

INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUJIA" TIMIȘOARA
FACULTATEA DE CONSTRUCȚII
Catedra de Construcții Civile, Industriale și Agricole

Ing. Attila Földvay

CONTRIBUȚII LA OPTIMIZAREA COMPOZITIEI
BETONULUI DE CIMENT

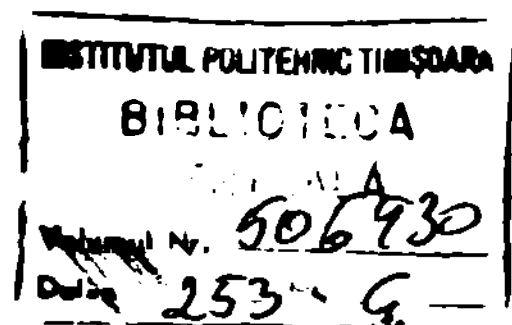
Teză de doctorat

Conducător științific:

Prof.dr.șco.ing.Ioan Filimon

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

Timișoara
1986



Cap.1 INTRODUCERE

Intre multimea materialelor de construcții naturale sau artificiale, betonul și produsele derivate din beton, au cea mai largă utilizare azi și vor rămâne în centrul atenției și în viitor, dat fiind faptul că sînt materiale de construcții durabile și economice. Exemple grăitoare în acest sens pot fi amintite betoanele romane, cu o vechime de peste 2000 de ani, realizate în apeductele sau în zidurile și cupola pantecului din Roma la care s-au folosit agregate de tuf vulcanic și liant de var cu puzzolană. În zilele noastre cerința de durabilitate pentru betoane devine din ce în ce mai importantă, întrucît condițiile de exploatare sînt mereu mai variate, iar factorii de mediu, cu un accentuat grad de poluare, au un efect coroziv ridicat. Astfel, condițiilor de realizare ale unui beton, trebuie să li se acorde o atenție corespunzătoare în toate fazele de realizare. Afirmția lui Glauville, citat în [66], este elocventă în acest sens "diferența între o bună și o slabă calitate a preparării și supravegherii poate fi reprezentată prin diferența între o durată aproape nedefinită (a betonului) și o viață de numai cîțiva ani".

Comparativ cu realizarea unei construcții din oțel, unde materialul este omogen și garantat calitativ de furnizor, în cazul construcțiilor realizate din beton, doar cimentul are atestare calitativă din partea furnizorului, celelalte componente urmînd să fie folosite după știința și experiența executantului de pe șantier. În [88] se arată că betonul este un material de mai multe ori eterogen, prima eterogenitate (microeterogenitate) se datorează structurii cimentului întărit, a doua se datorează influenței părților fine de agregat care schimbă proprietățile cimentului și a treia eterogenitate (macroeterogenitate) este a betonului în ansamblu (inclusiv agregatele mari).

De aici deriva necesitatea studierii și cunoașterii detaliate a structurii betonului și a modului de evoluție al lui, din starea de beton proaspăt în starea sa întărită. Deasemenea este necesară asigurarea condițiilor tehnice și tehnologice pentru obținerea unei producții constante de bună calitate pe șantiere și în poligoanele de prefabricate.

Aceste desiderate sînt formulate și în documentele forurilor superioare. Astfel directivele Congresului al XIII-lea al Partidului

Comunist Român, arată că un obiectiv fundamental al cercetării științifice și tehnologice îl constituie ridicarea nivelului tehnic și calitativ al producției, creșterea în continuare a ponderii produselor cu performanțe de vîrf pe plan mondial. Tot în documentele de partid se subliniază necesitatea amplificării cercetărilor fundamentale pentru a asigura rezerva de soluții pentru dezvoltarea în perspectivă a economiei și întregii societăți.

În acest sens conținutul tezei de doctorat se înscrie în cerințele acestor desiderate, întrucît are caracter de cercetare fundamentală, urmîrind ca rezultatele și concluziile să fie izbrăcate într-o formă adecvată utilizării practice.

Cap.2 ANEXE PRIVIND CRITERIILE DE OPTIM ÎN DOMENIUL BETONULUI DE CIMENT

Stabilirea unei compoziții pentru un beton nu este și nu poate fi un scop în sine. Motivul pentru care se face acest lucru derivă totdeauna dintr-un lanț de cerințe. În acest "lanț" de cerințe, stabilirea compoziției, reprezintă una din "verigile de mijloc" avînd verigi și în fața și în urma ei. Dar, a evidenția legăturile dintre problemele care apar prin eiabolul legăturilor din fața și din urma acestei verigi înseamnă o simplificare grosolană a ansamblului de aspecte, cerințe și a legăturilor dintre ele. Acest ansamblu constituie un sistem pentru că intrusește condițiile conform cărora se definește sistemul (elementele sistemului + legăturile dintre ele). Elementele componente ale sistemului sînt subsisteme ale acestuia, fiecare putînd fi supus aceluiași principii de analiză ca sistemul de ansamblu. Dacă sistemul în discuție îl precizăm ca fiind ansamblul construcțiilor cu diferite destinații, atunci realizarea acestora are motivația conștientă socială pentru valorile de întrebuințare pe care le reprezintă.

Avînd în vedere noțiunea modernă a conceptului de performanță [55],[56], vom considera valoarea de întrebuințare tradusă în termeni tehnici generali, pentru domeniul construcțiilor astfel: construcțiile, sau construcția cu o anumită destinație trebuie să asigure parametrii dimensionali, funcționali, de fiabilitate și mentenabilitate. Acești parametri vor alcătui sistemul parametrilor de performanță al produsului, fiecare din parametrii putînd fi detaliat în con-

1. Parametrii dimensionali vor cuprinde (lungime, lățime, înălțime, adâncime, deschideri, travei, diametre, volume, suprafețe etc.)
2. Parametrii de funcționalitate pot fi grupați din punct de vedere al
 - destinației (civile, industriale, agricole, militare, transport, maritime, telecomunicații etc.)
 - esteticii și confortului (stil, culoare, lumină, izolare termică, fonică, dotații etc.)
 - elementelor de structură (stâlpi, grînsi, plăci, masive, cadre diafragme, pereți, console etc.)
 - sarcinilor (încărcări din greutatea proprie, utilă, apă, vînt, zăpadă, seism, atac chimic, poluare mediu, condiții de exploatare etc.)
3. Parametrii de fiabilitate (siguranță în funcționare timp îndelungat) care pot fi grupați din punct de vedere al:
 - rezistențelor (rezistențe mecanice de toate felurile, impermeabilitate, rezistență la îngheț-dezghet, rezistență la coroziune etc.)
 - elementelor secțiunii (formă, grosime, lățime, înălțime, suprafața secțiunii, armare etc.)
4. Mentenabilitate (calitatea structurii de a se lăsa remediat lesnicios) cuprinde atribute ca: consolidabil, sudabil, reparabil, înlocuibil, se poate lega, se poate lipi etc.

Pe lângă acest sistem al parametrilor de performanță avem încă două sisteme mari și anume:

- sistemul parametrilor tehnologici care cuprinde toate tehnologiile de realizare a tuturor tipurilor de construcții atât la nivelul structurii constructive cît și la nivelul realizării semifabricatelor inclusiv tehnologiile de fabricare a materialelor prime pentru construcții, urmărind și compoziția acestora;
- sistemul resurselor materiale și de energie de diverse naturi utilizate în construcții.

Aceste trei sisteme sînt elemente ale unui sistem mai mare, sistemul producției în construcții. Dar, un sistem de producție subînțelege existența procesului de transformare a resurselor în produse. Acest proces de producție nu poate fi lăsat și nu este lăsat să se desfășoare la intîmplare.

Dacă se dorește realizarea unei construcții careare în condiții optime, atunci proiectantul va trebui să-și optimizeze calculele stabilind parametrii de performanță optimi corespunzători scopului pentru

care s-a comandat construcția, iar executantul sau tehnologul va trebui să aleagă resursele materiale cu calitățile tehnice optime pe care le va consuma deasemeni cu tehnologia optimă în vederea realizării produsului.

Dacă unul din ei nu va proceda ca atare eforturile celuilalt sînt iluzorii iar rezultatul final nu va fi optim. Însă noțiunea de optim poate însemna o gamă întreagă de rezultate în funcție de criteriul de optimizare adoptat. Deci, sistemului producției în construcții i se va asocia un sistem de criterii de optimizare care au menirea de a dirija și regla procesele de producție în construcții și implicit în domeniul betonului de ciment. Asemenea criterii de optimizare pot fi formulate după cum urmează:

- a. - criteriul maximizării sau minimizării unui parametru de performanță și care poate viza oricare din cele amintite mai sus (exemplu: deschidere maximă, rezistență maximă, secțiune minimă etc.)
- b. - criteriul maximizării sau minimizării unui parametru de tehnologie (exemplu: volumul de goluri al amestecului să fie minim, durata de punere în operă să fie minimă etc.)
- c. - criteriul minimizării consumului de resurse materiale (exemplu: consum minim de ciment, de oțel etc.)
- d. - criteriul costului minim, exprimat în unități monetare.

Privind acest criteriu de optimizare a costurilor se poate afirma că este foarte sintetic întrucît toate resursele materiale, toate tehnologiile și majoritatea parametrilor de performanță pot fi exprimați valoric în aceleași unități monetare. Deci în funcție de intenția celui care face calculele, pot fi cuprinși simultan mai mulți parametri cu condiția să nu depășească posibilitățile computaționale disponibile.

- e. - Criteriul "analizei valorii". Această noțiune se referă la un raport, care trebuie maximizat și anume:

$$\frac{\text{valoare de întrebuințare}}{\text{cost de producție}} \Rightarrow \text{maxim}$$

- f. - Criteriul minimizării "energiei înglobate". Acest criteriu deasemeni este foarte sintetic (poate cel mai sintetic) întrucît orice resursă, tehnologie sau performanță poate fi exprimată în unități de energie (KJ).

Pot exista și criterii de optimizare combinate cu mai mulți parametri din aceeași grupă sau diferite grupe, de exemplu: parametru de performanță și de tehnologie etc.

Astfel conturată, problema analizei sistemice, de realizare a unei construcții sau element de construcție, sau al unui semifabricat, cum ar fi de exemplu betonul, presupune alegerea unui criteriu de optimizare și scrierea relațiilor matematice care evidențiază legăturile între componentele, mai multe sau mai puține, ale acestui sistem eterogen format din amestecul sorturilor de agregat, ciment și apă. Fiecare din aceste componente are calități proprii variabile în masa lor cit și în timp, iar tehnologia de preparare, punerea în operă, compactare și tratare ulterioară, de asemenea variază în timp, rezultatul care se obține este o valoare întâmplătoare.

Proiectarea compoziției betonului reprezintă un calcul determinist cu mărimi probabiliste, iar rezultatul este de asemenea un rezultat probabil. Dar, cu cât numărul factorilor calitativi ai materialelor componente respectiv numărul factorilor de ordin tehnologic și microstructural, cuprinse în relațiile matematice, este mai mare, cu atât rezultatele sînt mai apropiate de valoarea reală. În teza de doctorat se propune elaborarea unor modele matematice care să înglobeze mai mulți factori de care depinde rezistența betonului, respectiv să elaboreze o metodă de calcul al compoziției betonului, folosindu-se de modelele elaborate.

Cap.3 MODEL MATEMATIC AL DENSITĂȚII ÎN GRAVADA MAXIMĂ

A AGREGATELOR

3.1. Puncte de vedere ale metodelor existente, pentru stabilirea proporțiilor optime între sorturile de agregate

Din cele arătate în capitolul precedent rezultă că una din problemele majore în realizarea unui beton cu calități superioare este asigurarea unor proporții optime de amestec al sorturilor de agregate folosite. De regulă, îndeplinirea acestui desiderat condiționează obținerea unui consum minim de liant, o impermeabilitate mare, rezistență bună la îngheț și costuri pe unitatea de produs mai avantajoase. De altfel, realizarea unor avantaje economice semnificative se pot obține acolo unde ponderea componentelor scumpe descrește față de ponderea componentelor mai ieftine, costul total descreșcînd pe unitatea de produs. Aceste scopuri trebuie atinse în condițiile realizării cu certitudine a rezistenței prescrite. Majoritatea cercetărilor din literatura de specialitate recomandă puncte de vedere similare, însă

modul de abordare a problemei proporțiilor de amestec al sorturilor de agregate este diferit, urmărind un raport optim între nisip și pietriș sau între nisip și agregatul total sau inversul acestora. Sorturile considerate în categoria "nisip" respectiv "pietriș" sînt în funcție de dimensiunea maximă a agregatului total folosit. În lucrări de acum clasice, cum ar fi [59] se face recomandarea ca, la amestecurile de probă pentru determinarea rezistenței, să se folosească un raport nisip/pietriș care să corespundă masei maxime a volumului și să se încerce diferite combinații care vor satisface din punct de vedere al consistenței și costurilor. În alte lucrări [14], [104], se oferă metode grafice sau analitice pentru cercetarea compoziției granulometrice a două sau trei sorturi de agregate care luate individual nu se încadrează în limitele considerate corespunzătoare de norme în vigoare. Astfel avem "Metoda grafică binară", "Metoda grafică a sumei D", care acceptă și trei agregate în calcul, "Metoda indicelui numeric de granulositate" care este o metodă analitică însă acceptă doar două agregate, "Metoda volumului de goluri" care presupune ipoteza egalității volumului de nisip cu a volumului de goluri al pietrișului, agregatele fiind mesurate. Metoda nu ține seama de interpatrunderea agregatelor mai fine în golurile agregatelor mai grosiere în cadrul categoriei "nisip" respectiv "pietriș".

În fabricile de betoane, unde agregatele sînt aprovizionate pe sorturi, nu se pune problema corectării granulometriei, ci a combinației lor pentru obținerea unei compoziții care să se încadreze între curbele standardizate. În [14] se descrie "Metoda combinării sorturilor" dar care pornește cu preimpunerea unor procente limită din fiecare sort. În [78] se expune o procedură exactă, după cum afirmă autorii, pentru trei componente, care pe baza unui algoritm matematic în 5 etape, oferă proporțiile de agregate, fără preimpunerea unor restricții. Aceste proporții vor înscrie granulositatea amestecului între curbele admise ale standardelor în vigoare.

În lucrarea [90] se stabilesc limitele minimă și maximă pentru raportul $r = \text{Vol.Nisip} / \text{Vol.Pietriș}$, de asemenea dependența pentru r_{optim}

$$r_{\text{min}} \leq r_{\text{opt}} \leq r_{\text{max}} \quad (3.1)$$

$$r_{\text{opt}} = f(KAG, r_{\text{max}}, SAG_{\text{max}}) \quad (3.2)$$

unde:

r_{min} - limita minimă a lui r_{opt} corespunzător volumului minim de pastă de ciment pe m^3 de agregat,

r_m = limita maximă a lui r_{opt} corespunzător volumului minim de goluri pe m^3 de agregate uscate

VAG = compactitatea agregatelor

= grosimea peliculei de pastă de ciment care învelește granulele de agregat în $[m \cdot 10^{-6}]$

SAG_m = suprafața totală a granulelor agregatului $[m^2 \cdot m^3 \text{ agregat}]$ corespunzător limitei r_m

precizându-se că nu s-a găsit o relație general valabilă, fundamentată teoretic, care să ofere o valoare exactă pentru r_{opt} .

Pentru fiecare caz particular r_{optim} se poate obține experimental.

În lucrarea [28] se afirmă că optimizarea corelației

$$r = Vol N / Vol N + Vol P \quad (3.3)$$

este cea mai importantă sarcină a proiectării compoziției betonului și autorul, după ce în prealabil formulează un criteriu al mobilității L_{Tg} , respectiv al rigidității L_{sec} al betonului proaspăt, plecând de la criteriul structural al lucrabilității N formulat în lucrările lui Scramtaev [84] sub forma

$$n = \frac{\delta}{SAG} \quad (3.4)$$

anulează derivata în raport cu r referitor la criteriul L_{Tg} , punind condiția ca raportul $A/C = A/C$ critic. Raportul A/C critic este acela care marchează limita superioară a tixotropiei pastei de ciment, limita peste care nu mai poate reține apa în stare statică. Pe baza acestor considerații obține în final r_{opt} pentru o mobilitate și un raport A/C dat după relația:

$$r_{opt} = \frac{k_f \cdot VAG \cdot VGOL_p - VPC}{(1 + k_f \cdot VGOL_p) VAG} \quad (3.5)$$

unde

VAG = volumul absolut al agregatelor;

$VGOL_p$ = volumul de goluri al pietrișului considerat în starea afișată standard (40 - norme sovietice);

VPC = volumul pastei de ciment;

k_f = coeficientul împrăștierei mortarului format din pasta de ciment + nisip în golurile pietrișului la o lucrabilitate dată.

În relația (3.5) $VGOL_p$ în stare afișată standard este o restricție care în realitate se reproduce doar întâmplător. Privind coeficientul k_f se poate spune că, nu mortarul ci pasta de ciment uaple go-

lurile amestecului de agregate și lubrefiază suprafața agregatelor. Nu există tensi să se atribuie nisipului proprietăți deosebite. Acest punct de vedere este împărtășit și în [90]. De aici se mai naște o întrebare privind coeficientul k_1 , care nu poate fi folosit în cazul când volumul pastei de ciment este mai mic decât volumul de goluri al amestecului de agregate.

Metodele amintite mai sus pot fi criticate și din punct de vedere al nefolosirii unor caracteristici fundamentale ale agregatelor, cum ar fi: natura, forma și capacitatea de reținere a apei.

3.2. Fundamentarea modelului matematic al densității în grămadă maximă

3.2.1. Considerații preliminare

Mărimea granulei agregatului este evident o caracteristică proprie acestuia, de care toate metodele amintite în paragraful 3.1 țin cont, însă gruparea tuturor sorturilor în două categorii "nisip" și "pietriș" și căutarea raportului optim numai între aceste două categorii de agregate constituie o simplificare destul de grosieră a problemei. Acest raport optim constituie un optim local și care poate să se apropie mai mult sau mai puțin de optimul global. Optimul global reprezintă proporții optime între toate sorturile de agregate participante în amestec, care să asigure un volum minim de goluri, respectiv o densitate în grămadă maximă a întregului amestec.

Mărimea granulei este corelată cu densitatea în grămadă ρ_{gf} a sortului participant, densitate care este o caracteristică inițială determinabilă. O altă caracteristică inițială determinabilă a fiecărui sort este densitatea aparentă a granulelor ρ_a care țin cont de natura (roca de proveniență) a granulei de agregat. Pentru a lua în considerare natura suprafeței (rugozitatea) granulei, absorbția de apă indusă a acesteia, se va apela la noțiunea de "apă caracteristică AK" definită în [99] și [100] de D. Vasiliu. Această mărime este proporțională și cu suprafața specifică SAG a agregatelor și ținând seama, pe lângă cele trei elemente amintite mai sus, de forma granulelor, de conținutul de granule sparte și oferă rezultate care corespund volumului minim de goluri al amestecului de agregate.

Acest ultim aspect este de importanță hotărâtoare în ceea ce urmează. Determinarea acestor trei caracteristici inițiale ρ_a, ρ_g și AK se poate face în condiții foarte bune de reproductibilitate și pe șantier cu ajutorul aparatului FINT (omologat deja de norme

noastre); procedură și aparat conceput și realizat la filiala ICCPDC Timișoara de către Dr.ing.Dan Vasiliu (Fig.3 zero, a și b). Determinările se fac independen-

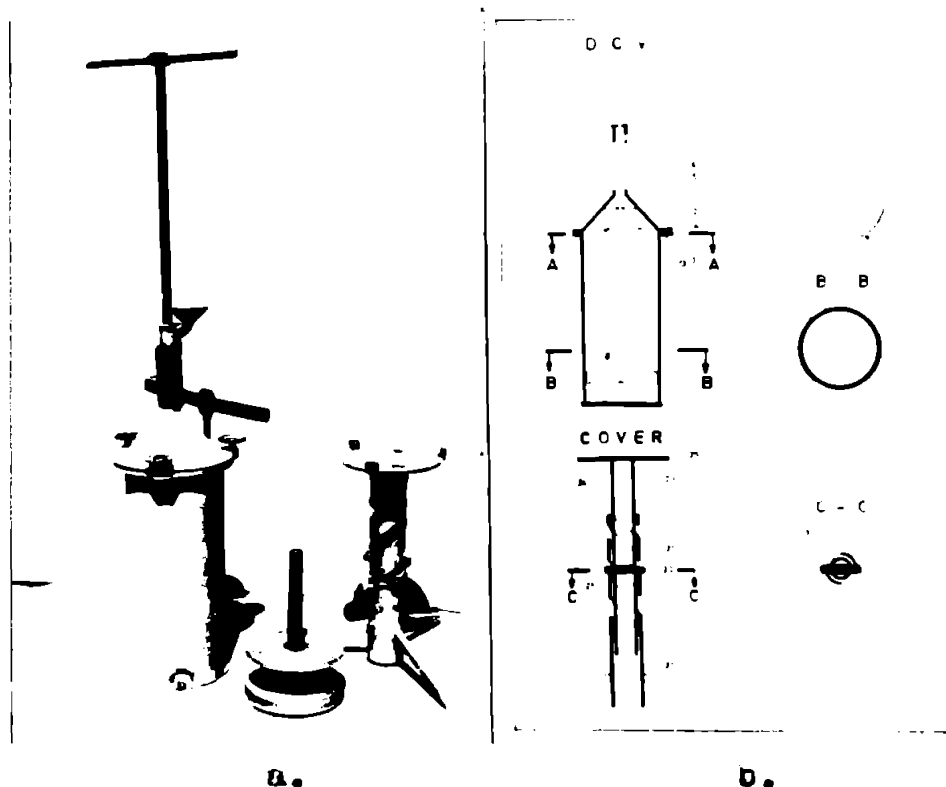


Fig.3 zero

de de consistența betonului, iar AK este independentă de tipul granulozității, continuă sau discontinuă, ceea ce reprezintă avantaje practice și teoretice notabile. Tabele cu valorile AK obținute experimental după [99] pentru diverse agregate sînt date în capitolul 4, punctul 4.2.4.2.

În cele ce urmează se vor scrie oțeva relații care leagă mărimile amintite mai sus.

Relația cunoscută între compactitate și volumul de goluri se scrie sub forma

$$KAG = 1 - VGOL \quad (3.6)$$

unde

VGOL = volumul de goluri al sortului de agregat în dm^3/m^3 agregat sau m^3/m^3 agregat

KAG = compactitatea amestecului sorturilor de agregate; este o valoare subunitară pentru care VGOL va trebui exprimat adecvat în m^3/m^3 agregat sau procentual.

Deasemeni, se scrie relația compactității K_j a fiecărui sort individual j , ținînd cont de relația de principiu (3.6)

$$K_j = 1 - VGOL_j = 1 - \frac{\rho_{aj} - \rho_{Kj}}{\rho_{aj}} = \frac{\rho_{Kj}}{\rho_{aj}} \quad (3.7)$$

Între K_j și KAG există deosebirea formală și anume: AG se va folosi cînd exprimăm compactitatea amestecului parțial sau total al sorturilor de agregate. Se remarcă faptul că K_j se obține imediat dacă mărimile inițiale ρ_{gj} și ρ_{aj} au fost determinate.

Determinările cu aparatul NNT oferă pentru un sort, deodată, o gamă întreagă de mărimi și anume:

- | | |
|--|-------------|
| 1 - densitate în grămadă în stare afinată | ρ_{ga} |
| 2 - densitate în grămadă în stare îndesată | ρ_{gi} |
| 3 - densitate aparentă | ρ_a |
| 4 - Volumul de goluri în stare afinată | $VGOL_a$ |
| 5 - Volumul de goluri în stare îndesată | $VGOL_i$ |
| 6 - apa caracteristică | AK |

În cele ce urmează se vor utiliza ρ_{gi} și $VGOL_i$, întrucît în mai toate cazurile punerea în operă a betonului pe șantier se face asociat cu o compactare de regulă mecanică prin vibrare. Se va renunța la indicere "i" pentru a simplifica scrierea dar se va subînțelege că aceste mărimi sînt în totdeauna în stare îndesată.

Legătura între ρ_g și $VGOL$ pentru amestecul de agregate ținînd cont de relațiile (3.6) și (3.7) se poate scrie astfel:

$$\rho_g = KAG \cdot \rho_a \quad (3.8)$$

Dacă se urmărește $\rho_{g \max}$ atunci KAG de asemenea trebuie să fie maxim

$$KAG_{\max} = 1 - VGOL_{\min} \quad (3.9)$$

deci

$$\rho_{g \max} = KAG_{\max} \cdot \rho_a \quad (3.10)$$

3.2.2. Stabilirea legii de legătură între volumul de goluri și apa caracteristică

Relațiile (3.9) și (3.10) sînt utilizabile dacă se cunoaște $VGOL$, mai precis variația acestei mărimi în funcție de AK care este o mărime proprie fiecărui sort de agregat. În lucrarea [100] s-a analizat această dependență și s-a sugerat și variația probabilă a lui $VGOL$ în funcție de AK fără a se stabili legea matematică de legătură între aceste două mărimi.

În figura 3.1 reproducă după [100] se poate observa departajarea clară a ceturilor fine, de cele grosiere, cit și a amestecului

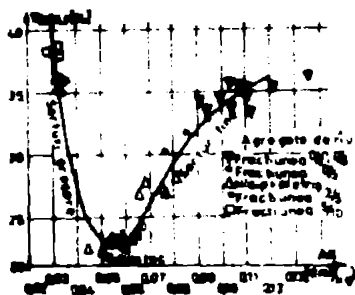


Fig. 3.1

acestora în funcție de AK . Se menționează că este vorba de curba sugerată care are un minim în jurul valorii $AK = 0,055$. Procesul de optimizare al modelului matematic conceput în lucrarea de față, presupune folosirea unei corelații matematice între $VGOL$ și AK .

Forma curbei destul de complicată a necesitat testarea diverselor tipuri de ecuații, care ar putea estima mai

fidel fenomenul. Datele statistice au fost luate din lucrarea [100] evidențiate și în fig.3.1.

Au fost testate curbe de gradul doi de forma

$$y = a + bx + cx^2 \quad (3.11)$$

și

$$y = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} \quad (3.12)$$

În (3.12) se face substituția $\lambda = \frac{1}{x}$ și se poate aduce la forma din (3.11) pentru prelucrare.

S-a considerat $y = VGOL$ și $x = AK$ și s-au obținut ecuațiile:

$$VGOL = 0,5630463 - 8,6212505 AK + 61,549187 AK^2 \quad (3.13)$$

representată în fig.3.3 (curba 1) și

$$VGOL = 0,2792998 + \frac{1,509379 \cdot 10^{-3}}{AK} + \frac{1,90329 \cdot 10^{-5}}{AK^2} \quad (3.14)$$

representată în figura 3.3 (curba 2).

Prelucrările s-au dovedit însă inutile, întrucât curbele nu corespund. S-a testat în continuare o ecuație de gradul trei de forma

$$y = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{d}{x^3} \quad (3.15)$$

Formele posibile ale curbelor care au ecuația de forma (3.15) diferă între ele prin valorile coeficienților a, b, c, d și discriminantul Δ , ele sînt evidențiate în fig.3.2 conform [77].

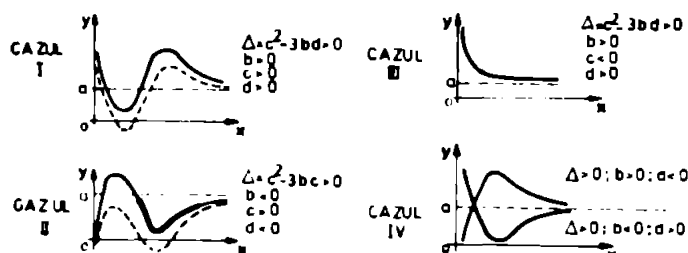


Fig. 3.2

Se anticipează faptul că datele statistice din [100] în urma prelucrării au descris porțiunea îngroșată a curbei de la cazul II din fig.3.2.

Și în ecuația (3.15) se face substituția $\lambda = \frac{1}{x}$ și se obține forma

$$y = a + b\lambda + c\lambda^2 + d\lambda^3 \quad (3.16)$$

care conform prelucrării după procedura din [77] presupune calculul următoarelor sume pentru toate datele: $\sum x, \sum x^2, \sum x^3, \sum x^4, \sum x^5, \sum x^6, \sum xy, \sum x^2 \cdot y, \sum x^3 \cdot y$ și $\sum y^2$. Numărul total al datelor statistice a fost $n = 39$.

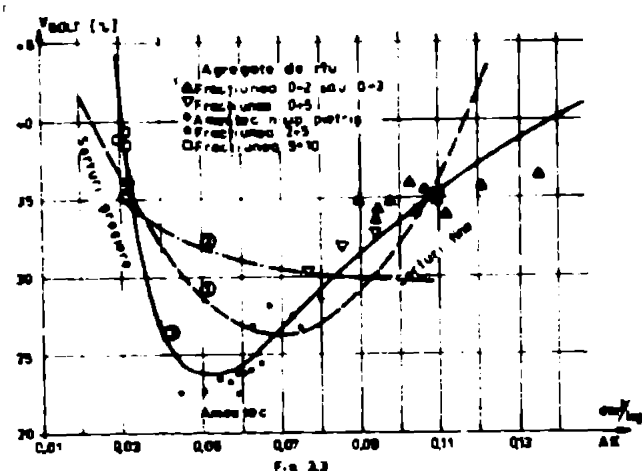
Cu aceste valori s-a scris următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} na + b \sum x + c \sum x^2 + d \sum x^3 = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 + c \sum x^3 + d \sum x^4 = \sum x \cdot y \\ a \sum x^2 + b \sum x^3 + c \sum x^4 + d \sum x^5 = \sum x^2 \cdot y \\ a \sum x^3 + b \sum x^4 + c \sum x^5 + d \sum x^6 = \sum x^3 \cdot y \end{cases} \quad (3.17)$$

care după rezolvare a oferit valorile coeficienților a, b, c și d și a rezultat ecuația care pentru VGOL = y și AK = x are forma:

$$VGOL = 0,6384494 - \frac{4,1250281 \cdot 10^{-2}}{AK} + \frac{11,066329 \cdot 10^{-4}}{AK^2} - \frac{1,8846851 \cdot 10^{-6}}{AK^3} \quad (3.18)$$

și este reprezentată în fig.3.3 (curba 3).



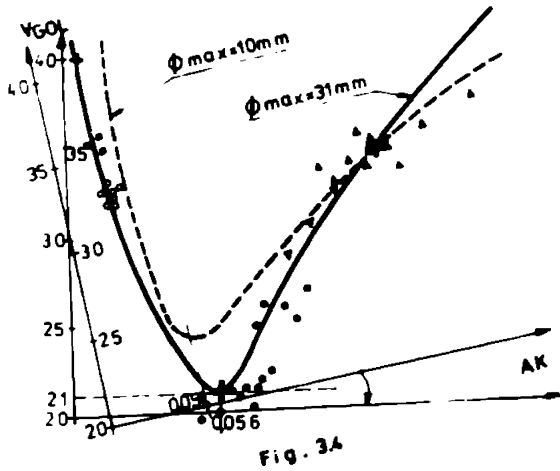
Ecuația (3.18) după cum se vede în fig.3.1 a fost obținută pentru date statistice a unor sorturi de agregate până la $\phi_{max} = 10$ mm. Modelul matematic, evident trebuie să accepte în principiu orice dimensiune maximă de sort, dar procesul de optimizare poate fi realizat dacă există corelația matematică între AK și volumul de goluri al amestecului

de sorturi pentru ϕ_{max} disponibil. În experiențele proprii (descrie la punctul 3.3) efectuate pentru verificarea modelului, ϕ_{max} luat în considerare a fost până la 31 mm, deci este foarte utilă stabilirea dependenței VGOL = f(AK) pentru $\phi_{max} = 31$ mm.

Observând curba 3 obținută pentru sorturi până la $\phi_{max} = 10$ mm din fig.3.3 se trage concluzia că adăugarea unor date experimentale pentru sorturi de la 10 - 31 mm ar da niște puncte, care reprezentate în figura s-ar situa în partea stângă a figurii deasupra fracțiunii 5 - 10 mm întrucât volumul de goluri al unei astfel de fracțiuni este apropiat valorii de 40 [100] având AK în jur de 0,025 conform [99]. Un alt nivel obligatoriu unde curba pentru $\phi_{max} = 31$ ar trebui să ajungă este minimul obținut în jurul valorii VGOL = 21 % conform rezultatelor experimentale proprii (vezi tabelul 3.7). Un al treilea punct obligatoriu este centrul de greutate al norului de puncte experimentale pentru sortul din - 2 mm. Aceste puncte sînt marcate în fig.3.4 cu semnul +. Ecuația matematică a curbei care trece prin aceste trei puncte, curbă care face parte din aceeași familie de curbe, dar are coeficienții a, b, c, d modificați, se poate obține rotind axele de coordonate în jurul centrului de greutate al norului

de puncte pentru sortul fin $\phi = 2 \text{ mm}$, astfel datele experimentale

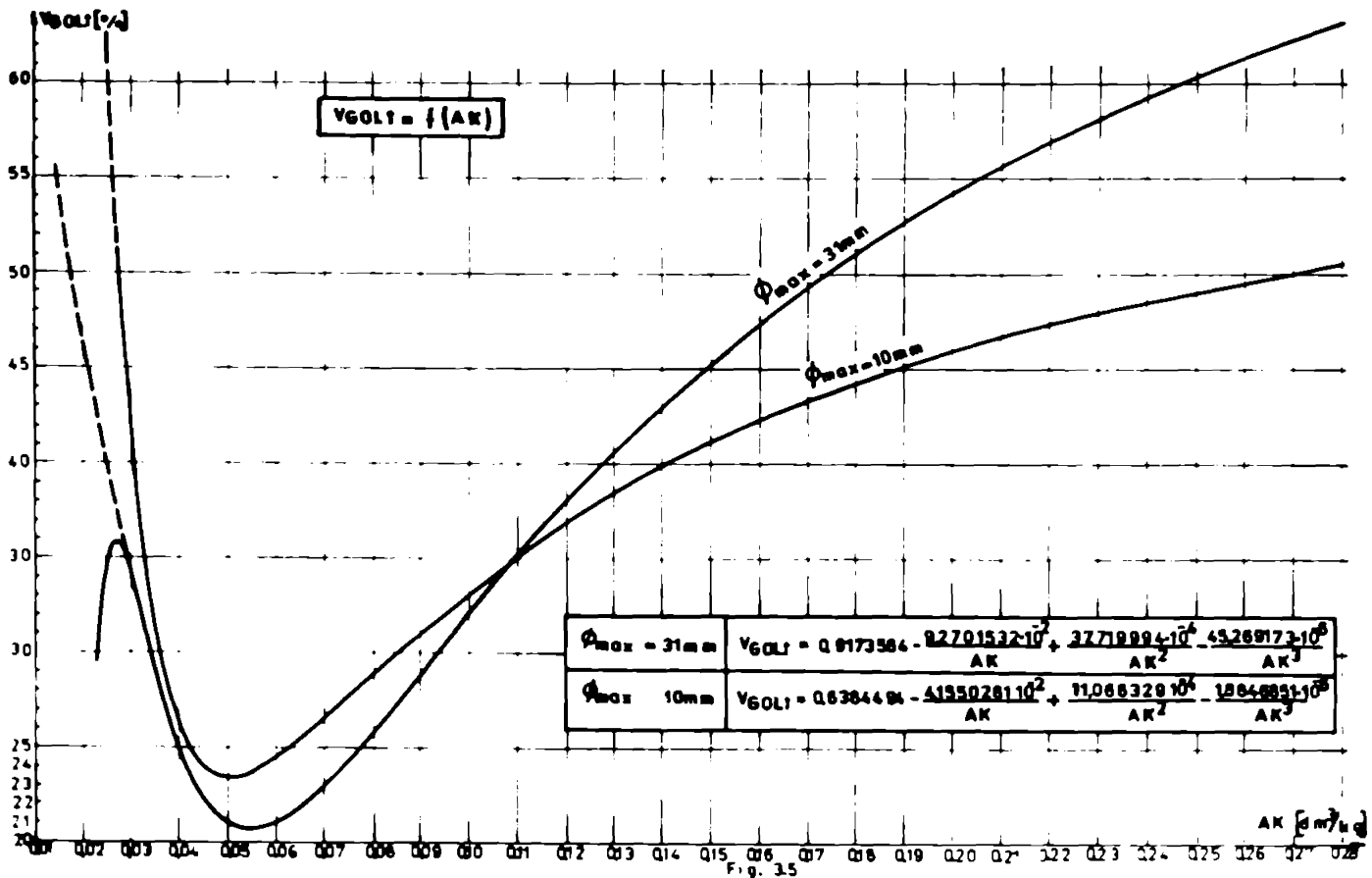
din figura 3.2 își vor schimba coordonatele în noul sistem de axe și prin prelucrare statistică, după același procedeu arătat mai sus, s-a obținut curba din fig.3.5 pentru $\phi_{\text{max}} = 31 \text{ mm}$, având ecuația:



$$V_{GOL} = 0,0173564 - \frac{8,270153 \cdot 10^{-2}}{AK} + \frac{37,719994 \cdot 10^{-4}}{AK^2} - \frac{45,269173 \cdot 10^{-6}}{AK^3}$$

(3.19)

Această operațiune de rotire a axelor s-a efectuat grafic iar prelucrările statistice se găsesc în anexa la nr.1.



INSTITUTUL DE RESEARCH
 ...
 ...

Pentru verificarea semnificației corelației între VGOL și AK au fost calculați indicii de corelație neliniari conform 77 după relația:

$$r_{yx} = \sqrt{\frac{a \sum y + b \sum x \cdot y + c \sum x^2 \cdot y + d \sum x^3 \cdot y - \frac{(\sum y)^2}{n}}{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}}} \quad (3.20)$$

unde $y = VGOL$ și $x = AK$ iar $X = \frac{1}{x}$.

VGOL = f(AK) $\phi_{max} = 10 \text{ mm}$

TABEL 3.1

AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³	AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³	AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³	AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³	AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³
0,025	0,62643	0,086	0,30197	0,147	0,40641	0,208	0,46405	0,269	0,49918
0,026	0,57016	0,087	0,30420	0,148	0,40764	0,209	0,46477	0,270	0,49964
0,027	0,52181	0,088	0,30642	0,149	0,40886	0,210	0,46548	0,271	0,50010
0,028	0,48018	0,089	0,30863	0,150	0,41007	0,211	0,46618	0,272	0,50055
0,029	0,44428	0,090	0,31081	0,151	0,41127	0,212	0,46688	0,273	0,50100
0,030	0,41323	0,091	0,31298	0,152	0,41245	0,213	0,46757	0,274	0,50145
0,031	0,38639	0,092	0,31514	0,153	0,41363	0,214	0,46826	0,275	0,50190
0,032	0,36318	0,093	0,31727	0,154	0,41479	0,215	0,46894	0,276	0,50234
0,033	0,34309	0,094	0,31939	0,155	0,41594	0,216	0,46961	0,277	0,50278
0,034	0,32573	0,095	0,32149	0,156	0,41708	0,217	0,47029	0,278	0,50322
0,035	0,31071	0,096	0,32358	0,157	0,41821	0,218	0,47096	0,279	0,50365
0,036	0,29776	0,097	0,32564	0,158	0,41932	0,219	0,47162	0,280	0,50408
0,037	0,28661	0,098	0,32769	0,159	0,42043	0,220	0,47227	0,281	0,50451
0,038	0,27704	0,099	0,32971	0,160	0,42153	0,221	0,47292	0,282	0,50494
0,039	0,26885	0,100	0,33173	0,161	0,42261	0,222	0,47357	0,283	0,50536
0,040	0,26189	0,101	0,33371	0,162	0,42369	0,223	0,47421	0,284	0,50578
0,041	0,25600	0,102	0,33568	0,163	0,42475	0,224	0,47484	0,285	0,50620
0,042	0,25106	0,103	0,33763	0,164	0,42581	0,225	0,47547	0,286	0,50661
0,043	0,24696	0,104	0,33956	0,165	0,42685	0,226	0,47610	0,287	0,50703
0,044	0,24361	0,105	0,34148	0,166	0,42789	0,227	0,47672	0,288	0,50744
0,045	0,24091	0,106	0,34337	0,167	0,42892	0,228	0,47734	0,289	0,50785
0,046	0,23880	0,107	0,34524	0,168	0,42993	0,229	0,47795	0,290	0,50825
0,047	0,23721	0,108	0,34710	0,169	0,43095	0,230	0,47856	0,291	0,50865
0,048	0,23608	0,109	0,34894	0,170	0,43194	0,231	0,47916	0,292	0,50906
0,049	0,23537	0,110	0,35076	0,171	0,43293	0,232	0,47976	0,293	0,50946
0,050	0,23502	0,111	0,35256	0,172	0,43391	0,233	0,48035	0,294	0,50985
0,051	0,23500	0,112	0,35434	0,173	0,43488	0,234	0,48095	0,295	0,51024
0,052	0,23526	0,113	0,35611	0,174	0,43585	0,235	0,48153	0,296	0,51063
0,053	0,23578	0,114	0,35785	0,175	0,43680	0,236	0,48211	0,297	0,51102
0,054	0,23653	0,115	0,35958	0,176	0,43774	0,237	0,48269	0,298	0,51140
0,055	0,23749	0,116	0,36129	0,177	0,43865	0,238	0,48327	0,299	0,51179
0,056	0,23863	0,117	0,36298	0,178	0,43961	0,239	0,48383	0,300	0,51217
0,057	0,23993	0,118	0,36466	0,179	0,44053	0,240	0,48440	0,301	0,51255
0,058	0,24137	0,119	0,36632	0,180	0,44144	0,241	0,48496	0,302	0,51293
0,059	0,24294	0,120	0,36795	0,181	0,44235	0,242	0,48551	0,303	0,51331
0,060	0,24462	0,121	0,36958	0,182	0,44324	0,243	0,48607	0,304	0,51368
0,061	0,24640	0,122	0,37119	0,183	0,44414	0,244	0,48662	0,305	0,51405
0,062	0,24826	0,123	0,37277	0,184	0,44504	0,245	0,48716	0,306	0,51442
0,063	0,25020	0,124	0,37435	0,185	0,44589	0,246	0,48770	0,307	0,51478
0,064	0,25221	0,125	0,37591	0,186	0,44675	0,247	0,48824	0,308	0,51515
0,065	0,25428	0,126	0,37745	0,187	0,44761	0,248	0,48878	0,309	0,51555
0,066	0,25639	0,127	0,37897	0,188	0,44846	0,249	0,48930	0,310	0,51586
0,067	0,25855	0,128	0,38048	0,189	0,44931	0,250	0,48983	0,311	0,51623
0,068	0,26075	0,129	0,38197	0,190	0,45014	0,251	0,49035	0,312	0,51658
0,069	0,26297	0,130	0,38345	0,191	0,45097	0,252	0,49088	0,313	0,51694
0,070	0,26522	0,131	0,38492	0,192	0,45179	0,253	0,49139	0,314	0,51729
0,071	0,26749	0,132	0,38636	0,193	0,45261	0,254	0,49190	0,315	0,51764
0,072	0,26978	0,133	0,38780	0,194	0,45342	0,255	0,49241	0,316	0,51798
0,073	0,27208	0,134	0,38922	0,195	0,45422	0,256	0,49292	0,317	0,51833
0,074	0,27439	0,135	0,39062	0,196	0,45504	0,257	0,49341	0,318	0,51867
0,075	0,27671	0,136	0,39201	0,197	0,45580	0,258	0,49392	0,319	0,51901
0,076	0,27903	0,137	0,39339	0,198	0,45658	0,259	0,49441	0,320	0,51935
0,077	0,28135	0,138	0,39475	0,199	0,45735	0,260	0,49490	0,321	0,51969
0,078	0,28367	0,139	0,39610	0,200	0,45813	0,261	0,49539	0,322	0,52003
0,079	0,28599	0,140	0,39743	0,201	0,45889	0,262	0,49588	0,323	0,52036
0,080	0,28830	0,141	0,39875	0,202	0,45965	0,263	0,49635	0,324	0,52069
0,081	0,29060	0,142	0,40007	0,203	0,46039	0,264	0,49684	0,325	0,52102
0,082	0,29290	0,143	0,40136	0,204	0,46114	0,265	0,49731	0,326	0,52135
0,083	0,29519	0,144	0,40264	0,205	0,46188	0,266	0,49779	0,327	0,52168
0,084	0,29746	0,145	0,40391	0,206	0,46261	0,267	0,49825	0,328	0,52200
0,085	0,29972	0,146	0,40517	0,207	0,46333	0,268	0,49872	0,329	0,52233

TABEL 3.2.

VGOL = f(AK) $\phi_{max} = 31 \text{ mm}$

AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³	AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³	AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³	AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³	AK dm ³ /kg	VGOL m ³ /m ³
0,027	0,35826	0,088	0,28458	0,149	0,45141	0,210	0,55656	0,271	0,62437
0,028	0,35562	0,089	0,28775	0,150	0,45357	0,211	0,55791	0,272	0,62527
0,029	0,34975	0,090	0,29092	0,151	0,45572	0,212	0,55926	0,273	0,62617
0,030	0,34177	0,091	0,29408	0,152	0,45784	0,213	0,56059	0,274	0,62707
0,031	0,33250	0,092	0,29724	0,153	0,45995	0,214	0,56191	0,275	0,62796
0,032	0,32252	0,093	0,30040	0,154	0,46205	0,215	0,56323	0,276	0,62884
0,033	0,31216	0,094	0,30355	0,155	0,46412	0,216	0,56450	0,277	0,62972
0,034	0,30204	0,095	0,30670	0,156	0,46618	0,217	0,56583	0,278	0,63059
0,035	0,29208	0,096	0,30983	0,157	0,46823	0,218	0,56712	0,279	0,63146
0,036	0,28253	0,097	0,31296	0,158	0,47025	0,219	0,56839	0,280	0,63232
0,037	0,27349	0,098	0,31607	0,159	0,47226	0,220	0,56966	0,281	0,63318
0,038	0,26503	0,099	0,31918	0,160	0,47426	0,221	0,57092	0,282	0,63404
0,039	0,25719	0,101	0,32227	0,161	0,47624	0,222	0,57218	0,283	0,63488
0,040	0,24998	0,101	0,32534	0,162	0,47820	0,223	0,57342	0,284	0,63573
0,041	0,24341	0,102	0,32841	0,163	0,48015	0,224	0,57465	0,285	0,63657
0,042	0,23747	0,103	0,33146	0,164	0,48208	0,225	0,57588	0,286	0,63740
0,043	0,23215	0,104	0,33449	0,165	0,48400	0,226	0,57710	0,287	0,63823
0,044	0,22742	0,105	0,33751	0,166	0,48590	0,227	0,57831	0,288	0,63905
0,045	0,22325	0,106	0,34051	0,167	0,48778	0,228	0,57951	0,289	0,63987
0,046	0,21963	0,107	0,34349	0,168	0,48965	0,229	0,58070	0,290	0,64069
0,047	0,21652	0,108	0,34646	0,169	0,49151	0,230	0,58188	0,291	0,64150
0,048	0,21389	0,109	0,34940	0,170	0,49335	0,231	0,58306	0,292	0,64230
0,049	0,21171	0,110	0,35233	0,171	0,49518	0,232	0,58423	0,293	0,64310
0,050	0,20997	0,111	0,35525	0,172	0,49699	0,233	0,58539	0,294	0,64390
0,051	0,20862	0,112	0,35814	0,173	0,49879	0,234	0,58655	0,295	0,64469
0,052	0,20765	0,113	0,36101	0,174	0,50058	0,235	0,58769	0,296	0,64548
0,053	0,20702	0,114	0,36387	0,175	0,50235	0,236	0,58883	0,297	0,64626
0,054	0,20672	0,115	0,36670	0,176	0,50411	0,237	0,58996	0,298	0,64704
0,055	0,20672	0,116	0,36952	0,177	0,50585	0,238	0,59108	0,299	0,64781
0,056	0,20700	0,117	0,37232	0,178	0,50758	0,239	0,59220	0,300	0,64858
0,057	0,20754	0,118	0,37509	0,179	0,50930	0,240	0,59331	0,301	0,64935
0,058	0,20832	0,119	0,37785	0,180	0,51100	0,241	0,59441	0,302	0,65011
0,059	0,20932	0,120	0,38059	0,181	0,51269	0,242	0,59550	0,303	0,65086
0,060	0,21052	0,121	0,38330	0,182	0,51437	0,243	0,59659	0,304	0,65162
0,061	0,21192	0,122	0,38600	0,183	0,51603	0,244	0,59767	0,305	0,65236
0,062	0,21349	0,123	0,38868	0,184	0,51768	0,245	0,59874	0,306	0,65311
0,063	0,21522	0,124	0,39133	0,185	0,51932	0,246	0,59981	0,307	0,65385
0,064	0,21710	0,125	0,39397	0,186	0,52095	0,247	0,60086	0,308	0,65459
0,065	0,21911	0,126	0,39659	0,187	0,52257	0,248	0,60192	0,309	0,65532
0,066	0,22125	0,127	0,39918	0,188	0,52417	0,249	0,60296	0,310	0,65605
0,067	0,22351	0,128	0,40176	0,189	0,52576	0,250	0,60400	0,311	0,65677
0,068	0,22587	0,129	0,40432	0,190	0,52734	0,251	0,60503	0,312	0,65749
0,069	0,22832	0,130	0,40685	0,191	0,52890	0,252	0,60606	0,313	0,65821
0,070	0,23086	0,131	0,40937	0,192	0,53046	0,253	0,60708	0,314	0,65892
0,071	0,23348	0,132	0,41187	0,193	0,53200	0,254	0,60809	0,315	0,65963
0,072	0,23617	0,133	0,41435	0,194	0,53353	0,255	0,60909	0,316	0,66033
0,073	0,23892	0,134	0,41680	0,195	0,53505	0,256	0,61009	0,317	0,66103
0,074	0,24174	0,135	0,41924	0,196	0,53656	0,257	0,61109	0,318	0,66173
0,075	0,24460	0,136	0,42166	0,197	0,53806	0,258	0,61207	0,319	0,66242
0,076	0,24752	0,137	0,42406	0,198	0,53954	0,259	0,61306	0,320	0,66311
0,077	0,25047	0,138	0,42644	0,199	0,54102	0,260	0,61403	0,321	0,66380
0,078	0,25346	0,139	0,42881	0,200	0,54249	0,261	0,61500	0,322	0,66448
0,079	0,25649	0,140	0,43115	0,201	0,54394	0,262	0,61596	0,323	0,66516
0,080	0,25954	0,141	0,43347	0,202	0,54538	0,263	0,61692	0,324	0,66584
0,081	0,26262	0,142	0,43578	0,203	0,54682	0,264	0,61787	0,325	0,66651
0,082	0,26572	0,143	0,43807	0,204	0,54824	0,265	0,61881	0,326	0,66718
0,083	0,26883	0,144	0,44034	0,205	0,54965	0,266	0,61975	0,327	0,66784
0,084	0,27196	0,145	0,44259	0,206	0,55105	0,267	0,62069	0,328	0,66850
0,085	0,27511	0,146	0,44482	0,207	0,55244	0,268	0,62162	0,329	0,66916
0,086	0,27826	0,147	0,44703	0,208	0,55383	0,269	0,62254	0,330	0,66982
0,087	0,28142	0,148	0,44923	0,209	0,55520	0,270	0,62345	0,331	0,67047

Valorile indicelui de corelație pentru $\phi_{max} = 10 \text{ mm}$ a rezultat de 0,952977 iar pentru $\phi_{max} = 31 \text{ mm}$ de 0,9942653 ceea ce atestă o bună semnificație a estimăției prin ecuațiile (3.18) și (3.19).

Pentru facilitarea folosirii curbelor din Fig. 3.5 au fost calculate valorile VGOL în funcție de AK cu pasul de 0,001 pentru $\phi_{max} = 10 \text{ mm}$ și $\phi_{max} = 31 \text{ mm}$, în tabelele 3.1 și 3.2.

3.2.3. Principiile programării dinamice utilizate la alcătuirea modelului matematic

Instrumentul matematic oferit de capitolele "Cercetării operaționale" [50] poate sta la baza rezolvării multor probleme ingineresti. Programarea dinamică reprezintă un capitol de acest fel și se încadrează în categoria modelelor discrete putînd îmbrăca atît forme deterministe cît și forme probabiliste. Ca definiție programarea dinamică reprezintă un grup de tehnici și metode de utilizare a unor resurse oarecare, limitate, în condiții optime [73].

Se vor defini cîteva noțiuni de bază utile în continuarea expunerii, aspectele teoretice și modul de rezolvare au fost arătate în [38].

Resursă: reprezintă orice fel de mijloace sau rezerve ce pot fi mobilizate și întrebuințate în cadrul realizării unei acțiuni. În cazul nostru concret în categoria resurselor intră proporții din sorturile de agregate care vor fi utilizate în amestec.

Activitate: este orice întrebuințare posibilă a unei resurse. Ordinea de enumerare a activităților este indiferentă, dar odată stabilită trebuie respectată pînă la capăt.

În cazul nostru folosirea în amestec a unor anumite proporții de sorturi reprezintă o activitate.

Rezultat (venit) (aport): este câștigul parțial sau total obținut prin folosirea resurselor.

Venitul poate fi măsurat cu aceeași unitate de măsură ca și resursele sau cu unități diferite de cea a resurselor. Mărirea venitului de inde atît de mărirea resursei repartizate cît și de specificul activității din care provine. Ipoteze de bază [8]:

- Veniturile provenite de la diferite activități pot fi măsurate cu o unitate de măsură comună;
- Venitul unei activități este independent de alocările de resurse pentru celelalte activități;
- Venitul total poate fi obținut prin însumarea veniturilor individuale ale activităților.

În cazul nostru venit sau rezultat este o anumită valoare a densității în granadă al amestecului după ce s-au întrebuințat (alocat) anumite proporții de sorturi (resurse) în amestec.

Alocare: repartizarea unei resurse la o anumită activitate.

Funcție de utilitate: este o funcție asociată fiecărei activități, care măsoară mărirea rezultatului obținut în raport cu mărirea resurselor alocate la acea activitate.

Restricție: funcție care limitează folosirea resurselor. Intrucit se vor considera drept resurse proporțiile de sorturi, suma acestora nu va putea depăși valoarea 1. De asemenea proporțiile sorturilor folosite vor putea varia în intervalul $[0,1]$.

Funcție obiectiv: funcție care reprezintă cantitatea totală de venit ce poate fi realizat prin alocarea resurselor.

În lucrările [8], [50], [74] au fost formulate câteva concluzii teoretice foarte utile:

- 1.- Procesul de optimizare se desfășoară în etape și are caracter secvențial.
- 2.- Procesul de optimizare are caracter de decizie intrucit la fiecare etapă trebuie luată o nouă decizie cu privire la etapele următoare.
- 3.- Procesul de optimizare are un caracter de politică economică și/sau tehnică intrucit se realizează după o strategie a cărui scop final este rezultatul economic și/sau tehnic optim.
- 4.- Procesul de optimizare în programarea dinamică se definește pornind cu analiza celei de a n-a activități spre prima și se rezolvă mergând de la prima activitate spre ultima. Această observație rezultă din secvența de funcții $f_n(x)$ descrisă în [38].
- 5.- În problemele de optimizare în general și la cele de programare dinamică în special este valabil principiul optimalității enunțat în [8] astfel: o strategie optimă are proprietatea că, oricare ar fi starea inițială și decizia inițială, deciziile rămase trebuie să constituie o strategie optimă în raport cu starea care rezultă din prima decizie.

3.2.4. Deducerea ecuației fundamentale de recurență pentru problema amestecurilor granulare

Modelul va trebui să descrie realizarea unui amestec din diferite sorturi de agregate care în final să ateste o anumită densitate în grămadă și un anumit volum de goluri. Supus procesului de optimizare, modelul trebuie să ofere în final o valoare (optimă) maximă pentru densitatea în grămadă și minimă pentru volumul de goluri al amestecului. Până aici, constituirea unui astfel de amestec poate fi realizat în felul următor: Se vor amesteca primele două sorturi din cele disponibile (cel mai fin și următorul în ordine crescândă a diametrului maxim al granulei). Acest amestec va trebui astfel făcut încât proporțiile sorturilor folosite să maximizeze pe ρ .

La acest amestec, de acum optim, se va adăuga sortul următor

Activitatea n amestecul { sort compus $[(n-3)' + (n-1)] + \text{sort } n$ } =
 = sort $(n-2)' + \text{sort } n$

Funcția de utilitate asociată resursei va avea doi termeni, ambii de aceeași formă. Fără să evidențiem indicii vom putea scrie pentru unul din termeni relația de formă

$$p_g \cdot x^{\lambda} \quad (3.21)$$

unde produsul $p_g \cdot x$ are unități de măsură de densitate intrucit

$$\left[\frac{\text{Kg}}{\text{dm}^3} \right] \cdot [L] = \left[\frac{\text{Kg}}{\text{dm}^3} \right]$$

p_g = este densitatea în grămadă al unui sort de agregate consumat la o activitate.

Exponentul λ are rolul de a pondera influența proporției de sort. λ va fi totdeauna subunitar.

Înainte de a scrie expresia completă a funcției de utilitate se precizează că pentru problemele de programare dinamică cu mai multe tipuri de resurse formalizarea matematică generală a fost făcută într-o lucrare precedentă proprie [38]. O particularitate a problemei de față derivând din tehnologia de realizare a amestecurilor descrisă mai sus, este faptul că la fiecare activitate se vor folosi alte tipuri de resurse (sorturi de agregate) intrucit sortul compus realizat la activitatea precedentă este un sort nou.

Funcția de utilitate pentru activitatea 1 este:

$$p_1(x_{11}, x_{12}) = \underbrace{(p_{g11} \cdot x_{11}^{\lambda_1} + p_{g12} \cdot x_{12}^{\lambda_2})}_{p'_{g21}} \quad (3.22)$$

Paranteza din partea dreaptă a relației (3.22) este în final o densitate în grămadă pe care o vom folosi în activitatea a 2-a. Deci funcția de utilitate asociată activității 2 va fi:

$$p_2(x_{21}, x_{23}) = \underbrace{(p'_{g21} \cdot x_{21}^{\lambda_1} + p_{g23} \cdot x_{23}^{\lambda_3})}_{p'_{g32}} \quad (3.23)$$

În relațiile (3.22) și (3.23) p'_{g21} și p'_{g32} sînt densitățile pentru primul sort compus, respectiv pentru al doilea sort compus, ... etc. În continuare vom avea

$$P_3(x_{32}, x_{34}) = (p'_{32} \cdot x_{32}^{E_2} + p'_{34} \cdot x_{34}^{E_4}) \quad (3.24)$$

Relațiile funcțiilor de utilitate pot fi scrise astfel pentru oricâte sorturi, dar în practică cel mai frecvent se lucrează cu patru sorturi; dacă cresc pretențiile de acuratețe se vor putea dezvolta relațiile în consecință. Așa dar, modelul va fi scris în continuare pentru cazul a 4 sorturi, pentru a nu complica scrierea relațiilor și așa destul de lungi.

Funcția obiectiv va avea forma

$$\max Z(x) = \left\{ \underbrace{[p'_{11} \cdot x_{11}^{E_1} + p'_{12} \cdot x_{12}^{E_2}] \cdot x_{21}^{E_1} + p'_{23} \cdot x_{23}^{E_3}}_{p'_{32}} \cdot x_{32}^{E_2} + p'_{34} \cdot x_{34}^{E_4} \right\} \quad (3.25)$$

unde:

$$Z(R) = Z(x_{11}, x_{12}, x_{23}, x_{34}) \quad (3.26)$$

Această funcție obiectiv (3.25) va fi supusă restricțiilor de formă

$$x_{11} + x_{12} + x_{23} + x_{34} = R \quad (3.27)$$

$$0 \leq x_{11}, x_{12}, x_{23}, x_{34} \leq R \quad (3.28)$$

unde R este resursa totală și intrucit avem de a face cu proporții, R va reprezenta întregul și va fi egal cu 1.

O altă observație privind funcțiile de utilitate, ceea ce se vede și în forma funcției obiectiv, este că funcțiile de utilitate se includ succesiv una în alta pe măsură ce se realizează mai multe activități.

Din punct de vedere matematic generalizând pentru n activități și n resurse, maximalul funcției Z(R), relația (3.25), depinde atât de n cât și de R, această dependență poate fi evidențiată prin seria de funcții $Z_n(R)$ definite astfel

$$n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{numere întregi}) \quad (3.29)$$

$$R \geq 0 \quad (3.30)$$

$$Z_n(R) = \max_{\{x_{1,j+1}\}} Z(x_{11}, x_{12}, x_{23}, x_{34}, \dots, x_{1,j+1}, \dots, x_{nn}) \quad (3.31)$$

$$x_{1,j+1} \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad j = \text{numere întregi} \quad (3.32)$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{23} + x_{34} + \dots + x_{1,j+1} + \dots + x_{nn} = R \quad (3.33)$$

Secvența de funcții $f_m(R)$ dezvoltată conform definiției de mai sus și ținând cont de funcțiile de utilitate (3.22)-(3.24) are valoarea particulară zero când nu se alocă nici o resursă

$$f_m(0) = 0 + 0 = 0 \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (3.34)$$

$$\text{intrucit } p_1(0, 0) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3.35)$$

Dar, dacă $m = 1$

$$Z(R) = p_1(x_{11}, x_{12}) \quad (3.36)$$

unde

$$x_{11} + x_{12} = x'_{21} \quad (3.37)$$

iar

$$x_{11} = x'_{21} - x_{12} \quad (3.38)$$

atunci

$$f_1(R) = \max_{0 \leq x_{12} \leq R} (p_{g21}(x'_{21} - x_{12})^{E_1} + p_{g12} \cdot x_{12}^{E_2}) = \max_{0 \leq x_{12} \leq R} p'_{g21} \quad (3.39)$$

$$f_2(R) = \max_{0 \leq x_{23} \leq R} (f_1(R) \cdot x_{21}^{E_1} + p_{g23} \cdot x_{23}^{E_3}) = \max_{0 \leq x_{23} \leq R} p'_{g32} \quad (3.40)$$

$$\text{unde } x'_{21} = x'_{32} - x_{23}$$

$$f_3(R) = \max_{0 \leq x_{34} \leq R} (f_2(R) \cdot x_{32}^{E_2} + p_{g34} \cdot x_{34}^{E_4}) \quad (3.41)$$

$$\text{unde } x'_{32} = x'_{43} - x_{34}$$

Dacă ne oprim pentru moment cu scrierea secvenței de funcții $f_m(R)$ și vom scrie $f_3(R)$ folosind (3.38), (3.39)-(3.40) avem:

$$f_3(R) = \max_{0 \leq x_{34} \leq R} \left\{ \underbrace{\max_{0 \leq x_{23} \leq R} \left[\underbrace{\max_{0 \leq x_{12} \leq R} (p_{g11} \cdot x_{11}^{E_1} + p_{g12} \cdot x_{12}^{E_2}) \cdot x_{21}^{E_1} + p_{g23} \cdot x_{23}^{E_3}}_{f_1(R)} \right]}_{f_2(R)} \cdot x_{32}^{E_2} + p_{g34} \cdot x_{34}^{E_4} \right\} \quad (3.42)$$

În relația (3.42) cit și în secvența (3.39)-(3.41) se poate vedea și mai bine că funcțiile de utilitate se includ succesiv una în alta.

Continuăm cu scrierea secvenței de funcții pentru a n-a activitate

$$f_n(R) = \max_{0 \leq x_{n,n} \leq R} (f_{n-1}(R) \cdot x_{n,n}^{E_{n-2}} + \rho_{n,n} \cdot x_{n,n}^{E_n}) \quad (3.43)$$

unde $x'_{n,n-2} = R - x_{n,n}$ (3.44)

În relația (3.43) $f_n(R)$ este maximul lui $Z(R)$ când $x_{n,n}$ variază de la 0 la R sau este rezultatul maxim ce se poate obține alocind pe R în mod optim la cele n activități, deasemeni se vede legătura între $f_n(R)$ și $f_{n-1}(R)$.

Astfel se ajunge să se scrie "ecuația fundamentală de recurență" în programarea dinamică particularizată pentru genul de probleme de amestec granular când scopul este obținerea unei densități în grămadă maximă, de forma:

$$f_n(R) = \max_{0 \leq x_{n,n} \leq R} (f_{n-1}(R) \cdot x_{n,n}^{E_{n-2}} + \rho_{n,n} \cdot x_{n,n}^{E_n})$$

unde

$$x'_{n,n-2} = (R - x_{n,n})$$

când

$$R \in (0,1)$$

pentru

$$n = 2,3,4,\dots$$

unde

$$n = n-1$$

iar

$$n = 1,2,3,\dots$$

și

$$f_1(R) = [\rho_{g11} (x'_{21} - x_{12})^{E_1} + \rho_{g12} \cdot x_{12}^{E_2}]$$

unde

$$x_{11} + x_{12} = x'_{21}$$

} (3.45)

Se face precizarea că:

$$x'_{n-1,n-3} = (x'_{n,n-2} - x_{n-1,n-1})$$

Rezolvarea problemei discutate mai sus se va face la punctul 3.4.

3.3. Studiul experimental pentru modelul densității în grămadă maximă

3.3.1. Etapa I

Experiențele au fost elaborate după procedura descrisă la ince-

putul punctului 3.2.4, și s-au desfășurat în două etape. Etapa I-a s-a realizat în 1982, folosindu-se aparatura din cadrul laboratorului de materiale de construcții al Catedrei de Construcții Civile, Industriale și Agricole din Facultatea de Construcții Timișoara.

Elementele principale ale dispozitivelor folosite au fost vasele cilindrice din metal etalonate de 1 și 5 dm³ la care se adaugă cîntarul cu cadran Balanța Sibiu cu precizia de ±2,5 grame la circa 15 kg material, masa vibrantă și setul de ciururi și site standardizate, cu care în prealabil s-au sortat agregatele.

Agregatele au fost sortate în 5 sorturi (0-0,2; 0,2-1; 1-3,15; 3,15-7,1; 7,1-16 mm) din care s-au realizat patru seturi de amestec pentru varianta "cernut" astfel:

- SET 1 (0-0,2)+(0,2-1)
- SET 2 (0-1)+(1-3,15)
- SET 3 (0-3,15)+(3,15-7,1)
- SET 4 (0-7,1)+(7,1-16)

și două seturi de amestec pentru varianta "necernut"

- SET 1 (0-3,15)+(3,15-7,1)
- SET 2 (0-7,1)+(7,1-16)

Prin "necernut" se înțelege de fapt, că nu s-au sortat părțile fine ci s-au luat global de la (0-3,15).

S-a conceput un cap de tabel în care s-au înregistrat cîntările și s-au efectuat și calculele. Fiecare set de amestec a avut 11 probe, fiecare probă avînd 3 determinări din care s-a făcut media obținînd rezultatul pentru probă. În tabelul 3.3 se arată capul de tabel și modul de calcul.

O problemă care presupunea luarea unei decizii cu probabile consecințe a fost stabilirea "cantității modul" cu care se lucrează la diferite seturi de amestec, intrucît această cantitate de material intră în relațiile de calcul. Fiecare probă din cele 11 presupunea diferite proporții de amestec din cele două sorturi ale setului. Aceste proporții au fost alese astfel:

$$\frac{0,0}{1,0}, \frac{0,1}{0,9}, \frac{0,2}{0,8}, \frac{0,3}{0,7}, \frac{0,4}{0,6}, \frac{0,5}{0,5}, \frac{0,6}{0,4}, \frac{0,7}{0,3}, \frac{0,8}{0,2}, \frac{0,9}{0,1}, \frac{1,0}{0,0}$$

Pentru a realiza atîtea probe și la fiecare probă suma proporțiilor = cantitatea modul, trebuia pregătit, în prealabil, o mare cantitate de material.

