INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA"

TIMIŞOARA

FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

Ing. FÂNTÂNĂ NICOLAE LAURENŢIU

CALCULUL CÎMPULUI MAGNETIC ŞI AL FORŢELOR ELECTRODINAMICE LA CIRCUITELE SPECIFICE APARATELOR ŞI MAŞINILOR ELECTRICE UNIPOLARE

TEZA DE DOCTORAT

Conducător ştiinţific

Prof.dr.ing.DORDEA TOMA

1985

C U P R I N S

1. INTRODUCERE. OBIECTIVE

Tendința de creștere neîncetată a puterii mașinilor electrice, a echipamentelor electrice din sistemele energetice sau a celor din fizica energiilor înalte, atît la cele aflate la temperaturi normale cît și la temperaturi criogenice, are ca urmare creșterea însemnată a curentului și a forțelor electrodinamice.

Cunoașterea cîmpului magnetic și a forțelor electrodinamice, este indispensabilă unei proiectări eficiente a unui echipament. Există și cazuri, de ex. instalațiile montate deja în sistemele energetice, unde puterea instalată și deci și curentul de scurtcircuit cresc și unde este necesară verificarea echipamentului pentru noua valoare a curentului de scurtcircuit, posibil în rețea.

Atît la proiectarea cît și la verificarea care se face, din punct de vedere al forțelor electrodinamice, trebuie analizate două probleme importante : 1. determinarea valorii, direcției, sensului și distribuției spațiale a forțelor electrodinamice care acționează asupra echipamentului analizat ; 2. calculul solicitărilor mecanice produse de forțele electrodinamice.

Deși s-au făcut eforturi deosebite în direcția rezolvării acestor probleme, nu este cunoscută în momentul de față o rezolvare mulțumitoare a acestora în cazul general. Aceasta, datorită geometriei tridimensionale complicate a căii de curent, conținînd bobine și bare neparalele, a distribuției spațiale a forțelor electrodinamice și de multe ori și a variației complicate în timp a acestora, care conduce la vibrații mecanice complexe.

Numeroase lucrări se înscriu pe linia calculului forțelor electrodinamice. Pot fi amintite lucrările fundamentale ale lui Ampére A.M. /1.1/, Dwight,H.B./1.2/,, Frick,C.W.,/1.3/, Abegg K. /1.4/, Lehmann W. /1.5/, Schick W./1.6/, Metha P.R. și Swart R.L./1.7/, Ballus H. /1.8/, Hosemann G. /1.9/, Deter O. /1.1o/, Tsanakas D. /1.11/ Lehmann W., Lilien J.L., Orkisz J. /1.12/ în domeniul forțelor electrodinamice între conductoare.

Se remarcă abordarea calculului pentru : conductoare paralele filiforme infinite, masive infinite, filiforme de lungime finită, filiforme formînd diferite unghiuri între ele, unul dintre ele fiind infinit /1.1/.../1.4/, calculul solicitărilor dinamice ale unor conductoare paralele sub acţiunea unor forţe variabile în timp /1.5/, /1.6/, calculul forţelor pentru conductoare filiforme fără puncte comune /1.7/, calculul forţelor pentru bare formînd coturi /1.8/, precum şi eforturi de a calcula şi solicitările mecanice ale izolatorilor suport în instalaţii cu bare rigide /1.9/.../1.11/, respectiv pentru casul căilor de curent din staţiile de înaltă tensiune, utilizînd programe complexe pentru calculul mecanic /1.12/.

In acelaşi context, se înscriu şi lucrările privind calculul cîmpului magnetic şi al forţelor electrodinamice la bobine. Dintre lucrările de referinţă în acest domeniu sînt amintite cele ale lui Montgomery,D.B./1.13/, Brechna,H./1.14/, Newhouse V.L./1.15/,Sternin, V.G. şi Karpenskii A.K./1.16/, Hart,P.J./1.17/, Preis,H./1.18/, Timotin Al., Măries V./1.19/, Melkes F./1.2o/ şi /1.21/, Whiston J.C. /1.22/. Fawzi T.H./1.23/, Sackett S.J./1.24/, Gray H. şi Ballou J.K. /1.25/, Arp V./1.26/. De remarcat calculul solenoizilor, detaliat în /1.13/, abordarea unor probleme pentru bobine supraconductoare şi cu miez de fier /1.14/, elaborarea unor tabele şi nomograme pentru calculul cîmpului şi al forţelor electrodinamice /1.16/,/1.17/ utilizarea la calculul cîmpului magnetic a modelării căii de curent cu un mănunchi de conductoare filiforme /1.18/, respectiv cu pînze de curent /1.19/, calculul cîmpului produs de bobine circulare şi cadre dreptunghiulare parcurse de curent /1.2o/ şi /1.21/, calculul pentru bobine necirculare /1.22/, calculul pentru bobine cilindrice infinit subţiri /1.23/, elaborarea unui program de calcul pentru cîmp şi forţe /1.24/, precum şi calculul eforturilor mecanice din bobine circulare omogene sau anizotrope /1.25/ şi /1.26/.

Simultan cu perfecţionarea metodelor de calcul, se observă o tendinţă tot mai pronunţată de utilizare a metodelor numerice şi a tehnicii moderne de calcul, atît în activitatea de cercetare cît şi în cea de proiectare, Dordea T. /1.27/,/1.28/. Elaborarea şi punerea la dispoziţia proiectantului a unor programe performante, uşor de mînuit şi suficient de rapide, permite concentrarea acestuia asupra analizei problemei tehnice propriuzise, asupra analizei variantei optime. Avantajele deosebite se reflectă în economii de material, energie, manoperă şi nu în ultimul rînd, de timp. Utilizînd un echipament adecvat, unele rezultate obţinute pot fi folosite la realizarea imediată a desenelor de execuţie, în cadrul a ceea ce se denumeşte proiectarea asistată de calculator.

Pornind de la aceste considerente şi de la legile şi teoremele fundamentale ale electrotehnicii, în lucrare se elaborează unele metode de calcul numerice, unele programe de calcul cu aplicabilitate pentru inginerii de curenţi tari. Metodele şi programele sînt utile celor care proiectează maşini şi echipamente electrice de mare putere, conţinînd bobine, grupuri de bobine şi căi de curent cu distribuţie spaţială arbitrară, în absenţa materialelor feromagnetice.

Investigarea acestor probleme porneşte de la metodele de calcul ale inducţiei magnetice şi ale forţelor electrodinamice ($\bar{f}=\bar{J} \times \bar{B}$) pe volumele considerate. De asemenea, abordarea în lucrare, a problemelor este de la simplu la complex : de la conductoare filiforme la conductoare masive, de la bobine la grupuri de bobine şi de la cazul de regim staţionar la regim tranzitoriu.

Metodele generale prezentate şi programele elaborate, verificate atît pe cale teoretică cît şi experimental, au o largă aplicabilitate practică, înscriindu-se în tendinţa actuală de utilizare a tehnicilor de calcul numerice şi a proiectării asistate de calculator.

1.1. Bibliografie la capitolul 1

/1.1/ Ampére A.M., Théorie des phenomenes electro-dynamiques,uniquement deduite de l'experience, Ed.Mequigon,Paris 1826

/1.2/ Dwight H.B., Electrical coils and conductors, Mc.Graw-Hill, New York, 1945

/1.3/ Frick C.W., Electromagnetic forces on conductors with bends, short lenghts and cross-overs, General Electric Review, Bd.36, Nr.5, 1933

/1.4/ Abegg K., Beitrag zur Berechnung der Kraftwirkung zwischen zwei stromdurchflossenen geraden Leitern in beliebiger raumlichen Lage, Bull. Oerlikon, 1964, H.359, p.10

/1.5/ Lehmann W., Elektrodynamische Beanspruchung paralleler Leiter, ETZ-A, Bd.76, 1955, H.14, S.481

/1.6/ Schick W., Differentialgleichung der statischen Stromkräfte in Bundelseilen, Dissertation Karlsruhe, 1968

/1.7/ Metha P.R., Swart R.L., Generatized formulation for electromagnetic forces on current-carryng conductors, AIEE - Trans., vol.PAS-86, 1967, nr.2, p.155

/1.8/ Ballus H., Ein Beitrag zur Berechnung elektromagnetischer Kräfte zwischen stromführenden Leitern, Dissertation, Darmstadt, 1970

/1.9/ Hosemann G., Deter O., Methods of calculating the forces to wich support insulators are subjected during short circuits, Electra, No.12, march 1970, p.74

/1.10/ Deter O., Berechnung der Kurzschlussbeanspruchung von Anlagen mit biegesteifen Stromleitern und elastischen Stützpunkten. Dissertation Darmstadt, 1974

/1.11/ Tsanakas D., Beitrag zur Berechnung der elektromagnetischen Kurzschlusskräfte und der dynamischen Beanspruchung von Schaltanlagen. Dissertation, Darmstadt, 1976

/1.12/ Lehmann W., Lilien J.L., Orkiez J., Les consequences mecaniques des courants de court-circuit dans le postes de haute-tension, C.I.G.R.E., WG-23-00, 1-9 sept. 1982

/1.13/ Montgomery, D.B., Solenoid magnet design, J.Wiley,New York 1969

/1.14/ Brechna H., Superconducting magnet systems,Springer V.,1973

/1.15/ Newhouse V.L., Applied superconductivity, vol.II, Academic Press, New York, 1975

/1.16/ Sternin V.G., Karpenskii A.K., Tokoogranicivaiuscie reaktori, Is.Energia, Moscova, 1965

/1.17/ Hart P.J., Universal tables for magnetic fields of filamentary and distributed currents, AEPC, New York, 1967

/1.18/ Preis H., Berechnung des magnetischen Feldes, der magnetischen Kräfte und des Betriebsverhaltens grosser Spulensysteme für Fusionsexperimente. Dissertation TV München, 1976

/1.19/ Timotin Al., Mărieș V.A., Calculul cîmpului magnetic și a forțelor electromagnetice asupra unui bobinaj supraconductor, Sesiune de comunicări științifice, Inst.Politehnic București, 24-25 oct. 198o

/1.2o/ Melkes F., Magneticke pole skupiny obdelnikovych civek, Elektrotehnicky casopis, XXIV, nr.5, 1973, p.28o

/1.21/ Melkes F., Vypocet magnetickeho pole kruhovych civek, Elektrotechnicky casopis, XXIV, nr.7, 1973, p.455

/1.22/ Whiston J.C., Van Rij W.I., Magnetic field due to a uniformly wound, untwisted flat coil of rectangular cross section, J. Appl. Physics, vol.47, no.7, July 1976, p.329

/1.23/ Fawzi T.H., Gohar M.K., Abdel Aal F., The accurate computation of forces between circular coils, IEEE Trans on Magnetics, no.6, nov.,1979, p.1491

/1.24/ Sackett St.J., EFFI - Users manual, UICD - 17621, 1977

/1.25/ Gray H., Ballou J.K., Electromechanical stress analysis in Transversly isotropic solenoids, J.Appl. Physics, vol.48 no.7, 1977 p.31oo

/1.26/ Arp V., Stresses in supercontucting solenoids, J.Appl.Physics, vol.48, no.5, 1977, p.2026

/1.27/ Dordea T., Tencințe actuale în proiectarea mașinilor electrice, Ses.de comunicări științifice ELECTROMOTOR, vol.I, p.4, 17-18 febr.1984

/1.28/ Dordea T., Proiectarea și construcția mașinilor electrice, vol.I, Inst. Politehnic Timișoara, 1982

2. CÎMPUL MAGNETIC ŞI FORŢELE ELECTRODINAMICE PRODUSE DE CĂI DE CURENT FILIFORME

2.1. Aproximarea căii de curent filiforme cu un contur poligonal

Această metodă de calcul implică două aproximări. Prima este legată de înlocuirea pentru calcul a căii de curent reale cu un conductor filiform, fără dimensiuni, iar cea de-a doua de aproximarea traseului circuitului filiform cu un traseu poligonal, fig. 2.1.

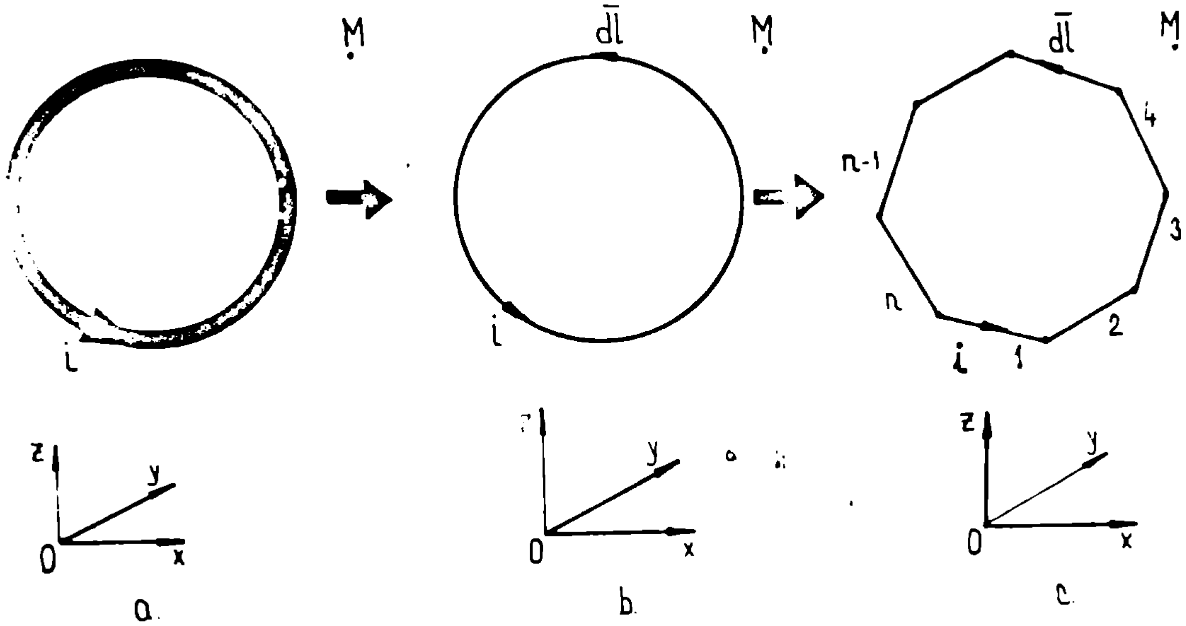


Fig.2.1. Aproximarea căii de curent masive cu un contur poligonal: a. cale de curent masivă, b.conductor filiform, c.contur poligonal.

Cîmpul magnetic într-un punct M se calculează considerînd însumarea contribuţiilor la cîmpul magnetic a tuturor celor "n" segmente filiforme, de lungime finită, care formează conturul poligonal. Contribuţia la cîmpul magnetic total ale unui astfel de segment din calea de curent, utilizînd notaţiile din fig.2.2, /2.1/,/2.2/,/2.3/, este:

$$(\bar{H}_M)_k = (i_k(\cos\alpha_{1k} - \cos\alpha_{2k})/4\pi d_k)\bar{v}_k \qquad (2.1)$$

unde d_k este distanţa din M pînă la dreapta suport a segmentului $A_{1k} A_{2k}$ iar $\bar{v}_k$ versorul lui $(\bar{H}_M)_k$.

Astfel pentru cazul desenat în fig. 2.1c cîmpul magnetic total în punctul M se calculează, prin super_poziţie, /2.6/, cu relaţia :

$$\bar{H}_M = \sum_{k=1}^{n} (i_k(\cos\alpha_{1k} - \cos\alpha_{2k}) / 4\pi d_k)\, \bar{v}_k \qquad (2.2)$$

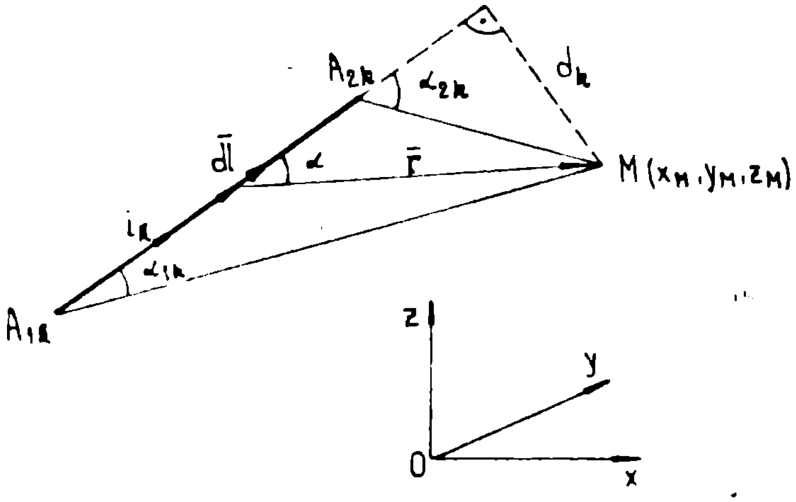


Fig.2.2. Conductor filiform de lungime finită. Desen explicativ.

Aplicarea metodei se face practic numai cu folosirea calculatorului numeric, cînd se pot găsi componentele lui $\bar{H}_M$ după axele unui sistem de referință xOyz, atunci cînd se dau coordonatele punctelor $A_{1k}(x_{1k}, y_{1k}, z_{1k})$, $A_{2k}(x_{2k}, y_{2k}, z_{2k})$ şi $M(x_M, y_M, z_M)$ precum şi valoarea curentului prin segmentul k.

Valorile lui d_k precum şi valorile pentru cosinusuri, se găsesc folosind relaţiile :

$$d_k = |\overline{A_{1k}A_{2k}} \times \overline{A_{1k}M}| \;/\; |\overline{A_{1k}A_{2k}}| \qquad (2.3)$$

$$\cos\alpha_{ik} = (\overline{A_{1k}A_{2k}} \cdot \overline{A_{ik}M}) / (|\overline{A_{1k}A_{2k}}| \cdot |\overline{A_{ik}M}|) \qquad (2.4)$$

unde $i=1,2$.

Metoda prezintă avantajul de a permite un calcul aproximativ, pentru orice geometrie, plană sau spaţială a căii de curent. Particularizarea pentru fiecare caz analizat constă în furnizarea coordonatelor segmentelor şi a punctelor unde se doreşte calcularea cîmpului.

2.2. Cale de curent filiformă descrisă de o curbă arbitrară.

2.2.1. Cale de curent spaţială.

Se consideră o cale de curent filiformă, parcursă de curentul i, descrisă de o curbă spaţială oarecare, cunoscută într-un sistem de axe ortogonale xOyz, fig.2.3, prin ecuaţiile parametrice :

$$x = x(t)$$
$$y = y(t) \qquad (2.5)$$
$$z = z(t)$$

Cele trei funcţii de parametrul t reprezintă totodată componentele după axe ale vectorului de poziţie r(t), care descrie calea de curent.

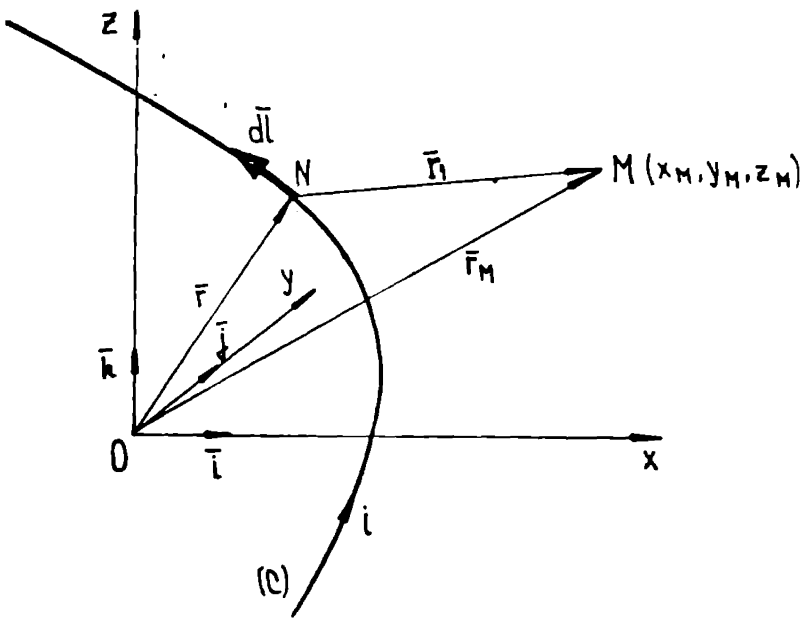


Fig.2.3. Cale de curent spațială și notațiile folosite

Intensitatea cîmpului magnetic în punctul M, fig.2.3 se calculează pornind de la formula lui Biot-Savart :

$$\bar{H}_M = \oint_{(C)} i(\bar{dl} \times \bar{r}_1)/(4\pi r_1^3) \qquad (2.6)$$

Se notează :

$$\bar{r}_1 = \bar{r}_M - \bar{r} \qquad (2.7)$$

$$\bar{r}(t) = x(t)\bar{i} + y(t)\bar{j} + z(t)\bar{k} \qquad (2.8)$$

$$d\bar{l} = d\bar{r} = (x'(t)\bar{i} + y'(t)\bar{j} + z'(t)\bar{k})dt \qquad (2.9)$$

unde $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ sînt versorii axelor, iar $x' = x'(t) = dx/dt$, $y' = y'(t) = dy/dt$, $z' = z'(t) = dz/dt$. Componentele după axe ale intensității cîmpului magnetic în punctul M, se determină după efectuarea integralelor :

$$(H_x)_M = \frac{i}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2} \frac{(y'(z_M-z)-z'(y_M-y))dt}{((x_M-x)^2+(y_M-y)^2+(z_M-z)^2)^{3/2}} \qquad (2.1o)$$

$$(H_y)_M = \frac{i}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2} \frac{(z'(x_M-x)-x'(z_M-z))dt}{((x_M-x)^2+(y_M-y)^2+(z_M-z)^2)^{3/2}} \qquad (2.11)$$

$$(H_z)_M = \frac{i}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2} \frac{(x'(y_M-y)-y'(x_M-x))dt}{((x_M-x)^2+(y_M-y)^2+(z_M-z)^2)^{3/2}} \qquad (2.12)$$

In relațiile (2-1o)-(2.12), limitele de integrare, t_1 și t_2, se aleg astfel încît să descrie curba spațială închisă dorită, sau numai o porțiune a acesteia. Integrarea după parametrul t se efectuează utilizînd metode numerice.

Utilizarea unei metode numerice de integrare, permite extinderea aplicabilității metodei și în cazul în care pentru ecuațiile curbei spațiale nu se cunosc expresii analitice. In acest caz valorile pentru x(t), y(t), z(t) şi x'(t), y'(t), z'(t) trebuie determinate prin metode numerice în timpul efectuării integralelor.

2.2.2. Cale de curent plană

O cale de curent filiformă, plană, poate fi analizată similar cazului general, considerînd una din ecuaţiile (2.5) egală cu zero. Pentru cazul unei curbe din planul xOy, z(t)=0, iar ecuaţiile (2.1o), (2.11),(2.12) devin :

$$(H_x)_M = \frac{i}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2} \frac{y' z_M \cdot dt}{N} \tag{2.13}$$

$$(H_y)_M = \frac{i}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2} \frac{-x' z_M \cdot dt}{N} \tag{2.14}$$

$$(H_z)_M = \frac{i}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2} \frac{(x'(y_M-y)-y'(x_M-x))dt}{N} \quad , \tag{2.15}$$

unde: $N = ((x_M-x)^2+(y_M-y)^2+z_M^2)^{3/2}$

Pentru o cale de curent plană, descrisă de o curbă în coordonate polare r=r(θ), se pot deduce, de asemenea, relaţiile de calcul a intensităţii cîmpului magnetic, pornind de la formula Biot-Savart(2.6) şi utilizînd notaţiile din fig.2.4. S-a notat: $\bar{t}$ versorul tangentei la curbă, w-unghiul format de raza vectoare $\bar{r}(\theta)$ cu tangenta într-un punct la curbă, $d\bar{l}$ vector elementar al curbei (C). O modalitate similară de abordare,ca cea prezentată a fost folosită şi pentru bobine masive,la descrierea traseului curentului în bobină. Cu notaţiile folosite se pot scrie relaţiile:

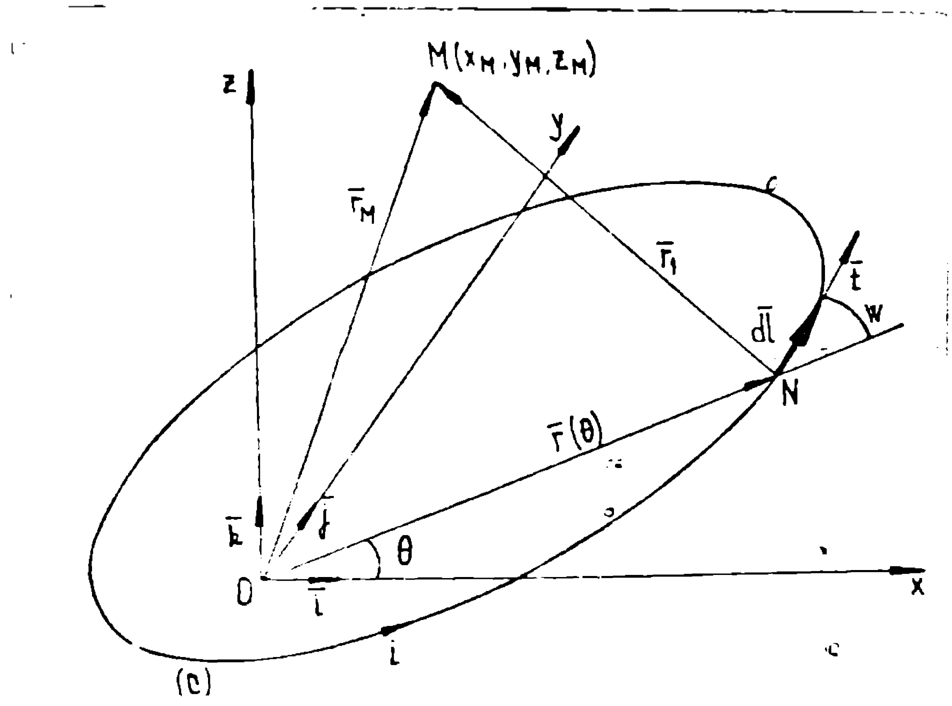


Fig.2.4. Calea de curent plană (C)

$$d\bar{l} = dl.\bar{t} \quad ; \quad dl = r(\theta).d\theta/\sin w \tag{2.16}$$
$$\bar{t} = \bar{i}\cos(\theta+w)+\bar{j}\sin(\theta+w) \tag{2.17}$$
$$w = \mathrm{arctg}(r(\theta)/r'(\theta)) \; ; \; r'(\theta) = dr/d\theta \; . \tag{2.18}$$

Din (2.16), (2.17) şi (2.18) se calculează $d\bar{l}$, obţinîndu-se :

$$d\bar{l}=\bar{t}.dl=((r'\cos\theta-r\sin\theta)\bar{i}+(r'\sin\theta+r\cos\theta)\bar{j})d\theta. \tag{2.19}$$

Ţinînd cont că :

$$\bar{r}_1=\bar{r}_M-\bar{r} = (x_M-r\cos\theta).\bar{i} + (y_M-r\sin\theta).\bar{j} + z_M.\bar{k} \; , \tag{2.20}$$

şi înlocuind (2.19) şi (2.2o) în relaţia (2.6) se obţine pentru componentele lui $\bar{H}$ relaţiile :

$$(H_M)_x= \int_{\theta_1}^{\theta_2} (i.z_M.(r'\sin\theta+r\cos\theta)/(4\pi r_1^3))d\theta \tag{2.21}$$

$$(H_M)_y= -\int_{\theta_1}^{\theta_2} (i.z_M.(r'\cos\theta-r\sin\theta)/(4\pi r_1^3))d\theta \tag{2.22}$$

$$(H_M)_z= \int_{\theta_1}^{\theta_2} (i((y_M-r\sin\theta)(r'\cos\theta-r\sin\theta)-(x_M-r\cos\theta).$$
$$.(r'\sin\theta+r\cos\theta))/(4\pi r_1^3))d\theta \; , \tag{2.23}$$

unde $r_1=((x_M-r\cos\theta)^2+(y_M-r\sin\theta)^2+z_M^2)^{1/2}$, iar θ_1,θ_2, limitele de integrare, delimitează porţiunea din calea de curent filiformă pentru care se calculează cîmpul. Efectuarea integralelor (2.21)... (2.23) se face prin metode numerice.

2.3. Calculul potenţialului magnetic vector produs de o cale de curent oarecare, filiformă, spaţială.

Se consideră o cale de curent spaţială (C) figura 2.3 pentru care se cunosc ecuaţiile parametrice (2.5), parcursă de un curent i constant sau variabil în timp. Vectorul de poziţie al unui punct N pe curbă este :

$$\bar{r} = x(t)\bar{i}+y(t)\bar{j}+z(t)\bar{k}. \tag{2.24}$$

Pentru o cale de curent filiformă, considerînd permeabilitatea (μ) constantă în tot spaţiul, potenţialul magnetic vector se calculează cu relaţia, /2.3/:

$$\bar{A} = \mu \frac{i}{4\pi} \int_{(C)} \frac{d\bar{l}}{r_1} \; , \tag{2.25}$$

unde: $r_1=((x_M-x)^2+ (y_M-y)^2+ (z_M-z)^2)^{1/2}$, iar $d\bar{l} = ((x'(t)\bar{i}+y'(t)\bar{j}+z'(t)\bar{k})dt$.

Componentele după axele sistemului de coordonate xOyz, ale potențialului magnetic vector, se vor calcula din relațiile :

$$A_x = \frac{\mu.i}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2}\frac{x'\,dt}{((x_M-x)^2+(y_M-y)^2+(z_M-z)^2)^{1/2}}, \qquad (2.26)$$

$$A_y = \frac{\mu.i}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2}\frac{y'\,dt}{((x_M-x)^2+(y_M-y)^2+(z_M-z)^2)^{1/2}}, \qquad (2.27)$$

$$A_z = \frac{\mu.i}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2}\frac{z'\,dt}{((x_M-x)^2+(y_M-y)^2+(z_M-z)^2)^{1/2}}, \qquad (2.28)$$

Integralele din relațiile (2.26) - (2.28) se pot efectua practic pentru orice curbă (C), folosind metode numerice, cu ajutorul calculatorului electronic.

2.4. Calculul forțelor electrodinamice și a inductivităților mutuale în cazul unor căi de curent cu traseu spațial oarecare

2.4.1. Calculul forțelor electrodinamice

2.4.1.1. Cazul general al unor căi de curent filiforme

Se consideră două căi de curent spațiale distincte de formă și poziție reciprocă arbitrară și se adoptă notațiile din fig.2.5.

Pentru cele două căi de curent filiforme sînt cunoscute ecuațiile parametrice :

$$(C_1)\ \begin{cases} x_1 = x_1(t)\\ y_1 = y_1(t)\\ z_1 = z_1(t)\end{cases} \quad (2.29); \qquad (C_2)\ \begin{cases} x_2 = x_2(s)\\ y_2 = y_2(s)\\ z_2 = z_2(s)\end{cases} \quad (2.3o)$$

Calcularea forței electrodinamice produsă de (C_1) parcursă de i_1, asupra lui (C_2) parcursă de i_2, se face pornind de la expresia forței electrodinamice exercitată asupra unui element dintr-un conductor, parcurs de curent, avînd lungimea dl, plasat într-un loc unde inducția magnetică este B /2.1/:

$$d\bar{F} = i(d\bar{l} \times \bar{B}). \qquad (2.31)$$

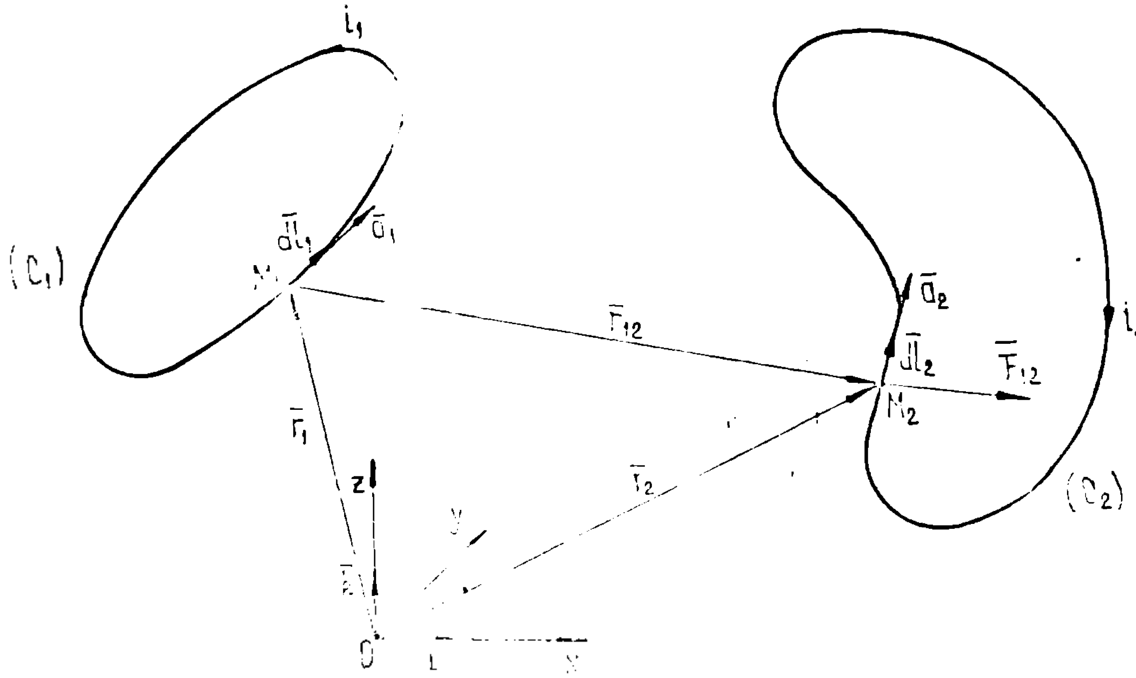


Fig.2.5. Căi de curent filiforme, spațiale. Notațiile folosite.

Notînd $d\bar{l}_1$, $d\bar{l}_2$ vectorii elementari ai curbelor (C_1) şi respectiv (C_2), $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$ versorii tangentelor la cele două curbe, $\bar{r}_1$, $\bar{r}_2$ vectorii de poziție a punctelor curente M_1 şi M_2, fig.2.5, se pot scrie relațiile :

$$d\bar{F}_{12} = i_2(d\bar{l}_2 \times \bar{B}_{12}) \, , \tag{2.32}$$

unde: $$d\bar{l}_2 = d\bar{r}_2 = (x_2'(s)\bar{i} + y_2'(s)\bar{j} + z_2'(s)\bar{k})ds \, , \tag{2.33}$$

$$d\bar{l}_2 = \bar{a}_2 . ds \, , \tag{2.34}$$

$$\bar{B}_{12} = \mu \frac{i_1}{4\pi} \int_{(C_1)} \frac{d\bar{l}_1 \times \bar{r}_{12}}{r_{12}^{\ 3}} \tag{2.35}$$

iar : $$d\bar{l}_1 = (x_1'(t)\bar{i} + y_1'(t)\bar{j} + z_1'(t)\bar{k})dt \tag{2.36}$$

$$d\bar{l}_1 = \bar{a}_1 . dt \tag{2.37}$$

$$r_{12} = ((x_2(s)-x_1(t))^2+(y_2(s)-y_1(t))^2+(z_2(s)-z_1(t))^2)^{1/2} \tag{2.38}$$

Forța elementară $d\bar{F}_{12}$ poate fi scrisă astfel încît să fie evidențiată forța specifică $\bar{F}_{s12}$/N.m^{-1}/ :

$$d\bar{F}_{12} = \bar{F}_{s12} . ds \, , \tag{2.39}$$

care împreună cu relațiile (2.32) şi (2.34) conduce la :

$$\bar{F}_{s12} = i_2(\bar{a}_2 \times \bar{B}_{12}) \, . \tag{2.40}$$

Din relaţiile (2.33) şi (2.34) se obţine

$$\bar{a}_s = x_2'(s)\bar{i} + y_2'(s)\bar{j} + z_2'(s)\bar{k} \quad , \tag{2.41}$$

iar $\bar{B}_{12}$ rezultă din (2.35)...(2.38).

Forţa electrodinamică totală asupra căii de curent (C_2) se calculează cu una din relaţiile :

$$\bar{F}_{12} = \mu \int_{(C_2)} i_2 (d\bar{l}_2 x \frac{i_1}{4\pi} \int_{(C_1)} \frac{d\bar{l}_1 x \bar{r}_{12}}{r_{12}^3}) \quad , \tag{2.42}$$

$$\bar{F}_{12} = \mu \int_{s_1}^{s_2} i_2 (\bar{a}_2 x \frac{i_1}{4\pi} \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\bar{a}_1 x \bar{r}_{12}) dt}{r_{12}^3}) ds \quad , \tag{2.43}$$

$$\bar{F}_{12} = \mu \int_{s_1}^{s_2} i_2 (\bar{a}_2 x \bar{B}_{12}) ds = \int_{s_1}^{s_2} \bar{F}_{s12} ds \quad . \tag{2.44}$$

Aşa cum s-a arătat la paragraful 2.2 pentru calculul lui B_{12} este necesară o integrare numerică pe (C_1) deci cu limitele t_1 şi t_2 iar pentru calculul forţei electrodinamice este necesară încă o integrare numerică cu limitele de integrare s_1 şi s_2.

Deci pentru calculul forţelor electrodinamice între două căi de curent filiforme cu poziţie spaţială şi formă arbitrară este necesară în general efectuarea a două integrale numerice.

2.4.1.2. Calculul forţelor electrodinamice în cazul unui grup de "p" conductoare rectilinii şi filiforme

Se consideră "p" conductoare rectilinii şi filiforme, de lungime finită, cu poziţie spaţială arbitrară, fără puncte comune, plasate într-un mediu cu permeabilitate constantă, considerate părţi ale unor căi de curent, fig.2.6.

Un conductor oarecare "k" se află în cîmpul magnetic al celorlalte p-1 conductoare şi asupra lui sînt exercitate forţe electrodinamice. Forţa totală exercitată asupra lui "k" se poate calcula prin suprapunerea efectelor.

Forţa între două conductoare filiforme, de lungime finită se poate calcula după cum urmează.

Conductorul k, fig.2.6 asupra căruia se calculează forţa, se împarte în segmente scurte Δl_k şi fie A -mijlocul unui astfel de segment.

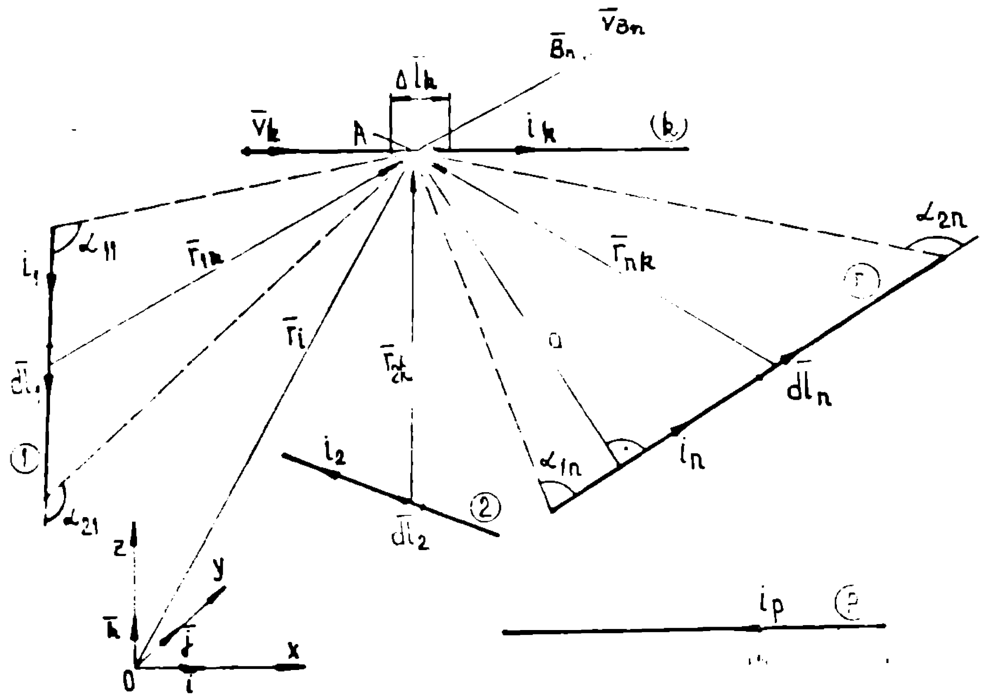


Fig.2.6. Conductoarele filiforme analizate şi notaţiile folosite.

Segmentul $d\bar{l}_n$ al conductorului n contribuie la producerea în punctul A, al conductorului k, conform formulei Biot-Savart, a inducţiei:

$$(d\bar{B})_n = (\mu/4\pi) i_n (d\bar{l}_n \times \bar{r}_{nk})/r_{nk}^3 \; . \qquad (2.45)$$

In relaţia (2.45) s-au folosit notaţiile din fig.2.6 unde i_n-intensitatea curentului electric în conductorul n, $\bar{r}_{nk}$-vectorul orientat de la $d\bar{l}_n$ spre A, iar μ-permeabilitatea absolută.

Intregul conductor n produce în punctul A inducţia :

$$\bar{B}_n = \int_{(n)} (\mu/4\pi) i_n (d\bar{l}_n \times \bar{r}_{nk})/r_{nk}^3 \qquad (2.46)$$

$$\bar{B}_n = ((\mu i_n/4\pi)(\cos\alpha_{1n} - \cos\alpha_{2n})/a)\bar{v}_{Bn} = B_n \cdot \bar{v}_{Bn} \; . \qquad (2.47)$$

unde a - este distanţa punctului A de conductorul n, α_{1n} şi α_{2n} unghiurile din fig.2.6, iar $\bar{v}_{Bn}$ versorul inducţiei $\bar{B}_n$.

Forţa electrodinamică produsă de conductorul n asupra segmentului $\Delta \bar{l}_k$ se poate scrie :

$$(\bar{F}_A)_n = i_k(\Delta \bar{l}_k \times \bar{B}_{nm}) = i_k \cdot B_{nm} \cdot \Delta l_k \cdot (\bar{v}_k \times \bar{v}_{Bn}) \qquad (2.48)$$

unde: $\Delta\bar{l}_k = \Delta l_k \cdot \bar{v}_k$, $\bar{v}_k$ este versorul conductorului k, considerat în sensul curentului i_k, iar $\bar{B}_{nm}$ este valoarea medie a inducţiei magnetice în lungul segmentului elementar Δl_k produsă de conductorul n.

Contribuţia la forţa specifică, f_s, pe porţiunea Δl_k, datorită conductorului "n", se scrie din (2.48):

$$(\bar{F}_s)_n = (\bar{F}_A)_n / \Delta l_k = i_k \cdot B_{nm} \cdot (\bar{v}_k \times \bar{v}_{Bn}) \ . \qquad (2.49)$$

Forța în A, asupra segmentului Δl_k, datorată tuturor conductoarelor analizate se poate scrie :

$$\bar{F}_A = \sum_{\substack{n=1 \\ n\neq k}}^{p} (\bar{F}_A)_n = \bar{I}(f_A)_x + \bar{J}(f_A)_y + \bar{K}(f_A)_z \ . \qquad (2.50)$$

Totalitatea forțelor $\bar{F}_A$, oricare ar fi conductorul k, formează un sistem spațial complex, forțele avînd punctul de aplicație pe conductor iar direcția, sensul precum și mărimea variabilă în lungul conductorului. Componentele după x, respectiv y și z, ale forțelor de pe segmentele elementare ale unui conductor k, formează un sistem de forțe paralele, neuniform distribuite în lungul conductorului. Se poate determina pentru fiecare componentă, /2.4/, o forță rezultantă, F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – pentru conductorul k :

$$F_{kx} = \sum_{(k)} (f_A)_x \ldots (2.51); \quad F_{ky} = \sum_{(k)} (f_A)_y \ldots (2.52); \quad F_{kz} = \sum_{(k)} (f_A)_z \ldots (2.53)$$

și respectiv punctul de aplicație al acesteia. Vectorul de poziție $\bar{r}_c$ al punctului de aplicație ale forțelor rezultante F_{kx}, F_{ky}, F_{kz}, se determină din relațiile vectoriale, /2.4/, :

$$\bar{r}_{ca} = \sum_{(k)} (f_A)_a \cdot \bar{r}_i / \sum_{(k)} (f_A)_a \qquad (2.54)$$

unde a = x, y, z, $(f_A)_x$, $(f_A)_y$, $(f_A)_z$ sînt cele din relația (2.50) iar $\bar{r}_i$ este vectorul de poziție al punctului A (fig.2.6), pentru fiecare segment elementar Δl_k, al barei k.

In cazul în care se folosesc forțele specifice, forțele totale asupra conductorului k pot fi determinate prin integrare numerică:

$$F_{ka} = \int_a^{l_k} f_{sa} \cdot dl_k \quad , \qquad (2.55)$$

unde a = x,y,z iar l_k lungimea conductorului k.

2.5. Calculul inductivităților mutuale pentru circuite filiforme

Formule aproximative sau tabele pentru calculul inductivităților mutuale pentru cazuri cu geometrie simplă sau reductibile la forme geometrice simple sînt cunoscute în literatură /2.5/. Se prezintă în continuare o metodă generală, utilizabilă cu calculatorul, care permite găsirea valorii inductivității mutuale între două circuite filiforme distincte plasate arbitrar în spațiu.

Se consideră aceleaşi date pentru circuite ca în paragraful 2.4.1, inclusiv figura 2.5.

Conform /2.1/ se poate scrie fluxul, ϕ_{12}, care străbate circuitul (C_2) şi este produs de curentul care străbate (C_1) :

$$\phi_{12} = \int_{(C_2)} \bar{A}_1 \cdot d\bar{l}_2 \quad , \tag{2.56}$$

$$\text{unde} \quad \bar{A}_1 = \frac{\mu i_1}{4\pi} \int_{(C_1)} \frac{d\bar{l}_1}{r_{12}} \quad . \tag{2.57}$$

$\bar{A}_1$ este potenţialul magnetic vector produs în punctul M_2, fig.2.5, al curbei (C_2) de curentul din circuitul (C_1). Potenţialul magnetic vector, $\bar{A}_1$, se calculează, aşa cum s-a arătat în paragraful 2.3, printr-o integrare numerică. Elementul $d\bar{l}_1$ este dat de relaţia (2.36).

Notînd A_{1x}, A_{1y}, A_{1z} componentele după axele sistemului xOyz ale potenţialului magnetic vector şi folosind relaţia (2.33), relaţia (2.56) devine :

$$\phi_{12} = \int_{s_1}^{s_2} (A_{1x} \cdot x_2'(s) + A_{1y} \cdot y_2'(s) + A_{1z} \cdot z_2'(s))ds. \tag{2.58}$$

Determinarea fluxului ϕ_{12} se face prin două integrări numerice succesive : prima pentru calculul potenţialului magnetic vector în diverse puncte M_2 de pe curba (C_2), iar a doua conform relaţiei (2.58).

După efectuarea calculelor numerice, se determină inductivitatea mutuală :

$$L_{12} = \frac{\phi_{12}}{i_1} \quad , \tag{2.59}$$

a celor două circuite.

2.6. Bibliografie la capitolul 2

/2.1/ De Sabata,I., "Bazele electrotehnicii", vol.II Institutul Politehnic Timişoara, 1974

/2.2/ Sora,C., "Bazele electrotehnicii", Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1982

/2.3/ Simonyi,K., "Bazele electrotehnicii" Editura Tehnică Bucureşti, 1974

/2.4/ Silaş,Gh., Groşanu, I., "Mecanică", Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1981

/2.5/ Kalanttarov,P.L., Teitlin,L., "Calculul inductanţelor, Editura Tehnică, Bucureşti, 1958

/2.6/ Răduleţ,R. , "Bazele electrotehnicii", Probleme, vol.I, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1970.

3. CIMPUL MAGNETIC SI FORTELE ELECTRODINAMICE LA CAI DE CURENT MASIVE

3.1. Cîmpul magnetic produs de bare masive, ca părţi ale unei căi de curent.

3.1.1. Metodă de calcul a cîmpului magnetic la bare masive de lungime finită.

3.1.1.1. Formularea problemei.

Se consideră o porţiune dintr-o cale de curent, avînd o secţiune dreptunghiulară, parcursă de curent paralel cu una din laturi, fig. 3.1, avînd curentul uniform distribuit pe toată secţiunea conductorului, iar bara din calea de curent cît şi mediul care o înconjoară, nu au proprietăţi feromagnetice.

Se caută componentele intensităţii cîmpului magnetic într-un punct M.

Pentru o bară filiformă infinit lungă, respectiv masivă, infinit lungă cu secţiune dreptunghiulară, şi pentru cazul cînd bara se poate aproxima cu un conductor filiform, de lungime finită, se cunosc relaţii de calcul pentru intensitatea cîmpului magnetic /3.1/, /3.2/.

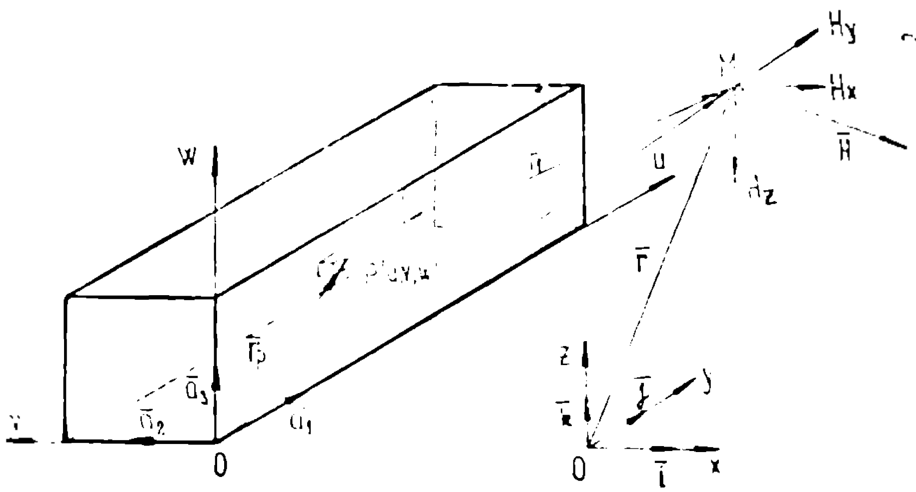


Fig.3.1. Bară paralelipipedică, porţiune a unei căi de curent şi notaţiile folosite.

De asemenea, în /3.3/ autorii propun o metodă la care, se deduc formule analitice pentru inducţia magnetică creată de o pînză (plană) de curent de forma unui trapez şi pentru un element de forma unui tub prismatic, iar uneori, /3.4/, se aproximează conductorul real cu un mănunchi de conductoare filiforme paralele de lungime finită.

Calculul cîmpului pentru bara analizată se face pornind de la formula lui Biot-Savart, considerînd că fiecare element al barei ar contribui la cîmpul total în M, /3.13/, cu :

$$d\bar{H} = \frac{\bar{J} \times \bar{r}_1}{4\pi r_1^{\ 3}}\, dV \quad . \tag{3.1}$$

In relaţia (3.1) $d\bar{H}$ este contribuţia la intensitatea cîmpului magnetic în punctul M, produsă de elementul infinitezimal de volum dV, parcurs de densitatea de curent $\bar{J}$, volum care conţine punctul P, fig.3.1.

In afara sistemului de referinţă general xOyz, fig.3.1, avînd versorii axelor $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$, se consideră un sistem triortogonal de axe de coordonate ataşat barei analizate, Ouvw, avînd versorii axelor notaţi $\bar{a}_1$ pentru Ou, $\bar{a}_2$ pentru O_v şi respectiv $\bar{a}_3$ pentru Ow.

Considerînd $M(u_M,v_M,w_M)$ şi $P(u,v,w)$ se poate scrie :

$$\bar{r}_M = u_M.\bar{a}_1 + v_M.\ \bar{a}_2 + w_M.\ \bar{a}_3 \tag{3.2}$$

$$\bar{r}_P = u.\bar{a}_1 + v.\bar{a}_2 + w.\bar{a}_3 \tag{3.3}$$

$$\bar{r}_1 = \bar{r}_M - \bar{r}_P = (u_M-u)\bar{a}_1 + (v_M-v)\bar{a}_2 + (w_M-w)\bar{a}_3 . \tag{3.4}$$

Densitatea de curent $\bar{J}$ este considerată paralelă cu Ou

$$\bar{J} = J.\bar{a}_1 \quad . \tag{3.5}$$

şi ţinînd cont de relaţia (3.4) se poate scrie :

$$\bar{J} \times \bar{r}_1 = \begin{vmatrix} \bar{a}_1 & \bar{a}_2 & \bar{a}_3 \\ J & 0 & 0 \\ u_M-u & v_M-v & w_M-w \end{vmatrix} \quad . \tag{3.6}$$

Cu aceasta relaţia (3.1) devine :

$$d\bar{H} = \bar{a}_2 . \frac{-J.(w_M-w)}{4\pi r_1^{\ 3}}\, dV + \bar{a}_3 \frac{J(v_M-v)}{4\pi r_1^{\ 3}}\, dV \quad . \tag{3.7}$$

Intensitatea cîmpului magnetic produs în M de toate elementele infinit mici care formează bara se obţine ţinînd cont că dV=du.dv.dw iar integrala se efectuează pe volumul parcurs de curent:

$$\bar{H} = \bar{a}_2 \int_V \frac{-J.(w_M-w)}{4\pi r_1^{\ 3}}\, dV + \bar{a}_3 \int_V \frac{J.(v_M-v)}{4\pi r_1^{\ 3}}\, dV \quad . \tag{3.8}$$

Față de sistemul de referință legat de bară, intensitatea cîmpului magnetic are componentele :

$$H_u = 0 \tag{3.9}$$

$$H_v = \frac{1}{4\pi}\int_{u_1}^{u_2}\int_{v_1}^{v_2}\int_{w_1}^{w_2} \frac{-J(w_M-w)\,du\,dv\,dw}{((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}} \tag{3.10}$$

$$H_w = \frac{1}{4\pi}\int_{u_1}^{u_2}\int_{v_1}^{v_2}\int_{w_1}^{w_2} \frac{J(v_M-v)\,du\,dv\,dw}{((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}} \tag{3.11}$$

unde s-a ținut cont că în general, bara este limitată de u_1, u_2 - după Ou, v_1, v_2 - după Ov respectiv w_1, w_2 - după Ow.

Se disting 3 cazuri care permit calculul componentelor intensității cîmpului magnetic pornind de la relațiile (3.10) și (3.11) :

1. Bară paralelipipedică scurtă
2. Bară de lungime infinită și secțiune dreptunghiulară
3. Bară de lungime finită.

Deși cazul al 3-lea are cea mai mare generalitate, deducerea celorlalte relații poate fi de interes.

3.1.1.2. Bară paralelipipedică scurtă

Pentru un punct M în care se dorește calcularea intensității cîmpului magnetic produs de o bară paralelipipedică, porțiune a unei căi de curent, aceasta poate fi considerată scurtă dacă se poate neglija u față de u_M, adică :

$$u_M - u \approx u_M \quad . \tag{3.12}$$

oricare ar fi P(u,v,w), fig.3.1, din interiorul barei analizate.

Inlocuind relația (3.12) în relațiile (3.10) și (3.11) și notînd lungimea barei după axa Ou cu l_u, se obține :

$$H_v = -\frac{J}{4\pi}\cdot l_u\cdot \int_{v_1}^{v_2}\int_{w_1}^{w_2} \frac{(w_M-w)\,dv\,dw}{(u_M^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}} \quad , \tag{3.13}$$

$$H_w = \frac{J}{4\pi}\cdot l_u \cdot \int_{v_1}^{v_2}\int_{w_1}^{w_2} \frac{(v_M-v)\,dv\,dw}{(u_M^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}} \quad , \tag{3.14}$$

unde s-a considerat integrala după "u" ca şi integrala unei constante.

Integrînd relaţia (3.13) prima dată după w, iar (3.14) după v, se obţine :

$$H_v = -\frac{J}{4\pi}\cdot 1_u \cdot \int_{v_1}^{v_2} \left\{ (u_M^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{-1/2} \Big|_{w_1}^{w_2} \right\} dv, \qquad (3.15)$$

$$H_w = \frac{J}{4\pi}\cdot 1_u \int_{w_1}^{w_2} \left\{ (u_M^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{-1/2} \Big|_{v_1}^{v_2} \right\} dw. \qquad (3.16)$$

Expresiile de sub semnul integrală conţin doi termeni,

notaţia $\Big|_{w_1}^{w_2}$ respectiv $\Big|_{v_1}^{v_2}$, în dreapta unei expresii, avînd semnificaţia de la integralele definite

$$(u_M^2+ (v_M-v)^2+ (w_M-w)^2)^{1/2}\Big|_{w_1}^{w_2} = (u_M^2+(v_M-v)^2+(w_M-w_2)^2)^{1/2} - (u_M^2+(v_M-v)^2+(w_M-w_1)^2)^{1/2} \qquad (3.17)$$

Această notaţie a fost folosită şi în continuare pentru a scrie relaţiile de calcul relativ compact.

Efectuarea celei de a doua integrări, (3.15),(3.16), conduce, pentru componentele intensităţii cîmpului magnetic, produs de un paralelipiped scurt într-un sistem de referinţă legat de aceste, utilizînd notaţiile precizate mai sus, la :

$$H_v = +\frac{J}{4\pi}\cdot 1_u\cdot \left\{ G_v(v\ ,w) \Big|_{w_1}^{w_2} \right\} \Big|_{v_1}^{v_2} \ , \qquad (3.18)$$

unde: $G_v(v,w) = \ln \left| v_M-v + (u_M^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{1/2} \right|$.

$$H_w = -\frac{J}{4\pi}\cdot 1_u\cdot \left\{ G_w(v,w) \Big|_{v_1}^{v_2} \right\} \Big|_{w_1}^{w_2} \ , \qquad (3.19)$$

unde: $G_w(v,w) = \ln \left| w_M-w+(u_M^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{1/2} \right|$.

Expresiile din relațiile (3.18)și(3.19), ținînd cont și de notația din (3.17), se dezvoltă sub forma :

$$\left\{E_v(v,w)\Big|_{w_1}^{w_2}\right\}\Big|_{v_1}^{v_2} = E_v(v,w_2)\Big|_{v_1}^{v_2} - E_v(v,w_1)\Big|_{v_1}^{v_2} = $$

$$E_v(v_2,w_2)-E_v(v_1,w_2)-E_v(v_2,w_1)+E_v(v_1,w_1) \qquad (3.2o)$$

și în mod similar cu (3.2o) și expresia $E_w(v,w)\Big|_{v_1}^{v_2}\Big|_{w_1}^{w_2}$.

3.1.1.3. <u>Bară de lungime infinită și secțiune dreptunghiulară</u>

Pentru cazul că $u_1 \to -\infty$ și $u_2 \to +\infty$, relațiile (3.1o) și (3.11), se vor scrie :

$$H_v = \frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} du \int_{v_1}^{v_2}\int_{w_1}^{w_2} \frac{-J(w_M-w)\,dv\,dw}{((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}}, \qquad (3.21)$$

$$H_w = \frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} du \int_{v_1}^{v_2}\int_{w_1}^{w_2} \frac{J(v_M-v)\,dv\,dw}{((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}}, \qquad (3.22)$$

Pentru integrarea după u a relației (3.21) acestea se pun sub forma :

$$H_v = \frac{-J}{4\pi}\int_{v_1}^{v_2} dv \int_{w_1}^{w_2}(w_M-w)\,dw \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{du}{((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}}. \qquad (3.23)$$

Notînd: $a^2 = (v_M-v)^2 + (w_M-w)^2$ (3.24)

$$u_M-u = t \qquad (3.25)$$

integrala după u devine :

$$I_u = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{du}{((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}} = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{-dt}{(t^2+a^2)^{3/2}}. \qquad (3.26)$$

Efectuînd integrala (3.26) și trecînd la limită cînd $t \to \pm\infty$, se obține :

$$I_u = \left. \frac{-t}{a^2(t^2+a^2)^{1/2}} \right|_{-\infty}^{+\infty} = -\frac{2}{a^2} \; . \qquad (3.27)$$

Din relaţiile (3.24),(3,27),(3.23)şi(3.22) se găsesc pentru H_v şi H_w expresiile :

$$H_v = \frac{J}{2\pi} \int_{v_1}^{v_2} \int_{w_1}^{w_2} \frac{(w_M - w)\, dv dw}{(v_M-v)^2+(w_M-w)^2} \; , \qquad (3.28)$$

$$H_w = \frac{-J}{2\pi} \int_{v_1}^{v_2} \int_{w_1}^{w_2} \frac{(v_M - v)\, dv . dw}{(v_M-v)^2+(w_M-w)^2} \; . \qquad (3.29)$$

Relaţiile obţinute sînt identice cu cele cunoscute din literatură /3.1/, /3.5/.

3.1.1.4 Bară paralelipipedică de lungime finită

Se consideră expresiile (3.1o) şi (3.11) pentru componentele H_v şi H_w. Efectuînd integrarea acestora după v şi w, similar punctului 3.1.1.2 şi folosind notaţiile (3.17) şi (3.2o) se obţine :

$$H_v = \frac{J}{4\pi} \int_{u_1}^{u_2} \left\{ \left. \left. D_v(u,v,w) \right|_{w_1}^{w_2} \right\} \right|_{v_1}^{v_2} du \qquad (3.3o)$$

unde: $D_v(u,v,w) = \ln \left| v_M - v + ((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{1/2} \right|$,

respectiv :

$$H_w = \frac{-J}{4\pi} \int_{u_1}^{u_2} \left\{ \left. \left. D_w(u,v,w) \right|_{v_1}^{v_2} \right\} \right|_{w_1}^{w_2} du \; . \qquad (3.31)$$

unde: $D_w(u,v,w) = \ln \left| w_M - w + ((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{1/2} \right|$.

Expresiile de sub semnul integrală se dezvoltă conform exemplului din relaţia (3.2o),ţinînd cont că u, din $D_w(u,v,w)$, rămîne neafectat obţinîndu-se patru termeni. Asupra acestora va trebui efectuată integrarea între limitele u_1 şi u_2 , metodele folosite fiind cele numerice.

3.1.1.5. Bară cu capete oblice plane

Se consideră o porţiune dintr-o cale de curent, avînd secţiune dreptunghiulară, lungime finită, şi capetele tăiate oblic de două plane, (I_1,I_2,I_3) şi (J_1,J_2,J_3), perpendiculare pe planul laturii (I_2,I_3,J_2,J_3), fig.3.2.

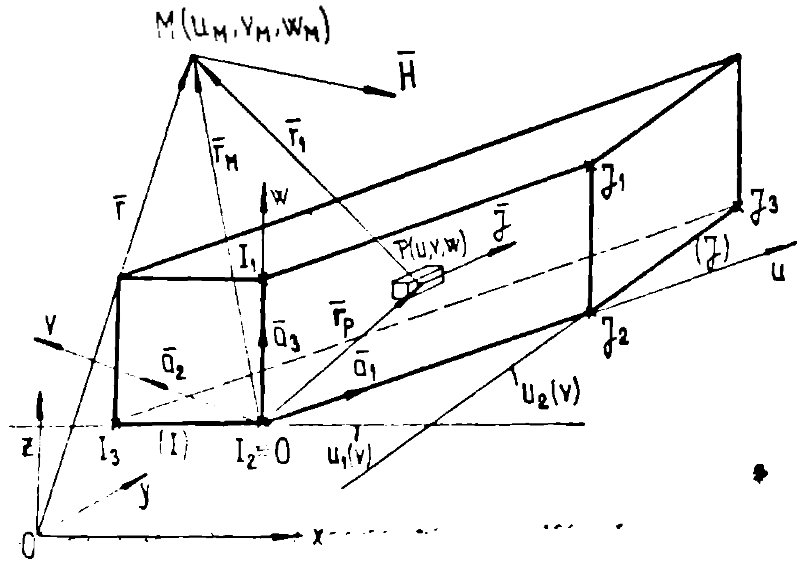


Fig.3.2. Bară cu capete oblice, plane şi secţiune dreptunghiulară.

In fig.3.2 s-au notat cu I_1,I_2,I_3 respectiv J_1,J_2,J_3 colţurile de la capetele notate I şi J ale barei. Densitatea de curent J se consideră uniformă în secţiunea barei şi la fel în orice secţiune a acesteia.

Dreptele (I_2,I_3) şi (J_2,J_3) aflate în planul uOv pot fi descrise de două ecuaţii $u_1(v)$ şi respectiv $u_2(v)$

Calculul componentelor cîmpului magnetic se face pornind de la relaţiile (3.1o) şi (3.11), alegînd ordinea de integrare, astfel încît ultima integrală care va fi efectuată, să fie după v :

$$H_v = \frac{-J}{4\pi}\int_{v_1}^{v_2}\int_{u_1(v)}^{u_2(v)}\int_{w_1}^{w_2}\frac{(w_M-w).dv\ du\ dw}{((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}} \qquad (3.32)$$

$$H_w = \frac{J}{4\pi}\int_{v_1}^{v_2}\int_{u_1(v)}^{u_2(v)}\int_{w_1}^{w_2}\frac{(v_M-v).dv\ du\ dw}{((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w)^2)^{3/2}} \qquad (3.33)$$

Efectuarea integralelor (3.32) şi (3.33) nu este îngreunată de faptul că limitele de integrare u_1 şi u_2 sînt funcţii de v , integrarea după v fiind efectuată numeric.

