INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE CONSTRUCTII

ING. IRHASIU V. AUREL

CONTRIBUTII CU PRIVIRE LA CALCULUL ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT, CU SECTIUNE DUBLU T, SUPUSE LA COMPRESIUNE EXCENTRICA OBLICA - STARILE LIMITA DE REZISTENTA SI DE DEFORMATIE

Teză de doctorat

CONDUCATOR STIINTIFIC :

Prof.emerit ing. CONSTANTIN AVRAM
Membru corespondent al ACADEMIEI RSR

- Timisoara 1984 -

- -

PAG.

CAP.I. INTRODUCERE 4

CAP.II. PRIVIRE CRITICA ASUPRA STADIULUI ACTUAL, AL CALCULULUI ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT, SOLICITATE LA COMPRESIUNE EXCENTRICA OBLICA. 7

2.1. Considerații generale 7

2.2. Determinarea efortului unitar, în armătura întinsă sau mai puțin comprimată A_a. 11

2.3. Metode de calcul utilizate de diferite norme. . . 20

2.3.1. Norme românești. Proiectul de standard 10107/0-84 20

2.3.2. Norme românești. STAS-ul 10107/0-76. . . . 23

2.3.3. Recomandările CEB-FIP. 25

2.3.4. Normele engleze CP110-70 28

2.3.5. Noile recomandări CAER-SNIP-21-75. 30

2.3.6. Alte metode simpliste. 33

2.3.7. Privire critică asupra metodelor de calcul analizate. 34

CAP.III. CONTRIBUTII CU PRIVIRE LA CALCULUL LA STAREA LIMITA DE REZISTENTA A STILPILOR DIN BETON ARMAT, DE SECTIUNE DUBLU-T, SOLICITATI LA COMPRESIUNE EXCENTRICA OBLICA, PRIN APLICAREA FORMULEI LUI NIKITIN. 36

3.1. Aspecte generale şi principii de calcul 36

3.2. Verificarea la starea limită de rezistență a elementelor din beton armat, solicitate la compresiune excentrică oblică, prin aplicarea formulei lui Nikitin, la secțiuni dublu T. 39

3.2.1. Cazul compresiunii excentrice cu mare excentricitate 39

3.2.1.1. Calculul după axa x 39

3.2.1.2. Calculul după axa y 43

3.2.2. Cazul compresiunii excentrice cu mică excentricitate 47

3.2.2.1. Calculul după axa x 47

3.2.2.2. Calculul după axa y 52

3.2.3. Verificarea secțiunilor dublu T, utilizînd abace de calcul. 56

3.2.3.1. Abace pentru determinarea forței axiale capabile N_x, (din planul x).56

3.2.3.2. Abace pentru determinarea forței axiale capabile N_y, (din planul y).
3.2.3.3. Determinarea forței axiale capabile N_c 58
3.2.3.4. Verificarea secțiunii 58
CAP.IV. CONTRIBUTII CU PRIVIRE LA CALCULUL LA STAREA LIMITA DE REZISTENTA, A ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT, SOLICITATE LA COMPRESIUNE EXCENTRICA OBLICA, UTILIZIND METODA AXEI NEUTRE INCLINATE. 60
4.1. Calculul secțiunii dreptunghiulare. 60
4.1.1. Cazul compresiunii excentrice oblice cu mare excentricitate ....
4.1.2. Cazul compresiunii excentrice oblice cu mică excentricitate 62
4.2. Aplicarea metodei axei neutre înclinate la secțiuni dublu T 67
CAP.V. CONTRIBUTII CU PRIVIRE LA CALCULUL LA STAREA LIMITA DE REZISTENTA, A ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT, DE SECTIUNE DUBLU T, SOLICITATE LA COMPRESIUNE EXCENTRICA OBLICA, UTILIZIND CURBELE DE INTERACTIUNE DINTRE $N-M_x-M_y$. 76
5.1. Aspecte generale. 76
5.2. Proiectarea și verificarea stîlpilor cu secțiune dublu T. Abace de calcul. 80
5.2.1. Abace de calcul în planul x. 81
5.2.2. Abace de calcul în planul y. 91
5.3. Analiza coeficientului β, în funcție de variația factorului de compresiune n 103
CAP.VI. PROGRAMUL EXPERIMENTAL 106
6.1. Scopul programului experimental. 106
6.2. Verificarea, pe cale experimentală, a relației lui Nikitin. Studiul experimental al stării de deformație 107
6.2.1. Proiectarea și executarea elementelor experimentale. 107
6.2.1.1. Materiale 110
6.2.1.2. Efectuarea încercărilor 110
6.2.1.3. Măsurători întreprinse 110
6.2.2. Rezultatele încercărilor 115
6.2.2.1. Capacitatea portantă. 115
6.2.2.2. Starea de deformație. 120

6.2.3. Compararea rezultatelor încercărilor experimentale cu studiul teoretic. . 12o
6.2.3.1. . Capacitatea portantă . . 12o
6.2.3.2. Starea de deformaţie . . 127
6.3. Stabilirea, pe cale experimentală, a legii de variaţie a momentului încovoietor oblic, sub forţă axială constantă. Analiza experimentală a exponentului β şi a deformaţiei celei mai comprimate fibre de beton 128
6.3.1. Proiectarea şi executarea elementelor. 128
6.3.2. Rezultatele încercărilor 13o
6.4. Studiu comparativ, între relaţia lui Nikitin şi relaţia propusă în Proiectul standard 10107/0-84. 133
CAP.VII. STAREA LIMITA DE DEFORMATIE. 137
7.1. Aspecte generale. 137
7.2. Rigiditatea stîlpilor din beton armat, cu secţiune dublu T, solicitaţi excentric oblic 139
7.2.1. Rigiditatea în planul x. 139
7.2.2. Rigiditatea în planul y. 145
CAP.VIII. CONCLUZII SI MOD DE VALORIFICARE A REZULTATELOR 153
- BIBLIOGRAFIE. 162

CAP.I. INTRODUCERE

In etapa actuală, caracterizată din punct de vedere economic printr-o accentuată criză de energie în toate domeniile, se cere din partea inginerilor constructori (cercetători, proiectanți, executanți), - realizatori ai lucrărilor de investiții - ca aceste lucrări să fie cît mai ieftine, deci cît mai economice, și cît mai durabile.

O construcție, din punctul de vedere al calculului, este cu atît mai economică, cu cît se utilizează mai mult rezerva sa de rezistență, cu asigurarea însă a condițiilor de rezistență și de exploatare normală a ei.

In contextul acestor idei, lucrarea de față își propune, de a-și aduce contribuția, la îmbunătățirea calculului stîlpilor din beton armat, cu secțiunea dublu T, solicitați excentric oblic.

Această formă a secțiunii transversale pentru stîlpi este economică, utilizîndu-se rațional materialul.

Forma este indicată cu precădere în cazul stîlpilor prefabricați, utilizați mai ales în cazul halelor industriale parter.

Exploatarea la maximum a rezervei de rezistență a secțiunii, într-o etapă precizată, se bazează pe cunoștințele avute în etapa respectivă, referitoare la materialele folosite (betonul și oțelul), la încărcările care solicită secțiunea, la metodele de calcul utilizate etc.

Referitor la etapa actuală, se precizează o evaluare teoretic probabilistă, practic semiprobabilistă, atît a încărcărilor ce acționează secțiunea, cît și a capacității portante a secțiunii. Această evaluare a făcut posibilă acceptarea unei noi filosofii a conceptului de siguranță, în care parametrii de bază sînt considerați mărimi aleatoare.

Dacă informațiile privind evaluarea încărcărilor și a capacității portante se pot încadra în domeniul general, despre metoda de calcul utilizată, ca sursă de exploatare a rezervei de rezistență a secțiunii, se poate vorbi la particular.

Astfel, la ora actuală, prin normele în vigoare [93], [94], se permite calculul la compresiune excentrică oblică, fie cu relația lui Nikitin, care este metoda practică utilizată de proiectanți, fie pe o cale mai mult teoretică, în care axa neutră se determină prin încercări, cu condiția existenței coliniarităţii între punctele de aplicaţie a forţei, a rezultantei eforturilor din zona comprimată a secţiunii şi a rezultantei eforturilor de întindere din armătura A_a.

Intrucît relaţia lui Nikitin nu este fundamentată suficient din punct de vedere ştiinţific, iar metoda a doua nu este utilizată de proiectanţi, în Proiectul de standard 10107/0-84, se propune o nouă metodă care se bazează pe curbele de interacţiune dintre solicitări.

In acest context, lucrarea şi-a propus, ca pe baza studiilor teoretice şi experimentale, să contribuie la îmbunătăţirea normelor de calcul, să pună la îndemîna proiectanţilor formule, tabele sau abace de calcul, ai stîlpilor de secţiune dublu T, comprimaţi excentric oblic.

In cazul normelor în vigoare, lucrarea rezolvă solicitarea analizată, fie pe baza relaţiei lui Nikitin, caz în care se dau relaţiile necesare calculului forţelor capabile ale secţiunii (N_x, N_y şi N_c), fie utilizînd metoda axei neutre înclinate, care deşi mai greoaie pentru proiectanţi, prinde mai raţional fenomenul solicitării compresiunii excentrice oblice.

In cazul Proiectului de standard 10107/0-84, lucrarea rezolvă analitic şi sub formă de abace de calcul, curbele de interacţiune $N-M_x$ şi $N-M_y$. Cu ajutorul abacelor, proiectanţii pot uşor determina momentele capabile, după cele două direcţii, pentru o secţiune aleasă din beton armat.

Lucrarea mai analizează, teoretic şi experimental şi starea limită de deformaţie a secţiunii studiate. Pentru calculul săgeţilor, după cele două direcţii, lucrarea dă relaţiile de calcul pentru modulul de rigiditate, în cazul compresiunii excentrice drepte. Săgeata oblică se obţine scoţînd radicalul din suma patratelor săgeţilor după cele două direcţii.

Studiile teoretice au fost însoţite de un bogat program experimental, în cadrul căruia au fost încercaţi la compresiune excentrică oblică un număr de 32 de stîlpi.

Studiile teoretice şi experimentale întreprinse, care au făcut obiectul a trei contracte de cercetare, desfăşurate pe o perioadă de cinci ani, s-au valorificat prin elaborarea unor prescripţii de proiectare, contribuind astfel la perfecţionarea metodelor de calcul.

Prin perfecționarea metodelor de calcul, se vor realiza construcții, în condiții cît mai economice, cu durabilitate sporită, prinzîndu-se în calcule cît mai rațional fenomenul.

CAP. II. PRIVIRE CRITICA ASUPRA STADIULUI ACTUAL, AL CALCULULUI ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT, SOLICITATE LA COMPRESIUNE EXCENTRICA OBLICA

2.1. Consideraţii generale

In practica curentă de proiectare, dimensionarea la solicitarea de compresiune excentrică, reprezintă o pondere însemnată din volumul de muncă al proiectanţilor constructori, această solicitare situîndu-se ca frecvenţă de apariţie, imediat după solicitarea de încovoiere, care are cea mai mare frecvenţă de apariţie.

In conformitate cu normele româneşti, [94] , singurele elemente prevăzute a fi calculate la compresiune centrică şi care se calculează efectiv la această solicitare, sînt stîlpii fretaţi, dar numai atît timp cît nu intervine flambajul ($l_{f/i} \leq 35$). In caz contrar, cînd se ia în considerare influenţa flexibilităţii în calcul, stîlpul se calculează fără a ţine seama de influenţa fretei.

STAS-ul 10107/0-76 indică că : "Elementele de beton armat, prevăzute a fi solicitate la compresiune centrică se vor calcula ca elemente solicitate excentric, avînd o excentricitate egală cu cea mai mare din valorile : 1/30 din înălţimea secţiunii sau 2 cm", această excentricitate minimă putînd acţiona atît într-un sens, cît şi în celălalt.

In cadrul compresiunii excentrice, după modul de lucru, la starea limită de rezistenţă, a armăturii întinse sau mai puţin comprimată, (opusă forţei excentrice), A_a - se disting două scheme de calcul şi anume :

A. Cazul I de rupere

Se consideră cazul I de rupere, atunci cînd armătura A_a intră în curgere prin întindere, la starea limită de rezistenţă.

Ipoteze de calcul :

- eforturile unitare în betonul din zona comprimată au mărimea R_c ;
- eforturile unitare în betonul din zona întinsă, nu se iau în considerare în calcul ;
- eforturile unitare în armăturile A_a şi A'_a (armătura apropiată forţei excentrice), au valoarea R_a.

Incadrarea în acest caz se face prin aprecierea axei neutre:

$$\xi \leq \xi_{lim.} \qquad (II.1)$$

în care ξ este înălţimea relativă a zonei comprimate de beton, iar ξ_{lim} este înălţimea maximă a acesteia, pentru care $\sigma_a = R_a$. Valoarea lui ξ_{lim} este în funcţie de marca de beton şi este cuprinsă între 0,5 şi 0,6.

B. Cazul II de rupere

Se consideră cazul II de rupere, atunci cînd armătura A_a, nu intră în curgere prin întindere, la starea limită de rezistenţă.

Ipoteze de calcul :

- eforturile unitare în betonul din zona comprimată au valoarea R_c ;
- eforturile unitare în betonul din zona întinsă nu se iau în considerare în calcul ;
- eforturile unitare în armătura A'_a sînt egale cu R_a ;
- eforturile unitare în armătura A_a, variază pe domeniul $-R_a$ - $+R_a$ şi se pot calcula, fie cu metoda exactă, care utilizează condiţia de compatibilitate a deformaţiilor specifice, deduse din diagramele caracteristice de calcul ale betonului şi armăturii, fie cu metoda simplificată propusă de E.A. Cistiatiov :

$$\sigma_a = K\,R_a \tag{II.2}$$

în care :

$$K = \left[\frac{2(1-\xi)}{1-\xi_{lim}} - 1\right] \tag{II.3}$$

Incadrarea în cazul II de rupere se face prin condiţia

$$\xi > \xi_{lim} \tag{II.4}$$

Conform STAS-ului 10107/0-76, se consideră pentru compresiune excentrică, două cazuri :

a) compresiune excentrică cu mare excentricitate dacă $\xi \leq \xi_{lim}$ (sau cazul I de rupere) ;
b) compresiune excentrică cu mică excentricitate dacă $\xi > \xi_{lim}$ (sau cazul II de rupere).

Pentru elementele comprimate excentric zvelte, trebuie să se ia în considerare în calcul, influenţa flexibilităţii, asupra comportării lor, la starea limită ultimă.

Pentru elementele robuste, la care $l_f/i \leq 35$, (l_f este lungimea de flambaj şi i raza de giraţie, corespunzătoare planului de încovoiere considerat), influenţa flexibilităţii poate să nu fie luată în considerare în calcul [94] ; această condiţie corespunde la $l_f/h \leq 10$, (respectiv $l_f/b \leq 10$, după caz), pentru secţiunea dreptun-

-ghiulară, respectiv $l_{f/D} \leq 8,7$ pentru secţiunea circulară. In acest caz, determinarea solicitărilor de calcul, M şi N, se face după teoria de ordinul I, (pe structura nedeformată) ; această situaţie corespunde cazului 1 din fig.II.1.

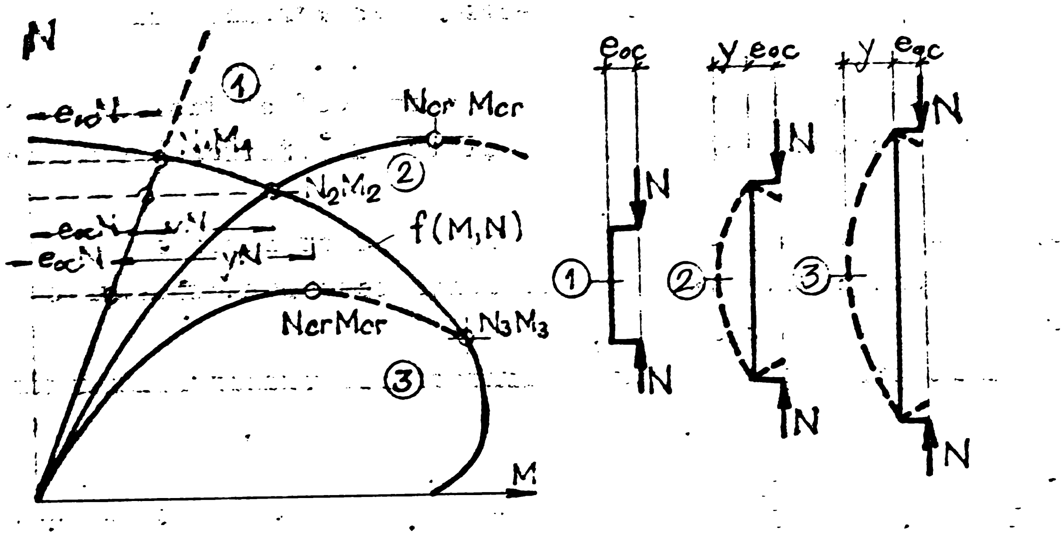


Fig.II.1. Starea limită de rezistenţă şi stabilitatea formei

Aşa cum se arată în lucrarea [7], studiile teoretice şi experimentale mai recente, efectuate în URSS, SUA, RFG etc., referitoare la comportarea stîlpilor zvelţi, din beton armat, solicitaţi la compresiune excentrică, au ajuns la concluzia că, în domeniul coeficienţilor de zvelteţe obişnuiţi pentru construcţiile civile şi industriale ($\lambda = l_{f/i} \leq 100$, respectiv $l_{f/h} \leq 30$ şi $l_{f/D} \leq 26$), ruperea se produce prin epuizarea capacităţii portante la starea limită de rezistenţă, fără ca să intervină în prealabil fenomenul de pierdere a stabilităţii formei (cazul 2 din fig.II.1), pentru care capacităţile portante N_2 şi M_2 sînt mai mici decît valorile critice N_{cr} şi M_{cr}. Ca urmare, calculul unor asemenea stîlpi ($35 < \lambda \leq 100$), se face la starea limită de rezistenţă, luînd în considerare, reducerea capacităţii portante a secţiunii, datorită efectelor de ordinul II ($M_2/N_2 = e_{oc} \cdot \gamma$).

Lucrarea [7], dezvoltă procedeele de calcul, pentru determinarea momentelor încovoietoare M_2, la starea limită de rezistenţă, pe baza unui calcul static de ordinul II (efectuat în raport cu poziţia deformată a structurii), atît în ipoteza mai simplă a unui modul de rigiditate EI constant, cît şi în ipoteza mai complexă, dar mai aproape de comportarea reală a structurii, a unui modul de rigiditate EI variabil.

STAS-ul 10107/0-76, permite şi utilizarea unei metode simplificate, bazată pe luarea în considerare (în calculul de ordinul I) a unui coeficient η, de multiplicare a excentricităţii de calcul e_{oc}, a forţei normale N, coeficient stabilit în mod aproximativ, în funcţie de sarcina critică, N_{cr} ; rezultă că $\eta e_{oc} = e_{oc} + y$. Acelaşi standard, recomandă însă ca această metodă simplificată să se utilizeze numai pînă la valoarea lui $\eta = 1,2$.

Pentru coeficienţi de zvelteţe λ mai mari de 100, starea limită ultimă poate fi atinsă prin pierderea stabilităţii formei (flambaj) ; această situaţie corespunde cazului 3 din fig.II.1, care necesită determinarea încărcării critice de pierdere a stabilităţii, în raport cu care să se asigure o dimensionare corespunzătoare a stîlpilor structurii.

STAS-ul 10107/0-76 cere ca dimensiunile minime ale secţiunilor stîlpilor zvelţi, să fie astfel adoptate, încît să fie respectată condiţia $\lambda = l_{f/i} \leq 140$ ($l_{f/h} \leq 40$, respectiv $l_{f/D} \leq 34$) pentru betonul greu, respectiv $\lambda \leq 70$ ($l_{f/h} \leq 20$, respectiv $l_{f/D} \leq 17,3$) pentru betonul uşor.

Rezultă că pentru betonul greu poate să apară şi cazul 3 din fig.II.1.

STAS-ul 10107/0-76, recomandă însă, să nu se adopte nici pentru betonul greu, valori $\lambda > 85$, decît în cazuri bine justificate, pe considerente constructive ori funcţionale, sau la elemente prefabricate, la care asemenea soluţii conduc la rezolvări eficiente.

Referitor la coeficientul η, valoarea acestuia în calculul exact este $\eta = \frac{M^{II}}{M^{I}}$.

In calculul simplificat, determinarea coeficientului η se face în conformitate cu [94], cu relaţia :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \qquad \text{(II.5)}$$

în care N_{cr} se stabileşte cu relaţia :

$$N_{cr} = \frac{6,4\,E_b}{l_f^2}\left[\frac{I_b}{K_{ld}}\left(\frac{0,11}{0,1 + \bar{e}_o} + 0,1\right) + n\,K_a\,I_a\right] \qquad \text{(II.6)}$$

în care :

$$K_{ld} = 1 + \frac{M_{ld}}{M}\;;\quad \bar{e}_o = \frac{e_{oc}}{h} \geq 0,6 - 0,01\frac{l_f}{h} - 0,0008\,R_c \qquad \text{(II.7.a,b)}$$

- M_{ld} şi M sînt momentele încovoietoare provocate de acţiunea încărcărilor de lungă durată, respectiv totale, ambele determinate față de axa ce trece prin centrul de greutate al armăturii A_a ;

- I_a și I_b sînt momentele de inerție ale armăturilor, respectiv al betonului, față de axa centrului de greutate al secțiunii de beton ;

- l_f - lungimea de flambaj ; $n = \frac{E_a}{E_b}$;

- K_{al}=0,8 pentru beton greu și 0,7 pentru beton ușor ;

- R_c se introduce în kgf/cm^2.

STAS-ul 10107/0-76 permite și utilizarea unei relații simplificate de forma :

$$N_{cr} = \frac{1,5\, E_b I_b}{l_f^2} \; \frac{1 + \sqrt{p}}{K_{ld}} \qquad (II.8)$$

în care $p=100 \frac{A_{a\,total}}{A_b}$; p se estimează inițial.

Dacă valoarea lui η rezultă negativă sau foarte mare (orientativ mai mare de 2,0 - 2,5) se vor mări dimensiunile secțiunii de beton.

Pentru cadrele cu noduri fixe, coeficientul η se introduce în calcul cu valoarea calculată pentru secțiunile ce se găsesc în treimea mijlocie a lungimii elementului ; în treimile dinspre reazeme, valoarea lui η rezultă dintr-o interpolare liniară între η =1 la reazeme și valoarea calculată.

2.2. Determinarea efortului unitar, în armătura întinsă, sau mai puțin comprimată, A_a

a) Metoda exactă, utilizează condiția de compatibilitate a deformațiilor specifice, avînd la bază ipoteza secțiunilor plane,

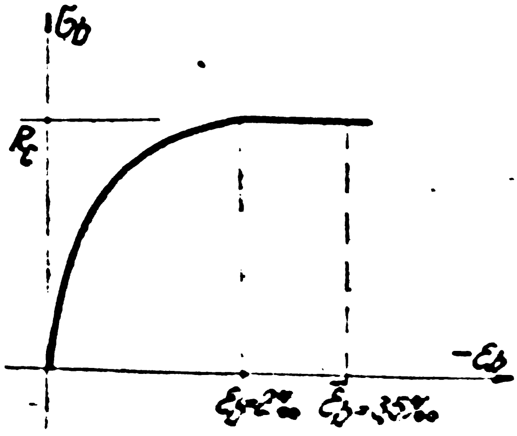


Fig.II.2. Diagrama caracteristică de calcul pentru beton.

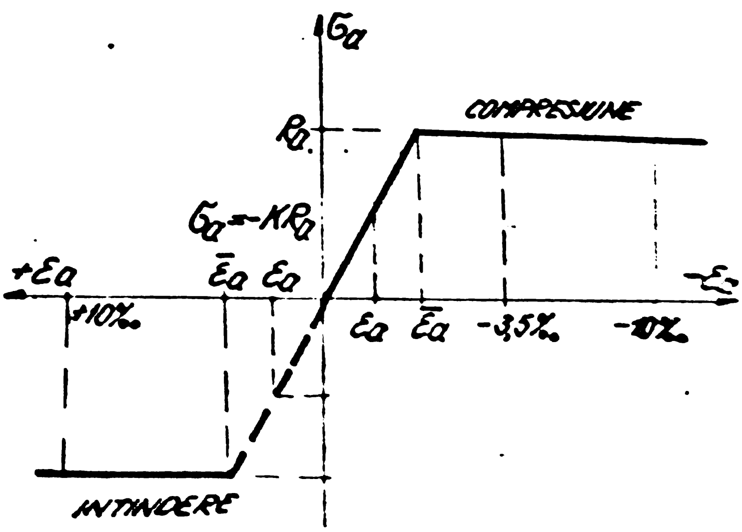


Fig.II.3. Diagrama caracteristică de calcul pentru oțel.

precum şi utilizarea diagramelor caracteristice de calcul (σ-ε), de mai jos : ale betonului şi oţelului.

Metoda exactă este utilizată de recomandările CEB-FIP, de noile norme DIN, de normele noastre, etc.

Pentru beton se admite, (aşa cum se vede din fig.II.2), diagrama parabolică, cu vîrful la 2 ‰ pentru compresiune centrică, prelungită cu un palier pînă la 3,5 ‰, pentru compresiune excentrică şi încovoiere.

Pentru oţel se admite, (aşa cum rezultă din fig.II.3), diagrama liniară, cu palier pentru rezistenţa de calcul.

Normele româneşti, prin proiectul de standard 10107/0-84 "Construcţii civile şi industriale. Calculul şi alcătuirea elementelor din beton, beton armat şi beton precomprimat", stabilesc distribuţia eforturilor unitare, în calculul la starea limită de rezistenţă în secţiuni normale, pe baza următoarelor ipoteze :

- secţiunile plane, rămîn plane şi după deformarea elementului (ipoteza secţiunilor plane) ;
- se neglijează rezistenţa la întindere a betonului ;
- curbele caracteristice σ-ε, ale betonului şi armăturii au aliura de mai jos :

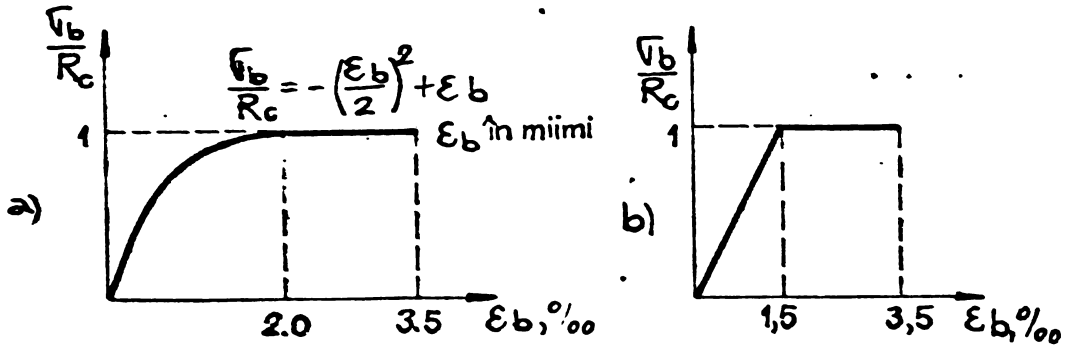


Fig.II.4. Curbe caracteristice pentru beton.

- deformaţia specifică $\varepsilon_{b_{lim}}$ a betonului, la compresiune se ia 3,5 ‰ pentru cazul în care $x \leq h$, (axa neutră se află în interiorul secţiunii) şi de 2 ‰, în cazul convenţional al compresiunii centrice ; între cele două limite, valoarea $\varepsilon_{b_{lim}}$ se obţine prin interpolare liniară (vezi fig.II.6) ;
- alungirea specifică $\varepsilon_{a_{lim}}$ a armăturii, se ia de 5 ‰ în cazul verificărilor la grupări de încărcări care includ acţiunea seismică şi de 1,5 ‰ în celelalte cazuri.

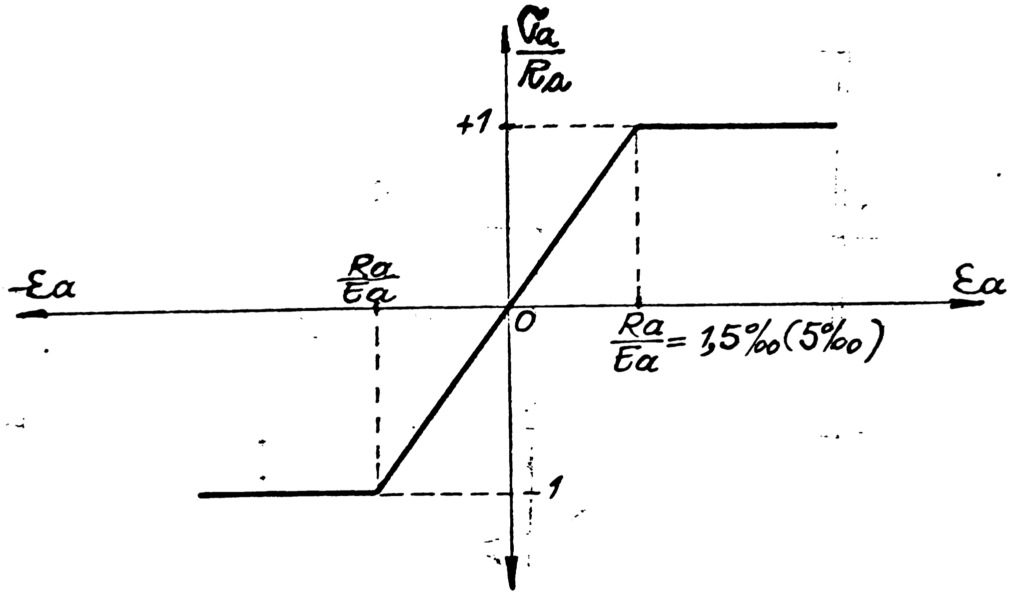


Fig.II.5. Curba caracteristică de calcul a oțelului.

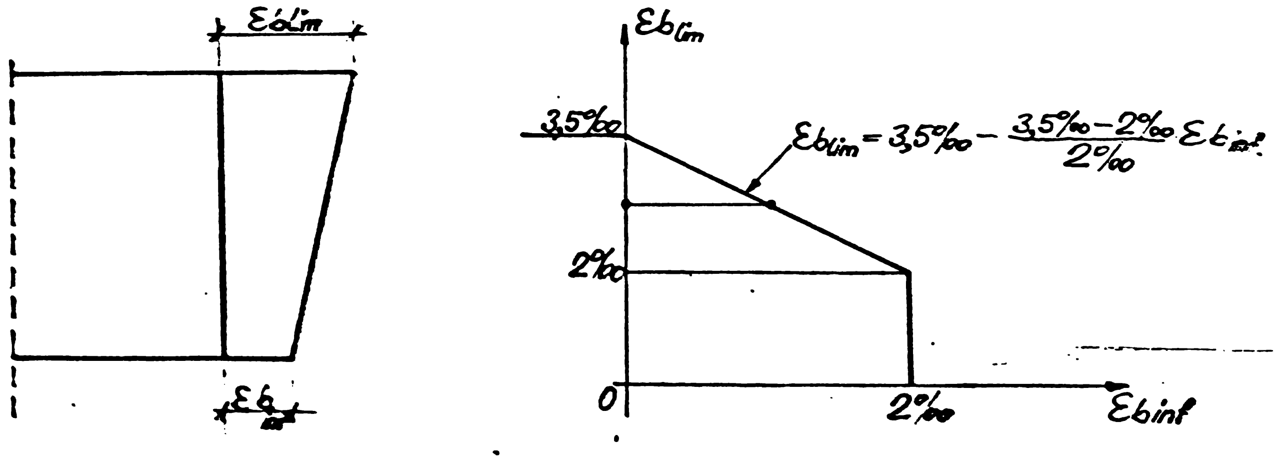


Fig.II.6.

Pe baza ipotezelor admise de normele românești, prin proiectul de standard 10107/0-84, diagrama deformațiilor secțiunilor, pentru diferite domenii de solicitare, este schematizată în fig.II.7.

Cum rezultă din fig.II.7, există 5 (cinci) domenii care acoperă întreaga gamă de solicitări, de la compresiune centrică, până la încovoiere.

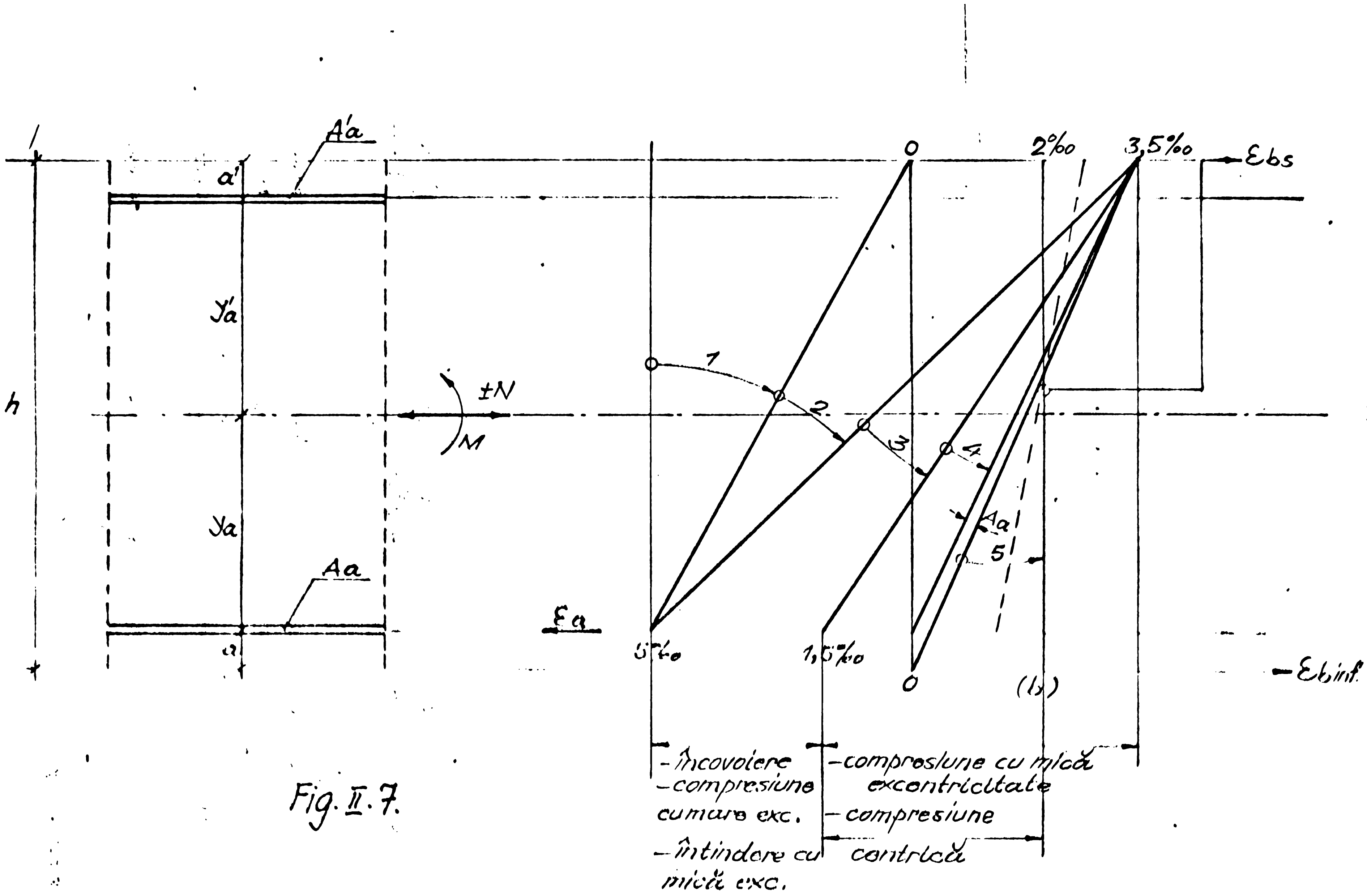

A'a
a'
y'a
ya
Aa
a
h
±N
M
εa
0
2‰
3,5‰
εbs
1
2
3
4
5
Aa
5‰
1,5‰
0
(b)
εbinf
- încovoiere
- compresiune cu mare exc.
- întindere cu mică exc.
- compresiune cu mică excentricitate
- compresiune centrică

Fig. II.7.

Referitor la problema studiată, şi anume determinarea efortului în armătura întinsă, sau mai puţin comprimată, A_a, putem arăta că acest lucru este interesant doar pentru domeniile 4 şi 4a. In domeniul 4, deformaţiile specifice ale oţelului sînt încă de întindere şi sînt cuprinse între $\bar{\varepsilon}_a = R_a/E_a$ şi zero, iar efortul unitar în armătură este de întindere, însă sub R_a ($\sigma_a < R_a$; $\sigma_a = KR_a$ în care $0 \leq K \leq 1$). Această situaţie, caracterizează elementele solicitate la compresiune excentrică cu mică excentricitate, cînd axa neutră este în secţiune sau la limita secţiunii utile.

Domeniul 4a, este caracterizat prin faptul că în oţel încep să apară mici eforturi de compresiune, deci $\varepsilon_a < -\bar{\varepsilon}_a = R_a/E_a$, iar $\sigma_a < -R_a$. Această situaţie este caracteristică compresiunii excentrice cu mică excentricitate, cînd axa neutră iese din secţiune, întreaga secţiune de beton fiind comprimată.

Faţă de ipotezele acceptate mai sus, variaţia efortului unitar în armătura A_a, se determină exact, astfel : (fig.II.8) :

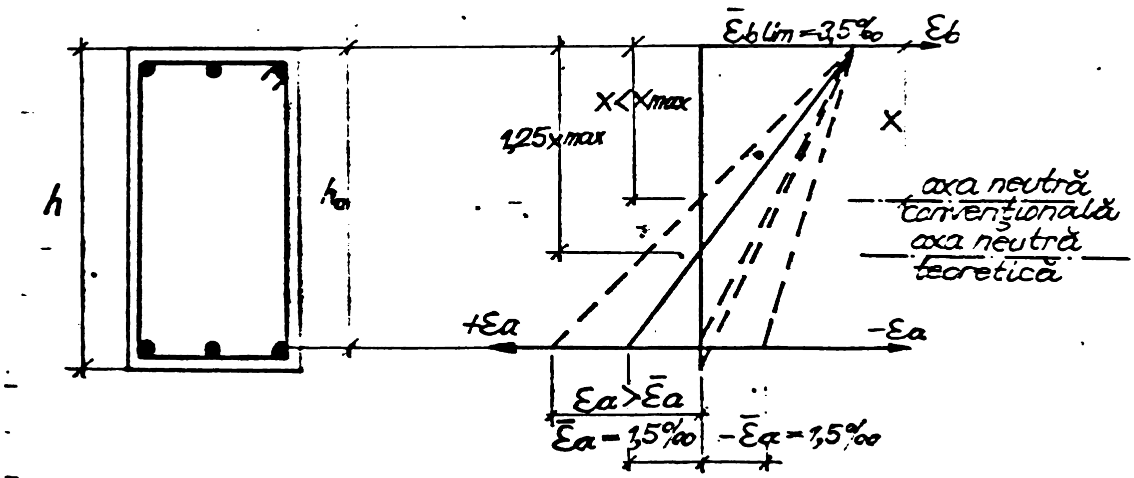


Fig.II.8.

$$1,25\ x_{max} = \varepsilon_{b_{lim}} \cdot \frac{h_0 - x_{max} \cdot 1,25}{\bar{\varepsilon}_a} \qquad \text{(II.9)}$$

Introducînd notaţia $\xi = x/h_0$, relaţia II.9 devine

$$1,25\ \xi_{lim} = \frac{3,5}{1,5}(1 - \xi_{lim} \cdot 1,25) \qquad \text{(II.9.a)}$$

din care rezultă :

$$\xi_{lim} = 0,56 \simeq 0,55$$

Dacă $x > h$ (axa neutră iese din secţiune), normele româneşti prevăd o interpolare ca în fig.II.6 între $\varepsilon_{b_{lim}} = 2$ ‰ și $\varepsilon_{b_{lim}} = 3,5$ ‰.

Normele românești admit pentru ξ_{lim} valorile din tabelul II.1.

Tabelul II.1.

Tipul de beton	Marca de oțel	Clasa de beton $\leq$ Bc 35	Clasa de beton $>$ Bc 35
		ξ_{lim}	ξ_{lim}
Beton obișnuit	OB 37	0,60	0,55
	PC 60	0,55	0,50
Beton cu agregate ușoare	OB 37	0,55	0,50
	PC 60	0,50	-

Cît timp $x < x_{max}$ se observă din fig.II.8 că $\varepsilon_a > \bar{\varepsilon}_a$, ceea ce înseamnă că în armătura A_a efortul este R_a (compresiune excentrică cu mare excentricitate, $\xi \leq \xi_{lim}$).

Dacă însă, $x_{max} < x < h_o$, rezultă din fig.II.8 că $0 < \varepsilon_a < \bar{\varepsilon}_a$, ceea ce înseamnă că efortul în armătura A_a, este $0 < \sigma_a < R_a$, sau că $\sigma_a = KR_a$, unde $0 \leq K \leq 1$.

Dacă $x > h_o$ în armătura A_a apar eforturi de compresiune, care cresc de la zero la $-R_a$.

Deci : $-\sigma_a = KR_a$, în care $0 \geq K \geq -1$.

b) <u>Metoda aproximativă</u>, care explicitează în mod aproximativ aportul armăturii de la marginea întinsă, sau mai puțin comprimată, A_a, a secțiunii.

<u>Propunerea lui S.A. Cistiakov</u>, [94] [46] [98] constă în liniarizarea valorii efortului unitar, din armătura de la marginea întinsă, sau mai puțin comprimată, $\sigma_a = KR_a$, în funcție de înălțimea zonei comprimate x, (fig.II.9 și II.10), după expresia :

$$K = 2\left(\frac{h_o - x}{h_o - x_{lim}}\right) - 1 \qquad \text{(II.10)}$$

Dacă împărțim relația (II.10) cu h_o obținem :

$$K = \frac{2(1 - \xi)}{(1 - \xi_{lim})} - 1 \qquad \text{(II.3)}$$

și are valori cuprinse între -1 și +1.

Această aproximare, propusă de Cistiakov, este adoptată de STAS 10107/0-76, care prevede determinarea eforturilor unitare, în ar-

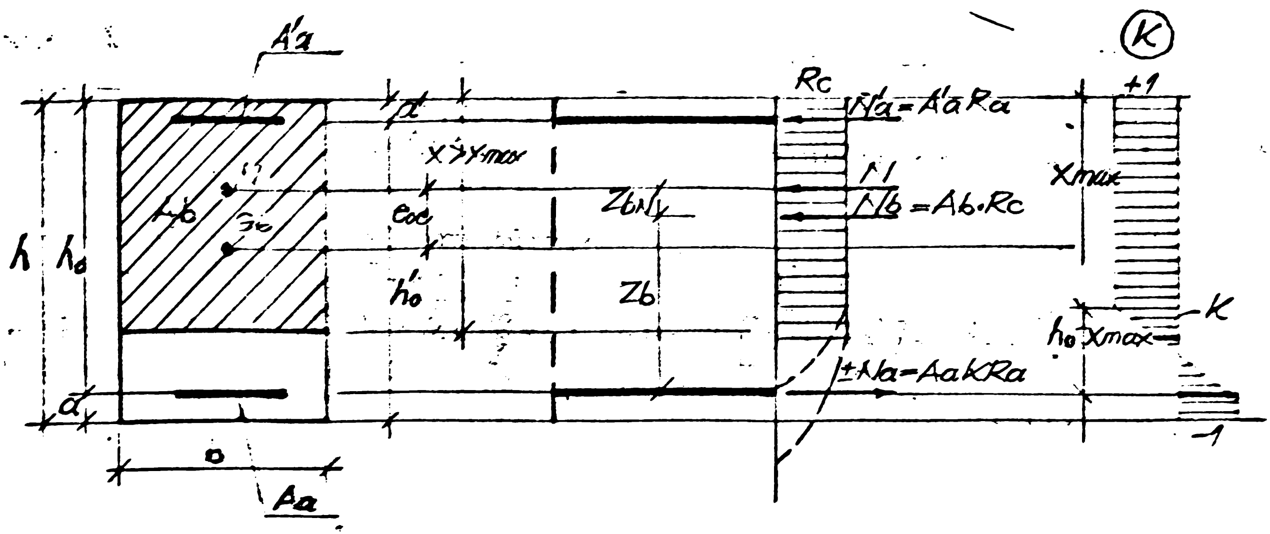


Fig.II.9. Starea de eforturi pe înălţimea secţiunii transversale.

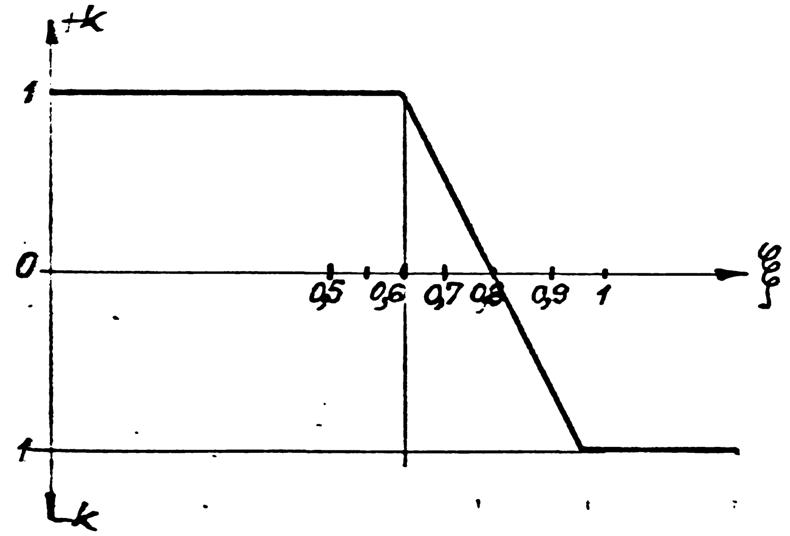


Fig.II.10.Variaţia coeficientului K după propunerea lui E.A.Cistiakov.

mătura A_a, (armătura mai depărtată de forţa N), cu relaţia :

$$\sigma_a = R_a \left[\frac{2(1 - \xi)}{(1 - \xi_{lim})} - 1 \right] \qquad \text{(II.11)}$$

O ipoteză generală, admisă de normele românești, se referă la efortul unitar σ'_a, în armătura A'_a, mai comprimată. Ipoteza stipulează că dacă $x \geq 1,5a'$, efortul unitar σ'_a se ia în calcul cu valoarea $-R_a$. In caz contrar, $(x < 1,5a')$, se admite un calcul simplificat, cu considerarea rezultantei tuturor compresiunilor, la nivelul centrului de greutate al armăturilor A'_a.

Referitor la cazul $x < 1,5a'$, unii autori [83] propun și pentru σ'_a, tot o funcție liniară de ξ pe domeniul $\left[0 ; \frac{2a'}{h_o}\right]$ conform figurii (II.11).

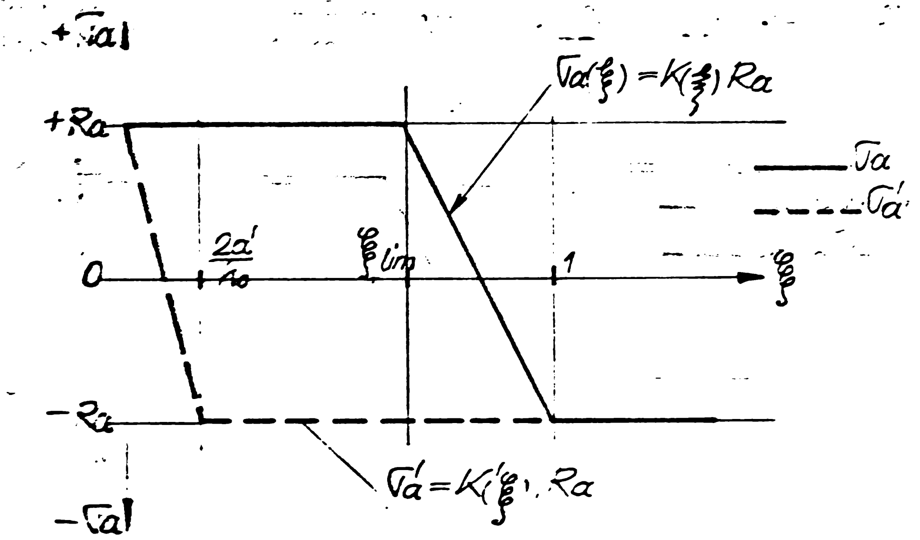


Fig.II.11. Variația eforturilor unitare σ_a și σ'_a.

Pentru eforturile unitare în armături avem cîte o relație de tipul :

$$\sigma'_{a(\xi)} = A'\xi + B' \text{ pentru } \xi \in [0 ; 2(1 - c)] \qquad (II.12)$$

$$\sigma_{a(\xi)} = A\xi + B \text{ pentru } \xi \in [\xi_{lim} ; 1] \qquad (II.13)$$

în care

$$c = \frac{h_o - a'}{h_o} \qquad (II.14)$$

Constantele A' și B', respectiv A și B, se determină din condițiile de la capetele intervalelor, astfel :

$$\begin{aligned} x = 2a' &\longleftrightarrow \xi = 2(1 - c) \rightarrow \sigma'_a = R_a \\ x = a' &\longleftrightarrow \xi = 1 - c \rightarrow \sigma'_a = 0 \end{aligned} \qquad (II.15)$$

$$\begin{aligned} x = \xi_{lim} h_o &\longleftrightarrow \xi = \xi_{lim} \rightarrow \sigma_a = R_a \\ x = h_o &\longleftrightarrow \xi = 1 \rightarrow \sigma_a = -R_a \end{aligned} \qquad (II.16)$$

Din condițiile (II.15) și (II.16) și ecuațiile (II.12) și (II.13), rezultă :

$$\sigma'_{a(\xi)} = \left(\frac{\xi}{1-c} - 1\right)R_a \qquad \text{(II.17)}$$

$$\sigma_{a(\xi)} = \frac{2R_a}{\xi_{lim} - 1}\,\xi - \frac{\xi_{lim} + 1}{\xi_{lim} - 1}\,R_a \qquad \text{(II.18)}$$

Astfel că în fig.II.12, putem reprezenta acum atît variația lui K, cît și variația lui K' în funcție de ξ, iar în fig.II.13, variația lui K și K' pe înălțimea secțiunii transversale.

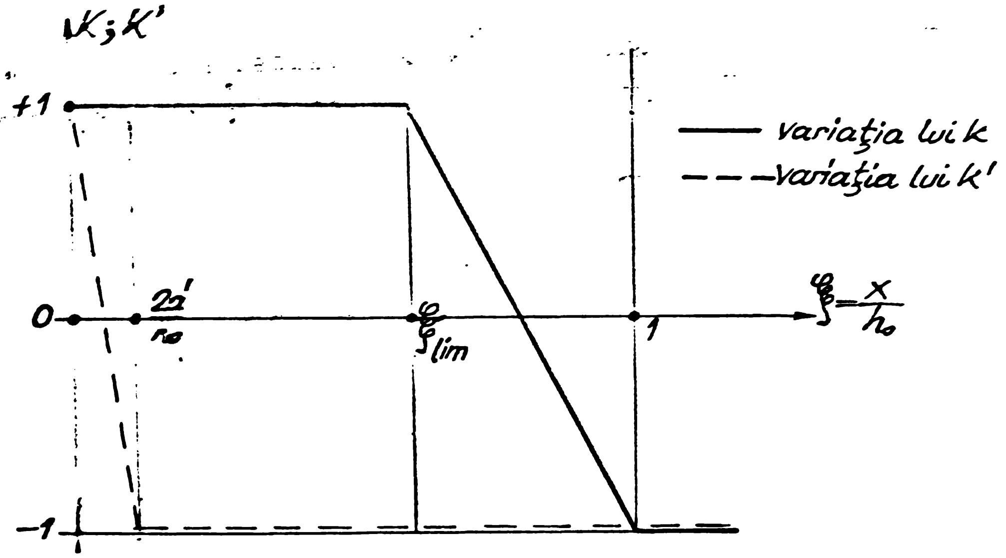


Fig.II.12. Variația coeficienților K și K'.

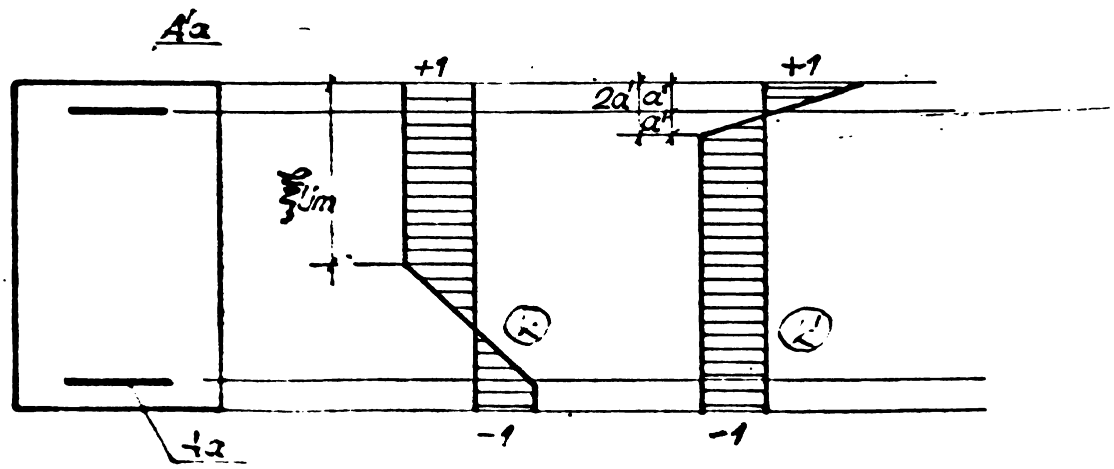


Fig.II.13. Variația coeficienților K și K' pe înălțimea secțiunii transversale.

2.3. Procedee de calcul utilizate de diferite norme

2.3.1. Norme românești

Proiectul de standard 10107/0-84.

In conformitate cu proiectul de standard 10107/0-84 "Construcții civile și industriale. Calculul și alcătuirea elementelor in beton, beton armat și beton precomprimat", stabilirea distribuției eforturilor unitare, în calculul la starea limită de rezistență în secțiuni normale, se face pe baza ipotezelor :

- secțiunile plane, rămîn plane și după deformarea elementului (ipoteza secțiunilor plane) ;
- se neglijează rezistența la întindere a betonului ;
- curbele $\sigma - \varepsilon$, ale betonului și armăturii au alura de mai jos :

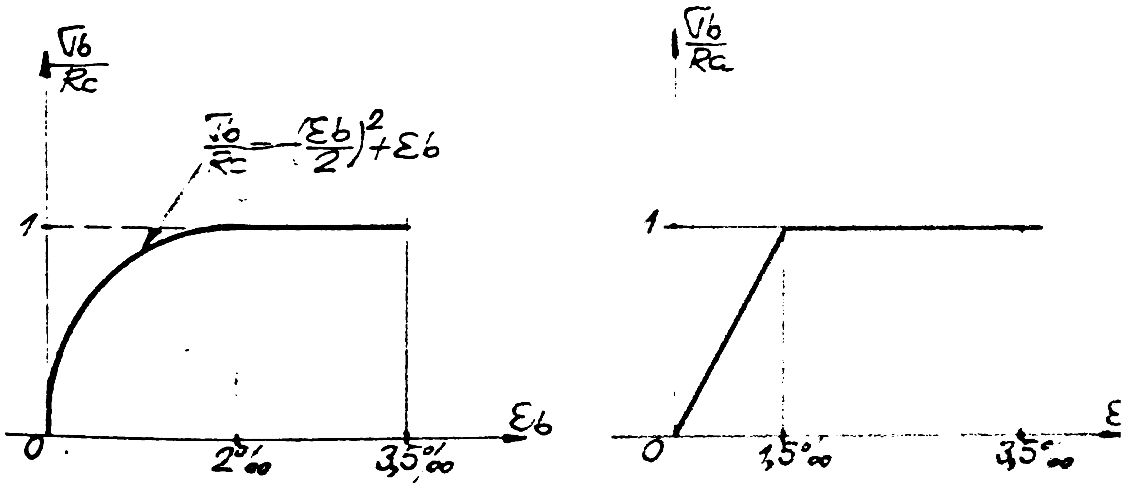


Fig.II.14. Curbe caracteristice pentru beton.

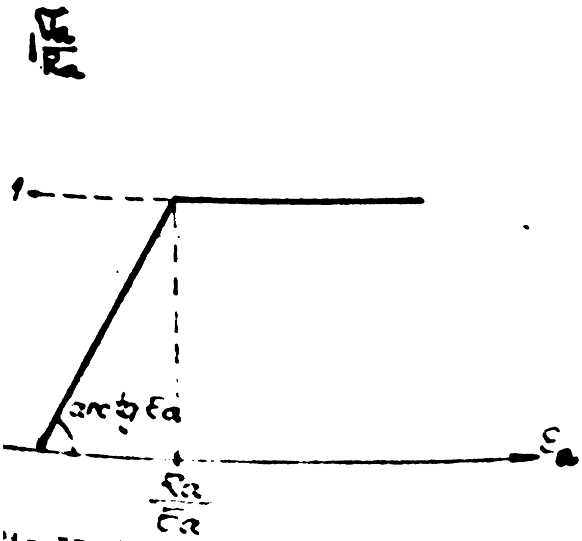


Fig.II.15. Curba caracteristică a oțelului.

- deformația specifică $\varepsilon_{b_{lim}}$ a betonului la compresiune se ia 3,5 ‰ pentru cazul in care $x \leq h$ (axa neutră se află în interiorul secțiunii) și de 2 ‰ în cazul convențional al compresiunii centrice ; intre cele două limite, valoarea $\varepsilon_{b_{lim}}$ se obține prin interpolare liniară :
- alungirea specifică $\varepsilon_{a_{lim}}$ a armăturii, se ia de 5 ‰ în cazul verificărilor la grupări

de încărcări care includ acţiunea seismică şi de 1,5 ‰ în celelalte cazuri.

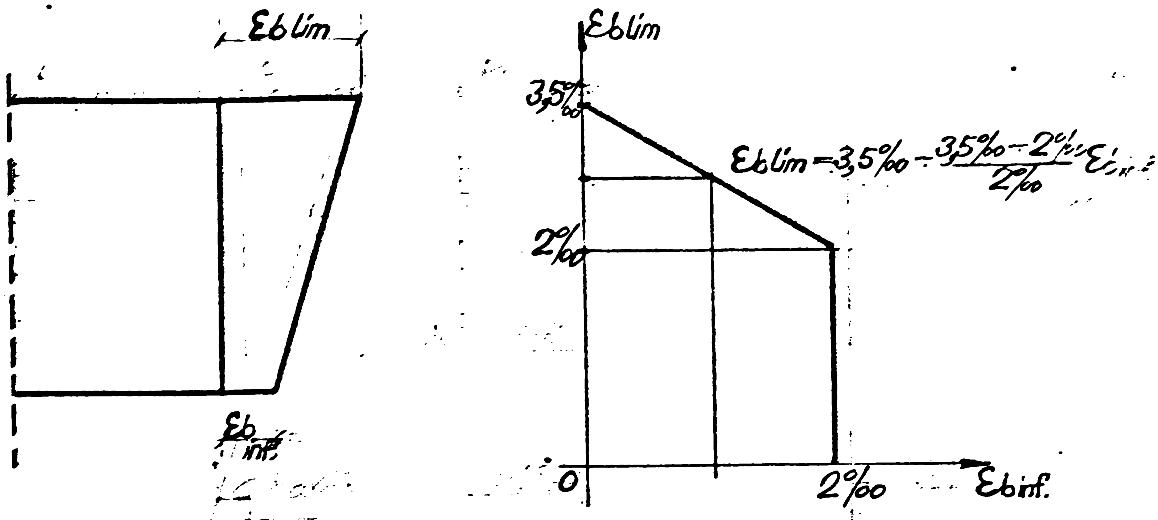


Fig.II. 6.

Calculul la starea limită de rezistenţă, în secţiuni normale, al elementelor la care planul de acţiune al momentului încovoietor nu este paralel cu planul de simetrie, are la bază următoarele ipoteze generale :

- eforturile unitare în betonul din zona comprimată au mărimea constantă R_c ;

- efortul σ_a' în armăturile A_a', concentrate la capătul comprimat (mai comprimate) al secţiunii se ia în calcul cu valoarea $-R_a$ dacă $x \geq 1,5\ a'$; în caz contrar se admite un calcul simplificat cu considerarea rezultantei tuturor compresiunilor la nivelul centrului de greutate al armăturilor A_a' ;

- efortul σ_a, în armăturile A_a, concentrate la capătul întins sau mai puţin comprimat, se ia în calcul cu valorile :

$$\sigma_a = R_a, \quad \text{dacă} \quad \xi \leq \xi_{lim} ; \qquad \text{(II.19)}$$

$$\sigma_a = \frac{\xi_{lim}}{\xi} \frac{(1 - 1,25\xi)}{(1 - 1,25\xi_{lim})} R_a, \quad \text{dacă} \ \xi_{lim} < \xi \leq 0,8; \qquad \text{(II.20)}$$

$$\sigma_a = -R_a(5\xi - 4), \quad \text{dacă} \ \xi > 0,8, \qquad \text{(II.21)}$$

în care $\xi = \dfrac{x}{h_o}$,

x reprezentînd înălţimea zonei comprimate convenţionale, pe ca-

...e se admite repartiția constantă a eforturilor unitare R_c, conform figurii (II.16) :

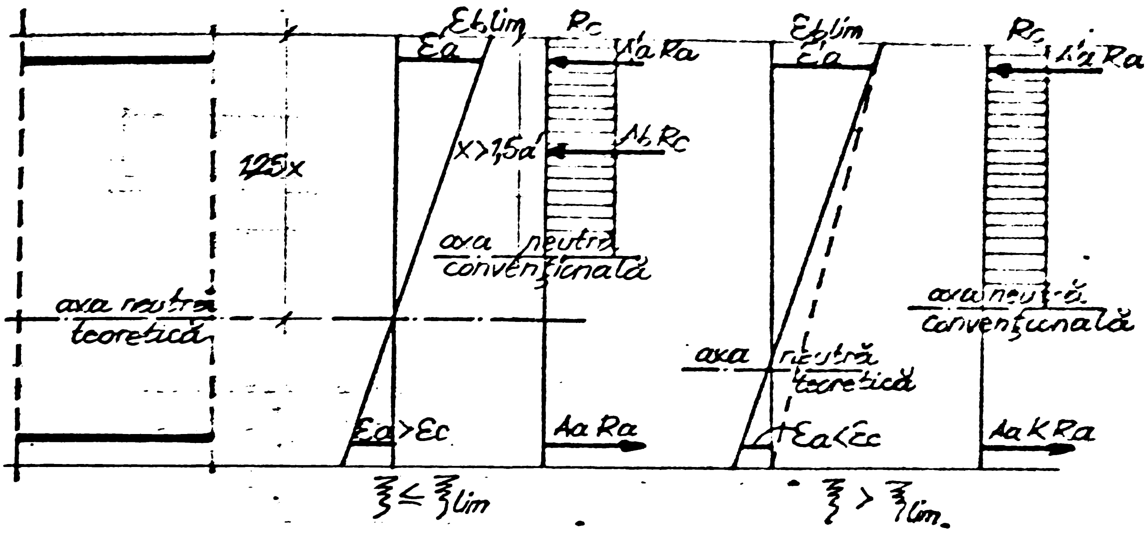


Fig.II.16.

Valorile ξ_{lim}, corespunzătoare cazului cînd în secțiune se ating simultan, $\varepsilon_{b\,lim}$ în fibra de beton cea mai comprimată și $\varepsilon_c = R_a/E_a$ în armătura A_a, sînt date în tabelul II.1.

Dacă armăturile sînt așezate pe mai multe rînduri, sau există și armături intermediare, eforturile unitare vor fi stabilite separat pentru fiecare rînd de armături cu ajutorul expresiilor :

$$-R_a \le \sigma_{a_i} = \frac{\xi_{lim}}{1 - 1,25\,\xi_{lim}} \cdot \frac{\chi_i - 1,25\,\xi}{\xi} R_a \le R_a,$$

pentru $\xi \le 0,8$; (II.22)

$$-R_a \le \sigma_{a_i} = -\frac{1,25\,\xi_{lim}}{1 - 1,25\,\xi_{lim}} \left[5\chi_i(1-\xi) + 2,72 - 2,15\,\xi\right] R_a,$$

pentru $\xi > 0,8$, (II.23)

în care $\chi_i = h_i/h_0$, poziția relativă a armăturii, (Fig.II.17).

Proiectul de standard 10107/0-84, admite calculul la compresiune excentrică oblică, cu relația :

$$\left(\frac{N_x}{N_{x\,cap}}\right)^{\beta} + \left(\frac{N_y}{N_{y\,cap}}\right)^{\beta} \le 1 \qquad (II.24)$$

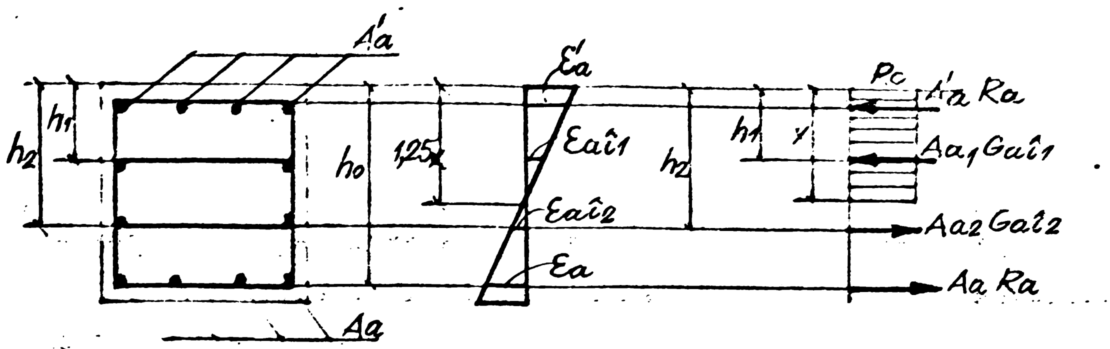


Fig.II.17.

reprezentînd relaţia (90) din standardul de mai sus.

In relaţia (II.24) :

- M_x şi M_y sînt momentele încovoietoare de calcul, pe direcţiile x şi y, rezultate din calculul static ;

- $M_{x_{cap}}$ şi $M_{y_{cap}}$, sînt momentele încovoietoare capabile, pe cele două direcţii, corespunzătoare forţei axiale N ;

- se admite în mod simplificat ca :

$\beta = 1,7(1-n)$ pentru $n \leq 0,35$;

$\beta = 1 + 0,3n$ pentru $n > 0,35$;

în care $n = \frac{N}{A_b R_c}$

In cazul particular al secţiunii dreptunghiulare, determinarea exponentului β, se face conform anexei H, din stasul 10107/0-84, exponentul β, determinîndu-se ca soluţie a ecuaţiei :

$$\left(\frac{M_{Dx_{cap}}}{M_{x_{cap}}}\right)^{\beta} + \left(\frac{M_{Dy_{cap}}}{M_{y_{cap}}}\right)^{\beta} = 1 \qquad \text{(II.25)}$$

relaţia (H.1) din stasul amintit, în care $M_{Dx_{cap}}$ şi $M_{Dy_{cap}}$ se determină considerînd că forţa N acţionează după una sau cealaltă din diagonalele secţiunii. In această situaţie, axa neutră este paralelă cu diagonala pe care nu acţionează forţa N.

2.3.2. Norme româneşti, STAS-ul 10107/0-76

Conform STAS-ului 10107/0-76, elementele cu secţiune simetrică în raport cu două axe perpendiculare, solicitate simultan de o forţă axială şi de momente încovoietoare, acţionînd după ambele axe - compresiune excentrică oblică - fig.II.18 - se pot calcula cu ajutorul relaţiei :

$$N \leq \frac{1}{\frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y} - \frac{1}{N_c}} \qquad (II.26)$$

în care :

N - solicitarea de calcul ;

N_x - forța longitudinală de calcul, care poate fi preluată de secțiune, în cazul în care, forța acționează în planul x, avînd excentricitatea e_{ox} ;

N_y - forța longitudinală de calcul, care poate fi preluată de secțiune, în cazul în care, forța acționează în planul y, avînd excentricitatea e_{oy} ;

N_c - forța longitudinală de calcul, care poate fi preluată de secțiune, în cazul solicitării ei, la compresiune cu excentricitate minimă, pe direcția laturii lungi. Nu se ia în considerare influența flexibilității.

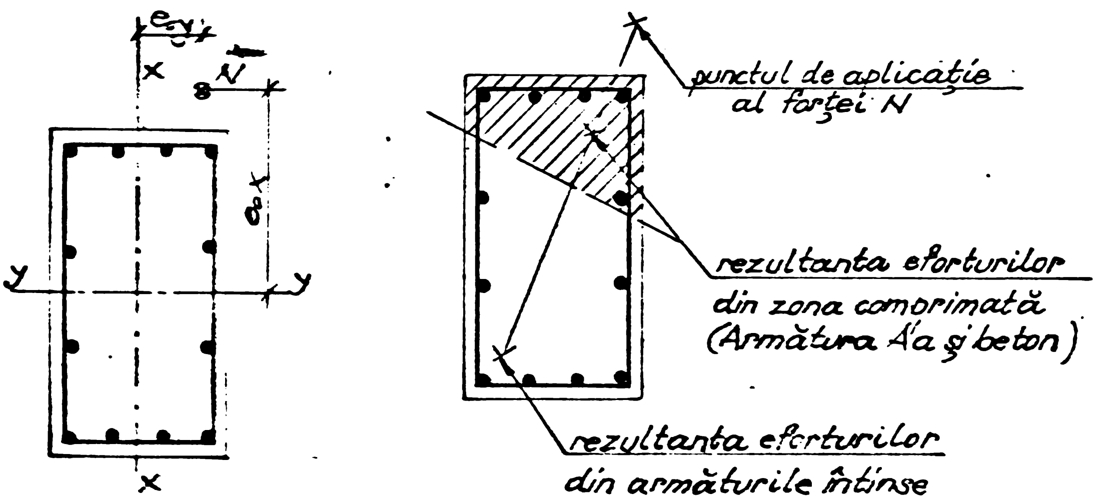


Fig.II.18.

