiune în rețea și înrăutățește factorul de putere al rețelei, datorită necesarului de putere reactivă de comandă.

Deși folosirea variatorului implică dezavantajele susmenționate, simplitatea lui constructivă și funcțională face ca el să fie destul de des utilizat. Se construiesc dispozitive specializate pentru pornirea motoarelor de inducție [17,57] folosind variatoare de tensiune, variatoare la care comanda unghiului α se face automat, elementul de referință fiind de regulă limitarea curentului de pornire.

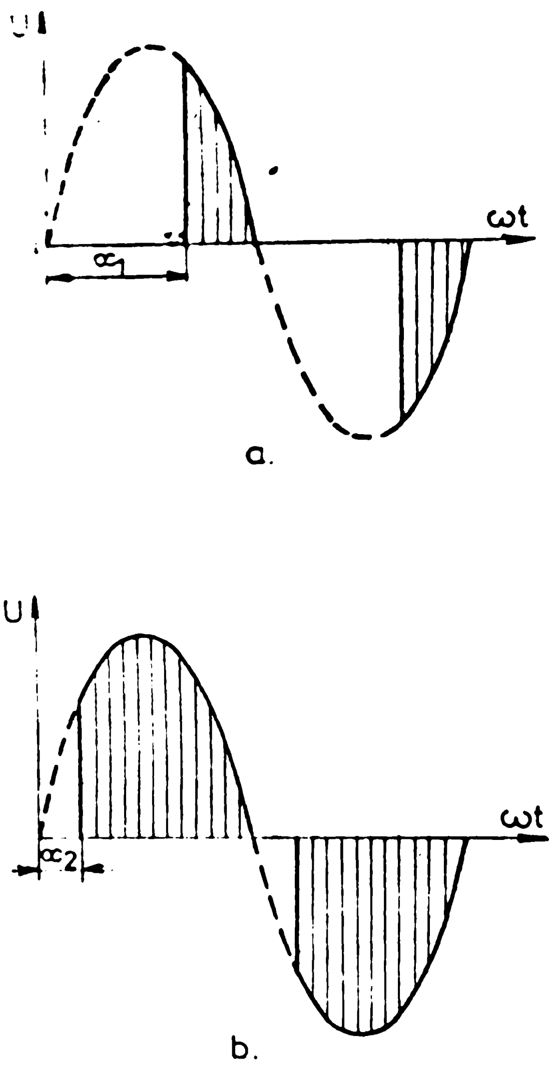


Fig.1.17

1.4.3. Pornirea prin modificarea impedanței echivalente a circuitului statoric.

O schemă practică a unei astfel de metode este prezentată în fig.1.18.

In serie cu o fază a înfășurării statorice Z_1 se conectează un reostat cu treptele de rezistență R_a și R_b. In paralel cu treapta R_b se conectează o pereche de tiristoare în antiparalel T_1 și T_2. Modificînd unghiul de aprindere al tiristoarelor sistemul se comportă ca o rezistență variabilă între valorile R_a și R_a+R_b.

Se întîlnesc și alte scheme de realizare a ansamblului reostat-tiristoare, fără ca principiul de funcționare să difere însă.

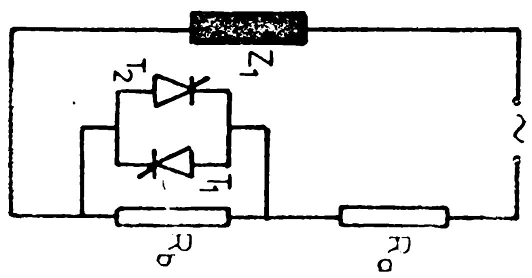


Fig.1.18

Metoda este simplă, dar are două dezavantaje:

- pierderi suplimentare de energie, datorate reostatului ;

- apariția de armonici datorită comenzii prin control de fază al tiristoarelor.

Acest ultim dezavantaj poate fi înlăturat prin folosirea unei comenzi de tip contactor.

1.4.4. Pornirea prin modificări în circuitul rotoric.

Schemele de comandă a motorului de inducție care utilizează dispozitive statice cu semiconductoare conectate în circuitul rotoric al motorului pot fi împărțite în două categorii:

- scheme de variere a impedanței echivalente a circuitului rotoric ;

- scheme în cascadă.

Ambele tipuri de scheme se pot utiliza atît la pornirea motorului cît și la modificarea vitezei.

Schemele din prima categorie sînt relativ simple atît din punct de vedere constructiv cît și funcțional, fiind în principiu o variantă modernă a metodei de pornire cu reostat în circuitul rotoric. Față de controlerul utilizat la modificarea în trepte a rezistenței reostatului de pornire prezintă avantajul eliminării contactelor mobile, al unui timp de execuție mai rapid, al unui gabarit redus.

Un tip de scheme din această categorie realizează reglarea prin impulsuri a rezistenței reostatului de pornire (fig.1.19).

Schema de principiu (a) constă în legarea în paralel cu o fază a reostatului R, a unei perechi de tiristoare T_1 și T_2 în antiparalel. In fig.1.19.b sînt reprezentate variația în timp a curentului prin tiristor și a rezistenței suplimentare pe fază. In intervalul de timp (0, t_a) cînt unul din tiristoare este în conducție rezistența R este scurtcircuitată, iar pe intervalul $t_p=t_c-t_a$ tiristoarele sînt blocate

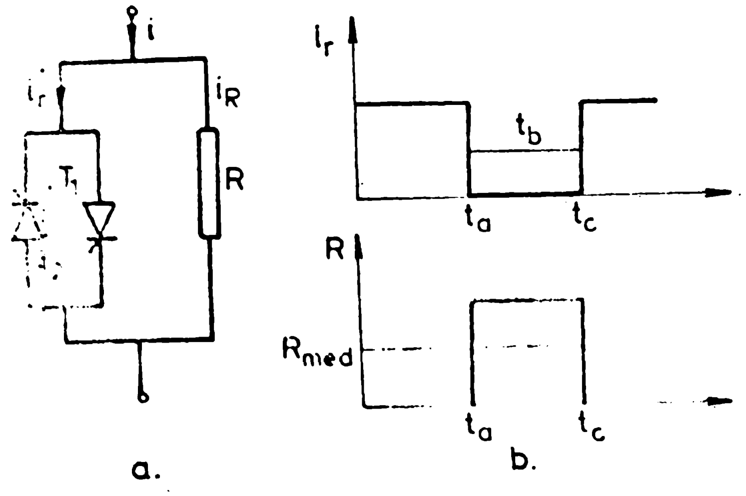


Fig.1.19

rezistența R fiind introdusă în circuit.

Valoarea medie a rezistenței de fază a reostatului este:

$$R_{med} = (1 - \frac{t_a}{t_c}) R$$

Modificînd timpul de conducție al tiristoarelor între 0 și t_c, rezistența suplimentară pe fază variază între 0 și R și cum comanda tiristoarelor se poate face în trepte foarte fine rezultă că se asigură cu această schemă o pornire lină, fără șocuri de curent.

O altă schemă din prima categorie denumită în mod uzual pornire cu rezistență pulsată este prezentată în fig.1.20.

In circuitul rotoric al motorului asincron cu rotor bobinat MAS se conectează un redresor trifazat în punte necomandat (cu diode) RTPN. Tensiunea culeasă la inelele motorului este redresată și filtrată prin intermediul bobinei L. Pe partea de curent continuu a redresorului se leagă rezistenta de pornire R și în paralel cu ea este conectat un tiristor T. Tiristorul este aprins și stins de regulatorul R_{eg} care primește de la șuntul Sh un semnal de comandă proporțional cu curentul rotoric redresat.

Ca și la schema precedentă tiristorul poate să scurtcircuiteze rezistența R (atunci cînd el este în stare de conducție sau să lase să treacă curentul prin ea (practic să o reconecteze), atunci cînd este blocat. Valoarea medie a rezistenței R a reostatului de pornire este determinată de raportul dintre timpul de conducţie şi de blocare al tiristorului.

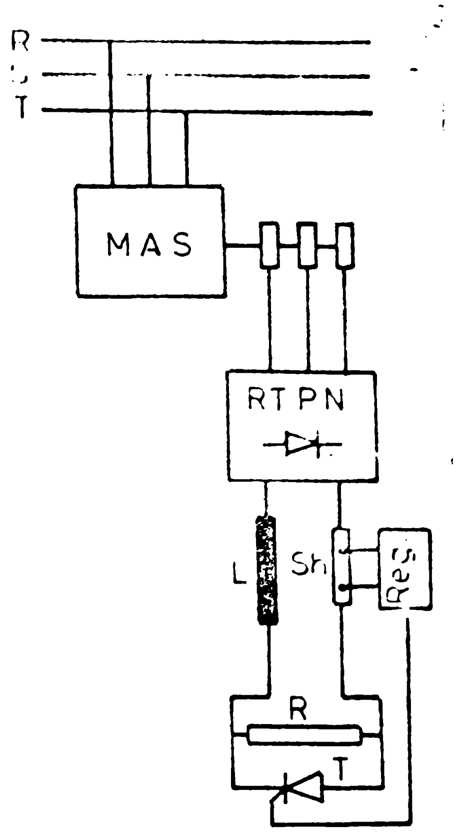


Fig.1.20.

Schemele în cascadă cu mutatoare sînt o variantă a cascadelor clasice care utilizează motorul asincron în combinaţie cu alte maşini rotative.

In cazul cascadelor cu mutatoare la inelele motorului asincron se conectează un convertor static de frecvenţă. Cascada asincronă permite recuperarea energiei de alunecare a motorului asincron cu rotor bobinat şi ca urmare asigură acţionării electrice reglabile un randament ridicat.

Datorită complexităţii schemei şi a costului ei relativ ridicat cascada asincronă nu se foloseşte în mod expres ca dispozitiv de pornire, însă în caz că acţionarea necesită pentru comanda ei un montaj în cascadă al maşinii de inducţie el se va folosi inclusiv pentru pornire.

Metoda de pornire analizată în lucrare face parte din categoria metodelor care se pot utiliza doar la maşini de inducţie cu inele de contact. Schema de principiu este prezentată în fig.1.21.

Motorul asincron cu inele MAS are conectat în circuitul rotoric un redresor trifazat în punte semicomandat (RTPS).La ieşire de curent continuu a punţii se poate conecta un reostat R sau se pot scurtcircuita bornele de ieşire.

Prin comanda unghiului de aprindere al tiristoarelor punţii se realizează modificarea valorii tensiunii redresate, deci şi a curentului din fazele înfăşurării rotorice.

La modificarea unghiului de comandă, curentul de sarcină este distorsionat, în afară de fundamentală ele mai conţine o serie de armonici superioare. Datorită distorsionării curentului chiar la o sarcină pur rezistivă la bornele RTPS apare o deplasare a fundamentalei care duce la apariţia unui consum de putere reactivă.

Aceasta înseamnă că prin combinarea sarcinii rezistive cu dispozitivul static comandabil, sistemul conectat la inelele de contact se comportă ca o impedanţă variabilă funcţie de unghiul α de întîrziere al aprinderii tiristoarelor.

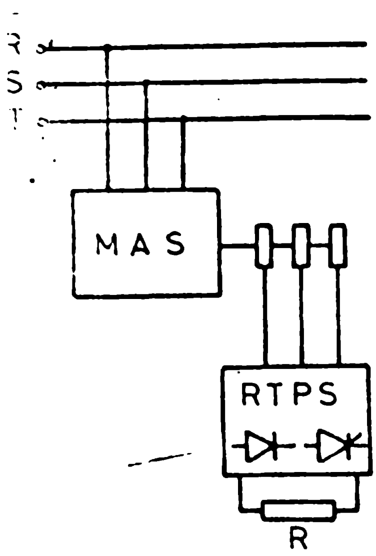


Fig.1.21

Această metodă se poate utiliza cu bune rezultate la pornirea motoarelor asincrone cu rotor bobinat de putere medie sau mare.

Avantajele preliminate ale metodei ar fi următoarele:

a) în comparaţie cu metoda de pornire care utilizează un reostat trifazic:

- asigură menţinerea practic constantă a curentului pe perioada pornirii ;
- are pierderi de putere mai mici ;
- permite o pornire automată, cu controlul valorii curentului pe toată perioada pornirii ;

b) faţă de alte metode de pornire care utilizează dispozitive statice:

- are o schemă relativ simplă şi foloseşte un număr mai mic de tiristoare ;
- datorită plasării în circuitul rotoric al dispozitivului static, reduce poluarea armonică a reţelei.

1.5. Concluzii

Pornirea maşinii de inducţie în regim de motor este un regim tranzitoriu, în care curenţii prin înfăşurările maşinii ating valori mari, de ordinul de mărime a curenţilor de scurtcircuit nominal.

Şocul de curent la o pornire nu are consecinţe defavorabile asupra maşinii, dacă procesul de pornire este de scurtă durată.

Ţinînd cont de numărul relativ ridicat de motoare de inducţie de medie şi mare putere aflate în funcţionare este necesar să se ia în considerare influenţa pe care şocul de curent de la pornire o are asupra tensiunii reţelei de alimentare.

Reducerea şocului de curent folosind metoda de pornire prin reducerea tensiunii de alimentare nu este o soluţie convenabilă pentru acţionarea deoarece reduce cuplul motor al maşinii de inducţie, impunînd prin aceasta condiţii de pornire la sarcina redusă sau chiar în gol şi în acelaşi timp lungeşte durata procesului tranzitoriu cu toate consecinţele nefavorabile pentru maşină decurgînd din aceasta.

Rezultă de aici că se recomandă folosirea cu precădere a maşinii de inducţie cu rotor bobinat, căreia i se poate aplica pornirea cu reostat în circuitul rotoric care elimina şocul de curent la pornirea la tensiune nominală şi permite creşterea cuplului de pornire teoretic pînă la valoarea cuplului critic. Există o reţinere în folosirea maşinii de inducţie cu rotor bobinat la puteri mici şi medii, deoarece este mai scumpă şi mai pretenţioasă, (mai puţin fiabilă) decît varianta constructivă a maşinii de inducţie cu rotor în colivie

Ca o soluţie de viitor se propune [98] controlul şi coordonarea proceselor de pornire la nivelul unei reţele de distribuţie prin intermediul unui ordinator electronic. Aceasta permite alegerea momentului optim de conectare al motorului astfel încît şocul de curent să aibă o influenţă nefavorabilă minimă asupra reţelei. Este o soluţie avantajoasă deoarece permite utilizarea motoarelor de inducţie cu rotor în colivie şi pornirea lor prin conectare directă la reţea deci la cuplu de pornire nominal.

Utilizarea dispozitivelor statice cu semiconductoare în tehnica acţionărilor cu maşini de inducţie a constituit un factor evident de progres şi în domeniul pornirii. Fără să introducă elemente principial noi, a permis reevaluarea unor metode sau creşterea performanţelor pentru altele.

Ele însă au determinat apariţia unui nou fenomen ce influenţează negativ funcţionarea reţelei numit în literatură poluare armonică.

De asemenea folosirea dispozitivelor de comandă cu control de fază a condus la înrăutățirea factorului de putere al rețelei, datorită puterii reactive de comandă apărută suplimentar în rețea.

Incercînd să dea o soluție la aceste probleme, lucrarea prezintă metoda de pornire cu RTPS în circuitul rotoric care prin avantajele prezentate anterior își poate găsi loc într-o serie de domenii concrete.

CAPITOLUL II

ANALIZA ARMONICA A TENSIUNII ROTORICE

2.1. Metode de analiză a regimurilor nesinusoidale în electrotehnică. Alegerea metodei adecvate pentru analiza propusă

In practica actuală în electrotehnică sînt tot mai numeroase cazurile în care regimul permanent în care lucrează maşinile şi aparatele electrice nu este în regim sinusoidal ci un regim nesinusoidal sau deformant. O definiţie a acestui regim deformant este dată în [2] ca fiind regimul alternativ la care cel puţin una din unde, de curent sau tensiune, nu este sinusoidală. In această categorie se încadrează şi regimul de lucru al maşinii de inducţie cu rotor bobinat căruia i se intercalează un redresor semicomandat în circuitul rotoric.

Calea cea mai frecvent utilizată în studiul regimurilor nesinusoidale este dezvoltarea în serie Fourier. Ea se aplică pentru toate funcţiile f(t) periodice, nesinusoidale care satisfac condiţiile lui Dirichlet pe intervalul de existenţă [a,b] şi anume [1]:

- funcţia f(t) este mărginită şi are cel mult un număr finit de puncte de discontinuitate în acest interval;
- intervalul [a,b] poate fi împărţit într-un număr finit de subintervale, astfel încît pe fiecare subinterval f(t+kT) (unde T=perioada de funcţie) să fie monotonă.

O astfel de funcţie poate fi reprezentată printr-o serie Fourier (trigonometrică) de forma:

$$f(t)=a_o+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\sin n\omega t+b_n\cos n\omega t) \qquad (2.1)$$

unde

$\omega = \frac{2\pi}{T}$, este pulsaţia fundamentelei

- a_o, este termenul continuu al dezvoltării

$$a_o = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} f(t)dt \qquad (2.2)$$

- a_n, este coeficientul termenului general în sinus al dezvoltării:

$$a_n = \frac{2}{T}\int_t^{t+T} f(t)\sin n\omega t\, dt \qquad (2.3)$$

- b_n este coeficientul termenului general în cosinus al dezvoltării:

$$b_n = \frac{2}{T}\int_t^{t+T} f(t)\cos n\omega t\ \ dt \qquad (2.4)$$

Dezvoltarea în serie Fourier a funcţiei f(t) se poate scrie şi sub alte forme:

- forma restrînsă în care se întîlnesc doar termeni în sinus sau doar termeni în cosinus:

$$f(t) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\omega t + \gamma_n) \qquad (2.5)$$

unde:

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\ ;\ \gamma_n = \operatorname{arctg}\frac{a_n}{b_n} \qquad (2.6)$$

- forma complexă a seriei Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}\sqrt{a_n^2+b_n^2}\ e^{(j\omega t - \gamma_n)} \qquad (2.8)$$

Metoda clasică pentru determinarea coeficienţilor Fourier este calculul analitic pe baza relaţiilor (2.2)-(2.4), ceea ce în unele situaţii se dovedeşte a fi complicat. In literatură [2,5,6,56,72] sînt indicate şi alte proceduri de calcul mai simple şi mai puţin laborioase, care însă sînt în general aplicabile doar la anumite tipuri de funcţii periodice.

O astfel de metodă practică este metoda Lalescu-Abason-Eagle [2,72], care este denumită şi metoda discontinuităţilor sau incidenţelor geometrice. Ea se aplică în cazul funcţiilor periodice nesinusoidale poligonale a căror diagramă de variaţie pe intervalul [0,2π] corespunzător unei perioade este o linie poligonală formată din segmente de dreaptă.

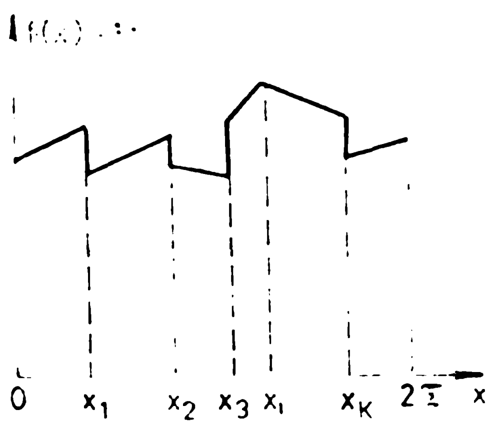


Fig.2.1

In fig.2.1 este reprezentată o astfel de funcţie care pe fiecare interval $[x_i, x_{i+1}]$ are o variaţie liniară, iar în dreptul fiecărei abscise x_i are o discontinuitate (salt).

Pentru o astfel de funcţie se definesc două tipuri de salturi:

- saltul de ordonată δ_i, a cărui relaţie de calcul este

$$\delta_i = f(x_i+0)-f(x_i-0) \tag{2.9}$$

unde:

$f(x_i+0)$ reprezintă valoarea funcţiei $f(x)$ în punctul de abscisă x_i, după salt.

$f(x_i-0)$ reprezintă valoarea funcţiei $f(x)$ în punctul de abscisă x_i, înainte de salt.

- salturi unghiulare sau de tangentă τ_i

$$\tau_i = k_{i-1}-k_i \tag{2.10}$$

unde:

k_i... sînt coeficienţii unghiulari ai segmentelor de dreaptă care compun funcţia $f(x)$.

Aceste salturi notate unitar cu σ_i constituie incidentele geometrice ale funcţiei.

Folosind metoda incidentelor se înlocuieşte termenul general al dezvoltării Fourier:

$$a_n \sin nx + b_n \cos nx \tag{2.11}$$

cu o expresie de forma:

$$\frac{1}{n\pi}\sum_i \sigma_i \sin n(x-x_i)+\frac{1}{n^2\pi}\sum_k \sigma_k \cos n(x-x_k) \tag{2.12}$$

unde i primeşte toate valorile lui x din intervalul $[0,2\pi]$ în care există salturi de ordonată δ_i, iar la valorile lui x pentru care există salturi de tangentă τ_i.

Pornind de la relaţia (2.12) obişnuită pentru cazul funcţiei poligonale s-a reuşit [72] să se obţină pe baza aceluiaşi principiu relaţii pentru coeficienţii termenului general al dezvoltării în serie Fourier şi pentru funcţiinperiodice formate din arce de sinusoidă:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi}\sum_i \frac{1}{\lambda^2-n^2}\left[n\,\delta_i \sin nx_i+\tau_i \cos nx_i\right] \\ b_n &= \frac{1}{\pi}\sum_i \frac{1}{\lambda^2-n^2}\left[-n\,\delta_i \cos nx_i+\tau_i \sin nx_i\right] \end{aligned} \tag{2.13}$$

dacă arcul de sinusoidă este definit prin relaţia:

$$f_i(x) = A_i \sin(\lambda_x-\varphi_i) \tag{2.14}$$

pentru un interval $[x_{i-1},x_i]$ iar λ este acelaşi pentru toate ardele de sinusoidă ce intră în componenţa funcţiei.

In relaţiile (2.13) δ_i şi ζ_i reprezintă salturile funcţiei (de ordonată) şi ale derivatei de ordinul I (coeficient unghiular).

$$\delta_i = f(x_i+0) - f(x_i-0) = A_{i+1}\sin(\lambda x_i - \varphi_{i+1}) - A_i \sin(\lambda x_i - \varphi_i)$$

$$\zeta_i = f'(x_i+0) - f'(x_i-0) = A_{i+1}\cos(\lambda x_i - \varphi_{i+1}) - A_i \cos(\lambda x_i - \varphi_i) \tag{2.15}$$

O variantă a relaţiilor (2.13), care utilizează scrierea în complex a termenilor dezvoltării în serie Fourier este prezentată în [5,6].

Metoda grafică Thonson-Runge [72] este o metodă aproximativă de calcul a coeficienţilor termenilor dezvoltării în serie Fourier a funcţiilor periodice reprezentate prin curbe obţinute de regulă experimental, cărora nu li se poate scrie expresia analitică şi nici nu pot fi aproximate cu linii poligonale sau arce de funcţii elementare.

Principiul metodei constă în transformarea pe cale grafică a integralelor care intervin în calculul coeficienţilor termenilor Fourier în sume finite. Intervalul de o perioadă a funcţiei se împarte în subintervale egale, de regulă un număr par 2p.

Relaţiile de calcul pentru coeficienţii Fourier sînt:

$$\begin{aligned} a_o &= \frac{1}{2p} \sum_{i=1}^{2p} f_i(x) \\ a_n &= \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{2p} f_i(x) \sin k_i \frac{\pi}{p} \\ b_n &= \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{2p} f_i(x) \cos k_i \frac{\pi}{p} \end{aligned} \tag{2.16}$$

unde $f_i(x)$ este o valoare medie a funcţiei $f(x)$ pe intervalul i.

Calculul coeficienţilor Fourier prin această metodă rămîne destul de laborios în ciuda simplificărilor introduse.

In cazul în care analiza armonică nu să satisfacţii, se pot utiliza metode compacte [72] care utilizează calculul operaţional sau permit calcularea pentru mărimea (funcţia) periodică nesinusoidală a unei sinusoide echivalente.

In final, faţă de cele prezentate seimpun cîteva consideraţii:

a) Metoda dezvoltării în serie Fourier este corectă în măsura în care numărul de termeni ales este suficient; teoretic pentru a prezenta perfect funcţia f(t) ar trebui să se ia o infinitate de termeni ai dezvoltării, practic în toate cazurile însă este suficient un număr finit. Se poate demonstra faptul că erorile cele mai mari datorate neglijării termenilor de ordin superior se întîlnesc în jurul punctelor de discontinuitate (efectul Gibbs). Rezultă deci, că procedeul se poate utiliza doar atunci cînd un număr redus de termeni este suficient pentru o reprezentare corectă a funcţiei, deci termenii de la un anumit ordin în sus pot fi neglijabili, astfel metoda devine anevoioasă sau rezultatele sînt incorecte.

b) Pentru cazul analizat în prezenta lucrare, metoda adecvată de calcul a coeficienţilor termenilor dezvoltării în serie Fourier este metoda analitică prin integrare, deoarece permite o determinare exactă a acestora. Procedeul de calcul propus în [72] aşa cum rezultă şi din relaţiile (2.13) nu permite determinarea coeficienţilor armonicii fundamentale, iar cel din [5,6] nu se poate aplica pentru funcţii definite de arce de sinusoidă a căror perioadă este 2π. Folosirea metodei Thouson-Runge nu se justifică, deoarece volumul de calcul necesar estemare, relaţiile obţinute sînt aproximative şi rezultatele sînt afectate de erori.

2.2. Determinarea formei deundă a tensiunii rotorice în cazul considerării comutaţiei ideale. Condiţii iniţiale.

Principiul metodei de pornire propuse şi analizate în continuare a fost prezentat în capitolul I.

In studiul şi calculele care urmează se admit următoarele ipoteze:

a) se consideră momentul pornirii (s=1), atunci cînd frecvenţa fenomenelor electrice din circuitul rotoric este egală cu cea a tensiunii de alimentare a înfăşurării statorice;

b) circuitul rotoric este simetric; drept urmare se va analiza doar una din faze (R); rezultatele obţinute se vor considera valabile şi pentru celelalte faze ;

c) elementele semiconductoare (tiristoare şi diode) din circuitul de forţă al redresorului sînt idealizate, considerîndu-se că au rezistenţa nulă în timpul conducţiei şi infinită cînd sînt blocate;

d) comutația se consideră ideală, instantanee.

In fig.2.2 este reprezentată schema electrică a circuitului rotoric a unui motor de inducție cu inele de contact avînd conectat circuitul de forță al unui redresor trifazat în punte semicomandat. In circuitul rotoric pe fiecare fază s-au simbolizat cu $u_{e.R.S.T}$ - tensiunile electromotoare induse, cu R_2 și L_2 rezistența și respectiv inductivitatea de dispersie a fazei înfășurării rotorice. S-au notat cu T tiristoarele și cu D - diodele circuitului de forță al redresorului, iar R reprezintă rezistența reostatului conectat la bornele de ieșire ale redresorului.

Considerînd că ventilele din circuitul de forță al redresorului acționează ca niște întreruptoare cu acțiune instantanee ale circuitului rotoric, se poate afirma că prin faza R curentul este diferit de zero în intervalele de timp în care se află în conducție unul din ventilele fazei R a redresorului împreună cu un ventil complementar (diodă față de tiristor și invers) de pe una din celelalte două faze, așa cum reiese din fig.2.2. există patru astfel de situații, fiecăreia corespunzîndu-i un traseu al curentului.

Pentru fiecare din cele patru situații, circuitul prin care se închide curentul i_R este un circuit de tip RL pe care aplicînd $\int E.dl$ se poate scrie ecuația circuitului:

$$u = R \cdot i + L \frac{di}{dt} \qquad (2.17)$$

1) Pentru intervalul de timp în care conduc tiristorul T_R și dioda D_S curentul i_R se închide prin fazele R și S și aplicînd (2.17) rezultă:

$$u_{eR} - u_{eS} = i_R(2R_2+R)+2L_2 \frac{di_R}{dt} \qquad (2.18)$$

2) Pentru intervalul de timp în care conduc tiristorul T_R și dioda D_R, curentul i_R se închide prin fazele R și T și aplicînd (2.17) rezultă:

$$u_{eR}-U_{eT} = i_R(2R_2+R)+2L_2 \frac{di_R}{dt} \qquad (2.19)$$

3) Pentru intervalul de timp în care conduc tiristorul T_S și dioda D_R, curentul i_R se închide prin fazele S și R și aplicînd (2.17) rezultă:

$$u_{eR} - u_{eS} = i_R(2R_2+R)+2L_2 \frac{di_R}{dt} \qquad (2.20)$$

Traseu	Simbol	Ventile cu conductie
1	—►—	T_R D_S
2	—►►—	T_R D_T
3	—►►►—	T_S D_R
4	—►►►►—	T_T D_R

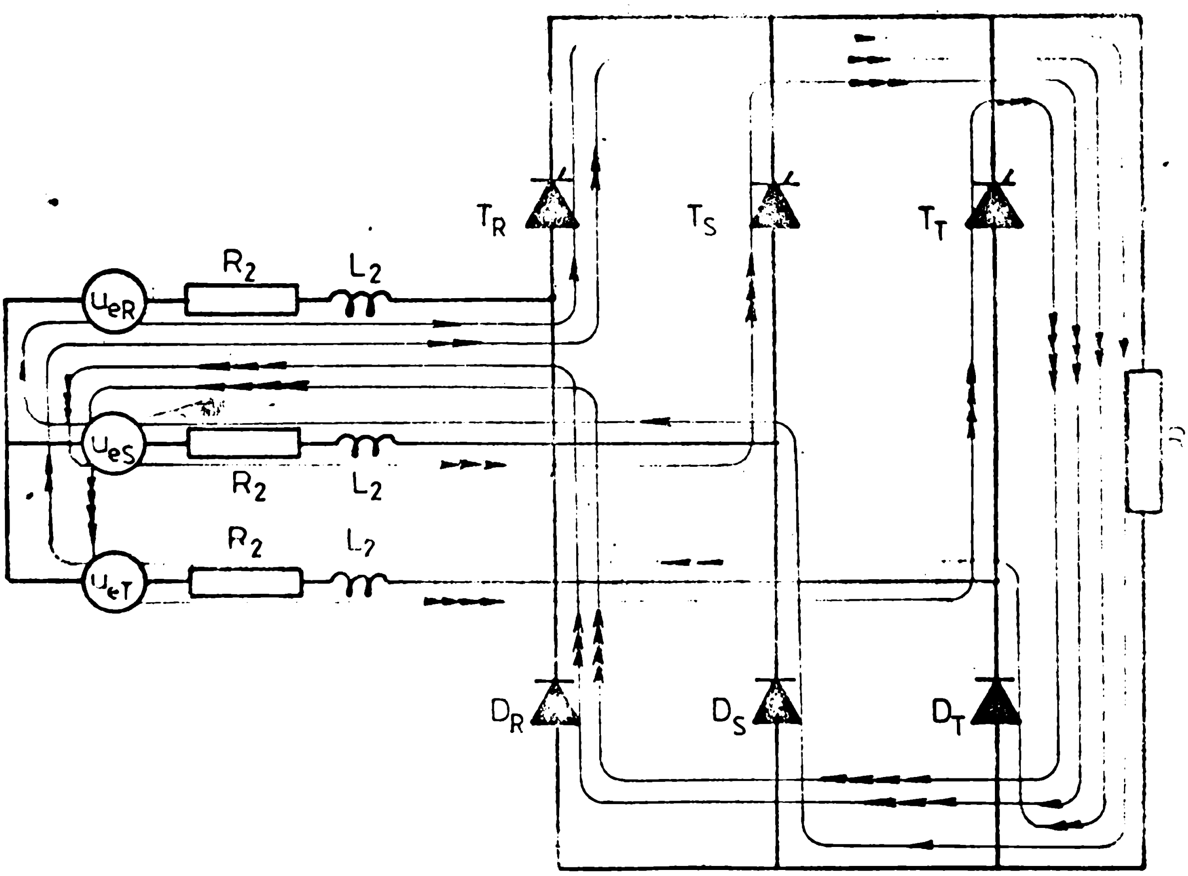


Fig. 2.2

4) Pentru intervalul de timp în care conduc tiristorul T_1 și dioda D_R curentul i_R se închide prin fazele T și R și aplicînd (2.17) rezultă:

$$u_{eR} - u_{eT} = i_R(2R_2+R)+2L_2 \frac{di_R}{dt} \qquad (2.21)$$

In relațiile (2.18 - 2.21), $u_{e\ R,S,T}$ au expresiile:

$$u_{e\ R} = 2\ U_2 \sin \omega t$$
$$u_{e\ S} = 2\ U_2 \sin (\omega t - \frac{2\pi}{3}) \qquad (2.22)$$
$$u_{e\ T} = 2\ U_2 \sin (\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

unde $\omega = 2\pi f$, f fiind frecvența tensiunii rețelei de alimentare.

Trebuie făcută precizarea că deși tensiunile u_e sînt mărimi sinusoidale, întrucît intervalele de timp susmenționate sînt mai mici decît o perioadă, tensiunile din termenul stîng al relațiilor (2.18 - 2.21), reprezentate prin arce de sinusoidă dau pentru o perioadă $T = \omega/2\pi$ o funcție rezultantă alternativă nesinusoidală. Această tensiune $u(t)$ care reprezintă tensiunea de alimentare a fazei rotorice R se va denumi în continuare tensiune rotorică, definirea formei de variație a acestei tensiuni rotorice se va face în continuare avînd în vedere un caz general. Se consideră că prin procedee adecvate se poate realiza pentru tiristoarele punții, întîrzierea momentului intrării în conducție precum și grăbirea stingerii acestora. Pentru aprecierea cantitativă se notează cu α unghiul de întîrziere la aprindere și cu β unghiul de stingere forțată.

In mod teoretic, acceptat de teoria ideală a comutației, unghiul α poate lua valori între 0 și π. Domeniul de variație al lui α se divide în două:

1) $0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{3}$
2) $\frac{\pi}{3} \leqslant \alpha \leqslant \pi$

Pentru primul interval, există două situații distincte, funcție de valorile unghiurilor α și β.

$$\beta - \alpha < \frac{\pi}{3}$$
$$\beta - \alpha < \frac{\pi}{3}$$

Rezultă pentru definirea formei de undă a tensiunii rotorice trei cazuri distincte:

I) $0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{3}$ și $\beta - \alpha < \frac{\pi}{3}$

II) $0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{3}$ și $\beta - \alpha > \frac{\pi}{3}$

III) $\frac{\pi}{3} \leqslant \alpha \leqslant \pi$

Fig.2.3 este explicativă pentru cazul I. S-au reprezentat tensiunile de fază (2.3.a) și tensiunea rotorică (2.3.b) ca funcții de (ωt). Originea axei ωt s-a considerat în momentul trecerii prin zero în sens pozitiv a tensiunii u_{eR}. Ca origine a unghiului de întîrziere la aprindere α s-a considerat momentul în care tiristorul ar intra în mod natural în conducție (corespunzător lui T_{Δ} rezultă $(\omega t = \frac{\pi}{6})$). Pentru unghiul de stingere forțată β s-a luat ca origine momentul încheierii perioadei de conducție pentru tiristor în absența grăbirii comutației (corespunzător pentru T_{Δ} rezultă $\omega t = \frac{5\pi}{6} + \alpha$) și sensul de creștere invers cu sensul pozitiv al axei ωt. Pentru tiristoarele T_5 și T_1 aceste puncte se deplasează pe axa ωt cu $\frac{2\pi}{3}$ și respectiv $\frac{4\pi}{3}$.

Rezultă că pentru cazul (I) funcția $u(t)$ este definită o perioadă $[0, 2]$ prin:

$$
\begin{aligned}
u(t) &= u_{RS} \quad \text{pt} \quad \omega t \in \left[\frac{\pi}{6} + \alpha;\ \frac{\pi}{2}\right] \\
u(t) &= u_{RT} \quad \text{pt} \quad \omega t \in \left[\frac{\pi}{2};\ \frac{5\pi}{6} + \alpha - \beta\right] \\
u(t) &= u_{RS} \quad \text{pt} \quad \omega t \in \left[\frac{7\pi}{6};\ \frac{3\pi}{2} + \alpha - \beta\right] \\
u(t) &= u_{RT} \quad \text{pt} \quad \omega t \in \left[\frac{3\pi}{2} + \alpha;\ \frac{11\pi}{6}\right]
\end{aligned}
\qquad (2.23)
$$

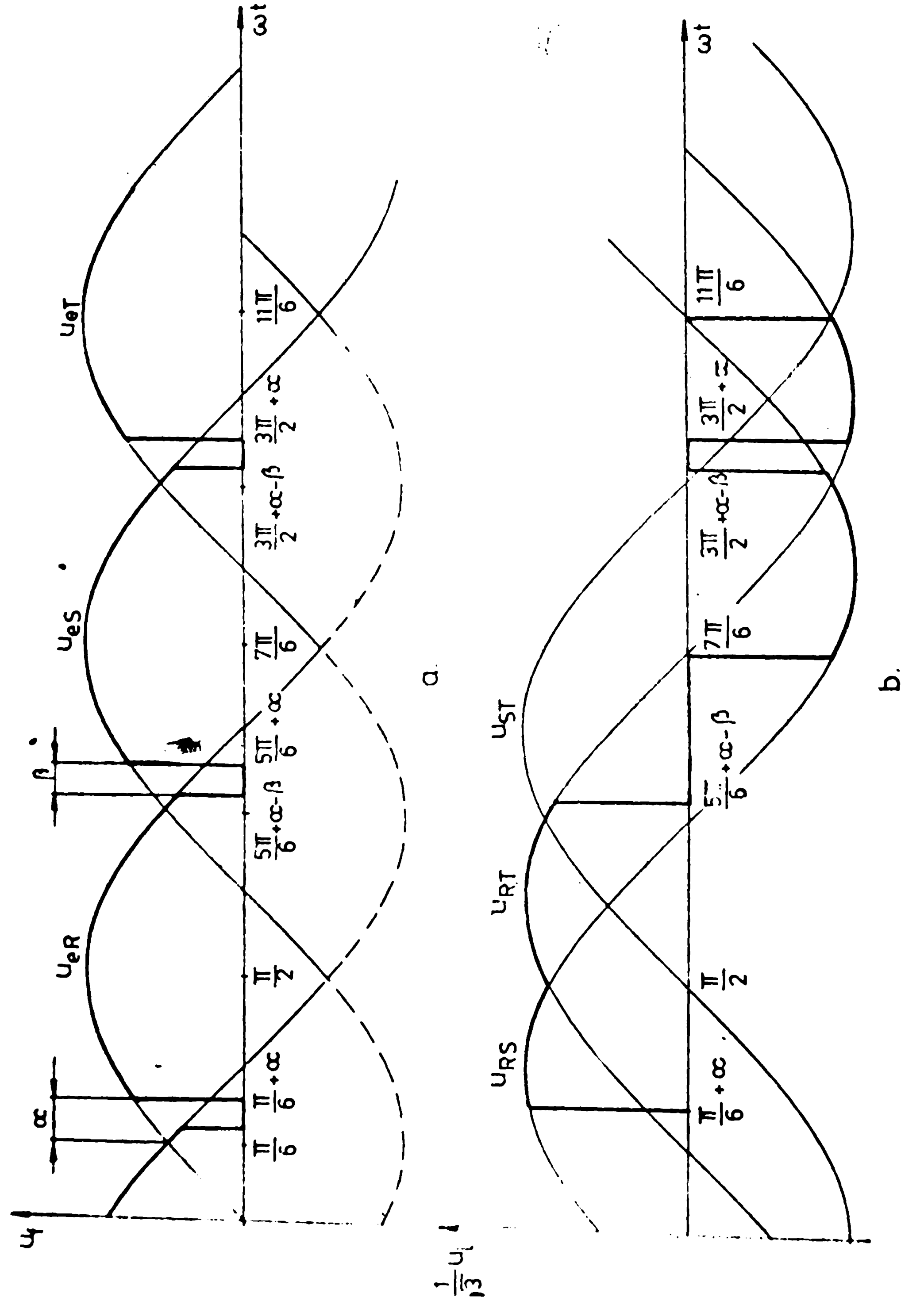
In restul intervalului $[0, 2\pi]$ $u(t) = 0$.

In (2.23), ca și în general, u_{RS} și u_{RT} sînt date de relațiile:

$$
\begin{aligned}
u_{RS} &= u_{eR} - u_{eS} = U_2 \sqrt{6}\ \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \\
u_{RT} &= u_{eR} - u_{eT} = U_2 \sqrt{6}\ \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})
\end{aligned}
\qquad (2.24)
$$

Fig.2.4 este explicativă pentru cazul II. S-au reprezentat tensiunile de fază (2.4.a) și tensiunea rotorică (2.4.b). Se mențin aceleași convenții de notare și de reprezentare ca în fig.2.3.

Pentru cazul (II) funcția $u(t)$ este definită pe o perioa



u_f
ωt
u_eR
u_eS
u_eT
α
β
π/6
π/6 + α
π/2
5π/6 + α - β
5π/6 + α
7π/6
3π/2 + α - β
3π/2 + α
11π/6
a.
1/√3 u_l
u_RS
u_RT
u_ST
b.

