MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI

INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA

FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

ING. CHIVU MIRCEA

STUDIUL SI CALCULUL ANALITIC AL CARACTERISTICILOR INSTRUMENTULUI MAGNETOELECTRIC CU MAGNET MOBIL

TEZA DE DOCTORAT

CONDUCATOR STIINTIFIC
PROF.DR.ING.POP EUGEN

TIMISOARA - 1985

C U P R I N S

Pag.

Pag.

Pag.

INTRODUCERE

Dezvoltarea şi diversificarea producţiei de instrumente electrice de măsurat cu performanţe superioare, concomitent cu reducerea importului în acest sector, implică un studiu amănunţit al acestora în vederea proiectării lor.

Caracteristicile instrumentelor electrice de măsurat sînt pronunţat dependente de configuraţia cîmpului magnetic propriu. Ca atare una dintre cele mai importante probleme referitoare la instrumentele electrice de măsurat o reprezintă calculul distribuţiilor reale de cîmp magnetic din interiorul lor. Dificultăţile ce apar la calculul cîmpului magnetic din instrumentele electrice de măsurat se datoresc complexităţii configuraţiei geometrice a circuitelor magnetice şi prezenţei unor medii feromagnetice cu proprietăţi magnetice diferite.

Pentru calculul cîmpurilor magnetice în condiţiile de mai sus se utilizează tot mai mult metodele numerice de calcul, folosirea lor fiind facilitată de accesul la tehnica modernă de calcul.

Metodele numerice iterative de calcul al cîmpului magnetic s-au dezvoltat în direcţia generalizării lor, a creşterii vitezei de convergenţă a procesului de calcul şi a realizării unor programe de calcul cît mai economice.

In literatura de specialitate instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil este tratat în mod succint, existînd relaţii de calcul al cuplului activ şi a altor caracteristici ale acestuia determinate în baza unor simplificări printre care cea mai importantă este considerarea unui cîmp magnetic perfect uniform în interiorul său.

Intrucît cîmpul magnetic din instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil este neuniform, relaţiile cunoscute în literatură pentru calculul cuplului activ şi al altor caracteristici /21, 25, 60, 61, 71, 76/ permit doar determinarea orientativă a acestor mărimi.

Instrumentele magnetoelectrice cu magnet mobil sînt caracterizate prin capacitate de suprasarcină ridicată, mare robustețe mecanică, volum și masă reduse.

De aceea sînt utilizate ca aparate de bord în navigație și în aparatura medicală.

In țara noastră în cincinalul 1981-1985 s-a dezvoltat masiv producția de nave și de avioane care utilizează ca aparate de bord instrumentele magnetoelectrice cu magnet mobil. Aceste instrumente urmează să fie produse în mari cantități de către Intreprinderea de aparate electrice de măsurat din Timișoara. In anul 1983 s-a încheiat contractul de cercetare științifică nr.159/1983 "Cercetări privind studierea și proiectarea aparatelor magnetoelectrice cu magnet mobil" între catedra de Electronică aplicată din cadrul Institutului politehnic "Traian Vuia" Timișoara și I.A.E.M. Timișoara.

Avînd în vedere aceste perspective de dezvoltare a producției românești de instrumente magnetoelectrice cu magnet mobil, preocupările autorului s-au orientat în direcția calculului caracteristicilor acestui instrument ținînd seama de distribuția reală a cîmpului magnetic.

Prezenta teză de doctorat cuprinde cercetările autorului în direcția perfecționării metodelor de calcul al caracteristicilor instrumentelor magnetoelectrice cu magnet mobil, ea rezultînd din integrarea cercetării cu producția.

Teza de doctorat cuprinde o introducere și șase capitole.

In capitolul 1 al tezei autorul prezintă o metodă iterativă cu diferențe finite în coordonate polare de calcul al cîmpului magnetic.

Soluționarea problemelor de cîmp pretinde rezolvarea unor ecuații diferențiale neliniare cu derivate parțiale /18, 19, 51, 52, 68, 84/.

In cadrul metodei iterative cu diferențe finite în coordonate polare tratată în capitolul 1 al tezei de doctorat, ecuațiile diferențiale sînt substituite cu ecuații cu diferențe finite. Acestea sînt rezolvate printr-un procedeu de iterare special, evitîndu-se pierderile de informație cauzate de algebrizare.

Metoda iterativă cu diferențe finite rezolvă problema de cîmp în raport cu valorile componentelor H_ρ, H_θ, B_ρ și B_θ ale vectorilor $\bar{H}$ și $\bar{B}$ în nodurile rețelei de discretizare în coordonate polare extinsă pe domeniul de calcul D al cîmpului magnetic.

Metoda este indicată în cazul unor domenii de calcul de formă circulară, existînd posibilitatea evitării deformării frontierelor prin discretizare. Cu relaţiile determinate în cadrul metodei, autorul alcătuieşte un algoritm de calcul al cîmpului magnetic.

Capitolul 2 al tezei de doctorat cuprinde aplicarea metodei iterative în coordonate polare de calcul al cîmpului magnetic prezentată în capitolul 1 la determinarea cîmpului magnetic din instrumente magnetoelectrice cu magnet mobil. Reţeaua de discretizare în coordonate polare este extinsă pe secţiuni transversale ale instrumentelor ce cuprind magnetul permanent mobil, spaţiul dintre magnetul mobil şi ecranul feromagnetic, în care sînt plasate bobinele instrumentului, respectiv ecranul feromagnetic. Programele de calcul scrise în baza algoritmului de calcul descris în capitolul 1 oferă valorile componentelor vectorilor $\bar{H}$ şi $\bar{B}$ în toate nodurile reţelei de discretizare polare pentru multiple situaţii de calcul. Sînt scoase în evidenţă influenţa permeabilităţii magnetice a ecranului feromagnetic, permeabilităţii magnetice a magnetului permanent, a grosimii şi a formei ecranului asupra cîmpului magnetic.

.Cîmpul magnetic este calculat pentru mai multe poziţii relative ale bobinelor instrumentului. Prin urmare rezultă pentru fiecare caz tratat distribuţii de cîmp magnetic distincte, ce vor fi utilizate fiecare la determinarea caracteristicilor instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil.

Capitolele 1 şi 2 ale tezei de doctorat rezolvă complet problema cîmpului magnetic al acestui instrument. Sînt în totalitate concepute de autor.

In capitolul 3 al tezei este tratată metoda de determinare experimentală a momentului magnetic al magnetului permanent mobil.

Autorul s-a orientat în acest sens, spre metoda magnetometrică de măsurare a momentului magnetic, combinînd metoda cunoscută în literatură /25, 32, 38, 42, 43, 55, 71, 79, 82/ cu un etalon de cîmp magnetic. Astfel se pot determina cîmpurile magnetice perturbatoare, printre care componenta orizontală a cîmpului magnetic terestru la locul determinării, şi odată acestea cunoscute intră în relaţiile de calcul al momentului magnetic.

Momentul magnetic se măsoară în general prin determinarea intensităţii cîmpului magnetic produs de acesta la o distanţă oarecare, prin intermediul unor relații de dependență /42, 43, 79, 82/, sau utilizînd momentmetre /82/ care trebuiesc în prealabil calibrate cu momente magnetice etalon.

In primul caz distanța dintre magnet și elementul sensibil al cîmpului magnetic produs trebuie să fie suficient de mare, astfel încît relațiile de dependență dintre momentul magnetic și intensitatea cîmpului magnetic să fie valabile, dar nu oricît de mare deoarece în acest caz cîmpurile produse ar fi prea mici.

Sistemul de măsurare a intensității cîmpului magnetic nu trebuie să falsifice valorile momentului magnetic calculat.

Autorul demonstrează în capitolul 3 că magnetul magnetometrului, cu toate că modifică cele două cîmpuri magnetice ce interacționează, nu va afecta valoarea reală a momentului magnetic care se măsoară.

In al doilea caz etalonarea momentmetrelor trebuie realizată cu momente magnetice produse de magneți permanenți care să aibă forme geometrice identice cu ale magneților de cercetat.

Aceste considerente au condus la determinarea momentului magnetic cu o metodă magnetometrică în combinație cu un etalon de cîmp magnetic.

Capitolul 4 al tezei de doctorat tratează problema cuplului activ ce apare la instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil.

Componentele vectorilor $\bar{H}$ și $\bar{B}$ rezultă din capitolul 2 în toate nodurile rețelei de discretizare din domeniul de calcul al cîmpului magnetic, deci inclusiv în nodurile rețelei de discretizare ce se suprapune peste suprafața magnetului permanent.

La calculul cuplului activ autorul determină relația de calcul a unui cuplu activ elementar corespunzător unui element al rețelei de discretizare iar prin însumarea algebrică a tuturor cuplurilor corespunzătoare elementelor rețelei de discretizare ce cuprinde suprafața magnetului permanent rezultă cuplul activ total.

Pentru calculul cuplului activ total s-a scris un program de calcul în baza unui algoritm de calcul conceput de autor.

Relațiile de calcul al cuplului activ stabilite în capitolul 4 al tezei sînt determinate de autor.

In capitolul 5 al tezei de doctorat autorul determină relații de calcul pentru unele caracteristici importante ale instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil. Astfel pot fi determinate unghiul de deviație permanentă, caracteristica statică de transfer, cuplul stabilizator specific, factorul de calitate și sensibilitatea instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil.

In capitolul 6 al tezei sînt prezentate rezultatele experimentale obținute de autor pe baza metodelor de calcul dezvoltate în capitolele 1 - 5.

Sînt date rezultatele măsurate ale momentului magnetic al magnetului permanent.

Este tratată o metodă experimentală de determinare a permeabilității magnetice relative a materialului magnetului permanent.

De asemenea sînt date caracteristicile instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil obținute de autor cu relațiile de calcul stabilite în capitolele 4 și 5, atît pentru instrumente fabricate la I.A.E.M. Timișoara, cît și pentru instrumente cu configurații ale circuitelor magnetice propuse de autor. Caracteristicile calculate pentru instrumente deja fabricate sînt comparate cu caracteristicile determinate experimental rezultînd o bună concordanță între acestea.

Pentru soluțiile propuse în teză au rezultat caracteristici îmbunătățite în raport cu cele ale instrumentelor fabricate, ceea ce în viitor conduce la realizarea unor instrumente magnetoelectrice cu magnet mobil cu caracteristici superioare.

Partea finală a tezei este rezervată concluziilor și contribuțiilor autorului.

CAPITOLUL 1

CALCULUL CIMPULUI MAGNETIC STATIONAR CU O METODA ITERATIVA CU DIFERENTE FINITE IN COORDONATE POLARE

1.1. Introducere

Calculul şi proiectarea aparatelor electrice de măsurat pretind cunoaşterea cît mai exactă a repartiţiei spaţiale a cîmpului magnetic cvasistaţionar din ele.

Metodele numerice de calcul al cîmpului magnetic cunosc astăzi o tot mai largă utilizare facilitată de accesul la tehnica de calcul modernă. Cele mai uzuale metode numerice de calcul sînt metoda diferenţelor finite şi metoda elementelor finite. Aceste metode permit determinarea valorilor componentelor vectorilor intensităţii cîmpului magnetic $\overline{H}$ şi inducţiei magnetice $\overline{B}$, în cadrul unui sistem oarecare de coordonate, într-un număr suficient de mare, dar finit, de puncte ale unui domeniu D de calcul al cîmpului magnetic.

Soluţionarea unei probleme de cîmp magnetic pretinde rezolvarea unor ecuaţii diferenţiale cu derivate parţiale. Particularitatea tratării uzuale pe baza metodei diferenţelor finite şi pe baza metodei elementelor finite, concretizată prin algebrizarea nemijlocită a problemei, constă în aceea că chiar o rezolvare exactă a sistemului de ecuaţii algebrice nu permite obţinerea unei soluţii exacte a problemei de cîmp, întrucît sistemul de ecuaţii algebrice nu conţine aceeaşi informaţie ca şi sistemul iniţial de ecuaţii diferenţiale /40/. Pierderile de informaţie pot fi evitate în cazul rezolvării prin procedee iterative speciale a problemei de cîmp /27, 40, 46/.

Pe de altă parte, în cazul unor domenii de calcul cu număr relativ mic de puncte, metoda diferenţelor finite prezintă în comparaţie cu metoda elementelor finite unele avantaje privind cantitatea de date iniţiale ce trebuie preparate şi furnizate calculatorului precum şi legate de volumul resurselor calculatorului (memorie, periferice, timp) utilizat /16, 28/.

In cadrul acestui capitol se prezintă o metodă iterativă cu diferenţe finite în coordonate polare originală de calcul al cîmpului magnetic staţionar, care prezintă următoarele avantaje faţă de metoda diferenţelor finite în coordonate rectangulare:

- utilizarea eficientă şi economică pe domenii de calcul D cu configuraţii geometrice ce acceptă simetrii;
- evitarea deformării prin discretizare a frontierei domeniului D şi a frontierelor subdomeniilor din domeniul D cu proprietăţi de material diferite, în cazul unor frontiere cu formă de cerc;
- posibilitatea alegerii unor paşi neegali după cele două coordonate ale sistemului de coordonate polare;
- posibilitatea scăderii numărului de puncte de calcul din domeniul D, la aceeaşi precizie impusă a rezultatelor.

Aceste avantaje permit creşterea preciziei de calcul al soluţiei problemei de cîmp, scăderea volumului memoriei centrale utilizate şi reducerea timpului de calcul consumat de calculator.

In cadrul fundamentării matematice a metodei iterative cu diferenţe finite se demonstrează procedura de substituire a ecuaţiilor diferenţiale cu derivate parţiale cu ecuaţii cu diferenţe finite şi se stabilesc condiţiile de convergenţă a metodei.

Autorul concepe de asemenea, pentru metodă un algoritm de calcul simplu cu aplicabilitate generală.

1.2. Metodă iterativă cu diferenţe finite în coordonate polare

1.2.1. Formularea problemei de cîmp

Se consideră în spaţiul plan un domeniu D marginit de un contur închis Γ . Mediul din interiorul domeniului este parţial sau în totalitate neliniar, izotrop, neomogen, fără magnetizaţie permanentă şi cu magnetizare reversibilă. In fiecare punct al domeniului D sînt date:

- vectorul $\bar{J}_c$ care caracterizează repartiţia curenţilor de conducţie, perpendicular pe suprafaţa domeniului D şi satisfăcînd ecuaţia:

$$\operatorname{div} \bar{J}_c = 0 ; \tag{1.1}$$

- funcţia:

$$\bar{B} = \mu \bar{H} , \tag{1.2}$$

ce caracterizează proprietăţile magnetice ale mediului domeniului D, în care μ este permeabilitatea magnetică a mediului;

- forma diferenţială a legii circuitului magnetic:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J}_c ; \tag{1.3}$$

- forma diferenţială a legii fluxului magnetic:

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0 . \tag{1.4}$$

Conform teoremelor de unicitate din /27, 34, 51, 80/, cîmpul magnetic staţionar din interiorul domeniului D este univoc determinat dacă, pe lîngă repartiţia densităţii curentului de conducţie în interiorul domeniului D, mai este dată pe conturul Γ , ce închide domeniul D, fie componenta normală B_n, a inducţiei magnetice $\bar{B}$, fie componenta tangenţială H_t, a intensităţii cîmpului magnetic $\bar{H}$.

Domeniul de calcul D se poate alege astfel încît în exteriorul lui să se poată considera cu suficientă precizie că mărimile $\bar{H}$ şi $\bar{B}$ sînt nule. In consecinţă pe frontiera Γ a domeniului D este satisfăcută condiţia:

$$B_n = 0 . \tag{1.5}$$

Cînd configuraţia geometrică a sistemului magnetic şi repartiţia curenţilor de conducţie admit simetrie în interiorul domeniului D, se poate calcula cîmpul magnetic pe o zonă limitată din domeniul D.

De-a lungul frontierei care se alege astfel încît să coincidă cu o axă sau cu axele de simetrie se impune condiția:

$$H_t = 0 \ . \tag{1.6}$$

Rezolvarea problemei de cîmp înseamnă determinarea în fiecare punct al domeniului D a vectorilor $\bar{H}$ și $\bar{B}$ care satisfac ecuațiile (1.2 - 1.4), iar în punctele aflate pe frontiera domeniului de calcul și condiția (1.5) sau (1.6).

1.2.2. Substituirea ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale cu ecuații cu diferențe finite

Domeniul de calcul D al cîmpului magnetic se alege astfel încît toate sursele de tensiune magnetomotoare să se afle în interiorul său. Cîmpul magnetic din domeniul D produs de curenții de conducție aflați în interiorul domeniului D este descris în acest caz de sistemul de ecuații (1.2 - 1.4), la care se adaugă pe frontiera Γ condițiile (1.5, 1.6).

In vederea înlocuirii ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale (1.3, 1.4) cu ecuații cu diferențe finite se construiește în domeniul D o rețea de discretizare în coordonate polare (fig.

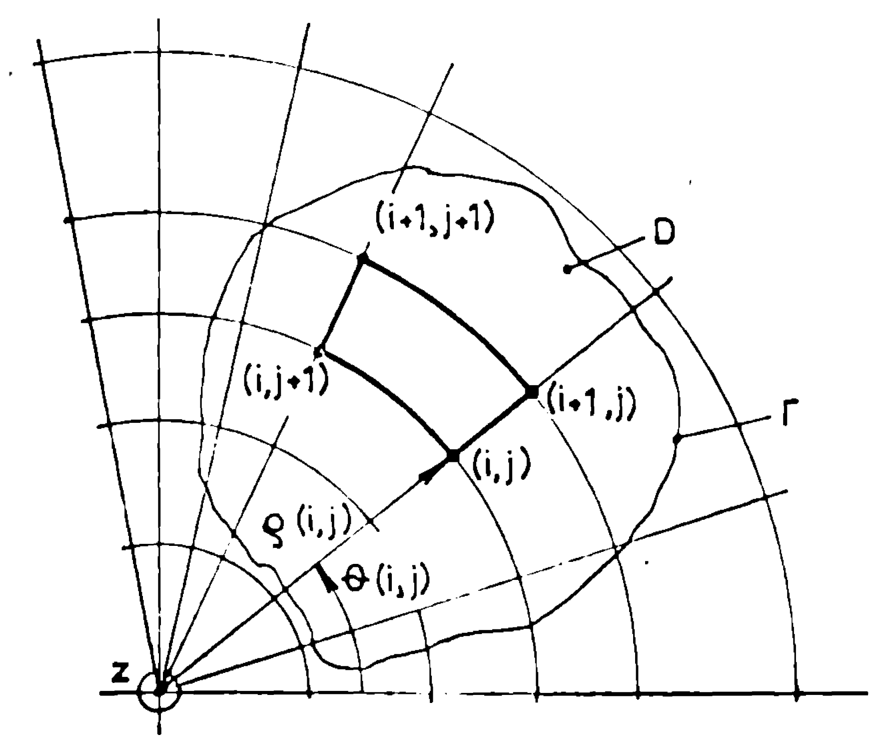


Fig.1.1.

1.1). S-a evidenţiat în cadrul reţelei un element arbitrar; cu (i,j), (i+1,j), (i,j+1) şi (i+1, j+1) s-au notat nodurile reţelei care reprezintă puncte de colţ ale elementului evidenţiat. Elementul evidenţiat va fi identificat în continuare prin nodul (i,j). Mărimile care se referă la element vor fi raportate la nodul de identificare, literele i şi j înlocuindu-se cu literele I şi J.

In cadrul metodei se presupune că valorile componentelor lui $\bar{H}$ şi $\bar{B}$ variază liniar de-a lungul laturilor unui element. Forma integrală a legii circuitului magnetic scrisă pentru elementul din fig.1.2.a este /18, 25, 27, 29, 39/:

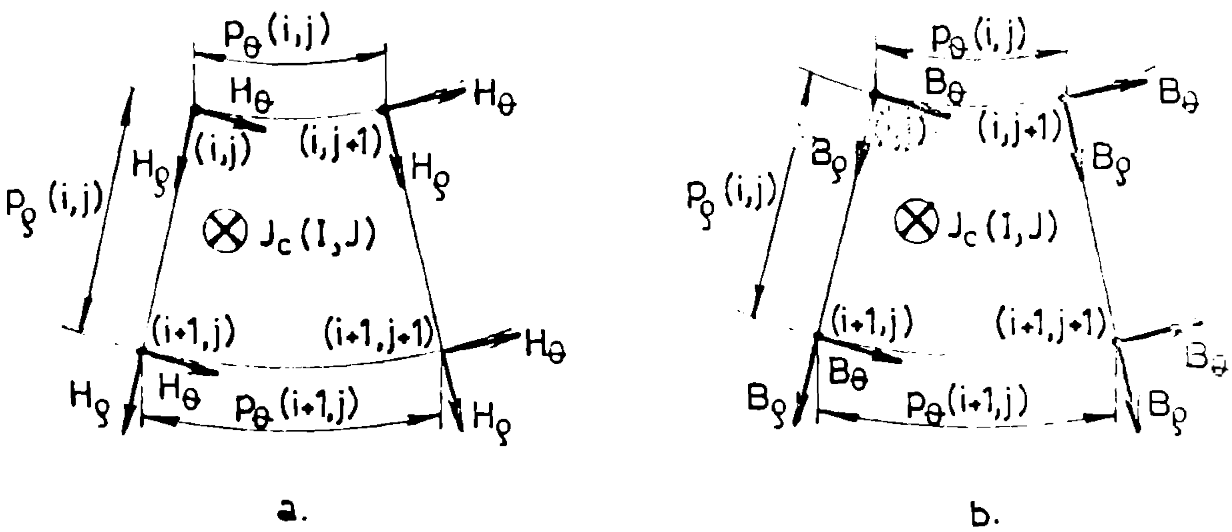


Fig.1.2.

$$\frac{1}{2}\, p_\theta(i,j)\left[H_\theta(i,j)+H_\theta(i,j+1)\right] + \frac{1}{2}\, p_\rho(i,j)\left[H_\rho(i,j+1) + \right.$$
$$\left. +H_\rho(i+1,j+1)\right] + \frac{1}{2}\, p_\theta(i+1,j)\left[-H_\theta(i+1,j)-H_\theta(i+1,j+1)\right] +$$
$$+ \frac{1}{2}\, p_\rho(i,j)\left[-H_\rho(i,j)-H_\rho(i+1,j)\right] = J_c(I,J)A(I,J). \qquad (1.7)$$

In relaţia (1.7) $J_c(I,J)$ este densitatea curentului de conducţie perpendicular pe suprafaţa elementului evidenţiat şi uniform distribuit pe aria A(I,J) a lui. Forma integrală a legii fluxului magnetic scrisă pentru suprafaţa inchisă a unui corp care are drept baze plan paralele elementul din fig.1.2.b şi înălţimea oarecare se reduce în cazul unui cîmp plan paralel situat în planul bazelor, la integrala pe suprafaţa laterală a acestui corp şi este /18, 27, 29, 33, 51/:

$$\frac{1}{2}\, p_\theta(i,j)\left[B_\varrho(i,j)+B_\varrho(i,j+1)\right] + \frac{1}{2}\, p_\varrho(i,j)\left[-B_\theta(i,j+1) -\right.$$
$$\left.-B_\theta(i+1,j+1)\right] + \frac{1}{2}\, p_\theta(i+1,j)\left[-B_\varrho(i+1,j)-B_\varrho(i+1,j+1)\right] +$$
$$+ \frac{1}{2}\, p_\varrho(i,j)\left[B_\theta(i,j)+B_\theta(i+1,j)\right] = o \;. \qquad (1.8)$$

Pentru pași $p_\varrho(i,j)$, $p_\theta(i,j)$ și $p_\theta(i+1,j)$ ai rețelei de discretizare suficient de mici, finiți, relațiile (1.7, 1.8) sînt aproximativ echivalente cu relațiile (1.3, 1.4). Aproximarea este cu atît mai bună cu cît acești pași sînt mai mici.

Se introduc notațiile:

$$E_H(I,J)=p_\varrho(i,j)\left[-H_\varrho(i,j)-H_\varrho(i+1,j)+H_\varrho(i,j+1)+H_\varrho(i+1,j+1)\right] +$$
$$+p_\theta(i,j)\left[H_\theta(i,j)+H_\theta(i,j+1)\right] +p_\theta(i+1,j)\left[-H_\theta(i+1,j) -\right.$$
$$\left.-H_\theta(i+1,j+1)\right] -2J_c(I,J)A(I,J) \;, \qquad (1.9)$$

$$E_B(I,J)=p_\theta(i,j)\left[B_\varrho(i,j)+B_\varrho(i,j+1)\right] +p_\theta(i+1,j)\left[-B_\varrho(i+1,j) -\right.$$
$$\left.-B_\varrho(i+1,j+1)\right] +p_\varrho(i,j)\left[B_\theta(i,j)+B_\theta(i+1,j)-B_\theta(i,j+1) -\right.$$
$$\left.-B_\theta(i+1,j+1)\right] \;, \qquad (1.10)$$

mărimile $E_H(I,J)$ și $E_B(I,J)$ avînd semnificația unor erori.

Ecuațiile (1.7, 1.8) sînt satisfăcute dacă:

$$E_H(I,J) = o \;, \qquad (1.11)$$

$$E_B(I,J) = o \;. \qquad (1.12)$$

Calculul cîmpului magnetic se reduce la rezolvarea unui sistem de ecuații care conține:

- ecuațiile cu diferențe finite liniare de forma (1.11, 1.12) pentru fiecare element;
- ecuațiile neliniare în cazul general care provin din funcția (1.2) scrisă scalar:

$$\left.\begin{aligned} B_\varrho &= \mu H_\varrho \\ B_\theta &= \mu H_\theta \end{aligned}\right\} \;, \qquad (1.13)$$

pentru fiecare nod;

- ecuațiile liniare de forma (1.5) sau (1.6) pentru fiecare nod de frontieră.

Necunoscutele în cadrul sistemului de ecuații sînt valorile componentelor H_ϱ, H_θ, B_ϱ și B_θ în fiecare nod al rețelei de discretizare din domeniul de calcul D al cîmpului magnetic.

1.2.3. Considerarea proprietăţilor magnetice

Proprietăţile magnetice ale mediilor care fac parte din domeniul D de calcul intervin în ecuaţiile (1.13).

In nodurile plasate în mediu liniar, de permeabilitate μ_l:

$$\left.\begin{aligned} B_\rho &= \mu_l H_\rho \\ B_\theta &= \mu_l H_\theta \end{aligned}\right\} . \qquad (1.14)$$

In nodurile plasate în mediu neliniar trebuie aproximată dependenţa B=f(H) printr-o expresie analitică corespunzătoare /6, 23, 27, 45/, care să permită calculul funcţiilor $\mu(H)$, $\frac{1}{\mu}(B)$, $\frac{\partial\mu}{\partial H}(H)$, $\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(B)$, ce se vor utiliza în continuare în cadrul metodei. Funcţiile de mai sus se vor evalua, folosind valorile lui H şi B calculate în fiecare nod plasat în mediu neliniar cu relaţiile:

$$H = \sqrt{H_\rho^2 + H_\theta^2} , \qquad (1.15)$$

$$B = \sqrt{B_\rho^2 + B_\theta^2} . \qquad (1.16)$$

1.2.4. Rezolvarea iterativă a sistemului de ecuaţii cu diferenţe finite

Pentru rezolvarea sistemului de ecuaţii (1.11 - 1.13) şi (1.5) sau (1.6) se utilizează procedeul iterativ descris mai jos şi aplicat în /7, 27, 29/ pentru reţele de discretizare de alte tipuri.

In fiecare nod se dau valorile iniţiale ale necunoscutelor H_ρ, H_θ, B_ρ şi B_θ; acestea pot fi valori arbitrare care satisfac ecuaţiile (1.13) şi (1.5) sau (1.6). Necunoscutele se iterează pe întreg domeniul de calcul D, conform unor relaţii speciale, în cadrul fiecărei iteraţii parcurgîndu-se două etape. Fie H'_ρ, H'_θ, B'_ρ şi B'_θ valorile necunoscutelor la începutul unei etape şi H''_ρ, H''_θ, B''_ρ şi B''_θ valorile necunoscutelor la sfîrşitul etapei respective. In cadrul fiecărei iterații se parcurg în mod succesiv următorii pași:

I. Etapa 1 de iterare în raport cu E_H:

1. Se determină eroarea $E_H(I,J)$ cu relația:

$$E_H(I,J)=p_\rho(i,j)\left[-H'_\rho(i,j)-H'_\rho(i+1,j)+H'_\rho(i,j+1)+H'_\rho(i+1,j+1)\right]+ +p_\theta(i,j)\left[H'_\theta(i,j)+H'_\theta(i,j+1)\right]+p_\theta(i+1,j)\left[-H'_\theta(i+1,j)- -H'_\theta(i+1,j+1)\right]-2J_c(I,J)A(I,J) \; . \qquad (1.17)$$

2. Se calculează corecțiile care se vor aplica valorilor inițiale B'_ρ și B'_θ în cadrul etapei 1:

$$\left.\begin{aligned} \Delta B_\rho(i,j) &= \frac{p_\rho(i,j)}{P(I,J)}\,\Delta B(I,J) \\ \Delta B_\theta(i,j) &= \frac{p_\theta(i,j)}{P(I,J)}\,\Delta B(I,J) \\ \Delta B_\theta(i+1,j) &= \frac{p_\theta(i+1,j)}{P(I,J)}\,\Delta B(I,J) \end{aligned}\right\} , \qquad (1.18)$$

unde:

$$P(I,J) = \sqrt[4]{p_\rho^2(i,j)\cdot p_\theta(i,j)\; p_\theta(i+1,j)} \qquad (1.19)$$

și

$$\Delta B(I,J) = \frac{E_H(I,J)}{R_H(I,J)} \; . \qquad (1.2o)$$

Calculul mărimii $R_H(I,J)$ va fi tratat în paragraful 1.2.6.

3. Se calculează valorile necunoscutelor B''_ρ și B''_θ din nodurile ce constituie puncte de colț ale elementului asupra căruia se face iterarea, cu relațiile:

$$\left.\begin{aligned} B''_\rho(i,j) &= B'_\rho(i,j)+\Delta B_\rho(i,j) \\ B''_\rho(i+1,j) &= B'_\rho(i+1,j)+\Delta B_\rho(i,j) \\ B''_\rho(i,j+1) &= B'_\rho(i,j+1)-\Delta B_\rho(i,j) \\ B''_\rho(i+1,j+1) &= B'_\rho(i+1,j+1)-\Delta B_\rho(i,j) \\ B''_\theta(i,j) &= B'_\theta(i,j)-\Delta B_\theta(i,j) \\ B''_\theta(i,j+1) &= B'_\theta(i,j+1)-\Delta B_\theta(i,j) \end{aligned}\right\} . \qquad (1.21)$$

$$\left.\begin{aligned} B''_\theta(i+1,j) &= B'_\theta(i+1,j)+\Delta B_\theta(i+1,j) \\ B''_\theta(i+1,j+1) &= B'_\theta(i+1,j+1)+\Delta B_\theta(i+1,j) \end{aligned}\right\} .$$

4. Se calculează valorile necunoscutelor H''_ρ şi H''_θ în aceleaşi noduri ca la punctul precedent. Pentru noduri plasate în mediu liniar:

$$\left.\begin{aligned} H''_\rho &= \frac{B''_\rho}{\mu_l} \\ H''_\theta &= \frac{B''_\theta}{\mu_l} \end{aligned}\right\} , \tag{1.22}$$

iar pentru noduri plasate în mediu neliniar:

$$\left.\begin{aligned} H''_\rho &= B''_\rho \frac{1}{\mu}(B'') \\ H''_\theta &= B''_\theta \frac{1}{\mu}(B'') \end{aligned}\right\} . \tag{1.23}$$

II. Etapa 2 de iterare în raport cu E_B:

1. Se determină eroarea $E_B(I,J)$ cu relaţia:

$$E_B(I,J)=p_\theta(i,j)\left[B'_\rho(i,j)+B'_\rho(i,j+1)\right]+p_\theta(i+1,j)\left[-B'_\rho(i+1,j)-\right.$$
$$\left.-B'_\rho(i+1,j+1)\right]+p_\rho(i,j)\left[B'_\theta(i,j)+B'_\theta(i+1,j)-B'_\theta(i,j+1)-\right.$$
$$\left.-B'_\theta(i+1,j+1)\right] . \tag{1.24}$$

2. Se calculeată corecţiile care se vor aplica valorilor iniţiale H'_ρ şi H'_θ în cadrul etapei 2:

$$\left.\begin{aligned} \Delta H_\rho(i,j) &= \frac{p_\theta(i,j)}{P(I,J)}\,\Delta H(I,J) \\ \Delta H_\rho(i+1,j) &= \frac{p_\theta(i+1,j)}{P(I,J)}\,\Delta H(I,J) \\ \Delta H_\theta(i,j) &= \frac{p_\rho(i,j)}{P(I,J)}\,\Delta H(I,J) \end{aligned}\right\} , \tag{1.25}$$

unde $P(I,J)$ este dat de relaţia (1.19), iar:

$$\Delta H(I,J) = \frac{E_B(I,J)}{R_B(I,J)} . \tag{1.26}$$

Calculul mărimii $R_B(I,J)$ va fi de asemenea tratat în paragraful 1.2.6.

3. Se calculează valorile necunoscutelor H''_ϱ şi H''_θ din nodurile ce constituie puncte de colţ ale elementului asupra căruia se face iterarea, cu relaţiile:

$$\left.\begin{aligned}
H''_\varrho(i,j) &= H'_\varrho(i,j)-\Delta H_\varrho(i,j)\\
H''_\varrho(i,j+1) &= H'_\varrho(i,j+1)-\Delta H_\varrho(i,j)\\
H''_\varrho(i+1,j) &= H'_\varrho(i+1,j)+\Delta H_\varrho(i+1,j)\\
H''_\varrho(i+1,j+1) &= H'_\varrho(i+1,j+1)+\Delta H_\varrho(i+1,j)\\
H''_\theta(i,j) &= H'_\theta(i,j)-\Delta H_\theta(i,j)\\
H''_\theta(i+1,j) &= H'_\theta(i+1,j)-\Delta H_\theta(i,j)\\
H''_\theta(i,j+1) &= H'_\theta(i,j+1)+\Delta H_\theta(i,j)\\
H''_\theta(i+1,j+1) &= H'_\theta(i+1,j+1)+\Delta H_\theta(i,j)
\end{aligned}\right\} . \qquad (1.27)$$

4. Se calculează valorile necunoscutelor B''_ϱ şi B''_θ în aceleaşi noduri ca la punctul precedent. Pentru noduri plasate în mediu liniar:

$$\left.\begin{aligned}
B''_\varrho &= \mu_\ell H''_\varrho\\
B''_\theta &= \mu_\ell H''_\theta
\end{aligned}\right\}, \qquad (1.28)$$

iar pentru noduri plasate în mediu neliniar:

$$\left.\begin{aligned}
B''_\varrho &= H''_\varrho \cdot \mu(H'')\\
B''_\theta &= H''_\theta \cdot \mu(H'')
\end{aligned}\right\} . \qquad (1.29)$$

Iterarea conform relaţiilor (1.17 - 1.29) se efectuează pentru toate elementele reţelei. Pentru elementele care au puncte de colţ pe frontiera Γ, după aplicarea relaţiilor (1.21), componentele lui $\bar{B}$ care conform condiţiei (1.5) trebuie să fie nule, se anulează. De asemenea pentru elementele care au puncte de colţ pe frontiera Γ, după aplicarea relaţiilor (1.27), componentele lui $\bar{H}$, care conform condiţiei (1.6) trebuie să fie nule, se anulează.

Procedeul de calcul pe baza căruia se va concepe algoritmul de calcul este următorul: iterarea se efectuează prin baleierea ordonată a elementelor, reţinîndu-se cele mai mari valori $|E_H(I,J)|$ şi $|E_B(I,J)|$, notate cu E_{Hmax}, respectiv E_{Bmax}, obţinute la o baleiere completă. La sfîrşitul fiecărei iteraţii se verifică dacă:

$$E_{Hmax} < E_{HMAX} \,, \tag{1.30}$$

$$E_{Bmax} < E_{BMAX} \,, \tag{1.31}$$

unde E_{HMAX}, respectiv E_{BMAX} sînt limitele maxime admise pentru E_{Hmax} şi E_{Bmax}. Dacă relaţiile (1.30, 1.31) sînt satisfăcute se consideră procesul iterativ de calcul terminat; în caz contrar se repetă iterarea prin baleierea ordonată a elementelor. Soluţia problemei de cîmp este constituită din mulţimea valorilor componentelor lui $\bar{H}$ şi $\bar{B}$, în toate nodurile, de la sfîrşitul ultimei iteraţii.

1.2.5. Demonstrarea convergenţei metodei

Fie H_ϱ, H_θ, B_ϱ şi B_θ valorile finale ale necunoscutelor, într-un nod oarecare, valori care satisfac sistemul de ecuaţii (1.11 - 1.13) şi (1.5) sau (1.6). Se consideră că într-un moment oarecare al calculului necunoscutele au valorile $H_\varrho+h_\varrho$, $H_\theta+h_\theta$, $B_\varrho+b_\varrho$ şi $B_\theta+b_\theta$, unde h_ϱ, h_θ, b_ϱ şi b_θ sînt erorile ce afectează valorile necunoscutelor în momentul considerat. Aplicînd formula creşterilor finite /2, 59/ şi reţinînd termenii de ordinul întîi, se pot scrie relaţiile:

$$\left.\begin{aligned} h_\varrho &= \frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho} b_\varrho + \frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\theta} b_\theta \\ h_\theta &= \frac{\partial H_\theta}{\partial B_\varrho} b_\varrho + \frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta} b_\theta \end{aligned}\right\} , \tag{1.32}$$

$$\left.\begin{aligned} b_\varrho &= \frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho} h_\varrho + \frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta} h_\theta \\ b_\theta &= \frac{\partial B_\theta}{\partial H_\varrho} h_\varrho + \frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta} h_\theta \end{aligned}\right\} . \tag{1.33}$$

Derivatele parţiale din (1.32, 1.33) se calculează pe baza relaţiilor (1.13) care descriu proprietăţile magnetice ale mediului în nod.

Forma funcţiilor (1.13) corespunzătoare unui mediu neliniar izotrop permite scrierea relaţiilor:

$$\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\theta} = \frac{\partial H_\theta}{\partial B_\varrho} \,, \tag{1.34}$$

$$\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta} = \frac{\partial B_\theta}{\partial H_\varrho} \,, \tag{1.35}$$

în nodurile reţelei aflate în mediu neliniar.

Se calculează o eroare globală referitoare la etapa 1 de iterare în raport cu E_H, pentru elementul identificat prin punctul de colţ (i,j), definită prin relaţia:

$$E_{HG}(I,J) = \sum_{1}^{4} (h_\rho b_\rho + h_\theta b_\theta) , \qquad (1.36)$$

în care suma se efectuează asupra celor patru puncte de colţ ale elementului. Prin urmare, la începutul etapei 1 de iterare se poate scrie:

$$E'_{HG}(I,J) = \sum_{1}^{4} (h'_\rho b'_\rho + h'_\theta b'_\theta) , \qquad (1.37)$$

iar la sfîrşitul etapei 1:

$$E''_{HG}(I,J) = \sum_{1}^{4} (h''_\rho b''_\rho + h''_\theta b''_\theta) .$$

Procesul iterativ corespunzător etapei 1 este convergent pentru:

$$E'_{HG}(I,J) - E''_{HG}(I,J) > 0 . \qquad (1.38)$$

În continuare se stabilesc condiţiile în care relaţia (1.38) este satisfăcută.

Pe baza relaţiilor (1.21) se poate scrie:

$$\left.\begin{aligned}
b''_\rho(i,j) &= b'_\rho(i,j) + \Delta B_\rho(i,j)\\
b''_\rho(i+1,j) &= b'_\rho(i+1,j) + \Delta B_\rho(i,j)\\
b''_\rho(i,j+1) &= b'_\rho(i,j+1) - \Delta B_\rho(i,j)\\
b''_\rho(i+1,j+1) &= b'_\rho(i+1,j+1) - \Delta B_\rho(i,j)\\
b''_\theta(i,j) &= b'_\theta(i,j) - \Delta B_\theta(i,j)\\
b''_\theta(i,j+1) &= b'_\theta(i,j+1) - \Delta B_\theta(i,j)\\
b''_\theta(i+1,j) &= b'_\theta(i+1,j) + \Delta B_\theta(i+1,j)\\
b''_\theta(i+1,j+1) &= b'_\theta(i+1,j+1) + \Delta B_\theta(i+1,j)
\end{aligned}\right\} . \qquad (1.39)$$

De asemenea, pe baza relaţiilor (1.32, 1.39) rezultă:

$$\left.\begin{aligned}
h''_\rho(i,j)&=h'_\rho(i,j)+\Delta B_\rho(i,j)\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\rho}(i,j)-\Delta B_\theta(i,j)\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\theta}(i.j)\\
h''_\rho(i+1,j)&=h'_\rho(i+1,j)+\Delta B_\rho(i,j)\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\rho}(i+1,j)+\Delta B_\theta(i+1,j)\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\theta}(i+1,j)\\
h''_\rho(i,j+1)&=h'_\rho(i,j+1)-\Delta B_\rho(i,j)\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\rho}(i,j+1)-\Delta B_\theta(i,j)\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\theta}(i,j+1)\\
h''_\rho(i+1,j+1)&=h'_\rho(i+1,j+1)-\Delta B_\rho(i,j)\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\rho}(i+1,j+1)+\Delta B_\theta(i+1,j)\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\theta}(i+1,j+1)\\
h''_\theta(i,j)&=h'_\theta(i,j)+\Delta B_\rho(i,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\rho}(i,j)-\Delta B_\theta(i,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i,j)\\
h''_\theta(i,j+1)&=h'_\theta(i,j+1)-\Delta B_\rho(i,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\rho}(i,j+1)-\Delta B_\theta(i,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i,j+1)\\
h''_\theta(i+1,j)&=h'_\theta(i+1,j)+\Delta B_\rho(i,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\rho}(i+1,j)+\Delta B_\theta(i+1,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i+1,j)\\
h''_\theta(i+1,j+1)&=h'_\theta(i+1,j+1)-\Delta B_\rho(i,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\rho}(i+1,j+1)+\Delta B_\theta(i+1,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i+1,j+1)
\end{aligned}\right\}\quad(1.40)$$

Tinînd cont de relațiile (1.18, 1.32, 1.34, 1.39, 1.40) se poate scrie diferența $E'_{HG}-E''_{HG}$ calculată pentru nodul (i,j) sub forma:

$$\begin{aligned}
&E'_{HG}(i,j)-E''_{HG}(i,j)=-2\Delta B_\rho(i,j)h'_\rho(i,j)+2\Delta B_\theta(i,j)h'_\theta(i,j)-\\
&-\Delta B^2_\rho(i,j)\ \frac{\partial H_\rho}{\partial B_\rho}\ (i,j)-\Delta B^2_\theta(i,j)\ \frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}\ (i,j)\ +\\
&+2\Delta B_\rho(i,j)\ \Delta B_\theta(i,j)\ \frac{\partial H_\rho}{\partial B_\theta}\ (i,j)\ .
\end{aligned}\qquad(1.41)$$

In mod similar se deduc pentru celelalte trei noduri relațiile:

$$\begin{aligned}
&E'_{HG}(i+1,j)-E''_{HG}(i+1,j)=-2\Delta B_\rho(i,j)h'_\rho(i+1,j)-\\
&-2\Delta B_\theta(i+1,j)h'_\theta(i+1,j)-\Delta B^2_\rho(i,j)\ \frac{\partial H_\rho}{\partial B_\rho}\ (i+1,j)-\\
&-\Delta B^2_\theta(i+1,j)\ \frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}\ (i+1,j)-2\Delta B_\rho(i,j)\Delta B_\theta(i+1,j)\ .\\
&\cdot\ \frac{\partial H_\rho}{\partial B_\theta}\ (i+1,j)\ ,
\end{aligned}\qquad(1.42)$$

$$E'_{HG}(i,j+1)-E''_{HG}(i,j+1)=2\Delta B_\varrho(i,j)h'_\varrho(i.j+1)+$$
$$+2\Delta B_\theta(i,j)h'_\theta(i,j+1)-\Delta B^2_\varrho(i,j)\ \frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}\ (i,j+1)-$$
$$-\Delta B^2(i,j)\ \frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}\ (i,j+1)-2\Delta B_\varrho(i,j)\Delta B_\theta(i,j)\ \frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\theta}\ (i,j+1), \quad (1.43)$$

$$E'_{HG}(i+1,j+1)-E''_{HG}(i+1,j+1)=2\Delta B_\varrho(i,j)h'_\varrho(i+1,j+1)-$$
$$-2\Delta B_\theta(i+1,j)h'_\theta(i+1,j+1)-\Delta B^2_\varrho(i,j)\ \frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}\ (i+1,j+1)-$$
$$-\Delta B^2_\theta(i+1,j)\ \frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}\ (i+1,j+1)+2\Delta B_\varrho(i,j)\Delta B_\theta(i+1,j)\ \cdot$$
$$\cdot\ \frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\theta}\ (i+1,j+1)\ . \quad (1.44)$$

Avînd în vedere că:

$$E_H(I,J)=p_\varrho(i,j)\left[-h'_\varrho(i,j)-h'_\varrho(i+1,j)+h'_\varrho(i,j+1)+h'_\varrho(i+1,j+1)\right]+$$
$$+p_\theta(i,j)\left[h'_\theta(i,j)+h'_\theta(i,j+1)\right]+p_\theta(i+1,j)\left[-h'_\theta(i+1,j)-\right.$$
$$\left.-h'_\theta(i+1,j+1)\right] \quad (1.45)$$

şi ţinînd cont de relaţia (1.2o), prin însumarea relaţiilor (1.41 - 1.44) rezultă:

$$E'_{HG}(I,J)-E''_{HG}(I,J)=\ \frac{E^2_H(I,J)}{P(I,J)R_H(I,J)}\left[2-\ \frac{T_H(I,J)}{P(I,J)R_H(I,J)}\right], \quad (1.46)$$

unde:

$$T_H(I,J)=T_H(i,j)+T_H(i+1,j)+T_H(i,j+1)+T_H(i+1,j+1) \quad (1.47)$$

şi:

$$\left.\begin{aligned}
&T_H(i,j)=p^2_\varrho(i,j)\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}(i,j)-2p_\varrho(i,j)p_\theta(i,j)\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\theta}(i,j)+\\
&+p^2_\theta(i,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i,j)\\
&T_H(i+1,j)=p^2_\varrho(i,j)\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}(i+1,j)+2p_\varrho(i,j)p_\theta(i+1,j)\cdot\\
&\cdot\ \frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\theta}(i+1,j)+p^2_\theta(i+1,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i+1,j)
\end{aligned}\right\} \quad (1.48)$$

$$T_H(i,j+1)=p_\varrho^2(i,j)\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}(i,j+1)+2p_\varrho(i,j)p_\theta(i,j)\cdot$$

$$\cdot\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\theta}(i,j+1)+p_\theta^2(i,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i,j+1)$$

$$T_H(i+1,j+1)=p_\varrho^2(i,j)\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}(i+1,j+1)-2p_\varrho(i,j)\cdot$$

$$\cdot p_\theta(i+1,j)\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\theta}(i+1,j+1)+p_\theta^2(i+1,j)\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i+1,j+1)$$

Din relația (1.46) rezultă că relația (1.38) este satisfăcută pentru $E_H(I,J)\neq o$, cînd:

$$R_H(I,J) = k\,\frac{T_H(I,J)}{P(I,J)}\,, \tag{1.49}$$

cu $k > o{,}5$ în cazul $R_H(I,J) > o$, sau $k < o{,}5$ în cazul $R_H(I,J) < o$.

Pentru demonstrarea convergenței metodei în etapa 2 de iterare în raport cu E_B, se calculează o eroare globală referitoare la această etapă pentru un element identificat prin punctul de colț (i,j) cu relația:

$$E_{BG}(I,J) = \sum_1^4 (h_\varrho b_\varrho+h_\theta b_\theta)\,. \tag{1.5o}$$

La începutul etapei 2:

$$E'_{BG}(I,J) = \sum_1^4 (h'_\varrho b'_\varrho+h'_\theta b'_\theta)\,, \tag{1.51}$$

iar la sfîrșitul etapei 2:

$$E''_{BG}(I,J) = \sum_1^4 (h''_\varrho b''_\varrho+h''_\theta b''_\theta)\,. \tag{1.52}$$

Procesul iterativ corespunzător etapei 2 este convergent pentru:

$$E'_{BG}(I,J) - E''_{BG}(I,J) > o\,. \tag{1.53}$$

In continuare se stabilesc condițiile în care relația (1.53) este îndeplinită.