Pentru elementele la care excentricitatea, cel puțin pe o direcție, este mare (fig.II.18), se recomandă să se efectueze calculul pe baza relației :

$$N \leq A_b R_c + (A'_a - A_a) R_a \qquad (II.27)$$

Poziția axei neutre se determină prin încercări, ținînd seama de relația (II.27) și de condiția de coliniaritate a punctelor de aplicație, a forței N, a rezultantei eforturilor din zona comprimată a secțiunii și a rezultantei eforturilor de întindere din armătura A_a (relația II.28) :

$$S_{bN} R_c \pm A'_a R_a e' - A_a R_a e = 0 \qquad (II.28)$$

în care :

S_{bN} - momentul static al zonei comprimate de beton, în raport cu punctul de aplicaţie al forţei N ;

A_b - aria zonei comprimate de beton.

2.3.3. Recomandările CEB-FIP

Acestea au fost publicate în "Buletin d'information" nr.135, mai 1980.

Ipotezele care stau la baza calculului sînt :

- secţiunile plane, rămîn plane şi după deformarea elementului ;
- există compatibilitate între deformaţiile specifice ale betonului şi oţelului ;
- se neglijează aportul zonei întinse de beton ;
- diagrama caracteristică, $\sigma - \varepsilon$, pentru beton este redată în fig.II.19 ;

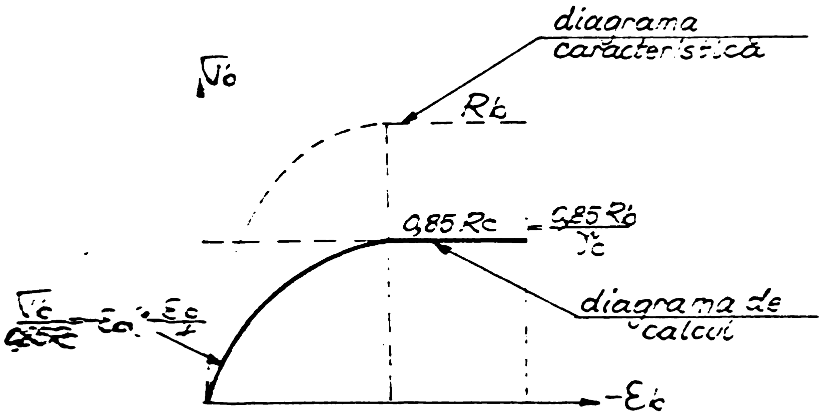


Fig.II.19. Diagrama caracteristică pentru beton.

- diagrama caracteristică pentru oţel, este redată în fig. II.20.

După cum rezultă din diagramele caracteristice, trebuiesc subliniate următoarele :

- deformaţia limită la compresiune a betonului este egală cu 2 ‰, pentru compresiune centrică şi 3,5 ‰ pentru încovoiere ;
- alungirea specifică a oţelului este plafonată la 10 ‰ iar $\varepsilon_c = R_a/E_a$.

Avînd în vedere ipotezele de mai sus, axa neutră se construieşte, pornind de la valorile deformaţiilor specifice ε_b şi ε_a, astfel încît să se realizeze echilibrul forţelor interioare şi al acţiunilor

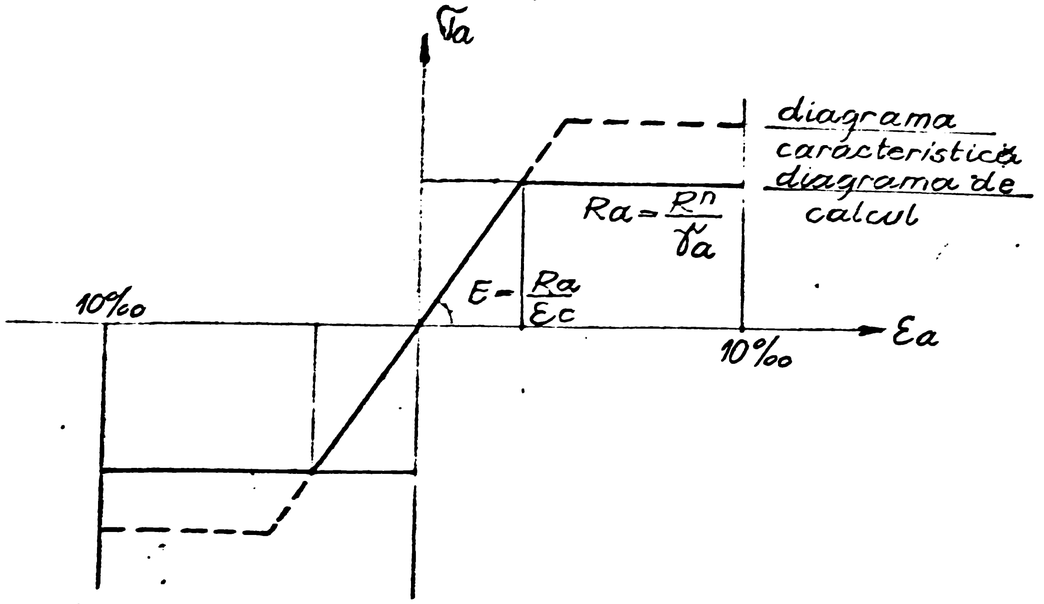


Fig.II.20. Diagrama caracteristică pentru oţel.

exterioare.

Pe baza celor arătate, diagrama deformaţiilor secţiunilor, pentru toate categoriile de solicitare, este schematizată în fig. II.21.

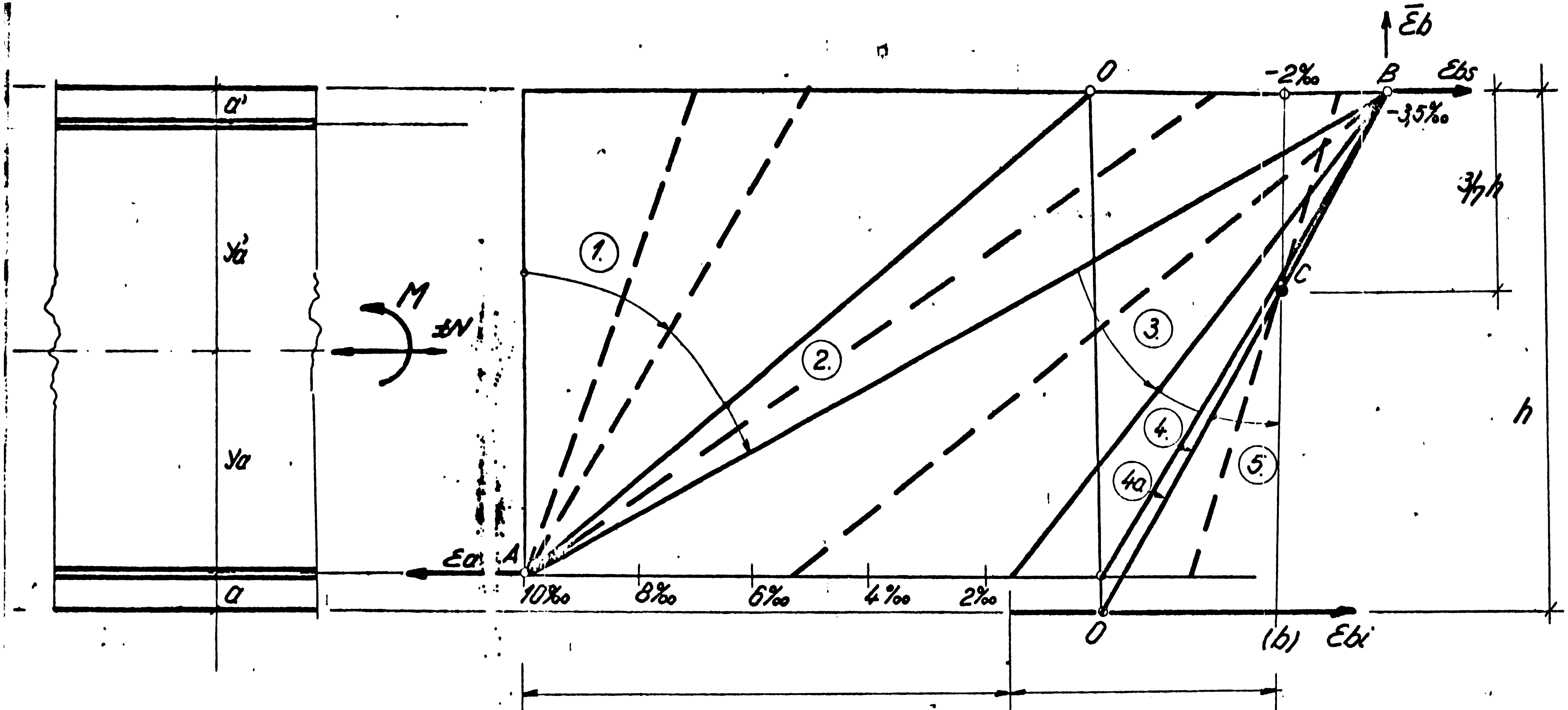
In calculul la starea limită de rezistenţă, se disting, în funcţie de caracterul distribuirii deformaţiilor pe înălţimea secţiunii transversale, 5 (cinci) domenii, în funcţie de natura solicitării elementului :

- domeniile 1 şi 2 ;

Acestea se caracterizează prin faptul că alungirea oţelului ajunge pînă la valoarea plafonată de 10 ‰, rotirea secţiunii producîndu-se în jurul punctului A. In domeniul 1 întreaga secţiune este întinsă, iar axa neutră iese din secţiune. Este cazul întinderii centrice şi al întinderii centrice cu mică excentricitate. Domeniul 2 se caracterizează prin faptul că axa neutră se află în secţiune, avînd o zonă comprimată şi una întinsă. Deformaţia specifică a zonei comprimate este cuprinsă între 0 şi -3,5 ‰. Ruperea începe deci, prin curgerea armăturii întinse (ε_a=10 ‰). Este cazul elementelor încovoiate supraarmate :

- domeniile 3 ; 4 şi 4a ;

Se caracterizează prin faptul, că la ruperea elementului, în beton se atinge deformaţia limită (ε_b=3,5 ‰) şi toate secţiunile se rotesc în jurul punctului B. Domeniul 3 , este caracterizat, prin deformaţii specifice ale oţelului, cuprinse între 10 ‰ şi ε_c, deformaţii ce corespund rezistenţei de calcul, (σ_a=R_a). Situaţia este caracteristică elementelor din beton armat, solicitate la în-



încovoiere
compresiune cu mare excentricitate
întindere cu mare excentricitate
întindere cu mică excentricitate

compresiune cu mică excentricitate și compresiune centrică

Fig. II. 21

[illegible]voiere, cu procente uzuale de armare, sau solicitate la întindere [și] compresiune, cu mare excentricitate. Domeniul 4 se caracterizea[ză], prin deformații specifice ale oțelului, de întindere, dar cuprin[se] între $\varepsilon_c = R_a/E_a$ și zero. Efortul uniter în armătură este și el [la] întindere avînd valoarea $\sigma_a \leq R_a$. Este cazul solicitării de compre[siune] excentrică cu mică excentricitate, cînd axa neutră este în sec[țiune], pînă la limita secțiunii. Domeniul 4 se caracterizează, prin [apar]iția în oțel, a unor mici eforturi de compresiune, deci $\sigma_a < -R_a$, [si]tuație ce caracterizează, compresiune excentrică cu mică excentri[ci]tate, cînd axa neutră iese din secțiune, întreaga secțiune de be[ton] fiind comprimată.

- domeniul 5 .

In acest domeniu, deformațiile zonei mai comprimate de beton, [sînt] cuprinse între 2 ‰ și -3,5 ‰. Toate secțiunile se rotesc în [juru]l punctului C. Efortul unitar în armătură are valoarea $\sigma_a = -R_a$. [Ac]est domeniu, caracterizează compresiunea excentrică cu foarte mică [ex]centricitate, ori compresiunea centrică.

Pentru domeniul compresiunii excentrice cu mică excentrici[ta]te, trebuie subliniat, că efortul unitar în armătură poate varia între valorile $+R_a$ și $-R_a$, putîndu-se scrie sub forma $\sigma_a = \pm K R_a$, unde $-1 \leq K \leq 1{,}0$, în funcție de poziția relativă a axei neutre.

Pe baza acestor ipoteze, calculul elementelor din beton ar[mat], la compresiune excentrică oblică, se conduce cu ajutorul dia[gra]melor de interacțiune, forță axială-momente încovoietoare pe cele [do]uă direcții, diagrame date în Bulletin d'information nr.135 - mai 1980 , Bemessungstafeln für Stahlbetonquerschnitte, auf der Grund der neuen DIN 1045-1972 (Fig.II.22).

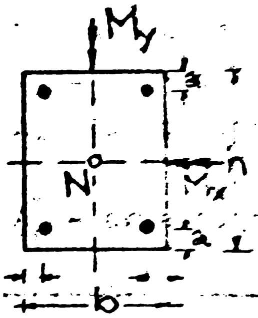
2.3.4. Normele engleze CP 110-72

Incovoierea biaxială cu forță normală, care solicită stîlpii [sc]urți se calculează cu relația :

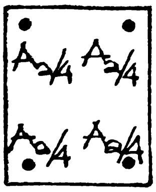
$$\left(\frac{M_x}{M_{u_x}}\right)^{\alpha_n} + \left(\frac{M_y}{M_{u_y}}\right)^{\alpha_n} \leq 1{,}0 \qquad \text{(II.29)}$$

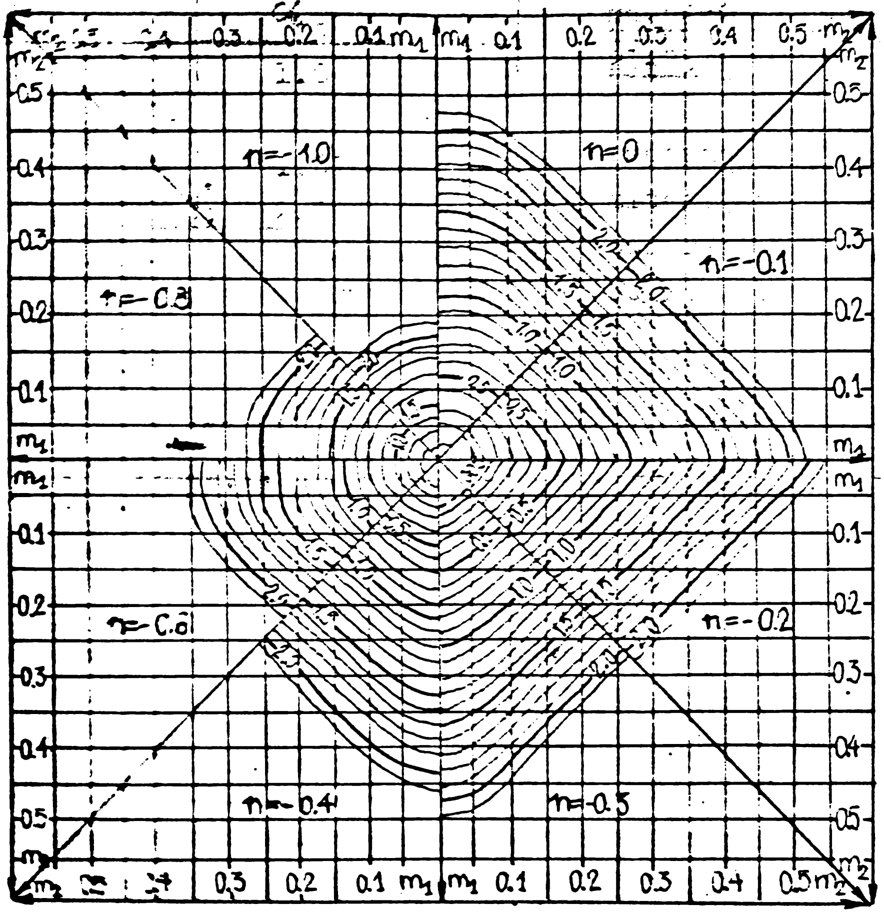
în care : - M_x și M_y - sînt momentele de calcul din cele două planuri x, respectiv y ;

- M_{u_x} - este momentul capabil al secțiunii, în planul x, corespunzător forței axiale N ;
- M_{u_y} - este momentul capabil al secțiunii, în planul y, corespunzător forței axiale N ;



Pentru toate mărcile de beton
și oțel 42/50
$a/h = 0.10$





cînd $m_x > m_y \longrightarrow m_1 = m_x$; $m_2 = m_y$

cînd $m_x > m_y \longrightarrow m_1 = m_y$; $m_2 = m_x$

$$m_x = \frac{M_x}{bh^2R_c} \qquad m_y = \frac{M_y}{b^2hR_c} \qquad n = \frac{N}{bhR_c}$$

Marca betonului		B150	B250	B350	B450	B550
Rezistența betonului	R_c	105	175	230	270	300
Raportul rezistențelor	R_a/R_c	40.0	24.0	18.3	15.6	14.0

FIG. II 22

ROZA CURBELOR DE INTERACȚIUNE DUPĂ DIN 1045 [illegible]

- α_n - este in funcție de raportul N/N_{uz}, dat în tabelul II.2 ;
- $N_{uz} = 0,45\ f_{cu} A_c + 0,75\ f_y \cdot A'_s$;
- f_{cu} - rezistența normată a betonului ;
- A_c - aria comprimată de beton ;
- f_y - rezistența normată a oțelului ;
- A_s - aria comprimată de oțel.

Tabelul II.2.

N/N_{uz}	α_n
0,2	1,0
0,4	1,33
0,6	1,67
0,8	2,0

2.3.5. Noile recomandări CAER-SNIP-21-75

Pe lîngă vechile recomandări, care admiteau calculul la compresiune excentrică oblică, cu formula lui Nikitin, noile norme, se bazează pe echilibrul eforturilor interioare cu cele exterioare, considerînd o variație liniară a eforturilor în armături, în funcție de poziția lor față de axa neutră.

Calculul secțiunilor, în cazul general, (fig.II.23), se face conform condiției :

$$\overline{M} \leq \pm\ (R_c S_b - \sum \sigma_{ai} S_{ai}) \qquad \text{(II.30)}$$

în care, semnul + se ia în cazul compresiunii excentrice și încovoierii, iar semnul -, în cazul întinderii.

In relația (II.30) :

$\overline{M}$ - pentru elementele încovoiate, este proiecția momentului pe planul perpendicular pe axa care delimitează zona comprimată a secțiunii ;

- pentru elementele comprimate excentric, momentul dat de forța longitudinală N, față de axa dreptei, paralelă cu axa care delimitează zona comprimată și care trece, la elementele comprimate excentric, prin centrul de greutate al secțiunii barei celei mai întinse sau celei mai puțin comprimate a armăturii longitudinale, iar la elementele întinse excentric prin punctul zonei comprimate mai depărtat de dreapta arătată ;

S_b și S_{ai} - momentele statice ale zonei comprimate de beton și ale barelor armăturilor longitudinale, raportate la axa care trece prin centrul de greutate al secțiunii barei celei mai întinse sau celei mai puțin comprimate (pentru încovoiere și compresiune excentrică), sau la elementele întinse excentric, prin punctul zonei comprimate mai depărtat de axa neutră ;

σ_{ai} - eforturile i, în barele armăturilor longitudinale, determinate conform indicațiilor de mai jos.

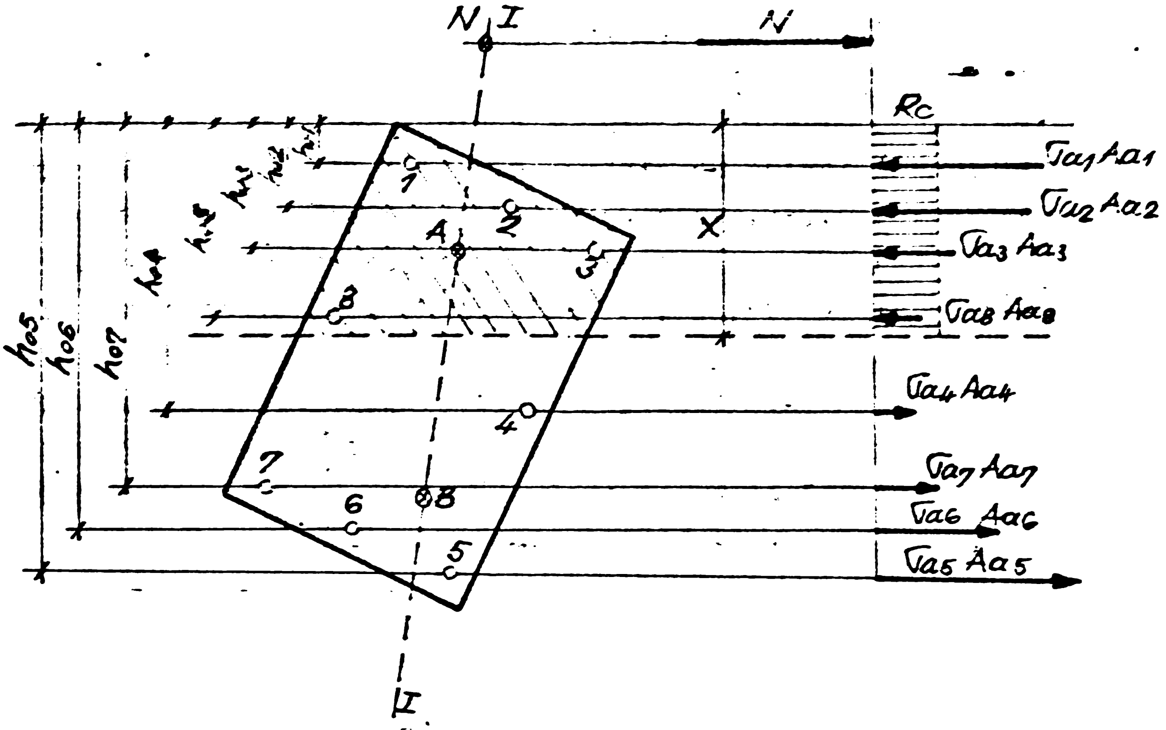


Fig.II.23. Schema forțelor și epura eforturilor pe secțiunea normală pe axa longitudinală, a elementelor din beton armat, în cazul general al calculului de rezistență.
- planul I-I reprezintă planul de acțiune al momentului încovoietor, sau planul care trece prin punctele : de aplicare a forței longitudinale, de aplicare a rezultantei interioare a forțelor de compresiune și punctul de aplicare a rezultantei forțelor interioare de întindere ;
- punctul A reprezintă punctul de aplicare a rezultantei compresiunilor (din armăturile comprimate și betonul comprimat) ;
- punctul B reprezintă punctul de aplicare a rezultantei întinderii; 1 la 8 reprezintă indicii barelor armăturii.

Inălțimea zonei comprimate x și a efortului unitar σ_{ai}, în kgf/cm^2, se vor determina din rezolvarea în comun a ecuațiilor :

$$\begin{cases} R_c A_b - \sum \sigma_{ai} A_{ai} \pm N = 0 & \text{(II.31)} \\ \sigma_{ai} = \dfrac{4000}{1 - \dfrac{\xi_o}{1,1}} \left(\dfrac{\xi_o}{\xi_i} - 1\right) + \sigma_{o_i} & \text{(II.32)} \end{cases}$$

In ecuația (II.31) se ia semnul - înaintea lui N, pentru compresiunea excentrică și semnul + pentru întinderea excentrică a elementelor.

In afară de aceasta, pentru determinarea poziției marginii zonei comprimate, la încovoiere oblică, trebuie respectată condiția de coliniaritate a planului de acțiune al momentelor forțelor interioare şi exterioare, iar la compresiune excentrică oblică trebuiesc respectate condiţiile ca punctele de aplicaţie a forţelor exterioare, a rezultantei eforturilor de compresiune în beton şi armăturile comprimate şi a rezultantei eforturilor de întindere trebuie să stea pe o dreaptă (vezi fig.II.23).

Efortul σ_{a_i} se introduce în formula de calcul (II.31) cu semnul său, rezultat din calculul cu formula (II.32), pentru aceasta trebuind să respectăm următoarea condiţie :

în toate cazurile $R_{a_i} \geq \sigma_{a_i} \geq -R_{a.ci}$: pentru elementele precomprimate, efortul preliminar $\sigma_{ai} \geq \sigma_{ci}$, în care σ_{ci} este efortul în armătură egal cu efortul estimat σ'_{o_i}, redus la mărimea 4000 kgf/cm^2, sau dacă se utilizează un coeficient al condiţiilor de lucru m_{δ_I}=0,85, la mărimea 5000 kgf/cm^2 ; pentru calculul estimativ al efortului σ'_{o_i} apelăm la mărimea 3300 kgf/cm^2.

In afară de aceasta, dacă valoarea lui σ_{a_i}, dedusă cu formula (II.32), pentru armăturile din clasa A-IV; A_T-IV; A-V; B_p şi K7, depăşeşte 0,8 R_{ai}, atunci efortul σ_{a_i}, trebuie determinat cu formula (II.33) :

$$\sigma_{a_i} = \left(0{,}8 + 0{,}2\,\frac{\xi_{yi} - \xi_i}{\xi_{yi} - \xi_{Ri}}\right) R_{a_i} \qquad \text{(II.33)}$$

In cazurile în care efortul în armătură, determinat cu relaţia (II.33) trece de R_{a_i}, este necesar ca în condiţiile (II.30) şi (II.32), pentru barele corespunzătoare armăturii, să luăm valoarea R_{a_i}, ţinînd cont de coeficienţii condiţiilor de lucru, arătaţi în paragraful 3.13 din norme.

In formulele (II.31) la (II.33) :

- A_{a_i} este aria secţiunii transversale i, a barei armăturii longitudinale ;
- σ_{o_i} este efortul preliminat, în bara armăturii longitudinale i, determinat cu coeficientul m_T, admis în dependenţă de poziţia barei ;
- ξ_i este înălţimea relativă a zonei comprimate de beton, egală cu $\xi_i = x/h_{o_i}$, în care h_{o_i} este distanţa de la axa care trece prin centrul de greutate la secţiunii barei armăturii longitudinale considerate, i, pînă la dreapta paralelă care delimitează punctul cel mai depărtat al zonei comprimate a secţiunii ;
- ξ_o - caracteristica zonei comprimate de beton,

ξ_o = a - 0,0008 $R_{\pi p}$

ξ_o = 0,85 - 0,0008 $R_{\pi p}$ + b (se limitează la 0,9) ;

- b - coeficient egal cu valoarea 10 ;

- ξ_{xi} şi ξ_{yi} - înălţimea relativă a zonei comprimate, care corespunde realizării în bara considerată a efortului R_{a_1} şi $0,8\, R_{a_1}$, valorile ξ_{xi} şi ξ_{yi} determinîndu-se după formulele :

$$\xi_{Ri(yi)} = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_{Ai}}{4000}\left(1 + \frac{\xi_0}{1,1}\right)} \qquad \text{(II.34)}$$

în care $\sigma_{Ai} = R_{a_1} + 4000 - \sigma_{o_1}$ (kgf/cm^2),

$\sigma_{Ai} = 0,8\, R_{a_1} - \sigma_{o_1}$ (kgf/cm^2), în determinarea lui ξ_{yi}.

Dacă în calculul elementelor din beton greu, se foloseşte un coeficient al condiţiilor de lucru $m_{\delta_1} = 0,81$, în relaţiile (II.32) la (II.34) mărimea 4000 se înlocuieşte cu 5000.

2.3.6. Alte metode simpliste

a) Metoda suprapunerii a două compresiuni excentrice drepte. (fig.II.24).

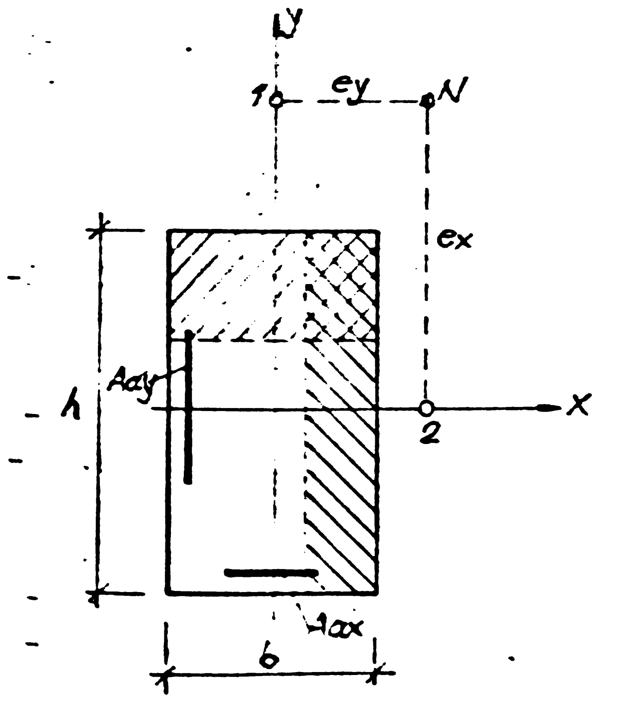


Fig.II.24.

Se consideră că forţa N acţionează o dată în punctul 1, rezultînd compresiunea excentrică dreaptă după axa x şi a doua oară în punctul 2, rezultînd compresiunea excentrică dreaptă după axa y. Din cele două calcule rezultă, din primul caz, A_{ax}, din al doilea A_{ay}. In final armăturile obţinute se însumează.

b) Metoda venezueleană (fig. II.25), face descompunerea compresiunii excentrice oblice, în două compresiuni excentrice drepte, prin trasarea unei drepte ce trece prin poziţia forţei excentrice şi este paralelă cu diagonala secţiunii de calcul.

c) Metoda Szalai, constă în aplicarea unor coeficienţi de reducere, ce cuprind influenţa excentricităţii :

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{1 + a_x \frac{e_x}{d_x} + a_y \frac{e_y}{d_y}} \qquad \text{(II.35)}$$

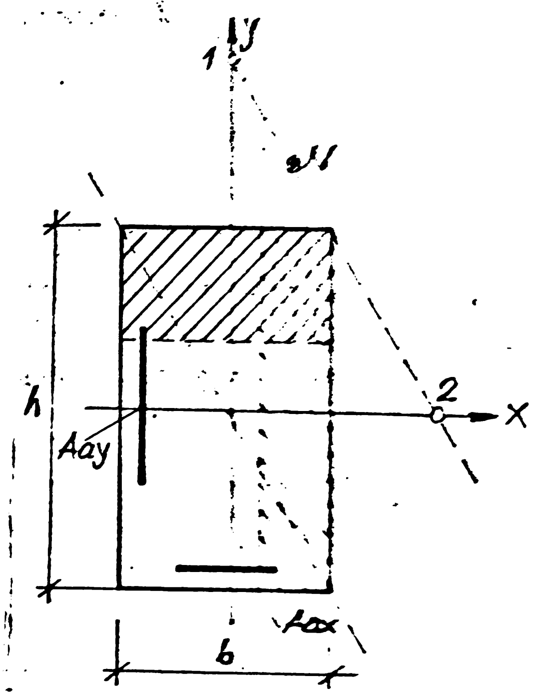


Fig.II.25.

iar forţa capabilă excentrică se obţine din cea centrică

$$P = \alpha_{xy} \cdot P_0 \qquad (II.36)$$

2.2.7. Privire critică asupra metodelor de calcul analizate

2.2.7.1. Normele româneşti

Stasul 10107/0-76, în vigoare, permite calculul la starea limită de rezistenţă, pe două căi. O cale teoretică, nepractică şi deci neutilizată de proiectanţi, care presupune aplicarea schemei şi ipotezelor generale de la încovoiere, respectiv compresiune excentrică pe o direcţie, poziţia axei neutre determinîndu-se prin încercări, respectînd şi condiţia suplimentară de coliniaritate a punctelor, de aplicaţie a forţei N, a rezultantei eforturilor din zona comprimată a secţiunii şi a rezultantei eforturilor de întindere din armătura A_a.

A doua cale, practică, utilizată în proiectare - relaţia lui Nikitin. Deşi relaţia lui Nikitin nu are fundamentare ştiinţifică, chiar şi în cazul cînd excentricitatea este mare numai pe o direcţie, totuşi aplicarea ei în practică, ani la rînd, nu a scos în evidenţă defecţiuni flagrante, asigurînd durabilitatea elementelor în mod corespunzător, chiar şi după cutremurul din 1977. Relaţia este indicată a se aplica în cazul creşterii proporţionale a eforturilor N, M_x, M_y (o supraîncărcare de tip gravitaţional).

In urma cutremurului din 4 martie 1977, s-a ajuns la concluzia că şi pentru zonele seismice ale ţării, mai importantă este creşterea momentelor încovoietoare M_x şi M_y, în timp ce forţa axială rămîne constantă. Este ceea ce se întîmplă în timpul seismului. Acest fenomen este luat în considerare în Proiectul de standard 10107/0-84, prin folosirea curbelor de interacţiune N-M.

Relaţia de calcul propusă (relaţia II.14), evidenţiază sporul de capacitate portantă la supraîncărcări provenite din acţiunea seismului.

Ambele metode însă, sînt metode aproximative, atît prin ipotezele pe care le consideră, cît şi prin modul cum încearcă să apropie capacitatea portantă calculată, de cea efectivă a secţiunii, (prin exponentul β).

Ambele metode au dezavantajul că sînt metode de verificare, nu de dimensionare.

Proiectarea se face prin verificarea secţiunii, alegînd anticipat secţiunile de beton şi armătură sau făcînd un calcul anticipat al secţiunii pentru N şi $e_{oc\ x}$, şi apoi pentru N şi $e_{oc\ y}$.

Relaţia prevăzută în ediţia revizuită a STAS-ului 10107/0-76 (STAS 10107/0-84), cuprinde mai bine starea de eforturi datorată solicitării seismice, caz frecvent întîlnit în zonele seismice ale ţării noastre şi din acest considerent este preferată relaţiei lui Nikitin.

2.2.7. Normele străine

Incearcă să apropie calculul de situaţia de comportare reală a materialului, prin considerarea unor diagrame caracteristice de calcul pentru beton şi armătură, cît mai apropiate de proprietăţile reale. Axa neutră se construieşte pornind de la valorile deformaţiilor specifice date de diagramele caracteristice de calcul, astfel încît să se realizeze echilibrul forţelor interioare şi al acţiunilor exterioare (vezi normele CEP-FIP ; ACI 318-71; DIN 1045-72). Pe baza ipotezelor admise, s-au întocmit diagrame de interacţiune $N-M_x-M_y$, cu ajutorul cărora proiectanţii să poată face verificarea secţiunilor (acelaşi neajuns ca la normele româneşti al neputinţei dimensionării directe).

Noile recomandări CAER, SNIP-21-75, se bazează pe echilibrul eforturilor interioare cu cele exterioare, considerînd o variaţie liniară a eforturilor în armături, în funcţie de poziţia lor faţă de axa neutră, evitînd problema efortului din armăturile A_a (mai puţin comprimate sau întinse), în cazul compresiunii excentrice cu mică excentricitate, prin acceptarea ipotezei secţiunilor plane pînă la ruperea elementului. In apropierea ruperii, ipoteza nu mai poate fi însă acceptată.

CAP.III. CONTRIBUTII CU PRIVIRE LA CALCULUL LA STAREA LIMITA DE REZISTENTA A STILPILOR DIN BETON ARMAT, DE SECTIUNE DUBLU T, SOLICITATI LA COMPRESIUNE EXCENTRICA OBLICA, PRIN APLICAREA FORMULEI LUI NIKITIN

3.1. Aspecte generale şi principii de calcul

Normele actuale de calcul, (STAS 10102 ; STAS 10107/0-76 ; STAS 10111), dau numai indicaţiile generale, privind calculul capacităţii portante, pentru stîlpii solicitaţi la compresiune excentrică oblică, (fie relaţia lui Nikitin, fie condiţia de coliniaritate a punctelor de aplicaţie, a forţei N, a rezultantei eforturilor rezultate din zona comprimată şi a rezultantei eforturilor din armătura întinsă).

Referitor la relaţia lui Nikitin, se poate scoate în evidenţă, că dacă pentru secţiunea dreptunghiulară aplicarea ei este clară, pentru secţiuni dublu T nu se dau decît indicaţii generale.

In vederea uşurării aplicării de către proiectanţi a relaţiei lui Nikitin la stîlpii de secţiune dublu T, în anul 1979 s-a făcut de către catedra de Beton armat şi clădiri, un studiu teoretic şi experimental în acest sens, în baza contractului nr.10125/78, beneficiar fiind INCERC-Bucureşti.

La relaţia de calcul, propusă de Nikitin, se ajunge, considerînd că elementul lucrează în stadiul II (în stadiul de exploatare) şi este solicitat la compresiune excentrică oblică cu mică excentricitate.

In stadiul II ipotezele care se iau în considerare sînt următoarele : betonul nu lucrează la întindere, iar la compresiune lucrează în stadiul elastic ; secţiunile rămîn plane şi după deformare.

Se consideră secţiunea din fig.III.1, solicitată la compresiune excentrică oblică. Elementul lucrînd în stadiul elastic, efortul unitar în beton va fi :

$$\sigma_b = \frac{N}{A_{b_1}} \pm \frac{M_x}{W_{b_{x_1}}} \pm \frac{M_y}{W_{b_{y_1}}} \qquad \text{(III.1)}$$

Dacă forţa N ar fi aşezată în planul x-x :

$$\sigma_{bx} = \frac{N}{A_{b_1}} \pm \frac{M_x}{W_{b_{x_1}}} \qquad \text{(III.2)}$$

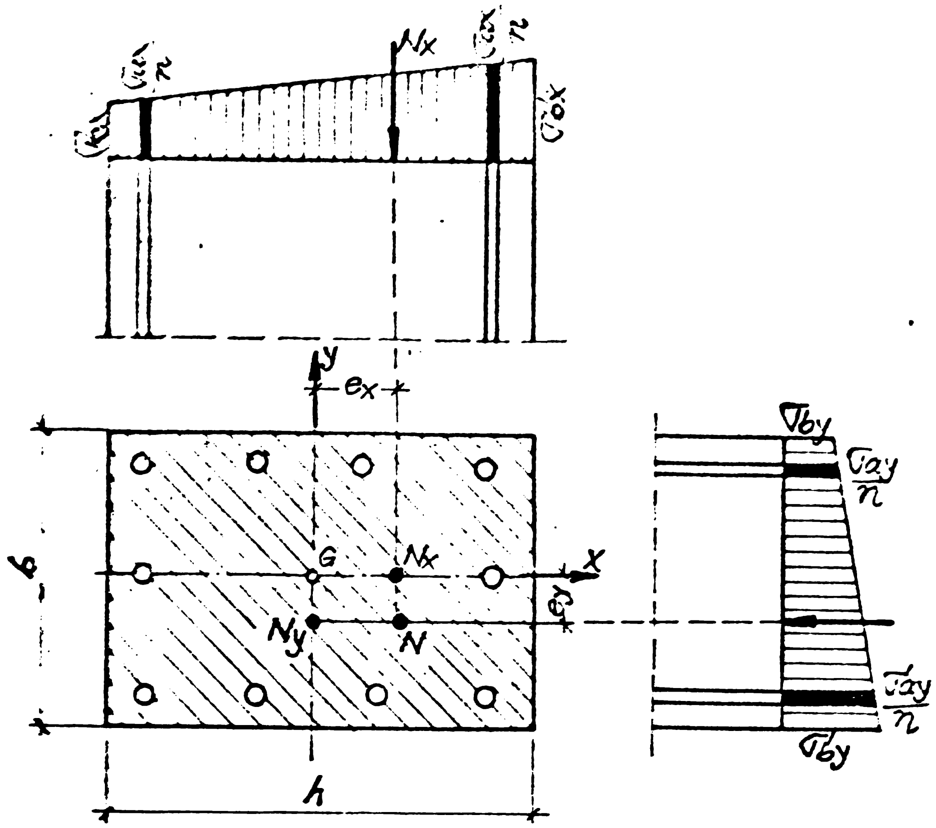


Fig.III.1. Compresiunea excentrică oblică cu mică excentricitate.

iar dacă forţa N ar fi aşezată în planul y-y :

$$\sigma_{by} = \frac{N}{A_{bi}} \pm \frac{M_y}{W_{b_{yi}}} \qquad \text{(III.3)}$$

Insumînd relaţiile (III.2) şi (III.3) se poate scrie :

$$\sigma_b = \sigma_{bx} + \sigma_{by} - \sigma_{bo} \qquad \text{(III.4)}$$

în care :

$$\sigma_{bo} = \frac{N}{A_{bi}} \qquad \text{(III.5)}$$

Dacă se notează :

$$c = \frac{N}{N^n} ; \quad c_x = \frac{N_x}{N^n} ; \quad c_y = \frac{N_y}{N^n} \text{ şi } c_o = \frac{N_o}{N^n} \qquad \text{(III.6.a-d)}$$

în care N este forţa axială de calcul (rezultată din calculul static) N^n este forţa ce acţionează în stadiul II (în exploatare), iar N_x, N_y şi N_o sînt forţele capabile ale secţiunii ce se verifică, atunci cînd forţa ar acţiona în planul x, respectiv planul y, şi respectiv la încărcarea centrică, c, c_x, c_y şi c_o reprezintă coeficienţii de siguranţă la solicitarea N, respectiv N_x, N_y şi N_o.

Pe de altă parte se poate scrie că :

$$c = \frac{R_c}{\sigma_b}\ ;\ c_x = \frac{R_c}{\sigma_{bx}}\ ;\ c_y = \frac{R_c}{\sigma_{by}} \text{ și } c_o = \frac{R_c}{\sigma_{b_o}} \qquad \text{(III.7a-d)}$$

sau :

$$\sigma_b = \frac{R_c}{c}\ ;\ \sigma_{b_x} = \frac{R_c}{c_x}\ ;\ \sigma_{b_y} = \frac{R_c}{c_y} \text{ și } \sigma_{b_o} = \frac{R_c}{c_o} \qquad \text{(III.8a-d)}$$

Inlocuind valorile din relațiile (III.8a-d) în relația (III.4) se obține :

$$\frac{R_c}{c} = \frac{R_c}{c_x} + \frac{R_c}{c_y} - \frac{R_c}{c_o} \qquad \text{(III.9)}$$

sau împărțind cu R_c se obține:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_x} + \frac{1}{c_y} - \frac{1}{c_o} \qquad \text{(III.10)}$$

Inlocuind valorile coeficienților din (III.10) cu cele din (III.6.a-d) se obține :

$$\frac{\frac{1}{N}}{N^n} \geqslant \frac{\frac{1}{N_x}}{N^n} + \frac{\frac{1}{N_y}}{N^n} - \frac{\frac{1}{N_o}}{N^n}$$

ceea ce este tot una cu

$$\frac{1}{N} \geqslant \frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y} - \frac{1}{N_o} \qquad \text{(III.11)}$$

sau

$$N \leqslant \frac{1}{\frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y} - \frac{1}{N_o}} \qquad \text{(III.11.a)}$$

Calculul secțiunilor din beton armat, în formă de dublu T, pe baza formulei lui Nikitin, constă în determinarea forțelor excentrice capabile ale secțiunii, N_x, N_y și N_c, în funcție de particularitățile secțiunii și apoi verificarea secțiunii cu formula lui Nikitin :

$$N \leqslant \frac{1}{\frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_x} - \frac{1}{N_c}} \qquad \text{(III.12)},$$

în care semnificațiile lui N_x, N_y și N_c sînt redate în paragraful 2.3.2.

La baza calculului forțelor excentrice capabile N_x, N_y și N_c au stat principiile prevăzute în STAS-ul 10107/0-76, pe baza următoarelor ipoteze :

- efortul unitar din betonul zonei comprimate are mărimea constantă R_c ;
- efortul unitar din betonul zonei întinse nu se ia în considerare în calcul ;
- efortul unitar σ_a', în armăturile A_a', concentrate la capătul comprimat (mai comprimate), al secțiunii, se ia în calcul cu valoarea $-R_a$, dacă $x \geqslant 2a'$. Dacă $x < 2a'$, se admite un calcul simplificat, cu considerarea rezultantei tuturor compresiunilor la nive-

lul centrului de greutate al armăturilor A_a'.

Valoarea forței excentrice, în situația $x < 2a'$ (în planul x, respectiv y), rezultă din ecuația de momente în raport cu centrul de greutate al armăturilor A_a' :

$$N_{x(y)} = \frac{A_{a_{x(y)}} R_a (h_{o_{x(y)}} - a'_{x(y)})}{e'_{x(y)}} \qquad \text{(III.13)},$$

dar cel puțin capacitatea portantă a secțiunii considerată simplu armată;

- efortul unitar în armătura A_a (armătura mai depărtată de forța excentrică), se ia în calcule cu valoarea :

$+R_a$, dacă $\xi \leq \xi_{lim}$ (III.14) (compresiune cu mare excentricitate) ;

$$\pm kR_a = \pm R_a \left[\frac{2(1 - \xi)}{1 - \xi_{lim}} - 1\right] \quad \text{(III.15)} \quad \text{dacă } \xi > \xi_{lim},$$

(compresiune excentrică cu mică excentricitate) ;

- influența flexibilității, pentru $\lambda_{min} < \lambda \leq 80$, se ia în considerare printr-o metodă simplificată, care constă în multiplicarea excentricității de calcul (e_{oc}), cu un coeficient supraunitar η, care pentru secțiunea dublu T se calculează cu relația :

$$\eta = \frac{1}{1 - \rho \frac{N}{N^i_{cr}}} \qquad \text{(III.16)}$$

în care :

- N^i_{cr} este forța critică convențională, calculată numai pentru inima secțiunii dublu T ;

- ρ este un coeficient, care ține seama de raportul momentelor de inerție, ale inimii și al întregii secțiuni dublu T și care este dat în tabele, în lucrarea [99], în funcție de h_p/h și b_p/b)

3.2. Verificarea la starea limită de rezistență a elementelor din beton armat, solicitate la compresiune excentrică oblică, prin aplicarea formulei lui Nikitin, la secțiuni dublu T.

3.2.1. Cazul compresiunii excentrice cu mare excentricitate

3.2.1.1. Calculul după axa x

In funcție de poziția axei neutre se pot întîlni două cazuri :

a) Axa neutră cade în placa superioară (fig.III.2).

Secțiunea lucrează la mare excentricitate dacă

$$x_x = h_{o_x} \xi_x \leq \xi_{x_{lim}} = 0,6 \qquad \text{(III.17)}$$

și pentru ca axa neutră să cadă în placa superioară trebuie ca :

$$x_x = h_{o_x} \xi_x \leq h_{p_x} \qquad \text{(III.18)}$$

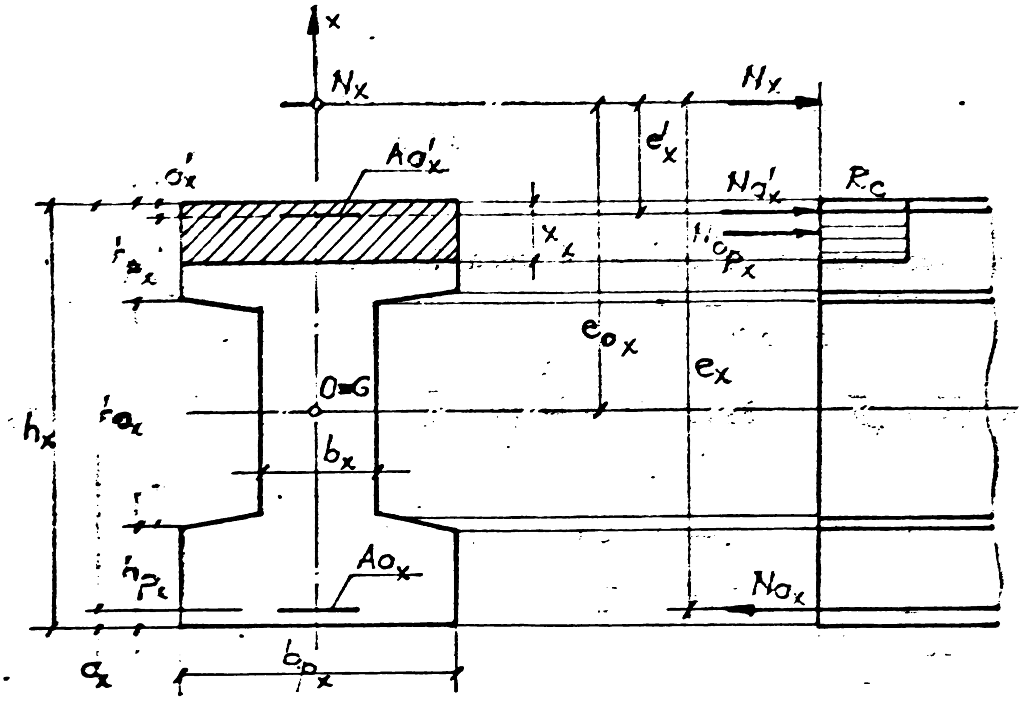


Fig.III.2.

Pentru rezolvarea secţiunii se dispune de o ecuaţie de proiecţii după axa armăturii A_{a_x} şi de o ecuaţie de momente în raport cu aceeaşi armătură.

Se scriu cele două ecuaţii:

$$N_x = N_{b_x} + N'_{a_x} - N_{a_x} \quad \text{(III.19)}$$

$$N_x \cdot e_x = N_{b_x}(h_{o_x} - 0,5\,x_x) + N'_{a_x}(h_{o_x} - a'_x) \quad \text{(III.20)}$$

în care :

$$N_{b_x} = b_{p_x} \cdot x_x R_c \quad \text{(III.21)}$$

$$N'_{a_x} = A'_{a_x} R_a \quad \text{(III.22)}$$

$$N_{a_x} = A_{a_x} R_a \quad \text{(III.23)}$$

Se explicitează relaţiile (III.19) şi (III.20), obţinîndu-se :

$$N_x = b_{p_x} \cdot x_x R_c + A'_{a_x} R_a - A_a R_a \quad \text{(III.19.a)}$$

$$N_x \cdot e_x = b_{p_x} x_x R_c (h_{o_x} - 0,5\,x_x) + A'_{a_x} R_a (h_{o_x} - a'_x) \quad \text{(III.20.a)}$$

Se împarte relaţia (III.19.a) cu $b_x h_{ox} R_c$ şi relaţia (III.20.a) cu $b_x \cdot h_{o_x} R_c \cdot h_{o_x}$, rezultînd :

$$\frac{N_x}{b_x h_{o_x} R_c} = \frac{b_{p_x} \cdot x_x R_c}{b_x h_{o_x} R_c} + \frac{A'_{a_x} R_a}{b_x h_{o_x} R_c} - \frac{A_{a_x} R_a}{b_x h_{o_x} R_c} \quad \text{(III.19.b)}$$

$$\frac{N_x}{b_x h_{o_x} R_c} \cdot \frac{e_x}{h_{o_x}} = \frac{b_{p_x} x_x R_c}{b_x h_{o_x} R_c} \left(\frac{h_{o_x} - 0,5\, x_x}{h_{o_x}}\right) + \frac{A'_{a_x} R_a}{b_x h_{o_x} R_c} \left(\frac{h_{o_x} - a'_x}{h_{o_x}}\right)$$

(III.20.b)

Pentru a se lucra adimensional se introduc notaţiile :

$$n_x = \frac{N_x}{b_x h_{o_x} R_c} \quad \text{(III.24)} \; ; \quad \bar{b}_{p_x} = \frac{b_{p_x}}{b_x} \quad \text{(III.25)}$$

$$\bar{h}_{p_x} = \frac{h_{p_x}}{h_{o_x}} \quad \text{(III.26)} \; ; \quad \bar{a}_x = \bar{a}'_x = \frac{a_x}{h_{o_x}} = \frac{a'_x}{h_{o_x}} \quad \text{(III.27)}$$

$$\beta_x = \frac{A'_{a_x}}{A_{a_x}} \quad \text{(III.28)} \; ; \quad \bar{\mu}'_x = \frac{A'_{a_x} R_a}{b_x h_{o_x} R_c} \quad \text{(III.29)}$$

$$\bar{e}_x = \frac{e_x}{h_{o_x}} = 0,5 + \bar{e}_{oc_x} - 0,5\, \bar{a} \quad \text{(III.30)}$$

Cu aceste notaţii, relaţiile (III.19.b) şi (III.20.b) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_x = \bar{b}_{p_x} \cdot \xi_x + \bar{\mu}'_x \left(1 - \dfrac{1}{\beta_x}\right) & \text{(III.31)} \\ n_x \cdot \bar{e}_x = \bar{b}_{p_x} \xi_x (1 - 0,5\, \xi_x) + \bar{\mu}'_x (1 - \bar{a}'_x) & \text{(III.32)} \end{cases}$$

Inlocuind pe n_x din ecuaţia (III.32) cu valoarea sa din ecuaţia (III.31) obţinem ecuaţia de gradul II în ξ_x :

$$\xi_x^2 + 2(\bar{e}_x - 1)\, \xi_x + 2\, \frac{\bar{\mu}'_x}{\bar{b}_{p_x}} \left(\bar{e}_x - \frac{\bar{e}_x}{\beta_x} - 1 + \bar{a}'_x\right) = 0 \quad \text{(III.33)}$$

Din relaţia (III.33) se remarcă că poziţia relativă a axei neutre (ξ_x) depinde de caracteristicile geometrice ($\bar{b}_{p_x}$), de caracteristicile de armare ($\bar{\mu}'_x, \beta_x, \bar{a}_x, \bar{a}'_x$), precum şi de valoarea excentricităţii ($\bar{e}_x$).

Dacă parametrilor, care determină poziţia axei neutre, li se dau valori uzual folosite în practica construcţiilor (şi acest lucru se poate face utilizînd maşina electronică de calcul), înseamnă că proiectanţii pot dispune de abace de calcul, cu ajutorul cărora să poată face verificarea unor secţiuni alese în prealabil, de beton armat.

In contextul celor de mai sus, relaţia (III.33) a fost rezolvată la calculatorul FELIX-C-256.

Parametrilor li s-au dat următoarele valori :

$\bar{a}_x = \bar{a}'_x = 0,05$; 0,08 ; 0,11.

$\bar{b}_{p_x} = 2,00$; 2,50; 3,00 ; 3,50 ; 4,00 ; 5,00.

$\bar{h}_{p_x} = 0,10$; 0,15; 0,20 ; 0,25 ; 0,30.

$\bar{e}_{00_x}$ = 0,00; 0,05; 0,10; 0,20; 0,30; 0,40; 0,60; 1,00; 3,00; 5,00.

$\bar{e}_x = \bar{e}_{00_x} + 0,5 - 0,5\ \bar{a}_x$.

β_x = 1,00; 1,10; 1,20; 1,30; 1,40; 1,50.

$\bar{\mu}'_x$ = 0,00; 0,05; 0,10; 0,20; 0,30; 0,40; 0,50; 0,60; 0,70.

Cu aceste valori se consideră acoperită plaja practică a parametrilor.

Prin condițiile de programare s-au reținut numai soluțiile reale ale lui ξ_x, din domeniul interesat și anume :

$$\xi_x \leq 0,6 \qquad \text{(III.17)}$$

$$1,5\ \bar{a}_x \leq \xi_x \leq \bar{h}_{p_x} \qquad \text{(III.18)}$$

Cu aceste valori ale lui ξ_x, obținute din rezolvarea ecuației (III.33) s-au calculat valorile forței axiale relative n_x, prin introducerea valorilor lui ξ_x în ecuația (III.31) tot cu ajutorul calculatorului.

b) Axa neutră cade în inima secțiunii (fig.III.3).

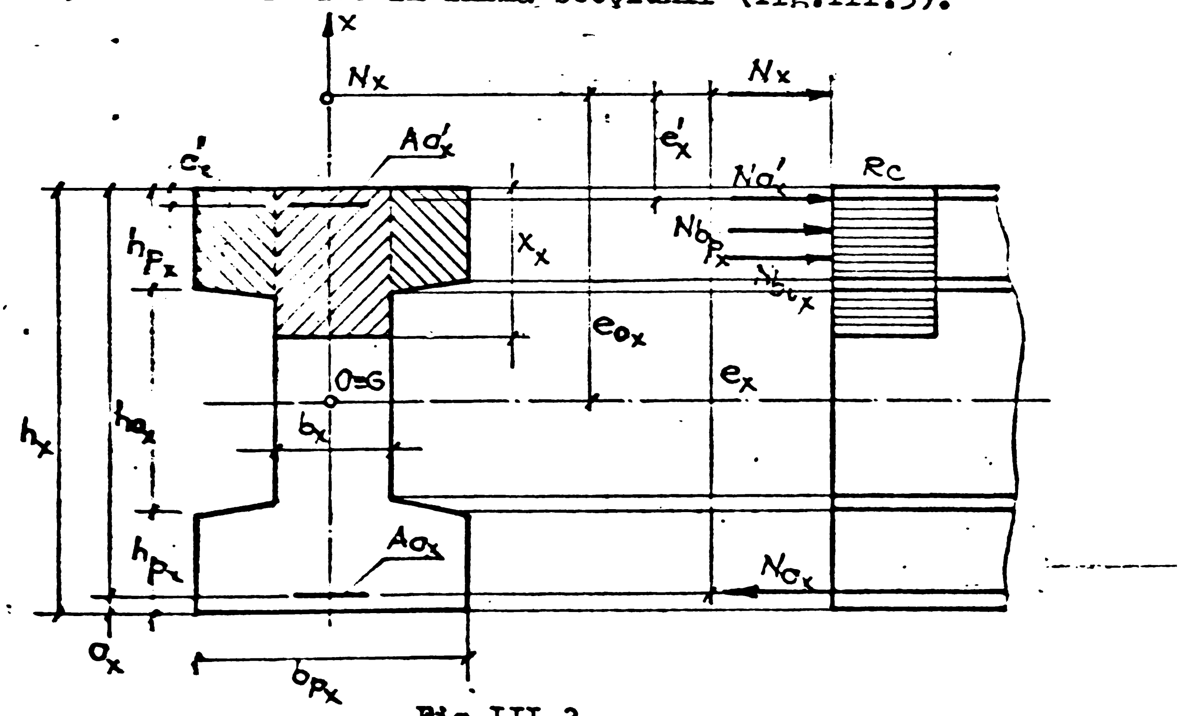


Fig.III.3.

In acest caz va trebui ca :

$$x_x \leq x_{x_{lim}} \quad \text{(III.17)} \quad \text{sau} \quad \xi_x \leq \xi_{x_{lim}} = 0,6 \qquad \text{(III.17.a)}$$

$$h_{p_x} \leq x_x \leq (h_x - h_{p_x}) \quad \text{(III.34)} \quad \text{sau} \quad \bar{h}_{p_x} \leq \xi_x \leq 1+\bar{a}_x-\bar{h}_{p_x} \qquad \text{(III.34.a)}$$

Scriind ecuaţia de proiecţii şi cea de momente în raport cu axa armăturii A_{a_x}, rezultă :

$$N_x = N_{b_{p_x}} + N_{b_{1_x}} + N'_{a_x} - N_{a_x} \qquad (III.35)$$

$$N_x \cdot e_x = N_{b_{1_x}}(h_{o_x} - 0{,}5\, x_x) + N_{b_{p_x}}(h_{o_x} - 0{,}5\, h_{p_x}) + N'_{a_x}(h_{o_x} - a'_x) \qquad (III.36)$$

Explicitînd termenii şi introducînd notaţiile (III.24-III.30) ecuaţiile (III.35) şi (III.36) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_x = \xi_x + (\bar{b}_{p_x} - 1)\,\bar{h}_{p_x} + \bar{\mu}'_x\left(1 - \dfrac{1}{\beta_x}\right) & (III.37) \\ n_x \cdot \bar{e}_x = \xi_x(1 - 0{,}5\xi_x) + (\bar{b}_{p_x} - 1)\,\bar{h}_{p_x}(1 - 0{,}5\bar{h}_{p_x}) + \bar{\mu}'_x(1 - \bar{a}'_x) & (III.38) \end{cases}$$

Inlocuind pe n_x din ecuaţia (III.38), cu valoarea sa din ecuaţia (III.37) se obţine ecuaţia în ξ_x^2 :

$$\xi_x^2 + 2(\bar{e}_x - 1)\xi_x + (\bar{b}_{p_x} - 1)\bar{h}_{p_x}(2\bar{e}_x - 2 + \bar{h}_{p_x}) + 2\bar{\mu}'_x\left(\bar{e}_x - \frac{\bar{e}_x}{\beta_x} - 1 + \bar{a}'_x\right) = 0 \qquad (III.39)$$

Ecuaţia (III.39) a fost rezolvată la calculator, pentru valorile arătate ale parametrilor, reţinîndu-se numai soluţiile reale ale lui ξ_x pe domeniul :

$$\bar{h}_{p_x} \leq \xi_x \leq 0{,}6 \qquad (III.34)$$

care corespunde cazului de mare excentricitate şi poziţiei axei neutre situată între placa superioară şi valoarea limită de 0,6.

Cu aceste soluţii reale, calculatorul dă şi valorile corespunzătoare ale forţei axiale relative n_x, calculate cu relaţia (III.37).

3.2.1.2. <u>Calculul după axa y</u>

In funcţie de poziţia axei neutre se pot întîlni două cazuri:

a) <u>Axa neutră cade în tălpi (fig.III.4)</u>.

Secţiunea lucrează la mare excentricitate dacă

$$x_y = \xi_y h_{o_y} \leq x_{y_{lim}} \quad (III.40) \quad \text{şi respectiv} \quad \xi_y \leq \xi_{y_{lim}} = 0{,}6 \quad (III.40.a)$$

iar pentru ca axa neutră să se afle în tălpi trebuie ca :

$$\frac{x_y}{h_{o_y}} = \xi_y \leq \frac{1}{2}\,\frac{(h_y - h_{p_y})}{h_{o_y}} \qquad (III.41)$$

Se dispune şi aici pentru rezolvare, de o ecuaţie de proiecţii după axa armăturii A_{a_y} şi de o ecuaţia de momente în raport cu aceeaşi armătură.

Din scrierea celor două ecuaţii rezultă :

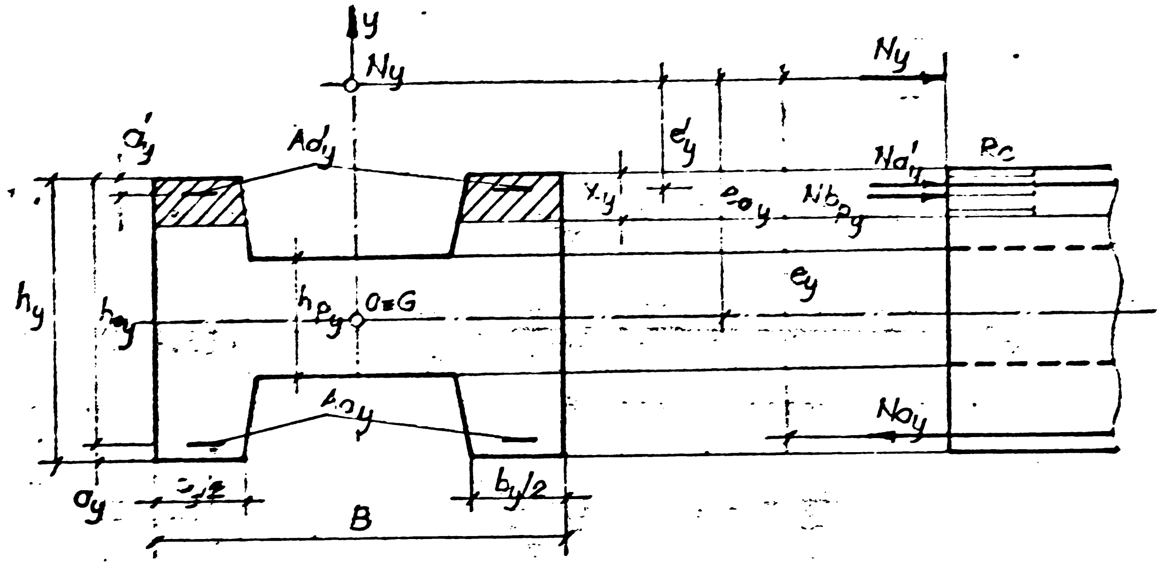


Fig.III.4.

$$N_y = N_{b_y} + N'_{a_y} - N_{a_y} \tag{III.42}$$,

$$N_y \cdot e_y = N_{b_y}(h_{o_y} - 0{,}5\,x_y) + N_{a_y}(h_{o_y} - a'_y) \tag{III.43}$$,

în care :

$$N'_{a_y} = b_y \cdot x_y R_c \tag{III.44}$$

$$N'_{a_y} = A'_{a_y} \cdot R_a \tag{III.45}$$

$$N_{a_y} = A_{a_y} \cdot R_a \tag{III.46}$$

Introducînd valorile (III.44) la (III.46) în (III.42) şi (III.43) acestea devin :

$$N_y = b_y \cdot x_y R_c + A'_{a_y} R_a - A_{a_y} R_a \tag{III.42.a}$$

$$N_y \cdot e_y = b_y x_y R_c (h_{o_y} - 0{,}5\,x_y) + A'_{a_y} R_a (h_{o_y} - a_y) \tag{III.43.a}$$

Se împarte relaţia (III.42.a) cu $b_y\ h_{o_y}\ R_c$ şi relaţia (III.43.a) cu $b_y\ h_{o_y}^2\ R_c$. Rezultă :

$$\frac{N_y}{b_y h_{o_y} R_c} = \frac{b_y x_y R_c}{} + \frac{A'_{a_y} R_a}{b_y h_{o_y} R_c} - \frac{A_{a_y} R_a}{b_y h_{o_y} R_c} \tag{III.42.b}$$

$$\frac{N_y}{b_y h_{o_y} R_c} \cdot \frac{e_y}{h_{o_y}} = \frac{b_y x_y R_c}{b_y h_{o_y} R_c} \cdot \frac{(h_{o_y} - 0{,}5 x_y)}{h_{o_y}} + \frac{A'_{a_y} R_a}{b_y h_{o_y} R_c} \cdot \frac{(h_{o_y} - a'_y)}{h_{o_y}} \tag{III.43.b}$$

Pentru a se lucra adimensional, se introduc notaţiile :

$$n_y = \frac{N_y}{b_y h_{o_y} R_c} \quad (III.47)\ ; \quad \frac{B}{b_y} = \overline{B} \quad (III.48)\ ;$$

$$\frac{h_{p_y}}{h_{o_y}} = \bar{h}_{p_y} \quad (III.49) \quad ; \quad \frac{a_y}{h_{o_y}} = \frac{a'_y}{h_{o_y}} = \bar{a}_y = \bar{a}'_y \quad (III.50)$$

$$\beta_y = \frac{A'_{a_y}}{A_{a_y}} \quad (III.51) \quad ; \quad \bar{\mu}'_y = \frac{A'_{a_y} R_a}{b_y h_{o_y} R_c} \quad (III.52)$$

$$\bar{e}_y = \frac{e_y}{h_{o_y}} = \frac{e_{oc_y} + 0,5h_y - a_y}{h_{o_y}} = \bar{e}_{oc_y} + 0,5 - 0,5\bar{a}_y \quad (III.53)$$

Cu aceste notații, relațiile (III.42.b) și (III.43.b) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_y = \xi_y + \bar{\mu}'_y(1 - \frac{1}{\beta_y}) & (III.54) \\ n_y\bar{e}_y = \xi_y(1 - 0,5\xi_y) + \bar{\mu}'_y(1 - \bar{a}'_y) & (III.55) \end{cases}$$

Inlocuind pe n_y din ecuația (III.55) cu valoarea sa din (III.54) se obține ecuația de gradul II în ξ_y :

$$\xi_y^2 + 2(\bar{e}_y - 1)\xi_y + 2\bar{\mu}'_y(\bar{e}_y - \frac{\bar{e}_y}{\beta_y} - 1 + \bar{a}'_y) = 0 \quad (III.56)$$

Din ecuația (III.56), se observă că poziția relativă a axei neutre, ξ_y, depinde de caracteristicile de armare ($\bar{\mu}'_y$, β_y, $\bar{a}'_y$) și de mărimea excentricității ($\bar{e}_y$).

Dacă parametrilor, care determină poziția axei neutre, li se dau valorile întîlnite în practica construcțiilor (și acest lucru tot utilizînd mașina electronică de calcul), înseamnă că și în planul y, proiectanții pot dispune de abace de calcul, cu ajutorul cărora să poată face verificarea unor secțiuni de beton armat, alese în prealabil.

In concluzie, s-a rezolvat la calculatorul FELIX C 256, ecuația (III.56), pentru următoarele valori ale parametrilor :

- $\bar{a}_y = \bar{a}'_y$ = 0,08 ; 0,11 ; 0,14.

  $\bar{\beta}$ = 0,72 ; 0,83 ; 1,00 ; 1,25 ; 1,66 ; 2,50 ; 5,00.

  $\bar{h}_{p_y}$ = 0,20 ; 0,25 ; 0,33 ; 0,50 .

  $\bar{e}_{oc_y}$ = 0,00 ; 0,05 ; 0,10 ; 0,15 ; 0,20 ; 0,25 ; 0,30 ; 0,35 ; 0,50 ; 1,00 ; 3,00 ; 5,00.

  $\bar{e}_y = \bar{e}_{oc_y} + 0,5 - 0,5\,\bar{a}_y$.

  β_y = 0,20 ; 0,50 ; 1,00 ; 2,00 ; 5,00.

  $\bar{\mu}'_y$ = 0,00 ; 0,20 ; 0,40 ; 0,60 ; 0,80 ; 1,00 ; 1,20 ; 1,40.

S-au reținut (prin condițiile de programare), numai soluțiile reale ale lui ξ, din domeniul interesat și anume :

$$1,5\bar{a}_y \leq \xi_y \leq 0,5(1 + \bar{a}_y - \bar{h}_{p_y}) \quad (III.41.a)$$

$$\text{și} \quad \xi_y \leq 0,6 \quad (III.40)$$

BUPT

Cu aceste soluţii, s-au calculat valorile forţei axiale relative, n_y, cu ajutorul relaţiei (III.54).

b) Axa neutră cade în inima secţiunii III.5.