Fig. 2.3

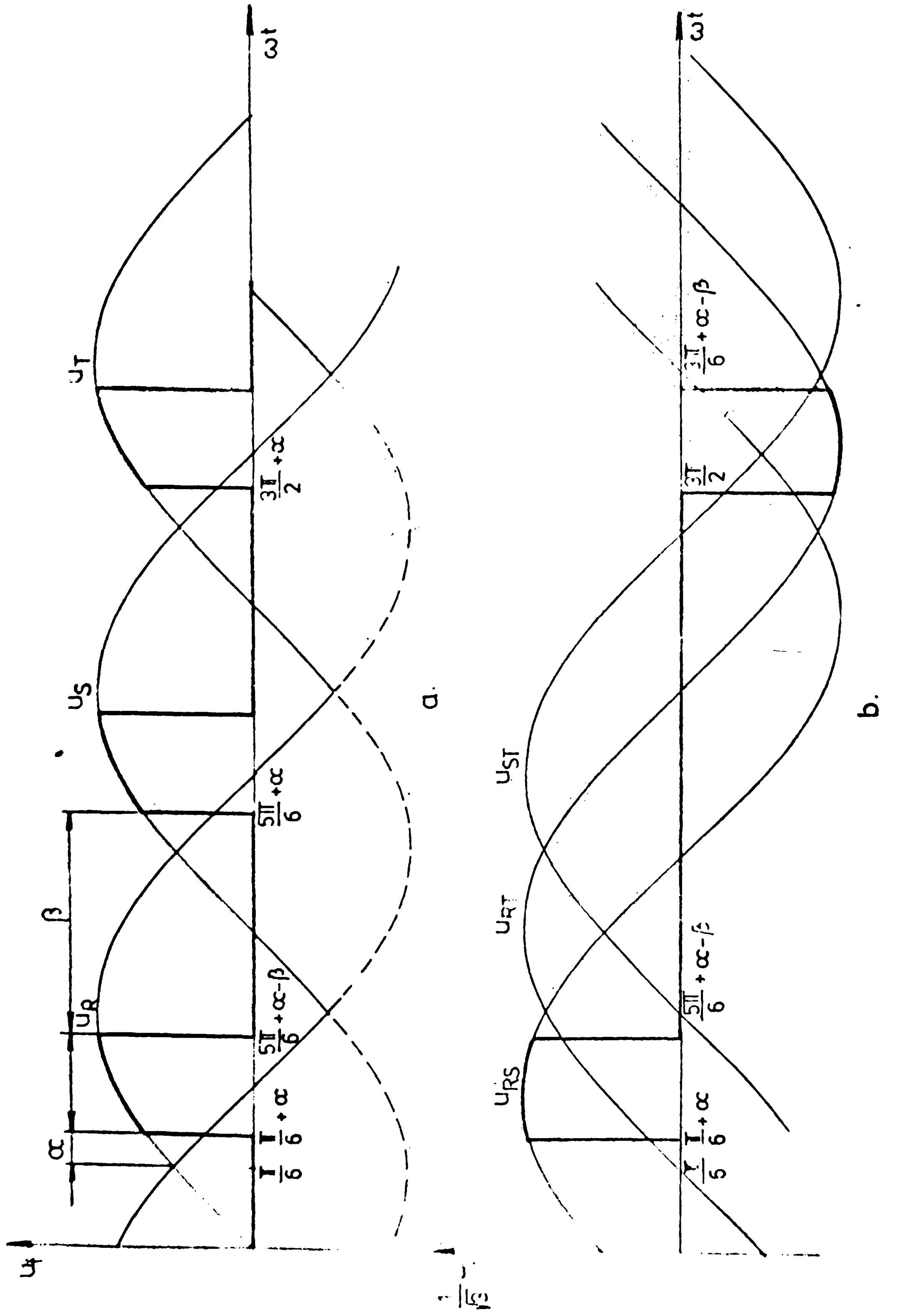

ωt
u_T
u_S
u_R
β
α
π/6
π/6 + α
5π/6 + α − β
5π/6 + α
3π/2 + α
a.
ωt
u_RS
u_RT
u_ST
5π/6 + α − β
3π/2
3π/6 + α − β
b.

Fig. 2.4.

dă $[0,2\pi]$ prin:

$$u(t) = u_{RS} \quad \text{pt} \quad \omega t \in \left[\frac{\pi}{6}+\alpha;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta\right]$$
$$u(t) = u_{RT} \quad \text{pt} \quad \omega t \in \left[\frac{3\pi}{2}+\alpha;\ \frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta\right] \qquad (2.25)$$

In restul domeniului $[0,2\pi]$ $u(t) = 0$.

Fig.2.5 este explicativă pentru cazul III. Si aici s-au reprezentat tensiunile de fază (2.5.a) şi tensiunea rotorică (2.5.b). In ceea ce priveşte convenţiile de notare şi reprezentare se modifică doar originea pentru unghiul β care devine pentru tiristorul T_R momentul corespunzător lui $\omega t = \frac{7\pi}{6}$.

Pentru cazul (III) funcţia u(t) este definită pe o perioadă $[0,\ 2\pi]$ prin:

$$u(t) = u_{RT} \quad \text{pt} \quad \omega t \in \left[\frac{\pi}{6}+\alpha;\ \frac{7\pi}{6}-\beta\right]$$
$$u(t) = u_{RS} \quad \text{pt} \quad \omega t \in \left[\frac{5\pi}{6}+\alpha;\ \frac{11\pi}{6}-\beta\right] \qquad (2.26)$$

In restul domeniului $[0,2\pi]$ $u(t)=0$.

Funcţia u(t) definită prin relaţiile (2.23),(2.25) şi (2.26) este deci o funcţie alternativă nesinusoidală. Analiza armonică a tensiunii rotorice se efectuează pentru cele trei cazuri enunţate anterior. In cadrul analizei armonice se calculează expresiile următorilor termeni din seria Fourier ca funcţii de unghiurile α şi β :

- termenul continuu a_0
- coeficientul termenului în sinus al fundamentalei a_1
- coeficientul termenului în cosinus al fundamentalei b_1
- coeficientul termenului general în sinus a_m $(m \neq 1)$
- coeficientul termenului general în cosinus b_m $(m \neq 1)$

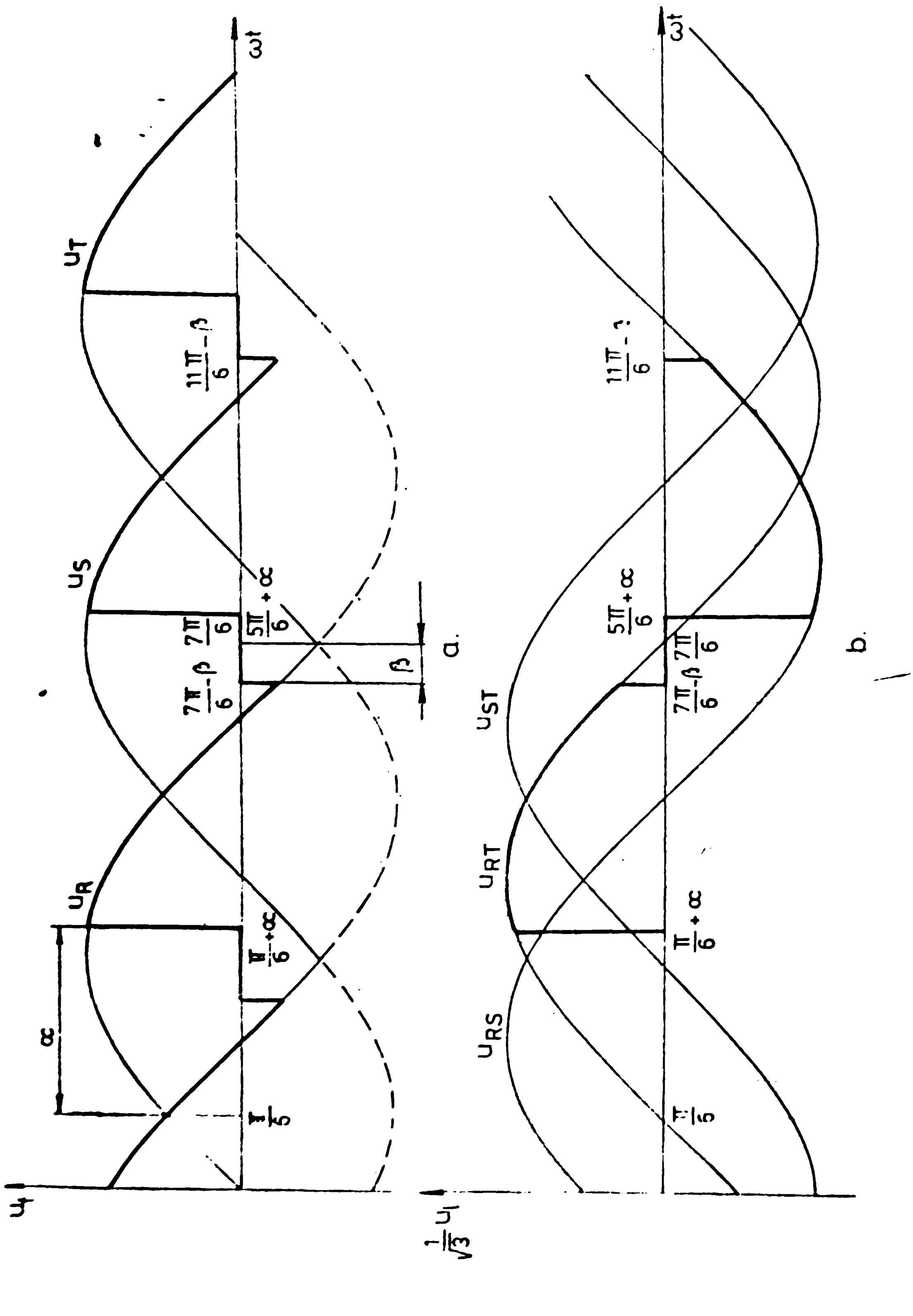
Din considerente de simplificare a calculului se introduc mărimi raportate conform relaţiilor:

$$A_0 = \frac{a_0}{U_2\sqrt{6}}\ ;\ A_1 = \frac{a_1}{U_2\sqrt{6}}\ ;\ B_1 = \frac{b_1}{U_2\sqrt{6}}\ ;\ A_m = \frac{a_m}{U_2\sqrt{6}};\ B_m = \frac{b_m}{U_2\sqrt{6}} \qquad (2.27)$$

In aceste condiţii relaţiile de calcul pentru coeficienţii dezvoltării în serie Fourier 1 sînt:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{u(t)}{U_2\sqrt{6}}\, d\,(\omega t) \qquad (2.28)$$

$$A_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{u(t)}{U_2\sqrt{6}}\sin\omega t\; d(\omega t) \qquad (2.29)$$



u_T
u_S
u_R
ωt
α
β
$\frac{11\pi}{6}-\beta$
$\frac{7\pi}{6}$
$\frac{5\pi}{6}+\alpha$
$\frac{7\pi}{6}-\beta$
$\frac{\pi}{6}+\alpha$
$\frac{\pi}{6}$
a.
$\frac{1}{\sqrt{3}}u_l$
u_{ST}
u_{RT}
u_{RS}
b.

Fig. 2.5

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{u(t)}{U_2\sqrt{6}} \cos \omega t \, d(\omega t) \qquad (2.30)$$

$$A_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{u(t)}{U_2\sqrt{6}} \sin m \omega t \, d(\omega t) \qquad (2.31)$$

$$B_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{u(t)}{U_2\sqrt{6}} \cos m\omega t \, d(\omega t) \qquad (2.32)$$

Calculul coeficienților Fourier este prezentat în anexa 1.

2.3. Expresiile coeficienților seriei Fourier a funcției u(t) în cazul (I)

Conform anexei I avem:

$A_{0I} = 0.$

$$A_{1I} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{3}{4} + \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \frac{\beta\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(2\alpha-\beta)\sin(\frac{\pi}{3}-\beta)\right] \qquad (2.33)$$

$$B_{1I} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2\alpha-\beta)\sin(\frac{\pi}{3}-\beta) \qquad (2.34)$$

- pentru armonici pare ($m = 2K$ $K=1,2...$)

$$A_{mI} = \frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{2K-1}\cos\frac{2K-1}{2}(\pi+2\alpha-\beta)\cos\frac{2K-1}{2}(\frac{\pi}{3}-\beta)\sin\frac{K\pi}{3} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2K+1}\cos\frac{2K+1}{2}(\pi+2\alpha-\beta)\cos\frac{2K+1}{2}(\frac{\pi}{3}-\beta)\sin\frac{K}{3}\right] \qquad (2.35)$$

$$B_{mI} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{(-1)^{k+1}}{4k^2-1} + \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}\cos\frac{2(k-1)\pi}{3} + \frac{(-1)^k}{2k+1}\cos\frac{2(k+1)\pi}{3} - \right.$$

$$- \frac{2}{2k-1}\sin\frac{2k-1}{2}(\pi+2\alpha-\beta)\cos\frac{2k-1}{2}(\beta-\frac{\pi}{3})\sin\frac{k\pi}{3} +$$

$$\left. + \frac{2}{2k+1}\sin\frac{2k+1}{2}(\pi+2\alpha-\beta)\cos\frac{2k+1}{2}(\beta-\frac{\pi}{3})\sin\frac{k\pi}{3}\right] \qquad (2.36)$$

- pentru armonici impare ($m = 2k+1$, $k = 1,2...$)

$$A_{mI} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{(-1)^{k+1}}{4k(k+1)} + \frac{(-1)^{k+1}}{2k}\cos\frac{2(k+1)\pi}{3} + \frac{(-1)^k}{2(k+1)}\cos\frac{2k\pi}{3} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2k+1}\cos\frac{2k+1}{2}(\pi+2\alpha-\beta)\cos\frac{2k+1}{2}(\frac{\pi}{3}-\beta)\sin\frac{k\pi}{3}\right] \qquad (2.37)$$

$$B_{mI} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{k}\sin k(\pi+2\alpha-\beta)\sin k(\frac{\pi}{3}-\beta)\sin\frac{(k-1)\pi}{3} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{k+1}\sin(k+1)(\pi+2\alpha-\beta)\sin(k+1)(\frac{\pi}{3}-\beta)\sin\frac{\pi(k-1)}{3}\right] \qquad (2.38)$$

2.4. Expresiile coeficienţilor seriei Fourier a funcţiei u(t) în cazul (II)

Conform anexei I avem:

$$A_{oII} = 0$$

$$A_{1\ II} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \frac{\beta\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha - \beta\right)\cos\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right)\right] \quad (2.39)$$

$$B_{1\ II} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha - \beta\right)\cos\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right) \quad (2.40)$$

$$A_{m\ II} = \frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{m-1}\sin\frac{m-1}{2}\left(\frac{2\pi}{3} - \beta\right)\cos\frac{m-1}{2}\left(\frac{7\pi}{3} + 2\alpha - \beta\right)\sin\frac{2m\pi}{3} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{m+1}\sin\frac{m+1}{2}\left(\frac{2\pi}{3} - \beta\right)\cos\frac{m+1}{2}\left(\frac{7\pi}{3} + 2\alpha - \beta\right)\sin\frac{2m\pi}{3}\right] \quad (2.41)$$

$$B_{m\ II} = \frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{m+1}\sin\frac{m+1}{2}\left(\frac{7\pi}{3} + 2\alpha - \beta\right)\sin\frac{m+1}{2}\left(\frac{2\pi}{3} - \beta\right)\sin\frac{2m\pi}{3} - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{m-1}\sin\frac{m-1}{2}\left(\frac{7\pi}{3} + 2\alpha - \beta\right)\sin\frac{m-1}{2}\left(\frac{2\pi}{3} - \beta\right)\sin\frac{2m\pi}{3}\right] \quad (2.42)$$

2.5. Expresiile coeficienţilor seriei Fourier a funcţiei u(t) în cazul (III)

Conform anexei I avem:

$$A_{o\ III} = 0$$

$$A_{1\ III} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left[\pi - \beta - \alpha + \sin(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta)\right] \quad (2.43)$$

$$B_{1\ III} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) \quad (2.44)$$

- pentru armonici pare ($m=2k$, $k=1,2\ldots$)

$$A_{m\ III} = \frac{2}{\pi}\left[\frac{(-1)^k}{2k-1}\cos\frac{2k-1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{2k-1}{2}(\alpha - \beta)\sin\frac{2k\pi}{3} + \right.$$
$$\left. + \frac{(-1)^{k+1}}{2k+1}\cos\frac{2k+1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{2k+1}{2}(\alpha - \beta)\sin\frac{2k\pi}{3}\right] \quad (2.45)$$

$$B_{m\ III} = \frac{2}{\pi}\left[\frac{(-1)^k}{2k-1}\cos\frac{2k-1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{2k-1}{2}(\alpha - \beta)\sin\frac{2k\pi}{3} + \right.$$
$$\left. + \frac{(-1)^{k+1}}{2k+1}\cos\frac{2k+1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{2k+1}{2}(\alpha - \beta)\sin\frac{2k\pi}{3}\right] \quad (2.46)$$

- pentru armonici impare ($m=2k+1$, $k=1,2\ldots$)

BUPT

$$A_{m\ III} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{(-1)^{k+1}}{k}\sin k(\alpha+\beta)\cos k(\alpha-\beta)\sin\frac{(2k+1)\pi}{3} + \right.$$

$$\left. + \frac{(-1)^{k}}{k+1}\sin(k+1)(\alpha+\beta)\cos(k+1)(\alpha-\beta)\sin\frac{(2k+1)\pi}{3}\right] \quad (2.47)$$

$$B_{m\ III} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{(-1)^{k}}{k}\sin k(\alpha+\beta)\sin k(\alpha-\beta)\sin\frac{(2k+1)\pi}{3} + \right.$$

$$\left. + \frac{(-1)^{k+1}}{k+1}\sin(k+1)(\alpha+\beta)\sin(k+1)(\alpha-\beta)\sin\frac{(2k+1)\pi}{3}\right] \quad (2.48)$$

2.6. Exemplu de calcul

Ca explicaţie s-a luat o parte a domeniului de variaţie a unghiului α şi anume intervalul $\left[0;\ \frac{\pi}{3}\right]$. Acelaşi interval de valori s-a luat şi pentru unghiul β.

S-au calculat expresiile analitice ale coeficienţilor termenilor în sinus şi cosinus seriei Fourier a funcţiei u(t) pentru armonici pînă laordinul 5, (armonicile de ordinul 3 şi 6 sînt nule).

Pentru domeniul ales de variaţie al unghiurilor α şi β corespunzător cazurilor (I) şi (II), au rezultat următoarele expresii ale coeficienţilor:

$$A_{1\ I} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\pi}{3} - \beta + \cos(2\alpha-\beta)\sin(\frac{\pi}{3}-\beta)\right]$$

$$A_{1\ II} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{2\pi}{3} - \beta + \cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha-\beta)\sin(\frac{\pi}{3}+\beta)\right] \quad (2.49)$$

$$B_{1\ I} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\sin(2\alpha-\beta)\sin(\frac{\pi}{3}-\beta)$$

$$B_{1\ II} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\sin(\frac{\pi}{3}+2\alpha-\beta)\sin(\frac{\pi}{3}+\beta) \quad (2.50)$$

$$A_{2\ I} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}\left[-\sin(\alpha-\frac{\beta}{2})\cos(\frac{\pi}{6}-\frac{\beta}{2}) - \frac{1}{3}\sin 3(\alpha-\frac{\beta}{2})\sin\frac{3\beta}{2}\right]$$

$$A_{2\ II} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}\left[\sin(\frac{\pi}{3}-\frac{\beta}{2})\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha-\frac{\beta}{2}) - \frac{1}{3}\sin 3(\alpha-\frac{\beta}{2})\sin\frac{3\beta}{2}\right] \quad (2.51)$$

$$B_{2\ I} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos(\alpha-\frac{\beta}{2})\cos(\frac{\pi}{6}-\frac{\beta}{2}) - \frac{1}{3}\cos 3(\alpha-\frac{\beta}{2})\sin\frac{3\beta}{2}\right] \quad (2.53)$$

$$B_{2\ II} = -\frac{\sqrt{3}}{\pi}\left[\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha-\frac{\beta}{2})\sin(\frac{\pi}{3}-\frac{\beta}{2}) + \frac{1}{3}\cos 3(\alpha-\frac{\beta}{2})\sin\frac{3\beta}{2}\right]$$

$$A_{4\,I} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}\left[\frac{1}{3}\sin 3\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin\frac{3\beta}{2} - \frac{1}{5}\sin 5\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{5\beta}{2}\right)\right] \tag{2.53}$$

$$A_{4\,II} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}\left[\frac{1}{3}\sin 3\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin\frac{3\beta}{2} - \frac{1}{5}\cos 5\left(\frac{\pi}{6}-\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{5\beta}{2}\right)\right]$$

$$B_{4\,I} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}\left[\frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{1}{3}\cos 3\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin\frac{3\beta}{2} - \frac{1}{5}\cos 5\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{5\beta}{2}\right)\right]$$

$$B_{4\,II} = -\frac{\sqrt{3}}{\pi}\left[\frac{1}{3}\cos 3\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin\frac{3\beta}{2} + \frac{1}{5}\sin 5\left(\frac{\pi}{6}+\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{5\beta}{2}\right)\right] \tag{2.54}$$

$$A_{5\,I} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2}\cos 2(2\alpha-\beta)\sin 2\left(\frac{\pi}{3}-\beta\right) + \frac{1}{3}\cos 3(2\alpha-\beta)\sin 3\beta\right] \tag{2.55}$$

$$A_{5\,II} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{1}{2}\cos 4\left(\frac{\pi}{6}+\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}-3\beta\right) - \frac{1}{3}\cos 6\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin 3\beta\right]$$

$$B_{5\,I} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{1}{2}\sin 2(2\alpha-\beta)\sin 2\left(\frac{\pi}{3}-\beta\right) - \frac{1}{3}\sin 3(2\alpha-\beta)\sin 3\beta\right] \tag{2.56}$$

$$B_{5\,II} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{1}{2}\sin 4\left(\frac{\pi}{6}+\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\alpha\right) + \frac{1}{3}\sin 6\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\sin 3\beta\right]$$

Valorile coeficienţilor armonici C_n sînt:

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \tag{2.57}$$

iar conţinutul în armonici, caracterizat cantitativ prin coeficientul ε_n este

$$\varepsilon_n = \frac{C_n}{C_1} \tag{2.58}$$

Rezultatele obţinute pentru o serie de valori ale lui α şi β sînt prezentate în tabelul 2.1.

2.7. Concluzii

Importanţa analizei armonice a formei de undă a tensiunii rotorice reiesă în special în concluziile ce se pot trage privind conţinutul de armonici de tensiune pe fazele înfăşurării rotorice, ale modulului, în care valorile armonicilor sînt dependente de unghiurile de comandă ale tiristoarelor punţii.

Metoda utilizată este mai laborioasă decît o analiză cu ordinator electronic, dar are o serie de avantaje:

- duce la obţinerea unor expresii analitice pentru coeficienţii termenilor în sinus, în cosinus şi pentru modulul

Tabelul 2.1

		C_1	C_2	K_2	C_4	K_4	C_5	K_5
0	0	1,05482	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23873	0,125
	10	1,04362	0,08323	0,080	0,08071	0,077	0,22436	0,215
	20	1,01068	0,16582	0,163	0,14631	0,144	0,18287	0,180
	30	0,95803	0,23881	0,250	0,18448	0,193	0,11936	0,125
	40	0,88919	0,32661	0,367	0,18809	0,211	0,04146	0,047
	50	0,80952	0,40357	0,500	0,15644	0,193	0,04146	0,051
	60	0,72675	0,47747	0,660	0,09550	0,131	0,11936	0,164
10	0	0,97662	0,08666	0,089	0,01638	0,017	0,28767	0,294
	10	0,97662	0,08666	0,089	0,01631	0,017	0,28767	0,294
	20	0,95669	0,16785	0,175	0,05314	0,055	0,20047	0,209
	30	0,91807	0,25741	0,280	0,11960	0,130	0,12406	0,135
	40	0,86331	0,34215	0,396	0,17553	0,203	0,11289	0,131
	50	0,79647	0,41789	0,525	0,19069	0,239	0,04877	0,061
	60	0,72350	0,48357	0,668	0,15539	0,215	0,08471	0,117
20	0	0,88844	0,17632	0,198	0,03149	0,035	0,26378	0,297
	10	0,89705	0,1325	0,148	0,01554	0,017	0,33468	0,373
	20	0,88844	0,17632	0,198	0,03149	0,035	0,26378	0,297
	30	0,86315	0,26266	0,304	0,08051	0,093	0,12179	0,141
	40	0,82288	0,35211	0,423	0,13906	0,169	0,12086	0,147
	50	0,77065	0,43414	0,563	0,18121	0,235	0,12492	0,162
	60	0,71084	0,49627	0,698	0,19255	0,271	0,03879	0,055
30	0	0,79411	0,26337	0,332	0,11995	0,151	0,17942	0,226
	10	0,80783	0,19569	0,242	0,04588	0,057	0,31115	0,305
	20	0,80783	0,19569	0,242	0,04588	0,057	0,31115	0,385
	30	0,79411	0,26337	0,332	0,11995	0,151	0,17942	0,226
	40	0,76764	0,35272	0,460	0,15569	0,203	0,07410	0,096
	50	0,73046	0,43743	0,600	0,16287	0,223	0,13310	0,182
	60	0,68574	0,50657	0,739	0,18193	0,265	0,09189	0,134
40	0	0,69849	0,34247	0,490	0,20766	0,297	0,07371	0,105
	10	0,71296	0,26130	0,366	0,13391	0,188	0,14344	0,201
	20	0,71792	0,22464	0,313	0,00722	0,030	0,20345	0,283
	30	0,71296	0,26130	0,366	0,13391	0,188	0,20380	0,286
	40	0,69849	0,34247	0,490	0,20766	0,297	0,14411	0,206
	50	0,67572	0,43069	0,637	0,19756	0,292	0,10480	0,155
	60	0,64670	0,50688	0,784	0,15706	0,243	0,10832	0,168

		C_1	C_2	K_2	C_4	K_4	C_5	K_5
50	0	0,60740	0,40898	0,673	0,25345	0,417	0,07514	0,124
	10	0,61744	0,32177	0,521	0,22209	0,360	0,14303	0,232
	20	0,62272	0,25874	0,415	0,08828	0,142	0,20357	0,327
	30	0,62272	0,25874	0,415	0,08938	0,143	0,20357	0,327
	40	0,61744	0,32177	0,521	0,22209	0,360	0,14303	0,232
	50	0,60740	0,40898	0,673	0,25345	0,417	0,07514	0,124
	60	0,59360	0,49201	0,829	0,16498	0,312	0,06676	0,116
60	0	0,52741	0,45944	0,871	0,23891	0,453	0,11937	0,226
	10	0,52741	0,37211	0,705	0,26820	0,508	0,11937	0,226
	20	0,52741	0,29269	0,555	0,17651	0,335	0,11937	0,226
	30	0,52741	0,25764	0,488	0,02198	0,042	0,11937	0,226
	40	0,52741	0,29269	0,555	0,17651	0,335	0,11937	0,226
	50	0,52741	0,37211	0,705	0,26820	0,508	0,11937	0,226
	60	0,52741	0,45944	0,871	0,23891	0,453	0,11937	0,226
70	0	0,45003	0,40898	0,909	0,25345	0,563	0,16898	0,375
	10	0,45003	0,40898	0,909	0,25345	0,563	0,16898	0,375
	20	0,43939	0,32177	0,732	0,22209	0,505	0,09594	0,218
	30	0,43223	0,25874	0,597	0,08938	0,207	0,03594	0,083
	40	0,43223	0,25874	0,597	0,08938	0,207	0,03594	0,083
	50	0,43939	0,32177	0,732	0,22209	0,505	0,09594	0,218
	60	0,45003	0,40898	0,909	0,25345	0,563	0,16898	0,375

armonicilor în funcţie de α şi β, permiţînd un studiu amănunţit a acestor funcţii;

- calculul pe baza acestor relaţii obţinute duce la rezultate exacte neintervenind aproximări.

- în cazul în care acest lucru se impune, cu relaţiile obţinute se pot calcula intervalele de variaţie ale unghiurilor de comandă ale tiristoarelor în care conţinutul în armonici superioare este redus sau chiar în care se pot elimina anumite armonici.

Abordarea analizei armonice în această manieră a permis delimitarea exactă a domeniilor de variaţie a unghiurilor α şi β pentru care sînt valabile anumite relaţii de calcul ale coeficienţilor armonici, în acest sens se menţionează delimitarea cazurilor (I) şi (II) în premieră.

Corectitudinea analizei făcute este certificată de faptul că în punctele comune de limită între domenii relațiile de calcul pentru cazul (I) și (II) și respectiv (III) au condus la același rezultat.

CAPITOLUL III

DETERMINAREA EXPRESIILOR ARMONICII FUNDAMENTALE A TENSIUNII ROTORICE IN CONDIŢIILE CONSIDERĂRII COMUTAŢIEI REALE

3.1. Probleme generale

In capitolul precedent pentru simplificarea calculelor s-a considerat aşa numita teorie "ideală" a comutaţiei [62,63] In această teorie s-a presupus că elementele semiconductoare din schemă nu au rezistenţă proprie, că forma şi valoarea curenţilor ce circulă prin mutator sînt determinate de forma şi valoarea ce o au tensiunile de alimentare a mutatorului;alimentarea mutatorului făcîndu-se în general de la un transformator de reţea, caz căruia poate să i se asimileze şi "alimentarea" de la rotorul imobil al motorului asincron în momentul pornirii. In această situaţie teoria ideală a comutaţiei consideră că procesul de comutaţie are loc în salt, într-un timp extrem de scurt, adică practic comutaţia este instantanee. Lucrurile nu pot fi considerate totdeauna ca decurgînd astfel, uneori introducîndu-se erori prea mari.

In cele ce urmează se consideră ca bază pentru calcul teoria convenţională a comutaţiei mutatoarelor.

3.2. Procesul comutaţiei reale la dispozitivele cu semiconductoare

In teoria maşinilor electrice, noţiunea de comutaţie se utilizează pentru a denumi procesul de trecere a unei bobine dintr-o cale de înfăşurare în alta, respectiv de trecere a curentului de la valoarea $+i_a$ la valoarea $-i_a$ [22,64,38] .

In electronica de putere se numeşte comutaţie trecerea curentului din latura de circuit care conţine ventilul semiconductor care a condus pînă în acel moment, în latura de circuit care conţine ventilul semiconductor care intră în stare de conducţie [33,41,62,63] . In intervalul de timp cît durează comutaţia, curentul circulă prin ambele laturi, adică ambele ventile sînt în conducţie.

In stare de conducţie pe ventilele reale există o cădere de tensiune care nu depinde linear de valoarea curentului de sarcină. Aceasta are în general o valoare redusă, la tiristoare fiind de cca.1,3 V. De asemenea în stare blocată prin elementul semiconductor circulă un curent de valoare foarte mică numit curent rezidual.

Trebuie luată în considerație la analiza procesului de comutație și prezența transformatorului de rețea, care are inductivități de dispersie și pierderi pe rezistențele de fază. Pornind de la aceste elemente se poate reprezenta o schemă echivalentă a circuitelor în timpul procesului de comutație (fig.3.1). Cele două laturi ale circuitului din fig.3.1 reprezintă două faze ale unui transformator de rețea înseriate cu ventilele respective între care are loc procesul de comutație. Au fost figurate tensiunile de fază u_1 și u_2, inductivitățile de dispersie L_{k1} și L_{k2} și rezistențele R_{k1} și R_{k2} ale fazelor secundarului transformatorului de rețea precum și tiristoarele T_1 și T_2.

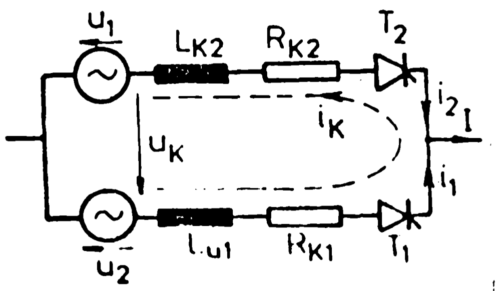


Fig.3.1

Dacă u_k este o tensiune provenită de la rețea atunci comutația este naturală. Condiția necesară pentru a avea comutație naturală este ca valoarea momentană a tensiunii din ramura ventilului care trebuie să preia cuentul să fie mai mare ca valoarea instantanee a tensiunii din ramura ventilului prin care a trecut curent pînă în acel moment.

În momentul cînd această condiție este îndeplinită ($u_2 > u_1$) tiristorul T_2 intră în conducție, fără ca simultan să se anuleze curentul i_1 prin tiristorul T_1. Tensiunea de comutație $u_k=u_2-u_1$, face ca să apară un curent de circulație interioară numit curent de comutație i_k,(fig.3.1), astfel încît pe durata comutației, t_k (fig.3.2) se poate scrie relația

$$i_1 + i_2 = I \qquad (3.1)$$

Efectuînd $\int E\,dl$ pe circuitul de comutație se poate scrie ecuația tensiunilor circuitului:

$$u_k = L_{k2}\frac{di_2}{dt} - L_{k1}\frac{di_1}{dt} + R_{k2}\, i_2 - R_{k1} i_1 \qquad (3.2)$$

Datorită acestui fenomen de suprapunere pe intervalul de timp t_k tensiunea medie redresată este mai mică [62,63].

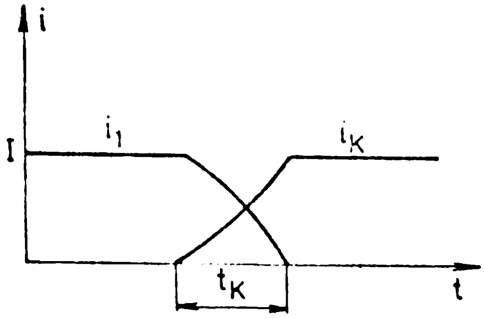


Fig.3.2

Ea are valoarea (fig.3.3)

$$u = \frac{1}{2}(u_1+u_2) \qquad (3.3)$$

Se poate considera în marea majoritate a cazurilor că influența rezistențelor R_k asupra procesului de comutație rămîne în general neînsemnată [33,41,62,63]

In aceste condiții ecuația (3.2) se poate scrie:

$$u_k \approx L_{k2}\frac{di_2}{dt} - L_{k1}\frac{di_1}{dt} \qquad (3.2')$$

Pentru a calcula suprafața corespunzătoare intervalului

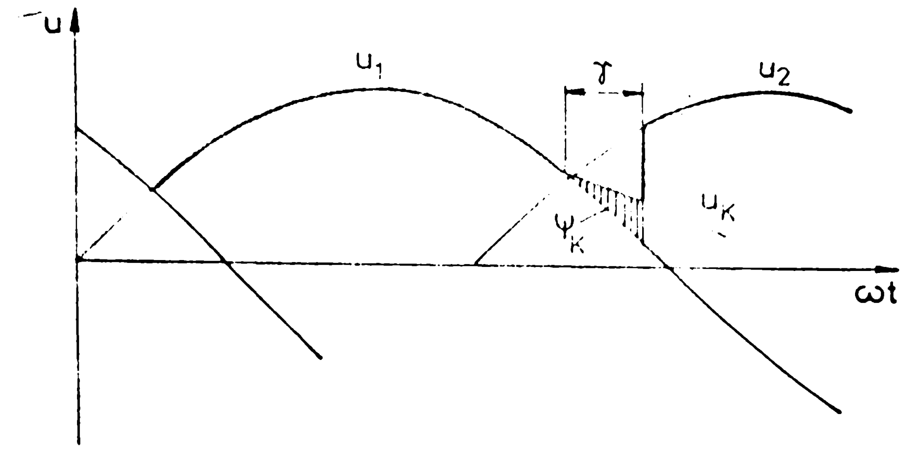


Fig.3.3

de suprapunere anodică, Ψ_k, se definește unghiul de suprapunere anodică $\gamma = \omega . t_k$; Ψ_k se calculează cu relația:

$$\Psi_k = \int_{\alpha}^{\alpha+\gamma} u_k \, d\omega t = u_{sc}\frac{I}{I_n}\, U \qquad (3.4)$$

și rezultă următoarea relație de definire a unghiului γ

$$\cos\alpha - \cos(\alpha+\gamma) = k_{sc} . u_{sc}\frac{I}{I_n} \qquad (3.5)$$

unde:

k_{sc} - este un coeficient care ține cont de tipul redresorului, pentru un redresor trifazat în punte $k_{sc}=1$.

u_{sc} - este tensiunea nominală de scurtcircuit exprimată în procente.

I și I_n sînt curentul de sarcină, respectiv curentul nominal de sarcină.

In cazul particular al redresorului necomandat relația (3.5) devine:

$$1 - \cos \gamma_0 = \varepsilon_{sc} \cdot u_{sc} \frac{I}{I_{sc}} \qquad (3.5')$$

Cu ajutorul relației (3.5) se poate exprima γ, sub forma $\gamma = f(\alpha, k)$ unde prin k s-a notat termenul drept al relației (3.5) care pentru un anumit redresor și un anumit transformator depinde doar de curentul de sarcină și prin urmare (3.5) devine:

$$\cos \alpha - \cos(\alpha + \beta) = k$$

Se face schimbarea de variabilă:

$$\sin \gamma = \frac{2t}{1+t^2}$$
$$\cos \gamma = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad (3.6)$$

unde:

$$t = tg \frac{\gamma}{2}$$

Inlocuind în (3.5) și efectuînd adunarea termenilor se obține în final:

$$t^2(2 \cos \alpha - k) + 2t \sin \alpha - k = 0 \qquad (3.7)$$

cu soluția:

$$t_{1,2} = \frac{-\sin \alpha \pm \sqrt{\sin^2 + 2k \cos \alpha - k^2}}{2 \cos \alpha - k} \qquad (3.8)$$

Din condiția evidentă ca la k=0, γ= 0 rezultă că în fața radicalului se păstrează doar semnul "+"

In mod similar din (3.5') sau prin particularizarea relației (3.8) rezultă:

$$\gamma_0 = \text{arc} \cos (1 - k) \qquad (3.9)$$

Pentru calculele următoare prezintă un deosebit interes cunoașterea valorilor pe care le obțin unghiurile γ și γ_0 pentru diferite valori ale unghiului α și ale curentului de sarcină I.

Pentru determinarea valorilor unghiurilor γ și γ_0 s-au stabilit domeniile de variație ale lui α și k, cele mai largi practic posibile.

Intrucît s-a considerat

$$k = k_{sc}u_{sc}\ \frac{I}{I_n}$$

s-a căutat să se determine limitele între care variază k. In mod cert limita inferioară este 0 cînd I=0 şi în această situaţie fenomenul de suprapunere nu se manifestă (γ, γ_o=0).

Limita superioară a valorilor lui k se poate considera cînd $I=I_{sc\ n}$, în cazul considerat acesta fiind curentul de pornire în sarcină nominală la conectarea directă la reţea I_{pn}.

Cum termenul $u_{scn} \cdot I_{scn}/I_n$ [22,38,64] are valoarea 1 şi întrucît k_{sc} pentru redresoare semicomandate în punte trifazică este egal cu 1, valoarea maximă a lui k este 1.

In cele afirmate pînă aici s-a considerat că la funcţionarea mutatorului cu comutaţie naturală, în afara intervalului de comutaţie pe fiecare din cele două subansamble ale punţii (comandat şi necomandat) conduce un singur ventil, iar în timpul procesului de comutaţie intră în conducţie şi al doilea ventil.

Această situaţie este valabilă atunci cînd curenţii de sarcină au valori pînă la ordinul de mărime al curentului nominal. In cazul în care curenţii de sarcină trec mult de această valoare tinzînd către regimul de scurtcircuit unghiul de suprapunere creşte mult, apărînd aşa numita comutaţie multiplă [62,63] la care iau parte mai mult de două ventile. In general însă, comutaţia multiplă nu apare decît la curenţi foarte mari sau la mutatoare cu număr mare de pulsuri ($p \geqslant 12$) iar în cazul concret tratat în lucrare se propune, prin însăşi metoda de pornire folosită, limitarea curentului la valori maxime de cca (2 - 3)I_n, pentru care de fapt se elaborează metoda.

Conform [22,38,64] valorile uzuale ale tensiunii nominale de scurtcircuit alemaşinilor electrice asincrone trifazate sînt de cca 15-20 %. In conformitate cu cele afirmate mai sus, valorile maxime pe care lepoate lua constanta k sînt de (0,5-0,6).

In ceea ce priveşte valoarea maximă pe care o poate lua unghiul de comandă α se consideră [33,41,62,63] că limita de 180^o este pur teoretică şi poate fi atinsă doar la comutaţia ideală.

Luînd în considerare atît durata comutației naturale cît și timpul de blocare și de revenire al tiristoarelor se poate lua ca valoare maximă pentru α unghiul de 150^{o}.

Folosind relația (3.8') s-au calculat valorile unghiului de comutație γ în funcție de α și k.

Calculul a fost făcut cu programul ALF elaborat și rulat pe un ordinator FELIX C-256.

Rezultatele calculului sînt prezentate în tabelul 3.1.

Valorile unghiului γ_0, unghiul de comutație al diodelor din partea necomandată a redresorului sînt obținute pentru $\alpha = 0$.

Din studierea rezultatelor calculului făcut rezultă o serie de concluzii:

1. Valorile lui γ_0 sînt sensibil mai mari decît valorile lui γ.

2. Valorile unghiului sînt mai mici și practic au o variație redusă în domeniul uzual de variație al unghiului de comandă (30^{o} - 120^{o}).

3. Valorile unghiului γ pentru aceeași valoare a lui cresc cu creșterea valorii lui k.

4. In orice caz, valorile lui γ și γ_0 nu pot fi neglijate și în consecință în paragraful următor se vor recalcula valorile componentei armonice principale din dezvoltarea în serie Fourier a tensiunii u_R, cu considerarea comutației reale.

3.3. Stabilirea formei și a intervalelor de variație a tensiunii u_R, la un redresor trifazat semicomandat în cazul considerării comutației reale.

Se consideră faza R a înfășurării rotorice a unui motor asincron cu inele, în cazul în care la bornele înfășurării rotorice este conectat un redresor trifazat în punte semicomandată (RTPS). Admitem cazul comutației naturale, fără stingere forțată din următoarele considerente: pentru scopul urmărit, asigurarea unei metode de pornire pentru motoare asincrone cu inele, nu se justifică complicarea schemei de comandă, prevăzîndu-se stingerea forțată a tiristoarelor care s-ar justifica dacă se urmărește îmbunătățirea factorului de putere al ansamblului mașină-redresor, ori pe durata relativ scurtă a pornirii acest lu-

Tabelul 3.1 $\gamma = f(\alpha, k)$

	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
0	25,89	36,89	45,57	53,13	60,00	66,45	72,54
5	21,33	32,23	40,88	48,40	55,25	61,66	67,78
10	17,77	28,30	36,73	44,21	51,00	57,37	63,45
15	15,01	25,01	33,25	40,53	47,23	53,53	59,58
20	12,91	22,29	30,23	37,34	43,91	50,14	56,13
25	11,26	20,06	27,66	34,58	41,03	47,2	53,09
30	18,24	25,53	32,23	38,53	44,57	50,44	56,21
35	9,01	16,75	23,72	30,22	36,39	42,34	48,16
40	8,24	15,52	22,22	28,53	34,57	40,44	46,21
45	7,62	14,53	20,98	27,11	33,04	38,85	44,59
50	7,12	13,72	19,95	25,95	31,79	37,57	43,26
55	6,73	13,06	19,12	25,00	30,78	36,51	41,69
60	6,42	12,54	18,46	24,26	30,00	35,74	41,53
65	6,18	12,14	17,96	23,7	29,44	35,21	41,10
70	5,99	11,83	17,59	23,32	29,09	34,95	40,98
75	5,86	11,63	17,36	23,12	28,96	34,95	41,16
80	5,78	11,51	17,26	23,08	29,05	35,23	44,62
85	5,74	11,46	17,29	23,23	29,38	35,85	45,79
90	5,74	11,54	17,46	23,57	30,00	36,87	44,43
95	5,79	11,69	17,78	24,15	30,96	38,4	46,92
100	5,88	11,94	18,27	25,00	32,35	40,68	50,88
105	6,03	12,31	18,97	26,2	34,36	44,18	58,5
110	6,23	12,82	19,94	27,9	37,35	50,4	61,4
115	6,51	13,51	21,27	30,35	42,31	56,63	67,5
120	6,87	14,43	23,13	34,16	60,00	62,4	69,7

cru nu are o importanţă prea mare.