Pe baza relațiilor (1.27) se poate scrie:

$$h''_\varrho(i,j)=h'_\varrho(i,j)-\Delta H_\varrho(i,j)$$

$$\left.\begin{aligned}
&h''_\varrho(i,j+1)=h'_\varrho(i,j+1)-\Delta H_\varrho(i,j)\\
&h''_\varrho(i+1,j)=h'_\varrho(i+1,j)+\Delta H_\varrho(i+1,j)\\
&h''_\varrho(i+1,j+1)=h'_\varrho(i+1,j+1)+\Delta H_\varrho(i+1,j)\\
&h''_\theta(i,j)=h'_\theta(i,j)-\Delta H_\theta(i,j)\\
&h''_\theta(i+1,j)=h'_\theta(i+1,j)-\Delta H_\theta(i,j)\\
&h''_\theta(i,j+1)=h'_\theta(i,j+1)+\Delta H_\theta(i,j)\\
&h''_\theta(i+1,j+1)=h'_\theta(i+1,j+1)+\Delta H_\theta(i,j)
\end{aligned}\right\}. \qquad (1.54)$$

De asemenea, pe baza relaţiilor (1.33, 1.54) rezultă:

$$\left.\begin{aligned}
&b''_\varrho(i,j)=b'_\varrho(i,j)-\Delta H_\varrho(i,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}(i,j)-\Delta H_\theta(i,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta}(i,j)\\
&b''_\varrho(i+1,j)=b'_\varrho(i+1,j)+\Delta H_\varrho(i+1,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}(i+1,j)-\Delta H_\theta(i,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta}(i+1,j)\\
&b''_\varrho(i,j+1)=b'_\varrho(i,j+1)-\Delta H_\varrho(i,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}(i,j+1)+\Delta H_\theta(i,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta}(i,j+1)\\
&b''_\varrho(i+1,j+1)=b'_\varrho(i+1,j+1)+\Delta H_\varrho(i+1,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}(i+1,j+1)+\Delta H_\theta(i,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta}(i+1,j+1)\\
&b''_\theta(i,j)=b'_\theta(i,j)-\Delta H_\varrho(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\varrho}(i,j)-\Delta H_\theta(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i,j)\\
&b''_\theta(i+1,j)=b'_\theta(i+1,j)+\Delta H_\varrho(i+1,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\varrho}(i+1,j)-\Delta H_\theta(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i+1,j)\\
&b''_\theta(i,j+1)=b'_\theta(i,j+1)-\Delta H_\varrho(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\varrho}(i,j+1)+\Delta H_\theta(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i,j+1)\\
&b''_\theta(i+1,j+1)=b'_\theta(i+1,j+1)+\Delta H_\varrho(i+1,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\varrho}(i+1,j+1)+\Delta H_\theta(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i+1,j+1)
\end{aligned}\right\}. \qquad (1.55)$$

Ţinînd cont de relaţiile (1.25, 1.33, 1.35, 1.54, 1.55) se poate scrie diferenţa $E'_{BG}-E''_{BG}$ calculată pentru nodul (i,j) sub forma:

$$\begin{aligned}
E'_{BG}(i,j)-E''_{BG}(i,j)&=2\Delta H_\varrho(i,j)b'_\varrho(i,j)+2\Delta H_\theta(i,j)b'_\theta(i,j)-\\
&-\Delta H^2_\varrho(i,j)\ \frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}\ (i,j)-\ \Delta H^2_\theta(i,j)\ \frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}\ (i,j)\ -\\
&-2\Delta H_\varrho(i,j)\ \Delta H_\theta(i,j)\ \frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta}\ (i,j)\ .
\end{aligned} \qquad (1.56)$$

In mod similar se deduc pentru celelalte trei noduri relațiile:

$$E'_{BG}(i+1,j)-E''_{BG}(i+1,j)=-2\Delta H_{\varrho}(i+1,j)b'_{\varrho}(i+1,j)+$$
$$+2\Delta H_{\theta}(i,j)b'_{\theta}(i+1,j)-\Delta H^2_{\varrho}(i+1,j)\,\frac{\partial B_{\varrho}}{\partial H_{\varrho}}(i+1,j)\,-$$
$$-\Delta H^2_{\theta}(i,j)\,\frac{\partial B_{\theta}}{\partial H_{\theta}}(i+1,j)+2\Delta H_{\varrho}(i+1,j)\Delta H_{\theta}(i,j)\,\cdot$$
$$\cdot\,\frac{\partial B_{\varrho}}{\partial H_{\theta}}(i+1,j)\,, \tag{1.57}$$

$$E'_{BG}(i,j+1)-E''_{BG}(i,j+1)=2\Delta H_{\varrho}(i,j)b'_{\varrho}(i,j+1)-$$
$$-2\Delta H_{\theta}(i,j)b'_{\theta}(i,j+1)-\Delta H^2_{\varrho}(i,j)\,\frac{\partial B_{\varrho}}{\partial H_{\varrho}}(i,j+1)-$$
$$-\Delta H^2_{\theta}(i,j)\,\frac{\partial B_{\theta}}{\partial H_{\theta}}(i,j+1)+2\Delta H_{\varrho}(i,j)\Delta H_{\theta}(i,j)\,\cdot$$
$$\cdot\,\frac{\partial B_{\varrho}}{\partial H_{\theta}}(i,j+1)\,, \tag{1.58}$$

$$E'_{BG}(i+1,j+1)-E''_{BG}(i+1,j+1)=-2\Delta H_{\varrho}(i+1,j)b'_{\varrho}(i+1,j+1)-$$
$$-2\Delta H_{\theta}(i,j)b'_{\theta}(i+1,j+1)-\Delta H^2_{\varrho}(i+1,j)\,\frac{\partial B_{\varrho}}{\partial H_{\varrho}}(i+1,j+1)-$$
$$-\Delta H^2_{\theta}(i,j)\,\frac{\partial B_{\theta}}{\partial H_{\theta}}(i+1,j+1)-2\Delta H_{\varrho}(i+1,j)\Delta H_{\theta}(i,j)\,\cdot$$
$$\cdot\,\frac{\partial B_{\varrho}}{\partial H_{\theta}}(i+1,j+1)\,. \tag{1.59}$$

Scriind pe $E_B(I,J)$ sub forma:

$$E_B(I,J)=p_{\theta}(i,j)\left[b'_{\varrho}(i,j)+b'_{\varrho}(i,j+1)\right]+p_{\theta}(i+1,j)\,\cdot$$
$$\cdot\left[-b'_{\varrho}(i+1,j)-b'_{\varrho}(i+1,j+1)\right]+p_{\varrho}(i,j)\left[b'_{\theta}(i,j)\,+\right.$$
$$\left.+b'_{\theta}(i+1,j)-b'_{\theta}(i,j+1)-b'_{\theta}(i+1,j+1)\right] \tag{1.60}$$

și utilizînd relația (1.26), rezultă prin însumarea relațiilor (1.57 - 1.60):

$$E'_{BG}(I,J)-E''_{BG}(I,J)=\frac{E^2_B(I,J)}{P(I,J)R_B(I,J)}\left[2-\frac{T_B(I,J)}{P(I,J)R_H(I,J)}\right], \tag{1.61}$$

unde:

$$T_B(I,J)=T_B(i,j)+T_B(i,j+1)+T_B(i+1,j)+T_B(i+1,j+1) \qquad (1.62)$$

şi:

$$\left.\begin{aligned}
&T_B(i,j)=p_\theta^2(i,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}(i,j)+2p_\varrho(i,j)p_\theta(i,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta}(i,j)+\\
&+p_\varrho^2(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i,j)\\
&T_B(i+1,j)=p_\theta^2(i+1,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}(i+1,j)-2p_\varrho(i,j)p_\theta(i+1,j)\cdot\\
&\cdot\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta}(i+1,j)+p_\varrho^2(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i+1,j)\\
&T_B(i,j+1)=p_\theta^2(i,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}(i,j+1)-2p_\varrho(i,j)p_\theta(i,j)\cdot\\
&\cdot\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta}(i,j+1)+p_\varrho^2(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i,j+1)\\
&T_B(i+1,j+1)=p_\theta^2(i+1,j)\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}(i+1,j+1)+2p_\varrho(i,j)p_\theta(i+1,j)\cdot\\
&\cdot\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta}(i+1,j+1)+p_\varrho^2(i,j)\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i+1,j+1)
\end{aligned}\right\} \cdot (1.63)$$

Din relaţia (1.61) se observă că relaţia (1.53) este satisfăcută pentru $E_B(I,J) \neq 0$, cînd:

$$R_B(I,J) = k\,\frac{T_B(I,J)}{P(I,J)}, \qquad (1.64)$$

cu $k > 0{,}5$ în cazul $R_B(I,J) > 0$, sau $k < 0{,}5$ în cazul $R_H(I,J) < 0$.

Satisfacerea condiţiilor (1.49, 1.64) este necesară şi suficientă pentru ca erorile globale $E_{HG}(I,J)$ şi $E_{BG}(I,J)$ să scadă la fiecare iterare în raport cu E_H şi E_B, în condiţii în care $E_H(I,J)$ şi $E_B(I,J)$ sînt nenule, ceea ce echivalează cu asigurarea convergenţei procesului iterativ de calcul.

1.2.6. Calculul mărimilor $R_H(I,J)$ şi $R_B(I,J)$

Mărimile $R_H(I,J)$ şi $R_B(I,J)$ trebuiesc alese conform relaţiilor (1.49, 1.64) astfel încît procesul iterativ de calcul să fie convergent, iar viteza de convergenţă cît mai mare posibilă.

In cazul general mărimile $T_H(I,J)$ şi $T_B(I,J)$ care intervin în $R_H(I,J)$ şi $R_B(I,J)$ vor fi diferite de la un element la altul, motiv pentru care $R_H(I,J)$ şi $R_B(I,J)$ trebuiesc calculate pentru fiecare element, la fiecare iterare.

Deoarece în cadrul relaţiilor (1.47, 1.62) se efectuează sume de egală pondere asupra a patru termeni ce se referă la cele patru puncte de colţ a unui element, sînt posibile pentru elementul evidenţiat în fig.1.3, care nu are nici o latură suprapusă peste frontiera domeniului D, trei situaţii de poziţie, în ipoteza existenţei în interiorul domeniului a două medii omogene cu proprietăţi magnetice diferite. In fig.1.3.a toate cele patru puncte de colţ ale elementului sînt situate în acelaşi mediu. In fig.1.3.b două puncte de colţ sînt situate în mediul 1, celelalte fiind situate în mediul 2. In sfîrşit în fig.1.3.c trei puncte de colţ sînt situate în mediul 1, iar al patrulea în mediul 2.

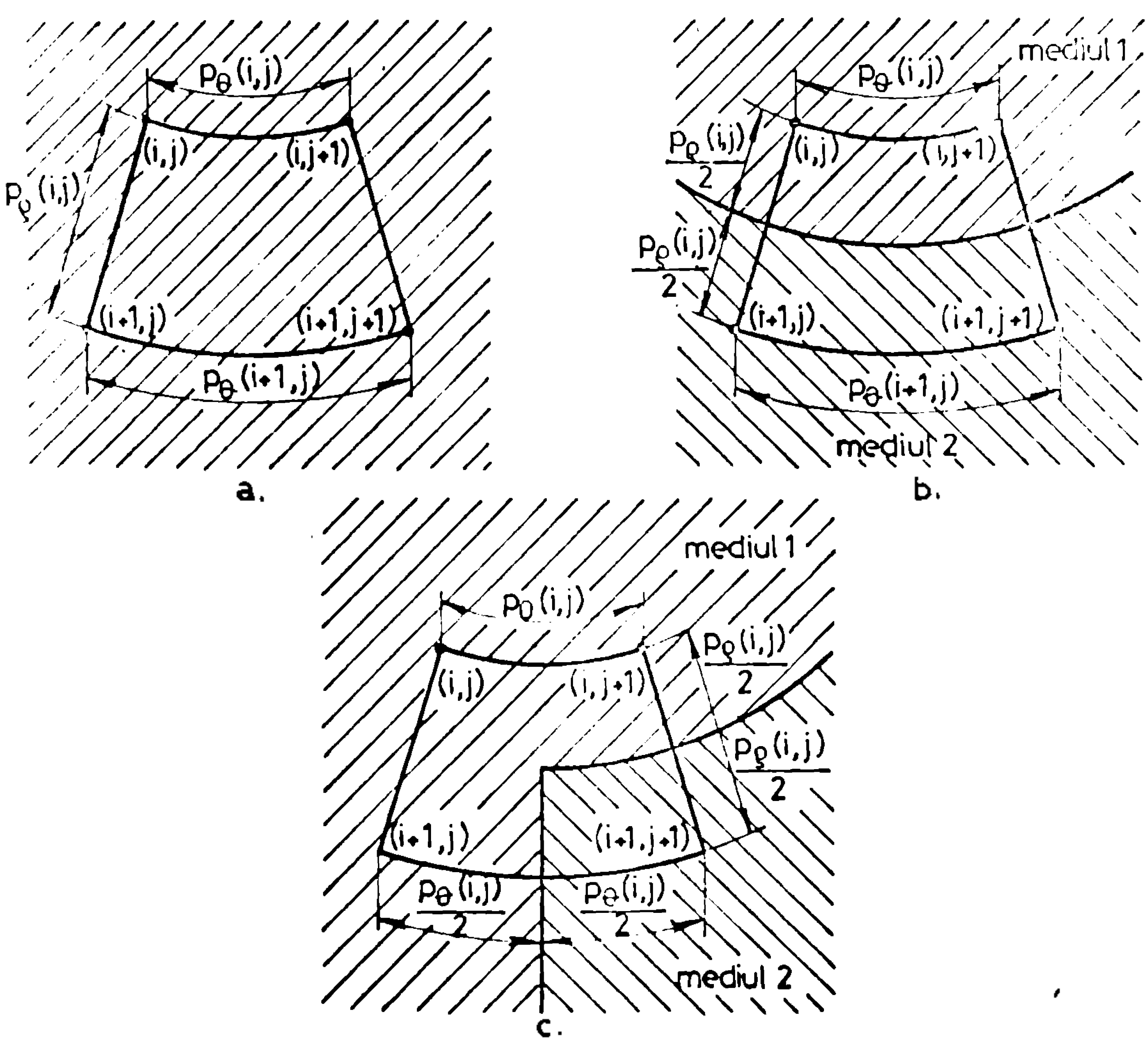


Fig.1.4.

Pentru un element care are una sau două laturi suprapuse peste frontiera domeniului de calcul D (fig.1.4.a, 1.4.b) toate punctele de colţ se vor considera situate în mediul 1, întrucît baleierea elementelor se face numai în interiorul domeniului D.

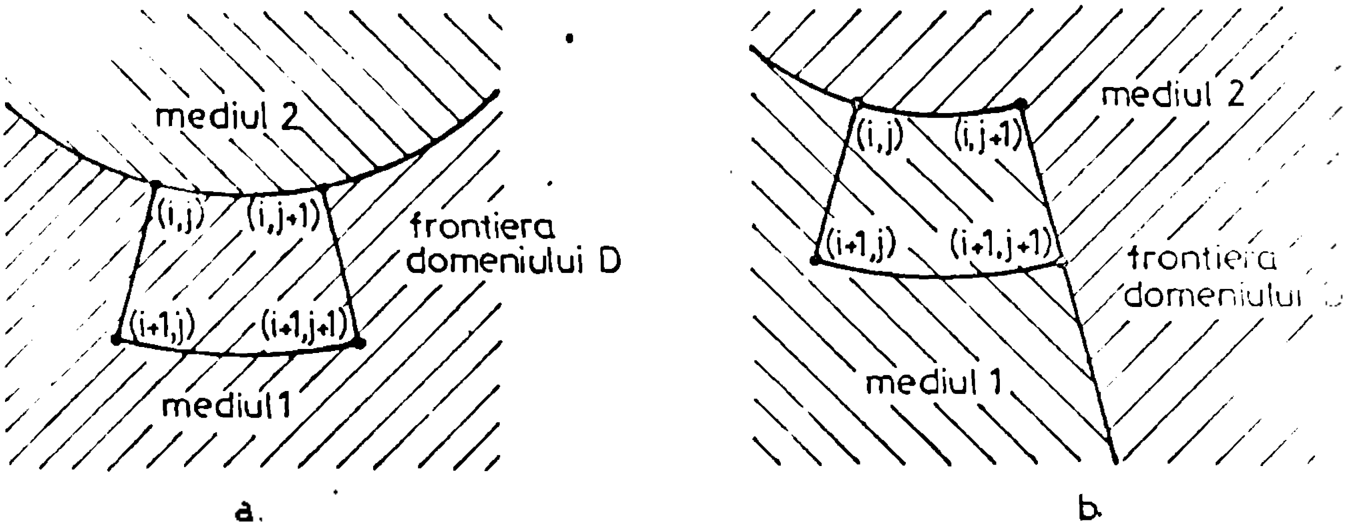


Fig.1.4.

Relaţiile (1.48, 1.63) obţin forme particulare pentru noduri ale reţelei de discretizare situate pe porţiuni ale frontierei domeniului D, pe care sînt satisfăcute condiţiile (1.5, 1.6). Dacă $H_\rho=0$, $B_\rho=0$, atunci:

$$\left.\begin{aligned}
T_H(i,j)&=p_\theta^2(i,j)\,\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i,j)\\
T_H(i+1,j)&=p_\theta^2(i+1,j)\,\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i+1,j)\\
T_H(i,j+1)&=p_\theta^2(i,j)\,\frac{\partial H_\theta}{\partial H_\theta}(i,j+1)\\
T_H(i+1,j+1)&=p_\theta^2(i+1,j)\,\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta}(i+1,j+1)
\end{aligned}\right\} \qquad (1.65)$$

şi respectiv:

$$\left.\begin{aligned}
T_B(i,j)&=p_\rho^2(i,j)\,\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i,j)\\
T_B(i+1,j)&=p_\rho^2(i,j)\,\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i+1,j)\\
T_B(i,j+1)&=p_\rho^2(i,j+1)\,\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}(i,j+1)
\end{aligned}\right\} \qquad (1.[illegible])$$

$$T_B(i+1,j+1)=p_\varrho^2(i,j+1)\,\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta}\,(i+1,j+1)$$

Dacă $H_\theta=o$, $B_\theta=o$ atunci:

$$\left.\begin{aligned}
T_H(i,j)&=p_\varrho^2(i,j)\,\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}\,(i,j)\\
T_H(i+1,j)&=p_\varrho^2(i,j)\,\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}\,(i+1,j)\\
T_H(i,j+1)&=p_\varrho^2(i,j+1)\,\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}\,(i,j+1)\\
T_H(i+1,j+1)&=p_\varrho^2(i,j+1)\,\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho}\,(i+1,j+1)
\end{aligned}\right\} \qquad (1.67)$$

şi respectiv:

$$\left.\begin{aligned}
T_B(i,j)&=p_\theta^2(i,j)\,\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}\,(i,j)\\
T_B(i+1,j)&=p_\theta^2(i+1,j)\,\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}\,(i+1,j)\\
T_B(i,j+1)&=p_\theta^2(i,j)\,\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}\,(i,j+1)\\
T_B(i+1,j+1)&=p_\theta^2(i+1,j)\,\frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho}\,(i+1,j+1)
\end{aligned}\right\}. \qquad (1.68)$$

In sfîrşit, dacă $H_\varrho=H_\theta=o$, $B_\varrho=B_\theta=o$, atunci oricare ar fi poziţia nodului:

$$T_H = o \qquad (1.69)$$

şi:

$$T_B = o\,. \qquad (1.70)$$

Derivatele parţiale care intervin în $T_H(I,J)$ şi $T_B(I,J)$ se vor calcula cu valorile cunoscute în momentul considerat al calculului, pentru componentele H_ϱ, H_θ, B_ϱ şi B_θ în cele patru puncte de colţ ale elementului. Sînt posibile mai multe situaţii, funcţie de mediul în care este plasat punctul de colţ şi de poziţia lui în cadrul domeniului D.

I. Mediu liniar.

In acest caz sînt valabile relaţiile:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\varrho} &= \frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta} = \frac{1}{\mu_l}\\ \frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\varrho} &= \frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta} = \mu_l\end{aligned}\right\}. \tag{1.71}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial H_\varrho}{\partial B_\theta} &= \frac{\partial H_\theta}{\partial B_\varrho} = 0\\ \frac{\partial B_\varrho}{\partial H_\theta} &= \frac{\partial B_\theta}{\partial H_\varrho} = 0\end{aligned}\right\}. \tag{1.72}$$

1. Nod în care nu se impune o condiţie de forma (1.5, 1.6). Ţinînd cont de relaţiile (1.71, 1.72), relaţiile (1.48, 1.63) devin:

$$\left.\begin{aligned}T_H(i,j) &= \left[p_\varrho^2(i,j)+p_\theta^2(i,j)\right]\frac{1}{\mu_l}\\ T_H(i+1,j) &= \left[p_\varrho^2(i,j)+p_\theta^2(i+1,j)\right]\frac{1}{\mu_l}\\ T_H(i,j+1) &= \left[p_\varrho^2(i,j)+p_\theta^2(i,j)\right]\frac{1}{\mu_l}\\ T_H(i+1,j+1) &= \left[p_\varrho^2(i,j)+p_\theta^2(i+1,j)\right]\frac{1}{\mu_l}\end{aligned}\right\} \tag{1.73}$$

şi:

$$\left.\begin{aligned}T_B(i,j) &= \left[p_\varrho^2(i,j)+p_\theta^2(i,j)\right]\mu_l\\ T_B(i+1,j) &= \left[p_\varrho^2(i,j)+p_\theta^2(i+1,j)\right]\mu_l\\ T_B(i,j+1) &= \left[p_\varrho^2(i,j)+p_\theta^2(i,j)\right]\mu_l\\ T_B(i+1,j+1) &= \left[p_\varrho^2(i,j)+p_\theta^2(i+1,j)\right]\mu_l\end{aligned}\right\}. \tag{1.74}$$

2. Nod în care se impune o condiţie de forma (1.5, 1.6), astfel încît $H_\varrho=0$, $B_\varrho=0$. Ţinînd seama de relaţiile (1.71) relaţiile (1.65, 1.66) devin:

$$\left.\begin{aligned}T_H(i,j) &= p_\theta^2(i,j)\ \frac{1}{\mu_l}\\ T_H(i+1,j) &= p_\theta^2(i+1,j)\ \frac{1}{\mu_l}\\ T_H(i,j+1) &= p_\theta^2(i,j)\ \frac{1}{\mu_l}\\ T_H(i+1,j+1) &= p_\theta^2(i+1,j)\ \frac{1}{\mu_l}\end{aligned}\right\} \tag{1.75}$$

şi:

$$\left.\begin{aligned}
T_B(i,j)&=p_\rho^2(i,j)\mu_\ell \\
T_B(i+1,j)&=p_\rho^2(i,j)\mu_\ell \\
T_B(i+1,j)&=p_\rho^2(i,j)\mu_\ell \\
T_B(i+1,j+1)&=p_\rho^2(i,j)\mu_\ell
\end{aligned}\right\} . \qquad (1.76)$$

3. Nod în care se impune o condiţie de forma (1.5, 1.6) astfel încît $H_\theta=o$, $B_\theta=o$. Utilizînd relaţiile (1.71) relaţiile (1.67, 1.68) obţin formele:

$$\left.\begin{aligned}
T_H(i,j)&=p_\rho^2(i,j)\ \frac{1}{\mu_\ell} \\
T_H(i+1,j)&=p_\rho^2(i,j)\ \frac{1}{\mu_\ell} \\
T_H(i,j+1)&=p_\rho^2(i,j)\ \frac{1}{\mu_\ell} \\
T_H(i+1,j+1)&=p_\rho^2(i,j)\ \frac{1}{\mu_\ell}
\end{aligned}\right\} \qquad (1.77)$$

şi:

$$\left.\begin{aligned}
T_B(i,j)&=p_\theta^2(i,j)\mu_\ell \\
T_B(i+1,j)&=p_\theta^2(i+1,j)\mu_\ell \\
T_B(i,j+1)&=p_\theta^2(i,j)\mu_\ell \\
T_B(i+1,j+1)&=p_\theta^2(i+1,j)\mu_\ell
\end{aligned}\right\} . \qquad (1.78)$$

II. Mediu neliniar izotrop.

In acest caz sînt valabile relaţiile:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\rho} &= \frac{\partial(B_\rho/\mu)}{\partial B}\ \frac{\partial B}{\partial B_\rho} = \frac{1}{\mu} + \frac{B_\rho^2}{B}\ \frac{\partial(1/\mu)}{\partial B} \\
\frac{\partial H_\rho}{\partial B_\theta} &= \frac{\partial(B_\rho/\mu)}{\partial B}\ \frac{\partial B}{\partial B_\theta} = \frac{B_\theta B_\rho}{B}\ \frac{\partial(1/\mu)}{\partial B} \\
\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\theta} &= \frac{\partial(B_\theta/\mu)}{\partial B}\ \frac{\partial B}{\partial B_\theta} = \frac{1}{\mu} + \frac{B_\theta^2}{B}\ \frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}
\end{aligned}\right\} \qquad (1.79)$$

$$\frac{\partial H_\theta}{\partial B_\rho} = \frac{\partial(B_\theta/\mu)}{\partial B}\,\frac{\partial B}{\partial B_\rho} = \frac{B_\theta B_\rho}{B}\,\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}$$

şi

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial B_\rho}{\partial H_\rho} &= \frac{\partial(\mu H_\rho)}{\partial H}\,\frac{\partial H}{\partial H_\rho} = \mu + \frac{H_\rho^2}{H}\,\frac{\partial \mu}{\partial H}\\
\frac{\partial B_\rho}{\partial H_\theta} &= \frac{\partial(\mu H_\rho)}{\partial H}\,\frac{\partial H}{\partial H_\theta} = \frac{H_\theta H_\rho}{H}\,\frac{\partial \mu}{\partial H}\\
\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\theta} &= \frac{\partial(\mu H_\theta)}{\partial H}\,\frac{\partial H}{\partial H_\theta} = \mu + \frac{H_\theta^2}{H}\,\frac{\partial \mu}{\partial H}\\
\frac{\partial B_\theta}{\partial H_\rho} &= \frac{\partial(\mu H_\theta)}{\partial H}\,\frac{\partial H}{\partial H_\rho} = \frac{H_\theta H_\rho}{H}\,\frac{\partial \mu}{\partial H}
\end{aligned}\right\}. \qquad (1.80)$$

1. Nod în care nu se impune o condiţie de forma (1.5, 1.6). Cu considerarea relaţiilor (1.79, 1.80) rezultă:

$$\left.\begin{aligned}
T_H(i,j) &= \left[p_\rho^2(i,j)+p_\theta^2(i,j)\right]\frac{1}{\mu}(i,j) +\\
&+ \frac{\left[-p_\rho(i,j)B_\rho(i,j)+p_\theta(i,j)B_\theta(i,j)\right]^2}{B(i,j)}\,\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i,j)\\
T_H(i+1,j) &= \left[p_\rho^2(i,j)+p_\theta^2(i+1,j)\right]\frac{1}{\mu}(i+1,j) +\\
&+ \frac{\left[p_\rho(i,j)B_\rho(i+1,j)+p_\theta(i+1,j)B_\theta(i+1,j)\right]^2}{B(i+1,j)}\,\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i+1,j)\\
T_H(i,j+1) &= \left[p_\rho^2(i,j)+p_\theta^2(i,j)\right]\frac{1}{\mu}(i,j+1) +\\
&+ \frac{\left[p_\rho(i,j)B_\rho(i,j+1)+p_\theta(i,j)B_\theta(i,j+1)\right]^2}{B(i,j+1)}\,\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i,j+1)\\
T_H(i+1,j+1) &= \left[p_\rho^2(i,j)+p_\theta^2(i,j)\right]\frac{1}{\mu}(i,j+1) +\\
&+ \frac{\left[-p_\rho(i,j)B_\rho(i+1,j+1)+p_\theta(i+1,j)B_\theta(i+1,j+1)\right]^2}{B(i+1,j+1)}\,\cdot\\
&\cdot \frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i+1,j+1)
\end{aligned}\right\} \qquad (1.81)$$

şi:

$$T_B(i,j) = \left[p_\rho^2(i,j)+p_\theta^2(i,j)\right]\mu(i,j) +$$

$$\left.\begin{aligned}
&+\frac{\left[p_\rho(i,j)H_\theta(i,j)+p_\theta(i,j)H_\rho(i,j)\right]^2}{H(i,j)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i,j)\\
&T_B(i+1,j)=\left[p_\rho^2(i,j)+p_\theta^2(i+1,j)\right]\mu(i+1,j)+\\
&+\frac{\left[p_\rho(i,j)H_\theta(i+1,j)-p_\theta(i+1,j)H_\rho(i+1,j)\right]^2}{H(i+1,j)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i+1,j)\\
&T_B(i,j+1)=\left[p_\rho^2(i,j)+p_\theta^2(i,j)\right]\mu(i,j+1)+\\
&+\frac{\left[p_\rho(i,j)H_\theta(i,j+1)-p_\theta(i,j)H_\rho(i,j+1)\right]^2}{H(i,j+1)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i,j+1)\\
&T_B(i+1,j+1)=\left[p_\rho^2(i,j)+p_\theta^2(i+1,j)\right]\mu(i+1,j+1)+\\
&+\frac{\left[p_\rho(i,j)H_\theta(i+1,j+1)+p_\theta(i+1,j)H_\rho(i+1,j+1)\right]^2}{H(i+1,j+1)}\cdot\\
&\cdot\frac{\partial\mu}{\partial H}(i+1,j+1)
\end{aligned}\right\}.\quad(1.82)$$

2. Nod în care se impune o condiție de forma (1.5, 1.6) astfel încît $H_\rho=0$, $B_\rho=0$. Ținînd seama de relațiile (1.65, 1.66, 1.79, 1.80) rezultă:

$$\left.\begin{aligned}
&T_H(i,j)=p_\theta^2(i,j)\left[\frac{1}{\mu}(i,j)+\frac{B_\theta^2(i,j)}{B(i,j)}\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i,j)\right]\\
&T_H(i+1,j)=p_\theta^2(i+1,j)\left[\frac{1}{\mu}(i+1,j)+\frac{B_\theta^2(i+1,j)}{B(i+1,j)}\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i+1,j)\right]\\
&T_H(i,j+1)=p_\theta^2(i,j)\left[\frac{1}{\mu}(i,j+1)+\frac{B_\theta^2(i,j+1)}{B(i,j+1)}\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i,j+1)\right]\\
&T_H(i+1,j+1)=p_\theta^2(i+1,j)\left[\frac{1}{\mu}(i+1,j+1)+\frac{B_\theta^2(i+1,j+1)}{B(i+1,j+1)}\cdot\right.\\
&\left.\cdot\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i+1,j+1)\right]
\end{aligned}\right\}\quad(1.83)$$

și respectiv:

$$\left.\begin{aligned}
&T_B(i,j)=p_\rho^2(i,j)\left[\mu(i,j)+\frac{H_\theta^2(i,j)}{H(i,j)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i,j)\right]\\
&T_B(i+1,j)=p_\rho^2(i,j)\left[\mu(i+1,j)+\frac{H_\theta^2(i+1,j)}{H(i+1,j)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i+1,j)\right]
\end{aligned}\right\}.\quad(1.84)$$

$$T_B(i,j+1)=p_\varrho^2(i,j)\left[\mu(i,j+1)+\frac{H_\theta^2(i,j+1)}{H(i,j+1)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i,j+1)\right]$$

$$T_B(i+1,j+1)=p_\varrho^2(i,j)\left[\mu(i+1,j+1)+\frac{H_\theta^2(i+1,j+1)}{H(i+1,j+1)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i+1,j+1)\right]$$

3. Nod în care se impune o condiție de forma (1.5, 1.6) astfel încît $H_\theta=o$, $B_\theta=o$. Ținînd seama de relațiile (1.67, 1.68, 1.79, 1.8o) rezultă:

$$\left.\begin{aligned}
T_H(i,j)&=p_\varrho^2(i,j)\left[\frac{1}{\mu}(i,j)+\frac{B_\varrho^2(i,j)}{B(i,j)}\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i,j)\right]\\
T_H(i+1,j)&=p_\varrho^2(i,j)\left[\frac{1}{\mu}(i+1,j)+\frac{B_\varrho^2(i+1,j)}{B(i+1,j)}\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i+1,j)\right]\\
T_H(i,j+1)&=p_\varrho^2(i,j)\left[\frac{1}{\mu}(i,j+1)+\frac{B_\varrho^2(i,j+1)}{B(i,j+1)}\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i,j+1)\right]\\
T_H(i+1,j+1)&=p_\varrho^2(i,j)\left[\frac{1}{\mu}(i+1,j+1)+\frac{B_\varrho^2(i+1,j+1)}{B(i+1,j+1)}\cdot\right.\\
&\left.\cdot\frac{\partial(1/\mu)}{\partial B}(i+1,j+1)\right]
\end{aligned}\right\}\quad(1.85)$$

și respectiv:

$$\left.\begin{aligned}
T_B(i,j)&=p_\theta^2(i,j)\left[\mu(i,j)+\frac{H_\varrho^2(i,j)}{H(i,j)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i,j)\right]\\
T_B(i+1,j)&=p_\theta^2(i+1,j)\left[\mu(i+1,j)+\frac{H_\varrho^2(i+1,j)}{H(i+1,j)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i+1,j)\right]\\
T_B(i,j+1)&=p_\theta^2(i,j)\left[\mu(i,j+1)+\frac{H_\varrho^2(i,j+1)}{H(i,j+1)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i,j+1)\right]\\
T_B(i+1,j+1)&=p_\theta^2(i+1,j)\left[\mu(i+1,j+1)+\frac{H_\varrho^2(i+1,j+1)}{H(i+1,j+1)}\frac{\partial\mu}{\partial H}(i+1,j+1)\right]
\end{aligned}\right\}.\quad(1.86)$$

Din relațiile (1.47, 1.62, 1.69, 1.7o, 1.73 - 1.78) se observă că în cazul unui mediu liniar mărimile $T_H(I,J)$ și $T_B(I,J)$ nu pot fi negative și prin urmare nici mărimile $R_H(I,J)$ și $R_B(I,J)$ nu pot fi negative.

Dacă domeniul de calcul D al cîmpului magnetic conține numai medii liniare, atunci mărimile $R_H(I,J)$ și $R_B(I,J)$ se vor calcula cu relațiile (1.49, 1.64) în care $k > o,5$.

Referitor la coeficientul k, în /7/ se recomandă să se lucreze pentru o rețea rectangulară periodică cu pas egal cu k=(o,8

- 1), în faza iniţială a procesului de calcul şi cu k=(o,55-o,6) în faza finală, fără alte precizări privind lungimea fazelor şi modul de scădere a lui k pe parcursul procesului de calcul. Din /27/ rezultă că este indicat ca în cazul unei reţele rectangulare cu pas neegal să se scadă coeficientul k de-a lungul procesului de calcul de la o,9 la o,55. Dar după /4o/ în cazul metodelor iterative viteza de convergenţă depinde şi de dimensiunile geometrice ale reţelei de discretizare şi de lungimile fazelor de calcul. De asemenea modul de alegere a valorilor iniţiale ale necunoscutelor influenţează durata procesului de calcul. In cazul unor configuraţii complexe de cîmp, unde pot rezulta atît valori pozitive cît şi negative ale componentelor vectorilor $\overline{H}$ şi $\overline{B}$, este indicat să se aleagă valorile iniţiale ale necunoscutelor cvasinule, evitînd astfel în faza iniţială a programului de calcul, depăşirea superioară în virgulă mobilă.

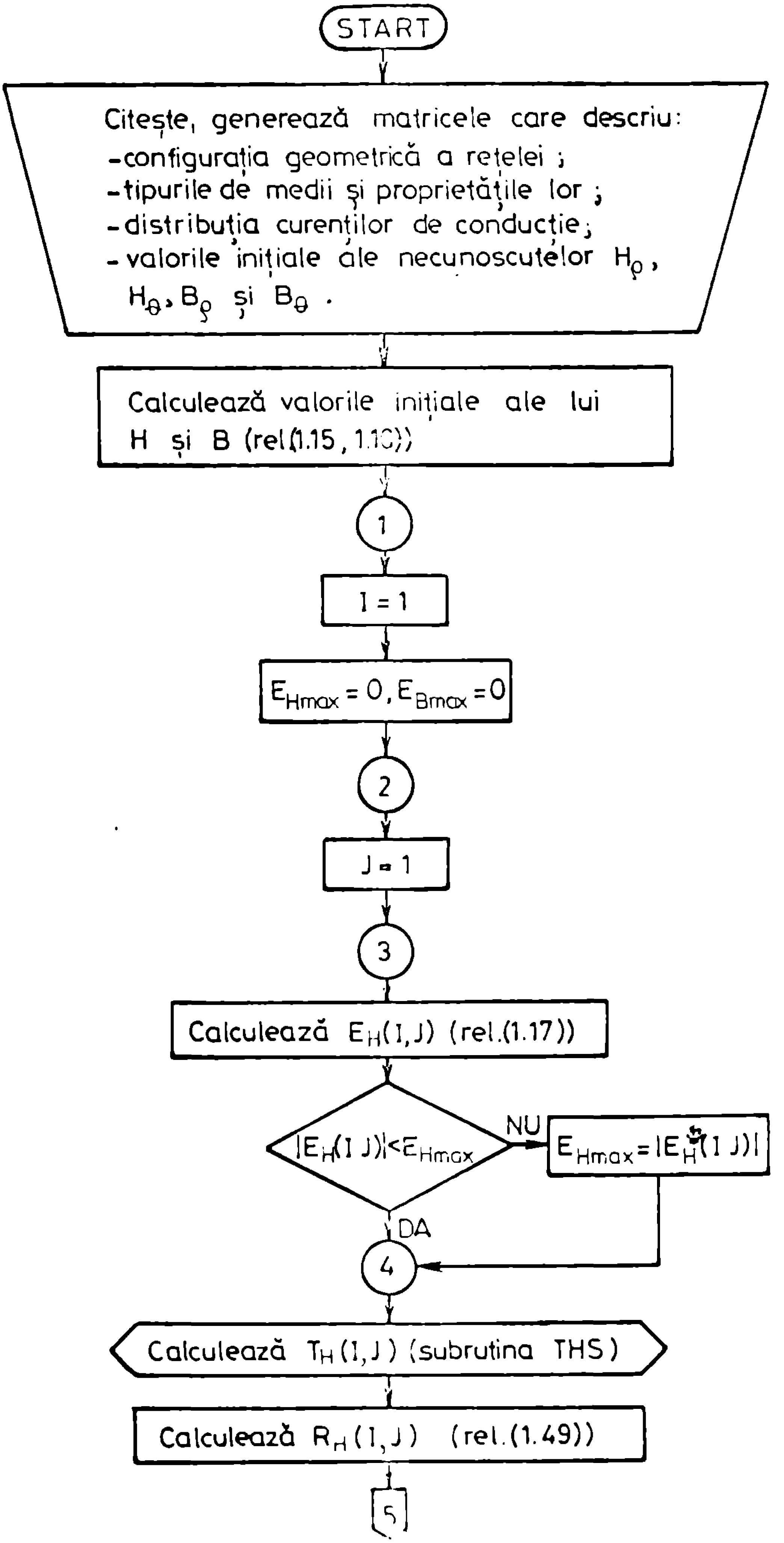
1.2.7. Algoritmul de calcul

Enunţarea problemei, calculului cîmpului magnetic staţionar cu o metodă iterativă cu diferenţe finite în coordonate polare şi formularea sa matematică au fost rezolvate în cadrul paragrafelor (1.2.1 - 1.2.6).

Algoritmul de calcul corespunzător metodei este prezentat în continuare prin intermediul organigramelor. Acestea pun în evidenţă prin reprezentări grafice succesiunea naturală a etapelor de calcul, precum şi operaţiile logice şi matematice de efectuat în vederea obţinerii soluţiei. In conceperea algoritmului de calcul s-au avut în vedere condiţiile pe care trebuie să le îndeplinească: realizabilitatea, generalitatea, finitudinea şi unicitatea /2o, 53, 54/.

Secvenţele de calcul care se repetă de mai multe ori în cadrul iterării pe întreaga reţea de discretizare din domeniul D, a ecuaţiilor cu diferenţe finite, au fost concepute sub formă de subrutine /75/.

In fig.1.5 este prezentată organigrama algoritmului de calcul corespunzător metodei iterative cu diferenţe finite în coordonate polare. In cadrul ei sînt apelate subrutinele CALCH, THS, CALCB şi TBS ale căror organigrame sînt prezentate în fig.1.6, 1.7, 1.8 şi respectiv 1.9. Notaţiile utilizate în organigrame sînt cele folosite anterior la care se adaugă notațiile NER pentru numărul de elemente al rețelei pe direcția ρ și NET pentru numărul de elemente al rețelei pe direcția θ .



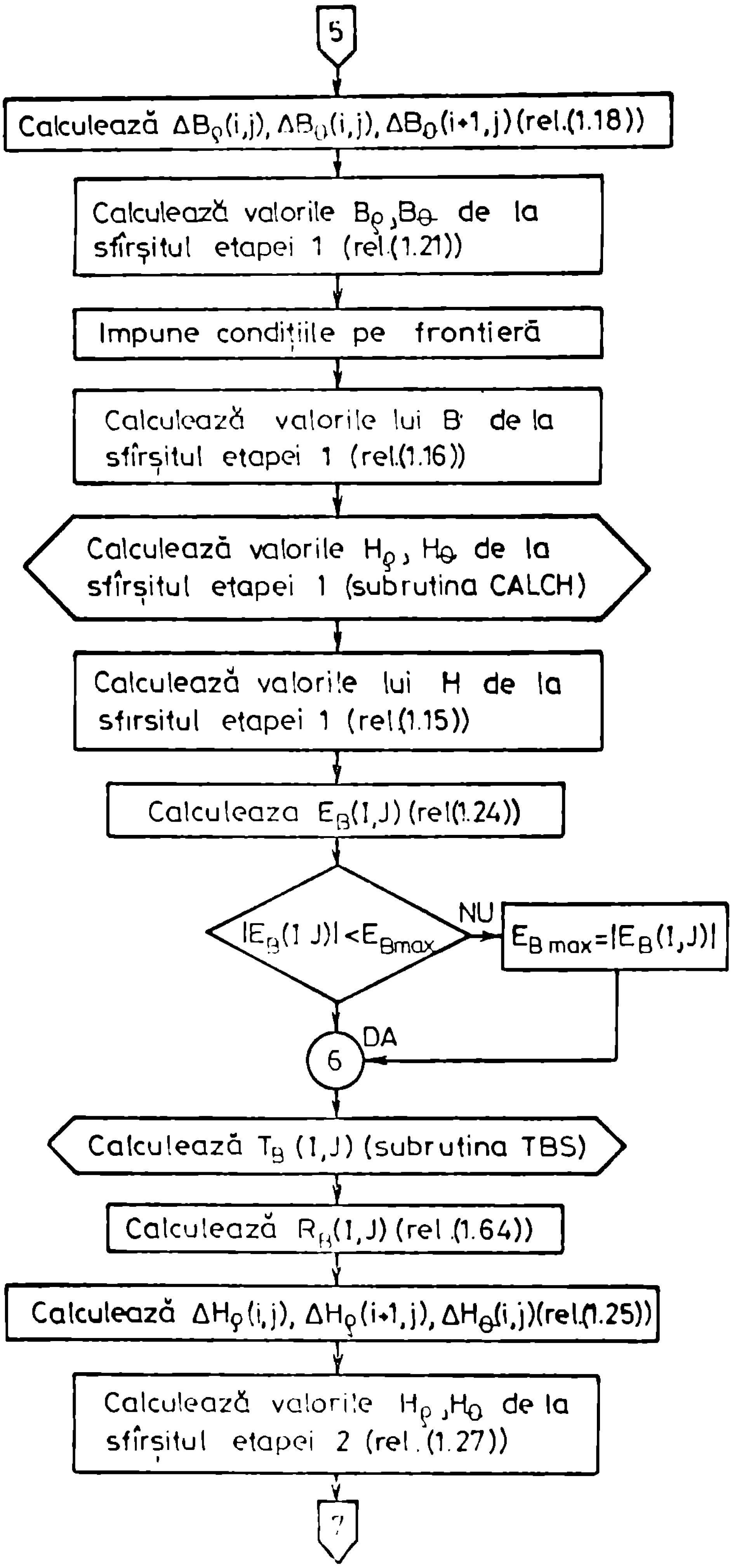


Fig.1.5 (continuare)

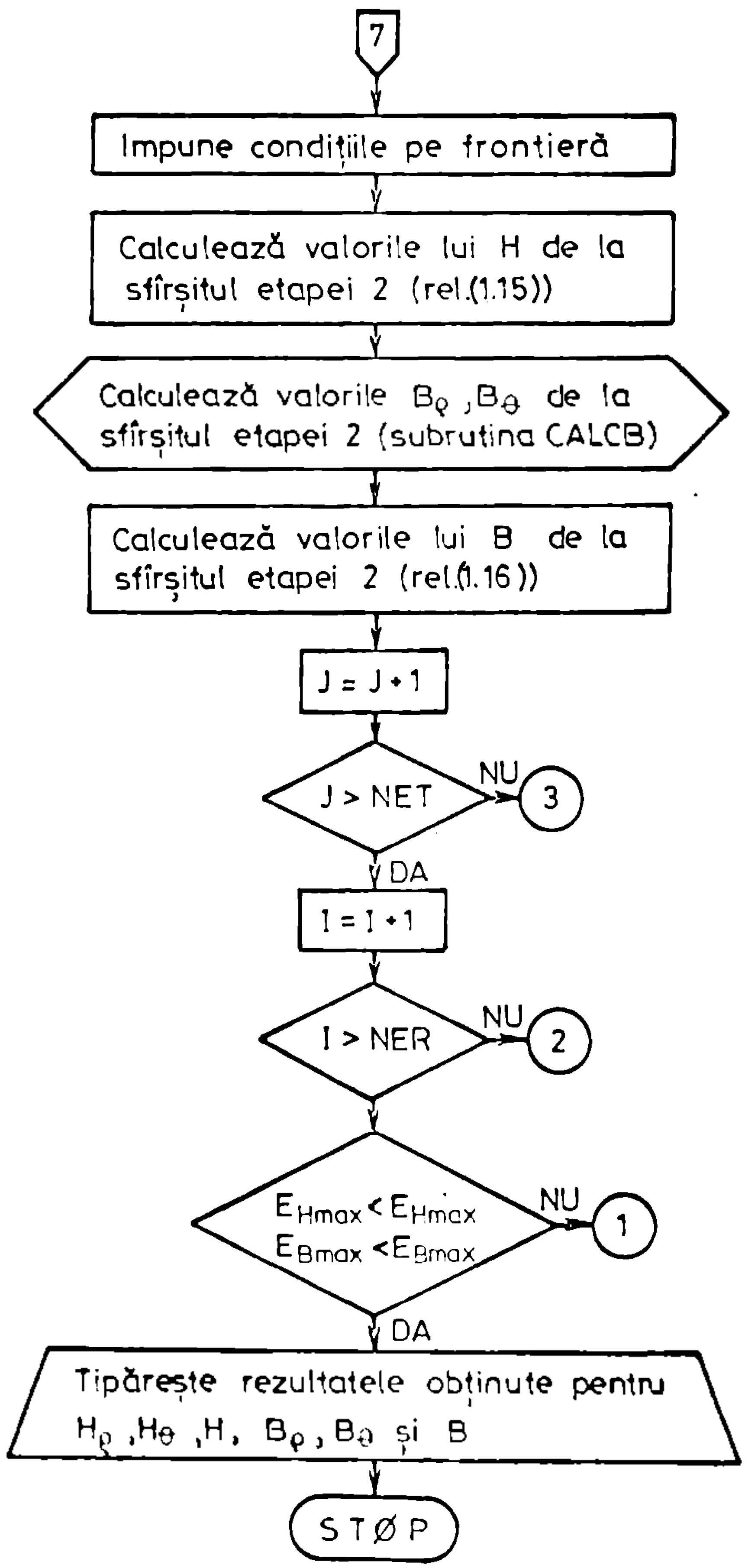


Fig.1.5(continuare)

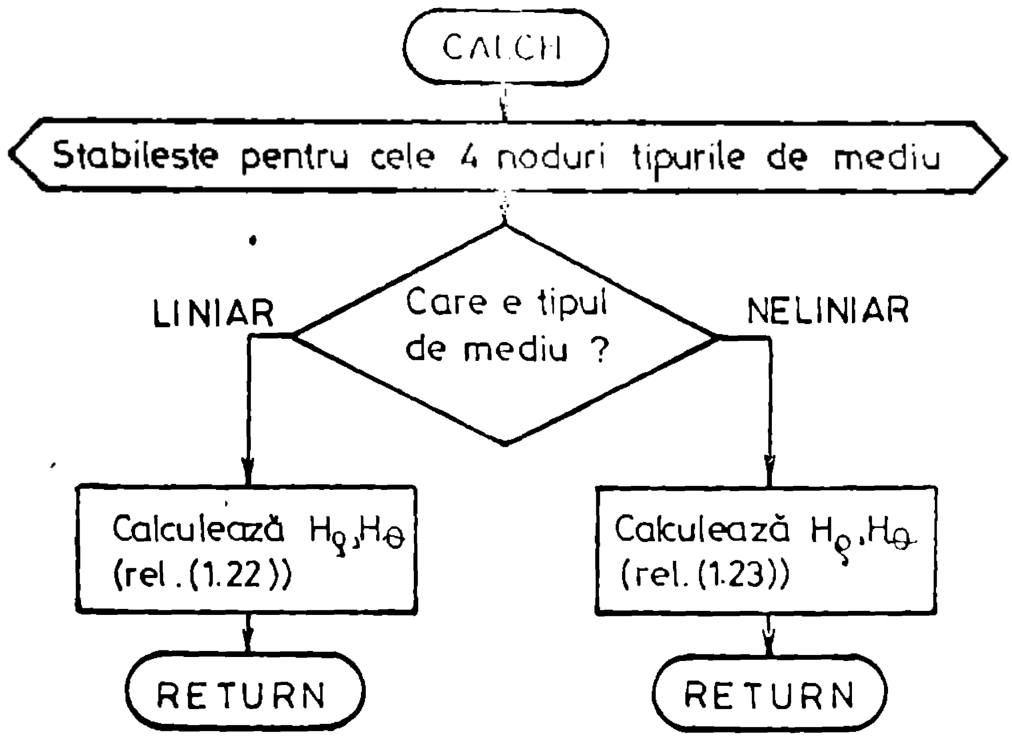

CALCH
Stabileste pentru cele 4 noduri tipurile de mediu
Care e tipul de mediu ?
LINIAR
NELINIAR
Calculează H_ρ, H_θ (rel. (1.22))
Calculează H_ρ, H_θ (rel. (1.23))
RETURN
RETURN

Fig.1.6

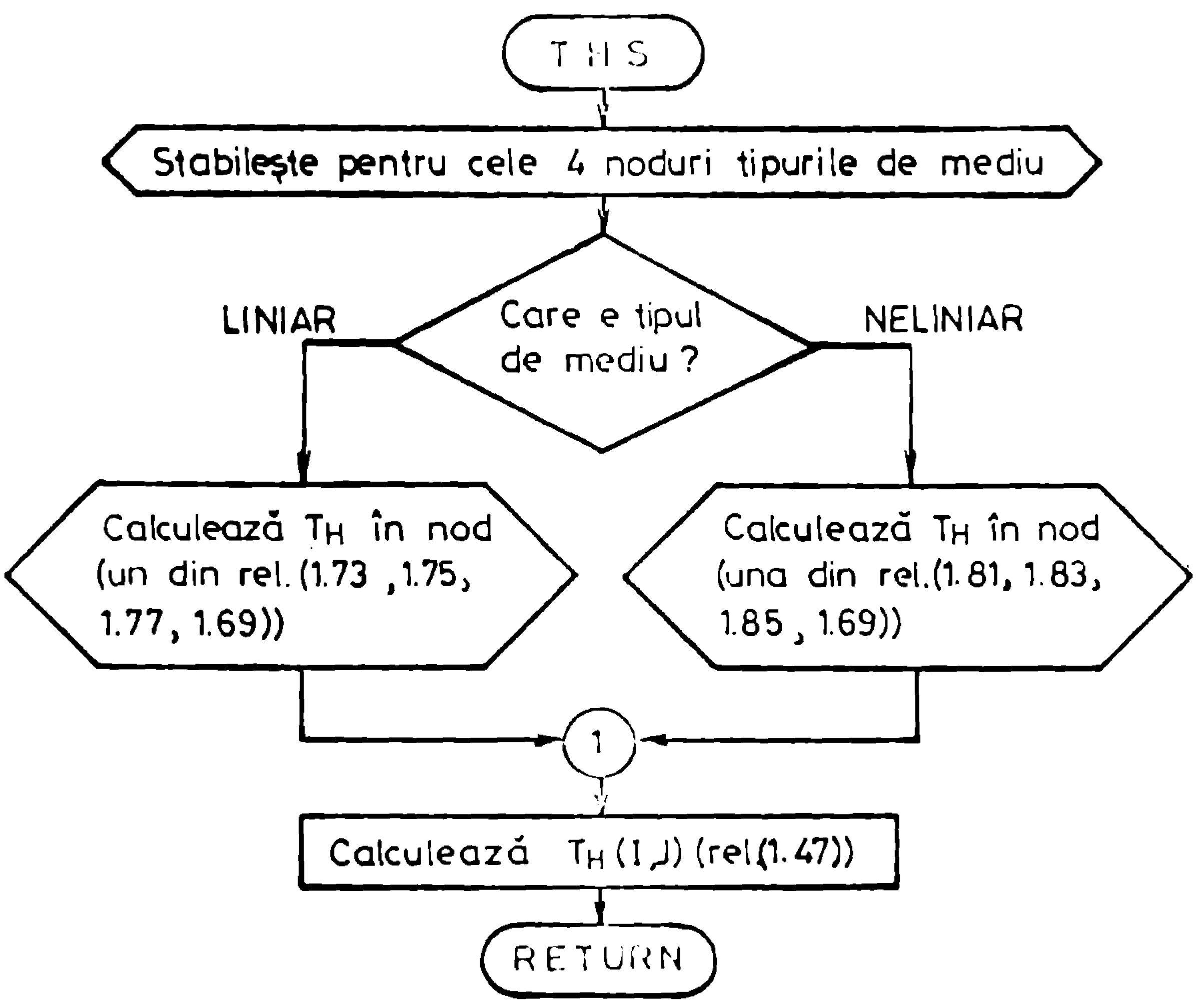

THS
Stabilește pentru cele 4 noduri tipurile de mediu
Care e tipul de mediu ?
LINIAR
NELINIAR
Calculează T_H în nod (un din rel. (1.73 ,1.75, 1.77, 1.69))
Calculează T_H în nod (una din rel.(1.81, 1.83, 1.85 , 1.69))
1
Calculează T_H (I,J) (rel(1.47))
RETURN

Fig. 1.7

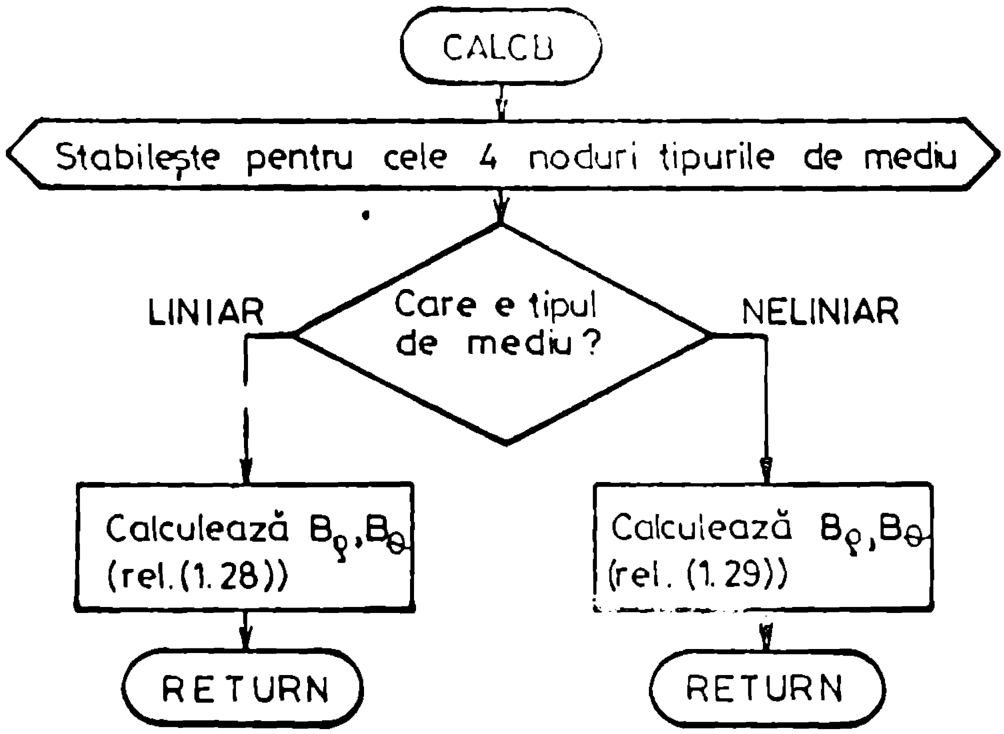

CALCB
Stabileşte pentru cele 4 noduri tipurile de mediu
Care e tipul de mediu?
LINIAR
NELINIAR
Calculează B_ρ, B_θ (rel.(1.28))
Calculează B_ρ, B_θ (rel. (1.29))
RETURN
RETURN

Fig.1.8

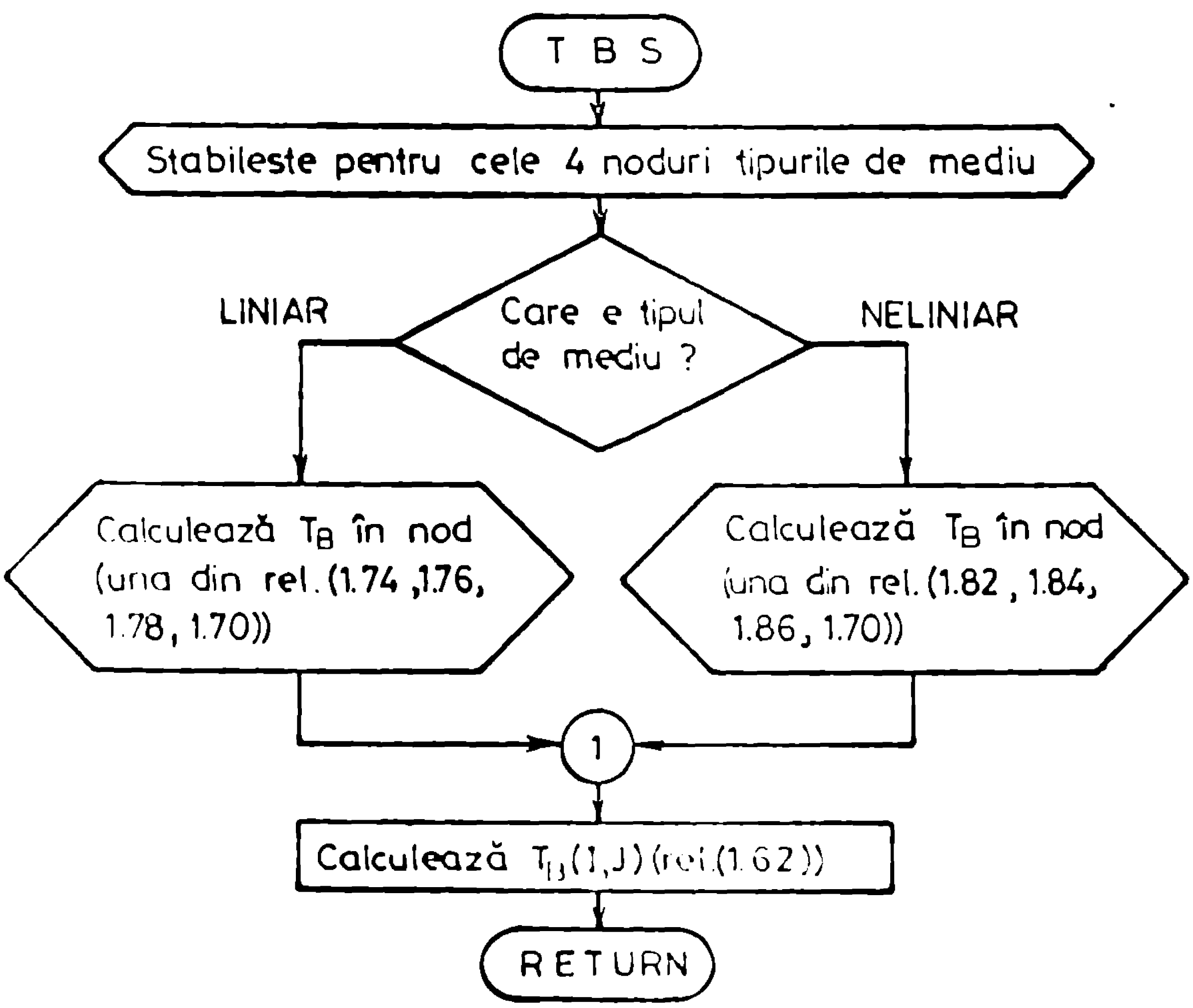

T B S
Stabileste pentru cele 4 noduri tipurile de mediu
Care e tipul de mediu ?
LINIAR
NELINIAR
Calculează T_B în nod (una din rel.(1.74, 1.76, 1.78, 1.70))
Calculează T_B în nod (una din rel.(1.82, 1.84, 1.86, 1.70))
1
Calculează $T_{IJ}(I,J)$ (rel.(1.62))
RETURN

Fig. 1.9

CAPITOLUL 2

DETERMINAREA CIMPULUI MAGNETIC DIN INSTRUMENTUL MAGNETOELECTRIC CU MAGNET MOBIL

2.1. Introducere

In cadrul acestui capitol se determină cîmpul magnetic din instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil utilizînd în acest scop metoda iterativă cu diferențe finite în coordonate polare expusă în capitolul 1.

