

**INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA**

**- FACULTATEA MECANICĂ -**

**Ing. ISPAS DUMITRU**

**STABILINDA PARAMETRILOR HIDRAULICI, HIDROMECANICI,  
ENERGATICE SI ECONOMICE OPTIME AI STATIILOR DE  
POMPARE PENTRU HIDROAVELICRACII SI ALIMENTARI  
CU APA.**

**CONDUCATOR ȘTIINȚIFIC**

**ACAD. ILIAR ANTON**

BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

**- 1987 -**

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA	
B	526 226
	357 H
Volume	
Dușap	lit.

## C U P A I N T E

	pag.
<b>INTRODUCERE</b> . . . . .	5
<b>Cap.1. INFLUENȚA PARAMETRIILOR GEOMETRICI ȘI ALE FLUIDULUI DE POMPARE</b> . . . . .	8
<b>Cap.2. STADIUL ACTUAL AL PROIECTĂRII ȘI CERCETĂRII PRIVIND STADIILE DE POMPARE</b> . . . . .	14
<b>2.1. Modelul matematic al optimizării stadiilor de pompare</b> . . . . .	18
<b>2.2. Stadiul actual al metodelor de cercetare și proiectare privind camerele de aspirație ale pompelor cu ax vertical</b> . . . . .	22
<b>2.2.1. Cercetări asupra formării vorturilor cu antrenare de aer</b> . . . . .	22
<b>2.2.2. Similitudinea formării vorturilor la curgerile din camerele de aspirație</b> . . . . .	27
<b>2.2.2.1. Efectul tensiunii superficiale și a densității lichidului</b> . . . . .	29
<b>2.2.2.2. Efectul viscozității</b> . . . . .	30
<b>2.2.2.3. Efectul forțelor de greutate și a vitezei în prize de aspirație</b> . . . . .	30
<b>2.2.3. Cercetări privind geometria camerei și a poziției tubului de aspirație în vederea proiectării optime a acestor uzaje</b> . . . . .	34
<b>2.2.3.1. Dimensiunile generale ale camerei și amplasarea pompei în cameră</b> . . . . .	34
<b>2.2.3.2. Condițiile de acces</b> . . . . .	35
<b>2.2.3.3. Forma camerei de aspirație</b> . . . . .	36
<b>2.2.3.4. Studii efectuate de diferiți cercetători cu privire la camerele de aspirație a mai multor pompe</b> . . . . .	36
<b>2.2.4. Studii asupra vibrațiilor la pompe</b> . . . . .	40
<b>2.2.5. Stadiul actual al teoriei curgerilor în camerele de aspirație ale pompelor</b> . . . . .	44
<b>2.3. Concluziile ce se desprind din cercetarea literaturii de specialitate</b> . . . . .	46

**Cap. 3. CURGUL DE FLUIDE ÎN MEDII VIZCOZI** . . . . . 40

**3.1. ASPECTE FUNDAMENTALE** . . . . . 40

**3.1.1. Modelul mecanic tridimensional cu patru funcții ( $u, v, w, p$ )** . . . . . 40

**3.1.1.1. Formulele de bilanț și de continuitate** . . . . . 40

**3.1.1.2. Algoritm general de rezolvare și algoritmi de analiză a ecuațiilor** . . . . . 46

**3.1.1.3. Metoda numerică de rezolvare** . . . . . 51

**3.1.1.3.1. Derivarea derivatelor parțiale** . . . . . 51

**3.1.1.3.2. Relațiile algebrice asociate sistemului cu derivate parțiale** . . . . . 53

**3.1.1.4. Condițiile la limită** . . . . . 55

**3.1.1.4.1. Condițiile pe suprafața solidă** . . . . . 55

**3.1.1.4.2. Condițiile pe suprafața liberă** . . . . . 56

**3.1.1.4.3. Condițiile în secțiunea de intrare și calculul distribuției de viteză** . . . . . 56

**3.1.1.4.3.1. Problema mixtă Neumann-Dirichlet pentru rezolvarea ecuației de tip Poisson. Condiții de normare** . . . . . 57

**3.1.1.4.3.2. Procedee de liniarizare a calculului** . . . . . 58

**3.1.1.4.3.3. Observații asupra soluției numerice obținute în secțiunea de intrare** . . . . . 69

**3.1.1.4.4. Condițiile în secțiunea de ieșire** . . . . . 70

**3.1.1.4.4.1. Problema lui Dirichlet pentru rezolvarea ecuației de tip Poisson** . . . . . 70

**3.1.1.4.4.2. Condiții pentru determinarea gradientului de presiune la contactul de un izoterm** . . . . . 73

**3.1.5. Observații asupra rezultatelor de calcul numeric utile te . Rezultate obținute** . . . . . 73

**3.2. Modelul mecanic cu trei funcții necunoscutegvitatele  $u, v, w$**  . . . . . 76

**3.2.1. Metode numerice de rezolvare** . . . . . 85

**3.2.2. Calculul distribuției de presiune în domeniu** . . . . . 92

**3.2.3. Condițiile la limită** . . . . . 92

**3.3. Modelul mecanic al curgării lichidului real obținut cu metoda liniilor de curent tridimensionale** . . . . . 94

**3.4. Concluzii asupra modelelor mecanice utilizate** . . . . . 100

**Cap.4. CERCETARI EXPERIMENTALE PRIVIND CURGERILE  
DIN CAMERELE DE ASPIRATIE ALE STATIILOR DE POMPARE...111**

**4.1. Cercetări experimentale în laborator. . . . .111**

**4.1.1. Criterii noi de similitudine hidrodinamică  
cercetate . . . . .118**

**4.1.1.1. Considerarea similitudinii Strouhal în  
fenomenele apariției alcatoare ale vîrtejuri-  
rilor. . . . .118**

**4.1.1.2. Considerarea criteriului cavității pentru  
curgerile prin camera de aspirație. . . . .123**

**4.1.2. Modelul matematic empiric al similitudinii  
hidrodinamice complexe ( $Sh, Fr, Re, \sigma = 2Eu$ ) .....123**

**4.1.3. Influența formei și dimensiunilor geometrice  
ale camerei asupra apariției vîrtejurilor  
de suprafață. . . . .124**

**4.1.4. Cercetări privind apariția curgerii în  
camere de aspirație . . . . .132**

**4.1.5. Optimizarea geometriei camerei de aspirație. . .132**

**4.1.6. Influența cantității de aer din apă asupra  
caracteristicilor pompei. . . . .137**

**4.1.7. Surse de vibrație și zgomote ce apar dator-  
rită fenomenelor de la aspirația pompei. . . . .139**

**4.1.7.1. Pulsările de presiune periodice create de vîr-  
tejurile ce se dezvoltă în conductele de as-  
pirație . . . . .140**

**4.1.7.2. Curgerile cu vîrtejuri de la aspirația pom-  
pei. . . . .144**

**4.1.7.3. Concluzii. . . . .149**

**4.2. Cercetări experimentale în natură. . . . .149**

**Cap.5. CONTRIBUTII PRIVIND CRESTEREA EFICIENȚEI ECONOMICE A  
STATIILOR DE POMPARE PENTRU ALIMENTARI CU APA. . . . .153**

**5.1. Creșterea eficienței economice pe baza îmbun-  
tățirii randamentului stației de pompare ce  
utilizează camere de aspirație optimizate..... 153**

**5.2. Diminuirea investițiilor pe baza utilizării  
camerelor de aspirație optimizate. . . . .154**

3. 3.	Realizarea de economii prin diminuarea cheltuielilor de reparatii ale instala- tiilor de pompare. . . . .	195
Cap. 6.	CONCLUZII . . . . .	196
Anexa A-0	Viteza " $u_0$ " in sectiunea de intrare. Re-loc.....	161
Anexa A.1.1+1.6.	Rezultate obtinute pe modele experimen- tale. . . . .	162
Anexa A.1.9.	Caracteristica pompei Crig- 80. . . . .	170
Anexa A.2.1.+ 2.8.	Dezvoltarile lui Taylor in spatiu. . .	171
Anexa A.3.1.	Modele experimentale- descriere.....	179
Anexa A.4.1.+ 4.5.	Misuratori ale distributiei de viteze. . . . .	181
BIBLIOGRAFIE	. . . . .	186

**STABILIREA PARAMETRELOR HIDRAULICI, HIPODINAMICI,  
ENERGETICI ȘI ECONOMICI OPTIMI AI STAȚIILOR DE POMPARE  
PENTRU HIDROAMELIORĂȚII ȘI ALIMENTARI CU APĂ.**

**INTRODUCERE**

Cerințele actuale și de perspectivă în ceea ce privește consumul de apă potabilă, industrială, irigații și piscicultură, consumul de energie necesar antrenării pomelor, natura și calitatea consumului de energie, mărimea puterii agregatelor, creșterea rapidă a numărului stațiilor de pompare, reprezintă o multitudine de probleme deosebit de actuale, cu foarte multe posibilități de optimizare, mai ales în condițiile țării noastre, care conform orientărilor date de P.C.R. privind politica de dezvoltare economico-socială, exprimată clar în Programul partidului / 155/ și concretizată în liniile directoare ale dezvoltării României în cincinalul 1986 - 1990 și orientările de perspectivă până în anul 2000, au în față un volum imens de activități în domeniul stațiilor de pompare.

Fără a contesta valoarea deosebită a cunoștințelor actuale în ceea ce privește realizarea unor stații de pompare cu caracteristici tehnico-economice ridicate, considerăm că utilizarea cunoștințelor tradiționale privind metodologia de proiectare stabilită pe baza literaturii de specialitate și experienței existente în prezent coroborate chiar cu modele matematice moderne, ce utilizează în special sistemele automate de calcul, permit îmbunătățirea în continuare a acestor caracteristici într-o măsură substanțială prin aprofundarea cunoașterii a diferiților parametri primari ce concurează la realizarea obiectivului propus.

Metodele actuale de proiectare nu ne pot scuti de unele neajunsuri în funcționarea necorespunzătoare a unor stații de pompare legate de :

- asimetria curgerilor în canalul de aducțiune /18,32/;
- apariția vârtejurilor de cuprindere cu și fără antrenare de aer / 16,25,37,41,46/;

- cavitatia pompelor cu distrugere prematura a peretilor camerei de aspiratie si a rotorilor / 2,145/;
- vibratia hidroagregatelor / 23,21,146 /;
- colmatarea canalelor de aductiune si a bazinelor de aspiratie / 80,81/ etc.

Acste fenomene, care pot actiuna in grup sau individual, au ca urmare directa:

- diminuarea substantiaila a randementului pompei;
- scaderea debitului si a inaltimei de pompare datorita antrenarii aerului sau intrarii in cavitatie;
- vibratia masinilor si distrugerea prematura a pompei;
- scurtarea duratei de functionare si cresterea du ratei de reparatii, etc.

Acste neajunsuri se datoresc insuficientei cunoasterii referitoare la:

- curgera hidrodinamica tridimensionala in camera de aspiratie;
- conditiile de aparitie cit si nepermanenta vorturilor si a intensitatii lor;
- modelarea in similitudine conform legii a solutiilor unor proiecte cercetate in laboratoare, etc.

Din ansamblul problemelor enuntate mai sus, in vederea stabilirii parametrilor hidraulici, hidromecanici si economici optimi la scutiile de pompare pentru hidromelioratia si alimentarea cu apa, ne-au preocupat in mod special studiarea camerelor de aspiratie in prezenta vorturilor, ca elemente foarte importante in hidraulica functionarii agregatelor din statiile de pompare si pe care proiectantii, in general, le considera ca fiind parte din elementele de constructie ale statiilor de pompare si nu ca un element principal al circuitului de pompare ( camera de aspiratie agregat de pompare - retea de refulare) si de care depinde in mod substantial realizarea parametrilor proiectati / 2,5,9,16,18, 24,32,35,46,56,59,66, 68,72, 77, 81, 85,87,127,141,145,151,166/.

Acste concluzii ne-au facut sa ne indreptam atentia in mod deosebit asupra rezolvarii acestor probleme, aducand contributii in ceea ce priveste posibilitatea rezolvarii teoretice a curgerii

tridimensionale din camerele de aspirație ( cap. 3), experimentala ( cap.4) , cit și efectele economice introduse de aceste cercetări ( cap.5).

Folosesc această ocazie pentru s-mi exprima recunoștința față de toți cei care m-au sprijinit în elaborarea și finalizarea lucrării. Mulțumesc în mod deosebit conducătorului științific tov. Acad. Ioan Anton, care m-a îndrumat în mod nemijlocit în menținerea echilibrului necesar între partea de teorie și cea experimentală și care prin exigența sa recunoscută m-a obligat să abordez lucrarea la un nivel superior, tov. prof. Julieta Florea - pentru sprijinul acordat în lămurirea unor aspecte ale lucrării în cadrul catedrei de specialitate din cadrul I.P. București, tov. conf. Mircea Cazacu pentru ideile foarte practice oferite în momentele grele pe parcursul rezolvării dificilelor probleme din mecanica fluidelor viscoase; mulțumesc deosebeni colegilor din Catedra de Mașini Hidraulice a I.P. Timișoara, Catedra de Hidraulică și Mașini Hidraulice a I.P. București, cât și colegilor din I.S.P.U. pentru sprijinul adus.

O vie recunoștință port profesorilor Borin Iavel și Dumitru Dumitrescu care mi-au îndreptat pașii spre această cale a cercetării teoretice și experimentale din domeniul mașinilor hidraulice.

Autorul



**CAPITOLUL 1. IMPORTANȚA TEHNICO-ȘTIINȚIFICĂ A STATILOR DE  
FOȘTARE.**

Ritmii intensi ai dezvoltării economiei românești, creșterea unor mari unități și complexe industriale pe întreg teritoriul țării / 154,155/<sup>cu</sup> importante efecte asupra dezvoltării generale economice și sociale în zonele respective, determină apariția unor mari consumatori de apă pentru procesele tehnologice, de răcire sau chiar ca materie primă.

Pentru a crea o imagine a necesarului de apă pentru industrie și agricultură, prezentăm în tabelul 1 câteva consumuri specifice necesare unor activități sociale.

Consumuri specifice de apă

Tabel 1

Produce sul (t)	Zahăr	Hirtie	Enină	Drojdie	Alcool	Oțel
-----						
Necesarul de apă (mc)	100	200	450	600	2700	200
-----						
Produce sul (t)	Cauciuc	Fibre sint.	Fat. fisioc- nabil	Lucer- ni	Porumb	Fiine
-----						
Necesarul de apă (mc)	1500	2000	2.10 <sup>7</sup>	350	900	1500

**Notă:** Un ha. teren irigat necesită anual cca. 2000 mc apă, din care doar 10-20 % se reintorc la sursă.

În tabelul 2 prezentăm câteva consumuri specifice realizate în R.S.R. oit și în alte state.

Este de reținut că industria nu este un consumator mare de apă ci un mare utilizator. Datorită recirculărilor, consumul efectiv în industrie tinde să se reducă treptat ajungând la nivel mondial

in 1985 la 4 % din apa utilizată și la 2,6 % în anul 2000.

Neconsumul de apă în diferite țări

Tabel 2

Produsul	mc/t R S R	mc/t state state
Oțel <sup>2</sup>	300	200 - U R S S 180 - R S C
-----	-----	-----
Hirtie	350	200 - Suedia 150 Franța
-----	-----	-----
Celuloză	600- 800	480- U R S S 230 - R P U
-----	-----	-----
Amoniac	400 -	300- U R S S 270 - S U A
-----	-----	-----
Acid azotic	170- 200	160- U R S S 130 - S U A

x) In S U A se consumă prin recircularea apei cea 10 mc/t oțel.

In R.S.R. peste 92 % din apa utilizată în industrie se întoarce la sursă. Ceea ce afectează însă nu este cota mică a consumului de apă ci cantitatea mare de echipamente și energie ce se consumă pentru epurarea apelor puternic poluate de substanțe chimice, biologice, și metale, ape care infectate nu mai pot fi utilizate în alte scopuri. In 1980 din totalul de 4, miliarde mc ape uzate, se epurau 25 % complet, 45 % parțial; din 5700 stații de epurare existente 1400 nu funcționau la parametrii maximi ceea ce a condus la deversarea în apa râurilor a unor mari cantități de substanțe utile ( tabelul 3) și poluarea unor mari volume de apă.

Numărul de recirculări ale apei nu poate fi ales la întâmplare, reponsările însemnând mari consumuri energetice, ci în funcție de realizarea unui optm între economia de apă și economie de energie.

In tabelul 4 , s-au prezentat retrospectiv situația consumurilor de apă din România în evoluția lor în perioada 1950-1985.

La principalii tipuri de consumatori se constată o creștere de 24 ori la apa potabilă, de 43 ori la apa industrială, irigații de 15,6 ori și piscicultura de 3 ori.

Substanțe utile în apele industriale - 1980

Tabel 3

Substanțe	Rezultate din proces (t)	Retinut (t)	%	Evacuat în emisar (t)	%
Prod. petroliere	144.220	97.459	67	46.761	33
Nier	6.884	4.450	64	2.434	36
Zinc	1.240	699	58	481	42
Crom	464	200	43	264	57
Plumb	128	71	55	57	45

Consumurile de apă din R.S.R. ( miliarde mc/an)

Tabel 4

Categoria de consum	1950		1955		1960		1965		1970		1975		1980		1985	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Apă potabilă	0,1		0,2		0,35		1,07		1,54		2,2		2,4		2,6	
Apă industrială	0,2		0,5		0,80		2,24		3,86		5,5		8,6		13,0	
Irigații	0,5		0,8		0,86		1,16		3,71		6,2		7,8		11,0	
Piscicultură	0,4		0,6		0,6		0,6		0,99		1,2		1,2		1,4	
<b>Total consum</b>	<b>1,2</b>		<b>2,1</b>		<b>2,61</b>		<b>5,07</b>		<b>10,1</b>		<b>15,1</b>		<b>20,0</b>		<b>28,0</b>	

./.

Dezvoltarea în continuare a consumurilor de apă va avea un ritm și mai înalt. Trebuie reținut :

- existența unei repartitii neuniforme a cursurilor de apă : în zona montană rețeaua hidrografică este relativ densă, dar în Moldova ( între Siret și Prut), Dobrogea, Câmpia Română și o parte din Podișul Transilvaniei, rețeaua hidrografică este săracă;
- riurile țării noastre dispun de o rezervă medie anuală de cca. 37 miliarde mc în regim natural ( neamenajat) din care doar 5,2 miliarde mc pot fi utilizați direct și furnizați cu cca. 200 miliarde mc/an din care doar 1 miliard mc poate fi utilizat avantajos prin utilizarea pompărilor în timpul golurilor de sarcină;
- cerința de apă pentru 1990 se estimează la 35 miliarde mc iar în perspectiva anului 2000 cca. 46 miliarde mc consum de apă / an; ținând cont de repartitia neuniformă debitelor cît și de dezvoltarea în continuare a cerințelor de apă, apare ca strict necesară pomparea apei la locul consumatorilor, recircularea debitelor cît și a epurărilor succesive;
- serviciul de resort din cadrul Direcției de Exploatare Lucrărilor de Imbunătățiri Funciare / 23/, inventaria la sfîrșitul anului 1981 cca. 1900 stații de pompare înglobînd mai mult de 11000 agregate de bază ( o parte din acestea cu caracteristică foarte ridicată:  $P_{\text{ag}}$  = 8000 kW,  $Q_{\text{ag}}$  = 20 mc/s,  $H = 70 \text{ m H}_2\text{O}$  ), însumînd peste 2700 MW putere instalată, de aproape 1,5 ori puterea instalată a UPE-urilor de Fier I; se prevede în continuare următoarele suprafețe de irigații, puteri instalate în stațiile de pompare și consumuri de energie ( raportate la energia electrică produsă în anul de referință):

Anul intrării în expl.	1985	1990	2000
Supr. irigații (mil. ha)	3,5	5,6	7,0
Putere inst.st pomp. (MW)	2300	4500	5600
En. el. cons./ en. el. prod. (%)	4,6	5,9	5,2

- creșterea producției de energie electrică se bazează în continuare pe dezvoltarea centralelor pe cărbune ( peste 9300 MW în 1990) și a centralelor Nucleare Electrice (4500 MW în 1990 și 9600 MW în 1995). Aceste centrale folosesc cca. 6-7 % din energia produsă în consum

pentru pomparea apei în circuitele proprii;

- toate aceste folosințe fac ca la nivelul anului 1990 consumul de energie în stațiile de pompare să fie de cea. 17-18 % din totalul producției de energie a țării.

În ceea ce privește modul de comportare în exploatare, se prezintă în tabelul 5 rezultatele obținute prin măsurători la câteva stații de pompare de către autor (1) și de Colectivul stații de pompare din cadrul I.P. București (2). Din cele prezentate putem desprinde câteva concluzii mai importante :

- din diferite motive tehnice un număr mare de stații de pompare nu îndeplinesc la randamentele la care au fost proiectate pompele;
- unele familii de pompe ( Lotru- Cerna- Criș) realizate constructiv cu randamente mici, trebuie înlocuite cu alte tipuri de pompe cu caracteristici hidromecanice ridicate;
- pentru stațiile de pompare cu puteri foarte mari este necesar să se realizeze aceste unice;
- este necesară cunoașterea parametrilor de funcționare a tuturor stațiilor de pompare;
- păstrarea parametrilor rețelelor electrice ( frecvențe, tensiune) la valorile nominale ale motoarelor de antrenare, etc.
- luarea de măsuri corespunzătoare la stațiile de pompare ce funcționează în prezent cu randamente mici poate conduce în final la importante economii de energie electrică.

În acest context, având în vedere acest foarte mare consumator de energie, trebuie acționat astfel ca în concordanță cu prevederile Directivelor Congresului al XIII-lea al R.P. /154/, să se poată realiza o reducere importantă a consumurilor specifice. O prioritate principală a creșterii eficienței și valorificării energiei în domeniul industrial și agricol există și în cadrul proiectării și cercetării stațiilor de pompare pentru alimentări cu apă. După cum s-a arătat mai sus, apar o multitudine de domenii <sup>cu</sup> probleme de optimizat cum sînt :

- stabilirea foarte atentă a parametrilor stațiilor de pompare pornind de la optimizarea necesarului de apă;

./.

Tabel nr.5

Denumirea statiilor	$C_u$ (mc/s)	$H_u$ (m)	Nr. agr. (luc.)	rand. proiect. (%)	rand. realiz. mils. (%)	tip pompă	Anul mls.	Cbs.
sarbii - aduro								
sist. Corasu	9,5	65,0	8	85,4	64-68	56 V A- URSS	1975	(1)
Babuleani								
sist. Corabia	6,5	84,8	8	90,0	84-89	V 21 Anglia	1978	(1)
- mărătești								
sist. Corabia	4,8	47,8	6	88,9	84-88	V 25 Anglia	1978	(1)
Orindu- Pitești	2,0	14,0	1	86,0	79,8	DVF-2-87	1985	(1)
Incinta baraj P.D.F.II								
Inst. provizorie	0,7	14,0	16	78,0	45-49	Brateq 250	1985	(1)
- Spiru Haret - Braila								
Inst. Seimeni	12,5	32,0	10	85,0	60-73	MV-2002	1985	(2)
- P.P. -1 Haret								
	5,0	97,0	3	85,0	60-73	MV-1403.2	1985	(2)
	4,65	93,0	4	85,0	70-85	MV-1403.2	1985	(2)

o/.

continuare tabel nr.5

Denumirea scării	Q <sub>u</sub> (m <sup>3</sup> /s)	H <sub>u</sub> (m)	Nr. agr. (bucl.)	rand. product. (%)	rand. siurata (%)	tip pompa	Anul. siurata	Obs.
SIF 1- Hateg	5,6	74,0	5	89	60-70	NV 1403.2	1985	(2)
SIF 2- Voderasa	6,1	75,0	5	85	54-64	NV 1/03.2	1985	(2)
SIF 3- Stefan cel Mare statia Petrolu	0,47	70,0	3	88	77-79	14 NDS	1977	(2)
SIF4 Stefan cel Mare statia Petrolu	0,06	66,0	10	75	36-39	CR10 125	1974	(2)
Statia de pompare Daza Petrolu	6,0	45,0	4	89	77-86	NV 120/170	1974	(2)
SIF -1 Bala statia Dulcea	1,47	38,8	6	79	46-61	siurata 900	1977	(2)

- recircularea economică a debitelor și utilizarea corespunzătoare a substanțelor utile din apele industriale;
- realizarea de sisteme centrale de aspirație-agregat de pompare, cit și sisteme de alimentări cu apă foarte bine studiate;
- luarea în considerare a modificărilor produse asupra parametrilor energetici ai pompelor, de variațiile de frecvență și tensiune din rețelele electrice;
- dotarea cu aparatură specifică și urmărirea continuă a optimizării sistemelor de exploatare în vederea obținerii parametrilor proiectați.



**CAPITOLUL 2 . STADIUL ACTUAL AL PROIECTĂRII ȘI CONȘTIINȚĂRII PRIVILEGIATE LA STAȚIILE DE POMPARI**

Valoarea economică cît și importanța socială majoră pe care o reprezintă stațiile de pompare în economia țării noastre, le fac să fie supuse unor analize deosebite în ceea ce privește necesitatea și oportunitatea realizării lor.

Principali indicatori specifici care pot defini economic o stație de pompare și sînt folosiți în vederea promovării unei investiții sînt:

- $i_Q$  ( lei / l/s) - investiția specifică pe unitatea de debit; este indicatorul cel mai folosit în compararea variantelor;
- $c_p$  ( lei / KW) - cheltuieli anuale pe unitatea de putere instalată;
- $c_i$  ( lei / 1000 lei) - cheltuieli anuale la mia de lei investiții în obiectul analizat;
- $c_v$  ( lei / mc) - costul unității de volum apă pompată;
- $e_v$  ( kWh/1000 mc) - consumul specific de energie la 1000 mc apă.

Noul mecanism economic-financiar, implantat adînc în toate resursele economiei naționale, în contextul reducerii consumului de energie în toate unitățile industriale, face ca parte din acești indicatori să capete semnificație deosebită.

Stabilirea soluțiilor tehnico-economice adecvate, se realizează prin calcule economice complexe, care permit în final o analiză comparativă a eficienței economice pentru variantele analizate.

Succesiunea analizelor tehnico-economice în general, este următoarea /25/:

- culegerea de date topografice și hidrogeologice din amplasament;
- stabilirea variantelor de echipare;
- stabilirea schemelor tehnologice;
- determinarea și dimensionarea formei și mărimei tuturor lucrărilor de construcții și instalații, proprii stațiilor de pompare la fiecare din variantele propuse;

- stabilirea investițiilor variantelor propuse;
  - determinarea cheltuielilor anuale de funcționare;
  - calculul indicatorilor de eficiență economică, specifici pentru fiecare variantă de stație analizată.
- Fazele de proiectare în cadrul cărora se fac analizele respective sînt :

- nota de comandă ( NC) în care evaluarea investiției se face pe baza volumelor globale de lucrări, cu ajutorul indicilor generali cunoscuți din normative sau lucrări similare ( ST S-uri și normative de proiectare); la această fază se alege soluția optimă de amenajare și se definesc obiectele pentru faza următoare de proiectare;
- la faza PE ( proiect de execuție) se optimizează obiectele deja definite la NC;
- faza detalii de execuție ( DDE) stabilește în esență modul de realizare a investiției.

În mod-curent în faza de proiectare DDE și numai la stațiile de pompare de foarte mare importanță cercetarea este chemată să stabilească prin calcule de specialitate și cercetări pe modele hidraulice optumul din punct de vedere al hidraulicii curgerilor în sistemele de aducțiune, agregate de pompare cît și în sistemele de refulare și mai la fazele inițiale, cînd de fapt se stabilesc indicatorii investiției.

Un aport deosebit revine cercetării, după darea în exploatare a stațiilor, deoarece prin efectuarea măsurătorilor " in situ " se stabilesc exact caracteristicile funcționale ale agregatelor de pompare cît și măsurile de optimizare ce trebuie luate în situația existentă.

Notă. Trebuie să reamintim faptul că un regim optim stabilit la un moment dat nu se păstrează la infinit, ci se schimbă în timp odată cu modificarea caracteristicilor agregatelor de pompare datorită uzurii, caile de refulare datorită agresivității apei (pH), cît și ale rețelelor electrice ( tensiune și frecvență).

Se observă deci că atît pe parcursul elaborării proiectelor cît și în timpul exploatării stațiilor de pompare, apar o succesiune de optimizări care traduc dorința firmezii a omului de a atinge perfecțiunii în ceea ce privește optimizarea parametrilor constructivi cît și a parametrilor hidromecanici în timpul exploatării.

### 2.1. Modelul matematic al optimizării stațiilor de pompare

În mod general, optimizarea urmărește să determine valori pentru "n" variabile ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) care satisfac un număr "m" de restricții

$$G_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq, =, \geq \} b_i, \quad (2.1)$$

pentru  $i=1, 2, \dots, m$  și care în plus maximizează sau minimizează funcția obiectiv

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.2)$$

În relațiile de mai sus  $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$  sînt relațiile matematice dintre variabilele și criteriile de decizie  $G_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funcții definite ale variabilelor de decizie și  $b_i$  constante cunoscute.

Indiferent de domeniul de optimizare, drumul spre soluția optimă implică parcurgerea a trei etape distincte:

- elaborarea modelului matematic;
- constituirea funcției obiectiv;
- căutarea optime.

Modelele de optimizare ale parametrilor constructivi (determinarea diametrului optim al conductelor sau galeriilor, secțiunii economice ale canalelor de aducțiune, a numărului optim de agregate de pompare, etc.), pentru parametri de bază și amenajării poate consta din:

- minimizarea cheltuielilor globale de calcul (fig. 2.1)

$$z(x) = \left( \frac{I}{T_r} + A \right), \quad (2.3)$$

funcția obiectiv se determină calculînd investițiile  $I$  și cheltuielile anuale ale sistemului studiat  $A$ , pentru un termen de recuperare  $T_r$  aferent folosinței respective, pentru o gamă de variații a parametrilor considerați, rezultînd valoarea optimă  $z_{\min}(x)$ :

$$- \text{prețul apei pompată, } p_a = \frac{1}{V_a} \left( A + \frac{I_{\min}(x)}{T_r} \right) \text{ lei / mc} \quad (2.4)$$

unde  $V_a = \int_0^T Q \cdot dt$  (mc/an)

$T$  = durata de funcționare;

- maximizarea beneficiului obținut (fig. 2.2) pentru stabilirea numărului optim de agregate.

$$B = \sum_1^t V_1 - \sum_1^t A_1 - \sum_1^t I_k \quad (2.5)$$

unde:  $\sum V_1$  = venitul anual realizat  
 $\sum A_1$  = cheltuieli anuale  
 $\sum I_k$  = investițiile necesare înlocuirii și lărgirii producției;

- pentru stațiile de pompare foarte mari care pot intra parțial în exploatare, iar investiția se realizează mai puțin ani, se utilizează criteriul "costurilor totale actualizate", definit astfel:

$$K = \sum_{i=p}^n (I_1 + R_1 + Q_1 + C_1) (1+r)^{n-i} - P (1+r)^{n-p} \quad (2.6)$$

unde:  $I_1$  = reprezintă investiția în anul i din perioada de construcție;  
 $R_1$  = costurile pentru reînlocuirea echipamentelor și uvrăjilor ale căror durată de viață (fizică sau morală) sunt mai reduse decât durata de exploatare a scenajului studiat considerat în calcul;  
 $Q_1$  = valoarea reziduală a echipamentelor și uvrăjilor reînlocuite;  
 $C_1$  = cheltuielile anuale de exploatare și reparații (nu conțin amortismentele);  
 $P$  = valoarea remanentă (neamortizată) a ansamblului amenajării la sfârșitul perioadei de exploatare considerată în calcul;  
 $r$  = rata actualizării;  
 $n$  = anul final.

Că importanța deosebită o reprezintă determinarea cheltuielilor cu energia electrică necesară la funcționarea stațiilor de pompare. Precizia calculului este condiționată de stabilirea exactă a punctelor de funcționare ale agregatelor de pompare la rețeaua de refulare (fig. 2.5) și durata de utilizare; la fazele de proiectare se fac calcule admitând o multitudine de date din literatura de specialitate, care nu întotdeauna sînt confirmate ulterior de rezultatele obținute / 91,83 %.

- datele obținute prin măsurători permit optimizarea unor factori de exploatare / 75, 121 / , care sînt conduși la stabilirea sarcinilor minime necesare în funcționarea pompei, cu relația:

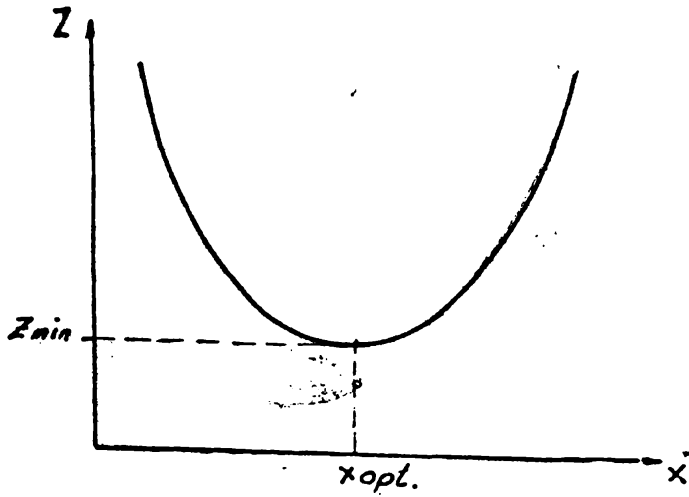


Fig. 2.1

Minimizarea cheltuielilor globale de calcul

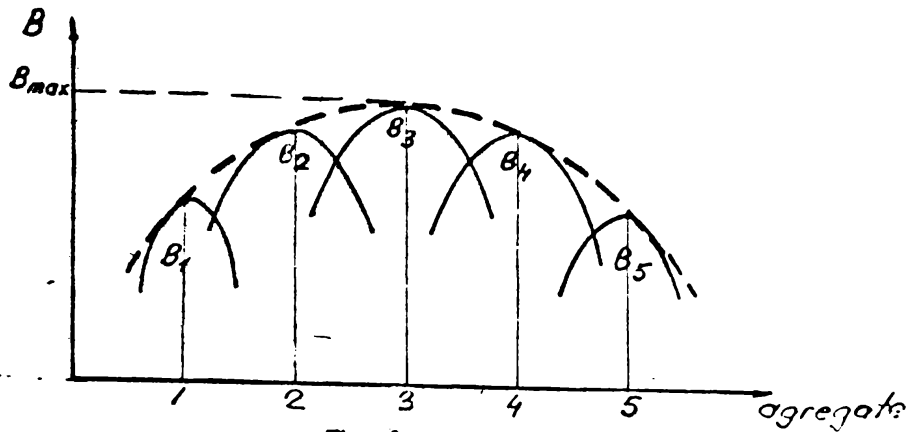


Fig. 2.2.

Maximizarea beneficiului în cadrul unei scheme cu cinci agregate de pompare

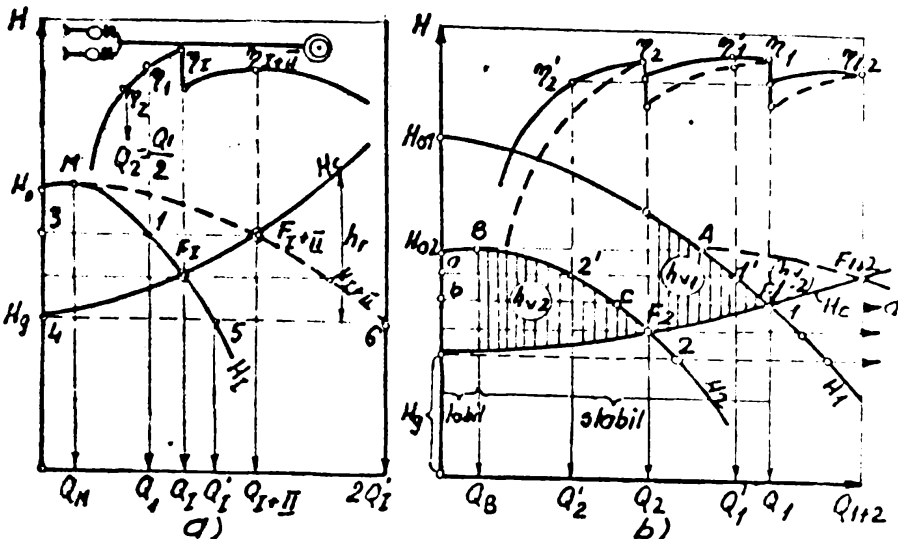


Fig. 2.3. Stație cu două pompe în paralel pe o conductă: a) - pompe egale; b) - pompe diferite.

$$E = \int_0^T \frac{K}{\eta} \cdot Q H dt \quad (2.7)$$

unde: E = reprezintă energia anuală consumată, determinată în punctele de funcționare ale pompelor ( fig. 2.4) și (fig.2.5);

H = înălțimea de pompare măsurată, aferentă debitelor considerate în calcul;

$\eta$  = randamentul determinat prin măsurători.

Un criteriu de optimizare introdus de autor în analiza rezultatelor obținute prin măsurători la stațiile de pompare Dăbuleni / 89/ și Ambrăști / 86/, stații la care s-au obținut randamentele garantate de proiectant ( tabelele 6 și 7) , în vederea obținerii unui consum minim de energie îl reprezintă criteriul aportul de debit ( Q ) raportat la puterea consumată ( fig.2.6 și 2.7), pentru diferite înălțimi geodezice H<sub>g</sub> de pompare; indicele permite observații economice directe asupra funcționării agregatelor de pompare ale stației în rețeaua de refulare existentă. Din exemplul citat se pot desprinde următoarele concluzii:

- proiectantul a ales punctul de funcționare optim pentru numărul maxim de agregate;
- indicele de economicitate " i ", este maxim pentru funcționarea cu un singur grup.

Indicele economic i (1/kW) stabilit la stația de pompare Dăbuleni

tabel 6

nr. pompe (buc.)	debitul stației Q(m <sup>3</sup> /s)	înălțimea de refulare H( m)	randamentul de funcț. al pompelor(x)	puterea stației (kW)	i (1/kW)
1	7,80	72,98	84,43	6619,5	1,179
2	15,34	74,41	85,34	13126,0	1,169
3	22,45	76,40	86,27	19502,9	1,151
4	29,05	78,32	87,24	25653,3	1,132
5	35,22	80,30	87,68	31653,1	1,112
6	40,73	82,34	88,50	37271,2	1,092
7	45,62	84,67	89,05	42548,5	1,072
8	50,06	86,45	89,29	47547,3	1,052

Indicele economic  $\lambda$  (l/kW) stabilit la stația de pompare apă-căldură

tabel 7

nr. de pompe (buc.)	debitul stației Q(m <sup>3</sup> /s)	înălțimea de refulare H(m)	randamentul de funcț. al pompelor (%)	puterea stației (kW)	$\lambda$ (l/kW)
1	5,59	26,60	83,91	1740,0	3,215
2	11,00	27,85	85,54	3515,9	3,130
3	16,03	29,63	86,89	5302,0	3,023
4	20,52	33,88	88,30	7267,0	2,940
5	24,53	34,51	89,05	9247,0	2,630
6	27,57	36,94	88,70	11264,6	2,447

Notă : Nu s-a luat în calcul și randamentul electromotorului.

2.2. Studiul actual al metodelor de cercetare și proiectare privind camerele de aspirație ale pompelor cu ax vertical.

Importanța problemei apariției vorturilor în camerele de aspirație ale stațiilor de pompare cu fost evidențiate de o multitudine de cercetători din diferite țări, deoarece în afara unor efecte secundare deloc de neglijat, modifică caracteristicile hidromecanice și energetice ale pompelor.

Pe parcursul cercetării materialului bibliografic avut la îndemână, s-au desprins în mod special câteva direcții de cercetare:

- cercetări asupra formării vorturilor cu antrenare de aer;
- similitudinea formării vorturilor la curgerile din camerele de aspirație;
- cercetări privind stabilirea geometriei camerei și a poziției tubului de aspirație în vederea proiectării optime a acestor uvraje.

2.2.1. Cercetări asupra formării vorturilor cu antrenare de aer.

Mișcările de rotație ce apar în camerele de aspirație conduc la posibilitatea de antrenare a aerului în sorbul pompei. Debitul de aer antrenat poate atinge ușor 5 % din debitul de apă, ceea ce duce la efecte defavorabile asupra randamentului pompelor, în afară de pericolul de

Fig. 2.4. STATIA DE POMPARE L<sub>1</sub>-DĂBULENI  
Caracteristica de pompare a stației

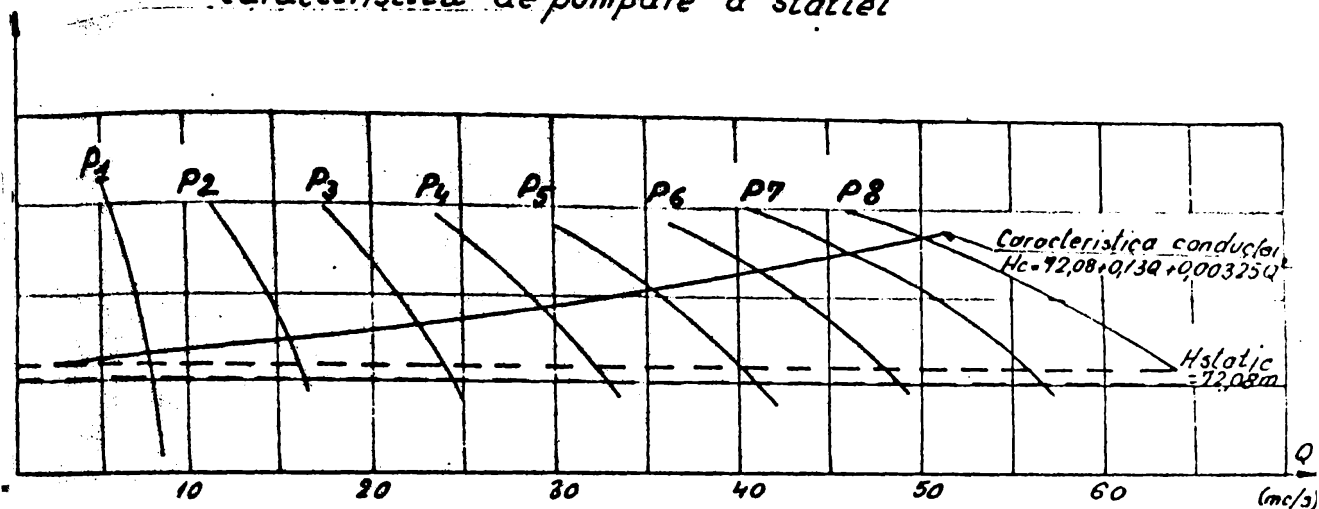


Fig. 2.5. STATIA DE POMPARE L<sub>2</sub>-AMĂRĂȘTI  
Caracteristica de pompare a stației

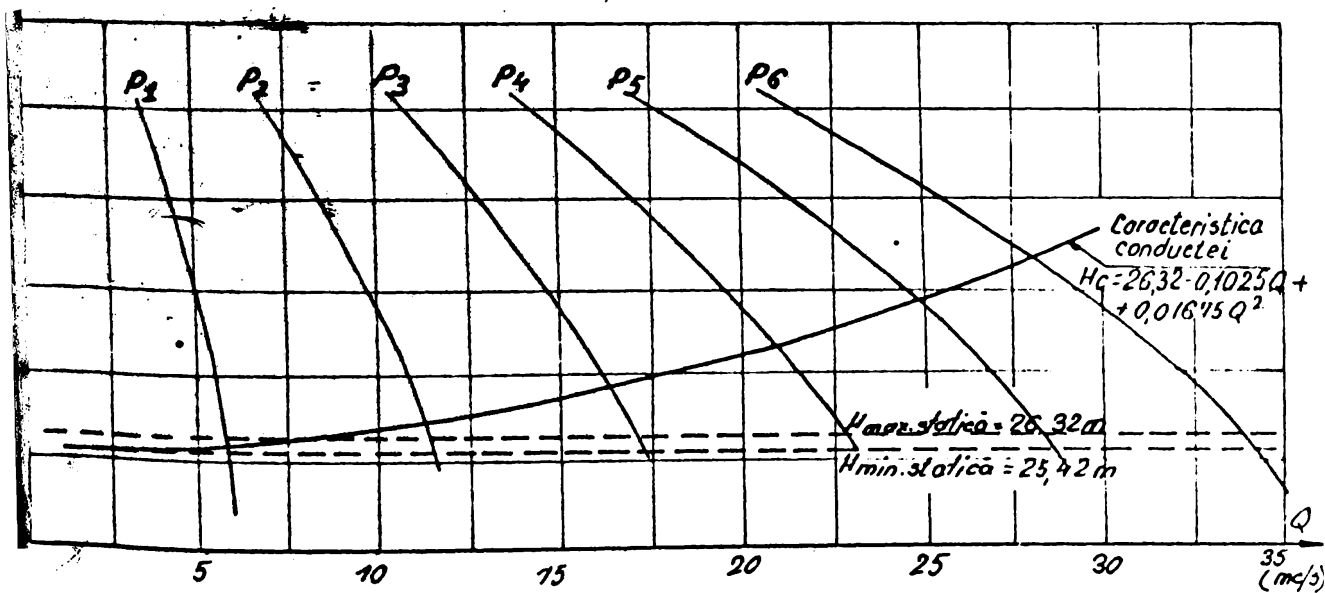




Fig. 2.6. *STATIA DE POMPARE L<sub>1</sub>-DABULENI*  
*Variația i cu η stație*

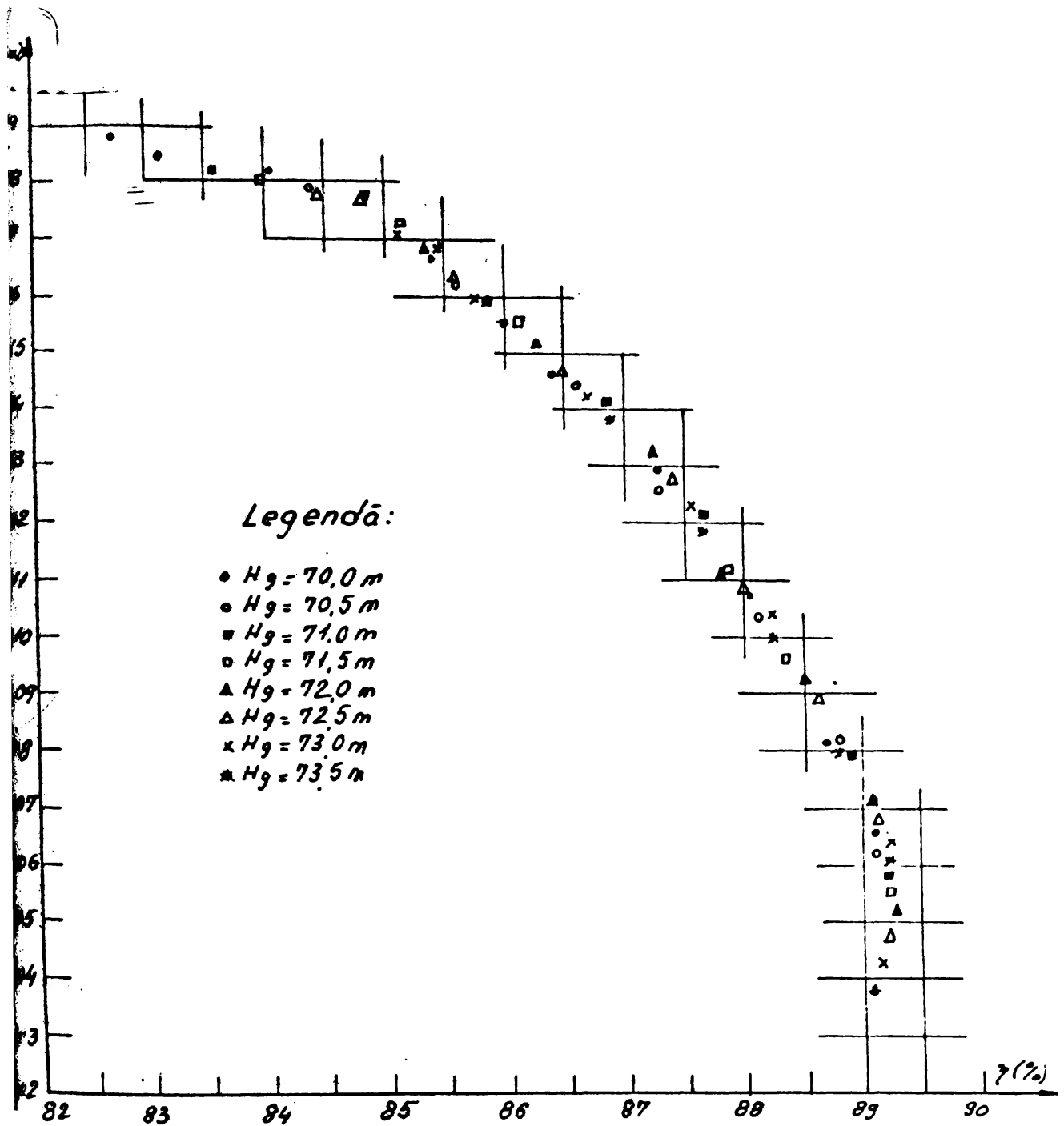
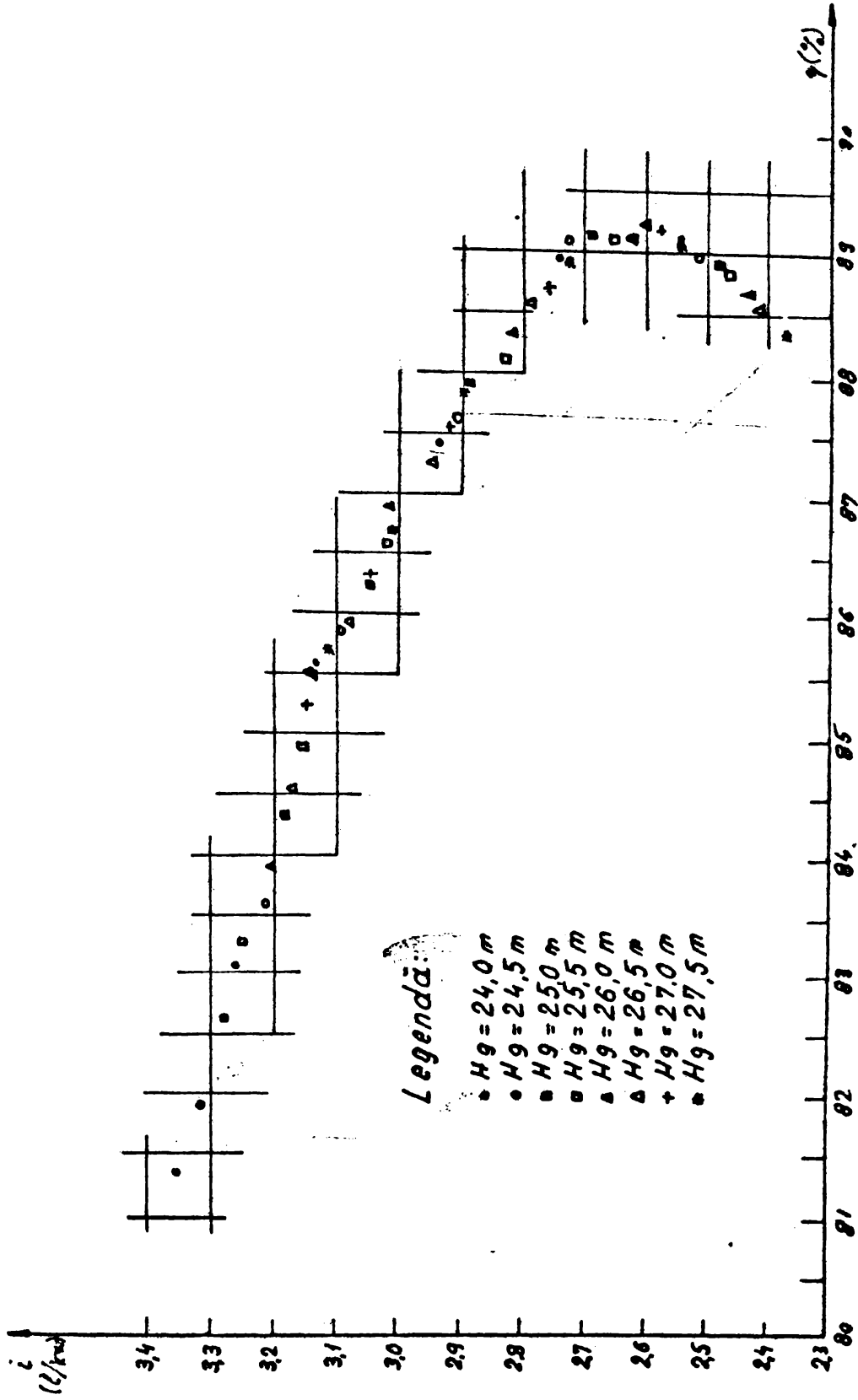


Fig. 2.7. STAȚIA DE POMPARE L<sub>2</sub>-AMĂRAȘTI

Variația  $i$  cu  $\eta$  stație



cercețiune și de apariția vibrațiilor în instalație. Aceștea cercetări au fost succedate de o serie de cercetători cum sînt Florinski / 61/, Karasaik / 93/, Parik / 67 / , Murakami / 110/ și de alții / 79,88 / pentru pompe centrifuge. Aceste lucrări indică faptul că pentru antrenarea unui debit de aer de 1 % din debitul de apă randamentul maxim al pompei se reduce cu cca. 1,5-2,5 %.

Specificată totuși și în unele situații de funcționare nefavorabile ( cînd apare cavitația în rotorul pompei), se utilizează metoda introducerii artificiale în aspirator a unui debit de aer de concentrație mică (  $\alpha = 0,4 - 0,7 \%$  ) în vederea diminuirii efectelor fenomenului de cavitație / 89 /.

În literatura de specialitate / 18,64,45,130,150 / se consideră că rotorul nu reprezintă cauza predominantă a apariției vîrtejurilor, fără însă a se afirma că această cauză nu influențează absolut deloc curgerea cu vîrtejuri, acest lucru fiind dovedit de autorii lucrărilor respective ; apariția vîrtejurilor are loc în condiții apropiate și la funcționarea gelurilor de fund, alfoncelor etc.

În vederea lămuririi unor probleme privind curgerile cu și fără vîrtejuri, autorul, prelucrînd rezultatele obținute pentru curgerile cu rotor în mișcare obținute de Peterson / 116/ , Wijdiak / 151 / și Societate Grenobloise / 156 / , pentru diferite camere de aspirație considerate optime ( fig. 2.11) cit și fără rotor ale lui Denny / 44/, Seddy / 132/ pentru camere paralelipipedice ca și relațiile lui Lubin / 103/, Polikovski / 126/ și Kutateladze ( tabel 7.9) obținute pentru camerele cilindrice, ajunge la următoarele concluzii:

- Seddy stabilește curgere fără vîrtejuri pentru camerele de aspirație paralelipipedice, zona superioară a dreptei  $OC^0$  sau relația:

$$\frac{z}{d_0} > Fr_0 + 1 \quad (2.8)$$

- rezultatele obținute de Denny ( fig. 2.11) se găsesc în domeniul:

$$Fr_0 + 1 > \frac{z}{d_0} > Fr_0 \quad (2.9)$$

./.

- dintre tipurile de camere recomandate de Paterson/116/ se recomandă camerele de aspirație cu capac superior (fig.2.10) care au raportul  $a/d$  în domeniul

$$\frac{a}{d} > 2,52 \quad (2.10)$$

- rezultatele lui Wijffels, care a obținut creșteri de răscălzire ale pompei până la 0,7% la camerele cu dimensiuni optime pe care le-a studiat, cit și celelalte rezultate optime ale lui Paterson, sînt în afara limitei prescrise de Reddy.

Relații recomandate de literatura de specialitate pentru delimitarea înălțimilor critice ale curgerilor fără vîrtejuri în camerele cilindrice.

tabel 7 a

Autorul	Bibliografie	Relația
Lubin și Springer	/ 103/	$z_{cr}/d_c = 0,89 Fr_0^{0,4} \left( \frac{1}{2 \rho_{aer}/\rho_{apă}} \right)^{0,2}$
Folikevski	/ 126/	$z_{cr}/d_c = 0,5 Fr_0^{0,55}$
Kutadzeladze	/ 35/	$z_{cr}/d_c = 0,36 Fr_0^{0,54} \left( \frac{v_{aer}}{v_{apă} T_{aer}} \right)^{0,27}$

- În domeniul analizat ( $Fr_0 = W / (g d)^{0,5} = 0-1,6$ ), apariția vîrtejurilor de suprafață depinde de geometria camerei și a aspiratorului cit și de tipul pompei, edincinile critice ( $z_{cr}/d_c$ ) ale curgerilor în camerele de aspirație cu rotor în mișcare fiind în general mult mai mari decât pentru curgerile similare fără rotor în mișcare.

2.2.2. Similitudinea formării vîrtejurilor la curgerile din camerele de aspirație.

Deoarece, structura complexă a curgerilor cu vîrtejuri asociate cu condițiile la limită, nu permit o tratare analitică relativ ușoară, atenția este îndreptată asupra cercetărilor pe modele hidraulice. Studiile pe modele conduc în general la concluzii ce pun în evidență prevenirea vîrtejurilor; pentru proiectarea unui model și corecta interpretare a rezultatelor obținute, esențial este ca efectele diferiților factori, care conduc la apariția vîrtejurilor, să fie foarte bine cunoscute.

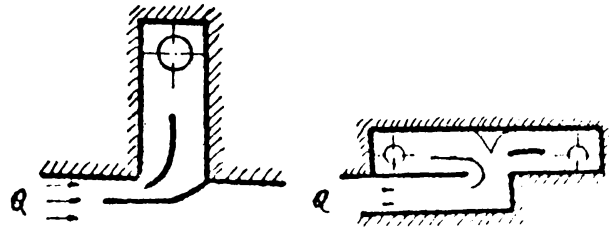
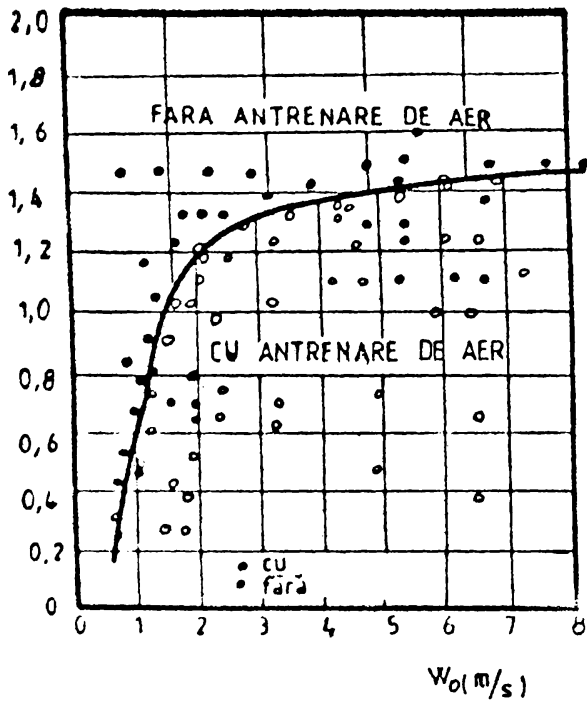
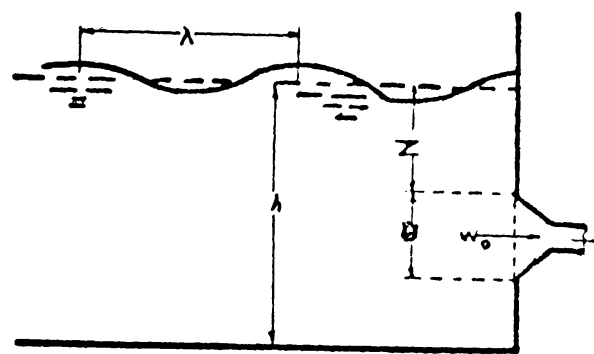
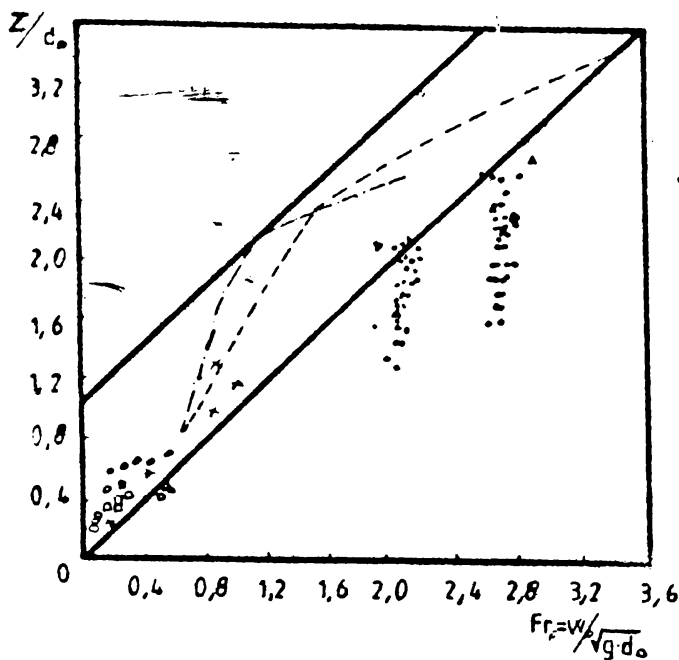


Fig 2.12

Fig 2.8 Zona limită a înălțimii de apă  $Z$  la care apar vârtejuri în funcție de viteza din aspirator  $W_0$  /44.



Mărimile considerate în calcul

- /- intrare cilindrică
- /- ---- dreptunghiulară
- ▽/- ---- dreptunghiulară
- 2 - ---- dreptunghiulară
- 2 --- intrare dreptunghiulară
- 4 - cîmp studiat cu vârtejuri
- 5 - intrare dreptunghiulară cu deflector
- ▲ 5 - - - - dreptunghiulară fără deflector

Fig 2.9

Cercetările pentru similitudinea vîrtejurilor au fost puse în evidență de foarte mulți cercetători cum sînt: Amphlett /6/, Amar / 9,10 /, Bhatt /12/, Blaisdell / 13/, Blau /14/, Berge/16/, Brewer /17/, Bratcain /18/, Cazacu / 35/, Cauchel / 37/, Denny /44,45/, Dhillon / 46/, Dumitrescu /56/, Daggett / 57/, Fraser /59,60 /, Gaitton / 68/, Haindel / 69/, Hattereley /71/, Koltorff /71/, Iversen / 72/, Inou /74/, Ispas /80 /, Jain / 92, 93,94/, Linford / 101/, Levey / 102/, Maxwell / 103/, Markland/ 125 /, Paciga / 124/, Prossor / 127/, Rohan / 128/, Reynolds / 129/, Reddy / 132/, Timofei / 139 /, Venkatarman /141/, Wijdiaka/151/, Sociéte Grenobloise /166/, ș.a. În cadrul acestor lucrări cercetătorii au prezentat pe lângă o apreciere critică a diferitelor sisteme disponibile, utilizate pentru studiul curgerilor cu vîrtejuri pe modele hidraulice și rezultatele obținute de model și prototip în efortul lor de a valida cîteva din aceste criterii.

Principalele criterii folosite sînt cele devenite clasice cum sînt: criteriile Weber, Reynolds și Froude. Deosebit de mai folosește și criteriul lui Kolf- criteriul circulației ( $K = \Gamma / v \cdot D$ , unde  $\Gamma$  = circulația exprimată prin viteza tangențială măsurată la distanța  $r$ ,  $v$  = viteza în aspirator,  $D$  = diametrul aspiratorului), cit și o serie de criterii personale derivate din cele de mai sus.

În continuare prezentăm cîteva încercări ale unor cercetători de a justifica un criteriu sau altul de similitudine. Pentru o prezentare mai ușoară a lucrărilor se împart cercetările după efectele principalelor forțe considerate în studiu :

#### 2.2.2.1. Efectul tensiunii superficiale și a densității lichidului

- Daggett / 57/, folosind apă și alte fluide a arătat că pentru numerele  $0 \leq \Gamma D / 2Q \leq 1,6$  și  $10^3 < Re < 10^6$  (unde  $\Gamma$  și  $D$  au aceeași semnificație ca la criteriul lui Kolf iar  $Q$  = debitul) tensiunea superficială nu are influență asupra formării vîrtejurilor.

- Amphlett /6/, utilizînd numai apă în încercările sale precizează că pentru  $4 < Z_0 / D < 10$ ,  $\Gamma \cdot D / Q$  devine puțin dependent de numărul Weber ( $Z_0$  = înălțimea critică de apariție a vîrtejurilor); pentru valori mai mici  $Z_0 / D$  și  $We > 10^4$ , efectul tensiunii superficiale devine neglijabil;

./.

- Jain / 92, 93/ dă ca limită  $We > 120$  pentru ca tensiunea superficială să nu influențeze innecarea critică ( $Z_c$ );

- Chang / 25/, sugerează că tensiunea superficială este o forță importantă care trebuie luată în considerație în apariția vârtejului;

- Maxwell și Weggell / 108/, au încercat să determine influența cantitativă a tensiunii superficiale în modelarea Froude și în special la apariția vârtejurilor, dar nu au putut clarifica influența acestei forțe în domeniul stabilit.

Toate aceste cercetări conduc la ideea sigură că tensiunea superficială nu are efecte semnificative în domeniul  $10^3 < Re < 10^6$ . Aceste observații pot fi luate în considerație la modelarea curgerii cu vârtejuri.

#### 2.2.2.2. Efectul vîscozității

- Deggett și Keulegan / 57 / au stabilit limita numărului  $Re > 2,5 \cdot 10^4$  la care efectul vîscozității devine insignifiant;

- Surek / 176/, Zielinski și Willemonde / 179 / sugestionează limitele  $10^4 < Re < 2 \cdot 10^5$  la care similitudinea dinamică dintre model și prototip poate fi obținută;

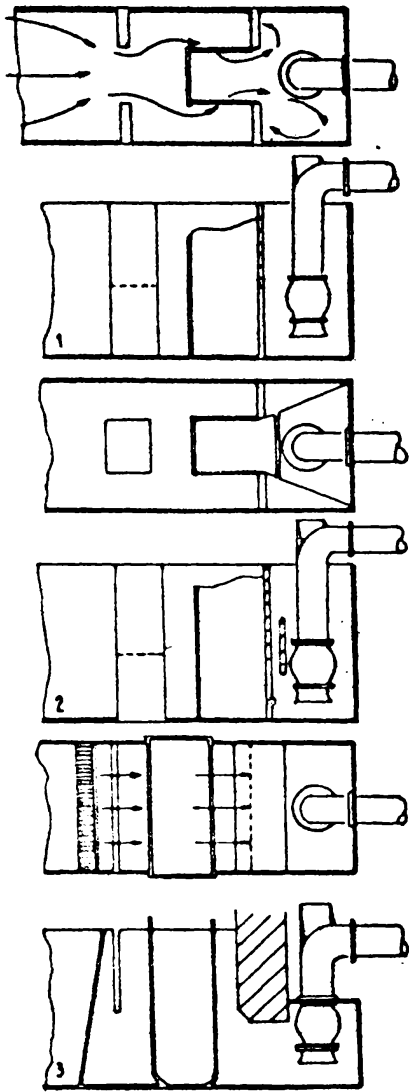
- Anwar / 9,10 / arată că influența forțelor de vîscozitate în apariția vârtejurilor este minimă pentru  $Re > 10^3$ , dar scara modelului după modelarea Froude, astfel ca să se reproducă curgerea cu circulație, să nu fie mai mică de 1 : 20;

- Prossor / 127/ precizează că minimul scării de modelare trebuie să asigure  $Re > 2 \cdot 10^4$ , iar raportul dimensiunilor geometrice să fie între 1 / 10 și 1 / 30;

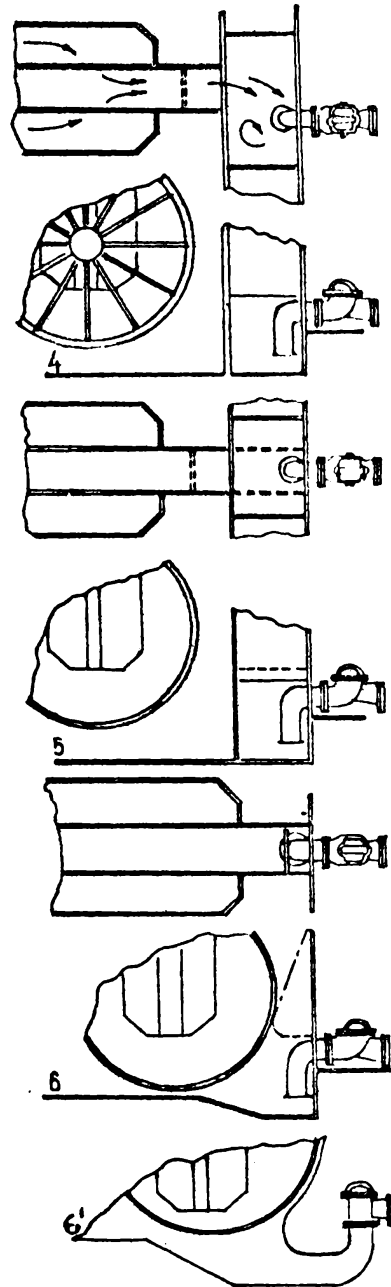
- Jain /92,93/, prezintă ca sigură limita dincolo de care influența vîscozității este absentă în fenomenele curgerilor cu vârtejuri cu antrenare de aer :  $Re > 5 \cdot 10^4$ ; valoarea lui D pentru care relația este valabilă este  $D = 9,4$  cm.

#### 2.2.2.3. Efectul forțelor de greutate și a vitezei în priza de aspirație

La modelarea curgerilor cu vârtejuri, tendința generală este de a folosi viteze mai mari decît cele reieșite din aplicarea criteriului de similitudine Froude, impunîndu-se legi de creștere diferite ce ajung pînă la condiția de egalitate a vitezelor model/ prototip, dar fără a exista o justificare clară și unanim acceptată în alegerea scării.