Principalele elemente care definesc funcţionarea RTPS (fig.3.4) sînt cele care urmează:

Redresorul trifazat în punte semicomandată este realizat prin conectarea în serie a două mutatoare cu trei pulsuri:unul comandat, realizat cu tiristoarele T_R, T_S, T_T şi unul necomandat cu diodele D_R,D_S, D_T.

Prin conectarea în serie a mai multor mutatoare se urmăreşte şi reducerea puterii reactive de comandă. De asemenea întrucît în timpul funcţionării schemei nu se urmăreşte trecerea mutatorului în regim de invertor, este justificată folosirea RTPS în locul variantei complet comandate.

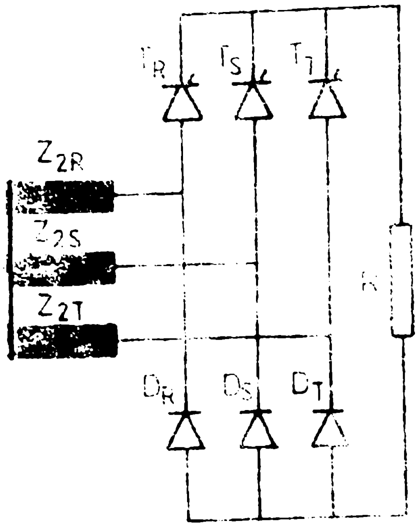


Fig. 3.4

Pentru urmărirea funcționării schemei, se consideră momentul cînd la un unghi de comandă α intră în conducție tiristorul T_R. Pînă în acel moment dioda D_T și tiristorul T_T au lucrat ca o diodă de nul. In acest moment diodei D_T i se aplică tensiunea cea mai negativă, ea lucrînd în continuare ca diodă redresoare și conduce curent împreună cu tiristorul T_R pînă ce diferența de potențial între fazele R și T se anulează. In acest moment datorită tensiunii induse corespunzătoare inductanțelor din circuit se va deschide dioda D_R care va conduce ca diodă de nul împreună cu tiristorul T_R pînă ce se comandă tiristorul T_S.

Tensiunea redresată este diferită de zero în afara intervalelor în care tiristorul și dioda de pe aceeași ramură a punții conduc ca o diodă de nul și este dată de diferența dintre tensiunile de pe fazele care au elemente în stare de conducție.

La un unghi de comandă = 0 forma de undă a tensiunii redresate corespunde celei de la un redresor hexafazat cu diode, iar pe măsură ce unghiul de comandă crește ea devine tot mai asimetrică.

Dacă se neglijează diferența dintre unghiurile de comutație la tiristoare și diode se poate considera că semiconductoarele din RTPS conduc curent în intervale de timp egale, deci sînt solicitate în mod egal.

In general redresoarele se concep cu comutație naturală, datorită sistemului de comandă utilizat și anume prin întîrzierea la aprindere a tiristoarelor cu unghiul α, are loc o decalare a fundamentalei curentului din rețea față de tensiune ceea ce face ca mutatorul să preia din rețea putere reactiv-inductivă. El se comportă ca o sarcină complexă formată dintr-o rezistență și o inductivitate. Aceasta conduce la o înrăutățire a factorului de putere al ansamblului mașină-electrică-mutator și implicit al întregii rețele. O soluție pentru eliminarea acestui neajuns o reprezintă utilizarea comutației forțate mai precis a stingerii forțate care la o alegere potrivită a lui β (notația din cap.II pentru unghiul de stingere forțată) conduce la eliminarea defazajului între curentul și tensiunea pe o fază.

In cazul analizat în lucrare, la pornirea motorului asincron cu inele, mutatorul este în funcțiune numai în perioadele de pornire care chiar și în cazul unor utilaje cu conectări dese reprezintă doar cîteva procente din timpul total de funcționare. In aceste condiții nu prezintă interes eventuala înrăutățire a factorului de putere al rețelei pe timpul procesului de pornire ; contează momentul de pornire și curentul de pornire, mai precis menținerea lor în limite care să permite o pornire corespunzătoare.

Pentru studiul procesului de comutație la RAPS se împarte domeniul de variație al unghiului de comandă α în mai multe intervale, pe care desfășurarea procesului de comutație se poate considera aceeași.

Domeniul de variație al unghiului de comandă α este cuprins între limitele 0 și $\pi - \gamma$ [62,63] și se divide în două intervale.

A) $0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{3}$

B) $0 \leqslant \alpha \leqslant \pi - \gamma$

Pentru intervalul A există două cazuri:

I) In care comutația tiristoarelor și respectiv a diodelor se face distinct în timp și corespunde condiției:

$$\alpha + \gamma \leqslant \frac{\pi}{3}$$

II) In care comutația diodelor este întîrziată de faptul că nu s-a terminat comutația tiristoarelor în momentul în care, în mod natural ar trebui să înceapă comutația diodelor și care corespunde condiției:

$$\alpha + \gamma \geqslant \frac{\pi}{3}$$

Pentru intervalul B există de asemenea două cazuri:

III) In care se suprapune un timp anume, comutația tiristoarelor cu comutația diodelor; acest proces de suprapunere este în general greu de definit în sensul de a stabili care ventile intră mai întîi în comutație [62,63] și de aceea s-a considerat o situaţie în care intră mai întîi în comutaţie diodele care au un timp de comutaţie mai lung, apoi tiristoarele comută suprapus cu diodele şi întrucît ele au un timp de comutaţie mai mic ca al diodelor termină primele comutaţie ; pentru acest caz este valabilă condiţia:

$$\frac{\pi}{3} \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{3} + \gamma_0 - \gamma$$

IV) In care din nou cele două perechi de ventile:tiristoare şi respectiv diode comută separat şi pentru care este valabilă condiţia:

$$\frac{\pi}{3} + \gamma_0 - \gamma \leqslant \alpha \leqslant \pi - \gamma$$

In situaţia analizată în lucrare se poate considera că ventilele RTPS sînt pe post de întrerupătoare care închid pe rînd circuite formate din 2 faze ale înfăşurării rotorice a maşinii asincrone, rezistenţa R şi ramurile ale redresorului.

Analizînd intervalul de timp pe parcursul unei perioade în care circulă curent prin faza R a înfăşurării rotorice, după modul în care sînt în conducţie ventilele redresorului pot apare trei situaţii distincte:

i) conduc două tiristoare în comutaţie şi o diodă;

ii) conduc un tiristor şi o diodă ;

iii) conduc un tiristor şi două diode în comutaţie ;

cu observaţia că unul din ventile este neapărat de pe faza R a RTPS.

Se aplică metoda teoremelor lui Kirchhoff în fiecare din aceste situaţii şi rezultă în final ecuaţia tensiunilor pentru un circuit ce cuprinde faza R a înfăşurării rotorice, rezistenţa R conectată la ieşirea RTPS, una din fazele S sau T ale înfăşurării rotorice şi ventilele în conducţie, adică circuitul prin care se închide curentul i_R.

Se prezintă în continuare deducerea ecuaţiilor tensiunilor pentru cele trei situaţii definite mai sus, luînd în considerare exemple concrete.

Pentru situaţia (i) se ia ca exemplu circuitul din fig. 3.5 în care comută tiristoarele de pe fazele R şi T şi se află în conducţie dioda de pe faza S.

In fig.3.5 s-au făcut următoarele notaţii:

$u_{eR,S,T}$ - tensiunile electromotoare induse în fazele înfăşurării rotorice ;

R_2 - rezistenţa de fază a înfăşurării rotorice ;

$L_{2\sigma}$ - inductivitatea de dispersie a unei faze a înfășurării rotorice ;

R_1 - rezistența internă a tiristorului ;

R_D - rezistența externă a unei diode.

In cazul reprezentat în fig.3.5 se consideră că tiristo-

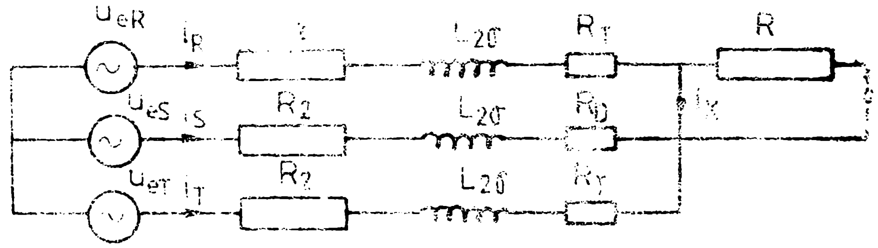


Fig.3.5

rul T_1 iese din conducție și comută cu tiristorul T_R care intră în conducție, deci la t=0, $i_T = i$ și $i_R=0$, iar la $t=t_k$ (timpul de comutație $t_k = \gamma/\omega$) $i_T=0$ și $i_R=i$ unde:

i - curentul de sarcină prin rezistența R

i_k - curentul de comutație

Se consideră un timp intermediar S $0<t<t_k$.

Conform primei teoreme a lui Kirchoff

$i_R = i + i_k$

sau (3.10)

$i_R + i_S + i_T = 0$

unde $i_S = -i$

$i_1 = -i_k$ (3.10')

Cu teorema II-a a lui Kirchoff se scriu ecuațiile:

$$u_{eR}-u_{eS}=i_R(R_2+R_1)+L_{2\sigma}\frac{di_R}{dt} -i_s(R_2+R_D)-L_{2\sigma}\frac{di_S}{dt} + i\,R \qquad (3.11)$$

$$u_{eR}-u_{eT}=i_R(R_2+R_1)+L_{2\sigma}\frac{di_R}{dt} -i_1(R_2+R_1)-L_{2\sigma}\frac{di_1}{dt} \qquad (3.12)$$

Inlocuind pe (3.10) și (3.10') în (3.11) și (3.12) rezultă:

$$u_{eR}-u_{eS}=2i\left(R_2+\frac{R_1+R_D}{2}\right)+2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} +i_k(R_2+R_1)+L_{2\sigma}\frac{di_k}{dt} +i.R \qquad (3.11')$$

$$u_{eR}-u_{eT}=i(R_2+R_1)+L_{2\sigma}\frac{di}{dt}+2i.k(R_2+R_1)+2L_{2\sigma}\frac{di_k}{dt} \qquad (3.12')$$

Din (3.12') rezultă

$$i_K(R_2+R_D)+L_{2\sigma}\frac{di_K}{dt} = \frac{1}{2}(u_{eR}-u_{eT}) - \frac{1}{2}\left[i(R_2+R_T)+L_{2\sigma}\frac{di}{dt}\right] \quad (3.12")$$

Inlocuind în (3.11') pe (3.12") rezultă ecuaţia tensiunilor pentru circuitul în care se închide curentul fazei R;

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}=i\left(\frac{3}{2}R_2+R_T+\frac{R_D}{2}+R\right)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \quad (3.13)$$

Pentru situaţia (ii) se ia în considerare circuitul din fig. 3.6 în care se află în conducţie tiristorul T_R şi dioda D_S.

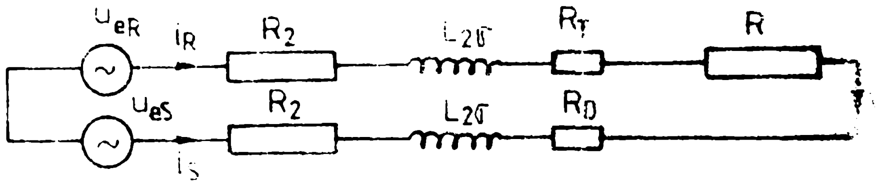


Fig.3.6

Se păstrează aceleaşi notaţii ca în figura 3.5. Se scriu relaţiile:

$$i_R = i$$
$$i_S = -i \quad (3.14)$$

$$u_{eR}-u_{eS}=i_R(R_2+R_T)+L_{2\sigma}\frac{di_R}{dt} - i_S(R_2+R_D)-L_{2\sigma}\frac{di_S}{dt}+i\cdot R \quad (3.15)$$

Inlocuind pe (3.14) în (3.15) rezultă:

$$u_{eR}-u_{eS} = i(2R_2 + R_T + R_D + R) + 2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \quad (3.16)$$

Pentru situaţia (iii) se ia în considerare circuitul din fig.3.7, în care dioda D_S iese din conducţie şi comută cu dioda D_T care intră în conducţie, deci la t=0, $i_S=-i$ şi $i_T=0$, iar la $t'=t_k'$ ($t_k' = \gamma_0/\omega$) $i_S=0$ şi $i_T = -i$.

Se consideră un timp intermediar $0 < t' < t_k'$

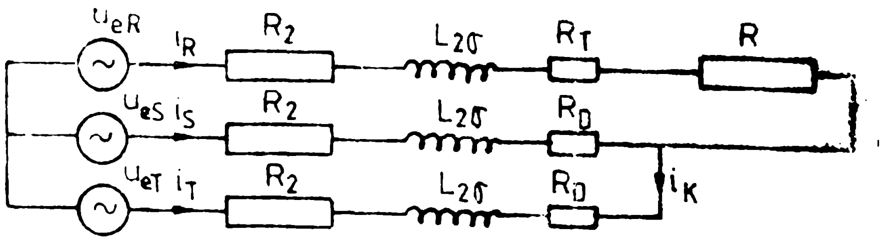


Fig.3.7

Conform primei teoreme a lui Kirchoff

$$i_R + i_S + i_T = 0 \quad (3.17)$$

unde:

$$i_R = i$$
$$i_S = i_k - i \quad (3.17')$$
$$i_T = -i_k$$

Cu teorema II-a a lui Kirchoff se scriu relaţiile:

$$u_{eR}-u_{eS}=i_R(R_2+R_T)+L_{2\sigma}\frac{di_R}{dt}-i_S(R_2+R_D)-L_{2\sigma}\frac{di_S}{dt}+R\,i \qquad (3.18)$$

$$u_{eS}-u_{eT}=i_S(R_2+R_D)+L_{2\sigma}\frac{di_S}{dt}-i_T(R_2+R_D)-L_{2\sigma}\frac{di_T}{dt} \qquad (3.19)$$

Inlocuind pe (3.17') în (3.18) şi (3.19) rezultă:

$$u_{eR}-u_{eS} = i(2R_2+R_T+R_D+R)+2L_{2\sigma}\frac{di}{dt}-i_k(R_2+R_D)-L_{2\sigma}\frac{di_k}{dt} \qquad (3.18')$$

$$u_{eS}-u_{eT}=-i(R_2+R_D)-L_{2\sigma}\frac{di}{dt}-2\,i_k(R_2+R_D)-2L_{2\sigma}\frac{di_k}{dt} \qquad (3.19')$$

Din (3.19') rezultă:

$$-i_k(R_2+R_D)-L_{2\sigma}\frac{di_k}{dt} = \frac{1}{2}(u_{eS}-u_{eT})-\frac{1}{2}\left[i(R_2+R_D)+L_{2\sigma}\frac{di}{dt}\right] \qquad (3.19'')$$

Inlocuind pe (3.19") în (3.18') rezultă:

$$u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=i\left(\frac{3}{2}R_2+R_T+\frac{R_D}{2}+R\right)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.20)$$

Relaţiile (3.13), (3.16) şi (3.20) sînt forme tipice ale ecuaţiei tensiunilor pentru circuitul în care circulă curentul pe fază R, acoperind toate situaţiile posibile, bineînţeles cu notaţia corespunzătoare a indicilor mărimilor ce intervin.

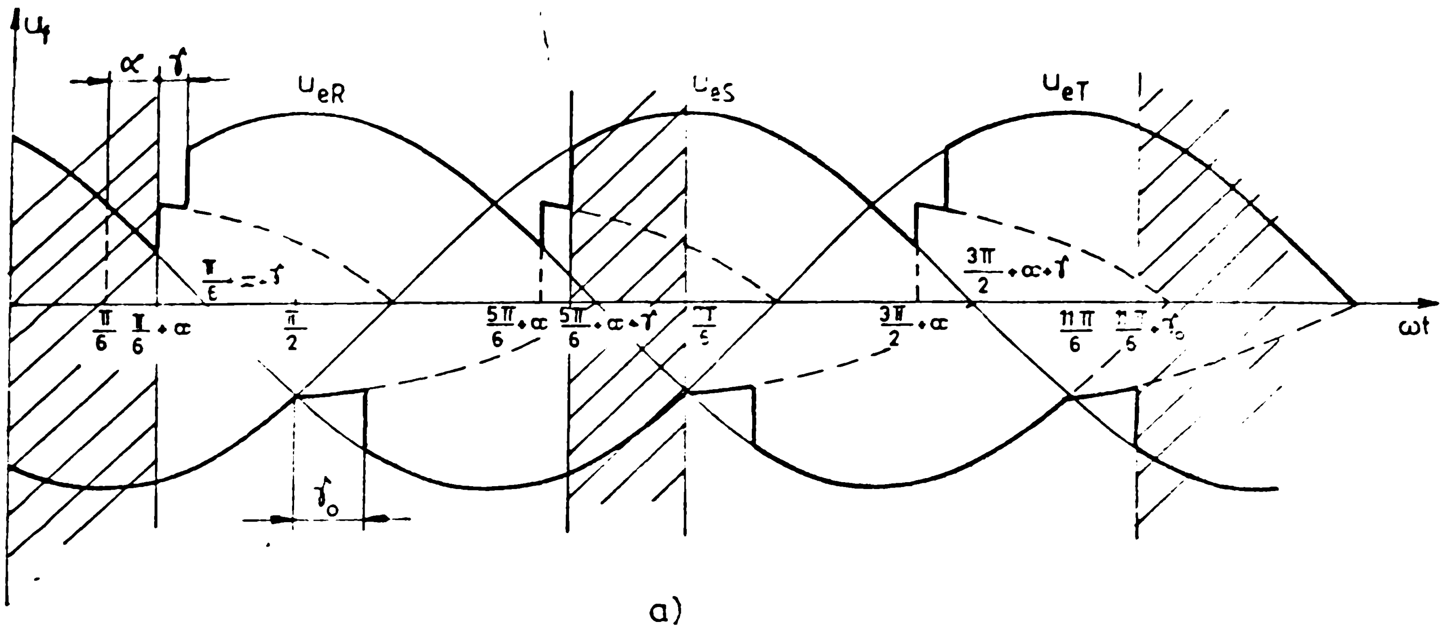
Membrul stîng al ecuaţiei cuprinde o expresie care se consideră a fi tensiunea de alimentare a acestui circuit, notată în continuare cu u(t), o tensiune alternativă nesinusoidală care pe o perioadă se compune din arce de sinusoidă sau are valoarea nulă.

In continuare aplicînd relaţiile susmenţionate se va defini funcţia u(t) pentru fiecare din cazurile (I-IV).

In cazul I (fig.3.8) ventilele ambelor părţi comută fără influenţare reciprocă. Se observă că,de exemplu, tiristorul T_1 nu iese din conducţie la momentul cînd $\omega t=\frac{\pi}{6}+\alpha$ şi conduce împreună cu tiristorul T_R un interval γ, fapt ce se întîmplă şi la comutaţia celorlalte tiristoare. Pe aceste intervale tensiunea de fază este egală cu semisuma tensiunilor de pe fazele celor două tiristoare în comutaţie.

Pe partea necomandată a punţii diodele comută în intervalele de comutaţie γ_0, în care de asemenea tensiunea de fază este egală cu semisuma tensiunilor de pe fazele celor două diode în comutaţie.

Spre exemplificare în fig.3.9 este reprezentată tensiunea



a)

ωt		$\frac{\pi}{6}+\alpha$	$\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}+\gamma_o$	$\frac{5\pi}{6}+\alpha$	$\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}+\gamma_o$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}+\gamma_o$
Ventile în conductie	T	T_T T_R	T_R	T_R	T_R	T_R T_T		T_S	T_S	T_S T_T	T_T	T_T	
	D	D_S	D_S	D_S D_T	D_T	D_T		D_T D_R	D_R	D_R	D_R	D_R D_S	
Obs.		Comutatie tiristoare		Comutatie diode		Comutatie tiristoare		Comutatie diode		Comutatie tiristoare		Comutatie diode	

b)

Fig. 3.8

fazei R.

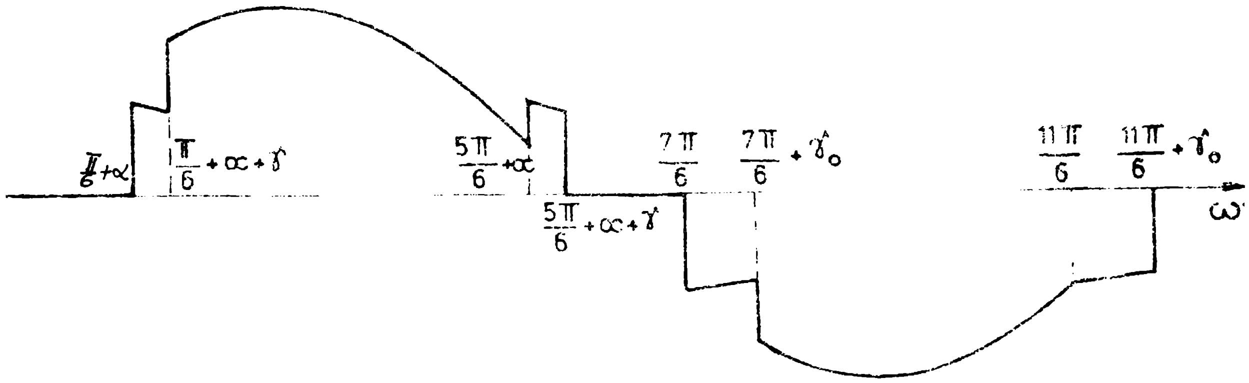


Fig. 3.9

Din figura 3.8 rezultă un număr de 10 intervale pe care funcţia u(t) este nenulă şi pentru care se scriu ecuaţiile următoare:

1) $\frac{\pi}{6}+\alpha \leq \omega t \leq \frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}=i\left(\frac{3}{2}R_2+\frac{R_I}{2}+R_D+R\right)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.21)$$

2) $\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma \leq \omega t \leq \frac{\pi}{2}$

$$u_{eR}-u_{eS}=i(2R_2+R_I+R_D+R)+2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.22)$$

3) $\frac{\pi}{2} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{2}+\gamma_0$

$$u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=i\left(\frac{3}{2}R_2+R_I+\frac{R_D}{2}+R\right)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.23)$$

4) $\frac{\pi}{2}+\gamma_0 \leq \omega t \leq \frac{5\pi}{6}+\alpha$

$$u_{eR}-u_{eT}=i(2R_2+R_I+R_D+R)+2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.24)$$

5) $\frac{5\pi}{6}+\alpha \leq \omega t \leq \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}=i\left(\frac{3}{2}R_2+\frac{R_I}{2}+R_D+R\right)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.25)$$

6) $\frac{7\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{7\pi}{6}+\gamma_0$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}=i\left(\frac{3}{2}R_2+R_I+\frac{R_D}{2}+R\right)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.26)$$

7) $\frac{7\pi}{6}+\gamma_0 \leq \omega t \leq \frac{3\pi}{2}+\alpha$

$$u_{eR}-u_{eS}=i(2R_2+R_1+R_L+R)+2L_2\sigma\frac{di}{dt} \qquad (3.27)$$

8) $\frac{3\pi}{2}+\alpha\leqslant\omega t<\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma$

$$u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=i(\frac{3}{2}R_2+\frac{R_T}{2}+R_L+R)+\frac{3}{2}L_2\sigma\frac{di}{dt} \qquad (3.28)$$

9) $\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma\leqslant\omega t<\frac{11\pi}{6}$

$$u_{eR}-u_{eT}=i(2R_2+R_1+R_L+R)+2L_2\sigma\frac{di}{dt} \qquad (3.29)$$

10) $\frac{11\pi}{6}\leqslant\omega t<\frac{11\pi}{6}+\gamma_0$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}=i(\frac{3}{2}R_2+R_1+\frac{R_D}{2}+R)+\frac{3}{2}L_2\sigma\frac{di}{dt} \qquad (3.30)$$

Funcția u(t) poate fi definită astfel:

Intervalul de variație a lui ωt	Expresia funcție
$0 - \frac{\pi}{6}+\alpha$	$u(t) = 0$
$\frac{\pi}{6}+\alpha \div \frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}$
$\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma \div \frac{\pi}{2}$	$u(t)=u_{eR}-u_{eS}$
$\frac{\pi}{2} \div \frac{\pi}{2}+\gamma_0$	$u(t)=u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})$
$\frac{\pi}{2}+\gamma_0 \div \frac{5\pi}{6}+\alpha$	$u(t)=u_{eR}-u_{eT}$
$\frac{5\pi}{6}+\alpha \div \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}$
$\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma \div \frac{7\pi}{6}$	$u(t) = 0$
$\frac{7\pi}{6} \div \frac{7\pi}{6}+\gamma_0$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}$
$\frac{7\pi}{6}+\gamma_0 \div \frac{3\pi}{2}+\alpha$	$u(t)=u_{eR}-u_{eS}$
$\frac{3\pi}{2}+\alpha \div \frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma$	$u(t)=u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})$
$\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma \div \frac{11\pi}{6}$	$u(t)=u_{eR}-u_{eT}$
$\frac{11\pi}{6} \div \frac{11\pi}{6}+\gamma_0$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}$
$\frac{11\pi}{6}+\gamma_0 \div 2\pi$	$u(t) = 0$

Coeficienții termenilor în sinus, respectiv cosinus ai armonicii fundamentale ai dezvoltării în serie Fourier ai funcției periodice u(t) se calculează cu ajutorul relațiilor (2.29) și (2.30).

Conform anexei 2 rezultă pentru coeficienții susmenționați relațiile:

$$A_{1R\,I}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\ \frac{2\pi}{3}+\sin(\gamma_0+\frac{\pi}{3})\cos\gamma_0+\cos(2\alpha+\gamma)\cos(\gamma-\frac{\pi}{6}) \qquad (3.31)$$

$$B_{1R\,I}=-\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\ \sin(\gamma_0+\frac{\pi}{3})\sin\gamma_0+\sin(2\alpha+\gamma)\cos(\gamma-\frac{\pi}{6}) \qquad (3.32)$$

In cazul II (fig.3.10) diodele nu pot să înceapă procesul de comutație în momentul aprinderii naturale deoarece nu s-a încheiat procesul de comutație la tiristoare. Aceasta înseamnă că este încă în conducție tiristorul de pe aceeași ramură a punții ca și dioda care urma să intre în comutație și deci apare o întîrziere spontană a momentului comutației diodelor. Luînd ca exemplu comutația diodelor de fazele S și T care trebuia să înceapă la momentul corespunzător lui $\omega t=\pi/2$, atunci cînd tensiunea de pa faze S devine mai negativă, decît tensiunea fazei T, se observă (fig.310) că procesul de comutație începe cu întîrziere, doar la $\omega t=\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$, adică atunci cînd s-a încheiat comutația între tiristoarele de pe fazele T și R și deci tiristorul T_1 a ieșit din conducție. Această întîrziere a comutației diodelor apare cînd:

$$\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma>\frac{\pi}{2} \qquad (3.33)$$

deci

$$\alpha+\gamma>\frac{\pi}{3}$$

condiție ce definește cazul II.

In fig.3.11 este reprezentată curba tensiunii de fază u_R în cazul II.

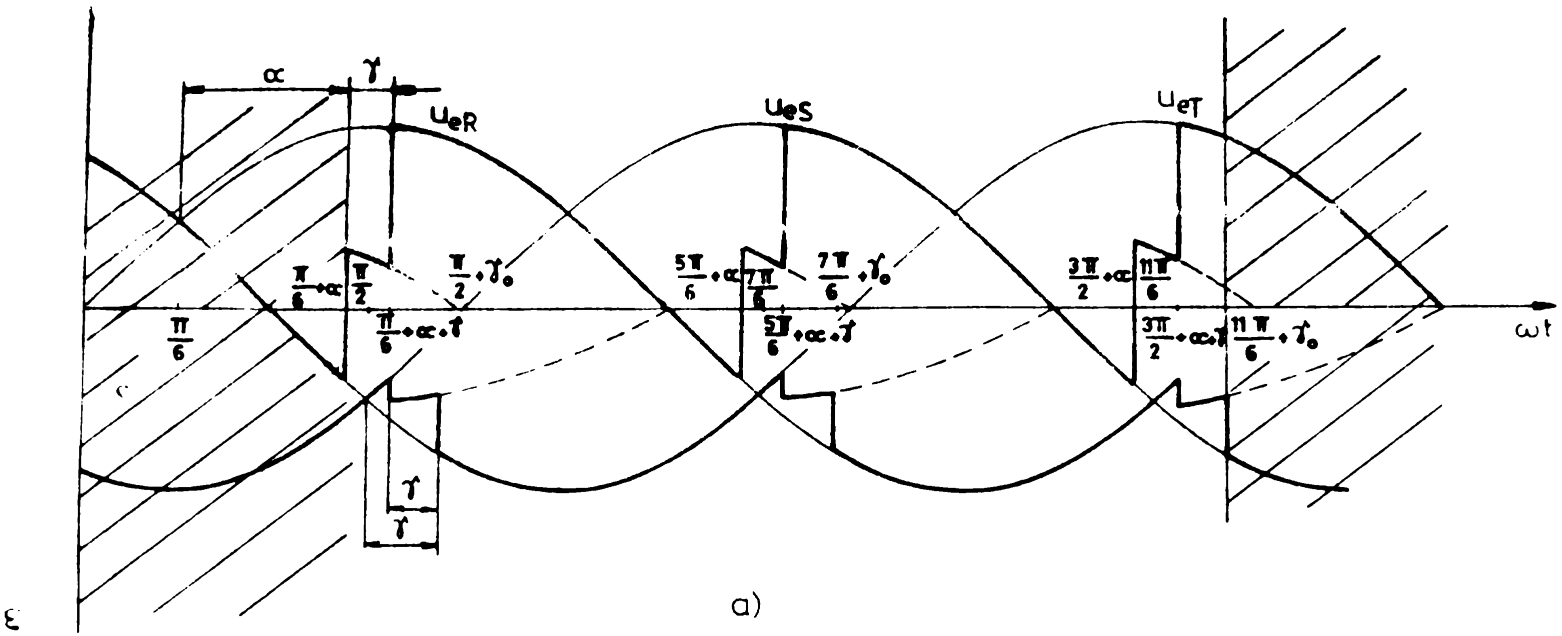
Conform fig.3.10 rezultă un număr de 6 intervale pe care funcția u(t) este nenulă și pentru care se scriu ecuațiile:

1) $\frac{\pi}{6}+\alpha\leqslant\omega t\leqslant\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}=i(\frac{3}{2}R_2+\frac{R_\mu}{2}+R_\mu+R)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.34)$$

2) $\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\leqslant\omega t\leqslant\frac{\pi}{2}+\gamma_0$

$$u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=i(\frac{3}{2}R_2+R_T+\frac{R_\mu}{2}+R)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.35)$$



a)

ωt		$\frac{\pi}{6}+\alpha$	$\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$\frac{\pi}{2}+\gamma_o$	$\frac{5\pi}{6}+\alpha$	$\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$\frac{7\pi}{6}+\gamma_o$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma$	$\frac{11\pi}{6}+\gamma_o$
Ventile în conducție	T	T_T, T_T	T_R		T_R, T_S	T_S		T_S, T_T	T_T	
	D	D_S	D_S, D_T	D_T		D_T, D_R	D_R		D_R, D_S	
Obs		comutație tiristoare	comutație diode		comutație tiristoare	comutație diode		comutație tiristoare	comutație diode	

b)

Fig. 3.10

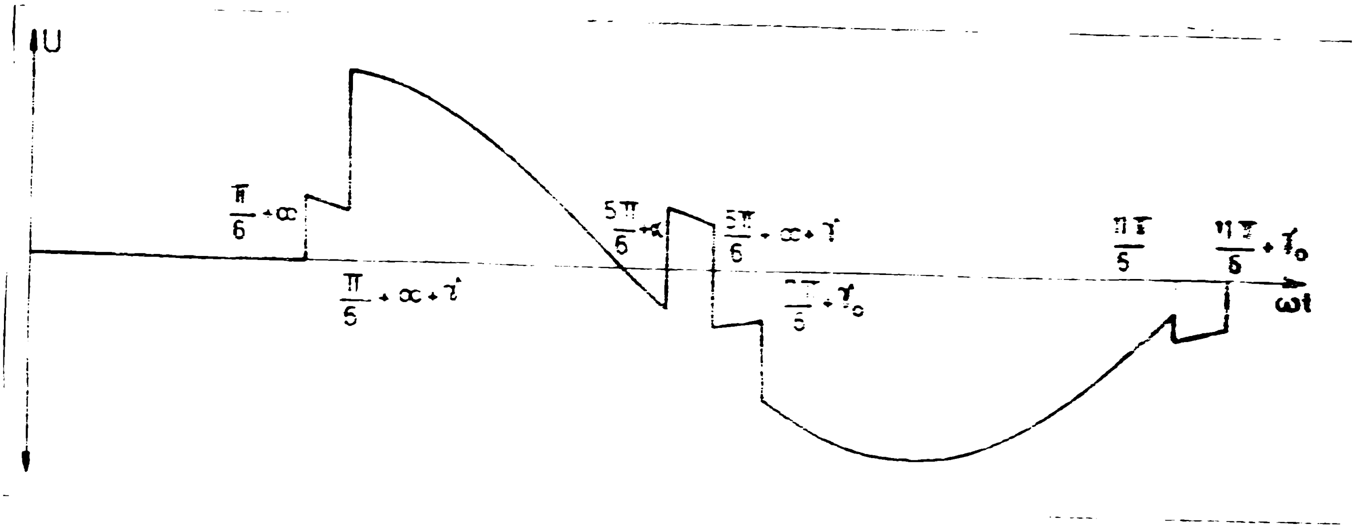


Fig.3.11

3) $\frac{\pi}{2}+\gamma_0 \leqslant \omega t \leqslant \frac{5\pi}{6}+\alpha$

$$u_{eR}-u_{eT}=i(2R_2+R_T+R_D+R) + 2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.36)$$

4) $\frac{5\pi}{6}+\alpha \leqslant \omega t \leqslant \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}=i(\frac{3}{2}R_2+\frac{R_T}{2}+R_D+R)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.37)$$

5) $\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma \leqslant \omega t \leqslant \frac{7\pi}{6}+\gamma_0$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}=i(\frac{3}{2}R_2+\frac{R_T}{2}+R_D+R)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.38)$$

6) $\frac{7\pi}{6}+\gamma_0 \leqslant \omega t \leqslant \frac{3\pi}{2}+\alpha$

$$u_{eR}-u_{eS} = i(2R_2 + R_T+R_D+R)+2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.39)$$

7) $\frac{3\pi}{2}+\alpha \leqslant \omega t \leqslant \frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma$

$$u_{eR} - \frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=i(\frac{3}{2}R_2+\frac{R_T}{2}+R_D+R)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.40)$$

8) $\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma \leqslant \omega t \leqslant \frac{11\pi}{6}+\gamma_0$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}=i(\frac{3}{2}R_2+R_T+\frac{R_T}{2}+R)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.41)$$

Funcția u(t) poate fi definită astfel:

Intervalul de variație a lui ωt	Expresia funcției
$0 \div \frac{\pi}{6}+\alpha$	$u(t) = 0$

$\frac{\pi}{6}+\alpha \div \frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}$
$\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma \div \frac{\pi}{2}+\gamma_0$	$u(t)=u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})$
$\frac{\pi}{2}+\gamma_0 \div \frac{5\pi}{6}+\alpha$	$u(t)=u_{eR}-u_{eT}$
$\frac{5\pi}{6}+\alpha \div \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}$
$\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma \div \frac{7\pi}{6}+\gamma_0$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}$
$\frac{7\pi}{6}+\gamma_0 \div \frac{3\pi}{2}+\alpha$	$u(t)=u_{eR}-u_{eS}$
$\frac{3\pi}{2}+\alpha \div \frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma$	$u(t)=u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})$
$\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma \div \frac{11\pi}{6}+\gamma_0$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}$
$\frac{11\pi}{6}+\gamma_0 \div 2\pi$	$u(t)=0$

Coeficienţii termenilor în sinus, respectiv cosinus ai armonicii fundamentale ai dezvoltării în serie Fourier ak funcţiei periodice u(t) se calculează cu ajutorul relaţiilor (2.29) şi (2.30).

Conform Anexei 2 rezultă pentru coeficienţii susmenţionaţi relaţiile:

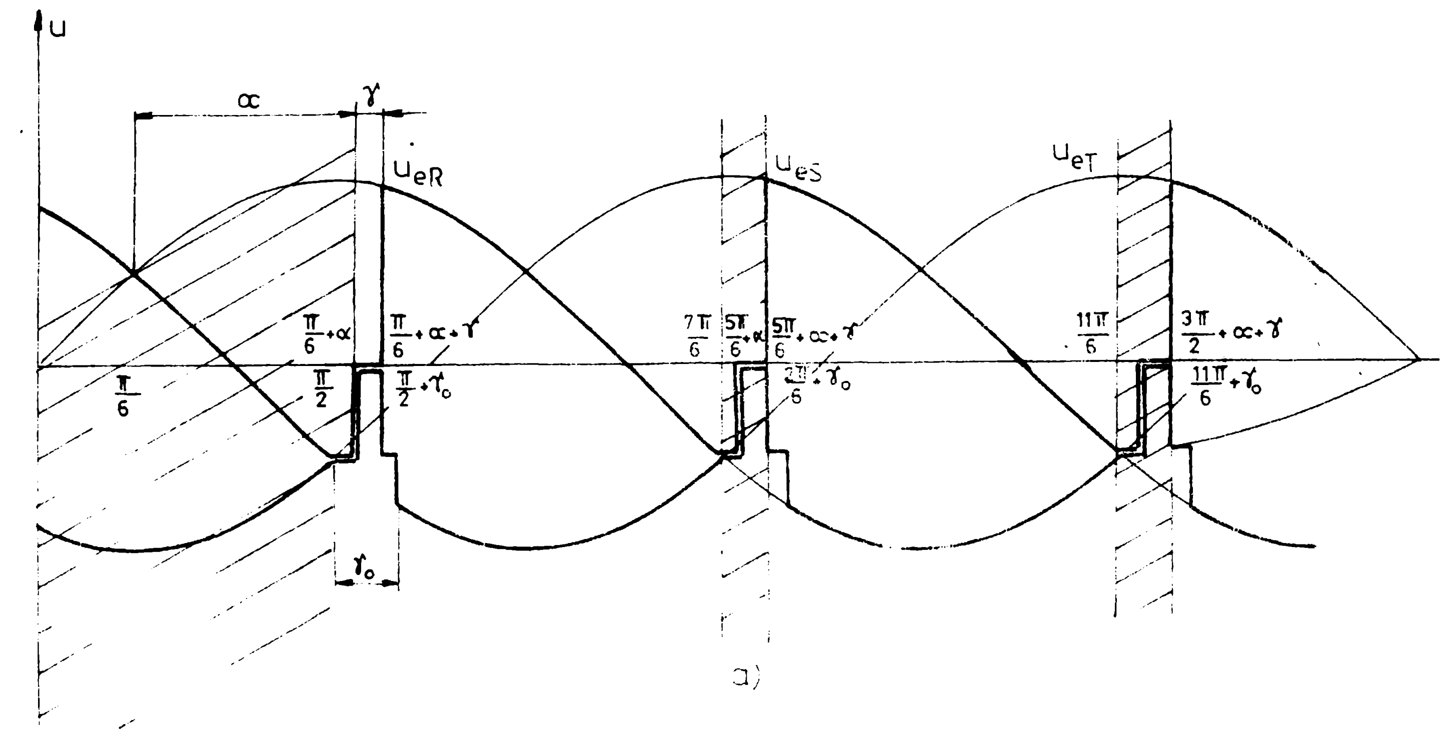
$$A_{1R\ II}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{2\pi}{3}+\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0\right)\cos(\alpha+\gamma-\gamma_0)+\cos\left(\gamma-\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}+2\alpha+\gamma\right)\right] \quad (3.42)$$

$$B_{1R\ II}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0\right)\cos(\alpha+\gamma-\gamma_0)+\cos\left(\gamma-\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}+2\alpha+\gamma\right)\right] \quad (3.43)$$

In cazul III (fig.312), comutaţiile a cîte două perechi de ventile comandabile şi necomandabile se întretaie. In aceste perioade tensiunea continuă la bornele de ieşire ale punţii este nulă.

In funcţie de valoarea unghiului de comandă α, una din perechile de ventile poate încheia comutaţia înaintea celeilalte sau într-un anumit caz ele pot încheia comutaţia simultan [62,63].

In literatura de specialitate [62,63] se afirmă că acest



a)

ωt		$\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$\frac{\pi}{2}+\gamma_o$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$\frac{7\pi}{6}+\gamma_o$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma$	$\frac{11\pi}{6}+\gamma_o$
Ventile în conducție	T	T_R			T_S			T_T	
	D	D_S, D_T	D_T		D_T, D_R	D_R		D_R, D_S	
Obs.		comutație diode			comutație diode			comutație diode	

b)

Fig. 3.12

caz nu are o importanţă deosebită pentru practică, considerarea mai mult sau mai puţin precisă a situaţiei comutaţiei în acest caz avînd influenţe neînsemnate asupra caracteristcilor de comandă. Din punct de vedere teoretic însă se impune o considerare corespunzătoare şi a acestui caz.