Cu notaţiile adoptate (3.17) şi (3.2o), expresiile finale ale cîmpului magnetic produs de o bară cu capete oblice, plane, sînt :

$$H_v = +\frac{J}{4\pi}\int_{v_1}^{v_2} G_v(v)\,dv \tag{3.34}$$

$$\text{unde: } G_v(v) = \left\{ K_v(u,v,w) \Big|_{w_1}^{w_2} \right\} \Big|_{u_1(v)}^{u_2(v)} \quad , \tag{3.35}$$

$$\text{iar } K_v(u,v,w) = \ln \left| u_M - u_{(v)} + \left((u_M - u(v))^2 + (v_M - v)^2 + (w_M - w)^2 \right)^{1/2} \right| ,$$

respectiv:

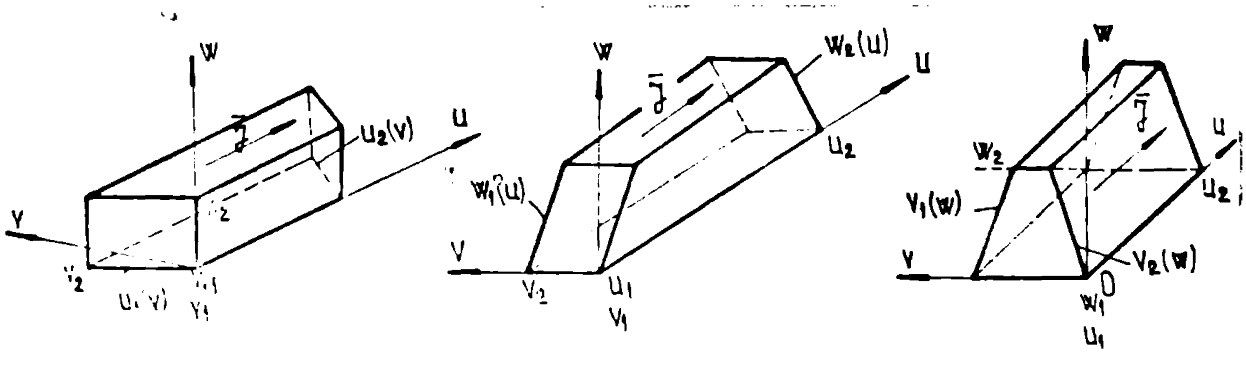
$$H_w = \frac{J}{4\pi}\int_{v_1}^{v_2} G_w(v)\,dv \quad , \tag{3.36}$$

$$\text{unde } G_w(v) = \left\{ K_w(u,v,w) \Big|_{w_1}^{w_2} \right\} \Big|_{u_1(v)}^{u_2(v)} \quad ,$$

iar

$$K_w(u,v,w) = \operatorname{arctg} \frac{(u_M - u_{(v)})(w_M - w)}{(v_M - v)\left((u_M - u(v))^2 + (v_M - v)^2 + (w_M - w)^2 \right)^{1/2}} \quad . \tag{3.37}$$

Determinarea valorilor lui H_v și H_w se face prin integrarea numerică a relațiilor (3.34) și (3.36).



a b c

	a	b	c
Funcții	$u_1(v)$, $u_2(v)$	$w_1(u)$, $w_2(u)$	$v_1(w)$, $v_2(w)$
Constante	w_1 , w_2	v_1 , v_2	u_1 , u_2
Integrare după	v	u	w
cu limitele	$v_1 \ldots v_2$	$u_1 \ldots u_2$	$w_1 \ldots w_2$

Fig.3.3. Cazuri de bare cu două fețe oblice plane și limitele de integrare

Procedînd ca mai sus, pot fi deduse relaţii similare cu (3.34)...(3.37) pentru barele avînd 2 din cele 6 feţe oblice : cazurile a,b, şi c din fig.3.3.

Relaţiile (3.34)...(3.37 sînt valabile pentru cazul a) fig.3.3

Relaţiile de calcul corespunzătoare cazului b) sînt :

$$H_v = \frac{J}{4\pi}\int_{u_1}^{u_2}\left\{ E_v(u,v,w)\Big|_{w_1(u)}^{w_2(u)}\right\}\Big|_{v_1}^{v_2} du \qquad (3.38)$$

unde : $E_v(u,v,w) = \ln\left| v_M - v + ((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w(u))^2)^{1/2}\right|$,

$$H_w = \frac{-J}{4\pi}\int_{u_1}^{u_2}\left\{ E_w(u,v,w)\Big|_{v_1}^{v_2}\right\}\Big|_{w_1(u)}^{w_2(u)} du \text{ -,} \qquad (3.39)$$

unde : $E_w(u,v,w) = \ln\left| w_M - w + ((u_M-u)^2+(v_M-v)^2+(w_M-w(u))^2)^{1/2}\right|$,

iar notaţiile folosite sînt cele din (3.20)şi(3.17)

Similar pentru cazul c), utilizînd aceleaşi notaţii se obţine :

$$H_v = -\frac{J}{4\pi}\int_{w_1}^{w_2}\left\{ L_v(u,v,w)\Big|_{u_1}^{u_2}\right\}\Big|_{v_1(w)}^{v_2(w)} dw \qquad (3.40)$$

unde: $L_v(u,v,w) = \operatorname{arctg}\dfrac{(u_M-u)(v_M-v_{(w)})}{(w_M-w)((u_M-u)^2+(v_M-v_{(w)})^2+w_M-w)^2)^{1/2}}$

$$H_w = \frac{-J}{4\pi}\int_{w_1}^{w_2}\left\{ L_w(u,v,w)\Big|_{v_1(w)}^{v_2(w)}\right\}\Big|_{u_1}^{u_2} dw \qquad (3.41)$$

unde: $L_w(u,v,w) = \ln\left| u_M - u + ((u_M-u)^2+(v_M-v_{(w)})^2+(w_M-w)^2)^{1/2}\right|$.

Pentru situaţia cînd una din feţele laterale, mărginită de cele oblice este infinit mică, adică devine o linie dreaptă, se obţine un caz limită, aşa numita pană, parcursă de curent.

In fig. 3.4, se reprezintă un astfel de caz, la care $I_3 = J_3$ iar curentul este după axa Ou.

Pana poate fi considerată o bară cu fețe oblice și în consecință, vor putea fi aplicate relațiile și metodica stabilită mai sus.

Pentru cazul din fig.3.4, se utilizează relațiile (3.34) ... (3.37), "pana" derivînd din cazul a, fig.3.3.

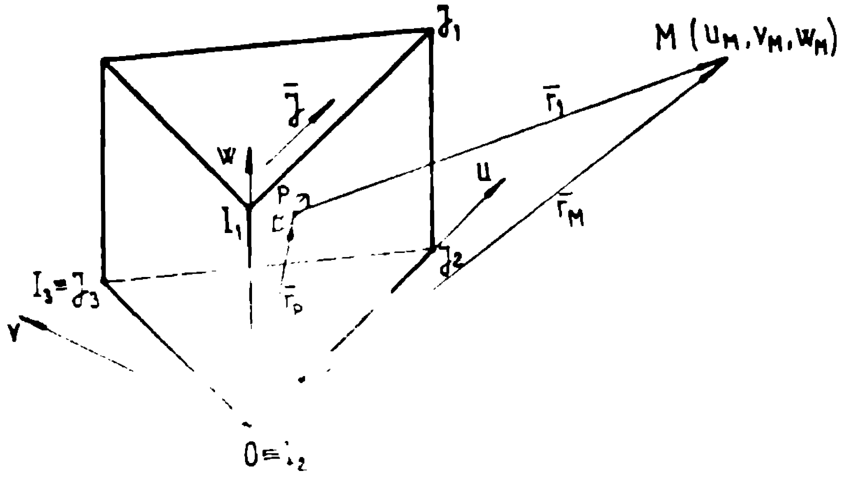


Fig.3.4. Pana parcursă de curent. Caz particular al unei bare cu 2 fețe oblice.

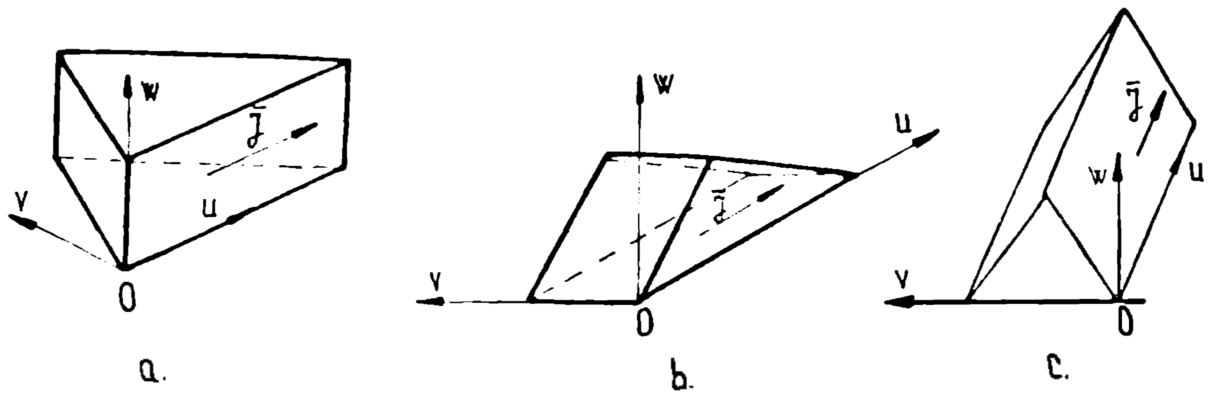


Fig.3.5. Bare prismatice pană, derivînd din cazurile a,b și c, fig.3.3.

In fig.3.5 sînt prezentate cele trei cazuri limită a barelor cu 2 fețe oblice, plane obținute din formele a,b,c,fig.3.3. Calculul intensității cîmpului magnetic pentru aceste cazuri se face cu relațiile deduse mai sus.

Metoda propusă și prezentată pentru bare avînd 2 fețe oblice, respectiv avînd formă de pană parcursă de curent, așa cum pot fi des întîlnite, poate fi folosită pentru calculul cîmpului magnetic produs de o mare varietate de căi de curent întîlnite în practică.

Metoda elaborată, poate să fie adaptată și folosită pentru calculul intensității cîmpului magnetic în cazul unor bare parcurse de curent avînd 4 din cele 6 fețe oblice, plane, fig.3.6.

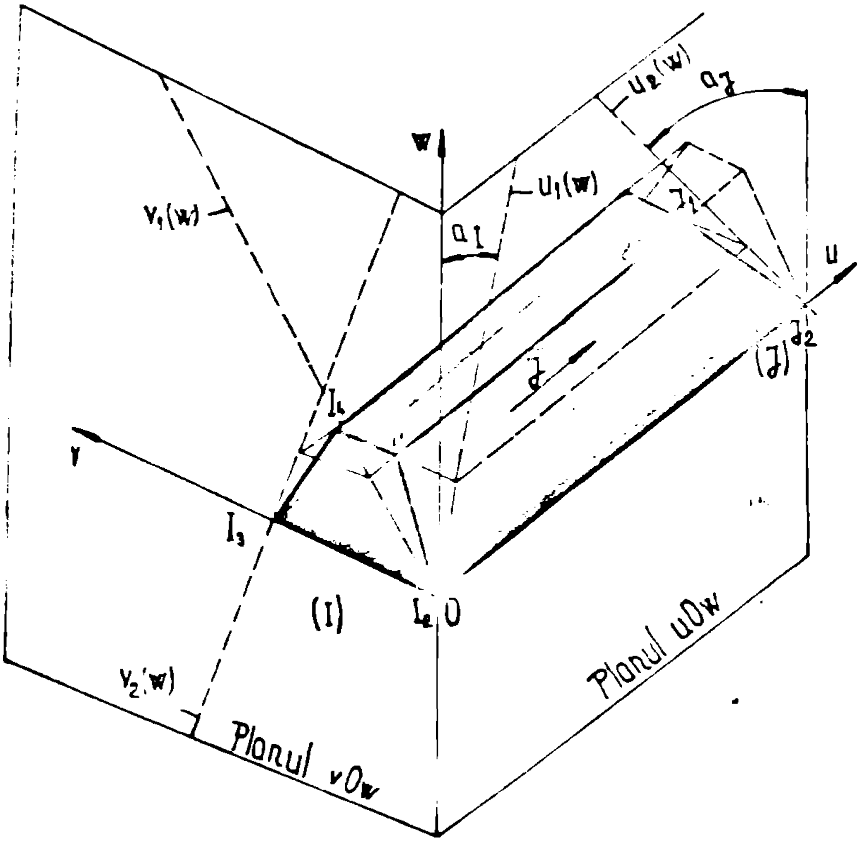


Fig.3.6. Cazul barei cu 4 fețe oblice plane

Bara desenată, fig.3.6, provine din cazul c., fig.3.3. Planele care delimitează bara în acest caz, fig.3.6, în sensul axei Ou, (I_1,I_2,I_3), respectiv (J_1,J_2,J_3) nu mai sînt paralele cu planul vOw, ci formează unghiurile a_I respectiv a_J cu acesta. Intersecția planelor (I_1,I_2,I_3) și respectiv (J_1,J_2,J_3) cu planul uOw determină dreptele $u_1(w)$ respectiv $u_2(w)$, iar intersecția planelor (I_1,I_2,J_2) și (I_4,I_3,J_3) cu planul vOw dreptele $v_1(w)$ și $v_2(w)$, fig.3.6.

In această situație limitele de integrare la calculul cîmpului magnetic, din relațiile (3.4o), (3.41) sînt toate funcții de w, și relațiile de calcul corespunzătoare rezultă:

$$H_v = -\frac{J}{4\pi}\int_{w_1}^{w_2} \left\{ L_v(u,v,w)\Big|_{u_1(w)}^{u_2(w)} \right\}\Big|_{v_1(w)}^{v_2(w)} dw, \qquad (3.42)$$

$$H_w = -\frac{J}{4\pi}\int_{w_1}^{w_2} \left\{ L_w(u,v,w)\Big|_{u_1(w)}^{u_2(w)} \right\}\Big|_{v_1(w)}^{v_2(w)} dw\ , \qquad (3.43)$$

unde $L_v(u,v,w)$ și $L_w(u,v,w)$ au semnificația din relațiile (3.4o) și (3.41), iar notațiile sînt conform (3.2o).

Evaluarea integralelor (3.42) şi (3.43) se poate face prin metode numerice.

3.1.1.6. Bară generalizată

Metodica prezentată în paragrafele anterioare, bazată pe o integrare numerică, permite considerarea unor forme generalizate ale barei parcurse de curent. Această posibilitate de generalizare este datorată faptului că la integrarea numerică, funcţiile de tipul $u_1(w)$, $u_2(w)$, $v_1(w)$, $v_2(w)$ etc., care descriu ecuaţiile unei drepte în fig.3.6, pot să fie ecuaţiile unei curbe oarecare. Singura restricţie impusă, este univocitatea acestor funcţii. De aici rezultă imediat că unele suprafeţe laterale ale barei nu vor fi plane ci suprafeţe cilindrice generalizate.

In fig.3.7, sînt prezentate 3 cazuri corespunzătoare delimitării barei cu 2 suprafeţe cilindrice generalizate :

cazul a : cele două suprafeţe care delimitează bara în sensul axei O_u, conţinînd punctele I_1, I_2, I_3 respectiv J_1, J_2, J_3, sînt suprafeţe cilindrice generalizate avînd generatoarea paralelă cu axa O_w;

cazul b : este similar cazului a dar suprafeţele cilindrice generalizate au generatoarea paralelă cu axa O_v ;

cazul c : suprafeţe cilindrice generalizate sînt cele care delimitează bara în sensul axei O_v, conţinînd punctele I_1, I_2, J_2, respectiv I_4, I_3, J_3, şi avînd generatoarele paralele cu axa O_u.

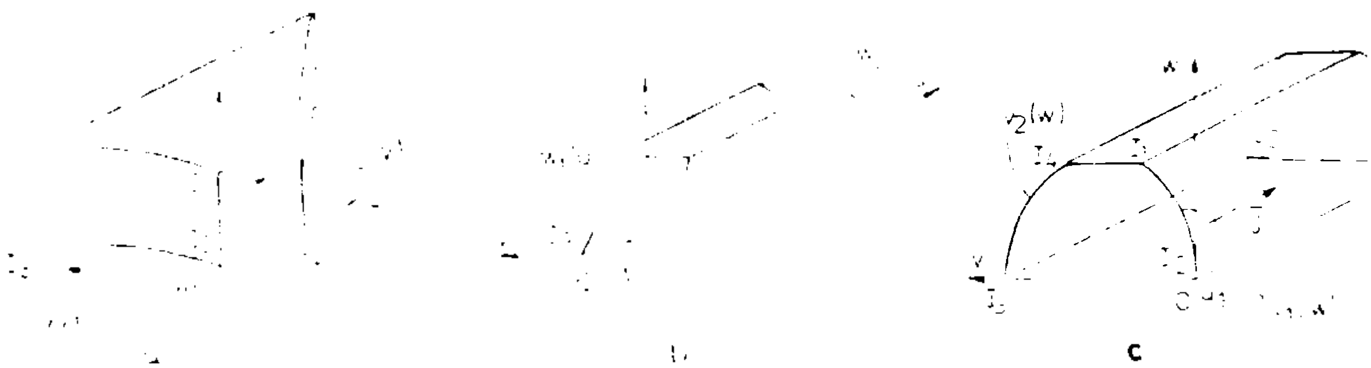


Fig.3.7. Cazuri de bare generalizate delimitate de 2 suprafeţe cilindrice generalizate

Funcţiile $u_{1,2}(w)$, $W_{1,2}(u)$, $v_{1,2}(w)$ etc. pot fi oarecare. Dacă nu se poate găsi o expresie analitică, rolul acestor funcţii în algoritmul numeric poate fi luat de o subrutină care conţine un tabel cu valori discrete ale funcţiei şi o rutină de interpolare. Aceste facilităţi, nu ar fi posibile fără utilizarea calculelor numerice.

La limită barele generalizate din fig.3.7, se transformă în "pană" generalizată, fig.3.8.

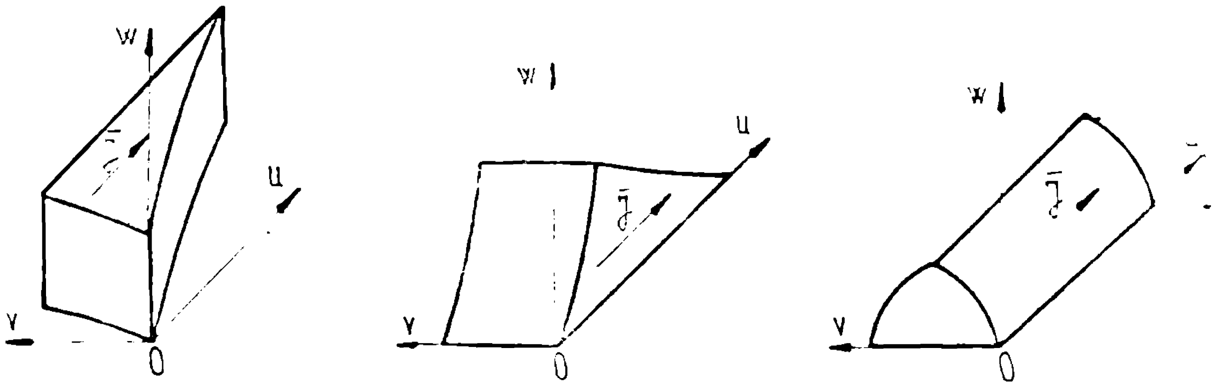


Fig.3.8. Exemple de "pene" parcurse de curent generalizate, obținute din cazurile prezentate în fig.3.7.

Relațiile de calcul din paragraful 3.1.1.5, cu precizările de la paragraful 3.1.1.6, rămîn valabile și pentru calculul cîmpului magnetic corespunzător acestor bare limită.

Cazul c., fig.3.7, permite calculul cîmpului magnetic pentru bare masive de lungime finită și densitate de curent constantă, cu o secțiune de formă oarecare, delimitate de plane paralele cu vOw. In fig.3.9 au fost prezentate cîteva cazuri derivînd din acesta cu referire la bare circulare sau cu secțiuni mărginite de arce de cerc și avînd lungime finită.

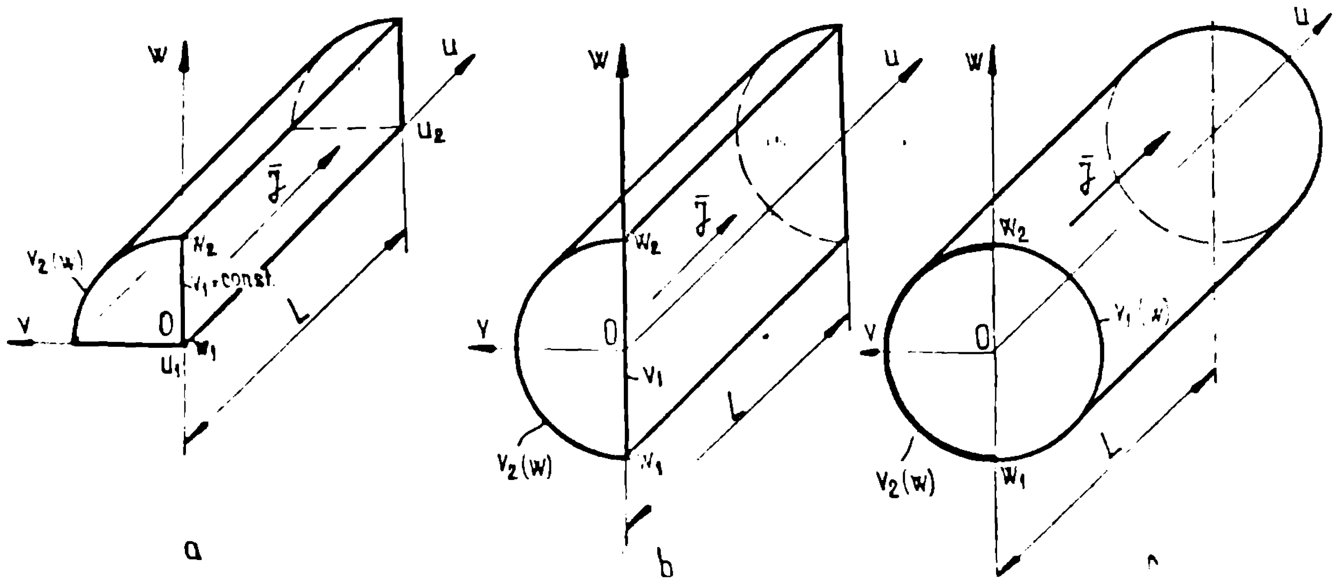


Fig.3.9. Bare de lungime finită cu secțiunea mărginită de arce de cerc și delimitate de plane paralele cu vOw.

Dacă R este raza barelor din fig.3.9 iar L lungimea acestora, limitele de integrare u_1, u_2, w_1, w_2 și $v_1(w), v_2(w)$, necesare la determinarea intensității cîmpului magnetic pentru cele trei cazuri, utilizînd relațiile (3.40) și (3.41) vor fi :

Casul: a.) $u_1= 0$ $\quad v_1= 0$ $\quad w_1= 0$ (3.44)
$u_2= L$ $\quad v_2(w)=(R^2-w^2)^{1/2}$ $\quad w_2= R$

b.) $u_1= 0$ $\quad v_1= 0$ $\quad w_1= -R$ (3.45)
$u_2= L$ $\quad v_2(w)=(R^2-w^2)^{1/2}$ $\quad w_2= R$

c.) $u_1= 0$ $\quad v_1= -(R^2-w^2)^{1/2}$ $\quad w_1= -R$ (3.46)
$u_2= L$ $\quad v_2= (R^2-w^2)^{1/2}$ $\quad w_2= R$

Cu acestea relaţiile pentru calculul cîmpului magnetic produs într-un punct $M(u_M,v_M,w_M)$ de către o bară circulară, de lungime finită avînd densitate de curent uniformă, sînt :

$$H_v= -\frac{J}{4\pi}\int_{w_1}^{w_2}\left[\left\{L_v(u,v,w)\Big|_{u_1=0}^{u_2=L}\right\}\Big|_{v_1(w)=-(R^2-w^2)^{1/2}}^{v_2(w)=(R^2-w^2)^{1/2}}\right]dw \quad (3.47)$$

$$H_w= -\frac{J}{4\pi}\int_{w_1}^{w_2}\left[\left\{L_w(u,v,w)\Big|_{u_1=0}^{u_2=L}\right\}\Big|_{v_1(w)=-(R^2-w^2)^{1/2}}^{v_2(w)=(R^2-w^2)^{1/2}}\right]dw \quad (3.48)$$

unde : $L_v(u,v,w)$, $L_w(u,v,w)$ sînt conform (3.4o) şi (3.41) iar notaţiile folosite la scriere conform (3.17) şi (3.2o).

Deşi cazurile anterioare s-au referit la bara generalizată delimitată de 6 suprafeţe, în cazul din fig.3.9 c, cele două suprafeţe, inferioară şi respectiv superioară în sensul axei Ow, s-a redus la două drepte fără a restrînge aplicabilitatea metodei prezentate.

Un nou pas spre generalizarea metodei poate fi făcut considerînd bara delimitată, nu de 2, fig.3.7, ci de 4 suprafeţe cilindrice, avînd generatoarele paralele cu axele sistemului de referinţă ales.

Limitîndu-se doar la cazul din fig.3.7c şi considerînd u_1 şi u_2 funcţii de w, $u_1(w)$, $u_2(w)$, metoda prezentată se poate aplica la o bară generalizată conform fig. 3.1o.

In fig.3.1o este prezentată bara generalizată, B, şi sistemul de axe de coordonate uOvw ataşat acestuia. De asemenea sînt desenate cele două proiecţii ale barei analizate în planele P_1 şi P_2, plane paralele cu vOw şi respectiv uOw.

Cele 4 porţiuni de suprafeţe cilindrice, care delimitează bara, avînd axele paralele cu Ou şi respectiv Ov, intersectează planele P_1

şi respectiv P_2, generînd curbele $v_1(w)$ şi $v_2(w)$ respectiv $u_1(w)$ şi $u_2(w)$, fig.3.10.

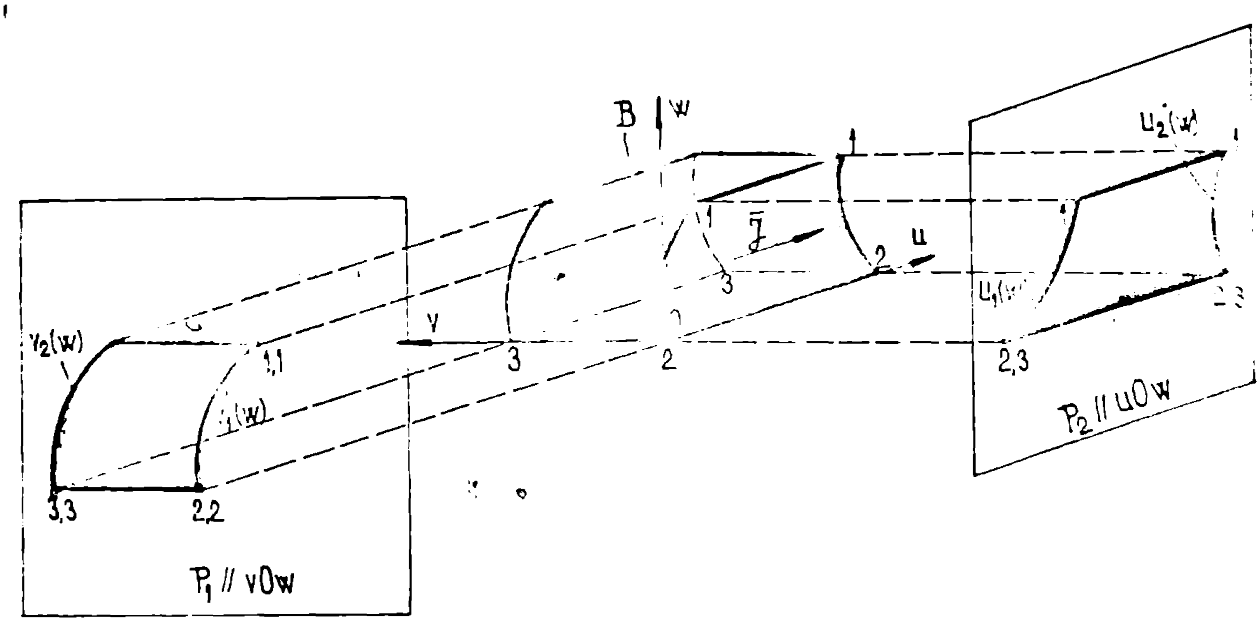


Fig.3.1o. Bară generalizată B, delimitată de 4 suprafeţe cilindrice şi proiecţiile acestor suprafeţe pe planele $P_1 \parallel vOw$ şi $P_2 \parallel uOw$.

Relaţiile de calcul şi în aceste cazuri, sînt similare cu cele deduse la bare limitate de suprafeţe plane de ex.(3.4o),(3.41) şi implică o integrare numerică.

In procesul de integrare numerică trebuie să se cunoască valorile funcţiilor care descriu configuraţia geometrică a barei analizate.

Metoda de calcul prezentată, permite abordarea calculului intensităţii cîmpului magnetic pentru o mare varietate de bare, ca porţiuni ale unor căi de curent, utilizînd o integrare numerică. In general, se pot analiza bare rectilinii ale unor căi de curent, a căror formă geometrică, se obţine prin translaţia paralelă cu ea însăşi, a unei suprafeţe plane oarecare.

Toate relaţiile de calcul, au fost deduse considerînd densitatea de curent constantă pe secţiunea barei.

In cazul barelor cu densitate de curent neuniformă, aceasta se aproximează cu un număr finit de bare cu densitate de curent constantă şi apoi se aplică repetat, metoda prezentată, suprapunînd efectele. Distribuţia neuniformă a densităţii de curent în bară, este necesar a fi cunoscută apriori.

3.1.2. Metodă de calcul al cîmpului magnetic produs de o cale de curent masivă, spațială cu traseu oarecare.

Cîmpul magnetic produs de o cale de curent masivă, spațială, cu traseu oarecare, poate fi calculat divizînd, calea de curent într-un număr finit de bare de calcul masive, de lungime finită. Se consideră că fiecare bară de calcul contribuie la cîmpul magnetic, și se suprapun efectele. Calculul cîmpului magnetic produs de barele de lungime finită, se face cu metoda și relațiile prezentate în paragraful 3.1, valabile pentru bare finite cu secțiune oarecare. Pentru căi de curent cu secțiune dreptunghiulară se analizează în continuare cazul aproximării cu bare paralelipipedice foarte scurte respectiv cu bare cu capete oblice.

Se consideră o cale de curent cu secțiunea dreptunghiulară, cu configurație geometrică complicată, fig.3.11a, ale cărei coordonate sînt cunoscute față de un sistem de axe O_{xyz}.

In general, configurația căii de curent este cunoscută dacă se indică de către utilizator, ecuațiile parametrice ale unui filament din secțiune, sau, cînd acest lucru este foarte dificil, coordonatele unui număr suficient de mare de puncte, ale unui filament similar și dimensiunile, forma și poziția secțiunii barei față de acest filament.

Calea de curent se aproximează printr-un număr finit de paralelipipede foarte scurte, care realizează o aproximare în trepte a acesteia, fig.3.11b.

Cîmpul magnetic în M se calculează prin suprapunerea efectelor tuturor paralelipipedelor elementare.

Pentru o aproximare corectă a căii de curent, lungimea lu a acestor paralelipipede elementare, este mică.

La calculul cîmpului magnetic produs de un paralelipiped scurt utilizînd relațiile deduse în paragraful 3.1.1.2 trebuie cunoscută poziția reciprocă a paralelipipedului foarte scurt și a punctului M, coordonatele lui M în sistemul de referință legat de paralelipiped, dimensiunile exacte ale paralelipipedului, etc.

Toate acestea, necesită găsirea unor algoritmi de generare automată a aproximării căii de curent reale, cu variante legate de forma matematică în care este cunoscută geometria căii de curent.

O altă posibilitate, mai comodă din punctul de vedere al utilizatorului, dezvoltată în lucrare, o constituie aproximarea căii de curent reale, cu un număr convenabil, finit, de bare de lungime finită, conform paragrafului 3.1.1.5, de dimensiuni astfel alese, încît să aproximeze cît mai bine calea de curent, fig.3.12.

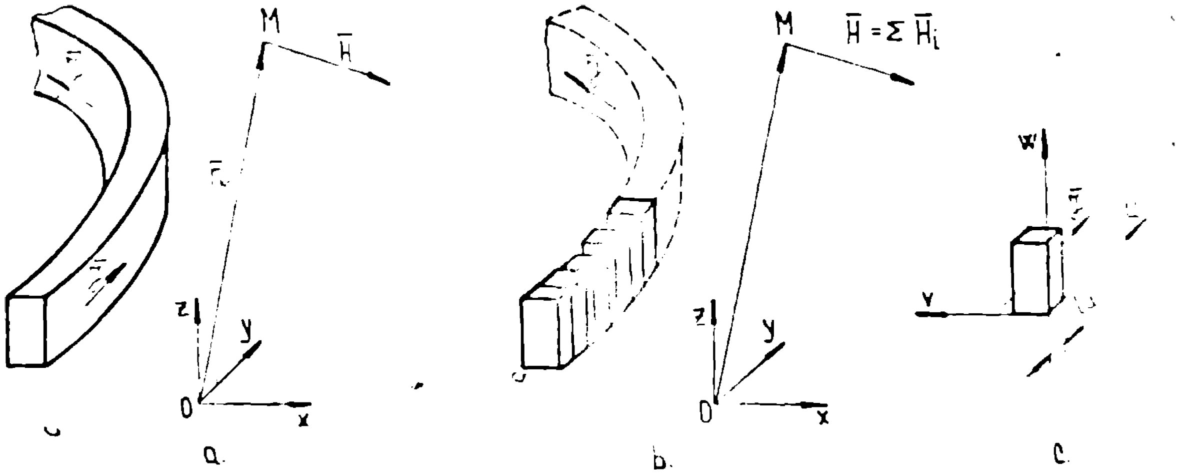


Fig.3.11.a. Calea de curent spaţială; b. Aproximarea acesteia cu paralelipipede scurte c. paralelipiped de lungime mică, l_u, utilizat la aproximare.

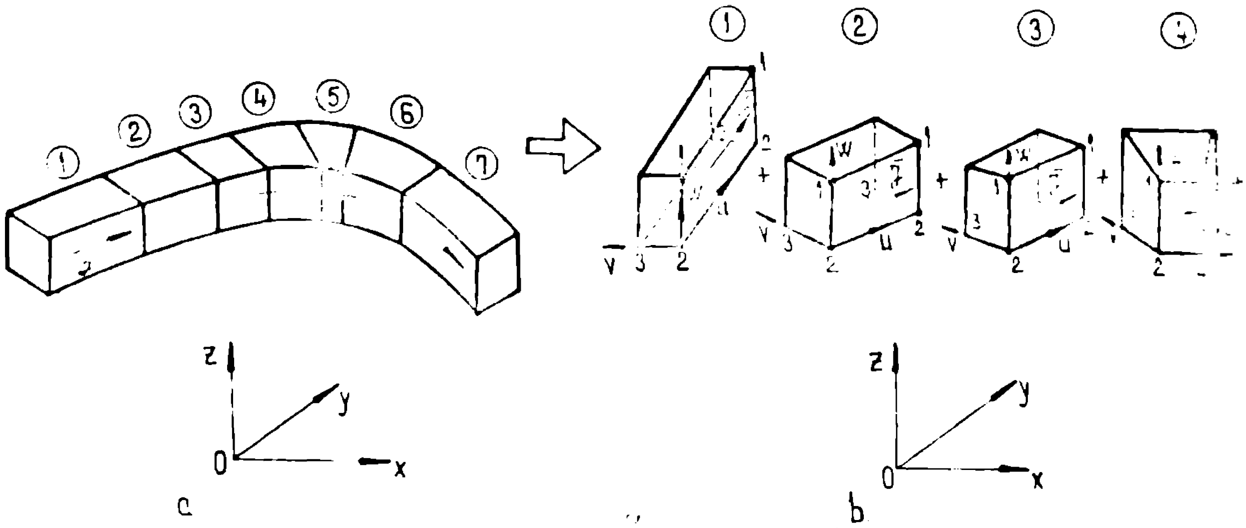


Fig.3.12. Modul de aproximare a căii de curent, folosind bare de lungime finită.

Numărul de elemente implicate pentru aproximarea barei, este mult mai redus decît în primul caz ceea ce conduce la economisirea timpului de calcul.

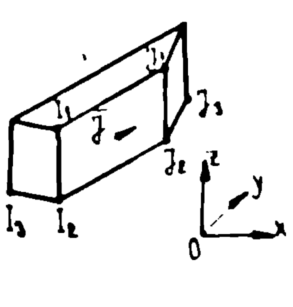


Fig.3.13. Descrierea barei de lungime finită.

De obicei căile de curent cu traseu complicat, din maşini şi instalaţii electrice, nu sînt cunoscute prin ecuaţii.

Aproximarea prin bare masive permite utilizatorului o modelare rapidă a acestora. Descrierea unei bare de lungime finită se face prin indicarea de către utilizator a coordonatelor punctelor I_1, I_2, I_3, pentru capătul I şi respectiv J_1, J_2, J_3 pentru capătul J al barei, fig.3.13 şi a curentului sau a densităţii medii de curent. Astfel poate fi calculat cîmpul pentru orice cale de curent spaţială, masivă în absenţa materialelor feromagnetice.

3.2. Forţe electrodinamice la căi de curent masive

3.2.1. Forţe electrodinamice între bare cu poziţie spaţială arbitrară

3.2.1.1. Formularea problemei şi stadiul cunoscut

Calculul forţelor electrodinamice, între conductoare parcurse de curent, în absenţa materialelor feromagnetice, implică în cazul general efectuarea integralelor :

$$\bar{F} = \int_{V_1} (\bar{J}_1 \times \bar{B})\, dV_1 = \int_{V_1} (\bar{J}_1 \times \mu_0 \int_{V_2} \frac{\bar{J}_2 \times \bar{r}}{4\pi r^3}\, dV_2)\, dV_1 . \qquad (3.49)$$

Integrala pentru volumul V_2 se efectuează pe domeniul în care $\bar{J}_2 \neq 0$ şi care produce cîmpul magnetic în volumul V_1, unde, datorită interacţiunii cu densitatea de curent $\bar{J}_1 \neq 0$ se produc forţele electrodinamice specifice.

Volumele V_1 şi V_2 reprezintă de multe ori căi de curent din maşini şi echipamente electrice, avînd un traseu spaţial complex. Rezolvarea analitică şi găsirea unor expresii generale de calcul pentru forţe, conform relaţiei (3.49) este practic imposibilă. In anumite cazuri particulare sînt date relaţii, diagrame, tabele şi metode grafoanalitice care se aplică unui număr restrîns de forme geometrice. Astfel în /3.6/,/3.7/,/3.8/ se analizează cazul conductoarelor paralele filiforme finite şi infinite, a barelor paralele masive şi infinite dîndu-se şi relaţii pentru conductoare filiforme formînd unghiuri. In /3.6/ se prezintă o metodă de calcul a forţelor electrodinamice, "metoda componentelor de forţă fictive", aplicabilă pentru conductoare paralele infinit lungi dar parcurse de curenţi cu variaţie complicată în timp. Metode grafoanalitice pentru calculul forţelor electrodinamice, în cazul conductoarelor cu poziţie arbitrară în plan, sînt prezentate în /3.8/ şi /3.7/. Abegg K.,/3.9/, stabileşte, pentru două conductoare filiforme, dintre care unul infinit lung, avînd o poziţie spaţială oarecare, o metodă de calcul şi calculează prin integrare grafo-analitică valorile forţelor pentru cîteva forme geometrice particulare. De asemenea pentru două conductoare filiforme de lungime finită, şi poziţie oarecare s-a reuşit, /3.11/, obţinerea unor relaţii de calcul analitice pentru forţele electrodinamice, care însă se pot utiliza eficient numai cu ajutorul calculatorului numeric.

Calculul forţelor electrodinamice la conductoare masive, cu poziţie spaţială arbitrară, nu este tratat în literatura cunoscută. In cazul cotarilor, se calculează, în /3.11/ forţele electrodinamice, aproximînd fiecare linie a densităţii de curent cu conductoare filiforme, finite, foarte scurte, formînd un contur poligonal, iar apoi, utilizînd calculatorul numeric, se determină forţele de interacţiune dintre toate aceste conductoare filiforme.

La proiectare, pentru calculul forţei electrodinamice exercitate între două conductoare paralele parcurse de curent, se utilizează de obicei, /3.24/, relaţiile deduse pentru conductoare filiforme infinite :

$$F_{f,i} = \frac{\mu_o i_1 i_2 l}{2\pi a} \quad . \tag{3.5o}$$

Pentru conductoare paralele filiforme de lungime finită forţa este, /3.6/,/3.7/,/3.8/ :

$$F_f = \frac{\mu_o i_1 i_2 l}{2\pi a} \cdot \varepsilon\left(\frac{a}{l}\right) = F_{f,i} \cdot \varepsilon\left(\frac{a}{l}\right), \tag{3.51}$$

In relaţiile (3.5o) şi (3.51) i_1, i_2-sînt curenţii prin cele două conductoare, l - lungimea conductoarelor, a - distanţa dintre cele două conductoare filiforme, μ_o- permeabilitatea vidului, iar :

$$\varepsilon(a/l) = ((1+a^2/l^2)^{1/2} - a/l) \quad , \tag{3.52}$$

un factor de corecţie care ţine seama de lungimea finită a conductoarelor filiforme (factor de scurtare).

La conductoare masive paralele, calculul forţelor electrodinamice se face de obicei pornind de la lucrarea lui Dwight H.B /3.1o/. Forţa electrodinamică pentru o porţiune de lungime l, a celor două conductoare masive, infinit lungi cu secţiunea dreptunghiulară şi densitate de curent constantă este :

$$F = F_{f,i} \cdot \varepsilon_D \quad . \tag{3.53}$$

unde $F_{f,i}$ este forţa electrodinamică calculată considerînd o porţiune de lungime l a două conductoare filiforme paralele infinit lungi conform relației (3.5o), iar φ_D este un factor care ține seama de faptul că bara este masivă (factorul Dwight).

Factorul Dwight ține cont de dimensiunile suprafeței transversale și de distanța dintre bare și este cunoscut printr-o familie de curbe exceptînd cazul barelor avînd una din dimensiunile suprafeței transversale mult mai mică decît cealaltă (benzi), cînd pot fi deduse relații analitice /3.7/,/3.8/.

In cazul barelor masive pentru care aproximarea cu bare infinit lungi nu este acceptabilă se utilizează în mod curent /3.21/ o expresie similară cu (3.53) :

$$F = F_{f,i} \cdot \varphi_D \cdot \varphi(a/l) \qquad (3.54)$$

unde mărimile care intervin au semnificația celor din relațiile (3.5o) - (3.53).

Relația (3.54), deși ades folosită, este o relație aproximativă. Factorul Dwight utilizat, a fost dedus pentru bare masive avînd lungimea infinită. Trecerea la bare masive finite se face prin înmulțirea cu un factor de scurtare ($\varphi(a/l)$) dedus însă pentru conductoare filiforme de lungime finită.

La calculul forțelor electrodinamice conform relației (3.53) atît în expresia forței $F_{f,i}$ cît și la găsirea factorului Dwight este utilizată distanța a_D, dintre mijlocul barelor masive, fig.3.14.

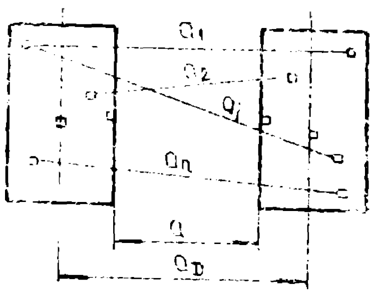


Fig.3.14. Desen explicativ privind distanța "a" din expresia factorului de scurtare la bare masive.

Pentru bare masive nu poate fi definit un factor de scurtare conform relației (3.52), întrucît distanța "a", definită ca distanța dintre două conductoare filiforme finite, nu este unic determinată. Astfel între conductoarele filiforme în care pot fi descompuse barele masiva, se pot evidenția, fig.3.14, $a_1, a_2, \dots a_n$, distanțe cu care să se calculeze $\varphi(a/l)$.

In practică se utilizează la calculul factorului de scurtare utilizat în relația (3.54), distanța a', fig.3.14, cu care se obține cea mai mare valoare a forței dintre bare, situație ce conduce frecvent la supradimensionări.

In cazul unor căi de curent spațiale forțele se calculează adeseori cu aproximări inadmisibile. Calea de curent se descompune, pentru calcul în segmente de lungime finită şi se caută încadrarea, de multe ori forţată, a perechilor de bare în cîteva cazuri tipice pentru care există relaţii de calcul (de ex. bare paralele, bare în unghi drept). De asemenea datorită volumului mare de calcule, în cazul unor sisteme conţinînd numeroase bare parcurse de curent, se iau în considerare, la calculul forţelor electrodinamice, frecvent, numai un număr redus dintre acestea. Prin urmare nu se poate cunoaşte solicitarea reală, globală, a sistemului de conductoare parcurse de curent şi în consecinţă nu se poate face o dimensionare mecanică corespunzătoare a acestuia.

Este necesară stabilirea unor relaţii şi metode de calcul, care să permită calculul forţelor electrodinamice pentru o gamă largă de bare parcurse de curent masive, de lungime finită, cu poziţie spaţială arbitrară.

3.2.1.2. Metodă de calcul al forţelor electrodinamice între două bare masive cu poziţie spaţială arbitrară.

3.2.1.2.1. Bară elementară

Se consideră două bare masive, de lungime finită, parcurse de curenţii i_1 şi i_2, avînd poziţie reciprocă oarecare. Tot spaţiul în zona considerată nu conţine decît materiale nemagnetice. Bara elementară b_2, fig. 3.15, asupra căreia se calculează forţa, este delimitată de plane 2 cîte 2 paralele, iar cea care produce cîmpul, b_1, fig. 3.15, este o bară cu capete oblice plane (paragraful 3.1.1.5, fig. 3.2).

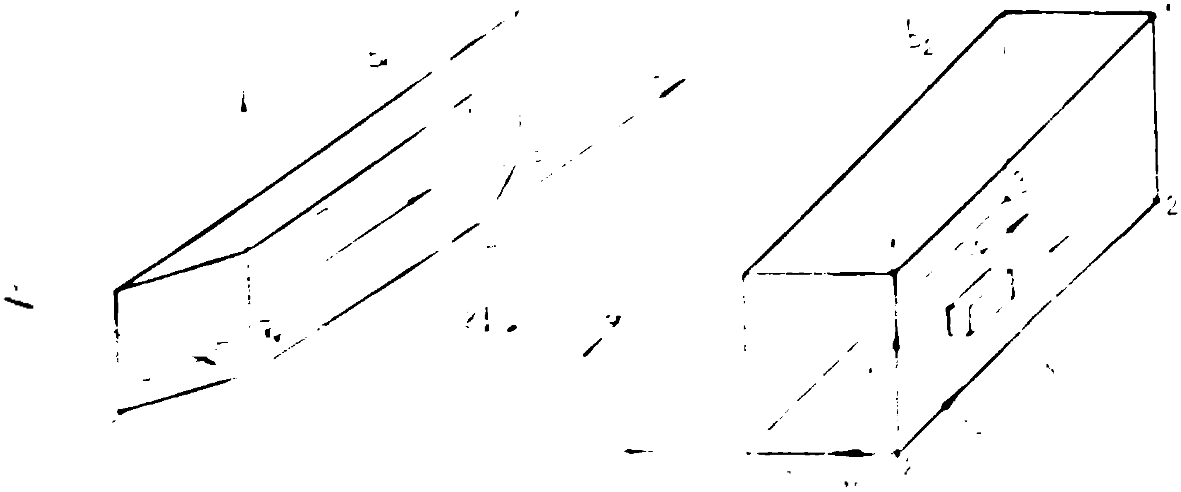


Fig. 3.15. Bare de lungime finită şi poziţie spaţială arbitrară, părţi ale unor căi de curent.

Calculul forţei electrodinamice produsă de bara b_1 asupra barei b_2, $\bar{F}_{12}$, se face conform relaţiei (3.49) scrisă sub forma :

$$\bar{F}_{12} = \int_{V_2} (\bar{J}_2 \times \bar{B}_1)\,dV \qquad (3.55)$$

unde: J_2 - densitatea de curent în bara b_2, $\bar{B}_1$-inducția magnetică produsă de bara b_1 într-un punct al barei b_2, V_2-volumul barei b_2.

Forța dată de relația vectorială (3.55), poate fi calculată, abordînd succesiv cele 3 relații scalare pentru componente :

$$F_{12x} = \int_{V_2} (J_{2y}\cdot B_z - J_{2z}\cdot B_y)\,dV_2 \qquad (3.56)$$

$$F_{12y} = \int_{V_2} (J_{2z}\cdot B_x - J_{2x}\cdot B_z)\,dV_2 \qquad (3.57)$$

$$F_{12z} = \int_{V_2} (J_{2x}\cdot B_y - J_{2y}\cdot B_x)\,dV_2 \qquad (3.58)$$

Avînd în vedere faptul că B_x, B_y şi B_z, în volumul V_2, depind de numeroşi factori, în primul rînd de geometria sistemului de bare, evaluarea acestor integrale este dificilă, în general fiind necesar calculul numeric.

Pentru stabilirea unei metode de calcul pentru forțele electrodinamice între două bare masive, se fac următoarele ipoteze : bara la care se calculează forța electrodinamică, b_2 în fig.3.15, se consideră cu secțiune în formă de dreptunghi sau în general paralelogram, constantă în lungul barei, avînd capetele, după direcția curentului, delimitate de două plane paralele, iar densitatea de curent în secțiunea barei constantă.

Bara b_2, fig.3.15, se consideră divizată în volume elementare V_{jk}, fig.3.16 c, pentru care se calculează forța electrodinamică. Forța totală exercitată asupra barei b_2 se calculează prin suprapunerea efectelor tuturor forțelor determinate pentru volumele elementare.

Se consideră o divizare uniformă sau neuniformă a barei b_2, fig.3.15, în volume K_i, avînd lungimea Δl_i mult mai mică decît lungimea barei şi secțiunea egală cu cea a barei analizate, fig. 3.16 a. Fiecare volum K_i, fig.3.16 b, este divizat în nxm părți, formîndu-se volume elementare V_{jk}. Intr-un astfel de volum elementar,

V_{jk}, fig.3.16 c, se poate considera inducţia magnetică constantă, $B_{jk} \simeq$ const. In fig.3.16 a este prezentată bara b_2 asupra căreia se calculează forţa, în fig.3.16 b un volum K_i obţinut prin divizarea barei, iar în fig.3.16 c volumul elementar V_{jk}.

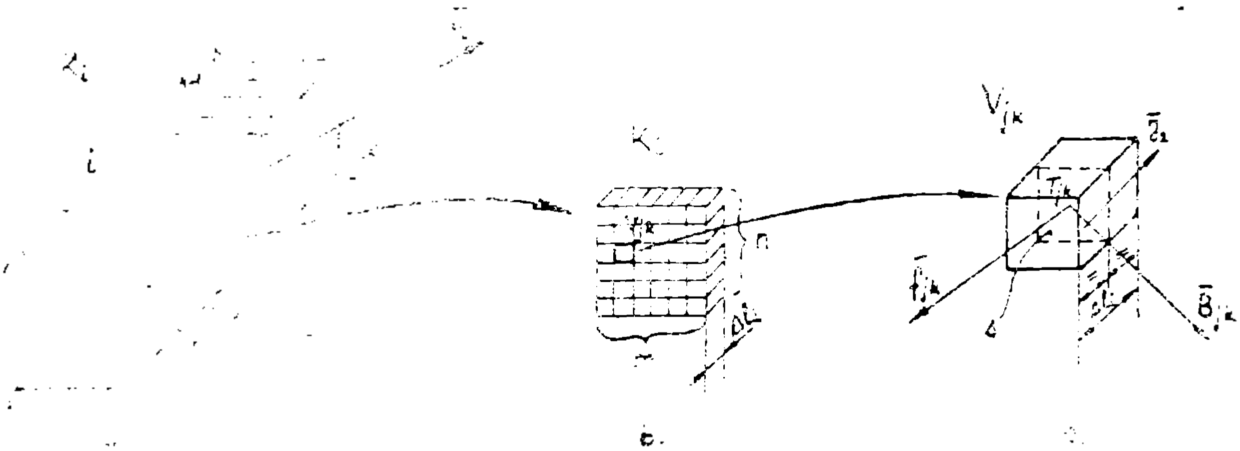


Fig.3.16. Modul de discretizare a barei b_2 la care se calculează forţele electrodinamice: a. Bară b_2 şi volumele K_i, $i=\overline{1,N}$; b. volumul K_i obţinut prin divizarea barei b_2; c. volumul elementar V_{jk} obţinut prin divizarea volumului K_i

Inducţia B_{jk} se calculează în mijlocul fiecărui volum elementar V_{jk}, în punctul T_{jk}, fig.3.16 c. Acest punct este situat pe suprafaţa mijlocie, S_i, a volumului K_i, fig.3.17 a, în centrul de greutate a dreptunghiului format prin divizarea secţiunii dreptunghiulare S_i, fig.3.17 b, într-un număr de n părţi după direcţia (1,2) şi respectiv m după (2,3), fig.3.17 b. Calculul coordonatelor punctului T_{jk} într-o secţiune S_i, fig.3.17 a şi b, se face pornind de la punctul curent $P_1(x_1,y_1,z_1)$ punct care se află în colţul secţiunii S_i. P_1 este un punct mobil, ocupînd succesiv locurile corespunzătoare colţului precizat, pentru toate volumele K_i ale barei, fig.3.17 a.

Forţa electrodinamică exercitată asupra volumului V_{jk} fig.3.16 c, este :

$$F_{jk} = (J_2 x B_{jk}) \cdot V_{jk} = (J_2 x B_{jk}) \cdot s \cdot \Delta l_i \qquad (3.59)$$

unde s este aria suprafeţei transversale a unui volum elementar V_{jk}, suprafaţă perpendiculară pe Δl_i, lungimea acestuia, fig.3.16 c.

Pentru volumul K_i, forţa electrodinamică totală F_i, fig.3.16a, se scrie:

$$\bar{F}_i = \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} \bar{F}_{jk} \qquad (3.60)$$

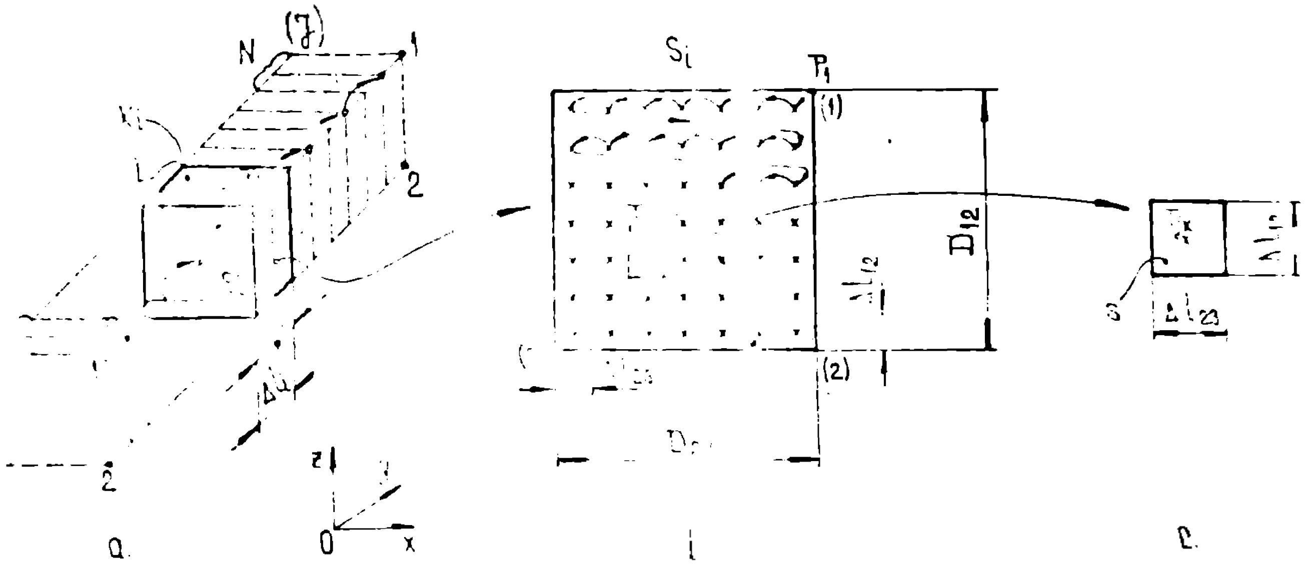


Fig. 3.17 Desen explicativ privind punctele în care se calculează inducția magnetică într-o secțiune a barei a. volumele K_i și locul ocupat de punctul P_1; b. secțiunea S_i și poziția punctelor P_{jk}; c. suprafața elementară obținută în urma divizării.

Ținînd cont că mărimile : $\bar{J}_2$, s și Δl_i nu depind de j și k, și utilizînd relația (3.59) se obține :

$$\bar{F}_i = \Delta l_i \cdot s \cdot (\bar{J}_2 x \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} \bar{B}_{jk}) \tag{3.61}$$

Notînd S_i aria suprafeței transversale a unui volum K_i, suprafață perpendiculară pe latura Δl_i al acestuia, suprafața s se poate scrie : $\quad s = S_i/(n.m)$ (3.62)

iar inducția medie, $B_{i\ med}$, pentru volumul K_i se poate scrie:

$$\bar{B}_{i\ med} = \frac{1}{n.m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} \bar{B}_{jk} \tag{3.63}$$

Cu acestea relația (3.61) devine

$$\bar{F}_i = \Delta l_i \cdot S_i \cdot (\bar{J}_2 x \bar{B}_{i\ med}) = i_2(\Delta \bar{l}_i x \bar{B}_{i\ med}) \tag{3.64}$$

unde: $i_2 = J_2 \cdot S_i$ este curentul prin bara b_2 iar :

$$\bar{B}_{i\ med} = \frac{1}{n.m}(\bar{i} \sum_{j}^{n} \sum_{k}^{m} B_{xjk} + \bar{j} \sum_{j}^{m} \sum_{k}^{m} B_{yjk} + \bar{k} \sum_{j}^{n} \sum_{k}^{m} B_{zjk}) . \tag{3.65}$$

In cazul barelor avînd aria secţiunii redusă calculul inducţiei medii se poate efectua fără a fi necesar un număr mare de puncte n x m. Pentru precizii mai mari şi / sau bare de secţiuni considerabile poate veni în considerare efectuarea unei duble integrale pentru aflarea lui $B_{i\ med}$:

$$B_{i\ med} = \int_{(2,3)} dl_{23} \int_{(1,2)} \left(\frac{\bar{B}_{jk}}{\Delta l_{23} \cdot \Delta l_{12}} \right) dl_{12} \quad . \qquad (3.66)$$

Cele două integrale se efectuează după direcţiile 1,2 şi respectiv 2,3, ca integrala unei funcţii tabelate.

Pentru acest caz este de preferat calcularea lui $\bar{B}_{jk}$ în punctele de intersecţie din caroiajul care divizează secţiunea S_i, fig.3.17 b.

Relaţia vectorială (3.64) indică posibilitatea calculării forţei electrodinamice pentru un volum K_i, avînd grosimea $\Delta\ l_i$, aria suprafeţei transversale S_i şi densitatea de curent constantă în secţiune, prin calcularea prealabilă a valorii inducţiei medii, (3.63) şi apoi efectuarea unui produs vectorial, (3.64), evitîndu-se calculul repetat al unor produse vectoriale aşa cum sugerează relaţiile (3.59) şi (3.6o).

Pentru fiecare volum elementar K_i, fig.3.17 a în care a fost divizată bara, se consideră forţa totală $\bar{F}_i$, relaţia (3.64), avînd punctul de aplicaţie în axa de simetrie a barei, adică în centrul de greutate a secţiunii S_i, fig.3.17 b.

Cele trei componente F_{ix}, F_{iy} şi F_{iz} ale forţelor $\bar{F}_i$, $i=\overline{1,N}$ formează sisteme de forţe paralele distribuite neuniform în lungul barei. Conform celor prezentate în paragraful 2.4.1.2., pentru fiecare din componente, distribuţia reală de forţe poate fi înlocuită cu cîte o forţă concentrată:

$$F_a = \sum_{i=1}^{N} F_{a\ i} \qquad (3.67)$$

unde: a = x,y,z, şi poate fi determinat punctul ei de aplicaţie. Punctele de aplicaţie ale forţelor din relaţia (3.67) sînt în general diferite.

Dacă se utilizează forţele pe unitatea de lungime (f_{ei}) definite pentru fiecare volum K_i prin :

$$(f_{ei})_a = (F_i)_a / \Delta l_i \quad , \qquad (3.68)$$

unde: a = x,y,z, iar $i = \overline{1,N}$,

forţele totale asupra barei, pentru componentele paralele cu axele unui sistem xOyz pot fi determinate efectuînd integrala

$$F_a = \int_0^L (f_{si})_a \, dl \quad , \qquad (3.69)$$

unde: L este lungimea barei analizate, iar a = x,y,z.

Pentru calculul cîmpului magnetic la bare avînd o formă geometrică mărginită numai de plane, două cîte două paralele şi secţiunea dreptunghiulară, constantă în lungul barei, volumul de calcul este mai redus dacă se utilizează relaţiile (3.64) şi (3.67) şi nu relaţiile (3.59),(3.6o),3.67).

Calculul cîmpului magnetic în punctele volumelor K_i, se poate face pe baza algoritmului prezentat în paragraful 3.1.1., pentru o mare varietate de forme geometrice ale barei care produce cîmpul magnetic.

3.2.1.2.2. Bară prismatică "pană", parcursă de curent

Bara avînd forma de prismă triunghiulară, "pană", intervine atît în cazul descompunerii pentru calcul a barelor cu feţe oblice, dar permite şi o mai bună aproximare a unor căi de curent cu configuraţie complicată. Calculul forţelor electrodinamice, exercitate asupra "penei", considerată ca o parte a unei căi de curent, se efectuează în cadrul următoarelor ipoteze : bara şi mediul înconjurător nu sînt feromagnetice, densitatea de curent este constantă în secţiunea barei şi are o direcţie paralelă cu laturile 11', respectiv 22' (fig.3.18 a) a acesteia.

De asemenea se presupune cunoscută inducţia magnetică totală B_{jk} în fiecare punct T_{jk}, care este centrul de greutate al unui volum elementar $V_{j,k}$, fig.3.18 c.

Pana considerată, se împarte în pene elementare L_i, $i = \overline{1,N}$, avînd forma şi dimensiunile din fig.3.13 a şi b. Fiecare pană elementară L_i, este divizată în n x m părţi, fig.3.18 b, rezultînd volume elementare V_{jk}, fig.3.18 c.

Considerînd inducţia magnetică şi densitatea de curent constante, pe volumul V_{jk}, forţa electrodinamică exercitată asupra volumului considerat, F_{jk}, se poate scrie :

forţa specifică : $f_{jk} = J \times B_{jk}$, (3.7o)

forţa elementară : $F_{jk} = (J \times B_{jk}) \cdot V_{jk}$. (3.71)

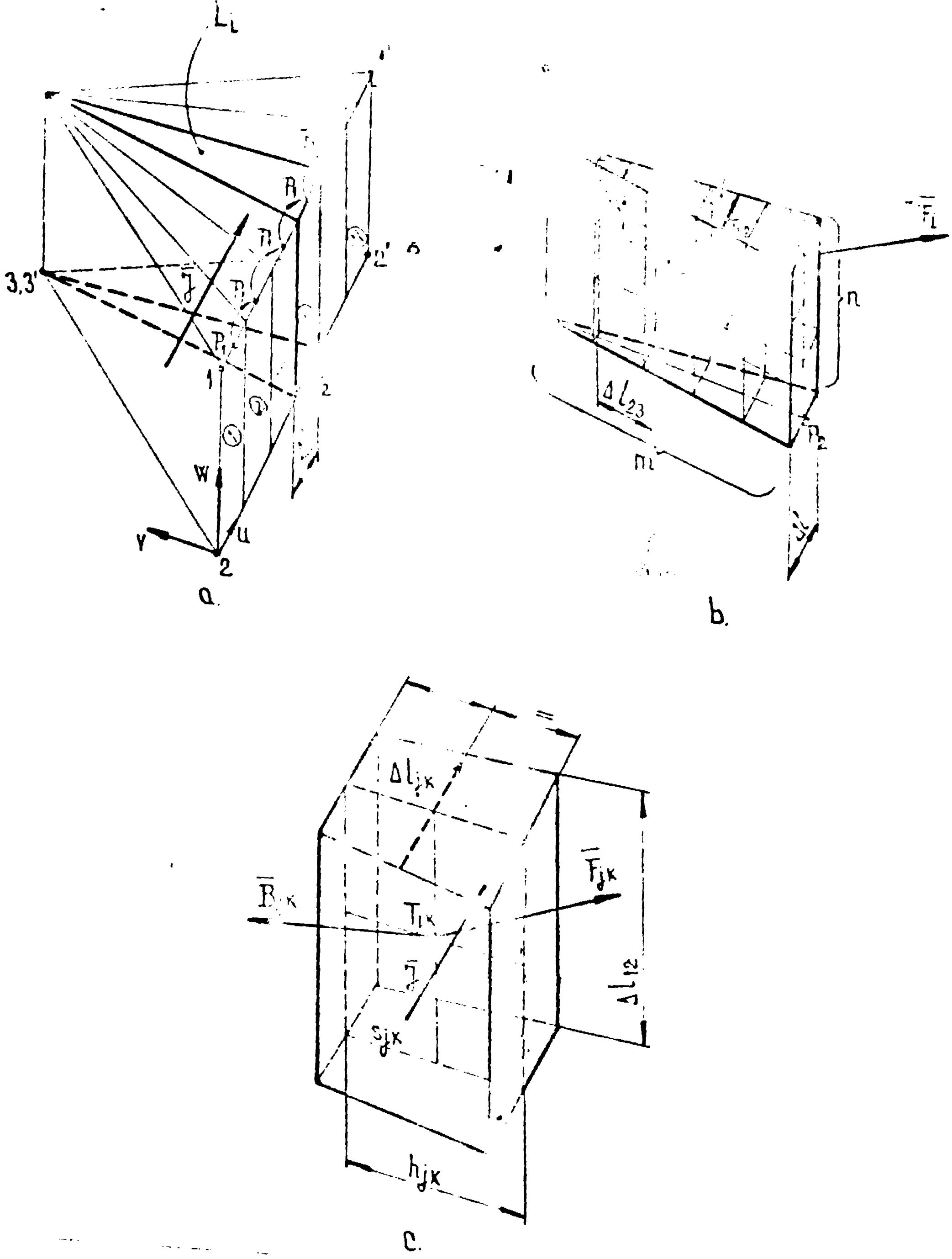


Fig.3.18. Desen explicativ privind notaţiile şi modul de calcul al forţei electrodinamice la o bară prismatică,"pană" a. pana parcursă de curent, b. pana elementară L_i, c. volumul elementar V_{jk}.