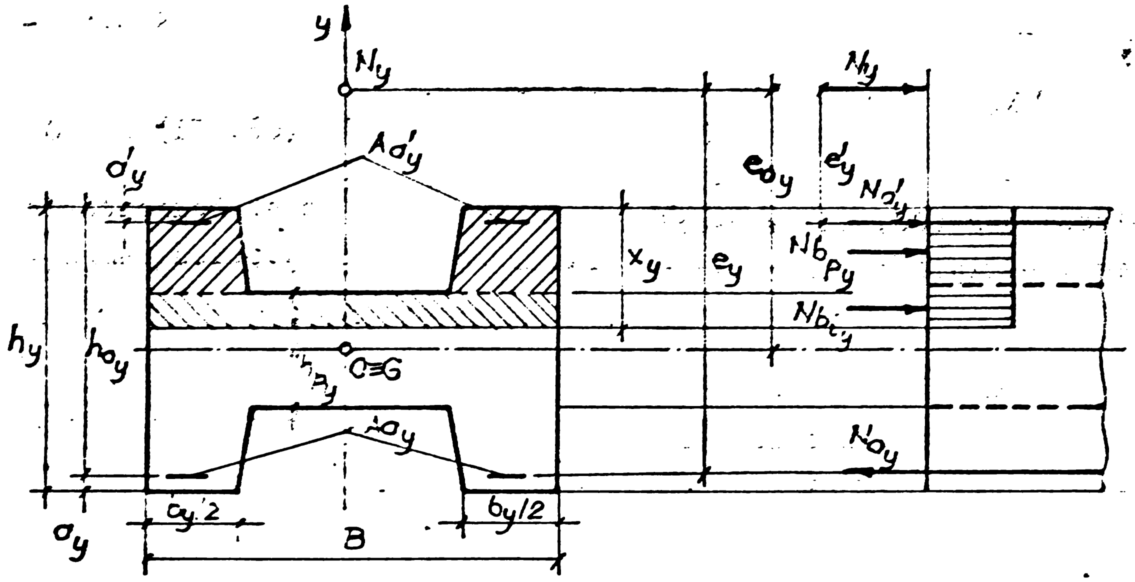


Fig.III.5.

In această situaţie trebuie respectată condiţia

$$\frac{1}{2}(h_y - h_{p_y}) \leq x_y \leq \frac{1}{2}(h_y + h_{p_y}) \leq 0,6\ h_{o_y} \qquad \text{(III.57)}$$

sau în valori adimensionale :

$$0,5(1 + \bar{a}_y - \bar{h}_{p_y}) \leq \xi_y \leq 0,5(1 + \bar{a}_y + \bar{h}_{p_y}) \quad 0,6 \qquad \text{(III.57.a)}$$

Din ecuaţia de proiecţii se obţine :

$$N_y = b_y \cdot 0,5(h_y - h_{p_y})R_c + B\left[x_y - 0,5(h_y - h_{p_y})\right]R_c + A'_{a_y}R_a - A_{a_y}R_a \qquad \text{(III.58)}$$

Din ecuaţia de momente în raport cu axa armăturii A_{a_y} se obţine :

$$N_y \cdot e_y = b_y \cdot 0,5(h_y - h_{p_y})\, R_c\left[h_{o_y} - 0,5 \cdot 0,5(h_y - h_{p_y})\right] + B\left[x_y - 0,5(h_y - h_{p_y})\right]\left\{h_{o_y} - 0,5(h_y - h_{p_y}) - 0,5\left[x_y - 0,5(h_y - h_{p_y})\right]\right\} + A'_{a_y}R_a(h_{o_y} - a'_y) \qquad \text{(III.59)}$$

După împărţirea ecuaţiei (III.58) cu $b_y h_{o_y} R_c$ şi a ecuaţiei (III.59) cu $b_y h_{o_y}^2 R_c$ şi a folosirii notaţiilor (III.47) la (III.53) se obţine

$$\begin{cases} n_y = \bar{B}\xi_y + 0,5(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})(1-\bar{B}) + \bar{\mu}'_y\left(1 - \frac{1}{\beta_y}\right) & \text{(III.58.a)} \\ n_y \cdot \bar{e}_y = -0,5\bar{B}\xi_y^2 + \bar{B}\xi_y + 0,5(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})(1-\bar{B}) - 0,125(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})^2(1-\bar{B}) + \bar{\mu}'_y(1-\bar{a}'_y) & \text{(III.59.a)} \end{cases}$$

Inlocuind pe n_y din ecuaţia (III.59.a), cu valoarea sa din ecuaţia (III.58.a) se obţine ecuaţia de gradul II în ξ_y :

$$\xi_y^2 + 2(\bar{e}_y-1)\xi_y+(\bar{e}_y-1)(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})(\frac{1}{B}-1)+0,25(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})^2(\frac{1}{B}-1)+$$
$$+\frac{2\mu'_y}{B}(\bar{e}_y-\frac{\bar{e}_y}{\beta_y}+\bar{a}'_y-1)=0 \qquad \text{(III.60)}$$

Ecuaţia (III.60) s-a rezolvat la maşina electronică de calcul, reţinîndu-se, prin condiţiile impuse programului, numai soluţiile reale ale lui ξ_y, din domeniul interesat pentru acest caz şi anume :

$$0,5(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})\leq\xi_y\leq 0,5(1+\bar{a}_y+\bar{h}_{p_y})\leq 0,6 \qquad \text{(III.57)}$$

Cu aceste soluţii, s-au calculat valorile forţei axiale relative, n_y, cu ajutorul relaţiei (III.58.a).

3.2.2. Cazul compresiunii excentrice cu mică excentricitate

După cum rezultă din paragraful 3.1, în cazul compresiunii excentrice cu mică excentricitate, efortul în armătura A_a, respectiv A_{a_y}, mai depărtată de forţa excentrică (mai puţin comprimată sau întinsă), se ia egal cu $\sigma_a=kR_a$, în care

$$k=\frac{2(1-\xi)}{1-\xi_{lim}}-1.$$

Pentru cazurile practice, pentru mărci de betoane pînă la B 400, STAS-ul 10107/0-76, indică pentru ξ_{lim} valoarea 0,6. In continuare, în calcule se va lucra cu $\xi_{lim}=0,6$. Pentru această valoare a lui ξ_{lim}, k va avea valoarea :

$$k=\frac{2(1-\xi)}{1-0,6}-1=\frac{2}{0,4}-\frac{2\xi}{0,4}-1=5-1-5\xi=(4-5\xi)$$

3.2.2.1. Calculul după axa x

In funcţie de poziţia axei neutre, se întîlnesc următoarele trei cazuri :

a) Axa neutră cade în inima secţiunii (fig.III.6).

Pentru a avea o compresiune excentrică cu mică excentricitate trebuie ca :

$x_x > x_{lim}$ (III.61), respectiv $\xi_x > \xi_{x_{lim}} = 0,6$ (III.61.a)

Pentru ca axa neutră să cadă în inima secţiunii trebuie ca :

$x_x \leq (h_x-h_{p_x})$, respectiv $\xi_x \leq (1+\bar{a}_x-\bar{h}_{p_x})$ (III.34)

$$0,6 < \xi_x \leq (1+\bar{a}_x-\bar{h}_{p_x}) \qquad \text{(III.62)}$$

Fiind în cazul compresiunii excentrice cu mică excentricitate efortul în armătura A_{a_x} va fi

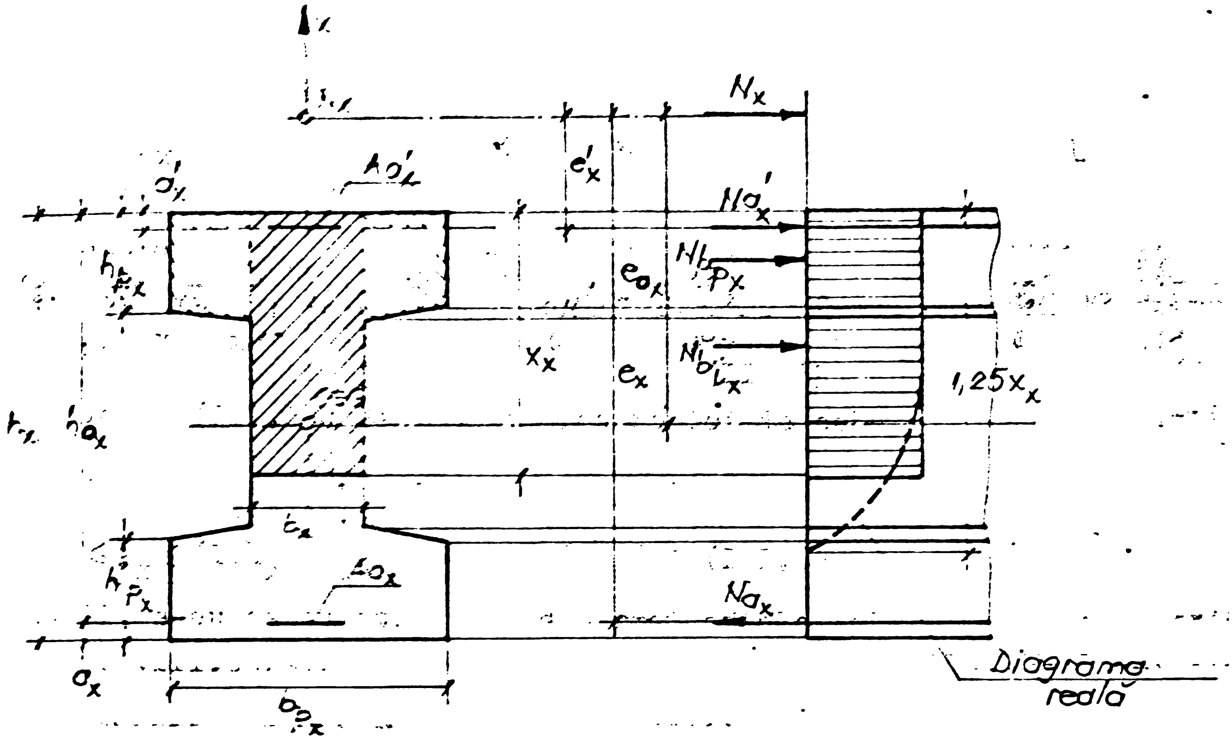


Fig.III.6.

$A_{a_x} \cdot kR_a = A_{a_x}(4-5\xi_x)R_a$.

Din fig.III.6 rezultă că ecuaţia de proiecţii are forma :

$$N_x = N_{b_{p_x}} + N_{b_{i_x}} + N'_{a_x} - N_{a_x} \qquad \text{(III.63)},$$

iar ecuaţia de momente în raport cu armătura A_{a_x} are forma :

$$N_x \cdot e_x = N_{b_{p_x}}(h_{o_x} - 0,5\,h_{p_x}) + N_{b_{i_x}}(h_{o_x} - 0,5\,x_x) + N'_{a_x}(h_{o_x} - a'_x) \qquad \text{(III.64)}$$

în care :

$$N_{b_{p_x}} = (b_{p_x} - b_x)\,h_{p_x} R_c \qquad \text{(III.65)}$$

$$N_{b_{i_x}} = b_x \cdot x_x R_c \qquad \text{(III.66)}$$

$$N'_{a_x} = A'_{a_x} R_a \qquad \text{(III.67)}$$

$$N_{a_x} = A_{a_x}(4 - 5\,\xi_x)R_a \qquad \text{(III.68)}$$

Explicitând termenii în ecuaţiile (III.63) şi (III.64) şi împărţind prima cu $b_x h_{o_x} R_c$, iar a doua cu $b_x h^2_{o_x} R_c$, după înlocuirea notaţiilor (III.24) la (III.30) se obţine sistemul :

$$\begin{cases} n_x = \xi_x\left(1+\frac{\bar{\mu}'_x}{\beta_x}\right) + (\bar{b}_{p_x} - 1)\bar{h}_{p_x} + \bar{\mu}'_x\left(1 - \frac{1}{\beta_x}\right) & \text{(III.63.a)} \\ n_x \cdot \bar{e}_x = \xi_x(1-0,5\xi_x)+(\bar{b}_{p_x}-1)\bar{h}_{p_x}(1-0,5\bar{h}_{p_x})+\bar{\mu}'_x(1-\bar{a}'_x) & \text{(III.64.a)} \end{cases}$$

Inlocuind pe n_x din ecuația (III.64.a) cu valoarea sa din (III.63.a) se obține ecuația de gradul II în ξ_x :

$$\xi_x^2+2\left(\frac{\bar{\mu}'_x\bar{e}_x}{\beta_x}-\bar{e}_x-1\right)\xi_x+2\bar{h}_{p_x}(\bar{b}_{p_x}-1)(\bar{e}+0,5\bar{h}_{p_x}-1)+2\bar{\mu}'_x\left(\bar{e}_x-\frac{\bar{e}_x}{\beta_x}-1+\bar{a}'_x\right)=0 \quad \text{(III.69)}$$

S-a rezolvat ecuația (III.69) la mașina electronică de calcul, reținîndu-se prin condițiile de programare numai soluțiile reale ale lui ξ_x, din domeniul interesat și anume :

$$0,6 \leq \xi_x \leq (1+\bar{a}_x-\bar{h}_{p_x}) \quad , \quad \text{(III.62)}$$

Cu aceste soluții, s-au calculat valorile forței axiale relative n_y, conform relației (III.63.a).

b) Axa neutră cade în placa inferioară (fig.III.7), dar nu la armătura A_{a_x}.

Condiția de restricție, pentru acest caz, este următoarea :

$(h_x-h_{p_x}) \leq x_x \leq h_{o_x}$ (III.70) sau $(1+\bar{a}_x-\bar{h}_{p_x}) \leq \xi_x \leq 1,00$ (III.70.a)

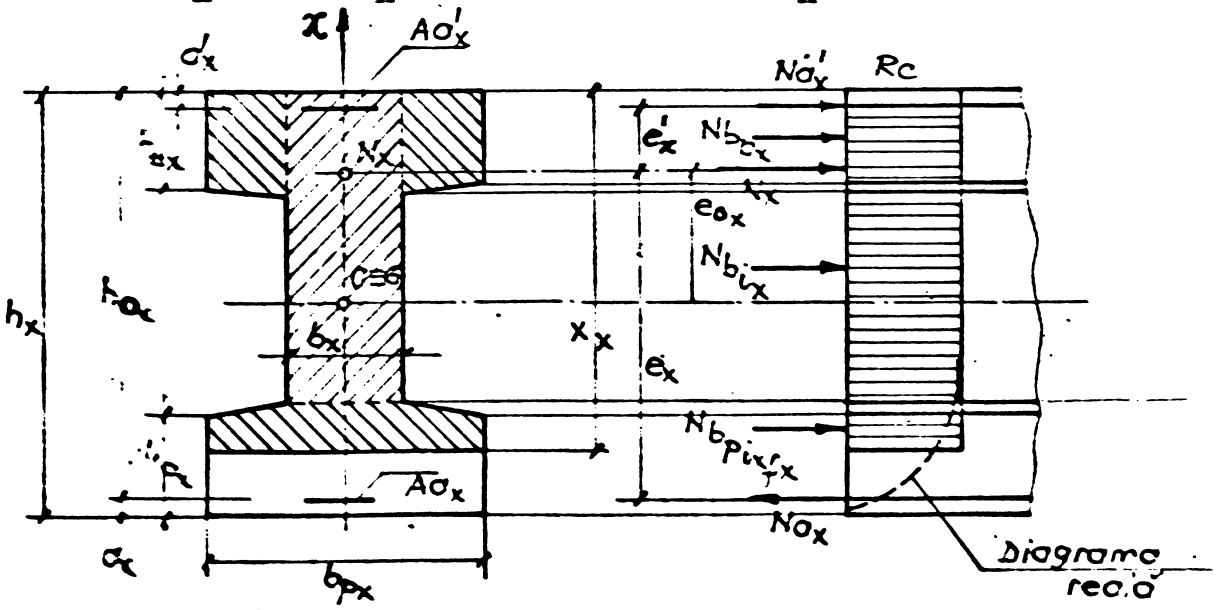


Fig.III.7.

Efortul în armătura A_{a_x} are valoarea $A_{a_x}(4-5\xi_x)R_a$.

Din fig.III.7 rezultă ecuația de proiecții :

$$N_x = N_{b_{s_x}} + N_{b_{i_x}} + N_{b_{p_{inf_x}}} + N'_{a_x} - N_{a_x} \quad \text{(III.71)},$$

precum și ecuația de momente în raport cu armătura A_{a_x} :

$$N_x e_x = N_{b_{p_x}} (h_{o_x} - 0,5\, h_{p_x}) + N_{b_{1_x}} (h_{o_x} - 0,5\, x_x) + N_{b_{p_{inf_x}}} \left[h_{o_x} - (a_x - h_{p_x}) - \frac{x_x + h_{p_x} - h_x}{2} \right] + N'_{a_x} (h_{o_x} - a'_x) \qquad \text{(III.72)}$$

în care :

$$N_{b_{p_x}} = (b_{p_x} - b_x)\, h_{p_x} R_c \qquad \text{(III.65)}$$

$$N_{b_{1_x}} = b_x (h_x - h_{p_x}) R_c \qquad \text{(III.73)}$$

$$N_{b_{p_{inf_x}}} = b_{p_x} (x_x + h_{p_x} - h_x) R_c \qquad \text{(III.74)}$$

Cu notațiile (III.24) la (III.30) și (III.65), (III.73) și (III.74) și după împărțirea ecuației de proiecții cu $b_x h_{o_x} R_c$ și a celei de momente cu $b_x h_{o_x}^2 R_c$, se obține sistemul :

$$\begin{cases} n_x = (\bar{b}_{p_x} + \dfrac{5\bar{\mu}'_x}{\beta_x}) \xi_x + (\bar{b}_{p_x} - 1)(2\,\bar{h}_{p_x} - 1 - \bar{a}_x) + \bar{\mu}'_x (1 - \dfrac{4}{\beta_x}) & \text{(III.71.a)} \\ n_x \cdot \bar{e}_x = \bar{b}_{p_x} (1 - 0,5\xi_x)\xi_x + 0,5(1 - \bar{b}_{p_x})(\bar{h}_{p_x} - 0,5\bar{h}_{p_x}^2) + \\ \qquad + \bar{\mu}'_x (1 - \bar{a}'_x) + 0,5(\bar{a}_x - \bar{h}_{p_x})^2 (\bar{b}_{p_x} - 1) & \text{(III.72.a)} \end{cases}$$

Inlocuind pe n_x din relația (III.72.a) cu valoarea sa din (III.71.a) se obține ecuația de gradul II în ξ_x :

$$\xi_x^2 + 2\left(\frac{5\bar{\mu}'_x \bar{e}_x}{\beta_x \bar{b}_{p_x}} + \bar{e}_x - 1\right)\xi_x + \frac{2\bar{\mu}'_x}{\bar{b}_{p_x}} (\bar{a}_x + \bar{e}_x - \frac{4\bar{e}_x}{\beta_x} - 1) + (1 - \frac{1}{\bar{b}_{p_x}}) \Big[4\bar{e}_x \bar{h}_{p_x} - \bar{a}_x^2 + 2\bar{a}_x \bar{h}_{p_x} - 2\bar{h}_{p_x} + 1 - 2\bar{e}_x (1 + \bar{a}_x) \Big] = 0 \qquad \text{(III.75)}$$

S-a rezolvat ecuația (III.75) la mașina electronică de calcul, reținîndu-se, prin condițiile de programare numai soluțiile reale ale lui ξ_x, din domeniul interesat și anume :

$$(1 + \bar{a}_x - \bar{h}_{p_x}) \leq \xi_x \leq 1,0 \qquad \text{(III.70.a)}$$

Cu aceste soluții se intră în relația (III.71.a) și se calculează valorile relative ale forței axiale, n_x.

c) <u>Axa neutră cade în placa inferioară, sub înălțimea utilă, h_{o_x}</u> (fig.III.8).

In această situație efortul în armătura A_{a_x} este de compresiune și are valoarea R_a.

Condiția de restricție pentru acest caz este :

$h_{o_x} \leq x_x \leq h_x = h_{o_x} + a_x$ (III.76) sau respectiv $1 \leq \xi_x \leq 1 + \bar{a}_x$ (III.76.a)

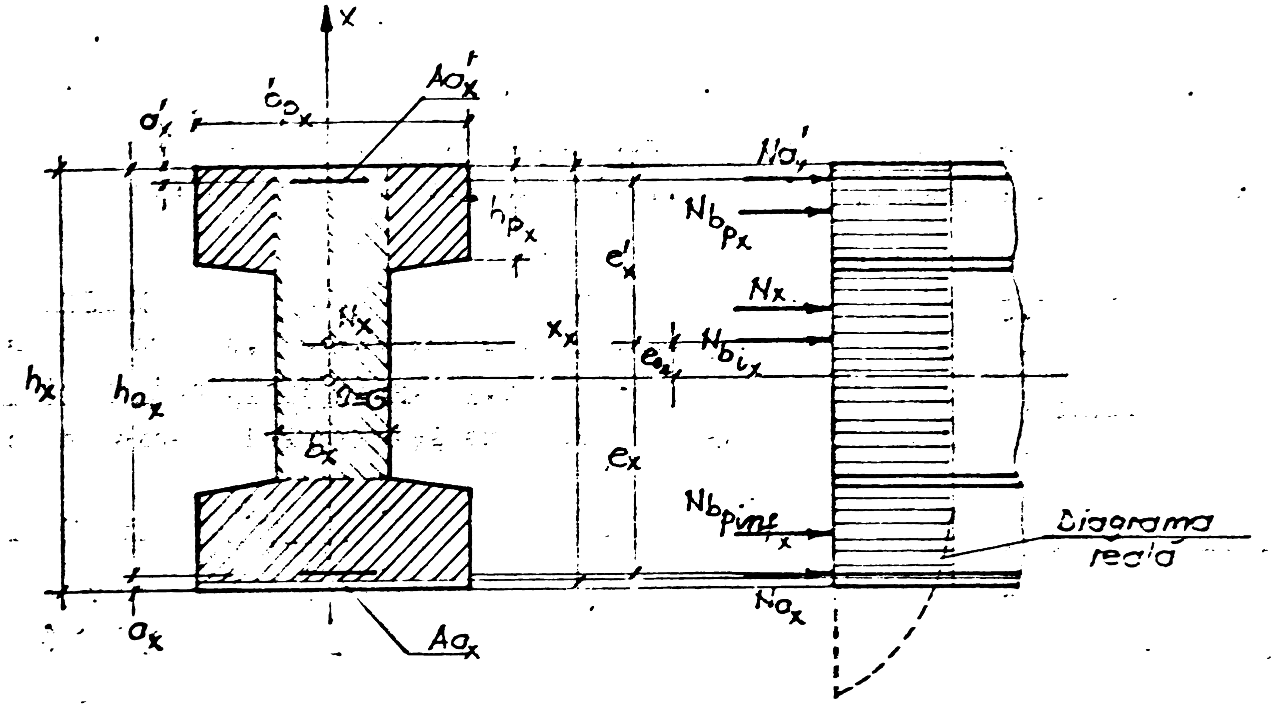


Fig.III.8.

Se scriu cele două ecuaţii disponibile :

$$N_x = N_{b_{p_x}} + N_{b_{in_x}} + N_{b_{pinf_x}} + N'_{a_x} + N_{a_x} \qquad \text{(III.77)}$$

$$N_x \cdot e_x = N_{b_{p_x}}(h_{o_x} - 0,5h_{p_x}) + N_{b_{in_x}}(h_{o_x} - 0,5x_x) + N_{b_{pinf_x}} 0,5(h_{p_x} + h_{o_x} - x_x - a_x) + N'_{a_x}(h_{o_x} - a'_x) \qquad \text{(III.78)}$$

Cu notaţiile (III.24) la (III.30) şi (III.65), (III.73) şi (III.74) şi după împărţirea lui (III.77) cu $b_x h_{o_x} R_c$ şi a lui (III.78) cu $b_x h_{o_x} R_c$, se obţine sistemul :

$$\begin{cases} n_x = \bar{b}_{p_x}\xi_x + (\bar{b}_{p_x} - 1)(2\bar{h}_{p_x} - 1 - \bar{a}_x) + \bar{\mu}'_x\left(1 + \dfrac{1}{\beta_x}\right) & \text{(III.77.a)} \\ n_x\bar{e}_x = -0,5\bar{b}_{p_x}\xi_x^2 + \bar{b}_{p_x}\xi_x + \bar{\mu}'_x(1 - \bar{a}'_x) + (\bar{b}_{p_x} - 1)\left[0,5(\bar{a}_x - \bar{h}_{p_x})^2 - 0,5 + (\bar{h}_{p_x} - 0,5\bar{h}_{p_x}^2)\right] & \text{(III.78.a)} \end{cases}$$

Inlocuind pe n_x din (III.78.a), cu valoarea sa din (III.77.a) se obţine ecuaţia de gradul II în ξ_x :

$$\xi_x^2 + 2(\bar{e}_x - 1)\xi_x + \frac{2\bar{\mu}'_x}{\bar{b}_{p_x}}\left(\bar{e}_x + \frac{\bar{e}_x}{\beta_x} - 1 + \bar{a}_x\right) + 2\left(1 - \frac{1}{\bar{b}_{p_x}}\right)(2\bar{e}_x\bar{h}_{p_x} - \bar{e}_x - \bar{e}_x\bar{a}_x + 0,5 + \bar{a}_x\bar{h}_{p_x} - 0,5\bar{a}_x^2 - \bar{h}_{p_x}) = 0 \qquad \text{(III.79)}$$

S-a rezolvat ecuaţia (III.79) la maşina electronică de calcul, prin condiţiile de programare reţinîndu-se numai soluţiile reale ale lui ξ_x, din domeniul interesat :

$$1,0 \leq \xi_x \leq 1 + \bar{a}_x \qquad (III.76.a)$$

Cu aceste soluţii, s-au calculat, tot de către calculator, şi valorile realtive ale forţei axiale n_x, conform relaţiei (III.77.a).

3.2.2.2. Calculul după axa y

In funcţie de poziţia axei neutre, se întîlnesc trei cazuri:

a) Axa neutră cade în inima secţiunii (fig.III.9).

Pentru a avea compresiune excentrică cu mică excentricitate, trebuie ca :

$$x_y > x_{y_{lim}} \text{ (III.80), respectiv } \xi_y > \xi_{y_{lim}} = 0,60 \qquad (III.80.a)$$

Pentru ca axa neutră să cadă în inima secţiunii, trebuie ca:

$$\frac{1}{2}(h_y - h_{p_y}) \leq x_y \leq \frac{1}{2}(h_y + h_{p_y}) \qquad (III.81),$$

respectiv în valori adimensionale :

$$0,5(1+\bar{a}_y-h_{p_y}) \leq \xi_y \leq 0,5(1+\bar{a}_y+\bar{h}_{p_y}) \qquad (III.81.a)$$

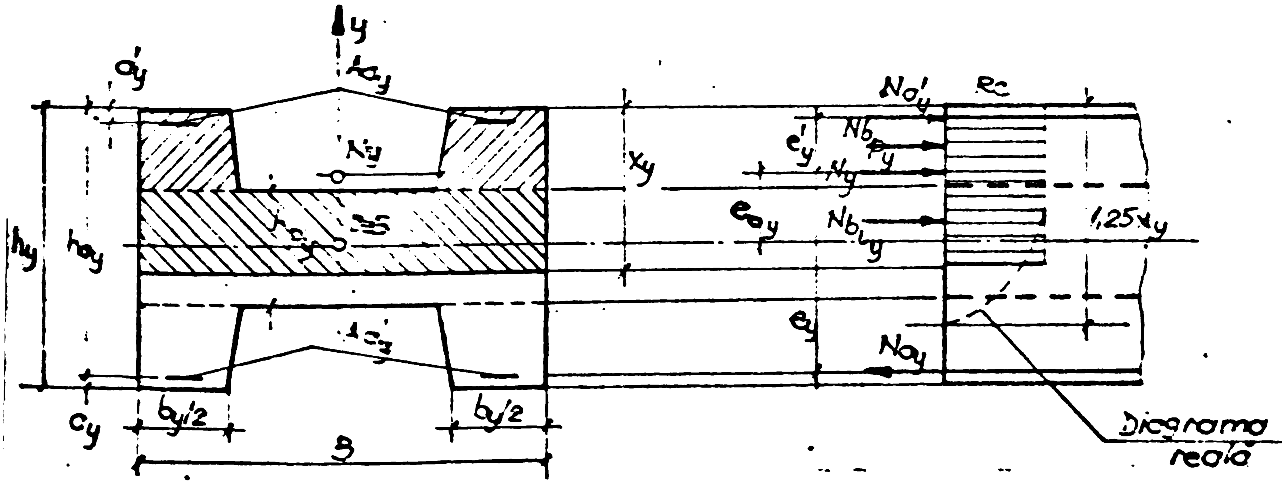


Fig.III.9.

Efortul în armătura A_{a_y} este $A_{a_y}(4 - 5\xi_y)R_a$.

Din ecuaţia de proiecţii după axa armăturii A_{a_y} şi din cea de momente în raport cu aceeaşi armătură, conform fig.III.9, rezultă :

$$N_y = N_{b_{p_y}} + N_{b_{in_y}} + N_{a_y}' - N_{a_y} \qquad (III.82)$$

$$N_y \cdot e_y = N_{b_{p_y}}\left[h_{o_y} - 0,5 \cdot 0,5(h_y - h_{p_y})\right] + A_{a_y}' R_a (h_{o_y} - a_y') + N_{b_{in_y}}\left\{h_{o_y} - 0,5(h_y - h_{p_y}) - 0,5\left[x_y - 0,5(h_y - h_{p_y})\right]\right\} \qquad (III.83)$$

în care :

$$N_{b_{p_y}} = b_y \cdot 0,5(h_y - h_{p_y})R_c \qquad (III.84)$$

$$N_{b_{in_y}} = B.\left[x_y - 0,5(h_y - h_{p_y})\right]R_c \qquad (III.85)$$

$$N'_{a_y} = A'_{a_y} R_a \qquad (III.86)$$

$$N_{a_y} = A_{a_y}(4 - 5\xi_y)R_a \qquad (III.87)$$

Înlocuindu-se relațiile (III.84) la (III.87) și utilizînd notațiile (III.47) la (III.53) în relațiile (III.82) și (III.83) acestea devin sistemul :

$$\begin{cases} n_y = (\frac{5\bar{\mu}_y}{\beta_y} + \bar{B})\xi_y + 0,5(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})(1-\bar{B})+\bar{\mu}'_y(1-\frac{4}{\beta_y}) & (III.82.a) \\ n_y \cdot \bar{e}_y = -0,5\bar{B}\xi_y^2+\bar{B}\xi_y+0,5(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})(1-\bar{B})-0,125(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})^2(1-\bar{B})+ \\ \qquad +\bar{\mu}'_y(1-\bar{a}'_y) & (III.83.a) \end{cases}$$

Înlocuind pe n_y din (III.83.a) cu valoarea sa din (III.82.a), rezultă ecuația de gradul II în ξ_y :

$$\xi_y^2+2(\frac{5\bar{\mu}_y\bar{e}_y}{\bar{B}\beta_y}+\bar{e}_y-1)\xi_y+(\bar{e}_y-1)(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})(\frac{1}{\bar{B}}-1)+0,25(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y})^2(\frac{1}{\bar{B}}-1)+$$
$$+\frac{2\bar{\mu}'_y}{\bar{B}}(\bar{e}_y-\frac{4\bar{e}_y}{\beta_y}+\bar{a}'_y-1)=0 \qquad (III.88)$$

Ecuația (III.88) s-a rezolvat la mașina electronică de calcul, reținîndu-se prin condițiile impuse programului, numai soluțiile reale ale lui ξ_y pe domeniul interesat, și anume :

$$0,5(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{p_y}) \leq \xi_y \leq 0,5(1+\bar{a}_y+\bar{h}_{p_y}) > 0,6 \qquad (III.81.a)$$

Cu aceste soluții, calculatorul a calculat și valorile corespunzătoare ale forței axiale relative n_y, conform relației (III.82.a).

b) <u>Axa neutră cade în tălpi, sub inima secțiunii dar pînă la armătura A_{a_y} (fig.III.10).</u>

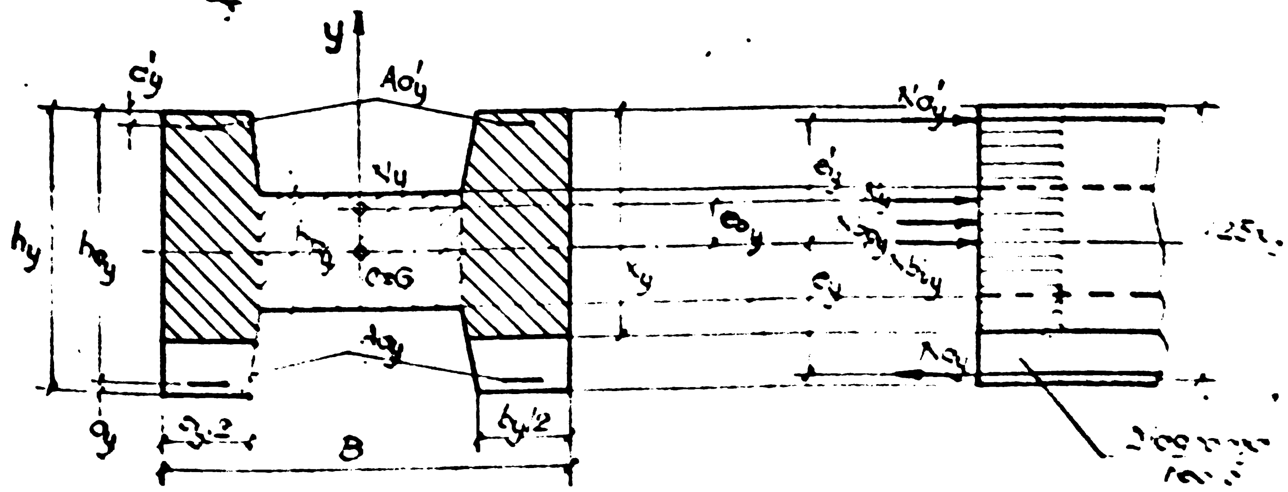


Fig.III.10.

In acest caz condiţiile impuse axei neutre sînt : $0,5(h_y+h_{p_y}) \le x_y \le h_{o_y}$ (III.89) şi respectiv $0,5(1+\bar{a}_y+\bar{h}_{p_y}) \le \xi_y \le 1,0$ (III.89.a)

Efortul în armătura A_{a_y} are valoarea $A_{a_y}(4-5\xi_y)R_a$.
Din ecuaţia de proiecţii rezultă :

$$N_y = N_{b_{p_y}} + N_{b_{in_y}} + N'_{a_y} - N_{a_y} \qquad (III.90)$$

Din ecuaţia de momente în raport cu axa armăturii A_{a_y} rezul-

$$_y = N_{b_{p_y}}(h_{o_y}-0,5\,x_y) + N_{b_{in_y}}(0,5h_y-a_y) + N'_{a_y}(h_{o_y}-a'_y) \qquad (III.91)$$

care :

$$N_{b_{p_y}} = b_y x_y R_c \qquad (III.92)$$

$$N_{b_{in_y}} = (B-b_y)h_{p_y}R_c \qquad (III.93)$$

Dacă se înlocuiesc relaţiile (III.92), (III.93) şi (III.47) (III.53) în (III.90) şi în (III.91), după împărţirea lui I.90) cu $b_y h_{o_y} R_c$ şi a lui (III.91) cu $b_y h_{o_y}^2 R_c$ se obţine siste-

$$\begin{cases} n_y = \left(\dfrac{5\bar{\mu}'_y}{\beta_y}+1\right)\xi_y+(\bar{B}-1)\bar{h}_{p_y}+\bar{\mu}'_y\left(1-\dfrac{4}{\beta_y}\right) & (III.90.a) \\ n_y \cdot \bar{e}_y = -0,5\xi_y^2+\xi_y+(\bar{B}-1)\bar{h}_{p_y}\cdot 0,5(1-\bar{a}_y)+\bar{\mu}'_y(1-\bar{a}'_y) & (III.91.a) \end{cases}$$

Inlocuind pe n_y din (III.91.a) cu valoarea sa din (III.90.a) obţine ecuaţia de gradul II în ξ_y :

$$\xi_y^2+2\left(\frac{5\bar{\mu}'_y\bar{e}_y}{\beta_y}+\bar{e}_y-1\right)\xi_y+(\bar{B}-1)\bar{h}_{p_y}(2\bar{e}_y-1+\bar{a}_y)+2\bar{\mu}'_y\left(\bar{e}_y-\frac{4\bar{e}_y}{\beta_y}+\bar{a}'_y-1\right)=0 \qquad (III.94)$$

Ecuaţia (III.94) s-a rezolvat la maşina electronică de cal-
l, reţinîndu-se prin condiţiile de programare, numai soluţiile
ale ale lui ξ_y, pe domeniul :

$$0,5(1+\bar{a}_y+h_{p_y}) \le \xi_y \le 1,0 \qquad (III.89.a)$$

Cu aceste soluţii, se calculează de către maşina electronică de calcul, valorile corespunzătoare ale forţei axiale relative n_y, relaţia (III.90.a).

c. <u>Axa neutră cade sub centrul de greutate al armăturii A_{a_y}</u> ig.III.11).

Acest caz impune ca axa neutră să se afle între limitele : $h_{o_y} \le x_y \le h_y$ (III.95) şi respectiv $1,0 \le \xi_y \le 1+\bar{a}_y$ (III.95.a)

Efortul unitar în armătura A_{a_y} este de compresiune şi are oarea R_a.

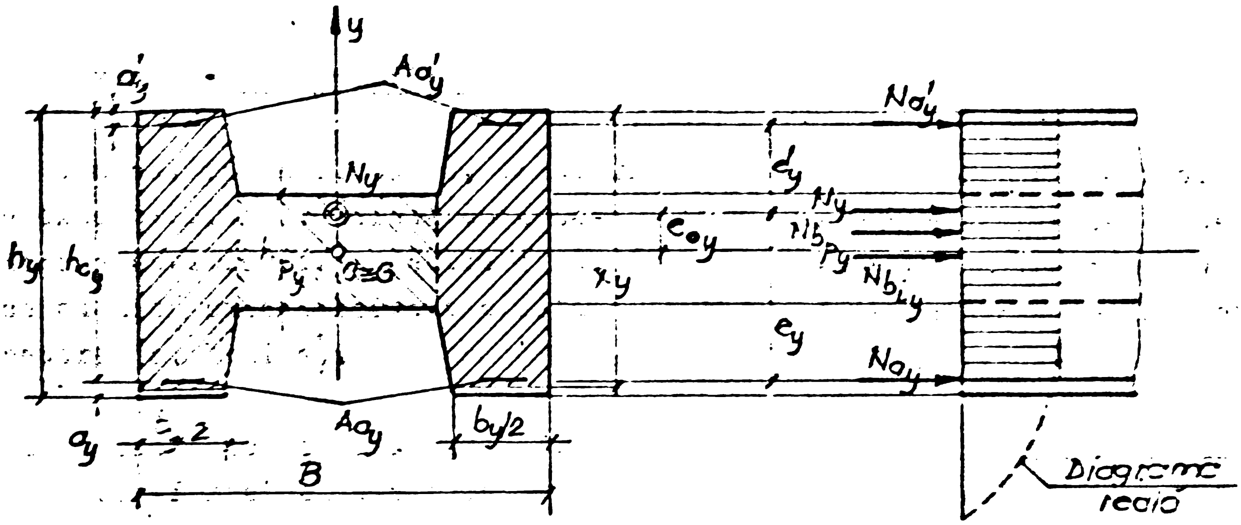


Fig.III.11.

Din ecuaţia de proiecţii rezultă :

$$N_y = N_{b_{p_y}} + N_{b_{in_y}} + N'_{a_y} + N_{a_y} \tag{III.96}$$

Din ecuaţia de momente în raport cu armătura A_{a_y} rezultă :

$$N_y \cdot e_y = N_{b_{p_y}}(h_{o_y} - 0,5x_y) + N_{b_{in_y}}(h_{o_y} - 0,5h_y) + N'_{a_y}(h_{o_y} - a'_y) \tag{III.97}$$

în care $N_{b_{p_y}}$ şi $N_{b_{in_y}}$ se iau cu valorile (III.92) şi (III.93).

Explicitînd termenii şi împărţind (III.96) cu $b_y h_{o_y} R_c$, iar pe (III.97) cu $b_y h_{o_y}^2 R_c$, utilizînd notaţiile (III.47) la (III.53) ecuaţiile (III.96) şi (III.97) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_y = \xi_y + (\bar{B}-1)\bar{h}_{p_y} + \bar{\mu}'_y\left(1 + \frac{1}{\beta_y}\right) & \text{(III.96.a)} \\ n_y \bar{e}_y = -0,5\,\xi_y^2 + \xi_y + (\bar{B}-1)\bar{h}_{p_y}\,0,5(1-\bar{a}_y) + \bar{\mu}'_y(1-\bar{a}'_y) & \text{(III.97.a)} \end{cases}$$

Inlocuind pe n_y din (III.97.a) cu valoarea sa din (III.96.a) se obţine ecuaţia de gradul II în ξ_y :

$$\xi_y^2 + 2(\bar{e}_y - 1)\xi_y + (\bar{B}-1)\bar{h}_{p_y}(2\bar{e}_y - 1 + \bar{a}_y) + 2\bar{\mu}'_y\left(\bar{e}_y + \frac{\bar{e}_y}{\beta_y} - 1 + \bar{a}'_y\right) = 0 \tag{III.98}$$

Ecuaţia (III.98) s-a rezolvat la maşina electronică de calcul, reţinîndu-se prin condiţiile impuse programului, numai soluţiile reale ale lui ξ_y, pe domeniul interesat şi anume :

$$1,0 \le \xi_y \le 1 + \bar{a}_y \tag{III.95.a}$$

Cu aceste soluţii, se calculează de către calculator şi valorile corespunzătoare ale forţei axiale relative n_y, cu relaţia III.96.a.

3.2.3. Verificarea secţiunilor dublu T, utilizînd abace de calcul

3.2.3.1. Abace pentru determinarea forţei axiale capabile N_x, (din planul x)

Din subcapitolul 3.2 se remarcă, că în planul x, în cazul compresiunii excentrice cu mare excentricitate, există două cazuri posibile (a şi b), de situare a poziţiei axei neutre şi că în cazul compresiunii excentrice cu mică excentricitate există trei cazuri de situare a axei neutre (a, b şi c).

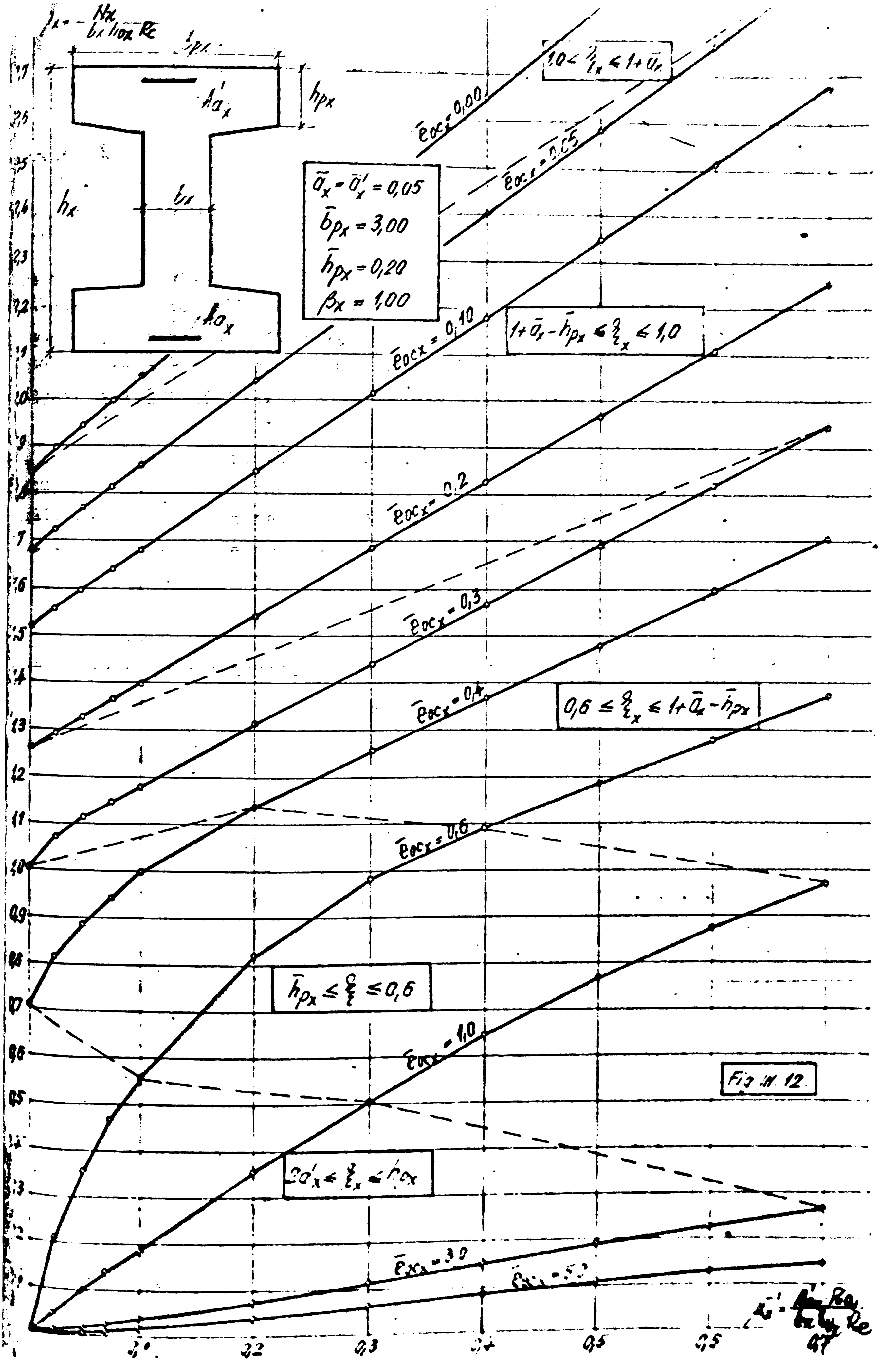
Din acelaşi subcapitol se remarcă că, pentru orice secţiune dublu T din beton armat, care ar putea să apară în practica proiectării, există calculată valoarea forţei axiale relative n_x, a acelei secţiuni.

Acest lucru, se datorează rezolvării la maşina electronică de calcul, a relaţiilor date în subcapitolul 3.2 (paragrafele 3.2.1.1 şi 3.2.2.1).

Pe baza listingurilor, obţinute de la maşina electronică de calcul, se pot întocmi abace de calcul, a forţei axiale capabile N_x, pentru o secţiune din beton armat aleasă (impusă), în funcţie de coeficientul de armare relativă $\bar{\mu}'_x$ pentru întregul domeniu, practic posibil, de excentricităţi. In fig.III.12 se exemplifică un asemenea abac, pentru o secţiune armată simetric ($\xi_x = A'_a/A_a = 1,00$), avînd caracteristicile geometrice relative : $\bar{a}_x = \bar{a}'_x = 0,05$, $\bar{b}_x = 3,0$; $\bar{h}_{p_x} = 0,20$.

Determinarea forţei axiale relative n_x se face în modul următor : se intră în abscisă cu valoarea coeficientului de armare relativ ($\bar{\mu}'_x$) ; se ridică o verticală pînă la linia (curba) excentricităţii relative ($\bar{e}_{oo_x}$) ; din punctul de intersecţie se duce o orizontală pînă la ordonată, pe care se citeşte valoarea forţei axiale capabile n_x a secţiunii. Forţa axială capabilă a secţiunii, $N_x = n_x b_x h_{o_x} R_c$ (III.24).

Metodologia de mai sus, se aplică la proiectare, cînd din calculul static rezultă N, M_x şi M_y, respectiv $\eta_x e_{oc_x} = \eta_x(e_{o_x} + e_{a_x})$. Proiectantul îşi alege o secţiune din beton armat pe care o verifică. Proiectarea se face deci prin verificarea secţiunii.



$\bar{a}_x = \bar{a}'_x = 0,05$
$\bar{b}_{px} = 3,00$
$\bar{h}_{px} = 0,20$
$\beta_x = 1,00$
$1,0 < \xi_x \leq 1 + \bar{a}_x$
$\bar{e}_{ocx} = 0,00$
$\bar{e}_{ocx} = 0,05$
$\bar{e}_{ocx} = 0,10$
$1 + \bar{a}_x - \bar{h}_{px} \leq \xi_x \leq 1,0$
$\bar{e}_{ocx} = 0,2$
$\bar{e}_{ocx} = 0,3$
$\bar{e}_{ocx} = 0,4$
$0,6 \leq \xi_x \leq 1 + \bar{a}_x - \bar{h}_{px}$
$\bar{e}_{ocx} = 0,6$
$\bar{h}_{px} \leq \xi \leq 0,6$
$\bar{e}_{ocx} = 1,0$
$2a'_x \leq \xi_x \leq h_{px}$
$\bar{e}_{x} = 3,0$

Fig. III. 12

3.2.3.2. Abace pentru determinarea forței axiale capabile N_y, (din planul y)

Ca și în planul x, și în planul y, în cazul compresiunii excentrice cu mare excentricitate, există două posibilități de situare a axei neutre (cazul a și cazul b), iar în cazul compresiunii excentrice cu mică excentricitate există trei posibilități de situare a axei neutre, (cazurile a, b și c).

Conform rezolvării ecuațiilor date în subcapitolul 3.2 (paragrafele 3.2.1.2 și 3.2.2.2) la mașina electronică de calcul, pe baza listingurilor obținute, se pot întocmi abace de calcul a forței axiale capabile din planul y, N_y, pentru toate secțiunile care pot să apară în practica proiectării. In fig.III.13 se exemplifică un asemenea abac, pentru o secțiune armată simetric, ($\beta_y=A'_{a_y}/A_{a_y}=1,00$), având caracteristicile geometrice relative $\bar{a}_y=\bar{a}'_y=0,11$; $\bar{\lambda}_y=2,5$; $\bar{h}_{p_y}=0,5$. Forța axială relativă n_y, este redată în funcție de coeficientul de armare relativă $\bar{\mu}'_y$, pentru întregul domeniu de excentricități, practic posibil.

Determinarea forței axiale relative n_y se face identic cu determinarea forței axiale relative n_x.

Forța axială capabilă a secțiunii în planul y, $N_y=n_y.b_y h_{o_y} R_c$ (III.47).

Se subliniază că la proiectare, după alegerea secțiunii din beton armat, după determinarea forței axiale capabile a ei în planul x, N_x se determină, desigur pentru aceeași secțiune, forța axială capabilă a ei, în planul y (N_y)

3.2.3.3. Determinarea forței axiale capabile N_c

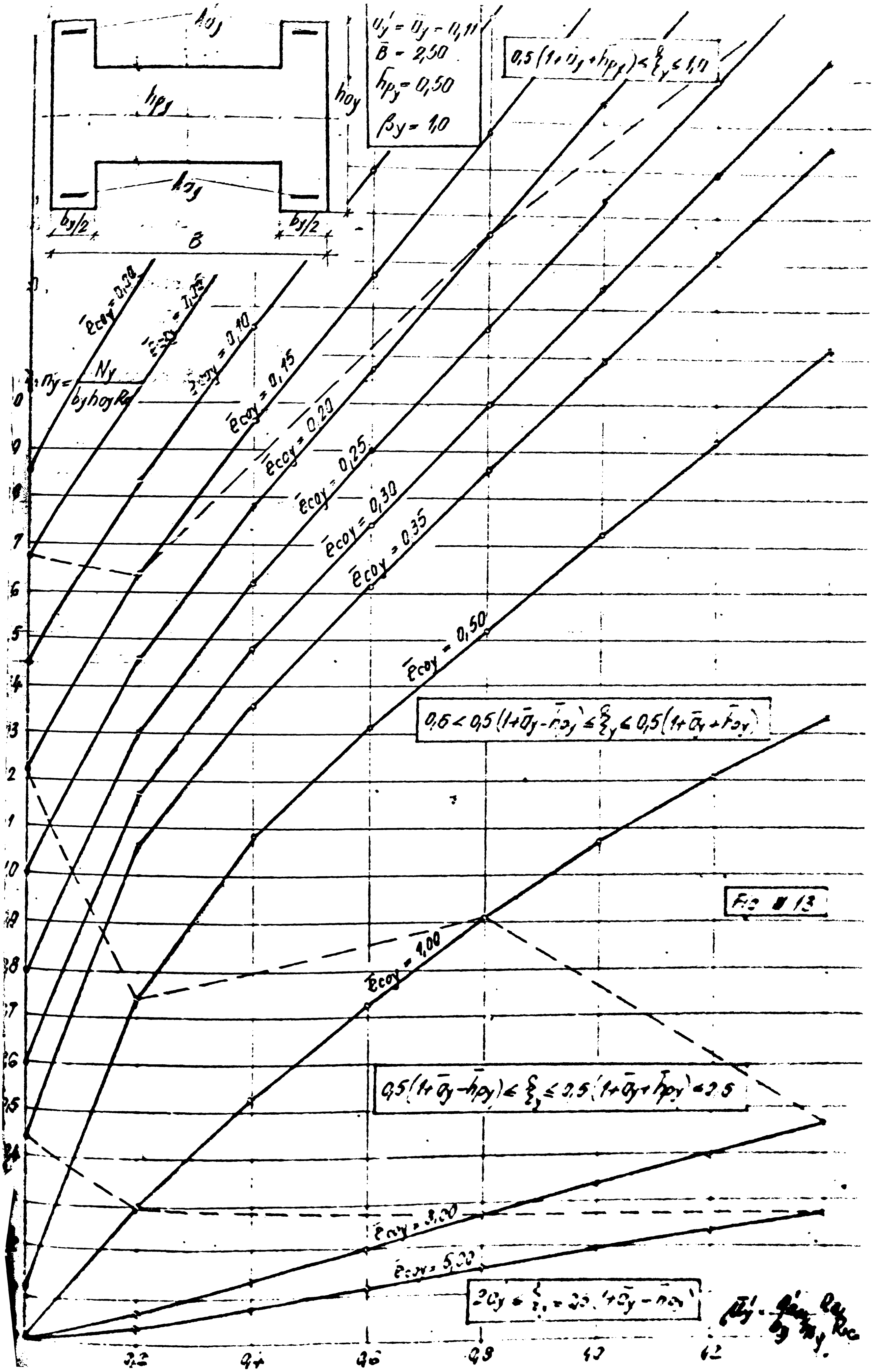
In conformitate cu STAS-ul 10107/0-76, în vigoare la ora actuală, N_c reprezintă forța longitudinală capabilă, de calcul, care poate fi preluată de secțiune, în cazul solicitării ei, la compresiune cu excentricitate minimă pe direcția laturii lungi, fără a se lua în considerare influența flexibilității.

Conform acestora, N_c se determină, după caz, fie din abacul din planul x, fie din abacul din planul y.

3.2.3.4. Verificarea secțiunii

După determinarea forțelor capabile ale secțiunii, N_x, N_y și N_c, determinate conform metodologiei de mai sus, verificarea se face cu relația lui Nikitin :

$$N \leq \frac{1}{\frac{1}{N_x}+\frac{1}{N_y}-\frac{1}{N_o}}$$



$\bar{a}'_y = \bar{a}_y = 0,11$
$\bar{B} = 2,50$
$\bar{h}_{py} = 0,50$
$\beta_y = 1,0$
$0,5(1+\bar{a}_y+\bar{h}_{py}) < \bar{\xi}_y \le 1,0$
$0,6 < 0,5(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{py}) \le \bar{\xi}_y < 0,5(1+\bar{a}_y+\bar{h}_{py})$
$0,5(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{py}) \le \bar{\xi}_y \le 0,5(1+\bar{a}_y+\bar{h}_{py}) = 0,5$
$2\bar{a}_y \le \bar{\xi}_y = 0,5(1+\bar{a}_y-\bar{h}_{py})$
$\bar{n}_y = \frac{N_y}{b_y h_{oy} R_c}$
$\bar{\mu}'_y = \frac{F'_{ay}}{b_y h_{oy}} \cdot \frac{R_{ay}}{R_c}$
$\bar{e}_{coy} = 0,05$
$\bar{e}_{coy} = 0,10$
$\bar{e}_{coy} = 0,15$
$\bar{e}_{coy} = 0,20$
$\bar{e}_{coy} = 0,25$
$\bar{e}_{coy} = 0,30$
$\bar{e}_{coy} = 0,35$
$\bar{e}_{coy} = 0,50$
$\bar{e}_{coy} = 1,00$
$\bar{e}_{coy} = 3,00$
$\bar{e}_{coy} = 5,00$
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2

Fig. № 13

BUPT

în care :

- N - reprezintă solicitarea de calcul ;

- N_x, reprezintă forța longitudinală de calcul, care poate fi preluată de secțiune, în cazul în care forța acționează în planul x, avînd excentricitatea e_{ocx} ;

- N_y, reprezintă forța longitudinală de calcul, care poate fi preluată de secțiune în cazul în care forța acționează în planul y, avînd excentricitatea e_{ocy} ;

- N_c, reprezintă forța longitudinală de calcul, care poate fi preluată de secțiune, în cazul solicitării ei la compresiune cu excentricitate minimă, pe direcția laturii lungi.

Proiectarea se face deci, prin verificări ale unor secțiuni alese, experiența proiectantului reducînd numărul încercărilor.

CAP.IV. CONTRIBUTII CU PRIVIRE LA CALCULUL LA STAREA LIMITA DE REZISTENTA, A ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT, DE SECTIUNE DUBLU T, SOLICITATE LA COMPRESIUNE EXCENTRICA OBLICA, UTILIZIND METODA AXEI NEUTRE INCLINATE

4.1. Calculul secțiunii dreptunghiulare

In scopul obținerii unei dimensionări economice, utilizînd metoda axei neutre înclinate, se iau în considerare ipotezele de calcul din stadiul III (de rupere), similare cu cele de la compresiune excentrică dreaptă.

4.1.1. Cazul compresiunii excentrice oblice, cu mare excentricitate

Se consideră o secțiune din beton armat, monosimetrică, solicitată la compresiune excentrică cu mare excentricitate (fig.IV.1). Pentru simplificarea calculului se consideră cazul cînd nu apare flambajul ($l_{f/i} \leq 35$).

Avem cazul compresiunii cu mare excentricitate cînd $x \leq 0,6h_o$ (IV.1).

Rezultantele eforturilor din secțiune sînt :

$N_b = A_b R_c$; $N'_a = A'_a R_a$; $N_a = A_a R_a$; $N_c = N_b + N'_a$ (IV.2.a la d)

Coordonatele centrelor de greutate ale rezultantelor eforturilor din secțiune sînt :

$$N_o(x_o;y_o);\ N'_a(x_a;y_a)\ N_a(o;p)$$

Poziția axei neutre este definită de doi parametrii :

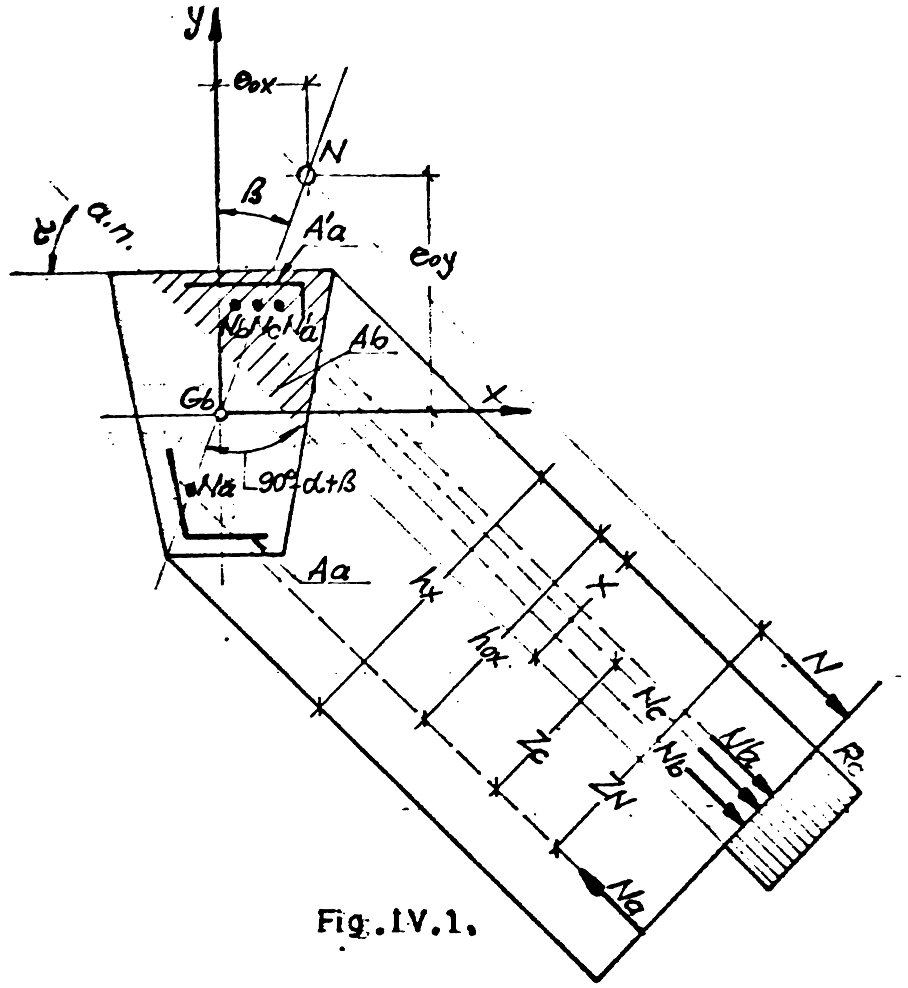


Fig. IV.1.

- mărimea valorii lui x ;
- unghiul α, care definește direcția axei neutre față de orizontală.

Pentru definirea axei neutre sînt necesare două ecuații. Una reprezintă ecuația de proiecții după axa barei, a eforturilor din secțiunea transversală, iar a doua, reprezintă condiția de coliniaritate a punctelor de aplicație, a forței N, a rezultantei eforturilor din zona comprimată a secțiunii N_c și a rezultantei eforturilor din armătura A_a.

Sistemul format de cele două ecuații este :

$$\begin{cases} N = N_c - N_a \\ x_c = (y_c + p)\, tg\beta - o \end{cases} \qquad \text{(IV.3 și IV.4)}$$

Din rezolvarea sistemului rezultă coordonatele rezultantei eforturilor de compresiune din zona comprimată, x_c și y_c, care definesc poziția axei neutre.

Formula de calcul se obține dintr-o ecuație de momente în raport cu centrul de greutate al armăturii întinse :

$$N \cdot Z_N \leq N_c \cdot Z_c \qquad \text{(IV.5)}$$

sau :

$$N \leq N_c \frac{Z_c}{Z_N} \qquad (IV.5.a)$$

care :

$$- Z_N = \sin(90^o+\beta-\alpha)\sqrt{(o+e_{o_x})^2+(p+e_{o_y})^2} \qquad (IV.6)$$

$$- Z_c = \sin(90^o+\beta-\alpha)\sqrt{(o+x_c)^2+(p+y_c)^2} \qquad (IV.7) .$$

Ecuaţiile (IV.3) şi (IV.4), pentru determinarea poziţiei axei neutre, se particularizează mai jos, pentru secţiuni transversale de formă dreptunghiulară.

Se disting trei cazuri :

- cînd zona comprimată este de formă triunghiulară (fig. IV.2) ;
- cînd zona comprimată este de formă trapezoidală, trapezul avînd înălţimea egală cu lăţimea b a secţiunii (fig.IV.3) ;
- cînd zona comprimată este de formă trapezoidală, trapezul avînd înălţimea egală cu înălţimea h a secţiunii (fig.IV.4).

In toate cazurile, poziţia axei neutre se defineşte prin mărimile u şi v, care se calculează din sistemul de ecuaţii (IV.3 şi IV.4) obţinîndu-se expresiile (IV.8 la IV.16) ; (IV.17 la IV.21) şi (IV.22 la IV.27).

Delimitarea între cazuri se face prin valoarea unghiului β, astfel :

- zona de beton comprimată este triunghiulară dacă

$$tg\,\beta \geq tg\,\beta_1$$

- zona de beton, comprimată, este trapezoidală dacă $tg\,\beta \leq tg\,\beta_1$

în care :

$$tg\,\beta_1 = \frac{N_s'(x_s' - \frac{h}{2} - o) - \alpha_N(\frac{1}{6}b + o)}{\alpha_x(\frac{2}{3}\frac{\alpha_N}{bR_c} - \frac{h}{2} - p) + N_a'(\frac{h}{2} - y_a' + p)} \qquad (IV.28)$$

4.1.2. Cazul compresiunii excentrice oblice, cu mică excentricitate

Se consideră atunci cînd $x > 0{,}6\ h_{o_x}$ (IV.29)

In această situaţie, armătura A_a, mai depărtată de forţa excentrică N, nu intră în curgere prin întindere, la starea limită de rezistenţă. In armătura A_a pot fi fie eforturi unitare de întindere, dar sub valoarea R_a, fie eforturi unitare de compresiune. Ridicarea nedeterminării efortului rezultant din armă-

ZONA COMPRIMATA DE FORMA TRIUNGHIULARA

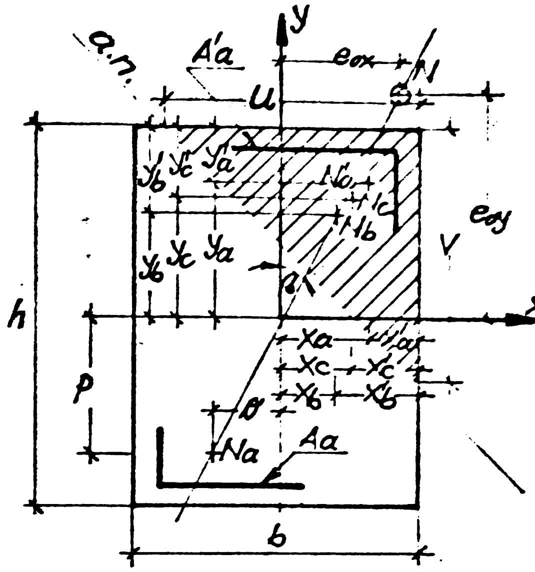


Fig.IV.2.

$$u = 2\frac{\alpha_N}{v \cdot R_c} \qquad \text{(IV.8)} \qquad \alpha_N = N_b - R_a(A_a' - A_a) \qquad \text{(IV.9)}$$

$$v = -\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\gamma_1 + \gamma_2)^2 \pm \frac{8\alpha_N}{tg\beta R_c}} \qquad \text{(IV.10)}$$

$$\gamma_1 = \frac{3}{2}\frac{b}{tg\beta} - \frac{3}{2}h - 3p \pm \frac{3o}{tg\beta} \qquad \text{(IV.11)}$$

$$\gamma_2 = \frac{N_a'}{N}\left(\gamma_1 - \frac{3x_a'}{tg\beta} + 3y_a'\right) \qquad \text{(IV.12)}$$

$$x_c = \frac{b}{2} - x_c' \qquad \text{(IV.13)}$$

$$y_o = \frac{h}{2} - y_o' \qquad \text{(IV.14)}$$

$$x_c' = \frac{N_a' x_a' + N_b x_b'}{N_o} \qquad \text{(IV.15)}$$

$$y_o' = \frac{N_a' y_a' + N_b y_b'}{N_o} \qquad \text{(IV.16)}$$

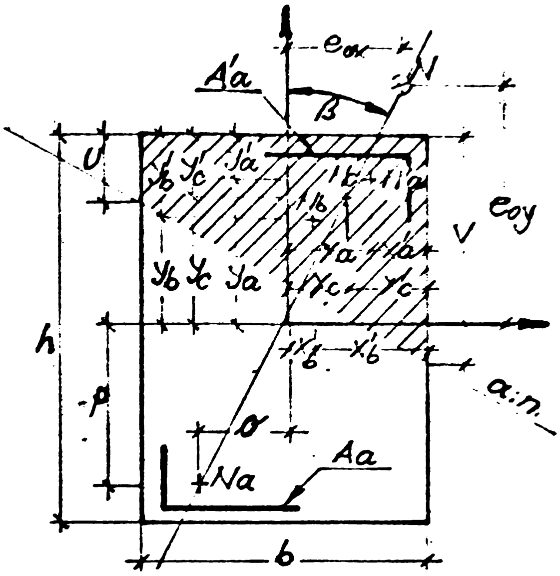


Fig.IV.3

$$u = \frac{2\alpha_N}{bR_c} - v \qquad \text{(IV.17)}$$

$$\alpha_N = N_3 = N - R_a(A'_a - A_a). \qquad \text{(IV.9)}$$

$$v = \frac{\alpha_N}{b\,R_c} - \frac{1}{2}\frac{h}{tg\beta} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\frac{b}{tg\beta} - \frac{\alpha_N}{b\,R_c}\right)^2 - \gamma_3} \qquad \text{(IV.18)}$$

$$\gamma_3 = \frac{3\,N'_a}{b\,R_c\,tg\beta}\left(b - h\,tg\beta - 2\,x'_a - 2p\,tg\beta + 2\,y'_a\,tg\beta + 2o\right) +$$

$$+ \frac{\alpha_N}{b\,R_c\,tg\beta}\left(\frac{4\,N}{b\,R_c}\cdot tg\beta - b - 3\,h\,tg\beta - 6\,p\,tg\beta + 6\,o\right) \qquad \text{(IV.19)}$$

$$x_c = \frac{b}{2} - x'_c \quad \text{(IV.13)} \qquad x'_c = \frac{N'_a\,x'_a + N_b\,x'_b}{N_c} \qquad \text{(IV.15)}$$

$$y_c = \frac{h}{2} - y'_c \quad \text{(IV.14)} \qquad y'_c = \frac{N'_a\,y'_a + N_b\,y'_b}{N_c} \qquad \text{(IV.16)}$$

$$x'_b = \frac{1}{3}\,b\,\frac{v + 2u}{v + u} \qquad \text{(IV.20)}$$

$$y'_b = \frac{u^2 + \frac{1}{3}(v - u)(2u + v)}{u + v} \qquad \text{(IV.21)}$$

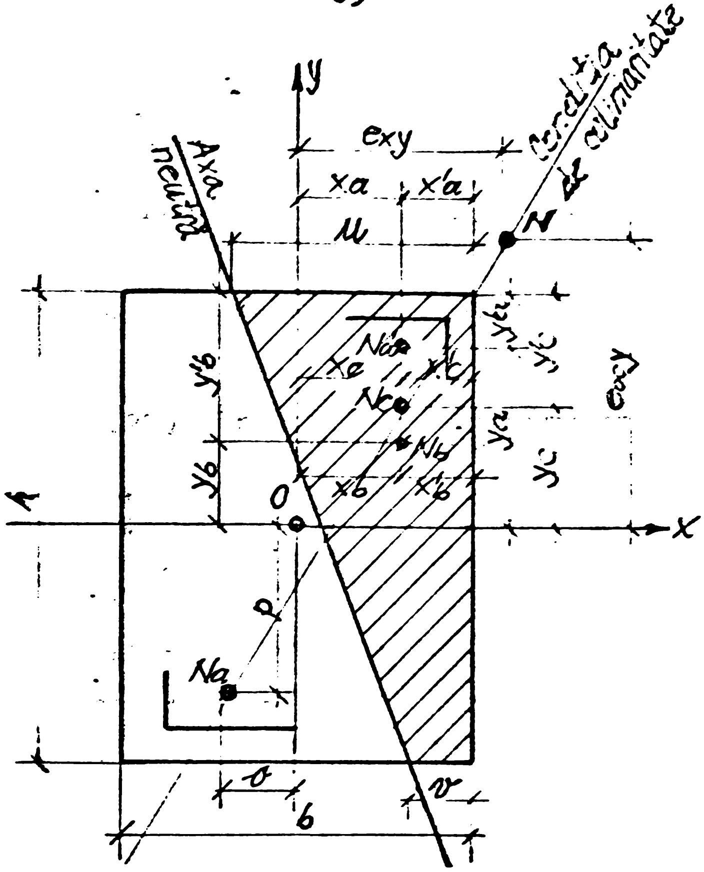


Fig.IV.4.

$$u = \frac{2\,N_b}{h\,R_c} - v \qquad \text{(IV.22)}$$

$$\alpha_N = N_b = N - R_a(A'_a - A_a) \qquad \text{(IV.9)}$$

$$v_{1,2} = \frac{\gamma_4 \pm \sqrt{\gamma_4^2 - 4\gamma_5}}{2} \qquad \text{(IV.23)}$$

$$\gamma_4 = \frac{2N_b}{hR_c} + h\ \mathrm{tg}\beta \qquad \text{(IV.24)}$$

$$\gamma_5 = -\frac{6}{hR_c}(N'_a+N_b)\left(\frac{b}{2}+o\right) + \frac{6}{hR_c}N'_a x'_a + 4\frac{N_b^2}{h^2R_c^2} + \frac{N_b\,\mathrm{tg}\beta}{hR_c}\left(\frac{h}{6}+p\right) + \frac{6N'_a\,\mathrm{tg}\beta}{hR_c}\left(\frac{h}{2}+p\right) + \frac{6}{hR_c}(pN_b - N'_a y'_a)\,\mathrm{tg}\beta \qquad \text{(IV.25)}$$

$$x_o = \frac{b}{2} - x'_c \quad \text{(IV.13)} \qquad x'_c = \frac{N'_a x'_a + N_b x'_b}{N_o} \qquad \text{(IV.15)}$$

$$y_o = \frac{h}{2} - y'_c \quad \text{(IV.14)} \qquad y'_o = \frac{N'_a y'_a + N_b y_b}{N_o} \qquad \text{(IV.16)}$$

$$x_b' = \frac{u^2 + uv + v^2}{3(u + v)} \quad (IV.26) \qquad y_b' = \frac{h}{3}\left(\frac{2u + v}{u + v}\right) \quad (IV.27)$$

tura A_a, se poate face utilizînd ecuaţia de compatibilitate a deformaţiilor, sau procedeul simplificat al lui Cistiakov.