Pe baza analizei modului în care are loc comutaţia suprapusă a perechilor de ventile şi a modului cum evoluează procesul de comutaţie atunci cînd unghiul α creşte către limita superioară $(\pi-\gamma)$ se propune în lucrare considerarea unui caz aparte, cazul III, definit în cele ce urmează pentru intervalul de variaţie al lui α cuprins între $\frac{\pi}{3}$ şi $\frac{\pi}{3}+\gamma_o-\gamma$.

Pentru a explica modul în care se consideră a avea loc comutaţia ventilelor şi implicit modul de variaţie al tensiunii u(t) în cazul III se are în vedere un moment anterior începerii comutaţiei diodelor de pe fazele S şi T ($D_{\smile}$ şi $D_{\perp}$) (fig.3.12). La momentul corespunzător lui $\omega t=\frac{\pi}{2}$, diodele $D_{\smile}$ şi $D_{\perp}$ încep să comute, dar în acel moment tiristorul $T_{\perp}$ este încă în conducţie şi deci fiind în conducţie ambele ventile de pe faza T a mutatorului, ieşirea sa este scurtcircuitată şi tensiunea continuă la ieşire este 0. Acest fenomen se petrece pînă la momentul corespunzător lui $\omega t=\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$ cînd comutaţia între $T_{\perp}$ şi T_R se încheie şi $T_{\perp}$ iese din conducţie. Se încheie apoi comutaţia diodelor $D_{\perp}$ şi $D_{\smile}$ la momentul pentru care $\omega t=\frac{\pi}{2}+\gamma_o$. In continuare conduc tiristorul T_R şi dioda $D_{\smile}$ pînă ce are loc o nouă comutaţie de data asta a diodelor $D_{\perp}$ şi D_R şi procesul se repetă ca şi în situaţia anterior descrisă. La fel se petrec lucrurile şi în cazul comutaţiei diodelor D_R şi $D_{\smile}$.

In fig.3.13 este reprezentată curba tensiunii de fază u_R în cazul III.

Aşa cum reiese şi din fig.3.12 există un număr de 5 intervale pe care funcţia u(t) este nenulă şi pentru care se scriu ecuaţiile:

1) $\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\leqslant\omega t\leqslant\frac{\pi}{2}+\gamma_o$

$$u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=i\left(\frac{3}{2}R_2+R_{\perp}+\frac{R_D}{2}+R\right)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.44)$$

2) $\frac{\pi}{2}+\gamma_o\leqslant\omega t\leqslant\frac{7\pi}{6}$

$$u_{eR}-u_{eT}=i(2R_2+R_{\perp}+R_D+R)+2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.45)$$

3) $\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma \leqslant \omega t \leqslant \frac{7\pi}{6}+\gamma_o$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}=i\left(\frac{3}{2}R_2+R_1+\frac{R_D}{2}+R\right)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.46)$$

4) $\frac{7\pi}{6}+\gamma_o \leqslant \omega t \leqslant \frac{11\pi}{6}$

$$u_{eR}-u_{eS}=i(2R_2+R_1+R_D+R)+2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.47)$$

5) $\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma \leqslant \omega t \leqslant \frac{11\pi}{6}+\gamma_o$

$$\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}=i\left(\frac{3}{2}R_2+R_T+\frac{R_D}{2}+R\right)+\frac{3}{2}L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.48)$$

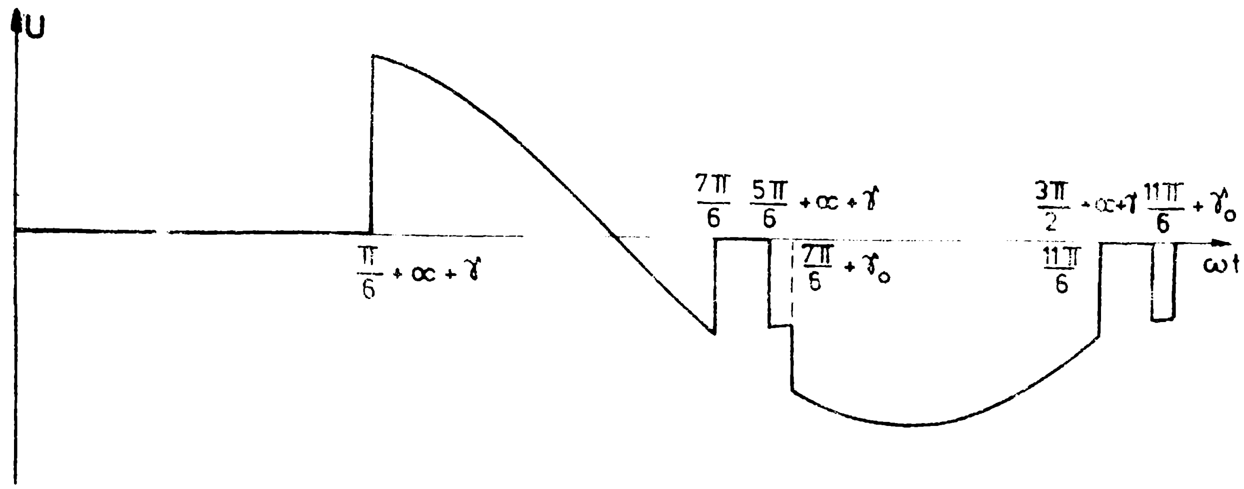


Fig.3.13

Funcţia u(t) poate fi definită astfel:

<u>Intervalul de variaţie a lui t</u>	<u>Expresia funcţiei</u>
$0 \div \frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$u(t) = 0$
$\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma \div \frac{\pi}{2}+\gamma_o$	$u(t)=u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})$
$\frac{\pi}{2}+\gamma_o \div \frac{7\pi}{6}$	$u(t)=u_{eR}-u_{eT}$
$\frac{7\pi}{6} \div \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$u(t) = 0$
$\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma \div \frac{7\pi}{6}+\gamma_o$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}$
$\frac{7\pi}{6}+\gamma_o \div \frac{11\pi}{6}$	$u(t)=u_{eR}-u_{eS}$
$\frac{11\pi}{6} \div \frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma$	$u(t) = 0$
$\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma \div \frac{11\pi}{6}+\gamma_o$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}$

$\frac{11\pi}{6} + \gamma_o \div 2\pi$ $u(t) = 0$

Coeficienţii termenilor în sinus şi respectiv în cosinus ai armonicii fundamentale ai dezvoltării în serie Fourier ai funcţiei periodice u(t) se calculează cu relaţiile (2.29) şi (2.30).

Conform Anexei 2 rezultă pentru coeficienţuu susmenţionaţi expresiile:

$$A_{1S\ III} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\pi - \alpha - \gamma + \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha + \gamma + \gamma_o\right)\cos(\alpha + \gamma - \gamma_o)\right] \quad (3.48)$$

$$B_{1R\ III} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{1}{2} - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha + \gamma + \gamma_o\right)\cos(\alpha + \gamma - \gamma_o)\right. \quad (3.59)$$

In cazul IV (fig.3.14), perechile de ventile de pe partea comandată şi respectiv necomandată a punţii comută din nou independent în intervale de timp distincte. Intervalul de variaţie a unghiului α pentru acest caz este cuprins între $\frac{\pi}{3} + \gamma - \gamma_o$ şi $\pi - \gamma$. In legătură cu limita superioară ($\pi - \gamma$) a domeniului de variaţie a lui α, care este şi valoarea maximă, α_{max}, pe care o poate lua în realitate unghiul de comandă α este necesar să se facă unele precizări.

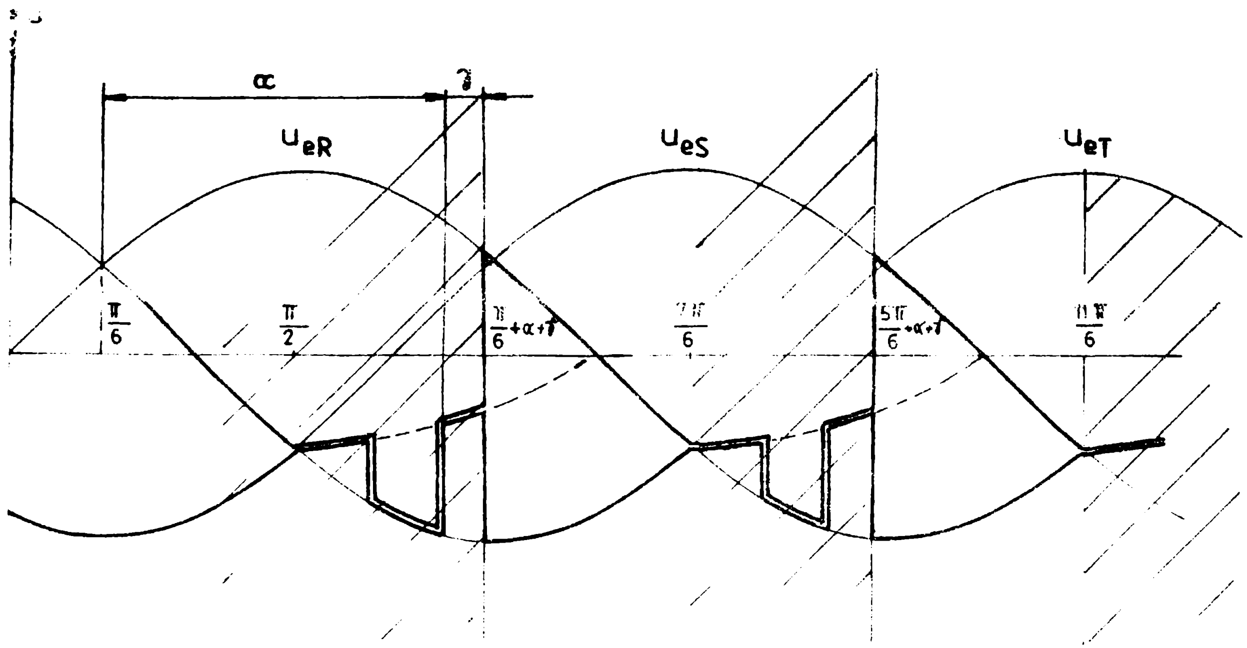
In mod evident, valoarea lui α_{max} este $\pi - \gamma$, situaţie în care tensiunea la bornele punţii este nulă. Această afirmaţie nu este în opoziţie cu precizările din literatură [62,63] care dau ca limită pentru α valoarea $\pi - \gamma_o$, ci este o definiţie mai exactă a lui α_{max}.

Se demonstrează că la $\alpha = \alpha_{max}$ unghiul de comutaţie γ al tiristoarelor tinde către valoarea γ_o(vezi şi par.3.2), corespunzătoare comutaţiei diodelor sau altfel spus situaţiei cînd $\alpha = 0$, pentru orice valoare a lui k . Deci se poate da ca valoare limită pentru α în cazul IV

$$\alpha_{max} = \pi - \gamma \quad (3.54)$$

deoarece limitarea lui α este impusă de comutaţia tiristoarelor şi nu a diodelor, cu menţiunea că valoarea lui γ la limita domeniului tinde către γ_o.

La considerarea exactă a valorii lui α_{max} se cere însă să se ţină cont şi de un alt element şi anume de polarizarea inversă a tiristoarelor, introducînd un unghi ωt_q [33,63] corespunzător timpului de revenire t_q necesar tiristoarelor. Va exista deci în realitate o limită $\alpha'_{max} < \alpha_{max}$.



a)

ωt	$\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma$		$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma$	$\frac{11\pi}{6}$
Ventile în conducție	T	T_R		T_T	
	D	D_S		D_R	
Obs.					

b)

Fig. 3.14

$$\alpha'_{max} = \alpha_{max} - \omega t_q = \pi - \gamma - \omega t_q \qquad (3.52)$$

Utilizarea tiristoarelor rapide cu timp de revenire foarte mic face posibilă neglijarea termenului ωt_q din relația (3.52) fără erori inadmisibile; în cazul tiristoarelor obișnuite eroarea este ceva mai mare dar pentru obținerea unor expresii simple în vederea utilizării lor în practică se consideră în continuare relația (3.51).

In fig.3.15 este reprezentată curba tensiunii de fază u_α în cazul IV.

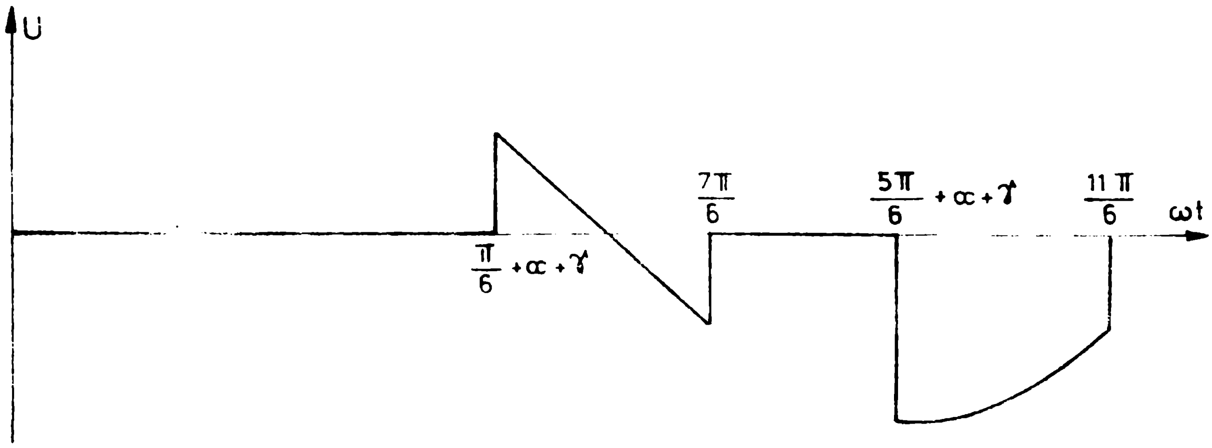


Fig.3.15

Așa cum reiese și din fig.3.14 există un număr de 2 intervale pentru care funcția u(t) este nenulă și pentru care se scriu ecuațiile:

1) $\frac{\pi}{6} + \alpha + \gamma \leqslant \omega t \leqslant \frac{7\pi}{6}$

$$u_{eR} - u_{eS} = i(2R_2 + R_\perp + R_\nu + R) + 2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.53)$$

2) $\frac{5\pi}{6} + \alpha + \gamma \leqslant \omega t \leqslant \frac{11\pi}{6}$

$$u_{eR} - u_{eT} = i(2R_2 + R_1 + R_\nu + R) + 2L_{2\sigma}\frac{di}{dt} \qquad (3.54)$$

Funcția u(t) poate fi definită astfel:

Intervalul de variație a lui t	Expresia funcției
$0 \div \frac{\pi}{6} + \alpha + \gamma$	$u(t) = 0$
$\frac{\pi}{6} + \alpha + \gamma \div \frac{7\pi}{6}$	$u(t) = u_{eR} - u_{eS}$
$\frac{7\pi}{6} \div \frac{5\pi}{6} + \alpha + \gamma$	$u(t) = 0$
$\frac{5\pi}{6} + \alpha + \gamma \div \frac{11}{6}$	$u(t) = u_{eR} - u_{eT}$

$\frac{11\pi}{6} \div 2\pi$ $\qquad\qquad\qquad\qquad u(t) = 0$

Coeficienţii termenilor în sinus şi respectiv cosinus ai armonicii fundamentale ai dezvoltării în serie Fourier ai funcţiei periodice u(t) se calculează cu relaţiile (2.29)şi(2.30).

Conform Anexei 2 rezultă:

$$A_{1R\ IV} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\pi - \alpha - \gamma + \frac{1}{2}\sin 2\,(\alpha + \gamma)\right] \qquad (3.55)$$

$$B_{1R\ IV} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\sin 2(\alpha + \gamma) \qquad (3.56)$$

3.4. Calculul valorilor coeficienţilor A_{1R} şi B_{1R} ai termenilor în sinus şi respectiv cosinus ai armonicii fundamentale a funcţiei u(t)

Cu expresiile obţinute în paragraful 3.3 se pot calcula valorile lui A_{1R} şi B_{1R} pentru întreg domeniul real de variaţie a unghiului de comandă .

Metoda de calcul utilizată a fost concepută în ideea de a corespunde următoarelor cerinţe:

- să permită calculul lui A_{1R} şi B_{1R} pentru orice valoare a lui , la un anumit I(K) ;
- să se ia în considerare un număr suficient de valori ale lui K în domeniul normal de lucru ;
- să se facă o comparaţie cu valorile lui A_1 şi B_1 obţinute în capitolul II, pentru cazul comutaţiei ideale.

A fost conceput programul de calcul ALF. Etapele programului ALF sînt următoarele:

1) Iniţializarea valorii unghiului α ,
2) Calcularea lui A_1 B_1 şi $C_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$ $\qquad (3.57)$
3) Iniţializarea valorii coeficientului K
4) Calculul unghiurilor de comutaţie γ şi γ_0
5) Calculul lui $A_{1R}(\alpha, K)$, $B_{1R}(\alpha, K)$ şi al lui
$$C_{1R}(\alpha, K) = \sqrt{A_{1R}^2 + B_{1R}^2} \qquad (3.58)$$
6) Calculul coeficienţilor de corecţie
$$K_A = \frac{A_{1R}}{A_1}\ ;\ K_B = \frac{B_{1R}}{B_1}\ ;\ K_C = \frac{C_{1R}}{C_1} \qquad (3.59)$$
7) Creşterea valorii lui K şi reluarea etepelor 4-6 pînă la valoarea K=1.
8) Creşterea valorii lui α şi reluarea etapelor 2-7 pînă ce unghiul α atinge valoarea lui α_{max}

Intervalul de variaţie al lui α s-a luat între 0 şi α_{max} cu creşterea pe o treaptă de $\pi/36$ (5^o), iar pentru constante K s-a luat un interval de la 0 la 1 cu creşterea de o treaptă de 0,1.

Ordinograma programului ALF este trasată în fig.3.16, iar în figurile 3.17 şi 3.18 sînt detaliate etapele de calcul notate cu (I) şi (II) în ordinogramă.

La cele prezentate în fig.3.17 se face observaţia că relaţiile de calcul indicate sînt particularizarea pentru cazul stingerii naturale a tiristoarelor, deci cînd unghiul $\beta = 0$.

Rezultatele calculelor sînt date în tabelele 3.2 şi 3.3.

In tabelul 3.2 sînt date valori obţinute pentru coeficienţii armonicii A_{1R} şi B_{1R} în domeniul uzual de lucru, adică pentru valori ale unghiului de comandă α cuprinse între 0 şi 120^o ($2\pi/3$) şi pentru valori ale constantei K cuprinse între 0,1 şi 0,5, cu alte cuvinte pînă la curenţi de pornire de cca $(3-4)I_n$, situaţia considerată acoperitoare pentru cazul concret studiat.

In tabelul 3.3 sînt prezentate valorile coeficienţilor K_A, K_B, K_C pentru aceleaşi intervale de valori ale lui α şi K.

3.5. Concluzii

Comparînd rezultatele obţinute în capitolele II şi III în calculul coeficienţilor termenilor în sinus şi în cosinus ai armonicii fundamentale ai funcţiei u(t) se pot face observaţiile:

a) în ceea ce priveşte coeficientul termenului în sinus - pentru o anumită valoare a unghiului α, diferenţa între valoarea coeficientului A_{1R}, calculat în cazul considerării comutaţiei reale şi a lui A_1, calculat în considerarea teoriei ideale a comutaţiei, există o diferenţă care creşte cu creşterea valorii constantei K, dar nu linear. Pentru valori mici ale lui K ($K < 0,1$) acolo unde funcţionarea este aproape de mers în gol, la sarcină redusă, diferenţa este practic neglijabilă. Pentru valori ale lui $K \in (0,1-0,3)$ atunci cînd I creşte pînă la cca $(1 - 1,5)I_n$ diferenţa creşte cvasilinear atingînd valori de cca $(0,2-0,3)A_{1R}$, iar pentru valori ale lui K 0,3 diferenţa între A_1R şi A_1 creşte foarte mult.

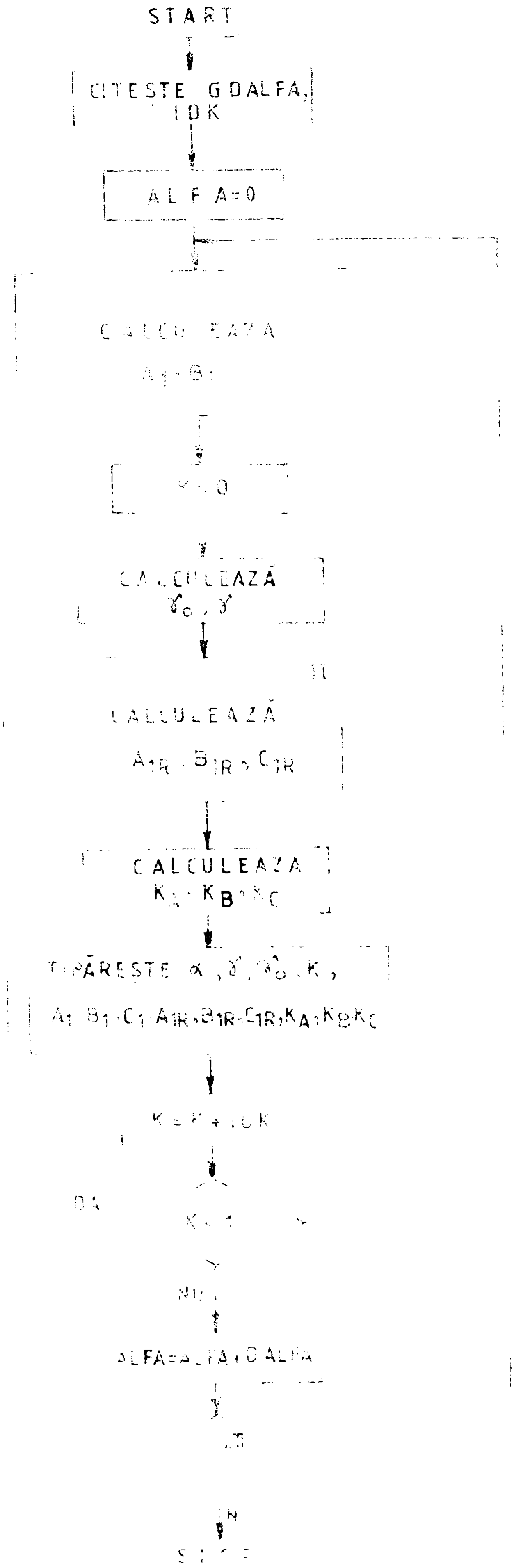

START
CITESTE GDALFA, IDK
ALFA=0
CALCULEAZA
K=0
CALCULEAZĂ
γ0, γ
CALCULEAZĂ
A1R, B1R, C1R
CALCULEAZA
KA, KB, KC
TIPĂREȘTE α, γ, γ0, K,
A1 B1 C1 A1R B1R C1R KA KB KC

Fig. 3.16

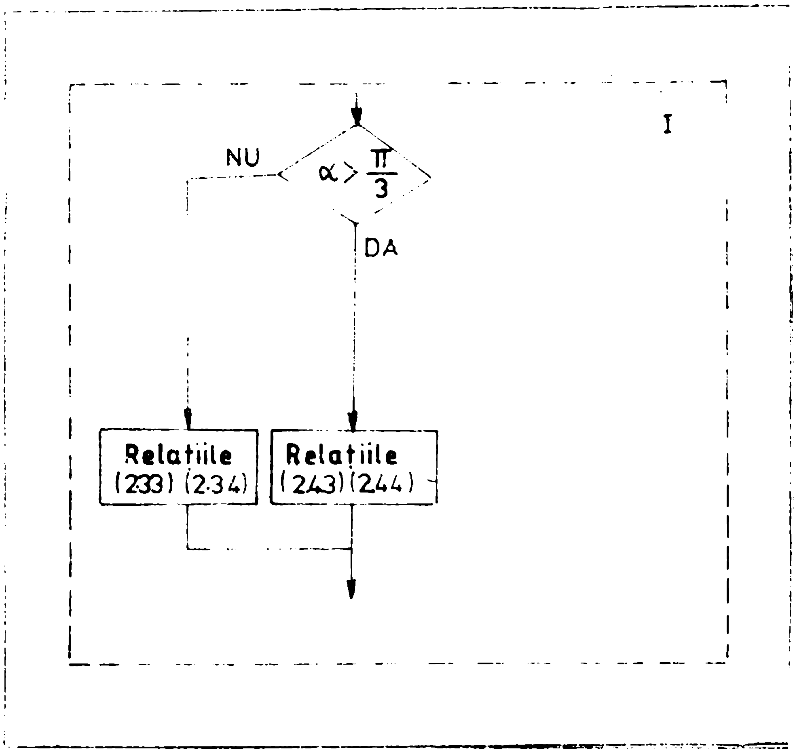


Fig. 3.17

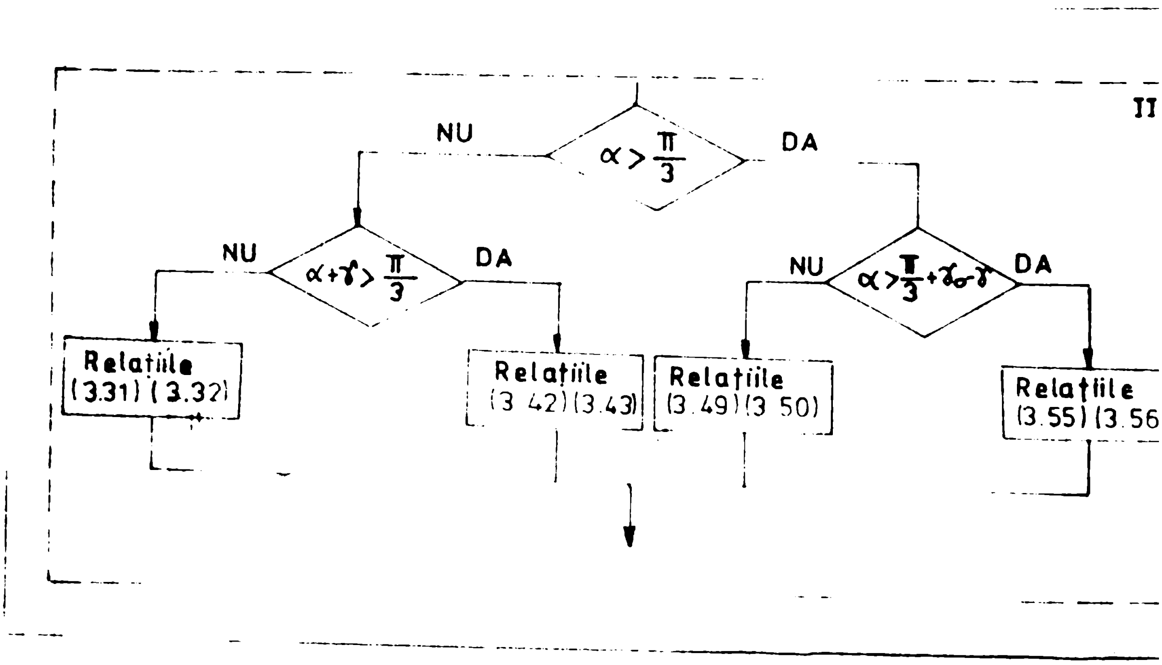


Fig. 3.18

Tabelul 3.2

	K = 0,1		K = 0,3		K = 0,5	
	A_{1R}	B_{1R}	A_{1R}	B_{1R}	A_{1R}	B_{1R}
0	1,072	-0,240	0,949	-0,379	0,816	-0,413
5	1,058	-0,261	0,934	-0,400	0,800	-0,434
10	1,038	-0,285	0,913	-0,418	0,773	-0,454
15	1,013	-0,308	0,887	-0,433	0,736	-0,472
20	0,984	-0,330	0,857	-0,449	0,697	-0,487
25	0,950	-0,349	0,822	-0,459	0,646	-0,497
30	0,913	-0,365	0,785	-0,461	0,590	-0,502
35	0,879	-0,372	0,745	-0,463	0,530	-0,500
40	0,833	-0,374	0,690	-0,470	0,467	-0,488
45	0,791	-0,372	0,628	-0,476	0,401	-0,466
50	0,750	-0,362	0,552	-0,477	0,338	-0,437
55	0,703	-0,360	0,480	-0,465	0,278	-0,393
60	0,642	-0,373	0,410	-0,462	0,219	-0,344
65	0,607	-0,265	0,500	-0,271	0,390	-0,274
70	0,565	-0,259	0,456	-0,275	0,346	-0,268
75	0,520	-0,268	0,410	-0,275	0,301	-0,259
80	0,474	-0,274	0,363	-0,271	0,256	-0,246
85	0,436	-0,264	0,316	-0,263	0,212	-0,226
90	0,403	-0,233	0,279	-0,247	0,169	-0,207
95	0,372	-0,208	0,257	-0,221	0,157	-0,163
100	0,346	-0,184	0,240	-0,196	0,149	-0,163
105	0,325	-0,159	0,227	-0,173	0,145	-0,157
110	0,307	-0,136	0,218	-0,153	0,144	-0,148
115	0,293	-0,113	0,213	-0,136	0,144	-0,142
120	0,264	-0,093	0,211	-0,124	0,119	-0,106

- pentru aceeaşi valoare a lui K, diferenţa dintre A_{1R} şi A_1 este mai puţin pronunţată pentru $\alpha \in \left[0 ; \frac{\pi}{3}\right]$ ca apoi să crească mult într-un sens sau altul ;

b) în ceea ce priveşte coe^ficientul termenului în cosinus:

- în comparaţie cu termenul în sinus, la coeficientul termenului în cosinus diferenţele între cele două valori calculate B_{1R} şi B_1 sîntmult mai pronunţate în special la valori mici ale unghiului α . Această observaţie trebuie coraborată şi cu faptul că B_{1R} are valori absolute mult mai mici decît

Tabelul 3.3

	$K = 0,1$			$K = 0,3$			$K = 0,5$		
	K_A	K_B	K_C	K_A	K_B	K_C	K_A	K_B	K_C
0	1,02	-	1,02	0,90	-	0,92	0,77	-	0,80
5	1,01	6,30	1,03	0,89	9,64	0,96	0,76	10,5	0,86
10	1,00	3,49	1,03	0,88	5,16	0,96	0,74	5,56	0,86
15	0,99	2,58	1,03	0,87	3,65	0,96	0,72	3,96	0,85
20	0,98	2,12	1,02	0,86	2,93	0,95	0,70	3,17	0,84
25	0,98	1,91	1,02	0,85	2,50	0,95	0,67	2,72	0,83
30	0,98	1,76	1,02	0,84	2,24	0,95	0,63	2,43	0,81
35	0,97	1,67	1,02	0,83	2,06	0,95	0,59	2,23	0,79
40	0,97	1,60	1,03	0,80	2,00	0,94	0,54	2,08	0,76
45	0,97	1,59	1,03	0,76	2,00	0,92	0,49	1,96	0,73
50	0,97	1,54	1,03	0,71	2,03	0,90	0,44	1,86	0,68
55	0,96	1,61	1,03	0,68	2,07	0,87	0,38	1,76	2,62
60	0,92	1,81	1,03	0,59	2,14	0,82	0,31	1,67	0,56
65	0,92	1,09	0,94	0,76	1,19	0,81	0,59	1,21	0,68
70	0,91	1,07	0,94	0,74	1,13	0,80	0,56	1,10	0,66
75	0,91	1,04	0,93	0,71	1,07	0,79	0,57	1,01	0,63
80	0,90	1,02	0,92	0,69	1,01	0,77	0,49	0,92	0,60
85	0,91	0,93	0,91	0,66	0,96	0,74	0,44	0,83	0,56
90	0,93	0,84	0,91	0,64	0,89	0,72	0,39	0,75	0,52
95	0,97	0,76	0,90	0,67	0,81	0,72	0,41	0,67	0,51
100	1,03	0,69	0,91	0,71	0,74	0,72	0,44	0,61	0,52
105	1,11	0,62	0,93	0,79	0,68	0,74	0,50	0,57	0,53
110	1,24	0,56	0,97	0,88	0,63	0,77	0,56	0,57	0,58
115	1,42	0,50	1,03	1,03	0,60	0,82	0,69	0,70	0,69
120	1,68	0,45	1,12	1,25	0,60	0,91	0,71	1,00	0,69

A_{1F} astfel încît influenţa lui (şi implicit a fluxtuaţiilor valorii sale) asupra rezultatelor calculelor este mai redusă;

c) coeficientul K_C are în general variaţii mici, valoarea lui se menţine în jurul lui 1 pentru $\alpha \in \left[0 \div \frac{2\pi}{3}\right]$ pentru $K<0,2$ ca apoi pentru valori mai mari ale lui K să aibă variaţii mai mari în jurul lui $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

În consecinţă:

1) Analiza comparativă a rezultatelor calculului coeficienţilor armonicii fundamentale a dezvoltării în serie Fourier a funcţiei periodice u(t) obţinute cu considerarea comutaţiei ideale şi respectiv a teoriei convenţionale a comuta-

ţiei evidenţiază faptul că pentru domeniul normal de lucru $K > 0,2$) diferenţele între valorile obţinute pe cele două căi sînt apreciabile.

2) Pentru valori mici ale lui K (sub 0,15) acolo unde şi $_{o}$ au valori de cîteva grade se pot considera relaţiile simplificate obţinute în capitolul II. Aceasta are o importanţă mai mică pentru practică, întrucît dacă se ţine cont de faptul că tensiunea de scurtcircuit nominală pentru motoare asincrone cu rotor bobinat are valori de cca 0,15-0,2, această situaţie corespunde unui curent de sarcină sub $0,5I_n$, adică pornirilor în gol sau la sarcină redusă, care nu sînt des întîlnite.

3) Calculul efectuat în acest capitol a permis determinarea expresiilor analitice ale coeficienţilor termenilor în sinus şi cosinus ai armonicii fundamentale ai tensiunii de fază din înfăşurarea rotorică a maşinii asincrone la inelele căreia este conectat un redresor trifazat în punte semicomandat. Aceste expresii permit pe întreg domeniul de variaţie a lui α, studiul conţinutului de armonici ai tensiunii u_R. De asemenea relaţiile obţinute ţin cont de valoarea curentului de pornire, deci de cuplul rezistent al pornirea motorului.

4) Calculul valorilor lui A_{1R} şi B_{1R} se poate face simplu şi rapid utilizînd ordinatorul electronic.

CAPITOLUL IV

CALCULUL DE DETERMINARE A PARAMETRILOR ECHIVALENȚI AI ÎNFĂȘURĂRII ROTORICE ȘI A MĂRIMILOR DE FORMARE PENTRU UN MOTOR ASINCRON CU ROTOR BOBINAT CU UN REDRESOR TRIFAZAT ÎN PUNTE, SEMICOMANDATĂ CONECTAT LA BORNELE ÎNFĂȘURĂRII ROTORICE

4.1. Probleme generale

În situația în care mașina asincronă este alimentată de la un sistem trifazat simetric de tensiune alternativă se poate considera că prin înfășurările sale circulă curenți sinusoidali.

Din cele analizate în capitolele precedente se poate concluziona că pentru cazul tratat în lucrare această afirmație nu mai este valabilă. Prezența ventilelor comandate și necomandate în serie cu înfășurarea rotorică face ca să existe curenți alternativi, dar nu și sinusoidali avînd forma unor pulsuri care prin analiza Fourier pot fi descompuși într-un număr de armonici.

Dacă redresorul este necomandat, adică este echipat cu diode sau se menține unghiul de aprindere al tiristoarelor $\alpha = 0$, armonica fundamentală a curentului este practic în fază cu tensiunea, deci nu se absoarbe o putere reactivă suplimentară de la rețea.

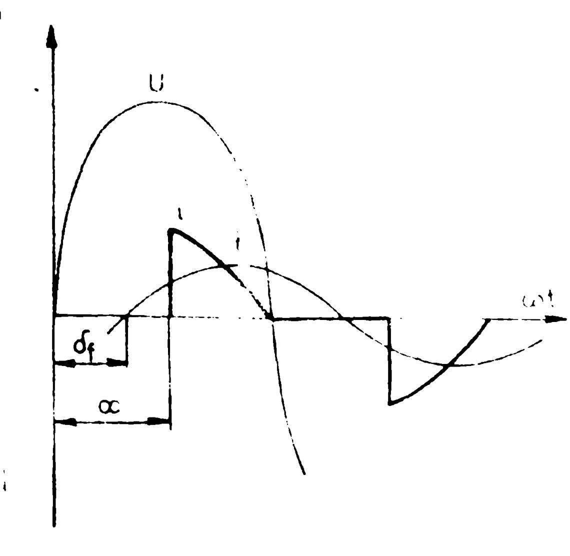


Fig.4.1

Dacă redresorul este comandat se constată o deplasare între curent și tensiune care crește odată cu unghiul α. Acest fenomen se manifestă și atunci cînd sarcina de pe partea de curent continuu a redresorului are un caracter pur ohmic (fig.4.1) [39,41,62].

În fig.4.1 s-a notat cu u tensiunea de fază, i curentul de fază din redresor cu i_f armonica fundamentală a acestuia, iar cu δ_f unghiul de defazaj între tensiune și armonica fundamentală a curentului. Rezultă deci că şi în cazul unei sarcini pur ohmice mutatorul ia din reţea putere reactivă. Ea este puterea reactivă de comandă [39,41,62,63] şi depinde de valoarea unghiului de comandă a tiristoarelor.

Valoarea unghiului de defazaj δ_f între tensiunea de fază a reţelei şi armonica fundamentală a curentului de fază al mutatorului poate fi calculată dacă se cunosc expresiile coeficienţilor termenilor în sinus şi cosinus ai fundamentalei, obţinîndu-se o relaţie care exprimă dependenţa lui δ_f de unghiul α şi de caracterul sarcinii.

In cele ce urmează se consideră puterea reactivă totală datorată mutatorului.

Intrucît factorul de putere al ansamblului maşină electrică-mutator depinde în mai mare măsură de unghiul de comandă α, decît de valoarea inductanţelor circuitului, se poate considera totul ca o sarcină complexă compusă dintr-o rezistenţă şi o reactanţă inductivă care depind de unghiul α.

Aceasta înseamnă că în locul schemei electrice reale, ce cuprinde înfăşurarea rotorică şi redresorul semicomandat, se poate utiliza o schemă echivalentă de calcul în care un circuit rotoric care ca parametrii, în locul rezistenţei R_2 şi a reactanţei X_2, o rezistenţă echivalentă R_e şi o reactanţă echivalentă X_e, ambele variind în funcţie de unghiul α.

4.2. Determinarea parametrilor schemei echivalente şi a mărimilor de pornire

In teoria maşinilor electrice [22,36,64] considerîndu-se că tensiunile şi curenţii variază sinusoidal în timp, ecuaţiile maşinii pot fi scrise în mărimi complexe.

$$
\begin{aligned}
\underline{U}_1 &= \underline{Z}_1\underline{I}_1 - \underline{U}_{e1}\\
\underline{U}_2 &= -\underline{Z}_{1s}\underline{I}_2 + \underline{U}_{e2s}\\
\underline{U}_{e1} &= -\underline{Z}_{1m}\ \underline{I}_{o1}\\
\underline{U}_{e2s} &= -\frac{1}{K_e}\underline{Z}_{1m}\ \underline{I}_{o1}e^{-j\vartheta_o}\\
\underline{I}_{o1} &= \underline{I}_1 + \frac{1}{K_i}\underline{I}_2\, e^{j\vartheta_o}
\end{aligned}
\qquad (4.1)
$$

O serie de mărimi rotorice ce apar în ecuaţiile (4.1) sînt afectate de simbolul "s", indicînd faptul că ele depind de alunecare.

In calcul se înlocuieşte rotorul real cu un rotor echivalent imobil care are aceeaşi solenaţie, acelaşi defazaj între tensiunea indusă şi curent şi care înmagazinează aceeaşi energie reactivă în cîmpul lui magnetic ca şi rotorul real.

Ecuaţiile tensiunilor rotorice se scriu pentru rotorul echivalent sub forma:

$$\underline{U}_2 = -\underline{Z}_2\,\underline{I}_2 + \underline{U}_{e2} \qquad (4.1')$$

unde $\underline{Z}_2 = \frac{R_2}{s} + j\,X_2$

$$\underline{U}_{e2} = \frac{\underline{U}_{e2s}}{s}$$

Efectuîndu-se şi reducerea rotorului la stator se poate trece în continuare la construirea unei scheme echivalente unice a maşinii asincrone în care înfăşurările statorică şi rotorică sînt cuplate galvanic. Dintre tipurile de scheme echivalente utilizate se reţine în continuare schema echivalentă în L (fig.4.2) ale cărei relaţii de legătură între mărimile ce o compun sînt:

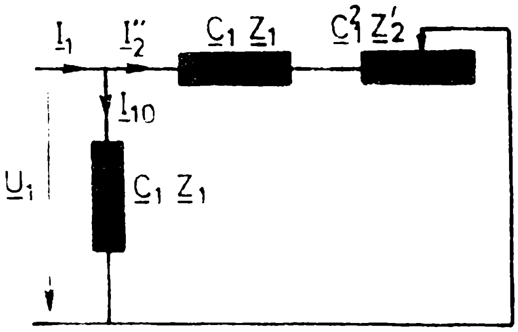


Fig.4.2

$$\underline{C}_1 = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_{1m}}$$

$$\underline{I}_{1o} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{C}_1\underline{Z}_{1m}} \qquad (4.2)$$

$$\underline{I}_2'' = \frac{\underline{U}_1}{\underline{C}_1\underline{Z}_1 + \underline{C}_1^2\underline{Z}_2'}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{C}_1\underline{Z}_{1m}\underline{I}_{1o} = (\underline{C}_1\underline{Z}_1 + \underline{C}_1^2\underline{Z}_2')\underline{I}_2''$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1o} + \underline{I}_2''$$

Rezultă expresia curentului $\underline{I}_1$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1(\underline{Z}_{1m} + \underline{Z}_1 + \underline{C}_1\underline{Z}_2')}{\underline{C}_1\underline{Z}_{1m}\,(\underline{C}_1\underline{Z}_1 + \underline{C}_1^2\,\underline{Z}_2')} \qquad (4.3)$$

Pornind de la schema echivalentă în L şi de la relaţiile între mărimile şi parametrii schemei se face în continuare calculul parametrilor schemei echivalente ce înglobează în circuitul rotoric al maşinii şi circuitul de forţă al redresorului.