Conform fig.3.18 c, volumul V_{jk} este o prismă de înălţime Δl_{12} având baza un trapez. Se notează, fig.3.18 c, linia mijlocie din acest trapez cu Δl_{jk}, iar înălţimea trapezului cu h_{jk}. Cu acestea volumul V_{jk} este :

$$V_{jk} = \Delta l_{jk} \cdot h_{jk} \cdot \Delta l_{12} = \Delta l_{jk} \cdot s_{jk} \tag{3.72}$$

unde $s_{jk} = h_{jk} \cdot \Delta l_{12}$ este aria suprafeţei mijlocii a prismei.

In conformitate cu ipotezele admise privind densitatea de curent (paralelă cu ll', fig. 3.19 a), aceasta va fi perpendiculară pe suprafaţa s_{jk}, fig. 3.19 c.

Prin urmare curentul elementar pentru elementul considerat:

$$i_{jk} = s_{jk} \cdot J \ . \tag{3.73}$$

Inlocuind (3.72) în (3.71) şi ţinînd cont de (3.73) se obţine forţa asupra volumului V_{jk} :

$$\bar{F}_{jk} = i_{jk} \, (\Delta \bar{l}_{jk} \times \bar{B}_{jk}) \tag{3.74}$$

unde sensul pozitiv a lui $\Delta \bar{l}_{jk}$ este cel al curentului.

In cazul unei divizări uniforme în volume elementare, curentul $i_{jk} = i/(n \cdot m)$, unde i este curentul total prin calea de curent căreia îi aparţine pana.

Intrucît spre deosebire de algoritmul din paragraful 3.2.1.2.1, Δl_{jk} este diferit pentru diferite volume V_{jk}, nu mai poate fi evidenţiată cu uşurinţă o valoare medie a inducţiei în volumul L_1. Calculul forţei totale pentru volumul L_1, fig. 3.19 b, se poate face prin superpoziţia forţelor din volumele elementare V_{jk} :

$$\bar{F}_1 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} i_{jk} \, (\bar{l}_{jk} \times \bar{B}_{jk}) \ . \tag{3.75}$$

Pentrucazul divizării uniforme a barei, i_{jk} = const. şi (3.76)se scrie

$$\bar{F}_1 = i_{jk} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} (\Delta \bar{l}_{jk} \times \bar{B}_{jk}) \ . \tag{3.76}$$

Forţa $\bar{F}_1$ poate fi determinată de asemenea din relaţia :

$$\bar{F}_1 = \int_{(P_2,3)} dl_{23} \int_{(P_1,P_2)} i_{jk} \left(\frac{\Delta \bar{l}_{jk} \times \bar{B}_{jk}}{\Delta l_{12} \cdot \Delta l_{23}} \right) dl_{12} \tag{3.77}$$

prin efectuarea a două integrări numerice.

Integralele se efectuează după direcţiile $P_2,3$ şi P_1P_2, fig. 3.19 b, utilizînd un algoritm de integrare a unei funcţii tabelate.

$\Delta l_{12}, \Delta l_{23}$ sînt pașii obținuți prin divizarea în n respectiv m părți a laturilor P_1P_2 și P_23 , fig. 3.18 b.

Efectuînd calculele pentru toate penele elementare L_i, în care a fost divizată pana analizată, se obține un șir de forțe $F_i, i=1,\overline{N}$. Componentele, față de un sistem de axe xOyz, ale forțelor totale asupra penei parcurse de curent, fig.3.18 a, sînt :

$$F_a = \sum_{i=1}^{N} F_{ia} \qquad (3.78)$$

unde a = x,y,z.

3.2.1.2.3. Forța electrodinamică între două bare cu capete oblice

Se consideră două bare cu poziție spațială oarecare și aceleași ipoteze ca în paragraful 3.2.1.2.1. In plus se consideră bara b_2, asupra căreia se calculează forța, bară cu capete oblice plane, așa cum a fost prezentată în paragraful 3.1.1.5 și fig.3.2.

Se calculează forța electrodinamică $\overline{F}_{12}$, produsă de bara b_1 asupra barei b_2, fig.3.19.

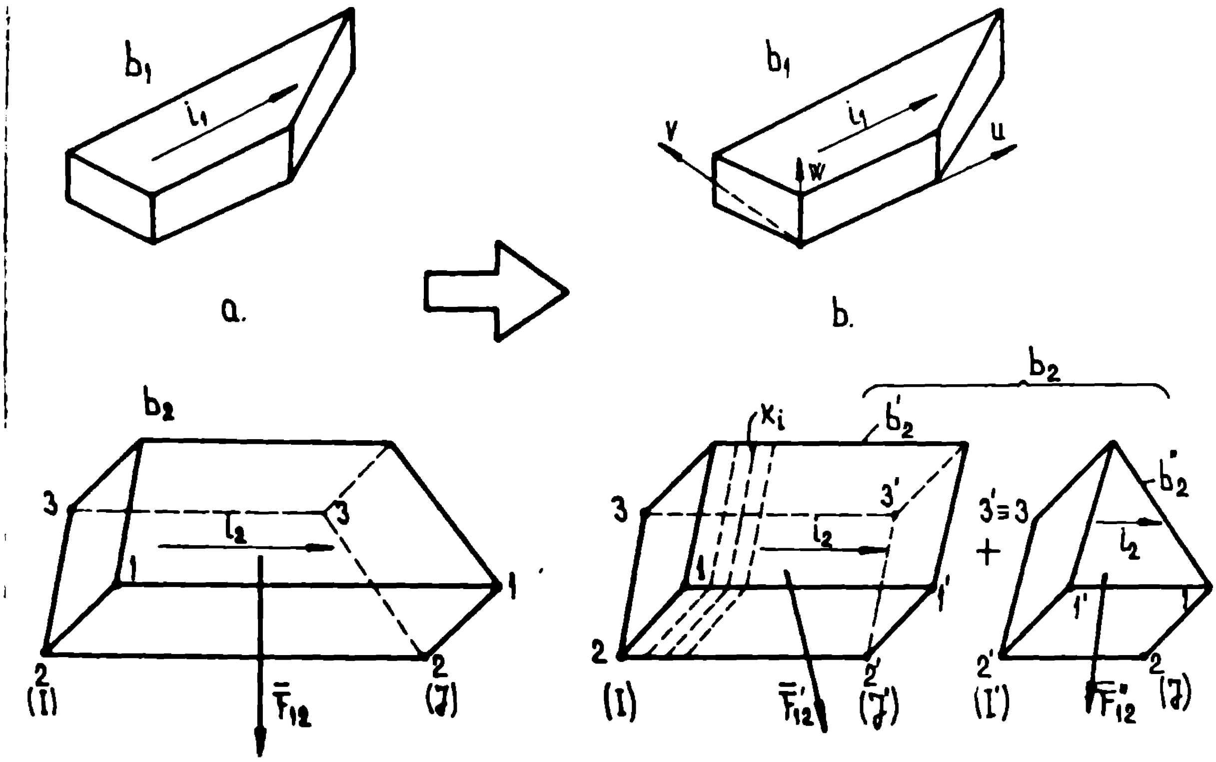


Fig.3.19. Desen explicativ privind calculul forței electrodinamice între două bare cu capete oblice ; a. forma barelor parcurse de curent, b. descompunerea barei b_2 în vederea calculului.(I) și (J) indică capetele barelor de calcul.

Modul de calcul al forţei electrodinamice produsă de bara 1 asupra barei 2, F_{12}, are la bază suprapunerea efectelor. Bara b_2 se descompune într-o bară avînd feţele plane paralele, notată b'_2 şi într-o prismă triunghiulară, denumită "pană", notată b''_2, parcursă de curent paralel cu muchiile notate 11' şi 22'

Pentru forţe se poate scrie relaţia :

$$F_{12}= F'_{12}+F''_{12} \quad (3.79)$$

unde F_{12} este forţa asupra barei b_2 produsă de bara b_1, fig.3.19 a, F'_{12} forţa asupra porţiunii paralelipipedice a barei, respectiv F''_{12} forţa asupra porţiunii "pană", produse de bara b_1, parcursă de curentul i_1.

In relaţia (3.79) notaţiile de tipul $F_{a,b}$ precizează că forţa astfel notată este produsă de bara "a" asupra barei "b". Pentru calculul forţelor din relaţia (3.79) se pot utiliza metodele din paragraful 3.2.1.2.1, pentru F'_{12}, respectiv, din paragraful 3.2.1.2.2 pentru forţa F''_{12}.

3.2.2. Forţe electrodinamice la căi de curent cu traseu spaţial complex

3.2.2.1. Căi de curent masive

Calculul forţelor electrodinamice pentru căi de curent cu traseu spaţial complex are la bază următoarele ipoteze : calea de curent şi mediul înconjurător au permeabilitatea relativă $\mu_r=1$; conductoarele care formează calea de curent au poziţie spaţială arbitrară iar secţiunea un paralelogram (de ex.dreptunghi), densitatea de curent prin conductoare este considerată constantă şi este cunoscută pentru toate barele, atît în cazul căilor de curent monofilare cît şi în cazul celor multifilare sau ramificate. In cazul căilor de curent avînd bare cu secţiunea oarecare, metoda poate fi utilizată aproximînd calea de curent reală cu bare avînd secţiunea paralelogram (de ex. dreptunghi). Similar metoda poate fi aplicată şi în cazul căilor de curent avînd o densitate neuniformă, cunoscută, pe secţiunea barei, dar aceiaşi în orice secţiune în lungul acesteia, aproximînd bara reală, cu un număr finit de bare cu densitate de curent constantă.

Calculul forţelor electrodinamice implică, într-o fază pregătitoare, aproximarea de către utilizator a căii reale de curent cu un număr dorit, dar finit, de bare parcurse de curent, fig.3.2o.Această aproximare, arbitrară, depinde de traseul căii de curent spaţială şi de cunoaşterea liniilor de curent.

Barele de calcul pot să difere sau nu de barele reale din calea de curent.

Elementele care permit o aproximare acceptabilă a căii de curent sînt : bare cu capete oblice, plane şi pana parcursă de curent, Fig.3.2o.

Barele de calcul delimitate, dimensiunile lor, poziţia lor spaţială precum şi curentul sau curenţii, în cazul grupurilor de căi de curent sau a căilor de curent ramificate, constituie datele iniţiale.

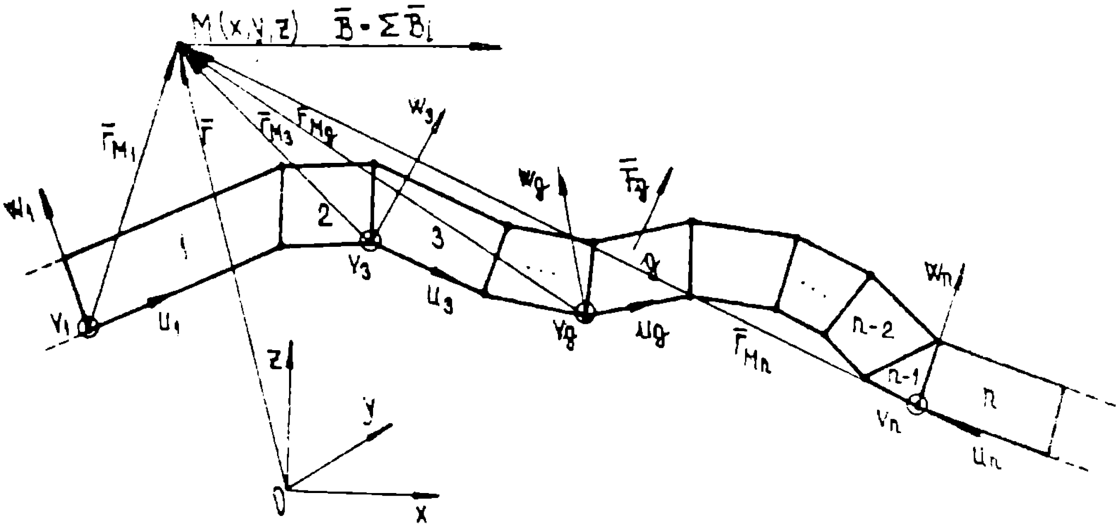


Fig.3.2o. Modul de aproximare a căii de curent reale în vederea calculului forţelor electrodinamice asupra căii de curent precum şi a cîmpului magnetic în punctul oarecare M; u_i, v_i, w_i - sisteme de coordonate ataşate barelor, i=1,2,g,n

Coordonatele capetelor barelor de calcul se dau faţă de un sistem comun de axe de coordonate xOyz. Pentru fiecare bară analizată la calculul cîmpului magnetic se ataşează (paragraful 3.1.1) un sistem de axe propriu acesteia, Ouvw. Atunci cînd se determină contribuţia fiecărei bare de calcul, la cîmpul magnetic în punctul oarecare M, se determină şi coordonatele punctului analizat în sistemul de coordonate ataşat barei şi deci şi vectorii de tipul $\bar{r}_{M_n}$, fig.3.2o.

Intr-o primă variantă, calculul forţei asupra unei bare "g", F_g, poate fi abordat, considerînd interacţiunea acesteia, succesiv, cu toate barele care formează calea de curent, conform paragrafului 3.2.1.2.3:

$$F_g = \sum_{i=1}^{n} F_{i,g}. \qquad (3.3o)$$

Forțele de tipul F_{ig}, sînt produse de bara i asupra barei g, iar forța F_{gg} rezultă din integrala pe tot volumul barei g a forțelor electrodinamice specifice, volumetrice, produse de interacțiunea curentului din această bară, cu cîmpul propriu al segmentului g. La barele paralelipipedice, forța F_{gg}= 0. Aceasta se datorește simetriei acestora. In cazul barelor de calcul considerate cu fețe oblice la capetele pe direcția curentului, forța F_{gg} va fi diferită de zero. Aceste forțe (F_{gg}) care apar datorită modului de calcul a forțelor electrodinamice, capătă o semnificație fizică atunci cînd se consideră interacțiunea tuturor barelor(de calcul) a căii de curent și nu pot fi interpretate decît în ansamblul acestora.

Intr-o a 2-a variantă, forța exercitată asupra barei g poate fi determinată ca în paragraful 3.2.1.2.3 și fig.3.19, dar considerînd cîmpul în punctele T_{jk} ale barei g, produs de toate barele din calea de curent. Pentru calculul cîmpului magnetic este utilizabilă metoda prezentată în paragraful 3.1.2.

Metodele de calcul ale forțelor electrodinamice prezentată sînt generale. Ele permit :

- calculul forțelor electrodinamice între porțiuni,rectilină de lungime finită, ale unor căi de curent, avînd secțiune dreptunghiulară și poziție spațială oarecare;
- efectuarea calculelor de forță ținînd cont de secțiunea reală a barelor și de lungimea lor finită, nemaifiind necesară introducerea unor coeficienți (Dwight, respectiv de scurtare), definiți pentru condiții particulare și neaplicabili în cazul general, așa cum se utilizează la metodele clasice;
- determinarea forțelor în cazul unor căi de curent masive, cu traseu spațial oarecare;
- calculul forțelor totale dar și a distribuțiilor de forță pe bare.

Timpul de calcul, pentru forme geometrice complicate poate deveni important, el crescînd aproximativ cu numărul de bare la pătrat. Acest aspect însă, scade în importanță odată cu desvoltarea vertiginoasă a tehnicii de calcul.

3.2.2.2. Căi de curent cvasimasive

In numeroase situații din practică se întîlnesc căi de curent, la calculul cărora pentru anumite porțiuni, este necesară considerarea barei cu secțiune transversală finită iar în rest ele pot fi aproximate prin conductoare filiforme cu traseu spaţial complex. Astfel de configuraţii pot fi întîlnite de exemplu în staţiile electrice de înaltă tensiune unde lungimile conductoarelor sînt mari iar diametrul lor relativ redus. Aceste căi de curent vor fi numite în continuare "cvasimasive".

In prezent, în cazul căilor de curent cvasimasive, avînd o poziţie spaţială oarecare, calculul forţelor electrodinamice se face adeseori cu mari aproximări în privinţa traseului căii de curent. De asemenea pentru calcul se aleg doar cîteva din conductoarele căii de curent din zona unde interesează forţele.

Considerarea unui traseu mult simplificat al căii de curent şi a unui număr redus de bare, nu permite estimarea solicitărilor reale ale ansamblului căii de curent.

Pentru depăşirea acestor neajunsuri a fost elaborată şi se prezintă în continuare, o metodă de calcul, care permite, determinarea vectorului forţă, şi a punctului său de aplicaţie, pe o bară oarecare, cu poziţie spaţială arbitrară, a unei căi de curent cvasimasive, cu traseu spaţial complex, produsă de ansamblul căii de curent, sau numai de părţi ale acesteia.

Metoda de calcul a fost stabilită în cadrul următoarelor ipoteze:

1. Conductoarele parcurse de curent şi mediul în care se află au permeabilitatea relativă 1;
2. Conductoarele reale se aproximează, pentru calcul, cu conductoare filiforme de lungime finită, plasate în axa de simetrie a celor reale;
3. Calea de curent, conform ipotezei 2, este aproximată cu "n" conductoare rectilinii filiforme, de lungime finită;
4. Conductoarele care formează coturi, fig.3.21 a, sînt aproximate cu conductoare filiforme de lungime finită, fără puncte comune, fig.3.21 b. Distanţele s_1 şi s_2, fig.3.21 b se numesc "scurtări". Ambele, sau cel puţin una, sînt nenule şi se vorbeşte de scurtare bilaterală respectiv scurtare unilaterală a conductoarelor filiforme de calcul. Aceste scurtări sînt astfel alese, conform unor relaţii aproximative din /3.11/, încît forţa electrodinamică calculată pentru conductoarele filiforme, fig.3.21 b, să corespundă cazului coturilor din bare masive.
5. In prima aproximaţie se consideră că factorul Dwight rămîne valabil şi în cazul conductoarelor spaţiale /3.9/.

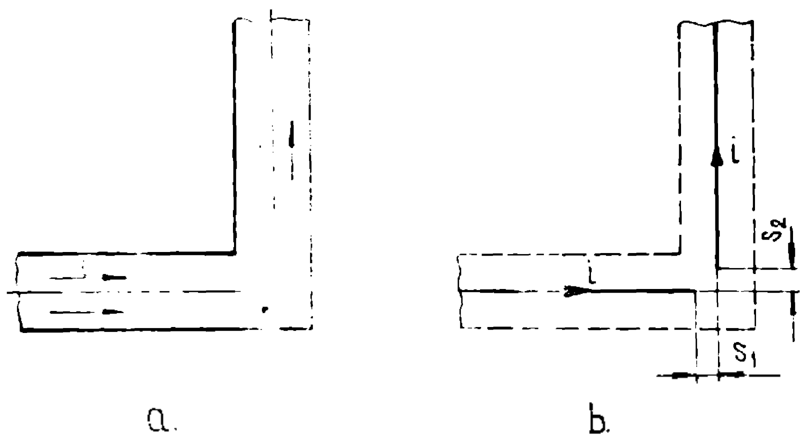


Fig.3.21 Echivalarea pentru calcul a unui cot masiv

Pe baza acestei aproximații, calea de curent - de calcul - este formată dintr-un număr oarecare de conductoare rectilinii filiforme, de lungime finită și cu poziție spațială oarecare.

Forța electrodinamică exercitată asupra unui conductor din calea de curent se calculează, considerînd acest conductor plasat în cîmpul magnetic al tuturor celorlalte conductoare.

Conductorul analizat se împarte în segmente elementare, de lungime redusă pentru care se calculează forța datorată tuturor celorlalte conductoare din sistem. Forța totală exercitată asupra conductorului analizat se determină, fie însumînd forțele pentru toate segmentele elementare, fie, într-o altă variantă, prinâr-o metodă numerică de integrare a forțelor specifice, în lungul conductorului analizat.

3.3. Cîmpul magnetic produs de bobine

2.3.1. Metodă de calcul al cîmpului magnetic produs de un segment de bobină

Se consideră un segment decupat dintr-o bobină sau o cale de curent închisă, parcursă de curent. Materialul din care este confecționat precum și mediul în care se află este nemagnetic avînd permeabilitatea relativă $\mu_r=1$. Segmentul de bobină analizat, fig.3.22, delimitat în lungul spirelor, are secțiunea transversală dreptunghiulară, este cuprins între unghiurile θ_1 și θ_2 și planele $z = z_1$, și $z = z_2$, precum și între două suprafețe cilindrice oarecare,/3.17/ circulare sau nu, cu generatoarea paralelă cu axa O_z, aflate la distanța c_1 și respectiv c_2 de suprafața exterioară a bobinei, fig.3.22.

Planele de secţionare a bobinei au normalele paralele cu tangentele la curba generată de intersecţia suprafeţei cilindrice exterioare a bobinei cu un plan z=const., în punctele $\theta=\theta_1$ şi $\theta=\theta_2$. Curba (C_1), descrisă de ecuaţia $r=r(\theta)$ se obţine ca intersecţia suprafeţei cilindrice exterioare a bobinei cu planul z=o, iar (C_3) ca intersecţia aceleiaşi suprafeţe cu planul $z=z_N$, care conţine punctul $N(x_N, y_N, z_N)$, fig.3.22. Curba (C_2) se află în planul $z=z_N$. Pentru orice unghi θ punctele curbei (C_2) se află la distanţa c, fig.3.22 de curba (C_3), această distanţă fiind măsurată după normala la curbă, spre interiorul bobinei.

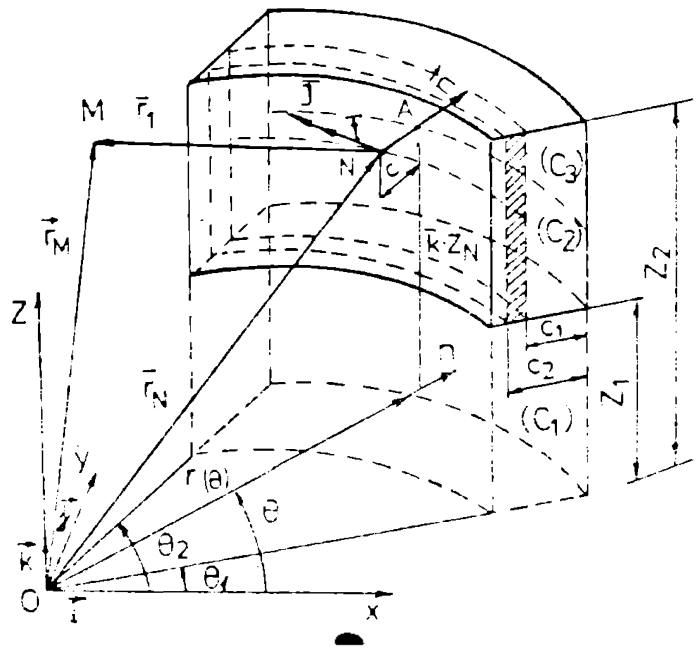


Fig.3.22. Segmentul de bobină analizat şi notaţiile folosite.

In secţiunea bobinei se consideră o densitate medie de curent (J), uniform distribuită, vectorul densitate de curent aflîndu-se în plane paralele cu xOy şi fiind tangent la curba $r=r(\theta)$ pentru fiecare valoare a unghiului θ.

In continuare, deşi se va evidenţia contribuţia la cîmpul total produs numai de un segment de bobină, se va avea permanent în vedere faptul că acesta face parte dintr-un circuit închis parcurs de curent. Pentru calcul se consideră descompunerea segmentului de bobină în volume elementare parcurse de curent, ca şi cum toate aceste volume contribuie separat la cîmpul total, /3.13/.

Folosind formula lui Biot-Savart se calculează contribuţia unui tub elementar de curent, din jurul unui punct interior N, fig.3.22, la cîmpul produs într-un punct arbitrar M (x_M, y_M, z_M), /3.12/.

Considerînd volumul elementar dV, parcurs de curentul cu densitatea de curent $\bar{J}$, orientată după versorul tangent $\bar{t}$ fig.3.22, se poate scrie relația :

$$(d\bar{B})_M = \frac{J(\bar{t}\times\bar{r}_1)dV}{4\pi r_1^{\,3}} \quad . \tag{3.81}$$

unde : $\bar{r}_1=\bar{r}_M-\bar{r}_N$, iar $\bar{r}_M$ și $\bar{r}_N$ sînt vectorii de poziție a punctelor M și N, fig.3.22.

Vectorul de poziție a punctului N, fig.3.22, se poate scrie /3.14/ :

$$\bar{r}_N=\bar{r}_{(\theta)}+\bar{k}.z_N-\bar{n}.c \ , \tag{3.82}$$

unde $\bar{n}$ este normala la curba $r=r(\theta)$, c este lungimea segmentului AN, iar

$$\bar{r}_{(\theta)}= r_{(\theta)}.(\bar{i}\cos\theta+\bar{j}\sin\theta) \quad . \tag{3.83}$$

Folosind unghiul w, fig.3.23, unghi între raza vectoare și tangenta la curbă, definit prin relația, /3.12/, :

$$w = \text{arctg}\ (r(\theta)/r'(\theta)) \tag{3.84}$$

unde $r'(\theta) = dr(\theta)/d\theta$, se pot scrie expresiile versorului normal ($\bar{n}$), respectiv tangent ($\bar{t}$) la curba $r=r(\theta)$:

$$\bar{n} = \bar{i}\sin(w+\theta) - \bar{j}\cos(w+\theta) \tag{3.85}$$

$$\bar{t} = \bar{i}\cos(w+\theta) + \bar{j}\sin(w+\theta) \tag{3.86}$$

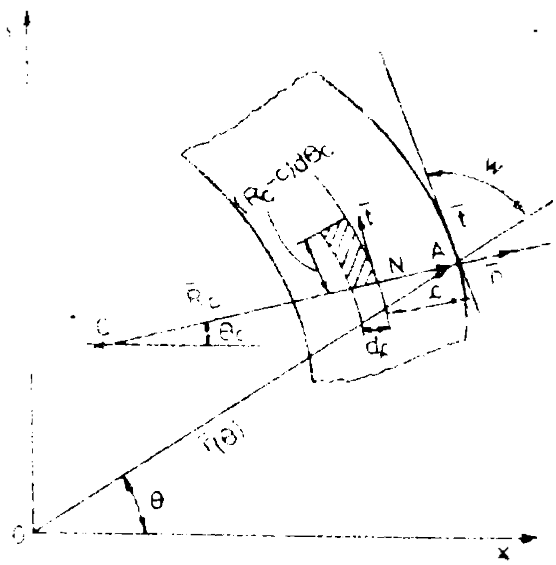


Fig.3.23.Notațiile folosite și definirea unghiului w.

Conform fig.3.23, notînd: R_C raza de curbură, C centrul de curbură,cu indicele "C" toate celelalte mărimi în legătură cu centrul de curbură, iar cu c distanța AN,se poate scrie volumul elementar dV, din jurul punctului N,fig.3.22 și fig.3.23, astfel :

$$dV=(R_C-c)d\theta_C\ .dc.dz. \tag{3.87}$$

Pentru un unghi θ oarecare,raza de curbură R_C și unghiul θ_C se pot exprima, /3.17/ :

$$R_C = \frac{(r^2+r'^2)^{3/2}}{r^2+2r'^2-r.r''} \quad , \tag{3.88}$$

$$\Theta_C = \operatorname{arctg} \frac{r.tg\Theta-r'}{r+r'.tg\Theta} \quad , \tag{3.89}$$

unde : $r=r(\Theta)$, $r'=dr(\Theta)/d\Theta$ iar $r''=d^2r(\Theta)/d\Theta^2$.

Pentru a putea calcula dV conform relaţiei (3.87) trebuie calculat $d\Theta_C$. Diferenţierea relaţiei (3.89) conduce în general la o expresie de forma :

$$d\Theta_C = F(\Theta, r(\Theta), r'(\Theta), r''(\Theta))d\Theta \quad , \tag{3.90}$$

unde funcţia F este specifică geometriei bobinei analizate.

Din relaţiile (3.87) şi (3.90) dV devine :

$$dV = (R_C-c).F.d\Theta.dc.dz. \tag{3.91}$$

Din relaţiile (3.82,3.83) şi (3.85) şi considerînd vectorul de poziţie a punctului M, fig.3.22 :

$$\bar{r}_M = \bar{i}\, x_M + \bar{j}.y_M + \bar{k}.z_M \quad , \tag{3.92}$$

se obţine pentru $\bar{r}_1$, fig.3.22, expresia :

$$\bar{r}_1 = (x_M - r.\cos\Theta + c.\sin(w+\Theta))\bar{i} + (y_M - r.\sin\Theta - c.\cos(w+\Theta))\bar{j} + (z_M - z)\bar{k} \quad . \tag{3.93}$$

Inlocuind în relaţia (3.31), relaţiile (3.86),(3.91) şi (3.93) şi considerînd contribuţia, la cîmpul în M, a tuturor elementelor de volum, dV, din segmentul de bobină considerat, se obţin pentru componentele intensităţii cîmpului magnetic, după cele trei axe de coordonate, expresiile :

$$H_x = \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} d\Theta \int_{c_1}^{c_2} dc \int_{z_1}^{z_2} \frac{J.F.(R_C-c)}{4\pi r_1^3}.\sin(w+\Theta).(z_M-z)dz \tag{3.94}$$

$$H_y = -\int_{\Theta_1}^{\Theta_2} d\Theta \int_{c_1}^{c_2} dc \int_{z_1}^{z_2} \frac{J.F.(R_C-c)}{4\pi r_1^3}.\cos(w+\Theta).(z_M-z)dz \tag{3.95}$$

$$H_z = \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{c_1}^{c_2} dc \int_{z_1}^{z_2} \frac{J.F.(R_C-c)}{4\pi r_1^3}(-x_M.\sin(w+\theta)+y_M.\cos(w+\theta)+$$
$$+r.\sin w-c)\, dz \tag{3.96}$$

Integralele conform relaţiilor (3.94)...(3.96) s-au efectuat analitic, după c şi z obţinînd în cele din urmă expresii care urmează a fi integrate după θ. Astfel pentru componentele intensităţii cîmpului magnetic produse la un segment de bobină relaţiile obţinute sînt :

$$H_x = \frac{1}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} J.F.\sin(w+\theta).E.d\theta \quad , \tag{3.97}$$

unde:

$$E = (v+R_C).\ln \left| \frac{c_2+v+((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2}}{c_1+v+((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2}} \right.\cdot$$

$$\left. \cdot \frac{c_1+v+((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2}}{c_2+v+((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2}} \right| -((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2} +$$

$$+((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2} + ((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2} -$$

$$((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2} \quad .$$

$$H_y = \frac{-1}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} J.F.\cos(w+\theta).E.d\theta \quad , \tag{3.98}$$

$$H_z = \frac{1}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} J.F \Bigg\{ (z_2-z_M)\ln \left| \frac{c_2+v+((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2}}{c_1+v+((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2}} \right| -$$

$$-(z_1-z_M)\ln \left| \frac{c_2+v+((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2}}{c_1+v+((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2}} \right| -$$

$$- u\left[\operatorname{arctag} \frac{(c_2+v)(z_M-z_2)}{u((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2}} - \right.$$

$$- \operatorname{arctg} \frac{(c_1+v)(z_M-z_2)}{u((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2}} - \operatorname{arctg} \frac{(c_2+v)(z_M-z_1)}{u((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2}} +$$

$$\left. + \operatorname{arctg} \frac{(c_1+v)(z_M-z_1)}{u((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2}} \right] +$$

$$+ a.\ln \left| \frac{z_M-z_1+((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2}}{z_M-z_1+((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_1)^2)^{1/2}} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \frac{z_M-z_2+((c_1+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2}}{z_M-z_2+((c_2+v)^2+u^2+(z_M-z_2)^2)^{1/2}} \right| d\theta \qquad (3.99)$$

unde, în afara limitelor de integrare c_1, c_2 şi z_1, z_2 se mai folosesc notaţiile :

$$u = (x_M - r.\cos\theta)\ \cos(w+\theta) + (y_M - r.\sin\theta)\ \sin(w+\theta)\ , \qquad (3.100)$$

$$v = (x_M - r.\cos\theta)\ \sin(w+\theta) - (y_M - r.\sin\theta)\ \cos(w+\theta)\ . \qquad (3.101)$$

Pentru calculul valorilor celor trei componente ale cîmpului magnetic, va fi efectuată integrarea numerică, după θ, a expresiilor de sub semnul integrală din (3.97)...(3.99).

Notînd expresiile de sub semnul integrală cu $FØN_x(\theta)$, $FØN_y(\theta)$ şi respectiv $FØN_z(\theta)$, relaţiile (3.97)...(3.99) devin :

$$H_x = \frac{1}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} FØN_x(\theta)d\theta \quad , \qquad (3.102)$$

$$H_y = \frac{1}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} FØN_y(\theta)d\theta \quad , \qquad (3.103)$$

$$H_z = \frac{1}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} FØN_z(\theta)d\theta \quad . \qquad (3.104)$$

3.3.2. Bobine circulare

Calculul componentelor cîmpului magnetic pentru o bobină circulară, avînd lungimea 2h, raza exterioară R şi grosimea c, fig.3.24, utilizînd relaţiile din paragraful 3.3.1, se face substituind în (3.97)...(3.99): $r(\Theta)=R=\text{const}$, $w=\pi/2$, $\Theta_1=0$, $\Theta_2=2\pi$, $c_1=0$, $c_2=c$ = grosimea bobinei, $z_1=-h$, $z_2=h$.

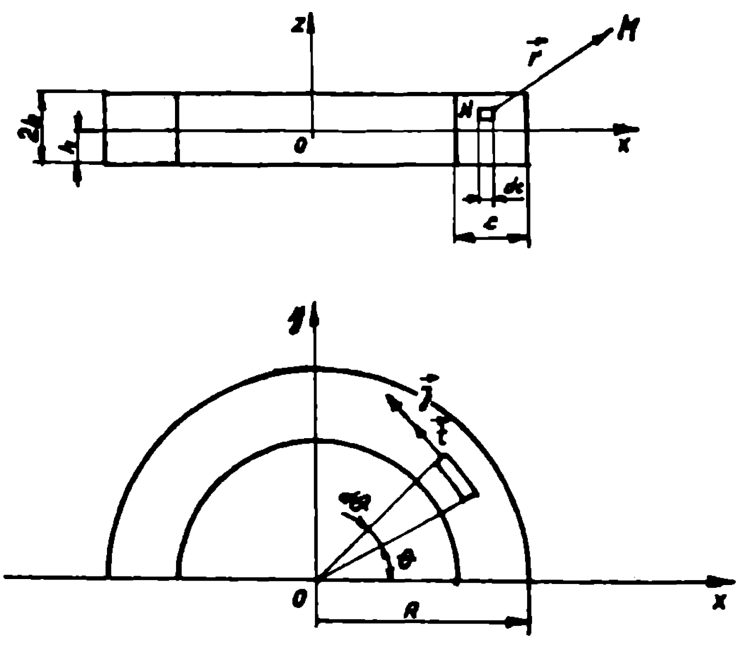


Fig.3.24. Bobina circulară şi notaţiile folosite

Cu acesta se poate scrie, condensat, pornind de la relaţiile (3.102)...(3.104)

$$H_a = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} F\phi N_a(\Theta)\,d\Theta \qquad (3.105)$$

unde: $a = x, y, z$.

In cazul în care punctul, în care se calculează cîmpul, se află pe axa bobinei, $M(0,0,z_M)$, componentele cîmpului magnetic obţinute din relaţiile (3.97)...(3.99) sînt :

$$H_x = \text{constantă}\ .\int_0^{2\pi}\cos\Theta\ d\Theta\ , \qquad (3.106)$$

$$H_y = \text{constantă}\ .\int_0^{2\pi}\sin\Theta\ d\Theta\ , \qquad (3.107)$$

$$H_z = \frac{1}{2}J.\left((h-z_M).\ln\frac{-R+((R^2+(z_M-h)^2)^{1/2}}{c-R+((c-R)^2+(z_M-h)^2)^{1/2}}\right. +$$

$$\left.+(h+z_M)\ln\frac{-R+(R^2+(z_M+h)^2)^{1/2}}{c-R+((c-R)^2+(z_M+h)^2)^{1/2}}\right)\ . \qquad (3.108)$$

Pentru punctul M (o,o,o), înlocuind și z_M=o în (3.1o8) și notînd a_1=R-c, α =R/(R-c), β =h/(R-c), se obține pentru componenta axială a intensității cîmpului magnetic în centrul bobinei analizate:

$$H_z(o,o,o) = J.\beta.a_1.\ln\frac{\alpha+(\alpha^2+\beta^2)^{1/2}}{1+(1+\beta^2)^{1/2}}\,, \qquad (3.1o9)$$

relație identică cu cele din /3.15/ și /3.16/.

Exceptînd punctele de pe axa bobinei, calculul componentelor cîmpului magnetic se face efectuînd o integrală numerică a funcțiilor FØN(Θ). Integrarea numerică nu prezintă dificultăți pentru toate punctele exterioare și interioare bobinei. Pentru anumite puncte M, situate la suprafața bobinei și pentru anumite valori ale lui Θ, cuprinse între Θ_1 și Θ_2 funcțiile FØN(Θ) pot deveni nemărginite. In acest caz, s-ar părea că integrala este divergentă și deci și valorile cîmpului magnetic tind spre infinit. Intrucît în problema studiată este vorba despre un corp conductor, de dimensiuni finite, parcurs de un curent avînd valori finite, trebuie ca și cîmpul magnetic produs de acesta să fie finit. Această observație de natură fizică arată că dificultățile sînt numai de natură matematică și deci, în principiu, pot fi depășite.

In astfel de situații se exclude din intervalul de integrare un interval ($\Theta_c-\varepsilon$, $\Theta_c+\varepsilon$), simetric cu Θ_c. S-a presupus că pentru Θ_c funcția este nemărginită iar $\varepsilon > o$. Dacă există :

$$\lim_{\varepsilon\to o}\left(\int_{\Theta_1}^{\Theta_c-\varepsilon} F\text{ØN}(\Theta)d\Theta + \int_{\Theta_c+\varepsilon}^{\Theta_2} F\text{ØN}(\Theta)d\Theta\right) = \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} F\text{ØN}(\Theta)d\Theta \qquad (3.11o)$$

această limită pentru care s-a utilizat notația din membrul al doilea, va fi numită integrală în valoare principală în sensul lui Cauchy, /3.17/. Această trecere la limită trebuie făcută prin metode numerice. In general punctul Θ_c nu este cunoscut la efectuarea integralei, de aici intervenind greutăți suplimentare. Trecerea la limită implică reluarea unui proces de integrare numerică pe intervale diferind cu valori foarte mici (ε) pînă se obține convergența valorilor cîmpului magnetic. Procedeul descris consumă relativ mult timp de calcul datorită reluării integralelor numerice și de aceea s-a preferat un procedeu de calcul mai rapid și care să furnizeze valorile cîmpului cu suficientă exactitate.

Se pleacă de la ideea eliminării punctului critic şi a unui interval foarte mic din jurul acestuia. Nu se efectuează calculul valorii lui FØN(Θ) în acest punct ci într-un punct foarte apropiat şi se atribuie noua valoare, pentru funcţie, celei din Θ_c :

$$FØN(\Theta_c) \simeq FØN(\Theta_c + D\Theta) \qquad (3.111)$$

unde DΘ indică abaterea faţă de punctul real. Prin acest procedeu graficul funcţiei este complectat cu o valoare astfel încît integrala de la Θ_1 la Θ_2 poate fi efectuată fără dificultăţi.

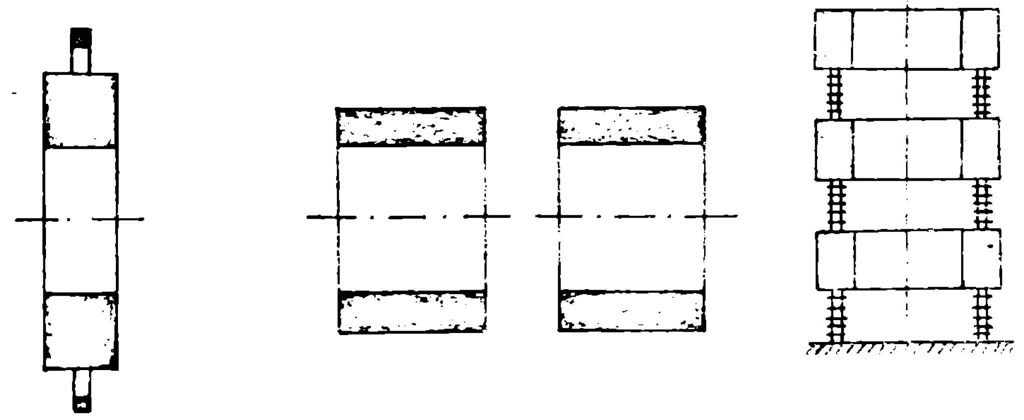
Intr-o altă variantă, calculul funcţiei FØN(Θ) nu se face pentru punctul $M(x_M, y_M, z_M)$, ci într-un punct foarte apropiat $M(x_M+Dx_M, y_M+Dy_M, z_M+Dz_M)$, unde Dx_M, Dy_M şi Dz_M sînt distanţele foarte mici faţă de punctul M. Astfel la calculul cîmpului magnetic într-un plan meridian al unei bobine circulare, y=o, fig.3.24, este suficientă modificarea coordonatei y_M în y_M+Dy_M.

Aceste metode pornesc dintr-un punct diferind de cel "critic" cu tipic $10^{-5} - 10^{-6}$, atît pentru DΘ (abaterea se măsoară în radiani),cît şi pentru Dy_M (abaterea se măsoară în m). In cazul cînd reapare nedeterminarea în FØN se calculează în puncte mai depărtate, într-un fel de proces de trecere la limită derulat invers (de la punctul „critic"). Calculele efectuate au dat rezultate apropiate pentru metodele prezentate mai sus. De asemenea compararea valorilor componentelor cîmpului magnetic la suprafaţa unor bobine,locul unde de obicei apar astfel de "puncte critice", calculate ca mai sus, am arătat o bună concordanţă cu literatura /3.22/, /3.23/, /3.18/.

3.3.3. Calculul cîmpului magnetic produs de grupuri de bobine

Grupuri de bobine, avînd secţiunea transversală dreptunghiulară, realizate din material nemagnetic şi plasate într-un mediu avînd permeabilitatea relativă μ_r=1 se întîlnesc în numeroase cazuri practice. In fig.3.25 se prezintă trei cazuri privind bobinele formînd subsistemul magnetic la maşini unipolare (MUP) fără fier,fig. 3.25 a şi b: a.bobina principală şi bobina de ecranare la o MUP tip disc, b. bobinele care produc cîmpul la o maşină unipolară tip tambur şi respectiv privind bobinele pentru limitarea curentului de scurtcircuit în reţele trifazate, plasate vertical,fig.3.25 c.

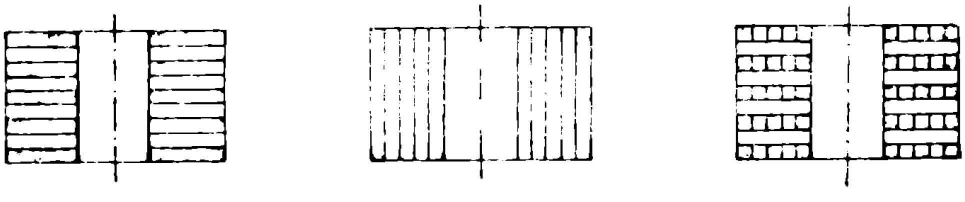
In multe situaţii practice, ceea ce din punct de vedere funcţional se consideră bobină, într-un echipament sau maşină electrică,



a. b. c.

Fig.3.25. Grupuri de bobine a). Maşină unipolară (MUP) tip disc, subsistemul magnetic: 1- bobina principală, 2- bobina de ecranare; b). Subsistemul magnetic la o MUP tip tambur; c). Bobine de limitare a curentului de scurt circuit, în reţele 3 fazate.

este realizat din galeţi, fig.3.26 a, înfăşurări în cilindru fig. 3.26 b, sau din mai multe sub-bobine dispuse pe linii şi coloane, fig.3.26 c. Din punct de vedere al calculelor de cîmp, acestea pot fi aproximate fie cu o singură bobină cu densitate medie, constantă, de curent, fie, pentru calcule mai exacte, cu un număr finit de sub-bobine, cu densitate constantă. Numărul bobinelor de calcul este de obicei egal cu cel al galeţilor sau al sub-bobinelor reale. Sub acest aspect chiar şi o singură bobină funcţională poate fi considerată, pentru calcul, ca şi un grup de bobine independente.



a. b c.

Fig.3.26. Exemple de bobine formate din sub-bobine : a. bobină din galeţi; b. bobină formată din mai mulţi cilindrii coaxiali; c. bobină formată din subbobine plasate pe linii şi coloane.

Modurile de construcţie a bobinelor, exemplificate în fig.3.26, sînt determinate, în general, de probleme legate de răcirea eficientă a acestora. Între subbobine se află distanţoare corespunzătoare. Acestea vor trebui să nu obtureze prea mult canalele de răcire, să preia şi să transmită, solicitările mecanice între subbobine sau între bobină și suportul ei din instalație.

De cele mai multe ori în practică cazurile de mai sus sînt combinate astfel încît se întîlnesc grupuri de bobine realizate la rîndul lor din subbobine care în general pot fi și cu lungime diferită.

În vederea stabilirii unei metode și a unui program de calcul se consideră cazul bobinelor circulare avînd același axă de simetrie. Fiecare din cele "n" bobine considerate au dimensiuni, poziție reciprocă și densități de curent arbitrare, fig.3.27. Această abordare, permite calculul cîmpului pentru o largă clasă de situații des întîlnite în practică (de ex.fig.3.25, 3.26 și combinații ale acestora).

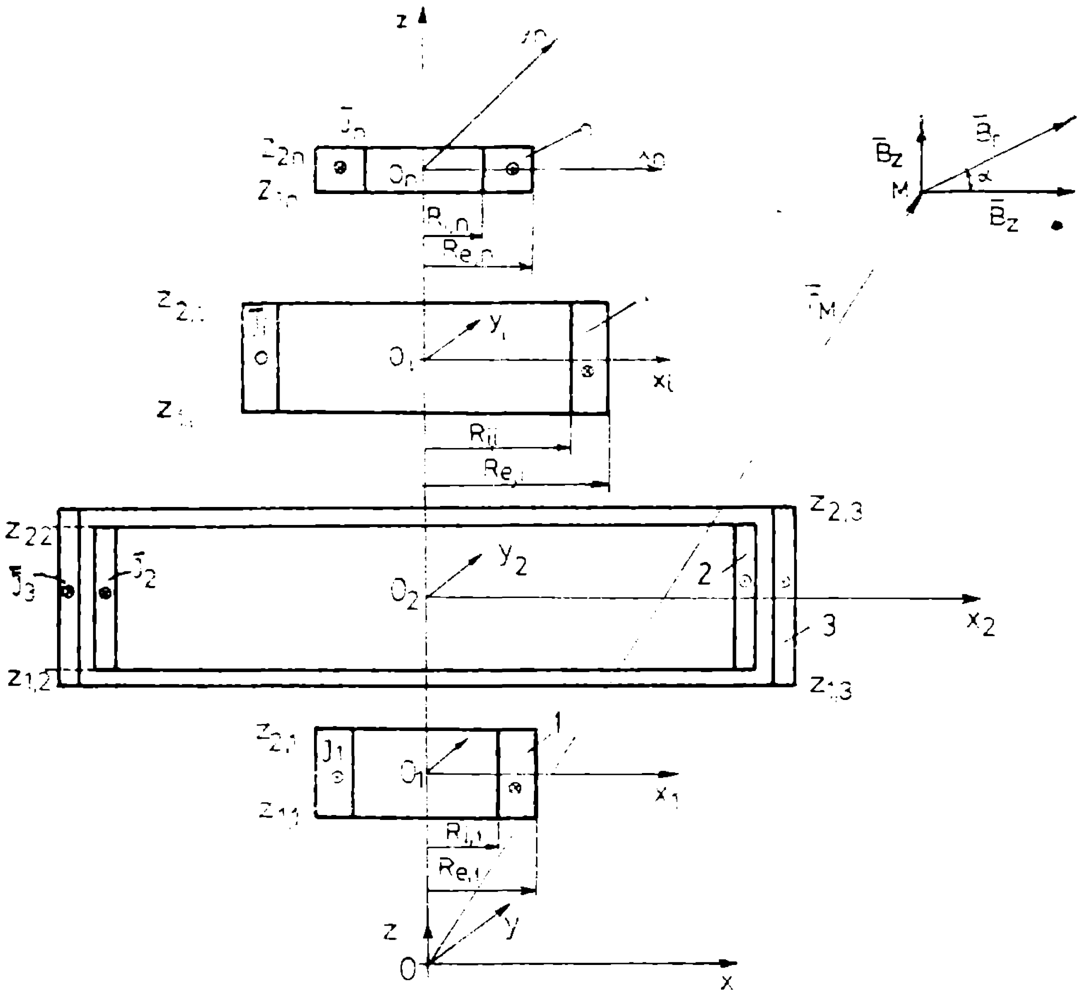


Fig.3.27. Desen explicativ privind notațiile folosite pentru calculul cîmpului magnetic la grupuri de bobine cu axă de simetrie comună.

Se consideră un sistem de referință xOyz, comun, față de care se dau, de către utilizator datele fiecărei bobine de calcul utilizate. Astfel pentru bobina i, fig.3.27, se precizează:

$z_{1,i}, z_{2,i}$ - coordonatele suprafeţei inferioare respectiv superioare a bobinei i, raza interioară $R_{i,i}$, raza exterioară $R_{e,i}$ şi densitatea de curent medie J_i. Prin bobină de calcul se înţeleg aici, o bobină sau subbobină (de ex.galet) sau orice altă subdiviziune circulară a acestora, pentru care se poate considera densitatea locală, medie, de curent constantă.

Cîmpul produs de bobina i în punctul M se calculează cu metoda prezentată în paragraful 3.3.1 cu relaţiile

$$(H_a)_i = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} F\phi N_a(\Theta)\, d\Theta \qquad (3.112)$$

unde: a = x,y,z.

Contribuţia tuturor celor n bobine se află prin superpoziţie:

$$H_a = \sum_{i=1}^{n} (H_a)_i . \qquad (3.113)$$

Calculul se face succesiv pentru componente, în vectorul intensitate a cîmpului magnetic în M, este :

$$\bar{H}_M = \bar{i} \sum_{i=1}^{n} (H_x)_i + \bar{j} \sum_{i=1}^{n} (H_y)_i + \bar{k} \sum_{i=1}^{n} (H_z)_i \qquad (3.114)$$

iar vectorul inducţie magnetică :

$$\bar{B}_M = \mu_0 \bar{H}_M . \qquad (3.115)$$

3.3.4. Bobine cu densitate de curent neuniformă şi secţiune de formă oarecare

Se consideră o bobină oarecare, circulară sau nu, avînd densitate de curent constantă şi secţiunea de formă oarecare, fig.3.28.a, respectiv cazul cînd şi densitatea de curent (J) este variabilă în secţiune, dar atît forma secţiunii bobinei cît şi distribuţia densităţii de curent sînt la fel în oricare secţiune a bobinei, fig.3.28b.

Cîmpul produs de bobine conform fig.3.28 a şi b se poate calcula divizînd bobina reală într-un număr finit de bobine cu secţiunea dreptunghiulară şi densitate de curent constantă şi utilizînd metode din paragraful 3.3.1. în general, respectiv 3.3.3, în cazul bobinelor circulare.

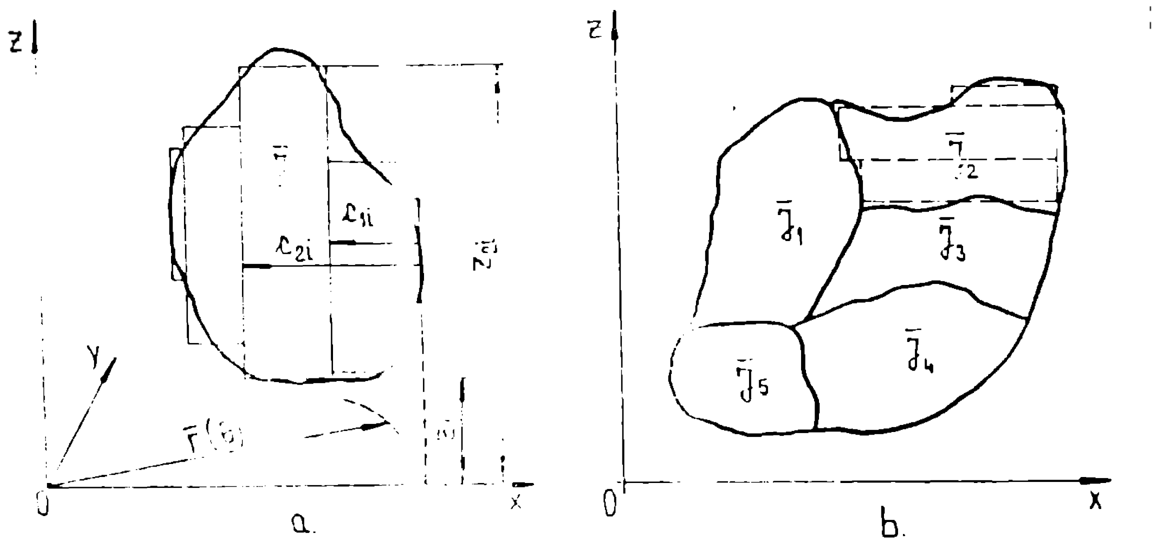


Fig.3.28. Bobină cu formă oarecare a secţiunii; a-densitate de curent constantă; b- densitate de curent variabilă

Pentru bobina cu densitate de curent variabilă (fig.3.28.b) se aproximează mai întîi domeniile unde J = const, iar apoi fiecare din acestea, la rîndul lor, cu bobine avînd secţiune dreptunghiulară.

Notînd cu $(H_x)_i$, $(H_y)_i$, $(H_z)_i$, contribuţiile unei bobine cu secţiune dreptunghiulară şi J = const. la cîmpul produs într-un punct M, cîmpul produs la întreaga bobină cu secţiune oarecare şi J variabil se poate scrie :

$$(H_x)_M = \sum_{i=1}^{n} (H_x)_i ; \quad (H_y)_M = \sum_{i=1}^{n} (H_y)_i \; ; \quad (H_z)_M = \sum_{i=1}^{n} (H_z)_i \qquad (3.116)$$

unde "n" reprezintă numărul total al bobinelor cu secţiune dreptunghiulară şi densitate de curent constantă care aproximează bobina reală.

3.4. Forțe electrodinamice la bobine

3.4.1. Forțe electrodinamice în regim staționar

3.4.1.1. Forțe specifice

Forțele electrodinamice la bobine avînd temperaturi normale nu criogenice, constituie un factor de solicitare de primă importanță, alături de solicitările datorită diferențelor de temperatură și ale pretensionării mecanice la bobinare, cunoașterea lor fiind indispensabilă unei dimensionări corespunzătoare a acestora /3.15/,/3.18/, /3.19/, /3.2o/.

Solicitările mecanice pot fi considerate cunoscute dacă se cunosc eforturile unitare din bobine. Pentru determinarea acestora este necesară: cunoașterea forțelor electrodinamice, specifice în fiecare punct al bobinei analizate și calculul solicitărilor mecanice datorate acestora.

Prima problemă, care va fi analizată mai jos, trebuie să țină seama de existența, de obicei, a unui grup de bobine, cu poziție complicată, între care apar efecte ponderomotoare. Cea de-a doua problemă implică rezolvarea ecuațiilor diferențiale ale eforturilor în condițiile unui corp anizotrop /3.2o/. In aceste ecuații intervin componentele forțelor electrodinamice specifice, care în general sînt funcții de x,y și z.

Se consideră un grup de n bobine circulare, fără circuit feromagnetic, parcurse de curenți distribuiți uniform pe secțiunea bobinelor și constanți în timp, de exemplu conform fig.3.27, paragraful 3.3.3.

Pentru bobina i, se evidențiează, fig.3.29, un element de volum dV,

$$dV = r.d\Theta.dz.dr \qquad (3.117)$$

unde $r = x$.

Fie $\bar{B}$ inducția cîmpului magnetic rezultant, practic constantă pentru întregul volum dV, produsă de toate celelalte bobine, dar și de bobina i.

Pentru generalitate se consideră că atît inducția $\bar{B}$ cît și densitatea de curent $\bar{J}$ sînt vectori oarecare în sistemul xOyz:

$$\bar{B} = B_x.\bar{i} + B_y.\bar{j} + B_z.\bar{k} \qquad (3.118)$$

$$\bar{J} = J_x.\bar{i} + J_y.\bar{j} + J_z.\bar{k} \qquad (3.119)$$

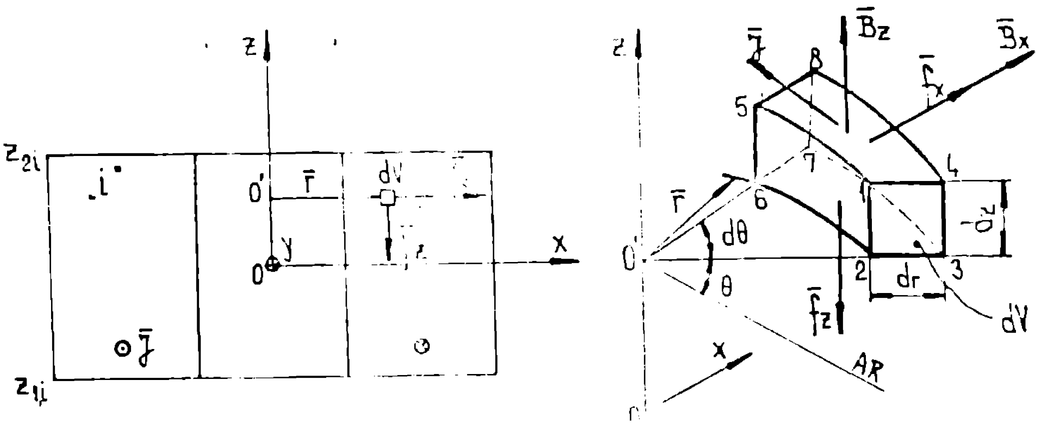


Fig.3.29. Bobina i şi evidenţierea elementului de volum dV; AR este axa de referinţă pentru măsurarea unghiului θ.

Considerînd forţa electrodinamică /3.1/,/3.2/

$$\bar{f} = \bar{J} \times \bar{B} \tag{3.120}$$

componentele faţă de un sistem de referinţă xOyz sînt :

$$f_x = J_y \cdot B_z - J_z \cdot B_y \tag{3.121}$$

$$f_y = J_z \cdot B_x - J_x \cdot B_z \tag{3.122}$$

$$f_z = J_x \cdot B_y - J_y \cdot B_x \tag{3.123}$$

Pentru o bobină circulară conform fig.3.29, dintr-un grup de bobine cu aceiaşi axă de simetrie, avînd $J_x = J_z = 0$ şi $J = J_y$, şi cîmpul magnetic plan meridian, se obţine:

$$f_x = J_y \cdot B_z = J \cdot B_z \tag{3.124}$$

$$f_y = 0 \tag{3.125}$$

$$f_z = -J_y \cdot B_x = -J \cdot B_x . \tag{3.126}$$

Pentru bobine circulare şi poziţia sistemului de referinţă ca în fig.3.29, f_x are semnificaţia unei forţe specifice radiale iar f_z al unei forţe axiale.

Uneori se doreşte cunoaşterea unor "presiuni" electrodinamice radiale şi axiale locale : p_x şi p_z .

Pornind de la componentele forţei electrodinamice pentru volumul considerat, care în cazul unei configuraţii cu simetria planmeridiană, (3.124)...(3.126) sînt :

$$dF_x = f_x \cdot dV \quad , \tag{3.127}$$

$$dF_z = f_z \cdot dV \quad , \tag{3.128}$$

şi folosind relaţia (3.117), cu referire şi la fig.3.29 se scrie:

$$dF_x = f_x \cdot r \cdot d\Theta \cdot dz \cdot dr = f_x \cdot A_{1256} \cdot dr = p_x \cdot A_{1256}, \tag{3.129}$$

$$p_x = f_x \cdot dr \quad /N \cdot m^{-2}/ \quad , \tag{3.130}$$

$$dF_z = f_z \cdot r \cdot d\Theta \cdot dz \cdot dr = f_z \cdot A_{2367} \cdot dz = p_z \cdot A_{2367} \tag{3.131}$$

$$p_z = f_z \cdot dz \quad /N \cdot m^{-2}/. \tag{3.132}$$

Pentru porţiuni foarte mici $\Delta r = \Delta x$ şi Δz, pentru care f_x respectiv f_z pot fi considerate constante, se pot calcula componentele presiunii axiale după x şi z :

$$p_x(x,z) = f_x(x,z) \cdot \Delta r = J \cdot B_z(x,z) \cdot \Delta x, \quad /N \cdot m^{-2}/ \tag{3.133}$$

$$p_z(x,z) = f_z(x,z) \cdot \Delta z = J \cdot B_x(x,z) \cdot \Delta z. \quad /N \cdot m^{-2}/ \tag{3.134}$$

Conform relaţiilor (3.121)...(3.126) se constată că pentru calculul forţelor specifice radiale şi axiale este necesară cunoaşterea componentelor inducţiei magnetice în punctul unde se efectuează calculul acestora.

Pentru cazul analizat avem :

$$B_x(x,z) = \sum_{i=1}^{n} (B_x)_i \quad , \tag{3.135}$$

$$B_z(x,z) = \sum_{i=1}^{n} (B_z)_i \quad , \tag{3.136}$$

întrucît, cîmpul este produs, de toate cele "n" bobine din grup.

3.4.1.2. Forţe totale la bobine

La anumite aplicaţii interesează nu numai forţele electrodinamice specifice asupra bobinelor ci şi forţele electrodinamice totale. Aceste forţe tind să schimbe poziţia spaţială a bobinelor, respectiv, în bobine, poate fi evidenţiată o forţă de rupere şi una de compresiune.

Se consideră un grup de n bobine circulare oarecare în care se cunosc dimensiunile, poziţia relativă şi densitatea de curent. Intr-un punct M din secţiunea bobinei i, cîmpul magnetic este produs de toate celelalte bobine şi de bobina i :

$$B_i = \sum_{j=1}^{n} (B_i)_j = \bar{i}(B_x)_i + \bar{j}(B_y)_i + \bar{k}(B_z)_i \quad , \qquad (3.137)$$

existînd în general componente, după toate cele trei axe ale sistemului de referinţă ales.

Integrala pe întregul volum al bobinei i a forţelor electrodinamice specifice, determinate utilizînd inducţia conform (3.137), şi relaţiile (3.121)...(3.123), conduce la relaţiile pentru calculul forţelor totale :

$$F_x = \int_{V_i} f_x \cdot dV \quad (3.138); \quad F_y = \int_{V_i} f_y \cdot dV \quad (3.139); \quad F_z = \int_{V_i} f_z dV . (3.140)$$

In general aceste forţe de interacţiune dintre bobine sînt nenule.

Pentru a menţine neschimbată poziţia spaţială reciprocă a bobinelor din grup, poziţie determinată de considerente funcţionale ale maşinii sau echipamentului electric, bobinele vor trebui rigidizate în cadrul unei structuri mecanice de rezistenţă, capabile să preia aceste forţe.

In cazul bobinelor circulare cu axă de simetrie comună, avînd dimensiuni oarecare, forţele F_x şi F_y vor fi nule, datorită simetriei. Forţa axială, în acest caz, asupra bobinei i , F_{zi}, se va calcula din relaţia :

$$F_{zi} = \int_{V_i} f_{zi} \cdot dV \; . \qquad (3.141)$$

Presupunînd $J_i = (J_\varphi)_i$, conform fig.3.29, şi utilizînd relaţia (3.126) şi (3.117), relaţia (3.141) devine :

$$F_{zi} = \int_0^{2\pi} \int_{r_{1,i}}^{r_{0,i}} \int_{z_{1,i}}^{z_{0,i}} (-J_i \cdot B_{ri}) r \cdot d\theta \cdot dr \cdot dz \; . \qquad (3.142)$$

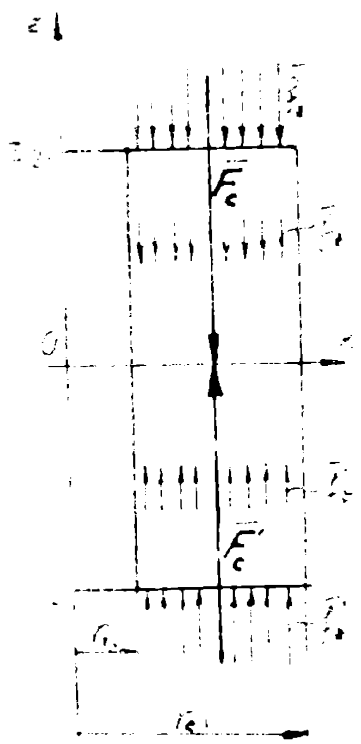
In relaţia (3.142), J_i, este densitatea de curent medie în bobina i, inducţia resultantă B_i şi componentele rezultă din rezultă din relaţia (3.137), iar celelalte notaţii sînt conform fig. 3.29.

Fără a reduce din generalitate, se poate considera pentru cazul analizat r = x. Ţinînd cont că în cazul bobinelor cu axă de simetrie comună B_{xi} nu este funcţie de Θ iar J este presupus constant şi integrînd după Θ se obţine :

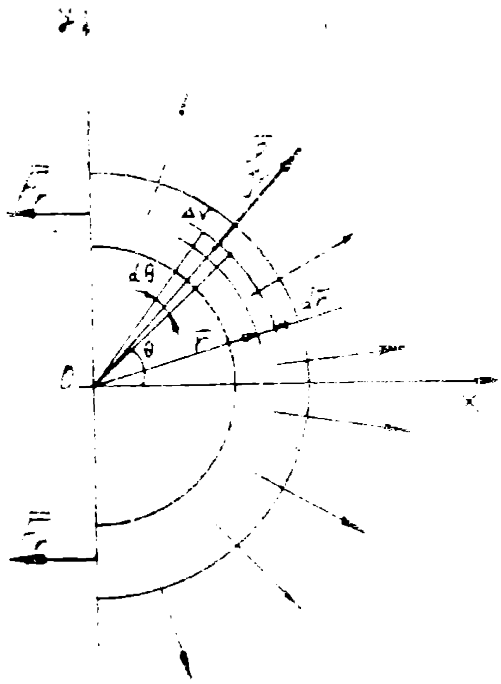
$$F_{zi} = -2\pi \cdot \int_{r_{i,i}}^{r_{e,i}} \int_{z_{1,i}}^{z_{2,i}} J_i \cdot (B_x(x,z))_i \cdot x \cdot dx \cdot dz \ , \qquad (3.143)$$

pentru forţa axială asupra unei bobine dintr-un sistem de n bobine cu axă de simetrie comună.

Vectorii forţă specifică radială, $\bar{f}_r$, pentru bobina i a unui sistem de n bobine cu axă de simetrie comună, sînt uniform repartizaţi pe circumferinţa bobinei, fig.3.3o b. Prin urmare F_x şi F_y, conform (3.138),(3.139) sînt nule şi deci nu există forţe nete care să deplaseze radial bobina. Forţele $\bar{f}_r$ produc însă o solicitare de rupere în secţiunea bobinei, prin forţele F_-, fig.33ob.



a



b

Fig.3.3o. Alura forţelor electrodinamice la o bobină din cadrul unui sistem de bobine circulare;
a. forţele axiale ; b. forţele radiale.

Insumînd proiecţiile după Ox ale forţelor provenind din forţele specifice radiale, pentru o jumătate a bobinei i, fig.3.3o b şi egalînd cu $2F_r$ se obţine pentru forţa de rupere :

$$F_{r,i} = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\int_{r_{i,i}}^{r_{e,i}}\int_{z_{1,i}}^{z_{2,i}} f_r.\cos\theta.r.d\theta.dr.dz \qquad (3.144)$$

Efectuînd integrarea după θ (întrucît datorită simetriei numai "$\cos\theta$" este funcţie de θ) şi ţinînd cont că $x = r$, în cazul analizat, se obţine pentru forţa de rupere în secţiunea bobinei circulare i :

$$F_{r,i} = \int_{r_{i,i}}^{r_{e,i}}\int_{z_{1,i}}^{z_{2,i}} x.f_x(x,z).dx.dz = \int_{r_{i,i}}^{r_{e,i}}\int_{z_{1,i}}^{z_{2,i}} x.J_i.(B_z(x,z))_i.dx.dz \qquad (3.145)$$

In relaţiile (3.143) şi (3.145), componentele inducţiei magnetice sînt produse de toate bobinele sistemului analizat :

$$(B_x)_i = \sum_{j=1}^{n}(B_x)_j \ldots (3.146); \quad (B_z)_i = \sum_{j=1}^{n}(B_z)_j \; . \qquad (3.147)$$

Avînd în vedere faptul că integrala pe volumul V_i a forţelor axiale specifice produse numai de bobina i este nulă, din cauza simetriei, la calculul forţei axiale totale de interacţiune dintre bobine, (3.143) este suficientă evaluarea lui $(B_x)_i$ conform relaţiei:

$$(B_x)_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n}(B_x)_j \; . \qquad (3.148)$$

Acest fapt are ca urmare o reducere importantă a timpului de calcul.

Calculul forţelor totale exercitate asupra bobinelor necesită efectuarea integralelor duble după r(sau x) şi z, adică pe secţiunea bobinei. De remarcat că în cazul bobinelor circulare plasate arbitrar sau al bobinelor necirculare, nu poate fi evitată şi efectuarea unei integrale după θ, adică în lungul spirelor.

In cazul unei singure bobine circulare relaţiile (3.138)... (3.14o), în legătură şi cu (3.124)...(3.126) conduc la :

$F_x = 0$ ... (3.149); $F_y = 0$ ... (3.15o); $F_z = 0$ ... (3.151)

Prin urmare nu există forţe care să deplaseze bobina axial sau radial. In bobină există totuşi o stare de eforturi caracterizată printr-o forţă de compresiune, F_c, fig.3.3o a şi o tendinţă de mărire a diametrului bobinei, caracterizată printr-o forţă de rupere, fig.3.3o b.

In cazul unui grup de bobine, forţele specifice axiale f_z şi f'_z, în general nu sînt simetrice faţă de planul median al uneia dintre bobine, fig.3.3o a. Simetria acestor forţe apare numai în cazul unei singure bobine cînd $f_z = f'_z$ şi respectiv $\bar{F}_c = \bar{F}'_c$, fig.3.3o a.

Forţa de compresiune în cazul unei singure bobine, F_c, fig.3.3oa se datorește cumulării forţelor axiale din jumătatea superioară ($o < z < z_{2i}$) a bobinei. Ea acţionează în planul median şi se calculează cu relaţia :

$$F_c = \int_o^{2\pi} \int_{r_i}^{r_e} \int_o^{z_2} r.f_z.dr.d\theta.dz \ , \qquad (3.152)$$

unde, datorită faptului că există o singură bobină, s-a renunţat la indicele "i" pentru toate mărimile în legătură cu bobina. După integrarea după θ şi considerînd $r = x$, se obţine pentru forţa de compresiune la o bobină expresia :

$$F_c = -2\pi \int_{r_i}^{r_e} \int_o^{z_2} x.J.B_x(x,z).dx.dz \ . \qquad (3.153)$$

Forţa de rupere în cazul unei singure bobine se obţine din relaţia (3.145) înlocuind J_i cu J, iar $(B_z(x,z))_i$ cu $B_z(x,z)$:

$$F_r = \int_{r_i}^{r_e} \int_{z_1}^{z_2} x.J.B_z(x,z)dx.dz \ . \qquad (3.154)$$

In relaţiile (3.153) şi (3.154) B_x şi B_z sînt produse de bobina analizată.

Integralele (3.143), (3.145), (3.153, (3.154) nu pot fi calculate analitic în general şi de aceea a fost elaborat un program care permite evaluarea acestora prin metode numerice.

3.4.2. Forţe electrodinamice la bobine în regim tranzitoriu. Metoda coeficienţilor de forţă.

In numeroase aplicaţii, curenţii care străbat căile de curent sau parcurg bobinele din grupuri de bobine, sînt variabili în timp (de ex. regimuri tranzitorii).

Metodele de calcul ale forţelor electrodinamice deduse şi prezentate în paragrafele anterioare, pot fi dezvoltate şi pentru regimuri în care curenţii variază în timp, pentru cazurile în care densitatea de curent este cunoscută şi poate fi considerată constantă, cel puţin pe porţiuni.

Considerînd o bobină i , dintr-un grup de "n" bobine parcurse de curenţi variabili în timp $i_1(t), i_2(t)...i_n(t)$ pentru forţele electrodinamice totale se poate scrie vectorial relaţia :

$$F_i(t) = \int_{V_i} (J_i(t) x \bar{B}(i_1(t), i_2(t), ... i_n(t)))dV, \qquad (3.155)$$

unde $J_i(t)$ este densitatea curentului prin bobină iar B inducţia magnetică totală, produsă de toate cele n bobine.

In cazul general, la orice moment t , forţa dată de relaţia (3.155) trebuie calculată efectuînd integrala de volum a forţelor electrodinamice specifice.

Această metodă este aplicabilă şi dacă, sub acţiunea forţelor electrodinamice unele sau toate bobinele suferă deplasări. In acest caz ecte necesar calculul deplasărilor bobinelor şi stabilirea noii geometrii de calcul, pentru valori cuantizate ale timpului.

Reluarea calculelor de cîmp şi de forţe, pentru fiecare geometrie calculată face ca această metodă să fie extrem de laborioasă şi abordabilă numai cu ajutorul unor calculatoare foarte puternice.

Pentru cazurile în care bobinele, sau părţile căii de curent, nu se deplasează sub acţiunea forţelor electrodinamice sau această deplasare poate fi neglijată în raport cu distanţele dintre bobine (căi de curent etc.), se poate evita reluarea calculelor conform relaţiei (3.155) pentru diferite momente ale timpului şi se pot stabili relaţii analitice, funcţie de timp, ale forţei electrodinamice pentru configuraţii oricît de complicate ale căilor de curent.

Metoda care permite acest lucru şi va fi prezentată mai jos a fost denumită: "metoda coeficienţilor de forţă". Ea va fi prezentată considerînd cazul bobinelor circulare cu aceiaşi axă de simetrie, fără ca prin aceasta să se restrîngă domeniul de aplicabilitate.

Se observă că relaţiile deduse în subcapitolul 3.3 pentru intensitatea cîmpului magnetic produs de o bobină pot fi scrise:

$$H_a = J.\frac{1}{4\pi}\int_{\Theta_1}^{\Theta_2} G_a(\Theta, w, c_1, c_2 . z_1, z_2, r(\Theta), x_M, y_M, z_M, etc)\,d\Theta \quad (3.156)$$

unde $a=x,y,z$ iar funcţiile G_x, G_y, G_z nu depind decît de factori geometrici, cunoscuţi pentru un caz analizat.

Notînd :

$$h_a = \frac{1}{4\pi}\int_{\Theta_1}^{\Theta_2} G_a . d\Theta \quad , \qquad (3.157)$$

se poate scrie pentru o bobină :

$$H_a(t) = J(t).h_a \quad , \qquad (3.158)$$

respectiv, considerînd cîmpul produs de un grup de "n" bobine în secţiunea bobinei i :

$$H_{ai}(t) = \sum_{j=1}^{n} J_j(t).h_{aj} \quad , \qquad (3.159)$$

unde $a = x,y,z$, J este densitatea de curent, iar indicii corespund numerotării bobinelor.

Pentru forţele axiale între bobine, ţinînd cont că $\bar{B} = u_o \bar{H}$, şi de relaţiile (3.143) şi (3.159), se poate scrie pentru bobina i :

$$F_{zi} = -2\pi \int_{r_{i,i}}^{r_{e,i}} \int_{z_{1,i}}^{z_{2,i}} x.J_i(t).\mu_o \sum_{j=1}^{n} (J_j(t).h_{x_j})\,dx.dz \; . \quad (3.160)$$

Punînd relaţia (3.160) sub forma :

$$F_{zi} = -\sum_{j=1}^{n} J_i(t).J_j(t) \int_{r_{i,i}}^{r_{e,i}} \int_{z_{1,i}}^{z_{2,i}} 2.\pi.\mu_o.x.h_{xj}.dx.dz \quad (3.161)$$

şi notînd :

$$(K_z)_{i,j} = -\int_{r_{i,i}}^{r_{e,i}} \int_{z_{1,i}}^{z_{2,i}} 2.\pi\mu_o.x.h_{xj}.dx.dz \qquad (3.162)$$

se obţine pentru forţa axială asupra bobinei i :

$$F_{zi} = \sum_{j=1}^{n} J_i(t).J_j(t).(K_z)_{i,j} \quad . \qquad (3.163)$$

Termenii de tipul $(K_z)_{i,j}$, relaţia (3.162), respectiv $(K_r)_{i,j}$, care poate fi dedus similar pornind de la relaţia forţei de rupere (3.145), etc., sînt denumiţi coeficienţi de forţă.

In cazul general al forţelor totale dintre n bobine cu poziţie oarecare şi parcurse de curenţi cu variaţie arbitrară în timp, se poate scrie pentru bobina i :

$$F_{ai} = J_i(t) \sum_{j=1}^{n} J_j(t)(K_a)_{i,j} \qquad (3.164)$$

unde $a = x,y,z$, $J_j(t)$, $j=\overline{1,n}$ densităţile de curent în bobine iar $(K_a)_{i,j}$ coeficienţii de forţă. Relaţia (3.163) dedusă pentru bobine cu aceiaşi axă de simetrie are valabilitate generală, dar relaţia (3.162), dedusă pentru calculul direct al coeficienţilor de forţă este valabilă doar pentru cazul a n bobine circulare, arbitrare, cu aceiaşi axă de simetrie.

Determinarea practică a coeficienţilor de forţă poate fi făcută pornind de la forţele electrodinamice, relaţiile (3.163),(3.164) sau cu relaţii directe de calcul, de exemplu (3.162).

Se consideră un sistem de n bobine circulare cu densitate de curent constantă, dimensiuni şi poziţie reciprocă oarecare, avînd aceiaşi axă de simetrie. Utilizînd metoda descrisă în paragraful 3.4.1 şi programul elaborat FBCAAS, paragraful 4.4.1 se calculează forţele produse asupra bobinei i, de fiecare din celelalte bobine, $(F_a)_{i,j}$:

$$(F_a)_{i,j} = J_i \cdot J_j \cdot (K_a)_{i,j} \tag{3.165}$$

unde a=x,y,z, $j=\overline{1,n}$, iar J_i şi J_j densităţile de curent din bobinele i şi j folosite la calculul forţei.

Din relaţia (3.165) se determină coeficienţii de forţă :

$$(K_a)_{i,j} = (F_a)_{i,j} /(J_i \cdot J_j) \ . \tag{3.166}$$

Coeficienţii de forţă pot fi pozitivi sau negativi, în funcţie de sensurile pozitive alese pentru curenţi şi forţe.

Ţinînd cont că densitatea medie de curent în secţiunea unei bobine este :

$$J_j = N_j \cdot i_j /S_j \ . \tag{3.167}$$

unde N_j - numărul de spire, i_j curentul iar S_j- secţiunea transversală a bobinei j, pot fi deduse, similar cu (3.166) expresiile unor coeficienţi de forţă (K'), raportaţi la curentul prin bobină şi nu la densitatea medie :

$$(K'_a)_{i,j} = (F_a)_{i,j} /(i_i \cdot i_j) \ , \quad a=x,y,z \ . \tag{3.168}$$

Relaţia de legătură între cele două tipuri de coeficienţi este:

$$(K'_a)_{i,j} = (K_a)_{i,j} \cdot N_i \cdot N_j /(S_i \cdot S_j) . \tag{3.169}$$

Cunoscînd coeficienţii de forţă şi variaţia în timp a curenţilor prin bobine, forţele electrodinamice pentru o bobină i pot fi calculate cu relaţiile :

$$(F_a)_i = J_i(t) \cdot \sum_{j=1}^{n} J_j(t) \cdot (K_a)_{i,j} \ . \tag{3.170}$$

$$(F_a)_i = i_i(t) \cdot \sum_{j=1}^{n} i_j(t) \cdot (K'_a)_{i,j} \ . \tag{3.171}$$

a = x,y,z, efectuînd o sumă algebrică a produselor dintre curenţii prin bobine şi coeficienţi de forţă, pentru orice valoare a timpului t.

Deşi a fost prezentată pentru cazul grupurilor de bobine, metoda coeficienţilor de forţă este generală permiţînd calculul analitic şi numeric al forţelor electrodinamice la căi de curent oarecare. Metoda poate fi aplicată la maşini şi echipamente conţinînd bobine şi căi de curent cu traseu spaţial complex, parcurse de curenţi cu variaţie oarecare în timp.

De asemenea, metoda permite o exprimare a forţelor electrodinamice avantajoasă atunci cînd, pentru calculul de rezistenţă a unor maşini şi echipamente electrice, sînt necesare, ca date iniţiale, valorile forţelor şi variaţia în timp a acestora, respectiv cînd se doreşte exprimarea forţelor electrodinamice ca funcţii analitice de timp.

3.5. Bibliografie la capitolul 3

/3.1/ Küpfmüller K., Einführung in die theoretische Elektrotechnik, Springer V., 1965

/3.2/ De Sabata I., Bazele electrotehnicii, I.P.Timişoara 1974

/3.3/ Timotin Al., Mărieş V.A., Calculul cîmpului magnetic şi al forţelor electrodinamice asupra unui bobinaj supraconductor, Ses. com. ştiinţifice I.P.Bucureşti. 24-25 oct.1980

/3.4/ Preis H., Berechnung des magnetischen Feldes, der magnetischen Kräfte und des Betriebsverhaltens grosser Spulensysteme für Fusionsexperimente, Diss. T.U.München, 1976

/3.5/ Răduleţ R., Bazele electrotehnicii, Probleme, vol. I, E.D.P. Bucureşti, 1970

/3.6/ Suciu I,, Bazele echipamentelor electrice, Ed.Facla, Timişoara, 1980

/3.7/ Vasilievici Al., Aparate electrice, vol.1, I.P. Timişoara 1976

/3.8/ Hortopan Gh., Aparate electrice, E.D.P.Bucureşti, 1972

/3.9/ Abegg K., Beitrag zur Berechnung der Kraftwiekung zwischen stromdurchflossenen, geraden Leitern bei beliebigen raumlichen Lage, Bull. Oerlikon, Nr.359, p.10, 1964

/3.10/ Dwight H.B., Electrical coils and conductors Mc Graw - Hill, New York, 1945

/3.11/ Ballus H., Ein Beitrag zur Berechnung elektromagnetischer Kräfte zwischen stromführenden Leitern, Diss. Darmstadt, 1970

/3.12/ Fântână N.L., Metodă de calcul a intensităţii cîmpului magnetic produs de un segment de bobină, E.E.A.-Electrotehnica, 28(198o) nr.7, p.311

/3.13/ Simonyi K., Electrotehnică teoretică, Ed.Tehnică, Bucureşti, 1974

/3.14/ Fântână N.L., Asupra calculului cîmpului magnetic al unei bobine plate, Sesiunea comunicări ştiinţifice, I.P."Traian Vuia"Timişoara, 26-28 oct.1979

/3.15/ Montgomery D.B., Solenoid magnet design, J.Wiley, New York, 1969

/3.16/ Parsch C.P., Supraleiter und supraleitende Magnete, Siemens A.G.,1975

/3.17/ Caius Iacob, Cristea C., Iacob V., Mihăileanu N.,Trandafir R., Tomescu I., Zidăroiu C., Matematici clasice şi moderne, vol.I, Ed.Tehnică, Bucureşti, 1978

/3.18/ Newhouse V.L., editor, Applied superconductivity, vol.II, Academic Press, New York, 1975

/3.19/ Brechna H., Superconducting magnet systems, Springer V., 1973

/3.2o/ Gray H., Ballou J.K., Electromechanical stress analysis in transversly isotropic solenoids J.Appl.Physics, vol.48,Nr.7,1977,p.31oo

/3.21/ Hortopan Gh.,Panaite V., Pavelescu D., Dinculescu P., Popescu M., Titz G., Niţu S., Truşcă V., Popescu C., Probleme de aparate electrice, E.D.P., Bucureşti,1982

/3.22/ Melkes F., Vypocet magnetickeho pole kruhovych civek, Elektrotechnicky casopis,XXIV, 1973,nr.7,p.455

/3.23/ Hart P.J., Universal tables for magnetic fields of filamentary and distributed currents, AEPC, New York, 1967

/3.24/ x x x Memoratorul inginerului electrician, Ed.tehnică, Bucureşti, 1971.

4. CALCULE NUMERICE SI VERIFICARI EXPERIMENTALE

4.1. Calcule numerice privind cîmpul magnetic produs de bare masive

4.1.1. Programul de calcul al cîmpului magnetic produs de o cale de curent masivă, spaţială cu traseu oarecare

Metoda de calcul utilizată a fost prezentată în paragraful 3.1.2. Calea de curent este divizată în bare de lungime finită pentru care se calculează cîmpul cu metoda prezentată în paragraful 3.1.1.5, implicînd o integrare numerică, iar apoi se suprapun efectele.

Barele masive, fig.4.1, care aproximează calea de curent reală, fig.3.12, sînt complect definite, prin precizarea de către utilizator, pentru fiecare bară, a unui număr de identificare ataşat barei, a coordonatelor, faţă de un sistem de referinţă comun, a punctelor I_1, I_2, I_3 respectiv J_1, J_2, J_3 şi a densităţii de curent considerată uniformă şi avînd sensul pozitiv de la capătul I spre capătul J al barei.

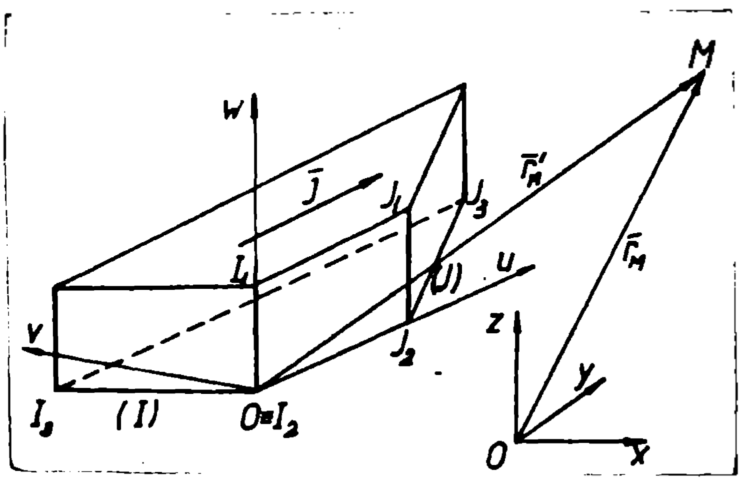


Fig.4.1. Bara de calcul şi notaţiile folosite

De asemenea utilizatorul trebuia să precizeze punctele M, în care doreşte să se calculeze cîmpul magnetic. In program acest lucru se face prin precizarea coordonatelor punctului iniţial şi final de calcul şi a unui număr de paşi, care, parcurşi paralel cu O_x, O_y şi respectiv O_z, să descrie o rețea spațială, ale cărei noduri vor fi punctele **M** (x,y,z).

Programul de calcul, denumit BLF3, generează automat **coordonatele dorite pentru punctele M, în sistemul de referință comun xOyz.**

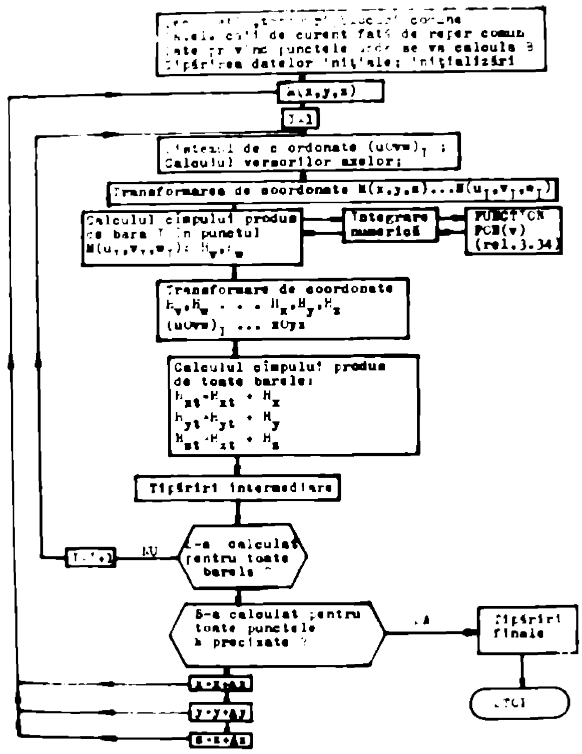


Fig.4.2.Organigrama programului de calcul al cîmpului magnetic pentru căi de curent masive (BLF3)

De asemenea, cu ajutorul acestui **program, se generează** automat sistemul **de** coordonate legat **de** bară, uOvw, se **calculează** coordonatele punctului **M,** **precum** și **componentele inducției magnetice față de acesta** și **apoi în sistemul xOyz.**

Sînt tipărite coordo**natele punctului M, contribuția fiecărei bare la** cîmpul din M, pe componen**te** și componentele induc**ției** produse de toate ba**rele din** calea de **curent** analizată.

Programul **realizat** permite calculul la căi de curent aproximate cu, pînă la 50 de bare, dar acest număr poate fi cu ușurință extins

4.1.2. Rezultate calculate privind cîmpul magnetic produs de bare masive

Programul de calcul descris în paragraful 4.1.1și metoda de calcul, descrisă în paragraful 3.1., au fost comparate cu unele exemple calculate în literatură, respectiv cu unele metode de calcul cunoscute.

Rulările au fost făcute pe un ordinator FELIX CE-256. Integrarea numerică a fost efectuată utilizînd subprograme din biblioteca matematică

a. Bară masivă de lungime finită

Pentru o bară masivă de lungime finită, s-a efectuat calculul cîmpului magnetic într-un punct aflat la o distanţă nemodificată faţă de bară, dar bara a fost plasată diferit faţă de sistemul de coordonate ales.

Astfel, bara a ocupat, pe rînd poziţiile conform fig.4.3. Bara are o lungime de 10 m, este plasată simetric faţă de planul xOy, are dimensiunile secţiunii transversale o.ol m x o.ol m şi este străbătută de un curent de 5ooo A.

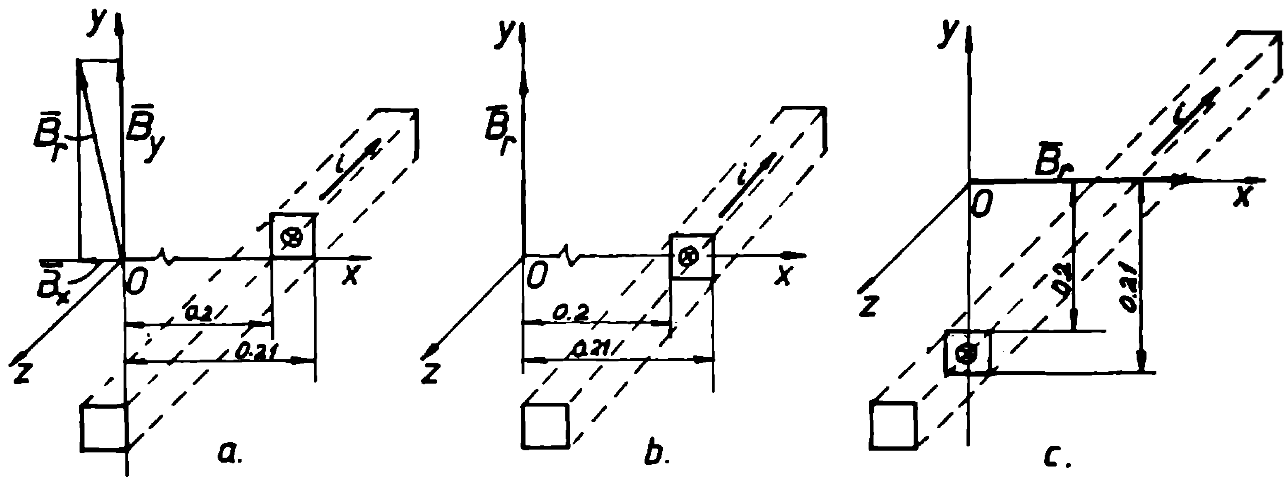


Fig.4.3. Cazurile analizate pentru o bară de lungime finită

Pentru cele trei cazuri fig.4.3, au fost obţinute rezultatele prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

	Punctul (x,y,z) /m/	B_x /T/	B_y /T/	B_z /T/	B_r /T/
a	0.,0.,0.,	-.11881 E-03	.48710 E-02	0.	.487244 E-02
	0.,0.005,0.,	0.	.48740 E-02	0.	.487400 E-02
b	0.,0.,0.,	0.	.48740 E-02	0.	.48740 E-02
	0.,0.005,0,	.11881 E-03	.48710 E-02	0.	.487244 E-02
c	0.,0.,0.,	.48740 E-02	0.	0.	.48740 E-02
	.005,0.,0.,	.48711 E-02	-.11881 E-03	0.	.487254 E-02

Rezultatele obţinute, utilizînd la integrarea numerică a precizie de 0,001 sînt practic la fel. De remarcat că, pentru un conductor filiform infinit lung, plasat în centrul secţiunii conductorului b) sau c) analizat aici, inducţia magnetică în originea sistemului de coordonate este 0.00487804 T.

b. Calculul inducţiei magnetice la conductoare rectilinii. Comparaţie.

A fost calculată şi comparată inducţia magnetică produsă de următoarele căi de curent:

- bară masivă, de lungime finită şi secţiune dreptunghiulară;
- bară masivă, de lungime infinită şi secţiune dreptunghiulară;
- conductor filiform infinit lung, plasat în axa de simetrie a barei masive. S-a considerat densitatea de curent uniform distribuită în suprafaţa secţiunii barelor.

Pentru calcule, barele masive avînd dimensiunile secţiunii a=0.5 cm, şi b=5 cm, şi lungimea L variabilă, au fost plasate cu latura mică după O_y, cazul A, respectiv după O_x, cazul B, fig.4.4.

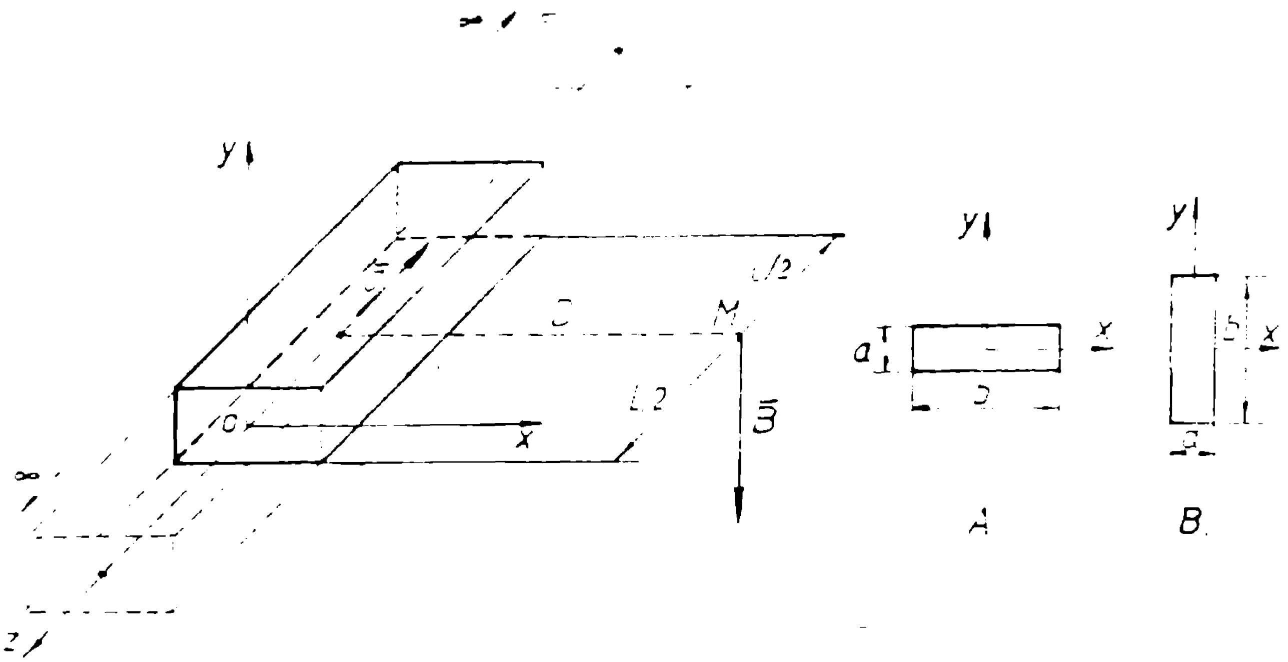


Fig.4.4. Barele analizate în exemplul b. şi cazurile de plasare a barei masive.

Punctul M, în care s-a calculat cîmpul, a fost plasat la o distanţă D, variabilă (în programul de calcul şi la o distanţă egală de capetele barei masive în lungul axei O_z.

Cîteva din rezultatele obţinute, sînt prezentate în figurile 4.5 şi 4.6.

Punctul M ocupă distanţe, D, faţă de axa barei de la 0,2...4m, iar lungimea L a barei este 1... 15 m.

Bara masivă, atît cea de lungime finită cît şi cea infinit lungă, a fost plasată conform cazurilor A şi B. Curentul prin bare este 15kA.

Cazurile analizate şi graficele trasate, utilizînd pentru bara de lungime finită metodica şi programul elaborat, iar pentru celelalte cazuri, relaţiile cunoscute, permit desprinderea următoarelor observaţii:

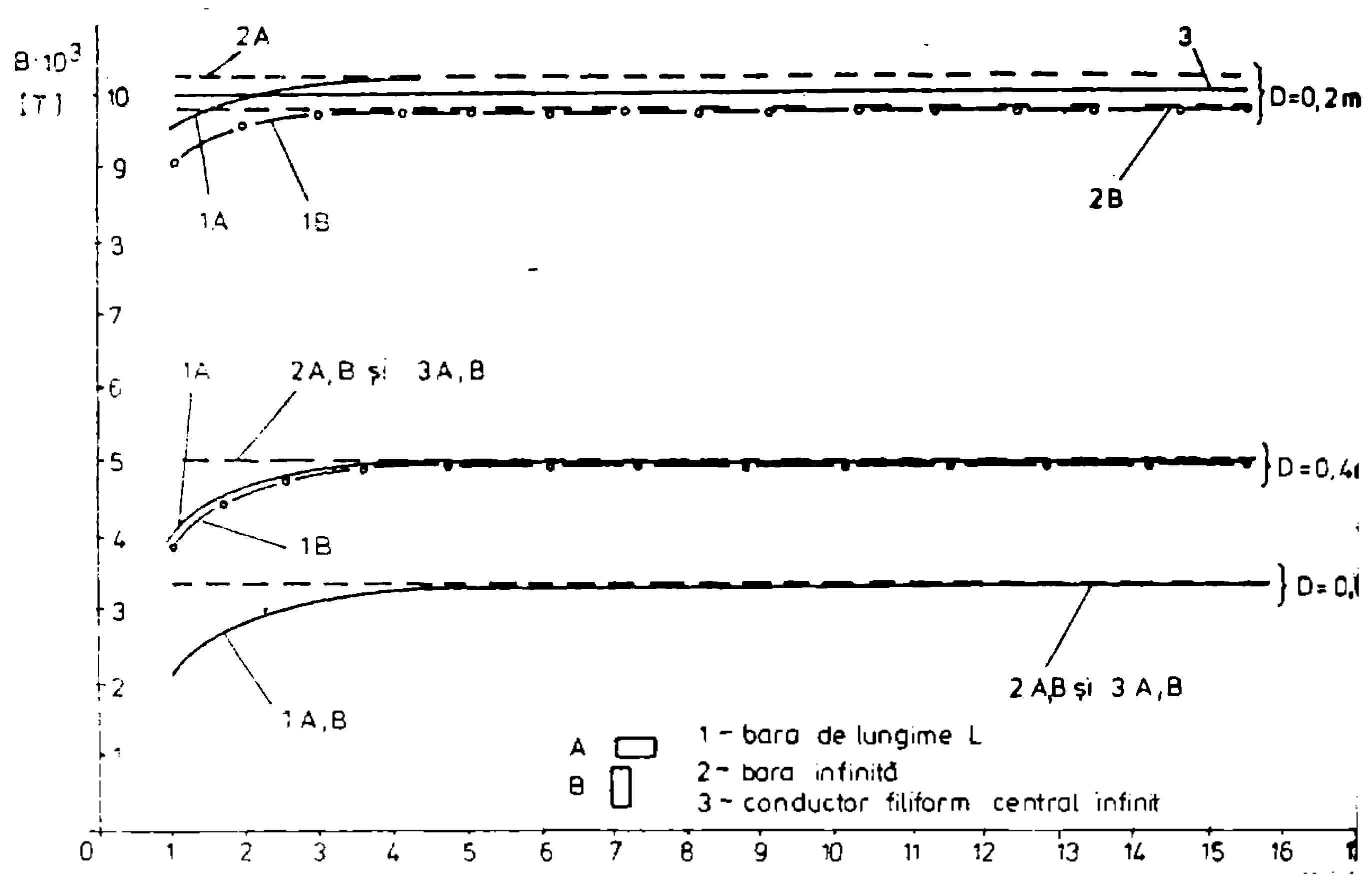


Fig.4.5. Distribuţia inducţiei magnetice pentru barele analizate, fig.4.4, şi D ⩽ 0.6 m

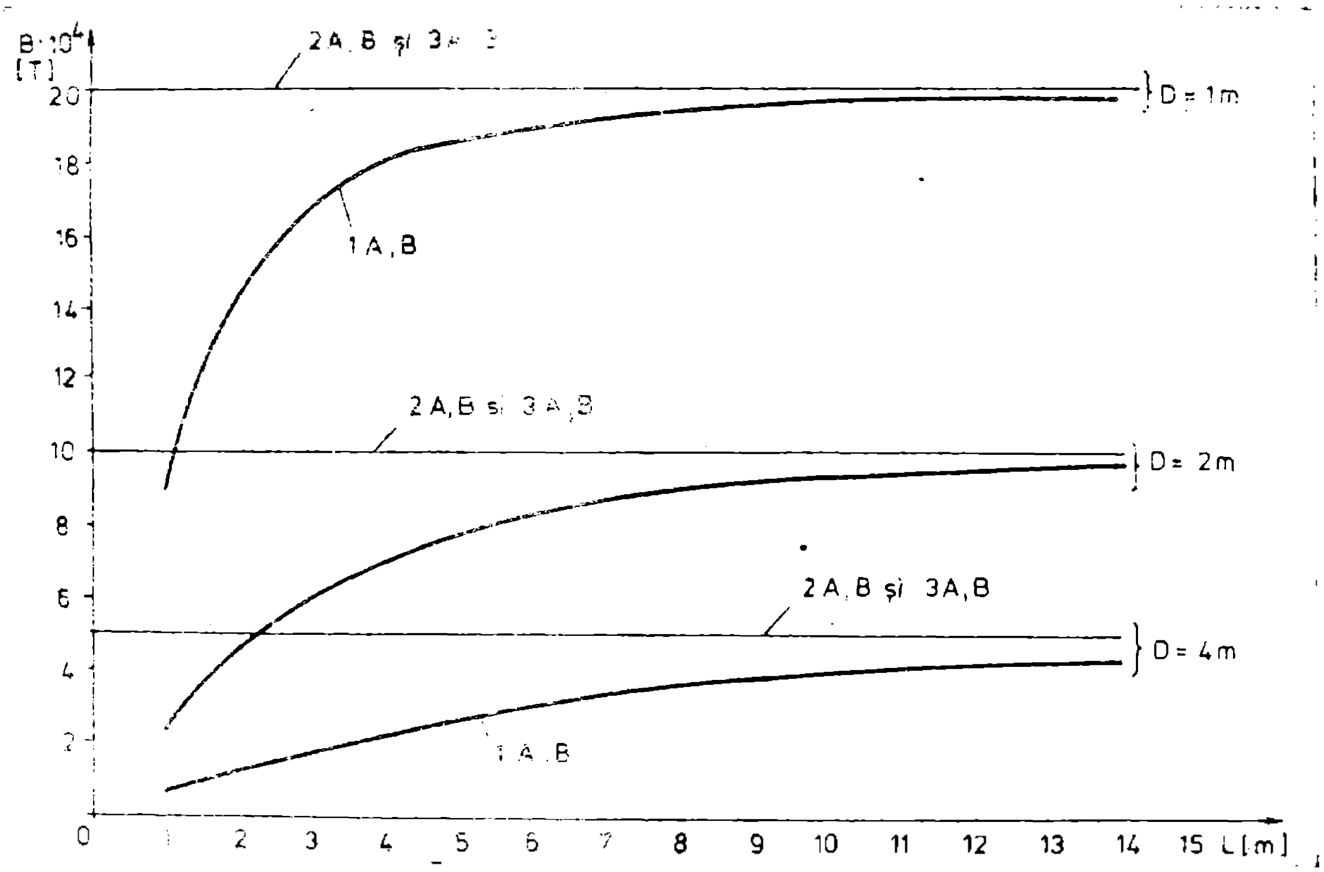


Fig.4.6. Distribuţia inducţiei magnetice pentru barele analizate şi D = 1,2 şi 4 m.

- La distanțe mici de bara analizată, se poate face o distincție între cele 2 moduri de plasare (A,B), ale conductorului masiv. Peste o anumită distanță (în exemplul analizat, $D>0,4$ m), diferențele dintre rezultatele pentru cazul A și B, devin neglijabile.

- Odată cu creșterea lungimii barei masive, valorile cîmpului, calculate în acest caz, se apropie asimptotic de cazul barei masive infinite. Pentru L mai mare decît aproximativ 20xD în exemplul studiat cele două valori diferă cu aproximativ 0,5%.

- Pentru o bară de lungime dată, L, aproximarea cu o bară masivă, de lungime infinită poate fi făcută acceptabil numai pentru puncte suficient de apropiate de aceasta (în exemplul analizat $D \simeq L/20$). Astfel pentru o bară de 5 m lungime și un punct în care se calculează cîmpul aflat la mai mult de 1 m de bară, erorile, pentru exemplul analizat sînt mai mari sau egale cu 7,5%.

In cazul aproximării cu un conductor filiform infinit, la distanțe mici față de bară apar erori datorate în special neglijării la calcule a secțiunii transversale finite a barei reale.

Rezultatele obținute cu metoda și programul elaborat pentru bare masive de lungime finită sînt în concordanță cu celelalte metode de calcul.

c. Bară de lungime finită conform /4.2/

Cu metoda și programul prezentat a fost analizată o bară de lungime finită și secțiune dreptunghiulară conform /4.2/. Bara reprezentată în fig.4.7, are coordonatele x,y,z ale punctelor din colțuri /cm/: $I_1(1.0,-5.0,-5.0)$, $I_2(1.0,-3.0,-5.0)$, $I_3(-1.0,-3.0,-5.0)$

$J_1(1.0,\ -5.0,\ 5.0)$,

$J_2(1.0,\ -3.0,\ 5.0)$,

$J_3(-1.0,\ -3.0,\ 5.0)$.

iar densitatea de curent

$J = 0.625.10^3 A.m^{-2}$.

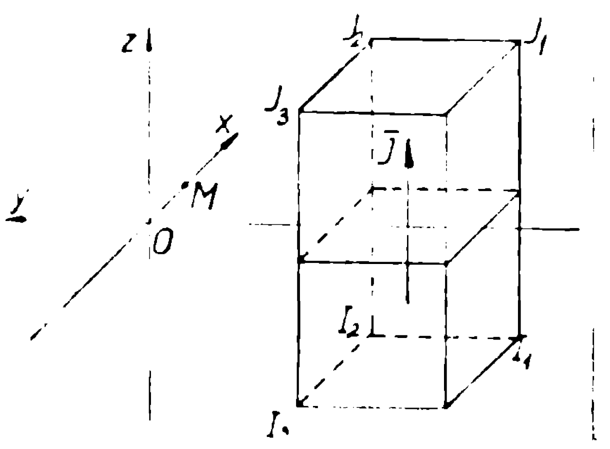


Fig.4.7. Bara de lungime finită conform exemplului /4.2/

In tabelul 2 sînt indicate cîteva din valorile inducției magnetice calculate cu programul BLP3, paragraful 4.1, comparativ cu cele din /4.2/.

Tabelul 2

x /cm/	y /cm/	z /cm/	B x /T/ BLF3	B x /T/ /4.2/	B y /T/ BLF3	B y /T/ /4.2/
0.	0.	0.	-97939E-06	-97735E-06	-2406E-10	0.
0.25	0.	0.	-97491E-06	-97288E-06	.60618E-07	.6049E-07
0.5	0.	0.	-96167E-06	.95967E-06	.11962E-06	.11937E-06
.75	0.	0.	.94027E-06	.93831	.17547E-06	.17513E-06
.10		0.	.91163E-06	.90972E-06	.22694E-06	.22649E-06
1.25	0.	0.	.87690E-06	.87507E-06	.27303E-06	.27247E-06
1.5	0.	0.	.83742E-06	.83567E-06	.31305E-06	.31240E-06
1.75	0.	0.	.79453E-06	.79287E-06	.34670E-06	.34598E-06
2.0	0.	0.	.74952E-06	.74794E-06	.37397E-06	.37319E-06
2.25	0.	0.	-.70355E-06	-.70207E-06	-.39508E-06	-.39426E-06
2.50	0.	0.	-.65761E-06	-.65623E-06	-.41049E-06	-.40962E-06
2.75	0.	0.	-.61254E-06	-.61124E-06	-.42072E-06	-.41984E-06
3,00	0.	0.	-.56893E-06	-.56773E-06	.42642E-06	-.42552E-06
3.25	0.	0.	.52725E-06	.52613E-06	.42820E-06	.42730E-06
3.50	0.	0.	.48778E-06	.48675E-06	.42670E-06	.42580E-06
3.75	0.	0.	.45072E-06	.44976E-06	.42850E-06	.42161E-06
4.00	0.	0.	.41612E-06	.41523E-06	.41612E-06	.41523E-06

Valorile inducţiei după O_z, B_z, sînt nule în ambele cazuri.

Rezultatele calculate cu programul BLF3 sînt în bună concordanţă cu cele calculate de S.Sackett, la Lawrence Livermoore Laboratory, /4.2/.

d. Aproximarea unei spire circulare masive, cu bare de lungime finită

In fig.4.8 se prezintă o spiră circulară masivă parcursă de curent, avînd raza interioară 0.1m, raza exterioară 0.15m, lungimea 0.05m, iar densitatea medie de curent în secţiune 50 $A.mm^{-2}$ şi modul ei de aproximare prin 6 bare masive.

In fig.4.8 este prezentat doar un mod în care pot fi aranjate barele, alte posibilităţi, apropiate de cea prezentată, nu sînt excluse.

Odată cu creşterea numărului segmentelor de bară care aproximează spira masivă, razele cercurilor loc geometric, pe care se află vîrfurile poligonului interior, respectiv exterior, care aproximează proiecţia în plan a spirei, tind spre cercurile de rază 0.1 m şi 0.15 m, interioare, respectiv exterioare spirei reale. Au fost efectuate calcule, considerînd numărul de segmente de bară, NSEG, care aproximează spira reală, cuprins între 5 şi 1oo..

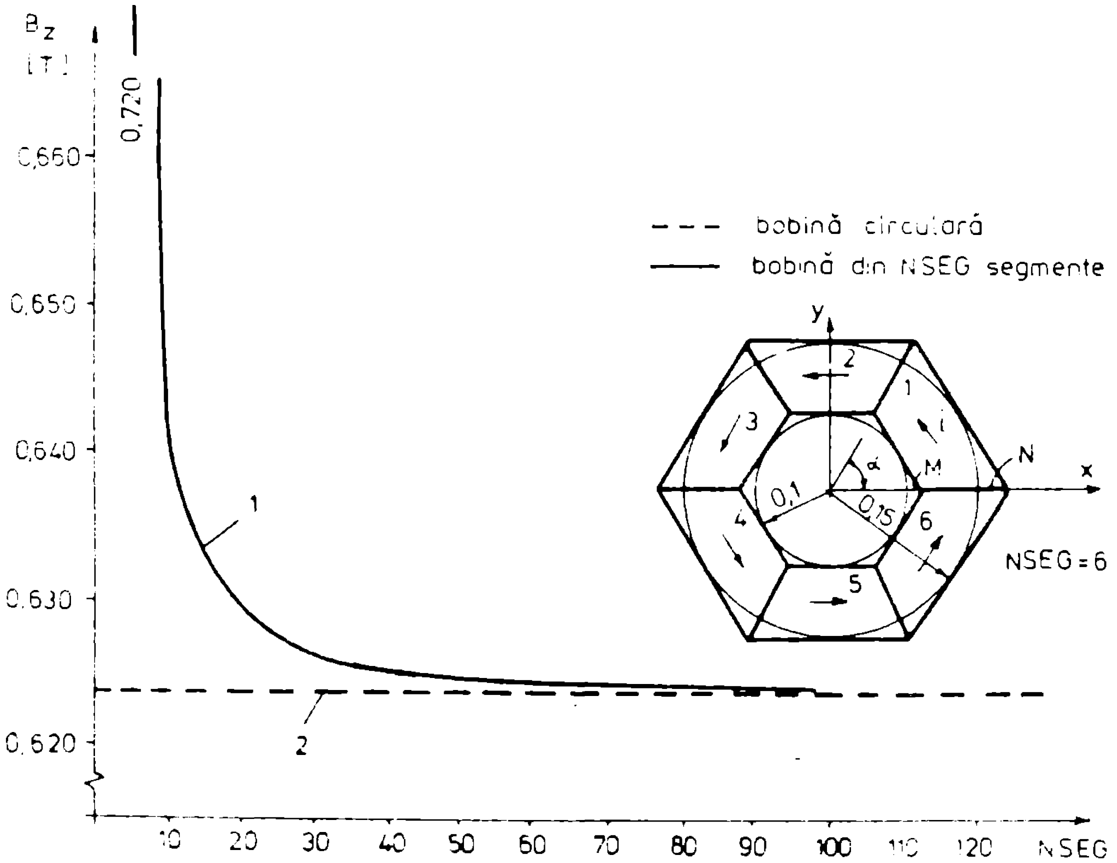


Fig.4.8. Aproximarea unei spire circulare masive cu bare de lungime finită; 1-variaţia inducţiei în punctul central, B(o,o,o), cu numărul de segmente care aproximează spira; 2 - B(o,o,o), pentru spira circulară.

Inducţia magnetică în punctul din centrul spirei, B(o,o,o), calculată pentru o aproximare a acesteia cu un număr de segmente de bară, NSEG, cuprins între 5 şi 100, este prezentată în fig.4.8. Pentru comparaţie, s-a trasat cu linie întreruptă şi cîmpul magnetic calculat pentru spira circulară analizată.

In tabelul 3 sînt prezentate, pentru cîteva puncte, valorile inducţiei magnetice calculate pentru o spiră circulară masivă, respectiv cele determinate aproximînd aceasta, conform fig.4.8 cu 20 respectiv 40 bare de lungime finită.

Tabelul 3

x /m/	y /m/	z /m/	B_x/T/ Spiră	B_x/T/ 2o și 4o bare	B_z/T/ Spiră	B_z/T/ 2o bare	B_z/T/ 4o bare
0.	0.	0.	0.	z.	.623687	.62887	.62499
0.02	0.	0.	0.	z	.635664	.64118	.63707
0.04	0.	0.	0.	z	.675312	.68192	.67700
0.06	0.	0.	0.	z	.756574	.76573	.75891
0.08	0.	0.	0.	z	.917104	.93195	.92071
0.09	0.	0.	0.	z	1.05190	1.07215	1.05700
0.10	0.	0.	0.	z	1.24237	1.17798	1.22609
0.11	0.	0.	0.	z	.861644	.78903	.84652
0.12	0.	0.	0.	z	.520156	.45868	.50144
0.13	0.	0.	0.	z	.188163	.12417	.17043
0.14	0.	0.	0.	z	-.165016	-.22954	-.18444
0.15	0.	0.	0.	z	-.56827	-.54605	-.56199
0.16	0.	0.	0.	z	-.40284	-.38337	-.39929

$$z = 0{,}2.10^{-6} \dots 0{,}1.10^{-8} \quad .$$

Rezultatele obținute, arată o concordanță bună pentru puncte exterioare căii de curent. Pentru puncte aflate în interiorul bobinei reale sau în apropierea suprafeței acesteia, erorile cresc. Aceste erori se datorează modului de aproximare a căii de curent reale, tor cu secțiune dreptunghiulară, cu poliedre. Astfel puncte foarte apropiate, dar interioare, M, respectiv exterioare N, bobinei reale, fig.4.8, pot să se afle în exteriorul, M, respectiv în interiorul, N, căci de curent de calcul, formată din bare de lungime finită.

In tabel, punctele avînd x=o.1 respectiv x=o.15 se află la suprafața interioară respectiv exterioară a bobinei din fig.4.8. Valoarea lui B_x din tabelul 3 pentru cazul aproximării cu 20 respectiv 40 de segmente a spirei circulare masive, a fost cuprinsă între $0{,}2.10^{-6}$ și $0{,}1.10^{-8}$ și în tabel a fost scris z.

Atunci, cînd s-a făcut aproximarea căii de curent, cu bare de lungime finită, nu s-a utilizat nici o ipoteză restrictivă din punct de vedere al formei şi poziţiei spaţiale a acesteia şi prin urmare exemplul prezentat arată posibilitatea calculului cîmpului magnetic la căi de curent masive, cu traseu spaţial oarecare.

e. Calculul cîmpului magnetic produs de o spiră masivă

Rezultatele obţinute cu metoda elaborată şi programul BLF3 au fost comparate cu cele obţinute de F.Melkes /4.1/, pentru o spiră dreptunghiulară cu secţiune transversală dreptunghiulară.

Dimensiunile spirei analizate sînt conform fig.4.9a, iar densitatea de curent (J) este $0.15625 \cdot 10^{9}$ A.m^{-2}.

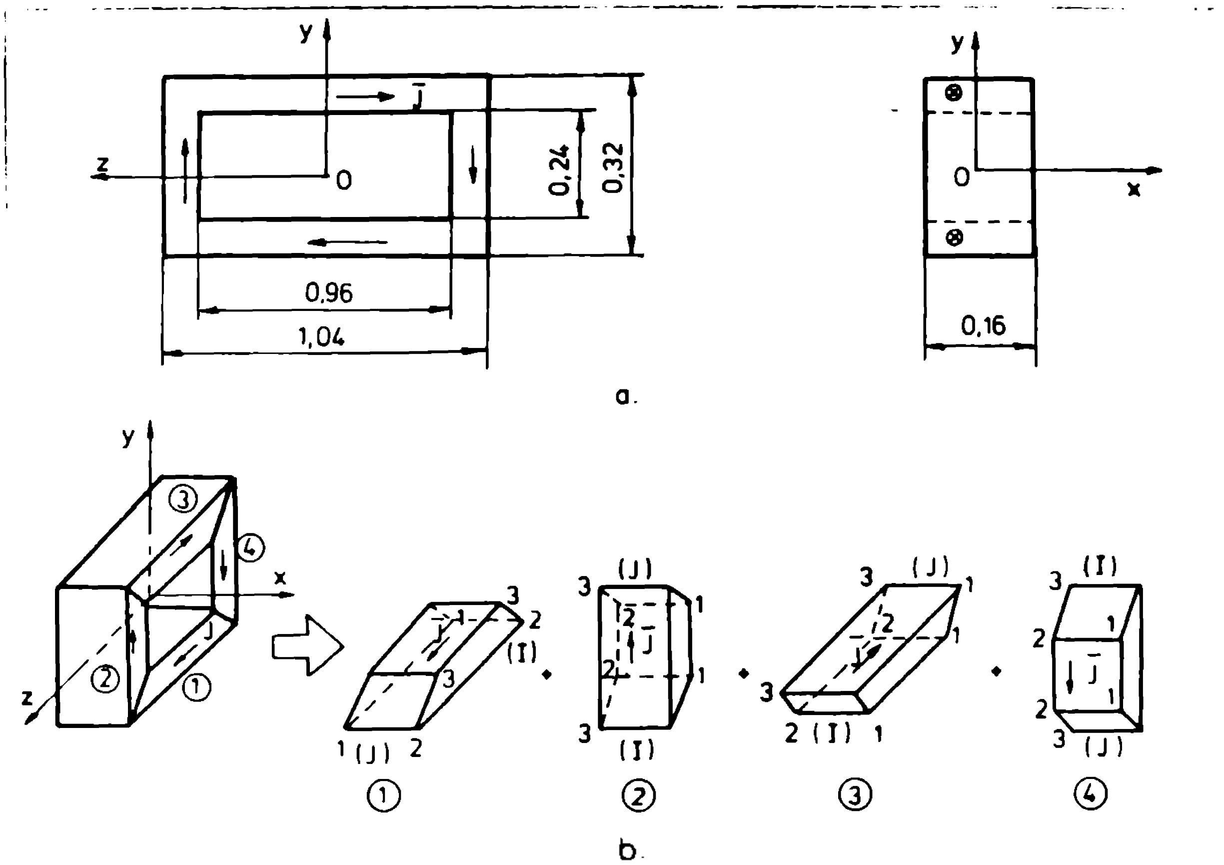


Fig.4.9. Spir masivă: a.dimensiunile spirei (mm), b. modul de aproximare pentru calcul cu 4 bare de lungime finită.

Pentru calculul cîmpului magnetic, spira masivă a fost descompusă în patru bare masive, de lungime finită avînd două feţe oblice, fig.4.9 b, şi se suprapun efectele.

Rezultatele obţinute diferă numai la cifra patra semnificativă, fiind şi în acest caz în bună concordanţă cu cele din literatură.

4.2. Calcule numerice privind forțele electrodinamice la căi de curent masive

4.2.1. Programe de calcul ale forțelor electrodinamice la conductoare masive

Avînd la bază metodele și relațiile de calcul prezentate în subcapitolul 3.2, privind calculul forțelor electrodinamice la căi de curent masive și cvasi masive, au fost elaborați algoritmii de calcul și realizate programe FORTRAN pentru determinarea forțelor.

i.) Programul FEDMAS, permite calculul forței exercitate între două baze masive, cu poziție spațială arbitrară, conform celor prezentate la "cazul de bază", paragraful 3.2.1.2.1., fig.3.15. Bara asupra căreia se calculează forța este un paralelipiped.

Descrierea formei geometrice și a poziției spațiale a barelor analizate, se face prin furnizarea coordonatelor, punctelor 1,2,3 de la capătul (I) respectiv (J) al barelor, fig.3.15, față de un sistem de referință triortogonal. Acestea, împreună cu curenții prin barele analizate constituie datele inițiale.

Organigrama programului de calcul a forței electrodinamice între două bare cu poziție arbitrară, conform paragrafului 3.2.1.2.1, este prezentată în fig.4.10 iar unele rezultate calculate cu acest program în paragraful 4.2.2.

ii) Calculul forțelor electrodinamice între două bare masive de lungime finită, cu poziție spațială oarecare, fig.3.19 a, are la bază metoda prezentată în paragraful 3.2.1.2.3. Bara asupra căreia se calculează forța este cu capete oblice plane. Aceasta se descompune, pentru calcul, într-o porțiune paralelipipedică și o "pană" parcursă de curent.

Calculul forței electrodinamice asupra porțiunii prismatice triunghiulare - "pană" - are la bază metoda și relațiile prezentate în paragraful 3.2.1.2.2. Organigrama de calcul a forței electrodinamice pentru acest caz este prezentată în fig.4.11, făcîndu-se referiri la notațiile și relațiile din paragraful menționat, precum și la fig.3.18. Pentru porțiunea paralelipipedică sînt valabile cele prezentate de cazul i).

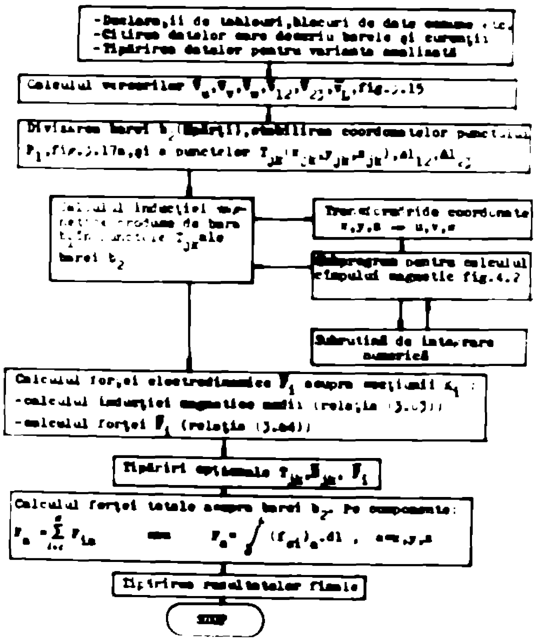


Fig.4.10.Organigrama programului FEDMAS de calcul a forţei electrodinamice între 2 bare parcurse de curent(par.3.2.1.2.1)

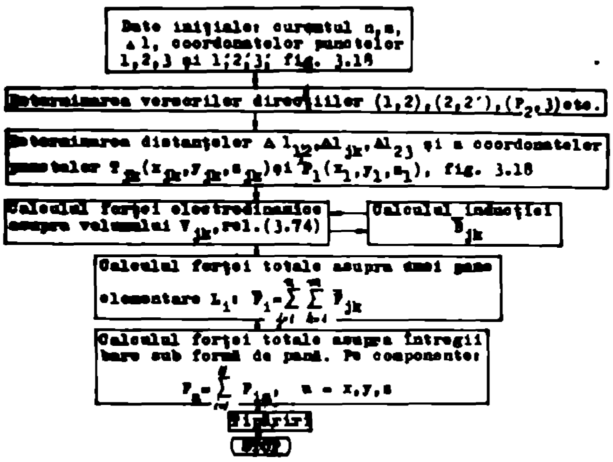


Fig.4.11.Organigrama de calcul a forţei electrodinamice pentru o pană parcursă de curent (paragraful (3.2.1.2.2.)

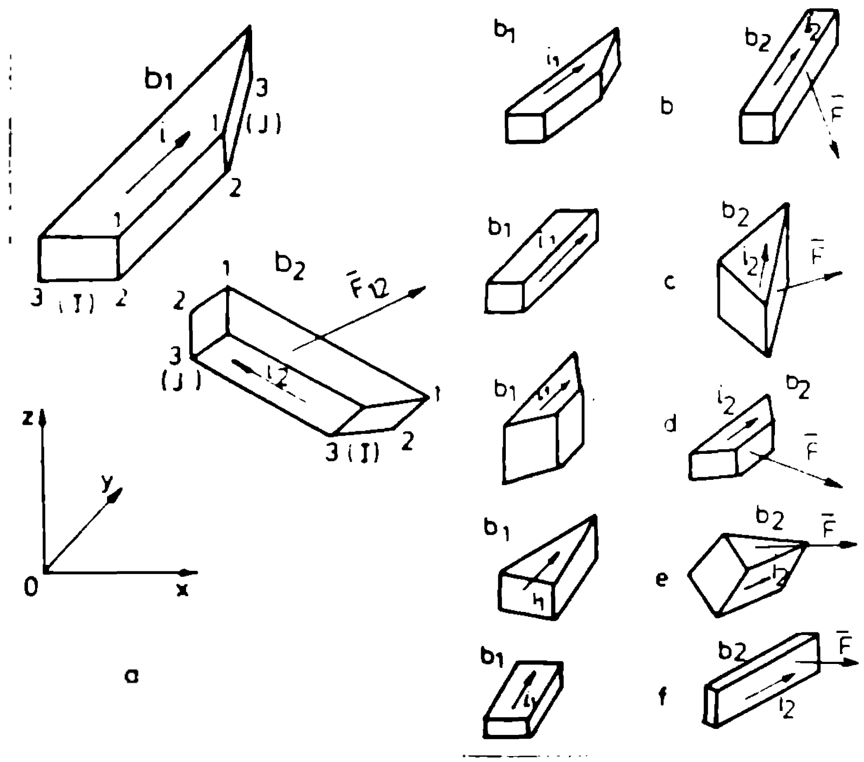


Fig.4.12 Bare cu poziţie arbitrară pentru care poate fi utilizat programul FEDMAS.a.cazul general; b,c,d,e,f cazuri particulare.

A fost elaborat un program de calcul al forţelor electrodinamice denumit FEDMAS, care permite calculul forţei produse de bara b_1 asupra barei b_2 pentru cazul general al barelor masive, cu feţe oblice plane şi poziţie spaţială oarecare. In fig. 4.12 sînt prezentate cîteva exemple de bare pentru care se poate efectua

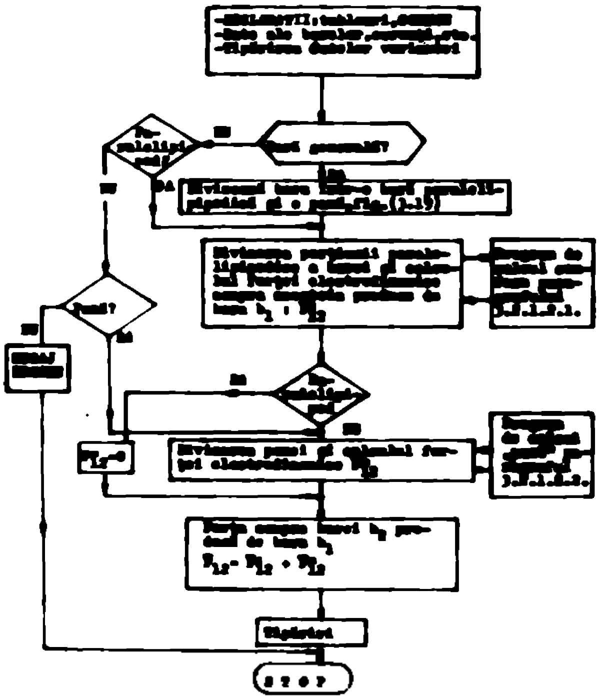


Fig.4.13. Organigrama programului FEDMA3, pentru bare masive oarecare (pgf.3.2.1.2.3)

calculul forței electrodinamice.

In cazul general, fig. 4.12a, calculul se face descompunînd bara b_2 într-o bară paralelipipedică și o pană parcursă de curent.

In cazul cînd b_2 este paralelipiped sau pană, se alege automat numai algoritmul corespunzător.

iii) In cazul căilor de curent masive, cu traseu spațial oarecare, calculul forțelor electrodinamice se fac aproximîndu-le cu bare cu capete oblice plane, "pene" parcurse de curent, conform fig.3.20, paragraful 3.2.2.1.

Intr-o primă variantă se poate calcula forța asupra unei bare, evaluînd succesiv forțele produse de toate barele de calcul ale căii de curent asupra acesteia.

La cea de a 2-a variantă forța se calculează pornind de la divizarea barei în volume elementare, folosind metoda descrisă în paragraful 3.2.1.2.1.

In volumele elementare, inducția magnetică este produsă de toată calea de curent care conține bara analizată.

Calculul forței electrodinamice exercitate asupra unei bare, utilizînd prima variantă, care evaluează forțele între perechi de bare, permite evidențierea contribuției la forța totală, a barelor învecinate acesteia și deci stabilirea unor măsuri constructive raționale. Cea de-a doua variantă nu permite decît calculul forței totale asupra barei analizate.

iv) In cazul căilor de curent cvasimasive conform celor precizate și ipotezelor admise în paragraful 3.2.2.2 problema calculului forțelor electrodinamice se reduce la calculul forțelor între un număr oarecare de conductoare filiforme, rectilinii, finite cu poziție spațială arbitrară.

Programul de calcul, scris în limbajul FORTRAN, și denumit FED, permite, pentru cazul unor conductoare reale, cu secțiune circulară, din material nemagnetic și poziție spațială arbitrară, avînd sau nu coturi să se calculeze :

- Forțele electrodinamice produse de toate celelalte conductoare asupra unor conductoare precizate de utilizator.

- Forța electrodinamică produsă asupra unui conductor de oricare alt conductor. Programul permite, la o rulare calculul pentru cîteva zeci de perechi de astfel de conductoare.

- Distribuția componentelor forțelor electrodinamice specifice în lungul conductorului analizat.

- Forțele electrodinamice rezultante F_x, F_y, F_z și punctul de aplicație al acestora față de un sistem triortogonal xOyz și față de un capăt al barei analizate.

Datele inițiale de calcul precizează geometria sistemului de bare și curenții prin bare. In program se generează automat, avînd la bază geometria reală a căii de curent, coordonatele de calcul pentru conductoarele analizate (subprogramul GC), identificînd conductoarele care formează coturi și determinînd scurtările corespunzătoare,3.2.2.2. Pentru cazul conductoarelor flexibile, formînd o săgeată dependentă de tensiunea din fir, caz des întîlnit în stațiile de transformare și de distribuție, se face aproximarea, pentru calcul, a acestora cu un contur poligonal de bare parcurse de curent. Un subprogram ajutător (CPCC) realizează aceasta pornind de la coordonatele punctelor de fixare a conductorului, de la săgeată și de la numărul de laturi dorite pentru conturul poligonal de aproximare.

O cartelă generală de comandă (pentru program) și trei grupuri de cartele de date permit descrierea unor forme geometrice complicate ale căii de curent, care ar implica scrierea a zeci de cartele de date, printr-un număr, uneori, cu aproape un ordin de mărime mai mic de astfel de cartele. Subprogramele GC și CPCC permit o descriere ușoară a formelor reale ale căilor de curent cvasimasive.

O variantă a programului FED, denumită FEDINT calculează forța totală asupra unei bare prin integrare numerică a forțelor specifice în lungul barei. Cu cele două variante s-au obținut rezultate practic identice.

Organigrama programului FED este prezentată în fig.4.14.

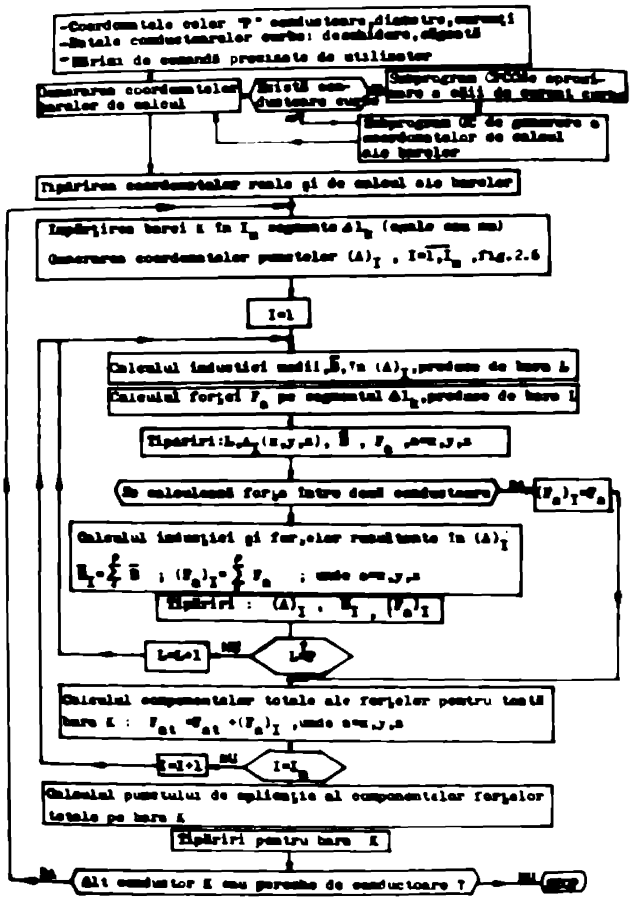


Fig.4.14. Organigrama programului la calcul al forțelor electrodinamice la conductoare cvasimasive (FED)

4.2.2. Rezultate calculate privind forțele electrodinamice la conductoare masive

Conductoare masive parcurse de curent se întîlnesc frecvent în instalațiile industriale și pentru dimensionarea lor corespunzătoare, este necesară cunoașterea forțelor electrodinamice care acționează asupra lor.

Pentru cîteva cazuri, se calculează, utilizînd metodele prezentate în paragraful 3.2 și programele descrise în paragraful 4.2.1, forțele electrodinamice totale și pe unitatea de lungime. Rezultatele sînt comparate cu cele obținute cu metodele clasice aproximative, acolo unde acest lucru este posibil, cu cele obținute considerînd conductoare filiforme și cu unele rezultate din literatură.

a. Bare paralele, masive de lungime finită.

Au fost analizate 5 perechi de bare, notate V1...V5 de lungime finită, avînd forma secțiunii și distanțele dintre ele, prezentate în fig.4.15 și în tabelul 4.

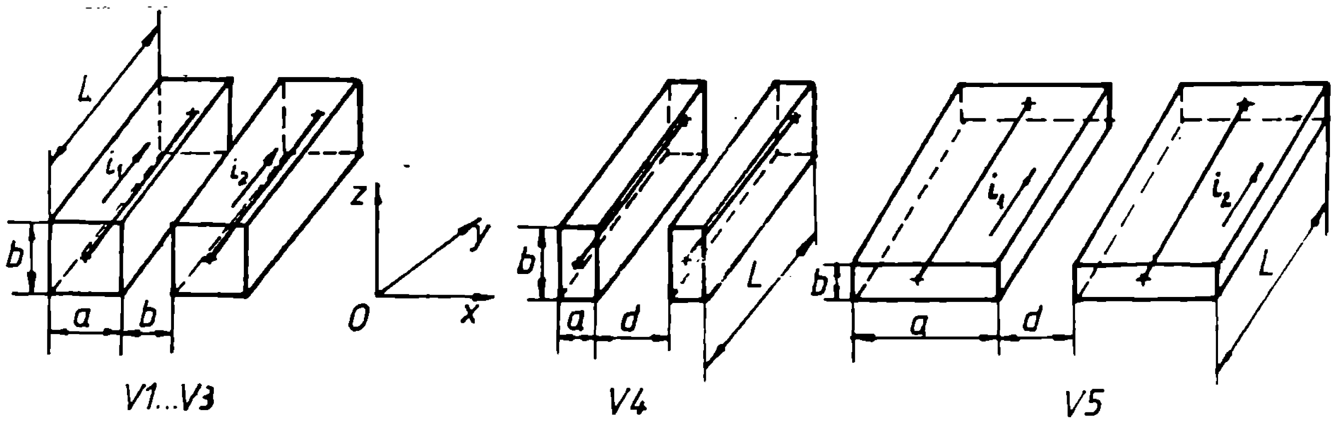


Fig.4.15. Variantele (V1...V5) analizate pentru bare paralele de lungime finită

Tabelul 4

Varianta	V1	V2	V3	V4	V5
d /m/	0.032	0.064	0.128	0.032	0.032
a /m/	0.05	0.05	0.05	0.008	0.05
b /m/	0.05	0.05	0.05	0.05	0.008
$i_1=i_2$ /A/	15000	15000	15000	15000	15000
$L_1=L_2$ /m/	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

Conductoarele filiforme, trasate în axa de simetrie a barelor masive, fig.4.15, au aceiaşi lungime ca şi bara reală şi sînt parcurse de acelaşi curent.

Pentru cazurile din fig.4.15 au fost comparate forţele electrodinamice calculate utilizînd : metoda de la bare masive şi programul FEDMAS, fig.4.10, metoda de la conductoare cvasimasive şi programul FED, fig.4.14, relaţiile clasice pentru conductoare filiforme paralele de lungime finită, relaţia (3.51), şirespectiv relaţiile clasice aproximative pentru conductoare masive utilizînd atît factorul de scurtare cît şi factorul Dwight, relaţia (3.54), paragraful 3.2.1.1. In cazul relaţiilor clasice aproximative pentru conductoare paralele, masive, finite, (3.54), calculele s-au făcut pentru două distanţe dintre bare a', distanţă folosită de obicei în calcule şi respectiv pentru a_D, fig.3.14.

Rezultatele obţinute pentru forţele electrodinamice la variantele analizate sînt prezentate în tabelul 5.

Tabelul 5

Forţe electrodinamice /N/

Metoda / Varianta	Conductor masiv finit		Conductor filiform finit	
	Prg. FEDMAS (fig.4.10)	Metoda clasică a' — a_D	Prg. FED (fig.4.16)	Met.clasică (rel.(3.51))
V1	74.679	94.53 - 74.36	73.596	73.613
V2	46.542	57.63 - 45.87	45.859	45.871
V3	22.933	27.67 - 22.68	22.683	22.687
V4	145.34	159.3 - 153.7	184.346	184.45
V5	92.347	101.4 - 79.7	73.596	73.613

Forţele electrodinamice, calculate pentru bare masive, evidenţiază, în exemplul analizat, posibile supraevaluări, cu pînă la aproximativ 25%, în cazul folosirii metodelor clasice, uzuale şi a distanţei a', fig.3.14, dintre conductoare.

De asemenea, în cazul calculării forţelor electrodinamice dintre două bare masive şi paralele, utilizînd două conductoare filiforme finite, plasate în axa barelor reale, rezultatele obţinute pot fi atît mai mari cît şi mai mici decît forţele reale dintre bare masive. Prin urmare, în astfel de situaţii întîlnite în practică, nu se poate aprecia nici măcar dacă se face o supra sau o subevaluare a forţelor.

Pentru variantele V1...V5, analizate, fig.4.15, distribuţia forţelor specifice în lungul barelor, calculată cu programul FEDMAS, fig.4.10, este prezentată în fig.4.16.

Barele au fost împărţite în 20 de segmente, numerotate de la un capăt al barei. In fig.4.16 forţele specifice sînt trasate în funcţie de numărul segmentului aparţinînd barei.

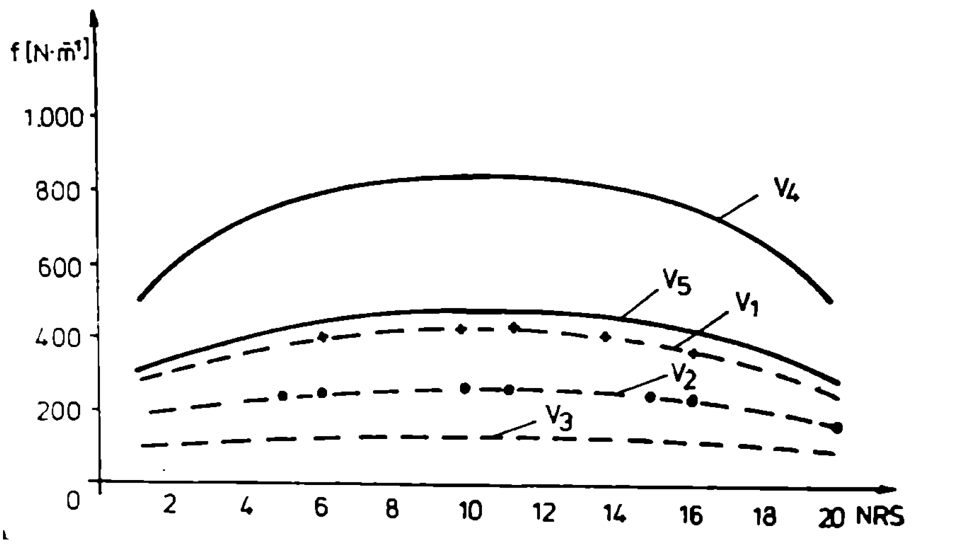


Fig.4.16. Repartiţia forţelor specifice /$N.m^{-1}$/ în lungul barelor analizate, variantele V1...V5.

Se observă o scădere a valorii forţelor specifice spre capetele barelor respectiv un platou, cu forţă aproximativ constantă, în zona de mijloc a acestora.

b. Bare masive, de lungime finită, neparalele, fără puncte comune

Sînt analizate două cazuri de perechi de bare, prezentate în fig.4.17. Astfel cazul i) analizează forţele totale şi distribuţia forţelor specifice pentru 2 bare ale căror axe formează un unghi de 90°, barele neavînd puncte comune. Cazul ii) analizează 2 bare cu poziţie spaţială oarecare.

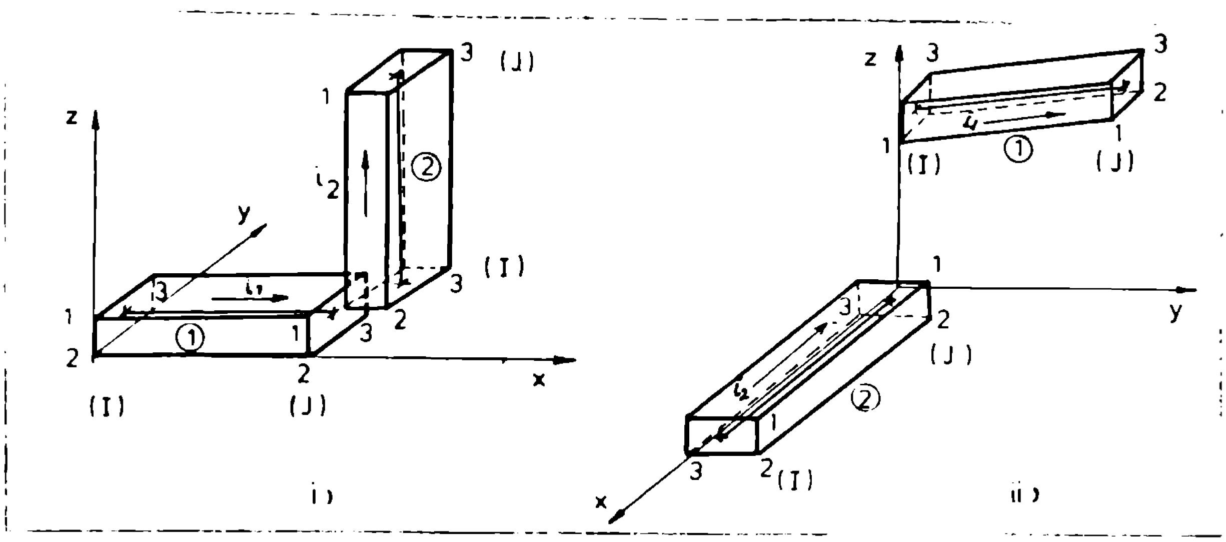


Fig.4.17 Bare masive, neparalele, de lungime finită

In fig.4.17 au fost desenate cu linie groasă, şi conductoarele filiforme de lungime finită, avînd lungimile egale cu cele ale barelor analizate şi plasate în centrul de greutate al secţiunii pentru fiecare bară.

Pentru un exemplu de calcul, coordonatele colţurilor 1,2,3, (I) respectiv (J), ale conductoarelor masive analizate sînt :

i)

bara 1(I) 1,2,3 : 0.0,0.0,0.02;0.0,0.0,0.0;0.,0.03,0.0;

bara 1(J) 1,2,3 :0.2,0.,0.02;0.2,0.0,0.0;0.2,0.03,0.0;

bara 2(I) 1,2,3 :0.2o1,0.0,0.021;0.221,0.0,0.021;0.221.
0.03,0.021;

bara 2(J) 1,2,3 :0.2o1,o.0,0.221;0.221,0.0,0.221;0.221,
0.03,0.221;

ii)

bara 1(I) 1.2.3 :0.0,0.0,0.082;-0.05,0.0,0.082;-0.05,0.0,0.132;

bara 1(J)1,2,3 :0.0,0.15,0.20;-0.05,0.15,0.20;-0.05,0.15,0.25;
bara 2(I)1,2,3 :0.2,0.05,0.05;0.2,0.05,0.0;0.2,0.0,0.0;
bara 2(J)1,2,3 :0.01,0.05,0.05;0.01,0.05,0.0;0.01,0.0,0.0;

Distanţele se măsoară în m iar curenţii prin bare sînt 15 kA.

Forţele electrodinamice exercitate asupra barelor 1 şi 2 din fig.4.17, pentru cazurile i) şi ii), considerînd pentru calcul bare masive finite, programul FEDMAS, respectiv filiforme finite, programul FED, sînt prezentate în tabelul 6.

Tabelul 6

Bara	Cazul	F_x /N/		F_y /N/		F_z /N/	
		Masiv	Filiform	Masiv	Filiform	Masiv	Filiform
2	i	41.3o1	42.968	0.	0.	0.	0.
2	ii	0.	0.	-11.133	-10.848	-8.758	-8.534
1	i	0.	0.	0.	0.	-41.3o1	-42.968
1	ii	-13.513	13.365	0.0	0.0	0.0	0.0

Distribuţia forţelor electrodinamice specifice /$N.m^{-1}$/, în lungul barelor analizate, este prezentată în figura 4.18. De remarcat distribuţia pronunţat neuniformă pentru toate componentele forţelor. In abscisă s-a trecut numărul segmentului (NRS) pentru care s-a calculat forţa. Bara este împărţită astfel încît segmentul cu numărul 1 este la capătul I şi numărul segmentului creşte spre capătul J.

Diferenţele, sub 5%, dintre forţele calculate considerînd barele masive şi finite, respectiv filiforme, finite, plasate în centrul de greutate al secţiunii barelor, fig.4.17, sînt puse pe seama secţiunii apropiate de un patrat a barelor, în cazul analizat.

Pentru astfel de forme ale secţiunii factorul Dwight are valori foarte apropiate de 1.

In cazul altor forme ale secţiunii barelor diferenţele pot fi sensibil mai mari.

Căi de curent conţinînd bare masive de lungime finită, fără puncte comune, se întîlnesc frecvent în cazul echipamentelor electrice din staţiile de distribuţie şi transport ale energiei electrice.

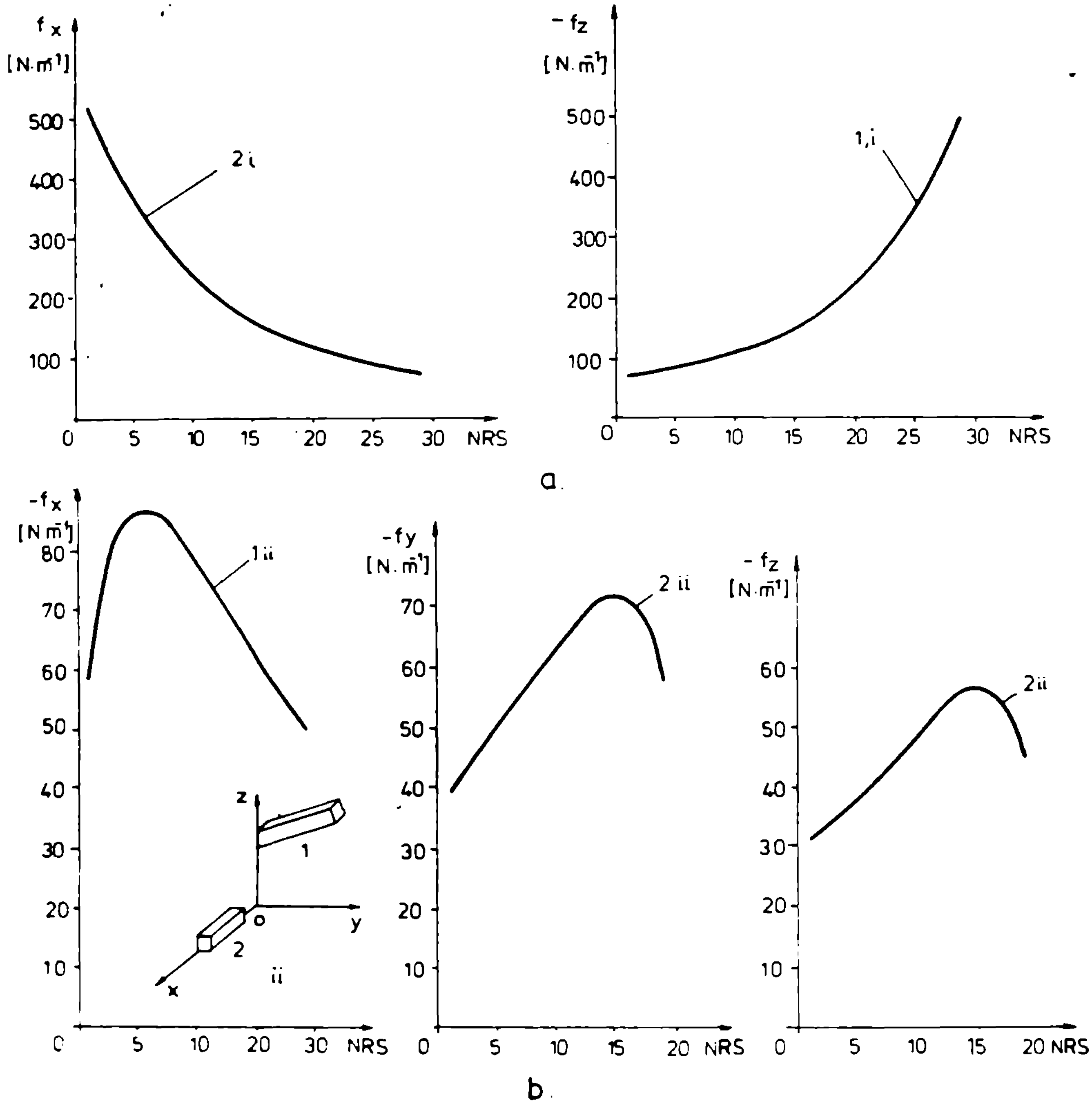


Fig.4.18. Distribuţia forţelor specifice /N.m^{-1}/ pentru bare masive fără puncte comune, cu poziţie spaţială oarecare.
a. distribuţia lui f_x şi f_z în lungul barelor în cazul i);
b. distribuţia pentru cazul ii), fig.4.17.

c. Bare masive formînd un cot

Calculul forţelor electrodinamice la coturi implică cunoaşterea distribuţiei reale a densităţii curentului şi a valorilor inducţiei magnetice totale în volumul cotului analizat. Pornind de la acestea este posibilă, în principiu, găsirea forţelor electrodinamice locale şi totale. Relaţiile de calcul utilizate în prezent pentru coturi, nu iau în considerare distribuţia reală a curentului în cot şi sînt date pentru un număr restrîns de geometrii ale cotului. In /3.11/, pornind de la distribuţia calculată a densităţii curentului continuu la coturi, aproximînd liniile densităţii de curent în secţiune cu un mănunchi de conductoare filiforme, iar traseul fiecăruia dintre acestea cu un contur poligonal, se determină forţele electrodinamice la coturi, calculînd forţele de interacţiune pentru toate conductoarele elementare filiforme, finite şi suprapunînd efectele. Se ajunge astfel la un număr mare de interacţiuni care trebuie determinate (pînă la 4.10^4 într-un exemplu) şi la utilizarea calculatorului numeric.

Considerînd două bare formînd un cot de 150°, fig.4.19, se calculează forţele la cot utilizînd metoda prezentată în paragraful 3.2.2.1, cotul fiind considerat o porţiune a unei căi de curent, şi se compară cu rezultate din /3.11/. Dimensiunile cotului sînt prezentate în fig. 4.19 iar curentul este 1kA.

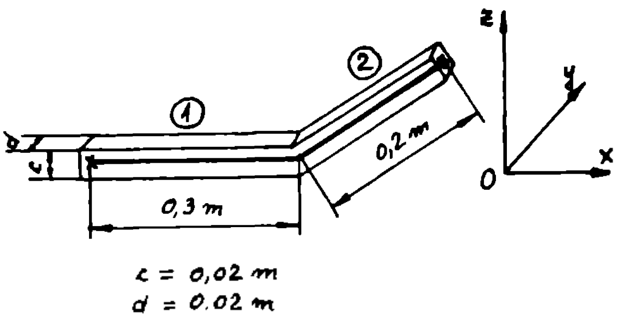


Fig.4.19.Bare formînd un cot.1 şi 2 laturile cotului

Pentru calculul forţelor electrodinamice la cot acesta a fost divizat într-un număr redus de bare şi pene parcurse de curent aşa cum au fost descrise în paragraful 3.2.2.1. Forţele electrodinamice au fost calculate cu programul FEDMAG, fig.4.13. In fig.4.2o a,b,c sînt prezentate unele posibilităţi de modelare pentru calcul a coturilor masive analizate, iar în fig.4.2o d, alura liniilor de curent pentru un cot de 150°, parcurs de curent continuu /3.11/.

Barele care aproximează cotul masiv se consideră cu densitate de curent constantă. Fiecare din ele interacţionează cu toate barele de calcul.

De asemenea s-a ţinut cont că, deşi se consideră ca şi cum fiecare bară ar contribui la cîmpul magnetic şi la forţele electrodinamice, acestea nu pot fi considerate individual ci numai toate împreună formînd calea de curent.

In fig.4.20 a, traseul real al liniilor de curent este aproximat prin două porţiuni unde acestea sînt considerate paralele, cotul de calcul fiind aproximat cu două bare cu densitate de curent constantă.

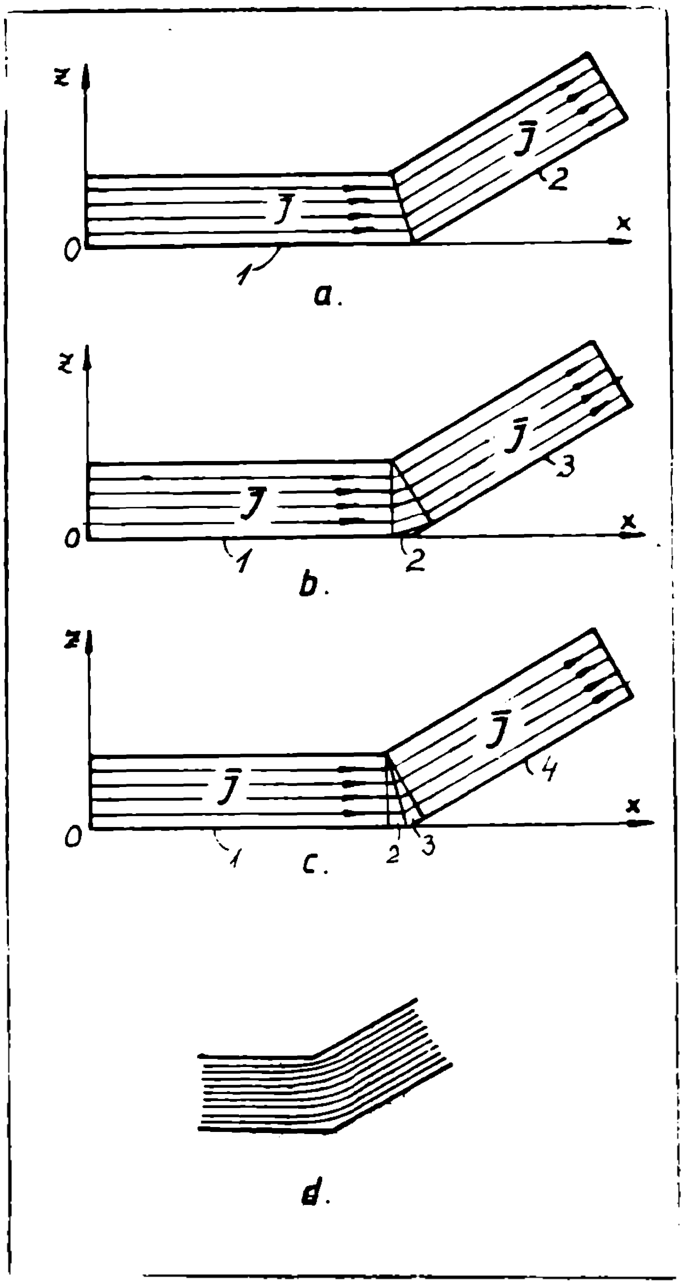


Fig.4.20a,b,c. Moduri de aproximare pentru calcul a cotului masiv; d. alura liniilor densității de curent, calculată în /3.11/

Forța produsă asupra barei 2 se calculează din relația $F_2 = F_{12} + F_{22}$, unde notația $F_{a\,b}$, denumește forța produsă de bara a asupra barei b.

Forța F_{22} este zero în cazul barelor paralelipipedice.

In tabelul 7 sînt prezentate rezultatele calculate.

In fig.4.20 b cotul este aproximat prin două bare paralelipipedice și o pană parcursă de curent.

Forțele de interacțiune calculate pentru cele 3 bare din cazul b, fig.4.2o, sînt prezentate în tabelul 8

Asupra porțiunii pană a cotului, 2, fig.4.2ob, forțele datorate porțiunilor 1,2 și 3 sînt :

$$F'_{2x} = -0.006\ N \quad ,$$

$$F'_{2z} = 0.023\ N \quad .$$

Aceste forțe de calcul vor contribui la forțele asupra celor două laturi ale cotului real fig.4.19

Astfel forța după z, F'_{2z} se împarte între cele două laturi ale cotului real, iar forța după x, F'_{2x}, va fi atribuită numai laturii 2, întrucît pe latura 1, fig.4.19, care are liniile densității de curent în lungul axei O_x, nu pot exista forțe după O_x. Cu aceste observații forțele pentru cotul fizic (real) analizat sînt :

$$(F_{1x})_{real} = 0$$

$$(F_{1z})_{real} = F_{31z} + F_{21z} + F'_{2z}/2 = -0.0786\ N$$

Tabelul 7

Unghiul cotului	Forța F	F_x/N/	F_y/N/	F_z/N/
	F_{12}	0.051	0.	- 0.089
190°	F_{22}	- 0.006	0.	0.010
	$F_2=F_{12}+F_{22}$	0.045	0.	- 0.079

Tabelul 8

Unghiul cotului	Forța F	F_x/N/	F_y/N/	F_z/N/
	F_{11}	0.	0.	0.
	F_{12}	- 0.002	0.	0.008
	F_{13}	0.035	0.	- 0.061
	F_{21}	0.	0.	- 0.0151
190°	F_{22}	- 0.002	0.	0.007
	F_{23}	0.0077	0.	- 0.0136
	F_{31}	0.	0.	- 0.075
	F_{32}	- 0.002	0.	0.008
	F_{33}	0.	0.	0.

$$(F_{2x})_{real} = F_{13x} + F_{23x} + F'_{2x} = 0.0367 \text{ N}$$

$$(F_{2z})_{real} = F_{13z} + F_{23z} + F'_{2z}/2 = - 0.0631 \text{ N}.$$

In tabelul 9 sînt comparate rezultatele calculate utilizînd programul FEDMAG, cu cele determinate pentru acelaşi cot utilizînd metoda aproximativă din /3.11/.

Tabelul 9

Cotul	Bara		Metoda prezentată F_x/N/	Metoda prezentată F_z/N/	Metoda /3.11/ F_x/N/	Metoda /3.11/ F_z/N/
150°	1	a	-	-		
		b	0.	-0.0786	0.	-0.077
	2	a	0.045	-0.079		
		b	0.0367	-0.0631	0.036	-0.062

Rezultatele obţinute sînt în concordanţă cu cele din literatură şi evidenţiază o nouă posibilitate de calcul a forţelor electrodinamice la coturi masive.

d. Forţe electrodinamice la o cale de curent masivă.

Se consideră o cale de curent masivă avînd forma unei spire circulare cu raza interioară 0.1 m, raza exterioară 0.15 m, lungimea 0.025 m şi parcursă de un curent de 62500A. Se aproximează această cale de curent cu bare de lungime finită. Intr-un exemplu de calcul prezentat sînt 6 astfel de bare, egale, avînd vîrfurile aşezate pe suprafaţa cilindrică interioară respectiv exterioară a spirei analizate, fig.4.21a.

Secţionînd spira circulară, conform fig.4.21 b, se remarcă forţele de rupere F_R activînd în secţiunea acesteia.

Calculul acestor forţe de rupere se poate face pentru cazul analizat ţinînd cont că, datorită simetriei pe fiecare din cele 6 bare acţionează o forţă F.

Scriind echilibrul forţelor, fig.4.21 b se obţine

$$F_R = \frac{1}{2}\,(F+2F\cos 60^\circ) = F.$$

Forţa F a supra uneia din cele 6 bare masive de lungime finită, de exemplu bara 1, se calculează ţinînd cont de interacţiunea cu toate barele care formează calea de curent :

$$F = F_{11x}+F_{21x}+F_{31x}+F_{41x}+F_{51x}+F_{61x}\,,$$

relaţie care, ţinînd cont de simetria existentă, devine

$$F = F_{11x}+2F_{21x}+2F_{31x}+F_{41x}\,.$$

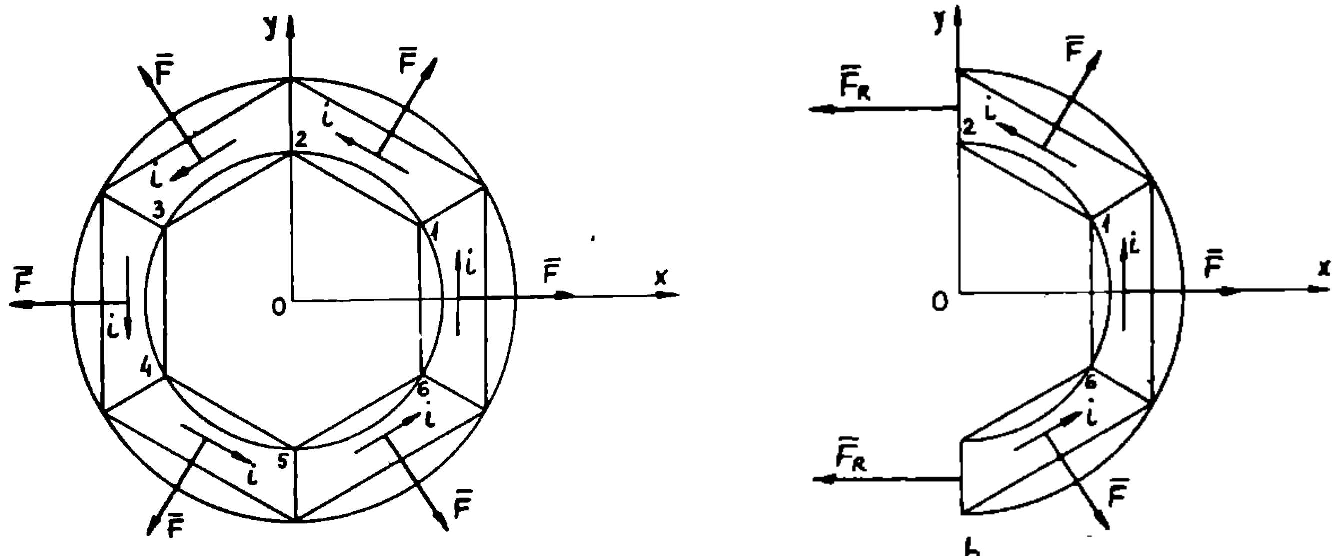


Fig.4.21 a. Calea de curent masivă, avînd forma unei spire circulare şi aproximarea ei cu bare de lungime finită. b. evidenţierea forţelor de rupere F_R.

Utilizînd programul FEDMAG au fost calculate forţele de interacţiune între bare obţinîndu-se următoarele rezultate :

$F_{11x}= -98.65$ N; $F_{21x}= 440.4$ N; $F_{31x}= 145.25$ N; $F_{41x}= 119.99$ N

şi în final valoarea forţei $F=F_R= 1192.64$ N.

Valoarea forţei de rupere la bobina analizată a fost calculată de asemenea utilizînd relaţia simplificată utilizată pentru spire circulare, /3.8/, obţinîndu-se $F_R= 1236.2$ N.

Relaţiile de calcul din /4.20/ pentru forţa de rupere la spire circulare conduc la $F_R= 1212.15$ N, iar programul FBCAAS, elaborat pentru calculul forţelor la bobine circulare cu aceeaşi axă de simetrie, paragraful 4.4, avînd la bază metodica din paragraful 3.4.1.2, conduce la $F_R= 1205.4$ N.

Rezultatele obţinute sînt în bună concordanţă cu alte metode de calcul ale forţei de rupere la spire masive.

Metoda de calcul prezentată, constînd în aproximarea căii de curent masive cu bare de lungime finită şi apoi calculul forţelor electrodinamice de interacţiune dintre acestea, este generală permiţînd calculul forţelor electrodinamice la căi de curent masive,cu formă şi poziţie spaţială arbitrară.

4.3. Calcule numerice privind cîmpul magnetic produs de bobine

4.3.1. Programul de calcul al cîmpului magnetic

Metoda de calcul a cîmpului magnetic prezentată în subcapitolul 3.3, este generală, fiind aplicabilă atît la bobine circulare cît şi necirculare, pentru întreaga bobină sau numai pentru un segment. Pentru elaborarea unor programe de calcul s-au avut în vedere bobine circulare cu aceiaşi axă de simetrie, situaţie frecvent întîlnită în practică şi segmentul de bobină circulară, care poate fi utilizat la aproximarea pentru calcul a unor căi de curent de formă oarecare.

Determinarea valorilor intensităţii cîmpului magnetic la un segment de bobină, bobină sau grupuri de bobine fără fier, are la bază o integrare numerică şi suprapunerea efectelor.

Integrarea numerică, după Θ, de la Θ_1 la Θ_2 la un segment de bobină, respectiv de la 0 la 2π pentru o bobină, a funcţiilor $FØN_x(\Theta)$, $FØN_y(\Theta)$ şi $FØN_z(\Theta)$, paragraful 3.3.1, se face utilizînd subprograme din biblioteca matematică a calculatorului FELIX, INSIM şi INROM.

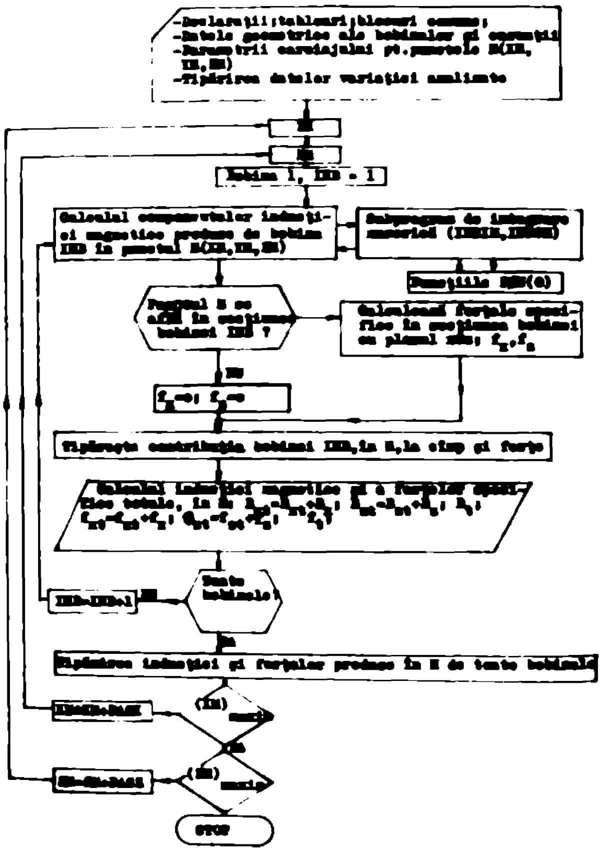
O bobină dintr-un grup analizat, este complect definită în cadrul programului prin ataşarea unui număr de ordine şi indicarea razei, interioare, razei exterioare, a coordonatelor $Z_{1,i}$ şi $Z_{2,i}$ a planului paralel cu xOy în care se află porţiunea inferioară respectiv superioară a bobinei, fig.3.27 şi a densităţii medii de curent. În cazul segmentelor de bobină se precizează şi limitele de integrare Θ_1 şi Θ_2, care pentru bobine sînt implicit 0 respectiv 2π.

Programul de calcul realizat, pentru grupuri de bobine circulare cu aceeaşi axă de simetrie, denumit CBCAAS, permite, pentru un grup de astfel de bobine - 50 într-o variantă a programului, dar numărul acestora poate fi cu uşurinţă extins, următoarele:
- generarea, pornind de la coordonatele punctului iniţial şi final şi a unor paşi, precizaţi de utilizator, a coordonatelor punctelor în care se doreşte calcularea cîmpului;
- calculul, în punctele dorite ale componentelor inducţiei magnetice, a inducţiei magnetice rezultante şi a unghiului făcut de aceasta cu axa O_x, fig.3.27, pentru fiecare bobină
- calculul în punctele dorite a componentelor inducţiei magnetice rezultante, a inducţiei magnetice rezultante şi a unghiului faţă de O_x a acesteia

- determinarea faptului că punctul de calcul se află într-o bobină, şi calcularea în acest caz a forţelor specifice (componentele, rezultanta şi unghiul faţă de O_x) produse în acel punct de fiecare bobină în parte cît şi de toate bobinele împreună
- tipărirea pentru fiecare punct de calcul atît a inducţiei magnetice cît şi a forţelor electrodinamice specifice calculate conform celor precizate mai sus.

Avînd în vedere faptul că la o bobină circulară sau la grupuri de bobine circulare cu aceiaşi axă de simetrie, cîmpul magnetic este plan meridian, calculele se efectuează în planul xOz, x_M şi z_M variabili, calculîndu-se B_x şi B_z, B_y=0. Această observaţie permite economisirea timpului de calcul.

Organigrama programului realizat este prezentată în fig.4.22.



O variantă a acestui program calculează toate cele trei componente B_x, B_y, B_z ale inducţiei magnetice, în orice punct $M(x_M, y_M, z_M)$. Ea permite calculul cîmpului magnetic la o bobină în plane paralele au xOz ($y_M \neq 0$) şi la segmente de bobină. În acest caz trebuie precizate în program şi valorile unghiurilor Θ_1 şi Θ_2 care delimitează segmentul analizat.

Fig.4.22. Organigrama programului pentru calculul inducţiei magnetice şi a forţelor electrodinamice specifice pentru bobine circulare cu dimensiuni şi poziţie reciprocă oarecare, avînd aceiaşi axă de simetrie (CBCAAS)

4.3.2. Rezultate calculate privind cîmpul magnetic produs de bobine

Bobine fără circuit feromagnetic se întîlnesc frecvent în instalațiile industriale, atît ca bobine izolate (singulare) cît și formînd grupuri.

Metoda de calcul și programul elaborat, prezentate în subcapitolul 3.3, ai fost comparate, pentru cîteva cazuri, cu rezultatele obținute folosind metode analitice respectiv cu rezultate întîlnite în literatură. De asemenea vor fi prezentate unele rezultate calculate pentru bobine și grupuri de bobine și unele verificări teoretice ale programelor utilizînd legea circuitului magnetic.

a. Bobină circulară. Calculul cîmpului pe axa bobinei.

Se consideră o bobină circulară avînd raza interioară 0.1 m, raza exterioară 0.15 m, lungimea 0.05 m și densitatea de curent medie $50 A.mm^{-2}$. Axa O_z al unui sistem de referință xOyz, coincide cu axa bobinei, iar originea O este în centrul bobinei. Valorile inducției magnetice în lungul axei, pentru diferite valori ale lui z_M, calculate analitic /3.2/, respectiv efectuînd o integrare numerică, conform metodei prezentate (programul CBCAAS), precum și diferența absolută și abaterea în procente între cele două valori calculate în Anexa 1. Precizia folosită la programul de integrare numerică este 0.001. Valorile inducției magnetice calculate folosind cele două metode pot fi considerate practic egale, abaterile fiind mai mici de 0.02%, pentru punctele calculate.

b. Cîmpul magnetic pentru o bobină circulară conform /4.2/

Se analizează cîmpul magnetic produs de o bobină circulară, avînd raza interioară 0.48 m, raza exterioară 0.52 m, lungimea 0.04 m iar densitatea de curent medie $62,5 A.mm^{-2}$, /4.2/.

Utilizînd programul de calcul al cîmpului magnetic pentru bobine circulare (CBCAAS), se calculează valorile componentelor inducției magnetice, pentru puncte $M(x_M, y_M, z_M)$ dintr-un plan care conține axa bobinei. Valorile de comparație au fost calculate în /4.2/ cu programul EFFI de laLawrence Livermoore Laboratory. In anexa 2 sînt prezentate cele două seturi de valori. La integrarea numerică în programul CBCAAS precizia folosită a fost 0.0001.

Concordanța valorilor pentru cele două moduri de calcul este în limita sutimilor și zecimilor de procent, pentru cîteva puncte concordanţa fiind la toate cele cinci cifre semnificative pentru care s-a efectuat calculul.

c. Cîmpul magnetic pentru puncte din secţiunea bobinei, /3.22/

Pentru un exemplu numeric din /3.22/, au fost recalculate, utilizînd programul CBCAAS fig.4.22 şi se prezintă în Anexa 3, valorile inducţiei magnetice pentru o serie de puncte $M(x_M,o,z_M)$. Aceste puncte se află în planul y=0 al unui sistem de axe de coordonate xOyz avînd axa O_z - axa bobinei, iar originea - centrul bobinei. Unele din punctele analizate se află în suprafaţa secţiunii, bobinei, care are raza interioară 0.3 m, raza exterioară 0.4 m, lungimea 0.52 m iar densitatea de curent medie 57.7 E+06 $A.m^{-2}$. In /3.22/ autorul, F.Melkes, compară rezultatele calculate, cu rezultate din /3.23/.

In tabelul prezentat în Anexa 3 cele trei valori calculate pentru componentele B_x şi B_z ale inducţiei magnetice sînt identificate prin : CBCAAS - valoare calculată şi respectiv numărul referinţei bibliografice. Valorile calculate cu programul CBCAAS s-au obţinut utilizînd o precizie de 0.001, la integrarea numerică, exceptînd punctele de la suprafaţa bobinei unde aceasta a fost 0.0003 şi s-a lucrat în dublă precizie. Se observă foarte bine concordanţă a valorilor calculate utilizînd programul elaborat, cu cele din două surse bibliografice, independente, atît pentru puncte exterioare bobinajului cît şi pentru cele interioare şi respectiv de la suprafaţa acestuia. Pentru acestea din urmă, rezultatele obţinute sînt şi o confirmare a valabilităţii modului de calcul cu trecere la limită prezentat în paragraful 3.3.2.

d. Distribuţia cîmpului magnetic la o bobină circulară

Pentru bobina de la cazul a., paragraful 4.3.2. (raza interioară 0.1 m, raza exterioară 0.15 m, lungimea 0.05 m şi densitatea medie de curent 50 $A.mm^{-2}$) se prezintă cîteva curbe tipice de distribuţie ale inducţiei magnetice. Calculele au fost efectuate cu programul CBCAAS, punctele de calcul aflîndu-se în planul xOz, care conţine axa bobinei respectiv într-un plan paralel cu acesta aflat la o distanţă de 0.05 m.

In fig.4.23 a fost reprezentată distribuţia componentei B_x, paralele cu O_x a inducţiei magnetice. Se observă un maxim al componentei B_x aflat la suprafaţa bobinei (z=0.025).

Distribuţia componentei B_z, paralele cu O_z, a inducţiei magnetice se prezintă în fig. 4.24.

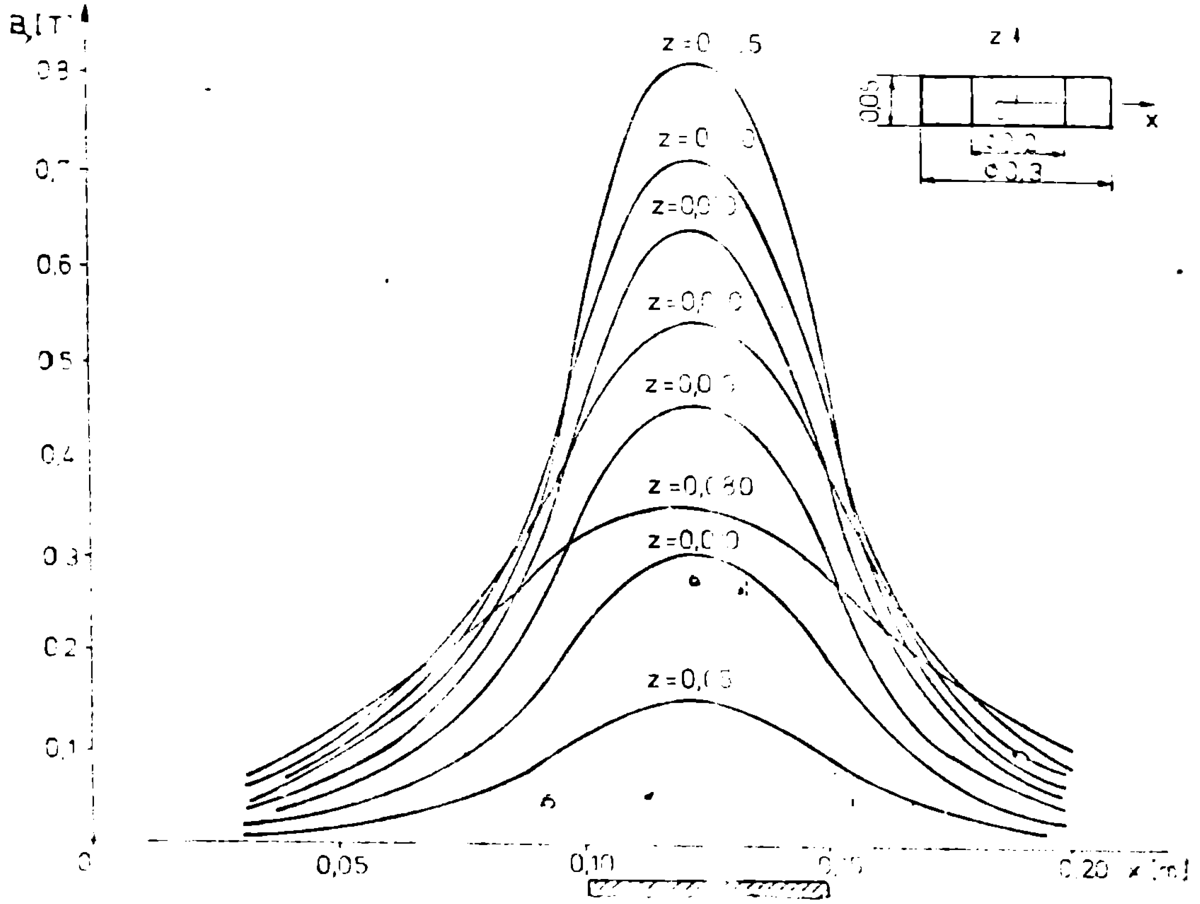


Fig.4.23. Distribuţia componentei B_x a inducţiei magnetice, pentru o bobină circulară.

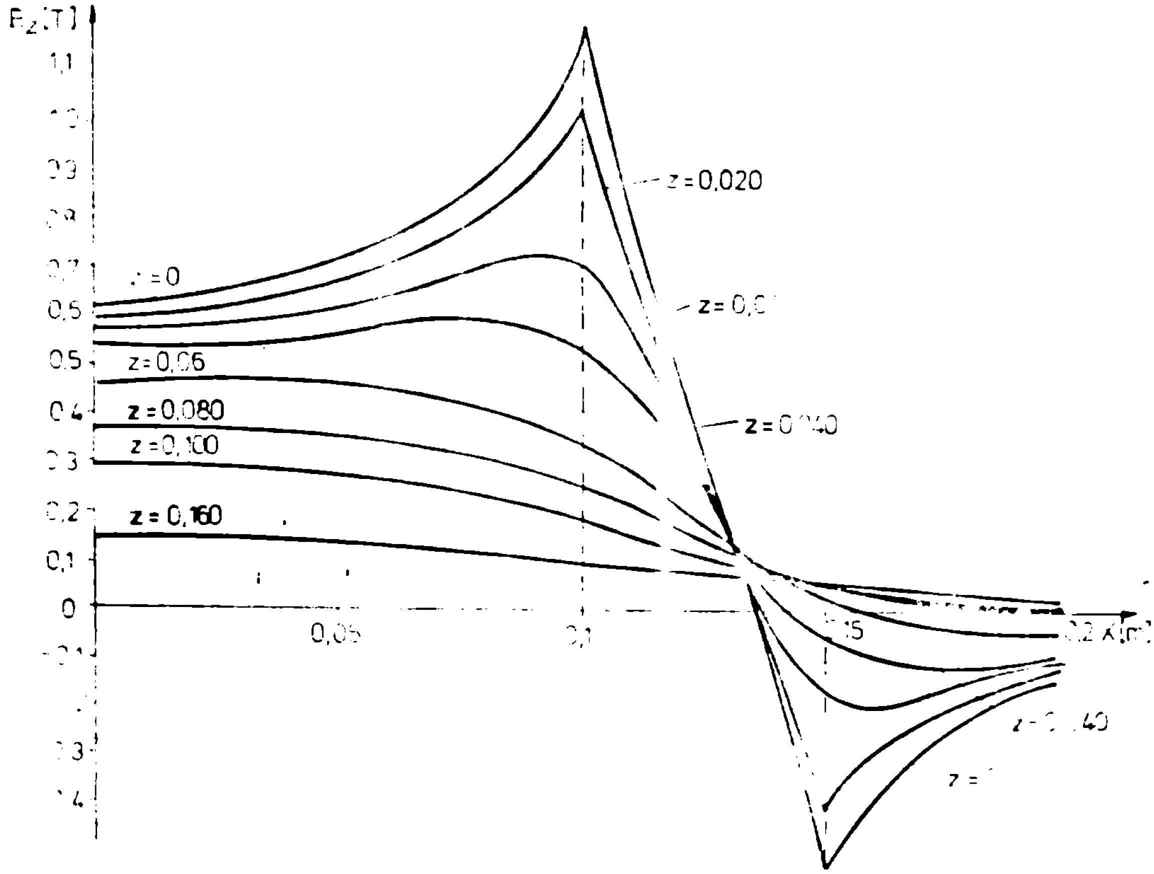


Fig. 4.24. Distribuţia componentei axiale, B_z, a inducţiei magnetice în planul xOz, pentru o bobină circulară

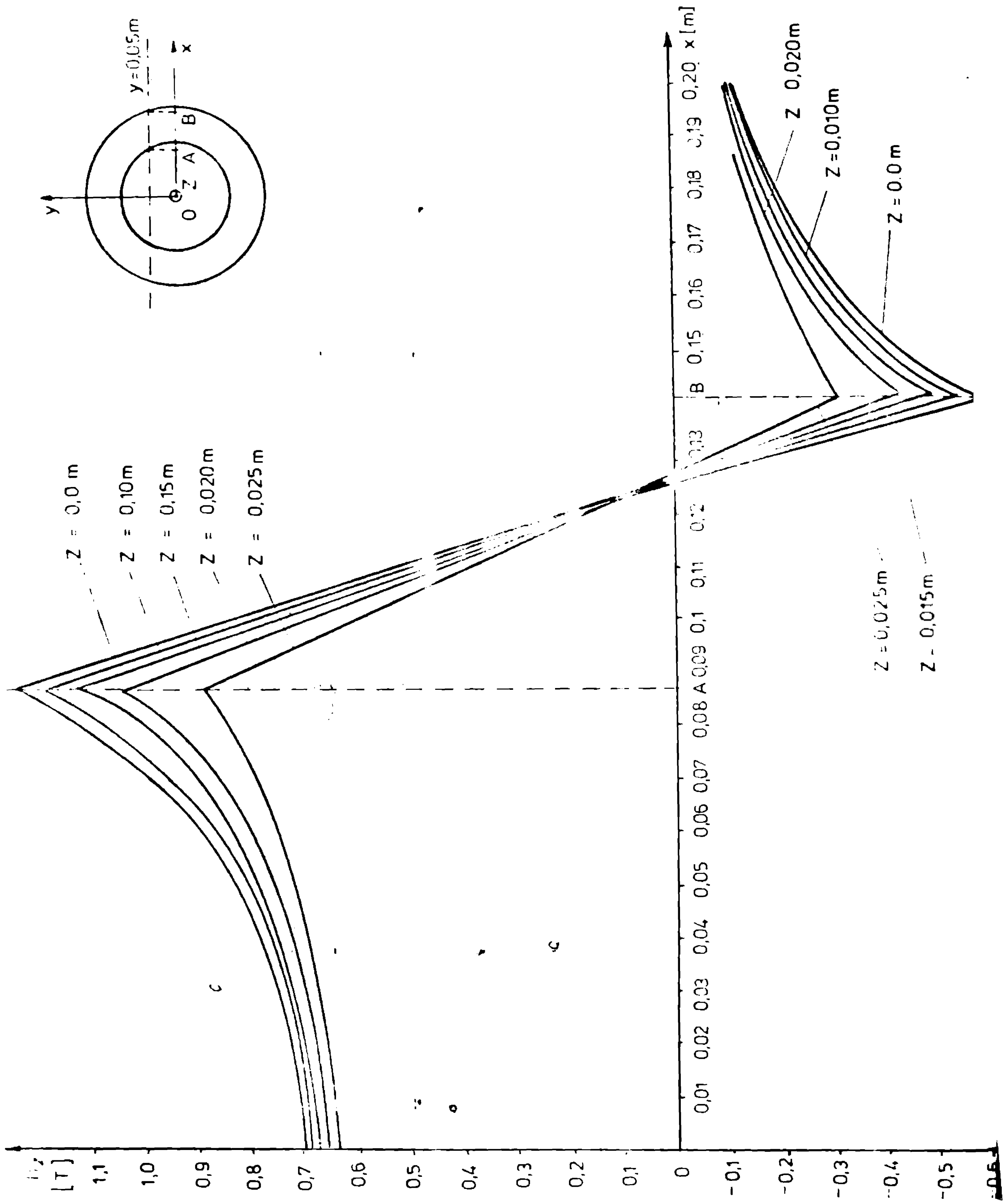


Fig. 4.25 Distribuția după x, a componentei B_Z a inducției magnetice într-un plan paralel cu xOz: y = 0,05m

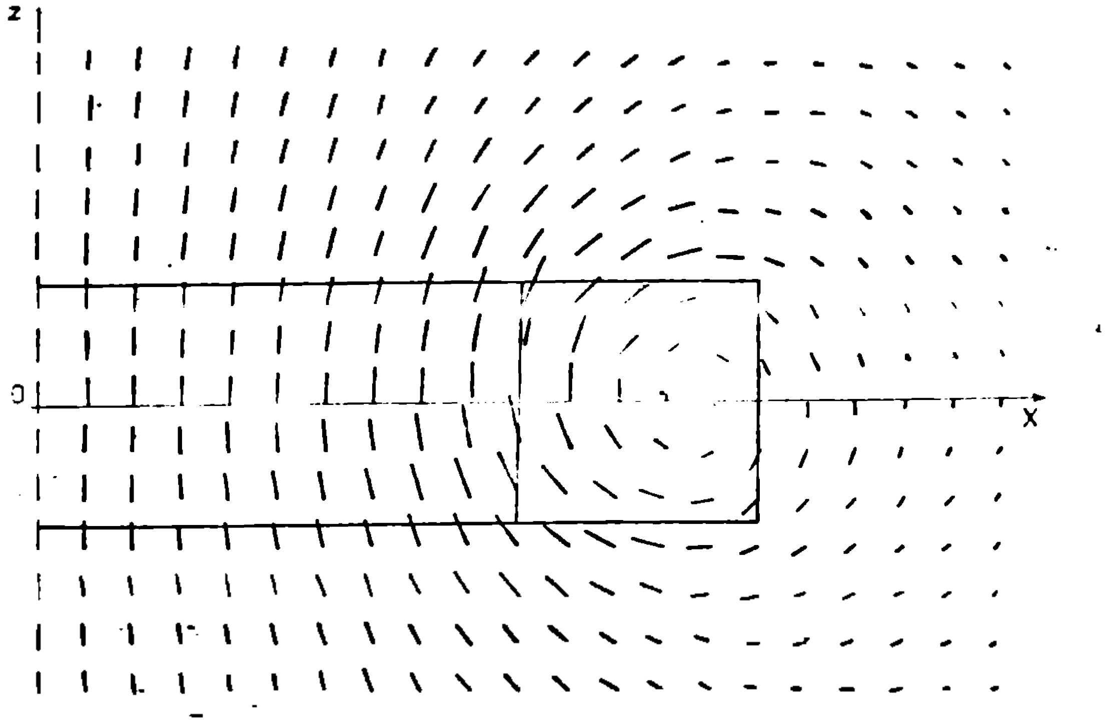


Fig. 4.28 SPECTRUL CÎMPULUI MAGNETIC ÎN PLANUL xOz
A FOST REPREZENTAT $B = B_x \bar{i} + B_z \bar{k}$

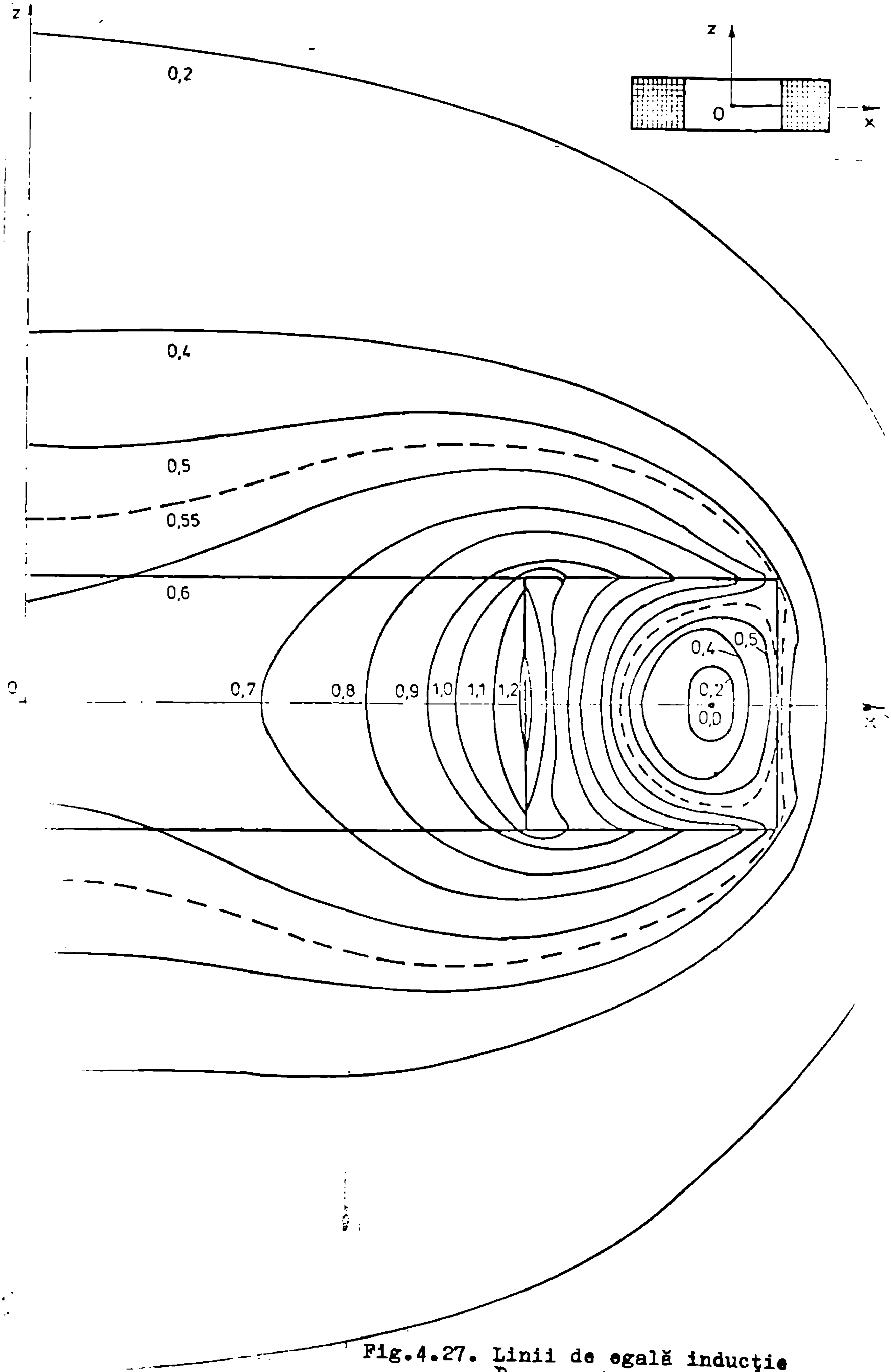


Fig.4.27. Linii de egală inducţie
B = const.

Se remarcă un maxim al inducţiei magnetice la x=0.1 m (suprafaţa interioară a bobinei) în planul z=0, o variaţie aproximativ liniară a inducţiei B_z în interiorul bobinajului şi un maxim local la suprafaţa exterioară a bobinei, dar mai mic în valoare absolută.

In fig.4.25, a fost reprezentată distribuţia componentei B_z a inducţiei magnetice într-un plan paralel cu xOz, y=0.05 m. Se observă că cele două maxime locale au aceiaşi valoare ca şi în fig.4.24, dar apar la alte valori ale lui x. Avînd în vedere că în acest caz y=0.05 m, rezultă imediat că punctele respective se află de fapt tot la suprafaţa bobinei, adică la 0.1 m respectiv 0.15 m, după rază.

Spectrul cîmpului magnetic la o bobină circulară este prezentat în fig.4.26. A fost trasat în planul xOz, conţinînd axa bobinei vectorul inducţie magnetică rezultantă. Scara de reprezentare 1cm...1T. Liniile de egală inducţie B =const. sînt reprezentate în fig.4.27, iar distribuţia după x, a inducţiei rezultante, în fig.4.28.Curbele B = const. sînt utile în special la bobinele supraconductoare, pentru alegerea optimă a tipului de material supraconductor pentru bobinaj. Alte curbe privind distribuţia inducţiei magnetice la o bobină circulară au fost prezentate în /4.4/, /4.9/ şi /4.10/.

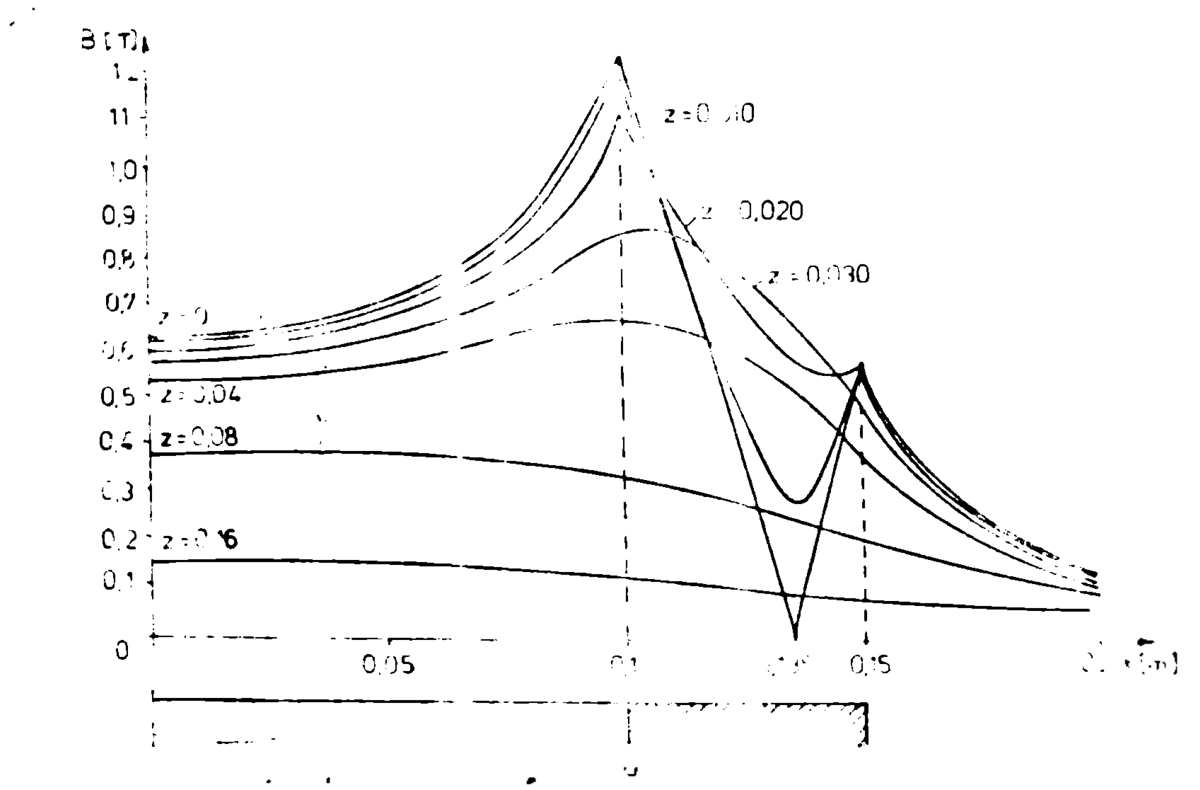


Fig.4.28. Distribuţia inducţiei magnetice rezultante într-un semiplan meridian al bobinei analizate.

e. Grup de bobine cilindrice de aceeaşi lungime

Se consideră o bobină formată din trei subbobine cilindrice circulare, separate de canale de răcire, fig.4.29 a. Pentru calculele de cîmp, această bobină poate fi considerată formată din trei subbobine cu densitate de curent constantă, sau poate fi modelată printr-o singură bobină, fără canale de răcire şi cu o densitate medie de curent echivalentă, constantă, fig.4.29 b.

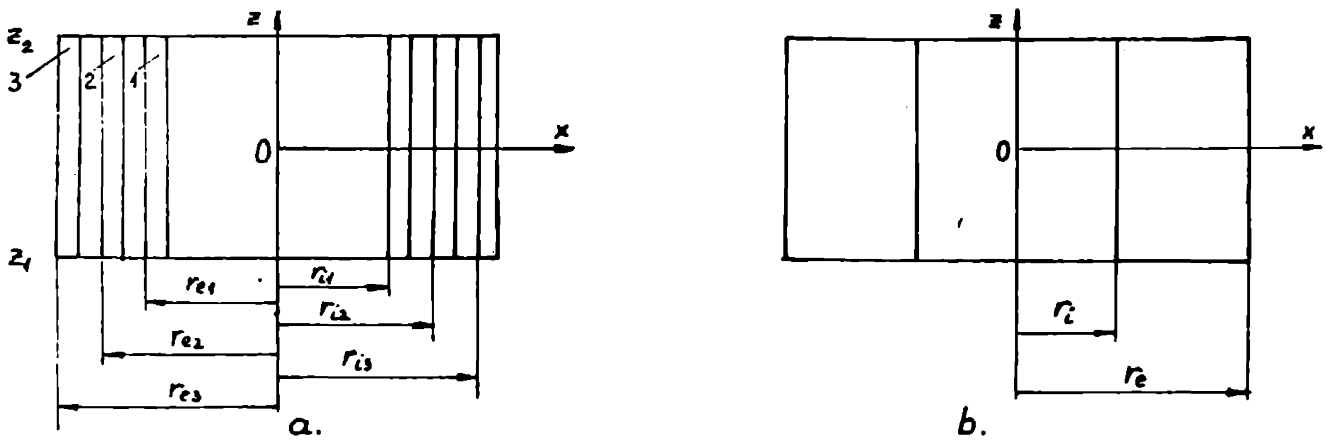


Fig.4.29. Bobină cu trei înfăşurări cilindrice a., şi modelul echivalent, b.

Datele bobinelor analizate sînt $z_1 = -0.05$ m; $Z_2 = 0.05$ m ; $r_{i1} = 0.05$ m, $r_{i2} = 0.07$ m, $r_{i3} = 0.09$ m, $r_{e1} = 0.06$ m, $r_{e2} = 0.08$ m, $r_{e3} = 0.01$ m, $r_i = 0.045$ m, $r_e = 0.105$ m . Densităţile de curent sînt 50. E+06 $A.m^{-2}$ pentru bobinele din fig.4.29 a, respectiv 25.E+06 $A.m^{-2}$, pentru bobina din fig.4.29 b, astfel încît solenaţia totală să fie egală în cele două cazuri.

Distribuţia radială a componentei axiale (B_2) a inducţiei magnetice produsă de subbobinele 1-B_{z1}, 2-B_{z2}, 3-B_{z3}, la $z = 0$, este prezentată în fig.4.30 A. Inducţia magnetică totală produsă de bobina din fig.4.30 A, $(B_z)_a$, are o variaţie "dinţată". Maximele locale corespund razei interioare a subbobinelor iar minimele locale razei exterioare a acestora. Cîmpul produs de bobine care modelează cazul real $(B_z)_b$ are o variaţie netedă între suprafaţa interioară şi exterioară a bobinei. Se observă o bună concordanţă între cîmpul real $(B_z)_a$ şi cel modelant $(B_z)_b$ în exteriorul volumului ocupat de spire. In bobină, diferenţele dintre casurile a şi b sînt importante. Se poate aprecia că modelarea este eficace, din punctul de vedere al timpului de calcul care se reduce, în cazul cînd interesează inducţia B_z în afara bobinajului, dar nu poate fi acceptată la calculul forţelor electrodinamice specifice.

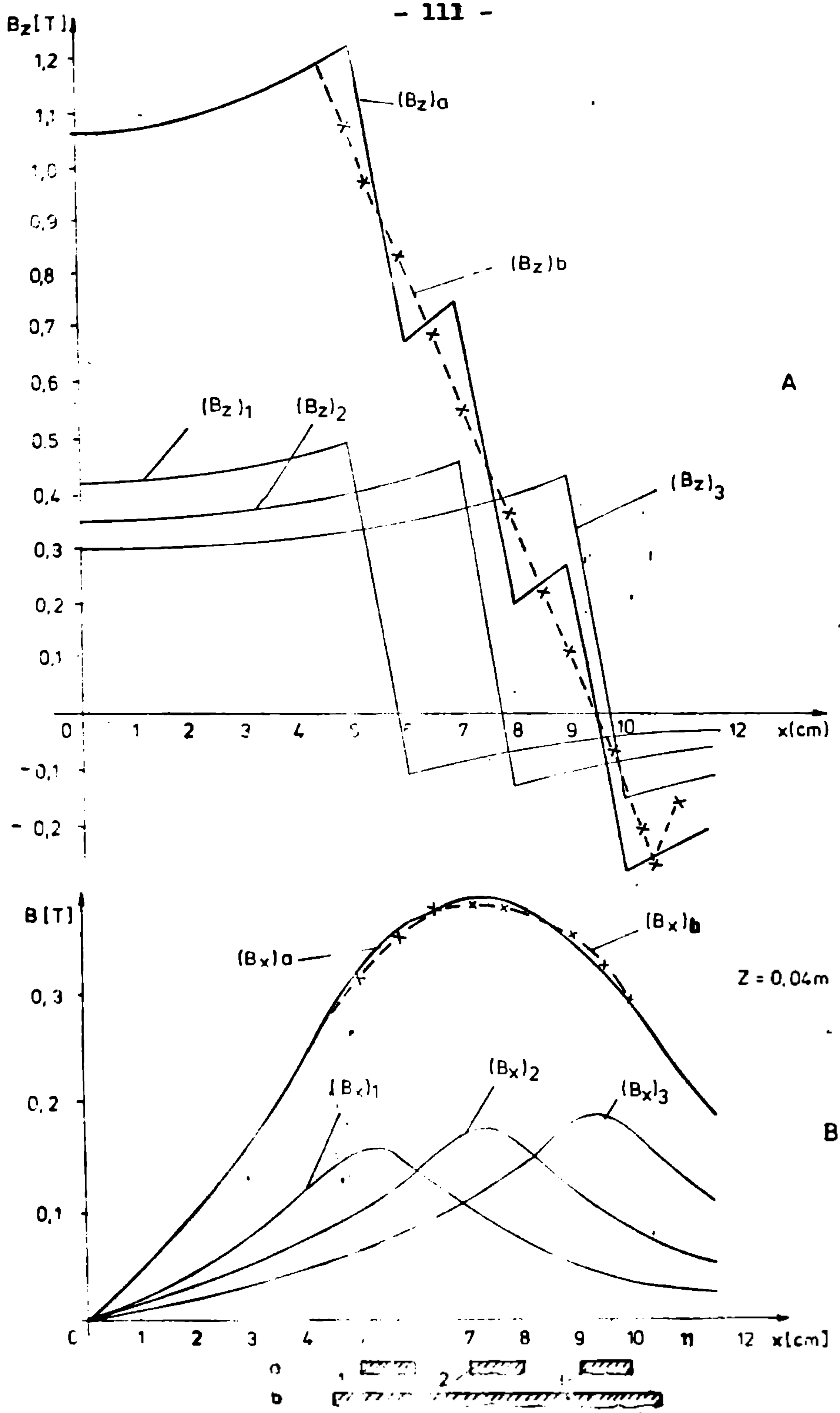


Fig.4.30. Distribuţia componentelor axiale (B_z) şi radiale (B_x) pentru bobinele din fig.4.29a cazul real, respectiv b, model de calcul; Indicii 1,2,3 se referă la subbobine, iar a şi b la valorile totale conform cazurilor analizate.

In fig.4.30.B, a fost reprezentată distribuţia componentei B_b a inducţiei magnetice totale pentru cazurile a şi b respectiv contribuţia celor trei subbobine, la z=0.04 m.

La fiecare din cele trei subbobine poate fi evidenţiat, pentru B_x, un maxim corespunzător, cu aproximaţie, razei mijlocii a fiecărei subbobine. Valoarea cîmpului radial rezultant $(B_x)_a$ este apropiată de cea calculată la bobina modelatoare $(B_x)_b$ şi deci pentru componenta radială chiar şi în zona înfăşurărilor modelarea conform fig.4.29 poate fi considerată acceptabilă.

f. Grup de bobine cilindrice de lungimi diferite

Se consideră o bobină formată din 13 subbobine cilindrice, coaxiale, de lungimi inegale. Bobina considerată este asemănătoare cu unele variante de bobine pentru limitarea curentului de scurtcircuit în reţele trifazate.

Dimensiunile şi numărul de spire a fiecărei subbobine sînt prezentate tabelar în Anexa 4. Valoarea momentană a densităţii de curent pentru toate cele 13 subbobine este 59,217 $A.mm^{-2}$.

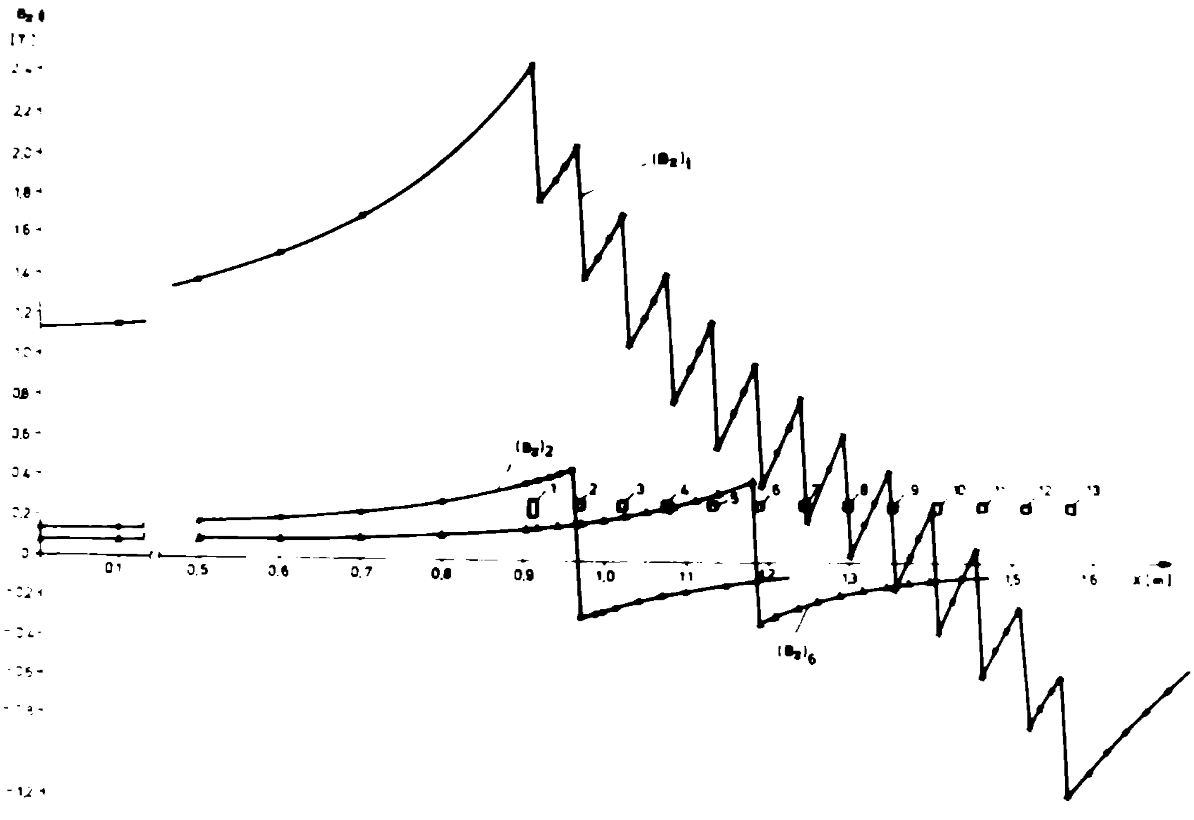


Fig.4.31. Distribuţia inducţiei magnetice axiale produsă de toate cele 13 subbobine, B_{zt}, şi de două subbobine: 2-$(B_z)_2$ şi 6-$(B_z)_6$; 1,2,3,...,12,13 - subbobinele şi poziţia lor.

Distribuţia componentei axiale ale inducţiei magnetice totale, B_{zt}, produsă de toate subbobinele, precum şi distribuţia componentelor axiale produse de bobinele cu numerele 2 şi 6 (B_{z2} şi B_{z6}) este prezentată în fig.4.31. De remarcat distribuţia puternic "zimţată" a componentei axiale B_z, maximile şi minimele locale corespunzînd razelor interioare respectiv exterioare ale subbobinelor, ceea ce va avea ca urmare o distribuţie deosebit de complexă a forţelor electrodinamice specifice în bobina reală şi deci eforturi mecanice cu distribuţie puternic neuniformă

g. Verificarea calculelor de cîmp, utilizînd legea circuitului magnetic

Utilizarea legii circuitului magnetic, la o bobină cu densitate de curent constantă

$$\oint_{\Gamma} \bar{H}.d\bar{l} = \int_{S_\Gamma} \bar{J}.d\bar{s}$$

permite o verificare a corectitudinii valorilor calculate pentru intensitatea cîmpului magnetic.

Curbele Γ , alese în exemplele de mai jos sînt dreptunghiuri plasate arbitrar în planul xOz, plan care conţine axa bobinei, fig.4.32.

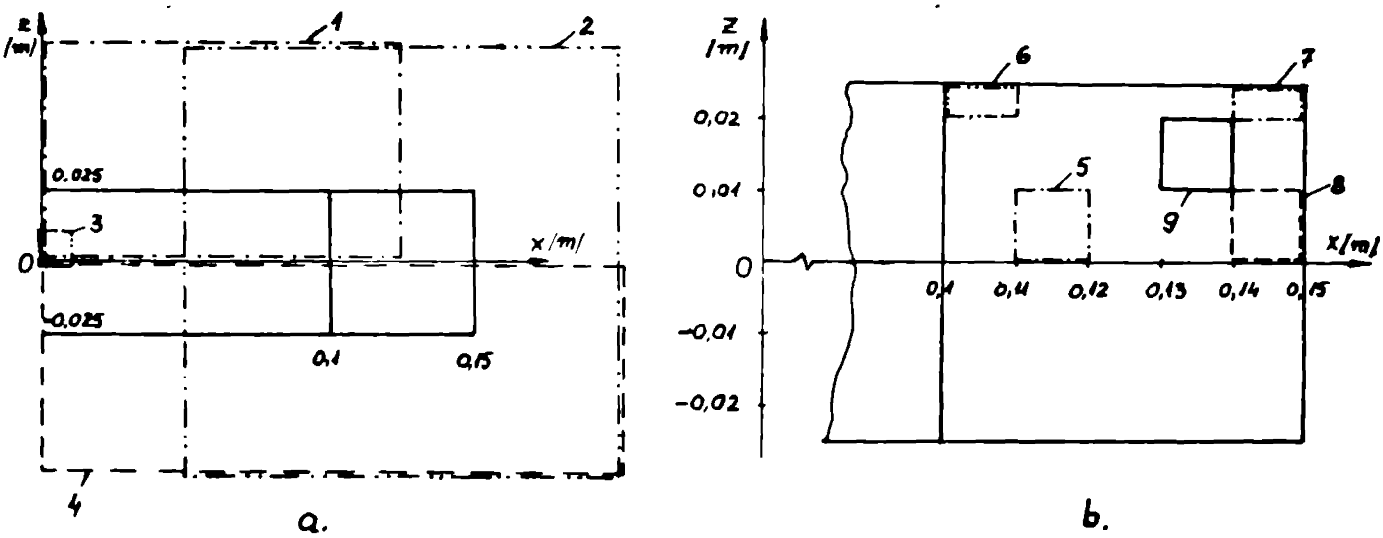


Fig.4.32 Curbele pentru care s-a verificat legea circuitului magnetic : a. exterioare bobinei; b. interioare şi la suprafaţa bobinei.

Calculele au fost efectuate utilizînd un program denumit DLH. Programul a fost elaborat avînd la bază pentru calculul intensităţii cîmpului magnetic programul CBCAAS descris în paragraful 4.3.1. Integrala lui $\bar{H}.d\bar{l}$ se efectuează pe porţiuni cu o subrutină care apelează şi subprogramul de integrare al unei funcţii tabelate, din biblioteca matematică. Programul DLH permite calculul şi în cazul unui grup oarecare de bobine cu aceiaşi axă de simetrie, pentru orice curbe dreptunghiulare Γ aflate într-un plan ce conţine axa bobinelor.

Rezultatele calculate pentru curbele 1... 9 din fig.4.32 şi prezentate în tabelul 10, se referă la o bobină, avînd raza interioară 0.1 m, raza exterioară 0.15 m, lungimea 0.05 m iar densitatea de curent medie 50 $A.mm^{-2}$.

Tabelul 10

Curba din fig.4.32	Rezultate program DLH /A/	Valoarea exactă Ni /A/	Abaterea
1	31262.95	31250	-0.041
2	124998.9	125000	-0.001
3	- 0.015	0	-
4	62487.7	62500	-0.019
5	5001,756	5000	0.035
6	2494.7	2500	0.21
7	2517.3	2500	0.69
8	4993.84	5000	-0.123
9	5000.44	5000	0.009

Precizia bună obţinută atît pentru cazurile cînd legea circuitului magnetic a fost calculată pentru curbe exterioare bobinei dar şi pentru cazurile cînd aceste curbe sînt în interiorul bobinajului şi la suprafaţa bobinei (a.6,7,8) reprezintă încă o confirmare a corectitudinii calculului cîmpului magnetic. De asemenea algoritmul de trecere numerică la limită prezentat în paragraful 3.3.2 şi care a intervenit la unele din calculele prezentate se dovedeşte eficient.

4.4. Calcule numerice privind forţele electrodinamice la bobine

4.4.1. Programe de calcul al forţelor la bobine masive

Calculul forţelor electrodinamice specifice la bobine şi grupuri de bobine conform paragrafului 3.4.1.1 se face, aşa cum s-a precizat, cu programul CBCAAS, fig.4.22, paragraful 4.3.1, odată cu calculul inducţiei magnetice. In fiecare punct precizat de utilizator se tipăresc atît valorile inducţiei magnetice cît şi cele ale forţelor electrodinamice specifice - componentele după axe, rezultanta şi unghiul făcut de aceasta cu axa Ox. Astfel se obţin indicaţii complecte asupra mărimii, sensului şi punctului de aplicaţie a forţelor electrodinamice specifice.

In sensul precizat, programul CBCAAS este şi un program pentru determinarea forţelor electrodinamice specifice.

Calculul forţelor electrodinamice totale, are la bază metoda şi relaţiile prezentate în paragraful 3.4.1.2. Pentru grupuri de bobine circulare cu aceeaşi axă de simetrie au fost puse în evidenţă : forţa axială şi forţa de rupere, acţionînd asupra unei bobine. Calculul numeric al acestora se face conform organigramei prezentată în fig. 4.33 şi implică efectuarea a două integrale numerice succesive după dx respectiv dz. Pentru integrarea numerică au fost utilizate subprograme din biblioteca matematică.

Programul FBCAAS, fig.4.33, permite calculul forţelor totale : axiale şi de rupere, acţionînd asupra unei bobine circulare, dintr-un grup de bobine circulare cu dimensiuni şi poziţie oarecare, avînd aceiaşi axă de simetrie. Intrucît bobina la care se calculează forţele este precizată, de către utilizator prin coordonatele x şi z ale colţurilor secţiunii din planul xOz şi prin numărul bobinei, programul permite calculul acestor forţe şi pentru o porţiune din bobina analizată (de ex. numai un galet). De asemenea dacă interesează numai efectul celorlalte bobine asupra celei analizate, în program este ocolit calculul inducţiei magnetice produse de bobina proprie, rezultînd o reducere a timpului total de calcul.

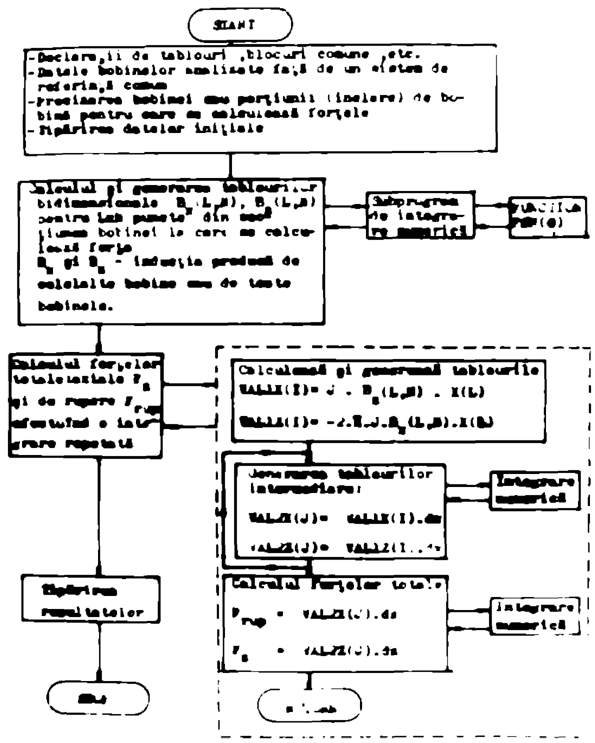


Fig.4.33 Organigrama programului de calcul al forţelor electrodinamice totale la grupuri de bobine circulare cu aceiaşi axă de simetrie (FBCAAS)

Forţele determinate cu programul FBCAAS pot sta la baza determinării coeficienţilor de forţă precizaţi în paragraful 3.4.2. Coeficienţii de forţă, împreună cu curenţii prin conductoare, avînd o variaţie în timp oarecare dar cunoscută, permit calculul imediat al forţelor electrodinamice în regim tranzitoriu la grupuri de bobine.

4.4.2. Rezultate calculate privind forţele electrodinamice la bobine în regim staţionar şi tranzitoriu

Forţele electrodinamice specifice cît şi cele totale la bobine, oferă, atît informaţii calitative necesare înţelegerii naturii şi sensului solicitărilor mecanice cît şi cantitative, utile la determinarea numerică a solicitărilor mecanice existente.

Au fost calculate şi se prezintă în continuare cîteva distribuţii tipice ale forţelor electrodinamice specifice la o bobină circulară şi la bobine circulare, precum şi forţele totale calculate şi comparate cu unele rezultate din literatură. Forţe între bobine se calculează şi în regim tranzitoriu, exemplul e.

a. Forţe specifice la o bobină circulară.

Pentru o bobină circulară avînd raza interioară 0.1 m, raza exterioară 0.15 m, lungimea 0.05 m, densitatea de curent 50 $A.mm^{-2}$ s-au calculat şi se reprezintă distribuţia componentelor radiale, f_x şi axiale f_z ale forţelor specifice în secţiunea bobinei cu un plan xOz, care conţine axa bobinei.

In fig.4.34 se reprezintă distribuţia după rază a componentelor radiale, f_x, şi axiale f_z ale forţelor electrodinamice specifice pentru z=0,0...0,025 m. Pentru valori negative ale lui z, jumătatea inferioară a bobinei, valorile lui f_x păstrează aceeaşi valoare, direcţie şi sens ca şi pentru cele pozitive. Se observă existenţa unor puncte în interiorul bobinei, unde f_x este zero.

Forţele f_z comprimă bobinajul, avînd pentru $+0_z$ respectiv -0_z sensuri diferite. In planul de simetrie, z=0, pentru cazul unei bobine circulare izolate, forţele f_z sînt nule.

Forţa specifică rezultantă $\bar{f}=\bar{i}f_x+\bar{k}f_z$ are o distribuţie puternic neuniformă în secţiunea bobinei, atît ca modul cît şi ca direcţie şi sens. In fig.4.35 sînt reprezentate liniile $|\bar{f}|$ = const. pentru bobina analizată. Se observă, la suprafaţa interioară a bobinei, o zonă cu forţe specifice mari respectiv în interiorul bobinei o porţiune unde conductoarele sînt foarte puţin solicitate de forţele electrodinamice.

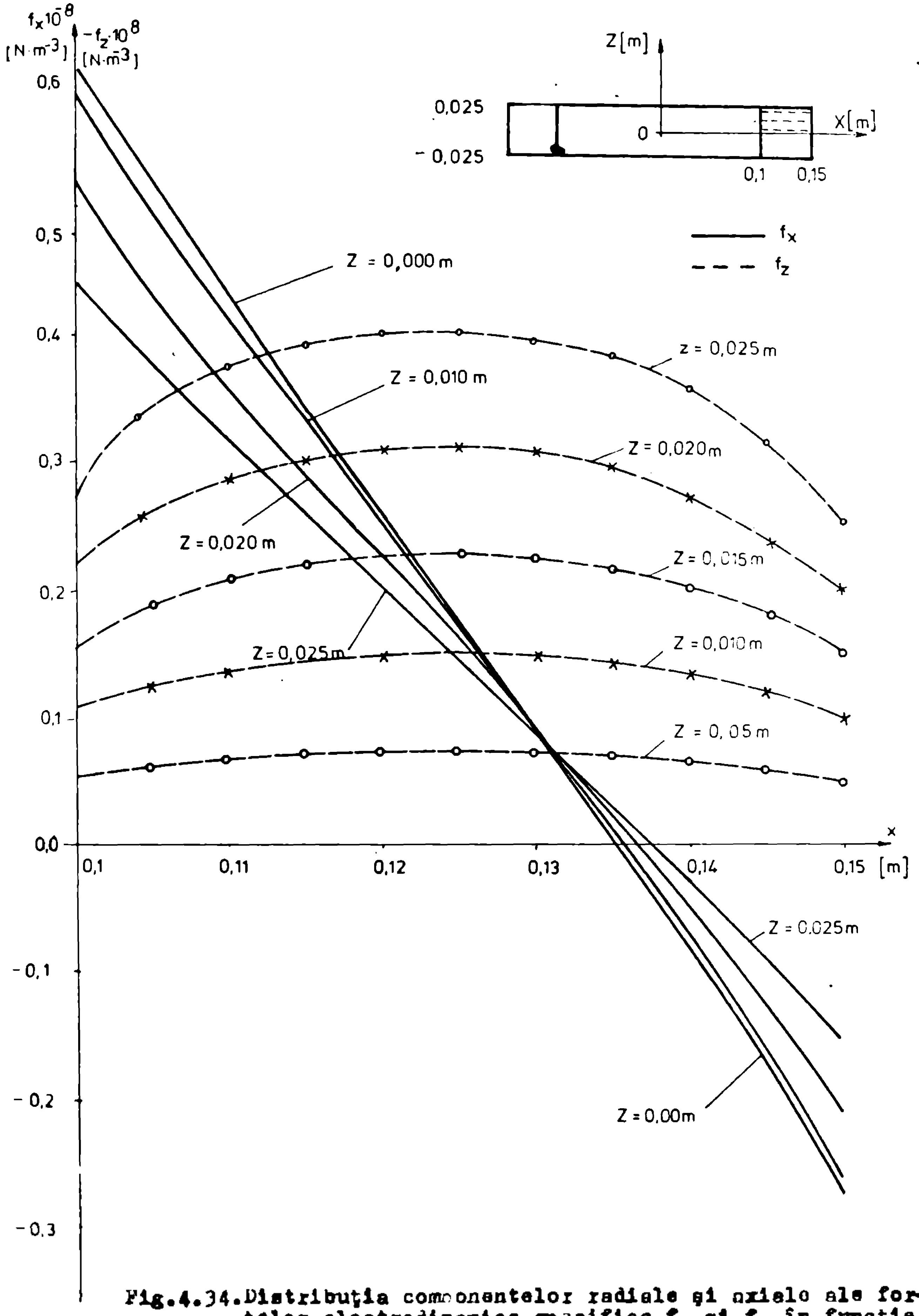


Fig.4.34. Distribuţia componentelor radiale şi axiale ale forţelor electrodinamice specifice f_x şi f_z în funcţie de distanţa de la axa bobinei, pentru z= 0...0.025 m.

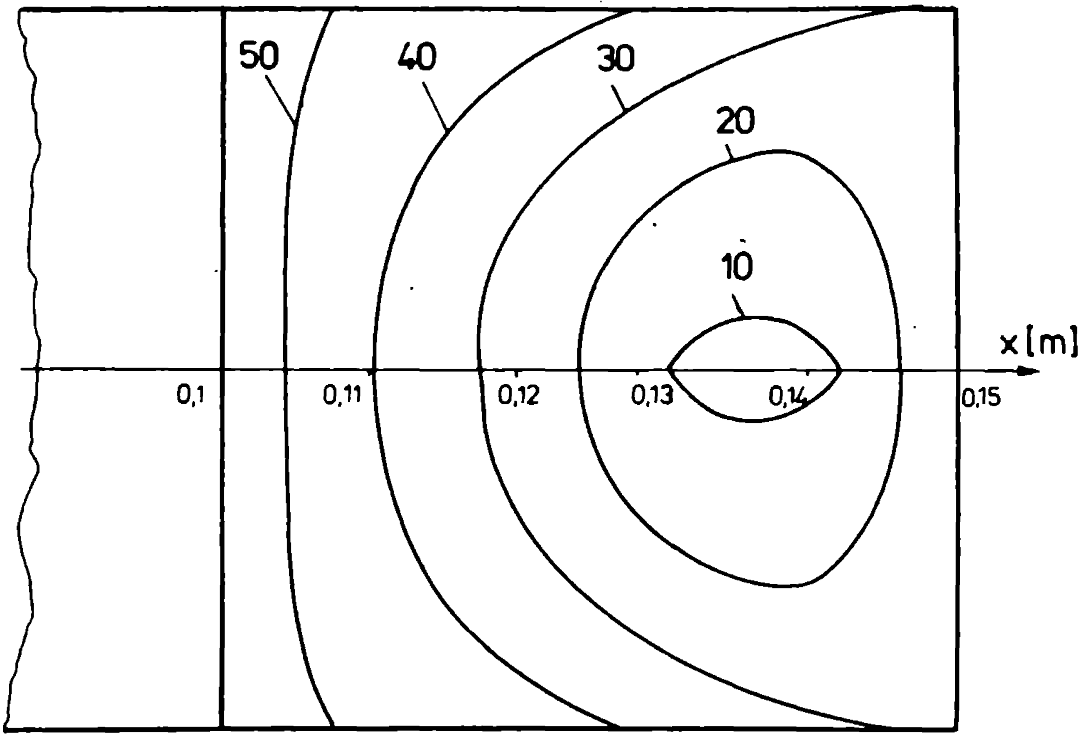


Fig.4.35 Linii de "egală valoare"a forței rezultante, f = const.,în secțiunea bobinei

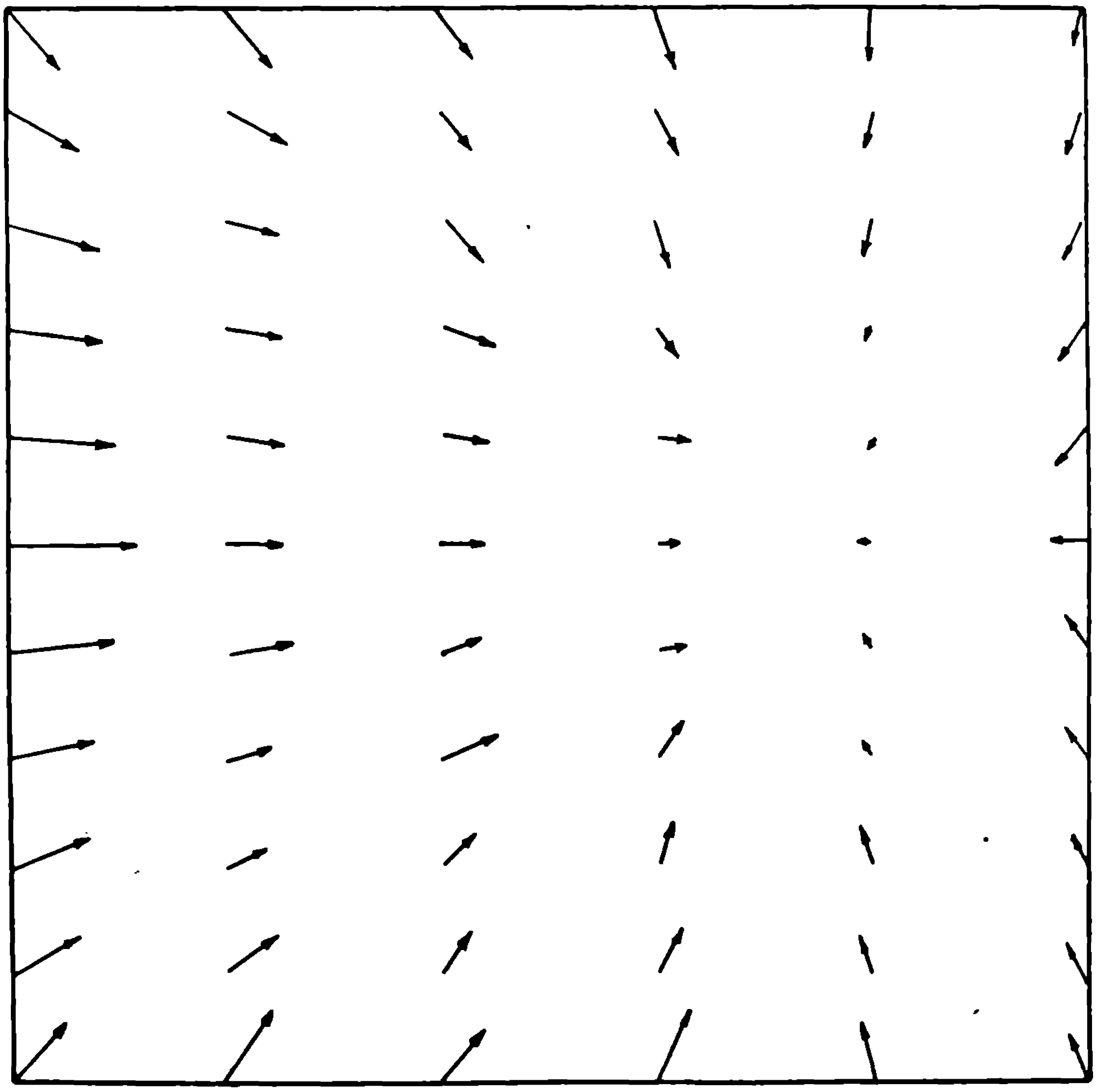


Fig.4.36 Spectrul forțelor electrodinamice rezultante în secțiunea bobinei.Scara: 1 cm...5o $MN.m^{-3}$

Spectrul forţelor electrodinamice specifice rezultante $f(x,z)$ în secţiunea bobinei analizate este reprezentat, la scară, în fig.4.36.

Alte distribuţii calculate ale forţelor electrodinamice specifice la o bobină circulară au fost prezentate în /4.4/.

Metoda şi programul de calcul al forţelor totale la o bobină sau o porţiune circulară a acesteia (de ex.un galet), permit determinarea exactă a forţelor electrodinamice la bobine şi evită utilizarea, unor relaţii aproximative, /3.8/ şi /4.8/.

b. Forţe specifice la bobine trifazate

Se consideră bobinele din fig.4.37 avînd pentru coordonata suprafeţei inferioare, z_1, a celei superioare, z_2, raza interioară R_i şi exterioară, R_e următoarele valori :

bobina 3 : $z_1= -0,1m$; $z_2= -0,05m$; $R_i= 0,1m$ $R_e= 0,15m$

bobina 2 : $z_1= -0,025m$; $z_2= 0,025m$; $R_i= 0,1m$ $R_e= 0,15m$

bobina 1 : $z_1= 0.05$ m ; $z_2= 0.10$ m; $R_i= 0,1m$ $R_e= 0,15m$

Pe exemplul considerat se alege momentul în care densităţile medii de curent în cele trei bobine sînt $J_1= -25$ A.mm^{-2}

$J_2= 50$ A.mm^{-2}

$J_3= -25$ A.mm^{-2}

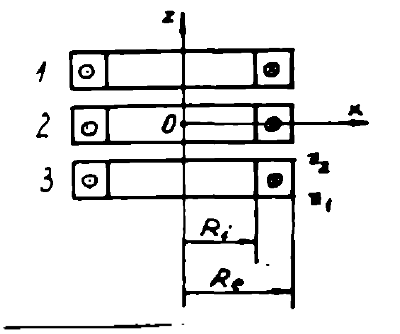


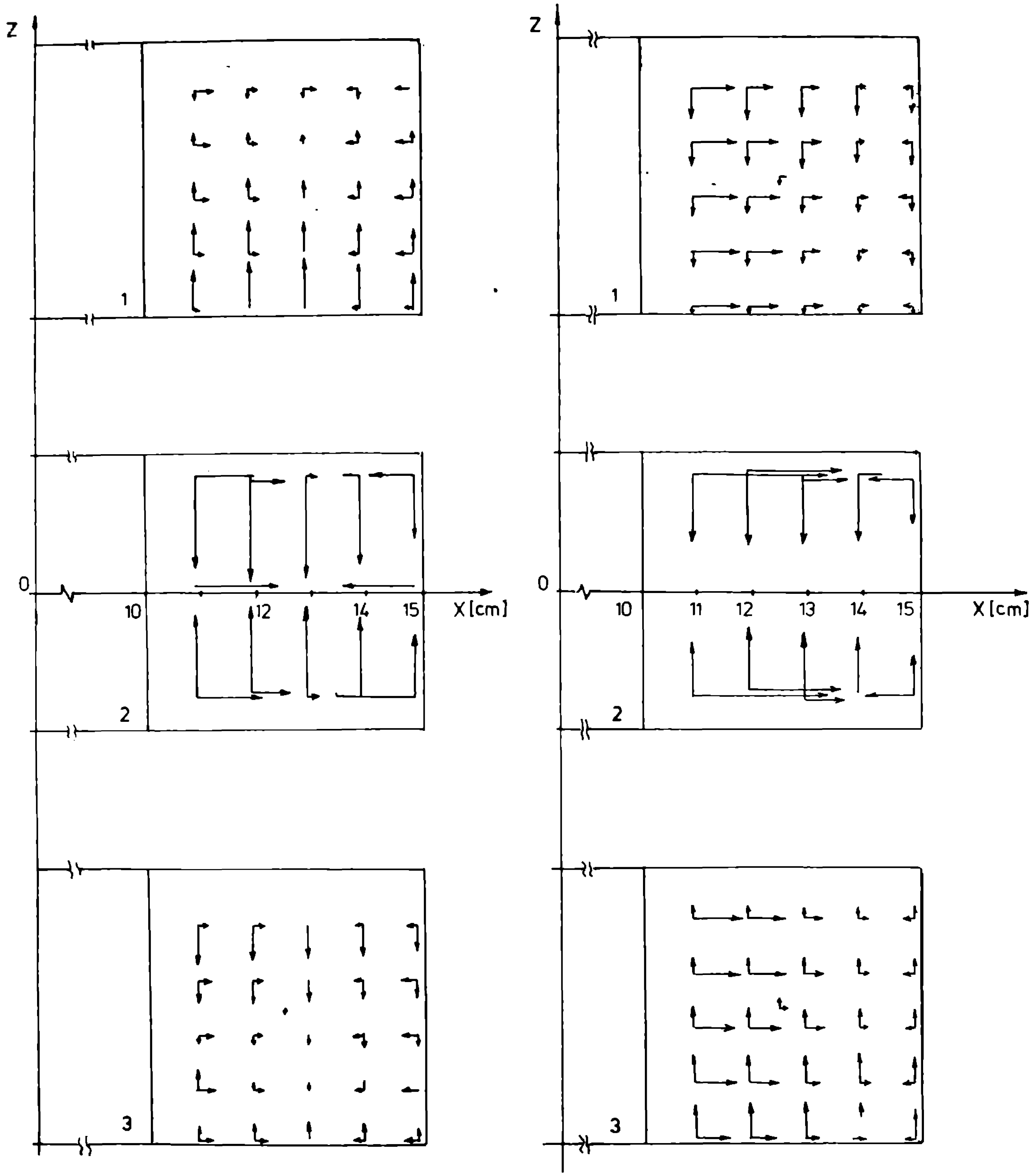
Fig.4.37.Grup de bobine trifazate

Se consideră pentru exemplificare două cazuri :

1- cele trei bobine au acelaşi sens de bobinare şi

2- bobina din mijloc este bobinată în sens invers faţă de celelalte două.

In fig.4.38 sînt prezentaţi la scară, în puncte din secţiunea bobinelor; pentru cazul 1 respectiv 2, vectorii forţă specifică după axa O_x, f_x, respectiv O_z, f_z, datoraţi tuturor celor trei bobine parcurse de curent. Astfel de grupuri de bobine se întîlnesc în sistemele energetice şi sînt utilizate pentru limitarea curenţilor de scurtcircuit. Intrucît se doreşte ca izolatorii dintre ele să fie supuşi la compresiune, este preferat cazul 2,fig.4.38. In cazul 1 se observă că forţa asupra bobinei superioare 1, are tendinţă de a o ridica şi arunca de pe suport.



Cazul 1

Sensul curentului: 1... ⊙
în bobine: 2... x
3... ⊙

Cazul 2

Sensul curentului: 1... ⊙
în bobine : 2... ⊙
3... ⊙

Fig.4.38 Distribuţia vectorilor forţelor specifice $\bar{f}_x$ şi $\bar{f}_z$ în secţiunile bobinelor trifazate analizate.
Cazul 1 - toate bobinele au acelaşi sens de bobinaj;
cazul 2 - bobina 2 este bobinată invers bobinelor 1 şi 2.
Scara 1 cm... $0.2.10^6$ $N.m^{-3}$.

BUPT

c. Forţe între bobine masive coaxiale

Utilizînd programul elaborat, FBCAAS, fig.4.33, paragraful 4.4.1, au fost calculate forţele axiale între 2 bobine masive, cilindrice cu axă de simetrie comună. Cîteva exemple calculate sînt prezentate în tabelul 11.

In acest tabel sînt prezentate datele bobinelor, valorile forţelor calculate cu programul FBCAAS respectiv cele din nomogramele din /4.5/ şi abaterea procentuală a celor două valori ale forţelor. S-a notat : h-lungimea bobinei, b-grosimea bobinei, D-diametrul mediu, H-distanţa dintre centrele bobinelor.

Tabelul 11.

h /m/	b /m/	H /m/	D /m/	F/N/ /4.5/	F/N/ FBCAAS	%
0.075	0.015	0.0875	0.1	1163.95	1131.85	- 2.76
0.05	0.03	0.1125	0.1	735.75	714.97	- 2.82
0.1	0.03	0.15	0.1	1655.44	1693.73	+ 2.3
0.05	0.015	0.0875	0.1	362.13	371.5	+ 2.59

In exemplele analisate diferenţele forţelor sînt de ordinul procentelor. Trebuie remarcat faptul că programul nu este limitat, aşa cum sînt de obicei curbele şi nomogramele, la forme şi dimensiuni ale bobinelor variind în limite restrînse. De asemenea citirea din curbe a valorilor coeficienţilor pentru o geometrie oarecare, este legată de erori mari

d. Forţe între bobine cilindrice infinit subţiri.

Programul de calcul elaborat a fost confruntat şi cu rezultatele din /4.6/ unde este prezentată o metodă de calcul implicînd integrale eliptice, valabilă pentru bobine coaxiale infinit de subţiri. Intrucît programele elaborate (CBCAAS, FBCAAS), nu pot calcula cîmpul şi forţele bobinelor de grosime zero s-a considerat bobina de grosime (g) foarte mică, tipic 10^{-5}m. In tabelul 12 sînt prezentate datele bobinelor şi unele valori calculate ale forţelor axiale, conform /4.6/ şi metodei elaborate în această lucrare, FBCAAS.

Tabelul 12

R1/m/ / l1/m/	R2/m/ / l2/m/	$N_1 \cdot i_1$ /A/	$N_2 \cdot i_2$ /A/	h /m/	F/N/ /4.6/	F/N/ FBCAAS	g /m/
2.0 / 0.1546	1.0 / 0.1546	309.2	309.2	1.0	0.048128	0.0481267	1.10^{-5}
10.0 / 11.795	1.0 / 11.795	23590	23590	20.0	2.227655	2.2276603	1.10^{-5}
0.1 / 0.075	0.09 / 0.075	225	300	0.05	0.045798	0.0458447	1.10^{-5}

S-a notat : R1-raza bobinei 1, l_1- lungimea bobinei 1, $N_1 i_1$-solenaţia bobinei 1, R_2,l_2, $N_2 i_2$- mărimile similare pentru bobina 2, h-distanţa dintre centrele bobinelor, g-grosimea de calcul a bobinelor, utilizată în programul FBCAAS, F-forţa axială între bobine pentru /4.6/ respectiv programul elaborat, FBCAAS.

Se observă o bună concordanţă a rezultatelor obţinute, erorile fiind sub 0,1%, programul elaborat comportîndu-se bine şi pentru cazul bobinelor foarte subţiri.

e. Forţe între bobine în regim tranzitoriu

Utilizînd metoda coeficienţilor de forţă, dezvoltată în paragraful 3.4.2, au fost calculate forţele electrodinamice pentru un grup de trei bobine, cilindrice, coaxiale aşa cum se întîlnesc la bobinele de limitare a curenţilor de scurtcircuit, cu aşezare verticală, fig.4.37. Intr-o primă etapă, utilizînd programul FBCAAS, de calcul al forţelor electrodinamice, se determină coeficienţii de forţă K_{12}, K_{23}, K_{31}. In continuare considerînd prin bobine curenţi de scurtcircuit cu componentă aperiodică şi fiecare bobină la cîte o fază a reţelei trifazate, s-a elaborat un program FEBTRANZ care calculează variaţia în timp a curenţilor şi forţelor electrodinamice totale asupra bobinelor. Notînd bobinele ca în fig.4.37 dar considerînd originea sistemului de referinţă în centrul bobinei 3, datele bobinelor, în metri, sînt :

Bobina 3	Bobina 2	Bobina 1
$z_1 = -0.1399$	$z_1 = 0.8399$	$z_1 = 1.8197$
$z_2 = 0.1399$	$z_2 = 1.1197$	$z_2 = 2.0995$
$R_i = 0.8824$	$R_i = 0.8824$	$R_i = 0.8824$
$R_e = 1.579$	$R_e = 1.579$	$R_e = 1.579$

In fig.4.39 se prezintă variaţia în timp a curenţilor şi forţelor electrodinamice asupra celor trei bobine. In exemplul analizat se consideră că bobinele sînt parcurse de curenţii :

$$i_1 = I\sqrt{2}\,(\exp(-t/T) - \cos(\omega t))$$

$$i_2 = I\sqrt{2}\,(\exp(-t/T) - \cos(\omega t - 2\pi/3))$$

$$i_3 = I\sqrt{2}\,(\exp(-t/T) - \cos(\omega t - 4\pi/3))$$

unde T este constanta de timp a procesului aperiodic, (1/22 s, în exemplul considerat) iar I valoarea efectivă a curentului de scurtcircuit permanent (lokA).

Forţele electrodinamice se calculează conform relaţiei (3.171) considerînd o forţă pozitivă între bobine, deci şi un coeficient de forţă pozitiv, pentru forţe în sensul pozitiv al axei O_z, fig.4.39.

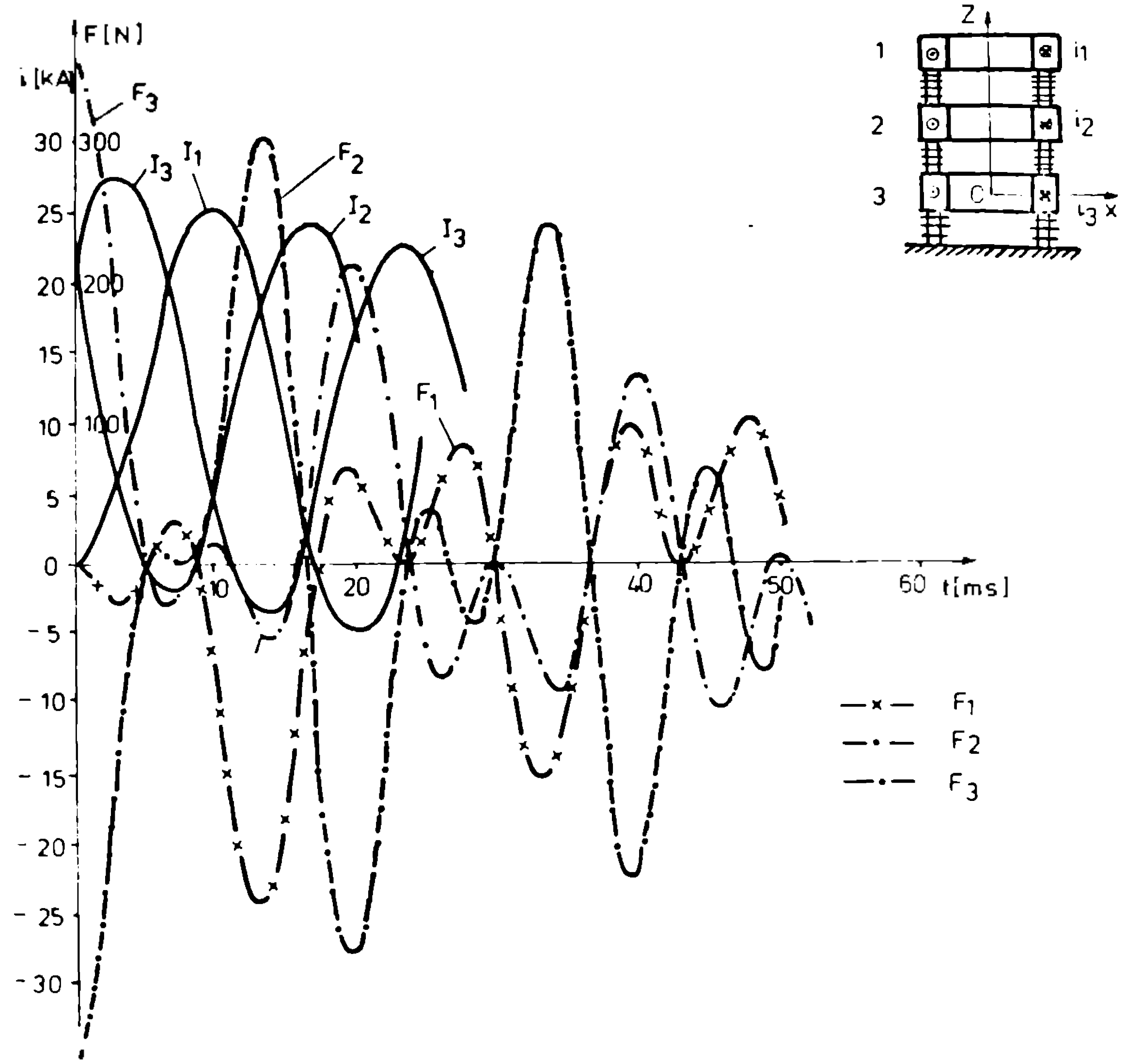


Fig.4.39. Variaţia în timp a curenţilor şi forţelor electrodinamice, între bobinele de limitare a curenţilor de scurtcircuit, analizate. Forţele pozitive au sensul ca şi cel pozitiv al axei O_z.

In exemplul reprezentat grafic, şocul de curent apare pe bobina a 3-a şi tot asupra acesteia acţionează şi cea mai mare valoare a forţei momentane. Variaţia în timp a forţelor este foarte complicată, conducînd la solicitări mecanice variabile în timp şi la vibraţii.

Metoda şi programul elaborat pentru calculul forţelor tranzitorii permit calculul valorilor forţelor totale exercitate asupra bobinelor unui sistem oricît de complicat de bobine (în exemplu: coaxiale), pentru orice formă de variaţie a curentului.

Programele şi exemplele de la punctele b şi e din acest paragraf evidenţiază posibilitatea de a calcula atît forţele specifice cît şi cele totale, în regim staţionar şi în regim tranzitoriu.

4.5. Determinarea cîmpului magnetic şi a forţelor electrodinamice la sistemul de bobine specifice maşinilor unipolare tambur.

4.5.1. Unele aspecte privind problema analizată

Maşinile unipolare, se bucură în ultima perioadă de un interes crescut. Au fost studiate şi realizate atît maşini unipolare tip disc cît şi tip tambur /4.11/,/4.12/,/4.13/.

Se pare că maşinile tip tambur sînt preferate, datorită unui diametru exterior, deci gabarit mai mic, a unui moment de inerţie şi a unui cîmp extern maşinii mai redus.

Forma de bază a bobinelor formînd subsistemul magnetic la o maşină unipolară tambur, fără circuit feromagnetic este prezentată în fig. 4.40

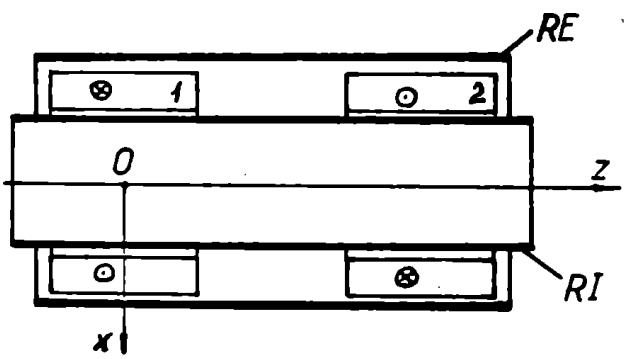


Fig.4.40 Subsistemul magnetic al unei maşini unipolare tambur şi forme posibile de rotoare: RE-rotor exterior; RI-rotor interior.

Forma constructivă cea mai răspîndită la aceste maşini este cea cu rotor interior, RI, dar sînt cunoscute şi execuţii cu rotor exterior bobinajului, RE, /4.12/.

Cele două bobine ale maşinii, au aceeaşi axă de simetrie şi pot fi formate la rîndul lor din galeţi sau subbobine cilindrice coaxiale.

Pentru o configurație de astfel de bobine au fost măsurate și comparate cu rezultatele calculate, valorile cîmpului magnetic și ale forțelor electrodinamice axiale. Unele valori calculate pentru cîmpul magnetic și forțele electrodinamice la subsistemul magnetic al mașinilor unipolarr tambur, au fost prezentate de autor în /4.17/.

4.5.2. Instalația experimentală pentru măsurarea cîmpului magnetic

Măsurătorile de cîmp magnetic au fost efectuate cu teslametre cu sondă Holl.

Dimensiunile geometrice ale sondei utilizate, sînt prezentate în fig.4.41, observîndu-se aria de 1 mm^2 a suprafeței active a sondei.

Sonda a fost etalonată într-un cîmp magnetic uniform avînd ca etalon un teslametreu numeric clasă 0,1.

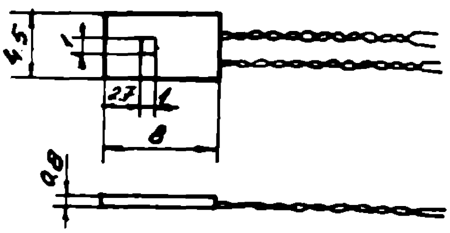


Fig.4.41 Dimensiunile sondei Hall utilizate

Curentul prin sonda Hall a fost măsurat cu un multimetru numeric iar tensiunea Hall cu un microvoltmetru de curent continuu.

Cele două bobine utilizate sînt practic identice avînd 499 respectiv 501 spire Ø 1,7 și sînt bobinate pe o carcasă strunjită și realizată astfel încît să permită măsurarea cîmpului într-un canal, paralel cu axul bobinei, apropiat de bobinaj, precum și a forțelor electrodinamice axiale totale între cele două bobine. Ele au raza interioară 0,03 m, raza exterioară 0.068 și lungimea 0.0435 m.

In fig.4.42 sînt prezentate cele două bobine. Săgeata indică canalul practicat în carcasă astfel încît să se poată măsura distribuția axială a cîmpului cît mai aproape de bobinaj.

Schema electrică a instalației experimentale utilizate este prezentată în fig.4.43 . Sonda Hall este fixată pe un suport electroizolant, suplu și rezistent astfel încît să poată fi poziționată în punctul de măsură.

Cele două bobine și sonda Hall sînt prezentate în fig.4.44. In această figură săgeata indică sonda Hall utilizată.

Instalația experimentală conform fig.4.43 este prezentată în fig.4.45 și 4.46.

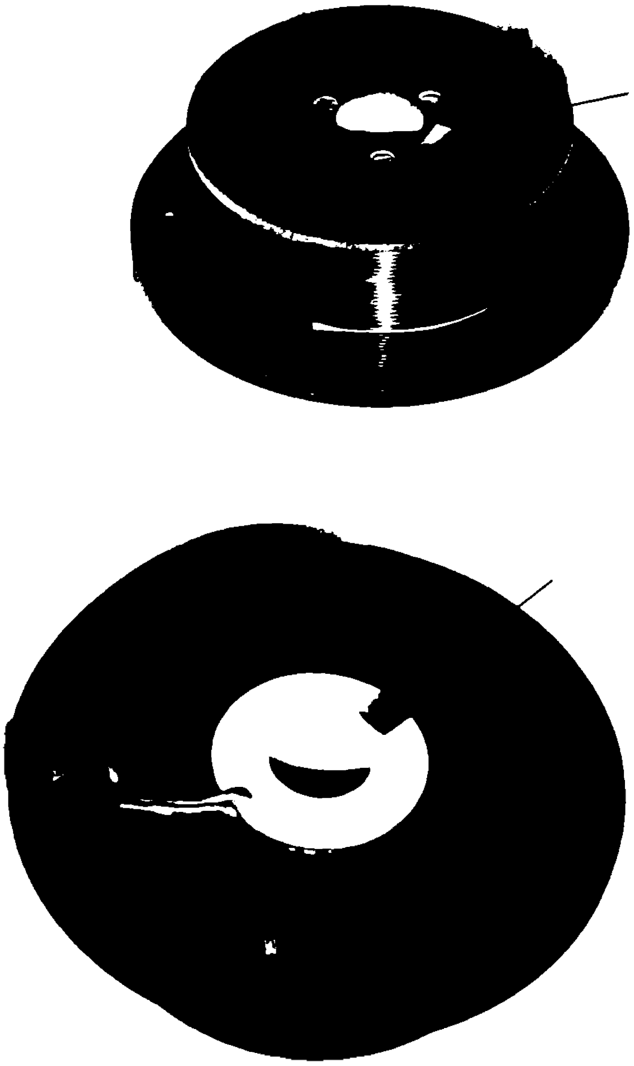


Fig.4.42. Bobinele utilizate la măsurătorile de cîmp şi forţe electrodinamice.Săgeata indică canalul axial în apropierea bobinajului.

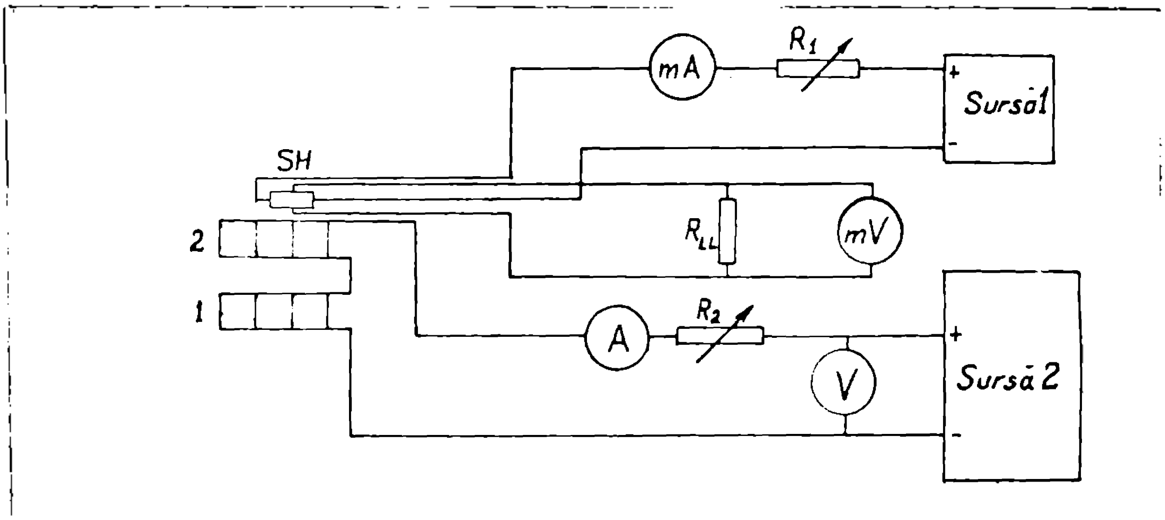


Fig.4.43.Schema electrică a instalaţiei experimentale pentru măsurarea cîmpului. SH-sondă Hall, 1 şi 2 bobinele R_{LL} rezistenţă de liniarizare.

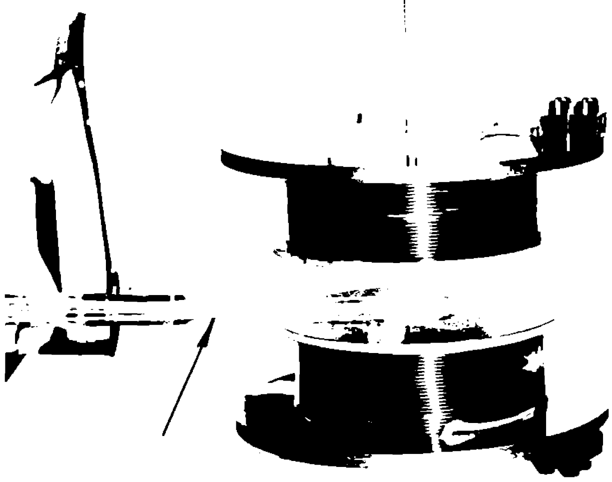


Fig.4.44 Grupul de bobine şi sonda de măsură a cîmpului

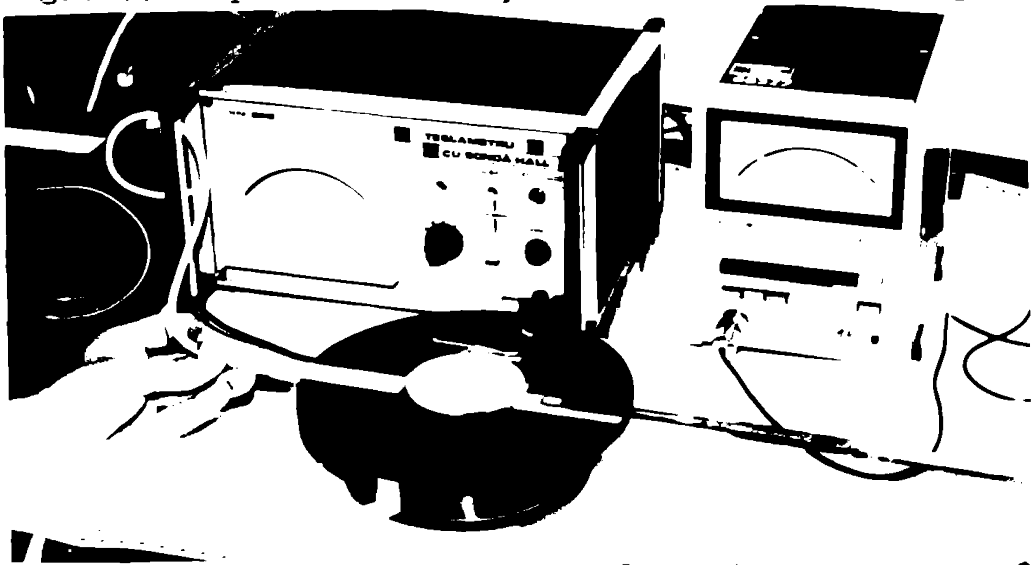


Fig.4.45 Bobină utilizată şi sonde pentru măsurarea cîmpului

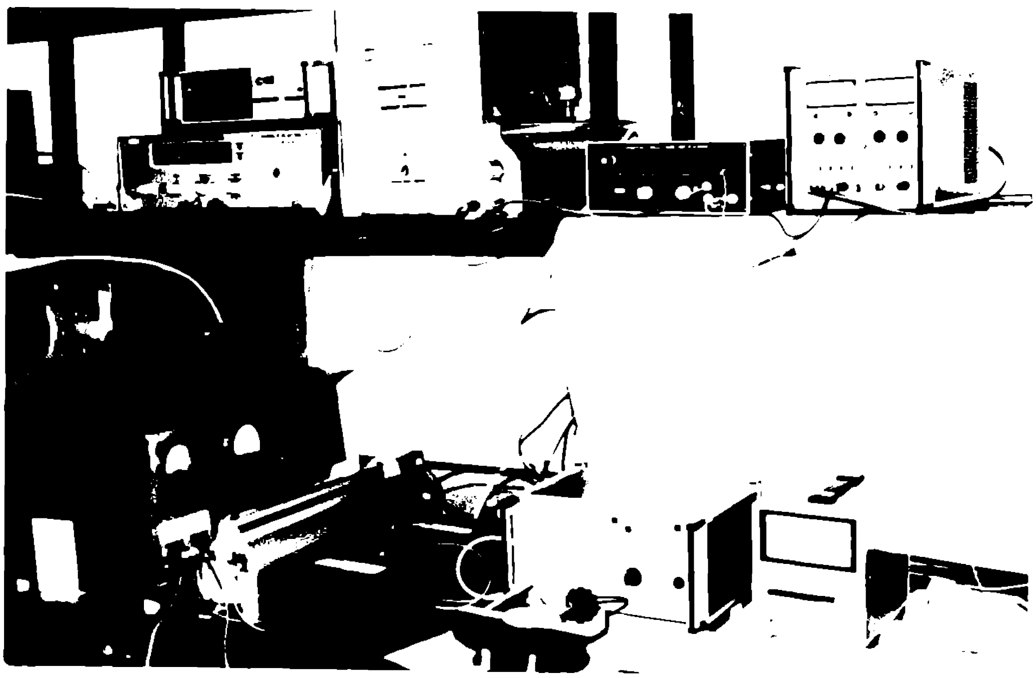


Fig.4.46 Vedere de ansamblu a instalaţiei experimentale

4.5.3. Măsurări de cîmp şi compararea cu rezultatele calculate

Utilizînd instalaţia experimentală descrisă, a fost măsurată inducţia magnetică pentru puncte din jurul bobinelor, atît pentru cazul unei singure bobine cît şi pentru 2 bobine. In acest din urmă caz, bobinele au fost alimentate în opoziţie, obţinîndu-se o configuraţie de cîmp similară cu cea de la subsistemul magnetic al maşinilor unipolare tambur. Pentru această configuraţie, a fost acordată o atenţie deosebită distribuţiei axiale a cîmpului, într-o zonă apropiată de bobinaj, spre interiorul bobinelor, loc unde se plasează de obicei rotorul cilindric al maşinii unipolare tambur.

In fig.4.47 a şi b, sînt prezentate locurile unde s-au făcut măsurători cu sonda Hall şi pentru care au fost făcute şi calcule de cîmp utilizînd programul CBCAAS, prezentat într-un capitol anterior. In timpul măsurătorilor curentul prin bobine a fost menţinut constant la 5A. Valorile notate pe desenul din fig.4.47 sînt cele utilizate la calculele de cîmp ţinînd cont că un punct mijlociu al sondei Hall glisează la aproximativ 0,5 mm de suprafaţa pe care o investighează. In fig.4.47 b, cotele la 1,3 şi 5 se referă la cazul cînd distanţa dintre bobine (D) este 11 mm. Pentru distanţe mai mari au fost efectuate numai măsurători ale distribuţiei componentei radiale, B_x, a cîmpului total, paralel cu axa bobinei, în apropierea bobinajului. Măsurătorile au ţinut cont de limitările datorate construcţiei carcasei bobinei, care trebuie să satisfacă şi cerinţele măsurărilor de forţă şi dimensiunilor şi formei sondei Hall şi a suportului pe care a fost montată.

In figurile următoare sînt prezentate rezultatele măsurătorilor efectuate. Cu + sau * au fost marcate punctele măsurate. Curbele trasate sînt calculate cu programul elaborat (CBCAAS). Datorită unor zone unde sonda nu are acces axistă porţiuni de curbă unde sînt prezentate numai valorile calculate (de ex.în interiorul bobinajului).

Curbele prezentate în figurile 4.48 ... 4.54, conţinînd valorile calculate şi măsurate pentru componentele B_x şi B_z ale inducţiei magnetice arată o bună concordanţă între teorie şi experiment. Erorile, în afara celor de măsură, se datoresc dificultăţii de poziţionare a sondei Hall în punctul dorit. Distribuţia axială a componentei B_x, în cazul bobinelor corespunzătoare subsistemului magnetic al unei maşini unipolare tip tambur, evidenţiază la distanţe mici între bobine existenţa unui maxim al inducţiei, între cele două bobine.

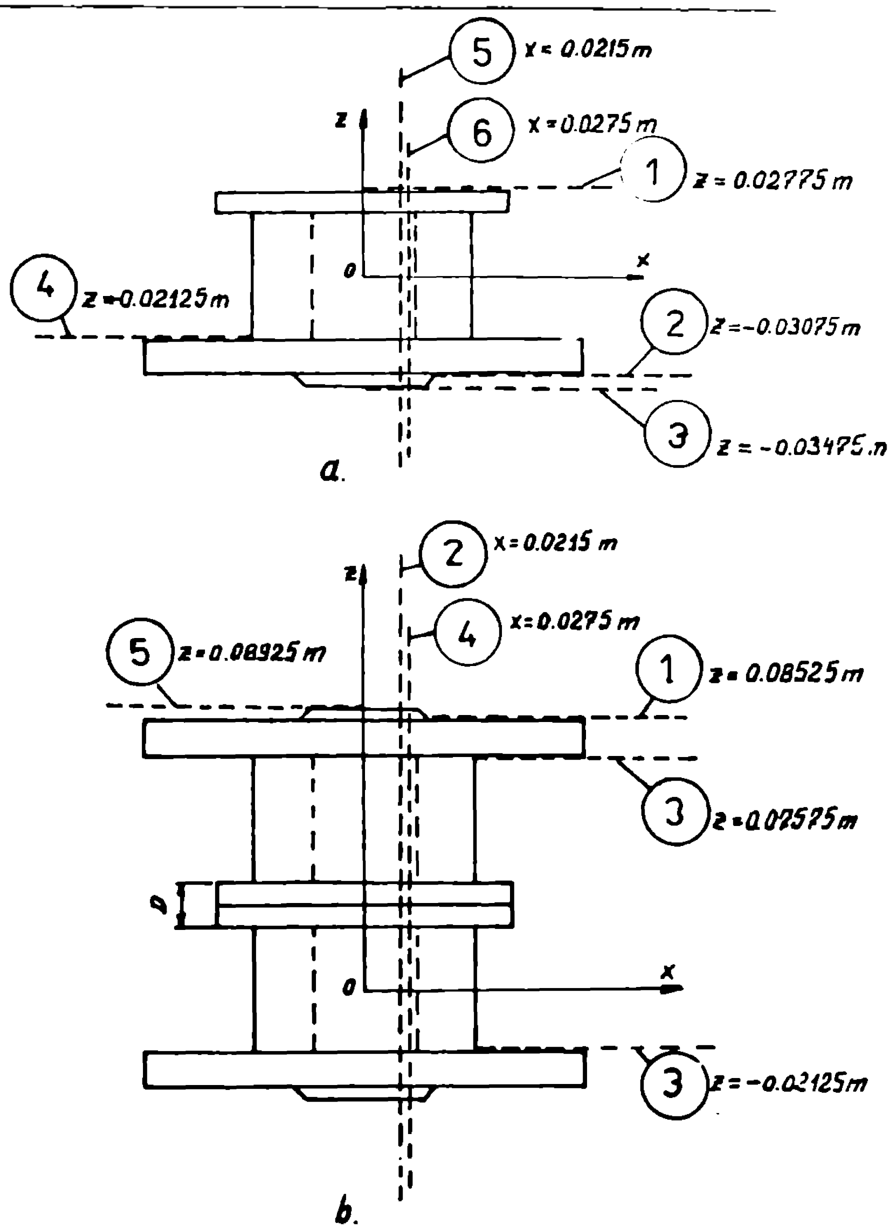


Fig.4.47 Desen explicativ privind locurile de măsurare a inducţiei magnetice cu sonda Hall şi notaţiile folosite.

Cu creşterea distanţei dintre bobine, distribuţia inducţiei magnetice radiale are o zonă de platou, inducţia B_x, fiind practic constantă pentru zona dintre cele două bobine. Pentru distanţe mari dintre bobine, fig.4.54, curba 3, componenta B_x a inducţiei magnetice totale are un minim, la jumătatea distanţei dintre bobine, apărînd două maxime locale în apropierea bobinelor. Inducţia magnetică B_x îşi inversează sensul în zona de mijloc a bobinelor analizate.

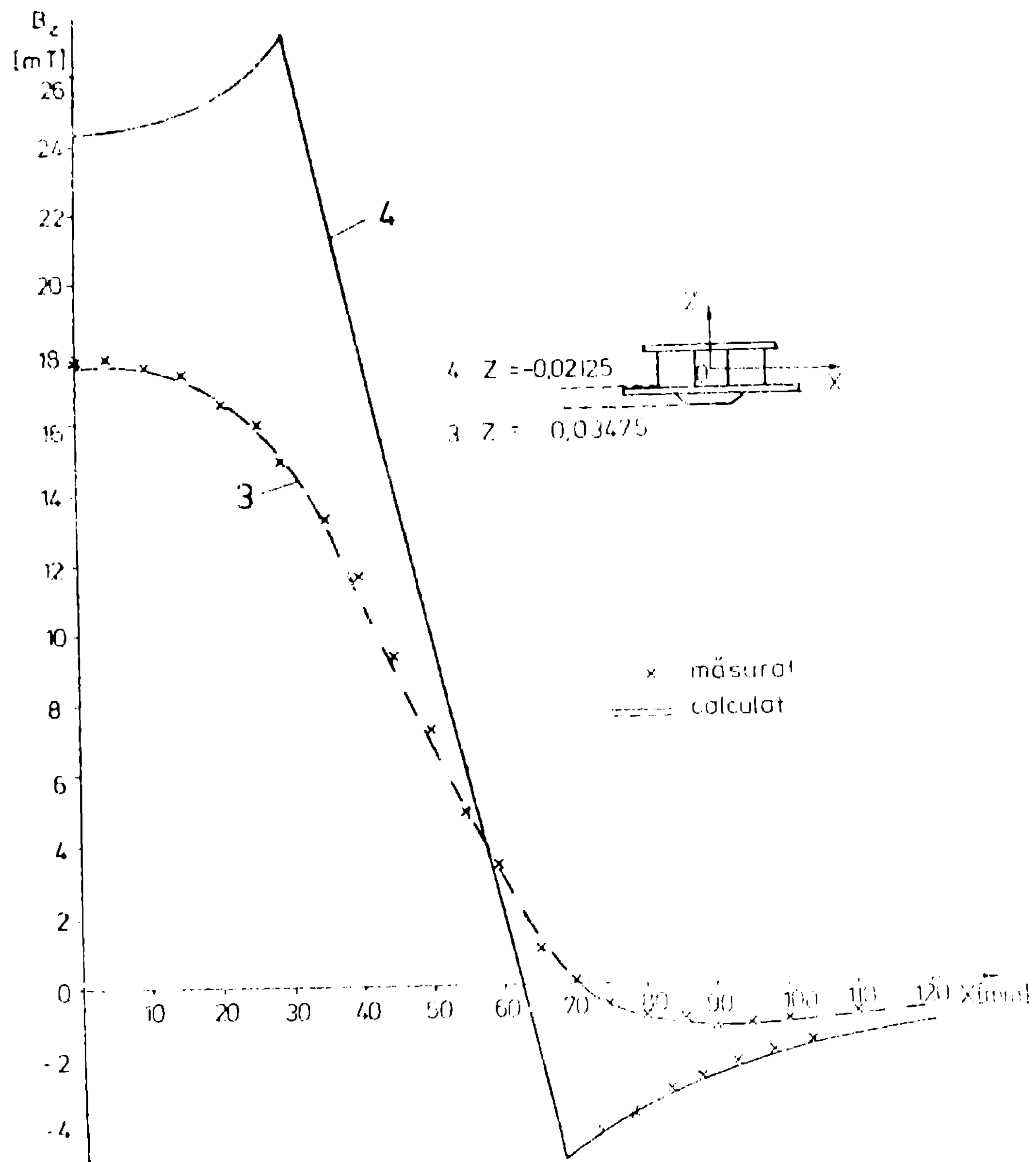


Fig.4.48. Distribuţia calculată şi măsurată a componentei axiale a inducţiei magnetice 3:z=-0.03475 m; 4:z=-0.02125 m

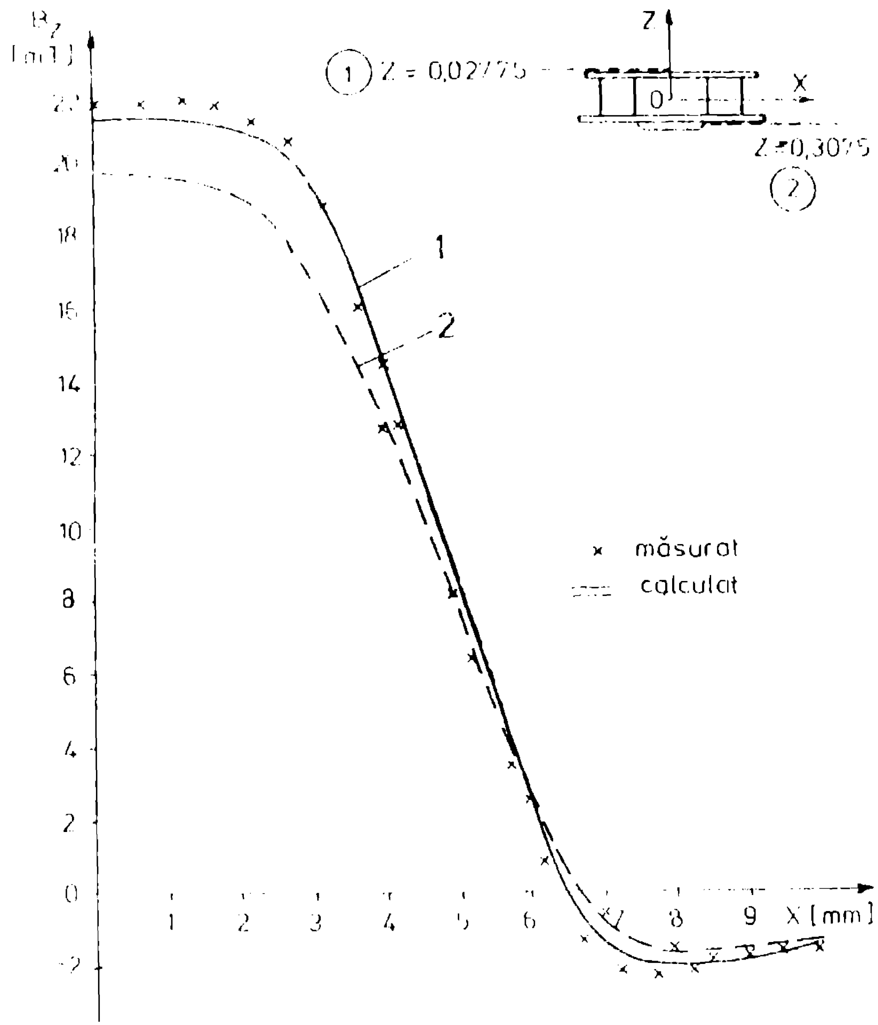


Fig.4.49. Distribuţia componentei B_z a inducţiei magnetice 1:z =0.02775 m; 2:z=-0.03075 m.

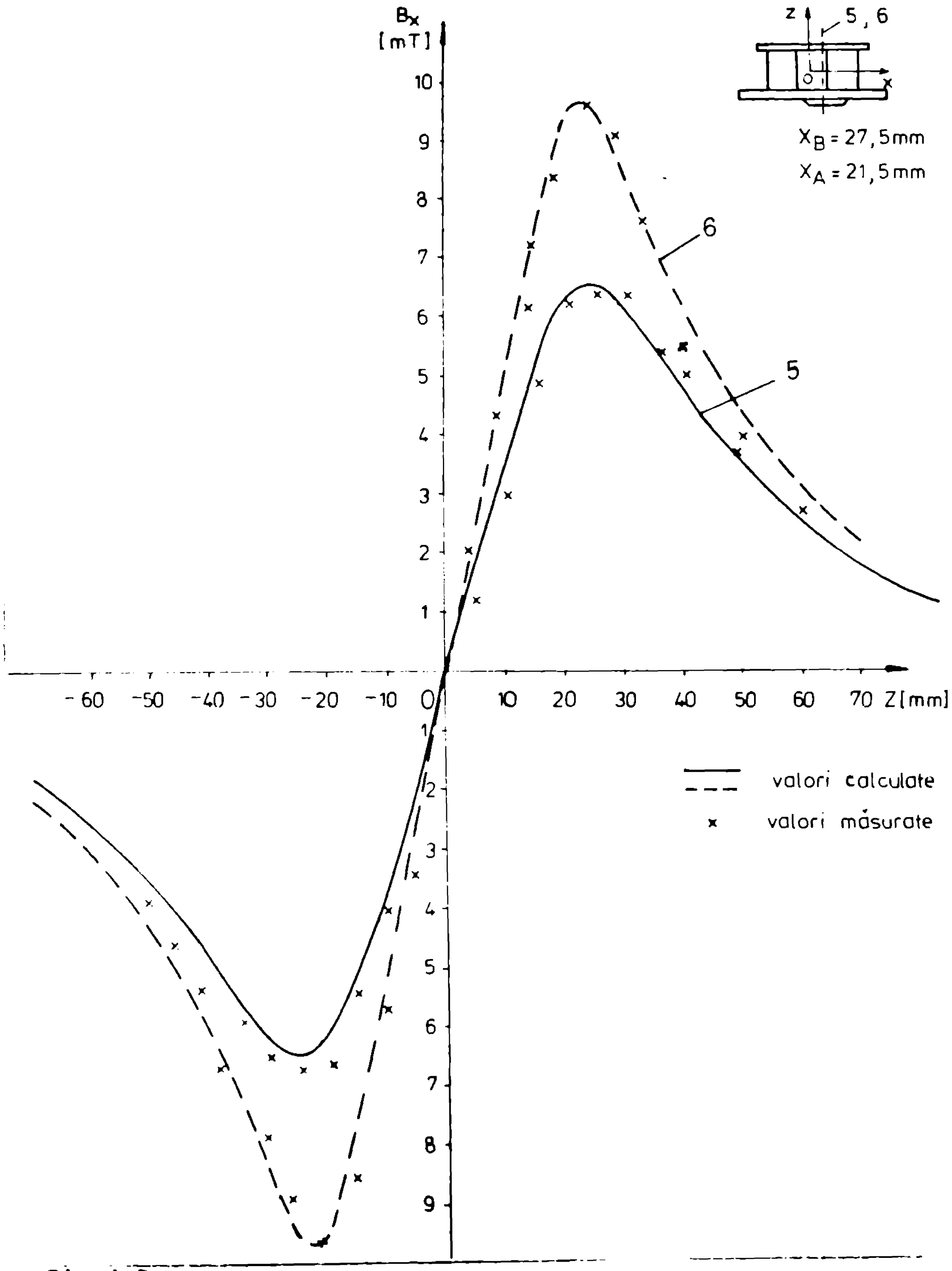


Fig.4.50 Distribuţia componentei B_x a inducţiei magnetice paralel cu axa bobinei circulare, în apropierea suprafeţei interioare a bobinajului.
Măsurătorile s-au efectuat în canalul practicat în carcasă.

Cazul : 5 : x = 0.0215 m,
6 : x = 0.0275 m.

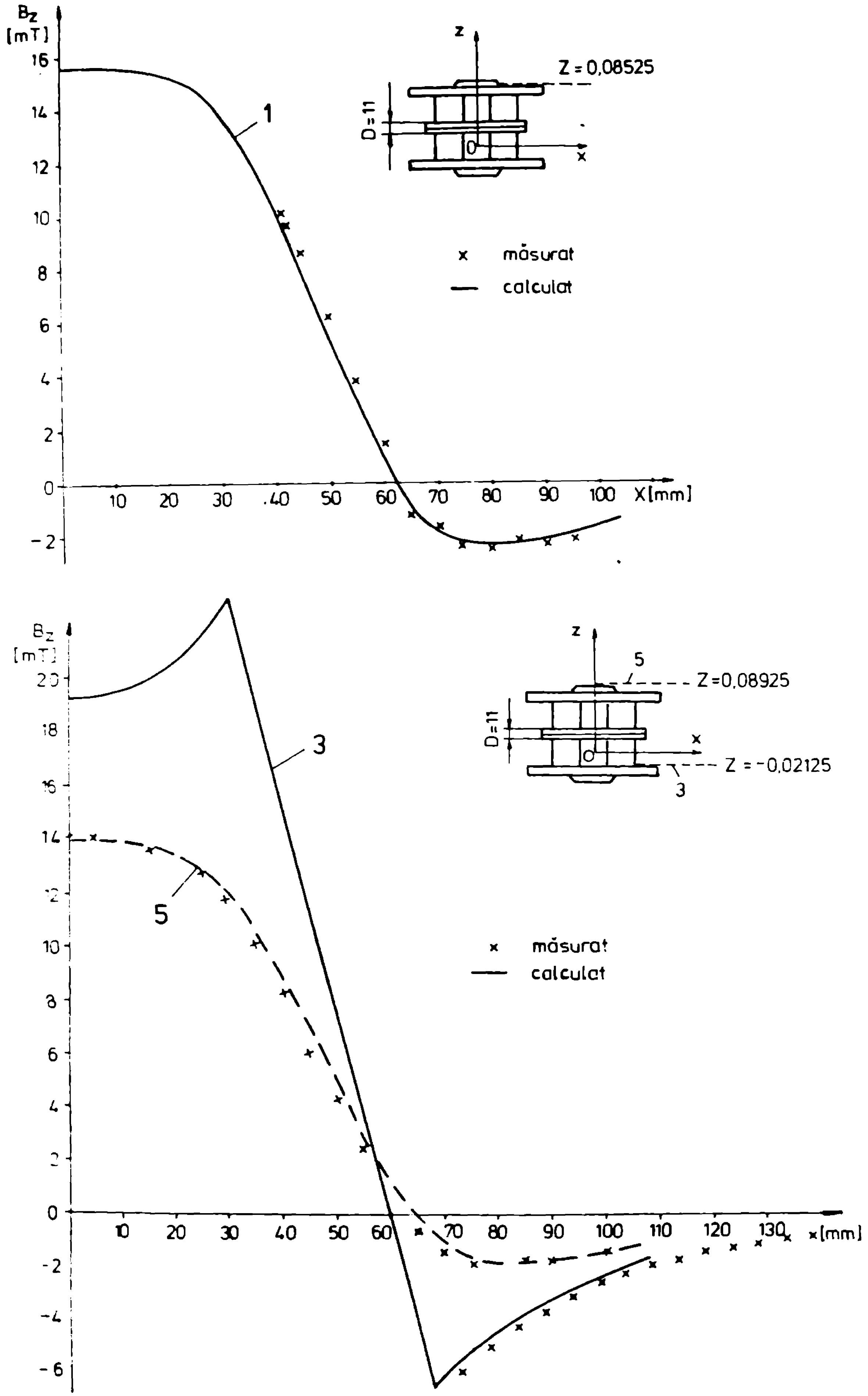


Fig.4.51.Distribuţia câmpului magnetic pentru două bobine conectate în opoziţie. Cazul D=11mm.
1: z=0,08525m; 3: z=-0.02125m; 5: z=0.08925m.

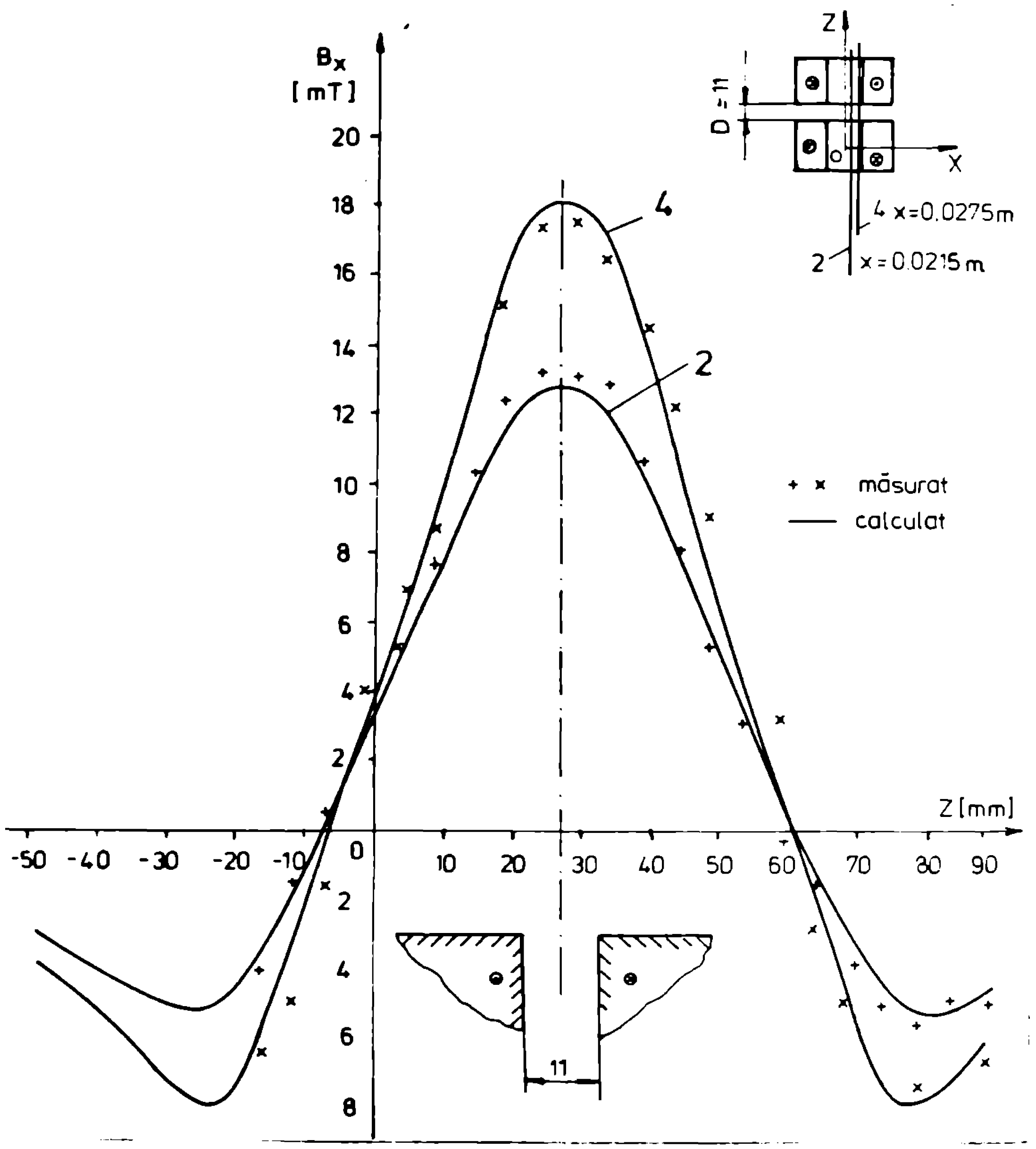


Fig.4.52 Distribuţia componentei radiale, B_x, a inducţiei magnetice, în cazul a două bobine, cu aceeaşi axă de simetrie, conectate în opoziţie, similar cu subsistemul magnetic de la maşinile unipolare tip tambur, în lungul unor drepte paralele cu axa bobinelor, aflate în apropierea suprafeţei interioare a bobinajului.

Distanţa dintre bobine D = 11 mm.

Măsurătorile s-au făcut la

2 : x = 0.0215 m

4 : x = 0.0275 m .

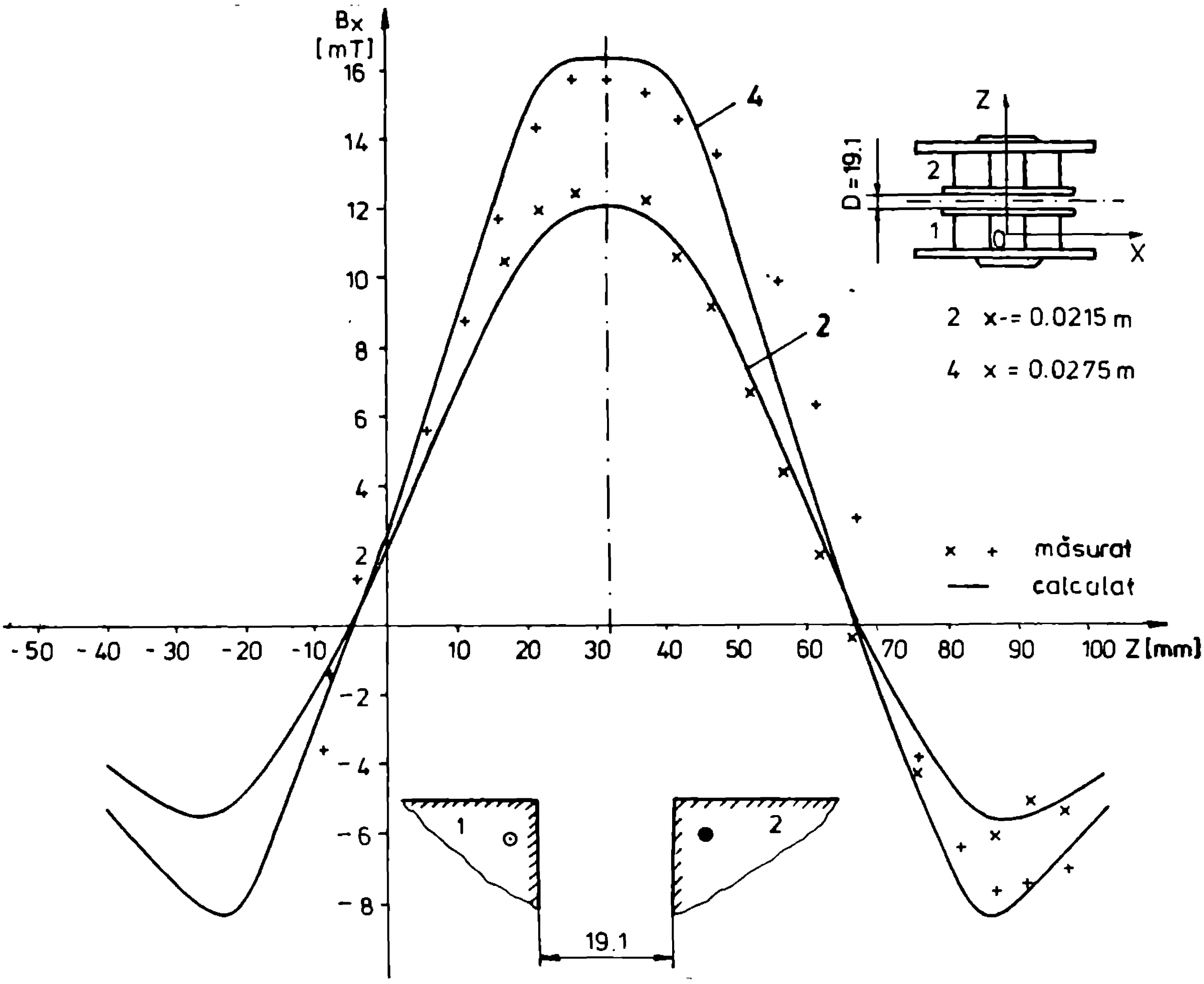


Fig.4.53 Distribuţia componentei B_x a inducţiei magnetice totale pentru două bobine cilindrice conectate în opoziţie. Distanţa dintre bobine este :

D = 19.1 mm.

Măsurătorile s-au făcut la :

2 : x = 0.0215 m ;

4 : x = 0.0275 m ,

în canalul practicat în carcasa bobinei.

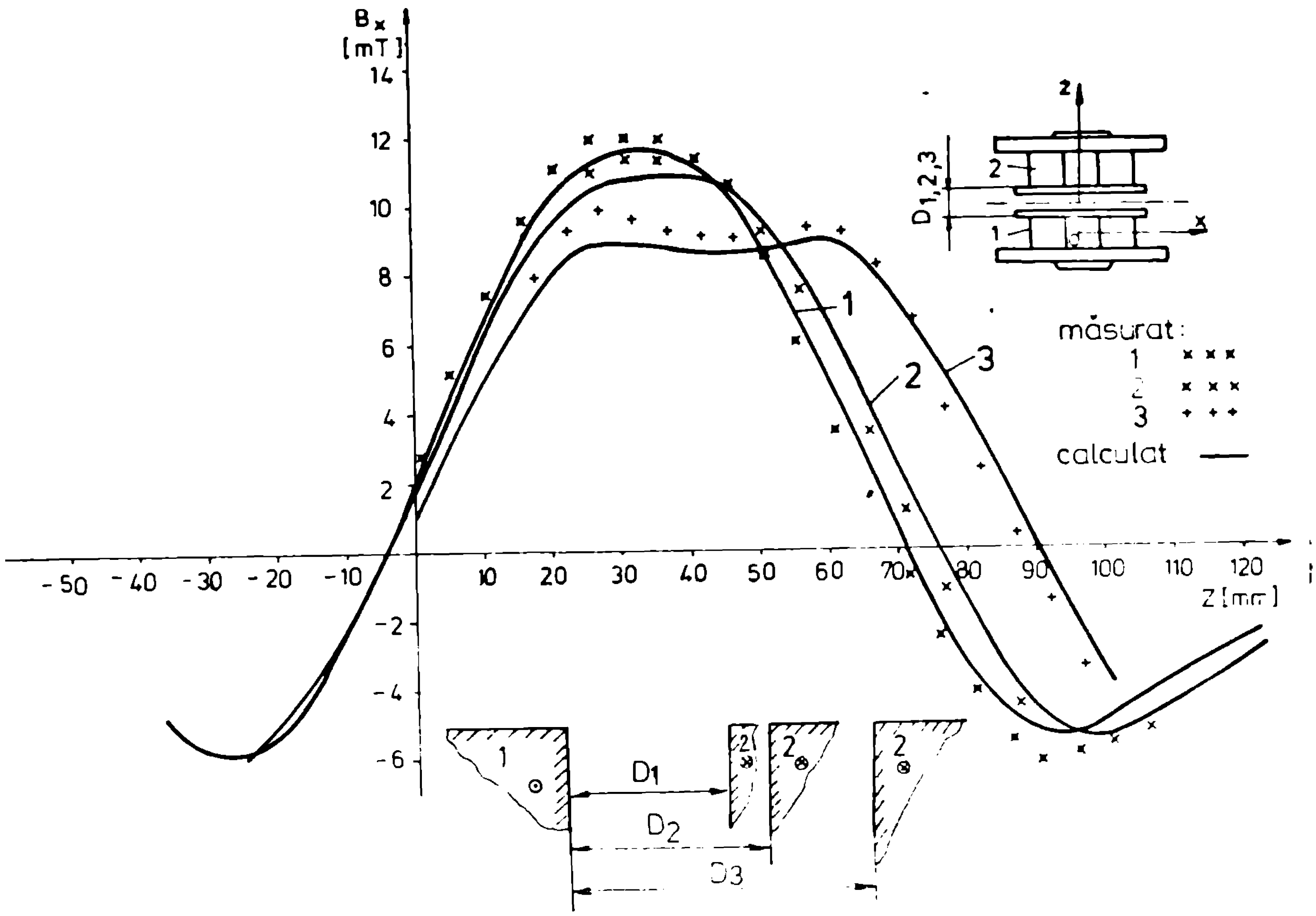


Fig.4.54 Distribuţia componentei B_x a inducţiei magnetice totale, produse de cele două bobine analizate, la distanţa x = 0.0215 m de axa O_z. Bobinele sînt conectate în opoziţie, iar distanţa dintre bobine, D, este : 23,1 mm, pentru curba 1
28,6 mm, pentru curba 2,
respectiv 44 mm pentru curba 3.

4.5.4. Instalaţie experimentală pentru măsurarea forţelor electrodinamice la bobine.

Au fost măsurate forţele axiale totale, exercitate între cele două bobine prezentate în fig.4.42, pentru diferite valori ale distanţei dintre bobine şi pentru diferite valori ale curentului. Bobinele au fost conectate în opoziţie formînd un sistem similar grupului de bobine din maşinile unipolare tip tambur. Bobina superioară 2 în fig.4.55 se sprijină pe un suport nemagnetic şi electroizolant iar bobina inferioară, 1, este susţinută de o tijă neferomagnetică subţire, fixată mecanic articulat de un traductor tensometric pentru măsurarea forţelor (T). La rîndul său traductorul este fixat articulat de un suport fix.

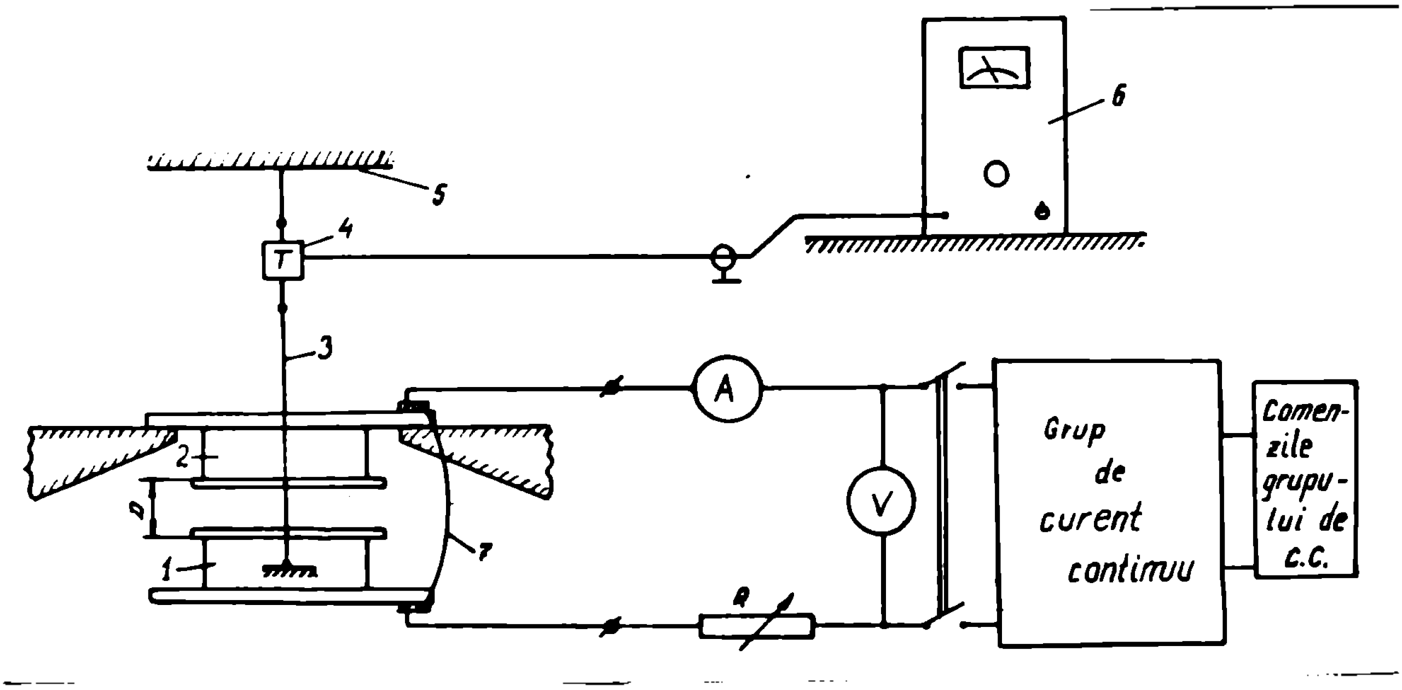


Fig.4.55 Instalaţie experimentală utilizată pentru măsurarea forţelor axiale între bobine. 1,2-bobine, 3-tija de susţinere a bobinei 1,4-traductor de forţă, 5-suport, 6-punte de măsură, 7-legătură foarte flexibilă

Schema instalaţiei experimentale realizate, este prezentată în fig.4.55. Ampermetrul folosit, are domeniul maxim 30A, clasa 0,2, traductorul T, clasa 0,1 şi puntea 6, clasa 0,1; celelalte aparate sînt de precizie uzuală 1,5 - 2,5%.

In fig.4.56 sînt prezentate fotografii cu detalii ale instalaţiei utilizate : a - bobinele şi modul lor de fixare, b - traductorul de forţă şi modul de susţinere a bobinei inferioare, precum şi o vedere de ansamblu a acesteia - fig. 4.56 c.

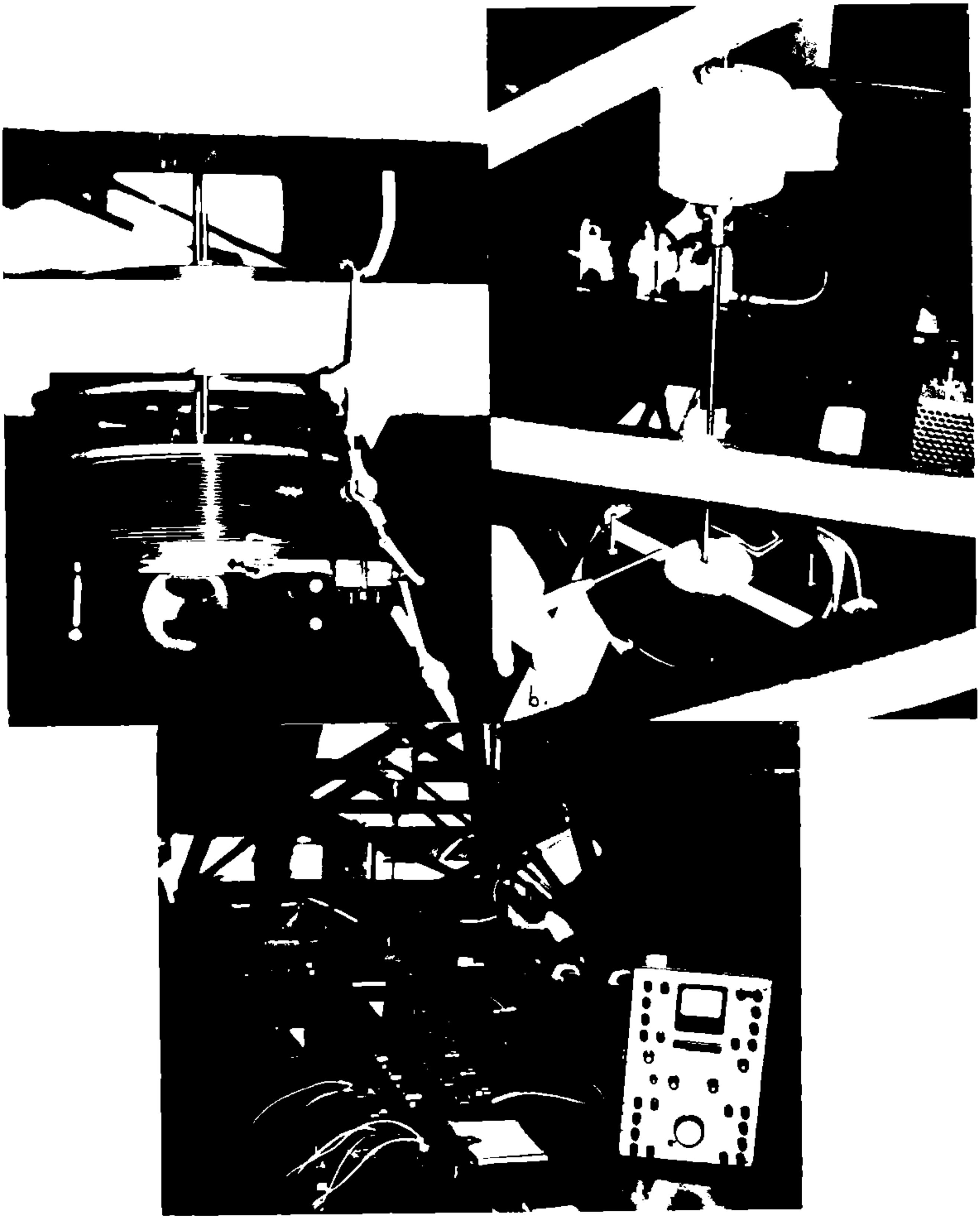


Fig.4.56. Detalii şi vedere de ansamblu a instalaţiei experimentale pentru determinarea forţelor electrodinamice axiale între bobine. a-bobinele, b-traductorul de forţă şi modul de fixare a bobinelor, c-vedere de ansamblu a instalaţiei folosite, în prim plan puntea tensometrică, în planul îndepărtat traductorul de forţă, tija de susţinere a bobinei inferioare şi suportul mecanic.

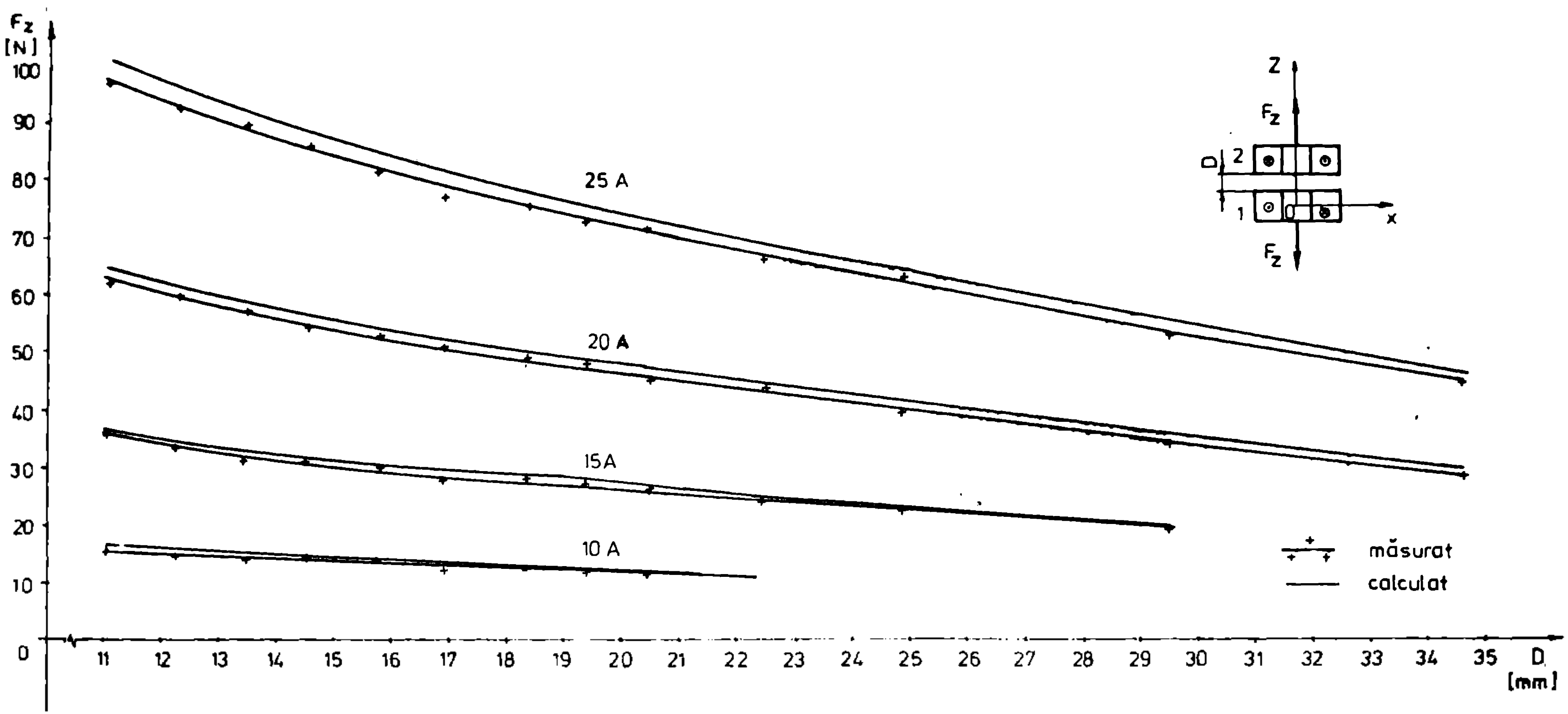


Fig.4.57. Forțele electrodinamice axiale, calculate și măsurate pentru două bobine cu aceeași axă de simetrie, conectate în opoziție, corespunzătoare subsistemului magnetic al mașinilor unipolare tip tambur fără circuit feromagnetic, pentru diferite valori ale curentului și distanței dintre bobine.

4.5.5. Măsurări de forțe și compararea cu rezultate calculate

Pentru distanța D între bobine, între 11 și 35 mm și curenți între 5 și 25 A au fost măsurate forțele electrodinamice axiale. Aceste forțe de respingere (bobinele sînt conectate în opoziție), datorită faptului că bobina inferioară este susținută de traductorul de forță, se transformă într-un efort de tracțiune mecanică asupra acestuia.

Alungirile suferite de elementul elastic al traductorului de forță sînt practic neglijabile, măsurătorile făcîndu-se, din acest punct de vedere, practic la distanța dintre bobine stabilită înainte de conectare. Au fost luate măsuri de poziționare a bobinelor și uneori de ghidare laterală a acestora, avînd în vedere faptul că o neconcordanță mică a axelor de simetrie a celor două bobine conduce la forțe laterale, care modifică poziția reciprocă a acestora.

Rezultatele măsurătorilor împreună cu rezultatele calculate ale forțelor axiale sînt prezentate în fig.4.57. Calculele au fost efectuate utilizînd programul FBCAAS descrisă în paragraful 4.4.1. Diferențele procentuale între valorile calculate și cele măsurate sînt sub 5%, fiind considerate corepunzătoare. La curenți mici, cele două curbe, calculată și măsurată, practic se suprapun. diferențele mai mari la forțe mari, sînt puse pe seama unor eventuale deplasări reciproce a celor două bobine, datorită fixării imperfecte a bobinei 2 și eventuale alte deplasări la tija de susținere, traductor, suport etc. Forțele obținute nu au valori prea mari ($\simeq$ 100 N) întrucît s-au utilizat bobine convenționale, cea mai mare densitate medie de curent în secțiunea bobinei nedepășind 8 A/mm^2. In cazul cînd aceleași bobine ar fi fost supraconductoare, cu o densitate medie aprox. 110 A/mm^2, /4.13/, forțele exercitate ar fi în apropiere de 20000 N, deci deosebit de mari.

Cunoașterea forțelor electrodinamice axiale este indispensabilă unei proiectări corespunzătoare a subsistemului magnetic la mașinile unipolare tambur supraconductoare, fără circuit feromagnetic, dar și în alte situații din echipamente electrice de putere, unde se folosesc bobine avînd formă și poziție similară cu cele considerate.

4.6. Verificări experimentale calitative, privind forțele electrodinamice, la un separator de foarte înaltă tensiune

4.6.1. Precizări privind problema abordată

Separatoarele de înaltă tensiune, montate în sistemele energetice, sînt supuse, în timpul scurtcircuitelor, unor solicitări electrodinamice deosebite. In vederea atestării calității producătorii de echipamente, le supun unor probe de stabilitate termică și dinamică. Incercările în acest sens, prevăzute de norme, au la bază recomandarea C.E.I.-129. Aceasta stabilește condițiile și modul de încercare a echipamentului : schemă de încercare monofazată, modul de montare a separatorului, distanțele între căile de curent etc., astfel încît încercările să fie apropiate de cazul real. Folosind o schemă conform C.E.I.-129 se efectuează încercarea de stabilitate termică și dinamică la separatoare.

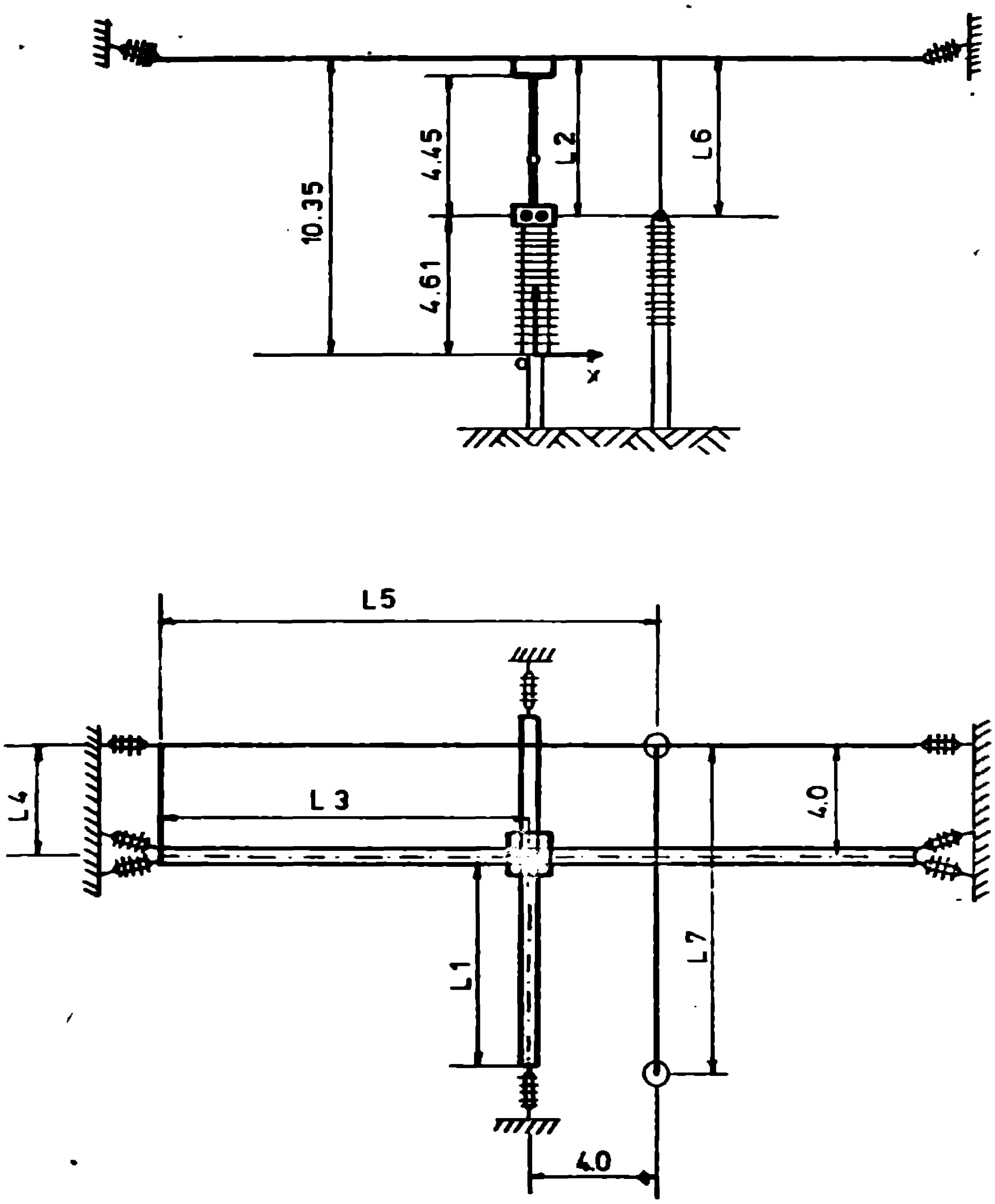
Curentul care parcurge schema este cu componentă aperiodică, avînd o valoare maximă cu un coeficient de șoc (lovitură) $k_s \simeq 1.77$.

Cazul analizat în continuare, se referă la un separator tip pantograf. Schema de încercare și dimensiunile diferitelor elemente sînt reprezentate în figura 4.58, C.E.I. permițînd încercarea în cadrul unei scheme cu montarea simetrică (S : S) a separatorului, respectiv cu montare asimetrică a acestuia (S : A).

4.6.2. Instalația experimentală

Incercările au fost realizate în cadrul LMP-Craiova, în cadrul schemei asimetrice (S:A în fig.4.58). Un desen în perspectivă al acesteia cu numerotarea unor bare echivalente, și cu separatorul închis, este prezentat în fig.4.59. In figurile 4.6o și 4.61 sînt prezentate fotografii ale instalației experimentale, separatorul fiind deschis.

Din punct de vedere electric, schema conținînd separatorul de încercat este o cale de curent tridimensională, conținînd conductoare parcurse de curent cu poziție reciprocă arbitrară, asupra cărora acționează forțe electrodinamice.



	L 1	L 2	L 3	L 4	L 5	L 6	L 7
S:S	14	5.75	15	4	19	5.75	18
S.A	14	5.75	23.5	4	27.5	5.75	18

DIMENSIUNILE SINT IN METRI

Fig.4.58 Dimensiunile căii de curent şi modul de montare a separatorului (SEP) în schema de încercare la stabilitate termică şi dinamică (C. I-129)

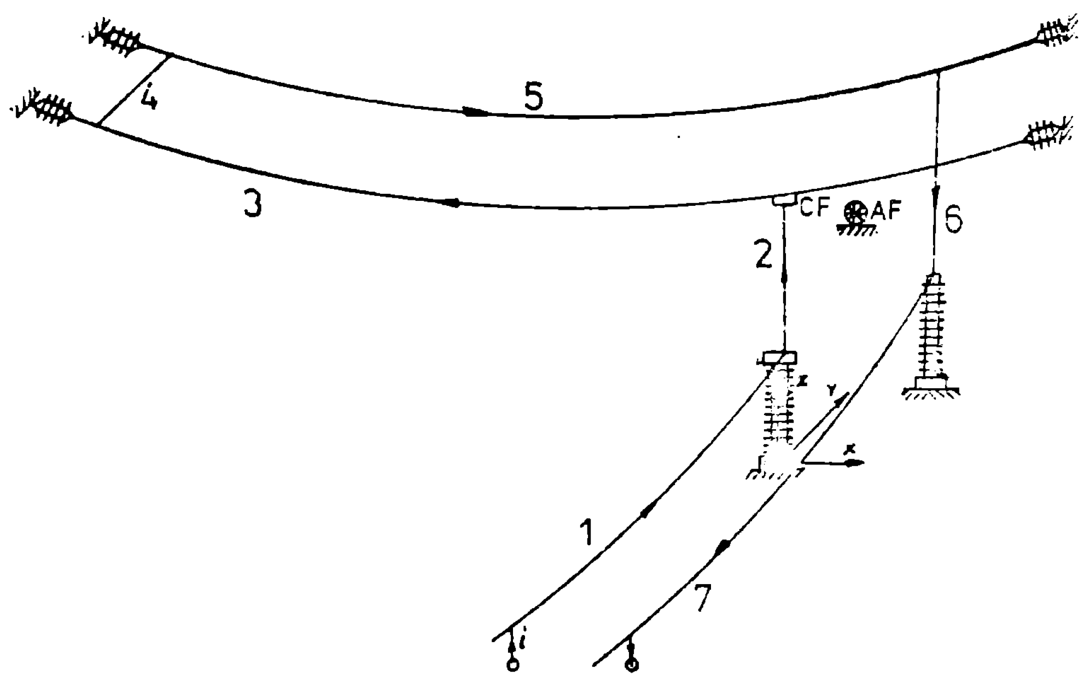


Fig.4.59. Calea de curent simplificată (perspectivă), notarea conductoarelor (2- pantograful separatorului, CF - contactul fix al separatorului , 1,3,4,5,6,7 conductoare parcurse de curent) şi poziţia aproximativă a aparatului de filmat (AF) la încercările de stabilitate termică şi dinamică conform CSI-129

Din punct de vedere mecanic sistemul este spaţial conţinînd bare articulate, bare cu rezemare, bare incastrate, şi fire reale (nu ideale), aflat sub acţiunea unor forţe cu distribuţie spaţială neuniformă în lungul barelor.

Aceste forţe, avînd de obicei componente după toate cele trei axe ale unui sistem de referinţă ales, au şi o variaţie complicată în timp, care poate conduce la vibraţii ale întregului sistem mecanic.

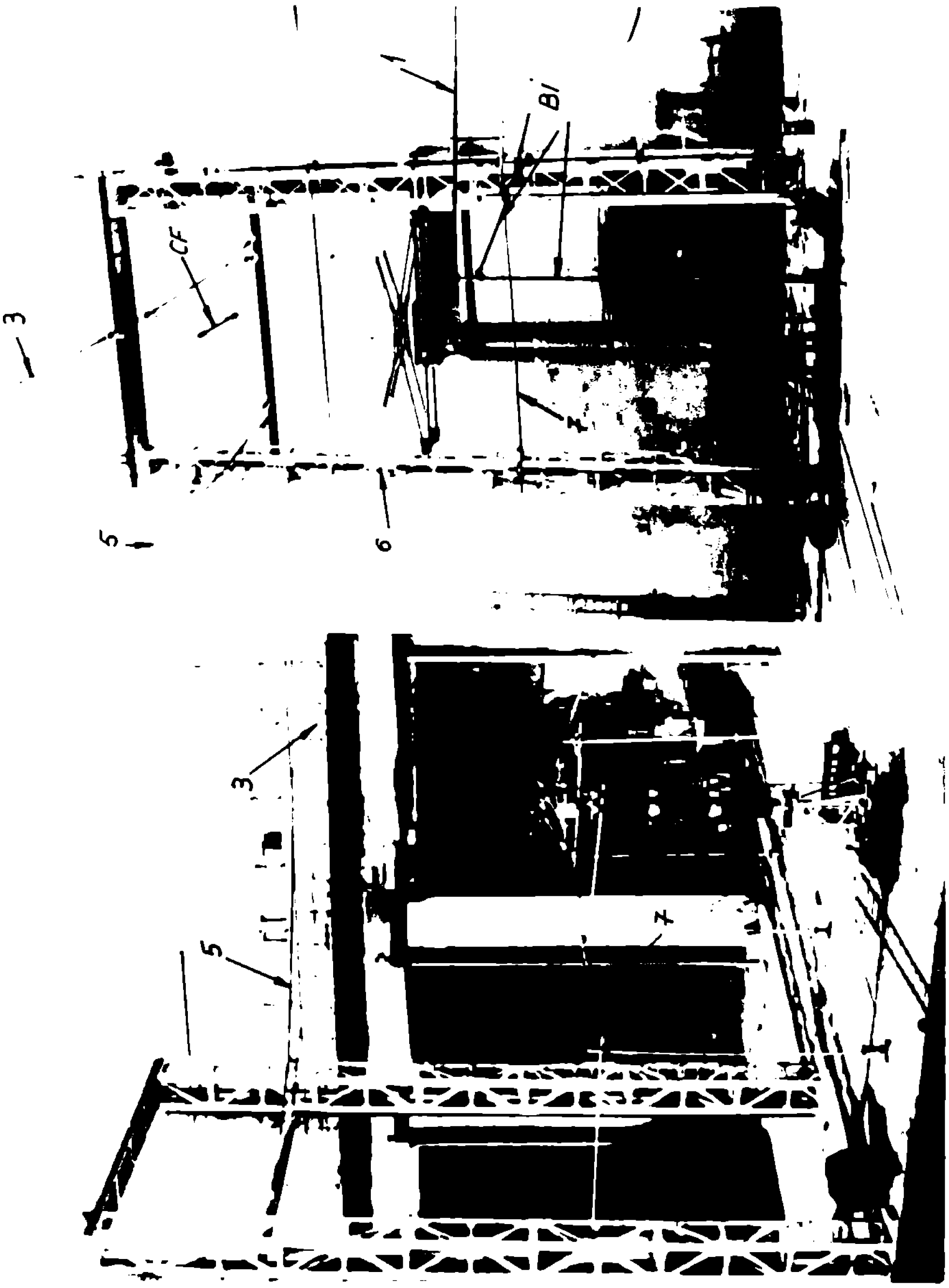


Fig.4.60 Vederi ale schemei experimentale conform CEI-129
Separatorul este deschis. Numerotarea barelor
este ca în fig.4.59. CF-contactul fix; BI-bare
din material electroizolant.

Fig.4.61 Schema experimentală conform CEI-129, vedere dintr-un punct aflat pe sol sub bara 4. Numerotarea barelor - ca în fig. 4.59. ST - stîlpi de susţinere a conductoarelor aeriene 3,4 şi 5

4.6.3. Determinări experimentale şi compararea cu rezultatele calculate

Avînd în vedere distribuţia spaţială neuniformă a forţelor electrodinamice asupra conductoarelor din schemă, complexitatea deosebită a sistemului mecanic, faptul că forţele electrodinamice totale ar trebui deduse din măsurători de efecte mecanice cît şi de condiţiile deosebite de tensiune (kV) şi curent (pînă la 1oo kA) pentru încercări se consideră o verificare calitativă a forţelor electrodinamice prin filmarea fenomenului.

La scurtcircuit, sub acţiunea forţelor electrodinamice conductoarele din sistem, în special funiile, suferă deplasări importante în direcţia forţelor şi deci deplasările conductoarelor sînt un indiciu asupra direcţiei şi orientativ a mărimii forţelor electrodinamice. Datorită faptului că sub acţiunea forţelor, variabile în timp, dar şi după încetarea acestora, datorită elasticităţii elementelor din sistem, barele şi funiile oscilează, pentru scopul urmărit, vor fi considerate numai primele cadre ale filmării, cînd, se poate considera, poziţia şi forma barelor, o urmare imediată a acţiunii forţelor electrodinamice.

In cadrul unor încercări de stabilitate termică şi dinamică, la o variantă a unui separator pantograf a fost filmată calea de curent. Incercările conform normelor, au fost făcute la curenţi avînd valoarea efectivă, în regim permanent 32 kA şi 40 kA şi valoarea de vîrf 80 kA respectiv 100 kA.

Cîteva cadre, din primele momente ale scurtcircuitului, filmate (24 c/s) la una din aceste probe sînt prezentate în fig.4.62. In această figură se remarcă elementele căii de curent, vizibile şi în fig.4.59, 4.6o şi 4.61 pantograful P, izolatorul separatorului I, contactul fix superior CF şi conductoarele căii de curent (numerotate ca în fig.4.59) şi stîlpii portal de susţinere a conductoarelor aeriene (vizibili şi în fig.4.61).

Modul de deplasare a conductoarelor căii de curent sub acţiunea forţelor electrodinamice este prezentat în fig.4.63. In fig. 4.63 a sînt prezentate fotografii pentru patru cadre ale filmului. Traseul conductoarelor din calea de curent analizată, a fost scos în evidenţă pe fotografii prin mici puncte, plasate pe traseul conductoarelor. In fig.4.63b au fost evidenţiate, prin copiere de pe fotografii, elementele căii de curent şi forma acestora. Numerotarea şi denumirea elementelor din fig.4.63b, corespunde celor din fig.4.62 şi 4.59.

Analizînd comparativ imaginile din fig.4.63, 4.62 cu cele din fig.4.59, 4.60, şi 4.61, ţinînd cont de modul în care a fost considerat sistemul de referinţă xOyz şi fig.4.59 şi 4.63 şi de poziţia aparatului de filmat, AF, fig.4.59, se constată următoarele :

a. Conductoarele flexibile 3,5,6, fig.4.59, suferă deplasări importante, curbîndu-se în limita lungimii lor, a modului de fixare şi dependent de mărimea şi sensul forţelor electrodinamice care acţionează asupra lor

b. Dintre conductoarele vizibile în fig.4.63 deplasări importante apar la conductoarele notate 6 şi respectiv 3, la bara contactului fix superior (CF) şi la funiile care leagă acest contact de conductorul superior 3.

c. Conductorul 6, vertical în condiţii normale, capătă o formă spaţială complexă, evidenţiindu-se o umflare în sensul pozitiv al axei Ox, fig.4.63, în treimea superioară şi o deplasare mai puţin semnificativă a porţiunii inferioare, din apropierea punctului inferior de fixare, în sensul pozitiv al axei Oy.

In cele patru cadre analizate, conductorul 6 capătă forme uşor diferite, în special în porţiune inferioară, odată cu trecerea timpului, dar alura de bază rămîne aceiaşi.

d. Conductorul superior 3, care este parcurs de curent pe porţiunea de la contactul fix superior pînă la conductorul 4,fig.4.59, suferă o mişcare complexă, în plan vertical şi orizontal, observîndu-se în toate cele patru cadre o ridicare a funiei 3, începînd de la funiile care susţin contactul fix superior, CF, pe porţiunea negativă a axei Ox, fig.4.63b.

e. Contactul fix superior (CF) suferă o deplasare pe verticală observîndu-se o ridicare mai pronunţată a părţii dinspre porţiunea parcursă de curent a barei 3 (partea dreaptă sau în sensul -Ox, în fig.4.63b). De asemenea (CF) suferă o deplasare orizontală în sensul +Ox, fiind deplasat lateral între contacte.

f. Conductoarele verticale care fac legătura între contactul fix superior (CF) şi conductorul 3, punctele A şi B, se curbează în sensul pozitiv al axei Ox, fig.4.63b, cadrul 1 şi următoarele. Conductoarele se curbează, în mod diferit, observîndu-se o curbură mai pronunţată la cel dinspre porţiunea parcursă de curent a barei 3 (cel din dreapta sau punctul B în fig.4.63b).

Aceleaşi încercări au fost urmărite cu o cameră de luat vederi şi înregistrate magnetic. Analiza pe monitorul TV a imaginilor

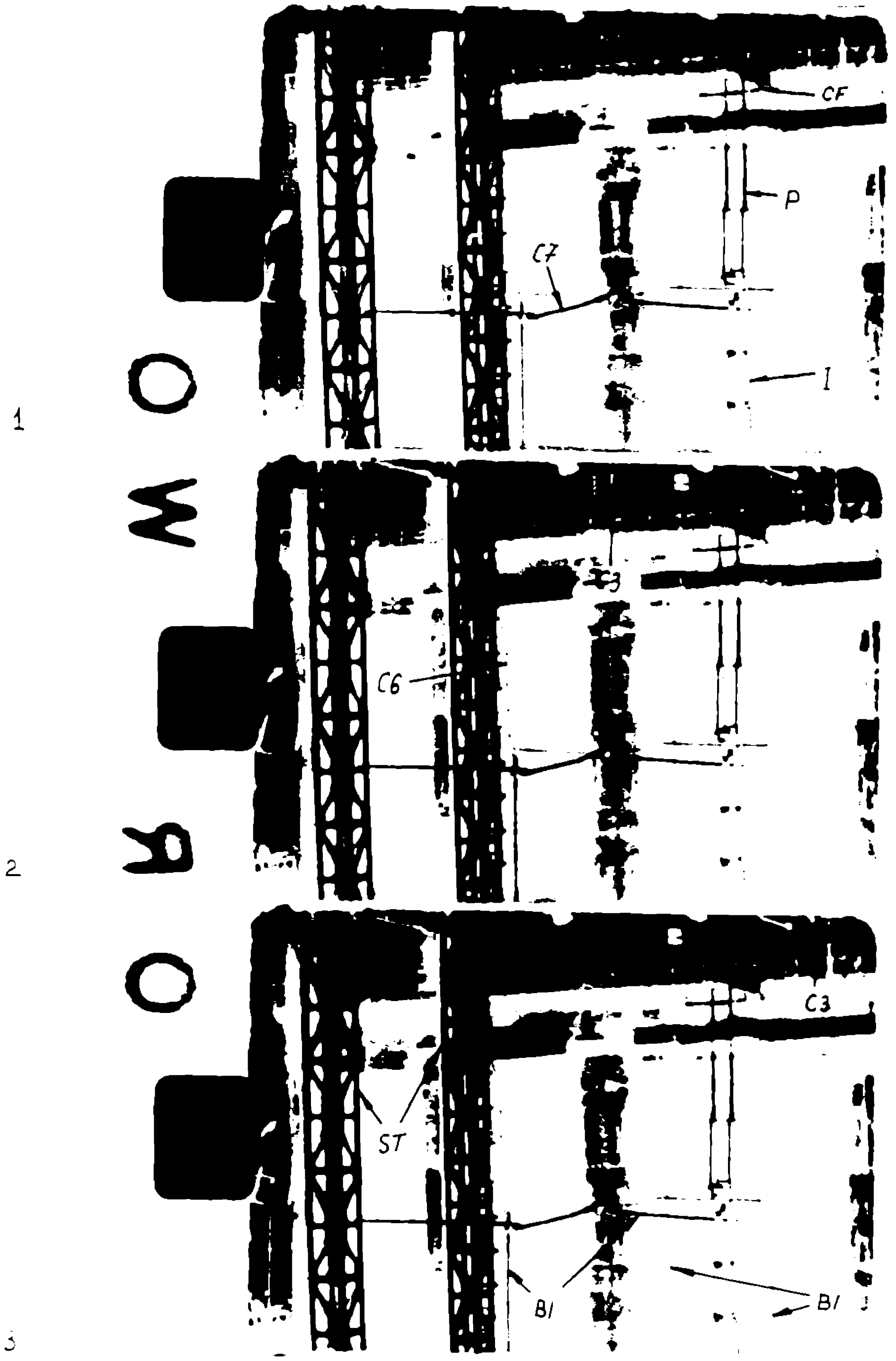


Fig.4.62 Cadre din filmul realizat la încercarea de stabilitate termică şi dinamică a unui separator pantograf montat în schemă conform CEI-129. P-pantograful, CF-contactul fix, I-izolatorul separatorului, C3, C6, C7-conductoarele cu numerele 3,6,7 conform notaţiilor din fig.4.59, ST-stîlpii de susţinere a conductoarelor aeriene 3,4,5, BI-bare de material electroizolant. Timpul:1...3.

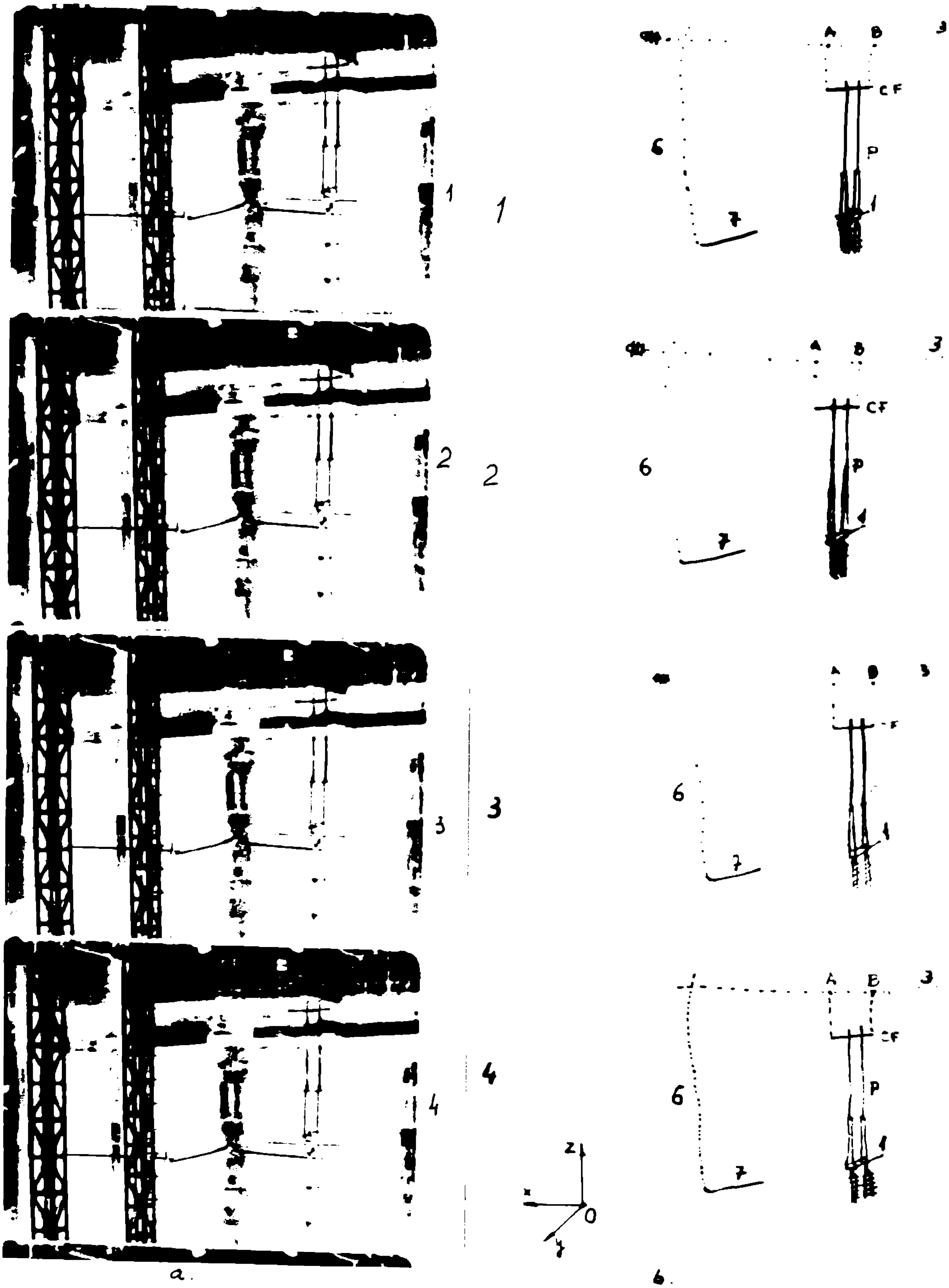


Fig. 4.63. [illegible] de deplasare [illegible] conductoarelor căii de curent sub acțiunea forțelor electrodinamice
a. imagini filmate; b. traseul și poziția conductoarelor ovi [illegible] de pe imaginile a. CF - contact fix; P - pantograf.

înregistrate au condus la aceleaşi observaţii ca şi cele prezentate mai sus.

Rezultatele experimentale au fost comparate şi corelate cu calculele efectuate pentru aceleaşi dimensiuni ale conductoarelor şi valori ale curentului, ca şi în schema de încercare.

Pentru calcule, a fost folosită metoda şi programul elaborat la studiul conductoarelor cvasimasive, paragraful 3.2.2.2. Rezultate detailate, au fost prezentate în /4.14/, /4.15/, /4.4/, împreună cu unele consideraţii privind forţa de strîngere suplimentară desvoltată de pantograf asupra contactului fix, precum şi un calcul mecanic simplificat al solicitărilor mecanice ale izolatorului. De asemenea unele aspecte privind distribuţia forţelor pe conductoarele din staţii pentru anumite momente ale scurtcircuitelor, au fost prezentate în /4.16/ şi/4.19/, iar consideraţii privind calculul forţelor electrodinamice şi ale solicitărilor mecanice, în /4.19/.

In casul aproximării grosiere a căii de curent din fig.4.59 şapte conductoare rectilinii cu diametrul 12o mm, forţele electrodinamice [illegible] sînt prezentate în fig.4.64a.

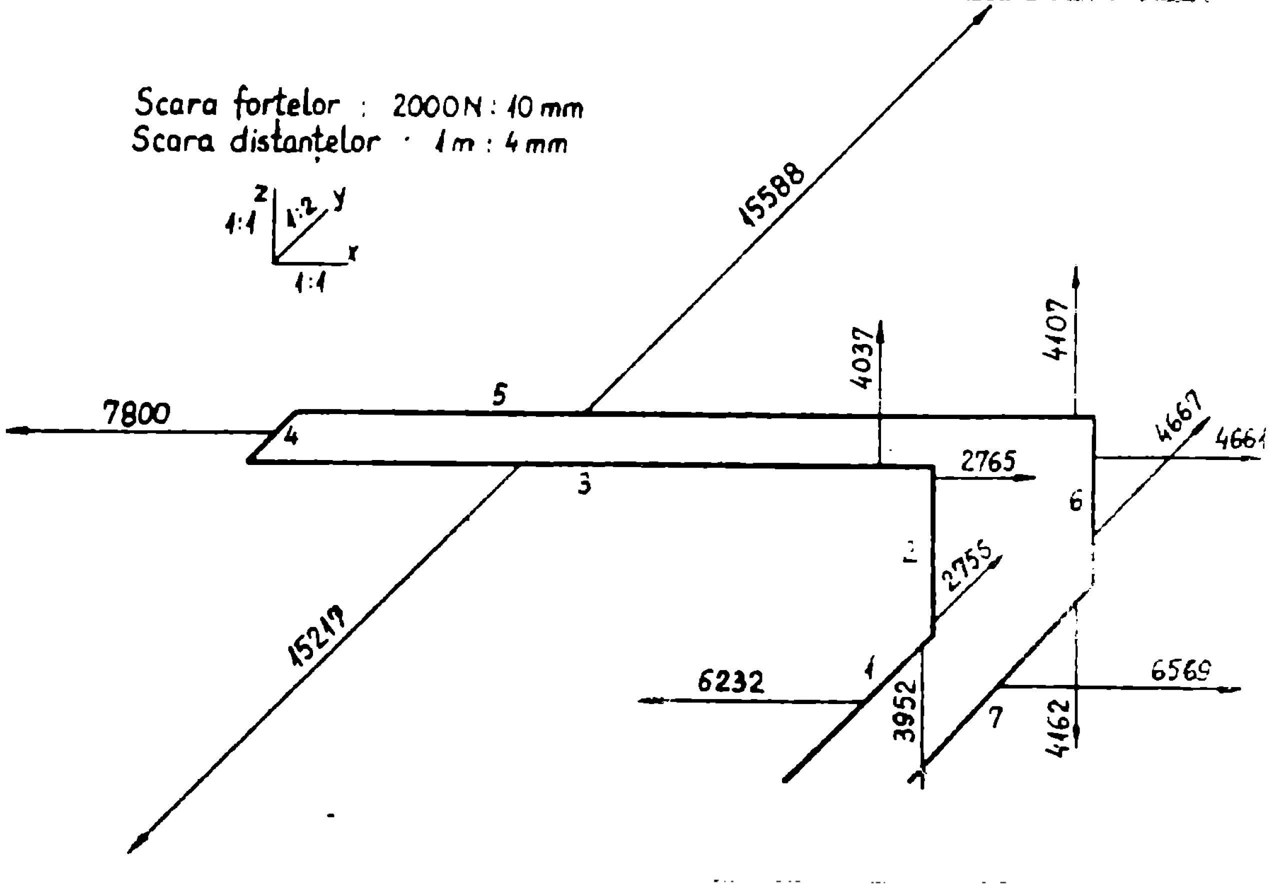


Fig.4.64a Forţele electrodinamice calculate aproximînd calea de curent reală cu 7 conductoare rectilinii.
a. Forţele totale /N/ şi punctul lor de aplicaţie pe bare. 1,2,3,4,5,6,7-conductoarele de calcul; 2 - corespunde pantografului.

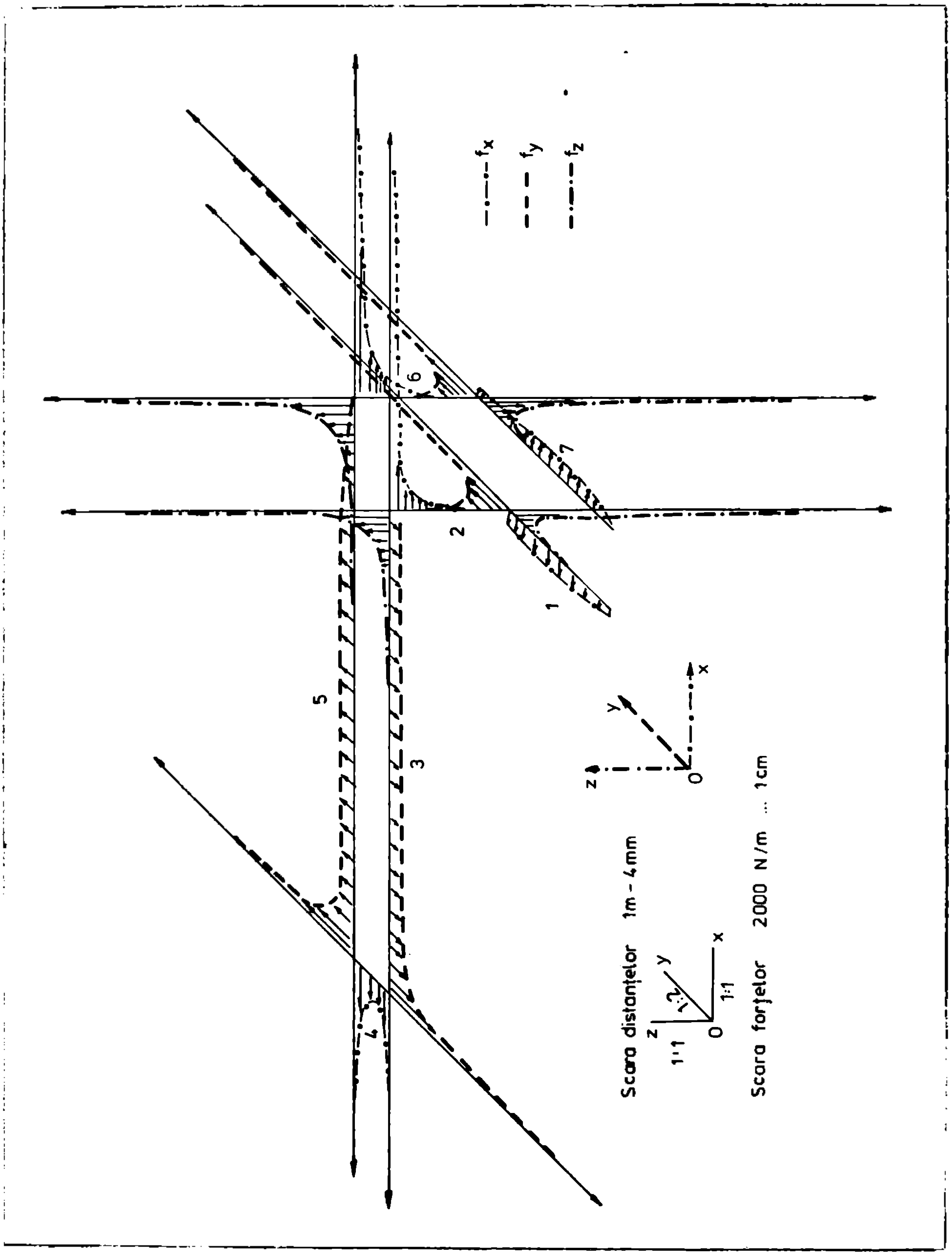


Fig. 4.64b Distribuţia forţelor (componentelor) electrodinamice specifice pentru calea de curent spaţială fig.4.64a.

Atît forțele cît și dimensiunile căii de curent, sînt reprezentate la scară. S-a respectat punctul de aplicație ale componentelor forțelor calculat prin program.

Alura distribuției forțelor specifice pe unitatea de lungime, în lungul barelor, pentru cazul din fig.4.64a este prezentată în fig. 4.64b.

In fig. 4.65, a fost reprezentată pentru bara 6, distribuția de forțe în lungul acesteia și pînza cu torsiune de 90°, generată de vectori forță care acționează în lungul barei.

Desenul mic din fig.4.65 reprezintă calea de curent dintr-un punct de observație similar cu cel de plasare a aparatului de filmat. Ținînd cont de funia 6 are capătul inferior fixat, iar cel de sus nu poate să se miște decît în limite relativ restrînse,și de faptul că ea se mișcă în primul moment sub influența a două distribuții de forțe, una în planul xOz, F_x, iar cealaltă în planul yOz, F_y, este de așteptat ca deplasarea funiei să fie în sensul preponderent +Ox, la partea superioară și preponderent +Oy la partea inferioară. Asupra funiei curbate apar și forțe după Oz dar sînt mult mai mici decît celelalte. Comparînd fig.4.65 cu fig.4.63 se observă o deplasare a funiei 6 în sensul așteptat. Forma spațială complexă a conductorului 6, este pusă pe seama alurii pînzei de forțe acționînd în lungul lui și a faptului că funia nu este un "fir ideal", ea poate să transmită într-o anumită măsură și momente, diferite părți ale funiei influențîndu-se reciproc.

Umflarea mai puțin pronunțată la partea inferioară a funiei 6 este pusă pe seama, pe de o parte a dificultății de apreciere a acesteia din unghiul din care s-a făcut filmarea și pe de altă parte unei forțe electrodinamice ceva mai mici la partea inferioară. Forța după O_y, la partea inferioară a funiei 6 este produsă în primul rînd de conductorul 7, fig.4.63b. La standul experimental realizat la L.M.P, funia 6 făcea, la punctul de racord cu conductorul 7, o ușoară buclă îndepărtînd-o de conductorul 7, modificînd condițiile de "cot" ale barelor de un unghi drept, conducînd deci la o forță electrodinamică ceva mai redusă.

La partea superioară funia 6 este fixată printr-o clemă de conductorul 3, unghiul la "cotul" format fiind mult mai net, aproximativ 90° și forța electrodinamică mai importantă.

Pentru a putea compara observațiile experimentale cu calculele pentru zona contactului fix (CF) și a conductorului superior 3,

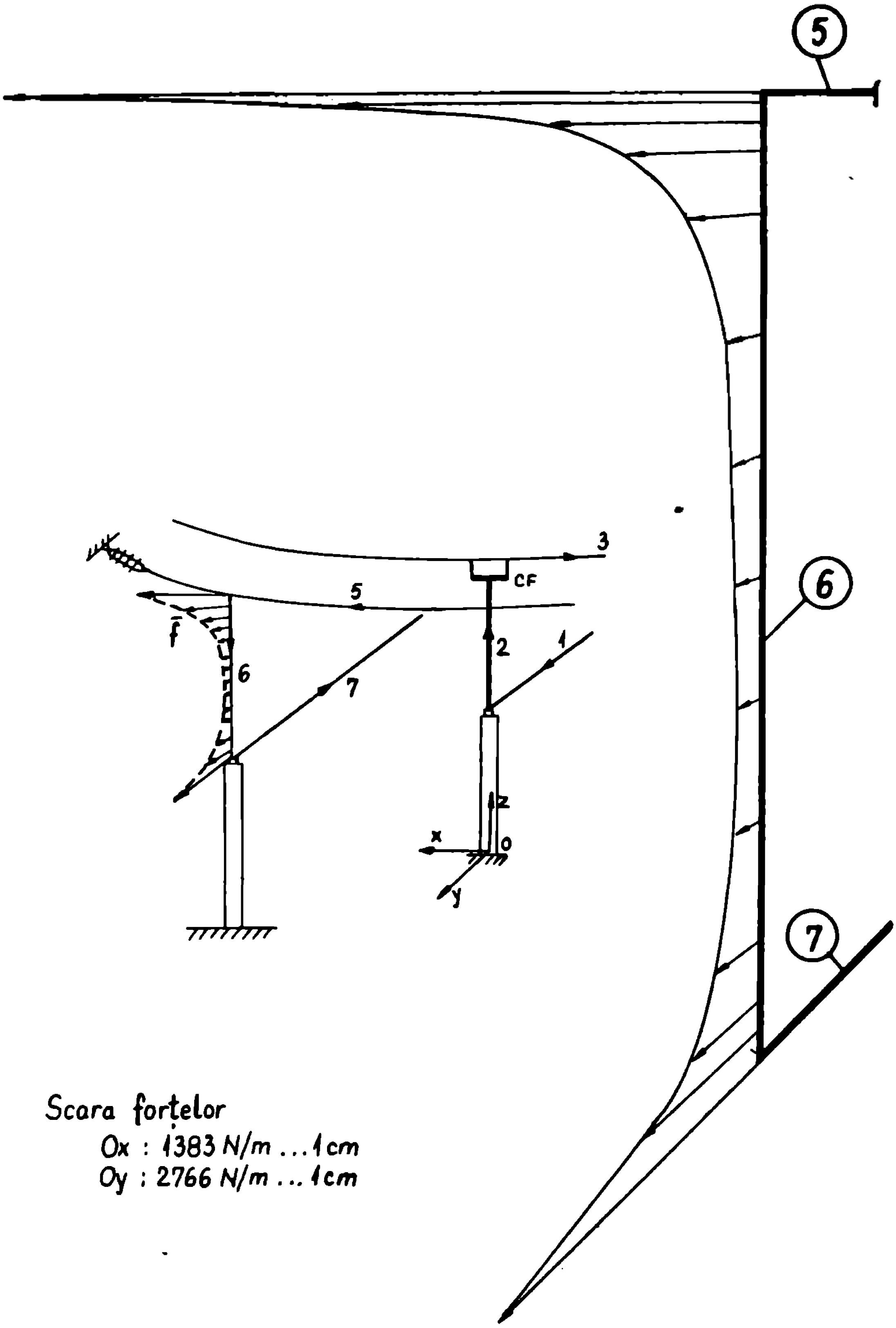


Fig.4.65 Distribuţia spaţială a forţelor electrodinamice rezultante asupra barei 6, formînd o suprafaţă torsionată cu 90°. Desenul mic reprezintă toată calea de curent. 1...7 sînt numerele conductoarelor parcurse de curent.

s-a aproximat mult mai fidel calea reală de curent, calculîndu-se forţele electrodinamice pe porţiunile de conductor aproximînd pantograful separatorului, fig.4.66, 4.67.

In fig.4.66 a şi b sînt prezentate componentele forţelor electrodinamice rezultante şi punctul lor de aplicaţie pe conductor, pentru cazul aproximării căii de curent prin pantograful separatorului astfel încît pentru porţiunea contactului fix superior practic se respectă configuraţia reală. Cazurile din fig.4.66 a şi b prezintă forţele în zona pantografului, a contactului fix şi a funiei superioare, calculate aproximînd funiile din sistem, care au o uşoară săgeată (uzual 4 - 6 %), cu :

Cazul a - un conductor rectiliniu, cazul b - un contur poligonal conţinînd între 1o şi 2o de laturi. Toate calculele au fost efectuate utilizînd metoda prezentată în paragraful 3.2.2.2 şi programul elaborat (PBD). In figura 4.66 b forţa verticală de 1828 N asupra conductorului notat 38 nu reprezintă forţa totală verticală asupra funiei superioare, cum este de ex. cazul pentru funia 2o, fig.4.66 a, ci forţa verticală asupra primei din cele 2o de porţiuni care aproximează deschiderea cu săgeată, a conductorului real. In fig.4.67 este prezentat cazul aproximării fidele a traseului conductoarelor pentru pantograful separatorului, dar s-a considerat, prinderea contactului fix la conductoarele superioare ca în cazul liniilor de foarte înaltă tensiune cînd se folosesc două conductoare paralele la distanţă mică unul de altul (conductoare jumelate).

In figurile 4.66 şi 4.67, componentele forţelor electrodinamice concentrate, care sînt echivalente forţelor reale distribuite, au fost plasate în punctul de aplicaţie calculat prin program. Datorită formei schemei de încercare şi dorinţei de a evidenţia porţiunea din jurul separatorului, conductoarele echivalente conductoarelor 1,3,5, 7 din fig.4.59 : 1 şi 2, 2o, 22, 24,fig.4.66 a şi respectiv 1 şi 2, 41 şi 42, 47, 49, fig.4.67.,nu sînt reprezentate proporţional cu lungimea lor adevărată. Proporţiile reale ale acestora rezultă din figurile 4.58 şi 4.59.

Asupra conductorului superior echivalent 3 (2o fig.4.66 a) acţionează o forţă verticală de valoare importantă ($2.1o^3... 3.1o^3$N) care determină o mişcare verticală a conductorului aşa cum se observă şi în fig.4.63, timpul 1...4. Deşi forţa verticală, după +Os,are valori mari în apropierea punctelor de prindere a contactului fix superior şi descreşte apoi relativ rapid, fig.4.64 b, deplasarea maximă verticală a conductorului flexibil superior (3, respectiv 2o) nu are loc în imediata apropiere a zonei contactului fix întrucît există o

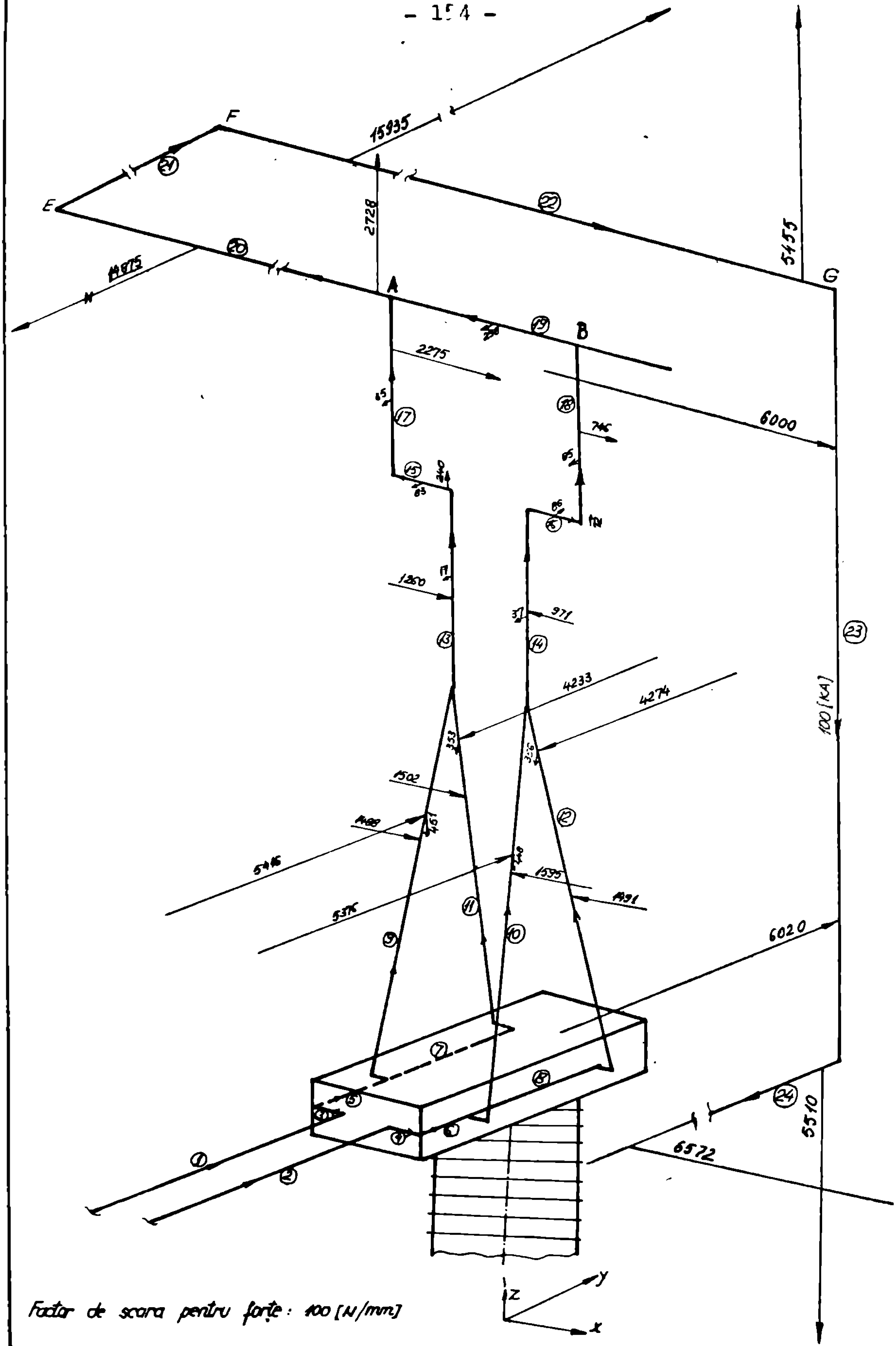


Fig.4.66a Forţele electrodinamice la separator. Cazula.

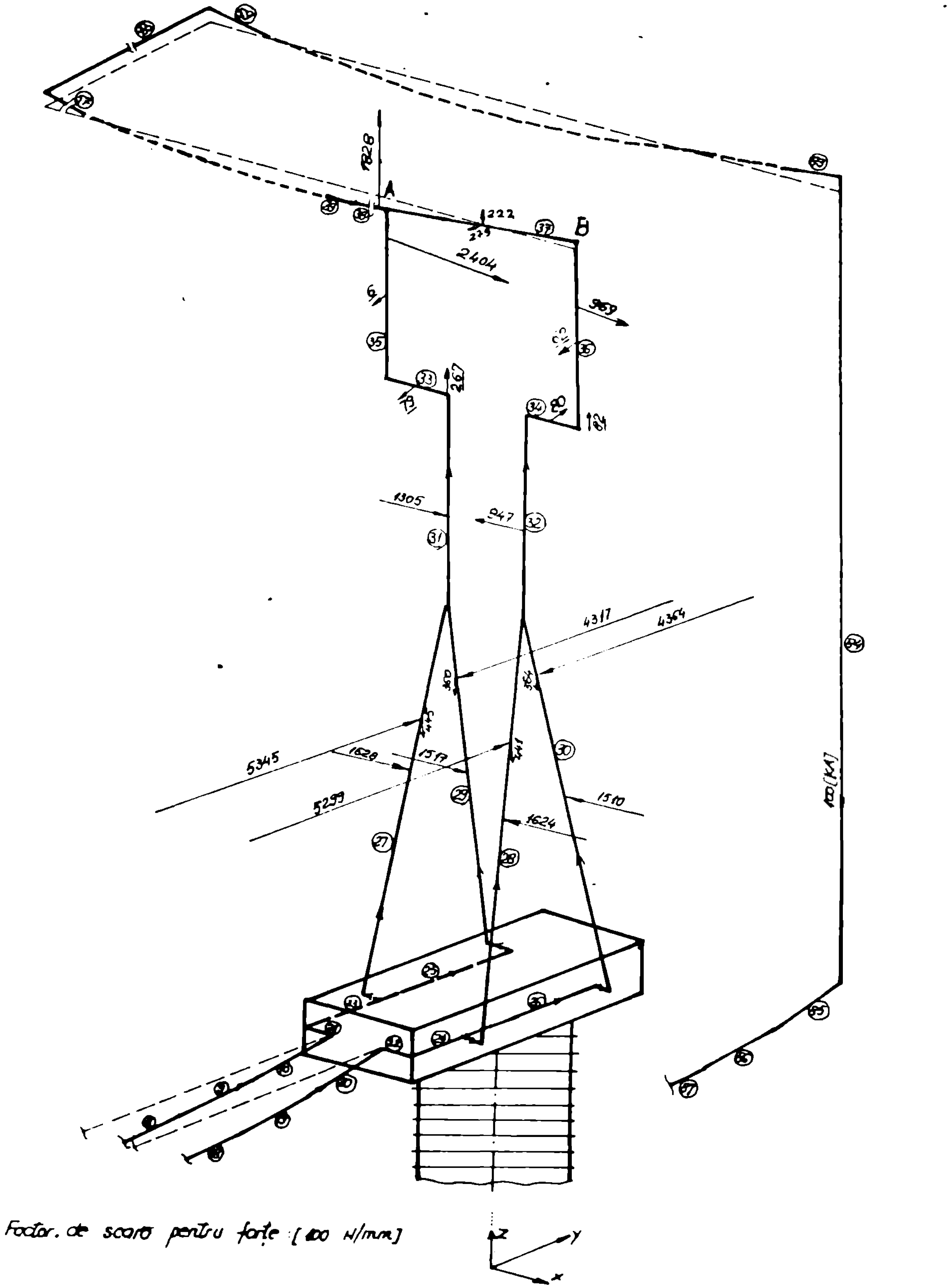


Fig.4.66b Forţele electrodinamice calculate pentru cazul b.

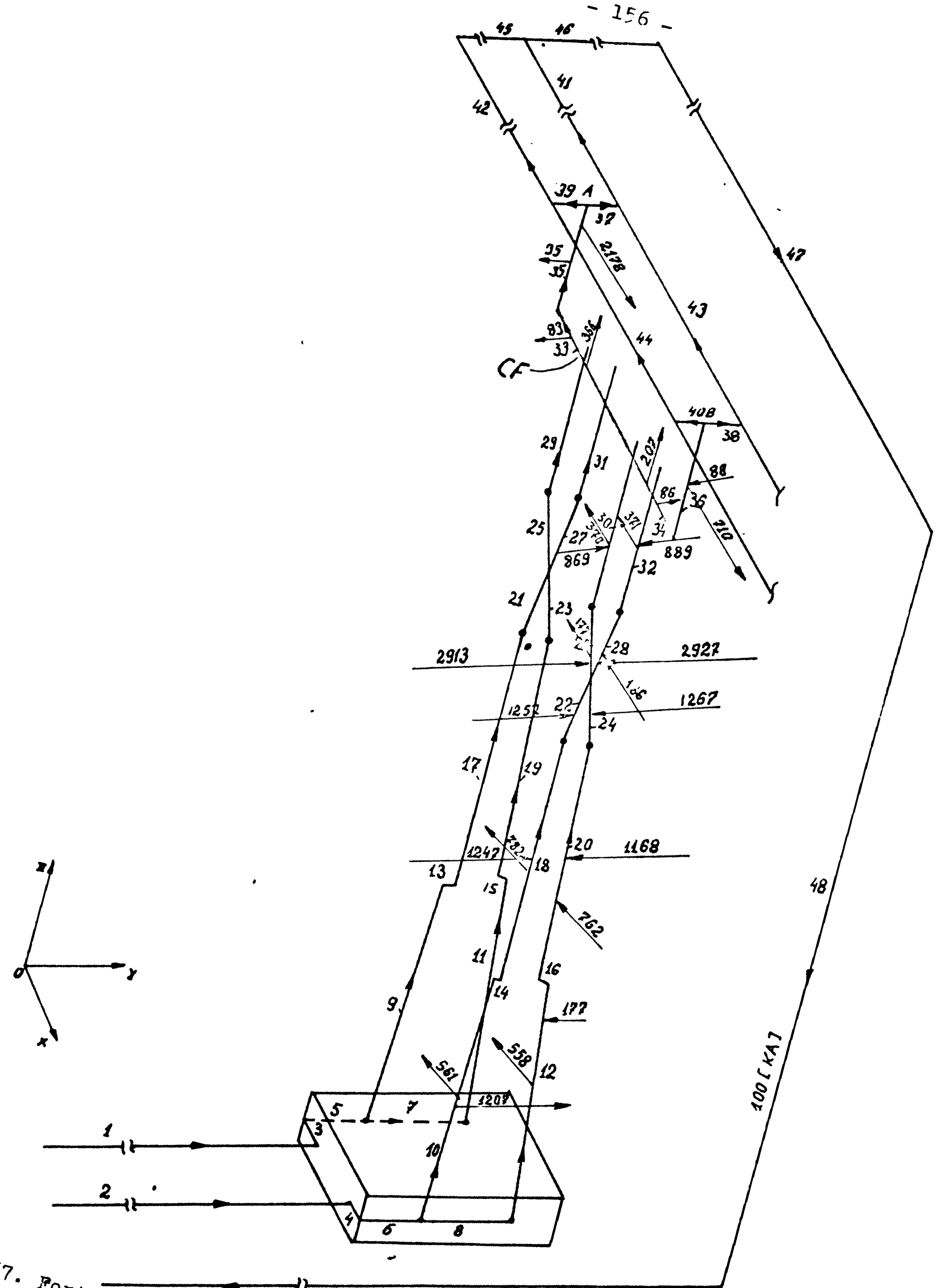


Fig.4.67. Forţe la separatorul pantograf

legătură a punctului A, fig.4.66a cu contactul fix şi pantograful separatorului, deplasarea punctului A nefiind liberă şi blocată. Este de aşteptat formarea unei bucle (umflări) în plan vertical avînd A drept nod. De asemenea este de aşteptat ca o parte din f... în plan vertical asupra conductorului 3 (2o,fig.4.66a) să se transmită ca un efort de smulgere asupra contactului fix şi în special a capătului corespunzător punctului A.

Raţionamentul de mai sus bazat pe analiza distribuţiei calculate a forţelor este confirmat de observaţiile experimentale fig. 4.63 şi 4.62, remarcîndu-se o ridicare a conductorului superior 3 în timpul încercărilor şi umflarea sau buclarea lui în plan vertical. De asemenea capătul contactului fix (CF) corespunzător punctului A, sau partea dreaptă în fig.4.63b este ridicat în sus, CF ocupînd o poziţie oblică.

Ridicarea oblică a contactului fix trebuie pusă în legătură şi cu forţele electrodinamice asupra funiilor care coboară din punctele A şi B şi cu forţele asupra barei contactului fix propriuzis. Asupra contactului fix acţionează forţe de ridicare, mai mari spre capătul dinspre A, dar aproximativ de 1o ori mai mici decît forţele verticale asupra barei 2o (fig.4.66 şi 4.67). De asemenea asupra funiilor care susţin contactul fix, coborînd din punctele A şi B (17 şi 18 fig.4.66a acţionează forţe electrodinamice considerabile în sensul pozitiv al axei Ox ($\simeq 2.10^3$N respectiv $\simeq 1.10^3$N). Forţa mai mare acţionează asupra funiei care coboară din A, care este de aşteptat să aibă o curbură, după +Ox mai mare decît funia din B. Acest lucru se observă de asemenea foarte bine în fig.4.63, precum şi deplasarea contactului fix şi lateral între fălcile contactelor mobile ale separatorului, deplasare care se datorează acestor forţe orizontale.

Mişcarea contactului fix al separatorului este determinată de deplasare laterală (+Ox) şi verticală (+Oz), cu deplasarea mai pronunţată către punctul A şi se datoreşte ansamblului de forţe atît la contactul fix cît şi la funiile de susţinere (17,18) şi funia superioară (2o),fig.4.66a.

In concluzie se poate remarca concordanţa direcţiei,sensului şi distribuţiei forţelor electrodinamice calculate cu efectele observate la încercarea în schema conform CEI-129 a unui separator de foarte înaltă tensiune.

Cunoaşterea şi posibilităţile de calcul ale forţelor electrodinamice la căi de curent spaţiale oarecare, parcurse de curenţi intenşi, utilizînd metode şi programe de calcul adecvate, precum şi confirmările teoretice şi experimentale (calitative) ale acestora, constituie un prim, dar indispensabil, pas pentru abordarea complectă a problemei solicitărilor electrodinamice şi a dimensionării corespunzătoare a echipamentului de mare putere, incluzînd şi un calcul mecanic riguros. Acesta va trebui să ţină seama, pe lîngă mărimea, distribuţia şi variaţia în timp a forţelor electrodinamice şi de parametrii mecanici : mase, dimensiuni constante elastice şi de amortizare etc, întrucît sînt de aşteptat,-şi încercările experimentale au evidenţiat - şi apariţia unor vibraţii ale întregului sistem format din calea de curent şi izolatorul suport. Abordarea acestei probleme, necesită un program de calcul al solicitărilor mecanice şi folosirea unor calculatoare puternice şi rapide.

4.7. Bibliografie la capitolul 4

/4.1/ Melkes F., Magneticke pole skupiny obdelnikovych civek, Elektrotechnicky casopis,XXIV,1973,nr.5,p.23c

/4.2/ Sachett St.J., EFFI - users manual, UICD-17621, 1977

/4.3/ Fântână N.L., Metode de calcul ale cîmpului magnetic şi ale forţelor electrodinamice la căi de curent cu configuraţie spaţială complexă din maşini şi aparate electrice, Referat 1, I.P.Traian Vuia, Timişoara, 7.12.1983

/4.4/ Fântână N.L., Aplicaţii de calcul ale cîmpului magnetic şi forţelor electrodinamice la echipamente electrice de mare putere utilizînd calculatorul numeric, Referat 2, I.P.Traian Vuia, Timişoara, 7.12.1983

/4.5/ Sternin V.G., Karpenskii A.K., Tokoogranicivaiuşcie reactorî, Iz.Energia, Moscova, 1965

/4.6/ Fawzi T.H., Gohar M.K., AbdelAal F., The accurate computation of forus between circular coils, IEEE Trans. on Magnetics,vol.15 nr.6,nov.1979, p.1491

/4.7/ Frick C.W., Electromagnetic forces on conductors with bends short lenghts and crosss overs, Gen.Electric Review,Bd.36,nr.5,1933,p.232

/4.8/ Babikov M.A., Aparate electrice, Bucureşti, Ed.Tehnică,1965

/4.9/ Fântână N.L., Asupra distribuţiei cîmpului magnetic produs de de o bobină circulară, Conf.nat.electrotehnică şi electromagnetică, Timişoara 17-18.IX.1982,vol.9.p.91

/4.10/ Fântână N.L.,Zur numerischen Bestimmung des magnetischen Feldes einer Spule ohne Eisenhern, Bul.ştii.şi tehnic al I.P."Traian Vuia",Timişoara,Tom 28(42),Electrotehnica, 1983,p.33

/4.11/ Appleton A., în : Superconducting machines and devices, editor Foner S., Schwarz B., ANSI, 1974

/4.12/ Arkkio A., Berglund P., Erikson J.T., Loussi J., Savelainen T., A 50 Hp homopolar motor with superconducting field winding, IEEE Trans. on Magnetics, vol.17, nr.1, 1981

/4.13/ Ackermann R.A., Rhodeniser R.L., Ward C.O., A superconducting field winding subsystem for a 3ooo HP homopolar motor. IEEE Trans.on Magnetics,nr.1,vol.13, 1977, p.772

/4.14/ Suciu I., Fântână N.L., Andea P., Vasilievici Al., Moldovan L., Deleşega I., Luca G., Cercetări în vederea determinării distribuţiei şi mărimii forţelor electrodinamice la separatorul pantograf 42o kV/2ooo A, Faza I-a, Con.cerc.ştii. 1982

/4.15/ Suciu I., Fântână N.L., Andea P., Vasilievici Al.,Moldovan L., Deleşega I., Luca G., Cercetări în vederea determinării distribuţiei şi mărimii forţelor electrodinamici la separatorul pantograf 42o kV/2ooo A, Faza II-a, Con.cerc.ştii. 1982

/4.16/ Fântână N.L., Zur numerischen Bestimmung der elektrodynamischen Kräfte bei Strombahnen mit räumlichen Verlauf, 28. I.W.Kolloquium, T.H.Ilmenau, 24-28 oct.1983, R.D. Germană

/4.17/ Fântână N.L., Calculul cîmpului magnetic şi forţelor electrodinamice la subsistemul magnetic specific maşinilor unipolare tip tambur, Conf.naţ.electrotehnică şi electroenergetică, 2o-21 sept.1984, vol.3,p.61

/4.18/ Fântână N.L., Luca Gh., Studiul solicitărilor mecanice datorate forţelor electrodinamice care acţionează asupra unui separator de înaltă tensiune, A IV-a Conferinţă de Vibraţii în Construcţia de Maşini. Timişoara, 26-27 noiembrie 1982, p.183

/4.19/ Fântână N.L., Suciu I., Vasilievici Al., Moldovan L., Andea P., Deleşega I., Luca Gh., Solicitări electrodinamice la încercarea separatoarelor de foarte înaltă tensiune, Simpozionul int.de reţele electrice, Timişoara, 25-26 oct.1984, vol.II, p.13

/4.2o/ Bălă C., Fogui L., Covrig M., Bobine de reactanţă pentru sisteme energetice, Editura tehnică, Bucureşti, 1982

7 CONCLUZII

In cadrul lucrării s-a abordat problema determinării cîmpului magnetic şi al forţelor electrodinamice la căi de curent cu traseu spaţial oarecare, bobine şi grupuri de bobine din maşini şi echipamente electrice parcurse de curenţi intenşi în absenţa materialelor feromagnetice. Metodele elaborate şi relaţiile deduse implică utilizarea unor metode numerice de calcul şi a ordinatorului electronic.

Principalele rezultate şi contribuţii originale ale lucrării sînt :

- au fost stabilite relaţii şi metode de calcul ale cîmpului magnetic şi ale forţelor electrodinamice pentru căi de curent filiforme cu poziţie spaţială oarecare, implicînd una respectiv două integrări numerice succesive ;
- a fost elaborată metoda şi deduse relaţiile pentru calculul forţelor electrodinamice în cazul unui grup de "p" conductoare rectilinii şi filiforme cu poziţie reciprocă oarecare, fără puncte comune, considerate părţi ale unor căi de curent ;
- s-a fundamentat o metodă şi s-au dedus relaţiile de calcul ale cîmpului magnetic la bare masive, de lungime finită, avînd secţiunea dreptunghiulară, părţi ale unei căi de curent: bară paralelipipedică, bară cu capete oblice plane, pană parcursă de curent, bară cu patru feţe oblice plane;
- a fost elaborată o metodă de calcul al cîmpului magnetic pentru bare rectilinii de lungime finită cu forma secţiunii oarecare, respectiv pentru o "bară generalizată", mărginită de suprafeţe cilindrice oarecare, avînd generatoarele paralele respectiv perpendiculare pe direcţia curentului;
- pornind de la relaţiile deduse pentru calculul cîmpului magnetic la bare de lungime finită, a fost stabilită o metodă generală de calcul al cîmpului magnetic la căi de curent masive, spaţiale cu traseu oarecare, detaliată şi exemplificată pentru căi de curent cu secţiune dreptunghiulară ;
- s-a propus o metodă de calcul ale forţelor electrodinamice exercitate între bare masive cu poziţie spaţială oarecare, avînd formă de paralelipipede, bare cu capete oblice, "pene" parcurse de curent sau orice combinaţie a acestora şi

- s-a elaborat o metodă generală de calcul al forţelor electrodinamice pentru căi de curent masive, spaţiale, care permite cunoaşterea forţelor totale şi a distribuţiei forţelor specifice în lungul barelor analizate;

- s-a introdus noţiunea de cale de curent cvasimasivă şi s-a stabilit o metodă de calcul al forţelor electrodinamice totale respectiv specifice pentru un grup de căi de curent cu traseu oarecare;

- s-au dedus relaţiile pentru calculul cîmpului magnetic la bobine masive cu densitate de curent uniformă şi secţiune transversală dreptunghiulară descrise de o curbă plană, $r=r(\Theta)$, implicînd o integrare numerică;

- s-a stabilit o metodă de calcul al cîmpului magnetic, pentru bobine masive circulare şi grupuri oarecare de bobine cu aceiaşi axă de simetrie, valabilă pentru toate punctele, interioare şi exterioare bobinajului şi s-a propus o metodă de calcul pentru bobine cu secţiune transversală oarecare şi densitate de curent neuniformă;

- s-au dedus relaţiile şi s-a elaborat o metodă pentru calculul forţelor totale, axiale şi de rupere, acţionînd asupra unei bobine, pentru cazul grupurilor de bobine circulare, masive, cu aceiaşi axă de simetrie ;

- a fost elaborată o metodă de calcul al forţelor electrodinamice în regim tranzitoriu, denumită "metoda coeficienţilor de forţă", detaliată şi exemplificată la grupuri de bobine;

- s-a conceput o metodă şi o instalaţie experimentală de măsurare a forţelor electrodinamice la bobine care constituie obiectul unui dosar OSIM.

Verificarea teoretică a relaţiilor şi metodelor de calcul şi a programelor realizate s-a făcut comparînd calculele numerice cu unele rezultate din literatură cît şi folosind relaţii de calcul şi legi ale electrotehnicii. Rezultatele obţinute prezentate în numeroase tabele şi diagrame în subcapitolele 4.1...4.4 confirmă valabilitatea relaţiilor şi metodelor stabilite.

Determinările experimentale, ale distribuţiei cîmpului magnetic la bobine şi grupuri de bobine corespunzătoare subsistemului magnetic al maşinilor unipolare tip tambur fără circuit feromagnetic, cît şi ale forţelor electrodinamice, prezentate în subcapitolul 4.5, au arătat o bună concordanţă cu valorile calculate.

De asemenea verificarea experimentală calitativă a distribuţiei forţelor electrodinamice - la căi de curent spaţiale, pentru un separator pantograf de foarte înaltă tensiune (realizat în ţară)- în cadrul unui contract de cercetare ştiinţifică cu CCSIT+ELECTROPUTERE Craiova, a confirmat rezultatele calculate (subcapitolul 4.6).

Metodele de calcul prezentate au caracter de generalitate permiţînd o abordare mai eficientă exactă şi rapidă a numeroase probleme care apar la proiectare, începînd cu cîmpul şi forţele la maşini unipolare tambur şi disc, fără circuit feromagnetic, bobine pentru limitarea curenţilor de scurtcircuit, alte bobine din fizica energiilor înalte şi pînă la căi de curent cu traseu spaţial complicat cum se întîlnesc în staţiile de înaltă tensiune şi în instalaţiile electrotehnologice.

Metodele elaborate, sînt indispensabile în abordarea, în viitor, două direcţii de aprofundare importante : 1. determinarea eforturilor mecanice din instalaţii électrice cu traseu spaţial complex parcurse de curenţi intenşi, datorate forţelor electrodinamice care le solicită şi 2. determinarea cîmpului magnetic la căi de curent spaţiale, în prezenţa materialelor feromagnetice, utilizînd metoda ecuaţiilor integrale, şi totodată a forţelor electrodinamice.
De asemenea aceste metode, contribuie la dezvoltarea proiectării asistate de calculator a maşinilor şi echipamentelor electrice.

ANEXA 1

Valorile inducţiei magnetice calculate pentru exemplul a. din paragraful 4.3.2.

Z_M /mm/	Inducţia după Oz, Bz, /T/ Metoda propusă	Analitic	Diferenţa $B.10^4$ /T/	Abaterea %
0	.623685	.623711	.259	.00416
10	.617842	.617892	.500	.00809
20	.600853	.600958	.1051	.0175
30	.574436	.574373	.629	.0109
40	.540263	.540270	.0644	.0012
50	.501074	.501084	.1013	.002
100	.299578	.299592	.140	.0047
150	.165697	.165693	.0435	.002
200	.0942428	.0942545	.116	.012
300	.0361081	.0361128	.0473	.013

ANEXA 2

Valorile calculate pentru exemplul b., paragraful 4.3.2.

x_M/m/	y_M/m/	z_M/m/	B_x		ε_{B_x}	B_z		ε_{B_z}
			CBCAAS	/4.2/	%	CBCAAS	/4.2/	%
.4600	0.	.0375	0.2552	.25568	0.18	.34743	.34733	0.028
.4650	0.	.0375	.29245	.29198	-0.16	.34699	.34686	-0.037
.470	0.	0.0375	.33353	.33302	-0.15	.33980	.33979	0.002
.4750	0.	0.0375	.37716	.37749	0.087	.32329	.32328	-0.003
.480	0.	0.0375	.42218	.42231	0.03	.29470	.29469	-0.003
.490	0.	0.0375	.49405	.49408	0.006	.20030	.20027	-0.015
.500	0.	0.0375	.51805	.51816	0.02	.07524	.07516	-0.106
.460	0.	0.04	.25564	.25606	0.16	.32972	.32955	-0.05
.465	0.	0.04	.28959	.28972	0.045	.32687	.32672	-0.046
.470	0.	0.04	.32656	.32693	0.113	.31778	.31762	-0.05
.475	0.	0.04	.36571	.36632	0.166	.30014	.30010	-0.013
.480	0.	0.04	.40484	.40523	0.096	.27238	.27234	-0.015
.490	0.	0.04	.46713	.46683	-0.064	.18598	.18598	0
.500	0.	0.04	.48791	.48736	-0.112	.07369	.07364	-0.004

ANEXA 3

Valorile inducţiei magnetice calculate pentru exemplul c., paragraful 4.3.2

x_M /cm/	z_M /cm/	B_x/T/ CBCAAS	B_x/T/ /3.23/	B_x/T/ /3.22/	B_z/T/ CBCAAS	B_z/T/ /3.23/	B_z/T/ /3.22/
0	0	0	0	0	4.3324	4.33	4.333
10	0	0	0	0	4.4430	4.44	4.443
20	0	0	0	0	4.7790	4.78	4.780
30	0	0	0	0	5.31657	5.31	5.315
35	0	0	0	0	1.9934	1.98	1.994
40	0	0	0	0	-1.33742	-1.34	-1.335
60	0	0	0	0	-0.5328	-0.52	-0.533
80	0	0	0	0	-0.2332	-0.23	-0.233
0	13	0	0	0	3.9678	3.96	3.968
10	13	.2815	0.28	0.281	4.0643	4.07	4.065
20	13	.5989	0.60	0.598	4.3906	4.39	4.391
30	13	.8797	0.88	0.883	5.05614	5.05	5.054
35	13	.9065	0.91	0.915	1.8716	1.86	1.872
40	13	.82292	0.82	0.823	-1.32988	-1.32	-1.328
60	13	.2996	.30	.300	-.4579	-.46	-.458
80	13	.1065	.11	.107	-.20815	-.21	-.208
0	26	0.	0.	0.	3.0072	3.00	3.007
10	26	.45123	.45	.451	3.0249	3.02	3.025
20	26	1.05083	1.05	1.050	3.0743	3.07	3.074
30	26	2.5713	2.57	2.576	3.14919	3.12	3.147
35	26	3.26133	3.26	3.275	1.37513	1.31	1.375
40	26	2.3968	2.39	2.392	-0.39684	-0.396	-0.396
60	26	.48621	0.50	0.486	-0.24427	-0.245	-0.244
80	26	.17974	0.18	0.180	-0.14424	-0.144	-0.144

ANEXA 4

Dimensiunile,subbobinelor de la exemplul f., paragraful 4.3.2: R_i - raza interioară; R_e- raza exterioară, z_1,z_2- coordonatele după z a planului suprafeţei inferioare respectiv superioare a subbobinei.

Z_1 /m/	Z_2 /m/	R_i /m/	R_e /m/
-0.2120	+0.2120	0.9049	0.9149
-0.18475	+0.18475	0.960	0.970
-0.1656	+0.1656	1.015	1.025
-0.1506	0.1506	1.070	1.080
-0.1411	0.1411	1.1251	1.1351
-0.13410	0.13410	1.1801	1.1901
-0.12805	0.12805	1.2352	1.2452
-0.12405	0.12405	1.2902	1.3002
-0.12160	0.12160	1.3452	1.3552
-0.1200	0.1200	1.400	1.4103
-0.12120	0.12120	1.4553	1.4653
-0.12405	0.12405	1.5104	1.5204
-0.12910	0.12910	1.5654	1.5754