Cernerea pentru sorturile fine pretindea de 3 pînă la 4 ori mai mult material cernut decît cantitatea obținută ca rest sub sita de 0,2,

și 40 secunde corelat cu creșterea cantității modul) și volumul de goluri pentru fiecare probă din cele 11. Apoi s-a desenat curba experimentală a lui ρ_{gi} pentru fiecare set de amestec. Un exemplu se vede în fig.3.6.

Aceste curbe obținute din puncte experimentale, trebuiau descrise și printr-o funcție matematică a cărei expresie este dată de funcția de utilitate sub forma:

$$\rho_{g1} \cdot x_1^{k_1} + \rho_{g2} \cdot x_2^{k_2} = \rho_g \quad (3.46)$$

CERNUT

Tabelul 3.4.

Nr probă	SORT	CERNUT											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	(0-0,2)	ρ_{gi}	1671	1696	1801	1820	1838	1868	1865	1832	1790	1787	1683
	(0,2-1)	VGOL%	21	23,3	19,6	22,8	20,0	22,7	22,3	24,3	21,0	22,3	16,3
2	(0-1)	ρ_{gi}	1670	1745	1805	1855	1901	1945	1940	1936	1910	1832	1770
	(1-3,15)	VGOL%	25,6	25,0	23,1	23,0	22,5	23,1	22,0	23,0	24,0	24,5	18,0
3	(0-3,15)	ρ_{gi}	1850	1972,5	1990	1965	2007	2026	2006	1977	1905	1882,5	1867
	(3,15-7,1)	VGOL%	34,25	26,6	26,3	23,8	17,25	23,5	18,5	17,0	26,5	31,0	18,75
4	(0-7,1)	ρ_{gi}	1675	1816,5	1880	1897	1938,5	1969	1961	1975	1943	1965	1966
	(7,1-16)	VGOL%	38,7	29,9	28,6	26,1	24,36	22,1	22,7	22,6	22,9	22,2	20,8

NECERNUT

1	(0-3,15)	ρ_{gi}	1803	1883	1933,3	1980	1985	1978	1975	1967	1925	1868,3	1866
	(3,15-7,1)	VGOL%	37	27	26	22,5	17	16,5	19,8	17,6	17,4	19,8	16,5
2	(0-7,1)	ρ_{gi}	1720	1801,3	1836	1944	1990	1989	1990	2012	2002	1982	1834
	(7,1-16)	VGOL%	34	31,3	27	22,9	26,4	21,8	24,3	20,8	22,06	22,7	17,6

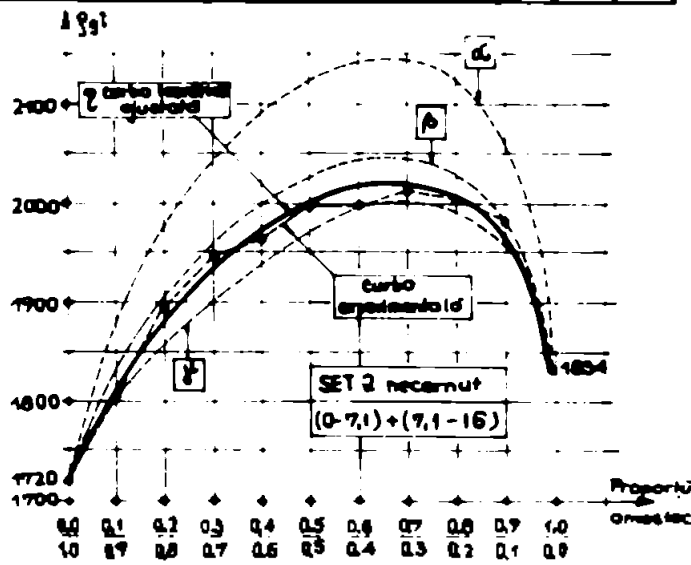


Fig. 3.6

În lucrarea proprie [39] care a precedat aceste experiențe a fost studiată semnificația fizică posibilă a exponenților k_1 și k_2 , prin acordarea unei game de valori, astfel ca ρ_g să rămână în intervalul densităților în grămadă al materialelor considerate în amestec. Concluzia care s-a tras a fost că exponenții k_1 și k_2 reprezintă compacitatea acestor materiale corectate cu anumiți coeficienți de corecție. Această concluzie a permis un punct de plecare în ajustarea curbelor date de relația (3.46) pentru a le putea aduce peste punctele experimentale. Astfel, cu valorile volumului de goluri ale probelor extreme numărul 1 și 11, al fiecărui set, evidențiate în tabelul 3.4, au fost calculate

compactitățile celor două sorturi considerate în amestec după relațiile

$$K_1 = 1 - VGOL_1 \quad \text{și} \quad K_2 = 1 - VGOL_2 \quad (3.47)$$

unde

V_{GOL_1} este al probei Nr.11

V_{GOL_2} este al probei Nr.1

ρ_{g_1} rezultă din proba 11

ρ_{g_2} rezultă din proba 1

Fiind valori lui x_1 și x_2 conform proporțiilor evidențiate în tabelul 3.4 s-a obținut curba teoretică (α) a densității ρ_g a amestecului. În fig.3.6 s-a exemplificat această procedură și după cum se vede curba α nu cade peste punctele experimentale. Pentru a rezolva această cerință au fost corelați exponenții K_1 și K_2 , obținându-se pe rând curbele β , δ și η , considerându-se că alura curbei η este satisfăcătoare. Calculele au fost de rutină dar laborioase întrucît erau (4+2) seturi și la fiecare set au fost calculate între 3-6 curbe.

Studiul curbei η din fig.3.6 oferă următoarele informații:

- valoarea maximă a densității în grămadă ρ_g a amestecului celor două sorturi
- proporțiile de amestec x_1 și x_2 pentru $\rho_g \max$
- exponenții $a_1 K_1$ respectiv $a_2 K_2$ pentru care s-a obținut $\rho_g \max$ calculat, unde a_1 și a_2 sînt coeficienții de corecție ai compacității.

Rezultatele acestea au fost centralizate pentru toate seturile în tabelul 3.5.

ETAPA I

Tabelul 3.5.

FELUL CANTITATE MODUL	SET	SOLUȚIE IN AMESTEC	VALORI EXPERIMENTALE			VALORI DE CALCUL									
			$\rho_{g \max}$ kg/m ³	Ucol. extrem lui $\rho_{g \max}$ %	Proportii ajurate % max	Curba α $\rho_{g \max}$ kg/m ³	Curba ajustată $\rho_{g \max}$ kg/m ³	Ajustare la $\rho_{g \max}$ %	Proportii ajurate % max	exponent sort 1 fin K=1-Ycol	$a_1 K_1$	exponent sort 2 grosier K=1-Ycol	$a_2 K_2$	a_1 %	a_2 %
CEREȘUT	2 kg	1 (0-0,2) (0,2-1)	1868	22,7	0,5 0,5	1852,5	1854,1	0,744	0,5 0,5	16,3 0,837	0,8788	21,0 0,79	0,7505	+5	+5
		2 (0-1) (1-3,15)	1945	23,1	0,5 0,5	2008,8	1946,1	0,056	0,6 0,4	18,0 0,82	0,8692	25,6 0,744	0,78864	+6	+6
	3 (0-3,15) (3,15-7,1)	2026	23,5	0,5 0,5	2245,6	2028	0,098	0,6 0,4	18,75 0,8125	0,89375	34,25 0,6575	0,85475	+10	+30	
	4 (0-7,1) (7,1-16)	1975	22,6	0,7 0,3	2245,1	1979,4	0,222	0,8 0,2	21,8 0,782	0,8712	33,7 0,663	0,9613	+10	+45	
NICEREȘUT	2 kg	1 (0-3,15) (3,15-7,1)	1985	17,0	0,4 0,6	2221,9	1979,3	0,287	0,5 0,5	16,5 0,835	0,8767	37,0 0,63	0,945	+5	+50
	4 kg	2 (0-7,1) (7,1-16)	2012	20,8	0,7 0,3	2143,9	2023,5	0,521	0,7 0,3	17,6 0,824	0,9064	34,0 0,66	0,7524	+10	+14

Concluziile ce se pot trage urmărind valori obținute în tabelul 3.5 sînt următoarele:

- 1.- Modelul matematic simplu, scris pentru două sorturi conform relației (3.46), descrie fenomenul satisfăcător. Dacă urmărim valorile $\rho_{g \max}$ experimentale și $\rho_{g \max}$ teoretice ajustate se observă că diferența cea mai mare este de 0,744 %.
- 2.- Valorile $\rho_{g \max}$ cresc odată cu creșterea diametrului maxim al sorturilor până la 7 mm. Pentru sorturi în amestec cu $\phi_{\max} > 7$ mm, densitatea în grămadă a amestecului scade. Acest lucru este mai evident la agregatele "cernute".
- 3.- Se poate observa (la valorile de calcul în special) că proporțiile de sorturi (câte două pentru fiecare set) au o tendință de deplasare de la 0,5/0,5 către 0,8/0,2 adică $x_1/x_2 = \text{sort fin}/\text{sort grosier}$ suferă o modificare relativă în favoarea celui fin.
- 4.- Volumul de goluri aferent lui $\rho_{g \max}$ are o variație necorespunzătoare și din această cauză nici coeficienții de corecție ai exponenților nu sînt concludenți.
- 5.- Variația lui VGOL pune sub semnul incertitudinii și valorile lui $\rho_{g \max}$, aceste mărimi trebuiau să varieze în sens invers. Se pare că vasele cilindrice etalonate, cu procedura de determinare adoptată nu este suficient de sensibilă pentru stabilirea volumului de goluri.

Concluziile 4 și 5, care reprezintă sinteza concluziilor nefavorabile din lucrarea [40], au determinat regîndirea și refacerea programului experimental în etapa II-a.

3.3.2. Etapa II-a

Pe baza experienței acumulate s-a căutat eliminarea pe cît posibil a acelor impedimente care probabil au afectat rezultatele din etapa I.

În primul rînd s-a căutat o aparatură care oferă mai fidel valorile ρ_g și VGOL. Astfel s-a folosit aparatul PINT cu procedura descrisă în [100]. Posibilitățile acestui aparat au fost amintite la punctul 3.2.1. Acest aparat permite o "cantitate modul" de maxim 5 Kg. S-a încercat să se folosească și sortul 31-70 mm dar pentru acest sort atât dimensiunile vasului aparatului PINT cît și cantitatea modul de 5 Kg nu erau corespunzătoare. Astfel s-a convenit ca pentru amestecul realizat cu sorturile (0-31)+(31-70) la SAT 6, să se utilizeze aparatura și procedeul din etapa I cu rezerva asupra rezultatelor care se vor obține.

Pregătirea materialului pe sorturi s-a făcut pe baza unui calcul în două variante de cantități moduli și adoptând proporții de amestec optime probabil, conform concluziei 3 de la etapa I, astfel:

Varianta 1

SET	Cantitate modul	proportii Sort	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	Σ
			1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0	
6	CM=10 Kg	$\frac{31-70}{0-31}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	55 Kg
			10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	55 Kg →
5	CM=5 Kg	$\frac{16-31}{0-16}$	0	0,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4	4,5	5	27,5 Kg
			5	4,5	4	3,5	3,0	2,5	2,0	1,5	1	0,5	0	27,5 Kg
4	CM=5 Kg	$\frac{7-16}{0-7}$	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	27,5 Kg
			"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	27,5 Kg
3	CM=5 Kg	$\frac{3-7}{0-3}$	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	27,5 Kg
			"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	27,5 Kg
2	CM=5 Kg	$\frac{1-3}{0-1}$	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	27,5 Kg
			"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	27,5 Kg
1	CM=5 Kg	$\frac{0,2-1}{0-0,2}$	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	27,5 Kg
			"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	27,5 Kg

pentru 55 Kg 0-31 la set 6 cu $\frac{0,8}{0,2}$ de la set 5 → 44 Kg(0-16)
 pentru set 6
 → 11 Kg(16-31)
 pentru set 6

la 44 Kg(0-16) se adaugă 27,5 Kg necesar pentru proporțiile
 la set 5 = 72 Kg(0-16)

la 11 Kg(16-31) se adaugă 27,5 Kg necesar pentru proporțiile
 la set 5 = 38,5 Kg(16-31)

Pentru 72 Kg(0-16) la set 5 cu $\frac{0,7}{0,3}$ de la set 4 → 51 Kg(0-7) pt.set 5
 → 22 Kg(7-16) pt.set 5

la 51 Kg(0-7) se adaugă 27,5 Kg necesar pentru proporțiile
 la set 4 = 78,5 Kg(0-7)

la 22 Kg(7-16) se adaugă 27,5 Kg necesar pentru proporțiile
 la set 4 = 49,5 Kg(7-16)

Pt.78,5 Kg(0-7) la 4 cu $\frac{0,6}{0,4}$ de la 3 → 48 Kg(0-3) + 27,5 Kg = 75,5 Kg(0-3)
 → 32 Kg(3-7) + 27,5 Kg = 59,5 Kg(3-7)

Pt.75,5 Kg(0-3) la 3 cu $\frac{0,5}{0,5}$ de la 2 → 38 Kg(0-1) + 27,5 Kg = 65,5 Kg(0-1)
 → 38 Kg(1-3) + 27,5 Kg = 65,5 Kg(1-3)

Pt.65,5 Kg(0-1) la 2 cu $\frac{0,4}{0,6}$ de la 1 → 27 Kg(0-0,2) + 27,5 Kg = 54,5 Kg(0-0,2)
 → 40 Kg(0,2-1) + 27,5 Kg = 67,5 Kg(0,2-1)

De ciaruit pentru varianta 1 ($C_M = 5 \text{ Kg (0-31)}$ și $C_M = 10 \text{ Kg (31-70)}$).

$0 - 0,2 \sim$	55 Kg	}	$190 \text{ Kg} \times 3 = 567 \text{ Kg}$
$0,2 - 1 \sim$	68 Kg		
$1 - 3 \sim$	66 Kg		
$3 - 7 \sim$	60 Kg		60 Kg
$7 - 16 \sim$	50 Kg		50 Kg
$16 - 31 \sim$	39 Kg		39 Kg
$31 - 70 \sim$	55 Kg		55 Kg

Total 771 Kg agregate

La sorturile fine 0 - 3 s-a înmulțit cu 3 cantitatea de 190 Kg pentru motivele descrise la etapa I.

Varianta 2

SET	Cantitate modul	Proportii Sort	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	Σ
			1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0	
6	$C_M=10 \text{ Kg}$	$\frac{31-70}{0-31}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	55 Kg 55 Kg
5	$C_M=5 \text{ Kg}$	$\frac{16-31}{0-16}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	27,5 Kg 27,5 Kg
4	$C_M=5 \text{ Kg}$	$\frac{7-16}{0-7}$	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	27,5 Kg 27,5 Kg
3	$C_M=1 \text{ Kg}$	$\frac{3-7}{0-3}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	5,5 Kg 5,5 Kg
2	$C_M=1 \text{ Kg}$	$\frac{1-3}{0-1}$	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	5,5 Kg 5,5 Kg
1	$C_M=1 \text{ Kg}$	$\frac{0,2-1}{0-0,2}$	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	5,5 Kg 5,5 Kg

Pt. 55 Kg(0-31) la 6 cu $\frac{0,8}{0,2}$ de la 5 $\rightarrow 44 \text{ Kg}(0-16) + 27,5 \text{ Kg} =$
 $= 72 \text{ Kg (0-16)}$
 $\rightarrow 11 \text{ Kg}(16-31) + 27,5 \text{ Kg} =$
 $= 38,5 \text{ Kg (16-31)}$

Pt. 72 Kg(0-16) la 5 cu $\frac{0,7}{0,3}$ de la 4 $\rightarrow 51 \text{ Kg}(0-7) + 27,5 \text{ Kg} =$
 $= 78,5 \text{ Kg (0-7)}$
 $\rightarrow 22 \text{ Kg}(7-16) + 27,5 \text{ Kg} =$
 $= 49,5 \text{ Kg (7-16)}$

Pt. 78,5 Kg(0-7) la 4 cu $\frac{0,6}{0,4}$ de la 3 $\rightarrow 48 \text{ Kg}(0-3) + 5,5 \text{ Kg} = 53,5 \text{ Kg}$
 $\rightarrow 32 \text{ Kg}(3-7) + 5,5 \text{ Kg} = 37,5 \text{ Kg}$

Pt. 53,5 Kg(0-3) la 3 cu $\frac{0,5}{0,5}$ de la 2 $\rightarrow 27 \text{ Kg}(0-1) + 5,5 \text{ Kg} = 32,5 \text{ Kg}$
 $\rightarrow 27 \text{ Kg}(1-3) + 5,5 \text{ Kg} = 32,5 \text{ Kg}$

$$\text{It. } 32,5 \text{ Kg}(0-1) \text{ la } 2 \text{ cu } \frac{0,4}{0,6} \text{ de la } 1 \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow 13 \text{ Kg}(0-0,2) + 5,5 \text{ Kg} = 18,5 \text{ Kg} \\ \rightarrow 20 \text{ Kg}(0,2-1) + 5,5 \text{ Kg} = 25,5 \text{ Kg} \end{array} \right.$$

De ciuruit pentru varianta 2 (CM = 1 Kg (0-7), CM = 5 Kg (7-31), CM = 10 Kg (31-70))

C - 0,2 ~ 19 Kg	} 78 Kg x 3 = 234 Kg	
0,2 - 1 ~ 26 Kg		
1 - 3 ~ 33 Kg		
3 - 7 ~ 38 Kg		38 Kg
7 - 16 ~ 50 Kg		50 Kg
16 - 31 ~ 39 Kg		39 Kg
31 - 70 ~ 55 Kg		55 Kg

Total 416 Kg agregate

În loc de cele de mai sus a fost aleasă varianta 2. Se precizează că la cercerea agregatelor pentru sorturile fine 0 - 3 au rezultat automat celelalte sorturi mai groasere în cantități mai mari decât era necesar din calcule. Au fost sortate 7 sorturi de agregate. Procedura de efectuare a determinărilor pentru ρ_{gi} și $VGOL_i$ a fost conform [100] rezultatele experimentale au fost înscrise în tabele, a cărei machetă este exemplificată în tabelul 3.6, cu evidențierea relațiilor de calcul folosite. Curbele experimentale ale lui ρ_g și $VGOL$ sînt și cele

Tabelul 3.6

AGREGATE		SET 2		SORTURILE (0-1) + (1-3,15)								
Nr. probă	Proportie amestec	Masa probei CM=1 Kg		(FINIT) constanta k (kg)	h_a (dm)	h_i (dm)	P_g (kg)	$N_g - P_g - k$ (kg)	S_{gi} (kg/dm ³)	$VGOL_i$ (%)	Media S_{gi} [kg/dm ³]	Media $VGOL_i$ [%]
		Sort 0-1	Sort 1-3,15									
3	0,3/0,7	0,3	0,7	13445 13430 13430	332 333 331	335 336 335,5	14060 14055 14062	615 625 632	2,094240 2,1815008 2,1369884	19,37172 18,19371 21,35941	2,137574 max.	19,641513
4	0,4/0,6	0,4	0,6	13430 13430 13445	332 332 332	335 336 335	14062 14052 14060	632 622 645	2,094240 2,1815008 2,0938286	22,93193 17,53726 19,36759	2,1234901	19,952727

Relații de calcul pentru APARAT FINIT

$$N_g = P_g - k$$

$$d = 1,56 \text{ dm}$$

$$L = 35 \text{ dm}$$

$$\text{Lățimea rigletei} = 1 \text{ cm} = 0,1 \text{ dm}$$

$$\text{Precizia cîntărilor} = \pm 5 \text{ g}$$

S_{gi} = densitatea în grămadă înesată

S_{ga} = densitatea în grămadă afînată

$VGOL_i$ = volumul de goluri în stare înesată

$VGOL_a$ = volumul de goluri în stare afînată

CM = cantitate modul

$$S_{gi} = \frac{CM}{\frac{\pi d^2}{4} (L + 0,1 - h_i)}$$

$$S_{ga} = \frac{CM}{\frac{\pi d^2}{4} (L + 0,1 - h_a)}$$

$$VGOL_i = \frac{\frac{\pi d^2}{4} (L + 0,1 - h_i) + N_g - CM}{\frac{\pi d^2}{4} (L + 0,1 - h_i)}$$

$$VGOL_a = \frac{\frac{\pi d^2}{4} (L + 0,1 - h_a) + N_g - CM}{\frac{\pi d^2}{4} (L + 0,1 - h_a)}$$

teoretice ajustate pentru ρ_g sînt desenate în figurile 3.7 - 3.13.

alculele de ajustare a curbei teoretice s-au făcut în același mod ca la etapa I cu deosebirea că alegerea între curbele succesive obținute s-a făcut cu metoda celor mai mici pătrate pentru fiecare set în parte. Rezultatele au fost centralizate în tabelul 3.7.

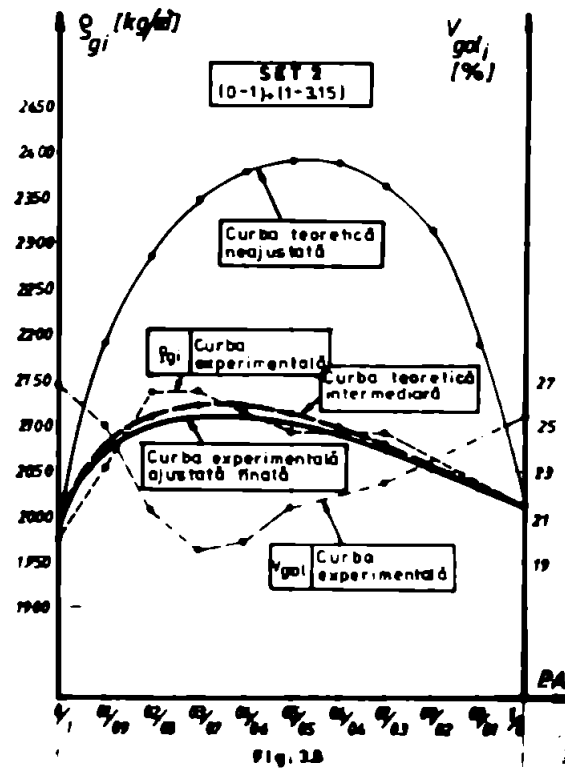
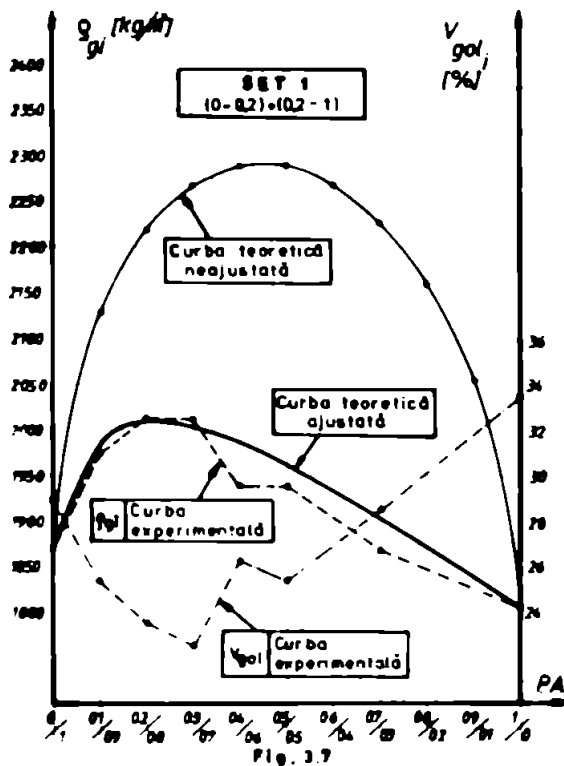
ETAPA II

Tabelul 3.7

Aparatul Cantitate Echival	SET	SORTURI IN AMESTEC	VALORI EXPERIMENTALE			VALORI DE CALCUL									
			$\rho_{gi} \text{ max}$ kg/m ³	V _{gol} ajerant lui $\rho_{gi} \text{ max}$ %	Proportie ajerant $\rho_{gi} \text{ max}$	Curba n. $\rho_{gi} \text{ max}$ kg/m ³	Curba ajustată $\rho_{gi} \text{ max}$ kg/m ³	Diferența față de experim. %	Proportie ajerant curbei ajustate	exponent sort 1 în		exponent sort 2 greșit		Corecții exper.	
										V _{gol} extrem K = 1 - V _{gol}	a ₁ K ₁	V _{gol} extrem K = 1 - V _{gol}	a ₂ K ₂	a ₁ %	a ₂ %
APARATUL FINT 1kg	1	(0-0,2) + (0,2-1)	2014,48	24,40	0,2 0,8	2289	2006,56	0,378	0,2 0,8	35,56 0,664379	0,76403	29,88 0,701176	1,0517	+15	+50
		(0-1) + (1-3,15)	2137,574	19,641513	0,3 0,7	2390	2108,332	1,36	0,3 0,7	25,4953 0,745067	0,827024	26,899 0,73101	1,038342	+11	+42
			(0-3,15) + (3,15-7,4)	2158,815	16,88559	0,7 0,3	2355	2124,871	1,57	0,7 0,3	19,57172 0,8062828	0,862722	28,01047 0,719895	0,964659	+7
	5kg	(0-7,4) + (7,4-16)	2029,305	20,85717	0,5 0,5	2247	2027,633	0,41	0,7 0,3	24,9307 0,750695	0,8107484	35,76318 0,642368	0,8736207	+8	+36
			(0-16) + (16-51)	2017,76	22,884	0,8 0,2	2287	2008,079	0,48	0,8 0,2	23,3463 0,766557	0,88151	37,88819 0,6211181	0,93167	+15
		10kg		(0-34) + (34-70)	2044,5	20,8	0,5 0,5	2284	2029,54	0,73	0,6 0,4	21,06 0,7894	0,71046	37,1 0,629	1,03785

Concluziile experimentale din etapa II-a sînt următoarele:

1. Modelul matematic sub forma simplă (3.4^o), scris doar pentru două sorturi de agregate, descrie fenomenul corespunzător. Valorile $\rho_{gi} \text{ max}$ obținute în etapa I și etapa II au rămas comparabile. În figura



3.14 au fost suprapuse toate curbele teoretice ajustate finale, din figurile 3.7 - 3.13 și se poate observa că procesul de realizare al unor amestecuri succesive optime descris la punctul 3.2.4 se reproduce, iar valorile maxime ale densității în granadă în stare indesată ρ_{gi} obținute experimental pentru seturile de amestec, sînt comparabile cu va-

14

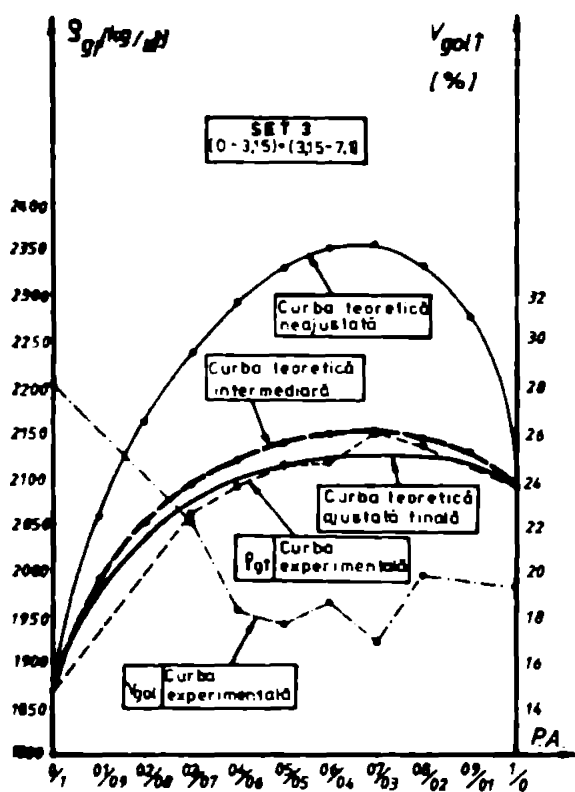


Fig. 3.9

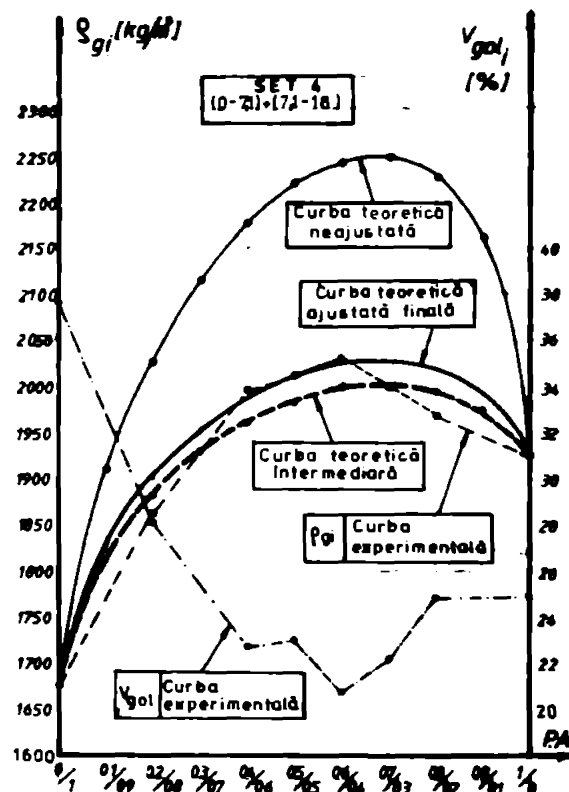


Fig. 3.10

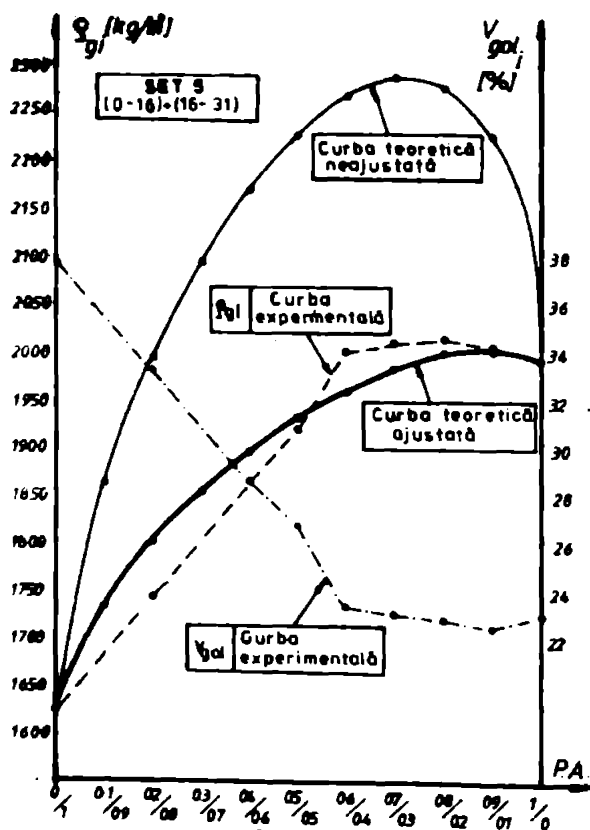


Fig. 3.11

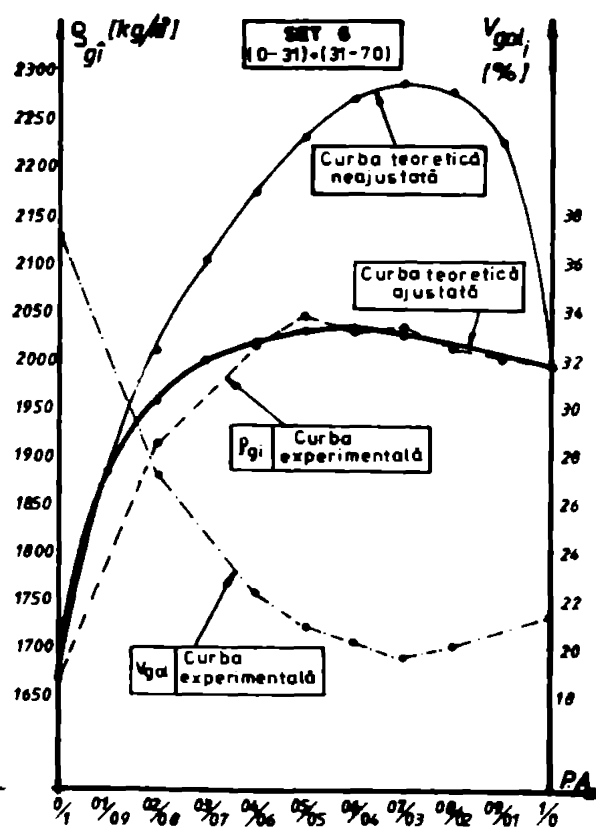


Fig. 3.12

lorile din literatură. Astfel în [100] se dau curbe experimentale pentru densitățile în grămadă în funcție de apa caracteristică care au fost reproduse în fig.3.15. Se face precizarea că valorile obținute pentru ρ_g indeseat în fig.3.15, au rezultat din amestecuri de sorturi cu proporții care nu au fost optimizate, iar în cazul de față, fig. 3.14, avem densități în grămadă optimizate (maxime) conform procedurii descrise la punctul 3.2.4 și din această cauză rezulta diferența de aproximativ 88 Kg/m^3 ($2124,8 - 2037,4 = 87,4$).

Având în vedere această observație se poate afirma că plaja valorilor densităților obținute în prezenta lucrare se coroborează cu cele din [100].

2. Se păstrează tendința de deplasare a raportului x_1/x_2 fin/grosier de la valori de 0,2/0,8 către valori de 0,9/0,2 pe măsura ce crește diametrul maxim al granulei.

3. Volumul de goluri are o variație bine corelată cu densitatea ρ_g (variație inversă) ceea ce dovedește că sensibilitatea aparatului FIMT este bună privind volumul de goluri și că acuratețea rezultatelor din etapa II este mai bună comparativ cu cea din etapa I. În sprijinul acestei concluzii se pot urmări figurile 3.7 - 3.13.

4. S-a reprodus, mai evident decît în etapa I, fenomenul de creștere în valoare a lui $\rho_{g \text{ max}}$ (atît experimental cît și la cele calculate) pînă la $\phi_{\text{max}} = 7 \text{ mm}$. Pentru amestecuri în care apar sorturi cu $\phi_{\text{max}} > 7 \text{ mm}$, $\rho_{g \text{ max}}$ prezintă o descreștere valorică. Acest aspect se poate observa în fig.3.16.

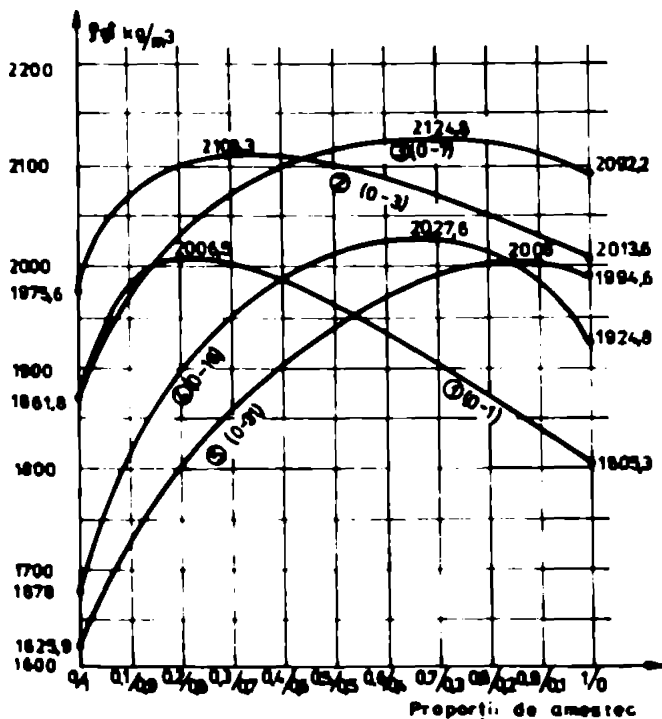


Fig. 3.14

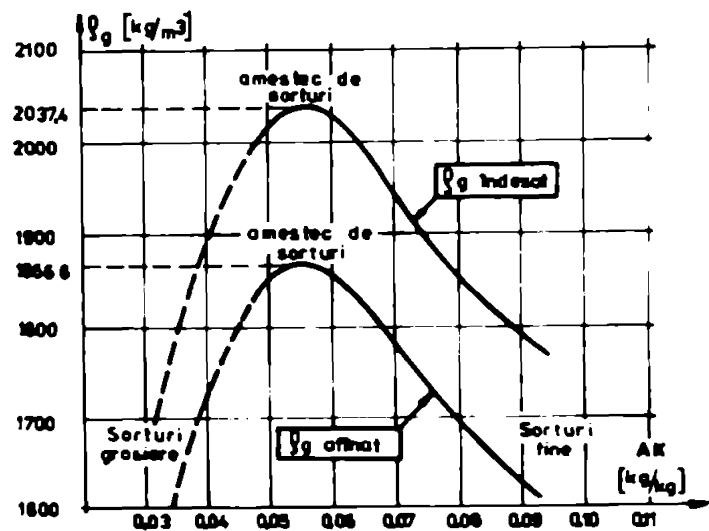


Fig. 3.15

Diverse sisteme de site și ciururi, cu regulile proprii de variație a mărimii ochiurilor, vor departaja în consecință sorturile de agregate supuse cernerii. Pe de altă parte diversele standarde prevăd un număr diferit de site și ciururi pentru analiza granulometrică. Astfel în normele britanice după [66] sînt 44 de tipuri, în cele americane după [65] sînt 49 de tipuri, în cele franceze după [27] sînt 31 de tipuri, în cele cehoslovace după [34] sînt 26 de tipuri, în cele maghiare după [127] sînt 13 tipuri și în STAS-ul 1667-76 sînt prevăzute 9 tipuri de site sau ciururi convenționale. Sorturile de agregate participante în acestea sînt în funcție de sistemul de site folosit și vor purta cu ele caracteristicile granulozității astfel stabilite, la realizarea densității în grămadă.

Pe baza observației 4 ale concluziilor, se poate afirma că la diametrul granulei de 7 mm, eficiența granulozității asupra densității în grămadă este maximă, pentru sistemul de site prevăzut de normele noastre. Cu alte cuvinte, pentru sorturile pînă la $\phi = 7$ mm completarea golurilor fracțiunii grosiere cu fracțiunile fine se face în mod fericit, peste 7 mm această completare nu se realizează la fel de bine și volumul de goluri pe ansamblu rămîne mai mare ceea ce se vede și în fig.3.16.

Corelat cu această constatare apare și necesitatea corecției exponenților relației (3.46) care este evidențiată în tabelul 3.7 și în figura 3.17. Se poate observa că pentru $\phi = 7$ mm ambii coeficienți de corecție a_1 și a_2 au un minim.

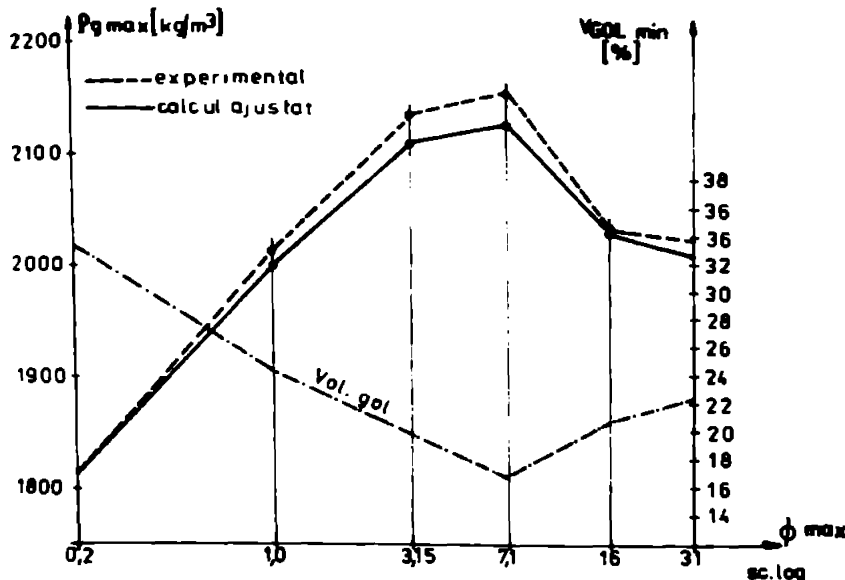


Fig. 3.16

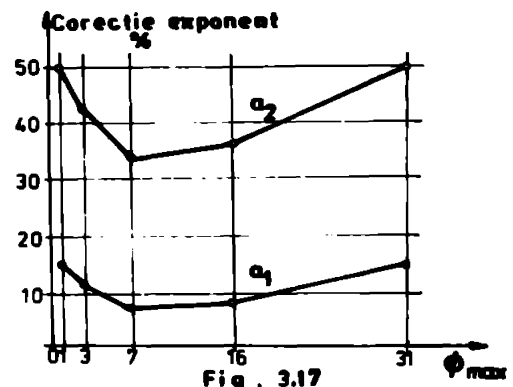


Fig. 3.17

Pe baza rezultatelor centralizate în tabelul 3.7 se pot calcula proporțiile de sorturi individuale, din cele 5 seturi de amestec co-responsătoare lui $\rho_{g \max}$ al fiecărui set, pentru valorile experimentale și pentru valorile de calcul, astfel:

SET	Raportă x pt. $\rho_{g \max}$ experimental				Raportă x pt. $\rho_{g \max}$ de calcul			
	$\frac{x}{z}$	procedură	x	sort	$\frac{x}{z}$	procedură	x	sort
1 $\frac{0-02}{02-1}$	0,2 0,8	$0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 0,0168$ $0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 0,0672$	0,0168 0,0672	0-02 02-1	0,2 0,8	$0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 0,02646$ $0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 0,10204$	0,02646 0,10204	0-02 02-1
2 $\frac{0-1}{1-3}$	0,3 0,7	$0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 0,084$ $0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 0,196$	0,084 0,196	0-1 1-3	0,3 0,7	$0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 0,1587$ $0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 0,3007$	0,1587 0,3007	0-1 1-3
3 $\frac{0-3}{3-7}$	0,7 0,3	$0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 0,28$ $0,3 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 0,12$	0,28 0,12	0-3 3-7	0,7 0,3	$0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 0,441$ $0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 0,189$	0,441 0,189	0-3 3-7
4 $\frac{0-7}{7-16}$	0,5 0,5	$0,5 \cdot 0,8 = 0,4$ $0,5 \cdot 0,8 = 0,4$	0,4 0,4	0-7 7-16	0,7 0,3	$0,7 \cdot 0,9 = 0,63$ $0,3 \cdot 0,9 = 0,27$	0,63 0,27	0-7 7-16
5 $\frac{0-16}{16-31}$	0,8 0,2	$0,8$ $0,2$	0,8 0,2	0-16 16-31	0,9 0,1	$0,9$ $0,1$	0,9 0,1	0-16 16-31
		Total	1,000				1,000	

3.4. Rezolvarea modelului matematic prin programare dinamică

3.4.1. Explicitearea unor termeni din expresia funcției obiectiv

La punctul 3.2.4 a fost scrisă expresia funcției obiectiv conform relației (3.25) pentru 4 sorturi de agregate. În cele ce urmează se va continua discuția tot pentru 4 sorturi. Pentru simplificarea scrierii se va renunța la unul din indici ținând cont de observația răscută că, funcțiile de utilitate se includ succesiv una pe alta, în consecință la un moment dat, cele două sorturi de agregate participante în amestec vor fi prezente numai la o anumită activitate, ca stare vom păstra indicii sorturilor și vom renunța la indicele activității.

Funcția obiectiv (3.25) va arăta astfel:

$$\left\{ \left[\underbrace{(\rho_{g1} \cdot x_1^1 + \rho_{g2} \cdot x_2^2)}_{\rho'_{g1}} \cdot x_1^1 + \rho_{g3} \cdot x_3^3 \right] \cdot x_2^2 + \rho_{g4} \cdot x_4^4 = \max \rho_g \quad (3.47) \right.$$

supus la:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = R \quad (3.49)$$

$$0 \leq x_1, x_2, x_3, x_4 \leq R \quad (3.50)$$

unde:

$$\max \rho_g = \max Z(4) \quad (3.51)$$

și

$$= 1 \quad (3.52)$$

iar

ρ_g = densitatea în grămadă a amestecului celor patru sorturi de agregate.

$$x_1' = x_1 + x_2 \quad (3.53)$$

$$x_2' = x_1 + x_2 + x_3 = x_1' + x_3 \quad (3.54)$$

Conform celor arătate la punctul 3.2.4 privind rolul exponențier, de a pondere influența sortului în amestec și a concluziilor proprii din [39] amintite la studiul experimental etapa I (punctul 3.3.1) semnificația exponenților este compactitatea corectată a sortului respectiv, deci se vor putea scrie relațiile:

$$x_1' = a_1 \cdot K_1 ; \quad x_2' = a_2 \cdot K_2 ; \quad x_3' = a_3 \cdot K_3 ; \quad x_4' = a_4 \cdot K_4 \quad (3.55)$$

unde coeficienții de corecție nu sînt constanți, iar valorile $K_1 \dots K_4$ de asemenea variază fiind calculabili cu relațiile:

$$K_1 = \frac{\rho_{g1}}{\rho_{a1}} ; \quad K_2 = \frac{\rho_{g2}}{\rho_{a2}} ; \quad K_3 = \frac{\rho_{g3}}{\rho_{a3}} ; \quad K_4 = \frac{\rho_{g4}}{\rho_{a4}} \quad (3.56)$$

Pentru coeficienții de corecție se vor putea folosi relațiile:

$$a_1 = \frac{1}{1 + AK_1} ; \quad a_2 = \frac{1}{1 + AK_2} ; \quad a_3 = \frac{1}{1 + AK_3} ; \quad a_4 = \frac{1}{1 + AK_4} \quad (3.57)$$

Astfel exponenții vor avea forma:

$$x_1 = \frac{\rho_{g1}}{\rho_{a1} (1 + AK_1)} \quad (3.58) ; \quad x_2 = \frac{\rho_{g2}}{\rho_{a2} (1 + AK_2)} \quad (3.59)$$

$$x_3 = \frac{\rho_{g3}}{\rho_{a3} (1 + AK_3)} \quad (3.60) ; \quad x_4 = \frac{\rho_{g4}}{\rho_{a4} (1 + AK_4)} \quad (3.61)$$

În relațiile (3.58)-(3.61) $AK_1 \dots AK_4$ este apa caracteristică a sorturilor 1...4, iar $\rho_{a1} \dots \rho_{a4}$ este densitatea aparentă a lor.

Exponentul x_1' este al sortului compus format din sortul 1 și sortul 2 și va fi calculat cu relația

$$x_1' = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (3.62)$$

Exponentul x_2' este al sortului compus format din (sort 1 + sort 2) + sort 3 și se va calcula astfel:

$$E_2' = \frac{a_1 + a_3}{2} = \frac{\frac{1 + a_2}{2} + a_3}{2} = \frac{a_1 + a_2 + 2a_3}{4} \quad (3.63)$$

Modul de calcul al lui E_2' ca fiind media mediilor cumulate se aplică și pentru situația că ar exista mai multe decît 4 sorturi.

În mod similar se va proceda pentru calculul lui a_1 și a_2 de care vom avea nevoie în cele ce urmează, deci:

$$p_{a_1}' = \frac{p_{a_1} + p_{a_2}}{2} \quad (3.64)$$

și

$$p_{a_2}' = \frac{p_{a_1}' + p_{a_3}}{2} = \frac{\frac{p_{a_1} + p_{a_2}}{2} + p_{a_3}}{2} = \frac{p_{a_1} + p_{a_2} + 2p_{a_3}}{4} \quad (3.65)$$

iar pentru calculul lui p_a , care este densitatea aparentă a celor 4 sorturi de agregate amestecate, vom avea:

$$p_a = \frac{\frac{\frac{p_{a_1} + p_{a_2}}{2} + p_{a_3}}{2} + p_{a_4}}{2} = \frac{p_{a_1} + p_{a_2} + 2p_{a_3} + 4p_{a_4}}{8} \quad (3.66)$$

3.4.2. Metoda de rezolvare a funcției obiectiv supusă restricțiilor și etapele de optimizare

3.4.2.1. Considerații preliminare privind volumul de calcul

Se știe că programarea dinamică face parte din categoria problemelor cu variabile discrete, ori în cazul de față avem de a face cu variabile continue, proporția sortului j , x_j poate lua orice valoare între zero și 1. În asemenea situații se procedează la o discretizare alegîndu-se un pas convenabil. În cazul nostru pentru necesitățile practice proporțiile de sorturi dacă sînt exprimate în final cu două zecimale este o acuratețe satisfăcătoare. Acest lucru ar presupune un pas de discretizare de 0,01 și deci în intervalul 0 - 1 ar reprezenta de fapt 101 valori numerice. Intrucît la 4 sorturi inițiale avem 2 sorturi compuse și 3 activități unde la fiecare activitate participă doar cîte 2 resurse (cea ce este un aspect favorabil) vom avea $3 \times 2 = 6$ variabile. Conform [8] Bellman arată că procesul de optimizare în cazul unei enumerări directe a cazurilor ar presupune 101⁶ sisteme de alegere diferite, ceea ce presupune (chiar pentru calculator) un volum de muncă inacceptabil de mare. Principiul optimalității oferit de programarea dinamică ne spune că după ce am ales

o valoare inițială x_m nu mai sîntem obligați să examinăm toate strategiile pe care le implică această alegere particulară a lui x_m , ci numai acele strategii care sînt optime pentru un proces în $m-1$ pași și cu resursele $R - x_m$. În acest fel operațiile în esență se reduc aditiv în loc să fie multiplicativ [8].

Un alt aspect care se pune în general la toate problemele tehnice este stabilitatea de calcul adică metoda de calcul adoptată, trebuie să ne asigure că eroarea obținută în rezultate nu este mai gravă decît erorile conținute în datele inițiale [8]. Această stabilitate de calcul este intim legată de formularea matematică inițială a procesului fizic, adică deducerea funcțiilor de utilitate și stabilirea funcției obiectiv supusă la restricții. Se precizează în [8] că programarea dinamică elimină dificultățile care apar chiar cînd funcțiile de utilitate sau funcția obiectiv au forme complicate și oferă o stabilitate de calcul bună.

3.4.2.2. Expunerea metodei

Modelul matematic elaborat poate fi evident rezolvat foarte repede la calculatorul electronic dar utilitatea practică, pentru nevoile unui laborator de șantier sau fabrică de betoane, care nu este însestrată neapărat cu asemenea mijloace, va crește simțitor dacă se găsește și o soluție de rezolvare "manuală" fără un efort de calcul exagerat și cu o acuratețe corespunzătoare. Noțiunea de rezolvare "manuală" trebuie înțeleasă astfel: persoana care face calculul este ajutată de un calculator electronic de bună calitate care să aibă și funcția x^y și de niște tabele sau diagrame.

Satisfacerea unei asemenea cerințe s-a urmărit prin metoda elaborată și a fost posibilă datorită următoarelor particularități ale modelului matematic:

- Activitățile și funcțiile de utilitate asociate se includ succesiv una pe alta.

- La o activitate se întrebuintează numai două resurse și zero altele.

- Suma proporțiilor sorturilor folosite la o activitate este egală cu o valoare de referință.

- Valoarea de referință la ultima activitate este egală cu 1. Plecînd de la aceste observații s-a scris funcția obiectiv

(3.48) sub forma:

$$\begin{cases} (\rho'_{g2} \cdot x_2^{E_2} + \rho'_{g4} \cdot x_4^{E_4}) = \max \rho_g \text{ III} & (3.67) \\ \text{sl. } x_2 + x_4 = 1 & (3.68) \\ 0 \leq x_2, x_4 \leq 1 & (3.69) \end{cases}$$

Dacă privim relația (3.67) se poate observa că ea reprezintă funcția de utilitate a ultimei activități, cea de a 3-a și în același timp reprezintă și funcția obiectiv întrucât în ρ'_{g2} sînt incluse celelalte activități cu funcțiile de utilitate aferente.

Căutarea proporțiilor de sorturi x_4 și x_2 (sort compus) care maximizează relația (3.67) reprezintă obținerea unei soluții căutate x_4 .

Pentru a putea rezolva problema trebuie calculate mărimile ρ'_2 și ρ'_{g2} .

ρ'_2 se calculează conform relației (3.63).

Ținînd cont de relația (3.8)

$$\rho'_{g2} = KAG'_2 \cdot \rho'_{a2} \quad (3.70)$$

unde

ρ'_{a2} se calculează conform (3.65),

iar pe baza relației (3.6) vom avea

$$KAG'_2 = 1 - VGOL'_2 \quad (3.71)$$

unde $VGOL'_2$ va rezulta din relațiile (3.18) sau (3.19) sau altele asemănătoare care descriu familia de curbe a funcției $VGOL = f(AK)$ pentru diferite ϕ_{\max} al sortului de agregate. Vom putea scrie

$$VGOL'_2 = f(AK'_2) \quad (3.72)$$

unde

$$AK'_2 = \overline{AK}_{\text{pornire}} \cdot \rho'_{a2} \quad (3.73)$$

Dacă urmărim fig. 3.5 se poate constata că pentru orice $\overline{AK}_{\text{pornire}}$ corespunde un $VGOL$, dar $VGOL_{\min}$ are corespunzător un singur AK_{optim} . Se va putea porni în principiu cu

$$\overline{AK}_{\text{pornire}} = AK_{\text{opt}} \quad (3.74)$$

dar acest lucru nu înseamnă că în final amestecul din sorturile de agregate date inițial, cu caracteristicile ρ_{g_j} , ρ_{a_j} și AK_j , vor atinge un $VGOL_{\min}$ corespunzător lui AK_{opt} din fig. 3.5. De alegerea fericită sau mai puțin fericită a lui $\overline{AK}_{\text{pornire}}$ depinde numărul de etape ale procesului de optimizare. La sfîrșitul capitolului se vor face recomandări privind acest aspect.

Dacă revenim la relația (3.73) observăm că, chiar dacă am por-

ait cu $\overline{AK}_{\text{pornire}} = AK_{\text{opt}}$ vom obține pentru AK_2' o valoare careia îi corespunde în diagrama $VGOL = f(AK)$, fig.3.5, un volum de goluri mult mai mare. Interpretarea fizică a acestui $VGOL_2'$ este următoarea: $VGOL_2'$ este volumul de goluri al amestecului din 4 sorturi de agregate din care s-a extras sortul 4 dar așezarea spațială inițială a amestecului rămâne nemiscată sau altfel definită: este volumul de goluri (fictiv) al amestecului din primele trei sorturi, dar care ține cont și de prezența virtuală a sortului 4.

Cu acest $VGOL_2'$ se va putea calcula conform relației (3.71) KAG_2' și apoi cu relația (3.70) ρ'_{g_2} .

Calculul pentru găsirea lui x_2' și x_4 care maximizează pe $\rho_{g_{III}}$ se poate face într-un tabelou pe care îl vom numi "TABELOUL III" al cărui cap rezolvă operațiile cerute de relația (3.67), dar care are minim 3 coloane pentru x_2' , x_4 și $\rho_{g_{III}}$.

Se vor alege valori discretizate, la început cu pasul 0,1, pentru x_2' și x_4 (de exemplu 0,5 și 0,5) se calculează $\rho_{g_{III}}$. Apoi (de ex. 0,6 și 0,4) și din nou se calculează $\rho_{g_{III}}$, dacă acesta crește valoarea se continuă cu căutarea în această direcție (adică 0,7 și 0,3; 0,8 și 0,2 etc.). Dacă $\rho_{g_{III}}$ scade, se caută în sens invers (ex. 0,4 și 0,6; 0,3 și 0,7 etc.). Când în una din direcții, $\rho_{g_{III}}$ succesiv crește și la un moment dat, această creștere încetează între două ρ_g consecutive, maximum lui ρ_g se va căuta cu pasul 0,01 în intervalul celor două valori consecutive. La un moment dat se va găsi o pereche de valori x_2' și x_4 , pentru care $\rho_{g_{III}}$ este maxim.

Din moment ce x_4 este cunoscut se va scrie funcția de utilitate asociată activității 2, sub forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\rho'_{g_1} \cdot x_1^{a_1} + \rho_{g_3} \cdot x_3^{a_3}) = \max \rho_{g_{III}} \\ \text{supus la} \end{array} \right. \quad (3.75)$$

$$x_1 + x_3 = x_2' \quad (3.76)$$

$$0 \leq x_1, x_3 \leq x_2' \quad (3.77)$$

În relația (3.75) trebuie calculată valoarea lui K_1' și a lui ρ'_{g_1} . Pentru K_1' se va folosi relația (3.62).

Pe baza relației (3.8) se va scrie

$$\rho'_{g_1} = KAG_1' \cdot \rho'_{a_1} \quad (3.78)$$

unde

ρ'_{a_1} se calculează conform relației (3.64)

iar pe baza relației (3.6) vom avea

$$KAG'_1 = 1 - VGOL'_1 \quad (3.79)$$

Pentru $VGOL'_1$ se vor folosi ecuații de regresie $VGOL = f(AK)$ care descriu familia de curbe pentru diferite ϕ_{max} al sortului de agregate. Dacă amestecul din 4 sorturi are de exemplu $\phi_{max} = 31$ mm atunci este utilizabilă ecuația (3.19). Astfel

$$VGOL'_1 = f(AK'_1) \quad (3.80)$$

unde

$$AK'_1 = \overline{AK}_{pomiare} (\rho'_{a_1} + \rho'_{a_2}) \quad (3.81)$$

Pentru AK'_1 obținut din relația (3.81), corespunde din fig.3.5 un $VGOL'_1$ a cărei interpretare fizică este următoarea: $VGOL'_1$ este volumul de goluri al amestecului din 4 sorturi de agregate din care s-au extras sortul 4 și 3, dar structura spațială inițială a amestecului rămâne nemiscată.

Cu acest $VGOL'_1$ se va calcula KAG'_1 cu relația (3.79) cu care se obține ρ'_{a_1} din relația (3.78).

Calculul pentru găsirea lui x'_1 și x'_2 se va face în TABLOUL II care conține operațiile necesare din relația (3.75). Modul de alocare a valorilor pentru x'_1 și x'_2 trebuie să aibă în vedere restricția (3.76) și (3.77) iar ca procedură este similară cu cea din TABLOUL III.

În continuare se va scrie funcția de utilitate pentru activitatea 1 sub forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\rho_{a_1} \cdot x_1^{E_1} + \rho_{a_2} \cdot x_2^{E_2}) = \max \rho_{a_1} \quad (3.82) \\ \text{supus la} \end{array} \right.$$

$$x_1 + x_2 = x'_1 \quad (3.83)$$

$$0 \leq x_1, x_2 \leq x'_1 \quad (3.84)$$

unde toate elementele sînt cunoscute. Valorile x_1 și x_2 se obțin din TABLOUL I. Astfel a fost obținut setul de necunoscute $x_1 \dots x_4$ care reprezintă proporțiile căutate în etapa 1 de optimizare și a căror sumă trebuie să fie egală cu 1. Se face precizarea că valorile $\rho_{a_{III}}$, $\rho_{a_{II}}$ și ρ_{a_I} nu sînt interesante ca valoare absolută, ele reprezintă valori intermediare ale etapei de optimizare.

Cu valorile $x_1 \dots x_4$ se intră în funcția obiectiv (3.48) și se va obține densitatea în grămadă a amestecului \bar{p}_g din cele 4 sorturi de agregate în etapa 1 de optimizare.

Se va calcula în continuare \bar{A}^1 = apa caracteristică a amestecului din proporțiile obținute ca o medie ponderată a apei caracteristice a sorturilor individuale față de aceste proporții după relația

$$\bar{A}^1 = \frac{AK_1 \cdot x_1 + AK_2 \cdot x_2 + AK_3 \cdot x_3 + AK_4 \cdot x_4}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4} \quad (3.85)$$

Etapa 2

În această etapă $\bar{A}^{\text{pornire}} = \bar{A}^1$ și se repetă calculul obținându-se un nou set de valori $x_1 \dots x_4$, cu care se va obține \bar{p}_g din relația (3.48).

Se va calcula \bar{A}^2 cu noul set de proporții după relația (3.85).

Etapa 3

Acum $\bar{A}^{\text{pornire}} = \bar{A}^2$ și se repetă procesul de calcul rezultând un nou set de valori $x_1 \dots x_4$ cu care rezultă \bar{p}_g și \bar{A}^3 . Dacă diferența:

$$|\bar{p}_g - \bar{p}_g| < \varepsilon \quad (3.86)$$

este satisfăcută, unde ε poate fi impus de la început, procesul de optimizare încetează, dacă nu, se continuă cu alte etape pînă la satisfacerea relației (3.86).

3.4.3. Aspecte de calcul în cazul cînd agregatele la dispoziție conțin levigabile

Apa caracteristică proprie fiecărui sort de agregat se obține din determinările standard, descrise în [100] pe eșantioane de probe spălate în prealabil. De regulă agregatele au părți levigabile, procentul de levigabile se stabilește după STAS 4606-80 și 1676-76. Pentru diferite procente de levigabile au fost stabiliți coeficienți de corecție ai apei caracteristice și au fost adoptați din lucrarea [99] și evidențiați în tabelul 3.8.

Tabelul 3.8

Coefficient	Procente levigabile	1	2 %	3 %
L	pentru nisip	1,0	1,12	1,23

Coeficientul L va afecta exponentul sortului cel mai fin E_1 astfel:

$$E_1 = \frac{\hat{E}_1}{L} \quad (3.87)$$

unde \hat{E} este de fapt exponentul calculat conform relației (3.58)

$$\hat{E}_1 = \frac{g_1}{a_1(1 + AK_1)} \quad (3.88)$$

Prin noua valoare E_1 , efectul lui L se va resimți în toate relațiile unde apare E_1 adică la exponenții sorturilor compuse E_1', E_2', \dots , pe baza relațiilor (3.62) și (3.63). Efectul acestor părți levigabile la nivelul unor amestecuri de sorturi granulare uscate este de colmatare, deci intructiva favorabil.

3.4.4. Exemple de calcul

3.4.4.1. Amestec optic cu 3 sorturi fără părți levigabile

Datele inițiale ale sorturilor obținute cu aparatul FINT sînt cele precizate în tabelul 3.9.

Tabelul 3.9

Nr. sort	$\phi - \phi$	ρ_{g_j}	ρ_{a_j}	AK_j
1	0 - 1	1,69	2,7	0,122
2	1 - 3	1,72	2,66	0,055
3	3 - 7	1,61	2,648	0,032

Modelul matematic se va scrie pentru cazul a 3 sorturi și intruct nu sînt părți levigabile, precizările de la punctul 3.4.3 nu se iau în considerare.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\underbrace{(\rho_{g_1} \cdot x_1^{E_1} + \rho_{g_2} \cdot x_2^{E_2})}_{\rho'_{a_1}} \cdot x_1^{E_1'} + \rho_{g_3} \cdot x_3^{E_3} \right] = \max \rho_g \quad (3.89) \\ \text{supus la} \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \quad (3.90) \\ 0 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1 \quad (3.91) \end{array} \right.$$

Se vor calcula exponenții cu relațiile de tip (3.58)

$$E_1 = \frac{\rho_{g_1}}{\rho_{a_1}(1 + AK_1)} = \frac{1,69}{2,7(1 + 0,122)} = 0,5578662; \quad E_2 = 0,6129066; \quad E_3 = 0,5891531$$

$$E_1' = \frac{E_1 + E_2}{2} = 0,5853864; \quad \rho'_{a_1} = \frac{\rho_{a_1} + \rho_{a_2}}{2} = 2,68$$

Se poate observa că avem 3 sorturi inițiale plus 1 sort compus care vor fi folosite în două activități deci în fiecare etapă vor fi două TABLOURI de calculat.

Ne impunem un $\epsilon = 0,01$.

Etapa 1

Se va incepe cu ultima activitate, adica a 2-a pentru care se scrie:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\rho'_{g_1} \cdot x_1^{E_1} + \rho_{g_3} \cdot x_3^{E_3}) = \max \rho_{g_{II}} \\ \text{supus la} \\ x_1' + x_3 = 1 \\ 0 \leq x_1', x_3 \leq 1 \end{array} \right.$$

Pentru calculul lui ρ'_{g_1} se vor folosi relațiile

$$\rho'_{g_1} = KAG_1' \cdot \rho'_{a_1}, \quad KAG_1' = 1 - VGOL_1'$$

$$VGOL_1' = f(AK_1') \text{ din fig.3.5 sau tabelul 3.1 sau ec.(3.18)}$$

$$AK_1' = \overline{AK}_{\text{pornire}} \cdot \rho'_{a_1}$$

Se va considera $\overline{AK}_{\text{pornire}} = 0,0547$

$$AK_1' = 0,0547 \cdot 2,68 = 0,1466268$$

Din fig.3.5 se va citi pentru $AK_1' = 0,1466268$ un $VGOL_1' = 0,4065$

$$KAG_1' = 1 - 0,4065 = 0,5935, \quad \rho'_{g_1} = 0,5935 \cdot 2,68 = 1,59058$$

Se scrie funcția obiectiv (activitatea 2-a) cu valori numerice

$$(1,59058 \cdot x_1^{0,5853864} + 1,61 \cdot x_3^{0,5891531}) = \max \rho_{g_{II}}$$

TABLOUL II $x_1' + x_3 = 1$

x_1'	x_3	$\rho_{g_{II}}$
0,51	0,49	2,1299926
0,52	0,48	2,1294833
0,50	0,50	2,1302952
0,49	0,51	2,1303914
0,48	0,52	2,1302807

Se constată că $\rho_{g_{II}}$ a scăzut, deci vom continua în sens invers

$$\leftarrow \max \begin{array}{l} x_1' = 0,49 \\ x_3 = 0,51 \end{array}$$

Se va scrie în continuare funcția de utilitate a activității 1.

$$\left\{ \begin{array}{l} (\rho_{g_1} \cdot x_1^{E_1} + \rho_{g_2} \cdot x_2^{E_2}) = \max \rho_{g_I} \\ \text{supus la} \\ x_1 + x_2 = x_1' \\ 0 \leq x_1, x_2 \leq x_1' \end{array} \right.$$

Numeric von area

$$(1,69 \cdot x_1^{0,5578662} + 1,72 \cdot x_2^{0,6129066}) = \max \varphi_{g_I}$$

TABLOUL I $x_1 + x_2 = x_1'$

x_1	x_2	φ_{g_I}
0,22	0,27	1,4971007
0,23	0,26	1,4977062
0,24	0,25	1,4976999
0,234	0,256	1,4977766
0,2348	0,2552	1,4977790
0,2349	0,2551	1,4977791
0,235	0,255	1,4977790

← max

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,2349 \\ x_2 &= 0,2551 \\ x_3 &= 0,51 \end{aligned}$$

$$\Sigma = 1,000$$

Proportțiile x_1, x_2, x_3 se vor înlocui în funcția obiectiv (3.89) și astfel pentru etapa 1 vom obține $\bar{\varphi}_g = 2,0692695 \text{ kg/dm}^3$.