Se consideră într-o primă fază doar circuitul rotoric, pentru un rotor echivalent imobil, redus la stator. Intrucît parametrii schemei se determină în momentul pornirii (s=1), mărimile şi parametrii schemei nu sînt afectaţi de alunecare şi atunci ecuaţia tensiunilor din circuitul rotoric, pentru o maşină alimentată de la reţea şi fără rezistenţe sau impedanţe suplimentare în circuitul rotoric, se scrie:

$$\underline{U}'_{e2} = \underline{U}_{e1} = (R'_2 + j\,X'_2)I'_2 \qquad (4.4)$$

Se pot evidenţia următoarele elemente care stau la baza modelului matematic ce conduce la calculul parametrilor echivalenţi ai ansamblului circuit rotoric - circuit de forţă al RIPS:

- prin faza R a înfăşurării rotorice (luată ca exemplu) circulă curent cît timp unul din ventilele (tiristor sau diodă) de pe faza R a mutatorului este în conducţie (singur sau comută cu ventilul de pe faza vecină) ;
- curentul circulă în acelaşi timp (se închide) prin rezistenţa R conectată la ieşirea de curent continuu a redresorului şi prin aceea din fazele S sau T ;
- armonica de un ordin oarecare a curentului este determinată de armonica respectivă a tensiunii şi parametrii electrici ai circuitului.

In această situaţie deşi din momentul alimentării maşinii asincrone de la reţea în circuitul rotoric se induce o tensiune electromotoare, căderea de tensiune pe fază impedanţa fazei este o tensiune periodică alternativă, dar nesinusoidală compusă din arce de sinusoidă. Se consideră că această tensiune $u_R(t)$ se referă doar la armonica fundamentală $u_{1R}(t)$ a tensiunii susamintite şi reprezintă căderea de tensiune pe circuitul de închidere al curentului i_R (fig.4-3). Se vor putea scrie relaţiile:

$$u_{1R} = U'_{e2}\sqrt{6}\,(A_{1R}\sin\omega t + B_{1R}\cos\omega t) =$$
$$= U'_{e2}\sqrt{6}\,\sqrt{A_{1R}^2 + B_{1R}^2}\,\sin(\omega t + \psi) \qquad (4.5)$$

unde $\psi = \mathrm{arctg}\,\dfrac{B_{1R}}{A_{1R}}$

Rezultă curentul i_R:

$$i_R = \frac{U'_{e2}\sqrt{6}\,\sqrt{A_{1R}^2 + B_{1R}^2}}{2\sqrt{R'^2_{2p} + X_2^2}}\,\sin(\omega t + \psi - \varphi) \qquad (4.6)$$

unde $\varphi = \operatorname{arctg} \dfrac{X'_2}{R'_{2p}}$

Se consideră același circuit dar se face ipoteza că tensiunea rotorică u_R este în mod permanent egală cu tensiunea electromotoare u_{e2}, iar unghiul de aprindere influențează parametrii schemei care nu mai sînt constanți ci se definesc ca niște funcții de unghiul de aprindere: rezistența echivalentă a circuitului $R_e(\alpha)$ și reactanța echivalentă $X_e(\alpha)$ (fig.4.4),

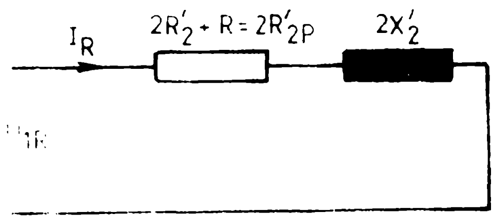


Fig.4.3

Pentru armonica fundamentală aceasta revine la o considerare efectul prezenței mutatorului conectat în circuitul rotoric al mașinii asincrone, similar cu cel produs de prezența unei impedanțe trifazate conectate la inelele rotorului, tensiunea și curentul de fază fiind mărimi sinusoidale.

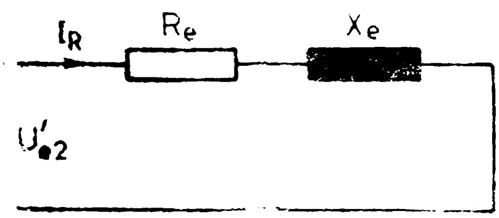


Fig.4.4

Ecuațiile pentru schema electrică din fig.4.4 se pot scrie

$$u'_{e2} = U'_{e2}\sqrt{2}\ \sin \omega t \qquad (4.7)$$

$$i_R = \frac{U'_{e2}\sqrt{2}}{R_e^2 + X_e^2} \sin(\omega t - \delta) \qquad (4.8)$$

unde $\delta = \operatorname{arctg} \dfrac{X_e}{R_e}$

Din compararea relațiilor (4.6) și (4.8) rezultă:

$$\frac{U'_{e2}\sqrt{6}\sqrt{A_{1R}^2 + B_{1R}^2}}{2\sqrt{R'^2_{2p} + X'^2_2}} = \frac{U'_{e2}\sqrt{2}}{\sqrt{R_e^2 + X_e^2}} \qquad (4.9)$$

$$\varphi - \psi = \delta \qquad (4.10)$$

Relația (4.10) se poate scrie:

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\psi}{1 + \operatorname{tg}\varphi\ \operatorname{tg}\psi} = \operatorname{tg}\delta \qquad (4.11)$$

și înlocuind expresiile tangentelor în funcție de parametrii rezultă:

$$\frac{\dfrac{X'_2}{R'_{2p}} - \dfrac{B_{1R}}{A_{1R}}}{1 + \dfrac{X'_2}{R'_{2p}}\ \dfrac{B_{1R}}{A_{1R}}} = \frac{X_e}{R_e} \qquad (4.12)$$

şi în final:

$$\frac{X_e}{R_e} = \frac{A_{1R}X_2' - B_{1R}R_{2p}'}{A_{1R}R_{2p}' + B_{1R}X_2'} \qquad (4.12')$$

Se aduce şi relaţia (4.9) la o formă convenabilă:

$$R_e^2 + X_e^2 = \frac{4(R_{2p}'^2 + X_2')}{3(A_{1R}^2 + B_{1R}^2)} \qquad (4.9')$$

Inlocuind pe X_e în funcţie de R_e din relaţia (4.12') în (4.9') se obţine în final expresia lui R_e, rezistenţa echivalentă:

$$R_e(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{A_{1R}R_{2p}' + B_{1R}X_2'}{A_{1R}^2 + B_{1R}^2} \qquad (4.13)$$

şi corespunzător

$$X_e(\ ) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{A_{1R}X_2' - B_{1R}R_{2p}}{A_{1R}^2 + B_{1R}^2} \qquad (4.14)$$

Cu ajutorul acestor parametrii echivalenţi se calculează mărimile de pornire care interesează:

- K_{Ip} - reprezintă raportul dintre curentul statoric la momentul pornirii şi curentul nominal de sarcină pentru care a fost proiectată maşina

$$K_{Ip} = \frac{I_{1p}}{I_{1n}} \qquad (4.15)$$

- K_{Mp} - reprezintă raportul dintre cuplul de pornire şi cuplul nominal al maşinii:

$$K_{Mp} = \frac{M_p}{M_n} \qquad (4.16)$$

Expresia curentului de pornire este dată de relaţia (4.3) în care se înlocuiesc parametrii de fază ai rotorului la funcţionare normală cu parametrii echivalenţi. Astfel că se poate scrie pentru K_{Ip} relaţia:

$$K_{Ip} = \frac{I_1}{I_{1n}} = \frac{U_1}{I_{1n}} \frac{\sqrt{(R_1+R_m+C_1R_e)^2+(X_1+X_m+C_1X_e)^2}}{\sqrt{C_1 \quad R_m^2 + X_m^2 \cdot (R_1+C_1R_e)^2+(X_1+C_1X_e)^2}} \qquad (4.17)$$

Pentru cuplul maşinii de inducţie în literatură 22 se dă relaţia:

$$M = \frac{p\, m_1\, U_1^2}{\omega_1} \frac{R_2'/s}{(R_1+C_1R_2'/s)^2+(X_1+C_1X'_2)^2} \qquad (4.18)$$

Făcînd aceleaşi înlocuiri de parametrii şi luînd pentru M_p alunecarea s=1 rezultă în final:

$$K_{Mr} = \frac{p\, m_1 U_1^2}{\omega_1\, M_n} \frac{R_e}{(R_1+C_1R_e)^2+(X_1+C_1X_e)^2} \qquad (4.19)$$

Din punct de vedere energetic este important de determinat ce pierderi prin efect Joule apar la metoda analizată în lucrare şi în ce raport sînt cu pierderile ce apar la metoda de pornire care utilizează un reostat trifazat conectat la inele.

Pentru comparaţie se consideră că în ambele situaţii:

- (1) cînd se foloseşte reostat
- (2) cînd se foloseşte RiPb

se asigură limitarea curentului de pornire la aceeaşi valoare I_1, căreia îi corespunde o valoare I_2 a curentului din circuitul rotoric. Pierderile în circuitul statoric fiind aceleaşi se vor analiza comparativ doar pierderile prin efect Joule din circuitul rotoric. Acestea au valorile $3R_{p1}I_1^2$ şi respectiv $3R_{p2}I_2^2$, în cele două cazuri. R_{p1} reprezintă rezistenţa totală a unei faze a circuitului rotoric a unui motor asincron care are conectat la inele un reostat, iar R_{p2} este rezistenţa unei faze a circuitului rotoric în cazul metodei (2) analizată în lucrare.

Curenţii în cele două cazuri fiind egali se pot scrie relaţiile:

$$I_2^2 = \frac{U_{e2}^2}{R_{p1}^2 + X_2^2} \qquad (4.20)$$

$$I_2^2 = \frac{U_{e2}^2}{R_e^2 + X_e^2} \qquad (4.21)$$

Din (4.12) se poate scrie:

$$R_e^2 + X_e^2 = \frac{4}{3} \frac{(R_{p2}^2+X_2^2)}{(X_{1R}^2+B_{1F}^2)} \qquad (4.22)$$

Inlocuind în (4.21) şi egalînd cu (4.20) rezultă:

$$\frac{U_{2e}^2}{R_{p1}^2+X_2^2} = \frac{3}{4}\,\frac{U_{2e}^2(A_{1R}^2+B_{1R}^2)}{(R_{p2}^2 + X_2^2)} \qquad (4.23)$$

$A_{1R}^2+B_{1R}^2 = C_{1R}^2$, iar C_{1R} așa cum rezultă și din programul ALF (cap.III) este o mărime în general subunitară.

Din (4.23) rezultă:

$$R_{p2}^2 = \frac{3C_{1R}^2R_{p1}^2 - (4-3\,C_{1R}^2)X_2^2}{4} \qquad (4.24)$$

Luînd pe $C_{1R}= 1$ (valoare acoperitoare), rezultă:

$$R_{p2}^2 = \frac{3}{4}\,R_{p1}^2 - \frac{1}{4}\,X_2^2 \qquad (4.24')$$

deci:

$$R_{p2} < R_{p1} \qquad (4.25)$$

și în mod implicit:

$$3R_{p2}I_2^2 < 3\,R_{p1}^2I_2^2 \qquad (4.26)$$

Rezultă în concluzie că prin metoda propusă în lucrare curentul de pornire se limitează la o anumită valoare cu pierderi prin efect Joule mai mici decît prin metoda clasică cu reostat de pornire.

Observație. Considerînd înfășurarea rotorică a unei mașini asincrone un sistem electric simetric, rezultatele obținute pentru faza R sînt valabile și pentru celelalte faze.

4.3. Procedeul de calcul pentru determinarea mărimilor R , X_e, K_{IpR} și K_{MbR}. Exemplu de calcul.

Pentru determinarea valorilor mărimilor R_e,X_e,K_{Ip} și K_{Mp} pentru diferite motoare asincrone, s-a conceput un program de calcul ALFIM a cărei ordinogramă este prezentată în fig.4.5.

In conceperea programului s-a ivit de la început o problemă legată de calculul coeficienților A_{1R}, B_{1R}.

Așa cum a rezultat din expresiile calculate în capitolul III, coeficienții A_{1R} și B_{1R} depind de unghiurile γ și γ_o, care la rîndul lor sînt funcție atît de unghiul de aprindere α al tiristoarelor cît și de coeficientul K prin care se ține cont de valoarea curentului de sarcină, care trebuie preliminat.

Pornind de la concluziile rezultate din compararea valorilor obținute pentru coeficienții termenilor în sinus și cosinus ai armonicii fundamentale din dezvoltarea în serie Fourier a funcției periodice $u_R(t)$, în cele două situații, cu considerarea comutației instantanee și cu considerarea comutației reale și care s-a arătat că în domeniul uzual de lucru ele diferă dar au o variație asemănătoare s-a preliminat K_{Ip}, calculîndu-l cu coeficienții A_1 și B_1. Cu acest I_p rezultat ca și curent de sarcină s-au calculat A_{1R} și B_{1R} și apoi s-a calculat un coeficient $K_{IpR} = I_{1R}/I_{1n}$. S-a comparat valoarea lui K_{IpR} cu K_{Ip} și dacă diferența depășea o anumită limită (în program limita s-a impus 0,05)printr-un calcul iterativ se ajunge la o situație convenabilă calculul convergînd către limita impusă.

Etapele principale ale programului de calcul sînt următoarele:

1. Se citesc valorile de pe cartelele de date ;
2. Se inițializează R_{2p} și α
3. Se calculează K_{Ip} preliminar
4. Se calculează γ și γ_o
5. Se calculează A_{1R}, B_{1R}, R_e și X_e
6. Se calculează K_{IpR}
7. Se compară valoarea lui K_{IpR} cu valoarea preliminată pentru acest coeficient și dacă este în limita admisă se continuă cu punctul   ; dacă nu, atunci se revine la punctul 4 cu noua valoare a lui K_{IpR} și se iterează pînă la obținerea valorii corespunzătoare pentru K_{IpR}.
8. Se calculează K_{MpR}
9. Se tipăresc valorile mărimilor care interesează
10. Se mărește valoarea lui α și se reia calculul începînd de la punctul 3.
11. Cînd unghiul α atinge valoarea de 120° se trece la o nouă valoare a lui R_{2p} și se reia calculul de la 2.
12. Cînd $R_{2p}=R_2$ programul de calcul se oprește.

S-a impus pentru α_{max} în programul de calcul valoarea de 120° pentru a scurta durata de calcul a programului, pornind și de la considerentul că pentru domeniul normal de lucru unghiul de comutație γ are valori de cca 40-60°, deci calculul acoperă întreg domeniul pe care se lucrează în mod obișnuit.

Exemplul de calcul s-a rulat cu datele unui motor asincron cu inele pe care s-au făcut şi încercările experimentale.

Datele principale ale motorului sînt următoarele:

- putere nominală P_n = 4 KW
- turaţie nominală n_n = 940 rot/min
- tensiune de fază în stator U_1 = 220 V
- curentul statoric nominal I_{1n} = 10 A
- numărul de perechi de poli p=3
- parametrii înfăşurării statorice R_1=1,1 Ω; X_1=2,29 Ω
- parametrii reduşi la stator ai înfăşurării rotorice R_2'= = 1,03 Ω ; X_2' = 2,29 Ω
- parametrii de magnetizare ai schemei echivalente R_m=2,09 Ω X_m = 34,76 Ω
- coeficientul C_1 = 1,07
- conexiunea atît pentru înfăşurarea rotorică cît şi pentru cea statorică este în stea
- tensiunea indusă în rotor U_2 = 127 V
- curentul rotoric I_2 = 20 A

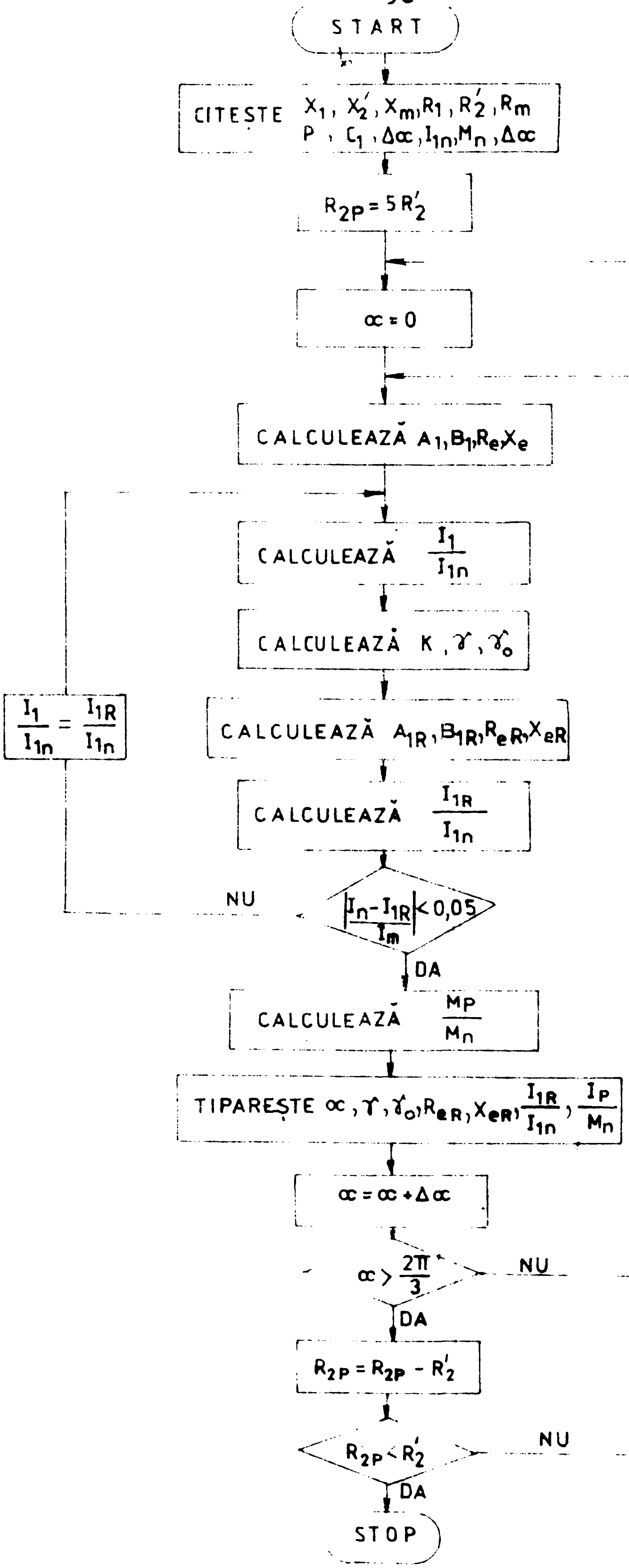
Rezultatele numerice obţinute pentru mărimile precizate în cadrul programului de calcul sînt prezentate sub formă tabelară şi grafică după cum urmează:

- pentru rezistenţa echivalentă R_e şi reactanţa echivalentă X_e ale circuitului rotoric la care se află conectat circuitul de forţă al RTPS rezultatele sînt prezentate în tabelele 4.1 şi 4.2, în funcţie de unghiul α şi pentru diferite valori ale rezistenţei rezistorului R conectat la bornele de ieşire ale RTPS.
- pentru rapoartele K_{IpR} şi K_{MpR} s-au trasat graficele de variaţie ale acestor mărimi ca funcţie de unghiul α (fig.4.6 şi 4.7) avînd ca parametru valoarea rezistenţei rezistorului R.

4.4. Observaţii, concluzii

Analizînd valorile numerice obţinute pentru parametrii echivalenţi ai schemei şi pentru mărimile de pornire K_{IpR} şi K_{MpR} precum şi modul cum variază aceştia în funcţie de unghiul α de comandă al tiristoarelor punţii şi de valoarea rezistenţei rezistorului R se pot desprinde următoarele:

1. Faţă de valorile uzuale ale rezistenţei şi a reactanţei rotorice a unui motor asincron cu inele, valorile parametrilor echivalenţi ai schemei cresc foarte mult. Aşa cum rezultă şi din tabelul 4.1, valoarea rezistenţei echivalentă are valori cuprinse


START
CITEŞTE $X_1, X_2', X_m, R_1, R_2', R_m$ $P, C_1, \Delta\alpha, I_{1n}, M_n, \Delta\alpha$
$R_{2P} = 5R_2'$
$\alpha = 0$
CALCULEAZĂ $A_1, B_1, R_e X_e$
CALCULEAZĂ $\frac{I_1}{I_{1n}}$
CALCULEAZĂ K, γ, γ_o
CALCULEAZĂ $A_{1R}, B_{1R}, R_{eR}, X_{eR}$
CALCULEAZĂ $\frac{I_{1R}}{I_{1n}}$
$\left|\frac{I_n - I_{1R}}{I_m}\right| < 0,05$
NU
$\frac{I_1}{I_{1n}} = \frac{I_{1R}}{I_{1n}}$
DA
CALCULEAZĂ $\frac{MP}{M_n}$
TIPAREŞTE $\alpha, \gamma, \gamma_o, R_{eR}, X_{eR}, \frac{I_{1R}}{I_{1n}}, \frac{I_P}{M_n}$
$\alpha = \alpha + \Delta\alpha$
$\alpha > \frac{2\pi}{3}$
NU
DA
$R_{2P} = R_{2P} - R_2'$
$R_{2P} < R_2'$
NU
DA
STOP

Tabelul 4.1 $R_e = f(\alpha)$

α \ R	$8R_2'$	$6R_2'$	$4R_2'$	$2R_2'$	0
0	8,32608	7,49397	6,62200	5,84713	5,00700
5	8,36810	7,43584	6,47605	5,80125	5,00979
10	8,36987	7,42935	6,48575	5,81535	5,02829
15	8,41680	7,46473	6,54767	5,89139	5,26310
20	8,42950	7,60560	6,66712	6,03449	5,36979
25	8,60549	7,78930	6,85102	6,23416	5,52384
30	8,85680	8,05654	7,10889	6,36932	6,00897
35	9,19695	8,42234	7,60600	6,79316	6,43532
40	9,64660	8,91428	8,11416	7,46165	7,00212
45	10,73552	9,37188	8,79167	7,94755	7,43856
50	11,20300	10,20855	9,42834	9,04169	7,49698
55	12,32311	11,24812	10,43612	10,18574	8,79992
60	20,90200	20,69033	19,820[illegible]	18,19991	16,69787
65	23,04579	22,63898	21,50390	19,74559	17,47452
70	27,55663	25,67259	22,77370	21,07791	19,19437
75	29,11455	28,10649	25,26308	24,04161	22,05571
80	32,34631	30,92056	26,98524	25,67093	23,76712
85	31,11987	34,79569	30,99708	29,48097	12,80594
90	26,66669	24,61850	22,68454	21,49638	19,32312
95	30,78397	28,36512	26,29062	25,07674	22,71730
100	35,99701	34,70503	31,11302	29,82085	26,74641
105	48,13269	41,31413	37,75312	35,10846	34,38523
110	55,23519	51,21252	47,23479	44,32125	41,30232
115	66,27820	66,02769	64,01218	54,16457	54,88550
120	87,81404	89,24603	86,57364	83,54030	79,98135

între $(5 - 80)R_2'$, ceea ce ar fi greu de obținut folosind un reostat clasic. Se modifică în mod sensibil și reactanța circuitului; în cazul calculat valoarea lui X_e este cuprinsă în domeniul de $(1,5 - 15)\ X_2'$.

2. Valoarea numerică a parametrilor echivalenți este influențată în principal de valoarea unghiului α și variația lui R_e și X_e în funcție de unghiul α este în general monotonă. Face excepție doar un interval care corespunde cazului III (vezi cap.III) unde apare o discontinuitate și datorează faptului că în conformitate cu cele precizate în cap.III dat fiind complexitatea fenomenelor de comutație suprapusă s-au

Tabelul 4.2 $X_e = f(\alpha)$

α \ R	$8R_2'$	$6R_2'$	$4R_2'$	$2R_2'$	0
0	5,46532	5,18968	4,78453	4,33613	3,74479
5	5,60657	5,30359	4,79848	4,37831	3,74718
10	5,77627	5,46174	4,91717	4,44781	3,76497
15	6,01794	5,65934	5,06624	4,54453	3,85306
20	6,30548	5,89992	5,24683	4,66927	3,85646
25	6,64180	6,18648	5,46061	4,82388	3,92816
30	7,03530	6,52226	5,70983	5,01161	4,07357
35	7,48826	6,91419	6,10391	5,14460	4,18499
40	8,00679	7,57217	6,46447	5,46472	4,32552
45	8,59939	7,90908	6,88987	5,67936	4,42337
50	9,48668	8,35116	7,84327	6,11347	4,43466
55	10,34632	9,61547	7,76197	6,52311	4,88774
60	5,38904	5,39106	5,67214	5,84912	6,05684
65	5,69238	5,71586	5,96467	6,13371	6,22889
70	6,03262	6,19704	6,17856	6,37043	6,55436
75	6,29028	6,56441	6,58494	6,87210	7,06257
80	6,74123	6,97120	7,15060	7,13503	7,34520
85	12,10144	7,50358	7,44368	7,41964	7,09624
90	15,15071	13,15649	11,26407	9,50629	7,38904
95	16,97530	14,65056	12,43570	10,56861	7,93730
100	19,17628	16,76320	13,84325	11,39105	8,71902
105	21,87584	18,98367	15,56482	12,41132	9,47286
110	25,25887	21,75350	17,71748	13,97577	10,22273
115	29,61963	25,30838	20,95206	15,98592	11,48552
120	34,51030	30,05000	24,58374	19,01477	13,37426

folosit unele simplificări şi deci fenomenul nu a putut fi analizat strict amănunţit.

Valorile obţinute pentru acest domeniu sînt însă încadrabile între celelalte valori şi nu duc la destorsionarea curbelor mărimilor de pornire K_{IpR} şi K_{MpR} (vezi fig.4.6 şi 4.7).

3. Calculul evidenţiază faptul că modificarea valorii rezistenţei reostatului suplimentar nu duce la o modificare importantă a valorii parametrilor echivalenţi şi în ultimă instanţă eliminarea lui din schemă este posibilă.

4. Curentul de pornire al motorului asincron, a cărui variaţie în funcţie de unghiul α este reprezentată în fig.4.6

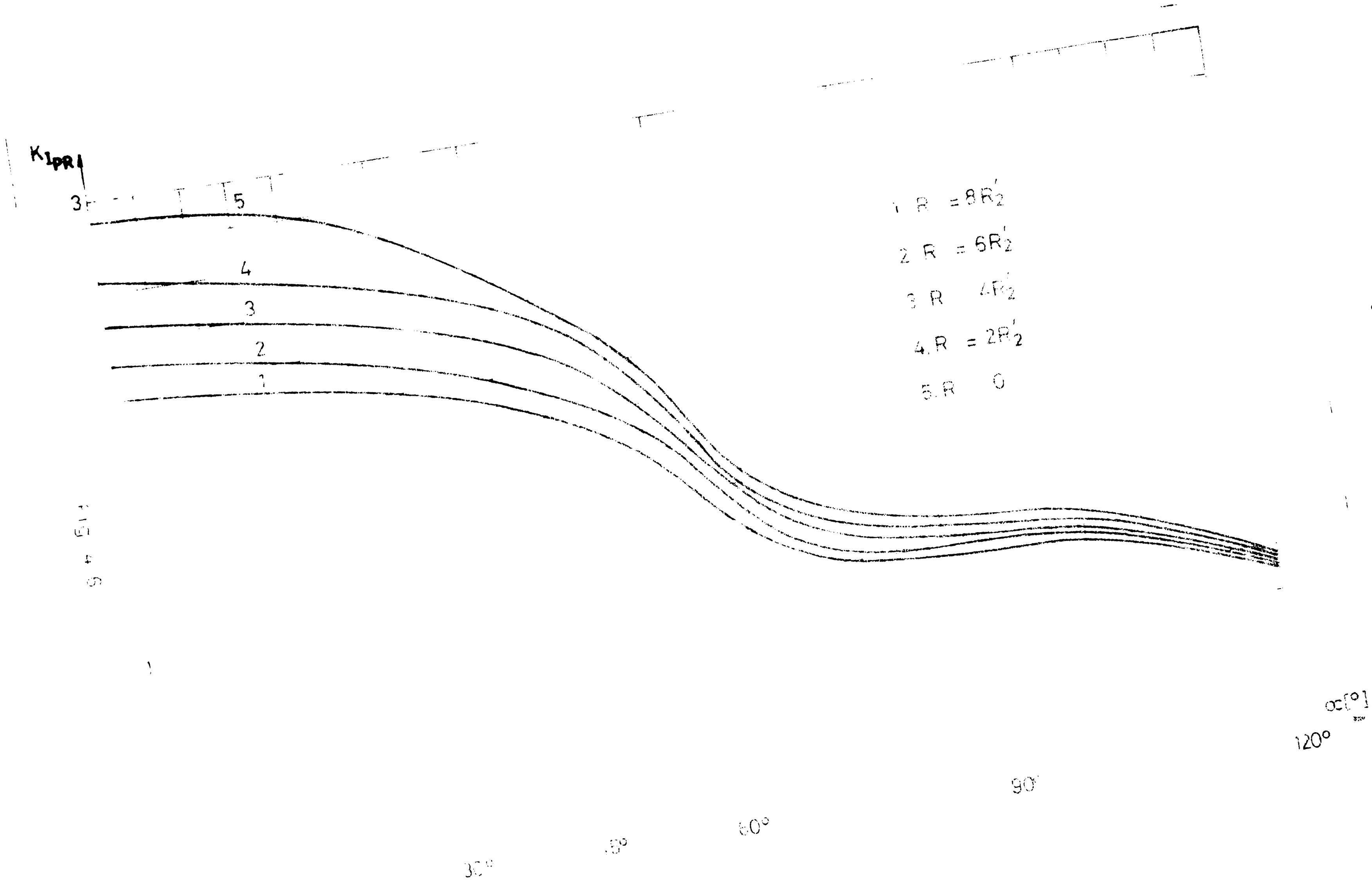
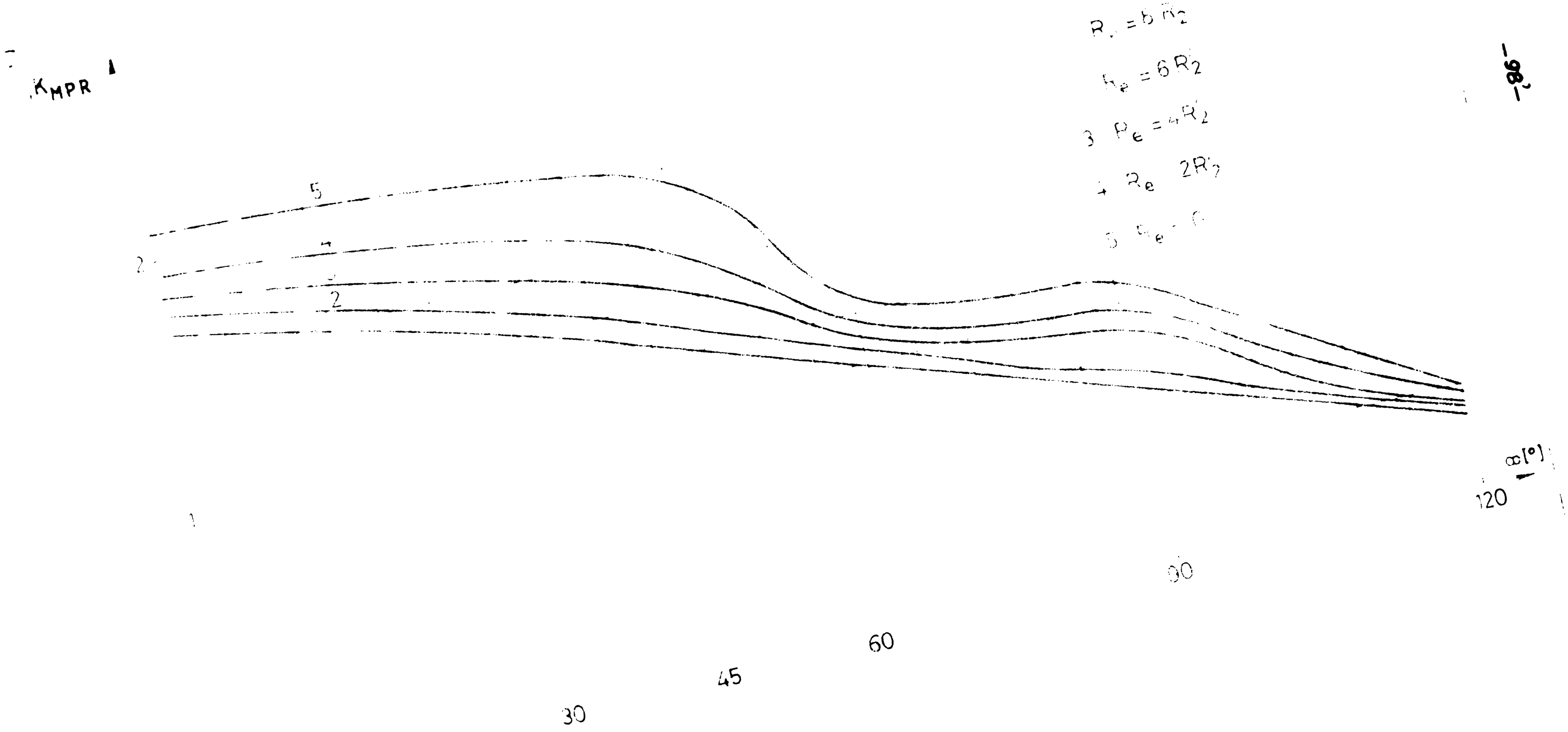


Fig. 4.6


K MPR
5
2
120
60
45
30
α[°]

prin intermediul raportului K_{IpR}, variază pe intervalul calculat în limite largi, putînd lua valori între $(0,7-2,9)I_n$. Influenţa rezistenţei suplimentare se face simţită la valori mici ale unghiului α, ca apoi (pentru $\alpha > 60^o$) practic să nu influenţeze valoarea lui K_{IpR}.

5. Cuplul de pornire al motorului a cărui variaţie, tot în funcţie de unghiul α este reprezentată în fig.4.7 prin intermediul raportului K_{MpR} poate lua valori cuprinse între $(2,1 - 0,4)M_n$.

Si în cazul cuplului de pornire influenţa valorii rezistenţei reostatului suplimentar R este redusă (mai ales la valori ale lui $R_\epsilon > 4R_2$).

6. Se poate concluziona în final că este posibil, dat fiind limitele între care pot varia curentul şi cuplul de pornire să se prescrie un astfel de interval de variaţie al unghiului şi eventual să se utilizeze o rezistenţă suplimentară de valoare corespunzătoare, care să asigure o pornire a sistemului de acţionare automat de un motor asincron cu un PIPS intercalat în circuitul rotoric, care să asigure şi o reducere corespunzătoare a curentului şi un cuplu de pornire suficient.

CAPITOLUL V

REZULTATE EXPERIMENTALE

5.1. Probleme generale

Pentru cercetările experimentale s-a conceput şi realizat un stand de probă care cuprinde în principal maşina asincronă, redresorul semicomandat, instrumentele de măsură şi aparatura necesară.

S-a urmărit atît evidenţierea calitativă cît şi evaluarea cantitativă a fenomenelor urmărite în cadrul experimentărilor.

5.2. Motorul de acţionare

Motorul de acţionare esteu un motor asincron cu rotor bobinat a cărui date principale trecute pe plăcuţă sînt:

$P_n = 4$ kW , $n_n = 940$ rot/min

stator: $U_{1nf}=220$ V, $I_{1n} = 10$ A conex Y

rotor : $U_{2nf} = 127$ V, $I_{2n} = 20$ A conex Y

Este motorul cu a cărui date s-a rulat programul ALFIM (cap.IV).

Parametrii motorului s-au determinat pe baza unor probe de mers în gol şi de scurtcircuit [22,64,78,94] .

Rezistenţa unei faze a înfăşurării statorice s-a măsurat prin metoda comparaţiei şi a rezultat valoarea $R_1=1,1\Omega$.

În urma prelucrării rezultatelor de la proba de mers în gol şi de la proba în scurtcircuit au rezultat următoarele valori ale parametrilor schemei echivalente a maşinii asincrone:

- parametrii de magnetizare $R_m=2,09\Omega$, $X_m=34,76\Omega$
- parametrii de scurtcircuit $R_{sc}=2,13\Omega$, $X_{sc}=458\ \Omega$

Cum R_1 a rezultat din măsurători directe se poate calcula $R_2' = R_{sc}-R_1 = 1,03\Omega$.

Pentru reactanţele de dispersie s-a considerat că $X_1=X_2' = 0,5\ X_{sc} = 2,29\Omega$ neavînd importanţă esenţială separarea, deoarece intervine suma lor. Se calculează de asemenea şi tensiunea nominală de scurtcircuit $u_{sc} = 0,23 U_n$

Considerînd constanta C_1 ca o mărime reală şi avînd valorile lui X_1 şi X_{1m} rezultă pentru C_1 valoarea 1,07.

Astfel s-au determinat parametrii şi mărimile schemei echivalente în L a maşinii asincrone şi totodată datele necesare rulării programului ALFIM.

5.3. Redresorul bifazat semicomandat în punte.

Redresorul utilizat la experimentări a fost proiectat şi realizat de către autor şi un colectiv de studenţi.

Părţile constitutive principale ale redresorului sînt:

- circuitul de forţă ;
- circuitul de comandă.

Elementele circuitului de forţă sînt tiristoarele, diodele şi sistemele de protecţie.

Schema de principiu a circuitului de forţă a fost prezentată în fig.2.2, diodele şi tiristoarele folosite sînt de construcţie I.P.R.S.Băneasa şi sînt montate pe radiatoare H.

In circuitul de forţă au fost montate siguranţe fuzibile ultrarapide.

Atît diodele cîtşi tiristoarele au fost alese cu un curent nominal de 60 A, siguranţele ultrarapide sînt de asemenea un curent nominal de 60 A.

Circuitul de comandă al redresorului se compune din:

- blocul generator de impulsuri ;
- amplificatorul final al impulsurilor ;
- stabilizatorul tensiunii de sincronizare.

Principiul schemei de comandă folosită constă în faptul că semnalele de comandă ale tiristoarelor sînt declanşate nu direct la trecerea prin zero a tensiunii alternative, ci pentru o comandă a valorii medii, mai întîi aceste impulsuri fiind supuse unei modulări în poziţie.

Tensiunea de comparaţie necesară pentru modulare (tensiunea în rampă) este sincronizată cu trecerea prin zero a tensiunii U_2 de la inelele colectoare ale motorului asincron.

O schemă bloc de comandă a unghiului de aprindere a tiristoarelor pentru o singură fază (un singur canal) este prezentată în fig.5.1.

Impulsurile de comandă pe grila tiristoarelor sînt sincronizate cu tensiunea rotorică a motorului asincron. Ele pot fi defazate faţă de tensiunea prin zero a tensiunii U_2 cu un unghi determinat de o tensiune continuă de comandă.

Elementul principal al blocului de comandă pe grilă este circuitul integrat βAA 146 . Acest circuit integrat este spe-

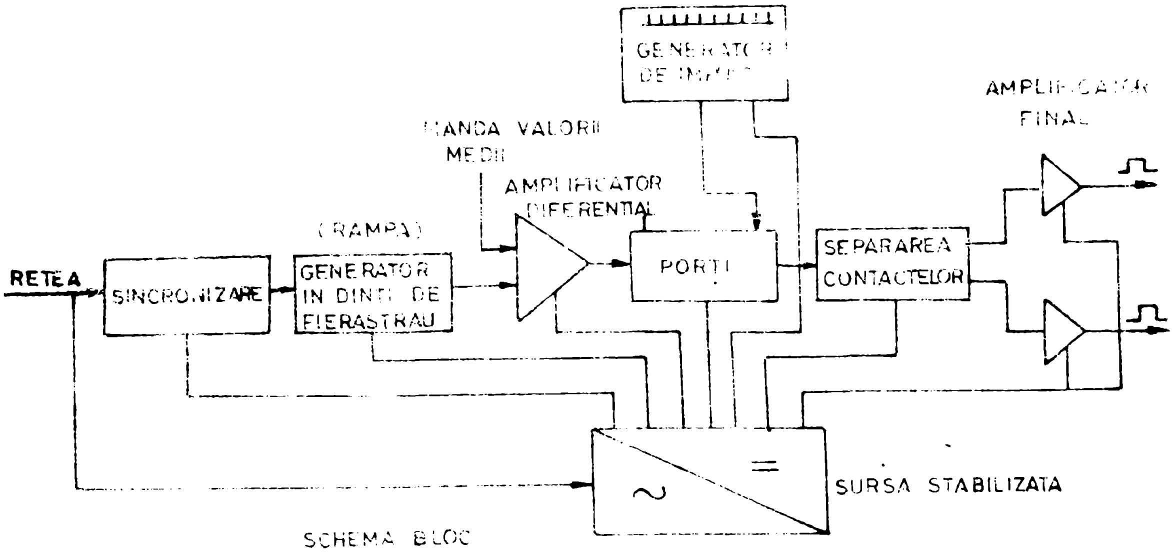


Fig.5.1

cializat în generarea impulsurilor sincronizate cu tensiunea de alimentare.

Nivelul tensiunii impulsurilor oferit de schema de comandă a tiristoarelor fiind prea scăzut, a fost necesară o ampli-

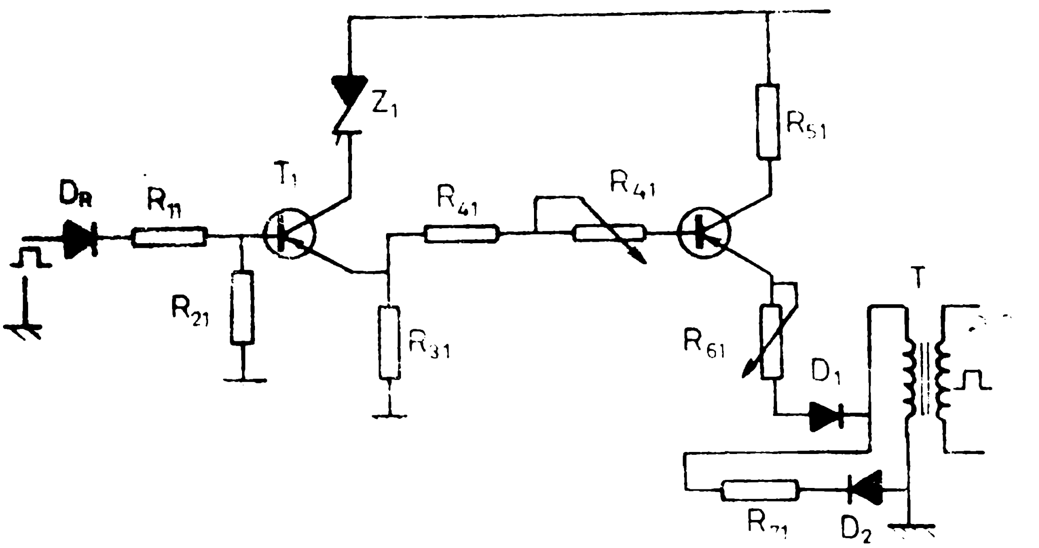


Fig.5.2

ficare a acesteia. Pentru aceasta în schemă se folosește un amplificator cu câte două tranzistoare pentru fiecare fază (fig. 5.2).