Conform procedeului simplificat, efortul unitar în armătura A_a va fi :

$$\pm\sigma_a = kR_a \quad (4.29) \quad \text{în care} \quad k = 2\frac{h_{ox} - x}{h_{ox} - x_{lim}} - 1 \quad (IV.30)$$

pentru $0,6\, h_{ox} < x < h_{ox}$

Pentru $x > h_{ox}$, $\sigma_a = -R_a$ (IV.31)

Introducerea valorii lui K, în sistemul de ecuaţii (3 şi 4), duce la expresii complicate, greu rezolvabile. De aceea, calculul valorilor lui x_c şi y_c, respectiv a valorilor u şi v, se face prin aproximaţii succesive. Se calculează la început valoarea lui x_c şi y_c, în care se ia $\sigma_a = R_a$, cu care se determină o valoare a lui x. Cu valoarea lui x, se calculează valoarea lui K, conform relaţiei (4.30) şi cu această valoare a lui K, valoarea lui σ_a, conform relaţiei (4.29). Cu valoarea obţinută a lui σ_a se rezolvă din nou sistemul de ecuaţii (IV.3 şi IV.4), obţinîndu-se noi valori ale lui x_c şi y_c, respectiv un nou x.

Calculul se repetă pînă două valori consecutive ale lui x, respectiv σ_a, nu diferă între ele cu mai mult de $\pm$ 3 %.

Cu ultima valoare a lui σ_a se va face calculul capacităţii portante a secţiunii cu relaţia (IV.5).

Dacă $x > h_{ox}$, în sistemul de ecuaţii (IV.3 şi IV.4) se intră cu valoarea σ_a = -Ra.

Particularizînd, pentru secţiunea dreptunghiulară, zona comprimată poate fi de formă trapezoidală fig.IV.3 şi fig.IV.4, caz în care mărimile căutate u, v, x_c şi y_c se determină calc mare excentricitate cu relaţiile (IV.17 la IV.21) şi (IV.22 la IV.27), valoarea lui N_a=k R_a A_a, sau poate să fie de formă poligonală (fig.IV.5), în care caz, mărimile u, v, x_c şi y_c se calculează cu relaţiile (IV.32 la IV.42).

Delimitarea între cele două cazuri, privind forma zonei comprimate (trapez ori poligon) se face prin valoarea unghiului β astfel :

- zona comprimată este trapezoidală dacă

$$tg\beta \leq tg\beta_2 \;;$$

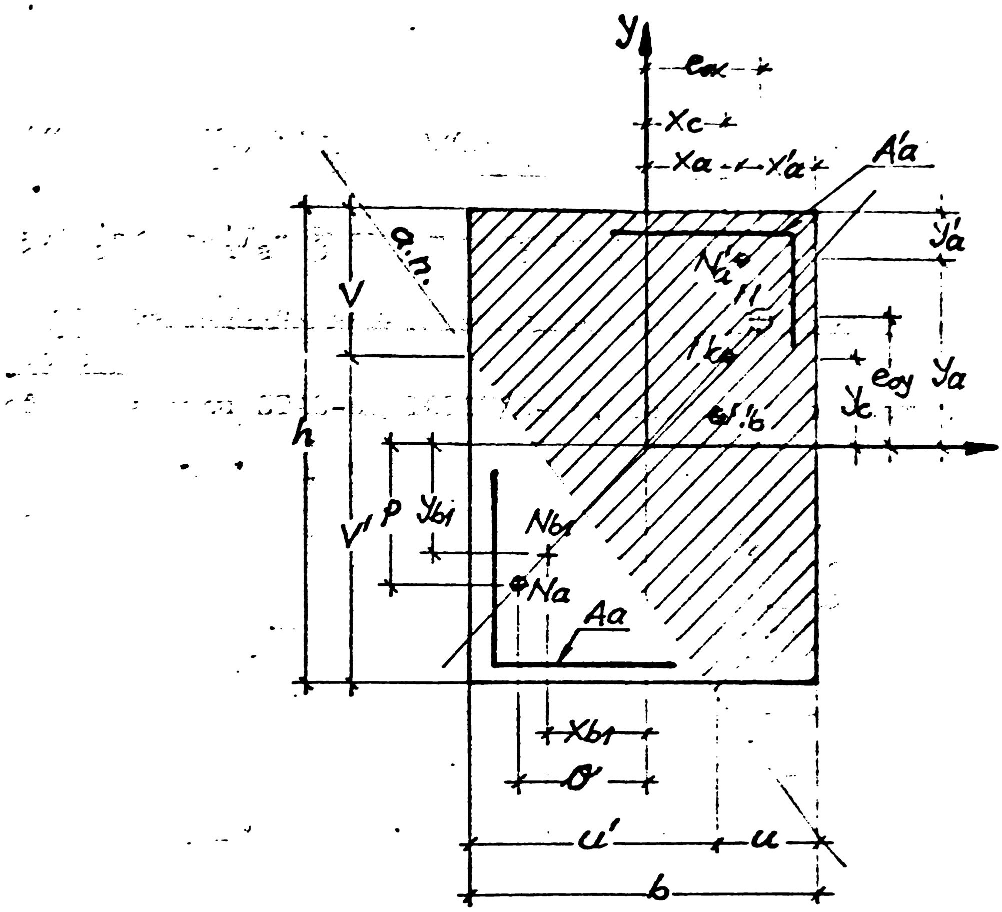


Fig.IV.5.

$u = b - u'$ (IV.32) $v = h - v'$ (IV.33) $u' = \frac{\alpha_N}{v' R_c}$

$\alpha_N = bh R_c + R_a(A'_a - KA_a) - N$ (IV.35)

$$v' = -\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\gamma_1 + \gamma_2)^2 + \frac{8\alpha_N}{tg\beta}}$$

$$\gamma_1 = \frac{3}{2}\left(\frac{b}{tg\beta} - h\right) + 3 R_c\left(p - \frac{o}{tg\beta}\right)\left(1 - \frac{bh R_c}{\alpha_N}\right)$$

$$\gamma_2 = \frac{3 R_c N'_a}{\alpha_N tg\beta}(x_a - y_a\, tg\beta - p\, tg\beta + o)$$

$$x_o = \frac{\frac{u' v'}{2}\left(\frac{b}{2} - \frac{1}{3}u'\right) + N_a x_a}{N_o}$$

$$y_o = \frac{\frac{u' v'}{2}\left(\frac{h}{2} - \frac{1}{3}v'\right) + N'_a y_a}{N_o}$$

$N_o = N_b + N'_a$ (IV.41) $N_b = (bh - \frac{1}{2}u' v') R_c$

- zona comprimată este poligonală dacă

$$tg\,\delta \geq tg\,\beta_2.$$

în care :

$$tg\,\beta_2 = \frac{(\alpha + \frac{b}{2})(N'_a + \alpha_N) - N'_a x_a - \frac{2}{3} b\alpha_N + \frac{1}{6} b^2 h R_c}{(p + \frac{h}{2})(N'_a + \alpha_N) - N'_a y_a - \frac{2}{3} \frac{(\alpha_N)^2}{bR_c} + \frac{\alpha_N}{3} h - \frac{1}{6} bh^2 R_c}$$

4.2. <u>Aplicarea metodei axei neutre înclinate la secțiuni dublu T</u>

In conformitate cu STAS-ul 10107/0-76, calculul la starea limită de rezistență se efectuează pe baza relației, (fig.IV.6) :

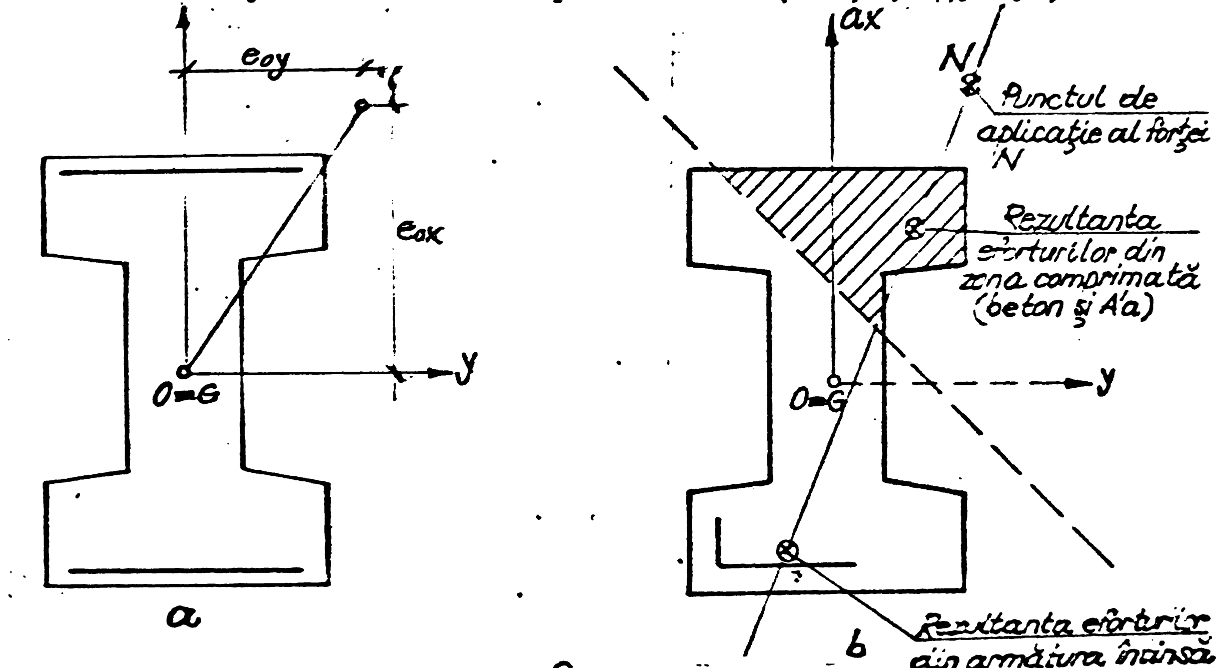


Fig.IV.6.

$$N \leq A_b R_c + (A'_a - A_a) R_a \qquad (IV.43)$$

In relația (IV.43), poziția axei neutre se determină prin încercări, ținînd seama și de relația (IV.43) și de condiția de coliniaritate a punctelor de aplicație, a forței N, a rezultantei eforturilor din zona comprimată a secțiunii, (betonul comprimat și armătura comprimată A'_a) și a rezultantei eforturilor de întindere din armătura A_a (relația IV.44) :

$$S_{b_N} R_c \pm A'_a R_a e' - A_a R_a e = 0 \qquad (IV.44),$$

în care :

- S_{b_N} este momentul static al zonei comprimate de beton, în raport cu punctul de aplicație al forței N ;
- A_b - aria zonei comprimate de beton.

În continuare se prezintă o metodă practică, care se poate aplica secțiunilor dublu T. Se consideră secțiunea dublu T din fig. IV.7, armată simetric ($A_a = A_a'$), acționată de forța N, aplicată excentric oblic, cu excentricitățile e_{oc_x} și e_{oc_y}.

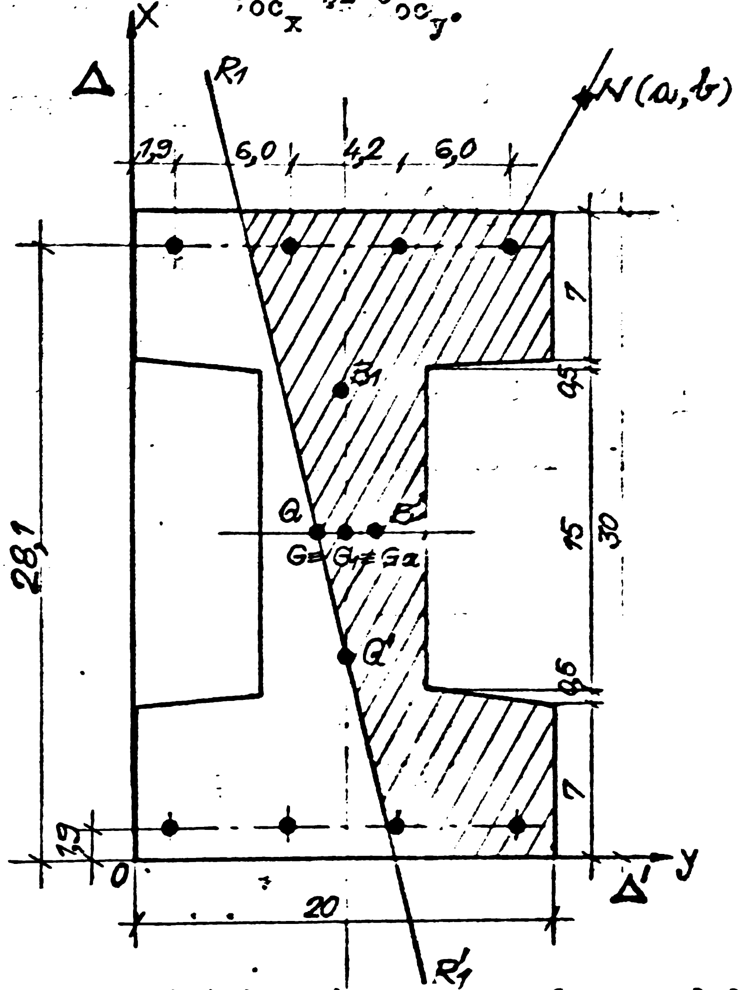


Fig. IV.7.

Pentru determinarea poziției axei neutre se face apel la metodele utilizate în Rezistența materialelor.

Acest lucru presupune, pentru început, admiterea ipotezelor generale din rezistența materialelor :

- materialul se consideră ideal elastic ;
- există proporționalitate între eforturile unitare și deformațiile specifice corespunzătoare (legea lui Hooke) ;
- secțiunile plane rămîn plane și după deformarea elementelor (ipoteza lui Bernoulli).

Se specifică că poziția axei neutre se determină prin îmbunătățiri succesive.

Astfel, pentru o primă determinare a poziției axei neutre, se consideră că participă la preluarea forței excentrice oblice N, întreaga secțiune de beton și de armătură (echivalată în secțiune de beton - $\frac{E_a}{E_b} \cdot A_a$).

Pentru secţiunea aleasă (fig.IV.7), se calculează aria secţiunii de beton A_{1b} şi aria echivalentă a armăturii A_a. Se consideră două drepte, Δ şi Δ', care nici una nu trece prin centrul de greutate al secţiunii, $G(\xi,\eta)$, ca în fig.IV.7. Se calculează momentele statice ale ariei de beton şi ale ariei de armătură în raport cu dreptele alese Δ şi Δ'. Momentele statice sînt :

$$S_{\Delta_{b1}};\ S_{\Delta'_{b1}};\ S_{\Delta A_a}\ \text{şi}\ S_{\Delta' A_a}$$

Se calculează şi momentele de inerţie în raport cu axele Δ şi Δ' notate : $I_{\Delta b1}$; $I_{\Delta' b1}$; $I_{\Delta A_a}$ şi $I_{\Delta' A_a}$, precum şi momentele de inerţie centrifugale : $I_{\Delta\Delta' b1}$ şi $I_{\Delta\Delta' A_a}$

Coordonatele centrului de greutate G_1 al ariei de beton şi al ariei echivalente de armătura $(A_{1b} + A_a)$, vor fi :

$$\xi_1 = \frac{S_{\Delta' A_a} + S_{\Delta' A_a}}{A_{1b} + A_a} \quad \text{şi} \quad \eta_1 = \frac{S_{\Delta b1} + S_{\Delta A_a}}{A_{1b} + A_a} \qquad (IV.45.a,b)$$

Coordonatele centrului de greutate al ariei armăturilor G_a, vor fi

$$\xi_o = \frac{S_{\Delta' A_a}}{A_a} \quad \text{şi} \quad \eta_o = \frac{S_{\Delta A_a}}{A_a} \qquad (IV.46.a,b)$$

Se arată în Rezistenţa materialelor, că axa neutră corespunzătoare punctului de aplicaţie al forţei excentrice oblice, E, este simetrica faţă de G, a polarei punctului E, luată în raport cu elipsa centrală de inerţie. Astfel dacă punctul E are coordonatele a şi b, $[E(a,b)]$, ecuaţia axei neutre se poate scrie sub forma :

$$\frac{(-a)x}{i_y^2} + \frac{(-b)y}{i_x^2} - 1 = 0 \qquad (IV.47)$$

Dreapta simetrică faţă de G a polarei unui punct se mai numeşte şi antipolara acelui punct, deci se poate spune că axa neutră a punctului E este antipolara lui E în raport cu elipsa centrală de inerţie şi invers, punctul de aplicare al forţei corespunzător axei neutre Δ este antipolul dreptei Δ (simetricul în raport cu G al polului dreptei Δ).

Punctul de aplicare al forţei şi axa neutră corespunzătoare, se bucură de aceleaşi proprietăţi ca polul şi polara.

Cînd se dă secţiunea, se poate găsi elipsa de inerţie corespunzătoare, însă în general ea se determină dificil. Din această cauză este mai simplu a se lucra cu figurile reciproce, servindu-ne de secțiune. Astfel unui punct B_1 al figurii S, îi corespunde o dreaptă $\mathcal{L}$ în figura S', de unde rezultă că punctul B_1 și dreapta $\mathcal{L}$ sînt figuri reciproce în raport cu secțiunea dată. Se remarcă că axa neutră $\mathcal{L}$ și punctul corespunzător de aplicare al forței E, sînt cele mai simple figuri reciproce în raport cu o secțiune.

Se amintesc proprietățile referitoare la punctul E, de aplicare al forței și la axa neutră corespunzătoare :

- cînd punctul E se mișcă în planul secțiunii pe o dreaptă D, axa neutră Δ se rotește în jurul unui punct B, care este tocmai punctul de aplicare al forței, corespunzător axei neutre D și invers ;

- cînd punctul E coincide cu centrul de greutate G al secțiunii, axa neutră este dreapta de la infinit. Acesta este cazul compresiunii centrice ;

- dacă punctul E se mișcă pe dreapta de la infinit, axa neutră se rotește în jurul centrului de greutate al secțiunii.

Cu această digresiune, se revine la situația concretă analizată.

Se determină punctele reciproce B_1 și B_1' ale dreptelor Δ și $\mathcal{L}'$ în raport cu secțiunea de beton și de armătură echivalentă în secțiune de beton (A_{b1} + A_a), care au coordonatele (față de axele Δ și Δ' identice cu x respectiv y) :

$$B_1 \begin{cases} x_1 = \dfrac{I_{\Delta\Delta' b1} + I_{\Delta\Delta' A_a}}{S_{\Delta b1} + S_{\Delta A_a}} \\[2ex] y_1 = \dfrac{I_{\Delta b1} + I_{\Delta A_a}}{S_{\Delta b1} + S_{\Delta A_a}} \end{cases} \qquad \text{(IV.48.a,b)}$$

$$B_1' \begin{cases} x_1' = \dfrac{I_{\Delta' b1} + I_{\Delta' A_a}}{S_{\Delta' b1} + S_{\Delta' A_a}} \\[2ex] y_1' = \dfrac{I_{\Delta\Delta' b1} + I_{\Delta\Delta' A_a}}{S_{\Delta' b1} + S_{\Delta' A_a}} \end{cases} \qquad \text{(IV.49.a,b)}$$

Relațiile (IV.48) și (IV.49), care dau coordonatele punctelor reciproce B_1 și B_1' sînt demonstrate în continuare (relațiile IV.55.a și b).

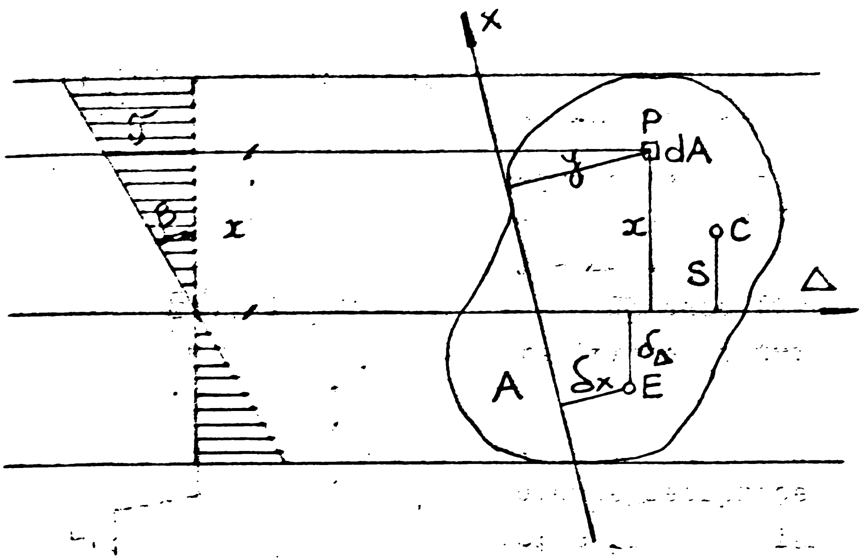


Fig.IV.8.

Pentru aceasta se consideră o secţiune A şi două axe : Δ şi x (fig. IV.8).

Notînd cu δ_Δ şi respectiv δ_x, distanţele punctului E, de aplicaţie a forţei excentrice N, faţă de axa Δ şi respectiv x şi cu x şi y distanţele la aceleaşi axe ale unui punct curent P al secţiunii, efortul unitar în acest punct curent P, este : $\sigma = x \operatorname{tg} \beta = kx$. (IV.50)

Notînd elementul de suprafaţă cu dA, efortul N va fi :

$$N = \int \sigma dA = K \int x dA = K S_\Delta \qquad \text{(IV.51)}$$

de unde $\quad K = \frac{N}{S_\Delta}$ (IV.52)

în care S_Δ este momentul static al secţiunii în raport cu axa neutră .

Momentele volumului eforturilor unitare în raport cu axele Δ şi respectiv X sînt :

$$N \cdot \delta_\Delta = \int \sigma x dA = K \int x^2 dA = K I_\Delta \qquad \text{(IV.53)}$$

$$N \cdot \delta_X = \int \sigma y dA = K \int xy dA = K I_{\Delta X} \qquad \text{(IV.54)}$$

în care dacă se înlocuieşte valoarea lui k din (IV.52) obţinem

$$\delta_\Delta = \frac{I_\Delta}{S_\Delta} \quad \text{şi} \quad \delta_X = \frac{I_{\Delta X}}{S_\Delta} \qquad \text{(IV.55.a şi b)}$$

în care I_Δ şi $I_{\Delta X}$ sînt momentul de inerţie în raport cu axa neutră şi respectiv momentul centrifugal în raport cu axele Δ şi X.

Dacă axa X trece prin punctul E, atunci $\delta_X = 0$, $I_{\Delta X} = 0$.

Aceasta înseamnă că orice dreaptă dusă prin punctul de aplicare al unei forţe este conjugată cu axa neutră corespunzătoare acestui punct în raport cu secţiunea considerată. De asemenea inversa acestei proprietăţi este adevărată şi anume : dacă o dreaptă este conjugată, în raport cu o secţiune, cu toate dreptele care trec printr-un punct dat E, atunci dreapta respectivă este axa neutră corespunzătoare punctului E de aplicare a forţei.

Se determină apoi un prim punct Q, al axei neutre corespunzătoare punctului de aplicaţie al forţei, E(a,b), servindu-ne de dreapta Δ şi de reciprocul ei, punctul B.

Pentru aceasta, se urmăreşte raţionamentul de mai jos, împreună cu fig.IV.9. Se cunosc deci : $G_1(\xi,\eta)$, $B_1(x_1,y_1)$, $E(a,b)$ şi axele de coordonate $x=\Delta$ şi $y=\Delta'$.

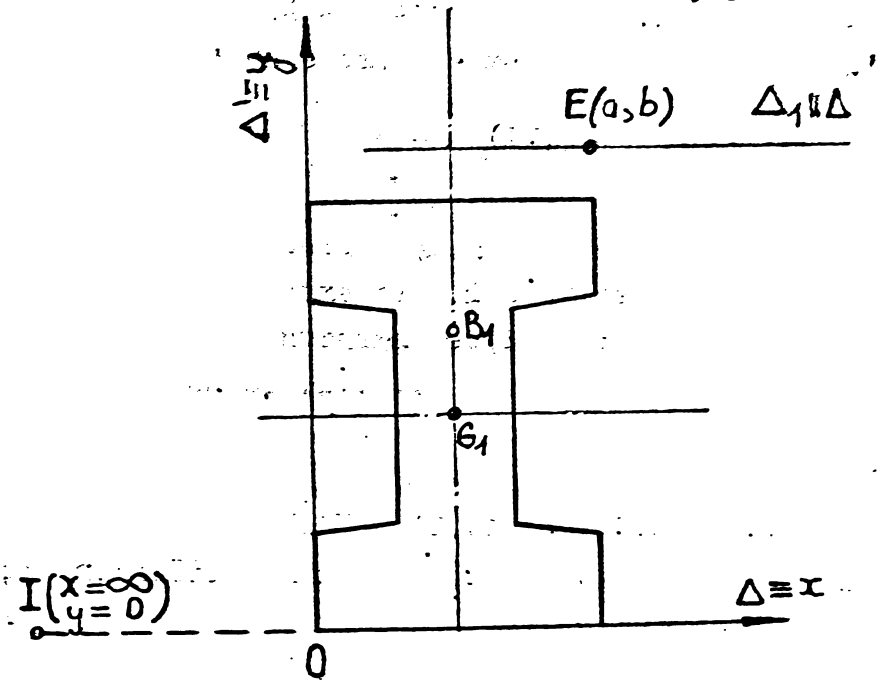


Fig.IV.9.

In baza figurilor reciproce, tuturor punctelor de pe dreapta Δ, le corespund drepte reciproce ce trec prin B_1, iar punctului I de la infinit al dreptei Δ, îi corespunde ca reciprocă dreapta B_1G_1. Dacă ducem prin E(a,b) o dreaptă paralelă cu dreapta Δ, notată Δ_1 şi îi determinăm punctul reciproc, notat cu Q, ştiind că toate dreptele ce trec prin E au ca reciproce puncte situate pe axa neutră, rezultă că şi punctul Q (reciprocul unei drepte ce trece prin E) se va afla pe axa neutră. Dreapta Δ_1, trecînd şi ea prin punctul de la infinit, I, al dreptei Δ rezultă că punctul Q se găseşte pe dreapta B_1G_1 care este reciproca punctului I.

Pentru găsirea ordonatei punctului Q, (abscisa fiind cunoscută prin dreapta B_1G_1), se aplică relaţia (IV.55.a) :

$$y_Q = \frac{I_{x\Delta_1}}{S_{\Delta_1}} = \frac{\int (y-b)y\,dA}{A\,d_{\Delta 1}} = \frac{\int y^2 dA - b\int y\,dA}{A\,d_{\Delta 1}} \qquad \text{(IV.56)}$$

în care $d_{\Delta 1}$ este distanţa de la G_1 la dreapta Δ_1 adică $(b-\eta)$.

Tot conform relaţiei (IV.55.a), putem scrie :

$$y_1 = \frac{I_{x\Delta 1}}{S_{\Delta 1}} = \frac{\int y^2 dA}{A\cdot d_\Delta} \qquad \text{(IV.57)}$$

în care d este distanţa de la G_1 la dreapta Δ adică η.

Dacă în relația (IV.56), introducem valoarea lui y_1, dată de (IV.57) se obține :

$$y_Q = \frac{d_\Delta}{d_{\Delta 1}}(y_1 - b) = \frac{\eta(y_1 - b)}{(b - \eta)} \qquad \text{(IV.58)}$$

Pentru a trasa axa neutră, avem nevoie de cel puțin încă un punct Q'. Pentru determinarea lui se aplică același raționament, în raport cu axa Δ'. Abscisa punctului Q' este dată de relația :

$$x_{Q'} = \frac{\xi(x_2 - a)}{a - \xi} \qquad \text{(IV.59)}$$

Avînd acum două puncte situate pe axa neutră, aceasta se poate trasa, fiind dreapta ce trece prin punctele Q și Q'.

Aceasta se notează cu R_1R_1' și ea este axa neutră căutată în prima aproximare, cînd se consideră active, întreaga secțiune de beton și de armătură echivalentă (a se vedea fig.IV.7).

Urmează a doua determinare a poziției axei neutre cînd se consideră că la preluarea forței excentrice oblice N, participă numai zona comprimată de beton R_1, B, H, F, L, M, N, R_1', precum și întreaga secțiune de armătură, (fig.IV.7).

Se determină aria zonei comprimate de beton de mai sus, notată A_{2b}. Se repetă ciclul operațiilor. Se determină centrul de greutate G_2 al zonei comprimate și al întregii armături echivalente $(A_{2b} + A_a)$, cu relațiile (IV.45.a și b), determinîndu-se în prealabil, centrul de greutate al zonei comprimate de beton A_{2b}, momentele statice ale zonei comprimate de beton A_{2b} în raport cu axele Δ și Δ', precum și momentul de inerție și momentul de inerție centrifugal, al zonei de mai sus (A_{2b}) față de aceleași axe.

Coordonatele G_2 vor fi :

$$\xi_2 = \frac{S_{\Delta' b_2} + S_{\Delta' A_a}}{A_{2b} + A_a} \quad \text{și} \quad \eta_2 = \frac{S_{\Delta b_2} + S_{\Delta A_a}}{A_{2b} + A_a}$$

Se determină în continuare, punctele reciproce B_2 și B_2', ale dreptelor Δ și Δ', în raport cu $(A_{2b} + Aa)$, a căror coordonate se determină cu relațiile (IV.48.a,b) și (IV.49.a,b).

Pe dreapta G_2B_2 se va găsi punctul Q_1 al axei neutre, corespunzătoare zonei comprimate de beton și întregii armături echivalente, a cărui ordonată se determină cu relația (IV.58).

Pe dreapta G_2B_2' se va găsi punctul Q_1', tot al axei neutre, corespunzătoare zonei comprimate de beton și întregii armături echivalente.

Se poate trasa acum poziția axei neutre N_2N_2' în aproximarea a doua.

Se procedează în mod identic în aproximarea a treia, ş.a.m.d., pînă între două aproximări succesive, diferenţele dintre poziţiile axelor neutre respective, sînt acceptabile de mici.

Se specifică, dificultatea determinării ariei zonei comprimate de beton, în aproximările a doua şi următoarele, avînd formă deosebit de complicată în plan, precum şi celelalte caracteristici statice (moment static, moment de inerţie), necesare conducerii calculului analitic.

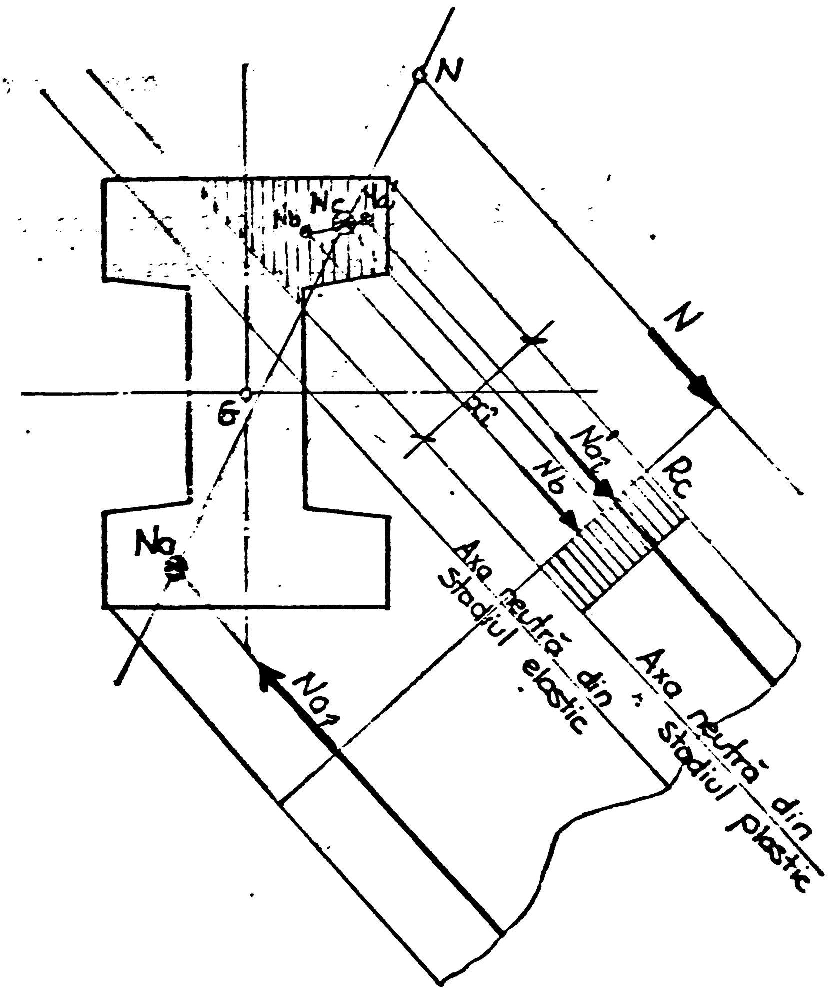


Fig.IV.10.

Pentru înlăturarea neajunsurilor, fie că se descompune aria comprimată de beton în suprafeţe geometrice regulate (un calcul cu aproximaţii), fie că se apelează la lucrarea [35], care permite un calcul mai precis.

Urmează acum, trecerea, de la considerarea betonului ca material care se comportă elastic, la diagrama de calcul dreptunghiulară pentru betonul zonei comprimate, care consideră în momentul ruperii că betonul s-a plasticizat.

Această trecere se face, luînd în considerare următoarea ipoteză :

- se menţine şi în stadiul plastic, înclinarea axei neutre determinată în stadiul elastic.

Cu această ipoteză, înălţimea x_1 (a axei neutre înclinate) rezultă din ecuaţia de proiecţii după direcţia axei neutre înclinate (fig.IV.10):

$$N = N_b' + N_a' - N_{a1} \quad (IV.60)$$

CAP.V. CONTRIBUTII CU PRIVIRE LA CALCULUL LA STAREA LIMITA DE REZISTENTA, A ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT, DE SECTIUNE DUBLU T, SOLICITATE LA COMPRESIUNE EXCENTRICA OBLICA, UTILIZIND CURBELE DE INTERACTIUNE

5.1. Aspecte generale

O structură, oricare ar fi ea, pe durata existenței ei, este supusă unor stări de solicitări, care variază în funcție de o mulțime de factori.

Pentru o secțiune a structurii, totalitatea stărilor de solicitare, poate alcătui o mulțime, ce definește un domeniu într-o reprezentare grafică, fig.V.1.

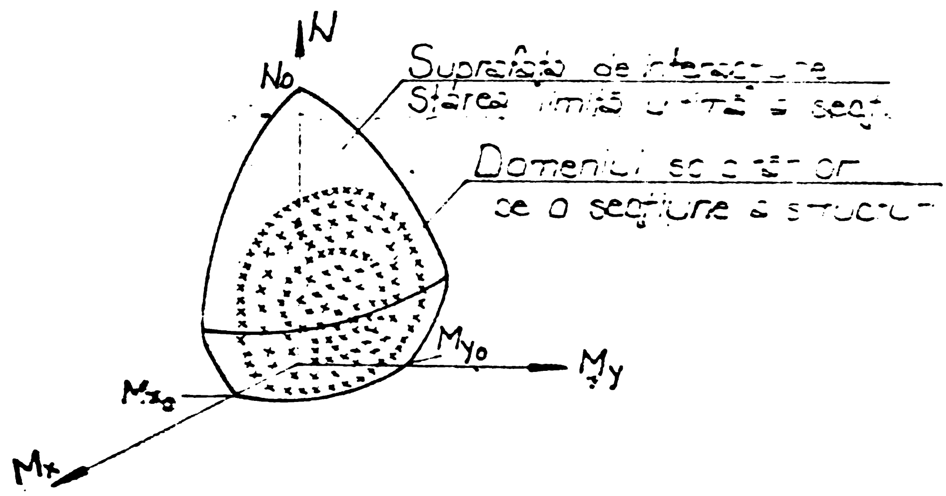


Fig.V.1. Domeniul solicitărilor și acoperirea acestuia de suprafețele de interacțiune, la compresiune excentrică oblică.

Relațiile ce exprimă starea limită ultimă, luînd în considerare simultan cele trei eforturi $-N-M_x-M_y-$ duc la niște suprafețe, denumite suprafețe de interacțiune. Acestea sînt :

- $N-M_x$:
- $N-M_y$:
- M_x-M_y pentru N = constant.

Condiția de stabilitate mecanică a secțiunii este acoperirea integrală a domeniului solicitărilor, de către suprafețele de interacțiune.

Vectorul solicitărilor $S(N, M_x, M_y)$, trebuie să se afle permanent în interiorul volumului închis de suprafețele de interacțiune, către triedrul axelor de referință, cel mult poate atinge aceste suprafeţe.

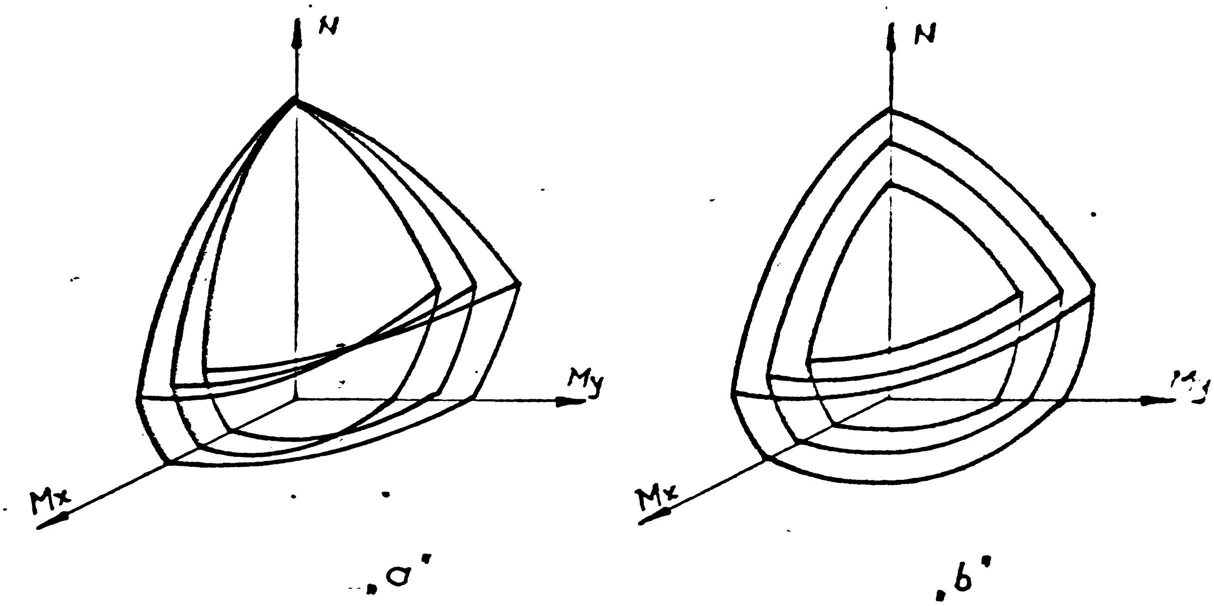


Fig.V.2. Suprafeţele de interacţiune la secţiuni diferite ca formă (a), sau ca armare (b).

O secţiune dată de beton armat, poate atinge starea limită ultimă, pentru o triplă mulţime de valori, N, M_x, M_y. Intre cele trei valori ale eforturilor, care duc la starea limită ultimă există relaţii de interdependenţă, care cuprind atît elementele geometrice, cît şi elementele mecanice ale secţiunii. Reprezentarea grafică a relaţiilor de interdependenţă, duce la nişte suprafeţe, pe care le denumim suprafeţe limită de interacţiune.

Spre exemplu, în cazul secţiunii dreptunghiulare, dacă se consideră constantă aria zonei comprimate de beton, în timp ce planul forţelor mătură un cadran, centrul de greutate GB, al acestei zone, descrie un loc geometric LG (fig.V.3), care este compus din trei conice, ce au puncte comune pe dreptele L_1 şi L_2.

Din studiile efectuate de diferiţi autori [76], reiese că cele trei conice care formează locul geometric real L.G., nu se racordează în punctele comune GB_1 şi GB_2. O altă observaţie, interesantă pentru simplificarea calculelor este posibilitatea înlocuirii locului geometric real L.G., cu o elipsă, ce are puncte comune pe axele de coordonate x, y cu L.G.

Acest loc geometric înlocuitor, notat L_1, este foarte apropiat de L.G. şi duce la nişte braţe de pîrghie, pentru eforturile interioare, mai mici cu circa 1% decît cele reale, ceea ce este acoperitor.

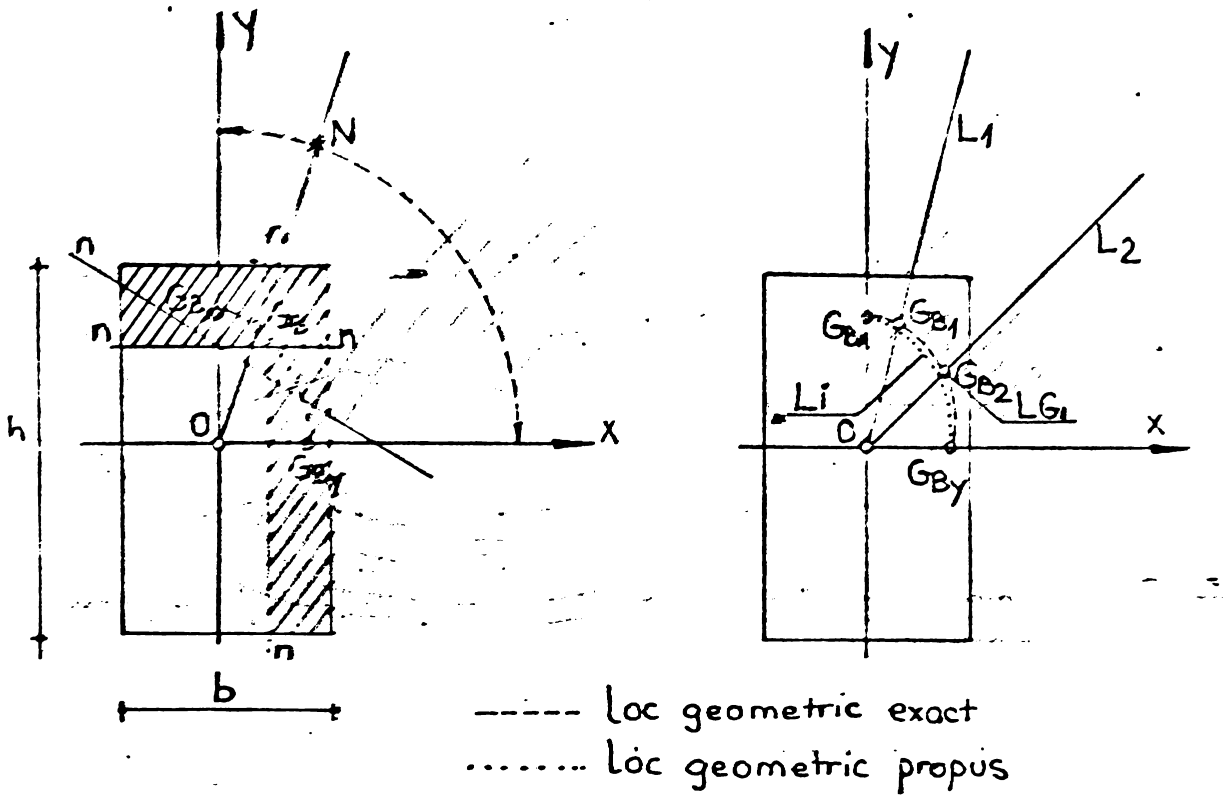


Fig.V.3. Locul geometric al centrului de greutate L.G.

Suprafețele de interacțiune nu se pot utiliza într-o reprezentare tridimensională (spațială) din cauza întrebuințării greoaie. Pentru ușurința utilizării reprezentării spațiale, se intersectează această reprezentare (spre exemplu), cu planuri paralele cu planul M_x-O-M_y, (fig.V.4), planuri ce corespund diferitelor valori ale lui N.

Prin aceste intersectări se obțin familii de curbe de interacțiune plane, care se pot utiliza cu mare ușurință în calculele de dimensionare sau verificare a secțiunilor (fig.V.5).

Cercetările întreprinse [88] au arătat că importante sînt doar cele două moduri a legii de variație - dreapta sau elipsa.

Relația care exprimă aceste variații posibile este :

$$\left(\frac{M_x}{M_{x\,cap}}\right)^{\beta} + \left(\frac{M_y}{M_{y\,cap}}\right)^{\beta} = 1 \qquad (V.1)$$

în care dacă β =1, variația este o dreaptă, iar dacă β =2, variația este o elipsă.

Modul real de variație poate fi cuprins între dreaptă și elipsă, pentru care $1 \leq \beta \leq 2$.

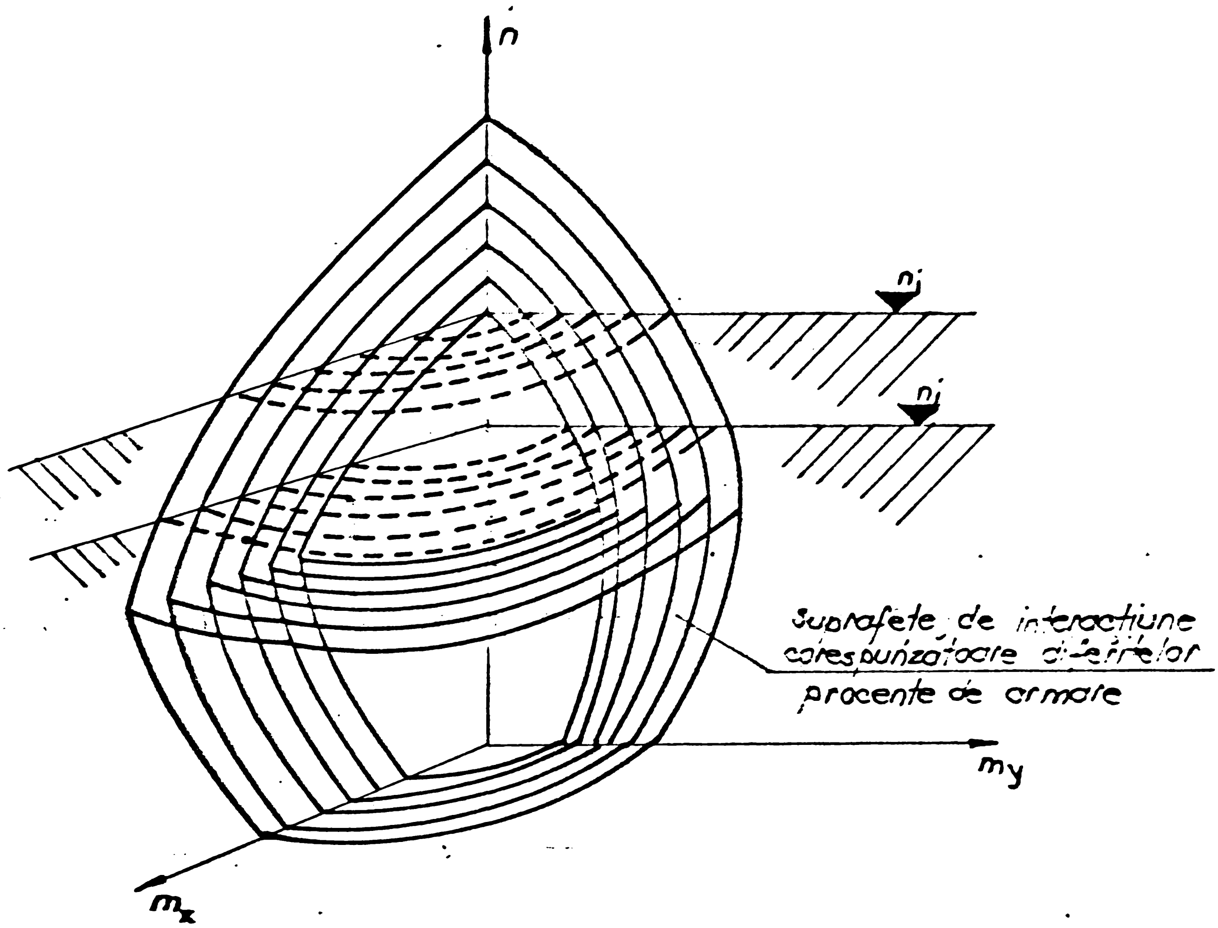


Fig.V.4. Intersecția cu planuri de echisarcină, N_i și N_j.

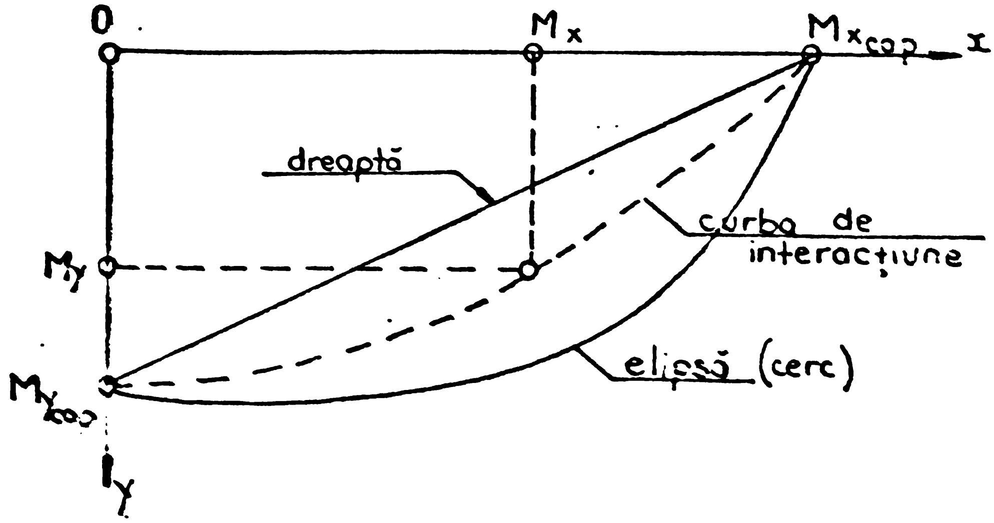


Fig.V.5. Curbe de interacțiune posibile.

5.2. Proiectarea şi verificarea stîlpilor cu secţiune dublu T. Abace de calcul

In conformitate cu ediţia de revizuire a STAS-ului 10107/0-76 (Proiectul de standard 10107/0-84), calculul la compresiune excentrică oblică, la starea limită de rezistenţă, se efectuează pe baza relaţiei :

$$\left(\frac{M_x}{M_{x\,cap}}\right)^{\beta} + \left(\frac{M_y}{M_{y\,cap}}\right)^{\beta} = 1 \qquad (V.1)$$

în care :

- M_x şi M_y sînt momentele încovoietoare de calcul, pe direcţiile x şi y, rezultate din calculul static ;
- $M_{x\,cap}$ şi $M_{y\,cap}$ sînt momentele încovoietoare capabile, pe cele două direcţii x, respectiv y, corespunzătoare forţei axiale N ;

$$\beta = 1,7(1-n) \quad \text{pentru} \quad n \leq 0,35 ;$$
$$\beta = 1 + 0,3\,n \quad \text{pentru} \quad n > 0,35 ;$$
$$\text{în care } n = \frac{N}{A_b R_c}$$

Relaţia (V.1), rezolvă compresiunea excentrică oblică, prin descompunerea ei în două compresiuni excentrice drepte. Simplificarea aceasta, are în vedere faptul că, la ora actuală, pentru o secţiune dată şi pentru o valoare cunoscută a efortului axial, nu se cunoaşte suficient de exact, variaţia momentului capabil în funcţie de înclinarea planului său de acţiune (fig.V.6).

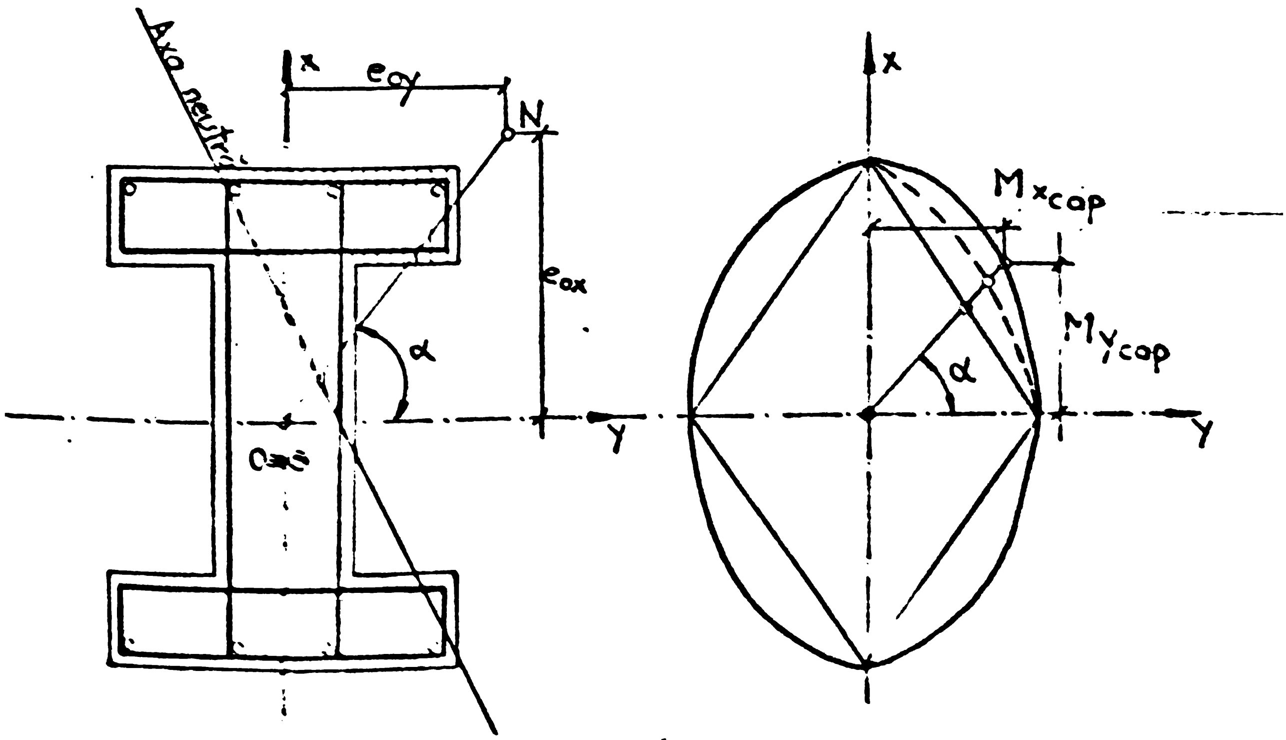


Fig.V.6.

Solicitările rezultate din calculul static sînt forța axială N și momentele încovoietoare după cele două axe de simetrie, M_x, respectiv M_y.

5.2.1. Abace de calcul în planul x

Se consideră secțiunea dublu T, supusă la compresiune excentrică dreaptă, în planul x.

Raportînd solicitările la centrul de greutate al secțiunii de beton, se obține forța N aplicată cu excentricitatea $e_{ox}=M_x/N$. La excentricitatea inițială (e_{o_x}), se adaugă o excentricitate adițională, care are cea mai mare din valorile : 2 cm, sau 1/30 din înălțimea secțiunii transversale.

Secțiunea din beton armat se va dimensiona sau verifica la cuplul de valori :

$$N = N_x \text{ și } e_{oc_x} = e_{o_x} + e_a = \frac{M_x}{N} + e_a \qquad (V.2 \text{ și } V.3)$$

Conducerea calculului propriu-zis se face pe baza ipotezelor din Proiectul de standard 10107/0-84, prezentate în (22.a) și în (2.3.1).

Înălțimea x_x a zonei convenționale comprimate, care definește înălțimea diagramei dreptunghiulare a eforturilor unitare din beton (egale cu rezistența la compresiune R_c), poate varia între limitele :

$$0 \leq x_x \leq h_x \qquad (V.4),$$

funcție de perechea de eforturi N, M_x (raportată la centrul de greutate al secțiunii de beton), de cantitatea de armătură A'_{a_x} și A_{a_x} și de calitatea materialelor folosite (R_a, R_c).

Pentru întregul domeniu al compresiunii excentrice, (cu excentricitate mare sau mică), se definesc cinci cazuri distincte, în funcție de valoarea lui x_x.

Cazul 1, caracterizat prin $x_x < 1{,}5\ a'_x$; se admite, în această situație, un calcul simplificat, în care se consideră că rezultanta tuturor compresiunilor (din betonul comprimat și din armăturile A'_{ax}), acționează în centrul de greutate al armăturilor A'_{a_x} (fig.V.7).

Din scrierea ecuației de momente în raport cu centrul de greutate al armăturilor A'_{a_x} rezultă :

$$M_{x_{cap}} = N_x \cdot e'_x = A_{a_x} R_a (h_{o_x} - a'_x) \qquad (V.5)$$

Cazul 2, caracterizat prin $1{,}5\ a'_x \leq x_x \leq h_{p_x}$.

Este frecvent întîlnit în practică, ca un caz de compresiune excentrică cu mare excentricitate. Atît în armătura A_{a_x}, cît și în armătura A'_{a_x}, eforturile unitare ating valoarea R_a.

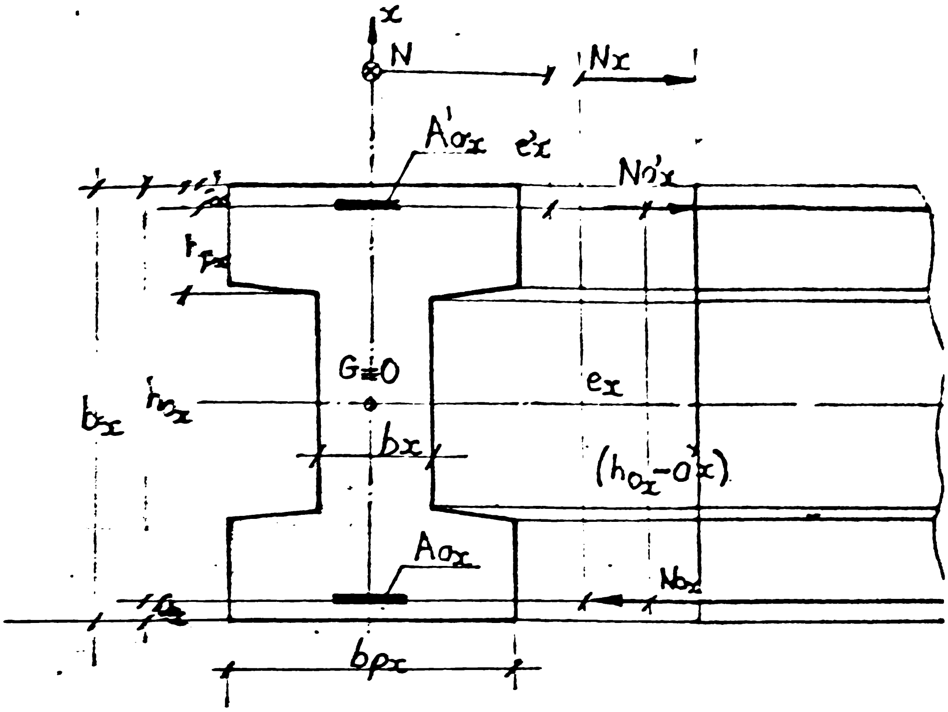


Fig.V.7.

Pentru simplitatea scrierii relaţiilor de calcul, se admite excentricitatea adiţională şi influenţa flexibilităţii sînt nule =0 şi η_x=1,0).

Din scrierea ecuaţiilor de echilibru, cea de momente, în raport cu centrul de greutate al secţiunii de beton, iar cea de proiecţii după axa elementului, rezultă (fig.8) :

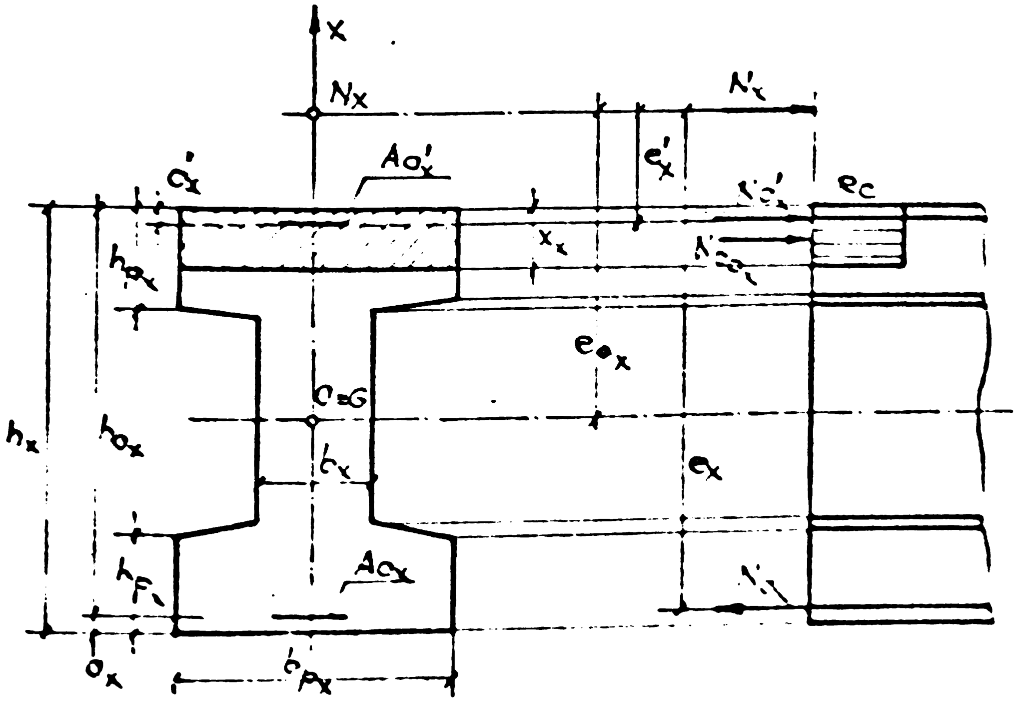


Fig.V.8.

$$N_x = N_{b_{p_x}} + N'_{a_x} - N_{a_x} \tag{V.6}$$

$$M_x = N_x \cdot e_{c c_x} = N_{b_{p_x}}(h_{o_x} - 0{,}5\, x_x) + (N'_{a_x} + N_{a_x})\left(\frac{h_x}{2} - a_x\right) \tag{V.7}$$

în care :
$$N_{b_{p_x}} = b_{p_x} \cdot x_x R_c \tag{V.8}$$

$$N'_{a_x} = A'_{a_x} R_a \tag{V.9}$$

$$N_a = A_{a_x} R_a \tag{V.10}$$

Pentru a folosi valorile reduse ale eforturilor N_x şi M_x, se introduc următoarele notaţii, în care mărimile reduse se raportează la înălţimea totală a secţiunii h_x (în cap.III, raportarea s-a făcut la înălţimea utilă h_{o_x} a secţiunii) :

$$\xi_x = \frac{x_x}{h_x} \quad \text{(V.11)} ; \quad \delta_x = \frac{a_x}{h_x} = \delta'_x = \frac{a'_x}{h_x} \tag{V.12}$$

$$\gamma = \frac{b_{p_x}}{b_x} \quad \text{(V.13)}, \quad \varepsilon_x = \frac{h_{p_x}}{h_x} \tag{V.14}$$

$$\alpha_x = \frac{A_{a_x} R_a}{b_x h_x R_a} \quad \text{(V.15)} ; \quad \alpha'_x = \frac{A'_{a_x} R_a}{b_x h_x R_c} \tag{V.16}$$

$$\beta_x = \frac{A'_{a_x}}{A_{a_x}} \quad \text{(V.17)} ; \quad \alpha_{tx} = \alpha_x + \alpha'_x = \alpha_x(1+\beta_x) = \frac{(A_{a_x} + A'_{a_x})R_a}{b_x h_x R_c} \tag{V.18}$$

$$n_x = \frac{N_x}{b_x h_x R_c} \quad \text{(V.19)} ; \quad m_x = \frac{M_x}{b_x h_x^2 R_c} \tag{V.20}$$

Introducînd relaţiile (V.8) la (V.10) în (V.6) şi (V.7) şi împărţind (V.6) cu $b_x h_x R_c$, iar pe (V.7) cu $b_x h_x^2 R_c$ şi utilizînd notaţiile (V.11) la (V.20), relaţiile (V.6) şi (V.7) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_x = \gamma \cdot \xi_x + \dfrac{\alpha_{t_x}(\beta_x - 1)}{(1+\beta_x)} & \text{(V.6.a)} \\ m_x = 0{,}5\,\gamma \cdot \xi_x (1 - \xi_x) + (0{,}5 - \delta_x)\alpha_{t_x} & \text{(V.7.a)} \end{cases}$$

Inlocuind pe ξ_x din (V.7.a) cu valoarea sa din (V.6.a) se obţine ecuaţia curbei de interacţiune $f(m_x, n_x) = 0$, a eforturilor reduse m_x şi n_x :

$$m_x = \frac{n_x}{2}\left(1 - \frac{n_x}{\gamma}\right) + \frac{\alpha_{t_x}\left[(2n_x - \gamma)(\beta_x - 1) + (1 - 2\delta_x)(1+\beta_x)\right]}{2(1+\beta_x)} - \frac{\alpha_{t_x}^2(\beta_x - 1)^2}{2\gamma(1+\beta_x)^2} \tag{V.21}$$

Pentru valori constante β_x şi δ_x şi pentru o anumită valoare $\alpha_{t_{1x}}$, funcţiei $f(m_x,n_x)=0$ i se poate ataşa, într-un sistem cartezian de axe m_x-n_x, o curbă C_{1_x}, numită curbă de interacţiune moment încovoietor-forţă normală sau prescurtat curbă de interacţiune. Ea este valabilă însă numai pentru $15a_x \leq x_x \leq h_{p_x}$ sau în valori reduse $1,5\,\delta_x \leq \xi_x \leq \mathcal{E}_x$. Continuitatea curbei de interacţiune este asigurată de cazurile care urmează.

Pentru o altă valoare dată α_{ti_x} ($i=0,1,2....$), corespunde altă curbă de interacţiune C_{i_x}; familia de curbe C_{i_x}, constituie o diagramă de interacţiune, care reprezintă în final un abac de calcul.

<u>Cazul 2</u>, caracterizat prin $h_{p_x} \leq x_x \leq x_{x_{lim}}$ sau în valori reduse $\mathcal{E}_x \leq \xi_x \leq \xi_x(1-\delta_x)$, (fig.V.9).