Se va calcula \overline{AK}

$$\overline{AK} = \frac{0,2349 \cdot 0,122 + 0,2551 \cdot 0,055 + 0,51 \cdot 0,032}{0,2349 + 0,2551 + 0,51} = 0,0590083$$

Etapa 2

Acum $\overline{AK}_{\text{pornire}} = \overline{AK} = 0,0590083$; $AK_1' = \overline{AK}_{\text{pornire}} \cdot \varphi_{a_1}'$

$AK_1' = 0,0590083 \cdot 2,68 = 0,1581422$; $VGOL_1' = f(AK_1')$ din fig.3.5 $VGOL_1' = 0,42$

$KAG_1' = 1 - 0,42 = 0,58$; $\varphi_{g_1}' = 0,58 \cdot 2,68 = 1,5544$

Se scrie funcția de utilitate pentru activitatea 2-a.

$$(1,5544 \cdot x_1^{0,5853864} + 1,61 \cdot x_3^{0,5891531}) = \max \varphi_{g_{II}}$$

TABLOUL II $x_1' + x_3 = 1$

x_1'	x_3	$\varphi_{g_{II}}$
0,47	0,53	2,1067080
0,48	0,52	2,1067373
0,49	0,51	2,106562
0,477	0,523	2,106750
0,476	0,524	2,1067502
0,475	0,525	2,1067433

← max

$$\begin{aligned} x_1' &= 0,476 \\ x_3 &= 0,524 \end{aligned}$$

Funcția de utilitate pentru activitatea 1

$$(1,69 \cdot x_1^{0,5570662} + 1,72 \cdot x_2^{0,6129066}) = \max \varphi_{g_I}$$

TABLOUL I $x_1 + x_2 = 0,476$

x_1	x_2	ρ_{gI}
0,22	0,256	1,4723487
0,225	0,251	1,4725437
0,226	0,248	1,4725844
0,229	0,247	1,4725853
0,23	0,246	1,4725798

← max

$$x_1 = 0,229$$

$$x_2 = 0,247$$

$$x_3 = 0,524$$

$$\Sigma = 1,000$$

Se înlocuiesc proporțiile obținute în funcția obiectiv (3.89) și pentru etapa 2 obținem $\bar{\rho}_g = 2,0537708 \text{ Kg/dm}^3$

$$\bar{AK} = \frac{0,229 \cdot 0,122 + 0,247 \cdot 0,055 + 0,524 \cdot 0,032}{1} = 0,058291$$

etapa 3

$$\bar{AK}_{\text{pornire}} = \bar{AK} = 0,058291 ; AK'_1 = \bar{AK}_{\text{pornire}} \cdot \rho'_{g1} = 0,058291 \cdot 2,68 = 0,1562198$$

$$VGOL'_1 = f(AK'_1) \text{ din fig.3.5; } VGOL'_1 = 0,4185$$

$$KAG'_1 = 1 - 0,4185 = 0,5815 ; \rho'_{g1} = 0,5815 \cdot 2,68 = 1,55842$$

$$(1,55842 \cdot x_1 + 0,5853864 \cdot x_2 + 1,61 \cdot x_3) = \max \rho_{gII}$$

TABLOUL II $x'_1 + x_3 = 1$

x'_1	x_3	ρ_{gII}
0,48	0,52	2,1093533
0,479	0,521	2,1093564
0,478	0,522	2,1093574
0,477	0,523	2,1093564

← max

$$x'_1 = 0,478$$

$$x_3 = 0,522$$

Funcția de utilitate pentru activitatea I numeric va fi de aceeași formă ca în etapa 2 însă restricția va avea forma $x'_1 + x_2 = 0,478$

TABLOUL I

x_1	x_2	ρ_{gI}
0,229	0,249	1,4762024
0,230	0,248	1,4762026
0,231	0,247	1,4761965

← max

$$x_1 = 0,23$$

$$x_2 = 0,248$$

$$x_3 = 0,522$$

$$\Sigma = 1,000$$

Se înlocuiesc proporțiile obținute în funcția obiectiv (3.89) și pentru etapa 3-a obținem $\bar{\rho}_g = 2,0559864 \text{ Kg/dm}^3$

$$\bar{\rho}_g = \frac{0,23 \cdot 0,122 + 0,248 \cdot 0,055 + 0,522 \cdot 0,072}{1} = 0,058404$$

Se verifică diferența după relația (3.86)

$$|\bar{\rho}_g - \bar{\rho}_g| = 0,0022156 < \varepsilon = 0,01$$

Deci, procesul de optimizare încetează.

Din punct de vedere practic un $\varepsilon = 0,01$ echivalează cu o diferență de 10 kg la un metru cub de agregate, ceea ce reprezintă în jur de 0,5 %.

Modul în care procesul de optimizare converge valorile ρ_g către optim este ilustrat în fig. 3.18.

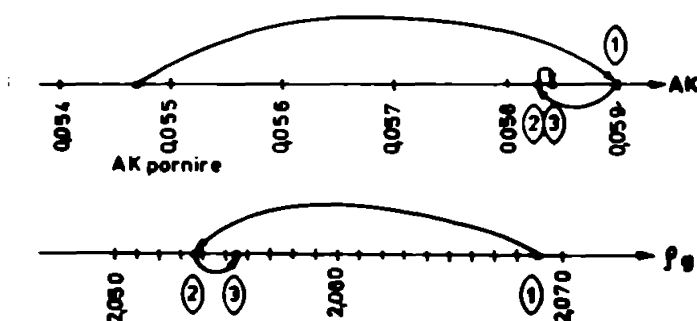


Fig. 3.18

Rezultatele obținute pot fi traduse astfel:

Pentru sorturile de agregate avute la dispoziție se poate realiza un amestec care are densitatea în grămadă maximă de 2,0559664 kg/dm³ un volum de goluri aferent minim de 0,2415 adică 24,15 % și

o apă caracteristică de 0,058404 dm³/kg.

Se poate face și o verificare a rezultatului $\rho_{g \max}$ obținut cu ajutorul diagramei din fig. 3.5 și a relațiilor cunoscute, astfel:

Pentru $AK = 0,058404$ rezultă din fig. 3.5 sau ec. (3.18) un volum de goluri $VGOL = 0,2415$

$$KAG = 1 - VGOL = 1 - 0,2415 = 0,7585$$

$$\rho_{g \max} = KAG \cdot \rho_a = 0,7585 \cdot 2,664 = 2,020644 \text{ kg/dm}^3$$

unde ρ_a se calculează dintr-o relație de tip (3.65).

Dacă avem în vedere că acest amestec este cu $\phi_{\max} = 7 \text{ mm}$, rezultatele cad peste domeniul valorilor experimentale obținute.

3.4.4.2. Amestec optim cu 4 sorturi având părți levigabile

Datele inițiale ale sorturilor obținute cu aparatul INC sînt cele precizate în tabelul 3.10.

Modelul matematic este cel scris în relația (3.48) și întrucît avem părți levigabile într-un procent de 2,9 % pe baza considerațiilor făcute la punctul 3.4.3 s-a calculat prin interpolare din tabelul

Tabelul 3.10

r. sort	$\phi - \phi$	ρ_{g_j}	ρ_{a_j}	A_{r_j}
1	0-2	1,59	2,635	0,113
2	2-5	1,67	2,622	0,034
3	5-10	1,61	2,638	0,033
4	10-31	1,47	2,597	0,025

3.8 coeficientul L obținându-se $L = 1,219$.

Se vor putea calcula exponenții conform relațiilor (3.58)-(3.61) ținând cont de (3.88)

$$\hat{E}_1 = \frac{\rho_{E_1}}{\rho_{a_1}(1 + AK_1)} = \frac{1,69}{2,635(1 + 0,115)} = 0,5762499$$

$$E_1 = \hat{E}_1 \cdot \frac{1}{L} = 0,5762499 \cdot \frac{1}{1,219} = 0,4727234$$

$$E_2 = \frac{\rho_{E_2}}{\rho_{a_2}(1 + AK_2)} = \frac{1,67}{2,622(1 + 0,034)} = 0,6159751$$

$$E_3 = 0,5908139 ; E_4 = 0,5522319$$

Exponenții sorturilor compuse E'_1 și E'_2 vor fi calculați cu relațiile (3.62) și (3.63)

$$E'_1 = \frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{0,4727234 + 0,6159751}{2} = 0,5443492$$

$$E'_2 = \frac{E_1 + E_2 + 2E_3}{4} = 0,5675815$$

În mod similar densitățile aparente ale sorturilor compuse, vor fi:

$$\rho'_{a_1} = \frac{\rho_{a_1} + \rho_{a_2}}{2} = 2,6285$$

$$\rho'_{a_2} = \frac{\rho_{a_1} + \rho_{a_2} + 2\rho_{a_3}}{4} = 2,63325$$

Structura calculului este cea descrisă în detaliu la punctul 3.4.2.2.

Etapa 1

Pentru a 3-a activitate se va scrie funcția de utilitate

$$\left\{ \begin{array}{l} (\rho'_{E_2} \cdot x_2^{E'_2} + \rho_{E_4} \cdot x_4^{E_4}) = \max \rho_{E_{III}} \\ \text{supus la} \\ x_2 + x_4 = 1 \\ 0 \leq x_2, x_4 \leq 1 \end{array} \right.$$

Se va calcula ρ'_{E_2} folosind relațiile (3.70)-(3.74)

$$\rho'_{E_2} = KAG'_2 \cdot \rho'_{a_2} ; KAG'_2 = 1 - VGOL'_2$$

$$VGOL'_2 = f(AK'_2) \text{ din fig.3.5; } AK'_2 = AK_{\text{pornire}} \cdot \rho'_{a_2}$$

Se alege $\overline{AK}_{\text{pornire}} = 0,043$; $AK'_2 = 0,043 \cdot 2,63325 = 0,113335$

$VGOL'_2 = 0,3525$; $KAG'_2 = 1 - 0,3525 = 0,6475$

$\rho'_{g_2} = 0,6475 \cdot 2,63325 = 1,7050294$

$$(1,7050294 \cdot x_2^{0,5675815} + 1,47 \cdot x_4^{0,5522319}) = \max \rho_{g_{III}}$$

TABLOUL III $x'_2 + x_4 = 1$

x'_2	x_4	$\rho_{g_{III}}$
0,55	0,45	2,160237
0,56	0,44	2,1610553
0,57	0,43	2,161658
0,58	0,42	2,1620439
0,59	0,41	2,1622105
0,6	0,4	2,1621561

← max $x'_2 = 0,59$
 $x_4 = 0,41$

Se va scrie functia de utilitate a activitatii a 2-a

$$\left\{ \begin{array}{l} (\rho'_{g_1} \cdot x_1^{E_1} + \rho_{g_3} \cdot x_3^{E_3}) = \max \rho_{g_{II}} \\ \text{supus la} \\ x'_1 + x_3 = x'_2 \\ 0 \leq x_1, x_3 \leq x'_2 \end{array} \right.$$

Se va calcula ρ'_{g_1} cu relatiile (3.76)-(3.61)

$\rho'_{g_1} = KAG'_1 \cdot \rho'_{a_1}$; $KAG'_1 = 1 - VGOL'_1$; $VGOL'_1 = f(AK'_1)$ din fig.3.5

$AK'_1 = \overline{AK}_{\text{pornire}} \cdot (\rho'_{a_1} + \rho'_{a_2})$

$AK'_1 = 0,043 \cdot (2,6285 + 2,63321) = 0,2264657$; $VGOL'_1 = 0,5762$

$KAG'_1 = 1 - 0,5762 = 0,4238$; $\rho'_{g_1} = 0,4238 \cdot 2,6285 = 1,1139583$

Funcția de utilitate scrisă numeric va avea forma

$$(1,1139583 \cdot x_1^{0,5443492} + 1,61 \cdot x_3^{0,5908139}) = \max \rho_{g_{II}}$$

TABLOUL II $x'_1 + x_3 = 0,59$

x'_1	x_3	$\rho_{g_{II}}$
0,169	0,421	1,3889329
0,17	0,42	1,3889383
0,171	0,419	1,3889389
0,172	0,418	1,3889344

← max $x'_1 = 0,171$
 $x_3 = 0,419$

Funcția de utilitate pentru activitatea 1 va fi:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\rho_{g1} \cdot x_1^{E1} + \rho_{g2} \cdot x_2^{E2}) = \max \rho_{gI} \\ \text{supus la} \\ x_1 + x_2 = x_1' \\ 0 \leq x_1, x_2 \leq x_1' \end{array} \right.$$

Toate elementele sînt cunoscute, deci numeric vom avea

$$(1,69 \cdot x_1^{0,4727234} + 1,67 \cdot x_2^{0,6159751}) = \max \rho_{gI}$$

TABLEUL I $x_1 + x_2 = 0,171$

x_1	x_2	ρ_{gI}
0,09	0,081	0,8965341
0,093	0,078	0,89683159
0,094	0,077	0,89687190
0,095	0,076	0,89688307
0,096	0,075	0,89686484

← max

$$\begin{array}{l} x_1 = 0,095 \\ x_2 = 0,076 \\ x_3 = 0,419 \\ x_4 = 0,41 \\ \hline \Sigma = 1,000 \end{array}$$

Inlocuind aceste proporții în funcția obiectiv (3.48) obținem

$$\bar{\rho}_g = 1,8663998 \text{ kg/dm}^3$$

\bar{AK} rezulta pe baza relației (3.85)

$$\bar{AK} = \frac{0,113 \cdot 0,095 + 0,034 \cdot 0,076 + 0,033 \cdot 0,419 + 0,025 \cdot 0,41}{1} = 0,037396$$

Acest \bar{AK} îl vom adopta \bar{AK} pornire în etapa 2.

Etapa 2

$$AK_2' = \bar{AK} \text{ pornire} \cdot \rho_{a2}' = 0,037396 \cdot 2,63325 = 0,098473$$

$$VOL_2' = 0,3175 ; \quad KAG_2' = 1 - 0,3175 = 0,6825$$

$$\rho_{g2}' = 0,6825 \cdot 2,63325 = 1,7971931$$

$$(1,7971931 \cdot x_2^{0,5675815} + 1,47 \cdot x_4^{0,5522319}) = \max \rho_{gIII}$$

TABLEUL III $x_2' + x_4 = 1$

x_2'	x_4	ρ_{gIII}
0,6	0,4	2,2311234
0,61	0,39	2,231495
0,62	0,38	2,231635
0,63	0,37	2,2315399

← max

$$\begin{array}{l} x_2' = 0,62 \\ x_4 = 0,38 \end{array}$$

$$\Delta K'_1 = \overline{AK}_{\text{pornire}} \cdot (\rho'_{a_2} + \rho'_{a_1}) = 0,037396 \cdot (2,63325 + 2,6285)$$

$$\Delta K'_1 = 0,1967684 ; \text{VGOL}'_1 = 0,5365 ; \text{KAG}'_1 = 1 - 0,5365 = 0,4635$$

$$\rho'_{g_1} = 0,4635 \cdot 2,6285 = 1,2183098$$

$$(1,2183098 \cdot x'_1 \cdot 0,5443492 + 1,51 \cdot x'_3 \cdot 0,5908139) = \max \rho_{g_{II}}$$

TABLOUL II $x'_1 + x'_3 = 0,62$

x'_1	x'_3	$\rho_{g_{II}}$
0,2	0,42	1,4716642
0,21	0,41	1,4716859
0,209	0,411	1,4717034
0,206	0,414	1,4717297
0,205	0,415	1,4717298
0,204	0,416	1,4717255

$$\begin{aligned} \leftarrow \max \quad & x'_1 = 0,205 \\ & x'_3 = 0,415 \end{aligned}$$

Funcția de utilitate la activitatea 1 este identică numeric cu cea de la etapa 1, avînd restricția $x_1 + x_2 = 0,205$

TABLOUL I

x_1	x_2	ρ_{g_I}
0,1	0,105	0,98573804
0,11	0,095	0,98705238
0,12	0,085	0,98610722

$\leftarrow \max$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,11 \\ x_2 &= 0,095 \\ x_3 &= 0,415 \\ x_4 &= 0,38 \end{aligned}$$

$$\underline{\Sigma = 1,000}$$

Încercînd toate proporțiile în funcția obiectiv (3.48) obținem

$$\overline{\rho}_g = 1,9091046 \text{ kg/dm}^3$$

$$\overline{AK} = \frac{0,113 \cdot 0,11 + 0,034 \cdot 0,095 + 0,033 \cdot 0,415 + 0,025 \cdot 0,38}{1} = 0,038855$$

Etapa 3

$$\Delta K'_2 = \overline{AK}_{\text{pornire}} \cdot \rho'_{a_2} = 0,038855 \cdot 2,63325 = 0,1023149$$

$$\text{VGOL}'_2 = 0,329 ; \text{KAG}'_2 = 1 - 0,329 = 0,671$$

$$\rho'_{g_2} = 0,671 \cdot 2,63325 = 1,7669108$$

$$(1,7669108 \cdot x'_2 \cdot 0,5675815 + 1,47 \cdot x'_4 \cdot 0,5522319) = \max \rho_{g_{III}}$$

TABLOUL III $x_2' + x_4 = 1$

x_2'	x_4	ρ_{III}
0,61	0,39	2,2086208
0,615	0,385	2,2086137
0,613	0,387	2,2086235
0,612	0,388	2,2086248
0,611	0,389	2,2086240

← MAX

$$\begin{aligned} x_2' &= 0,612 \\ x_4 &= 0,388 \end{aligned}$$

$$AK_1' = AK_{\text{pornire}} \cdot (\rho_{a_2}' + \rho_{a_1}') = 0,038855 \cdot (2,63325 + 2,6285)$$

$$AK_1' = 0,2044453 ; \text{VGOL}_1' = 0,5475 ; \text{KAG}_1' = 1 - 0,5475 = 0,4525$$

$$\rho_{\text{III}}' = 0,4525 \cdot 2,6285 = 1,1893963$$

$$(1,1893963 \cdot x_1^{0,5443492} + 1,61 \cdot x_3^{0,5908139}) = \text{MAX } \rho_{\text{III}}$$

TABLOUL II $x_1' + x_3 = 0,612$

x_1'	x_3	ρ_{II}
0,19	0,422	1,4486975
0,195	0,417	1,44877
0,196	0,416	1,4487708
0,197	0,415	1,4487671

← MAX

$$\begin{aligned} x_1' &= 0,196 \\ x_3 &= 0,416 \end{aligned}$$

Activitatea 1 va păstra forma numerică a funcției de utilitate neschimbata față de etapele precedente, iar restricția $x_1 + x_2 = x_1'$

TABLOUL I $x_1 + x_2 = 0,196$

x_1	x_2	ρ_{I}
0,09	0,106	0,96052905
0,1	0,096	0,96336154
0,11	0,086	0,96375591
0,12	0,076	0,96173784

← MAX

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,11 \\ x_2 &= 0,086 \\ x_3 &= 0,416 \\ x_4 &= 0,388 \end{aligned}$$

$$\Sigma = 1,000$$

Inlocuind noile proporții în funcția obiectiv (3.48) obținem $\rho_g = 1,8975392 \text{ Kg/dm}^3$

$$AK = \frac{0,113 \cdot 0,11 + 0,034 \cdot 0,086 + 0,033 \cdot 0,416 + 0,025 \cdot 0,388}{1} = 0,038782$$

Verificare: pentru AK rezultă VGOL = 0,26 ; KAG = 1 - 0,26 = 0,74

$$\rho_{g \max} = 0,74 \cdot 2,615125 = 1,9351925 \text{ Kg/dm}^3$$

$$|\bar{\rho}_g - \bar{\rho}_g| = 1,8975392 - 1,9091046 = 0,0115653 \approx \varepsilon = 0,01$$

Procesul de optimizare incetează.

Procesul de optimizare parcurs este ilustrat în fig.3.19.

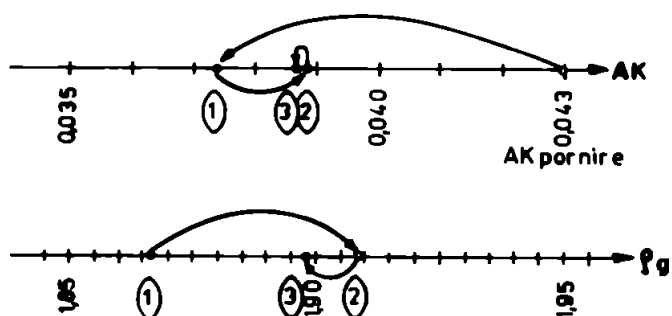


Fig. 3.19

Din agregatele avute la dispoziție avind levigabile 2,9 % se poate realiza un amestec cu densitatea în grămadă maximă de $1,8975392 \text{ Kg/dm}^3$ care va avea un volum minim de goluri de 26 % și o apă caracteristică de $0,038782 \text{ dm}^3/\text{Kg}$. Aceste rezultate pentru un $\phi_{\max} = 31 \text{ mm}$ concordă cu plaja valorilor experimentale.

3.4.5. Recomandări privind convergența procesului de optimizare

La punctul 3.4.2.2, s-a precizat că alegerea lui AK_{pornire} influențează procesul de optimizare prin numărul de etape care trebuie parcurs. Această alegere este influențată și de ϕ_{\max} al sorturilor considerate la amestec.

1. Dacă ϕ_{\max} este pînă la 7 mm foarte probabil că AK care rezultă în final va avea o valoare superioară lui AK_{optim} și atunci este recomandabil ca AK_{pornire} să fie ales o valoare egală cu AK_{optim} corespunzător pentru ϕ_{\max} al sorturilor considerate la amestec, sau o valoare superioară acestuia cu 10 - 15 %.

2. Dacă ϕ_{\max} este mai mare de 7 mm foarte probabil că AK_{final} va avea o valoare mai mică decît AK_{optim} corespunzător acestui ϕ_{\max} (vezi fig.3.5). În acest caz pentru AK_{pornire} este recomandabil să fie aleasă o valoare mai mică decît AK_{optim} dar nu mai mică de 0,03.

3. Calculul exponenților și a celorlalte mărimi, chiar intermediare, este recomandabil să fie efectuat cu toate zecimalele pe care le oferă calculatorul de buzunar (de regulă 7), iar în cazul unui program de calcul automat să se lucreze cu dublă precizie întrucît modelul este sensibil din acest punct de vedere. În cazul unui calcul grosolan cu puține zecimale convergența procesului poate să scadă, crescînd numărul etapelor de optimizare.

4. În cadrul TABLOUREILOR, primei etape discretizarea valori-

lor care se alocă, nu este obligator să fie făcută pînă la două sau trei zecimale. În etapa 2 și următoarele etape discretizarea este bine să fie mai fină pentru a nu lungi procesul de optimizare. Însă, o discretizare fină chiar din prima etapă este favorabilă convergenței.

5. În cazul unor sorturi de agregate fără levigabile, convergența procesului de optimizare este mai mare.

3.5. Concluzii

În formularea concluziilor se va pleca de la scopul propus inițial și răspunsul modelului conceput. Scopul a fost ca pentru anumite agregate obișnuite pe un șantier sau într-o stație de betoane, să se poată stabili care sînt proporțiile de amestec care prezintă densitatea în grămadă maximă, respectiv volumul de goluri minim, puncte de referință în alcătuirea unor proporții de componente adecvate realizării unui beton cu performanțele cele mai bune, în condiții de consum economic de liant.

Pentru problema formulată ca mai sus, modelul matematic conceput, răspunde bine și descrie fenomenul fizic al realizării amestecului în mod corespunzător.

Dintre sorturile de agregate avute la dispoziție poate lipsi o anumită fracțiune sau fracțiuni, deci din punct de vedere al unei analize granulometrice poate fi o granulometrie discontinuă, modelul acceptă sorturile așa cum sînt și oferă densitate maximă și volum de goluri minim în aceste condiții. Deci, nu se urmărește realizarea unui amestec granular prin combinarea unei game continue de sorturi care să dea o densitate maximă tehnic realizabilă; acest aspect a fost studiat în literatură de Fueller și se arată în 66 că astfel de amestecuri rezultă rugoase și cu o lucrabilitate slabă pentru beton. Datele inițiale proprii fiecărui sort de agregat sînt caracteristici fundamentale ale acestora, iar modelul lucrează exclusiv cu aceste mărimi.

Aceste mărimi țin seama, după cum rezulta, de următoarele:

1. Densitatea în grămadă a sortului ρ_{d_j} ține seama de
 - mărimea granulei
 - forma granulei
2. Densitatea aparentă ρ_a ține seama de:
 - natura și roca de proveniență a agregatului
3. Apa caracteristică AK_j ține seama de:
 - suprafața specifică în dependență de mărimea și forma granulelor;

- Natura suprafeței granulei și rugozitatea ei;
- Absorbția de apă imediată;
- Conținutul de agregate sparte;
- Capacitatea de reținere a apei de către agregate;
- Apa caracteristică este corelată cu volumul minim de goluri al amestecului de sorturi de agregate.

Aceste caracteristici proprii fiecărui sort pot fi determinate deodată și în condiții bune de reproductibilitate chiar la șantier cu aparatul PINT.

Modelul nu impune restricții speciale privind datele inițiale, singura pretenție, de altfel comună, ca la recoltarea eșantioanelor de agregate pentru determinările cu aparatul PINT, să se procedeze cu acuratețe, conform standardului, pentru ca aceste eșantioane să fie reprezentative pentru toată masa agregatelor.

Modelul oferă proporțiile pentru toate sorturile considerate în amestec, nu numai pentru grupa nisip și grupa pietriș, cum rezultă la multe metode discutate la punctul 3.1.

Din punct de vedere matematic, elaborarea modelului a condus la deducerea ecuației fundamentale de recurență în programarea dinamică, particularizată pentru problema amestecurilor granulare, bazat pe principiul optimalității a lui Bellman.

Rezolvarea problemei cu metoda "manuală" concepută și descrisă la punctul 3.4, reprezintă de fapt îmbinarea a două proceduri de optimizare:

- O procedură este prin programare dinamică în cadrul unei etape obținându-se proporțiile optime pentru această etapă.

- O a doua procedură este cea bazată pe legea de corelație $VGOL = f(AK)$ dedusă la punctul 3.2.2, care se parcurge etapă cu etapă, îmbunătățind mereu datele de intrare (AK_{pornire}).

Privind convergența optimizării se poate spune că este satisfăcătoare, iar în cazul că nu sînt părți levigabile în agregat este mai rapidă. Tot favorabil este influențată convergența de un calcul precis cu multe seciniale, modelul fiind sensibil la acest aspect.

Granulositatea agregatelor departajată prin setul de site și ciururi standardizate la noi, are cel mai favorabil efect asupra densității $\rho_{g \max}$ pentru $\phi_{\max} = 7$ mm. Sub 7 mm și peste 7 mm efectul este mai puțin favorabil, rezultînd $\rho_{g \max}$ mai mici și volume de goluri mai mari. Acest aspect a fost confirmat și de rezultatele exemplilor de calcul rezolvate.

Prinul exemplu avea $\phi_{\max} = 7$ mm și a rezultat un $\rho_{g \max} = 2,0559864 \text{ Kg/dm}^3$, iar al doilea exemplu de calcul avea $\phi_{\max} = 31$ mm și a rezultat $\rho_{g \max} = 1,6975392 \text{ Kg/dm}^3$.

În ceea ce privește valorile absolute ale densităților în grămadă obținute atât din programul experimental cât și din exemplele de calcul, se poate afirma că sînt comparabile între ele; deasemni sînt comparabile cu valorile întîlnite în literatura de specialitate.

3.6. Domenii posibile de utilizare a modelului matematic al densității în grămadă maximă

Utilizarea modelului se recomandă la pregătirea compoziției granulare a agregatelor la niște sorturi date pentru betoane cu diverse destinații la diverse tipuri de lucrări de construcții.

Pe lângă pregătirea compoziției granulare a agregatelor pentru betoane modelul ar putea fi util și la îmbunătățirea granulometriei materialelor folosite la consolidarea terasamentelor drumurilor sau a unor straturi din fundația acestora.

Un domeniu unde se întrevede o posibilă utilizare ar fi industria ceramicii unde se realizează amestecuri granulare de diverse fracțiuni, deasemni în industria metalurgică la amestecurile de formare în turnătorii.

Un alt domeniu de utilizare posibil ar fi domeniul alimentărilor cu apă, la realizarea filtrelor din materiale granulare. În acest caz trebuie corelată capacitatea de filtrație cu densitatea respectiv cu volumul de goluri.

Cap.4. MODEL MATEMATIC FIZICO-STRUCTURAL AL REZISTENȚEI BETONULUI DE CIMENT

4.1. Problematika aspectului fizico-structural în abordarea studiului rezistenței betonului

Prognostica rezistenței betonului este o problemă centrală în ansamblul aspectelor cercetate al acestui semifabricat, iar căutările privind asigurarea unei performanțe corespunzătoare în anumite condiții date pentru această rezistență, pot fi delimitate în trei categorii:

- o categorie marcată de relații în jurul legii raportului apă-ciment,
- o categorie a modelelor statistice,
- o categorie a modelelor fizico-structurale.

În cadrul categoriei relațiilor care țin seama de raportul apă-ciment există o serie de formule care se deosebesc între ele prin modul în care dependența de raportul A/C se completează și cu alți factori. Astfel, încă din 1892 Feret introduce în relația lui un coeficient care depindea de calitatea cimentului, de condițiile de pregătire și întărire a betonului. În 1918 Abrams scrie relația rezistenței betonului explicit în funcție de raportul A/C și rezistența cimentului. O relație similară este dată de Baltz [93]. În relațiile stabilite de Bolomey-Borantsev se ține seama de raportul A/C, rezistența cimentului, gradul de compactare prin volumul aerului ocus și natura agregatelor. Bojenov [17] oferă relații care țin seama și de calitatea agregatelor prin coeficienții care sînt în funcție la rîndul lor și de raportul C/A.

În toate aceste relații nu se desvăluie esența fizică a legităților de bază care determină rezistența betonului. Aceste relații dau valori cu abateri de pînă la 30% [90] mai ales în afara intervalului pentru raportul A/C cuprins între 0,4 și 0,7 [93] unde nu au o variație liniară. Deaceiași coeficienții care țin seama de comportarea agregatelor s-au dovedit a nu fi constanți și variază cu compactitatea betonului și natura agregatelor [82]. Deci, relațiile pentru legea raportului apă-ciment pot fi considerate ca valabile numai dacă materialele au calități constante, sînt puse în operă în aceleași condiții de compactare, au aceeași consistență și sînt păstrate în aceleași condiții de întărire.

Modelele statistice, din a doua categorie, oferă ecuații de regresie care sînt niște modele matematice multifactoriale. Aici apare însă impedimentul computațional în cazul cînd numărul de factori luați în considerare crește, volumul de calcule crește exponențial. Aceste modele prezintă însă interes la dezvăluirea influențelor diferiților factori atunci cînd condițiile, arătate mai sus, privind valabilitatea legii raportului A/C, sînt încălcate.

Din categoria a treia de modele fac parte relații care exprimă rezistența betonului în funcție de parametri structurali și raportul A/C cum sînt cele ale lui Ahverdov citat în [28] care consideră că poziția spațială a centrilor de cristalizare ale nucleelor de ciment este în funcție de cantitatea de apă din pasta de ciment la începutul prizei. Vecledov-Petrosian citat în [93] condiționează rezistența betonului de aderența reciprocă a pietrei de ciment și a agregatului. Feret și Powers ambii citați în [66] [93] consideră rezistența betonului în funcție de compactitatea pietrei de ciment și oferă relații de forma

$$R_b = k \left[\frac{VC}{VC + A + a} \right]^2 \quad (\text{Feret}) \quad (4.1)$$

$$R_b = R_0 \cdot X^n \quad (\text{Powers}) \quad (4.2)$$

unde

R_b = rezistența betonului

k = coeficient în funcție de calitatea cimentului, condițiile de întărire, durata de întărire

VC = volumul cimentului

A = volumul apei

a = volumul de aer

R_0 = rezistența gelului de ciment cînd porozitatea capilară este egală cu zero (234-310) N/mm²

n = exponent cu valoarea între 2,6 și 3

X = raportul gel/spațiu avînd relația

$$X = \frac{\text{volumul de gel}}{\text{volumul de gel} + \text{volumul porilor capilari}}$$

Între cele două relații este doar deosebirea că în relația lui Powers raportul se face cu volumul de ciment hidratat (deci este variabilă pentru orice vîrstă) [66] iar în relația lui Feret raportul se face cu volumul total de ciment. Powers [108] a propus pentru rezistența pietrei de ciment formula:

$$R_{pc} = 3100 v_T^{2,7} \quad (4.3)$$

unde

R_{pc} = rezistența pietrei de ciment

v_T = volumul absolut al materialului rigid constând din produse de hidratare a cimentului și granule de ciment rămase nehidratate integral.

Popovics [71] oferă două relații asemănătoare relației lui Fishers, pentru rezistența la compresiune a pietrei de ciment R_{pc} și rezistența la încovoiere a pietrei de ciment R_{pc}^{inc}

$$R_{pc} = k_c \cdot v_{CH}^{1,5} \quad (4.4)$$

$$R_{pc}^{inc} = k_{inc} \cdot v_{CH}^{2,2} \quad (4.5)$$

unde

v_{CH} = volumul total de produse de hidratare la 1 gram de ciment

k_c, k_{inc} = coeficienți care depind de condiții de păstrare, raport A/C, condiții de încercare și alți factori.

În [93] se arată că aceste formule de calcul în funcție de porozitatea totală au un grad relativ mare de aproximare datorită distribuției (ca mărime) diferită a porozității, a gradului de hidratare și a naturii chimice a compuşilor de hidratare formați. La aceeași porozitate totală micșorarea porilor la dimensiuni medii sub 300-500 Å determină creșteri însemnate ale rezistențelor mecanice. Rezultă că realizarea betonului trebuie organizată astfel ca ponderea porilor capilari și a aerului oclus din totalul porilor să rămână sub anumite limite.

Satisfacerea unor astfel de pretenții poate fi abordată dacă se iau în considerare mai mulți factori care contribuie la realizarea rezistențelor mecanice ale betonului. Acești factori au fost analizați și grupați într-o lucrare proprie anterioară [36] la care se va reveni în cele ce urmează.

4.2. Fundamentarea teoretică a modelului fizico-structural

4.2.1. Aspecte reologice ale sistemelor coloide structurate

Betonul proaspăt este un conglomerat format din agregate de diverse mărimi, pasta de ciment cu apă în exces și aer introdus la amestecare. Se arată în [37] că acest amestec din momentul preparării și până la naturizare este în continuă evoluție, datorită proceselor chimice și fizice ce au loc în urma contactului componentelor cu apa.

Proprietățile ulterioare depind de circumstanțele în care se formează structura inițială și se generează defectele de structură [104]. Procesele fizice, determinate preponderent de cele chimice, coexistă tot timpul prizei și întăririi; pentru aceste procese au fost elaborate o serie de teorii (a lui Le Chatelier, Michaelis, Baicov, Mühl) care în majoritate acceptă formarea unor produși coloidalii (excepție teoria cristalină Le Chatelier). Acești coloizi prin gelificare și aglomereare formează gelul tobermoritic al produșilor de hidratare, care au mediul de dispersie o structură tridimensională, iar faza dispersată este apa în golurile structurii.

Specific acestor sisteme coloide structurate este fenomenul de tixotropie, de fapt cum se arată în [1] au o structură metastabilă.

Din punct de vedere al caracteristicilor reologice aceste sisteme prezintă o comportare tranzitorie între lichidele normal viscoase (newtoniene) și corpurile ideal elastice - supuse legii lui Hooke. După cum se arată în [37] viscozitatea dinamică η și modulul de elasticitate E sînt caracteristici constante pentru lichidul newtonian respectiv corpul elastic. La o acțiune exterioară în lichidele normal viscoase, reacția elastică din primul moment se diminuează prin distribuire în toată masa ca urmare a reorganizării particulelor, spre deosebire de corpul ideal elastic unde reacția elastică este egală și de semn contrar acțiunii. Descreșterea reacției elastice în timp constituie fenomenul de "relaxare". O perioadă de relaxare "r" este echivalentă cu timpul pentru care reacția elastică inițială s-a micșorat de $e \approx 2,72$ ori și este dată de relația

$$r = \frac{\eta}{E} \quad (4.6)$$

Dacă la momentul inițial $t = 0$ avem tensiunea inițială σ_0 iar pentru $t = t$ avem tensiunea ce rezultă pe parcurs σ vom avea pentru lichidele normal viscoase la $r = 0$; $\sigma = 0$ relaxarea este instantanee, iar pentru corpurile ideal elastice $r = \infty$; $\sigma = \sigma_0$ corpul nu se relaxează.

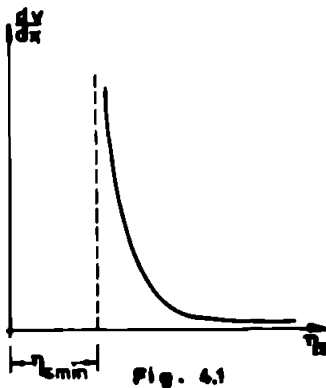
În cazul sistemelor reale cum sînt structurile coloide, r are valori finite și crește cu viscozitatea ajungînd la sticle la valori comparabile cu a solidelor.

Gelurile se comportă sub efectul solicitărilor mecanice reduse identic cu solidele, iar la solicitări mai mari curg asemănător lichidelor. Mecanismul de curgere și rezistență viscoasă a unui fluid real este legat de fenomenul de tixotropie. Energia disipată sun formă de căldură în cursul acestui proces de descompunere și reformare a struc-

turii este exprimată prin coeficientul de viscositate structurală η_s , fiind o caracteristică reologică a sistemelor de acest gen. η_s depinde de gradientul vitezei de curgere

$$\eta_s = \phi\left(\frac{dv}{dx}\right) \quad (4.7)$$

Din fig.4.1 se vede că pentru valori mici ale lui dv/dx , η_s este mare, coloidul se comportă ca un solid avînd perioada de relaxare mare iar la creșterea lui dv/dx , η_s scade vertiginos, începe curgerea și va tinde către o valoare constantă minimă



η_s min.

În fig.4.2 se vede forma tipică a diagramei de curgere a lichidului newtonian (ex.apa, aerul) pentru care avem:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \eta \quad (4.8)$$

η = viscositatea dinamică

Pentru lichidul ne-newtonian (suspensie viscoasă) avem:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \eta_s \quad (4.9)$$

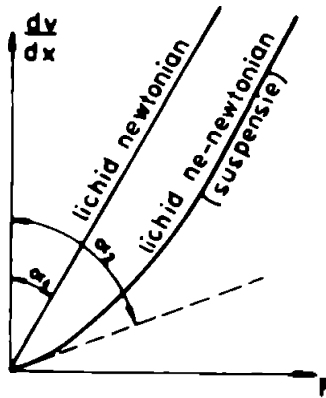


Fig. 4.2

F = efortul tangențial

η_s = viscositatea structurală (plastică)

La geluri, datorită structurii tridimensionale continue și a forțelor de interacțiune care se dezvoltă între particule, curgerea începe doar la o anumită valoare a efortului exterior capabil să distrugă aceste legături. Această valoare minimă a efortului de la care începe curgerea se numește limită de curgere (prag de forfecare), se notează cu f iar legea de curgere a gelurilor sub efort tangențial se scrie după Bingham de forma [75]

$$\tau = f + \eta_s \frac{dv}{dx} \quad (4.10)$$

unde f și η_s sînt cele două caracteristici reologice importante ale sistemului coloidal structurați.

În fig.4.3 se vede diagrama caracteristici pentru un gel

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \eta_s \quad (4.11)$$

În relația (4.11) η_s este viscositatea structurală a gelului. În funcție de raportul f/η_s comportarea reală a gelurilor este

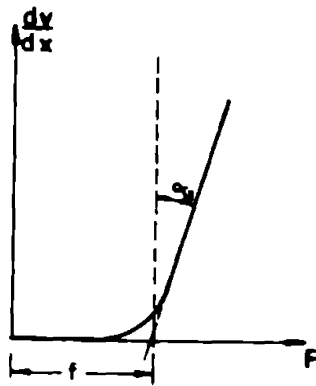


Fig. 4.3

mult diferită putîndu-se delimita două grupe principale [1] :

- Grupa a

Aceasta se caracterizează prin f mare și η_s mic; au particole de mărime coloidală și au faza dispersă și mediul dispersant diferite, de aceea se numesc și heterogeluri (exemplu: argila, pasta de ciment din beton, mortarele de injecție [70]).

Aceste materiale pot fi modelate ușor din cauza viscozității mici dar odată modelate își păstrează forma din cauza limitei de curgere mari. Diagrama caracteristică este în fig.4.4.a.

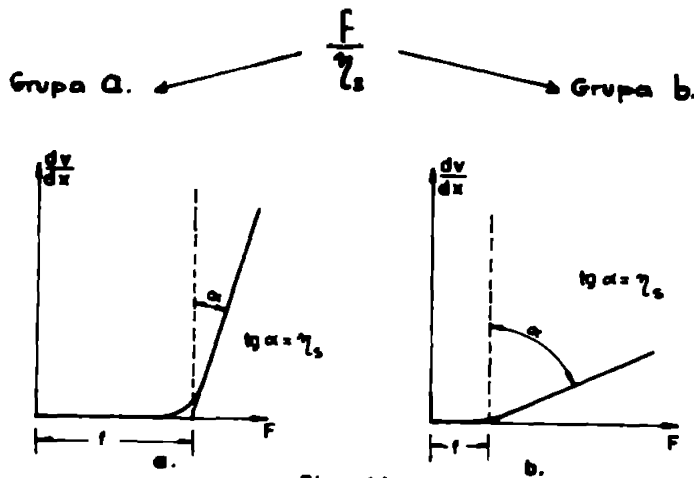


Fig. 4.4

- Grupa b

Aceasta se caracterizează prin f mic și η_s mare; aceste materiale au particole de mărime moleculară; mediul dispersant și faza dispersă sînt identice din punct de vedere chimic, de aceea se numesc și izogeluri; au forțe de legături intermoleculare ridicate, astfel că pentru producerea unei deformări au nevoie de forțe mari, dar

limita de curgere fiind redusă tind să-și piardă forma (exemplu caracteristic este sticla, tot aici face parte și piatra de ciment).

Diagrama caracteristică este în fig.4.4.b. Diferența între viscozitățile structurale ale celor două grupe este de ordinul $10^5 - 10^7$ [1].

Betonul care este un material composit datorită pastei de ciment și apoi pietrei de ciment se poate încadra pe rînd în cele două grupe. La început face parte din grupa "a" însă din cauza proceselor fizico-chimice în structura sa intimă își schimbă caracteristicile reologice trecînd treptat în grupa "b" pe măsură ce are loc priza și întărirea.

În lucrare proprie [36] cap.3.4.1, se arată că gelul de silicat de calciu hidratat (ca tobermorit) care se depune în golurile rețelei tridimensionale a hidroxidului de calciu are proprietatea de a-și schimba compoziția chimică, adică raportul între CaO și SiO_2 fără modificarea structurii fizice, fenomen ce duce la creșterea rezistenței pentru o vîrstă înaintată.

4.2.2. Ipotese de bază

Intr-un studiu anterior al autorului [36] s-a făcut o clasificare detaliată și o analiză a factorilor care influențează rezistența mecanică a betonului. Acești factori au fost împărțiți în 5 grupe astfel: factori tehnici, factori tehnologici, factori structurali, factorii de mediu și factorii condițiilor de încercare. În prezenta lucrare de la început se declară intenția de a urmări stabilirea dependenței rezistenței betonului, de factorii tehnici, tehnologici și structurali, fără preimpunerea unor restricții dictate de legea raportului apă-ciment.

Mulțimea acestor factori nu intervine simultan, acțiunile lor se egalonează de-a lungul procesului evolutiv de constituire a structurii betonului pe care în mod convențional îl măsurăm prin performanța atinsă a rezistenței mecanice la compresiune la vârsta de 28 de zile.

A ține seama printr-o relație matematică de toți cei 43 de factori analizați în [36] ar fi o pretenție ireală și imposibilă, cu atât mai mult cu cât probabilitatea apariției tuturor factorilor la realizarea unui element de beton cu o anumită destinație este practic nulă.

Declararea intenției de a lua în considerare numai factorii tehnici, tehnologici și structurali, înseamnă eliminarea factorilor de mediu și a condițiilor de încercare. În realitate aceștia nu se pot elimina, ei urmînd să participe cu caracter de constantă în criteriul convențional prin care apreciem performanța atinsă a rezistenței. Cu alte cuvinte considerăm că avem condiții normale de mediu pentru întărire iar încercările pentru determinarea rezistenței se desfășoară în condiții standardizate.

Grupa factorilor tehnici care cuprind parametri calitativi ai componentilor ciment, agregate și apă, participă direct la calitatea betonului, însoțind componentii în amestec. Din această grupă vom avea în vedere: apa, cimentul și agregatele. La ciment se va ține seama de consistența normală, de marca cimentului care include și finetea de măcinare. La agregate se va ține seama de natura mineralogică, natura suprafeței agregatelor, forma și dimensiunea maximă, rezistența mecanică, capacitatea de reținere a apei și suprafața agregatelor.

În grupa factorilor tehnologici vor fi luați în considerare dozajele componentilor, modul de amestecare, gradul de compactare (indirect prin procentul de aer occlus). Factorii structurali trebuie să priviți în asociație cu timpul și se poate afirma că sînt de fapt o

consecință a acțiunii corelate a factorilor tehnici și tehnologiei. De măsura în care reușim să controlăm aceste acțiuni, vom înregistra efecte pozitive sau negative ale factorilor structurali. Factorii avuți în vedere sînt gradul de hidratare a cimentului, cantitatea de gel și porozitatea acestuia, conlucrarea între matricea pietrei de ciment și agregat, porozitatea capilară și din contracție a matricei și porozitatea din aerul oclus.

Modelul matematic este gîndit pentru un criteriu de rezistență al unui beton greu obișnuit, întărit în condiții normale.

Se definește criteriul fizico-structural S ca produsul între doi factori

$$S = \Psi \cdot G \quad (4.12)$$

în care:

Ψ = gradul de structurare al pietrei de ciment

G = raportul gel-pori în masa betonului.

Rezistența betonului va fi o funcție de S , a cărei formă va trebui determinată. Deci

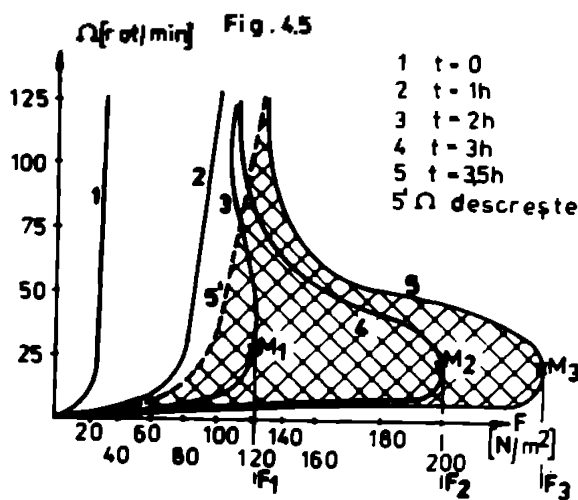
$$R_b = f(S) \quad (4.13)$$

4.2.3. Factorul

Pentru a putea da o formă relației pentru mărimea Ψ se va pleca de la concluziile punctului 4.2.1 unde s-a precizat că betonul este un material compozit, care parcurge stările de beton proaspăt și apoi beton întărit. În starea de beton proaspăt, datorită pastei de ciment care împachetează agregatele, are caracteristici reologice care permite să-l categorisim în grupa a (vezi fig.4.4,a).

În suspensii (formațiuni caracteristice acestei grupe) pasta de ciment fiind în această fază tot o suspensie, sub aspect structural-compozițional, de la preparare pînă la începutul prizei are loc o modificare a caracteristicilor reologice f și η_s . Limita de curgere și viscositatea structurală cresc continuu cu viteze dependente de raportul A/C , de compoziția mineralogică și finețea cimentului, descriind curbe reologice pentru un fluid plastic (curba 1 sau 2, fig.4.5 [63]). La începerea prizei f și η_s saltă brusc. După începerea prizei sistemul va avea o curbă reologică corespunzătoare unui sistem structurat.

În fig.4.5 se vede variația în timp a coeficienților reologici și transformarea unui fluid plastic într-un sistem structurat, măsurarea caracteristicilor reologice efectuîndu-se cu un viscozimetru cilindric coaxial. În punctele M_1 , M_2 și M_3 structura este distrusă pentru efor-



turile F_1 , F_2 și F_3 și sistemul reddevine un fluid plastic. Coeficienții reologici ai acestuia variază după curba 5'. Fenomenul se datorește tixotropiei structurilor de coagulare.

În [63] se arată că suprafața cuprinsă între curbele 5 și 5' (hașurată) este proporțională cu gradul de structurare al sistemului în acel moment. Acest grad de structurare prin coagulare a suspensiei se poate exprima numeric prin relația:

$$\psi = \frac{f_s - f_p}{f_s} \quad (4.14)$$

în care:

- f_s - limita de curgere a sistemului structurat
- f_p - limita de curgere a fluidului plastic corespunzător.

La sfârșitul prizei și în timpul întăririi găsim matricea pietrei de ciment a cărei structură și vâscozitate, sau mai precis rigiditate, crește în timp. Astfel a trecut betonul din grupa a în grupa b de materiale (fig.4.4,b).

Valori numerice pentru caracteristicile reologice ale betonului în acest stadiu nu se găsesc în literatură, însă deformările de curgere lentă sub sarcinile statice de durată ale betonului sugerează să formulăm prin analogie un grad de structurare al pietrei de ciment sub forma

$$\psi = \frac{\epsilon_{pc\bar{\varphi}} - \epsilon_{b\bar{\varphi}}}{\epsilon_{b\bar{\varphi}}} \quad (4.15)$$

unde:

- $\epsilon_{pc\bar{\varphi}}$ - creșterea deformației specifice în timp a pietrei de ciment după consumarea curgerii lente și a contracției
- $\epsilon_{b\bar{\varphi}}$ - creșterea deformației specifice în timp a betonului după consumarea curgerii lente și a contracției.

În relația (4.15) avem deformații totale care sînt suma deformațiilor din curgere lentă și contracție. Deformațiile de curgere lentă se dezvoltă concomitent cu deformațiile din contracție, influențându-se reciproc. Se arată în [30] că prin interpretarea unor rezultate experimentale s-a ajuns la concluzia că la încărcări de durată pentru

care efortul unitar $\sigma_b < R_0$, (R_0 = limita de proporționalitate), deformațiile totale de durată ($\epsilon_c + \epsilon_{cl}$) sînt proporționale cu eforturile unitare. La încărcări nule sau foarte mici apar numai deformațiile din contracție. In fig.4.6 se ilustrează afirmația de mai sus. Practic nu se pot separa cele doua deformații, ele sînt fenomene covalente.

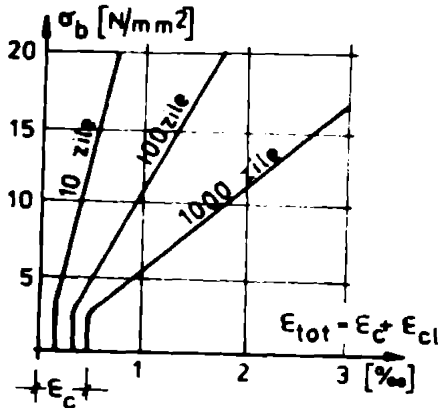


Fig. 4.6

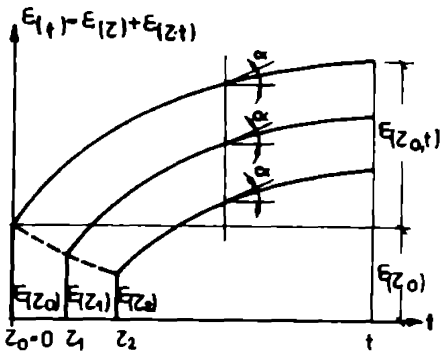


Fig. 4.7

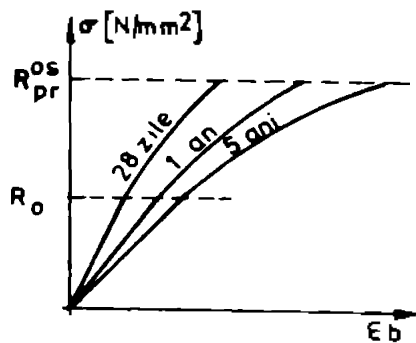


Fig. 4.8

tic nu se pot separa cele doua deformații, ele sînt fenomene covalente.

Tot pe cale experimentală s-a arătat [33] ca, drept consecință a existenței relației liniare între tensiuni și deformațiile de curgere lentă pentru trepte de încărcare la care $\sigma_b < R_0$, curbale care reprezintă deformațiile de curgere lentă corespunzătoare diferitelor vîrste ale betonului din momentul încărcării probei, sînt paralele între ele, fig.4.7.

La timpul t curbele au aceeași pantă $\text{tg } \alpha = d\epsilon_{cl}/dt$.

In [1] se arată că, pentru limita de proporționalitate R_0 corespunzătoare treptei de încărcare care separă curgerea lentă liniară de cea neliniară (vezi fig.4.8) diverși autori au găsit valori de 0,25; 0,3; 0,6 dar se poate considera ca riguroasă pînă la valoarea 0,4 R_0 . Acest domeniu este cel care interesează practic pentru exploatarea construcțiilor de beton și beton armat. Se mai menționează că tipul solicitării nu influențează deformațiile de curgere lentă și că aceste deformații apar și la eforturi unitare mici, sub 1 din cea de rupere.

In baza observațiilor arătate mai sus se poate afirma că in domeniul $\sigma_b < R_0$ este valabilă proporționalitatea:

$$\frac{\epsilon_{clpe}}{\epsilon_{clb}} = \frac{\epsilon_{cp\bar{\varphi}}}{\epsilon_{b\bar{\varphi}}} \quad (4.16)$$

și

$$\epsilon_{b\bar{\varphi}} > \epsilon_c \quad (4.17)$$

in care:

ϵ_{clpe} = deformație specifică de curgere lentă a pietrei de ciment

ϵ_{clb} = deformația specifică de curgere lentă a betonului
 ϵ_c = deformația specifică din contracție.

Se știe că deformația de curgere lentă este influențată prin ciment, de natura mineralogică, finețea de măcinare și dozajul acestuia. Acești factori intervin prin volumul și structura gelului care se formează. Apa intervine prin modificarea viscozității gelului și deci și a volumului acestuia. Agregatele influențează curgerea lentă prin cantitatea de agregat, granulozitate și natura mineralogică.

Ținând de la observația că agregatele au un efect de frinare asupra deformației reale a betonului indiferent că este vorba de contracție sau curgere lentă Neville [56] [57] utilizează concluziile lui Fickett privind contracția și transcrie relația pentru curgerea lentă, în care apare dependența acestuia de conținutul volumetric de agregat, de conținutul volumetric de ciment nehidratat și de un factor β , după relația:

$$\lg \frac{\epsilon_{clpc}}{\epsilon_{clb}} = \beta \lg \frac{1}{1 - V_{AG} - V_{C_{nh}}} \quad (4.18)$$

Dacă transformăm relația (4.18) avem

$$\lg \frac{\epsilon_{clpc}}{\epsilon_{clb}} = \lg \left[\frac{1}{1 - V_{AG} - V_{C_{nh}}} \right]^\beta \quad (4.19)$$

din care

$$\frac{\epsilon_{clpc}}{\epsilon_{clb}} = \frac{1}{(1 - V_{AG} - V_{C_{nh}})^\beta} \quad (4.20)$$

Se transcrie relația gradului de structurare (4.15) sub forma

$$\psi = \frac{\epsilon_{pc\bar{\varphi}} - \epsilon_{b\bar{\varphi}}}{\epsilon_{b\bar{\varphi}}} = \frac{\epsilon_{pc\bar{\varphi}}}{\epsilon_{b\bar{\varphi}}} - 1 \quad (4.21)$$

și ținând cont de (4.16) și (4.20) avem

$$\psi = \frac{\epsilon_{clpc}}{\epsilon_{clb}} - 1 \quad (4.22)$$

$$\psi = \frac{1}{(1 - V_{AG} - V_{C_{nh}})^\beta} - 1 \quad (4.23)$$

În această relație conținutul volumetric al cimentului nehidratat îl vom exprima în funcție de gradul de hidratare α_H după [114]

$$\alpha_H = 1 - \frac{C_{nh}}{C} \quad (4.24)$$

în care $C_{nh} = V_{C_{nh}} \cdot \rho_c$ (4.25)

C_{nh} = cantitatea de ciment nehidratat în greutate
 C = dozajul de ciment în greutate

$$C = VC \cdot \rho_0 \quad (4.26)$$

în care VC = volumul cimentului

Din (4.24), (4.25) și (4.25) putem avea

$$C_{nh} = C(1 - \alpha_H) \quad (4.27)$$

$$\text{sau } VC_{nh} = VC(1 - \alpha_H) \quad (4.28)$$

Introducând (4.28) în (4.23) gradul de structurare va avea forma:

$$\Psi = \frac{1}{[1 - VAG - VC(1 - \alpha_H)]^\beta} - 1 \quad \text{adimensional} \quad (4.29)$$

În relația (4.29) exponentul β are următoarea formă după Pickett citat în [67]

$$\beta = \frac{3(1 - \mu)}{1 + \mu + 2(1 - 2\mu_a) \frac{E}{E_a}} \quad (4.30)$$

în care μ și μ_a = coeficienții lui Poisson pentru beton respectiv agregate

E și E_a = moduli de elasticitate pentru beton respectiv agregate.

Se poate observa că β va ține seama de niște proprietăți ale agregatului. În μ și μ_a se va ține cont și de calitățile structurale ale betonului în corelație cu cea a agregatelor.

Se precizează în [66] că cu cât este mai mare modulul de elasticitate al agregatelor cu atât frământă mai mult încălzirea lentă a matriței, întrucât roca din agregat la tensiunile existente obișnuit în beton nu prezintă fenomenul de încălzire lentă. În [67] se afirmă că, a considera β constant nu este o ipoteză eronată, în realitate β variază întrucât modulul de elasticitate al betonului crește în timp. Teste făcute de Pickett cu nisipuri silicioase au dat pentru β valoarea de 1,7. Sjuggren citat în [67], a obținut valori de 1,4 - 1,5. Carlson a obținut pentru beton cu pietriș monogranular valoarea de 1,6 iar pentru calcar 2,3. Valori rezonabile se pot obține după [67] considerându-se raportul modular $E/E_a = 0,5$, $\mu_a = 0,12$ și $\mu = 0,1$ rezultând $\beta = 1,45$.

Din rezultatele experimentale [67] s-a confirmat că β crește

cu timpul și este dependent valoric de umiditatea relativă a condițiilor de depozitare.

Pentru $\mu_g = 0,12$ (roci silicioase) și $\mu = 0,1$ rezonabil pentru încărcări de durată, substituind valorile experimentale ale lui β în ecuația teoretică, s-au obținut raporturi modulare între 0,19 și 0,32. Neville consideră în [67] că $\mu = 0,1$ este o valoare corectă pentru că la vîrsta de 28 de zile la betoane făcute cu diferite agregate s-au obținut valori pentru raportul modular între 0,32 - 0,45, iar pentru agregate silicioase 0,36 - 0,41 (moduli secanți, încărcare = $\frac{1}{3}$ rezistență la timpul t).

Se apreciază valori pentru moduli de elasticitate ai agregatelor în jur de 50.000 N/mm² pînă la 69.000 N/mm² [67] cu raportul modular de 0,31.

În tabelul 4.1 se dau valori conform [1] pentru moduli de elasticitate ai rocilor din care pot rezulta agregatele.

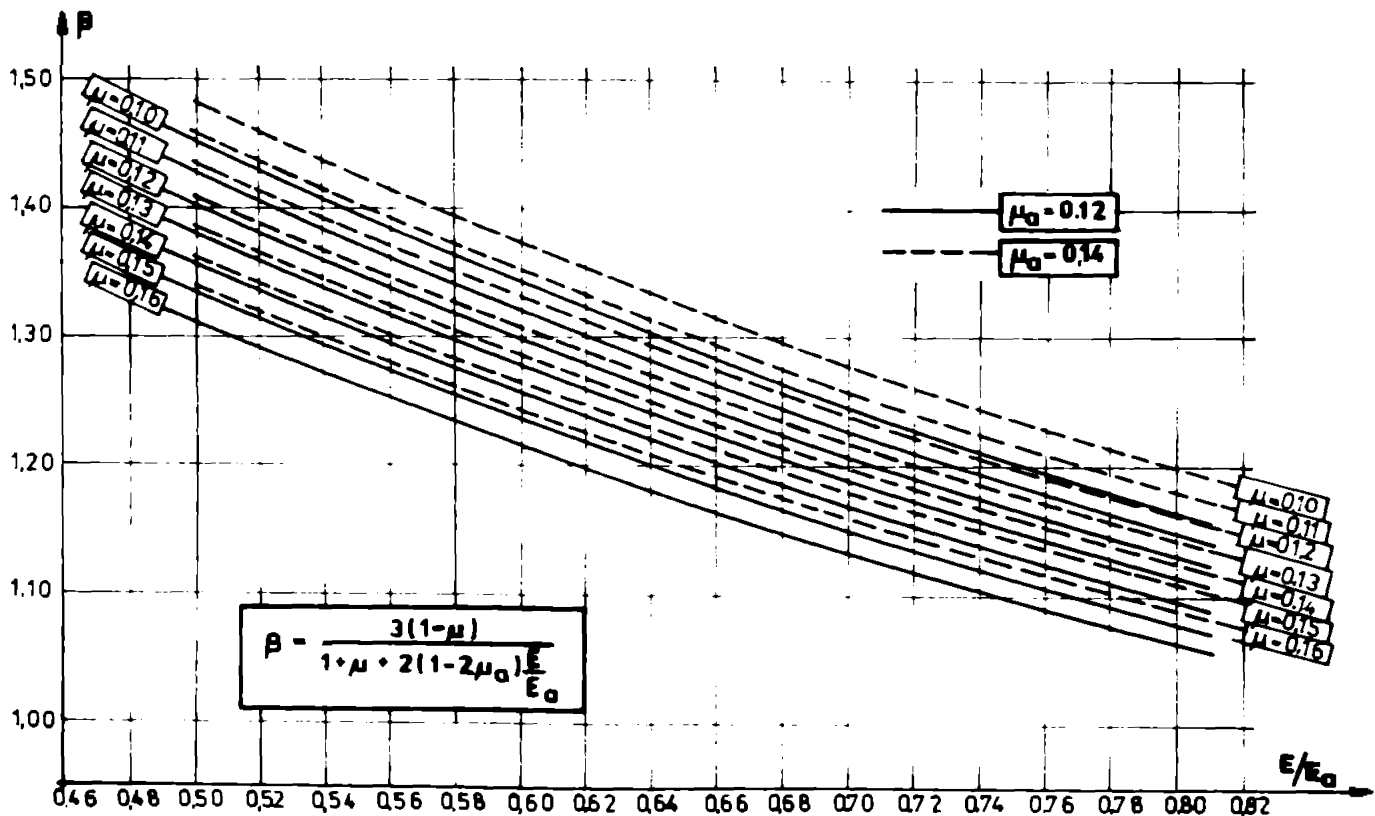
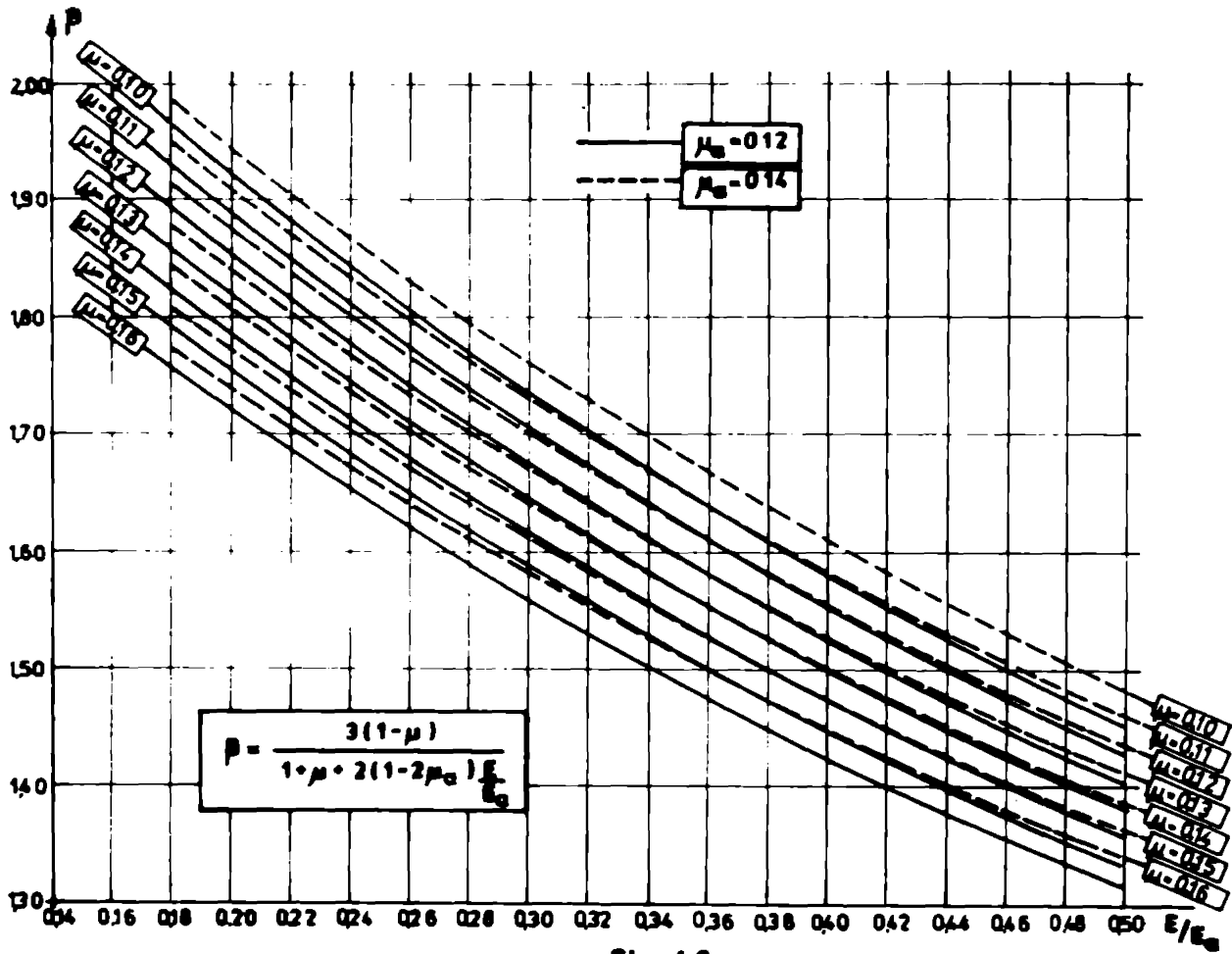
În majoritatea cazurilor agregatele de riu sînt un amestec de granule de diverse roci și atunci modulul de elasticitate poate fi stabilit ca o medie ponderată față de proporțiile de roci din amestec. Se recomandă adoptarea unor valori de la medie către limita maximă a intervalului pentru modulul de elasticitate al rocii în cauză (tabel 4.1) întrucît granula de rocă este înoleștată în matricea pietrei de ciment, ceea ce are un efect favorabil asupra modulului de elasticitate.

Dacă nu se cunoaște natura rocilor din care se constituie agregatul de riu, se pot adopta valori între 55.000 N/mm² și 65.000 N/mm² ceea ce corespunde ipotezei unor roci cu preponderență silicioase întâlnite frecvent în practica curentă.

Tabelul 4.1

Natura rocii	Modulul de elasticitate N/mm ²	Natura rocii	Modulul de elasticitate N/mm ²
Granit	13.000 - 61.000	Lavă basaltică	33.000 - 39.000
Sienit	70.000 - 90.000	Diabas	70.000 - 90.000
Gabron	80.000 - 100.000	Quartit	65.000 - 75.000
Porfir	36.000 - 68.000	Gresie	400 - 43.000
Andesit	23.000 - 33.000	Calcar	23.000 - 33.000
Basalt	56.000 - 115.000	Gnais	10.200 - 31.000
Velafir	53.000 - 56.000	Zgură de furnal	75.000 - 97.000

În figurile 4.9 și 4.10 s-au construit aceste abace pentru stabilirea grafică a valorii β pentru raporturile modulare μ_a de la 0,2-0,6 și diferite valori pentru $\mu = 0,1 \dots 0,16$ și $\mu_a = 0,12$ și 0,14.



4.2.4. Factorul G

4.2.4.1. Volumul de gel și porozitatea

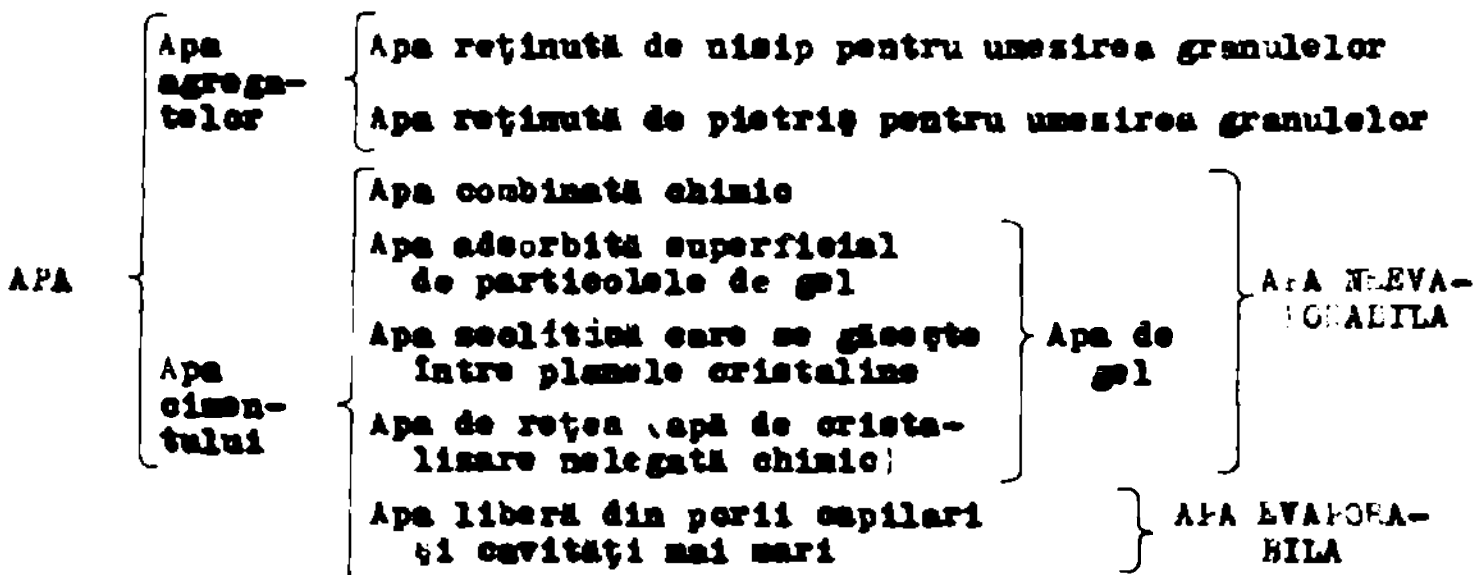
Factorul G este raportul volumului produșilor de hidratare a cimentului din piatra de ciment, față de porozitatea totală a betonului. Acest raport caracterizează în mod esențial, capacitatea portantă a matricii pietrei de ciment în beton.

Capacitatea portantă va fi influențată de particularitățile cimentului prin gradul de hidratare $\propto R$, dozajul cimentului în beton, consistența normală a cimentului, adăosuri la preparare, raportul apă-ciment al amestecului și consumul de apă ce revine agregatelor. Aceasta din urmă fiind corelată cu apa ce revine cimentului.

Pentru a urmări proprietățile mecanice ale pietrei de ciment trebuie să urmărim structura fizică a produșilor de hidratare la nivelul dimensiunilor coloidale unde apa joacă un rol hotărîtor, fiind adsorbită pe suprafața fazei solide care în cursul hidratării crește enorm [66]. Acest necesar mare de apă se asigură prin apa de amestec din care partea care revine cimentului se va consuma parțial în reacțiile de hidratare, stocată fiind pentru aceste reacții, în porii capilari și parțial va intra în structura gelului care se formează. Acest gel, la rîndul său va fi poros.

Dacă raportul A/C este mic se poate ivi fenomenul de autouscare datorită consumării apei capilare pentru hidratare, cu descreșterea umidității relative a pastei. Aceasta are efecte negative și asupra hidratării în continuare și asupra formării cantității de gel care este condiționată de prezența apei.

Dacă se face o clasificare a apei, după [66] care se găsește sub diferite forme în beton, obținem o imagine din schema de mai jos:

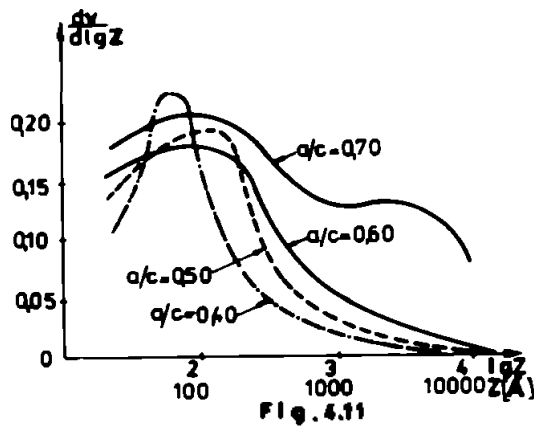


Asupra consumului procentual din masa cimentului al acestor ape pentru fenomenele de mai sus Neville 66 precizează că literatura

oferă estimări, nefiind cunoscute exact reacțiile de hidratare din punct de vedere stoichiometric și în consecință se împarte apa, convențional, în apă neevaporabilă (care rămâne legată și după încălzire până la 105°C) și apa evaporabilă reținută în capilare și cavități mai mari. Dacă notăm cu A cantitatea de apă de amestec al cimentului, atunci cantitatea de apă neevaporabilă crește pe măsura producerii hidratării, dar nu poate ajunge niciodată la mai mult de jumătate din A , nici chiar în cazul unor paste saturate. După Neville [66] apa neevaporabilă într-un ciment bine hidratat reprezintă 18 % din masa cimentului nehidratat. Teoreanu [93] precizează pentru virsta de 28 zile un procent de 15 % din masa cimentului. Aceste proporții cresc, la o hidratare completă, având valori după Neville [66] de 23 %, după Powers și Brownard citat de Gorocov [44] de 25 %, puțin scăzând până la 30 % [42] din masa cimentului. Trebuie precizat însă că atingerea hidratării aproape complete este în funcție de raportul apă-ciment. Dacă considerăm că apa neevaporabilă este 25 % din masa cimentului pentru o hidratare aproape completă avem $0,25 C \leq 0,5 A$ (conform celor de mai sus). De aici rezultă că o hidratare aproape completă poate fi luată în discuție numai dacă raportul A/C este egal sau mai mare de 0,5. Powers, citat în [66] precizează un raport minim de 0,38, iar dacă raportul apă - ciment este sub 0,38 în greutate, atunci nu este posibilă hidratarea completă niciodată deoarece cantitatea de apă nu este suficientă pentru a cuprinde toți produșii de hidratare, hidratarea făcându-se pe seama apei din capilare. Cimentul rămas nehidratat nu afectează negativ rezistența betonului.

Pentru o folosire rațională a cimentului trebuie să exploatem cât mai mult capacitatea liantă a acestuia prin realizarea unei hidratări cât mai bune, dar numai apa teoretic necesară hidratării $10 - 15$ % [90] nu asigură o lucrabilitate bună, nici pastei de ciment și cu atât mai puțin betonului. Deci este necesară creșterea raportului apă - ciment pentru punerea în operă și asigurarea compacității corespunzătoare. Excesul de apă, însă are efecte negative asupra caracteristicilor structurale ale betonului întărit, generând o porozitate mare și ea urmare rezistența, durabilitatea etc. diminuate. Aceste două aspecte contradictorii limitează un interval al rapoartelor apă-ciment corespunzătoare unor lucrabilități satisfăcătoare, interval în care structura de pori a betonului suferă modificări substanțiale. În fig.4.11, după [93] curbele diferențiale de

distribuție a rasei și a porilor de diverse mărimi, în funcție de rapoartele apă-ciment se arată că, la creșterea raportului A/C, crește



porozitatea totală a betonului și scade proporția de pori de gel în favoarea porilor capilari cu efectele negative aferente. La un raport A/C = 0,4 porozitatea capilară este neglijabilă. Intrucât capacitatea de rezistență a matricei este dependentă de felul (mărimea), cantitatea și distribuția porilor din masa betonului, Gerczakov [44], pe baza con-

cluziilor lui Powers și Brownayard, verificate de Copeland și Hayes, a stabilit relații de calcul pentru porii capilari, porii de gel, porii din contractia pastei de ciment și totalul lor. A considerat cantitatea de apă reținută în gel de 0,5 ^{m)} dm³/Kg de liant din care 0,25 reprezintă apa neevaporabilă și 0,25 apa evaporabilă din porii de gel, obținând pentru volumul porilor capilari ai pietrei de ciment relația

$$P_C = \frac{A/C - 0,5 \alpha_H}{A/C + \frac{1}{\rho_c}} \quad (4.31)$$

în care:

ρ_c - densitatea specifică a cimentului

α_H - gradul de hidratare al cimentului

Csernai, citat în [167] dă pentru aceeași pori capilari ai pietrei de ciment relația sub forma:

$$P_C = \frac{A/C - 0,38 \alpha_H}{A/C + \frac{\rho_{apă}}{\rho_c}} \quad (4.32)$$

în care $\rho_{apă}$ și ρ_c sînt densitățile specifice ale apei și cimentului.

Din ambele relații se vede că porozitatea capilară a pietrei de ciment, depinde atât de raportul A/C cit și de stadiul hidratării, volumul sistemului de capilare reducîndu-se pe măsură ce hidratarea progresează. De menționat este că pentru raperturi A/C > 0,7 volumul capilarilor va rezulta atât de mare încît nici chiar prin hidratare completă nu se va forma suficient gel pentru a umple sau măcar a segmența aceste capilare deja continue, care sînt responsabili de permeabilitatea pietrei de ciment și vulnerabilitatea la îngheț.

^{m)} Powers și Brownayard dau 0,47-0,52 în funcție de natura mineralogică a cimentului

Pentru porozitatea capilară a betonului în procente din volumul betonului se dă în [43] relația

$$FKB = A - 0,5 \alpha_H C \quad (4.33)$$

Porozitatea din contracție a betonului în din volumul betonului după [43] este

$$PCB = 0,09^{mm} \alpha_H C \quad (4.34)$$

Porozitatea gelului, tot în %, din volumul betonului după [43] este

$$PGB = 0,2^{mm} \alpha_H C \quad (4.35)$$

Însumând aceste porozități și adăugându-se volumul aerului occlus „ae” vom avea porozitatea totală a betonului sub forma

$$PB = A - 0,5 \alpha_H C + 0,09 \alpha_H C + 0,2 \alpha_H C + ae \quad (4.36)$$

Intrucît α_H este încă inoperant, vom scrie relația (4.36) sub forma

$$PB = FKB + PCB + PGB + ae \quad (4.37)$$

Volumul produșilor de hidratare G1 care este o altă componentă a factorului G va avea forma după Neville [66]

$$G1 = k_H \cdot v_{Co} \cdot \alpha_H \cdot C \quad (4.38)$$

unde:

k_H = coeficientul de creștere în volum al produșilor de hidratare 2,06...2,2

v_{Co} = volumul specific al cimentului 0,319 dm^3/Kg

α_H = gradul de hidratare

C = dozajul de ciment Kg/m^3 beton

După înlocuirea lui k_H și v_C cu valorile numerice, relația (4.38) va primi forma

$$G1 = 0,657 \alpha_H C \left[\frac{dm^3 \text{ gel}}{m^3 \text{ beton}} \right] \quad (4.39)$$

Deci factorul G se va putea scrie

$$G = \frac{0,657 \alpha_H C}{FKB + PCB + PGB + ae} \quad (4.40)$$

m) Coeficientul are o variație între 0,09-0,11 dm^3/Kg

nn) După Powers și Brownyard volumul specific al apei din gel este între 0,8-0,9 dm^3/Kg . Considerând $0,8 \times 0,25 = 0,2 \text{ } dm^3/Kg$

Gradul de hidratare α_H în dependență de raportul A/C îl vom scrie sub forma

$$\alpha_H = H \cdot \alpha_{A/C=0,5} \quad (4.41)$$

unde $\alpha_{A/C=0,5}$ este gradul de hidratare pentru un raport A/C = 0,5 cînd este posibilă hidratarea completă. Aceasta afirmație a posibilității unei hidratări complete nu trebuie confundată cu certitudinea unei hidratări complete. Spunem că este posibil, întrucît numai dacă există atîta apă (A \approx 0,5 C) se satisfac condițiile de lucrabilitate, de umesire a agregatelor (și în special a nisipului) și mai rămîne pentru hidratarea cementului atît cît acesta să se hidrateze posibil complet. Această apă rămasă cementului, sub forma raportului apă-ciment al pastei de ciment va fi evident sub valoarea de 0,5.

Un același ciment în condiții identice de hidratare completă atestă aceeași rezistență, care poate fi privită drept o constantă. Deci termenul $\alpha_{A/C=0,5}$ pentru un ciment dat poate fi exprimat în funcție de rezistența cementului.

Doverkin în [28] oferă o relație empirică de forma:

$$\alpha_{A/C=0,5} = \sqrt[n]{\frac{R_0}{R_{00}}} \quad (4.42)$$

în care:

R_0 - rezistența cementului în N/mm²

R_{00} - rezistența convențională a cementului la o hidratare completă reprezentînd o valoare constantă pentru un anumit ciment

n - indice constant pentru un anumit ciment.

R_{00} a fost determinat experimental în [28] pe niște cimente normale mediualuminoase ($C_3S = 58\%$; $C_2A = 7...8\%$) cu mărcile 40 N/mm² (suprafața specifică de 2800 cm²/gr) și 50 N/mm² (suprafața specifică 3200 cm²/g). A folosit și adensuri plastifiante 3DB. În tabelul 4.2 se dau rezultatele experimentale ale rezistenței cementului la compresiune și gradului de hidratare la $\alpha_{A/C=0,5}$ la diferite vîrste.

Valoarea care a rezultat pentru R_{00} a fost de 165 N/mm² iar n = 2 (prin extrapolare grafică).

Deci

$$\alpha_{A/C=0,5} = \sqrt{R_0/165} \quad (4.43)$$

Tabelul 4.2 [28]

Marca cimentului	Adaus SDB la masa ciment	Parametri	Termene de întărire în zile					
			3	7	28	90	180	365
40 N/mm ²	-	R_c N/mm ²	13,4	22,7	42,2	64,5	67,8	70,4
		α_{exp}	0,29	0,36	0,52	0,63	0,66	0,65
		α_{calcul}	0,285	0,371	0,506	0,625	0,641	0,653
50 N/mm ²	-	R_c N/mm ²	17,6	33,4	50,5	64,0	68,2	69,9
		α_{exp}	0,3	0,43	0,57	0,63	0,64	0,65
		α_{calcul}	0,327	0,450	0,553	0,623	0,643	0,651
50 N/mm ²	SDB 0,2	R_c N/mm ²	13,8	26,7	46,2	64,2	68,6	-
		α_{exp}	0,29	0,41	0,54	0,62	0,66	-
		α_{calcul}	0,289	0,402	0,529	0,624	0,645	-

Se menționează în [28] că rezultatele au fost comparate cu altele din literatura de specialitate și concluziile sînt satisfăcătoare relația putînd fi folosită pentru cimenturile obișnuite

Intrucît $\alpha_{A/C=0,5}$ exprimat în (4.43) joacă rolul unei mărimi constante pentru un ciment dat, termenul H din relația (4.41) va fi o variabilă în funcție de raportul apă-ciment al pastei de ciment, sigur mai mic de 0,5. O folosire eficientă a cimentului din pastă presupune o hidratare înaintată, crescînd astfel volumul noilor formațiuni cu reducerea porozității pietrei de ciment. Deci H ar trebui să atingă valoarea maximă posibilă în condițiile apei disponibile pentru hidratarea pastei de ciment. Gorceacov [42] precizează că în condițiile unui raport apă-ciment al pastei mai mic de 0,5 (valori între 0,2 - 0,35), dublul valorii acestui raport poate fi considerat o valoare maximă pentru H care joacă rolul unui grad maxim de hidratare. Deci

$$\max H = 2 \cdot W \quad (4.44)$$

unde

W = raportul apă-ciment al pastei de ciment.

Revenind la relația (4.41) și înlocuind pe (4.43) și (4.44)

vom avea:

$$\alpha_H = 2 \cdot W \cdot \sqrt{R_c/165} \quad (4.45)$$

Înlocuim relația (4.45) în (4.33), (4.34) și (4.35) avem

$$PRB = A - C \cdot W \cdot \sqrt{R_c/165} \quad [dm^3/m^3] \quad (4.46)$$

$$FCB = 0,18 \cdot C \cdot W \cdot \sqrt{R_c/165} \quad [dm^3/m^3] \quad (4.47)$$

$$WGB = 0,4 \cdot C \cdot \sqrt{R_c / 165} \quad [dm^3/m^3] \quad (4.48)$$

În aceste relații numai W este inoperant și în cele ce urmează se va studia acest factor.

4.2.4.2. Raportul apă-ciment al pastei de ciment

De mulți autori, din literatura de specialitate [34] [66] [84] [93] [100] este acceptată diferențierea apei de amestec, în apa care revine cimentului pentru hidratare și pentru a asigura o consistență pastei de ciment și apa care revine agregatelor. Dacă se precizează apa care revine agregatelor pentru a umple suprafața acestora și a satisface absorbția imediată a lor, restul de apă va fi apa pentru raportul apă-ciment al pastei de ciment W .

Pentru a preciza apa care revine agregatelor Scantaev [84] a elaborat o procedură de determinare a acestei ape prin niște încercări asupra agregatelor nemijlocit în beton care însă pleacă de la premiza că, betonul în cauză va avea aceeași consistență și termeni de priză ca și pasta de ciment din beton, pasta pentru care prin procedură se pleacă cu consistența normală [84]. Concluziile lucrării [52] precizează că, consumul de apă al nisipului în % din masa lui oscilează între 4-14 % din care nisipurile foarte fine rețin peste 10 %, nisipurile fine 8-10 %, nisipurile de mărime medie 6-8 % și nisipurile cu granule mari 4-6 %. Consumul de apă al agregatelor oscilează între 1-10 %, consumul de apă al pietrișului fiind de 1-4 %, al pietrei sparte din roci eruptive compacte 2-5 % și al pietrei sparte din roci carbonatate (cu considerarea absorbției de apă, de ex.: la calcar), 5-10 %.

Teoreanu [93] îl citează pe Bojenov care precizează consumul de apă în funcție de suprafața specifică, respectiv modulul de finete (vezi tabelul 4.3).

Tabelul 4.3

Tipul agregatului	Nisip foarte fin 0,2 mm	Nisip fin 0,2 - 1 mm	Nisip mare 1-3 mm	Pietriș rotunjit 7-31 mm	Pietriș de concasare granit 7-31 mm	Calcar concasat 7-31 mm
Suprafața specif. cm^2/g sau modulul de finete	200-300 cm^2/g	2-1,5	2,5-2	2,5-3	3	3
Apa de masură din greut.	10	6-8	4-8	1-3	2-5	3-5

In [99] [100] D.Vasiliiu arată că apa care revine agregatelor numită apă caracteristică este proporțională pe lângă suprafața specifică și cu rugozitatea suprafeței granulelor și absorbția imediată a granulelor de agregat. Această apă caracteristică se determină după procedeul original al lui D.Vasiliiu descris în [99] cu ajutorul dispozitivului FINT care oferă o bună reproducibilitate în condițiile de șantier și se face independent de consistența betonului, aceste aspecte având o mare importanță din punct de vedere practic. Procedura lui Sorantaev [84] este mai complicată și nu oferă valori care să corespundă volumului minim de goluri al amestecului de agregate, fapt realizat de procedura D.Vasiliiu, ceea ce este un avantaj fundamental pentru că astfel se poate obține un beton cu compactitate maximă cu efecte pozitive asupra rezistenței, permeabilității și gelivității, deosebit de o soluție economică cu un consum minim de ciment. Valorile apei caracteristice determinate astfel sînt independente de tipul granulozității (continuu sau discontinuu). În tabelele 4.4, 4.5 și 4.6 se dau conform [99] valorile optime ale apei caracteristice AK în Kg/Kg de agregate în funcție de dozajul de ciment și mărimea granulelor pentru agregat total, nisip și agregat grosier, cu mențiunea că pentru agregatul grosier valorile din tabel sînt valori limită superioare. Această mențiune trebuie înțeleasă astfel: dacă în urma determinărilor experimentale a apei caracteristice se obțin valori mai mari pentru sortul respectiv decît cele din tabelul 4.6, aceste agregate sînt improprii pentru a fi folosite la prepararea unui beton de calitate.

Tabelul 4.4 (după [99])

Apa caracteristică AK pentru AGREGAT TOTAL Kg/Kg				
Conținutul de ciment Kg/m ³	Dimensiunile granulei mm			
	0/7	0/10	0/16	0/31
200	0,066	0,062	0,056	0,050
275	0,056	0,053	0,049	0,046
350	0,044	0,043	0,042	0,040

Tabelul 4.5 (după [99])

Apa caracteristică pentru NISIP	
Dimensiunile granulei	AK Kg/Kg
0,2 mm; 0,3 mm	0,100
0,5 mm; 0,7 mm	0,080

Scopul urmărit în acest paragraf este găsirea unei relații adecvate pentru raportul apă - ciment al pastei de ciment β .

Pe baza procedurii lui Sorantaev se poate scrie relația

$$\beta = \frac{A - AG \cdot AU}{C} \quad (4.49)$$

Tabelul 4.6 (după [99])

Apa caracteristică limită pentru AGREGATUL GHOSIER	
Dimensiunile granulei	AP. [Kg/Kg]
3/5 mm	0,045
3/7 mm	0,040
5/10 mm	0,037
7/16 mm	0,030
10/20 mm	0,025
7/31 mm	0,025
16/40 mm	0,018
Pentru agregate concasate se multiplică valorile cu coeficientul 1,1	

în care:

W = raportul apă-ciment al pastei de ciment

$\frac{A}{C}$ = raportul apă-ciment al betonului

AG = masa agregatelor

AU = apa de unesire consumată de agregate

C = dosajul de ciment

Apa care participă în A este apa care ocupă spațiul dincolo de limitele granulelor agregatului când volumul total al betonului s-a stabilizat, adică a-

proximativ în perioada de priză. În literatură se întâlnește pentru această apă denumirea de apă efectivă sau apă netă [66].

Relația (4.49) scrisă în condițiile procedurii de determinare a lui AU conform [84] este valabilă numai pentru betoane cu consistența corespunzătoare consistenței normale a pastei de ciment, dar valoarea consistenței normale a pastei de ciment nu apare explicit în relație. Deasemeni se poate presupune că în cazul unui raport A/C mic și AU ridicat pentru W rămâne insuficientă apă sau, afirmația poate fi inversată, adică apa care revine agregatelor va depinde de conținutul de apă al amestecului de beton (adică raport A/C) și apa care revine pastei de ciment.

Ivarkin [28] a verificat experimental această ipoteză și a ajuns la concluzia că schimbarea cantitativă a apei care revine agregatului este direct proporțională cu schimbarea consistenței pastei de ciment în amestecul de beton în raport cu valoarea consistenței normale a cimentului, oferind o relație de calcul pentru W sub forma

$$W = \frac{A/C}{1 + \frac{AG \cdot AU}{A_{cn} \cdot C}} \quad (4.50)$$

în care:

A_{cn} = apa de consistență normală a pastei de ciment

Și în relația (4.50), AU a fost stabilit după procedura Screntaev [52]

Folosind în locul lui AU apa caracteristică după procedura D.Vasiliiu [99] enunțată mai înainte, relațiile (4.49) și (4.50) vor avea forma:

$$W = \frac{A - AG \cdot AK}{C} \quad (4.51)$$

și

$$W = \frac{A/C}{1 + \frac{AG \cdot AK}{A_{cn} \cdot C}} = \frac{A/C \cdot C \cdot A_{cn}}{A_{cn} \cdot C + AG \cdot AK} \quad (4.52)$$

$$W = \frac{A}{C} \cdot \frac{A_{cn}}{A_{cn} + \frac{AG \cdot AK}{C}} \quad (4.53)$$

În aceste relații AK este apa caracteristică determinată după procedura din [93].

Ipoteza lui Dvorkin trebuie verificată și pentru situația înlocuirii lui AU cu AK. În acest sens s-au calculat compozițiile reale a două grupe de amestecuri pentru beton, unde au fost variați componenții astfel:

Grupa 1 (36 de amestecuri)

S-a folosit un ciment cu apa de consistență normală $A_{cn} = 0,29$. Dozajul de ciment a fost adoptat de 250, 330 și 420 Kg/m³, iar raportul A/C a fost variabil de la 0,41 până la 0,8. Apa A și agregatele AG au fost stabiliți conform normativului C 140-79. Toate datele acestor compoziții sînt evidențiate în tabelul 4.7.

Raportul piatră/nisip în cantitatea totală de agregate a fost variat adoptîndu-se la fiecare dozaj de ciment rapoarte P/N = 1 și P/N = 2. În cadrul acestor cantități de nisip și piatră s-au adoptat următoarele proporții pe sorturile componente:

nisip (0 - 3) 65 % respectiv nisip (3 - 7) 35 % și
piatră (7 - 16) 40 % respectiv piatră (16 - 31) 60 %

Apa caracteristică AK a fost determinată experimental pentru aceste sorturi obținîndu-se următoarele valori: sort (0 - 3) 0,163, sort (3 - 7) 0,030, sort (7 - 16) 0,0265, sort (16 - 31) 0,0195 dm³/Kg

Cu aceste valori AK pe sorturi s-a putut calcula apa caracteristică pentru amestecul de sorturi cu procentele de mai sus și rapoartele P/N = 1 respectiv P/N = 2, astfel:

- La P/N = 1 adică $\lambda = 50 \%$, $N = 50$

$$AK = \frac{0,5 \cdot 0,65 \cdot 0,163 + 0,5 \cdot 0,35 \cdot 0,030 + 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,0265 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,0195}{0,5 \cdot 0,65 + 0,5 \cdot 0,35 + 0,5 \cdot 0,4 + 0,5 \cdot 0,6}$$

$$AK = 0,069375$$

- La P/N = 2 adică $\lambda = 66,666 \%$, $N = 33,334 \%$

$$AK = \frac{0,33334 \cdot 0,65 \cdot 0,163 + 0,33334 \cdot 0,35 \cdot 0,030 + 0,6666 \cdot 0,4 \cdot 0,0265 + \dots}{0,33334 \cdot 0,65 + 0,33334 \cdot 0,35 + 0,6666 \cdot 0,4 + \dots}$$

$$\dots + \frac{0,6666 \cdot 0,6 \cdot 0,0195}{0,6666 \cdot 0,6} = 0,053684$$

Tabelul 4.7

GRUPA ①		A _{cn} = 0,29		Φ _{max} = 31mm		W̄ = 0,288			
Am	Dosaaj Ciment Egal	A/C	Apa A _{pa} /m ³	Agregate A _g (kg/m ³)	P/N	W al rel. (4.51) Screntaev		W al rel. (4.53) Dvorkin	
						W	w = W/Ω	W	w = W/Ω
1	250	0,64	160	1874	1	0,12	0,4166	0,229	0,795
2	250	0,70	175	1880	1	0,178	0,6180	0,250	0,868
3	250	0,75	187,5	1860,5	1	0,2337	0,8114	0,2697	0,936
4	250	0,8	200	1852	1	0,286	0,9930	0,2885	1,000
5	250	0,77	192,5	1797,5	1	0,271	0,9409	0,283	0,982
6	250	0,62	155	1911	2	0,2096	0,7277	0,2567	0,8713
7	250	0,68	170	1909	2	0,270	0,9375	0,2817	0,978
8	250	0,75	187,5	1874,5	2	0,347	1,2048	0,314	1,090
9	250	0,77	192,5	1776,5	2	0,388	0,676	0,332	1,152
10	350	0,49	161,7	1771,3	1	0,1176	0,4083	0,2145	0,744
11	350	0,52	171,6	1824,4	1	0,1364	0,4756	0,2259	0,777
12	350	0,55	181,5	1824,5	1	0,1664	0,5777	0,2368	0,822
13	350	0,58	191,4	1800,6	1	0,2014	0,6993	0,2516	0,873
14	350	0,61	201,3	1782,7	1	0,2352	0,8166	0,2661	0,923
15	350	0,64	211,2	1770,8	1	0,2677	0,9295	0,280	0,972
16	350	0,49	161,7	1840,3	2	0,1906	0,6618	0,244	0,837
17	350	0,52	171,6	1834,4	2	0,2183	0,7579	0,2548	0,884
18	350	0,55	181,5	1841,5	2	0,2504	0,8694	0,2705	0,939
19	350	0,50	165	1864	2	0,1967	0,6829	0,2444	0,848
20	350	0,61	201,3	1829,7	2	0,3123	1,0843	0,301	1,045
21	420	0,41	172,2	1694,8	1	0,150	0,4513	0,2086	0,724
22	420	0,43	180,6	1737,4	1	0,143	0,4465	0,21613	0,7504
23	420	0,45	189	1721	1	0,1657	0,5753	0,2272	0,788
24	420	0,48	201,6	1711,4	1	0,1973	0,6850	0,2430	0,843
25	420	0,52	218,4	1663,6	1	0,2483	0,8621	0,2685	0,932
26	420	0,54	226,8	1631,2	1	0,2705	0,9392	0,2799	0,971
27	420	0,57	239,4	1632,6	1	0,3000	1,0416	0,2993	1,025
28	420	0,60	252	1605	1	0,3349	1,1628	0,3154	1,088
29	420	0,43	180,6	1752,4	2	0,2060	0,71527	0,2426	0,842
30	420	0,45	189	1733	2	0,2239	0,7843	0,2588	0,881
31	420	0,48	201,6	1723,4	2	0,2597	0,9017	0,2727	0,946
32	420	0,50	210	1714	2	0,2809	0,975	0,2848	0,988
33	420	0,54	226,8	1564,2	2	0,340	1,1805	0,3198	1,109
34	420	0,57	239,4	1557,6	2	0,371	1,288	0,3584	1,175
35	420	0,60	252	1561	2	0,400	1,3888	0,3954	1,234
36	420	0,62	260,4	1555,8	2	0,421	1,4618	0,3678	1,277

cu aceste valori AK, obținute pentru $1/N = 1$ și $1/N = 2$, au fost calculate valorile raportului apă-ciment al pastei de ciment în tabelul 4.7.

Grupa 2 (17 amestecuri)

S-a procedat similar, cu deosebire că s-a folosit un ciment cu $A_{cn} = 0,263$. Rezultatele au fost evidențiate în tabelul 4.8.

Se poate observa că valorile W au fost calculate în tabelele 4.7 și 4.8 pentru ambele relații (4.51) Screntaev și (4.53) Dvorkin și au fost la rândul lor figurate în fig.4.12 pentru $A_{cn} = 0,29$ respectiv fig.4.12 pentru $A_{cn} = 0,263$. În aceste figuri se vede că valorile W obținute, descriu cu acuratețe variația liniară a celor

două relații (4.51) și (4.53). Soluția comună a acestor două relații este la intersecția celor două trepte, iar valorile W ale punctelor de intersecție, indiferent de dozaajul de ciment sau raportul P/N, s-a înșirat de-a lungul unor drepte paralele cu abscisa, corespunzătoare unei valori a lui $w = 0,298$ (valoare medie a punctelor de intersecție) pentru grupa 1 și $w = 0,2635$ pentru grupa 2 de amestecuri (vezi fig.4.14). Aceste valori ale lui W de intersecție, cad peste valorile pastei de consistență normală de 0,29 la grupa 1 și 0,263 la grupa 2 confirmând ipoteza lui Dvorkin [28] și în cazul folosirii lui AK în loc de AU.

Tabelul 4.8

GRUPA ② $A_{cn} = 0,265$ $\Phi_{max} = 31\text{mm}$						rel. (4.51)	rel. (4.53)
Am	Dozaj Cement kg/m ³	A/C	Apa A [kg/m ³]	Agregate AG [kg/m ³]	P/N	W	W
1	250	0,64	160	1763	1	0,1508	0,2237
2	250	0,70	175	1770	1	0,2088	0,2444
3	250	0,64	160	1829	2	0,2472	0,2553
4	250	0,70	175	1883	2	0,2956	0,2758
5	330	0,485	160,05	1707	1	0,1261	0,2051
6	330	0,53	174,9	1748	1	0,1625	0,2241
7	330	0,575	189,75	1755,25	1	0,2060	0,2392
8	330	0,62	204,6	1752,4	1	0,2516	0,2582
9	330	0,67	221,1	1792	1	0,2932	0,2754
10	330	0,485	160,05	1837,95	2	0,1660	0,2169
11	330	0,53	174,9	1847,1	2	0,2295	0,2473
12	330	0,575	189,75	1846,25	2	0,2746	0,2684
13	330	0,62	204,6	1828,4	2	0,3225	0,2909
14	420	0,42	176,4	1641,6	1	0,1488	0,2068
15	420	0,45	189	1698	1	0,1695	0,2177
16	420	0,49	205,8	1702,2	1	0,2088	0,2368
17	420	0,52	218,4	1690,6	1	0,2407	0,2522

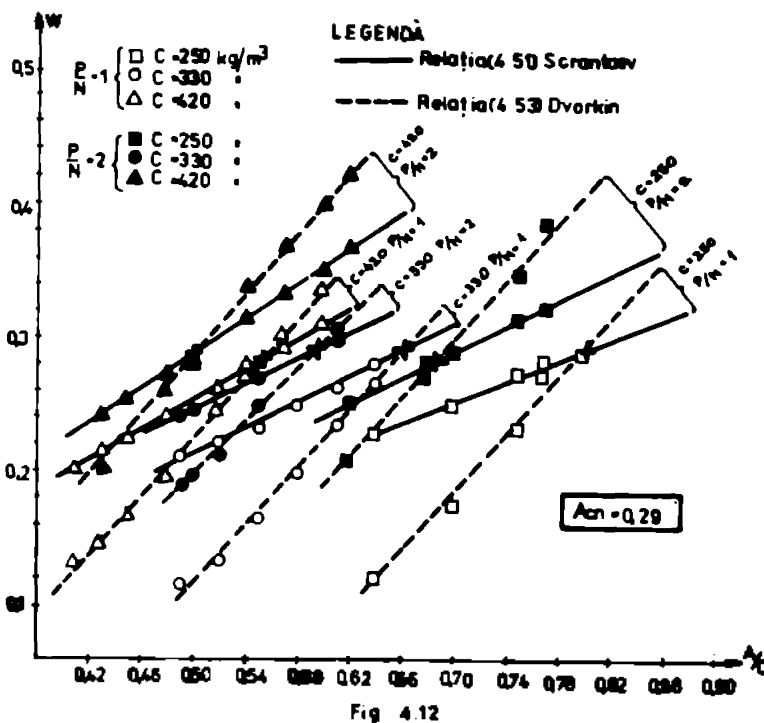


Fig. 4.12

Se poate observa că pentru același raport A/C, W crește oind dozajul de ciment crește, deasemeni oind raportul P/N crește. Micșorarea apei de consistență normală A_{cn} , micșorează panta dreptelor.

Tot pentru relația (4.53) s-a calculat în tabelul 4.9, coeficientul de variație C_v al valorilor W din tabelul 4.7 (cu $W = 0,288$), după metoda din STAS 7181/1-71, pentru grupa I de 36 de amestecuri. Valoarea obținută pentru $C_v = 18\%$ se poate considera acceptabilă

În altă ordine de idei, dacă egalăm cele două relații (4.51) și (4.53) analitic obținem:

$$\frac{A - AG \cdot AK}{C} = \frac{A}{C} \cdot \frac{A_{cn}}{A_{cn} + \frac{AG \cdot AK}{C}} \quad (4.54)$$

și după unele transformări rezultă:

$$A_{cn} = \frac{A}{C} - \frac{AG \cdot AK}{C} \quad (4.55)$$

Relația (4.55) arată că apa pentru ciment este egală cu apa betonului mai puțin apa agregatelor, la o lucrabilitate limită.

Pe baza acestor observații din fig. 4.12, 4.13 și 4.14 putem afirma că apa caracteristică AK determinată după procedura D. Vasiliu [99] poate fi folosită fără rezerve în relațiile (4.51) și (4.53).

Dintre aceste două relații, evident, prezintă interes relația (4.53).

În fig. 4.16 s-a evidențiat conform relației (4.53) influența asupra lui W a variației conșurului de ciment a raportului P/N și a apei de consistență normală.

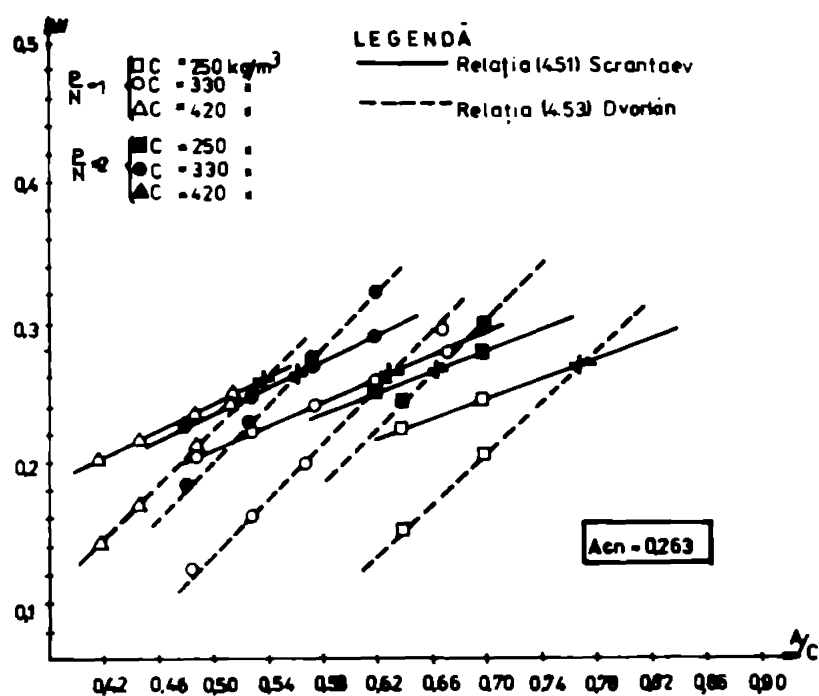


Fig. 4.13

Intrucit gama raporturilor A/C ale betonului a fost luata voit larga.

Revenind la factorul G conform relației (4.40) și folosind relația (4.45) se obține

$$G = \frac{2 \cdot 0,657 \cdot 0,3 \cdot \sqrt{R_c \cdot 165}}{PKB + PCB + FGB + a_0} \quad (4.57)$$

sau

$$G = \frac{0,1022947 \cdot 0,3 \cdot \sqrt{R_c}}{PKB + PCB + FGB + a_0} \quad (\text{adimensional}) \quad (4.58)$$

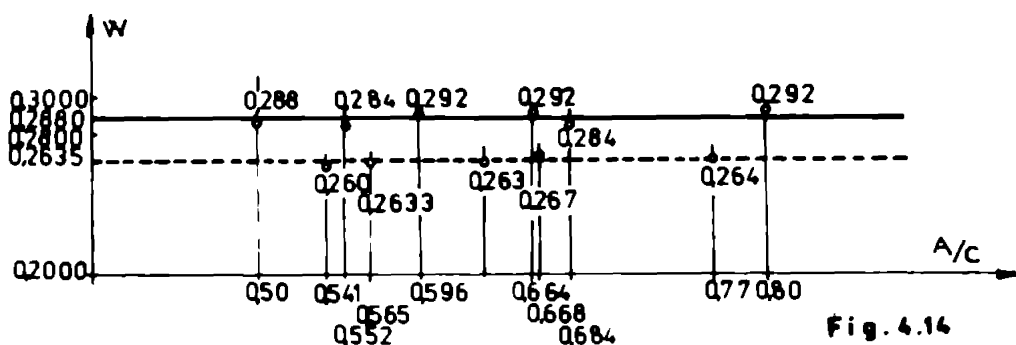


Fig. 4.14

Acum se poate scrie relația criteriului S avind toate mărimile sub formă calculabilă

$$S = \left[\frac{1}{[1 - VAG - VC(1 - 2^{\frac{1}{\beta}} \sqrt{R_c / 165})]^{\beta} - 1} \right] \cdot \frac{0,1022947 \cdot 0,3 \cdot \sqrt{R_c}}{PKB + PCB + FGB + a_0} \quad (4.59)$$

Tabela 4.9

Procesarea statistică după STAS 7884/1-71 a valorilor W din relația (4.53) pentru GRUPA @ de amestecuri (conform tabelului 4.7)

INTERVALUL m	DISTRIBUTIA	f	a	fa	fa ²
0,50 - 0,54					
0,54 - 0,58					
0,58 - 0,62	x	6	-3	-18	54
0,62 - 0,66	x x	7	-2	-14	49
0,66 - 0,70	x x x	8	-1	-8	64
0,70 - 0,74	x x x x	7	0	0	49
0,74 - 0,78	x x x x	4	+1	4	16
0,78 - 0,82	x x	2	+2	4	8
0,82 - 0,86	x	2	+3	6	18
0,86 - 0,90					
Total		56		-26	420

$\hat{W} = 0,218$
 $m_1 = \frac{\sum fa}{\sum f} = \frac{-26}{56} = -0,7222$
 $m_2 = \frac{\sum fa^2}{\sum f} = \frac{420}{56} = 7,5$
 $\mu_2 = m_2 - m_1^2$
 $\mu_2 = 7,5 - 0,5216 = 6,9784$
 $S' = \sqrt{\mu_2} = \sqrt{6,9784} = 2,6417$

$S = 0,1 \cdot S' \cdot \hat{W} = 0,1 \cdot 2,6417 \cdot 0,218 = 0,04829$
 $\bar{W} = (1 + 0,1 m_1) \cdot \hat{W} = [1 + 0,1(-0,7222)] \cdot 0,218 = 0,20672$
 $\bar{W} = 0,20672$; $C_v = \frac{S}{\bar{W}} = \frac{0,04829}{0,20672} = 0,2335$; $C_v = 23,35\%$

unde

$$\hat{W} = \frac{A}{C} \cdot \frac{A_{cn}}{A_{cn} + \frac{AG \cdot AK}{C}}$$

$$\beta = \frac{3(1 - \mu)}{1 + \mu + 2(1 - 2\mu) \frac{E_s}{E_a}}$$

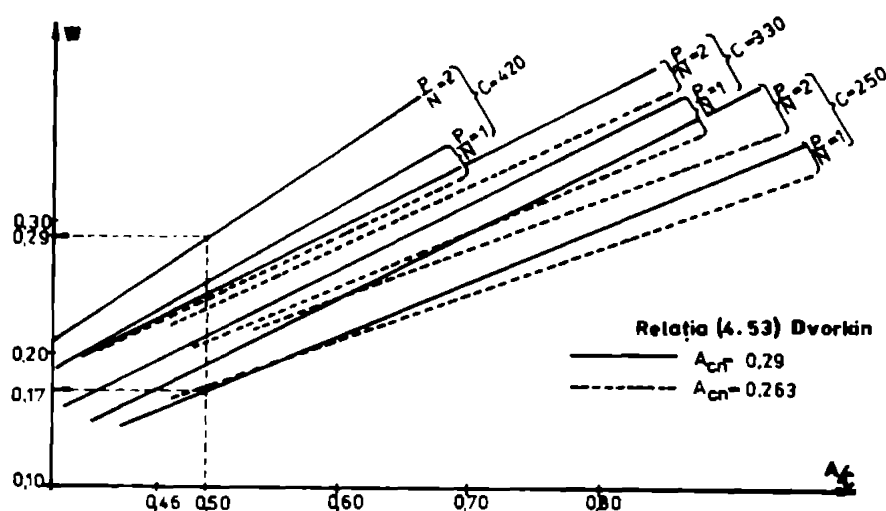


Fig. 4.16

$$R_{EB} = A - C.W. \sqrt{R_c/165}$$

$$R_{CB} = 0,18.C.W. \sqrt{R_c/165}$$

$$R_{OB} = 0,4.C.W. \sqrt{R_c/165}$$

Pentru stabilirea legii de variație $R_b = f(S)$ enunțată la punctul 4.2.2 relația (4.13), urmează prelucrarea statistică a datelor experimentale obținute cu relația (4.59)

pentru două serii de compoziții stabilite conform normativului Cl40-71.

4.2.5. Programul experimental

Amestecurile folosite trebuie să cuprindă variația factorilor amintiți la începutul punctului 4.2.2. În consecință s-au folosit două serii de amestecuri, fiecare pentru un tip de ciment cu rezistența și apa de consistență normală determinate în prealabil. Au fost folosite trei dozaje de ciment distincte în cadrul cărora dozajul de apă a variat. Compozițiile amestecurilor au fost stabilite după normativul Cl40-79, iar pentru betonul proaspăt obținut la fiecare amestec s-a determinat experimental densitatea aparentă ρ_{ba} după o indesare obișnuită (10 sec. pe masa vibratorie) și pentru același amestec a fost determinată și densitatea ρ_b a betonului proaspăt fără aer ocus. Aceste determinări s-au efectuat cu aparatul FINT. Volumul de aer ocus a fost calculat cu relația:

$$a_0 = \frac{\rho_b - \rho_{ba}}{\rho_b} \cdot 100 \quad (4.60)$$

Cu valorile reale ρ_b și a_0 au fost recalulate unele componente ale amestecului folosind relațiile:

$$AG = \rho_{ba} - A - C \quad (4.61)$$

$$\rho_a = \frac{AG}{1000 - \frac{AG}{\rho_c} - \frac{A}{\rho_{apă}} - a_0} \quad (4.62)$$

unde

ρ_a = densitatea aparentă a agregatelor
 ρ_c = densitatea cimentului = 3,1 kg/dm³

$\rho_{\text{apă}}$ = densitatea apei (a fost considerată = 1).

Aceste valori obținute pentru fiecare amestec au fost evidențiate în tabelul 4.10 pentru seria 1 cu 32 de amestecuri și în tabelul 4.11 pentru seria 2 cu 26 de amestecuri, în total 58 de compoziții.

SERIA 1		Tabelul 4.10										
		$R_c = 40,8 \text{ N/mm}^2$										
Nr. Am.	Dens. beton	Raport A/C	Apa A	Dens. beton aparentă beton B ₀	Densitatea beton B ₀	Ag. inclus	Agregat AG	Densitatea aparentă agreg. A ₀	ρ/N	Aditivi	Reziliență R ₁₀₀	Modul de elasticitate
UM	Kg/m ³		Kg/m ³	Kg/m ³	Kg/m ³	dm ³ /m ³	Kg/m ³	Kg/dm ³		%	N/mm ²	N/mm ²
1	230	0,64	160	2284	2434	62,2	1874	2,6896	1	—	28,5	30823,5
2	230	0,75	187,5	2298	2384	36,3	1860,5	2,6748	1	—	20,7	26785
3	230	0,77	192,5	2240	2386	62,8	1797,5	2,7068	1	—	20,8	30987,5
4	230	0,80	200	2302	2373	30,0	1852	2,6868	1	—	20,0	26500
5	230	0,94	235	2257	2307	25,8	1772	2,6907	2	—	20,0	26500
6	230	0,77	192,5	2253	2387	56,7	1810,5	2,7016	1	—	26,0	29655
7	230	0,82	205	2260	2368	42,8	1865	2,6877	1	—	24,8	29040
8	230	0,68	170	2285	2414	54,8	1864	2,6837	1	D 0,2%	25,7	29450
9	230	0,72	180	2292	2414	51,3	1862	2,7061	1	D 0,2%	24,5	28835
10	230	0,76	190	2284	2388	44,1	1844	2,6909	1	D 0,2%	22,8	28015
11	230	0,68	170	2291	2422	54,6	1874	2,6930	1	D 0,2%	26,5	29860
12	230	0,72	180	2291	2407	49,0	1861	2,6957	1	D 0,2%	25,0	29142
13	230	0,56	140	2269	2454	76,8	1879	2,6745	1	F 2%	34,2	35140
14	230	0,72	180	2288	2392	43,8	1858	2,6742	1	F 2%	23,4	28117
15	330	0,49	161,7	2265	2438	72,2	1771,5	2,6872	1	—	41,7	35497
16	330	0,58	191,4	2322	2407	35,3	1800,6	2,700	1	—	33,8	32996,5
17	330	0,61	201,3	2344	2390	32,0	1782,7	2,700	1	—	32,8	32422,5
18	330	0,64	211,2	2342	2375	25,9	1770,8	2,6975	1	—	31,0	31910
19	330	0,62	204,6	2285	2363	33,3	1750,4	2,6697	1	—	26,5	29860
20	330	0,66	217,8	2285	2554	29,5	1737	2,6878	1	—	24,4	28835
21	330	0,69	227,7	2275	2547	30,8	1747	2,7037	1	—	21,8	27400
22	330	0,49	161,7	2342	2447	55,7	1820	2,6947	1	L 0,3%	35,6	35632
23	330	0,52	171,6	2301	2430	53,7	1800	2,6936	1	L 0,3%	34,1	33140
24	330	0,55	181,5	2285	2416	54,9	1773,5	2,6936	1	L 0,3%	34,2	31920
25	330	0,58	191,4	2306	2442	44,4	1784,6	2,7131	1	L 0,3%	26,8	30075
26	330	0,49	161,7	2307	2433	52,3	1815	2,6708	1	F 2%	44,2	36215
27	420	0,57	239,4	2292	2345	22,7	1632,6	2,7100	1	—	36,6	33950
28	420	0,60	252	2277	2333	24,2	1605	2,728	1	—	36,7	34000
29	420	0,54	226,8	2241	2325	49,7	1564,2	2,6801	2	—	44,1	36215
30	420	0,57	239,4	2242	2303	39,8	1552,6	2,6525	2	—	40,4	35190
31	420	0,60	252	2233	2297	28,4	1561	2,6710	2	—	37,6	34267
32	420	0,62	260,4	2236	2292	24,6	1555,6	2,684	2	—	36,8	34062

La majoritatea amestecurilor s-a folosit un raport pietriș-nisip, $\rho/N = 1$; dar au fost amestecuri la care s-a utilizat un raport $\rho/N = 2$. În cadrul grupei nisip respectiv pietriș sorturile de agregate au fost în următoarele proporții: la nisip sort (0-3) 65%, sort (3-7) 35%, respectiv la pietriș sort (7-16) 40% și (16-31) 60%. Dimensiunea maximă a agregatelor a fost 31 mm. Apa caracteristică a fost determinată experimental pentru fiecare sort având valorile la sort (0-3): 0,163, sort (3-7): 0,030, sort (7-16): 0,0265 și sort (16-31): 0,0195 dm³/Kg.

Pentru raporturile pietriș/nisip s-a calculat apa caracteristică A_w ca medie ponderată față de proporțiile precizate mai sus și s-a obținut: pentru $(\rho/N=1)$ $A_w = 0,069375$ respectiv pentru $(\rho/N=2)$ $A_w = 0,053684$.

La unele amestecuri au fost folosite și aditivi ca Lisian (D) 0,2%, lignosulfonat de calciu (L) 0,3%, superfluidizantul Clubet (C) 2%. Din fiecare amestec au fost turnate trei epruvete cubice și păstrate în condiții standard. Rezistența (media a 3 cuburi) la 28 de zile a fost evidențiată în tabelul 4.10 și 4.11.

Pentru calculul elementelor din relația (4.50) era necesar și stabilirea modulului de elasticitate obținut pentru beton E_b cît și

SERIA 2		R _c = 26,4 N/mm ²										
Nr. Am.	C	A/C	A	f _{ba}	f _b	σσ	AG	f _a	P/N	Aditivi	R _{bm}	E
33	250	0,64	160	2173	2357	78,4	1763	2,589	1	—	20,0	26477
34	250	0,70	175	2195	2371	74,3	1770	2,6415	1	—	16,0	23915
35	250	0,76	190	2248	2352	44,4	1808	2,6395	1	—	12,5	21352
36	250	0,82	205	2265	2350	36,3	1810	2,6644	1	—	8,0	16330
37	250	0,64	160	2239	2377	58,1	1829	2,6081	2	—	18,4	25452
38	250	0,76	190	2344	2369	23,5	1874	2,6549	2	—	8,0	16330
39	250	0,59	148,7	2111	2322	91,0	1712	2,5191	1	L 0,3%	21,2	27092
40	250	0,55	165,7	2150	2324	83,5	1716	2,5531	1	L 0,3%	18,0	25247
41	250	0,715	178,7	2167	2330	69,8	1738	2,5909	1	L 0,3%	13,8	22377
42	250	0,775	193,7	2236	2359	52,3	1792	2,6614	1	L 0,3%	10,0	18995
43	330	0,485	160	2197	2337	60,0	1707	2,5344	1	—	30,5	31705
44	330	0,53	174,9	2253	2347	40,2	1748	2,5766	1	—	24,8	29040
45	330	0,575	189,7	2275	2340	27,8	1753,2	2,5965	1	—	22,7	27625
46	330	0,62	204,6	2287	2338	22,1	1752,4	2,6278	1	—	17,5	24940
47	330	0,67	221,1	2343	2387	18,7	1792	2,7409	1	—	13,5	22131
48	330	0,575	189,7	2366	2415	20,5	1846,2	2,7019	2	—	21,5	27256
49	330	0,62	204,6	2363	2397	14,2	1820,4	2,7097	2	—	15,5	25607
50	330	0,44	145,2	2135	2329	83,2	1660	2,4956	1	L 0,3%	36,0	33753
51	330	0,485	160	2158	2323	71,0	1668	2,5177	1	L 0,3%	31,5	32217
52	330	0,53	174,9	2108	2294	81,0	1603	2,5139	1	L 0,3%	26,2	29700
53	330	0,575	189,7	2180	2347	71,2	1660	2,6240	1	L 0,3%	24,1	28630
54	330	0,53	174,9	2202	2344	60,5	1697	2,5784	1	L 0,3%	26,6	29910
55	420	0,42	176,4	2238	2377	58,5	1641,6	2,6073	1	—	36,1	33753
56	420	0,45	189	2307	2387	35,7	1698	2,6456	1	—	31,4	32053
57	420	0,49	205,8	2328	2394	27,8	1702,2	2,6979	1	—	27,5	30270
58	420	0,52	218,4	2329	2372	18,1	1690,6	2,6919	1	—	22,6	27830

Tabelul 4.11

pentru agregate E_a.
 Pentru beton acest modul a fost adoptat conform STAS 8000-67 în funcție de rezistența R_b, din fig. 4.17 după curba 1. Valorile obținute au fost evidențiate în tabelele 4.10 și 4.11.

Pentru estimarea modulului de elasticitate E_a al agregatelor folosite a fost făcută o analiză mineralogică a unui eșantion de agregate cu (7-31) mm de către specialiștii în domeniul de la disciplina de mineralogie a Facultății de Chimie din cadrul I.P.T.V.I.

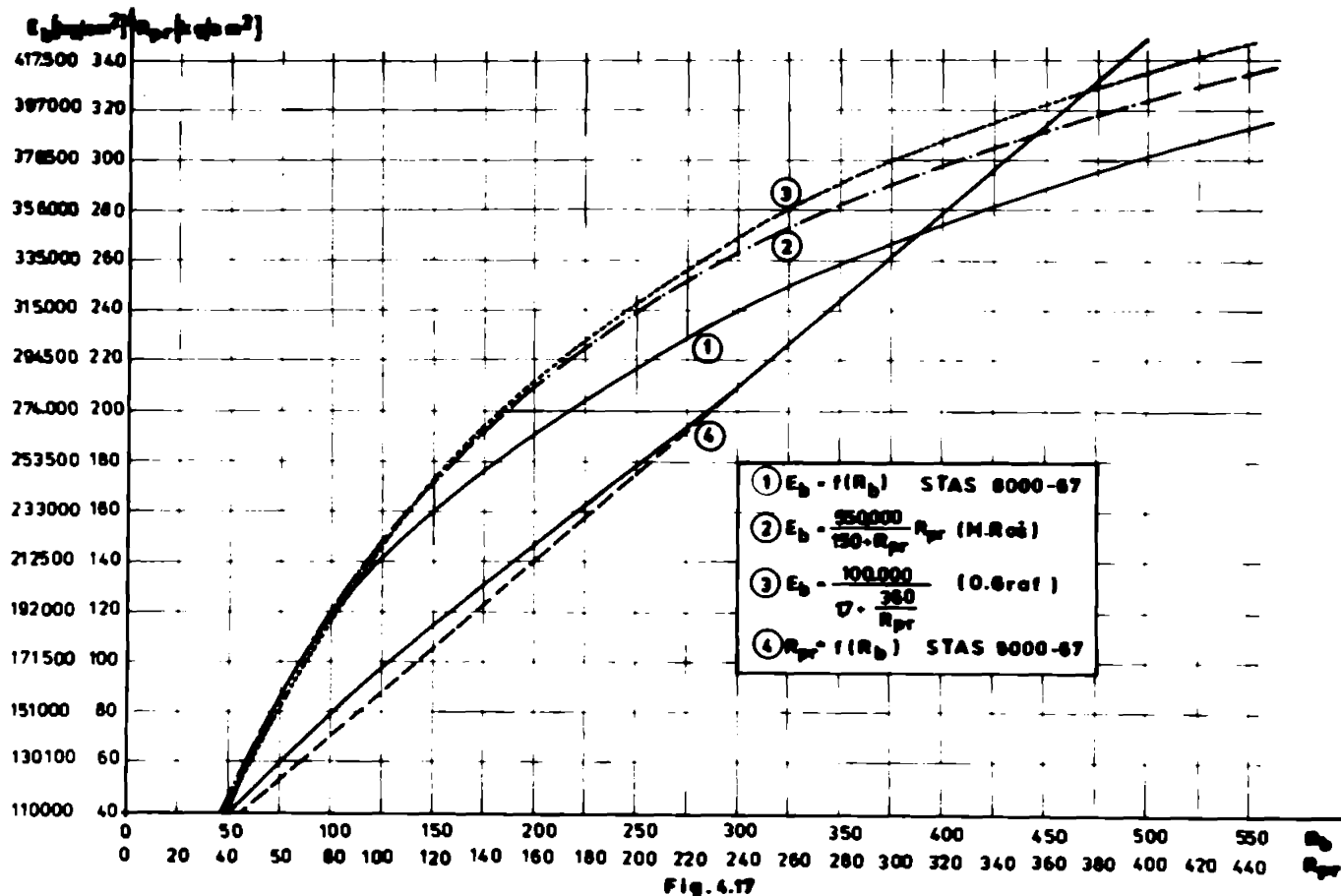
În urma acestei analize se a rezultat că din eșantionul avut la dispoziție, 6,95 % au fost GRESII, 11,62 % au fost MICAȘISTURI, 44,36 % au fost CUARȚITE și 37,17 % au fost ROCI GRANITICE (granite, andezite, grandiotite).

S-a făcut ipoteza că aceste procente sînt valabile pentru toată masa agregatelor inclusiv nisipul. Deci se va putea calcula un E_a mediu ponderat cu valorile pentru E_a a diferitelor roci conform 1 evidențiate în tabelul 4.1 și fig.4.18.

Valorile medii ale densităților pentru E_a din fig.4.18 pentru tipurile de roci găsite în eșantionul de agregate sînt următoarele:

- gresii $E_a \text{ med} = 26.500 \text{ N/mm}^2$
- micașisturi (gnais) $E_a \text{ med} = 21.000 \text{ N/mm}^2$
- cuarțite $E_a \text{ med} = 70.000 \text{ N/mm}^2$
- roci granitice $E_a \text{ med} = 37.000 \text{ N/mm}^2$

Media ponderată a valorilor medii va fi:



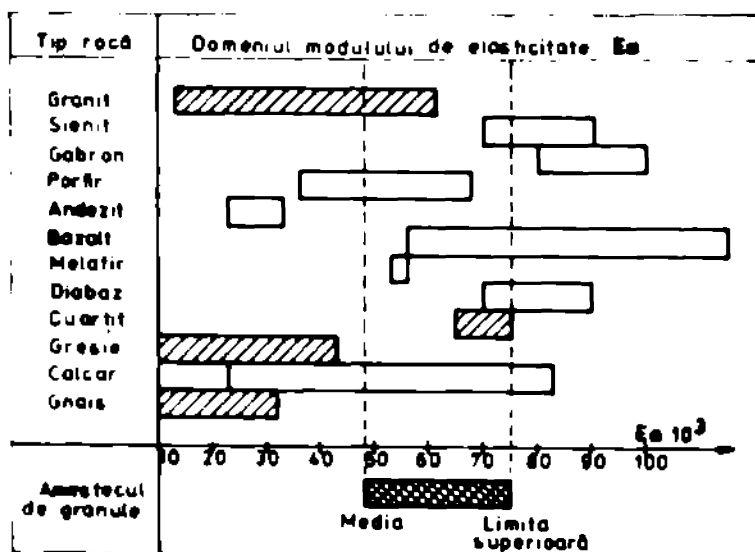
$$E_{b,med} = \frac{6,85 \cdot 25500 + 11,62 \cdot 21000 + 44,35 \cdot 70000 + 37,17 \cdot 37000}{6,85 + 11,62 + 44,35 + 37,17}$$

$$E_{b,med} = 49.060 \text{ N/mm}^2$$

Media ponderată a limitelor superioare a domeniilor pentru E_b a agregatelor din eșantion va fi:

$$E_{b,l.m} = \frac{6,85 \cdot 43000 + 11,62 \cdot 32000 + 44,35 \cdot 75000 + 37,17 \cdot 61000}{100}$$

$$E_{b,l.m} = 52.007 \text{ N/mm}^2$$



Intrucit in masa betonului agregatele sînt incleștate in matricea pietrei de ciment, se va considera valoarea de $E_b = 62.000 \text{ N/mm}^2$ drept valoare pentru agregatele din amestecurile realizate.

Pe această valoare se calculează raportul modular β din expresia lui β rel. (4.30). In această relație apare și coeficientul lui

Tabel 4.12

SERIA 1 $R_c = 40,6 \text{ N/mm}^2$; $A_{cn} = 0,29$; $E_a = 62600 \text{ N/mm}^2$; $\mu_a = 0,12$; $\mu = 0,40$															
Nr. Am.	C	G	G ₁	PB	P	PKB	PCB	PGB	a ₀	W	α_H	E/E _a	β	ψ	S
1	250	0,17754	57,338	210,265	148,065	154,584	5,1148	13,3662	62,2	0,22913	0,2270	0,4924	1,4607	6,99599	1,24231
2	250	0,20957	45,9887	209,749	173,449	154,045	6,0217	3,3817	36,6	0,24976	0,2680	0,4279	1,5425	7,73400	1,62089
3	250	0,19177	46,1312	240,568	177,754	157,392	6,3193	14,043	62,8	0,2831	0,2810	0,4950	1,4576	5,4657	1,02777
4	250	0,21876	47,0269	214,769	184,968	164,219	6,4420	14,3156	30,0	0,28859	0,286	0,4230	1,5487	7,39787	1,61837
5	250	0,27648	66,2512	239,824	215,823	184,580	9,0758	20,1678	25,8	0,40657	0,403	0,3233	1,5487	5,68199	1,57045
6	250	0,195107	45,9214	234,522	177,822	157,5523	6,29056	13,9790	56,7	0,28181	0,27958	0,47372	1,4834	5,90875	1,45697
7	250	0,211083	48,9960	232,139	189,339	167,712	6,71178	14,9150	42,8	0,30068	0,29830	0,46389	1,49574	6,01584	1,26972
8	250	0,187705	39,8072	212,076	157,276	139,705	5,45304	12,1176	34,8	0,24429	0,24235	0,47044	1,48753	7,15517	1,33931
9	250	0,193640	42,1781	217,818	166,518	147,900	5,7778	12,8396	31,3	0,25884	0,25679	0,46062	1,49987	6,90317	1,33673
10	250	0,203836	44,7984	219,780	175,680	155,906	6,13677	13,6372	44,1	0,27492	0,27245	0,44752	1,51665	6,89309	1,40606
11	250	0,187405	39,7122	211,906	157,306	139,777	5,44003	12,0889	34,6	0,243707	0,24177	0,47699	1,47942	7,05472	1,32209
12	250	0,195778	42,1930	215,3136	166,5136	147,889	5,77988	12,8441	49,0	0,258951	0,25688	0,46357	1,49369	6,94380	1,35944
13	250	0,158036	32,6147	206,375	129,5752	115,179	4,46777	9,92838	76,8	0,200151	0,19856	0,52939	1,41756	6,84415	1,08952
14	250	0,200840	42,2366	210,2997	166,499	147,856	5,78584	12,8574	43,8	0,259199	0,25744	0,44915	1,54454	7,44068	1,44394
15	330	0,21009	46,1464	219,650	146,950	126,581	6,3214	14,0476	72,7	0,24454	0,213	0,5671	1,3762	5,48559	1,15247
16	330	0,25844	54,1190	209,402	174,107	150,213	7,4136	16,4746	35,3	0,25160	0,250	0,5271	1,4202	6,03237	1,35904
17	330	0,26623	57,2404	215,004	183,004	157,738	7,8412	17,4249	32,0	0,26611	0,264	0,5179	1,4306	5,81784	1,54888
18	330	0,27673	60,2824	217,832	191,931	155,323	8,2572	18,3508	25,9	0,28025	0,278	0,5097	1,4404	5,70875	1,57982
19	330	0,26826	58,7792	219,112	185,812	159,866	8,0519	17,8932	33,3	0,27327	0,2711	0,4769	1,47942	6,06334	1,62655
20	330	0,27636	62,8402	227,214	197,714	169,976	8,6082	19,1294	29,5	0,292451	0,28984	0,46062	1,49987	5,815397	1,608415
21	330	0,343620	80,4547	232,783	201,983	166,4711	11,0212	24,4915	30,8	0,37404	0,37108	0,43769	1,52948	5,80764	1,938113
22	330	0,22400	43,4431	202,874	147,174	127,1161	6,2250	13,8335	53,7	0,21127	0,09598	0,53757	1,40837	6,47524	1,43045
23	330	0,231326	48,5275	209,788	156,088	134,6688	6,6476	14,7724	53,7	0,22561	0,2382	0,52939	1,41756	6,17130	1,42763
24	330	0,235431	51,7606	219,855	164,955	142,1083	7,0905	15,7566	34,9	0,24064	0,23873	0,50990	1,43995	5,88756	1,45296
25	330	0,24903	54,3925	218,444	174,0142	150,005	7,45103	16,5578	44,4	0,252877	0,25087	0,48043	1,47520	6,19162	1,54217
26	330	0,228201	45,5149	199,431	147,1518	127,0615	6,23492	13,8553	52,3	0,24604	0,20943	0,57851	1,36408	6,15373	1,40428
27	420	0,34224	80,8377	236,255	213,555	177,864	11,0764	24,6142	22,7	0,2953	0,293	0,5423	1,4031	4,3707	1,49886
28	420	0,34494	85,8124	248,771	224,371	168,693	11,7554	26,1225	24,2	0,31346	0,311	0,5432	1,4022	3,9785	1,37239
29	420	0,35209	87,5850	248,530	198,830	160,205	11,987	26,6377	49,7	0,31964	0,317	0,5787	1,3641	3,7427	1,31776
30	420	0,3712	92,6467	249,587	207,786	168,892	12,6913	28,2029	39,8	0,33842	0,336	0,562	1,3815	3,7306	1,3848
31	420	0,39080	97,3087	248,997	220,896	177,944	13,3300	29,6222	28,1	0,35547	0,353	0,5474	1,3975	3,75119	1,46598
32	420	0,39828	100,694	257,814	228,214	183,767	13,793	30,652	24,6	0,36782	0,365	0,5441	1,4011	3,6408	1,45013

Tabel 4.13

SERIA 2 $R_c = 26,4 \text{ N/mm}^2$; $A_{cn} = 0,263$; $E_a = 62600 \text{ N/mm}^2$; $\mu_a = 0,12$; $\mu = 0,10$															
Nr. Am.	C	G	G ₁	PB	P	PKB	PCB	PGB	a ₀	W	α_H	E/E _a	β	ψ	S
33	250	0,12839	29,4035	229,002	150,601	137,622	4,0279	8,9508	78,4	0,22377	0,179	0,4230	1,5491	7,41573	0,95217
34	250	0,13418	32,0773	239,047	164,747	150,588	4,3941	9,7648	74,3	0,24411	0,195	0,3820	1,6065	7,44246	0,99868
35	250	0,15373	34,5465	223,422	179,021	163,861	4,7050	10,4356	44,4	0,24138	0,209	0,3411	1,6682	9,0184	1,38840
36	250	0,16138	37,031	229,464	193,163	176,817	5,0728	11,2728	36,3	0,28182	0,225	0,2609	1,8042	10,4042	1,67905
37	250	0,16269	33,7296	207,319	149,209	134,330	4,6205	10,2678	38,1	0,25669	0,205	0,4066	1,5716	8,7693	1,42526
38	250	0,19649	39,4722	200,883	177,383	159,960	5,4072	12,0159	23,5	0,30039	0,240	0,2609	1,8042	12,8627	1,57273
39	250	0,128697	29,6359	230,277	139,277	126,196	4,0597	9,0216	91,0	0,22554	0,1804	0,4327	1,5335	7,191784	0,92556
40	250	0,137552	32,3766	236,837	153,337	138,958	4,4625	9,9168	85,5	0,24792	0,1983	0,4033	1,575	7,19602	0,98982
41	250	0,14869	35,2805	237,2731	167,473	151,900	4,8329	10,7398	69,8	0,268497	0,2147	0,3574	1,645	7,81574	1,162138
42	250	0,160272	37,3132	234,459	181,759	165,201	5,1388	11,4195	52,3	0,28548	0,2283	0,3034	1,731	8,97597	1,43860
43	330	0,17049	35,5790	208,678	148,677	132,973	4,8738	10,8307	60,0	0,20512	0,164	0,5065	1,4440	6,97201	1,18870
44	330	0,18668	37,8938	202,988	162,787	146,061	5,1909	11,5354	40,2	0,24847	0,175	0,4639	1,4957	8,64385	1,61363
45	330	0,20310	41,5036	204,284	176,484	158,164	5,6854	12,6543	27,8	0,25928	0,191	0,4413	1,5248	7,9298	1,61107
46	330	0,21091	44,7949	212,382	190,282	170,509	6,1365	13,636	22,1	0,25826	0,207	0,3984	1,5830	8,05208	1,69832
47	330	0,21279	47,7775	224,519	205,828	184,739	6,5449	14,5441	18,7	0,27545	0,220	0,3535	1,6490	8,0347	1,70972
48	330	0,23832	46,5617	195,367	174,867	154,314	6,3783	14,174	20,5	0,28844	0,215	0,4554	1,5325	8,5178	1,98238
49	330	0,24900	50,4665	202,669	188,469	166,193	6,9132	15,362	14,2	0,29096	0,233	0,3771	1,6137	8,76768	2,10323
50	330	0,159380	34,6377	217,328	134,828	118,839	4,7448	10,5442	83,2	0,194701	0,1597	0,5392	1,405	6,21350	0,990509
51	330	0,17397	38,0801	218,828	147,828	131,0196	5,21646	11,59213	71,0	0,219348	0,1756	0,51464	1,4335	6,31561	1,07878
52	330	0,17547	42,5201	242,309	161,309	142,540	5,82469	12,9437	81,0	0,245147	0,19611	0,4744	1,483	5,71562	1,02977
53	330	0,18364	45,2654	246,431	175,2316	155,2314	6,20074	13,7794	71,2	0,260974	0,2087	0,4573	1,503	5,67005	1,041284
54	330	0,185493	41,2211	222,224	161,724	143,5292	5,64673	12,5482	60,5	0,223765	0,19012	0,4777	1,475	6,51254	1,08035
55	420	0,20721	45,6517	220,308	161,808	141,657	6,2537	13,877	58,5	0,2068	0,165	0,5392	1,4065	5,7484	1,19118
56	420	0,23126	47,3110	204,578	170,877	148,994	6,4810	14,4021	33,7	0,21431	0,171	0,5120	1,4375	6,5111	1,50577
57	420	0,24104	52,2806	216,889	189,889	166,0126	7,1617	15,9149	27,8	0,23683	0,189	0,4835	1,4714	6,2887	1,51588
58	420	0,25458	55,6773	218,704	200,603	176,027	7,6271	16,949	18,1	0,25221	0,202	0,4446	1,5205	6,5838	1,67610

Poisson pentru beton respectiv pentru agregate. Conform [67] și a comentariului de la sfârșitul punctului 4.2.3 pentru beton se consideră $\mu = 0,1$, iar pentru agregate $\mu_a = 0,12$.