Schema este astfel concepută încît în momentul în care blocul generator de impulsuri nu oferă la ieşire impulsuri, schema nu consumă energie, deci nu are loc amplificare. In momentul apariţiei unui impuls, tranzistoarele conduc la saturaţie şi amplifică corespunzător ca nivel de tensiune şi curent. Impulsul obţinut este capabil să deschidă tiristorul astfel comandat.

Intrucît valoarea maximă a tensiunii alternative de sincronizare luată din circuitul rotoric al motorului asincron nu are voie sa depăşească o valoare limită este necesar un circuit de stabilizare a tensiunii rotorice. Acest lucru se realizează cu un montaj cu diode Zenner în antiparalel.

5.4. <u>Incercări pe stand</u>

Schema electrică de principiu a standului experimental este prezentată în fig.5.3.

Elementele componente ale instalaţiei experimentale sînt:

- sistemul de alimentare cu tensiune variabilă format dintr-un transformator reglabil sub sarcină AT şi întrerupătorul K ;
- sistemul de măsurare şi control compus din trusa Wattmetrică (TW) pentru măsurarea mărimilor electrice din statorul maşinii (U, I , P), ampermetrul A şi voltmetrul V din circuitul rotoric al maşinii asincrone precum şi un osciloscop care nu este figurat în schemă ;
- motorul asincron (MA) cu datele prezentate în 5.2 ;
- maşina de lucru pentru încărcarea motorului asincron, un generator de c.c. cu excitaţie separată (G.c.c.);
- redresorul semicomandat reprezentat prin circuitul de forţă cu tiristoarele T şi diodele D, circuitul de comandă DCG şi protecţia prin siguranţe ultrarapide S_f ;
- rezistenţa suplimentară R conectată la bornele de ieşire ale redresorului.

Incercările experimentale au început cu verificarea sistemului de acţionare astfel conceput, efectuîndu-se porniri în gol şi la diverse încărcări ale motorului asincron comandat cu RIPS.

Incercările au evidenţiat corectitudinea soluţiei adoptate în lucrare asigurîndu-se pornirea lină a sistemului de acţionare şi menţinînd prin controlul de fază al unghiului α , intensitatea curenţilor din înfăşurările maşinii în limitele

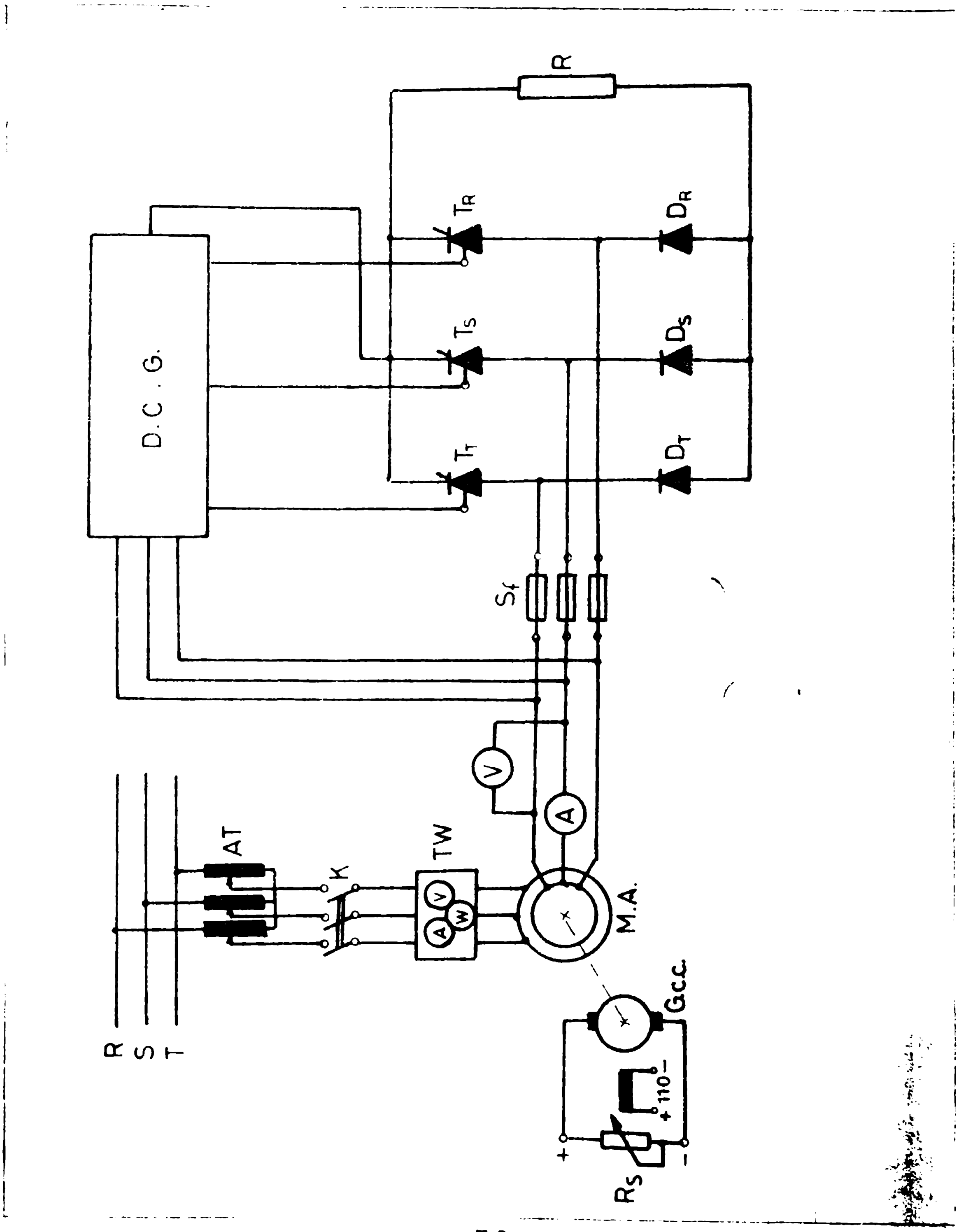


Fig. 5.3

admise pe parcursul pornirii.

In continuare s-au efectuat încercări în regim de scurtcircuit, simulîndu-se astfel momentul de început al procesului de pornire, şi s-au oscilografiat tensiunea redresată, tensiunea pe tiristor şi curentul prin fazele înfăşurării rotorice, care, dat fiind caracterul rezistiv al circuitului impus de prezenţa rezistenţei suplimentare, se poate considera că are aceeaşi formă ca şi tensiunea rotorică de fază.

In figurile 5.4 - 5.7 sînt reprezentate oscilogramele:

a) tensiunii redresate nefiltrate de la bornele de curent continuu de RTPS $U_{redr} = f(\omega t)$.

b) tensiunii pe tiristorul fazei R = RTPS $U_{TR}=f(\omega t)$;

c) curentului (tensiunii rotorice) pe faza R $U_{A}=f(\omega t)$

Oscilogramele au fost ridicate pentru cazul cînd rezistenţa rezistorului suplimentar R a avut valoarea $R = 6R_2$ şi în patru situaţii corespunzînd valorilor unghiului de comandă:

$$\alpha = \begin{cases} 36^\circ & \text{(fig.5.4)} \\ 72^\circ & \text{(fig.5.5)} \\ 108^\circ & \text{(fig.5.6)} \\ 144^\circ & \text{(fig.5.7)} \end{cases}$$

Un ultim obiectiv al cercetărilor experimentale l-a constituit determinarea valorilor curentului de pornire al motorului asincron în cazul analizat în lucrare. Pentru aceasta s-a folosit schema de montaj din fig.5.2. făcîndu-se o probă de scurtcircuit.

S-au făcut măsurători în trei situaţii corespunzător a trei valori pentru rezistenţa rezistorului suplimentar R

$R = 6R_2'$ (fig.5.8 - curba 1)

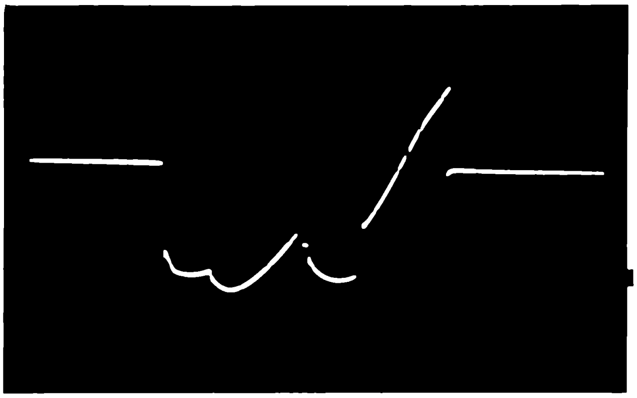
$R = 4R_2'$ (fig.5.8 - curba 2)

$R = 0$ (fig.5.8 - curba 3)

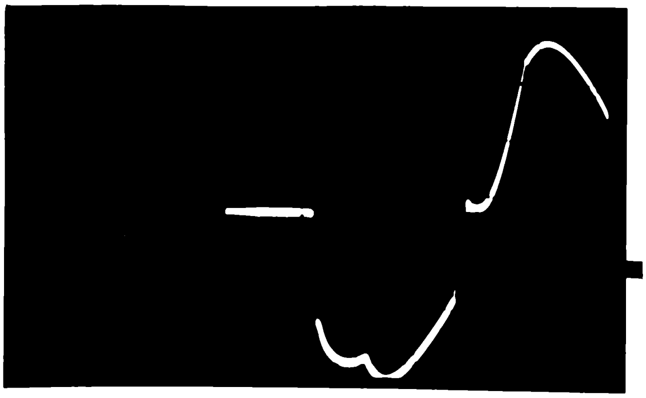
Unghiul de comandă α al tiristoarelor a fost variat în domeniul de $(54^\circ - 135^\circ)$.

$\alpha = 36^0$

a) $U_{rect} = f(\omega t)$



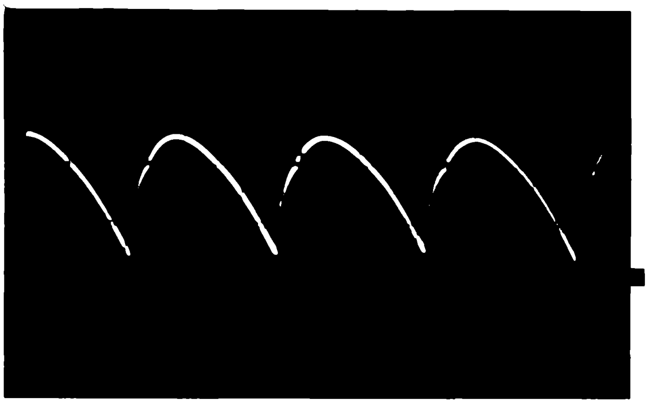
b) $U_{1A} = f(\omega t)$



c) $U_A = f(\omega t)$

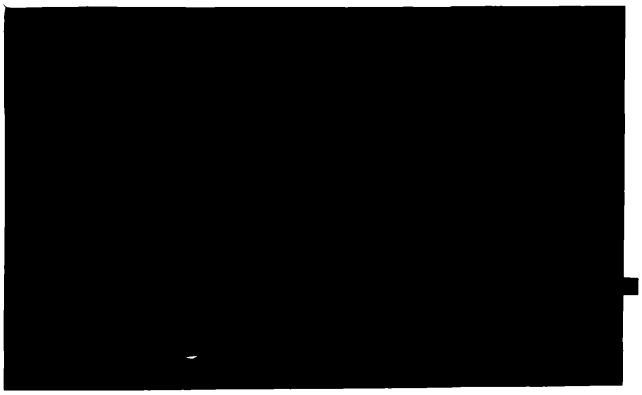
Fig.5.4

$\alpha = 72^{0}$



a) $U_{redr} = f(\omega t)$

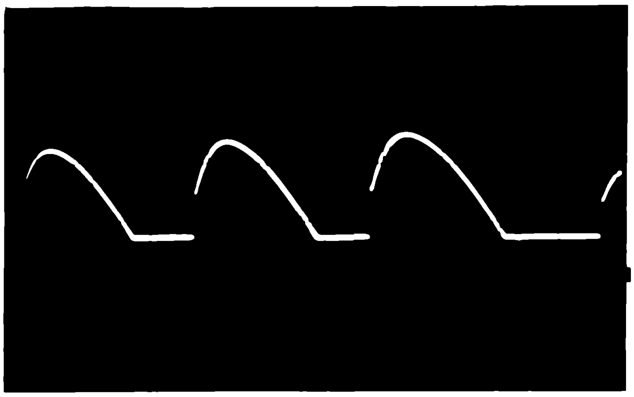
b) $U_{1A} = f(\omega t)$



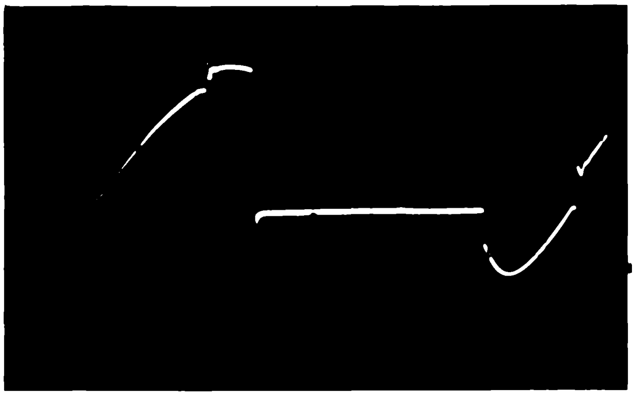
c) $U_{A} = f(\omega t)$

Fig.5.5

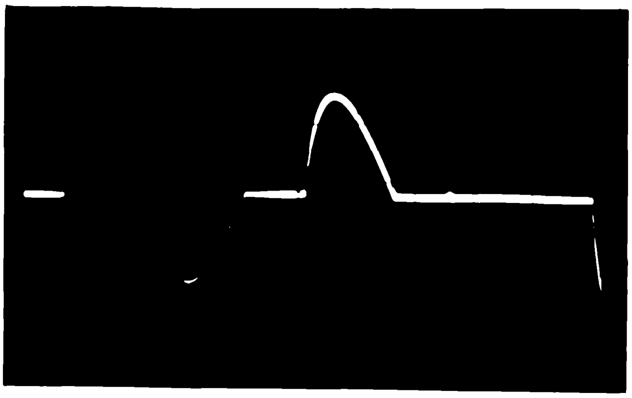
$\alpha = 108^\circ$



a) $U_{redr} = f(\omega t)$



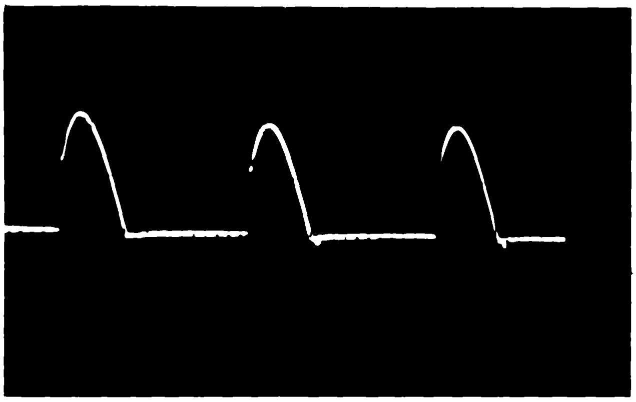
b) $U_{TR} = f(\omega t)$



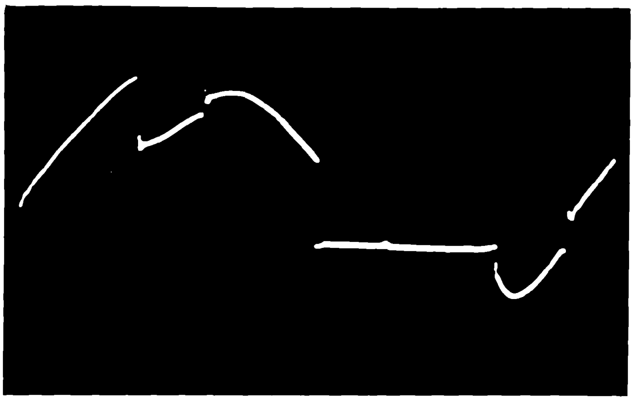
c) $U_R = f(\omega t)$

Fig.5.6

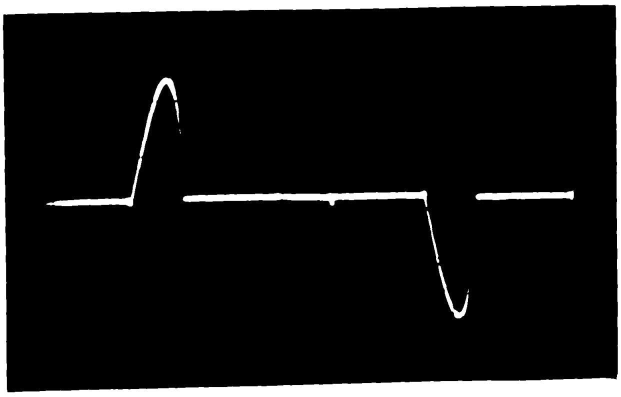
$\alpha = 144^{\circ}$



a) $U_{redr} = f(\omega t)$

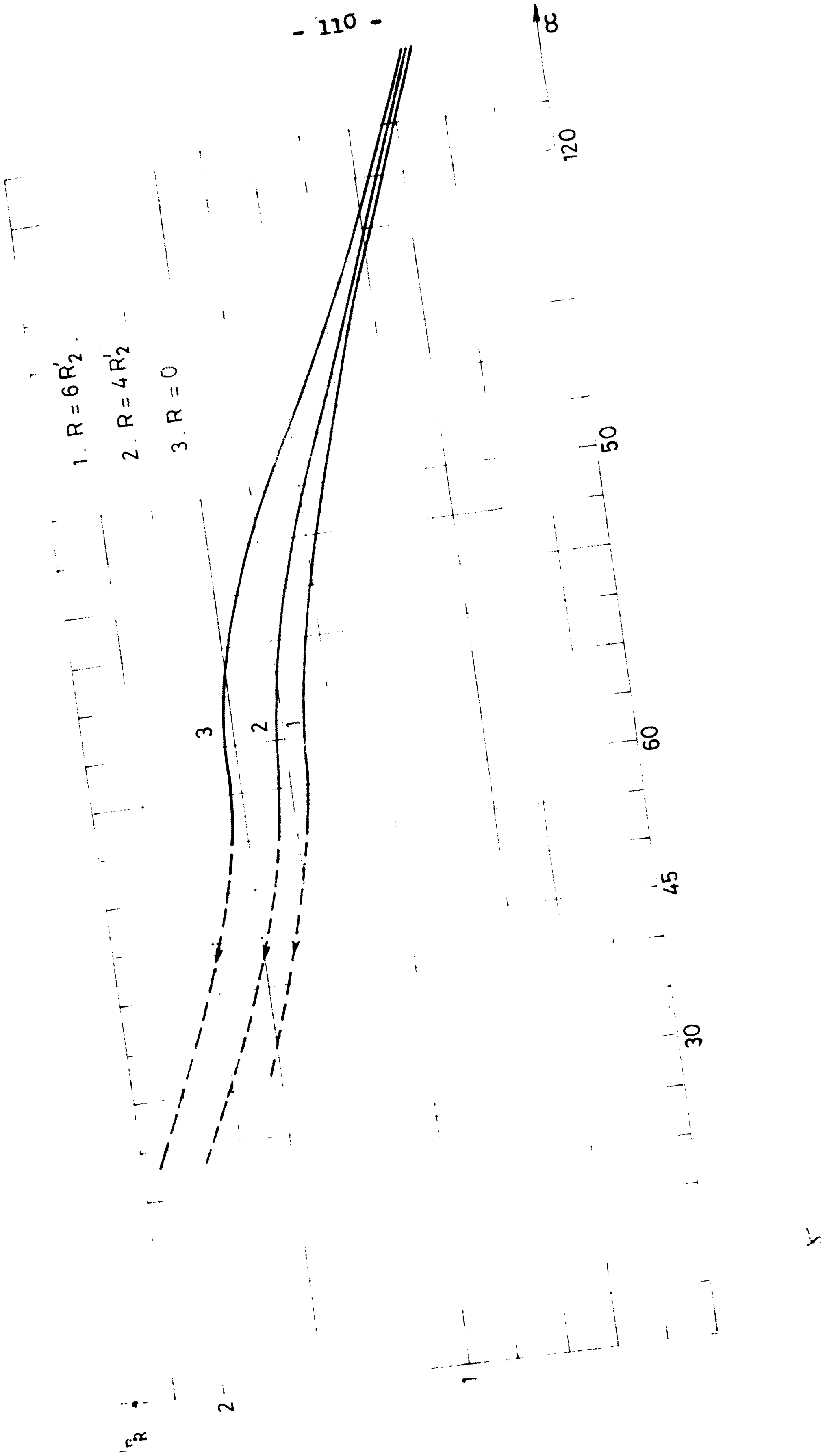


b) $U_{1k} = f(\omega t)$



c) $U_{k} = f(\omega t)$

Fig.5.7


1. R = 6 R'2
2. R = 4 R'2
3. R = 0
3
2
1
α
120
50
60
45
30
1
2

5.5. Observații, concluzii

1. Se poate observa din oscilogramele tensiunii rotorice că forma acesteia corespunde în general formei considerate teoretic. La valori mici ale unghiului de comandă α se constată că trecerea la 0 a valorii tensiunii este bruscă, ceea ce este evidențiat de panta practic verticală de limitare laterală a arcelor de sinusoidă. Aceasta se explică prin faptul că la valori mici ale lui α , puterea reactivă de comandă fiind mică (ea variază cu sin α) influența inductivităților din circuitul care întîrzie comutația, este mai redusă, deci în aceste situații se poate considera comutația apropiată de cea ideală.

La valori mai mari ale unghiului de comandă se constată o "rotunjire" a formei pulsurilor tensiunii rotorice, rezultat al influenței crescute a inductivităților din circuit.

Pentru tensiunea redresată și pentru căderea de tensiune pe tiristor nu sînt necesare mențiuni speciale, formele lor de undă fiind cele obișnuite pentru funcționarea RTPS.

2. Pornind de la faptul că în momentul inițial al procesului de pornire, cînd viteza rotorului este nulă se poate considera că mașina asincronă este în regim de scurtcircuit se poate afirma că I_p, curentul de pornire are valoarea I_{sc}, curentul de scurtcircuit. Raportînd valoarea acestui curent la curentul nominal de sarcină s-a calculat factorul K_{IpR} care s-a reprezentat în fig.5.8.

Comparînd curbele obtinute experimental cu cele rezultate în urma calculului analitic (fig.4.6) se constată următoarele:

- în general, pe domeniul analizat, formele de variație ale curbelor sînt asemănătoare, iar valorile obținute pentru K_{IpR} la aceeași valoare a lui R și la același unghi α sînt foarte apropiate ;

- în domeniul învecinat valorii de 60° a unghiului α se constată că valorile lui K_{IpR} sînt mai mari pentru curbele experimentale, ceea ce face să dispară a cea variație bruscă din cazul curbelor teoretice; aceasta se poate explica prin faptul că pentru domeniul din jurul valorii de 60° a unghiului α , așa cum s-a arătat în capitolul III, este foarte dificil să se obțină o formă de undă exactă a tensiunii rotorice, datorită faptului că suprapunerea la comutație a perechilor de tiristoare şi de diode nu se face după o lege de succesiune precisă pe întreaga perioadă de suprapunere, iar pentru studiul teoretic a fost necesară însă adaptarea unei anumite forme de undă "echivalente" pentru întreaga perioadă susamintită ;

- diferenţele care apar între modelul teoretic şi rezultatele experimentale sînt inerente, este însă important faptul că nu sînt diferenţe mari, pe domeniul măsurat diferenţele fiind cuprinse între (1,6 - 9,8)% din valoarea calculată şi nu duc la modificări esenţiale ale formei curbelor curentului de pornire.

3. Pentru aplicarea practică a soluţiei de pornire analizate în lucrare este important să se arate că se pot obţine valori reduse ale curentului de pornire, fără a diminua valoarea cuplului de pornire, că sistemul de comandă adoptat:

- asigură un domeniu larg de modificare a lui K_{Ip} ,

- este precis, asigurînd o reglare fină a valorii curentului de pornire ;

- simplu de manevrat, se acţionează de fapt asupra unui potenţiometru reglabil ;

- nu are inerţie şi nu apar oscilaţii sensibile ale curentului în timpul operaţiei de modificare a valorii sale.

CAPITOLUL VI

CONCLUZII FINALE, PERSPECTIVE

Tema lucrării deşi se încadrează în domeniul studiului comportării maşinii asincrone în sisteme de acţionare cu dispozitive statice, un domeniu intens studiat în ultimul timp, are în vedere un caz care nu a mai fost studiat în amănunt pînă în prezent.

Aceasta face ca, deşi s-au folosit mijloace de investigaţie şi de studiu îndeobşte cunoscute, strategia şi modul de abordare a problemelor din lucrare să fie concepute de autor.

Analizînd în mod concret o metodă de pornire pentru motorul asincron cu rotor bobinat care foloseşte un redresor trifazat în punte semicomandată, în lucrare se face ipoteza că se poate studia metoda folosind o schemă echivalentă în care apare înlocul redresorului o impedanţă variabilă în funcţie de unghiul de aprindere al tiristoarelor.

Pornind de la acest model matematic se determină expresiile analitice ale parametrilor echivalenţi şi ale mărimilor de pornire, cuplu şi curent, şi se calculează valorile lor concrete pentru un caz real.

Experimentările au fost făcute pe acelaşi motor ale cărui date au fost introduse în programul de calcul.

Se pot stabili următoarele concluzii generale:

1.- Pornirea maşinii de inducţie în regim de motor este un regim tranzitoriu care influenţează reţeaua de alimentare datorită şocului de curent care apare în acest proces.

2.- Cu toate dezavantajele constructive şi funcţionale pe care le are în comparaţie cu maşina asincronă cu rotor în scurtcircuit, maşina asincronă cu rotor bobinat este superioară din punct de vedere al condiţiilor de pornire, putînd avea concomitent un curent de pornire de valoare relativ redusă şi un cuplu la pornire suficientdde mare.

3.- Metoda de pornire analizată în lucrare care se recomandă a fi utilizată la pornirea motoarelor asincrone, cu rotor bobinat asigură aceste cezid rate în condiţiile unei scheme relativ simple şi a unei poluări armonice reduse a reţelei.

4.- Metoda analitică de determinare a coeficienţilor termenilor dezvoltării în serie Fourier a funcţiei u(t), atît în cazul considerării comutației ideale cît și pentru comutația reală conduce la obținerea unor expresii analitice exacte a acestora. Acest lucru permite calculul exact al coeficienților Fourier și stă la baza unui întreg sistem de programe de calcul pe ordinator care pot avea în vedere pe lîngă obiectivele rezolvate în lucrare și alte probleme în perspectivă.

5.- Corectitudinea calculului efectuat și a ipotezelor asumate în cazul comutației reale este confirmată și de faptul că prin particularizarea se obțin expresiile din cazul comutației considerate ideală.

6. În practică, în funcție de o serie de factori, (încărcarea mașinii, valorile parametrilor circuitului rotoric, existența sau nu a unei rezistențe suplimentare conectate la bornele de ieșire ale RTFS) situația concretă poate fi încadrată în unul din cazurile menționate anterior.

7.- Schema echivalentă concepută în lucrare pentru ansamblul circuit rotoric al mașinii asincrone și circuit de forță al redresorului și modelul matematic de calcul a permis determinarea expresiilor analitice ale parametrilor echivalenți - rezistența R_e și reactanța X_e - precum și a mărimilor de pornire - curent și cuplu - în funcție de o serie de factori care intervin.

8.- Programul de calcul ALRIM, care ține cont de valoarea curentului de pornire, se influențează unghiul de suprapunere la comutație, a evidențiat prin rezultatele obținute influența redusă a valorii rezistenței suplimentare asupra parametrilor și mărimilor de pornire, fapt confirmat și experimentat. Acest lucru este de o importanță deosebită pentru practică, deoarece permite într-o serie de situații eliminarea ei din schemă.

9.- Experimentările au confirmat corectitudinea ipotezelor și a metodicilor de calcul utilizate în capitolele III - IV.

Ținînd cont de importanța temei studiate, de implicațiile ei se poate considera că rezultatele la care s-a ajuns nu apreciază în totalitate domeniul, ci deschid noi perspective pentru cercetări ulterioare.

Ca preocupări de perspectivă se pot enumera:

- studiul pe calculator al influenței armonicilor superioare asupra funcționării mașinii, cu evidențierea modalităților practice de reducere a conținutului de armonici pentru situațiile concrete în care se aplică metoda;

- determinarea şi în cazul comutaţiei reale a expresiilor armonicilor superioare şi efectuarea unei analize armonice complete ;
- abordarea cazului în care se foloseşte pentru pornirea motorului asincron un redresor complet comandat şi efectuarea unui studiu comparativ faţă de cazul analizat în lucrare;
- analiza parametrilor ce definesc regimul energetic al pornirii (randament, factor de putere) şi a influenţei regimului deformant introdus de armonici asupra comportării energetice a maşinii.
- extinderea studiului asupra regimului de modificare a turaţiei maşinii asincrone, folosind schema analizată în lucrare.
- lărgirea ariei investigaţiilor experimentale;
- elaborarea unei metodici simple de calcul, pentru proiectarea unui astfel de sistem de acţionare.

A N E X A 1
(la capitolul II)

CALCULUL EXPRESIEI ANALITICE PENTRU COEFICIENȚII SERIEI FOURIER AI FUNCȚIEI u(t)

1.1. Cazul I $\left[0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}\right]$ și $\left[\beta - \alpha < \frac{\pi}{3}\right]$

Expresia funcției periodice u(t) pe intervalul de o perioadă este:

a) $\left[\frac{\pi}{6} + \alpha ; \frac{\pi}{2}\right]$ $\quad u(t) = U\sqrt{6}\,\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$

b) $\left[\frac{\pi}{2} ; \frac{5\pi}{6} + \alpha - \beta\right]$ $\quad u(t) = U\sqrt{6}\,\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$

c) $\left[\frac{7\pi}{6} ; \frac{3\pi}{2} + \alpha - \beta\right]$ $\quad u(t) = U\sqrt{6}\,\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$

d) $\left[\frac{3\pi}{2} + \alpha ; \frac{11\pi}{6}\right]$ $\quad u(t) = U\sqrt{6}\,\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$

Pe restul intervalului $[0,2\pi]$ $u(t) = 0$.

1.1.1. Calculul termenului A_{0I}

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{u(t)}{U\sqrt{6}}\,d\omega t \qquad \text{(A1.1)}$$

Se calculează integrala Fourier pe cele 4 intervale pe care u(t) nu este nulă.

$$A_{0I} = A_{0Ia} + A_{0Ib} + A_{0Ic} + A_{0Id} \qquad \text{(A1.2)}$$

$$A_{0Ia} = \frac{1}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\,d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left[\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \cos\frac{2\pi}{3}\right] \qquad \text{(A1.3)}$$

$$A_{0Ib} = \frac{1}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta}\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})\,d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left[\cos\frac{\pi}{3} - \cos(\frac{2\pi}{3} + \alpha - \beta)\right] \qquad \text{(A1.4)}$$

$$A_{0Ic} = \frac{1}{2\pi}\int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\,d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left[\cos\frac{4\pi}{3} + \cos(\frac{2\pi}{3} + \alpha - \beta)\right] \qquad \text{(A1.5)}$$

$$A_{0Id} = \frac{1}{2\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}}\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})\,d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left[-\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \cos\frac{5\pi}{3}\right] \qquad \text{(A1.6)}$$

Inlocuind în (A1.2) expresiile (A1.3 - A1.6) se obține:

$A_{0I} = 0$

1.1.2. Calculul coeficientului A_{1I}

$$A_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{u(t)}{U\sqrt{6}} \sin\omega t \, d(\omega t) \qquad (A1.7)$$

$$A_{1I} = A_{1Ia} + A_{1Ib} + A_{1Ic} + A_{1Id} \qquad (A1.8)$$

$$A_{1Ia} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\sin\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\sin(\frac{\pi}{3}+2\alpha) + \frac{2\pi}{3} - 2\right] +$$

$$+ \frac{1}{8\pi}\left[\cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha) + 1\right] \qquad (A1.9)$$

$$A_{1Ib} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})\sin\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\sin(\frac{2\pi}{3}+2\alpha-2\beta) + \right.$$

$$\left. + \frac{2\pi}{3} + 2\alpha - 2\beta\right] + \left[\frac{1}{8\pi}\left[1 - \cos(\frac{2\pi}{3}+2\alpha-2\beta)\right]\right. \qquad (A1.10)$$

$$A_{1Ic} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\sin\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \sin(2\alpha - 2\beta) + \right.$$

$$\left. + \frac{2\pi}{3} + 2\alpha - 2\beta)\right] + \frac{1}{8\pi}\left[\frac{1}{2} + \cos(2\alpha - 2\beta)\right] \qquad (A1.11)$$

$$A_{1Id} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6}) \sin\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin 2\alpha + \frac{2\pi}{3} - 2\alpha\right] +$$

$$+ \frac{1}{8\pi}\left[\frac{1}{2} + \cos 2\alpha\right] \qquad (A1.12)$$

Inlocuind pe (A1.9) - (A1.12) în (A1.7) se obține:

$$A_{1I} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{3}{4} + \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \frac{\beta\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(2\alpha - \beta)\sin(\frac{\pi}{3} - \beta)\right] \qquad (A1.13)$$

1.1.3. Calculul coeficientului B_{1I}

$$B_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{u(t)}{U\sqrt{6}} \cos\omega t \, d\omega t \qquad (A1.14)$$

$$B_{1I} = B_{1Ia} + B_{1Ib} + B_{1Ic} + B_{1Id} \tag{A1.15}$$

$$B_{1Ia} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\cos\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha)-1\right] +$$

$$+ \frac{1}{8\pi}\left[-\sin(\frac{\pi}{3}+2\alpha) + \frac{2\pi}{3} - 2\alpha\right] \tag{A1.16}$$

$$B_{1Ib} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})\cos\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[1+\cos(\frac{2\pi}{3}+2\alpha-2\beta)\right] +$$

$$+ \frac{1}{8\pi}\left[\sin(\frac{2\pi}{3}+2\alpha-2\beta) - \frac{2\pi}{3} - 2\alpha + 2\beta\right] \tag{A1.17}$$

$$B_{1Ic} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\cos\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\cos(2\alpha-2\beta)+\frac{1}{2}\right] +$$

$$+ \frac{1}{8\pi}\left[-\sin(2\alpha-2\beta) - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\pi}{3} + 2\alpha - 2\beta\right] \tag{A1.18}$$

$$B_{1Id} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})\cos\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[-\frac{1}{2} - \cos 2\alpha\right] +$$

$$+ \frac{1}{8\pi}\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin 2\alpha - \frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right] \tag{A1.19}$$

Inlocuind pe (A1.16)-(A1.19) în (A1.15) se obţine:

$$B_{1I} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\sin(2\alpha-\beta)\sin(\frac{\pi}{3}-\beta) \tag{A1.20}$$

1.1.4. Calculul coeficientului A_{mI}.

$$A_m = \frac{1}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{u(t)}{U\sqrt{6}} \sin m\omega t \, d\omega t \qquad (A1.21)$$

$$A_{mI} = A_{mIa} + A_{mIb} + A_{mIc} + A_{mId} \qquad (A1.22)$$

$$A_{mIa} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\sin m\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\sin(m-1)\frac{\pi}{2} -$$

$$-\sin(m-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)) + \frac{1}{m+1}(-\sin(m+1)\frac{\pi}{2} + \sin(m+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha))\Big] +$$

$$+ \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{m+1}(\cos(m+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha) - \cos(m+1)\frac{\pi}{2}) + \frac{1}{m-1}(\cos(m-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha) -$$

$$- \cos(m+1)\frac{\pi}{2})\Big] \qquad (A1.23)$$

Pentru simplificare se rescrie expresia considerînd:

- armonici pare ($m=2K$)

$$A_{mIa} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{2k-1}((-1)^{k+1} - \sin(2k-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)) + \frac{1}{2k+1}((-1)^{k+1} +$$

$$+ \sin(2k+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha))\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{2k+1}\cos(2k+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha) +$$

$$+ \frac{1}{2k-1}\cos(2k-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)\Big] \qquad (A1.23)'$$

- armonici impare ($m=2k+1$)

$$A_{mIa} = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\Big[-\frac{1}{k}\sin k(\frac{\pi}{3}+2\alpha) + \frac{1}{k+1}\sin(k+1)(\frac{\pi}{3}+2\alpha)\Big] +$$

$$+ \frac{1}{8\pi}\Big[\frac{1}{k+1}(\cos(k+1)(\frac{\pi}{3}+2\alpha) + (-1)^{k}) + \frac{1}{k}(\cos k(\frac{\pi}{3}+2\alpha) +$$

$$+ (-1)^{k+1}\Big] \qquad (A1.23)''$$

$$A_{mIb} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})\sin m\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\sin(m-1)$$

$$(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta) - \sin(m-1)\frac{\pi}{2}) + \frac{1}{m+1}(-\sin(m+1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta) +$$

$$+ \sin(m+1)\frac{\pi}{2}\,)\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{m+1}(\cos(m+1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)-\cos(m+1)\frac{\pi}{2})+$$

$$+ \frac{1}{m-1}(\cos(m-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta) - \cos(m-1)\frac{\pi}{2})\Big] \qquad (A1.24)$$

Pentru armonici pare ($m=2k$) relatia (A1.23) devine:

$$A_{mIb} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{2k-1}(\sin(2k-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)+(-1)^k + \frac{1}{2k+1}(-\sin(2k+1)$$

$$(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)+(-1)^k)\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{2k+1}\cos(2k+1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta) +$$

$$+ \frac{1}{2k-1}\cos(2k-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)\Big] \qquad (A1.24)'$$

Pentru armonici impare ($m=2k+1$) relatia (A1.23) devine:

$$A_{mIb} = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\Big[\frac{1}{k}\sin k(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta) - \frac{1}{k+1}\sin(k+1)(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta)\Big] +$$

$$+ \frac{1}{8\pi}\Big[\frac{1}{k+1}(\cos(k+1)(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta)+(-1)^k) + \frac{1}{k}(\cos k(\frac{5\pi}{3}+$$

$$+2\alpha-2\beta) - (-1)^k)\Big] \qquad (A1.24)''$$

$$A_{mIc} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{3\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta}\sin(\omega t+\frac{\pi}{6})\sin m\omega t\, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\sin(m-1)$$

$$(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta)-\sin(m-1)\frac{7\pi}{6})+\frac{1}{m+1}(\sin(m+1)\frac{7\pi}{6}-\sin(m+1)$$

$$(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta)\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{m+1}(\cos(m+1)\frac{7\pi}{6}-\cos(m+1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta))+$$

$$+ \frac{1}{m-1}(\cos(m-1)\frac{7\pi}{6}-\cos(m+1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta))\Big] \qquad (A1.25)$$

Pentru armonici pare ($m=2k$) relatia (A1.24) devine:

$$A_{mIc} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{2k-1}(\sin(2k-1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta)-\sin(2k-1)\frac{7\pi}{6}) +$$

$$+\frac{1}{2k+1}\left(\sin\,(2k+1)\frac{7\pi}{6}-\sin(2k+1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta\right)\right]+\frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{2k+1}\left(\cos\right.\right.$$

$$(2k+1)\frac{7\pi}{6}-\cos\,(2k+1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta\right)\Big)+\frac{1}{2k-1}\left(\cos(2k-1)\frac{7\pi}{6}-\right.$$

$$\left.\left.-\cos(2k-1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta\right)\right)\right] \qquad (A1.25)'$$

Pentru armonici impare (m=2k+1) relatia (A1.24) devine:

$$A_{mIc}=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\frac{1}{k}\left(\sin\,k(\pi+2\alpha-2\beta)-\sin\,k\,\frac{7\pi}{3}\right)+\frac{1}{k+1}\left(\sin(k+1)\frac{7\pi}{3}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\sin(k+1)(\pi+2\alpha-2\beta)\right)\right]+\frac{1}{8\pi}\left[\frac{1}{k+1}\left(\cos\,\frac{7\pi}{3}(k+1)-\cos(k+1)\right.\right.$$

$$\left.\left.(\pi+2\alpha-2\beta)\right)+\frac{1}{k}\left(\cos\,k\,\frac{7\pi}{3}-\cos\,k(\pi+2\alpha-2\beta)\right)\right]$$

(A1.25)"

$$A_{mId}=\frac{1}{\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}}\sin(\omega t-\frac{\pi}{6})\sin\,m\omega t\,d\omega t=\frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}\left(\sin(m-1)\frac{11\pi}{6}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\sin(m-1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\right)+\frac{1}{m+1}\left(\sin(m+1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)-\sin(m+1)\frac{11\pi}{6}\right)\right]+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\left[-\frac{1}{m+1}\left(\cos(m+1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)+\cos(m+1)\frac{11\pi}{6}\right)-\frac{1}{m-1}\left(\cos(m-1)\frac{7\pi}{6}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\cos(m-1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\right)\right] \qquad (A1.26)$$