In fig.2.1 este reprezentată o secțiune transversală prin instrumentul magnetoelectric /56/, în care MP este magnetul per-

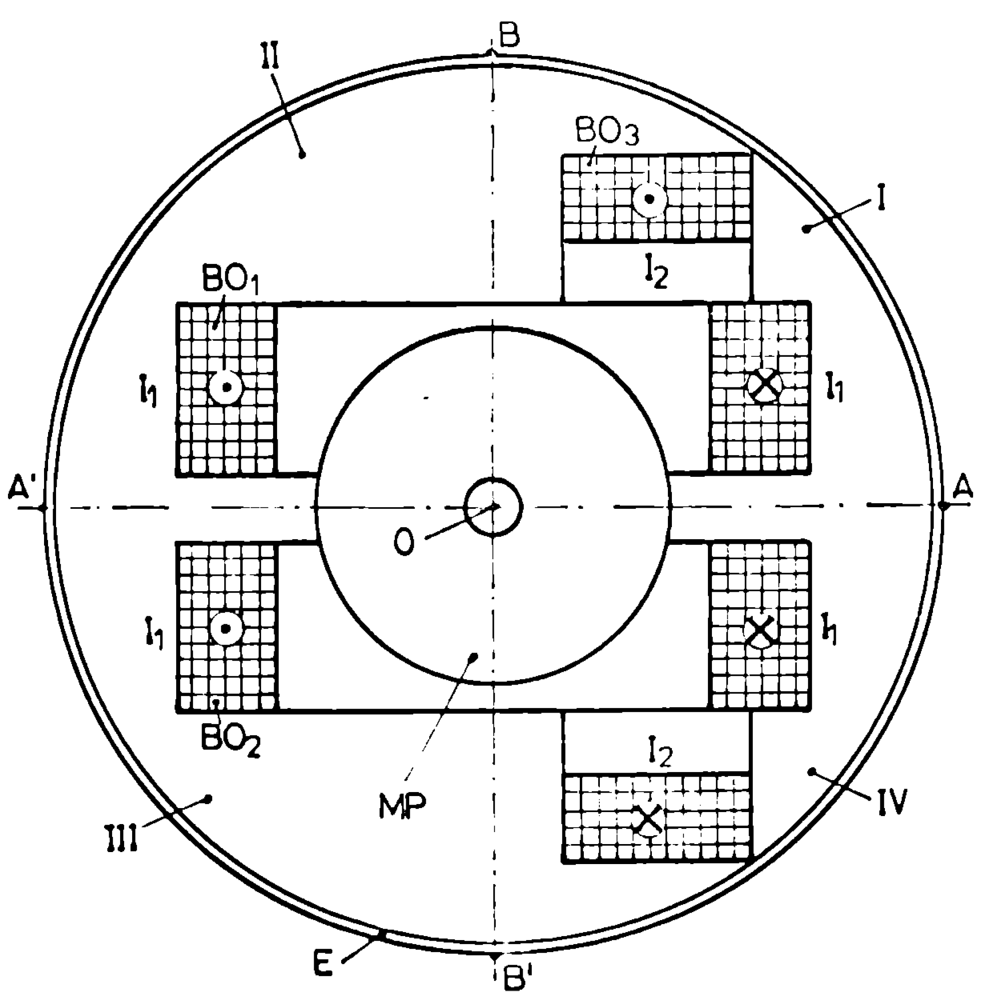


Fig.2.1.

manent mobil de formă circulară cu centrul de rotație în punctul O, BO_1 și BO_2 sînt bobine legate în serie și parcurse de curentul I_1, BO_3 este o bobină parcursă de curentul I_2, iar E este ecranul feromagnetic al instrumentului.

Magnetul permanent are un orificiu circular practicat în centrul său de rotație pentru fixarea axului.

Secțiunea transversală prin instrument este împărțită în patru cadrane numerotate cu I - IV.

Pentru calculul unor mărimi caracteristice ale instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil este necesară cunoașterea repartiției cîmpului magnetic din instrument.

In subcapitolele 2.2 - 2.5 se determină repartiția cîmpului magnetic pentru configurația geometrică din fig.2.1 a instrumentului și proprietățile magnetice ale materialelor impuse în /55/.

In subcapitolele 2.6 - 2.7 este analizată influența proprietăților magnetice ale materialelor ecranului și magnetului permanent, a formei și grosimii ecranului precum și a pozițiilor bobinelor asupra repartiției cîmpului magnetic din instrument.

Determinarea repartiției cîmpului magnetic al instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil, în situațiile de mai sus permite efectuarea unui studiu cuprinzător asupra caracteristicilor instrumentului și evidențierea unor posibilități de îmbunătățire a lor.

Acest capitol al tezei de doctorat este în întregime original.

2.2. Stabilirea rețelei de discretizare

Domeniul D de calcul al cîmpului magnetic este plan și acoperă în principiu secțiunea transversală prin instrument (fig.2.1), avînd ca frontieră conturul orificiului magnetului permanent și conturul exterior al ecranului instrumentului.

Dacă bobinele BO_1 și BO_2 sînt parcurse de curentul I_1, iar curentul I_2 prin bobina BO_3 este nul, cîmpul magnetic admite drept axe de simetrie diametrele perpendiculare AA' și BB' (fig. 2.2.a). In consecință în această situație domeniul de calcul al cîmpului magnetic poate fi restrîns la un singur cadran, existînd posibilitatea precizării condițiilor de frontieră pe întreaga frontieră a cadranului.

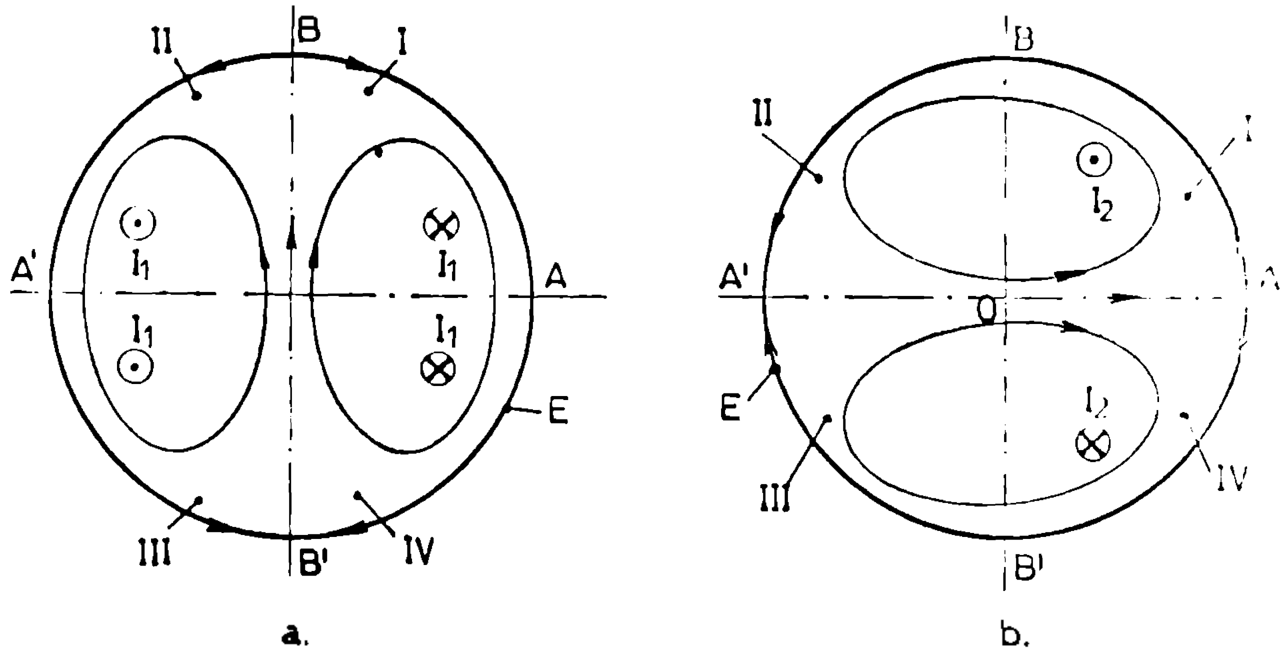


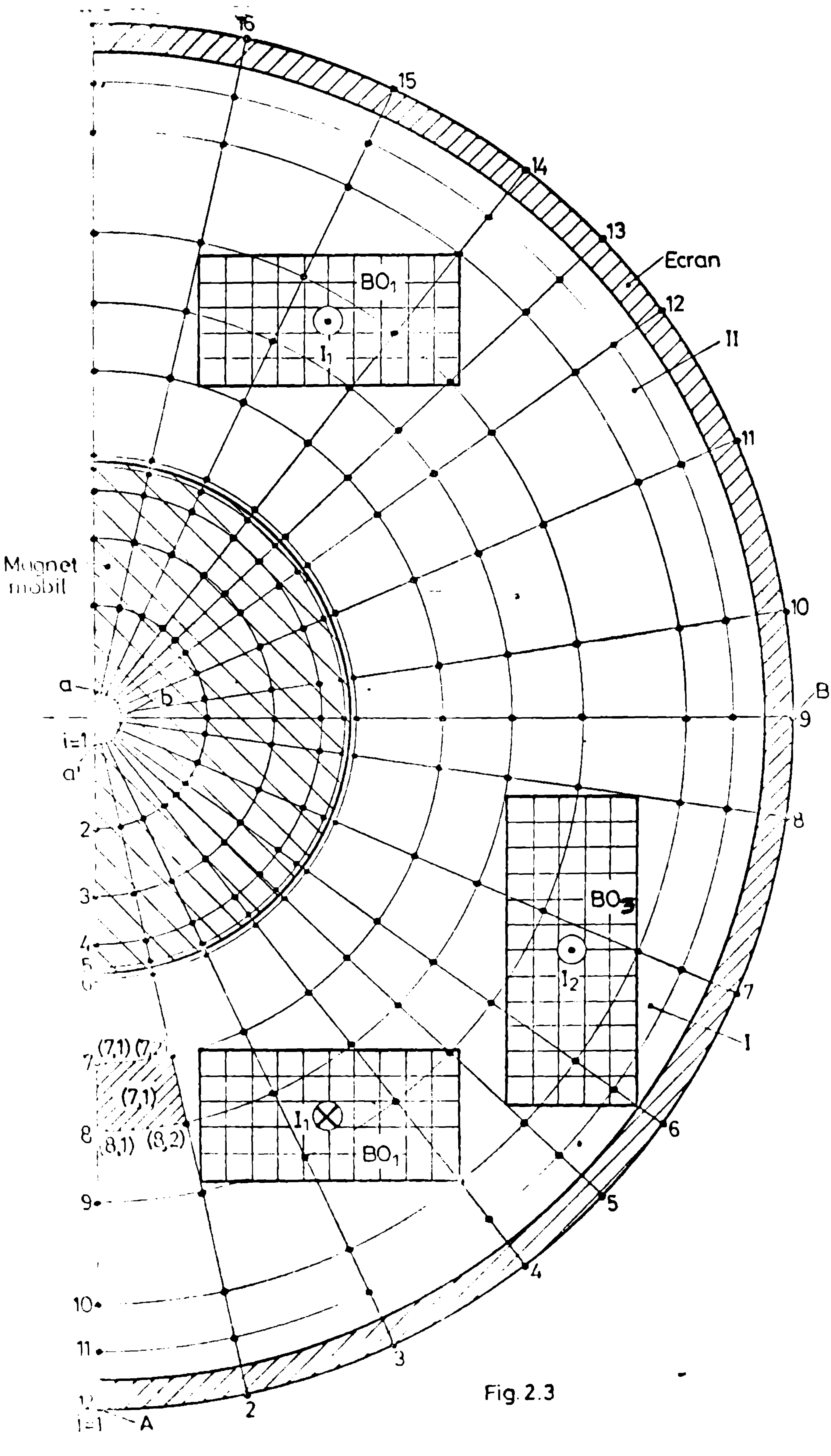
Fig.2.2.

Dacă bobina BO_3 este parcursă de curentul I_2, iar curentul I_1 prin bobinele BO_1, BO_2 este nul cîmpul magnetic admite ca axă de simetrie numai diametrul AA' (fig.2.2.b). Prin urmare în această situație domeniul de calcul al cîmpului magnetic poate fi restrîns la cadranele I-II sau III-IV, putîndu-se preciza condițiile de frontieră pentru domeniul de calcul restrîns.

In continuare se presupune că mediile din configurația reprezentată în fig.2.1 au proprietăți magnetice liniare. Prin urmare este suficient să se calculeze repartiția cîmpului magnetic produs de bobinele BO_1, BO_2 în cadranul I, iar repartiția cîmpului magnetic produs de bobina BO_3 în cadranele I-II, întrucît se poate calcula cîmpul magnetic rezultant produs de ansamblul celor trei bobine în baza principiului superpoziției, utilizînd relații de însumare algebrică pentru componentele vectorilor $\bar{H}$ și $\bar{B}$ ce respectă condițiile de simetrie.

Rețeaua de discretizare în coordonate polare a fost concepută astfel încît să aibe drept axe de simetrie diametrele perpendiculare AA', BB'.

In fig.2.3 este prezentată rețeaua de discretizare pentru cadranele I și II. In interiorul conturului magnetului permanent, pașii p_ρ au fost astfel aleși încît ariile elementelor să fie apropiate ca valoare și să fie acoperită întreaga arie a magnetului permanent, cu respectarea condiției impusă de fig.1.3.a.



16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
Ecran
II
I
B
A
BO1
I1
BO3
I2
Magnet mobil
a
b
a'
i=1
(7,1) (7,2)
(7,1)
(8,1) (8,2)

Fig. 2.3

In spaţiul dintre conturul magnetului permanent şi ecranul magnetic paşii p_ϱ au fost aleşi astfel încît ariile bobinelor să fie acoperite de un număr cît mai mic de elemente, respectîndu-se şi aici condiţia impusă de fig.1.3.b. La alegerea paşilor p_Θ s-a avut în vedere obţinerea unor elemente cu arii apropiate pe suprafaţa magnetului permanent, iar secţiunile bobinelor să fie acoperite cu un număr cît mai redus de elemente.

La alegerea paşilor p_ϱ şi p_Θ s-a avut în vedere şi discretizarea domeniului de calcul într-un număr rezonabil de elemente astfel încît soluţia problemei de cîmp să descrie cu suficientă precizie distribuţia reală a cîmpului magnetic, iar timpul de calcul consumat de calculator să fie acceptabil ca mărime /16, 28, 54/.

Un element (I,J) al reţelei de discretizare din fig.2.3 este identificat prin nodul (i,j) care reprezintă punctul de colţ din stînga sus privind reţeaua de discretizare dinspre ecran spre centrul O. Elementul (7,1) haşurat în fig.2.3 are ca puncte de colţ nodurile (7,1), (8,1), (7,2) şi (8,2) şi este identificat prin nodul (7,1).

Variabila i care ia valori între 1 şi 12 în fig.2.3 creşte după coordonata ϱ a sistemului de coordonate polare, iar variabila j care ia valori între 1 şi 17 în fig.2.3 pentru cadranele I, II creşte după coordonata Θ a sistemului de coordonate polare (fig.1.1).

Numărul de elemente al reţelei de discretizare, corespunzătoare cadranelor I, II din fig.2.3 este egal cu 176, iar numărul de noduri în care se determină valorile componentelor vectorilor $\bar{H}$ şi $\bar{B}$ pentru cadranele I, II este egal cu 204.

2.3. Calculul cîmpului magnetic produs de bobinele BO_1 şi BO_2

După cum s-a arătat în subcapitolul 2.2 domeniul de calcul al cîmpului magnetic se reduce la un singur cadran din fig. 2.3. Programul de calcul al cîmpului magnetic a fost conceput pentru cadranul I.

Frontiera domeniului de calcul este formată din segmentele de cerc ab, AB şi segmentele de dreaptă aA, bB care sînt porţiuni de axe de simetrie.

In nodurile aflate pe porţiunile de frontieră ab şi AB s-a impus o condiţie de frontieră de forma (1.5) concretizată în sistemul de coordonate polare prin relaţia:

$$B_\rho = 0 \; . \tag{2.1}$$

In nodurile aflate pe porţiunea de frontieră aA s-a impus ca urmare a simetriei evidenţiată în fig.2.2.a o condiţie de frontieră de forma (1.6) concretizată în sistemul de coordonate polare prin relaţia:

$$H_\rho = 0 \; . \tag{2.2}$$

Tot datorită simetriei evidenţiată în fig.2.2.a în nodurile de pe porţiunea de frontieră bB s-a impus o condiţie de frontieră de forma (1.5) concretizată în sistemul de coordonate polare prin relaţia:

$$B_\theta = 0 \; . \tag{2.3}$$

In acest domeniu de calcul se disting mai multe subdomenii conţinînd medii considerate liniare, cu proprietăţi magnetice de material diferite:

- magnetul permanent cu permeabilitatea magnetică $\mu = 3\,\mu_0$ /56/;
- ecranul feromagnetic realizat din mumetal cu permeabilitatea magnetică $\mu = 130.000\,\mu_0$ şi grosimea g=0,6 mm /56/.
- zona sub formă de segment de inel dintre magnetul permanent şi ecran cu permeabilitatea magnetică μ_0.

Calculul cîmpului magnetic s-a efectuat pentru curentul nominal I_1=15 mA al bobinei BO_1 cu 750 spire. Prin urmare densităţile de curent de conducţie $J_0(I,J)$ au fost nenule pentru elementele suprapuse parţial sau total peste secţiunea transversală a bobinei BO_1.

Programul de calcul al cîmpului magnetic scris pe baza algoritmului de calcul din fig.1.5 în limbaj FORTRAN IV este prezentat în anexa A1.

Intrucît valorile finale ale componentelor H_ρ şi H_θ ale intensităţii cîmpului magnetic pot fi unele pozitive iar altele negative este indicat să se atribuie necunoscutelor H_ρ şi H_θ valori iniţiale nule. Pentru a se evita în faza iniţială de execuţie a programului depăşirea superioară în virgulă mobilă, valorile inițiale atribuite necunoscutelor nenule au fost: $H_\rho=1$ A/m, $H_\theta=1$ A/m.

Pe parcursul execuției programului a fost prevăzută scăderea coeficientului k din relațiile (1.49, 1.64) de la valoarea inițială o,9 cu o,o5 după fiecare loo iterații, în scopul creșterii vitezei de convergență a metodei de calcul /7, 29/.

Limitele maxime admise pentru erorile E_{Hmax} și E_{Bmax} au fost $E_{HMAX}=5\cdot10^{-4}$ A, respectiv $E_{BMAX}=5\cdot10^{-5}$ Tm.

Programul de calcul a fost rulat pe un calculator FELIX C-512. Volumul memoriei ocupate a fost de 38 kocteți. Soluția problemei de cîmp a fost obținută după 461 de iterații, iar timpul consumat de unitatea centrală de calcul a fost de 2ol secunde.

In tabelul 2.1 sînt prezentate valorile componentelor H_ρ și H_θ, în amper/metru ale intensității cîmpului magnetic $\overline{H}$ în nodurile rețelei de discretizare obținute cu programul de calcul din anexa A1, rulat pentru cadranul I, (fig.2.3), cu permeabilitatea magnetică a ecranului $\mu_E=13o.ooo\ \mu_o$, grosimea ecranului g=o,6 mm și permeabilitatea magnetică a mediului magnetului permanent $\mu_M=3\,\mu_o$.

Tabelul 2.1.

COMPONENTA LUI H DUPA DIRECTIA RO
IN NODURILE RETELEI

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

COMPONENTA LUI H DUPA DIRECTIA TETA
IN NODURILE RETELEI

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

2.4. Calculul cîmpului magnetic produs de bobina BO_3

Cîmpul magnetic produs de bobina BO_3 se poate calcula pe cadranele I – II sau III – IV din fig.2.2.b aşa cum s-a demonstrat în subcapitolul 2.2. Programul de calcul al cîmpului magnetic a fost scris pentru cadranele I şi II din fig.2.3.

Frontiera domeniului de calcul cuprinde segmentele de cerc aba', ABA' şi segmentele de dreaptă aA şi a'A' care sînt porţiuni ale axei de simetrie AA'.

In nodurile aflate pe porţiunile de frontieră aba' şi ABA' s-a impus o condiţie de frontieră de forma (1.5) care în sistemul de coordonate polare se poate scrie prin relaţia:

$$B_\rho = 0 \; . \tag{2.4}$$

Datorită simetriei cîmpului magnetic în raport cu axa AA', evidenţiată în fig.2.2.b în nodurile reţelei de discretizare aflate pe porţiunile de frontieră aA şi a'A' s-a impus o condiţie de frontieră de forma (1.6) concretizată în sistemul de coordonate polare prin relaţia:

$$H_\theta = 0 \; . \tag{2.5}$$

Si în acest domeniu de calcul se disting mai multe subdomenii conţinînd medii considerate liniare, cu proprietăţi de material diferite, identice cu cele indicate în subcapitolul 2.3 pentru magnetul permanent, ecranul feromagnetic şi zona sub formă de segment de inel dintre magnet şi ecran.

Calculul cîmpului magnetic a rezultat pentru curentul nominal I_2=15 mA al bobinei BO_3 cu 650 spire. Densităţile de curent de conducţie $I_c(I,J)$ au fost nenule pentru elementele reţelei de discretizare suprapuse total sau parţial peste secţiunea transversală a bobinei BO_3.

Programul de calcul al cîmpului magnetic a fost scris în limbaj FORTRAN IV, în conformitate cu algoritmul de calcul din fig.1.5 şi este prezentat în anexa A2.

Pe baza considerentelor expuse în subcapitolul 2.3 valorile iniţiale atribuite necunoscutelor nenule au fost H_ρ=1 A/m şi H_θ=1 A/m.

Coeficientului k din relaţiile (1.49, 1.64) i s-au atribuit valorile din subcapitolul 2.3 din motivele prezentate acolo.

Limitele maxime admise pentru E_{Hmax} şi E_{Bmax} au fost impuse $E_{HMAX}=5\cdot 10^{-4}$A, respectiv $E_{BMAX}=5\cdot 10^{-5}$ Tm.

Programul de calcul a fost rulat pe un calculator FELIX C-512. Volumul memoriei ocupate a fost de 44 kocteţi. Soluţia problemei de cîmp a fost obţinută după 460 de iteraţii, iar timpul consumat de unitatea centrală de calcul a fost de 387 secunde.

In tabelul 2.2 sînt indicate valorile componentelor H_ρ şi H_θ în amper/metru ale intensităţii cîmpului magnetic $\bar{H}$ în nodurile reţelei de discretizare obţinute cu programul de calcul din anexa A2, rulat pentru cadranele I şi II, (fig.2.3), cu permeabilitatea magnetică a ecranului $\mu_E=130.000\ \mu_0$, grosimea ecranului $g=0,6$ mm şi permeabilitatea magnetică a mediului magnetului permanent $\mu_M=3\ \mu_0$.

2.5. Calculul cîmpului magnetic rezultant

Cîmpul magnetic rezultant produs de ansamblul bobinelor BO_1, BO_2 şi BO_3 parcurse de curenţi electrici se va calcula în baza principiului superpoziţiei utilizînd relaţii de însumare algebrică pentru componentele vectorilor $\bar{H}$ şi $\bar{B}$, deduse în baza condiţiilor de simetrie din subcapitolul 2.2.

Componentele vectorilor $\bar{H}$ şi $\bar{B}$ calculate cu programul de calcul din anexa A1 vor fi notate cu $H_{\rho 1}$, $H_{\theta 1}$, $B_{\rho 1}$ şi $B_{\theta 1}$, iar componentele aceloraşi vectori, rezultate din programul de calcul din anexa A2 vor fi notate cu $H_{\rho 2}$, $H_{\theta 2}$, $B_{\rho 2}$ şi $B_{\theta 2}$.

In baza condiţiilor de simetrie a cîmpurilor magnetice produse de bobinele BO_1, BO_2 şi a bobinei BO_3 calculate în subcapitolele 2.3 şi 2.4 pentru componentele H_ρ, H_θ ale intensităţii cîmpului magnetic rezultant sînt valabile relaţiile:

- pentru cadranul I:

$$\left.\begin{aligned} H_\rho(i,j)&=H_{\rho 1}(i,j)+H_{\rho 2}(i,j)\\ H_\theta(i,j)&=H_{\theta 1}(i,j)+H_{\theta 2}(i,j)\end{aligned}\right\} ; \qquad (2.6)$$

- pentru cadranul II:

$$\left.\begin{aligned} H_\rho(i,j)&=H_{\rho 1}(i,18-j)+H_{\rho 2}(i,j)\\ H_\theta(i,j)&=-H_{\theta 1}(i,18-j)+H_{\theta 2}(i,j)\end{aligned}\right\}$$

Tabelul 2.2.

COMPONENTA LUI H DUPA DIRECTIA RO
IN NODURILE RETELEI

.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	
[illegible]	287.4	264.8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	81.7	4.1	-35.7
[illegible]	-130.1	-166.9	-184.0	-199.6	[illegible]	-224.5	-247.3	
[illegible]	263.0	257.0	[illegible]	175.7	136.4	66.2	[illegible]	-57.0
[illegible]	-339.0	-263.[illegible]	-172.8	[illegible]	-187.5	[illegible]	-92.1	
[illegible]	-264.4	-264.4	-220.7	-194.6	-138.3	-56.4	-34.[illegible]	-70.2
[illegible]	-249.3	-164.6	-168.2	-171.9	-174.2	-175.2	-75.5	
[illegible]	-289.1	-266.0	[illegible]	-185.2	-137.7	-57.2	-52.8	-80.6
[illegible]	-158.3	-162.7	-166.[illegible]	-66.[illegible]	-166.6	-60.3	-60.8	
[illegible]	-677.1	-786.5	[illegible]	-545.7	-42[illegible]	-263.2	[illegible]	-274.5
[illegible]	-463.6	-478.2	[illegible]	-498.[illegible]	-547.7	-488.3	-505.2	
-727.2	-740.0	-719.[illegible]	[illegible]	-562.2	-42[illegible]	[illegible]	[illegible]	-349.5
[illegible]	-392.8	-418.6	[illegible]	-405.6	-380.5	-395.[illegible]	-376.3	
[illegible]	-607.9	-640.9	-568.7	-588.[illegible]	-531.[illegible]	-557.7	-402.6	-430.4
[illegible]	-399.7	-348.[illegible]	[illegible]	-335.7	-345.0	-323.6	-339.0	
[illegible]	-578.[illegible]	-639.0	-575.0	-784.0	[illegible]	-340.[illegible]	-774.4	-455.9
[illegible]	-335.3	-330.6	[illegible]	[illegible]	-285.4	-295.5	-275.0	
[illegible]	-524.9	-55[illegible]	-678.8	-616.6	-678.9	-265.7	-477.8	-482.[illegible]
-567.5	-329.0	-367.6	-277.0	-250.4	-254.6	-236.6	-247.2	
[illegible]	-478.8	-526.4	-639.3	-783.[illegible]	-509.6	-219.[illegible]	[illegible]	-409.5
[illegible]	-287.6	-255.6	-246.6	-242.6	-228.3	-227.4	-227.0	
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	

COMPONENTA LUI H DUPA DIRECTIA TETA
IN NODURILE RETELEI

.0	-347.9	-213.4	[illegible]	-357.8	-392.4	-442.9	-468.2	-469.7
-462.5	[illegible]	-368.6	-327.2	-275.7	[illegible]	-96.[illegible]	.0	
.0	-57.3	[illegible]	-157.9	-179.2	-240.3	-214.6	[illegible]	[illegible]
[illegible]	-172.6	-138.[illegible]	[illegible]	-97.[illegible]	-64.4	[illegible]	.0	
.	-61.0	-128.9	[illegible]	[illegible]	-233.2	-254.[illegible]	-245.5	[illegible]
[illegible]	-306.6	-130.4	[illegible]	-85.6	-54.8	-26.6	.0	
.	-65.9	[illegible]	[illegible]	-278.0	[illegible]	-272.[illegible]	-200.5	-238.6
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-73.8	-47.6	[illegible]	.0	
.	-63.3	[illegible]	-96.9	-245.4	-262.8	-290.9	-268.0	-230.8
[illegible]	-45.2	[illegible]	-65.9	-65.9	[illegible]	[illegible]	.0	
.	-63.4	-133.[illegible]	-97.4	-240.3	-363.6	-393.7	-209.9	-239.[illegible]
[illegible]	-43.9	-126.7	[illegible]	-66.[illegible]	-47.[illegible]	-24.[illegible]	.0	
.	-33.5	[illegible]	-795.0	-598.6	-521.8	-573.2	-476.4	-374.0
[illegible]	-28.4	-30.0	[illegible]	-45.7	-26.7	[illegible]	.0	
.	-33.5	-135.9	-797.[illegible]	-354.[illegible]	-567.6	-853.4	-599.6	-287.[illegible]
[illegible]	-99.3	-57.[illegible]	[illegible]	-30.5	-9.5	-8.[illegible]	.0	
.	-26.2	-203.[illegible]	[illegible]	[illegible]	-740.2	-675.2	-269.6	-70.5
[illegible]	-33.3	-42.9	[illegible]	-22.5	-9.5	-6.0	.0	
.	-7.8	-32.7	[illegible]	[illegible]	-137.7	-79.6	70.0	-77.5
[illegible]	-35.0	-5.[illegible]	-6.[illegible]	-3.[illegible]	-6.5	.0	.0	
.	-9.1	-36.[illegible]	-30.2	-86.2	83.5	94.[illegible]	-40.9	[illegible]
[illegible]	-9.7	-29.3	-5.[illegible]	-0.[illegible]	2.0	-2.4	.0	
.0	.0	.0	.	.	.	.	.1	.
.	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	

Datorită simetriei rețelei de discretizare față de diametrul AA' în cadranul III variabila j va lua valori cuprinse între 17 și 25, iar în cadranul IV între 25 și 33. Prin urmare relațiile de calcul ale componentelor H_ρ și H_θ sînt următoarele :

- pentru cadranul III:

$$\left.\begin{array}{l} H_\rho(i,j)=-H_{\rho 1}(i,j-16)+H_{\rho 2}(i,34-j) \\ H_\theta(i,j)=-H_{\theta 1}(i,j-16)-H_{\theta 2}(i,34-j) \end{array}\right\} \quad ; \qquad (2.8)$$

- pentru cadranul IV:

$$\left.\begin{array}{l} H_\rho(i,j)=-H_{\rho 1}(i,34-j)+H_{\rho 2}(i,34-j) \\ H_\theta(i,j)=H_{\theta 1}(i,34-j)-H_{\theta 2}(i,34-j) \end{array}\right\} \quad . \qquad (2.9)$$

Componentele B_ρ, B_θ ale inducției magnetice $\bar{B}$ în nodurile rețelei de discretizare din cadranele I - IV se calculează cu relațiile (1.14) întrucît mediile au fost presupuse liniare.

Valorile H a intensității cîmpului magnetic și B a inducției magnetice se calculează în toate nodurile rețelei de discretizare din cadranele I - IV cu relațiile (1.15, 1.16).

2.6. Influența permeabilității magnetice a ecranului, a permeabilității magnetice, a magnetului permanent, a grosimii și a formei ecranului asupra cîmpului magnetic

Influența permeabilității magnetice a ecranului feromagnetic asupra cîmpului magnetic al instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil se poate determina rulînd programele de calcul corespunzătoare subcapitolelor 2.3 și 2.4 cu alte valori pentru permeabilitatea magnetică a ecranului. Cu noile valori ale componentelor vectorilor $\bar{H}$ și $\bar{B}$ obținute se poate determina cîmpul magnetic rezultant cu relațiile (2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 1.14 - 1.16). S-au rulat aceste programe cu valoarea $\mu_E=100\,\mu_0$ și $\mu_E=1000\mu_0$ pentru permeabilitatea magnetică a ecranului. Au rezultat alte distribuții ale valorilor componentelor vectorilor $\bar{H}$ și $\bar{B}$, care sînt folosite în capitolele 4 și 5 pentru calculul cuplului activ și ale unor caracteristici ale instrumentului.

Influența permeabilității magnetice a magnetului permanent asupra cîmpului magnetic s-a determinat cu o procedură identică cu cea de mai sus. S-au rulat programele corespunzătoare subcapitolelor 2.3 şi 2.4 cu $\mu_M=5\,\mu_0$ şi $\mu_M=10\,\mu_0$ pentru permeabilitatea magnetică a materialului magnetului permanent. Distribuţiile de cîmp obţinute sînt utilizate de asemenea în capitolele 4 şi 5, în acelaşi scop ca mai sus.

Influenţa grosimii ecranului feromagnetic asupra cîmpului magnetic a urmat aceeaşi procedură indicată mai sus. S-a redus grosimea ecranului la o,5 mm, respectiv la o,25 mm.

Distribuţia de cîmp magnetic din instrument este dependentă şi de forma ecranului feromagnetic. Pentru a scoate în evidenţă aceasta s-a modificat forma ecranului magnetic. In fig.2.4 este prezentată o porţiune din secţiunea transfersală a instrumentului care cuprinde această modificare astfel realizată incît să se poată utiliza în continuare reţeaua de discretizare din fig. 2.3. Porţiunea din ecran m n p q din fig.2.4 este simetrică în raport cu axele AA' respectiv BB' ceea ce permite calculul cîmpului magnetic după considerentele descrise în subcapitolele 2.3 - 2.5. Interpretarea rezultatelor obţinute se face în capitolele 4 şi 5.

2.7. Influenţa poziţiilor bobinelor instrumentului asupra cîmpului magnetic

Modificarea poziţiei bobinelor instrumentului faţă de poziţia descrisă în /56/ este echivalentă cu modificarea relativă a poziţiilor secţiunilor bobinelor în secţiunea transversală prin instrument din fig.2.1. Prin urmare se schimbă distribuţia densităţilor de curent din reţeaua de discretizare avînd ca efect modificarea distribuţiei valorilor componentelor vectorilor $\bar{H}$ şi $\bar{B}$ ai cîmpului magnetic.

Noua poziţie a bobinelor BO_1, BO_2 şi BO_3 este arătată în fig.2.5.

Bobinele BO_1 şi BO_2 au rămas în poziţiile corespunzătoare cu cele din fig.2.1. S-a modificat poziţia bobinei BO_3 astfel ca între axa BB' a bobinelor BO_1 şi BO_2 şi axa cc' a bobinei BO_3 să rezulte un unghi diferit de $\pi/2$. Modificarea prezentată în fig. 2.5 permite calculul cîmpului magnetic utilizînd reţeaua de discretizare din fig.2.4 extinsă şi în cadranele III şi IV.

Calculul cîmpului magnetic s-a efectuat în trei etape.

In prima etapă s-au reţinut valorile componentelor inten-

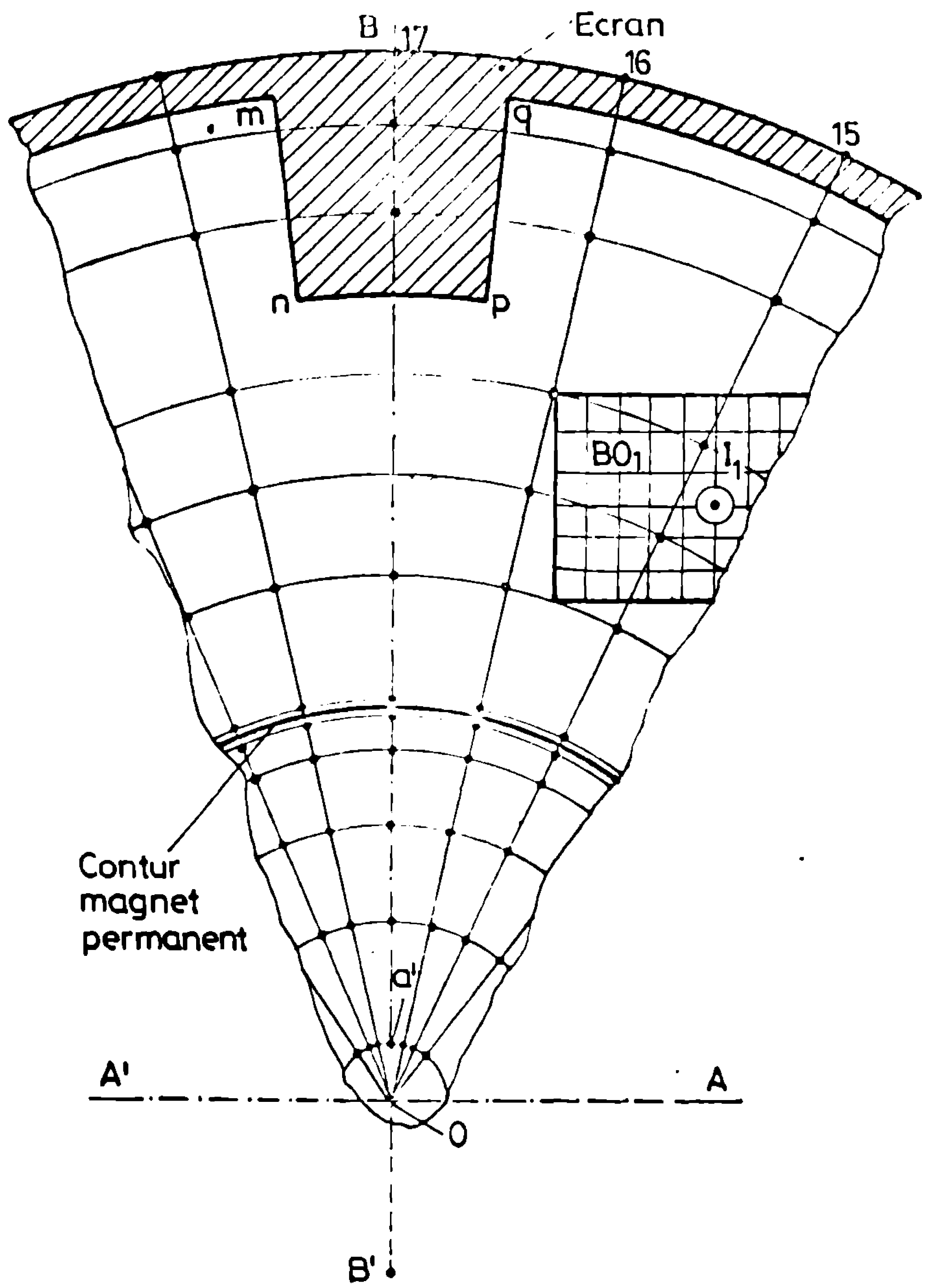


Fig.2.4.

situţii şi inducţiei cîmpului magnetic obţinute cu programul [illegible] anexa A1 care cuprinde componentele obţinute în subcapitolul 2.5. A doua etapă este descrisă mai jos.

Deoarece bobina BO_3 nu mai are ca axă de simetrie dreapta AA', calculul cîmpului magnetic s-a efectuat pe o reţea de discretizare extinsă pe toate cadranele din fig.2.5. S-a utilizat reţeaua de discretizare din fig.2.3 extinsă prin simetrie în raport cu diametrul AA' pe cadranele III şi IV.

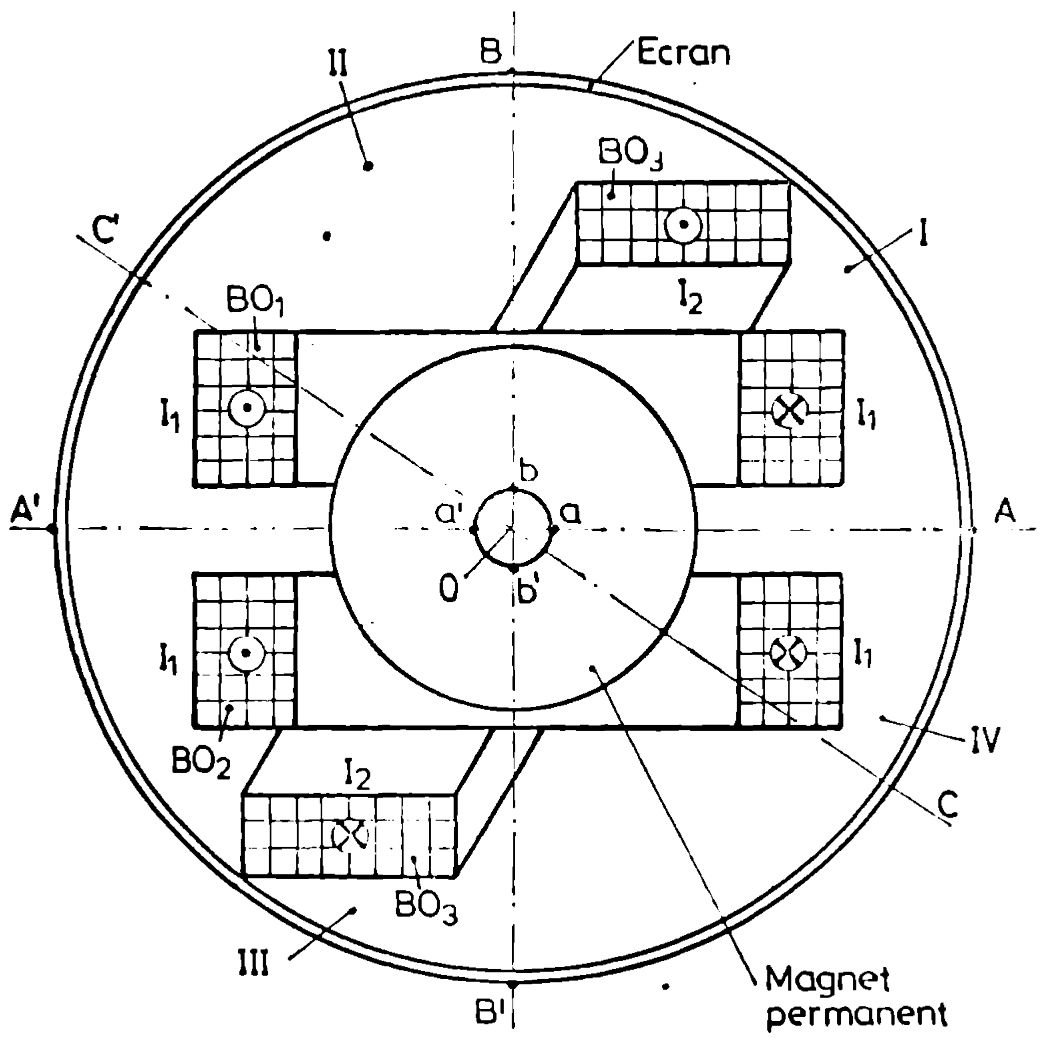


Fig.2.5.

Domeniul de calcul cuprinde în exterior cercul ABA'B şi în interior cercul aba'b'. Pe ambele porţiuni ABA'B şi aba'b' ale frontierei domeniului s-au impus condiţii de frontieră de forma (1.5) concretizate în sistemul de coordonate polare prin:

$$B_{\varrho} = 0 . \qquad (2.16)$$

Calculul cîmpului magnetic s-a efectuat pentru bobina BO_3 cu 690 spire parcursă de curentul I_2=15 mA. Densităţile de curent de conducţie au fost nenule pentru elementele reţelei de discretizare suprapuse total sau parţial peste secţiunile transversale ale bobinei BO_3.

Programul de calcul s-a scris în baza algoritmului de calcul din fig.1.5 în limbaj FORTRAN IV. Referitor la valorile iniţiale ale componentelor vectorilor $\bar{H}$ şi $\bar{B}$, erorile maxime admise ε_{Hmax} şi ε_{Bmax} cum şi la coeficientul k din relaţiile (1.49, 1.64) s-au aplicat în întregime consideraţiile şi valorile acceptate în subcapitolul 2.3.

A treia etapă constă în determinarea distribuţiei cîmpului magnetic rezultant în baza relaţiilor de calcul (2.6, 2.7, şi 1.14 - 1.16) şi a considerentelor expuse în subcapitolul 2.5.

Noua distribuţie a cîmpului magnetic obţinută se va utiliza în capitolul 6.

2.8. Concluzii

Calculul cîmpului magnetic din instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil reprezintă prima etapă importantă în studiul său cantitativ şi calitativ.

In subcapitolele 2.2 - 2.6 s-a determinat cîmpul magnetic al instrumentului în multiple situaţii aplicînd metoda de calcul iterativă cu diferenţe finite în coordonate polare expusă în capitolul 1, pentru configuraţia impusă în /56/.

Sînt evidenţiate influenţa permeabilităţii magnetice, a ecranului feromagnetic, a magnetului permanent şi a grosimii ecranului asupra distribuţiei cîmpului magnetic.

Distribuţiile de cîmp determinate cantitativ sînt utilizate la calculul cuplului activ al instrumentului care reprezintă a doua etapă importantă pentru studiul său.

Impreună cele două etape permit calculul caracteristicilor magnetoelectrice cu magnet mobil care s-a efectuat în capitolul 5 al tezei. Rezultă un studiu cantitativ complet al acestui tip de instrument.

In subcapitolul 2.6 este calculat cîmpul magnetic din instrument pentru un ecran magnetic de altă formă, iar în subcapitolul 2.7 pentru alte poziţii ale bobinelor decît cele din /56/. Aceste distribuţii de cîmp magnetic vor servi în capitolele 5 şi 6 pentru obţinerea unor caracteristici superioare ale instrumentului magnetoelectric.

CAPITOLUL 3

DETERMINAREA MOMENTULUI MAGNETIC AL MAGNETULUI PERMANENT

3.1. Introducere

Determinarea momentului magnetic la magneţii permanenţi, cu circuit magnetic deschis, implică măsurări a căror dificultate principală constă în micşorarea pe cît este posibil a influenţei mărimilor exterioare perturbatoare, care pot falsifica rezultatele măsurărilor.

În prima parte a acestui capitol se definesc cîteva mărimi magnetice ce caracterizează cîmpul magnetostatic şi sînt enunţate legile magnetostaticii. Sînt apoi prezentate succint metode cunoscute de măsurare a momentului magnetic.

In continuare autorul prezintă metoda utilizată pentru determinarea momentului magnetic al magnetului permanent sub formă de disc.

Metoda de măsurare a momentului magnetic are la bază metoda magnetometrică, cunoscută în literatură /1, 25, 32, 38, 42, 43, 55, 71, 79, 82/. Autorul a realizat un magnetometru combinat cu un etalon de cîmp magnetic, ce asigură un cîmp magnetic, în zona magnetului magnetometrului, cunoscut cu mare exactitate. Intensitatea cîmpului magnetic, creat cu etalonul de cîmp, intră direct în relaţia de calcul a momentului magnetic, reducîndu-se influenţa cîmpurilor magnetice perturbatoare exterioare. Folosind unghiuri mici de rotire ale magnetului magnetometrului, măsurările implică determinarea unor deviaţii ce se pot citi pe o scară gradată, în locul măsurării unor unghiuri.

Autorul stabileşte relaţiile de calcul ale momentului magnetic, corespunzătoare metodei prezentate, în care intră deviaţii citite pe o scară gradată dreaptă.

3.2. Starea de magnetizare, momentul magnetic, magnetizaţia, legile magnetostaticii

In cîmpul electromagnetic apar acţiuni ponderomotoare între conductoare parcurse de curenţi de conducţie, corpuri încărcate cu sarcini electrice în mişcare, cum şi asupra unor corpuri situate în cîmp magnetic /1, 19, 33, 38, 51, 52, 57, 68, 73/. Starea corpurilor care în cîmp magnetic sînt acţionate de forţe şi cupluri în afara celor condiţionate de starea electrocinetică sau de starea de încărcare cu sarcini electrice în mişcare, se numeşte stare de magnetizare, sau de polarizare magnetică.

3.2.1. Momentul magnetic

Se consideră un cîmp magnetic omogen de inducţie magnetică $\bar{B}$ (fig.3.1). Dacă în acest cîmp se introduce un mic corp magnetizat AB, ce se poate roti liber în jurul axei sale de rotaţie, experienţa arată că asupra sa acţionează un cuplu. După o anumită axă cuplul ce acţionează se va anula. Această axă este orientată după direcţia inducţiei $\bar{B}$. Notînd cu m funcţia scalară care depinde numai de starea de magnetizare a corpului, în baza datelor experimentale subzistă relaţia:

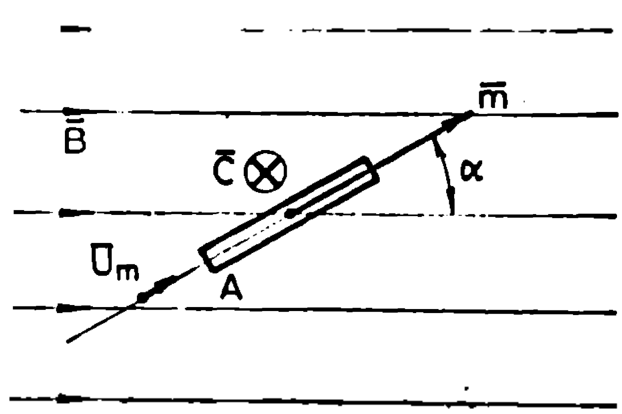


Fig.3.1.

$$\bar{C} = \bar{m} \times \bar{B} \, . \qquad (3.1)$$

Mărimea vectorială

$$\bar{m} = m.\bar{U}_m \qquad (3.2)$$

se numeşte moment magnetic al corpului. In relaţia (3.2) $\bar{U}_m$ este versorul axei de magnetizare a corpului.

Cuplul de forma (3.1) există oricît de mic ar fi magnetul AB, ceea ce denotă că din acest punct de vedere corpul AB nu poate fi considerat punct material. Această observaţie va fi utilizată în capitolul 4 de calcul al cuplului activ cînd magnetul permanent va fi discretizat cu ajutorul unei rețele de discretizare în coordonate polare.

Modulul cuplului rezultă dezvoltînd produsul vectorial de forma (3.1):

$$C = m.B \sin\alpha \ , \qquad (3.3)$$

α fiind unghiul dintre axa de magnetizare a corpului AB și inducția magnetică $\bar{B}$.

Unitatea de măsură pentru momentul magnetic este, în Sistemul Internațional SI, $[Am^2]$ /36/.

3.2.2. Magnetizația

Dacă se fragmentează macroscopic un corp magnetizat, fiecărui element de volum Δv îi corespunde un moment magnetic $\Delta\bar{m}$. In acord cu principiul localizării acțiunilor fizice /19, 51, 52, 68/, starea de magnetizare a unui corp finit se caracterizează printr-o mărime vectorială $\bar{M}$, egală cu densitatea de volum a momentului magnetic, numită magnetizație:

$$\bar{M} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Delta\bar{m}}{\Delta v} = \frac{d\bar{m}}{dv} \ , \qquad (3.4)$$

rezultînd:

$$\bar{m} = \int_V \bar{M} dv \ . \qquad (3.5)$$

Dacă corpul magnetizat ce se fragmentează are forma unei suprafețe plane, atunci magnetizația se definește cu relația:

$$\bar{M} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta\bar{m}}{\Delta A} = \frac{d\bar{m}}{dA} \ , \qquad (3.6)$$

rezultînd:

$$\bar{m} = \int_A \bar{M} dA \ , \qquad (3.7)$$

unde ΔA este un element de suprafață.

Unitățile de măsură pentru magnetizație în SI, rezultă din relațiile (3.4, 3.6) și sînt amper/metru sau amper /36/.

3.2.3. Magnetizaţia temporară, magnetizaţia permanentă

Experienţa arată că starea de magnetizare a unui corp depinde mai mult sau mai puţin de cîmpul magnetic în care se găseşte.

Dacă momentul magnetic al unui corp devine nul cînd cîmpul exterior se anulează, magnetizaţia dobîndită se numeşte temporară. Corpurile care au o magnetizaţie chiar după anularea cîmpului exterior se numesc magnetizate permanent, magnetizaţia dobîndită denumindu-se permanentă.

Pentru un corp este valabilă în general relaţia:

$$\bar{m} = \bar{m}_t\ (\bar{B}) + \bar{m}_p\ , \qquad (3.8)$$

unde $\bar{m}_t\ (\bar{B})$ reprezintă momentul magnetic temporar iar $\bar{m}_p$ momentul magnetic permanent al corpului.

Relaţii asemănătoare sînt valabile pentru mărimea fizică magnetizaţie:

$$\bar{M} = \bar{M}_t(\bar{H}) + \bar{M}_p\ , \qquad (3.9)$$

unde $\bar{M}_t(\bar{H})$ este magnetizaţia temporară şi $\bar{M}_p$ este magnetizaţia permanentă a corpului, iar $\bar{H}$ este intensitatea cîmpului magnetic în corp.

Dacă cîmpul exterior este foarte mic:

$$|\bar{m}_t(\bar{B})| \ll |\bar{m}_p|, \qquad (3.10)$$

şi prin urmare momentul magnetic total al corpului este determinat de momentul magnetic permanent.

3.2.4. Relaţii fundamentale în magnetostatică

Relaţiile fundamentale ale cîmpului magnetostatic rezultă prin particularizarea legilor generale şi de material ale cîmpului electromagnetic, în ipoteza că mărimile electrice şi magnetice sînt invariabile în timp, iar corpurile sînt imobile.

1. Legea dependenţei dintre inducţia $\bar{B}$, intensitatea cîmpului magnetic $\bar{H}$ şi magnetizaţia $\bar{M}$, în cîmp magnetostatic.

$$\bar{B} = \mu_0(\bar{H}+\bar{M})\ , \qquad (3.11)$$

$$\bar{M} = \bar{M}_t\ (\bar{H}) + \bar{M}_p\ . \qquad (3.12)$$

2. Legea magnetizației temporare:

$$\bar{M}_t = \bar{M}_t(\bar{H})\ . \qquad (3.13)$$

3. Legea fluxului magnetic sub formă diferențială și integrală:

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{div}\ \bar{B} = 0 \\ \oint_S \bar{B}\ d\bar{s} = 0 \end{array}\right\}. \qquad (3.14)$$

4. Legea circuitului magnetic sub formă diferențială:

$$\mathrm{rot}\ \bar{H} = 0\ . \qquad (3.15)$$

Din relația (3.11) rezultă:

$$\mathrm{div}\ \bar{H} = -\mathrm{div}\ \bar{M} = \frac{1}{\mu_0}\ \rho_{vpm}\ , \qquad (3.16)$$

unde ρ_{vpm} este densitatea de volum a sarcinii de polarizație magnetică. Rezultă că intensitatea $\bar{H}$ a cîmpului magnetic provine dintr-o funcție potențială V_m denumită potențial magnetostatic:

$$\bar{H} = -\ \mathrm{grad}\ V_m\ . \qquad (3.17)$$

Potențialul magnetostatic V_m satisface ecuația lui Laplace:

$$\Delta V_m = \frac{1}{\mu_0}\ \rho_{vpm}\ . \qquad (3.18)$$

Aceasta înseamnă că în regim magnetostatic teoria de cîmp a lui $\bar{H}$ este de tip coulombian. Introducînd sarcina de polarizație magnetică ρ_{vpm}, care nu are corespondent fizic, se pot utiliza la calculul cîmpului magnetic relații similare cu cele din regimul electrostatic /1, 19, 33, 51, 68/.

Pe de altă parte,

$$\mathrm{rot}\ \bar{B} = \mu_0\ \mathrm{rot}\ \bar{H} = \mu_0\ \bar{J}_m\ , \qquad (3.19)$$

$\bar{J}_m$ fiind densitatea de curent amperian.

Relația (3.19) arată că inducția $\bar{B}$ provine dintr-un potențial magnetic vector $\bar{A}$:

$$\bar{B} = \mathrm{rot}\ \bar{A}\ . \qquad (3.20)$$

Potențialul vector $\bar{A}$ satisface ecuația lui Poisson:

$$\Delta\bar{A} = -\mu_0 \bar{J}_m , \qquad (3.21)$$

în care s-a ținut seama că:

$$\text{div}\ \bar{A} = 0 . \qquad (3.22)$$

Relația (3.22) reprezintă condiția de etalonare Coulomb.

Teoria cîmpului inducției $\bar{B}$ este cu alte cuvinte o teorie de tip laplacian.

Avînd în vedere cele de mai sus se poate conchide că în exteriorul corpurilor magnetizate permanent liniile de cîmp ale lui $\bar{B}$ și $\bar{H}$ coincid, deoarece subzistă relația:

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} . \qquad (3.23)$$

In interiorul corpurilor magnetizate cîmpul vectorului $\bar{H}$ are caracter demagnetizant, adică liniile de cîmp ale lui $\bar{B}$ și $\bar{H}$ nu numai că nu coincid ci sînt aproape opuse. In fig.3.2 se arată acest lucru, presupunînd că magnetizația permanentă este singura sursă de cîmp. De asemenea s-a admis o magnetizare uniformă a corpului magnetizat permanent.

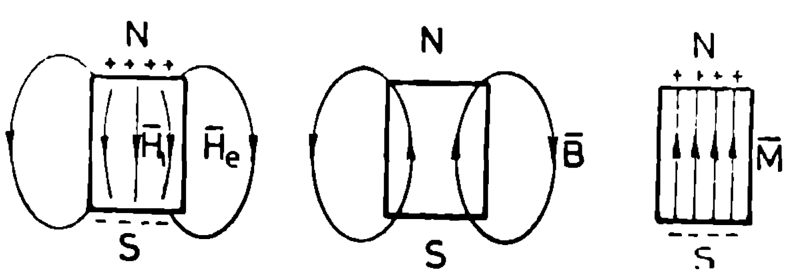


Fig.3.2.

Magnetizația $\bar{M}$ și intensitatea cîmpului magnetic $\bar{H}_i$ din interiorul corpului magnetizat sînt mărimi ce au, în general, valori diferite în diferite puncte ale corpului.

Pentru elipsoidul de rotație și corpuri care degenerează din acesta cum ar fi sfera, discul plan, etc., magnetizația permanentă este constantă pentru orice element de volum, sau de suprafață, cu condiția ca permeabilitatea magnetică a materialului ce alcătuiește corpul să fie constantă, în întreg volumul, sau pe întreaga suprafață a corpului, iar magnetizarea să se producă într-un cîmp magnetic exterior uniform /51, 52, 57/. In aceste condiții intensitatea cîmpului magnetic demagnetizant $\bar{H}_i$ este paralelă cu magnetizația $\bar{M}$, însă de sens contrar.

3.3. Influenţa unor caracteristici magnetice, ale materialelor magnetice, asupra cîmpului magnetic în care sînt introduse

In /33/ este tratată modificarea configuraţiei cîmpului magnetic, la introducerea în cîmp magnetic considerat uniform, a unui corp magnetic izotrop de permeabilitate magnetică relativă μ_r.

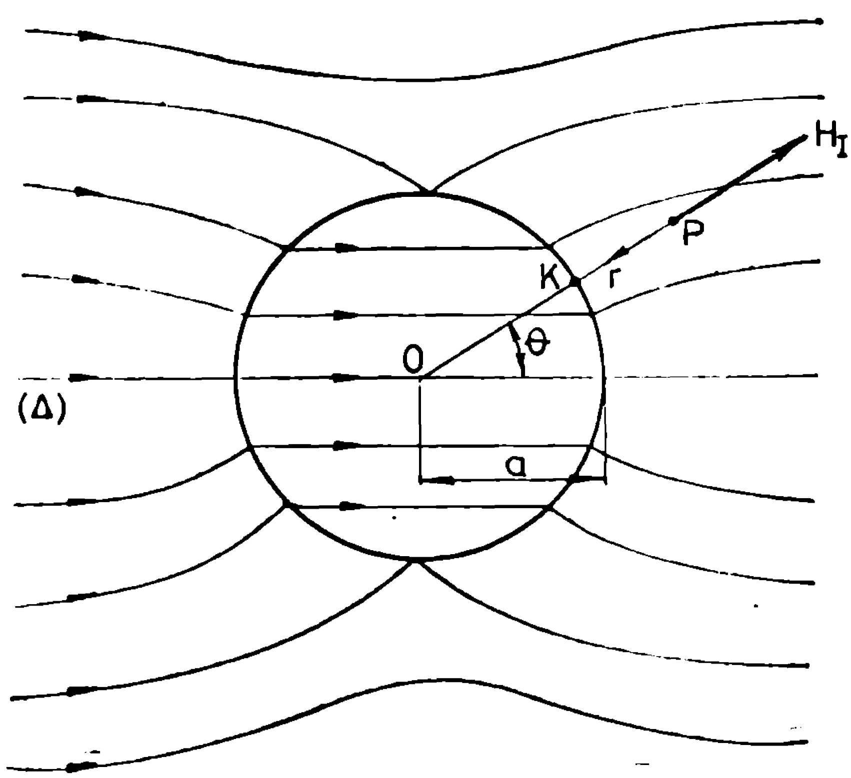


Fig.3.3.

Fie un cîmp magnetic uniform caracterizat prin vectorul intensităţii cîmpului magnetic $\bar{H}_0$, înainte de a introduce în el un corp magnetic. Dacă în acest cîmp se introduce un corp magnetic sub forma unui cilindru drept cu baza circulară, din material izotrop, caracterizat prin permeabilitatea magnetică relativă μ_r, apare o modificare a configuraţiei cîmpului magnetic /33/, (fig.3.3).

Intr-un punct P din exteriorul cilindrului caracterizat prin vectorul de poziţie $\bar{r}$, potenţialul magnetostatic este dat de relaţia /33/ :

$$V_{mP} = H_0 \, r \cos\theta \left(\frac{a^2}{r^2}\,\frac{\mu_r-1}{\mu_r+1} - 1\right), \tag{3.24}$$

în care a este raza cilindrului şi θ este unghiul dintre segmentul OP şi dreapta (Δ).

Componenta radială a intensităţii cîmpului magnetic într-un punct K de pe suprafaţa exterioară a cilindrului rezultă din relaţia (3.24) în baza relaţiei (3.17), pentru r=a:

$$H_{rK} = \frac{2H_0 \cos\theta}{\mu_r+1}\,\mu_r, \tag{3.25}$$

iar componenta radială a inducției în punctul K va fi:

$$B_{rK} = \mu_0 H_{rK} = \frac{2\mu_0 H_0 \cos\theta}{\mu_r + 1}\mu_r . \tag{3.26}$$

Inducția magnetică dată de relația (3.26) este o funcție continuă pe suprafața cilindrului și prin urmare fluxul magnetic prin cilindru va fi dat de relația:

$$\phi = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_{rK}\, r d\theta , \tag{3.27}$$

pentru r=a, ceea ce conduce la :

$$\phi = 2\mu_0 H_0 a \frac{2\mu_r}{\mu_r + 1} . \tag{3.28}$$

Relația (3.28) permite evaluarea modificării cîmpului magnetic produsă în prezența cilindrului magnetic. In funcție de valoarea lui μ_r se pot determina două situații practice limită între care se pot afla toate celelalte situații de modificare a cîmpului magnetic, la o configurație a corpului perturbator corespunzătoare fig.3.3. Astfel pentru $\mu_r=1$, din relația (3.28) rezultă:

$$\phi_0 = 2\mu_0 H_0 a , \tag{3.29}$$

ceea ce corespunde cu fluxul magnetic ce străbate transversal un cilindru nemagnetic și prin urmare cîmpul magnetic exterior rămîne nemodificat. Pentru $\mu_r \gg 1$ din relația (3.28) rezultă:

$$\phi_0 = 4\mu_0 H_0 a , \tag{3.30}$$

ceea ce corespunde cu un flux magnetic dublu în raport cu cel dat de relația (3.29), ce ar străbate transversal un cilindru magnetic de rază a. Referitor la relația (3.30) se poate afirma /33/, că este important ca $\mu_r/(\mu_r+1)\sim 1$, cu observația că atunci cînd μ_r este suficient de mare în raport cu 1, nu trebuie neapărat să fie constant în toate punctele materialului.

Considerațiile de mai sus concretizate prin relația (3.28) arată că în general un cîmp magnetic se poate modifica la introducerea în el a unor materiale magnetice.

Modificarea se referă atît la inducţia magnetică $\bar{B}$ cît şi la intensitatea cîmpului magnetic $\bar{H}$.

Prin urmare inducţia magnetică din interiorul unui cilindru feromagnetic cu o permeabilitate relativă μ_r va creşte în raportul $2\mu_r/(\mu_r+1)$ în raport cu inducţia cîmpului magnetic exterior considerat uniform /33/. Creşterea inducţiei, respectiv a fluxului magnetic nu este legată de fapt de uniformitatea cîmpului magnetic exterior ci numai de raportul $2\mu_r/(\mu_r+1)$, /33/.

Această observaţie arată că asupra unui magnet permanent cu permeabilitatea magnetică relativă μ_r introdus în cîmpuri magnetice uniforme acţionează cupluri mai mari, decît dacă $\mu_r=1$, cu factorul $2\mu_r/(\mu_r+1)$, cupluri date de relaţiile (3.5o, 3.51).

Se poate constata că ambele cupluri M_1 şi M_2 date de relaţiile (3.5o, 3.51) sînt mai mari de $2\mu_r/(\mu_r+1)$ori, prin urmare la egalitatea lor acest factor se simplifică. Ca urmare momentul magnetic m ce intervine în relaţia (3.57) nu este afectat de permeabilitatea magnetică a magnetului mobil al magnetometrului.

Prin introducerea unui magnet permanent într-un cîmp magnetic exterior apare şi un moment magnetic temporar dependent de valoarea inducţiei magnetice (relaţia (3.8)). Acest moment magnetic este indus în sensul cîmpului şi prin urmare nu produce cuplu activ.

Momentul magnetic determinat experimental în acest capitol se va utiliza la calculul cuplului activ ce se va efectua în capitolul 4.

In capitolul 6 referitor la rezultatele experimentale sînt indicate valorile intensităţii cîmpului magnetic pentru care a fost determinat momentul magnetic.

3.4. Metode de măsurare a momentului magnetic

Pentru determinarea experimentală a momentului magnetic a corpurilor magnetizate macroscopice, în literatura de specialitate este indicată metoda magnetometrică /1, 25, 32, 38, 42, 43, 79, 82/, utilizată pentru determinarea componentei orizontale a cîmpului magnetic terestru. Metoda magnetometrică constă în determinarea perioadei de oscilaţie a unui magnet, de moment magnetic $\bar{m}$, în cîmpul magnetic terestru, suspendat cu un fir care nu introduce cuplu rezistent.

Intre intensitatea cîmpului magnetic H în care oscilează agnetul, momentul său magnetic m şi perioada T a oscilaţiilor, xistă relaţia /82/:

$$H = \frac{\pi^2}{T^2}\,\frac{J}{m}\,\left(1+ \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \frac{k}{m}\ , \tag{3.31}$$

n care J este momentul de inerţie al magnetului suspendat, α amplitudinea unghiului de oscilaţie, iar k constanta de răsucire a firului de suspensie.

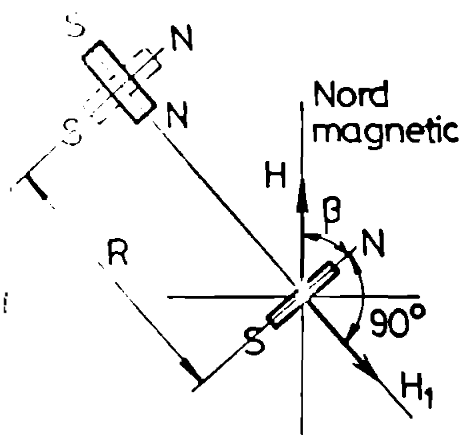


Fig.3.4.

O a doua ecuaţie între H şi m se obţine înlocuind magnetul suspendat cu un al doilea magnet de moment magnetic m', care nu trebuie cunoscut, şi plasînd magnetul întîi în planul orizontal al magnetului suspendat, în prima sau a doua poziţie Lamont (fig.3.4). Dacă axele celor doi magneţi sînt perpendiculare (poziţia I Lamont), asupra magnetului suspendat va acţiona două cupluri C_1, C_2, opuse ca semn, unul dat de cîmpul magnetic H, iar celălalt de cîmpul H_1 creat de magnetul fix:

$$C_1 = \mu_0 m' H \sin\beta\ , \tag{3.32}$$

$$C_2 = \mu_0\,\frac{2mm'}{R^3}\left(1+ \frac{\eta}{R^2} + \frac{q}{R^4} + \dots\right) . \tag{3.33}$$

Coeficienţii η şi q sînt dependenţi de repartiţia volumică a magnetizaţiei, de dimensiunile fizice ale magneţilor, cum şi de forma lor. Cu R s-a notat distanţa dintre centrele celor doi magneţi. La echilibrul celor două cupluri rezultă:

$$\frac{H}{m} = \frac{2\left(1+ \frac{\eta}{R^2} + \frac{q}{R^4} + \dots\right)}{R^3 \sin\beta}\ . \tag{3.34}$$

Relaţiile (3.31, 3.34) permit calculul momentului magnetic, direct din mărimi mecanice, cunoscînd cîmpul magnetic H. Determinarea pe această cale a momentului magnetic este extrem de laborioasă. In condiţii speciale această metodă absolută de determinare a momentului magnetic oferă precizii maxime de 10^{-5} /82/.

Dacă se alege o distanţă R suficient de mare în raport cu dimensiunile magneţilor, termenii de ordin superior lui doi, de la numărătorul relației (3.24) se pot neglija, în relații introducîndu-se doar coeficientul de distribuție η.

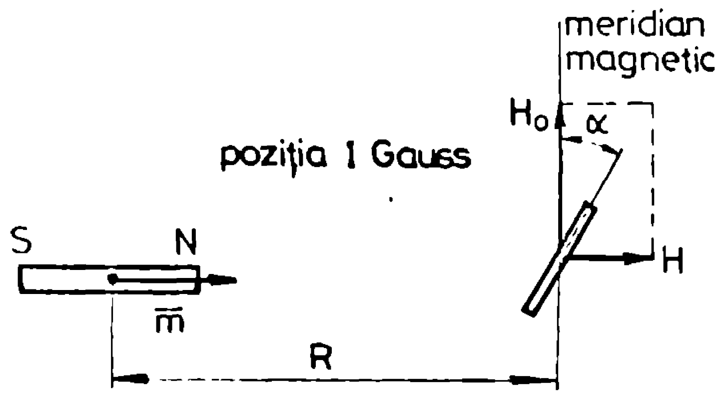


Fig.3.5.

Intr-o altă variantă a metodei /38, 42, 43, 79/, magnetul cu momentul magnetic m se așază perpendicular pe meridianul magnetic în planul magnetului suspendat (poziția I Gauss) sau paralel cu meridianul magnetic (poziția II Gauss) (fig.3.5). Cu H s-a notat intensitatea cîmpului magnetic produs de magnetul fix, în centrul magnetului suspendat iar cu H_0 componenta orizontală a intensității cîmpului magnetic terestru.

La echilibrul cuplurilor ce acționează asupra magnetului suspendat, este valabilă relația:

$$tg\,\alpha_1 = \frac{2m}{H_0 R^3}\left(1+\frac{\eta}{R^3}\right) \qquad (3.35)$$

pentru poziția I Gauss, respectiv:

$$tg\,\alpha_2 = \frac{m}{H_0 R^3}\left(1+\frac{\eta}{R^3}\right), \qquad (3.36)$$

pentru poziția II Gauss.

Coeficientul de distribuție η se poate elimina dacă măsurările se efectuează pentru două distanțe R_1 și R_2, dintre centrele magneților. Se scriu relațiile (3.35, 3.36) pentru cele două distanțe R_1 și R_2 și se elimină η, rezultînd:

$$\frac{m}{H_0} = \frac{R_1^5\ tg\,\alpha_1' - R_2^5\ tg\,\alpha_1''}{2(R_1^2-R_2^2)}, \qquad (3.37)$$

pentru poziția I Gauss, respectiv:

$$\frac{m}{H_0} = \frac{R_1^5\ tg\,\alpha_2' - R_2^5\ tg\,\alpha_2''}{R_1^2-R_2^2}, \qquad (3.38)$$

pentru poziția II Gauss, unde cu indicii (') și (") s-au notat deviațiile unghiulare pentru R_1, respectiv pentru R_2.

Relațiile (3.37, 3.38) permit determinarea momentului magnetic cu condiția cunoașterii componentei orizontale H_0 a cîmpului magnetic terestru.

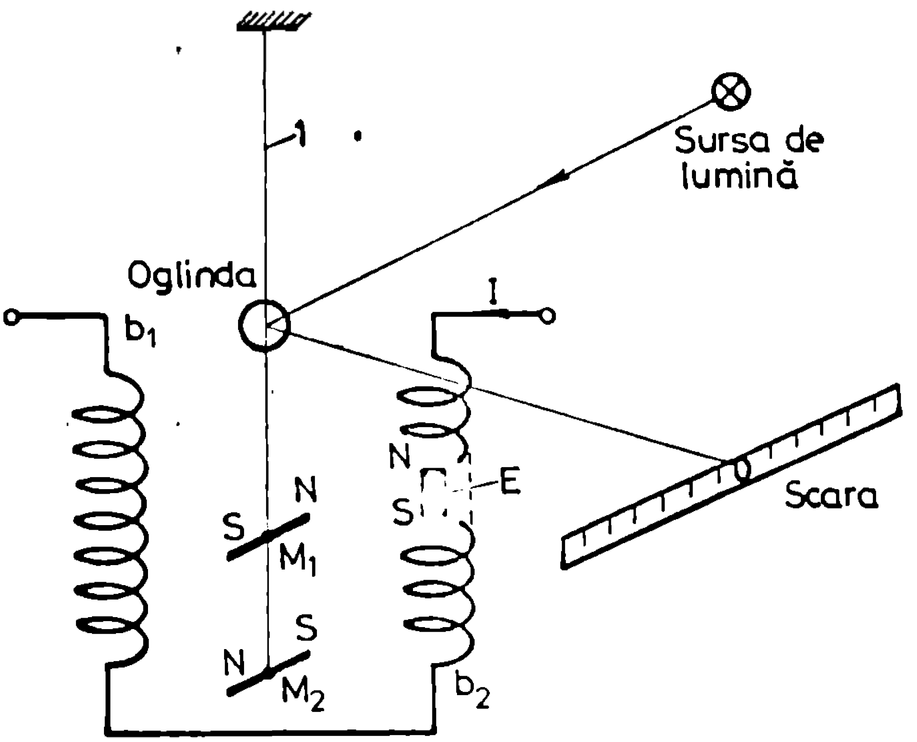


Fig.3.6.

O altă posibilitate de măsurare a momentului magnetic descrisă în /79, 82/, utilizînd magnetometre astatice (momentmetre magnetice /82/). Echipajul mobil (fig.3.6) este realizat din magneți M_1 și M_2 paraleli, însă de polarități opuse, suspendați printr-un fir de suspensie. In prezența cîmpului terestru și a cîmpului parazit cuplul de rotație total ce va acționa va fi nul. In prezența unui eșantion E magnetizat, dispus în bobina b_2, unghiul va devia proporțional cu momentul magnetic al acestuia. Bobina b_2 servește la crearea cîmpului magnetizat în vederea determinării unor dependențe de forma $\bar{m}=f(\bar{B})$ sau $\bar{M}=f(\bar{H})$, iar bobina b_1 compensează influența bobinei b_2 asupra echipajului mobil.

Momentmetrul magnetic descris se etalonează în prealabil cu etaloane de moment magnetic /82, 83/.

3.5. Determinarea experimentală a momentului magnetic, la magneți permanenți sub formă de disc

In acest subcapitol este descrisă metoda utilizată de autor pentru determinarea momentului magnetic. Nedispunînd de un momentmetru corespunzător măsurării magneților sub formă de disc.

autorul a dezvoltat metoda magnetometrică clasică, efectuînd determinările experimentale în cîmpuri magnetice uniforme cunoscute exact, în baza unui etalon de cîmp magnetic. In relaţiile de calcul stabilite intervin deviaţii citite pe o scară gradată şi nu unghiuri ca în relaţiile din literatură, ceea ce ar implica metode şi aparatură specializată de determinare a lor.

3.5.1. Intensitatea cîmpului magnetic, produsă de un magnet permanent, în exteriorul său

Se consideră un magnet permanent de moment magnetic $\bar{m}$, cu centrul în punctul O (fig.3.7). Potenţialul magnetostatic produs de momentul magnetic $\bar{m}$, în punctul P se poate calcula cu relaţia /1, 38/ :

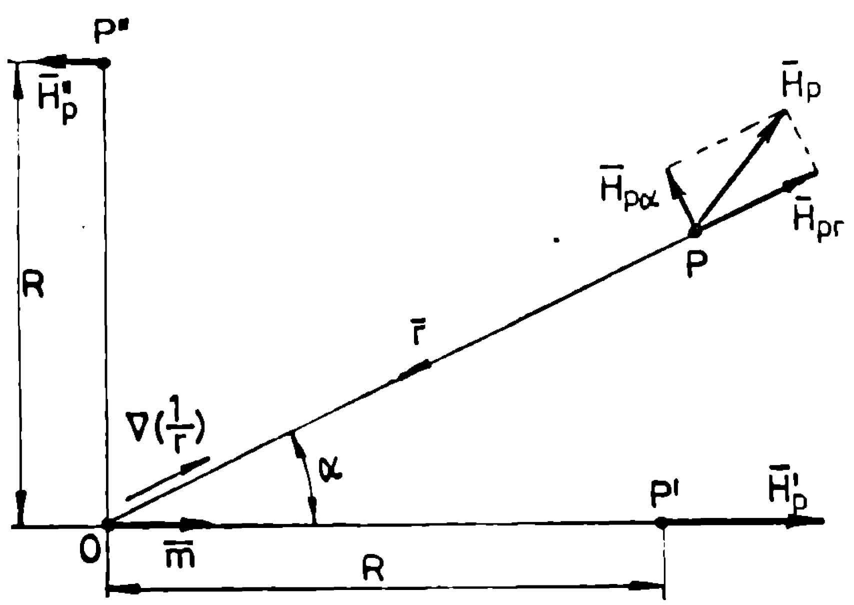


Fig.3.7.

$$V_H = \frac{1}{4\pi}\left[\bar{m} \cdot \nabla\left(\frac{1}{r}\right)\right] = \frac{m \cos\alpha}{4\pi r^2}, \qquad (3.39)$$

r fiind distanţa între punctele P şi O, iar α unghiul dintre momentul magnetic $\bar{m}$ şi vectorul $\nabla(\frac{1}{r})$. Intensitatea cîmpului magnetic $\bar{H}_p$, din punctul P, poate fi descompusă în componentele $\bar{H}_{pr}$ şi $\bar{H}_{p\alpha}$, prima după direcţia lui r, iar a doua, după o direcţie perpendiculară (fig.3.7), şi se poate calcula din relaţia (3.17), cu observaţia că:

$$\bar{H}_p = \bar{H}_{pr} + \bar{H}_{p\alpha}. \qquad (3.40)$$

Componentele $\overline{H}_{pr}$ şi $\overline{H}_{p\alpha}$ au modulele:

$$H_{pr} = -\frac{\partial V_H}{\partial r} = \frac{2m}{4\pi}\frac{\cos\alpha}{r^3}, \qquad (3.41)$$

$$H_{p\alpha} = -\frac{\partial V_H}{r\partial\alpha} = \frac{m}{4\pi}\frac{\sin\alpha}{r^3}. \qquad (3.42)$$

Intensitatea cîmpului magnetic H_p' într-un punct P' situat pe axa momentului magnetic va rezulta din (3.41) pentru $\alpha = 0$:

$$H_{p'} = \frac{m}{2\pi R^3}, \qquad (3.43)$$

R fiind distanţa OP'; intensitatea cîmpului magnetic într-un punct P", situat pe o axă perpendiculară pe axa momentului magnetic, rezultă din (3.42) pentru $\alpha = \frac{\pi}{2}$:

$$H_{p''} = \frac{m}{4\pi R^3}. \qquad (3.44)$$

3.5.2. Construcţia magnetometrului

Magnetometrul realizat cu scopul de a determina momente magnetice este prezentat schematic în fig.3.8, în care 1 este un magnet mobil, al cărui moment magnetic nu trebuie cunoscut, 2 un fir de suspensie din relon, 3 o piesă de fixare a firului de suspensie 2 şi care se poate roti după o axă verticală pentru compensarea unui eventual cuplu de torsiune introdus de fir, 4 o oglindă fixată de magnet pentru citirea deviaţiilor şi 5 un sistem de amortizare a oscilaţiilor.

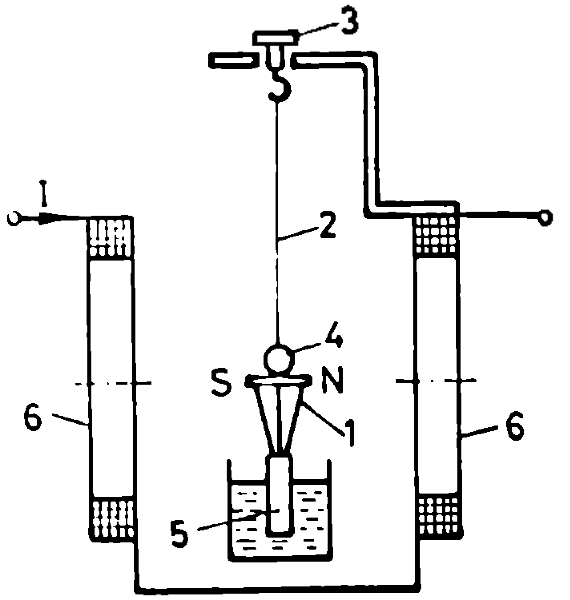


Fig.3.8.

Magnetometrul mai cuprinde un etalon de cîmp magnetic realizat cu bobine Helmholtz 6, astfel aşezat încît magnetul mobil 1 să se poată roti în zona centrală a etalonului de cîmp. Pe de altă parte, etalonul de cîmp se poate roti în raport cu meridianul magnetic al pămîntului. Dimensiunile magnetului 1 au fost astfel alese încît, indiferent de poziţia sa, să se afle în permanenţă în zona de maximă uniformitate a cîmpului magnetic, creat de etalonul de cîmp. Intregul sistem de măsurare a fost ecranat din punct de vedere electrostatic.

3.5.3. Stabilirea valorilor intensităţii cîmpului magnetic în care se fac determinările de moment magnetic

Pentru măsurarea momentului magnetic trebuie cunoscută valoarea intensităţii cîmpului magnetic în raport cu care se face determinarea.

In absenţa curentului prin etalonul de cîmp acul magnetic 1 (fig.3.8) se va orienta după un cîmp magnetic constant existent în laboratorul unde au loc determinările, cîmp magnetic în care predomină componenta orizontală a cîmpului magnetic terestru. Se are în vedere, în acest sens, îndepărtarea tuturor surselor de cîmp magnetic, cum şi a maselor mari feromagnetice.

Această componentă de cîmp se va nota în continuare cu H_p, şi trebuie determinată experimental.

Pentru aceasta în primul rînd se orientează direcţia cîmpului etalon H_o, creat cu bobinele etalon, astfel încît să coincidă cu direcţia cîmpului H_p.

Determinarea componentei H_p se realizează prin metoda oscilaţiilor, iar apoi printr-o metodă de compensare, magnetometrul propriu-zis fiind în acest caz utilizat ca indicator de nul.

Dacă magnetul 1 (fig.3.8) este adus în regim de oscilaţii produse de cuplul de forma:

$$\bar{C} = \bar{m}' \times \mu_o(\bar{H}_o+\bar{H}_p) \; , \qquad (3.45)$$

în care $\bar{m}'$ este momentul magnetic al magnetului 1, ecuaţia diferenţială de mişcare este:

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + A \frac{d\alpha}{dt} = -m' \; \mu_o(H_o+H_p) \sin\alpha \; , \qquad (3.46)$$

în care α este unghiul de deviaţie al magnetului, J momentul de inerţie al sistemului mobil şi A factorul de amortizare al sistemului (fig.3.9). Pentru unghiuri mici de deviaţie pentru care

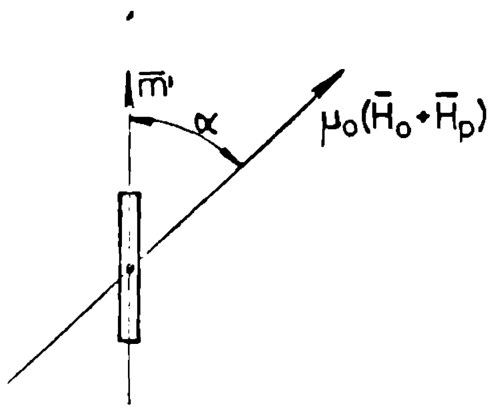


Fig.3.9.

$\sin\alpha \sim \alpha$ subzistă relaţia:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{m' \ \mu_0 (H_0 + H_p)}{J}. \qquad (3.47)$$

Se face un şir de determinări ale intensităţii cîmpului magnetic H_p, fiecare valoare rezultînd prin măsurarea a două perioade T_1 şi T_2 pentru cîte două valori distincte ale cîmpului produs de bobinele etalon. Relaţia de calcul pentru cîmpul H_p este dată mai jos:

$$H_p = \frac{H_2 T_2^2 - H_1 T_1^2}{T_1^2 - T_2^2}. \qquad (3.48)$$

Se face apoi media rezultatelor.

A doua metodă care o verifică pe cea prezentată mai sus constă în schimbarea sensului curentului prin bobinele etalon şi modificarea acestuia, pînă ce cîmpul în care oscilează magnetul devine nul, ceea ce se constată atunci cînd poziţia sa devine in-[illegible].

Concordanţa rezultatelor obţinute cu cele două metode a fost foarte bună, după cum se arată în capitolul 6 de rezultatele experimentale.

Măsurările de moment magnetic s-au executat în prezenţa unui cîmp magnetic mai mare decît componenta H_p, fixîndu-se valori în intervalul $(2 - 10)H_p$, ţinîndu-se seama şi de valoarea determinată experimental pentru H_p, astfel încît eroarea de determinare a componentei H_p să fie mică faţă de eroarea de stabilire a cîmpului magnetic, în care au loc determinările.

3.5.4. Măsurarea momentului magnetic m al unui magnet permanent sub formă de disc

Pentru determinarea relaţiilor de calcul al momentului magnetic se consideră schema din fig.3.10, în care 1 este magnetul mobil, 4 oglinda fixată de magnetul 1, 7 o sursă de lumină, iar 8 o scară gradată în diviziuni, aşezată la distanţa ℓ de

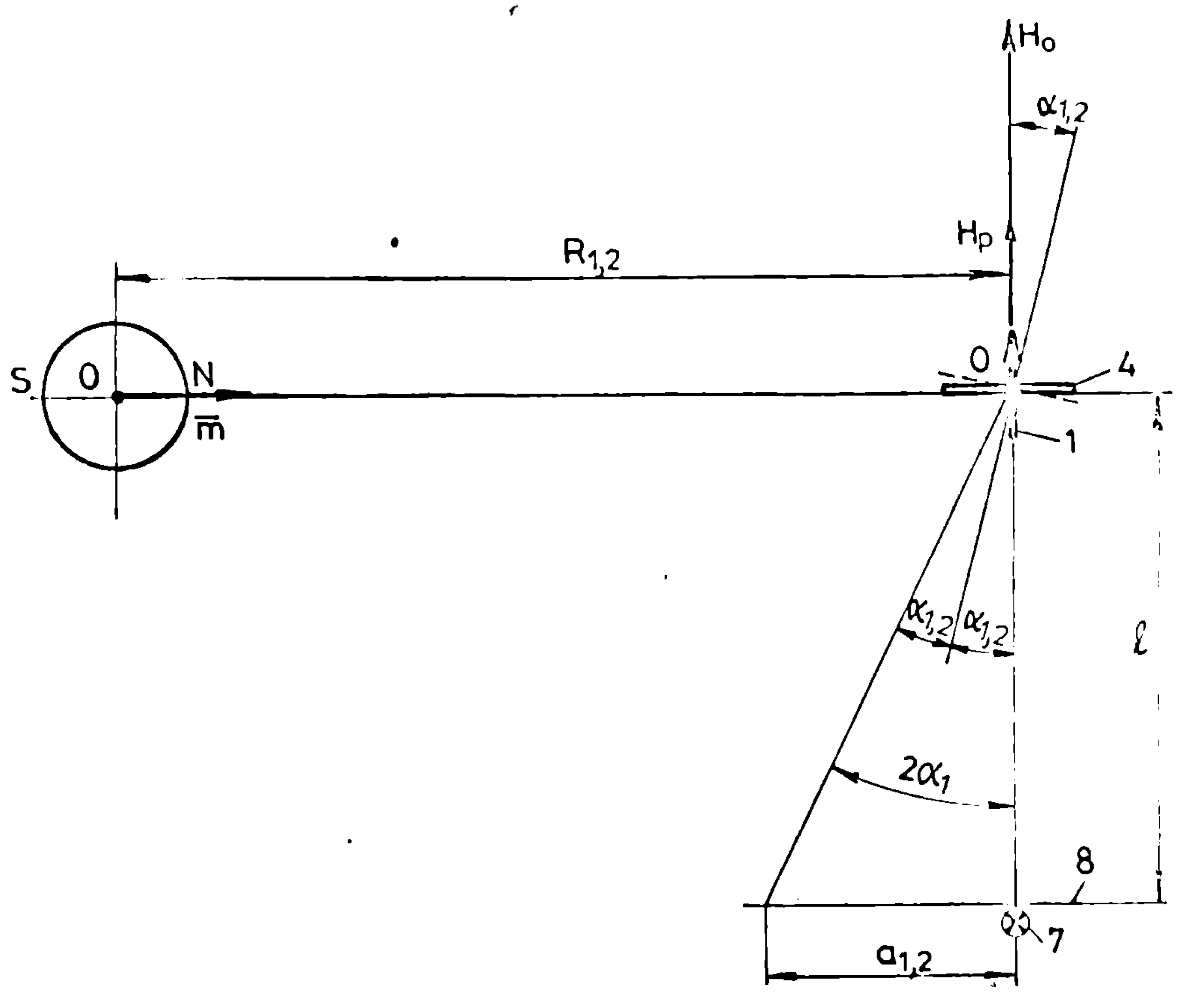


Fig.3.1o.

oglindă. Magnetul circular de moment magnetic m necunoscut este așezat la distanța R_1, în poziția I Gauss în raport cu magnetul mobil. Poziția magnetului mobil 1 din fig.3.9 corespunde existenței doar a cîmpurilor paralele H_0 și H_p. Cu linie întreruptă este desenată poziția oglinzii magnetometrului corespunzătoare existenței cîmpurilor H_0 și H_p cum și a cîmpului creat în punctul O de către momentul magnetic $\bar{m}$. Dacă magnetul mobil se află la distanța R_1 față de centrul magnetometrului, acesta va produce în punctul O un cîmp magnetic dat de relația:

$$H_n = \frac{m}{2\pi R_1^3}\left(1+\frac{\eta}{R_1^2}\right) \qquad (3.49)$$

în care coeficientul de distribuție η depinde de forma celor doi magneți, dimensiunile lor și de caracterul repartiției magnetizației lor. In relația (3.49) nu s-au introdus termeni invers proporționali cu R_1^4, etc., avîndu-se grijă ca măsurările să se realizeze la distanțe R suficient de mari ca aceștia să fie

...ția (3.49).

Dacă nu se ține seama de cuplul rezistent introdus de firul ... suspensie (vezi cap.6) asupra magnetului magnetometrului vor ...ționa două cupluri:

$$M_1 = \mu_0 m' (H_0 + H_p) \sin \alpha_1 , \qquad (3.50)$$

$$M_2 = \mu_0 m' H_n \cos \alpha_1 , \qquad (3.51)$$

...' fiind momentul magnetic al acului magnetometrului.

Din relațiile (3.49 - 3.50) rezultă:

$$\mathrm{tg}\ \alpha_1 = \frac{m}{2\pi R_1^3} \left(1 + \frac{\eta}{R_1^2}\right) \frac{1}{H_0 + H_p} . \qquad (3.52)$$

Repetîndu-se măsurările de la o altă distanță R_2 se va ob...ne o altă deviație α_2:

$$\mathrm{tg}\ \alpha_2 = \frac{m}{2\pi R_2^3} \left(1 + \frac{\eta}{R_2^2}\right) \frac{1}{H_0 + H_p} . \qquad (3.53)$$

Relațiile (3.52, 3.53) permit eliminarea coeficientului de ...istribuție η :

$$\eta = \frac{2\pi (H_0 + H_p)}{m} \frac{R_1^3\ \mathrm{tg}\,\alpha_1 - R_2^3\ \mathrm{tg}\,\alpha_2}{R_2^2 - R_1^2} R_1^2\ R_2^2 \qquad (3.54)$$

...i obținerea momentului magnetic din relația:

$$m = 2\pi (H_0 + H_p) \frac{R_2^5\ \mathrm{tg}\,\alpha_2 - R_1^5\ \mathrm{tg}\,\alpha_1}{R_2^2 - R_1^2} . \qquad (3.55)$$

Relația (3.55) pretinde măsurarea unghiurilor α_1 și α_2 ...e ar implica utilizarea unui teodolit echipat cu lunetă de citi...e a unghiurilor.

Dacă însă deviațiile se aleg suficient de mici încît tan...entele din relația (3.55) să se confunde cu unghiurile de devia...ie, se pot scrie relațiile (fig.3.1o) :

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{a_1}{2l} \\ \alpha_2 &= \frac{a_2}{2l} \end{aligned}\right\} , \qquad (3.56)$$

...are introduse în relația (3.55) conduc la:

$$m = \pi (H_o + H_p) \frac{R_2^5 \, a_2 - R_1^5 \, a_1}{\ell (R_2^2 - R_1^2)} \quad , \qquad (3.57)$$

relaţie cu care se va calcula momentul magnetic al magnetului permanent.

Condiţia unor unghiuri mici de deviaţie este în perfectă concordanţă cu alegerea unor distanţe R suficient de mari astfel încît eventualii termeni de forma q/R^4 ....., să se poată neglija în relaţia (3.49) în raport cu termenul η/R^2.

Rezultatele experimentale obţinute la determinarea momentului magnetic prin aplicarea acestei metode sînt prezentate în capitolul 6.

CAPITOLUL 4

CALCULUL CUPLULUI ACTIV

4.1. Introducere

In cadrul acestui capitol se prezintă la început în mod succint metodele cunoscute în literatură, privind calculul cuplului activ la instrumentele electrice de măsurat. In continuare se prezintă detaliat o metodă originală concepută de autor, pentru calculul cuplului activ, care apare în instrumentele magnetoelectrice cu magnet mobil.

Calculul cuplului activ permite determinarea unor caracteristici importante ale instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil.

4.2. Metode de calcul al cuplurilor electromagnetice (active) ce apar în instrumentele electrice de măsurat

In cadrul instrumentelor electrice de măsurat pot să apară cupluri, în baza fenomenelor electromagnetice care au loc în ele.

Pentru calculul cuplurilor se aplică teoremele acțiunilor ponderomotoare în cîmp electrostatic, respectiv în cîmp magnetic /1, 18, 19, 22, 33, 51, 52, 68/.

4.2.1. Teorema forțelor generalizate la sarcini constante

Fie x_k $(k=1,2,...,m)$ coordonatele generalizate (lagrangeene) ce determină complet configurația sistemului de conductoare dispuse în cîmp electrostatic, m fiind numărul de grade de libertate ale sistemului, iar W_e energia electrostatică totală a sistemului.

Componenta X_k a forței generalizate în cîmp electrostatic este dată de relația:

$$X_k = - \left.\frac{\partial W_e}{\partial x_k}\right|_{q=const} , \qquad (4.1)$$

cu condiția ca sarcinile electrice q, ale conductoarelor, să rămînă constante. Sarcinile electrice se mențin constante, dacă conductoarele sînt izolate, încît sistemul să nu schimbe energie cu exteriorul.

Coordonatelor generalizate sub forma unor deplasări, rotații etc., le corespund forțe generalizate sub forma unor forțe, cupluri etc.

4.2.2. Teorema forțelor generalizate la potențiale constante (în medii liniare și neliniare)

Componenta forței generalizate X_k se poate determina menținînd constante potențialele conductoarelor, ceea ce implică legarea acestora cu exteriorul.

Folosind notațiile de la teorema 4.2.1 componenta X_k a forței generalizate se poate determina cu relația:

$$X_k = \left.\frac{\partial W_e}{\partial x_k}\right|_{V=const} , \qquad (4.2)$$

în care W_e este energia electrostatică totală a sistemului de conductoare legate cu exteriorul. Relația (4.2) este valabilă pentru medii liniare.

Pentru medii neliniare componenta X_k a forței generalizate se determină cu relația:

$$X_k = \left.\frac{\partial W_e^*}{\partial x_k}\right|_{V=const} , \qquad (4.3)$$

unde W_e^* este energia electrostatică complementară a sistemului (coenergia) /51/.

4.2.3. Teorema forțelor generalizate la flux magnetic constant

Fie x_i $(i=1,2,...,m)$ coordonatele generalizate (lagrangeene) ce determină complet configurația unui sistem de conductoare parcurse de curent electric, situate în cîmp magnetic, m fiind numărul de grade de libertate ale sistemului, iar W_m energia magnetică totală a sistemului.

Componenta X_i, a forţei generalizate în cîmp magnetic, la fluxuri magnetice constante, este dată de relaţia:

$$X_i = - \left.\frac{\partial W_m}{\partial x_i}\right|_{\Phi=\text{const}} . \qquad (4.4)$$

Pentru ca fluxurile să fie constante sursele nu furnizează energie sistemului.

4.2.4. Teorema forţelor generalizate la curent constant (în medii liniare şi neliniare)

Dacă sînt menţinuţi constanţi curenţii din conductoare, din exterior, expresia componentei X_i a forţei generalizate este dată de relaţia:

$$X_i = \left.\frac{\partial W_m}{\partial x_i}\right|_{I=\text{const}} , \qquad (4.5)$$

relaţie în care s-au folosit notaţiile de la teorema 4.2.3.

Valabilitatea relaţiei (4.5) se extinde doar asupra mediilor liniare.

In medii neliniare în expresia componentei X_i a forţei generalizate intervine energia complementară a sistemului (coenergia).

Teoremele 4.2.2. şi 4.2.4 au aplicabilitate largă la calculul cuplurilor electromagnetice ce apar la instrumentele electrice de măsurat /4, 5, 24, 55/.

La calculul energiei ce intervine în relaţiile (4.2, 4.5) se ţine seama doar de termenii dependenţi de coordonatele generalizate, în vederea simplificării calculelor. Cînd calculul energiilor este prea complicat, cuplurile se calculează direct din forţele electromagnetice, de căror expresii sînt mai uşor de determinat.

4.3. Acțiuni ponderomotoare ce intervin între conductoare fixe, parcurse de curenți electrici, și magneți permanenți mobili

Fie un sistem de conductoare parcurse de curenți electrici, ce determină un cîmp magnetic, caracterizat local prin inducția $\bar{B}$. Dacă în acest cîmp magnetic este plasat un mic magnet permanent (fig.4.1) ce posedă o axă de rotație perpendiculară pe planul cîmpului magnetic, asupra magnetului va acționa un cuplu.

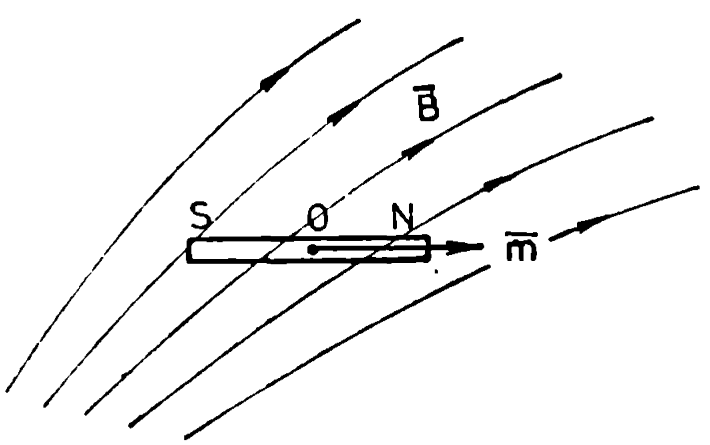


Fig.4.1.

Fie $\bar{m}$ momentul magnetic al magnetului permanent, ce îi caracterizează global starea de magnetizare.

Experiența arată că asupra micului corp magnetizat va acționa un cuplu dat de relația (4.6), în care $\bar{r}$ este raza vectoare a punctului în care se găsește corpul magnetizat în raport cu originea referențialului /51, 68/ :

$$\bar{C} = \bar{m} \times \bar{B} + \bar{r} \times (\bar{m}\ \mathrm{grad})\ \bar{B} . \qquad (4.6)$$

Cuplul parțial:

$$\bar{C}_p = \bar{r} \times (\bar{m}\ \mathrm{grad})\ \bar{B} \qquad (4.7)$$

provine din forța:

$$\bar{F} = (\bar{m}\ \mathrm{grad})\ \bar{B} , \qquad (4.8)$$

determinată de neuniformitatea cîmpului magnetic în care se găsește micul magnet permanent /51, 68/.

Pentru calculul acestei forțe trebuie cunoscută expresia analitică a inducției B a cîmpului magnetic, care se cunoaște în foarte puține cazuri întîlnite în practică. Cunoscînd valorile discrete ale inducției în diferite puncte ale magnetului permanent, se poate dezvolta un calcul numeric al expresiei (4.8).

În cadrul tezei s-a evitat calculul forței dată de relația (4.8) introducîndu-se anumite ipoteze simplificatoare.

4.4. Metode de calcul al cuplului activ şi al unghiului de deviaţie permanentă la instrumentul magnetoelectric cu magnet permanent mobil

In literatura de specialitate /21, 25, 61, 71, 78/ sînt prezentate instrumentele magnetoelectrice cu magnet mobil, cît şi metodele de calcul al cuplului activ. Construcţia unui astfel de dispozitiv este prezentată în fig.4.2, în care 1 este magnetul permanent mobil activ, 2 un magnet permanent fixat pe ax împreună cu magnetul 1, formînd împreună un sistem de măsură astatic, 3 este un magnet permanent fix pentru realizarea cuplului antagonist, 4 un pahar din cupru pentru amortizare, 5 sînt bobine fixe, parcurse de curentul de măsurat, iar 6 este un ecran magnetic.

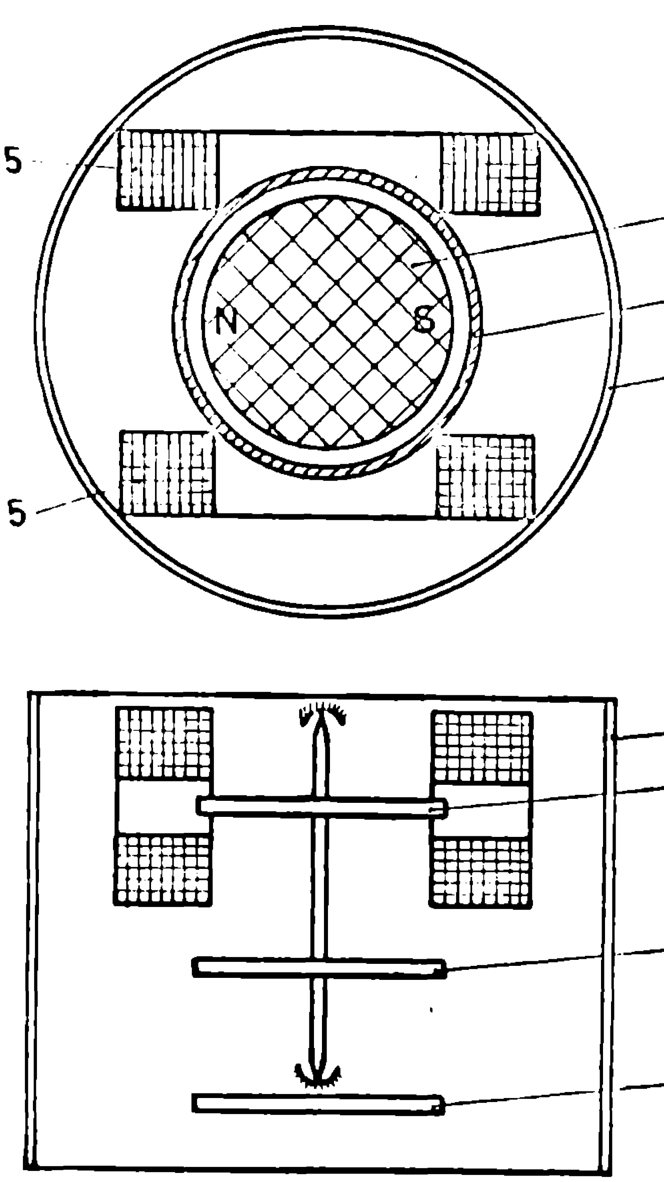


Fig.4.2.

Pentru calculul cuplului activ se consideră o schemă simplificată (fig. 4.3) a acestui dispozitiv. Bobinele 5 produc un cîmp magnetic de inducţie magnetică $\bar{B}$, iar magnetul fix 3, nereprezentat în fig.4.3, produce un cîmp magnetic, de inducţie $\bar{B}_0$, pentru realizarea cuplului antagonist. Dacă se notează cu $\bar{m}$ momentul magnetic al magnetului permanent 1, asupra lui vor acţiona două cupluri:

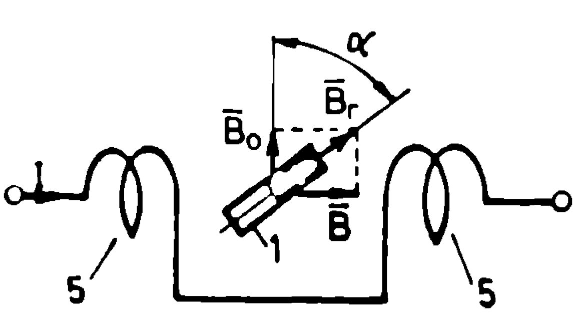


Fig.4.3.

$$\left.\begin{aligned} C &= m.B\cos\alpha \\ C_r &= m.B_0\sin\alpha \end{aligned}\right\} \qquad (4.9)$$

Cele două cupluri fiind de semn contrar, magnetul permanent se va orienta, la egalitatea cuplurilor, după direcţia cîmpului rezultant:

$$\bar{B}_r = \bar{B} + \bar{B}_0 \ . \tag{4.10}$$

Unghiul de deviaţie permanentă va fi dat de relaţia:

$$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{B}{B_0} \ . \tag{4.11}$$

Inducţia magnetică B este proporţională cu intensitatea curentului care parcurge sistemul de bobine fixe:

$$B = k\,I \ . \tag{4.12}$$

Rezultă pentru deviaţia permanentă relaţia:

$$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{kI}{B_0} \ . \tag{4.13}$$

sau

$$\alpha_p = \operatorname{arctg} \frac{kI}{B_0} \ . \tag{4.14}$$

Cîmpul magnetic, de inducţie B se poate calcula prin metode analitice în centrul bobinelor sau cel mult într-o zonă centrală a bobinelor /1, 19, 51, 57, 68/, mult mai mică decît spaţiul ocupat de magnetul permanent 1 (fig.4.2). Cu alte cuvinte magnetul 1 (fig.4.2) se găseşte într-un spaţiu cu cîmp magnetic neuniform, deci asupra sa se va manifesta un cuplu suplimentar de forma (4.7) care nu apare în relaţiile (4.9, 4.14). Relaţiile de forma (4.9 - 4.14) sînt valabile doar dacă magnetul 1 are dimensiuni neglijabile în raport cu sistemul de bobine 5 (fig.4.2). Chiar pentru construcţii de acest gen cu magnet mobil mic în raport cu dimensiunile bobinelor, cunoscute în literatură sub denumirea de galvanometre cu magnet mobil se introduc coeficienţi de corecţie în relaţia (4.14) dependenţi de raza medie a bobinelor, lungimea lor, lungimea magnetului permanent (realizat sub forma unui sistem de ace magnetice), etc.

Aceasta denotă că relaţiile (4.9 - 4.14) permit doar un calcul orientativ al cuplului activ şi al unghiului de deviaţie permanentă.

4.5. Calculul cuplului activ la instrumentul magnetoelectric cu magnet permanent mobil sub formă de disc

In acest subcapitol este prezentată o metodă elaborată de autor pentru calculul cuplului activ la instrumentele magnetoelectrice cu magnet permanent sub formă de disc.

Capitolul 2, referitor la determinarea cîmpului magnetic al instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil, oferă valorile componentelor H_ρ, H_θ, B_ρ şi B_θ în fiecare nod al reţelei de discretizare din domeniul de calcul al cîmpului magnetic, deci inclusiv valorile componentelor în nodurile reţelei de discretizare ce cuprinde magnetul permanent mobil, de forma unui disc.

Considerînd un element (I,J) din reţeaua de discretizare ce cuprinde suprafaţa magnetului mobil (fig.4.4), identificat prin nodul (i,j), în ale cărui noduri se cunosc componentele H_ρ şi H_θ, se poate calcula intensitatea cîmpului magnetic în centrul elementului, ca modul, direcţie şi sens, în raport cu o axă de referin-

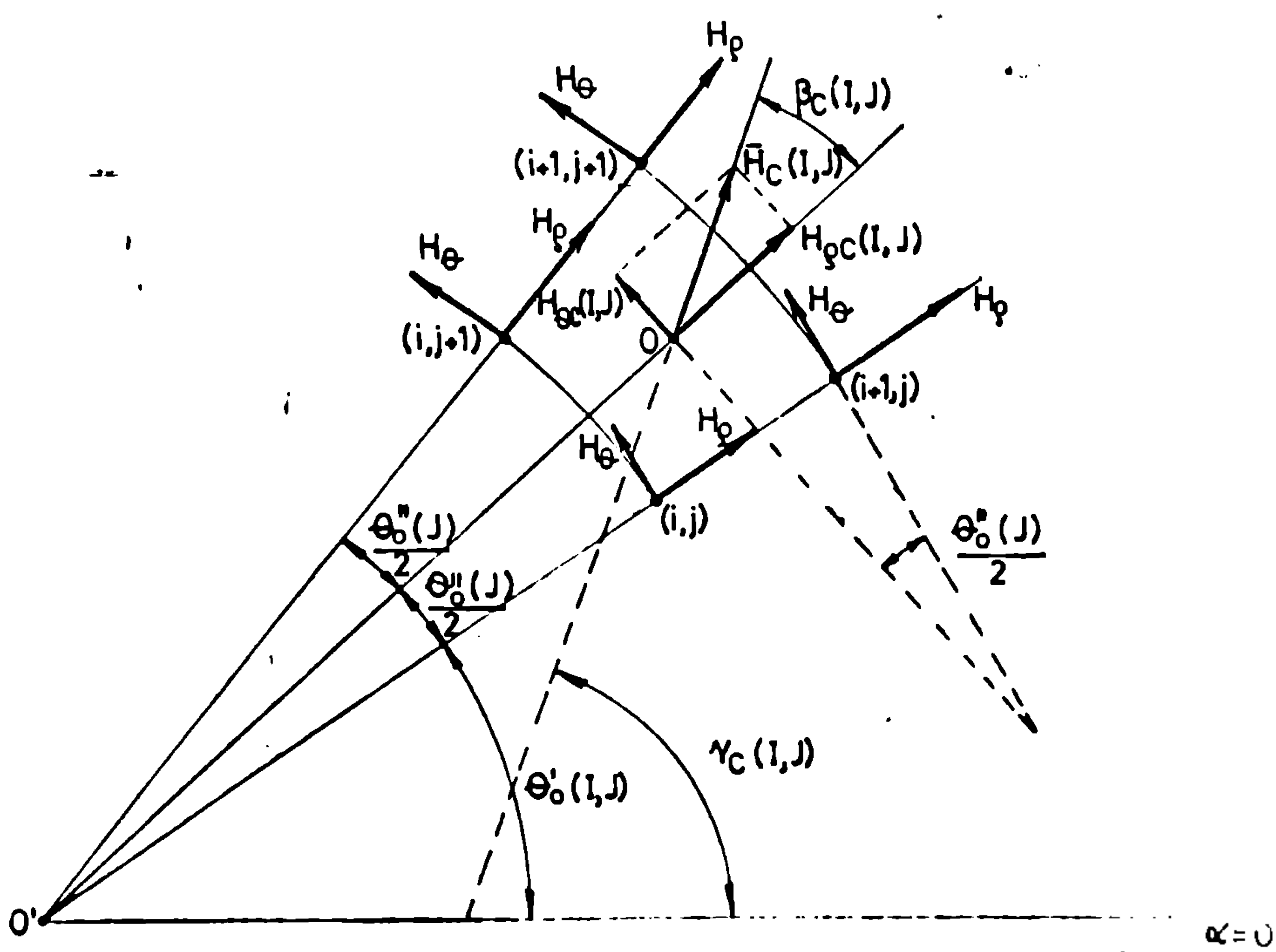


Fig.4.4.

ţă a instrumentului. Ca axă de referinţă se poate alege axa de zero a instrumentului ($\alpha=0$), după care este orientat magnetul permanent în absenţa curentului de măsurat prin bobinele instrumentului. Cu α s-a notat unghiul de deviaţie al magnetului în raport cu axa de zero a instrumentului.

Cu $H_{\varrho C}(I,J)$ şi $H_{\theta C}(I;J)$ s-au notat componentele intensităţii cîmpului magnetic rezultant $\overline{H}_C(I,J)$, în centrul O al elementului, după coordonatele ϱ şi θ.

Valorile componentelor $H_{\varrho C}(I,J)$ şi $H_{\theta C}(I,J)$ în centrul O al elementului sînt date relaţiile de mai jos:

$$H_{\varrho C}(I,J)=\frac{1}{4}\Big[H_\varrho(i,j)+H_\varrho(i,j+1)+H_\varrho(i+1,j)+$$

$$+H_\varrho(i+1,j+1)\Big]\cos\frac{\theta_0''(J)}{2}\,, \qquad (4.15)$$

$$H_{\theta C}(I,J)=\frac{1}{4}\Big[H_\theta(i,j)+H_\theta(i,j+1)+H_\theta(i+1,j)+$$

$$+H_\theta(i+1,j+1)\Big]\cos\frac{\theta_0''(J)}{2}\,. \qquad (4.16)$$

Relaţiile (4.15, 4.16) sînt suficient de exacte dacă aria fiecărui element este suficient de mică în raport cu aria totală a discului magnetului permanent.

Componentele $H_{\varrho C}(I,J)$ şi $H_{\theta C}(I,J)$ ale intensităţii cîmpului magnetic $H_C(I,J)$ din centrul elementului sînt axate după raza mediană a elementului, respectiv după o axă perpendiculară în centrul O al elementului pe raza mediană.

Centru O al elementului este pe raza mediană a elementului la egală distanţă de arcele de cerc ce delimitează elementul.

Pentru fiecare element component al reţelei de discretizare, în coordonate polare, se cunosc unghiul $\theta_0''(J)$, respectiv coordonata $\theta_0'(I,J)$.

Modulul intensităţii cîmpului magnetic din centrul O al elementului (I,J) are valoarea:

$$H_C(I,J)=\sqrt{H^2_{\varrho C}(I,J)+H^2_{\theta C}(I,J)}\,, \qquad (4.17)$$

iar unghiul $\beta_C(I,J)$ dintre intensitatea $H_C(I,J)$ şi raza mediană a elementului este:

$$\beta_C(I,J)=\operatorname{arctg}\frac{H_{\theta C}(I,J)}{H_{\varrho C}(I,J)}\,. \qquad (4.18)$$

Conform cu fig.4.4 se poate calcula cu relația de mai jos unghiul $\gamma_C(I,J)$ dintre intensitatea cîmpului magnetic $\bar{H}_C(I,J)$ din centrul elementului şi axa de zero a instrumentului:

$$\gamma_C(I,J) = \theta_0'(I,J) + \frac{\theta_0''(j)}{2} + \beta_C(I,J) . \qquad (4.19)$$

In continuare se admite ipoteza simplificatoare că în orice punct al elementului există aceeaşi intensitate $H_C(I,J)$ a cîmpului magnetic, ceea ce înseamnă că elementul se găseşte într-un cîmp magnetic uniform.

Ipoteza de mai sus este valabilă, de asemenea cînd aria elementului este suficient de mică în raport cu aria totală a discului magnetului permanent.

Verificarea acestei ipoteze se poate face după procedeul indicat mai jos.

Se admite o anumită rețea de discretizare pentru magnetul permanent, cu un număr oarecare de elemente.

Se calculează cîmpul magnetic $\bar{H}_C(I,J)$ în centrul fiecărui element şi unghiul aferent $\gamma_C(I,J)$.

In continuare se calculează cuplul ce acționează asupra magnetului permanent, fixat într-o poziție oarecare, de exemplu pentru poziția de zero a instrumentului.

Se admite o altă rețea de discretizare mai fină pentru care se repetă calculele de mai sus.

Procedeul se repetă pînă cînd valorile obținute pentru cuplu diferă cu o cantitate impusă în prealabil.

Pentru calculul cuplului ce acționează asupra magnetului permanent este necesară cunoaşterea momentului magnetic al fiecărui element din rețeaua de discretizare a magnetului permanent.

Magnetul permanent sub forma unui disc circular derivă dintr-un elipsoid de rotație cu semiaxele a, b, c pentru care a=b, c=o, sau foarte mic în raport cu a, b. Mărimile a, b se confundă cu raza discului. Dacă se admite că permeabilitatea magnetică μ_M a materialului magnetic, ce va constitui magnetul permanent este constantă în întregul volum al magnetului, atunci, introducînd discul demagnetizat într-un cîmp magnetic exterior uniform, va rezulta o magnetizare uniformă în întregul volum al magnetului permanent /51, 52, 57/.

Această observație permite admiterea ipotezei că vectorul magnetizației $\bar{M}_0$ din interiorul magnetului are în orice punct al magnetului aceeaşi valoare şi direcţie (fig.4.5).

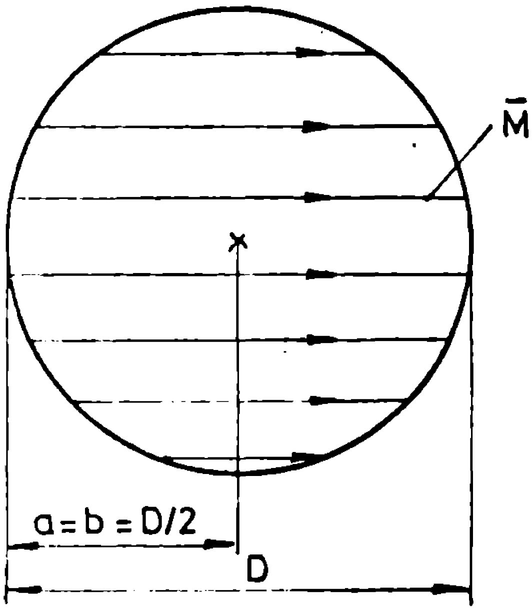


Fig.4.5.

Fiecărui element (I,J) din reţeaua de discretizare a magnetului permanent i se atribuie un moment magnetic m(I,J), avînd modulul:

$$m(I,J) = M_o \cdot A(I,J) \ , \tag{4.20}$$

M_o fiind modulul magnetizaţiei magnetului permanent:

$$M_o = \frac{|\bar{m}|}{A_d} \ , \tag{4.21}$$

A(I,J) aria elementului (I,J), $\bar{m}$ momentul magnetic al magnetului permanent, determinat experimental cu metoda expusă în capitolul 3, iar A_d aria totală a discului magnetului permanent,

$$A_d = \sum A(I,J) = \frac{\pi D^2}{4} \ . \tag{4.22}$$

Rezultă:

$$m(I,J) = |\bar{m}| \ \frac{A(I,J)}{A_d} \ . \tag{4.23}$$

Dacă la începutul procesului de calcul magnetul permanent este astfel orientat încît vectorul moment magnetic $\bar{m}$ să fie orientat după axa de zero a instrumentului, atunci asupra fiecărui element al reţelei de discretizare, ce cuprinde magnetul permanent va acţiona un cuplu de forma:

$$\bar{C}_o(I,J) = \mu_M \left[\bar{m}(I,J) \times \bar{H}_C(I,J)\right] . \tag{4.24}$$

în care μ_M este permeabilitatea magnetică absolută a magnetului permanent. Modulul acestui cuplu va fi:

$$C_o(I,J) = \mu_M m(I,J) H_C(I,J) \sin \gamma_C(I,J) \ . \tag{4.25}$$

Deoarece toţi vectorii de forma (4.24) sînt perpendiculari pe suprafaţa plană a magnetului permanent, modulul cuplului total ce acţionează asupra magnetului permanent va fi suma algebrică a cuplurilor parţiale de forma (4.25) /62/. Notînd:

$$C_o(I,J) = C_{ok}(I,J) \ , \tag{4.26}$$

unde $(k=1,2,\ldots,n)$ iar n este numărul total de elemente ce compun suprafaţa magnetului permanent, cuplul total C_{to}, pentru poziţia $\alpha=0$ a magnetului permanent se va calcula cu relaţia:

$$C_{to} = \sum_{k=1}^{n} C_{ok}(I,J) \; . \tag{4.27}$$

Relaţiile de forma (4.25, 4.27) permit calculul cuplurilor parţiale, respectiv total pentru orice poziţie α diferită de poziţia de zero a instrumentului.

De exemplu pentru unghiul $\pm\alpha\neq 0$, se rotesc toate momentele magnetice atribuite elementelor, cu unghiul $\pm\alpha$, în raport cu axa de zero a instrumentului.

Aceasta reprezintă o situaţie echivalentă cu rotirea întregului magnet permanent, în raport cu axa de zero a instrumentului cu unghiul $\pm\alpha$.

Modulul cuplului ce acţionează asupra elementului (I,J) va fi:

$$C_{\alpha}(I,J) = \mu_M m(I,J) H_C(I,J) \sin\left[\gamma_C(I,J) \pm \alpha\right] \; , \tag{4.28}$$

iar modulul cuplului total:

$$C_{t\alpha} = \sum_{k=1}^{n} C_{\alpha k}(I,J) \; , \tag{4.29}$$

cu

$$C_{\alpha}(I,J) = C_{\alpha k}(I,J), \quad (k=1,2,\ldots,n) \; . \tag{4.30}$$

Magnetul mobil se va roti sub acţiunea cuplului total de forma (4.29), pînă în poziţia în care cuplul total devine nul.

Relaţiile de forma (4.15 - 4.21, 4.23, 4.28, 4.30) permit alcătuirea unui program de calcul numeric al cuplului activ total ce acţionează asupra magnetului permanent, pentru un cîmp magnetic exterior cunoscut în toate nodurile reţelei de discretizare, ce cuprinde magnetul mobil.

Relaţiile de calcul al cuplului activ prezentate în acest subcapitol permit calculul cuplului activ cu precizie mult mai mare, decît relaţiile prezentate în literatura de specialitate, deoarece au la bază ipoteze simplificatoare cu aspect fizic mult mai aproape de realitate decît cele existente în literatură.

Relaţiile de calcul permit determinarea cantitativă a cuplului activ, cunoscînd momentul magnetic al magnetului permanent, ceea ce permite compararea cu cuplul de frecare al dispozitivului, în vederea estimării unor erori de măsurare introduse de instrument.

Se mai poate sublinia că metoda de calcul a cuplului activ se poate generaliza şi la alte tipuri de instrumente electrice de măsurat, ţinînd seama de particularităţile specifice ale acestora.

In baza relaţiilor (4.15 - 4.21, 4.23) s-a conceput un algoritm de calcul al cuplului activ a cărui organigramă este redată în fig.4.6. Programul de calcul al cuplului activ are un caracter general, putînd fi utilizat pentru configuraţii geometrice oarecare ale sistemului de conductoare parcurse de curent. Programul de calcul al cuplului activ scris în limbaj FORTRAN IV este prezentat în anexa A3.

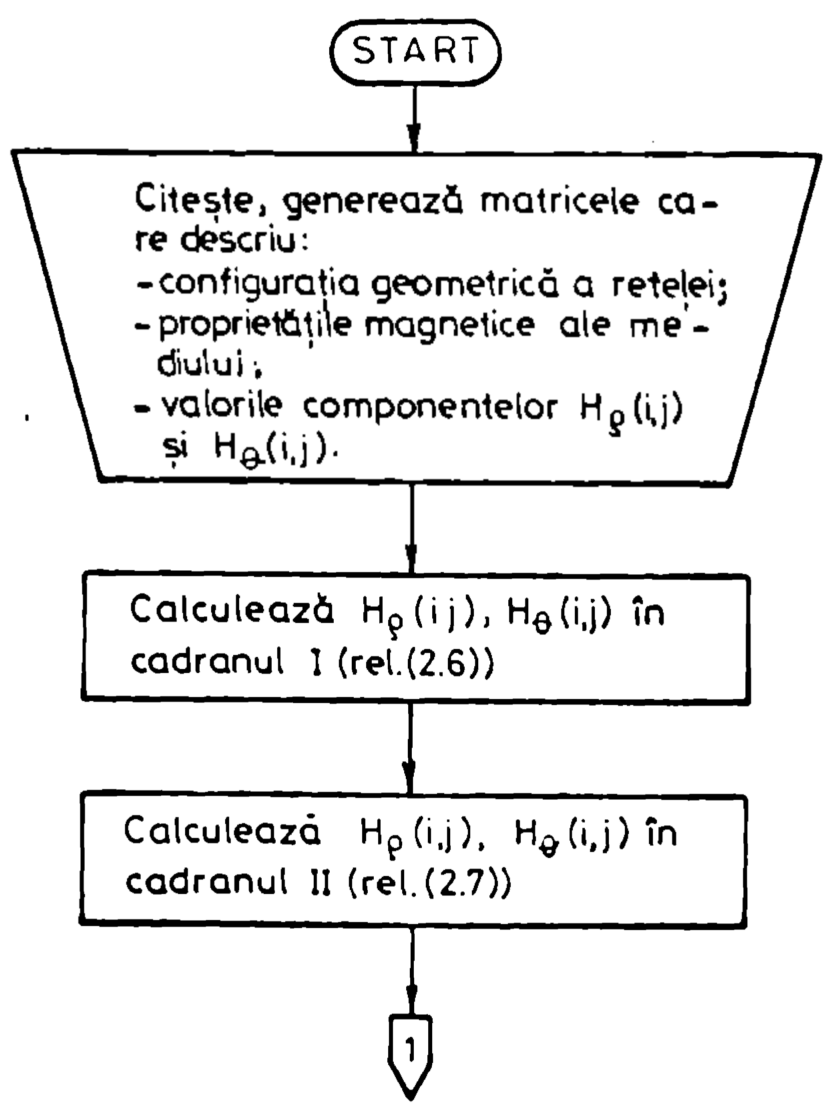


Fig.4.6

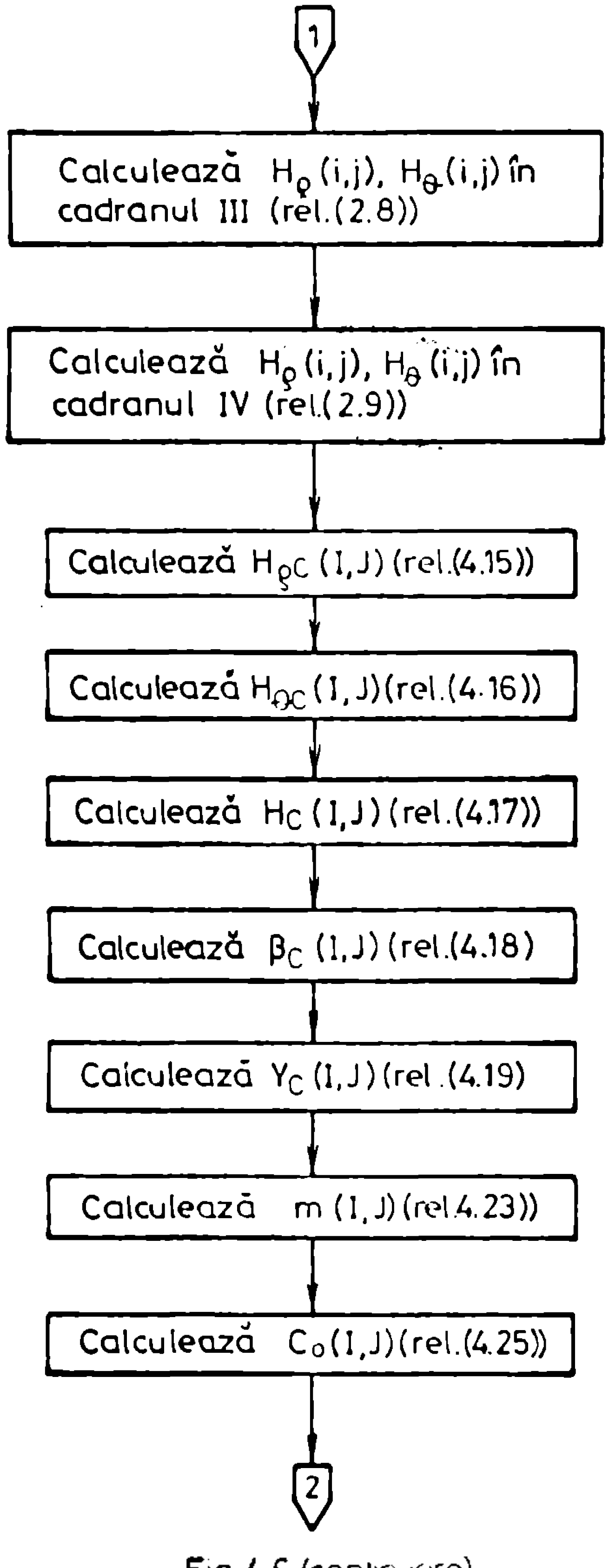


Fig.4.6 (continuare)

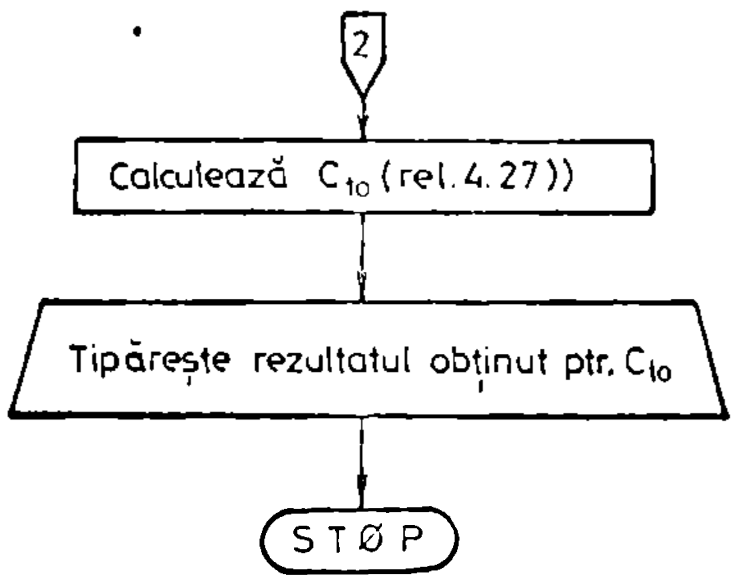


Fig. 4.6 (continuare)

CAPITOLUL 5

METODE DE CALCUL AL UNOR CARACTERISTICI ALE INSTRUMENTULUI MAGNETOELECTRIC CU MAGNET MOBIL

5.1. Introducere

Studiul instrumentelor electrice de măsurat implică încadrarea lor într-o schemă bloc care permite definirea unor caracteristici importante ale lor /37/. Sub o formă simplificată schema bloc este redată în fig.5.1, în care s-au reprezentat mărimea de intrare , mărimea de ieşire y şi mărimile de influenţă v_1, v_2, ..., v_n care acţionează asupra instrumentului.

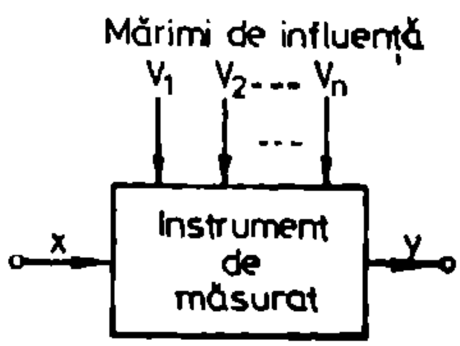


Fig.5.1.

Dacă mărimile de influenţă au valori corespunzătoare condiţiilor de referinţă atunci relaţia:

$$y = f(x) , \tag{5.1}$$

reprezintă caracteristica statică de transfer a instrumentului. Relaţia (5.1) este în general neliniară. Se are în vedere la proiectarea instrumentelor electrice de măsurat, realizarea unei caracteristici de transfer cît mai liniară.

Dacă mărimile de influenţă au valori diferite de cele stabilite prin condiţiile de referinţă, relaţia (5.1) devine:

$$y = f(x, v_1, v_2, ..., v_n) \tag{5.2}$$

Dezvoltînd relaţia (5.2) în serie Taylor, pentru variaţii mici ale mărimilor x, v_1, v_2, ..., v_n se obţine:

$$y \approx \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial f}{\partial v_1} \Delta v_1 + \frac{\partial f}{\partial v_2} \Delta v_2 + ... + \frac{\partial f}{\partial v_n} \Delta v_n . \tag{5.3}$$

In relaţia (5.3) mărimea $\partial f/\partial x$ reprezintă sensibilitatea utilă a instrumentului, iar mărimile $\partial f/\partial v_1$, $\partial f/\partial v_2, \ldots, \partial f/\partial v_n$ reprezintă sensibilităţile parazite ale instrumentului /37/.

Sensibilitatea utilă a instrumentului trebuie să aibe o valoare precisă şi cît mai stabilă în timp, determinînd în principal erorile de măsurare ale instrumentului. Sensibilităţile parazite nu trebuie să aibe valori bine determinate, dar trebuie să fie sub anumite limite admise pentru instrument.

Relaţia (5.1) va fi determinată în acest capitol pentru instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil. In baza ei se vor determina şi alte mărimi caracteristice ale acestui tip de instrument.

Metodele de calcul al caracteristicilor instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil sînt prezentate succint în literatură /61/ şi permit doar un calcul orientativ al lor.

Metodele de calcul dezvoltate de autor în acest capitol permit determinarea cu exactitate a caracteristicilor acestui instrument avînd ca punct de plecare configuraţia cîmpului magnetic din instrument.

Conţinutul acestui capitol are la bază capitolele 1 - 4 ale tezei, împreună permiţînd un studiu cantitativ exact al instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil.

Metodele de calcul al caracteristicilor instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil sînt în primul rînd valabile pentru acest tip de instrument, fiind în întregime concepute de autor.

5.2. Calculul unghiului de deviaţie permanentă

Unghiul $\alpha = \alpha_p$ pentru care cuplul total, calculat cu relaţia (4.29) devine nul, reprezintă poziţia de deviaţie permanentă a magnetului mobil. Pentru determinarea acestui unghi, corespunzător unui cîmp magnetic exterior dat se calculează cu relaţiile (4.26 - 4.30) cuplurile pentru diferite valori ale unghiului α .

Unghiul α primeşte valorile 0, $\Delta\alpha$, $2\Delta\alpha, \ldots, p\Delta\alpha$, în cadrul programului de calcul al cuplului activ, de la subcapitolul 4.5. Pentru un element (I,J) al reţelei de discretizare cuplurile parţiale vor fi:

$$\alpha = 0 \quad : C_0(I,J)=C_{0k}(I,J)=\mu_M m(I,J)H_C(I,J)\sin\gamma_C(I,J)$$

$$\alpha=\Delta\alpha : C_{\Delta\alpha}(I,J)=C_{\Delta\alpha k}(I,J)=\mu_M m(I,J)H_C(I,J)\sin[\gamma_C(I,J)+\Delta\alpha]$$

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=2\Delta\alpha;\ C_{2\Delta\alpha}(I,J)=C_{2\Delta\alpha k}(I,J)=\mu_M m(I,J)H_C(I,J)\sin\left[\gamma_C(I,J)+2\Delta\alpha\right]\\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\ \alpha=p\Delta\alpha;\ C_{p\Delta\alpha}(I,J)=C_{p\Delta\alpha k}(I,J)=\mu_M m(I,J)H_C(I,J)\sin\left[\gamma_C(I,J)+p\Delta\alpha\right]\end{array}\right\},\quad(5.4)$$

în care μ_M este permeabilitatea magnetică absolută a magnetului permanent mobil.

Relaţii de forma (5.4) se pot scrie pentru toate elementele reţelei de discretizare a magnetului permanent.

Scriind prima relaţie (5.4) pentru toate elementele magnetului permanent şi efectuînd suma lor rezultă cuplul activ total pentru unghiul α =o. Procedînd la fel pentru toate valorile lui α, rezultă şirul de relaţii de mai jos:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=0\quad ;\ C_{to}=\sum_{k=1}^{n}C_{ok}(I,J)\\ \alpha=\Delta\alpha\ ;\ C_{t\Delta\alpha}=\sum_{k=1}^{n}C_{\Delta\alpha k}(I,J)\\ \alpha=2\Delta\alpha\ ;\ C_{t2\Delta\alpha}=\sum_{k=1}^{n}C_{2\Delta\alpha k}(I,J)\\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\ \alpha=p\Delta\alpha\ ;\ C_{tp\Delta\alpha}=\sum_{k=1}^{n}C_{p\Delta\alpha k}(I,J)\end{array}\right\}.\qquad(5.5)$$

Relaţiile de forma (5.5) permit calculul unghiului de deviaţie permanentă pentru orice configuraţie de cîmp magnetic.

Urmărind configuraţia cîmpului magnetic exterior (capitolul 2) se poate observa că valorile cuplului total scad la creşterea unghiului α , pînă la un moment dat cînd cuplul activ devine nul, urmînd ca apoi cuplul să obţină valori negative, adică să-şi schimbe semnul. Alegînd treptele $\Delta\alpha$ suficient de mici în raport cu valoarea $p\Delta\alpha$ se poate determina cu suficientă exactitate unghiul αp, de deviaţie permanentă, pentru care cuplul activ total devine nul. Valoarea $p\Delta\alpha$ se alege urmărind configuraţia cîmpului magnetic (capitolul 2), astfel încît pentru unghiul $p\Delta\alpha$, cuplul total să devină negativ.

Prin urmare în cadrul relaţiilor (5.5) există o relaţie de forma:

$$\alpha = \alpha_p \ : \ C_{t\alpha p} = \sum_{k=1}^{n} C_{\alpha pk}(I,J) = 0, \qquad (5.6)$$

în baza căreia se indentifică unghiul de deviaţie permanentă α_p.

Intr-o primă fază de calcul s-a plecat de la configuraţia de cîmp stabilită de bobinele instrumentului plasate în poziţiile existente pentru instrumente fabricate, /56/, rezultînd unghiul α_p pentru această situaţie. Valorile numerice obţinute sînt prezentate în capitolul 6 al tezei de doctorat. Intr-o altă etapă de calcul s-au schimbat poziţiile bobinelor rezultînd altă configuraţie de cîmp magnetic la care corespunde alt unghi de deviaţie. Noile valori sînt de asemenea prezentate în capitolul 6.

5.3. Calculul caracteristicii statice de transfer a instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil

Pentru instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil caracteristica statică de transfer reprezintă dependenţa:

$$\alpha_p = f(I) \ , \qquad (5.7)$$

sau

$$\alpha_p = f(\frac{I_1}{I_2}) \ . \qquad (5.8)$$

Caracteristica de forma (5.7) este valabilă pentru instrumente care măsoară direct curent electric, iar cea de forma (5.8) pentru instrumente care măsoară rapoarte de curenţi (logometre magnetoelectrice cu magnet mobil).

Pentru caracteristica de forma (5.7) se indică în literatură /25, 60, 71/ relaţia:

$$\alpha_p = \mathrm{arctg}\ k\ I \ , \qquad (5.9)$$

care descrie în mod orientativ caracterul scării instrumentului, aşa cum s-a arătat în subcapitolul 4.4.

Calculul caracteristicilor (5.7, 5.8) se poate realiza exact în baza relaţiilor (5.4, 5.5, 5.6).

Pentru aceasta se stabilesc valorile curentului I, din relaţia (5.7) sau a raportului I_1/I_2 din relaţia (5.8) pentru care se determină deviaţiile permanente. Fie de exemplu pentru caracteristica dată de relaţia (5.8) I_{11}, $I_{12}, \ldots, I_{1q}$ valorile curentului I_1 pentru care se determină unghiurile de deviaţie permanentă la I_2 constant.

Considerentele din subcapitolul 5.2 se pot generaliza pentru calculul unor caracteristici de forma (5.1) sau (5.2).

Cuplul activ care acţionează asupra unui element (I,J) al reţelei de discretizare a magnetului permanent, pentru unghiurile $\alpha=0$, $\alpha=\Delta\alpha, \ldots, \alpha=p\Delta\alpha$, la un curent $I_1=I_{1j}$ şi I_2 considerat egal cu valoarea sa nominală I_{2N}, vor fi date de relaţiile:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha=0 \quad &: C_{0j}(I,J)=C_{0jk}(I,J)=\mu_M m(I,J)H_{Cj}(I,J)\sin\gamma_{Cj}(I,J)\\
\alpha=\Delta\alpha \quad &: C_{\Delta\alpha j}(I,J)=C_{\Delta\alpha jk}(I,J)=\mu_M m(I,J)H_{Cj}(I,J)\sin\left[\gamma_{Cj}(I,J)+\Delta\alpha\right]\\
&---------------------------\\
\alpha=p\Delta\alpha \quad &: C_{p\Delta\alpha j}(I,J)=C_{p\Delta\alpha jk}(I,J)=\mu_M m(I,J)H_{Cj}(I,J)\sin\left[\gamma_{Cj}(I,J)+p\Delta\alpha\right]
\end{aligned}\right\} \quad (5.10)$$

Scriind prima relaţie de forma (5.10) pentru toate elementele n ale reţelei de discretizare a magnetului permanent şi însumîndu-le rezultă cuplul activ total C_{t0j} pentru curenţii $I_1=I_{1j}$, I_{2N}. Procedînd similar pentru toate valorile unghiului α rezultă p+1 relaţii de forma următoare:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha=0 \quad &: C_{t0j} = \sum_{k=1}^{n} C_{0jk}(I,J),\ I_1=I_{1j},\ I_2=I_{2N}\\
\alpha=\Delta\alpha \quad &: C_{t\Delta\alpha j} = \sum_{k=1}^{n} C_{\Delta\alpha jk}(I,J),\ I_1=I_{1j},\ I_2=I_{2N}\\
&---------------------------\\
\alpha=p\Delta\alpha \quad &: C_{tp\Delta\alpha j} = \sum_{k=1}^{n} C_{p\Delta\alpha jk}(I,J),\ I_1=I_{1j},\ I_2=I_{2N}
\end{aligned}\right\} \quad (5.11)$$

Cîte un grup de p+1 relaţii de forma (5.11) se pot scrie pentru fiecare valoare a curentului I_1. Rezultă q grupuri de relaţii de forma (5.11). Unghiul $p\Delta\alpha$ este ales corespunzător astfel încît cuplurile să devină nule în intervalul $0 - p\Delta\alpha$.

Pentru aceasta este suficient ca unghiul $p\Delta\alpha$ să fie ales atît de mare încît în şirul de relaţii (5.11) cuplul total să fie nul pentru $I_1=I_{1N}$ şi $I_2=I_{2N}$.

In fiecare grup de relaţii (5.11) se află cîte o relaţie de forma (5.6). Prin urmare se pot scrie q relaţii de forma (5.6)

$$\left.\begin{array}{l}
\alpha=\alpha_{11};\ C_{t\alpha 11}=\sum\limits_{k=1}^{n} C_{\alpha 11k}(I,J)=0,\ I_1=I_{11},\ I_2=I_{2N}\\
\alpha=\alpha_{12};\ C_{t\alpha 12}=\sum\limits_{k=1}^{n} C_{\alpha 12k}(I,J)=0,\ I_1=I_{12},\ I_2=I_{2N}\\
-\ -\\
\alpha=\alpha_{1j};\ C_{t\alpha 1j}=\sum\limits_{k=1}^{n} C_{\alpha 1jk}(I,J)=0,\ I_1=I_{1j},\ I_2=I_{2N}\\
-\ -\\
\alpha=\alpha_{1q};\ C_{t\alpha 1q}=\sum\limits_{k=1}^{n} C_{\alpha 1qk}(I,J)=0,\ I_1=I_{1q},\ I_2=I_{2N}
\end{array}\right\}. \quad (5.12)$$

Perechile de valori $\alpha_{11},I_{11};\ \alpha_{12},I_{12};\ldots\ \alpha_{1j},I_{1j};\ldots\ \alpha_{1q},I_{1q}$ pentru $I_2=I_{2N}$ şi $I_{1q}=I_{1N}$ reprezintă caracteristica statică de transfer a instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil, de forma (5.8), în care cu indicele N s-au simbolizat valorile nominale ale curenţilor I_1 şi I_2. Pentru instrumente cu caracteristică de transfer de forma (5.7) procedura de calcul este asemănătoare.

In capitolul 6 sînt prezentate caracteristicile statice de transfer ale instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil calculate cu metoda dezvoltată de autor pentru instrumentele din /56/.

5.4. Ecuaţia diferenţială de mişcare a echipajului mobil. Cuplul stabilizator. Eroarea datorată frecării

Asupra echipajului mobil acţionează următoarele cupluri:

1. Cuplul activ total C_t dat de relaţia (5.5). Acest cuplu este funcţie de unghiul de deviaţie α şi prin intermediul cîmpului magnetic de curenţii bobinelor instrumentului. Se poate scrie cuplul activ total C_t ca funcţie de α, pentru valorile nominale ale curenţilor:

$$C_t = F(\alpha), \quad (I_1=I_{1N},\ I_2=I_{2N}). \qquad (5.13)$$

Expresia (5.13) se cunoaşte sub formă numerică sau sub formă grafică fiind prezentată în capitolul 6.

2. Cuplul de inerție de forma:

$$C_J = J\frac{d^2\alpha}{dt^2}, \tag{5.14}$$

unde J este momentul de inerție în raport cu axa de rotație a echipajului mobil, iar $d^2\alpha/dt^2$ este accelerația unghiulară a mișcării echipajului mobil.

3. Cuplul de amortizare total de forma:

$$C_A = A\frac{d\alpha}{dt}, \tag{5.15}$$

în care A este coeficientul de amortizare total al echipajului mobil (amortizarea cu aerul plus amortizarea cu ulei siliconic sau amortizare electromagnetică), iar $d\alpha/dt$ este viteza unghiulară a echipajului mobil.

4. Cuplul de frecare $\pm M_f$ cunoscut prin determinări experimentale.

Ecuația diferențială de mișcare va fi:

$$J\frac{d^2\alpha}{dt^2} + A\frac{d\alpha}{dt} = -F(\alpha) \pm M_f \tag{5.16}$$

Dacă mișcarea se produce în jurul poziției de echilibru $\alpha=\alpha_p$, expresia cuplului, relația (5.13), se poate aproxima pentru deviații mici cu o relație liniară de forma:

$$F(\alpha) = k_1\Delta\alpha, \tag{5.17}$$

în care:

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_p. \tag{5.18}$$

După terminarea fenomenului tranzitoriu, pentru care $d^2\alpha/dt^2=0$ și $d\alpha/dt=0$ echipajul mobil se va afla într-o poziție α_p' diferită de deviația permanentă α_p calculată în subcapitolul 5.7.

Prin urmare se poate scrie relația:

$$-k_1(\alpha_p'-\alpha_p) \pm M_f = 0 \tag{5.19}$$

în care diferența $\alpha_p'-\alpha_p=\Delta\alpha$ reprezintă o eroare cauzată de frecarea în lagăre a axului echipajului mobil. Relația (5.19) permite calculul erorii $\Delta\alpha$:

$$|\Delta\alpha| = \frac{M_f}{k_1}. \tag{5.20}$$

Problema se poate pune și invers și anume cît să fie mărimea k_1 pentru un cuplu de frecare M_f cunoscut și pentru o deviație $\Delta\alpha$ (eroare) impusă.

Se precizează că relația (5.13) este în general neliniară la acest tip de instrument. Pe de altă parte pentru cuplul de frecare M_f se poate considera o valoare maximă ce poate apare pentru orice poziție a echipajului mobil.

Prin urmare o relație de forma:

$$k_1 = \frac{M_f}{|\Delta\alpha|} \tag{5.21}$$

trebuie scrisă pentru acea poziție α_p a echipajului mobil pentru care k_1 este minim. Această observație permite să se tragă concluzia că dacă în relația (5.21) intervine pentru k_1 valoarea minimă, atunci în orice punct de pe scara instrumentului eroarea va fi mai mică decît $|\Delta\alpha|$.

Considerînd funcția $F(\alpha)$ continuă pe porțiuni în intervalul $0 - \alpha_{max}$, α_{max} fiind egal cu $p\Delta\alpha$ din subcapitolele 5.2, 5.3, și să aibe un număr finit de puncte de discontinuitate derivata ei este:

$$F'(\alpha) = \lim_{\alpha \to \alpha_0} \frac{F(\alpha)-F(\alpha_0)}{\alpha - \alpha_0} = \frac{dF(\alpha)}{d\alpha}. \tag{5.22}$$

In punctul corespunzător deviației permanente $\alpha_0 = \alpha_p$ $F(\alpha_p)=0$. Ca urmare pentru $\alpha = \alpha_p$:

$$dF(\alpha) = F(\alpha) \tag{5.23}$$

și deci k_1 dat de relația (5.17) se mai poate scrie:

$$k_1 = \lim_{\Delta\alpha \to 0} \frac{F(\alpha)}{\Delta\alpha} = \frac{dF(\alpha)}{d\alpha}. \tag{5.24}$$

Deoarece funcția $F(\alpha)$ este dependentă și de curenții I_1, I_2 ce străbat bobinele instrumentului, k_1 este dat de relația:

$$k_1 = \left.\frac{\partial F(\alpha)}{\partial\alpha}\right|_{\substack{I_1=const \\ I_2=const}}, \tag{5.25}$$

care definește această mărime ca o sensibilitate a cuplului în raport cu α. Pe de altă parte mărimea k_1 avînd ca unitate de măsură în SI [Nm/rad] ea reprezintă și cuplul stabilizator specific al acestui instrument.

Aceleaşi consideraţii se puteau obţine dezvoltînd în serie Taylor termenul al doilea al relaţiei (5.16) şi reţinînd termenii de ordinul I.

Relaţia (5.21) poate fi utilizată la proiectarea instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil.

Se poate calcula dependenţa cuplului stabilizator specific funcţie de unghiul de deviaţie permanentă.

Relaţiile (5.12) permit determinarea perechilor de valori α_{1j}, I_{1j} pentru I_{2N} care reprezintă caracteristica statică de transfer a instrumentului. Pentru unghiurile $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \ldots \alpha_{1j}, \ldots \alpha_{1q}$ cuplurile active ale instrumentului sînt nule (rel.5.12).

Caracteristica de forma (5.13) se cunoaşte în principiu pentru orice valoare a curentului I_1, pentru care curentul I_2 poate fi considerat parametru. Prin urmare se pot scrie următoarele relaţii:

$$\left.\begin{array}{l} C_{t1} = F_1(\alpha);\ I_1=I_{11},\ I_{2N} \\ C_{t2} = F_2(\alpha);\ I_1=I_{12},\ I_{2N} \\ - - - - - - - - - - - - - \\ C_{tj} = F_j(\alpha);\ I_1=I_{1j},\ I_{2N} \\ - - - - - - - - - - - - - \\ C_{tq} = F_q(\alpha);\ I_1=I_{1q},\ I_{2N} \end{array}\right\} . \qquad (5.26)$$

In jurul valorilor $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \ldots, \alpha_{1j}, \ldots, \alpha_{1q}$ funcţiile $F_1(\alpha)$, $F_2(\alpha), \ldots, F_j(\alpha), \ldots, F_q(\alpha)$ se pot scrie sub forma (5.17) pentru variaţii mici $\Delta\alpha$ ale unghiului α. Prin urmare:

$$\left.\begin{array}{l} F_1(\alpha) = k_{11}\Delta\alpha \\ F_2(\alpha) = k_{12}\Delta\alpha \\ - - - - - - - - - \\ F_j(\alpha) = k_{1j}\Delta\alpha \\ - - - - - - - - - \\ F_q(\alpha) = k_{12}\Delta\alpha \end{array}\right\} . \qquad (5.27)$$

Perechile de valori obţinute k_{11},α_{11}; k_{12},α_{12};$\ldots k_{1j},\alpha_{1j}$; $\ldots k_{1q},\alpha_{1q}$ reprezintă dependenţa cuplului stabilizator k_1 în raport cu unghiul de deviaţie permanentă, curentul I_{2N} fiind considerat parametru. Pe de altă parte perechile de valori k_{11}, I_{11};

$k_{12}, I_{12}; \dots k_{1j}, I_{1j}, \dots, k_{1q}, I_{1q}$ reprezintă dependenţa cuplului stabilizator în raport cu curentul I_1, la $I_2 = I_{2N}$.

Caracteristicile cuplului stabilizator vor fi redate în capitolul 6.

5.5. Factorul de calitate al instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil

In literatură se indică pentru factorul de calitate al unui instrument electromecanic relaţia /55/ :

$$A = 10 \frac{M_{D90^o}}{G^{1,5}} , \tag{5.28}$$

în care M_{D90^o} este cuplul antagonist pentru deviaţia maximă (90^o), iar G reprezintă greutatea echipajului mobil fixat pe axul instrumentului. Relaţia (5.28) este introdusă empiric.

In general greutatea echipajului mobil determină frecările din lagărele instrumentului. Cuplul de frecare M_f este dependent în realitate de greutatea G, a echipajului mobil, de calitatea materialelor din care sînt fabricate axele şi lagărele cum şi de gradul de prelucrare mecanică al lor. Pentru instrumente care au aceeaşi tehnologie de fabricaţie a axelor şi lagărelor, relaţia (5.28) permite o comparare a lor. In acest caz factor de calitate mai mare înseamnă erori datorate frecărilor mai mici.

Pentru instrumentele magnetoelectrice cu magnet mobil fără cuplu antagonist mecanic, relaţia (5.28) nu are sens.

Pentru astfel de instrumente se poate propune pentru factorul de calitate relaţia

$$A = B \frac{k_1}{M^{1,5}} , \tag{5.29}$$

în care M este masa echipajului mobil în [g], k_1 este cuplul stabilizator specific cel mai defavorabil al instrumentului în [Nm/grad] determinat din relaţiile (5.25), iar coeficientul B s-a introdus pentru ca factorul de calitate A să fie cuprins în intervalul 0,1 - 1. Valoarea numerică a coeficientului B este dată în capitolul 6.

Cu factorul de calitate propus prin relaţia (5.29) se pot compara instrumentele magnetoelectrice cu magnet mobil, fără cuplu rezistent mecanic, fabricate după aceeaşi tehnologie referitoare la ax și lagăre.

5.6. Modificarea caracterului scării instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil

Caracteristica statică de transfer a instrumentului magnetoelectric cu magnet, dată de relațiile (5.1, 5.12) care determină caracterul scării instrumentului se poate schimba prin modificarea distribuției cîmpului magnetic din instrument.

In capitolul 2 s-a calculat cîmpul magnetic pentru un ecran magnetic modificat față de cel din /56/ și pentru o altă poziție a bobinelor instrumentului (subcapitolele 2.6 - 2.7).

Utilizînd distribuțiile de cîmp magnetic se pot calcula caracteristici statice de transfer cu relațiile (5.1, 5.12).

Caracteristicile obținute sînt prezentate și comentate în capitolul 6 al tezei de doctorat.

5.7. Calculul sensibilității logometrului magnetoelectric cu magnet mobil

In subcapitolul 5.3 este indicată metoda propusă de autor pentru calculul caracteristicilor statice de forma (5.8). Aceste caracteristici sînt prezentate sub formă numerică și grafică în capitolul 6 pentru mai multe configurații de cîmp magnetic.

Sensibilitatea logometrului magnetoelectric cu magnet mobil se poate calcula din relația:

$$S = \left. \frac{\partial r\left(\frac{I_1}{I_2}\right)}{\partial I_1} \right|_{I_2=\text{const}} , \qquad (5.30)$$

în care I_1 este curentul prin bobinele BO_1, BO_2 (fig.2.1, 2.5) dependent direct de mărimea ce se măsoară de logometru, iar I_2 este de regulă un curent constant prin bobina BO_3 (fig.2.1, 2.5).

Calculul sensibilității se poate efectua cu o metodă de derivare numerică /85/ referitoare la funcția de forma (5.8).

In capitolul 6 sînt prezentate numeric și grafic sensibilitatea instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil.

CAPITOLUL 6

REZULTATE EXPERIMENTALE

6.1. Introducere

In subcapitolul 6.2 autorul prezintă rezultatele experimentale referitoare la măsurarea momentului magnetic al magnetului permanent mobil obţinute cu metoda tratată în capitolul 3.

Subcapitolul 6.3 cuprinde o metodă de determinare experimentală a permeabilităţii magnetice a magnetului permanent al instrumentului,valabilă pentru permeabilităţi magnetice relative mici.

Pentru instrumentul cu dimensiunile geometrice indicate în subcapitolul 6.4, în subcapitolele 6.5 şi 6.6 sînt prezentate caracteristicile cuplului activ, unghiul de deviaţie permanentă, caracteristicile statice de transfer, caracteristicile cuplului stabilizator specific, factorul de calitate şi caracteristica de sensibilitate a instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil calculate în baza relaţiilor din capitolele 4 şi 5.

Subcapitolul 6.8 cuprinde caracteristicile enumerate mai sus, calculate pentru instrumentul din fig.2.5 (capitolul 2).

Prin prezentarea rezultatelor experimentale şi a caracteristicilor calculate, autorul confirmă cercetările efectuate în capitolele 1 - 5 ale tezei de doctorat asupra instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil.

6.2. Momentul magnetic al magnetului permanent

Determinarea experimentală a momentului magnetic are la bază metoda de măsurare prezentată detaliat în capitolul 3 al tezei de doctorat.

6.2.1. Magnetometrul

S-a utilizat un etalon de cîmp magnetic 6, fabricat la Institutul național de metrologie, seria 78o4, avînd constanta 6o1,6 μT/A, conectat în schema din fig.6.1. Sursa de tensiune electromotoare E continuă reprezintă o sursă stabilizată electronic de tip E41o9 cu posibilitatea modificării tensiunii. Ampermetrul utilizat reprezintă un multimetru numeric Philips, tip PM 2421, clasa o,1, iar rezistența reglabilă R_h servește la modificarea curentului I la valorile necesare.

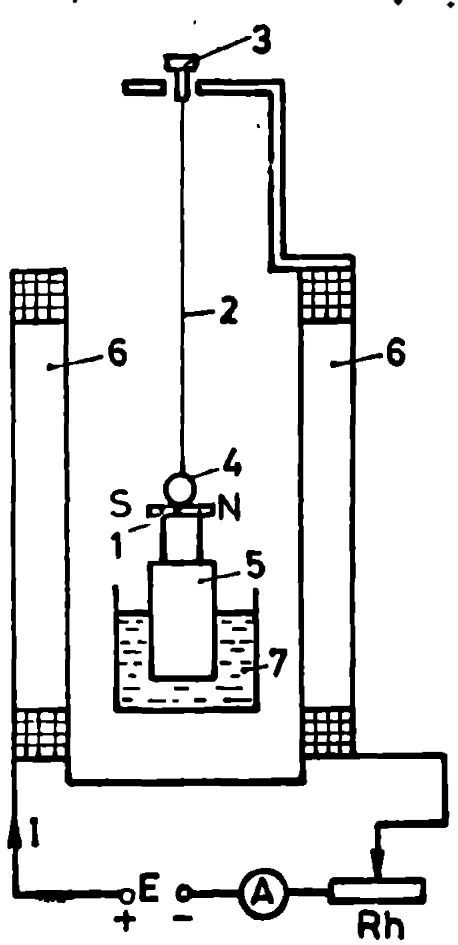


Fig.6.1.

Magnetul magnetometrului s-a realizat dintr-o bară cilindrică din oțel de scule. Diametrul este de 2 mm iar lungimea 2o mm, ceea ce asigură rotirea lui în zona de maximă uniformitate a cîmpului produs de etalonul 6. Firul de suspensie a fost realizat din relon cu diametrul în jur de o,oo8 mm. S-a constatat experimental că rotind piesa 3 (fig.6.1) cu un unghi de $\pm 45^{o}$, poziția magnetului 1 nu s-a modificat chiar în prezența celui mai mic cîmp magnetic existent, adică pentru componenta orizontală a cîmpului magnetic existentă în laborator, ceea ce denotă că firul de suspensie nu introduce un cuplu rezistent măsurabil în această instalație.

Amortizarea echipajului mobil s-a realizat cu piesa magnetică 5, rigid fixată de magnetul 1 care se poate roti în paharul 7 ce conține apă.

Amortizarea s-a reglat la o valoare convenabilă măsurărilor. Intregul sistem de măsurare a fost ecranat electrostatic, cu foițe din aluminiu. Suporții au fost realizați din alamă nemagnetică. S-a conceput un dispozitiv de fixare a magnetului permanent de cercetat cu posibilitatea rotirii acestuia, în vederea orientării axei magnetice care permite și citirea exactă a distanțelor ce intervin în relațiile de calcul. Acest dispozitiv nu este prezentat în fig.6.1.

6.2.2. Valorile intensității cîmpului magnetic în care au avut loc determinările

S-a determinat experimental componenta orizontală a intensității cîmpului magnetic terestru existentă în centrul O al magnetometrului (fig.3.10, capitolul 3), cu relația (3.48) măsurîndu-se perioadele T_1 și T_2 pentru perechea de valori H_1, H_2 ale intensității cîmpului magnetic realizate cu etalonul de cîmp. S-au efectuat 10 determinări pentru componenta orizontală a cîmpului magnetic terestru. A rezultat valoarea medie a acestor determinări H_p=11,73 A/m. In literatură este indicată componenta orizontală a intensității cîmpului magnetic terestru. Din /42/ rezultă pentru această componentă valoarea 18,3 A/m pentru Europa la paralele 45° și meridianul 21° față de Greenwich. Intensitatea cîmpului magnetic măsurată a fost mai mică ceea ce se explică prin efectul de ecranare magnetică al clădirii cu structură de beton armat, în care au avut loc determinările experimentale. Perioadele T_1 și T_2 s-au măsurat utilizînd un cronometru, efectuîndu-se citirea a cel puțin 20 de perioade în vederea micșorării erorilor de măsurare ale acestora.

Componenta orizontală a intensității cîmpului magnetic din centrul O al magnetometrului (fig.3.10) s-a determinat experimental și inversînd sensul curentului prin bobinele etalonului și reglînd curentul pînă ce poziția magnetului 1 a fost complet indecisă. A rezultat un curent de 24,54 mA, la care corespunde o intensitate de cîmp magnetic de 11,75 A/m. Se observă o foarte bună concordanță între cele două rezultate obținute, diferența între ele corespunzînd unei erori relative de 0,17%.

Odată determinată valoarea lui H_p s-au fixat următoarele valori ale intensității cîmpului magnetic H_o+H_p: 11,73; 23,46; 35,19; 46,92; 58,65 și 70,38 A/m, produse de curenți I egali cu: 0; 24,54; 49,08; 73,62; 98,16 și 122,7 mA. S-au ales valori pentru H_o+H_p multiplu de H_p.

6.2.3. Alegerea distanţelor R_1, R_2 şi ℓ

In literatură /42, 43/ se recomandă ca raportul distanţelor R_2/R_1 să se aleagă în jur de 1,4 astfel ca relaţiile în care intervin mărimile R_2^5, R_1^5, R_2^2 şi R_1^2 să fie convenabile din punct de vedere al erorilor ce le introduc. Relaţia (3.49) impune ca distanţele R_1 sau R_2 să fie cît mai mari astfel încît să se poată neglija coeficienţii de distribuţie proporţionali cu $1/R^4$, respectiv ca mărimea η/R^2 să fie mică în raport cu 1, /42, 43/.

Mărind însă aceste distanţe scade valoarea cîmpului H_n (relaţia (3.49)) la nivelul magnetului 1 (fig.3.1o), scădere proporţională cu $1/R^3$. De aceea perechile de valori R_1, R_2 au fost astfel stabilite încît pentru o distanţă ℓ convenabilă, deviaţiile a_1 şi a_2 să obţină valori suficient de mari, însă care să respecte relaţia (3.55). Distanţa ℓ a fost stabilită la valoarea de 1,3 m.

Au rezultat distanţe $R_{1,2}$ cuprinse între o,17 m şi o,2o m la care corespund deviaţii a_1 şi a_2 cuprinse între 16o mm şi 4 mm pentru valorile de cîmp indicate.

6.2.4. Calculul momentului magnetic al magnetului permanent

S-au efectuat determinări experimentale pentru un set de 6 magneţi permanenţi sub formă de disc.

Momentul magnetic al acestora s-a calculat cu relaţia (3.56). Pentru fiecare magnet s-au efectuat 24 de determinări, pentru valorile de cîmp magnetic H_o+H_p indicate şi pentru perechi de distanţe R_1, R_2. S-a efectuat media celor 24 de determinări, iar apoi media celor 6 valori obţinute. Această valoare de $2o,5 \cdot 1o^{-3}$ Am^2 a fost utilizată în capitolul 4 la calculul cuplului activ. Valorile medii individuale pe magneţi au fost: $19,61 \cdot 1o^{-3}$; $23,88 \cdot 1o^{-3}$; $2o,59 \cdot 1o^{-3}$; $2o,71 \cdot 1o^{-3}$; $21,oo \cdot 1o^{-3}$ şi $17,23 \cdot 1o^{-3}$ Am^2. Se observă o dispersie pronunţată a valorilor obţinute.

După cum s-a arătat în capitolul 4 de calcul al cuplului activ momentul magnetic intervine în relaţiile de calcul al acestuia. Luînd ca referinţă cuplul calculat pentru un acelaşi unghi de deviaţie, de exemplu $\alpha = 0$, valorile obţinute vor fi diferite de la un instrument la altul, din cauza dispersiei momentelor magnetice ale magneţilor permanenţi. Este important ca aceste cupluri să fie mari în comparaţie cu cuplul de frecare al mecanismului mobil, astfel încît instrumentele să se poată încadra în cadrul unor caracteristici metrologice prestabilite. Prin urmare dacă această condiţie este satisfăcută, atunci dispersia valorilor momentului magnetic nu mai prezintă nici o importanţă asupra celorlalte caracteristici ale instrumentului, cum ar fi caracterul scării, sensibilitatea, etc.

Este util a calcula cu relaţia (3.49) valoarea H_n a intensităţii cîmpului magnetic produs în punctul O pentru o distanţa R utilizată în determinări, de magnetul disc plasat în punctul O_1 (fig.3.10), cu neglijarea termenului η/R_1^2. Pentru $m=20,5 \cdot 10^{-3}$ Am^2 şi R=0,25 m rezultă $H_n=0,209$ A/m, valoare mai mică de 85 ori decît componenta orizontală a cîmpului magnetic terestru din punctul O al instrumentului (fig.3.10).

6.3. Măsurarea permeabilităţii magnetice relative a magnetului permanent mobil

Se consideră un cilindru circular din material feromagnetic izotrop, avînd permeabilitatea magnetică relativă μ_r, introdus într-un cîmp magnetic exterior uniform de intensitate magnetică H_0, fig.6.2.

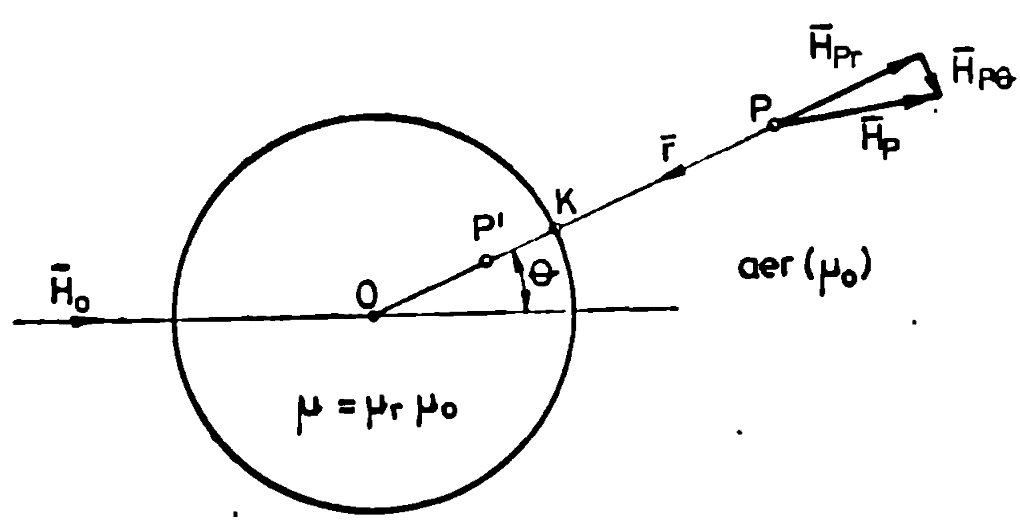


Fig.6.2.

Relaţia (3.24, capitolul 3) exprimă potenţialul magnetostatic V_{mP} într-un punct P exterior cilindrului. Componenta H_{Pr} a -

intensității cîmpului magnetic H_P în punctul P este dată de relația:

$$H_{Pr} = -\frac{\partial V_{mp}}{\partial r} = H_o\left(\frac{a^2}{r^2}\frac{\mu_r-1}{\mu_r+1}+1\right)\cos\Theta, \tag{6.1}$$

în care a este raza cilindrului iar r este modulul vectorului de poziție al punctului P în raport cu originea O, fig.6.2. Componenta H_P a intensității cîmpului magnetic H_P, după coordonata Θ este:

$$H_{P\Theta} = -\frac{\partial V_{mp}}{r\partial\Theta} = -H_o\left(\frac{a^2}{r^2}\frac{\mu_r-1}{\mu_r+1}-1\right)\sin\Theta . \tag{6.2}$$

Pentru r=a rezultă din relațiile (6.1, 6.2) componentele intensității cîmpului magnetic în punctul K pe suprafața exterioară a cilindrului:

$$\left.\begin{aligned} H_{Krext} &= \frac{2\mu_r}{\mu_r+1}H_o\cos\Theta \\ H_{K\Theta ext} &= -\frac{2}{\mu_r+1}H_o\sin\Theta \end{aligned}\right\}. \tag{6.3}$$

Componentele similare ale inducției magnetice în punctul K, pe suprafața exterioară a cilindrului rezultă din relațiile (6.3) prin multiplicare cu μ_o:

$$\left.\begin{aligned} B_{Krext} &= \frac{2\mu_r\mu_o}{\mu_r+1}H_o\cos\Theta \\ B_{K\Theta ext} &= -\frac{2\mu_o}{\mu_r+1}H_o\sin\Theta \end{aligned}\right\}. \tag{6.4}$$

Potențialul magnetostatic $V_{mP'}$ în punctul P' din interiorul cilindrului este dat, în /33/, de relația:

$$V_{mP'} = -\frac{2H_o r}{\mu_r+1}\cos\Theta, \tag{6.5}$$

iar componentele $H_{P'r}$, $H_{P'\Theta}$ ale intensității cîmpului magnetic în punctul P' sau în punctul K pe suprafața interioară a cilindrului se pot calcula cu relațiile:

$$\left.H_{P'r} = H_{Krint} = \frac{2}{\mu_r+1}H_o\cos\Theta\right\}. \tag{6.6}$$

$$H_{P'\Theta} = H_{K\Theta int} = -\frac{2}{\mu_r+1} H_0 \sin\Theta$$

Avînd în vedere /51/ că la suprafața de separație a celor două medii cu permeabilități magnetice diferite se conservă componentele normale ale inducției, identice cu cele după coordonata r și componentele tangențiale ale intensității cîmpului magnetic, identice cu cele după coordonata Θ, rezultă:

$$\left.\begin{aligned} B_{rint} &= \frac{2\mu_r\mu_0}{\mu_r+1} H_0\cos\Theta \\ B_{\Theta int} &= \mu_0\mu_r H_{K\Theta int} = -\frac{2\mu_r\mu_0}{\mu_r+1} H_0\sin\Theta \end{aligned}\right\}, \qquad (6.7)$$

în care B_{rint} și $B_{\Theta int}$ sînt componentele inducției $\overline{B}$ într-un punct din interiorul cilindrului. De asemenea se poate scrie (relația 6.6):

$$\left.\begin{aligned} H_{rint} &= \frac{2}{\mu_r+1} H_0\cos\Theta \\ H_{\Theta int} &= -\frac{2H_0}{\mu_r+1} H_0\sin\Theta \end{aligned}\right\}, \qquad (6.8)$$

H_{rint} și $H_{\Theta int}$ fiind componentele intensității cîmpului magnetic $\overline{H}$ în interiorul cilindrului.

Ca urmare modulele vectorilor $\overline{B}$ și $\overline{H}$ în interiorul cilindrului vor fi date de relațiile:

$$\left.\begin{aligned} B &= \sqrt{B^2_{rint} + B^2_{\Theta int}} = \frac{2\mu_r}{\mu_r+1}\mu_0 H_0 \\ H &= \sqrt{H^2_{rint} + B^2_{\Theta int}} = \frac{2}{\mu_r+1} H_0 \end{aligned}\right\}. \qquad (6.9)$$

In fig.6.3 se consideră ciclul de histerezis al magnetului permanent, partea din cadranul II cunoscută prin determinări experimentale în circuit magnetic închis, în care B_R este inducția magnetică remanentă iar H_C intensitatea cîmpului magnetic coercitiv /55, 51, 61, 66, 82/.

Valoarea inducției magnetice generată de magnet în circuit magnetic deschis este $B_r < B_R$, rezultînd la intersecția dreptei (Δ) cu ciclul de histerezis, H_r fiind cîmpul magnetic demagnetizant din interiorul magnetului permanent.

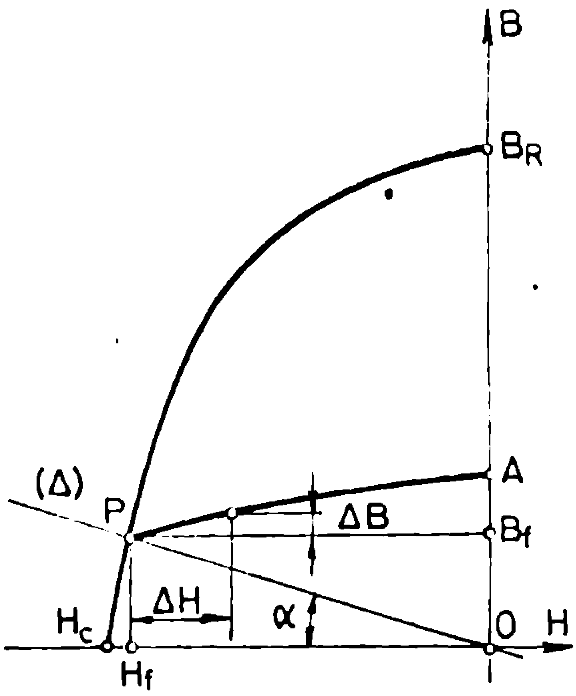


Fig.6.3.

Panta dreptei (Δ) depinde de coeficientul de demagnetizare al magnetului permanent, dependent de geometria magnetului şi a circuitului magnetic în care este introdus. La instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil, magnetul permanent se află într-un circuit magnetic practic deschis. Ca urmare coeficientul de demagnetizare K_d, dat de relaţiile de mai jos:

$$\left.\begin{aligned} K_d &= \frac{H_f}{M} \\ z\,tg\,\alpha &= K_d \end{aligned}\right\}, \qquad (6.10)$$

va avea o valoare apropiată de 1. In relaţiile (6.1o) M este magnetizaţia din magnet, z coeficient de scară, iar α are semnificaţia din fig.6.3.

In literatură se indică pentru K_d valori calculate pentru diferite forme ale magneţilor permanenţi /51/.

Astfel pentru un disc plan infinit subţire coeficientul de demagnetizare este 1. Pentru un cilindru circular infinit lung coeficientul de demagnetizare este o,5. Prin urmare pentru magnetul permanent cu raportul între diametru şi lungime o,2 (ca al magnetului instrumentului magnetoelectric) coeficientul de demagnetizare va fi cuprins în intervalul o,5 - 1. Prin urmare punctul de funcţionare P din fig.6.3 va fi apropiat de H_c, rezultînd inducţii magnetice B_f relativ mici.

La modificarea cîmpului magnetic H_f cu ΔH inducţia magnetică va avea o variaţie ΔB, determinată cu ajutorul curbei de revenire, porţiunea PA din fig.6.3, care în aplicaţiile practice se poate întotdeauna aproxima cu o dreaptă /82/.

Permeabilitatea magnetică absolută μ_M a magnetului permanent va fi panta curbei de revenire în punctul P:

$$\mu_M = \frac{\Delta B}{\Delta H}, \qquad (6.11)$$

iar permeabilitatea magnetică relativă μ_{rM} a magnetului permanent este:

$$\mu_{rM} = \frac{\Delta B}{\mu_0 \, \Delta H} \,. \qquad (6...)$$

Variația ΔH a intensității cîmpului magnetic poate fi realizată în c.c. sau în c.a. La determinarea experimentală a lui μ_{rM} autorul a preferat măsurări în curent alternativ de joasă frecvență(4o- 6o Hz)deoarece variațiile ΔB se pot măsura comod şi cu erori mici, prin măsurarea t.e.m. induse într-o bobină de măsurare, cu un voltmetru numeric de c.a. (cu convertor c.a. - c.c. de valoare medie).

Schema de măsurare a permeabilității magnetice este redată principial în fig.(6.4.a, 6.4.b) în care MP este magnetul permanent, BM bobina de măsurare plasată în zona neutră a magnetului,

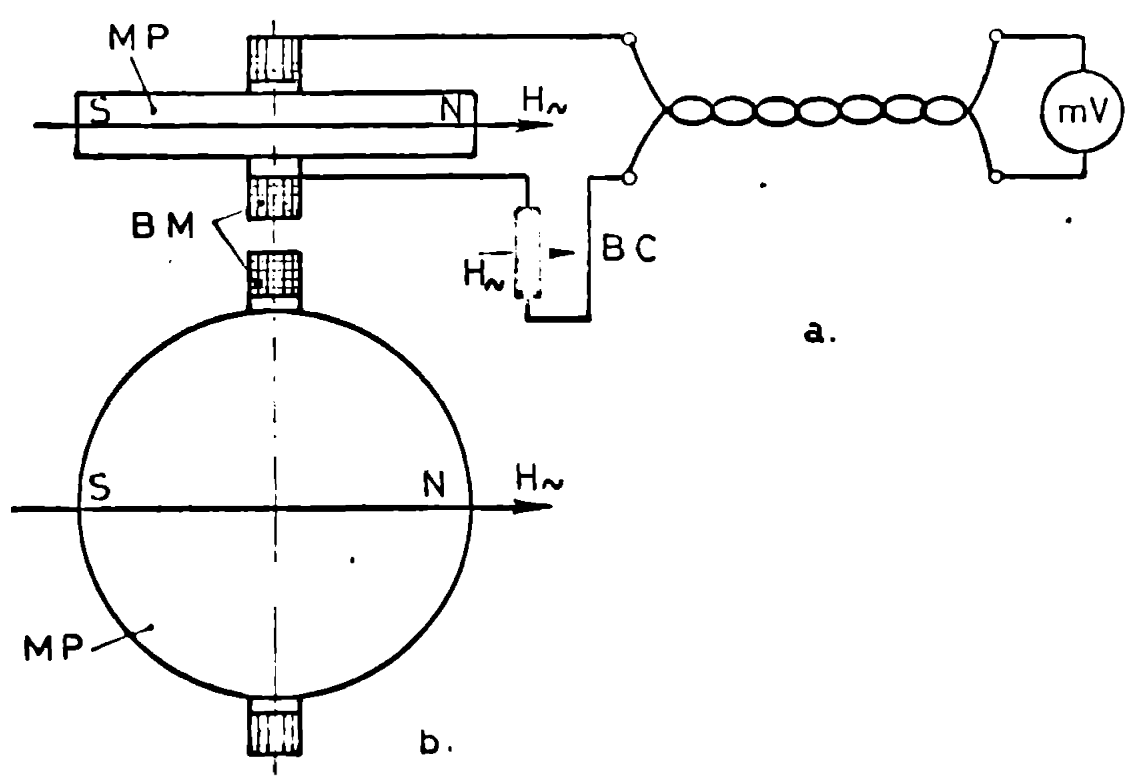


Fig.6.4.

mV un voltmetru numeric de valoare medie, etalonat în valori efective pentru regim sinusoidal, iar $H_{\sim}$ este un cîmp magnetic exterior uniform realizat cu un etalon de cîmp magnetic de tip bobină Helmholtz alimentat în c.a. cu frecvența de 4o - 6o Hz de la un amplificator de putere. In fig.6.5 s-a reprezentat geometria bobinei de măsurare, S fiind secțiunea medie a bobinei, iar S_f secțiunea din bobină ocupată de magnet. Suprafața S_a=S-S_f se va ca sidera cu permeabilitatea magnetică absolută μ_0.

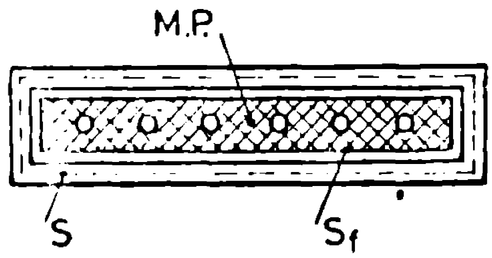


Fig.6.5.

Permeabilitatea magnetică relativă μ_{rM} a magnetului permanent rezultă din relațiile (6.9, 6.12) în care $H_0=H_\sim$, $H=\Delta H_f$ și $B=\Delta B_f$:

$$\mu_{rM} = \frac{\Delta B_f}{\mu_0\,\Delta H_f}\,. \tag{6.13}$$

Cu bobina de măsurare, prin intermediul t.e.m. induse se măsoară fluxul magnetic total $N\phi$.

$$N\phi = (\Delta B_f S_f + \Delta B_a S_a)N, \tag{6.14}$$

în care ΔB_a este inducția în aer în spațiul dintre bobină și magnet, $S_a=S-S_f$, N este numărul de spire al bobinei, iar ϕ este fluxul fascicular. Din relația (6.14) se poate exprima ΔB_f:

$$\Delta B_f = \frac{\phi}{S_f} - \Delta B_a\frac{S_a}{S_f}\,. \tag{6.15}$$

Din relațiile (6.13, 6.15) rezultă:

$$\mu_{rM} = \frac{\mu_{rM}+1}{2\mu_0 H_\sim}\left(\frac{\phi}{S_f} - \Delta B_a\frac{S_a}{S_f}\right) = \frac{\mu_{rM}+1}{2\mu_0 H_\sim}\left(\frac{\phi}{S_f} - \mu_0 H_\sim\frac{S_a}{S_f}\right). \tag{6.16}$$

Dînd factor comun pe μ_{rM} se poate scrie:

$$\mu_{rM}\left(1-\frac{\frac{\phi}{S_f}-\mu_0 H_\sim\frac{S_a}{S_f}}{2\mu_0 H_\sim}\right) = \frac{\frac{\phi}{S_f}-\mu_0 H_\sim\frac{S_a}{S_f}}{2\mu_0 H_\sim} = \frac{\phi}{2\mu_0 H_\sim S_f} - \frac{1}{2}\frac{S_a}{S_f} =$$

$$= \frac{\phi\cdot S}{2\mu_0 H_\sim S_f S} - \frac{1}{2}\frac{S_a}{S_f} = \frac{\phi}{2\phi_0}\cdot\frac{S}{S_f} - \frac{1}{2}\frac{S-S_f}{S_f} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{S}{S_f}\left(\frac{\phi}{\phi_0}-1\right) + \frac{1}{2}\;, \tag{6.17}$$

în care s-a notat cu $\phi_0=2\mu_0 H_\sim S$ fluxul fascicular în suprafața bobinei în absența magnetului.

Ultimul termen obținut în relația (6.17) este identic cu termenul ce se scade din 1 în paranteza expresiei (6.17).

Ca urmare:

$$\mu_{rM}\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\frac{S}{S_f}\frac{\phi-\phi_0}{\phi_0}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{S}{S_f}\frac{\phi-\phi_0}{\phi_0}+1\right), \tag{6.18}$$

din care va rezulta următoarea relaţie pentru μ_{rM},

$$\mu_{rM} = \frac{\frac{S}{S_f}\frac{\phi-\phi_o}{\phi_o}+1}{1-\frac{S}{S_f}\frac{\phi-\phi_o}{\phi_o}} \quad . \tag{6.19}$$

Deoarece fluxurile ϕ şi ϕ_o sînt proporţionale cu t.e.m. corespunzătoare induse în bobina de măsurare:

$$\phi = K_\phi U \quad .$$
$$\phi = K_\phi U_o \tag{6.20}$$

în care K_ϕ este constanta faţă de flux a bobinei de măsurare, rezultă din relaţia (6.19) expresia finală a permeabilităţii magnetice relative μ_{rM} a magnetului permanent:

$$\mu_{rM} = \frac{\frac{S}{S_f}\frac{U-U_o}{U_o}+1}{1-\frac{S}{S_f}\frac{U-U_o}{U_o}} \quad , \tag{6.21}$$

în care U şi U_o sînt indicaţiile voltmetrului conectat la bornele bobinei obţinute, fără magnet şi cu magnetul introdus în bobină.

Factorul S/S_f a fost calculat din dimensiunile geometrice ale bobinei şi magnetului rezultînd 2,72.

In relaţia (6.21) apare diferenţa $U-U_o$ care poate fi afectată de erori mari cînd se măsoară separat fiecare termen. Pentru a îmbunătăţi precizia de măsurare a permeabilităţii magnetice μ_{rM} diferenţa $U-U_o$ se poate măsura direct introducînd în schema din fig.6.4.a bobina BC de compensare, astfel încît în absenţa magnetului în bobina de măsurare t.e.m. induse în cele două bobine să fie egale şi în opoziţie. Bobina BC nu trebuie să fie identică cu cea de măsurare, putînd fi plasată în zona de cîmp magnetic produs de etalonul de cîmp, la o distanţă suficient de mare de bobina BM astfel încît t.e.m. indusă în ea să depindă numai de intensitatea cîmpului magnetic creat de etalon. Compensarea totală în absenţa magnetului în bobina de măsurare se poate realiza uşor prin deplasarea bobinei de compensare, sau rotirea ei într-o zonă de cîmp magnetic neuniform creat de etalonul de cîmp.

Cu acestea relaţia (6.21) devine:

$$\mu_{rM} = \frac{\frac{S}{S_f}\,\frac{\Delta U}{U_o}+1}{1-\frac{S}{S_f}\,\frac{\Delta U}{U_o}}, \tag{6.22}$$

în care ΔU este t.e.m. ce apare în bobina de măsurare în prezența magnetului, măsurată direct de voltmetru, iar U_o este t.e.m. indusă în bobina de măsurare după ce magnetul a fost îndepărtat şi bobina de compensare scurtcircuitată. Această procedură a fost aplicată la măsurarea permeabilității magnetice relative a magnetului permanent.

Cîmpul magnetic $H_{\sim}$ a fost determinat de un c.a. de 4A, 50 Hz rezultînd amplitudinea cîmpului magnetic alternativ de 2700 A/m. Tensiunile electromotoare induse au fost măsurate cu un voltmetru numeric tip V 541 şi au avut valorile ΔU=15,4 mV pentru magneți din alnico 24 K şi ΔU=4,3 mV pentru magneți din ferită FB1 (ferită cu bariu izotropă) provenită de la Intreprinderea de ferite Urziceni, iar t.e.m. U_o a avut valoarea U_o=115 mV.

A rezultat μ_{rM}=2,14 pentru magneți din alnico 24 K şi μ_{rM}=1,22 pentru magneți din ferită FB1.

6.4. Configurația geometrică a instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil

In acest subcapitol sînt prezentate dimensiunile geometrice ale instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil preluate din /84/ şi utilizate în programele de calcul referitoare la capitolele 2 şi 4. In fig.6.6 este reprezentată o jumătate din secțiunea transversală prin instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil din /56, 84/. Prin simetrie în raport cu axa BB' se obține întreaga secțiune transversală din instrument. In fig.6.6 E este ecranul feromagnetic din mumetal cu o grosime g=0,6 mm şi diametrul exterior de 27 mm avînd permeabilitatea magnetică μ_E=130.000 μ_o, MP este magnetul permanent avînd forma de disc cu diametrul de 10 mm şi grosimea de 2 mm fabricat din alnico 24 K aglomerat, BO_1 - bobina instrumentului parcursă de curentul I_1 şi 1/2 BO_2 jumătate din bobina BO_2 parcursă de curentul I_2. In raport cu axa BB' bobina BO_1 este simetrică cu bobina BO_2 din fig.2.1 (capitolul 2), care nu este

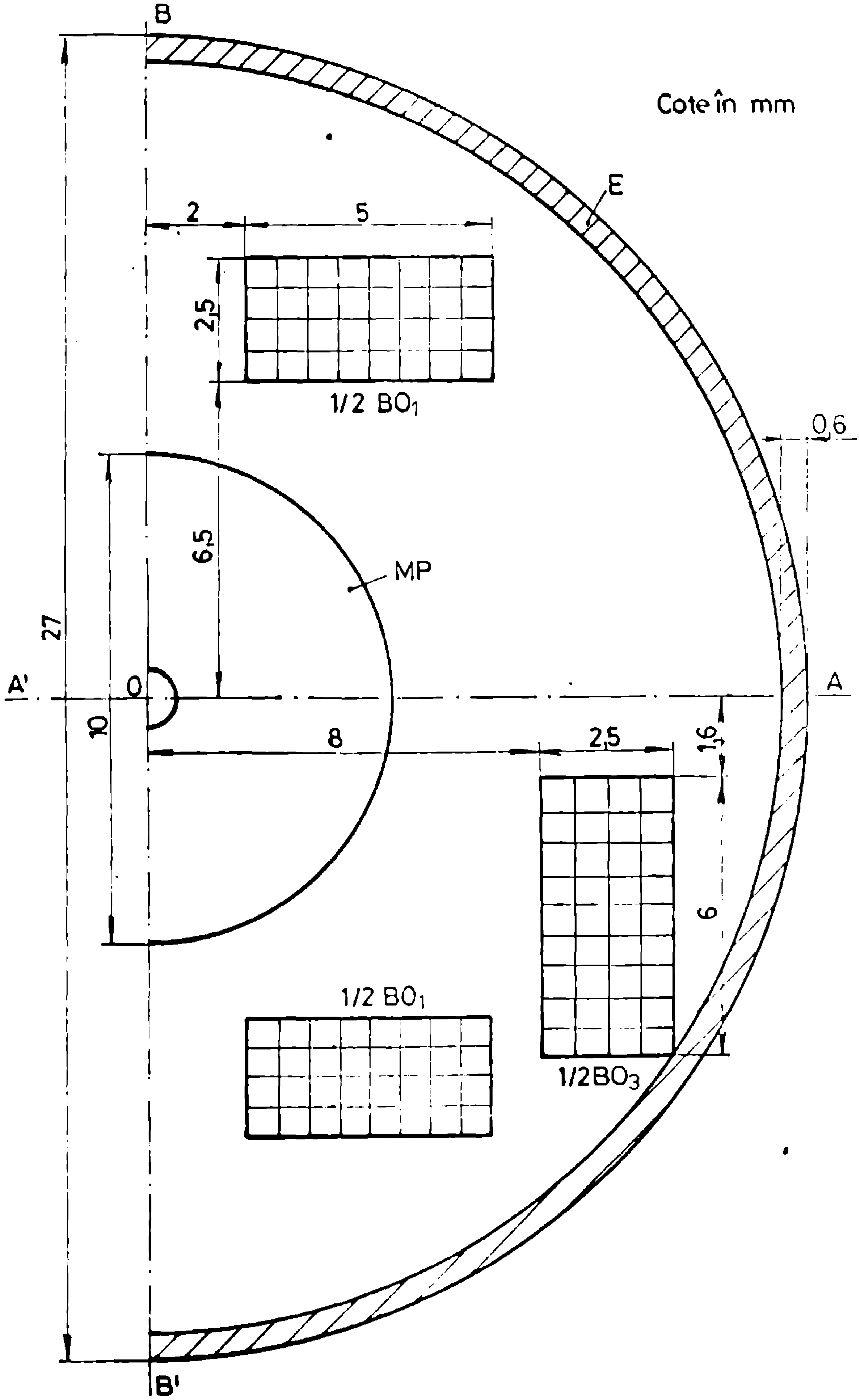


Fig.6.6.

reprezentată în fig.6.6 avînd caracteristici electrice şi geometrice identice cu bobina BO_1 şi fiind parcursă de acelaşi curent I_1. Cealaltă jumătate a bobinei BO_3 nu este reprezentată în fig.6.6 fiind simetrică cu secţiunea 1/2 BO_3 în raport cu axa BB'. Bobinele au cotele şi poziţionarea în raport cu axele instrumentului indicate în fig.6.6. Bobinele BO_1, BO_2 au fiecare 750 spire şi sînt parcurse de curentul I_1 cu valoarea nominală de 15 mA. Bobina BO_3 are 650 spire fiind parcursă de curentul I_2 avînd valoarea nominală 15 mA.

6.5. Cuplul activ al instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil

In capitolul 4 al tezei sînt prezentate metoda de calcul al cuplului activ şi algoritmul de calcul al acestuia, iar programul de calcul în anexa A3.

Programul de calcul a fost rulat de mai multe ori cu scopul de a evidenţia influenţele permeabilităţii magnetice a ecranului magnetic , a magnetului permanent şi a grosimii ecranului asupra cuplului activ pentru configuraţia din fig.6.6. Se notează cu μ_E şi g permeabilitatea magnetică absolută şi grosimea ecranului feromagnetic, iar cu μ_M permeabilitatea magnetică absolută a magnetului permanent mobil.

Influenţa unui parametru s-a studiat rulînd programul de calcul al cuplului activ cu valori diferite ale acestui parametru, ceilalţi parametrii fiind menţinuţi constanţi. Pentru fiecare situaţie calculul cuplului s-a efectuat pentru curent I_1 variabil între $I_{1N}/12$ şi $I_{1N}=15$ mA menţinînd curentul I_2 la valoarea sa nominală $I_{2N}=15$ mA.

Datele numerice pentru cuplul activ extrase din programele de calcul permit alcătuirea caracteristicilor prezentate în fig. (6.7 - 6.9).

In fig.6.7 s-a reprezentat cuplul activ în funcţie de curentul I_1 pentru $I_{2N}=15$ mA; g=0,6 mm; $\mu_M=3\,\mu_0$ şi μ_E ca parametru. Se observă că valorile cuplului sînt mai mari pentru un ecran magnetic cu permeabilitate magnetică μ_E mai mare. Luînd ca referinţă valoarea cuplului activ pentru $I_1=15$ mA şi $\mu_E=100\cdot$ $\cdot\mu_0$ (fig.6.3), valorile cuplului activ la $I_1=15$ mA pentru $\mu_E=$ $=1000\,\mu_0$ şi $\mu_E=130.000\,\mu_0$ sînt mai mari cu 14,83% respectiv cu

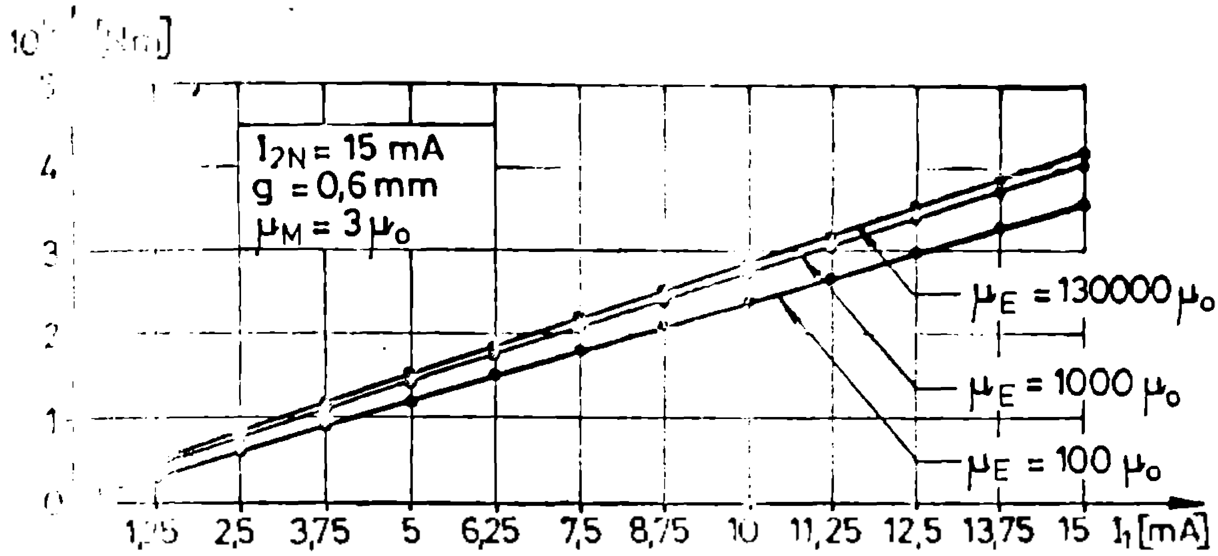


Fig.6.7

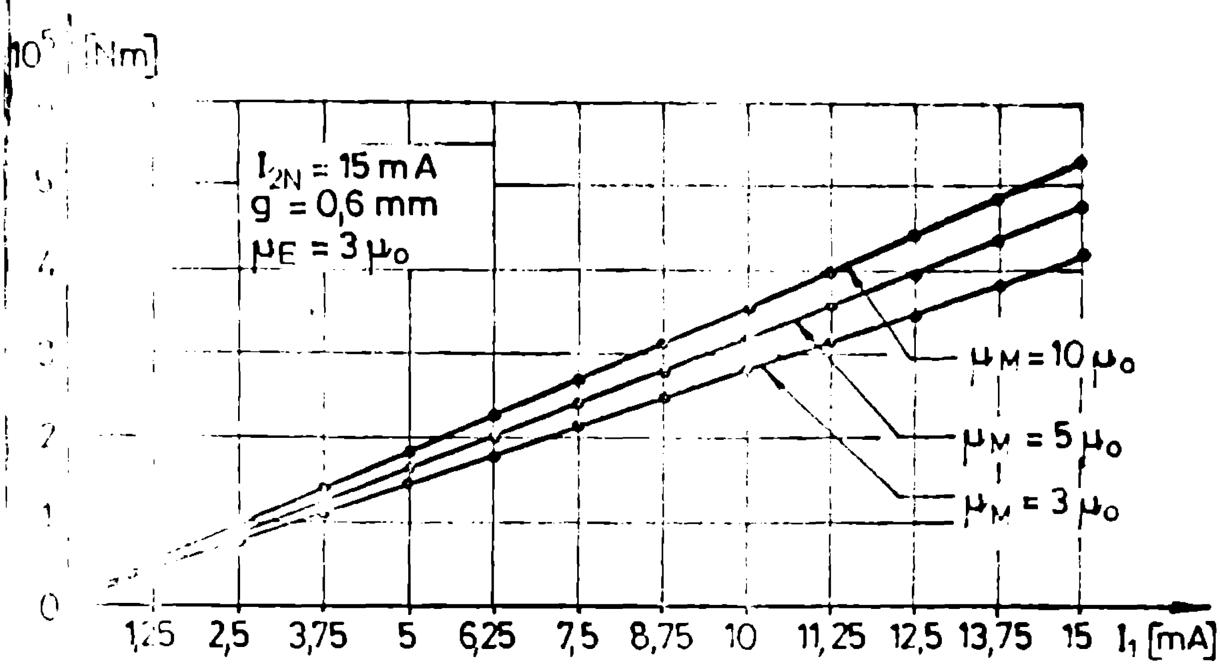


Fig.6.8

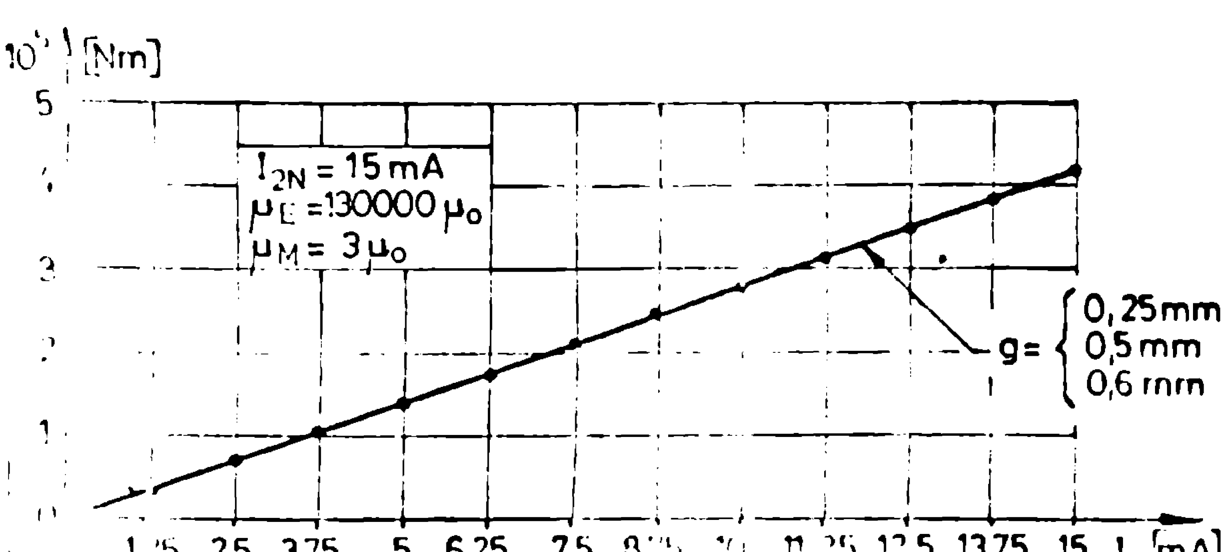


Fig 6.9

BUPT

16,88%. Pe de altă parte mărind μ_E de la valoarea $1000\mu_o$ la $130000\mu_o$ creşterea este de numai 1,78%. Aceasta înseamnă că alegînd pentru ecran un material magnetic cu permeabilitate magnetică mai mare de $130.000\mu_o$ va creşte preţul de cost al instrumentului, însă acesta va fi mai puţin influenţat de cîmpurile magnetice perturbatoare.

In fig.6.8 s-a reprezentat cuplul activ funcţie de curentul I_1 pentru I_2=15 mA, g=o,6 mm, $\mu_E=130.000\ \mu_o$ şi μ_M ca parametru. Curbele reprezentate scot în evidenţă creşterea cuplului activ odată cu creşterea permeabilităţii magnetice relative a materialului magnetului permanent. Luînd de data aceasta ca referinţă valoarea cuplului activ pentru $\mu_M=3\ \mu_o$ şi I_1=15 mA (fig.6.4), valorile cuplului activ la I_1=15 mA pentru $\mu_M=5\ \mu_o$ şi $\mu_M=10\ \mu_o$ sînt mai mari cu 13,62% respectiv cu 26,58%. Această constatare permite să se facă observaţia că permeabilitatea magnetică a magnetului permanent are o influenţă mare asupra valorilor cuplului activ şi ca urmare trebuie avută în vedere la proiectarea instrumentelor magnetoelectrice cu magnet mobil. Pe de altă parte observînd că cuplul creşte cu 26,58% cînd μ_M creşte de la $3\ \mu_o$ la $10\ \mu_o$, respectiv cu 13,62% cînd μ_M creşte de la $3\ \mu_o$ la $5\ \mu_o$ rezultă că permeabilitatea magnetică a magnetului permanent nu trebuie măsurată cu mare exactitate, pentru calculele practice fiind uneori suficiente datele furnizate în literatură.

In sfîrşit în fig.6.9 este prezentată dependenţa cuplului activ în raport cu I_1 pentru I_{2N}=15 mA, $\mu_E=130.000\ \mu_o$, $\mu_M=3\ \mu_o$ şi grosimea g a ecranului ca parametru. Pentru g=o,25 mm, o,5 mm şi o,6 mm au rezultat curbe care la scara de reprezentare din fig.6.9 practic se suprapun. In tabelul 6.1 sînt date numeric curbele din fig.6.9 luînd ca referinţă cuplul activ la I_1=15 mA şi g=o,25 mm, cuplul activ obţinut la dublarea grosimii ecranului creşte cu 1,49% iar pentru un ecran cu g=o,6 mm rezultă o creştere a cuplului activ cu 2,12%. Aceste creşteri sînt mult mai mici decît cele provocate de creşterea permeabilităţii magnetice μ_M a magnetului permanent, sau de creşterea permeabilităţii magnetice μ_E a ecranului magnetic.

TABELUL 6.1.

I_{2N}=15 mA I_1 [mA]	μ_E=130.000 μ_0 μ_M=3 μ_0	$10^5 \cdot C_t$	[Nm]
	g=0,25 mm	g=0,5 mm	g=0,6 mm
1,25	0,405	0,4119	0,4146
2,50	0,740	0,7516	0,7564
3,75	1,075	1,091	1,096
5,00	1,410	1,431	1,440
6,25	1,745	1,771	1,782
7,50	2,079	2,111	2,124
8,75	2,414	2,450	2,466
10,0	2,749	2,790	2,808
11,25	3,083	3,130	3,150
12,5	3,418	3,469	3,491
13,75	3,75	3,809	3,833
15,0	4,088	4,149	4,175

6.6. Caracteristicile statice de transfer, cuplul stabilizator specific, factorul de calitate şi sensibilitatea instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil

În capitolul 5 al tezei de doctorat sînt prezentate metodele de calcul al caracteristicilor statice, al cuplului stabilizator specific şi a sensibilităţii instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil.

Din programul de calcul al cuplului activ rulat în condiţiile precizate în subcapitolul 6.4 şi în baza relaţiilor (5.12) rezultă caracteristicile statice de transfer reprezentate sub formă numerică în tabelul 6.2.

Analizînd caracteristicile statice de transfer date în tabelul 6.2 se constată o abatere maximă de 3,22% pentru I_1=13,75 mA între caracteristicile obţinute pentru g=0,6 mm, μ_E=130.000 μ_0, μ_M=5 μ_0 şi g=0,25 mm, μ_E=130.000 μ_0 şi μ_M=3 μ_0.

Prin urmare modificările parametrilor g, μ_E şi μ_M în limitele menţionate în tabelul 6.2 nu afectează substanţial ca-

TABELUL 6.2.

I_1 [mA]	$\alpha_p=f(I_1)$ [grade]					$I_{2N}=15$ mA	
	$g=0,6$ mm $\mu_M=3\mu_0$			$g=0,6$ mm $\mu_F=130000\mu_0$		$\mu_F=130000\mu_0$ $\mu_M=3\mu_0$	
	$\mu_F=1300\mu_0$	$\mu_F=1000\mu_0$	$\mu_F=100\mu_0$	$\mu_M=5\mu_0$	$\mu_M=10\mu_0$	$g=0,25$ mm	$g=0,5$ mm
1,25	12,81	12,86	13,11	12,78	12,77	12,81	12,79
2,50	22,49	22,62	23,04	22,48	22,48	22,55	22,50
3,75	31,02	31,17	31,71	31,01	31,00	31,09	31,05
5,00	38,26	38,42	39,02	38,24	38,24	38,34	38,27
6,25	44,30	44,47	45,08	44,28	44,28	44,38	[illegible]
7,50	49,31	49,48	50,08	49,29	49,29	49,39	49,32
8,75	53,48	53,63	54,22	53,46	53,46	53,55	53,45
10,0	56,48	57,11	57,67	56,94	56,94	57,03	56,96
11,25	59,89	60,04	59,57	59,88	59,88	59,96	59,90
12,5	62,39	62,52	63,03	62,37	62,37	62,45	62,39
13,75	64,52	64,45	65,14	64,51	64,51	64,59	[illegible]
15,0	66,37	66,49	66,94	66,36	66,36	66,45	[illegible]

racteristicile statice de transfer ale instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil, a căror formă este reprezentată în fig. 6.10, curba a. In aceeași figură este reprezentată și caracteristica statică de transfer $\alpha_p=f(I_1)$ la $I_{2N}=15$ mA, curba b, a instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil fabricat la Intreprinderea de aparate electrice de măsurat Timișoara, determinată experimental /56/. Abaterea maximă între cele două caracteristici este de maxim 10% și apare la $I_1=1,25$ mA. Se observă o concordanță deosebit de bună între caracteristica a calculată cu relațiile stabilite de autor în capitolele 4 și 5 și caracteristica b determinată experimental pentru instrumentul din /56/.

Din programele de calcul al cuplului activ, în condițiile precizate în subcapitolul 6.5, au rezultat caracteristicile cuplului stabilizator specific k_1, utilizînd relațiile (5.26, 5.27) în funcție de curentul I_1 cu $I_2=I_{2N}=15$ mA, fiind redate grafic în fig.(6.11 – 6.13).

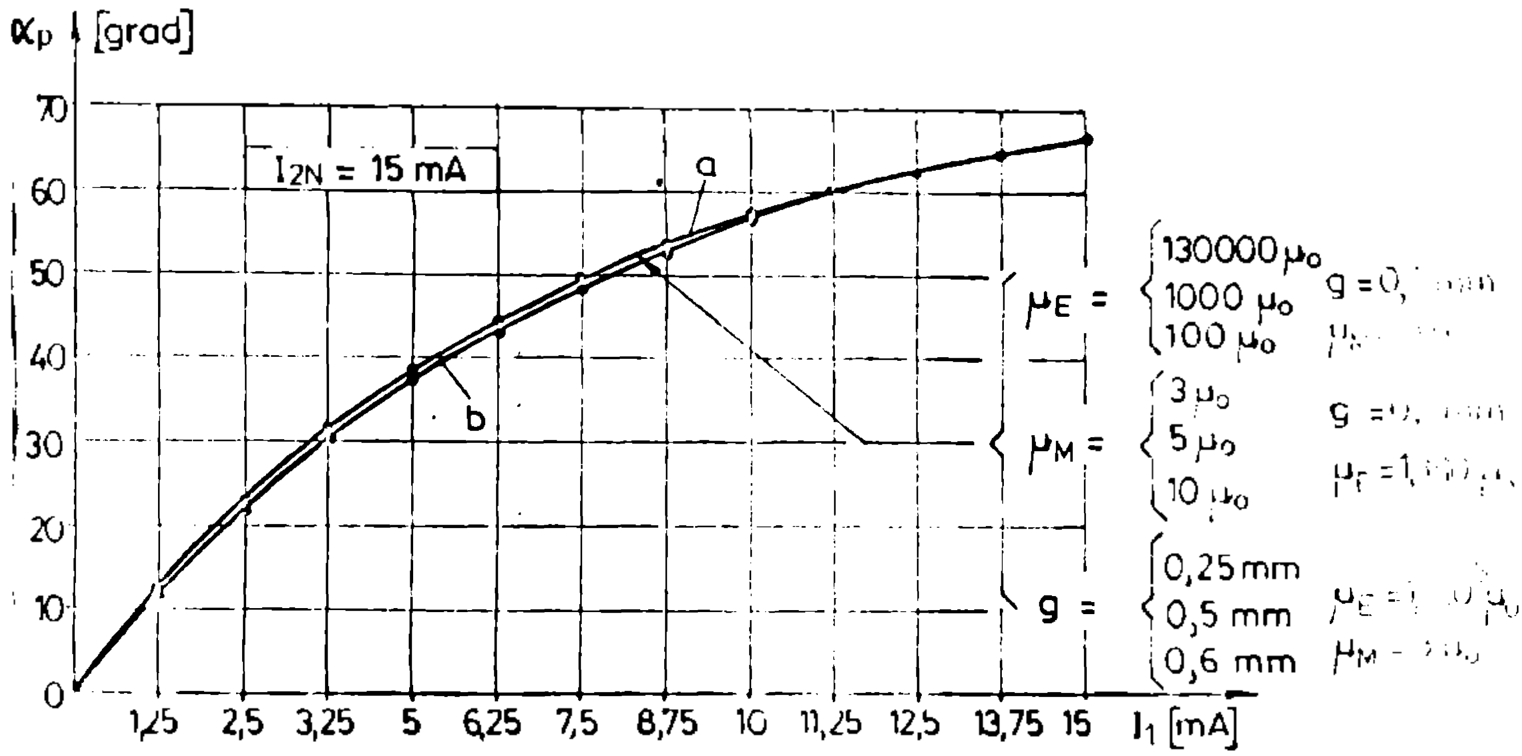


Fig.6.1o.

Referitor la caracteristicile din fig.(6.11 – 6.15) se constată creşterea cuplului stabilizator specific cu 15,23%, respectiv cu 17,41% pentru I_{2N}=15 mA, la creşterea permeabilităţii magnetice a ecranului feromagnetic de la 100μ_0 la 1000μ_0, respectiv la 130.000 μ_0.

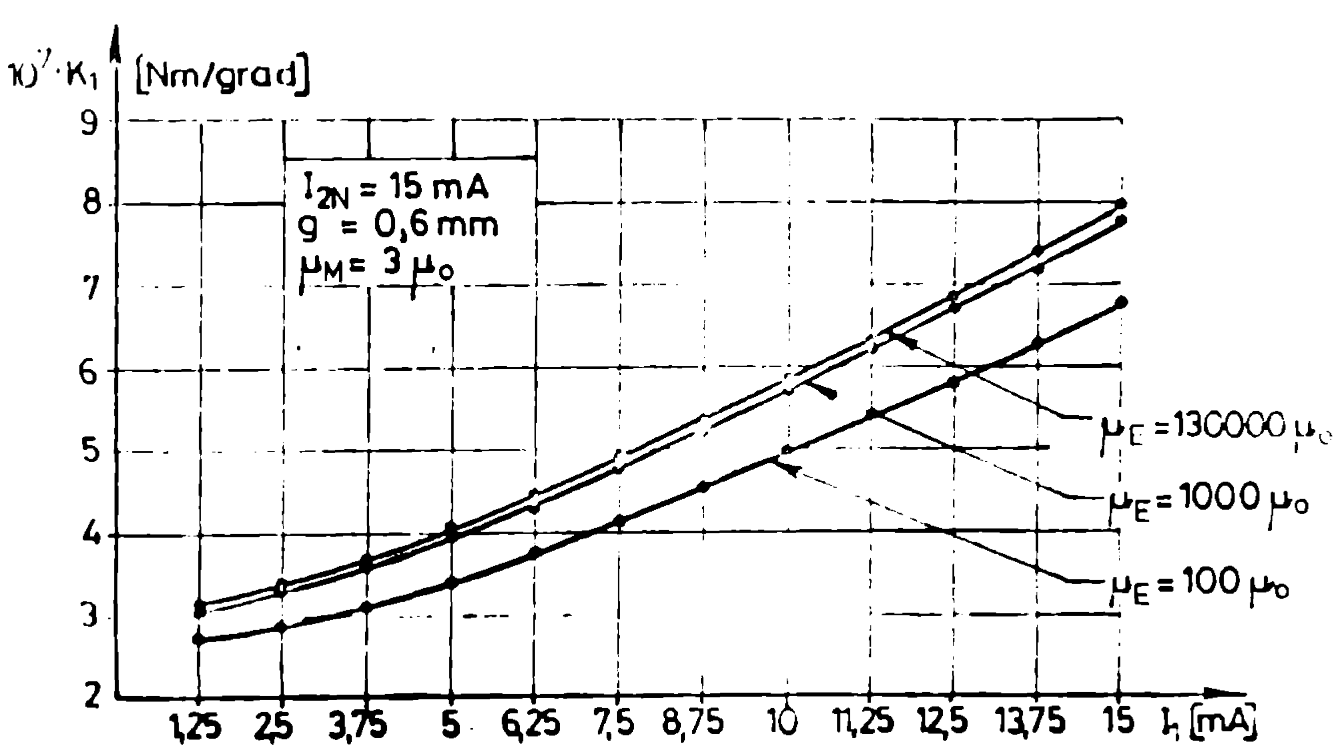


Fig.6.11.

Se observă o creştere doar de 1,09% a cuplului stabilizator specific cînd μ_E creşte de la 1000 μ_0 la 130.000 μ_0, ceea ce arată că din acest punct de vedere nu are sens utilizarea unui ecran magnetic din materiale magnetice cu proprietăţi magnetice superioare.

O dependenţă pronunţată a cuplului stabilizator specific apare în raport cu permeabilitatea magnetică μ_M a materialului magnetic al magnetului permanent (fig.6.12). De data aceasta cu-

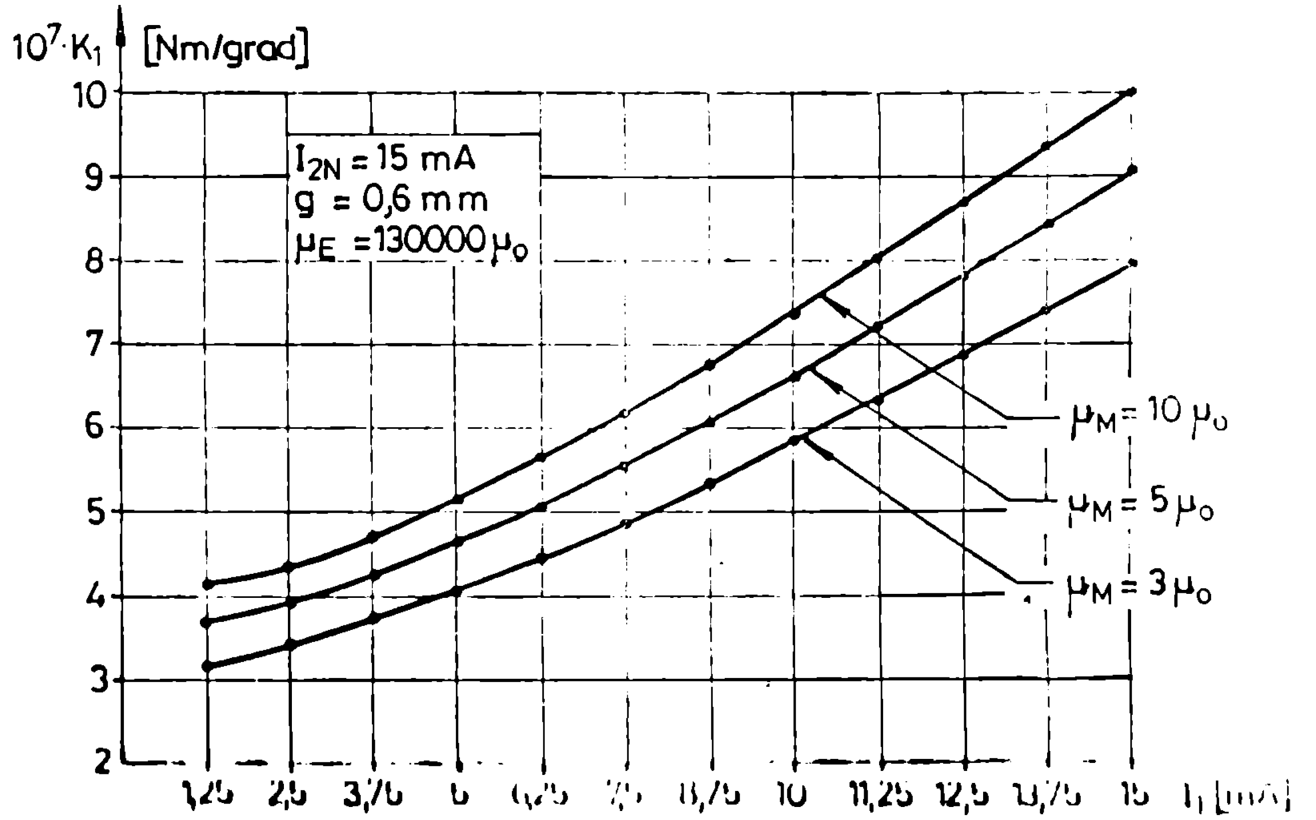


Fig.6.12.

plul stabilizator specific creşte cu 26,57%, la I_1=15 mA, I_2 =I_{2N}=15 mA, cînd μ_M creşte de la 3 μ_0 la 10 μ_0.

In fig.6.13 este arătată dependenţa cuplului stabilizator specific funcţie de curentul I_1, I_2=I_{2N}=15 mA, avînd ca parametru grosimea g a ecranului magnetic. Se constată o creştere a cuplului stabilizator specific doar de 2,85% la dublarea grosimii ecranului magnetic (pentru I_1 = 15 mA).

In sfîrşit în fig.6.14 este redată dependenţa cuplului stabilizator specific în funcţie de unghiul de deviaţie permanentă, la I_2=I_{2N}=15 mA, pentru g=0,6 mm, μ_E = 130.000 μ_0 şi μ_M = 3 μ_0.

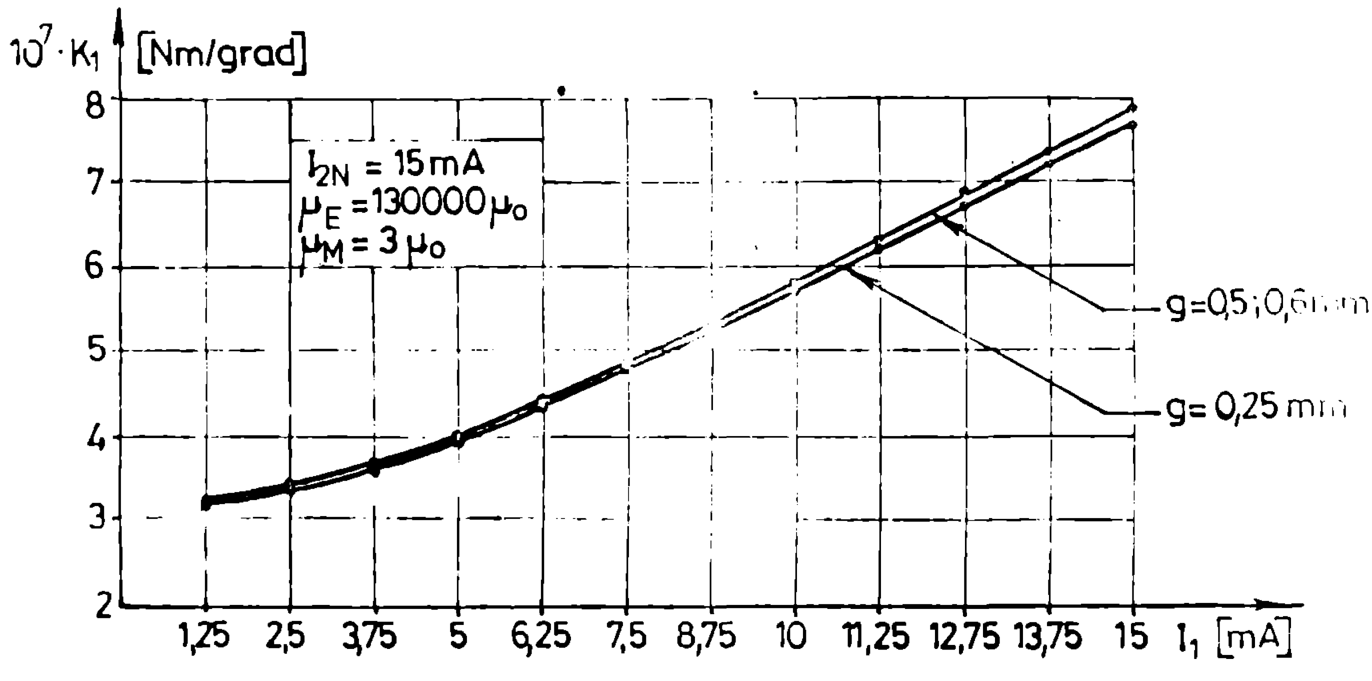


Fig.6.13.

Această caracteristică poate servi la proiectarea instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil, respectiv la calculul factorului său de calitate.

O altă mărime importantă a instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil este factorul său de calitate. Coeficientul [illegible]

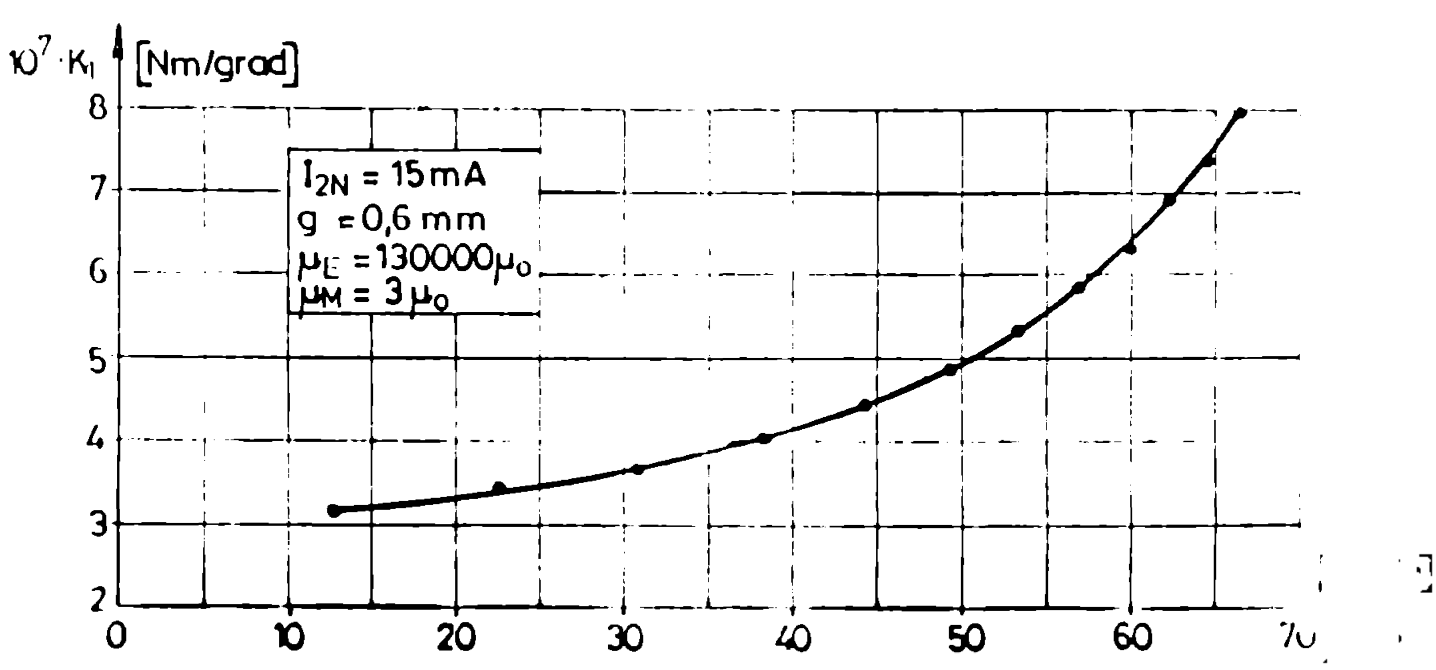


Fig.6.14.

relaţia (5.29) trebuie ales astfel încît să rezulte pentru factorul de calitate A valori cuprinse între o,1 – 1. Din fig.6.14 rezultă cuplul stabilizator specific cel mai defavorabil $k_1=5,167\cdot10^{-7}$ Nm/grad la $\alpha_p=12,81^0$. Cunoscînd masa M=1,25 g a echipajului mobil al instrumentului şi impunînd pentru factorul de calitate valoarea o,45 rezultă coeficientul $B=2.10^6$.

Prin urmare factorul de calitate al instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil se va calcula cu relaţia:

$$A = 2.10^6 \frac{k_1}{M^{1,5}} , \qquad (6.23)$$

unde k_1 este cuplul stabilizator specific în Newtonmetru/grad şi M masa echipajului mobil în grame .

In fine, în fig.6.15 este reprezentată grafic sensibilitatea logometrului magnetoelectric cu magnet mobil calculată pe baza relaţiei (5.3o) la I_{2N}=15 mA, pentru g=o,6 mm, $\mu_F=130000\,\mu_0$

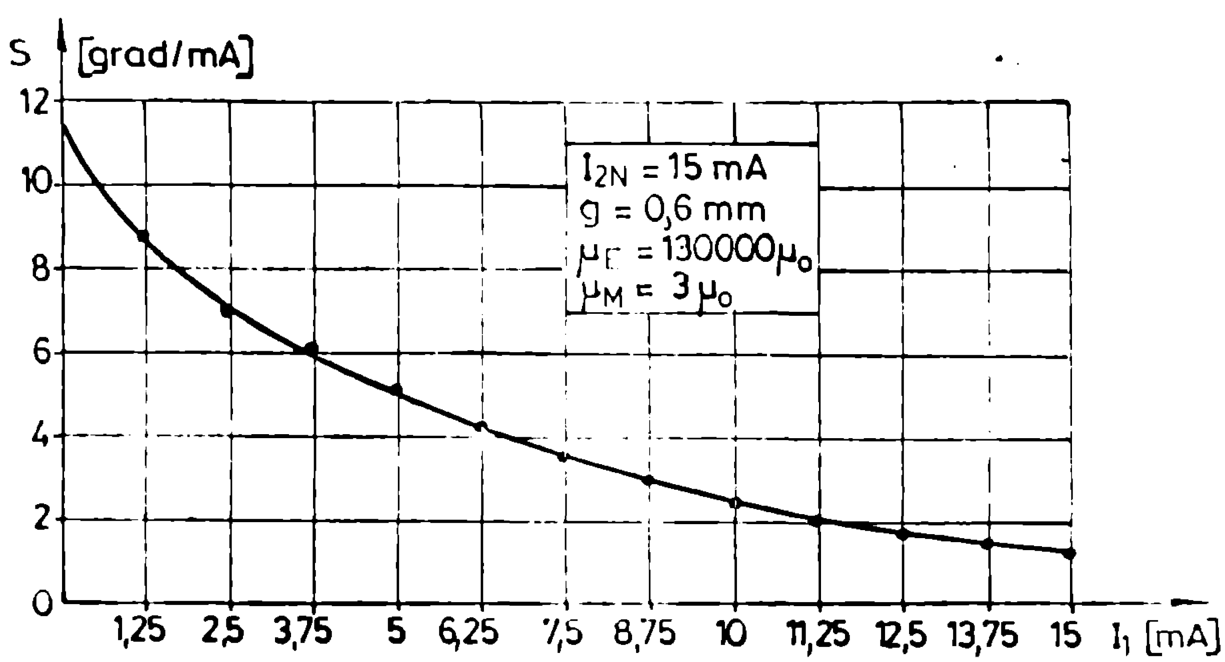


Fig.6.15.

şi $\mu_M=3\,\mu_0$. Calculul s-a efectuat prin derivare numerică, pentru ajustare cu un polinom de gradul 3 după 5 puncte a caracteristicii $\alpha_p=f(I_1)$ dată numeric în tabelul 6.2 /85/.,

6.7. Influența formei ecranului asupra caracteristicilor instrumentului

Caracteristicile instrumentului s-au calculat și pentru configurația ecranului din fig.2.4 (capitolul 2) cu g=o,6 mm, μ_E=130.000 μ_0 și μ_M=3 μ_0.

In tabelul 6.3 sînt redate comparativ unghiurile de deviație permanentă și cuplurile stabilizatoare specifice pentru instrumentul din /56/ respectiv pentru instrumentul cu ecran modificat (fig.2.4, capitolul 2) valabile pentru I_1=15 mA și I_{2N}=15 mA.

TABELUL 6.3.

I_{2N}=15 mA	g=o,6 mm	μ_E=130.000 μ_0	μ_M=3 μ_0	
I_1 [mA]	α_p [grad]		k_1 [Nm/grad]	
	Instrument /56/	Ecran modificat	Instrument /56/	Ecran modificat
15	66,37	67,55	$0,795 \cdot 10^{-6}$	$0,833 \cdot 10^{-6}$

Se observă o mică creștere a unghiului de deviație de la 66,37° la 67,55°. Creșterea este valabilă de fapt pentru orice curent I_1. Rezultă o caracteristică statică deplasată în sensul creșterii unghiului de deviație. Creșterea unghiului de deviație este relativ mică deoarece ecranul a fost relativ puțin modificat. Constatările referitoare la modificarea ecranului nu prezintă o importanță practică mare însă denotă modificarea configurației cîmpului magnetic și prin urmare modificarea caracteristicilor instrumentului.

6.8. Caracteristici îmbunătățite pentru instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil

Caracteristicile care vor fi prezentate în acest subcapitol au fost determinate pentru instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil cu poziția bobinelor din fig.2.5 (capitolul 2). In vederea unor comparări a caracteristicilor obținute cu caracteristicile calculate pentru instrumentul din /56/ calculele s-au efectuat pentru grosimea ecranului g=o,6 mm, permeabilitatea magnetică a ecranului μ_E=130.000 μ_0, permeabilitatea mediului magnetului permanent μ_M=3 μ_0 şi pentru dimensiunile geometrice ale instrumentului din /56/ prezentate în fig.6.5.

In fig.6.16 sînt redate cuplurile active, curba a pentru instrumentul din /56/ iar curba b pentru instrumentul din fig. 2.5 (capitolul 2). Se observă o scădere a cuplului de 10,5% la I_1=15 mA.

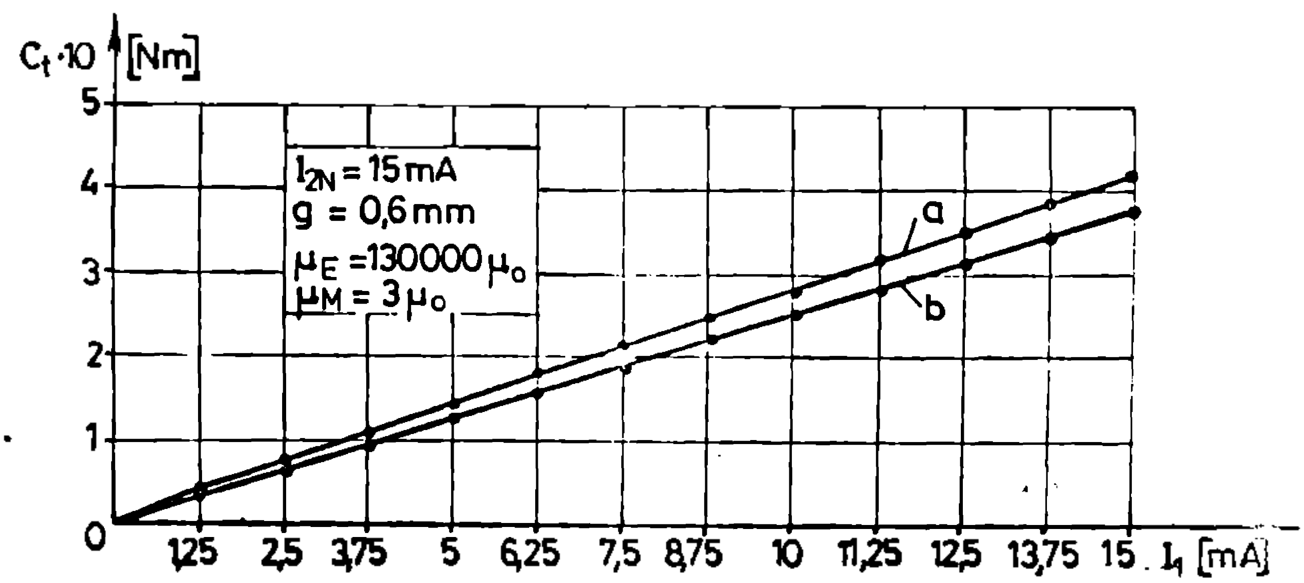


Fig.6.16.

In fig.6.17 sînt prezentate caracteristicile de transfer statice, curba a pentru instrumentul din /56/, iar curba b pentru instrumentul din fig.2.5 (capitolul 2).

Comparînd cele două caracteristici rezultă două concluzii importante. In primul rînd se observă o creştere importantă a unghiului maxim de deviaţie permanentă pentru I_1=15 mA şi I_{2N} =15 mA, de la 66,37° (curba a) la 84,20° (curba b). In al doilea rînd se obţine o caracteristică statică de transfer mult mai liniară (curba b) pentru instrumentul din fig.2.5 (capitolul 2).

Aceasta arată că dacă între axele bobinelor BO_1, BO_2 şi BO_3 există un unghi mai mare de 90° rezultă o îmbunătăţire substanţială a caracteristicii statice de transfer în sensul creşterii unghiului de deviaţie permanentă cum şi a unghiului maxim de deviaţie permanentă corespunzător curenţilor nominali. Acest

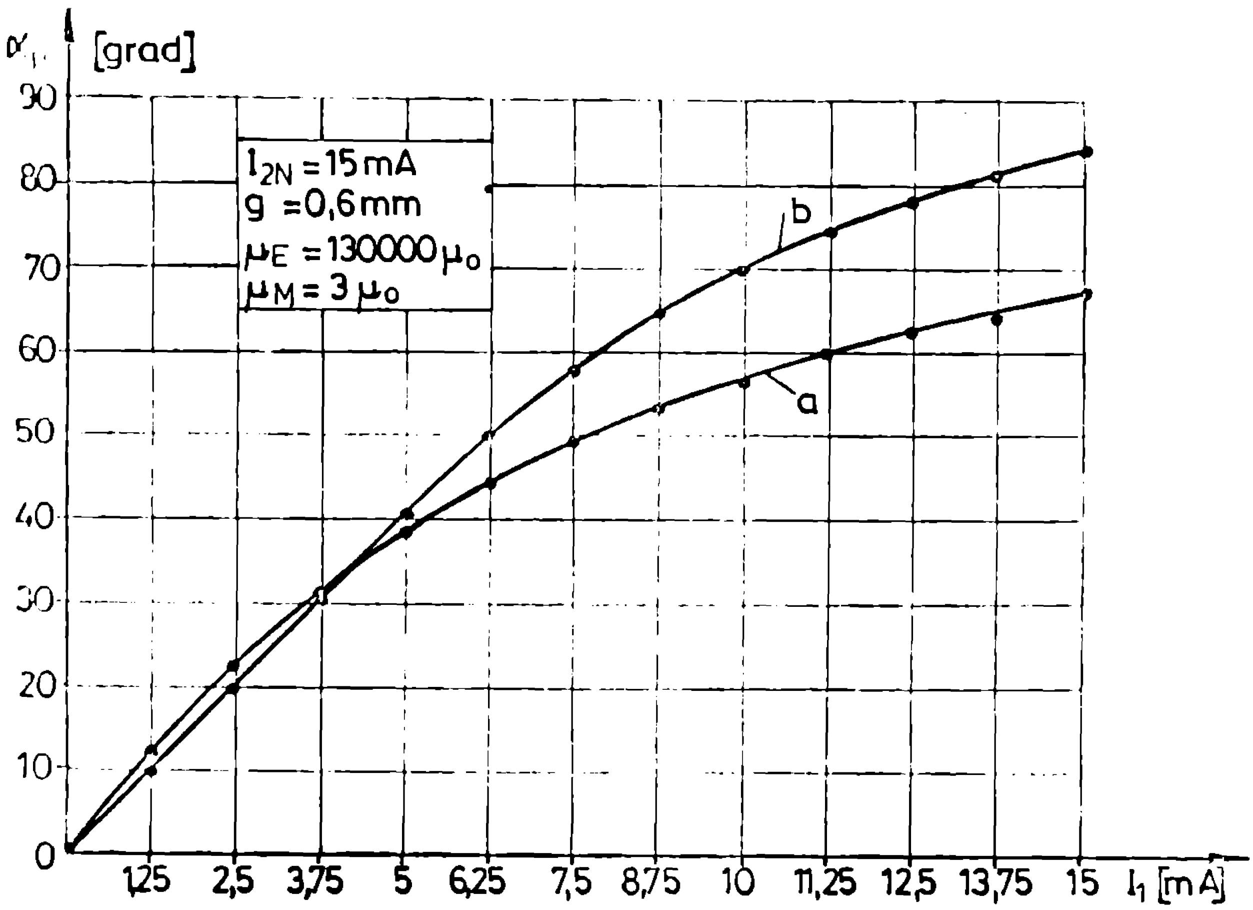


Fig.6.17.

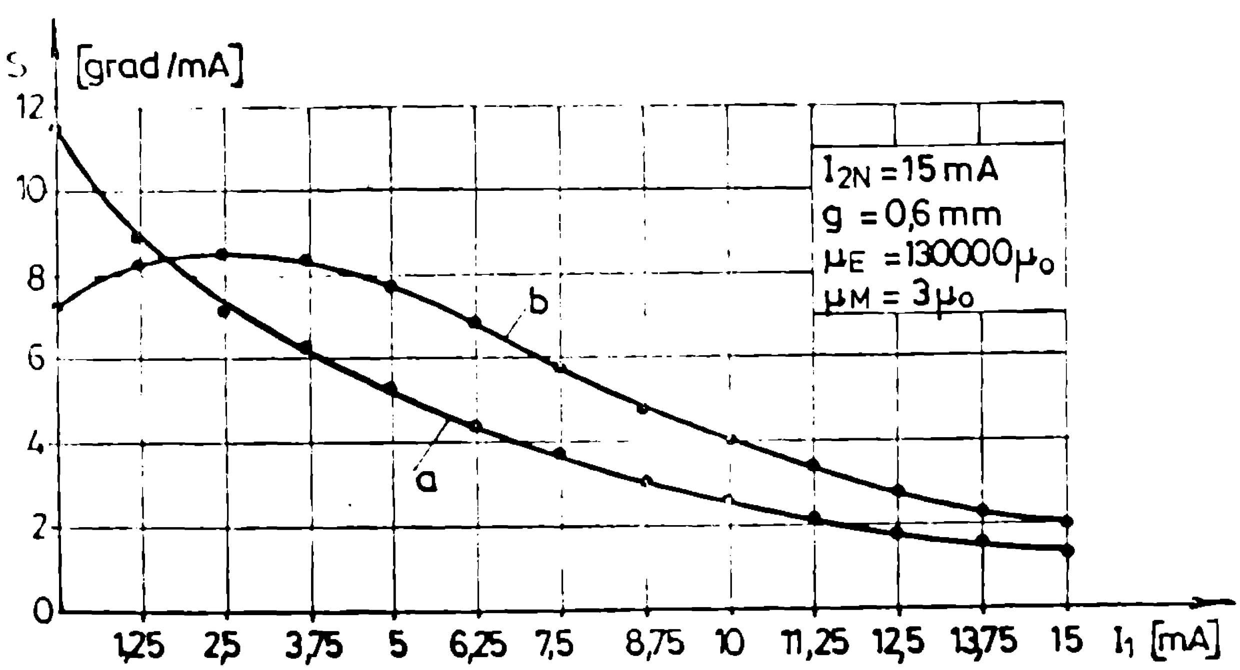


Fig.6.18.

fapt este evidenţiat şi de caracteristicile de sensibilitate reprezentate în fig.6.18, unde curba a reprezintă caracteristica de sensibilitate a instrumentului din /56/ calculată în subcapitolul 6.6, iar curba b sensibilitatea instrumentului din fig.2.5 (capitolul 2) calculată în acelaşi mod.

Curba b (fig.6.18) mai aplatizată denotă o sensibilitate ameliorată a instrumentului din fig.2.5 (capitolul 2) în comparaţie cu sensibilitatea instrumentului din /56/, curba a (fig.6.18). Se observă scăderea sensibilităţii, curba b pînă la aproximativ I_1=1,75 mA, iar apoi sensibilitatea este în permanenţă mai mare pentru instrumentul din fig.2.5. Scăderea sensibilităţii, curba b (fig.6.18) pînă la intersecţia caracteristicilor este favorabilă arătînd posibilitatea liniarizării caracteristicii statice de transfer a instrumentului, deoarece panta curbei b în această porţiune este mai mică decît a curbei a (fig.6.18).

In sfîrşit în fig.6.19 sînt redate comparativ caracteristicile cuplului stabilizator specific. Cuplul stabilizator specific pentru instrumentul din fig.2.5 (capitolul 2) este mai mic, (curba b) decît cuplul stabilizator specific al instrumentului din /56/ (curba a).

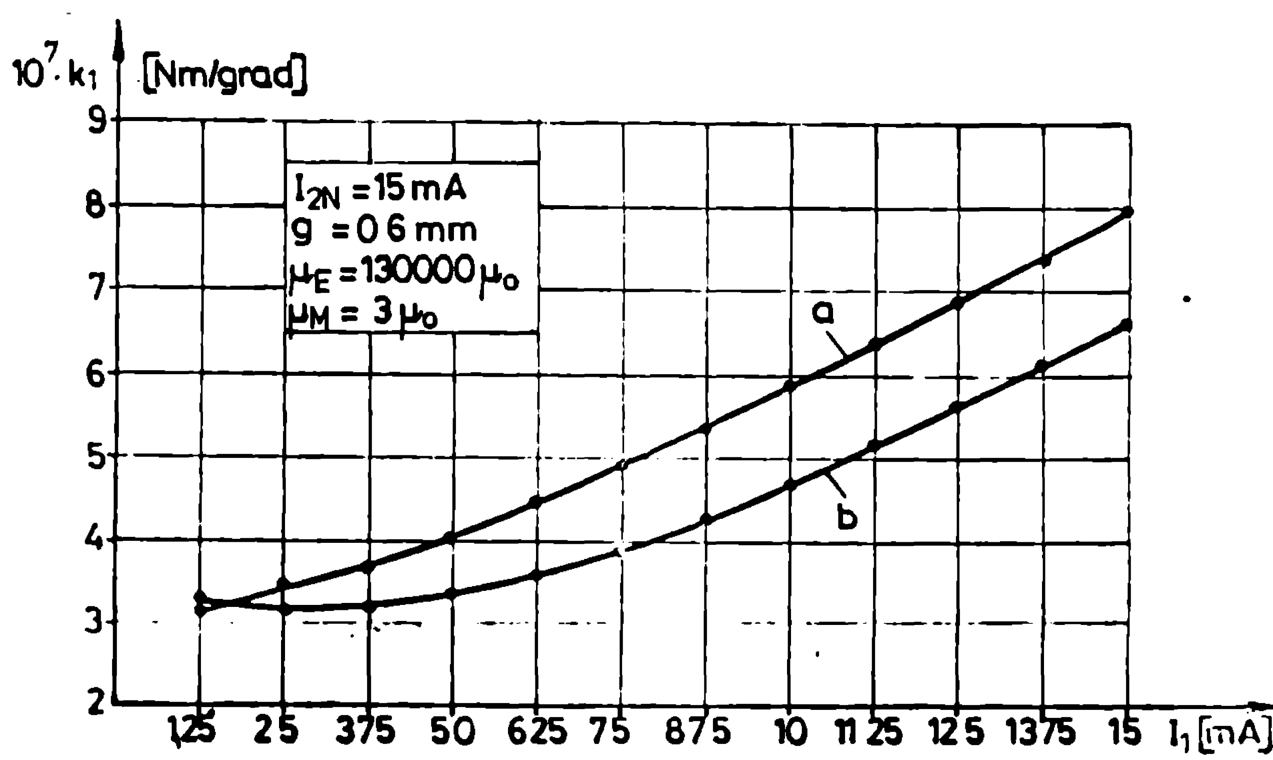


Fig.6.19.

Această scădere nu prezintă importanță practică deoarece în prima porțiune a scării instrumentului cuplurile stabilizatoare specifice prezintă valori minime aproximativ egale: $0,3192 \cdot 10^{-6}$ Nm/grad pentru instrumentul din fig.2.5 (capitolul 2) respectiv $0,3167 \cdot 10^{-6}$ Nm/grad pentru instrumentul din /56/. Prin urmare factorul de calitate al instrumentului magnetoelectric din /56/ și din fig.2.5 (capitolul 2) rămîne practic același, 0,454 respectiv 0,457.

CONCLUZII SI CONTRIBUTII

In prezent la Intreprinderea de aparate electrice de măsurat din Timișoara, se dezvoltă producția de instrumente magnetoelectrice cu magnet mobil, destinată în principal industriei de avioane și industriei navale. Ca urmare, la această întreprindere se va înființa o secție de producție de sine stătătoare care va fabrica în viitor o gamă diversificată de asemenea instrumente cum ar fi: ampermetre, voltmetre și logometre magnetoelectrice cu magnet mobil.

In literatura de specialitate, așa cum s-a arătat în cadrul tezei de doctorat, instrumentele magnetoelectrice cu magnet mobil sînt prezentate în mod relativ succint indicîndu-se relații cu care se pot determina doar orientativ caracteristicile acestora , cu toate că acest instrument s-a fabricat și utilizat începînd cu decenii în urmă. Construcția acestor instrumente și îmbunătățirea performanțelor lor s-au dezvoltat în decursul timpului doar pe bază experimentală.

Prezenta teză de doctorat "Studiul și calculul analitic al caracteristicilor instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil" și-a propus să depășească acest stadiu.

Rezultatele obținute în prezenta teză sînt utilizate în întregime în cadrul contractului de cercetare științifică nr. 199/1983 "Cercetări privind studierea și proiectarea aparatelor magnetoelectrice cu magnet mobil" încheiat între catedra de Electronică aplicată din cadrul Institutului politehnic "Traian Vuia" din Timișoara și Intreprinderea de aparate electrice de măsurat Timișoara, conducînd la fabricarea unor instrumente cu caracteristici superioare.

Toate problemele rezolvate în cadrul tezei de doctorat sînt contribuţii ale autorului.

Teza rezolvă pentru prima dată, în mod unitar calculul analitic al caracteristicilor instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil.

1. Pentru aceasta autorul a elaborat o metodă numerică iterativă în coordonate polare de calcul a cîmpului magnetic staţionar plan paralel. Problema de cîmp magnetic se rezolvă în raport cu componentele H_ρ, H_Θ, B_ρ şi B_Θ ale vectorilor intensităţii cîmpului magnetic $\bar{H}$ şi inducţiei magnetice $\bar{B}$. Ecuaţiile cu diferenţe finite (1.7, 1.8) scrise pentru un element al reţelei de discretizare în coordonate polare nu se asamblează pe întreg domeniul de calcul al cîmpului magnetic, ele se rezolvă iterativ conform unor relaţii speciale, ceea ce conferă metodei un caracter de sine stătător. Autorul rezolvă:

1.1. Fundamentarea matematică a metodei cu diferenţe finite în coordonate polare;

1.2. Demonstrarea convergenţei metodei;

1.3. Conceperea unui algoritm de calcul simplu al metodei iterative în coordonate polare, cu aplicabilitate generală.

2. Cu ajutorul acestei metode autorul a determinat cîmpul magnetic din instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil în multiple situaţii (expuse în cap.2), calculînd:

2.1. Cîmpurile magnetice parţiale produse de bobinele BO_1, BO_2 respectiv BO_3 şi cîmpul magnetic rezultant din instrument cu relaţiile (2.6 - 2.9) stabilite pe baza simetriilor prezentate în fig.2.2 şi a reţelei de discretizare din fig.2.3.

3. Determinarea analitică a cîmpului magnetic din instrument a permis autorului:

3.1. Calculul cuplului activ al instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil (relaţia (4.29));

3.2. Conceperea algoritmului de calcul al cuplului activ;

3.3. Determinarea analitică a caracteristicilor statice de transfer (relaţia (5.12)) ale instrumentului pentru orice configuraţie de cîmp magnetic;

3.4. Mărirea unghiului de deviaţie permanentă maxim al instrumentului pentru configuraţia bobinelor din fig.2.5 cu posibilitatea depăşirii unghiului $\pi/2$;

3.5. Introducerea unui factor de calitate pentru instrumentul magnetoelectric cu magnet mobil (relaţia (5.29));

3.6. Determinarea analitică a cuplului stabilizator specific al instrumentului la orice configuraţie a cîmpului magnetic.

4. Autorul a studiat influenţa asupra caracteristicilor instrumentului a unor parametrii de material şi a unor parametrii constructivi şi anume:

- permeabilitatea magnetică a ecranului feromagnetic;
- permeabilitatea magnetică a mediului magnetului permanent;
- grosimea şi forma ecranului feromagnetic.

Rezultatele obţinute sînt prezentate în tabele şi grafice, respectiv discutate în capitolul 6 al tezei.

5. Pentru rezolvarea completă a problemei instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil autorul a analizat şi perfecţionat metodele experimentale de determinare a momentului magnetic şi a permeabilităţii magnetice relative a magnetului permanent. Astfel:

5.1. Demonstrează independenţa momentului magnetic calculat cu relaţia (3.57) de caracteristicile magnetice ale magnetului magnetometrului, cînd acesta are o formă cilindrică (subcapitolul 3.3);

5.2. Concepe o metodă experimentală simplă de măsurare a permeabilităţii magnetice relative de ordinul unităţilor la corpuri de formă cilindrică.

5.3. Stabileşte relaţiile de calcul al permeabilităţii magnetice relative a magnetului permanent (relaţiile (6.2o, 6.21)), valabile pentru corpuri feromagnetice cu formă cilindrică.

6. Coincidenţa dintre caracteristica de transfer calculată şi cea determinată experimental (fig.6.1o) la un instrument produs de I.A.E.M. Timişoara, confirmă valabilitatea metodei elaborate de autor.

7. Aplicarea metodei permite predeterminarea simplă a proprietăţilor unor variante constructive diferite de instrumente magnetoelectrice cu magnet mobil. Astfel se poate impune valoarea maximă a unghiului de deviaţie permanentă α_{pmax} în jurul valorii de $\pi/2$, caracteristica de transfer statică $\alpha=f(I_1/I_2)$ sau $\alpha=f(1)$ dorită, respectiv caracteristica de sensibilitate a

instrumentului.

8. Cu ajutorul metodei de calcul al cîmpului magnetic se poate studia complet şi influenţa cîmpurilor magnetice perturbatoare exterioare asupra instrumentelor magnetoelectrice cu magnet mobil.

*

* *

Teza de doctorat "Studiul şi calculul analitic al caracteristicilor instrumentului magnetoelectric cu magnet mobil" a fost elaborată sub îndrumarea competentă şi deosebit de generoasă a conducătorului ştiinţific prof.dr.ing.Eugen Pop. Pentru sugestiile, încurajările şi discuţiile avute în perioada elaborării tezei, autorul aduce profunde mulţumiri tov.prof.dr.ing. Eugen Pop, sub a cărui conducere şi îndrumare s-a format profesional.

Autorul mulţumeşte tov.ş.l.dr.ing.Gherman Gheorghe, pentru discuţiile purtate şi pentru sprijinul dat la realizarea şi rularea programelor de calcul utilizate în teză.

Autorul mulţumeşte tov.prof.dr.doc.ing.Sora Constantin, prof.dr.ing.De Sabata Ioan, prof.dr.ing.Fränkel David şi conf.dr. ing.Grün Uwe pentru discuţiile legate de unele probleme de Bazele electrotehnicii.

Autorul mulţumeşte de asemenea tov.ş.l.ing.Ignea Alimpie pentru discuţiile avute.

In încheiere, autorul aduce mulţumiri tuturor celor care l-au ajutat în diverse ocazii în perioada de elaborare a tezei de doctorat.

BIBLIOGRAFIE

1. Andronescu,P.: Bazele electrotehnicii, vol.1, 2. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1974.
2. Angot,A.: Complemente de matematici pentru inginerii din electrotehnică şi telecomunicaţii. Ed.tehnică, Bucureşti, 1966.
3. Apsit,V.V., Bondarenko,B.A.: Konecino-raznostnîi metod rasceta magnitnîh polei. Bezkontaktnîe electriceskie maşinî, Riga, nr.13, 1974, p.87.
4. Arutiunov,V.O.: Instrumente şi aparate electrice de măsurat. Editura tehnică, Bucureşti, 1952.
5. Bărbulescu,D.: Măsurări electrice. Partea I. Institutul Politehnic, Iaşi, 1975.
6. Beckert,V., Rieck,H.: Darstellung von Magnetisierungskurven durch kubische Spline-Functionnen. Zeitschrift fur Elektrotechnik,Informatik und Energietechnik,lo,nr.1,1980, p.69.
7. Bodiakşin,A.I.: Metod rasceta magnitnîh polei. Izdatelstvo Nauka, Moskva, 1968.
8. Burzo,E.: Fizica fenomenelor magnetice, vol.III. Editura Academiei RSR, Bucureşti, 1983.
9. Cecernikov,V.I.: Magnitnîe izmerenia. Izdatelstvo moskovskogo universiteta, Moskva, 1963.
lo. Cedighian,S.: Materiale magnetice. Ed.tehnică,Bucureşti, 1974.
11. Chivu,M.: Determinarea momentului magnetic, la magneţi sub formă de disc, utilizînd motoda magnetometrică. Comunicată la al II-lea Simpozion Naţional de Metrologie,Bucureşti,1984.
12. Chivu,M., Gherman,G.: Metodă cu diferenţe finite iterativă în coordonate polare de determinare a cîmpului magnetic staţionar, cu aplicaţii la calculul instrumentelor electrice de măsurat. Comunicată la al II-lea Simpozion Naţional de Metrologie, Bucureşti, 1984.
13. Constantinescu, L.: Curs de geomagnetism şi prospecţiuni magnetice, vol.I, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1961.
14. Craiu,M., Roşculeţ,M.M.: Ecuaţii diferenţiale aplicative. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1971.
15. Della Giacomo,E., s.a.: Cercetarea distribuţiei magnetice în circuitele cu magneţi permanenţi din aparatele de măsură. Protocol la contractul de cercetare ştiinţifică nr.443/ 1979 dintre ICPE Bucureşti şi IAEM Timişoara.

16. Demerdash,N.A., Nehl,T.W.: An evaluation of the methods of finite elements and finite differences in the solutions of nonlinear electromagnetic fields in electrical machines. IEEE Transaction on PAS, vol.PAS-98, nr.1, 1979, p.74.
17. Demidovici,B.P., Meron,I.A.: Elements de calcul numerique. Editions MIR, Moskva, 1973.
18. De Sabata,I.: Bazele electrotehnicii. Curs, vol.1, Institutul Politehnic "T.Vuia", Timişoara, 1960.
19. De Sabata,I.: Bazele electrotehnicii. Curs, vol.2, Institutul Politehnic "T.Vuia", Timişoara, 1974.
20. Dorn,W.S., Mc Craken,D.D.: Metode numerice cu programare în FORTRAN IV. Editura tehnică, Bucureşti, 1975.
21. Drachsel,R.: Grundlagen der electrischen Messtechnik. Veb Verlag Technik, Berlin, 1972.
22. Durand,E.: Electrostatique, tome I. Masson et Cie, Paris, 1964.
23. Fisher,J., Moser,H.: Die Nachbildung von Magnetisierungkurven durch einfache algebraische oder transzendente Funktionen. Archive fur Elektrotechnik, 42 Bd., Heft 5, 195., p.286.
24. Frankel,D.: Studiul comparativ al metodelor de calcul al cîmpului magnetic, al curenţilor turbionari şi al cuplurilor la contoarele cu inducţie monofazate. Subcontract la contractul de cercetare ştiinţifică nr.309/1979 dintre IPTV Timişoara şi IAEM Timişoara.
25. Gerard,E.: Mesures electriques. Gauthiers - Villars, Editeur, Paris, 1912.
26. Gherman,Gh., Chivu,M.: Studiul cîmpului magnetic din contorul de inducţie monofazat. Lucrările sesiunii ştiinţifice dedicată aniversării centenarului independenţei de stat a României, Institutul Politehnic "T.Vuia", Timişoara, mai 1977, p.29.
27. Gherman,Gh.: Contribuţii la calculul numeric al cîmpului magnetic cvasistaţionar. Teză de doctorat, Institutul Politehnic "T.Vuia", Timişoara, 1982.
28. Gherman,Gh.: Comparaţie între metoda diferenţelor finite şi metoda elementelor finite utilizate în calculul cîmpului magnetic staţionar. EEA, seria Electrotehnică, Bucureşti, nr.8, 1982, p.355.

29. Gherman,Gh.: Metodă cu diferenţe finite iterativă de calcul al cîmpului magnetic cvasistaţionar. EEA, seria Electrotehnică, Bucureşti, nr.6, 1983, p.217.

30. Godunov,S.K., Reabenki,V.S.: Scheme de calcul cu diferenţe finite. Editura tehnică, Bucureşti, 1977.

31. Golovanov,C.: Contribuţii la studiul influenţei armonicelor de tensiune şi de curent asupra funcţionării aparatelor electrice de măsurat. Teză de doctorat, Institutul Politehnic, Bucureşti, 1974.

32. Gronau,G.: Physikalisches experimentierbuch. Friedr. Vieweg & Sohn, Berlin, 1956.

33. Hammond,P.: Applied electromagnetism. Londra, The Commanwealth and International Library, 1971.

34. Hănţilă,F.: On the uniquenes theorems of the stationary and quasistationary electromagnetic fields in nonlinear media. Revue roumaine des scientes technique, serie electrotechnique et energetique, tom 20, nr.1, 1975, p.211.

35. Harvey,R.L.: Simple force Magnetometer. The Review of Scientific Instrumentes, vol.36, 1965, p.1149.

36. Iscrulescu,I., Ispăşoiu,Gh., Petrescu,V.: Sistemul Internaţional de unităţi de măsură. Editura tehnică, Bucureşti, 1970.

37. Ixaru,G.I.: Metode numerice pentru ecuaţii diferenţiale cu aplicaţii. Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1979.

38. Jaeger,W.: Eleoktrische Messtechnik. Verlag von Johann Ambrofius Barth, Leipzig, 1917.

39. Kapteine,D.F., s.a.: Konecino - raznostnîi metod rascota magnitnîh polei na ETVM. Izvestia AN Latvinskoi SSR, seria fiziceskih i tehniceskih nauk, nr.4, 1973, p.91.

40. Kiatkin,R.P., Rojnova,I.P.: Shodimosti iteraţionnîh metodov reşenie staţionarnîh zadacii teorii polia. Izvestia AN SSR Energhetika i transport, nr.4, 1980, p.173.

41. Kifer,I.I.: Ispitania ferromagnituîh materialov. Izdatelstvo Energhia, Moskva, 1969.

42. Kohlrausch,F.: Lehrbuch der praktischen Physik. Leipzig und Berlin, Druk und Verlag von B.G.Teubner, 1914.

43. Kohlrausch,F.: Praktische Physik. Band 2. Leipzig und Berlin, Verlag und Druck von B.G.Teubner, 1943.

44. Kopchenova,N.V., Maron,I.A.: Computational Mathematics. Worked examples and problems with elements of theory. Mir Publishers, Moscow, 1975.

45. Kuzovleva,V.I., Pekker,I.I.: Aproximaţia krivîh namagnicivania pri rasceta na TVM. Izvestia visşih ucebnih zavedenii, Electromechanika, nr.6, 1965, p.611.
46. Maergoiz,I.D.: Iterationîe metodî rasceta staticeskih polei v neodnorodnîh, anizotropnîh i nelineinîh sredah. Nauk dumka, Kiev, 1979.
47. Marciuk,G.I., Saidurov,V.V.: Creşterea preciziei soluţiilor în scheme cu diferenţe. Editura Academiei RSR, Bucureşti, 1981.
48. Marinescu,Gh., s.a.: Probleme de analiză numerică. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1978.
49. Millea,A.: Măsurări electrice. Principii şi metode. Editura tehnică, Bucureşti, 1980.
50. Mîndru,Gh., Rădulescu,M.: Analiza numerică a cîmpului electromagnetic. Institutul Politehnic, Cluj-Napoca, 1983.
51. Mocanu,C.I.: Teoria cîmpului electromagnetic. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1981.
52. Nicolaide,A.: Bazele fizice ale electrotehnicii, vol.1. Editura scrisul românesc, Craiova, 1983.
53. Niculescu,S.: FORTRAN. Iniţiere în programare structurată. Editura tehnică, Bucureşti, 1979.
54. Oancea,I.: Programarea calculatoarelor numerice pentru rezolvarea problemelor cu caracter tehnic şi de cercetare ştiinţifică. Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1973.
55. Pop,E., Chivu,M.: Măsurări electrice şi magnetice, vol.I, II. Institutul Politehnic "T.Vuia", Timişoara, 1969.
56. Pop,E., Chivu,M., Gherman,Gh., Ignea,A.: Cercetări privind studierea şi proiectarea aparatelor magnetoelectrice de măsurat şi logometrelor magnetoelectrice cu magnet mobil. Contract de cercetare ştiinţifică nr.159/1983 între IPTV Timişoara şi IAEM Timişoara.
57. Răduleţ,R.: Bazele teoretice ale electrotehnicii, vol.I, Litografia învăţămîntului, Bucureşti, 1955.
58. Răduleţ,R.: Bazele electrotehnicii. Probleme. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1979.
59. Roşculeţ,M.: Analiză matematică. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1979.
60. Schlosser,E.G., Winterling,K.H.: Galvanometre. Verlag G.Braun, Karlsruhe, 1960.

61. Schüler,K., Brinkmann,K.: Dauermagnete. Springer - Verlag Berlin. Heidelberg. New York, 197o.
62. Silaş,Gh., Groşanu,I.: Mecanică. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1981.
63. Simonyi,K.: Electrotehnica teoretică. Editura tehnică, Bucureşti, 1974.
64. Smolova,B.V., Ugriumova,E.P.: Vremia - impulsnîe ustroistva. Moskva, Radio i/sviaz, 1983.
65. Soran,I.F.: Studiul configuraţiei cîmpului magnetic în întrefierul maşinii de inducţie şi influenţa ei asupra parametrilor de pornire. Teză de doctorat. Institutul Politehnic "T.Vuia", Timişoara, 1979.
66. Stöckl/Winterling: Elektrische Messtechnik. B.G.Teubner, Stuttgart, 1968.
67. Sukazov,E.A., s.a.: Magnitnîe materiali. Izdatelstvo leningradskogo universiteta, Leningrad, 1974.
68. Sora,C.: Bazele electrotehnicii. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1982.
69. Tauber,S.: Mecanism de măsură cu magnet mobil. Brevet de invenţie, R.S.R., 78233.
7o. Terzian,A.A., Sukiasian,G.S.: K opredeleniu magnitnîh polei cislennîmi metodami. Izvestia AN SSSR, Energhetika i transport, nr.5, 1977, p.115.
71. Thurin,J.: Mesures electriques et electroniques. Editions Eyrolles, Paris, 1971.
72. Timotin,A.: Proprietăţile dinamice ale cîmpului electromagnetic macroscopic în medii oarecare. Teză de doctorat. Institutul Politehnic, Bucureşti, 1957.
73. Timotin,A., s.a.: Lecţii de bazele electrotehnicii. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1974.
74. Tiron,M.: Teoria erorilor de măsurare şi metoda celor mai mici pătrate. Editura tehnică, Bucureşti, 1972.
75. Toma,M., Odăgescu,I.: Metode numerice şi subrutine. Editura tehnică, Bucureşti, 198o.
76. Tozoni,O.V.: Rascet electromagnitnîh polei na vicislitelnîh maşinah. Izdatelstvo Tehnika, Kiev, 1967.
77. Trutt,F.C., s.a.: The nonlinear potential equation and its numerical solution for higly saturated electrical machines. IEEE Transaction Aerosp., nr.1, 1963, p.43o.

78. Turicin,A.M.: Elektriceskie izmerenia. Gosudarstvennoe energeticeskoe izdatelstvo, Moskva, 1961.
79. Tutovan,V.: Introducere în măsurări electrice şi magnetice. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1962.
80. Tugulea,A., Timotin,A.: Condiţiile de unicitate în determinarea cîmpurilor electrostatic şi magnetic cvasistaţionar în materiale neliniare cu polarizare reversibilă şi magnetizare reversibilă. Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică, tom.15, nr.3, 1965, p.531.
81. Wassow,W., Forsyte,G.: Finite difference methods for partial differential equations. Willey, New York, 1960.
82. Wiener,U.: Măsurări electrice industriale, vol.2, Măsurarea mărimilor magnetice. Editura tehnică, Bucureşti, 1969.
83. Wiener,U., s.a.: Realizarea unui etalon principal de grup pentru momentul magnetic. Metrologia aplicată, nr.12, 1965.
84. * * * Aparat de măsură cu magnet mobil 280°. IMMC-72-1, IAEM Timişoara.
85. Rumşiski,L.L.,: Prelucrarea matematică a datelor experimentale. Editura tehnică, Bucureşti, 1974.

ANEXA A1


```
      [illegible] [illegible](12,3),HT(12,3),[illegible](12,3),BR(12,3),ST(12,?),
     *[illegible](12,8),ER(13,5),IE(11,5),[illegible](12),ET(5),TETA(3),
     *R2(11,8),PT(12,8),P(11,4),FNU(2),AMIU0,
     *PR1(11,8),PT1(11,8),PRT1(11,8),PT2(11,8),PRT2(11,8),
     *NNR,NR,T,NER,NET
      [illegible] [illegible],NER,NET
      F1(X1,X2)=(X1*X1+X2*X2)**0.5
      NNR=12
      NET=8
      NER=NNR-1
      NET=NET-1
      READ(105,1)((HER(I,J),J=1,NET),I=1,NNR)
    1 FORMAT([illegible])
      READ(105,2)(RO(I),I=1,NNR)
    2 FORMAT(6F8.5)
      READ(105,3)(ET(J),J=1,NET)
    3 FORMAT(8F6.2)
      PI=[illegible]
      DO [illegible] I=1,NER
      DO [illegible] J=1,NET
    4 PR(I,J)=RO(I+1)-RO(I)
      DO [illegible] J=1,NET
    5 TETA(J)=PI/ET(J)
      DO [illegible] I=1,NNR
      DO 6 J=1,NET
    6 PT(I,J)=RO(I)*TETA(J)
      DO 7 I=1,NER
      DO 7 J=1,NET
      PR1(I,J)=PR(I,J)**2
      PT1(I,J)=PT(I,J)**2
      PRT1(I,J)=PR1(I,J)*PT1(I,J)
      PT2(I,J)=PT(I+1,J)**2
      PRT2(I,J)=PR1(I,J)*PT2(I,J)
    7 P(I,J)=(PR(I,J)**2*PT(I,J)*PT(I+1,J))**0.25
      E([illegible])=1.
      E([illegible])=1.3302
      E([illegible])=[illegible].1062
      E([illegible])=[illegible].2136
      E([illegible])=[illegible].[illegible]015
      E([illegible])=[illegible].[illegible]321
      E([illegible])=1.[illegible]721
      E([illegible])=[illegible].[illegible]401
      E([illegible])=1.1725
      AMIU0=4.*PI*10.**(-7)
      FNU(1)=5.*AMIU0
      FNU(2)=1300.*AMIU0
      EPSMAX=5.*10.**(-3)
```

```
      SPMAX=5.*10.**(-5)
      [illegible]=1.NNR
      DO 9 I=1,NNT
      HR(I,1)=1.
    9 HT(I,J)=1.
      DO 10 I=1,NNR
      HR(I,J)=0.
   10 HT(I,NT)=0.
      DO 11 J=1,NNT
   11 HR(NNR,J)=0.
      DO 12 I=2,NNT
   12 HR(1,J)=0.
      DO 16 I=1,NNR
      DO 16 J=1,NNT
      IF(MTL(I,J).NE.0) GOTO 14
      AMIU=AMIU0
      GOTO 15
   14 K=MTD(I,J)
      AMIU=AMIU(K)
   15 HR(I,J)=HR(I,J)*AMIU
   16 HT(I,J)=HT(I,J)*AMIU
      IT=1
   17 DCMH=0.
      [illegible]=0.
      IT=IT+1
      ITI=IT/100
      IF(IT.LT.500) COEF=0.9-0.05*ITI
      DO 22 I=1,NNR
      DO 22 J=1,NNT
      CU=(R(I,J)*(-HR(I,J)-HR(I+1,J)+HR(I,J+1)+HR(I+1,J+1))+
     *RT(I,J)*(HT(I,J)-HT(I,J+1))+RT(I+1,J)*(-HT(I+1,J)-
     *HT(I+1,J+1)))-2.*IC(I,J)
      IF(CU.EQ.0.) GOTO 22
      IF(DCMH.GE.ABS(CU)) GOTO 18
      DCMH=ABS(CU)
   18 CALL TH[illegible](I,J,TH)
      [illegible]=COEF*CU/R(I,J)
      DB=CU/TH
      DBR=R(I,J)/R(I,J)*DB
      DBT1=RT(I,J)/R(I,J)*DB
      DBT2=RT(I+1,J)/R(I,J)*DB
      HR(I,J)=HR(I,J)+DBR
      HR(I+1,J)=HR(I+1,J)+DBR
      HR(I,J+1)=HR(I,J+1)-DBR
      HR(I+1,J+1)=HR(I+1,J+1)-DBR
      HT(I,J)=HT(I,J)-DBT1
      HT(I,J+1)=HT(I,J+1)-DBT1
```

```
      HT(I+1,J)=HT(I+1,J)+DHT2
      HT(I+1,J+1)=HT(I+1,J+1)+DHT2
      IF(I.[illegible].NER) GOTO 23
   19 IF([illegible].1) GOTO 21
   2[illegible] IF([illegible].1) GOTO 25
   22 IF([illegible].NET) GOTO 27
      GOTO 29
   23 HR(I+1,J)=0.
      HR(I+1,J+1)=0.
      GOTO 29
   21 HR(I,J)=0.
      HR(I+1,J)=0.
      GOTO 29
   25 HR(I,J)=0.
      HR(I,J+1)=0.
      GOTO 29
   27 HT(I,J+1)=0.
      HT(I+1,J+1)=0.
   29 CALL CALP(I,J)
      ER=[illegible]T(I,J)*(BP(I,J)+BP(I,J+1))+PT(I+1,J)*(-PR(I+1,J)-
     *PR(I+1,J+1))+PR(I,J)*(BT(I,J)+BT(I+1,J))-HT(I,J+1)-
     *HT(I+1,J+1))
      IF(ER.[illegible].0.) GOTO 11
      IF([illegible].[illegible].ABS(ER)) GOTO 30
      [illegible]=[illegible]
   [illegible] CALL [illegible](I,J,TR)
      [illegible]=[illegible]/P(I,J)
      DH=[illegible]
      DHR1=PT(I,J)/P(I,J)*DH
      DHR2=PT(I+1,J)/P(I,J)*DH
      DHT=P[illegible](I,J)/P(I,J)*DH
      HR(I,J)=HR(I,J)-DHR1
      HR(I,J+1)=HR(I,J+1)-DHR1
      HR(I+1,J)=HR(I+1,J)+DHR2
      HR(I+1,J+1)=HR(I+1,J+1)+DHR2
      HT(I,J)=HT(I,J)-DHT
      HT(I+1,J)=HT(I+1,J)-DHT
      HT(I,J+1)=HT(I,J+1)+DHT
      HT(I+1,J+1)=HT(I+1,J+1)+DHT
      IF(I.[illegible].NER) GOTO 35
   31 IF([illegible].1) GOTO 36
   32 IF([illegible].1) GOTO 37
   33 IF([illegible].NET) GOTO 39
      GOTO 41
   35 HR(I+1,J)=0.
      HR(I+1,J+1)=0.
      GOTO 41
```

```
36 HR(I,J)=0.
   HR(I+1,J)=0.
   GOTO 12
37 HR(I,J)=0.
   HT(I,J+1)=0.
   GOTO 14
38 HT(I,J+1)=0.
   HT(I+1,J+1)=0.
41 CALL CALCH(I,J)
12 CONTINUE
   WRITE(108,43) IT,MEH,MEB
43 FORMAT(T20,'IT=',I4,5X,'MEH=',G14.6,5X,'MEB=',G14.6)
   ITT=IT/2*2
   IF(ITT.EQ.IT) GOTO 44
   IF(MEH.LT.EMMAX.AND.MEB.LT.EMMAX) GOTO 44
   GOTO 17
44 WRITE(108,45)
   WRITE(108,46)((HR(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
   WRITE(108,47)
   WRITE(108,46)((HT(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
   DO 53 I=1,NNR
   DO 53 J=1,NNT
   H(I,J)=F1(HR(I,J),HT(I,J))
53 B(I,J)=F1(BR(I,J),BT(I,J))
   WRITE(108,48)
   WRITE(108,46)((H(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
   WRITE(108,49)
   WRITE(108,50)((BR(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
   WRITE(108,51)
   WRITE(108,50)((BT(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
   WRITE(108,52)
   WRITE(108,50)((B(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
45 FORMAT(//T20,'COMPONENTA LUI H DUPA DIRECTIA RO'/
  *T20,'IN NODURILE RETELEI')
46 FORMAT(T20,9F7.1)
47 FORMAT(//T20,'COMPONENTA LUI H DUPA DIRECTIA TETA'/
  *T20,'IN NODURILE RETELEI')
48 FORMAT(//T20,'INTENSITATEA H IN NODURILE RETELEI')
49 FORMAT(//T20,'COMPONENTA LUI B DUPA DIRECTIA RO'/
  *T20,'IN NODURILE RETELEI')
50 FORMAT(T20,9F7.3)
51 FORMAT(//T20,'COMPONENTA LUI B DUPA DIRECTIA TETA'/
  *T20,'IN NODURILE RETELEI')
52 FORMAT(//T20,'INDUCTIA B IN NODURILE RETELEI')
   IF(MEH.GT.EMMAX.OR.MEB.GT.EMMAX) GOTO 17
   STOP
   END
```

```
      SUBROUTINE CALCH(I,J)
      COMMON HR(12,9),HT(12,9),H(12,9),BR(12,9),BT(12,9),
     *B(12,9),TEP(12,9),IC(11,8),NU(12),ET(3),TETA(8),
     *FR(11,9),PT(12,9),P(11,8),FMIU(2),AMIU0,
     *PR1(11,8),PT1(11,8),PRT1(11,8),PT2(11,8),PRT2(11,8),
     *MR,NT,MERINET
      IF(IC(I,J).NE.0) GOTO 4
      HR(I,J)=BR(I,J)/AMIU0
      HT(I,J)=BT(I,J)/AMIU0
    1 IF(IC(I+1,J).NE.0) GOTO 5
      HR(I+1,J)=BR(I+1,J)/AMIU0
      HT(I+1,J)=BT(I+1,J)/AMIU0
    2 IF(IC(I,J+1).NE.0) GOTO 6
      HR(I,J+1)=BR(I,J+1)/AMIU0
      HT(I,J+1)=BT(I,J+1)/AMIU0
    3 IF(IC(I+1,J+1).NE.0) GOTO 7
      HR(I+1,J+1)=BR(I+1,J+1)/AMIU0
      HT(I+1,J+1)=BT(I+1,J+1)/AMIU0
      RETURN
    4 K=IC(I,J)
      HR(I,J)=BR(I,J)/FMIU(K)
      HT(I,J)=BT(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 1
    5 K=IC(I+1,J)
      HR(I+1,J)=BR(I+1,J)/FMIU(K)
      HT(I+1,J)=BT(I+1,J)/FMIU(K)
      GOTO 2
    6 K=IC(I,J+1)
      HR(I,J+1)=BR(I,J+1)/FMIU(K)
      HT(I,J+1)=BT(I,J+1)/FMIU(K)
      GOTO 3
    7 K=IC(I+1,J+1)
      HR(I+1,J+1)=BR(I+1,J+1)/FMIU(K)
      HT(I+1,J+1)=BT(I+1,J+1)/FMIU(K)
      RETURN
      END
```

CHIVU 14/12/81 13.22.

```
      SUBROUTINE CALCR(I,J)
      COMMON HR(12,9),HT(12,9),H(12,9),BR(12,9),BT(12,9),
     *B(12,9),TEP(12,9),IC(11,8),NU(12),ET(3),TETA(8),
     *FR(11,9),PT(12,9),P(11,8),FMIU(2),AMIU0,
     *PR1(11,8),PT1(11,8),PRT1(11,8),PT2(11,8),PRT2(11,8),
     *MR,NT,MERINET
      IF(IC(I,J).NE.0) GOTO 4
      BR(I,J)=HR(I,J)*AMIU0
      BT(I,J)=HT(I,J)*AMIU0
    1 IF(IC(I+1,J).NE.0) GOTO 5
      BR(I+1,J)=HR(I+1,J)*AMIU0
      BT(I+1,J)=HT(I+1,J)*AMIU0
    2 IF(IC(I,J+1).NE.0) GOTO 6
      BR(I,J+1)=HR(I,J+1)*AMIU0
      BT(I,J+1)=HT(I,J+1)*AMIU0
    3 IF(IC(I+1,J+1).NE.0) GOTO 7
      BR(I+1,J+1)=HR(I+1,J+1)*AMIU0
      BT(I+1,J+1)=HT(I+1,J+1)*AMIU0
      RETURN
    4 K=IC(I,J)
      BR(I,J)=HR(I,J)*FMIU(K)
      BT(I,J)=HT(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 1
    5 K=IC(I+1,J)
      BR(I+1,J)=HR(I+1,J)*FMIU(K)
      BT(I+1,J)=HT(I+1,J)*FMIU(K)
      GOTO 2
    6 K=IC(I,J+1)
      BR(I,J+1)=HR(I,J+1)*FMIU(K)
      BT(I,J+1)=HT(I,J+1)*FMIU(K)
      GOTO 3
    7 K=IC(I+1,J+1)
      BR(I+1,J+1)=HR(I+1,J+1)*FMIU(K)
      BT(I+1,J+1)=HT(I+1,J+1)*FMIU(K)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE TMS(I,J,TM)
      COMMON ...(12,9),AT(12,9),A(12,9),JR(12,9),PT(12,9),
     *..(12,9),TED(12,9),IC(11,3),KC(12),CT(9),TETA(8),
     *PP(11,9),PT(12,8),P(11,3),FMIU(2),AMIU0,
     *PT1(11,8),PP1(11,3),PPT1(11,8),PT2(11,8),PPT2(11,3),
     *N,R,NT,DELTA,NET
      IF(TE(I,J).NE.0) GOTO 2
      IF(I.EQ.1) GOTO 1
      A1=PT1(I,J)/AMIU0
      GOTO 4
    1 A1=PT1(I,J)/AMIU0
      GOTO 4
    2 K=KCO(I,J)
      IF(I.EQ.1.OR.J.EQ.1) GOTO 3
      A1=PPT1(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 4
    3 A1=PT1(I,J)/FMIU(K)
    4 IF(TED(I+1,J).NE.0) GOTO 6
      IF(I.EQ.1) GOTO 5
      A2=PT2(I,J)/AMIU0
      GOTO 8
    5 A2=PT2(I,J)/AMIU0
      GOTO 8
    6 K=KCO(I+1,J)
      IF(I.EQ.NER.OR.J.EQ.1) GOTO 7
      A2=PPT2(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 8
    7 A2=PT2(I,J)/FMIU(K)
    8 IF(TED(I,J+1).NE.0) GOTO 10
      IF(J.EQ.NET) GOTO 9
      A3=PP1(I,J)/AMIU0
      GOTO 12
    9 A3=PP1(I,J)/AMIU0
      GOTO 12
   10 K=KCO(I,J+1)
      IF(I.EQ.1.AND.J.EQ.NET) GOTO 11
      IF(I.EQ.1) GOTO 19
      IF(J.EQ.NET) GOTO 20
      A3=PP1(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 12
   11 A3=0.
      GOTO 12
   19 A3=PT1(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 12
   20 A3=PP1(I,J)/FMIU(K)
   12 IF(TED(I+1,J+1).NE.0) GOTO 14
      IF(J.EQ.NET) GOTO 13
```



```
      A4=PT2(I,J)/AMIU0
      GOTO 18
   13 A4=PP1(I,J)/AMIU0
      GOTO 18
   14 K=KCO(I+1,J+1)
      IF(I.EQ.NER.AND.J.EQ.NET) GOTO 15
      IF(I.EQ.NER) GOTO 16
      IF(J.EQ.NET) GOTO 17
      A4=PP2(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 18
   15 A4=0.
      GOTO 18
   16 A4=PT2(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 18
   17 A4=PP1(I,J)/FMIU(K)
   18 TM=A1+A2+A3+A4
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE TBA(I,J,TB)
      COMMON [illegible](12,9),AT(12,9),H(12,9),BR(12,9),BT(12,9),
     *[illegible](12,9),[illegible](12,9),IC(11,9),RO(12),ET(8),TETA(8),
     *[illegible](11,9),PT(12,3),P(11,3),FMIU(2),AMIU0,
     *[illegible](11,8),[illegible](11,3),PPT1(11,8),PT2(11,8),PRT2(11,8),
     *[illegible]
      IF([illegible](I,J).NE.0) GOTO 2
      IF([illegible].1) GOTO 1
      A1=[illegible](I,J)*AMIU0
      GOTO [illegible]
    1 A1=[illegible](I,J)*AMIU0
      GOTO [illegible]
    2 K=[illegible](I,J)
      IF(I.EQ.1.OR.J.EQ.1) GOTO 3
      A1=PT1(I,J)*FMIU(K)
      GOTO [illegible]
    3 A1=[illegible](I,J)*FMIU(K)
    4 IF([illegible](I,J).NE.0) GOTO 6
      IF([illegible].1) GOTO 5
      A2=PT2(I,J)*AMIU0
      GOTO [illegible]
    5 A2=[illegible](I,J)*AMIU0
      GOTO [illegible]
    6 K=[illegible](I,J)
      IF([illegible].NEP.OR.I.EQ.1) GOTO 7
      A2=PT2(I,J)*FMIU(K)
      GOTO [illegible]
    7 A2=[illegible](I,J)*FMIU(K)
    8 IF([illegible](I,J+1).NE.0) GOTO 10
      IF([illegible].EQ.NET) GOTO 9
      A3=PT1(I,J)*AMIU0
      GOTO 12
    9 A3=[illegible](I,J)*AMIU0
      GOTO 12
   10 K=[illegible](I,J+1)
      IF(I.EQ.1.AND.J.EQ.NET) GOTO 11
      IF(I.EQ.1) GOTO 1[illegible]
      IF([illegible].NET) GOTO 20
      A3=PT1(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 12
   11 A3=0.
      GOTO 12
   1[illegible] A3=[illegible](I,J)*FMIU(K)
      GOTO 12
   [illegible] A3=[illegible](I,J)*FMIU(K)
   12 IF([illegible](I,J+1).NE.0) GOTO 14
      IF([illegible].NET) GOTO 13
```

CHIVU 11/12/81 15.23

```
      A4=PT2(I,J)*AMIU0
   13 A4=[illegible](I,J)*AMIU0
      GOTO 18
   14 K=[illegible](I,J+1)
      IF([illegible].NEP.AND.J.EQ.NET) GOTO 15
      IF([illegible].NET) GOTO 16
      IF([illegible].NET) GOTO 17
      A4=PT2(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 18
   15 A4=0.
      GOTO 18
   16 A4=[illegible](I,J)*FMIU(K)
      GOTO 18
   17 A4=[illegible](I,J)*FMIU(K)
   18 TB=A1+A2*A3*A4
      RETURN
      END
```

```
      COMMON DL,M[illegible](12,17),BT(12,17),B(12,17),BB(12,17),BT(12,17),
     *PT(12,17),RE(12,17),IE(11,16),RO(12),ET(16),TETA(16),[illegible]
     *PR(11,17),PT(12,16),P(11,16),FMIU(2),AMIU0,
     *PR1(11,16),PT1(11,16),PRT1(11,16),PT2(11,16),PRT2(11,16),
      COMMON NR,NT,NER,NET
      REAL [illegible]
      R1(X1,X2)=(X1*X1+X2*X2)**0.5
      NNR=12
      NNT=17
      NER=NNR-1
      NET=NNT-1
      READ(105,1)((MED(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
    1 FORMAT(17I1)
      READ(105,2)(RO(I),I=1,NNR)
    2 FORMAT(5F[illegible])
      READ(105,3)(ET(J),J=1,NET)
    3 FORMAT(8F6.2)
      PI=4.*ATAN(1.)
      DO 4 I=1,NER
      DO 4 J=1,NET
    4 PR(I,J)=RO(I+1)-RO(I)
      DO 5 J=1,NET
    5 TETA(J)=PI/ET(J)
      DO 6 I=1,NNR
      DO 6 J=1,NET
    6 PT(I,J)=RO(I)*TETA(J)
      DO 7 I=1,NER
      DO 7 J=1,NET
      PR1(I,J)=PR(I,J)**2
      PT1(I,J)=PT(I,J)**2
      PRT1(I,J)=PR1(I,J)+PT1(I,J)
      PT2(I,J)=PT(I+1,J)**2
      PRT2(I,J)=PR1(I,J)+PT2(I,J)
      P(I,J)=(PR(I,J)**2*PT(I,J)*PT(I+1,J))**0.25
    7 IC(I,J)=0.
      IC(9,[illegible])=-0.1151
      IC([illegible])=-1.[illegible]506
      IC([illegible])=-0.7763
      IC([illegible])=-2.7[illegible]2
      IC([illegible],7)=-2.[illegible]607
      IC(10,5)=-0.0135
      IC(10,6)=-1.29[illegible]
      IC(11,5)=-0.1[illegible]31
      IC(11,6)=-0.1465
      AMIU0=4.*PI*10.**(-7)
      FMIU(1)=1.*AMIU0
      FMIU(2)=15000.*AMIU0
```

ANEXA A2


```
      EPMAX=EPS(1)
      EPMAX=EPS(2)
      DO 9 I=1,NNR
      DO 9 J=1,NNT
      HR(I,J)=1.
    9 HT(I,J)=1.
      DO 10 I=1,NNR
      HT(I,1)=0.
   10 HT(I,NNT)=0.
      DO 11 J=1,NNT
      HR(1,J)=0.
   11 HR(NNR,J)=0.
      DO 16 I=1,NNR
      DO 16 J=1,NNT
      IF(RL(I,J).NE.0) GOTO 14
      AMIU=AMIU0
      GOTO 15
   14 K=MAT(I,J)
      AMIU=AMIU(K)
   15 HR(I,J)=HR(I,J)*AMIU
   16 HT(I,J)=HT(I,J)*AMIU
      IT=0
   17 DEMH=0.
      ERR=0.
      IT=IT+1
      ITI=IT/100
      IF(IT.LT.301) COEF=0.9-0.05*ITI
      DO 42 I=1,NRT
      DO 42 J=1,NCT
      EH=(R(I,J)*(-HR(I,J)-HR(I+1,J)+HR(I,J+1)+HR(I+1,J+1))+
     *HT(I,J)*(HT(I,J)+HT(I,J+1))+RT(I+1,J)*(-HT(I+1,J)-
     *HT(I+1,J+1))-2.*IC(I,J))
      IF(EH.EQ.0.) GOTO 29
      IF(ERR.GE.ABS(EH)) GOTO 13
      ERR=ABS(EH)
   13 CALL TEST(I,J,TH)
      TH=COEF*TH/R(I,J)
      DR=.../TH
      DBR=R(I,J)/R(I,J)*DB
      DBT1=RT(I,J)/R(I,J)*DC
      DBT=RT(I+1,J)/R(I,J)*DG
      HR(I,J)=HR(I,J)+DBR
      HR(I+1,J)=HR(I+1,J)+DBR
      HR(I,J+1)=HR(I,J+1)-DBR
      HR(I+1,J+1)=HR(I+1,J+1)-DBR
      HT(I,J)=HT(I,J)-DBT1
      HT(I,J+1)=HT(I,J+1)-DBT1
```

```
      AT(I+1,J+1)=AT(I+1,J+1)+DBT2
      IF(I.EQ.NEP) GOTO 23
   19 IF(J.EQ.1) GOTO 24
   20 IF(I.EQ.1) GOTO 25
   22 IF(J.EQ.NET) GOTO 27
      GOTO [illegible]
   23 BR(I+1,J)=0.
      BR(I+1,J+1)=0.
      GOTO [illegible]
   24 BT(I,J)=0.
      BT(I+1,J)=0.
      GOTO [illegible]
   25 BR(I,J)=0.
      BR(I,J+1)=0.
      GOTO [illegible]
   27 BT(I,J+1)=0.
      BT(I+1,J+1)=0.
   29 CALL CALCH(I,J)
      E3=[illegible]T(I,J)*(BR(I,J)+BR(I,J+1))*BT(I+1,J)*(-BR(I+1,J)-
     *BR(I+1,J+1))+BR(I,J)*(BT(I,J)+BT(I+1,J)-BT(I,J+1)-
     *BT(I+1,J+1))
      IF(E[illegible].0.) GOTO 41
      IF([illegible]) GOTO 30
      [illegible]=ABS(E3)
   30 CALL [illegible](I,J,T3)
      [illegible]=[illegible]/[illegible](I,J)
      DH=[illegible]
      DHR1=[illegible](I,J)/R(I,J)*DH
      DHR2=[illegible](I+1,J)/R(I,J)*DH
      DHT=[illegible](I,J)/R(I,J)*DH
      HR(I,J)=HR(I,J)-DHR1
      HR(I,J+1)=HR(I,J+1)-DHR1
      HR(I+1,J)=HR(I+1,J)+DHR2
      HR(I+1,J+1)=HR(I+1,J+1)+DHR2
      HT(I,J)=HT(I,J)-DHT
      HT(I+1,J)=HT(I+1,J)-DHT
      HT(I,J+1)=HT(I,J+1)+DHT
      HT(I+1,J+1)=HT(I+1,J+1)+DHT
      IF(I.EQ.NEP) GOTO 35
   31 IF(J.EQ.1) GOTO 36
   32 IF(I.EQ.1) GOTO 37
   34 IF(J.EQ.NET) GOTO 39
      GOTO [illegible]
   35 HR(I+1,J)=0.
      HR(I+1,J+1)=0.
      GOTO [illegible]
```

```
 36  HT(I,J)=0.
     HT(I,J+1)=0.
     GOTO 12
 37  HR(I,J)=0.
     HR(I,J+1)=0.
     GOTO 40
 38  HT(I,J+1)=0.
     HT(I,J+1)=0.
 41  CALL CALCB(I,J)
 42  CONTINUE
     WRITE(108,33) IT,MEH,MEB
 33  FORMAT(T20,'IT=',I4,5X,'MEH=',G14.6,5X,'MEB=',G14.6)
     IIT=(IT/200)*200
     IF(IIT.EQ.IT) GOTO 44
     IF(MEH.LT.EHMAX.AND.MEB.LT.EBMAX) GOTO 44
     GOTO 11
 44  WRITE(108,45)
     WRITE(108,46)((HR(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
     WRITE(108,47)
     WRITE(108,46)((HT(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
     DO 53 I=1,NNR
     DO 53 J=1,NNT
     H(I,J)=[illegible](HR(I,J),HT(I,J))
 53  B(I,J)=[illegible](BR(I,J),BT(I,J))
     WRITE(108,48)
     WRITE(108,46)((H(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
     WRITE(108,49)
     WRITE(108,50)((BR(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
     WRITE(108,51)
     WRITE(108,50)((BT(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
     WRITE(108,52)
     WRITE(108,50)((B(I,J),J=1,NNT),I=1,NNR)
 45  FORMAT(//T20,'COMPONENTA LUI H DUPA DIRECTIA RO'/
    *T20,'IN NODURILE RETELEI')
 46  FORMAT(11(1X,1PE7.1))
 47  FORMAT(//T20,'COMPONENTA LUI H DUPA DIRECTIA TETA'/
    *T20,'IN NODURILE RETELEI')
 48  FORMAT(//T20,'INTENSITATEA H IN NODURILE RETELEI')
 49  FORMAT(//T20,'COMPONENTA LUI B DUPA DIRECTIA RO'/
    *T20,'IN NODURILE RETELEI')
 50  FORMAT(11(1X,1PE7.1))
 51  FORMAT(//T20,'COMPONENTA LUI B DUPA DIRECTIA TETA'/
    *T20,'IN NODURILE RETELEI')
 52  FORMAT(//T20,'INDUCTIA B IN NODURILE RETELEI')
     IF(MEH.GT.EHMAX.OR.MEB.GT.EBMAX) GOTO 11
     STOP
     END
```

```
      SUBROUTINE CALCV(I,J)
      COMMON HR(12,17),HT(12,17),H(12,17),BR(12,17),BT(12,17),
     *B(12,17),MED(12,17),IC(11,16),MU(12),ET(16),TETA(16),
     *PR(11,17),PT(12,16),P(11,16),FMIU(2),AMIU0,
     *PR1(11,16),PT1(11,16),PRT1(11,16),PT2(11,16),PRT2(11,16),
     *[illegible]
      IF(MED(I,J).NE.0) GOTO 4
      HR(I,J)=BR(I,J)/AMIU0
      HT(I,J)=BT(I,J)/AMIU0
    1 IF(MED(I+1,J).NE.0) GOTO 5
      HR(I+1,J)=BR(I+1,J)/AMIU0
      HT(I+1,J)=BT(I+1,J)/AMIU0
    2 IF(MED(I,J+1).NE.0) GOTO 6
      HR(I,J+1)=BR(I,J+1)/AMIU0
      HT(I,J+1)=BT(I,J+1)/AMIU0
    3 IF(MED(I+1,J+1).NE.0) GOTO 7
      HR(I+1,J+1)=BR(I+1,J+1)/AMIU0
      HT(I+1,J+1)=BT(I+1,J+1)/AMIU0
      RETURN
    4 K=MED(I,J)
      HR(I,J)=BR(I,J)/FMIU(K)
      HT(I,J)=BT(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 1
    5 K=MED(I+1,J)
      HR(I+1,J)=BR(I+1,J)/FMIU(K)
      HT(I+1,J)=BT(I+1,J)/FMIU(K)
      GOTO 2
    6 K=MED(I,J+1)
      HR(I,J+1)=BR(I,J+1)/FMIU(K)
      HT(I,J+1)=BT(I,J+1)/FMIU(K)
      GOTO 3
    7 K=MED(I+1,J+1)
      HR(I+1,J+1)=BR(I+1,J+1)/FMIU(K)
      HT(I+1,J+1)=BT(I+1,J+1)/FMIU(K)
      RETURN
      END
```

CHIVU 13/12/84 15.14

```
      SUBROUTINE CALCB(I,J)
      COMMON HR(12,17),HT(12,17),H(12,17),BR(12,17),BT(12,17),
     *B(12,17),MED(12,17),IC(11,16),MU(12),ET(16),TETA(16),
     *PR(11,17),PT(12,16),P(11,16),FMIU(2),AMIU0,
     *PR1(11,16),PT1(11,16),PRT1(11,16),PT2(11,16),PRT2(11,16),
     *[illegible]
      IF(MED(I,J).NE.0) GOTO 4
      BR(I,J)=HR(I,J)*AMIU0
      BT(I,J)=HT(I,J)*AMIU0
    1 IF(MED(I+1,J).NE.0) GOTO 5
      BR(I+1,J)=HR(I+1,J)*AMIU0
      BT(I+1,J)=HT(I+1,J)*AMIU0
    2 IF(MED(I,J+1).NE.0) GOTO 6
      BR(I,J+1)=HR(I,J+1)*AMIU0
      BT(I,J+1)=HT(I,J+1)*AMIU0
    3 IF(MED(I+1,J+1).NE.0) GOTO 7
      BR(I+1,J+1)=HR(I+1,J+1)*AMIU0
      BT(I+1,J+1)=HT(I+1,J+1)*AMIU0
      RETURN
    4 K=MED(I,J)
      BR(I,J)=HR(I,J)*FMIU(K)
      BT(I,J)=HT(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 1
    5 K=MED(I+1,J)
      BR(I+1,J)=HR(I+1,J)*FMIU(K)
      BT(I+1,J)=HT(I+1,J)*FMIU(K)
      GOTO 2
    6 K=MED(I,J+1)
      BR(I,J+1)=HR(I,J+1)*FMIU(K)
      BT(I,J+1)=HT(I,J+1)*FMIU(K)
      GOTO 3
    7 K=MED(I+1,J+1)
      BR(I+1,J+1)=HR(I+1,J+1)*FMIU(K)
      BT(I+1,J+1)=HT(I+1,J+1)*FMIU(K)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE TAFE IMS(I,J,TH)
      COMMON ... ,17),MT(12,17),N(12,17),B3(12,17),BT(12,17),
     *B(17,17),NLE(12,17),IE(11,16),RU(12),ET(16),TETA(16),
     *PR(11,17),PT(12,16),P(11,16),FMIU(2),AMIU(
     *PP1(11,16),PT1(11,16),PPT1(11,16),PT2(11,16),PPT2(11,16),
     *NHD,INTEGER,NET
      IF(NLE(I,J).NE.0) GOTO 2
      IF(J.EQ.1) GOTO 1
      A1=(RT1(I,J)/AMIU0
      GOTO 4
    1 A1=PR1(I,J)/AMIU0
      GOTO 4
    2 K=NED(I,J)
      IF(I.EQ.1.AND.J.EQ.1) GOTO 21
      IF(I.EQ.1) GOTO 3
      IF(J.EQ.1) GOTO 22
      A1=PT1(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 4
   21 A1=0.
      GOTO 4
    3 A1=PT1(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 4
   22 A1=P1(I,J)/FMIU(K)
    4 IF(NLE(I+1,J).NE.0) GOTO 6
      IF(J.EQ.1) GOTO 5
      A2=PT2(I,J)/AMIU0
      GOTO 8
    5 A2=PR(I,J)/AMIU0
      GOTO 8
    6 K=NED(I+1,J)
      IF(I.EQ.NEM.AND.J.EQ.1) GOTO 23
      IF(I.EQ.NEM) GOTO 7
      IF(J.EQ.1) GOTO 24
      A2=PT2(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 8
   23 A2=0.
      GOTO 8
    7 A2=PT2(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 8
   24 A2=PR(I,J)/FMIU(K)
    8 IF(NLE(I,J+1).NE.0) GOTO 10
      IF(J.EQ.NET) GOTO 9
      A3=PT1(I,J)/AMIU0
      GOTO 12
    9 A3=PR(I,J)/AMIU0
      GOTO 12
   10 K=NED(I,J+1)
```



```
      IF(I.EQ.1.AND.J.EQ.NET) GOTO 11
      IF(I.EQ.1) GOTO 19
      IF(J.EQ.NET) GOTO 20
      A3=PT1(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 12
   11 A3=0.
      GOTO 12
   19 A3=PT1(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 12
   20 A3=PR1(I,J)/FMIU(K)
   12 IF(NLE(I+1,J+1).NE.0) GOTO 14
      IF(J.EQ.NET) GOTO 13
      A4=PT2(I,J)/AMIU0
      GOTO 18
   13 A4=PR(I,J)/AMIU0
      GOTO 18
   14 K=NED(I+1,J+1)
      IF(I.EQ.NEM.AND.J.EQ.NET) GOTO 15
      IF(I.EQ.NEM) GOTO 16
      IF(J.EQ.NET) GOTO 17
      A4=PT2(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 18
   15 A4=0.
      GOTO 18
   16 A4=PT2(I,J)/FMIU(K)
      GOTO 18
   17 A4=PR1(I,J)/FMIU(K)
   18 TH=A1+A2+A3+A4
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE TSS(I,J,TS)
      COMMON HR(12,17),HT(12,17),H(12,17),BR(12,17),BT(12,17),
     *B(12,17),MED(12,17),IC(12,16),RO(12),ET(16),TETA(16),
     *PR(12,17),PT(12,16),P(11,16),FMIU(2),AMIUQ,
     *PR1(11,16),PT1(12,16),PRT1(11,16),PT2(11,16),PRT2(11,16),
     *NNR,NIT,NER,NET
      IF(MED(I,J)'NE'0) GOTO 2
      IF(J'EQ'1) GOTO 1
      A1=PRT1(I,J)*AMIUQ
      GOTO 4
    1 A1=PT1(I,J)*AMIUQ
      GOTO 4
    2 K=MED(I,J)
      IF(I'EQ'1'AND'J'EQ'1) GOTO 21
      IF(I'EQ'1) GOTO 3
      IF(J'EQ'1) GOTO 22
      A1=PRT1(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 4
   21 A1=0'
      GOTO 4
    3 A1=PR1(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 4
   22 A1=PT1(I,J)*FMIU(K)
    4 IF(MED(I+1,J)'NE'0) GOTO 6
      IF(J'EQ'1) GOTO 5
      A2=PRT2(I,J)*AMIUQ
      GOTO 8
    5 A2=PT2(I,J)*AMIUQ
      GOTO 8
    6 K=MED(I+1,J)
      IF(I'EQ'NER'AND'J'EQ'1) GOTO 23
      IF(I'EQ'NER) GOTO 7
      IF(J'EQ'1) GOTO 24
      A2=PRT2(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 8
   23 A2=0'
      GOTO 8
    7 A2=PR2(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 8
   24 A2=PT2(I,J)*FMIU(K)

    8 IF(MED(I,J+1)'NE'0) GOTO 10
      IF(J'EQ'NET) GOTO 9
      A3=PRT1(I,J)*AMIUQ
      GOTO 12
    9 A3=PT1(I,J)*AMIUQ
      GOTO 12
   10 K=MED(I,J+1)
```



```
      IF(I'EQ'1'AND'J'EQ'NET) GOTO 11
      IF(I'EQ'1) GOTO 19
      IF(J'EQ'NET) GOTO 20
      A3=PRT1(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 12
   11 A3=0'
      GOTO 12
   19 A3=PR1(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 12
   20 A3=PT1(I,J)*FMIU(K)
   12 IF(MED(I+1,J+1)'NE'0) GOTO 14
      IF(J'EQ'NET) GOTO 13
      A4=PRT2(I,J)*AMIUQ
      GOTO 18
   13 A4=PT2(I,J)*AMIUQ
      GOTO 18
   14 K=MED(I+1,J+1)
      IF(I'EQ'NER'AND'J'EQ'NET) GOTO 15
      IF(I'EQ'NER) GOTO 16
      IF(J'EQ'NET) GOTO 17
      A4=PRT2(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 18
   15 A4=0'
      GOTO 18
   16 A4=PR2(I,J)*FMIU(K)
      GOTO 18
   17 A4=PT2(I,J)*FMIU(K)
   18 TS=A1+A2+A3+A4
      RETURN
      END
```

```
      COMMON RO(5),ET(32),TETA(32),PR(4,32),PT(5,32),A(4,32),
     *HR1(5,7),HT1(5,7),HRM(5,32),HTM(5,32),HR2(5,17),HT2(5,17),
     *HR(5,32),HT(5,32),HRC(5,32),HTC(5,32),HC(4,32),TETAC(32),
     *CIM(4,32),CAMAZ(4,32),HOM(4,32)
      REAL HC,MU,HOM2,MOA
      R1(X1,X2)=(X1*X1+X2*X2)**0.5
      NNR=5
      NNT=33
      NER=NNR-1
      NET=NNT-1
      PI=4.*ATAN(1.)
      RMU=12.*PI*10.**(-7)
      READ(105,1)(RO(I),I=1,NNR)
    1 FORMAT(5F7.3)
      READ(105,2)(ET(I),I=1,NET)
    2 FORMAT(8F6.2)
      READ(105,3)((HR1(I,J),J=1,7),I=1,NNR)
      READ(105,3)((HT1(I,J),J=1,7),I=1,NNR)
    3 FORMAT(7F8.1)
      READ(105,15)((HR2(I,J),J=1,17),I=1,NNR)
      READ(105,15)((HT2(I,J),J=1,17),I=1,NNR)
   15 FORMAT(9F8.1/8F8.1)
      DO 4 I=1,NER
      DO 4 J=1,NET
    4 PR(I,J)=RO(I+1)-RO(I)
      DO 5 J=1,NET
    5 TETA(J)=PI/ET(J)
      DO 6 I=1,NNR
      DO 6 J=1,NET
    6 PT(I,J)=RO(I)*TETA(J)
      DO 7 I=1,NER
      DO 7 J=1,NET
    7 A(I,J)=PR(I,J)*(PT(I,J)+PT(I+1,J))/2.
      TETAC(1)=TETA(1)/2.
      DO 8 J=2,NET
    8 TETAC(J)=TETAC(J-1)+(TETA(J-1)+TETA(J))/2.
      MOM=0.0205
      AMAZ=PI*(RO(5)**2.-RO(1)**2.)
      HOMM=MOM/AMAZ
      DO 19 N=1,12
      DO 9 I=1,NNR
      DO 9 J=1,9
      HRM(I,J)=HR1(I,J)/12.*FLOAT(N)
    9 HTM(I,J)=HT1(I,J)/12.*FLOAT(N)
      DO 14 I=1,NNR
      DO 11 J=1,9
      HR(I,J)=HRM(I,J)+HR2(I,J)
```

```
11  HR(I,J)=HRN(I,J)+HR2(I,J)
    DO 12 J=10,18
    K=J-1
    HR(I,J)=HRN(I,K)+HR2(I,J)
12  HT(I,J)=HTN(I,K)+HT2(I,J)
    DO 13 J=19,26
    K=J-1
    L=J-1
    HR(I,J)=-HRN(I,K)+HR2(I,L)
13  HT(I,J)=-HTN(I,K)-HT2(I,L)
    DO 14 J=20,32
    K=J-1
    HR(I,J)=-HRN(I,K)+HR2(I,K)
    HT(I,J)=HTN(I,K)-HT2(I,K)
14  CONTINUE
    DO 20 I=1,NFR
    HR(I,NT)=HR(I,1)
20  HT(I,NT)=HT(I,1)
    DO 10 I=1,NFR
    DO 10 J=1,NFT
    HRC(I,J)=(HR(I,J)+HR(I+1,J)+HR(I,J+1)+HR(I+1,J+1))*
   *COS(TETA(J)/2.)/4.
    HTC(I,J)=(HT(I,J)+HT(I+1,J)+HT(I,J+1)+HT(I+1,J+1))*
   *COS(TETA(J)/2.)/4.
    HC(I,J)=H1(HRC(I,J),HTC(I,J))
    GAMA(I,J)=ATAN2(HTC(I,J),HRC(I,J))
    GAMAZ(I,J)=GAMA(I,J)+TETAC(J)
10  HU(I,J)=HOMS*A(I,J)
    DO 18 K=1,21
    CUPT=0.
    L=K-1
    DO 16 I=1,NFR
    DO 16 J=1,NFT
    CUP=HM(I,J)*FMIU*HC(I,J)*SIN(GAMAZ(I,J)-FLOAT(L)*
   *PI/180.)
16  CUPT=CUPT+CUP
    WRITE(1,17)K,L,CUPT
17  FORMAT(I20,'K=',I2,2X,'L=',I2,2X,'CUPT=',G10.4)
18  CONTINUE
19  CONTINUE
    STOP
    END
```