Astfel toate elementele de intrare a relației (4.59) au fost stabilite și s-au calculat valorile porozităților respectiv a factorilor ψ și G și valorile criteriului fizico-structural S . Calculele au fost efectuate cu un program de calcul automat (în FORTRAN) la calculatorul elix C 256 și au fost evidențiate în tabelul 4.12 pentru seria 1 și 4.13 pentru seria 2 de amestecuri.

În tabelele 4.12 și 4.13 valoarea P este suma porozităților capilare, de contracție și de gel conform relației

$$P = P_{KB} + P_{CB} + P_{GB} \quad (4.63)$$

iar P_B este porozitatea totală a betonului incluzînd și aerul oclus după relația

$$P_B = P + a_0 \quad (4.64)$$

iar

$$G = \frac{G_1}{P_B} \quad (4.65)$$

4.2.6. Prelucrarea statistică a rezultatelor pentru obținerea ecuațiilor de regresie $R_b = f(S)$

Perrechile de valori R_b , S și C pentru cele trei dozaje de ciment la seria 1 de compoziții ($V_c = 40,2 \text{ N/mm}^2$) și apoi la seria 2 de compoziții ($V_c = 26,4 \text{ N/mm}^2$) reprezintă obiectul prelucrării statistice urînd să se obțină 6 curbe cu ecuațiile de regresie aferente. Conform [109] s-a testat pentru un dozaj $V_c = 250$, seria 1, ecuația $R_b = f(S)$ presupunîndu-se pe rînd ca fiind o ecuație liniară de forma $y = ax + b$, un polinom de gradul II de forma $y = ax^2 + bx + c$, o funcție putere de forma $y = ax^b$ și o funcție exponențială de forma $y = -ae^{kx}$. În aceste ecuații $y = R_b$ iar $x = S$. S-au obținut ecuațiile cu coeficienții numerici de forma: $R_b = -10,913504 S + 41,357356$, $R_b = 9,8120675 S^2 - 42,162043 S + 65,297568$, $R_b = 0,00027854 S^3 + 0,113384$, și $R_b = 46,449473 e^{-0,4295531 S}$.

Pentru a vedea care din aceste estimări descrie cel mai bine fenomenul, s-a aplicat metoda celor mai mici pătrate după [79] avînd forma generală

$$\text{min } \Delta = \sum_{k=1}^n [y_k - f(x_k; a, b, c)]^2 \quad (4.66)$$

Din tipurile de ecuații enumerate mai sus cel mai mic Δ a fost cel al ecuației exponențiale, deci această lege va fi folosită în continuare la estimările următoare.

Pentru determinarea coeficienților ecuațiilor de regresie exponențiale de forma

$$y = a \cdot e^{bx} \quad (4.67)$$

unde $y = R_p$ și $x = D$, s-a procedat la linearizare prin logaritmare și schimbări de variabile după [79] astfel:

$$\lg y = \lg a + b \lg e \cdot x \quad (4.68)$$

Se vor nota

$$\lg y = Y \quad (4.69)$$

$$\lg a = a_1 \quad (4.70)$$

$$b \lg e = b_1 \quad (4.71)$$

$$x = X \quad (4.72)$$

Forma linearizată a ecuației va fi

$$Y = a_1 + b_1 \cdot X \quad (4.73)$$

Prelucrarea statistică cere calculul valorilor $\sum X$, $\sum X^2$, $\sum Y$ și $\sum XY$ pentru toate datele experimentale în cauză, urmînd ca pe baza acestor sume să rezulte următoarele valori medii aplicabile cînd toate datele experimentale au aceeași precizie.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k \quad ; \quad \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_k \quad (4.74)$$

$$\bar{X}^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k^2 \quad ; \quad \bar{XY} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n XY$$

Cu ajutorul acestora s-au obținut coeficientul a_1 din relația

$$a_1 = \frac{\bar{XY} - (\bar{X}) \cdot (\bar{Y})}{\bar{X}^2 - (\bar{X})^2} \quad (4.75)$$

Astfel se poate scrie ecuația liniară

$$Y - \bar{Y} = a_1 (X - \bar{X}) \quad (4.76)$$

din care va rezulta coeficientul b_1 .

Inlocuind valorile numerice în ecuația (4.76) se obține forma numerică a relației (4.73). Folosind relațiile (4.69)-(4.72) se revine la ecuația de regresie neliniară de forma (4.67) care de fapt a fost căutată.

Se face observația că coeficientul b_1 a rezultat zăreau cu semn negativ ceea ce reprezintă o formă descendentă a curbei ca în figura 4.18'. Această procedură de nivelare descrisă mai sus oferă estimării

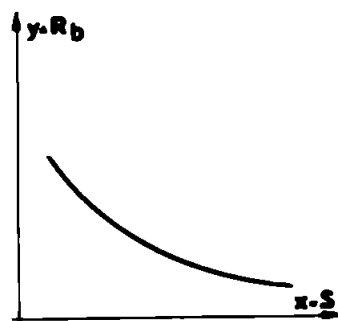


Fig 4.18'

a legii $R_b = f(S)$ mai mult sau mai puțin apropiată de forma "adevărată" a ecuației.

Abateră de la forma "adevărată" se datorește erorilor conținute de datele experimentale, erori generate de o mulțime de cauze obiective și subiective de natură tehnică și umană. Imprăștierea datelor evidențiază existența erorilor. În cadrul fiecărei grupe de date există rezultate care foarte probabil au o eroare mai mare decât media erorilor. Depistarea acestor amestecuri care au dat rezultate suspecte de erori mai mari și eliminarea lor din familie îmbunătățește calitatea estimării. Pe parcursul calculului de nivelare pentru obținerea ecuațiilor de regresie s-a verificat calitatea estimărilor cu ajutorul indicelui de corelație neliniară. Forma acestuia pentru cazul datelor negrupate [77] [95] și puțin numeroase este:

$$i_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{\sum_{k=1}^n (y_k - y_k^*)^2}{\sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y}_k)^2}} \quad (4.77)$$

în care

- y_k = valorile empirice
- \bar{y}_k = valoarea medie
- y_k^* = valorile calculate teoretic

Acest indice poate lua valori între 0 și 1. Pentru valori apropiate de zero, între cele două variabile nu există corelație (sau corelația este foarte slabă), pentru valori apropiate de 1 corelația curbilinie este bună între cele două variabile. Urmărind relația (4.77) se poate observa că se face raportul între două dispersii, cea a valorilor empirice față de valorile teoretice și a valorilor empirice față de medie. Pentru ca $i_{y/x}$ să fie cât mai aproape de 1, raportul de sub radical trebuie să fie cât mai mic.

Înfluența în acest caz a acestui raport, înseamnă a micșora numărătorul, acest lucru fiind mai degrabă posibil decât mărirea numitorului. Pe baza acestei observații au fost depistate acele date experimen-

tate a căror abatere mare eliminată, a micșorat relativ simțitor numărătorul raportului.

O altă procedură care a fost folosită pentru îmbunătățirea coeficienților ecuațiilor de regresie după ce prin nivelare s-a obținut o estimatie satisfăcătoare, a fost prin metoda ponderilor [79], care în cazul funcției exponențiale $y = ae^{bx}$ este avantajoasă datorită formei simple a ponderii.

Dacă în procesul de nivelare s-a folosit schimbarea de variabilă pentru liniarizare de forma

$$Y = g(y) \quad (4.78)$$

atunci ponderea w_k va avea forma

$$w_k = \left[\frac{1}{Y'_k} \right]^2 \quad (4.79)$$

unde $Y'_k = g'(y_k)$ este derivata funcției (4.78).

Funcția exponențială, se va liniariza acum cu relația

$$Y = \ln y \quad (4.80)$$

deci ponderea va fi

$$w_k = \left[\frac{1}{(\ln y)_k'} \right]^2 = \left[\frac{1}{\frac{1}{y_k}} \right]^2 = y_k^2 \quad (4.81)$$

Forma liniarizată a ecuației exponențiale va fi:

$$\ln y = \ln a + b \cdot x \quad (4.82)$$

$$\text{Se va nota: } \ln a = v, \quad b = u \quad \text{și} \quad x = X \quad (4.83)$$

$$X = v + u \cdot X \quad (4.84)$$

Se scrie următorul sistem de ecuații în u și v

$$\begin{cases} v \sum w_k + u \sum X_k \cdot w_k = \sum Y_k \cdot w_k \\ v \sum X_k \cdot w_k + u \sum X_k^2 \cdot w_k = \sum X_k \cdot Y_k \cdot w_k \end{cases} \quad (4.85)$$

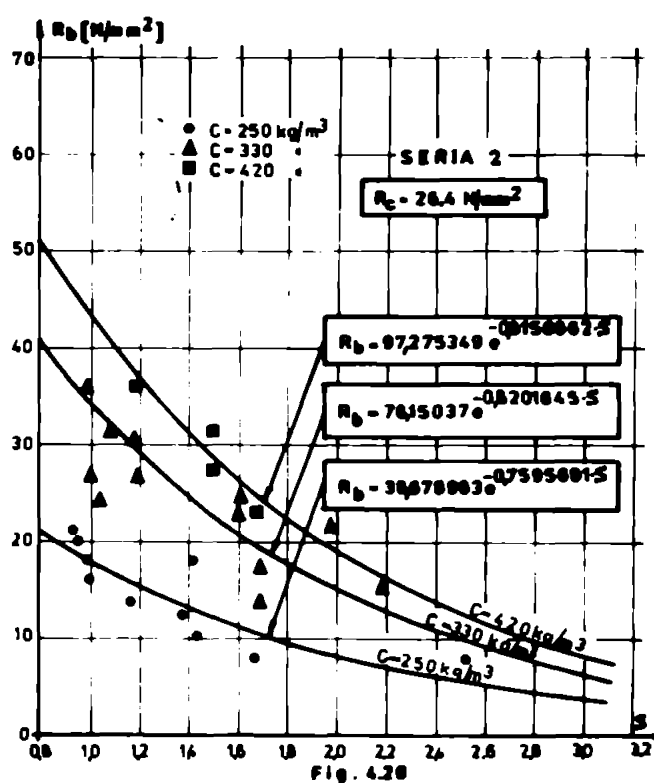
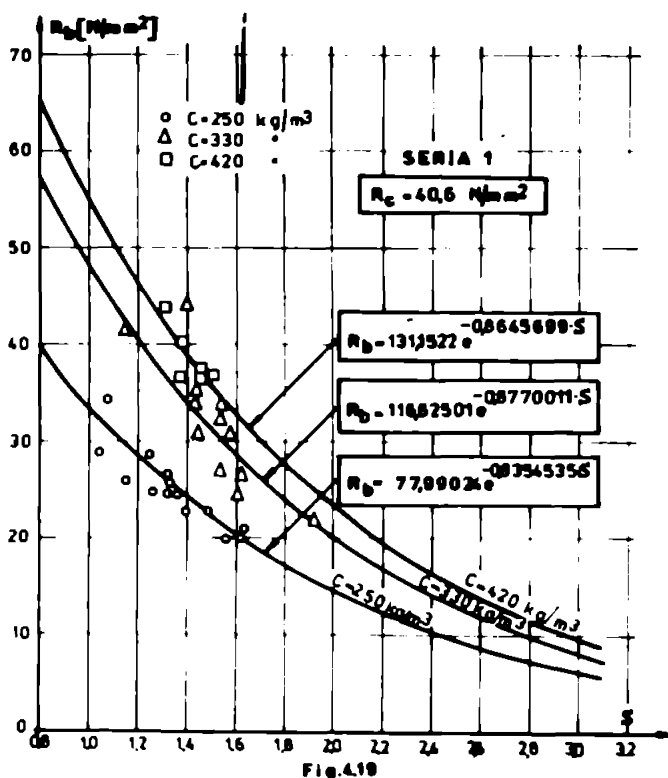
Înlocuind relațiile (4.80) și (4.81) și avînd $X = x$ se poate scrie:

$$\begin{cases} v \sum y_k^2 + u \sum x_k \cdot y_k^2 = \sum \ln y_k \cdot y_k^2 \\ v \sum x_k \cdot y_k^2 + u \sum x_k^2 \cdot y_k^2 = \sum x_k \cdot \ln y_k \cdot y_k^2 \end{cases} \quad (4.86)$$

S-au calculat sumele din relația (4.86) pentru toate datele experimentale. Rezolvarea sistemului oferă pe u și v și se obține ecuația (4.84) sub formă numerică din care cu notațiile (4.83) rezultă forma numerică a ecuației exponențiale cu coeficienți îmbunătățiți.

Calcululele numerice ale prelucrărilor statistice pentru datele din tabelele 4.10 - 4.13 sînt cuprinse în anexa 2.

Ecuațiile de regresie obținute care estimează legea $R_b = f(S)$, pentru fiecare doză de ciment, la cele două serii de amestecuri sînt centralizate în tabelul 4.14. În tabelul 4.14 au fost evidențiate și formele intermediare ale ecuațiilor obținute pe parcursul operației de nivelare și de îmbunătățire a coeficienților cu valorile obținute pentru indicii de corelație. S-a adoptat în final ecuația pentru care indicii de corelație neliniar a fost cel mai mare. Reprezentarea curbelor descrise de aceste ecuații s-a făcut în figurile 4.19 pentru seria 1 și 4.20 pentru seria 2 de amestecuri.



4.2.7. Verificarea semnificației estimațiilor obținute prin ecuațiile de regresie

Pentru a ne asigura că estimațiile prelucrării statistice, concretizate prin coeficienții obținuți ai ecuațiilor de regresie, respectiv prin indicii de corelație (care descrie intensitatea corelației neliniare), sînt deosebite de încredere, trebuie să se verifice

semnificația acestor estimări calculate, determinând și intervalele de încredere corespunzătoare mai ales când numărul datelor n este mai mic. În literatura de statistică matematică se formulează teste

Tabelul 4.14

Seria	C	Procedura de stabilire a ecuației de regresie	Forma ecuației de regresie	Indicele de corelație neliniară	Ec. adopt.
SERIA 1 $R_c = 40,6 \text{ N/mm}^2$	250 kg/m^3	Nivelare pentru $n = 13$ amestecuri	$R_b = 58,664585 e^{-0,6480692 S}$	0,9115276	
		Îmbunătățire coeficienți pt. $n = 12$ amestecuri	$R_b = 77,99024 e^{-0,8354535 S}$	0,925326	☒
	330 kg/m^3	Nivelare pentru $n = 12$ amestecuri	$R_b = 401,30675 e^{-0,7874131 S}$	0,74432	
		Îmbunătățire coeficienți pt. $n = 11$ amestecuri	$R_b = 89,624915 e^{-0,7109537 S}$	0,84257	
		Îmbunătățire coeficienți pt. $n = 10$ amestecuri	$R_b = 46,52501 e^{-0,8770011 S}$	0,91534	☒
	420 kg/m^3	Nivelare pentru $n = 6$ amestecuri	$R_b = 131,1522 e^{-0,8445699 S}$	0,782982	☒
Îmbunătățire coeficienți pt. $n = 6$ amestecuri		$R_b = 146,46232 e^{-0,9401726 S}$	0,782862		
SERIA 2 $R_c = 26,4 \text{ N/mm}^2$	250 kg/m^3	Nivelare pentru $n = 10$ amestecuri	$R_b = 31,507653 e^{-0,6729265 S}$	0,815614	
		Nivelare pentru $n = 9$ amestecuri	$R_b = 30,906127 e^{-0,626377 S}$	0,879732	
		Îmbunătățire coeficienți pt. $n = 8$ amestecuri	$R_b = 58,678983 e^{-0,7379681 S}$	0,911792	☒
	330 kg/m^3	Nivelare pentru $n = 12$ amestecuri	$R_b = 52,237659 e^{-0,5387637 S}$	0,7911611	
		Nivelare pentru $n = 8$ amestecuri	$R_b = 73,824178 e^{-0,8002041 S}$	0,939023	
		Îmbunătățire coeficienți pt. $n = 8$ amestecuri	$R_b = 78,15037 e^{-0,8201645 S}$	0,940911	☒
420 kg/m^3	Nivelare pentru $n = 4$ amestecuri	$R_b = 40,05465 e^{-0,906508 S}$	0,921912		
	Îmbunătățire coeficienți pt. $n = 4$ amestecuri	$R_b = 97,275349 e^{-0,8150862 S}$	0,92416	☒	

te diferite, cele mai multe fiind pentru verificări asupra estimărilor liniare. Dacă estimările nu sînt liniare, dar sînt liniarizabile prin schimbări de variabile (cum este și în cazul de față) atunci se vor folosi criteriile liniare pentru analiză în toate cazurile cînd acest lucru este posibil [77] [79]. În consecință, pentru ecuațiile adoptate în tabelul 4.14 (marcate cu semnul ☒) se vor calcula erorile standard ale coeficienților. Întrucît, pentru toate dozajele de la cele două serii, ecuația de re-

gresie adoptată a rezultat în urma procedurii de îmbunătățire a coeficienților (excepție face doar dozajul de 420 kg/m^3 la seria 1, unde s-a folosit nivelarea) liniarizarea trebuie din nou efectuată aplicînd schimbările de variabilă conform relațiilor (4.69)-(4.72).

Se va obține ecuația liniară de forma

$$Y = a_1 - b_1 \cdot X \quad (4.87)$$

care reprezintă estimarea ecuației teoretice

$$Y = \alpha - \beta \cdot X \quad (4.88)$$

deci a_1 este valoarea estimată a coeficientului teoretic α și b_1 este valoarea estimată a coeficientului teoretic β .

Erorile standard ale coeficienților a_1 și b_1 se vor calcula după [77] cu relațiile:

$$s_{a_1} = s_{YY}^* \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x - \bar{x})^2}} \quad (4.89)$$

$$s_{b_1} = \frac{s_{YY}^*}{\sqrt{\sum(x - \bar{x})^2}} \quad (4.90)$$

unde s_{YY}^* este abaterea reziduală calculabilă cu relația

$$s_{YY}^* = \sqrt{\frac{\sum(y - y^*)^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a_1 \sum Y - b_1 \sum XY}{n - 2}} \quad (4.91)$$

iar

$$\sum(x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \quad (4.92)$$

Abaterea reziduală are proprietatea că atunci cînd s_{YY}^* este minim, coeficientul de corelație liniară r este maxim.

Cunoscînd erorile standard s_{a_1} și s_{b_1} se aplică criteriul t definit prin factorul $t(q; f)$ unde q este nivelul de semnificație ales, iar f este numărul de grade de libertate. Pentru q corespunde o probabilitate P după relația:

$$P = 1 - \frac{q}{2} \quad (4.93)$$

Factorul $t(q; f)$ urmărește funcția de repartiție STUDENT și este dat în tabele [77], [79], [109]. S-a ales un nivel de semnificație de gradul I; $q_1 = 0,05$ pentru care probabilitatea va fi:

$$P = 1 - \frac{0,05}{2} = 0,975 \quad (97,5 \%) \quad (4.94)$$

Numărul de grade de libertate $f = n - 2$ unde n este numărul de perechi de date X_k, Y_k . Pentru aplicarea criteriului t se calculează marimile t pentru cei doi coeficienți a_1 și b_1 după relațiile:

$$t = \frac{a_1 - 0}{s_{a_1}} > t(t_q; f) \quad (4.95)$$

și

$$t = \frac{b_1 - 0}{s_{b_1}} > t(t_q; f) \quad (4.96)$$

unde $t(t_q; f)$ este dat în tabele. Cînd inegalitatea din (4.95) și (4.96) este îndeplinită înseamnă că coeficienții sînt semnificativi cu o probabilitate de 97,5 %.

Intervalul de încredere al coeficienților ecuației teoretice

(4.88) estimați prin a_1 și b_1 s-au calculat adoptînd un interval asimetric 79 întrucît numărul de date este mic. Acest interval asimetric descrie prin inegalitățile

$$a_1 - S_{a_1} \cdot z_1 < \alpha; \quad a_1 + S_{a_1} \cdot z_2 > \alpha \quad (4.97)$$

și

$$b_1 - S_{b_1} \cdot z_1 < \beta; \quad b_1 + S_{b_1} \cdot z_2 > \beta \quad (4.98)$$

are coeficienții $z_1 = z_1(q; f)$ și $z_2 = z_2(q; f)$ astfel stabiliți facit probabilitatea

$$P = 1 - \frac{q}{2}$$

pentru un nivel de semnificație q ales, să fie egală la ambele inegalități (4.97) respectiv la ambele inegalități (4.98).

S-a calculat în continuare coeficientul de corelație r a ecuației liniarizate care estimează coeficientul de corelație teoretic ρ , după relația:

$$r = \frac{n \sum XY - (\sum X) \cdot (\sum Y)}{\sqrt{[n \sum Y^2 - (\sum Y)^2] \cdot [n \sum X^2 - (\sum X)^2]}} \quad (4.99)$$

coeficientul de corelație r poate varia între -1 și $+1$, confirmînd o bună semnificație pentru valori apropiate de extreme.

Pentru verificarea semnificației coeficientului de corelație s-a folosit deasemeni criteriul t calculîndu-se mărimea

$$t_c = \frac{|r| \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} > t(t_q; f) \quad (4.100)$$

care trebuie să fie mai mare decît valoarea tabelară pentru un nivel de semnificație q ales și un număr de grade de libertate $f = n - 2$.

Intervalul de încredere considerat deasemeni asimetric al coeficientului de corelație teoretic ρ este cuprins între limitele

$$r - z_1 \cdot S_r < \rho < r + z_2 \cdot S_r \quad (4.101)$$

unde S_r este eroarea standard calculată cu relația

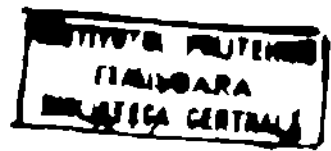
$$S_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}} \quad (4.102)$$

Pentru z_1 și z_2 s-a considerat un nivel de semnificație $q = 0,04$ și numărul de grade de libertate $f = n - 1$.

Calculul numeric pentru verificarea semnificației estimațiilor se găsește în anexa 3.

Tabelul 4.15

MARIMEA	Nebula	SERIA 4		SERIA 2		SERIA 1	
		C = 280 kg/m ² R ₀ = 11,99838 e	Rc = 40,6 N/mm ² C = 330 kg/m ² R ₀ = 16,25918 e	C = 420 kg/m ² R ₀ = 19,1522 e	C = 250 kg/m ² R ₀ = 30,678983 e	C = 330 kg/m ² R ₀ = 78,4037 e	Rc = 26,4 N/mm ² C = 420 kg/m ² R ₀ = 97,22914 e
Forma teoretică a distribuției		Y = 1,920240 - 0,232328X	Y = 2,004481 - 0,300702X	Y = 2,117754 - 0,315477X	Y = 1,92475 - 0,320742X	Y = 1,977151 - 0,3561929X	Y = 1,980028 - 0,3694804X
Abateri reziduale	S ₁₁	0,024829196	0,057689584	0,023099299	0,099035277	0,075860196	0,042602276
Erora standard al coeficientului a ₁	S ₀₁	0,055344055	0,098342624	0,2477725	0,099583397	0,10663656	0,17968217
Valoarea de comparație a criteriului t după repartiția STUDENT	(t _{2,f})	n = 12 ; q = 0,05 P = 0,976 ; f = n - 2 t _{0,05;10} = 2,228	n = 10 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;8} = 2,306	n = 6 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;4} = 2,776	n = 8 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;6} = 2,447	n = 8 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;6} = 2,447	n = 4 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;2} = 4,305
Criteriul t = $\frac{a_1 - 0}{S_{a_1}}$	t	34,20545 > 2,228	21,01245 > 2,306	9,724745 > 2,776	15,94161 > 2,447	17,7512 > 2,447	11,064 > 4,305
Interval de încredere pt coef teoretic α	α	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 10 α _{inf} = 71,738832 α _{sup} = 100,52198	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 8 α _{inf} = 104,01013 α _{sup} = 191,98376	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 4 α _{inf} = 99,590634 α _{sup} = 826,60883	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 6 α _{inf} = 33,750579 α _{sup} = 70,580056	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 6 α _{inf} = 67,494697 α _{sup} = 148,84219	nesimetric pt q = 0,02 ; f = 4 α _{inf} = 78,77975 α _{sup} = 589,99875
Erora standard al coeficientului b ₁	S _{b1}	0,040018159	0,063688012	0,15381427	0,068436095	0,070641419	0,12118676
Valoarea de comparație a criteriului t după repartiția STUDENT	(t _{2,f})	n = 12 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;10} = 2,228	n = 10 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;8} = 2,306	n = 6 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;4} = 2,776	n = 8 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;6} = 2,447	n = 8 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;6} = 2,447	n = 4 ; q = 0,05 P = 0,975 ; f = n - 2 t _{0,05;2} = 4,305
Criteriul t = $\frac{b_1 - 0}{S_{b_1}}$	t	9,046710 > 2,228	5,9803527 > 2,306	2,44112 > 2,776	4,8202078 > 2,447	5,04226 > 2,447	2,921008 > 4,305
Interval de încredere pt coef teoretic β	β	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 10 β _{inf} = -0,7750082 β _{sup} = -1,017624	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 8 β _{inf} = -0,7844667 β _{sup} = -1,2003577	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 4 β _{inf} = -0,6701505 β _{sup} = -2,1643740	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 6 β _{inf} = -0,6654929 β _{sup} = -1,1728995	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 2 = 6 β _{inf} = -0,7230577 β _{sup} = -1,246816	nesimetric pt q = 0,02 ; f = 4 β _{inf} = -0,6702629 β _{sup} = -2,0400835
Coefficientul de corelație	r	-0,94252506	-0,90786175	-0,77547639	-0,87003504	-0,89842058	-0,922280682
Valoarea de comparație a criteriului t	(t _{2,f})	q = 0,05 ; f = 10 t _{0,05;10} = 2,228	q = 0,05 ; f = 8 t _{0,05;8} = 2,306	q = 0,05 ; f = 4 t _{0,05;4} = 2,776	q = 0,05 ; f = 6 t _{0,05;6} = 2,447	q = 0,05 ; f = 6 t _{0,05;6} = 2,447	q = 0,1 ; f = 2 t _{0,1;2} = 2,920
Criteriul t	t _c	8,928425 > 2,228	6,1245095 > 2,306	2,4406617 > 2,776	4,3228918 > 2,447	5,043666 > 2,447	3,5874152 > 2,920
Erora standard	Sr	0,033662686	0,058595666	0,17966105	0,091860106	0,072886857	0,085694714
Interval de încredere pt coef teoretic S	S	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 1 = 11 S _{inf} = 0,920072 S _{sup} = 1,11 + 2,1 Sr > S	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 1 = 9 S _{inf} = 0,8701261 S _{sup} = 1	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 1 = 5 S _{inf} = 0,6699915 S _{sup} = 1	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 1 = 7 S _{inf} = 0,8134491 S _{sup} = 1	nesimetric pt q = 0,04 ; f = n - 1 = 7 S _{inf} = 0,8535222 S _{sup} = 1	nesimetric pt q = 0,02 ; f = 4 S _{inf} = 0,877805 S _{sup} = 1



Rezultatele acestui calcul au fost centralizate în tabelul 4.15.

Din analiza rezultatelor se poate afirma că estimările în ansamblu au o semnificație bună, intensitatea corelației pe baza valorilor $i_{y/x}$ și r , este apropiată de 1 pentru $i_{y/x}$, respectiv -1 pentru r , ceea ce dovedește o bună corelație. Fără excepție estimarea pentru dozajul de 420 Kg/m^3 la seria 1, unde indicele de corelație a ajuns doar la valoarea de 0,7329 iar r este 0,77347. Semnificația coeficienților ecuației este bună pentru a_1 ($9,72 > 2,77$) dar pentru b_1 , $t = 2,441$ se încadrează doar pentru un nivel de semnificație $q = 0,1$. Probabilitatea pentru $q = 0,1$ este $P = 1 - \frac{0,1}{2} = 0,95$ (95 %) pentru care se satisface inegalitatea ($2,441 > 2,132$) unde ($2,132 = t_{0,1;4}$) Această semnificație poate fi declarată acceptabilă. Într-o situație similară se găsește și coeficientul b_1 de la SERIA 2 pentru dozajul $C = 420 \text{ Kg/m}^3$.

Se menționează că pentru efectuarea calculului la prelucrările statistice s-a folosit calculatorul de birou Felix ce lăsa pe care operează în stivă, are 14 memorii și acceptă 96 de pași, pentru care au fost concepute și utilizate 14 programe de calcul originale de diferite lungimi.

4.3. Concluzii

Pe baza ecuațiilor din tabelul 4.14 au fost trasate abacurile din fig.4.21 pentru cimentul de calitate superioară (F40) și fig.4.22 pentru cimentul de calitate inferioară (F25) unde în cele două axe se găsesc dozajul de ciment și rezistența betonului corelate pentru diferite valori a criteriului structural S .

Dacă se compară variațiile funcției $R_b = f(S)$ și C din fig.4.21 respectiv 4.22, cu variațiile obținute de alți autori din lucrările [1], [93], [104] evidențiate în fig.4.23 se poate observa că rezultatele concordă cu cele din literatură.

În altă ordine de idei se va face comparația rezultatelor obținute de H.Kanada [51] care a propus o metodă de determinare a rezistenței betonului funcție de porozitatea structurală. Procedura elaborată de H.Kanada măsoară porozitatea unor bucăți de beton strivite la dimensiunea de 2,5 - 5 mm cu ajutorul porosimetrului cu mercur, completând acest test și cu altele de natură chimică și fizică. Rezultatele obținute pentru diverse moduri de păstrare al eșantionelor au fost evidențiate în fig.4.24.

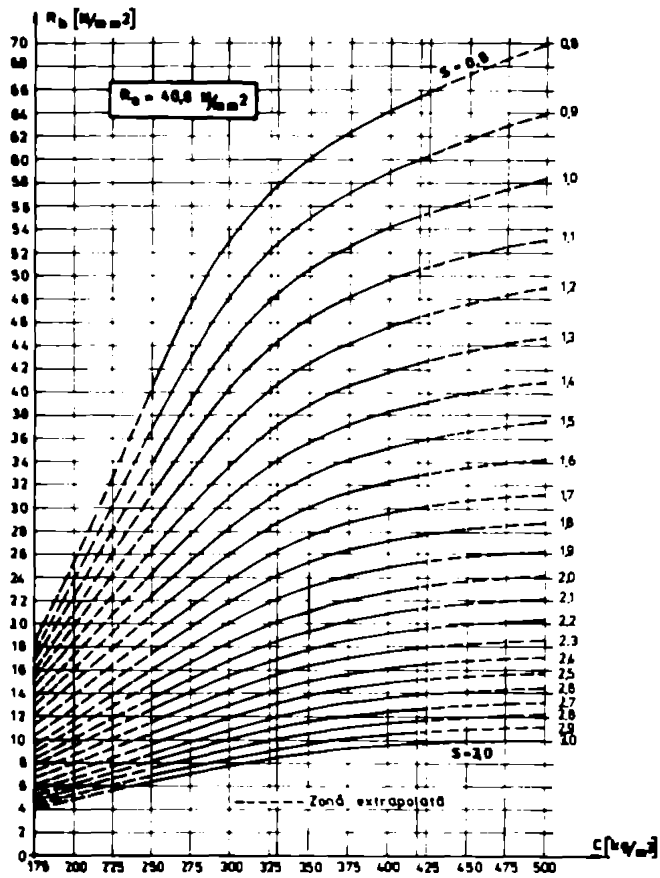


Fig. 4.21
 Condiții de trăsare a diagramei: $R_c = 40.6 \text{ N/mm}^2$; $A_{ch} = 2.0\%$; $\rho_c = 3 \text{ kg/m}^3$
 $f_{max} = 31 \text{ mm}$; $E_c = 82600 \text{ N/mm}^2$; $\mu_c = 0.17$; $\mu = 0.10$.

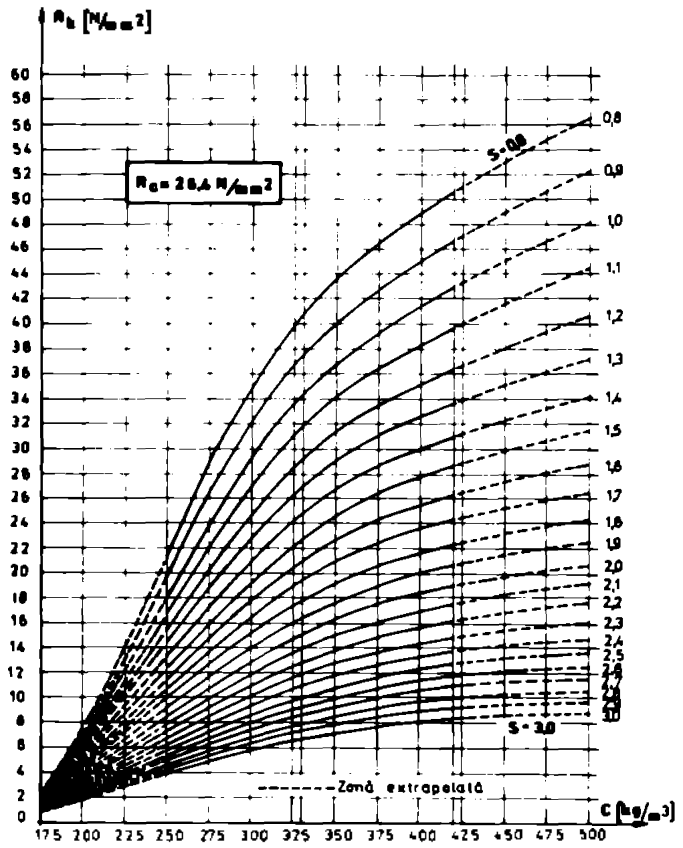


Fig. 4.22
 Condiții de trăsare a diagramei: $R_c = 26.4 \text{ N/mm}^2$; $A_{ch} = 2.0\%$; $\rho_c = 3 \text{ kg/m}^3$
 $f_{max} = 31 \text{ mm}$; $E_c = 82600 \text{ N/mm}^2$; $\mu_c = 0.17$; $\mu = 0.10$.

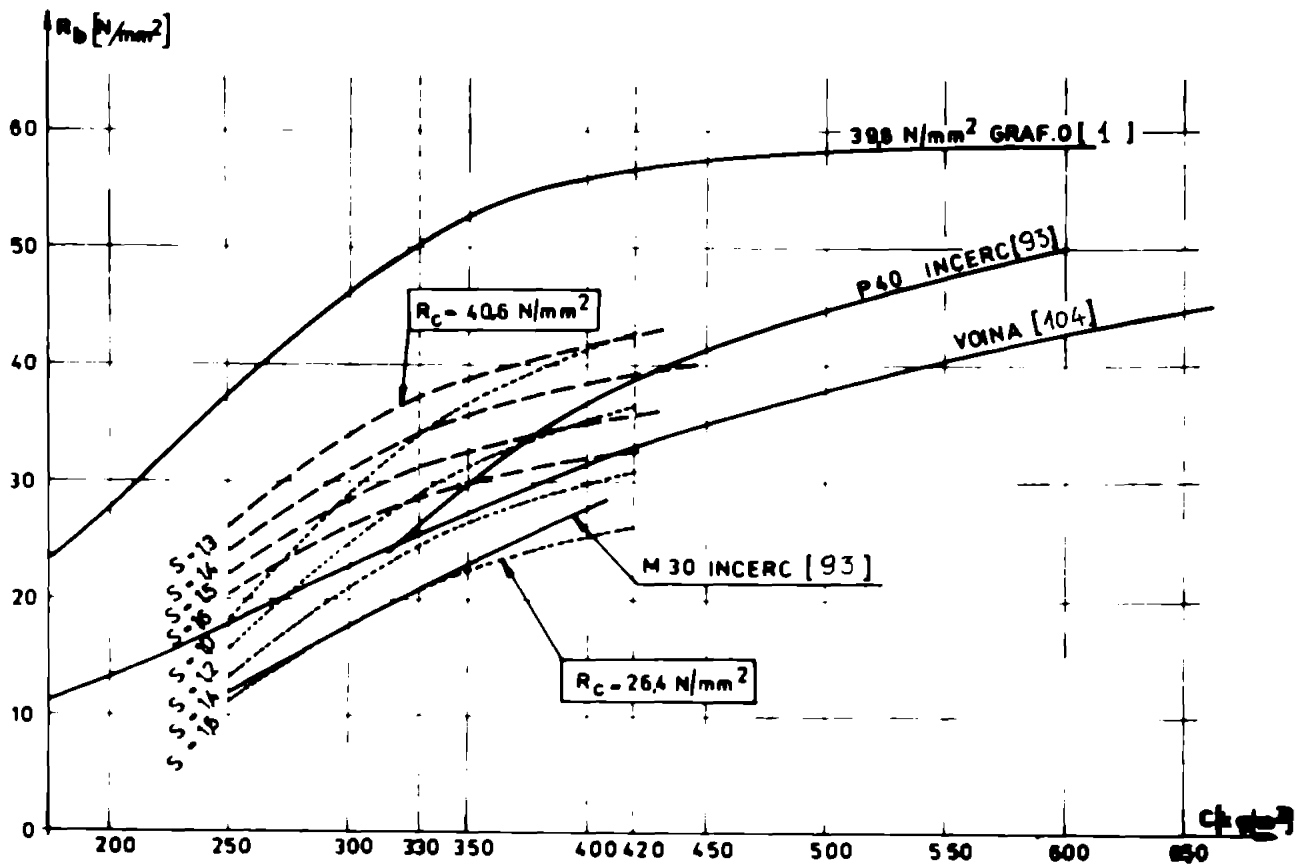


Fig. 4.23

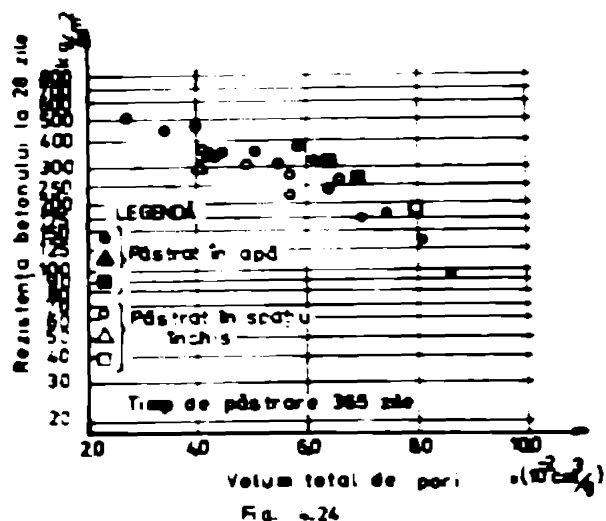


Fig. 4.24

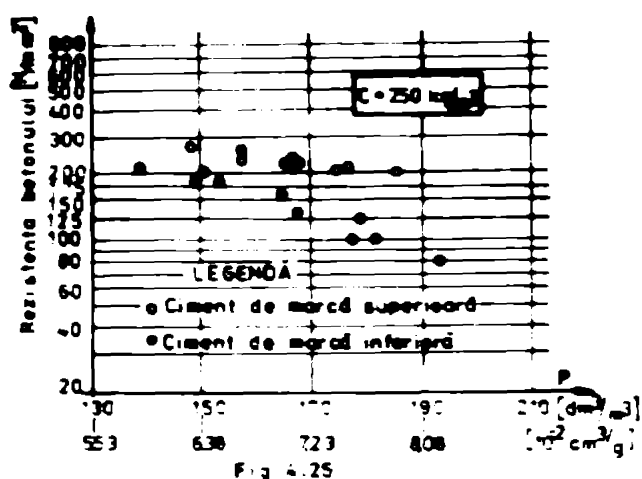


Fig. 4.25

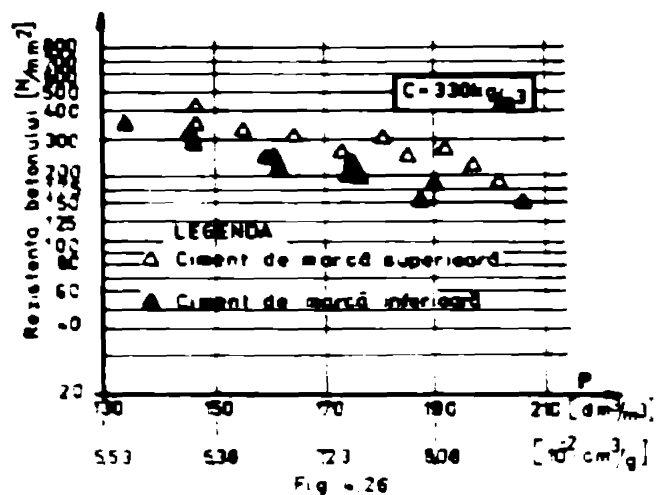


Fig. 4.26

Pentru comparație, rezultatele din lucrarea proprie au fost reprezentate la aceeași scară a rezistențelor ca în fig.4.24, luându-se valorile porozităților obținute din însumarea celei capilare, din contracție și porozitatea de gel, conform relației (4.63) calculate în tabelul 4.12 și 4.13. Aceste rezultate au fost reprezentate în figurile 4.25 și 4.26 pentru două mărci și două dozaje de ciment.

În cele două imagini se poate constata o bună concordanță a rezultatelor obținute, cu cele prezentate în lucrarea [51], reprodusă în fig.4.24. Se menționează că unitățile de măsură pe axul orizontal pentru porozitatea P, al figurilor 4.25 și 4.26, au fost recalulate pentru aceeași unitate de măsură ca a figurii 4.24, considerându-se $\rho_b = 2350 \text{ Kg/m}^3$.

Abacul din fig.4.21 și 4.22 pot fi utilizate la stabilirea consumului de ciment pentru o anumită marcă a betonului dacă se precizează valoarea criteriului S.

Modelul matematic al criteriului S are în vedere dependența rezistenței betonului de mai mulți factori decât relațiile întâlnite în literatură. Acești factori au fost grupați în 3 grupe astfel:

1. Factori tehnici

În cadrul acestor factori intră componenții betonului, apa, cimentul și agregatele pentru care modelul are în vedere

- rezistența cimentului
- Apa de consistență normală
- Modulul de elasticitate al agregatelor

prin care se ține seama de natura mineralogică a agregatelor și rezistența acestora,

- Coeficientul lui Poisson al agregatelor
- Apa caracteristică a agregatelor

prin care se ține seama de suprafața agregatelor, natura suprafeței, forma și dimensiunea granulelor, absorbția imediată și capacitatea de reținere a apei și este corelată cu volumul de goluri al agregatelor.

2. Factori tehnologici

- Dozajele componentelor
- Raportul apă-ciment al pastei de ciment
- Gradul de compactare prin procesul de aer oclus

3. Factori structurali

- Gradul de hidratare al cimentului
- Modulul de elasticitate al betonului prin care se ține cont de conlucrarea pietrei de ciment cu agregatele
- Coeficientul lui Poisson al betonului
- Cantitatea de gel care se formează și raportul gel-pori
- Porozitatea capilară și din contracție, porozitatea de gel și cea introdusă prin aerul oclus.

Rezistența care se obține din relațiile de tip $R_b = f(C)$ are în vedere toți acești factori precizați mai sus, prin intermediul dozajului de ciment și a criteriului fizico structural S.

Ecuațiile de regresie obținute pentru relațiile $R_b = f(S)$ au beneficiat de o prelucrare statistică foarte circumspectă și laborioasă pentru ca estimațiile obținute să fie cât mai apropiate de realitate (a se vedea anexa 2 și 3).

Cap.5. PROPUȘIUNEA DE METODA NOUA PENTRU STABILIREA COMPOZIȚIEI BETONULUI

5.1. Analiza unor metode existente pentru stabilirea compoziției betonului

Parametrul calitativ principal urmărit de toate metodele existente, este rezistența mecanică, completată uneori și cu alți parametri cum ar fi gradul de impermeabilitate, rezistență la uzură, la coroziune etc. De regulă o rezistență mecanică bună asigură realizarea și a celorlalți parametri amintiți, toți fiind însă parametri ai betonului în starea sa întărită. Această rezistență mecanică trebuie să fie asigurată în toată masa elementului de construcție, deci trebuie să rezulte un material omogen. Pretenția poate fi satisfăcută numai dacă, betonul în starea sa proaspătă are o lucrabilitate suficientă și neapărat corelată cu mijloacele tehnologice de transport, punere în operă și îndesare.

Toate metodele de calcul ale compoziției, deci și cea care se va propune în acest capitol, parcurg câteva etape de lucru în care se vor preciza anumite date. Astfel avem în:

Etapa I. Stabilirea condițiilor de exploatare viitoare a elementului de construcție pentru care se decide asupra:

1.- mărții betonului folosit. Această mărță, după noile prescripții (STAS 1002-81) corespunde unei clase de beton care reprezintă rezistența minimă garantată la compresiune și virată de 28 de zile pe cuburi cu latura de 14,1 cm. Variabilitatea rezistenței care se obține, chiar și în laborator și cu atât mai mult pe șantier trebuie să fie luată în considerare; rețeta de compoziție va trebui întocmită pentru o rezistență medie față de care rezistența minimă este în funcție de condițiile de realizare transport, punere în operă și controlul calității betonului. Aceste aspecte sînt legate și de aspectul economic, costurile fiind generate de eforturile pentru realizarea rezistenței medii și nu a celei minime;

2.- gradul de impermeabilitate;

3.- rezistența la îngheț-dezgheț repetat;

4.- existența și gradul agresivității chimice.

Etapa II reprezintă alegerea materialelor componente. În această etapă se au în vedere informațiile obținute în etapa I și res-

tracțiile precizate de norme privind calitatea unor materiale componente. Proprietățile calitative ale materialelor ce intră în compoziția betonului constituie grupa factorilor "tehnici" care participă la realizarea performanțelor betonului și au fost discutate la punctul 4.2.1 al capitolului 4. La sfârșitul capitolului 4, punctul 4.3 (concluzii) au fost precizați factorii tehnici care vor fi luați în vedere în cele ce urmează la fundamentarea metodei propuse.

Etapa III reprezintă precizarea unor aspecte tehnologice concrete de pe șantier ca: modul și utilajul de preparare (amestecare) a componentelor, felul, mijlocul, distanța și durata transportului betonului până la locul de punere în operă. De asemenea, se vor preciza condițiile de punere în operă și compactare (parametrii utilajului disponibil). Vor a și dimensiunile și armarea elementelor de construcție în care se va turna betonul proaspăt. Din examinarea acestor condiții se vor trage concluzii pentru dimensiunea maximă a agregatului ce poate fi utilizat (ϕ_{\max} să fie între $\frac{1}{4} \dots \frac{1}{5}$ din dimensiunea minimă a elementului, corelat cu înălțimea de turnare; $d_{\max} \leq \frac{1}{3}$ din grosimea plăcii și $d_{\max} \leq 6$ mm decât distanța dintre armături) [113].

O altă concluzie importantă care trebuie obținută în etapa III, este cu privire la consistența amestecului, fiind strins legată de realizarea mării betonului și de mijloacele de punere în operă și compactare.

Aceste trei etape se regăsesc la toate metodele de stabilire a compoziției betonului, reprezentând o trăsătură comună a lor; deosebiri între metode încep în etapa următoare.

Etapa IV reprezintă calculul compoziției betonului pentru o cantitate de regulă de 1 m^3 . Metodele descrise în literatura de specialitate care au fost întinse și analizate se bazează pe calculul "volumului absolut" al betonului conform căreia volumul betonului compact este egal cu suma volumelor absolute a tuturor componentelor. Se poate scrie relația de principiu

$$\frac{A}{\rho_{\text{apă}}} + \frac{C}{\rho_c} + \frac{AG}{\rho_a} + a_0 = 1000 \quad (5.1)$$

unde

A, C, AG, sînt dosajele de apă, în dm^3 , Kg sau l; ciment în Kg și agregate în Kg ,

$\rho_{\text{apă}}$ = densitatea apei care se poate lua = 1 Kg/dm^3

- ρ_c = densitatea cimentului = $3,1 \text{ Kg/dm}^3$
- ρ_a = densitatea aparentă a agregatelor în Kg/dm^3
- a_o = aerul oclus la amestecare care în mod convențional pentru calcul se consideră 20 dm^3 sau 2% pentru betoanele obișnuite fără adaosuri antrenori de aer.

Ecuația (5.1) are 4 necunoscute, iar dacă agregatele sînt despărțite pe sorturi, numărul necunoscutelor este și mai mare. Rezolvarea ecuației și găsirea necunoscutelor conduce la alte relații suplimentare între aceste necunoscute sau adoptarea de valori probabile unor necunoscute pentru evitarea nedeterminării. Metodele care se vor discuta în continuare se deosebesc tocmai prin aceste relații suplimentare și care au justificări teoretice sau experimentale.

Foarte multe norme din diferite țări au adoptat raportul apă-ciment ca relație principală de care condiționează rezistența mecanică a betonului, structurînd metoda de calcul în consecință. Relația

lui Belomy-Serantaev evidențiază această dependență iar metoda de calcul a compoziției o vom numi după numele autorilor relației. Structurarea metodei a fost evidențiată în schema din fig.5.1.

După cum se vede din fig.5.1 în relația

$$R_b = K_1 \rho_c \left(\frac{C}{A} - K_2 \right) \quad (5.2)$$

apar coeficienții K_1 și K_2 care în diverse țări sînt folosite cu diverse valori. De exemplu după francezi (metoda Dreux-Gerisse) [27] coeficientul $K_1 = 0,48$ și $K_2 = 0,5$. Într-un studiu efectuat de Sinemet [82] se arată că coeficientul K_1 este în funcție nu numai de calitatea agregatului folosit ci este influențat și de mărimea granulei agregatului, de dozajul de ciment, de rezistența cimentului și raportul C/A, putînd avea valori între $0,43 \dots 0,54$. Deasemeni se evidențiază influența consistenței betonului care pretinde reducerea lui K_1 cînd plasticitatea betonului crește. Si coeficientul K_2 variază față de $0,5$ pînă la $0,7$ cînd dozajele în ciment și apă variază. Deasemeni se arată că îndesarea corelată cu volumul de aer oclus modifică coeficientul K_1 , reducîndu-l în cazul unui volum de aer oclus mai mare.

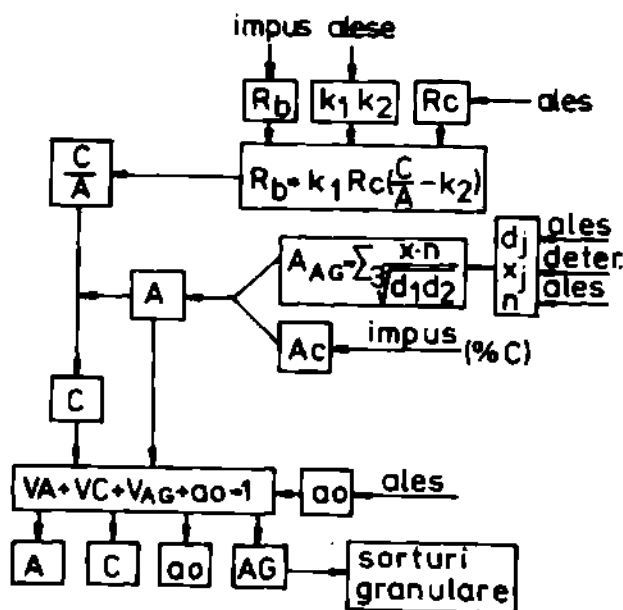


Fig. 5.1

entul $K_1 = 0,48$ și $K_2 = 0,5$. Într-un studiu efectuat de Sinemet [82] se arată că coeficientul K_1 este în funcție nu numai de calitatea agregatului folosit ci este influențat și de mărimea granulei agregatului, de dozajul de ciment, de rezistența cimentului și raportul C/A, putînd avea valori între $0,43 \dots 0,54$. Deasemeni se evidențiază influența consistenței betonului care pretinde reducerea lui K_1 cînd plasticitatea betonului crește. Si coeficientul K_2 variază față de $0,5$ pînă la $0,7$ cînd dozajele în ciment și apă variază. Deasemeni se arată că îndesarea corelată cu volumul de aer oclus modifică coeficientul K_1 , reducîndu-l în cazul unui volum de aer oclus mai mare.

Normele cehoslovace admit variația coeficientului K_1 între 0,4 - 0,55 în funcție de calitatea agregatelor, păstrînd pe $K_2 = 0,5$.

Normele ungurești [127] schimbă structura relației lui Bolomey sub forma

$$R_b = D \left(\frac{C}{A} - E \right) \quad (5.3)$$

unde

coeficientul L variază între 12,5 - 27,5 crescînd cu calitatea cimentului, iar coeficientul $E = 0,3$.

În [93] este citat Bojenov sub conducerea căruia în urma unor lucrări colective efectuate de multe laboratoare din URSS s-au recomandat două relații, care ca structură se aseamănă cu relația lui Bolomey, avînd forma

$$R_b = K_1 \cdot c \left(\frac{C}{A} - 0,5 \right) \quad (5.4)$$

$$R_b = K_2 \cdot c \left(\frac{C}{A} + 0,5 \right) \quad (5.5)$$

unde K_1 și K_2 sînt conform tabelului 5.1.

Tabelul 5.1

Calitatea agregatului	$\frac{C}{A}$	2,5	$\frac{C}{A}$	2,5
superioară	K_1	0,65	K_2	0,45
medie		0,60		0,40
inferioară		0,55		0,37

Relațiile de calcul (5.4) și (5.5) presupun impunerea domeniului raportului apă-ciment.

Metoda de calcul adoptată de normele sovietice [43] este schematisată în fig.5.2.

Se poate observa din schemă că depășirea nedeterminării

în ecuația volumelor absolute se face prin scrierea încă a unei ecuații, bazată pe ipoteza că mortarul format din pasta de ciment și nisip va pătrunde și umple golurile agregatului grosier. Ipoteza este discutabilă întrucît această pătrundere nu se realizează perfect; de pătuns, pătrunde nu mortarul ci pasta de ciment în golurile agregatului fin și în cel grosier [90]. Deasemeni acest sistem de ecuații dă rezultate incerte cînd volumul pastei nu este suficient pentru a umple golurile dintre agregate.

În normele britanice calculul compoziției betonului se structurează tot după metoda Bolomey-Corantsev cu deosebirea că raportul apă-ciment se stabilește din grafice în funcție de rezistența betonului și depășirea nedeterminării în ecuația volumelor absolute se

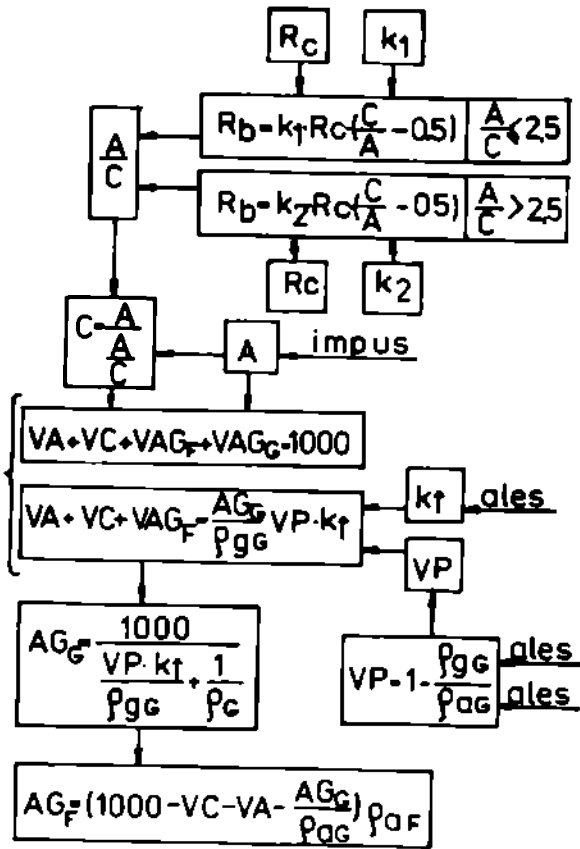


Fig. 5.2

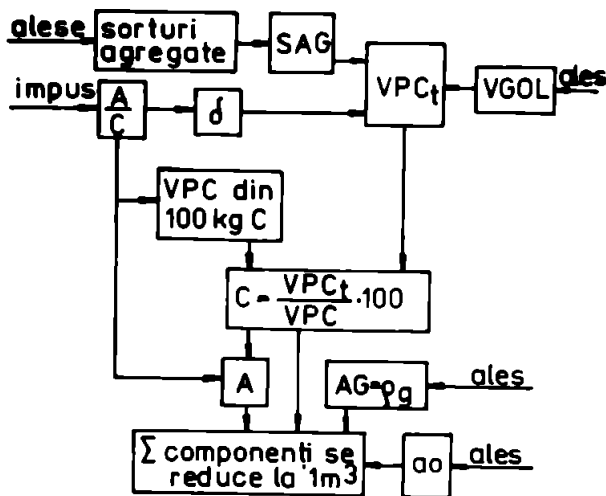


Fig. 5.3

face precisindu-se și un raport între agregat și ciment. Astfel ecuația volumelor absolute va rezulta cu o singură necunoscută - cimentul, apa și agregatele fiind exprimate în funcție de acesta.

(1) altă metodă care se deosebește de structura metodei Holomey-Serantsev este metoda după Th. Kennedy [34] prezentată în schema din fig.5.3.

Din schemă se poate observa că volumul total de pastă de ciment pe m^3 de agregat rezultă din relația

$$VPC_t = VGOL + \delta \cdot SAG \quad (5.6)$$

unde $VGOL$ = volumul de goluri al amestecului de agregate și care este apreciat procentual din volumul agregatelor

$\delta \cdot SAG$ = este volumul de pastă de ciment în afara golurilor agregatului care învelește cu un strat de grosime δ fiecare granula mai mare de 0,25 mm. Se consideră că granulele mai mici de 0,25 mm sînt la nivelul dimensiunilor granulei de ciment și deci nu pot fi învelite de acestea

SAG = suprafața agregatelor care se calculează cu relația

$$SAG = f \cdot \frac{\rho_g}{\rho_a} \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{d_j} \quad (5.7)$$

unde

f = coeficient care depinde de forma granulei de agregat avînd valorile

$f = 6$ pt. agregat de rîu cu granula sferică

$f = 8$ pt. agregat cu alte forme de granule

$f = 12$ pt. agregate concasate

ρ_g = densitatea în grămadă a agregatelor

ρ_a = densitatea aparentă a agregatelor

x_j = sînt procentele de sorturi de agregat obținute în urma analizei granulometrice

d_j = diametrul mediu al granulei sortului rămas între două site consecutive în cm

Trebuie menționat că grosimea peliculei de pastă de ciment măsurat în $[m \times 10^{-6}]$ este adoptată în funcție de raportul apă-ciment [34] conform tabelului 5.2.

Tabelul 5.2

Raportul A/C	$\delta [m]$
$> 0,55$	$10 \cdot 10^{-6}$
$0,45 - 0,55$	$15 \cdot 10^{-6}$
$0,35 - 0,45$	$30 \cdot 10^{-6}$

Pot cu ajutorul raportului A/C se scrie o ecuație pentru cantitatea de pastă de ciment ce poate fi realizată din 100 Kg ciment. Împărțirea celor două cantități de pastă va da necesarul de ciment la un metru cub de agregat.

Se mai menționează că, cantitatea de agregat este adoptată numeric egală cu densitatea în grămadă a amestecului de agregate și că suma componentilor rezultați în final va depăși $1 m^3$, deci vor fi necesare calculele de reducere proporțională la $1 m^3$.

O altă metodă este cea folosită în S.F.A. [66] elaborată de A.C.I. (American Concrete Institut) [129] și este schematisată în fig.5.4.

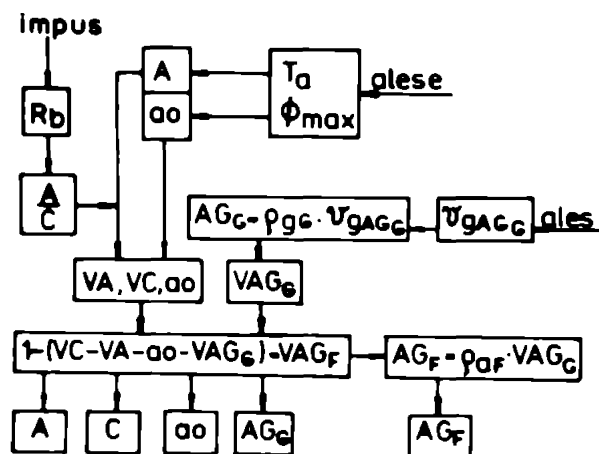


Fig 5.4

Si această metodă se bazează pe raportul apă ciment corespunzător pentru o anumită rezistență impusă, dar în prealabil se stabilește cantitatea de apă în funcție de consistența și dimensiunea me-

rii a agregatului simultan cu volumul de aer oclus. În ecuația volumelor absolute se introduce volumul agregatului grosier ca o cunoscută, determinată în prealabil din relația

$$AG_G = \sum \rho_G \cdot V_G \quad (5.8)$$

unde

AG_G = cantitatea agregatului grosier

$V_g AG_G$ = volumul în grămadă al agregatului grosier pe unitatea de volum a betonului (intabulat)

ρ_{AG} = densitatea în grămadă a agregatului grosier.

Prin diferența față de unitate a volumelor de apă, ciment, aer oclus și agregat grosier rezultă volumul agregatului fin, din care pe baza unei relații de tip (5.8) rezultă și cantitatea de agregat fin.

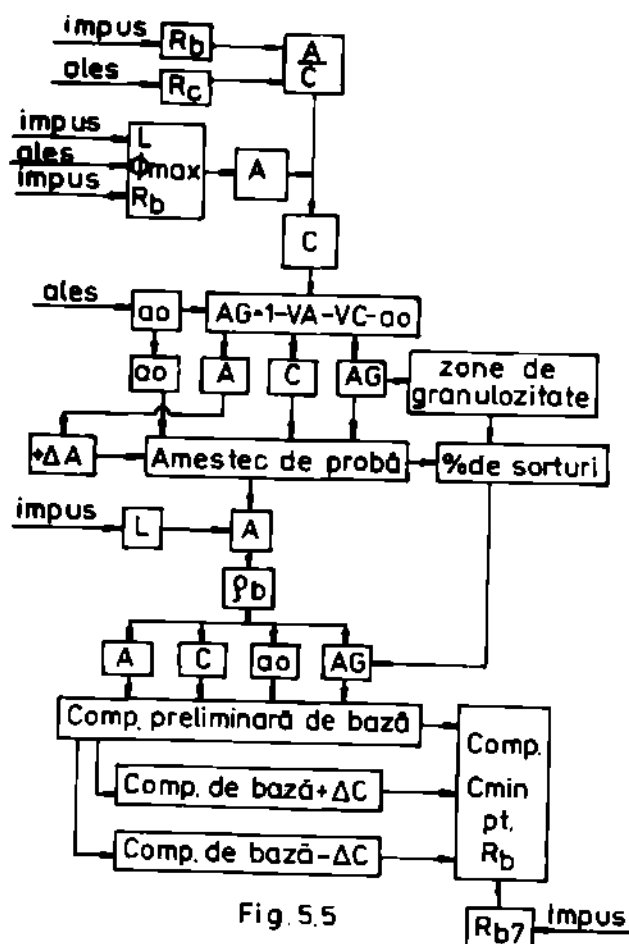


Fig. 5.5

La noi în țară, metoda de calcul a compoziției betonului este precisată de normativul C140-79. Schematisarea procedurii s-a arătat în fig.5.5.

Se poate observa că metoda urmărește în principiu schema din fig.5.1 (Belomey-Serantsev) cu particularitatea că raportul apă-ciment este intabulat^{m)} în funcție de rezistența betonului și a cimentului. În mod similar s-a procedat și pentru apa de amestec. În ecuația volumelor absolute singura necunoscută este cantitatea totală de agregate care se va detalia cu ajutorul curbelor granulometrice tip în procente de sorturi componente. Ceea ce nu s-a evidențiat în schemele precedente (fig.5.1 - fig.5.4) dar s-a detaliat în schema din fig.5.5 este etapa de verificare a compoziției calculate prin verificare experimentală a dozajului de apă necesar pentru lucrabilitatea dorită, și etapa de definitivare a compoziției preliminare prin verificarea rezistențelor obținute la vîrsta de 7 zile a unor epruvete de beton cu un consum $\pm \Delta C$ față de dozajul de bază calculat.

Se precizează că toate metodele amintite în prealabil au în fi-

^{m)} Se subînțelege că valorile din tabele au rezultat pe bază de calcule folosind relații de tip (5.2) verificate și experimental

nal o procedură de verificare experimentală și definitivare a compoziției calculate.

In concluzie se poate face observația că toate metodele amintite apelează la legea raportului apă-ciment drept relație principală care asigură rezistența dorită a betonului. O altă observație ar fi că, fără excepție toate metodele folosesc într-o formă sau alta ecuația volumelor absolute.

5.2. Fundamentarea teoretică a metodei propuse

Cimentul în amestecul componentelor pentru un beton are un rol central. Acest rol se manifestă prin mai multe funcții. În primul rând trebuie să asigure o rezistență structurii finale a betonului și în al doilea rând trebuie să mijlocească mobilitatea relativă a particulelor de solid în amestecul de beton proaspăt. Dar, cimentul satisface aceste funcții numai combinat cu apa, deci mai corect este să există pretenții nu cimentului, ci pastei de ciment și apoi pietrei de ciment. Această ordine inevitabilă, de pastă și apoi piatră de ciment dictează evoluția în timp a proprietăților pe care le va avea amestecul de componente la o vîrstă oarecare. Viteza de modificare a proprietăților este relativ mare la început, dar rămîne suficient de mică să ne permită intervenții tehnologice necesare în vederea orientării acestei evoluții. Este evident că anumite proprietăți ale amestecului plastic și apoi întărit derivă din caracteristicile intrinseci ale componentelor inițiale, fiind categorisiți în grupa "factorilor tehnici" care influențează calitatea betonului (Cap.4, punctul 4.3. Concluzii). Tot în grupa factorilor tehnici apar niște caracteristici cum ar fi apa de consistență normală a cimentului, modulul de elasticitate al agregatelor, coeficientul lui Poisson al agregatelor, de care metodele amintite mai sus nu țin seama.

Tot la concluziile capitolului 4 s-a arătat că, pe lângă factorii tehnici, rezistența betonului este dependentă și de grupa factorilor tehnologici respectiv de grupa factorilor structurali. Aceste influențe au fost cuprinse în modelul matematic al criteriului fizico-structural notat cu S conform relației (4.59).

În urma prelucrărilor statistice a datelor experimentale din anexa 2, s-au găsit ecuațiile de regresie din tabelul 4.14 de tip

$$R_b = f(S) \quad (5.9)$$

pentru diferite dozaje de ciment.

cu ajutorul lor s-au întocmit abacole 4.21 și 4.22. Aceste abace oferă posibilitatea stabilirii consumului de ciment pentru o anumită rezistență a betonului dată și o anumită valoare a lui S , aspect de care ne vom putea folosi în metoda propusă dacă putem prestabili valoarea lui S . În consecință s-a căutat o corelație a lui S cu alte mărimi din care acesta ar putea fi stabilit. În acest scop au fost folosite datele din prelucrările statistice de la Capitolul 4 cu valorile calculate pentru S din tabelele 4.12 și 4.13 grupate însă separat pentru $P/N = 1$ și $1/N = 2$. Necesitatea acestor grupări s-a observat în urma reprezentării punctelor relației consistenței betonului, măsurat prin tasarea conului în cm, față de S , în fig.5.6

$$T_a = f(S) \quad (5.10)$$

Deasemeni s-a putut observa în fig.5.6 că relația (5.10) este independentă de dozajul de ciment și de rezistența cimentului. Datele pentru prelucrarea statistică au fost evidențiate în tabelul 5.3. Nu s-au luat în considerare amestecurile cu aditivi pentru

Tabelul 5.3.

P/N = 1			P/N = 2		
n	T _a	S	n	T _a	S
1	1,3	1,24231	1	1,3	1,696723
2	3,3	1,52420	2	3,0	1,99371
3	5,0	1,62087	3	9,0	2,16963
4	14,0	1,61837	4	0,1	1,64913
5	3,0	1,3864	5	4,3	1,42526
6	9,0	1,67905	6	3,0	1,85196
7	1,0	1,45247	7	4,0	1,96500
8	2,0	1,53361	8	4,7	2,11559
9	4,5	1,62192	9	8,0	1,98238
10	3,5	1,58904	10	12,3	2,18523
11	10,0	1,54868	11	10,0	2,05448
12	19,5	1,57982	12	13,0	2,10458
13	1,4	1,18870			
14	4,5	1,61363			
15	5,5	1,61107			
16	16,0	1,69832			
17	18,0	1,70972			
18	1,6	1,59086			
19	11,0	1,79651			
20	2,0	1,49118			
21	1,0	1,50577			
22	10,0	1,67610			

prelucrare cu relația (5.10) pentru că denaturau rezultatele.

După testări s-a constatat că funcția care descrie cel mai bine relația (5.10) este o funcție putere de forma

$$y = a \cdot x^b \quad (5.11)$$

S-a logaritmat relația (5.11) în vederea liniarizării și s-a obținut forma

$$Y = a + b \cdot X \quad (5.12)$$

unde

$$Y = \lg y ; \quad X = \lg x \quad (5.13)$$

Au fost calculate mărimile $\sum X$; $\sum X^2$; $\sum Y$; $\sum XY$; $\sum Y^2$ pentru toate datele din tabelul 5.5 separat pentru $P/N = 1$ și $P/N = 2$. S-a scris sistemul de ecuații de forma

$$\begin{cases} na + b \sum X = \sum Y \\ a \sum X + b \sum X^2 = \sum XY \end{cases} \quad (5.14)$$

de unde

$$a = \frac{(\sum X^2)(\sum Y) - (\sum X)(\sum XY)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad (5.15)$$

$$b = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad (5.16)$$

Pe baza relațiilor (5.12) și (5.13) au rezultat ecuațiile de regresie pentru $P/N = 1$ sub forma

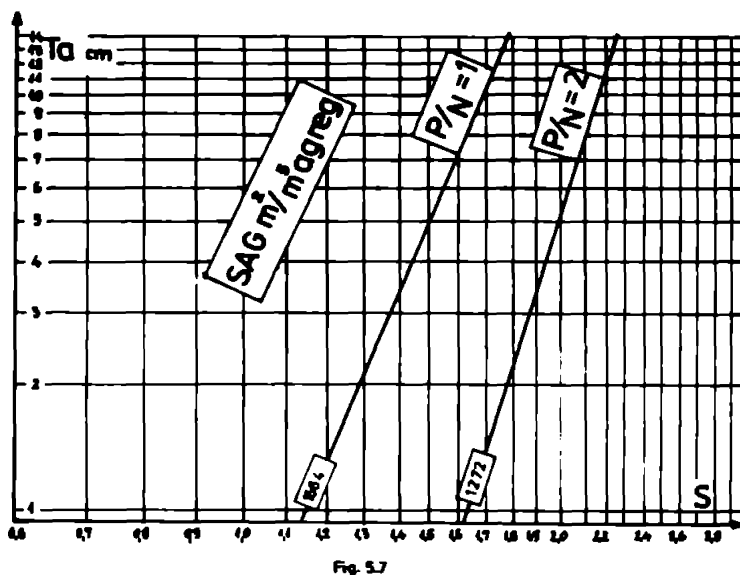
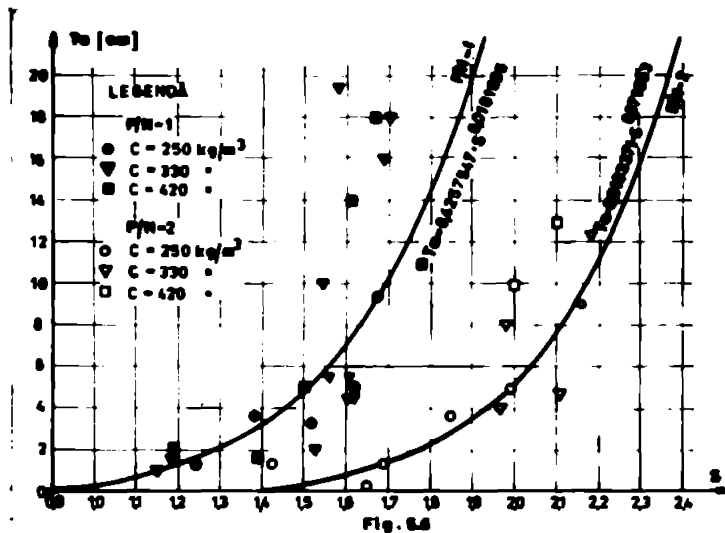
$$T_a = 0,4257547 \cdot S^{6,0181505} \quad (5.17)$$

respectiv pentru $P/N = 2$ sub forma

$$T_a = 0,0193371 \cdot S^{8,071053} \quad (5.18)$$

Preelucrarea statistică numerică, inclusiv calculul coeficientului de corelație se găsește în anexa 4.

Cele două curbe ale relațiilor (5.17) și (5.18) au fost prezentate în fig.5.6. Se poate observa că acestea au o aliniere practic paralelă. Pentru a ușura folosirea acestei diagrame au fost transpuse într-un sistem de axe cu scări logaritmice unde cele două curbe au devenit drepte convergente (vezi fig.5.7). Rapoartele $P/N=1$ respectiv $P/N=2$ de fapt reprezintă niște agregate a căror suprafață este diferită. La prepararea betonului putem folosi agregate cu diverse rapoarte pietriș-nisip, deci cu diverse suprafețe, astfel devine util să completăm intervalul între $P/N = 1$ și $P/N = 2$ și cu alte rapoarte, deasemeni să extrapolăm și în afara intervalului având și suprafața agregatelor aferentă. În cadrul datelor experimentale au fost doar aceste două rapoarte considerate pentru agregate, în conștință s-a elaborat o procedură prin care această problemă de subîmpărțire a intervalului s-a rezolvat ținând seama de faptul că nu avem de a face cu o problemă liniară. Această procedură face obiectul punctului 5.3.1 fiind cu caracter de detaliu aparte, nu vom



insista acum pentru a nu devia de la firul principal al problemei. In figura 5.17', s-a reprezentat rezultatul obținut in urma procedurii de subîmpărțire.

In momentul de față putem declara că mărimea S poate fi precisată pe baza consistenței betonului care se impune (tasare con) și pe baza proporțiilor de sorturi ale sorturilor de agregate disponibile, adoptind un diametru maxim de agregat în prealabil.

După cum s-a spus la începutul acestui paragraf, funcția de asigurare a rezistenței cimentului se satisface numai dacă este combinat cu apa, ea să formeze pasta

de ciment cu o anumită consistență în care procesele fizico-chimice, care se declanșează să se desfășoare în condiții avantajoase pentru scopul urmărit. Această consistență a pastei se va realiza cu o cantitate de apă care trebuie stabilită dependent de rezistența dorită a betonului, de suprafața agregatelor care trebuie umesită și de lucrabilitatea amestecului care indirect va influența rezistența betonului într-o măsură însemnată, prin facilitatea punerii în operă.

O relație care se apropie de dependențele amintite ar fi a lui Adou Kamena citat în [82] de forma

$$A = - \frac{525}{4T_m + 7} + \frac{525}{2V - 69} \quad (5.19)$$

unde

V = modulul de finețe corespunzător lui ϕ_{max} granula

T_m = tasarea conului lui Abrams

$E = 175$ (valoare teoretică), dar care va lua valori diferite

în funcție de natura și proveniența agregatului grosier și nisipului.

De exemplu: pentru agregate de granit $\varepsilon = 179$ la care se aplică:

- corecții pentru nisipuri de lagună sau riu - 0
- corecții pentru nisip de mare - 61
- corecții pentru nisip concasat de granit + 61

În concluziile acestui studiu [82] se menționează că pentru aceeași T_a cantitățile de apă de amestec sînt practic constante oriunde ar fi dozajul de ciment. De asemenea că, compactitatea teoretică a betonului depinde foarte puțin de dozajul de ciment. La concluzii similare a ajuns Popovici citat în [82] după care dozajul de apă al betoanelor este în general minim pentru dozajele de ciment medii (acest minim este un minim relativ). Cantitatea de apă de amestec necesară este puțin afectată atunci cînd dozajul de ciment variază între 240 și 360 $\text{kg}\cdot\text{m}^3$. Smigalski [90] afirmă sub formă de "regula dozajului de apă" că pentru niște materiale date, consistența amestecului este determinată în principal de conținutul apei din amestec și aproape că nu depinde de dozajul de ciment.

Acste concluzii a diverșilor autori îndreptățesc căutarea dozajului de apă pe baza unor relații ca (5.19), dar sub o formă care să nu folosească mărimi ce nu sînt normate la noi în țară (cum este modulul de finete). O relație care ține seama de cele de mai sus și are în vedere și raportul nisip-pietriș este relația lui C.Sob [16], dr.inginer la Facultatea de Construcții Finișoara, avînd forma:

$$A = \left(170 + \frac{T_b}{2} + 50 \cdot \frac{N}{P} - \frac{300}{T_a + 4}\right) \cdot \left(0,84 + \frac{0,93}{\sqrt{\phi_{\max}}}\right) \cdot \gamma \quad (5.20)$$

unde

T_b - este rezistența betonului în N/mm^2

N - nisipul

P - pietrișul

ϕ_{\max} - diametrul maxim al agregatului

T_a - tasarea conului în cm

γ - coeficient dependent de natura agregatului, avînd valorile $\gamma = 1$ pentru agregat de riu și $\gamma = 1,1$ pentru agregat din piatră spartă (0...31 mm).

Privînd categoriile "nisip" și "pietriș" se menționează că:

- N = agregatul cu ≤ 7 mm cind $\phi_{max} > 16$ mm in $\%$
- N = agregatul cu $\leq 3,15$ mm cind $\phi_{max} \leq 16$ mm in $\%$
- P = agregatul cu > 7 mm cind $\phi_{max} > 16$ mm in $\%$
- P = agregatul cu $> 3,15$ mm cind $\phi_{max} \leq 16$ mm in $\%$

Pentru a compara valorile apei de amestec obținute cu diverse relații s-au reprezentat cantitățile de apă obținute pentru amestecurile: din tabelul 5.10 după relația (5.20) a lui C.Bob, după normativul C140-79, curba de regresie a punctelor după Adou Kamena [82] și fusul de curbe după G.Dreux [27]. După cum se vede din fig.5.8 valorile după relația (5.20) se înscriu bine în domeniul descris de rezultatele din literatură, fapt care a decis opțiunea pentru formula (5.20).

Se anticipează cu o observație privind utilizarea acestei relații și diversele rapoarte P/N din fig.5.7 pentru $\phi_{max} = 31$ mm și anume că relația (5.20) oferă rezultate bune pentru domeniul de rapoarte P/N de la 0,75 în sus. Pentru rapoarte P/N < 0,75, ceea ce este echivalent cu N/P > 1,3333 adică agregate cu conținut din ce în ce mai bogat de nisip, dozajul de apă după relația (5.20) crește prea mult. Înăă, agregate cu $\phi_{max} = 31$ mm și cu rapoarte P/N < 0,75 sînt rar întîlnite în practica curentă. Pentru asemenea cazuri s-a conceput un alt procedeu de calcul al dozajului de apă (vezi punctul 5.4 exemplul de calcul Nr.6). În acest moment s'au stabilit mărimea S, dozajul de ciment și dozajul de apă, dar înainte

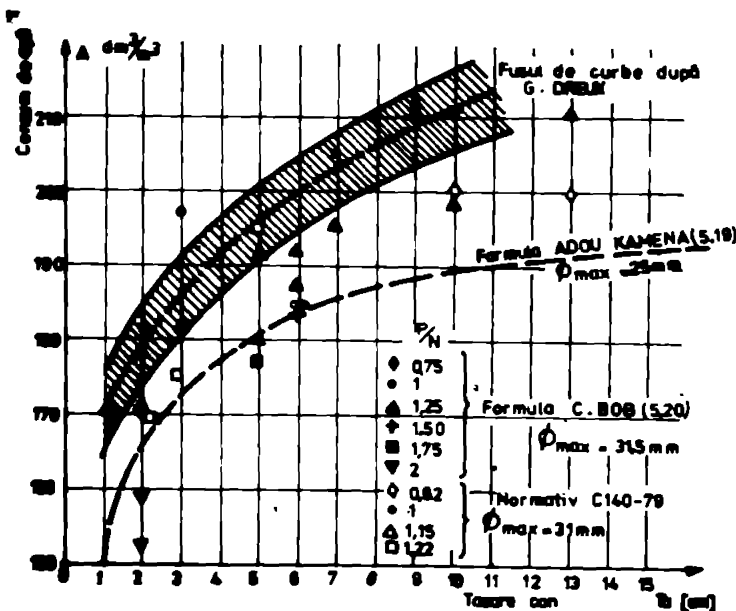


Fig. 5.8

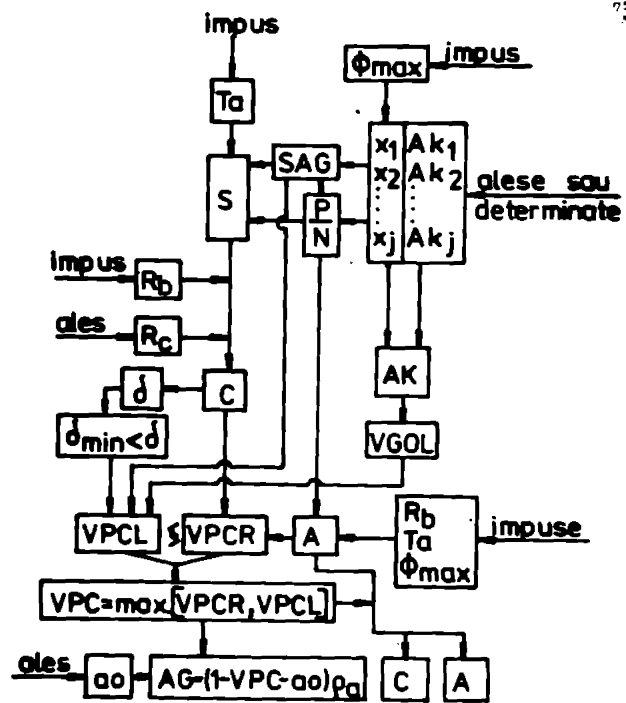


Fig. 5.9

de a face pasul următor se va reprezenta schematic logica metodei propuse în fig.5.9 pentru a putea urmări pe această schemă problema pe faze și în ansamblu.

Cu cimentul și cu apa stabilită vom obține o cantitate de pastă de ciment necesară pentru a asigura obținerea rezistenței cerute, această volum de pastă de ciment se va calcula după relația

$$V_{PCP} = A + \frac{C}{\rho_c} \quad (5.21)$$

unde V_{PCP} = volumul de pastă de ciment din condiția de rezistență
 ρ_c = densitatea cimentului care se poate lua $3,1 \text{ kg/dm}^3$

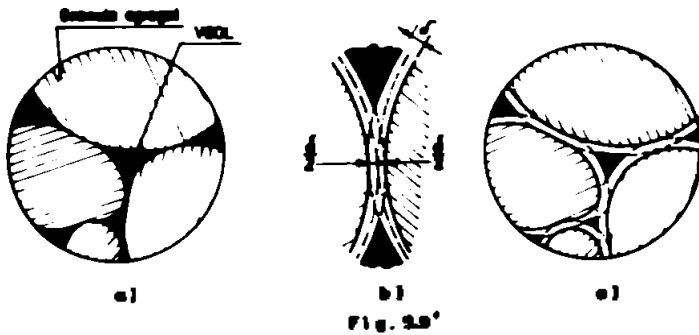
Acest volum de pastă de ciment își va găsi loc în golurile dintre agregate și va umple acest gol dacă se va dovedi cantitativ suficient. Indiferent dacă reușește sau nu să umple golurile, în mod sigur o cantitate din această pastă va înveli cu un film subțire de grosime δ fiecare granula de agregat. Grosimea δ a acestei pelicule este în funcție de volumul de pastă deci de dozajul de ciment și de dozajul de apă. Este importantă această grosime întrucât ea mijlocuște alunecarea agregatelor una față de alta deci joacă un rol de lubrefiant.

Dacă dozajul de ciment și dozajul de apă rămâne același dar grosimea δ a peliculei crește mobilitatea ansamblului, adică lucrabilitatea betonului se îmbunătățește. Întrucât pasta de ciment prezintă fenomenul de tixotropie, la o grosime δ majorată acest fenomen are efectul majorat asupra lucrabilității betonului. Dacă cantitatea de apă de amestec este redusă, cimentul (pentru hidratare) consumând apa din capilare va consuma și din apa gelului, ceea ce duce la o scădere relativă a umidității pastei (fenomenul de autouscare). Efectele sînt negative: întrucât se irinează procesul de hidratare iar pe de altă parte lucrabilitatea va fi redusă și apare riscul unor defecte de structură la punerea în operă a betonului.

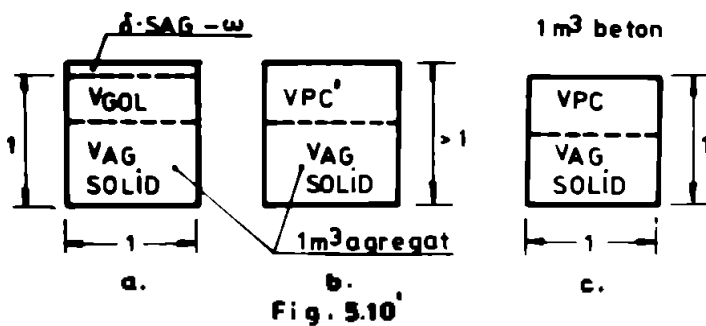
Din cele de mai sus se poate conchide că grosimea δ a peliculei este importantă întrucât variația ei influențează lucrabilitatea amestecului. Se pune întrebarea: Din volumul de pastă V_{PCP} , ce grosime δ de peliculă se realizează, dacă V_{PCP} se distribuie în golurile dintre agregate și peliculă. Produsul $\delta \cdot S_{AG}$ va reprezenta un volum de pastă de ciment în m^3 pe metru cub de agregat în afara gelurilor agregatului și care împreună cu agregatele vor totaliza mai

mult decât 1 m^3 .

Película δ care învelește granula și se va interpune între granulele de agregat, va îndepărta aceste granule. Distanța între suprafețele de contact a granulelor va fi o mărime variabilă. Această variabilitate poate însemna de la valoarea zero pînă către 2, însă o medie probabilă este valoarea δ (vezi fig.5.9').



Mărimea δ este o mărime statistică dar depinde de dozaajul de ciment al amestecului și de criteriul δ . Produsul $\delta \cdot \text{SAG}$ este o cantitate de pastă de ciment a cărui ordin de mărime este în jur de $1/10$ din volumul de goluri ale agregatelor. După amestecarea componentelor cînd pelicula de pastă δ a învelit granulele volumul de goluri suferă o modificare diminuîndu-se după cum se vede din fig.5.9' a și o undă grosimea δ a fost voit exagerată pentru a ilustra fenomenul. Vom



nota această diminuare a lui VGOL cu ω .

Înfiind seama de relația (5.6) se va putea scrie:

$$VGOL - \omega + \delta \cdot \text{SAG} = VPC \quad (5.22)$$

unde

VGOL = volumul de goluri din masa amestecului de agregate în m^3/m^3 de agregat

δ = grosimea peliculei de pastă de ciment în $[\text{m} \cdot 10^{-6}]$

SAG = suprafața agregatelor în m^2/m^3 de agregat

VPC = volumul de pastă de ciment necesar pentru a realiza un beton compact și cu o anumită lucrabilitate, dar îl vom numi mai scurt volumul de pastă de ciment din condiția de lucrabilitate

ω = diminuarea volumului de goluri datorită lui δ în m^3/m^3 agregat.

VPC este raportat la m^3 de agregate și va trebui să-l raportăm la 1 m^3 de beton ca și VPC.

In fig.5.10'a avem 1 m^3 de agregat cărui i s-a adăugat un volum de pastă de ciment care umple golurile complet și satisface creșterea peliculei de grosime δ . Deci volumul total va fi:

$$1 + \delta \cdot SAG - \omega \quad (5.23)$$

In fig.5.10'b avem:

$$VPC' = VGOL + \delta \cdot SAG - \omega \quad (5.24)$$

In fig.5.10'c volumul total este 1 m^3 beton. Din regula de trei simplă vom avea:

Dacă la volumul total din fig.a corespunde un volum VPC'
 Atunci la 1 m^3 din fig.c va corespunde VPC

$$VPC = \frac{1 \times VPC'}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} = \frac{1}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \cdot VPC'$$

Deci vom putea scrie

$$VPCL \left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \text{ beton}} \right] = \frac{1}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \text{ beton}} \right] \cdot VPC' \left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \text{ agregat}} \right] \quad (5.25)$$

sau

$$VPCL = \frac{VGOL + \delta \cdot SAG - \omega}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \quad (5.26)$$

Se știe din capitolul 3 că între volumul de goluri și compacitatea agregatelor există relația:

$$VGOL = 1 - KAG \quad (5.27)$$

Vom înlocui relația (5.27) în (5.26) cu următoarea observație:
 In relația (5.26) $VPCL$ reprezintă volumul de pastă de ciment total pe m^3 de beton din condiția de lucrabilitate. In relația (5.27) termenul 1 conține aceeași mărime

$$\frac{1 - KAG + \delta \cdot SAG - \omega}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} = \frac{1}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} + \frac{\delta \cdot SAG - \omega}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} = \frac{KAG}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \quad (5.28)$$

unde

$$\frac{1}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} + \frac{\delta \cdot SAG - \omega}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} = \frac{1 + \delta \cdot SAG - \omega}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} = 1 \quad (5.29)$$

și obținem

$$VPCG = 1 - \frac{KAG}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \quad (5.30)$$

unde

$VPCG$ = volumul de pastă de ciment din golurile agregatului dintr-un m^3 de beton

Analizând această relație putem trage câteva concluzii:

- Cu cât va fi mai mare termenul $\frac{KAG}{1 + \delta \cdot SAG - \omega}$ cu atât va fi mai mic $VPCG$, sau cu alte cuvinte cu cât crește compactitatea agregatului de agregate cu atât consumul de pastă de ciment va fi mai mic.

- Deci din punct de vedere economic avem interesul să folosim agregate cu KAG cât mai apropiat de KAG_{max} .

- Dacă avem de ales între două agregate cu SAG identic, vom prefera agregatele cu KAG mai mare (sau $VVOL$ mai mic).

- Dacă avem două agregate cu aceeași compactitate KAG se preferă cea cu suprafața specifică mai mică.

- Când δ tinde către zero, atunci și ω tinde către zero, iar $1 - KAG = VVOL$.

Să plecăm de la relația (5.30) și să efectuăm câteva operații trecând în membrul drept valoarea 1

$$1 - VPCG = \frac{KAG}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \quad (5.31)$$

Vom scădea și aduna la partea dreaptă un $\delta \cdot SAG - \omega$

$$1 - VPCG - (\delta \cdot SAG - \omega) + \delta \cdot SAG - \omega = \frac{KAG}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \quad (5.32)$$

$$1 - (VPCG + \delta \cdot SAG - \omega) + \delta \cdot SAG - \omega = \frac{KAG}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \quad (5.33)$$

dar

$$VPCG - \omega + \delta \cdot SAG = VPCL \quad (5.34)$$

$$1 - VPCL + \delta \cdot SAG - \omega = \frac{KAG}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \quad (5.35)$$

dar din ecuația volumelor absolute avem

$$1 - VPCL = VAG + a_0 \quad (5.36)$$

deci

$$VAG + a_0 + \delta \cdot SAG - \omega = \frac{KAG}{1 + \delta \cdot SAG - \omega} \quad (5.37)$$

de unde

$$(VAG + a_0 + \delta \cdot SAG - \omega)(1 + \delta \cdot SAG - \omega) = KAG \quad (5.38)$$

înalțând și ordonând se obține ecuația

$$(\delta \cdot SAG - \omega)^2 + (1 + VAG + a_0)(\delta \cdot SAG - \omega) + (VAG + a_0 - KAG) = 0 \quad (5.39)$$

făcând notațiile

$$\begin{aligned} \delta \cdot SAG - \omega &= y \\ (1 + VAG + a_0) &= b \\ (VAG + a_0 - KAG) &= c \end{aligned} \quad (5.40)$$

obținem

$$y^2 + by + c = 0 \quad (5.41)$$

Soluțiile posibile vor fi două din care numai una este semnificativă, cealaltă fiind negativă.

Astfel l-am obținut pe $(\delta \cdot SAG - \omega)$ în funcție de volumul de agregate, aerul cecus și compactitatea agregatelor.

Avind în vedere că δ are ordinul de mărime în jur de $(10 \dots 30) \cdot 10^{-6}$ m, efectul acestuia asupra lui VGOL prin mărimea ω este foarte mic și se va considera ω ca fiind un infinit mic de ordinul doi urmând să fie neglijat în continuare. Astfel avem mărimea $\delta \cdot SAG$.

Intrucit pe SAG îl cunoaștem, fiind una din datele de intrare (vezi fig.5.9), putem obține mărimea δ din relația

$$\delta = \frac{\delta \cdot SAG}{SAG} \quad (5.42)$$

Calculul analitic de mai sus pentru o compoziție nouă nu poate fi efectuat, intrucit VAG este o necunoscută, dar pentru amestecurile experimentale din tabelele 4.10, 4.11 și valorile lui δ din tabelele 4.12 și 4.13 aceste calcule au fost efectuate, în vederea unei prelucrări statistice pentru ecuația de regresie

$$\delta = f(E) \quad (5.43)$$

pentru diferite dozaaje de ciment.

Pregătirea datelor pentru rezolvarea ecuației de gradul II după relația (5.39) a presupus calculul suprafeței SAG separat pentru agregatele cu raportul P/N = 1 și separat pentru raportul P/N = 2. În literatura de specialitate [34], [54], [83], [46], [71] se găsesc mai

multe relații și proceduri pentru calculul suprafeței specifice ale agregatelor. În cazul nostru la calculul lui SAG s-a folosit relația (5.7) alegându-se coeficientul $f = 8$. Calculul se vede în cele ce urmează pentru $P/N = 1$ și $P/N = 2$.

$P/N = 1$	$P/N = 2$
Proporțiile de sorturi au fost stabilite la punctul 4.2.5	
(0 - 3) 32,5	(0 - 3) 21,666
(3 - 7) 17,5	(3 - 7) 11,666
(7 - 16) 20,0	(7 - 16) 26,666
(16 - 31) 30,0	(16 - 31) 40,0
$AK = 0,069375$	$AK = 0,05368$
$VGOL = 0,2285$ (din fig. 3.5)	$VGOL = 0,2065$ (din fig. 3.5)
$KAG = 1 - VGOL = 0,7715$	$KAG = 1 - VGOL = 0,7935$
$\sum \frac{x}{d} = 270,57753$	$\sum \frac{x}{d} = 200,43187$
$SAG = 8 \cdot 0,7715 \cdot 270,57753 = 1670,0045$	$SAG = 8 \cdot 0,7935 \cdot 200,43187 = 1272,3415$

Pe baza tabelelor 4.10 și 4.11 s-au calculat coeficienții b și c ai ecuației (5.41) după relațiile 5.40, pentru fiecare amestec și s-au rezolvat ecuațiile de tip (5.41), obținându-se valoarea (δ .SAG), cu care din relația (5.42) a rezultat valoarea δ pentru fiecare amestec. Rezultatele sînt trecute, inclusiv cu valorile S aferente din tabelele 4.12 și 4.13, în tabelul 5.4.

În vederea prelucrării statistice a valorilor δ și S pentru găsirea corelației $\delta = f(S)$ în tabelul 5.4 au fost folosite numai amestecurile fără aditivi. De asemenea au fost grupate pe cele 3 doze de ciment. Reprezentarea grafică a punctelor s-a făcut în fig. 5.10 unde s-a constatat că δ este independent de R_c și în consecință în tabelul 5.4 numerotarea amestecurilor pentru această prelucrare s-a făcut în ultima coloană.

Funcția care descrie cel mai bine corelația este tot o funcție putere de forma relației (5.11), astfel încît sînt valabile toate considerațiile teoretice arătate prin relațiile de la (5.11) pînă la (5.16).

Prelucrarea statistică numerică se găsește în anexa 5.

Tabelul 5.4

C	Rc	P/N	Nr.	Ta [mm]	δ-SAG [m ³]	δ [m·10 ⁻⁶]	S	Nr. δ-f(δ)
C = 250 Kg/m ³	40,6	1	1	13	0,00710179	4,25256	1,24231	1
			2	33	0,015416	9,2314128	1,51420	2
			3	50	0,02289045	13,527179	1,62087	3
			4	14,0	0,02980105	17,844892	1,61837	4
			5	0,5	0,00687495	4,1164859	0,95217	5
			6	1,5	0,0154144	9,2301547	0,98868	6
			7	3,8	0,0240229	14,384931	1,58640	7
			8	9,8	0,03270915	19,586264	1,67905	8
	26,4	2	1	13	0,0163572	12,85598	1,696723	9
			2	5,8	0,02487015	19,546756	1,99371	10
			3	9,0	0,0348027	27,416145	2,16963	11
			4	0,1	0,0107141	8,4207738	1,64913	12
			5	1,3	0,0191858	15,079127	1,42526	13
			6	3,8	0,0277281	21,792969	1,85196	14
			7	6,5	0,03632345	28,548271	2,52743	15
C = 330 Kg/m ³	40,6	1	1	1,0	0,02259275	13,528556	1,15247	1
			2	2,0	0,0283102	16,952169	1,53361	2
			3	4,5	0,03403665	28,38472	1,62192	3
			4	5,5	0,0397887	23,825504	1,53904	4
			5	10,0	0,0438968	27,303999	1,54888	5
			6	19,5	0,051414	30,786743	1,57982	6
			7	1,4	0,021632	12,953258	1,18870	7
			8	4,5	0,0302407	18,108154	1,61563	8
			9	3,5	0,0388453	23,260596	1,61107	9
			10	16,0	0,0475269	28,459144	1,69832	10
			11	18,0	0,0572343	34,271943	1,70972	11
	26,4	2	1	4	0,03489585	27,421909	1,68332	12
			2	4,0	0,0405801	31,301891	1,96888	13
			3	4,7	0,0463089	36,396596	2,11539	14
			4	11,0	0,05704485	43,463306	—	15
			5	2,1	0,03383235	26,671573	1,59012	16
			6	3,7	0,0424415	33,396301	1,66901	17
			7	8,0	0,0511046	40,85788	1,98238	18
			8	12,3	0,05977995	46,983887	2,18523	19
C = 420 Kg/m ³	40,6	1	1	1,6	0,04355945	27,281034	1,59086	1
			2	3,0	0,05048465	30,230247	1,76380	2
			3	6,0	0,05543715	33,195808	1,80667	3
			4	11,0	0,0624104	37,670796	1,79634	4
			5	2,0	0,04802775	28,759054	1,13110	5
			6	3,0	0,05344815	33,202575	1,50577	6
			7	12,5	0,06540385	34,163646	1,51588	7
			8	18,0	0,07292805	43,669373	1,67610	8
	26,4	2	1	12	0,0627318	49,304215	1,9450	9
			2	5,5	0,0676718	53,187607	2,16181	10
			3	10,8	0,07512895	59,047787	2,08448	11
			4	13,8	0,08012055	62,970947	2,10438	12

In urma prelucrării s-au obținut următoarele ecuații de regresie:

Pentru dozajul de 250 Kg/m³:

$$\delta = (4,36358 \cdot 10^{-6}) \cdot S^{2,3577429} \quad (5.44)$$

Pentru dozajul de 330 Kg/m³:

$$\delta = (10,9095 \cdot 10^{-6}) \cdot S^{1,8407393} \quad (5.45)$$

Pentru dozajul de 420 Kg/m³:

$$\delta = (14,8797 \cdot 10^{-6}) \cdot S^{1,7317455} \quad (5.46)$$

Aceste ecuații au fost reprezentate în Fig. 5.10. Pe baza acestor ecuații s-a construit abaca din fig. 5.11 din care pentru un δ și C stabiliti în prealabil rezultă S .

Astfel, s-a răspuns la întrebarea formulată anterior privind grosimea de peliculă δ ce se poate obține din volumul de pastă de ciment $V_{p.c.}$. Acest volum de pastă de ciment din condiția de rezistență îl vom compara cu volumul de pastă de ciment din condiția de lucrabilitate $V_{p.c.l}$ calculat cu relația (5.26) unde vom introduce pe δ cu valoarea obținută din abaca 5.11, dacă această valoare nu este mai mică decât valoarea

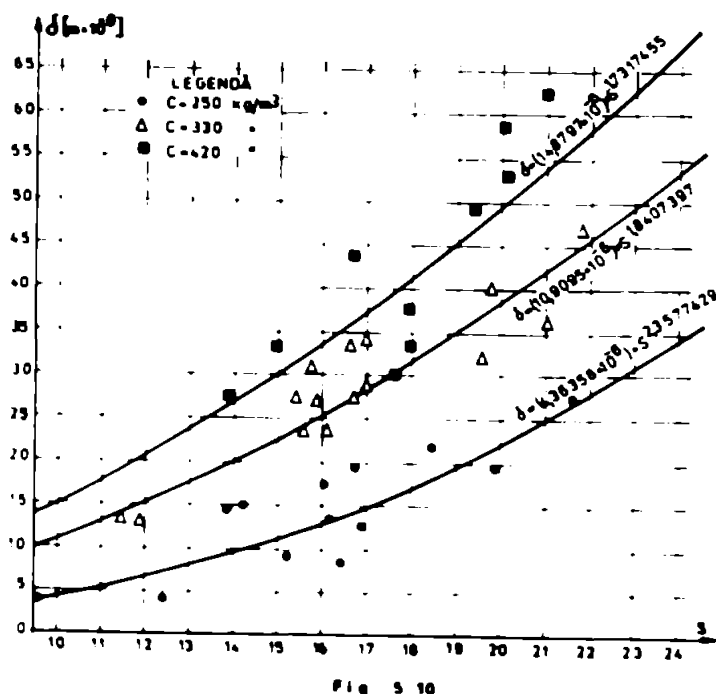


Fig. 5.10

δ_{\min} , adică se pune condiția

$$\delta \geq \delta_{\min} \quad (5.47)$$

Valoarea lui δ_{\min} se stabilește pentru asigurarea unei lucrabilități corespunzătoare la orice suprafață de agregat, într-un paragraf următor (punctul 5.3).

În schema din fig.5.9 este ilustrată această fază de calcul prin comparație

$$V_{PCF} \leq V_{PCL} \quad (5.48)$$

Se va adopta drept volum de pastă de ciment V_{PC} , maxiaul din cele două valori, deci se poate scrie

$$V_{PC} = \max[V_{PCF}, V_{PCL}] \quad (5.49)$$

Din moment ce s-a definitivat volumul de pastă de ciment, se pot calcula consumul de ci-

ment final și necesarul de agregate, pentru cea din urmă folosind ecuația volumelor absolute în care adoptăm în mod obișnuit volumul de aer occlus de 20 l/m^3 .

Pentru consumul final de ciment avem relația:

$$C = (V_{PC} - A) \rho_0 \quad (5.50)$$

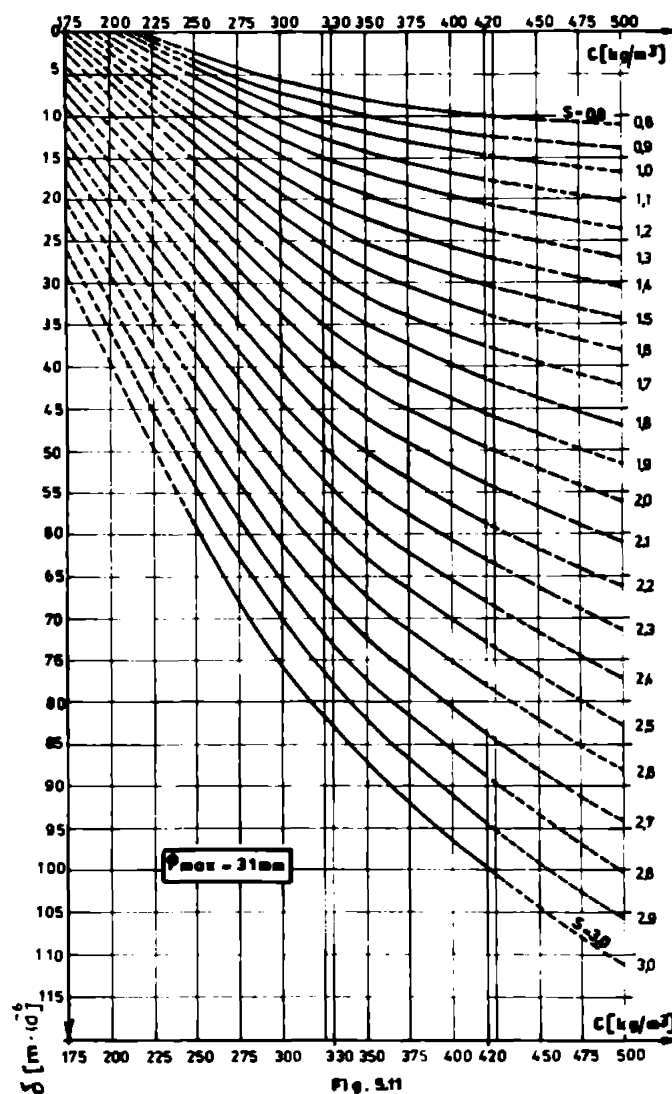
Relația (5.50) se va folosi numai dacă $V_{PCL} > V_{PCF}$ altfel dozaajul de ciment rămâne cel inițial.

Pentru agregate se va folosi relația:

$$AG = (1 - V_{PC} - a_0) \rho_a \quad (5.51)$$

S-au determinat astfel dozajele tuturor componentelor și urmează faza de verificare și definitivare a compoziției care poate fi identică cu cea evidențiată în fig.5.5 după normativul C140-79.

Utilizarea metodei este comodă datorită abacelor întocmite. În fig.5.11' este ilustrată procedura de aplicare a metodei.



OBSERVAȚII:

1) În decursul aplicării metodei nu s-a folosit raportul apă-ciment, acesta în final poate servi pentru verificări și comparații.

2) Dacă în urma calculelor se obține

$$\delta = \delta_{\min} \quad (5.52)$$

atunci compoziția obținută are calitatea, că în condițiile date, folosește cu maximum de eficiență proprietățile liante și lubrefiante ale pastei de ciment. Vom numi o astfel de compoziție "COMPOZIȚIA EFICIENTĂ".

În toate celelalte cazuri una din proprietățile pastei de

ciment, este mai mult sau mai puțin inefficient utilizată.

3) În toate situațiile se obține sigur un beton compact, volumul de pastă de ciment va umple golurile amestecului de agregate.

Un beton necompact (volumul de pastă de ciment nu ajunge să umple golurile agregatului) se obține cu relația (5.21) din condiția de rezistență când δ rezultă din abaca 5.11 mai mic decât zero. În fig. 5.11 nu s-a mai continuat cu trasarea curbelor pentru $\delta < 0$, acestea s-au trasat până la limita $\delta = 0$, dincolo nu prezintă interes.

Din punct de vedere teoretic mărimea valorii negative a lui înălțită cu SAG reprezintă volumul de pastă de ciment care ar lipsi pentru umplerea golurilor agregatelor.

Intrucât în urma comparației volumelor VPCC și VPCL se adoptă totdeauna cea mai mare iar δ trebuie să îndeplinească condiția

$\delta \geq \delta_{\min}$ (δ_{\min} având totdeauna valori pozitive, vezi fig. 5.12 - 5.17), betonul va rezulta totdeauna compact.

4) În lucrarea [88] Steopov arată că: "Formula Bolemy-Sorantsev nu poate fi aplicată decât la betoanele lucrabile și cu granulositatea agregatelor în sfera bună. La betoanele vicioase, care se pun în lucrare prin vibrare energetică, rezistența la compresie

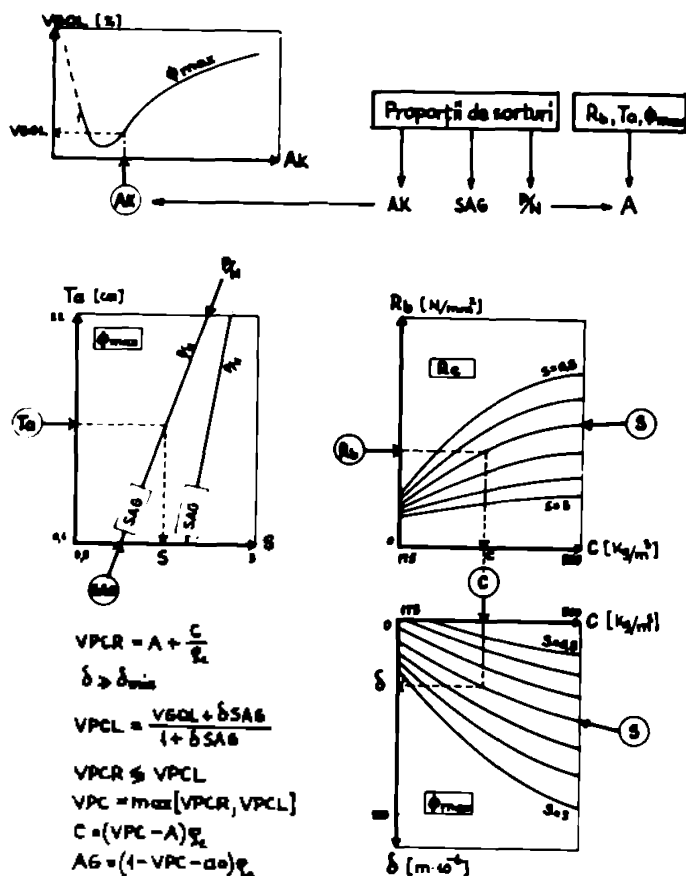


Fig. 5.11

depinde de raportul dintre cantitatea de pastă de ciment din amestec și suprafața totală a granulelor de agregat. De aici rezultă influența puternică exercitată de fracțiunea fină a agregatului".

5.3. Detalii de realizare a diagramelor

5.3.1. Detalierea funcției $T_g = f(S)$ pentru diverse rapoarte P/N și a suprafeței SAG aferente

În fig.5.6 de la punctul 5.2 unde sînt reprezentate curbele $T_g = f(S)$ pentru un raport P/N = 1 și P/N = 2 aferente unor suprafețe SAG, trebuie găsite valori ale suprafețelor SAG corespunzătoare unor rapoarte P/N în interiorul și exteriorul intervalului 1 ÷ 2.

Rezolvarea acestei probleme se bazează pe observația că SAG se poate obține din raportul

$$\frac{\delta_{SAG}}{\delta} = SAG \quad (5.53)$$

Valorile δ_{SAG} cit și δ au fost obținute în urma rezolvării ecuației de gradul II (5.39) pentru toate datele experimentale și au fost evidențiate în tabelul 5.4.

În consecință s-au prelucrat statistic pentru obținerea ecuațiilor de regresie a funcției $T_g = f(\delta; SAG)$ pentru toate datele din tabelul 5.4 separat pentru fiecare dozaj de ciment și raport P/N = 1 respectiv P/N = 2. Mărimea δ_{SAG} nu depinde de calitatea cimentului R_c , iar datele au fost grupate în consecință în tabelul 5.4.

Același lucru s-a efectuat și pentru funcția $T_g = f(\delta)$. Aceste funcții s-au dovedit a fi niște funcții putere de forma

$$y = a \cdot x^b \quad (5.54)$$

pentru care sînt valabile toate considerațiile făcute prin relațiile (5.11) pînă la (5.16). Prelucrarea statistică numerică se găsește în anexa 7 pentru $T_g = f(\delta; SAG)$ și în anexa 8 pentru $T_g = f(\delta)$.

În urma prelucrării s-au obținut estimări descrise de ecuațiile de regresie pentru funcția $T_g = f(\delta; SAG)$ și $T_g = f(\delta)$ evidențiate în tabelul 5.5.

Aceste ecuații de regresie au fost reprezentate în figurile 5.12 pînă la 5.17. Se poate observa că la un dozaj de ciment curbele pentru P/N = 1 și P/N = 2 sînt paralele pentru ambele funcții. Întrucît ecuațiile de regresie sînt de tip funcție putere, reprezentarea

Tabelul 5.5

P/N = 1				
Dose C kg/m ³	Ta = f(δ·SAG)		Ta = f(δ)	
	Ecuatia de regresie	Coef. de corelatie	Ecuatia de regresie	Coef. de corelatie
250	$Ta = 1,304508 \cdot 10^{-4} (\delta \cdot SAG)^{2,0150065}$	0,9332	$Ta = 3,9534292 \cdot 10^{-6} \delta^{2,0399446}$	0,9608
330	$Ta = 1,4264952 \cdot 10^{-5} (\delta \cdot SAG)^{3,0728551}$	0,9803	$Ta = 8,3680803 \cdot 10^{-8} \delta^{3,0442579}$	0,9722
420	$Ta = 3,0151398 \cdot 10^{-7} (\delta \cdot SAG)^{5,4046258}$	0,9899	$Ta = 7,7431944 \cdot 10^{-24} \delta^{5,4023021}$	0,9897
P/N = 2				
Dose C kg/m ³	Ta = f(δ·SAG)		Ta = f(δ)	
	Ecuatia de regresie	Coef. de corelatie	Ecuatia de regresie	Coef. de corelatie
250	$Ta = 7,3574344 \cdot 10^{-5} (\delta \cdot SAG)^{3,3639796}$	0,9575	$Ta = 2,0448855 \cdot 10^{-6} \delta^{3,3640056}$	0,9573
330	$Ta = 4,268957 \cdot 10^{-6} (\delta \cdot SAG)^{4,0627085}$	0,9202	$Ta = 5,2024772 \cdot 10^{-8} \delta^{4,0628222}$	0,9202
420	$Ta = 2,04389 \cdot 10^{-4} (\delta \cdot SAG)^{9,2123854}$	0,9503	$Ta = 8,2944306 \cdot 10^{-59} \delta^{9,2141041}$	0,9584

lor într-un sistem de axe logaritmice, atât pentru T_a cât și pentru $\delta \cdot SAG$ respectiv δ , va avea forma unor drepte convergente. Folosindu-ne de aceste puncte de convergență s-a putut trasa familia de trepte care subîmparte intervalul între $P/N = 1$ și $P/N = 2$ într-un număr de subintervale alese în prealabil. Intrucît avem trei doze de ciment au rezultat 3 perechi de

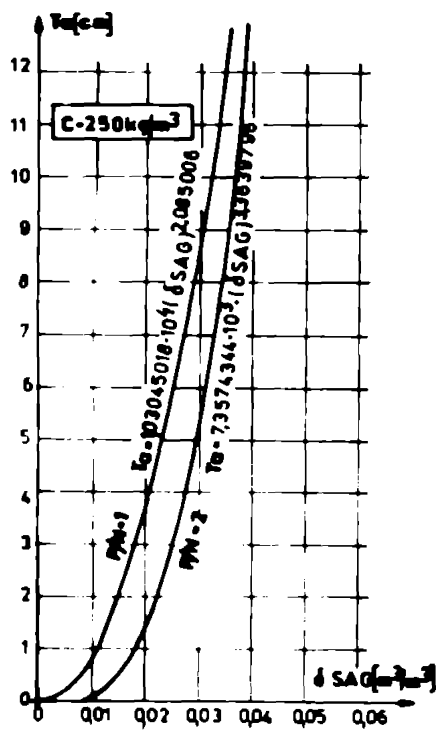


Fig. 5.12

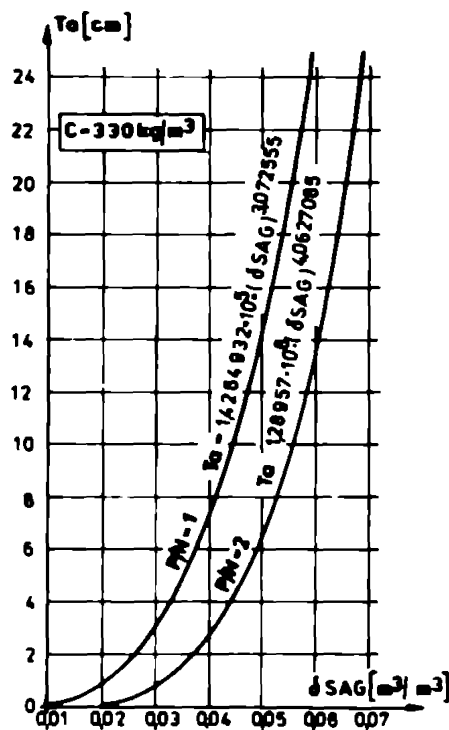


Fig. 5.13

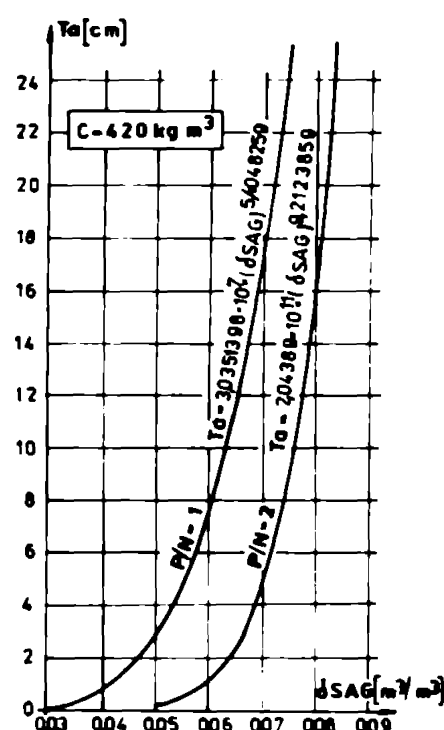


Fig. 5.14

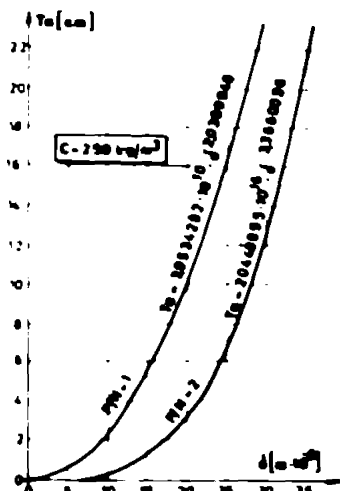


Fig. 5.15

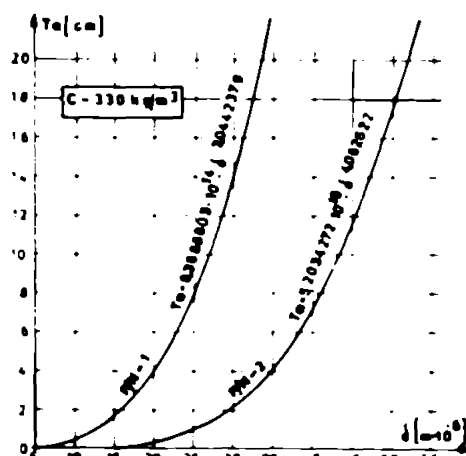


Fig. 5.16

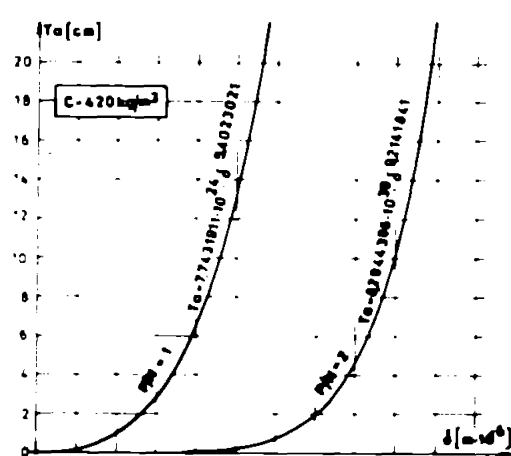


Fig. 5.17

drepte convergente pentru o funcție a căror puncte de convergență grafic nu au coincis, întrucât estimările obținute prin ecuațiile de regresie au diferențe inevitabile de acuratețe ca dovadă și coeficienții de corelație ai ecuațiilor liniarizate din tabelul 5.5 care variază între 0,92 și 0,98. Dar, alegând dreptele pentru care coeficienții de corelație sînt maximi, s-a stabilit punctul de convergență care a fost adoptat pentru toate cele trei dozaaje. În continuare s-a ales o valoare a tasării la limita între slab plastic și plastic de 5 cm (foarte frecvent utilizată în practică) pe a cărei orizontală s-a efectuat împărțirea grafică a intervalului între $F/N = 1$ și $F/N = 2$ în patru subintervale egale. Deasemenea s-au stabilit asemenea subintervale și în afara domeniului $1 \div 2$. Aceste puncte au fost unite cu punctul de convergență comun pentru toate dozaajele. Astfel s-au rezolvat simultan două aspecte; primul aspect este faptul că prin stabilirea punctului de convergență comun au fost corectate ecuațiile de regresie a căror estimare a fost cu abateri mai mari și al doilea aspect este ceea ce doream de fapt, găsirea familiei de drepte și pentru alte rapoarte F/N .

Aceste operațiuni grafice sînt identice cu procedura pentru ambele funcții $T_a = f(\delta.SAG)$ și $T_a = f(\delta)$.

Împărțind intervalul $1 \div 2$ în patru subintervale s-au obținut dreptele pentru rapoartele intermediare $F/N = 1,25; 1,5; 1,75$ iar în afara intervalului $0,75; 0,5; 0,25$; respectiv $2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,25; 3,50$ și așa mai departe. Ceea ce a rămas de stabilit este valoarea suprafeței agregatelor, SAG, aferentă acestor drepte.

Pentru rezolvarea acestui aspect s-au calculat analitic cu ecuațiile din tabelul 5.5 valorile $\delta.SAG$ și δ pentru fiecare dozaj de ciment la tasarea $T_a = 5$ cm, separat pentru $F/N = 1$ și $F/N = 2$. Aceste rezultate au fost evidențiate în tabelul 5.6. S-a calculat media acestor valori pentru cele trei dozaaje de ciment basîndu-ne pe observația că în final SAG este rezultatul unui raport $\delta.SAG/\delta$ ceea ce la fiecare raport F/N trebuie să dea același rezultat indiferent de dozajul de ciment. În consecință s-au calculat valorile $\delta.SAG$ și δ pentru un subinterval astfel:

$$\frac{(\delta.SAG)_{med}^{F/N=2} - (\delta.SAG)_{med}^{F/N=1}}{4} = \frac{0,0487762 - 0,038802}{4} = 0,00268905 \quad (5.55)$$

$$\frac{\delta_{med} \text{ P/N=2}}{\delta_{med} \text{ P/N=1}} = \frac{38,336033}{22,838967} = 1,680000 \quad (5.56)$$

Tabelul 5.6
T_a = 5 cm

P/N=1			P/N=2		
C	δ SAG [m ³]	δ · 10 ⁴ [m]	C	δ SAG [m ³]	δ · 10 ⁴ [m]
250	0,022983	13,9806	250	0,0290935	22,866
330	0,0354904	21,2483	330	0,0467450	36,7384
420	0,055866	33,288	420	0,0704901	55,4037
Media	0,03602	22,838967	Media	0,0487762	38,336033

cu aceste două valori s-au calculat șirul de valori δ · SAG și δ pentru toate rapoartele P/N amintite mai sus. Împărțind aceste rezultate între ele după relația δ · SAG / δ obținem valoarea SAG pentru fiecare capăt de subinterval. Aceste calcule sînt evidențiate în tabelul 5.7. Subintervalul pentru P/N = (0,25...N) a fost la rîndul său încă subîmpărțit pentru alte rapoarte P/N. Pentru a verifica rezultatele s-a făcut și calculul fără media valorilor δ · SAG,

pentru cele 3 dozațe de ciment separat și au rezultat aceleași suprafețe.

copul inițial a fost ca să găsim valorile

Tabelul 5.7
Φ_{max} = 31 mm

P/N	δ SAG [m ³]	δ [m · 10 ⁴]	SAG [m ³]
4	0,0702886	69,350465	4043,82
3,75	0,0675995	65,438499	4032,74
3,5	0,0649405	61,581632	4054,05
3,25	0,0622244	57,707566	4076,22
3	0,0595324	53,833099	4105,86
2,75	0,0568433	49,958853	4137,80
2,50	0,0541543	46,084566	4175,40
2,25	0,0514652	42,21030	4219,25
2	0,0487762	38,336033	4272,33
1,75	0,0460871	34,461767	4337,34
1,5	0,0433981	30,58750	4418,81
1,25	0,040709	26,713234	4525,92
1	0,038020	22,838967	4664,69
0,75	0,0353309	18,964704	4862,98
0,50	0,0326419	15,090434	2163,08
0,25	0,0299528	11,216168	2670,50
0,166	0,0290564	9,924748	2927,67
0,083	0,0281601	8,6333235	3164,79
0,041	0,0272719	7,3876424	3469,35
N	0,0272637	7,3419015	3715,43

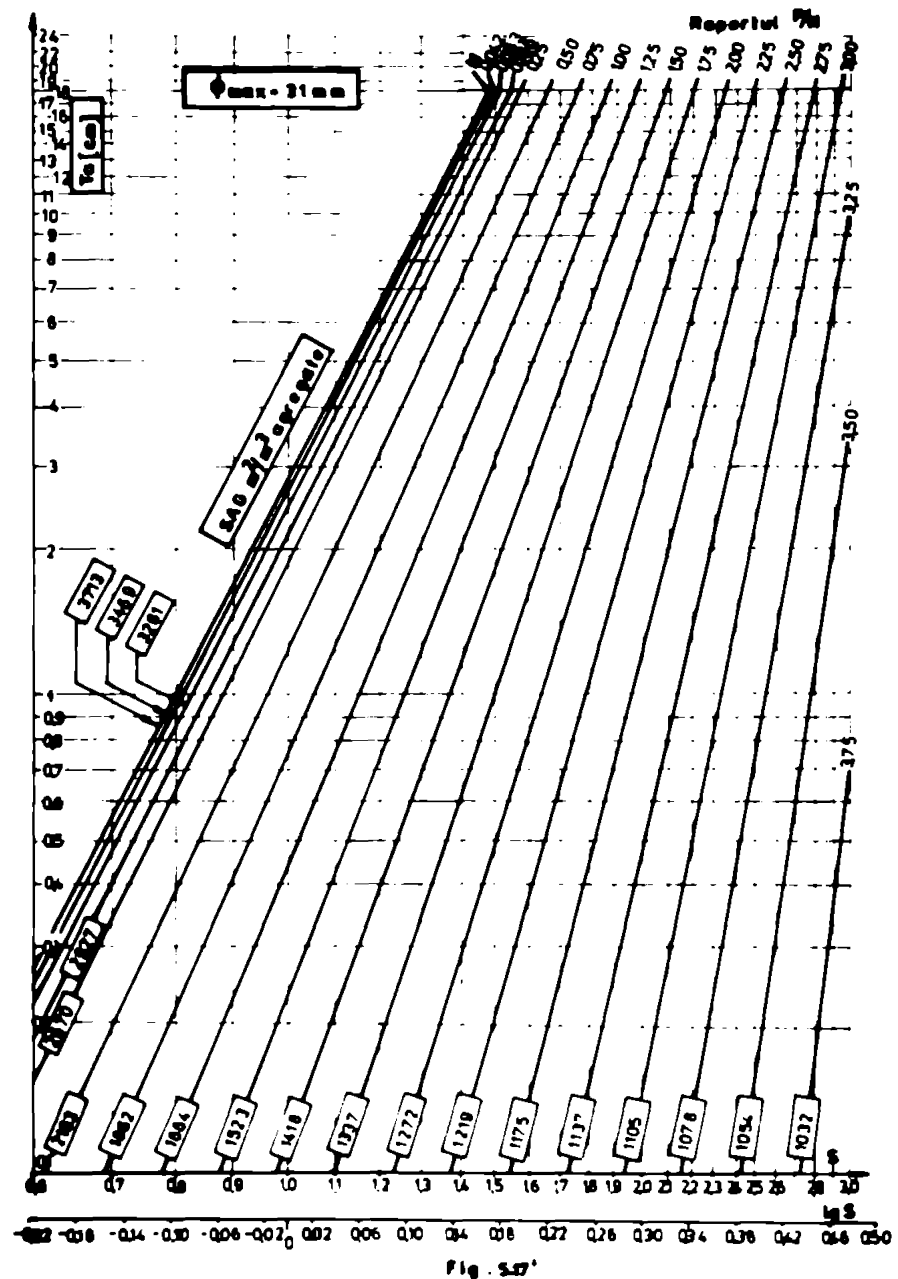


Fig. 5.7'

SAG corespunzătoare unor diferite rapoarte P/N pentru funcția $T_g = f(S)$, care a fost trasată pentru P/N = 1 și P/N = 2 în fig.5.6. Reprezentarea curbelor din fig.5.6 într-un sistem de axe logaritmice s-a făcut în fig.5.17' unde a fost trasată familia de drepte după procedura descrisă, care corespund unor suprafețe SAG și rapoarte P/N din tabelul 5.7.

5.3.2. Construirea abacelor pentru variația funcției

$$\delta_{\min} = f(C) \text{ la diverse rapoarte P/N și lucrabilități } T_g$$

Vârimea δ_{\min} este în funcție de mulți parametri: dozajul de ciment C, raportul P/N și lucrabilitatea betonului măsurată prin T_g . Evidențierea variației tuturor într-o singură abacă nu este posibilă și s-a decis întocmirea variației δ_{\min} în funcție de dozajul de ciment cu diferite rapoarte P/N pentru tasarea de 1 cm, 5 cm, 9 cm și 15 cm. La tasări cu valori intermediare se pot face interpolări liniare. S-au folosit ecuațiile de regresie din tabelul 5.5 și s-au calculat analitic valorile lui δ pentru tasările precizate mai sus. Aceste valori au permis reprezentarea funcției $T_g = f(\delta)$ într-un sistem de axe cu scări logaritmice obținându-se dreptele convergente pentru fiecare dozaj de ciment o pereche (P/N = 1 și P/N = 2). Cu aceeași procedură de găsim a punctului de convergență comun și prin aceasta corecția abaterilor ecuațiilor, luind de bază tasarea de 5 cm, s-a efectuat subîmpărțirea intervalului P/N = 1 ÷ 2 în patru subintervale pentru rapoarte intermediare și apoi și pentru alte rapoarte P/N. Aceste operații au putut fi realizate pe același desen la cele trei dozaaje de ciment. Din această figură au putut fi citite valorile δ_{\min} pentru tasările precizate mai sus și reprezentate separat pentru fiecare tasare într-o abacă unde pe orizontală s-a trecut variația dozajului de ciment.

Aceste rezultate sînt trecute în figurile 5.18 pînă la 5.21. Aceste valori ale lui δ_{\min} sînt valabile pentru cazul unor agregate cu $\phi_{\max} = 31$ mm.

5.4. Exemple de calcul și analiza rezultatelor

① Se cere un beton cu rezistența $R_b = 30$ N/mm² cu o lucrabilitate L3 avînd tasarea conului $T_g = 5$ cm. Se vor folosi: ciment de calitate superioară avînd rezistența $R_c = 40,6$ N/mm², agregate cu $\phi_{\max} =$

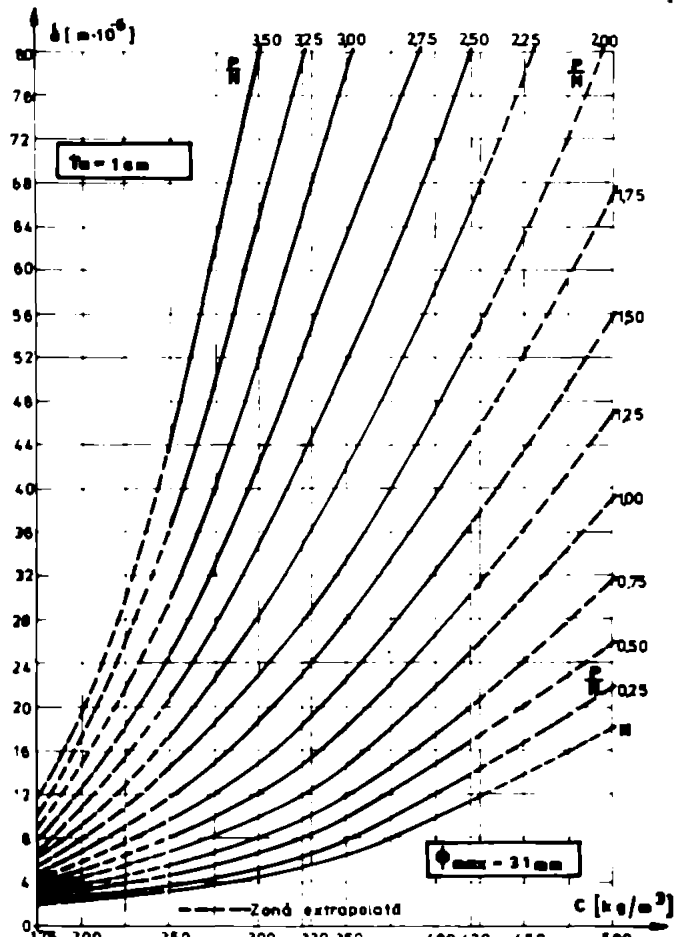


Fig. 3.18

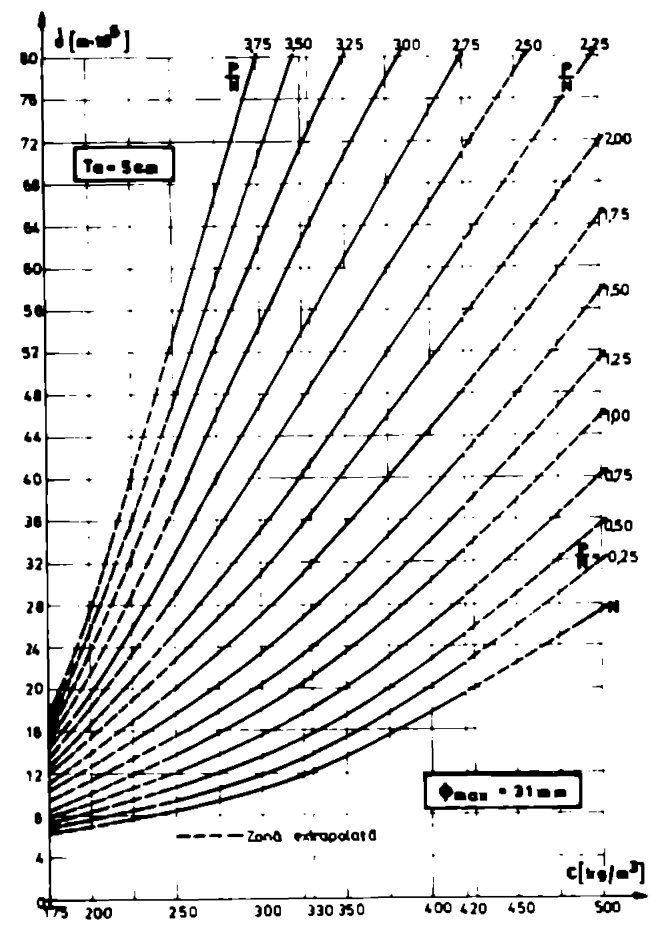


Fig. 5.19

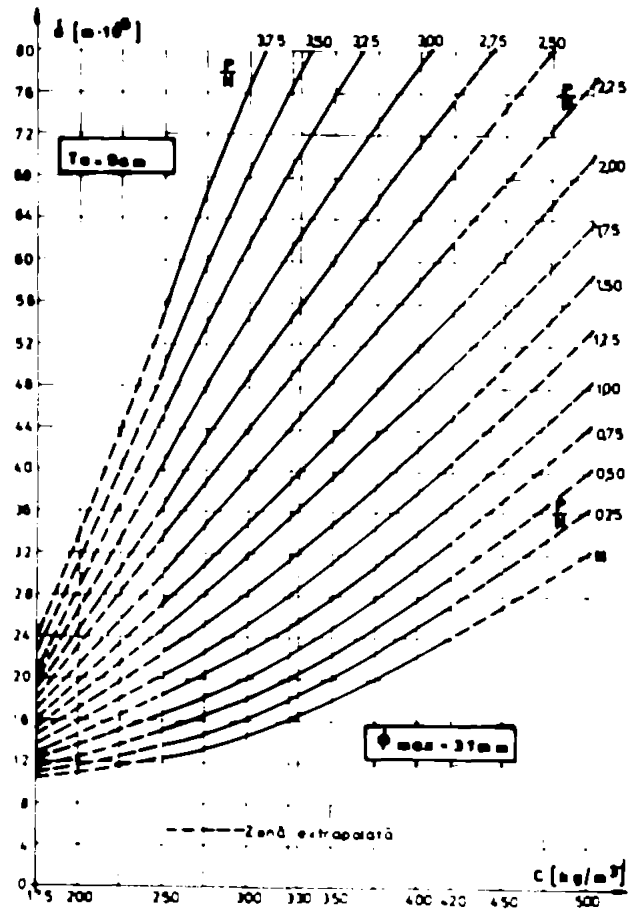


Fig. 3.20

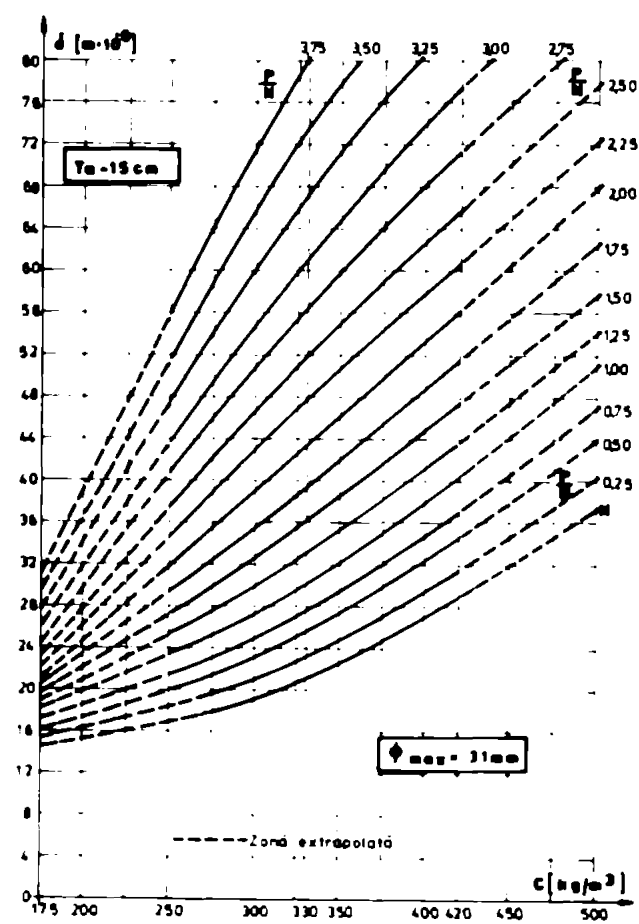


Fig. 3.21

= 31 mm și densitatea aparentă $\rho_a = 2,689 \text{ kg/dm}^3$.

Agregatele au proporțiile de sorturi și apa caracteristică aferentă conform tabelului 5.8.

Tabelul 5.8

	$\phi - \phi$	x_j	AK_j
N	0 - 3	65	0,163
	3 - 7	35	0,030
P	7 - 16	40	0,0265
	16 - 31	60	0,0195

Adeptind un raport $F/E = 1,25$

$$\text{even } \begin{aligned} I + N &= 100 \\ F &= 1,25 N \end{aligned}$$

$$2,25 N = 100 \quad ; \quad N = 44,4445 \%$$

$$F = 55,5555 \%$$

apa caracteristică a amestecului rezultă ca o medie ponderată față de proporțiile x și raportul F/E ales.

$$AK = \frac{0,65 \cdot 0,44445 \cdot 0,163 + 0,35 \cdot 0,44445 \cdot 0,030 + 0,4 \cdot 0,5555 \cdot 0,0265 + \dots}{1}$$

$$\dots + 0,6 \cdot 0,5555 \cdot 0,0195 = 0,064144$$

Din fig.3.5 rezultă $V_{GOL} = 0,216$

Pentru proporțiile de agregate și raportul $F/E = 1,25$ din fig. 5.7 rezultă $SAG = 1523 \text{ m}^2/\text{m}^3$ agregat și $S = 1,61$.

Pentru $R_{b3} = 30$ și $S = 1,61$ la un $R_0 = 40,6$ din fig.4.21 rezultă $C = 355 \text{ kg/m}^3$.

Pentru $C = 355$ din fig.5.11 rezultă $\delta = 29 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

Pentru $T_a = 5 \text{ cm}$ din fig.5.19 rezultă $\delta_{\min} = 31,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

Apa se calculează din relația (5.20)

$$A = (170 + \frac{30}{2} + 50 \cdot 0,8 - \frac{300}{5+4}) \cdot (0,04 + \frac{0,93}{\sqrt{31,5}}) \cdot 1 = 192,759 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

Volumul de pastă de ciment din condiția de rezistență după relația (5.21) va fi:

$$V_{PCR} = 192,759 + \frac{355}{3,1} = 307,2756 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

Volumul de pastă de ciment din condiția de lucrabilitate după relația (5.26) și ținând cont că $\delta < \delta_{\min}$ vom folosi δ_{\min}

$$V_{PCL} = \frac{0,216 + 31,6 \cdot 10^{-6} \cdot 1523}{1 + 31,6 \cdot 10^{-6} \cdot 1523} \cdot 1000 = 252 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$V_{PCR} = 307 > 252 = V_{PCL}$ deci dosajul de ciment rămâne cel de 355 kg/m^3 .

Cantitatea totală de agregate după relația (5.51), adoptând $a_0 = 20 \text{ dm}^3$, va fi:

$$AG = (1000 - 307,275 - 20) \cdot 2,689 = 1808,95 \text{ kg/m}^3$$

Recapitulatie:

$$C = 355 \text{ kg/m}^3$$

$$A = 192,7 \text{ kg/m}^3$$

$$AG = 1808,95 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_b = 2356,65 \text{ kg/m}^3$$

Comparație:

$$\frac{A}{C} = 0,54$$

② Se dau aceleași sorturi de agregate ca în exemplul 1.

Date: $R_b = 20 \text{ N/mm}^2$

L2: $T_a = 2 \text{ cm}$

$\sigma_c = 26,4 \text{ N/mm}^2$

$\phi_{\max} = 31 \text{ mm}$

$\rho_a = 2,6148$

$$P/N = 1,25$$

$$SAG = 1523 \text{ m}^2$$

$$AK = 0,064144$$

$$VGOL = 0,216$$

$$S = 1,4$$

$$C = 295 \text{ kg/m}^3$$

$$\delta = 16 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_{\min} = 13,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$A = (170 + \frac{20}{2} + 50 \cdot 0,8 - \frac{300}{2+4}) \cdot (0,84 + \frac{0,13}{\sqrt{31,5}}) \cdot 1 = 171 \text{ dm}^3$$

$$\delta > \delta_{\min}$$

$$V_{PCR} = 171 + \frac{295}{5,1} = 266,13 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$V_{PCL} = \frac{0,216 + 16 \cdot 10^{-6} \cdot 1523}{1 + 16 \cdot 10^{-6} \cdot 1523} \cdot 1000 = 234,65 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$V_{PCR} > V_{PCL}$

$$AG = (1000 - 266,13 - 20) \cdot 2,6148 = 1866,62 \text{ kg/m}^3$$

Comparație $A/C = 0,57$

③ Se va cere compoziția pentru un beton de marcă inferioară, $R_b = 15 \text{ N/mm}^2$ și lucrabilitate L2 având $T_a = 2 \text{ cm}$, realizat cu agregate mai bogate în părți fine, având $P/N = 1$.

Celelalte date sînt:

$$R_c = 40,6 \text{ N/mm}^2$$

$$AK = 0,069375$$

$$\phi_{\max} = 31,5$$

$$VGOL = 0,229$$

$$\rho_s = 2,689$$

$$SAG = 1664 \text{ m}^2/\text{m}^3 \text{ agr.}$$

$$S = 1,3 ; C = 180 \text{ kg/m}^3 ; \delta = 0 \text{ (beton necompact)}$$

$$\text{Rezultă } \delta_{\min} = 4,87 \cdot 10^{-6} \text{ m} ; \delta < \delta_{\min}$$

$$A = (170 + \frac{15}{2} + 50 \cdot 1 - \frac{300}{2+4}) \cdot (0,84 + \frac{0,97}{\sqrt{31,5}}) = 178,5 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCR = 178,5 + \frac{180}{3,1} = 236,576 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VFCL = \frac{0,229 + 4,87 \cdot 10^{-6} \cdot 1664}{1 + 4,87 \cdot 10^{-6} \cdot 1664} \cdot 1000 = 235,197 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCR > VFCL ; VPC = 236,576 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$AG = (1000 - 236,576 - 20) \cdot 2,689 = 2002,77 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Comparație } A/C = 0,99$$

Agregatul bogat în părți fine a cerut mai multă apă, iar cimentul folosit a fost de calitate superioară $R_c = 40,6 \text{ N/mm}^2$.

Pentru asemenea betoane se folosește de regulă ciment de calitate inferioară (după cum indică și normativul C140-73). Pentru un ciment cu $R_c = 26,4 \text{ N/mm}^2$ vom avea (restul datelor de pornire nu se schimbă) pentru $S = 1,3$ rezultă $C = 255 \text{ kg/m}^3$ și $\delta = 9 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
 $\delta_{\min} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ m} ; \delta < \delta_{\min}$.

$$VPCR = 178,5 + \frac{255}{3,1} = 260,77 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VFCL = \frac{0,229 + 10 \cdot 10^{-6} \cdot 1664}{1 + 10 \cdot 10^{-6} \cdot 1664} \cdot 1000 = 241,619 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCR > VFCL ; VPC = 260,77 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$AG = (1000 - 260,77 - 20) \cdot 2,689 = 1934 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Comparație } A/C = 0,7$$

Din acest exemplu rezultă concluzia privind influența calității cimentului folosit, avînd efect direct asupra dozajului de ciment. Această influență este evidențiată în tabelul 5.9 și observația "C" a comentariului rezultatelor din tabel, privind economiile ce se pot realiza la dozajul de ciment.

Tabelul 5.9

Nr. Comp.	ϕ_{max}	R_b	T_a	R_c	P/N	SAG	VGOL	S	C	Econom. ciment	δ	δ_{min}	A	VPCR	VPCL	AG	A/C
	mm	N/mm ²	cm	N/mm ²		m ³ /m ³ ag.	%		kg/m ³	%	m · 10 ⁻⁶		/m ³	dm ³ /m ³ bet.		kg/m ³	
①	31	20	5	26,4	1,5	1418	21,0	1,73	345	—	32 > 30		181	292,3 > 244,2		1849,2	0,54
②	31	20	5	26,4	1,25	1523	21,6	1,61	322	6,6 %	25 > 23,2		186,6	290,5 > 244,7		1854	0,57
③	31	20	5	26,4	1,15	1575	22,0	1,568	315	8,7 %	23 > 21,2		191,2	292,8 > 247,2		1847,8	0,60
④	31	20	5	26,4	1	1664	22,9	1,50	307	11,0 %	20 < 21,2		197,78	296,8 > 255,2		1837,1	0,64
⑤	31	20	5	40,6	2	1272	20,6	2,00	327	—	30,5 > 36		172,6	287 > 243		1887,6	0,52
⑥	31	20	5	40,6	1,75	1337	20,6	1,86	290	11,3 %	26,5 > 25,5		176,2	269,7 > 233		1909,9	0,60
⑦	31	20	5	40,6	1,5	1418	21,0	1,73	267	18,3 %	19 < 19,5		181	267 > 231		1917,2	0,67

4. In continuare se va exemplifica modul in care se poate imbunătăți lucrabilitatea unui amestec, asigurînd aceeași calitate pentru beton.

Avem o compoziție pentru un beton cu $R_b = 20 \text{ N/mm}^2$ și $T_a = 5 \text{ cm}$, celelalte elemente fiind:

$$\begin{aligned}
 R_c &= 26,4 \text{ N/mm}^2 & P/N &= 1,5 & \text{SAG} &= 1418 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ agregate} \\
 \phi_{max} &= 31,5 \text{ mm} & S &= 1,73 & A &= 0,05996 \\
 \rho_a &= 2,689 \text{ kg/dm}^3 & C &= 345 \text{ kg/m}^3 & \text{VGOL} &= 0,21 \\
 & & \delta &= 32 \cdot 10^{-6} \text{ m} & \delta_{min} &= 30 \cdot 10^{-6} \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$A = (170 + \frac{20}{2} + 50 \cdot 0,05996 - \frac{300}{5+4}) \cdot (0,84 + \frac{0,03}{31,5}) \cdot 1 = 181 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCR = 181 + \frac{345}{3,1} = 292,31668 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCL = \frac{0,21 + 32 \cdot 10^{-6} \cdot 1418}{1 + 32 \cdot 10^{-6} \cdot 1418} \cdot 1000 = 244,201 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCR > VPCL$$

$$A = (1000 - 292,31668 - 20) \cdot 2,689 = 1849,18 \text{ kg/m}^3$$

$$A/C = 0,54$$

Asigurarea unei anumite lucrabilități înseamnă de fapt asigurarea unui anumit δ . Creșterea lucrabilității amestecului se poate realiza prin două cai. O cale ar fi creșterea dosajului de ciment, ceea ce duce la creșterea lui δ pentru același SAG. Acest mod nu este avantajos din punct de vedere economic. A doua cale este păstrarea aceluiaș dosaj de ciment, deci și același δ , dar creșterea volumului de pastă de ciment prin descreșterea raportului P/N și creșterea lui SAG. Un astfel de agregat mai bogat în părți fine va

prezenta o lucrabilitate îmbunătățită cu $T_g = 9$ cm, pentru același $S = 1,73$. Volumul crescut de pastă de ciment va acoperi suprafața SAG mărită, deasemeni va ocupa volumul de goluri dintre agregate deasemeni mărit. Deci vom adopta un $F/N = 1,15$ care asigură pentru $T_g = 9$ cm același $S = 1,73$ și are un SAG = $1575 \text{ m}^2/\text{m}^3$ agr. Pentru același R_g și S vom avea același dozaj de ciment $C = 345 \text{ kg}/\text{m}^3$ și același $\delta = 32 \cdot 10^{-6}$ m. Celelalte elemente se modifică astfel:

$\delta_{\min} = 29,1 \cdot 10^{-6}$ m ; $A = 0,0660906$, $VGOL = 0,22$ a crescut datorită părților fine majorate, ceea ce pretinde și majorarea consumului de apă astfel

$$A = \left(170 + \frac{20}{2} + 50 \cdot 0,8695652 - \frac{300}{5+4}\right) \cdot \left(0,84 + \frac{0,93}{\sqrt{31,5}}\right) \cdot 1 = 201,54 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

astfel volumele de pastă de ciment vor crește la valorile

$$VPCR = 201,54 + \frac{345}{3,1} = 312,8343 \text{ dm}^3/\text{m}^3 \quad \text{și}$$

$$VPCL = \frac{0,22 + 32 \cdot 10^{-6} \cdot 1575}{1 + 32 \cdot 10^{-6} \cdot 1575} \cdot 1000 = 257,425 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCR > VPCL$$

$$AG = (1000 - 312,8343 - 20) \cdot 2,689 = 1794 \text{ Kg}/\text{m}^3$$

În această situație raportul A/C a crescut de la 0,54 la 0,58.

⑤ Dacă, față de exemplul nr.4 se dorește păstrarea lucrabilității $T_g = 5$ cm și a rezistenței betonului $R_g = 20$, dar cu o diminuare a consumului de ciment la aceeași calitate a cimentului $R_o = 26,4 \text{ N}/\text{mm}^2$ (deci invers față de cum s-a procedat în exemplul nr.3), vom proceda la micșorarea lui S pentru același T_g . Acest lucru se poate face reducând raportul $F/N = 1,5$ la $F/N = 1,25$ deci îmbogățind amestecul cu părți fine. Va rezulta SAG = 1523 m^2 și $S = 1,61$ pentru care $C = 322 \text{ Kg}/\text{m}^3$ și $\delta = 25 \cdot 10^{-6}$ m, iar $\delta_{\min} = 21 \cdot 10^{-6}$ m, $\delta > \delta_{\min}$, $VGOL = 0,216$,

$$A = \left(170 + \frac{20}{2} + 50 \cdot 0,8 - \frac{300}{5+4}\right) \cdot \left(0,84 + \frac{0,93}{\sqrt{31,5}}\right) \cdot 1 = 186,66 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCR = 186,66 + \frac{322}{3,1} = 290,537 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$V_{PCL} = \frac{0,216 + 25 \cdot 10^{-6} \cdot 1523}{1 + 25 \cdot 10^{-6} \cdot 1523} \cdot 1000 = 244,755 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$V_{PCE} > V_{PCL}$$

$$AG = (1000 - 290,537 - 20) \cdot 2,699 = 1853,956 \text{ kg/m}^3$$

În acest exemplu nr.5 s-a ilustrat procedura prin care se pot obține economii la consumul de ciment. Din punct de vedere cantitativ aceste economii posibile sînt evidențiate în tabelul 5.9. Dacă se urmăresc parametrii compozițiilor din tabel se pot face următoarele observații:

a) Volumul pastei de ciment sub cele două forme V_{PCL} și V_{PCE} rămîne aproape constant însă proporția de ciment și apă variază. Compozițiile 1 ... 4 cu același $R_c = 26,4 \text{ N/mm}^2$ pentru același ϕ_{\max} , R_b și T_a au consumul de ciment descrescător datorită folosirii unor agregate cu SAG din ce în ce mai mare (pondera părților fine crescînd cu scăderea raportului P/N). Economii de ciment la compozițiile 2, 3 și 4 față de 1 la care volumul de goluri este aproape de minim, au ajuns la aproximativ 10 cînd condiția $\delta > \delta_{\min}$ s-a apropiat de $\delta = \delta_{\min}$, situație în care capacitatea liantă și lubrefiantă a pastei de ciment este în mod egal și eficient folosită. O scădere în continuare a consumului de ciment nu este recomandată.

b) Situația comentată mai sus se reproduce și pentru un $R_c = 40,6 \text{ N/mm}^2$ la compozițiile 5 ... 7. Față de compoziția 5, care are un SAG corespunzător volumului minim de goluri, economiile de ciment obținute la compoziții 6 și 7 ajunge în jur de 14 (compoziția 7 are deja $\delta < \delta_{\min}$, deci $\delta = \delta_{\min}$ ar însemna un procent între 11,3 și 18,3 adică aproximativ 14).

c) Dacă se compară compoziția 4 cu 7 (ambele fiind pentru un $\delta \approx \delta_{\min}$) dar cu calități de ciment diferite, rezultă că prin folosirea unui ciment de calitate superioară se obțin economii pentru același R_b , T_a și ϕ_{\max} de $\frac{307 - 267}{307} \cdot 100 = 13$.

Condiția $\delta = \delta_{\min}$ la cele două calități de ciment are loc pentru diferite valori SAG respectiv P/N la același R_b (vezi tabelul 5.9).

⑥ Pentru cazul unui beton de marcă mai mare $R_b = 30 \text{ N/mm}^2$, $T_a = 5 \text{ cm}$ și $\phi_{\max} = 31 \text{ mm}$ din abaca (fig.4.21) pentru un $R_c = 30$ avînd $R_c = 40,6$ rezultă imediat că valoarea δ va trebui să fie mai

nici decât 1,7. Se vor adopta agregate cu SAG = 1664 m²/m³ agr. respectiv P/N = 1 ; AK = 0,069375 ; VGOL = 22,9 și $\rho_a = 2,689$. Va rezulta un S = 1,5 ; C = 317 Kg/m³ ; $\delta = 21,5 > \delta_{\min} = 20$

$$A = (170 + \frac{30}{2} + 50 \cdot 1 - \frac{300}{5+4}) \cdot (0,84 + \frac{0,93}{\sqrt{31,5}}) \cdot 1 = 202,8 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$V_{PCR} = 202,8 + \frac{317}{5,1} = 305,058 \text{ dm}^3$$

$$V_{PCL} = \frac{0,229 + 21,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1664}{1 + 21,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1664} \cdot 1000 = 255,63 \text{ dm}^3$$

V_{PCR} > V_{PCL}

$$AG = (1000 - 305,058 - 20) \cdot 2,689 = 1814,91 \text{ Kg/m}^3$$

$$\text{Pentru comparație raportul } A/C = \frac{202,8}{317} = 0,63$$

O compoziție similară pentru R_b = 30 N/mm², T_a = L₃ și $\phi_{\max} = 31$ mm din normativul C140-79 a fost calculat cu agregate avind P/N = 1,15 și au rezultat următorii componenți:
C = 360 Kg/m³ ; AG = 1835 Kg/m³ ; A = 180 dm³/m³.

Pată de această compoziție din normativ, compoziția obținută mai sus după metoda propusă are un consum de ciment de 317 Kg/m³, ceea ce reprezintă o economie de 11,3 % obținut prin folosirea unor agregate mai bogate în sorturi fine și apropierea de condiția $\delta = \delta_{\min}$.

⑦. Pentru cazul cînd relația (5.20) a dosajului de apă nu poate fi utilizată (rapoarte P/N < 0,75, deci agregate foarte bogate în părți fine) se va proceda după cum urmează:

Datele problemei sînt $\phi_{\max} = 31,5$ mm, T_a = 5 cm (L₃) și R_b = 40 N/mm². La o asemenea marcă rezultă că S < 1,4. Se va alege P/N = 0,5 respectiv SAG = 2163 m² cu AK = 0,08506 ; VGOL = 0,275 ; $\rho_a = 2,62$. Rezultă S = 1,3 ; C = 362 Kg/m³, $\delta = 20 > \delta_{\min} = 19$ m.10⁻⁶. Apa calculată cu relația (5.20) ar fi:

$$A = (170 + \frac{40}{2} + 50 \cdot 2 - \frac{300}{5+4}) \cdot (0,84 + \frac{0,93}{\sqrt{31,5}}) \cdot 1 = 258 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

o valoare prea mare.

Se va calcula V_{PCL}

$$VPCL = \frac{0,275 + 20 \cdot 10^{-6} \cdot 2163}{1 + 20 \cdot 10^{-6} \cdot 2163} \cdot 1000 = 305,06 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

și

$$AG = (1000 - 305,06 - 20) \cdot 2,62 = 1766,92 \text{ Kg}/\text{m}^3$$

Apa se va calcula separat pentru ciment și agregate considerându-se că cimentul pentru hidratare va avea nevoie de $A_{\text{cim}} = 15 \%$ C iar agregatele conforma apei caracteristice AK. Deci

$$A_{\text{cim}} = 0,15 \cdot 362 = 54,3 \text{ dm}^3$$

$$A_{\text{agreg}} = AK \cdot AG = 0,08506 \cdot 1766,92 = 150,29 \text{ dm}^3$$

$$A = A_{\text{cim}} + A_{\text{agreg}} = 204,59 \text{ dm}^3$$

Se calculează VPCR

$$VPCR = 204,59 + \frac{362}{3,1} = 321,36 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

Se constată că $VPCR > VPCL$ cu care s-a calculat AG. Se va recalcula AG din VPCR.

$$AG = (1000 - 321,36 - 20) \cdot 2,62 = 1725,6$$

Cu acest AG se va intra într-un calcul iterativ scurt pentru a echilibra conținutul de apă totală, ciment și agregate în ecuația volumelor absolute. Deci, cu ultimul AG obținut se va calcula A_{agreg}

$$A_{\text{agreg}} = 0,08506 \cdot 1725,6 = 146,78$$

$$A_{\text{cim}} = 54,3$$

$$A = 201,08 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCR = 201,08 + \frac{362}{3,1} = 317,854 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$AG = (1000 - 317,854 - 20) \cdot 2,62 = 1734,8 \text{ Kg}/\text{m}^3$$

$$A_{\text{agreg}} = 0,08506 \cdot 1734,8 = 147,562$$

$$A_{\text{cim}} = 54,3$$

$$A = 201,862 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$VPCR = 201,862 + \frac{362}{3,1} = 318,63 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$AG = (1000 - 318,63 - 20) \cdot 2,62 = 1732 \text{ Kg}/\text{m}^3$$

Intrucât diferența $1732 - 1734,8 = 2,8$ reprezintă $0,16 \%$ este neglijabilă se opresc iterațiile și se face verificarea:

$$\frac{362}{3,1} + 201,862 + \frac{1732}{2,62} + 20 = 1000$$

Dosajele obținute sînt

$$= 362 \text{ Kg/m}^3$$

$$\delta \approx \delta_{\text{min}}$$

$$A = 201,8 \text{ dm}^3/\text{m}^3$$

$$F/N = 0,5$$

$$AG = 1732 \text{ Kg/m}^3$$

$$A/C = 0,55$$

Aceste rezultate comparate cu o compoziție avînd date de intrare similare, din normativul C140-79 ($R_b = 40$; $R_c = 31$; $R_c = 40$; $T_c = L3$; $C = 430$; $A = 200$; $AG = 1720$; $F/N = 1,21$; $A/C = 0,46$) evidențiază o economie la consumul de ciment de 15 %.

Din aceste exemple de calcul rezultă concluzia că prin metoda propusă se pot obține economii la consumul de liant în medie de 10 - 12 %.

În tabelul 5.10 s-au comparat rezultatele care se obțin prin metoda propusă cu compozițiile model recomandate în normativul C140-79. S-au calculat 13 compoziții alegînd parametrii de intrare similari cu cele din normativ. Leosebiri sînt la rezistența cimentului, în lucrare existînd abacă doar pentru două calități de ciment.

Rezultatele din tabelul 5.10, sînt prezentate în unele coloane sub formă de fracție, unde:

Tabelul 5.10

Nc	Rb	Limb. Ta	Rc	SAG	P/N	AK	V60L	S	C	δ	A	VPCR	VPCL	AG	δ_{min}	ϕ_{max}	MAR C FINAL	A/C
	N/mm ²	cm	N/mm ²	kg/m ³		dm ³ /kg	%		kg/m ³	m ⁻³	dm ³ /m ³	dm ³ /m ³	dm ³ /m ³	kg/m ³	m ⁻³	mm	kg/m ³	
1	15	$\frac{2}{L2}$	$\frac{26,6}{30}$	1664	$\frac{1}{1}$	0,069375	22,9	1,3	$\frac{255}{255}$	9,0	$\frac{178}{170}$	260,7 > 241,6	$\frac{1880}{1960}$	10,0	31	$\frac{255}{255}$	0,70	
2	15	$\frac{6}{L3}$	$\frac{40,6}{35}$	1523	$\frac{1,25}{1}$	0,064144	21,6	1,67	$\frac{207}{255}$	6,5	$\frac{188}{185}$	255,3 > 231,2	$\frac{1948}{1920}$	13,1	31	$\frac{207}{255}$	0,30	
3	15	$\frac{13}{L3/L4}$	$\frac{26,6}{30}$	1664	$\frac{1}{0,81}$	0,069375	22,9	1,76	$\frac{295}{300}$	25	$\frac{241}{200}$	306 > 259,7	$\frac{1844}{1835}$	24,5	31	$\frac{295}{300}$	0,71	
4	20	$\frac{2}{L2}$	$\frac{26,6}{30}$	1523	$\frac{1,25}{1,22}$	0,064144	21,6	1,4	$\frac{295}{290}$	16	$\frac{171}{170}$	266 > 234,6	$\frac{1846}{1925}$	13,70	31	$\frac{295}{290}$	0,59	
5	20	$\frac{2}{L2}$	$\frac{40,6}{35}$	1523	$\frac{1,25}{1,22}$	0,064144	21,6	1,4	$\frac{220}{265}$	5	$\frac{171}{170}$	241,9 > 225	$\frac{1984}{1950}$	8,27	31	$\frac{220}{265}$	0,77	
6	20	$\frac{6}{L3}$	$\frac{40,6}{35}$	1418	$\frac{1,5}{1}$	0,05996	21,0	1,78	$\frac{272}{290}$	11	$\frac{184}{185}$	272,1 > 233	$\frac{1903}{1890}$	24,25	31	$\frac{272}{290}$	0,67	
7	20	$\frac{40}{L3/L4}$	$\frac{40,6}{35}$	1523	$\frac{1,25}{0,82}$	0,064144	21,6	1,8	$\frac{277}{315}$	17	$\frac{199}{200}$	264 > 243	$\frac{1925}{1825}$	23,75	31	$\frac{277}{315}$	0,72	
8	25	$\frac{6}{L3}$	$\frac{40,6}{35}$	1523	$\frac{1,25}{1}$	0,064144	21,6	1,67	$\frac{305}{325}$	23,5	$\frac{193}{185}$	291 > 242	$\frac{1850}{1860}$	22,25	31	$\frac{305}{325}$	0,65	
9	25	$\frac{10}{L3/L4}$	$\frac{40,6}{35}$	1664	$\frac{1}{0,82}$	0,069375	22,9	1,7	$\frac{311}{350}$	25	$\frac{212}{200}$	312,9 > 270,6	$\frac{1793}{1790}$	24,63	31	$\frac{312}{350}$	0,67	
10	30	$\frac{3}{L2}$	$\frac{40,6}{35}$	1523	$\frac{1,25}{1,22}$	0,064144	21,6	1,5	$\frac{317}{340}$	24,5	$\frac{183}{175}$	285,4 > 240,8	$\frac{1867}{1870}$	18,15	31	$\frac{317}{340}$	0,97	
11	30	$\frac{5}{L3}$	$\frac{40,6}{35}$	1523	$\frac{1,25}{1,22}$	0,064144	21,6	1,61	$\frac{355}{370}$	29	$\frac{192}{195}$	307 > 252	$\frac{1808}{1785}$	31,6	31	$\frac{355}{370}$	0,54	
12	30	$\frac{9}{L3/L4}$	$\frac{40,6}{35}$	1664	$\frac{1}{1}$	0,069375	22,9	1,67	$\frac{387}{440}$	53,5	$\frac{243}{240}$	337,9 > 273	$\frac{1726}{1710}$	36,3	31	$\frac{387}{440}$	0,52	
13	30	$\frac{5}{L3}$	$\frac{40,6}{40}$	1923	$\frac{1,25}{1,15}$	0,064144	21,6	1,61	$\frac{353}{360}$	29	$\frac{192}{180}$	307 > 249	$\frac{1808}{1835}$	27,6	31	$\frac{353}{360}$	0,58	

numărătorul are valori obținute prin metoda propusă, numitorul are valori din normativul C140-79.

Din tabel se poate observa că metoda propusă oferă compoziții comparabile cu cele precizate în normativ, unele compoziții având dozaje de ciment mai avantajoase.

5.5. Concluzii

1. Metoda scoate în evidență cele două funcțiuni ale pastei de ciment, cea de mijlocire a lucrabilității betonului în stare proaspătă și cea de asigurare a rezistenței betonului după întărire.

Lucrabilitatea betonului poate fi îmbunătățită dacă pentru aceeași consistență a pastei de ciment și același volum de pastă de ciment, se mărește grosimea δ a peliculei care învelește granulele de agregat. Acest lucru se poate obține prin alegerea corespunzătoare a proporțiilor de sorturi de agregate în amestec, adică cu un volum de goluri mai mic, la aceeași suprafață specifică a agregatelor, sau la același volum de goluri, o suprafață specifică mai mică.

2. Grosimea δ a peliculei de pastă trebuie să respecte condiția $\delta \geq \delta_{\min}$ pentru a mijloci lucrabilitatea și a asigura umplerea golurilor agregatelor.

3. În majoritatea cazurilor δ din condiția de rezistență satisface condiția $\delta \geq \delta_{\min}$ și în toate cazurile rezultă un beton compact.

4. Se definește "compoziția eficientă" drept acea compoziție pentru care $\delta = \delta_{\min}$, caz în care proprietățile liante și lubreficante ale pastei sînt în mod egal și eficient folosite.

5. Metoda utilizează o noțiune nouă "criteriul fisio-structural" descris prin σ care are în vedere o multitudine de factori care influențează calitatea betonului (vezi punctul 4.3).

6. Există posibilitatea luării în considerare a influențelor unor parametri care descriu calitatea agregatelor prin: apa caracteristică W , modulul de elasticitate al agregatelor E_a și coeficientul lui Poisson al agregatelor μ_a .

7. Metoda este sensibilă la proporțiile de sorturi folosite prin SAC respectiv F/N și spre deosebire de alte metode folosește acești parametri drept parametri de intrare în calcule.

8. Metoda propusă permite obținerea unor economii de ciment în medie de 10-12% prin folosirea corelațiilor obținute între volumul

de goluri și apa caracteristică respectiv raportul pietriș-nisip, suprafața specifică a agregatelor și criteriul fizico-structural S, pentru o anumită rezistență, diametru maxim al granulei și consistență a amestecului.

9. Metoda nu este laborioasă. Abacurile întocmite facilitează stabilirea rapidă a dozajelor componentelor și descriu variația acestora înlesnind optimizarea compoziției.

10. Spre deosebire de alte metode existente, metoda propusă nu folosește legea raportului apă-ciment, acesta rămâne drept element de comparație.

Cap.6. CONCLUZII FINALE SI CONTRIBUTII

1. Teza de doctorat tratează aspecte ale compoziției și calității betonului de ciment, formulând două modele matematice și propunând o metodă nouă de calcul a compoziției cu scopul aducerii unor contribuții în domeniul optimizării acestui semifabricat.

2. La elaborarea modelului matematic al densității în grămadă maximă a agregatelor, obiectivul principal a fost găsirea unei ecuații care pentru niște sorturi granulare date, dictate de disponibilitățile șantierului, să indice acele proporții de sorturi care în amestec au o densitate în grămadă maximă, respectiv un volum de goluri minim.

Un alt aspect urmărit și realizat este faptul că modelul folosește doar caracteristici fundamentale ale materialelor cu care operează. Aceste caracteristici sînt densitatea aparentă, densitatea în grămadă și apa caracteristică a sorturilor de agregate participante.

3. Pentru elaborarea modelului s-a apelat la instrumentul matematic al cercetării operaționale, utilizîndu-se programarea dinamică la formularea modelului și deducîndu-se ecuația fundamentală de recurență particularizată pentru problema amestecurilor granulare.

Pentru rezolvarea ecuației s-a elaborat o metodă proprie acestui tip de probleme, de calcul manual, care astfel face util modelul și la șantierele unde nu se dispune obligatoriu de un calculator electronic de mare capacitate.

În decursul aplicării metodei de rezolvare se îmbină două proceduri de optimizare, una în cadrul etapelor prin programare dinamică și alta între etape succesive, folosindu-se legea de variație între volumul de goluri și apa caracteristică, determinată tot în cadrul tezei.

4. Modelul matematic al densității în grămadă maximă a fost utilizat în cadrul unui contract de cercetare încheiat cu FAGOM Timișoara, în vederea realizării unor betoane fine cu întrire rapidă pentru catarea rosturilor la structurile prefabricate asamblate

prin postcompresare. In cadrul tesei au fost indicate și alte domenii posibile de utilizare cum ar fi, consolidarea terasamentelor la drumuri cu amestec de materiale granulare, în industrie ceramică, în industria metalurgică la amestecurile de formare din turnătorii, în alimentări cu apă la filtrele din materiale granulare.

5. La elaborarea modelului matematic fizico-structural al rezistenței betonului, obiectivul urmărit a fost parametrul de calitate principal - rezistența mecanică - a betonului în funcție de mărimea S . Această mărime S a fost definită ca produsul a două mărimi ($S = \psi \cdot G$) care descriu proprietăți structurale ale matricei pietrei de ciment și ale betonului.

6. Spre deosebire de alte relații, existente în literatura de specialitate, mărimea S este condiționată de o mulțime de factori, grupați în factori tehnici, tehnologici și structurali și au fost clasificați în detaliu la concluziile capitolului 4.

Se menționează dependența criteriului S de unele caracteristici ale agregatelor ca modulul de elasticitate E_a și coeficientul lui Poisson μ_a al agregatelor în corelație cu E și μ al betonului, de asemenea apa caracteristică AZ a agregatelor.

7. Metoda de calcul a compoziției betonului, propusă în teză folosește modelul fizico-structural a rezistenței betonului și oferă posibilitatea folosirii și a modelului densității în grămadă maximă.

8. Metoda propusă compară două volume de pastă de ciment: una, calculată din condiția de rezistență și a doua, calculată din condiția de lucrabilitate. Dintre aceste două volume se va adopta cea mai mare și din acesta va rezulta dozajul de ciment final.

9. Prin respectarea condiției $\delta \geq \delta_{\min}$ se rezolvă două aspecte: se asigură lucrabilitatea dorită și în toate cazurile va rezulta un beton compact. În cazul particular $\delta = \delta_{\min}$ se folosește în mod egal capacitatea liantă și lubrefiantă a pastei de ciment, numindu-se un astfel de amestec "compoziție eficientă". Prin ciutarea condiției $\delta = \delta_{\min}$ se pot obține economii la consumul de liant.

10. În cazul utilizării modelului densității în grămadă maximă, proporțiile de sorturi reprezintă un punct de plecare pentru optimizarea compoziției betonului. Foarte probabil aceste proporții vor suferi o modificare, în favoarea procentului de sorturi fine, pentru

ca betonul să respecte și condiția de lucrabilitate. Într-o problemă de optimizare, precizarea unui punct de plecare sigur și a direcției de optimizare reprezintă un avantaj evident, iar mărimea deplasării pe acea direcție până la soluția dorită poate fi evaluată economic.

11. Metoda pentru calculul compoziției betonului, spre deosebire de metodele existente descrise în literatura conștientă, nu folosește legea raportului apă-ciment.

12. În teza de doctorat, diverse capitole au pretins prelucrări statistice, cărora li s-a acordat o atenție deosebită și implicit a rezultat un volum mare de calcul. Rezultatele prelucrărilor statistice au fost concentrate în tabele centralizatoare, iar calculul numeric a fost cuprins în "ANEXE".

La procedurile de calcul pentru prelucrările statistice au fost utilizate 14 programe de calcul concepute de autorul tezei pentru calculatorul Felix ce lăsa p.

Contribuțiile originale semnificative din cadrul tezei de doctorat, autorul consideră a fi următoarele:

1. Elaborarea unui model matematic pentru realizarea unui amestec de sorturi granulare date, disponibile pe șantier, care să ateste o densitate în grămadă maximă respectiv un volum de goluri minim.

2. Deducerea ecuației fundamentale de recurență în programarea dinamică, particularizată pentru problema amestecurilor granulare, bazat pe principiul optimalității a lui Bellman.

3. Elaborarea unei metode de rezolvare "manuală" a ecuației densității în grămadă maximă, accesibilă astfel pentru orice șantier de construcții unde nu există în mod obligatoriu calculator electronic.

4. Deducerea legii de corelație între volumul de goluri al amestecului sorturilor de agregate și apa caracteristică $W_{CEM} = f(AK)$ pentru un anumit diametru maxim al granulei de agregat.

5. Elaborarea unui model matematic pentru un criteriu fizico-structural al rezistenței betonului notat cu \bar{S} care ține seama de mulți factori, grupați în trei grupe: factori tehnici, factori tehnologici și factori structurali (a se vedea clasificarea la conclu-

zile capitolului 4).

6. Propunerea unei noi metode, elaborate pentru stabilirea compoziției betonului care nu se bazează pe legea repertului apă-ciment.

7. Evidențierea rolului peliculei de pastă de ciment din jurul granulelor de agregat și determinarea cantitativă a grosimii δ .

8. Reducerea unor legi de corelație pentru $\bar{w}_b = f(\delta)$; $\bar{w}_a = f(\delta)$; $\delta = f(\bar{w}_b)$; $\bar{w}_a = f(\delta)$; $\bar{w}_a = f(\delta, SAG)$ și întocmirea abacelor de lucru aferente.

9. Metoda propusă permite obținerea unor compoziții de betoane cu dosaje de ciment economice, cu un volum de calcul redus, prin folosirea abacelor întocmite care facilitează optimizarea compoziției betonului.

■ ■
■

BIBLIOGRAFIE

1. Avram C., Făcăoaru I., Filimon I., Mirșu C., Terțea I., **Rezistențele și deformațiile betonului**. Ed.Tehnică, București, 1971
2. Avram C., **Curs de beton armat. Partea I-a și a II-a**. Litografia I.P.T. Timișoara, 1957, 1955
3. Avram C., **Curs de beton armat. Cap.VIII și IX**. Ed.I.P.T.Timișoara 1971
4. Avram C., Filimon I., **Curs de beton armat. Vol.1 și 2**. Ed.I.P.T. Timișoara, 1977
5. Avram C., Filimon I., **Curs de beton armat. Partea III-a**. E.D.P. București, 1962
6. Avram C., Bob C., **Noi tipuri de betoane speciale**. Ed.Tehnică, București, 1980
7. Bajenov I.V., Vonnesevski V.A., **Perspectivi primeneniia matematicheskikh metodov v tehnologii sbornogo zhelezobetona** Stroizdat Moskva 1974
8. Bellman R.E., Dreyfus S.E., **Programare dinamică aplicată. Traducere din limba engleză**. Ed.Tehnică, București 1967
9. Bellman R.E., Kalaba R., **Dynamic Programming and Modern Control Theory**. New York, London. Academic Press. 1965
10. Beiu R., Popa P., **Betonul aparent sau parant natural, tehnic sau decorativ. Referat de sinteză, v.[20] Vol.III**
11. Beres L., **La macrostructure et le comportement du beton sous l'effet de sollicitations de longue durée**. Bull.RILEM, Matériaux et Constructions, Vol.2, No.8, 1969
12. Berg O.Ia., **Viziceshie osnovi teorii betona i zhelezobetona** Gosstroizdat, Moscova 1961
13. Bob C., **Stabilirea compoziției betonului greu obișnuit. Conferința IX-a de Betoane, Vol.1, Municip.Gh.Dej 1978**
14. Bob C., Roșu M., Furdui C., Buchanan I., Roșu C., Jeleleanu E., Ilca A., **Materiale de construcții - Indrumător de laborator**. Ed. I.P.T. Timișoara 1982
15. Bob C., Velica P., **Materiale de construcții**. E.D.P.București 1978
16. Bob C., **Uaele considerații privind stabilirea compoziției betonului**. Sesiunea de comunicări tehnico-științifice IPCMC - București 1985
17. Bojenov J., **Tehnologia Betona**. Stroizdat Moskva, 1968
18. C.I.B., **Le concept de performance et sa terminologie**. CIB Batiment International No.1/1975
19. Clipii T., Tomș Al., Mateescu V., Furdui C., Tudor A., Florea A., Jiva C., **Beton armat și precomprinat - Indrumător de laborator**. Ed.I.P.T. Timișoara 1980
20. C.E.I.F., **Conferința a VIII-a de Betoane "Betoane speciale și noi tipuri de betoane"**, Vol.I+II+III, Cluj Napoca 1977

21. Dandru J., Studii statistice in vederea aprecierii influenței condițiilor de lucru la betoanele preparate pe șantier. Conferința V-a de Betoane, Vol.IV, Timișoara 1972
22. Dascălu V., Drăghici A., Observații privind corelația: rezistența caracteristică, coeficient de variație, grad de omogenitate, rezistența individuală și media rezultatelor. Conferința V-a de Betoane. Vol.IV, Timișoara 1972
23. Deutsch I., Curs de tehnologia lucrărilor de construcții, Vol.2 și Vol.3. Ed.I.P.T.Timișoara 1973, 1974
24. Deutsch I. și a. , Problema industrializării lucrărilor de beton monolit. Bul.Stiințific și tehnic al IPT - Seria Construcții, Tom 19(33), fase.2/1974
25. Diacon Al., Dumitrescu J., Tatu D., Betoane hidrotehnice. Referat de sinteză. v[20], Vol.III
26. Drăgoi J., Curs de tehnologia lianților și betoanelor. E.D.P. București, 1973
27. Dreux G., Gorisse P., Composition des bétons: méthode Dreux-Gorisse. Chaiers de l'Association française du béton - Nr.2e8 mai 1983
28. Dvorkin L.I., Optimalnoe proektirovanie sostavov betona. Lvov: Viscaea Școla 1981
29. Enescu St., Analiza criteriilor de apreciere a calității betonului. Conferința a V-a de Betoane, Vol.IV, Timișoara 1972
30. Filimon I., Curs de beton armat, Vol.I, Ed.I.P.T. Timișoara 1971
31. Filimon I., Deutsch I., Curs de beton armat și beton precomprimat, Vol.1 și Vol.II, Ed.I.P.TV.Timișoara 1979
32. Filimon I., Unele probleme ale betonului slab armat. Litografia învățământului Timișoara 1959
33. Filimon I., Deutsch I., Curs de beton armat și beton precomprimat, Vol.1 și 2, Ed.I.P.TV.T. Timișoara 1984
34. Filous J., Technologie betonu ná vody do cvičení. Ed.V.U,ř. Brno 1976
35. Földvary A., Analiza unor factori care contribuie la costul realizării unui beton de ciment. Simpozionul Eficiența Economică a investițiilor, Timișoara 1973
36. Földvary A., Factorii care influențează rezistențele mecanice ale betonului. Referat doctorantură. Timișoara 1975
37. Földvary A., Influența metodelor de punere în operă asupra calității betonului. Referat doctorantură. Timișoara 1976
38. Földvary A., Aspecte ale propagării dinamice și posibilitatea utilizării ei în teoria betonului. Referat doctorantură. Timișoara 1976
39. Földvary A., Asupra unui model matematic de optimizare a compoziției unui beton de ciment. Conferința națională de organizare. Timișoara 1981 - Vol.II
40. Földvary A., Concluzii experimentale asupra unui model de optimizare multicriterială a unui beton de ciment. Simpozionul Bazei de cercetări a Academiei RSR filiala Timișoara "Concepte moderne în organizarea producției", Timișoara 1982

41. Földvary A., Model matematico fizico-structural al rezistenței betonului. Simpozionul Bazei de cercetări a Academiei RSR filiala Timișoara "Probleme moderne de proiectare și execuție a construcțiilor civile și industriale" Timișoara 1985.
42. Gorosakov G.I., Sistem, structura i evolutsia tsementnih betonov. Stroisdat Moskva 1976
43. Gorosakov G.I., Stroitelnye materialy "Vishaya shkola" Moskva 1982
44. Gorosakov G.I., Porozostivost betona v zavisimosti ot ego kapillatnoi poristosti. Beton i jelezo-beton No.7 iulie 1964
45. Graf G., Die Eigenschaften des Betons. Springer-Verlag, Berlin 1960
46. Horeni, Coefficients expressing the influence of the grain shape and surface texture in a computation of the specific surface (Vol.9) Materiaux et Constructions Nr.33, 12/1966
47. Hentrich I., Stand der Probleme der Mischungsanalyse des Frischbetons. Betontechnik No.4/1983 VEB Verlag für Bauwesen Berlin
48. Ileana E., Bergthaller C., Zidăroiu C., Sburlean S., Probleme de cercetare operațională. Ed.Academiei RSR, București 1971
49. Iscrulescu I., Ispăsoiu Gh., Petrescu V., Sistemul internațional de unități de măsură. Ed.Tehnică, București, 1970
50. Kaufman A., Metode și modele ale cercetării operaționale. Vol.I și II (Traducere din limba franceză). Ed.Tehnică, București 1967
51. Kanada E., Yoshino T., Yoshino K., A proposed method for estimation of strength of structural concrete based on the correlation between strength and porosity. RILEY Vol.1 "Quality control of concrete structures" June 17-21/1979 Stockholm
52. Klarek A., Seidel G., Steiner W., Ergebnisse gesteins- und mörteltechnischer Untersuchungen an Feinszuschlagstoffen der DDR. Betontechnik No.3/1984 VEB Verlag für Bauwesen, Berlin
53. Lăzărescu C., Telega S., Betonul aparent. Ed.Tehnică, Buc.,1970
54. Londen A.G., A Laboratory study of the permeability of Sand. Geotechnique, V 3 Nr.4-1958
55. Lapan M., Introducerea conceptului de performanță în activitatea de construcții din România. Studiu de fundamentare pentru abordarea problemei, INCERC 1977
56. Lapan M., Atestarea și conceptul de performanță coordonate ale inovării și promovării progresului tehnic în construcții. Conferința a II-a de betoane. Vol.1, Dezvoltarea tehnologiilor de realizare a lucrărilor de betoane. Municipal Gh.Gheorghiu-Dej 1978
57. Lapan M., Progrese și perspective în domeniul betoanelor. Raport general. Rev.Construcții Nr.1 - 1977
58. Malița M., Zidăroiu C., Matematica organizării. Ed.Tehnică, București 1971
59. McMillan F.R., Basic principles of Concrete making. New York 1929
60. Mihail N., Întărirea accelerată a betoanelor. Ed.Tehnică, București 1972

11. Mills R.H., Influence of water in areas of restricted absorption on properties of concrete. Bul.RILEM, Materials and Structures, No.6 - 1968
52. Mindru I., Deacăreanu D., Chimia colorizilor și suprafețelor. Metode experimentale. Ed.Tehnică, București 1976
53. Moldovan V., Asupra proprietăților reologice ale suspensiilor și mortarelor fine de ciment. Buletin științific al Inst.de Construcții București, Nr.1e/1963
54. Moldovan V., Materiale de construcții. Ed.Inst.de Construcții București, 1979
55. Negru R. ș.a., Tehnologia lucrărilor de construcții, Ed.II-a Ed.Tehnică București, 1964
56. Neville A.M., Proprietățile betonului (Traducere din l.engleză) Ed.Tehnică București, 1979
57. Neville A.M., Creep of concrete as a function of its cement paste content. Magazine of concrete research Nr.46, Volume 16 martie 1964
58. Nicolau V., Betonul armat, Ed.Tehnică București, 1962
59. Onuț T., Contribuții la studiul deformațiilor grinzilor inovate din beton ușor armat sub încălziri de scurtă durată. Teză de doctorat, Cluj 1971
70. Papadakis M., L'injestabilité des coulis et mortiers de ciment. Revue des matériaux No.531, Dec.1959
71. Popovici , Formulas on finness modulus and surface area. Buletin RILEM, No.16 sept.1962
72. Powers T.C., The properties of Fresh Concrete. Ed.John Wiley & Sons, 1968, U.S.A.
73. Rafiroiu M., Modele ale cercetării operaționale aplicate în construcții. Ed.Tehnică, București, 1980
74. Rafiroiu M., Programare, optimizare, sisteme informaționale, Ed. I.P.T.V.T., Timișoara 1975
75. Rebut P., Ghid practic pentru vibrarea betoanelor (traducere din l.franceză), Ed.Tehnică, 1967
76. Reza I.D., Ligezan V., Probleme de statistică. Tipogr.Universității Timișoara, 1982
77. Reza D.I., Probleme de statistică rezolvate pe calculator. Ed. Facla, Timișoara, 1984
78. Rieger A., Franks J., Panse W., Körnungsverbesserung für Dreikomponentengemenge nach einem neuen graphischen Verfahren. Beton technik. April 2/1982
79. Rumșiki L.Z., Prelucrarea matematică a datelor experimentale. Indrumar, Traducere din l.rusă. Ed.Tehnică, București, 1974
80. Reichel G., Ursache für Schwankungen der Betonfestigkeit und für überhöhten Zementgehalt. Betontechnik No.1/1982 VEB Verlag für Bauwesen Berlin
81. Salvaderi M.G., Baron M.L., Metode numerice în tehnică. Traducere din l.engleză. Ed.Tehnică, București, 1972

82. Simonet J., Bilan de cinq années d'application en Cote d'Ivoire. Cahiers de l'Association française du béton. No.208 mai 1983
83. Singh B.G., Specific surface of aggregate applied to mix proportioning. Journal ACI No.2/1959, Vol.II.
84. Skrantsov E.G., Şubenkin P.F., Bajenov I.M., Sposobi opredelenia sostava betona razlicnih vidov. Stroisdat Moskva 1966
85. Steopos A., Materiale de construcţii. Ed.Tehnică, Bucureşti 1964
86. Steopos A., Indrumător pentru utilizarea cimenturilor în construcţii. Ed.Tehnică, Bucureşti, 1967
87. Steopos A., Indrumătorul pentru laboratorul de betoane al şantierului. Ed.Tehnică, Bucureşti, 1972
88. Steopos A., Durabilitatea betoanelor. Ed.Tehnică, Bucureşti, 1965
89. Stăfănescu-Goangă A., Indrumător de laborator pentru materiale de construcţii, Ed.Tehnică, Bucureşti, 1977
90. Şnigalschi V.M., Optimizaţia sostava ţementobetonov. Ed.Stiinţa Chişinău 1981
91. Teoreanu I., Tehnologia lianţilor şi betoanelor. Ed.didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1967
92. Teoreanu I., Tehnologia betoanelor şi azbocimentului. Ed.Tehnică Bucureşti, 1977
93. Teoreanu I., Moldovan V., Nicolescu L., Durabilitatea betonului Ed.Tehnică, Bucureşti, 1982
94. Tertea I., Snetţ T., Verificarea calităţii construcţiilor din beton armat şi beton precomprimat. Cluj-Napoca Ed.Dacia 1979
95. Trebici V., Iosifescu K., Moineagu C., Ursianu E., Mică enciclopedie de statistică. Ed.Stiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti 1985
96. Varas E., Toma M., Kihutţ O., Telecan E., Proprietăţile betonului uşor în stare proaspătă. v[20], Vol.I.
97. Vasiliu D., Determinarea compoziţiei optime a betonului prin metoda directă. Bucureşti, Rev.Construcţii Nr.1 - 1977
98. Vasiliu D., A Three-point test for the quality of concrete. Materiaux et Constructions No.102, 2/1985
99. Vasiliu D., The characteristic water of aggregate testing and applications. Materiaux et Constructions No.87 Mai 1982
100. Vasiliu D., Un nou procedeu pentru determinarea proprietăţilor agregatelor. Construcţii No.7/1978
101. Velica P., Materiale de construcţii şi instalaţii. Ed.I.P.Traian Vuia, Timişoara 1982
102. Velica P., Curs de materiale de construcţii, Vol.I şi II. Lito. IPT Timişoara, 1972, 1974
103. Viespesen D., Flaton M., Tehnologia lucrărilor de beton precomprimat, Bucureşti, 1971
104. Voinea H.I., Magiciu D., Chimie şi materiale de construcţii. Ed. Didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1969

105. Voina H., Materiale de construcții. Ed. Tehnică, București, 1974
106. Weber J.W., Wesche K.H., Kennwerte für die Kornverteilung und den Wasseranspruch von Zuschlagstoffen. Betonstein-Zeitung No.9/1979
107. Werner T., Beschreibung des Hydratationsprozesses von Portlandzementen auf der Grundlage eines Diffusionsmodells. Beton-technik No.6/1982, Berlin
108. Wisbers Y., Einfluss einer Temperaturänderung auf die Festigkeit von Zementstein und Zementmörtel mit Zuschlagstoffen verschiedener Wärmeausdehnung, Schriftenreihe der Zementindustrie-Verein deutscher Zementwerke, 1961, N 28.
109. Yale G.U. și Kendel F.G., Introducere în teoria statisticii. Ed. IV. Traducere din engleză. Ed. Științifică București, 1969
110. x x x Mecanizarea proceselor tehnologice de punere în operă a betoanelor - Sinteză documentară. Ed. COCAS 1972
111. x x x C17-82, Instrucțiuni tehnice privind compoziția și prepararea mortarelor de sidărie și tencuială
112. x x x C214-83, Instrumtor pentru utilizarea dispozitivului PIHT, Buletinul construcțiilor Nr.11/82
113. x x x C140-79, Normativ pentru executarea lucrărilor de beton și beton armat. Bul. Construcțiilor Nr.12-1979
114. x x x Properties of set concrete at early ages - State - of - the - art report. Materiaux et Construction, nov-déc.1981.
115. x x x Englisches Gerät zum Messen der Spezifischen Oberfläche der Zuschläge und Einfluss der Kornform auf die Verarbeitbarkeit von Beton. Beton und Stahlbeton, 4/1958
116. STAS 6200/4-81 Piatră naturală pentru construcții. Prescripții pentru determinarea caracteristicilor petrografice mineralogice și a compoziției chimice.
117. STAS 6200/14-74 Pietre naturale fasonate pentru construcții. Determinarea modului de elasticitate static la compresiune.
118. STAS 662-82 Lucrări de drumuri. Agregate naturale de balastieră
119. STAS 1667-76 Agregate naturale grele pentru betoane și mortare cu lianți minerali
120. STAS 4606-80 Agregate naturale grele pentru betoane și mortare cu lianți minerali. Metode de încercare
121. STAS 388-80 Lianți hidraulici. Ciment Portland
122. STAS 790-84 Apa pentru betoane și mortare
123. STAS 1759-80 Încercări pe betoane. Încercări pe betonul proaspăt
124. STAS 9412-73 Materiale pentru turnătorie. Amestecuri de formare. Metode de încercări
125. STAS 7181/1-71 Încercări pe betoane - prelucrarea și interpretarea rezultatelor

126. STAS 1275-81 Incercări pe betonul întărit - determinarea rezistențelor mecanice
127. MI-04.19-81 Építésügyi ágazati műszaki irányelv - Budapest 1981
128. MI-04.19-81 M(1983) Beton és vasbeton készítése . Budapest 1983
129. ACI 211.1-81 Standard Practice for Selecting Proportions for Normal Heavyweight, and Mass Concrete - ACI Manual of Concrete practice 1984, Vol.1.

Prelucrarea statistică a datelor pentru legea VGOL = f(AK)

Datele statistice sînt grupate în tabelul A1 de mai jos separat pentru $\sigma_{\max} = 10 \text{ mm}$ și separat pentru $\sigma_{\max} = 31 \text{ mm}$.
Numărul total de puncte $n = 39$.

Tabelul A1

$\sigma_{\max} = 10 \text{ mm}$			$\sigma_{\max} = 31 \text{ mm}$		
n	x = AK	y = VGOL	n	x = AK	y = VGOL
1	0,031666	0,39	1	0,0291	0,3523
2	0,02985	0,386666	2	0,0274	0,348
3	0,0317	0,3825	3	0,0299	0,345
4	0,0325	0,361666	4	0,0322	0,3245
5	0,03375	0,359	5	0,0335	0,322
6	0,0327	0,358	6	0,0321	0,3213
7	0,0330	0,354	7	0,0331	0,3175
8	0,0332	0,350	8	0,0337	0,3144
9	0,0314	0,3585	9	0,0315	0,321
10	0,0315	0,352	10	0,0319	0,315
11	0,045	0,2241666	11	0,0549	0,1955
12	0,05083	0,224166	12	0,0604	0,198
13	0,0550	0,2325	13	0,064	0,209
14	0,05791	0,230	14	0,0669	0,2076
15	0,0599	0,2241	15	0,0691	0,2024
16	0,060	0,2358333	16	0,0685	0,2145
17	0,06125	0,2358333	17	0,07	0,215
18	0,062666	0,2375	18	0,071	0,2175
19	0,065833	0,2425	19	0,0738	0,223
20	0,06375	0,266666	20	0,07	0,2455
21	0,06791	0,278333	21	0,073	0,2595
22	0,073333	0,2725	22	0,079	0,2574
23	0,075833	0,2658333	23	0,0818	0,2505
24	0,08083	0,2821666	24	0,0852	0,270
25	0,0775	0,302833	25	0,0808	0,2873
26	0,086666	0,318666	26	0,0884	0,3076
27	0,094583	0,329333	27	0,0955	0,322
28	0,09458	0,332666	28	0,095	0,3255
29	0,090666	0,346	29	0,0903	0,337
30	0,095833	0,3395	30	0,0955	0,3325
31	0,0995	0,3458333	31	0,099	0,341
32	0,103583	0,3566666	32	0,1024	0,3526
33	0,10775	0,3516666	33	0,1065	0,35
34	0,105	0,339666	34	0,105	0,3375
35	0,110666	0,350	35	0,1098	0,35
36	0,1107	0,346666	36	0,11	0,346
37	0,112666	0,33666	37	0,1127	0,338
38	0,121666	0,353333	38	0,12	0,3595
39	0,13625	0,362	39	0,1341	0,3727

Pentru funcția VGOL = f(AK) se adoptă un polinom de gradul III de forma

$$y = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{d}{x^3}$$

in care $y = VGOL$; $x = AK$.

Se face substituția $X = \frac{1}{x}$; $Y = y$ și se obține forma

$$Y = a + bX + cX^2 + dX^3$$

Conform 79 se vor calcula mărimile din tabelul de mai jos pentru toate cele n date ale $\phi_{max} = 10 \text{ mm}$.

n	x	$X = \frac{1}{x}$	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6
39		687,47507	15004,245	383629,18	10787030	3,1931287 · 10 ⁸	9,7124539 · 10 ⁹
Σ							

n	Y	Y^2	X · Y	$X^2 \cdot Y$	$X^3 \cdot Y$
39	12,215917	3,9383773	219,69397	4975,0275	131781,98
Σ					

Rezultă sistemul de ecuații

$$\begin{cases} 39 a + 687,47507 b + 15004,245 c + 383629,18 d = 12,215917 \\ 687,47507 a + 15004,245 b + 383629,18 c + 10787030 d = 219,69397 \\ 15004,245 a + 383629,18 b + 10787030 c + 3,1931287 \cdot 10^8 d = 4975,0275 \\ 383629,18 a + 10787030 b + 3,1931287 \cdot 10^8 c + 9,7124539 \cdot 10^9 d = 131781,98 \end{cases}$$

din care se obține:

$$\begin{aligned} a &= 0,6384494 ; & c &= 11,066329 \cdot 10^{-4} \\ b &= -4,1550281 \cdot 10^{-2} ; & d &= -1,8846851 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Se revine la x și y și se obține ecuația de forma:

$$y = 0,6384494 - \frac{4,1550281 \cdot 10^{-2}}{x} + \frac{11,066329 \cdot 10^{-4}}{x^2} - \frac{1,8846851 \cdot 10^{-6}}{x^3}$$

Indicele de corelație va fi

$$r_{Y/x} = \sqrt{\frac{a \Sigma Y + b \Sigma XY + c \Sigma X^2 \cdot Y + d \Sigma X^3 \cdot Y - \frac{(\Sigma Y)^2}{n}}{\Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma Y)^2}{n}}}$$

$$r_{Y/x} = \sqrt{\frac{0,6384494 \cdot 12,215917 - 4,1550281 \cdot 10^{-2} \cdot 219,69397 + \dots}{3,9383773 - \dots}}$$

$$\dots \frac{+ 11,066392 \cdot 10^{-4} \cdot 4975,0275 - 1,8846851 \cdot 10^{-6} \cdot 131781,98 - \frac{(12,215917)^2}{39}}{(12,215917)^2 - \frac{39}{39}}$$

$$r_{Y/x} = 0,952977$$

Pentru $\beta_{\max} = 31$ an even

n	x	$x - \frac{1}{x}$	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6
39							
Σ		668,15642	14641,991	387940,82	11472810	3,5848037.10 ⁸	1,1510232.10 ¹⁰

n	Y	Y ²	X.Y	X ² .Y	X ³ .Y
39					
Σ	11,5056	3,5044247	199,5505	4516,4972	123464,99

Rezultă sistemul de ecuații

$$\begin{cases} 39 a + 668,15642 b + 14641,991 c + 387940,82 d = 11,5056 \\ 668,15642 a + 1461,991 b + 387940,82 c + 11472810 d = 199,5505 \\ 14641,991 a + 387940,82 b + 11472810 c + 3,5848037 \cdot 10^8 d = 4516,4972 \\ 387940,82 a + 11472810 b + 3,5848037 \cdot 10^8 c + 1,1510232 \cdot 10^{10} d = 123464,99 \end{cases}$$

din care se obține

$$\begin{aligned} a &= 0,9173564 ; & c &= 37,719994 \cdot 10^{-4} \\ b &= -9,2701532 \cdot 10^{-2} ; & d &= 45,269173 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Se revine la x și y și se obține ecuația de regresie sub forma:

$$y = 0,9173564 - \frac{9,2701532 \cdot 10^{-2}}{x} + \frac{37,719994 \cdot 10^{-4}}{x^2} - \frac{45,269173 \cdot 10^{-6}}{x^3}$$

Indicele de corelație va fi:

$$r_{Y/X} = \frac{\sqrt{0,9173564 \cdot 11,5056 - 9,2701532 \cdot 10^{-2} \cdot 199,5505 + \dots}}{3,5044247 - \dots}$$

$$\dots \frac{+37,719994 \cdot 10^{-4} \cdot 4516,4972 - 45,269173 \cdot 10^{-6} \cdot 12346,99 - \frac{(11,5056)^2}{39}}{\dots}$$

$$\dots - \frac{(11,5056)^2}{39}$$

$$r_{Y/X} = 0,9942653$$

Observație: Calculul coeficienților sistemului de ecuații conform tabloului de mai sus s-a făcut pe calculatorul Felix Ce 130 p pe baza unor programe proprii, concepute pentru fiecare tip de prelucrare statistică.

Prelucrarea statistică a datelor pentru modelul matematic
fizico-structural al rezistenței betonului

SERIA 1 C = 250 Kg/m³ Nivelare (n = 13)
pentru Rb din tabelul 4.10 și S din tabelul 4.12 al amestecurilor cu
Nr.: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14,

Nr. am.	X _k = x _k	X _k ² = x _k ²	Y _k	Y _k = lg Y _k	X _k Y _k = x _k · lg Y _k	y = Rb x = S
\sum_{13}	17,784018	24,69024		17,983524	24,499688	

$$\bar{X} = \frac{1}{13} \cdot 17,784018 = 1,3680013 \quad \bar{X}^2 = \frac{1}{13} \cdot 24,69024 = 1,8992492$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{13} \cdot 17,983524 = 1,383348 \quad \bar{Y} = \frac{1}{13} \cdot 24,499688 = 1,8845913$$

$$a_1 = \frac{\bar{XY} - (\bar{X}) \cdot (\bar{Y})}{\bar{X}^2 - (\bar{X})^2} = \frac{1,8845913 - 1,3680013 \cdot 1,383348}{1,8992492 - (1,3680013)^2} = -0,28145296$$

$$Y - \bar{Y} = a_1 (X - \bar{X})$$

$$Y - 1,383348 = -0,28145296 (X - 1,3680013)$$

$$Y = 1,768376 - 0,28145296 \cdot X$$

$$\lg a_1 = 1,768376$$

$$a_1 = 58,664585$$

$$\lg e^b = -0,28145296$$

$$e^b = 0,5230546$$

$$b = \ln 0,5230546$$

$$b = -0,6480692$$

$$y = 58,664585 \cdot e^{-0,6480692 \cdot x}$$

Indicele de corelație

Nr. am.	Y _k	Y _k [*]	(Y _k - \bar{Y}) ²	(Y _k - Y _k [*]) ²
\sum_{13}	316,4		101,97077	17,245035

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{(Y_k - Y_k^*)^2}{(Y_k - \bar{Y})^2}}$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{13} \cdot 316,4 = 24,338462 \quad r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{17,245035}{101,97077}} = 0,9115276$$

Y_k^{*} = este valoarea rezistenței Rb conform ecuației teoretice.

Observație: Insumarea valorilor din capul de tabel pentru cele n amestecuri s-a făcut cu programe de calcul pe calculatorul Felix Ce 130 p.

SERIA 1 C = 250 Kg/m³ Inbuștățire coeficienți (n = 12)
pentru Rb din tabelul 4.10 și S din tabelul 4.12 al amestecurilor cu
Nr. 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.

Nr. ord.	y_k	y_k^2	x_k	$x_k \cdot y_k^2$	$x_k^2 \cdot y_k^2$	$\ln x_k \cdot y_k^2$	$\ln y_k \cdot y_k^2 \cdot x_k$
\sum^{12}		7681,26		10115,645	13570,943	25012,901	32731,762

$$\begin{cases} 7681,26 v + 10115,645 u = 25012,901 \\ 10115,645 v + 13570,943 u = 32731,762 \end{cases}$$

$$u = -0,8354535$$

$$v = 4,3565837$$

$$Y = 4,3565837 - 0,8354535 X$$

$$y = 77,99024 e^{-0,8354535 \cdot x}$$

$$\ln a = 4,3565837$$

$$a = e^{4,3565837}$$

$$a = 77,99024$$

$$\ln e^b = -0,8354535$$

$$b = -0,8354535$$

Indicele de corelație

Nr. ord.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum^{12}	299,8		191,25667	27,497117

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{27,497117}{191,25667}}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{12} \cdot 299,8 = 24,983333$$

$$r_{y/x} = 0,92532653$$

SERIA 1 $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ Nivelare (n = 12)
 pentru Kb din tabelul 4.10 și S din tabelul 4.12 al amestecurilor cu Nr. 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26.

Nr. ord.	$x_k - x_k$	$x_k^2 - x_k^2$	y_k	$Y_k = \lg y_k$	$X_k Y_k = x_k \cdot \lg y_k$
\sum^{12}	17,887681	27,151542		17,950625	26,591227

$$y = Kb$$

$$x = S$$

$$\bar{X} = \frac{1}{12} \cdot 17,887681 = 1,49064 \quad \bar{X}^2 = \frac{1}{12} \cdot 27,151542 = 2,2626285$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{12} \cdot 17,950625 = 1,4958854 \quad \bar{XY} = \frac{1}{12} \cdot 26,591227 = 2,2159355$$

$$a_1 = \frac{2,2159355 - 1,49064 \cdot 1,4958854}{2,2626285 - (1,49064)^2} = -0,34196928$$

$$Y = 1,4958854 - 0,34196928(X - 1,49064)$$

$$Y = 2,0056384 - 0,34196928 \cdot X$$

$$y = 101,30675 \cdot e^{-0,7874131 \cdot x}$$

$$\lg a = 2,0056384$$

$$a = 101,30675$$

$$\lg e^b = -0,34196928$$

$$e^b = 0,4550203$$

$$b = -0,7874131$$

Indicele de corelație

Nr. an.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_{12}	383,4		484,33	216,00139

$$\bar{y} = \frac{1}{12} \cdot 383,4 = 31,95$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{216,00139}{484,33}} =$$

$$= 0,74432533$$

SERIA 1 $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ Imbunătățire coeficienti ($n = 11$)
 pentru Rb din tabelul 4.10 și S din tabelul 4.12 al amestecurilor cu Nr.15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25.

Nr. an.	y_k	y_k^2	x_k	$x_k \cdot y_k$	$x_k^2 \cdot y_k^2$	$\ln x_k \cdot y_k^2$	$\ln y_k \cdot y_k^2 \cdot x_k$
\sum_{11}		10780,32		15499,958	22720,148	37444,613	53529,154

$$\begin{cases} 10780,32 v + 15499,958 u = 37444,613 \\ 15499,958 v + 22720,148 u = 53529,154 \end{cases}$$

$$u = -0,7109537$$

$$v = 4,4956333$$

$$Y = 4,4956333 - 0,7109537 \cdot X$$

$$y = 89,624915 \cdot e^{-0,7109537 \cdot x}$$

$$\ln a = 4,4956333$$

$$a = 89,624915$$

$$b = 0,7109537$$

Indicele de corelație

Nr. an.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_{11}	339,2		320,62544	93,003326

$$\bar{y} = \frac{1}{11} \cdot 339,2 = 30,836364$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{93,003326}{320,62544}} =$$

$$= 0,8425743$$

SERIA 1 $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ Imbunătățire coeficienti ($n = 10$)
 pentru Rb din tabelul 4.10 și S din tabelul 4.12 al amestecurilor cu Nr.15,17,18,19,20,21,22,23,24,25.

Nr. ser.	y_k	y_k^2	x_k	$x_k \cdot y_k^2$	$x_k^2 \cdot y_k^2$	$\ln x_k \cdot y_k^2$	$\ln y_k \cdot y_k^2 \cdot x_k$
\sum_{10}		9637,88		14179,407	21193,718	33422,698	48880,206

$$\begin{cases} 9637,88 v + 14179,407 u = 33422,698 \\ 14179,407 v + 21193,718 u = 48880,206 \end{cases}$$

$$u = -0,8770011$$

$$v = 4,758106$$

$$Y = 4,758106 - 0,8770011 \cdot X$$

$$y = 116,52501 \cdot e^{-0,8770011 \cdot x}$$

$$\ln a = 4,758106$$

$$a = 116,52501$$

Indicele de corelație

Nr. ser.	x_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_{10}	305,4		310,964	50,422528

$$\bar{y} = \frac{1}{10} \cdot 305,4 = 30,54$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{50,422528}{310,964}} = 0,91534195$$

SERIA 1 $C = 420 \text{ Kg/m}^3$ Nivelare (n = 6)
 pentru Rb din tabelul 4.10 și S din tabelul 4.12 al amestecurilor cu Nr.27,28,29,30,31,32.

Nr. ser.	$x_k = x_k$	$x_k^2 = x_k^2$	y_k	$Y_k = \lg y_k$	$x_k Y_k = x_k \cdot \lg y_k$
\sum_6	8,48692	12,0271883		9,5200028	13,4574491

$$\bar{x} = \frac{1}{6} \cdot 8,48692 = 1,4144867 \quad \bar{Y}^2 = \frac{1}{6} \cdot 12,0271883 = 2,0045313$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{6} \cdot 9,5200028 = 1,5866671 \quad \bar{XY} = \frac{1}{6} \cdot 13,4574491 = 2,2429082$$

$$a_1 = \frac{2,2429082 - 1,4144867 \cdot 1,5866671}{2,0045313 - (1,4144867)^2} = -0,3754779$$

$$Y = 2,1177756 - 0,3754779 \cdot X$$

$$y = 131,15221 \cdot e^{-0,8645699 \cdot x}$$

$$\lg a = 2,1177756$$

$$a = 131,15221$$

$$\lg e^b = -0,3754779$$

$$e^b = 0,4212327$$

$$b = \ln 0,4212327$$

$$b = -0,8645699$$

Indicele de corelație

Nr. an.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_6	232,2		45,28	17,520559

$$\bar{y} = \frac{1}{6} \cdot 232,2 = 38,7$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{17,520559}{45,28}} = 0,78298269$$

SERIA 1 $C = 420 \text{ Kg/m}^3$ Imbunătățire coeficienți ($n = 6$)
 pentru Rb din tabelul 4.10 și S din tabelul 4.12 al amestecurilor cu Nr.27,28,29,30,31,32.

Nr. an.	y_k	y_k^2	x_k	$x_k \cdot y_k^2$	$x_k^2 \cdot y_k^2$	$\ln x_k \cdot y_k^2$	$\ln y_k \cdot y_k^2 \cdot x_k$
\sum_6		9031,42		12711,628	17927,401	33086,474	46535,09

$$\begin{cases} 9031,42 v + 12711,628 u = 33086,474 \\ 12711,628 v + 17927,401 u = 46535,09 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u &= -0,9401726 \\ v &= 4,9867682 \end{aligned}$$

$$Y = 4,9867682 - 0,9401726 \cdot X$$

$$y = 146,46232 \cdot e^{-0,9401726 \cdot x}$$

$$\begin{aligned} \ln a &= 4,9867682 \\ a &= 146,46232 \\ b &= 0,9401726 \end{aligned}$$

Indicele de corelație

Nr. an.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_6	232,2		45,28	17,529113

$$\bar{y} = \frac{1}{6} \cdot 232,2 = 38,7$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{17,529113}{45,28}} = 0,78286205$$

Indicele de corelație nu s-a îmbunătățit deci se va adopta ecuația de regresie obținută cu nivelarea pentru dozajul $C = 420 \text{ Kg/m}^3$.

SERIA 2 $C = 250 \text{ Kg/m}^3$ Nivelare ($n = 10$)
 pentru Rb din tabelul 4.11 și S din tabelul 4.13 al amestecurilor cu Nr.33,34,35,36,37,38,39,40,41,42.

Nr. an.	$X_k = x_k$	$X_k^2 = x_k^2$	Y_k	$Y_k = \lg y_k$	$X_k Y_k = x_k \cdot \lg y_k$
\sum_{10}	13,48513	20,321158		11,394545	14,797033

$$\bar{X} = \frac{1}{10} \cdot 13,48513 = 1,348513 \quad \bar{X}^2 = \frac{1}{10} \cdot 20,321158 = 2,0321158$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{10} \cdot 11,394545 = 1,1394545 \quad \bar{XY} = \frac{1}{10} \cdot 14,797033 = 1,4797033$$

$$a_1 = \frac{1,4797033 - 1,348513 \cdot 1,1394545}{2,0321158 - (1,348513)^2} = -0,2661906$$

$$Y - 1,1394545 = -0,2661906(X - 1,348513) \quad \lg a = 1,498416$$

$$Y = 1,498416 - 0,2661906 \cdot X \quad a = 31,507653$$

$$y = 31,507653 \cdot e^{-0,6129265 \cdot x}$$

$$\lg e^b = -0,2661906$$

$$b = -0,6129265$$

Indicele de corelație

Nr. an.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_{10}	145,9		214,009	71,644524

$$\bar{y} = \frac{1}{10} \cdot 145,9 = 14,59$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{71,644524}{214,009}} = 0,81561424$$

SERIA 2 $C = 250 \text{ Kg/m}^3$ Nivelare ($n = 9$)
 pentru Rb din tabelul 4.11 și S din tabelul 4.13 al amestecurilor cu Nr. 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 42.

Nr. an.	$X_k = x_k$	$X_k^2 = x_k^2$	Y_k	$Y_k = \lg y_k$	$X_k Y_k = x_k \cdot \lg y_k$
\sum_9	12,05987	18,289792		10,129727	12,994339

$$\bar{X} = \frac{1}{9} \cdot 12,05987 = 1,3399856 \quad \bar{X}^2 = \frac{1}{9} \cdot 18,289792 = 2,0321991$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{9} \cdot 10,129727 = 1,1255252 \quad \bar{XY} = \frac{1}{9} \cdot 12,994339 = 1,4438154$$

$$a_1 = \frac{1,4438154 - 1,3399856 \cdot 1,1255252}{2,0321991 - (1,3399856)^2} = -0,2720323$$

$$Y - 1,1255252 = -0,2720323(X - 1,3399856) \quad \lg a = 1,4900446$$

$$Y = 1,4900446 - 0,2720323 \cdot X \quad a = 30,906127$$

$$y = 30,906127 \cdot e^{-0,6263775 \cdot x}$$

$$\lg e^b = -0,2720323$$

$$b = -0,6263775$$

Indicele de corelație

Nr. an.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_9	127,5		197,88	44,734741

$$\bar{y} = \frac{1}{9} \cdot 127,5 = 14,166667$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{44,734741}{197,88}} = 0,8797329$$

SERIA 2 C = 250 Kg/m³ Inunătățire coeficienti (n = 8)
 pentru Rb din tabelul 4.11 și S din tabelul 4.13 al amestecurilor cu
 Nr.33,34,35,36,38,39,40,42.

Nr. ser.	y _k	y _k ²	x _k	x _k ·y _k ²	x _k ² ·y _k ²	ln x _k ·y _k ²	ln y _k ·y _k ² ·x _k
8 Σ		1813,69		2002,9223	2416,9856	5108,2185	5485,4093

$$\begin{cases} 1813,69 v + 2002,9223 u = 5108,2185 \\ 2002,9223 v + 2416,9856 u = 5485,4093 \end{cases}$$

$$u = -0,7595681$$

$$v = 3,6552964$$

$$Y = 3,6552964 - 0,7595681 \cdot X$$

$$y = 38,678983 \cdot e^{-0,7595681 \cdot x}$$

$$\ln a = 3,6552964$$

$$a = 38,678983$$

$$b = -0,7595681$$

Indicele de corelație

Nr. ser.	y _k	y _k [*]	(y _k - \bar{y}) ²	(y _k - y _k [*]) ²
8 Σ	113,7		197,72876	33,344052

$$\bar{y} = \frac{1}{8} \cdot 113,7 = 14,2125$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{33,344052}{197,72876}} = 0,91179202$$

SERIA 2 C = 330 Kg/m³ Nivelare (n = 12)
 pentru Rb din tabelul 4.11 și S din tabelul 4.13 al amestecurilor cu
 Nr.43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54.

Nr. ser.	X _k = x _k	X _k ² = x _k ²	y _k	Y _k = lg y _k	X _k Y _k = x _k ·lg y _k
12 Σ	17,328438	26,853732		16,410731	23,253407

$$\bar{X} = \frac{1}{12} \cdot 17,328438 = 1,4440365 \quad \bar{X}^2 = \frac{1}{12} \cdot 26,853732 = 2,237811$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{12} \cdot 16,410731 = 1,367509 \quad \bar{Y} = \frac{1}{12} \cdot 23,253407 = 1,9377839$$

$$a_1 = \frac{1,9377839 - 1,4440365 \cdot 1,367509}{2,237811 - (1,4440365)^2} = -0,2426689$$

$$Y - 1,3675609 = -0,2426689(X - 1,4440365)$$

$$Y = 1,7179837 - 0,2426689 \cdot X$$

$$y = 52,237659 \cdot e^{-0,5587657 \cdot x}$$

$$\lg a = 1,7171837$$

$$a = 52,237659$$

$$\lg e^b = -0,2426689$$

$$b = -0,5587657$$

Indicele de corelație

Nr. ser.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_{12}	290,4		486,96	182,15424

$$\bar{y} = \frac{1}{12} \cdot 290,4 = 24,2$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{182,15424}{486,96}} = 0,7911611$$

SERIA 2 $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ Nivelare (n = 8)
 pentru Nb din tabelul 4.11 și 3 din tabelul 4.13 al amestecurilor cu Nr.43,45,46,47,49,50,51,54.

Nr. ser.	$x_k = \frac{1}{y_k}$	$x_k^2 = \frac{1}{y_k^2}$	y_k	$Y_k = \lg y_k$	$X_k Y_k = x_k \cdot \lg y_k$
\sum_8	11,688167	18,229867		10,883523	15,500283

$$\bar{X} = \frac{1}{8} \cdot 11,688167 = 1,4610208$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{8} \cdot 10,883523 = 1,3604403$$

$$\bar{X}^2 = \frac{1}{8} \cdot 18,229867 = 2,2787333$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{8} \cdot 10,883523 = 1,3604403$$

$$\bar{XY} = \frac{1}{8} \cdot 15,500283 = 1,9375353$$

$$a_1 = \frac{1,9375353 - 1,4610208 \cdot 1,3604403}{2,2787333 - (1,4610208)^2} = -0,3475246$$

$$Y - 1,3604403 = -0,3475246(X - 1,4610208)$$

$$Y = 1,868181 - 0,3475246 \cdot X$$

$$y = 73,821178 \cdot e^{-0,8002049 \cdot x}$$

$$\lg a = 1,868181$$

$$a = 73,821178$$

$$\lg e^b = -0,3475246$$

$$b = -0,8002049$$

Indicele de corelație

Nr. ser.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_8	193,8		475,29501	56,196281

$$\bar{y} = \frac{1}{8} \cdot 193,8 = 24,225$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{56,196281}{475,29501}} = 9,93902369$$

SERIA 2. $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ Industriația coeficienților (n = 8)
 pentru Nb din tabelul 4.11 și 5 din tabelul 4.13 al amestecurilor cu Nr.43,45,46,47,49,50,51,54.

Nr. an.	y_k	y_k^2	x_k	$x_k \cdot y_k^2$	$x_k^2 \cdot y_k^2$	$\ln y_k \cdot y_k^2$	$\ln y_k \cdot x_k \cdot y_k^2$
\sum		5170,1		6520,6503	8714,6642	17186,572	21273,685

$$\begin{cases} 5170,1 v + 6520,6503 u = 17186,572 \\ 6520,6503 v + 8714,6642 u = 21273,675 \end{cases}$$

$$u = -0,8201645$$

$$v = 4,3586348$$

$$Y = 4,3586348 - 0,8201645 \cdot X$$

$$\ln a = 4,3586348$$

$$a = 78,15037$$

$$b = -0,8201645$$

$$y = 78,15037 \cdot e^{-0,8201645 \cdot x}$$

Indicele de corelație

Nr. an.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum	193,8		469,27001	53,218425

$$\bar{y} = \frac{1}{8} \cdot 193,8 = 24,225$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{53,218425}{469,27001}} = 0,94091157$$

SERIA 2 $C = 420 \text{ Kg/m}^3$

Nivelare

(n = 4)

pentru Rb din tabelul 4.11 și S din tabelul 4.13 al amestecurilor cu Nr. 55, 56, 57, 58.

Nr. an.	$x_k = x_k$	$x_k^2 = x_k^2$	y_k	$Y_k = \lg y_k$	$X_k Y_k = x_k \cdot \lg y_k$
\sum	5,88893	8,7934562		5,8478778	8,5607795

$$\bar{X} = \frac{1}{4} \cdot 5,88893 = 1,4722325$$

$$\bar{X}^2 = \frac{1}{4} \cdot 8,7934562 = 2,198364$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{4} \cdot 5,8478778 = 1,4619694$$

$$\bar{XY} = \frac{1}{4} \cdot 8,5607795 = 2,1401948$$

$$a_1 = \frac{2,1401948 - 1,4722325 \cdot 1,4619694}{2,198364 - (1,4722325)^2} = -0,39371429$$

$$Y - 1,4722325 = -0,39371429(X - 1,4722325)$$

$$Y = 2,0416084 - 0,39371429 \cdot X$$

$$\lg a = 2,0416084$$

$$a = 110,05465$$

$$y = 110,05465 \cdot e^{-0,9065608 \cdot x}$$

$$\lg e^b = -0,39371429$$

$$b = -0,9065608$$

Indicele de corelație

Nr. an.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_4	117,6		98,74	14,818728

$$\bar{y} = \frac{1}{4} \cdot 117,6 = 29,4$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{14,818728}{98,74}} = 0,921912$$

SERIA 2 $C = 420 \text{ Kg/m}^3$ Imbunătățire coeficienți (n = 4)
 pentru Sb din tabelul 4.11 și S din tabelul 4.13 al amestecurilor cu Nr.55,56,57,58.

Nr. an.	y_k	y_k^2	x_k	$x_k \cdot y_k^2$	$x_k^2 \cdot y_k^2$	$\ln y_k \cdot y_k^2$	$\ln y_k \cdot x_k \cdot y_k^2$
\sum_4		3556,18		5039,4558	7257,312	12170,985	17153,0

$$\begin{cases} 3556,18 v + 5039,4558 u = 12170,985 \\ 5039,455 v + 7257,312 u = 17153 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u &= -0,8150862 \\ v &= 4,5775456 \end{aligned}$$

$$Y = 4,5775456 - 0,8150862 \cdot X$$

$$y = 97,275349 \cdot e^{-0,8150862 \cdot x}$$

$$\begin{aligned} \ln a &= 4,5775456 \\ a &= 97,275349 \\ b &= -0,8150862 \end{aligned}$$

Indicele de corelație

Nr. an.	y_k	y_k^*	$(y_k - \bar{y})^2$	$(y_k - y_k^*)^2$
\sum_4	117,6		98,74	14,408202

$$\bar{y} = \frac{1}{4} \cdot 117,6 = 29,4$$

$$r_{y/x} = \sqrt{1 - \frac{14,408202}{98,74}} = 0,924164$$

ANEXA 3

Verificarea semnificației estimărilor obținute prin ecuațiile de regresie

SERIA 1 $C = 250 \text{ Kg/m}^3$ (n = 12)

$$y = 77,99028 \cdot e^{-0,8354535 \cdot x}$$

Prin linearizare obținem forma $Y = a_1 - b_1 \cdot X$ ținând cont de relațiile (4.69)-(4.72)

$$Y^* = 1,8920403 - 0,3628328 \cdot X$$

Se vor calcula valorile de mai jos pentru toate datele:

nr. ord.	$X_k - \bar{X}$	X_k^2	Y_k	$Y_k = 16 Y_k$	Y_k^2	$X_k \cdot Y_k$	$(Y_k - Y_k^*)^2$	$(X_k - \bar{X})^2$
$\sum_{k=1}^{12}$	16,446847	22,92652		16,708125	23,317755	22,763396	0,0061648902	0,384956

Abateră reziduală după relația (4.91)

$$s_{YY}^* = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y^*)^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{0,0061648902}{12-2}} = 0,024829196$$

$$(\bar{X})^2 = \left(\frac{16,446847}{12}\right)^2 = 1,8784634$$

Eroarea standard a coeficientului a_1 după relația (4.89)

$$s_{a_1} = s_{YY}^* \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{X})^2}{\sum (X - \bar{X})^2}} = 0,024829196 \cdot \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1,8784634}{0,384956}}$$

$$s_{a_1} = 0,055314055$$

Eroarea standard a coeficientului b_1 după relația (4.90)

$$s_{b_1} = \frac{s_{YY}^*}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2}} = \frac{0,024829196}{\sqrt{0,384956}} = 0,040018159$$

Criteriul t după repartiția STUDENT cu relația (4.95) și (4.96) se va compara cu ($t_{0,05;10} = 2,228$) pentru $q = 0,05$ și $f = 12-2 = 10$ din tabel R5

$$t = \frac{a_1 - 0}{s_{a_1}} = \frac{1,8920403 - 0}{0,055314055} = 34,20545 > 2,228$$

$$t = \frac{b_1 - 0}{s_{b_1}} = \frac{0,3628328 - 0}{0,040018159} = 9,066718 > 2,228$$

Ambii coeficienți a_1 și b_1 sînt semnificativ diferiți de zero.

Intervalul de încredere nesimetric pentru coeficienții ecuației teoretice $Y = \alpha - \beta \cdot X$ pentru $q = 0,04$; $f = 12-2 = 10$; $P = 1 - \frac{0,04}{2} = 0,98$ din tabel R6 rezultă $Z_1 = 0,656$; $Z_2 = 1,977$

Pentru

$$a_1 - Z_1 \cdot s_{a_1} < \alpha < a_1 + s_{a_1} \cdot Z_2$$

$$1,8920403 - 0,656 \cdot 0,055314055 < \alpha < 1,8920403 + 1,977 \cdot 0,055314055$$

$$1,8557543 < 1,8920403 < 2,0013961$$

Revenind la coeficientul ecuației de regresie neliniar avem

$$\lg(\alpha_{\text{inf}}) = 1,8557543$$

$$\alpha_{\text{inf}} = 10^{1,8557543}$$

$$\alpha_{\text{inf}} = 71,738832$$

$$\lg(\alpha_{\text{sup}}) = 2,0013961$$

$$\alpha_{\text{sup}} = 10^{2,0013961}$$

$$\alpha_{\text{sup}} = 100,32198$$

$$71,738832 < 77,99024 < 100,32198$$

pentru

$$b_1 - z_1 \cdot s_{b_1} < \beta < b_1 + z_2 \cdot s_{b_1}$$

$$0,3628328 - 0,656 \cdot 0,040018159 < \beta < 0,3628328 + 1,977 \cdot 0,040018159$$

$$0,3365809 < 0,3628328 < 0,4419485$$

venind la coeficientul ecuației de regresie neliniar avem

$$\lg(e^{\beta_{\text{inf}}}) = -0,3365809$$

$$e^{\beta_{\text{inf}}} = \frac{1}{10^{0,3365809}} = 0,4607009$$

$$\beta_{\text{inf}} = \ln 0,4607009$$

$$\beta_{\text{inf}} = -0,7750062$$

$$\lg(e^{\beta_{\text{sup}}}) = -0,4419485$$

$$e^{\beta_{\text{sup}}} = \frac{1}{10^{0,4419485}} = 0,3614527$$

$$\beta_{\text{sup}} = \ln 0,3614527$$

$$\beta_{\text{sup}} = -1,017624$$

$$-0,7750062 > -0,8354535 > -1,017624$$

Estimarea coeficientului de corelație teoretic ρ prin valoarea r calculată conform relației (4.99) va fi

$$r = \frac{n \sum XY - (\sum X) \cdot (\sum Y)}{\sqrt{[n \sum Y^2 - (\sum Y)^2] \cdot [n \sum X^2 - (\sum X)^2]}}$$

$$= \frac{12,22,763396 - 16,446847 \cdot 16,706125}{\sqrt{[12,23,317753 - (16,706125)^2] \cdot [12,22,92652 - (16,446847)^2]}}$$

$$r = -0,94252506$$

Criteriul t aplicat presupune calculul valorii t_0 cu relația (4.100) care se va compara cu $t_{0,05;10} = 2,228$ din tabelul [75] pentru $q = 0,05$ și $f = 12 - 2 = 10$,

$$t_0 = \frac{|r| \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,94252506 \cdot \sqrt{12-2}}{\sqrt{1-(-0,94252506)^2}} = 8,9201125 > 2,228$$

deci coeficientul de corelație este semnificativ.

Intervalul de încredere nesimetric pentru ρ corespunzător erorii standard S_r calculată cu relația (4.102) se va stabili pentru $q = 0,04$ și $f = 12 - 1 = 11$ după [79] având $z_1 = 0,687$ și $z_2 = 2,076$, folosind relația (4.101)

$$s_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}} = \frac{1-(-0,94252506)^2}{\sqrt{12-1}} = 0,033662686$$

$$|r| - z_1 \cdot s_r < \rho < |r| + z_2 \cdot s_r$$

În relația de mai sus s-a folosit r în valoare absolută pentru a nu schimba locurile lui z_1 și z_2 și sensul inegalităților din relația (4.101)

$$0,94252506 - 0,667 \cdot 0,033662686 < \rho < 0,94252506 + 2,076 \cdot 0,033662686$$

$$0,920072 < \rho < 1,0124086$$

$$0,920072 < 0,94252506 < 1$$

SERIA 1 $C = 330 \text{ kg/m}^3$ ($n = 10$)

$$y = 116,52501 \cdot e^{-0,8770011 \cdot x}$$

Forma liniarizată este

$$Y^* = 2,0664191 - 0,3808767 \cdot X$$

Nr. s.n.	$X_k = x_k$	X_k^2	Y_k	$Y_k = \lg y_k$	Y_k^2	$X_k \cdot Y_k$	$(Y_k - Y_k^*)^2$	$(X_k - \bar{X})^2$
$\sum_{k=1}^{10}$	15,327489	23,8434		14,776286	21,897037	22,513298	0,011364039	0,350209

$$s_{YY}^* = \sqrt{\frac{0,011364039}{10-2}} = 0,037689584$$

$$(\bar{Y})^2 = 2,3493191$$

$$s_{a_1} = 0,037689584 \cdot \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{2,3493191}{0,350209}} = 0,098342621$$

$$s_{b_1} = \frac{0,037689584}{\sqrt{0,350209}} = 0,063688012$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,05,8} = 2,306$) [R5]

$$t = \frac{a_1 - 0}{s_{a_1}} = \frac{2,0664191 - 0}{0,098342621} = 21,01245 > 2,306$$

$$t = \frac{b_1 - 0}{s_{b_1}} = \frac{0,3808767 - 0}{0,063688012} = 5,9803527 > 2,306$$

Deci a_1 și b_1 sînt semnificativi.

Intervalul de încredere nesimetric pentru coeficienții teoretici

α și β la un $q = 0,04$ și $f = 10 - 2 = 8$ pentru care $z_1 = 0,631$ și $z_2 = 2,205$ după [R6].

Pentru α

$$a_1 - z_1 \cdot s_{a_1} < \alpha < a_1 + z_2 \cdot s_{a_1}$$

$$2,0664191 - 0,631 \cdot 0,09834262 < \alpha < 2,0664191 + 2,205 \cdot 0,09834262$$
$$2,0043649 < \alpha < 2,2832645$$

Revenind la coeficientul ecuației neliniare avem:

$$101,01013 < 116,52501 < 191,98376$$

Pentru β

$$b_1 - z_1 \cdot s_{b_1} < \beta < b_1 + z_2 \cdot s_{b_1}$$

$$0,3808767 - 0,631 \cdot 0,063688012 < \beta < 0,3808767 + 2,205 \cdot 0,063688012$$
$$0,3406895 < \beta < 0,5213037$$

Revenind la coeficientul ecuației neliniare avem

$$-0,7844667 > -0,8770011 > -1,2003577$$

Estimarea coeficientului de corelație teoretic ρ prin valoarea r cu relația (4.99) va fi:

$$r = \frac{10,22,513298 - 15,327489 \cdot 14,776286}{\sqrt{[10,21,897037 - (14,776286)^2] \cdot [10,23,8434 - (15,327489)^2]}}$$
$$= -0,90786175$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,05,10} = 2,306$)

$$t_0 = \frac{-0,90786175 \sqrt{10-2}}{\sqrt{1 - (-0,90786175)^2}} = 6,1245095 > 2,306 \text{ este semnificativ.}$$

Intervalul de încredere nesimetric pentru ρ corespunzător erorii standard s_r la $q = 0,04$ și $f = 10-1 = 9$ are $z_1 = 0,644$ și $z_2 = 2,076$

$$s_r = \frac{1 - (-0,90786175)^2}{\sqrt{10-1}} = 0,058595666$$

$$|r| - z_1 \cdot s_r < \rho < |r| + z_2 \cdot s_r$$

$$0,90786175 - 0,644 \cdot 0,058595666 < \rho < 0,90786175 + 2,076 \cdot 0,058595666$$
$$0,8701261 < \rho < 1,0295062$$
$$0,8701261 < 0,90786175 < 1$$

SERIA 1 $C = 420 \text{ Kg/m}^3$ ($n = 6$)

$$y = 131,1522 \cdot e^{-0,8645699 \cdot x}$$

Forma liniarizată este:

$$Y^* = 2,1177756 - 0,3754779 \cdot X$$

Nr. ord.	$X_k - \bar{X}$	X_k^2	Y_k	$Y_k = \lg Y_k$	Y_k^2	$X_k \cdot Y_k$	$(Y_k - \bar{Y})^2$	$(X_k - \bar{X})^2$
\sum_6	8,48692	12,027188		9,5200024	15,110387	13,45745	0,0021343105	0,022553

$$s_{YY}^* = \sqrt{\frac{0,0021343105}{6-2}} = 0,023099299$$

$$(\bar{X})^2 = 2,0007723$$

$$s_{a_1} = 0,023099299 \cdot \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{2,0007723}{0,022553}} = 0,2177725$$

$$s_{b_1} = \frac{0,023099299}{\sqrt{0,022553}} = 0,15381427$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,05;4} = 2,776$) [R5]

$$t = \frac{a_1 - 0}{s_{a_1}} = \frac{2,1177756 - 0}{0,2177725} = 9,724715 > 2,776$$

$$t = \frac{b_1 - 0}{s_{b_1}} = \frac{0,3754779 - 0}{0,15381427} = 2,441112 \quad \text{Se încadrează pentru } q = 0,1 \quad (t_{0,1;4} = 2,132)$$

Intervalul de încredere nesimetric pentru coeficienții teoretici α și β la un $q = 0,04$ și $r = 6-2 = 4$ pentru care $Z_1 = 0,549$ și $Z_2 = 3,67$ după [R6] va fi:

Pentru α

$$a_1 - Z_1 \cdot s_{a_1} < \alpha < a_1 + Z_2 \cdot s_{a_1}$$

$$2,1177756 - 0,549 \cdot 0,2177725 < \alpha < 2,1177756 + 3,67 \cdot 0,2177725$$

$$1,9982185 < \alpha < 2,9170007$$

$$99,590634 < 131,1522 < 926,60883$$

Pentru β

$$b_1 - Z_1 \cdot s_{b_1} < \beta < b_1 + Z_2 \cdot s_{b_1}$$

$$0,3754779 - 0,549 \cdot 0,15381427 < \beta < 0,3754779 + 3,67 \cdot 0,15381427$$

$$0,2910338 < \beta < 0,939976$$

Revenind la coeficientul ecuației neliniare avem:

$$-0,6701303 > -0,8645699 > -2,1643748$$

Estimarea coeficientului de corelație teoretic ρ prin valoarea r cu relația (4.99) este

$$r = -0,77347639$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,1;4} = 2,132$)

$$t_0 = \frac{0,77347639 \sqrt{6-2}}{\sqrt{1-(-0,77347639)^2}} = 2,4406617 > 2,132$$

Intervalul de încredere nesimetric pentru ρ corespunzător ero-
rii standard S_r la $q = 0,04$ și $f = 6-1 = 5$ are $z_1 = 0,576$ și $z_2 = 3,004$

$$S_r = \frac{1-(-0,77347639)^2}{\sqrt{6-2}} = 0,17966105$$

$$|r| - z_1 \cdot s_r < \rho < r + z_2 \cdot s_r$$

$$0,77347639 - 0,576 \cdot 0,17966105 < \rho < 0,77347639 + 3,004 \cdot 0,17966105$$

$$0,6699915 < \rho < 1,3131779$$

$$0,6699915 < 0,77347639 < 1$$

Ex. 1.2 $C = 250 \text{ kg/m}^3$ ($n = 8$)

$$y = 38,678963 \cdot e^{-0,7595681 \cdot x}$$

Forma liniarizată este:

$$y^* = 1,587475 - 0,3298762 \cdot x$$

Nr. S.N.	$x_k - \bar{x}$	x_k^2	y_k	$y_k - \bar{y}$	y_k^2	$x_k \cdot y_k$	$(y_k - y_k^*)^2$	$(x_k - \bar{x})^2$
8								
Σ	10,897731	16,939225	3,9092479		10,311814	11,600641	0,05864792	2,094158

$$s_{yy}^* = \sqrt{\frac{0,05864792}{8-2}} = 0,099035277$$

$$(\bar{x})^2 = 1,8556331$$

$$s_{a_1} = 0,099035277 \cdot \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1,8556331}{2,094158}} = 0,039503397$$

$$s_{b_1} = \frac{0,099035277}{\sqrt{2,094158}} = 0,068436095$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,05;6} = 2,447$) [75]

$$t = \frac{a_1 - 0}{s_{a_1}} = \frac{1,587475 - 0}{0,039503397} = 15,941161 > 2,447$$

$$t = \frac{b_1 - 0}{s_{b_1}} = \frac{0,3298762 - 0}{0,068436095} = 4,8202078 > 2,447$$

deci ambii coeficienți a_1 și b_1 sînt semnificativi.

Intervalul de încredere nesimetric pentru coeficienții teoretici α și β la un $q = 0,04$ și $f = 8-2 = 6$ pentru care $Z_1 = 0,597$ și $Z_2 = 2,623$ după [79] va fi:

Pentru α

$$a_1 - Z_1 \cdot S_{a_1} < \alpha < a_1 + Z_2 \cdot S_{a_1}$$

$$1,587475 - 0,597 \cdot 0,099583397 < \alpha < 1,587475 + 2,623 \cdot 0,099583397$$

$$1,5280238 < \alpha < 1,848602$$

revenind la coeficientul ecuației neliniare avem:

$$33,730579 < 38,678983 < 70,580056$$

Pentru β

$$b_1 - Z_1 \cdot S_{b_1} < \beta < b_1 + Z_2 \cdot S_{b_1}$$

$$0,3298762 - 0,597 \cdot 0,068436095 < \beta < 0,3298762 + 2,623 \cdot 0,068436095$$

$$0,2890199 < \beta < 0,5093838$$

revenind la coeficientul ecuației neliniare avem:

$$-0,6654929 > -0,7595681 > -1,1728995$$

Estimarea coeficientului de corelație teoretic prin valoarea r cu relația (4.99) este:

$$r = -0,87003504$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,05;6} = 2,447$)

$$t_0 = \frac{0,87003504 \cdot \sqrt{8-2}}{\sqrt{1-(-0,87003504)^2}} = 4,3228918 > 2,447$$

Intervalul de încredere nesimetric pentru ρ corespunzător erorii standard S_r la $q = 0,04$ și $f = 8-1 = 7$ are $Z_1 = 0,616$ și $Z_2 = 2,377$

$$S_r = \frac{1-(-0,87003504)^2}{\sqrt{8-1}} = 0,091860106$$

$$|r| - Z_1 \cdot S_r < \rho < |r| + Z_2 \cdot S_r$$

$$0,87003504 - 0,616 \cdot 0,091860106 < \rho < 0,87003504 + 2,377 \cdot 0,091860106$$

$$0,8134491 < \rho < 1,0889865$$

$$0,8134491 < 0,87003504 < 1$$

SERIA 2 $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ ($n = 8$)

$$y = 78,15037 \cdot e^{-0,8201645 \cdot x}$$

Forma liniarizată va fi:

$$Y^* = 1,892931 - 0,3561929 \cdot X$$

Nr. An.	$X_k - \bar{X}_k$	X_k^2	Y_k	$Y_k - 16 Y_k$	Y_k^2	$X_k \cdot Y_k$	$(Y_k - Y_k^*)^2$	$(X_k - \bar{X})^2$
\sum	11,688167	18,229867		10,883523	14,978938	15,500233	0,034528618	1,153212

$$s_{YY}^* = \sqrt{\frac{0,034528618}{8-2}} = 0,075860196$$

$$(\bar{X})^2 = 2,1345817$$

$$s_{a_1} = 0,075860196 \cdot \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{2,1345817}{1,153212}} = 0,10663656$$

$$s_{b_1} = \frac{0,075860196}{\sqrt{1,153212}} = 0,070641419$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,05;6} = 2,447$)

$$t = \frac{a_1 - 0}{s_{a_1}} = \frac{1,892931 - 0}{0,10663656} = 17,7512 > 2,447$$

$$t = \frac{b_1 - 0}{s_{b_1}} = \frac{0,3561929 - 0}{0,070641419} = 5,04226 > 2,447$$

deci ambii coeficienți a_1 și b_1 sînt semnificativi.

Intervalul de încredere nesimetrio pentru coeficienții teoretici α și β la un $q = 0,04$ și $f = 8-2 = 6$ pentru care $Z_1 = 0,597$ și $Z_2 = 2,623$, după [79], va fi:

pentru α

$$a_1 - Z_1 \cdot s_{a_1} < \alpha < a_1 + Z_2 \cdot s_{a_1}$$

$$1,892931 - 0,597 \cdot 0,10663656 < \alpha < 1,892931 + 2,623 \cdot 0,10663656$$

$$1,829269 < \alpha < 2,1726305$$

Revenind la coeficientul ecuației neliniare avem:

$$67,494597 < 78,15037 < 148,81219$$

pentru β

$$b_1 - Z_1 \cdot s_{b_1} < \beta < b_1 + Z_2 \cdot s_{b_1}$$

$$0,3561929 - 0,597 \cdot 0,070641419 < \beta < 0,3561929 + 2,623 \cdot 0,070641419$$

$$0,3140199 < \beta < 0,5414052$$

Revenind la coeficientul ecuației neliniare avem:

$$-0,7230577 > -0,8201645 > -1,245216$$

Estimarea coeficientului de corelație teoretic ρ prin valoarea r cu relația (4.99) este:

$$r = -0,89842058$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,05;6} = 2,447$)

$$t_c = \frac{0,89842058 \cdot \sqrt{8-2}}{\sqrt{1-(-0,89842058)^2}} = 5,0113666 > 2,447$$

Intervalul de încredere nesimetric pentru ρ corespunzător erorii standard S_r la $q = 0,04$ și $f = 8-1 = 7$ are $Z_1 = 0,616$ și $Z_2 = 2,377$

$$S_r = \frac{1-(-0,89842058)^2}{\sqrt{8-1}} = 0,072886857$$

$$|r| - Z_1 \cdot S_r < \rho < |r| + Z_2 \cdot S_r$$

$$0,89842058 - 0,616 \cdot 0,072886857 < \rho < 0,89842058 + 2,377 \cdot 0,072886857$$

$$0,8535222 < \rho < 1,0716724$$

$$0,8535222 < 0,89842058 < 1$$

SERIA 2 $c = 420 \text{ Kg/m}^3$ (n = 4)

$$y = 97,275349 \cdot e^{-0,8150862 \cdot x}$$

Forma liniarizată este

$$Y^* = 1,9880028 - 0,3539874 \cdot X$$

Nr. ord.	$X_k = x_k$	X_k^2	y_k	$Y_k = \lg y_k$	Y_k^2	$X_k \cdot Y_k$	$(Y_k - Y_k^*)^2$	$(X_k - \bar{X})^2$
4	5,88895	8,7934562		5,8478778	8,5719146	8,5607795	0,0036299079	0,123582
Σ								

$$S_{YY}^* = \sqrt{\frac{0,0036299079}{4-2}} = 0,042602276$$

$$(\bar{Y})^2 = 2,1674685$$

$$S_{a_1} = 0,042602276 \cdot \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2,1674685}{0,123582}} = 0,17958217$$

$$S_{b_1} = \frac{0,042602276}{\sqrt{0,123582}} = 0,12118676$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,05;2} = 4,303$)

$$t = \frac{a_1 - 0}{S_{a_1}} = \frac{1,9880028 - 0}{0,17958217} = 11,064 > 4,303$$

$$t = \frac{b_1 - 0}{S_{b_1}} = \frac{0,3539874 - 0}{0,12118676} = 2,921008 \text{ Se încadrează pentru } q=0,1 \text{ avind } (t_{0,1;2} = 2,920)$$

Intervalul de încredere nesimetric pentru coeficienții teoretici α și β pentru $f = 4-2 = 2$ nu există în tabel [79] în consecință se va alege un q mai sever și anume un $q = 0,02$ iar f se va lua pentru $f = 4$.

Pentru $P = 1 - \frac{0,02}{2} = 0,99$ (99 %) rezulta $Z_1 = 0,519$ și $Z_2 = 4,39$.

Pentru α

$$a_1 - Z_1 \cdot S_{a_1} < \alpha < a_1 + Z_2 \cdot S_{a_1}$$

$$1,9880028 - 0,519 \cdot 0,17968217 < \alpha < 1,9880028 + 4,39 \cdot 0,17968217$$
$$1,8947478 < \alpha < 2,7768072$$

Devenind la coeficientul ecuației neliniare avem:

$$78,477975 < 97,275349 < 589,99875$$

Pentru β

$$b_1 - Z_1 \cdot S_{b_1} < \beta < b_1 + Z_2 \cdot S_{b_2}$$

$$0,3539874 - 0,519 \cdot 0,12118676 < \beta < 0,3539874 + 4,39 \cdot 0,12118676$$
$$0,2910915 < \beta < 0,885997$$

Devenind la coeficientul ecuației neliniare avem:

$$-0,6702629 > -0,8150862 > -2,0400835$$

Estimarea coeficientului de corelație teoretic ρ prin valoarea r cu relația (4.99) este

$$r = -0,922280682$$

Criteriul t se va compara cu ($t_{0,1;2} = 2,920$)

$$t_0 = \frac{0,922280682 \sqrt{4-2}}{\sqrt{1-(-0,922280682)^2}} = 3,3874152 > 2,920$$

Intervalul de încredere nesimetric pentru ρ corespunzător erorii standard S_r la $q = 0,02$ și $f = 4$ are $Z_1 = 0,519$ și $Z_2 = 4,39$

$$S_r = \frac{1-(-0,922280682)^2}{\sqrt{4-1}} = 0,085694714$$

$$0,922280682 - 0,519 \cdot 0,085694714 < \rho < 0,922280682 + 4,39 \cdot 0,085694714$$
$$0,877805 < \rho < 1,2984805$$
$$0,877805 < 0,922280682 < 1$$

ANEXA 4

Prelucrarea statistică a datelor pentru funcția $Ta = f(S)$

Tipul funcției este $y = a \cdot x^b$ unde $y = Ta$ și $x = S$.

Prin logaritizarea funcției obținem

$$\lg y = \lg a + b \lg x$$

Se vor face următoarele notații:

$$\lg y = Y ; \quad \lg x = X ; \quad \lg a = a_1$$

și se obține funcția sub formă liniarizată:

$$Y = a_1 + b \cdot X$$

pentru care se calculează mărimile din tabelul de mai jos însumate pentru datele din tabelul 5.3, după cum urmează:

1) Pentru $P/N = 1$ și toate dozajele de ciment de la seria 1 și seria 2 ($n = 22$) Nivelare

n	$x_k = S$	$\lg x_k = I_k$	I_k^2	$y_k = T_n$	$\lg y_k = Y_k$	$I_k \cdot Y_k$	Y_k^2
\sum_{22}		3,9305425	0,7678226		15,496101	3,1632669	14,363208

$$\begin{cases} 22 a_1 + 3,9305425 b = 15,496101 \\ 3,9305425 a_1 + 0,7678226 b = 3,162669 \end{cases}$$

$$a_1 = -0,3708405 ; \quad b = 6,0181505$$

$$Y = -0,3708405 + 6,0181505 \cdot X$$

$$\lg a = -0,3708405$$

$$a = 0,4257547$$

$$y = 0,4257547 \cdot x^{6,0181505}$$

Coefficientul de corelație

$$r = \frac{22 \cdot 3,1632669 - 3,9305425 \cdot 15,496101}{\sqrt{[22 \cdot 14,363208 - (15,496101)^2] \cdot [22 \cdot 0,7678226 - (3,9305425)^2]}} = 0,8299953$$

2) Pentru $P/N = 2$ și toate dozajele de ciment de la seria 1 și seria 2 ($n = 12$) Nivelare

n	$x_k = S$	$\lg x_k = I_k$	I_k^2	$y_k = T_n$	$\lg y_k = Y_k$	$I_k \cdot Y_k$	Y_k^2
\sum_{12}		3,3954991	0,9957384		6,8419789	2,2181094	7,8197786

$$\begin{cases} 12 a_1 + 3,3954991 b = 6,8419789 \\ 3,3954991 a_1 + 0,9957384 b = 2,2181094 \end{cases}$$

$$a_1 = -1,7136069 ; \quad b = 8,071053$$

$$Y = -1,7136069 + 8,071053 \cdot X$$

$$\lg a = -1,7136069$$

$$a = 0,0193371$$

$$y = 0,0193371 \cdot x^{8,071053}$$

Coefficientul de corelație $r = 0,7622648$

ANEXA 5

Preelucrarea statistică a funcției $\delta = f(S)$

Tipul funcției este $y = a \cdot x^b$ unde $y = \delta$ și $x = S$.

Avem $\lg y = \lg a + b \lg x$

Notații: $\lg y = Y$; $\lg x = X$; $\lg a = a_1$

Rezultă $Y = a_1 + b \cdot X$ pentru care se calculează mărimile din tabelul de mai jos însumate pentru datele din tabelul 5.4, după cum urmează:

1) $C = 250 \text{ Kg/m}^3$; amestecul 1,2,3,4,5,7,8,9,10,11,12,13,14.

Nivelare

n	$x_k = S$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = \delta$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
\sum_{13}		2,5462037	0,59951407		-63,678757	-12,234554	312,70625

$$13 a_1 + 2,5462037 b = -63,678757$$

$$2,5462037 a_1 + 0,59951407 b = -12,234554$$

$$a_1 = -5,2601569 ; \quad b = 2,3577429$$

$$Y = -5,3601569 + 2,3577429 \cdot X$$

$$\lg a = -5,3601569$$

$$y = (4,36358 \cdot 10^{-6}) \cdot x^{2,3577429}$$

$$a = 4,36358 \cdot 10^{-6}$$

Coefficientul de corelație $r = 0,84524265$

2) $C = 330 \text{ Kg/m}^3$; amestecul 1,4,5,6,7,9,10,11,12,13,14,16,17, 18,19.

n	$x_k = S$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = \delta$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
\sum_{15}		3,2935329	0,80881562		-68,370389	-14,854334	311,96412

$$15 a_1 + 3,2935329 b = -68,370389$$

$$3,2935329 a_1 + 0,80881562 b = -14,854334$$

$$a_1 = -4,9621947 ; \quad b = 1,8407393$$

$$Y = -4,9621947 + 1,8407393 \cdot X$$

$$\lg a = -4,9621947$$

$$y = (10,9095 \cdot 10^{-6}) \cdot x^{1,8407393}$$

$$a = 10,9095 \cdot 10^{-6}$$

Coefficientul de corelație $r = 0,93756043$

3) $C = 420 \text{ Kg/m}^3$; amestecul 1,2,3,4,6,8,9,10,11,12 Nivelare

n	$x_k = \delta$	$\lg x_k = X_k$	x_k^2	$y_k = \delta$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
10		2,5626145	0,69164156		-43,83622	-11,173022	192,30805
Σ							

$$\begin{cases} 10 a_1 + 2,6526145 b = -43,83622 \\ 2,5626145 a_1 + 0,69164156 b = -11,173022 \end{cases}$$

$$a_1 = -4,8274035 ; \quad b = 1,7317455$$

$$Y = -4,8274035 + 1,7317455 \cdot X$$

$$\lg a = -4,8274035$$

$$a = 14,8797 \cdot 10^{-6}$$

$$y = (14,8797 \cdot 10^{-6}) \cdot x^{1,7317455}$$

Coefficientul de corelație $r = 0,84537188$

ANEXA 6

Prelucrearea statistică a funcției $Ta = f(\delta \text{ SAG})$

Tipul funcției este $y = a \cdot x^b$ unde $y = Ta$ și $x = \delta \text{ SAG}$.

Notațiile sînt identice ca la anexa 4.

Se vor calcula aceleași măriri ca la anexa 4 pentru datele din tabelul 5.4 după cum urmează:

1) $C = 250 \text{ Kg/m}^3$ P/N = 1 Seria 1 + Seria 2
(n = 8) Nivelare

n	$x_k = \delta \cdot \text{SAG}$	$\lg x_k = X_k$	x_k^2	$y_k = Ta$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
8		-8,7660517	15,621047		2,2999429	-3,5062059	2,2599446
Σ							

$$\begin{cases} 8 a_1 - 8,7660517 b = 2,2999429 \\ -8,7660517 a_1 + 15,621047 b = -3,5062059 \end{cases}$$

$$a_1 = 4,1154447 ; \quad b = 2,0850065$$

$$Y = 4,1154447 + 2,0850065 \cdot X$$

$$\lg a = 4,1154447$$

$$a = 1,3045018 \cdot 10^4$$

$$y = 1,3045018 \cdot 10^4 \cdot x^{2,0850065}$$

Coefficientul de corelație $r = 0,95527166$

2) $C = 250 \text{ Kg/m}^3$ P/N = 2 Seria 1 + Seria 2 (n = 7)

Nivelare

n	$x_k = \delta \text{ SAG}$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = \tau_n$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
7							
Σ		-11,531965	19,215474		2,273796	-3,0144268	3,422081

$$\begin{cases} 7 a_1 - 11,531965 b = 2,273796 \\ -11,531965 a_1 + 19,215474 b = -3,0144268 \end{cases}$$

$$a_1 = 5,8667264 ; b = 3,3639796$$

$$Y = 5,8667264 + 3,3639796 \cdot X$$

$$\lg a = 5,8667264$$

$$y = 7,3574344 \cdot 10^5 \cdot x^{3,3639796}$$

$$a = 7,3574344 \cdot 10^5$$

Coefficientul de corelație $r = 0,95758535$

3) $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ P/N = 1 Seria 1 + Seria 2 (n = 11)

Nivelare

n	$x_k = \delta \text{ SAG}$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = \tau_n$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
11							
Σ		-15,852743	23,0459		7,9837352	-10,89253	7,7514218

$$\begin{cases} 11 a_1 - 15,852743 b = 7,9837352 \\ -15,852743 a_1 + 23,0459 b = -10,89253 \end{cases}$$

$$a_1 = 5,1542697 ; b = 3,0728555$$

$$Y = 5,1542697 + 3,0728555 \cdot X$$

$$\lg a = 5,1542697$$

$$y = 1,4264932 \cdot 10^5 \cdot x^{3,0728555}$$

$$a = 1,4264932 \cdot 10^5$$

Coefficientul de corelație $r = 0,98135295$

4) $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ P/N = 2 Seria 1 + Seria 2 (n = 8)

Nivelare

n	$x_k = \delta \text{ SAG}$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = \tau_n$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
8							
Σ		-10,776937	14,577957		5,0440645	-6,550520	4,3528278

$$\begin{cases} 8 a_1 - 10,776937 b = 5,0440645 \\ -10,776937 a_1 + 14,577957 b = -6,550528 \end{cases}$$

$$a_1 = 6,1034469 ; b = 4,0627085$$

$$Y = 6,1034469 + 4,0627085 \cdot X$$

$$\lg a = 6,1034469$$

$$y = 1,268957 \cdot 10^6 \cdot x^{4,0627085}$$

$$a = 1,268957 \cdot 10^6$$

Coefficientul de corelație $r = 0,92027341$

5) $C = 420 \text{ Kg/m}^3$ $P/N = 1$ Seria 1 + Seria 2 ($n = 8$)

Nivelare

n	$x_k = \delta \text{ SAG}$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = \tau a$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
8							
Σ		-9,991864	12,514403		5,8529673	-7,1225267	5,3174256

$$\begin{cases} 8 a_1 - 9,991864 b = 5,8529673 \\ -9,991864 a_1 + 12,514403 b = -7,1225267 \end{cases}$$

$$a_1 = 7,4821787 ; \quad b = 5,4048259$$

$$Y = 7,4821787 + 5,4048259 \cdot X$$

$$\lg a = 7,4821878$$

$$y = 3,0351398 \cdot 10^7 \cdot x^{5,4048259}$$

$$a = 3,0351398 \cdot 10^7$$

Coefficientul de corelație $r = 0,9899887$

6) $C = 420 \text{ Kg/m}^3$ $P/N = 2$ Seria 1 + Seria 2 ($n = 4$)

Nivelare

n	$x_k = \delta \text{ SAG}$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = \tau a$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
4							
Σ		-4,5925472	5,2795538		2,9334872	-3,3064943	2,7952762

$$\begin{cases} 4 a_1 - 4,5925472 b = 2,9334872 \\ -4,5925472 a_1 + 5,2795538 b = -3,3064943 \end{cases}$$

$$a_1 = 11,310458 ; \quad b = 9,2123854$$

$$Y = 11,310458 + 9,2123854 \cdot X$$

$$\lg a = 11,310458$$

$$y = 2,04389 \cdot 10^{11} \cdot x^{9,2123854}$$

$$a = 2,04389 \cdot 10^{11}$$

Coefficientul de corelație $r = 0,93837933$

Prelucrarea statistică a funcției $T_a = f(\delta)$

Tipul funcției este $y = a \cdot x^b$ unde $y = T_a$ și $x = \delta$

Notațiile și liniarizarea se face la fel ca la anexa 4.

Se vor calcula mărimile din tabelul de mai jos pentru datele din tabelul 5.4, după cum urmează:

1) $C = 250 \text{ Kg/m}^3$ $1/S = 1$ Seria 1 + Seria 2 ($n = 6$)

Nivelare

n	$x_k = \delta$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = T_a$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
6		-29,587683	146,21729		3,2541854	-15,410892	3,1705233
Σ							

$$\begin{cases} 6 a_1 - 29,587683 b = 3,2541854 \\ -29,587683 a_1 - 146,21729 b = -15,410892 \end{cases}$$

$$a_1 = 10,596974 ; \quad b = 2,0389446$$

$$Y = 10,596974 + 2,0389446 \cdot X \quad | \quad \lg a = 10,596974$$

$$y = 3,9534292 \cdot 10^{10} \cdot x^{2,0389446} \quad | \quad a = 3,9534292 \cdot 10^{10}$$

Coefficientul de corelație $r = 0,96092593$

2) $C = 250 \text{ Kg/m}^3$ $1/N = 2$ Seria 1 + Seria 2 ($n = 7$)

Nivelare

n	$x_k = \delta$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = T_a$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
7		-33,264188	158,28976		2,273796	-10,073661	3,422081
Σ							

$$\begin{cases} 7 a_1 - 33,264188 b = 2,273796 \\ -33,264188 a_1 + 158,28976 b = -10,073661 \end{cases}$$

$$a_1 = 16,310669 ; \quad b = 3,3640036$$

$$Y = 16,310669 + 3,3640036 \cdot X \quad | \quad \lg a = 16,310669$$

$$y = 2,0448855 \cdot 10^{16} \cdot x^{3,3640036} \quad | \quad a = 2,0448855 \cdot 10^{16}$$

Coefficientul de corelație $r = 0,95758905$

3) $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ $1/N = 1$ Seria 1 + Seria 2 ($n = 11$)

Nivelare

n	$x_k = \delta$	$\lg x_k = X_k$	x_k^2	$y_k = \tau a$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
11							
\sum		-51,302636	239,46872		7,9837352	-36,627577	7,7514218

$$\begin{cases} 11 a_1 - 51,302636 b = 7,9837352 \\ -51,302636 a_1 + 239,46872 b = -36,627577 \end{cases}$$

$$a_1 = 14,923704 \quad ; \quad b = 3,0442379$$

$$Y = 14,923704 + 3,0442379 \cdot X$$

$$y = 8,3888803 \cdot 10^{14} \cdot x^{3,0442379}$$

$$\lg a = 14,923704$$

$$a = 8,3888803 \cdot 10^{14}$$

Coeficientul de corelație $r = 0,97220462$

4) $C = 330 \text{ Kg/m}^3$ P/N = 2 Seria 1 + Seria 2 (n = 8)

Nivelare

n	$x_k = \delta$	$\lg x_k = X_k$	x_k^2	$y_k = \tau a$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
8							
\sum		-35,613763	158,60268		5,0440645	-22,210347	4,3528278

$$\begin{cases} 8 a_1 - 35,613763 b = 5,0440645 \\ -35,613763 a_1 + 158,60268 b = -22,210347 \end{cases}$$

$$a_1 = 18,716206 \quad ; \quad b = 4,062622$$

$$Y = 18,716206 + 4,062622 \cdot X$$

$$y = 5,2024272 \cdot 10^{18} \cdot x^{4,062622}$$

$$\lg a = 18,716206$$

$$a = 5,202427 \cdot 10^{18}$$

Coeficientul de corelație $r = 0,92026337$

5) $C = 420 \text{ Kg/m}^3$ P/N = 1 Seria 1 + Seria 2 (n = 8)

Nivelare

n	$x_k = \delta$	$\lg x_k = X_k$	x_k^2	$y_k = \tau a$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
8							
\sum		-35,773601	160,00356		5,8529673	-25,984985	5,3174256

$$\begin{cases} 8 a_1 - 35,773601 b = 5,8529673 \\ -35,773601 a_1 + 160,00356 b = -25,984985 \end{cases}$$

$$a_1 = 24,88892 \quad ; \quad b = 5,4023021$$

$$Y = 24,88892 + 5,4023021 \cdot X$$

$$y = 7,7431911 \cdot 10^{24} \cdot x^{5,4023021}$$

$$\lg a = 24,88892$$

$$a = 7,7431911 \cdot 10^{24}$$

Coeficientul de corelație $r = 0,98975788$

6) $C = 420 \text{ Kg/m}^3$ P/N = 2 Seria 1 (n = 4) Nivelare

n	$x_k = \delta$	$\lg x_k = X_k$	X_k^2	$y_k = T a$	$\lg y_k = Y_k$	$X_k \cdot Y_k$	Y_k^2
\sum		-17,010962	72,349884		2,9334872	-12,413809	2,7952762

$$\begin{cases} 4 a_1 - 17,010962 b = 2,9334872 \\ -17,010962 a_1 + 72,349884 b = -12,413809 \end{cases}$$

$$a_1 = 39,918787 \quad ; \quad b = 9,2141841$$

$$Y = 39,918787 + 9,2141841 \cdot X$$

$$\lg a = 39,918787$$

$$y = 8,2944386 \cdot 10^{39} \cdot x^{9,2141841}$$

$$a = 8,2944386 \cdot 10^{39}$$

Coefficientul de corelație $r = 0,93847477$

C U P R I N S

	Pag.
Cap.1. INTRODUCERE	1
Cap.2. ASPECTE PRIVIND CRITERIILE DE OPTIM IN DOMENIUL BETONULUI DE CIMENT	2
Cap.3. MODEL MATEMATIC AL DENSITĂȚII IN GRĂNADA MAXIME A AGREGATELOR	5
3.1. Puncte de vedere ale metodelor existente, pentru stabilirea proporțiilor optime între sorturile de agregate	5
3.2. Fundamentarea modelului matematic al densității în grămadă maxime	8
3.2.1. Considerații preliminare	8
3.2.2. Stabilirea legii de legătură între volumul de goluri și spa caracteristică	10
3.2.3. Principiile programării dinamice utilizate la alctuirea modelului matematic	16
3.2.4. Deducerea ecuației fundamentale de recurență pentru problema amestecurilor granulare	17
3.3. Studiul experimental pentru modelul densității în grămadă maxime	22
3.3.1. Etapa I	22
3.3.2. Etapa II	27
3.4. Rezolvarea modelului matematic prin programare dinamică	35
3.4.1. Expliciterarea unor termeni din expresia func- ției obiectiv	35
3.4.2. Metoda de rezolvare a funcției obiectiv supusă restricțiilor și etapele de optimizare	37
3.4.2.1. Considerații preliminare privind volumul de calcul	37
3.4.2.2. Expunerea metodei	38
3.4.3. Aspecte de calcul în cazul când agregatele la dispoziție conțin levigabile	42
3.4.4. Exemple de calcul	43

3.4.4.1. Amestec optim cu 3 sorturi fără părți levigabile	43
3.4.4.2. Amestec optim cu 4 sorturi având părți levigabile	47
3.4.5. Recomandări privind convergența procesului de optimizare	53
3.5. Concluzii	54
3.6. Domenii posibile de utilizare pentru modelul ma- tematic al densității în granada maximă	56
Cap.4. MODEL MATEMATIC FIZICO-STRUCTURAL AL REZISTENȚEI BETONULUI DE CIMENT	57
4.1. Problematika aspectului fizico-structural în abor- darea studiului rezistenței betonului	57
4.2. Fundamentarea teoretică a modelului fizico-struc- tural	59
4.2.1. Aspecte reologice ale sistemelor coloide structurate	59
4.2.2. Ipoteze de bază	63
4.2.3. Factorul ψ	64
4.2.4. Factorul G	71
4.2.4.1. Volumul de gel și porozitatea	71
4.2.4.2. Raportul apă-ciment al pastei de ciment ..	77
4.2.5. Programul experimental	84
4.2.6. Prelucrarea statistică a rezultatelor pentru obținerea ecuațiilor de regresie $R_b = f(S)$	89
4.2.7. Verificarea semnificației estimărilor obținu- te prin ecuațiile de regresie	93
4.3. Concluzii	98
Cap.5. PROPUȘEREA DE METODA NOUA PENTRU STABILIREA COMPOZI- ȚII BETONULUI	102
5.1. Analiza unor metode existente pentru stabilirea compoziției betonului	102
5.2. Fundamentarea teoretică a metodei propuse	109
5.3. Detalii de realizare a diagramelor	124
5.3.1. Detalierea funcției $T_a = f(S)$ pentru diverse rapoarte P/N și a suprafeței SAZ aferente	124
5.3.2. Construirea abacelor pentru variația funcției $\delta_{\min} = f(C)$ la diverse rapoarte P/N și luera- bilități T_a	128

5.4. Exemple de calcul și analiza rezultatelor	128
5.5. Concluzii	139
Cap.6. CONCLUZII FINALE SI CONTRIBUTII	141
BIBLIOGRAFIE	145
ANEXE	155
CUPRINS	187