Pentru armonici pare (m=2k)relatia (A1.25) devine:

$$A_{mId}=\frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{2k-1}\left(\sin(2k-1)\frac{11\pi}{6}-\sin(2k-1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2k+1}\left(\sin(2k+1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)-\sin(2k+1)\frac{11\pi}{6}\right)\right]+\frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{2k+1}\left(-\right.\right.$$

$$-\cos(2k+1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)+\cos(2k+1)\frac{11\pi}{6}\Big)+\frac{1}{2k-1}\left(-\cos(2k-1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)+\right.$$

$$\left.\left.+\cos(2k-1)\frac{11\pi}{6}\right)\right] \qquad (A1.26)'$$

Pentru armonici impare (m=2k+1) relatia (A1.25) devine:

$$A_{mId}=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\frac{1}{k}(\sin\frac{11k\pi}{3}-\sin k(\pi+2\alpha))+\frac{1}{k+1}(\sin(k+1)(\pi+2\alpha)-\right.$$

$$\left.-\sin\frac{11(k+1)\pi}{3})\right]+\frac{1}{8\pi}\left[\frac{1}{k+1}(-\cos(k+1)(\pi+2\alpha)+\cos(k+1)\frac{11\pi}{3})+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{k}(-\cos k(\pi+2\alpha)+\cos\frac{11k\pi}{3})\right] \qquad (A1.26)''$$

Inlocuind pe (A1.23)' - (A1.26)' în (A1.22) se obține expresia coeficientului A_{mI} pentru armonici pare:

$$A_{mIa}=\frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{2k-1}\cos\frac{2k-1}{2}(\pi+2\alpha-\beta)\cos\frac{2k-1}{2}(\frac{\pi}{3}-\beta)\sin\frac{k\pi}{3}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2k+1}\cos\frac{2k+1}{2}(\pi+2\alpha-\beta)\cos\frac{2k+1}{2}(\frac{\pi}{3}-\beta)\sin\frac{k\pi}{3}\right] \qquad (A1.27)$$

Inlocuind pe (A1.23)" - (A1.26)" în (A1.22) se obține expresia coeficientului A_{mI} pentru armonici impare:

$$A_{mI}=\frac{1}{\pi}\left[\frac{(-1)^{k+1}}{4k(k+1)}+\frac{(-1)^{k+1}}{2k}\cos\frac{2(k+1)\pi}{3}+\frac{(-1)^{k}}{2(k+1)}\cos\frac{2k\pi}{3}-\right.$$

$$-\frac{1}{k}\cos k(\pi+2\alpha-\beta)\sin k(\frac{\pi}{3}-\beta)\sin\frac{(k-1)\pi}{3}+\frac{1}{k+1}\cos(k+1)(\pi+2\alpha-\beta)$$

$$\left.\sin(k+1)(\frac{\pi}{3}-\beta)\sin\frac{(k-1)\pi}{3}\right] \qquad (A1.28)$$

1.1.5. Calculul coeficientului B_{mI}

$$B_m=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{u(t)}{U\sqrt{6}}\cos m\omega t\, d\omega t \qquad (A1.29)$$

$$B_{mI}=B_{mIa}+B_{mIb}+B_{mIc}+B_{mId} \qquad (A1.30)$$

$$B_{mIa}=\frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}}\sin(\omega t+\frac{\pi}{6})\cos m\omega t\, d\omega t=\frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}(\cos(m-1)\frac{\pi}{2}-\right.$$

$$\left.-\cos(m-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha))+\frac{1}{m+1}(-\cos(m+1)\frac{\pi}{2}+\cos(m+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha))\right]+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}(\sin(m-1)\frac{\pi}{2}-\sin(m-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha))+\frac{1}{m+1}(\sin(m+1)\frac{\pi}{2}-\right.$$

$$- \sin(m+1)(\frac{\pi}{6} + \alpha)) \qquad (A1.31)$$

Pentru armonici pare (m=2k) relația (A1.31) devine:

$$B_{mIa} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[- \frac{1}{2k-1}\cos(2k-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha) + \frac{1}{2k+1}\cos(2k+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)\right] +$$

$$+ \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{2k-1}((-1)^{k+1} - \sin(2k-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)) + \frac{1}{2k+1}((-1)^{k} - \sin\right.$$

$$\left.(2k+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha))\right] \qquad (A1.31)'$$

Pentru armonici impare (m=2k+1) relația (A1.31) devine:

$$B_{mIa} = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\frac{1}{k}((-1)^{k} - \cos k(\frac{\pi}{3}+2\alpha)) + \frac{1}{k+1}((-1)^{k} + \cos(k+1)\right.$$

$$\left.(\frac{\pi}{3}+2\alpha))\right] + \frac{1}{8\pi}\left[- \frac{1}{k}\sin k(\frac{\pi}{3} + 2\alpha) - \frac{1}{k+1}\sin(k+1)\right.$$

$$\left.(\frac{\pi}{3}+2\alpha))\right] \qquad (A1.31)''$$

$$B_{mIb} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta}\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})\cos m\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}(\cos\right.$$

$$(m-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta) - \cos(m-1)\frac{\pi}{2}) + \frac{1}{m+1}(-\cos(m+1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta) +$$

$$\left.+ \cos(m+1)\frac{\pi}{2})\right] + \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}(-\sin(m-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta) +\right.$$

$$\left.\sin(m-1)\frac{\pi}{2}) + \frac{1}{m+1}(-\sin(m+1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta) + \sin(m+1)\frac{\pi}{2})\right]$$

$$(A1.32)$$

Pentru armonici pare (m=2k) relația (A1.32) devine:

$$B_{mIb} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{2k-1}\cos(2k-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta) - \frac{1}{2k+1}\cos(2k+1)\right.$$

BUPT

$$\left.(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)\right]+\frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{2k-1}(-\sin(2k-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)+\right.$$

$$\left.+(-1)^{k+1})+\frac{1}{2k+1}(-\sin(2k+1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)+(-1)^{k})\right] \tag{A1.32)'}$$

Pentru armonici impare (m=2k+1 relatia (A1.32)devine:

$$B_{mIb}=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\frac{1}{k}(\cos k(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta)+(-1)^{k})+\frac{1}{k+1}(-\cos(k+1)\right.$$

$$\left.(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta)+(-1)^{k+1})\right]+\frac{1}{8\pi}\left[\frac{1}{k}(-\sin k(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta)-\right.$$

$$-\frac{1}{k+1}\sin(k+1)(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta) \tag{A1.32)''}$$

$$B_{mIc}=\frac{1}{\pi}\int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta}\sin(\omega t+\frac{\pi}{6})\cos m\omega t\, d\omega t=\frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}(\cos(m-1)\right.$$

$$(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta)-\cos(m-1)\frac{7\pi}{6})+\frac{1}{m+1}(-\cos(m+1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta)+$$

$$\left.+\cos(m+1)\frac{7\pi}{6})\right]+\frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}(\sin(m-1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta)-\sin(m-1)\right.$$

$$\left.\frac{7\pi}{6})+\frac{1}{m+1}(\sin(m+1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha-\beta)-\sin(m+1)\frac{7\pi}{6})\right] \tag{A1.33}$$

Pentru armonici pare (m=2k) relatia (A1.33) devine:

$$B_{mIc}=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\frac{1}{k}(\cos k(\pi+2\alpha-2\beta)-\cos\frac{7k\pi}{3})+\frac{1}{k+1}(-\cos(k+1)(\pi+2\alpha-2\beta)+\right.$$

$$+\cos\frac{7(k+1)\pi}{3})+\frac{1}{8\pi}\left[\frac{1}{k}(\sin k(\pi+2\alpha-2\beta)-\sin\frac{7k\pi}{3})+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{k+1}(\sin(k+1)(\pi+2\alpha-2\beta)-\sin\frac{7(k+1)\pi}{3})\right] \tag{A1.33)''}$$

$$B_{mId} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}} \sin(\omega t-\frac{\pi}{6})\cos m\omega t\, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\cos(m-1)\frac{11\pi}{6} - \cos(m-1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha)) + \frac{1}{m+1}(-\cos(m+1)\frac{11\pi}{6} + \cos(m+1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha))\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(-\sin(m-1)\frac{11\pi}{6} + \sin(m-1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha)) + \frac{1}{m+1}(-\sin(m+1)\frac{11\pi}{6} + \sin(m+1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha))\Big] \quad (A1.34)$$

Pentru armonici pare (m=2k) relaţia (A1.34) devine:

$$B_{mId} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{2k-1}(\cos(2k-1)\frac{11\pi}{6} - \cos(2k-1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha)) + \frac{1}{2k+1}(-\cos(2k+1)\frac{11\pi}{6} + \cos(2k+1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha))\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{2k-1}(-\sin(2k-1)\frac{11\pi}{6} + \sin(2k-1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha)) + \frac{1}{2k+1}(-\sin(2k+1)\frac{11\pi}{6} + \sin(2k+1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha))\Big] \quad (A1.34)'$$

Pentru armonici impare (m=2k+1) relaţia (A1.34) devine:

$$B_{mId} = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\Big[\frac{1}{k}(\cos\frac{11k\pi}{3} - \cos k(\pi+2\alpha)) + \frac{1}{k+1}(-\cos(\frac{11(k+1)\pi}{3} + \cos(k+1)(\pi+2\alpha))\Big] + \frac{1}{8\pi}\Big[\frac{1}{k}(-\sin\frac{11k\pi}{3} + \sin k(\pi+2\alpha)) + \frac{1}{k+1}(-\sin\frac{11(k+1)\pi}{3} + \sin(k+1)(\pi+2\alpha))\Big] \quad (A1.34)''$$

Inlocuind în (A1.30) pe (A1.31)' - (A1.34)' se obţine expresia coeficientului B_{mI} pentru armonici pare:

$$B_{mI} = \frac{1}{\pi}\Big[\frac{(-1)^{k+1}}{4k^2-1} + \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}\cos\frac{2(k-1)\pi}{3} + \frac{(-1)^{k}}{2k+1}\cos\frac{2(k+1)\pi}{3} - \frac{2}{2k-1}\sin\frac{2k-1}{2}(\pi+2\alpha-\beta)\cos\frac{2k-1}{2}(\beta-\frac{\pi}{3})\sin\frac{k\pi}{3} +$$

$$+ \frac{2}{2k+1} \sin \frac{2k+1}{2}(\pi + 2\alpha - \beta) \cos \frac{2k+1}{2} (\beta - \frac{\pi}{3}) \sin \frac{k\pi}{3} \Big] \qquad (A1.35)$$

Inlocuind în (A1.30) pe (A1.31)" - (A1.34)" se obține; expresia coeficientului B_{mI} pentru armonici impare:

$$B_{mI} = \frac{1}{\pi} \Big\{ \Big[\frac{1}{k} \sin k(\pi + 2\alpha - \beta) \sin k(\frac{\pi}{3} - \beta) \sin \frac{(k-1)\pi}{3} + \frac{1}{k+1} \sin$$

$$(k+1)(\pi + 2\alpha - \beta) \sin(k+1)(\frac{\pi}{3} - \beta) \sin \frac{(k-1)\pi}{3} \Big] \qquad (A1.36)$$

1.2. Cazul II $\left[0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{3}\right]$ şi $\left[\beta - \alpha < \frac{\pi}{3}\right]$

Expresia funcției periodice u(t) pe intervalul de o perioadă este:

a) $\left[\frac{\pi}{6} + \alpha , \frac{5\pi}{6} + \alpha - \beta \right]$ $\qquad u = U\sqrt{6} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$

b) $\left[\frac{3\pi}{2} + \alpha , \frac{13\pi}{6} + \alpha - \beta \right]$ $\qquad u = U\sqrt{6} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$

Pe restul intervalului $[0, 2\pi]$ $u(t) = 0$.

1.2.1. Calculul termenului A_{oII}

Se foloseşte relația (A1.1)

$$A_{oII} = A_{oIIa} + A_{oIIb} \qquad (A1.37)$$

$$A_{oIIa} = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) d\omega t = \frac{1}{2\pi} \Big[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\frac{\pi}{3} + \alpha) \Big] \qquad (A1.38)$$

$$A_{oIIb} = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6}) d\omega t = -\frac{1}{2\pi} \Big[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\frac{\pi}{3} + \alpha) \Big] \qquad (A1.39)$$

Inlocuind pe (A1.38) şi (A1.39) în (A1.37) rezultă

$$A_{OII} = 0$$

1.2.2. Calculul coeficientului A_{1II}

Se calculează cu relația (A1.7)

$$A_{1II} = A_{1IIa} + A_{1IIb} \qquad (A1.40)$$

$$A_{1IIa} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \sin\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\sin(\frac{\pi}{3}+\alpha) - \sin(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta) + \frac{4\pi}{3} - 2\beta\right] + \frac{1}{8\pi}\left[-\cos(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta) + \cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha)\right] \qquad (A1.41)$$

$$A_{1IIb} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6}) \sin\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\sin(\pi+2\alpha) - \sin(\frac{\pi}{3}+2\alpha-2\beta) + \frac{4\pi}{3} - 2\beta\right] + \frac{1}{8\pi}\left[\cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha-2\beta) - \cos(\pi+2\alpha)\right] \qquad (A1.42)$$

Inlocuind pe (A1.41) şi (A1.42) în (A1.40) se obţine:

$$A_{1II} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \frac{\beta\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha-\beta)\cos(\frac{\pi}{6}-\beta)\right. \qquad (A1.43)$$

1.2.3. Calculul coeficientului B_{1II}

Se calculează cu relaţia (A1.14)

$$B_{1II} = B_{1IIa} + B_{1IIb} \qquad (A1.44)$$

$$B_{1IIa} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \cos\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha) - \cos(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta)\right] + \frac{1}{8\pi}\left[\sin(\frac{5\pi}{3}+2\alpha-2\beta) - \sin(\frac{\pi}{3}+2\alpha) + \frac{4\pi}{3} - 2\beta\right] \qquad (A1.45)$$

$$B_{1IIb} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6}) \sin\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left[\cos(\pi+2\alpha) - \cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha-2\beta)\right] + \frac{1}{8\pi}\left[\sin(\pi+2\alpha) - \sin(\frac{\pi}{3}+2\alpha-2\beta) - \frac{4\pi}{3} + 2\beta\right] \qquad (A1.46)$$

Inlocuind pe (A1.45) şi (A1.46) în (A1.44) se obţine:

$$B_{1II} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\sin\left(\frac{\pi}{3}+2\alpha-\beta\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}-\beta\right) \qquad (A1.47)$$

1.2.4. Calculul coeficientului A_{mII}

Se calculează cu relația (A1.21)

$$A_{mII} = A_{mIIa} + A_{mIIb} \qquad (A1.48)$$

$$A_{mIIa} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\sin m\omega t\, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}\left(\sin(m-1)\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta\right)-\sin(m-1)\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)\right)+\frac{1}{m+1}\left(-\sin(m+1)\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta\right)+\sin(m+1)\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)\right)\right] + \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{m+1}\left(\cos(m+1)-\cos(m+1)\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta\right)\right)+\frac{1}{m-1}\left(\cos(m-1)\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)-\cos(m-1)\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta\right)\right)\right] \qquad (A1.49)$$

$$A_{mIIb} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)\sin m\omega t\, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}\left(\sin(m-1)\left(\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta\right)-\sin(m-1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\right)+\frac{1}{m+1}\left(\sin(m+1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)-\sin(m+1)\left(\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta\right)\right)\right] + \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{m+1}\left(\cos(m+1)\left(\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta\right)-\cos(m+1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\right)+\frac{1}{m-1}\left(\cos(m-1)\left(\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta\right)-\cos(m-1)\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\right)\right] \qquad (A1.50)$$

Dat fiind forma relațiilor obținute nu s-a justificat scrierea separată a expresiilor pentru armonici pare, respectiv impare.

Se înlocuiește (A1.49) și (A1.50) în (A1.48) și se obține expresie coeficientului A_{mII}:

$$A_{mII} = \frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{m-1}\sin\frac{m-1}{2}\left(\frac{2\pi}{3}-\beta\right)\cos\frac{m-1}{2}\left(\frac{7\pi}{3}+2\alpha-\beta\right)\sin\frac{2m\pi}{3} + \frac{1}{m+1}\sin\frac{m+1}{2}\left(\frac{2\pi}{3}-\beta\right)\cos\frac{m+1}{2}\left(\frac{7\pi}{3}+2\alpha-\beta\right)\sin\frac{2m\pi}{3}\right] \qquad (A1.51)$$

1.2.5. Calculul coeficientului B_{mII}

Se calculează cu relaţia (A1.29)

$$B_{mII} = B_{mIIa} + B_{mIIb} \qquad (A1.52)$$

$$B_{mIIa} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t+\frac{\pi}{6})\cos m\omega t\, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\cos(m-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)-\cos(m-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha))+\frac{1}{m+1}(\cos(m+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)-$$

$$-\cos(m+1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta))\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\sin(m-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)-$$

$$-\sin(m-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha))+\frac{1}{m+1}(\sin(m+1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha-\beta)-$$

$$-\sin(m+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha))\Big] \qquad (A1.53)$$

$$B_{mIIb} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta} \sin(\omega t-\frac{\pi}{6})\cos m\omega t\, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}($$

$$\cos(m-1)(\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta)-\cos(m-1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha))+\frac{1}{m+1}(\cos(m+1)$$

$$(\frac{3\pi}{2}+\alpha)-\cos(m+1)(\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta))\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\sin(m-1)$$

$$(\frac{3\pi}{2}+\alpha)-\sin(m-1)(\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta))+\frac{1}{m+1}(\sin(m+1)(\frac{3\pi}{2}+\alpha)-$$

$$-\sin(m+1)(\frac{13\pi}{6}+\alpha-\beta))\Big] \qquad (A1.54)$$

Si în cazul lui B_{mII} se scrie o singură expresie pentru orice armonică de ordinul $m>1$, înlocuind în (A1.52) pe (A1.53) şi (A1.54).

$$B_{mII} = \frac{2}{\pi}\Big[\frac{1}{m+1}\sin\frac{m+1}{2}(\frac{7\pi}{3}+2\alpha-\beta)\sin\frac{m+1}{2}(\frac{2\pi}{3}-\beta)\sin\frac{2m\pi}{3} -$$

$$-\frac{1}{m-1}\sin\frac{m-1}{2}(\frac{7\pi}{3}+2\alpha-\beta)\sin\frac{m-1}{2}(\frac{2\pi}{3}-\beta)\sin\frac{2m\pi}{3}\Big] \qquad (A1.55)$$

1.3. Cazul III $\Big[\frac{\pi}{3}<\alpha<\pi\Big]$

Expresia funcţiei periodice u(t) pe intervalul de o perioadă este:

a) $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha\ ;\ \frac{7\pi}{6}-\beta\right]$ $\qquad u=U\sqrt{6}\,\sin(\omega t-\frac{\pi}{6})$

b) $\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha\ ;\ \frac{11\pi}{6}-\beta\right]$ $\qquad u=U\sqrt{6}\,\sin(\omega t+\frac{\pi}{6})$

Pe restul intervalului $[0,2\pi]$ $u(t)=0$.

1.3.1. Calculul termenului A_{0III}

Se foloseşte relaţia (A1.1)

$$A_{0III}=A_{0IIIa}+A_{0IIIb} \tag{A1.56}$$

$$A_{0IIIa}=\frac{1}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{7\pi}{6}-\beta}\sin(\omega t-\frac{\pi}{6})d\omega t=\frac{1}{2\pi}\left[\cos\beta+\cos\alpha\right] \tag{A1.57}$$

$$A_{0IIIb}=\frac{1}{2\pi}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}-\beta}\sin(\omega t+\frac{\pi}{6})d\omega t=\frac{1}{2\pi}\left[-\cos\beta-\cos\alpha\right] \tag{A1.58}$$

Inlocuind pe (A1.57) şi (A1.58) în (A1.56) rezultă:

$A_{0III}=0$

1.3.2. Calculul coeficientului A_{1III}

Se calculează cu relaţia (A1.7)

$$A_{1III}=A_{1IIIa}+A_{1IIIb} \tag{A1.59}$$

$$A_{1IIIa}=\frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{7\pi}{6}-\beta}\sin(\omega t-\frac{\pi}{6})\sin\omega t\,d\omega t=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\Big[\sin(\frac{\pi}{3}+2\alpha)-$$

$$-\sin(\frac{\pi}{3}-2\beta)+2\pi-2\beta-2\alpha\Big]+\frac{1}{8\pi}\Big[\cos(\frac{\pi}{3}+2\beta)-$$

$$-\cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha)\Big] \tag{A1.60}$$

$$A_{1IIIb}=\frac{1}{\pi}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}-\beta}\sin(\omega t+\frac{\pi}{6})\sin\omega t\,d\omega t=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\Big[-\sin(\frac{2\pi}{3}+2\alpha)+$$

$$+\sin\left(\frac{2\pi}{3}-2\beta\right)+2\pi-2\beta-2\alpha\Big]+\frac{1}{8\pi}\Big[\cos\left(\frac{2\pi}{3}-2\beta\right)-$$

$$-\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2\alpha\right)\Big] \qquad (A1.61)$$

Inlocuind pe (A1.60) şi (A1.61) în (A1.59) se obţine:

$$A_{1III}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\pi-\beta-\alpha+\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)\right] \qquad (A1.62)$$

1.3.3. Calculul coeficientului B_{1III}

Se calculează cu relaţia (A1.14)

$$B_{1III}=B_{1IIIa}+B_{1IIIb} \qquad (A1.63)$$

$$B_{1IIIa}=\frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{7\pi}{6}-\beta}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)\cos\omega t\,d\omega t=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\Big[\cos\left(\frac{\pi}{3}+2\alpha\right)-$$

$$-\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\beta\right)\Big]+\frac{1}{8\pi}\Big[\sin\left(\frac{\pi}{3}+2\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\beta\right)-$$

$$-2\pi+2\beta+2\alpha\Big] \qquad (A1.64)$$

$$B_{1IIIb}=\frac{1}{\pi}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}-\beta}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\cos\omega t\,d\omega t=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\Big[-\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2\alpha\right)+$$

$$+\cos\left(\frac{2\pi}{3}-2\beta\right)\Big]+\frac{1}{8\pi}\Big[-\sin\left(\frac{2\pi}{3}-2\beta\right)+\sin\left(\frac{2\pi}{3}+2\alpha\right)+$$

$$+2\pi-2\beta-2\alpha\Big] \qquad (A1.65)$$

Inlocuind pe (A1.64) şi (A1.65) în (A1.63) se obţine:

$$B_{1III}=-\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\sin(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta) \qquad (A1.66)$$

1.3.4. Calculul coeficientului A_{mIII}

Se calculează cu relaţia)A1.21)

$$A_{mIII}=A_{mIIIa}+A_{mIIIb} \qquad (A1.67)$$

$$A_{mIIIa} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{7\pi}{6}-\beta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})\sin m\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\sin (m-1)(\frac{7\pi}{6} - \beta) - \sin(m-1)(\frac{\pi}{6} + \alpha)) + \frac{1}{m+1}(\sin(m+1)(\frac{\pi}{6} + \alpha) - \sin(m+1)(\frac{7\pi}{6} - \beta))\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\cos(m-1)(\frac{7\pi}{6} - \beta) - \cos(m-1)(\frac{\pi}{6} + \alpha)) + \frac{1}{m+1}(\cos(m+1)(\frac{7\pi}{6} - \beta) - \cos(m+1)(\frac{\pi}{6} + \alpha))\Big] \tag{A1.68}$$

$$A_{mIIIb} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}-\beta} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\sin m\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\sin(m-1)(\frac{11\pi}{6} - \beta) - \sin(m-1)(\frac{5\pi}{6} + \alpha)) + \frac{1}{m+1}(\sin(m+1)(\frac{5\pi}{6} + \alpha) - \sin(m+1)(\frac{11\pi}{6} - \beta))\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}(\cos(m-1)(\frac{5\pi}{6} + \alpha) - \cos(m-1)(\frac{11\pi}{6} - \beta)) + \frac{1}{m+1}(\cos(m+1)(\frac{5\pi}{6} + \alpha) - \cos(m+1)(\frac{11\pi}{6} - \beta))\Big] \tag{A1.69}$$

Se înlocuieşte (A1.68) şi (A1.69) în (A1.67) şi se obţine expresia coeficientului A_{mIII}:

$$A_{mIII} = \frac{2}{\pi}\Big[\frac{1}{m-1}\sin\frac{m-1}{2}(\pi - \alpha - \beta)\cos\frac{m-1}{2}(2\pi + \alpha - \beta)\sin\frac{m\pi}{3} + \frac{1}{m+1}\sin\frac{m+1}{2}(\pi - \alpha - \beta)\cos\frac{m+1}{2}(2\pi + \alpha - \beta)\sin\frac{m\pi}{3}\Big] \tag{A1.70}$$

Relaţia (A1.70) se particularizează şi se obţin următoarele expresii:

- pentru armonici pare (m=2k):

$$A_{mIII} = \frac{2}{\pi}\left[\frac{(-1)^k}{2k-1}\cos\frac{2k-1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{2k-1}{2}(\alpha-\beta)\sin\frac{2k\pi}{3} + \right.$$

$$\left. + \frac{(-1)^{k+1}}{2k+1}\cos\frac{2k+1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{2k+1}{2}(\alpha-\beta)\sin\frac{2k\pi}{3}\right] \quad (A1.71)$$

- pentru armonici impare (m=2k+1)

$$A_{mIII} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{(-1)^{k+1}}{k}\sin k(\alpha+\beta)\cos k(\alpha-\beta)\sin\frac{(2k+1)\pi}{3} + \right.$$

$$\left. + \frac{(-1)^k}{k+1}\sin(k+1)(\alpha+\beta)\cos(k+1)(\alpha-\beta)\frac{\sin(2k+1)\pi}{3}\right] \quad (A1.72)$$

1.3.5. Calculul coeficientului B_{mIII}

Se calculează cu relația (A1.29)

$$B_{mIII} = B_{mIIIa} + B_{mIIIb} \quad (A1.73)$$

$$B_{mIIIa} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{7\pi}{6}-\beta}\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})\cos m\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}(\cos\right.$$

$$(m-1)(\frac{7\pi}{6}-\beta)-\cos(m-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)) + \frac{1}{m+1}(\cos(m+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)-$$

$$\left.-\cos(m+1)(\frac{7\pi}{6}-\beta))\right] + \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}(\sin(m-1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)\right. -$$

$$-\sin(m-1)(\frac{7\pi}{6}-\beta)) + \frac{1}{m+1}(\sin(m+1)(\frac{\pi}{6}+\alpha)-\sin(m+1)$$

$$\left.(\frac{7\pi}{6}-\beta))\right] \quad (A1.74)$$

$$B_{mIIIb} = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}-\beta}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\cos m\omega t \, d\omega t = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\left[\frac{1}{m-1}(\cos\right.$$

$$(m-1)(\frac{11\pi}{6}-\beta)-\cos(m-1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha)) + \frac{1}{m+1}(\cos(m+1)(\frac{5\pi}{6}+\alpha)-$$

$$-\cos(m+1)\left(\frac{11\pi}{6}-\beta\right)\Big] + \frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{m-1}\Big(\sin(m-1)\left(\frac{11\pi}{6}-\beta\right)-$$

$$-\sin(m-1)\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha\right)\Big)+\frac{1}{m+1}\Big(\sin(m+1)\left(\frac{11\pi}{6}-\beta\right)-\sin(m+1)$$

$$\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha\right)\Big)\Big] \qquad (A1.75)$$

Se introduc (A1.74) şi (A1.75) în (A1.73) şi se obţine expresia coeficientului B_{mIII}:

$$B_{mIII}=\frac{1}{\pi}\Big[-\frac{2}{m-1}\sin\frac{m-1}{2}(\pi-\alpha-\beta)\sin\frac{m-1}{2}(2\pi+\alpha-\beta)\sin\frac{m\pi}{3}-$$

$$-\frac{2}{m+1}\sin\frac{m+1}{2}(\pi-\alpha-\beta)\sin\frac{m+1}{2}(2\pi+\alpha-\beta)\sin\frac{m\pi}{3}\Big] \qquad (A1.76)$$

Relaţia (A1.76) se particularizează şi se obţin următoarele expresii:

- pentru armonici pare (m=2k):

$$B_{mIII}=\frac{2}{\pi}\Big[\frac{(-1)^{k}}{2k-1}\cos\frac{2k-1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{2k-1}{2}(\alpha-\beta)\sin\frac{2k\pi}{3}+$$

$$+\frac{(-1)^{k+1}}{2k+1}\cos\frac{2k+1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{2k+1}{2}(\alpha-\beta)\sin\frac{2k\pi}{3}\Big] \qquad (A1.77)$$

- pentru armonici impare (m=2k+1)

$$B_{mIII}=\frac{1}{\pi}\Big[\frac{(-1)^{k}}{k}\sin k(\alpha+\beta)\sin k(\alpha-\beta)\sin\frac{(2k+1)\pi}{3}+$$

$$+\frac{(-1)^{k+1}}{k+1}\sin(k+1)(\alpha+\beta)\sin(k+1)(\alpha-\beta)\sin\frac{(2k+1)\pi}{3}\Big] \qquad (A1.78)$$

A N E X A 2
(la capitolul III)

CALCULUL EXPRESIEI ANALITICE PENTRU COEFICIENȚII TERMENILOR ÎN SINUS ȘI COSINUS AI ARMONICII FUNDAMENTALE A DEZVOLTĂRII ÎN SERIE FOURIER A FUNCȚIEI u (t)

2.1. Cazul I $\left(0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{3}\right.$ și $\left.\alpha + \gamma < \frac{\pi}{3}\right)$

Pentru acest caz, expresia funcției periodice u(t) pe intervalul de o perioadă este:

$\left[0\ ;\ \frac{\pi}{6}+\alpha\right]$	$u(t) = 0$
$\left[\frac{\pi}{6}+\alpha;\ \frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$	$u(t)= \frac{1}{2}\ (u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}$
$\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$	$u(t)=u_{eR} - u_{eS}$
$\left[\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2}+\gamma_0\right]$	$u(t)=u_{eR}- \frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})$
$\left[\frac{\pi}{2}+\gamma_0;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha\right]$	$u(t)=u_{eR} - u_{eT}$
$\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$	$u(t)= \frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}$
$\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma;\ \frac{7\pi}{6}\right]$	$u(t) = 0$
$\left[\frac{7\pi}{6}\ ;\ \frac{7\pi}{6}+\gamma_0\right]$	$u(t)= \frac{1}{2}\ (u_{eR}+u_{eT}) - u_{eS}$
$\left[\frac{7\pi}{6}+\gamma_0;\ \frac{3\pi}{2}+\alpha\right]$	$u(t) = u_{eR} - u_{eS}$
$\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha;\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma\right]$	$u(t)=u_{eR}- \frac{1}{2}\ (u_{eS}+u_{eT})$
$\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma\ ;\ \frac{11\pi}{6}\right]$	$u(t) = u_{eR}-u_{eT}$
$\left[\frac{11\pi}{6}\ ;\ \frac{11\pi}{6}+\gamma_0\right]$	$u(t)= \frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}$
$\left[\frac{11\pi}{6}+\gamma_0;\ 2\pi\right]$	$u(t) = 0$

Se observă că pe fiecare interval pe care este nenulă funcția u(t) se definește ca o diferență de două funcții sinusoidale, unele fiind tensiuni de fază, iar altele tensiuni de comutație.

Din rațiuni legate de simplificarea calculului se face în continuare o rearanjare a termenilor din expresia funcției u(t) astfel încît fiecare termen să conțină doar una din funcțiile sinusoidale susamintite pe întreg intervalul ei de continuitate.

In acest mod rezultă o altă scriere a expresiei funcției după cum urmează:

1) $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha;\ \frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

2) $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha\right]$ $\quad u(t)=u_{eR}=U\sqrt{2}\sin\omega t$

3) $\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t)$

4) $\left[\frac{7\pi}{6};\ \frac{3\pi}{2}+\alpha\right]$ $\quad u(t)=-u_{eS}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

5) $\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha;\ \frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{2}\sin\omega t$

6) $\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma;\ \frac{11\pi}{6}+\gamma_0\right]$ $\quad u(t)=-u_{eT}=\frac{-U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t)$

1') $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha;\ \frac{\pi}{2}\right]$ $\quad u(t)=-u_{eS}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

2') $\left[\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}+\gamma_0\right]$ $\quad u(t)=-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{2}\sin\omega t$

3') $\left[\frac{\pi}{2}+\gamma_0;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=-u_{eT}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t)$

4') $\left[\frac{7\pi}{6};\ \frac{7\pi}{6}+\gamma_0\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

5') $\left[\frac{7\pi}{6}+\gamma_0;\ \frac{11\pi}{6}\right]$ $\quad u(t)=u_{eR}=U\sqrt{2}\sin\omega t$

6') $\left[\frac{11\pi}{6};\ \frac{11\pi}{6}+\gamma_0\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t)$

Pe restul intervalului $[0,2\pi]$ $u(t) = 0$.

2.1.1. Calculul coeficientului A_{1RI}

Relația de calcule este:

$$A_{1R} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{u(t)}{U\sqrt{6}} \sin\omega t \, d\,(\omega t) \tag{A2.1}$$

$$A_{1RI} = A_{1RI1} + A_{1RI2} + A_{1RI3} + A_{1RI4} + A_{1RI5} +$$
$$+ A_{1RI6} + A_{1RI1'} + A_{1RI2'} + A_{1RI3'} + A_{1RI4'} +$$
$$+ A_{1RI5'} + A_{1RI6'} \tag{A2.2}$$

$$A_{1RI1} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma} (\sin^2\omega t + \sqrt{3}\sin\omega t \cos\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\left[\gamma + 2\sin\gamma \sin(\frac{\pi}{6} + 2\alpha + \gamma)\right] \tag{A2.3}$$

$$A_{1RI2} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} \sin^2\omega t d(\omega t) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \right.$$

$$\left. + \frac{\omega t}{2}\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{2\pi}{3} - \gamma + \sin(\frac{2\pi}{3} - \gamma)\cos(2\alpha + \gamma)\right] \tag{A2.4}$$

$$A_{1RI3} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} (\sin^2\omega t - \sqrt{3}\sin\omega t \cos\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\left[\gamma + 2\sin\gamma \sin(\frac{5\pi}{6} + 2\alpha + \gamma)\right] \tag{A2.5}$$

$$A_{1RI4} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha} (\sin^2\omega t + \sqrt{3}\sin\omega t \cos\omega t)\, d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t \right]_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}$$

$$\left[\frac{\pi}{3} + \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right) \right] \qquad (A2.6)$$

$$A_{1RI5} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma} \sin^2\omega t\, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \right.$$

$$\left. + \frac{\omega t}{2} \right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\gamma + \sin\gamma \cos(2\alpha + \gamma) \right] \qquad (A2.7)$$

$$A_{1RI6} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} (\sin^2\omega t - \sqrt{3}\sin\omega t \cos\omega t)\, d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t \right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\frac{\pi}{3} - \alpha - \gamma + \gamma_0 + 2\sin\left(\frac{\pi}{3} + \gamma_0 - \alpha - \gamma\right)\cos\left(\frac{\pi}{3} + \gamma_0 - \alpha - \gamma\right) \right]$$

(A2.8)

$$A_{1RI1'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2\omega t + \sqrt{3}\sin\omega t \cos\omega t)\, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}$$

$$\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\frac{\pi}{3} - \alpha + \right.$$

$$\left. + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right) \right] \qquad (A2.9)$$

$$A_{1RI2'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0} \sin^2\omega t\, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \right.$$

$$+\frac{\omega t}{2}\Big]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\Big[\sin 2\gamma_0 + 2\gamma_0\Big] \qquad \text{(A2.10)}$$

$$A_{1RI3'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}(\sin^2\omega t - \sqrt{3}\,\sin\omega t\,\cos\omega t)\,d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\Big[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\Big]_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\Big[\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma-\gamma_0+2\sin\Big(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma-\gamma_0\Big)\cos(\alpha+\gamma+\gamma_0)\Big]$$

(A2.11)

$$A_{1RI4'} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}(\sin^2\omega t + \sqrt{3}\,\sin\omega t\,\cos\omega t)\,d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\Big[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\Big]_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\Big[\gamma_0 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sin\Big(\frac{2\pi}{3} + 2\gamma_0\Big)\Big] \qquad \text{(A2.12)}$$

$$A_{1RI5'} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{11\pi}{6}}\sin^2\omega t\, d(\omega t) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}\Big[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2}\Big]_{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{11\pi}{6}} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\Big[\frac{2\pi}{3} - \gamma_0 + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2}\sin\Big(\frac{\pi}{3}+2\gamma_0\Big)\Big] \qquad \text{(A2.13)}$$

$$A_{1RI6'} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}(\sin^2\omega t - \sqrt{3}\,\sin\omega t\,\cos\omega t)\,d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\Big[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\Big]_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\Big[\gamma_0 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin\Big(\frac{\pi}{3} + 2\gamma_0\Big)\Big] \qquad \text{(A2.14)}$$

Inlocuind pe (A2.3) - (A2.14) in (A2.2) se obtine:

$$A_{1RI}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{2\pi}{3}+\sin(\gamma_0+\frac{\pi}{3})\cos\gamma_0+\cos(\gamma-\frac{\pi}{6})\cos(2\alpha+\gamma)\right] \quad (A2.15)$$

2.1.2. Calculul coeficientului B_{1RI}

$$B_{1R}=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{u(t)}{U\sqrt{6}}\cos\omega t\; d\,(\omega t) \quad (A2.16)$$

$$B_{1RI}=B_{1RI1}+B_{1RI2}+B_{1RI3}+B_{1RI4}+B_{1RI5}+B_{1RI6}+B_{1RI1'}+B_{1RI2'}+$$

$$+B_{1RI3'}+B_{1RI4'}+B_{1RI5'}+B_{1RI6'} \quad (A2.17)$$

$$B_{1RI1}=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}(\sin\omega t\cos\omega t+\sqrt{3}\cos^2\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}=$$

$$=\frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\left[\gamma\sqrt{3}+2\sin\gamma\cos(\frac{\pi}{6}+2\alpha+\gamma)\right] \quad (A2.18)$$

$$B_{1RI2}=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha}\sin\omega t\cos\omega t\; d(\omega t)=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha}=$$

$$=-\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\sin(\frac{2\pi}{3}-\gamma)\sin(2\alpha+\gamma) \quad (A2.19)$$

$$B_{1RI3}=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}(\sin\omega t\cos\omega t-\sqrt{3}\cos^2\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}=$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\left[-\gamma\sqrt{3} + 2\sin\gamma\cos\left(\frac{5\pi}{6} + 2\alpha + \gamma\right)\right] \qquad (A2.20)$$

$$B_{1RI4} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha}(\sin\omega t\cos\omega t + \sqrt{3}\cos^2\omega t)d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}$$

$$\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}$$

$$\left[\alpha\sqrt{3} - \frac{1}{2} + \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right)\right] \qquad (A2.21)$$

$$B_{1FI5} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}\sin\omega t\cos\omega t\, d\omega t = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma} =$$

$$= -\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\sin\gamma\,\sin(2\alpha+\gamma) \qquad (A2.22)$$

$$B_{1FI6} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}(\sin\omega t\cos\omega t - \sqrt{3}\cos^2\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \gamma_0\sqrt{3} + \alpha\sqrt{3} + \gamma\sqrt{3} - 2\sin\left(\frac{\pi}{3} + \gamma_0 - \alpha - \gamma\right)\right.$$

$$\left.\sin(\gamma_0 + \alpha + \gamma)\right] \qquad (A2.23)$$

$$B_{1FI1'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}}(\sin\omega t\cos\omega t + \sqrt{3}\cos^2\omega t)d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}$$

$$\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi\sqrt{3}}{3} + \right.$$

$$+\alpha\sqrt{3} + \frac{1}{2} + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right)\Big] \qquad (A2.24)$$

$$B_{1RI2'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0} \sin\omega t \cos\omega t \, d(\omega t) = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[1 - \cos 2\gamma_0\right] \qquad (A2.25)$$

$$B_{1RI3'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} (\sin\omega t \cos\omega t - \sqrt{3}\cos^2\omega t) d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \Big[-\frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \alpha\sqrt{3} - \gamma\sqrt{3} + \gamma_0\sqrt{3} - 2\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha + \gamma - \gamma_0\right)$$

$$\sin(\alpha + \gamma + \gamma_0)\Big] \qquad (A2.26)$$

$$B_{1RI4'} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{9\pi}{6}}^{\frac{9\pi}{6}+\gamma_0} (\sin\omega t \cos\omega t + \sqrt{3}\cos^2\omega t) d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{9\pi}{6}}^{\frac{9\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}} \left[\gamma_0\sqrt{3} - \frac{1}{2} - \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \gamma_0\right)\right] \qquad (A2.27)$$

$$B_{1RI5'} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{9\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{11\pi}{6}} \sin\omega t \cos\omega t \, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{9\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{11\pi}{6}} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{1}{2} + \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\gamma_0\right)\right] \qquad (A2.28)$$

$$B_{1RI6'} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} (\sin\omega t\cos\omega t - \sqrt{3}\cos^2\omega t)\,d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}} \left[-\gamma_0\sqrt{3} - \frac{1}{2} + \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\gamma_0\right)\right] \qquad (A2.29)$$

Inlocuind pe (A2.18)-(A2.29) în (A2.17) se obține:

$$B_{1RI} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\sin\gamma_0 \sin\left(\gamma_0 + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\gamma - \frac{\pi}{6}\right)\sin(2\alpha + \gamma)\right] \qquad (A2.30)$$

2.2. Cazul II ($0 < \alpha \leqslant \frac{\pi}{3}$ şi $\alpha + \gamma > \frac{\pi}{3}$)

Pentru acest caz expresia funcției periodice u(t) pe intervalul de o perioadă este:

$\left[0\ ;\ \frac{\pi}{6} + \alpha\right]$	$u(t) = 0$
$\left[\frac{\pi}{6} + \alpha;\ \frac{\pi}{6} + \alpha + \gamma\right]$	$u(t) = \frac{1}{2}(U_{eR} + u_{eT}) - u_{eS}$
$\left[\frac{\pi}{6} + \alpha + \gamma;\ \frac{\pi}{2} + \gamma_0\right]$	$u(t) = u_{eR} - \frac{1}{2}(u_{eS} + u_{eT})$
$\left[\frac{\pi}{2} + \gamma_0;\ \frac{5\pi}{6} + \alpha\right]$	$u(t) = u_{eR} - u_{eT}$
$\left[\frac{5\pi}{6} + \alpha;\ \frac{5\pi}{6} + \alpha + \gamma\right]$	$u(t) = \frac{1}{2}(u_{eR} + u_{eS}) - u_{eT}$
$\left[\frac{5\pi}{6} + \alpha + \gamma;\ \frac{7\pi}{6} + \gamma_0\right]$	$u(t) = \frac{1}{2}(u_{eR} + u_{eT}) - u_{eS}$
$\left[\frac{7\pi}{6} + \gamma_0;\ \frac{3\pi}{2} + \alpha\right]$	$u(t) = u_{eR} - u_{eS}$
$\left[\frac{3\pi}{2} + \alpha;\ \frac{3\pi}{2} + \alpha + \gamma\right]$	$u(t) = u_{eR} - \frac{1}{2}(u_{eS} + u_{eT})$
$\left[\frac{3\pi}{2} + \alpha + \gamma;\ \frac{11\pi}{6} + \gamma_0\right]$	$u(t) = \frac{1}{2}(u_{eS} + u_{eS}) - u_{eT}$
$\left[\frac{11\pi}{6} + \gamma_0;\ 2\pi\right]$	$u(t) = 0$

Similar ca în paragraful 2.1 se rearanjează expresia functiei u(t) în forma următoare:

1) $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha;\ \frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

2) $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha\right]$ $\quad u(t)=u_{eR}=U\sqrt{2}\sin\omega t$

3) $\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t)$

4) $\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma;\ \frac{3\pi}{2}+\alpha\right]$ $\quad u(t)=-u_{eS}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

5) $\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha;\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{2}\sin\omega t$

6) $\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma;\ \frac{11\pi}{6}+\gamma_o\right]$ $\quad u(t)=-u_{eT}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t)$

1') $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha;\ \frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=-u_{eS}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

2') $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma;\ \frac{\pi}{2}+\gamma_o\right]$ $\quad u(t)=-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{2}\sin\omega t$

3') $\left[\frac{\pi}{2}+\gamma_o;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=-u_{eT}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t)$

4') $\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma;\ \frac{7\pi}{6}+\gamma_o\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

5') $\left[\frac{7\pi}{6}+\gamma_o;\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma\right]$ $\quad u(t)=u_{eR}=U\sqrt{2}\sin\omega t$

6') $\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma;\ \frac{11\pi}{6}+\gamma_o\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t)$

Pe restul intervalului $[0,\ 2\pi]$ $u(t)=0$.