Camere de aspirație cu  
pereții despărțitori tip  
grătar



Camere de aspirație cu  
pereții despărțitori tip  
timpan

Fig.2.10. Camere de aspirație recomandate de Paterson/116 /



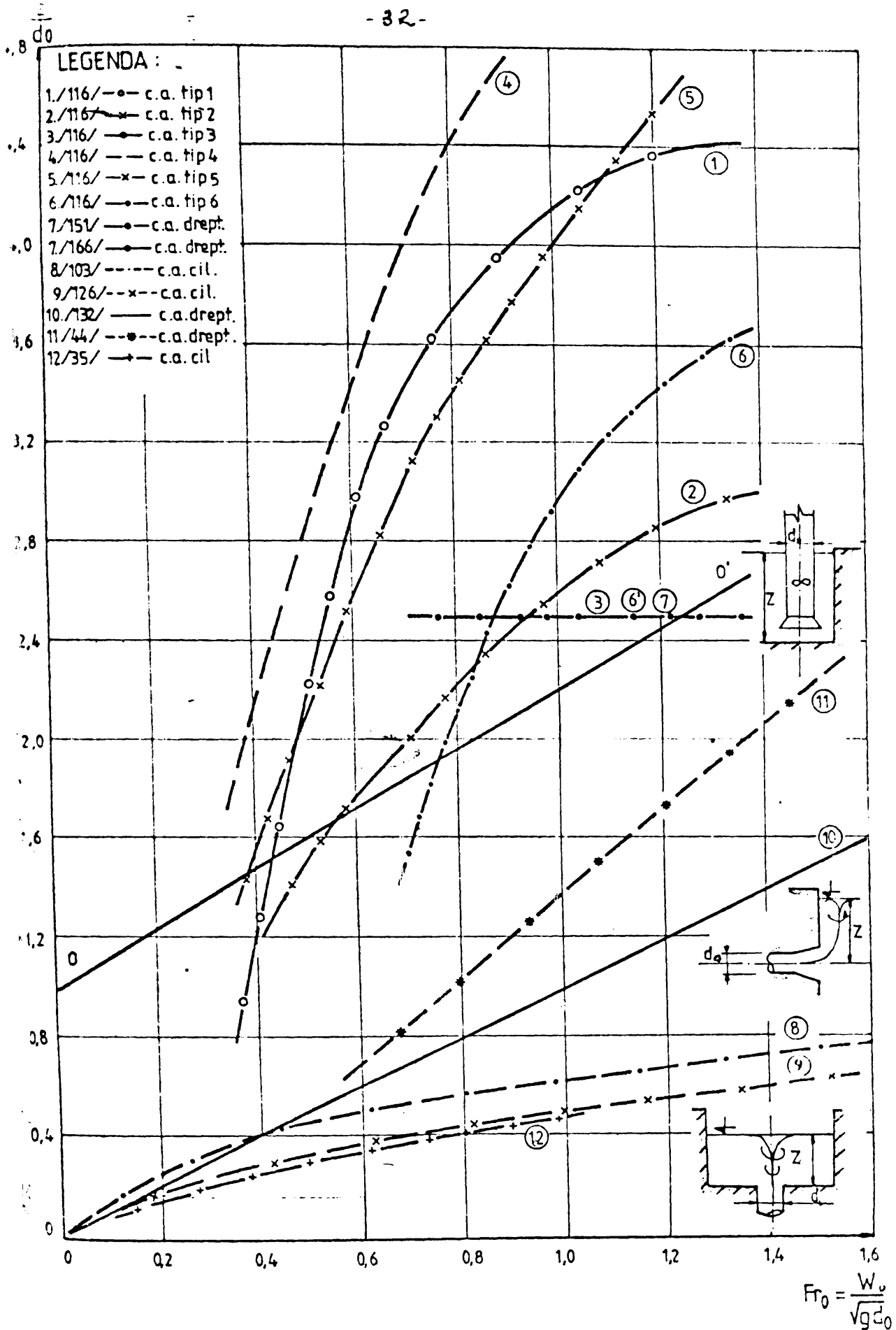


Fig. 2.11. Înălțimea critică relativă de aspirație  
 funcție de numărul Froude rezultată din  
 recomandările literaturii de specialitate.

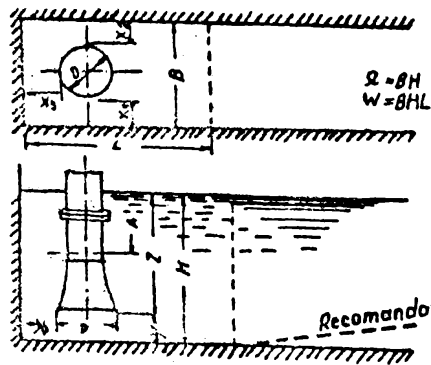


Fig. 2.13

TABELUL nr. 8

№	Cercetătorul	$\frac{X_1 X_2}{D^2}$	$\frac{X_3}{D}$	$\frac{Y}{D}$	$\frac{Z}{D}$	$\frac{H}{D}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{W}{Q}$	$\frac{A}{D}$	$\Omega$	L	Distanța minimă între 2 prize învecinate $L_1$	Obs.
1	E. Blau	1...2,5	0	0,5...1,0	—	—	3...6	—	—	—	(4...5) D	—	Se recomandă un perete de intrare
2	D. Bratosin și S. Eilenberg	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12 D	—
3	A. Brkich	0,50	0,25	0,33...0,5	—	—	2	—	—	—	(3,25...3,75)D	—	—
4	M. M. Florinski	1	0	0,7...0,8	2	2,7-2,8	3	>15 Recomandat tabel 30-35	2	—	$\frac{W}{8,4D}$	(1,5...2)D	—
5	H. W. Fraser	0,75	1	0,5...0,75	—	—	2,5	—	1,5...2	—	$10 \frac{D^2}{4}$	1,75 D	Valori pentru $v = 2,4...2,7$ m/s. La viteze mai mici pot fi reduse
6	H. W. Iversen	—	0	0,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	C. A. Richardson	0,5	0,5	0,5	—	—	2	—	—	—	—	—	—
8	A. J. Stepanoff	—	—	0,5	1,6m	—	—	—	—	—	—	—	Pentru $y \geq D$ se recomandă adoptarea unui con de ghidare
9	V. I. Turk	—	—	0,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	Propuse de I. C. H.	0,5...0,75 0,75...1,0	<0,5	0,5 0,75	conform diagramei	2...2,5	2,5...3	>15	—	$7,5D^2$	(3,5...4)D (4...4,5)D	(1,5...1,75)D (1,75...2)D	$v < 2$ m/s $v < 2$ m/s
11	Societe Grenobleise	0,8	1,0	0,6	2	3,2	2,6	—	—	—	—	2,6 D	$v < 1,6$ m/s
12	Wijdieks	0,47	0,47	0,52	2	2,25	1,5	—	—	—	—	—	—

TABEL CU PRINCIPALELE DIMENSIUNI GEOMETRICE ALE CAMERELOR ȘI BAZINELOR DE ASPIRAȚIE RECOMANDATE DE LITERATURA DE SPECIALITATE

În tabelul 9 se rezumă propunerile diferiților cercetători de modelare a curgerilor cu vârtejuri.

Solri de modelare ale curgerilor cu vârtejuri

Tabel 9

Nr. crt.	Autorul	Biblio.	Scara de modelare propusă
1	Haindell	/ 69/	$V_p = L \cdot V_{Fr,n} \quad (L > 1)$
2	Rohan	/128/	$V_p = V_{Fr,n} \cdot \frac{Re_n}{Re_m}$
3	Iversen	/172/	$V_n > V_{Fr}$
4	Fraser	/199/	$V_p = V_n$
5	Denny și Young	/44/	$V_p = V_n$
6	Bratosin	/18/	$V_n = 1,3 V_{Fr}$
7	Cezacu și Iancu	/35/	$V_n = 1,35 V_{Fr}$
8	Reddy și Fickford	/132/	$V_n = V_{Fr}$
9	Parachute	/169/	$V_n = (1,67 - 1,70) V_{Fr}$
10	Dhillon	/46/	$V_n < V_p$
11	Blau	/14/	$V_n = V_{Fr}$

Pentru stabilirea cât mai corectă a unei scări de similitudine care să permită un astfel de studiu autorul și-a propus în Cap.4 să studieze această problemă, părerile fiind foarte diferite.

2.2.3. Cercetări privind geometria camerei și a poziției tubului de aspirație în vederea proiectării optime a acestor uvraje.

2.2.3.1. Dimensiunile generale ale camerei și amplasarea pompei în cameră.

Camerele de aspirație ale unor pompe cu ax vertical au făcut obiectul unor studii numeroase. <sup>in</sup>literatura de specialitate există diferite indicații asupra dimensiunilor optime care trebuie adoptate.

În tabelul 8 se prezintă sumar rezultatele obținute de cercetători diferiți, cele mai complete după opinia noastră fiind experiențele efectuate de către Institutul de Cercetări Hidrotehnice București, Société Grenobloise și Wijdiels.

Ținând cont de rezultatele complete realizate și prezentate de Wijdiels / 151/ în laboratorul hidraulic de la Delft (Olanda) unde a obținut dimensiunile optime ale camerei de aspirație măsurând și caracteristicile hidromecanice ale pompelor, ne-am propus să analizăm mai detaliat o astfel de cameră de aspirație; Wijdiels a obținut o creștere de randament cu 0,7 % pentru dimensiunile camerei  $Y/D = 0,52$ ,  $X/D = 0,47$ ,  $Z/D = 2,0$ ; deosebit de interesant este studiul pe un model hidraulic stabilește dispunerea optimă a unui număr de 5 pompe ( 3 pompe cu debit unitar  $Q_p = 2500$  mc/h și 2 pompe cu debitul  $Q = 5250$  mc/h.); remarcăm introducerea unor pereți despărțitori ( fig. 2.14) dispuși simetrici sub sorb.

#### 2.2.3.2. Condițiile de acces

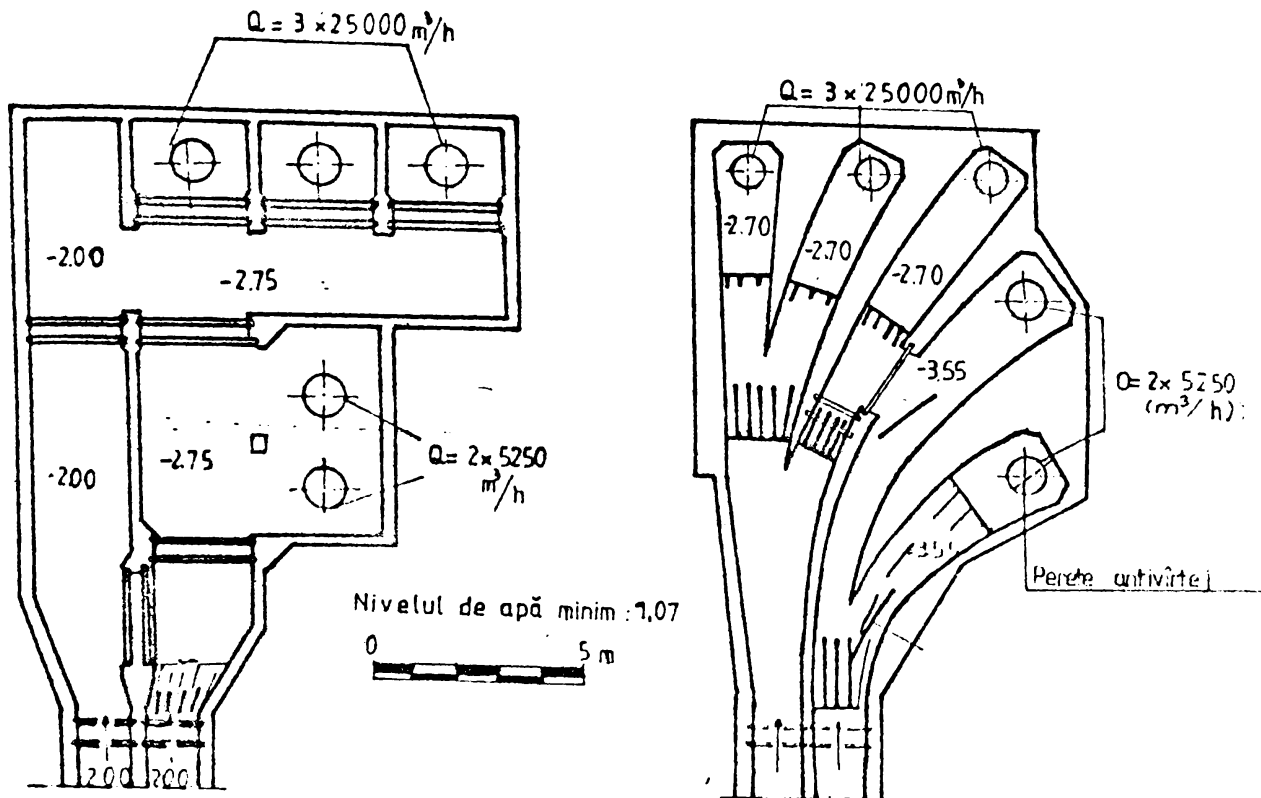
Diferiți cercetători atrag atenția asupra importanței condițiilor de acces în camera sorbului.

Pe scurt recomandările literaturii de specialitate în ceea ce privește lungimea optimă a camerei de aspirație sînt redată în tabelul 10.

#### Lungimi ale camerelor de aspirație recomandate de literatura de specialitate

Tabel 10

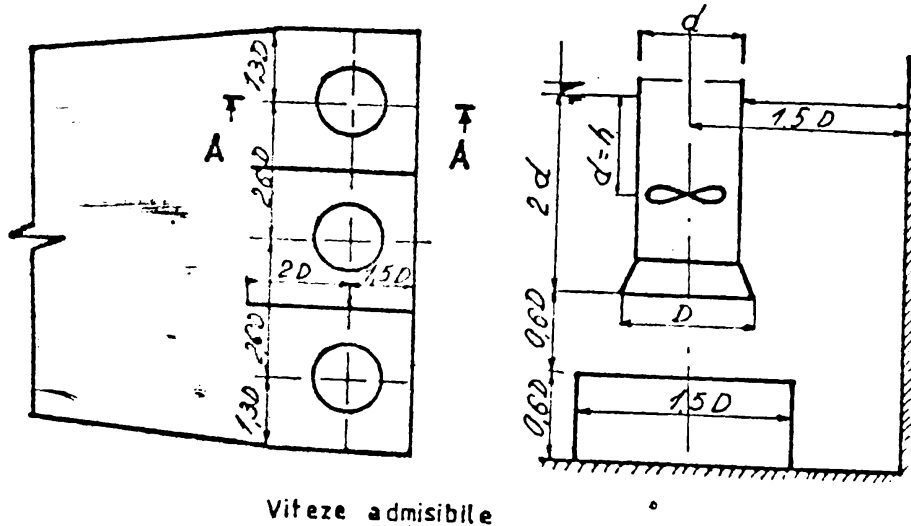
Autorul	Biblio.	Lungimea camerei de aspirație
E. Glou	/10/	( 4- 5)D
A. Brick	/10/	(3,25- 3,75) D
M. Florinsky	/61/	(20 - 30) D
I.C.H.	/199/	(4-4,5) D
M. Fraser	/ 99/	(5-6 ) D
J. Wijdiels	/151/	(5-10) D
Société Grenobloise	/ 167/	2 D



PROIECTAREA PRELIMINARA A STATIEI DE POMPARE

PROIECTAREA STATIEI DE POMPE DUPA INCERCĂRI PE MODEL

Fig 2.14 Sistem de alimentare recomandat de Wijdiels /151 /



Viteze admisibile

Aspiratie

$\phi \leq 250\text{mm} - w = 1 \div 1,2\text{m/s}$

$\phi > 250\text{mm} - w = 1,2 \div 1,6\text{m/s}$

Fig 2.15

Refulare

$\phi \leq 250\text{mm} - w = 1,5 \div 2\text{m/s}$

$\phi > 250\text{mm} - w = 2 \div 2,5\text{m/s}$

Sistem de alimentare recomandat de Sociéte Grenoblaise / 166 /

Fig.2.16. Tipuri de camere de aspirație recomandate de literatura de specialitate

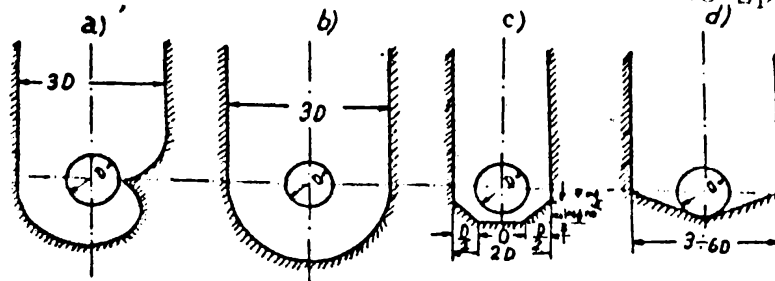
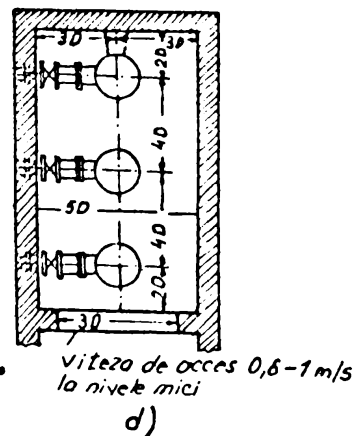
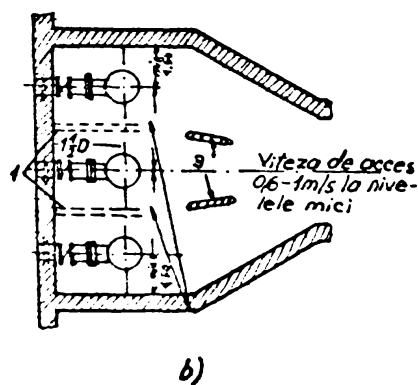
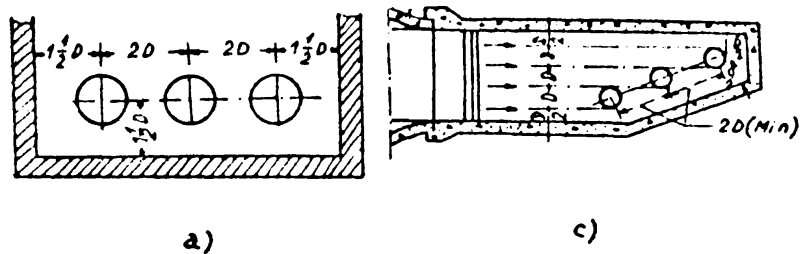


Fig. 2.17. Sisteme de alimentare ale camerelor de aspirație



Toți cercetătorii atrag atenția asupra importanței alegerii unui acces simetric.

Pentru a asigura simetria accesului și a împiedica curgeri secundare care să favorizeze apariția vîrtejurilor, o serie de cercetători recomandă executarea unor ziduri de dirijare ( Stepanof și Wijdske fig. 2.12 și 2.14 ).

În ceea ce privește panta fundului de la canalul de acces la camera de aspirație W.Frasser și M. Florinski consideră că o pantă de 0,1 este optimă în cazul avântcamerelor scurte, datorită efectului de dirijare pe care-l produce.

Menționăm că E. Blau / 14/, Petersen / 115/ și alții, consideră indicată adoptarea unui perete care să împiedice intrarea apei de la suprafață în camera sorbunilor.

Din tabelul 2.10 rezultă că pentru o funcționare corespunzătoare nu sînt necesare volume mari de apă în camerele de aspirație, pantele hidraulice ce se formează în aceste camere fiind în general foarte reduse.

#### 2.2.3.3. Forma camerei de aspirație.

Numeroși cercetători consideră că forma camerei de aspirație poate avea o importanță foarte mare asupra înălțimii de aspirație a vîrtejului. M. Florinski și I. Rieglgov avută că forma optimă ar fi o formă asemănătoare cu cea a camerei spirale de la turbina și că în cazul în care aceasta ar introduce greutatea de execuție este indicată o formă semicirculară.

A. Brisk recomandă țesirea colțurilor camerei, pe cînd E. Blau consideră că țesirea colțurilor trebuie să ajungă tangențial la pereții conductei ( fig. 2.16 ).

Autorii citați mai sus nu prezintă nodul în care au stabilit soluțiile recomandate. Considerăm că determinarea spectrelor de viteză în camerele de aspirație pot stabili soluția optimă a formei camerei de aspirație.

#### 2.2.3.4. Studii efectuate de diferiți cercetători cu privire la camerele de aspirație a mai multor pompe.

În practică sînt frecvente cazurile în care mai multe pompe trag din aceeași cameră de aspirație. Unele cazuri sînt greu de tipizat, diferitele soluții adaptate fiind simțitor influențate de diferiți factori locali. Totuși din studiile efectuate se pot trage câteva concluzii mai importante:

- amplasamentul optim al pompelor este cel perpendicular pe direcția de acces a apei. În acest caz, condițiile optime se realizează când canalul de acces are aceeași lățime cu camera de aspirație ( fig. 2.17 a).

- viteza de acces, la nivelele minime, să nu depășească  $0,7-0,8$  m/s; trecerea de la canalul de acces la lățimea camerei de aspirație trebuie făcută printr-o evuzare treptată, unghiul de conicitate recomandat de M. K. Florinski- al avântăcerii fiind  $20-40^\circ$ ; se recomandă introducerea unor file de dirijare a apei spre fiecare pompă și separarea pompelor prin pereți despărțitori. E. Elean consideră utilă și construirea unor pereți separatori de la peretele apei până la axul pompei. Dimensiunile minime ale unei asemenea camere, după V.H. Fraser și Societe Grenobleise sunt date în fig. 2.17 și fig. 2.15.

- pentru a reduce lățimea camerei de aspirație C.R. Wilderson propune amplasarea pompelor oblice față de direcția de acces. Unghiul format de direcția pompelor și direcția de acces fiind  $60^\circ$ , el consideră că un asemenea amplasament are avantaje economice datorită volumului mai redus de lucrări, aliniării pereților de ghidaj și unei simplificări a formei cofrajelor. În plus accesul apei la fiecare pompă nu este împiedicat, vitezele de acces fiind aproximativ egale; se poate evita astfel necesitatea de menținere a vitezelor de acces la valori cât mai scăzute; dimensiunile recomandate pentru o asemenea cameră de aspirație sunt indicate în figura 2.17 c; o dispunere economică constantă propune J. Wjdiets ( fig. 2.14).

- ca și caracteristicilor sunt de acord în a considera amplasarea favorabilă a pompelor paralelă cu direcția de curgere.

Se semnalează numeroase cazuri în care pompe amplasate în linie nu au putut lucra cu randamentul prescris din cauza influenței reciproce. În fig. 2.17 d sunt indicate după V.H. Fraser dimensiunile minime recomandabile, când o asemenea așezare este inevitabilă și este lăsată o formă dreptunghiulară a camerei. În studiile făcute de D. Bratosin/11 s-a reușit să se reducă distanța dintre pompe la cea.  $2,5 D$  prin așezarea sorburilor la nivele diferite și așezarea unui gratar la nivelul sorburilor inferioare. O asemenea soluție însă poate duce la apariția unor vitezuri la sorburile situate la cota mai înaltă, dacă nu se respectă acoperirea necesară.

Pentru evitarea influențelor A. Brick recomandă variația lățimii canalului indicând pentru lățime în dreptul fiecărei pompe următoarea formulă :



$$L = D + \frac{4D + 8H}{3}$$

3 H

unde H este adâncimea de apă și N- numărul roților din aval.

Majoritatea cercetărilor consideră însă că este recomandabil ca proiectele întocmite după aceste indicații să fie verificate pe model înainte de execuție; pentru cazuri speciale studiile pe model sînt indispensabile.

#### 2.2.4. Studii asupra vibrațiilor la pompe.

În general energia vibratorie a sistemelor mecanice este conținută în gama de frecvențe relativ îngustă de la la 1000 Hz. În cazul unor fenomene hidraulice deosebite, cum sînt curgerile cu vârtejuri și pulsațiile de presiune, banda de frecvențe scade sub 100 Hz, iar în cazul cavității apar componente de vibrații în gama frecvențelor superioare ( la - 16 MHz ).

Această gamă foarte largă de spectre face foarte dificilă alegerea atât a parametrilor de vibrație ( accelerații, viteze și deplasări) necesare a fi măsurate, cit și a unor lanțuri de măsură corect punctatoare.

În general, pentru simplificarea acestor studii se fac doar măsurători simple, care să evidențieze condițiile de lucru ale hidroagregatelor doar în ansamblul lor, în funcție de turația mașinii. În fig. 2.18 - 2.21 se dau în coordonate " deplasare- frecvență" aprecieri asupra funcționării hidroagregatelor.

Anumite componente de frecvență ale spectrului vibrațiilor pot fi conectate unor funcțiuni particulare date de viteza de rotație ( vezi tabelul 11 ); apar și alte frecvențe legate de distorsiunea frecvențelor fundamentale (armonici) .

O astfel de analiză este simplistă deoarece nu elucidează o serie de fenomene hidraulice care produc vibrații și ale căror frecvențe nu sînt <sup>în</sup> domeniul rezultat din turația mașinii.

În tabelul 12 se prezintă câteva recomandări găsite în literatură de specialitate / 24, 91, 140 / , ce permit determinarea unor vibrații introduse de fenomenele hidromecanice.

Specificăm că în literatura de specialitate nu se găsesc date cu privire la influența curgerilor cu vârtejuri ca surse de vibrații, autorul propunîndu-și să realizeze câteva studii în această direcție.

Frecvența de vibrație	Siguri de probleme
$(0 - 0,4) n$	rezonanța uleiului puternic agitat, frecării induse de virtejuri, rulmenți nefixați, rulmenți distruși, rezonanța suportilor de rulmenți, ajustaj necorespunzător, montaj strins.
$(0,4 - 0,6)n$	distrugerea cuplajului, montaj defectuos, rezonanța suportului de rulmenți, frecarea rotorilor.
$(0,6 - 1,0)n$	dezechilibru, rezonanța fundației, rezonanța suportilor de rulmenți, rulmenți distruși, ax curbat, rulmenți excentrici, rotor nefixat, cuplă nefixată, distrugerea lagărului axial.
$2 \times n$	dezechilibru, rulmenți distruși, cuplă nefixată, rezonanța suportului.
$n \times n$	vibrația paletelor, pulsații de presiune, dezechilibru, frecarea etanșărilor.
Frecvențe foarte înalte	frecări ale axului, rulmenților, etanșărilor.
Frecvențe asincrone mai mari decât frecvența dată de turație	vibrația conductelor, rezonanța fundației, pulsațiile de presiune, vibrațiile vanelor, frecările axului, cavitația.

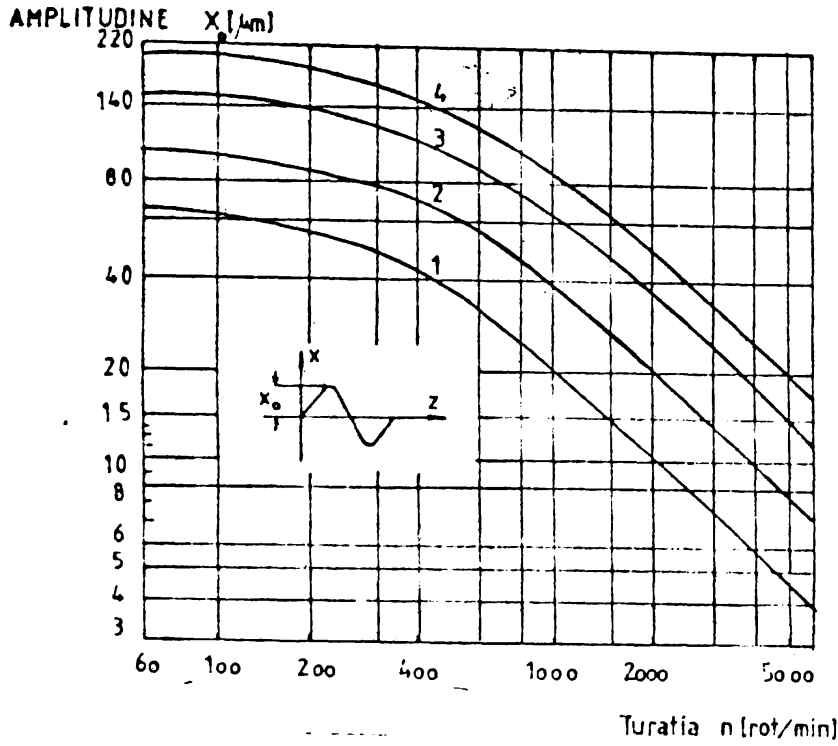
Nota: (n) - turația hidroregajelor.

alte surse posibile de inducere a vibrațiilor.

tabel 12

Sursa	Simbol, formula	Parametrii
Oscilațiile apei în conducte sub presiune	$f_0 = \frac{v}{L}$ $f_n = n \cdot v / L$	L = lungimea conductei v = viteza de propagare a sunetului în apă n = constantă caracteristică pentru conductă la care se execută măsură n = 1, 2, 3 ( indice de armonic.)
Frecințele pulsatorii pe paletă și dezechilibrare mecanică simplă	$f_1 = \frac{v}{2\pi r}$	v = turația/sinut
Presiune pulsatorie introdusă de forțele de impuls	$f_2 = \frac{v}{2\pi r}$ $f_2 = 0,105W/d$	W = viteza relativă d = grosimea paletelor la ieșire

Fig. 2.18. Norme românești de apreciere ale vibrațiilor la hidroagregate



STAS 6910-1974

Calificativ :

- 1: Foarte bine
- 2: Bine
- 3: Admisibil
- 4: Cu supraveghere pînă la prima oprire

Fig. 2.19. Indicații ORGRES (URSS) de apreciere a vibrațiilor.

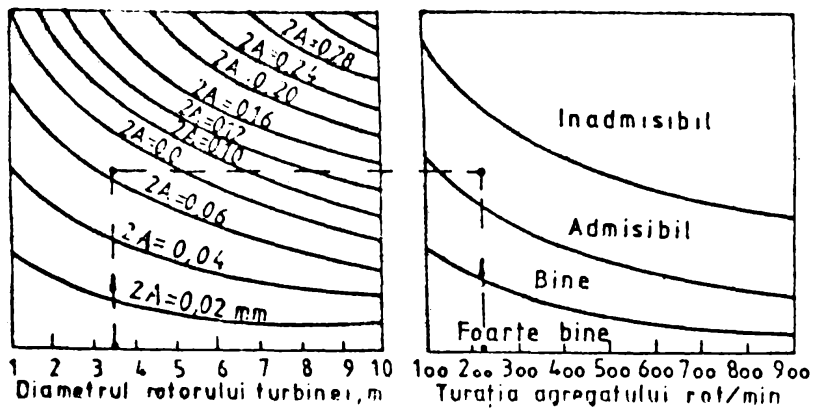


FIG. 2.20 NORME MINENERGO (URSS)

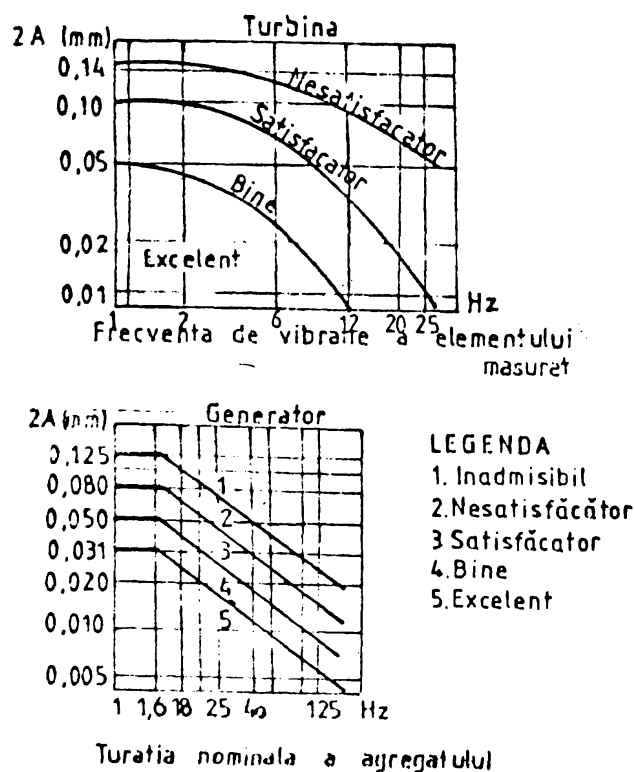
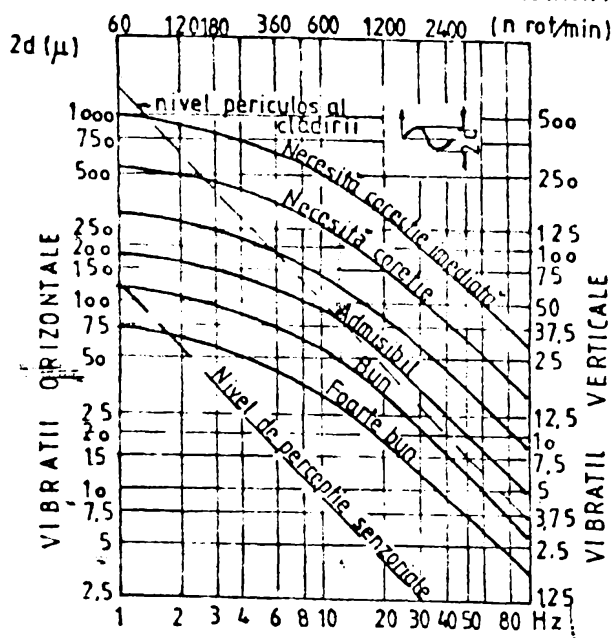


FIG. 2.21 CURBELE PRIVIND CRITERIILE DE CALITATE ALE MASINILOR TURNANTE DUPĂ T.C.RATHBONE-1939



### 2.2.5. Stadiul actual al teoriei curgerilor în camerele de aspirație ale pompelor.

După cum s-a prezentat anterior ( cap. 2.2.1) structura hidro-ului complexă a curgerii într-o cameră de aspirație, asociată cu condițiile la limită aferente, nu au permis o tratare completă pe cale teoretică, cu toate că a fost abordată de foarte mulți cercetători din domeniul matematicii și al hidraulicii teoretice. Această cale, care de fapt constituie un domeniu de cercetare al matematicii aplicate, și care solicită de fapt integrarea ecuațiilor Navier-Stokes în cazul mișcării permanente sau nepermanente, se împart în două modalități distincte de integrare:

- determinarea unei soluții analitice exacte sau aproximative în funcție de ipotezele de calcul considerate la integrarea ecuațiilor Navier-Stokes;

- găsirea unei soluții aproximative printr-o metodă de integrare numerică, bazându-se pe puterea, rapiditatea de calcul și de stocare a datelor, ale calculatoarelor electronice moderne.

Soluțiile analitice exacte, obținute din ecuațiile Navier-Stokes, sau cele aproximative, deduse din ecuațiile lui Stokes, Oseen sau Prandtl s-a obținut pentru cazuri de curgeri simple ale fluidului viscos, în acest fel existând posibilitatea simplificării converabile ale ecuațiilor de mișcare.

În continuare se prezintă câteva cazuri de soluționări analitice, cunoscute în literatură de specialitate, care au fost utilizate în determinarea unor parametri ai curgerii fluidului viscos și care pot fi utilizate, în mod simplificat, în cazul curgerilor din camerele de aspirație:

- mișcarea plană și permanentă a lichidelor viscoase, rezolvată cu ajutorul funcțiilor Green și a dezvoltărilor în serie recurente / 135/ , poate exprima mișcarea în canalul de aducțiune;

- soluțiile obținute în cazul mișcării unidimensionale nepermanente a fluidului viscos / 31/ în conducte circulare pot folosi la determinarea mișcării în aspiratorul pompei;

- mișcarea cu gradient de presiune nemul în conducte cilindrice, sau de secțiune triunghiulară, sau dreptunghiulară /114/, utilizată la mișcări cu variații mici de presiune;

- soluțiile analitice aproximative obținute din integrarea ecuațiilor Stokes, Oseen, Prandtl, ce decurg din mișcări particulare /77,114/ pot fi utilizate la stabilirea condițiilor la limită ale mișcării.

În ultimii 30 de ani s-a căutat determinarea soluțiilor aproximative pe calea integrării numerice, tendință favorizată de pîntrunderea modelelor numerice în hidrodinamica fluidelor. În vederea soluționării unor cazuri mai complicate cu interes tehnic deosebit, în aceste cercetări au fost abordate două metode numerice mai importante:

- metoda diferențelor finite;
- metoda elementelor finite.

În continuare vom trece în revistă doar acele domenii de cercetare în care școala românească este în avangardă cercetărilor moderne.

În țara noastră, datorită Acad. D. Dumitrescu, metoda diferențelor finite a fost abordată cu curaj, punîndu-se bazele unei valoroase școli românești bazată pe integrarea numerică, elaborîndu-se și o variantă îmbunătățită a acestei metode - numită metoda dezvoltării în serii Taylor finite, publicată la ZAFM în 1970/43/; din punct de vedere al teoriei matematice metoda dezvoltării în serii Taylor finite este analizată și deosebit în teza de doctorat /113/.

Metoda diferențelor finite cu dezvoltare în serii Taylor finite a făcut posibilă soluționarea numerică a unor cazuri de curgere complexe de o deosebită importanță tehnică cum sînt :

- fenomenul de curgere cavitațională, ale cărei baze de studiu teoretice sînt date de tov. Acad. Anton /1,2,3,4/, iar rezolvarea numerică a unor cazuri simplificate sînt realizate de Băvan, Caza / 15,30,34/;

- lucrările / 73,74/ au analizat curgerea cu vîrtej dezvoltat (legat) a unui fluid supus doar acțiunii forțelor de greutate (viscozitatea cinematică fiind nulă) dintr-un rezervor ce curge printr-un orificiu, în scopul determinării analitice a suprafeței libere a pînii vîrtejului, aspectului hidraulic al mișcării precum, și a distribuției de viteze în fluid;

- o proiectare corectă a formei și geometriei camerei de aspirație își propune să rezolve lucrările / 24,32,33/, lucrări în care se prezintă unele încercări de rezolvare teoretică a curgerii lichidului viscos din camera de aspirație a unei pompe.

Metoda elementelor finite a început să fie aplicată în ingineria construcțiilor, nucleară și aerospațială după 1960.

Aplicarea metodei în mecanica fluidelor s-a realizat după 1980, deoarece a întâmpinat o serie de dificultăți de soluționare a ecuațiilor Navier-Stokes. După 1982 au apărut în R.S.R. câteva lucrări cu aplicații la mecanica fluidelor cum sînt :

- lucrările / 33,112/ , în care se prezintă exemple de aplicare a metodei elementelor finite la curgeres unui fluid viscos în regim tranzitoriu folosind un model unidimensional cît și la mișcarea unui fluid viscos în regim staționar, folosind un model bidimensional;

- teza de doctorat / 65/ , studiază mișcarea în difuzoare prin metoda elementului finit.

Facem remarcă că în aceste lucrări s-au evitat sub diferite forme părțile neliniare ale ecuațiilor de mișcare, atenția îndreptîndu-se asupra rezolvării părții lineare, ceea ce a condus în mod firesc la rezolvarea unui sistem de ecuații matriciale.

În cazul curgerilor cu suprafață liberă MEF prezintă dificultăți deosebite în alegerea și stabilirea condițiilor pe contur ceea ce face vulnerabilă aplicarea acestei metode în acest caz.

Metoda elementului finit a găsit o aplicație de sebită în calculul infiltrațiilor.

### 2.3. Concluziile ce se desprind din cercetarea literaturii de specialitate.

Trin stația de pompare dimensionată optim se înțelege în general soluția tehnico-economică ce se realizează cu prețuri minime. Indicatorii economici care exprimă un optim al unei soluții, pot fi relativ ușor determinați printr-un criteriu simplu sau complex, admis a priori, existînd pentru aceasta modele matematice și programe de calcul automat. La baza calculului acestor indicatori sînt o serie de norme admise din literatură de specialitate, STAS-uri sau prescripții și îndreptare de proiectare proprii institutelor de specialitate ( ISLOC, ISMIF, ISMEL, ISPH), ceea ce conduce de multe ori la soluții constructive și rezultate diferite.

Literatură de specialitate prezintă un număr foarte mare de lucrări, care au încercat să soluționeze în special pe cale experimentală ( din cauza dificultăților matematice deosebite,

lucrările teoretice au un caracter foarte limitat ), problemele complexe care apar în cadrul curgerilor din camerele de aspirație în cazul curgerilor cu vârtejuri, cu scopul creșterii evidente a parametrilor hidraulici, hidro mecanici, energetici și economici ai stațiilor de pompare.

Cercetările au permis cunoașterea unor factori care conduc la apariția curgerilor cu vârtejuri cum sînt : punerea în evidență a principalelor forțe și modele de similitudine care trebuie luate în considerare, evidențierea unor fenomene caracteristice la studiile cu și fără rotor în mișcare, forme și dimensionarea optimă a unor tipuri de camere de aspirație, poziționarea tubului de aspirație, dispunerea pompelor în baxinul de aspirație a stației de pompare, etc.

Verificarile efectuate de diferiți cercetători prin măsurători " in situ " a unui număr important de stații de pompare, indică faptul că unele soluții realizate nu corespund parametrilor pentru care au fost construite; o justificare a nerealizării parametrilor proiectați o reprezintă de multe ori circuitul hidraulic al unei pompe, în care existența unor curgeri cu vârtejuri, existența în camera de aspirație a pompei, înrăutățește substanțial funcționarea pompei; o altă justificare o reprezintă realizarea unor lucrări cu prețuri minime, ceea ce însumează de multe ori o schemă simplificată și defectuos dispusă.

Avînd în vedere cele prezentate anterior, ne-am propus în continuare următoarele direcții de cercetare:

- precizarea condițiilor de similitudine ale curgerilor cu vârtejuri cu aplicații la camerele de aspirație ale stațiilor de pompare;

- detalierea cunoașterii interacțiunii dintre fenomenele hidraulice ce apar în camerele de aspirație și caracteristicile hidro mecanice și energetice ale pompelor, în vederea optimizării funcționării a acestui ansamblu;

- dezvoltarea modelelor matematice tridimensionale pentru cazul curgerii fluidelor reale, ale căror soluții să exprime fenomenul real al curgerilor din camerele de aspirație.



**CAPITOLUL 3. CERCETARI TEORETICE PRIVIND CURGEREA AERI IN  
CAMERILE DE ASPIRATIE ALE LOCOMOTIVELOR.**

Informațiile obținute cu ajutorul datelor teoretice, găsite în literatura de specialitate, ne-au încurajat să detaliez studiul în vederea obținerii unei soluții matematice a curgerii tridimensionale folosind metoda nuser-ici și a diferențelor finite /24, 32, 35/.

Dificultățile matematice întâmpinate pe parcursul rezolvării temei de cercetare propuse ne-au condus la realizarea mai multor modele matematice :

**3.1. Modelul matematic tridimensional cu patru funcții ( $u, v, w, p$ ).**

După cum s-a arătat în capitolul precedent, curgerea optimă într-o cameră de aspirație s reprezintă mișcarea fără vîrtejuri de suprafețe cu antrenare de aer.

**3.1.1.1. Ecuațiile de mișcare și de continuitate.**

Sistemul de ecuații Navier-Stokes scris pentru cazul curgerii permanente devine :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -r_x + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3.1a)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = -r_y + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3.1b)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -r_z + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3.1c)$$

Este cunoscut că sistemul de ecuații cu derivate parțiale de ordinul al doilea nelinare, conține patru necunoscute și are:

vitezele pe cele trei direcții de calcul ( U, V, W ) și presiunea. Pentru soluționarea sistemului de ecuații este necesară și introducerea ecuației de continuitate :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (3.2)$$

Folosind notațiile :

$$\frac{\partial U}{\partial X} = U^0_X ; \quad \frac{\partial V}{\partial X} = V^0_X ; \quad \frac{\partial W}{\partial X} = W^0_X$$

$$\frac{\partial U}{\partial Z} = U^0_Z ; \quad \frac{\partial V}{\partial Z} = V^0_Z ; \quad \frac{\partial W}{\partial Z} = W^0_Z \quad (3.3.-3.16)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = U^{00}_{X^2} ; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} = V^{00}_{X^2} ; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = W^{00}_{X^2}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = U^{00}_{Y^2} ; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} = V^{00}_{Y^2} ; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} = W^{00}_{Y^2}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = U^{00}_{Z^2} ; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} = V^{00}_{Z^2} ; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} = W^{00}_{Z^2}$$

Ecuațiile 3.1- 3.2., le putem scrie sub formă simplificată :

$$UW^0_X + UV^0_Y + UW^0_Z + \frac{1}{\rho} P^0_X = f^0_X + \gamma (U^{00}_{X^2} + U^{00}_{Y^2} + U^{00}_{Z^2}) \quad (3.17)$$

$$UV^0_X + VV^0_Y + WV^0_Z + \frac{1}{\rho} P^0_Y = f^0_Y + \gamma (V^{00}_{X^2} + V^{00}_{Y^2} + V^{00}_{Z^2}) \quad (3.18)$$

$$UW^0_X + UV^0_Y + WW^0_Z + \frac{1}{\rho} P^0_Z = f^0_Z + \gamma (W^{00}_{X^2} + W^{00}_{Y^2} + W^{00}_{Z^2}) \quad (3.19)$$

$$U^0_X + V^0_Y + W^0_Z = 0 \quad (3.20)$$

Pentru cazurile analizate de noi funcțiile  $f^0_X$ ,  $f^0_Y$  și  $f^0_Z$  pot căpăta următoarele valori :

- pentru canale cu panta geometrică  $j = \sin \alpha$  ( fig. 3 )

$$f^0_X = g \sin \alpha$$

$$f^0_Y = 0$$

$$f^0_Z = g \cos \alpha$$

$$(3.21)$$

= pentru camerele de aspirație considerate ca panta geometrică  $j = \sin \alpha = 0$  obținem :

$$\begin{aligned} f'_x &= f'_y = 0 \\ f'_z &= \varepsilon \end{aligned} \tag{3.22}$$

3.1.2. Alegerea mărimilor caracteristice și adimensionalizarea ecuațiilor

Pentru a nu pierde din generalitate, în cazul soluționării numerice, vom transcrie sistemul de ecuații cu derivate parțiale, utilizând mărimile adimensionale:

$$\begin{aligned} x &= X/B; \quad y = Y/B; \quad z = Z/B \\ u &= U/U_m; \quad v = V/U_m; \quad w = W/U_m \\ p &= P/P_0 \end{aligned} \tag{3.23}$$

unde s-au ales drept mărimi caracteristice: lățimea B a camerei de aspirație, viteză medie  $U_m$ , ce aduce în secțiunea de intrare debitul  $Q = H.B. U_m$  și presiunea absolută  $P_0$  la suprafața liberă.

În noile variabile adimensionale sistemul de ecuații diferențiale 3.17- 3.20 devine :

$$\begin{aligned} uu'_x + vv'_y + ww'_z + Eu_x p'_x &= \\ = \frac{1}{Re} ( u^2 x'^2 + v^2 y'^2 + w^2 z'^2 ) \end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned} uv'_x + vv'_y + ww'_z + Eu_y p'_y &= \\ = \frac{1}{Re} ( v^2 x'^2 + v^2 y'^2 + w^2 z'^2 ) \end{aligned} \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned} uv'_x + vv'_y + ww'_z + Eu_z p'_z &= \\ = \frac{1}{Fr} + \frac{1}{Re} ( u^2 x'^2 + v^2 y'^2 + w^2 z'^2 ) \end{aligned} \tag{3.26}$$

$$u'_x + v'_y + w'_z = 0 \tag{3.27}$$

unde se notă prin :

$Eu = P_0 / \rho \cdot U_m^2$  = numărul Euler, cunoscut pentru secțiunea de intrare ;

$Fr = U_m^2 / G \cdot B$  = numărul Froude convențional;

$Re = BU_m / \nu$  = numărul Reynolds convențional

3.1.3. metoda numerică de rezolvare

Pentru obținerea unei soluții numerice am folosit metoda diferențelor finite cu dezvoltare în serie Taylor finită, metoda utilizată de / 43, 53, 24/.

3.1.3.1. Exprimarea derivatelor parțiale

Calculăm expresiile derivatelor parțiale cu ajutorul dezvoltării în serie Taylor a unei funcții de forma :

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \frac{x-x_0}{1!} + f''(x_0) \frac{(x-x_0)^2}{2!} + \dots$$

Oprirea dezvoltării în serie după primul și doi termeni și notînd punctul de dezvoltare:

$$x_0 = x = a,$$

pe direcțiile obținem :  $a^2$

$$u_1 = u_0 + u'_x \cdot a + u''_x \frac{a^2}{2}$$

$$u_3 = u_0 - u'_x \cdot a + u''_x \frac{a^2}{2} \text{ , sczîndu-le obținem :}$$

$$u'_x = \frac{1}{2 \cdot a} (u_1 - u_3)$$

Devolvînd în mod analog după toate cele trei axe de coordonate , i adunînd în mod convenabil dezvoltările obținute, pentru viteza  $u$  avem :

$$u_1 - u_3 = 2 u_0 + a^2 \cdot u''_x$$

$$u_2 + u_4 = 2u_0 + a^2 \cdot u''_y$$

$$u_5 + u_6 = 2u_0 + a^2 \cdot u''_z$$

Ecuații separate derivatelor parțiale de ordinul al doilea și adunînd cele trei ecuații obținem dezvoltarea în serie Taylor a Laplaceanului:

$$\Delta u = u''_x + u''_y + u''_z = \frac{1}{a^2} \left( \sum_{l=1}^6 u_l - 6 u_0 \right)$$

Devolvîm analog și presiunea:

$$p(x) = p(x_0) + p'(x - x_0)$$

scriem în punctul de dezvoltare și țînînd cont că

$$p_1 = p_0 + a \cdot p'_x$$

rezultă:

$$p'_x = \frac{p_1 - p_0}{a}$$

Desvoltările în serie Taylor pentru cele patru variabile  $u, v, w$  și p de cele 3 direcții  $ox, oy$  și  $oz$  devin:

$$u_{1,3} = u_0 \pm au'_x + \frac{a^2}{2} (u''_{xx})$$

$$u_{2,4} = u_0 \pm av'_y + \frac{a^2}{2} (u''_{yy})$$

$$u_{5,6} = u_0 \pm aw'_z + \frac{a^2}{2} (u''_{zz})$$

$$u_1 + u_3 = 2u_0 + a^2 u''_{xx}$$

$$u'_x = \frac{1}{2a} (u_1 - u_3)$$

$$u''_{xx} = \frac{1}{a^2} (u_1 - 2u_0 + u_3)$$

$$\Delta u = \frac{1}{a^2} \left( \sum_{i=1}^6 u_i - 6u_0 \right)$$

$$v_{1,3} = v_0 \pm av'_x + \frac{a^2}{2} (v''_{xx})$$

$$v_{2,4} = v_0 \pm av'_y + \frac{a^2}{2} (v''_{yy})$$

$$v_{5,6} = v_0 \pm av'_z + \frac{a^2}{2} (v''_{zz})$$

$$v'_x = \frac{1}{2a} (v_1 - v_3)$$

$$v''_{xx} = \frac{1}{a^2} (v_1 - 2v_0 + v_3)$$

$$\Delta v = \frac{1}{a^2} \left( \sum_{i=1}^6 v_i - 6v_0 \right)$$

$$w_{1,3} = w_0 \pm aw'_x + \frac{a^2}{2} (w''_{xx})$$

$$w_{2,4} = w_0 \pm aw'_y + \frac{a^2}{2} (w''_{yy})$$

$$w_{5,6} = w_0 \pm aw'_z + \frac{a^2}{2} (w''_{zz})$$

$$w_1 + w_3 = 2w_0 + a^2 w''_{xx}$$

$$w'_x = \frac{1}{2a} (w_1 - w_3)$$

$$w''_{xx} = \frac{1}{a^2} (w_1 - 2w_0 + w_3)$$

$$p'_x = \frac{p_2 - p_3}{2a} = 2 \frac{p_1 - p_2}{2a} = \frac{p_1 - p_0}{a}$$

$$p'_y = \frac{p_2 - p_4}{2a} = \frac{p_2 - p_0}{a}$$

$$p'_z = \frac{p_3 - p_6}{2a} = \frac{p_3 - p_0}{a}$$

**3.1.3.2. Relațiile algebrice asociate ale sistemului cu derivate parțiale**

Înlocuind valorile derivatelor parțiale cu valorile rezultate din dezvoltarea în serie Taylor prezentate mai sus, obținem relațiile algebrice asociate ale sistemului cu derivate parțiale :

$$\frac{2}{a \cdot \text{Re}} \left( \sum_{i=1}^6 u_i - 6u_0 \right) + u_0 (u_3 - u_1) + v_0 (u_4 - u_2) + w_0 (u_6 - u_5) =$$

$$= \begin{cases} 2 \text{Eu} ( p_1 - p_0 ) & (3.28) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \text{Eu} ( p_0 - p_3 ) & (3.29) \end{cases}$$

$$\frac{2}{a \cdot \text{Re}} \left( \sum_{i=1}^6 v_i - 6v_0 \right) + u_0 (v_3 - v_1) + v_0 (v_4 - v_2) +$$

$$w_0 (v_6 - v_5) = \begin{cases} 2 \text{Eu} ( p_2 - p_0 ) & (3.30) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \text{Eu} ( p_0 - p_4 ) & (3.31) \end{cases}$$

$$\frac{2}{a \cdot \text{Re}} + \frac{2}{a \cdot \text{Re}} \left( \sum_{i=1}^6 w_i - 6w_0 \right) + u_0 (w_3 - w_1) + v_0 (w_4 - w_2) +$$

$$w_0 (w_6 - w_5) = \begin{cases} 2 \text{Eu} ( p_5 - p_0 ) & (3.32) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \text{Eu} ( p_0 - p_6 ) & (3.33) \end{cases}$$

$$u_3 - u_1 + v_4 - v_2 = (2v_5 - w_0) \quad (3.34)$$

o/.

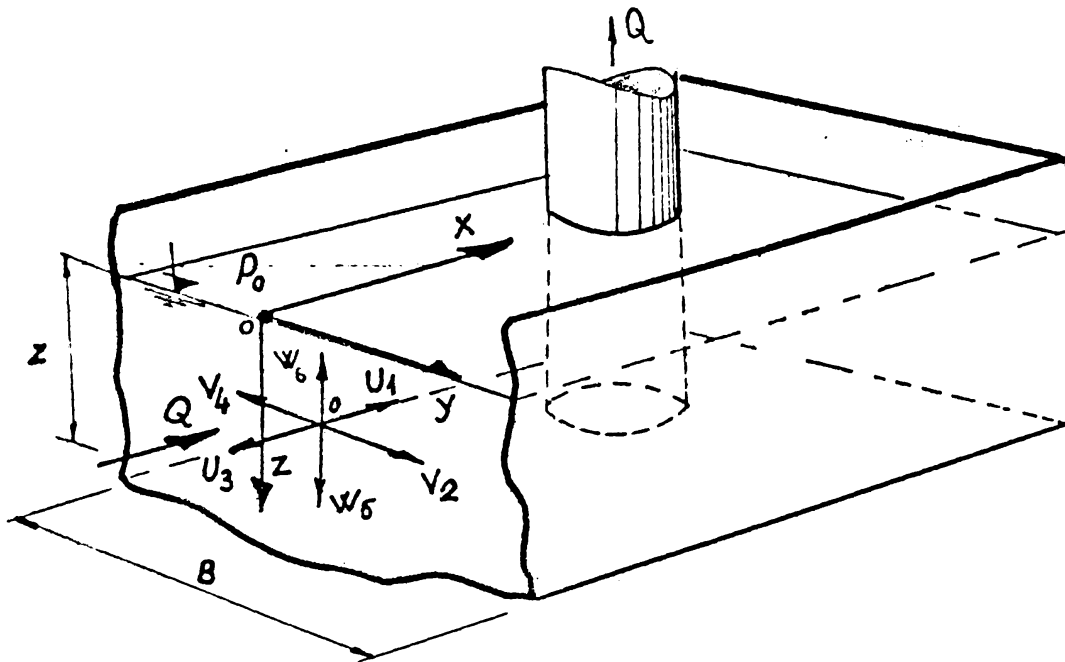


Fig. 3.0. Alegerea coordonatelor de calcul

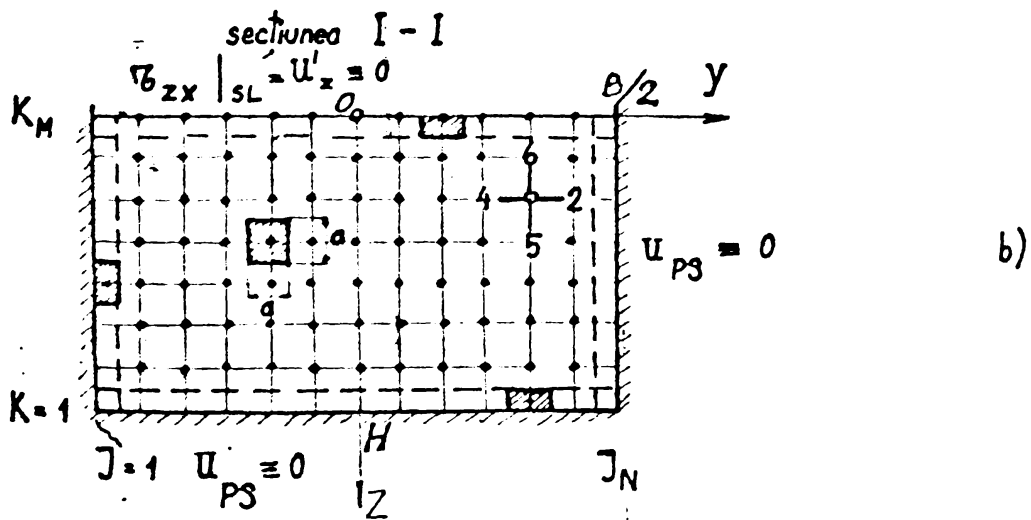
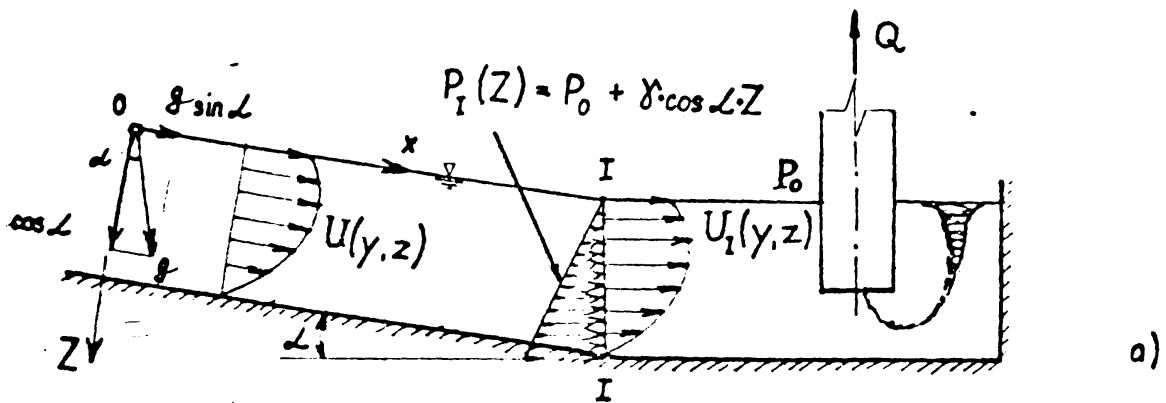


Fig. 3.1. Stabilirea condițiilor de intrare în camera de aspirație.

Diferitele expresii ale uneia și aceleași relații algebrice se detașează considerării ansamblului de parcurgere a rețelei de calcul, necesari în examinarea derivatelor parțiale în vederea convenabil anumitor condiții la limită.

Din relațiile determinate mai sus vom explicita astfel: valorile lui  $u_0$  și  $v_0$  din părțile liniare ale trinelor două ecuații de mișcare, pentru o beneficiu de stabilitatea de linie /40 /, valoarea presiunii  $p_0$  din cea de a treia ecuație de mișcare, prin care se introduce efectul termenului gravitațional și în consecință funcția  $w_0$  din ecuația de continuitate. Astfel obținem :

$$u_0 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 u_i = \frac{a \cdot Re}{12} [u_0 (u_1 - u_3) + v_0 (u_2 - u_4) + v_0 (u_5 - u_6)] = \begin{cases} \frac{Re \cdot a \cdot Eu}{6} (p_1 - p_0) & (3.35) \\ \frac{Re \cdot a \cdot Eu}{6} (p_0 - p_3) & (3.36) \end{cases}$$

$$v_0 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 v_i = \frac{a \cdot Re}{12} [u_0 (v_1 - v_3) + v_0 (v_2 - v_4) + v_0 (v_5 - v_6)] = \begin{cases} \frac{Re \cdot a \cdot Eu}{6} (p_2 - p_0) & (3.37) \\ \frac{Re \cdot a \cdot Eu}{6} (p_0 - p_4) & (3.38) \end{cases}$$

$$p_0 = \frac{a}{Fr \cdot Eu} + \frac{1}{Re \cdot a \cdot Eu} \left[ \left( \sum_{i=1}^6 w_i - 6 w_0 \right) + v_0 (u_3 - u_1) + v_0 (u_6 - u_2) + v_0 (u_9 - u_5) \right] = \begin{cases} P_6 & (3.39) \\ P_5 & (3.40) \end{cases}$$

$$w_0 = \frac{1}{2} (u_3 - u_1 + v_6 - v_2) + \frac{w_5}{w_6} \quad (3.41)$$

### 3.1.4. CONDIȚIILE LA LIMITĂ

Condițiile la limită corespundătoare curgerii tridimensionale și permanente din câmp de aspirație gasciformă, prezintă unele particularități deosebite / 34, 35/.

./.



### 3.1.4.1. Condițiile pe pereții colizi

Condițiile de aderență a fluidului datorită atracției moleculare ne impună anularea vitezei,

$$u_{ps} = v_{ps} = w_{ps} = 0 \quad (3.42)$$

și în consecință repartiția hidrostatică a presiunilor,

$$p(z) \Big|_{ps} = 1 + 0,1 \cdot z \quad (3.43)$$

În aceste situații particulare problema de tip Dirichlet limitează calculul iterativ pînă la nodurile din "rînd vecinătate a frontierelor solide.

### 3.1.4.2. Condițiile pe suprafața liberă

Regiunind fricarea lichidului cu aerul, vom aduna cele două componente ale cântărilor tangențiale:

$$\tau_{zx} \Big|_{SL} = u'_z + v'_z = u'_5 - u'_6 + u_1 - u_3 = 0 \quad (3.44)$$

$$\tau_{zy} \Big|_{SL} = v'_z + w'_z = v'_5 - v'_6 + v_1 - v_3 = 0. \quad (3.45)$$

presiunea fiind o constantă cunoscută

$$p(0) \Big|_{SL} = 1 \quad (3.46)$$

Pentru calculul vitezei în nodurile de pe suprafața liberă ne folosesc atât valorile  $u_6$  și  $v_6$  din relațiile (3.44) și (3.45) și din valoarea  $u_6$  din exprimarea în diferențe finite a ecuației de continuitate a lichidului (3.41)

### 3.1.4.3. Condițiile în secțiunea de intrare și calculul distribuției de viteze

În secțiunea de intrare, vom considera curgerea uniformă și permanentă la deflucier normală a curenților parțiali / 105/ cu pantă canalei ( $\beta = \sin \alpha$ ), ceea ce conduce la repartiția hidrostatică (3.43) a presiunilor, distribuția componentei  $u(y,z)$  a vitezei fiind dedusă din ecuația de mișcare (3.29)

$$\Delta_{y,z} u + \frac{Re}{r} \cdot \sin \alpha = 0 \quad (3.47)$$

Relația algebrică asociată ecuației (3.47) scrisă prin utilizarea metodei diferențelor finite este:

$$u_0 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 u_i + \frac{a^2}{4} \cdot \frac{Re}{Fr} \cdot \sin \alpha \quad (3.48)$$

**3.1.4.3.1. Problema mixtă Neuman-Dirichlet pentru rezolvarea ecuației de tip Poisson. Condiția de normare**

Rezolvarea ecuației cu derivate parțiale (3.47) de tip Poisson, în care termenul liber  $T = \frac{a^2 \cdot Re}{4 \cdot Fr} \sin \alpha$  nu este cunoscut a priori, se poate face

pe cale numerică printr-un ciclu iterativ pe calculator până la obținerea valorii pantei  $\sin \alpha$  necesare curgerii la numerele  $Fr$  și  $Re$  corespunzătoare. Această situație deosebită se datorează faptului că nu putem cunoaște dinainte panta  $j = \sin \alpha$  a canalului la care are loc curgerea permanentă și uniformă a curenților paraleli, la vitezele  $U$  (a se vedea tabelul nr. 4), când componenta "g. sin  $\alpha$ " a forțelor de greutate ale tuburilor elementare de lichid este echilibrată de forțele de frecare interioare acționând până la pereții solizi ai canalului, la care lichidul aderă.

Condițiile la limită pentru rezolvarea ecuației (3.47) (fig. 3.1.b):

$U_x = 0$  pe pereții solizi

$$\left. \frac{\partial U_x}{\partial x} \right|_I = U_x = 0 \text{ - la suprafața liberă} \quad (3.48)$$

ne conduc la soluționarea unei probleme mixte, Dirichlet-Neumann, a cărei condiție de normare :

$$\int_0^B \int_0^H U_x (y, z) dy \cdot dz = Q = B \cdot H \cdot U_m \quad (3.49)$$

sau în cazul numeric adimensional (fig. 3.1.b).

$$Q = a^2 \sum_{k=2}^{K-1} \sum_{j=2}^{J-1} U_{k,j} + \frac{a^2}{2} \sum_{j=2}^{J-1} U_{K,j} + \frac{a^2}{2} \frac{1}{4} \sum_{j=2}^{J-1} U_{k=2,j} + 2 \frac{a^2}{2} \frac{1}{4} \sum_{k=2}^{K-1} U_{k,j=2} \quad (3.50)$$

reprezintă debitul ce este adus de această repartiție de viteze în secțiunea de intrare, pentru valorile  $U_m$ , deci  $Re$ ,  $Fr$  și "a" considerate.

Obs.: In cazul secțiunii generatoare patratică alese de noi, nr. de șiruri este egal cu numărul de coloane (  $M = N$  )

Pentru o anumită valoare " a " a pasului rețelei, verificarea condiției de normare 3.49, ce prezintă în fig. 3.2. și stabilizarea valorilor vitezelor adimensionale  $u_{ij}$  în domeniul considerat, pentru fiecare valoare  $T_k$  a termenului liber rezultat din ecuația lui Poisson, permite obținerea debitului adimensional pe baza calculului repartițiilor de viteze cu relația 3.50.

### 3.1.4.3.2. Procedee de inițializare a calculului

Deoarece inițial nu cunoaștem valorile optime cit și metoda de rezolvare a ecuației 3.50, au fost necesare o serie de cercetări care să permită găsirea unei soluții convenabile. În fig. 3.3. și 3.4 s-au reprezentat rezultatele cercetărilor privind stabilitatea debitului adimensional determinat pentru diferenți termeni liberi " T " ,

$$T = \frac{a^2 Re}{4 Fr} \sin \alpha .$$

Rezultatele obținute arată că stabilitatea se obține foarte greu fiind necesar să se introducă o condiție suplimentară, condiția debitului adimensional  $q = 1$ .

Pentru rezolvarea ecuației 3.50 am folosit două procedee cu valori arbitrare, admise inițial în domeniu:

a. introducerea unei singure valori a vitezei  $u_g = 2$  în punctul  $J = 20$  și  $K = 40$  de la mijlocul suprafeței libere, în tot restul domeniului valorile arbitrare admise inițial fiind nule;

b. admiterea unei repartiții paraboloidice a valorilor arbitrare privind distribuția vitezelor inițiale în domeniul de forma :

$$u_{va} (y, z) = 3 \left( \frac{y}{2} \right)^2 \left( 4 \left( \frac{z}{2} \right)^2 - z^2 \right) \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{2}} \right) \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s+1} s^0 = 2 \quad (3.51)$$

sau

$$u_{va} (J, K) = 4 \cdot u_g \cdot a^2 (J-1) (K-1) \left[ \frac{2 \sqrt{K-1}}{K} a \right] \left[ 1 - \left( \frac{J-1}{J} \right)^2 \right]$$

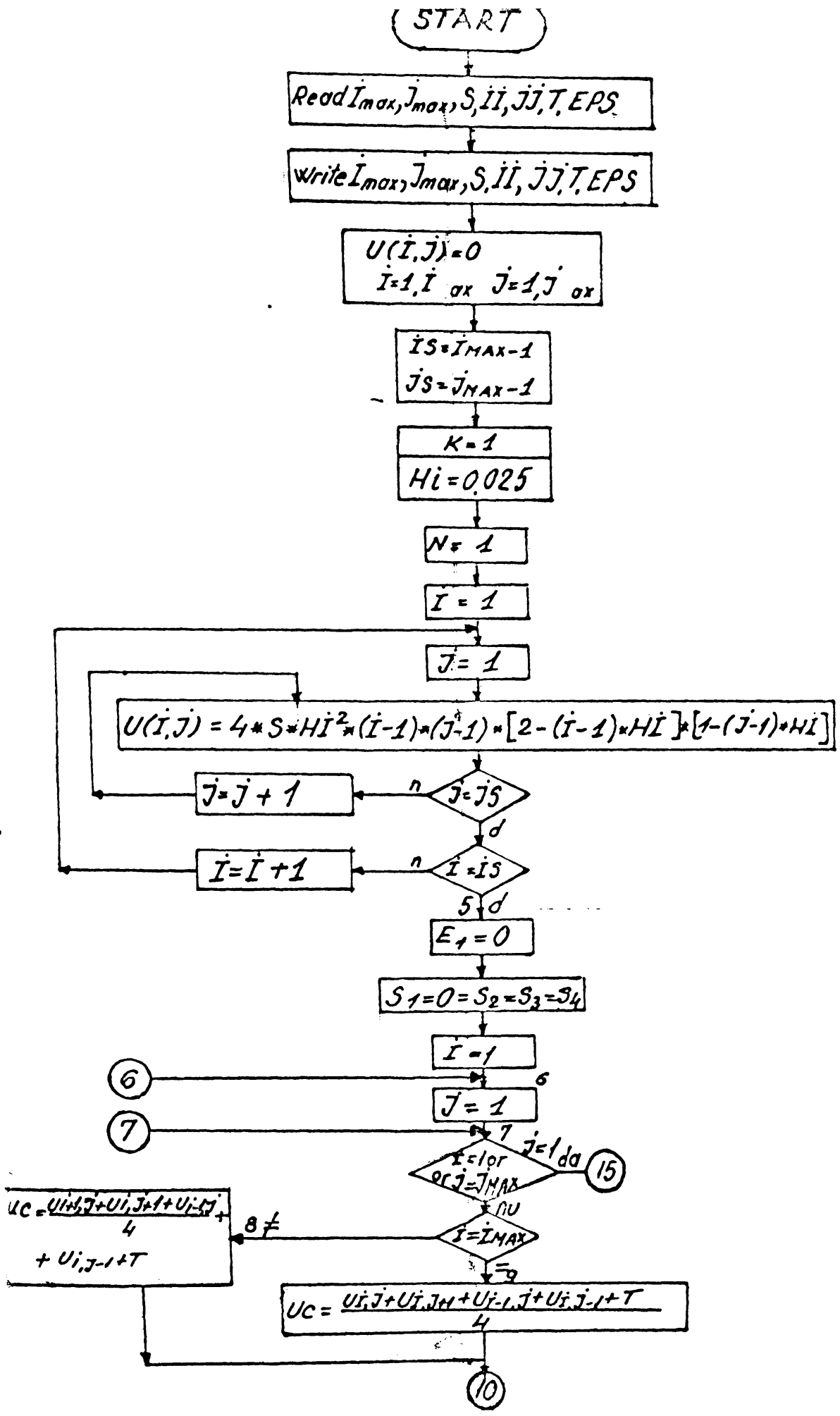
(conform figurii 3.1 b avem  $\sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s+1} s^0 = 2$ )

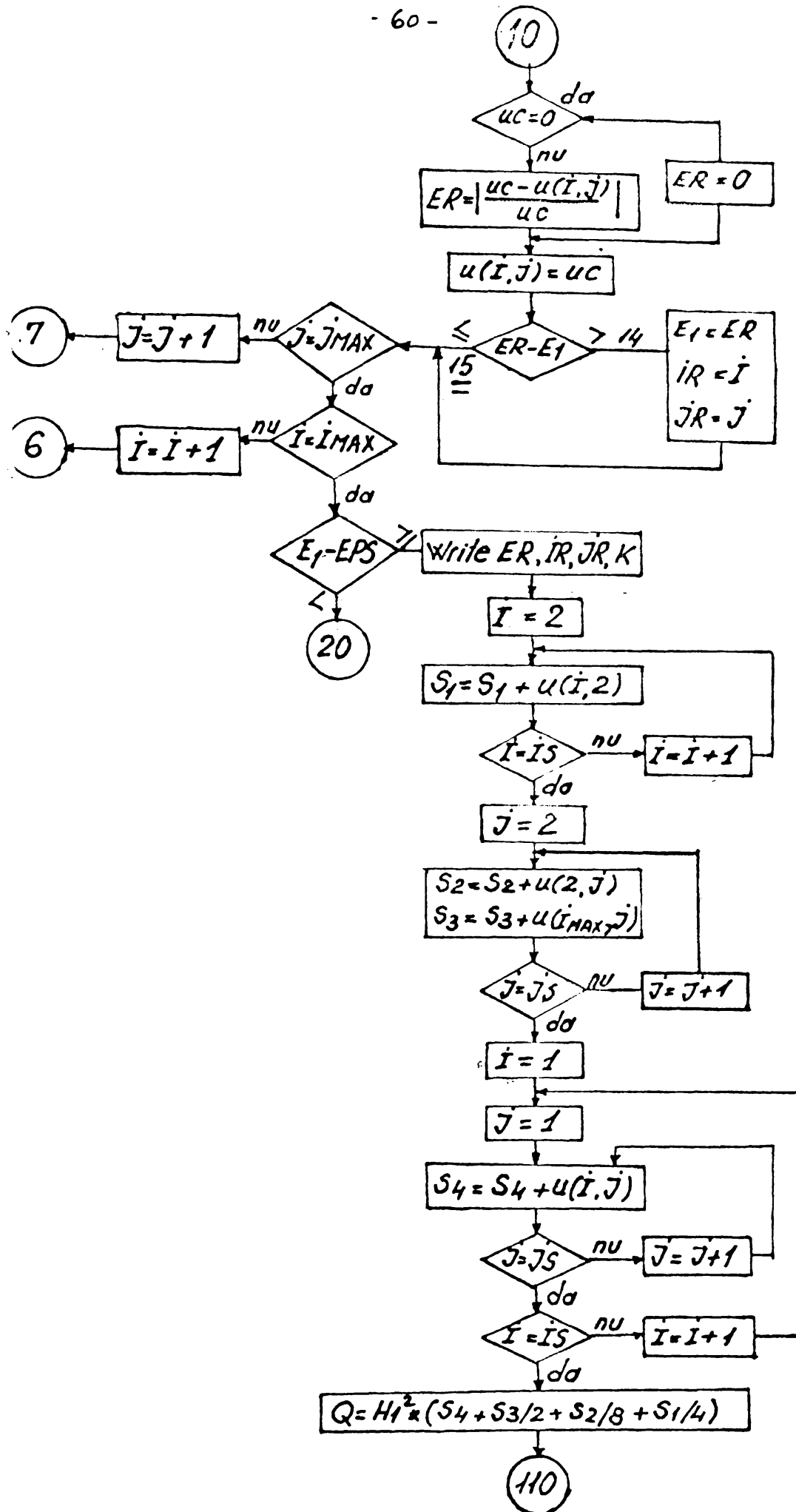
$$y = (J-1) a = 1/2,$$

$$z = 1 - (K-1) a.$$

Cu această ocazie am observat că cel de al doilea procedeu este sensibil mai avantajos și că numărul de iterații pentru obținerea cu o anumită precizie a debitului  $q$  este foarte mare ( fig. 3.3 și 3.4)

./.





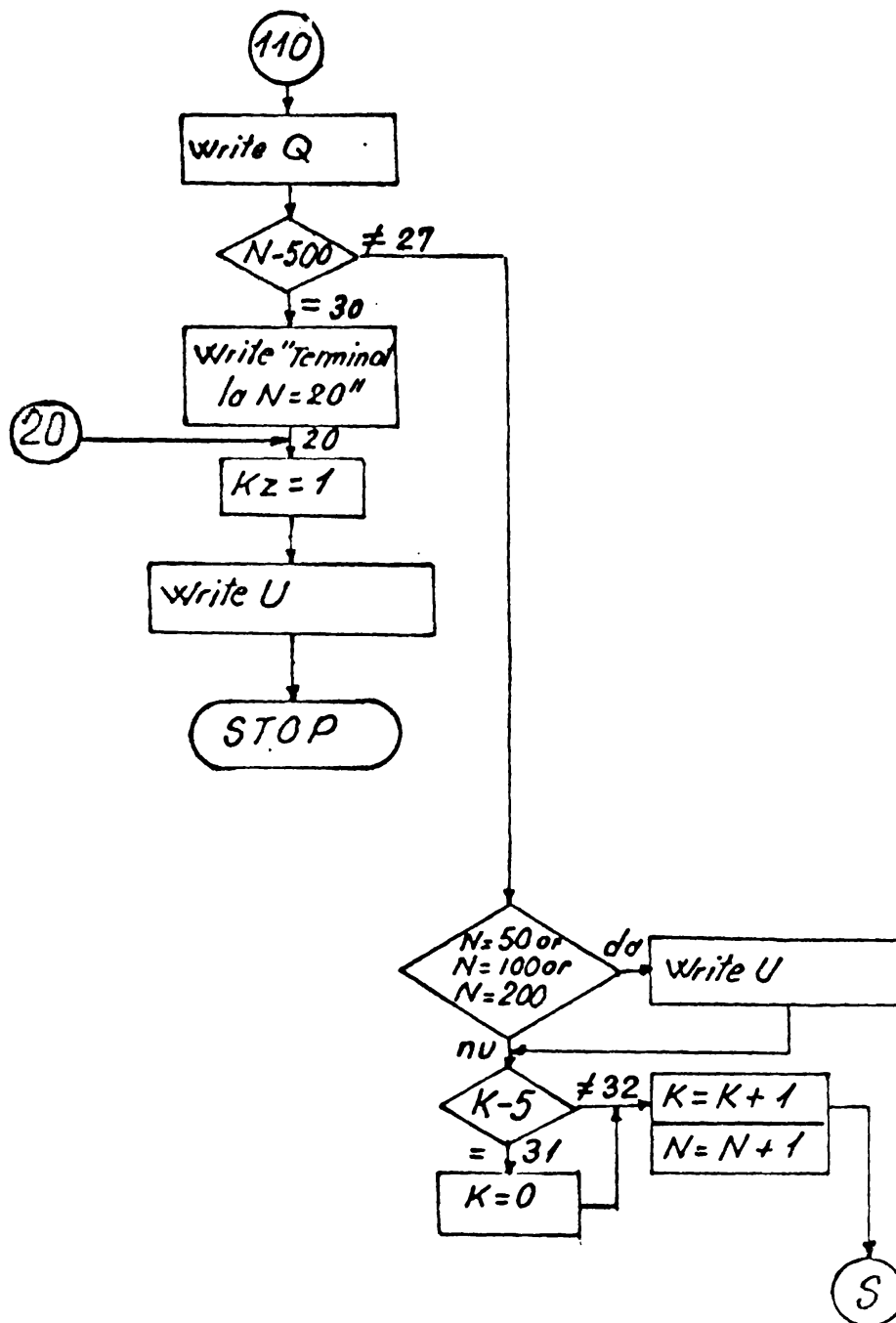


Fig 3.2 Schema logică de calcul a debitului admisibil „q” în secțiunea de intrare.

FIG. 2.3. CURBELE DE DEBITUL DIMENSIONAL AL SCURTII Q (4) - 1 (1) PRIN INTRODUCEREA VALORII  
 u = 2 ÎN FUNCTUL X = 40 ŞI J = 20 DE LA PUNCTUL SUPRAFETEI LIBERE.

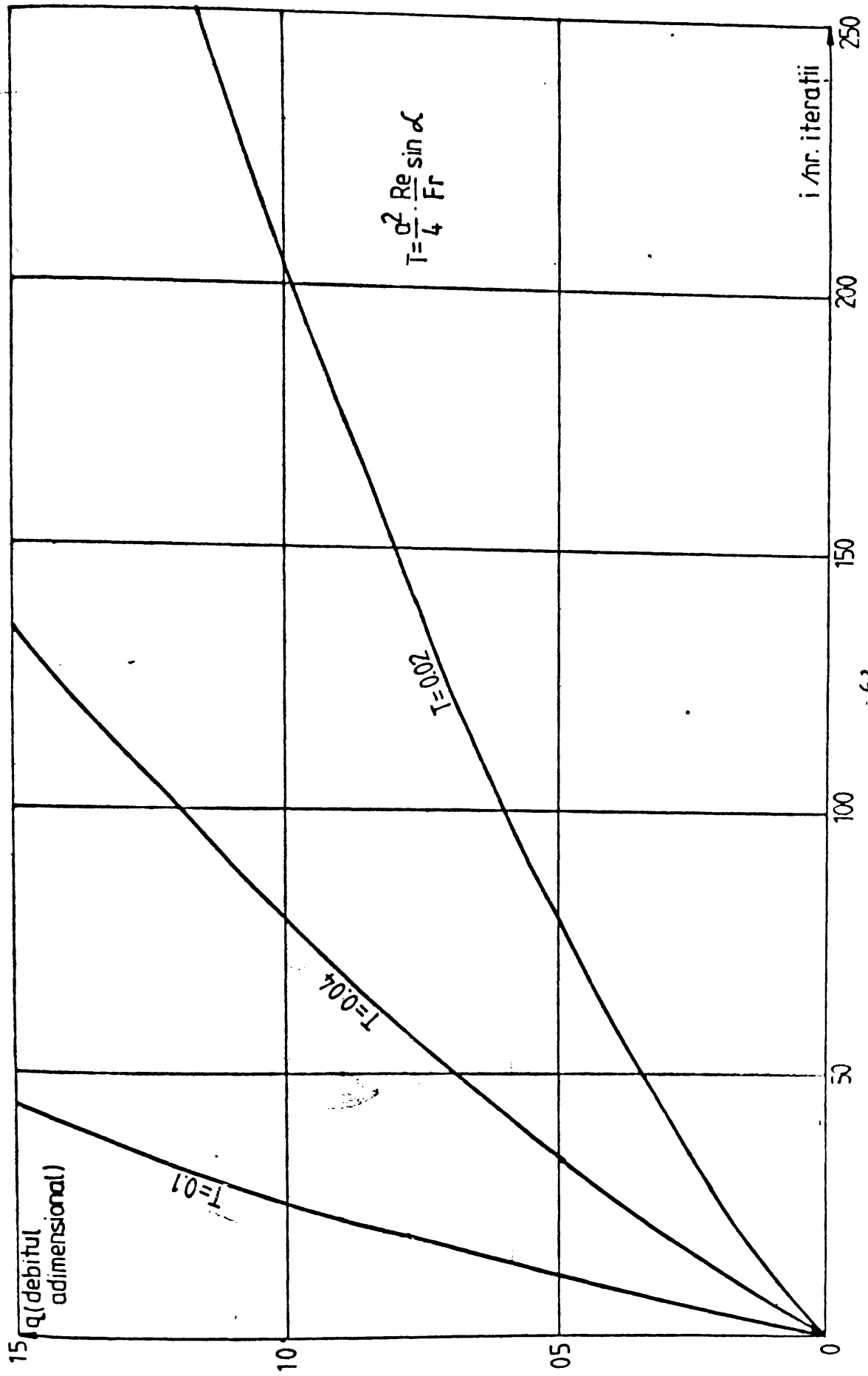


FIG. 3.4. CERCETARI PRIVIND STABILITATEA SOLUTIEI  $q(T) = f(1)$  PRIN INTRODUCEREA VALORII  $u = 2$  PE PINZA PARABOLOIDULUI DE VITEZE.

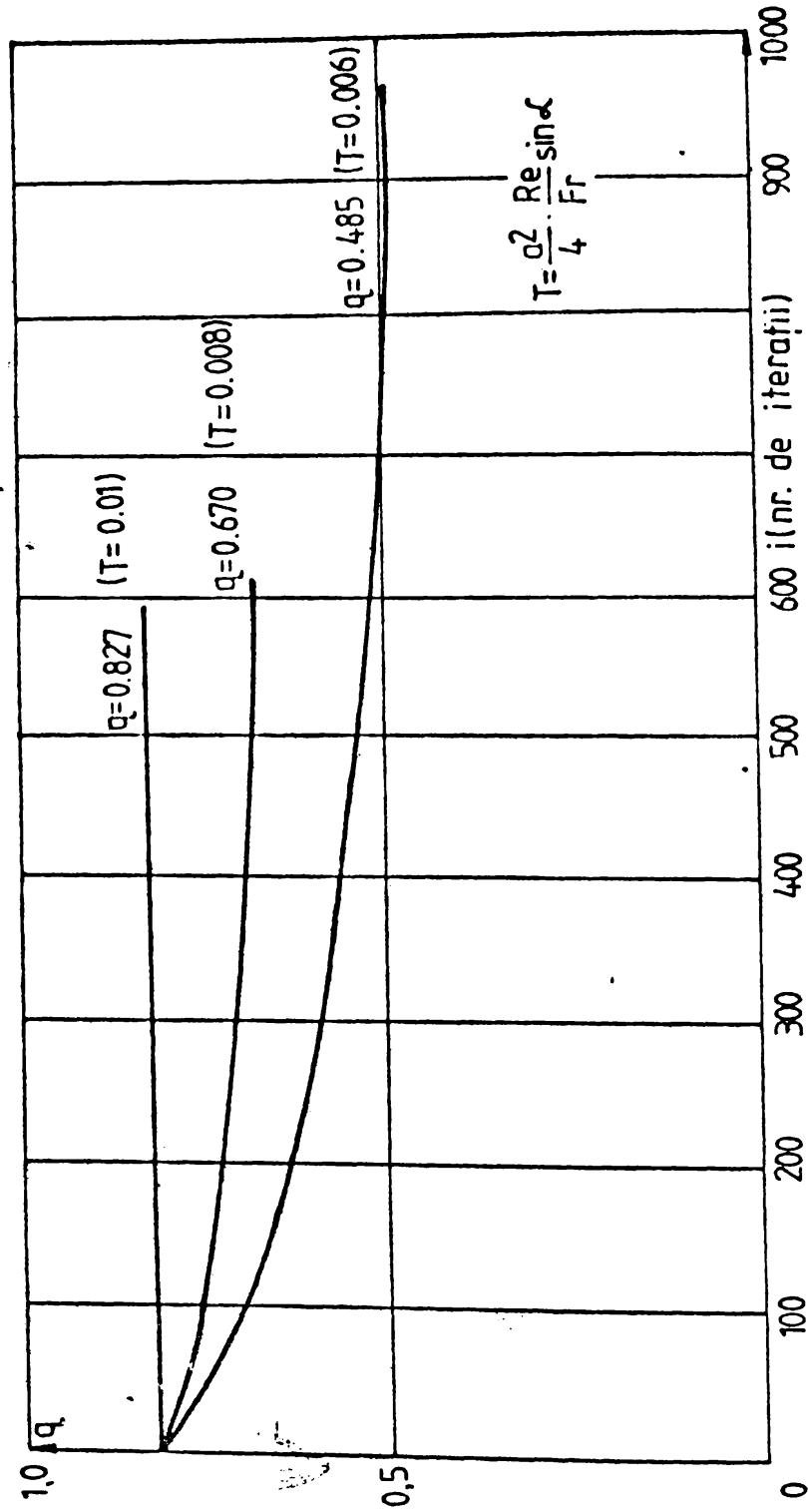
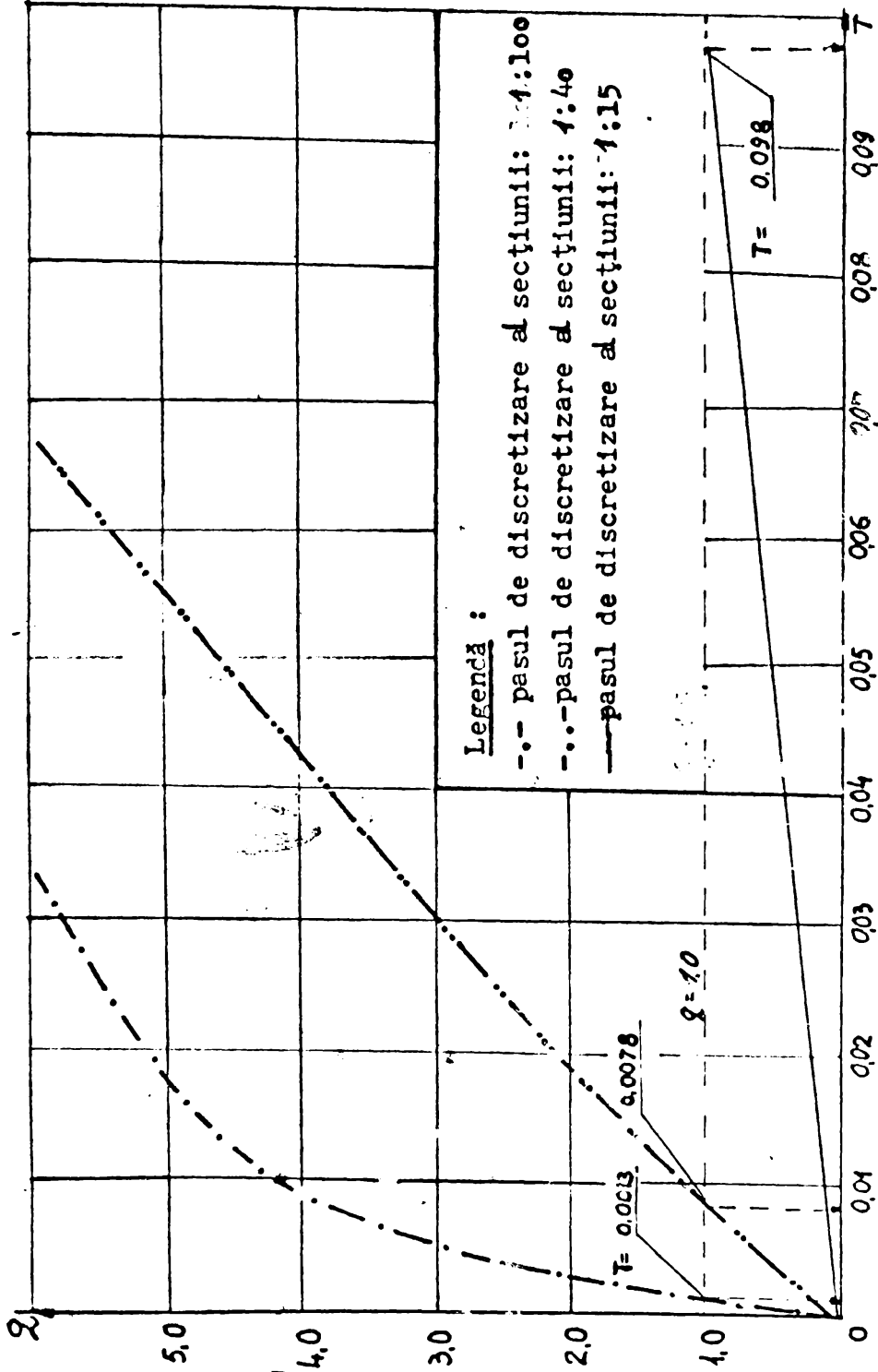


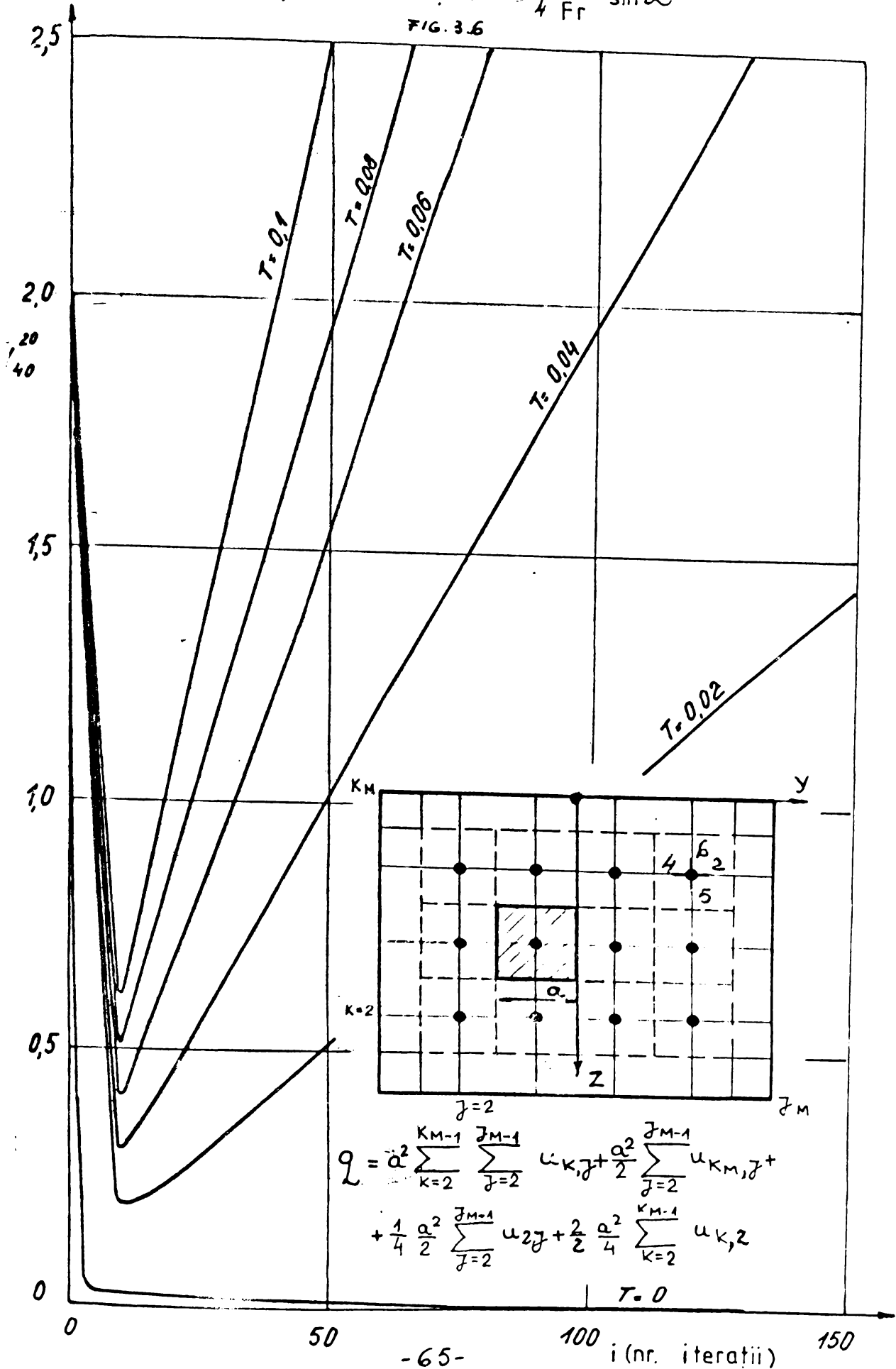


Fig.3.6 Variația debitului adimensional "q", cu constanta de integrare a ecuației Poisson "T", pentru secțiunea de intrare.



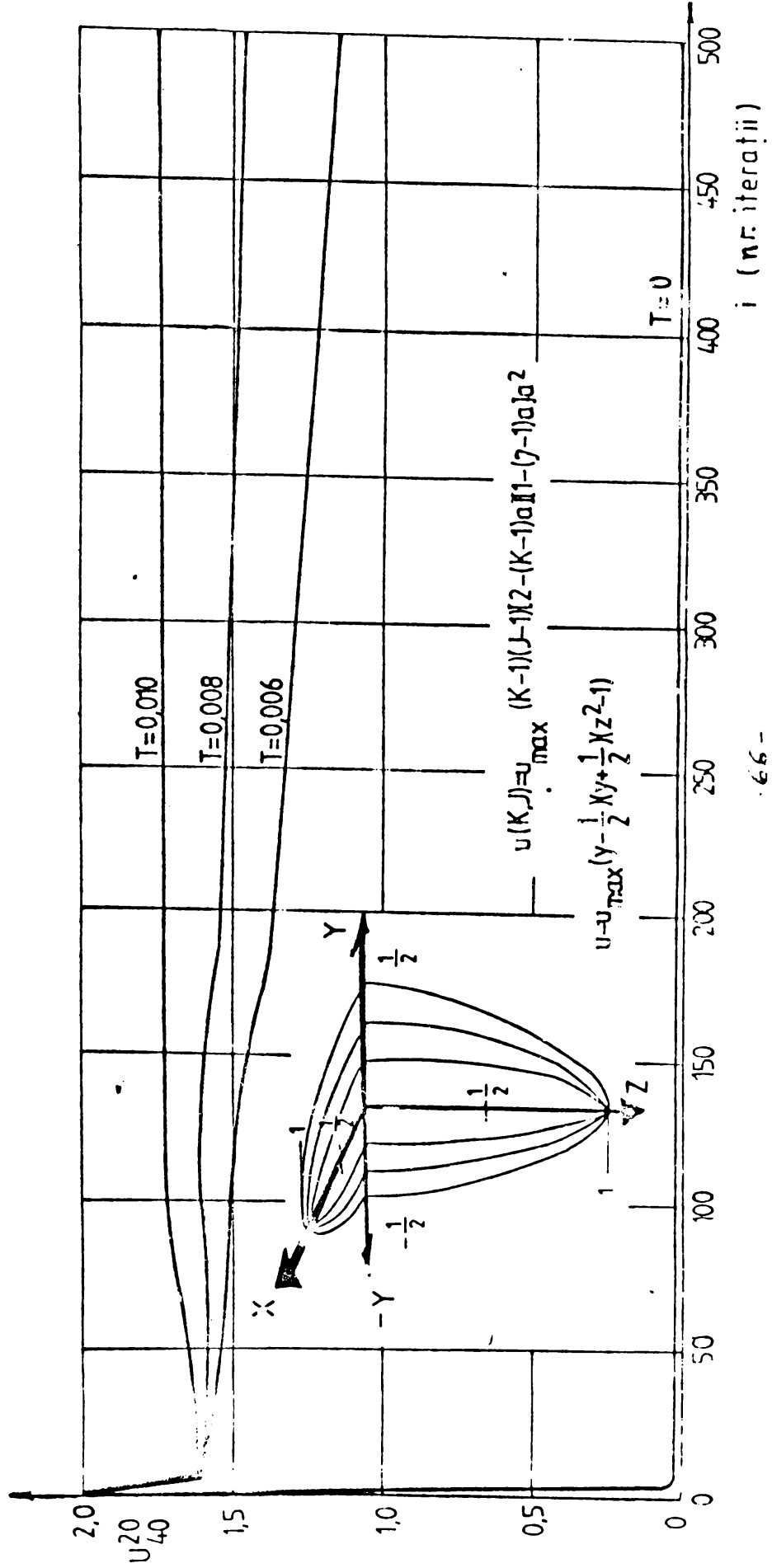
PROCEDEUL NR1 DE CALCUL. Sămînta în  $u^{20}$  Stabilitatea soluției „u” funcție de numărul de iterații pentru diferiți  $T = \frac{a^2 Re}{4 Fr} \sin \alpha$

FIG. 3.6



PROCEDEUL NR 2 DE CALCUL. Suprafață parabolică în spațiu. Stabilirea soluției  $u$  funcție de numărul de iterații  $i$  pentru diferenți  $T = \frac{\alpha Re}{4 Fr} \sin \alpha$

FIG. 3.7



# Repartitia vitezelor „u” în secțiunea de intrare

Re = 100 ;  $u = U / U_m$  ; Secțiune: 15 × 15 noduri

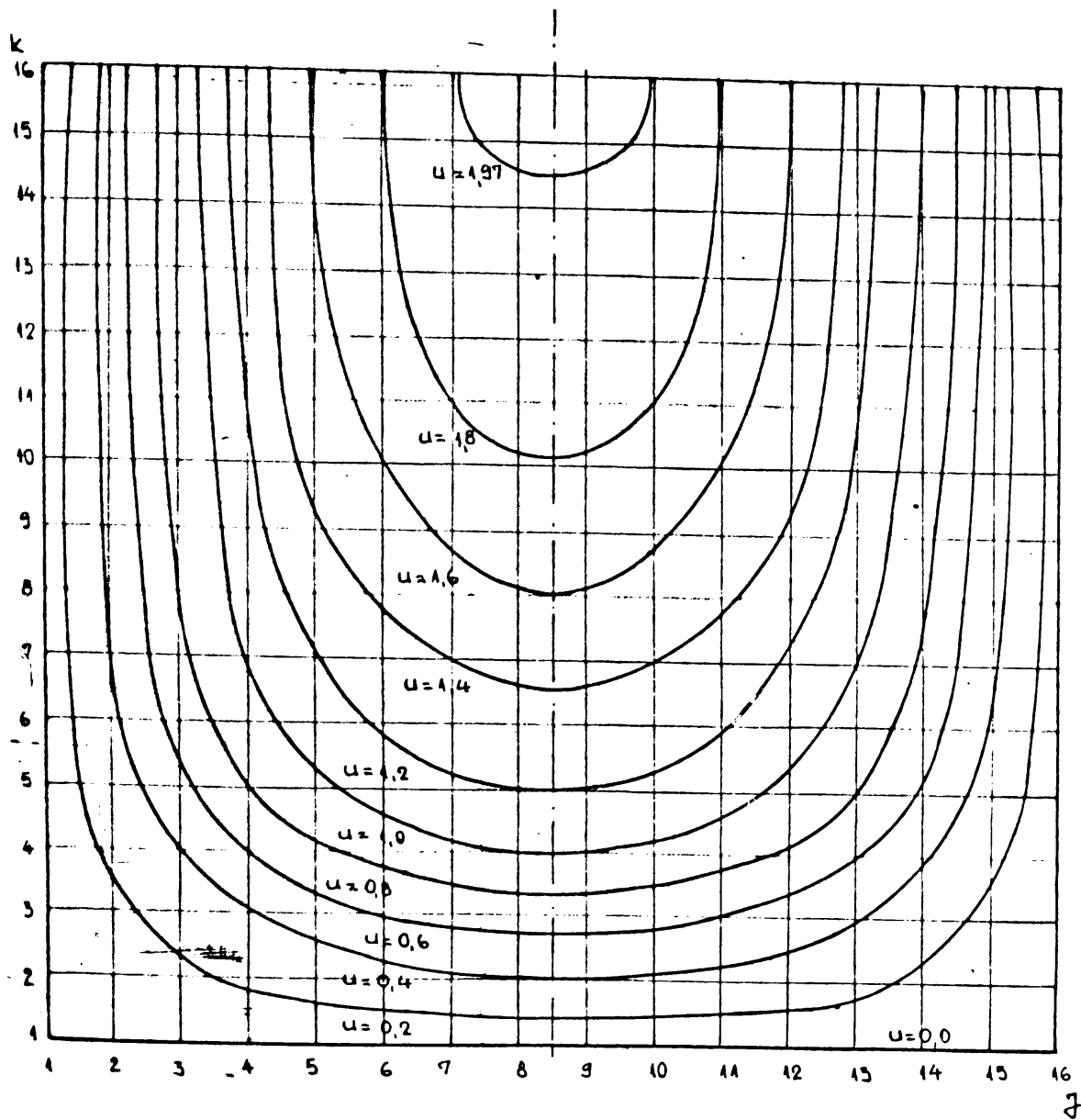


Fig. 3.8

Valorile pantei canalului de aducțiune  $J = \sin \alpha$ , pentru anumite numere Re, Fr și Eu

Tabel nr. 13

$(\frac{s}{E})$	$J = \sin \alpha$											
	$T = 1,3 \cdot 10^{-3}$				$T = 7,8 \cdot 10^{-3}$				$T = 98 \cdot 10^{-3}$			
	a=1:15 J=2,31. $10^6$	a=1:40 J=3,25. $10^{-12}$	a=1:100 J=5,21. $10^{-15}$	a=1:15 J=1,38. $10^{-11}$	a=1:40 J=1,95. $10^{-12}$	a=1:100 J=3,12. $10^{-14}$	a=1:15 J=1,74. $10^{-10}$	a=1:40 J=2,45. $10^{-11}$	a=1:100 J=3,92. $10^{-13}$	a=1:15 J=1,74. $10^{-11}$	a=1:40 J=2,45. $10^{-12}$	a=1:100 J=3,92. $10^{-14}$
$10^0$	$10^6$	$10^{-1}$	$10^2$	$10^{-12}$	$10^{-13}$	$10^{-15}$	$10^{-11}$	$10^{-12}$	$10^{-14}$	$10^{-10}$	$10^{-11}$	$10^{-13}$
$10^{-1}$	$10^5$	$10^{-3}$	$10^4$	$10^{-13}$	$10^{-14}$	$10^{-16}$	$10^{-12}$	$10^{-13}$	$10^{-15}$	$10^{-11}$	$10^{-12}$	$10^{-14}$
$10^{-2}$	$10^4$	$10^{-5}$	$10^6$	$10^{-14}$	$10^{-15}$	$10^{-17}$	$10^{-13}$	$10^{-14}$	$10^{-16}$	$10^{-12}$	$10^{-13}$	$10^{-15}$
$10^{-3}$	$10^3$	$10^{-7}$	$10^8$	$10^{-15}$	$10^{-16}$	$10^{-18}$	$10^{-14}$	$10^{-15}$	$10^{-17}$	$10^{-13}$	$10^{-14}$	$10^{-16}$
$10^{-4}$	$10^2$	$10^{-9}$	$10^{10}$	$10^{-16}$	$10^{-17}$	$10^{-19}$	$10^{-15}$	$10^{-16}$	$10^{-18}$	$10^{-14}$	$10^{-15}$	$10^{-17}$
$10^{-5}$	$10^1$	$10^{-11}$	$10^{12}$	$10^{-17}$	$10^{-18}$	$10^{-20}$	$10^{-16}$	$10^{-17}$	$10^{-19}$	$10^{-15}$	$10^{-16}$	$10^{-18}$
$10^{-6}$	$10^0$	$10^{-13}$	$10^{14}$	$10^{-18}$	$10^{-19}$	$10^{-21}$	$10^{-17}$	$10^{-18}$	$10^{-20}$	$10^{-16}$	$10^{-17}$	$10^{-19}$

Totodată efectuând interpolarea liniară și logaritmică a șirului perechilor de valori, se constată o dependență liniară de mare utilitate practică, dintre debitul  $q$  și termenul liber  $T$  ( fig. 3.5 ), în domeniul de valori  $q = 0 - 1$ .

În fig. 3.6. se observă în cadrul prismului procedeu creșterea cu panta canalului a valorilor iterative ale vitezei  $u_{20, 40}$  în punctul de înălțare, după scăderea accentuată la început datorită valorilor arbitrare nule din tot domeniul. În cazul procedurii nr. 2 ( fig. 3.7 ) se remarcă aceeași proporționalitate între valoarea relativă a vitezei  $u_{20, 40}$  și cea a pantei canalului, dar modul de variație al valorilor iterative ale vitezei este mult mai redus.

Rezultatele obținute, referitor la repartiția de viteză în secțiunea de intrare considerată, sînt reprezentate în fig. 3.8.

În tabelul 8 sînt prezentate valorile pantei canalului de aducțiune  $j = \sin \alpha$ , pentru anumite numere Reynolds și Froude corespunzătoare curgerilor permanente la intrarea în camera de aspirație, considerînd :  $B = H = 1,0$ ,  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  și pații  $a = 1/15$ ,  $a = 1/40$  și  $a = 1/100$ .

### 3.1.4.3.3. Observații asupra soluției numerice obținute în secțiunea de intrare

În vederea rezolvării ecuației Poisson 3.4.7. cu condiția 3.50 (  $q = 1$  ), pe parcursul elaborării lucrării se-au propus să determinăm :

- pasul optim de lucru "  $a$  ", sau altfel spus stabilirea numărului de noduri cel mai convenabil pentru discretizarea secțiunii de intrare ;
- mărimea erorii de calcul  $|\varepsilon|$  a repartiției de viteză calculată, de la care debitul adimensional unitar are valoarea practic constantă.

Pentru a lămurii aceste probleme am efectuat calcule pentru discretizarea secțiunii de intrare în  $15 \times 15$ ,  $40 \times 40$  și  $100 \times 100$  noduri, rezultînd :

- debitul adimensional variază liniar în domeniul  $q = 0-1$ , cu constanta de integrare "  $T$  " a ecuației Poisson ( fig. 3.5 ) și se stabilizează ca mărime pentru valoarea erorii relative  $|\varepsilon| = 10^{-3}$  ( fig. 3.11 ) ;

./.

- valoarea termenului liber "F" tinde către zero cind numărul de pași de discretizare al secțiunii tinde la infinit ( fig. 3.12);

- punctul vitezei maxime a repartiției de viteze, se modifică cu numărul de pași de discretizare a secțiunii; din fig. 3.13 se observă că punctul maxim al secțiunii cu lăc xloo scoduri are valoarea maximă la  $Z_1 = 0,8 \bar{z}$ , profilul de viteze fiind apropiat de forat cu cele măsurate în natură.

#### 3.1.4.4. Condițiile în secțiunea de ieșire

Am considerat liniile de curent paralele cu pereții conductei verticale,  $u_E = w_E = 0$ , distribuția componentei  $w(x, y)$  a vitezei din curgerea permanentă și uniformă verificind o ecuație de tip Poisson dedusă din a treia ecuație de mișcare, utilizind și ecuația de continuitate.

$$\text{Re. Eu. } p'_z = \frac{\bar{R}z}{r_r} \cdot \cos \alpha + \Delta w \quad (5.55)$$

Folosind metoda diferențelor finite, relația algebrică asociată ecuației cu derivate parțiale ( 3.55) se poate scrie cu  $\cos \alpha = 1$  ( fig. 3.1. a)

$$w_0 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 w_i + a^2 \cdot \text{Re} \left( \frac{1}{r_r} - \text{Eu. } p'_z \right) \quad (3.6)$$

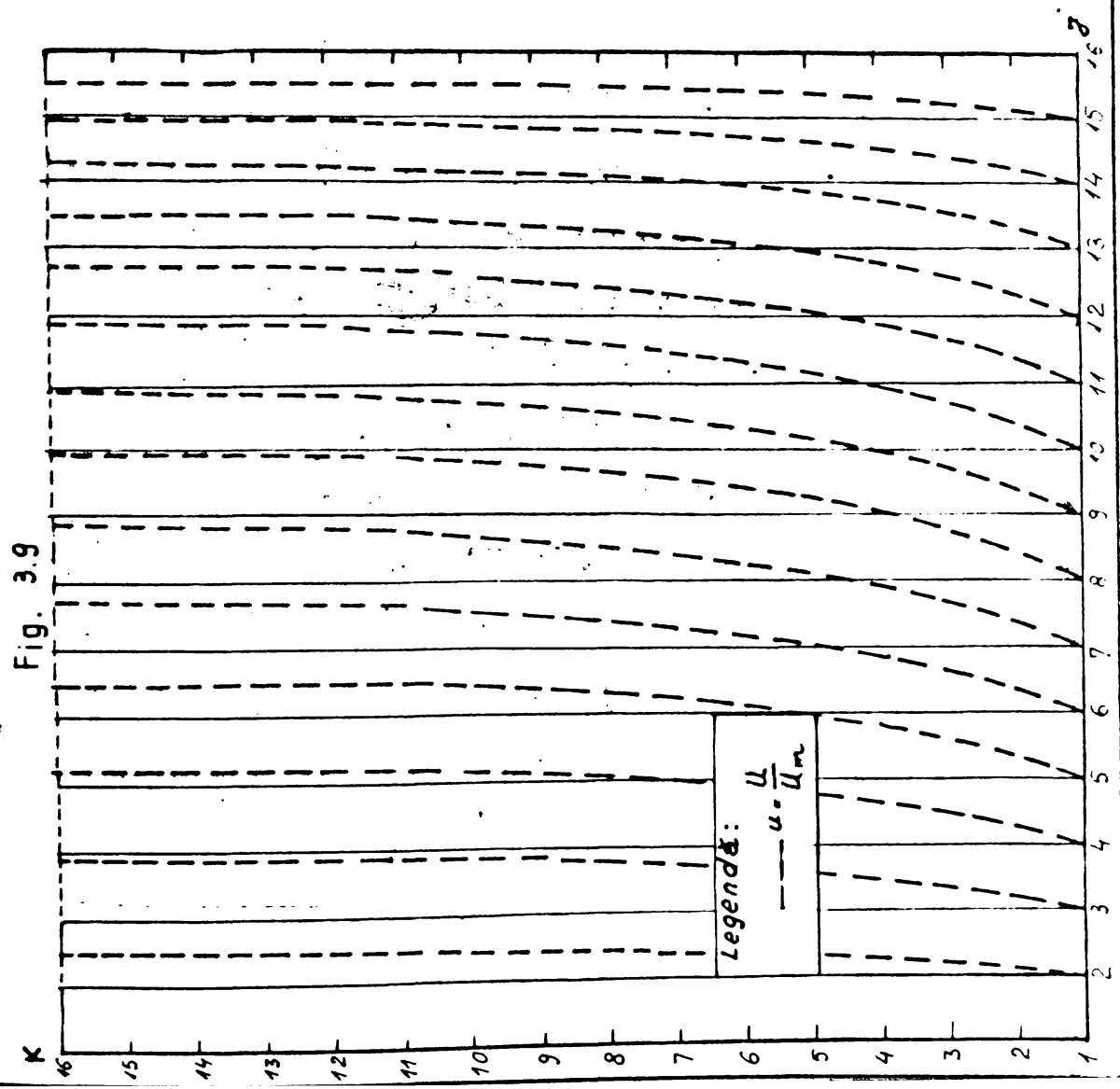
#### 3.1.4.4.1. Problema lui Dirichlet pentru rezolvarea ecuației de tip Poisson

Condiția la limită pentru rezolvarea ecuației de tip Poisson și care ne conduce la problema lui Dirichlet este dată de aderența lichidului  $w_E = 0$  pe pereții solid al conductei de aspirație.

Rezolvarea ecuației de tip Poisson în care nu se cunoaște apriori căderea de presiune pe lungul conductei  $p'_z$ , se poate face pe cale numerică, deseceni printr-un ciclu iterativ pe calculator, pornind de la valori arbitrare  $p'_z \approx 0$ , și depășesc cu puțin panta dedusă din repartiția hidrostatică ( 3.45).

Re = 100 ; secțiune: 15x15 noduri , 121 = 3x11

Viteza „u” în secțiunea de intrare



Viteza „w” în secțiunea de ieșire

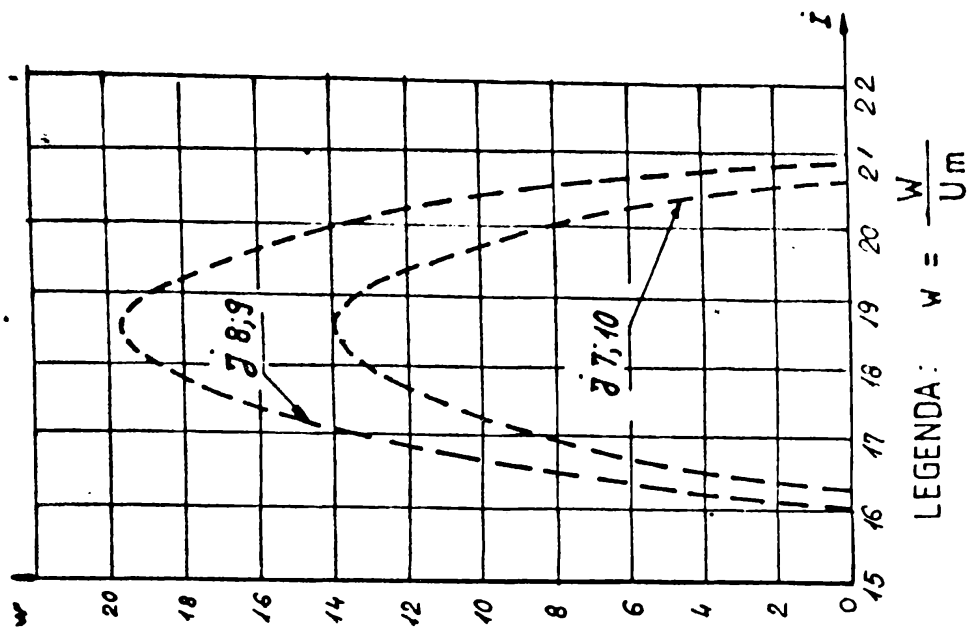


Fig 3.10



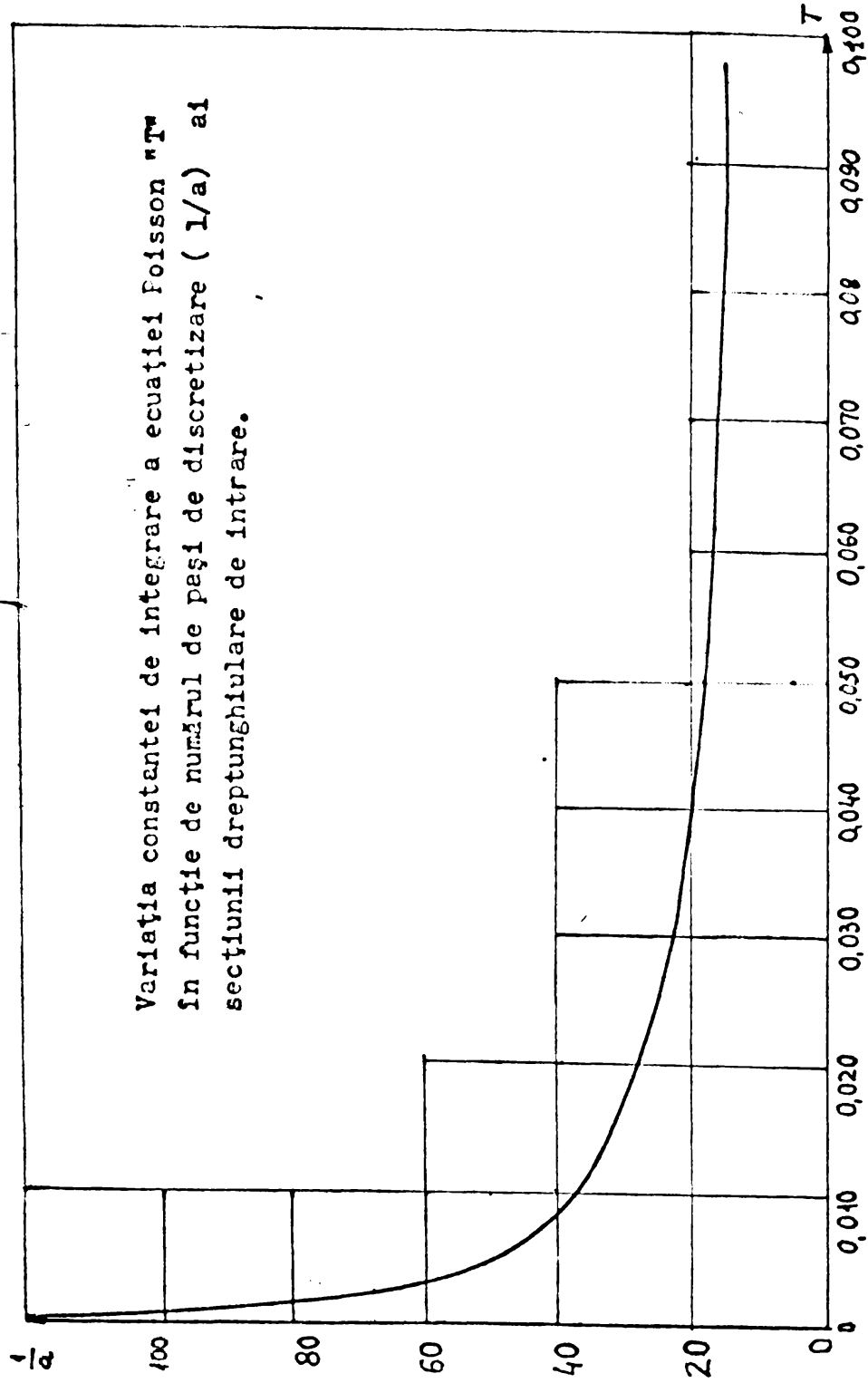
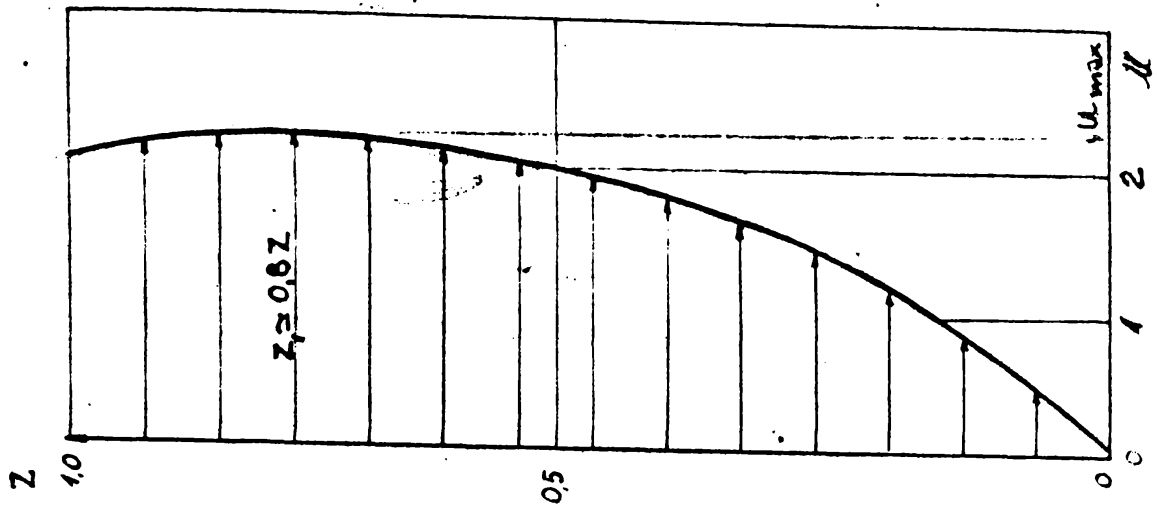
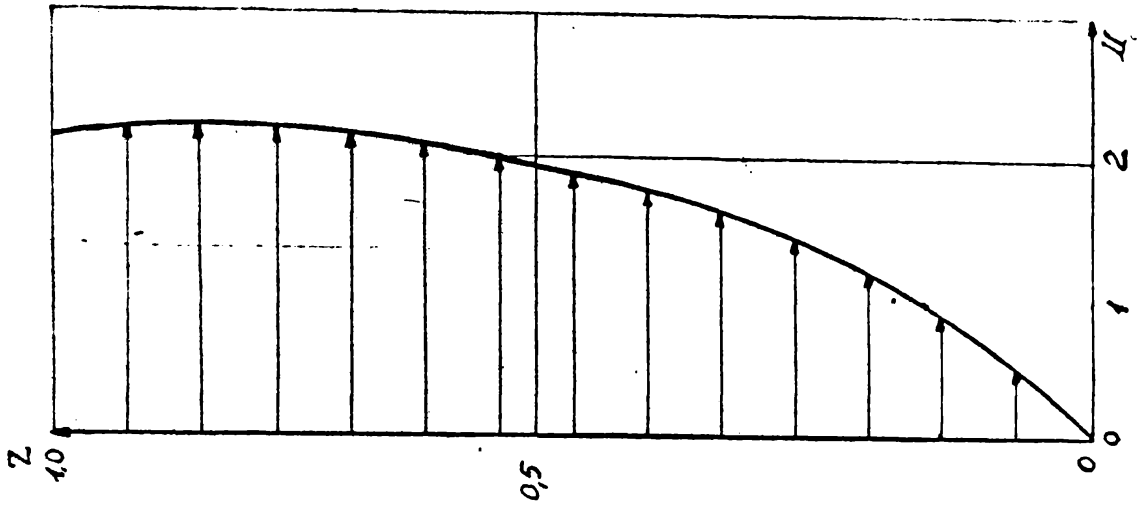


FIG. 3.12

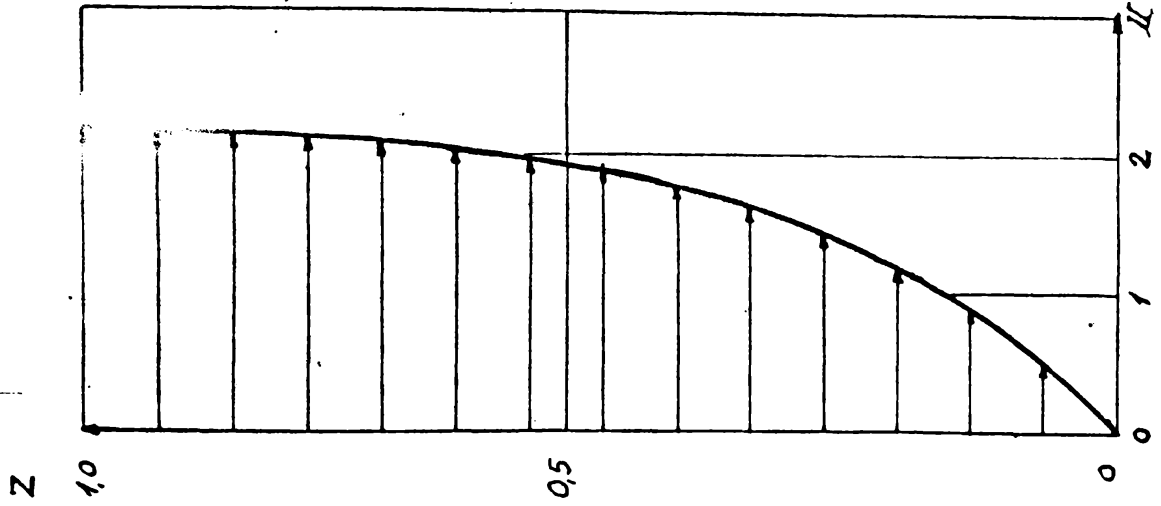
c) secțiunea: 100.100 noduri



b) secțiunea: 40.40 noduri



a) secțiunea: 15.15 noduri



### 3.1.4.4.2. Condiția pentru determinarea gradientului de presiune pe conducta de aspirație

Integrala vitezelor  $w_z$  în secțiunea de ieșire ( fig. 3.10) trebuie să egaleze valoarea unitară a debitului adimensional, calculată în cazul repartițiilor presupuse nesimetrice sau simetrice ale vitezelor cu formulele :

$$Q_{nesim} \approx \alpha^2 \left( \sum_{I=17}^{20} \sum_{J=7}^{10} W_{I,J} + \frac{1}{2.4} \sum_{I=17}^{20} \sum_{J=8}^9 W_{I,J} + \frac{1}{8} \sum_{J=18}^{19} \sum_{I=7}^{10} W_{I,J} \right) = 1$$
$$Q_{sim} \approx \alpha^2 \left[ 9 W_{17,8} + 4 (W_{18,8} + W_{17,7}) \right] = 1 \quad ( 3.55)$$

Pentru calculul numeric al repartiției componentei  $w_z$  a vitezei, am admis inițial o distribuție parabolică negativă a vitezelor arbitrare în domeniu, iar în cele patru puncte speciale din vecinătatea frontierei poligonale am folosit interpolarea liniară conform fig. 3.14.

În fig. 3.14. am reprezentat variația aproximativ liniară a debitului adimensional 'q' în funcție de surplusul pantei de presiune față de cea hidrostatică  $p'_z = 0,1$ , pentru cazul rețelei  $\alpha = 1/15$ .

### 3.15. Observații asupra programelor de calcul numeric utilizate. Rezultatele obținute

Calcululele numerice ce se efectuează pentru curgerile tridimensionale necesită calculatoare puternice cu posibilități de memorare și viteze de lucru foarte mari, altfel programele respective solicită segmentarea, ceea ce mărește considerabil durata de lucru a calculatorului.

Pentru a putea rezolva anumite probleme parțiale, interdependent de programul principal, sau pentru a testa mai ușor porțiuni mai mici din programul de ansamblu, s-au creat o serie de subprograme.

Cu asemenea subprograme s-au calculat separat repartițiile de viteză în secțiunea de intrare și secțiunea de ieșire ( sorb) a camerei de aspirație. Schema logică de calcul s-a prezentat în fig. 3.2.

În urma analizei rezultatelor obținute în secțiunile de intrare și ieșire pentru diferite rețele de calcul, s-a adoptat ca soluție convenabilă, în programul principal, rețeaua cu pasul  $\alpha = 1/15$  pentru domeniul tridimensional.

Pentru acest pas, rezultatele sînt puțin distorsionate din cauza discretizării spațiale, dar timpul de execuție al programelor se micșorează foarte mult prin reducerea numărului total de noduri din rețea.

Calculul valorilor funcțiilor  $u, v, w$  și  $p$  în camera de aspirație cu programul principal utilizează valorile calculate cu sub-programele descrise mai sus. După un număr de 3 iterații (care au durat cea 5 ore), s-au obținut rezultate mulțumitoare care să permită descrierea curgerii în domeniu. Eroarea maximă în domeniu nu depășește la  $1\%$  și se consideră că distribuțiile de viteze obținute reflectă mulțumitor soluția curgerii. Schema logică simplificată și modul de parcurgere al domeniului este rețet în fig. 3.17a. *Rezultatele în fig. 3.17*

Stabilitatea de calcul (convergența soluției) depinde de valorile inițiale adoptate pentru variabilele  $u, v, w$  și  $p$ . Alegerea necorespunzătoare a valorilor inițiale ale funcțiilor respective conduce ușor la pierderea stabilității de calcul și oprirea programului.

Pentru valorile considerate inițial:  $u = 1/15$ ,  $Re = 10^2$ ,  $Fr = 10^9$ ,  $Bu = 10^{10}$  și forma camerei de aspirație din fig. 3.16 am obținut spectrul de viteze aferent curgerii și rețet în câteva secțiuni caracteristice în fig. 3.18- 3.22.

În vederea verificării rezultatelor obținute am reprezentat pe aceeași planșă măsurătorile efectuate pe un model hidraulic de cameră de aspirație (cap. 5). Reprezentările s-au efectuat în unități relative pentru numărul  $Re = 100$ .

### 3.2. Modelul matematic cu trei necunoscute: vitezele $u, v$ și $w$

Eliminarea presiunii în cazul curgerii tridimensionale are rolul de a stabili rapid soluția numerică, ceea ce nu era posibil la varianta precedentă datorită coeficienților produsului:

$$Re, Bu = 10^2, 10^{10}, 10^{12}$$

Astfel din sistemul 3D-dimensional Navier-Stokes și a ecuației continuității:

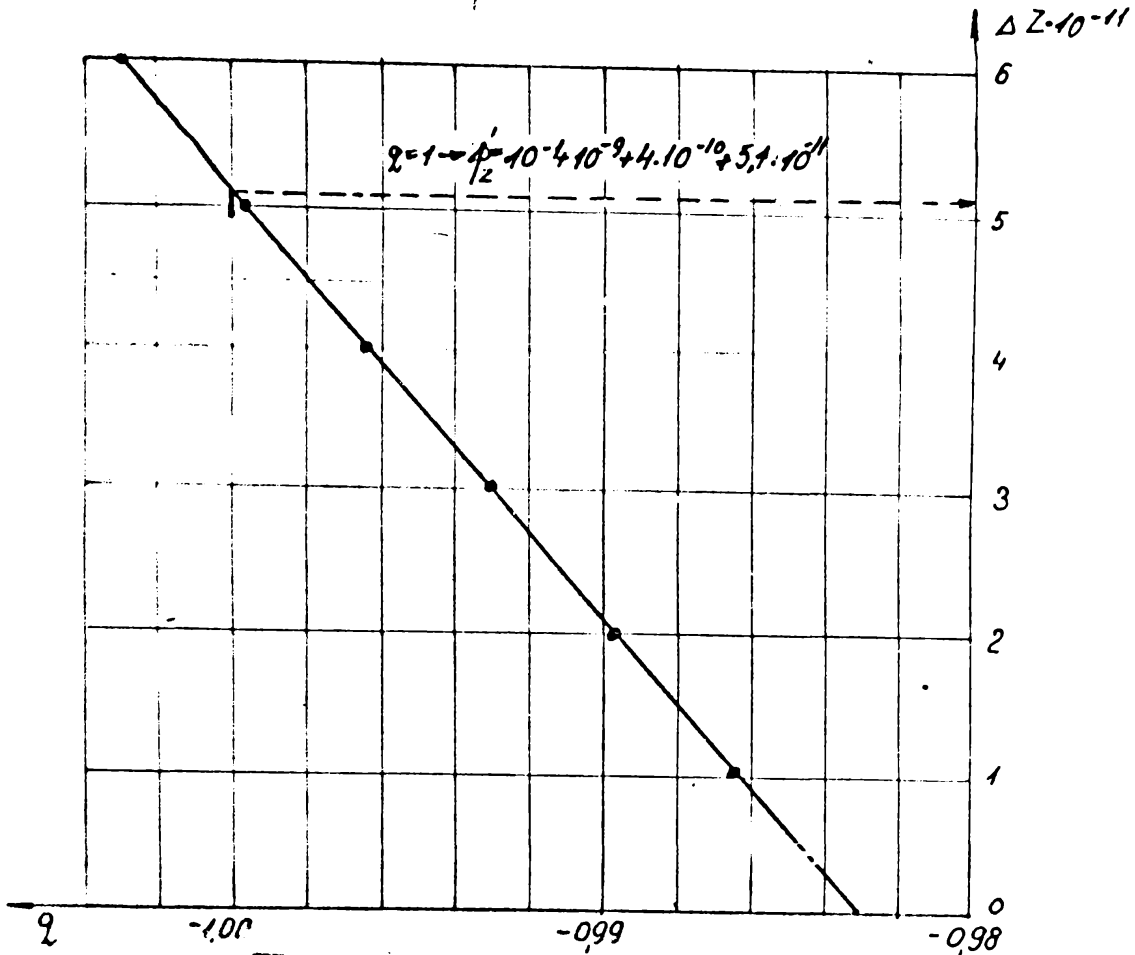
$$u u'_x + v u'_y + w u'_z + Bu p'_x = \frac{1}{Re} (u''_x + u''_y + u''_z) + \frac{\sin \alpha}{Fr} \quad (3.56)$$

$$v v'_x + v v'_y + w v'_z + Bu p'_y = \frac{1}{Re} (v''_x + v''_y + v''_z) \quad (3.57)$$

$$w w'_x + w w'_y + w w'_z + Bu p'_z = \frac{\cos \alpha}{Fr} + \frac{1}{Re} (w''_x + w''_y + w''_z) \quad (3.58)$$

# Stabilirea debitului $q$ la intrarea în aspirație

FIG 3.14



Tabel cu valori

$\phi'_{zi}$	$q$
$10^{-1} + 10^{-9} + 4 \cdot 10^{-10} + \Delta Z_1$	-0,9865
$10^{-1} + 10^{-9} + 4 \cdot 10^{-10} + \Delta Z_2$	-0,9898
$10^{-1} + 10^{-9} + 4 \cdot 10^{-10} + \Delta Z_3$	-0,9931
$10^{-1} + 10^{-9} + 4 \cdot 10^{-10} + \Delta Z_4$	-0,9965
$10^{-1} + 10^{-9} + 4 \cdot 10^{-10} + \Delta Z_5$	-0,9999
$10^{-1} + 10^{-9} + 4 \cdot 10^{-10} + \Delta Z_6$	-1,0003

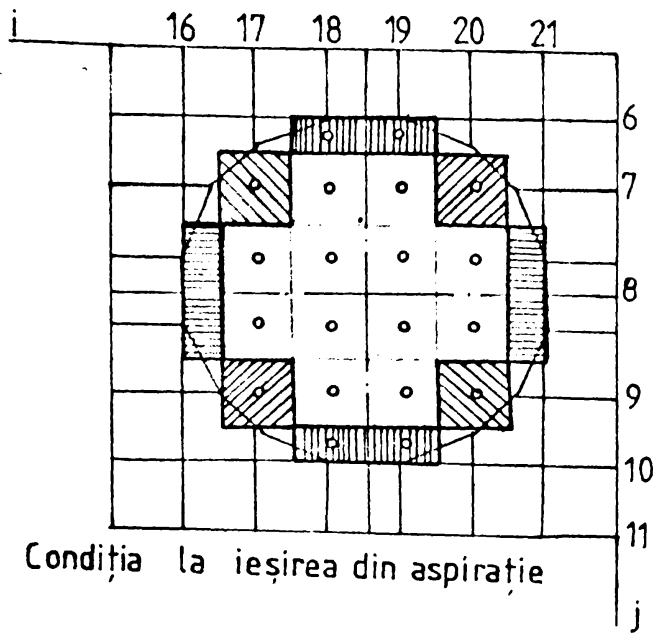
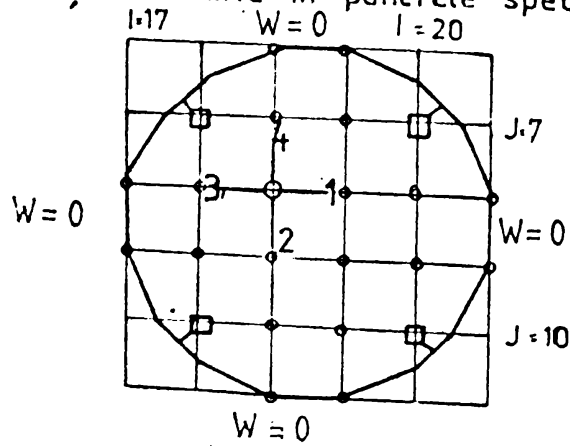


Fig. 3.14' Condiția la ieșirea din aspirație

Fig. 3.15 Condiții la limită în punctele speciale



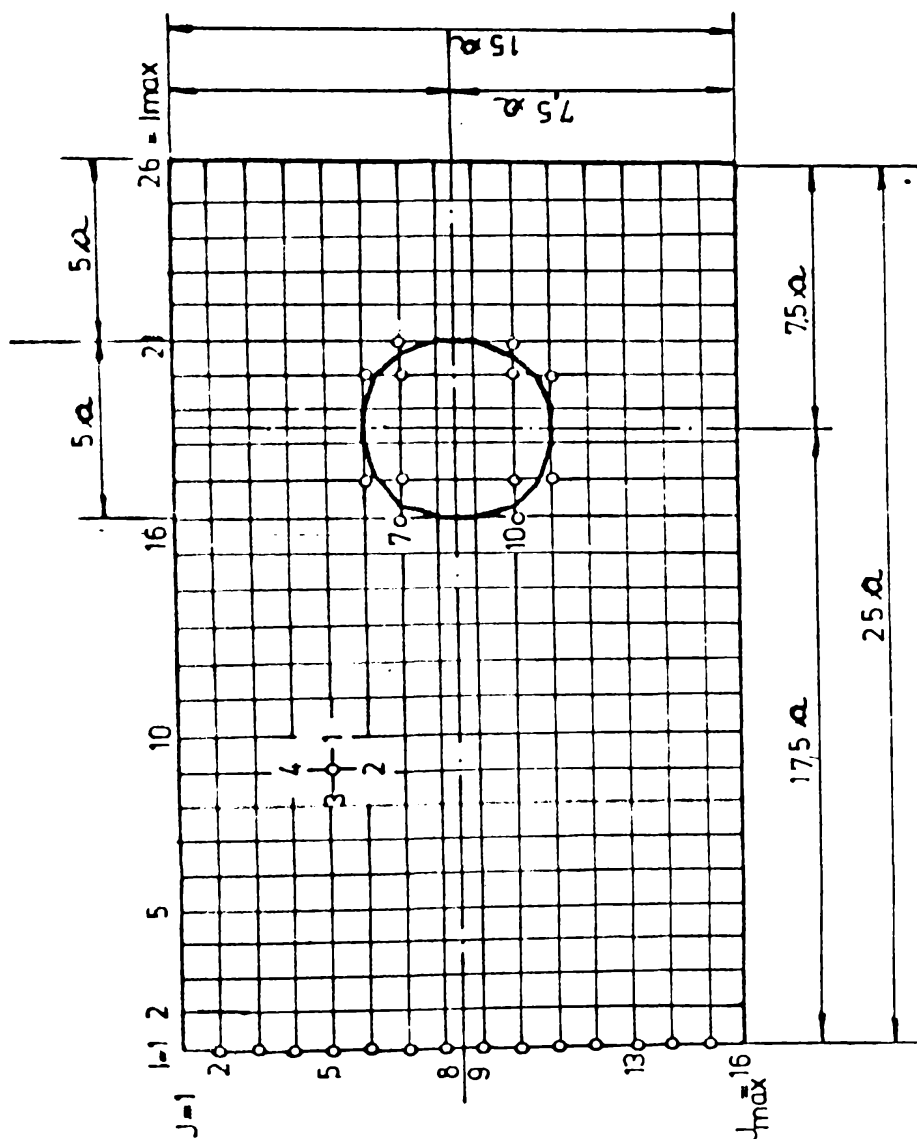
□  $I=17; J=7; \text{cond } C_{3+4} \equiv W_3 = W_4 = -0,67 W_0$

□  $I=17; J=10; \text{cond } C_{2+3} \equiv W_2 = W_3 = -0,67 W_0$

□  $I=20; J=7; \text{cond } C_{1+4} \equiv W_1 = W_4 = -0,67 W_0$

□  $I=20; J=10; \text{cond } C_{1+2} \equiv W_1 = W_2 = -0,67 W_0$

Fig. 3.16 CAMERA DE ASPIRATIE PROPUSA PENTRU CALCULUL  
 CELOR PATRU FUNCTII NECUNOSCUTE



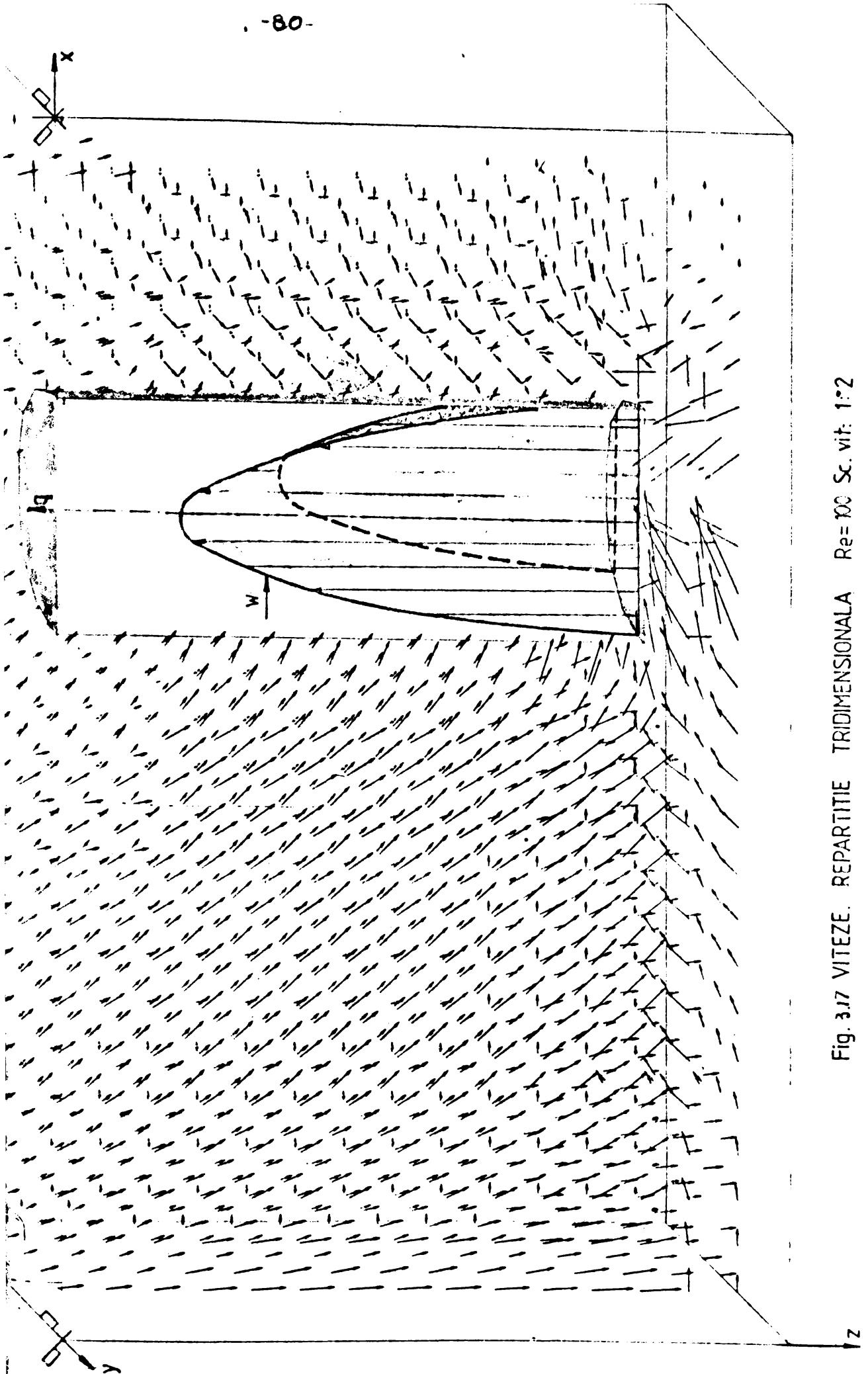


Fig. 3.17 VITEZE. REPARTITIE TRIDIMENSIONALA  $Re=100$  Sc. vit: 1:2



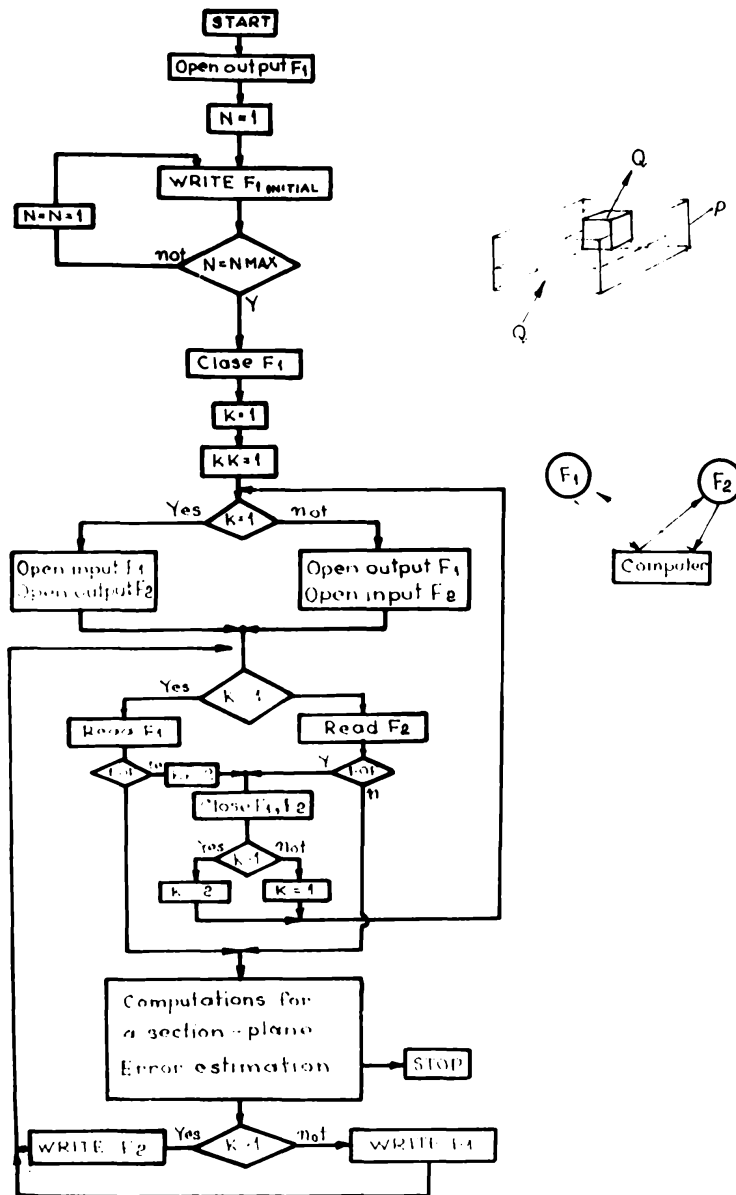
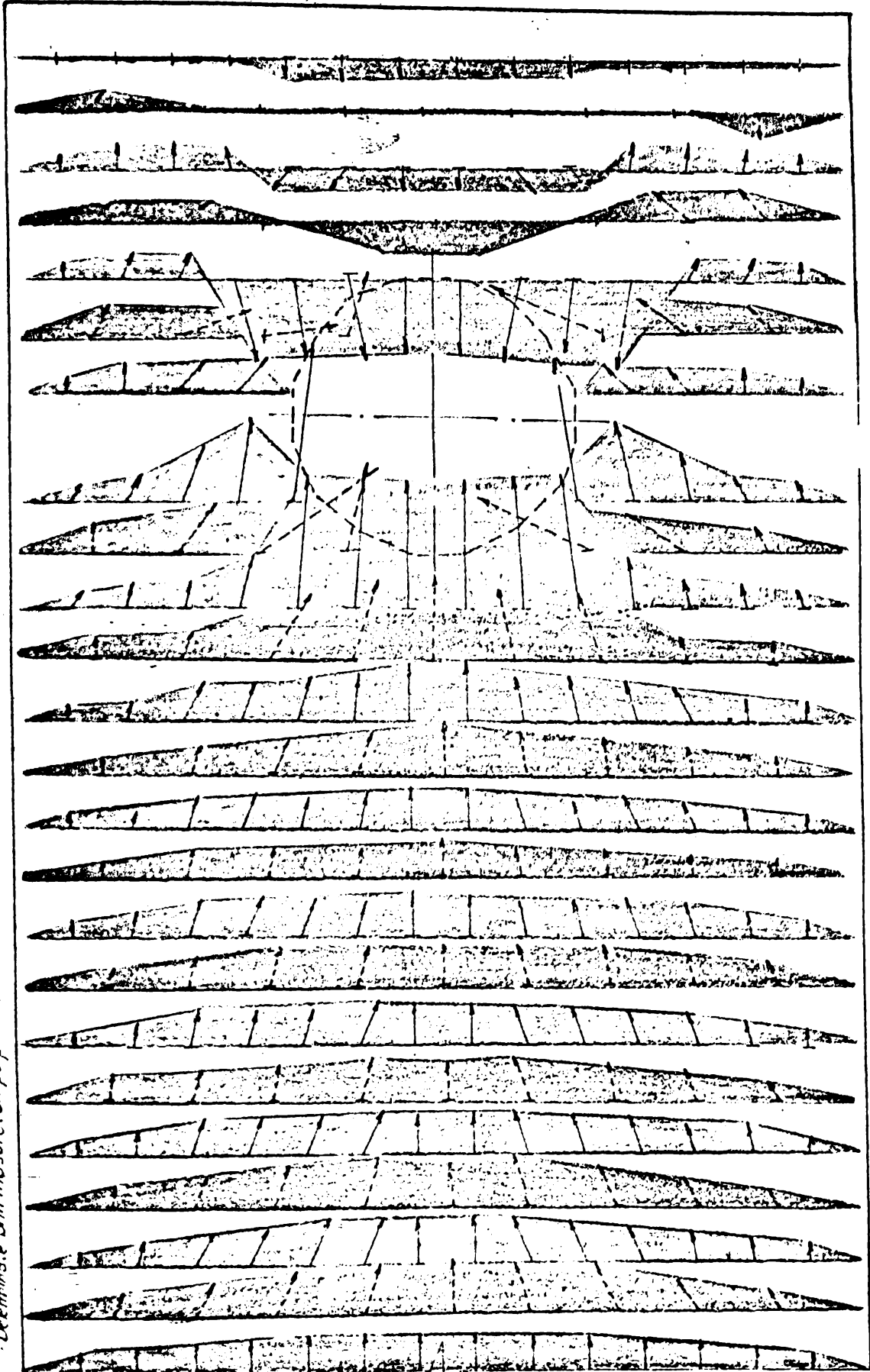


Fig. 3.171. Schema logic al programului pentru calcul.



Sc. vîrte. 17

Examinare prin cațur pe pînă nr. 3.  
Determinare prin măsurători și planuri.

Fig. 3.18

REPARTIȚIA DISTR. SUTILIER DE VIEȚE  $\tau_e = 100$

Sc 1/1000

Legendă: — Determinate prin calcul pt. planul K=7  
- - - Determinate prin măsurători pt. planul Z=9

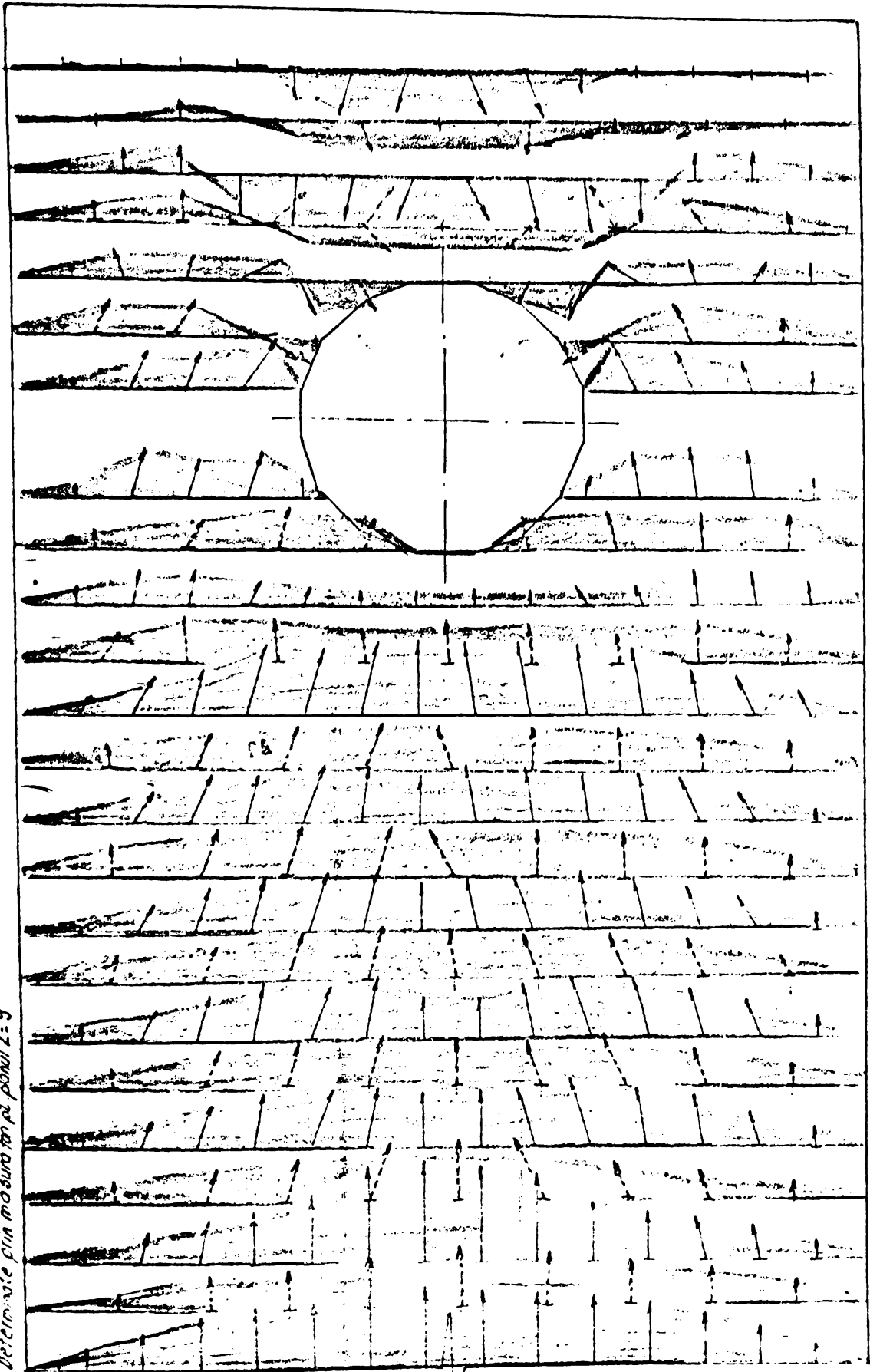


Fig. 5.19

REPARTIȚIA DISTRIBUȚIILOR DE VITEZE. Re. 100

Legendă  
- - - - - în terminat și în cazul p. p. b. n. l. K = 16  
- - - - - în terminat și în cazul p. p. b. n. l. K = 15

Sc. viteze 1:1

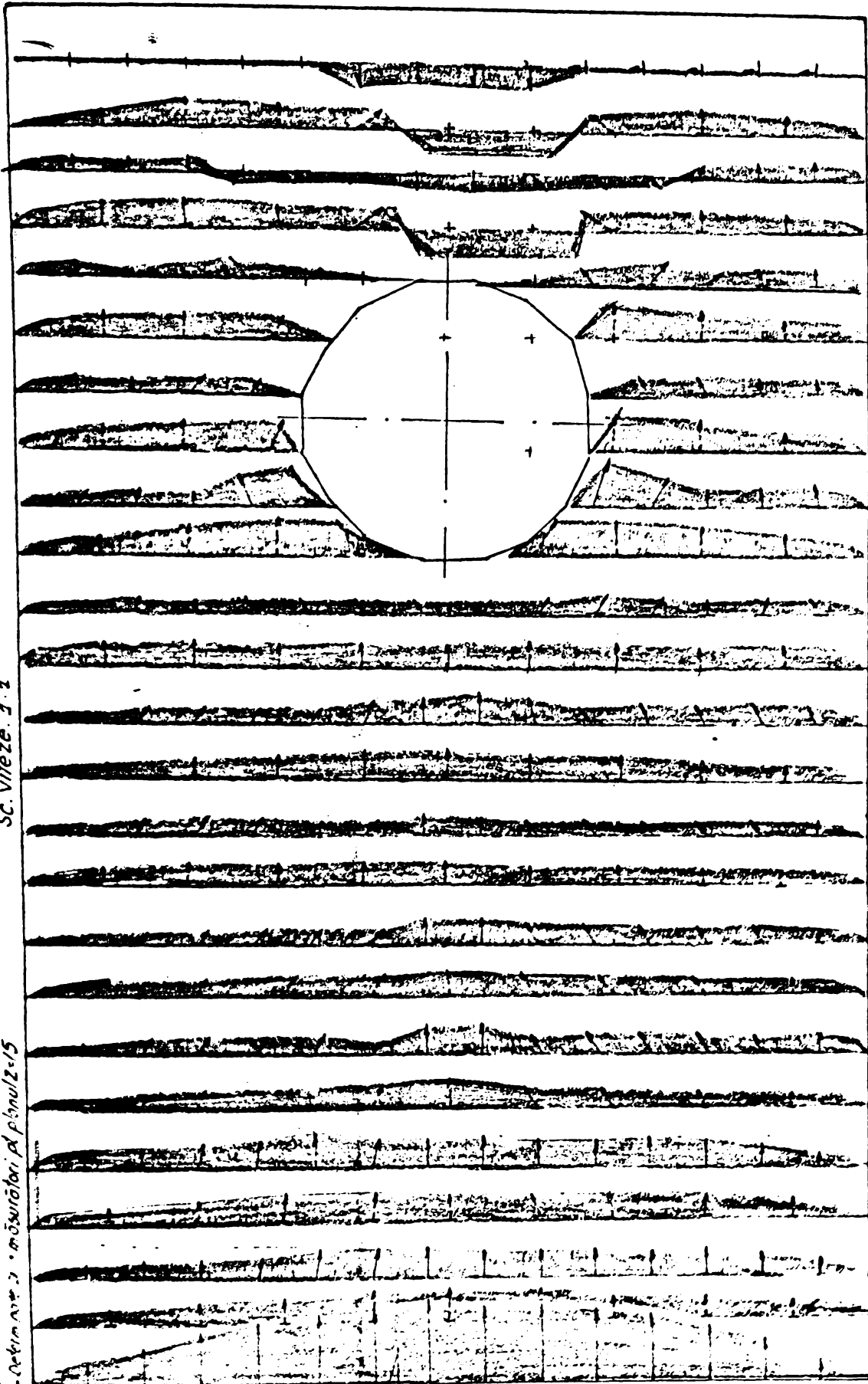


Fig. 3.20

$$u''_x + v''_y + w''_z = 0, \quad (3.59)$$

obținem derivând ecuația 3.56 în raport cu y și z:

$$u''_y u''_x + u''_{xy} + v''_y u''_y + w''_{yz} + w''_y u''_z + w''_{yz} + \text{Eup}''_{xy} = \\ = \frac{1}{Re} (u''_{x^2 y} + u''_{y^3} + u''_{yz^2}) \quad (1')$$

$$u''_z u''_x + u''_{xz} + v''_z u''_y + w''_{yz} + v''_z u''_z + w''_{z^2} + \\ + \text{Eup}''_{xz} = \frac{1}{Re} (u''_{xz^2} + u''_{y^2 z} + u''_{z^3}) \quad (1'')$$

Ecuația 3.57 în raport de x și z:

$$u''_x v''_x + u''_{vx} + v''_x u''_y + v''_{xy} + w''_{xz} + v''_x v''_z + \\ + \text{Eup}''_{xy} = \frac{1}{Re} (v''_{x^3} + v''_{xy^2} + v''_{xz^2}) \quad (2')$$

$$u''_z v''_x + u''_{xz} + v''_z v''_y + v''_{yz} + v''_z w''_z + w''_{z^2} + \text{Eup}''_{yz} = \\ = \frac{1}{Re} (v''_{xz^2} + v''_{y^2 z} + v''_{z^3}) \quad (2'')$$

și ec. 3.58 în raport de x și y:

$$u''_x w''_x + u''_{wx} + v''_x w''_y + v''_x w''_z + w''_{xy} + w''_{xz} + \\ + \text{Eup}''_{xz} = \frac{1}{Re} (w''_{x^3} + w''_{xy^2} + w''_{xz^2}) \quad (3')$$

$$u''_y w''_x + u''_{xy} + v''_y w''_y + w''_{y^2} + v''_y w''_z + w''_{yz} + \\ + \text{Eup}''_{yz} = \frac{1}{Re} (w''_{x^2 y} + w''_{z^2 y} + w''_{y^3}) \quad (3'')$$

Scăzând și ordonând în mod convenabil ecuațiile scrise mai sus obținem:

$$(u''_y - v''_x)(u''_x + v''_y) + w''_y u''_z + u''(u''_{xy} - v''_{x^2}) + v''(u''_{y^2} - w''_{xy}) + \\ + w''(u''_{yz} - v''_{xz}) - v''_x v''_z = \frac{1}{Re} (u''_{x^2 y} + u''_{y^3} + u''_{yz^2} - \\ - v''_{x^3} - v''_{xy^2} - w''_{xz^2}) \quad (1'-2')$$

$$\begin{aligned}
 & (u_x^0 - v_x^0) (u_x^0 + v_x^0) + u (u_{xx}^0 - v_{xx}^0) + v (u_{yy}^0 - v_{yy}^0) + \\
 & + w (u_{zz}^0 - v_{zz}^0) + v_x^0 u_y^0 - v_x^0 v_y^0 = \frac{1}{R_0} (u_{xx}^0 + u_{yy}^0 + \\
 & + u_{zz}^0 - v_{xx}^0 - v_{yy}^0 - v_{zz}^0) \quad (1^a - 3^a) \\
 & u_x^0 v_x^0 - u_y^0 v_y^0 + u (v_{xx}^0 - v_{yy}^0) + v (v_{yy}^0 - v_{zz}^0) + w (v_{zz}^0 - v_{xx}^0) + \\
 & + (v_x^0 - v_y^0) (v_x^0 + v_y^0) = \frac{1}{R_0} (v_{xx}^0 + v_{yy}^0 + v_{zz}^0 - \\
 & - v_{xx}^0 - v_{yy}^0 - v_{zz}^0) \quad (2^a - 3^a)
 \end{aligned}$$

### 3.2.1. Metoda numerică de rezolvare

Calculul relațiilor algebrice asociate sistemului de ecuații (1<sup>a</sup>-2<sup>a</sup>), (1<sup>a</sup>-3<sup>a</sup>) și (2<sup>a</sup>-3<sup>a</sup>)

Având derivate mixte pînă la ordinul al 3-lea vom putea rezolva problema cu punctele din prima vecinătate conform dezvoltărilor în serie Taylor prezentate în anexa A.21, - A.2.8, și obținem următoarele relații :

1. Relația algebrică asociată ecuației cu derivate parțiale (1<sup>a</sup>-2<sup>a</sup>) este exprimată de ecuația 3.61.
2. Relația algebrică asociată ecuației cu derivate parțiale (1<sup>a</sup>-3<sup>a</sup>) este exprimată de ecuația 3.62.
3. Relația algebrică asociată ecuației cu derivate parțiale (2<sup>a</sup>-3<sup>a</sup>) este exprimată de ecuația 3.63.

Din acest sistem de ecuații explicităm respectiv valorile funcțiilor  $u_0, v_0, w_0$ , date de relațiile 3.64, 3.65 și 3.66.

./.

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{2}{3} \begin{pmatrix} v_1 - v_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_2 - v_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \\
 & \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_1 - u_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_2 - u_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} \begin{pmatrix} v_0 - v_0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_0 - v_0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] + \\
 & \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} w_1 - w_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_0 - w_0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \right] + \\
 & u_0 \left[ \frac{1}{3} \begin{pmatrix} u_1 + u_1 - u_1 - u_1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{48} \begin{pmatrix} u_2 + u_2 - u_2 - u_2 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{4}{3} \begin{pmatrix} v_1 + v_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{5}{2} v_0 + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_2 + v_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] + \\
 & + v_0 \left[ \frac{4}{3} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{5}{2} u_0 - \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} v_1 + v_1 - v_1 - v_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{48} \begin{pmatrix} v_2 + v_2 - v_2 - v_2 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] + \\
 & + w_0 \left[ \frac{1}{3} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 - u_0 - u_0 \\ 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - \frac{1}{48} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 - u_0 - u_0 \\ 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} v_1 + v_1 - v_1 - v_1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{48} \begin{pmatrix} v_2 + v_2 - v_2 - v_2 \\ 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \right] - \\
 & - \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} w_1 - w_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_2 - w_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} v_0 - v_0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_0 - v_0 \\ 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \right] = \\
 & = \frac{-1}{Re \cdot a} \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_1 + u_1 - u_1 - u_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 3u_0 + 3u_0 + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 - u_0 - u_0 \\ 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - \right. \\
 & \left. - 3v_1 + 3v_1 - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_2 - v_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_1 + v_1 - v_1 - v_1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_1 + v_1 - v_1 - v_1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right] \\
 & (3.61)
 \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} - \frac{2}{3} \begin{pmatrix} w_1 - w_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_2 - w_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$\left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_1 - u_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_2 - u_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} \begin{pmatrix} w_0 - w_0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_0 - w_0 \\ 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \right] +$$

$$u_0 \left[ \frac{1}{3} \begin{pmatrix} u_1 + u_1 - u_1 - u_1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{48} \begin{pmatrix} u_2 + u_2 - u_2 - u_2 \\ 0 & 0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} w_1 + w_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{5}{4} w_1 + \frac{1}{4} \begin{pmatrix} w_1 + w_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$v_0 \left[ \frac{1}{3} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 - u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{48} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 - u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} w_1 + w_1 - w_1 - w_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{48} \begin{pmatrix} w_2 + w_2 + w_2 - w_2 \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] +$$

$$w_0 \left[ \frac{1}{3} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - \frac{5}{2} u_0 - \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} w_1 + w_1 - w_1 - w_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{48} \begin{pmatrix} w_2 + w_2 - w_2 - w_2 \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] +$$

$$\left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} v_0 - v_0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_0 - v_0 \\ 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \right] \cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \right] -$$

$$\left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} v_1 - v_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_2 - v_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} w_0 - w_0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_0 - w_0 \\ 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \right] =$$

$$= \frac{1}{\text{Re } \alpha} \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_1 + u_1 + u_1 - u_1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 3 u_0 + 3 u_0 + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 - u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} - \right.$$

$$\left. - 3 w_1 + 3 w_1 - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} w_2 - w_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} w_1 + w_1 - w_1 - w_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} w_1 + w_1 - w_1 - w_1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

(3.62)



$$\left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_0 - u_c \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_c \\ -2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} v_1 - v_{-1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_2 - v_{-2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] +$$

$$\left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_0 - u_c \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_c \\ -2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} w_1 - w_{-1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_2 - w_{-2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] +$$

$$u_c \left[ \frac{1}{3} \begin{pmatrix} v_1 + v_{-1} - v_{-1} - v_1 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - \frac{1}{48} \begin{pmatrix} v_2 + v_{-2} - v_{-2} - v_2 \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} w_1 + w_{-1} - w_{-1} - w_1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - \frac{1}{48} \begin{pmatrix} w_2 + w_{-2} - w_{-2} - w_2 \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \right] +$$

$$v_c \left[ \frac{1}{3} \begin{pmatrix} v_0 + v_c - v_0 - v_c \\ 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - \frac{1}{48} \begin{pmatrix} v_0 + v_c - v_0 - v_c \\ 2 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} - \frac{4}{3} \begin{pmatrix} w_0 + w_c \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{5}{2} w_0 + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_c + w_c \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] +$$

$$+ w_c \left[ \frac{4}{3} \begin{pmatrix} v_0 + v_c \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - \frac{5}{2} v_c - \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_0 + v_c \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} w_0 + w_c - w_0 - w_c \\ 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{48} \begin{pmatrix} w_c + w_c - w_0 - w_0 \\ 2 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \right] +$$

$$\left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} v_c - v_c \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_c - v_c \\ -2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{2}{3} \begin{pmatrix} w_0 - w_0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_c - w_c \\ -2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot$$

$$\left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} v_c - v_c \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_c - v_c \\ -2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} \begin{pmatrix} w_0 - w_0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_c - w_c \\ -2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] =$$

$$= \frac{1}{\text{Re} \cdot a} \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_1 + v_{-1} - v_{-1} - v_1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - 3v_0 + 3v_c + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_0 + v_c - v_c - v_0 \\ 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_c - v_c \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} w_1 + w_{-1} - w_{-1} - w_1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + 3w_c - 3w_0 - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} w_c - w_c \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} w_0 + w_c - w_c - w_0 \\ 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \right]$$

$$\begin{aligned}
 u_0 = & \frac{1}{3} \begin{pmatrix} u_1 + u_1 - u_1 - u_1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{48} \begin{pmatrix} u_2 - u_2 - u_2 - u_2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_1 + v_1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_2 + v_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 & + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_1 + u_1 - u_1 - u_1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - 3u_0 + 3u_0 + \frac{1}{2}(u_0 - u_0) + \\
 & + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 - u_0 - u_0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - 3v_1 + 3v_1 - \frac{1}{2}(v_2 - v_2) - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_1 + v_1 - v_1 - v_1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \right] - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_1 - v_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 & - \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_2 - v_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_1 - u_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_2 - u_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] - \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} w_0 - w_0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \right] - \\
 & - v_0 \left[ \frac{3}{4} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{12} \begin{pmatrix} u_0 - u_0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \right] - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} v_1 + v_1 - v_1 - v_1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{48} \begin{pmatrix} v_2 + v_2 - v_2 - v_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{48} \begin{pmatrix} u_0 + u_0 - u_0 - u_0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} - \\
 & - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} v_1 + v_1 - v_1 - v_1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{48} \begin{pmatrix} v_2 + v_2 - v_2 - v_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} w_1 - w_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_0 - v_0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{pmatrix} v_0 - v_0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{12} \begin{pmatrix} v_0 - v_0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \right] \left. \right\}
 \end{aligned}$$

(3.64)

$$v_0 = \frac{1}{\text{Re } 0} \left[ \frac{1}{2} (v_1 + v_1 - v_1 - v_1) - 3v_0 + 3v_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v_0) - \dots \right]$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} (v_0 + v_0 - v_0 - v_0) - \frac{1}{48} (v_0 + v_0 - v_0 - v_0) - \frac{2}{3} (w_0 + w_0) + \frac{1}{12} (w_0 + w_0) - \dots \\ & - v_0 - v_0 + \frac{1}{2} (v_0 - v_0) - \frac{1}{2} (w_1 + w_1 - w_1 - w_1) + 3w_0 - 3w_0 - \frac{1}{2} (w_0 + w_0 - w_0 - w_0) - \dots \\ & + \frac{1}{12} (u_0 + u_0) \cdot \left[ \frac{2}{3} (v_1 - v_1) + \frac{1}{12} (v_2 - v_2) \right] + \left[ \frac{2}{3} (u_0 - u_0) + \frac{1}{12} (u_0 - u_0) \right] - u_0 \left[ \frac{1}{3} (v_1 + v_1) - \dots \right] \\ & - v_1 - v_1 - \frac{1}{48} (v_2 + v_2 - v_2 - v_2) - \frac{1}{3} (w_1 + w_1 - w_1 - w_1) - \frac{1}{48} (w_2 + w_2 - w_2 - w_2) - \frac{1}{3} (v_0 - v_0) - \frac{1}{3} (w_0 + w_0) - \dots \\ & - w_0 - w_0 + \frac{1}{48} (w_0 + w_0 - w_0 - w_0) - \left[ \frac{2}{3} (v_0 - v_0) + \frac{1}{12} (v_0 - v_0) \right] - \frac{2}{3} (w_0 - w_0) + \frac{1}{12} (w_0 - w_0) + \dots \\ & + \frac{2}{3} (w_0 - w_0) + \frac{1}{12} (w_0 - w_0) \left. \right\} \end{aligned}$$

. 365

- 30 -

$$\frac{1}{2x-0} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(u_1 - u_1 + u_1 - u_1) - 3u_0 + u_0 + \frac{1}{2}(u_0 + u_0) - \\ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

$$w_0 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} w_1 + w_1 - w_1 - w_1 \\ w_2 + w_2 - w_2 - w_2 \\ w_1 + w_1 - w_1 - w_1 \\ w_2 + w_2 - w_2 - w_2 \\ w_1 + w_1 - w_1 - w_1 \\ w_2 + w_2 - w_2 - w_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 48 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 48 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 48 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 48 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 48 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 48 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$- \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_0 - u_0 \\ u_1 - u_1 \\ u_2 - u_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_0 - u_0 \\ u_1 - u_1 \\ u_2 - u_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} w_1 + w_1 - w_1 - w_1 \\ w_2 + w_2 - w_2 - w_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_0 - u_0 \\ u_1 - u_1 \\ u_2 - u_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 48 & 0 & 0 \\ 0 & 48 & 0 \\ 0 & 0 & 48 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$- \frac{2}{3} \begin{bmatrix} w_1 - w_1 \\ w_2 - w_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{12} \begin{bmatrix} u_1 - u_1 \\ u_2 - u_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \begin{bmatrix} u_2 - u_2 \\ u_1 - u_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} w_0 - w_0 \\ w_0 - w_0 \\ w_0 - w_0 \end{bmatrix} - \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 48 & 0 & 0 \\ 0 & 48 & 0 \\ 0 & 0 & 48 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{1}{3} \begin{bmatrix} u_0 - u_0 \\ u_1 - u_1 \\ u_2 - u_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 48 & 0 & 0 \\ 0 & 48 & 0 \\ 0 & 0 & 48 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} u_1 + u_1 - u_1 - u_1 \\ u_2 + u_2 - u_2 - u_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 48 & 0 & 0 \\ 0 & 48 & 0 \\ 0 & 0 & 48 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$- \frac{1}{2} \begin{bmatrix} w_1 - w_1 \\ w_2 - w_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \begin{bmatrix} u_0 - u_0 \\ u_1 - u_1 \\ u_2 - u_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \begin{bmatrix} u_0 - u_0 \\ u_1 - u_1 \\ u_2 - u_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \begin{bmatrix} u_0 - u_0 \\ u_1 - u_1 \\ u_2 - u_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \begin{bmatrix} u_0 - u_0 \\ u_1 - u_1 \\ u_2 - u_2 \end{bmatrix}$$

$$\cdot \left[ \frac{2}{3} \begin{bmatrix} w_0 - w_0 \\ w_0 - w_0 \\ w_0 - w_0 \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 48 & 0 & 0 \\ 0 & 48 & 0 \\ 0 & 0 & 48 \end{bmatrix} \right] \quad (3.66)$$

### 3.2.2. Calculul repartiției de presiune în domeniu

Utilizând modelul matematic prezentat la modelul anterior obținem următoarele soluții ale presiunilor pe direcțiile  $ox$ ,  $oy$  și  $oz$  :

$$p_x = \frac{1}{\rho_0 \cdot h_0 \cdot a^2} \sum_1^6 (u_1 - 6u_0) + \frac{\rho_0 \cdot g \cdot x}{\rho_0 \cdot h_0 \cdot a^2} - \frac{1}{2 \cdot \rho_0 \cdot a^2} [u_0 (u_1 - u_3) + v_0 (u_2 - u_4) + w_0 (u_5 - u_6)]$$

$$p_y = \frac{1}{\rho_0 \cdot h_0 \cdot a^2} \sum_1^6 (v_1 - 6v_0) + \frac{1}{2 \cdot \rho_0 \cdot a^2} [u_0 (v_1 - v_3) + v_0 (v_2 - v_4) + w_0 (v_5 - v_6)]$$

$$p_z = \frac{1}{\rho_0 \cdot h_0 \cdot a^2} \sum_1^6 (w_1 - 6w_0) + \frac{\rho_0 \cdot g \cdot z}{\rho_0 \cdot h_0 \cdot a^2} - \frac{1}{2 \cdot \rho_0 \cdot a^2} [u_0 (w_1 - w_3) + v_0 (w_2 - w_4) + w_0 (w_5 - w_6)]$$

### 3.2.3. Condițiile la limită

La stabilirea condițiilor la limită am admis aceleași condiții de curgere atât la suprafața liberă cât și pe pereții solizi, ca și în cazul variantei cu patru necunoscute.

Pentru exprimarea derivatelor parțiale pînă la ordinul IV am efectuat calcule algebrice pe un cub cu pași de dezvoltare dublu (vezi Anexa A21).

Expresiile funcțiilor  $u, v, w$ , au fost determinate analog și pentru punctele speciale ale camerei de aspirație admise în calcul și prezentate în fig. 3.21.

Modul de calcul și valorile funcțiilor sînt prezentate în continuare.

Varianta este scrisă numai pentru vitezele  $u, v$  și  $w$  în sensul mișcării progresivei.

Planul h=1

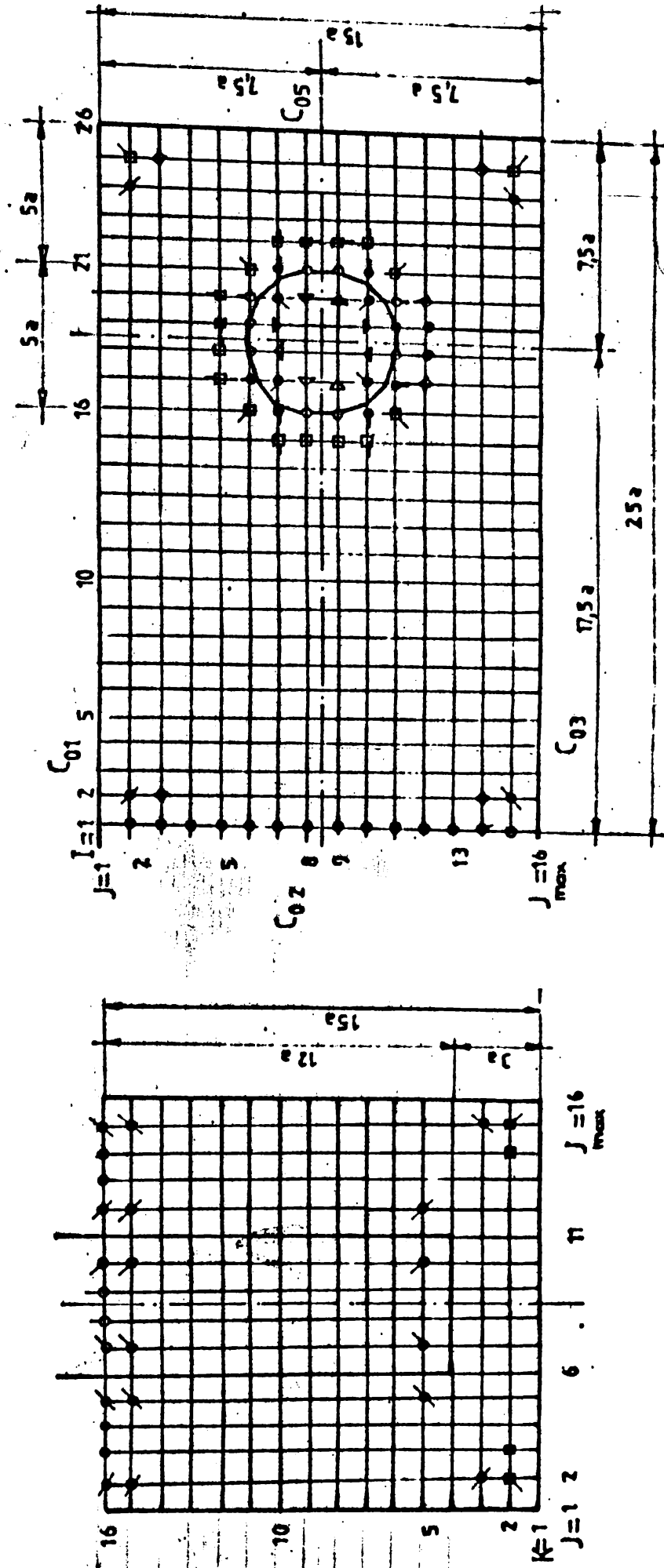
Pentru liniile :

1-1, 2-2, ..., 25-26 și coloanele

J= 1, 2, ..., 15, 16, avem condiția  $C_0$  cu care n-a stat orice viteză ( $v$ ) măsurată în punctul de calcul și cu indicii 0, 1 și 2 vitezele ce trebuie considerate în punctul de calcul, sau respectiv în pasul simplu sau dublu din dezvoltarea în serie Taylor.



Fig. 3.21 CAMERA DE ASPIRATIE PROPUSA PENTRU CALCULUL  
 CELOR TREI FUNCTII NECUNOSCUTE



$$C_{020} \cdot \frac{1}{2} = - \frac{1}{2}$$

$$C_1 : C_{001} : C_{002}$$

J= 16: C<sub>0</sub>

I= 3 ÷ 15: J= 1 : C<sub>0</sub>

J= 2: C<sub>-y</sub> ; C<sub>0-20</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 3: C<sub>0-20</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 4: 13: C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 14: C<sub>020</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 15: C<sub>y</sub> ; C<sub>020</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 16: C<sub>0</sub>

I= 16: J=1 : C<sub>0</sub>

J= 2: C<sub>-y</sub> ; C<sub>0-20</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J=3: C<sub>0-20</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J=4: 7: C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 8: 9: C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub> ; C<sub>00-2</sub>  $\begin{matrix} \cdot \frac{1}{2} = 0 \\ \circ \\ \circ \\ -2 \end{matrix}$

J= 10: 13: C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 14: C<sub>020</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 15: C<sub>y</sub> ; C<sub>020</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 16: C<sub>0</sub>

I= 17 : J =1 : C<sub>0</sub>

J= 2: C<sub>-y</sub> ; C<sub>0-20</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>

J= 3: C<sub>0-20</sub> ; C<sub>001</sub> ; C<sub>002</sub>



J= 4: 13: C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub>

J= 14: C<sup>o</sup><sub>o2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub>

J= 15: C<sub>y</sub> ; C<sup>o</sup><sub>o2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub>

J= 16: C<sub>o</sub>

I= 12: 19

J= 1: C<sub>o</sub>

J= 2: C<sub>-y</sub> ; C<sup>o</sup><sub>o-2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub>

J= 3: C<sup>o</sup><sub>o-2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo-2</sub>

J= 4: 5: C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub>

J= 6: C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo-2</sub>

J= 7 : 10: C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub>

J= 11= 6

J= 12: 13= 4: 5

J= 14: C<sup>o</sup><sub>o2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub>

J= 15: C<sub>y</sub> ; C<sup>o</sup><sub>o2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub>

J= 16: C<sub>o</sub>

I= 20: 17

I= 21: 16

I= 22: 23= 3: 15

I= 24: J= 1: C<sub>o</sub>

J= 2: C<sub>-y</sub> ; C<sup>o</sup><sub>o-2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub> ;

J= 3: C<sup>o</sup><sub>o-2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo-2</sub>

J= 4: 13: C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo-2</sub>

J= 14: C<sup>o</sup><sub>o2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo-2</sub>

J= 15: C<sub>y</sub> ; C<sup>o</sup><sub>o2o</sub> ; C<sup>o</sup><sub>ool</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo2</sub> ; C<sup>o</sup><sub>oo-2</sub>

J= 16: C<sub>o</sub>

C<sup>o</sup><sub>oo-2</sub> = C<sup>o</sup><sub>oo2</sub> = C

I= 25: J= 1 : C<sub>0</sub>  
 J= 2: C<sub>-y</sub>; C<sub>0-20</sub>; C<sup>0</sup><sub>001</sub>; C<sup>0</sup><sub>002</sub>; C<sup>0</sup><sub>100</sub>; C<sup>0</sup><sub>100</sub>; C<sup>0</sup><sub>200</sub>  
 C<sup>0</sup><sub>200</sub>; C<sup>0</sup><sub>200</sub> = C<sup>0</sup><sub>0</sub>  
 J= 3: C<sup>0</sup><sub>0-20</sub>; C<sup>0</sup><sub>001</sub>; C<sup>0</sup><sub>002</sub>; C<sup>0</sup><sub>100</sub>; C<sup>0</sup><sub>200</sub>  
 J= 4: 13: C<sup>0</sup><sub>001</sub>; C<sup>0</sup><sub>002</sub>; C<sup>0</sup><sub>100</sub>; C<sup>0</sup><sub>200</sub>  
 J= 14: C<sup>0</sup><sub>020</sub>; C<sup>0</sup><sub>001</sub>; C<sup>0</sup><sub>002</sub>; C<sup>0</sup><sub>100</sub>; C<sup>0</sup><sub>200</sub>  
 J= 15: C<sub>y</sub>; C<sub>020</sub>; C<sup>0</sup><sub>001</sub>; C<sup>0</sup><sub>002</sub>; C<sup>0</sup><sub>100</sub>; C<sup>0</sup><sub>200</sub>  
 J= 16: C<sub>0</sub>

I= 26 : J = 1- 16: C<sub>0</sub>

Flara: K= 3

I= 1: J= 1- 16: din subrutina C=1

I= 2: J= 1: C<sub>0</sub>  
 J= 2 : C<sub>-y</sub>; C<sub>0-20</sub>; C<sub>1</sub>  
 J= 3: C<sup>0</sup><sub>0-20</sub>; C<sub>1</sub>  
 J= 4: 13: C<sub>1</sub>  
 J= 14: C<sup>0</sup><sub>020</sub>; C<sub>1</sub>  
 J= 15: C<sub>y</sub>; C<sub>020</sub>; C<sub>1</sub>  
 J= 16: C<sub>0</sub>

I= 3: 14 : J= 1: C<sub>0</sub>  
 J= 2: C<sub>-y</sub>; C<sub>0-20</sub>  
 J= 3: C<sup>0</sup><sub>0-20</sub>  
 J= 4: 13: puncte ordinare  
 J= 14: C<sup>0</sup><sub>020</sub>  
 J= 15: C<sub>y</sub>; C<sub>020</sub>  
 J= 16: C<sub>0</sub>

./.

I=15 : J= 1 : C<sub>0</sub>

J= 2: C<sub>-y</sub>; C<sub>0-20</sub>

J= 3: C<sup>0</sup>  
0-20

J= 4: 6 : puncte ordinare

J= 7: C<sup>0</sup><sub>11-1</sub>;  $\begin{matrix} \neq C \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{matrix}$

J= 8: C<sup>0</sup><sub>10-1</sub>;  $\begin{matrix} \neq C \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{matrix}$  ; C<sup>0</sup><sub>11-1</sub>;  $\begin{matrix} \neq C \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{matrix}$

J= 9: C<sup>0</sup><sub>10-1</sub>; C<sup>0</sup><sub>1-1-1</sub>;  $\begin{matrix} \neq C \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{matrix}$

J= 10: C<sup>0</sup>  
1-1-1

J= 11: 13: puncte ordinare

J= 14: C<sup>0</sup><sub>020</sub>

J= 15: C<sub>y</sub>; C<sub>020</sub>

J= 16: C<sub>0</sub>

I=16 : J= 1 : C<sub>0</sub>

J= 2: C<sub>-y</sub>; C<sub>0-20</sub>

J= 3: C<sup>0</sup>  
0-20

J= 4: 6 : puncte ordinare

J= 7: C<sup>0</sup><sub>01-1</sub>;  $\begin{matrix} \neq C \\ 1 \\ -1 \end{matrix}$

J= 8: C<sup>0</sup><sub>0+1-1</sub>; C<sup>0</sup><sub>00-1</sub>;  $\begin{matrix} \neq C \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{matrix}$  ; C<sup>0</sup><sub>00-2</sub>

J= 9: C<sup>0</sup><sub>00-1</sub>; C<sup>0</sup><sub>0-1-1</sub>;  $\begin{matrix} \neq C \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{matrix}$  ; C<sup>0</sup><sub>00-2</sub>

J= 10:  $C_{0-1-1}^0$

J= 11 ÷ 13 : puncte ordinare

J=14:  $C_{020}^0$

J=15:  $C_y^1 C_{020}^0$

J=16:  $C_0$

J=17 : J= 1:  $C_0$

J= 2 :  $C_{-y}^1 C_{0-20}^0$

J=3:  $C_{0-20}^0$

J=4: punct ordinar

J=5:  $C_{11-1}^0$

J=6:  $C_{10-1}^0$

J= 7:  $C_{1-1-1}^0 ; C_{-11-1}^0 \cdot \begin{matrix} + = 0 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{matrix}$

J=8:  $C_{-10-1}^0 \cdot \begin{matrix} + = 0 \\ -1 \end{matrix} ; C_{-1-1-1}^0$

J= 9 :  $C_{-10-1}^0 ; C_{-1-1-1}^0 \cdot \begin{matrix} + = 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{matrix}$

J= 10 :  $C_{11-1}^0 ; C_{-1-1-1}^0$

J= 11 :  $C_{10-1}^0$

J=12:  $C_{+1-1-1}^0$

J=13: punct ordinar

J=14:  $C_{020}^0$

J=15:  $C_y^1 C_{020}^0$

J=16:  $C_0$

I= 18: J = 1 : C<sub>0</sub>

J= 2: C<sub>xy</sub> C<sub>0-20</sub>

J=3: C<sub>0-20</sub>

J=4: punct ordinar

J=5: C<sub>01-1</sub> C<sub>11-1</sub>

J=6: C<sub>01-1</sub> C<sub>10-1</sub> C<sub>00-2</sub>

J= 7: C<sub>0-1-1</sub> C<sub>1-1-1</sub>

J=8: 9 : puncte ordinare

J=10: C<sub>01-1</sub> C<sub>11-1</sub>

J= 11: C<sub>00-1</sub> C<sub>00-2</sub> C<sub>10-1</sub>

J=12: C<sub>0-1-1</sub> C<sub>1-1-1</sub>

J=13: punct ordinar

J=14: C<sub>020</sub>

J=15: C<sub>y</sub> C<sub>020</sub>

J=16: C<sub>0</sub>

I= 19: J = 1: C<sub>0</sub>

J=2: C<sub>xy</sub> C<sub>0-20</sub>

J=3: C<sub>0-20</sub>

J=4: punct ordinar

J=5: C<sub>0-1-1</sub> C<sub>-11-1</sub>

J=6: C<sub>00-1</sub> C<sub>00-2</sub> C<sub>-10-1</sub>

J=7: C<sub>0-1-1</sub> C<sub>-1-1-1</sub>

J= 8: 9: puncte ordinare

J=10: C<sub>01-1</sub> C<sub>-11-1</sub>

J=11: C<sub>00-1</sub> C<sub>00-2</sub> C<sub>-10-1</sub>

J=12: C<sub>0-1-1</sub> C<sub>-1-1-1</sub>

J=13: punct ordinar

J=14 : C<sub>020</sub>

J=15 : C<sub>y</sub> C<sub>020</sub>

J=16: C<sub>0</sub>

Is 20 : J = 1 : C<sub>0</sub>

J= 2: C<sub>-y</sub> ; C<sub>0=20</sub>

J=3: C<sub>0=20</sub><sup>0</sup>

J=4: punct ordinar

J=5: C<sub>-11=1</sub><sup>0</sup>

J=6: C<sub>-10=1</sub><sup>0</sup>

J=7: C<sub>-1-1=1</sub><sup>0</sup>

J=8-9: C<sup>0</sup>  
10=1

J= 10 : C<sub>-11=1</sub><sup>0</sup>

J= 11 : C<sup>0</sup><sub>-10=1</sub>

J= 12: C<sub>-1-1</sub><sup>0</sup>

J= 13: punct ordinar

J=14: C<sub>020</sub><sup>0</sup>

J=15: C<sub>y</sub> ; C<sub>020</sub>

J=16: C<sub>0</sub>

Is 21 : J= 1: C<sub>0</sub>

J=2: C<sub>-y</sub> ; C<sub>0=20</sub>

J=3: C<sup>0</sup>  
0=20

J=4: 6: puncte ordinare

J=7 : C<sub>01=1</sub><sup>0</sup>

J=8: C<sub>00=1</sub><sup>0</sup> ; C<sub>00=2</sub><sup>0</sup> ; C<sub>0+1=1</sub><sup>0</sup>

J= 9: C<sub>00=1</sub><sup>0</sup> ; C<sub>00=2</sub><sup>0</sup> ; C<sub>0=1=1</sub><sup>0</sup>

J=10: C<sup>0</sup>  
0=1=1

J=11: 13: puncte ordinare

./.

$$J=14: C^0_{020}$$

$$J=15: C^0_{y1} C^0_{020}$$

$$J=16: C^0_0$$

$$\underline{I=22} : J=1 \div 6 : \text{idem ca la } \underline{I=21}$$

$$J=7: C^0_{-11-1}$$

$$J=8: C^0_{-10-1} \quad ; \quad C^0_{-11-1}$$

$$J=9: C^0_{-10-1} \quad ; \quad C^0_{-1-1-1}$$

$$J=10: C^0_{-1-1-1}$$

$$J=11 \div 16: \text{idem ca la } \underline{I=21}$$

$$\underline{I=23} : \text{idem ca la } \underline{I=3 \div 14}$$

$$\underline{I=24} : \text{idem ca la } \underline{I=23} + C^0_{200}$$

$$\underline{I=25} : \text{idem ca la } \underline{I=3 \div 4} + C^0_{100} + C^0_{200}$$

$$\underline{I=26} : J=1 \div 16 : C^0_0$$

Planul K=4 = planul muchiei inferioare a tubului de  
aspirație

$$\underline{I=1 \div 13} : \text{idem } \underline{K=3}$$

$$\underline{I=14} : J=1 \div 7 : \text{idem } \underline{K=3}$$

$$J=8 \div 9: C^0_{200}$$

$$J=10 \div 16: \text{idem } \underline{K=3}$$

$$\underline{I=15} : J=1 \div 6: \text{idem } \underline{I=1}$$

$$J=7: C^0_{110} \quad ; \quad C^0_{11-1}$$

$$J=8: C^0_{100} \quad ; \quad C^0_{10-1} \quad ; \quad C^0_{110} \quad ; \quad C^0_{11-1}$$

$$J=9: C^0_{100} \quad ; \quad C^0_{10-1} \quad ; \quad C^0_{1-10} \quad ; \quad C^0_{1-1-1}$$

$$J= 10 : C_{1-10}^0 ; C_{1-1-1}^0$$

$$J= 11 \div 16 : \text{idem } K= 3$$

$$\underline{J= 16} : J= 1 \div 5 : \text{idem } K= 3$$

$$J= 6 : C_{200}^0 ; C_{020}^0 ; C_{11-1}^{-0,4} ; \varphi = 0,41 \varphi_0$$

$$\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{matrix}$$

$$J= 7 : C_{010}^0 ; C_{01-1}^0 ; C_{020}^0 ; C_{10-1}^{-0,6} ; \varphi_1 = -1,5 \varphi_0$$

$$\begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix}$$

$$C_{11-1}^{-2,44} ; \varphi_1 = -2,5 \varphi_0$$

$$\begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix}$$

$$J= 8 \div 9 : C_0$$

$$J= 10 : C_{0-10}^0 ; C_{0-20}^0 ; C_{0-1-1}^0 ; C_{10-1}^{-1,5} ; C_{1-11}^{-2,5}$$

$$J= 11 : C_{200}^0 ; C_{0-20}^0 ; C_{1-1-1}^{0,4}$$

$$J= 12 \div 16 : \text{idem } K= 3$$

$$\underline{J= 17} : J= 1 \div 4 : \text{idem } K= 3$$

$$J= 5 : C_{110}^0 ; C_{11-1}^0$$

$$J= 6 : C_{100}^0 ; C_{10-1}^0 ; C_{01-1}^{-1,5} ; C_{11-1}^{-2,44} ; C_{200}^0$$

$$J= 7 : C_{1-10}^0 ; C_{1-1-1}^0 ; \varphi_1 = 0 ; C_{110}^0 ; C_{-11-1}^0 ;$$

$$C_{0-1-1}^{-0,67} ; \varphi_0 = 0,67 \varphi_0 ; C_{-10-1}^{-0,67} ; C_{-1-1-1}^{-2,44}$$

$$J= 8 : C_{-100}^0 ; C_{-10-1}^0 ; C_{-110}^0 ; C_{-11-1}^0 ; C_{-1-1-1}^{-0,41}$$

$$J= 9 : C_{-100}^0 ; C_{-10-1}^0 ; C_{-1-10}^0 ; C_{-1-1-1}^0 ; C_{-11-1}^{-0,41}$$



$$J=10: C_{-1-10}^0; C_{-1-1-1}^0; C_{110}^0; C_{11-1}^0; C_{-10-1}^{-0,67};$$

$$C_{01-1}^{0,67}; C_{-11-1}^{-2,44}$$

$$J=11: C_{100}^0; C_{10-1}^0; C_{200}^0; C_{0-1-1}^{-1,5}; C_{1-1-1}^{-2,44}$$

$$J=11: C_{100}^0; C_{10-1}^0; C_{200}^0; C_{0-1-1}^{-1,5}; C_{1-1-1}^{-2,44}$$

$$J=12: C_{1-10}^0; C_{1-1-1}^0$$

$$J=13 \div 16: \text{idem } \underline{K=3}$$

$$\underline{J=16}: J=1 \div 4: \text{idem } \underline{K=3}$$

$$J=5: C_{010}^0; C_{01-1}^0; C_{110}^0; C_{11-1}^0$$

$$J=6: C_0$$

$$J=7: C_{0-10}^0; C_{0-1-1}^0; C_{1-10}^0; C_{1-1-1}^0; C_{-1-1-1}^{-0,41}$$

$$J=8: C_{0-20}^0; C_{-200}^0$$

$$J=9: C_{-200}^0; C_{020}^0$$

$$J=10: C_{010}^0; C_{01-1}^0; C_{110}^0; C_{11-1}^0; C_{-11-1}^{-0,41}$$

$$J=11: C$$

$$J=12: C_{0-10}^0; C_{0-1-1}^0; C_{1-10}^0; C_{1-1-1}^0$$

$$J=13 \div 16: \text{idem } \underline{K=3}$$

$$\underline{J=19}: J=1 \div 4: \text{idem } \underline{K=3}$$

$$J=5: C_{010}^0; C_{01-1}^0; C_{-110}^0; C_{-11-1}^0$$

./.

J= 6 :  $C_0^0$

J= 7 :  $C_{0-10}^0 ; C_{0-1-1}^0 ; C_{-1-10}^0 ; C_{-1-1-1}^0 ; C_{1-1-1}^{-0,41}$

J= 8 :  $C_{0-20}^0 ; C_{200}^0$

J= 9 :  $C_{200}^0 ; C_{020}^0$

J= 10 :  $C_{010}^0 ; C_{01-1}^0 ; C_{-110}^0 ; C_{-11-1}^0 ; C_{11-1}^{-0,41}$

J= 11 :  $C_0^0$

J= 12 :  $C_{0-10}^0 ; C_{0-1-1}^0 ; C_{-1-10}^0 ; C_{-1-1-1}^0$

J= 13-16: idem K=3

J= 20 : J= 1-4: idem K=3

J= 5:  $C_{-110}^0 ; C_{-11-1}^0$

J= 6:  $C_{-100}^0 ; C_{-200}^0 ; C_{-10-1}^0 ; C_{-11-1}^{-2,44} ; C_{01-1}^{-1,5}$

J= 7 :  $C_{-1-10}^0 ; C_{-1-1-1}^0 ; C_{110}^0 ; C_{11-1}^0 ; C_{0-1-1}^{-0,67} ; C_{10-1}^{-0,67} ; C_{1-1-1}^{-2,44}$

J= 8:  $C_{100}^0 ; C_{10-1}^0 ; C_{110}^0 ; C_{11-1}^0 ; C_{1-1-1}^{-0,41}$

J= 9:  $C_{100}^0 ; C_{10-1}^0 ; C_{1-10}^0 ; C_{1-1-1}^0 ; C_{11-1}^{-0,41}$

J= 10 :  $C_{110}^0 ; C_{11-1}^0 ; C_{-110}^0 ; C_{-11-1}^0 ; C_{11-1}^{-2,44}$

$C_{10-1}^{-0,67} ; C_{01-1}^{-0,67}$

J= 11:  $C_{-100}^0 ; C_{-10-1}^0 ; C_{-200}^0 ; C_{-1-1-1}^{-2,44} ; C_{0-1-1}^{-1,5}$

J= 12:  $C_{-1-10}^0 ; C_{-1-1-1}^0$

J= 13-16: idem K=3

./.

Ia 21 : J= 1 ÷ 5 : idem K= 3

$$J= 6 : C_{020}^0 ; C_{-200}^0 ; C_{-11-1}^{0,41}$$

$$J= 7 : C_{010}^0 ; C_{020}^0 ; C_{01-1}^0 ; C_{-10-1}^{-2,5} ; C_{-11-1}^{-2,44}$$

$$J= 8 ÷ 9 : C_0$$

$$J= 10 : C_{0-10}^0 ; C_{0-1-1}^0 ; C_{0-20}^0 ; C_{0-1-1}^{-1,5} ; C_{-1-1-1}^{-2,44}$$

$$J= 11 : C_{0-20}^0 ; C_{-200}^0 ; C_{-1-1-1}^{0,41}$$

J= 12 ÷ 16 : idem K = 3

Ia 22 : J= 1 ÷ 6 : idem K= 3

$$J= 7 : C_{-110}^0 ; C_{-11-1}^0$$

$$J= 8 : C_{-100}^0 ; C_{-10-1}^0 ; C_{-110}^0 ; C_{-11-1}^0$$

$$J= 9 : C_{-100}^0 ; C_{-10-1}^0 ; C_{-1-10}^0 ; C_{-1-1-1}^0$$

$$J= 10 : C_{-1-10}^0 ; C_{-1-1-1}^0$$

J= 11 ÷ 16 : idem K= 3

Ia 23 : J= 1 ÷ 7 : idem K= 3

$$J= 8 ÷ 9 : C_{-200}^0$$

J= 10 ÷ 16 : idem K= 3

Ia 24-26 : idem K= 3

**3.3. Modelul matematic al curgerii lichidului real obținut cu metoda lui Hilbert de curent tridimensională**

Modelul matematic l-am realizat în mod asemănător cu modelul matematic cu 3 necunoscute  $u_0, v_0$  și  $w_0$  (parag. 3.2.), pînă la obținerea ecuațiilor cu derivate parțiale (1' - 2'), (1''-3'') și (2'''-3''').

Pornind de la ecuațiile liniilor de curent /105/, în continuare am introdus liniile de curent tridimensionale prin sistemul de ecuații (0).

$$(0) \begin{cases} u(x, y, z) = \psi_y' - \varphi_z' \\ v(x, y, z) = -\psi_x' + \chi_z' \\ w(x, y, z) = \varphi_x' - \chi_y' \end{cases}$$

Înlocuind valorile sistemului (0) în ecuațiile enunțate mai sus obținem următorul sistem de funcții pentru liniile de curent, în cazul curgerii tridimensionale :

$$\begin{cases} a) \left\{ \begin{aligned} & (\psi_{yz}'' - \varphi_z'')(-\psi_x'' + \chi_{xz}'') - (\psi_{yz}'' - \varphi_{yz}'')(\varphi_{xz}'' - \chi_{xy}'') + (\psi_y' - \varphi_z')(-\psi_{xz}''' + \\ & + \chi_{xz}''' - \varphi_{xy}''' + \chi_{xy}''') + (-\psi_{xy}' + \chi_{yz}'')(-\psi_{xz}'' + \chi_{z^2}'' - \varphi_{xy}'' + \chi_{yz}'') + (-\psi_{xz}'' + \\ & + \chi_{yz}'')(-\psi_{xz}'' + \chi_{z^2}'' - \varphi_{xy}'' + \chi_{yz}'') + (\varphi_x' - \chi_y')(-\psi_{xz}''' + \chi_{z^3}''' - \varphi_{xy}''' + \chi_{yz}''') = \\ & = \frac{1}{Re} (-\psi_{xz}^{IV} + \chi_{xz}^{IV} - \varphi_{xy}^{IV} + \chi_{xy}^{IV} - \psi_{yz}^{IV} + \chi_{yz}^{IV} - \varphi_{xy}^{IV} + \chi_{yz}^{IV} - \psi_{xz}^{IV} + \chi_{z^4}^{IV} - \\ & - \varphi_{xy}^{IV} + \chi_{yz}^{IV}) \end{aligned} \right. \\ b) \left\{ \begin{aligned} & (\psi_{yz}'' - \varphi_{yz}'' + \psi_{xz}'' - \chi_{xz}'')(\psi_{xy}'' - \varphi_{xz}'' - \psi_{xy}'' + \chi_{yz}'') + (\psi_y' - \varphi_z')(\psi_{xy}''' - \varphi_{xy}''' + \psi_{xz}''' - \\ & - \chi_{xz}''') + (-\psi_x' + \chi_z')(\psi_{yz}''' - \varphi_{yz}''' + \psi_{xz}''' - \chi_{xy}''') + (\varphi_{xy}'' - \chi_{yz}'')(\psi_{yz}''' - \varphi_{z^2}''') - (\varphi_{xz}'' - \\ & - \chi_{xy}'')(-\psi_{xz}'' + \chi_{z^2}'' + \varphi_{xy}'' - \chi_{yz}'') + (\varphi_x' - \chi_y')(\psi_{yz}''' - \varphi_{yz}''' + \psi_{xz}''' - \chi_{xz}''') = \frac{1}{Re} (\psi_{xz}^{IV} - \varphi_{xz}^{IV} + \\ & + \psi_{xz}^{IV} - \chi_{xz}^{IV} + \psi_{yz}^{IV} - \varphi_{yz}^{IV} + \psi_{xz}^{IV} - \chi_{xy}^{IV} - \psi_{yz}^{IV} - \varphi_{yz}^{IV} + \psi_{xz}^{IV} - \chi_{xz}^{IV}) \end{aligned} \right. \\ c) \left\{ \begin{aligned} & (\psi_{yz}'' - \varphi_{z^2}'' - \varphi_{xz}'' + \chi_{xy}'')(\psi_{xy}'' - \varphi_{xz}'' + \varphi_{xz}'' - \chi_{yz}'') + (\psi_y' - \varphi_z')(\psi_{xy}''' - \varphi_{xz}''' - \\ & - \varphi_{xz}''' + \chi_{xz}''') + (-\varphi_x' + \chi_z')(\psi_{yz}''' - \varphi_{yz}''' - \varphi_{xz}''' + \chi_{xy}''') + (-\psi_{xz}'' + \chi_{z^2}''). \\ & \cdot (\psi_{yz}'' - \varphi_{yz}'' - (-\psi_{xz}'' + \chi_{xz}'')(\varphi_{xy}'' - \chi_{yz}'') + (\varphi_x' - \chi_y')(\psi_{yz}''' - \varphi_{z^3}''' - \\ & - \varphi_{xz}''' + \chi_{xy}''') = \frac{1}{Re} (\psi_{xz}^{IV} - \varphi_{xz}^{IV} - \varphi_{xz}^{IV} + \chi_{xz}^{IV} + \psi_{yz}^{IV} - \varphi_{yz}^{IV} - \\ & - \varphi_{xz}^{IV} + \chi_{xy}^{IV} + \psi_{yz}^{IV} - \varphi_{z^4}^{IV} - \varphi_{xz}^{IV} + \chi_{xy}^{IV}) \end{aligned} \right. \end{cases}$$

Pentru obținerea soluției numerice am efectuat dezvoltarea ecuațiilor în serie Taylor, cu pas simplu și dublu, utilizând relațiile de dezvoltare date în anexa A 2, obținând pentru funcția de curent  $X_0$ , expresia dată de ecuația "d".

Funcțiile de curent  $\psi_0$  și  $\psi_1$  se obțin în mod analog sau prin permutări circulare din ecuația "d".

### 3.4. Concluzii asupra modelelor matematice utilizate

În vederea diversificării metodelor de cercetare, cu scopul de a găsi noi căi de proiectare ale camerelor de aspirație, optime din punct de vedere hidraulic, am conceput trei modele matematice care exprimă curgera în acest uzuraș

- modelul matematic al curgerii lichidului real, obținut cu metoda liniilor de curent tridimensionale ( cap.3.3);

- modelul matematic cu trei funcții necunoscute, obținut prin eliminarea componentelor de presiune aferente celor trei direcții de dezvoltare ( cap.3.2)

- modelul matematic cu patru funcții necunoscute:  $u, v, w$  și  $p$  ( cap. 3.1).

Pornind de la metodologia clasică: ecuațiile Navier-Stokes și ecuația de continuitate, scrise în formă adimensională, cu aplicații la o cameră de aspirație paralelipipedică din care aspiră un aer de secțiune circulară ( fig. 3.0), am obținut soluții matematice ale ecuațiilor algebrice asociate sistemului cu derivate parțiale ale ecuațiilor enunțate mai sus.

Ecuațiile algebrice asociate sistemului cu derivate parțiale, obținute pentru primele două modele matematice conduc la soluții foarte complexe atât pentru funcțiile necunoscute ( pag. 89-91 și 100) cât și pentru condițiile la limită ( pag. 93- 106), ceea ce face practic imposibilă rezolvarea lor în momentul de față; complexitatea algebrică a funcțiilor apare din cauza utilizării pasului dublu de dezvoltare în serie Taylor ( A.2.1. ), introdus la rezolvarea derivatelor parțiale de ordinul 3 și 4.

Al treilea model matematic conduce la funcții matematice și condiții la limită relativ mai simple, deoarece în calculul soluțiilor intervin numai derivate până la ordinul 2 care permit calcularea lor utilizând doar pasul simplu de dezvoltare în serie Taylor.

Soluțiile modelului matematic cu patru necunoscute sînt puternic influențate de existența unor numere Reynolds, Prandtl, Euler la puteri foarte mari ( tabelul 13 ), ceea ce face ca acest model matematic

$$\begin{aligned}
& \chi_0 = \frac{1}{7}(\chi_+ + \chi_-) + \frac{5}{14}(\chi_0 + \chi_0 + \chi_0 + \chi_0) - \frac{1}{14}(\chi_0 + \chi_0 + \chi_0 + \chi_0) - \frac{1}{28}(\chi_0 + \chi_0 + \chi_0 + \chi_0) + \frac{1}{224}(\psi_2 + \psi_2 - \\
& - \psi_2 - \psi_2) - \frac{1}{14}(\psi_0 + \psi_0 + \psi_0 + \psi_0) + \frac{1}{56}(\psi_+ + \psi_+ + \psi_+ + \psi_+) - \frac{1}{28}(\psi_+ + \psi_+ + \psi_+ + \psi_+) + \frac{1}{28}(\psi_+ + \psi_+ + \psi_+ + \psi_+) + \\
& + \frac{1}{224}(\rho_2 + \rho_2 - \rho_2 - \rho_2) - \frac{3}{56}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{14}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{56}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{28}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{28}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{28}(\rho_+ + \rho_+) + \\
& + \frac{Re}{2E} \left\{ \left[ \frac{1}{3}(\psi_0 + \psi_0 - \psi_0 - \psi_0) - \frac{1}{48}(\psi_0 + \psi_0) - \frac{1}{2}(\chi_0 + \chi_0) + \frac{1}{12}(\chi_0 + \chi_0) \right] - \frac{1}{48}(\chi_2 + \chi_2 - \chi_2 - \chi_2) - \right. \\
& - \frac{4}{3}(\psi_+ + \psi_+) + \frac{5}{2}(\psi_0 + \psi_0) + \frac{1}{12}(\psi_+ + \psi_+) - \frac{1}{3}(\psi_0 + \psi_0) - \frac{1}{48}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{48}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{12}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{12}(\rho_+ + \rho_+) - \chi_+ - \chi_+ - \\
& - \frac{1}{48}(\chi_2 + \chi_2 - \chi_2 - \chi_2) - \frac{1}{3}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{5}{2}(\rho_0 + \rho_0) + \frac{1}{12}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{12}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{12}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{12}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{12}(\rho_+ + \rho_+) - \chi_+ - \chi_+ - \\
& - \chi_+ - \chi_+ + 2(\chi_+ - \chi_+) + \rho_+ + \rho_+ - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{12}(\psi_+ - \psi_+) + \frac{1}{12}(\psi_+ - \psi_+) - \frac{1}{12}(\chi_0 - \chi_0) - \frac{1}{12}(\chi_0 - \chi_0) \left. \right\} \cdot \\
& \cdot \left[ \frac{1}{2}(\psi_0 - \psi_0) + \frac{1}{4}(\psi_+ + \psi_+) + \psi_+ + \psi_+ + \psi_+ + \psi_+ - \psi_+ - \psi_+ - \psi_+ - \psi_+ + \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) \right] + \\
& + \left[ \frac{2}{3}(\rho_+ - \rho_+) + \frac{1}{12}(\rho_2 - \rho_2) - \frac{2}{3}(\chi_0 - \chi_0) - \frac{1}{12}(\chi_0 - \chi_0) - \frac{1}{2}(\chi_0 - \chi_0) + \frac{1}{2}(\chi_0 - \chi_0) + \frac{1}{2}(\chi_0 - \chi_0) - \frac{1}{2}(\chi_0 - \chi_0) - \psi_+ - \psi_+ \right. \\
& + \left. \frac{1}{4}(\rho_+ + \rho_+) + \rho_+ + \rho_+ + \rho_+ + \rho_+ + \rho_+ + \rho_+ - \rho_+ - \rho_+ - \rho_+ - \rho_+ + \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) + \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) + \right. \\
& + \left. \frac{1}{48}(\rho_2 + \rho_2 - \rho_2 - \rho_2) - \frac{2}{3}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) - \frac{1}{2}(\rho_+ + \rho_+) + \right. \\
& + \left. \chi_0 + \chi_0 \right) + 5\chi_0 + \frac{1}{12}(\chi_0 + \chi_0) \left. \right\} \left[ \frac{1}{3}(\chi_+ + \chi_0 + \chi_0) \right]
\end{aligned}$$

(P)

și fie foarte sensibil la valorile inițiale introduse în calcul.

**Notă :** Primele două metode matematice nu prezintă acest dezavantaj deoarece ce pot alege valorile cele mai convenabile (succesele  $Fr$  și  $Eu$  intervenind în relațiile algebrice respective) dar, după cum s-a arătat mai sus metodele respective prezintă dezavantaje cu mult mai mari.

Forma relativ mai simplă a ecuațiilor obținute pentru varianta cu patru necunoscute ne-a făcut să încercăm rezolvarea ecuațiilor respective pentru camera de aspirație considerată (fig. 3.16). Problemele ridicate de metoda respectivă ne-a împus rezolvarea, pe parcursul elaborării lucrării, a unor studii suplimentare în ceea ce privește modul de lucru și posibilitatea de utilizare a metodei, stabilirea ordinului de mărime al valorilor considerate în calcul, a pasului de calcul, modului de parcurgere al rețelei, durata de calcul, etc. Pe etape, problema s-a rezolvat astfel:

a) stabilirea distribuțiilor de viteză ( $u$ ) în secțiunea de intrare, a necesitat rezolvarea ecuației Poisson (3.47) determinată pentru cazul curgerii permanente și uniforme din ecuația 3.38 cu condiția la limită mixtă "Neumann - Dirichlet"; rezolvarea s-a făcut iterativ cu ajutorul calculatorului utilizând subprogramul CANAL (fig. 3.2); rezultatele obținute pentru controlul valorilor la intrare calculate pentru diferiți termeni liberi "T" rezultați din ecuația lui Poisson (fig. 3.3 - 3.4 și tabel 15) ne-au împus introducerea unui parametru suplimentar "q" (condiția de debit adimensional  $q = Q / B \cdot 2 \cdot U_m$ ) care permite cunoașterea repartiției de viteză funcție de acest parametru, deosebindu-se întrucât trebuie să determinăm termenul liber  $T = u^2/4 \cdot Re/Pr$ , sin  $u_0$  din ecuația lui Poisson aferent pasului de discretizare utilizat (fig. 3.5), oft și stabilirea metodei de calcul a repartițiilor de viteză din secțiunea de intrare (fig. 3.6 și 3.7), în vederea obținerii mai rapide a soluției acestor ecuații. Aceste elemente ne-au permis să obținem în final repartițiile de viteză în secțiunea de intrare pentru valorile de calcul  $Re = 10^2$ ,  $Pr = 10^{-9}$ ,  $Eu = 10^{10}$  și pașii de discretizare ai rețelei de calcul  $\Delta x = 1/15$ ,  $1/40$  și  $1/100$ ; repartițiile de viteză obținute pentru pasul  $\Delta x = 1/15$  sunt reprezentate în fig. 3.8, în profil transversal și 3.9 în profil longitudinal.

Rezultatele obținute ne conduc la următoarele observații:

a) profilele longitudinale de viteze obținute teoretic sînt mai apropiate ca formă de profilele practice cu cît numărul de pași de discretizare a secțiunii crește; ca exemplu în fig. 3.13 s-au reprezentat profilele de viteze longitudinale pentru pași de discretizare  $\alpha = 1/15$ ,  $1/40$  și  $1/100$ ; un dezavantaj important al discretizării secțiunii de intrare în  $100 \times 100$  noduri de calcul îl prezintă durata foarte mare de lucru a calculatorului care este de 3,5 ori mai mare decît în cazul discretizării secțiunii de intrare în  $15 \times 15$  noduri.

b) calculul distribuției de viteze în secțiunea de ieșire a necesitat rezolvarea ecuației Poisson 3.33 dedusă din ecuația de mișcare 3.32 cu condiția la limită a lui Dirichlet ( $v_y = 0$ ) deterninînd gradientul de presiune  $p'_y$  pe conducta de aspirație; pentru găsirea soluției s-a urmat aceeași metodologie de calcul ca în cazul secțiunii de intrare; calculele s-au efectuat pentru aceleași numere "Re, Fr, Eu și  $\alpha$ " ca și pentru secțiunea de intrare; rezultatele s-au reprezentat în fig. 3.12, iar creșterile elementului de presiune  $\Delta Z$  cu debitul adimensional "q", în fig. 3.14.

Programul de calcul utilizează aceeași schemă logică ca și pentru secțiunea de intrare.

c) cunoscuînd repartițiile de viteze în secțiunile de intrare și de ieșire, am calculat repartițiile de viteze în camera de aspirație considerată pentru pașii de discretizare  $\alpha = 1/15$ ; s-au folosit cît condițiile la limită date de ecuațiile 3.42 - 3.46, iar valorile de calcul în punctele speciale ale rețelei tridimensionale, sînt reprezentate în fig. 3.15; schema logică de calcul simplificată a programului automat este dată în fig. 3.17 a.

În fig. 3.17 s-au reprezentat prin vectori compuși tridimensional valorile obținute pentru viteze, prin calcul automat pentru o reprezentare mai clară a spectrului de viteze s-a desenat tridimensional pentru o jumătate de cameră de aspirație în secțiune longitudinală; din această reprezentare se desprinde clar existența unei curgeri principale cît și a unei zone de colț fără curgeri; reprezentarea valorilor presiunilor din camera de aspirație nu prezintă interes deosebit deoarece valorile calculate în punctele respective reprezintă practic un câmp hidrostatic.

În fig. 3.18+3.20 s-au reprezentat, pentru comparația rezultatelor, și valorile determinate prin măsurători pe un model hidrostatic similar; reprezentările s-au efectuat în unități relative pentru  $Re = 100$ , rezultatele arătînd o bună concordanță între cele două metode de cercetare.



## CAPITOLUL A. CERCETARI EXPERIMENTALE PRIVIND CURGERILE DIN CAMERILE DE ASPIRAȚIE ALE POMPILOR DE ÎNȚEBE

În capitolul 2 s-au prezentat o serie de cercetări experimentale realizate în laboratoarele de specialitate din A.S. România cit și din străinătate cum sînt : ICH România, Nagoya- Japonia, Delft- Olanda, Grenoble- Franța, Wallingford- Anglia, FUNE- India etc. După părerea noastră, cercetările realizate pînă în prezent deși foarte complexe, nu au reușit să găsească o legătură directă între fenomenele de hidraulică a curgerilor prin canale, camere de aspirație și parametrii hidrodinamici și energetici ai pompelor. Formind de la unele observații și măsurători asupra curgerilor din zonele de mai sus amintite cum sînt : apariția vîrtejurilor de suprafață cu antrenare de aer, influența pompei asupra curgerilor din camera de aspirație, apariția cavității, nepermanența mișcării, vibrațiile, modificarea secțiunii de curgere datorită colmatărilor etc., ne-am propus să analizăm aceste fenomene atât pe model hidraulic cit și prin cercetări în natură cu scopul de a îmbunătăți parametrii constructivi hidraulici și energetici ai camerelor de aspirație, ca punct de plecare în optimizarea totală a parametrilor stațiilor de pompare.

Cercetările s-au efectuat pe bază de contracte și au răspuns la timpul respectiv unor necesități tehnice.

### A.1. Cercetări experimentale în laborator

Cu ajutorul mai multor modele experimentale, dintre care în lucrarea de față ne prezentăm pe cele mai semnificative, am reușit să lămurim fenomenele amintite mai sus și ale căror rezultate, le arătăm în continuare.

Sînt cunoscute fenomenele care conduc la apariția cavității /A/ în conductele de aspirație ale pompelor, la variațiile bruște de secțiune, cavităția turbocanelor marginale etc. Deaceia se cunoaște că mișcarea într-o conductă de aspirație este divizată în trei domenii și anume : cel al vîrtejurilor naturale, al vîrtejului forțat și cel al cavității. Utilizînd standul experimental A, reprezentat în fig. 4.1 și 4.2 pe care am avut posibilitatea reglării cotei atît a presiunii  $P_0$  de la suprafața liberă ( prin utilizarea pompei de vid A ) sînt înălțimii de apă Z din camera de aspirație cit și a debitului  $Q$  prin modificarea <sup>turbină</sup> pompei ( motorul electric de acționare al pompei fiind conectat la o surșă de curent continuu ), am putut vizualiza vîrtejurile caracteristice acestor tipuri de curgeri care de notat apariția în anumite condiții de curgere, în afara vîrtejurilor

canțate anterior, și a vîrtejurilor de suprafață cu antrenare de aer, în fig. 4.5-4.10. S-au prezentat diferite aspecte de curgere din camera de aspirație pentru aspiratorul cilindric (drept) și evazat; s-au vizualizat astfel curgeri cu 1 și 2 vîrtejuri de suprafață (pînă la vîrtejură se sprijină pe suprafața liberă) cît și a vîrtejului fund (pînă la vîrtejului se sprijină pe peretele inferior al camerei). Aceste turbulențe, în drumul lor spre toful pernei, prezintă instabilități cauzate în special de neuniformitatea presiunilor din tubul de aspirație în fig. 4.11 sau se poate realiza cu ușurință pe peretele conductei de aspirație a cofelului și care poate explica instabilitatea turbulențelor măsurătorile vîrtejilor de presiune s-au realizat cu un leviz de măsură electronic a cărui schemă de principiu este dată în fig. 4.12; transductorul de presiune utilizat este de tip inductiv.

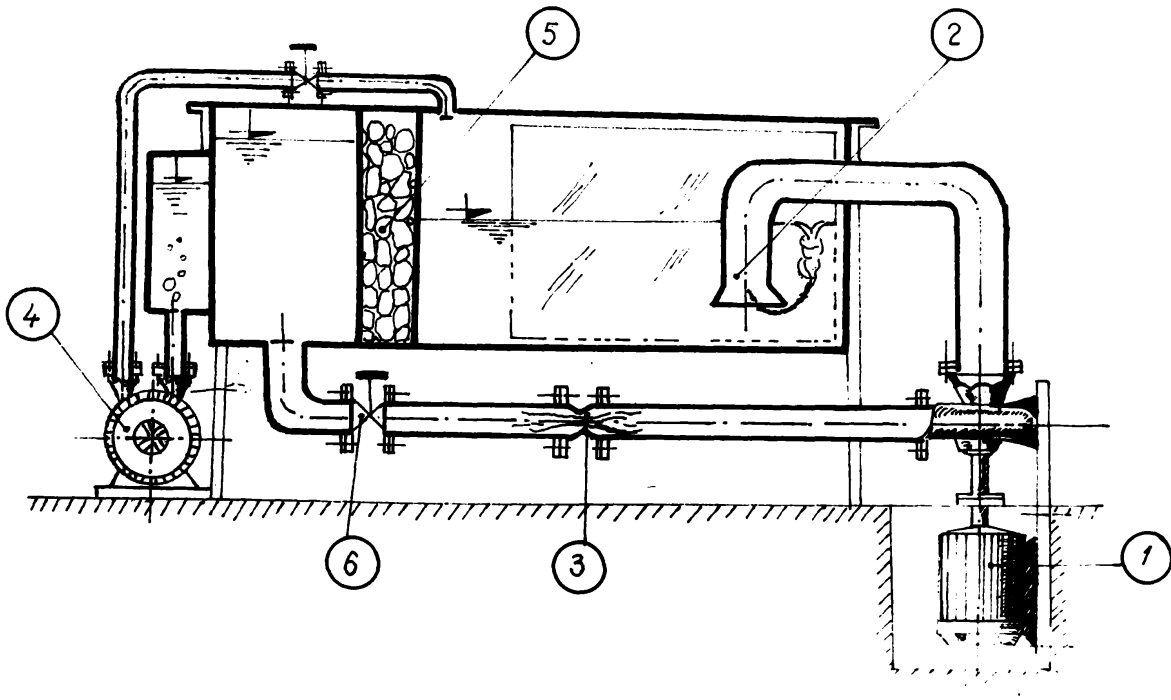
Aceste turbulențe conduc la apariția de viteze tangențiale mari ( $V_{tg}$ ), scăderea locală a presiunilor cît și introducerea unor cantități de aer, ceea ce conduce la modificarea caracteristicilor inițiale ale instalației, prînză apariția cavității, dînd naștere cavității gazoase; după cum se cunoaște [4], cavităția gazoasă apare la presiuni locale ( $p_0$ ) mai mici decît presiunea de vaporizare; pe instalația prezentată s-au determinat presiuni absolute  $p_0 = 0,28$  mpa (pentru temperatură  $t = 15^\circ C$ , presiunea de vaporizare aferentă este  $p_v = 0,17$  m.c.a.); măsurarea presiunii  $p_0$  s-a realizat cu o sondă piezometrică; componentele vitezei relative  $W = (v_{tg} + v_{ax}) \cdot 0,5$  s-au măsurat cu ajutorul unei sonde diferențiate [19] iar coeficientul de aerare  $\alpha = Q_{aer} / Q_{ap}$  cu un aparat realizat de tov. conf. ing. Cezaru M și ing. L. Ispas propus în O S I M pentru brevetare (dosar nr. 121.174/ 27.12.89).

Rezultatele măsurătorilor și calculul coeficientului de cavităție gazoasă determinate cu valori medii au fost prezentate în tabelul 1A.

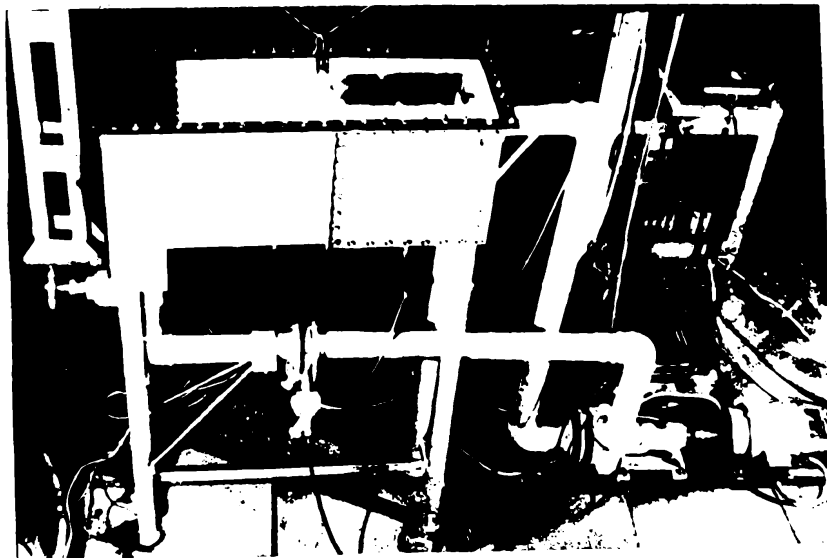
Coeficienți de cavităție gazoasă determinați în aspiratorul pernei

tabel 1A

$W$ (m/s)	3,53	4,51	5,25	5,72	6,13	6,25	6,38
$(p_0 - p_0) / \rho (m)$	2,72	4,39	5,91	7,01	8,02	8,34	9,39
$\sigma_c = 2(p_0 - p_0) / \rho v^2$	4,25	4,25	4,21	4,26	4,19	4,19	4,28



**Fig. 4.1.** Schema funcțională a standului experimental A.  
1. Electropompă Criș Coș; 2= Aspiratorul pompei;  
3. Diafragmă de măsură; 4= Pompa de vid;  
5. Gețar de liniștire; 6 = Vană de reglaj.



**Fig. 4.2.** Vedere stand experimental A. Camera de aspirație a pompei.

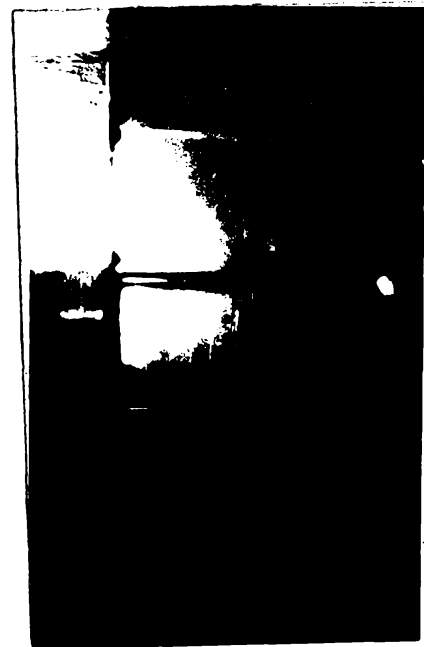


Fig. 4.3. Cursare fără virtute  
de suprafață

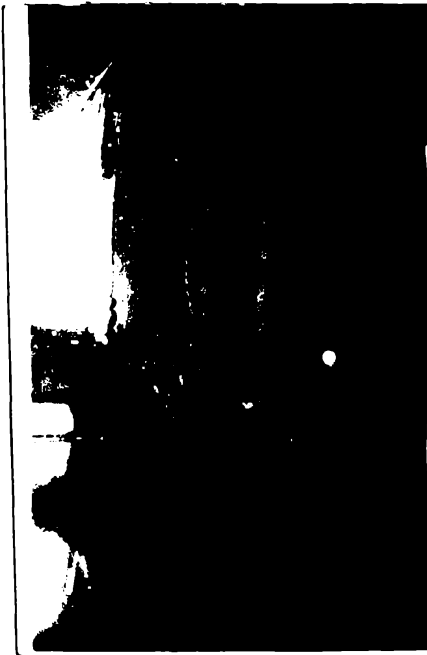


Fig. 4.4. Cursare cu un virtute  
de suprafață

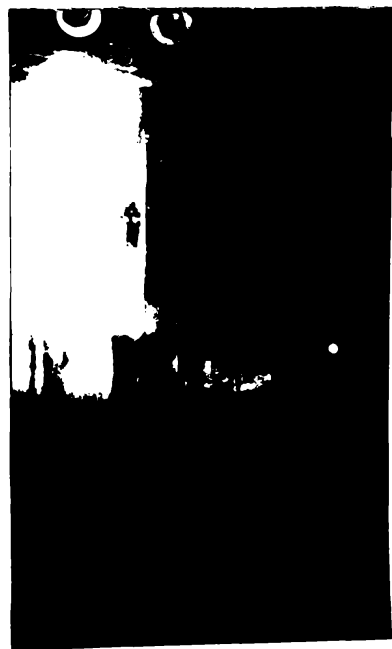


Fig. 4.5. Cursare cu un virtute  
de suprafață

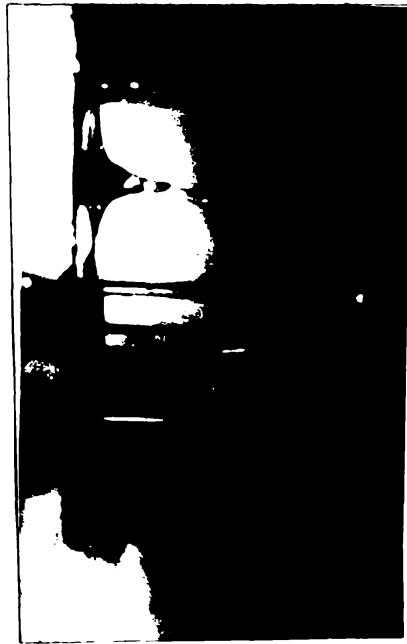


Fig. 4.6. Cursare cu două virtute  
de suprafață



Fig. 4.7. Curgere fără vîrtej de suprafață

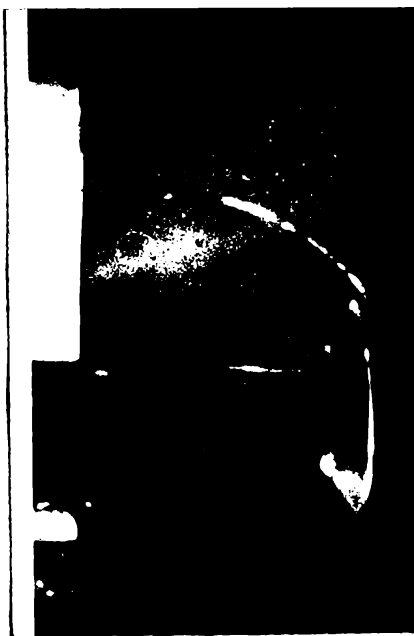


Fig. 4.9. Curgere cu un vîrtej de suprafață

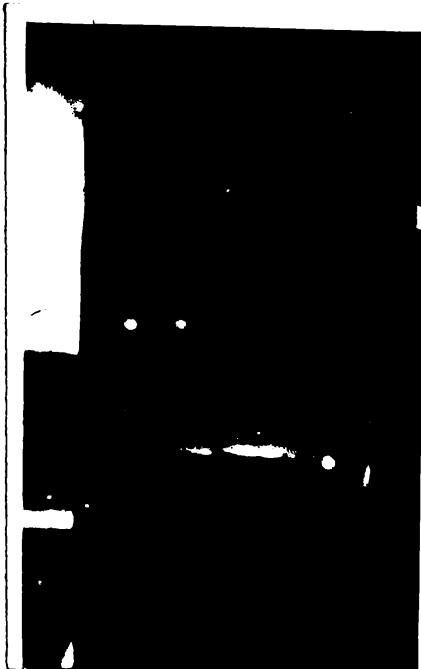


Fig. 4.8. Curgere cu vîrtej de suprafață și cavitate

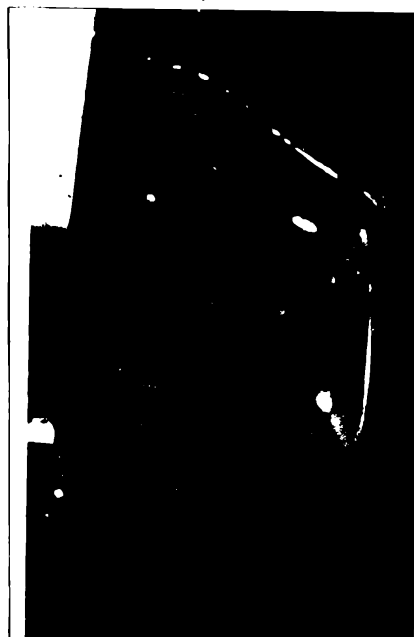


Fig. 4.10. Curgere cu două vîrtejuri de suprafață și cavitate

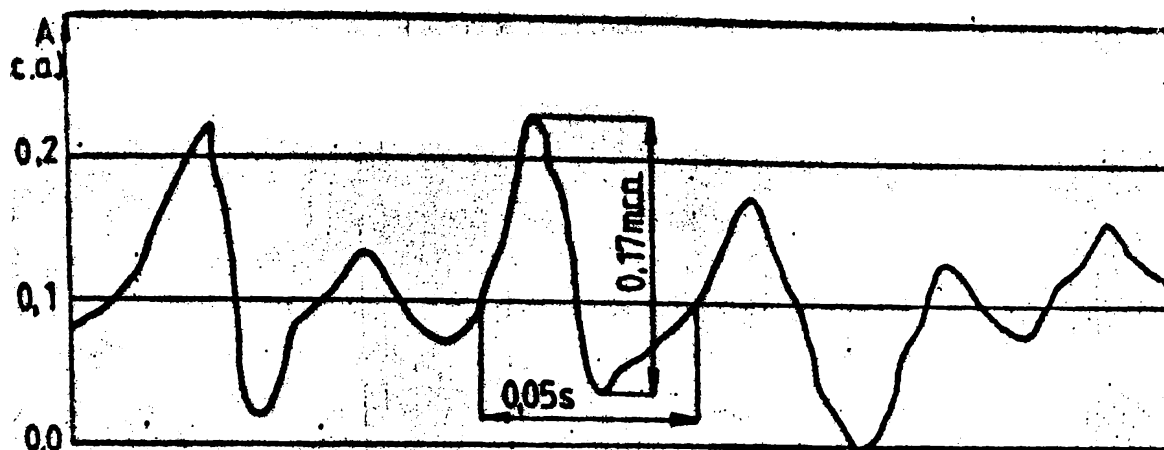


Fig 4.11 PULSATII DE PRESIUNE IN ASPIRATOR

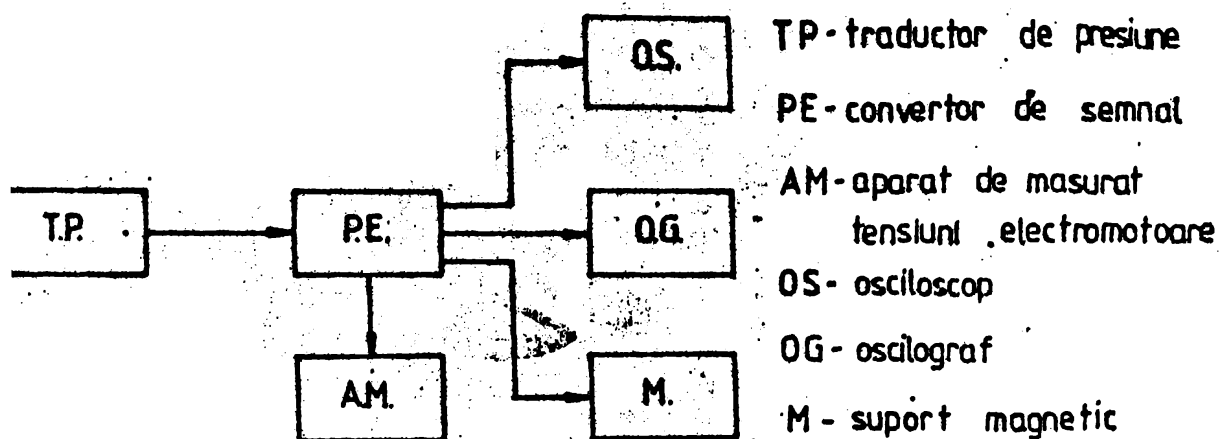


FIG 4.12 LANT DE MASURA PENTRU PRESIUNI HIDRODINAMICE

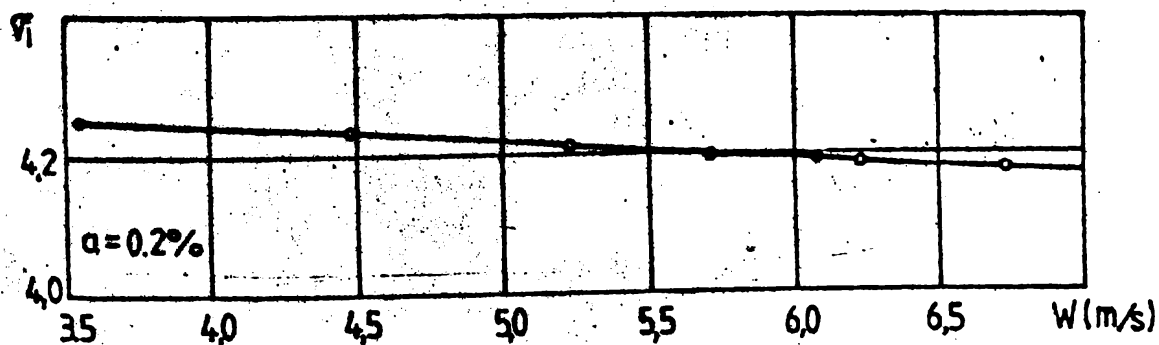


FIG. 4.13 VARIATIA COEFICIENTILOR DE INCIPIENTA CAVITATIONALA

$\sigma_1 = f(W)$  IN TUBUL DE ASPIRATIE AL POMPEI

În tabelul 14 se observă că valorile coeficientului de cavitate găsesc determinate de autor, au același ordin de mărime cu măsurătorile lui Hall / 4/ pe un corp geometric conic utilizat ca model pentru butucul unei turbine Francis.

Observație: Pentru toate măsurătorile s-a asigurată înălțimea de aspirație necesară pompei pentru evitarea cavității rotorului ( $H_s = - 1,1$  m.p.a)

Concluziile care se desprind din această parte a studiului conduc la ideea evitării acestor tipuri de vârtejuri dacă dorim să îmbunătățim caracteristicile de funcționare ale pompelor, îndreptându-ne în mod special atenția asupra cunoașterii condițiilor de apariție ale vîrtejurilor de suprafață cât și a diminuării influenței vârtejului de fund asupra curgerii din tubul de aspirație.

Efectuînd reglaje ale parametrilor  $P_0$ ,  $Z$  și  $Q$  similare cu cele prezentate anterior am determinat zonele de curgere cu și fără vîrtejuri de suprafață pentru două tipuri de aspiratoare (drept și curbat).

Rezultatele obținute sînt reprezentate în fig. 4.14 și 4.15; pe ordonate fiind debit -  $Q$  considerat constant s-a reprezentat frecvența de apariție a vîrtejurilor "  $f$  ", funcție de înălțimea de aspirație  $Z$  și tipul aspiratorului.

În camera aspiratorului se disting trei zone principale: o zonă cu vîrtejuri continue și antrenare de aer ( $Z/d_0 \leq 2,5$ ), cu vîrtejuri slabe ( $2,5 < Z/d_0 < 4,6$ ) și fără vîrtejuri ( $Z/d_0 > 4,6$ ). Stabilirea zonelor le-am determinat pentru debite optime ale pompei Crig 80 ( $Q = 9 - 10$  l/s - A 19).

În fig. 4.16- 4.17 s-au reprezentat unele rezultate obținute prin măsurători, pentru frecvența de apariție a vîrtejului "  $f$  " modificînd presiunea absolută  $P_0$  de la suprafața liberă în decanul  $2,5 - 10$  m.p.a, debitul pompei  $Q$  și două înălțimi de aspirație ( $Z = 18; 20$  cm).

Comparînd rezultatele obținute cu cele prezentate în cap.2 ( fig. 2.11 și tabel 8 ) putem desprinde concluziile următoare:

- diversitatea mare a recomandărilor făcute de autori diferită în ceea ce privește dimensionarea optimă a camerei de aspirație apare din cauza aprecierilor condițiilor de curgere cu vîrtejuri;

- o apreciere a înălțimii relative de aspirație la limita de apariție a vîrtejurilor continue conduce sigur la fenomenele nedorite prezentate mai sus;

- forma aspiratorului în secțiunea de intrare, cu influența esențială frecvența de apariție a vîrtejurilor de suprafață. Apariția este foarte sensibilă cu înălțimea de aspirație, debitul pompei și forma geometrică a camerei și mai puțin sensibilă cu poziția de la suprafața liberă.

#### 4.1.1. Criterii noi de similitudine hidrodinamică camerei

După cum s-a arătat în paragraful 2.2.2., cele mai utilizate criterii de similitudine folosite în laboratoare de specialitate pentru a studia aceste tipuri de curgere, sînt : Weber, Reynold Froude, criteriul circulației (Kolf), și alte criterii derivate din acestea; cu această ocazie facem observația că încă nu sînt precizate criteriile de similitudine care să modeleze bine asemenea curgeri.

Possibilitățile multiple ale stendului ne-au permis să analizăm o serie de criterii de similitudine cum sînt: Strouhal, convectivității, similitudine hidrodinamică complexă.

#### 4.1.1.1. Consideranțele similitudinii Strouhal în fenomenele apariției altor tipuri de vîrtejuri

Măsurătorile efectuate în domeniul de curgere cu vîrtejuri aleatoare pe stendul experimental permit obținerea unor legi de variație într-un domeniu destul de larg ceea ce conduce la stabilirea unor legi de similitudine ale curgerilor cu vîrtejuri. Examinăm relațiile obținute în coordonate diferite

$Sh_1 = f_1 (Re)$  și  $Sh_2 = f_2 (Fr)$  prezentate în fig. 4.19 și

4.20, indică existența acestor legi. Întrucîtarea mare a rezultatelor se poate datora și faptului că s-au introdus în grafice și valorile obținute pentru frecvența de apariție a vîrtejurilor la diferite presiuni în camera de aspirație.

Numărul Strouhal a fost determinat cu relația :

$$Sh = \frac{f \cdot Z}{v} \quad (4.1)$$

unde:  $f$  - frecvența de apariție a vîrtejurilor de suprafață (vîrtejuri/ secundă);

$R =$  raza hidraulică a secțiunii de curgere =  $\frac{B \cdot Z}{B + 2Z}$  ;

$B$  - lățimea camerei de aspirație ( m ) ;

$Z$  - înălțimea coloanei de apă ( m ) .



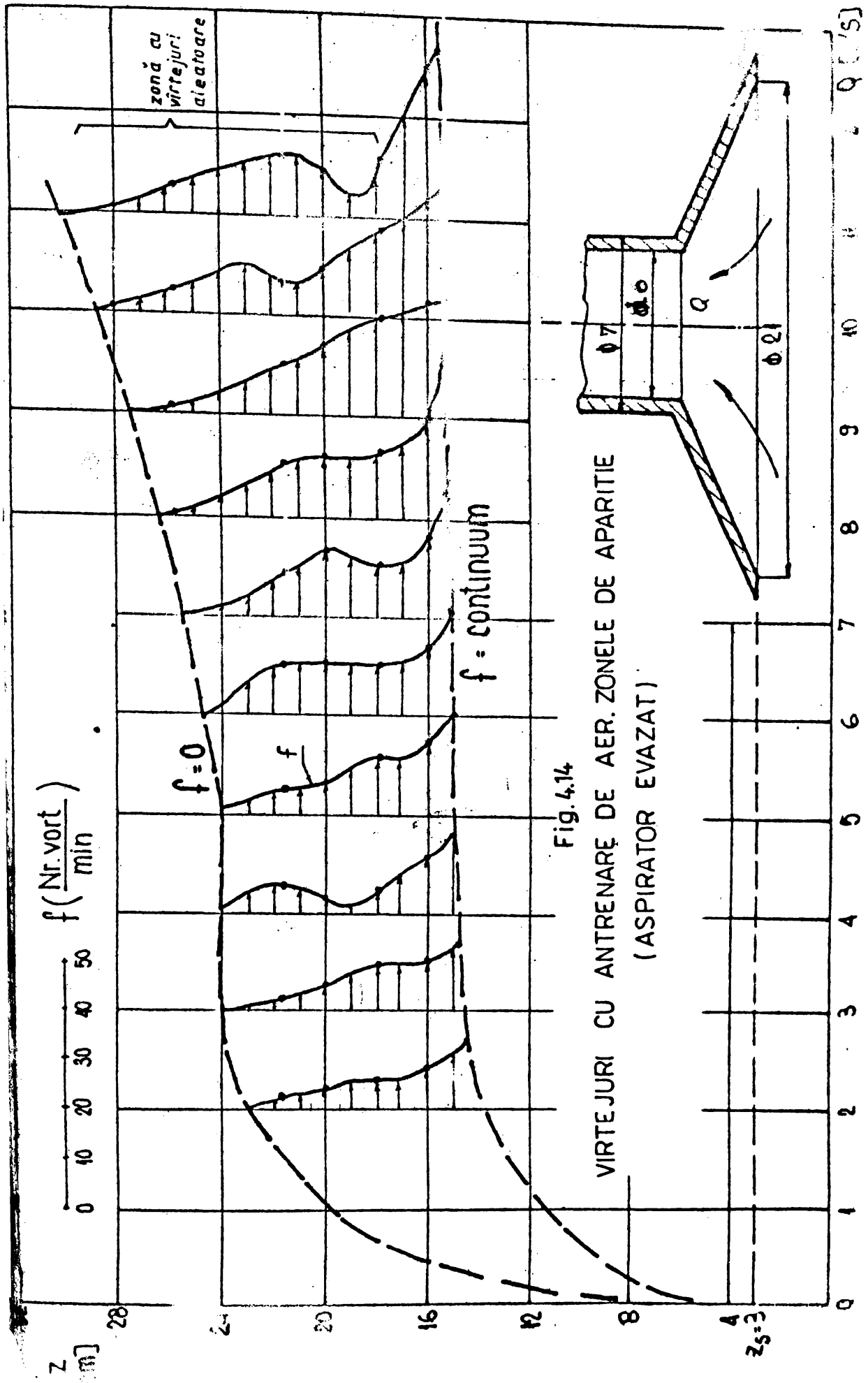


Fig. 4.14

VIRTEJURI CU ANTRENARE DE AER. ZONELE DE APARTINIE  
(ASPIRATOR EVAZAT)

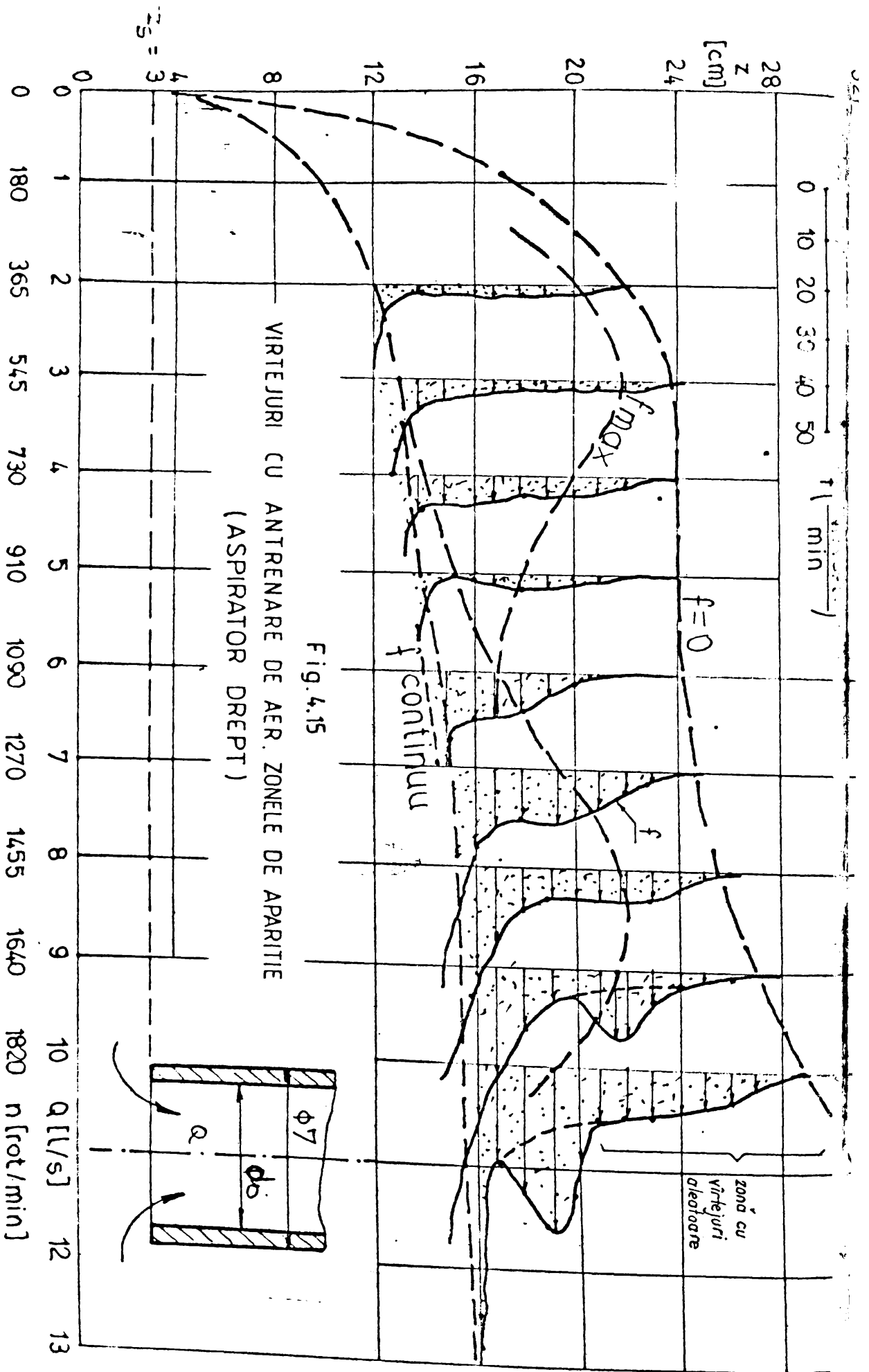
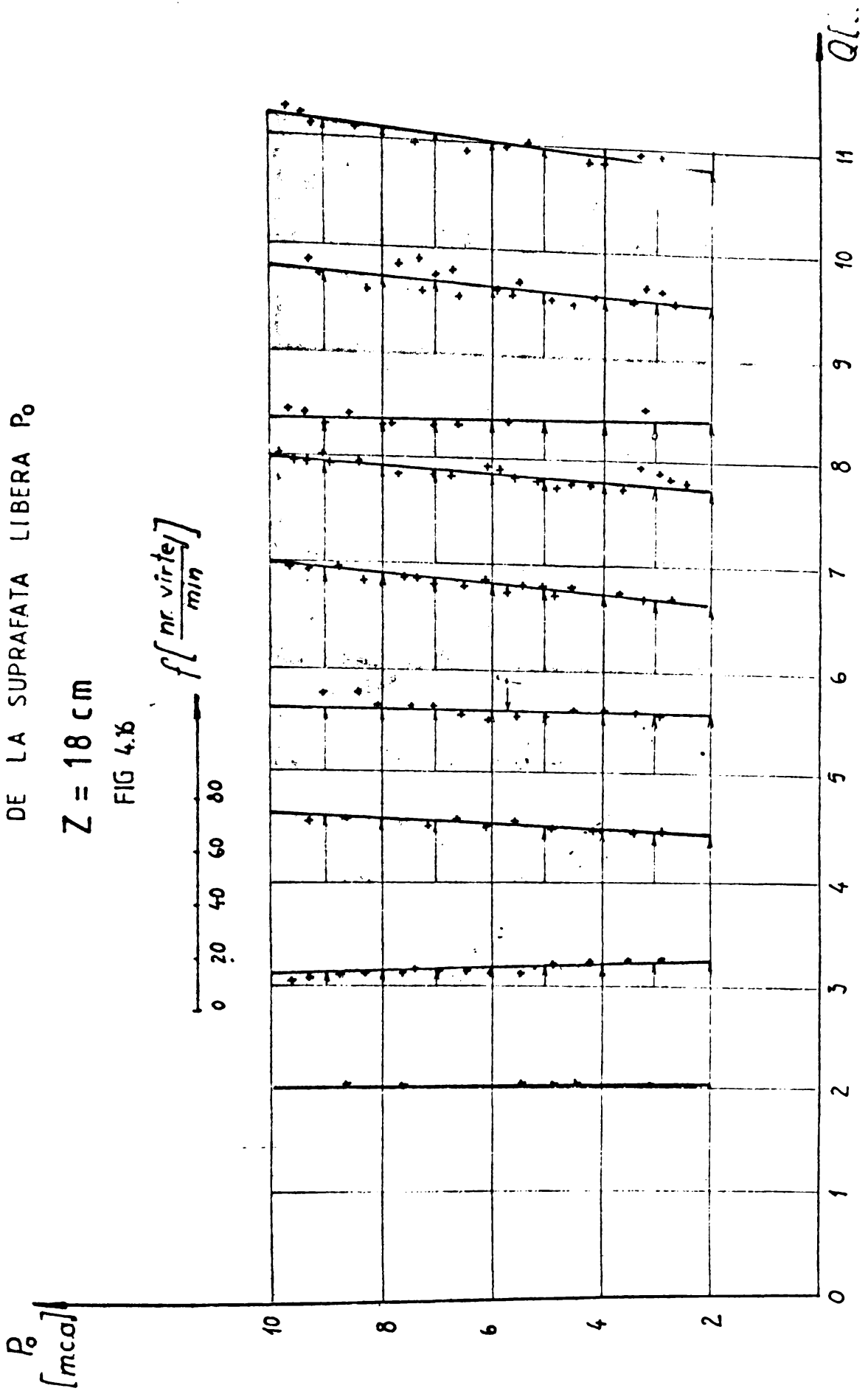


Fig. 4.15  
 VİRTEJURI CU ANTRENARE DE AER. ZONELE DE APARIȚIE  
 (ASPIRATOR DREPT)

VARIATIA VIRTEJURILOR DE SUPRAFATA CU ANTRENARE DE AER IN FUNCTIE DE PRESIUNEA  
 DE LA SUPRAFATA LIBERA  $P_0$

$Z = 18 \text{ cm}$

FIG 4.16



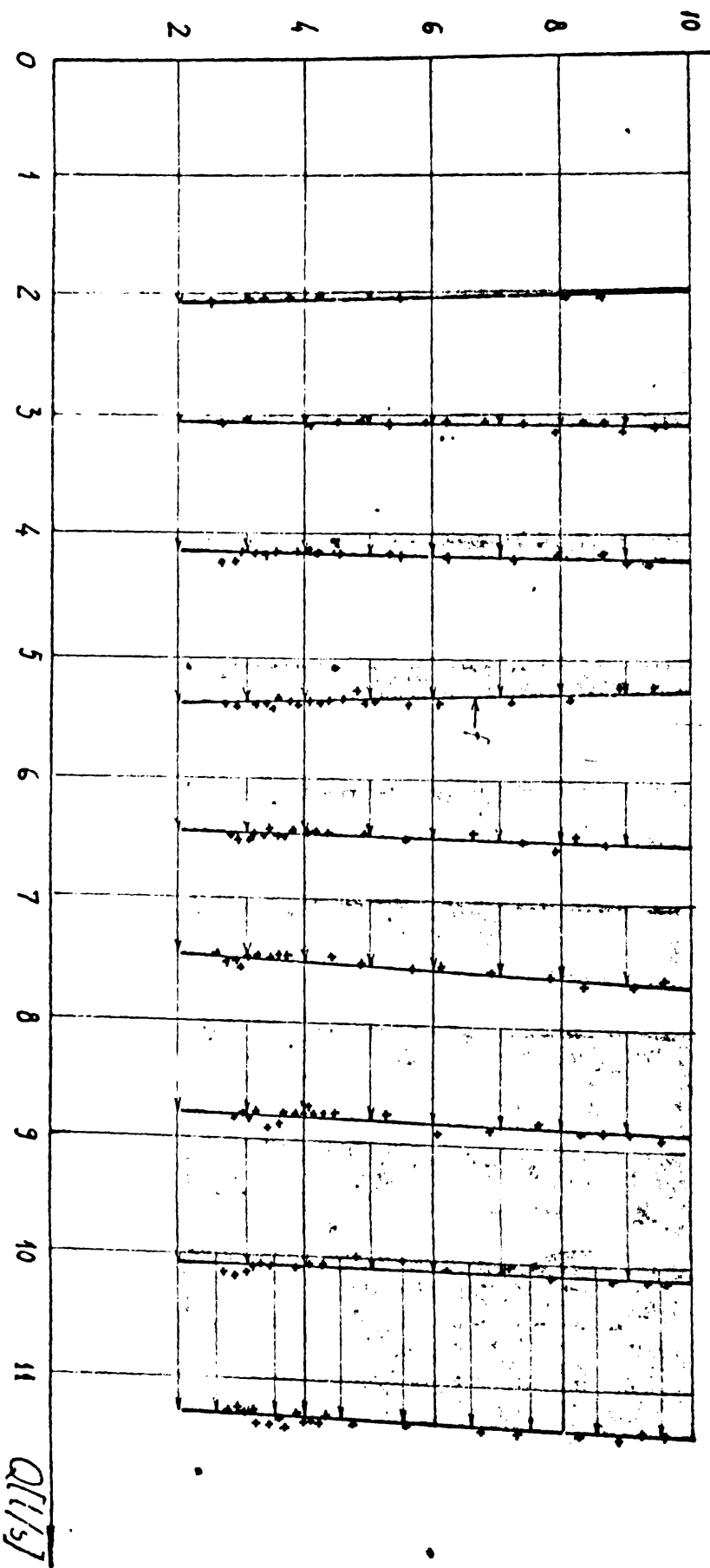
$P_0$  [mcd]

VARIATIA VIRTEJURILOR DE SUPRAFATA CU ANTRENARE DE AER IN FUNCTIE DE PRESIUNEA DE LA SUPRAFATA LIBERA  $P_0$

$Z = 20 \text{ cm}$

$f$  [rot./min]

FIG 4.17



Q(1/5)

Construcția modelelor empirice și analiza acestora decurge din capitole ale statisticii matematice: regresia și analiza dispersiilor. Este de menționat că literatura teoretică și aplicată din țară nu dispune de excelente școlare și aplicații / 115/, care conțin esența științifică a strategiei experimentării.

În continuare prezentăm rezultatele obținute cu ajutorul unui program de calcul automat /35, 165/.

Matricea corelațiilor:

Fr	Re	$\sigma_1 = 2 \text{ Eu}$	
0,70342	0,53228	-0,25488	
1,00000	0,93163	-0,55299	(4,4)
0,93163	1,00000	-0,73622	
-0,55299	-0,73622	1,00000	

Determinând în continuare și coeficienții de regresie am determinat relația de legătură între numerele de similitudine calculate, de format  $0,15339 \cdot \text{Fr} - 0,00001 \cdot \text{Re} = 0,32371$  (4,5)

Din matricea corelațiilor exprimată de relația 4,4 se observă că cea mai bună legătură are între numărul Strouhal și  $\text{Fr}/\text{Re}$ ; în relația 4,5 numărul  $2 \text{ Eu}$  nu apare între variabilele ecuației, confirmând astfel o legătură doar între numerele Strouhal, Froude și Reynolds; astfel observăm că din concluzia că numărul de cavitație  $2 \text{ Eu}$  este constant pentru camera de aspirație studiată.

Considerăm că ecuația statistică 4,5 rezolvă problema unei stări de similitudine convenabile care să asigure curgerea cu vârtejuri în camerele realizate pentru asemenea tipuri de uvraje.

În fig. 4,23 și 4,24 s-a reprezentat ecuația statistică 4,5 funcție de numărul  $\text{Re}$  și respectiv  $\text{Fr}$ . Din această diagramă rezultă o stabilitate a numărului Strouhal în jurul valorii  $\text{Sh} = 0,26$ .

Rezolvând ecuația statistică 4,5 pentru cazul curgerilor fără vârtejuri ( $\text{Sh} = 0$ ) rezultă viteza de acces a apei  $U_m = 0,05 \text{ m/s}$ , valoare cu mult mai mică decât cea recomandată de literatura de specialitate ( $U_m = 0,3 \text{ m/s}$ ), ca optimă pentru creșterea vitezei optime de acces în camerele de aspirație. Prin urmare propunem determinarea prin măsurători a spectrului vitezelor din camera de aspirație în vederea delimitării curgerilor producătoare de vârtejuri.

#### 4.1.3. Influența formei și dimensiunilor geometrice ale camerei asupra apariției vârtejurilor de suprafață

Efectuând măsurători de viteze în camera de aspirație pe direcțiile  $OX$  (liniile  $L_1 - L_3$ ) și  $OY$  (secțiunile  $S_1 - S_7$ ) pentru diferite valori de aspirație  $Z = \text{constant}$  ( $Z = 1,3,5,9,12,15 \text{ cm}$ ) pentru

Numerul Reynolds a fost calculat cu relația:

$$Re = U_m \cdot Re/h) \tag{4.2}$$

iar numărul Froude cu relația :


$$Fr^{0.5} = U_m / (g \cdot R)^{0.5} \tag{4.3}$$

Din legile de variație reprezentate în fig. 4.19 și 4.20 rezultă :

- a) nr. Sh = 0 pentru  $Re < 3,3 \cdot 10^3$  și  $Fr^{0.5} < 0,06$
- b) nr. Sh variază rapid în domeniul  $0 - 0,4$  pentru  $3,3 \cdot 10^3 < Re < 1,4 \cdot 10^4$  și  $0,06 < Fr^{0.5} < 0,26$
- c) pentru numerele  $Re > 1,4 \cdot 10^4$  și  $Fr^{0.5} > 0,26$  numerele Strouhal sînt aproximativ constante.

Acoste conștientii ne atrag atenția asupra posibilităților de dimensionare hidraulică a curgerilor fără vârtejuri (a) și cu vârtejuri (c) .

4.1.1.2. Considerarea criteriului cavității pentru curgerile din camera de aspirație

Modificînd în mod convenabil parametrii hidraulici în camera de aspirație, am putut determina coeficienții de cavităție gazeasă ai camerei de aspirație  $\sigma_c = 2 \sigma_u$  - 

Legile de variație ale acestor numere le-am reprezentat în fig. 4.21 și 4.22. Din aceste reprezentări rezultă că numărul Strouhal are o variație importantă pentru numerele de cavităție mici, pentru ca apoi să se stabilizeze spre o valoare constantă.

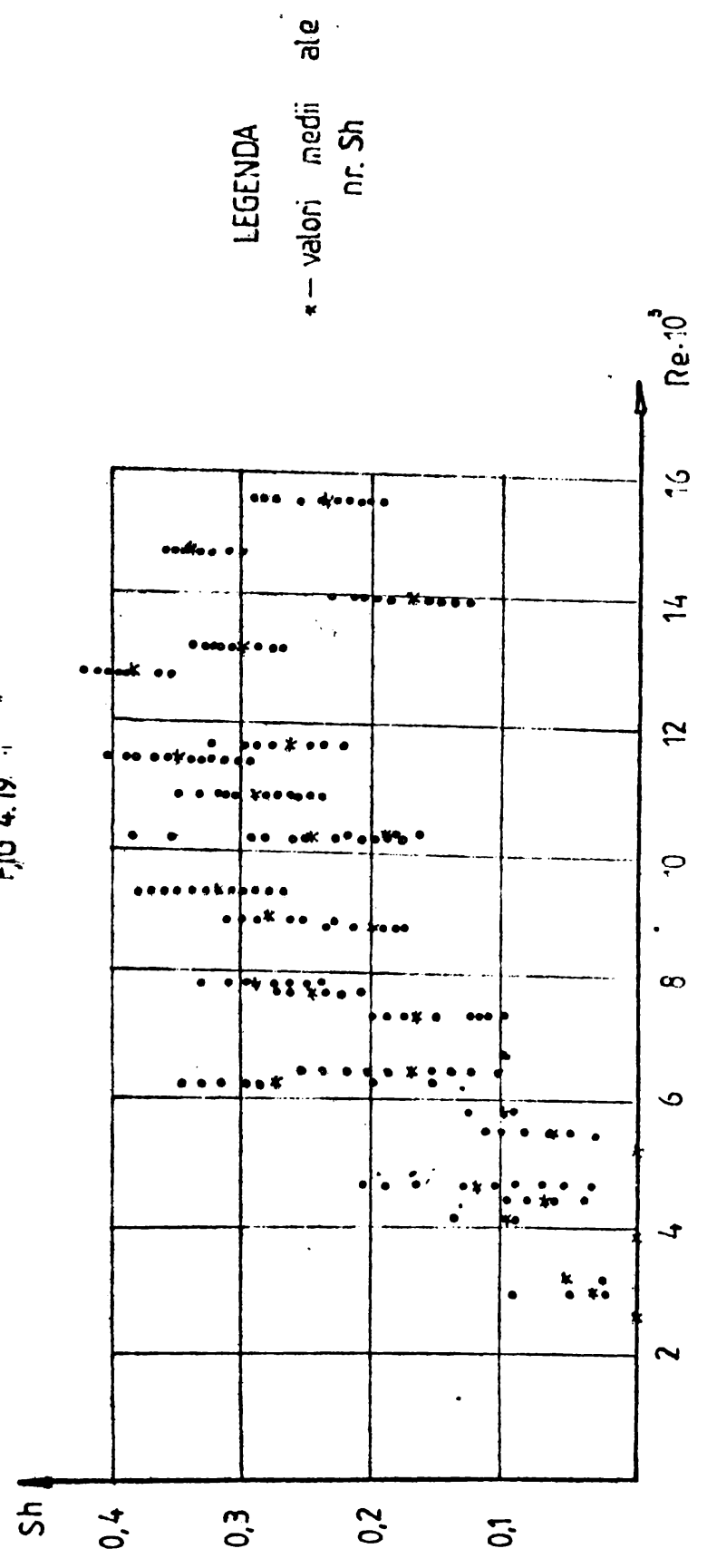
4.1.2. Modelul matematic empiric al similitudinii hidrodinamice complexe ( Sh, Fr, Re,  $\sigma_c = 2 \sigma_u$  )

Posibilitățile de modelare ne-au permis realizarea unui număr mare de experiențe ( aprox. 470 , anexa 11.1- 11.8 ), în ceea ce privește apariția vârtejurilor cu antrenare de aer la aspirația pompelor; prelucrarea măsurătorilor a condus la multime de date care ne-a permis să calculăm numerele de similitudine Froude , Reynolds, Strouhal și de cavităție ale curgerii.

Pentru a exprima mai bine fenomenul complex ce apare la cavităție, ne-am gândit să introducem în studiul similitudinii complexe.

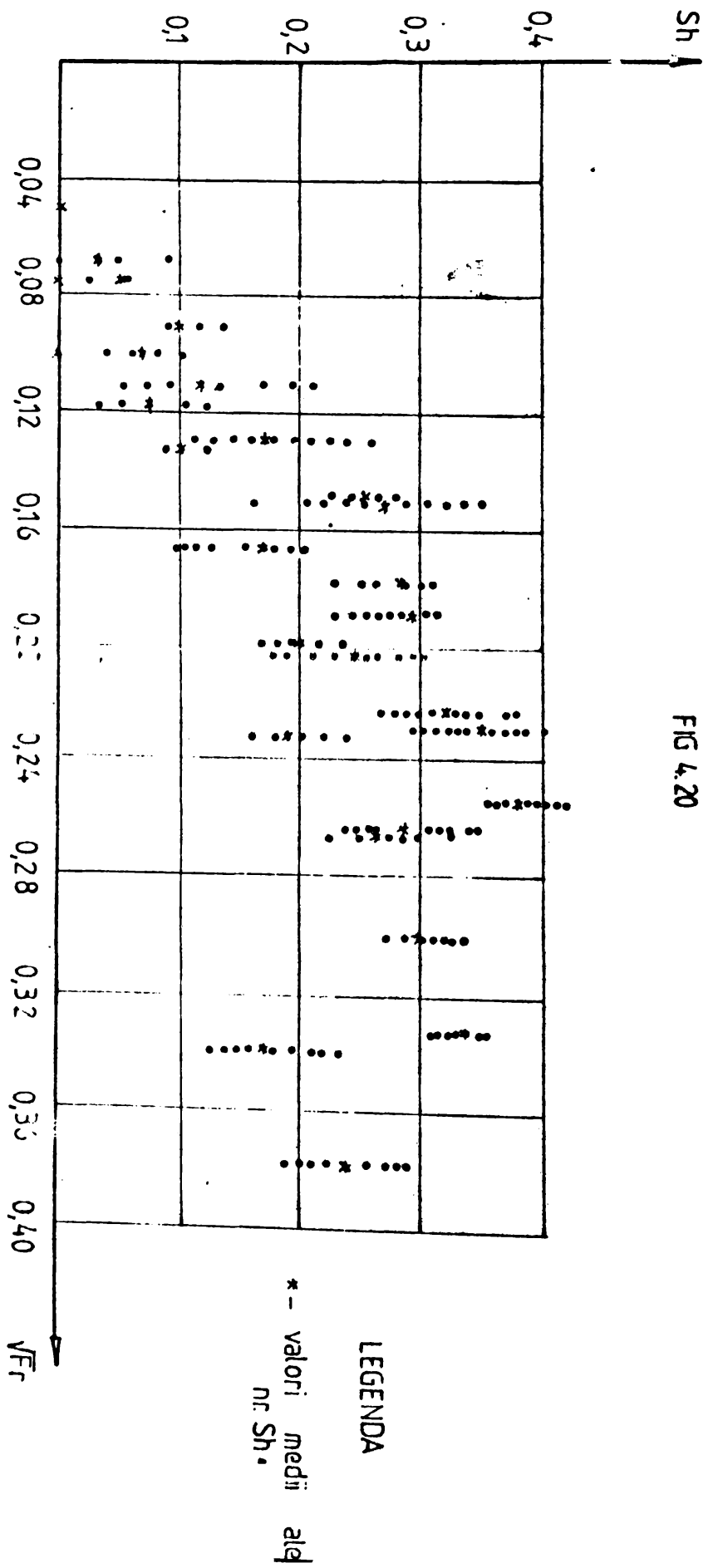
Camera de aspirație cu rotor în mișcare  
 Variația nr. Sh cu nr. Re

FIG 4.19



Camera de aspiratie cu rotor / în miscare  
 Variatia nr. Sh cu nr.  $\sqrt{Fr}$

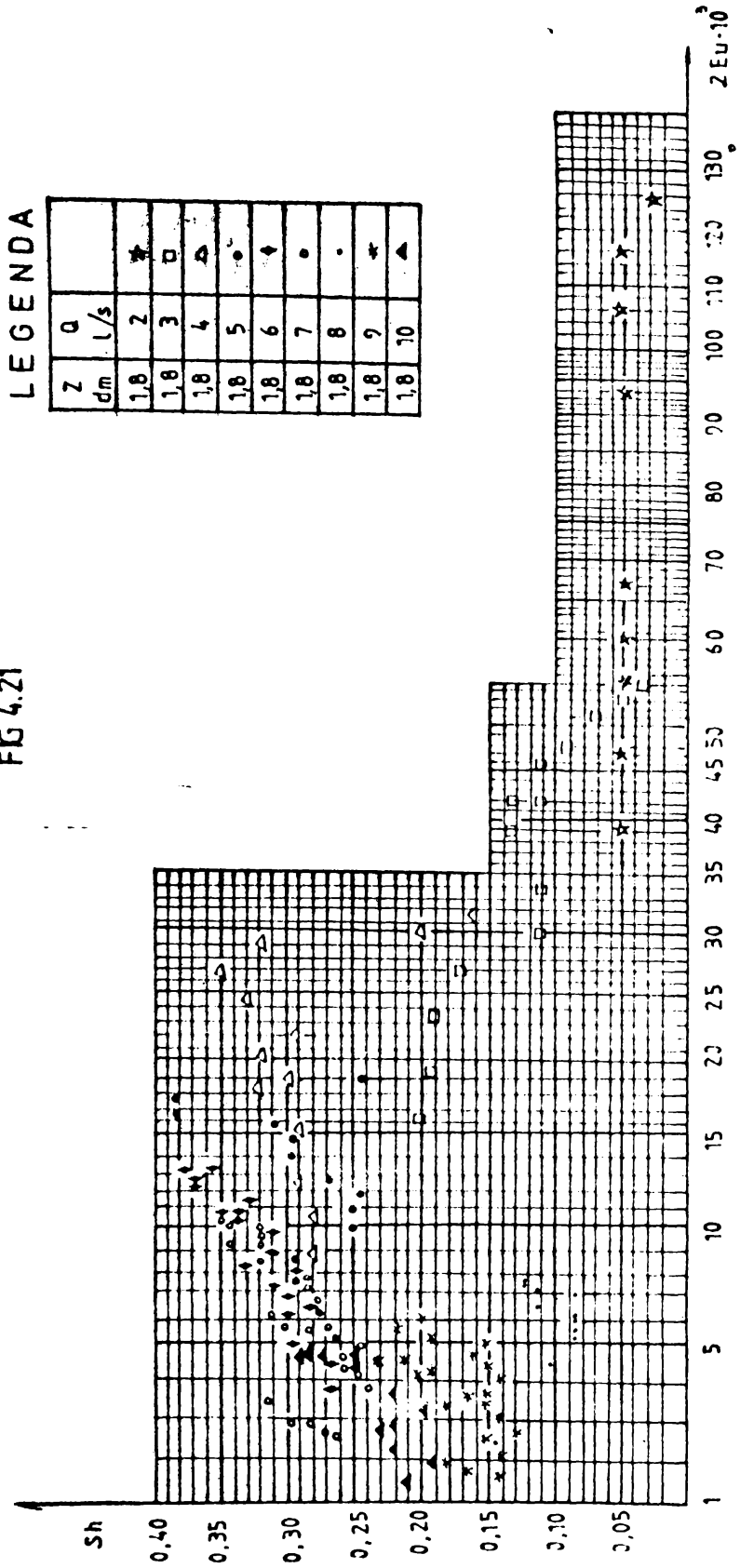
FIG 4.20





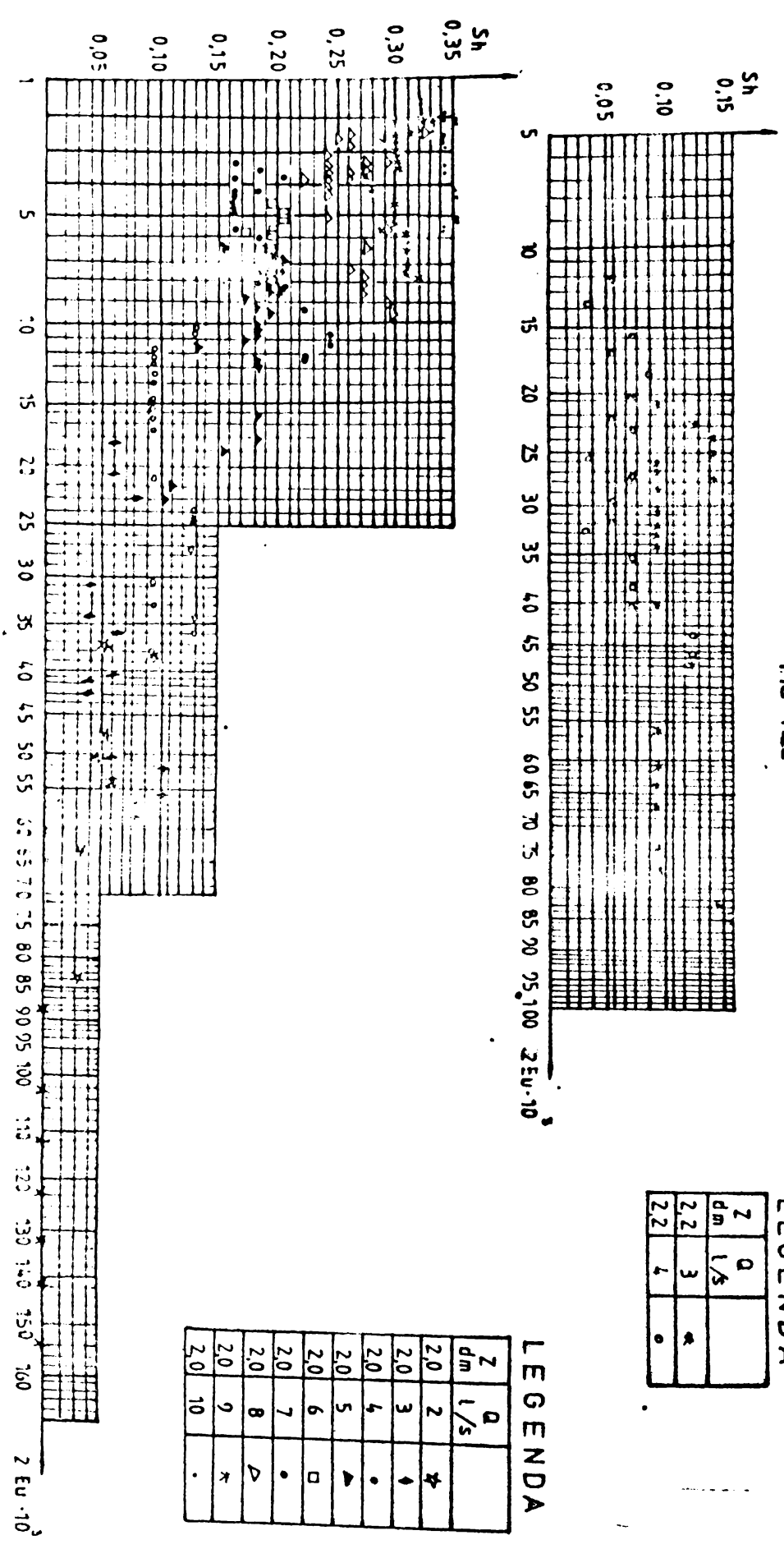
CAMERA DE ASPIRATIE CU ROTOR IN MISCARE  
 VARIATIA nr. Sh CU nr. 2Eu

FIG 4.21



# CAMERA DE ASPIRATIE CU ROTOR IN MISCARE VARIATIA nr. Sh CU nr.2 EU

FIG 4.22

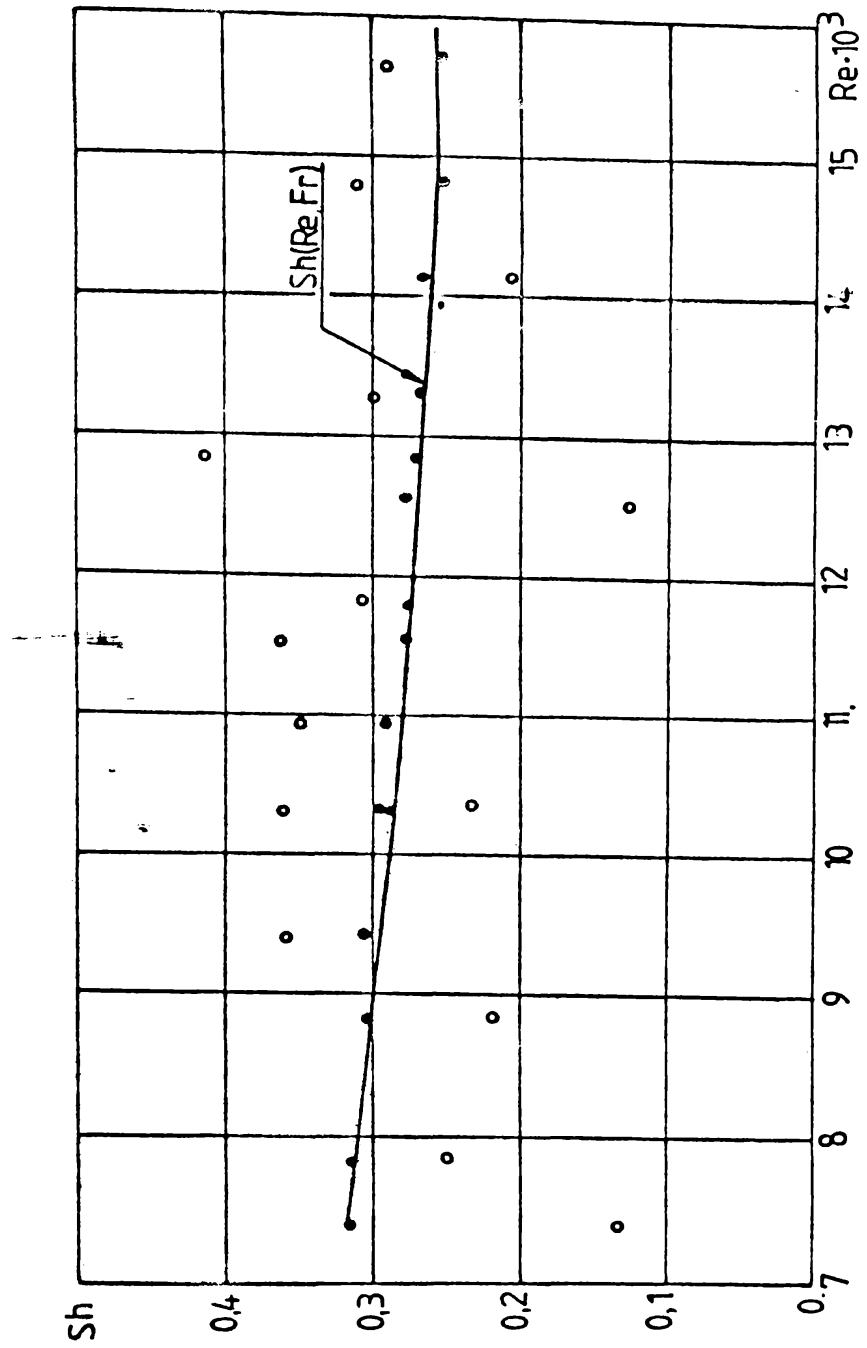


LEGENDA

Z	Q	
dm	l/s	
2.2	3	▲
2.2	4	○

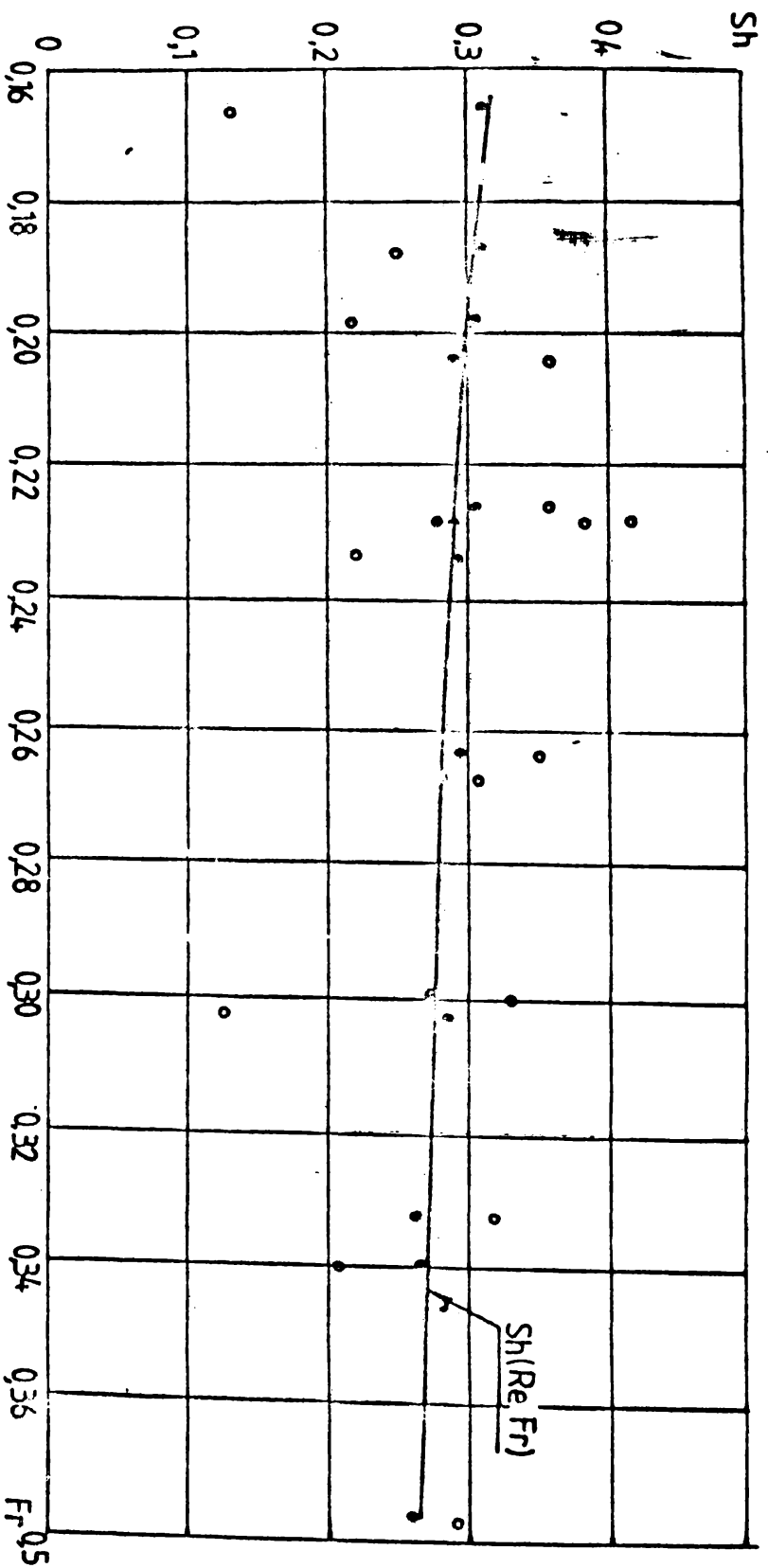
LEGENDA

Z	Q	
dm	l/s	
2.0	2	▼
2.0	3	▲
2.0	4	○
2.0	5	▲
2.0	6	□
2.0	7	○
2.0	8	△
2.0	9	✱
2.0	10	.



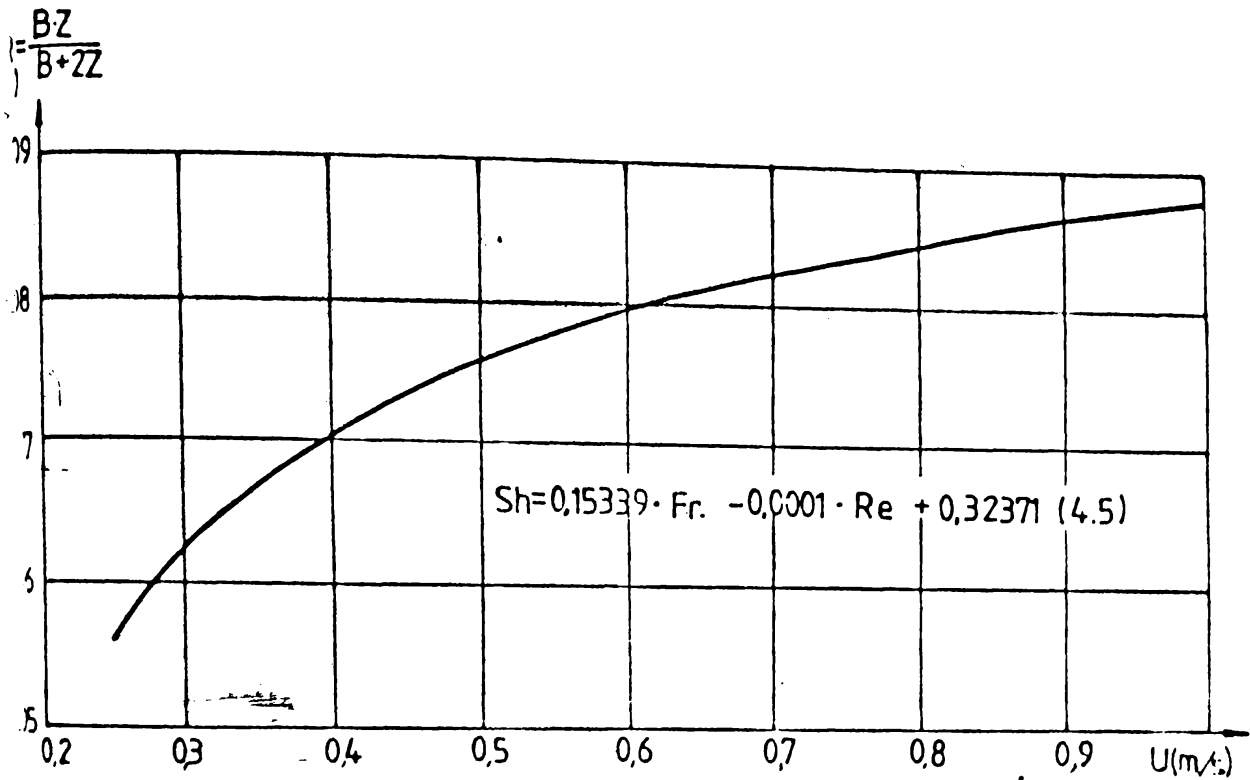
LEGENDA ○ Valori măsurate ● Valori calculate cu relația 4.5

FIG 4.23 REPREZENTAREA ECUAȚIEI 4.5 ÎN COORDONATE Sh și Re



LEGENDA • Valori masurate • Valori calculate cu relatia 4.5

FIG. 4.24 REPREZENTAREA ECUATIEI 4.5 IN COORDONATE Sh și Fr



Re	14000	30000	50000	70000	90000
Fr	0,340	0,500	0,700	0,900	1,100
U (m/s)	0,250	0,418	0,620	0,819	1,018
R (m)	0,056	0,072	0,081	0,086	0,088

FIG 4.25 VARIATIA  $R=f(U)$  OBTINUTE PENTRU  $Sh=0.26$   
CU AJUTORUL ECUATIEI 4.5

teburile de aspirație considerate, am obținut spectrul vitezelor în camerele studiate prin compunerea vectorilor pe cele două direcții de măsură. Măsurătorile le-am efectuat pentru curărul  $Re = 1000$  ( fig. 4.25- 4.28) și  $Re = 10.000$  ( fig. 4.30). Celelalte măsurători sînt prezentate în anexa 4.1.

Analizînd simburile de viteze măsurate observăm :

- existența în camera de aspirație a unor zone de curgere active și a unor zone inactive ( viteze foarte mici) producătoare de vîrtejuri ; aceste zone inactive depind de dimensiunile și forma geometrică a camerei de aspirație;
- apariția unor asimetrii în repartițiile de viteze , transverse ale pe curent la camerele de aspirație cu înălțimi  $B > 2 D$ ; aceste asimetrii se pot justifica prin compunerea vectorială a vitezelor vîrtejului de fund și a vitezei de acces ;
- delimitarea zonelor active de zonele inactive cît și lărgirea lățimii camerei  $B$  într-un raport  $B/D$  convenabil permite obținerea unei camere de aspirație cu pericol scăzut a vîrtejului de suprafață.

#### 4.1.4. Cercetări privind influențarea curgerii în camera de aspirație

Rezultatele măsurătorilor cît și observațiile directe asupra curgerii din camera de aspirație ne-au condus la ideea realizării unei legături între parametrii hidraulici ai camerei de aspirație și cei ai pompei, determinată pentru zona curgerilor fără vîrtejuri de suprafață cu antrenare de aer. Astfel, modificînd parametrii hidraulici și geometrici ai camerei de aspirație cît și al pompei, am obținut o serie de valori de reprezentare a dependenței relativ liniare ( fig. 4.31 ) exprimate prin ecuația:

$$Fr_0^{0,5} = 0,04649 \cdot Fr_p^{0,5} - 0,742 \quad ( 4.6)$$

unde :

$Fr_0^{0,5} = U_0 / ( \rho \cdot R )^{0,5}$ , calculat pentru camera de aspirație ;

$Fr_p^{0,5} = U_p / ( \rho \cdot d_p )^{0,5}$ , calculat pentru aspiratorul pompei ;

$U_0$  = viteza medie în aspiratorul pompei ( m/s) ;

$d_p$  = diametrul aspiratorului ( m).

#### 4.1.5. Optimizarea geometriei camerei de aspirație

Dirijarea cîrgerilor principale spre corb a permis dimensionarea corbii necesare a camerelor de aspirație aferente fisecului tip de corb.

Pentru tipurile de camere de aspirație reprezentate în fig. 4.32 rezultate din cercetările anterioare, s-au obținut pentru înălțimea relativă  $Z/d_0$  și raza hidraulică relativă  $R/d_0$  următoarele relații de dimensionare optime :

- pentru camera de tip "a"

$$Z/d_0 = 3,324 + 2,202 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4.7)$$

$$R/d_0 = 0,9779 + 0,293 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4.8)$$

- pentru camera de tip "b"

$$Z/d_0 = 2,374 + 1,581 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4.9)$$

$$R/d_0 = 0,828 + 0,230 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4.10)$$

- pentru camera de tip "b'"

$$Z/d_0 = 3,587 + 0,793 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4.11)$$

$$R/d_0 = 0,682 + 0,316 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4.12)$$

$R =$  raza hidraulică a secțiunii de curgere =  $\frac{B^2}{B+2Z}$

Dreapta "c" din fig. 4.33 reprezintă valorile optime  $Z/d_0$  recomandate de lucrările lui Wittkeas / 151/ și Paterson / 154/

Din fig. 4.33 rezultă o netă superioritate a camerelor de aspirație pruse de autor (tipurile b și b') în special pentru diametrele mari ale pompei.

#### 4.1.6. Influența cantității de aer din apă asupra caracteristicilor pompei

Pe baza contractului nr. 1543- 54, am efectuat pentru ICRP studiul pompei hidraulice (B= fig. 4.2.2.), al primei de apă pentru CEF Slatina, varianta cu alimentare din disipatorul de energie al barajului MHE Slatina, singura zonă care poate realiza debitul pompat  $Q = 2,0$  mc/s cu asigurarea pe 97 %, cerut de tero-centrală în perioade de debitelor foarte mici care pot apărea în anumite situații de exploatare.

Pe modelul hidraulic s-au efectuat :

- determinări prin calcule și măsurători ale cantității de aer introduse de saltul hidraulic din disipatorul de energie al barajului, în priza stăției de pompare ( fig. 4.33);

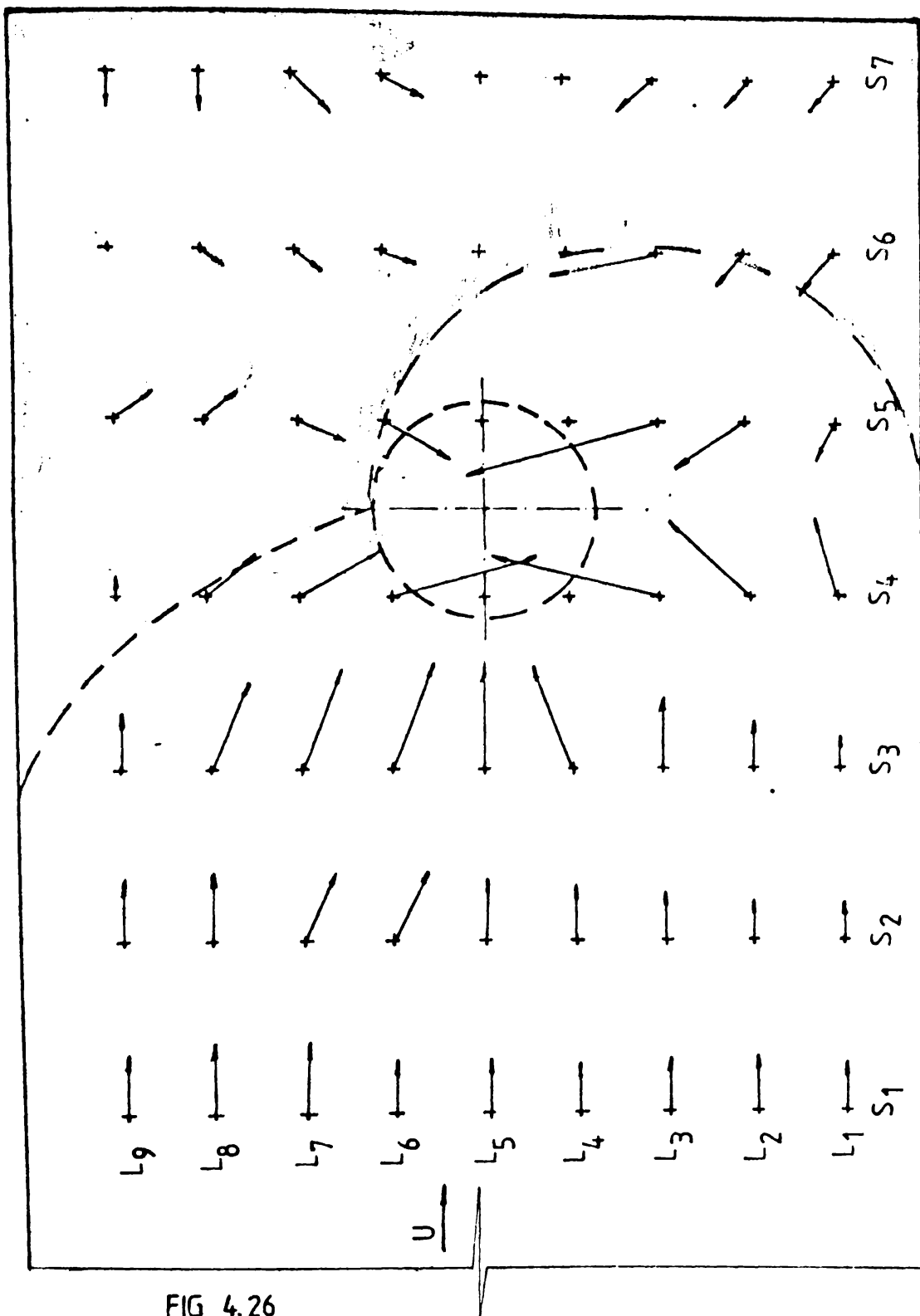


FIG 4.26

ASURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re = 1000$

ASPIRATOR DREPT  $Z = 1\text{cm}$

SCARA VITEZELOR 1:1



Pentru tipurile de camere de aspirație reprezentate în fig. 4.32 rezultate din cercetările anterioare, s-au obținut pentru înălțimea relativă  $Z/d_0$  și raza hidraulică relativă  $R/d_0$  următoarele relații de dimensionare optime :

- pentru camera de tip "a"

$$Z/d_0 = 3,324 + 2,292 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4,7)$$

$$R/d_0 = 0,9779 + 0,293 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4,8)$$

- pentru camera de tip "b"

$$Z/d_0 = 2,374 + 1,561 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4,9)$$

$$R/d_0 = 0,828 + 0,230 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4,10)$$

- pentru camera de tip "b'"

$$Z/d_0 = 2,577 + 0,799 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4,11)$$

$$R/d_0 = 0,691 + 0,316 (Fr_0^{0,5} - 0,541) \quad (4,12)$$

$R$  = raza hidraulică a secțiunii de curgere =  $\frac{B^2}{B+2Z}$

Dreapta "e" din fig. 4.33 reprezintă valorile optime  $Z/d_0$  recomandate de lucrările lui Wiggins / 151/ și Paterson / 17

Din fig. 4.33 rezultă o netă superioritate a camerelor de aspirație pruse de autor (tipurile b și b') în special pentru diametrele mari ale pompei.

#### 4.1.6. Influența cantității de aer din apă asupra caracteristicilor pompei

Pe baza contractului nr. 1947- 94, am efectuat pentru IGPE studiu pe model hidraulic (B= fig.4.2.2.), al prizei de apă pentru CEF Slatina, variată cu alimentare din disipatorul de energie al barajului MHE Slatina, singura zonă care poate realiza debitul necesar  $Q = 2,0 \text{ m}^3/\text{s}$  cu asigurarea pe 97 %, cerut de tero- centrală în perioade de debitele foarte mici care pot apărea în anumite situații de exploatare.

Pe modelul hidraulic s-au efectuat :

- determinări prin calcule și măsurători ale cantității de aer introduse de saltul hidraulic din disipatorul de energie al barajului, în prizea apei de pompare ( fig. 4.57);

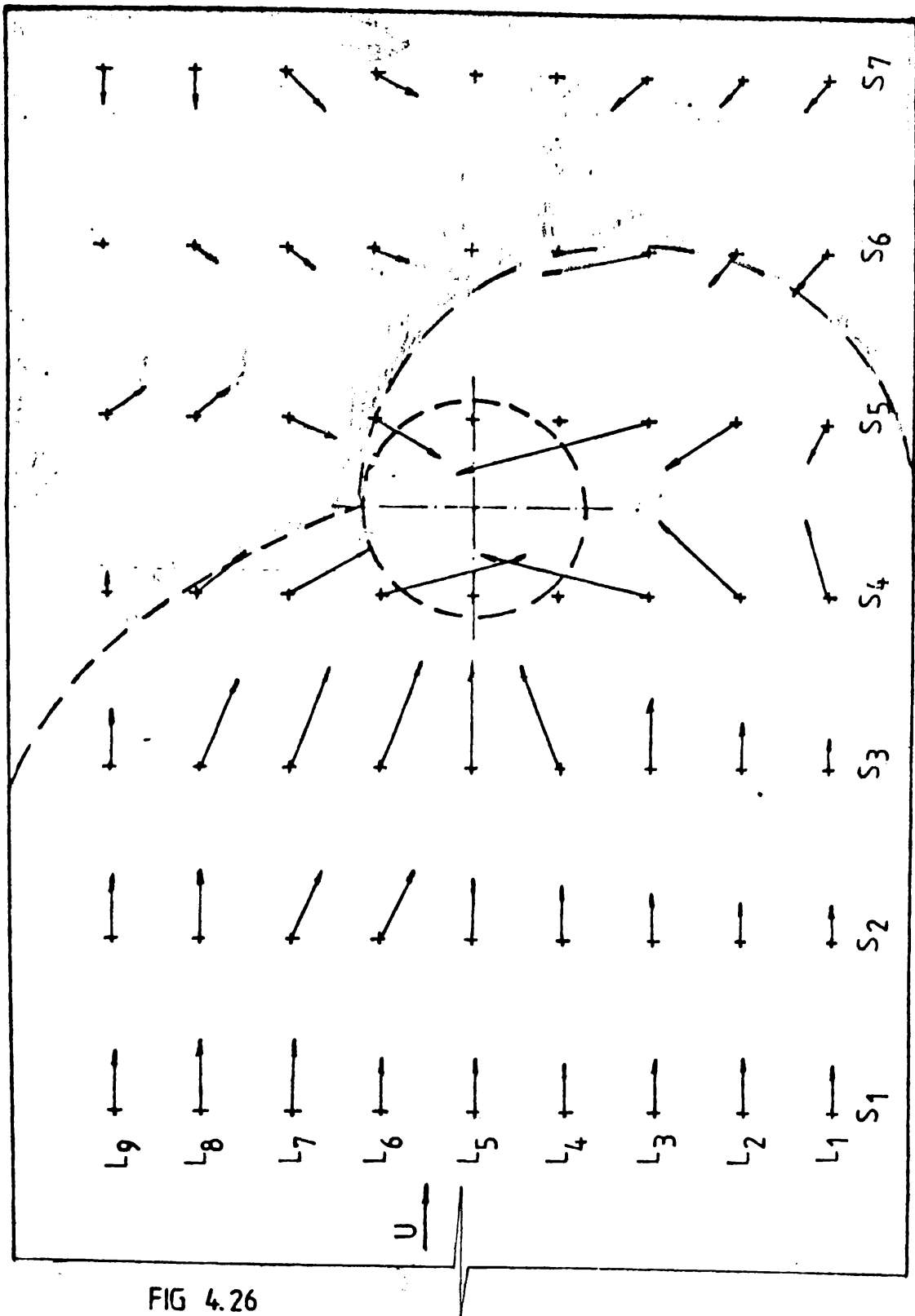


FIG 4.26

MASURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re = 1000$

ASPIRATOR DREPT  $Z = 1\text{cm}$

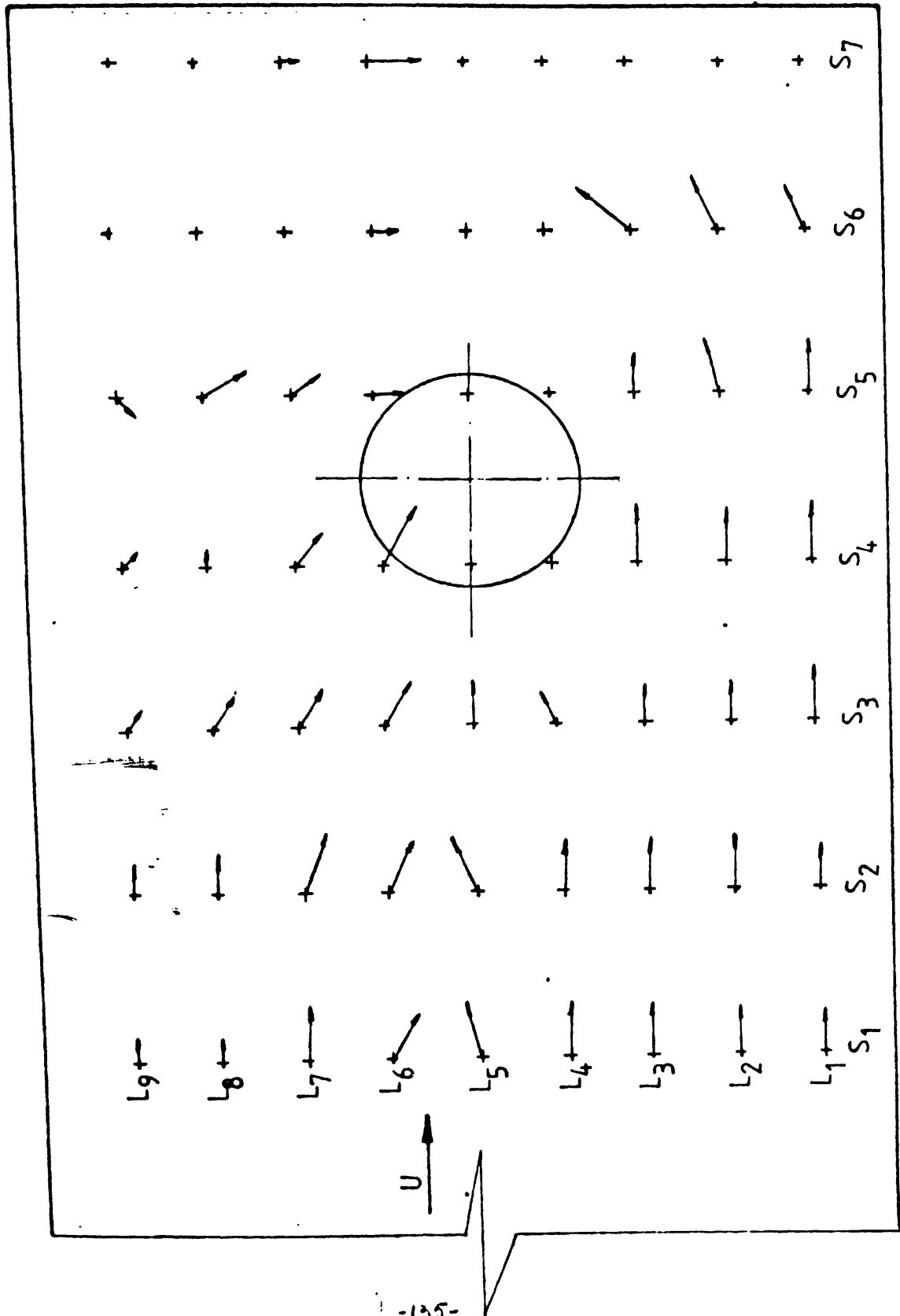
SCARA VITEZELOR 1:1

MASURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re=1000$

ASPIRATOR DREPT  $Z = 12 \text{ cm}$

SCARA VITEZELOR 1:1

FIG 4.27

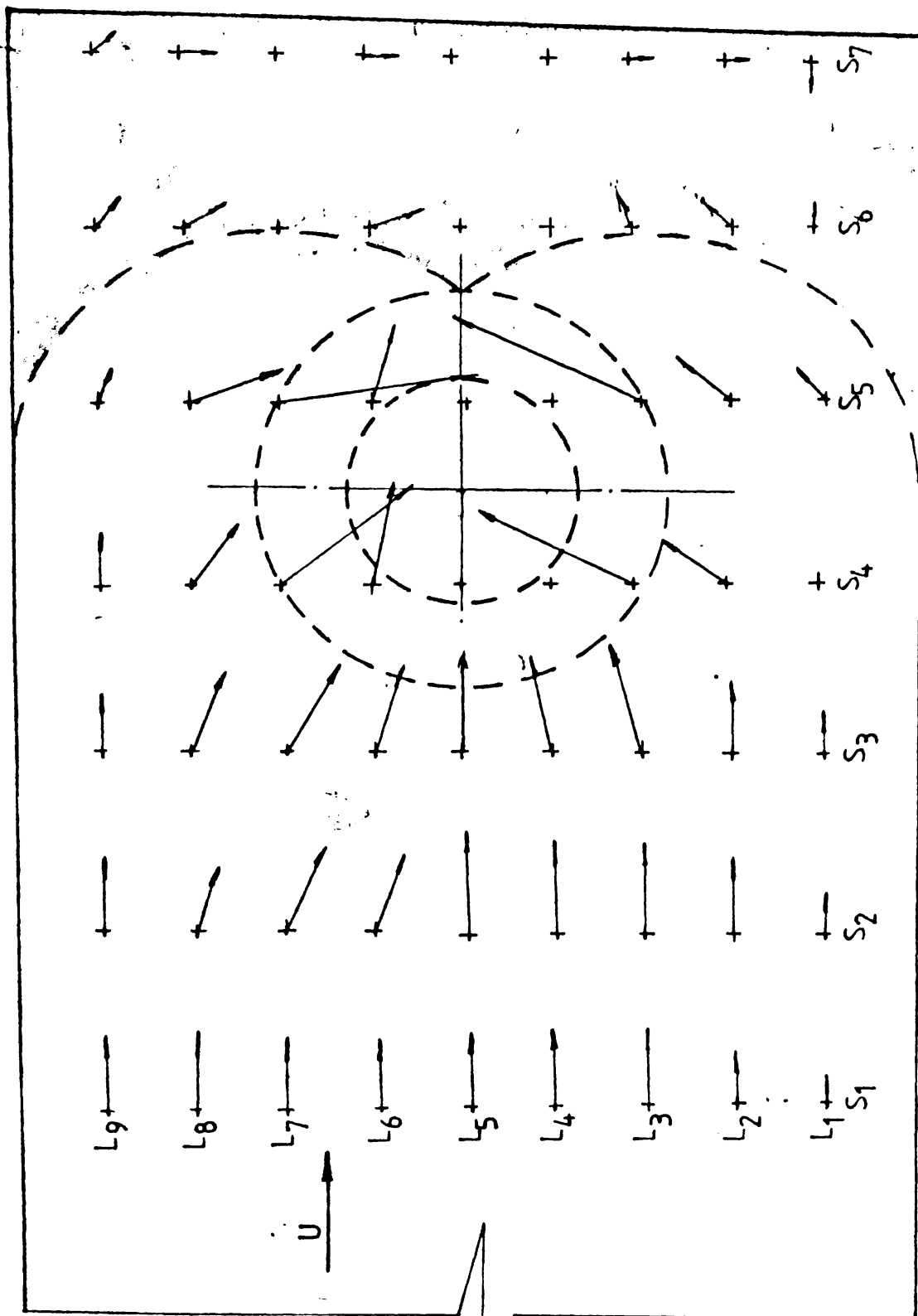


MASURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re=1000$

ASPIRATOR EVAZAT  $Z=1\text{ cm}$

SCARA VITEZELOR 1:1

FIG 4.28

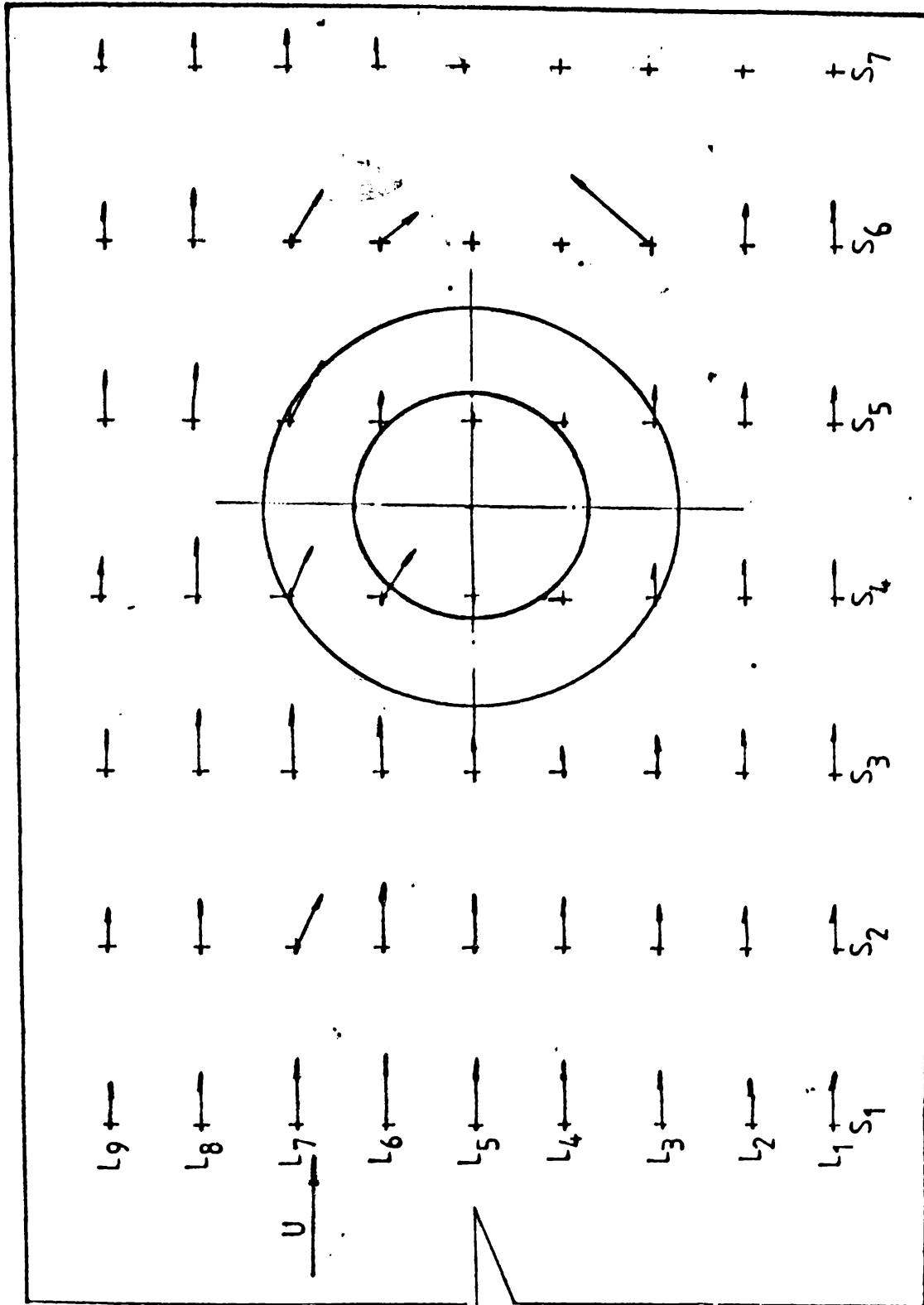


MASURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re = 1000$

ASPIRATOR EVAZAT  $Z = 12 \text{ cm}$

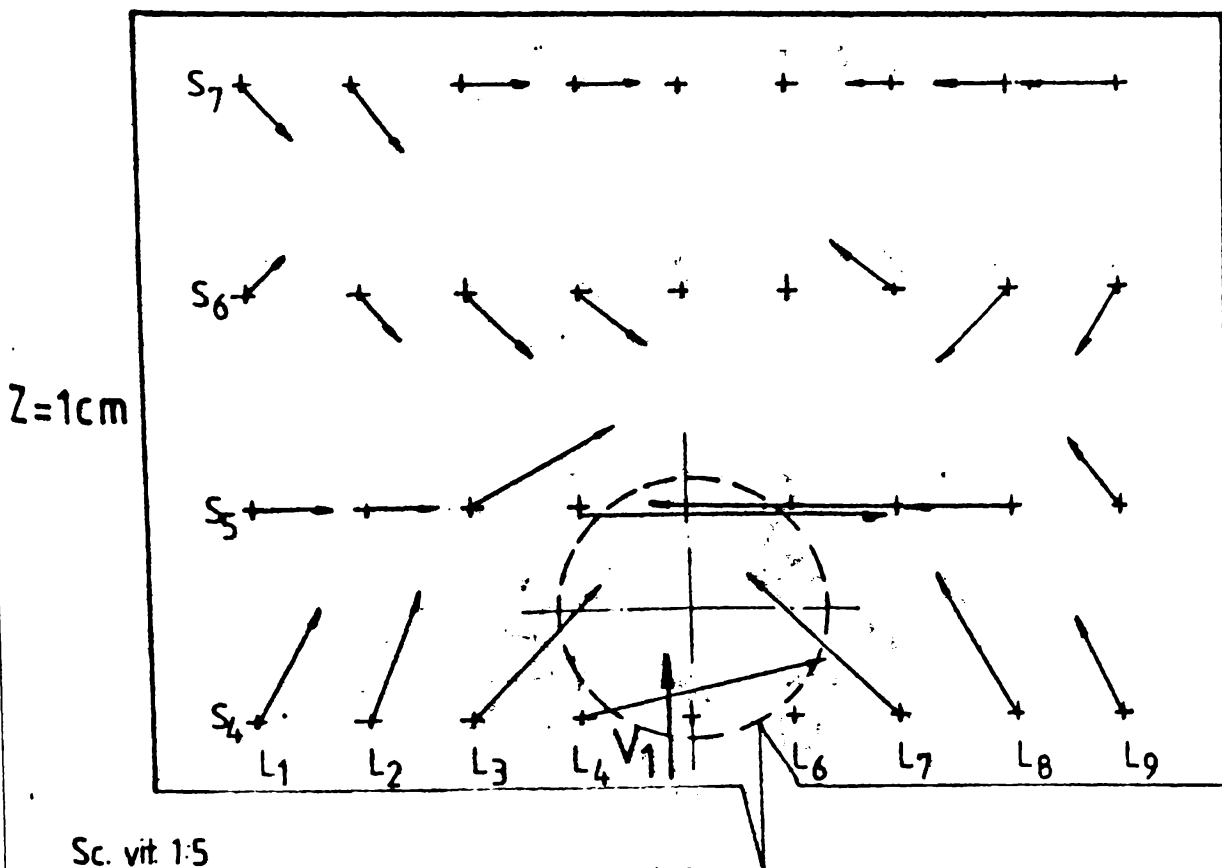
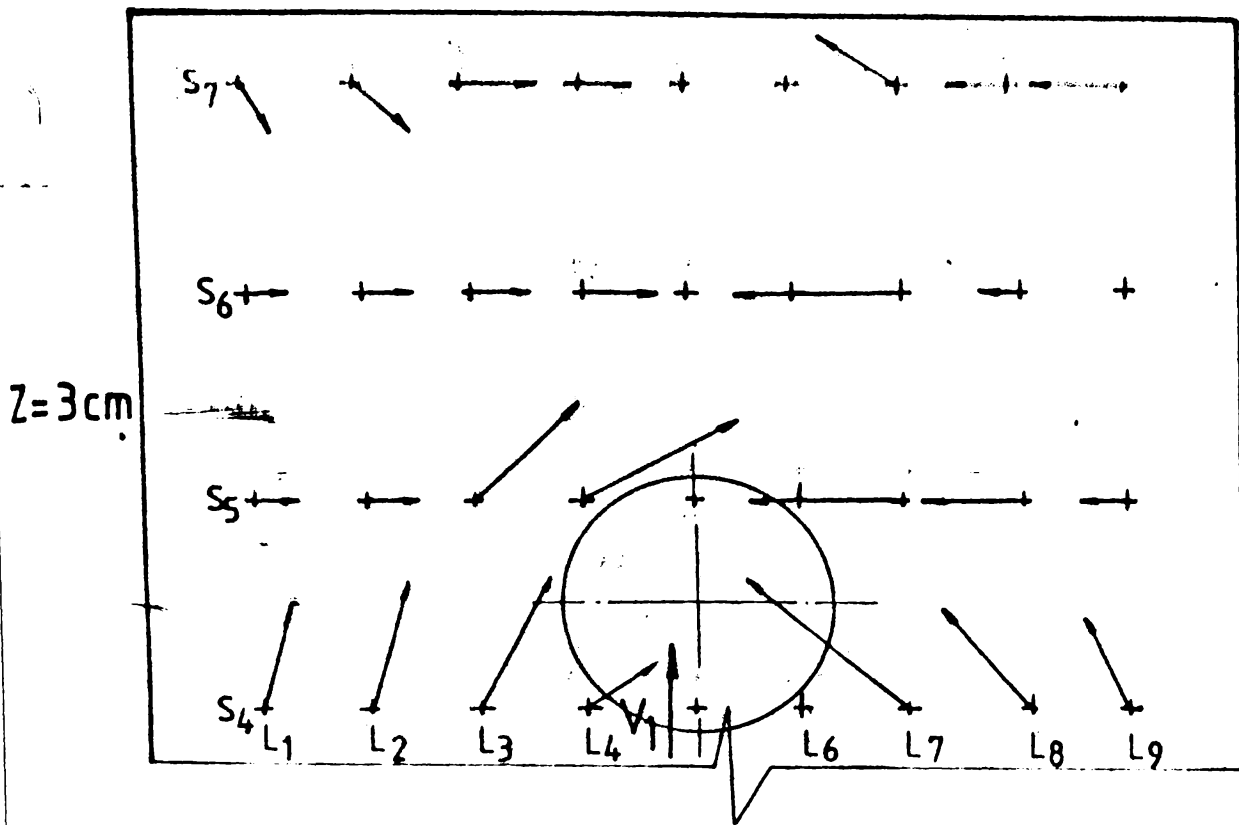
SCARA VITEZELOR 1:1

FIG 4.29



MASURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re = 10000$   
 ASPIRATOR DREPT

FIG 4.30



Sc. vit 1:5

pe modelul experiment al B, care ne-au permis evidențierea unor fenomene caracteristice curgerilor cu vârtejuri de la se îngrăd pompei.

4.1.7.1. Pulsațiile de presiune periodice, create de vârtejurile ce se dezvoltă în conducta de aspirație

Frecvența dominantă a acestui fenomen este dată în principiu de viteza relativă "W" ce apare în aspirator, iar amplitudinea pulsațiilor de presiune este dată de presiunea locală ce se realizează în condițiile curgerii cu vârtejuri către și de formele geometrice ale secțiunii respective.

În tabelul 15 se prezintă rezultatele măsurătorilor obținute pe standul experimental 2. Valorile frecvenței sînt valori medii de mîrișilor măsurate; aceste frecvențe creează armonici ce pot fi înmulțite pe numărul de pale ale pompei.

Amplitudinea pulsațiilor de presiune a variat între  $\pm 0,009$  -  $0,17$  m.c.a.

Rezultatele măsurătorilor de vibrații

Tabel 15

V (m/s)	1,02	1,51	2,02	2,53	3,02	3,53
f (Hz)	3,3	7,9	10,6	13,2	15,9	18,6

Măsurătorile de vibrație s-au efectuat cu aparatul de măsură prezentat în fig. 4.41.

Verificînd această metodologie cu unele rezultate obținute pe prototipuri de diferiți caracteristici roună / 140, 146 / se poate justifica a unor frecvențe dominante apărute în măsurătorile lor pe pomparele sau conductele de aspirație ale pompei respective.

Tabel 16

Stația de pompare	Bibliogr.	Frecv. (Hz)		Obs. făcute în calculată măsurată timpul măsurătorilor
140	140	1,66	1,5	apare pe pomparement A = 9ms
146	146	2,03	2,2	l = 2 ms
146	146	2,31	2,2	l = 5ms

- determinarea modificărilor caracteristicilor energetice pomelor cu aspirație aer/apă, din prize respective

- măsurători privind viteza ascensională a bulilor de aer conținute de jetul de apă.

Modificările caracteristicilor energetice s-au prezentat în figurile 4.39 și 4.40.

În punctul cu randamentul maxim al pomii s-au obținut următoarele valori :

Tabel 6

Coefficientul de aerare $\alpha(\beta) = Q_a / Q_p$	0	1	2	3	4	5
Înălțimea de pomare $H/H_0$	1,00	0,951	0,927	0,897	0,868	0,840
debitul de pomare $Q/Q_0$	1,00	0,962	0,921	0,865	0,795	0,725
randamentul relativ global	1,00	0,937	0,876	0,809	0,737	0,665

**Fig. 4.4:** Coeficientul de aerare "  $\alpha$  " s-a măsurat cu un aparat pus de un colectiv, din care face parte și autorul, spre brev în C S I R.

În concluzia studiului s-a propus un canal de descărcare jetului de apă emulsionat, în care caz coeficientul de aerare scade la valorile prezentate inițial.

#### 4.1.7. Causa de vibrație și zgomote ce apar datorită înălțimii pomelor de la aspirația pompelor

După cum s-a arătat anterior ( cap. 2.2. ) în stațiile pomare importante se fac măsurători periodice pentru urmărirea comportării în exploatarea acestor instalații, stabilindu-se gradul de uzură în funcție de amplitudinea vibrațiilor corespunzătoare frecvenței date de turația pompelor. Autorul a considerat că urmărirea cu încredință deosebită vibrațiile ce apar în pompe nu este lipsită de interes și unele intervenții necesare ale instalațiilor hidraulice de la aspirația pompelor.

Prin selecția în mod special pe această cale, și datorită existenței unei cauze de vibrație și zgomote care pot să scurteze mult viața pompelor au efectuat o serie de măsurători



Fig.4.31 Rezultatele obținute prin măsurători pe modelul experimental A. Caracteristică  $f_1(Fr^{0,5}) = f_2(Fr_0)^{0,5}$

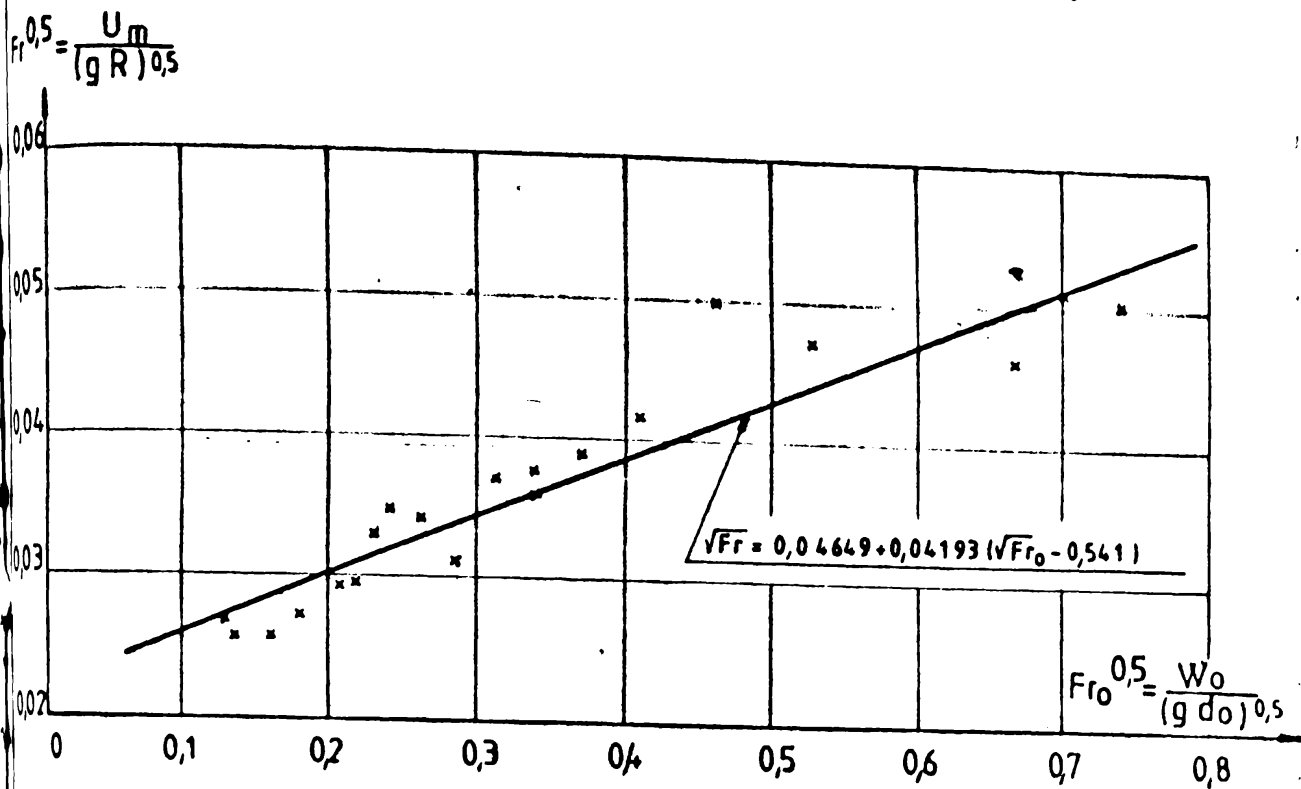
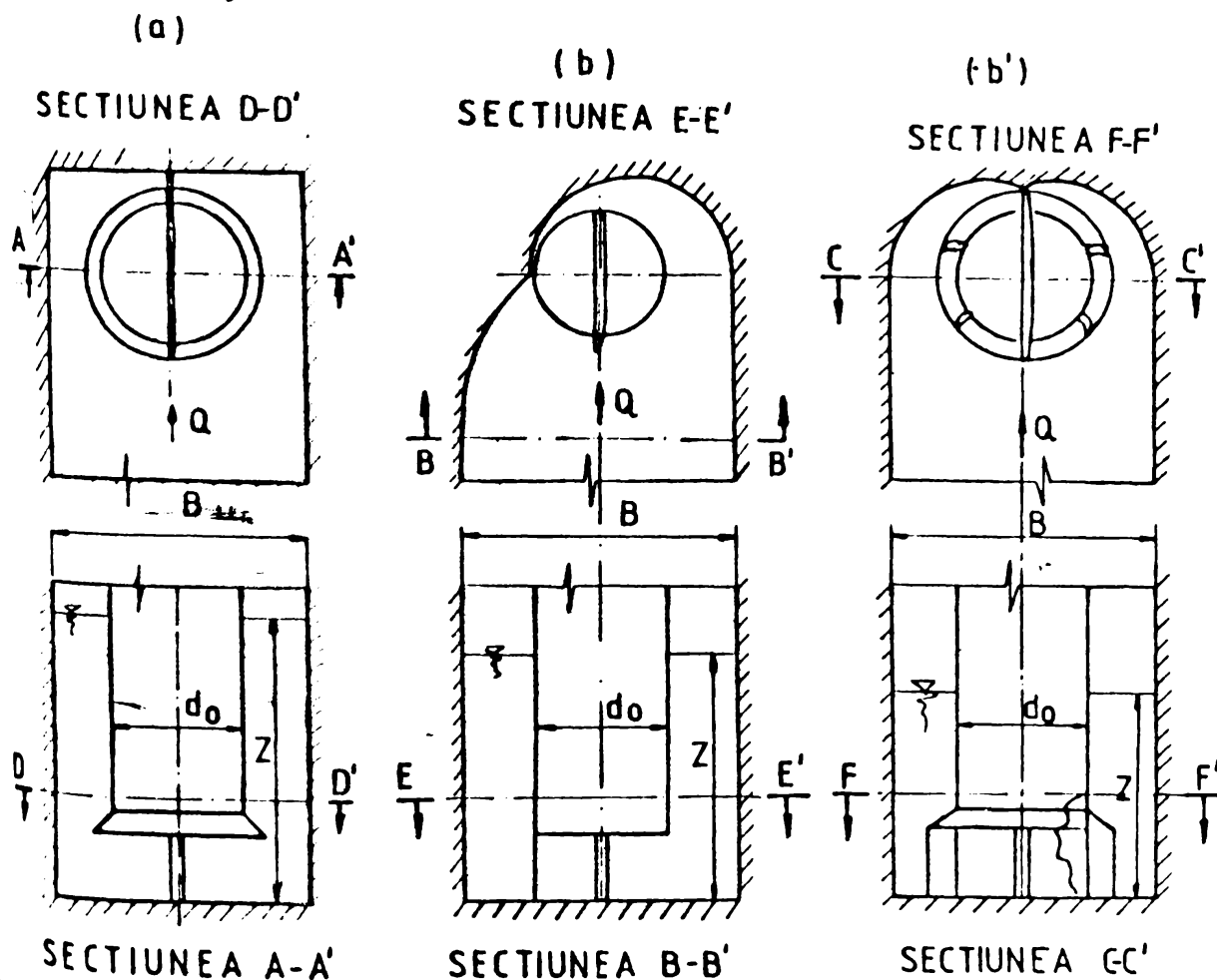


Fig.4.32 Tipurile de camere de aspirație studiate



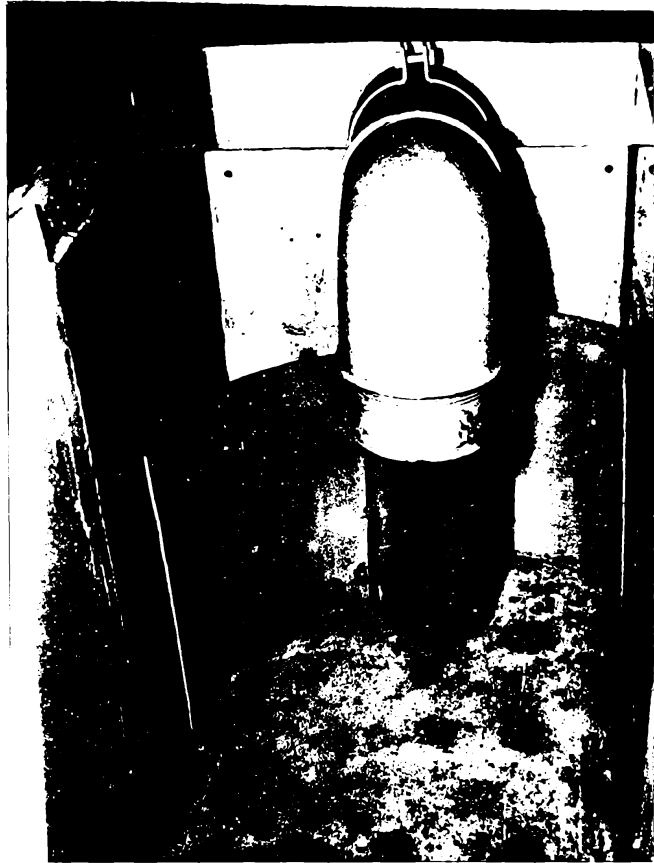


Fig. 4.33. Toilet in public restroom.



Fig. 4.34. Person in public restroom.

RELATIVE ( $\frac{R}{d_0}$ ) CU  $\sqrt{Fr_0}$  LA ASPIRATIA UNEI POMPE

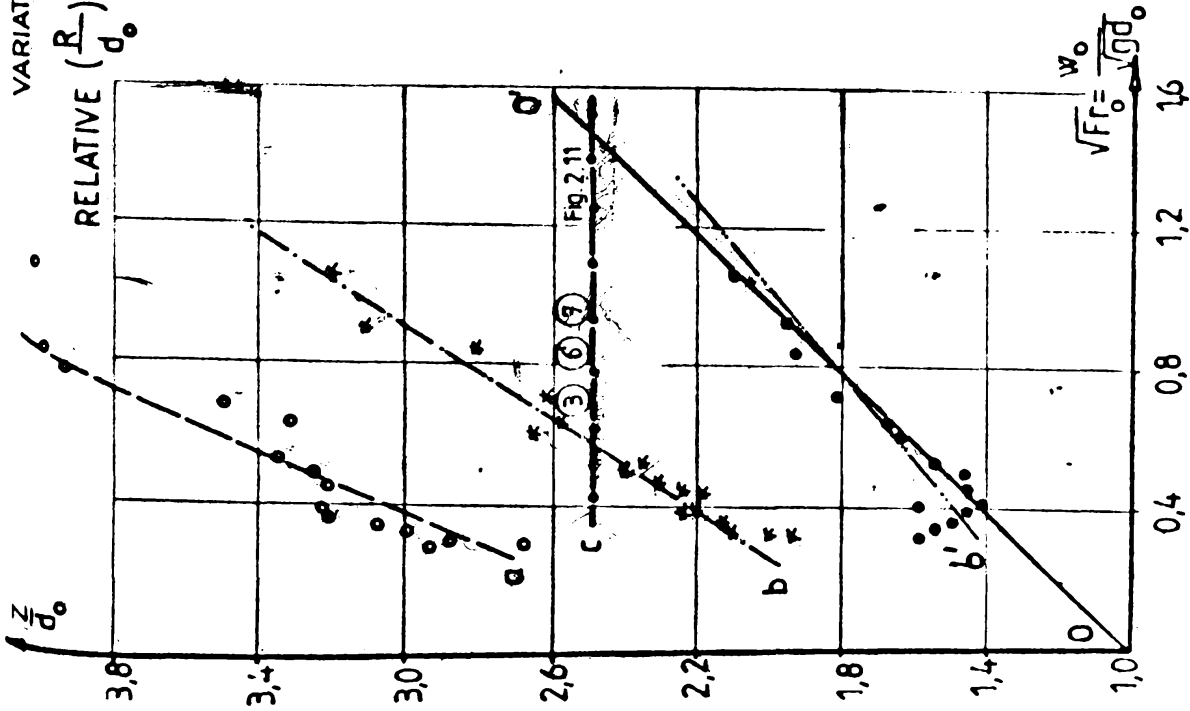


Fig. 4.35

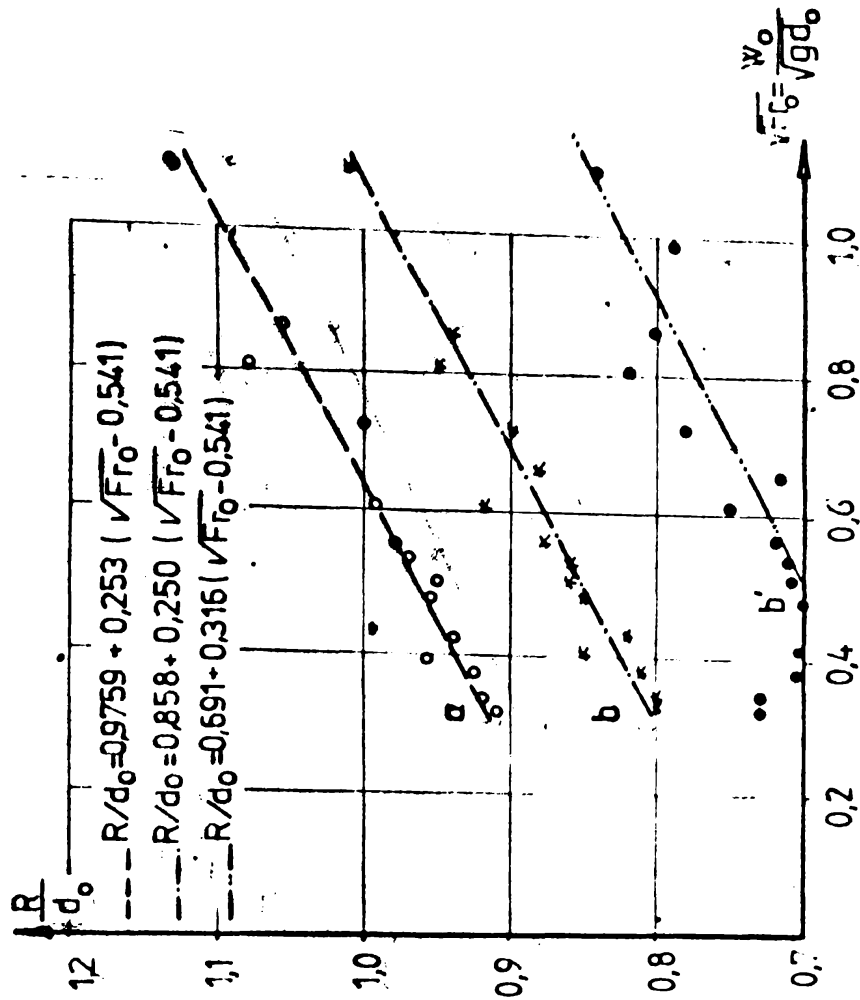


Fig. 4.36

**Fig. 4.17.1.** Regestrările spor din aprecierea frecvențelor respective și din calculul aproximativ al vitezei relative  $W_0$ .

#### 4.1.7.2. Curgerea cu vârtejuri de la aspirația pompelor

În funcție de condițiile de apariție și mai ales de efectele lor asupra instalațiilor de pompare, curgerile cu vârtejuri de la aspirație se pot împărți în două categorii :

$A_0$  - curgerile cu vârtejuri, fără dezvoltarea cavității în aspirator ( care în camerele paralelipipedice se dezvoltă în general în domeniul de niveluri relative  $2,5 < Z/d_0 < 4,5$  ) și sunt caracterizate de vibrațiile de frecvențe joase ; aceste frecvențe au de obicei același ordin de mărime cu frecvențele proprii ale construcțiilor, în care sînt instalate, ceea ce deseori conduce la nefericite fenomene de rezonanță. După cum s-a arătat anterior, folosind rezultatele măsurătorilor efectuate pentru camerele de aspirație paralelipipedice ( fig. 4.25 și 4.26 ) s-a determinat o variație a numărului Strouhal în domeniul  $St = f_0 \cdot U_{\text{m}} / \nu = 0,26 + 0,33 \cdot Z/d_0$  exprimînd aceste rezultate în funcție de viteză medie din câmpul de aspirație  $W_0$  și diametrul aspiratorului  $d_0$  obținem relația :

$$f \text{ (Hz)} = ( 0,14 + 0,15 ) \frac{W_0}{d_0} \quad ( 4.13 )$$

Efectuînd măsurătorile de vibrații pe standul experimental B pentru înălțimea relativă a apei în camera de aspirație  $Z/d_0 = 2,8$ , am găsit în spectrul de frecvențe măsurate și existența unor frecvențe apropiate de cele calculate cu relația 4.13 :

$$f_{\text{calc}} = ( 1,30 + 1,70 ) \text{ Hz}$$

$$f_{\text{mă}} = 1,30 \text{ Hz}$$

Este de remarcat că pentru curgeri similare I. Baranovskii / 98 / recomandă relația 4.14 :

$$f \text{ (Hz)} = 0,02 W_0 / d_0 \quad ( 4.14 )$$

Făcînd o comparație între frecvența vibrațiilor măsurate la aspirația pompelor de la stația de pompare Petriceni / 140 / și cea calculată cu relația 4.13 :

$$f_{\text{calc}} = (0,14 + 0,18) \frac{4,17}{0,01} \cdot (0,73 + 0,05) \text{ Hz}$$

se poate aprecia ca frecvența măsurată ( $f_{\text{măz}} = 0,76 \text{ Hz}$ ) pe prototip, este proprie curgerilor cu viteză.

Măsurătorile de vibrații s-au măsurat cu un комплект ( fig. 4.41) format din: accelerometru piezoelectric K.S. 12 ( frecvența proprie 400 Hz, sensibilitate la 125 Hz, 125 mV/m.s<sup>-2</sup>, orori la K.S. domeniul de lucru 0,5 + 200 Hz), aparat de măsurat vibrații tip K.M.251 ( prevăzut cu integritori de semnal cuibocal ) și oscilograf 12 L.S. cu înregistrare pe hirtie fotosensibilă, toate echipamentele lantului aparținând firmei R.F.T. ( R.S.G. )

Surzarile cu vibrații și cavitație gazoasă

După cum s-a arătat în paragrafele anterioare, în anumite condiții de funcționare pe conducta de aspirație se poate dezvolta cavitație gazoasă .

În momentul apariției cavitației pe conducta de aspirație apar în plus și zgomotele de frecvențe și amplitudine mari, create de fenomenul existent.

În fig. 4.43 s-au reprezentat rezultatele măsurătorilor efectuate pe tubul de aspirație al modelului experimental B pentru înălțimea relativă a apei  $Z/d_0 = 2,04$ ; existența unor frecvențe mai mari de la 100 evidențiază existența fenomenului de cavitație. Coeficientul de aerare  $\alpha = 0,2 \%$  s-a măsurat pe conducta de refulare.

Măsurătorile zgomotelor s-au efectuat cu un комплект de măsură ( fig. 4.42) format din accelerometru 4371, instrument pentru măsurat zgomote 2311, filtru acustic 1621, înregistratorul de nivel 2304; acest lant de măsură este furnizat de firma Brüel-Kjaer ( Danemar ) prezentând caracteristici cu performanțe la nivelul actual. Acest lant de măsură permite urmărirea fenomenelor de vibrații și zgomote cu amănunțimea valorilor nominale a valorilor R.M.S., sau " vîrf la vîrf " pentru deplasări, viteze sau accelerații, citirea rezultatelor instrumentului de măsură sau pe hirtie înscrisurului, transformate în dB.

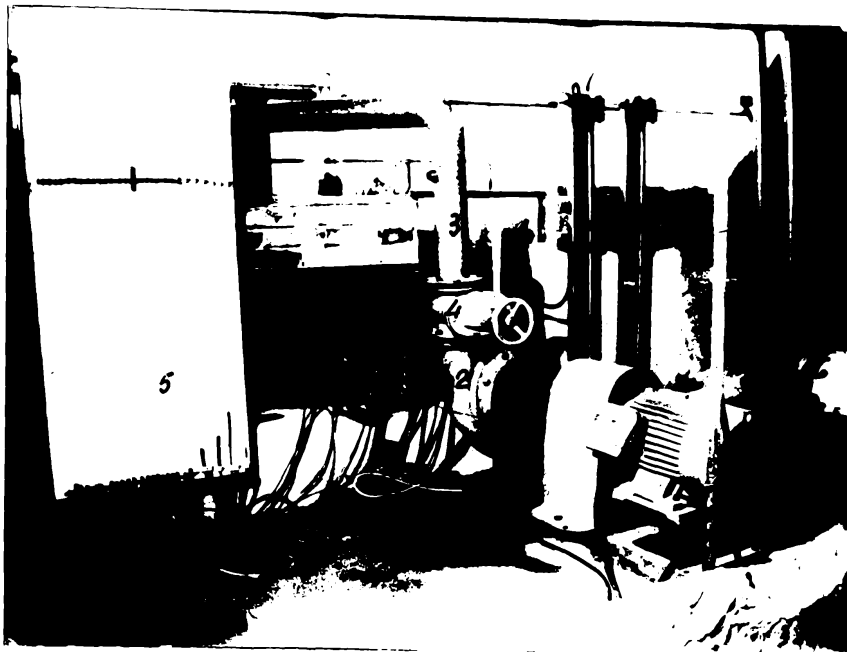


Fig. 4.37. Modelul experimental B. 1- motorul de acțiune;  
2- electromotor Criș 150; 3- conducta de refuzare;  
4- vana de reglaj; 5- tuburi izometrice de lașuri;  
6- pompa de vid.

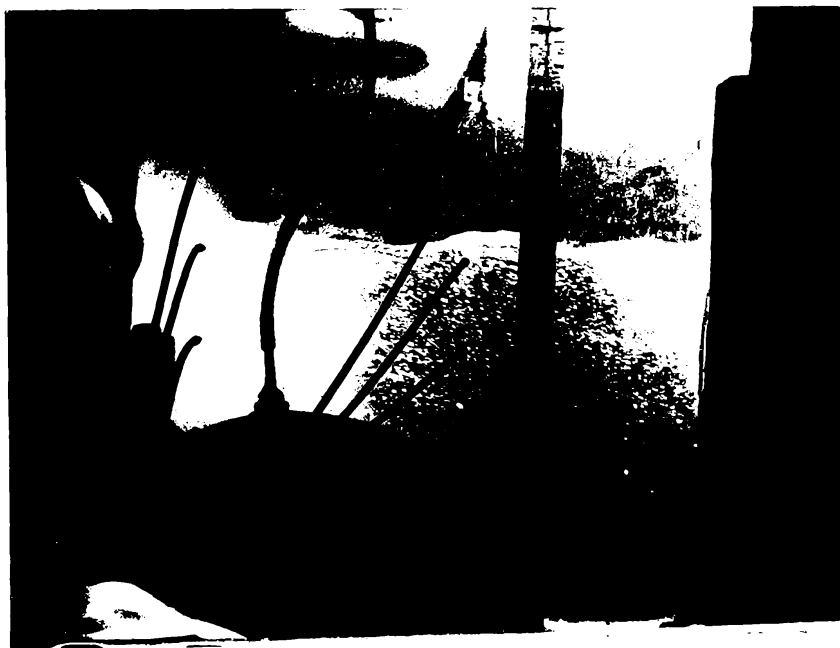


Fig. 4.38. Vanta de reglaj în interiorul modelului experimental B.

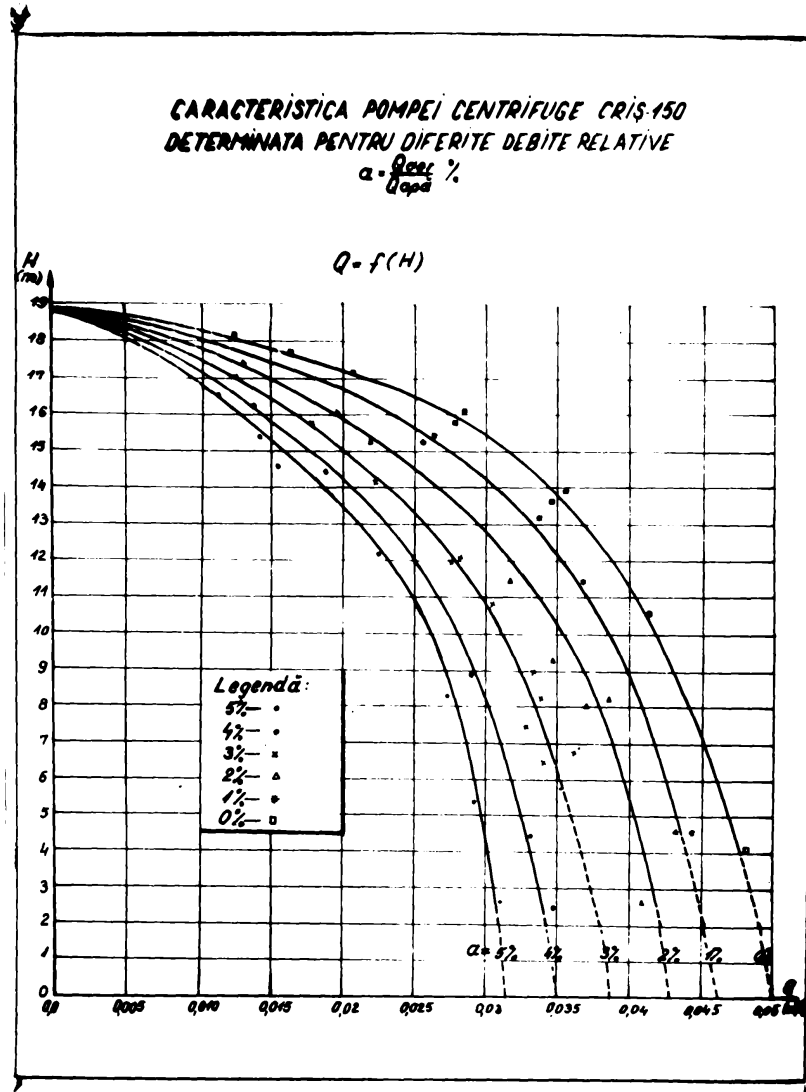


Fig. 4.39.

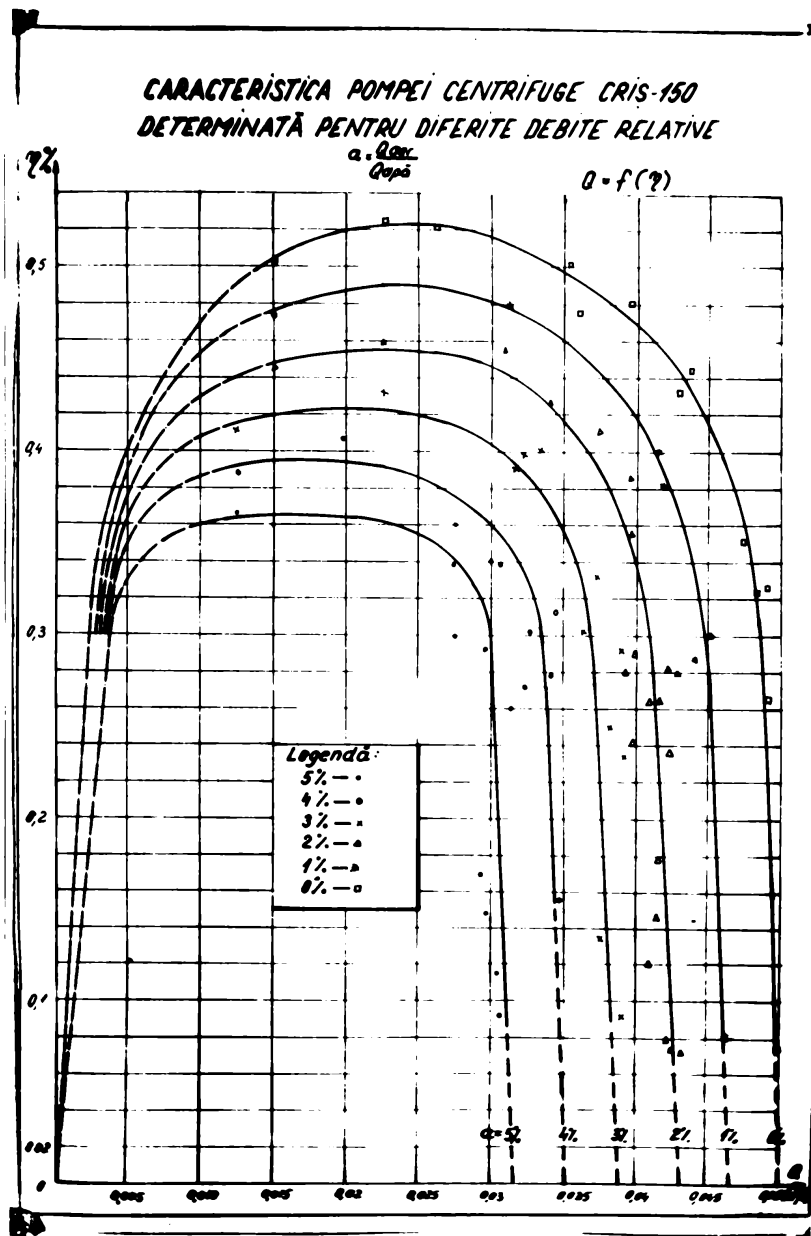
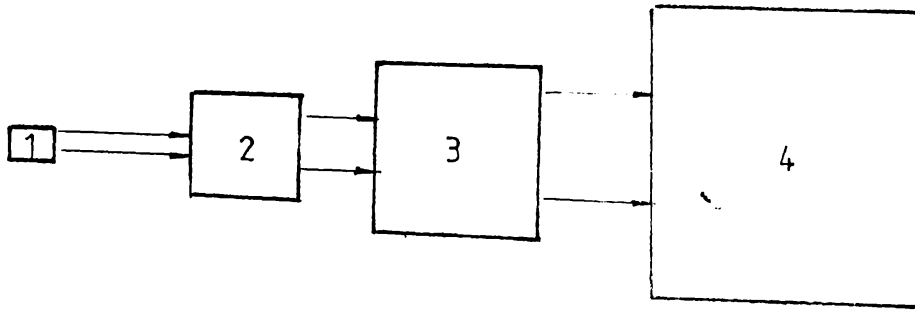


Fig. 4.40

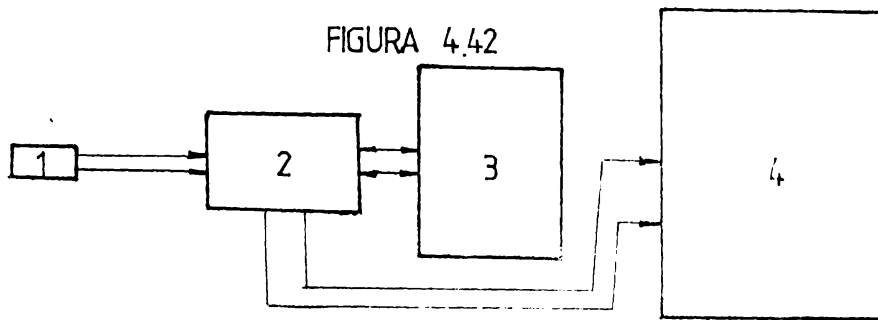


FIGURA 4.41



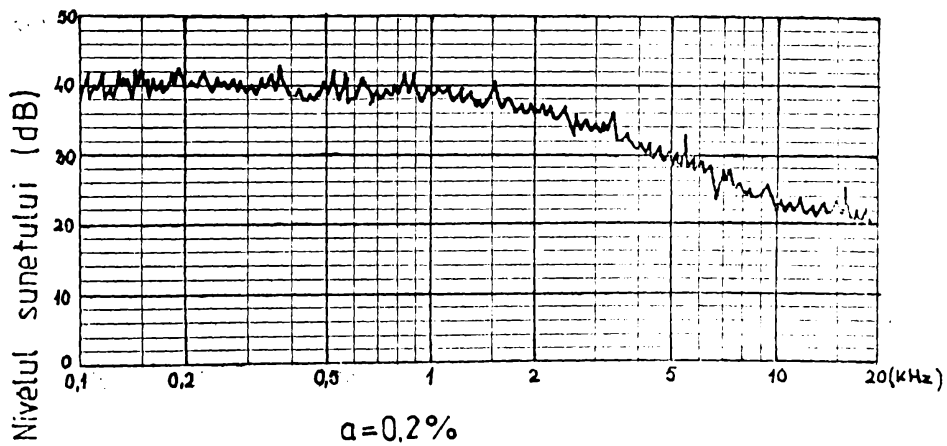
- 1 - ACCELEROMETRU KB-12
- 2 - ATENUATOR AS -101
- 3 -AMPLIFICATOR INTEGRATOR SM-241
- 4 -OSCILOGRAF 12 LS-1

FIGURA 4.42



- 1 -ACCELEROMETRU 4371
- 2 -INSTRUMENT PENTRU MASURAT VIBRATII 2511
- 3 -FILTRU ACORDABIL 1621
- 4 -INREGISTRATOR DE NIVEL 2306

FIGURA 4.43



### 4.1.7.3. Concluzii

Fără a intra în detalii tehnice deosebite, ei doar pentru a evidenția influența curgerilor cu vârtejuri de la aspirație asupra instalațiilor de pompare au efectuat măsurători de vibrații pe aspiratorul pompei cu care a fost dotat modelul experimental A. Astfel s-a evidențiat faptul că vârtejurile din aspirator reprezintă o sursă de vibrații și ageniți foarte importanți în circuitul hidraulic al stațiilor de pompare, suplimentară celor introduse de turbolența hidroagregatului și, care nu modifică nemi caracteristicile energetice ale pompelor, dar scurtează foarte mult viața agregatelor.

Măsurătorile de specialitate efectuate la stația de pompare Mântia /146/ și, la care curgerile cu vârtejuri de la aspirație aveau un rol important, au indicat necesitatea executării reparațiilor numai oca. 3000 ore de funcționare în loc de 30.000 ore cîte erau planificate.

### 4.2. Cercetări experimentale în natură

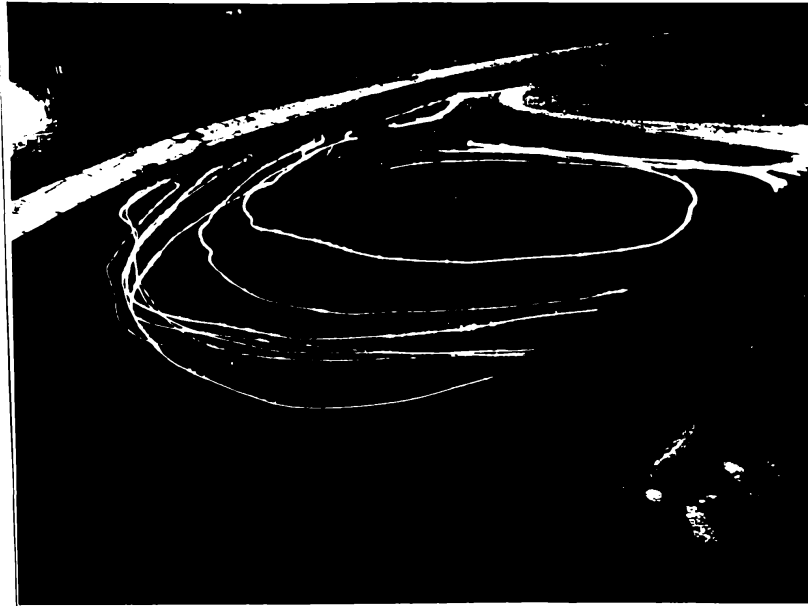
În cadrul urmăririi modelul de comportare sub aspect hidraulic a unor construcții hidrotehnice proiectate de diferite institute de specialitate din țară ( IHTA, IHTH, IONGA, IHPIF, etc. ) , pe baza cercetărilor efectuate de laboratoarele de hidraulică din țară ( IHTH, IHTI, etc. ) , cu scopul verificării corectitudinii soluțiilor alocate, similitudinii între prototip și modelele hidraulice cît și de determinare a unor parametri care nu pot fi studiați pe model, au efectuat câteva cercetări de specialitate la diferite stații de pompare, din care reprezentăm doar pe cele cu interes direct asupra temei prezentate. Astfel au încercat să determine influența unor tipuri de bazine de aspirație asupra caracteristicilor cavitaționale ale pompelor.

Efectuând măsurători ale pierderilor de sarcină hidraulice la aspiratoarele stațiilor de pompare Bazarabi- Tăcure, din sistemul de irigații Cernău / 1 44/ și Aninști, din sistemul de irigații Corabia /36/, au putut efectua unele aprecieri cu privire la influența pe care o au bazinele de aspirație cu alimentare simetrică și respectiv asimetrică asupra caracteristicilor de cavitație exterioare ale pompelor.

Din vizualizările efectuate cu flotori luminosi asupra celor două tipuri de bazine ( fig. 4.27 și 4.28 ) , rezultă că în bazinul

de aspirație al stației București-Băneasa, cu alimentarea asincronă, pompele se dezvoltă un vortice lat. Acest vortice conduce la creșterea pierderilor de sarcină hidraulice locale în intrarea în camera de aspirație  $\zeta_p = 1,2 + 2,2$  și intervine în modificarea rezervei de energie determinate inițial prin calcul, în special pentru pompele instalate la mijlocul frontului de capere unde circulația vorticeului este maximă, de exemplu pierderile de sarcină hidraulice măsurate la pompa nr. 1 au valoarea  $h_{pg} = 0,573m$ , în timp ce la pompa nr. 5,  $h_{pg} = 1,146 m$ .

Utilizându-se metoda lui Cav. scd. Ionuț, cuprinsă în lucrările [2,4], s-au stabilit curbele caracteristice de funcționare ale pompelor 1 și 5 (fig. 4.44-4.45) din care rezultă sensibilitatea regimului de funcționare al pompelor față de caracteristica externă de cavitație, prin pierderea de sarcină introdusă de bazinul de aspirație cu alimentare asimetrică.



**Fig. 4.** Stația de pompare Buzarabi - Pădure. Aspect de curgere în bazinul de aspirație. Funcționează pompele 1,6,7.



**Fig. 4.** Stația de pompare Aninști. Aspect de curgere în bazinul de aspirație. Funcționează pompele 1,3,5.

# CARACTERISTICILE DE CAVITATIE ALE POMPELOR 1 SI 5 DE LA STATIA BASARABI-PADURE

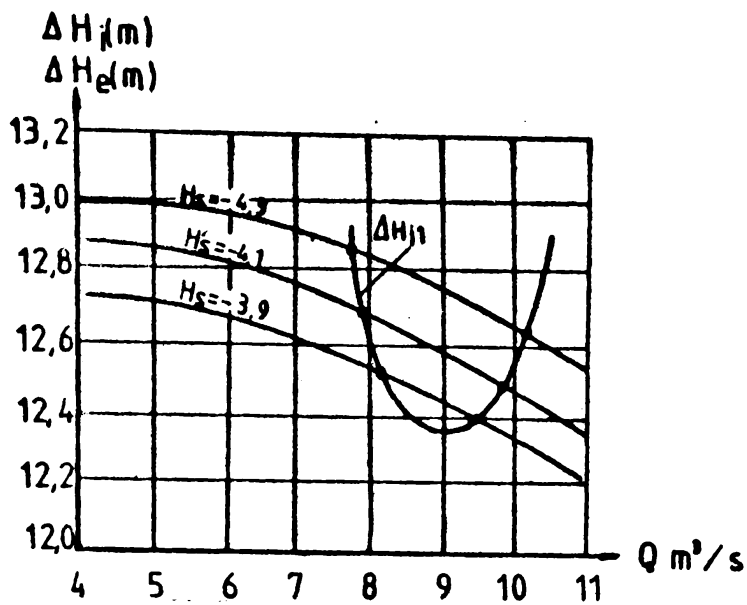


Fig.4.44 Caracteristicile de cavitație interne și externe ale pompei 1

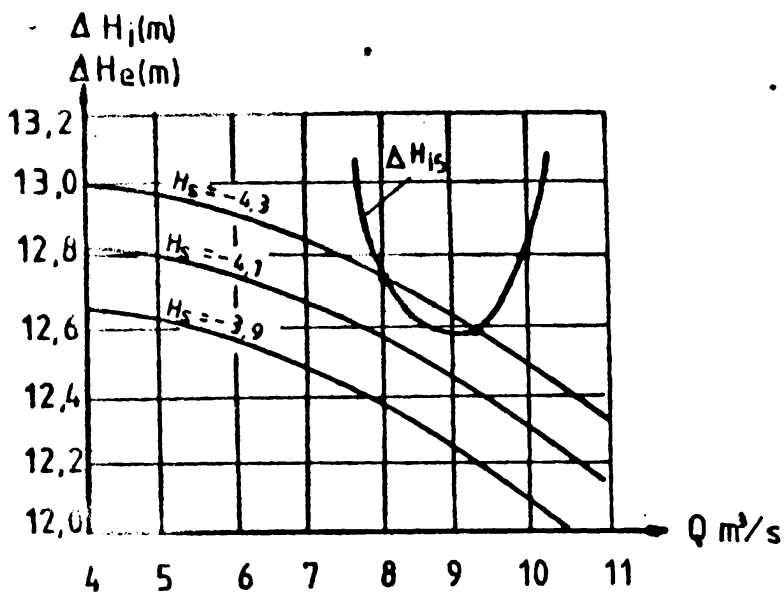


Fig.4.45 Caracteristicile de cavitație interne și externe ale pompei 5

**Cap. 5. CAUZELE PRINCIPALE ALE CRESTEREA EFICIENTEI ECONOMICE A  
STATIILOR DE POMPARE PENTRU ALIMENTARI CU APA**

Pe parcursul elaborării lucrării, s-au evidențiat la aspirația pompelor, fenomene hidraulice care nerezolvate optim nu permit o funcționare sigură și cu eficiență sporită a stațiilor de pompare.

Unele dintre aceste fenomene cum sînt: cavitarea, zgăzotăia, vibrațiile, stabilirea nodului și dimensiunilor optime de alimentare ale camerelor de aspirație, etc., împing practic cunoașterea condițiilor hidraulice de curgere cu mult în afara obiectului propus pentru studiu, dar după cum s-a arătat foarte necesare, deoarece creșterea duratei de funcționare a instalațiilor de pompare, obținerea parametrilor hidromecanici și energetici optimi, depind în mod implicit de cunoașterea acestor fenomene.

Ideile de creștere a siguranței de exploatare, a economiei de energie și a folosirii optime a terenului, rezolvate în lucrare prin metode originale, depășește cadrul strict al optimizării propriuzise a parametrilor hidraulici, hidromecanici și energetici, utilizați pînă în prezent la stațiile de pompare, evidențindu-se totodată posibilități diferite de creștere a eficienței economice a stațiilor de pompare.

**5.1. Creșterea eficienței economice prin economie de energie  
obținută pe baza îmbunătățirii randamentului stațiilor  
de pompare ce utilizează camere de aspirație optimizate**

După cum s-a arătat în Cap. 4, eliminarea vîrtejurilor cu antrenare de aer prin introducerea unor camere de aspirație bine studiate, îmbunătățește funcționarea pompelor, făcîndu-le să lucreze cel puțin la parametrii la care au fost proiectate, ceea ce permite realizarea de beneficii importante prin economie efectuată la consumul de energie pentru acționare.

Admitînd îmbunătățirea randamentului pompelor verticale cu înălțimea de aspirație pozitivă (cca. 20 % din puterea instalată), numai cu 1 % /79,151/ , rezultă la nivelul anului 1995 o economie importantă de energie.

Energia electrică produsă în anul 1995:  $E = 130 \text{ TWh/an}/154/$ .

Energia electrică consumată în stațiile de pompare cu aspirație pozitivă:

$S_{\text{sup}} = 0,2 \cdot 0,17 \cdot 130 = 4,62 \text{ GWh/an}$ , iar economia de curent rezultată  $S_{\text{c}} = 44,2 \text{ kWh/an}$ , care transformată în lei reprezintă  $S = 26,52 \text{ mil lei/an}$ .

**3.2. Diminuarea investițiilor pe baza utilizării caserelor de aspirație prefabricate**

Reducerea influențelor nefaste ale curenților cu viteză asupra instalațiilor de pompare prin introducerea secțiunilor de curgere optime, stabilite în cap. 4, permite realizarea de camere și bazine de aspirație cu volume utile mai mici, ceea ce conduce implicit la diminuarea valorilor de investiții în special pe baza reducerii volumelor de excavații și a cantităților de materiale energointensive (oțel, beton, et c.), ce se anglobează în construcția caserelor și bazinelor respective.

Caustă afirmare este justificată de rezultatele măsurătorilor reprezentate în fig. 4.25 unde dimensiunile geometrice ale caserelor de aspirație tip  $\text{H} \times \text{b}^2$  propuse de autori, au înălțimile de aspirație net inferioare celor recomandate de literatura de specialitate (dreapta e - fig. 4.25).

Pentru o evaluare a economiilor, analiza în mod simplificat, cazul dotării stărilor de pompare din agricultură cu agregate de pompare de putere echivalentă  $P_{\text{e}} = 300 \text{ kW}$  ( $B = 1,0 \text{ m}$ ;  $Q = 1,25 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $H = 30,0 \text{ m}$ ) până în anul 1990 trebuie montate cea.  $N_{\text{e}} = 3400$  agregate de pompare. Instalarea acestora în camerele de aspirație de tip  $\text{b}^2$ , permite reducerea înălțimii de aspirație cu  $\Delta Z = 0,85 \text{ m}$ , ceea ce conduce la următoarele economii de investiții la excavații și betoane:

$I_{\text{b}} = P_{\text{e}} \cdot N_{\text{e}} \cdot L_{\text{c}} \cdot 2 \cdot \Delta Z \cdot g = 11,36 \cdot 1400 = 16,2 \cdot 10^6 \text{ lei, unde:}$

$N_{\text{e}}$  - numărul echivalent de agregate = 3400 buc. ;

$L_{\text{c}}$  - lungimea camerei de aspirație = 3  $\text{m}$ ;

$g$  - grosimea betonului = 0,4  $\text{m}$

$P_{\text{e}}$  - prețul betonului armat pus în operă = 1400 lei/m<sup>3</sup>.

$I_{\text{exc}} = N_{\text{e}} \cdot \Delta Z \cdot B \cdot L_{\text{c}} \cdot p_{\text{exc}} = 2,9 \cdot 10^6 \text{ lei, unde:}$

$B = 2 \text{ m}$ ;

$p_{\text{exc}}$  - prețul excavației + transport = 100 lei/m<sup>3</sup>.

Total economii investiții:

$I_{\text{b}} + I_{\text{exc}} = 19 \cdot 10^6 \text{ lei.}$

Pentru asigurarea execuției și exactitatea construcției se pot realiza camere de aspirație prefabricate dimensionate pe tipuri de pompe.

Cu această ocazie rezară în posibilitatea extinderii acestei optimizări și la canalele și galeriile de educație, în vederea diminuării colmatărilor și implicit a cheltuielilor cu demontarea lor.

### 3.3. Realizarea de economii prin diminuarea cheltuielilor de reparatii a instalațiilor de pompare

După cum s-a arătat în cap.4, funcționarea cu virtuțuri la aspirație provoacă înclăzări suplimentare ale instalațiilor de pompare și scoaterea lor din circuit de cca. 8-10 ori mai repede în raport cu durata de utilizare normală ( 25 ani).

Folosirea camerelor de aspirație optimizate , în care curgerile cu virtuțuri sînt atenuate substanțial și permit eliminarea vibrațiilor, crește durata de viață, iar cheltuielile de reparație scad în mod substanțial.

Economii care nu pot fi evaluate exact, din cauza unor multitudine de factori de natură tehnică- economică ce intervin în calculul diferitelor variante, dar cu implicații deosebite asupra economicității amenajărilor , se pot contabiliza surar în economia de teren agricol, îmbunătățirea condițiilor de lucru în cadrul stațiilor de pompare prin evitarea agnometelor și vibrațiilor, etc.

Aceste afirmații se bazează pe faptul că se cunosc condițiile hidro-mecanice cerute de pompe , astfel încît camerele de aspirație să lucreze fără virtuțuri, sînt și condițiile hidraulice necesare impuse bazinilor de aspirație, implicit canalelor și galeriilor de educație, să funcționeze în aceleași condiții hidraulice.



## Capitolul 6. CONCLUZII

Ritmul actual al dezvoltării economiei românești face ca cerințele actuale și de perspectivă în ceea ce privește consumul de apă potabilă, industriale și pentru irigații, consumul de energie necesar antrenării pompelor, mărirea puterii agregatelor electrice și creșterea rapidă a numărului stațiilor de pompare, să atragă atenția cercetătorilor în vederea creșterii eficienței economice a acestor activități deosebit de necesare activității sociale.

După cum s-a arătat în partea documentară a lucrării (cap.2), există domenii importante cu rezerve deosebite în ceea ce privește optimizarea concepției, proiectării, realizării și exploatării stațiilor de pompare. Aceste domenii cu aplicații foarte largi, implică fiecare în mod separat cercetări aprofundate cu scopul declarat al reducerii cheltuielilor materiale.

Majoritatea cercetărilor prezentate în cuprinsul lucrării de față au avut ca scop de a răspunde unor probleme tehnice apărute pe circuitul hidraulic al stațiilor de pompare ale unor instituții cum sînt: I.E. Braila, C.S. Galati, CELIF- Craiova, CELIF- Constanta, Direcția Apelor Pitești, I.S.L.G.C., I S F E, Porțile de Fier II, etc.

În ansamblul problemelor enunțate mai sus, în vederea realizării obiectivului cercetării, ne-am preocupat în mod special studiind fenomenele de aspirație în prezente vîrtejurilor, ca prime elemente din hidraulica funcționării optime a agregatelor de pompare și care în general sînt considerate elemente de construcție și nu elemente principale ale circuitului de pompare (cameră de aspirație-agregat de pompare - rețeaua de refulare), de alegerea corectă a forței și dimensiunilor lor depinzînd de obținerea parametrilor proiectați.

Mulțimea problemelor apărute pe parcursul elaborării lucrării, cum sînt: asimetria curgilor în bazinele de aspirație, apariția vîrtejurilor cu antrenare de aer și din tubul de aspirație, poziția și funcționarea unor pompe pentru alimentarea cu apă a centralelor electrice, eroziunile cauzate și distrugerile produse de gazele din camerele de aspirație și a roților, vibrațiile mașinilor, etc., ne-au îndreptat atenția asupra cauzării condițiilor de creștere a siguranței de funcționare a stațiilor de pompare și optimizarea condițiilor de curgere la aspirația pompelor.

În studiul literaturii de specialitate (179 fișe bibliografice) s-a constatat că nu se răspunde unor necesități cum sînt:

- precizarea condițiilor de similitudine ale curgilor

cu și fără vîrtejuri la aspirația pompelor.

- s-a realizat o cunoaștere completă a interacțiunii dintre fenomenele hidraulice ce apar în camerele de aspirație și caracteristicile hidromecanice și energetice ale pompelor, care să conducă acest ansamblu la o funcționare optimă; specificăm doar că există o multitudine de indicații bazate numai pe soluții geometrice, realizate întru diametrul aspiratorului și dimensiunile camerei;

- s-a utilizat modele matematice și metode numerice tridimensionale care să exprime fenomenul de curgere din camerele de aspirație, decât cele realizate în ultimii ani de un colectiv foarte restrîns din care face parte și autorul.

Concluziile desprinse din studierea literaturii de specialitate s-au determinat să jalonez cercetările în principal pe trei direcții și anume :

A. Cercetări cu ajutorul modelelor matematice.

B. Cercetări cu ajutorul modelelor experimentale

C. Măsurători și interpretări ale rezultatelor obținute " in situ ", la câteva stații de pompare existente în ex locatare.

A. Cercetări cu ajutorul modelelor matematice

Prin cercetări teoretice asupra curgerii permanente și tridimensionale a lichidului greu și viscos în camera de aspirație a unei pompe, cu scopul de a găsi noi căi de proiectare ale camerelor de aspirație, optime din punct de vedere hidraulic, s-au adus contribuții în ceea ce privește:

1. Aplicarea ecuațiilor de mișcare și de continuitate pentru curgerea din camera de aspirație; pentru generalizarea rezultatelor s-a utilizat adimensionalizarea ecuațiilor respective folosind ca mări caracteristice : lățimea camerei, presiune la suprafața liberă, viteza la intrare în cameră și numerele de similitudine rezultate: Euler, Froude, Reynoldia.

2. Ecuațiile de mișcare și de continuitate ale curgerii tridimensionale s-au rezolvat prin trei modele matematice:

- 2.1. Modelul matematic cu patru funcții necunoscute:  $u_0, v_0, w_0$  și  $p_0$

- 2.2. Modelul matematic cu trei funcții necunoscute:  $u_0, v_0, w_0$

- 2.3. Modelul matematic al curgerii lichidului real realizat cu metoda liniilor de curent.

3. Complexitatea funcțiilor matematice obținute și a condițiilor la limită pentru modelele matematice 2.2 și 2.3, ne-au limitat la utilizarea soluției numerice numai pentru modelul matematic 2.1.

ale cărui soluții sînt relativ mai simple deoarece folosesc numai pasul simplu de dezvoltare în serie Taylor. Astfel s-au obținut soluții prin metoda numerică pentru:

- secțiunea de intrare, pentru care s-a dat ecuația lui Poisson:

$$\Delta u + \frac{R\omega}{r^2} \cdot \sin \alpha = 0,$$

rezolvată pentru condiția mixtă Neumann-Dirichlet la contur, pentru stabilitatea valorilor s-a introdus o condiție suplimentară ( a debitului adimensional  $q = 1$  ); rezolvarea s-a efectuat pentru cazul mișcării permanente și uniforme realizate în camera de aspirație.

Modelul numeric s-a aplicat la secțiunea de intrare prin discretizarea secțiunii în  $15 \times 15$ ,  $40 \times 40$  și  $100 \times 100$  noduri de calcul. Rezultatele calculului obținute au arătat că secțiunea discretizată în  $100 \times 100$  noduri are profilele de viteză asemănătoare cu cele măsurate în natură ( viteza maximă se realizează la  $0,8 R$ , măsurată de la fund canalului de aducțiune ); un dezavantaj important al discretizării în  $100 \times 100$  noduri de calcul îl reprezintă durata mare de lucru al calculatorului care este de  $5,5$  ori mai mare decât a discretizării secțiunii în  $15 \times 15$  noduri; repartiția de viteză la intrare este suficient de precisă pentru eroarea de calcul  $\epsilon = 10^{-3}$ ; tot în vederea scurtării duratei de lucru a calculatorului s-au folosit două procedee de calcul a repartiției de viteză : procedeul introducerii unei valori ( sămînță), convenabil aleasă, și procedeul de calcul al vitezelor printr-o ecuație dată a unui paraboloid de rotație; între cele două procedee nu s-au observat practica scurtări spectaculoase ale duratei de lucru;

- în mod analog s-a dat ecuația lui Poisson care descrie repartiția parabolică a vitezelor în secțiunea de ieșire de formă circulară, aproximată printr-un poligon cu 16 laturi pornind de la ecuația lui Poisson:

$$\Delta w + \frac{R\omega}{r^2} \cdot \cos \alpha + R\omega \cdot \frac{p}{r} = 0,$$

rezolvată pe contur pentru cazul problemei Dirichlet și cu condiția suplimentară a debitului adimensional  $q = 1$ ;

- cu valorile determinate anterior în secțiunile de intrare și ieșire și cu urmatoarele condiții la limită, pe pereții solizi:

$$\frac{\partial w}{\partial n} = 0 \text{ și pe suprafața liberă}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = u, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = v,$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = v, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = u,$$

$$p|_{SL} = 1$$

(Se retinea din zona aspiratorului, relațiile de calcul ale valorilor s-au aproximat proporțional cu valorile vecine), au obținut spectrul tridimensional al repartiției de viteze din camera de aspirație; soluția obținută teoretic s-a comparat cu o soluție obținută prin măsurători într-o cameră de aspirație similară; prin analiza rezultatelor se constată o bună concordanță a calculilor analizați.

Calcululele s-au efectuat pentru mărimile  $u = 10^{-4}$  m/s,  $F_0 = 10$  g.c.a.,  $R = Z = 1,0$  m, și numerele  $Re = 10^2$ ,  $Fr = 10^{-3}$ ,  $Sh = 10^{10}$  și pasul dimensional  $\lambda = 1 : 15$ .

#### B. Cercetări cu ajutorul modelului experimental

Cercetările experimentale pe modele hidraulice ne-au permis să realizăm o legătură între parametrii hidromecanici și energetici ai pompelor și parametrii hidraulici aferenți camerelor de aspirație studiate, în vederea determinării condițiilor optime de funcționare a ansamblului cameră de aspirație-pompă.

Rezultate s-au obținut :

1. Condiția de funcționare a camerelor de aspirație fără vîrtejuri de suprafață cu antrenare de aer ( $Sh = 0$ ,  $Re = 3,3 \times 10^3$ ,  $Fr = 0,05$ ); deasemenea s-a evidențiat influența presiunii absolute de la suprafața liberă asupra frecvenței de apariție a vîrtejurilor cit și faptul că numărul de cavitație este practic constant pentru camerele studiate. Multitudinea de rezultate obținute pe model ne-a condus la prelucrarea lor pe un model matematic statistic care ne-a permis să determinăm o relație de similitudine complexă de formă :  $Sh = f ( Fr, Re )$ .

2. Modificînd parametrii geometrici ( ai camerei de aspirație și ai aspiratorului ) și condițiile hidraulice de curgere ( debite, viteze, niveluri, rețele hidraulice ), pînă la limita de apariție a vîrtejurilor de suprafață s-a obținut o legătură hidraulică și geometrică între camera de aspirație (  $Fr$  ) și aspirator (  $Fr_0$  ) exprimată printr-o variație liniară de formă :  $Fr = 0,5 + 0,04195 ( Fr_0^{0,5} - 0,5 )$ .

3. Măsurarea repartițiilor de viteze din camera de aspirație analizată, a evidențiat zonele active și inactive ( producătoare de vîrtejuri ), propunîndu-se trei tipuri de cameră de aspirație pentru care s-au efectuat cercetări similare. Studiul ne-a permis stabilirea unor legături hidraulice și geometrice dimensionale, care funcție de parametrii nominali ai pompelor pot determina optin un tip de cameră de aspirație. Camerele de aspirație de

tip B', au volunele utile minime în raport cu cele recomandate de literatura de specialitate.

A. Pe modelul hidraulic B s-a determinat influența curgerii în ecuație aerată asupra caracteristicilor hidrodinamice și energetice ale pomelor; pentru realizarea măsurătorilor bifazice aer-apă am instituit, împreună cu tov. conf. Cazacu Hiron, o metodă și un aparat de măsură ce constituie un brevet de invenție deținut de O S I M ( dosar nr. 121.174/ 27.XII.55) pentru a evidenția influența curgerilor cu vitezări de la aspirație, asupra instalațiilor de pompare, am efectuat măsurători de vibrație pe aspiratorul pompei; astfel s-a evidențiat faptul că vitezările din aspirator reprezintă o sursă de vibrație și zgomote foarte importante în circuitul hidraulic al stațiilor de pompare, care încercând suplimentar instalațiile și scurtează foarte mult viața agregatelor.

C. Măsurători și interpretări ale rezultatelor obținute în alți la câteva stații de pompare

Printre fenomenele care ne-au atras atenția specificăm următoarele :

- modul de alimentare (simetric sau asimetric ) al bazinelor de aspirație ale stațiilor de pompare;
- compararea unor rezultate ale măsurătorilor de vibrații cu cele de pe model.

Ținând cont de soluțiile recomandate s-a putut evidenția un volum mare de economii realizate pe seama optimizării parametrilor hidraulici și pe creșterea duratei de viață a instalațiilor de pompare.

O parte din rezultatele obținute pe parcursul elaborării lucrării au fost comunicate la sesiuni științifice din țară și de peste hotare, însumând un mare număr de participări.

În lucrare nu au fost epuizate toate problemele ridicate de tematica abordată. Evidențiem doar câteva posibilități de continuare a cercetării:

- mirarea puterii calculatoarelor poate conduce la îmbunătățirea modelelor și obținerea unor soluții numerice mult mai perfecționate;

- continuarea studiilor pentru stabilirea condițiilor de optim și pentru celelalte probleme arătate în capitolul de documentări.

VITEZA UGIN SECTIUNEA  
DE INTRARE. Re=100

Σ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,128	0,215	0,250	0,327	0,360	0,381	0,391	0,391	0,381	0,360	0,327	0,281	0,217	0,128	0,000
3	0,000	0,217	0,379	0,500	0,589	0,653	0,693	0,714	0,714	0,694	0,654	0,590	0,500	0,380	0,218	0,000
4	0,000	0,283	0,503	0,672	0,800	0,891	0,950	0,978	0,979	0,950	0,892	0,800	0,674	0,504	0,284	0,000
5	0,000	0,334	0,600	0,809	0,968	1,082	1,157	1,194	1,194	1,158	1,084	0,969	0,810	0,601	0,334	0,000
6	0,000	0,373	0,676	0,917	1,102	1,237	1,325	1,370	1,370	1,326	1,240	1,104	0,919	0,678	0,374	0,000
7	0,000	0,403	0,736	1,003	1,209	1,361	1,460	1,510	1,510	1,462	1,363	1,212	1,005	0,738	0,405	0,000
8	0,000	0,428	0,783	1,071	1,295	1,460	1,570	1,623	1,624	1,571	1,463	1,298	1,074	0,786	0,430	0,000
9	0,000	0,447	0,821	1,125	1,363	1,539	1,655	1,713	1,714	1,657	1,542	1,366	1,128	0,824	0,449	0,000
10	0,000	0,462	0,850	1,167	1,417	1,601	1,724	1,785	1,786	1,726	1,605	1,420	1,174	0,853	0,464	0,000
11	0,000	0,474	0,873	1,200	1,459	1,650	1,777	1,841	1,842	1,779	1,654	1,463	1,205	0,877	0,476	0,000
12	0,000	0,483	0,891	1,226	1,491	1,688	1,818	1,884	1,885	1,821	1,691	1,495	1,230	0,895	0,485	0,000
13	0,000	0,490	0,904	1,245	1,515	1,746	1,849	1,916	1,917	1,852	1,719	1,519	1,249	0,908	0,492	0,000
14	0,000	0,495	0,916	1,258	1,532	1,756	1,871	1,930	1,940	1,874	1,759	1,537	1,263	0,917	0,497	0,000
15	0,000	0,497	0,920	1,267	1,543	1,748	1,885	1,954	1,954	1,888	1,752	1,548	1,272	0,923	0,500	0,000
16	0,000	0,499	0,922	1,271	1,548	1,755	1,892	1,961	1,962	1,894	1,759	1,553	1,276	0,926	0,502	0,000

REZULTATELE OPTINUII PE SCARA EXPERIMENTALA

$Z = 2,5 \text{ dm}$ $Q = 10 \text{ l/s}$ $Re = 12820,5$ $\sqrt{Fr} = 0,2292$ $n_2 = 59,9$	$f \left( \frac{\text{m}^2}{\text{min}} \right)$	50	48	45	44	45	45	47	47	48
	Eu	2613,8	2749,5	3272,5	3468,6	3730,1	3795,5	3991,1	5037,6	5625,9
	Sh	0,408	0,3916	0,3672	0,3672	0,3530	0,3672	0,3672	0,3835	0,3916
	$f \left( \frac{\text{m}^2}{\text{min}} \right)$	49	49	49	50	50	51			
	Eu	6966,6	7194,6	8371,6	8698,5	9248,4	9613,8			
	Sh	0,3998	0,3998	0,3998	0,408	0,408	0,4161			
$Z = 2,5 \text{ dm}$ $Q = 9 \text{ l/s}$ $Re = 11538,4$ $\sqrt{Fr} = 0,2292$ $n_2 = 59,2$	$f \left( \frac{\text{m}^2}{\text{min}} \right)$	42	45	42	40	42	34	37	38	39
	Eu	2930,9	3071,6	3636,6	3798,0	3959,4	4476,9	4766,5	5573,6	6057,8
	Sh	0,3808	0,3264	0,3173	0,2991	0,3173	0,3082	0,3354	0,3445	0,3354
	$f \left( \frac{\text{m}^2}{\text{min}} \right)$	42	45	42	41	40	42	39		
	Eu	7672,0	8312,9	9286,2	9642,2	10416,1	11061,8	11303,9		
	Sh	0,3808	0,408	0,3898	0,3808	0,3626	0,3808	0,3536		
$Z = 2,5 \text{ dm}$ $Q = 8 \text{ l/s}$ $Re = 10256$ $\sqrt{Fr} = 0,2038$ $n_2 = 59,6$	$f \left( \frac{\text{m}^2}{\text{min}} \right)$	25	28	29	25	25	26	26	24	21
	Eu	3683,2	3989,7	4909,0	5317,6	5563,9	6032,6	6381,1	7156,2	7973,4
	Sh	0,255	0,2856	0,256	0,255	0,255	0,2652	0,2652	0,2448	0,204
	$f \left( \frac{\text{m}^2}{\text{min}} \right)$	18	19	26	23	26	26	26		
	Eu	10527,1	10935,7	12876,4	13285,0	13714,6	14061,6	14470,2	15023	
	Sh	0,1836	0,1938	0,255	0,2346	0,2652	0,2652	0,2652	0,57	

INSTITUTUL POLITEHNIC  
 TIMISOARA  
 BIBLIOTECA CENTRALA

REZULTAT E GRIJTORE I 3 STADIJ EN EKSPERIMENTAL

A 12

$Z = 2,5 \text{ dm}$ $Q = 7 \text{ l/s}$ $Re = 8974,3$ $\sqrt{f} = 0,1783$ $n_g = 59,6$												
$f \text{ (min)}$	20	22	22	26	25	25	25	25	26	25	24	24
Eu	4740,1	5077,6	5477,9	5799,6	6092,0	6411,8	6945,4	7345,7	7745,9	8201,1	8413,0	8679,8
Sh	0,2331	0,2564	0,2564	0,3030	0,2914	0,2914	0,2914	0,3030	0,2914	0,2797	0,2797	0,2797
$f \text{ (min)}$	24	23	23	25	25	25	27	26	24			
Eu	11615,0	12603,8	14016,5	15217,2	16684,8	17357,9	18340,7	18952,9				
Sh	0,2797	0,2681	0,2681	0,2914	0,2914	0,2914	0,3147	0,3030	0,2797			
$f \text{ (min)}$	21	21	19	18	20	19	18	17	17	16	18	17
Eu	6911,2	7274,4	8182,4	8364,0	9090,3	9816,7	10543,1	11269,5	11995,8	12359,0	14175,0	16267,7
Sh	0,2856	0,2856	0,2584	0,2448	0,272	0,2584	0,2448	0,2312	0,2312	0,2176	0,2448	0,2312
$f \text{ (min)}$	21	19	20	16								
Eu	21257,1	23617,9	25615,4	26705								
Sh	0,2856	0,2584	0,272	0,2176								
$f \text{ (min)}$	13	12	14	11	11	12	11	11	11	11	12	16
Eu	9690,7	10475,2	11367,3	12567,1	13874,6	22350,1	15916,6	16751,0	17535,5	19627,5	20150,5	21196,5
Sh	0,2121	0,1958	0,2284	0,1795	0,1795	0,1958	0,1795	0,1795	0,1795	0,1795	0,1950	0,2611
$f \text{ (min)}$	13	9	10	8	8	10	7					
Eu	28518,3	30610,3	32963,2	34794,2	35758,7	36363,2	38455,2					
Sh	0,2121	0,1468	0,1632	0,1305	0,1305	0,1632	0,1442					
$Z = 2,5 \text{ dm}$ $Q = 5 \text{ l/s}$ $Re = 6410,25$ $\sqrt{f} = 0,13134$ $n_g = 59,8$												



REZULTATIS COMPUTASI PERENCANAAN

<p>Z = 2,5 dm Q = 4 l/s Re = 5128,2 <math>\sqrt{Fr} = 0,1030</math> <math>n_g = 59,8</math></p>	f (1/min)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	Eu	14733,1	17593,2	26828,3	22065,2	147011,4	51914,5	60086,2													
	Sh	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<p>Z = 2,5 dm Q = 3 l/s Re = 3846,1 <math>\sqrt{Fr} = 0,0764</math> <math>n_g = 59,8</math></p>	f (1/min)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	Eu	28571,4	31276,9	34182,4	58836,4	69048,4	77038,5	92292,4													
	Sh	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<p>Z = 2,5 dm Q = 2 l/s Re = 2564,1 <math>\sqrt{Fr} = 0,0509</math> <math>n_g = 59,8</math></p>	f (1/min)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	Eu	51299,2	75276,0	80179,0	86716,4	109597,3	140649,9	175336,8	202755,0												
	Sh	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<p>Z = 2,0 dm Q = 3 l/s Re = 4411,7 <math>\sqrt{Fr} = 0,0997</math> <math>n_g = 59,8</math></p>	f (1/min)	3	3	4	2	2	3	3	2	2	2	3	3	2	2	2	3	3	5	3	5
	Eu	18157,7	20946,9	27920,1	30708,4	33498,7	36753	40472	42796,3	46515,4	50699,3	57207,6	59532,0	61591,6							
	Sh	0,0653	0,0653	0,0871	0,0435	0,0435	0,0653	0,0653	0,0653	0,0435	0,0653	0,0653	0,0653	0,0653	0,108	0,0653	0,0653	0,0653	0,108	0,108	0,108
<p>Z = 2,0 dm Q = 2 l/s Re = 2941,17 <math>\sqrt{Fr} = 0,06648</math> <math>n_g = 59,8</math></p>	f (1/min)	4	4	4																	
	Eu	64645,7	65767	68364,8																	
	Sh	0,0871	0,0871	0,0871																	
<p>Z = 2,0 dm Q = 2 l/s Re = 2941,17 <math>\sqrt{Fr} = 0,06648</math> <math>n_g = 59,8</math></p>	f (1/min)	3	2	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Eu	32762,8	48176,6	51314,6	37590,9	64942,3	83740,0	88910	102567,7	111981,5	123456,6	132901,1	142315	153820,8							
	Sh	0,098	0,053	0,053	0,053	0,0326	0,0326	0,0326	0,053	0,0326	0,0326	0,0326	0,0326	0,0326	0,0326	0,0326	0,0326	0,0326	0,0326	0,0326	0,0326

$Z = 2,0 \text{ dm}$ $Q = 4 \text{ l/s}$ $Re = 5882,3$ $\sqrt{Fr} = 0,153$ $n_2 = 59,8$														
$f \text{ (min)}$	8	8	6	6	6	6	6	6	6	6	6	8		
Eu	10213,7	109981	11782,6	12305,6	12828,6	13613,1	14156,1	14920,6	15706,1	16228,1	17535,5	20673,5	21496,5	27935,3
Sh	0,1306	0,1306	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098
$f \text{ (min)}$	8	6	6	8	8	6								
Eu	24073	30610,3	33225,2	34734,2	36101,7	38455								
Sh	0,1306	0,098	0,098	0,1306	0,1306	0,098								
$f \text{ (min)}$	12	15	16	14	15	15	15	15	15	15	14	14	14	13
Eu	6369,4	6704,1	7038,8	7540,9	7875,6	8210,3	8545,0	8712,4	9214,4	9549,2	10051,2	10386	10720,7	11122,5
Sh	0,1567	0,1959	0,2089	0,1828	0,1959	0,1959	0,2089	0,1697	0,1828	0,1959	0,1828	0,1828	0,1828	0,1662
$f \text{ (min)}$	10	14	14	14	14	12	9	8	10					
Eu	11892,2	12226,9	12394,2	16243,4	17917,0	19925,3	21933,6	23272,4	24611,3					
Sh	0,1306	0,1828	0,1828	0,1828	0,1828	0,1567	0,1175	0,1044	0,1306					
$f \text{ (min)}$	18	20	20	18	18	16	18	18	17	18	18	18	18	20
Eu	4771,8	5004,3	5236,7	5469,1	5701,6	5817,8	6050,2	6282,7	6631,3	6868,3	7096,2	7444,9	8490,9	9653,1
Sh	0,1959	0,2176	0,2176	0,1959	0,1959	0,1741	0,1959	0,1959	0,1850	0,1959	0,1959	0,1959	0,1959	0,2176
$f \text{ (min)}$	17	20	22	18	20	20								
Eu	11280,1	12764,2	13604,6	14069,4	14999,2	17091,2								
Sh	0,1850	0,2176	0,2394	0,1959	0,2176	0,2176								
$Z = 2,0 \text{ dm}$ $Q = 6 \text{ l/s}$ $Re = 8823,5$ $\sqrt{Fr} = 0,1994$ $n_2 = 60,5$														

$Z = 2,0 \text{ dm}$ $Q = 10 \text{ l/s}$ $Re = 14705,8$ $\sqrt{Fr} = 0,3324$ $n_2 = 59,9$	$f \text{ (virt)}$	50	49	50	54	52	54	53	55	51	53	52	53	53
	Eu	1676,03	1760	1801,55	1927,06	1968,9	2094,42	2178,1	2219,9	2345,4	2387,3	2596,5	2889,3	3391,1
	Sh	0,3265	0,32	0,3265	0,3526	0,34	0,3526	0,3461	0,3591	0,333	0,3461	0,34	0,3461	0,3461
	$f \text{ (virt)}$	53	54	54	54	54	53	53	48					
$Z = 2,2 \text{ dm}$ $Q = 3 \text{ l/s}$ $Re = 4166,66$ $\sqrt{Fr} = 0,089$ $n_2 = 59,8$	Eu	3668	4144,5	4479,2	5065,0	5399,7	5650,7	5859,9	6152,8					
	Sh	0,3461	0,3526	0,3526	0,3526	0,3526	0,3461	0,3461	0,3134					
	$f \text{ (virt)}$	4	5	6	6	4	4	4	4	4	4	4	4	5
	Eu	21524,1	25658,3	24783,3	25345,8	26470,8	27033,3	28158,3	29515	31533,4	32658,4	34908,4	41658,5	48423,5
$Z = 2,2 \text{ dm}$ $Q = 4 \text{ l/s}$ $Re = 5555,5$ $\sqrt{Fr} = 0,1186$ $n_2 = 59,8$	Sh	0,0958	0,12	0,14373	0,14373	0,0958	0,0958	0,1437	0,0958	0,0958	0,0958	0,0958	0,0958	0,0958
	$f \text{ (virt)}$	4	4	4	4	4	4	6						
	Eu	56846,1	61346,2	64158,7	67202,8	74399,4	77086,3	82721,4						
	Sh	0,0958	0,0958	0,0958	0,0958	0,0958	0,0958	0,1437						
$Z = 2,2 \text{ dm}$ $Q = 4 \text{ l/s}$ $Re = 5555,5$ $\sqrt{Fr} = 0,1186$ $n_2 = 59,8$	$f \text{ (virt)}$	3	2	4	3	5	4	3	4	2	4	3	3	2
	Eu	12042,1	13940,6	15206,2	17104,7	19003,1	20268,8	22167,2	23940	25647,7	27043,7	29761,1	31026,7	32222,3
	Sh	0,0539	0,0539	0,07186	0,0539	0,08982	0,07186	0,0539	0,07186	0,0359	0,07186	0,0539	0,0539	0,0539
	$f \text{ (virt)}$	4	4	4	7	7								
$Z = 2,2 \text{ dm}$ $Q = 4 \text{ l/s}$ $Re = 5555,5$ $\sqrt{Fr} = 0,1186$ $n_2 = 59,8$	Eu	35772,8	38304,1	40835,4	44315,9	46530,7								
	Sh	0,07186	0,07186	0,07186	0,1257	0,1257								

$r_2 = 2,0 \text{ dm}$ $\alpha = 31,5$ $\beta = 10294,1$ $\gamma = 0,2327$ $\sigma_2 = 59,6$										
$f \text{ (min)}$	18	20	20	22	18	18	20	18	18	22
Eu	3249,7	3420,4	3591,2	3762,0	3847,4	4018,17	4103,5	4274,3	4359,7	4530,5
Sh	0,168	0,1865	0,1865	0,2052	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168
$f \text{ (min)}$	20	22	24	26	26	24	24			
Eu	7689,7	8714,4	9824,4	10507,5	11446,7	12044,4	12556,8			
Sh	0,1865	0,2052	0,2234	0,242	0,242	0,2238	0,2238			
$f \text{ (min)}$	40	32	31	32	30	36	34	34	30	30
Eu	2553,4	2815	2880,3	2945,6	3076,4	3207,1	3272,5	3403,2	3534,0	3664,7
Sh	0,3265	0,2612	0,253	0,2612	0,2448	0,2338	0,2275	0,2275	0,2448	0,2448
$f \text{ (min)}$	30	30	36	34	32	34	34	34	36	37
Eu	4253,1	5037,6	5822,1	6606,6	7325,7	7979,4	8306,3	8698,5	9156,1	9613,8
Sh	0,2448	0,2448	0,2938	0,2775	0,2612	0,2775	0,2775	0,2775	0,2938	0,3020
$f \text{ (min)}$	45	46	45	43	42	42	40	4	42	42
Eu	2069,1	2420,8	2327,4	2430,1	2534,0	2637,3	2689,0	2732,3	2947,2	2290,9
Sh	0,3265	0,3337	0,3265	0,3412	0,3047	0,3047	0,2902	0,3112	0,3047	0,3047
$f \text{ (min)}$	42	42	41	44	44	44	44	45		
Eu	4703,5	5375	5478,3	5943,1	6666,3	7079,5	7337,8	7596,0		
Sh	0,3047	0,3047	0,2974	0,3192	0,3192	0,3192	0,3192	0,3265		
$r_2 = 2,0 \text{ dm}$ $\alpha = 31,5$ $\beta = 13235,2$ $\gamma = 0,3$ $\sigma_2 = 59,2$										
$f \text{ (min)}$	18	20	20	22	18	18	20	18	18	20
Eu	3249,7	3420,4	3591,2	3762,0	3847,4	4018,17	4103,5	4274,3	4359,7	4530,5
Sh	0,168	0,1865	0,1865	0,2052	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168
$f \text{ (min)}$	20	22	24	26	26	24	24			
Eu	7689,7	8714,4	9824,4	10507,5	11446,7	12044,4	12556,8			
Sh	0,1865	0,2052	0,2234	0,242	0,242	0,2238	0,2238			
$f \text{ (min)}$	40	32	31	32	30	36	34	34	30	30
Eu	2553,4	2815	2880,3	2945,6	3076,4	3207,1	3272,5	3403,2	3534,0	3664,7
Sh	0,3265	0,2612	0,253	0,2612	0,2448	0,2338	0,2275	0,2275	0,2448	0,2448
$f \text{ (min)}$	30	30	36	34	32	34	34	34	36	37
Eu	4253,1	5037,6	5822,1	6606,6	7325,7	7979,4	8306,3	8698,5	9156,1	9613,8
Sh	0,2448	0,2448	0,2938	0,2775	0,2612	0,2775	0,2775	0,2775	0,2938	0,3020
$f \text{ (min)}$	45	46	45	43	42	42	40	4	42	42
Eu	2069,1	2420,8	2327,4	2430,1	2534,0	2637,3	2689,0	2732,3	2947,2	2290,9
Sh	0,3265	0,3337	0,3265	0,3412	0,3047	0,3047	0,2902	0,3112	0,3047	0,3047
$f \text{ (min)}$	42	42	41	44	44	44	44	45		
Eu	4703,5	5375	5478,3	5943,1	6666,3	7079,5	7337,8	7596,0		
Sh	0,3047	0,3047	0,2974	0,3192	0,3192	0,3192	0,3192	0,3265		

REZULTATELE OBTINUTE PE STANUL EXPERIMENTAL.

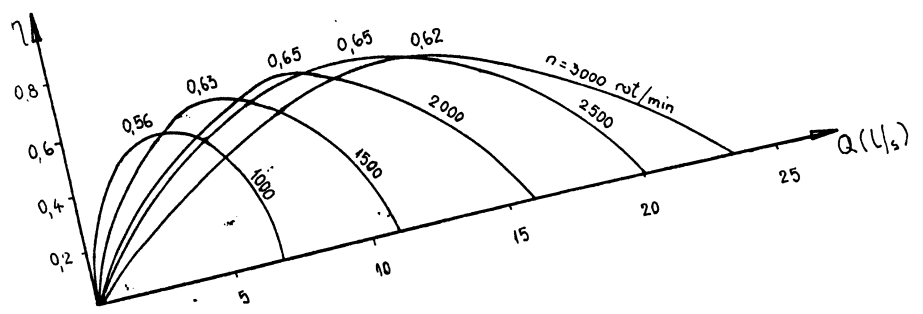
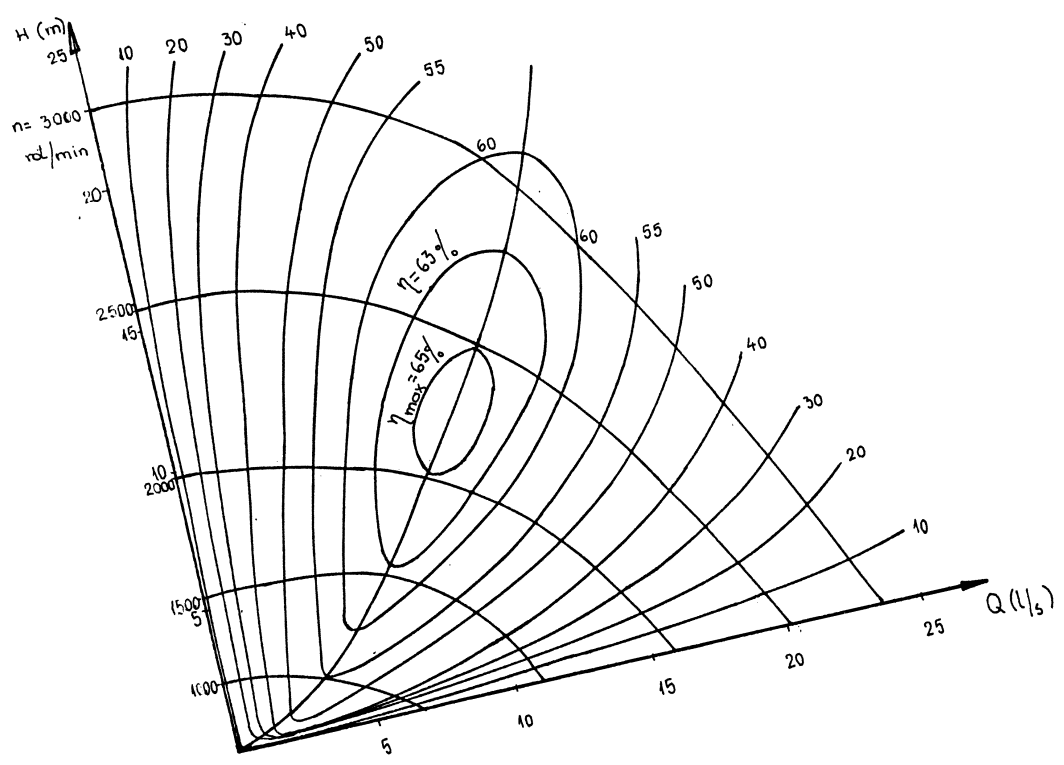
$Z = 1,8 \text{ dm}$ $Q = 6 \text{ l/s}$ $Re = 9375$ $\sqrt{Fr} = 0,2266$ $n_g = 60,5$	$f \left( \frac{\sqrt{m}}{\text{min}} \right)$	28	28	30	29	31	32	30	34	32	32	35	35	36
	Eu	3771,0	4430,0	5089,0	6761,3	6934,3	7518,6	8007,2	8422,6	9005,4	9815,3	10172,4	10511,6	10737,3
	Sh	0,2744	0,2744	0,294	0,2842	0,3038	0,3136	0,294	0,3332	0,3136	0,3136	0,343	0,343	0,5528
	$f \left( \frac{\sqrt{m}}{\text{min}} \right)$	34	38	38	39	37								
	Eu	11490,4	12188,1	12902,4	13317,8	13438,8								
$Z = 1,8 \text{ dm}$ $Q = 5 \text{ l/s}$ $Re = 7814,5$ $\sqrt{Fr} = 0,1888$ $n_g = 59,8$	Sh	0,3332	0,3724	0,3724	0,3882	0,3626								
	$f \left( \frac{\sqrt{m}}{\text{min}} \right)$	23	24	25	25	22	22	21	23	26	27	33	33	21
	Eu	5785,1	6732,1	7870,4	8954,8	10039,3	11097,9	12128,5	13077,4	14052,3	15978,0	16763,4	18037,3	19935,1
	Sh	0,2704	0,2822	0,294	0,294	0,2587	0,2587	0,2469	0,2148	0,3057	0,3057	0,3175	0,3880	0,2469
	$f \left( \frac{\sqrt{m}}{\text{min}} \right)$	19	19	20	20	22	21	22	20	23	24	14	11	
$Z = 1,8 \text{ dm}$ $Q = 4 \text{ l/s}$ $Re = 6250$ $\sqrt{Fr} = 0,15109$ $n_g = 59,8$	Eu	8908,5	10655,0	12933	15262,8	17296,8	19075,4	20558,1	22380,6	24881,5	26912	30501,4	31148,7	
	Sh	0,2793	0,2793	0,294	0,294	0,3234	0,3087	0,3234	0,294	0,3381	0,3528	0,3234	0,1617	
	$f \left( \frac{\sqrt{m}}{\text{min}} \right)$	11	10	9	6	6	6	7	7	6	6	5	3	2
	Eu	16213,9	23296,4	26912,4	30223,6	33236,3	35794,7	38430,5	40767,4	42273,6	4596	48597,5	53453,2	55375,4
	Sh	0,2156	0,196	0,1764	0,1176	0,1176	0,1176	0,1372	0,1372	0,1176	0,1176	0,098	0,0784	0,0392
$Z = 1,8 \text{ dm}$ $Q = 2 \text{ l/s}$ $Re = 3125$ $\sqrt{Fr} = 0,07554$ $n_g = 59,8$	$f \left( \frac{\sqrt{m}}{\text{min}} \right)$	2	2	2	2	2	2	2	1					
	Eu	39197,5	47495,5	55806	60889,5	67493	94604,8	107650	117816,8	124594,8				
	Sh	0,0588	0,0588	0,0588	0,0588	0,0588	0,0588	0,0588	0,0588	0,0294				

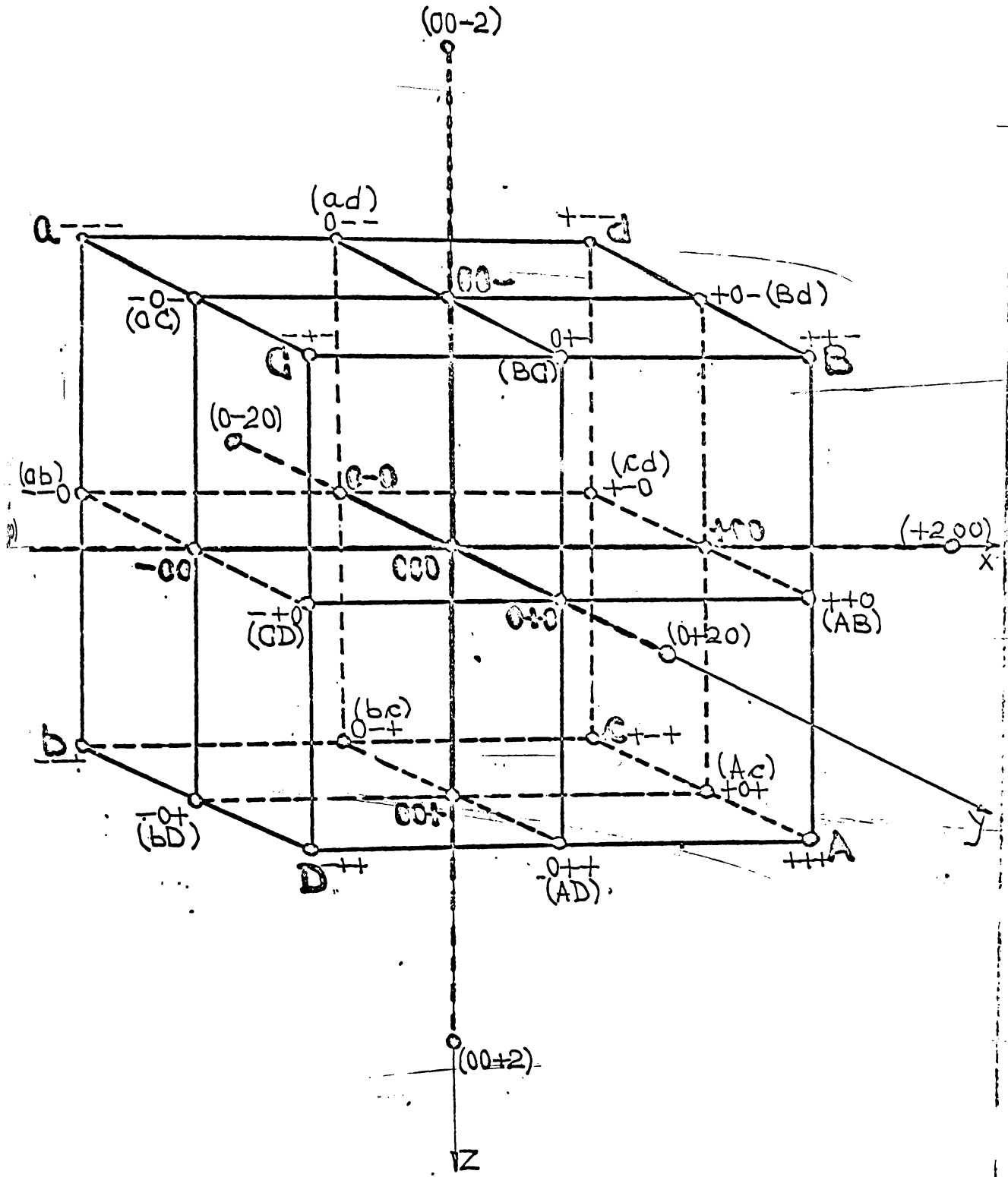
RESULTATILE OBSTINUTE PE SEMDUL EXPERIMENTAL

A 18

$Z = 1,8 \text{ dm}$ $Q = 10 \text{ l/s}$ $Re = 15625$ $\sqrt{Fr} = 0,37773$ $n_g = 59,9$		$f(\frac{v_{it}}{min})$	36	33	38	39	38	35	38	44	44	47	49	50				
		Eu	1459,2	1998,0	2137,0	2665,8	2882,6	3221,5	3695,9	4218,2	4611,0	4712,6	4848,2	4983,7				
		Sh	0,2116	0,1940	0,2234	0,2298	0,2234	0,2035	0,2234	0,2587	0,2587	0,2765	0,2881	0,294				
		$f(\frac{v_{it}}{min})$	22	26	28	22	24	20	22	28	24	26	24	22	32	30		
		Eu	1628,0	1801,5	1968,9	2136,6	2554,6	2763,8	3014,8	3391,4	3467,1	3643,3	3705,7	4019,0	4127,9	4311,9		
		Sh	0,1437	0,1968	0,1829	0,1437	0,1568	0,1306	0,1437	0,1829	0,1568	0,1698	0,1568	0,1437	0,2090	0,196		
$Z = 1,8 \text{ dm}$ $Q = 9 \text{ l/s}$ $Re = 14062,5$ $\sqrt{Fr} = 0,3399$ $n_g = 59,2$		$f(\frac{v_{it}}{min})$	24	36	33	25	24	30	34	31								
		Eu	4462,6	4479,2	4730,2	4897,6	5065,0	5232,3	5734,4	6152,8								
		Sh	0,1568	0,2352	0,2156	0,1635	0,1568	0,196	0,2221	0,2025								
		$f(\frac{v_{it}}{min})$	20	14	12	12	12	12	16	12	16	17	17					
		Eu	2491,9	4500,9	5139,5	5458,8	6097,3	6198,5	6673,6	7039,6	7304,3	7522,4	7522,4					
		Sh	0,147	0,1029	0,0882	0,0882	0,0882	0,0882	0,1176	0,0882	0,1176	0,1249	0,1249					
$Z = 1,8 \text{ dm}$ $Q = 7 \text{ l/s}$ $Re = 10937,5$ $\sqrt{Fr} = 0,2644$ $n_g = 59,6$		$f(\frac{v_{it}}{min})$	32	34	36	38	29	30	31	31	29	32	34	36	37	33		
		Eu	2493,9	2839,7	2978,0	3365,5	3725,6	4015,1	4292,1	4666,6	4970,5	5274,6	5634,7	5924,6	6188,0	6907,1		
		Sh	0,2688	0,2856	0,3024	0,3192	0,2436	0,252	0,2604	0,2604	0,2436	0,2688	0,2856	0,3024	0,3108	0,2772		
		$f(\frac{v_{it}}{min})$	34	34	38	38	41	38	39	41	42							
		Eu	7197,0	7905,9	8636,2	9064,4	9212	9521,0	9715,3	10005,2	10171							
		Sh	0,2856	0,2856	0,3192	0,3192	0,3142	0,3192	0,3276	0,3444	0,3528							

# CARACTERISTICA POMPEI GRIS 80







-172-

## Dezvoltările lui Taylor în spațiu Anexa 2

### I Variația pe o direcție cu pas simplu și dublu

Avem 6 puncte (dezvoltări) la pasul simplu și 12 derivate parțiale, deci pentru o oarecăr coeficienți diferiți considerăm și pasul dublu cu încă 6 puncte

$$f_{i,\pm 1} = f_0 \pm a f'_x + \frac{a^2}{2} f''_{xx} \pm \frac{a^3}{6} f'''_{xxx} + \frac{a^4}{24} f^{(4)}_{xxxx}; \quad f_{i,\pm 2} = f_0 \pm 2a f'_x + 2a^2 f''_{xx} \pm \frac{4}{3} a^3 f'''_{xxx} + \frac{2}{3} a^4 f^{(4)}_{xxxx}$$

$$f_{j,\pm 1} = f_0 \pm a f'_y + \frac{a^2}{2} f''_{yy} \pm \frac{a^3}{6} f'''_{yyy} + \frac{a^4}{24} f^{(4)}_{yyyy}$$

$$f_{k,\pm 1} = f_0 \pm a f'_z + \frac{a^2}{2} f''_{zz} \pm \frac{a^3}{6} f'''_{zzz} + \frac{a^4}{24} f^{(4)}_{zzzz}$$

$$f_{j,\pm 1} - f_{j,\mp 1} = 2a f'_x + \frac{a^3}{3} f'''_{xxx}; \quad f_{j,\pm 1} + f_{j,\mp 1} = 2f_0 + a^2 f''_{xx} + \frac{a^4}{12} f^{(4)}_{xxxx}$$

$$f_{j,\pm 2} - f_{j,\mp 2} = 4a f'_x + \frac{4}{3} a^3 f'''_{xxx}; \quad f_{j,\pm 2} + f_{j,\mp 2} = 2f_0 + 2a^2 f''_{xx} + \frac{2}{3} a^4 f^{(4)}_{xxxx}$$

In noua scriere avem 12 derivate din 12 puncte

$$f'_x = \frac{1}{a} \left[ \frac{2}{3} (f_{j,\pm 1} - f_{j,\mp 1}) + \frac{1}{12} (f_{j,\pm 2} - f_{j,\mp 2}) \right]$$

$$f'_y = \frac{1}{a} \left[ \frac{2}{3} (f_{i,\pm 1} - f_{i,\mp 1}) + \frac{1}{12} (f_{i,\pm 2} - f_{i,\mp 2}) \right]$$

$$f'_z = \frac{1}{a} \left[ \frac{2}{3} (f_{k,\pm 1} - f_{k,\mp 1}) + \frac{1}{12} (f_{k,\pm 2} - f_{k,\mp 2}) \right]$$

$$f''_{xx} = \frac{1}{a^2} \left[ \frac{4}{3} (f_{i+1} + f_{i-1}) - \frac{5}{2} f_0 - \frac{1}{12} (f_{i+2} + f_{i-2}) \right]$$

$$f''_{yy} = \frac{1}{a^2} \left[ \frac{4}{3} (f_{j+1} + f_{j-1}) - \frac{5}{2} f_0 - \frac{1}{12} (f_{j+2} + f_{j-2}) \right]$$

$$f''_{zz} = \frac{1}{a^2} \left[ \frac{4}{3} (f_{k+1} + f_{k-1}) - \frac{5}{2} f_0 - \frac{1}{12} (f_{k+2} + f_{k-2}) \right]$$

$$f'''_{xxx} = \frac{1}{a^3} \left[ f_{i-1} - f_{i+1} + \frac{1}{2} (f_{i+2} - f_{i-2}) \right]$$

$$f'''_{yyy} = \frac{1}{a^3} \left[ f_{j-1} - f_{j+1} + \frac{1}{2} (f_{j+2} - f_{j-2}) \right]$$

$$f'''_{zzz} = \frac{1}{a^3} \left[ f_{k-1} - f_{k+1} + \frac{1}{2} (f_{k+2} - f_{k-2}) \right]$$

$$f^{(4)}_{xxxx} = \frac{1}{a^4} \left[ f_{i+2} + f_{i-2} + 6f_0 - 4(f_{i+1} + f_{i-1}) \right]$$

$$f^{(4)}_{yyyy} = \frac{1}{a^4} \left[ f_{j+2} + f_{j-2} + 6f_0 - 4(f_{j+1} + f_{j-1}) \right]$$

$$f^{(4)}_{zzzz} = \frac{1}{a^4} \left[ f_{k+2} + f_{k-2} + 6f_0 - 4(f_{k+1} + f_{k-1}) \right]$$

-173-

II Variația pe două direcții

Anexa 23

(AB-ab)

$$f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} = 2f_0 + a^2(f_{x^2} + f_{y^2}) + 2a^2 f_{xy} + \frac{a^4}{12}(f_{x^4} + f_{y^4}) + \frac{a^4}{3}(f_{x^3y} + f_{xy^3}) + \frac{a^4}{2} f_x$$

$$f_{\frac{a+b}{2}} - f_{\frac{a-b}{2}} = 2a(f_x + f_y) + \frac{a^3}{3}(f_{x^3} + f_{y^3}) + a^3(f_{x^2y} + f_{xy^2})$$

(CD-cd)

$$f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} = 2f_0 + a^2(f_{x^2} + f_{y^2}) - 2a^2 f_{xy} + \frac{a^4}{12}(f_{x^4} + f_{y^4}) - \frac{a^4}{3}(f_{x^3y} + f_{xy^3}) + \frac{a^4}{2} f_x$$

$$f_{\frac{a+b}{2}} - f_{\frac{a-b}{2}} = 2a(f_x - f_y) + \frac{a^3}{3}(f_{x^3} - f_{y^3}) + a^3(-f_{x^2y} + f_{xy^2})$$

Avem 12 puncte cu variații pe câte 2 direcții, deci 12 dezvoltări pentru 18 derivate parțiale (trei intrând sub formă de sumă) de fapt 15; se pot obține din dezvoltările de la pasul simplu plus încă 3 dezvoltări la pas dublu

$$f_{xy^2} = \frac{1}{a^3} \left[ \frac{1}{2} (f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a+b}{2}}) - f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} \right] \cdot (a+\beta)$$

$$f_{yz^2} = \frac{1}{a^3} \left[ \frac{1}{2} (f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a+b}{2}}) - f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} \right]$$

$$f_{z^2x^2} = \frac{1}{a^3} \left[ \frac{1}{2} (f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a+b}{2}}) - f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} \right]$$

$$f_{x^2y} = \frac{1}{a^3} \left[ \frac{1}{2} (f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a+b}{2}}) - f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} \right] \cdot (a-\beta)$$

$$f_{y^2z} = \frac{1}{a^3} \left[ \frac{1}{2} (f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a+b}{2}}) - f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} \right]$$

$$f_{z^2x} = \frac{1}{a^3} \left[ \frac{1}{2} (f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a-b}{2}} - f_{\frac{a+b}{2}}) - f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} \right]$$

$$f_{x^2y^2} = \frac{1}{a^4} \left[ 4f_0 + f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} + f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} - 2(f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} + f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}}) \right]$$

$$f_{y^2z^2} = \frac{1}{a^4} \left[ 4f_0 + f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} + f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} - 2(f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} + f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}}) \right]$$

$$f_{z^2x^2} = \frac{1}{a^4} \left[ 4f_0 + f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} + f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} - 2(f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}} + f_{\frac{a+b}{2}} + f_{\frac{a-b}{2}}) \right]$$

$$\begin{aligned}
 (8-d) \quad f_{x^3y} + f_{xy^3} &= \frac{1}{a^4} \left[ \frac{1}{8} (f_{+2}^+ + f_{-2}^- - f_{+2}^- - f_{-2}^+) - \frac{1}{2} (f_{+1}^+ + f_{-1}^- - f_{+1}^- - f_{-1}^+) \right] \\
 f_{y^2z} + f_{yz^2} &= \frac{1}{a^4} \left[ \frac{1}{8} (f_{+2}^+ + f_{-2}^- - f_{+2}^- - f_{-2}^+) - \frac{1}{2} (f_{+1}^+ + f_{-1}^- - f_{+1}^- - f_{-1}^+) \right] \\
 f_{z^2x} + f_{zx^2} &= \frac{1}{a^4} \left[ \frac{1}{8} (f_{+2}^+ + f_{-2}^- - f_{+2}^- - f_{-2}^+) - \frac{1}{2} (f_{+1}^+ + f_{-1}^- - f_{+1}^- - f_{-1}^+) \right]
 \end{aligned}$$

Oricum om scribina semnale in calcule, privita la viciile toate trei expresiile pastreaza acelasi semn. Cum avem nevoie de binomul  $(f_{x^3y} + f_{xy^3})$  le vom rezolva din forma simplu si dublu

$(AD \pm ad)$

$(AD+ad)$

(8).  $f_{+}^+ + f_{-}^- = 2f_0 + a^2(f_{y^2} + f_{z^2}) + 2a^2f_{yz} + \frac{a^4}{12}(f_{y^4} + f_{z^4})$

$(AD-ad)$

(8).  $f_{+}^+ - f_{-}^- = 2a(f_y + f_z) + \frac{a^3}{3}(f_{y^3} + f_{z^3}) + a^3(f_{y^2z} + f_{yz^2})$

$(BC \pm bc)$

$(BC+bc)$

(8).  $f_{+}^+ + f_{-}^- = 2f_0 + a^2(f_{y^2} + f_{z^2}) - 2a^2f_{yz} + \frac{a^4}{12}(f_{y^4} + f_{z^4}) - \frac{a^4}{3}(f_{y^2z} + f_{yz^2})$

$(BC-bc)$

(8).  $f_{+}^+ - f_{-}^- = 2a(f_y - f_z) + \frac{a^3}{3}(f_{y^3} - f_{z^3}) + a^3(-f_{y^2z} + f_{yz^2})$

$$f_{xy} = \frac{1}{a^2} \left[ \frac{1}{3} (f_{+1}^+ + f_{-1}^- - f_{+1}^- - f_{-1}^+) - \frac{1}{48} (f_{+2}^+ + f_{-2}^- - f_{+2}^- - f_{-2}^+) \right]$$

(8).  $f_{yz} = \frac{1}{a^2} \left[ \frac{1}{3} (f_{+1}^+ + f_{-1}^- - f_{+1}^- - f_{-1}^+) - \frac{1}{48} (f_{+2}^+ + f_{-2}^- - f_{+2}^- - f_{-2}^+) \right]$

$$f_{xz} = \frac{1}{a^2} \left[ \frac{1}{3} (f_{+1}^+ + f_{-1}^- - f_{+1}^- - f_{-1}^+) - \frac{1}{48} (f_{+2}^+ + f_{-2}^- - f_{+2}^- - f_{-2}^+) \right]$$

### III Variația pe trei direcții

Anexa 25

Avem 8 puncte (dezvoltări pe 3 direcții), calculele cubului și doar 4 derivate parțiale; le putem determina din dezvoltările pentru pasul simplu, având la dispoziție cele 12 dezvoltări pe a singură direcție și cele 12 dezvoltări pe câte 2 direcții; vor rezulta mai multe expresii echivalente

(a-D)

$$\frac{f_{+1}^- - f_{-1}^+}{-1 \quad +1} = 2a(f_x - f_y - f_z) + \frac{a^3}{3}(f_x^3 - f_y^3 - f_z^3) + a^3(-f_{xy} - f_{xz} + f_{xy^2} + f_{xz^2} - f_{y^2z} - f_{yz^2}) + 2a^3 f_{xyz}$$

(a+D)

$$\frac{f_{+1}^- + f_{-1}^+}{-1 \quad +1} = 2f_0 + a^2(f_x^2 + f_y^2 + f_z^2) + 2a^2(-f_{xy} + f_{yz} - f_{xz}) + \frac{a^4}{12}(f_x^4 + f_y^4 + f_z^4) + \frac{a^4}{3}(-f_{x^3y} - f_{x^3z} - f_{xy^3} - f_{xz^3} + f_{y^3z} + f_{yz^3}) + \frac{a^4}{2}(f_{x^2y^2} + f_{x^2z^2} + f_{y^2z^2}) + a^4(f_{x^2yz} - f_{xy^2z} - f_{xyz^2})$$

c-G

$$\frac{f_{+1}^- - f_{-1}^+}{+1 \quad -1} = 2a(f_x - f_y + f_z) + \frac{a^3}{3}(f_x^3 - f_y^3 + f_z^3) + a^3(-f_{x^2y} + f_{xz^2} + f_{xy^2} + f_{xz^2} + f_{y^2z} - f_{yz^2}) - 2a^3 f_{xyz}$$

c+G

$$\frac{f_{+1}^- + f_{-1}^+}{+1 \quad -1} = 2f_0 + a^2(f_x^2 + f_y^2 + f_z^2) + 2a^2(-f_{xy} - f_{yz} + f_{xz}) + \frac{a^4}{12}(f_x^4 + f_y^4 + f_z^4) + \frac{a^4}{3}(-f_{x^3y} + f_{x^3z} - f_{xy^3} + f_{xz^3} - f_{y^3z} - f_{yz^3}) + \frac{a^4}{2}(f_{x^2y^2} + f_{x^2z^2} + f_{y^2z^2}) + a^4(-f_{x^2yz} + f_{xy^2z} - f_{xyz^2})$$

B+b

$$\frac{f_{+1}^- + f_{-1}^+}{-1 \quad +1} = 2f_0 + a^2(f_x^2 + f_y^2 + f_z^2) + 2a^2(f_{xy} - f_{yz} - f_{xz}) + \frac{a^4}{12}(f_x^4 + f_y^4 + f_z^4) + \frac{a^4}{3}(f_{x^3y} - f_{x^3z} + f_{xz^3} - f_{y^3z} - f_{yz^3}) + \frac{a^4}{2}(f_{x^2y^2} + f_{x^2z^2} + f_{y^2z^2}) + a^4(-f_{x^2yz} - f_{xy^2z} + f_{xyz^2})$$

B-b

$$\frac{f_{+1}^- - f_{-1}^+}{+1 \quad -1} = 2a(f_x + f_y - f_z) + \frac{a^3}{3}(f_x^3 + f_y^3 - f_z^3) + a^3(f_{x^2y} - f_{x^2z} + f_{xy^2} + f_{xz^2} - f_{y^2z} + f_{yz^2}) - 2a^3 f_{xyz}$$



Obs. Relatii de verificare se pot obtine si din relatii

tip  $(Aa - Bb)$  Ex.  $(A+a) + (B+b)$

$$\begin{aligned} \left( f_{\substack{+1 \\ +1}}^{+1} + f_{\substack{-1 \\ -1}}^{-1} \right) + \left( f_{\substack{+1 \\ -1}}^{+1} + f_{\substack{-1 \\ +1}}^{-1} \right) &= 4f_0 + 2a^2(f_{x^2} + f_{y^2} + f_{z^2}) + 4a^2 f_{xy} + \\ &+ \frac{a^4}{6}(f_{x^4} + f_{y^4} + f_{z^4}) + \frac{2a^4}{3}(f_{x^3y} + f_{xy^3}) + \\ &+ a^4(f_{x^2y^2} + f_{x^2z^2} + f_{y^2z^2}) + 2a^4 f_{xyz^2} \\ &\underline{(A+a) + (B+b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( f_{\substack{+1 \\ +1}}^{+1} - f_{\substack{-1 \\ -1}}^{-1} \right) + \left( f_{\substack{+1 \\ -1}}^{+1} - f_{\substack{-1 \\ +1}}^{-1} \right) &= 4a(f_z + f_y) + \frac{2a^3}{3}(f_{x^3} + f_{y^3}) + \\ &+ 2a^3(f_{x^2y} + f_{xy^2} + f_{xz^2} + f_{yz^2}) \\ &\underline{(A+a) - (B+b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( f_{\substack{+1 \\ +1}}^{+1} + f_{\substack{-1 \\ -1}}^{-1} \right) - \left( f_{\substack{+1 \\ -1}}^{+1} + f_{\substack{-1 \\ +1}}^{-1} \right) &= 4a^2 f_{xyz} + \frac{2a^4}{3}(f_{x^3z} + f_{xz^3} + f_{y^3z} + f_{yz^3}) + \\ &+ 2a^4(f_{x^2yz} + f_{xy^2z}) \\ &\underline{(A-a) - (B-b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( f_{\substack{+1 \\ +1}}^{+1} - f_{\substack{-1 \\ -1}}^{-1} \right) - \left( f_{\substack{+1 \\ -1}}^{+1} - f_{\substack{-1 \\ +1}}^{-1} \right) &= 4af_z + \frac{2a^3}{3}f_z^3 + 2a^3(f_{x^2z} + f_{y^2z}) + \\ &+ 4a^3 f_{xyz} \end{aligned}$$

- 178 - Anexa 28

Obs. 1) Dezvoltările pe direcțiile celor 3 axe pentru pasul simplu și dublu ne dau derivatele simple de la ordinul 1 la 4-

2) Pentru derivatele parțiale mixte, vom considera colturile cubului (pt.  $f_{xyz}$  sau  $f_{xzy}$ ) sau mijloacele laturilor (pt.  $f_{x^2y}$ ;  $f_{xy^2}$ ;  $f_{x^2z}$  etc)

### Dezvoltarea generală în spațiu

#### - Pasul simplu

$$\begin{aligned}
 f_{j \pm 1, k \pm 1} &= f_0 + a(\pm f'_x \pm f'_y \pm f'_z) + \frac{a^2}{2} [f''_{x^2} + f''_{y^2} + f''_{z^2} + 2(\pm f''_{xy} \pm f''_{yz} \pm f''_{xz})] + \\
 &+ \frac{a^3}{6} [\pm f'''_{x^3} \pm f'''_{y^3} \pm f'''_{z^3} + 3(\pm f'''_{x^2y} \pm f'''_{x^2z} \pm f'''_{xy^2} \pm f'''_{xz^2} \pm f'''_{y^2z} \pm f'''_{yz^2}) \pm 6f'''_{xyz}] + \\
 &+ \frac{a^4}{24} [f^{IV}_{x^4} + f^{IV}_{y^4} + f^{IV}_{z^4} + 4(\pm f^{IV}_{x^3y} \pm f^{IV}_{x^3z} \pm f^{IV}_{xy^3} \pm f^{IV}_{y^3z} \pm f^{IV}_{xz^3} \pm f^{IV}_{yz^3}) + \\
 &+ 6(f^{IV}_{x^2y^2} + f^{IV}_{x^2z^2} + f^{IV}_{y^2z^2}) + 12(\pm f^{IV}_{x^2yz} \pm f^{IV}_{xy^2z} \pm f^{IV}_{xyz^2})]
 \end{aligned}$$

#### - Pasul dublu

$$\begin{aligned}
 f_{j \pm 2, k \pm 2} &= f_0 + 2a(\pm f'_x \pm f'_y \pm f'_z) + 2a^2 [f''_{x^2} + f''_{y^2} + f''_{z^2} + 2(\pm f''_{xy} \pm f''_{yz} \pm f''_{xz})] + \\
 &+ \frac{4}{3} a^3 [\pm f'''_{x^3} \pm f'''_{y^3} \pm f'''_{z^3} + 3(\pm f'''_{x^2y} \pm f'''_{x^2z} \pm f'''_{xy^2} \pm f'''_{xz^2} \pm f'''_{y^2z} \pm f'''_{yz^2}) \pm \\
 &\pm 6f'''_{xyz}] + \frac{2}{3} a^4 [f^{IV}_{x^4} + f^{IV}_{y^4} + f^{IV}_{z^4} + 4(\pm f^{IV}_{x^3y} \pm f^{IV}_{x^3z} \pm f^{IV}_{xy^3} \pm f^{IV}_{y^3z} \pm f^{IV}_{xz^3} \pm f^{IV}_{yz^3}) + \\
 &+ 6(f^{IV}_{x^2y^2} + f^{IV}_{x^2z^2} + f^{IV}_{y^2z^2}) + 12(\pm f^{IV}_{x^2yz} \pm f^{IV}_{xy^2z} \pm f^{IV}_{xyz^2})]
 \end{aligned}$$

### MODELE EXPERIMENTALE

Realizarea unor cercetări cu privire la studiarea condițiilor de surgere la aspirația pompelor, alt și a surgerilor cu jeturi aerate sau efectuat pe bază de contraste, cu ajutorul mai multor modele experimentale dintre care le prezentăm în continuare doar pe cele mai semnificative.

Modelul experimental realizat pentru studiul cauzelor de aspirație al unei pompe, este format din următoarele componente principale :

- electropompă Crio 80, acționată de un motor de curent continuu; în vederea realizării circuitului hidraulic motorul a fost conectat la o instalație electrică de curent continuu ce permite reglarea turației motorului în domeniul  $n = 0-3$  000 rot/min;
- camera de aspirație prevăzută cu ferestre din sticlă, recorduri pentru pompe, aparate de măsură, dispozitive pentru modificarea poziției tubului de aspirație alt și a dimensiunilor camerei, dispozitiv pentru etanșarea ermetică a camerei;
- diafragmă pentru măsurarea debitelor
- pompă de vid utilizată pentru modificarea presiunilor de la suprafața liberă a camerei de aspirație;
- grătar pentru uniformizarea vitezelor la intrarea în camera de aspirație;
- Aparatele de măsură utilizate :
  - diafragmă pentru măsurarea debitelor
  - micrometrice tip KENT, ce permite măsurarea vitezelor în domeniul  $0,02 \pm 1,50$  m/sec (Anglia);
  - numărator de impulsuri;
  - sondă diferențială, pentru măsurarea vitezelor
  - manometre cu mercur;
  - tuburi piezometrice;
  - stroboscop tip T.A. 3503-RPU
  - voltmetru și ampermetru de curent continuu, aparate necesare stabilirii regimului de funcționare a motorului electric.
- La proiectarea modelului a fost prevăzută cu următoarele posibilități de lucru :
  - schimbarea caracteristicilor  $Q = f(H)$ , prin introducerea posibilităților de reglare continuă a turației motorului sau a secțiunii de curgere a vanei de reglaj prevăzută la refularea pompei;



- modificarea presiunilor absolute de la suprafața liberă a apei, în domeniul  $P_g = 10,5 \pm 1,5$  m.c.a., posibilă prin etanșarea camerei de aspirație la partea superioară și vidarea zonei cu ajutorul pompei de vid;

- punerea în evidență prin vizualizare și măsurări a frecvenței și duratelor de apariție a vârtejurilor de suprafață și de fund ;

- măsurarea presiunilor cu tuburi piezometrice și vitezelor din camera de aspirație cu micrometrice ( $0,002 \pm 1,30$  m/sec) și sonde diferențiale pentru viteze mai mari.

Modelul experimental B, realizat pentru determinarea influenței cantității de aer din apă asupra caracteristicilor hidraulice ale unei pompe.

Modelul a fost conceput din următoarele părți principale :

- sistem de alimentare cu apă în domeniul de debit  $Q = 0 \pm 300$  m<sup>3</sup>/sec. ;
- bazinul de aspirație al pompei pentru experimentare;
- electropompa Criș 150, cu turaj  $n = 1450$  rot/min;
- vase de reglare ;
- bazin pentru deaerarea debitului pompei;
- compresor pentru modificarea conținutului de aer din apă;
- pompă de vid pentru prelevarea de probe aer/ apă.

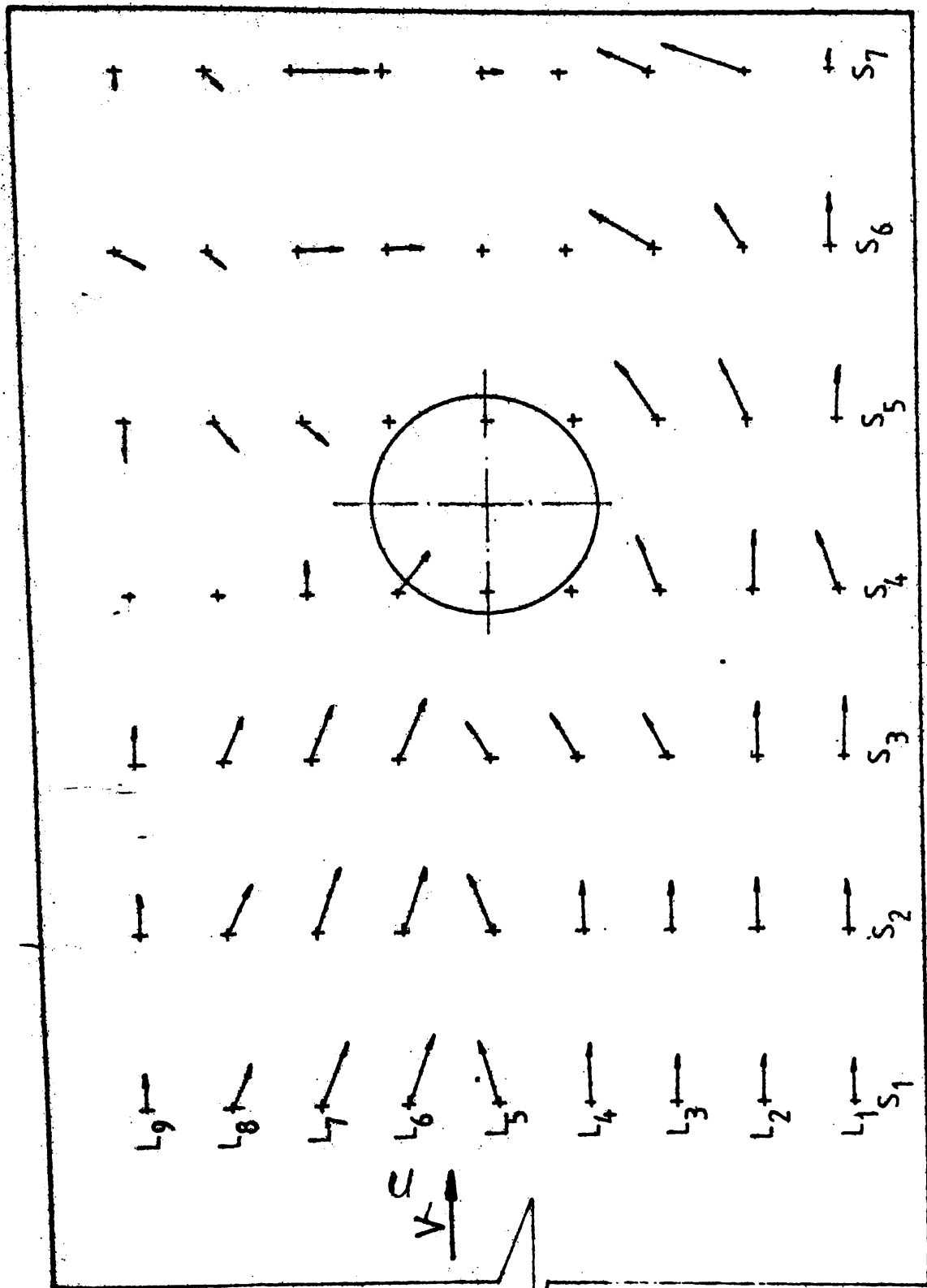
Aparatele de măsură utilizate :

- debitmetru electromagnetic pentru măsurarea debitului din bazinul de aspirație al pompei;
- sistem de măsură pentru determinarea coeficientului de aerare  $\alpha = Q_a / Q_p$ , propus pentru a fi brevetat la OSIM cu dosar nr. 121.174/ 27.XII. 1966.

Celelalte aparate de măsură sînt similare cu cele de la modelul experimental A.

Măsurarea pulsațiilor de presiune, vibrațiilor și agnoscențelor de la aspirația pompelor s-a efectuat cu aparatură expusă în lucrare.

ASURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re=1000$   
 ASPIRATOR DREPT  $Z=9\text{ cm}$   
 SCARA VITEZELOR 1:1

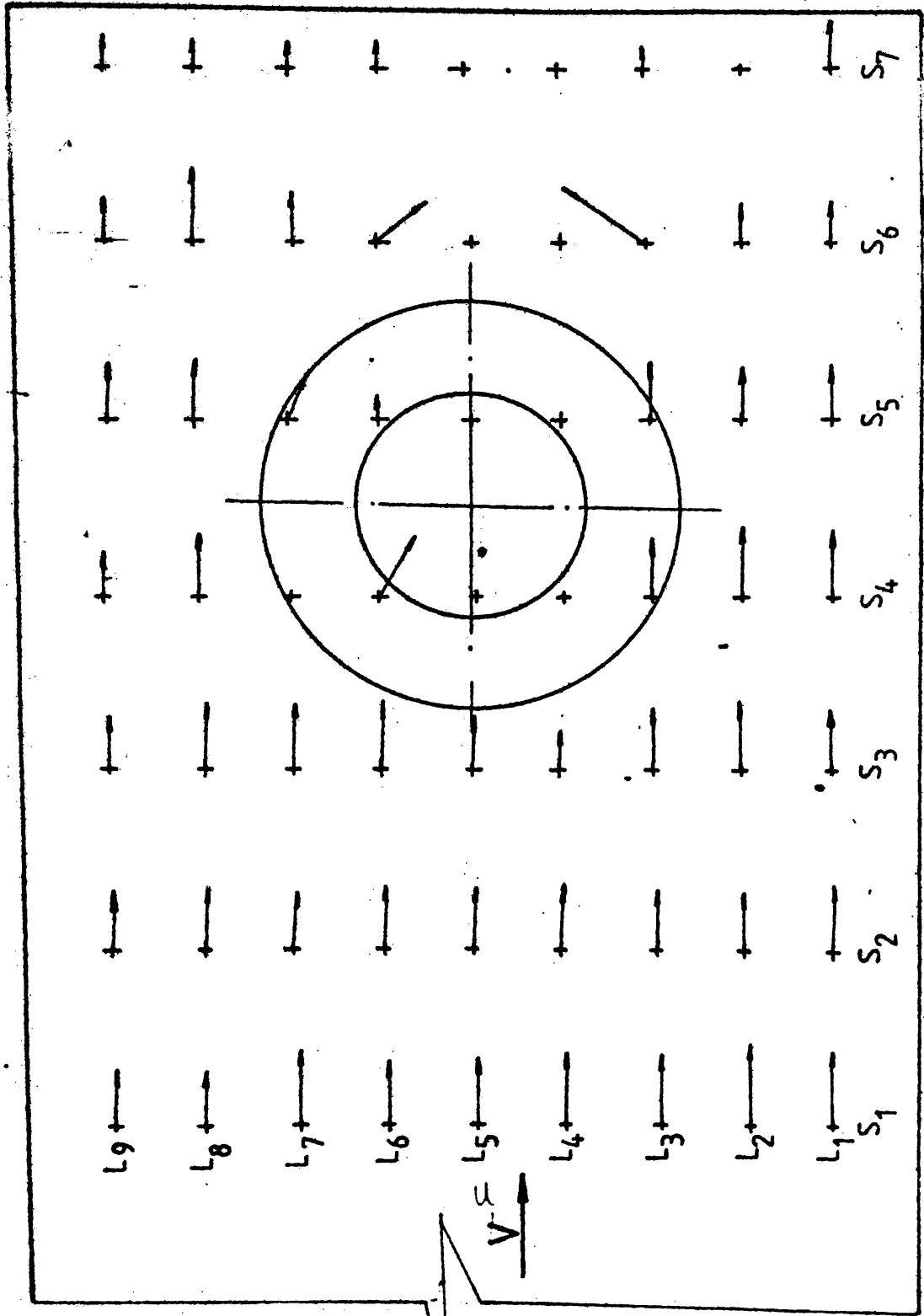


MSURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re = 1000$

ASPIRATOR EVAZAT

$Z = 15 \text{ cm}$

SCARA VITEZELOR 1:1

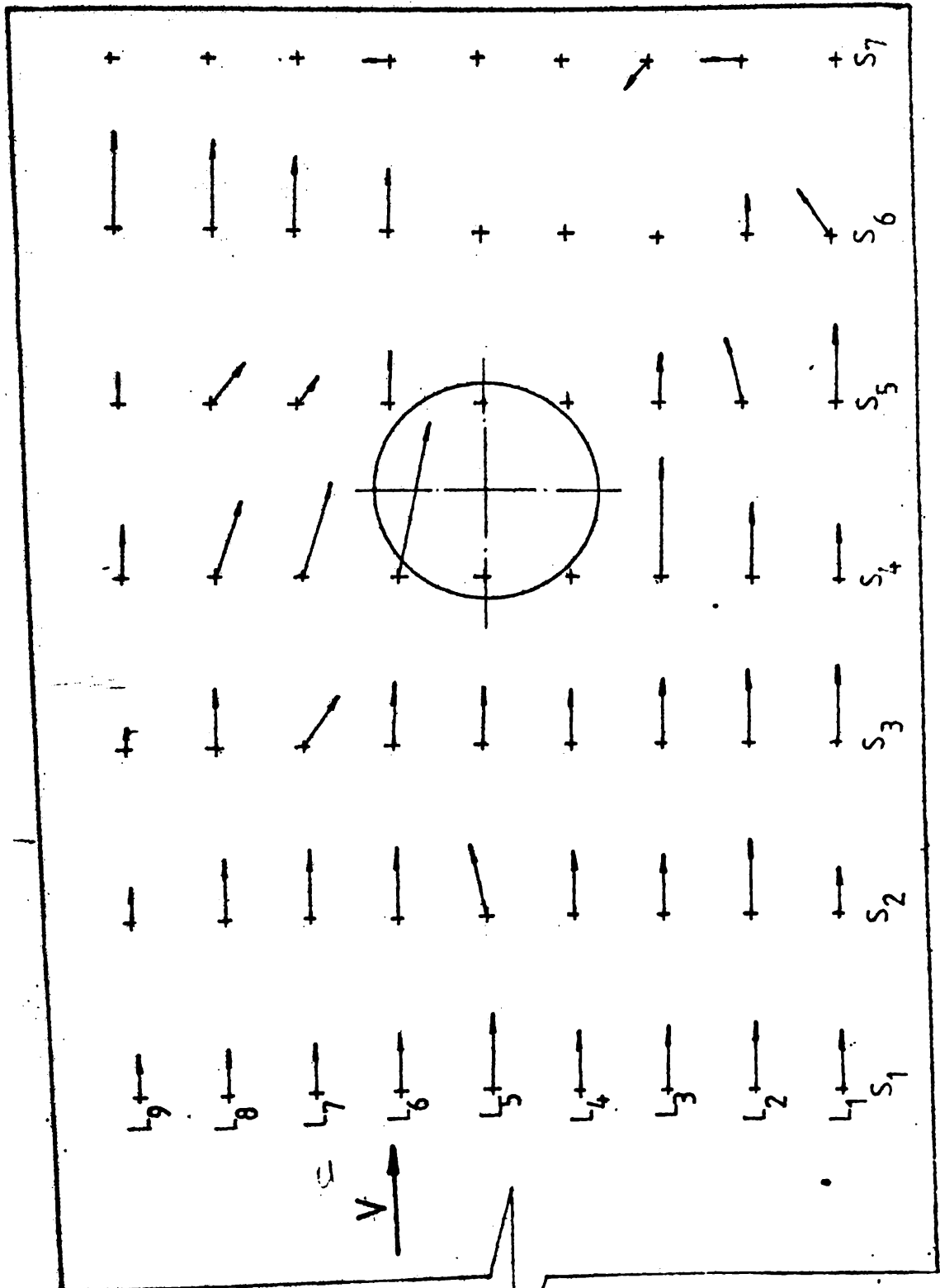


182-

MASURATORI ALE DISTRIBUTEI DE VITEZE  $Re=1000$

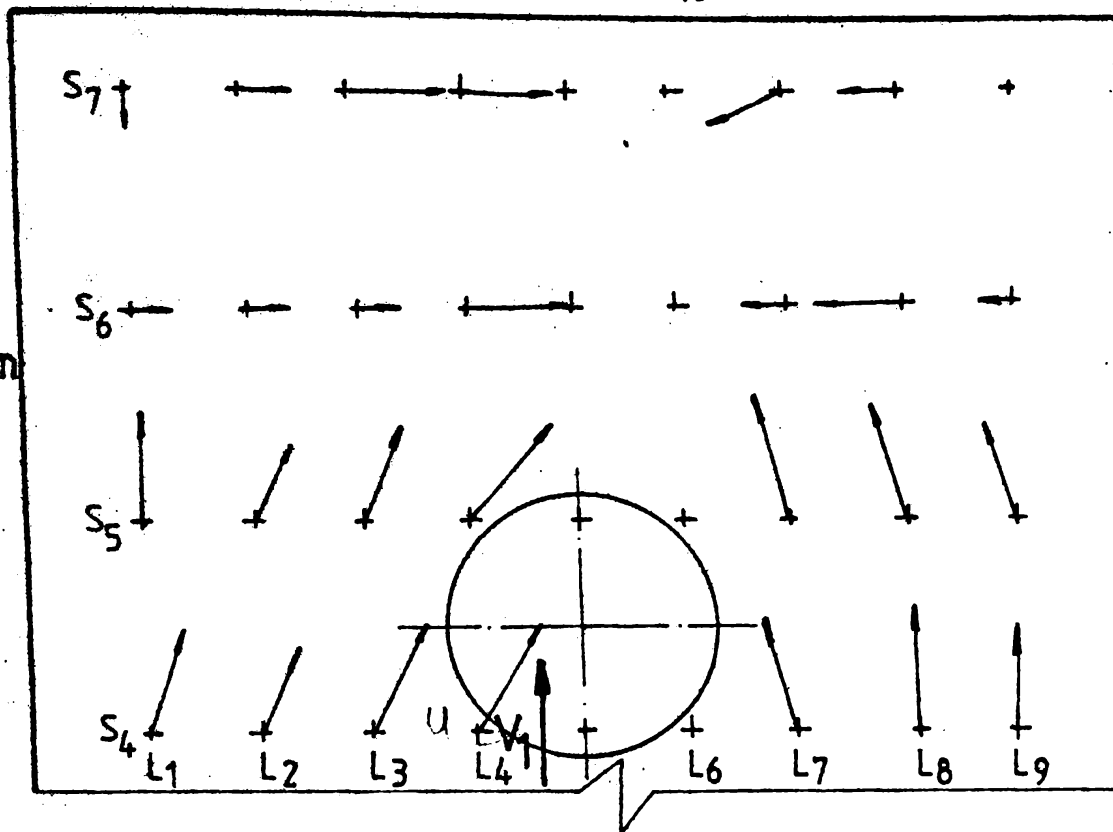
ASPIRATOR DREPT  $Z=15\text{ cm}$

SCARA VITEZELOR 1:1

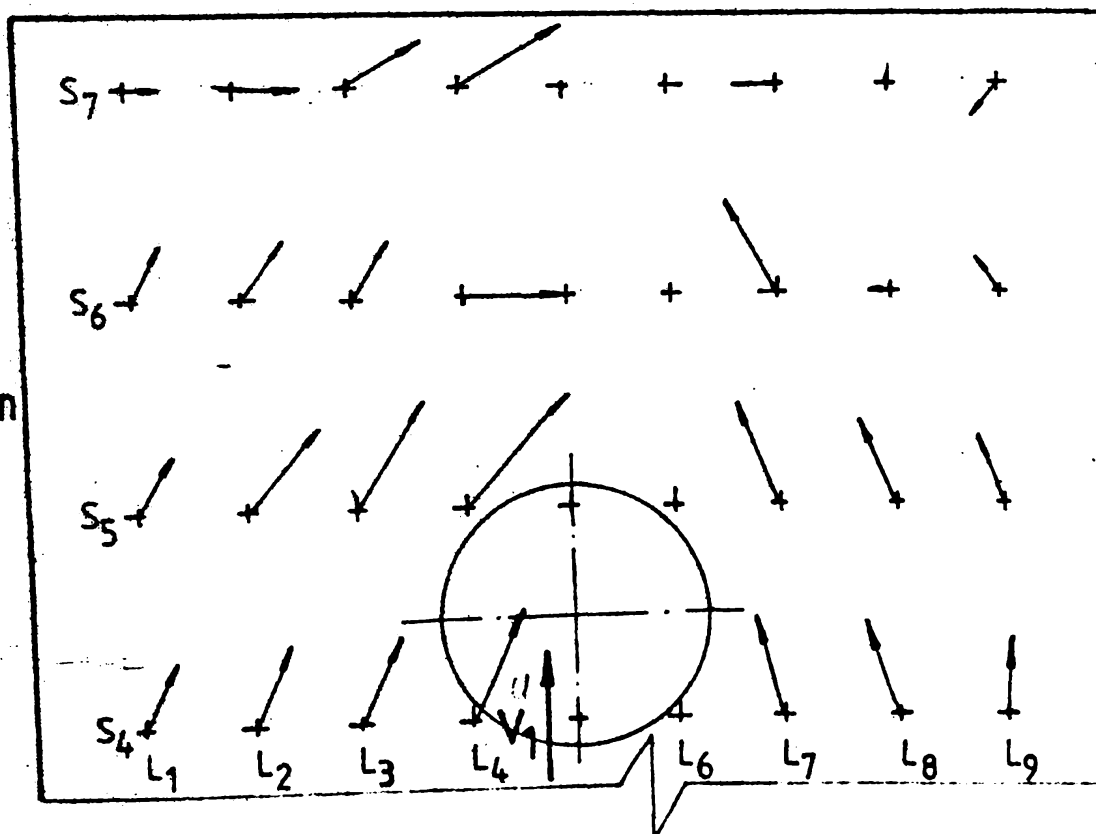


MASURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re=10.000$   
 ASPIRATOR DREPT  
 SCARA VITEZELOR 1:5

$Z=15cm$

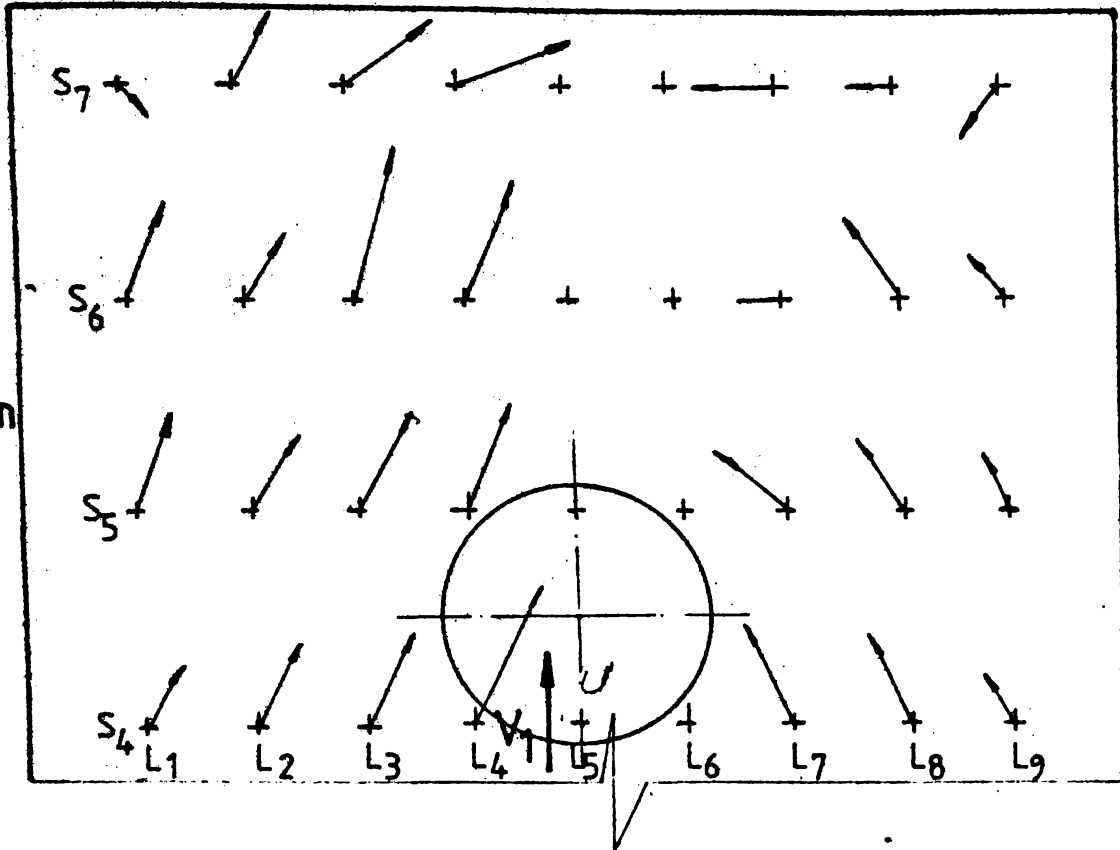


$Z=12cm$

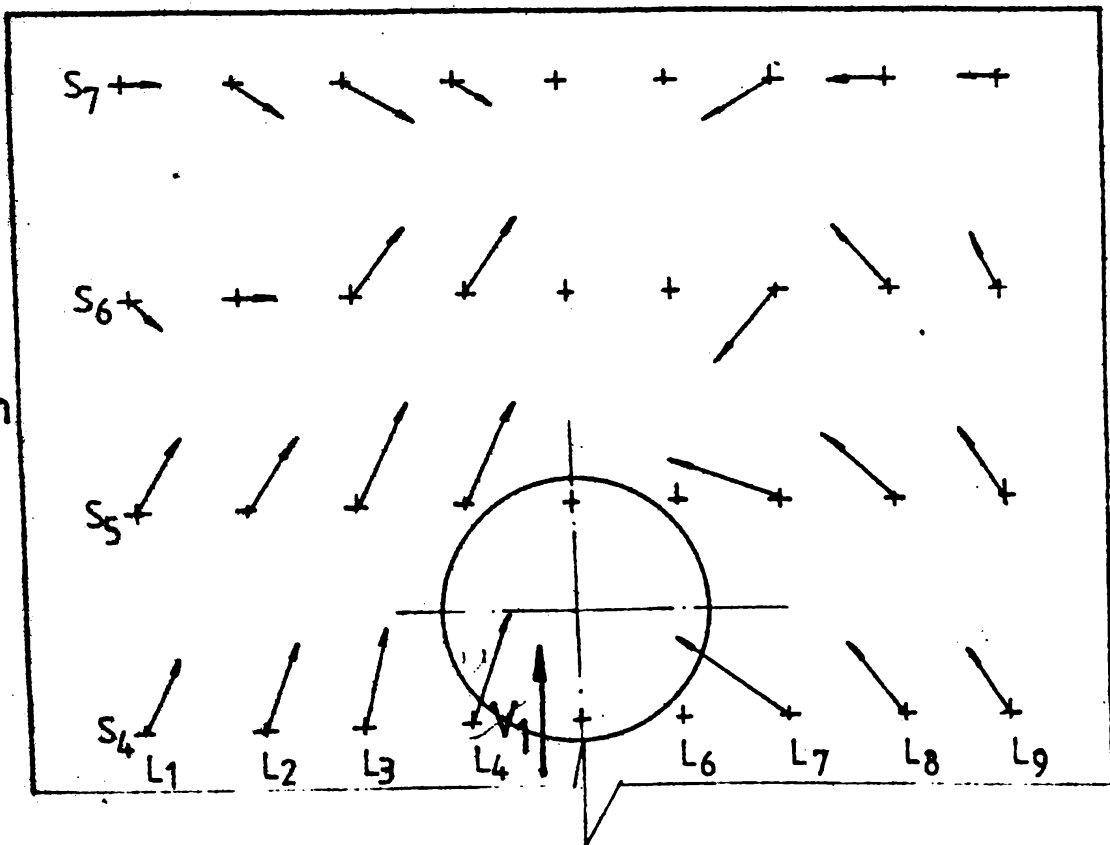


MASURATORI ALE DISTRIBUTIEI DE VITEZE  $Re=10.000$   
 ASPIRATOR DREPT  
 SCARA VITEZELOR 1:5

Z=9cm



Z=6cm



BIBLIOGRAFIE

1. Anton I. - Turbine hidraulice. Ed. Tecla, Timişoara 1979.
2. Anton I. - Curbele caracteristice de cavitație ale mașinilor hidraulice. Conf. de mașini hidraulice, Timişoara 1964.
3. Anton I. - Curbele caracteristice de cavitație teoretice și experimentale de turanție joasă. Acad. RSR, Științe tehnice, tom VII 1960.
4. Anton I. - Cavitația vol. I- II. Ed. Acad. RSR 1984- 1985.
5. Anton V. Popovici M. - Hidraulică și mașini hidraulice. Editura didactică, București 1978.
6. Amphlet V.S. - Air entraining vortices at a horizontal intake. Report No. 6 D / 7, Hydraulics Research Station, Wallingford, Oxfordshire, England, April 1976.
7. Abelev A.S. P.G. - Structural vibrations due to operation of hydraulic machines and gates. 6<sup>th</sup> Symposium AIRH sept. 1976, Leningrad USSR, Subject pp 5-16.
8. Alti Suli S.D. Margolin M.S. - Vliani vkhrovih voronok na koefitsient rashoda pri isteceni jidcosti iz otverskii. Gidrotehnicescoe Stroitelatvo, 1968 no.6.
9. Anwar H.C. - Prevention of vortices at intakes. Water Power, vol. 10, No 1 oct. 1962.
10. Anwar H.C. - The non dimensional parameters of free surface vortices. La houille Blanche 1 / 1983.
11. Addison H. - Centrifugal and other rotodynamic pumps. Ed. Chapman and Hall, Londra, 1966.
12. Shatt V.P. Shoh B.P. - Problems of simulation of vortices in nodes- A case study with model- prototype conformity. AIRH Congress New Delhi, February 1981, Subject D- pp 101- 108.
13. Blaisdell E. Donally O. - Hydraulics of closed conduit millways. Technical Paper, Nr. 20, Series Minneapolis 1958.

14. Blau E. - Die modellmaige Untersuchung von Pumpensumpfen für Schpferke und industrielle Pumpenanlagen. Wasserwirtschaft- Wassertechnik 7 1957, 423- 428.
15. Biran Gh. - Contribuii la studiul cavitatiei i al eroziunii cavitaionale . Teza de doctorat IPB, 1976.
16. Berge J.P. - Enquête sur la formation de vortex et autres anomalies d'écoulement dans une enceinte avec ou sans surface libre. Societ Hydrotechnique de France, Section Machines, Groupe de travail nr. 10, November 1964.
17. Brewer D. - Vortices in pumps sumps. The Allen Engineering Review, March 1957.
18. Bratosin D. - Unele probleme hidraulice la captrile de ap industriale. Buletinul documentar, ISIE 1957, Er. special 3, pag. 25-37.
19. Bărglăzan A., Anton I., Anton V., Prada I. - Incercările mainilor hidraulice i pneumatice. Bucureti, Editura Tehnică 1959.
20. Bila C. s.a. - Exploatarea sistemelor de hidrocanalizaii. Editura Ceres, Buc. 1971
21. Buda C. s.a. - Maini de for i staii de pompare. Editura didactică i pedagogică, Bucureti 1968.
22. Brtianu C. - Metode cu elemente finite in dinamica fluidelor. Editura Academiei RSR, Bucureti 1983.
23. Burchiu V. - Instalații de pompare. Editura didactică, Bucureti 1983.
24. Buzdugan Gh. - Măsurarea vibrațiilor. Ed. Acad. RSR, Bucureti , 1979.



25. Cazacu M.D.  
Ispas D. - Cercetări teoretice și experimentale asupra  
curgerii lichidului viscos în camera de  
aspirație a unei pompe.  
Conf. Mașini hidr., I.P. Timișoara, oct. 1985.
26. Chang E. - Scaling laws for air entraining vortex.  
BHRA, BR 1919, Jan 1979.
27. Cazacu M.D.  
Ispas D. - Studiu coloanelor verticale aerate. Conf.  
Mașini Hidraulice și Hidrodinamice,  
I.P. Timișoara, oct. 1985.
28. Cazacu M.D.  
Bănescu A.  
Petcu M. - Soluționarea numerică a curgerii tridimen-  
sionale cu simetria axială a fluidelor viscoase  
și incompresibile. Comunicare la sesiunea  
științifică a Acad. R.P.R., oct. 1975.
29. Cazacu M.D. - Pompe, ventilatoare, compresoare. Note de  
curs, Facultatea mecanică I.P.S., 1983-  
1984.
30. Cazacu M.D. - On the stability of Numerical Solutions,  
of the liquid viscous flows with heat transfer  
and cavities. Conferința la școala de vară,  
Constanța, august 1979,  
pag. 301- 305.
31. Cazacu M.D. - Mișcarea unidimensională și nepermanentă a  
unui fluid viscos și compresibil.  
Comunicare la sesiunea științifică IIS, 1961.
32. Cazacu M.D.  
Ispas D. - Cercetări asupra curgerii tridimensionale în  
camerile de aspirație.  
Comunicare la centenarul I.P.S., 11- 12 dec.  
1981.
33. Cazacu M.D.  
Ispas D.  
Petcu M. - Pipe- channel flow suction flow researches.  
Proc. XX Congress IAMB, 5-9 sept. 1983, Moscow,  
vol. VI., pag. 214- 221.
34. Cazacu M.D.  
Băran G.R.  
Dîța F. - Un model fizico- matematic al curgerii cavi-  
taționale. Comunicare la sesiunea științifică  
a Acad. RSR, dec. 1976, secția științe tehnice.  
ce.

35. Cazacu K.D.  
Iancu C.
36. Carafoli E.  
Constantinescu V.N.
37. Comichel C.  
Escande E.
38. Crăciun C.
39. Craiu V.
40. Ciugăev R.
41. Cimpean A.
42. Crețu Ghe.
43. Crețu Ghe.
44. Danny D.F.  
Young G.A.
45. Danny D.F.
46. Dhillon G.B.
- Studiu privind aspirația și aducțiunea pompelor mari de circulație din torn centrale și a criteriilor de similitudine pentru verificarea pe model, contract 20 I/ 1977.
  - Dinamica fluidelor incompresibile. Ed. Acad. RSR, 1981.
  - Similitude hydrodynamique et technique des modèles réduits. Gauthier-Villars, Paris, 1938.
  - Contribuții la studiul mișcării, fluidelor viscoase. Mișcări de fluide stratificate și cu suprafața liberă. Teza de doctorat, IFB, 1972.
  - Verificarea ipotezelor statistice. Editura didactică și pedagogică, București, 1972.
  - Hidraulica. Energhia, Leningrad, 1970.
  - Mașini electrice. Ed. Scrisul Românesc, Craiova, 1977.
  - Economia apelor. Ed. didactică și pedagogică, 1976.
  - Optimizarea sistemelor de gospodărire a apelor. Editura Pacla, Timișoara, 1980.
  - The prevention of vortices and surges at intakes. A I R H- 7<sup>th</sup> congres, Lisbon, 1957, comm C.1.
  - Experiments with air in centrifugal pumps. The British Hydromechanics Research Association, Cranfield, England, Publication No. 656, oct. 1955.
  - Madgelind criteria for vortex formation at pipe intakes. 19<sup>th</sup> A I R H Congress, New Delhi, February 1981, Subject-D, pp. 223- 234.

47. Dinu M. - Teoria rotațiilor sistemelor fluidelor. Editura științifică și enciclopedică, București, 1983.
48. Dumitrescu D. - Teoretische und experimentelle Betrachtungen über die Strömung sehr Flüssigkeiten und eine Platte beikleinen und nuttleren Reynoldszahlen. ZAMP, 50 / 1970, pag. 257-280.  
Cazacu M.D.
49. Dumitrescu D. - Metoda diferențelor finite în studiul mișcării fluidelor grele cu suprafață liberă. SCMA, VI.3- 4/ 1955, pag. 359- 375.  
Ionescu V.
50. Dumitrescu D. - Probleme de mecanica fluidelor viscoase. Ed. Academiei RSR, București, 1967, pag. 343- 363.  
Cazacu M.D.  
Martin G.  
Oprică H.
51. Dumitrescu D. - Studiul teoretic și experimental al curgerii lichidelor reale prin labirintii turbonașinilor hidraulice. Conferința de Mașini hidraulice, Timișoara, sept. 1964.  
Cazacu M.D.
52. Dumitrescu D. - Mișcarea fluidelor viscoase în lungul unei plăci plane la numere Re mici. SCMA, 3/1969  
Crăciun F.
53. Dumitrescu D. - Contribuții ale cercetărilor românești de hidrodinamica fluidelor viscoase la știința și tehnica modernă. Comunicare la centenarul IPB, 11-12 decembrie 1981.  
Cazacu M.D.
54. Dumitrescu D. - Aplicarea metodei rețelelor la studiul mișcării fluidelor grele cu suprafață liberă. SCMA, pag. 3- 4, 1955.  
Enescu E.
55. Dumitrescu D. - Solution numerique et recherches experimentales dans l'hydrodynamique des fluides visqueux à des nombres de Reynolds petits. Al XI- ier Congres internațional de mecanică aplicată, München, 1964 Springer- Verlag, Berlin, pag. 1170- 1176.  
Cazacu M.D.  
Crăciun C.
56. Dumitrescu D. - L'instabilité de l'écoulement dans les chambres d'aspiration. SHF, Vienne, Journées de L'hydraulique, 1964.  
Iamandi C.  
Ianoș C.

57. Daggett L.  
Keulegan C.H. - Similaritate in free surface vortex formation. J.H.D. ASCE, Vol. 100-H, 1, 11- pp. 1563- 1981, nov. 1974.
58. Eroshov N.V.  
Bonda F.I.  
Semenov S.I. - Recente vodozabornie scoruzenia (alia vodoznabjenia). Gastroizdat , Moscova-Leningrad, 1951.
59. Fraser W.H.  
Harrison M.J. - Hydraulic problems encountered intake structures of vertical wet- pit pumps. Transactions of ASME, 75, 1953.
60. Fraser W.H. - Hydraulic problems encountered intake structures of vertical wet- pit pumps and methods leading to their solution. Transaction of the ASME 75- 1953, 4, 643- 652.
61. Florinski A. - Nasoanlie stanții i ustanovki. Sebhoshiz, Moscova, 1949.
62. Florea J.  
Panaiteacu V. - Mecanica fluidelor. Ed. didactica și pedagogica, București, 1979.
63. Florea J.  
Vecliu N.  
Manea I. - On Steady Stat Characteristic of a Hydraulic Power Transmission Controlled by Valve. 2-a Fluidica and Fluid Engineering in Control Systems, București, 11-14 iunie 1980.
64. Ganea K. - Alegerea , exploatarea, intretinerea și repararea pompelor. Editura tehnica, București, 1981.
65. Ghergu N. - Mișcarea sub presiune printr-o conductă de secțiune variabilă. Teza de doctorat, I. P. București, 1982.
66. Gyulei P. - Pompe, ventilatoare, compresoare. Litografiat IP. Timișoara, 1981.
67. Chaniev N.N.  
Abramov N.K.  
Pavlov V.I. - Vodoznabjenie Stroizdat. Moscova-Leningrad, 1950( traducere in lb. română Ed. M.C.I. M.O. București, 1953.

68. Guiton P. - Cavitation dans les pompes. La Houille Blanche, nov. 1962, no.6.
69. Haisiel K. - Contribution to air-entraining by a vortex. Proc. IMR 3<sup>th</sup> Congress, Aug. 1959.
70. Hatteraley R.T. - Hydraulics design of intakes with special reference to Model-Prototype relationships. Indian Journal of Power and River Valley Development Hydraulic Structures Special Number, pp.149-154, 1963.
71. Holtorff G. - La surface libre et les conditions de la similitude des vortex. La Houille Blanche, nr.3, 1964.
72. Iversen H.A. - Studies of emergence requirements of Highspeed pumps. Transactions of the ASME, 75- 1953- 4, 635- 641.
73. Iancu C. - L'etude de l'écoulement à mouvement de rotation d'un fluide. BRST- Nr. 14, no.6, 1969.
74. Iancu C. - Contribuții teoretice și experimentale la studiul curgerii fluidelor cu vârture de rotație și vîrtej legat de suprafața liberă. Teza doctorat, 1970.
75. Ion I. - Instalații de pompare reglabile. Ed. tehnică, București, 1980.
76. Ion I. - Acționarea electrică a turbinelor. Ed. tehnică, București, 1980.
77. Ionescu Gh. D.  
Matei P.  
Anoua V.  
Todilescu A.  
Iaculei M. - Mecanica fluidelor și mașini hidraulice. Ed. didactică și pedagogică, București, 1983.
78. Ionescu Fl.  
Cătrina A.  
Corin M. - Mecanica fluidelor și acționări hidraulice și pneumatice. Ed. didactică și pedagogică, Buc., 1980.

79. Ispas D. - Verificarea pe model hidraulic a capacității de apă priză CET Slatina. Contract ISPE Buc. 3943/ 84.
80. Ispas D.  
Eticescu D. - Referat asupra studiilor hidraulice efectuate pe modelul prizei de alimentare cu apă a CET Brăila- Chișcani. Contr. 223/ 1209/ ISPE, iunie 1969.
81. Ispas D. - Observații și măsurători " in situ " privind comportarea prizei stației de pompare Barboși pentru alimentarea cu apă a combinatului siderurgic Galați. Contr. 848/ 1969 ISPE, iunie 1969.
82. Ispas E. - Stadiul actual al stabilirii parametrilor stației de pompare. Referat doctorat, IPB, februarie 1975.
83. Ispas D. - Rezultate obținute pe parcursul elaborării tezei. Referat doctorat, febr. 1976.
84. Ispas E. - Stația de pompare AFSM. Proiect ISPH, dec. 1978.
85. Ispas D. - Studii in natură privind bilanțul energetic al funcționării pompelor de la stația de pompare Dăbuleni. Contr. CELIF- Craiova, dec. 1978.
86. Ispas E. - Măsurători energetice la stația de pompare Amărăști. Contr. CELIF- Craiova, dec. 1978.
87. Ispas E.  
Romănu F.  
Vertan G. - Programarea calculelor energetice ale stațiilor de pompare. Exprodiinf- Cluj, mai 1979, pag. 257-271.
88. Ispas E. - Surveys on the cavitation strenght of some construction materials. Technical scientific papers, Vol. V, <sup>Ms</sup> ISPH Bucharest, Romania, pag. 39-45.

89. Ispas D.  
Florescu D. - Etudes hydrauliques sur modèle réduit et disposition constructives des évacuateurs de crue du barrage de Gura Apelor. Q 50, R 29, 13-  
ème Congrès de Grands Barrages, New Delhi, 1979, pag.  
483- 494.
90. Ispas D. - Criterii de optimizare a secțiunii grătarelor  
la prize de pe coronamentul barajelor. Hidro-  
tehnica 12/ 1979 pag. 279- 280.
91. Ispas D. și  
alții - Măsurători de vibrații la MHC Gilau I.  
Contr. IIRH 3145/ 1985.
92. Jain A.K.  
Garde R.J.  
Ranga R.K.G. - Similitude in vortex formation at pipe intakes.  
Proc. 47-<sup>th</sup> Research Session of Central Board  
of Irrigation and Power, New Delhi, Vol.2,  
Hyd., pp.50-60, Nov. 1978.
93. Jain A.K.  
Ranga R.K.G.  
Garde R.J. - Vortex formation at pipe intakes. J. H.E.  
ASCE, vol. 104, N.Y.- 10 oct. 1978.
94. Jain A.K. - Physical Modelling of vortices at intakes.  
19-<sup>th</sup> AIRH Congress, New Delhi, February 1981,  
Subject-D, pp. 307- 318.
95. Karassik I. - Pumps. Ed. Ec. Crow- Hill Book, New-York, 1976.
96. Karelin V. - Kavitație în ieșirea v. țentrobujin și oșevih  
nasosih. Moskva, Mașinostroenie 1975.
97. Kurohara S. - Progrès réalisés au Japon en ce qui concerne  
l'équipement des centrales à accumulation par  
pompage. Conf. mondiale à l'énergie, Buc., 1971.
98. Kisslev P.G. - Spravočnik po gidravličeskim rasčetau.  
Izd. Energhia, Moskva, 1964.
99. Kviatovski B.C. - Diagnoznaja gidroturbina. Izd. Mașino-  
stroenie, Moskva 1971.
100. Kocin N. și alții - Hidromecanica teoretică. Ed. tehnică,  
București, 1951.
101. Linford A. - The application of models to Hydraulic Engi-  
neering. Part. 2, Air Entraining Vortices,  
Water Engineering, pp. 105- 110, March 1965.

102. Levi E. - Momentum transfer from a jet to a vortex. Buc., XIV Congress IAHR, Paris, 1971, (p. 16).
103. Lubin T.B. Springer S.G. - The formation of a dip on the surface of a liquid draining from a tank. Journal of Fluid Mechanics, vol. 29, part. 2, 1967.
104. Marin V. Moscovici R. Teneşlav D. - Sistemele hidraulice de acţionare şi reglare automată. Probleme practice, Ed. tehnică, Buc., 1951.
105. Mateescu C. - Hidraulica. Ed. didactică şi pedagogică, Buc., 1963.
106. Nicolescu T. Bazzichin G. - Optimizări în sistemele energetice. Ed. didactică şi pedagogică, Buc., 1979.
107. Kerik M. s.a. - Über den Einfluss der Luftzuführung auf die Kennzahlen von Kreiselpumpen. Kuloivinyomat aperiodics Polytechnics Engineering, Vol. 5, nr. 1, 1961, Budapest.
108. Maxwell H.C. - Surface tension in Froude Models. Jnl. Hyd. Divn. ASSE, March 1969.
109. Parkland A., Pope J.K. - Experiments on a small pump and methods leading to their solution. Transformation Proceedings Institution of Mechanical Engineering 170, 1956.
110. Kurahani M. s.a. - Flow of entrained air in centrifugal pumps. 13<sup>th</sup> IAHR Congress, Sept. 1969, Subject-B, pp. 71- 80.
111. Nicolescu S. - Fortran, iniţiere în programarea structurată. Ed. tehnică, Buc., 1979.
112. Olariu V. Brătianu C. - Modelarea numerică cu elemente finite. Ed. tehnică, 1986.
113. Oprică H. - Cercetări asupra mişcării fluidelor viscoase în regim laminar. Teza doctorat, Universitatea Bucureşti, 1981.



114. Groveanu Th. - Mecanica fluidelor viscoase. Ed. Acad. AȘR, Buc., 1976.
115. Onicescu O.  
Mihoc G. - Lecții de statistică. Ed. tehnică, București, 1958.
116. Paterson I.S.  
Cambell G. - Pump intake design investigations. Inst. of Mech. Engineering, Proce 1967- 68, Vol. 182, Birdcage Walk- London.
117. Pavel D. - Metode noi de dimensionare a turbinelor bulb. Hidrotehnica, Buc., ian. 1968, pag. 14-21.
118. Pavel D.  
Burchiu V. - Dimensionarea optimă a gabaritelor turbinelor cu reacție. Hidrotehnica, Bucuresti, mai 1970, pag. 233- 239.
119. Pavel D.  
Burchiu V. - Stabilirea tipului optim de turbină cu reacție în zonele mixte de cădere. Hidrotehnica, Buc., oct. 1971, pag. 491- 495.
120. Pavel D. - Mașini hidraulice-vol.II. Ed. energiei de stat, Buc., 1955.
121. Pavel D. - Stații de pompare și rețele de transport hidraulice. Ed. didactică și pedagogică, Buc., 1967.
122. Pavel D. - Turbine hidraulice și echipamente hidro-energetice - vol. I- II. Ed. didactică și pedagogică, Buc., 1963.
123. Pavel D.  
Hâncu V.  
Burchiu V.  
Cuconas V.  
Giugoa S. - Utilaje hidromecanice pentru sistemele de îmbunătățiri funciare. Ed. CEREN, Buc., 1974.
124. Paoliga M. - Projektovanie Zariadení cerpacej technicy. Reda oia strojarkej literatury, Bratislava, 1967.
125. Pfeleiderer C. - Die Kreiselpumpen. Ed. Springer, Berlin, 1932.
126. Felikowski V.I.  
Perelison R.G. - Voronko obrezovanie v židcosti s otricitoi poverhnoeti. M., Gosenergoizdat, 1959.

127. Prosser M.J. - The hydraulic design of pump-sumps and intakes. BHRM/CIRIA, Fluid Engineering, July 1977.
128. Rohan K. - Conditions of similarity for a drained vortex. Symposium CRPRE, pp. 89-93, 1966.
129. Reynolds H.J. - Curgeri turbulente în tehnica. Ed. tehnica, București, 1983.
130. Rosich E. - Le coup de bélier dans les pompes. La technique de l'eau et l'assai nement nr. 7 /68.
132. Reddy J.  
Pickford J. - Vertices at intakes in conventional sumps. Water Power, martie 1972.
133. Reabanki V.S. - Scheme de calcul cu diferențe finite. Ed. tehnica, București, 1977.
134. Șabac Gh. - Meteoricii speciale. Ed. Academiei RSR, București, 1981.
135. Seteanu I. - Contribuții la studiul mișcării plane a fluidelor viscoase. Teza de doctorat, IPB, 1969.
136. Seratiuk A.H. - Nazos, ventilatori, compresori. Ind. Vișșaiia Școla, Moscova, 1972.
137. Cisești D.I. - Baze și stații de pompare pentru irigații. Ed. agrosilvică, București, 1965.
138. Stepanoff A. - Pompe centrifuges et helices. Ed. Dunod, Paris, 1961.
139. Timofei A.  
Mîrușă A. - Asupra problemelor antrenării aerului în aspirațiile pompelor. Hidrotehnica, nr. 6, 1969.
140. Toma Ion ș.a. - Observații și măsurători în natură asupra vibrațiilor la barajele Petrim și Jidoaia. Ref. ISPH, 1979.

141. Venkatraman G.P.  
S.A.  
- Experimental investigations of scale effects in vortex formation at intakes. 19<sup>th</sup> AIHR Congress, New Delhi, Febr. 1981, Subject - D, pag. 235- 241.
142. Vladimirescu I.  
- Sur les critères d'optimisations complexe des stations de pompage pour irrigation. Buletinul Academiei RSR, Mecanique aplicată 1974.
143. Vladimirescu I.  
- Maşini hidraulice şi staţii de pompare. Ed. didactică şi pedagogică, Buc.,1974.
144. Vlădăianu D.  
Marinescu V.  
- Studii in natură privind funcţionarea la cavitaţie a unor pompe centrifuge de dimensiuni mari. Ştiinţă, Cercetare, Mecanică aplicată, 1 / 1978.
145. Vlădăianu D.  
Marinescu V.  
- Etudes en nature concernant le fonctionnement à cavitation de pompes axiales de grandes dimensions, Revue Roumaine des Sciences, Technique, Mecanique appliquée, 1 / 1974.
146. Vlădăianu D.  
Giuşcă M.  
- Cîteva observaţii asupra funcţionării unor pompe de apă de răcire de tip MV- 1002( radial axiale). Ştiinţă, Cercetare, Mecanică aplicată, 2 / 1983.
147. Văduva I.  
- Analiza dispersională. Ed. tehnică, Bucureşti, 1970.
148. Ven te Chow  
- Channel hydraulics. Mc.Graw- Hill Book Company Inc., London, 1965.
149. Weher I.F.  
- Arbeit maschinen- Kreiselpumpen. Ed. VEB, Berlin, 1969.
150. Wirtz H.  
- Numerical methods in fluid dynamics. Mc.Graw-Hill Book Company, London, 1980.
151. Wijdiels J.  
- Hydraulic aspects of the design pump installations, Publication nr. 43 of Delft Hydraulics Laboratory, April 1972, series, Group 73. 20.

152. Zidaru Gh. - Mișcări potențiale și hidromecanice a rețelelor de profile. Ed. didactică și pedagogică, București, 1981.
153. Zărnescu N. - Utilizarea optimă a motorului sincron. București, 1984.
154. x x x - Directivele Congresului al XIII-lea al PCR, cu privire la dezvoltarea economică-socială a României în cincinalul 1986-1990 și orientările de perspectivă până în anul 2000. Ed. politică, București, 1985.
155. x x x - Programul PCR de construire a societății socialiste multilaterale dezvoltate și înaintarea României spre comunism. Ed. politică, 1973.
157. x x x - Manualul inginerului hidrotehnician vol. I- II. Ed. tehnică, Buc., 1965.
158. x x x - ISPIF-Normativ pentru proiectarea stațiilor fixe pentru irigații și desecări. PD- 6- 77.
159. x x x - ISPIF-Proiect directiv departamental ED. 3-73 pentru proiectarea bazinelor de aspirație și refulare la stațiile de pompare pentru irigații și desecări.
160. x x x - Uzina Aversa- Catalog de produse și curbe de garanție-București 1979- 1981.
161. x x x - Catalog Sulzer- Elveția 1975.
162. x x x - Catalog Naposki- Moscova 1975.
163. x x x - Catalog E. Bara- Japonia 1976.
164. x x x - Catalog Vickers- Anglia 1974.
165. x x x - Biblioteca de programe ICPE.
166. x x x - Société Grenobloise d'Etudes et d'Applications Hydrauliques 1978, pag. 106-107, Ed. Dunod, Paris.

167. x x x - STAS 1343/ 10- 79. Determinarea cantităților de apă de alimentare. Prescripții generale.
168. x x x - STAS 1343/ 1-77. Determinarea cantităților de apă pentru centre industriale.
169. x x x - STAS 1343/ 2-77. Determinarea cantităților de apă pentru unități industriale.
170. x x x - STAS 1343/ 3- 77. Determinarea cantităților de apă pentru unități agrozootehnice.
171. x x x - STAS 1343/ 4-77. Determinarea cantităților de apă pentru irigații.
172. x x x - STAS 1629 / 4-81. Captări din riuri. Prescripții de proiectare.
173. x x x - STAS 1629 / 5-81. Captări din lacuri. Prescripții de proiectare.
174. x x x - STAS 8337 - 79. Canale, jgheaburi și conducte la rețele de irigații. Prescripții.
175. x x x - STAS 9540- 79. Lucrări de îmbunătățiri funciare. Lucrări de irigații. Prescripții de proiectare.
176. Suresh D. - Stromagetechnische Gestaltung Offener Einlaufbauwerke für vertikale axial und diagonal pumpen. Pumpen and Verdichter Information 1, pp. 23- 29, 1973.
177. Srpinger E.K. - Experimental investigation of critical submergence for vortexing in a vertical cylindrical tank. ASME, Paper, 69, pp. 1-8, June 1979.
178. Parachute T.M. - Model tests for cooling water intake of Rohas Atomic Power Project. Proc. 47 th C.B. H., New Delhi, Vol. II 7 1-76, Nov. 1978.
179. Zielinski F.D. - Effect of viscosity on vortex orifices flow. Ş.a. H.D., pp.745-752, May 1978.