Cum $\xi_{x_{lim}} = \dfrac{x_{x_{lim}}}{h_{o_x}}$ şi deci $x_{x_{lim}} = \xi_{x_{lim}} h_{o_x}$, putem scrie $_{lim} = \xi_{x_{lim}}(h_x - a_x)$. Impărţind cu h_x, pentru a ne raporta la conform notaţiilor propuse în acest capitol, rezultă

$\xi^{lim}_x = \xi_{x_{lim}}(1-\delta_x)$, în care $\xi_{x_{lim}}$ sînt valorile date în Proiectul de standard 10107/0-84 (şi date în tabelul II.1 din prezenta lucrare) raportate la h_{o_x}.

In aceste condiţii, poziţia axei neutre, la limita dintre mare şi mică excentricitate, $x_{x_{lim}}$, va fi aceeaşi, fie că $x_{x_{lim}} = \xi_{x_{lim}} h_{o_x}$, fie că $x_{x_{lim}} = \xi_{x_{lim}}(1-\delta_x)h_x$. In ambele relaţii, $\xi_{x_{lim}}$ reprezintă valorile date în norme, prin raportarea la h_{o_x} ($\xi_{x_{lim}} = \dfrac{x_{x_{lim}}}{h_{o_x}} = 0,50;\ 0,55;\ 0,60$).

Si acest caz este frecvent întîlnit în practică ca un caz de compresiune excentrică cu mare excentricitate. In armătura A_{a_x} şi în armătura A'_{a_x} eforturile unitare ating valoarea R_a.

Din ecuaţia de proiecţii după axa elementului rezultă :

$$N_x = N_{b_{p_x}} + N_{b_{in_x}} + N'_{a_x} - N_{a_x} \qquad (V.22)$$

iar din ecuaţia de momente în <u>raport cu centrul de greutate al</u> secţiunii de beton rezultă :

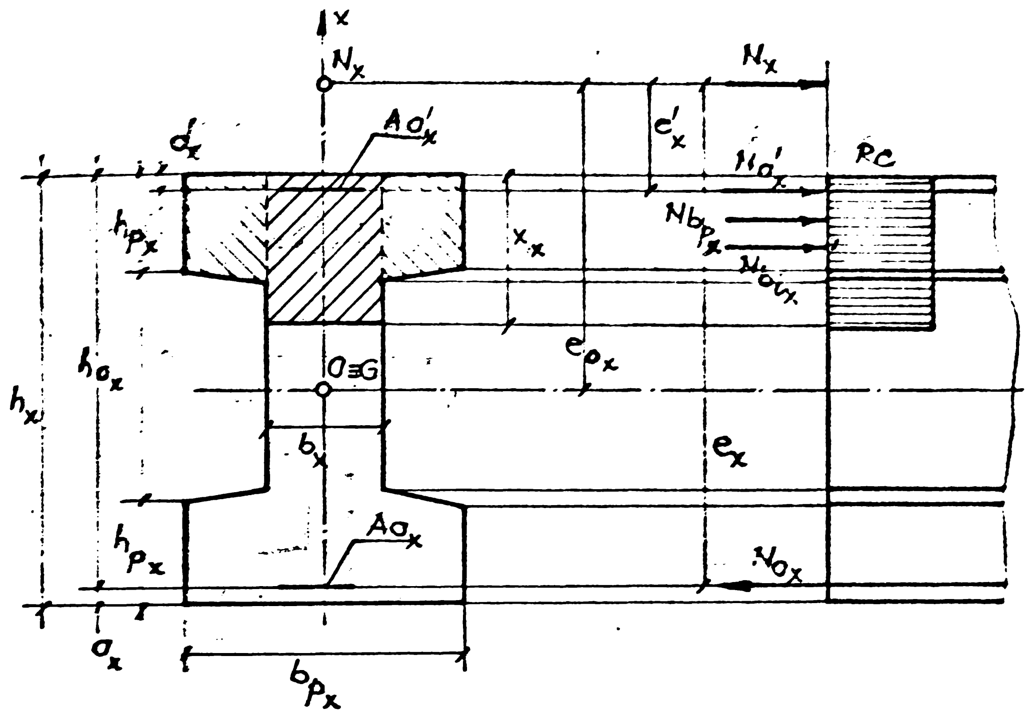


Fig.V.9.

$$N_x \cdot e_{oc_x} = N_{b_{p_x}} \cdot 0,5(h_x - h_{p_x}) + N_{b_{in_x}} \cdot 0,5(h_x - x_x) + (N'_{a_x} + N_{a_x})(0,5\,h_x - a'_x) \tag{V.23}$$

în care :

$$N_{b_{p_x}} = b_{p_x} \cdot h_{p_x} \cdot R_c \tag{V.24}$$

$$N_{b_{in_x}} = b_x x_x R_c \tag{V.25}$$

$$N'_{a_x} = A'_{a_x} R_a \tag{V.9}$$

$$N_{a_x} = A_{a_x} R_a \tag{V.10}$$

Cu aceste relaţii, după împărţirea relaţiei (V.22) cu $b_x h_x R_c$ şi a relaţiei (V.23) cu $b_x h_x^2 R_c$ şi utilizînd notaţiile (V.11) la (V.20) relaţiile (V.22) şi (V.23) devin sistemul :

$$\left\{\begin{array}{ll} n_x = \xi_x + (\gamma-1)\varepsilon_x + \alpha_{t_x}\dfrac{(\beta_x-1)}{(1+\beta_x)} & \text{(V.22.a)} \\ m_x = (\gamma-1)\varepsilon_x 0,5(1-\varepsilon_x) + 0,5\xi_x(1-\xi_x) + (\alpha_x + \alpha'_x)(0,5-\delta_x) & \text{(V.23.a)} \end{array}\right.$$

Eliminînd pe ξ_x între relaţiile (V.22.a) şi (V.23.a) se obţine ecuaţia curbei de interacţiune $f(m_x, n_x) = 0$, a eforturilor reduse m_x şi n_x :

$$m_x = 0,5\,n_x(1-n_x) + \alpha_{t_x}(0,5-\delta_x) + \varepsilon_x(\gamma-1)(n_x - 0,5\varepsilon_x\gamma) - \alpha_{t_x}\frac{(\beta_x-1)}{2(1+\beta_x)}\Bigg[1 - 2n_x + 2\gamma\varepsilon_x - 2\varepsilon_x + \frac{\alpha_{t_x}(\beta_x-1)}{(1+\beta_x)}\Bigg] \tag{V.26}$$

Pentru plaja de valori, care acoperă domeniul practic, dată parametrilor, se obține o familie de curbe de interacțiune, care reprezintă un abac de calcul, pe domeniul $\mathcal{E}_x \leq \xi_x \leq \xi_{x_{lim}} (1-\delta_x)$

Cazul 4, caracterizat prin $x_{x_{lim}} \leq x_x \leq h_x - h_{p_x}$, sau în valori reduse $\xi_{x_{lim}} (1-\delta_x) \leq \xi_x \leq 1-\mathcal{E}_x$, (fig.V.10).

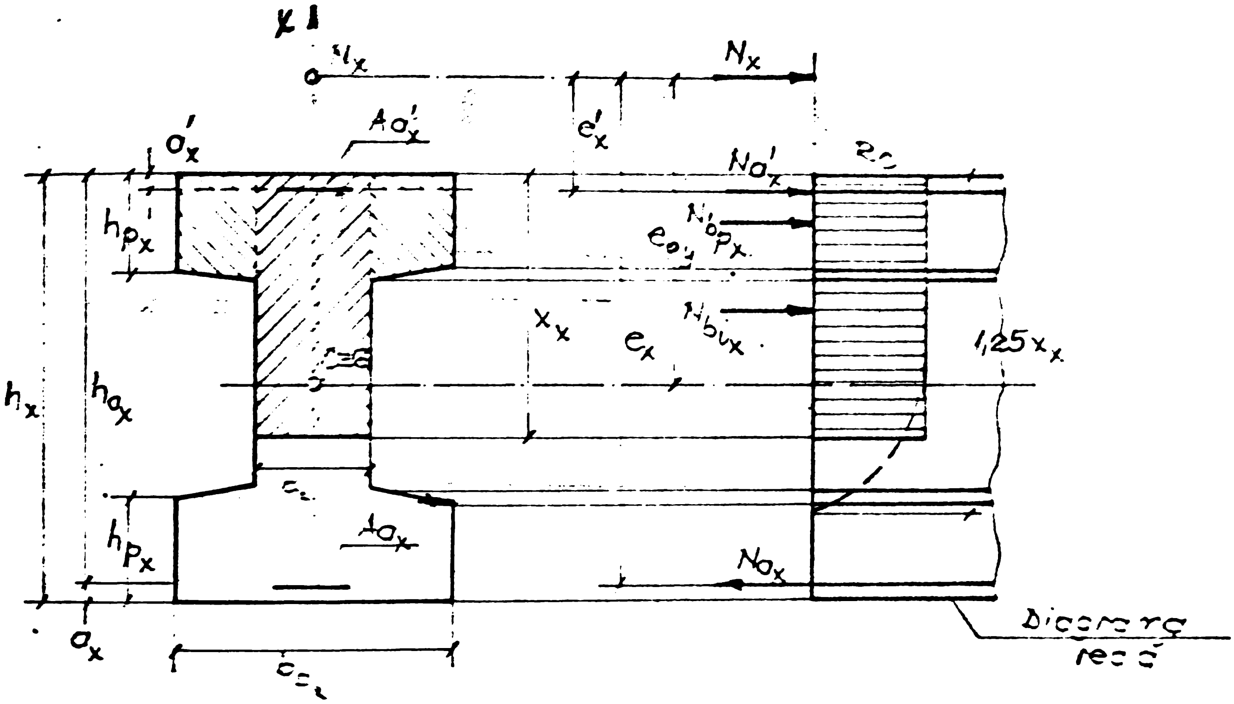


Fig.V.10.

Acest caz este frecvent întîlnit în practică, ca un caz de compresiune excentrică cu mică excentricitate.

Efortul unitar în armătura A_{a_x}, mai depărtată de forța excentrică, se determină conform relației :

$$\sigma_{a_x} = k_x R_a \qquad (V.27)$$

în care valoarea lui k_x se determină, conform Proiectului de standard 10107/0-84, cu relația :

$$k_x = \frac{\xi_{x_{lim}} (1-1,25\xi_x)}{\xi_x (1-1,25\xi_{x_{lim}})} \qquad (V.28)$$

dacă $\xi_{x_{lim}} < \xi_x \leq 0,8$

Dacă $\xi_x > 0,8$, valoarea lui k_x se determină cu relația

$$k_x = -\left[5\xi_x - 4\right] \qquad (V.29)$$

In relația (V.28) $\xi_x = x_x/h_{o_x}$ și $\xi_{x_{lim}} = x_{x_{lim}}/h_{o_x}$

În acest capitol al lucrării s-a făcut notarea $\xi_x = x_x/h_x$ (notația V.11), deci axa neutră relativă se referă la înălțimea totală h_x, nu la înălțimea utilă h_{o_x}, cum se raportează în relația (V.28).

Aceasta înseamnă că valoarea lui K_x din relația (V.28) va trebui exprimată prin raportarea la h_x, nu la h_{o_x}, pentru a se păstra raportarea unitară și pentru K_x, ca pentru toate relațiile date în acest capitol.

Pentru a exprima pe k_x, prin raportarea la h_x, înlocuim în relația (V.28) pe $\xi_{x_{lim}} = x_{x_{lim}}/h_{o_x}$ și $\xi_x = x_x/h_{o_x}$ și obținem :

$$k_x = \frac{\frac{x_{x_{lim}}}{h_{o_x}}\left(1-1,25\frac{x_x}{h_{o_x}}\right)}{\frac{x_x}{h_{o_x}}\left(1-1,25\frac{x_{x_{lim}}}{h_{o_x}}\right)} = \frac{\frac{x_{x_{lim}}}{h_{o_x}}\left(\frac{h_{o_x}}{h_{o_x}}-1,25\frac{x_x}{h_{o_x}}\right)}{\frac{x_x}{h_{o_x}}\left(\frac{h_{o_x}}{h_{o_x}}-1,25\frac{x_{x_{lim}}}{h_{o_x}}\right)} =$$

$$= \frac{x_{x_{lim}}\left[(h_x-a_x)-1,25\,x_x\right]}{x_x\left[(h_x-a_x)-1,25\,x_{x_{lim}}\right]} \qquad \text{(V.28.a)}$$

Impărțind pe (V.28.a) cu h_x, obținem relația lui K_x raportată la h_x :

$$k_x = \frac{\xi_{x_{lim}}}{\xi_x}\,\frac{\left[(1-\delta_x)-1,25\,\xi_x\right]}{\left[(1-\delta_x)-1,25\,\xi_{x_{lim}}\right]} \qquad \text{(V.28.b)}$$

Cum în Proiectul de standard 10107/0-84, valorile lui $\xi_{x_{lim}}$ sînt date prin raportare la h_o și cum valori ale lui $\xi_{x_{lim}}$, raportate la h_x nu cunoaștem (nefiind date în norme), trebuiesc utilizate valorile date în Proiectul de standard (cele date în lucrare în tabelul II.1). Inseamnă că în această situație, va trebui făcută corectarea lui $\xi_{x_{lim}}$, care în relația (V.28.b) se raportează la h_x, cu folosirea valorilor lui $\xi_{x_{lim}}$ raportat la h_{o_x} :

$$\xi_{x_{lim}} = \frac{x_{x_{lim}}}{h_{o_x}} \; ; \; x_{x_{lim}} = \xi_{x_{lim}} h_{o_x} = \xi_{x_{lim}}(h_x-a_x)$$

$\frac{x_{x_{lim}}}{h_x} = \xi_{x_{lim}}(1-\delta)$, în care $\xi_{x_{lim}} = \frac{x_{x_{lim}}}{h_{o_x}}$ și are valorile date în tabelul II.1.

Relația lui k_x devine :

$$k_x = \frac{\xi_{x_{lim}}(1-\delta_x)\left[(1-\delta_x)-1,25\xi_x\right]}{\xi_x\left[(1-\delta_x)-1,25\xi_{x_{lim}}(1-\delta_x)\right]} \qquad (V.28.c)$$

dînd factor pe $(1-\delta_x)$ la numitor şi simplificînd rezultă

$$k_x = \frac{\xi_{x_{lim}}\left[(1-\delta_x)-1,25\xi_x\right]}{\xi_x(1-1,25\xi_{x_{lim}})} \qquad (V.28.d)$$

care $\xi_{x_{lim}} = x_{x_{lim}}/h_{o_x}$ (şi reprezintă valorile date în norme - tabelul II.1), iar $\xi_x = x_x/h_x$, pentru păstrarea notării consecvente.

Relaţia (V.28.d) este valabilă pe domeniul

$$\xi_{lim}(1-\delta_x) \leqslant \xi_x \leqslant 0,8(1-\delta_x)$$

Dacă $\xi_x > 0,8(1-\delta_x)$, valoarea lui k_x va fi determinată relaţia :

$$k_x = -\left[\frac{5\xi_x}{(1-\delta_x)} - 4\right] \qquad (V.29.a)$$

care $\xi_x = x_x/h_x$.

Pentru o valoare a lui x_x, se obţine aceeaşi valoare pentru k_x, fie că se lucrează cu relaţia (V.28) sau (V.29), în care $\xi = x_x/h_{o_x}$, fie că se lucrează cu relaţia (V.28d) sau (V.29.a), care $\xi_x = x_x/h_x$.

Efortul unitar în armătura A'_{a_x} este de compresiune şi are valoarea R_a.

Cu aceste sublinieri, ecuaţia de proiecţii după axa armăturii A_{a_x} are forma :

$$N_x = N_{b_{p_x}} + N_{b_{in_x}} + N'_{a_x} - N_{a_x} \qquad (V.30)$$

iar ecuaţia de momente în raport cu centrul de greutate al secţiunii de beton, se scrie :

$$M = N_x \cdot e_{oc_x} = N_{b_{p_x}} 0,5(h_x-h_{p_x}) + N_{b_{in_x}} 0,5(h_x-x_x) + (N'_{a_x}+N_{a_x})(0,5h_x-a_x) \qquad (V.31)$$

In ecuaţiile (V.30) şi (V.31) :

$$N_{b_{p_x}} = (b_{p_x}-b_x)\, h_{p_x} R_c \qquad (V.32)$$

$$N_{b_{in}} = b_x x_x R_c \qquad (V.25)$$

$$N'_{a_x} = A'_{a_x} k'_x R_a \qquad (V.9)$$

$$N_{a_x} = A_{a_x} k_x R_a \qquad (V.33)$$

în care $k'_x=1$, conform ipotezelor acceptate, iar k_x se calculează conform relației (V.28.d) sau (V.29.a).

Cu aceste explicitări, cu folosirea notațiilor (V.11) la (V.20) ecuațiile (V.30) și (V.31) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_x = \xi_x + (\gamma-1)\,\mathcal{E}_x + \dfrac{\alpha_{t_x}(\beta_x-k_x)}{(1+\beta_x)} & \text{(V.30.a)} \\ m_x = (\gamma-1)\mathcal{E}_x \cdot 0{,}5(1-\mathcal{E}_x)+0{,}5\xi_x(1-\xi_x)+(0{,}5-\delta_x)(\ldots) & \text{(V.31.a)} \end{cases}$$

Eliminînd pe ξ_x între relațiile (V.30.a) și (V.31.a) se obține ecuația curbei de interacțiune $f(m_x,n_x)=0$, a eforturilor reduse m_x și n_x :

$$m_x = 0{,}5n_x(1-n_x)+0{,}5\mathcal{E}_x(\gamma-1)(2n_x-\gamma\mathcal{E}_x)+(0{,}5-\delta_x)\frac{\alpha_{t_x}(k_x+\beta_x)}{(1+\beta_x)} - \frac{\alpha_{t_x}(k_x-\beta_x)}{2(1+\beta_x)}\left[\frac{\alpha_{t_x}(k_x-\beta_x)}{(1+\beta_x)} + 2n_x - 2\gamma\mathcal{E}_x+2\mathcal{E}_x - 1\right] \qquad \text{(V.34)}$$

Familia curbelor de interacțiune obținute, cu valorile date parametrilor sînt valabile numai pentru valorile lui $\xi_{x_{lim}}(1-\delta_x)\leq\xi_x \leq (1-\mathcal{E}_x)$.

Cazul 5, caracterizat prin $(h_x-h_{p_x})\leq x_x \leq h_x$, sau în valori reduse : $(1-\mathcal{E}_x)\leq \xi_x \leq 1$ (fig.V.11)

Cazul este caracteristic compresiunii excentrice cu foarte mică excentricitate.

In armătura A_{a_x}, mai depărtată de forța excentrică, efortul unitar este $\sigma_{a_x} = k_x R_a$, în care k_x se determină cu relația (V.28.d)

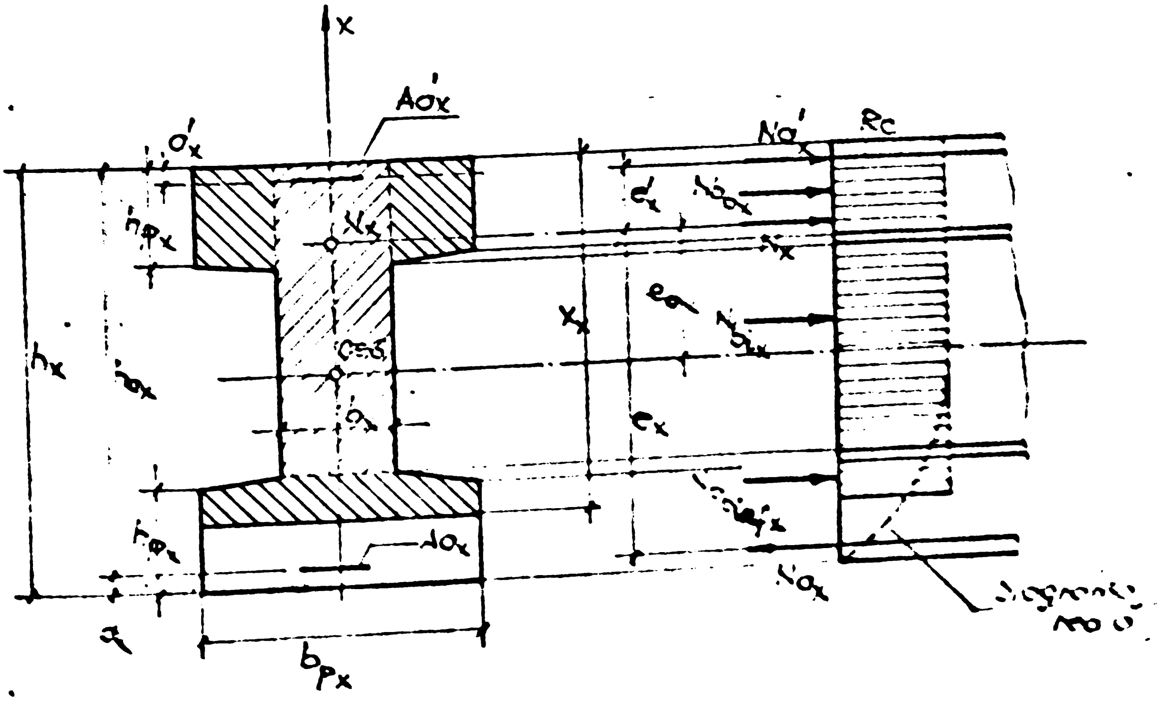


Fig.V.11.

sau cu relaţia (V.29.a), în funcţie de valoarea lui ξ_x.

În armătura A'_{a_x}, efortul unitar este de compresiune şi are valoarea R_a.

Ecuaţia de proiecţii, după axa armăturii A_{a_x} are forma :

$$N_x = N_{bp_x} + N_{b_{in_x}} + N_{b_{inf_x}} + N'_{a_x} - N_{a_x} \qquad (V.35),$$

iar ecuaţia de momente în raport cu centrul de greutate al secţiunii de beton este următoarea :

$$M_x = N_x \cdot e_{oc_x} = N_{b_{p_x}} \cdot 0,5(h_x - h_{p_x}) + N_{b_{in_x}} \cdot 0,5 h_{p_x} - N_{b_{p_{inf_x}}} \cdot 0,5(x_x - h_{p_x}) +$$
$$+ (N'_{a_x} + N_{a_x})(0,5 h_x - a_x) \qquad (V.36)$$

în care :

$$N_{b_{p_x}} = (b_{p_x} - b_x)\, h_{p_x} R_c \qquad (V.32)$$
$$N_{b_{in_x}} = b_x\,(h_x - h_{p_x})\, R_c \qquad (V.37)$$
$$N_{b_{p_{inf_x}}} = b_{p_x}\,(x_x + h_{p_x} - h_x)\, R_c \qquad (V.38)$$
$$N'_{a_x} = A'_{a_x} k'_x R_a \qquad (V.9)$$
$$N_{a_x} = A_{a_x} k_x R_a \qquad (V.33)$$

în care $k'_x = 1$, conform ipotezelor acceptate, iar k_x se calculează cu relaţia (V.28.a) sau (V.29.a).

Explicitînd rezultantele şi utilizînd notaţiile (V.11) la (V.20), ecuaţiile (V.35) şi (V.36) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_x = \gamma \xi_x + (\gamma - 1)(2\varepsilon_x - 1) + \alpha_{t_x} \dfrac{(\beta_x - k_x)}{(1+\beta_x)} & (V.35.a) \\ m_x = (\gamma-1)\varepsilon_x \cdot 0,5(1-\varepsilon_x) + (1-\varepsilon_x) 0,5 \varepsilon_x - \gamma(\varepsilon_x + \xi_x - 1) 0,5(\xi_x - \varepsilon_x) + \\ \quad + (0,5 - \delta_x)(\alpha'_x + k_x \alpha_x) & (V.36.a) \end{cases}$$

Eliminînd pe ξ_x între relaţiile (V.35.a) şi (V.36.a) obţinem ecuaţia curbei de interacţiune $f(m_x, n_x) = 0$, a eforturilor reduse m_x şi n_x :

$$m_x = \frac{n_x}{2\gamma}(\gamma - n_x) + \frac{\alpha_{t_x}(\beta_x + k_x)}{(1+\beta_x)}(0,5 - \delta_x) +$$
$$+ \frac{1}{2\gamma}(\gamma - 1)(1 - 2\varepsilon_x)\left[\gamma - (\gamma-1)(1-2\varepsilon_x) - 2n_x\right] +$$
$$+ \frac{\alpha_{t_x}(\beta_x - k_x)}{2\gamma(1+\beta_x)}\left[-\frac{\alpha_{t_x}(\beta_x - k_x)}{(1+\beta_x)} + 2(\gamma-1)(1-2\varepsilon_x) + 2n_x - \gamma\right] \qquad (V.39)$$

Familia curbelor de interacţiune obţinute, cu valorile date parametrilor, sînt valabile numai pentru valorile lui $(1-\mathcal{E}_x) \leq \xi_x \leq 1$.

Rezolvînd ecuaţiile curbelor de interacţiune (V.21); (V.26); (V.34) şi (V.39) la maşina electronică de calcul, pentru următoarea plajă a valorilor parametrilor :

$\delta_x = \delta'_x = 0,05$; $0,08$; $0,11$,

$\gamma' = 2,00$; $2,25$; $2,50$; $2,75$; $3,00$; $3,50$,

$\mathcal{E}_x = 0,10$; $0,15$; $0,20$; $0,25$; $0,30$,

$\alpha_{t_x} = 0,00$; $0,20$; $0,40$; $0,60$; $0,80$; $1,00$; $1,20$.

$\beta_x = 1,00$,

$\xi_{x_{lim}} = 0,55$.

se obţin abace de calcul al momentului capabil în planul x. Pe baza listingurilor, rezultate în urma rulărilor la calculator, s-a întocmit, spre exemplificare, abacul din fig.V.12.

Se subliniază că, succesiunea curbelor acoperă solicitarea de compresiune excentrică, de la încovoiere (n_x=0), pînă la compresiune centrică (n_x=0).

Rezolvarea în maniera prezentată, pune la îndemîna proiectanţilor, stabilirea cu uşurinţă şi rapiditate a momentului capabil $M_{x_{cap}}$, al unei secţiuni în formă de dublu T, din beton armat.

5.2.2. Abace de calcul în planul y

Se consideră secţiunea dublu T, solicitată acum în planul y, la compresiune excentrică.

Raportînd solicitările la centrul de greutate al secţiunii de beton, se obţine forţa N, aplicată cu excentricitatea $e_{o_y} = M_y/N$. La excentricitatea aceasta iniţială (e_{o_y}), se adaugă o excentricitate adiţională, care are cea mai mare din valorile : 2 cm, sau 1/30 din înălţimea secţiunii transversale.

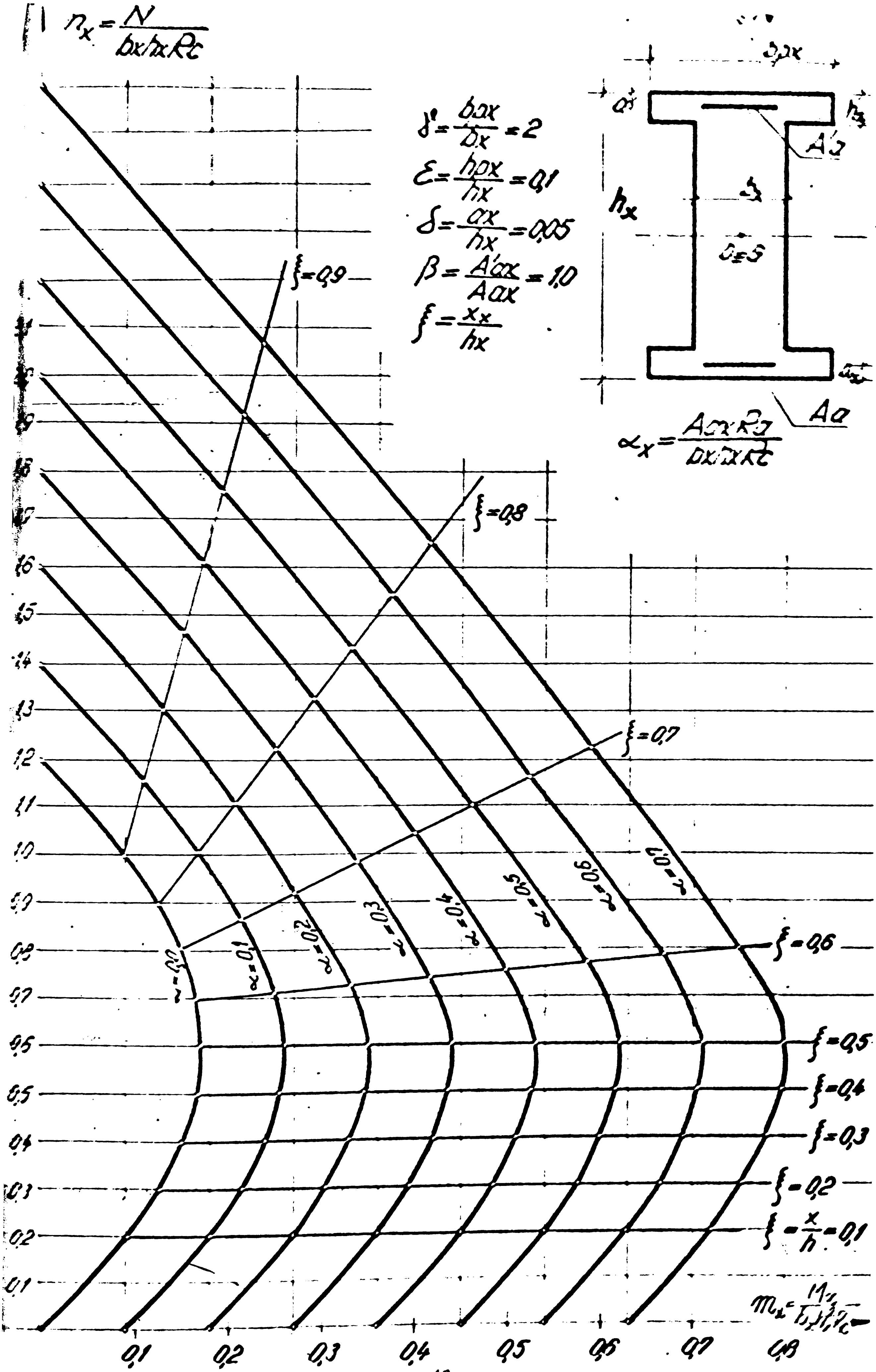
Secţiunea din beton armat se va dimensiona sau verifica, la cuplul de valori :

$$N = N_y \text{ şi } e_{oc_y} + e_a = \frac{M_y}{N} + e_a \qquad \text{(V.40 şi V.41)}$$

Inălţimea x_y, a zonei convenţionale comprimate, care defineşte înălţimea diagramei dreptunghiulare a eforturilor unitare din beton (egale cu rezistenţa de calcul la compresiune R_c), poate varia între limitele

$$0 \leq x_y \leq h_y \qquad \text{(V.42)}$$

funcţie de perechea de eforturi N şi M_y, (raportate la centrul de greu-


$n_x = \frac{N}{b_x h_x R_c}$
$\gamma' = \frac{b_{nx}}{b_x} = 2$
$\varepsilon = \frac{h_{nx}}{h_x} = 0,1$
$\delta = \frac{a_x}{h_x} = 0,05$
$\beta = \frac{A'_{ax}}{A_{ax}} = 1,0$
$\xi = \frac{x_x}{h_x}$
h_x
A'_a
A_a
$\alpha_x = \frac{A_{ax} R_a}{b_x h_x R_c}$
$\xi = 0,9$
$\xi = 0,8$
$\xi = 0,7$
$\xi = 0,6$
$\xi = 0,5$
$\xi = 0,4$
$\xi = 0,3$
$\xi = 0,2$
$\xi = \frac{x}{h} = 0,1$
$\alpha = 0,0$
$\alpha = 0,1$
$\alpha = 0,2$
$\alpha = 0,3$
$\alpha = 0,4$
$\alpha = 0,5$
$\alpha = 0,6$
$\alpha = 0,7$
$m_x = \frac{M_x}{b_x h_x^2 R_c}$
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
Fig. 112.

tatea al secţiunii de beton), de cantitatea de armătură A_{a_y} şi A'_{a_y} şi de calitatea materialelor folosite (R_a, R_c).

Pentru întregul domeniu al compresiunii excentrice (cu excentricitate mare şi mică), se definesc cinci cazuri distincte, în funcţie de valoarea lui x_y.

Cazul 1, caracterizat prin $x_y < 1,5\,a'_y$; se admite în această situaţie, un calcul simplificat, în care se consideră că rezultanta tuturor compresiunilor (din betonul comprimat şi din armăturile A'_{a_y}) (fig.V.13), acţionează în centrul de greutate al armăturilor A'_{a_y}.

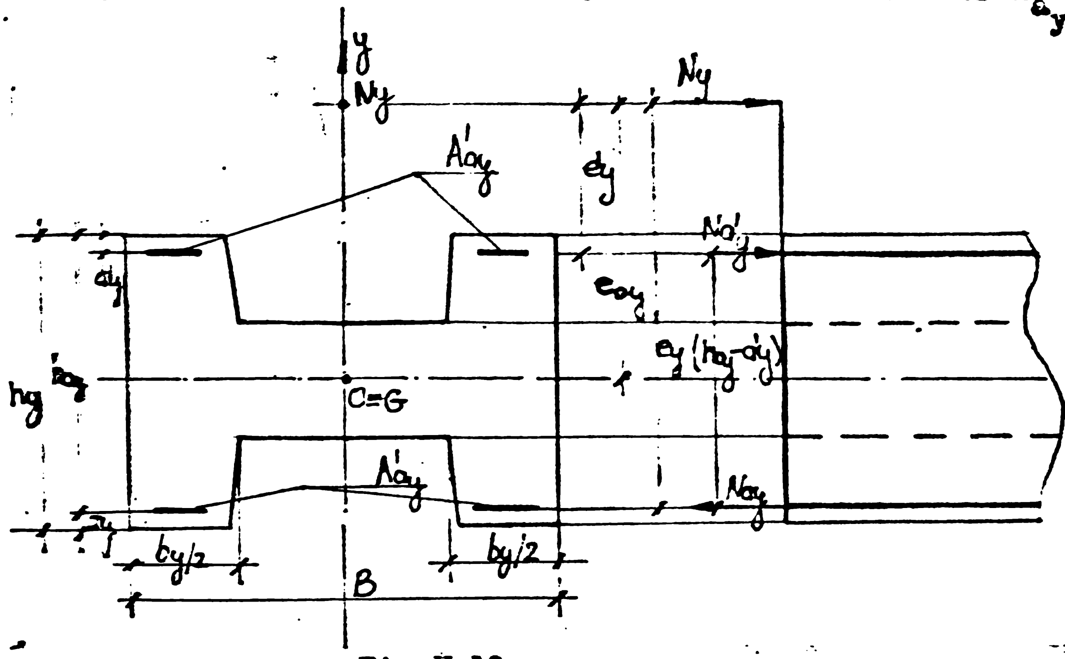


Fig.V.13.

Relaţia de calcul :

$$M_y = N_y \cdot e'_y = A_{a_y} R_a (h_{o_y} - a'_y) \qquad (V.43)$$

Cazul 2, caracterizat prin $1,5\,a'_y \leq x_y \leq 0,5(h_y - h_{p_y})$. ~~Este un~~ caz frecvent întîlnit în practică, ca un caz de compresiune excentrică cu mare excentricitate. Conform ipotezelor de calcul admise atît în armătura A'_{a_y}, cît şi în armătura A_{a_y}, eforturile unitare au valoarea R_a.

Pentru simplitatea scrierii relaţiilor de calcul, se admite ca excentricitatea adiţională şi influenţa flexibilităţii sînt nule ($e_a = 0$ şi $\eta_y = 1,0$).

Pentru rezolvarea cazului se dispune de o ecuaţie de proiecţii şi de una de momente.

Starea de eforturi pe înălţimea secţiunii transversală este prezentată în fig.V.14.

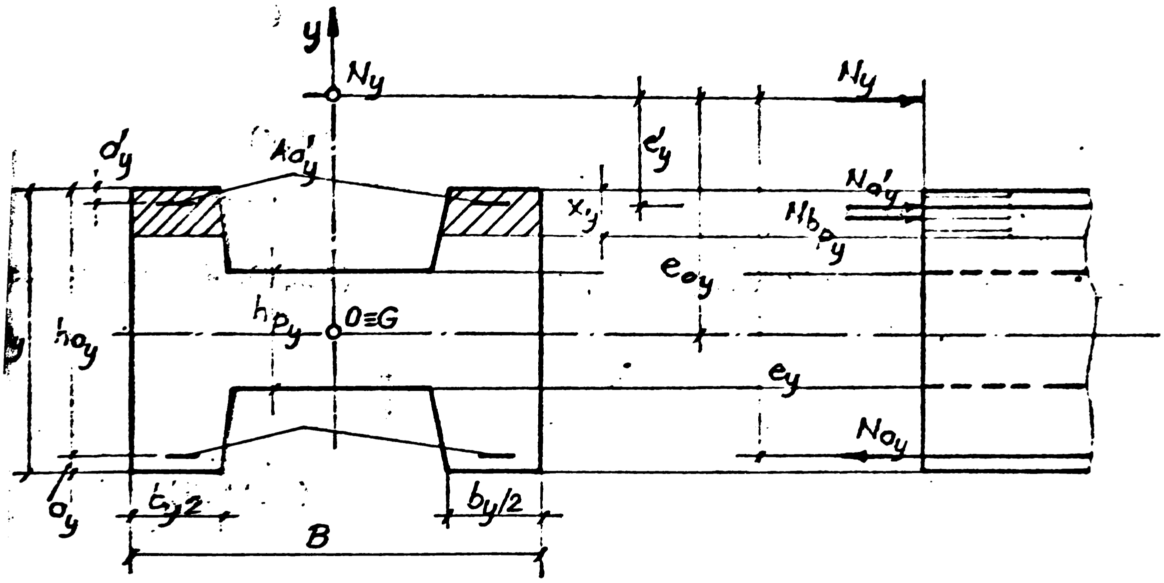


Fig.V.14.

Din scrierea ecuației de proiecții după axa elementului, rezultă :

$$N_y = N_{b_{p_y}} + N'_{a_y} - N_{a_y} \qquad (V.44)$$

Iar ecuația de momente în raport cu centrul de greutate al secțiunii de beton este :

$$M_y = N_y \cdot e_{oc_y} = N_{b_y}\, 0{,}5(h_y - x_y) + (N'_{a_y} + N_{a_y})(0{,}5\, h_y - a_y) \qquad (V.45)$$

în care :

$$N_{b_y} = b_y \cdot x_y \cdot R_c \qquad (V.46)$$

$$N'_{a_y} = A'_{a_y} \cdot R_a \qquad (V.47)$$

$$N_{a_y} = A_{a_y} R_a \qquad (V.48)$$

Pentru a folosi valorile reduse ale eforturilor N_y și M_y, se introduc următoarele notații, în care mărimile reduse, se raportează la înălțimea totală a secțiunii h_y :

$$\xi_y = \frac{x_y}{h_y} \quad (V.49)\ ; \qquad \delta_y = \frac{a_y}{h_y} = \delta'_y = \frac{a'_y}{h_y} \quad (V.50)\ ;$$

$$\bar{B} = \frac{B}{b_y} \quad (V.51)\ ; \qquad \varepsilon_y = \frac{h_{p_y}}{h_y} \quad (V.52)\ ;$$

$$\alpha_y = \frac{A_{a_y} R_a}{b_y h_y R_c} \quad (V.53) \quad ; \quad \alpha'_y = \frac{A'_{a_y} R_a}{b_y h_y R_c} \quad (V.54) ;$$

$$\beta_y = \frac{A'_{a_y}}{A_{a_y}} \quad (V.55) \quad ; \quad \alpha_{t_y} = \alpha_y + \alpha'_y = \alpha_y (1+\beta_y) = \frac{(A_{a_y} + A'_{a_y})}{b_y \cdot h_y} \frac{R_a}{R_c} \quad (V.56)$$

$$n_y = \frac{N_y}{b_y h_y R_c} \quad (V.57) \quad ; \quad m_y = \frac{M_y}{b_y h_y^2 R_c} \quad (V.58)$$

Explicitînd ecuaţiile (V.44) şi (V.45) cu relaţiile (V.46) la (V.48) şi împărţind ecuaţia de proiecţii cu $b_y h_y R_c$, iar cea de momente cu $b_y h_y^2 R_c$, cu notaţiile (V.49) la (V.58), ecuaţiile (V.44) şi (V.45) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_y = \xi_y + \dfrac{\alpha_{t_y}(\beta_y - 1)}{(1+\beta_y)} & (V.44.a) \\ m_y = 0{,}5\, \xi_y (1-\xi_y) + \alpha_{t_y}(0{,}5 - \delta_y) & (V.45.a) \end{cases}$$

Eliminînd pe ξ_y între ecuaţiile (V.44.a) şi (V.45.a) se obţine ecuaţia curbei de interacţiune $f(m_y, n_y)=0$, a eforturilor reduse, m_y şi n_y :

$$m_y = 0{,}5\, n_y (1-n_y) + \frac{\alpha_{t_y}\left[(2n_y - 1)(\beta_y - 1) + (1-2\delta_y)(1+\beta_y)\right]}{2(1+\beta_y)} - \frac{\alpha_{t_y}^2 (\beta_y - 1)^2}{2(1+\beta_y)^2} \quad (V.59)$$

Pentru valori constante β_y şi δ_y şi pentru o anumită valoare $\alpha_{t_{i_y}}$, funcţiei $f(m_y, n_y)=0$ i se poate ataşa, într-un sistem cartezian de axe $m_y - n_y$, o curbă C_{i_y}, denumită curbă de interacţiune moment încovoietor-forţă axială, sau prescurtat curbă de interacţiune. Ea este valabilă numai pentru $1{,}5\, a'_y \leq x_y \leq 0{,}5(h_y - h_{p_y})$ sau în valori reduse $1{,}5\delta_y \leq \xi_y \leq 0{,}5(1-\varepsilon_y)$. Continuitatea curbei de interacţiune este asigurată de cazurile următoare.

Pentru o altă valoare $\alpha_{t_{i_y}}$ (i=0,1,2,...), se va obţine o altă curbă C_{i_y} ; familia de curbe C_{i_y} constituie o diagramă de interacţiune, care în final reprezintă un abac de calcul.

<u>Cazul 3</u>, caracterizat prin $0{,}5(h_y - h_{p_y}) \leq x_y \leq x_{y_{lim}}$ sau în valori reduse $0{,}5(1-\varepsilon_y) \leq \xi_y \leq \xi_{y_{lim}}(1-\delta_y)$.

Cum $\xi_{y_{lim}}$, dat în norme, este raportat la înălţimea utilă a secţiunii h_{o_y} ($\xi_{y_{lim}} = x_{y_{lim}}/h_{o_y}$), dar conform notaţiei (V.49), $\xi_y = x_y/h_y$, deci poziţia relativă a axei neutre este raportată la înălţimea totală h_y a secţiunii (şi nu la cea utilă), $\xi_{y_{lim}} = x_{y_{lim}}/h_y$. Cum valori ale lui $\xi_{y_{lim}}$, raportat la h_y, nu sînt date în norme, vor trebui utilizate valorile date în norme, pentru $\xi_{y_{lim}}$

raportat la h_o. Această utilizare atrage după sine necesitatea corectării lui $\xi_{y_{lim}}$, raportat la h_{o_y}. Factorul de corecţie este $(1-\delta_y)$.

Poziţia axei neutre, la limita dintre mare şi mică excentricitate, $x_{y_{lim}}$, va fi aceeaşi, fie că $x_{y_{lim}} = \xi_{y_{lim}} h_{o_y}$, fie că $x_{y_{lim}} = \xi_{y_{lim}} (1-\delta_y) h_y$. In ambele relaţii $\xi_{y_{lim}}$ reprezintă valorile date în norme, prin raportarea la h_{o_y}, (tabelul II.1 din prezenta lucrare

$$\xi_{y_{lim}} = \frac{x_{y_{lim}}}{h_{o_y}} = 0,50 \; ; \; 0,55 \; ; \; 0,60).$$

Cazul este tot de compresiune excentrică cu mare excentricitate, frecvent întîlnit în practică. Conform ipotezelor acceptate, în armăturile A'_a şi A_a, eforturile unitare ating valoarea R_a.

In fig. V.15 se prezintă starea de eforturi pe înălţimea secţiunii transversale.

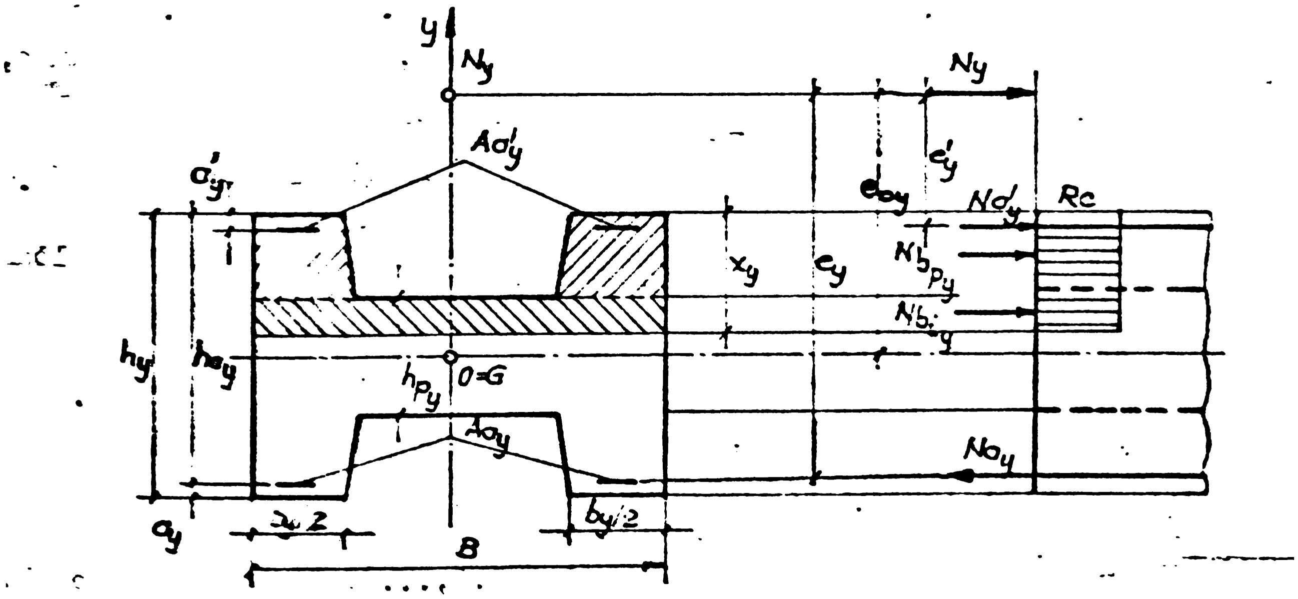


Fig.V.15.

Din scrierea ecuaţiei de proiecţii după axa elementelor rezultă :

$$N_y = N_{b_y} + N_{b_{p_y}} + N'_{a_y} - N_{a_y} \qquad (V.60)$$

$$M_y = N_y \cdot e_{oc_y} = N_{b_y}\, 0,5(h_y - x_y) + N_{b_{p_y}} (0,25\, h_y + 0,25\, h_{p_y} - 0,5\, x_y) +$$
$$+ (N'_{a_y} + N_{a_y})(0,5\, h_y - a_y) \qquad (V.61)$$

$$N_{b_y} = b_y \cdot x_y R_c \qquad (V.46)$$

$$N_{b_{p_y}} = (B-b_y)\left[x_y-0,5(h_y-h_{p_y})\right]R_c \qquad (V.62)$$

$$N'_{a_y} = A'_{a_y} R_a \qquad (V.47)$$

$$N_{a_y} = A_{a_y} R_a \qquad (V.48)$$

Aplicînd aceeaşi metodologie ca în cazul precedent relaţiile (V.60) şi (V.61) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_y = \bar{B}\xi_y+0,5(\mathcal{E}_y-1)(\bar{B}-1)+\alpha_{t_y}\dfrac{(\beta_y-1)}{(1+\beta_y)} & (V.60.a)\\ m_y = 0,5\bar{B}\xi_y-0,5\bar{B}\xi_y^2+0,125(\bar{B}-1)(\mathcal{E}_y^2-1)+\alpha_{t_y}(0,5-\tilde{\delta}_y) & (V.61.a)\end{cases}$$

Eliminînd pe ξ_y între relaţiile sistemului, se obţine ecuaţia curbei de interacţiune $f(m_y,n_y) = 0$, a eforturilor reduse, m_y şi n_y :

$$m_y=0,5\,n_y(1-\frac{n_y}{\bar{B}})+\frac{(\bar{B}-1)(\mathcal{E}_y-1)}{2\bar{B}}\left[n_y-0,5\bar{B}-0,25(\bar{B}-1)(\mathcal{E}_y-1)+0,25\bar{B}(\mathcal{E}_y+1)\right]-$$
$$+\alpha_{t_y}(0,5-\tilde{\delta}_y)+\frac{\alpha_{t_y}(\beta_y-1)}{2\bar{B}(1+\beta_y)}\left[2n_y-\bar{B}-(\bar{B}-1)(\mathcal{E}_y-1)-\alpha_{t_y}\frac{(\beta_y-1)}{(1+\beta_y)}\right] \qquad (V.63)$$

Pentru plaja de valori, care acoperă domeniul practic, dată parametrilor, se obţine o familie de curbe de interacţiune, care reprezintă un abac de calcul, pentru domeniul $0,5(1-\mathcal{E}_y)\leq\xi_y\leq\xi_{y_{lim}}(1-\tilde{\delta}_y)$.

<u>Cazul 4</u>, caracterizat prin $x_{y_{lim}}\leq x_y\leq 0,5(h_y+h_{p_y})$, sau în valori reduse $\xi_{y_{lim}}(1-\tilde{\delta}_y)\leq\xi_y\leq 0,5(1+\mathcal{E}_y)$:

Acest caz este frecvent întîlnit în practică ca un caz de compresiune excentrică cu mică excentricitate.

Conform ipotezelor acceptate, în cazul compresiunii excentrice cu mică excentricitate, efortul unitar în armătura A_{a_y}, mai depărtată de forţa excentrică N_y se determină cu relaţia :

$$\sigma_{a_y} = k_y R_a \qquad (V.64)$$

în care valoarea lui k_y este dată de relaţia

$$k_y = \frac{\xi_{y_{lim}}(1-1,25\xi_y)}{\xi_y(1-1,25\xi_{y_{lim}})} \qquad (V.65)$$

prevăzută în Proiectul de standard 10107/0-84, dacă $\xi_{y_{lim}}\leq\xi_y\leq 0,8$, iar dacă $\xi_y>0,8$, atunci $k_y = -(5\,\xi_y-4)$ (V.66)

Întrucît în relaţiile (V.65) şi (V.66) $\xi_y = x_y/h_{0_y}$ şi $\xi_{y_{lim}} = x_{y_{lim}}/h_{0_y}$, iar în prezentul capitol s-a notat $\xi_y = x_y/h_y$ şi respectiv

$\xi_{y_{lim}} = x_{y_{lim}}/h_y$ şi cum în norme sînt date valorile lui $\xi_{y_{lim}} = x_{y_{lim}}/h_{o_y}$ (deci raportate la h_{o_y}, nu la h_y), va trebui ca să se lucreze cu $\xi_{y_{lim}} = x_{y_{lim}}/h_{o_y}$ (care are valori date în norme) şi cu $\xi_y = x_y/h_y$. Acest lucru este posibil dacă se introduce un factor de corecţie $(1-\delta_y)$, care rezultă din faptul că $h_{o_y} = h_y - a_y$. Procedînd similar ca în planul x, valoarea lui k_y devine:

$$k_y = \frac{\xi_{y_{lim}}\left[(1-\delta_y)-1,25\,\xi_y\right]}{\xi_y(1-1,25\,\xi_{y_{lim}})} \tag{V.65.a}$$

dacă $\xi_{y_{lim}}(1-\delta_y) \leq \xi_y \leq 0,8(1-\delta_y)$, iar dacă $\xi_y > 0,8(1-\delta_y)$,

$$\text{atunci}\quad k_y = -\left[\frac{5\xi_y}{(1-\delta_y)} - 4\right] \tag{V.66.a}$$

In relaţiile (V.65.a) şi (V.66.a) $\xi_{y_{lim}}$ sînt valorile date în norme (raportate la înălţimea h_{o_y}), iar $\xi_y = x_y/h_y$. Pentru o valoare a lui x_y, se obţine aceeaşi valoare pentru k_y, fie că se lucrează cu relaţia (V.65) sau (V.66) în care $\xi_y = x_y/h_{o_y}$, fie că se lucrează cu (V.65.a) sau (V.66.a) în care $\xi_y = x_y/h_y$.

Tot conform ipotezelor acceptate, efortul unitar în armătura A'_{a_y} este de compresiune şi are valoarea $R_a(k'_y=1)$.

Starea de eforturi, pe înălţimea secţiunii transversale, este prezentată în fig.V.16.

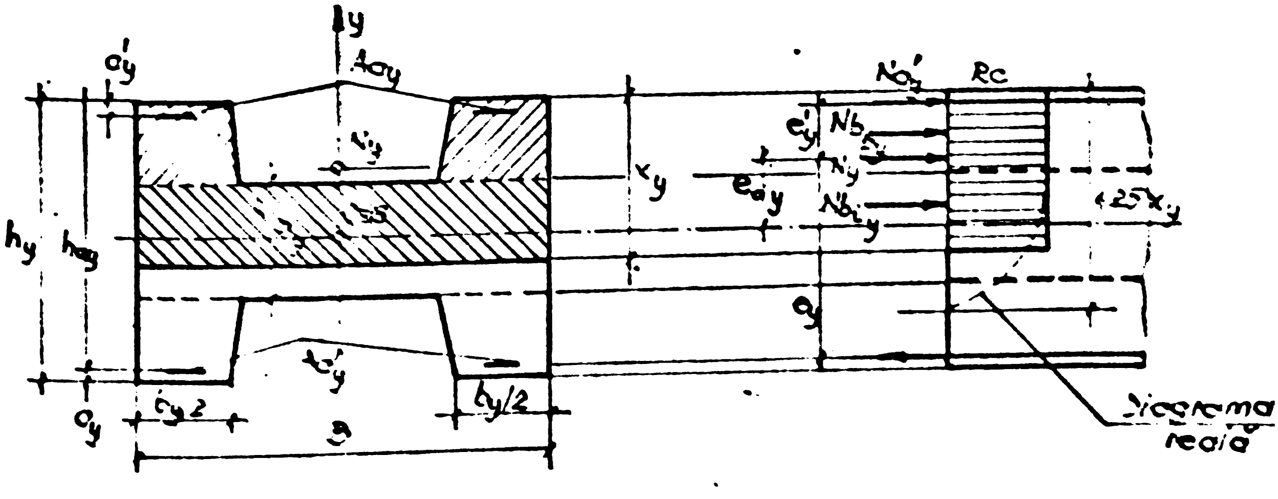


Fig.V.16.

Ecuaţia de proiecţii după axa elementului are forma :

$$N_y = N_{b_y} + N_{b_{p_y}} + N'_{a_y} - N_{a_y} \qquad (V.67)$$

iar cea de momente în raport cu centrul de greutate al secţiunii de beton se scrie :

$$M_y = N_y \cdot e_{oo_y} = N_{b_y} \cdot 0,5(h_y - x_y) + N_{b_{p_y}}(0,25\, h_y + 0,25\, h_{p_y} - 0,5\, x_y) + (N'_{a_y} - N_{a_y})(0,5\, h_y - a_y) \qquad (V.68)$$

în care :

$$N_{b_y} = b_y x_y R_c \qquad (V.46)$$

$$N_{b_{p_y}} = (B - b_y)\left[x_y - 0,5(h_y - h_{p_y})\right] R_c \qquad (V.62)$$

$$N'_{a_y} = A'_{a_y} k'_y R_a \qquad (V.63)$$

$$N_{a_y} = A_{a_y} k_y R_a \qquad (V.64)$$

$k'_y=1$, conform ipotezelor acceptate, iar k_x se calculează cu relaţia (V.65.a) sau (V.66.a), după caz.

Introducînd relaţiile de mai sus în ecuaţiile (V.67) şi (V.68), după împărţirea ecuaţiei de proiecţii cu $b_y h_y R_c$ şi a celei de momente cu $b_y h_y^2 R_c$, precum şi a utilizării notaţiilor (V.49) la (V.58), ecuaţiile (V.67) şi (V.68) devin sistemul :

$$n_y = \bar{B}\xi_y + (\bar{B}-1) \cdot 0,5(\varepsilon_y - 1) + \alpha_{t_y}\frac{(\beta_y - k_y)}{(1+\beta_y)} \qquad (V.67.a)$$

$$m_y = 0,5\xi_y(1-\xi_y) + (\bar{B}-1)\left[0,5\xi_y - 0,5\xi_y^2 - 0,125(1-\varepsilon_y^2)\right] + (0,5-\delta_y)\alpha_{t_y}\frac{(\beta_y + k_y)}{(1+\beta_y)} \qquad (V.68.a)$$

Eliminînd pe ξ_y între relaţiile (V.67.a) şi (V.68.a) se obţine ecuaţia curbei de interacţiune $f(m_y, n_y)=0$, a eforturilor reduse m_y şi n_y :

$$m_y = 0,5 n_y\left(1 - \frac{n_y}{\bar{B}}\right) + \frac{(\bar{B}-1)(\varepsilon_y - 1)}{2\bar{B}}\left[n_y - 0,5\bar{B} - 0,25(\bar{B}-1)(\varepsilon_y - 1) + 0,25\bar{B}(\varepsilon_y + 1)\right] +$$
$$+ \alpha_{t_y}(0,5-\delta_y)\frac{(\beta_y + k_y)}{(1+\beta_y)} + \frac{\alpha_{t_y}(\beta_y - k_y)}{2\bar{B}(1+\beta_y)}\left[2n_y - \bar{B} - (\bar{B}-1)(\varepsilon_y - 1) - \alpha_{t_y}\frac{(\beta_y - k_y)}{(1+\beta_y)}\right] \qquad (V.69)$$

Pentru plaja de valori dată parametrilor, care acoperă domeniul practic, se obţine o familie de curbe de interacţiune, care reprezintă un abac de calcul, pentru domeniul $\xi_{y_{lim}}(1-\varepsilon_y) \leq \xi_y \leq 0,5(1+$

Cazul 2, caracterizat prin $0,5(h_y+h_{p_y}) \le x_y \le h_y$, sau în valori reduse $0,5(1+\varepsilon_y) \le \xi_y \le 1,00$.

Acest caz caracterizează compresiunea excentrică cu foarte mică excentricitate, caz mai rar în practică.

Conform ipotezelor acceptate, efortul unitar în armătura A'_{a_y} este de compresiune şi are valoarea R_a, ($k'_y=1,0$), iar efortul în armătura A_{a_y}, mai depărtată de forţa N_y este $A_a k_x R_a$, în care k_x se determină fie cu relaţia (V.65.a), dacă $\xi_{lim\,y}(1-\delta_y) \le \xi_y \le 0,8(1-\delta_y)$, fie cu relaţia (V.66.a), dacă $\xi_y > 0,8(1-\delta_y)$.

Starea de eforturi pe înălţimea secţiunii transversale este redată în fig.V.17.

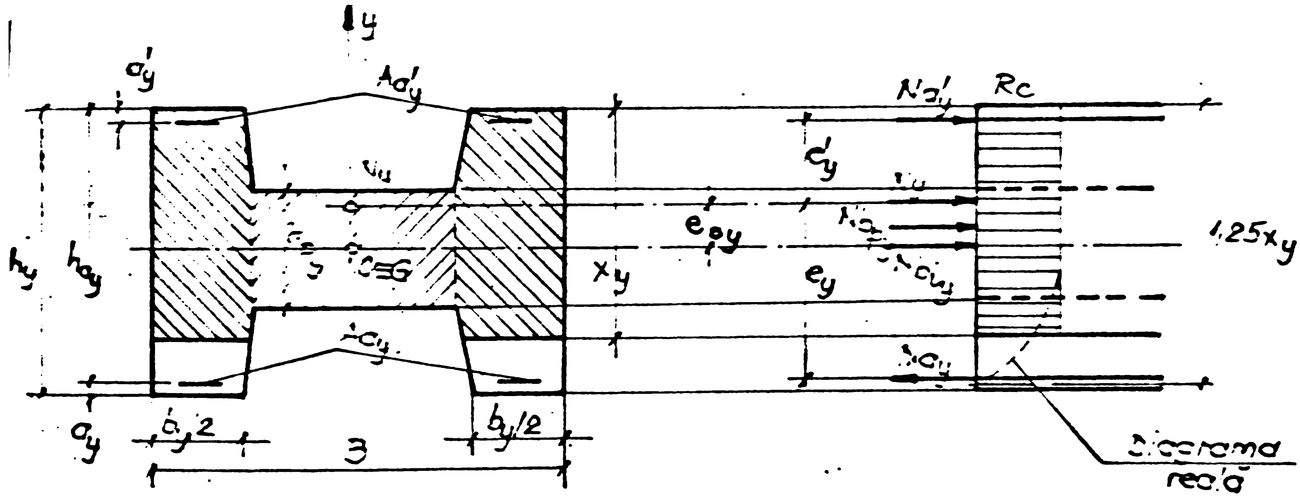


Fig.V.17.

Ecuaţia de proiecţii după axa elementului :

$$N_y = N_{b_y} + N_{b_{p_y}} + N'_{a_y} - N_{a_y} \qquad (V.70)$$

Ecuaţia de momente în raport cu centrul de greutate al secţiunii de beton :

$$M_y = N_y \cdot e_{oy} = N_{b_y} \cdot 0,5(h_y - x_y) + (N'_{a_y} + N_{a_y})(0,5h_y - a_y) \qquad (V.71)$$

In ecuaţiile de mai sus :

$$N_{b_y} = b_y \cdot x_y \cdot R_c \qquad (V.46)$$

$$N_{b_{p_y}} = (B - b_y) h_{p_y} R_c \qquad (V.72)$$

$$N'_{a_y} = A'_{a_y} \cdot k'_y R_a = A'_{a_y} R_a \qquad (V.63)$$

$$N_{a_y} = A_{a_y} k_y R_a \qquad (V.64)$$

Explicitînd ecuaţiile (V.70) şi (V.71), apoi împărţind prima ecuaţie cu $b_y h_y R_c$, iar a doua cu $b_y h_y^2 R_c$ şi utilizînd notaţiile (V.49) şi (V.58), ecuaţiile (V.70) şi (V.71) devin sistemul :

$$\begin{cases} n_y = \xi_y + (\bar{B}-1)\,\varepsilon_y + \alpha_{t_y}\,\dfrac{(\beta_y - k_y)}{(1+\beta_y)} & \text{(V.70.a)} \\[2ex] m_y = 0{,}5\,\xi_y(1-\xi_y) + (0{,}5-\delta_y)\,\alpha_{t_y}\,\dfrac{(\beta_y + k_y)}{(1+\beta_y)} & \text{(V.71.a)} \end{cases}$$

Eliminînd pe ξ_y între ecuaţiile sistemului, se obţine ecuaţia curbei de interacţiune $f(m_y, n_y)=0$, a eforturilor reduse m_y şi n_y :

$$= 0{,}5n_y(1-n_y)+\varepsilon_y(\bar{B}-1)\left[n_y-0{,}5-0{,}5\varepsilon_y(\bar{B}-1)\right]+\alpha_{t_y}(0{,}5-\delta_y)\frac{(\beta_y+k_y)}{(1+\beta_y)}+$$

$$+\alpha_{t_y}\frac{(\beta_y-k_y)}{(1+\beta_y)}\left[n_y-0{,}5-\varepsilon_y(\bar{B}-1)-0{,}5\alpha_{t_y}\frac{(\beta_y-k_y)}{(1+\beta_y)}\right] \qquad \text{(V.72)}$$

Pentru plaja de valori dată parametrilor, care acoperă domeniul practicii, se obţine o familie de curbe de interacţiune, care reprezintă un abac de calcul, pentru domeniul $0{,}5(1+\varepsilon_y) \leq \xi_y \leq 1{,}00$.

Rezolvînd şi în planul y, ecuaţiile curbelor de interacţiune (V.59), (V.63), (V.69) şi (V.72), la maşina electronică de calcul, pentru următoarea plajă a valorilor

$\delta_y = \delta'_y = 0{,}08\ ;\ 0{,}11\ ;\ 0{,}14,$

$\varepsilon_y = 0{,}25;\ 0{,}30;\ 0{,}35;\ 0{,}40,$

$\bar{B} = 2{,}0;\ 2{,}5;\ 3{,}0;\ 3{,}5;\ 4{,}0,$

$\alpha_{t_y} = 0{,}20;\ 0{,}40;\ 0{,}60;\ 0{,}80;\ 1{,}00;\ 1{,}20,$

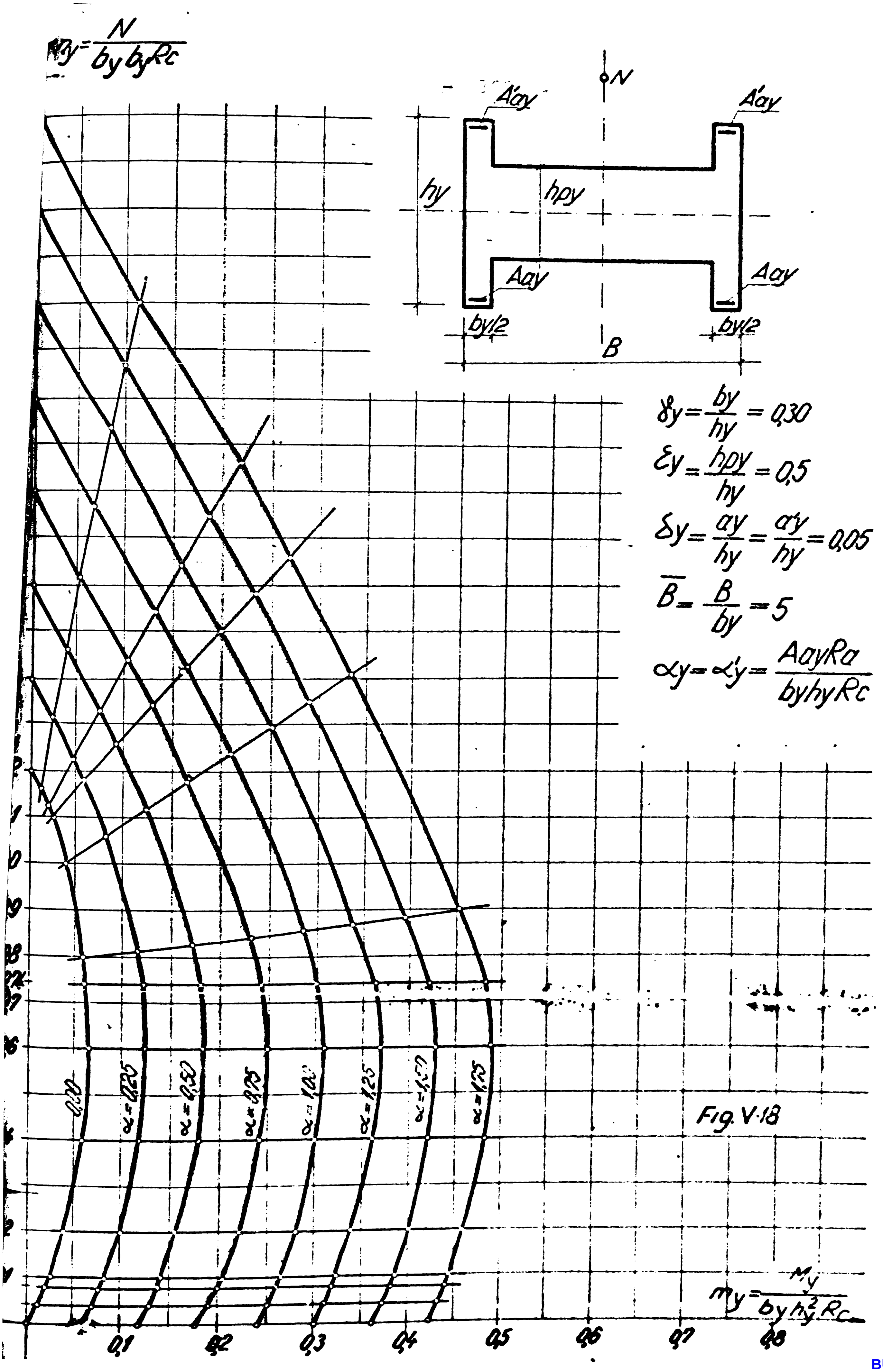
$\beta_y = 1{,}00,$

$\xi_{y_{lim}} = 0{,}55,$

se obţin abace de calcul al momentului capabil în planul y. Pe baza listingurilor rezultate în urma rulărilor la calculator, s-a întocmit, spre exemplificare, abacul din fig.V.18.

Se subliniază că, succesiunea cazurilor acoperă solicitarea de compresiune excentrică, de la încovoiere ($n_y = 0$), pînă la compresiune centrică (m_n=0).

Rezolvarea în maniera prezentată, pune la îndemînă proiectanţilor, stabilirea cu uşurinţă şi rapiditate a momentului capabil $M_{y_{cap}}$, unei secţiuni în formă de dublu T, din beton armat.



$\delta_y = \frac{b_y}{h_y} = 0{,}30$

$\varepsilon_y = \frac{h_{py}}{h_y} = 0{,}5$

$\delta_y = \frac{a_y}{h_y} = \frac{a'_y}{h_y} = 0{,}05$

$\overline{B} = \frac{B}{b_y} = 5$

$\alpha_y = \alpha'_y = \frac{A_{ay} R_a}{b_y h_y R_c}$

Fig. V-18

In concluzie, se reaminteşte că relaţia de calcul la CEO, prevăzută în Proiectul de standard 10107/0-84 este următoare a:

$$\left(\frac{M_x}{M_{x_{cap}}}\right)^{\beta} + \left(\frac{M_y}{M_{y_{cap}}}\right)^{\beta} = 1 \qquad (V.73)$$

în care M_x şi M_y, sînt solicitările rezultate din calculul static, iar $M_{x_{cap}}$ şi $M_{y_{cap}}$ sînt momentele capabile, determinate din abacele de calcul, din planul x, respectiv y.

Proiectarea se face deci prin verificarea unor secţiuni din beton armat impuse (alese) de către proiectant, pentru care secţiuni, cu ajutorul abacelor de calcul se stabilesc $M_{x_{cap}}$ şi respectiv $M_{y_{cap}}$.

5.3. Analiza coeficientului β, în funcţie de factorul de compresiune n

Din studiile teoretice, întreprinse asupra secţiunii patrate, prezentate în lucrarea /32/, rezultă următoarea variaţie a coeficientului β, în funcţie de valoarea forţei axiale relative n, (fig.V.19).

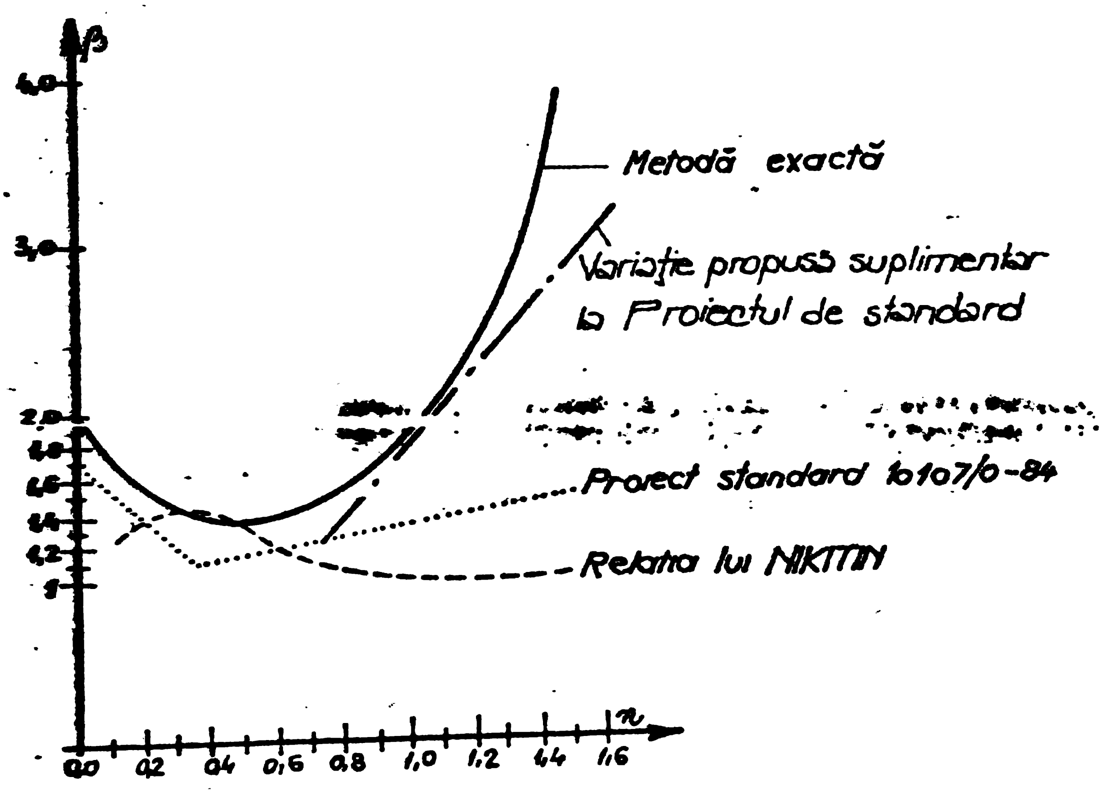


Fig.V.19. Variaţia coeficientului β în funcţie de factorul de compresiune n.

Pentru studiu s-a ales o secţiune patrată din beton armat. Pentru secţiunea aleasă, momentele capabile după direcţiile principale ($M_{x\,cap}$ şi $M_{y\,cap}$) corespunzătoare forţei axiale N, au fost stabilite cu "metoda exactă", utilizînd maşina electronică de calcul.

"Metoda exactă", efectuează analiza cantitativă şi calitativă a secţiunii alese, cu ajutorul programului COBLIK. Ca date de intrare, programul foloseşte dimensiunile b şi h ale secţiunii, ariile şi poziţiile barelor de armătură longitudinală, caracteristicile betonului şi armăturii, valoarea deformaţiei ε_0 într-un punct de coordonate x_0, y_0, forţa axială şi înclinarea momentului oblic faţă de o axă principală.

Programul furnizează, printre alte date şi momentele încovoietoare M_x şi M_y, pentru înclinarea aleasă la 45°.

Valorile exponentului β, în "metoda exactă", s-au obţinut din relaţia V.73.

Pentru obţinerea valorilor exponentului β, utilizînd relaţia lui Nikitin, se procedează astfel :

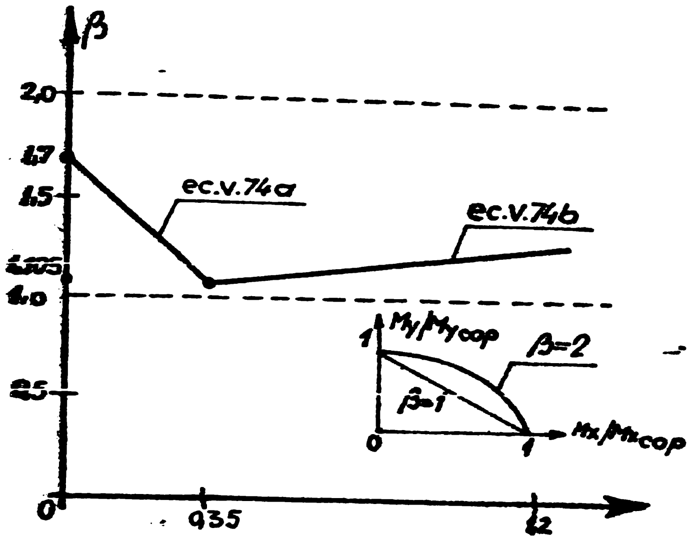
- pentru secţiunea aleasă, la înclinarea momentului oblic la 45° faţă de o axă principală, se consideră o valoare a excentricităţii forţei excentrice ;
- se pot determina forţele axiale N_x, N_y şi N_c, corespunzătoare excentricităţilor alese $e_x=e_y=e_0/\sqrt{2}$ ale secţiunii şi apoi, cu relaţia lui Nikitin, valoarea forţei excentrice oblice ;
- se calculează momentul excentric oblic, care se descompune apoi în momentele M_x şi M_y ;
- cu relaţia (V.73) se stabilesc valorile exponentului β.

Conform Proiectului standard 10107/0-84 valoarea lui β este dată de relaţiile (V.74.a şi b) şi fig. (V.20) :

- $\beta = 1,7(1-n)$ pentru $n \leq 0,36$ (V.74.a) ;
- $\beta = 1 + 0,3n$ pentru $n > 0,35$ (V.74.b),

în care $n = \frac{N}{A_b R_c}$.

Se remarcă că valoarea lui β, conform Proiectului de standard este independentă de armarea secţiunii, ori a distribuţiei armăturii pe secţiunea transversală. Valorile lui β din fig.V.19, conform Proiectului de standard sînt deci cele date de relaţiile V.74.a şi b), reprezentate în figura V.20.



g.V.20. Variaţia exponentului β în funcţie de factorul de compresiune n, conform Proiectului de standard 10107/0-84.

Analiza variaţiei curbelor β , din fig.V.19 stabilită cu cele trei metode, scoate în evidenţă următoarele :

- formula lui Nikitin nu poate aproxima bine capacitatea portantă a unei secţiuni de beton armat la compresiune excentrică oblică. Prin faptul că β are în raport cu n, o variaţie de sens invers, decît cea normală, rezultă că formula lui Nikitin este fie prea acoperitoare, fie prea descoperitoare, iar precizia procedeului nu poate fi îmbunătăţită ;

- fig.V.19, evidenţiază un grad satisfăcător de aproximare dat de relaţia V.73.

Se remarcă din fig.V.19 că, în zonele seismice ale ţării, pentru domeniile uzuale de variaţie a lui n, cuprinse între 0,1-0,4, relaţia propusă de Proiectul de standard este corespunzătoare, rezultînd pentru β valori apropiate de valorile obţinute cu "metoda exactă".

Analizînd întregul domeniu, la valori ale lui n peste 0,8, valorile lui β ar trebui îmbunătăţite. Acest lucru se poate face dacă, variaţia biliniară, s-ar înlocui cu o variaţie triliniară (variaţia propusă);

- întrucît la ora actuală, se recomandă în practică, elemente de acoperiş uşoare şi deasemenea elemente de planşeu uşoare, valoarea forţei axiale relative n este cuprinsă între 0,1-0,3. Pentru acest domeniu, relaţia lui Nikitin satisface condiţiile de rezistenţă, fapt ce explică comportarea corespunzătoare în practică a elementelor executate;

- deşi valoarea lui β depinde de mărimea forţei axiale relative n, de coeficienţii fizici de armare, precum şi de modul de distriire a armăturilor pe secţiunea transversală, prin relaţiile .74.a şi b) valoarea lui β depinde explicit numai de forţa axia- relativă n. Insă prin forma relaţiilor (V.74.a şi b), valorile β conţin implicit şi efectul procentului de armare şi al modu- de distribuţie a armăturilor pe secţiune;

- se reliefează că, rezultatele obţinute cu relaţia V.73 in Proiectul de standard sînt doar teoretice şi că acestea ar tre- confirmate de încercări experimentale, în caz contrar aplicarea laţiei V.73 ar putea da naştere la comportări nesatisfăcătoare in ploatare.

VI. PROGRAMUL EXPERIMENTAL

6.1. Scopul programului experimental

Avîndu-se în vedere că la ora actuală, prin STAS-ul 10107/ -76, calculul la starea limită de rezistenţă, utilizat în proiecta- re, se conduce pe baza relaţiei lui Nikitin, un prim scop al progra- mului experimental l-a constituit verificarea experimentală a rela- ţiei lui Nikitin, pentru secţiuni dublu T.

Intrucît relaţia lui Nikitin nu este fundamentată din punct de vedere teoretic, mai ales cînd excentricitatea este mare chiar numai pe o direcţie, Proiectul standard 10107/0-84 prevede calculul cu relaţia (II.24). Aşa cum s-a arătat în cap.II şi V, relaţia II.24 rezolvă compresiunea excentrică oblică, prin descompunerea ei în două compresiuni excentrice drepte, dat fiind faptul că la ora ac- tuală nu se cunoaşte variaţia momentului excentric oblic în funcţie de înclinaţia planului său de acţiune faţă de o axă principală. Ca urmare al doilea scop al programului experimental a fost acela, de a stabili legea de variaţie a momentului încovoietor oblic în func- ţie de înclinaţia planului său de acţiune, s[illegible] con- stantă, pentru secţiuni în formă de dublu T.

In relaţia (II.24) apare exponentul β, pentru care Proiec- tul de standard dă valorile date de relaţiile (V.74.a şi b). Al treilea scop al programului experimental a constat în determinarea pe cale experimentală a valorilor lui β, pentru secţiuni dublu T, în funcţie de factorul de compresiune n.

Studiul experimental al stării de deformaţie, pentru sec- ţiuni în formă de dublu T, făcut în paralel cu starea limită de re- zistenţă a format al patrulea scop al programului experimental.

In fine, în cazul compresiunii excentrice oblice, cu mare excentricitate, zona comprimată de beton are o arie redusă, în general de formă triunghiulară. In colţul mai comprimat al triunghiului, există multă armătură (armătură longitudinală şi etrierii), care influenţează puternic comportamentul zonei comprimate de beton, mai ales pentru fibra cea mai comprimată. In această situaţie, mulţi cercetători şi-au pus problema, dacă deformaţia limită de calcul, pentru fibra cea mai comprimată nu poate fi mai mare de 3,5 ‰, valoarea utilizată în cazurile curente. În consecinţă, al cincilea scop al programului experimental l-au constituit măsurătorile celei mai comprimate fibre de beton, în vederea aducerii de noi date.

6.2. Verificarea, pe cale experimentală, a relaţiei lui Nikitin. Studiul experimental al stării de deformaţie.

6.2.1. Proiectarea şi executarea elementelor experimentale.

In baza contractului de cercetare ştiinţifică nr.10125/1978, beneficiar fiind INCERC-Bucureşti, s-au proiectat şi încercat de către catedra de Beton armat şi clădiri a Facultăţii de Construcţii din Timişoara, un număr de 24 de stîlpi din beton armat, cu secţiunea dublu T.

Dimensiunile şi alcătuirea stîlpilor sînt redate exemplificativ în fig.VI.1, iar în totalitate în lucrarea /109/.

Elementele experimentale s-au executat la INCERC-Bucureşti, de către Baza de aprovizionare pentru construcţii.

Lungimea stîlpilor s-a luat egală cu 2 m, astfel ca să nu apară flambajul şi încercarea să se poată efectua cu dispozitivele existente în laborator.

Lungimea de 2 m a asigurat şi zona minimă cu M şi N constante de cel puţin trei ori înălţimea secţiunii transversale (3x30=90 cm).

Principalii parametrii care s-au analizat şi care în consecinţă s-au variat în cadrul experimentărilor au fost :

- procentul de armare longitudinal (p şi p') ;
- mărimile excentricităţilor e_{ox} şi e_{oy} ale forţei normale N. Variaţia acestora se prezintă în tabelul VI.1 ;
- distribuţia armăturii pe secţiunea transversală.

Tabelul VI.1.

Seria	I	II	III	IV
e_{ox} cm	10	20	20	20
e_{oy} cm	5	10	5	20

FIŞA DE EXECUTIE A STILPULUI S3-1/2

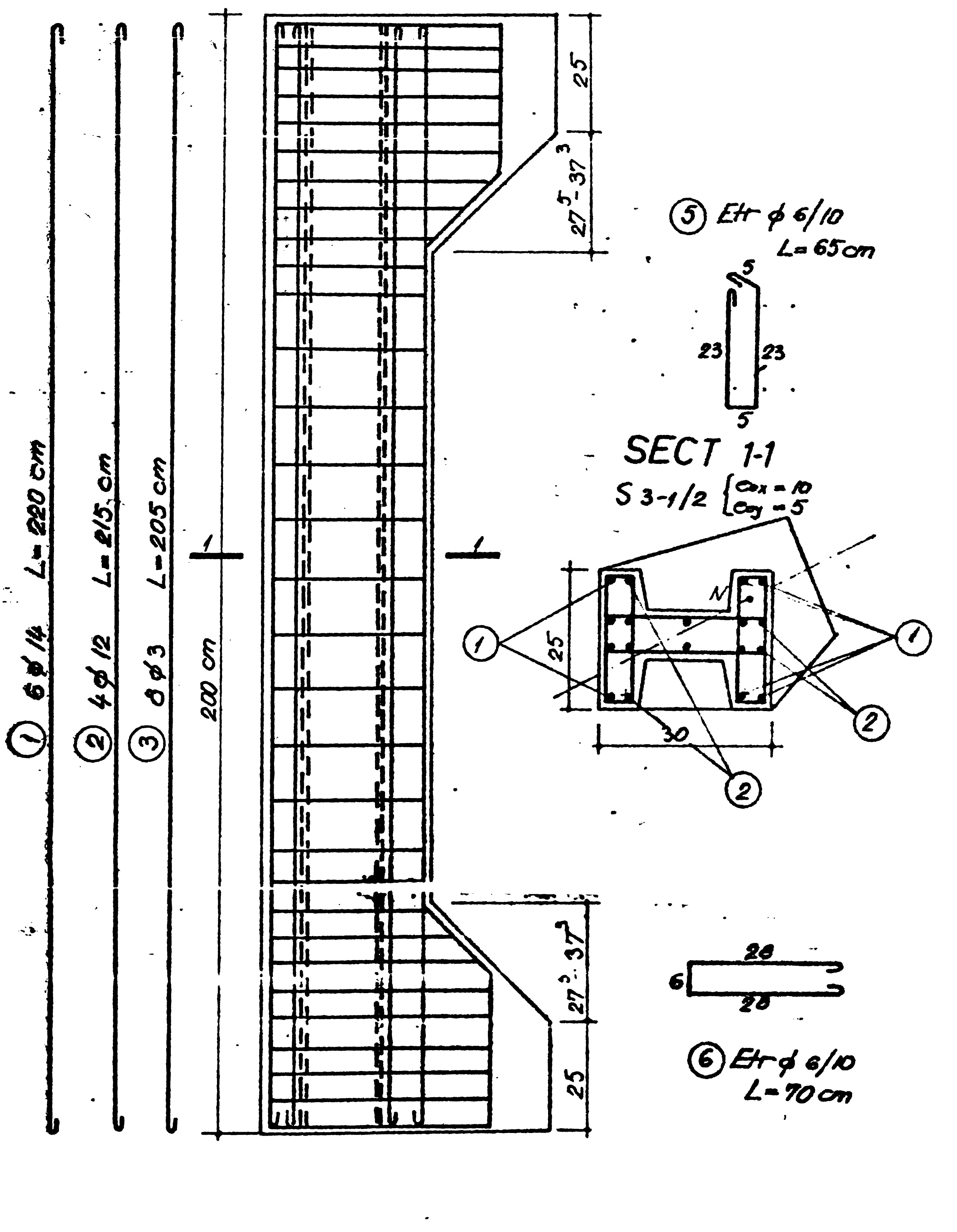


Fig. VI.1

Alcătuirea stîlpilor, cu parametrii variaţi în cadrul încercărilor, este redată sintetic în tabelul VI.2.

6.2.1.1. Materiale

Compoziţia betonului a fost următoarea :

- ciment RIM 200	-	320 kg
- apă		220 l
- agregate 0-7 mm	-	960 kg
7-16 mm		960 kg
	Total :	2460 kg/m^3

Turnarea stîlpilor s-a făcut în poziţie orizontală.

Raportul A/C utilizat : 0,687.

Rezistenţele cubice ale betonului la 28 de zile, precum şi la data încercării stîlpilor, împreună cu celelalte caracteristici fizico-mecanice ale betonului sînt prezentate în tabelul VI.3.

Ca armături de rezistenţă s-au folosit bare din OB 37, cu diametrul de 10, 12 şi 14 mm. Caracteristicile fizico-mecanice ale armăturilor, determinate prin încercarea epruvetelor extrase din stîlpii după încercare, sînt date în tabelul VI.4.

Curbele caracteristice ale celor trei diametre sînt prezentate în fig.(VI.2), (VI.3) şi (VI.4).

6.2.1.2. Efectuarea încercărilor

S-a făcut la un stand amenajat în acest scop, folosind o presă de 200 tf. Aspectul general al unei asemenea încercări este redat în fotografia din fig.VI.5. Pentru a realiza încărcarea excentric oblic, la capetele stîlpilor s-au prevăzut de la confecţionare, console oblice din beton armat.

Metodologia de [illegible] din trei [illegible] de încărcare-descărcare, conform tabelului VI.5.

La primul ciclu s-a mers pînă la încărcarea normată, dedusă din încărcarea de calcul, prin împărţirea acesteia cu un coeficient mediu al încărcărilor n=1,2.

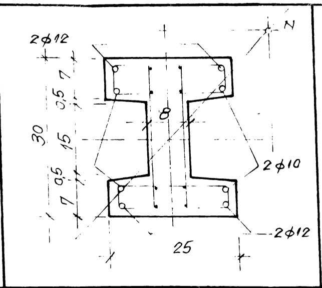
La al doilea ciclu s-a mers pînă la încărcarea de calcul, stabilită cu relaţia lui Nikitin, conform STAS 10107/0-76.

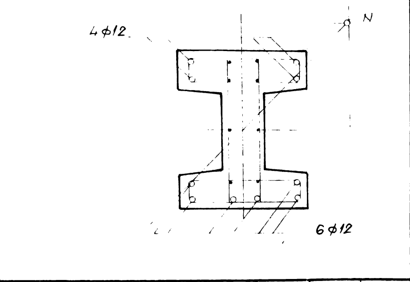
La al treilea ciclu s-a mers pînă la rupere.

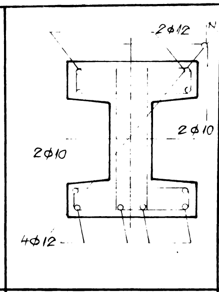
6.2.1.3. Măsurători întreprinse

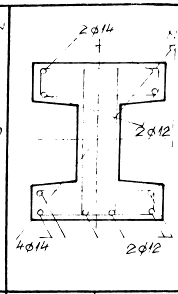
Valoarea forţelor s-a măsurat cu ajutorul dozelor electrotensometrice, precum şi prin citiri la manometrele de control.

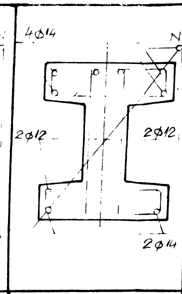
DISTRIBUTIA ARMATURILOR DE REZISTENȚA

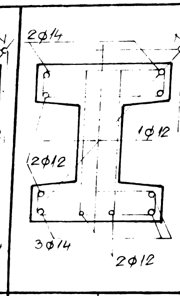


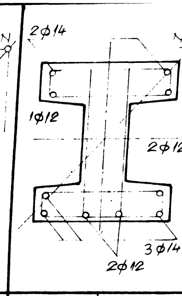


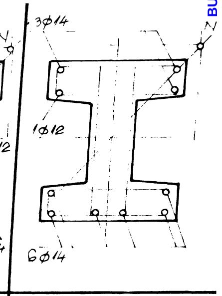












INDICATIV STÎLP	MARIMEA EXCENTRICITĂȚILOR e_{ox}	e_{oy}	PROCENTUL DE ARMARE LONGITUDINAL RAPORTAT LA A_b REAL $p=\frac{A_a}{A_b}\cdot 100$	$p'=\frac{A_a'}{A_b}\cdot 100$	PROCENTUL DE ARMARE LONGITUDINAL RAPORTAT LA $b_{px}h$ $p_t=\frac{A_a}{b_{px}h}\cdot 100$	$p_t'=\frac{A_a'}{b_{px}h}\cdot 100$	MARCA BETONULUI [R_b]	R_{bt} [Efectiv - la data efectuării încercării]	R_c	R_c Efectiv, la data încercării	P rupere experimental [kgf]	M rupere experimental [$M=P\cdot e=P\sqrt{e_{ox}^2+e_{oy}^2}$] [kgf m]
S1-1'2	10	5	0,787	0,787	0,51	0,51	241,00	300,25	243,00	115	54.880	6135,77
S2-2'1	20	10					261,00	331,66	267,00	127	27.440	6135,77
S1-3'1	20	10					261,00	331,66	267,00	127	23.520	5259,23
S1-3'2	20	5					312,00	412,50	325,00	154	34.300	7071,1261
S1-4'1	20	5					312,00	412,50	325,00	154	33.320	6869,09
S1-4'2	20	20					294,00	440,42	323,00	154	17.150	4850,75
S1-1'1	20	20					294,00	440,42	323,00	154	16.170	4573,57
S1-1'1	10	5	1,393	0,929	0,904	0,602	241,00	300,25	243,00	115	54.880	6135,77
S2-1'1	10	5					238,00	283	230,00	109	50.960	33700
S2-1'2	10	5					238,00	283	230,00	109	52.920	5916,67
S1-2'1	20	10					259,00	323,32	260,00	124	28.910	6464,47
S1-2'2	20	10					259,00	323,32	260,00	124	29.400	6574,04
S2-3'2	20	5					269,00	365	291,00	138	38.220	7879,25
S2-4'1	20	20					247,00	350,625	280,00	133	21560	6098,09
S2-4'2	20	20					247,00	350,625	280,00	133	21070	5959,49
S2-3'1	20	5	1,251	0,787	0,812	0,51	269,00	365	291,00	138	33320	6869,09
S3-1'1	10	5	1,73	1,097	1,122	0,712	204,00	251,65	206,00	98	52920	5916,64
S3-2'2	20	10					233,00	309,67	250,00	119	31360	7012,31
S3-1'2	10	5	1,097	1,73	0,712	1,122	204,00	251,65	206,00	98	50960	5697,50
S3-2'1	20	10	1,646	1,097	1,068	0,712	233,00	309,67	250,00	119	30874	6902,74
S3-3'1	20	5					226,00	315	254,00	121	42140	8687,38
S3-3'2	20	5	1,646	1,097	1,068	0,712	226,00	315	254,00	121	42140	8687,38
S3-4'2	20	20					228,00	327,08	263,00	125	21070	5959,50
S3-4'1	20	20	1,899	1,131	1,232	0,736	228,00	327,08	263,00	125	19670	5543,72

Caracteristicile fizico-mecanice ale elementelor experimentale la data încercării

Tabelul VI.3.

Indicativ	Marca betonului R_{28} [daN/cm²]	Rezistența la compresiune a betonului în ziua încerc. $\frac{R_{b_t}}{t(zile)}$	Valoarea medie a lui $\bar{R}_c$ după STAS 10102/75 la data încerc. [daN/cm²]	R_c la data încercării	R_t x) la data încercării	E_b [daN/cm²]	Obs.
1-1	241	$\frac{300}{t_z=64}$	243	115	16,47	292293	
1-2	259	$\frac{323}{t_z=64}$	260	124	17,23	301567	
1-3	312	$\frac{412,5}{t_z=83}$	325	154	19,99	325000	
1-4	294	$\frac{410}{t_z=105}$	323	154	19,91	323000	
2-1	238	$\frac{283}{t_z=53}$	230	109	15,87	289796	
2-2	261	$\frac{332}{t_z=69}$	267	127	17,53	305556	
2-3	269	$\frac{365}{t_z=93}$	291	138	18,57	300000	
2-4	247	$\frac{351}{t_z=115}$	280	133	18,10	302500	
3-1	204	$\frac{252}{t_z=61}$	206	98	14,75	297836	
3-2	233	$\frac{310}{t_z=84}$	250	119	16,78	300000	
3-3	226	$\frac{315}{t_z=105}$	254	121	16,96	299860	
3-4	228	$\frac{327}{t_z=119}$	263	125	17,36	302300	

x) Valoarea lui R_t s-a calculat conform STAS 10107/0-76 cu ajutorul relațiilor : $R_t=0,57\ R_c^{2/3}$; $R_t^n=(1-1,64\ C_{r_t})R_t$ și $R_t=m_{bt}\cdot R_t^n/\ \gamma_{b_t}$.

Tabelul VI.4.

Diametrul [mm]	Limita de proporţionalitate σ_p [daN/cm^2]	Limita de curgere inferioară σ_{ci} [daN/cm^2]	Rezistenţa de rupere σ_r [daN/cm^2]	$\delta_{0,5}$ [%]	Obs.
∅10	2369	2810	4650	34,2	
∅12	2336	2496	4203	34,3	
∅14	2662	2792	4351	35,0	

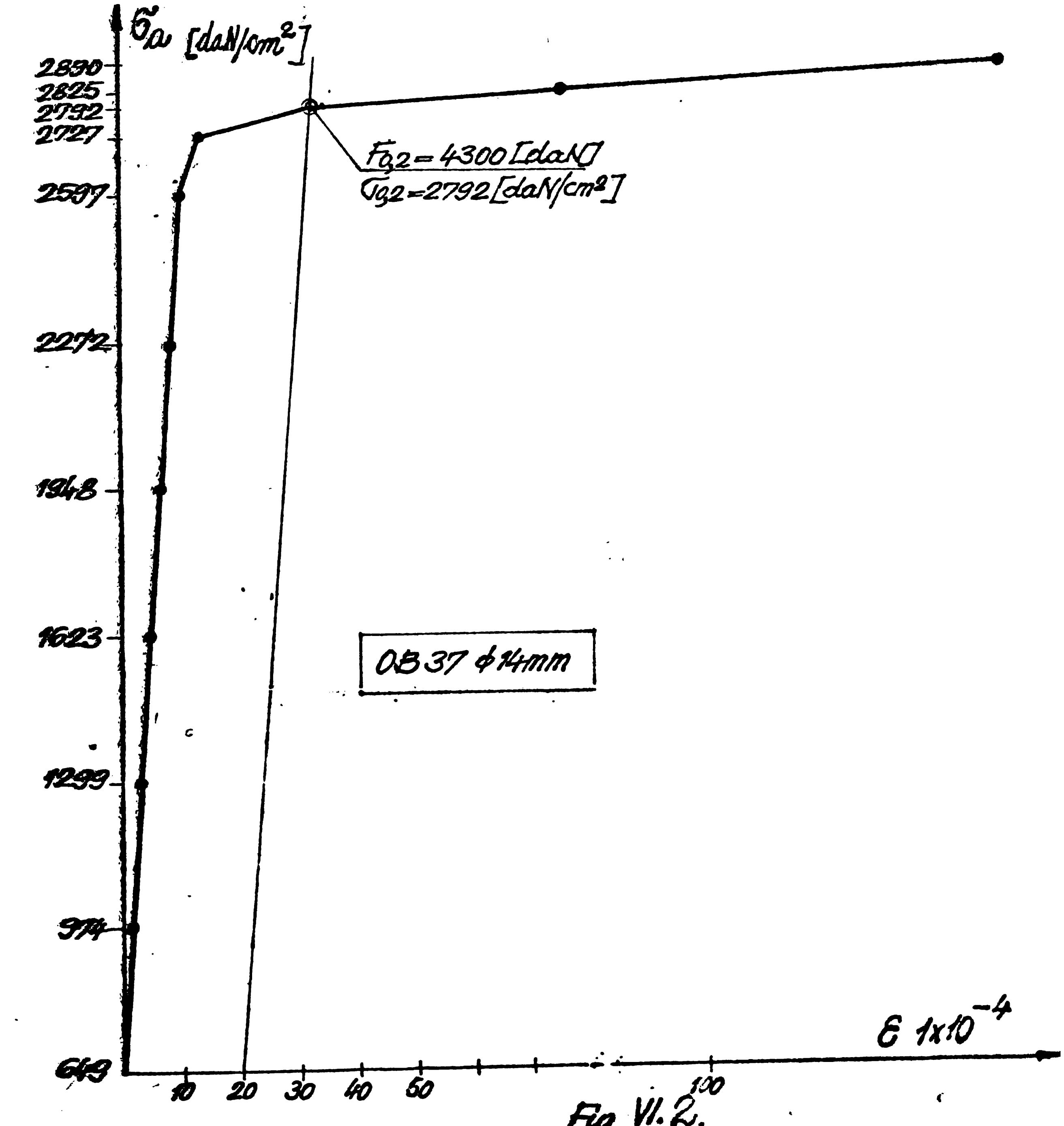


Fig VI.2.

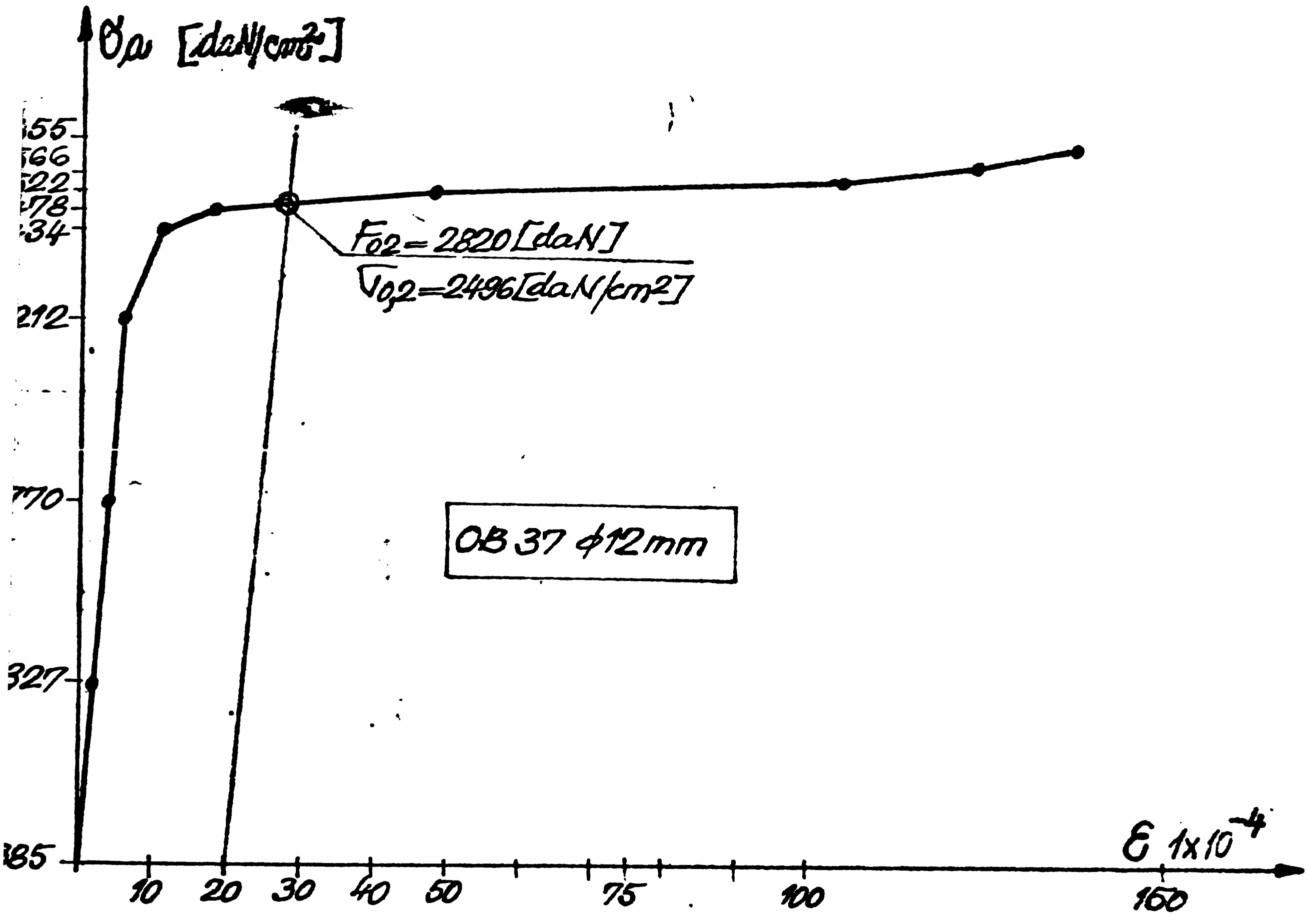


Fig. VI. 3

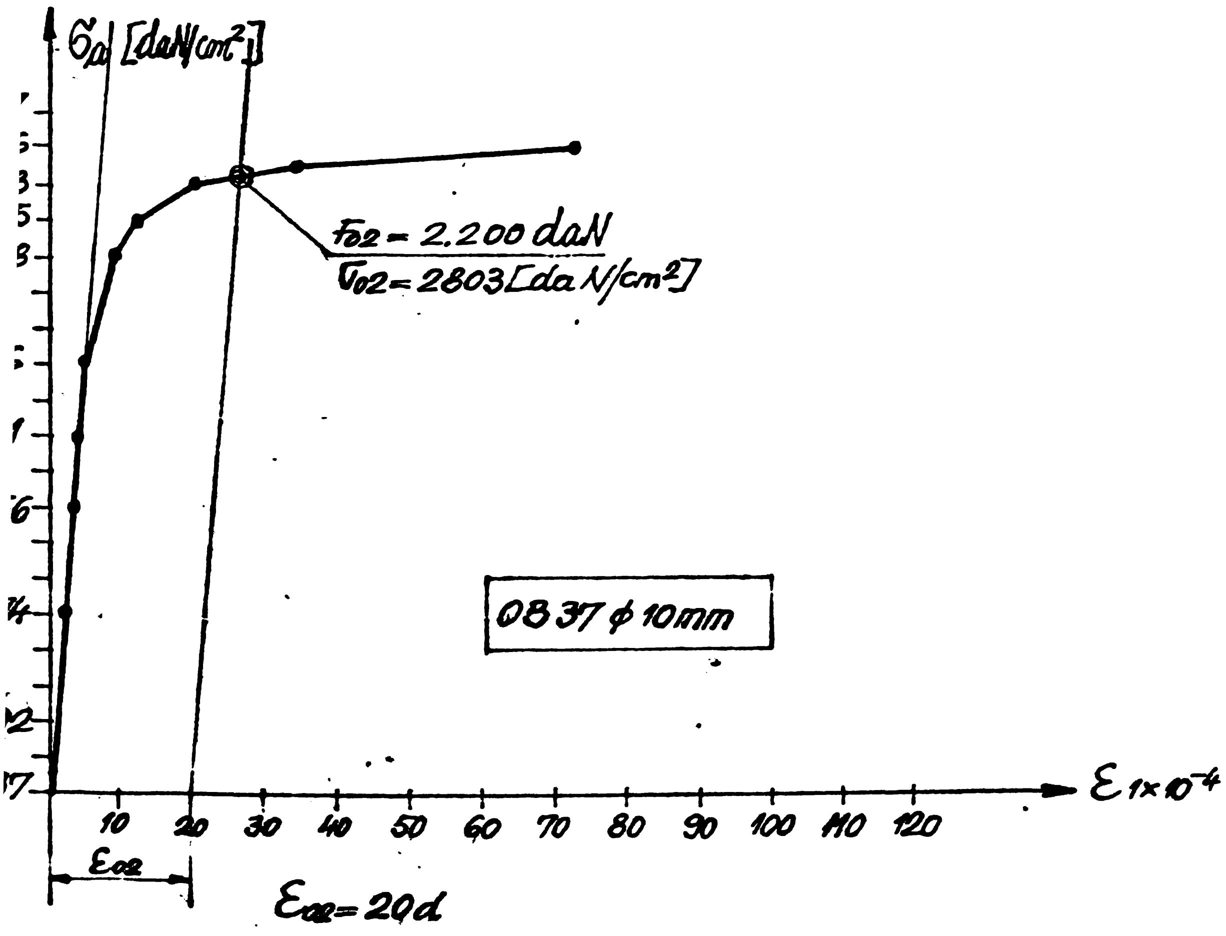


Fig. VI. 4.

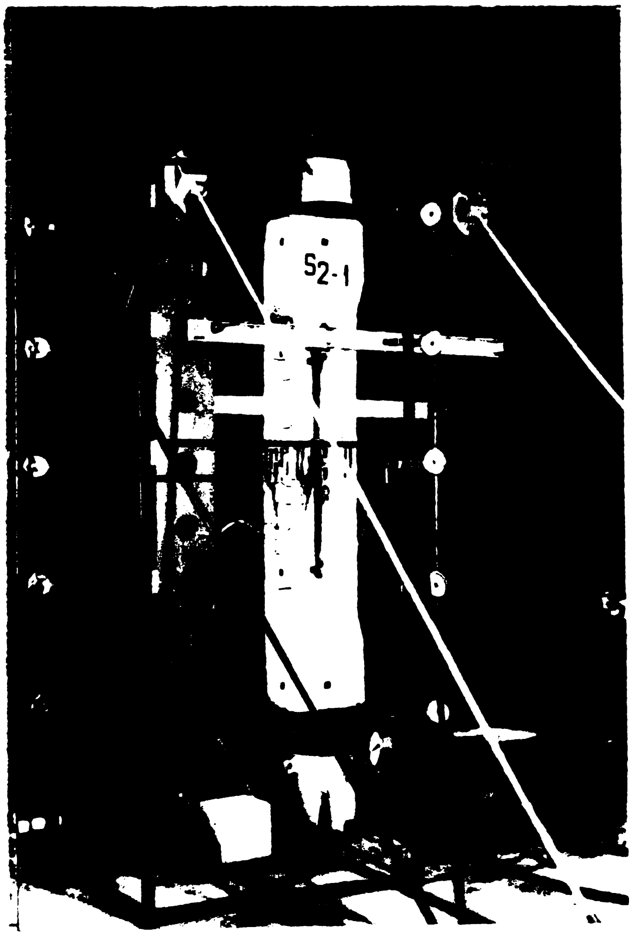


Fig. VI. 5.

Tabelul VI.5.

Modul de încărcare a stîlpilor

CICLUL I		CICLUL II		CICLUL III
Incărcare	Descărcare	Incărcare	Descărcare	Incărcare
1. 500 kg	500 kg	1. 500 kg	500 kg	1. 500 kg
2. 1000 kg		2. 1000 kg		2. 1000 kg
3. 1500 kg		3. 1500 kg		3. 1500 kg
.		4. 2000 kg		4. 2000 kg
.		.		.
.		.		.
.		.		.
7 P^n (Valoarea normală)	P^n	.		.
		.		.
		.		.
		.		.
		1,2 $P^n=P$ (Valoarea de calcul)	P	.
				.
				.
				P_r (Valoarea de rupere)

Deformaţiile şi deplasările, după axele de inerţie principale, la mijlocul înălţimii stîlpilor şi la sferturi, s-au măsurat cu comparatoare cu tijă, respectiv fleximetre Maximov.

In fig.VI.6 se prezintă amplasarea aparatului pentru măsurarea săgeţilor.

Pentru măsurarea deformaţiilor din beton, s-au amplasat pe toate feţele stîlpului timbre tensometrice rezistive cu baza de măsurare l_o=100 mm. Amplasarea acestora este arătată în fig.VI.7.

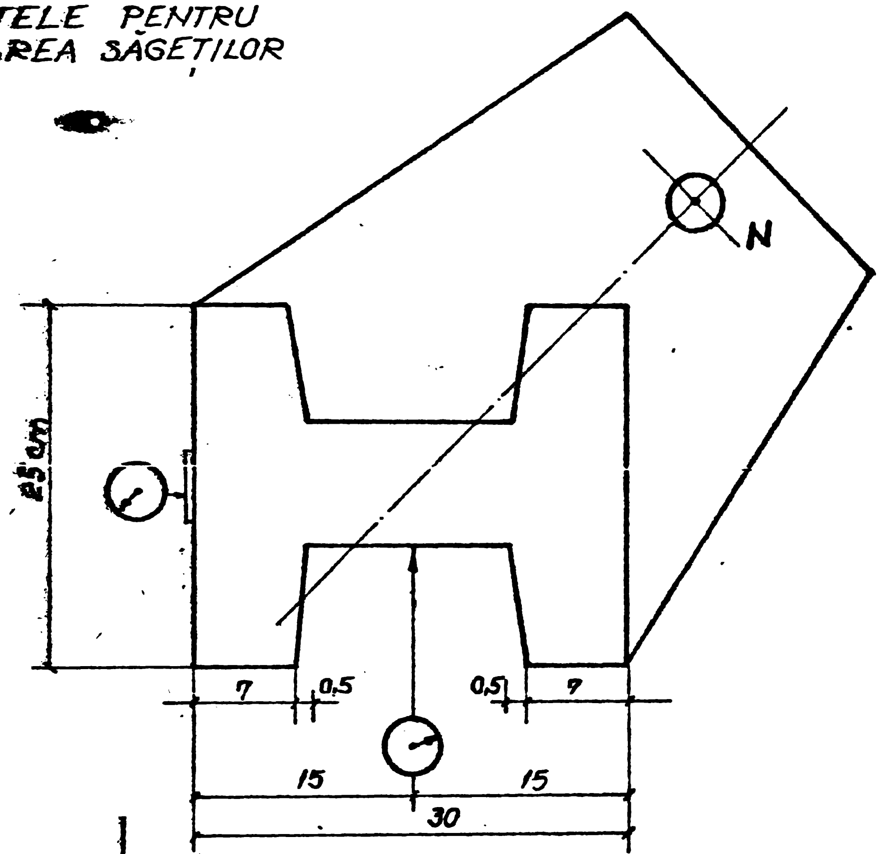
Deformaţiile armăturii din zona întinsă, sau mai puţin comprimată, s-au măsurat cu timbre tensometrice rezistive, avînd baza de măsurare l_o=20 mm şi amplasate direct pe armături, în ferestre lăsate anume pentru acest scop, la confecţionare.

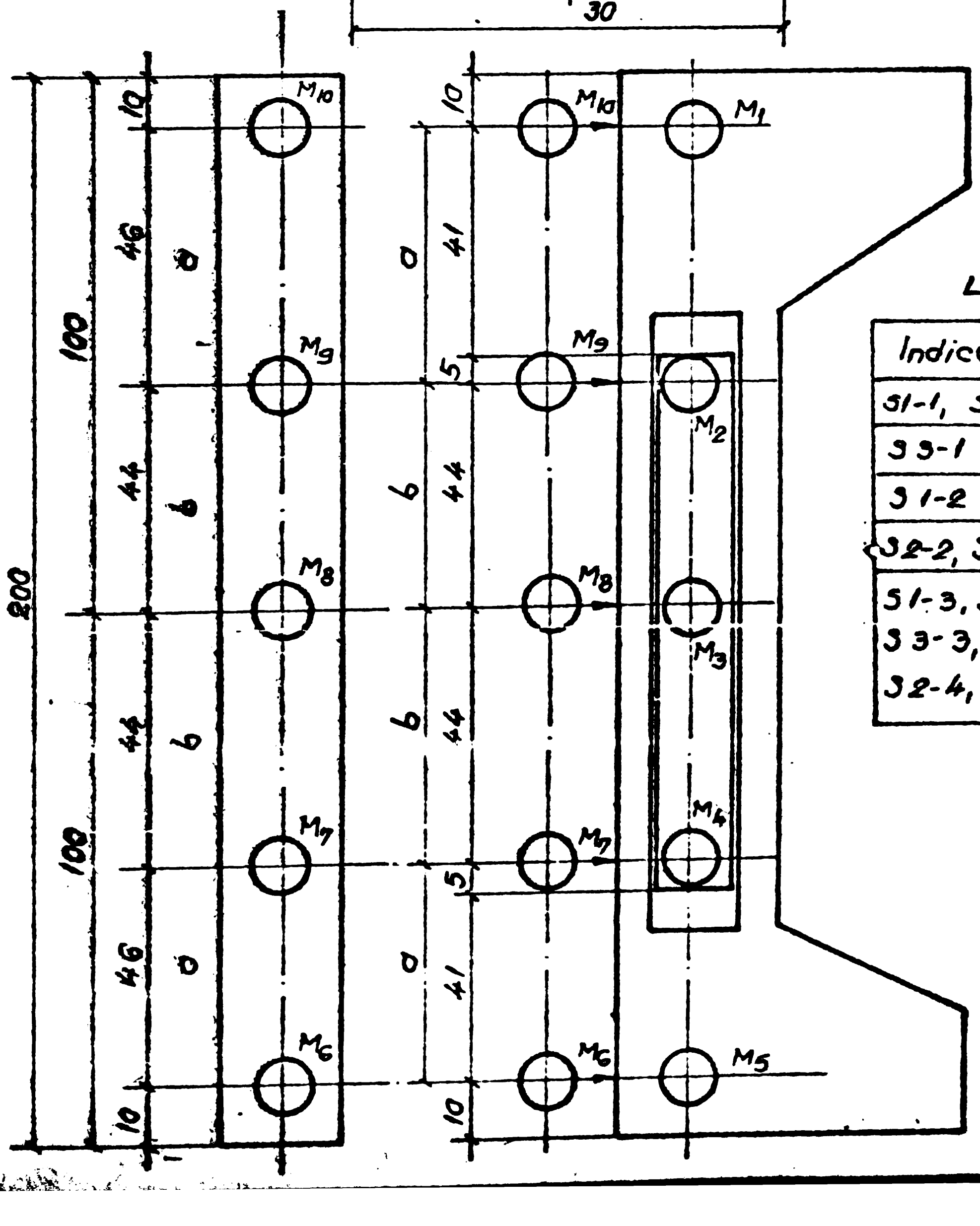
6.2.2. Rezultatele încercărilor

6.2.2.1. Capacitatea portantă

Prin măsurarea deformaţiilor specifice, la diferite trepte de încărcare, s-a putut urmări întreaga evoluţie a deformaţiilor armăturii întinse, precum şi a betonului comprimat. Valorile deformaţiilor

APARATELE PENTRU MASURAREA SĂGEȚILOR





LEGENDA

Indicativ	a	b
S1-1, S2-1	45	45
S3-1	46	44
S1-2	55	35
S2-2, S3-2	54	36
S1-3, S2-3 S3-3, S1-4 S2-4, S3-4	57	33

Fig. VI.5

mplasarea timbrelor tensiometrice la stîlpii
olicitati la compresiune
xcentrica oblica

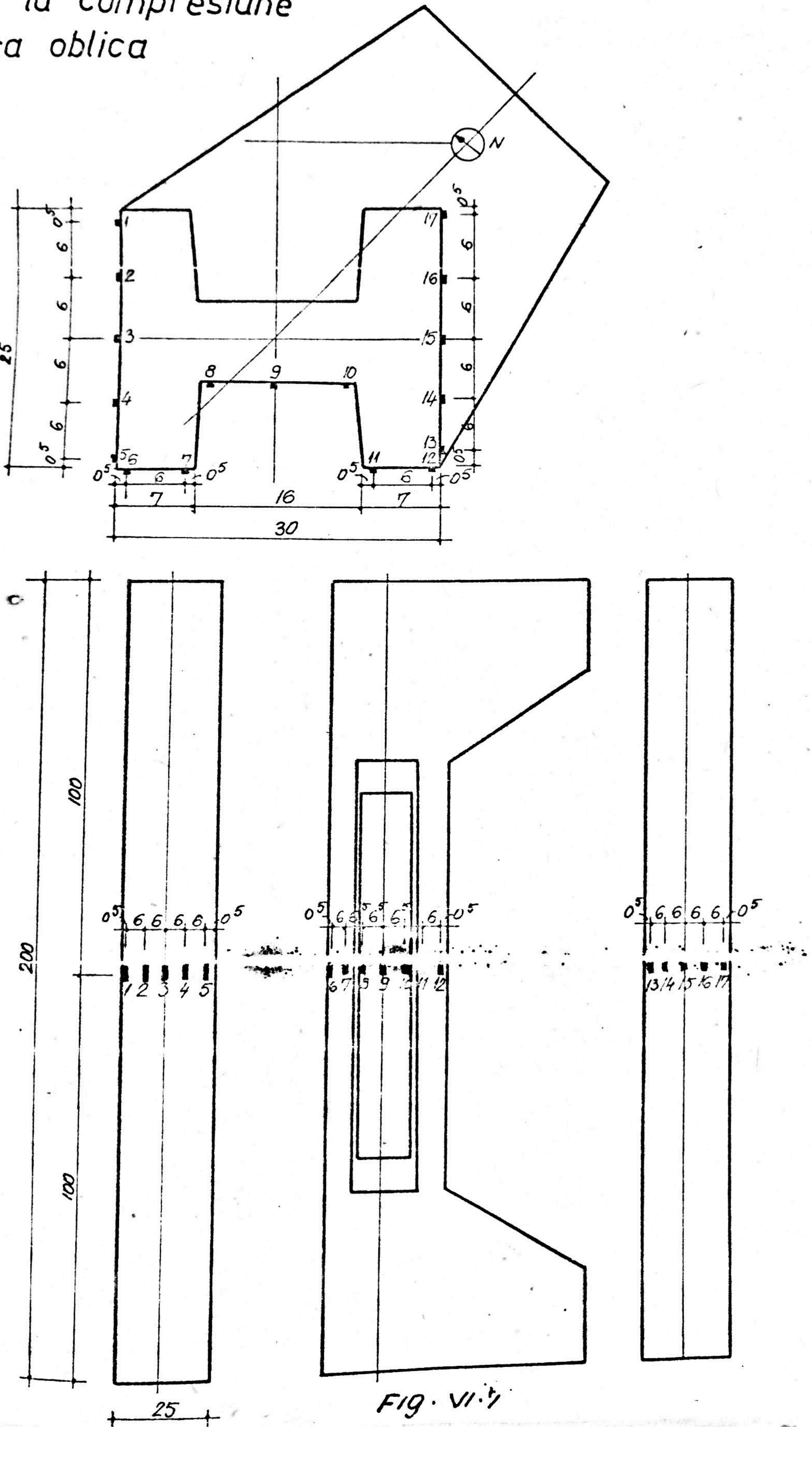


FIG. VI.1

Tabelul VI.6.

...rmaţii specifice din zona comprimată de beton şi din armătura întinsă ... stîlpii încercaţi pentru diferite trepte de încărcare semnificative

...icativ ...tîlp	Deformaţii specifice din fibra cea mai comprimată de beton în ‰			Deformaţii specifice ale armăturii din zona întinsă în ‰		
	Sub încărcări normate (ciclu 3)	Sub încărcări de calcul (ciclu 3)	La ruperea elem.	Sub înc. normate (ciclu 3)	Sub înc. de calcul (ciclul 3)	La ruperea elem.
...-1/1	0,902	1061	2,75	0,633	0,740	2,500
...-1/2	0,901	1,070	2,68	0,700	0,833	2,49
...-2/1	0,970	1,130	2,53	1,01	1,16	2,73
...-2/2	0,898	1,057	2,93	1,01	1,16	2,73
1-3/1	0,693	0,826	2,31	1,105	1,334	7,59
1-3/2	0,829	0,970	2,50	1,105	1,334	7,59
1-4/1	0,810	0,978	3,66	1,061	1,29	4,11
1-4/2	0,697	0,852	1,863	1,061	1,29	4,11
2-1/1	0,750	0,810	3,21	nu s-a măsurat		
2-1/2	0,93	1,080	3,15	nu s-a măsurat		
2-2/1	1,192	1,410	2,70	1,96	2,28	4,66
2-2/2	1,19	1,414	2,49	1,96	2,28	4,66
2-3/1	1,10	1,304	2,23	1,30	1,49	4,05
2-3/2	0,84	1,010	2,18	1,30	1,492	4,052
2-4/1	0,599	0,704	2,43	0,86	0,96	3,89
2-4/2	0,715	0,810	2,65	0,86	0,961	3,89
3-1/1	0,830	0,890	3,18	nu s-a măsurat		
3-1/2	0,79	0,94	2,86	nu s-a măsurat		
3-2/1	1,065	1,242	2,38	0,869	1,026	11,15
3-2/2	0,995	1,166	2,64	0,869	1,026	11,15
3-3/1	0,824	0,970	2,64	0,807	0,932	3,93
3-3/2	0,846	0,996	2,50	0,807	0,932	3,93
3-4/1	1,703	1,96	2,97	0,838	0,922	3,71
3-4/2	0,788	0,885	2,12	0,838	0,922	3,71

...n betonul precomprimat şi din armăturile întinse, la diferite trepte de ...ncărcare sînt date în tabelul VI.6.

După cum rezultă din fig.(VI.2), (VI.3) şi (VI.4), deformaţiile ...pecifice corespunzătoare începutului curgerii armăturilor de rezistenţă ...a fost :

- pentru diametrul de 10 mm . . . . ε_c = 1,34 % ;
- pentru diametrul de 12 mm . . . . ε_c = 1,19 % ;
- pentru diametrul de 14 mm . . . . ε_c = 1,33 % ;

Comparînd aceste valori, cu cele prezentate în tabelul VI.6, rezultă că în momentul ruperii stîlpilor, armătura întinsă era în curgere, (deformaţiile specifice măsurate au depăşit valorile ε_c din diagramele caracteristice).

Ruperea tuturor elementelor încercate, s-a produs deci prin zdrobirea betonului comprimat, precedată de curgerea armăturii.

Pentru analiza influenţei parametrilor urmăriţi în cadrul experimentărilor, (procentul de armare, mărimea excentricităţii oblice, distribuţia armăturii), s-a întocmit tabelul VI.7, în care gruparea stîlpilor s-a făcut pe excentricităţi.

Din analiza datelor cuprinse în tabelul VI.7 rezultă :

- în general, pentru excentricităţi constante, cu creşterea procentului de armare, creşte capacitatea portantă ;
- în cadrul micilor excentricităţi, (e_{ox}=10 cm şi e_{oy}=5 cm), se remarcă şi importanţa mărcii betonului, deoarece capacitatea portantă depinde în mai mare măsură de calitatea betonului comprimat, (a se vedea stîlpii S1-1/2 şi S3-1/1) ;
- cu creşterea mărimii excentricităţii oblice, capacitatea portantă scade ;
- o interesantă observaţie, care se desprinde din analiza tabelului VI.7 este aceea că, creşterea procentului de armare al zonei comprimate p', aduce un mic aport la creşterea capacităţii portante, fenomen observat şi de alţi autori /32/, /89/ ;
- distribuirea armăturii, prin concentrarea acesteia în colţul întins, nu îmbunătăţeşte simţitor forţa de rupere. Aceasta este o altă interesantă remarcă, care se desprinde şi din lucrările /32/, /89/ ;
- studiile experimentale, confirmă ca bune, limitele de separare dintre mică şi mare excentricitate de la compresiune excentrică dreaptă, aplicate şi la compresiune excentrică oblică. Concluziile se bazează pe observarea modului de rupere a stîlpilor comprimaţi excentric oblic, încercaţi. Astfel, în cazul marilor excentricităţi, ruperea a început în stadiul II-a, prin intrarea în curgere a armăturii întinse şi s-a terminat în stadiul III, prin zdrobirea betonului comprimat (ca la încovoiere). In cazul micilor excentricităţi, ruperea a fost asemănătoare cu cea a stîlpilor comprimaţi centric, atît armătura comprimată, cît şi cea întinsă, fiind în curgere în momentul zdrobirii betonului comprimat.

6.2.2.2. Starea de deformaţie

Inregistrările privind variaţia deplasărilor [a săgeţilor pe cele două direcţii (x şi y)], la diferite trepte de încărcare, în cadrul celor trei cicluri aplicate, sînt redate în lucrare, pentru un singur stîlp, cu rol de exemplificare, în fig.VI.8.a,b,c. Pentru cei 24 de stîlpi încercaţi, a se vedea anexele $B_{1a,b,c}$ la $B_{24a,b,c}$ din lucrarea /109/.

Diagramele încărcare-săgeată (P-f), după cele două direcţii, obţinute pe baza măsurătorilor, făcute pînă la ruperea elementelor, sînt redate pentru un singur stîlp, în fig.VI.9. Pentru cei 24 de stîlpi încercaţi, ce se vedea anexele B_{1d} la B_{24d} din lucrarea /109/.

Săgeţile stîlpilor încercaţi, obţinute pe baza măsurătorilor efectuate, la diferite trepte şi cicluri de încercare, sînt redate în tabelul VI.8.

6.2.3. Compararea rezultatelor încercărilor experimentale cu studiul teoretic

6.2.3.1. Capacitatea portantă

Intrucît nici normele româneşti (STAS 10107/0-76, şi nici normele străine (CEB-FIP, SNIP II-21-75, DIN 1045, CP-110), nu dau relaţii directe de calcul, pentru elemente din beton armat cu secţiunea dublu T, mai întîi au trebuit deduse aceste relaţii, capitolul III al prezentei lucrări avînd tocmai acest scop.

Pentru deducerea teoretică a forţelor de rupere s-a utilizat metoda de calcul la rupere.

Rezistenţele de calcul pentru beton, au fost stabilite conform STAS 10102-75 cu relaţia :

$$\bar{R}_c = (0,87 - 0,0002\,\bar{R})\,\bar{R} \qquad kgf/cm^2 \quad ,$$

în care $\bar{R}$ reprezintă rezistenţa cubică în ziua încercării, determinată pe epruvetele de control.

Rezistenţele de calcul pentru armături s-au considerat valorile ε_{ci} din tabelul VI.4.

Cu relaţiile de calcul stabilite în cap.III, s-au calculat capacităţile portante după cele două direcţii (N_x, respectiv N_y), precum şi forţa N_c [capacitatea portantă în cazul compresiunii cu excentricitatea minimă (e_a) pe direcţia laturii lungi], iar apoi cu relaţia lui Nikitin s-a calculat forţa teoretică de rupere, oblică.

Tabelul VI.7.

Indicativ stîlp	e_x [cm]	e_y [cm]	R_c [kgf/cm²]	σ_{ci} [kgf/cm²]	A_a [cm²]	A'_a [cm²]	A_a	A'_a	N_x [kgf]	N_y [kgf]	N_o [kgf]	$N_r^{teoret.}$ [kgf]	$N_r^{exp.}$ [Kgf]	$\Delta\% = \frac{N_r^{exp.} - N_r^{teoret.}}{N_r^{teoret.}} \cdot 100$	Obs.
S 1-1/1	10	5	243	2496	6,78	4,52	6Ø12	4Ø12	74342,362	89180,35	122542,213	60391,717	54880	- 9,13	
S 1-1/2			243	2624,71	3,23	3,23	2Ø10 2Ø12	2Ø10 2Ø12	70969,926	86983,071	120743,43	58256,567	54880	- 5,80	
S 2-1/1			230	2496	6,78	4,52	6Ø12	4Ø12	70780,725	90169,488	121874,41	58783,418	52060	-11,31	
S 2-1/2			230	2496	6,78	4,52	6Ø12	4Ø12	70780,725	90169,488	121874,41	58783,418	52920	- 9,97	
S 3-1/1			206	2694,77	8,42	5,34	2Ø12 4Ø14	2Ø12 2Ø14	68058,778	85321,796	112335,47	57182,814	52920	- 7,45	
S 3-1/2			206	2694,77	5,34	8,42	2Ø12 2Ø14	2Ø12 4Ø14	76985,894	84321,796	121133,86	59589,104	50960	-14,48	
S 1-2/1	20	10	260	2496	6,78	4,52	6Ø12	4Ø12	43564,714	56036,081	135275,44	29933,222	28910	- 3,42	
S 1-2/2			260	2496	6,78	4,52	6Ø12	4Ø12	43564,714	56036,081	135275,44	29933,222	29400	- 1,78	
S 2-2/1			267	2624,71	3,23	3,23	2Ø10 2Ø12	2Ø10 2Ø12	31909,914	54022,901	128766,53	23762,622	27440	+15,48	
S 2-2/2			267	2624,71	3,23	3,23	2Ø10 2Ø12	2Ø10 2Ø12	31909,914	54022,901	128766,53	23762,622	23520	- 1,02	
S 3-2/1			250	2666,73	8,01	5,34	3Ø12 3Ø14	2Ø12 2Ø14	43680,276	62266,8	131078,61	35014,465	30870	-11,84	
S 3-2/2			250	2694,77	8,42	5,34	2Ø12 4Ø14	2Ø12 2Ø14	50632,412	63656,708	133773,86	35954,834	31360	-12,78	
S 1-3/1	20	5	325	2624,71	3,83	3,83	2Ø10 2Ø12	2Ø10 2Ø12	33418,644	109646,44	152985,89	30762,521	34300	+11,50	
S 2-3/1			325	2624,71	3,83	3,83	2Ø10 2Ø12	2Ø10 2Ø12	33418,644	109646,44	152985,39	30762,521	33320	+ 8,31	
S 2-3/1			291	2624,71	6,09	3,83	2Ø10 4Ø12	2Ø10 2Ø12	44885,449	100306,99	138698,04	39938,618	33320	-16,57	
S 2-3/2			291	2496	6,78	4,52	6Ø12	4Ø12	46342,074	112575,11	142966,23	41096,524	38220	- 7,00	
S 3-3/1			254	2666,73	8,01	5,34	3Ø12 3Ø14	2Ø12 2Ø14	50083,603	98816,567	132241,63	44396,181	42140	- 5,08	
S 3-3/2			254	2666,73	8,01	5,34	3Ø12 3Ø14	2Ø12 2Ø14	50083,603	97524,829	132241,63	44142,706	42140	- 4,54	
S 1-4/1		20	323	2624,71	3,83	3,83	2Ø10 2Ø12	2Ø10 2Ø12	33372,066	24541,358	152150,7	15590,881	17150	+10,00	
S 1-4/2			323	2624,71	3,83	3,83	2Ø10 2Ø12	2Ø10 2Ø12	33372,066	24541,358	152150,7	15590,881	16170	+ 3,70	
S 2-4/1	20		280	2496	6,78	4,52	6Ø12	4Ø12	45747,57	22944,714	138286,15	17178,965	21560	+25,50	
S 2-4/2			280	2496	6,78	4,52	6Ø12	4Ø12	45747,57	22944,714	138286,15	17178,965	21070	+22,65	
S 3-4/1			263	2769,69	9,24	5,75	6Ø14	1Ø12 3Ø14	54348,457	30348,038	159014,66	22191,588	19600	-11,68	
S 3-4/2			263	2666,73	8,01	5,34	3Ø12 3Ø14	2Ø12 2Ø14	50965,703	28210,526	136072,49	20955,579	21070	+ 0,55	

S 2-1/1
CICLUL I

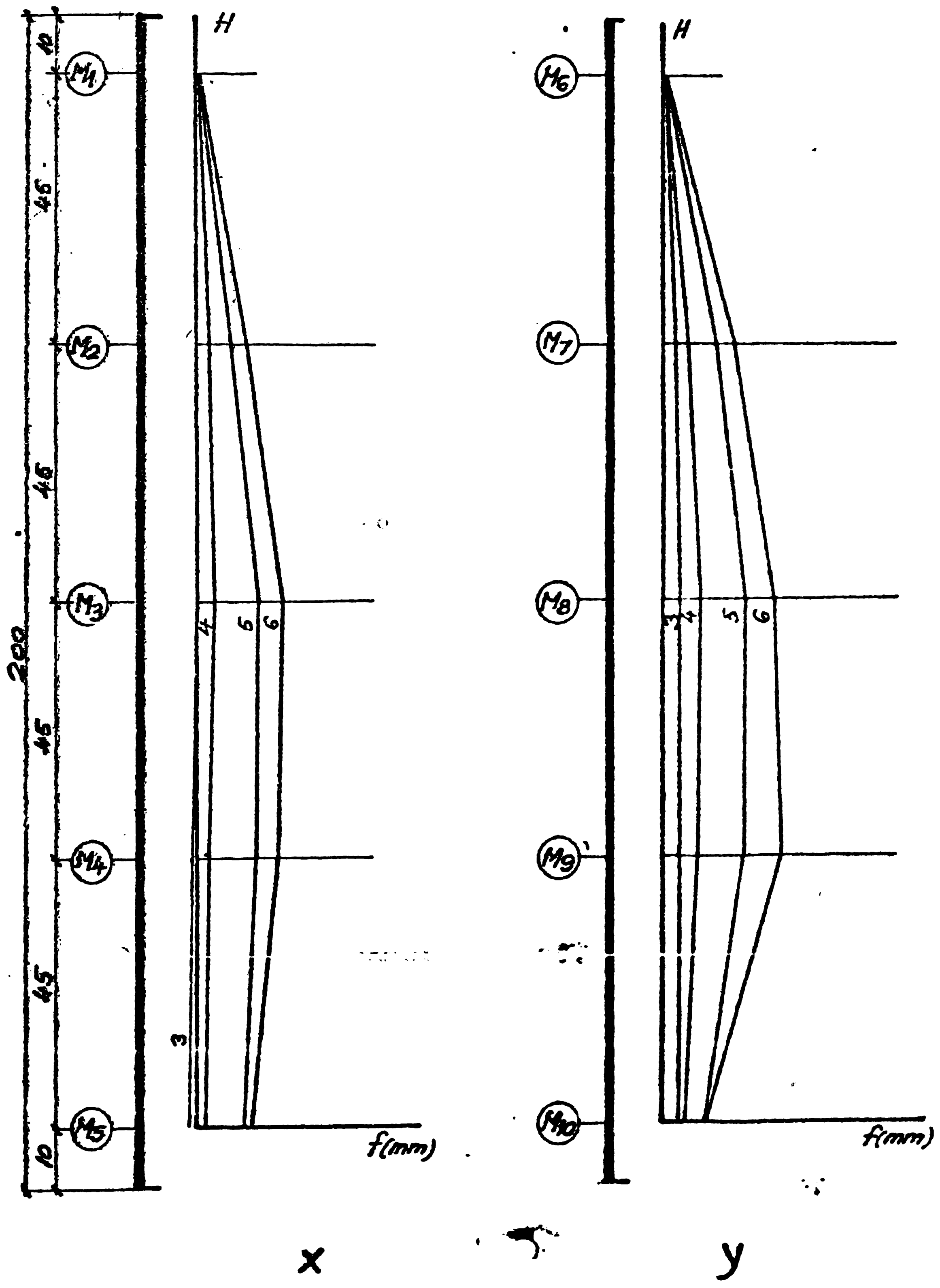


Fig. VI. 8 a.

S2-1/1

CICLUL II

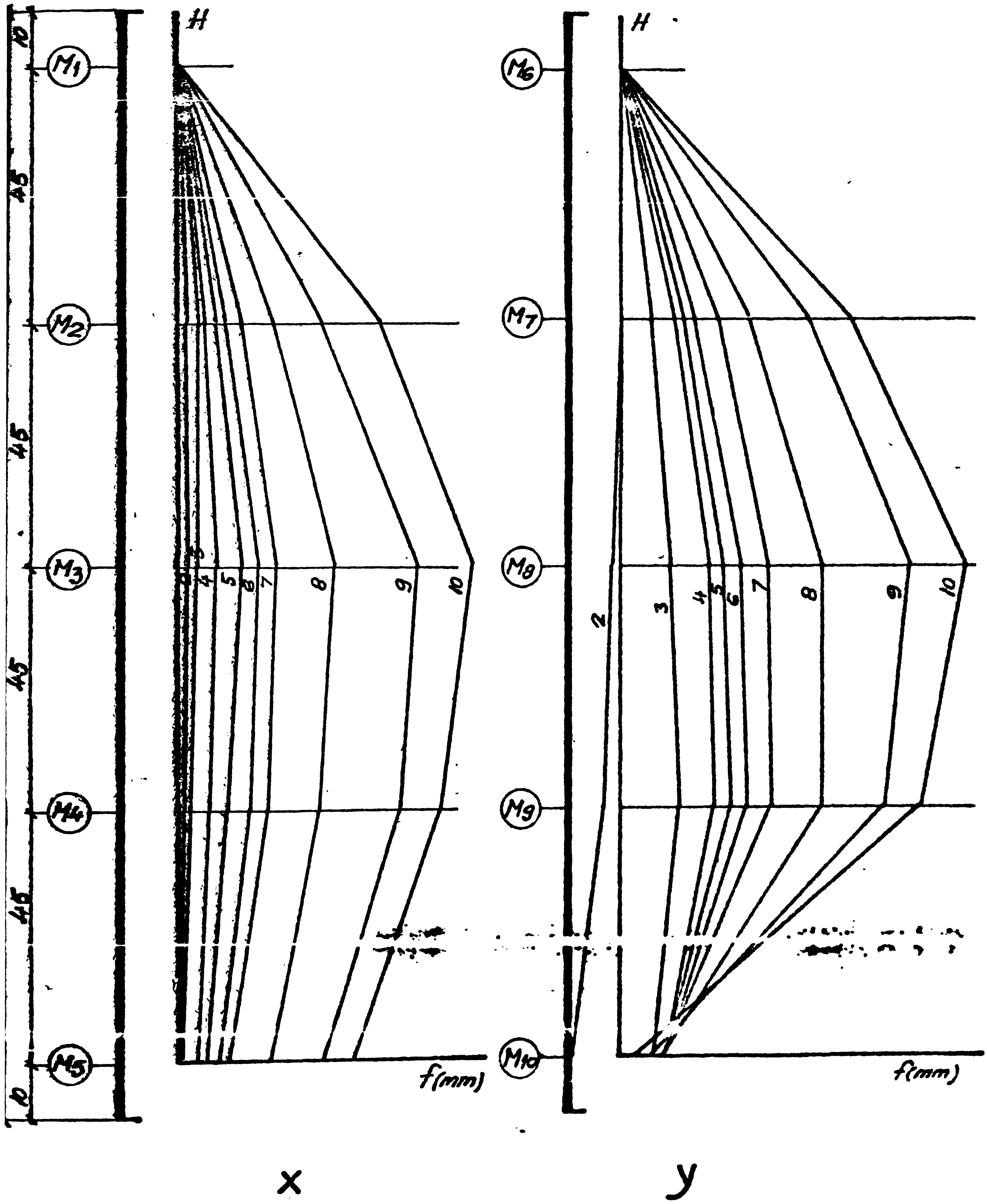


Fig. VI. 8 b.

S2-1/1
CICLUL III

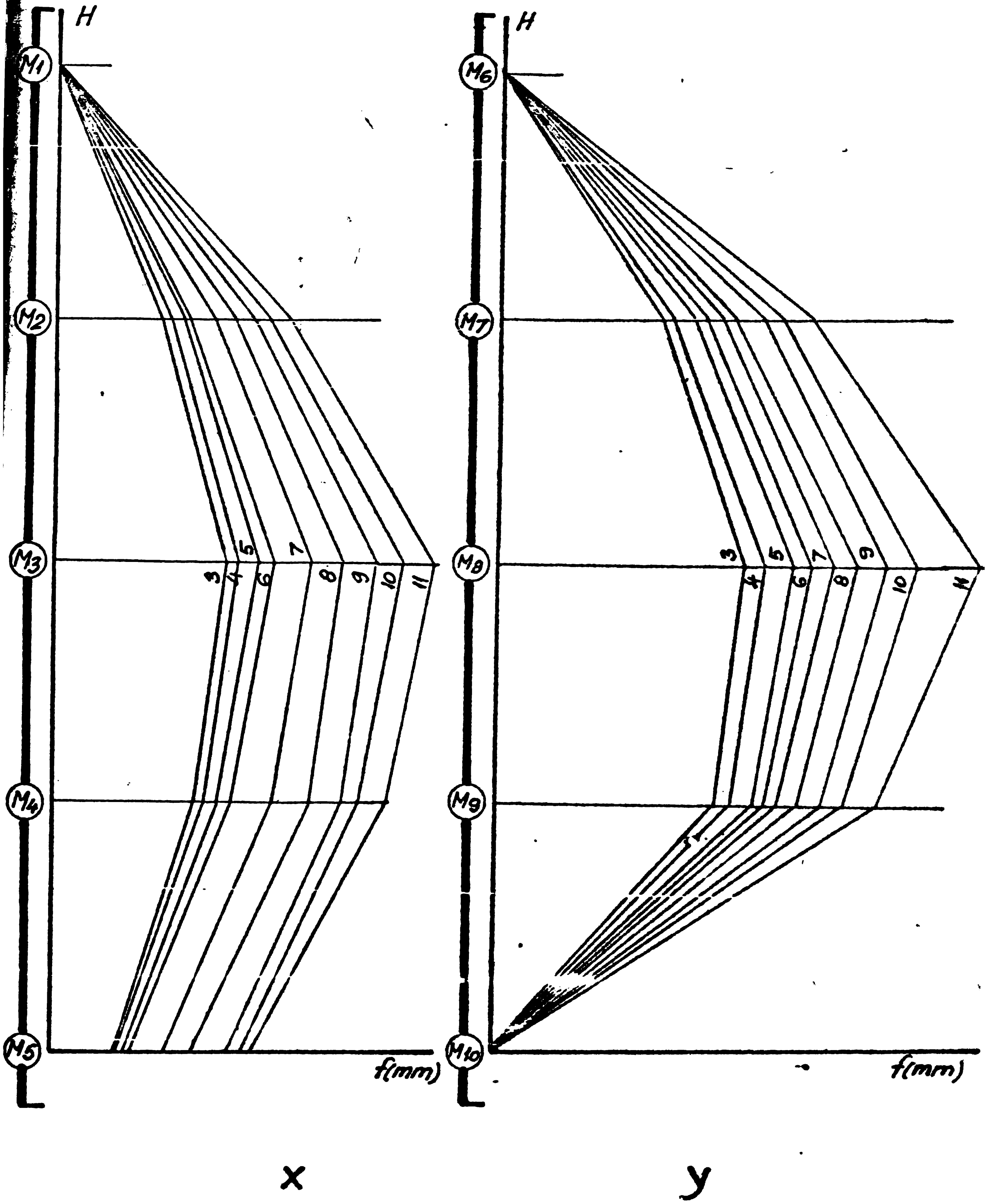


Fig. VI. 8.c.

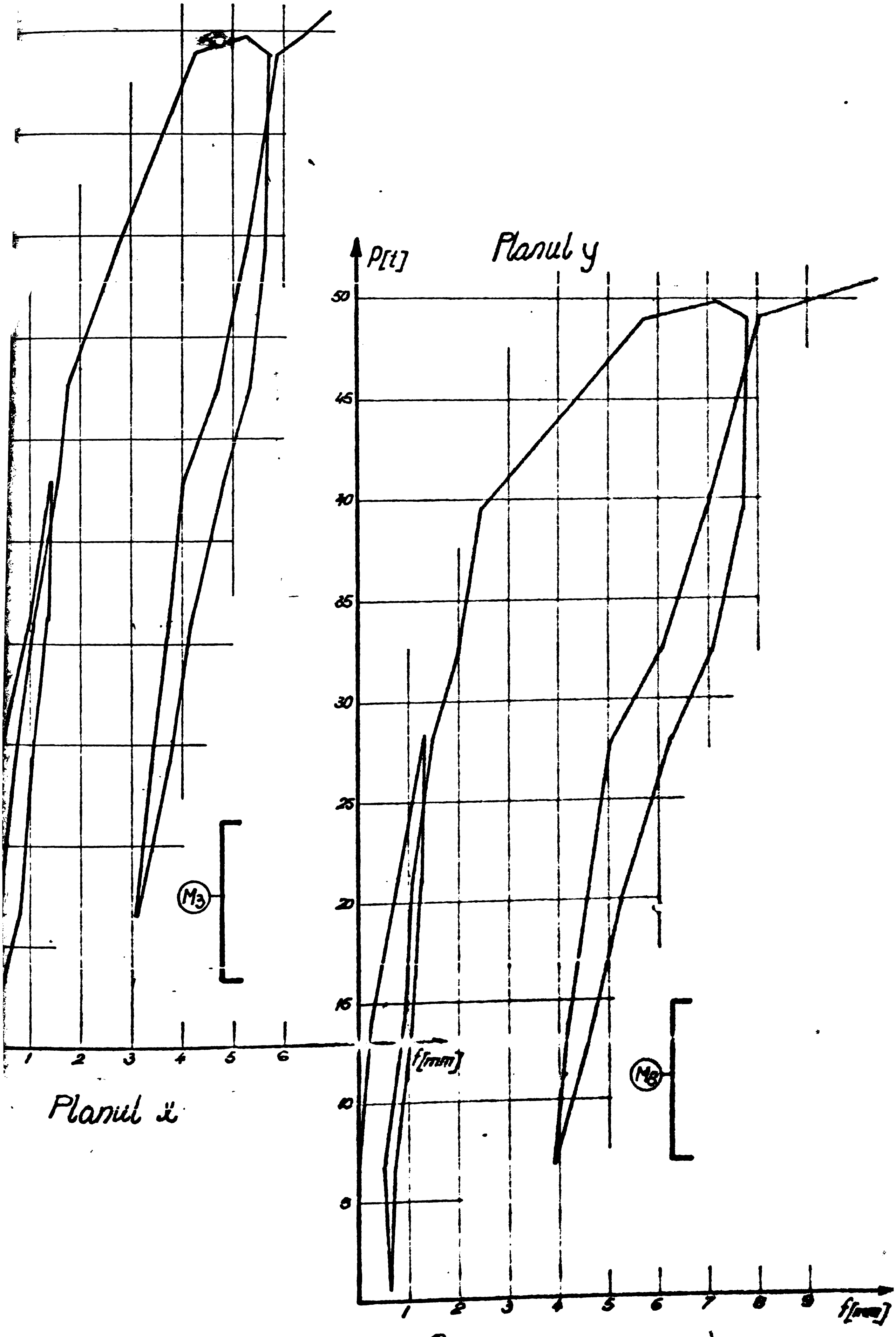

Planul y
P[t]
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
1
2
3
4
5
6
7
8
9
f[mm]
M3
M8
Planul x

Fig. VI. 9.

Săgeţile stîlpilor încercaţi la diferite cicluri şi trepte de încărcare

Tabelul VI.8.

Nr. crt.	Indicativ stîlp	Procent de armare longitudinal		Săgeţile la încărcarea normată (p^n) pentru: (mm)									Săgeţile la intrarea în curgere a armăturii longitudinale (mm)			$\frac{f_r}{f}$			Săgeata la colaps (mm)
				ciclul 1			ciclul 2			ciclul 3						ciclul			
		p%	p'%	f_x	f_y	f	f_x	f_y	f	f_x	f_y	f	ff_x	ff_y	ff	1	2	3	
1	S 1-1/1	1,392	0,929	1,70	2,15	2,741	1,70	2,22	2,780	1,75	2,42	2,972	2,25	3,50	4,738	2,189	1,922	1,585	22,22
2	S 1-1/2	0,787	0,787	1,40	1,85	2,320	1,40	1,45	2,015	1,80	2,20	2,842	2,95	3,90	4,514	1,70	2,06	1,588	21,27
3	S 1-2/1	1,392	0,929	1,30	2,10	2,47	1,40	2,25	2,650	2,51	2,5	2,242	1,93	2,90	3,4[illegible]	1,376	1,283	1,156	28,6
4	S 1-2/2	1,392	0,929	1,40	1,95	2,431	1,50	1,95	2,460	1,70	2,20	2,780	1,93	2,90	3,422	2,116	1,192	1,221	20,47
5	S 1-3/1	0,787	0,787	2,30	1,35	2,412	2,10	1,40	2,524	2,30	1,45	2,722	2,50	1,60	2,960	1,22	1,176	1,072	28,18
6	S 1-3/2	0,787	0,787	2,20	1,40	2,608	2,20	1,45	2,635	2,40	1,50	2,804	2,50	1,60	2,968	1,425	1,126	1,020	27,14
7	S 1-4/1	0,787	0,787	0,60	1,55	1,662	0,65	1,70	1,820	0,75	1,95	2,71	1,24	2,42	2,719	1,635	1,124	1,213	22,12
8	S 1-4/2	0,787	0,787	0,95	1,70	1,945	0,90	1,90	2,102	0,90	2,20	2,377	1,24	2,42	2,719	1,318	1,223	1,141	20,70
9	S 2-1/1	1,393	0,929	1,45	1,95	2,430	1,40	2,10	2,524	4,95	5,75	7,594	4,25	6,00	7,352	[illegible]	2,892	1,142	22,39
10	S 2-1/2	1,393	0,929	1,50	1,90	2,421	1,70	2,30	2,860	2,35	2,70	3,399	4,25	6,00	7,352	2,315	2,552	2,153	22,28
11	S 2-2/1	0,787	0,787	1,80	2,15	2,804	1,90	2,25	2,945	2,25	2,55	3,271	2,80	2,80	3,248	1,433	1,340	1,106	20,00
12	S 2-2/2	0,787	0,787	1,75	2,20	2,811	1,80	2,30	2,921	2,10	2,75	3,462	2,30	2,45	3,507	1,603	1,343	1,303	31,20
13	S 2-3/1	1,251	0,787	2,50	1,75	3,052	2,55	1,85	3,152	2,95	2,10	3,621	3,25	2,3	3,982	1,324	1,264	1,103	27,80
14	S 2-3/2	1,393	0,929	2,35	1,65	2,871	2,35	1,75	2,930	2,65	1,85	3,191	3,25	2,0	3,816	1,333	1,292	1,107	23,62
15	S 2-4/1	1,393	0,929	0,60	1,20	1,392	0,70	2,00	2,119	0,80	2,10	2,247	1,27	3,24	3,482	1,748	1,643	1,550	39,70
16	S 2-4/2	1,393	0,929	0,85	1,90	2,081	0,75	1,25	2,080	1,20	2,10	2,6[illegible]	1,27	3,24	3,482	1,673	1,723	1,222	46,58
17	S 3-1/1	1,73	1,097	1,25	1,55	1,991	1,30	1,60	2,062	1,35	1,75	2,324	1,20	2,50	3,14	1,578	1,524	1,246	22,90
18	S 3-1/2	1,097	1,73	1,40	1,65	2,164	1,40	1,80	2,280	1,56	1,70	2,421	1,20	2,50	3,14	1,451	1,378	1,227	25,00
19	S 3-2/1	1,646	1,097	1,60	2,00	2,561	1,65	2,10	2,671	1,86	2,40	3,0[illegible]	2,90	3,40	4,469	1,745	1,673	1,480	20,40
20	S 3-2/2	1,73	1,097	1,80	2,10	2,766	1,80	2,20	2,887	2,05	2,15	2,971	2,90	3,40	4,462	1,616	1,527	1,524	24,57
21	S 3-3/1	1,646	1,097	2,10	1,50	2,581	2,25	1,55	2,57[illegible]	2,95	1,65	2,632	3,60	2,50	4,383	1,609	1,72	1,67	27,22
22	S 3-3/2	1,646	1,097	1,80	1,60	2,408	1,25	1,60	2,383	2,16	1,70	2,742	3,60	2,50	4,383	2,82	1,84	1,622	21,26
23	S 3-4/1	1,819	1,181	1,80	3,20	4,300	1,80	2,10	2,947	2,30	1,50	5,054	2,25	4,8	5,42	1,33	1,12	1,28	24,56
24	S 3-4/2	1,646	1,097	0,60	1,30	2,062	0,75	2,00	2,136	0,85	0,10	2,256	1,8	3,65	4,070	1,075	1,095	1,737	20,03

In tabelul VI.7 sînt prezentate valorile forţelor de rupere, calculate teoretic şi obţinute experimental.

Din analiza datelor cuprinse în acest tabel rezultă :

- diferenţele dintre forţele de rupere experimentale şi forţele de rupere calculate teoretic, variază de la +25,50 % la -16,57 % ;

- din cei 24 de stîlpi încercaţi, diferenţele sînt pozitive ($N_r^{exp.} > N_r^{teoretic}$), la 8 stîlpi, ceea ce reprezintă 33,33 % şi negative ($N_r^{exp.} < N_r^{teoretic}$), la 66,67 % ;

- la stîlpii cu excentricităţi mici (e_{ox}=10 cm ; e_{oy}=5 cm), se subliniază faptul că, forţa de rupere calculată teoretic este mai mare decît forţa de rupere obţinută experimental, contrar supoziţiilor teoretice. Variaţia diferenţelor este cuprinsă între -7,45 % şi -14,48 %, cu o medie de -10,00 % ;

- la mari excentricităţi (e_{ox}=20 cm ; e_{oy}=20 cm), se remarcă că, forţa de rupere calculată teoretic este mai mică decît forţa de rupere obţinută experimental, aspect deasemenea contrar supoziţiilor teoretice. Variaţia diferenţelor pozitive este însă în limite largi, cuprinsă între +0,55% la +25,50%. Cît priveşte variaţia negativă, aceasta este una singură şi are valoarea -11,68%.

Concluzia care se desprinde este aceea că relaţia lui Nikitin este fie prea acoperitoare fie prea descoperitoare.

6.2.3.2. <u>Starea limită de deformaţie</u>

In urma analizei măsurătorilor deplasărilor (săgeţilor), stîlpilor încercaţi, la diferite trepte de încărcare, (normate, de calcul, de rupere), săgeţi redate în tabelul VI.8, rezultă următoarele concluzii :

- sub acţiunea încărcărilor normate, la toţi stîlpii se observă o comportare elastică, în toate cele trei cicluri de încărcare (chiar după fisurare deci). La toţi stîlpii încercaţi, săgeata maximă a fost mult mai mică decît săgeata admisă în norme ;

- la stîlpii la care au apărut fisuri, sub acţiunea încărcării normate, după descărcare s-au observat deformaţii remanente foarte mici (0,05-0,1 mm), ceea ce este în concordanţă cu fenomenul lunecării locale între beton şi armătură, la apariţia fisurilor şi de reducere a rigidităţii de ansamblu, datorită procesului de fisurare. Acest fenomen, a fost mai pronunţat la stîlpii la care excentricităţile sînt mari după cele două direcţii (e_{ox}=e_{oy}=20 cm) ;

- în tabelul VI.8, au fost trecute şi săgeţile stîlpilor, respunzătoare intrării în curgere a armăturilor longitudinale, geţi notate cu f_r. Valorile lui f_r au rezultate din diagramele f şi P-$\mathcal{E}_c$. Si valorile săgeţilor f_r au fost mici, cuprinse între 7 şi 4,7 mm, ceea ce arată că stabilitatea stîlpilor sub acţiua celor două solicitări M şi N este asigurată.

Raportul f_r/f a variat între 1,1 şi 1,58, în funcţie de dul de armare şi de valoarea excentricităţilor, raport considet satisfăcător, din punctul de vedere al siguranţei deformaţii-

- s-au măsurat şi săgeţile stîlpilor la cedarea prin colaps, estea variind între 12,48 şi 46,58 mm. Raportul f_{colaps}/f_r=1,7-,3, arată că în caz de cutremur este asigurată ductilitatea mininecesară.

6.3. Stabilirea, pe cale experimentală, a legii de variaţie a momentului oblic, sub forţă axială constantă. Analiza experimentală a exponentului β şi a deformaţiei celei mai comprimate fibre de beton

6.3.1. Proiectarea şi executarea elementelor experimentale

La conceperea acestor elemente experimentale, s-a avut în lere, trasarea curbei de interacţiune M_x-M_y, sub forţă axială N, ıstantă, prin patru puncte obţinute experimental. Două puncte sînt prezentate de momentele încovoietoare de rupere în planul x şi spectiv y. Celelalte două puncte se obţin prin înclinarea planul forţei cu 30^o şi respectiv 60^o faţă de axa x şi prin momentele rupere obţinute experimental sub aceste înclinaţii.

Pentru evitarea consolelor, înclinate diferit de la stîlp stîlp, care necesitau o execuţie greoaie, s-a adoptat sistemul plăci metalice înglobate în capetele stîlpilor. De aceste plăci au sudat console metalice la înclinaţiile de mai sus.

S-au confecţionat opt stîlpi identici ca armare şi ca marcă betonului. Patru stîlpi s-au încercat sub o forţă axială relativă $= \frac{N}{A_b R_c} = 0,186$ (N=9000 kgf) iar ceilalţi patru s-au încercat sub forţă axială relativă $n = \frac{N}{A_b R_c} = 0,403$ (N=19500).

Dimensiunile şi alcătuirea stîlpilor sînt redate în fig. ,10.

Reţeta utilizată pentru 1 m^3 beton proaspăt a fost :

- ciment PZ 400 350 kg
- apă 210 l

- agregate 0-7 mm 950 kg
- agregate 9-16 mm 950 kg

2460 kg/m^3

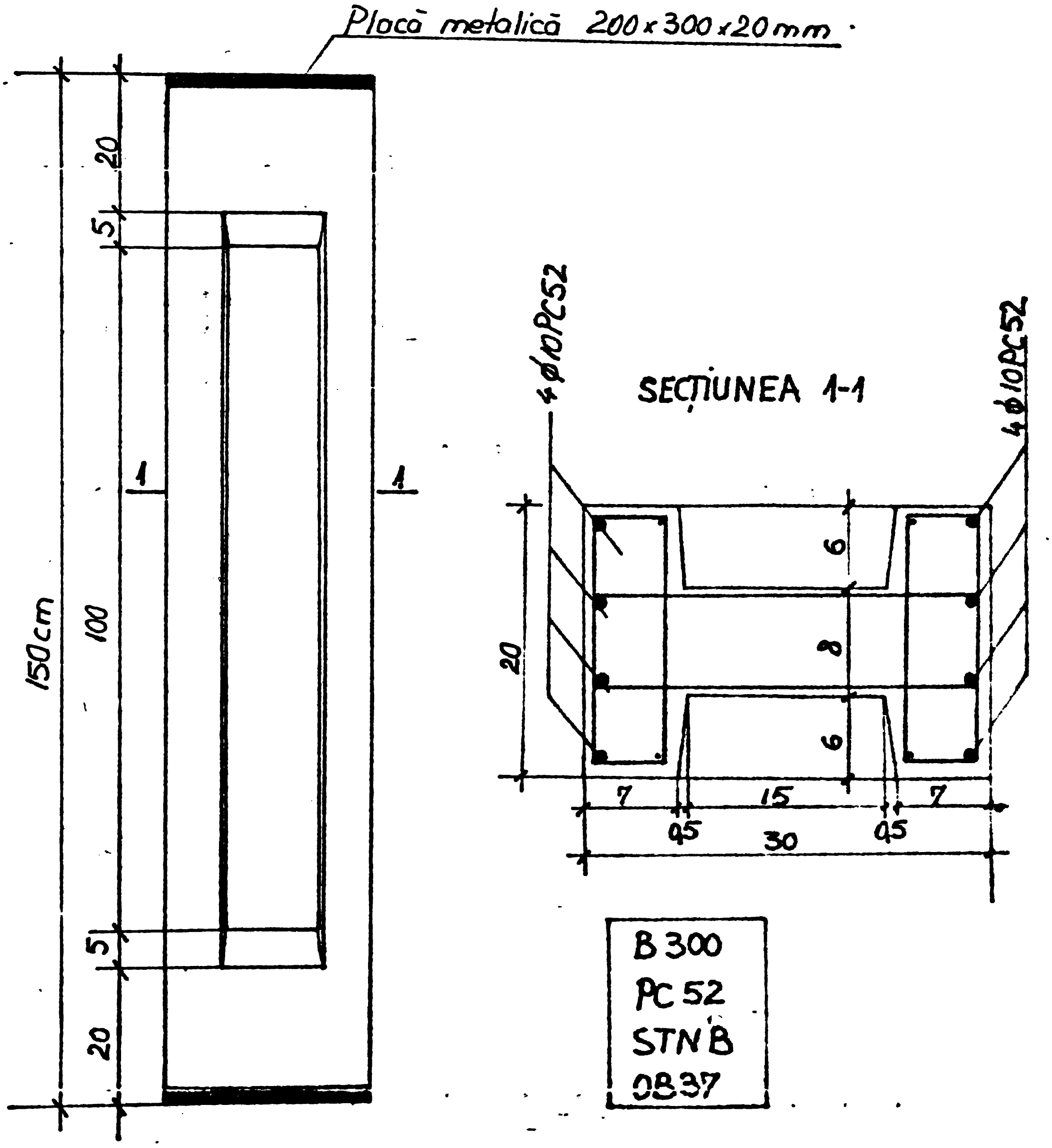


Fig.VI.10. Dimensiunile şi alcătuirea stîlpilor.

Pentru măsurarea deformaţiilor betonului şi armăturilor, în zona de mijloc a stîlpului au fost lipite timbre tensometrice.

In cazurile cînd forţa a acţionat excentric oblic, pe muchia cea mai comprimată de beton, s-au amplasat microcomparatoare 1/100, pentru înregistrarea deformaţiei acestei fibre (cea mai comprimată).

După unii cercetători, /32/,/89/ deformaţia acestei fibre ar depăşi 3,5 ‰ din cauză că efectul armăturii se extinde asupra întregii zone comprimate şi se resimte puternic, mărind prin acestea capa ltatea de deformare a acestei fibre comprimate (efectul de confiaj).

Metodologia de încercare a fost cea prezentată la punctul 6.2.1.2, în idea păstrării aceloraşi condiţii de încercare.

6.3.2. Rezultatele încercărilor

a) Prima serie de patru stîlpi, la care factorul de compresiune $n = \frac{N}{A_b R_c} = 0,186$

Impunîndu-se factorul de compresiune, forţa axială excentrică N a rezultat egală cu 9000 kgf. Din calculul la compresiune excentrică dreaptă în planul x a rezultat mărimea momentului de rupere M_{r_x} = 304391 kgfcm, iar analog în planul y, M_{r_y} = 217629 kgfcm. În urma încercărilor experimentale s-au obţinut valorile $M^{ex}_{r_x}$ = 609960 kgfcm şi $M^{ex}_{r_y}$ = 241800 kgfcm.

Intr-un sistem de axe x, y, reprezentînd axele de simetrie ale stîlpului, s-au înregistrat valorile experimentale ale momentelor de rupere (fig.VI.11) (punctele 1 şi 2).

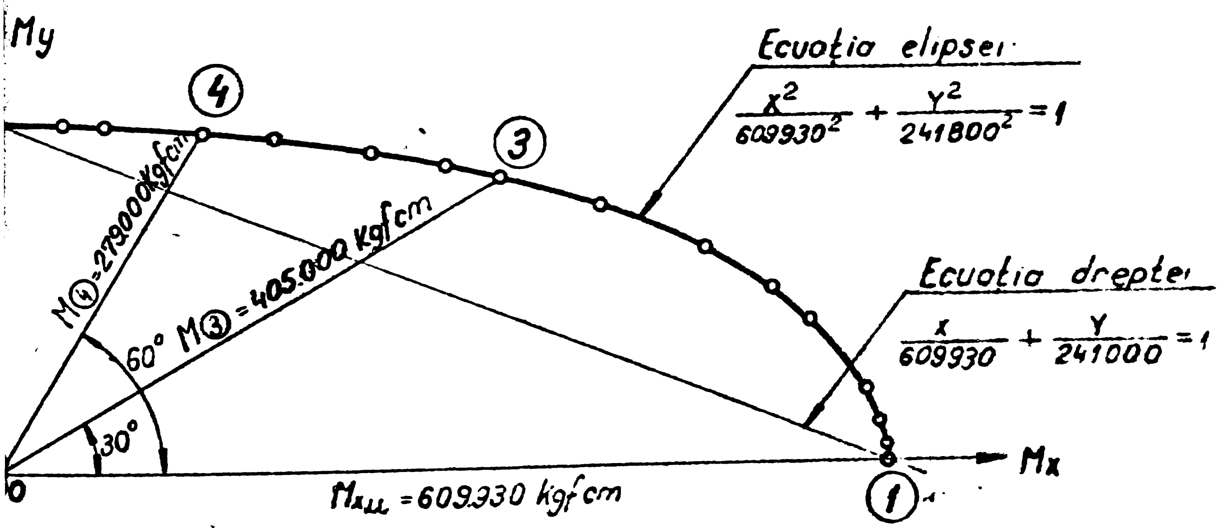


Fig.VI.11. Curba de interacţiune M-M sub forţa axială relativă n=0,186 - CONSTANTĂ (N=9000 kgf)

S-a arătat în lucrare că, între punctele 1 şi 2, importante de a fi luate în considerare sînt, fie dreapta care trece prin punctele 1 şi 2, (ecuaţia dreptei prin tăieturi fiind $\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} - 1 = 0$), fie elipsa care trece prin aceste puncte, (ecuaţia elipsei raportată la axe fiind

$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} - 1 = 0$, în care a şi b sînt lungimile semiaxelor).

Trasîndu-se elipsa, ale cărei semiaxe sînt $M^{ex}_{r_x}$ şi $M^{ex}_{r_y}$, se remarcă că momentele oblice cad valoric în fig.VI.11 exact pe elipsă.

b) A doua serie de patru stîlpi, la care factorul de compresiune n = 0,403.

S-a procedat similar ca în cazul a, rezultatele fiind prezentate în fig.VI.12.

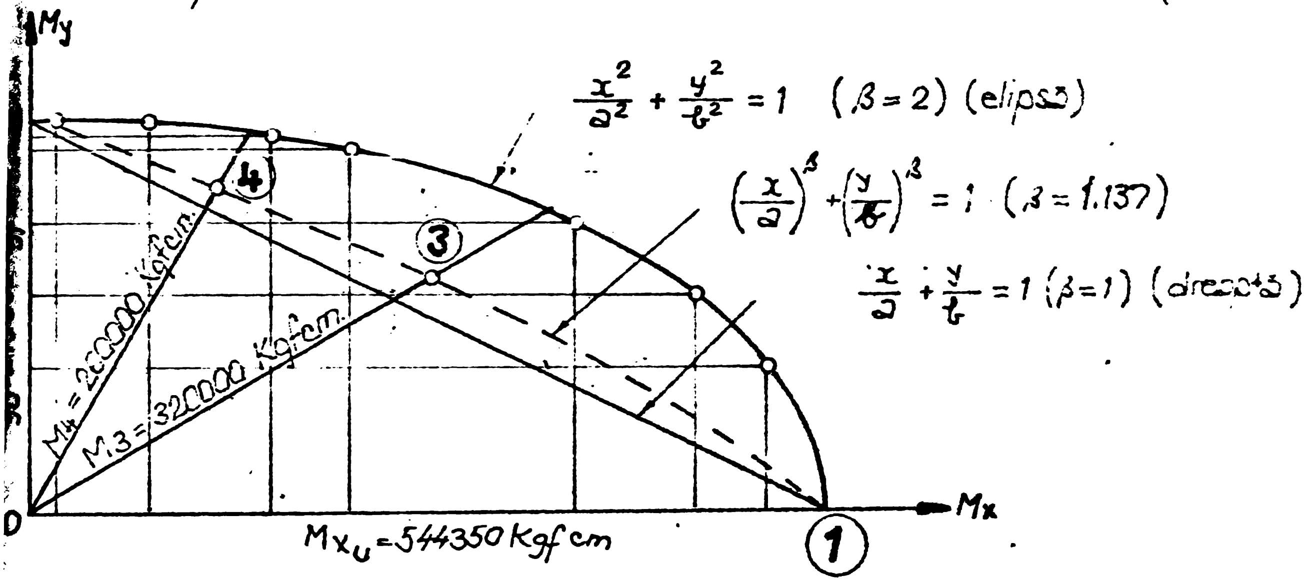


Fig.VI.12. Curba de interacţiune M_x-M_y, sub forţă axială relativă n=0,403 - CONSTANTA (N=19500).

Se remarcă în fig.VI.12 că punctele 3 şi 4, (obţinute experimental) cad undeva între dreapta 1 - 2 şi elipsa 1 - 2.

Referitor la legea de variaţie a momentului încovoietor oblic sub forţă axială constantă, în urma celor două serii de stîlpi încercaţi, rezultă concluzia că şi pentru secţiuni dublu T legea de variaţie este de la dreaptă la elipsă. Ca şi în remarcile altor autori şi încercările experimentale de faţă arată că, cu creşterea forţei axiale, legea de variaţie a momentului încovoietor oblic se apropie de dreaptă, în timp ce la valori mici ale forţei axiale, legea de variaţie a momentului încovoietor oblic este elipsa.

Pe lîngă valoarea forţei axiale, mai sînt şi alţi parametri care influentează variatia momentului încovoietor oblic: cum ar fi modul de distribuţie a armăturii pe secţiunea transversală etc.

Referitor la exponentul β, cele două serii de încercări pun în evidenţă faptul că, în timp ce la prima serie, în care n=0,186, valoarea lui β este 2 (punctele 3 şi 4 situîndu-se pe elipsa teoretică la a doua serie de încercări, punctele 3 şi 4 se situează pe curba care are ecuaţia (II.24), în care β are valoarea 1,137 corespunzătoare forţei axiale relative n=0,403. Puţinele încercări experimentale referitoare la exponentul β, confirmă că valorile acestui exponent, prevă

-sute în proiectul de standard 10107/0-84, se pot accepta şi pentru secţiuni dublu T, fiind acoperitoare. Pentru îmbunătăţirea valorilor lui β, sînt necesare încercări experimentale suplimentare, astfel ca prin prelucrarea statistică a datelor experimentale să se obţină confirmarea valorilor lui β, date în Proiectul de standard.

Studiul teoretic întreprins asupra variaţiei exponentului β, în cazul relaţiei lui Nikitin, arată că β are o variaţie de sens contrar cu variaţia lui β dată de Proiectul de standard (a se vedea fig.VI.13), concluzie desprinsă şi din lucrarea [32], ceea ce înseamnă că relaţia lui Nikitin este fie prea acoperitoare, fie prea descoperitoare.

Pe domeniul practicii construcţiilor (n=0,1-0,4) valorile lui β după Nikitin sînt mai mari ca valorile lui β prevăzute în Proiectul de standard, ceea ce face ca relaţia II.24 să nu fie respectată, deci că pe domeniul de mai sus relaţia lui Nikitin este descoperitoare.

In ceea ce priveşte deformaţia celei mai comprimate fibre de beton, în cazul stîlpilor solicitaţi excentric oblic, pentru

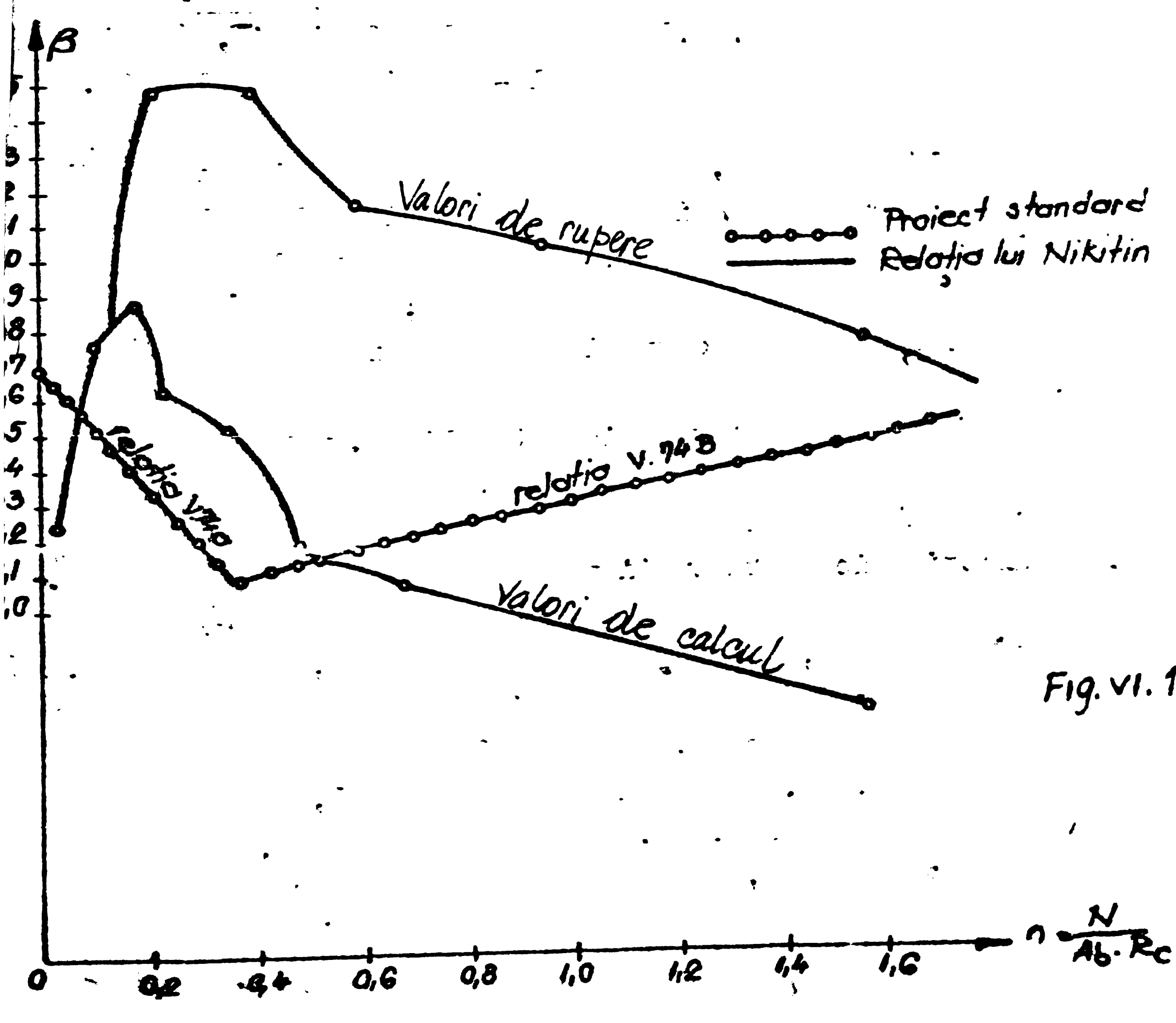


Fig. VI. 13.

Fig.VI.14.

măsurarea acesteia, stîlpii au fost prevăzuţi cu microcomparatoare, cu precizia de 1/100 mm, amplasate ca în fig.VI.14.

Rezultatele măsurătorilor sînt prezentate în tabelul VI.9.

După cum rezultă din tabelul VI.9, deformaţiile măsurate depăşesc cu mult deformaţiile de calcul. Deformaţiile cresc cu creşterea mărcii betonului, precum şi în funcţie de înclinaţia planului de acţiune a forţei, (fiind maximă pentru înclinaţia în jur de 45°).

De asemenea procentul de armare transversal (p_e), influenţează puternic deformaţia celei mai comprimate fibre de beton. Acest parametru însă, nu a fost variat în cadrul încercărilor experimentale.

Incercările efectuate, fiind puţine ca număr, nu se poate trage, numai pe baza acestora, o concluzie riguroasă. O asemenea concluzie ar rezulta în urma unui număr suficient de mare de măsurători, printr-o prelucrare statistică.

Tabelul VI.9.

Indicativ stîlp	Seria	ε_b	R_b kgf/cm²	p%	p_t%	Obs.
S3	I	9 ‰	307	1,5169	0,389	30° faţă de axa maximă
S4	I	8,7 ‰	400			60° "
S3	II	5 ‰	240			30° "
S4	II	9 ‰	307			60° "

6.4. Studiu comparativ, între relaţia lui Nikitin şi relaţia propusă în Proiectul de standard 10107/0-84

Pentru acest studiu s-a ales stîlpul [illegible]-4/1, armat simetric.

-au trasat diagramele M_o-N, pentru înclinația planului de acțiune a momentului încovoietor oblic la 45°, față de o axă principală, în cazul celor două procedee de calcul.

In cazul relației lui Nikitin, un punct al curbei M_o-N, s-a obținut, alegînd o valoare a excentricității oblice, (e_o) determinînd componentele ei pe axele principale (e_x și e_y), forțele axiale N_x și N_y, pe care secțiunea le poate suporta pe axele principale, cu excentricitățile e_x și e_y, precum și forța N_c, corespunzătoare excentricității adiționale pe direcția laturii lungi. Cu relația lui Nikitin s-a calculat apoi forța excentrică oblică N, iar momentul încovoietor oblic $M_o = N.e_o$.

În cazul relației de calcul propusă de Proiectul de standard, un punct al curbei M_o-N, s-a obținut determinînd momentele capabile ale secțiunii, pe direcțiile principale x și y, corespunzătoare forțelor axiale oblice N, stabilite cu relația lui Nikitin. Momentele de calcul M_x și M_y s-au calculat conform relației II.24 , în care valoarea lui β s-a calculat cu relațiile V.74.a V.74.b , în funcție de valoarea factorului de compresiune $n=N/A_bR_c$. Cu momentele de calcul M_x și M_y astfel determinate, s-a calculat momentul încovoietor oblic M'_o, sub înclinația de 45° față de o axă principală.

Rezultatele calculului sînt redate în tabelele VI.10.a și VI.10.b, pe baza cărora s-au întocmit diagramele din fig.VI.15.

Din analiza celor două curbe M_o-N trasate pentru valorile limită ale rezistențelor betonului ($\bar{R}_c$) și armăturii (σ_c) rezultă că folosirea procedeului propus de Proiectul de standard duce la valori mai acoperitoare decît folosirea relației lui Nikitin, mai ales pe domeniul $n = \frac{N}{A_bR_c} = 0,15-0,50$, domeniul uzual întîlnit în practică.

În raport cu valorile obținute experimental, relația lui Nikitin dă valori de calcul foarte apropiate de valorile experimentale ale momentului încovoietor oblic, în timp ce relația propusă de Proiectul de standard dă valori acoperitoare (cu circa 20%).

Dacă curbele M_o-N se trasează, utilizînd valorile de calcul ale rezistențelor betonului (R_c) și ale armăturii (R_a), se remarcă o abatere a valorilor pe domeniul N cuprins între 10000 kgf-30000 kgf, (corespunzînd factorului de compresiune n=0,13 - 0,40). Dacă se corelează acest lucru cu variația lui β în funcție de n, din fig.VI.13 se remarcă pe același domeniu (n=0,1-0,4) valorile lui β după relația lui Nikitin, sînt mai mari ca valorile prevăzute în Proiectul de standard, ceea ce este descoperitor, întrucît relația

Tabelul VI.10.a

Calculul după metoda la rupere

Excentricitatea oblică e [cm]	Relația lui Nikitin: N_x	N_y	N_c	N^{rupere} [kg]	$M_{oblic} = N.e$ [Kgcm.]	$n = \frac{N}{A_b ...}$	Proiect standard 10107/0-84: N_{x_0}	N_{y_0}		$N_x = N_y$	M_{oblic} [Kgcm.]
0,00	-	-	152150,77	152150,77	0		-	-		-	0
5,00	136557,57	127595,21	152150,77	116497,84	582487,98	1,5544	795695,91	508063,78	1,4664	382047,96	540262,11
10,00	107777,80	86346,397	152150,77	69992,848	699928,48	0,9348	965121,2	614265,88	1,2802	434115,51	613939,83
15,00	87725,417	55202,992	152150,77	43431,964	651479,46	0,5797	77[illegible]8,10	554352,94	1,1799	356228,63	503783,27
20,00	67[illegible],357	37541,736	152150,79	28595,607	571913,74	0,3816	614122,58	402259,52	1,1145	290107,90	410279,29
25,00	43792,927	20423,744	152150,77	18512,817	462795,43	0,2471	492277,9	406928,05	1,2799	259028,40	366321,23
28,284	22272,066	24541,352	152150,77	15590,821	440970,78	0,2081	454632,98	381045,93	1,3462	247516,87	350250,89
35,00	21392,493	15261,599	152150,77	9451,795	330812,86	0,1261	372064,93	320720,76	1,4855	213150,45	301469,49
40,00	16495,099	12396,43	152150,77	7421,4924	296859,70	0,099	243731,64	298999,27	1,5316	202801,67	286804,87

Tabelul VI.10.b

Calculul cu valori de calcul

Excentricitatea oblică e [cm]	Relația lui Nikitin: N_x	N_y	N_c	N^{rupere} [kg]	$M_{oblic} = N.e$ [Kgcm.]	$n = \frac{N}{A_b N_0}$	Proiect standard 10107/0-84: N_{x_0}	N_{y_0}	β	$N_x = N_y$	M_{oblic} [Kgcm.]
0,00			112304,24	112304,24	0						0
5,00	79893,30	66412,97	112304,24	53522,52	267612,59	0,7143	423032,75	312358,99	1,2143	202316,14	286130,76
10,00	55471,01	48149,04	112304,24	33454,17	334541,73	0,4465	535665,72	361939,35	1,1339	233514,58	330240,08
15,00	45444,53	34135,32	112304,24	23587,34	253818,04	0,3148	470231,78	342426,92	1,1640	218116,15	308464,23
20,00	33161,39	24425,08	112304,24	16055,77	321115,40	0,2143	296034,27	312682,16	1,3356	207509,56	293462,94
25,00	22256,63	18297,71	112304,24	12474,61	311865,2	0,1665	355565,92	290795,38	1,4169	195594,08	276615,76
28,284	23422,96	15496,58	112304,24	10167,61	287[illegible],08	0,1357	327734,74	272654,14	1,4693	185601,34	262478,17
35,00	12969,42	11455,96	112304,24	7092,12	248234,14	0,0946	288429,83	247079,67	1,5391	169291,73	232415,04
40,00	12640,85	9477,46	112304,24	5690,95	227627,07	0,0759	269034,71	233592,26	1,5708	160806,68	227415,44
80,00	4476,32	3778,44	112304,24	2087,02	166961,53	0,0278	219416,21	194019,75	1,6526	135512,74	191645,37

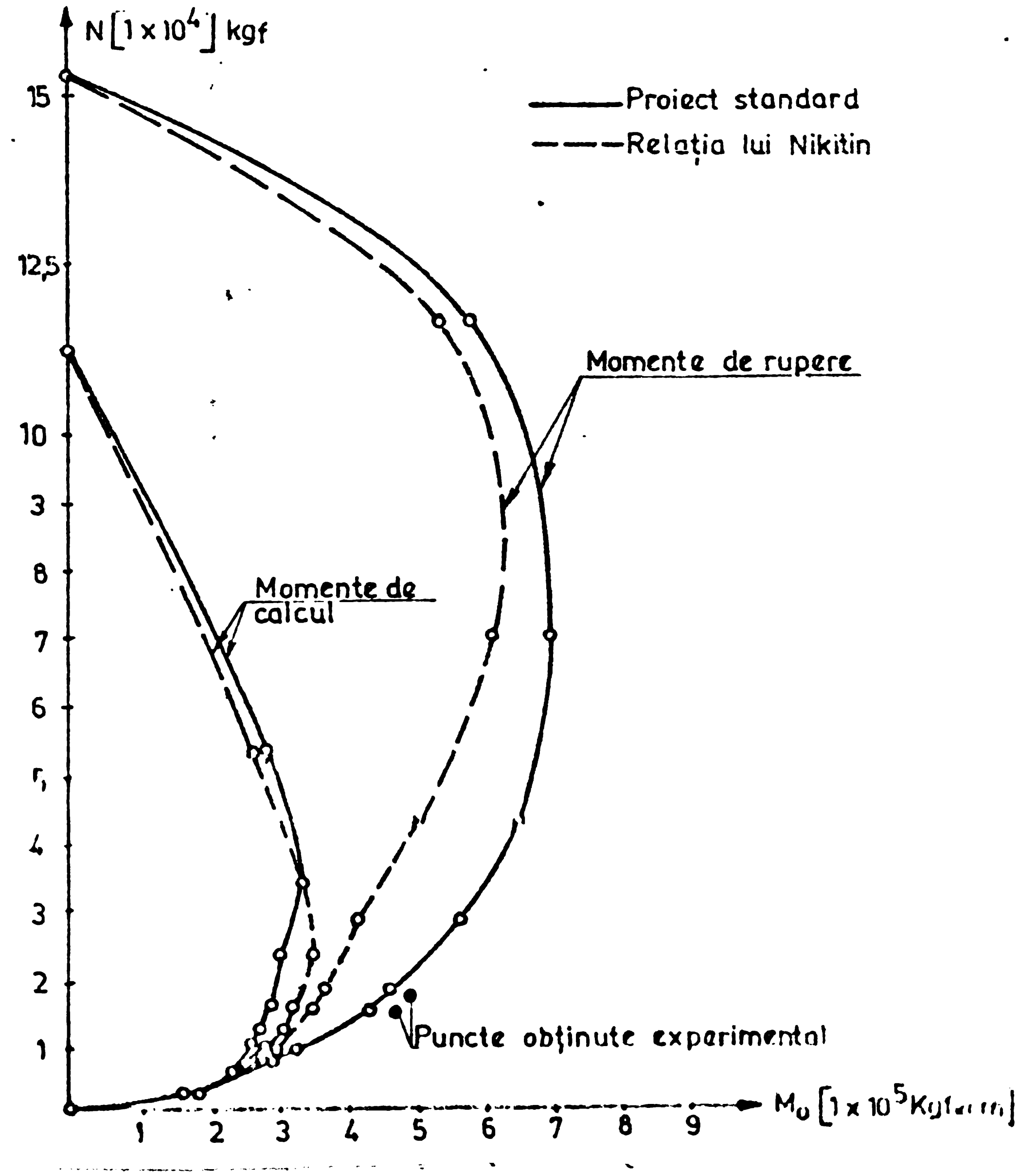


Fig.VI.15.

II.24 nu mai este îndeplinită. Se trage de aici concluzia că, pe acest domeniu (n=0,1-0,4), care este de mare importanță pentru practică, întrucît majoritatea forțelor axiale se află în acest domeniu, relația lui Nikitin nu dă rezultate satisfăcătoare.

CAP. VII. STAREA LIMITA DE DEFORMATIE

7.1. Aspecte generale

Calculul deformaţiilor la elementele din beton armat se face conform regulilor obişnuite ale Staticii construcţiilor ; specific este însă, faţă de alte materiale, modul de determinare a modulului de rigiditate K.

In marea majoritate a cazurilor, problema deformaţiilor se referă la săgeţile elementelor încovoiate. In cazul acestor elemente, modulul de rigiditate se determină în stadiul II, cu luarea în considerare a fisurării zonei înzinse de beton şi a efectelor de creştere a deformaţiilor în timp, pornind de la relaţia :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{|M|}{K} = \frac{|\mathcal{E}_a| + |\mathcal{E}_b|}{h_o} \qquad \text{(VII.1)}$$

ţinînd seama de ipoteza secţiunilor plane, care se exprimă sub forma :

$$\frac{|\mathcal{E}_a| + |\mathcal{E}_b|}{h_o} = \frac{|\mathcal{E}_a|}{h_o - x_2} \qquad \text{(VII.2)}$$

şi de relaţia : $M = E_a \mathcal{E}_a A_a Z_2$ (VII.3)

Rezultă : $K = E_a A_a \beta h_o^2$ (VII.4)

în care $\beta = \zeta_2(1-\xi_2)$ (VII.5), iar $\xi_2 = \frac{x_2}{h_o}$ este înălţimea relativă a zonei comprimate de beton în stadiul II şi $\zeta_2 = \frac{z_2}{h_o}$ este braţul de pîrghie relativ în stadiul II.

Pentru a se ţine seama, de aportul betonului întins dintre fisuri, la micşorarea alungirii medii a armăturilor, se introduce coeficientul subunitar ψ, relaţia modulului de rigiditate (VII.3) devenind:

$$K = \frac{E_a}{\psi} A_a \beta h_o^2 \qquad \text{(VII.6)}$$

care este relaţia prevăzută în STAS-ul 10107/0-76. Faţă de unele norme străine, diferenţele constau în modul de estimare a coeficienţilor β şi ψ şi în modul de exprimare a relaţiilor efective de calcul.

Coeficientul β se stabileşte calculînd pe ξ_2, respectiv pe ζ_2, în stadiul II, pe baza următoarelor ipoteze :

- secţiunile plane rămîn plane şi după deformare ;
- zonele întinse ale secţiunii de beton nu se iau în considerare în calcul la preluarea solicitărilor ;

corelarea dintre deformaţiile specifice şi eforturile unitare se face prin luarea în considerare a unui coeficient de echivalenţă

$$n_a = \frac{E_a}{E_b}\left(1 + \frac{\mu R_a}{40}\right)(1 - v\varphi) \leq 5\,\frac{E_a}{E_b} \qquad \text{(VII.7)}$$

modulul de deformaţie al betonului este constant pe întreaga zonă comprimată.

Pentru stabilirea coeficientului ψ, pornind de la ipoteza utilizării în calcul a unei variaţii liniare a lui σ_a, pe distanţa între fisuri, se poate scrie :

$$\psi = \frac{\frac{\sigma_a + \sigma_{am}}{2}}{\sigma_a} = 1 - \frac{\Delta\sigma_a}{\sigma_a} \qquad \text{(VII.8)}$$

care $\Delta\sigma_a = \sigma_a - \sigma_{am} = \dfrac{\sigma_a - \sigma_{a\,min}}{2}$ (VII.9)

exprimînd diferenţa de efort $A_a \Delta\sigma_a$, ca o parte din forţa care provoacă apariţia fisurii, rezultă, pentru încovoiere :

$$\psi = 1 - \bar{\beta}\,\frac{A_{bt}\,R_t^n}{A_a \sigma_a} \qquad \text{(VII.10)},$$

în care $\bar{\beta}$ este un coeficient subunitar, funcţie de tipul oţelului şi durata încărcării, iar A_{bt}, aria de beton întinsă, în momentul apariţiei fisurilor.

In normele sovietice şi recomandările pentru standardizare AER, se estimează diferit ξ_2 şi ξ_2', (cu o repartiţie uniformă a eforturilor unitare din betonul comprimat, cu introducerea unor corecţii în calcul), iar în relaţia pentru determinarea lui K se ţine seama, atît de un coeficient subunitar ψ_a pentru zona întinsă, cît şi de un coeficient ψ_b=0,9, pentru zona comprimată, exprimînd variaţia eforturilor unitare de compresiune în lungul grinzii:

$$K = \frac{h_o z_2}{\dfrac{\psi_a}{E_a A_a} + \dfrac{\psi_b}{(\gamma' + \xi_2) b h_o E_b \nu}} \qquad \text{(VII.11)}$$

în care $\gamma' = \dfrac{b_p - b}{b} \cdot \dfrac{h_p}{h_o}$, pentru secţiuni în T cu talpa în zona comprimată, iar ν=0,1...0,5 exprimă influenţa încărcărilor de lungă durată.

Pentru a ţine seama de faptul că, în decursul procesului de creştere a solicitării, elementele trec mai întîi prin stadiul I-în care lucrează cu o rigiditate sporită - şi numai peste un anumit nivel de solicitare intră în stadiul II, unele prescripţii exprimă modulul de rigiditate, pentru cazul curent cînd solicitarea de exploatare depăşeşte solicitarea de fisurare, fie cu valori diferite în cele două stadii, cum sînt recomandările CEB-FIP :

$$f = \frac{SM_I\ l^2}{E_b I_b} + \frac{SM_{II}\cdot l^2}{0,75\ E_a A_a h_o^2(1-\omega)(1-\frac{\omega}{3})} \qquad (VII.12),$$

fie ca o valoare medie ponderată, cum procedează normele americane ACI 318-71 :

$$K = E_b I_{ef} \qquad (VII.13)$$

în care I_{ef}, momentul de inerţie efectiv (în realitate convenţional), se stabileşte cu relaţia

$$I_{ef} = (\frac{M_I}{M})^2\ I_b + \left[1 - (\frac{M_I}{M})^3\right] I_{II} \qquad (VII.14)$$

In relaţiile (VII.12) şi (VII.14) :

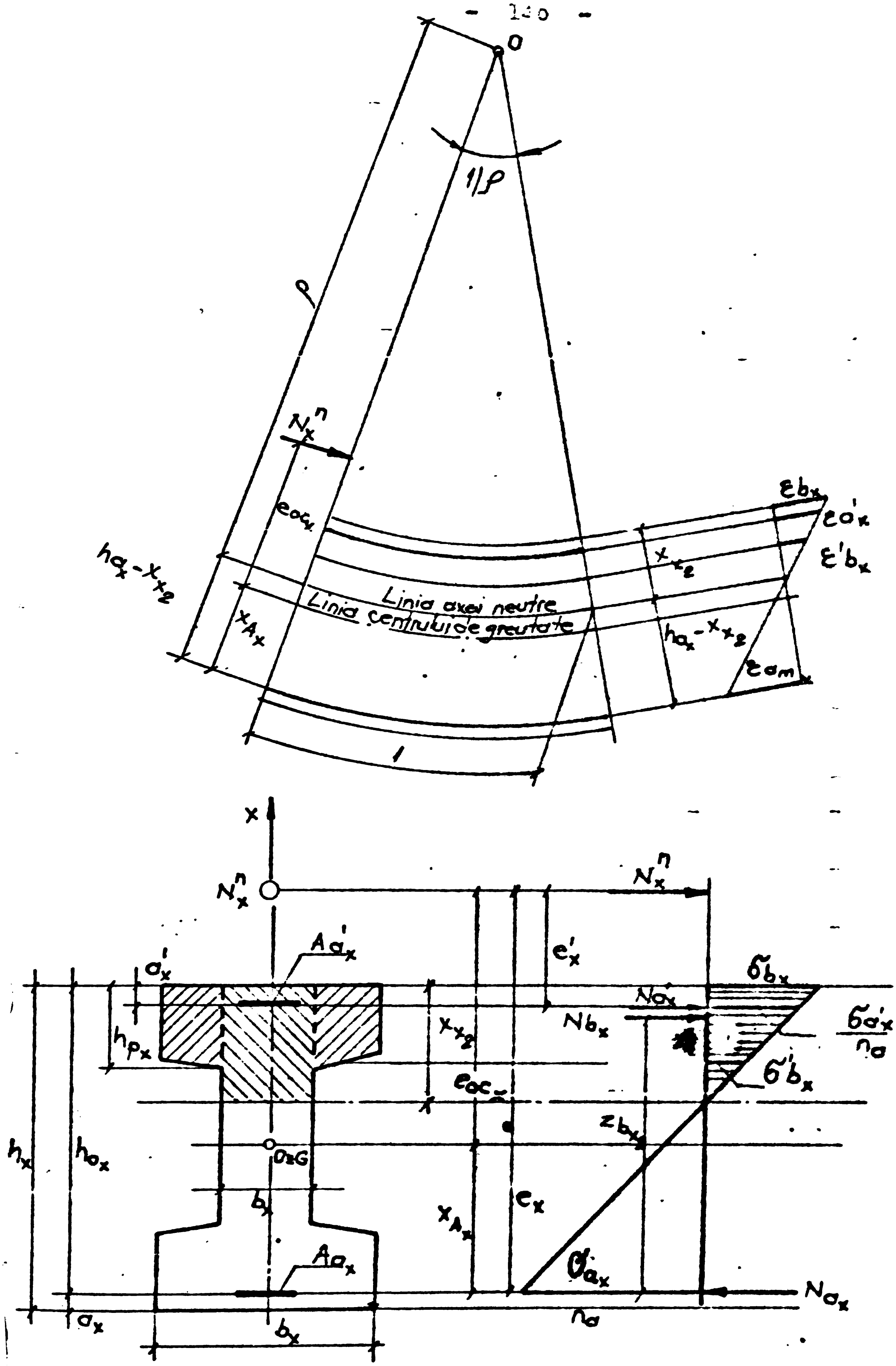
- S este un coeficient în funcţie de schema de încărcare şi modul de rezemare ;
- M_I este momentul de apariţie a fisurilor ;
- $M_{II} = M - M_I$;
- $\omega = \frac{A_a}{bh_o}\frac{R_a^n}{R_c^n}$;
- I_b este momentul de inerţie al întregii secţiuni de beton ;
- I_{II} este momentul de inerţie ideal al secţiunii fisurate (stadiul II).

7.2. Rigiditatea stîlpilor din beton armat, cu secţiunea dublu T, solicitaţi excentric oblic

7.2.1. Rigiditatea în planul x

In cazul general, în stadiul de exploatare (stadiul II), axa neutră cade în inimă. Se prezintă în continuare, modul de stabilire a rigidităţii în această situaţie (a se vedea fig. VII.1).

Pe baza ipotezei lui Bernoulli, deformaţiile specifice longitudinale ale diferitelor fibre sînt proporţionale cu distanţa lor la fibra neutră. Două secţiuni situate la distanţa egală cu unitatea, se rotesc între ele cu un unghi ω, denumit încovoiere specifică, dat de relaţia :



O
1/ρ
ρ
N_x^n
e_{oc_x}
$h_{a_x} - x_{x_2}$
x_{A_x}
Linia axei neutre
Linia centrului de greutate
εb_x
$\varepsilon a'_x$
$\varepsilon' b_x$
x_{x_2}
$h_{a_x} - x_{x_2}$
εa_m
1
x
N_x^n
N_x^n
$A a'_x$
a'_x
e'_x
σb_x
$N a'_x$
$N b_x$
$\frac{\sigma a'_x}{n_a}$
h_{p_x}
x_{x_2}
$\sigma' b_x$
e_{oc_x}
$z b_{x_2}$
h_x
h_{o_x}
O_{2G}
b_x
e_x
x_{A_x}
$A a_x$
$\frac{\sigma a_x}{n_a}$
$N a_x$
a_x
b_x

FIG. VII.1

$\omega = \frac{1}{\rho}$ (VII.15), în care ρ este raza de curbură a liniei elastice în secţiunea considerată. Alungirea unei fibre situată la distanţa y de axa neutră este $\varepsilon_y = y/\rho = \omega y$ (VII.16)

Admiţînd valabilitatea legii lui Hooke :

$$\sigma_x = E\,\varepsilon_y = E\,\frac{y}{\rho} \quad \text{(VII.17), sau} \quad \frac{\sigma_x}{y} = \frac{E}{\rho} \qquad \text{(VII.17.a)}$$

Din ecuaţia de echivalenţă dintre M şi σ_x rezultă

$$M_x = \int_A \sigma_x \cdot y\,dA = \int_A E\,\frac{1}{\rho}\,y^2 dA = \frac{E}{\rho}\int_A y^2 dA = \frac{E}{\rho}\,I_x \qquad \text{(VII.18)}$$

Din (VII.18) se poate scrie :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \qquad \text{(VII.18.a)}$$

Pe de altă parte, din asemănarea triunghiurilor din fig. (VII.1) se poate scrie :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_{a_{m_{x_2}}}}{(h_{o_x} - x_{x_2})} \qquad \text{(VII.19),}$$

în care $\varepsilon_{a_{m_{x_2}}}$ reprezintă deformaţia medie a armăturii întinse A_a.

Raportul dintre alungirea specifică medie a armăturii între două fisuri $\varepsilon_{a_{m_{x_2}}}$ şi alungirea specifică a armăturii din dreptul fisurii $\varepsilon_{a_{x_2}}$ se notează cu ψ.

Deci se poate scrie :

$$\varepsilon_{a_{m_{x_2}}} = \psi\,\varepsilon_{a_{x_2}} = \psi\,\frac{\sigma_{a_{x_2}}}{E_a} = \frac{\sigma_{a_{x_2}}}{\frac{E_a}{\psi}} \qquad \text{(VII.20)}$$

Tot din asemănarea triunghiurilor din fig.(VII.1) se poate scrie :

$$\frac{\frac{\sigma'_{a_{x_2}}}{n_a}}{x_{x_2} - a'_x} = \frac{\frac{\sigma_{a_{x_2}}}{n_a}}{h_{o_x} - x_{x_2}} \qquad \text{(VII.21),}$$

din care se scrie valoarea lui $\sigma'_{a_{x_2}}$ în funcţie de $\sigma_{a_{x_2}}$

$$\sigma'_{a_{x_2}} = \sigma_{a_{x_2}}\,\frac{(x_{x_2} - a'_x)}{(h_{o_x} - x_{x_2})} \qquad \text{(VII.21.a)}$$

Pentru determinarea punctului de aplicație al rezultantei compresiunilor din beton, se scrie o ecuație de momente față de lita superioară a secțiunii, a rezultantelor compresiunilor din beton de pe ariile hașurate din fig.VII.1. Va rezulta :

$$x_{N_{b_{x_2}}} = \frac{\sum M_{N_{b_{x_2}}}}{\sum N_{b_{x_2}}} \tag{VII.22}$$

$$M_{N_{b_{x_2}}} = (b_{p_x} - b_x)h_{p_x}\sigma'_{b_{x_2}} \cdot \frac{1}{2}h_{p_x} + \frac{1}{2}(b_{p_x}-b_x)h_{p_x}(\sigma_{b_{x_2}} - \sigma'_{b_{x_2}})\frac{1}{3}h_{p_x} +$$
$$+ \frac{1}{2}b_x \cdot x_{x_2}\sigma_{b_{x_2}} \cdot \frac{1}{3}x_{x_2} = \frac{1}{2}(b_{p_x}-b_x)h^2_{p_x}\sigma'_{b_{x_2}} +$$
$$+ \frac{1}{6}(b_{p_x}-b_x)h^2_{p_x}(\sigma_{b_{x_2}} - \sigma'_{b_{x_2}}) + \frac{1}{6}b_x x^2_{x_2}\sigma_{b_{x_2}} \tag{VII.23}$$

Din asemănarea triunghiurilor, din fig.(VII.1) se poate scrie :

$$\sigma'_{b_{x_2}} = \sigma_{b_{x_2}}\left(\frac{x_{x_2} - h_{p_x}}{x_{x_2}}\right) \tag{VII.24}$$

$$\sigma_{b_{x_2}} - \sigma'_{b_{x_2}} = \sigma_{b_{x_2}} - \sigma_{b_{x_2}}\left(1 - \frac{h_{p_x}}{x_{x_2}}\right) = \sigma_{b_{x_2}} \cdot \frac{h_{p_x}}{x_{x_2}} \tag{VII.25}$$

Inlocuind relațiile (VII.24) și (VII.25) în (VII.23) se obține :

$$\sum M_{N_{b_{x_2}}} = \frac{1}{2}(b_{p_x} - b_x)h^2_{p_x} \cdot \sigma_{b_{x_2}}\left(1 - \frac{h_{p_x}}{x_{x_2}}\right) + \frac{1}{6}(b_{p_x} - b_x)\frac{h^3_{p_x}}{x_{x_2}}\sigma_{b_{x_2}} +$$
$$+ \frac{1}{6}b_x x^2_{x_2}\sigma_{b_{x_2}} = \frac{1}{2}(b_{p_x} - b_x)h^2_{p_x}\sigma_{b_{x_2}} - \frac{1}{2}(b_{p_x} - b_x)\frac{h^3_{p_x}}{x_{x_2}}\sigma_{b_{x_2}} +$$
$$+ \frac{1}{6}(b_{p_x} - b_x)\frac{h^3_{p_x}}{x_{x_2}}\sigma_{b_{x_2}} + \frac{1}{6}b_x x^2_{x_2}\sigma_{b_{x_2}} =$$
$$= \left[\frac{1}{6}b_x x^3_{x_2} + \frac{1}{2}(b_{p_x} - b_x)h^2_{p_x}x_{x_2} - \frac{1}{3}(b_{p_x} - b_x)h^3_{p_x}\right]\frac{\sigma_{b_{x_2}}}{x_{x_2}} =$$
$$= \frac{1}{6}\frac{\sigma_{b_{x_2}}}{x_{x_2}}\left[b_x x^3_{x_2} + (b_{p_x} - b_x)h^2_{p_x}(3x_{x_2} - 2h_{p_x})\right] \tag{VII.23.a}$$

$$N_{b_{x_2}} = (b_{p_x} - b_x)h_{p_x}\sigma'_{b_{x_2}} + \frac{1}{2}(b_{p_x} - b_x)h_{p_x}(\sigma_{b_{x_2}} - \sigma'_{b_{x_2}}) + \frac{1}{2}b_x x_{x_2}\sigma_{b_{x_2}} =$$

$$= (b_{p_x} - b_x)h_{p_x}\sigma_{b_{x_2}} - (b_{p_x} - b_x)\frac{h_{p_x}^2}{x_{x_2}}\sigma_{b_{x_2}} + \frac{1}{2}(b_{p_x} - b_x)\frac{h_{p_x}^2}{x_{x_2}}\sigma_{b_{x_2}} +$$

$$+ \frac{1}{2}b_x x_{x_2}\sigma_{b_{x_2}} =$$

$$= \left[\frac{1}{2}b_x x_{x_2} + (b_{p_x} - b_x)h_{p_x} - \frac{1}{2}(b_{p_x} - b_x)\frac{h_{p_x}^2}{x_{x_2}}\right]\sigma_{b_{x_2}} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\sigma_{b_{x_2}}}{x_{x_2}}\left[b_x x_{x_2}^2 + 2(b_{p_x} - b_x)h_{p_x}x_{x_2} - (b_{p_x} - b_x)h_{p_x}^2\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\sigma_{b_{x_2}}}{x_{x_2}}\left[b_x x_{x_2}^2 + (b_{p_x} - b_x)h_{p_x}(2x_{x_2} - h_{p_x})\right] \qquad \text{(VII.26)}$$

Cu relaţiile (VII.23.a) şi (VII.26), ordonata punctului de aplicaţie a rezultantei compresiunilor din beton are valoarea (faţă de limita superioară a secţiunii) :

$$x_{N_{b_{x_2}}} = \frac{\frac{1}{6}\frac{\sigma_{b_{x_2}}}{x_{x_2}}}{\frac{1}{6}\frac{\sigma_{b_{x_2}}}{x_{x_2}}}\,\frac{\left[b_x x_{x_2}^3 + (b_{p_x} - b_x)h_{p_x}^2(3x_{x_2} - 2h_{p_x})\right]}{\left[b_x x_{x_2}^2 + (b_{p_x} - b_x)h_{p_x}(2x_{x_2} - h_{p_x})\right]} =$$

$$= \frac{1}{3}\,\frac{b_x x_{x_2}^3 + (b_{p_x} - b_x)h_{p_x}^2(3x_{x_2} - 2h_{p_x})}{b_x x_{x_2}^2 + (b_{p_x} - b_x)h_{p_x}(2x_{x_2} - h_{p_x})} \qquad \text{(VII.22.a)}$$

In continuare, se scrie ecuaţia de momente a eforturilor interioare, în raport cu punctul de aplicaţie al rezultantei compresiunilor din beton :

$$N_x^n\left[e_{oc_x} - (z_{b_{x_2}} - x_{A_x})\right] = \sigma_{a_{x_2}}A_{a_x}z_{b_{x_2}} + \sigma'_{a_{x_2}}A'_{a_x}(x_{N_{b_{x_2}}} - a'_x) \qquad \text{(VII.27)}$$

Inlocuind valoarea lui $\sigma'_{a_{x_2}}$ cu valoarea sa din (VII.21.a) se obţine :

$$N_x^n\left[e_{oc_x}-(z_{b_{x_2}}-x_{A_x})\right]=\sigma_{a_{x_2}}A_{a_x}z_{b_{x_2}}+\sigma_{a_{x_2}}A'_{a_x}\frac{(x_{x_2}-a'_x)}{(h_{o_x}-x_{x_2})}(x_{N_{b_{x_2}}}-a'_x)$$

rezultă :

$$\sigma_{a_{x_2}}=\frac{N_x^n\left[e_{oc_x}-(z_{b_{x_2}}-x_{A_x})\right]}{A_{a_x}z_{b_{x_2}}+A'_{a_x}\dfrac{(x_{x_2}-a_x)(x_{N_{b_{x_2}}}-a'_x)}{(h_{o_x}-x_{x_2})}} \qquad \text{(VII.27.a)}$$

Relaţia (VII.19) devine :

$$\frac{1}{\rho}=\frac{\sigma_{a_{x_2}}}{\dfrac{E_a}{\psi}(h_{o_x}-x_{x_2})}=$$

$$=\frac{N_x^n\left[e_{oc_x}-(z_{b_{x_2}}-x_{A_x})\right]}{\dfrac{E_a}{\psi}(h_{o_x}-x_{x_2})A_{a_x}z_{b_{x_2}}+\dfrac{E_a}{\psi}A'_{a_x}(x_{x_2}-a'_x)(x_{N_{b_{x_2}}}-a'_x)} \qquad \text{(VII.19a)}$$

Se introduc notaţiile :

$$\frac{x_{x_2}}{h_{o_x}}=\xi_{x_2}\ ;\ \frac{z_{b_{x_2}}}{h_{o_x}}=\zeta_{x_2}\ ;\ \frac{x_{A_x}}{h_{o_x}}=\bar{x}_{A_x}\ ;\ \frac{e_{oc_x}}{h_{o_x}}=\bar{e}_{oc_x}\ ;\ \frac{a'_x}{h_{o_x}}=\delta''_x$$

(VII.28.a la e)

Cu aceste notaţii, relaţia (VII.19.a) devine :

$$\frac{1}{\rho}=\frac{N_x^n\cdot e_{oc_x}}{\dfrac{\dfrac{E_a}{\psi}A_{a_x}(1-\xi_{x_2})\zeta_{x_2}h_{o_x}^2+\dfrac{E_a}{\psi}A'_{a_x}(\xi_{x_2}-\delta''_x)(x_{N_{b_{x_2}}}-a'_x).h_{o_x}^2}{\left(1-\dfrac{\zeta_{x_2}-\bar{x}_{A_x}}{\bar{e}_{oc_x}}\right)}}=\frac{M_x}{K_x}, \qquad \text{(VII.19.b)}$$

de unde rezultă valoarea rigidităţii K_x :

$$= \frac{\left[\frac{E_a}{\psi}\cdot A_{a_x}(1-\zeta_{x_2})\xi_{x_2} + \frac{E_a}{\psi}A'_{a_x}(\zeta_{x_2}-\delta'_x)(x_{N_{b_x}} - a'_x)\right] h_{o_x}^2}{\left(1 - \frac{\xi_{x_2} - \bar{x}_{A_x}}{\bar{e}_{oc_x}}\right)} \qquad \text{(VII.28)}$$

Dacă se notează :

$$\beta_{1_x} = \frac{1}{\psi}(1-\zeta_{x_2})\xi_{x_2} \quad \text{(VII.29)} \; ; \alpha_x = \frac{A'_{a_x}}{A_{a_x}} \qquad \text{(VII.30)}$$

$$\beta_{2_x} = \frac{1}{\psi}(\zeta_{x_2}-\delta'_x)(x_{N_{b_{x_2}}} - a'_x) = \frac{1}{\psi}(\zeta_{x_2}-\delta'_x)\left[\frac{1}{3}\cdot\frac{b_x x_{x_2}^3 + (b_{p_x}-b_x)h_{p_x}^2(3x_{x_2}-2h_{p_x})}{b_x x_{x_2}^2 + (b_{p_x}-b_x)h_{p_x}(2x_{x_2}-h_{p_x})} - a'_x\right] \qquad \text{(VII.31)}$$

Relaţia lui K_x devine :

$$K_x = \frac{E_a A_{a_x}\beta_{1x}h_{o_x}^2 + E_a\,\alpha_x A_{a_x}\beta_{2_x}h_{o_x}^2}{1 - \frac{\xi_{x_2} - \bar{x}_{A_x}}{\bar{e}_{oc_x}}} \qquad \text{(VII.28.a)}$$

Notîndu-se : $\beta_x = \beta_{1_x} + \alpha_x\beta_{2_x}$, (VII.32)

$$K_x = \frac{E_a A_{a_x}\beta_x h_{o_x}^2}{1 - \frac{\xi_{x_2} - \bar{x}_{A_x}}{\bar{e}_{oc_x}}} \qquad \text{(VII.28.b)}$$

Pentru calculul rigidităţii K_x este necesară cunoaşterea poziţiei axei neutre x_{x_2}. Această poziţie se obţine scriind o ecuaţie de momente în raport cu punctul de aplicaţie al forţei excentrice N_x. Din scrierea acestei ecuaţii de momente rezultă o ecuaţie de gradul III în x_{x_2}, din a cărei rezolvare se obţine poziţia axei neutre x_{x_2}, în stadiul de exploatare (stadiul II). Această deducere este prezentătă pe larg în lucrarea /35/.

7.2.2. Rigiditatea în planul y

In cazul general, în planul y, în stadiul de exploatare (stadiul II), axa neutră cade în placă (fig.VII.2).

Determinarea rigidităţii în planul y se face în modul următor:

- se pleacă de la relaţiile (VII.18.a), (VII.19) şi (VII.20) rezultînd şi în planul y :

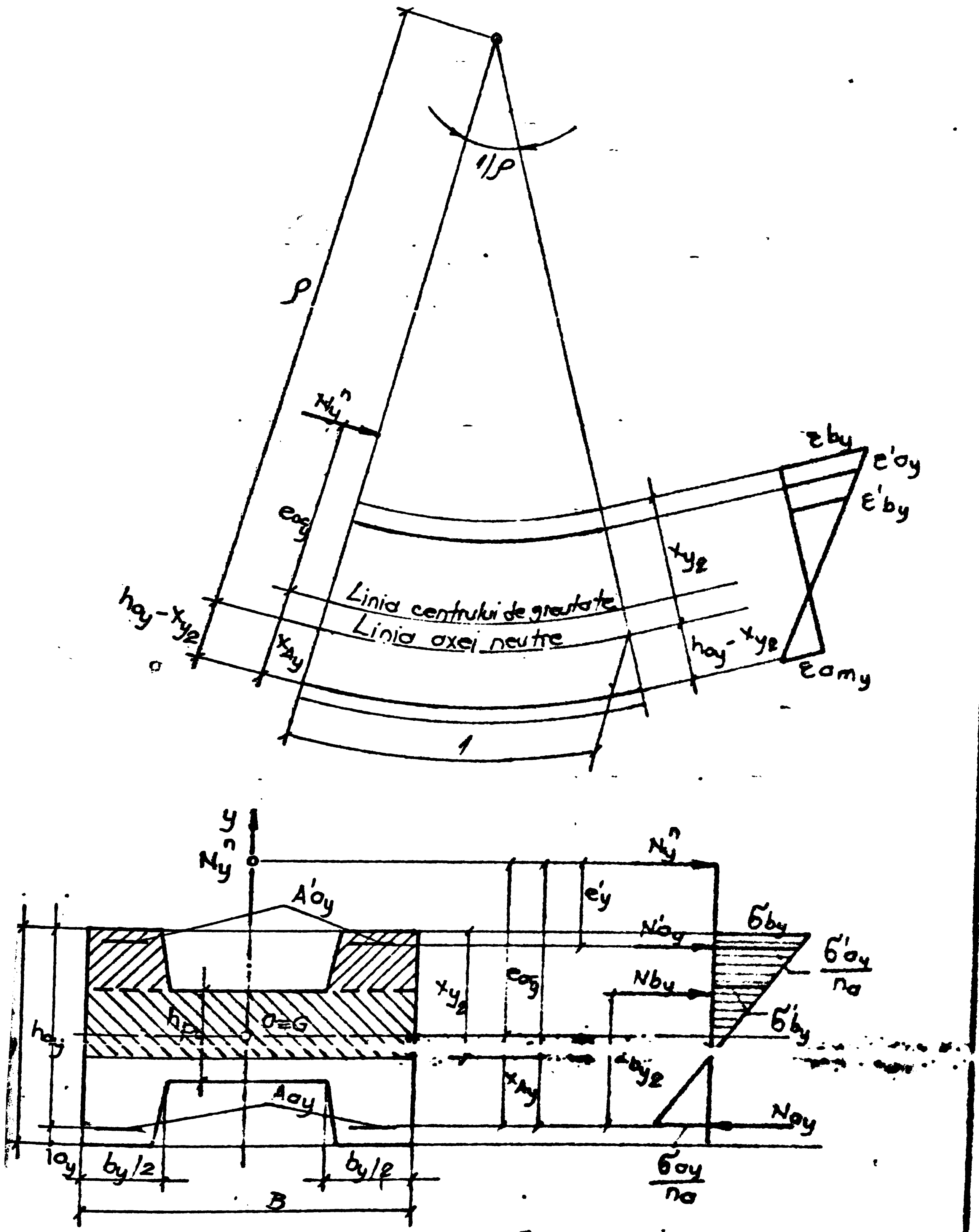

$1/\rho$
ρ
N_y^n
e_{ag}
ε_{by}
ε'_{ay}
ε'_{by}
x_{y2}
Linia centrului de greutate
Linia axei neutre
$h_{ay}-x_{y2}$
x_{Ay}
ε_{amy}
1
y
N_y^n
A'_{ay}
e'_y
N'_{ag}
σ_{by}
$\frac{\sigma'_{ay}}{n_a}$
N_{by}
σ'_{by}
x_{y2}
e_{ag}
h_p
$O\equiv G$
h_{ay}
x_{Ay}
a_{by2}
A_{ay}
N_{ay}
a_{ay}
$b_y/2$
$b_y/2$
$\frac{\sigma_{ay}}{n_a}$
B

Fig. VII.2

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_y}{K_y} = \frac{\varepsilon_{a_{m_{y_2}}}}{(h_{o_y} - x_{y_2})} = \frac{\sigma_{a_{y_2}}}{\frac{E_a}{\psi}(h_{o_y} - x_{y_2})} \qquad \text{(VII.33)}$$

- din asemănări de triunghiuri conform fig.VII.2 se poate scrie :

$$\sigma'_{a_{y_2}} = \sigma_{a_{y_2}} \frac{(x_{y_2} - a'_y)}{(h_{o_y} - x_{y_2})} \qquad \text{(VII.34)}$$

$$\sigma'_{b_{y_2}} = \sigma_{b_{y_2}} \frac{\left[x_{y_2} - 0,5(h_y - h_{p_y})\right]}{x_{y_2}} \qquad \text{(VII.35)},$$

- se determină punctul de aplicaţie al rezultantei compresiunilor din beton, prin scrierea ecuaţiei de momente faţă de limita superioară a secţiunii (fig.VII.2), a rezultantelor de compresiune din beton (zonele haşurate ale fig.VII.2) :

$$y_{N_{b_{y_2}}} = \frac{\sum M_{N_{b_{y_2}}}}{\sum N_{b_{y_2}}} \qquad \text{(VII.36)}$$

$$\sum M_{N_{b_{y_2}}} = \frac{1}{2}(B-b_y)\left[x_{y_2}-0,5\,(h_y-h_{p_y})\right]\sigma'_{b_{y_2}} \cdot \left\{\frac{1}{3}\left[x_{y_2}-0,5\,(h_y-h_{p_y})\right] + 0,5\,(h_y-h_{p_y})\right\} + \frac{1}{2}\,b_y \cdot x_{y_2}\sigma_{b_{y_2}} \cdot \frac{1}{3}x_{y_2} =$$

$$= \frac{1}{6}(B-b_y)\left[x_{y_2}-0,5(h_y-h_{p_y})\right]\cdot\left[x_{y_2}+(h_y-h_{p_y})\right]\cdot\left[x_{y_2}-0,5(h_y-h_{p_y})\right] \cdot \frac{\sigma_{b_{y_2}}}{x_{y_2}} + \frac{1}{6}\,b_y x_{y_2}^2\,\sigma_{b_{y_2}} =$$

$$= \frac{1}{6}\,\frac{\sigma_{b_{y_2}}}{x_{y_2}}\left[Bx_{y_2}^3 - 0,75(h_y-h_{p_y})(B-b_y)\,x_{y_2} + 0,25(B-b_y)(h_y-h_{p_y})^3\right]$$

$$\sum N_{b_{y_2}} = \frac{1}{2}(B-b_y)\left[x_{y_2}-0,5(h_y-h_{p_y})\right]\sigma'_{b_{y_2}} + \frac{1}{2}\,b_y x_{y_2}\sigma_{b_{y_2}} =$$

$$= \frac{1}{2}(B-b_y)\left[x_{y_2}-0,5(h_y-h_{p_y})\right]\frac{\left[x_{y_2}-0,5(h_y-h_{p_y})\right]}{x_{y_2}}\sigma_{b_{y_2}}+$$

$$+\frac{1}{2}b_y x_{y_2}\sigma_{b_{y_2}}=\frac{1}{2}\frac{\sigma_{b_{y_2}}}{x_{y_2}}\left\{b_y x_{y_2}^2+(B-b_y)\left[x_{y_2}^2-(h_y-h_{p_y})x_{y_2}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+0,25(h_y-h_{p_y})^2\right]\right\}=\frac{1}{2}\frac{\sigma_{b_{y_2}}}{x_{y_2}}\left[Bx_{y_2}^2-(B-b_y)(h_y-h_{p_y})x_{y_2}+\right.$$

$$\left.+0,25(B-b_y)(h_y-h_{p_y})^2\right]$$

$$y_{N_{b_{y_2}}}=\frac{1}{3}\,\frac{Bx_{y_2}^3-0,75(B-b_y)(h_y-h_{p_y})\,x_{y_2}+0,25(B-b_y)\,(h_y-h_{p_y})^3}{Bx_{y_2}^2-(B-b_y)(h_y-h_{p_y})\,x_{y_2}+0,25(B-b_y)\,(h_y-h_{p_y})^2} \quad \text{(VII.36a)}$$

- se scrie ecuaţia de momente a eforturilor interioare şi a forţei N_y, în raport cu rezultanta compresiunilor din beton :

$$N_y^n\left[e_{oc_y}-(z_{b_{y_2}}-x_{A_y})\right]=\sigma_{a_{y_2}}A_{a_y}z_{b_{y_2}}+\sigma'_{a_{y_2}}A'_{a_y}(y_{N_{b_{y_2}}}-a'_y) \quad \text{(VII.37)}$$

$$N_y^n\left[e_{oc_y}-(z_{b_{y_2}}-x_{A_y})\right]=$$

$$=\sigma_{a_{y_2}}A_{a_y}z_{b_{y_2}}+A'_{a_y}\sigma_{a_{y_2}}\frac{(x_{y_2}-a'_y)}{(h_{o_y}-x_{y_2})}(y_{N_{b_{y_2}}}-a'_y)=$$

$$=\sigma_{a_{y_2}}\left[A_{a_y}z_{b_{y_2}}+A'_{a_y}\frac{(x_{y_2}-a'_y)}{(h_{o_y}-x_{y_2})}(y_{N_{b_{y_2}}}-a'_y)\right]$$

$$\sigma_{a_{y_2}}=\frac{N_y^n\left[e_{oc_y}-(z_{b_{y_2}}-x_{A_y})\right]}{A_{a_y}z_{b_{y_2}}+A'_{a_y}\frac{(x_{y_2}-a'_y)}{(h_{o_y}-x_{y_2})}(y_{N_{b_{y_2}}}-a'_y)} \quad \text{(VII.37a)}$$

Relaţia (VII.33) devine :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_y}{K_y} = \frac{\sigma_{a_{y_2}}}{\frac{E_a}{\psi}(h_{o_y} - x_{y_2})} = \frac{N_y^n\left[e_{oc_y} - (z_{b_{y_2}} - x_{A_y})\right]}{\frac{E_a}{\psi}\left[A_{a_y} z_{b_{y_2}}(h_{o_y} - \bar{x}_{y_2}) + A'_{a_y}(x_{y_2} - a'_y)(y_{N_{b_{y_2}}} - a'_y)\right]}$$

Se introduc notaţiile :

$$\frac{x_{y_2}}{h_{o_y}} = \xi_{y_2};\ \frac{z_{b_{y_2}}}{h_{o_y}} = \zeta_{y_2};\ \frac{x_{A_y}}{h_{o_y}} = \bar{x}_{A_y};\ \frac{e_{oc_y}}{h_{o_y}} = \bar{e}_{oc_y};\ \frac{a'_y}{h_{o_y}} = \delta'_y \quad \text{(VII.38a la e)}$$

Cu aceste notaţii, relaţia (VII.33.a) devine :

$$\frac{M_y}{K_y} = \frac{N_y^n \cdot e_{oc_y}}{\dfrac{\frac{E_a}{\psi} A_{a_y}(1-\xi_{y_2})\zeta_{y_2} \cdot h_{o_y}^2 + \frac{E_a}{\psi} A'_{a_y}(\xi_{y_2} - \delta'_y)(y_{N_{b_{y_2}}} - a'_y)h_{o_y}^2}{1 - \dfrac{\zeta_{y_2} - \bar{x}_{A_y}}{\bar{e}_{oc_y}}}}$$

De unde :

$$K_y = \frac{\frac{E_a}{\psi} A_{a_y}(1-\xi_{y_2})\zeta_{y_2} h_{o_y}^2 + \frac{E_a}{\psi} A'_{a_y}(\xi_{y_2} - \delta'_y)(y_{N_{b_{y_2}}} - a'_y)h_{o_y}^2}{1 - \dfrac{\zeta_{y_2} - \bar{x}_{A_y}}{\bar{e}_{oc_y}}} \quad \text{(VII.39)}$$

Dacă se notează :

$$\beta_{1_y} = \frac{1}{\psi}(1 - \xi_{y_2})\zeta_{y_2} \quad \text{(VII.40)} \quad ; \quad \alpha_y = \frac{A'_{a_y}}{A_{a_y}} \quad \text{(VII.41)}$$

$$\beta_{2_y} = \frac{1}{\psi}(\xi_{y_2} - \delta'_y)(y_{N_{b_{y_2}}} - a'_y) =$$

$$= \frac{1}{\psi}(\xi_{y_2} - \delta'_y)\left[\frac{1}{3}\,\frac{Bx_{y_2}^3 - 0{,}75(B-b_y)(h_y-h_{p_y})x_{y_2} + 0{,}25(B-b_y)(h_y-h_{p_y})^3}{Bx_{y_2}^2 - (B-b_y)(h_y-h_{p_y})x_{y_2} + 0{,}25\,(B-b_y)\,(h_y-h_{p_y})^2} - a'_y\right]$$

relaţia lui K_y devine :

$$K_y = \frac{E_a A_{a_y} \beta_{1_y} h_{o_y}^2 + E_a \alpha_y A_{a_y} \beta_{2_y} h_{o_y}^2}{1 - \frac{\xi_{y_2} - x_{A_y}}{e_{oc_y}}} \qquad \text{(VII.39.a)}$$

Ind : $\beta_y = \beta_{1_y} + \alpha_y \beta_{2_y}$ (VII.42)

$$K_y = \frac{E_a A_{a_y} \beta_y h_{o_y}^2}{1 - \frac{\xi_{y_2} - x_{A_y}}{e_{oc_y}}} \qquad \text{(VII.39.b)}$$

Pentru calculul rigidităţii K_y este necesară cunoaşterea poziţiei axei neutre x_{y_2}. Această poziţie a axei neutre se obţine scriindu-se ecuaţia de momente în raport cu punctul de aplicaţie al forţei excentrice N_y. Va rezulta o ecuaţie de gradul III în x_{y_2}, din a cărei rezolvare se obţine poziţia căutată a axei neutre x_{y_2} (în stadiul II).

După determinarea modulului de rigiditate K_x (respectiv K_y) se poate calcula săgeata după direcţia x (respectiv y). Săgeata oblică (rezultantă) $f_o = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \leq f_a$ (săgeata admisă de norme).

Pentru verificarea relaţiilor teoretice ale modulelor de rigiditate, s-a făcut calculul teoretic al săgeţii unui stîlp încercat experimental, în final comparînd săgeata calculată teoretic cu săgeata măsurată experimental, în stadiu de exploatare.

Exemplificarea menţionată se referă la stîlpul ST2-2/B, din cadrul contractului 871/1981 - etapa 1981, intitulat : "Stîlpi solicitaţi la compresiune excentrică oblică, de secţiune dublu T şi dreptunghiulară, cu şi fără acţiunea forţei tăietoare.

Datele de control sînt prezentate mai jos :

Indicativ stîlp : ST2-2/B.

Forţa axială : N = 7400 kgf.

Forţa transversală (P^n) : 2833,33 kgf.

R_c : 93,75 kgf/

R_t^n : 14,62 kgf/[illegible]

E_b : 252500 kgf/cm².

Schema de încărcare şi secţiunea stîlpului, în fig.VII.3.

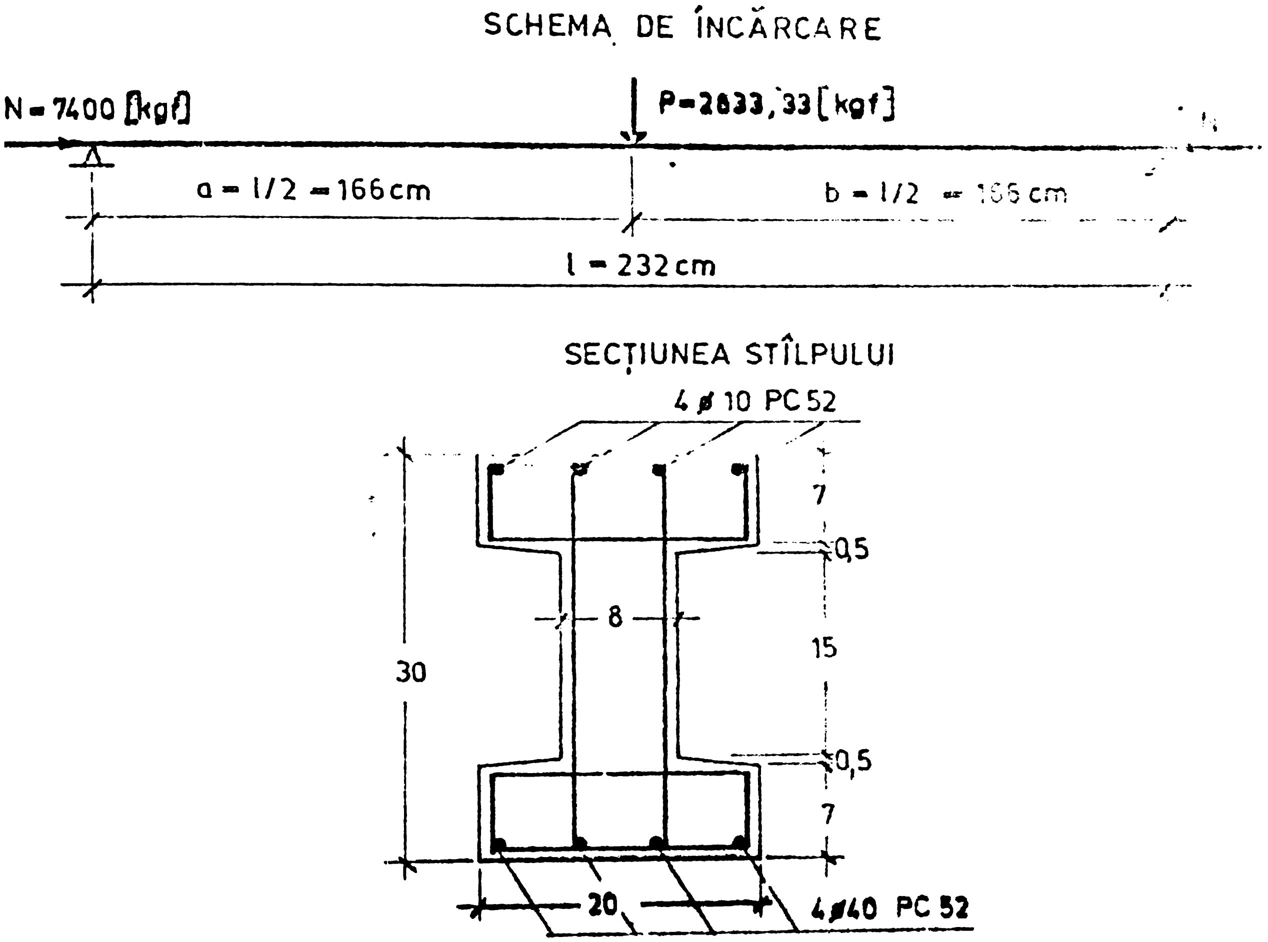


Fig.VII.3.

$EI_x = K_x$ calculat cu relaţia VII.28b : $1,6407655.10^{10}$ kgf.cm .
$EI_y = K_y$ calculat cu relaţia VII.39b : $1,4698468.10^{9}$ kgf.cm .
Calculul săgeţii în planul x, respectiv y, s-a făcut la mijlocul deschiderii (l/2), cu relaţia :

$$v = \frac{Pl^3}{EI(2u)^3}\left[\frac{\sin kb\ \sin kx}{\sin 2u} - \frac{kb\ kx}{2u}\right]$$

în care : $k = \sqrt{\frac{N}{EI}}$

$$u = \frac{K \cdot l}{2}$$

In urma calculelor a rezultat :
$v_x = 0,04499386$ cm
$v_y = 0,51543907$ cm

$$f_o = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 0,51739915 \text{ cm}$$

Săgeata măsurată experimental : $f_o^{exp} = 0,44$ cm.

Concluzia ce rezultă este că relațiile de calcul (VII.28.b) VII.39.b) conduc la rezultate teoretice corecte, avînd valabi- te.

CAP.VIII. CONCLUZII ŞI MOD DE VALORIFICARE A REZULTATELOR CERCETĂRII

1. Calculul la starea limită de rezistenţă, pentru stîlpii din beton armat, de secţiune dublu T, solicitaţi excentric oblic, se poate conduce în două moduri :

- primul, care s-ar numi "metoda exactă", sau metoda axei neutre înclinate ;

- al doilea, care constă în utilizarea metodelor aproximative, [relaţia lui Nikitin, apoi relaţia (II.24) propusă în Proiectul de standard 10107/0-84 şi, în fine, aplicarea ipotezelor generale de la compresiunea excentrică pe o direcţie, cu luarea în considerare a următoarei condiţii suplimentare : punctele de aplicaţie, a forţei N, a rezultantei eforturilor din zona comprimată a secţiunii şi a rezultantei eforturilor de întindere din armătura A_a, trebuie să fie coliniare].

2. Referitor la "metoda exactă, se subliniază că fenomenul este prins în calcul în mod raţional, ipotezele de lucru considerate, (în stadiul III), apropiind cel mai mult calculul, de comportarea reală a elementului.

Capitolul IV al prezentei lucrări, intitulat : "Contribuţii cu privire la calculul la starea limită de rezistenţă, a elementelor din beton armat, solicitate la compresiune excentrică oblică, utilizînd metoda axei neutre înclinate", rezolvă "metoda exactă" de calcul pentru secţiunea dreptunghiulară, iar pentru secţiuni în formă de dublu T, expune o metodă practică de rezolvare, utilizînd, datorită complicaţiilor pe care secţiunea dublu-T le aduce, şi unele ipoteze suplimentare, întrucît la ora actuală, pentru secţiuni de formă oarecare, metoda axei neutre înclinate este tratată numai la nivel de principiu.

Din studiile prezentate în lucrare, rezultă că, "metoda exactă", aplicată la secţiuni dublu T, este laborioasă. De aceea, în proiectare se recomandă utilizarea unor metode aproximative.

3. Metodele aproximative, pe care lucrarea le analizează în detaliu sînt :

- relația lui Nikitin ;
- relația (II.24) propusă de Proiectul standard 10107/0-84.

Analizînd comparativ aceste două metode aproximative, rezultă următoarele :

- combinațiile N_u, M_{x_u}, M_{y_u}, care produc cedarea secțiunii, reprezintă puncte notate cu B, situate pe suprafața de interacțiune din fig. VIII.1 :

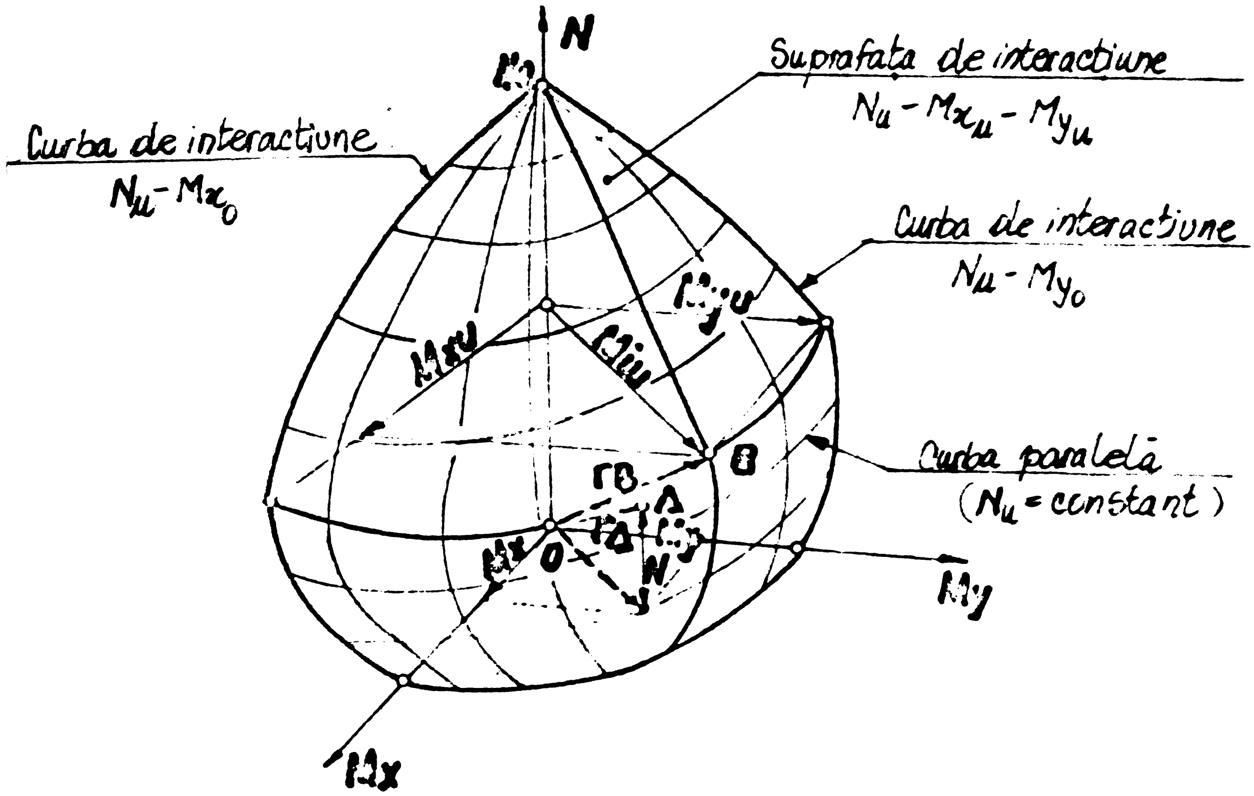


Fig. VIII.1

Secțiunea de beton armat poate suporta orice combinație de eforturi N, M_x, M_y, care corespund unui punct A situat fie pe suprafața de interacțiune (în care caz punctul A coincide cu punctul B), fie în interiorul acestei suprafețe (în cazul în care capacitatea portantă este mai mare decît solicitarea exterioară). Această condiție se exprimă analitic astfel :

$$|\bar{r}_A| = \sqrt{N^2 + M_x^2 + M_y^2} \leq |\bar{r}_B| = \sqrt{N_u^2 + M_{x_u}^2 + M_{y_u}^2};$$

- relaţia lui Nikitin consideră o creştere proporţională a eforturilor N, M_x şi M_y. Punctul B reprezintă intersecţia dreptei OA cu suprafaţa de interacţiune (fig.VIII.2).

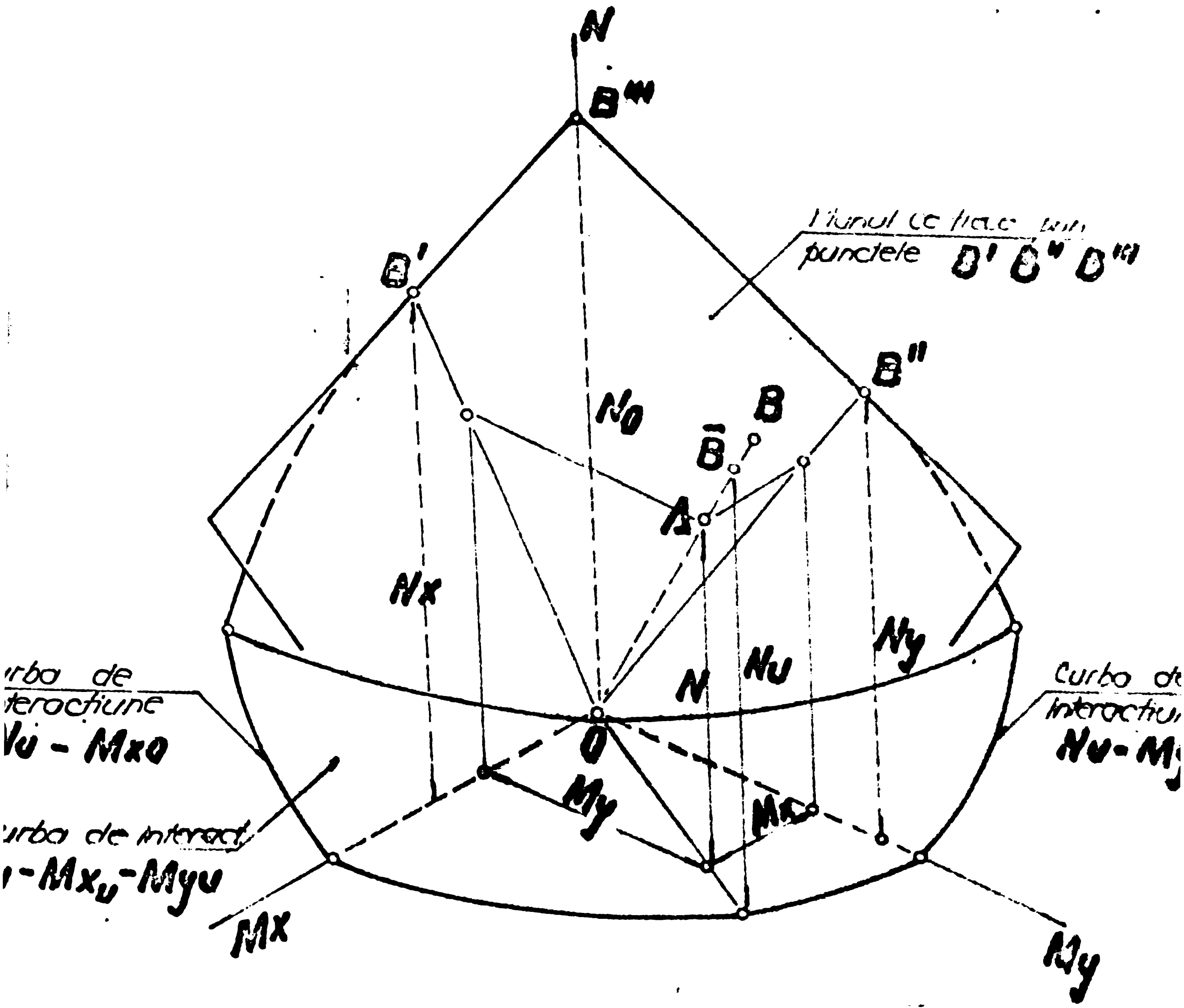


Fig.VIII.2.

Relaţia lui Nikitin este acoperitoare numai dacă punctul $\bar{B}$ este în interiorul suprafeţei de interacţiune, deci atunci cînd dreapta OA intersectează planul B' B" B"' înainte de a intersecta suprafaţa de interacţiune. Ori de cîte ori acest lucru nu este respectat, relaţia este descoperitoare :

După cum rezultă din diagrama variaţiei exponentului β în funcţie de variaţia factorului de compresiune n (fig.V.19), relaţia lui Nikitin este descoperitoare pentru valori ale factorului de compresiune n, cuprinse între 0,2 şi 0,5, care sînt tocmai valorile frecvente din practica construcţiilor.

Totuşi, practica proiectării a arătat însă o rezervă a capacităţii portante, neapărînd situaţii critice la construcţiile executate.

Observaţiile făcute asupra comportării stîlpilor, în timpul seismului din 4 martie 1977, cît şi observaţii similare asupra cutremurelor din alte ţări, au concluzionat că, stîlpii trebuie să fie puternici în raport cu riglele, că ordinea de apariţie a articulaţiilor plastice trebuie să înceapă cu riglele. Acest lucru se poate obţine, asigurînd stîlpilor, prin calculul la starea limită de rezistenţă o oarecare rezervă de rezistenţă şi, împreună cu o armare transversală corespunzătoare, ductilitatea necesară.

Din compararea valorilor teoretice calculate cu formula lui Nikitin şi valorile obţinute experimental, pentru stîlpii încercaţi, rezultă (tab.VI.7) :

- la stîlpii solicitaţi la compresiune excentrică oblică cu mică excentricitate, diferenţa dintre valoarea forţei de rupere obţinută experimental şi valoarea forţei calculată teoretic, este descoperitoare , media diferenţelor fiind - 10%, iar în cazul compresiunii excentrice oblice cu mare excentricitate diferenţa dintre valoarea forţei de rupere obţinută experimental şi valoarea forţei calculată teoretic este acoperitoare, media diferenţelor fiind +9%.

Se relieféază că, concluziile desprinse din analiza rezultatelor experimentale, în cazul compresiunii excentrice oblice, cu mare excentricitate, nu confirmă studiile teoretice efectuate de unii autori[32],[38],[94], fapt ce ar explica comportarea stîlpilor proiectaţi cu relaţia lui Nikitin şi executaţi pînă în prezent. Din aceste considerente, lucrarea de doctorat abordează în cap.III, calculul secţiunilor dublu T, pe baza relaţiei lui Nikitin, la compresiune excentrică oblică, punînd în final la dispoziţia proiectanţilor, relaţii şi posibilităţi practice, (tabele ori abace de calcul, obţinute cu ajutorul calculatorului electronic), de verificare a unor secţiuni alese/impuse.

In plus, la ora actuală, relaţia lui Nikitin, exceptînd metoda exactă, permite stabilirea cu uşurinţă a forţei teoretice de rupere, care, în urma încercărilor de laborator, se poate compara cu forţa de rupere obţinută experimental.

Din cele prezentate, precum şi din analiza discuţiilor purtate pe această temă în literatura de specialitate, rezultă că nu există o unanimitate de păreri, privind modul de calcul al stîlpilor din beton armat, de formă oarecare, solicitaţi la compresiune ecentrică oblică, exceptînd secţiunea de formă dreptunghiulară, pentru care,"metoda exactă" (a axei neutre înclinate), permite efectuarea unui calcul exact.

Pentru a găsi o metodă generală de calcul, care să permită verificarea secţiunilor de formă oarecare, unele norme naţionale [31],[35], [110] cît şi Proiectul de standard 10107/0-84, introduc ca metodă de calcul, curba de interacţiune N, M_x, M_y.

- al doilea procedeu, prevăzut în Proiectul de standard 10107/0-84, care face obiectul cap.V al prezentei lucrări, consideră că momentele M_x şi M_y pot creşte în timp ce forţa axială N rămîne constantă (situaţie care apare în cazul cînd se ia în considerare şi acţiunea seismului. In această situaţie, punctul B se deplasează pe curba paralelă N=constant a suprafeţei de interacţiune fig.VIII.3.

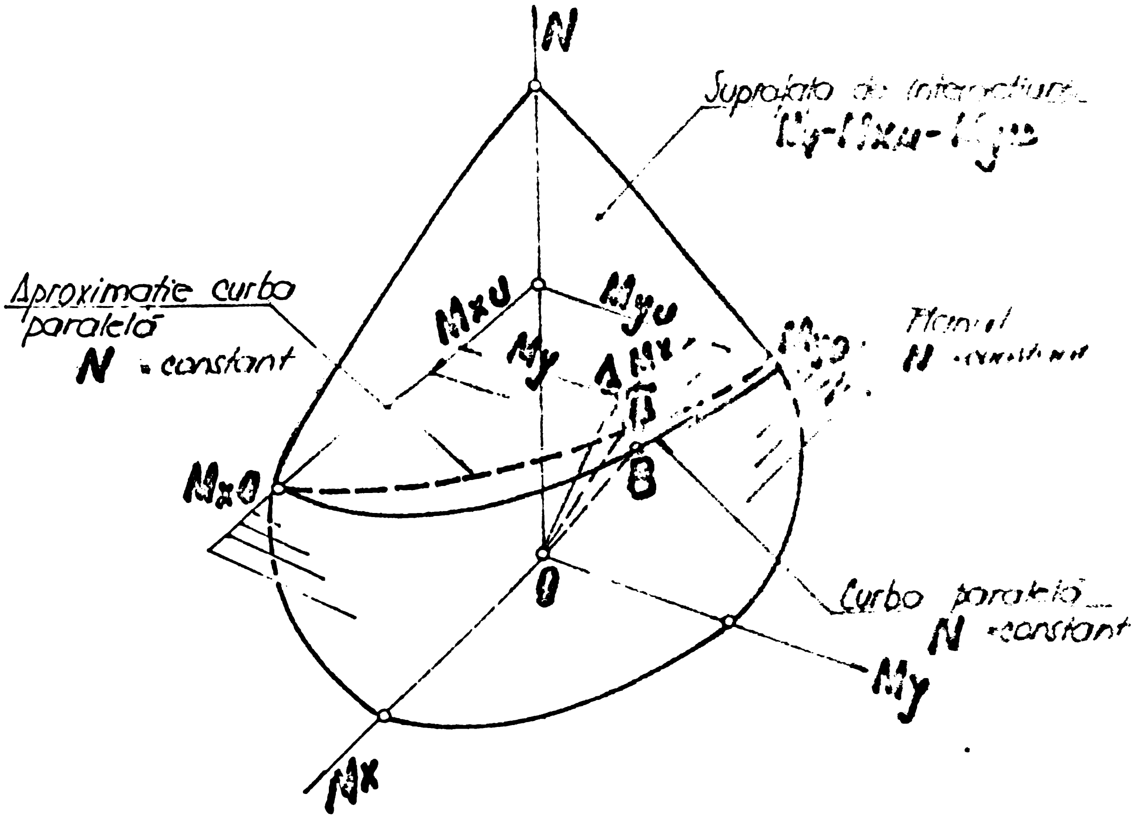


Fig.VIII.3.

Dacă se aproximează curba paralelă N_u=N a suprafeţei de interacţiune prin curba :

$$\left(\frac{M_{xu}}{M_{x_0}}\right)^{\beta} + \left(\frac{M_{yu}}{M_{y_0}}\right)^{\beta} = 1 \qquad \text{(VIII.1)}$$

în care M_{x_o} şi M_{y_o} reprezintă momentele încovoietoare capabile ale secţiunii, comprimate excentric cu forţa axială N, după direcţiile principale x, respectiv y, se remarcă că relaţia VIII.1 poate lua în considerare orice variaţie a eforturilor M_x şi M_y, sau, altfel spus, a oricărui punct $\bar{B}$ de pe curba VIII.1 şi că relaţia VIII.1 este acoperitoare atît timp cît punctul $\bar{B}$ este în interiorul curbei paralele a suprafeţei de interacţiune.

Dacă valoarea lui β este astfel aleasă încît curba VIII.1 este totdauna în interiorul curbei paralele, relaţia este totdeauna acoperitoare.

Lucrarea, în cap.V, rezolvă în detaliu, calculul la C.E.O. al stîlpilor cu secţiunea dublu T, stabilind ecuaţiile curbelor de interacţiune, în funcţie de poziţia axei neutre.

Rezolvînd ecuaţiile curbelor de interacţiune, cu ajutorul calculatorului electronic, pentru valorile întîlnite curent, în practica proiectării ale parametrilor, proiectanţii beneficiază de tabele ori abace de calcul, cu care se poate face expeditiv, verificarea secţiunilor dublu T, alese/impuse iniţial.

Aspectele comune ale celor două procedee aproximative analizate în lucrare sînt următoarele :

a. Ambele metode reprezintă metode nu de dimensionare a secţiunilor, ci de verificare a unei secţiuni aleasă iniţial de către proiectanţi.

Pentru uşurinţa verificărilor, în literatura de specialitate se află numeroase tabele, abace şi programe de calcul automat, din care rezultă rapid eforturile capabile ale unor secţiuni dreptunghiulare date, urmînd ca proiectantul să aleagă secţiunea în funcţie de combinaţiile N, M_x şi M_y, rezultate din calculul static al structurii. Astfel sînt, de exemplu tabelele din [17], [103], [106] , bazate pe relaţia lui Nikitin, iar tabelele din [96] şi anexa A la [95] bazate pe relaţia VIII.1 ;

b. Precizia ambelor metode de proiectare este dată de gradul de aproximare a punctului B prin punctul $\bar{B}$ (vezi fig.VIII.1 la 3) ;

c. Ambele metode se bazează pe eforturile capabile ale secţiunii comprimate excentric după direcţiile principale ;

d. Neglijarea armăturilor intermediare la evaluarea acestor eforturi capabile pe direcţiile principale, conduce, în ambele procedee, la subevaluări ale capacităţii portante.

Cît priveşte diferenţierea existentă dintre cele două procedee, aceasta se pune în evidenţă prin :

a. Precizia relaţiei lui Nikitin, depinde de coordonatele punctului A şi de forma curbelor de interacţiune N-M la compresiune excentrică după fiecare din direcţiile principale ale secţiunii (fig. VIII.2). Din studiile teoretice rezultă că dacă dreapta OA intersectează planul B' B" B'" după ce a intersectat suprafaţa de interacţiune $N_{cap}=M_{x_{cap}}-M_{y_{cap}}$, relaţia este descoperitoare. Neglijarea armăturii intermediare la evaluarea lui M_x şi M_y poate să nu elimine întotdeauna această situaţie.

Precizia formulei de proiectare VIII.1, depinde de valoarea exponentului β. Această valoare poate fi aleasă astfel încît relaţia VIII.1 să fie totdeauna acoperitoare, indiferent de distribuţia armăturii pe secţiune. Neglijarea armăturii intermediare la evaluarea lui $M_{x_{cap}}$ şi $M_{y_{cap}}$ sporeşte gradul de acoperire al relaţiei VIII.1 ;

b. Din maniera în care se consideră că pot creşte eforturile pe secţiune, sau cu alte cuvinte, din maniera în care se alege poziţia punctului A faţă de punctul B din fig.VIII.1, rezultă că relaţia lui Nikitin este adecvată unor supraîncărcări de tip gravitaţional, în timp ce formula de proiectare VIII.1 este mai adecvată supraîncărcărilor de tip seismic ;

c. In timp ce precizia calculului cu relaţia lui Nikitin, nu poate fi îmbunătăţită, calculul cu relaţia VIII.1 poate fi în continuare îmbunătăţit, prin valori tot mai adecvate ale exponentului β, obţinute atît în urma studiilor teoretice, cît şi a confirmării acestora prin programe experimentale, care la această dată lipsesc.

Din aceste considerente, normele noastre, prin Proiectul de standard 10107/0-87, înlocuiesc relaţia lui Nikitin, prin utilizarea curbelor de interacţiune.

4. In urma discuţiilor avute la Institutul de Construcţii Bucureşti, pe tema compresiunii excentrice oblice, s-au făcut următoarele propuneri, care pe baza relaţiei VIII.1, să permită şi dimensionarea secţiunilor, eliminîndu-se astfel acest neajuns al metodei utilizării curbei de interacţiune $N-M_x-M_y$:

a. In cazul în care armătura se determină dintr-un calcul la compresiune excentrică oblică, varianta optimă rezultă dintr-un calcul de optimizare.

Dacă se notează $\frac{M_x}{M_{x\,cap}} = K_x$ şi $\frac{M_y}{M_{y\,cap}} = K_y$, relaţia VIII.1 devine $(K_x)^\beta + (K_y)^\beta = 1$ (VIII.1.a). Soluţia optimă ar fi cînd $(K_x)^\beta = 0{,}5 = (K_y)^\beta$ ← $(0{,}5+0{,}5=1)$;

b. In cazul în care A_{a_x} este dat, se poate calcula $M_{x\,cap}$, iar din calculul static se cunoaşte M_x. Rezultă deci cunoscut K_x. Valoarea lui K_y se poate scoate dintr-un tabel în care în funcţie de β şi de K_x să fie date valorile lui K_y (şi chiar valorile optime) ;

c. La oblicitate mică după o direcţie, armătura după laturile perpendiculare pe acea direcţie va fi mică, (dar nu cea corespunzătoare procentului minim). In această situaţie această armătură se cunoaşte, rezultînd din considerente constructive de exemplu, situaţia reducîndu-se în acest caz la situaţia prezentată la cazul b ;

5. Pentru secţiuni de formă oarecare, normele noastre [94] prevăd un procedeu general, tratat însă numai la nivel de principiu, care se bazează pe ipotezele generale de la compresiune excentrică pe o direcţie, cu respectarea condiţiei de coliniaritate între punctul de aplicaţie a forţei N, a rezultantei eforturilor din zona comprimată a secţiunii şi a rezultantei eforturilor de întindere din armătura A_a. Acest procedeu aproximativ, ca şi "metoda exactă" are dezavantajul de a fi laborios şi în proiectare nu se utilizează.

6. Calculul cu metoda axei neutre înclinate aşa numita "metodă exactă", este superioară metodelor aproximative, atît prin conducerea calculului în stadiul III, de rupere, cu ipotezele admise în concordanţă cu stadiul III, cît şi prin prinderea în calcule, în mod raţional, a fenomenului analizat.

Insă nici "metoda exactă" nu permite dimensionarea secţiunii, ci permite numai verificarea unor secţiuni alese sau impuse iniţial de proiectant.

La ora actuală, metoda este laborioasă, aplicată secţiunilor dublu T, proiectarea utilizînd relaţia lui Nikitin.

7. O altă problemă studiată în lucrare, în cap.VII, este starea limită de deformaţie.

In urma studiilor teoretice întreprinse, se pun la îndemîna proiectanţilor, relaţiile de calcul al modulului de rigiditate, atît în planul x, cît şi în planul y, pentru secţiuni dublu T, solicitate excentric cu mare excentricitate.

Modulii de rigiditate, permit calculul săgeţilor din cele două planuri, săgeata rezultantă fiind dată apoi de relaţia : $f_0 = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$

Studiile teoretice au fost verificate de studii experimentale întreprinse, rezultînd concluzia valabilităţii studiilor teoretice.

8. Lucrarea are un bogat şi variat program experimental, tratat în cap.VI, în care unele probleme studiate experimental au caracter de noutate, cum ar fi, stabilirea legii de variaţie a momentului încovoietor oblic, sub forţa axială constantă, în funcţie de înclinarea planului său de acţiune, variaţia exponentului β în funcţie de factorul de compresiune n, determinarea deformaţiei maxime, a celei mai comprimate fibre de beton, pentru secţiuni în formă de dublu T.

9. Lucrarea reprezintă sinteza studiilor teoretice, bazate pe o vastă bibliografie şi a celor experimentale, existente pe plan mondial şi în ţară, precum şi o serie de studii teoretice şi experimentale proprii, referitoare la comportarea elementelor din beton armat, de secţiune dublu T, solicitate la compresiune excentrică oblică, care în prezent sînt aproape inexistente.

10. Cele de mai sus scot în evidenţă caracterul de noutate al temei, constituind un început în domeniul studiat şi o bază de plecare pentru alte noi studii şi cercetări.

11. Studiile teoretice şi experimentale întreprinse s-au desfăşurat pe o perioadă de 7 ani, pe baza a trei contracte de cercetare ştiinţifică, încheiate cu INCERC-Bucureşti şi cu ICCPDC-Bucureşti şi au fost valorificate prin utilizarea lor la revizuirea normelor de calcul din ţară, precum şi prin diferite publicaţii de specialitate [18], [19], [34], [45], [46], [47], [48], [49], [109], prin care se pun la dispoziţia proiectanţilor, formule, programe şi abace de calcul pentru secţiuni dublu T, solicitate la compresiune excentrică oblică.

BIBLIOGRAFIE

1. Aas-Jakobsen, A., Biaxial eccentricities in ultimate load design, Journal of the American Concrete Institute, March, 1964.

2. Abdel-Sayed, S., I., Gardner, N., J., Design of symmetric square slender reinforced concrete columns under biaxially eccentric loads, Reinforced concrete columns, SP-50, American Concrete Institute, Detroit, 1975.

3. Abolitz, Lev Arieh, Short and long columns under uniaxial and biaxial flexure, Journal of the American Concrete Institute, Junie, 1968.

4. A.C.I. - Standard Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71). American Concrete Institute, Detroit, 1971.

5. Agent, R., Asupra calculului stîlpilor de beton armat la compresiune excentrică, Revista Construcţii nr.2, 1971.

6. Agent, R., Propuneri privind îmbunătăţirea prescripţiilor referitoare la calculul stîlpilor din beton armat flexibili, supuşi la compresiune excentrică, A V-a Conferinţă de betoane, Timişoara, 1972, vol.II, pg. 355-365.

7. Agent, R., Bănuţ, V., Calculul structurilor din beton armat cu stîlpi zvelţi, Editura Tehnică, 1979.

8. Agent, R., Crainic, L., Bănuţ, U., Indrumător pentru calculul structurilor de hale industriale alcătuite cu stîlpi zvelţi din beton armat, Colecţia de normative nr.155/1977, Bucureşti, 1977.

9. Agent, R., Calculul simplificat al deformaţiilor de încovoiere ale grinzilor din beton armat, Revista Construcţii, nr.2, 1973.

10. Avram, C., Aplicarea principiilor de calcul probabilist şi semiprobabilist la proiectarea elementelor din beton, beton armat şi precomprimat, Raport general, A V-a Conferinţă de betoane, Timişoara, 1972, vol.V, pg.1-55.

11. Avram, C., Betonul armat. Proiectarea şi dimensionarea secţiunilor, Editura Tehnică, Bucureşti, 1952.

12. Avram, C., Curs de beton armat, cap.VIII,.IX, Timişoara, 1971.

13. Avram, C., Pop, A., Dimensionarea economică a betonului armat. Compresiune excentrică oblică, Revista Construcţii, nr.2, 1975.

14. Avram, C., Filimon, I., Curs de beton armat, vol.II, Litografia I.P.T., Timişoara, 1976.

15. Avram, C., Filimon, I., Manual pentru calculul construcţiilor, vol.II, secţiunea XV, Bucureşti, Editura Tehnică, 1980.

16. Avram, C., Făcăoaru, I., Filimon, I., Mîrşu, O., Tertea, I., Rezistenţele şi deformaţiile betonului, Bucureşti, Editura Tehnică, 1971.

17. Avram, C., Deutsch I., Pop, A., Weiss, B., Proiectarea economică a elementelor de construcţii din beton armat, Editura Facla, Timişoara 1979.

18. Avram, C., Deutsch,I., Irhaşiu, A., Calculul la starea limită de rezistenţă a stîlpilor din beton armat, de secţiune dublu T, solicitaţi la compresiune excentrică oblică, Conferinţa a XI-a de betoane, Timişoara, 1982.

19. Avram, C., Filimon, I., Deutsch, I., Irhaşiu, A., Optimizarea calculului şi dimensionării armăturilor la elementele de beton armat, solicitate la compresiune excentrică oblică, Simpozionul Structuri economice de construcţii, Hunedoara. 1979, vol.I, pg.67-76.

20. Baikov, V., Sigalov, E., Jelezobetonnie konstrucţii, Moskova, Stroizozdat, 1978.

21. Borobia, R., Castellon, J., Steiner, A., Un Estudio Analitico de los Diagramas de Interaccion para los Miembros de Concreto Armado Sometidos a Flexocompresion, Universidad de Venezuela, Caracas, 1967.

22. Bresler, B., Design criteria for reinforced concrete columns under axial load and biaxial bending, Journal of the American Concrete Institute, nov., 1960.

23. Cabré, M., F., Cálculo de secciones de hormigón armado, sometidas a solicitaciones normales, en el estado límite último, Monografias del Instituto Eduardo Toroja, Madrid, 1972.

24. CAER, Recomandări de standardizare. Norme de proiectare pentru elementele de construcţii din beton şi beton armat (R.S119-64), Bucureşti, Buletinul CSCAS nr.10-11,1967.

25. CEB-FIP. Recomandations internationales pour le calcul et l'éxecution des ouvrages en beton. Principes et recomandations. Ed.II, Cement and Concrete Association, Londra, iunie, 1970.

26. CEB-Manual, Design of sections under axial action effects at the ultimate limit state, Buletin d'information, nr.135, april, 1980.

27. Centre Sientifique et Tehnique du Batiment, Regles pour le calcul et l'exécution des constructions en béton armé, Paris, 1960.

28. Cistiakov, E., A., Nesuşciaia sposobnosti ghibkih vneţentrenno sjatîh jeleзobetonnîh koloh, Beton i jelezobeton, nr.2 1960.

29. Cistiakov, E., A., Belikov, V., A., Izghib i vnetentrennoe sjatie karotkih i ghibkih elèmentov, Beton i jelezobeton, nr.7, 1970.

30. Cismigiu, A., Forţe.Materiale.Structuri, Revista Arhitectura, nr.(3+4), 1972.

31. Code-Modele CEB-FIP pour les structures en beton, CEB-FIP,1978.

32. Constantinescu, D., Rosentic, V., Neacşu, M., Aspecte privind proiectarea secţiunilor dreptunghiulare de beton armat la compresiune excentrică oblică, Revista Construcţii, nr.1, 1984.

33. Deutsch, I., Optimizarea calculului şi dimensionării armăturilor la elementele de beton armat solicitate la compresiune excentrică oblică, Buletinul ştiinţific şi tehnic al IPT, Fascicola 2, 1978.

34. Deutsch, I., Irhaşiu, A., Studiu teoretic şi experimental al rigidităţii elementelor de beton armat solicitate la încovoiere dreaptă, Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P.T., Fascicola 2, 1977.

35. Deutsch, I., Izverciaru, Monica, Studiu teoretic privind calculul la starea limită de deschidere a fisurilor la elementele de beton armat de secţiune dublu T, solicitate la compresiune excentrică oblică, Buletinul ştiinţific şi tehnic al IPT, Fascicola 1,1981.

36. DIN 1045 Beton und Stahlbetonbau. Bemessung und Ausführung, Beuth-Vertrieb, GmH, Berlin ian.1972.

37. DIN 4224 Bemessung im Beton und Stahlbetonbau. Entwuef, Fassung März, 1968, Beuth-Vertrieb GmH, Berlin, 1968.

38. Dumitrescu, D., Agent, R., Nicula, I., Găină, N., Popăescu, A., Weissenberg, M., Lissai, F., Stănescu, A., Indrumător pentru proiectarea şi calculul construcţiilor din beton, beton armat şi beton precomprimat, Bucureşti, Editura Tehnică, 1978.

39. Dumitrescu, D., Nicula, I., Wintze, A., Beton armat, Litografia I.C.Bucureşti, 1974.

40. Duţulescu, E., Dimensionarea secţiunilor din beton armat la încovoiere cu forţă axială, Bucureşti, Revista construcţii, nr.2, 1976.

41. Ferry-Borges, J., Castanheta, M., Siguranţa structurilor, Bucureşti, Editura Tehnică, 1974.

42. Filimon, I., Aspecte [illegible] armat, Buletinul ştiinţific şi tehnic al IPT, Fascicola 1-2, 1983.

43. Filimon, I., Curs de beton armat, vol.I, Litografia Institutului Politehnic, Timişoara, 1971.

44. Filimon, I., Deutsch, I., Curs de beton armat, vol.II, Litografia Institutului Politehnic, Timişoara, 1979.

45. Filimon, I., Deutsch, I., Irhaşiu, A., Calculul elementelor de beton armat de secţiune I solicitate la compresiune excentrică oblică, pe baza formulei lui Nikitin, Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P.T., Fascicola 2, 1979.

46. Filimon, I., Deutsch, I., Irhagiu, A., Aspecte ale dimensionării elementelor de beton armat, solicitate la compresiune excentrică cu mică excentricitate, Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P.T., Fascicola 2, 1977.

47. Filimon, I., Deutsch I., Irhagiu, A., Procedee de verificare şi dimensionare a stîlpilor de beton armat de secţiune dublu T, comprimaţi excentric, utilizînd abace de calcul, Buletinul ştiinţific şi tehnic al IPT, Fascicola 1,1981.

48. Filimon, I., Deutsch, I., Irhagiu, A., Izvercianu, Monica, Studii experimentale privind comportarea elementelor de beton armat de secţiune dublu T solicitate la compresiune excentrică oblică, Buletinul ştiinţific şi tehnic al IPT, Fascicola 2, 1980.

49. Filimon, I., Deutsch, I., Irhagiu, A., Izvercianu, Monica, Calculul capacităţii portante a elementelor din beton armat, solicitate la compresiune excentrică oblică, cu metoda axei neutre înclinate, Sesiunea ştiinţifică a I.P.Cluj-Napoca, 1978, Construcţii I, pg.158-164.

50. Filimon, I., Deutsch, I., Irhagiu, A., Izvercianu, Monica, Studiu teoretic privind capacitatea portantă a elementelor din beton armat solicitate la compresiune excentrică oblică, cu metoda axei neutre înclinate, Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P.T., Fascicola 1, 1979.

51. Friedrich, R., Diagrame de interacţiune m-n pentru secţiuni dreptunghiulare, Buletinul ştiinţific şi tehnic al IPT, Fascicola 2, 1981.

52. Friedrich, R., Exemple de diagrame de interacţiune m-n, Buletinul ştiinţific şi tehnic al IPT, Fascicola 1-2, 1983.

53. Gouwens, A., J., Biaxial bending simplified, Reinforced concrete columns, publication SP-50, American Concrete Institute, Detroit, 1975.

54. Grasser, E., Linse, D., Dourutige Diagramme für die Bemessung von Stahlbeton-Rechteckquerschnitten bei schiefer Biegung auf der Grundlage von DIN 1045 E, Beton und Stahlbetonbau, nr.4, 1970.

55. Grasser, E., Linse, D., Bemessungstafeln für Stahlbetonquerschnitte auf der Grundlage der neuen DIN 1045, Werner-Verlag, Düsseldorf, 1972.

56. Heimdahl, P., D., Bianchi, A., G., Ultimate strength of biaxially eccentrically loaded concrete columns reinforced with high strength steel, Reinforced concrete columns, publications SP-50, American Concrete Institute, Detroit, 1975.

57. Iosub, I., C., Dimensionarea optimă folosind calculatorul electronic al secţiunilor de beton armat solicitate la compresiune excentrică oblică, Conferinţa a V-a de betoane, Timişoara, 1972.

58. Jalil, W., Morisset, A., Perchat, J., Calcul de beton armé a l'état-limite ultime, Editions Eyrolles, Paris, 1976.

59. Keintzel, E., Dimensionarea secţiunilor dreptunghiulare de beton armat, cu armătură simetrică, solicitate la compresiune excentrică oblică, Revista Construcţii, nr.2, 1964.

60. Keintzel, E., Calculul static de ordinul II al cadrelor etajate, prin metoda Kani, Revista Construcţii, nr.2, 1976.

61. Kessler, G., Diagrame de interacţiune pentru calculul secţiunilor dreptunghiulare din beton armat, Revista Construcţii, nr.2, 1976.

62. Kordina, K., Rafla, K., Hjorth, O., Traglast von Stahlbetondrukliedern unter schiefer Biegung mit Achsdruk, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 256, 1976.

63. Langendonck, T., V., Flexao composta obliqua no concreto armando, Associacao Brasileira de Cimento Portland, Sao Paulo, Brasil, 1977.

64. Manual pentru calculul construcţiilor, Editura Tehnică, 1977.

65. Manuel de calcul "Flexion-compression", Paris, CEB, Bul.d'Inf., nr.75-76, 1971.

66. Martin, I., Olivieri, E., Tests of slender reinforced concrete columns bent in double curvature, symposium on reinforced concrete columns, S.P.-13, American Concrete Institute, Detroit, 1966.

BUPT

67. Mihul, A., Construcţii de beton armat, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1969.

68. Miu, I., Metode noi pentru calculul secţiunilor solicitate excentric, Bucureşti, Editura Tehnică, 1956.

69. Mîrşu, O., Structuri din beton armat, Litografia I.P.T., 1966.

70. Mîrşu, O., Friedrich, R., Construcţii din beton armat, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1980.

71. Mîrşu, O., ş.a., Construcţii din beton armat. Elemente de proiectare a halelor industriale parter prefabricate, Litografia I.P.Timişoara, 1982.

72. Munteanu, E., Precizări necesare în legătură cu capacitatea portantă a elementelor de beton armat solicitate la compresiune excentrică oblică, Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P.T., Fascicola 2, 1972.

73. Mylonas, G., Working stress column design using interaction diagrams, Journal of the American Concrete Institute, August, 1967.

74. Nicolau, V., Betonul armat, Bucureşti, Editura tehnică, 1962.

75. Nicula, I., ş.a., Ghid practic pentru calculul elementelor de beton, beton armat şi beton precomprimat, Editura tehnică, Bucureşti, 1971.

76. Normativ pentru proiectarea antiseismică a construcţiilor de locuinţe social-culturale, agrozootehnice şi industriale P 100-81.

77. Pannel, F., N., Failure surfaces for members in compression and biaxial bending, Journal of the American Concrete Institute, Januarie, 1963.

78. Pannel, F., N., The design of biaxially loaded column by ultimate load methods, Magazine of Concrete, Research, Julie, 1960.

79. Park, R., Paulay, T., Reinforced concrete structures, John Wiley and Sons, 1975.

80. Parme, A., Rectangular columns subjected to biaxial bending, ACI Journal, Proceedings, sept., 1966.

81. Pescaru, I., Le calcul des éléments en béton armé la flexion oblique-biaxiale-et á la compresion excentrique oblique - dans deux directions - par la methode des états limites, Bucureşti, Buletinul ISPE, nr.2, 1971.

82. Ping, Chun Wang, Ultimate strength design tables and curves for reinforced concrete members, Journal of the American Concrete Institute, yanuarie, 1962.

83. Pop, A., Dimensionarea economică a betonului armat. Elemente solicitate la compresiune excentrică dreaptă, Revista Construcţii, nr.11, 1973.

84. Pop, A., Criterii tehnico-economice în proiectarea betonului armat, Teză de doctorat, Timişoara, Inst.Politehnic, 1974.

85. Popescu, H., Elenbogen, M., Parametrii de proiectare pentru betonul armat, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1979.

86. Popescu, H., Probleme ale structurilor de beton armat , Editura Academiei R.S.R., 1977.

87. P-58-70, Normativ de calcul al elementelor de beton armat prin metoda la rupere.

88. Rafla, K., Metodă practică pentru calculul stîlpilor zvelţi, cu secţiune dreptunghiulară, la compresiune excentrică oblică, Der Beuingenieur, nr.11, 1974.

89. Rüsch, H., Researches toward a general flexural theory for structural concrete, journal of the American Conorete Institute, [illegible]

90. SNIP II-21-75, Stroitelnîie normî i pravila. Normî proiektirovannia. Betonnîie i jelezobetonîie Konstruktii, Moskova, 1976.

91. STAS 8000-67, Calculul elementelor din beton, beton armat şi beton precomprimat. Metoda la stări limită, Bucureşti, 1969.

92. STAS 10100/0-75 Principii generale de verificare a siguranţei construcţiilor.

93. STAS 10102-75, Calculul elementelor din beton, beton armat şi beton precomprimat - Prevederi fundamentale pentru calculul şi alcătuirea elementelor, Bucureşti, 1975.

94. STAS 10107/0-76. Construcţii civile şi industriale. Calculul şi alcătuirea elementelor din beton, beton armat şi beton precomprimat, Bucureşti, 1976.

95. STAS 10107/0-84 Proiect de standard. Construcţii civile şi industriale. Calculul şi alcătuirea elementelor din beton, beton armat şi beton precomprimat.

96. Stoicovici, D., Gerb, I., Tabele, abace şi exemple pentru calculul elementelor din beton armat la compresiune excentrică oblică, Editura Tehnică, Bucureşti, 1979.

97. Tannenbaum, M., Viespescu, D., ş.a., Incercarea construcţiilor, Editura tehnică, 1965.

98. Tannenbaum, M., Despre calculul la compresiune excentrică a elementelor de beton armat, A V-a Conferinţă de betoane, Timişoara, 1972.

99. Tertea, I., Oneţ, Tr., Beuran, Marieta, Păcurar, V., Proiectarea betonului armat, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1975.

100. Torianik, M., ş.a., Calculul construcţiilor din beton armat pe baza deformaţiilor complexe, Moscova, 1974.

101. Torianik, M., Kosoe vneţentrennoe sjatie i kosoi izghib v jelezobetonnie, Gosstroizdat, USSR, Kiev, 1961.

102. Wolovits, F., Proiectarea stîlpilor de beton armat solicitaţi la compresiune excentrică oblică, Bucureşti, CSCAS - Redacţia publicaţiilor pentru construcţii, 1972.

103. Wolovits, F., Tabele, abace şi exemple pentru calculul elementelor din beton armat la compresiune excentrică oblică, Editura Tehnică, 1979.

104. Zacopceanu, A., Exemple de calcul pentru dimensionarea secţiunilor de beton armat, Editura tehnică, 1952.

105. Ziaedin, I., Compresiunea excentrică oblică - coeficienţi de calcul pentru dimensionarea secţiunilor dreptunghiulare de beton armat, Revista Construcţii, 1970.

106. Ziaedin, I., Tabele, abace şi exemple pentru calculul elementelor din beton armat la compresiune excentrică oblică, Editura Tehnică, Bucureşti, 1979.

107. Experimentări pe elemente de secţiune dreptunghiulară solicitate la compresiune excentrică oblică. Referat cu concluzii. Faza 2, INCERC Bucureşti, noiembrie,1977.

108. Studiu teoretic, cu precizarea programului experimental de ansamblu. Faza I, Referat I.P.T. şi ICCPDC-Filiala Timişoara, Timişoara 1977.

109. Experimentări pe elemente de secţiune dublu I, solicitate la compresiune excentrică oblică. Faza II. Referat IPT şi ICCPDC-Filiala Timişoara, Timişoara, 1978.

110. CP-110, Code of practice for the structural use of concrete. British Standard Institution, Londra, 1970.