2.2.1. Calculul coeficientului A_{1RII}

Se calculează folosind relația (A2.1)

$$A_{1RII}=A_{1RII1}+A_{1RII2}+A_{1RII3}+A_{1RII4}+A_{1RII5}+A_{1RII6}+A_{1RII1'}+A_{1RII2'}+A_{1RII3'}+A_{1RII4'}+A_{1RII5'}+A_{1RII6'} \tag{A2.31}$$

$$A_{1RII1} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma} (\sin^2 \omega t + \sqrt{3} \sin\omega t \cos\omega t)\, d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \omega t \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}} \left[\gamma + 2 \sin\gamma \sin(\frac{\pi}{6} + 2\alpha + \gamma) \right] \qquad (A2.32)$$

$$A_{1RII2} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} \sin^2 \omega t \, d\omega t = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[\frac{2\pi}{3} - \gamma + \sin(\frac{2\pi}{3} - \gamma)\cos(2\alpha + \gamma) \right] \qquad (A2.33)$$

$$A_{1RII3} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} (\sin^2 \omega t - \sqrt{3} \sin\omega t \cos\omega t)\, d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \omega t \right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}} \left[\gamma + 2 \sin\gamma \sin(\frac{5\pi}{6} + 2\alpha + \gamma) \right] \qquad (A2.34)$$

$$A_{1RII4} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha} (\sin^2 \omega t + \sqrt{3} \sin\omega t \cos\omega t)\, d\omega t = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}$$

$$\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \omega t \right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\frac{2\pi}{3} - \gamma + 2 \sin(\frac{2\pi}{3} - \gamma)\sin(\frac{\pi}{6} + 2\alpha + \gamma) \right] \qquad (A2.35)$$

$$A_{1RII5} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma} \sin^2 \omega t \, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \right.$$

$$+\left.\frac{\omega t}{2}\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\gamma + \sin\gamma\cos(2\alpha+\gamma)\right] \qquad (A2.36)$$

$$A_{1RII6} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}(\sin^2\omega t - \sqrt{3}\sin\omega t\cos\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3} - \alpha - \gamma + \gamma_0 + 2\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha - \gamma + \gamma_0)\cos(\alpha + \gamma + \gamma_0)\right]$$
(A2.37)

$$A_{1RII1'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}(\sin^2\omega t + \sqrt{3}\sin\omega t\cos\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\gamma + 2\sin\gamma\sin(\frac{\pi}{6} + 2\alpha + \gamma)\right] \qquad (A2.38)$$

$$A_{1RII2'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}\sin^2\omega t\, d\omega t = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \right.$$

$$\left.+\frac{\omega t}{2}\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3} - \alpha - \gamma + \gamma_0 + \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha + \gamma + \gamma_0)\right.$$

$$\left.\cos(\frac{\pi}{6} + \alpha + \gamma - \gamma_0)\right] \qquad (A2.39)$$

$$A_{1RII3'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}(\sin^2\omega t - \sqrt{3}\cos\omega t\sin\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4} + \frac{\omega t}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} =$$

BUPT

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma-\gamma_0+2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma-\gamma_0\right)\cos(\alpha+\gamma+\gamma_0)\right] \quad \text{(A2.40)}$$

$$A_{1RII4'}=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}(\sin^2\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t\sin\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4}+\frac{\omega t}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}=$$

$$=\frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma+2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\right)\sin\right.$$

$$\left.(\alpha+\gamma+\gamma_0-\frac{\pi}{6})\right] \quad \text{(A2.41)}$$

$$A_{1RII5'}=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}\sin^2\omega t\, d(\omega t)=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{\omega t}{2}\right]_{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma-\gamma_0+\sin\left(\alpha+\gamma+\gamma_0+\frac{\pi}{6}\right)\right.$$

$$\left.\cos\left(\alpha+\gamma-\gamma_0-\frac{\pi}{6}\right)\right] \quad \text{(A2.42)}$$

$$A_{1RII6'}=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}(\sin^2\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t\sin\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{\sin 2\omega t}{4}+\frac{\omega t}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}=$$

$$=\frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3}-\alpha-\gamma+\gamma_0+2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\right)\cos(\alpha+\gamma+\gamma_0)\right] \quad \text{(A2.43)}$$

Inlocuind pe (A2.32)-(A2.43) în (A2.31) se obtine:

$$A_{1RII}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\frac{2\pi}{3}+\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0\right)\cos(\alpha+\gamma-\gamma_0)+\right.$$

$$\left.+\cos\left(\gamma-\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}+2\alpha+\gamma\right)\right] \quad \text{(A2.44)}$$

2.2.2. Calculul coeficientului B_{1RII}

Se calculează utilizînd relatia (A2.16).

$$B_{1RII}=B_{1RII1}+B_{1RII2}+B_{1RII3}+B_{1RII4}+B_{1RII5}+B_{1RII6}+B_{1RII1'}+$$

$$+\,B_{1RII2'}+B_{1RII3'}+B_{1RII4'}+B_{1RII5'}+B_{1RII6'} \qquad \text{(A2.45)}$$

$$B_{1RII1}=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}(\sin\omega t\,\cos\omega t+\sqrt{3}\,\cos^2\omega t)\,d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\sin^2\omega t}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\,\omega t+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}=$$

$$=\frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\left[\gamma\sqrt{3}+2\sin\gamma\,\cos\left(\frac{\pi}{6}+2\alpha+\gamma\right)\right] \qquad \text{(A2.46)}$$

$$B_{1RII2}=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha}\sin\omega t\,\cos\omega t\,d(\omega t)=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha}=$$

$$=-\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\gamma\right)\sin(2\alpha+\gamma) \qquad \text{(A2.47)}$$

$$B_{1RII3}=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}(\sin\omega t\,\cos\omega t-\sqrt{3}\,\cos^2\omega t)\,d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}=$$

$$=\frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\left[-\gamma\sqrt{3}+2\sin\gamma\,\cos\left(\frac{5\pi}{6}+2\alpha+\gamma\right)\right] \qquad \text{(A2.48)}$$

$$B_{1RII4}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha}(\sin\omega t\,\cos\omega t+\sqrt{3}\,\cos^2\omega t)\,d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha}=$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\sqrt{3}\left(\frac{2\pi}{3}-\gamma\right)+2\,\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\gamma\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}+2\alpha+\gamma\right)\right] \quad (A2.49)$$

$$B_{1RII5}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}\sin\omega t\,\cos\omega t\,d(\omega t)=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}=$$

$$= -\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\,\sin\gamma\,\sin(2\alpha+\gamma) \quad (A2.50)$$

$$B_{1RII6}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}(\sin\omega t\,\cos\omega t-\sqrt{3}\,\cos^2\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[-\sqrt{3}\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\right)-2\,\sin\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\right)\sin(\alpha+\right.$$

$$\left.+\gamma+\gamma_0)\right] \quad (A2.51)$$

$$B_{1RII1'}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}(\sin\omega t\,\cos\omega t+\sqrt{3}\,\cos^2\omega t)d\omega t=$$

$$=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\gamma\sqrt{3}+2\,\sin\gamma\,\cos\left(\frac{\pi}{6}+2\alpha+\gamma\right)\right] \quad (A2.52)$$

$$B_{1RII2'}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}\sin\omega t\,\cos\omega t\,d\omega t=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma+\gamma_0\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma-\gamma_0\right) \quad (A2.53)$$

$$B_{1RII3'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} (\sin\omega t \, \cos\omega t - \sqrt{3}\cos^2\omega t)\, d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[-\sqrt{3}\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma-\gamma_0\right) - 2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma-\gamma_0\right) \sin(\alpha+\gamma+\gamma_0)\right] \quad \text{(A2.54)}$$

$$B_{1RII4'} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0} (\sin\omega t \, \cos\omega t + \sqrt{3}\cos^2\omega t)\, d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}} \left[\sqrt{3}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha-\gamma+\gamma_0\right) + 2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\right)\right] \cos\left(\alpha+\gamma+\gamma_0-\frac{\pi}{6}\right)] \quad \text{(A2.55)}$$

$$B_{1RII5'} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{9\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma} \sin\omega t \, \cos\omega t \, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{9\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma+\gamma_0\right)\cos\left(\alpha+\gamma-\gamma_0-\frac{\pi}{6}\right) \quad \text{(A2.56)}$$

$$B_{1RII6'} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} (\sin\omega t \, \cos\omega t - \sqrt{3}\cos^2\omega t)\, d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{\sigma\pi\sqrt{3}}\left[-\sqrt{3}\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\right)-2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\right)\right.$$

$$\left.\sin(\alpha+\gamma+\gamma_0)\right] \qquad (A2.57)$$

Inlocuind pe (A2.46)-(A2.57) în (A2.45) se obține:

$$B_{1RII}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0\right)\cos(\alpha+\gamma-\gamma_0)+\cos\left(\frac{\pi}{3}-\gamma\right)\right.$$

$$\left.\cos\left(\frac{\pi}{3}+2\alpha+\gamma\right)\right] \qquad (A2.58)$$

2.3. Cazul III $\left(\frac{\pi}{3}<\alpha<\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\gamma\right)$

Pentru acest caz expresia funcției periodice u(t) pe intervalul de o perioadă este:

$\left[0\ ;\ \frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$	$u(t) = 0$
$\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma;\ \frac{\pi}{2}+\gamma_0\right]$	$u(t)=u_{eR}-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})$
$\left[\frac{\pi}{2}+\gamma_0;\ \frac{7\pi}{6}\right]$	$u(t)=u_{eR}-u_{eT}$
$\left[\frac{7\pi}{6}\ ;\ \frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$	$u(t) = 0$
$\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma;\ \frac{7\pi}{6}+\gamma_0\right]$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})-u_{eS}$
$\left[\frac{7\pi}{6}+\gamma_0;\ \frac{11\pi}{6}\right]$	$u(t) = u_{eR}-u_{eS}$
$\left[\frac{11\pi}{6}\ ;\ \frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma\right]$	$u(t) = 0$
$\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma;\ \frac{11\pi}{6}+\gamma_0\right]$	$u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})-u_{eT}$
$\left[\frac{11}{6}+\gamma_0;\ 2\pi\right]$	$u(t) = 0$

Similar ca în paragraful 2.1 se rearanjează expresia funcției u(t) în forma următoare:

1)	$\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma;\ \frac{7\pi}{6}\right]$	$u(t)=u_{eR}=U\sqrt{2}\ \sin\omega t$
2)	$\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\ ;\ \frac{11\pi}{6}\right]$	$u(t)=-u_{eS}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

3) $\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma\,;\ \frac{11\pi}{6}+\gamma_o\right]$ $\quad u(t)=-u_{eT}=\frac{U\sqrt{2}}{2}\,(\sin\omega t-\sqrt{3}\,\cos\omega t)$

1') $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\,;\ \frac{\pi}{2}+\gamma_o\right]$ $\quad u(t)=-\frac{1}{2}(u_{eS}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{2}\,\sin\omega t$

2') $\left[\frac{\pi}{2}+\gamma_o;\ \frac{7\pi}{6}\right]$ $\quad u(t)=-u_{eT}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t-\sqrt{3}\,\cos\omega t)$

3') $\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\,;\ \frac{7\pi}{6}+\gamma_o\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eT})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t+$

$+\sqrt{3}\,\cos\omega t)$

4') $\left[\frac{7\pi}{6}+\gamma_o;\ \frac{11\pi}{6}\right]$ $\quad u(t)=u_{eR}=U\sqrt{2}\ \sin\omega t$

5') $\left[\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma\,;\ \frac{11\pi}{6}+\gamma_o\right]$ $\quad u(t)=\frac{1}{2}(u_{eR}+u_{eS})=\frac{U\sqrt{2}}{4}(\sin\omega t-$

$-\sqrt{3}\ \cos\omega t)$

Pe restul intervalului $[0\ ;\ 2\pi]$ $u(t)=0$.

2.3.1. Calculul coeficientului A_{1RIII}

Se calculează folosind relația (A2.1)

$$A_{1RIII}=A_{1RIII1}+A_{1RIII2}+A_{1RIII3}+A_{1RIII1'}+A_{1RIII2'}+$$

$$+A_{1RIII4'}+A_{1RIII5'} \qquad (A2.59)$$

$$A_{1RIII1}=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}}\sin^2\omega t\ d(\omega t)=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\pi-\alpha-\gamma+\sin(\alpha+\gamma)\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma\right)\right] \qquad (A2.60)$$

$$A_{1RIII2}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}}(\sin^2\omega t+\sqrt{3}\ \cos\omega t\ \sin\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\frac{1}{2}\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\pi-\alpha-\gamma+2\sin(\alpha+\gamma)\cos(\alpha+\gamma)\right] \qquad (A2.61)$$

$$A_{1RIII3}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}(\sin^2\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t\,\sin\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\frac{1}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3}-\alpha-\gamma+\gamma_0+2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\right)\right.$$

$$\left.\sin(\alpha+\gamma+\gamma_0)\right] \qquad (A2.62)$$

$$A_{1RIII1'}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}\sin^2\omega t\,d(\omega t)=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\right.$$

$$\left.\frac{1}{2}\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma-\sin\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\gamma\right)\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0\right)\right] \qquad (A2.63)$$

$$A_{1RIII2'}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{7\pi}{6}}(\sin^2\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t\,\sin\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\frac{1}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{7\pi}{6}}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{2\pi}{3}-\gamma_0+2\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\gamma_0\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0\right)\right]$$

(A2.64)

$$A_{1RIII3'}=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}(\sin^2\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t\,\sin\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\frac{1}{2}\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}=$$

$$=\frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma-2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\right)\right.$$

$$\left.\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0\right)\right] \qquad (A2.65)$$

$$A_{1RIII4'} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{9\pi}{6}+\tau_0}^{\frac{11\pi}{6}} \sin^2\omega t \, d(\omega t) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{1}{4} \sin 2\omega t + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\omega t \right]_{\frac{9\pi}{6}+\tau_0}^{\frac{11\pi}{6}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[\frac{2\pi}{3} - \tau_0 - \sin(\frac{2\pi}{3} - \tau_0)\cos\tau_0 \right] \qquad (A2.66)$$

$$A_{1RIII5'} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\tau}^{\frac{11\pi}{6}+\tau_0} (\sin^2\omega t - \sqrt{3}\cos\omega t \sin\omega t) d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t + \frac{1}{2}\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t \right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\tau}^{\frac{11\pi}{6}+\tau_0} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}} \left[\frac{\pi}{3} + \tau_0 - \alpha - \tau + 2\sin(\frac{\pi}{3} + \tau_0 - \alpha - \tau) \right.$$

$$\left. \cos(\alpha + \tau + \tau_0) \right] \qquad (A2.67)$$

Inlocuind pe (A2.60 - A2.67) în (A2.59) se obține:

$$A_{1RIII} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \left[\pi - \alpha - \tau + \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha + \tau + \tau_0)\cos(\alpha + \tau - \tau_0) \right] \qquad (A2.68)$$

2.3.2. Calculul coeficientului B_{1RIII}

Se calculează cu relația (A2.16).

$$B_{1RIII} = B_{1RIII1} + B_{1RIII2} + B_{1RIII3} + B_{1RIII1'} + B_{1RIII2'} + B_{1RIII3'} +$$

$$+ B_{1RIII4'} + B_{1RIII5'} \qquad (A2.69)$$

$$B_{1RIII1} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\tau}^{\frac{2\pi}{6}} \sin\omega t \cos\omega t \, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \left[\sin^2\omega t \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\tau}^{\frac{2\pi}{6}} =$$

$$= -\frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \sin(\alpha + \tau) \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha + \tau) \qquad (A2.70)$$

$$B_{1RIII2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\tau}^{\frac{11\pi}{6}} (\sin\omega t \cos\omega t + \sqrt{3}\cos^2\omega t) d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\sqrt{3}\,(\pi-\alpha-\gamma)-2\sin^2(\alpha+\gamma)\right] \qquad (A2.71)$$

$$B_{1RIII3} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}(\sin\omega t\cos\omega t-\sqrt{3}\cos^2\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\sqrt{3}(-\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma-\gamma_0)-2\sin(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma)\right.$$

$$\left.\sin(\alpha+\gamma+\gamma_0)\right] \qquad (A2.72)$$

$$B_{1RIII1'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}\sin\omega t\cos\omega t\,dt = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\sin(\frac{2\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0)\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha-\gamma+\gamma_0)$$
(A2.73)

$$B_{1RIII2'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{7\pi}{6}}(\sin\omega t\cos\omega t-\sqrt{3}\cos^2\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{\pi}{2}+\gamma_0}^{\frac{7\pi}{6}} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\sqrt{3}(-\frac{\pi}{3}+\gamma_0)-2\sin(\frac{2\pi}{3}-\gamma_0)\sin(\frac{\pi}{3}+\gamma_0)\right]$$
(A2.74)

$$B_{1RIII3'} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}(\sin\omega t\cos\omega t+\sqrt{3}\cos^2\omega t)d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0} =$$

$$= \frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\Big[\sqrt{3}\Big(\frac{\pi}{3}-\alpha-\gamma+\gamma_0\Big)+2\,\sin\Big(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\Big)$$

$$\sin\Big(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0\Big)\Big] \qquad (A2.75)$$

$$B_{1RIII4'}=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{11\pi}{6}}\sin\omega t\,\cos\omega t\;d(\omega t)=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\Big[\sin^2\omega t\Big]_{\frac{7\pi}{6}+\gamma_0}^{\frac{11\pi}{6}}=$$

$$= -\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\;\sin\gamma_0\;\sin\Big(\frac{2\pi}{3}-\gamma_0\Big) \qquad (A2.76)$$

$$B_{1FIII5'}=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}(\sin\omega t\,\cos\omega t-\sqrt{3}\cos^2\omega t)\,d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\Big[\frac{1}{2}\sin^2\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\Big]_{\frac{3\pi}{2}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}+\gamma_0}=$$

$$=\frac{1}{8\pi\sqrt{3}}\Big[\sqrt{3}\Big(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\Big)+2\sin\Big(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\alpha-\gamma\Big)$$

$$\sin\Big(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0\Big)\Big] \qquad (A2.77)$$

Inlocuind pe (A2.70)-(A2.77) în (A2.69) se obține:

$$B_{1FIII}=-\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\Big[\frac{1}{2}-\cos\Big(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma+\gamma_0\Big)\cos(\alpha+\gamma-\gamma_0)\Big] \qquad (A2.78)$$

2.4. Cazul IV $\left(\frac{\pi}{3}+\gamma_0-\gamma<\alpha<\pi-\gamma\right)$

Pentru acest caz expresia funcției periodice u(t) pe intervalul de o perioadă este:

$\left[0\;;\;\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$	$u(t) = 0$
$\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma\;;\;\frac{7\pi}{6}\right]$	$u(t) = u_{eR} - u_{eT}$
$\left[\frac{7\pi}{6}\;;\;\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\right]$	$u(t) = 0$
$\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma\;;\;\frac{11\pi}{6}\right]$	$u(t) = u_{eR} - u_{eS}$

Similar ca în paragraful 2.1 se rearanjează expresia funcţiei u(t) în forma următoare:

1) $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma ;\ \frac{7\pi}{6}\right]$ $\qquad u(t) = u_{eR} = U\sqrt{2}\sin\omega t$

2) $\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma ;\ \frac{11\pi}{6}\right]$ $\qquad u(t)=-u_{eS}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t)$

1') $\left[\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma ;\ \frac{7\pi}{6}\right]$ $\qquad u(t)=-u_{eT}=\frac{U\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t)$

2') $\left[\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma ;\ \frac{11\pi}{6}\right]$ $\qquad u(t)=u_{eR} = U\sqrt{2}\sin\omega t$

Pe restul intervalului $[0,\ 2\pi]$ $u(t) = 0$.

2.4.1. Calculul coeficientului A_{1RIV}

Se calculează cu relaţia (A2.1).

$$A_{1RIV}=A_{1RIV}+A_{1RIV2}+A_{1RIV1'}+A_{1RIV2'} \qquad (A2.79)$$

$$A_{1RIV1}=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}}\sin^2\omega t\, d(\omega t)=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\pi-\alpha-\gamma+\sin(\alpha+\gamma)\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma\right)\right] \qquad (A2.80)$$

$$A_{1RIV2}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}}(\sin^2\omega t+\sqrt{3}\cos\omega t\ \sin\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\frac{1}{2}\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\cdot\left[\pi-\alpha-\gamma+2\sin(\alpha+\gamma)\cos(\alpha+\gamma)\right] \qquad (A2.81)$$

$$A_{1RIV1'}=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}}(\sin^2\omega t-\sqrt{3}\cos\omega t\ \sin\omega t)d(\omega t)=$$

$$=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\frac{1}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\pi-\alpha-\gamma+2\sin(\alpha+\gamma)\cos(\alpha+\gamma)\right] \qquad (A2.82)$$

$$A_{1RIV2'}=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}}\sin^2\omega t\, d(\omega t)=\frac{1}{\pi\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{4}\sin 2\omega t+\right.$$

$$+\frac{1}{2}\omega t\Big]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\pi-\alpha-\gamma-\sin(\alpha+\gamma)\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha+\gamma\right)\right] \qquad (A2.83)$$

Înlocuind pe (A2.80)-(A2.83) în (A2.79) se obține:

$$A_{1RIV} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left[\pi-\alpha-\gamma+\frac{1}{2}\sin 2(\alpha+\gamma)\right] \qquad (A2.84)$$

2.4.2. Calculul coeficientului B_{1RIV}

Se calculează cu relația (A2.16).

$$B_{1RIV} = B_{1RIV1} + B_{1RIV2} + B_{1RIV1'} + B_{1RIV2'} \qquad (A2.85)$$

$$B_{1RIV1} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}} \sin\omega t\cos\omega t\, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}} =$$

$$= -\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\sin(\alpha+\gamma)\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha+\gamma\right) \qquad (A2.86)$$

$$B_{1RIV2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}} (\sin\omega t\cos\omega t+\sqrt{3}\cos^2\omega t)\, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}$$

$$\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[\sqrt{3}(\pi-\alpha-\gamma)-\right.$$

$$\left.-2\sin^2(\alpha+\gamma)\right] \qquad (A2.87)$$

$$B_{1RIV1'} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}} (\sin\omega t\cos\omega t-\sqrt{3}\cos^2\omega t)\, d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega t-\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2\omega t\right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{7\pi}{6}} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}}\left[-\sqrt{3}(\pi-\alpha-\gamma)-2\sin^2(\alpha+\gamma)\right] \qquad (A2.88)$$

$$B_{1RIV2'} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}\int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}} \sin\omega t\cos\omega t\, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\left[\sin^2\omega t\right]_{\frac{5\pi}{6}+\alpha+\gamma}^{\frac{11\pi}{6}} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{3}}\sin(\alpha+\gamma)\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha+\gamma\right) \qquad (A2.89)$$

Înlocuind pe (A2.86)-(A2.89) în (A2.85) se obține:

$$B_{1RIV} = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\sin^2(\alpha+\gamma) \qquad (A2.90)$$

BIBLIOGRAFIE

1. ANGOT, A.,"Complemente de matematici pentru ingineri din electrotehnică şi telecomunicaţii", Editura tehnică, Bucureşti, 1966.

2. ANTONIU,I.S.,"Chestiuni speciale de electrotehnică",Editura Academiei RSR, Bucureşti, 1956.

3. BOSE, B.K.,"Introduction to A.C.drives"in "Adjustable speed A.C.drives", IEEE Press, New York,1981.

4. BRUCE, F.M.,GRABIER, R.J., PANLEVER, M.D.,"Reduced-voltage starting of squirell cage induction motors",IEEE Transactions, vol.IA-20 nr.1, 1984.

5. BIRINGER,P.R., SLONIM, M.A., "Determination of harmonics of converter current and (or voltage waveforms(new method for Fourrier coefficient calculations);part.I:Fourrier coefficients of homogeneous functions",IEEE Transactions,vol.IA-16,nr.2,1980.

6. BIRINGER,P.P., SLONIM, M.A.,"Determination of harmonics of converter current and/or voltage waveforms (new method for Fourrier coefficient calculations);part.II:Fourrier coefficients of nonhomogeneous functions",IEEE Transaction vol.IA-16,nr.2, 1980.

7. BASU, R.R.,"A variable speed induction motor using thyristors in the secondary circuit",IEEE Transactions,vol.PAS-90, nr.2, 1971.

8. BOGOEVICI, D., BOGOEVICI GH., "Asupra unei scheme de pornire a motoarelor asincrone cu rotor bobinat",Buletinul ştiinţific al I.P.Cluj-Napoca,vol.22/1979.

9. BOGOEVICI D., BOGOEVICI, GH."Calculul caracteristicilor mecanice la pornirea unui motor asincron prin intermediul unui redresor semicomandat în circuitul rotoric",Buletinul ştiinţific al I.P.Cluj-Napoca,vol.21/1978.

10. BOGOEVICI GH.,"Analiza armonică a tensiunii rotorice a unui motor asincron cu un redresor intercalat în circuitul rotoric",Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P."Traian Vuia", tom.27(41),1982.

11. BOGOEVICI GH., POPOVICI, D., SCARLEANU,P. "Considerations concerning the behavior of assymetrically supplied linear motors", Proceedings of N.C.E.D.,Cluj-Napoca,1980.

12. BOGOEVICI GH.,"Metodă de pornire a motorului asincron cu inele prin introducerea unui redresor semicomandat în circuitul rotoric",referat doctorat.

13. BRADLEY, F.C.,SHEARPEARE J.G.,SHEPERD W.,"Steady-state analysis of series resistance-inductance circuit controlled by assymetrical triggering of thyristors",IEEE Transaction vol.IA-9, nr.4, 1973.

14. BIRD,B.M.,BROADWAY A.R.W.,COLVILLE A.C.A.,"Effects of subharmonics and winding assymetry on the performance of slipring machines",Proccedings IEE,vol.11o,nr.1,1971.

15. BRASOVAN M.,"Acţionări electromecanice",E.D.P.,Bucureşti, 1967.

16. BRASOVAN M., SERACIN E., BOGOEVICI N., KELEMEN A., TRIFA, V., "Acţionări electrice-aplicaţii industriale", Editura tehnică, Bucureşti, 1977.

17. COLLEMAN P.J., ROGERS W.E. "Controlled starting of A.C. induction motors", IEEE Transactions, vol.IA-19, nr.6, 1983.

18. CONNORS, D.P., JARC D.A., DAUGHERT, R.N., "Considerations in applyng induction motors with solid-state adjustable frecquency controllers", IEEE Transactions, vol.IA-20, nr.1, 1984.

19. CONNORS, D.P., JARC D.A., "Application considerations for A.C. drives", IEEE Transactions, vol.IA-19, nr.3, 1983.

20. CUMMINGS P.G., BOWERS W.D., MARTINY, W.J., "Induction motor efficiency test methods", IEEE Transactions, vol.IA-17, nr.3 1981.

21. CUAUPRADE, R. "Inverters for uninteruptible power supplies IEEE, Transactions, vol.IA-13, nr.4, 1977.

22. DORDEA, T., "Maşini electrice", E.D.P., Bucureşti, 1977.

23. DORDEA, T., "Asupra ecuaţiilor maşinilor electrice de curent alternativ", Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică, tom.16, nr.1, 1966.

24. DUBEY, K., "Classification of thyristor commutation methods" IEEE, Transactions, vol.IA-19, nr.4, 1983.

25. DE BUCK, F.G.G., GISTELINCK, P., DE BACKER, D., "A simple but reliable loss model for inverter.supplied induction motor", I IEEE, Transactions, vol.IA-20, nr.1, 1984.

26. DOUVILLE, E.L., "Selection and applications of variable speed motor drive systems", IEEE Transactions, vol.IA-18, nr.6, 1982.

27. DEWAN S.B., "Optimum input and output filters for a single-phase rectifier power supply", IEEE Transactions, vol.IA-17, nr.3, 1981.

28. DAMACHI, E., TUNSOIU, A., BOBOS, L., TOMESCU, N., "Electronica", E.D.P. Bucureşti, 1979.

29. GRAHAM, A.D., SCHONHOLZER E.T., "Line harmonics of converters with D.C.-motor loads", IEEE Transactions, vol.IA-19, nr.1, 1983.

30. GIBBONS, W.P., "Current and voltage waveform distorsion analysis on thrre-phase "wye" power systems with rectifier loads", IEEE Transactions, vol.IA-19, nr.2, 1983.

31. GALLOWAY, J.N., "Line current waverforms and harmonics for a large multiphase thyristor converter system", IEEE Transactions, vol.IA-13, nr.5, 1977.

32. NIMEI, T., NAKANISHI S., FUNABIKI, S., "Generalized analytical model for a thyristor-controlled variable incuctor", IEEE Transactions, vol.IA-19, nr.4, 1983.

33. NEUMANN K., STUMPE G., "Thyristoren", B.G.Teubner, Stuttgart, 1969.

34. JOETTEN R., MAEDER G., "Control methods for good dynamic performance incuction motor drives based on current and voltage as measured quatities", IEEE Transactions, vol.IA-19

nr.3,1983.

35. IIDA,S.,MIYAIRI,S.,"One method for selection of circuit parametres of a selfcommutated rectifier",IEEE Transaction,vol.IA-18,nr.3,1982.

36. KENLY,W.L.,BOSE,B.K.,"Triac speed control of three-phase induction motor with phase-lockeed loop regulation" IEEE Transaction,vol.IA-12,nr.5,1976.

37. KRAUSE,P.C.,LIPO,T.A.,"Analysis and simplified representations of a rectifier-inverter induction motor drive",IEEE Transactions,vol.PAS-88,nr.5,1969.

38. KOSTENKO, PIOTROVSKI,L.,"Machines electriques",tome II, Editions,MIR,Moscova,1979.

39. KÜMMEL F.,"Electrische Autriebstechnik",Springer Verlag, Berlin,1971.

40. KELEMEN,A.,"Acționări electrice",ed.II-a,E.D.P.București 1979.

41. KELEMEN,A.,IMECS M.,"Mutatoare",E.D.P.,București,1978.

42. KLEINRATH H.P.,"Torque pulsation of an induction motor with speed control by a static frecquency converter in the slipring circuit",Proceedings of ICEM,Bruxelles,1978

43. KLINGSHIRN E.A.,JORDAN, H.E.,"Poliphase incuction motor performance and losses en nonsinusoidal voltage sources" IEEE Transactions,vol.PAS-87 nr.3,1968.

44. KASSAI,A.,"Tiristor-és triac vezérlés precizen és kényel mesek",Radiotechnika nr.6,1981.

45. KOVACS,K.P."Analiza regimurilor tranzitorii ale mașinilor electrice",Editura tehnică, București,1980.

46. LIPO,T.A.,"The analysis of induction motors with voltage control by simetrically triggered thyristors",IEEE Transactions,vol.PAS-90,nr.2,1971.

47. LAZIM,M.T.,SHEPHERD,W.,"Three-phase circuits with voltage control by integral-cycle single-phase mode triggering of thyristors",IEEE Transactions,vol.IA-18,nr.5,1982.

48. LE HUY H.,JAKUBOWICZ A.,PERRET,R.,:"A self-controlled syncronous motor drive usign terminal voltage system", IEEE Transactions,vol.IA-18,nr.1,1982.

49. LAITHWAITE E.R.,KUZNETSOV,S.B."Natural commutation of current-source thyristor inverter by cage-rotor induction machines",IEEE Transactions,vol.IA-17,nr.3,1981.

50. LEVI E.,"Design considerations for motors used inadjustable-speed drives",IEEE Transactions,vol.IA-20,nr.4,1984.

51. LINDSAY,J.F.,"Measurement problems in determineting the efficiency of thyristor supplied motor drives",IEEE Transactions,vol.IA-15,nr.1,1979.

52. LEWIS H.W.,WOODBURY F.A.,"Large motors on limited capacity transmission lines",IEEE Transactions,vol.IA-14,nr.3 1978.

53. LILEN,H.,"Thyristors et triacs",Editions Dunod,Paris, 1971.

54. LAVIA,POLGE R.J., "Induction motor speed control with static inverter the rotor",IEEE Transactions,vol.PAS-85,nr.1,1966.

55. Mc MURRAY W.,"A comparative study of simmetrical three-phase circuits for phase-controlled A.C.-motor drives", IEEE Transactions,vol.IA-10,nr.3,1974.

56. MOCANU C.I.,"Teoria circuitelor electrice",E.D.P.Bucureşti,1979.

57. MUNGENAST,J.,"Design and application of a solid state AC, motor starter", in"Adjustable speed AC drives",IEEE Press,New York,1981.

58. MOHN B.N.,WENNERSTROM,C.N.,"Effect of modifications on the efficiency of A.C.induction motors",IEEE,Transactions vol.IA-19,nr.6,1983.

59. MURPHY J.M.D.,EGAN M.G.,"A comparison of PWM strate-gies for inverter-fed induction motors",IEEE Transactions,Vol. IA-19,nr.3,1983.

60. MENZIES,R.W.,BRECK BUHLER M.,NAUMAN N.,"Optimal control of commutation pulses",IEEE Transactions, vol.IA-19,nr.1, 1983.

61. MIYAKI,S.,AKAGI N.,FUKAO,T.,FUJITA H.,"Equivalence in harmonics between cycloconverters and bridge converters", IEEE Transactions,vol.IA-15,nr.1,1979.

62. MOLTGEN G.,"Tiristoare în practică",Mutatoare cu comutaţie de la reţea",Editura tehnică,Bucureşti,1970.

63. MEYER,M.,"Tiristoarele în practică".Mutatoare cu comutaţie forţată.",Editura tehnică,Bucureşti,1970.

64. NOVAC,I. şi colectiv"Maşini şi acţionări electrice",E.D.P. Bucureşti,1982.

65. NICHOLS W.N.,BRIED F., VALENTINE R.D.,HARDER J.E.,"Advances in capacitor starting",IEEE Transactions,vol.IA-20,nr. 1,1984.

66. NOVOTNY D.W.,FATH A.F.,"The analysis of induction machines contrplled by series conected semiconductor switches",IEEE Transactions,vol.PAS-87,nr.2,1968.

67. OLIVIER G.,STEFANOVIC V.R.,"Evaluation of phase-commutated converter for slip-power control in induction drives",IEEE Transactions,vol.IA-19,nr.1,1983.

68. OHNISHI,T.,OKITSU,H.,"Bias voltage controlled three-phase converter with high power factor",IEEE Transactions,Vol.IA-16,nr.5,1980.

69. PATEL,H.S.,HOFT R.G.,"Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters; part.I-harmonic elimination",IEEE Transactions,vol.IA-9,nr.3, 1973.

70. PATEL,H.S.,HOFT R.G.,"Generalized techniques of harmonics elimination and voltage control in thyristor inverters; part.II-voltage control techniques",IEEE Transactions,vol. IA-10 nr.5, 1974.

71. PATEL, N.K.,DUBEY,G.K.,Modified sequence-control technique for improving the performance of regenerative bridge conver-

ters",IEEE Transactions,vol.IA-19,nr.5,1983.

72. PUŞCAŞU,S.,MARCOVICI I.,"Mărimi şi regimuri electrice nesinusoidale",Editura "Scrisul românesc",Craiova,1974.

73. PAICE D.A.,"Induction motor speed control by stator voltage control",IEEE Transactions,vol.PAS-87,nr.2,1968.

74. ROBERTSON S.D.T.,HEBBAR K.M.,"Torque pulsation in induction motors with inverter drives",IEEE Transactions,vol.IGA-7,nr.2,1971.

75. ROWAN T.M., LIPO T.A., "A quantitative analysis of induction motor performance improvement by SCR voltage control IEEE Transactions,vol.IA-19,nr.4,1983.

76. RAMAMOORTY M.,ARUNACHALAM,M.,"Dynamic performance of a closed-loop induction motor speed control with phase-controlled SCR's in the rotor",IEEE Transactions,vol.IA-15, nr.5,1979.

77. RAMSHAW R.S., "Power electronics",Chapman and Hall Press, London,1973.

78. RICHTER,R.,"Maşini electrice",vol.IV,Editura tehnică, Bucureşti,1960.

79. SORA I.,VAZDAUTEANU V.,COTTA V.,POPOVICI D.,"Utilizări ele energiei electrice",Editura Facla,Timişoara,1983.

80. SORA I.,"Eine nene Methode zur Bestimung der Streureaktauzen des Drehstromsheifringinduktionmotors",ETZ-A,vol.93, nr.H.23,1969.

81. SAVESCU M.,:Metode în analiza circuitelor electronice",Ed ştiinţifică şi enciclopedică,Bucureşti,1985.

82. STOUT J.N.,"Capacitor starting of large motors",IEEE Transactions vol.IA-14,nr.3,1978.

83. SCOTT A.L., VALENTINE R.D.,"Large grinding mill drives update", IEEE Transactions,vol.IA-18,nr.6,1982.

83. SCHOLE,D.,"Induction motors for variable frequency power supplies", IEEE Transactions vol.IA-18,nr.4,1982.

85. STRATFORD R.P.,"Rectifier harmonics in power systems",IEEE Transactions,vol.IA-16,nr.2,1980.

86. STRATFORD R.P.,"Harmonic pollution on power systems-a change implilosophy",IEEE Transactions,vol.IA-16,nr.5, 1980.

87. STRATFORD R.P.,"Analisys and control of harmonics current in systems with static power converters",IEEE Transactions vol.IA-17,nr.1,1981.

88. SIORIM M.,LEVITIN Y.,ZANDMAN,D.,"Stability of controlled rectifiers,phenomena and experiment",IEEE Transactions,vol IA-20,nr.4,1984.

89. SMITH Jr.R.L.,STRATFORD R.P.,"Power system harmonics effects from adjustable-speed drives",IEEE Transactions,vol.IA-20,nr.4,1984.

90. SHIPP D.D.,"Harmonic analysis and suppresion for electrical systems supplying static power converters and other nonlinear loads",IEEE Transactions,vol.IA-15,nr.5,1979.

91. STEFANOVIC,V.R.,"Power factor improvement with a nonlified phase-controlled converter",IEEE Transactions,vol. IA-16,nr.2,1979.

92. SHEPPERD W.,STEMANG R.,"Rotor impedance control of the wouud-rotor induction motor",AIEE Transactions,vol.PAS-78,nr.10,1959.

93. SENKEVICI M.,ROJANOVSKI D.,"Nacotorîe osobenosti robotî asinhronogo electrodvigatelia s vîpriamitelnîm mostom v ţepi rotora",Electricestvo,nr.3,1969.

94. SAAL, C., SZABO W., "Sisteme de acţionare electrică.Determinarea parametrilor de funcţionare",Editura tehnică,Bucureşti,1971.

95. SERACIN E., POPOVICI D., "Tehnica acţionărilor electrice", Editura tehnică, Bucureşti,1986.

96. TUNSOIU GH.,SERACIN E.,SAAL C., "Acţionări electrice", EDP,Bucureşti,1982.

97. TIMMEL H.,KABOSA N.,"Bemerkungen zur Zweipunktgeschiwindigkeitregenlung von Linearmotoren",Elektrie,nr.28.1974.

98. VENKATESAN,K.,LINDSAY J.F.,"Comperative study of the losses in voltage and current source inverter fed induction motors", IEEE Transactions,vol.IA-18,nr.3,1982.

99. WILLIAMS Jr.A.I.,GRIFFITH M.S."Evaluating the effects of motor starting on industrial and commercial powers systems" IEEE Transactions,vol.IA-14,nr.4,1978.

100. YU L.Y.M.,"Constant starting torque control of wound rotor induction motor",IEEE Transactions ,vol.PAS-89,nr.4-1970.

101. ZIOGAS P.D.,"Synthesis of optimum gain functions for statiw power converters",IEEE Transactions,vol.IA-19,nr.3, 1983.

102. ZABAR,Z.,BRONNER G.,"Bypass operation by cyclic fising of the bridge thyristors"in Proceedings IEE,vol.126,nr.9,1979.

103. x xx Contract de cercetare ştiinţifică 113/80, COSTINAIU.

104. x x x "Reguliriaemîe asinhronîe dvigateli",Naukovaia dumca, Kiev, 1978.

CUPRINS

Pag.: