

MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI  
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA"  
TIMISOARA

FACULTATEA DE CONSTRUCTII

Inginer Gheorghe Constantinescu

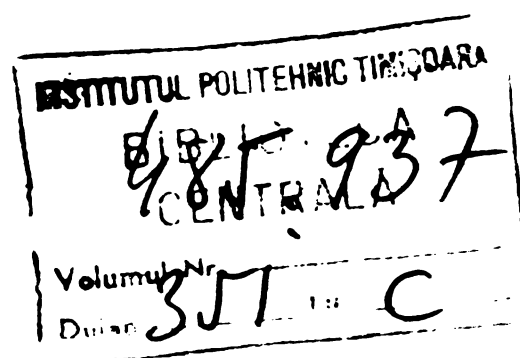
BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

CONTRIBUTII PRIVIND PROTECTIA INSTALATIILOR SUB  
PRESIUNE UTILIZIND EFECTELE AERULUI LIBER

teză de doctorat

CONDUCATOR STIINTIFIC,  
Prof. Emerit Ing. VICTOR GHEORGHIU

T I M I S O A R A  
1 9 8 3



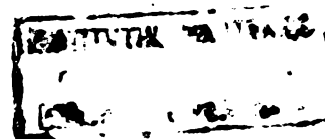


C U P R I N S

	<u>Pag.</u>
CUVINT INTRODUCATIV . . . . .	1
1. CONSIDERATII GENERALE . . . . .	3
1.1. Generalități . . . . .	3
1.2. Stadiul actual de analiză a mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune . . . . .	6
1.3. Privire critică asupra stadiului actual de analiză privind mișcarea nepermanentă în sisteme hidraulice sub presiune la curgere bifazică apă-aer . . . . .	20
2. ASUPRA ECUATIILOR DE MISCARE LA REGIMURI TRANZITORII IN SISTEMELE HIDRAULICE SUB PRESIUNE . . . . .	26
2.1. Considerații generale. Ipoteze . . . . .	26
2.2. Ecuația de mișcare . . . . .	27
2.3. Ecuația de continuitate . . . . .	31
2.4. Forme adimensională a ecuațiilor mișcării . . . . .	36
2.5. Forme ale ecuațiilor de mișcare pentru diferite metode de calcul . . . . .	37
2.6. Probleme condițiilor inițiale . . . . .	41
2.7. Probleme condițiilor la limită . . . . .	42
2.8. Metodele actuale de calcul a mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune . . . . .	44
2.8.1. Considerații generale . . . . .	44
2.8.2. Metode aritmetică . . . . .	45
2.8.3. Metode grafică Schnyder-Bergeron . . . . .	46
2.8.4. Metode undelor fizice . . . . .	47
2.8.5. Metode undelor de calcul . . . . .	47
2.8.6. Metode caracteristicilor . . . . .	48
2.8.7. Metode algebrică . . . . .	50
2.8.8. Metode impedanței . . . . .	50
2.8.9. Metode de diferențe finite Lax-Wendroff . . . . .	51
2.8.10. Metode analitice . . . . .	52
2.9. Folosirea metodei caracteristicilor în stadiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune . . . . .	53

	<u>Pag.</u>
2.9.1. Forma ecuațiilor de mișcare în metoda caracteristicilor . . . . .	53
2.9.2. Ecuațiile caracteristice scrise în diferențe finite . . . . .	55
2.9.3. Metoda caracteristicilor cu specificarea intervalelor de timp . . . . .	66
<b>3. FENOMENUL DE CAVITATIE IN SISTEMELE HIDRAULICE SUB PRESIUNE LA REGIMURI TRANZITORII . . . . .</b>	<b>69</b>
3.1. Considerații generale asupra fenomenului de cavitație în conducte sub presiune . . . . .	69
3.2. Modelul de calcul al cavitației sub formă de bule . . . . .	72
3.3. Modelul de calcul al cavitației cu curgere separată . . . . .	77
3.4. Modelul de calcul al cavitației cu cavitație concentrată . . . . .	82
3.5. Concluzii asupra modelelor de calcul a fenomenului de cavitație . . . . .	85
<b>4. INFLUENTA AERULUI IN STARE LIBERA ASUPRA CELERITATII IN CONDUCTE SUB PRESIUNE . . . . .</b>	<b>91</b>
4.1. Considerații generale . . . . .	91
4.2. Relația de calcul a celerității la curgerea bifazică apă-aer . . . . .	93
4.3. Concluzii . . . . .	104
<b>5. MISCAREA NEPERMANENTA IN SISTEMELE HIDRAULICE SUB PRESIUNE LA CURGEREA BIFAZICA APA-AER. . . . .</b>	<b>108</b>
5.1. Considerații generale . . . . .	108
5.2. Ecuațiile mișcării . . . . .	111
5.3. Folosirea metodei caracteristicilor pentru soluționarea ecuațiilor mișcării . . . . .	116
<b>6. CERCETARI SI REZULTATE EXPERIMENTALE . . . . .</b>	<b>130</b>
6.1. Considerații generale . . . . .	130
6.2. Tehnica de măsurare utilizată . . . . .	132
6.3. Descrierea instalației experimentale . . . . .	136
6.4. Rezultate experimentale . . . . .	142

	<u>pag.</u>
6.4.1. Efectul aerului în stare liberă asupra celerității. . . . .	.142
6.4.2. Efectul aerului asupra desfășurării mișcărilor nepermanente. . . . .	.153
6.4.3. Concluzii asupra rezultatelor teore- tice și experimentale obținute . . . . .	.169
7. CONSIDERATII FINALE SI LIMITELE TEZEI . . . . .	.173
7.1. Asupra efectelor pe care le are prezența aerului în sistemele hidraulice sub presiune . . .	.173
7.2. Aplicații practice ale introducerii aerului în stare liberă în instalațiile hidraulice sub presiune. . . . .	.173
7.3. Caracterul de nouitate al tezei. . . . .	.186
7.4. Recomandări pentru cercetările viitoare . . .	.188
8. LISTA NOTATIILOR . . . . .	.189
9. B I B L I O G R A F I E . . . . .	I



## C U V I N T     I N T R O D U C T I V

Lucrarea a fost elaborată în cadrul laboratorului de hidraulică al Institutului de Cercetări Hidrotehnice din București, unde autorul lucrării a efectuat atât cercetări teoretice cât și experimentale în timpul activității desfășurate în calitate de cercetător științific.

În ansamblu, conținutul lucrării se înscrie pe linia soluționării problemelor puse de necesitățile practice din domeniul actual al sistemelor hidraulice sub presiune și în special al stațiilor de pompare.

Lucrarea este organizată pe șapte capitole în care sînt analizate și puse în evidență aspectele fizice ale mișcărilor nepermanente din sistemele hidraulice sub presiune, atât la curgeri monofazice, fără aer în stare liberă (cap.2), cât și la curgeri bifazice apă-aer (cap.5), ale fenomenului de cavitație care apare în conducte în timpul regimurilor tranzitorii (cap.3), ale influenței aerului în stare liberă asupra mărimii celerității (cap.4), cât și unele aspecte legate de amortizarea mișcării nepermanente atât în cazul curgerii monofazice cât și în cazul curgerii bifazice. Rezultatele obținute sînt prezentate sub formă grafică și parțial sub formă tabelară.

Lucrarea a fost efectuată sub directă și competentă îndrumare a profesorului emerit inginer Victor Gheorghiu, cărui autorul îi mulțumește și pe această cale pentru bogatul bagaj de cunoștințe transmise, pentru exemplul personal, pentru sfaturile și îndemnul primit atât cu ocazia întîlnirilor avute în vederea pregătirii și susținerii examenelor de admitere la doctorat, a referatelor de documentare, cât și pe parcursul elaborării tezei.

Autorul lucrării mulțumește cu acest prilej tuturor celor care au contribuit, într-o formă sau alta, la realizarea lucrării și în special profesorului doctor inginer Mihai Băla pentru încurajarea și sprijinul moral pe care l-a primit cu

ocazia întâlnirilor pe care le-a avut după terminarea facultății ; profesorului doctor inginer Dumitru Cioc pentru indicațiile primite în scurtele discuții avute cu domnia sa, discuții avute pe marginea problemelor prezentate în lucrare ; doctorului inginer Mihail Popescu, șef de colectiv de cercetători din cadrul secției de hidraulică a Institutului de Cercetări Hidrotehnice din București, pentru ajutorul material și moral primit pe tot parcursul efectuării lucrării, pentru primele îndrumări primite în domeniul activității de cercetare științifică și pentru clara sa viziune de ansamblu asupra problemelor puse de tehnică în general ; conferențiarului doctor inginer Arsenie Dumitru pentru ajutorul primit, mai ales în ultima parte a elaborării lucrării și în special prin îndemnurile, indicațiile și sfaturile date în timpul redactării acesteia, pentru ajutorul dat în vederea finalizării și clarificării unor probleme cu care a fost solicitat. Autorul mulțumește, de asemenea, conducerii Institutului de Cercetări Hidrotehnice din București pentru sprijinul material acordat și posibilitățile ce i-au fost create pentru a participa la realizarea programelor de cercetare din domeniul hidraulicii sub presiune ; colectivului E.A.M. din cadrul secției de hidraulică a Institutului de Cercetări Hidrotehnice, precum și colectivului de "Hidraulica sistemelor sub presiune", pentru ajutorul acordat în timpul efectuării măsurătorilor de presiune atât pe instalația experimentală de laborator cât și pe instalațiile de pompă pentru irigații.

Profund recunoscător îi este autorul regretatei conf.dr. inginer Maria Arsenie, rector al Institutului de învățământ Superior din Constanța, sub conducerea, îndemnul și sprijinul căreia, a finalizat și redactat lucrarea de față. Competența și atenta preocupare în formarea științifică a tinerei generații, fac ca memoria omului de știință doctor inginer Maria Arsenie, să fie o prezență permanentă în conștiința autorului, ca fost student și în ultima parte a vieții ca colaborator.

Autorul,

## CAP. I. C O N S I D E R A T I I G E N E R A L E

### 1.1. Generalități

Regimurile nepermanente de mișcare ale lichidelor în sistemele hidraulice sub presiune constituie un caz normal de funcționare a instalațiilor hidraulice. Situații ca reglajul debitelor la uzinele hidroelectrice, manevre de opriri sau porniri ale agregatelor de pompare din sistemele de irigații, alimentări cu apă sau alte domenii hidrotehnice, întreruperea accidentală a alimentării cu energie electrică a diferitelor agregate de pompare etc., reprezintă cazuri dintre cele mai diverse de generare a regimurilor nepermanente.

Ca urmare a acestor mișcări nepermanente, în sistemele hidraulice sub presiune pot apărea suprapresiuni care să întrecă de câteva ori sau zeci de ori presiunea din situația de regim, sau depresiuni pînă la presiunea de vaporizare a lichidului respectiv, avînd influențe negative asupra conductelor, armăturilor, agregatelor de pompare și dispozitivelor sistemului hidraulic respectiv.

De aceea, studierea regimurilor nepermanente de funcționare, constituie de cele mai multe ori o condiție necesară de analiză pentru buna proiectare a unei instalații hidraulice sub presiune și a regimului ei de funcționare.

În consecință, mișcările nepermanente din sistemele hidraulice sub presiune sînt provocate de trecerea de la un regim de funcționare la altul, aceste mișcări mai sînt denumite și mișcări tranzitorii sau regimuri tranzitorii. Deci, regimurile tranzitorii sînt regimurile de funcționare a unei instalații hidraulice între două regimuri stabile.

Transformările energiei cinetice a lichidului în energie de presiune și reciproc, care apar la regimurile tranzitorii sînt influențate în mod diferențiat de tipul mișcării neperma-



nente.

Intr-un regim tranzitoriu mișcarea fluidului poate fi lent sau rapid variabilă, în funcție de caracterul perturbației, de caracteristicile elastice ale fluidului și ale sistemului hidraulic respectiv, precum și de sistemul de protecție adoptat.

Mișcarea este considerată rapid variabilă dacă amplitudinea și frecvența oscilațiilor de presiune, care apar la mișcările tranzitorii sînt mari, efectele elastice ale ansamblului conductă-lichid fiind predominante, transportul de masă neglija-bil și existînd pericolul de a se atinge presiuni negative pînă la presiunea de vaporizare a lichidului. În mod uzual această clasă de mișcare este denumită lovitura de berbec, șoc hidraulic, ciocan de apă, sau mai poate fi denumită mișcare ondula-torie.

Mișcările rapid variabile pot apărea, în general în instala-țiile hidraulice sau pe sectoare de conducte neprotejate con-tre loviturii de berbec și se datoresc perturbațiilor rapide a mișcării lichidului, cît și caracteristicilor elastice ale an-samblului conductă-lichid. În acest caz de mișcare, pentru cal-culul oscilațiilor de presiune se utilizează modelul de fluid compresibil în care se ține seama și de elasticitatea pereților conductei.

Mișcarea lent variabilă a unui lichid într-un sistem hi-draulic sub presiune este caracterizată prin amplitudini și frecvențe relativ mici ale oscilațiilor de presiune, transpor-tul de masă a fluidului putînd fi neglija-bil în unele cazuri, sau luat în considerație în alte cazuri (mișcarea de oscilație în masă). Pentru calculul oscilațiilor de presiune în acest caz de mișcare se poate utiliza ipoteza modelului de fluid in-compresibil sau compresibil, rezultatele obținute fiind prac-tic același indiferent de modelul de fluid adoptat.

Pentru un sistem hidraulic sub presiune se studiază feno-menul de lovitură de berbec sau de oscilație în masă, în func-ție de natura mișcării nepermanente care apare în sistemul res-pectiv.

Studiul mișcării nepermanente în ambele cazuri se face avînd la bază schema curentului unidimensional, luînd în considerare în cele mai multe cazuri compresibilitatea lichidului și elastici-tatea pereților conductelor.

Calcululele au pus în evidență [93] că dacă perioada mișcării oscilatorie,  $T_R$ , dintr-o conductă a unei instalații hidraulice sub presiune, este mai mare decât cinci ori perioada mișcării ondulatorie,  $T_R = 4L/c$  ( $T_L \geq 5 T$ ), pentru calculul oscilațiilor de presiune se poate folosi sistemul de ecuații de oscilație în masă, rezultatele fiind practic aceleași cu cele obținute cu ajutorul ecuațiilor loviturii de berbec.

Fenomenul de lovitură de berbec care poate să apară în sistemele hidraulice sub presiune, constituie un fenomen tranzitoriu de natură ondulatorie cauzat de manevrarea vanelor din sistem, de evacuarea eventualelor pungi de aer care se găsesc în conducte, de spargeri de conducte și de alte cauze, care determină modificări bruște ale condițiilor de limită. Acest fenomen se desfășoară într-un timp relativ scurt, pe traseul întregii rețele de conducte în funcție de particularitățile de funcționare ale acestora, dacă acestea nu sînt prevăzute cu mijloace de protecție contra fenomenului de lovitură de berbec.

Calcululele necesare cunoașterii regimurilor tranzitorii din sistemele hidraulice sub presiune, cît și pentru stabilirea mijloacelor de protecție adecvate contra loviturii de berbec, se fac în ultimul timp pe cale numerică datorită posibilităților de utilizare a calculatoarelor electronice și mai puțin pe cale grafică, analitică sau prin metode aproximative.

Modelele matematice pe baza cărora se obține modul de desfășurare a fenomenului tranzitoriu, sau pentru obținerea soluțiilor de protecție contra loviturii de berbec, comportă unele limitări determinate de dificultățile care apar datorită unor aspecte de ordin fizic care nu pot fi simulate prin calcule.

Unele aspecte de ordin fizic ale fenomenului de lovitură de berbec necesită analize speciale. Astfel, prezența în apă a aerului sau a altor gaze în stare liberă (gazoasă) conduce la modificarea vitezei de propagare a fenomenului de lovitură de berbec în acest amestec bifazic, la modificarea condițiilor de cavitație, asupra presiunilor maxime și minime și în general asupra desfășurării fenomenului tranzitoriu în ansamblu, din sistemele hidraulice sub presiune.

În prezenta lucrare sînt analizate unele aspecte privind desfășurarea mișcării nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune la curgerea bifazică apă-aer.

Dintre acestea sînt prezentate în detaliu acele aspecte legate de influența aerului în stare liberă asupra mărimii vitezei de propagare a undelor de presiune (celeritatea) și implicit asupra desfășurării mișcării nepermanente a curgerii bifazice apă-aer, în situația cînd aerul în stare liberă se află în cantități mici cuprinse în procente de pînă la  $3 \div 5$  % din volumul amestecului, raportat la presiunea atmosferică.

Sînt analizate atît experimental cît și prin calcule aspecte ale amortizării fenomenului de lovitură de berbec datorită prezenței aerului în stare gazoasă și sînt subliniate efectele de reducere a suprapresiunilor și depresiunilor în instalațiile hidraulice sub presiune și dintre acestea, în special la instalațiile de pompare din sistemele de irigații, alimentări cu apă, instalații de pompare ale sistemului de răcire a condensatorilor de la uzinele termoelectrice și în general la instalațiile unde în timpul desfășurării fenomenelor tranzitorii pot apărea presiuni minime joase pînă la presiunea de vaporizare a lichidului.

Un alt aspect analizat este fenomenul de eliberare a aerului dizolvat în apă, fenomen ce are loc la atingerea în instalații a presiunilor joase, sub presiunea de saturație a aerului dizolvat cînd o parte din aer se eliberează din soluție, asupra desfășurării mișcărilor nepermanente din sistemele hidraulice sub presiune.

### 1.2. Stadiul actual de analiză a mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune

În mod curent, studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune se face folosind atît metode exacte de calcul cît și metode aproximative, în funcție de complexitatea și importanța instalației hidraulice ce se analizează.

Metodele exacte se bazează fie pe integrarea directă a ecuațiilor diferențiale ale mișcării nepermanente, utilizînd procedee grafice, numerice sau mixte, fie bazate pe soluții obținute prin rezolvarea analitică a ecuațiilor mișcării.

Pentru studiul curent al mișcării nepermanente a apei în sistemele hidraulice sub presiune se pleacă de la integrarea ecuațiilor diferențiale ale mișcării. Pentru rezolvarea acestor ecuații se fac o serie de ipoteze simplificatoare, printre care

se menționează :

- apa se consideră fără impurități de orice natură ;
- se neglijează degajarea de aer dizolvat în apă când în sistem, se ating presiuni sub presiunea de saturație a aerului în soluție ;

- formarea cavitațiilor în sistemul analiuat se consideră că este concentrată în nodurile de calcul, existînd teorii în care cavitația se consideră distribuită în masa de apă sub formă de bule mici sau sub formă de fișii situate la partea superioară a conductei ;

- pierderile de sarcină longitudinale se consideră ca și în cazul mișcărilor permanente ;

- se neglijează efectul disipativ al fenomenului hidroelastic al ansamblului apă-conductă etc.

Aceste ipoteze simplificatoare conduc la diferențe între calcule și măsurători. Aceste diferențe constau atît în ceea ce privește valorile extreme (maxime și minime) ale presiunilor, a perioadelor de oscilație a presiunilor în timpul desfășurării fenomenului tranzitoriu, cît și a aliturilor curbilor de presiune în general.

În mod curent, pentru soluționarea funcționării hidraulice corespunzătoare, sistemele hidraulice sub presiune se proiectează în așa fel încît să fie înlăturate efectele negative ale fenomenului de lovitură de berbec prin prevederea de dispozitive care limitează presiunile extreme la valori admisibile, sau se prevăd mijloace de protecție contra loviturii de berbec, care au rolul de a limita presiunile extreme și de a modifica caracterul mișcării din rapid variabilă în lent variabilă și deci de a elimina fenomenul de lovitură de berbec.

În anumite condiții de presiune, prima ipoteză, de a considera apa fără aer în stare liberă conduce la diferențe mari între calcule și măsurători. Astfel, prezența aerului în stare gazoasă în conducte sub presiune este practic inevitabilă și se datorește mai multor cauze ca :

- îndepărtarea incompletă a aerului în timpul operației de umplere a conductei, aceasta fiind funcție și de configurația conductei ;

- acționarea supapelor de aerare, care permit introducerea aerului în conductă în timpul desfășurării fenomenelor tranzitorii ;

- datorită degajării treptate a aerului dizolvat în apă când în sistem de sting presiuni mai mici decât presiunea de saturație a aerului dizolvat ;

- aspirația aerului în conducte datorită eventualelor neetanșeități a conductelor de aspirație în sifon ale stațiilor de pompare ;

- datorită vortexurilor ce pot să apară în bazinele de aspirație ale stațiilor de pompare;

- introducerea aerului în conducte ca urmare a golirii de apă a rezervoarelor cu pernă de aer de protecție în timpul desfășurării fenomenelor tranzitorii etc.

Studiul influenței aerului prezent în stare gazoasă în sistemele hidraulice sub presiune este un domeniu relativ nou de analiză și în special în ultimul deceniu au apărut lucrări de specialitate ce analizează acest aspect.

În ultimul timp, tot mai mulți cercetători din domeniu au abordat aspectul influenței aerului în stare gazoasă asupra desfășurării fenomenului de mișcare nepermanentă în sistemele hidraulice sub presiune. Primele cercetări care au abordat această problemă au avut mai mult un caracter experimental, domeniile de studiu fiind destul de vaste.

Sublinierea clară a acestui aspect de studiu apare în lucrarea [86], autorii reluând-o și detaliind-o mai târziu în alte lucrări [91], [99] unde sînt subliniate și aspecte legate de amortizarea mișcării datorită prezenței aerului în stare gazoasă și a fenomenului de cavitație.

Merită să se sublinieze existența unui număr mare de publicații care au apărut în literatura de specialitate din domeniu mai ales în ultimul timp, ceea ce demonstrează eforturile și interesul depus de diferiți cercetători, atît pentru elucidarea problemelor puse de tehnică cît și pentru a completa cu unele aspecte ale mișcării nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune domeniul hidraulicii.

Astfel, cercetători ca : Streeter, Wylie, Baltzer, Safwat, Von Hengel, Kulkwijk, Larenburg, Kronenburg, să enumerăm numai cîtiva, au studiat efectele aerului prezent în stare gazoasă în sistemele hidraulice sub presiune sub diverse forme : sub formă de pungi izolate de aer, sub formă de bule mici de aer în amestec omogen apă-aer, cu sau fără degajarea aerului din soluție, punînd în evidență situațiile cînd aerul are efecte favorabile

sau nefavorabile asupra instalațiilor sub presiune în timpul regimurilor nepermanente.

În lucrarea [55] sînt analizate efectele aerului prezent în conducte sub formă de pungi situate în diferite puncte pe traseul acestora și sînt subliniate efectele dăunătoare sau favorabile asupra evoluției presiunilor în timpul desfășurării fenomenului tranzitoriu, depinzînd de cantitatea și punctul de existență a pungi de aer cît și de configurația în lung a conductei analizate și de natură și cauza fenomenului tranzitoriu. Situația cea mai defavorabilă a prezentei aerului sub formă de pungi apare în timpul accelerării unei coloane de lichid spre punga de aer complet închisă [86]. În această situație valoarea presiunii maxime rezultate poate fi de cîteva ori mai mare decît presiunea maximă care s-ar fi obținut în situația că nu există aer. Se subliniază efectele favorabile pe care le au supapele de aerare asupra desfășurării fenomenului tranzitoriu. De asemenea sînt prezente în lucrare informații tehnologice sub formă de curbe parametriche adimensionale care permit proiectanților să dimensioneze o supapă de evacuare a aerului pentru a limita presiunile maxime, care ar putea să apară în timpul regimurilor tranzitorii, la valori acceptabile. Deși problema este pusă indirect privind evacuarea unei pungi de aer existente într-o conductă, apare ca o concluzie că supapele de aer nu pot permite evacuarea unui debit de aer peste o anumită valoare deoarece acestea pot determina apariția de regimuri tranzitorii violente.

Concluzia lucrării este că prezența aerului sub formă de pungi în sistemele hidraulice sub presiune pot determina apariția de regimuri tranzitorii datorită evacuării acestora și că presiunile maxime care apar în sistem pot fi sau mai mari sau mai mici decît în cazul în care ar putea fi atinse la regimuri tranzitorii în situația lipsei aerului din conducte.

În lucrările [4], [76], [82] sînt analizate influențele aerului degajat din soluție în timpul regimurilor tranzitorii din instalațiile de răcire cu condensatori de la centralele termoelectrice, cînd în aceste instalații se ating presiuni negative pînă la presiunea de vaporizare a apei, influențe pe care le are asupra desfășurării fenomenului de lovitură de berbec. Sînt subliniate efectele de reducere a presiunilor

maxime și a mărimii celerității, precum și influența pe care o are considerarea inițială a unei cantități mici de aer în sistemul de condensatori de la uzinele termoelectrice în timpul desfășurării fenomenului tranzitoriu. Se arată, de asemenea, influența pe care o are legea de închidere a vanei instalației asupra presiunilor maxime și minime.

În lucrarea / 82 / sînt prezentate o serie de rezultate experimentale efectuate pe o instalație de laborator, care permite stimularea fenomenelor tranzitorii pentru o instalație de răcire cu condensatori de la o uzină termoelectrică, instalația experimentală permițînd și vizualizarea anumitor fenomene care apar la regimuri tranzitorii, conductele instalației fiind confecționate din plexiglas.

În urma investigațiilor efectuate prin calcule și experimente pe instalația experimentală, autorul lucrării subliniază unele concluzii care sînt evidente și anume :

- fenomenul tranzitoriu se amortizează mai repede decît în cazul cînd ar fi stimulat prin calcule ;

- viteza de propagare a undelor de presiune descrește în timp, ceea ce explică faptul că are loc degajarea aerului din soluție în timpul desfășurării mișcărilor nepermanente, mărind cantitatea de aer în stare gazoasă și care are influență directă asupra mărimii celerității, influență datorată mării compresibilității amestecului apă-aer ;

- în cazul cînd în sistem se consideră inițial o anumită cantitate de aer, legea de închidere a vanei are o influență mai mică decît în cazul cînd în sistem nu se consideră inițial aer în stare gazoasă ;

- volumul de aer din instalație măsurat la sfîrșitul fenomenului tranzistoriu a fost mai mare decît volumul de aer considerat inițial ;

- presiunile maxime măsurate în instalație au fost mai mici în cazul cînd s-a menținut o anumită cantitate inițială de aer în stare gazoasă față de cazul cînd nu a fost considerat aer în faza inițială ;

- admiterea introducerii aerului în sistem în momentul producerii fenomenului tranzitoriu cu ajutorul unor dispozitive adecvate (supape), are drept efect pozitiv asupra desfășurării fenomenului tranzitoriu manifestat prin reducerea presiunilor extreme, dacă acesta este introdus la un moment bine

stabilit, subliniindu-se importanța racordării sistemului de răcire la presiunea atmosferică în timpul fenomenului tranzitoriu. Din punct de vedere practic această tehnică duce la golirea unei anumite părți din apă, ceea ce creează inconveniente asupra modului de exploatare a sistemului de racire.

Este subliniată ideea găsirii unor soluții de atenuare a fenomenului de lovitură de berbec, care determină dezvoltarea de presiuni extreme mari în sistem, conducând implicit la solicitări mari în pereții conductelor și la apariția de vibrații mecanice și hidraulice în instalație.

Lucrarea [76] analizează mișcarea nepermanentă atât pe bază de calcule cât și experimental, axându-se în special pe analiza fenomenului de cavitație, care poate să apară în sistemele de răcire cu condensatori de la uzinele termoelectrice, la oprirea accidentală a pompelor de alimentare cu apă, fenomen simulat pe o instalație de laborator.

Se subliniază neconcordanța dintre rezultatele obținute pe bază de calcule și pe bază de măsurători chiar în cazul unor scheme hidraulice simple. Se ajunge la concluzia că pînă la închiderea primei perioade de cavitație se poate admite modelul de fluid incompresibil, cel puțin pentru scheme asemănătoare celor analizate, neputîndu-se generaliza pentru orice schemă hidraulică, rezultatele obținute fiind numai preliminare, subliniind necesitatea efectuării mai multor investigații pentru diferite scheme de sisteme sub presiune.

O analiză mai amplă a mișcărilor nepermanente în sistemele de răcire cu condensatori este prezentată în lucrarea [4], unde este pus în evidență efectul aerului în stare gazoasă prezent în instalații fie ca urmare a degajării din soluție la atingerea presiunilor, sub presiunea de saturație a aerului dizolvat în apă, fie datorită altor cauze. Neluarea în considerare în calcule a prezenței aerului existent în instalațiile de răcire conduce la obținerea de valori ale presiunilor mult diferite de valorile obținute prin măsurători în special la acest gen de instalații sub presiune.

Modelul de calcul prezentat de autori simulează degajarea de aer din soluție numai în secțiunea cutiei de condensatori, model bazat pe metodele caracteristicilor, în care se admite că aerul în stare gazoasă se găsește concentrat într-o singură



secțiune de calcul, secțiunea cutiei de condensatori.

Viteza de degajare a aerului din soluție este exprimată pornind de la o relație de forma

$$\frac{dM}{dt} = -k(M - M_c) \quad (12.1)$$

unde :  $M$  este masa de aer dizolvat pe unitate de masă de lichid,  $\text{kg aer} / \text{kg apă}$  ;  $M_c$  - masa de aer pe unitate de masă de apă cu aer dizolvat în soluție saturată ;  $k$  - coeficient care pentru apa distilată a fost determinat experimental și are valoarea de circa  $0,2 \text{ s}^{-1}$ .

Așa cum este cunoscut, masa de aer dizolvat în apă este proporțională cu presiunea parțială a aerului din spațiul de deasupra apei în cazul în care aerul și apa se găsesc într-un spațiu limitat (cazul unei conducte), conform legii lui Henry.

Este subliniată ideea că în perioade de timp când în sistem sînt presiuni mari, peste presiunea de saturație a aerului dizolvat în apă, o anumită cantitate de aer se redizolvă în apă ; acest proces se consideră că are loc la o viteză mult mai mică decît procesul de degajare ; în situația analizată acest aspect se neglijează.

Se consideră că în momentul în care încetează degajarea aerului din soluție ca urmare a creșterii presiunii în instalație, cantitatea de aer în stare gazoasă se consideră constantă pîna la atingerea unei noi presiuni mai mici decît presiunea de saturație.

În modelul de calcul adoptat se admite o transformare politropică a aerului existent în instalație în stare gazoasă, coeficientul de transformare politropică luîndu-se egal cu 1,2.

Sînt puse în paralel rezultatele obținute pe bază de măsurători de laborator și prin calcule cu și fără considerarea degajării aerului din soluție. Se subliniază faptul că există o bună concordanță în ceea ce privește valorile maxime ale presiunilor obținute prin măsurători și prin calcule cu considerarea degajării aerului din soluție, diferențele nepășind 2 %, în timp ce pentru ipoteza cînd nu se ia în calcule degajarea aerului din soluție apar diferențe ce depășesc 50 % pentru cazurile prezentate în lucrare. Din punct de vedere al perioadelor, acestea diferă mult între ele.

O analiză detaliată, care subliniază influența aerului în stare gazoasă asupra desfășurării mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune, influență care se manifestă prin variația mărimii celerității, care la rândul ei mai depinde de presiunea la care se găsește amestecul bifazic apă-aer la un moment dat, este prezentată în lucrările [56], [91] și [99].

În lucrarea [91] este stabilită o relație de calcul a celerității în amestec bifazic apă-aer considerând că aerului în stare gazoasă i se admite o transformare izotermă, relație ce are forma :

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w} \left[ \left(1 - \frac{MRT}{p}\right) \left(1 + \frac{MRT}{p} \frac{E_w}{p} + \frac{E_w}{E_c} \frac{D}{e}\right) \right]} \quad (1.2.2)$$

Expresia celerității (1.2.2) ține seama atât de influența compresibilității aerului în stare gazoasă cât și de elasticitatea ansamblului apă-conductă. În această relație s-a notat cu:  $E_w$  - modulul de elasticitate al apei ;  $E_c$  - modulul de elasticitate al peretelui conductei ;  $\rho_w$  - densitatea apei ;  $M$  - masa aerului existent în stare gazoasă pe unitate de amestec bifazic ;  $R$  - constanta gazului (aerului) ;  $T$  - temperatura absolută a amestecului bifazic ;  $p$  - presiunea absolută la care se găsește amestecul bifazic ;  $D$  - diametrul conductei ;  $e$  - grosimea peretelui conductei.

Sînt prezentate sub formă grafică variația celerității în amestec bifazic apă aer funcție de cantitatea de aer și de presiune. În lucrare sînt expuse două modalități de soluționare a mișcărilor nepermanente în sisteme hidraulice sub presiune, rezultatele obținute prin ambele metode de calcul fiind comparate cu măsurătorile obținute pe o instalație de laborator.

O metodă de calcul prezentată în lucrare este metoda caracteristicilor. În cadrul acestei metode s-a considerat că aerul sub formă gazoasă se găsește uniform distribuit în masa de apă și că mărimea celerității se consideră o mărime variabilă funcție de timp și de secțiunea de calcul. În cadrul acestei

metode rețeaua de caracteristici se deformează foarte mult în timpul stimulării fenomenului tranzitoriu fapt ce a determinat pe autorii lucrării să impună o limită inferioară mărimii accelerației și în plus rețeaua de caracteristici a fost îndreptată periodic la atingerea valorilor mici ale acesteia (fig. 1.1).

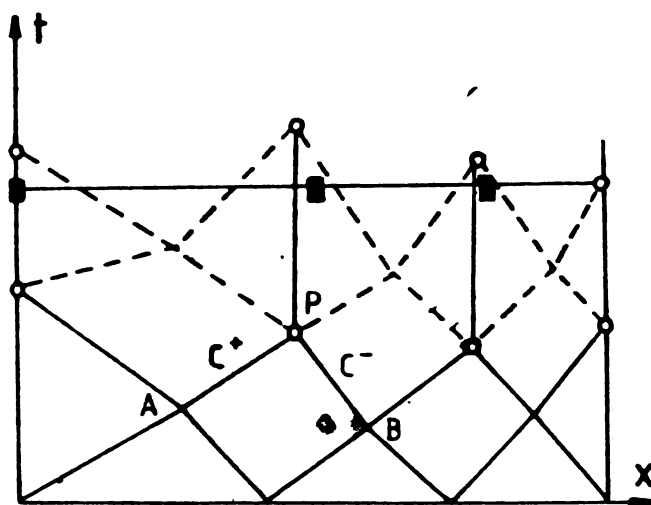


Fig.1.1 Corectarea rețelei caracteristicilor

În această metodă de analiză s-a admis că în faza inițială în instalație nu există aer în stare gazoasă și că într-un interval scurt de timp de la atingerea primei valori minime a presiunii, aerul se degajă din soluție pînă la o valoare finală echivalentă cu 0,15 % raportată la presiunea atmosferică.

În a doua metodologie de calcul s-a admis că aerul în stare gazoasă existent în masa amestecului bifazic este concentrat în nodurile de calcul ale schemei analizate. Sînt subliniate dificultățile înfrîmîpinate prin abordarea acestei metode de calcul cum sînt instabilități matematice care pot să apară atît pentru volume mari cît și pentru volume prea mici de aer și se dau soluții de evitare a acestor neajunsuri. În acest model de calcul se folosește metoda caracteristicilor cu specificarea intervalelor de timp. Aerului concentrat în noduri i se admite o transformare izotermă. Volumul de aer dintr-un nod curent de calcul rezultă dintr-o analiză de bilanț a debitului care intră și care iese din nodul respectiv, rezultînd masa de aer ce se eliberează din soluție, care este proporțio-

nală cu presiunea locală la care se află presiunea de saturație.

Ecuațiile folosite într-un astfel de nod sînt : ecuația de stare a gazului (aerului) :

$$p \text{ Vol}_g = MRT \quad (1.2.3)$$

unde cu  $\text{Vol}_g$  s-a notat volumul de aer din nodul respectiv, și cele două ecuații de compatibilitate utilizate în metoda caracteristicilor ; volumul fazei gazoase a aerului la timpul  $i+1$  de calcul se determină cu relația :

$$\text{Vol}_{g,i+1} = \text{Vol}_{g,i} + 0,5 \cdot \Delta t \cdot (Q_{D,i+1} + Q_{D,i} - Q_{S,i+1} - Q_{S,i}) \quad (1.2.4)$$

iar masa aerului la timpul  $i+1$  de calcul se determină cu relația :

$$M_{i+1} = M_i + k_f [ H_s - 0,5 \cdot (H_{i+1} + H_i) + Z ] \quad (1.2.5)$$

unde în aceste relații s-a notat cu :  $\Delta t$  - pasul de timp de calcul ( $\Delta x / c$ ) ;  $Q_{D,i+1}$  și  $Q_{S,i+1}$  - debitul de intrare, respectiv debitul de ieșire din nod la timpul  $i+1$  de calcul (mărimi necunoscute) ;  $Q_{D,i}$  și  $Q_{S,i}$  - debitul de intrare, respectiv de ieșire din nod de la timpul  $i$  de calcul (mărimi cunoscute) ;  $H_s$  - presiunea de saturație a aerului în amestecul bifazic ;  $H_{i+1}$  - presiunea din nod la timpul  $i+1$  de calcul (mărimă necunoscută) ;  $H_i$  - presiunea de nod la timpul  $i$  de calcul ;  $Z$  - cota nodului față de un plan de referință ;  $k_f$  - coeficient ce ține seama de eliberarea aerului din soluție.

Utilizarea relațiilor (1.2.4) și (1.2.5) pentru determinarea cantității de aer eliberat din soluție sînt dificil de utilizat, autorii lucrării recomandînd ca atunci cînd se dispune de determinări experimentale privind cantitățile de aer degajat din soluție să fie folosite acestea, fie prin măsurarea

directă a celerității, pe baza relației (1.2.2) să se determine cantitatea de aer în stare gazoasă existentă la un moment dat în sistemul sub presiune.

În această metodologie de analiză se admite că inițial, în nodurile de calcul, există o cantitate mică de aer, iar ori de câte ori presiunea scade sub presiunea de saturație a amestecului bifazic are loc o degajare a aerului din soluție.

Sînt subliniate efectele pozitive ale aerului prezent în stare gazoasă în sistemele hidraulice sub presiune asupra valorilor maxime și minime ale presiunilor care apar la regimuri tranzitorii, indiferent de metodologia de calcul folosită.

Cantitatea de aer în stare gazoasă admisă în cele două metode de calcul a fost aceeași iar rezultatele obținute practic se suprapun. S-a constatat că aerul în stare gazoasă poate fi considerat distribuit în lungul conductei în mod arbitrar și că nu este necesar să fie distribuit în mod omogen. Acest aspect a fost verificat prin modificarea numărului de secțiuni de calcul în care s-a considerat aer în stare gazoasă concentrat, prin variația numărului de secțiuni de calcul obținîndu-se în principiu a acelorași rezultate.

În ambele modele de calcul s-a asigurat o viteză de degajare a aerului după o curbă exponențială. Cînd aerul este degajat din soluție presiunea minimă atinsă în sistemul sub presiune, în timpul desfășurării fenomenului tranzitoriu, devine din ce în ce mai mică și ce etare se degajă o cantitate mai mică de aer din soluție. În majoritatea cazurilor, presiunea minimă tranzitorie devine din ce în ce mai apropiată de presiunea de saturație a aerului dizolvat în apă, fapt ce determină oprirea fenomenului de eliberare suplimentară a aerului din soluție.

În cazurile în care se degajă o cantitate mică de aer, iar presiunea scade la presiunea de vaporizare, modelele de calcul prezentate nu mai produc o disipare a energiei înmagazinate în mod suficient, existînd pierderi de energie termodinamică legate de procesul de vaporizare de care modelele de calcul nu ține seama.

În lucrarea /56/ sînt analizate pe bază de calcul și măsurători efectele aerului în stare gazoasă existent în sistemele hidraulice sub presiune fără a mai lua în considerare

aerul degajat din soluție. Sînt prezentate două modele de calcul : un model de calcul bazat pe metoda caracteristicilor constituind model de comparație pentru cel de al doilea model de calcul bazat pe metoda diferențelor finite Lax-Wendroff în două etape.

Calcululele și măsurătorile de presiune sînt efectuate pe o schemă hidraulică avînd următoarele caracteristici :  $L = 18,8$  m ;  $D = 26$  mm prin care curge un amestec bifazic apă-aer. Componenta gazoasă a aerului din amestecul bifazic atinge valori relativ mari în jur de 5 % din volumul total al amestecului raportat la presiunea atmosferică.

Nu se subliniază sub nici o formă dificultățile întîmpinate prin utilizarea metodei caracteristicilor în ceea ce privește fie o amortizare matematică a fenomenului tranzitoriu, fie o neconcordanță a timpului de calcul în lungul conductei datorită deformării rețelei caracteristicilor.

Metoda Lax-Wendroff a putut fi aplicată pentru schema analizată datorită faptului că s-a admis procente mari de aer, și nu au apărut fenomene cu caracter pronunțat rapid variabil. Autorii lucrării nu subliniază acest aspect.

O altă lucrare în care se analizează mișcările nepermanente ale curgerii bifazice apă-aer este și lucrarea [99] în care este pus mai pregnant aspectul amortizării matematice a fenomenului tranzitoriu datorită interpolărilor ce intervin în metodele de calcul și sînt date soluții de evitare a acestui aspect. Este subliniat faptul că mărimea celerității în amestecul bifazic apă-aer la presiuni joase poate să atingă valori mult mai mici decît viteza sunetului în aer.

Nu se insistă pe fenomenul de degajare sau absorbție a aerului din și în soluție, considerîndu-se că mase de aer în stare gazoasă prezentă în sistem se menține constantă pe toată perioadă desfășurării fenomenului tranzitoriu, cu toate că în exemplele de calcul prezentate se admit cantități mici de aer în stare gazoasă, sub 1 % raportate la presiunea atmosferică (0,002 % ; 0,004 % ; 0,01 %).

Deși relația de calcul a mărimii celerității folosită de autori este de forma (1.2.2) în care apare ca mărime variabilă presiunea hidrostatică absolută  $H$ , expresia de calcul a acesteia fiind de forma :

485.937.  
351 C

$$s = \frac{c_0 \bar{H}}{\sqrt{C_1 + \bar{H}^2}} \quad (1.2.6)$$

unde s-a notat cu :  $c_0$  - mărimea celerității în apa fără aer;  
 $\bar{H}$  - presiunea hidrostatică absolută în m.c.a. ;  $C_1$  - coeficient  
 funcție de parametri constanți ai amestecului bifazic și ai  
 conductei, admite ca domeniu de valabilitate al relației  
 (1.2.6) pînă la valori ale cantității de aer în stare gazoasă  
 de maximul 2 % față de alți autori [ 56 ], care admit ca vala-  
 bilă relația de calcul a celerității în amestec bifazic apă  
 aer pînă la 30 procente de aer raportate la presiunea atmos-  
 ferică.

Este subliniat aspectul amortizării matematice a fenomenu-  
 lui de mișcare tranzitorie datorită interpolărilor liniare  
 ce intervin în metoda de calcul în cazul folosirii metodei  
 intervalelor specificate de timp. Acest fenomen poate fi eli-  
 minat printr-o interpolare pe mai mulți pași de timp conform  
 figurilor 1.2.-a și 1.2.-b.

În lucrare sînt prezentate rezultatele calculelor sub  
 formă grafică pentru o instalație hidraulică avînd următoarele  
 caracteristici geometrice și hidraulice :  $L = 3000$  m,  $D = 610$ mm,  
 $H_0 = 60$  m.c.a. ,  $Q_0 = 0,97$  m<sup>3</sup>/s,  $M = 0,00237$  kg/m<sup>3</sup>,  $T = 288$  K.

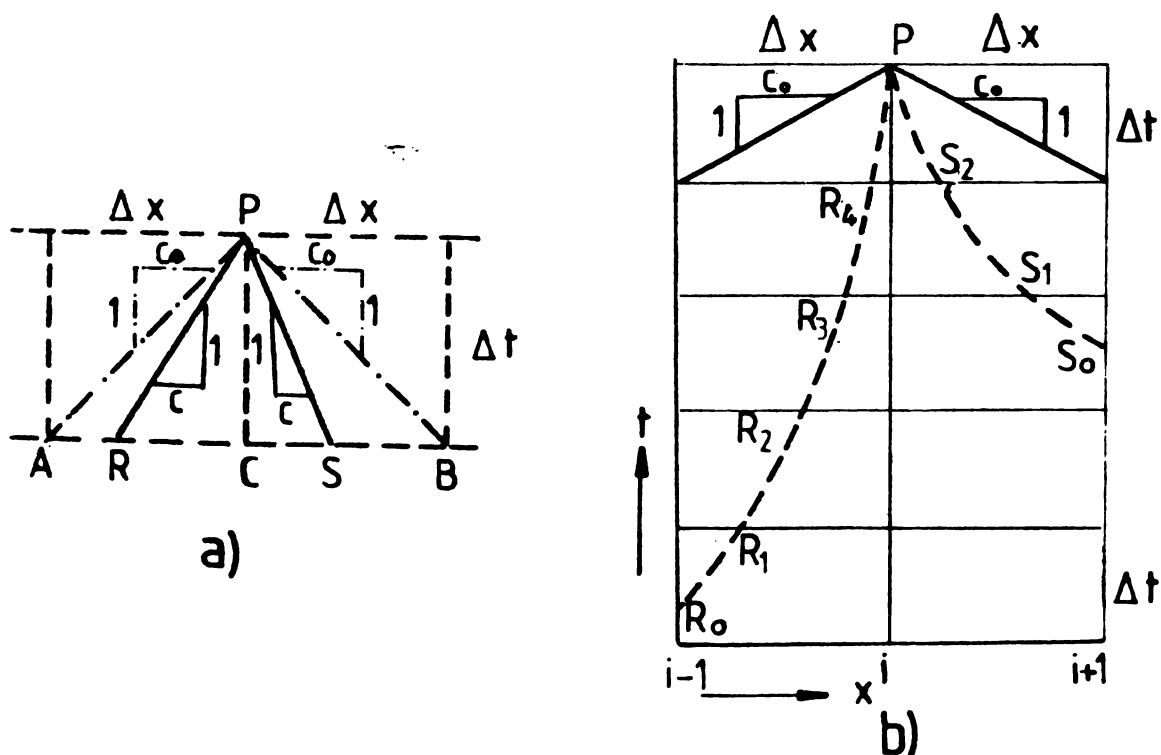


Fig.1.2 Modul de interpolare pe mai mulți pași de timp

În cadrul acestei lucrări sînt prezentate numai rezultate bazate pe calcule, nefiind comparate cu determinări experimentale.

La noi în țară cercetări legate de influența aerului în stare gazoasă asupra desfășurării fenomenelor tranzitorii în sisteme hidraulice sub presiune au fost efectuate de Institutul de Cercetări Hidrotehnice București la stațiile de pompare Tâtaru și Beibugeac-Sarinasuf, ambele stații de pompare fiind prevăzute cu supape de aerare și de Institutul de Construcții București, la stația de pompare Celei, stație care este prevăzută cu rezervoare cu pernă de aer ce permit introducerea de aer în conductele de refulare după golirea de apă a acestora. În toate cazurile analizate, în calcule s-a considerat că aerul introdus în conducte formează mici rezervoare de aer în nodurile de calcul admitînd o disipare a energiei sistemului determinată prin încercări.

Un alt aspect legat de desfășurarea mișcărilor nepermanente este fenomenul de cavitație care apare în sistemele hidraulice sub presiune cînd în acestea se ating presiuni negative pînă la presiunea de vaporizare a apei. Fenomenul de cavitație este analizat în detaliu de școala olandeză de hidraulică prezentată în lucrările [48], [49], [59], [78] de asemenea, și de Streeter și Wylie în lucrarea [86]. La noi în țară fenomenul de cavitație ce poate să apară în sistemele hidraulice sub presiune este studiat experimental de un colectiv de cercetare din cadrul Institutului de Cercetări Hidrotehnice București, colectiv condus de dr.ing.M.Popescu în care sînt puse în evidență prin măsurători de presiune efectuate pe o instalație experimentală, modul de formare a cavitației și refacerea coloanelor de apă ce determină apariția de vîrfuri de suprapresiune, care întrec cu mult valorile obținute cu relația lui Jukovski fără să fie explicate aceste fenomene.

În mod curent, calculul fenomenului de cavitație constă din a considera cavitația concentrată în nodurile de calcul, utilizînd ca metodă de calcul metode caracteristicilor. În lucrările [39] și [95] sînt prezentate detalii privind modul de calcul a cavitației concentrate.

Intrucît în timpul desfășurării fenomenului tranzitoriu, în perioadele de cavitație, în aceste cavitații există o fază



gazoasă constând din vapori de apă și aer degajat din soluție, în mod normal trebuie să se țină seama de reducerea mărimii celerității datorită prezenței acestei faze gazoase. Calculele curente care se fac pentru studiul mișcărilor nepermanente nu țin seama de acest aspect deoarece în mod normal se caută să se evite apariția fenomenului de cavitație în timpul exploatarei instalațiilor hidraulice sub presiune prin adoptarea de soluții de protecție contra fenomenului de lovitură de berbec.

Prin considerarea în calcule a degajării aerului din soluție la atingerea presiunilor negative, sub presiunea de saturație a aerului dizolvat în apă nu conduce la modificări substanțiale a desfășurării mișcării nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune față de cazul în care nu se ținea seama de acest aspect, fapt pus în evidență de măsurătorile efectuate pe diverse instalații de laborator de la noi din țară și din străinătate.

Analiza efectului aerului degajat din soluție asupra desfășurării fenomenului tranzitoriu are drept scop în ultimă instanță, testarea modelului de calcul adoptat pentru a avea garanția ca simularea prin calcule a fenomenului de lovitură de berbec este cât mai aproape de realitate în situațiile curente de exploatare cele mai defavorabile.

Fenomenul de lovitură de berbec este destul de complex pentru a putea da o soluție unitară pentru diferite scheme hidraulice sub presiune. De aceea în majoritatea cazurilor este necesar să se efectueze un studii de investigație pentru fiecare schemă hidraulică în parte, indicând mijloacele și soluțiile de protecție corespunzătoare din punct de vedere funcțional și economic.

### 1.3. Privire critică asupra stadiului actual de analiză privind mișcarea nepermanentă în sisteme hidraulice sub presiune la curgeri bifazice apă-aer

Așa cum este cunoscut, studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune atât din punct de vedere teoretic cât și experimental, a căpătat o bază sistematizată încă de la sfârșitul secolului al XVIII-lea.

Dacă primele studii au avut mai mult un caracter calitativ și în special cele privind mișcările rapid variabile, pe

măsură ce s-a putut stăpîni în mai mare măsură aspectele fizice ale fenomenului, s-a căutat să se găsească modele matematice de calcul care să reproducă cît mai fidel cu situațiile obținute prin măsurători pe modele de laborator sau pe instalații la scară naturală. Cu toate acestea nu se cunosc modele de calcul atâtcuprinzătoare, care să reproducă întocmai desfășurarea în timp a fenomenului de lovitură de berbec.

Dacă în cazul mișcărilor lent variabile, de oscilație în masă, sînt elaborate modele de calcul care permit o reproducere cît mai aproape de realitate atît în ceea ce privește valorile maxime și minime ale presiunilor cît și sub aspectul perioadelor de oscilație ale acestora, nu același lucru se poate spune despre modele matematice elaborate pentru studiul mișcărilor rapid variabile, care în mod practic numai primele valori extreme ale presiunilor sînt mai apropiate de rezultatele obținute prin măsurători.

Un alt aspect pe care nu-l pot reproduce modele de calcul este acela al amortizării fenomenului de lovitură de berbec, și aceasta datorită faptului că modelele nu țin seama de toate sistemele de forțe ce determină amortizarea în timp a acestui fenomen, admițînd că pierderile de sarcină la regimuri tranzitorii se consideră de aceeași formă ca la regimurile permanente.

Dacă se face abstracție de perioadele de cavitație ale fenomenului de lovitură de berbec, curbele de variație ale presiunilor obținute prin calcule admit o oarecare simetrie față de o curbă, datorită faptului că modele curențe de calcul consideră că viteza de propagare a undelor de presiune, deci celeritatea, de mărime constată pe tot timpul desfășurării mișcării, ceea ce este, de asemenea, o modalitate de a simplifica metodologia de calcul. Ori este cunoscut faptul că prezența aerului în stare liberă în cantități oricît de mici, are influență foarte mare asupra mărimii celerității, mai ales la valori mici ale presiunii, cu atît mai mult în perioadele de desfășurare a fenomenului de lovitură de berbec cu cavitație, cînd pe lîngă prezența aerului în stare liberă se mai adaugă și cavitațiile, care, la rîndul lor pot fi sub formă de bule mici sau sub formă de cavitații, care pot ocupa partea superioară a conductei ajungînd în anumite situații să ocupe chiar întreaga secțiune, contribuind și mai mult la reducerea mărimii celerității.

Studii și cercetări privind mișcarea nepermanentă din conductele sub presiune, cu luarea în considerare a prezenței aerului în stare liberă, fac parte dintr-un domeniu relativ nou de cercetare dacă ne referim la aspectul teoretic al problemei avînd în vedere că primele cercetări ale influenței aerului asupra desfășurării mișcărilor nepermanente în conducte sub presiune au avut mai mult un caracter experimentat.

În anumite condiții de funcționare a sistemelor hidraulice sub presiune, neluarea în considerare în calcule a prezenței aerului în stare liberă, conduce la obținerea de valori ale presiunilor mult mai mari decît cele reale, ceea ce determină prevederea de instalații și dispozitive de protecție contra efectelor negative ale fenomenului de lovitură de berbec, uneori destul de robuste.

În cazurile în care în conductele sub presiune există pungi de aer care au posibilitatea de evacuare rapidă, pot determina fenomene tranzitorii cu apariția de suprapresiuni ce depășesc cu mult pe cele ce s-ar obține admițînd o lege de închidere instantanee a debitului și aceasta datorită vitezei mari pe care o atinge apa în timpul evacuării pungii de aer, care este redusă practic la valoarea zero într-un interval de timp foarte scurt în momentul epuizării pungii. Acest aspect al prezenței aerului sub formă de pungi este mai puțin analizat în literatura de specialitate, subliniindu-se totuși efectele negative ale evacuării acestora asupra instalațiilor.

Dar prezența aerului în stare liberă în conducte sub presiune are și efect favorabil, efect ce se manifestă prin reducerea presiunilor maxime și minime, avînd rolul de atenuare sau chiar de eliminare a fenomenului de lovitură de berbec.

În majoritatea lucrărilor de specialitate care se ocupă cu studiul influenței aerului asupra desfășurării fenomenelor tranzitorii s-a pus problema determinării calitative și cantitative a efectelor aerului asupra acestor fenomene, cît și cu elaborarea unor modele matematice de calcul care să răspundă cît mai bine situației reale a desfășurării mișcărilor nepermanente din sistemele hidraulice sub presiune, situații determinate avînd la bază măsurători de presiune efectuate în cele mai multe cazuri pe modele de laborator unde se pot cunoaște bine condițiile la limită precum și fracțiunea fazei gazoase

a aerului din conductă și mai puțin, pe instalații la scară naturală.

Deoarece în lucrările [ 8 ], [ 76 ], [ 82 ] cercetările efectuate au un caracter direct aplicativ, au totuși un domeniu limitat de aplicabilitate și anume, numai la instalațiile de răcire cu condensatori de la uzinele termoelectrice. Specificul acestor cercetări este oarecum restrâns și anume că din ansamblul instalației este vizată secțiunea cu condensatori unde în timpul regimurilor tranzitorii apar în mod frecvent presiuni negative până la presiunea de vaporizare a apei când are loc și fenomenul de degajare a aerului din soluție ca urmare a atingerii presiunilor sub presiunea de saturație a aerului dizolvat în apă. În cadrul cercetărilor prezentate în aceste lucrări nu se subliniază efectul temperaturii apei, care în mod obișnuit este mai ridicată și are influență directă asupra presiunii de vaporizare și asupra degajării aerului din soluție. Aceste cercetări prezintă importanță prin faptul că ele au un caracter direct aplicativ, fiind efectuate pentru cazuri concrete de uzine termoelectrice, atât pentru elucidarea desfășurării fenomenelor tranzitorii în astfel de instalații cât și pentru prevederea de măsuri de protecție a acestora. De asemenea, aceste cercetări constituie o bază de pornire pentru cercetări mai ample și cu caracter mai general, privind influența fazei gazoase a aerului și a altor gaze asupra desfășurării fenomenelor tranzitorii din sistemele hidraulice sub presiune.

Cercetările efectuate asupra influenței și a comportării aerului sub formă de pungi de aer existente în conducte sub presiune sînt mai puțin abordate, aceasta și datorită faptului că astfel de situații, din punct de vedere al exploatării sistemelor sub presiune, se caută să se evite prin diverse mijloace.

În lucrarea [ 55 ] sînt analizate efectele pe care le are aerul sub formă de pungi, prezent în conductele sub presiune în cazul cînd aceste pungi se mențin în instalație, deci nu sînt evacuate, asupra presiunilor ce apar la regimuri tranzitorii. Nu se subliniază efectul care l-ar avea în cazul evacuării necontrolate a acestor pungi de aer. Aceste cercetări au un caracter tematic, urmînd ca ele să primească un suport practic.

La noi în țară s-au efectuat cercetări privind evacuarea pungilor de aer din conductele de refulare pentru irigații de

Jelev, I. de la I.C.H. București cu aplicații la sistemele de irigații.

Admiterea unei mărimi variabile pentru celeritate în studiul mișcărilor nepermanente din conductele sub presiune prezintă o importanță deosebită și în special pentru cazurile curgerii bifazice apă-aer și mai ales în cazul sistemelor sub presiune în care se ating presiuni medii și mici. Considerarea unei mărimi variabile a celerității, care este funcție de timp și de secțiunea de calcul, deci de presiune și de fracțiunea fazei gazoase a aerului, permite elaborarea de modele de calcul care să țină seama de prezența aerului în stare liberă din conducte, care are efecte asupra desfășurării mișcărilor nepermanente.

Așa cum s-a arătat în paragraful anterior, pentru studiul mișcărilor nepermanente modele de calcul elaborate se bazează pe metoda caracteristicilor fie cu modificarea rețelei de caracteristici în timp [56], [91], [99], fie cu considerarea rețelei de caracteristici fixe utilizând metoda intervalelor specificate de timp [99] cu considerarea mărimii celerității variabile fără să se sublinieze aspectul amortizării matematice a fenomenului, fie considerând aerul în stare liberă concentrat în nodurile de calcul [91] cu sublinierea dificultăților întâmpinate în metodica de calcul privind stabilitatea modelului matematic și a gășirii unei modalități de disipare a energiei sistemului, care se efectuează prin încercări și metoda în diferențe finite Lax-Wendroff în două etape [56].

Metoda în diferențe finite Lax-Wendroff răspunde satisfăcător în cazurile analizate, dar trebuie avut în vedere că în cadrul schemei hidraulice analizate s-a considerat valori mari ale fracțiunii fazei gazoase, peste 1 % raportat la volumul total al amestecului bifazic apă-aer considerat la presiunea atmosferică. Autorii nu subliniază acest aspect, cu atât mai mult cu cât această metodă de calcul se folosește cu succes în studiul mișcărilor nepermanente din sistemele hidraulice cu nivel liber. Aceaste explică și faptul că nu a prezentat importanță asupra formei de calcul a metodei caracteristicilor folosite.

Printre procedeele numerice folosite pentru studiul mișcărilor nepermanente metoda caracteristicilor este cea mai utilizată datorită universalității ei în mînuirea condițiilor la limită.

Metoda diferenței finite implicite, care este o tehnică obișnuită la soluționarea mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice cu nivel liber este cunoscută a fi din punct de vedere numeric mai stabilă decât metoda caracteristicilor.

O altă tehnică de calcul implicită bazată pe metoda variațională folosită în ultimul timp [ 96 ] pentru studiul mișcărilor nepermanente din conducte sub presiune este și metoda elementului finit combinată cu metoda diferenței finite implicite aranjată ca un model liniar.

Schema diferenței finite implicite și metoda elementului finit grupează toate necunoscutele împreună și cer o soluție simultană.

Avantajele și dezavantajele metodelor de calcul explicită (metoda caracteristicilor) și implicită (combinația dintre metoda de diferență finită și elementului finit) nu sînt întotdeauna evidente.

Metoda de calcul explicită este totuși mai simplă și mai ușor de aplicat în comparație cu metoda implicită.

**CAP. II. ASUPRA ECUATIILOR GENERALE ALE MISCARII**  
**LA REGIMURI TRANZITORII IN SISTEMELE**  
**HIDRAULICE SUB PRESIUNE**

**2.1. Considerații generale. Ipoteze**

O analiză detaliată privind evoluția în timp a metodelor de calcul ale mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune este prezentată în lucrarea [ 86 ].

În acest capitol sînt prezentate ecuațiile ce guvernează fenomenul de lovitură de berbec pentru cazurile clasice de analiză, fenomen ce apare în conductele hidraulice sub presiune la regimuri tranzitorii și metode de calcul pentru mișcările nepermanente.

Așa cum este cunoscut, teoria mișcării nepermanente rapid variabile, se ocupă cu studiul regimurilor tranzitorii a lichidelor în sistemele hidraulice sub presiune, cu ajutorul unui model matematic, care ține seama de elasticitatea lichidului și a materialului pereților conductelor. Un asemenea model de calcul consideră conducta ca un sistem dinamic, cu parametri continui sau discontinui care se comportă ca un mediu de propagare unidimensional.

Pentru stabilirea ecuațiilor de mișcare la regimuri tranzitorii, este necesar să se facă anumite ipoteze asupra ansamblului conductă-lichid, datorită imposibilităților de a prinde în calcule anumite aspecte fizice ale fenomenului de lovitură de berbec și anume :

- axa longitudinală a conductei este invariabilă ;

- se admite că viteza apei în conductă, într-o secțiune transversală curentă la un moment  $t$  de calcul, este constantă, considerație ce determină luarea pentru coeficientul lui Boussines  $\beta$ , valoarea 1 ;

- proprietățile elastice ale apei și ale pereților conductei sînt conform teoriei clasice a elasticității liniare ;
- pierderile de sarcină longitudinale se consideră ca la regimurile permanente ;
- perturbațiile distribuite în lungul conductei sînt excluse.

Pentru stabilirea ecuațiilor ce guvernează fenomenul de lovitură de berbec, se pleacă de la ecuația de mișcare sau de la ecuația continuității de mișcare; fiecare din aceste ecuații conduc la o aceeași ecuație, care împreună cu ecuația de continuitate, reprezintă un sistem de două ecuații cu derivate parțiale cu două variabile dependente :  $V$ , ( $Q$ ) viteza (debitul) și  $H$ , înălțimea piezometrică a apei în conductă și două variabile independente :  $x$ , secțiunea de calcul și  $t$ , timpul de calcul.

Cele două ecuații, de mișcare și de continuitate permit soluționarea problemelor legate de desfășurarea fenomenului de lovitură de berbec.

## 2.2. Ecuația de mișcare

Ecuația de mișcare se determină plecînd de la faptul că asupra unui element de lungime de conductă,  $dx$  (fig.2.1), acționează următoarele sisteme de forțe :

- forța de presiune de pe suprafața din stînga  $pA$  ;
- forța de presiune de pe suprafața din dreapta

$$pA + \frac{\partial(pA)}{\partial x} dx ;$$

- forța datorită variației suprafeței conductei

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) \frac{\partial A}{\partial x} dx ;$$

- componenta greutății elementului după axa  $x$  a conductei  $dx \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) \sin\theta$  ;

- forța de frecare la peretele conductei  $\delta_0 \pi D dx$ .

Ultimul sistem de forțe are efect de frînare, deci de amortizare a mișcării.

Asupra elementului de conductă de lungime  $dx$  mai pot



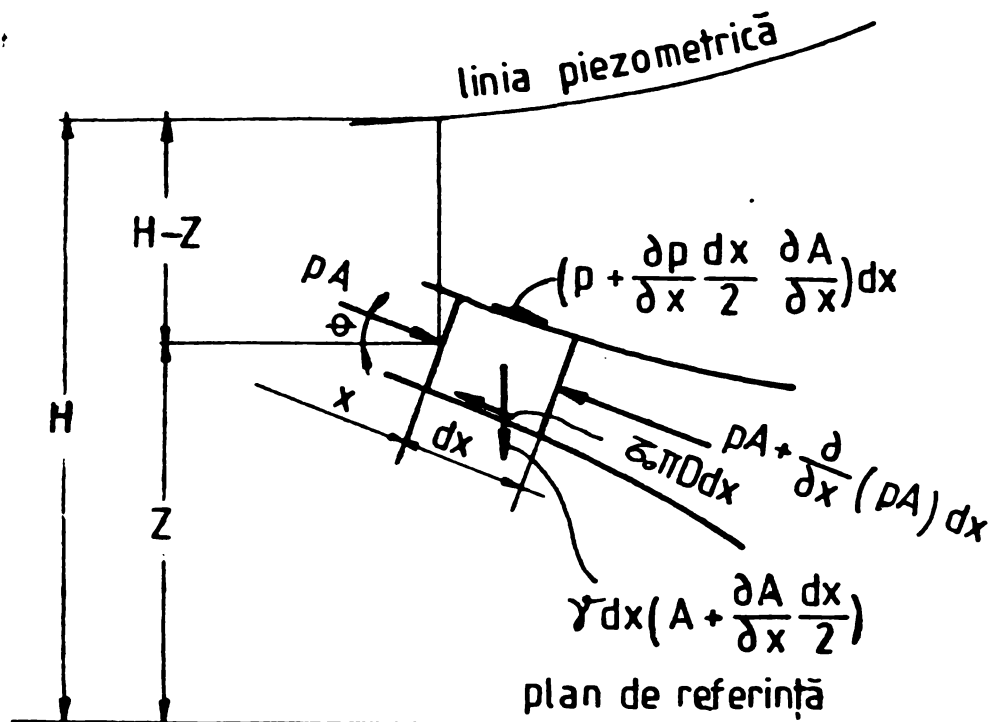


Fig 2.1 Notății folosite la definirea ecuației de mișcare

fi considerate ca forțe care acționează, forțele elastice de amortizare din materialul peretelui conductei, forțele vâscoase din masa fluidului. Aceste forțe sînt foarte puțin studiate în faza actuală de analiză și nu sînt luate în studiu în lucrarea de față.

Pornind de la aceste considerații ecuația de echilibru a forțelor care acționează asupra elementului de conductă considerat are forma :

$$pA - \left[ pA + \frac{\partial(pA)}{\partial x} dx \right] + \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} dx + \rho_w g dx \left( A + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) \sin \theta - \tau_0 \pi D dx = \rho_w \left( A + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dx \frac{dV}{dt} \quad (2.2.1)$$

în care s-a notat cu :  $p$  - presiunea în secțiunea elementului de conductă ;  $A$  - aria secțiunii transversale a conductei ;  $\rho_w$  - densitatea apei ;  $\tau_0$  - efortul unitar tangențial de frecare la peretele conductei ;  $D$  - diametrul conductei ;  $g$  - accelerația gravitațională ;  $V$  - viteza medie considerată în axa elementului.

După împărțirea cu  $\rho_w A dx$ , masa elementului de conductă de lungime  $dx$  și după neglijarea termenilor infiniți mici

de ordinul doi rezultă :

$$\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial x} - g \sin \theta + \frac{4 \bar{\tau}_0}{\rho_w D} + \frac{dV}{dt} = 0 \quad (2.2.2)$$

Deoarece  $\rho_w$  variază foarte puțin în comparație cu H și conform ipotezelor de calcul se poate scrie că :

$$p = \rho_w g (H - z) \quad (2.2.3)$$

și

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_w g \left( \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \right) = \rho_w g \left( \frac{\partial H}{\partial x} + \sin \theta \right) \quad (2.2.4)$$

$$\text{deoarece } \sin \theta = - \frac{\partial z}{\partial x}$$

Inlocuind în ecuația (2.2.2) se obține :

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{4 \bar{\tau}_0}{\rho_w D} + \frac{dV}{dt} = 0 \quad (2.2.5)$$

**În aceste relații H reprezintă înălțimea piezometrică față de un plan de referință.**

Efortul unitar tangențial de frecare  $\bar{\tau}_0$ , de la peretele conductei, se consideră și în cazul mișcărilor nepermanente asemănător cu efortul tangențial de frecare din situația de regim. Pornind de la expresia puterii pierdute (energia pierdută / timp) se poate stabili expresia lui  $\bar{\tau}_0$ , deci :

$$\frac{H_R G}{t} = H_R \rho_w g V A = \bar{\tau}_0 \chi dx V \quad (2.2.6)$$

Din relația (2.2.6) rezultă :

$$\bar{\tau}_0 = \rho_w g \frac{H_R}{dx} \frac{A}{\chi} \quad (2.2.7)$$

în care :  $H_R$  este pierderea de sarcină pe lungimea  $dx$  ;  
 $\chi$  - perimetrul conductei ;  $G$  - greutatea lichidului din volumul elementar.

Inlocuind în relația (2.2.7) pe  $H_R$  și pe  $\chi$  cu expresiile lor rezultă :

$$\delta_0 = \frac{\rho \lambda V^2}{8} \quad (2.2.8)$$

în care :  $\lambda$  este coeficientul pierderilor de sarcină longitudinală de tip Darcy.

Introducînd expresia lui  $\delta_0$  în ecuația (2.2.5) se obține ecuația mișcării de forma :

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} V |V| = 0 \quad (2.2.9)$$

Pentru studiul fenomenelor de propagare, Allievi introduce simplificarea neglijării în ecuația (2.2.9) a termenului accelerației convective  $V \frac{\partial V}{\partial x}$ . Demonstrația dată de Allievi acestei probleme și reluată și de alte lucrări de specialitate din domeniu poate fi considerată ca intuitivă, fiindcă formal ea conține o inadecvență, așa cum se arată în [16]

Raționamentul se reduce la următoarele :

- se exprimă raportul :

$$\left( V \frac{\partial V}{\partial x} \right) : \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right) = V : \frac{dx}{dt} \quad (2.2.10)$$

- considerînd că :

$$\frac{dx}{dt} = c \quad (2.2.11)$$

unde  $c$  reprezintă celeritatea.

Rezultă  $V/c$ , cu concluzia că  $V \cdot \partial V / \partial x$  se poate neglija față de  $\partial V / \partial t$  din (2.2.9). În legătură cu această simplificare în [16] se arată că fiind vorba de ecuații cu derivate parțiale în care  $x$  și  $t$  sînt variabile independente cele două operații de mai sus (2.2.10) și (2.2.11) nu au sens.

În general neglijarea termenului accelerației convective este acceptată de majoritatea autorilor, astfel că ecuația (2.2.9) primește forma :

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\lambda}{2D} |V|V = 0 \quad (2.2.12)$$

Ecuatia (2.2.12) reprezintă ecuația de mișcare în una din formele ei cele mai uzuale. La termenul amortizării a fost introdus semnul vitezei astfel încât forța de frecare să țină seama de sensul vitezei.

### 2.3: Ecuatia de continuitate

Se consideră un element de conductă de lungime elementară  $dx$  și că variația densității apei, datorită variației de presiune, este mică în comparație cu densitatea apei.

Deoarece conducta poate fi deformată și axial, distanța dintre secțiunile considerate,  $dx$  (fig.2.2.) reprezintă la rândul ei o variabilă, ea fiind o funcție numai de timp [ 86 ].

Condiția de continuitate se exprimă prin aceea că diferența de masă de lichid ce intră și ce iese în intervalul de timp cât prin secțiunile A, care limitează la capete volumul elementar  $A dx$ , este egală cu creșterea masei lichidului din interiorul volumului elementar considerat.

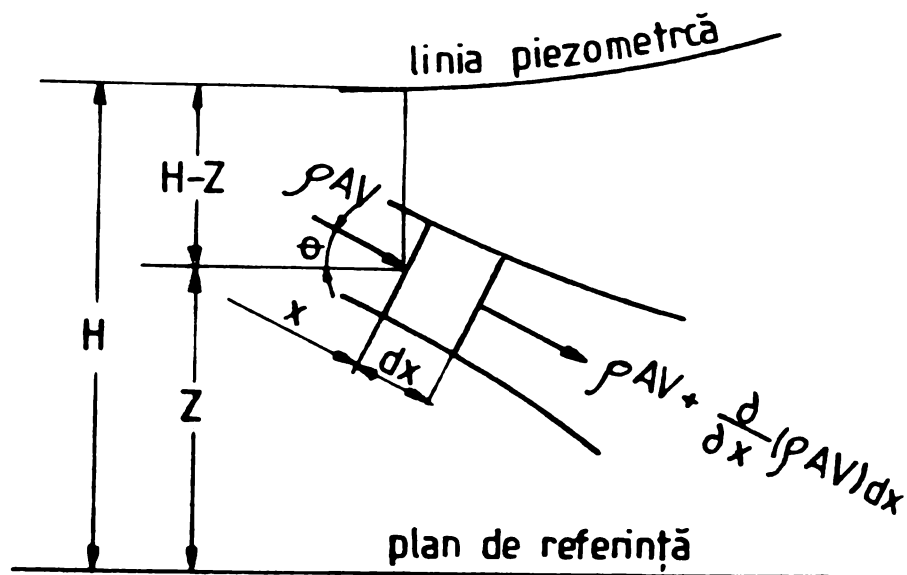


Fig 2.2. Notații folosite la definirea ecuației de continuitate

Pe baza figurii 2.2. și a considerațiilor de mai sus se poate scrie ecuația de continuitate sub forma :

$$\rho_w AV - \left[ \rho_w AV + \frac{\partial(\rho_w AV)}{\partial x} dx \right] = \frac{\partial(\rho_w A dx)}{\partial t} \quad (2.3.1)$$

După dezvoltări, simplificări și împărțirea cu cantitatea  $\rho_w \cdot A dx$  se obține :

$$\frac{V}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{\partial x} + \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{1}{dx} \frac{\partial(dx)}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.3.2)$$

Tinînd seama de formele derivatelor totale ale lui  $\rho_w$  și  $A$  :

$$\frac{d\rho_w}{dt} = \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + V \frac{\partial \rho_w}{\partial x}; \quad \frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} \quad (2.3.3)$$

care înlocuite în ecuația (2.3.2) și avînd în vedere faptul că variația lungimii elementului de conductă  $dx$  este funcție numai de timp, se obține :

$$\frac{1}{\rho_w} \frac{d\rho_w}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{dx} \frac{d(dx)}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.3.4)$$

În ecuația (2.3.4) primul termen exprimă compresibilitatea fluidului, cel de al doilea variația secțiunii conductei, cel de al treilea alungirea conductei, iar ultimul termen exprimă variația vitezei în conductă la un moment dat.

Modulul volumic de elasticitate al lichidului poate fi exprimat plecînd de la ipoteza că masa lichidului în timpul desfășurării fenomenelor tranzitorii rămîne constantă :

$$M_w = \rho_w Vol = \text{const.} \quad (2.3.5)$$

Logăritmînd și apoi diferențîind relația (2.3.5) rezultă :

$$\frac{dM_w}{dt} = \frac{d\rho_w}{\rho_w} + \frac{dVol}{Vol} = 0 \quad (2.3.6)$$

Ultimul termen din relația (2.3.6) se mai poate scrie :

$$\frac{dVol}{Vol} = - \frac{dp}{E_w} \quad (2.3.7)$$

Relația (2.3.6) primește forma :

$$\frac{d\rho_w}{\rho_w} = \frac{dp}{E_w} \quad (2.3.8)$$

sau țînînd seama de forma primului termen din ecuația (2.3.4) se poate scrie :

$$\frac{1}{\rho_w} \frac{d\rho_w}{dt} = \frac{1}{E_w} \frac{dp}{dt} \quad (2.3.9)$$

În aceste relații s-a notat cu :  $E_w$  - modulul de elasticitate volumic al lichidului ;  $M_w$  - masa volumului de lichid din elementul de conductă de lungime  $dx$  ;  $Vol_w$  - volumul elementului de conductă considerat.

Folosind coeficientul lui Poisson  $\mu$  , cel de al doilea termen al ecuației (2.3.4) primește forma :

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{\frac{\pi D^2}{4}} \pi D \frac{d\varepsilon_2}{dt} \frac{D}{2} = 2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{2}{E_c} \left( \frac{d\sigma_2}{dt} - \mu \frac{d\sigma_1}{dt} \right) \quad (2.3.10)$$

unde  $d\varepsilon_2/dt$  este variația deformației specifice laterale, care înmulțită cu raza devine creșterea razei în timpul  $dt$  , iar dacă se înmulțește și cu perimetrul  $\pi D$  devine variația ariei  $A$  în timpul  $dt$ ,  $dA/dt$  ;  $\sigma_1$  și  $\sigma_2$  - eforturile unitare longitudinal și transversal din peretele conductei.

Cel de al treilea termen al ecuației (2.3.4) poate fi exprimat în funcție de variația deformației specifice longitudinale în timpul  $dt$ .

$$\frac{1}{dx} \frac{d(dx)}{dt} = \frac{1}{dx} \frac{d\varepsilon_1 dx}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{1}{E_c} \left( \frac{d\zeta_1}{dt} - \mu \frac{d\zeta_2}{dt} \right) \quad (2.3.11)$$

unde  $E_c$ , în aceste ultime relații, este modulul de elasticitate al conductei.

După considerațiile (2.3.9), (2.3.10) și (2.3.11) ecuația (2.3.4) devine :

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{E_w} \frac{dp}{dt} + \frac{1}{E_c} \left[ \frac{d\zeta_2}{dt} (2 - \mu) + \frac{d\zeta_1}{dt} (1 - 2\mu) \right] \quad (2.3.12)$$

Tinând seama că o conductă poate prezenta trei cazuri de rezemare, așa cum se prezintă în [75], pentru toate aceste cazuri, gradul de deformație transversal este același, adică :

$$\frac{d\zeta_2}{dt} = \frac{dp}{dt} \frac{D}{2e} \quad (2.3.13)$$

unde  $e$  este grosimea peretelui conductei.

- Cazul 1 de rezemare - Conducta este rezemată de capătul din amonte :

$$\frac{d\zeta_1}{dt} = \frac{dp}{dt} \frac{D}{4e} \quad (2.3.14)$$

Introducînd în ecuația (2.3.12) relațiile (2.3.13) și (2.3.14) și rearanjînd într-un mod convenabil se obține :

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{E_w} \left( 1 + \frac{E_w}{E_c} \frac{D}{e} k_1 \right) \frac{dp}{dt} = 0 \quad (2.3.15)$$

unde :

$$k_1 = \frac{5}{4} - \mu \quad (2.3.16)$$

- Cazul 2 de rezemare - Conducta este complet blocată  
contra deplasărilor axiale ;  $\xi_1 = 0$  și

$$\frac{d\sigma_1}{dt} = \mu \frac{d\sigma_2}{dt} \quad (2.3.17)$$

care împreună cu relația (2.3.13) ecuația (2.3.12) primește  
forma (2.3.15) în care :

$$k_1 = 1 - \mu^2 \quad (2.3.18)$$

- Cazul 3 de rezemare - Există rosturi de expansiune  
între ancoraje, deci  $\sigma_1 = 0$ , rezultă :

$$k_1 = 1 \quad (2.3.19)$$

Valoarea coeficientului  $\mu$  pentru oțelul de construcții  
este apropiată de 0,3 . Faptul că prezența unei cantități  
foarte mici de aer în stare liberă în conductă provoacă o va-  
riație cu mult mai mare asupra celerității decât coeficientul  
lui Poisson  $\mu$  și deci în anumite situații de analiză influ-  
ența acestuia poate fi neglijată.

Definind prin  $c$  - celeritatea - relația :

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w} / \left(1 + \frac{E_w}{E_c} \frac{D}{e} k_1\right)} \quad (2.3.20)$$

ecuația (2.3.15) primește forma :

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\rho_w c^2} \frac{dp}{dt} = 0 \quad (2.3.21)$$

Dezvoltînd pe  $dp/dt$  :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} = \rho_w g \frac{\partial H}{\partial t} + \rho_w g \left( \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \right) \quad (2.3.22)$$

și înlocuind în ecuația (2.3.21), ținînd seama că  $dz/dt = \sin \theta$ ,



Ecuația de continuitate primește forma :

$$\frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + v \left( \frac{\partial H}{\partial x} + \sin \theta \right) + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2.3.23)$$

Ecuația de continuitate sub forma (2.3.23) este definită pentru conductele sub presiune cu deformații reduse.

Ecuațiile (2.2.12) și (2.3.23) reprezintă ecuațiile care definesc mișcarea nepermanentă în sisteme hidraulice sub presiune și reprezintă ecuațiile primitive sau nedefinite ale fenomenului de lovitură de berbec.

Din punct de vedere matematic, aceste ecuații formează un sistem de ecuații cu derivate parțiale cvasiliniare de tip hiperbolic.

#### 2.4. Forma adimensională a ecuațiilor mișcării

În anumite situații de analiză a mișcărilor nepermanente și în special în cazul sistemelor de conducte este mai avantajos să se lucreze cu ecuațiile mișcării la regimuri tranzitorii scrise sub formă adimensională.

Pentru a realiza acest lucru, în cazul unei singure conducte, se împarte viteza  $V$  prin  $V_0$ , viteza în conductă la situația de regim, înălțimea piezometrică  $H$  prin  $H_0$ , înălțimea piezometrică în situația de regim într-o secțiune caracteristică a sistemului, distanța  $x$  prin  $L$ , lungimea conductei, iar timpul  $t$  prin  $2L/c$ . Cu aceste considerații se fac notațiile :

$$v = \frac{V}{V_0}; \quad x' = \frac{x}{L}; \quad t' = \frac{t}{2L/c}; \quad h = \frac{H}{H_0} \quad (2.4.1)$$

și în consecință rezultă :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{c V_0}{2L} \frac{\partial v}{\partial t'}; \quad \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{H_0}{L} \frac{\partial h}{\partial x'} \quad (2.4.2)$$

Ecuația (2.2.12) scrisă adimensional are forma :

$$\frac{\partial h}{\partial x'} + \frac{c V_0}{2g H_0} \frac{\partial v}{\partial t'} + \frac{\lambda L}{D} \frac{V}{2g H_0} v |v| = 0 \quad (2.4.3)$$

Coeficientul factorului  $v/v$  este adimensional și reprezintă pierderea de sarcină, în situația de regim pentru o conductă, care se notează cu  $h_{R_0}$ . Termenul  $(V_0/2gH_0)$  este un parametru adimensional care se notează în mod convențional cu  $B_0$ . Cu aceste notații ecuația (2.3.26) devine :

$$\frac{\partial h}{\partial x'} + B_0 \frac{\partial v}{\partial t'} + h_{R_0} v |v| = 0 \quad (2.4.4)$$

care reprezintă forma adimensională a ecuației de mișcare.

Ecuația de continuitate în forma (2.3.23) scrisă adimensional folosind notațiile (2.3.24) devine :

$$B_0 \frac{\partial v}{\partial x'} + \frac{V_0}{c^2} v \left( \frac{\partial h}{\partial x'} + \frac{L}{H_0} \sin \theta \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial t'} = 0 \quad (2.4.5)$$

Termenul mijlociu al ecuației (2.3.28) este mic în comparație cu ceilalți termeni și pentru cazul modelelor de calcul simplificat poate fi neglijat iar această ecuație ia forma :

$$2B_0 \frac{\partial v}{\partial x'} + \frac{\partial h}{\partial t'} = 0 \quad (2.4.6)$$

care reprezintă forma principală a ecuației de continuitate în cadrul forme de calcul adimensionale [86].

Ecuațiile de mișcare și de continuitate astfel determinate sînt aplicabile pentru conducte de orice pantă, care suferă deformații relativ mici și se supun condiției ca aproximația unidimensională să fie aplicabilă.

În cazurile curențe de execuție a conductelor diferitelor sisteme hidraulice sub presiune, la care pantele acestora sînt mici, termenul din ecuația de continuitate care ține seama de pantă conductei fiind mic în calcule obișnuite poate fi neglijat.

#### 2.5. Forme ale ecuațiilor de mișcare pentru diferite metode de calcul

Soluțiile ecuațiilor (2.2.12) și (2.3.23) se obțin pentru

diferite premize simplificade. Pentru diferitele metode de analiză folosite pentru studiul mișcării nepermanente se propun anumite ipoteze, funcție de complexitatea schemei hidraulice studiate și de precizia de calcul cerută.

În cadrul acestui paragraf sînt prezentate cîteva forme ale ecuațiilor generale de mișcare folosite pentru analiza mișcărilor nepermanente în diverse metode de calcul.

Pentru obținerea ecuațiilor generale ale undelor de presiune și de viteză se pornește de la ecuațiile (2.2.12) și (2.3.23) scrise sub o formă simplificată :

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (2.5.1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.5.2)$$

♦

în care s-a neglijat termenul pierderilor de sarcină din ecuația de mișcare (2.2.12) și termenul central din ecuația de continuitate (2.3.23).

Din ecuațiile (2.5.1) și (2.5.2) eliminînd pe rînd cîte una din necunoscutele  $V$  și  $H$ , se obține un nou sistem în care aceste necunoscute să apară în cîte o ecuație.

Prin efectuarea derivatelor parțiale, a ecuației (2.5.1) în raport cu  $t$  și a ecuației (2.5.2) în raport cu  $x$ , apoi scăzîndu-le, se poate elimina  $H$  rezultînd ecuația :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (2.5.3)$$

Printr-un procedeu similar se poate elimina  $V$  obținîndu-se :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (2.5.4)$$

Se constată că fiecare din ecuațiile de mai sus sînt ecuații cu derivate parțiale de ordinul doi, încadrîndu-se în ecuațiile de tip hiperbolic.

Avînd în vedere că la ecuațiile cu derivate parțiale de tip hiperbolic (2.5.3) sau (2.5.4), soluția generală cuprinde

un număr de funcții arbitrare egal cu ordinul ecuației diferențiale, rezultă că soluția generală a sistemului (2.5.3) și (2.5.4) poate fi scrisă sub forma :

$$H - H_0 = F(x - ct) + f(x + ct) \quad (2.5.5)$$

$$V - V_0 = \Phi(x - ct) + \varphi(x + ct) \quad (2.5.6)$$

unde  $V_0$  și  $H_0$  sînt valorile variabilelor  $V$  și  $H$  corespunzătoare situației de regim, iar  $F$ ,  $f$ ,  $\Phi$  și  $\varphi$  sînt funcții arbitrare.

Cele patru funcții arbitrare nŭ sînt independente, ele trebuind sŭ verifice sistemul inițial (2.5.3) și (2.5.4). Aceastŭ condiție conduce la concluzia cŭ oricare ar fi  $x$  și  $t$  existŭ egalitatea :

$$F(x - ct) = \frac{c}{g} \Phi(x - ct) \quad (2.5.7)$$

$$f(x + ct) = -\frac{c}{g} \varphi(x + ct) \quad (2.5.8)$$

Cu aceastŭ subliniere, se poate exprima soluția generală numai prin utilizarea funcțiilor  $F$  și  $f$  obținîndu-se astfel sistemul undelor asociate :

$$H - H_0 = F(x - ct) + f(x + ct) \quad (2.5.9)$$

$$V_0 - V = \frac{g}{c} [F(x - ct) - f(x + ct)] \quad (2.5.10)$$

În aceastŭ soluție generală funcția  $F$  reprezintŭ de fapt unda care se propagŭ în sensul pozitiv al axei  $x$ , denumitŭ undŭ progresivŭ, iar funcția  $f$  poate fi interpretatŭ fizic ca undŭ care se propagŭ în sens contrar funcției  $F$ , denumitŭ undŭ regresivŭ (fig.2.3).

În cazul folosirii metodei caracteristicilor, pentru soluționarea ecuațiilor de mișcare nepermanentŭ sub formŭ generalŭ, nu se neglijeazŭ termenul care ține seama de pierderea de sarcinŭ din ecuația de mișcare (2.2.12), iar ecuația

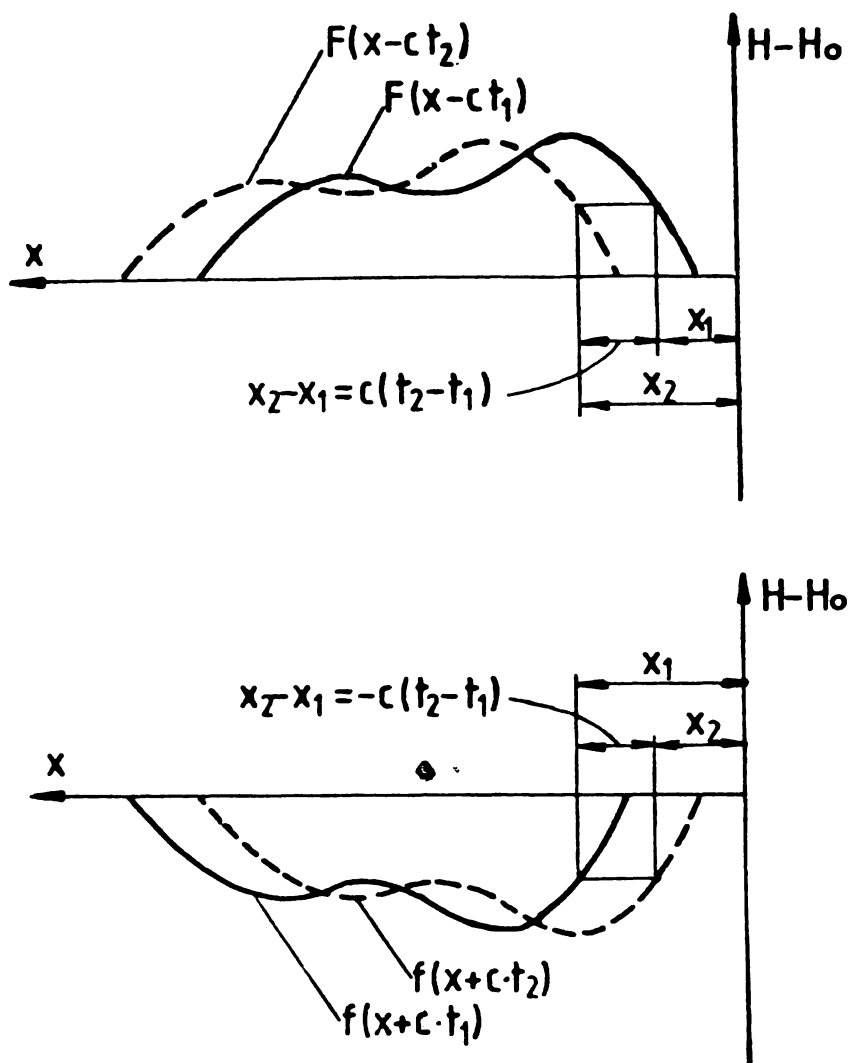


Fig.2.3 Definirea funcțiilor de presiune  $F$  și  $f$

de continuitate poate fi luată sub forma (2.3.23) sau sub forma simplificată (2.5.2) (metoda de calcul utilizând metoda caracteristicilor face obiectul unui subcapitol aparte).

Pentru utilizarea metodei impedanței este necesar ca termenul care ține seama de pierderea de sarcină să fie liniarizat și este mai avantajos ca în ecuațiile care guvernează mișcarea, variabila  $V$  să fie înlocuită cu variabila  $Q$ .

Cu aceste considerații, ecuațiile mișcării utilizate în metoda impedanței au forma :

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\lambda Q^n}{2gDA^n} = 0 \quad (2.5.11)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{gA}{c^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2.5.12)$$

în care  $A$  reprezintă aria secțiunii transversale a conductei, iar termenul  $V^2$  a fost generalizat sub forma  $(Q/A)^n$ . În ecuația de continuitate (2.5.12) s-a neglijat termenul mijlociu din ecuația (2.3.23).

## 2.6. Problema condițiilor inițiale

Plecând de la relațiile (2.5.5) și (2.5.6) care reprezintă soluția generală a unui sistem de ecuații hiperbolice, acestea pot fi scrise sub forma generală :

$$Z(x,t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2.6.1)$$

Prin introducerea unor condiții inițiale de tip Cauchy și efectuarea unor diferențieri și integrări se ajunge la expresia soluției într-un punct  $(x_0, t_0)$  al domeniului fizic ce fiind :

$$Z(x_0, t_0) = \frac{1}{2} [f(x - ct) + f(x + ct)] + \frac{1}{2c} \int_{x-ct}^{x+ct} g(\alpha) d\alpha \quad (2.6.2)$$

fapt ce arată că aceasta depinde numai de datele inițiale de pe segmentul axei  $ox$  tăiat de liniile  $x - ct = x_0 - ct_0$ , care reprezintă dreapta  $C^+$  și  $x + ct = x_0 + ct_0$ , care reprezintă dreapta  $C^-$  (fig.2.4) ; acest segment este denumit interval de dependență al punctul  $(x_0, t_0)$ . Invers, totalitatea punctelor  $(x, t)$  unde soluția este influențată de către datele inițiale, de către punctul  $(x_0, 0)$ , de pe axa  $ox$ , va fi regiunea mărginită de limitele  $x + ct = x_0$  și  $x - ct = x_0$  (fig.2.5) și denumită domeniu de influență a punctului  $(x_0, 0)$ . Conceptele de interval de dependență și domeniul de influență și caracteristici sînt noțiuni fundamentale pentru ecuațiile cu derivate parțial hiperbolice.

În calculul mișcărilor nepermanente, condițiile inițiale ale unui sistem hidraulic sub presiune corespund situației dinaintea momentului începerii fenomenului tranzitoriu ( $t = t_0 - \xi$ ), și sînt date sub forma :

$$V = V(x, 0) \quad (2.6.3)$$

$$H = H_0 \pm M_1 \int_0^L V^2(x) dx \quad (2.6.4)$$

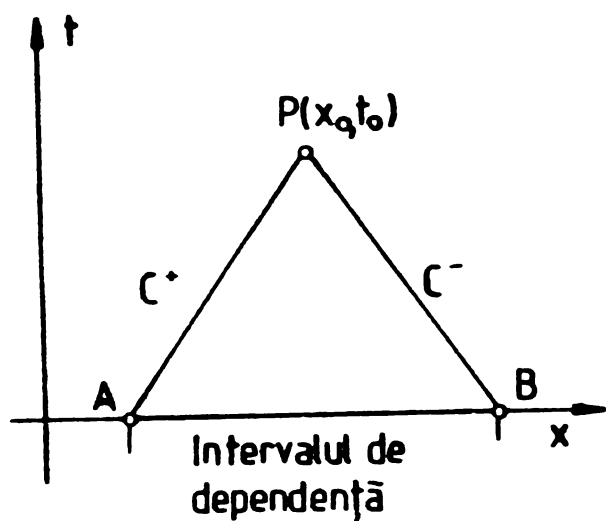


Fig. 2.4 Definierea intervalului de dependență

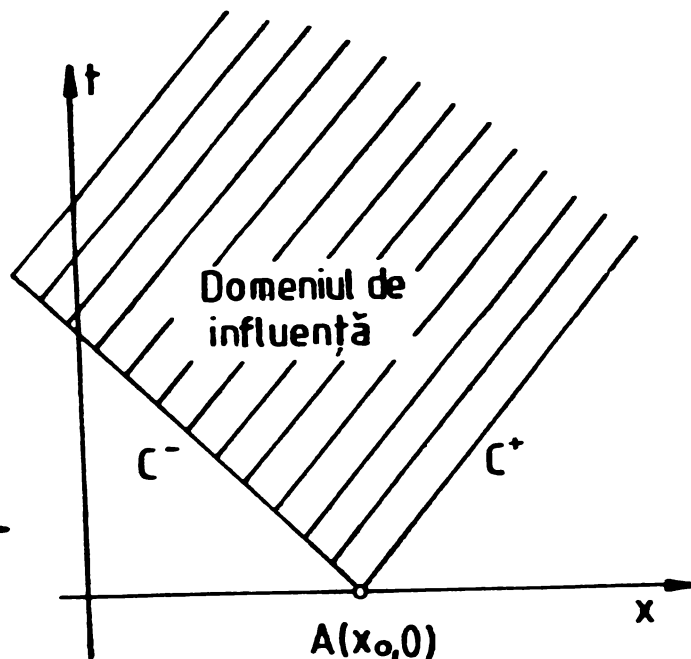


Fig. 2.5 Definierea domeniului de influență

Cu  $M_1$  s-a notat modulul pierderilor de sarcină longitudinale. Orice excitație introdusă în sistem la momentul inițial  $t_0=0$  poate fi redusă la un caz particular al condițiilor inițiale. Aceaste se traduce în fapt la a impune mărimilor dependente  $H(x,t)$  și  $V(x,t)$  din sistem anumite discontinuități  $H(t_0)$  și  $V(t_0)$ , de obicei de speța I, sau unele variații continue  $H(t)$  sau  $V(t)$  care vor genera procese ondulatorii ce caracterizează regimul tranzitoriu.

### 2.7. Problema condițiilor la limită

De subliniat este faptul că, dacă ecuațiile de bază ale mișcării rămân totdeauna valabile pentru calculul unui regim tranzitoriu într-un sistem hidraulic sub presiune, esențialul este considerat a fi reprezentat de condițiile suplimentare, care de fapt conturează fizicește problema de propagare respectivă și o individualizează în același timp.

Dintre aceste condiții suplimentare, condițiile la limită dețin cea mai mare importanță, deoarece sînt cele care imprimă particularitățile calitative ale fenomenului de lovitură de berbec, fenomen ce are loc într-un sistem hidraulic sub presiune la regimuri tranzitorii.

Necesitatea cunoașterii condițiilor la limită se impune și din rezolvarea naturală a unui fenomen de propagare prin caracteristici, reunită cu formularea matematică a relațiilor analitice particulare pentru sistemul de ecuații cu derivate parțiale de tip hiperbolic ce guvernează fenomenul.

Totodată, condițiile la limită pun în evidență răspunsul sistemului hidraulic respectiv prin comportarea proprie a acestuia sub efectul micilor perturbații. În secțiunile condițiilor la limită apar procese de reflexie și refracție care deformează rapid unda de propagare a fenomenului de lovitură de berbec.

Condițiile la limită proprii studiului regimurilor tranzitorii și posibile a fi produse într-un sistem sub presiune sînt de două tipuri [ 28 ] :

- Condiții limită dinamice, care aduc în cîmpul mișcării mărimile proprii acestuia legate printr-o ecuație diferențială cu derivate parțiale sau ordinare de tipul :

$$\varphi_1\left(v, \frac{dH}{dt}, t\right) = 0 \quad (2.7.1)$$

sau

$$\varphi_2\left(\frac{dV}{dt}, H, t\right) = 0 \quad (2.7.2)$$

În funcție de tipul de funcționare al părții terminale a sistemului, aceste condiții putînd fi formulate continue sau discontinue;

- condiții date sub formă implicită

$$F(H, V, t) = 0 \quad (2.7.3)$$

care asigură problemei analizate cunoașterea a cel puțin a unei necunoscute și a dependenței acesteia de timp. Se subliniază faptul că asemenea condiții la limită pot fi secțiuni intermediare ale cîmpului mișcării.

În mod practic, o condiție la limită la capătul unei conducte simple (fig.2.6) se reduce la o ecuație care conține variabilele  $H$  și  $V$  ale conductei la același capăt și eventual și timpul  $t$ .



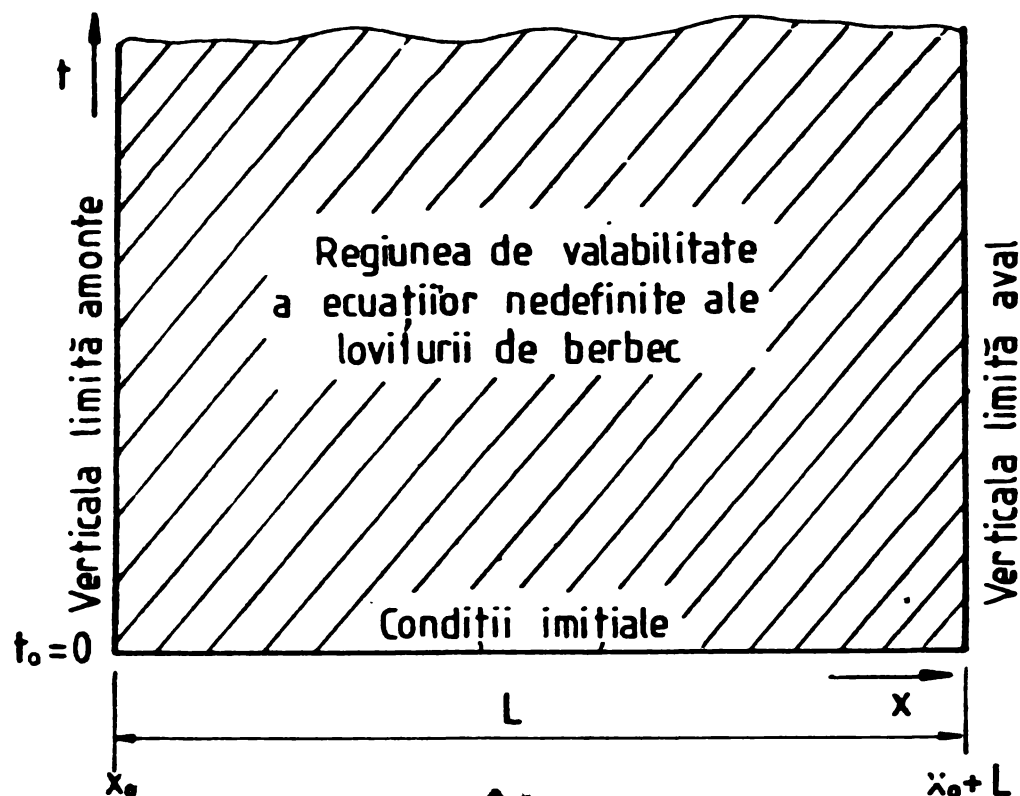


Fig.2.6 Definierea condițiilor inițiale și la limită

În cazul sistemelor de conducte, în serie, cu ramificații se urmărește aceeași regulă, cu diferența că acestea necesită un număr corespunzător de ecuații ce descriu starea limită corespunzătoare.

Cazuri concrete de condiții la limită sînt prezentate la paragraful 2.9.

### 2.8. Metodele actuale de calcul a mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune

#### 2.8.1. Considerații generale

Toate metodele de analiză a fenomenului de lovitură de berbec încep de la ecuațiile de mișcare și continuitate sub o anumită formă. De la aceste ecuații de bază, s-au dezvoltat diferite metode de analiză, aplicînd anumite premise restrictive.

Începînd cu lucrările lui Allievi, foarte importante și numeroase, au determinat un avînt important privind dezvoltă-

rile teoretice în domeniul mișcărilor nepermanente din sisteme sub presiune. În ansamblu, aplicațiile teoretice dintre cele mai diverse, caută să se apropie cât mai mult de aparențele fizice ale fenomenului tranzitoriu, pe de o parte, iar pe de altă parte, de a face față complicărilor inerente ale caracteristicilor constructive ale sistemelor hidraulice sub presiune, așa cum acestea sînt create de nevoile practicii.

Literatura de specialitate din domeniul hidraulicii sub presiune consemnează numeroase contribuții teoretice și metodologice de mare importanță în abordarea problemelor de calcul a mișcărilor nepermanente.

Alegerea metodei de calcul rămîne la atitudinea celui care efectuează calcule concrete, avînd obligația de a asigura corectitudinea acestor calcule.

Metodele folosite în calculul fenomenului de lovitură de berbec, pot fi clasificate în mai multe categorii în funcție de complexitatea acestora.

Complexitatea metodelor de calcul și a schemelor de calcul adoptate depinde de importanța instalației și de gradul de manifestare a fenomenului de lovitură de berbec.

Din punct de vedere al gradului de complexitate a metodelor de calcul, acestea se împart în două categorii : metode considerate exacte și metoda aproximative.

Metodele aproximative se bazează pe folosirea unor grafice sau tabele de calcul care se obțin prin prelucrarea și sintetizarea unor rezultate obținute prin metode exacte sau pe cale experimentală, a unor formule de calcule aproximative, sau prin simulare analogică.

Deși majoritatea metodelor de calcul considerate exacte sînt cunoscute, fără ca ele să constituie obiectul principal al lucrării de față, vor fi prezentate pe scurt în acest subcapitol.

### 2.8.2. Metoda aritmetică

A fost utilizată în special pînă în perioada anilor 1930, cînd au început să fie folosite metodele grafice. Modelul de calcul adoptat presupune efectul frecărilor nul și consideră conducta orizontală. De fapt se rezolvă ecuațiile creșterii de presiune datorită unei variații de viteză, în situația existenței unei condiții la limită specifice, dar expri-

mate sub unele forme nu prea complicate.

Ecuația de forma :

$$\Delta H = \frac{c\Delta V}{g} \left( 1 + \frac{2V_0}{c} \right) \cong \frac{c\Delta V}{g} \quad (2.8.1)$$

este soluționată împreună cu condițiile la limită, rezultatele putînd fi obținute tabelar pentru fiecare pas de timp și se scoate în evidență procesele de reflexie a undelor în sistemul sub presiune analizat.

Metoda aritmetică necesită o dezvoltare teoretică foarte simplă, iar pentru efectuarea calculelor este suficientă rigla de calcul sau mașina de calcul. Această metodă prezintă dezavantajul că neglijează frecările dintre lichid și conductă și sînt necesare diferite testări privind condițiile de margine (legea de închidere a vanei).

### 2.8.3. Metoda grafică Schnyder-Bergeron

Această metodă a fost inițiată de către Loewy, care a rămas oarecum în umbră, și dezvoltată de către Schnyder și Bergeron începînd cu anii 1930-1935.

În metoda grafică Schnyder-Bergeron se neglijează frecarea în cadrul argumentărilor sale teoretice, însă folosește mijloacele necesare pentru luarea în considerare a acesteia printr-o corecție, aspect subliniat și în [16] de către un colectiv condus de D.Cioc, unde se arată că prin aplicarea metodei grafice Schnyder-Bergeron la categoria mișcărilor periodice este necesar a se lua în considerare, fie chiar în mod simplificat, problema disipării energiei, sub forma unui termen disipativ care asigură corectarea soluției Schnyder-Bergeron.

Metoda Schnyder-Bergeron permite considerarea punctuală a pierderilor de sarcină liniară și locală, cît și a transformărilor de energie potențială în energie cinetică și invers ; modalitatea considerării practice a acestora este comună și altor metode de calcul (metoda undelor de calcul o variantă a metodei caracteristicilor).

Metoda grafică Schnyder-Bergeron este cea mai accesibilă și cea mai practică metodă de analiză a mișcărilor nepermanente

după anii 1930. Această metodă are avantajele de a vizualiza desfășurarea fenomenului de lovitură de berbec prin chiar procesul de rezolvare a problemei, permite admiterea diferitelor condiții la limită și poate fi aplicată cu ușurință pentru analiza regimurilor tranzitorii în cazul conductelor simple. Dezavantajele acestei metode constă în faptul că este susceptibilă la erori importante rezultând din organizarea grafică, sînt necesare analizări de soluții pentru numeroase condiții limită, nu poate fi tratat cu ușurință un sistem complex de conducte.

#### 2.8.4. Metoda undelor fizice

Metoda undelor fizice este echivalentă din punct de vedere matematic cu metoda suprapunerii efectelor. Reproduce situația mișcării într-o secțiune oarecare a sistemului hidraulic la un moment dat prin adăugarea la valorile de debit și de presiune corespunzătoare stării inițiale, a efectelor tuturor undelor directe și inverse containerizate fizic prin secțiunea respectivă.

Metoda poate fi aplicată în cazul fluidelor perfecte, prin adăugarea ipotezei de viteză de propagare constantă se poate aprecia că undele de același tip se propagă fără interacțiune, menținându-și astfel caracteristicile neschimbate și permițînd relații simple.

Metoda undelor fizice prezintă avantajul simplității și a volumului de calcule acceptabil scăzut, atunci cînd interesează desfășurarea mișcării tranzitorii în primele momente după amorsarea acestora. O demonstrație și o justificare a aplicării acestei metode este dată în [ 17 ] .

Folosirea acestei metode prezintă dezavantajul că nu poate fi aplicată cu ușurință pentru soluționarea rețelelor complexe de conducte în comparație cu alte metode și consideră mărimea vitezei de propagare constantă în timp, ceea ce limitează și mai mult domeniul de aplicabilitate al acestei metode.

#### 2.8.5. Metode undelor de calcul

Metoda undelor de calcul poate fi considerată o variantă a metodei caracteristicilor. Conform acestei metode, propagă-

rii undelor fizice de presiune  $\xi(H)$  și de viteză  $\xi(V)$ , i se substituie propagarea unor expresii matematice invariante, conținând valorile globale ale parametrilor  $H$  și  $V$  și nu variații ale acestora. Rezolvarea pe cale grafică a metodei undelor de calcul a fost realizată de Riemann, în planul fizic al mișcării, iar Schnyder și Bergeron au sintetizat-o pentru calculul loviturii de berbec în planul hodograf [ 53 ]. Jukovski a particularizat ecuațiile ce conțin invarianții Riemann pentru cazul lichidelor. Numeroși alți cercetători de renume au aplicat-o la calculul loviturii de berbec.

Scoala românească de hidraulică a contribuit la conturarea unor metode matematice de calcul a mișcărilor nepermanente din sistemele hidraulice sub presiune, bazate pe utilizarea metodei undelor de calcul și destinate unor aplicări numerice. Metoda este pe larg descrisă în lucrările [ 16 ] și [ 17 ].

#### 2.7.6. Metoda caracteristicilor

Conceptul de caracteristică reprezintă cel mai util mijloc de clasificare a ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale întâlnite în fizica matematică.

Prin utilizarea acestei metode, sistemul format de ecuațiile (2.2.12) și (2.3.23), care reprezintă un sistem parabolic cu derivate parțiale cvasiliniare, se transformă într-un sistem de patru ecuații cu derivate totale.

Această metodă este utilizată în mod curent pentru rezolvarea numerică a sistemelor de două ecuații. Pentru astfel de sisteme există două direcții denumite direcții caracteristice. Aproximațiile cu diferențe finite pentru cele două ecuații cu derivate parțiale sînt construite folosind proprietățile acestor direcții caracteristice.

În mod obișnuit această metodă de calcul este folosită pentru două ecuații dar ea poate fi extinsă la  $n$  ecuații cvasiliniare cu derivate parțiale în două variabile independente. Presupunînd că pentru aceste  $n$  ecuații există  $n$  direcții caracteristice în fiecare punct, unele din ele putînd chiar coincide ; calculul numeric se complică și datorită acestui fapt nici nu există multe probleme tratate prin metoda caracteristicilor pentru  $n > 2$  [ 79 ].

Se remarcă de asemenea faptul că, ecuațiile hiperbolice întâlnite în hidraulică sau mecanica fluidelor se simplifică

substanțial atunci cînd sînt folosite caracteristicile, care de fapt reprezintă coordonatele naturale ale unui sistem hiperbolic. Aceste simplificări devin foarte utile în cazul problemelor de propagare ce implică ecuații de ordinul I sau II avînd două variabile independente. Fenomenul de lovitură de berbec, guvernat de ecuațiile (2.2.12) și (2.3.23) se încadrează într-o asemenea clasă de probleme.

Se remarcă de asemenea faptul că, în general caracteristicile pot fi identificate ca curbe de-a lungul cărora se pot propaga discontinuitățile derivatelor, sau ca curbe de-a curmezișul cărora derivatele pot fi discontinuu sau nedeterminate.

Realitatea fizică a unei probleme de propagare, deci a unei mișcări tranzitorii în sisteme hidraulice sub presiune, reclamă existența acestor derivate, astfel încît acestea, primate fiind ca niște ecuații algebrice sau set de ecuații simultane să rămîna compatibile, chiar dacă este atinsă nedeterminarea.

În cadrul acestei metode, pierderile de sarcină, în analiza mișcărilor tranzitorii în sistemele hidraulice sub presiune, pot fi considerate în calcule fie concentrate în anumite secțiuni de calcul sub forma unor diafragme fictive, fie că se iau ca atare, repartizate în lungul conductei [ 16 ], [ 17 ], [ 39 ].

Ecuațiile sub forma metodei caracteristicilor se transcriu în diferențe finite, calculele efectuîndu-se cu ajutorul calculatoarelor electronice.

Printre avantajele pe care le prezintă această metodă se menționează : precizia calculelor este mai mare decît la celelalte metode datorită faptului că termenii cu pondere mică din ecuațiile de mișcare pot fi menținuți în calcule, pierderile de sarcină pot fi considerate ca atare sau concentrate, prezintă ușurință în tratarea condițiilor la limită și poate fi utilizată la analiza sistemelor de conducte complexe. Prezintă dezavantajul că pentru a fi folosită această metodă este necesar să se dispună de calculatoare electronice.

Metoda caracteristicilor este considerată cea mai cuprinzătoare din metodele de calcul a mișcărilor nepermanente din sistemele hidraulice sub presiune și este luată drept metodă de referință pentru alte metode de studiu. Tratarea de-

talistă a acestei metode de calcul cu referiri la calculul fenomenului de lovitură de berbec, face obiectul paragrafului 2.9 din acest capitol.

### 2.8.7. Metoda algebrică

Această metodă reprezintă o variantă a metodei caracteristicilor. Ea folosește cele două ecuații definite pentru condițiile limită aplicate pentru întreaga lungime a conductei. În consecință, se obțin două ecuații algebrice neliniare pentru fiecare conductă din cadrul sistemului hidraulic sub presiune ce se analizează. Cele două ecuații pentru fiecare conductă, împreună cu condițiile limită, permit determinarea unei soluții pentru creșteri egale de timp.

Dacă termenul pierderilor de sarcină este neglijat, metoda algebrică este echivalentă în acest caz cu metoda grafică. Rezultă deci, că metoda algebrică este superioară metodei grafice prin faptul că include și pierderile de sarcină chiar în mod concentrat, însă problema pierderii de sarcină nu este tratată cu aceeași precizie ca în cazul aplicării metodei caracteristicilor.

Avantajul acestei metode constă în faptul că este o metodă precisă, deoarece include pierderile de sarcină longitudinale și permite folosirea tehnicii programării. Pentru folosirea acestei metode se cere o anumită ingeniozitate pentru tratarea simultană a ecuațiilor neliniare, iar pierderile de sarcină nu sînt tot atît de bine distribuite ca în cazul metodei caracteristicilor.

### 2.8.8. Metoda impedanței

Metoda impedanței este mai puțin utilizată, folosirea ei fiind limitată la curgerea ondulatorie permanentă.

Această metodă se bazează pe teoria liniilor de transmisie a energiei electrice, însă utilizează termenul de frecare în dezvoltarea sa neliniară pentru valoarea medie a vitezei și frecarea liniarizată pentru componenta oscilantă.

Metoda are avantajul de a fi utilizată cu ușurință în analiza sistemelor de conducte complete, cu ajutorul acestei metode se poate determina perioada fundamentală a armonicii sale pentru un asemenea sistem.

Pentru obținerea soluției problemei este necesar un timp relativ scurt, iar condițiile la limită mai complicate pot fi tratate cu ajutorul seriei Fourier.

Metoda prezintă dezavantajul că domeniul de aplicare a acestei metode este restrâns, numai la acele al curgerii periodice, se folosește liniarizarea termenului frecării la componente oscilantă.

### 2.8.9. Metoda cu diferențe finite Lax-Wendroff

Deși această metodă este aplicabilă mai mult la regimuri tranzitorii în sistemele hidraulice cu nivel liber decât la cele sub presiune, ea este folosită și pentru studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune la curgeri bifazice apă-aer, deoarece mărimea celerității se reduce mult în acest amestec bifazic.

Pentru aplicarea acestei metode cele două ecuații care guvernează mișcarea nepermanentă, ecuația de mișcare și de continuitate se transcriu în așa numita formă de conservare, schemă numerică în două etape propusă de Lax și Wendroff.

Această metodă este folosită în studiul mișcărilor nepermanente în amestec bifazic apă-aer pentru procente relativ mari ale fazei gazoase a aerului, peste 1 % raportat la volumul total al amestecului bifazic [ 56 ], de asemenea mai poate fi folosită și pentru analiza cavitățiilor sub formă de bule sau sub forma separării coloanei de lichid în conducte sub presiune, fenomen ce are loc la regimuri tranzitorii [ 50 ].

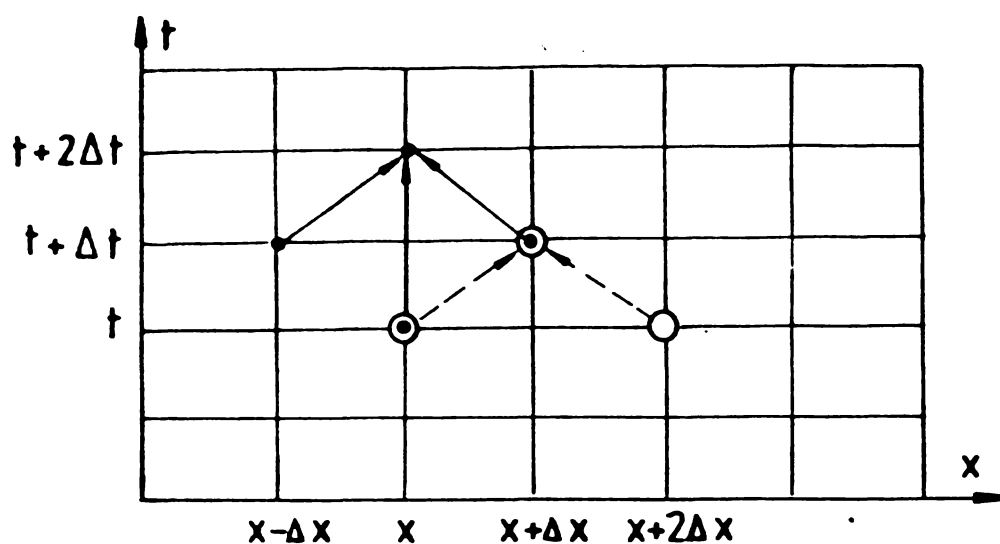
Pentru folosirea acestei metode de calcul în studiul mișcărilor nepermanente din sistemele sub presiune este necesar a pune ecuațiile mișcării sub o formă așa-zisă de conservare, care restrânsă este :

$$\frac{\partial P_{i1}}{\partial t} + \frac{\partial P_{i2}}{\partial x} = P_{i3} \quad (2.8.2)$$

unde :  $P_{i1}$  ,  $P_{i2}$  ,  $P_{i3}$  sînt funcții de variabilele  $H$ ,  $V$  și eventual  $\alpha$  - fracțiunea fazei gazoase a aerului ;  $i = 1, 2$  eventual 3.

Schema de calculul Lax-Wendroff în două etape este o schemă explicită de diferențe finite cu o precizie de ordinul doi (fig.2.7).





○ - prima etapă

•○ - a doua etapă

Fig. 2.7 Schema de calcul a metodei Lax - Wendroff în două etape

Prima etapă este o etapă intermediară care folosește schema lui Lax având o precizie de ordinul unu, fiind aplicabilă de la timpul  $t$  la  $t + \Delta t$ . Cea de a doua etapă, este aplicabilă de la timpul  $t$  la  $t + 2 \Delta t$ , având o precizie de ordinul doi.

Metoda prezintă avantajul că pot fi tratate undele de șoc, și celelalte discontinuități, dar sînt necesare unele ajustări prin intermediul unor coeficienți, care în faza actuală de studiu trebuiesc determinați prin încercări fiind funcție de mai mulți factori care diferă de la o schemă la alta, ceea ce necesită tararea modelului de calcul pe bază de rezultate experimentale.

#### 2.8.10. Metode analitice

Pe lângă modelele de calcul expuse pe scurt mai sus, care constituie în marea majoritate metode numerice, în literatura de specialitate sînt prezentate o serie de metode analitice, care rămîn încă foarte actuale în acest domeniu de studiu.

O trecere în revistă a metodelor analitice este prezentată în lucrarea [ 85 ].

În principiu, metodele de calcul analitice nu pot oferi soluții satisfăcătoare pentru studiul majorității problemelor de mișcare nepermanentă din sistemele hidraulice sub presiune, soluții să permită o simulare cât mai apropiată de realitatea fizică a acestora.

Folosirea metodelor analitice constituie singura modalitate de a găsi soluțiile ecuațiilor fenomenului de lovitură de berbec când acestea sînt scrise sub formă lor neliniară. Aceste metode sînt promovate de școlile franceză.

Metodele analitice își găsesc utilitatea în abordările sinergetice tot mai des întîlnite astăzi cînd în cadrul modelării de tip discret vizînd simularea matematică a mișcărilor nepermanente din sistemele hidraulice sub presiune și a cît mai multor aspecte de ordin fizic ce caracterizează aceste mișcări, apare nevoia intervențiilor analitice de tip continuu.

Metodele analitice oferă mijloace de a depista și demonstra comportările calitative ale mișcărilor nepermanente, stări asimetrice de regim ale acestora precum și rezolvări cantitative referențiale.

## 2.9. Folosirea metodei caracteristicilor în studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune

### 2.9.1. Forme ecuațiilor de mișcare în metoda caracteristicilor

Prin folosirea metodei caracteristicilor pentru soluționarea ecuațiilor de mișcare (2.2.12) și (2.3.23) care guvernează fenomenul de lovitură de berbec în sistemele hidraulice sub presiune :

$$E_1 = g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\lambda}{2D} V|V| = 0 \quad (2.2.12)$$

$$E_2 = \frac{c}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + v \left( \frac{\partial H}{\partial x} + \sin \theta \right) + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2.3.23)$$

și care formează un sistem de ecuații cu derivate parțiale de tip hiperbolic ovasilinar, avînd termenii funcție de două ve-

riabile dependente  $V$  și  $H$  și două variabile independente  $x$  și  $t$ , se transformă în patru ecuații cu derivate totale.

Pentru transformarea ecuațiilor (2.2.12) și (2.3.23) în forma ecuațiilor cu derivate totale se face o combinație liniară a acestora prin multiplicarea cu un factor  $\eta$  necunoscut obținându-se :

$$E = E_1 + \eta E_2 = \eta \left[ \left( V + \frac{g}{\eta} \right) \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \left[ \left( V + \frac{c \eta}{g} \right) \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right] + \eta V \sin \theta + \frac{\lambda}{2D} V |V| = 0 \quad (2.9.1)$$

Această ecuație include derivatele totale ale funcțiilor  $H$  și  $V$ .

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt}; \quad \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (2.9.2)$$

Din analiza ecuațiilor (2.9.1) și (2.9.2) se obține valoarea factorului de multiplicare  $\eta$  :

$$\frac{dx}{dt} = V + \frac{g}{\eta} = V + \frac{c^2}{g} \eta \quad (2.9.3)$$

Rezultă :  $\eta = \pm \frac{g}{c}$  și  $\frac{dx}{dt} = V \pm c$

Deoarece  $V \ll c$  se poate scrie că :

$$\frac{dx}{dt} = \pm c \quad (2.9.4)$$

În locul celor două ecuații cu derivate parțiale (2.2.12) și (2.3.23) s-au obținut patru ecuații cu derivate totale, ecuațiile (2.9.4), ecuațiile caracteristicilor și

$$\pm \frac{g}{c} \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{g}{c} V \sin \theta + \frac{\lambda}{2D} V |V| = 0 \quad (2.9.5)$$

ecuațiile de compatibilitate (2.9.5).

Semnul pozitiv din relația (2.9.5) se aplică la curba caracteristică directă ( $C^+$ ) și semnul minus la curba caracteristică indirectă ( $C^-$ ) (fig.2.8).

Deoarece în metodologia curentă de calcul celeritatea  $c$ , este constantă pentru o conductă dată, ecuațiile (2.9.4) reprezintă liniile drepte ale caracteristicilor în planul  $x, t$  de-a lungul cărora ecuațiile (2.9.5) sînt compatibile.

În cazul în care conducta sub presiune este alcătuită din mai multe tronsoane de diametre diferite, pentru un tronson de conductă celeritatea se consideră constantă în timp, dar poate să varieze în lungul acesteia, depinzînd de diametrul tronsonului de conductă.

În cazul cînd în sistemul hidraulic sub presiune se consideră un amestec bifazic apă-aer, datorită compresibilității ridicate a fazei gazoase a aerului și a variației presiunii, valoarea celerității nu se mai menține constantă, ea fiind funcție atât de cantitatea de aer în stare liberă, cît și funcție de presiunea la care se găsește amestecul bifazic la un moment dat, de asemenea ea fiind funcție și de caracteristicile geometrice ale conductei. În aceste considerații ecuațiile (2.9.4) reprezintă niște curbe. Acest aspect este tratat într-un capitol aparte.

### 2.9.2. Ecuațiile caracteristice scrise în diferențe finite

Ecuațiile caracteristicilor (2.9.4) și de compatibilitate (2.9.5) se pot rezolva utilizînd aproximarea prin diferențe finite de gradul unu.

Se iau în considerare condițiile cunoscute ( $V, H, x, t$ ) în punctele A și B (fig.2.8).

Cele două caracteristici  $C^+$  și  $C^-$  care trec prin punctele A și B se intersectează în punctul P, unde condițiile sînt necunoscute.

Folosind forma de scriere în diferențe finite liniare între punctele P și A și între punctele P și B pentru ecuațiile (2.9.4) și (2.9.5) în care s-a neglijat termenul  $g/c \sin \theta$ , fiind mic în comparație cu ceilalți termeni din ecuațiile de compatibilitate, se obțin următoarele forme ale acestora :

$$V_P - V_A + \frac{g}{c} (H_P - H_A) + \frac{\lambda}{2D} V_A |V_A| \Delta t = 0 \quad (2.9.6)$$

$$x_P - x_A = c (t_P - t_A) \quad (2.9.7)$$

pentru curba caracteristică directă  $C^+$  și

$$V_P - V_B - \frac{g}{c} (H_P - H_B) + \frac{\lambda}{2D} V_B |V_B| \Delta t = 0 \quad (2.8.8)$$

$$x_P - x_B = -c (t_P - t_B) \quad (2.8.9)$$

pentru curba caracteristică indirectă  $C^-$ .

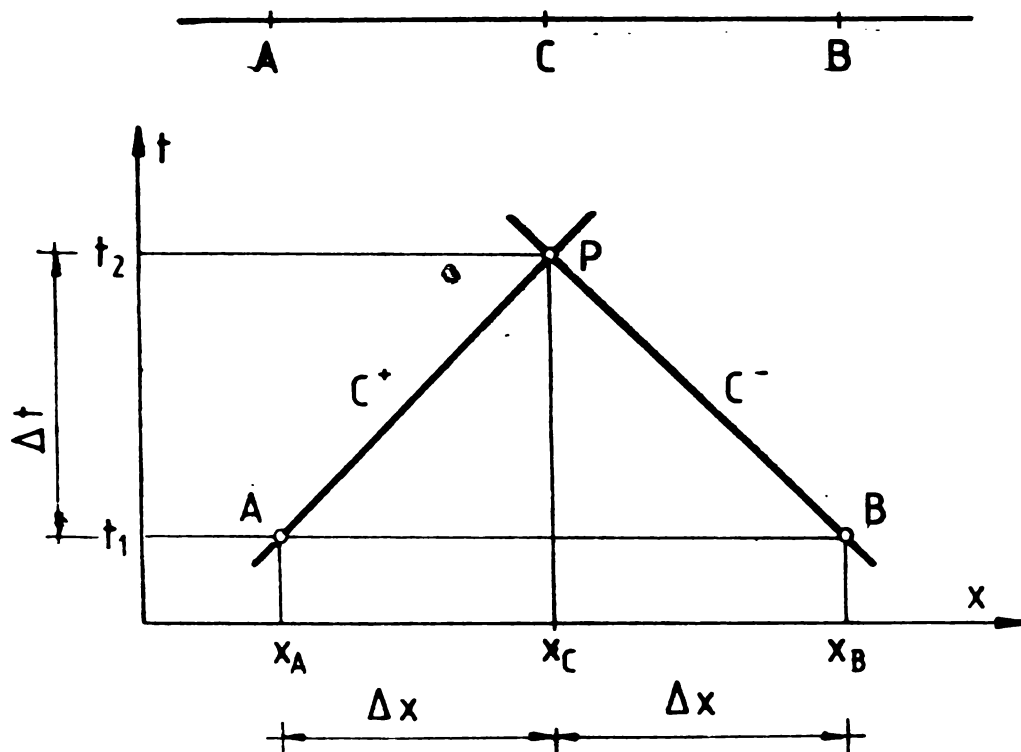


Fig. 2.8 Definirea curbelor caracteristice

Punctele A și B, în această analiză au fost alese în mod judicios astfel încât ecuațiile scrise în diferențe finite să reprezinte în mod corespunzător ecuațiile diferențiale inițiale.

Utilizând ecuațiile (2.9.6) și (2.9.9) pentru întreaga conductă ce se studiază mișcarea nepermanentă, prin împărțirea acesteia în  $n$  tronsoane de calcul, se obține o rețea de caracteristici, care permite obținerea soluțiilor sistemului de ecuații în fiecare nod al rețelei, utilizând calculatorul electronic.

Dacă se pleacă de la condițiile inițiale cunoscute pentru  $t = t_0$ , deci se cunosc valorile lui  $H$  și  $V$  în  $n+1$  secțiuni, spe-

aficiind intervalul de timp de calcul cu ajutorul ecuațiilor (2.9.7) și (2.9.9) :

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = t_P - t_A = -(t_P - t_B) \quad (2.9.10)$$

liniile caracteristice ce trec prin secțiunile inițiale se intersectează în alte secțiuni. Cu alte cuvinte, liniile caracteristice ce trec prin punctele A și B (fig.2.9) se intersectează în punctul P care aparține secțiunii C.

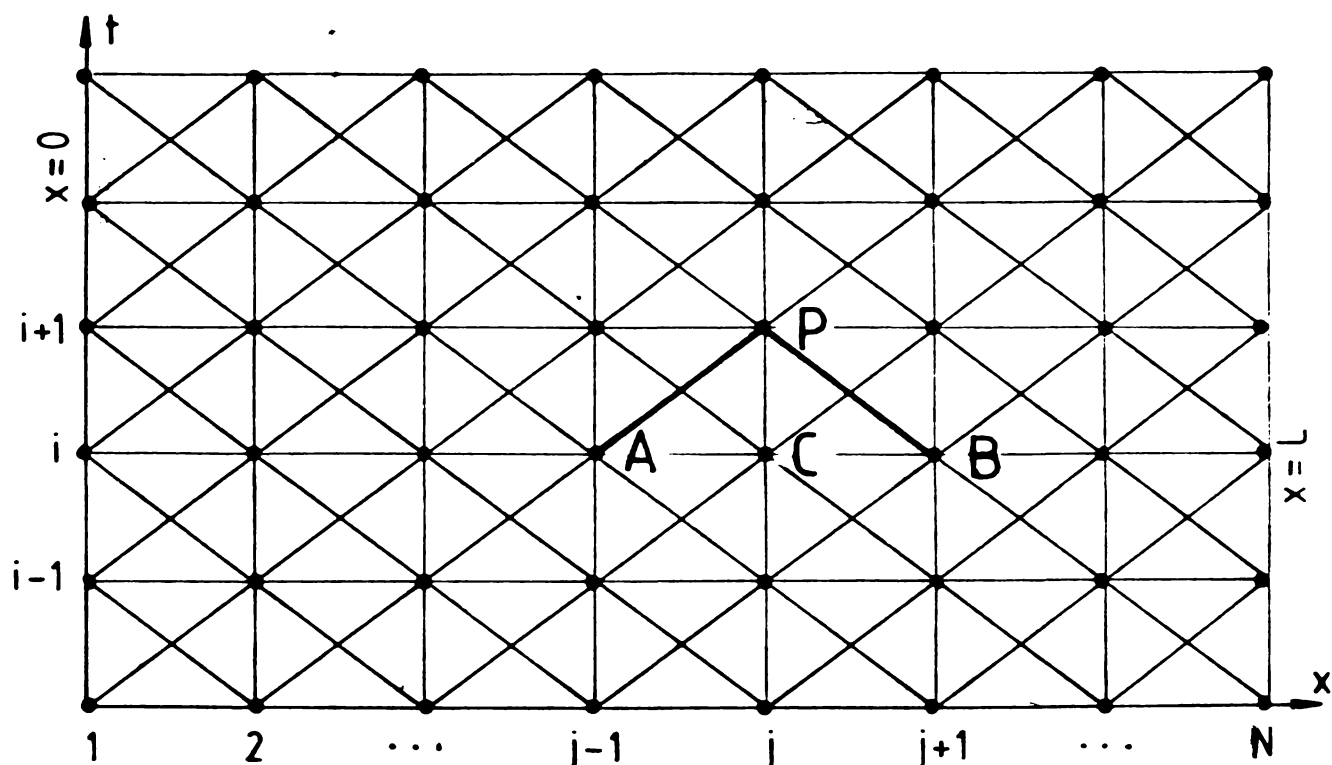


Fig. 2.9 Rețeaua dreptunghiulară a caracteristicilor

Cu ajutorul acestei scheme, calcularea vitezei în orice secțiune interioară  $j$  se obține dacă sînt rezolvate ecuațiile (2.9.6) și (2.9.8) pentru  $V_P$ , prin eliminarea lui  $H_P$ , obținîndu-se :

$$V_{j,i+1} = 0,5 \left[ V_{j-1,i} + V_{j+1,i} + \frac{g}{c} (H_{j-1,i} - H_{j+1,i}) + \frac{\lambda \Delta t}{2D} (V_{j-1,i} |V_{j-1,i}| + V_{j+1,i} |V_{j+1,i}|) \right] \quad (2.9.11)$$

Folosind același raționament pentru înălțimea piezometrică  $H_P$  rezultă :

$$H_{j,i+1} = 0,5 \left[ H_{j-1,i} + H_{j+1,i} + \frac{c}{g} (V_{j+1,i} - V_{j-1,i}) - \frac{c \lambda \Delta t}{g 2D} (V_{j+1,i} |V_{j+1,i}| - V_{j-1,i} |V_{j-1,i}|) \right] \quad (2.9.12)$$

indici din aceste ecuații sînt explicitate în fig.2.9.

Ecuațiile (2.9.11) și (2.9.12) permit determinarea mărimilor  $V$  și  $H$  în toate punctele interioare  $j$  ale rețelei la timpul  $i+1$  de calcul, atunci cînd valorile acestor mărimi sînt cunoscute în toate secțiunile pentru etape de timp de calcul precedentă  $i$ , fie că sînt date prin condiții inițiale, fie că se obțin prin calcule pentru etapa precedentă.

Pentru a asigura stabilitatea și/sau convergența soluției este necesar să fie satisfăcută condiția Courant

$$\Delta x \geq c \Delta t \quad (2.9.13)$$

astfel spus caracteristicile ce trec prin punctul  $P$ , nu trebuie să cadă în afara segmentului de dreaptă  $AB$  (fig.2.8) denumit și interval de dependență.

Analizînd rețeaua de caracteristici prezentată în fig. 2.8 se constată faptul că punctele marginale ale sistemului hidraulic încep să influențeze punctele interne  $j$  după prima etapă de timp de calcul. În consecință, în scopul completării soluției la un timp oarecare  $t$ , este necesar să se cunoască condițiile la limită.

Pentru calculele curente ale fenomenului tranzitoriu din sistemele hidraulice sub-presiune se consideră următoarele condiții limită :

a - Nod de capăt aval (amonte) prevăzut cu vană cu închidere după o lege (fig.2.10).

Pentru calculul unei astfel de nod se dispune de două ecuații, ecuația care descrie legea de închidere a vanei și una din ecuațiile (2.9.6) sau (2.9.8) și sînt două necunoscute  $V_{1,i+1}$  și  $H_{1,i+1}$ . Din ecuația ce descrie legea de închidere a vanei se determină viteza  $V_{1,i+1}$  care introdusă în ecuația (2.9.6) se determină  $H_{1,i+1}$  (s-a considerat nod de capăt aval).

$$H_{1,i+1} = H_{2,i} + \frac{c}{g} (V_{1,i+1} - V_{2,i} + \frac{\lambda \Delta t}{2D} V_{2,i} |V_{2,i}|) \quad (2.9.14)$$

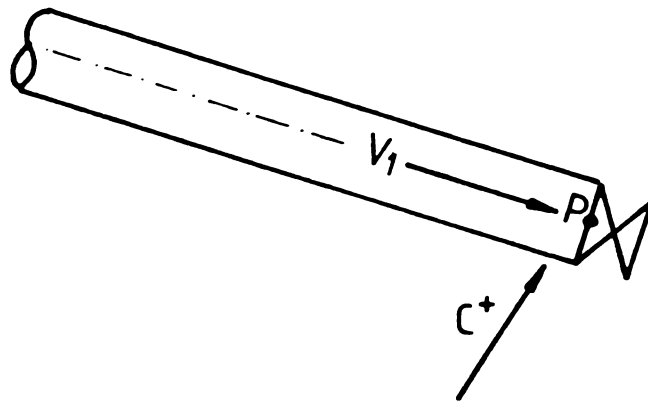


Fig. 2.10 Nod de capăt cu vană

b - Nod de capăt amonte (aval) ou rezervor cu nivel constant (fig.2.11).

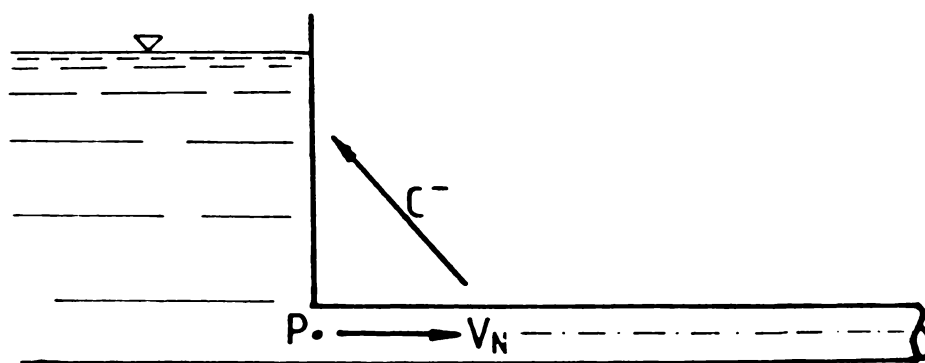


Fig. 2.11 Nod de capăt cu rezervor cu nivel constant

Este cunoscută mărimea  $H_{N,i+1} = H_{am}$  care reprezintă sarcina instalației față de un plan de referință și este o mărime constantă. Din ecuația (2.9.6) sau (2.9.8) se determină  $V_{N,i+1}$  :

$$V_{N,i+1} = V_{N-1,i} - \frac{g}{c} \left( H_{N,i+1} - H_{N-1,i} \right) - \frac{\lambda}{2D} V_{N-1,i} |V_{N-1,i}| \quad (2.9.15)$$

In această analiză s-a considerat nod de capăt amonte.



c - Nod cu castel de echilibru (fig.2.12).

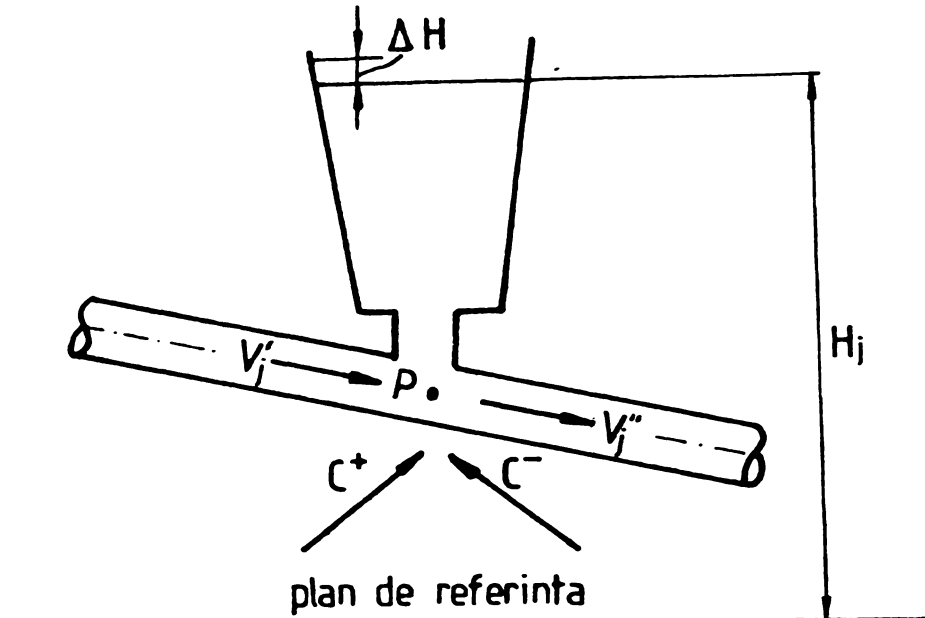


Fig. 2.12 Nod cu castel de echilibru

În astfel de noduri, care sînt noduri intermediare, sînt trei necunoscute : vitezele înainte și după nodul cu castel  $V_{j,i+1}'$  și respectiv  $V_{j,i+1}''$  și cota apei în castel  $H_{j,i+1}$  (în această fază de analiză nu se ia în considerare pierderea de sarcină din bransament). Se dispune de trei ecuații, ecuațiile (2.9.6) și (2.9.8) și de ecuația de continuitate pentru nodul cu castel de echilibru, care poate fi scrisă în diferențe finite de forma :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{F(H)} (V_{j,i+1}' A_1 - V_{j,i+1}'' A_2) \quad (2.9.16)$$

unde :  $F(H)$  - este aria secțiunii castelului la cota  $H$  și la timpul  $i+1$  ;  $A_1$  și  $A_2$  - ariile secțiunilor conductelor înainte și respectiv după nodul cu castel.

d - Nod cu rezervor cu pernă de aer (fig.2.13).

Apar cinci necunoscute : vitezele din conductă înainte, și după nod  $V_{j,i+1}'$  și  $V_{j,i+1}''$ , presiunea în conductă  $H_{j,i+1}$ , presiunea pernei de aer  $P_{j,i+1}$  și volumul pernei de aer  $\bar{v}_{j,i+1}$ . În mod obișnuit se dispune de ecuațiile (2.9.6) și (2.9.8), ecuația care dă presiunea în secțiunea cu rezervor de aer funcție de presiunea pernei de aer :

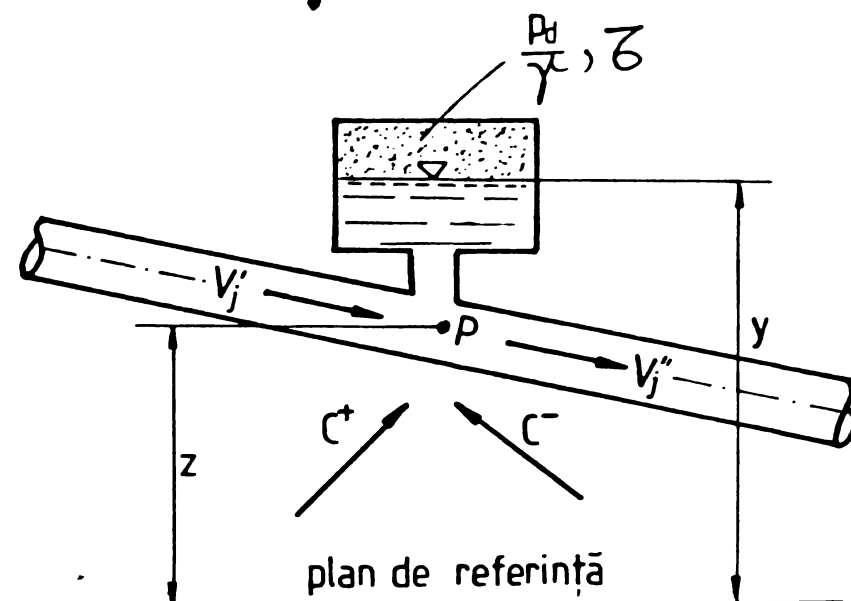


Fig. 2.13 Nod cu rezervor cu pernă de aer

$$H_{j,i+1} = y_{j,i+1} + \frac{p_{j,i+1}}{\gamma} \quad (2.9.17)$$

unde  $y$  este cota apei din rezervor față de un plan de referință, iar  $p_{j,i+1}$  este pusă în relație cu presiunea de la momentul  $i$  prin relația de stare a gazului. Presupunând o transformare politropică se poate scrie :

$$p_{j,i+1} z_{j,i+1}^n = p_{ji} z_{ji}^n \quad (2.9.18)$$

unde  $n$  este coeficient de transformare politropică ( $n=1,0-1,4$ ) și se admite pentru calcule curente cuprins între 1 și 1,2.

Volumul pernei de aer la momentul  $i+1$  se calculează în funcție de volumul de la momentul  $i$  și a vitezei din branșament.

$$z_{j,i+1} = z_{ji} + \frac{A_d (V_{d,i+1} + V_{d,i})}{2} \Delta t \quad (2.9.19)$$

unde :  $A_d$  este aria secțiunii transversale a branșamentului ;  $V_d$  - viteză în branșament.

Pentru nodurile cu castel de echilibru sau cu rezervor de aer în situație în care se consideră și pierderea de sarcină din branșament se mai dispune de o ecuație care este comună pentru ambele mijloace de protecție.

$$H_{j,i+1} - H_{d,i+1} = M_1 V_{d,i+1}^2 \quad (2.9.20)$$

unde  $M_1$  - este coeficientul pierderii de sarcină în bransament,  
 $H_d$  - cota piezometrică în castel (rezervor cu perna de aer).

e - Not cu ramificație (fig.2.14)

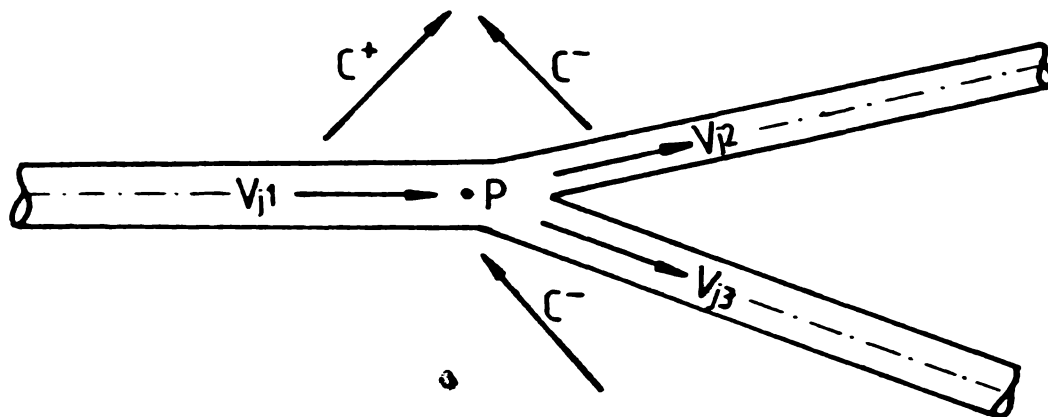


Fig. 2.14 Nod cu ramificație

Sînt patru necunoscute vitezele în conducta care intră în nod  $V_{j1,i+1}$  și în conductele care pleacă din nod  $V_{j2,i+1}$  și  $V_{j3,i+1}$  și înălțimea piezometrică în nod,  $H_{j,i+1}$  și se dispune de patru ecuații : ecuațiile de compatibilitate pentru fiecare conductă și de ecuația de continuitate din nod :

$$V_{j1,i+1} - V_{j1-1,i} + \frac{g}{c} (H_{j,i+1} - H_{j1-1,i}) + \frac{\lambda \Delta t}{2D} V_{j1-1,i} |V_{j1-1,i}| = 0 \quad (2.9.21)$$

$$V_{j2,i+1} - V_{j2-1,i} - \frac{g}{c} (H_{j,i+1} - H_{j2+1,i}) + \frac{\lambda \Delta t}{2D} V_{j2+1,i} |V_{j2+1,i}| = 0 \quad (2.9.22)$$

$$V_{j3,i+1} - V_{j3-1,i} - \frac{g}{c} (H_{j,i+1} - H_{j3+1,i}) + \frac{\lambda \Delta t}{2D} V_{j3+1,i} |V_{j3+1,i}| = 0 \quad (2.9.23)$$

$$V_{j1,i+1} A_1 = V_{j2,i+1} A_2 + V_{j3,i+1} A_3 \quad (2.9.24)$$

unde :  $A_1, A_2, A_3$  sînt ariile transversale ale conductelor care converg în nod.

f - Nod cu record (fig.2.15). Ca și în cazul precedent sînt patru necunoscute și se dispune de patru ecuații.

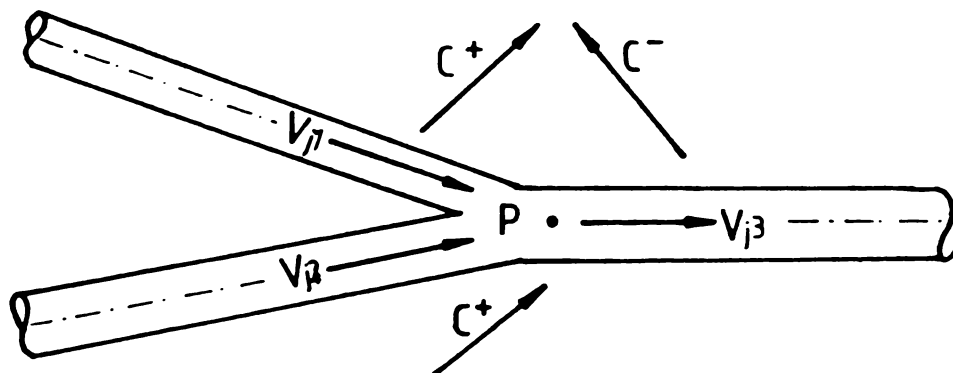


Fig. 2.15 Nod cu racord

$$V_{j1,i+1} - V_{j1-1,i} - \frac{g}{c} (H_{j,i+1} - H_{j1-1,i}) + \frac{\lambda \Delta t}{2D} V_{j1-1,i} |V_{j1-1,i}| = 0 \quad (2.9.25)$$

$$V_{j2,i+1} - V_{j2-1,i} - \frac{g}{c} (H_{j,i+1} - H_{j2-1,i}) + \frac{\lambda \Delta t}{2D} V_{j2-1,i} |V_{j2-1,i}| = 0 \quad (2.9.26)$$

$$V_{j\beta,i+1} - V_{j\beta+1,i} - \frac{g}{c} (H_{j,i+1} - H_{j\beta+1,i}) + \frac{\lambda \Delta t}{2D} V_{j\beta+1,i} |V_{j\beta+1,i}| = 0 \quad (2.9.27)$$

$$V_{j1,i+1} A_1 + V_{j2,i+1} A_2 = V_{j\beta,i+1} A_3 \quad (2.9.28)$$

**g - Sourgeri din conductă (fig.2.16). Este cazul când din conductă au loc sourgeri ca urmare a spargerii unei conducte sau a altor cauze.**

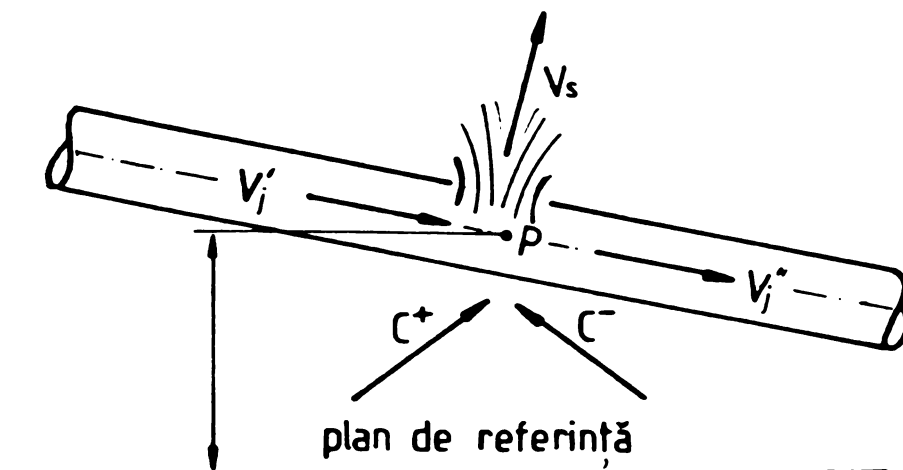


Fig. 2.16 Nod cu scurgere din conductă

Sînt în total patru necunoscute  $V'_{j,i+1}$ ,  $V''_{j,i+1}$ ,  $V_s$  și  $H_{j,i+1}$  și se dispune de patru ecuații, ecuațiile (2.8.6) și (2.8.8), ecuația care dă viteza în secțiunea de scurgere și ecuația de continuitate din nod.

$$V_{s,i+1} = \sqrt{2g(H_{j,i+1} - z_j)} \quad (2.9.29)$$

$$V'_{j,i+1} A_1 = V''_{j,i+1} A_1 + V_{s,i+1} A_s \quad (2.9.30)$$

unde :  $V_s$  este viteza în secțiunea de scurgere din conductă ;  
 $A_s$  - aria secțiunii de scurgere.

b - Nod interior cu pompă sau turbină (fig.2.17).

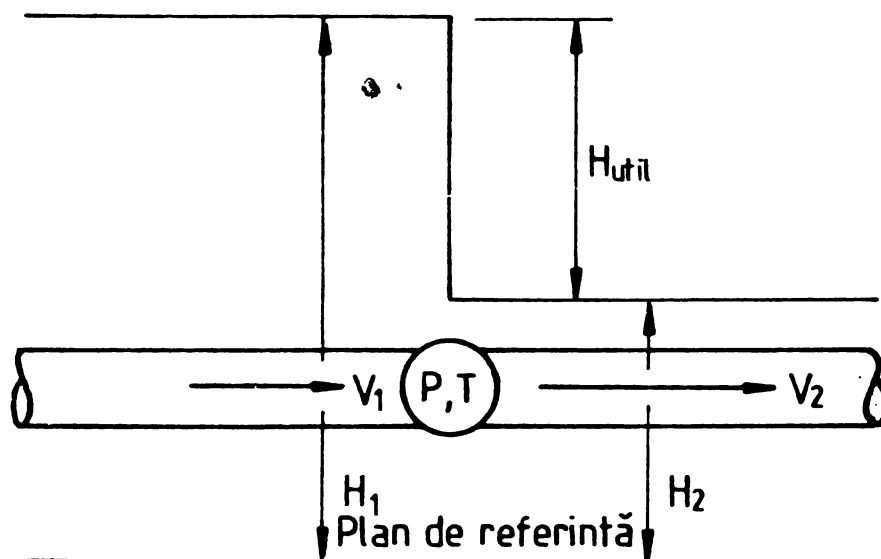


Fig. 2.17 Nod cu pompă sau turbină

Sînt cinci necunoscute :  $V'_{j,i+1}$ ,  $V''_{j,i+1}$ ,  $H'_{j,i+1}$ ,  $H''_{j,i+1}$  și  $\Delta\omega$  și se dispune de cinci ecuații, două de forma (2.9.6) și (2.9.8) și de ecuațiile :

$$V'_{j,i+1} A_1 = V''_{j,i+1} A_2 \quad (2.9.31)$$

$$\Delta\omega = \frac{M}{J} \Delta t \quad (2.9.32)$$

$$H_{util,i+1} = H'_{j,i+1} - H''_{j,i+1} = f(Q) = f(V_j, A_j) \quad (2.9.33)$$

unde :  $\Delta \omega$  este creșterea vitezei de rotație a pompei (turbinii),  $M$  - momentul hidraulic rezistent (motor) ;  $j = GD^2/4g$  - momentul de inerție al părții rotative.

Caracteristica pompei (turbinii) este dată de o serie de puncte și transpusă în planul  $QH$ , care se intersectează cu linia dreaptă a caracteristicii loviturii de berbec (fig.2.18).

Sistemul alcătuit din cele cinci ecuații este rezolvat printr-un procedeu iterativ pentru a obține creșterea vitezei unghiulare  $\Delta \omega$ .

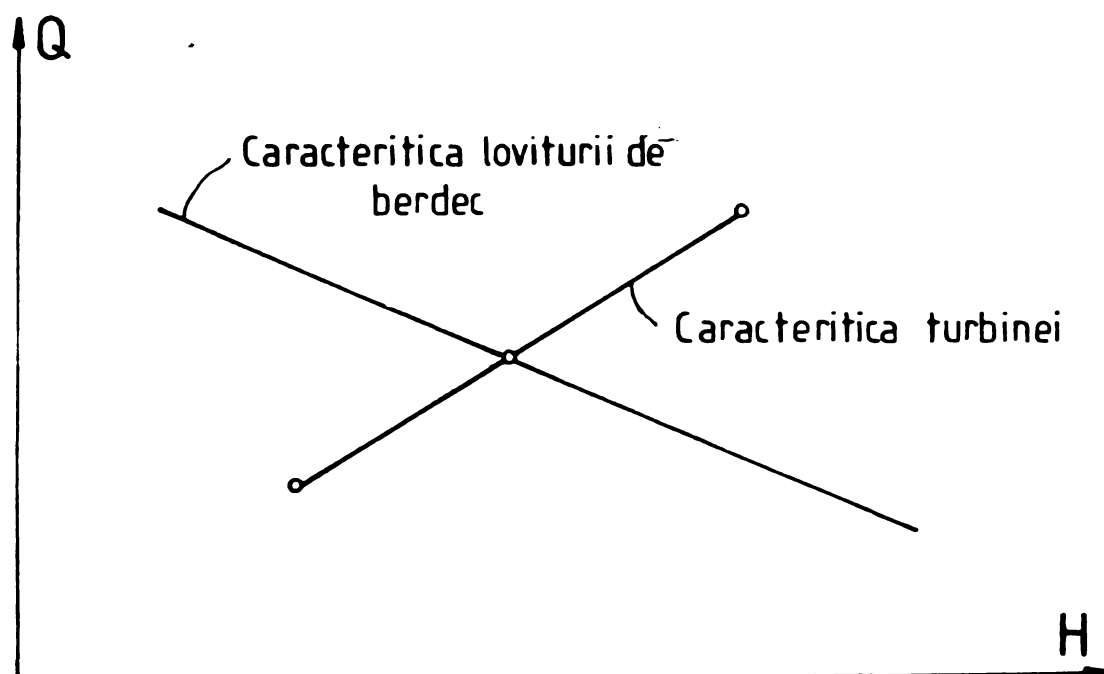


Fig. 2 18 Intersecția dintre caracteristica turbinei și caracteristica loviturii de berbec

1 - Nod cu cavitație. În fiecare secțiune, în timpul procesului de calcul, se verifică dacă presiunea în secțiunea de calcul nu este sub presiunea de cavitație (vaporizare)  $H_v$ . În situația în care din calcule rezultă că presiunea este sub presiunea de vaporizare se ia egală cu valoarea acesteia. În principiu pentru efectuarea calculelor se dispune de ecuațiile (2.9.6) și (2.9.8) și de ecuația  $H = H_v$ .

Studiul cavitației în sistemele hidraulice sub presiune face obiectul capitoului următor.

### 2.9.3. Metoda caracteristicilor ou specificarea intervalor de timp

Metoda de calcul a caracteristicilor prezentată la paragraful (2.9.2) a presupus că condiția Courant (2.9.13) este satisfăcută la limită caz întâlnit în practica de calcul pentru o conductă cu caracteristici geometrice și elastice constante pe toată lungimea ei și că apa se consideră fără aer în stare liberă și deci durata de parcurgere a undei de presiune între două secțiuni de calcul este aceeași pentru toate tronșonele de calcul, care au lungimi egale.

Așa cum se arată în paragraful 2.9.1, viteza de propagare a undei de presiune este dată de relația :

$$\frac{dx}{dt} = V \pm c \quad (2.9.4)$$

Curbele caracteristice  $C^+$  și  $C^-$ , care sînt descrise de relația (2.9.4) apar acum sub formă unor linii curbe în planul de coordonate  $x, t$  în măsura în care  $V = V(x, t)$ . Dar influența variației vitezei în lungul conductei este totuși mică în comparație cu variația celerității atunci cînd în apă se consideră aer în cantități oricît de mici și deci termenul  $V$  poate fi neglijat și în această fază de analiză.

Datorită existenței unor puncte de calcul obligate apar situații cînd durata de parcurgere a undei de presiune între secțiunile de calcul nu este aceeași, aspect determinat de lungimile diferite ale tronșonelor de conductă luate în calcul.

În astfel de situații se pune problema ca pasul de timp de calcul la momentul  $i$  să fie același pentru toate tronșonele de calcul ale conductei. Pentru aceasta se alege un pas de timp de calcul care să fie minim și comun pentru toate tronșonele de conductă. Calculele se execută găsind noi secțiuni de calcul prin interpolarea mărimilor  $H$  și  $V$  în raport cu secțiunea  $j$  la momentul  $i$ , astfel ca la momentul  $i+1$  dreptele caracteristice  $C^+$  și  $C^-$  să se intersecteze în secțiunile de calcul impuse. Se obține o rețea cu noduri fixe și noduri ajutătoare (fig.2.19 și 2.20).

Pe baza acestor considerații ecuațiile (2.9.6) - (2.9.9) primesc forma :

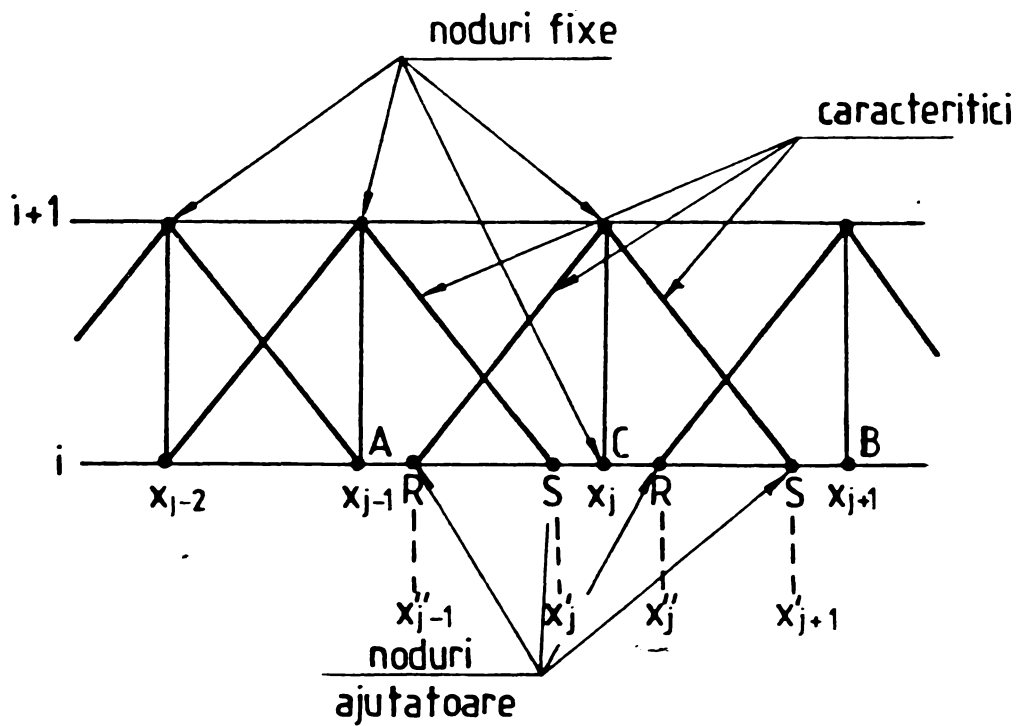


Fig. 2.19 Rețea cu noduri fixe și noduri ajutatoare

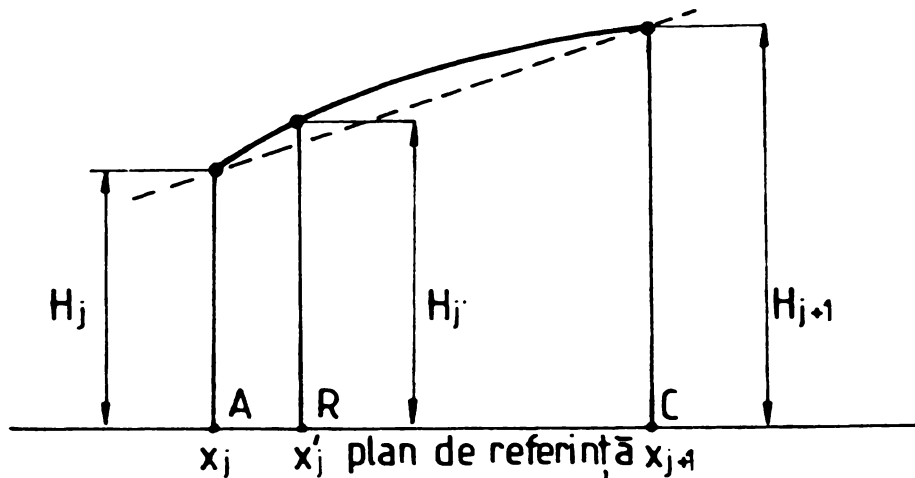


Fig. 2.20 Interpolarea lui H (V)

$$V_P - V_R + \frac{g}{c} (H_P - H_R) + \frac{\lambda}{2D} V_R |V_R| (t_P - t_R) = 0 \quad (2.9.34)$$

$$x_P - x_R = (V_R - c) (t_P - t_R) \quad (2.9.35)$$

pentru curba caracteristică directă  $C^+$ .

$$V_P - V_S - \frac{g}{c} (H_P - H_S) - \frac{\lambda}{2D} V_S |V_S| (t_P - t_S) = 0 \quad (2.9.36)$$

$$x_P - x_S = (V_S + c) (t_P - t_S) \quad (2.9.37)$$



In aceste ecuații mărimile  $V_R$ ,  $V_S$ ,  $H_R$  și  $H_S$  se determină prin interpolări care se fac de obicei liniar :

$$V_R = V_A + k_R (V_C - V_A) \quad (2.9.38)$$

$$V_S = V_B + k_S (V_C - V_B) \quad (2.9.39)$$

$$H_R = H_A + k_R (H_C - H_A) \quad (2.9.40)$$

$$H_S = H_B + k_S (H_C - H_B) \quad (2.9.41)$$

unde  $k_R$  și  $k_S$  sînt coeficienți care se determină cu relații

$$k_R = \frac{x_R - x_A}{x_C - x_A}; \quad k_S = \frac{x_S - x_B}{x_C - x_B} \quad (2.9.42)$$

Cu o rețea interpolată este necesar să fie rezolvate șase ecuații pentru a determina valorile  $V_p$  și  $H_p$  pentru un punct interior oarecare. Acestea sînt ecuațiile (2.9.38) și (2.9.41) și ecuațiile :

$$V_p = 0,5 \left[ V_R + V_S + \frac{g}{c} (H_R - H_S) - \frac{\lambda \Delta t}{2D} (V_R |V_R| + V_S |V_S|) \right] \quad (2.9.43)$$

$$H_p = 0,5 \left[ H_R + H_S + \frac{c}{g} (V_R - V_S) - \frac{c \lambda \Delta t}{g 2D} (V_R |V_R| - V_S |V_S|) \right] \quad (2.9.44)$$

In ecuațiile (2.9.43) și (2.9.44) mărimile ce se determină  $V_p$  și  $H_p$  reprezintă de fapt mărimile în secțiunea  $j$  la timpul  $i+1$  ( $V_{j,i+1}$ ;  $H_{j,i+1}$ ).

### CAP.3. FENOMENUL DE CAVITATIE IN SISTEMELE HIDRAULICE SUB PRESIUNE LA REGIMURI TRANZITORII

#### 3.1. Considerații generale asupra fenomenului de cavitație în conductele sub presiune

Este cunoscut faptul, că în cazul opririi accidentale a agregatelor de pompare ale unei stații, sau închiderii rapide a unei vane aflate la capătul aval al unei conducte (cazul conductelor forțate ale uzinelor hidrotehnice cu derivație), în sistemele hidraulice sub presiune apar mișcări nepermanente cu dezvoltarea în conducte a unor suprapresiuni care în-trec, în anumite situații, de câteva ori sau zeci de ori presiunea din situația de regim și a unor depresiuni până la presiunea de vaporizare a lichidului, ducând la apariția fenomenului de cavitație.

Aceste mișcări, după cum s-a mai subliniat, sînt cunoscute în mod curent sub denumirea de lovituri de berbec.

În capitolul de față sînt analizate unele aspecte ale mișcării nepermanente din conductele sub presiune legate de fenomenul de cavitație.

Fenomenul de cavitație în conductele sub presiune, poate să apară lîngă dispozitivul perturbator (pompa, vană etc.), în punctele înalte de pe traseul conductelor, sau pe zonele orizontale ale acestora, fără a se putea preciza dinainte aceste zone.

Fenomenul de cavitație se datorește scăderii presiunii în timpul regimurilor tranzitorii pînă la presiunea de vaporizare a lichidului, presiune care este funcție atît de natura lichidului cît și de temperatura la care se găsește acesta.

La stingerea presiunii de vaporizare a lichidului nuclele de gaz din neregularitățile pereților conductelor, sau din fisurile granulelor de nisip, care este transportat de lichid, sînt activate, contribuind la deschiderea cavitațiilor propriizise.

Odată cu scăderea presiunii, sub presiunea de saturație a gazelor dizolvate în lichid, are loc și degajarea acestora din soluție, fenomen care poate să se manifeste înainte de apariția cavitației propriu-zise.

Cavitația într-o conductă sub presiune poate să fie sub formă de bule mici de vapori, sau amestec de vapori și gaze, bule ce se consideră uniform distribuite în masa de lichid, sub formă de goluri mari, care pot ocupa întreaga secțiune transversală a conductei sau să se găsească numai la partea superioară a acesteia, în funcție de intensitatea mișcării tranzitorii, de configurația în plan vertical a conductei și de caracteristicile geometrice și hidraulice ale sistemului hidraulic respectiv.

În general, în faza inițială de activare a cavitațiilor în conducte, indiferent de formele pe care poate să le ia acestea, lichidul manifestă o oarecare inerție la deschiderea acestor cavitații. Această inerție se manifestă în special la lichidele mai pure, fără existența unor nuclee de gaz în masa de lichid sau pe pereții conductelor ; idee subliniată și în lucrările [48] și [78].

Așa cum se arată în lucrările [1] și [32], existența nucleelor de gaz sub formă de bule mici, nuclee ce sînt activate cînd în conductă se ating presiunii egale cu presiunea de vaporizare a lichidului, conduce la declanșarea fenomenului de cavitație, ipoteză susținută și în lucrarea [87], în care consideră și degajarea gazelor din soluție. Deci, se poate spune, că funcție de mulțimea acestor nuclee, lichidul manifestă o inerție mai mică sau mai mare la deschiderea cavitațiilor.

Indiferent de forma de manifestare a cavitațiilor, sub formă de bule sau sub formă de goluri, închiderea acestora conduce la apariția de suprapresiuni foarte mari, care în anumite condiții, sînt cu mult mai mari decît în lipsa acestui fenomen.

Aceste discontinuități în masa lichidului pot cauza variații ale presiunilor, care sînt mult mai rapide decît în cazul lipsei fenomenului de cavitație și sînt obiectul unor mari preocupări în domeniile cercetării și proiectării instalațiilor hidraulice sub presiune.

Cînd este necesar și cînd este posibil, sistemele hidraulice sub presiune se proiectează astfel încît să se evite apariția fenomenului de cavitație și implicit a suprapresiunilor mari. Dacă aceste efecte nu pot fi înlătirate prin soluții simple de proiectare (vane cu închidere programată, clapetei cu închidere lentă, supape de suprapresiune, supape de serare etc.), este necesar să se facă un studiu detaliat privind stabilirea și dimensionarea mijloacelor de protecție contra fenomenului de lovitură de berbec, astfel încît în instalație să nu mai apară presiuni extreme mari, care să determine uzura prematură sau evarii în instalație.

Din punct de vedere al calculului fenomenului de lovitură de berbec cu cavitație, în literatura de specialitate din domeniu se cunosc mai multe modele de calcul și anume : modelul care consideră cavitație concentrată în secțiunile de calcul [ 39 ], [ 78 ], [ 86 ], model curent folosit în tehnica de calcul, modelul care consideră cavitație sub formă de bule de vaporii sau vaporii și gaz uniform distribuite în masa lichidului [ 48 ], [ 49 ] și modelul în care consideră cavitația sub formă de goluri existente la partea superioară a conductei [ 48 ], [ 49 ].

Pe lîngă aceste metode analitice de calcul a fenomenului de lovitură de berbec cu cavitație în cadrul metodelor grafice de calcul al acestui fenomen, pentru analiza cavitațiilor se consideră că punctul figurativ în care se închide cavitația este simetric față de axa  $V = 0$  ( $Q = 0$ ), cu punctul figurativ în care apare aceasta, considerînd, ca și în cazul metodelor analitice de calcul, că presiunea în secțiunea cu cavitație este egală cu presiunea de vaporizare a lichidului [ 39 ].

Studiul fenomenului de cavitație în conductele sub presiune rămîne în continuare o problemă încă nesoluționată complet din punct de vedere al calculului, chiar dacă pentru anumite scheme acest fenomen poate fi stăpînit prin calcule, nu pot fi trase concluzii generale pentru orice schemă hidraulică și aceasta datorită nestăpînirii unor aspecte de ordin fizic cum ar fi disiparea energiei sistemului în perioada desfășurării fenomenului de lovitură de berbec cu cavitație cît și sub aspectul propagării mișcării în perioada de cavitație.

În continuare se prezintă într-un mod succint metodele analitice de calcul a fenomenului de lovitură de berbec cu

cavitație, metode care se consideră cele mai uzuale și care sînt menționate în literatura de specialitate.

### 3.2. Modelul de calcul al cavitației sub formă de bule

Modelul de calcul al cavitației conceput pe existența acestora sub formă de bule de vapori sau vapori și gaz considerate uniform repertizate în masa de lichid, se bazează pe existența nucleelor de gaz în lichid. Aceste nucleee se consideră că există în mod inevitabil în apă în cazul conductelor tehnice, cum ar fi în neregularitățile existente pe, pereții conductelor, în crăpăturile granulelor de nisip, care este transportat de apă sau chiar în masa de lichid.

În cazurile în care în conductele sub presiune se ating presiuni negative egale cu presiunea de vaporizare a lichidului, aceste nucleee se dezvoltă în bule de vapori. Bulele de vapori pot crește, astfel încît în anumite situații acestea pot să se unească între ele și să rezulte în final o curgere separată.

În anumite condiții de viteză a apei în conductă, cu excepția curgerii separate a lichidului, fracțiunea de gol rămîne limitată la valori relativ mici într-o regiune a tipului de curgere cu bule, datorită curgerii turbulente a lichidului.

Cu privire la bulele de vapori de lichid se fac o serie de ipoteze și anume :

- influența gravitației asupra presiunii într-o secțiune transversală a conductei este neglijabilă.; Această ipoteză se bazează pe faptul că efectul gravitației din interiorul conductei este cu mult mai mic decît efectul loviturii de berbec ;

- toate bulele de vapori de apă au formă sferică, au același diametru și se consideră relativ mici și distribuția acestora în secțiunea transversală a conductei este omogenă ;

- în orice moment bulele se consideră în echilibru ;

- nu există transfer de masă între bule și lichid ;

- gazul existent în bule are un comportament izotermic ;

- curgerea se consideră unidimensională ;

- presiunea vaporilor se consideră constantă ;

- fracțiunea de gaz din bulele de cavitație este neglijabilă.

În afara zonei de cavitație (regiunea loviturii de berbec), metoda curent folosită este metoda caracteristicilor. În secțiunile de calcul din zonele ~~.....~~ în care apare fenomenul de cavitație, presiunea se consideră că are o valoare constantă și egală cu presiunea de vaporizare a lichidului  $p_v$  pe toată perioada cît există cavitație.

Ecuatiile ce descriu mișcarea în zonele de cavitație, în cadrul acestui model de calcul, se stabilesc pornind de la ecuația de continuitate :

$$\frac{\partial}{\partial x} [(1 - \alpha_v) \rho_w V A] + \frac{\partial}{\partial t} [(1 - \alpha_v) \rho_w A] = 0 \quad (3.2.1)$$

și ecuația cantității de mișcare pentru o conductă orizontală

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \alpha_v) \rho_w V A] + \frac{\partial}{\partial t} [(1 - \alpha_v) \rho_w V A] + \\ + A \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \alpha_v) \rho_w g H] = -A \frac{\lambda}{2D} (1 - \alpha_v) \rho_w V |V| \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

unde :  $\alpha_v$  este fracțiunea bulelor de vapori din zona de cavitație. Celelalte notații corespund cu cele de la capitolul 2.

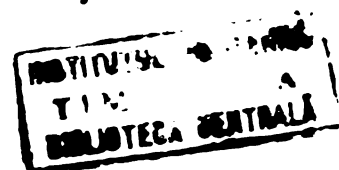
Folosind raționamentul de la capitolul 2 și ținând seama că fracțiunea de cavitație sub formă de bule de vapori este mică,  $\alpha_v \ll 1$ , după unele înlocuiri, dezvoltări și simplificări se obține :

$$\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} + v \frac{\partial \alpha_v}{\partial x} - \frac{g}{c^2} \left( \frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3.2.3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} v |v| = 0 \quad (3.2.4)$$

unde :  $c$  este viteza undelor de presiune (celeritatea) în absența cavitațiilor și nu depinde de presiune.

Ținând seama de ipotezele de mai sus, condiția de echilibru pentru o bulă de vapori este dată de relația :



$$p = p_v + p_g - \frac{2\sigma}{R} \quad (3.2.5)$$

unde :  $p$  este presiunea absolută din lichid ;  $p_v$  - presiunea vaporilor din bule ;  $p_g$  - presiunea gazului din bule ;  $R$  - raza bulei ;  $\sigma$  - tensiunea superficială.

Concentrația bulelor de cavitație, după [ 48 ], [ 49 ], este dată de relația :

$$\alpha_v = \frac{4}{3} \pi \rho_w N R^3 \quad (3.2.6)$$

unde :  $N$  este numărul de bule pe unitate de masă de fluid.

Admițînd că în gazul din interiorul bulei are loc o transformare izotermă se poate scrie că :

$$p_g R^3 = C = \text{const.} \quad (3.2.7)$$

Derivatele lui  $\alpha_v$  în raport cu  $x$  și  $t$  din ecuația (3.2.3) pot fi înlocuite prin derivatele lui  $H$  ținînd seama de relațiile (3.2.5), (3.2.6) și (3.2.7). Ecuațiile de continuitate și de mișcare primesc forma :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{c_p^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3.2.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} v |v| \quad (3.2.4)$$

în care :  $c_p$  reprezintă viteza undelor de presiune (celeritatea) în zona de cavitație, care depinde de presiune și de mărimea fracțiunii de cavitație, avînd expresia, după [ 48 ], [ 49 ] :

$$c_p = c \sqrt{\frac{1}{1 + \alpha_v \frac{\rho_w c^2 R^3}{C - \frac{2}{3} \sigma R}}} \quad (3.2.9)$$

In expresia (3.2.9) cu  $\rho_{aw}$  s-a notat densitatea lichidului la presiunea atmosferică.

Se consideră că  $c_p$  devine imaginar atunci cînd :

$$R > \sqrt{\frac{3c}{2\sigma}} \quad (3.2.10)$$

Aceasta înseamnă că bulele de vapori ating presiunea critică și devin instabile ; presiunea la care se produce acest fenomen este imediat sub presiunea de vaporizare a lichidului. O parte din aceste bule vor crește foarte repede, în timp ce majoritatea bulelor revin la poziția lor de echilibru stabil. Din punct de vedere practic, aceasta înseamnă că viteza undelor de presiune se consideră nulă sau are valori foarte mici.

Dacă tensiunea superficială,  $\sigma$ , este neglijată, relația (3.2.9) poate fi înlocuită cu :

$$c_p = c \sqrt{\frac{1}{1 + \alpha_v \rho_{aw} c / \rho}} \quad (3.2.9')$$

La presiuni mici, în jurul presiunii de vaporizare, se poate considera un al doilea fenomen și anume : degajarea aerului din soluție datorită suprasaturației acesteia. Ambele fenomene, de cavitație și de degajare a aerului din soluție, fac ca presiunea să fie constantă pe timpul desfășurării fenomenului de cavitație, care se presupune că este egală cu presiunea de vaporizare, deși în realitate poate să aibă o valoare mai mare .

Partea din conductă în care se produce acest fenomen la un moment dat reprezintă zona de cavitație, iar restul zonei, poartă denumirea de zone loviturii de berbec.

Deoarece presiunea din zona de cavitație se poate considera constantă se admite că :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial H}{\partial x} = 0$$

și ecuațiile (3.2.3) și (3.2.4) primesc forma :

$$\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} + v \frac{\partial \alpha_v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3.2.11)$$



$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} V |V| = 0 \quad (3.2.12)$$

Aceste ecuații, care pot fi rezolvate analitic, prezintă o oarecare asemănare cu ecuațiile de mișcare din zona loviturii de berbec, zona fără cavitație.

Pentru concentrații mici de bule și raze mici ale acestora,  $c_p$  se poate constata că este aproape independent de presiune când  $H > H_v$ , în lipsa fazei gazoase a aerului.

În ecuația (3.2.11) fracțiunea de fază gazoasă, reprezintă bulele de vaporii și gaz și nu este necesar să se cunoască mărimea sau numărul acestora.

În afara zonei de cavitație se consideră că  $\alpha_v = 0$  și în consecință  $c_p = c$ , ceea ce schimbă ecuația de continuitate pentru zona loviturii de berbec în ecuația (2.3.23). Ecuația de mișcare (3.2.12) este identică ca formă cu ecuația (2.2.12).

Ecuațiile (3.2.11) și (3.2.12) se folosesc pentru calculul mișcărilor nepermanente în zona de cavitație, considerându-se pe acestea sub formă de bule de vaporii uniform repartizate în masa lichidului, iar ecuațiile (2.2.12) și (2.3.23) se folosesc pentru calculul mișcărilor nepermanente în afaza zonei de cavitație.

În zona de tranziție de la regiunea de cavitație la regiunea loviturii de berbec, viteza și presiunea pot să varieze în mod continuu sau discontinuu. Se poate demonstra, așa cum se arată în lucrările [48], [49] și [78], că aceste mărimi în zona de tranziție sînt continue, dacă această zonă se propagă cu o viteză mai mare decît  $c$  și sînt discontinui cînd se propagă cu o viteză mai mică decît  $c$ .

Imediat ce viteza acestei zone de tranziție devine mai mică decît  $c$  se formează o undă de șoc, deoarece viteza undei din regiunea cavitației este mai mică decît aceea din regiunea loviturii de berbec.

Aplicarea legilor de conservare a masei și a cantității de mișcare la o zonă de tranziție în care se propagă un șoc duce la obținerea ecuațiilor [49]:

$$c_s \rho_{wf} A_f - (c_s + V_f - V_v)(1 - \alpha_v) \rho_{wv} A_v = 0 \quad (3.2.13)$$

$$c_s \rho_{wf} V_f A_f - (c_s + V_f - V_v)(1 - \alpha_v) \rho_{wv} V_v A_v = \rho_{wa} A_v g (H_f - H_v) \quad (3.2.14)$$

în care :  $c_s$  este viteza șocului față de viteza fluidului ;  
 $\alpha_v$  - indice pentru regiunile cu cavitație ;  $f$  - indice pentru  
zonele din afara regiunilor de cavitație ;  $a$  - indice pen-  
tru presiunea atmosferică.

Din ecuațiile (3.2.13) și (3.2.14) după simplificări și  
rearanjări rezultă următoarele relații calcul a șocului :

$$\Delta H_{fv} = \frac{c}{g} \Delta V_{fv} \quad (3.2.15)$$

$$(\Delta V_{fv})^2 = g \Delta H_{fv} \left( \alpha_v + \frac{g}{c} \Delta H_{fv} \right) \quad (3.2.16)$$

relații în care :

$$\Delta H_{fv} = H_f - H_v > 0 ; \quad \Delta V_{fv} = V_f - V_v > 0$$

unde viteza,  $V$ , este pozitivă în direcția de propagare a șocu-  
lui.

### 3.3. Modelul de calcul al cavitației cu curgere separată

Modelul de calcul al cavitației cu curgere separată se  
bazează pe următoarele ipoteze :

- atunci cînd în sistemul sub presiune se atinge presi-  
unea de vaporizare  $p_v$ , bulele de vaporii se dezvoltă în jurul  
unor nuclee existente ; aceste bule cresc repede, se grupează  
și se ridică la partea superioară a conductei formînd o cavi-  
tație lungă și subțire ;

- bulele nu conțin gaz, presiunea din interiorul cavi-  
tației este constantă pe tot timpul cavitației și egală cu pre-  
siunea de vaporizare ;

- masa vaporilor din interiorul cavitației este negli-  
jabilă ;

- grosimea cavitației este mică în comparație cu diame-  
trul conductei ;

- componenta verticală a vitezei este neglijată, mișca-  
rea apei poate fi considerată unidimensională ;

- atunci cînd cavitația este comprimată (restrînsă) se  
admite că presiunea vaporilor din cavitație se menține con-

stantă egală cu  $p_v$ .

În aceste condiții ecuația de mișcare pentru conducta sub presiune (închisă) în zona de cavitație este de aceeași formă ca și pentru un canal deschis :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H_w}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} V|V| = 0 \quad (3.3.1)$$

în care :  $V$  este viteza medie a lichidului în secțiunea transversală umedă a conductei ;  $H_w$  - înălțimea nivelului apei sau presiunea hidrostatică la presiunea de vaporizare față de un plan de referință (fig.3.1).

Ecuația de continuitate este dedusă pornind de la forma generală :

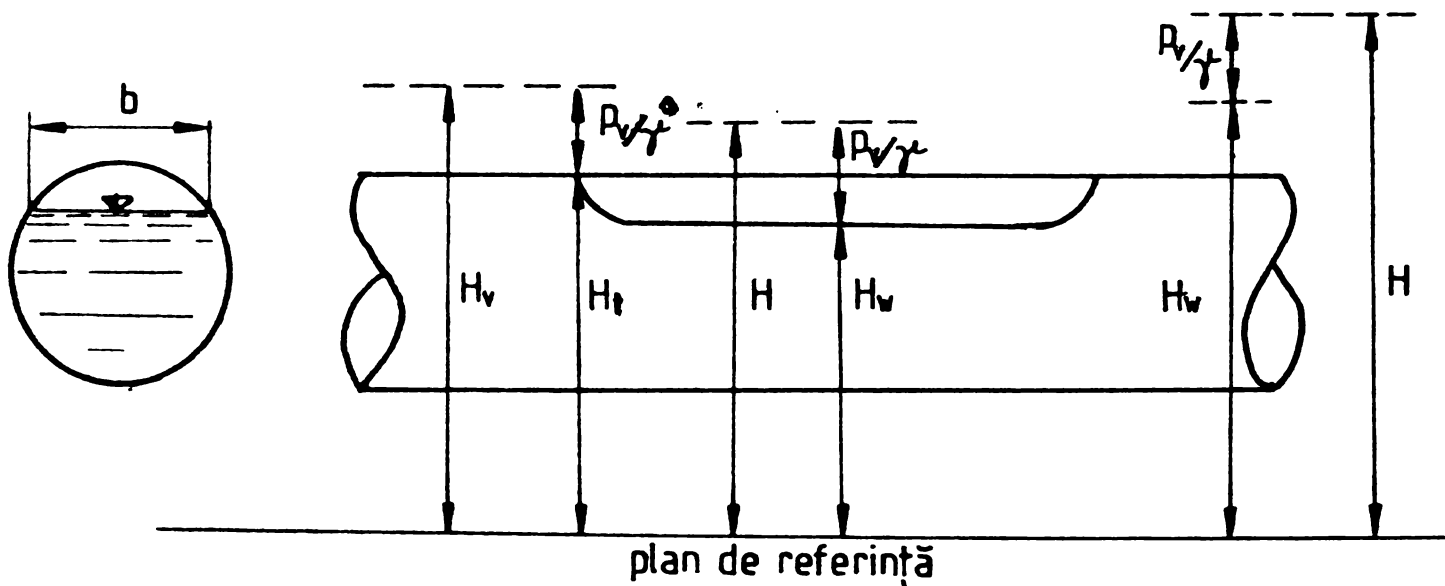


Fig 3.1 Cavitație cu curgere separată

$$\frac{\partial(\rho_w A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_w AV)}{\partial x} = 0 \quad (3.3.2)$$

Se poate scrie că :

$$d(\rho_w A) = \rho_w dA + A d\rho_w \cong \rho_w b dH + \rho_w dA + A_t d\rho_w$$

sau :

$$d(\rho_w A) \cong \rho_w b dH + d\rho_w A_t \quad (3.3.3)$$

După cum este cunoscut din deducerea ecuațiilor normale pentru lovitură de berbec, variația de viteză sau de debit este proporțională cu variația de presiune, constanta de proporționalitate fiind  $1 / \rho_w c^2$ .

Avînd în vedere considerația de mai sus se poate scrie că :

$$\frac{d\rho_w}{\rho_w} \frac{A_t}{A_t} = \frac{1}{\rho_w c^2} dp \quad (3.3.4)$$

Înlocuind pe  $dp$  funcție de  $H$ , ecuația (3.3.3) primește forma :

$$d(\rho_w A) = \rho_w (b + g/c^2 A_t) dH \quad (3.3.5)$$

Ținînd seama de relațiile (3.3.2), (3.3.3) și (3.3.5) se obține :

$$\left(b + \frac{g}{c^2}\right) \left(\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x}\right) + A \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

sau

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} + a \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.3.6)$$

unde :

$$a = A c^2 / (b c^2 + g A)$$

Ecuația (3.3.6) este valabilă atât în interiorul cât și în exteriorul regiunii de cavitație, deoarece pentru  $H = H_t$ , factorul  $a$  include pe  $c^2/g$  în mod continuu. De asemenea ecuația (3.3.1) este valabilă atât în regiunea cavitației cât și în afara acestei zone.

O analiză mai atentă arată că, variația factorului  $a$ , de la valoarea mică  $A/b$ , care corespunde cu viteza undelor în canale deschise,  $\sqrt{gA/b}$ , la valoarea mult mai mare,  $c^2/g$ , care corespunde vitezei undelor de presiune în conducte sub presiune  $c$ , se produce într-o regiune foarte mică, așa încît tranziția este practic discontinuă. Neluarea în seamă a acestor

aspecte, folosirea ecuațiilor (3.3.1) și (3.3.6) atât în regiunea cavității cât și în afara acesteia poate duce la rezultate eronate [49].

Pentru a se evita această lipsă de precizie, în locul ecuației (3.3.6) se aplică în regiunea de cavitație ecuația de continuitate de forma :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ A_i + \frac{g}{c^2} f(H) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ A_i V + \frac{g}{c} f(H) V \right] = 0 \quad (3.3.7)$$

care nu mai are neajunsul menționat mai sus.

În ecuațiile de mai sus  $A_i$  reprezintă aria secțiunii transversale umede la presiunea de cavitație, iar  $f(H)$  are expresia :

$$f(H) = (c^2/\rho_w g) (\rho_w A - \rho_w A_i) \quad (3.3.8)$$

atunci cînd :  $H_w \leq H_f$ ,  $f(H_0)$  se calculează cu relația :

$$f(H) = \int_{H_0}^{H_w} (H_w - y) b(y) dy \quad (3.3.9)$$

și atunci cînd  $H_w > H_f$ ,  $f(H)$  se calculează cu relația:

$$f(H) = f(H_f) + A_f (H - H_f) \quad (3.3.10)$$

în care :  $H_0$  și  $H_f$  sînt cotele generatoarelor inferioară și respectiv superioară față de un plan de referință ;  $b(y)$  - lățimea suprafeței libere a apei la nivelul apei ;  $y$  - coordonata care dă poziția nivelului apei față de planul de referință.

După diferențiere și după simplificarea lui  $(g/c^2) f(H)$  în comparație cu  $A_i$ , în afara regiunii de cavitație ( $H > H_f$ ) ecuația (3.3.7) se transformă în ecuația (2.3.23), iar în interiorul regiunii de cavitație ( $H \leq H_f$ ), se transformă în ecuația (3.3.6) ( $A_i \cong A$ ).

Pentru calculul fenomenelor tranzitorii în regiunile de cavitație, utilizînd metoda mai sus prezentată, pe diagrama  $x, t$  se suprapune o grilă de formă dreptunghiulară a cărei rețea are dimensiunile  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ . Pentru fiecare punct de calcul se veri-

fică dacă acel punct este în afara sau în interiorul regiunii de cavitație. În afara zonei de cavitație se utilizează metoda caracteristicilor pornind de la ecuațiile (2.2.12) și (2.3.23), iar în regiunea de cavitație se aplică o metodă diferențială finită și explicită pornind de la ecuațiile (3.3.1) și (3.3.7), cum ar fi metoda Lax. Această metodă se utilizează când cel puțin unul din cele trei puncte de bază ale schemei cu diferențe finite este situat în regiunea de cavitație.

Când noul punct calculat rezultă a fi situat în afara regiunii de cavitație cât și în celelalte cazuri, viteza este calculată cu una din ecuațiile de compatibilitate (2.9.6) sau (2.9.8). În cazul când noul punct calculat rezultă a fi situat în regiunea de cavitație se utilizează o schemă cu diferențe finite explicită.

Secțiunea de tranziție se presupune că este situată la jumătatea distanței dintre două puncte de calcul din regiunea de cavitație și din afara acesteia.

Metoda de calcul utilizată în regiunea de cavitație (metoda Lax), utilizează aproximații de diferențe finite de forma :

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j}}{\Delta t} - k \frac{V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1}}{2\Delta t} \quad (3.3.11)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} \approx \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j-1}}{2\Delta x} \quad (3.3.12)$$

Termenul ce conține pe  $k$  este necesar pentru a obține un proces stabil. Valoarea coeficientului  $k$  este arbitrară dacă este satisfăcută condiția :

$$g a \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) < k < 1 \quad (3.3.13)$$

În metoda de calcul Lax,  $k = 1$ , pentru calculul în regiunea de cavitație.

Deoarece se folosește același pas de timp  $\Delta t$  pe toată suprafața grilei se menține următoarea relație

$$c \frac{\Delta t}{\Delta x} = 1 \quad (3.3.14)$$

Limita superioară a factorului  $a$ , din relația (3.3.6), este  $c^2/g$  astfel că, condiția (3.3.13) se va îndeplini aproape tot timpul dacă  $k$  nu diferă mult de 1.

Dacă se aplică schema diferențelor finite ecuațiilor (3.3.1) și (3.3.7), înălțimea nivelului apei  $H$  nu trebuie calculată în afara lui  $A_i + (g/c^2)f(H)$ . Pentru cavitații subțiri, aceasta se poate face analitic.

În general precizia schemei diferențelor finite este mai bună [49] când

$$k \cong g \cdot a \cdot \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \quad (3.3.15)$$

În regiunea cavitației  $ga \gg c^2$  astfel că această condiție nu poate fi satisfăcută și în consecință undele de pe suprafața liberă vor fi reproduse imprecis. Deoarece durata cavitației este în general mult mai mică decât perioada unor asemenea unde, influența acestor imprecizii este mică.

#### 3.4. Modelul de calcul al cavitației cu cavitates concentrată

Modelul de calcul cu cavitates concentrată se bazează pe următoarele ipoteze [78] :

- la atingerea presiunii de vaporizare în conductă încep să se dezvolte bulele de vaporii ;
- pentru calcul, aceste bule se consideră că sînt concentrate în secțiunile de calcul din lungul conductei formînd o separație de coloană de lichid ;
- cavitația nu conține gaz, presiunea din interiorul cavitațiilor se consideră constantă și egală cu presiunea de vaporizare a lichidului ;
- masa vaporilor din interiorul cavitației este neglijabilă.

După cum se poate constata, numai anumite ipoteze sînt specifice modelului de calcul propus, majoritatea acestor ipoteze sînt comune pentru toate modelele de calcul.

Pentru calculul la regimuri tranzitorii, în general, conducte se împarte în  $n$  tronsoane de calcul și se consideră că este posibil ca în orice secțiune de calcul să apară cavitație. Între secțiunile de calcul se utilizează metoda carac-

teristicilor. În situația că în conductă nu apare în nici-o secțiune de calcul cavitație, presiunea și viteza rezultă din ecuațiile (2.2.12) și (2.3.23).

Când într-o secțiune de calcul presiunea scade sub presiunea de vaporizare, se presupune că aceasta rămâne constantă și egală cu presiunea de vaporizare  $p_v$  și se consideră că în secțiunea respectivă există cavitație.

Între-un nod curent de calcul cu cavitație,  $j$ , la timpul  $i+1$  presiunea de cavitație are expresia :

$$H_{j,i+1} = \frac{p_v}{\rho_w g} + z_j \quad (3.4.1)$$

unde :  $z_j$  este cota axului conductei față de un plan de referință.

Pornind de la ecuațiile mișcării scrise pentru metoda caracteristicilor sub formă de diferențe finite pentru o secțiune curentă  $j$  :

$$H_{j,i+1} + \frac{c}{g} U_{j,i+1} = H_{j-1,i} + \frac{c}{g} W_{j-1,i} - \frac{c\lambda}{g2D} W_{j-1,i} |W_{j-1,i}| \Delta t \quad (3.4.2)$$

$$H_{j,i+1} - \frac{c}{g} W_{j,i+1} = H_{j+1,i} - \frac{c}{g} U_{j+1,i} + \frac{c\lambda}{g2D} U_{j+1,i} |U_{j+1,i}| \Delta t \quad (3.4.3)$$

unde :  $U$  și  $W$  sînt vitezele în conductă înainte de secțiune și respectiv după secțiunea în nodul cu cavitație.

În situația în care în secțiunea de calcul nu este cavitație,  $U = W = V$ , viteza în afara regiunii de cavitație.

Din ecuațiile (3.4.1), (3.4.2) și (3.4.3) se obțin vitezele  $U$  și  $W$ . Volumul cavitației,  $Vol$ , dintr-un nod curent  $j$  se calculează cu relația :

$$Vol_{j,i+1} = Vol_{j,i} - (W_{j,i+1} - U_{j,i+1}) A \Delta t \quad (3.4.4)$$

Inchiderea cavitației pe întreaga lungime a conductei trebuie să fie îndeplinită în așa fel încît conservarea masei să fie satisfăcută cu exactitate în întreaga regiune a cavitației.

$$\sum_i \sum_j (U_{j,i} - W_{j,i}) = 0 \quad (3.4.5)$$



Aplicând relația (3.4.5) la un nod de calcul conduce la:

$$\sum_j (U_{j,i} - W_{j,i}) = 0 \quad (3.4.6)$$

Dacă volumul cavității devine negativ la momentul  $t_e$ , volumul se presupune că este egal cu zero:

$$\text{Vol}_{j,e} = 0 \quad (3.4.7)$$

Diferența dintre vitezele  $U$  și  $W$  pot fi obținute din ecuațiile (3.4.4) și (3.4.5) :

$$(U_{j,e} - W_{j,e})A \Delta t = \text{Vol}_{j,e} \quad (3.4.8)$$

Din ecuațiile (3.4.2), (3.4.3) și (3.4.7) se obțin valorile vitezelor  $U$  și  $W$  în momentul închiderii cavității.

În momentul închiderii cavității presiunea în secțiunea respectivă se calculează cu relația :

$$H_{j,i+1} = H_v + \frac{c}{2g} (U_{j,e} - W_{j,e}) \quad (3.4.9)$$

În cazul că nodul de calcul este nodul de la capăt cu vană, presiunea dezvoltată în această secțiune este dată de relația de forma :

$$H_{j,i+1} = H_v + \frac{c}{g} U_{j,e} \quad (3.4.10)$$

Separarea coloanei de lichid, în cazul conductelor orizontale, sau fără devieri de la o direcție în plan vertical, poate să apară în orice secțiune, necunoscându-se dinainte poziția acestora. În cazul conductelor cu puncte înalte, care constituie pentru analiza mișcărilor nepermanente puncte obligate, se poate cunoaște parțial secțiunile în care pot să apară separări de coloane de lichid. Această cunoaștere parțială depinde de lungimea conductei și de profilul acesteia în plan vertical.

### 3.5. Concluzii asupra modelelor de calcul a fenomenului de cavitație

Modelele de calcul prezentate în capitolul de față privind studiul fenomenului de cavitație răspund satisfăcător. Fiecare din aceste modele corespund unei anumite scheme hidraulice sau unor anumite caracteristici hidraulice ale instalației sub presiune.

Modelul de calcul bazat pe considerarea cavitației sub formă de bule uniform distribuite în masă de lichid răspunde satisfăcător comparativ cu măsurătorile și cu alte modele de calcul, fiind testat pe o conductă având lungimea de 200 m [ 48 ]. Rezultatele obținute au reprodus bine comportarea generală a fenomenului cu sublinierea că valorile maxime obținute prin calcule au fost mai mici decât cele obținute prin măsurători. În metoda de calcul s-a folosit un model simplificat în care ecuațiile ce guvernează fenomenul de cavitație sînt valabile și în regiunea loviturii de berbec, cu adoptările corespunzătoare.

Modelul de calcul al fenomenului de cavitație bazat pe curgeres separată răspunde satisfăcător din punct de vedere al reproducerii generale a fenomenului de lovitură de berbec cu cavitație, dar valorile maxime obținute prin calcule sînt mai mici decât cele obținute prin măsurători.

Modelul a fost testat pe o conductă de 200 m lungime [ 48 ] și pe o conductă de 1450 m lungime și diametrul de 100 mm (fig.3.2), prevăzută cu două puncte înalte. Rezultatele comparative între măsurători și calcule sînt prezentate în fig.3.3.

În cazul existenței punctelor înalte pe traseul conductei (cazul schemei hidraulice din fig.3.2), modelele de calcul bazate pe existența cavitației sub formă de bule sau sub formă de curgere separate nu sînt adecvate. În astfel de cazuri există posibilitatea ca fenomenul de cavitație să se manifeste sub formă de cavitație concentrate în punctele înalte.

Există cazuri cînd cavitațiile pot să ocupe întreaga secțiune a conductei pe porțiuni orizontale ale acestora (separări de coloane), așa cum se prezintă în lucrarea [ 97 ] (fig.3.4).

În fig.3.4 sînt prezentate într-o formă sugestivă, etapele principale de desfășurare a fenomenului de cavitație produs în cadrul unui fenomen general de lovitură de berbec.

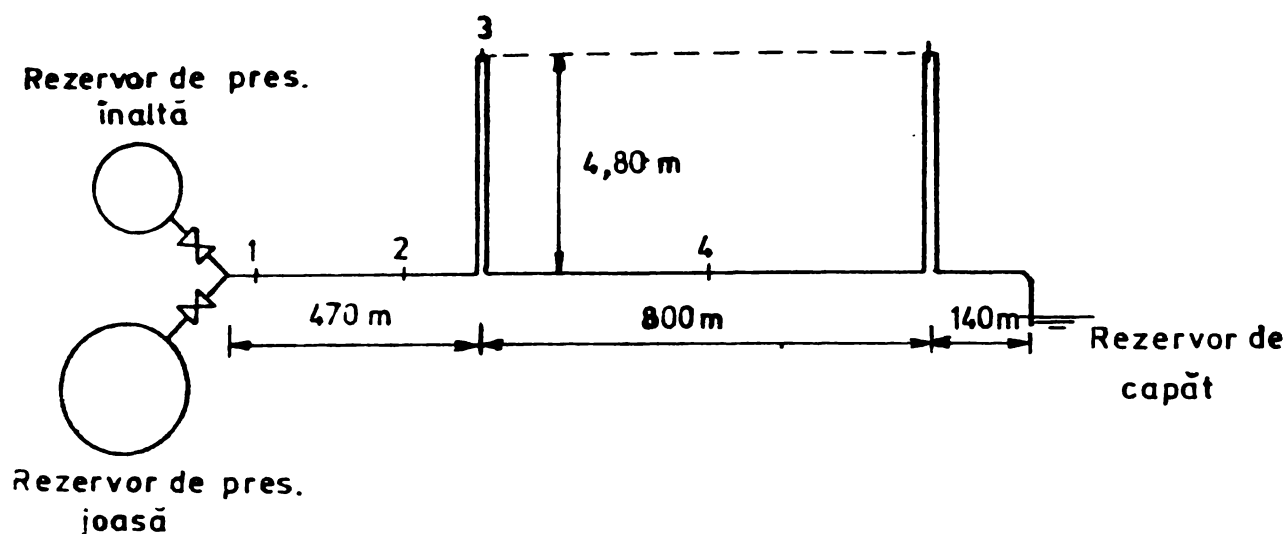


Fig.3.2 Schema instalației experimentale cu puncte înalte

♦♦

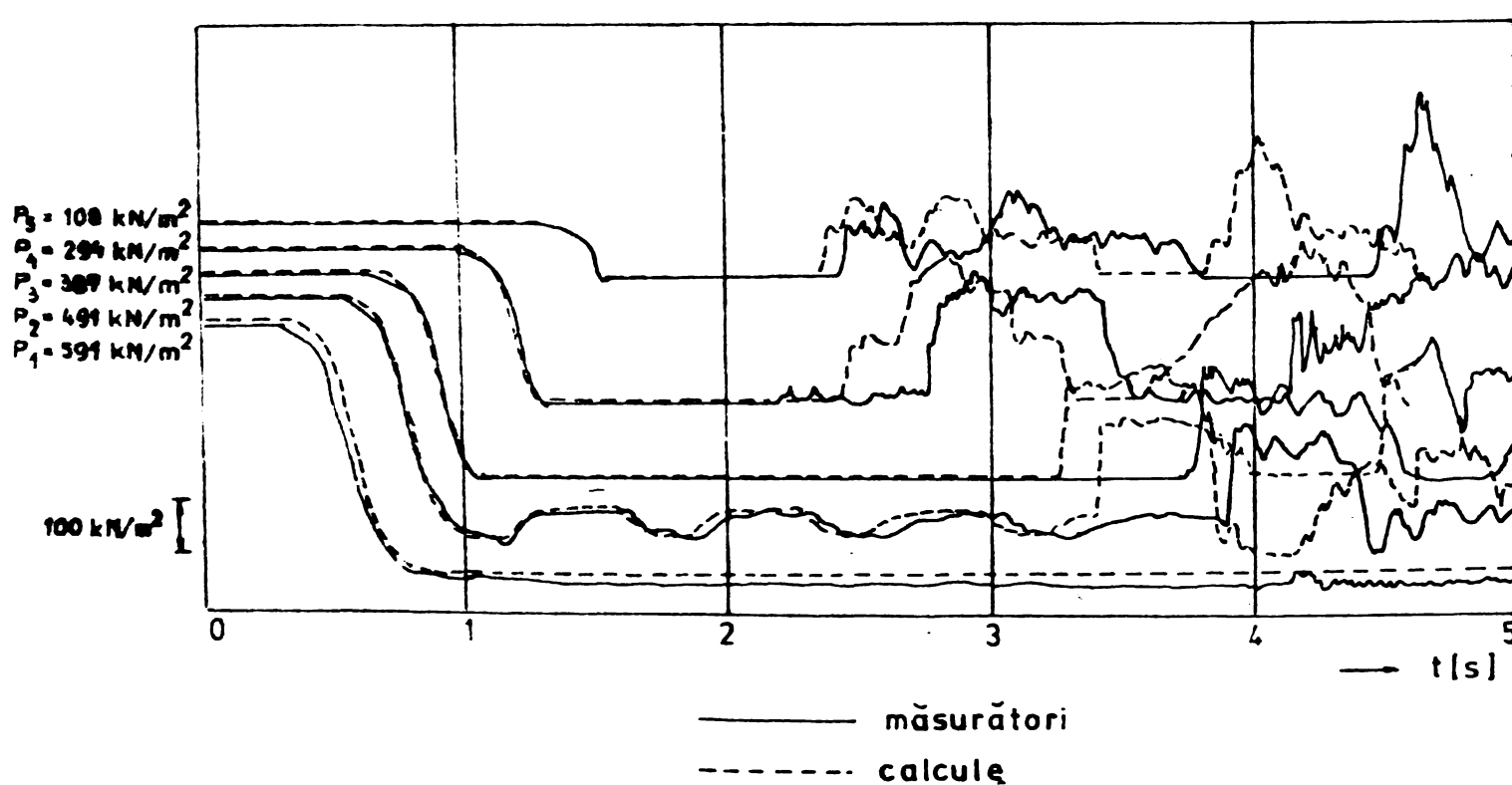


Fig.3.3 Variația în timp a presiunilor obținute prin măsurători și calcule efectuate cu modelul de cavitație cu curgere separată

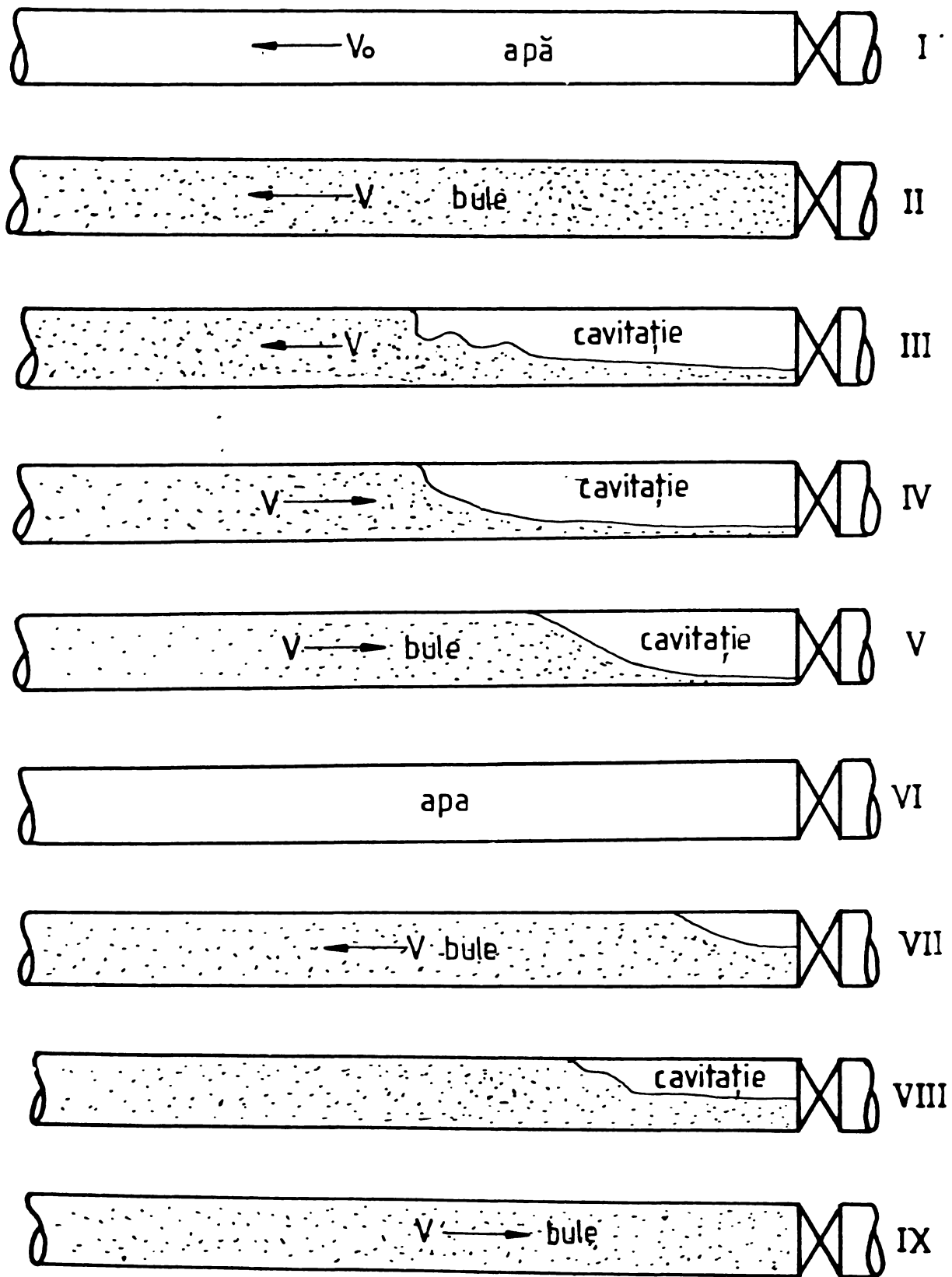
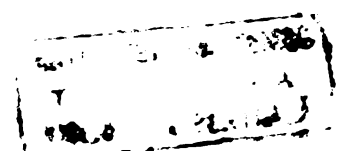


Fig. 3.4 Filmul desfășurării fenomenului de lovitură de berbec cu cavitație într-o conductă



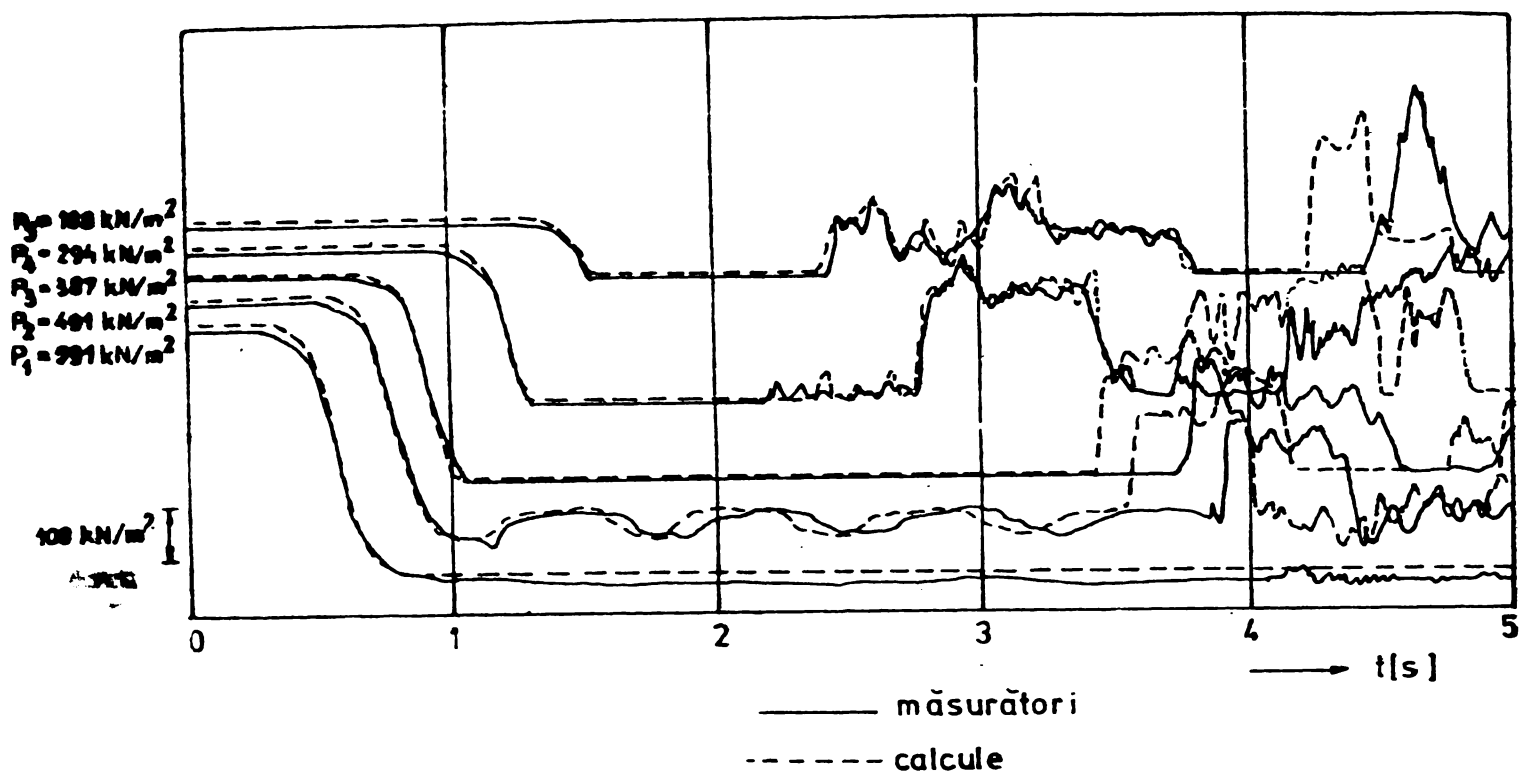


Fig. 3.5 Variația în timp a presiunilor obținute prin măsurători și calcule efectuate cu modelul de cavitație concentrată.

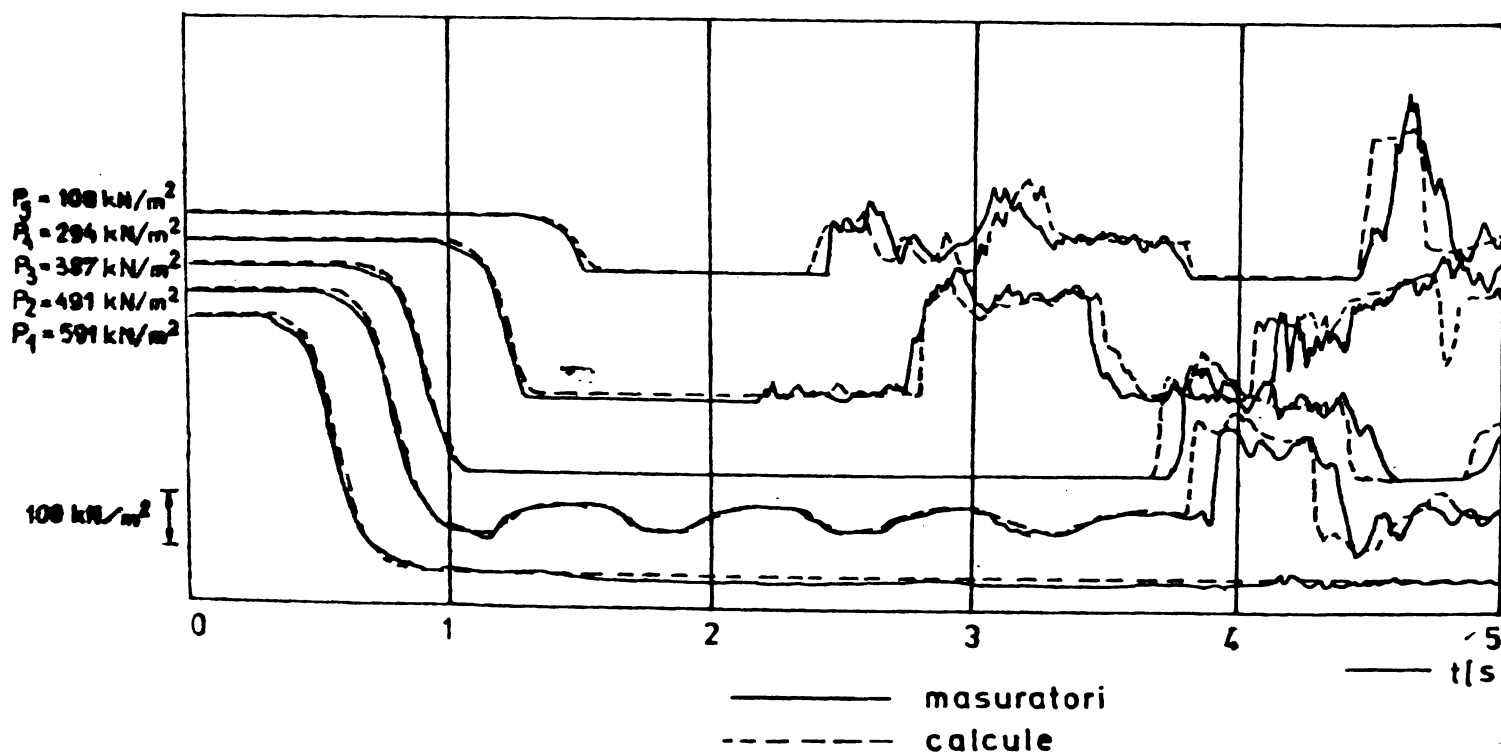


Fig. 3.6 Variația în timp a presiunilor obținute prin măsurători și calcule efectuate cu modelul de cavitație concencntrată cu considerarea inițială a aerului în stare liberă în secțiunile de calcul

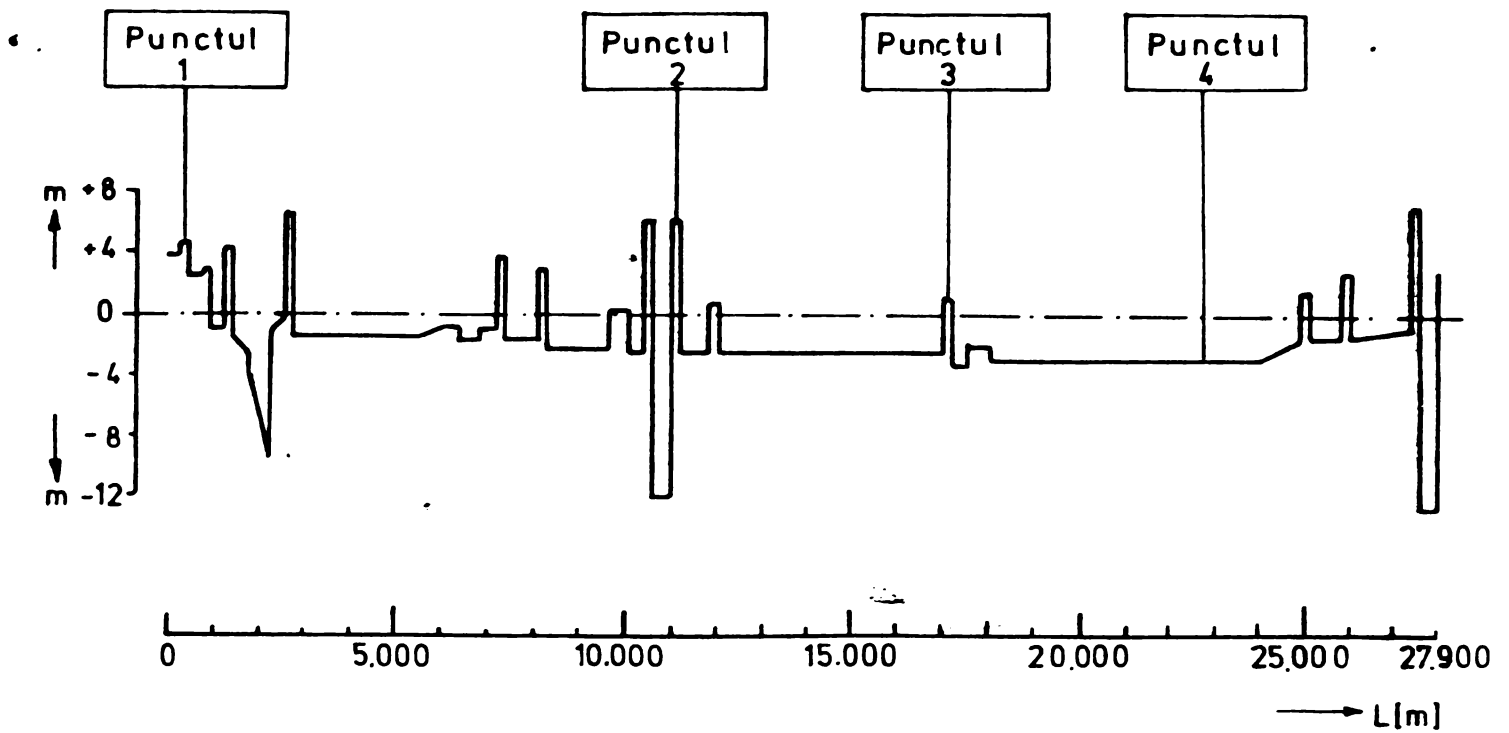


Fig.3.7 Schema instalației de pompare la scară naturală cu punctele de înregistrare a presiunilor

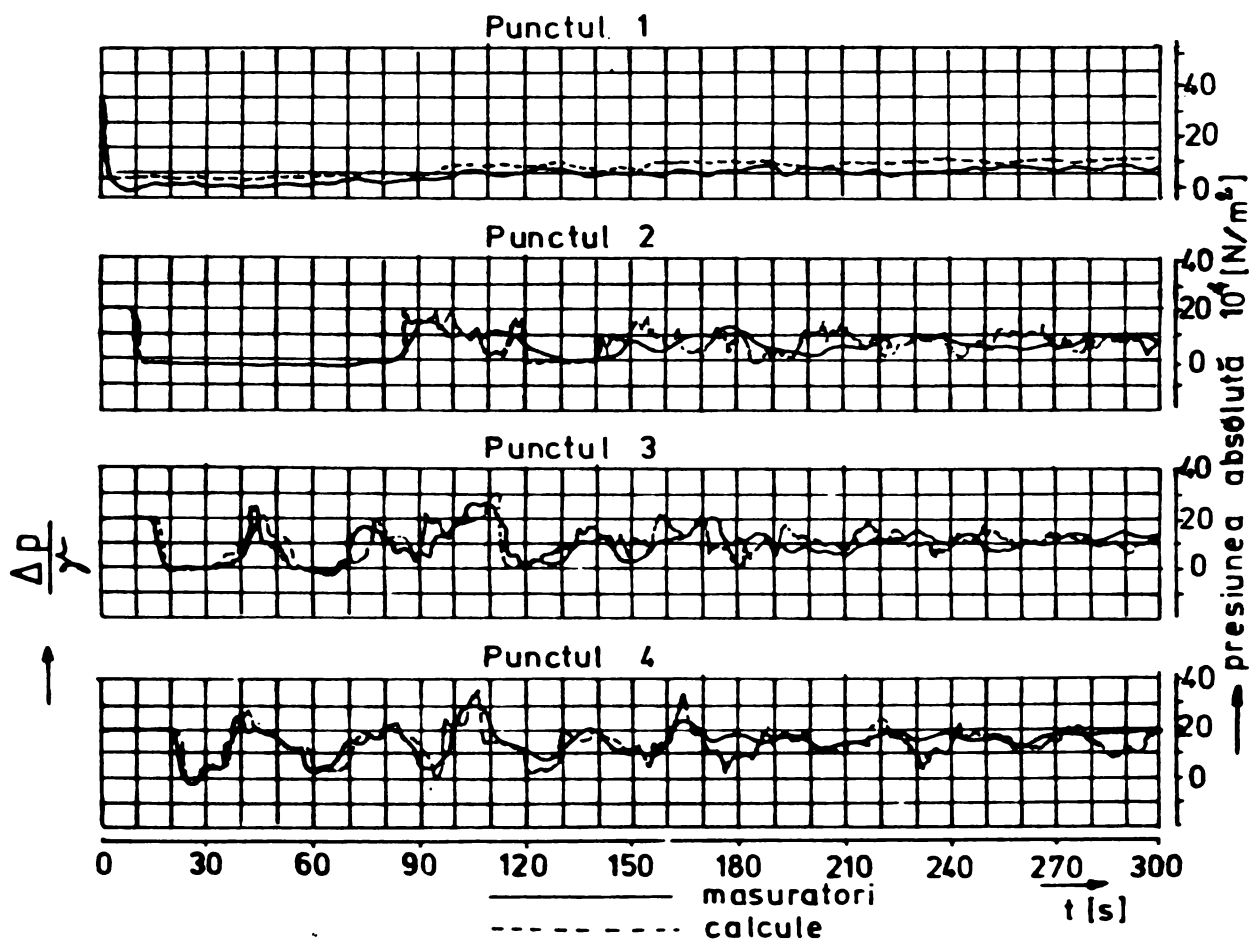


Fig.3.7 Variația în timp a presiunilor obținute prin măsuratori și calcule efectuate cu modelul de cavitație concentrată

Fenomenul a fost filmat cu o viteză foarte mare (cca 5000 imagini pe secundă), iar figura 3.4 prezintă numai etapele semnificative de desfășurare în timp a fenomenului de lovitură de berbec cu cavitație. Figura este reprodusă după fotografiile selectate din film.

În astfel de cazuri, cel mai potrivit model de calcul este cel bazat pe existența cavității lor concentrate în secțiunile de calcul, fapt confirmat și de rezultatele prezentate în fig. 3.5, rezultate obținute pentru schema hidrolică din fig. 3.2. Și în acest caz se constată unele instabilități matematice, care au putut fi în parte eliminate prin considerarea unui conținut inițial de aer în stare liberă în secțiunile de calcul considerând un conținut mic de aer în stare liberă, de numai  $2 \cdot 10^{-6}$  din volumul total al conductei, a determinat o concordanță mult mai bună între rezultatele obținute prin calcule și prin măsurători, așa cum se prezintă în fig. 3.6.

Pe baza rezultatelor obținute pe schema hidrolică a modelului de laborator, autorii au testat modelul de calcul pe o instalație la scară naturală, a cărei schemă este prezentată în fig. 3.7.

Calculul a reprodus suficient de bine măsurătorile efectuate pe instalația la scară naturală, rezultate ce sînt prezentate în fig. 3.8.

După cum se poate constata, modelul cel mai adecvat pentru calculul fenomenului de lovitură de berbec cu cavitație este cel bazat pe considerarea cavităților concentrate în secțiunile de calcul, cu considerarea coloanelor de lichid separate. Aceste, atît prin faptul că rezultatele obținute sînt în general mai apropiate de realitate, față de cele obținute prin celelalte modele de calcul, cît și prin faptul că este mult mai accesibil.

În cadrul modelului de calcul elaborat, privind studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune, pentru calculul fenomenului de lovitură de berbec cu cavitație, s-a adoptat o variantă a modelului bazat pe considerarea cavității concentrate în secțiunile de calcul și așa cum se prezintă în capitolul 6, rezultatele obținute prin calcule sînt apropiate de cele obținute prin măsurători.

## CAP.4. INFLUENȚA AERULUI ÎN STARE LIBERĂ ASUPRA CELERITĂȚII ÎN CONDUCTE SUB PRESIUNE

### 4.1. Considerații generale

Prin natura lor, instalațiile hidraulice sub presiune transportă în mod inevitabil amestecuri polifazice, fie ca urmare a condițiilor de exploatare, fie ca urmare a scopului tehnic pentru care au fost proiectate.

În general, existența amestecurilor polifazice complică studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune, relațiile generale de calcul stabilite pentru fluidele reale trebuind să fie folosite cu precauție și deseori cu modificările corespunzătoare fiecărei situații concrete de studiu.

Amestecurile bifazice, amestecuri ce sînt studiate (din punct de vedere al influenței pe care le au acestea asupra desfășurării mișcărilor nepermanente în conducte sub presiune) în această lucrare, constînd dintr-un lichid și un gaz (apă și aer) pot să apară în sistemele hidraulice sub presiune sub cele mai diverse forme, de la bulele foarte mici de gaz în curentul de lichid, pînă la picăturile de lichid în curentul de gaz [44].

Din totalitatea formelor în care pot să apară amestecurile bifazice apă-aer, se analizează influența aerului în stare gazoasă prezent în sistemele hidraulice sub presiune în procente de pînă la 3-5 % raportate la presiunea atmosferică, influență ce o are asupra desfășurării mișcărilor nepermanente și în speță asupra mărimii celerității.

Prezența aerului în stare gazoasă în instalațiile hidraulice sub presiune, se datorește mai multor cauze printre care se menționează :

- îndepărtarea incompletă a aerului în timpul operației de umplere cu apă a conductelor ;



- funcționarea supapelor de aerare la presiuni negative în timpul fenomenelor tranzitorii ;

- datorită vortexurilor ce pot să apară în bazinele de aspirație ale stațiilor de pompare ;

- datorită eventualelor neetanșeități a conductelor de aspirație în sifon ale stațiilor de pompare ;

- introducerea aerului în conducte ca urmare a golirii de apă a rezervoarelor cu pernă de aer pentru protecție la lovitură de berbec, în timpul regimurilor tranzitorii ;

- degajarea treptată a aerului dizolvat în apă când în conducte apar presiuni mai mici decât presiunea de saturație a aerului dizolvat etc.

Este cunoscut faptul că prezența aerului în stare gazoasă în sistemele hidraulice sub presiune în cantități oricât de mici, determină reducerea mărimii celerității față de cazul când se consideră apa fără aer în stare liberă, datorită elasticității mărite a amestecului bifazic apă-aer.

Faptul că curgerea bifazică apă-aer în sistemele hidraulice sub presiune poate să apară în mai multe regimuri de curgere : cu bule mici de aer în amestec omogen, cu bule de dimensiuni mai mari sau cu dopuri etc., complică dezvoltarea unor modele de calcul atât cuprinzătoare.

După cum se prezintă în lucrările [55 ], [56 ], [91 ] modele de calcul folosite la studiul mișcărilor nepermanente la curgerea bifazică apă-aer sînt : modelul de curgere omogen, modelul de curgere a celor două faze cu viteze diferite (în derivă), sau modelul de curgere a fazelor separate, funcție de cantitatea procentuală a fazei gazoase și de viteza amestecului bifazic.

Pentru a putea folosi modelul de calcul a fazelor amestecului cu viteze diferite, este necesar să se cunoască vitezele celor două componente ale amestecului bifazic. Datorită complicării modelului de calcul cît și a dificultăților de determinare a vitezelor celor două componente ale amestecului bifazic, în situația că nu există diferențe substanțiale între vitezele celor două faze, se poate folosi modelul de curgere omogen și în cazul curgerii cu fazele în derivă.

În cazul că viteza amestecului bifazic apă-aer este mai mare 0,5 m/s, pentru debite ale fazei gazoase a aerului mici se poate considera că aerul în stare liberă este uniform re-

partizat în lungul conductei [ 55 ].

În ipoteza lichidelor reale, ipoteză admisă în mod curent în studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune, când se neglijează prezența fazei gazoase a aerului, celeritatea se consideră constantă în timpul desfășurării mișcărilor nepermanente, indiferent de presiunea care există în conductă la un moment dat, mărimea acesteia depinzând numai de caracteristicile geometrice ale conductelor, de materialul din care sînt confecționate și de modul de rezemare al acestora.

În această ipoteză expresia celerității  $c$ , este dată de relația clasică a lui N.E.Jukovski sub forma (2.3.20). În ipoteza conductelor cu pereți rigizi expresia celerității primește forma :

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w}} = 1435 \text{ m/s} \quad (4.1.1)$$

#### 4.2. Relația de calcul a celerității la curgerea bifazică apă-aer

Prezența aerului în stare gazoasă în cantități oricît de mici în sistemele hidraulice sub presiune are influență foarte mare asupra mărimii celerității, prin faptul că aerul este un fluid mult compresibil în comparație cu apa sau materialele din care sînt confecționate conductele, avînd modulul de elasticitate de ordinul de mărime cu cel al presiunii la care se află amestecul bifazic. Aceste aspecte conduc la modificarea mărimii celerității în amestecul bifazic apă-aer stît funcție de conținutul de aer existent în stare gazoasă cît și funcție de presiunea la care se găsește amestecul respectiv. Totodată are loc o modificare în timp a mărimii acesteia în funcție de variația presiunii din conductă, variație ce are loc la regimurile tranzitorii.

Pentru determinarea relației de calcul a celerității în amestecul bifazic se presupune că într-o conductă curge cu o viteză  $V_0$  un amestec bifazic apă-aer, în care aerul se găsește sub formă de bule mici uniform distribuite în întreaga masă de apă, astfel că nu există diferență între vitezele celor două faze. Se consideră un element de lungime  $dx$  într-o secțiune oricare în lungul conductei în calitate de volum elementar

$A dx$ ,  $A$  fiind aria secțiunii transversale a conductei (fig.4.1).  
 Datorită unei variații de presiune  $dp$  produsă în secțiunea 1 la timpul  $t$  în conductă apare o undă de presiune

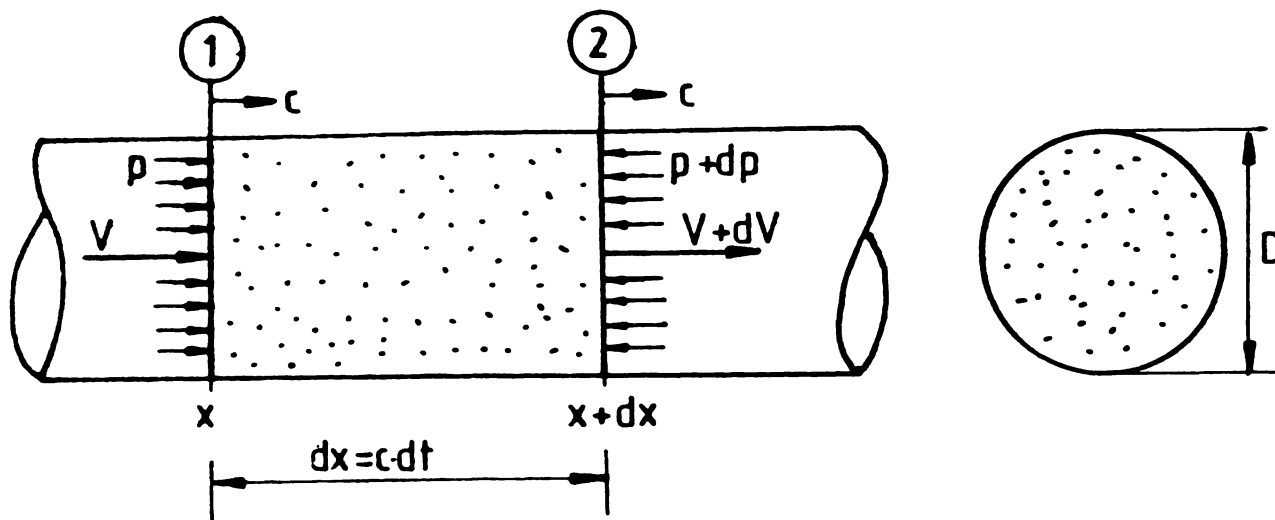


Fig. 4.1 Elementul de conductă pentru definiții.

care ajunge în secțiunea 2 la timpul  $t+dt$  provocând o variație a masei  $m$ , a amestecului bifazic din volumul elementar.

Se pleacă de la expresia masei  $m$  de forma :

$$m = \rho_{am} Vol = \rho_{am} A dx \quad (4.2.1)$$

unde:  $\rho_{am}$  este masa specifică a amestecului bifazic:

$$\rho_{am} = \rho_w \frac{Vol_w}{Vol} + \rho_g \frac{Vol_g}{Vol} \quad (4.2.2)$$

$\rho_w$  - densitatea apei,  $\rho_g$  - densitatea aerului în stare gazoasă ;  $Vol_w$  - volumul elementar al fazei lichide (volumul elementar al apei) ;

$$Vol_w = (1 - \alpha) Vol = (1 - \alpha) A dx \quad (4.2.3)$$

$\alpha$  - fracțiunea fazei gazoase a aerului egal cu  $Vol_g / Vol$   
 $Vol_g$  - volumul elementar al fazei gazoase a aerului:

$$Vol_g = \alpha Vol = \alpha A dx \quad (4.2.4)$$

$Vol$  - volumul total al elementului de conductă considerat.

Cu aceste notații, relația (4.2.2) se mai poate scrie :

$$\rho_{am} = \rho_w (1 - \alpha) + \rho_g \alpha \quad (4.2.5)$$

ier relația (4.2.1) primește forma :

$$m = \rho_w (1 - \alpha) A dx + \rho_g \alpha A dx \quad (4.2.6)$$

Diferențiind relația (4.2.6) se obține :

$$\begin{aligned} dm = d\rho_w (1 - \alpha) A dx - \rho_w d\alpha A dx + \rho_w (1 - \alpha) dA dx + d\rho_g \alpha A dx + \\ + \rho_g d\alpha A dx + \rho_g \alpha dA dx \end{aligned}$$

Neglijând termenii cu pondere mică și reorganizînd într-un mod convenabil rezultă :

$$dm = \rho_w (1 - \alpha) A dx \left( \frac{d\rho_w}{\rho_w} + \frac{dA}{A} - \frac{d\alpha}{1 - \alpha} \right) \quad (4.2.7)$$

Tinînd seama că :

$$\frac{d\rho_w}{\rho_w} = \frac{dp}{E_w} ; \quad \frac{dA}{A} = \frac{D}{e} \frac{dp}{E_c} \quad (4.2.8)$$

și admițînd că are loc o transformare izotermă a aerului în stare gazoasă din amestecul bifazic se poate scrie că :

$$\alpha = \frac{MRT}{p} \quad (4.2.9)$$

unde :  $E_w$  este modulul de elasticitate al apei ;  $E_c$  - modulul de elasticitate al conductei ;  $e$  - grosimea peretelui conductei ;  $M$  - masa aerului în stare gazoasă din amestecul bifazic pe unitatea de volum ;  $R$  - constanta caracteristică a gazului (aerului) ;  $T$  - temperatura absolută a amestecului ;  $p$  - presiunea absolută la care se găsește amestecul bifazic.

$$d\alpha = -MRT \frac{dp}{p^2} \quad (4.2.10)$$

Cu aceste considerații relația (4.2.7) primește forma :

$$dm = \rho_w (1 - \alpha) A dx \left[ \frac{dp}{E_w} + \frac{D}{e} \frac{dp}{E_c} + \frac{MRT}{(1 - \alpha) p^2} dp \right] \quad (4.2.11)$$

Variația masei  $dm$  a amestecului bifazic se mai poate exprima prin diferența dintre masa intrată și masa ieșită din volumul elementar considerat, în timpul  $dt$ :

$$dm = \rho_w (1 - \alpha) A dV dt \quad (4.2.12)$$

În această relație s-a neglijat variația masei aerului în fază gazoasă.

Cele două forme de exprimare a variației masei amestecului bifazic (2.4.11) și (2.4.12) fiind egale și ținând seama că  $dx = c dt$  din relația (2.4.11) rezultă :

$$c = \frac{dm}{\rho_w (1 - \alpha) A dt dp \left[ \frac{1}{E_w} + \frac{D}{E_c e} + \frac{MRT}{(1 - \alpha) p^2} \right]} \quad (4.2.13)$$

Înlocuind pe  $dm$  cu expresia (2.4.12) și ținând seama de expresia lui  $dp$ , care pentru amestecul bifazic are forma :

$$dp = \rho_w (1 - \alpha) c dV \quad (4.2.14)$$

În care s-a neglijat termenul  $\rho_g \cdot \alpha \cdot c \cdot dV$  avînd o pondere mică în comparație cu ceilalți termeni, rezultă că :

$$c^2 = \frac{E_w / \rho_w}{\left[ (1 - \alpha) + (1 - \alpha) \frac{E_w}{E_c} \frac{D}{e} + MRT \frac{E_w}{p^2} \right]} \quad (4.2.15)$$

Înlocuind pe  $\alpha$  cu relația (2.4.9) se obține expresia lui  $c$  de forma

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w} \left/ \left[ \left(1 - \frac{MRT}{p}\right) + \left(1 - \frac{MRT}{p}\right) \frac{E_w}{E_c} \frac{D}{e} + MRT \frac{E_w}{p^2} \right] \right.} \quad (4.2.16)$$

Intrucît termenii negativi din relația (2.4.16) au pondere mică, sub 1 % comparativ cu ceilalți termeni, pentru procente ale fazei gazoase a aerului sub 5 %, pot fi neglijăți,

expresia finală de calcul a celerității fiind :

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w} / \left( 1 + \frac{MRTE_w}{p^2} + \frac{E_w}{E_c} \frac{D}{e} k_1 \right)} \quad (4.2.17)$$

Expresia de calcul a celerității în amestecul bifazic apă-aer se poate determina și pe alte căi.

Ponrind de la relația care exprimă viteza de propagare a sunetului într-un mediu continuu, omogen, elastic și infinit de forma :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.2.18)$$

și exprimând mărimile  $E$  și  $\rho$  funcție de caracteristicile amestecului bifazic apă-aer.

Pentru acestea se consideră volumul elementar  $Vol = A \cdot dx$  (fig.4.1) și că acest volum poate fi exprimat sub forma unei sume de volume : volumul fazei lichide  $Vol_w = (1 - \alpha) A dx$  și volumul fazei gazoase  $Vol_g = \alpha A dx$

$$Vol = Vol_w + Vol_g \quad (4.2.19)$$

O variație a presiunii  $p$  în conductă cu mărimea  $dp$  determină o variație a volumului amestecului bifazic considerat  $dVol$  :

$$dVol = dVol_w + dVol_g \quad (4.2.20)$$

Modulul de elasticitate al amestecului bifazic  $E_{am}$  poate fi exprimat de relația conform definiției din fizica corpurilor omogene și elastice :

$$E_{am} = \frac{dp}{dVol / Vol} \quad (4.2.21)$$

Iar modulii de elasticitate ai componentelor amestecului bifazic sînt definiți de relațiile :

$$E_w = \frac{dp}{dVol_w / Vol_w} \quad (4.2.22)$$

pentru apă și

$$E_g = \frac{dp}{dVol_g / Vol_g} \quad (4.2.23)$$

pentru aer.

Tinând seama de relația (4.2.20) și cu ajutorul relațiilor (4.2.21), (4.2.22) și (4.2.23) se poate scrie :

$$\frac{dp Vol}{E_{am}} = \frac{dp Vol_w}{E_w} + \frac{dp Vol_g}{E_g} \quad (4.2.24)$$

După simplificări și reorganizări se obține expresia modului de elasticitate pentru amestecul bifazic sub forma :

$$E_{am} = \frac{E_w}{1 + Vol_g / Vol (E_w / E_g - 1)} \quad (4.2.25)$$

Avînd în vedere că modulul de elasticitate al aerului este de ordinul de mărime cu valoarea presiunii și de faptul că modulul de elasticitate al apei are valoarea  $2,1 \cdot 10^8 \text{ daN/m}^2$ , termenul negativ din paranteză poate fi neglijat în comparație cu raportul  $E_w / E_g$ , relația (4.2.25) primește forma :

$$E_{am} = \frac{E_w}{1 + \frac{Vol_g}{Vol} \frac{E_w}{E_g}} \quad (4.2.26)$$

Densitatea medie a amestecului bifazic  $\rho_{am}$  este dată de relația (4.2.2) sau (4.2.5).

Inlocuind expresiile (4.2.2) și (4.2.25) în relația de forma (2.4.18) se obține :

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w} / \left( 1 + \frac{Vol_g}{Vol} \frac{E_w}{E_g} \right)} \quad (4.2.27)$$

expresie care exprimă relația de calcul a celerității într-un amestec bifazic apă-aer în conducte cu pereți rigizi.

În cazul în care se ține seama de elasticitatea pereților conductei, relația (4.2.26) primește forma :

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w} / \left( 1 + \frac{Vol_g}{Vol} \frac{E_w}{E_g} + \frac{E_w}{E_c} \frac{D}{e} k_1 \right)} \quad (4.2.28)$$

În relațiile (4.2.26) și (4.2.27) apar ca mărimi variabile în timp densitatea medie a amestecului bifazic  $\rho_{am}$ , volumul fazei gazoase a aerului  $Vol_g$  și modulului de elasticitate a aerului  $E_g$ . Aceste mărimi depind de presiunea la care se găsește amestecul bifazic la un moment dat pentru o anumită cantitate de aer existent în stare gazoasă.

Notînd cu  $\alpha$  raportul  $Vol_g/Vol$  care reprezintă fracțiunea fazei gazoase a aerului și așa cum s-a arătat mai sus, admițînd o transformare izotermă a aerului în stare gazoasă, în această situație  $E_g = p$ , iar  $\alpha$  primește forma (4.2.9).

Făcînd legătura între  $\rho_{am}$  și  $\rho_w$  și ținînd seama de relația (4.2.9) se obține expresia lui  $\rho_{am}$  de forma :

$$\rho_{am} = \rho_w \left( 1 - \frac{MRT}{p} \right) \quad (4.2.29)$$

în care s-a neglijat termenul  $\rho_g \alpha$  fiind mult mai mic în comparație cu ceilalți termeni.

Cu expresiile lui  $\alpha$  și  $\rho_{am}$ , relația de calcul a celerității în amestecul bifazic apă-aer în funcție de  $M$ ,  $p$  și  $\rho_w$  capătă forma :

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w} / \left[ \left( 1 - \frac{MRT}{p} \right) \left( 1 + \frac{MRT}{p} \frac{E_w}{p} \right) \right]} \quad (4.2.30)$$

pentru conducte cu pereți rigizi și

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w} / \left[ \left( 1 - \frac{MRT}{p} \right) \left( 1 + \frac{MRT}{p} \frac{E_w}{p} + \frac{E_w}{E_c} \frac{D}{e} k_1 \right) \right]} \quad (4.2.31)$$

pentru situația cînd se ține seama de elasticitatea pereților conductei.

În relațiile (4.2.17) și (4.2.31) coeficientul  $k_1$  ține seama de modul de rezonanță al conductei și de coeficientul



lui Poisson și are expresiile prezentate la paragraful 2.3.

Din analiza relațiilor de calcul a celerității (4.2.17) și (4.2.31) se constată dependența foarte mare a acesteia față de cantitatea de aer în stare gazoasă prezintă în amestecul bifazic pus în evidență, în aceste relații, prin factorul  $M$  (masa aerului în stare gazoasă pe unitate de volum) și de presiunea  $p$  la care se găsește acest amestec.

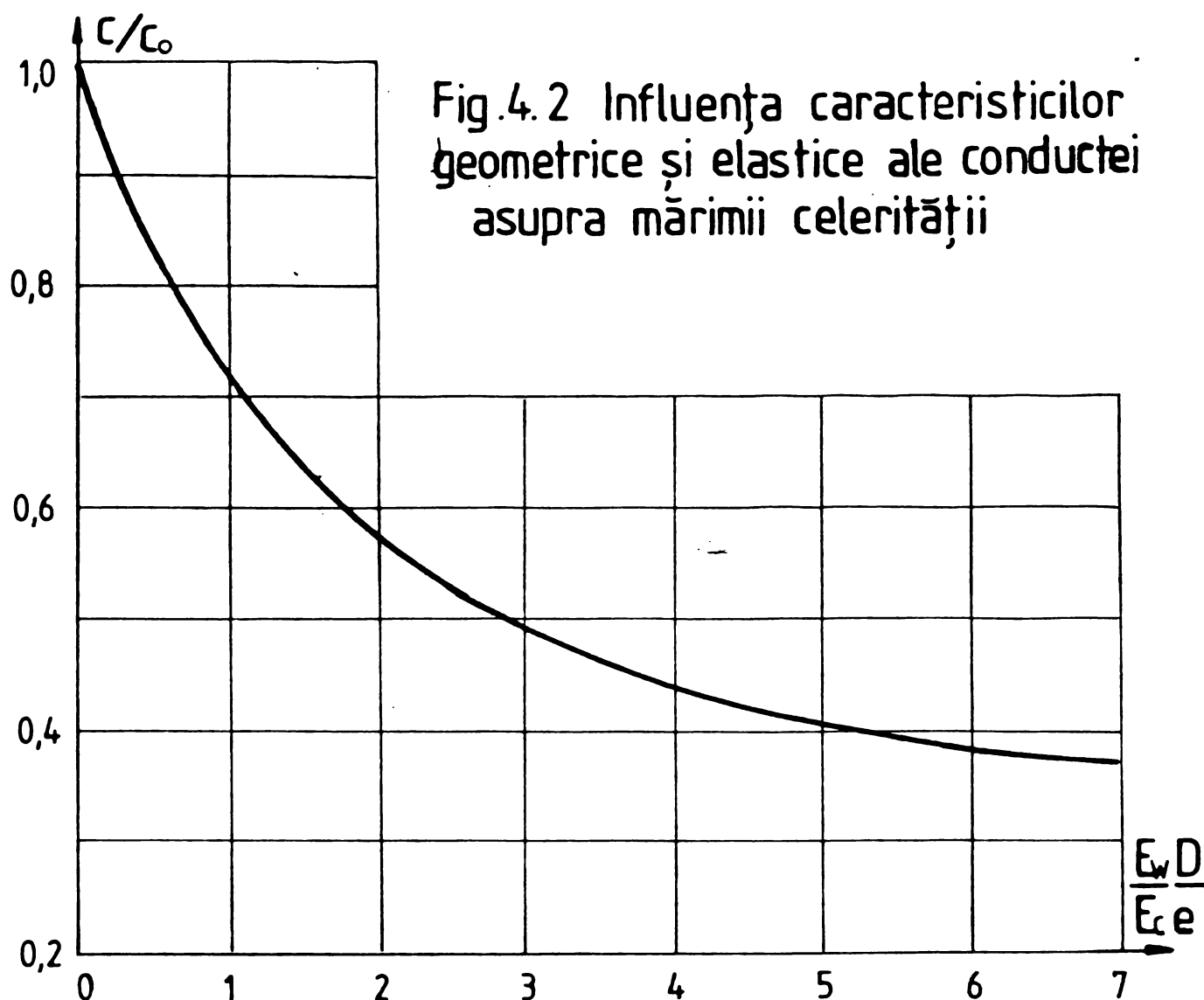
Pentru valori constante ale lui  $M$ , mărimea termenului  $MRT/\rho \cdot Ew/\rho$  are o pondere mare la valori mici ale presiunii (mai ales sub presiunea atmosferică) în comparație cu ceilalți termeni din paranteză. Astfel, pentru valori ale lui  $\alpha = 0,01$  (1%) și pentru presiunea atmosferică, acest termen este egal cu 205, care este mult mai mare decât termenul  $Ew/Eo \cdot D/e \cdot k_1$  și care pentru conducta cu  $D = 125$  mm și  $e = 4$  mm este egal cu 0,315. Pe măsură ce presiunea crește, ponderea acestui termen scade, astfel că pentru aceeași mărime a lui  $\alpha$  și pentru  $p = 10$  atm are valoare de 100 de ori mai mică.

Menținând presiunea constantă și variind pe  $\alpha$ , se constată o influență foarte mare asupra mărimii celerității, cu implicații directe asupra desfășurării fenomenului de lovitură de berbec. Astfel, pentru  $\alpha$  cuprins între 0,0% și 0,01%, pentru  $p$  egal cu presiunea atmosferică, influența aerului prezent în stare liberă asupra mărimii este de la 1/1 până la 1/4 din mărimea celerității în apă fără aer în stare liberă. Pentru valori mai mari ale lui  $\alpha$ , influența aerului asupra mărimii celerității în amestecul bifazic determină o variație din ce în ce mai lentă a acesteia.

Deocă la valori mici ale presiunii la care se află amestecul bifazic, termenul care ține seama de elasticitatea conductei are o pondere mică, față de suma celorlalți termeni din paranteză din relația celerității, mărimea acestuia putând fi chiar neglijabilă, la valori mari ale presiunii din conductă, mărimea acestui termen este comparabilă cu suma celorlalți termeni și în special pentru conducte de diametre mari.

Influența caracteristicilor geometrice și elastice ale ansamblului conductă-apă asupra mărimii celerității este prezentată în fig.4.2.

În figurile 4.3, 4.4. și 4.5. este prezentată variația celerității funcție de cantitatea de aer în stare liberă prezent în amestecul bifazic apă-aer și de presiunea din conductă.



In figura 4.3 se prezintă influența aerului în stare gazeasă pus în evidență prin raportul  $\alpha$  exprimat în procente, influență pe care o are asupra celerității, pentru mai multe trepte de presiune și diferite valori ale lui  $\alpha$ , valori raportate la presiunea atmosferică; calculele fiind efectuate pentru o conductă din oțel cu diametrul  $D = 125$  mm și grosimea  $e = 44$  mm.

In fig.4.4 sînt puse în evidență stît influența aerului în stare liberă și a presiunii cît și a caracteristicilor geometrice și elastice pentru patru tipuri de conducte.

Rezultatele prezentate în figurile 4.3 și 4.4. au fost obținute analitic pe baza relației (4.2.30).

In fig.4.5. sînt prezentate comparativ rezultatele analitice și pe bază de măsurători efectuate pe o instalație experimentală de laborator, din cadrul laboratorului de hidraulică al I.C.H. București.

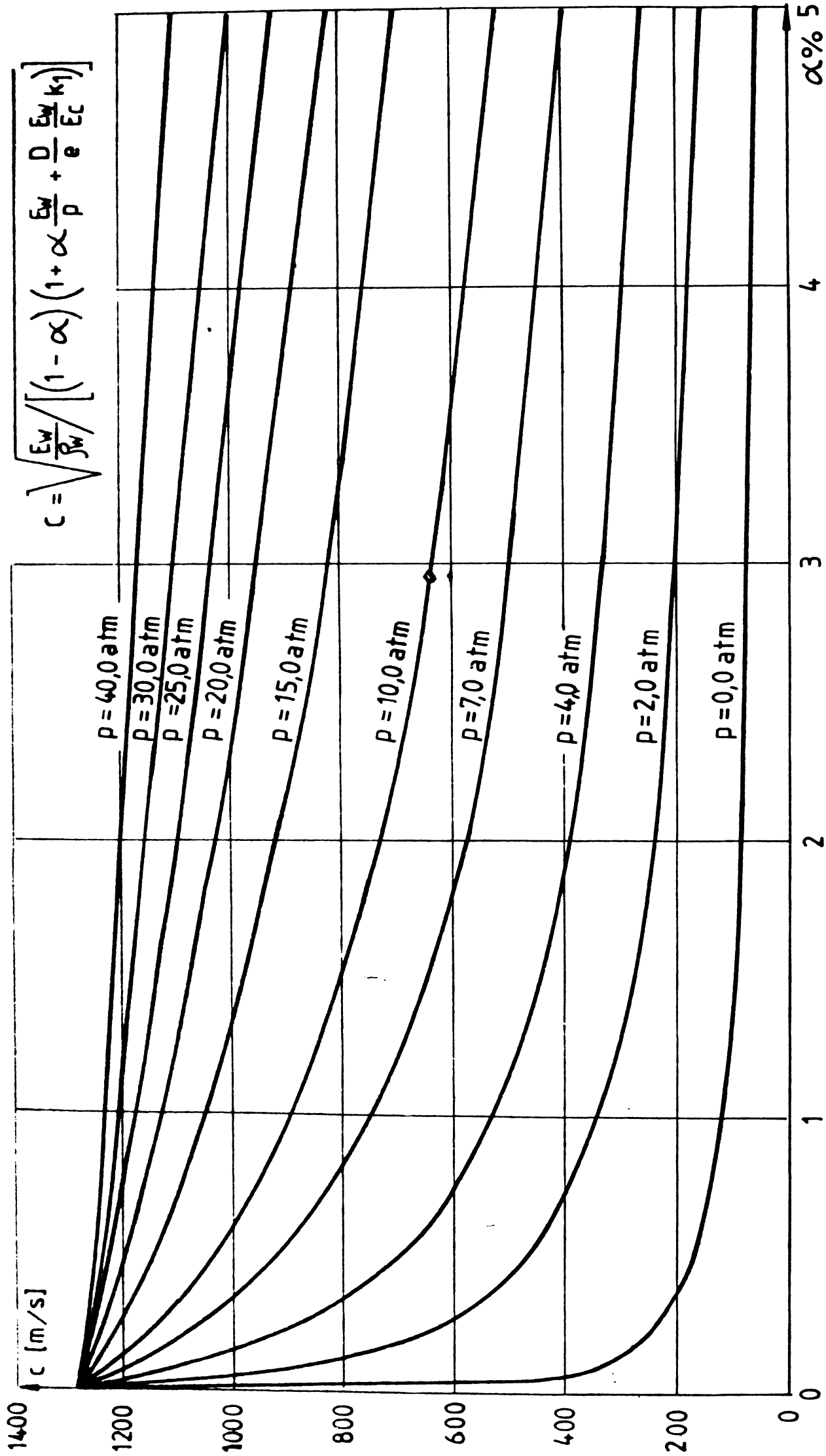


Fig. 4.3 Influența presiunii asupra mărimii celerității în mediul bifazic apă-aer

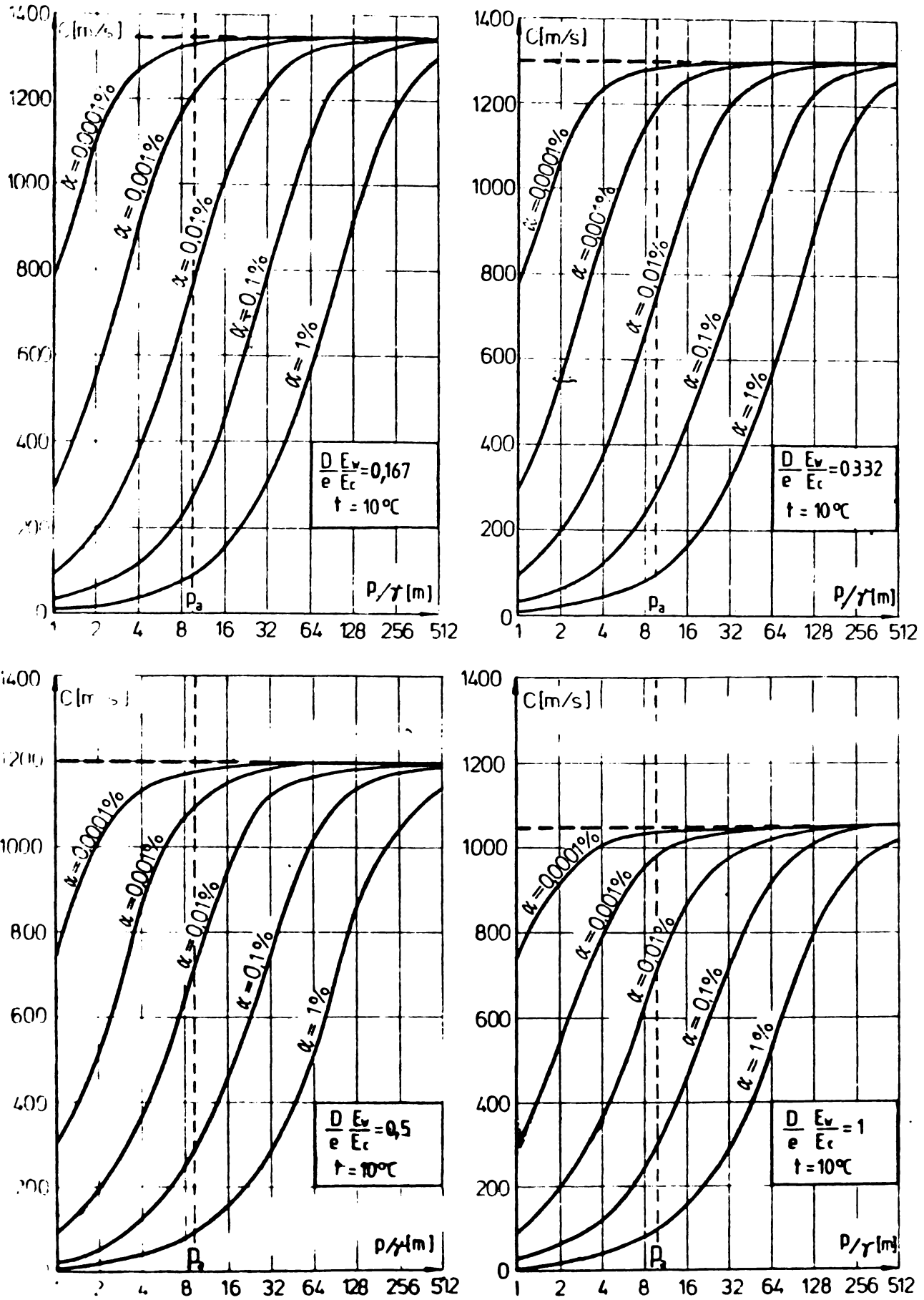


Fig. 4.4 Influența aerului în stare liberă, a presiunii și a caracteristicilor geometrice și elastice ale conductelor asupra mărimii celerității

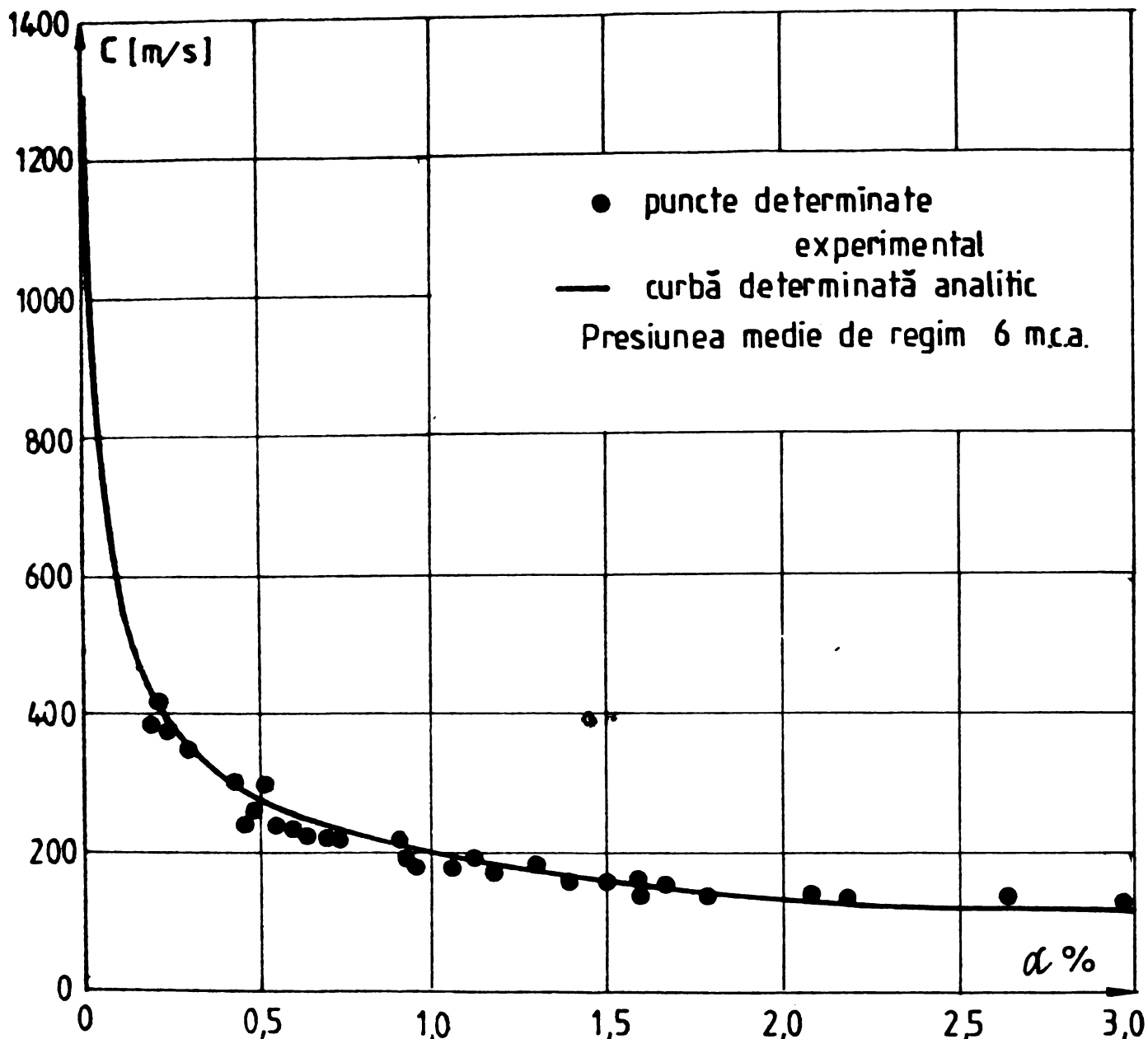


Fig. 4.5 Rezultate comparative privind mărimea celerității în amestec bifazic apă-aer

Din analiza acestor rezultate comparative prezentate în fig.4.5 se constată că admitând un modul de elasticitate al aerului care se ține seama de transformarea de stare politropică a fazei gazoase aerului, pentru un coeficient politropic  $n = 1.2$ , aceste rezultate, analitice și experimentale, practic se suprapun.

#### 4.3. Concluzii

Neluearea în considerație a influenței aerului în stare gazoasă prezent la curgerile bifazice apă-aer în sistemele hidraulice sub presiune, conduce la a considera o valoare constantă pentru celeritate, indiferent de presiunea la care

se găsește amestecul bifazic, fapt ce nu concordă cu realitatea.

Prezența aerului în stare gazoasă în sistemele hidraulice sub presiune în cantități oricât de mici are influență asupra mărimii celerității și în special atunci când în sistem se ating presiuni mici în timpul regimurilor tranzitorii, așa cum se poate constata și din analiza rezultatelor prezentate în figurile 4.3 și 4.4.

De subliniat este faptul că mărimea celerității în amestecul bifazic apă-aer poate să fie cu mult mai mică decât viteza sunetului în aer, ajungându-se la valori sub 100 m/s, pentru procente ale aerului în stare liberă relativ mici, sub 5 % și valori ale presiunii în conductă sub presiunea atmosferică, aspect subliniat și în lucrările [50], [91], [99].

În ceea ce privește diferența dintre cele două relații de calcul a celerității în amestec bifazic apă-aer (4.2.17) și (4.2.31) stabilite în cadrul acestui capitol constă în faptul că în relația (4.2.17) lipsește factorul care ține seama de influența fazei gazoase a aerului asupra densității amestecului bifazic. Aceasta se datorește simplificărilor ce se fac în metodica de stabilire a relației de calcul a celerității.

Deoarece acest factor are în general o pondere mică, sub 2 %, rezultatele obținute cu relația (4.2.17) sînt cu puțin mai mari decît cele obținute cu relația (4.2.31) și din punct de vedere practic sînt acoperitoare.

Pornind de la relația (4.2.17) care poate fi pusă sub forma :

$$c = \sqrt{\frac{E_w}{\rho_w} / \varphi} \quad (4.3.1)$$

unde cu  $\varphi$  s-a notat expresia :

$$\varphi = 1 + \frac{MRT}{p} \frac{E_w}{np} + \frac{E_w}{E_c} \frac{D}{e} k_1$$

logaritmînd relația (4.3.1) rezultă

$$\lg c = \frac{1}{2} \left( \lg \frac{E_w}{\rho_w} - \lg \varphi \right) = \frac{1}{2} (K - \lg \varphi) \quad (4.3.2)$$

unde  $K = \lg \frac{E_w}{\rho_w} = \text{const.}$

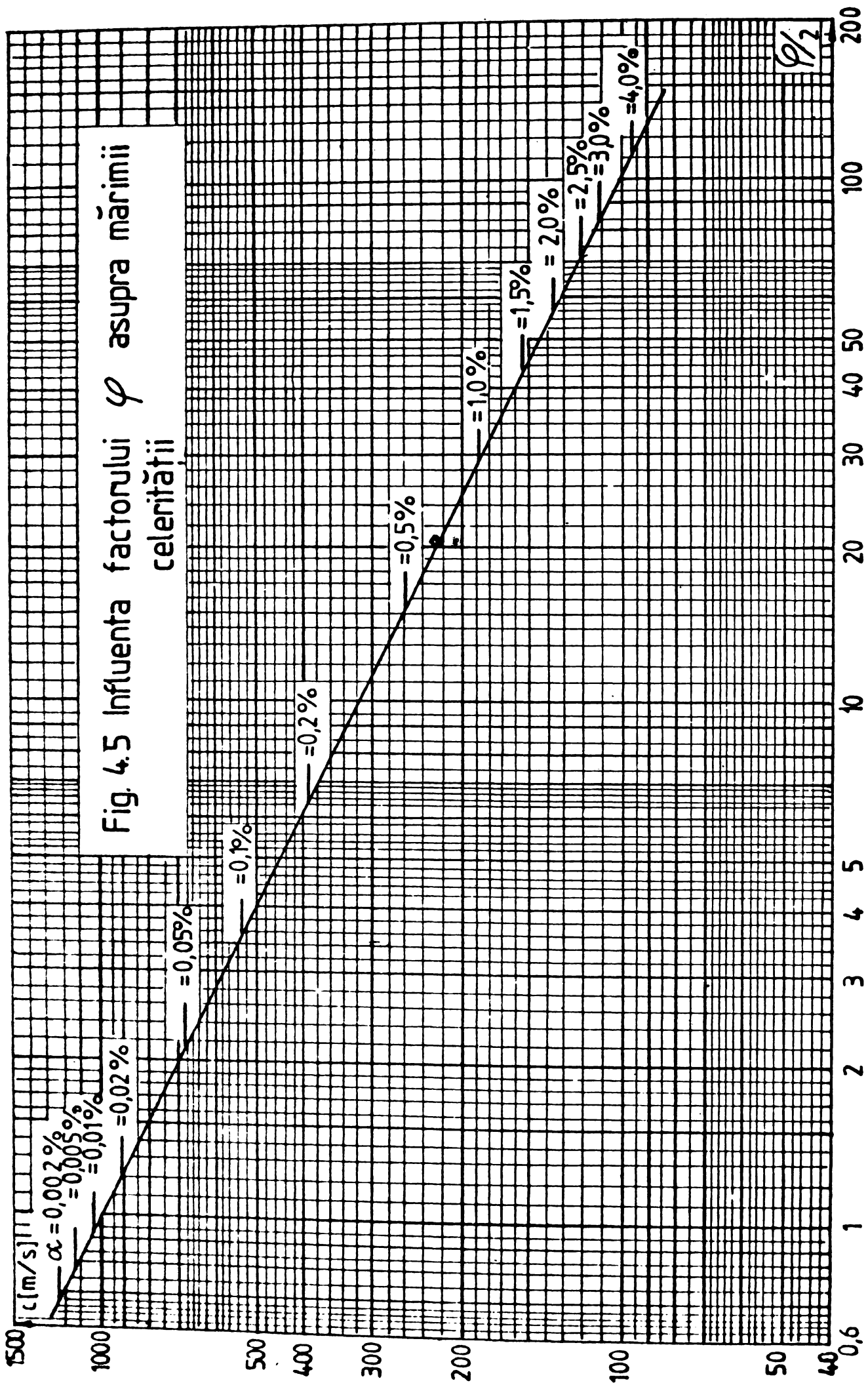


Fig. 4.5 Influenta factorului  $\varphi$  asupra mărimii celerității

Din reprezentarea grafică, într-un sistem de axe dublu logaritmice, a variației celerității funcție de factorul  $\varphi$ , se poate constata influența aerului în stare liberă asupra mărimii celerității prin intermediul acestui factor. În fig.4.5 este reprezentată grafic variația celerității funcție de  $\varphi/2$ . În această reprezentare este expusă și variația cantității de aer în stare liberă prin fracțiunea fazei gazoase a acestuia,  $\alpha$ , pentru valori ale aerului până la 5%, valori raportate la presiunea atmosferică.



**CAP. 5. MISCAREA NEPERMANENTA IN SISTEMELE HIDRAULICE**  
**SUB PRESIUNE LA CURGEREA BIFAZICA APA-AER**

**5.1. Considerații generale**

Așa cum s-a arătat în capitolul 1 al prezentei lucrări, existența aerului în stare gazoasă în sistemele hidraulice sub presiune, determină micșorarea vitezei undelor de propagare a presiunii, fapt ce are influență asupra desfășurării regimurilor tranzitorii, prin modificări importante asupra presiunilor extreme și prin schimbări ale structurii perioadelor de oscilație.

Existența aerului în stare gazoasă într-o conductă sub presiune, poate să fie sub diverse forme, așa cum s-a arătat mai înainte și poate avea efecte favorabile asupra desfășurării fenomenelor tranzitorii sau în anumite situații poate avea efecte negative asupra instalației (cazul pungilor de aer care se evacuează prin orificii cu debite de aer relativ mari, necontrolate).

Tinând seama de faptul că presiunea într-o conductă sub presiune variază în lungul acesteia chiar în situația de regim, atât datorită cotelor diferite pe care să le aibă în profilul vertical, cât și datorită pierderilor de sarcină longitudinale și locale din lungul conductei, precum și altor cauze, cu atât mai mult, presiunea este variabilă la regimuri tranzitorii când într-o secțiune, aceasta mai depinde și de timp. Rezultă că viteza undelor de propagare a undelor de presiune și deci și a celerității  $C$ , depinde de poziția secțiunii curente de calcul din lungul conductei, de  $x$ , cât și de timp,  $t$ , [ $C=f(x,t)$ ].

În studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune în metoda curentă de calcul la nivelul actual de analiză, se fac o serie de ipoteze simplificatoare printre care și ipoteza că apa este fără impurități ca: nisip, bule de aer etc., ipoteză care în anumite condiții de presiune

în conducte (în special la valori mici ale acestora) pot să determine existența unor diferențe mari între rezultatele experimentale și cele obținute prin calcule în cazul regimurilor tranzitorii, diferențe ce constau în valori mult diferite între valorile extreme ale presiunilor cît și în ceea ce privește perioadele de oscilație a presiunii.

Din practica de exploatare a sistemelor hidraulice sub presiune, cît și în urma studiilor și cercetărilor efectuate pe instalații la scară naturală sau de laborator de către cercetători din țara noastră și străinătate, s-a putut constata că în apă în mod inevitabil există și aer în stare gazoasă fie sub forma unor nuclee existente în fisurile granulelor de nisip transportat de apă, fie alipite pe pereții conductelor, în neregularitățile acestora, fie sub forma unor bule de aer distribuite în masa lichidului. Prezența aerului în stare gazoasă în sistemele hidraulice sub presiune poate fi determinată, așa cum se arată în capitolul I, de mai multe cauze. În anumite condiții de exploatare aerul este introdus în mod special, prin diferite dispozitive, pentru atenuarea efectelor negative produse de fenomenul de lovitură de berbec.

Studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune la curgerea bifazică apă-aer, merită toată atenția mai ales în cazul stațiilor de pompare pentru irigații, alimentări cu apă, instalațiile de răcire cu condensatori de la uzinele termoelectrice și în general la instalațiile hidraulice de medie și mică presiune, care în timpul regimurilor tranzitorii există posibilitatea de apariție a presiunilor negative, pînă la presiunea de vaporizare, cînd pe lîngă aerul în stare gazoasă posibil existent în apă, se activează și nucleele de pe pereții conductelor sau din fisurile materialului solid transportat, mărindu-și volumul, iar pe lîngă acest aspect are loc și o degajare a aerului din soluție, mărind și mai mult cantitatea de aer în stare gazoasă, fapt ce duce la o mărire a elasticității amestecului bifazic și implicit la micșorarea mărimii celerității.

În cazul uzinelor hidroelectrice prevăzute cu galerii de aducțiune sub presiune, castele de echilibru și conducte forțate, acest aspect al efectului aerului în stare gazoasă este mai puțin important, deoarece prin măsurile de proiectare și exploatare care se iau pentru prevenirea accidentelor la uzine, sînt

excluse posibilitățile de existență a aerului în stare gazoasă sub formă de bule sau pungi de aer, cât și datorită faptului că astfel de scheme hidrotehnice lucrează la regimuri de funcționare cu presiuni în general mari și unde influența aerului asupra desfășurării regimurilor tranzitorii nu se mai face simțită.

Modelele matematice de calcul folosite pentru studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune la curgerea bifazică apă-aer sînt : modelul de curgere omogen, modelul de curgere cu fazele amestecului separate, modelul de curgere cu vitezele fazelor amestecului diferite și modelul în care aerul în fază gazoasă se consideră în secțiunile de calcul sub formă de mici rezervoare de aer. Cele mai comode modele de calcul se consideră modelul cu curgere omogen și modelul cu aerul concentrat în secțiunile de calcul, deși ultimul model impune cunoașterea unor aspecte legate de disiparea energiei fapt ce determină existența unor greutăți în determinarea gradului de amortizare al fenomenului.

În cazul în care nu există diferențe semnificative între vitezele fazelor componente ale amestecului bifazic, se poate aplica modelul de curgere omogen fără să apară diferențe semnificative între rezultatele obținute cu un model de calcul sau altul [55]. Folosirea modelului de calcul cu vitezele fazelor componente diferite impune cunoașterea vitezei fiecărei faze.

O primă etapă de analiză a mișcărilor nepermanente a amestecurilor bifazice apă-aer este aceea de a stabili felul ecuațiilor de mișcare folosite în analiza fenomenelor tranzitorii, adică, dacă ele trebuie să reprezinte mișcarea unui amestec omogen sau cu curgere în faze separate, sau cu viteze diferite ale fazelor componente etc.

A doua etapă este aceea de a încerca și dezvolta diferite metode de modelare matematică implicite sau explicite, după caz.

Odată stabilite ecuațiile de mișcare și metoda de modelare matematică, se trece la analizarea concretă a schemei hidraulice sub presiune ce trebuie soluționată, din punct de vedere al fenomenului de lovitură de berbec.

La stabilirea ecuațiilor mișcării nepermanente a amestecurilor bifazice apă-aer în modelul de curgere omogen, model

prezentat în acest capitol, se fac o serie de ipoteze simplificatoare specifice dintre care se menționează :

- diferența dintre vitezele fazelor componente ale amestecului bifazic se neglijează ;

- nu există transfer de masă între fazele componente, adică se admite că nu are loc degajarea aerului din soluție la stingeres presiunilor negative sub presiunea de saturație a aerului dizolvat ;

- se admite că aerul sub formă gazoasă este sub formă de bule, iar acestea sînt uniform repartizate în masa lichidului și în lungul conductei ;

- contribuția cantității de mișcare pentru faza gazoasă se neglijează.

La aceste ipoteze se mai adaugă cele care se fac la studiul mișcării nepermanente cu curgere monofazică.

## 5.2. Ecuațiile mișcării

Pentru modelul de curgere omogen, cele două componente ale amestecului bifazic sînt tratate în calitate de pseudofluid individual cu proprietăți medii. Diferența de viteze dintre cele două faze se consideră nulă în dezvoltarea ecuațiilor mișcării, ipoteză menționată în paragraful anterior.

Pentru stabilirea ecuațiilor mișcării se pleacă de la ecuațiile de continuitate scrise pentru fiecare fază separat și de la ecuația cantității de mișcare pentru faza lichidă, neglijînd cantitatea de mișcare pentru faza gazoasă.

Considerînd un tronson de conductă de lungime  $dx$  în calitate de volum elementar, ecuația de continuitate pentru faza gazoasă a aerului este :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_g \alpha A) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g \alpha A V_g) = \Gamma A \quad (5.2.1)$$

în care :  $\alpha$  este fracțiunea fazei gazoase a aerului definit ca raportul dintre volumul fazei gazoase a aerului și volumul elementar total ;  $\rho_g$  - densitatea fazei gazoase a aerului ;  $A$  - aria secțiunii transversale a conductei,  $V_g$  - viteza medie a fazei gazoase, care se consideră egală cu viteza medie a amestecului ;  $\Gamma$  - viteza de eliberare a aerului din soluție;

$t$  - timpul ;  $x$  - secțiunea curență de calcul.

Pentru faza lichidă a amestecului bifazic, ecuația de continuitate are expresia :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_w (1 - \alpha) A] + \frac{\partial}{\partial x} [\rho_w (1 - \alpha) A V_w] = -\Gamma A \quad (5.2.2.)$$

în care :  $\rho_w$  este densitatea lichidului (apei) ;  $V_w$  - viteza fazei lichide (apei).

Admițind că viteza fazei gazoase este egală cu viteza fazei lichide se poate scrie :

$$V_g = V_w = V \quad (5.2.3)$$

și de asemenea, se consideră că viteza de eliberare a aerului din soluție,  $\Gamma$ , este nulă.

Ecuația de mișcare pentru faza lichidă se stabilește pornind de la ecuația cantității de mișcare :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\rho_w (1 - \alpha) A V] + \frac{\partial}{\partial x} [\rho_w (1 - \alpha) A V^2] + A \frac{\partial p}{\partial x} + \\ + \pi D \bar{\tau}_o - g \rho_w (1 - \alpha) A \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

în care :  $p$  este presiunea medie în axa tronsonului de conductă  $dx$  ;  $D$  - diametrul conductei ;  $\bar{\tau}_o$  - efortul unitar tangențial la peretele conductei ;  $\theta$  - unghiul de înclinare al conductei față de orizontală.

Secțiunea conductei se consideră variabilă în timp, pentru a lua în considerație și efectul de elasticitate al pereților conductei.

Înlocuind efortul unitar tangențial,  $\bar{\tau}_o$ , de la peretele conductei în funcție de coeficientul Darcy,  $\lambda$ , se poate scrie că :

$$\bar{\tau}_o = \frac{\lambda}{8} (1 - \alpha) \rho_w V |V| \quad (5.2.5)$$

în care semnul vitezei permite ca efortul tangențial,  $\bar{\tau}_o$ , să

fie în fază de viteza  $V$  a amestecului.

Deoarece densitatea medie a amestecului bifazic,  $\rho_{am}$ , se poate scrie sub forma :

$$\rho_{am} = (1 - \alpha) \rho_w + \alpha \rho_g \quad (5.2.6)$$

care poate fi aproximat de relația :

$$\rho_{am} = (1 - \alpha) \rho_w \quad (5.2.7)$$

pentru cazul amestecului bifazic apă-aer în care faza gazoasă este în cantități mici, sub 5 % din volumul total raportat la presiunea atmosferică, în care termenul  $\alpha \rho_g$  poate fi neglijat.

Ecuațiile (5.2.1), (5.2.2) și (5.2.4) pot fi aranjate într-o formă convenabilă.

Dezvoltând ecuațiile de mai sus se obține, pentru ecuația de continuitate a fazei gazoase, forma :

$$\begin{aligned} \alpha A \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + V \frac{\partial \rho_g}{\partial x} \right) + \rho_g A \left( \frac{\partial \alpha}{\partial t} + V \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right) + \\ + \rho_g \alpha \left( \frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \rho_g \alpha A \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (5.2.8)$$

Ținând seama de operatorul diferențial total

$$\frac{d \cdot}{dt} = \frac{\partial \cdot}{\partial t} + V \frac{\partial \cdot}{\partial x} \quad (5.2.9)$$

ecuația (5.2.8) după împărțirea cu  $\rho_g \alpha A$  primește forma:

$$\frac{1}{\rho_g} \frac{d \rho_g}{dt} + \frac{1}{\alpha} \frac{d \alpha}{dt} + \frac{1}{A} \frac{d A}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (5.2.10)$$

Înlocuind termenii ecuației (5.2.10) în funcție de variațiile presiunii  $dp$  și de caracteristicile geometrice ale conductei, diametrul  $D$  și grosimea peretelui conductei  $e$ , de modulii de elasticitate ai aerului  $E_g$  și ai conductei  $E_c$  cu relațiile :

$$\frac{1}{\rho_g} \frac{d\rho_g}{dt} = \frac{1}{E_g} \frac{dp}{dt} \quad (5.2.11)$$

și

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{eE_c} \frac{dp}{dt} \quad (5.2.12)$$

ecuația (5.2.10) primește forma :

$$\left( \frac{1}{E_g} + \frac{D}{eE_c} \right) \frac{dp}{dt} + \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (5.2.13)$$

Folosind același raționament și pentru ecuația de continuitate pentru faza lichidă (5.2.2) se obține :

$$\left( \frac{1}{E_w} + \frac{D}{eE_c} \right) \frac{dp}{dt} + \frac{1}{1-\alpha} \frac{d(1-\alpha)}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (5.2.14)$$

unde :  $E_w$  este modulul de elasticitate al apei.

Pentru ecuația cantității de mișcare (5.2.4), după dezvoltare și reorganizare și ținând seama de relațiile (5.2.5), (5.2.9), (5.2.11) și (5.2.12) rezultă :

$$\begin{aligned} (1-\alpha)VA \frac{1}{E} \frac{dp}{dt} + \rho_w AV \frac{d(1-\alpha)}{dt} + \rho_w (1-\alpha) \frac{D}{eE} \frac{dp}{dt} + \\ + (1-\alpha) \rho_w A \frac{dV}{dt} + A \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\lambda}{8} (1-\alpha) \rho_w \pi D V |V| - \\ - g(1-\alpha) \rho_w A \sin\theta = 0 \end{aligned} \quad (5.2.15)$$

Impărțind prin  $(1-\alpha) \rho_w A$  și neglijând termenii cu pondere mică se obține :

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{(1-\alpha) \rho_w} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} V |V| - g \sin\theta = 0 \quad (5.2.16)$$

Ecuațiile (5.2.13), (5.2.14) și (5.2.16) constituie un sistem de ecuații cu derivate parțiale de tip hiperbolic ovasilindric. Aceste ecuații se aranjează într-o formă convenabilă pentru aplicarea metodei de calcul a caracteristicilor.

Din ecuațiile (5.2.13) și (5.2.14) eliminând pe  $dp/dt$  se obține o ecuație în care apare variabila  $\alpha$ .

$$\frac{d\alpha}{dt} - C_1 \frac{\partial V}{\partial x} = d_1 \quad (5.2.17)$$

sau dezvoltată

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + V \frac{\partial \alpha}{\partial x} - C_1 \frac{\partial V}{\partial x} = \bar{d}_1 \quad (5.2.18)$$

Eliminând acum pe  $\partial V / \partial x$  din aceleași ecuații se obține o ecuație de forma :

$$\frac{dp}{dt} + C_2 \frac{d\alpha}{dt} = d_2 \quad (5.2.19)$$

sau dezvoltată :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial x} + C_2 \left( \frac{\partial \alpha}{\partial t} + V \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right) = d_2 \quad (5.2.20)$$

Ecuația (5.2.16) se poate pune sub forma :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + C_3 \frac{\partial p}{\partial x} = d_3 \quad (5.2.21)$$

În ecuațiile (5.2.18), (5.2.20) și (5.2.21) coeficienții  $C_1, C_2$  și  $C_3$  și termenii liberi  $d_1, d_2$  și  $d_3$  au expresiile

$$C_1 = \alpha(1-\alpha) \left( \frac{1}{E_g} - \frac{1}{E_w} \right) \left[ \frac{D}{eE_c} + \frac{\alpha}{E_g} + \frac{(1-\alpha)}{E_w} \right]^{-1} \quad (5.2.22)$$



$$C_2 = \left[ \alpha(1-\alpha) \left( \frac{1}{E_g} - \frac{1}{E_w} \right) \right]^{-1} \quad (5.2.23)$$

$$C_3 = \left[ \rho_w(1-\alpha) \right]^{-1} \quad (5.2.34)$$

$$d_1 = d_2 = 0 \quad (5.2.25)$$

$$d_3 = g \sin \theta - \frac{\lambda}{2D} V |V| \quad (5.2.26)$$

♦

**5.3. Utilizarea metodei caracteristicilor pentru soluționarea ecuațiilor mișcării**

Sistemul de ecuații format de ecuațiile (5.2.18), (5.2.20) și (5.2.21) se poate scrie sub formă matricială după ordonarea în mod convenabil a termenilor acestor ecuații :

$$V \frac{\partial \alpha}{\partial x} - C_1 \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0 \quad (5.2.18')$$

$$C_2 V \frac{\partial \alpha}{\partial x} + V \frac{\partial p}{\partial x} + C_2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (5.2.20')$$

$$C_3 \frac{\partial p}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} = d_3 \quad (5.2.21')$$

sau sub formă matricială :

$$\begin{bmatrix} V & 0 & -C_1 \\ C_2 V & V & 0 \\ 0 & C_3 & V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ C_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \frac{\partial p}{\partial t} \\ \frac{\partial V}{\partial t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_3 \end{Bmatrix} \quad (5.3.1)$$

sau sub formă restrînsă primește forma :

$$A U_x + B U_t + D = 0 \quad (5.3.2)$$

unde  $A$  și  $B$  sînt matrici de ordinul 3 ale coeficienților, iar  $D$  și  $U$  matrici coloană a termenilor liberi și respectiv a derivatelor funcțiilor sistemului.

$$A = [a_{ij}]; \quad B = [b_{ij}]; \quad D = [d_j]; \quad U = [u^j]; \quad i=1,2,3; \quad j=1,2,3$$

Sistemului (5.3.2) i se pot face o serie de transformări liniare de forma

$$PAU_x + PB U_t + PD = 0 \quad (5.3.3)$$

Sistemele (5.3.2), respectiv (5.3.3) <sup>sînt</sup> /similare ou sistemul inițial (5.3.1).

Forma (5.3.3) este utilizată pentru găsirea unei forme canonice. Pentru acest lucru se presupune că are loc relația :

$$PA = EPB \quad (5.3.4)$$

unde  $E$  este o matrice diagonală de ordinul 3

$$E = \begin{bmatrix} e_1 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 \\ 0 & 0 & e_3 \end{bmatrix} \quad (5.3.5)$$

Cu aceste considerații sistemul (5.3.3) devine :

$$EPBU_x + EB U_t + PD = 0 \quad (5.3.6)$$

Notînd ou :

$$PB = A^m = [a_{ij}^m]; \quad PD = D^m = [d_j^m]$$

sistemul (5.3.6) primește forma :

$$E A^* U + A^* U + D^* = 0 \quad (5.3.7)$$

Pe componente sistemul (5.3.7) devine :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}^* e_1 \frac{\partial \alpha}{\partial x} + a_{12}^* e_1 \frac{\partial p}{\partial x} + a_{13}^* e_1 \frac{\partial V}{\partial x} + a_{11}^* \frac{\partial \alpha}{\partial t} + a_{12}^* \frac{\partial p}{\partial t} + a_{13}^* \frac{\partial V}{\partial t} + d_1^* = 0 \\ a_{21}^* e_2 \frac{\partial \alpha}{\partial x} + a_{22}^* e_2 \frac{\partial p}{\partial x} + a_{23}^* e_2 \frac{\partial V}{\partial x} + a_{21}^* \frac{\partial \alpha}{\partial t} + a_{22}^* \frac{\partial p}{\partial t} + a_{23}^* \frac{\partial V}{\partial t} + d_2^* = 0 \\ a_{31}^* e_3 \frac{\partial \alpha}{\partial x} + a_{32}^* e_3 \frac{\partial p}{\partial x} + a_{33}^* e_3 \frac{\partial V}{\partial x} + a_{31}^* \frac{\partial \alpha}{\partial t} + a_{32}^* \frac{\partial p}{\partial t} + a_{33}^* \frac{\partial V}{\partial t} + d_3^* = 0 \end{array} \right. \quad (5.3.8)$$

♦

Considerînd vectorul unitate  $\alpha_1 \bar{i} + \beta_1 \bar{j}$  în planul  $x O t$ , se obține:

$$e_j = \frac{\alpha_j}{\beta_j} = \cotg \theta_j; \quad j = 1, 2, 3 \quad (5.3.9)$$

Cu această expresie a lui  $e_j$  se poate calcula :

$$\begin{aligned} e_1 \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \alpha}{\partial t} &= \frac{\alpha_1}{\beta_1} \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{1}{\beta_1} \left( \alpha_1 \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \beta_1 \frac{\partial \alpha}{\partial t} \right) = \\ &= \frac{1}{\beta_1} \left( \frac{\partial \alpha}{\partial x} \cos \theta_1 + \frac{\partial \alpha}{\partial t} \sin \theta_1 \right) \end{aligned} \quad (5.3.10)$$

și în mod asemănător se obține pentru  $e_2$

$$e_2 \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\beta_2} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \cos \theta_2 + \frac{\partial p}{\partial t} \sin \theta_2 \right) \quad (5.3.11)$$

și pentru  $e_3$

$$e_3 \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{\beta_3} \left( \frac{\partial V}{\partial x} \cos \theta_3 + \frac{\partial V}{\partial t} \sin \theta_3 \right) \quad (5.3.12)$$

In relațiile (5.3.10), (5.3.11) și (5.3.12), abstrație făcând de  $\beta_j$ , sînt derivatele funcțiilor  $\alpha$ ,  $p$  și  $V$  după o direcție definită de vectorul  $\alpha_j \bar{i} + \beta_j \bar{j}$ . In acest caz orice ecuație a sistemului (5.3.7) conține diferențiale într-o singură direcție.

Trebuie astfel determinată matricea diagonală  $E$  înofit să fie îndeplinite condițiile de mai sus. Determinarea matricei  $E$  se poate face pornind de la relația de definiție a ei (5.3.4) care este un sistem omogen de trei ecuații cu trei necunoscute și are o soluție banală numai dacă :

$$\det (A - e B) = 0 \quad (5.3.13)$$

Dezvoltînd ecuația (5.3.13) și efectuînd operațiile respective se obține :

$$\det \begin{pmatrix} V-e & 0 & -C_1 \\ C_2(V-e) & V-e & 0 \\ 0 & C_3 & V-e \end{pmatrix} = 0 \quad (5.3.14)$$

$$(V - e) [(V - e)^2 - C_1 C_2 C_3] = 0 \quad (5.3.15)$$

de unde rezultă soluțiile elementelor matricii diagonale  $E$ .

$$e_1 = V \quad (5.3.16)$$

și

$$e_{2,3} = V \pm \sqrt{C_1 C_2 C_3} \quad (5.3.17)$$

Inlocuind pe  $C_1, C_2$  și  $C_3$  cu expresiile lor se obțin :

$$e_{2,3} = V \pm \frac{1}{\sqrt{\rho_w(1-\alpha) \left[ \frac{D}{eE_w} + \frac{\alpha}{E_g} + \frac{(1-\alpha)}{E_w} \right]}} \quad (5.3.18)$$

sau puse sub o formă convenabilă rezultă :

$$e_{2,3} = V \pm \sqrt{\frac{E}{\rho_w} / \left[ (1-\alpha) \left( 1 - \alpha + \alpha \frac{E_w}{E_g} + \frac{D}{e} \frac{E_w}{E_c} \right) \right]} \quad (5.3.19)$$

Expresia radicalului din relația (5.3.19) este asemănătoare cu expresia celerității stabilită pentru mediul bifazic apă-aer (4.2.16) sau (4.2.27), deci se poate scrie că

$$e_{2,3} = V \pm c \quad (5.3.20)$$

♦

Cu valorile elementelor matricii diagonale  $E$ , cunoscute se introduce în ecuația (5.3.4) și se determină elementele matricii  $P$ , obținându-se :

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}C_2 & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2}C_2 & \frac{1}{2} & \frac{-\sqrt{C_1C_2C_3}}{C_3} \\ \frac{1}{2}C_2 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{C_1C_2C_3}}{C_3} \end{bmatrix} \quad (5.3.21)$$

De-a lungul celor două direcții caracteristice date de relația (5.3.20) se poate scrie că :

$$e_{2,3} = \cotg \theta_1 = \frac{dx}{dt} = V \pm c \quad (5.3.22)$$

Neglijind termenul  $V$ , care este mic în comparație cu  $c$ , relația (5.3.22) primește forma

$$\frac{dx}{dt} = \pm c \quad (5.3.23)$$

Relația (5.3.16) se mai poate scrie :

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (5.3.24)$$

Cu aceste considerații sistemul de ecuații (5.3.8) primește forma :

$$\begin{cases} C_3 \frac{d\alpha}{dt} + \frac{dp}{dt} = 0 \\ \frac{dp}{dt} + \frac{c}{C_3} \frac{dV}{dt} - \frac{cd_3}{C_3} = 0 \\ \frac{dp}{dt} - \frac{c}{C_3} \frac{dV}{dt} + \frac{cd_3}{C_3} = 0 \end{cases} \quad (5.3.25)$$

Sistemul (5.3.25) constituie sistemul de compatibilitate a sistemului inițial, sistem ce este condiționat de satisfacerea ecuațiilor dreptelor caracteristice (5.3.23) și (5.3.24).

Înlocuind expresiile constantelor  $C_1, C_2, C_3$  și  $d_3$  și admitând că panta conductei este mică și deci termenul care ține seama de componente greutateii după axa conductei se poate neglija, sistemul (5.3.25) primește forma :

$$\frac{1}{\alpha(1-\alpha) \left( \frac{1}{E_g} - \frac{1}{E_w} \right)} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{dp}{dt} = 0 \quad (5.3.26)$$

$$\frac{dp}{dt} + c \rho_w (1-\alpha) \frac{dV}{dt} + c \rho_w (1-\alpha) \frac{\lambda}{2D} V|V| = 0 \quad (5.3.27)$$

$$\frac{dp}{dt} - c \rho_w (1-\alpha) \frac{dV}{dt} - c \rho_w (1-\alpha) \frac{\lambda}{2D} V|V| = 0 \quad (5.3.28)$$

Ecuația (5.3.26) este ecuația de compatibilitate pentru dreapta caracteristică dată de ecuația (5.3.24).

Semnificația ecuațiilor (5.3.24) și (5.3.20) poate fi pusă în evidență prin legătura dintre presiune, densitatea aerului în stare gazoasă din amestecul bifazic și fracțiunea fazei gazoase a aerului.

Presupunând că  $E_w \gg E_g$  și ținând seama de transformarea (5.2.11), ecuația (5.3.26) se poate pune sub forma :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\alpha \rho_g}{1 - \alpha} \right) = 0 \quad (5.3.29)$$

care reprezintă, de fapt, forma diferențială a legii lui Boyle.

Inlocuind variabila  $\rho$  în funcție de înălțimea piezometrică  $H$  și împărțind prin  $c \rho_w (1 + \alpha)$ , ecuațiile (5.3.27) și (5.3.28) primesc forma :

$$\frac{g}{c} \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{\lambda}{2D} V|V| = 0 \quad (5.3.30)$$

$$\frac{g}{c} \frac{dH}{dt} - \frac{dV}{dt} - \frac{\lambda}{2D} V|V| = 0 \quad (5.3.31)$$

relații ce reprezintă ecuațiile de compatibilitate pentru dreptele caracteristice date de relația (5.2.23).

Deoarece ecuațiile (5.3.30) și (5.3.31) guvernează mișcarea în regimuri tranzitorii împreună cu ecuațiile dreptelor caracteristice (5.3.23), ecuația (5.3.29) se leagă de transformarea fazei gazoase a aerului din conducă în timpul regimului tranzitoriu.

Din integrarea celor trei ecuații de compatibilitate (5.3.26), (5.3.27) și (5.3.28) fiecare de-a lungul caracteristicii respective rezultă o soluție simultană pentru  $H$ ,  $V$  și  $\alpha$ .

Se admite că componenta fazei gazoase, raportată la presiunea atmosferică, este constantă în timpul desfășurării fenomenului tranzitoriu (deoarece se cunosc puține detalii despre fenomenul de degajare a aerului din soluție din sistemele hidraulice sub presiune la atingerea presiunilor sub presiunea de saturație a aerului în soluție) și că viteza acestei faze gazoase a aerului este egală cu viteza fazei lichide și deci nu există diferențe între vitezele fazelor componente ale amestecului bifazic apă-aer.

Problema se reduce la determinarea valorilor funcțiilor  $H$  și  $V$  pentru o valoare constantă sau variabilă a lui  $\alpha$  (legea de variație fiind impusă în funcție de anumite criterii :

liniară, parabolică etc.) raportată la presiunea atmosferică.

Tinând seama de considerațiile de mai sus, ecuațiile (5.3.30) și (5.3.31) scrise în diferențe finite primesc forma (2.8,6) și (2.8.9) prezentate în paragraful 2.9,2

$$V_P - V_A + \frac{g}{c}(H_P - H_A) + \frac{\lambda}{2D} V_A |V_A| \Delta t = 0 \quad (2.9.6)$$

$$x_P - x_A = c(t_P - t_A) \quad (2.9.7)$$

$$V_P - V_B - \frac{g}{c}(H_P - H_B) + \frac{\lambda}{2D} A_B |A_B| \Delta t = 0 \quad (2.9.8)$$

$$x_P - x_B = -c(t_P - t_B) \quad (2.9.9)$$

Notarea indicilor din aceste ecuații corespunde cu notațiile de pe fig.2.8 (capitolul 2).

Spre deosebire de cazul curgerii apei considerate fără aer în stare liberă, unde viteza undelor de presiune (celeritatea) se consideră constantă pe tot timpul desfășurării fenomenului tranzitoriu, în cazul curgerii bifazice apă-aer, mărimea celerității este variabilă, stît funcție de timp, de poziția secțiunii de calcul, deci de variația presiunii cît și de cantitatea de aer în stare gazoasă existentă în conductă.

Soluționarea numerică a ecuațiilor mișcărilor nepermanente a amestecului bifazic apă-aer puse sub forma diferențelor finite (2.9.6) și (2.9.9) poate fi făcută fie prin folosirea unei grile de caracteristici deformabile, fie considerînd grile de caracteristici fixă din punct de vedere al secțiunilor de calcul, deci după  $x$ , dar variabile după  $t$ , utilizînd metoda intervalelor specificate de timp.

Metoda de calcul utilizînd varianta cu grile de caracteristici deformabilă în timp este metoda recomandată pentru studiul mișcărilor nepermanente a amestecurilor bifazice apă-aer, avînd caecum garanția că nu apare o amortizare matematică a fenomenului de lovitură de berbec, însă este o metodă mai complicată din punct de vedere al calculului fiind necesare o serie de interpolări ce intervin în metoda de calcul.



Cea de a doua metodă, a intervalelor specificate de timp, este mai simplă, dar nu poate fi utilizată pentru toate situațiile de curgere a amestecului bifazic apă-aer și mai ales în cazurile când cantitatea de aer este mică și există posibilitatea atingerii unor diferențe între presiunile extreme mari la un anumit timp de calcul, avînd influența mare pe care o are presiunea asupra mărimii celerității și deci și asupra lungimii de calcul a tronsonului de conductă.

Revenind la prima metodă de calcul, cu rețeaua de caracteristici deformabilă după ambele direcții, pentru efectuarea calcululelor mișcărilor nepermanente la regimuri bifazice se face o serie de artificii.

Se calculează o valoare medie a celerității,  $C_{med}$ , pentru toată conducta lustră în calcul, valoare ce este funcție de numărul secțiunilor de calcul și se determină un interval de timp  $\Delta t$  de calcul pentru o lungime medie a tronsonelor de calcul de conductă :

$$\Delta t = L_{med} / C_{med} \quad (5.3.32)$$

Cu valoarea medie a celerității, calculată pentru fiecare tronson de conductă pentru timpul  $i$ , se face o nouă reîmpărțire a conductei în noi tronsoane de calcul care diferă de cea inițială. Prin interpolări se determină mărimile  $V$  și  $H$  în noile secțiuni obținute, după care se determină mărimile  $V$  și  $H$  pentru timpul de calcul  $i+1$ , avînd ca mărimi inițiale valorile lui  $V$  și  $H$  obținute prin interpolări la timpul  $i$ . Se determină mărimile celerității în noile secțiuni de calcul funcție de valorile lui  $H$  obținute pentru timpul  $i+1$ . Cu valorile noi obținute ale celerității se calculează o valoare medie a acestora pentru toată conducta, se determină un nou pas de timp de calcul  $\Delta t$ , după care se face o nouă reîmpărțire a conductei în tronsoane de calcul, urmată de determinarea mărimilor  $V$  și  $H$  pentru timpul de calcul  $i$  în noile secțiuni de calcul. Cu acestea se determină din nou mărimile  $V$  și  $H$  la noul timp  $i+1$ , avînd ca mărimi inițiale  $V$  și  $H$  determinate prin noile interpolări și admițînd o valoare medie a celerității pentru fiecare tronson de calcul între timpii  $i$  și  $i+1$  de forma :

$$c_j = \frac{c_{j-1,i} + c_{j+1,i}}{2} \quad (5.3.33)$$

Cu noile valori ale lui  $H$  se calculează din nou mărimile celerității, care sînt comparate cu cele determinate anterior. Dacă diferențele dintre două valori ale celerității determinate consecutiv pentru o secțiune curentă de calcul este sub o anumită limită  $\varepsilon$  se trece la un nou pas de timp de calcul

$$|(c_{j,i+1})_1 - (c_{j,i+1})_2| \leq \varepsilon \quad (5.3.34)$$

Dacă condiția (5.3.34) nu este îndeplinită ciclul se reia și se repetă pînă cînd este satisfăcută această condiție.

De regulă după 3-4 cicluri condiția (5.3.34) este îndeplinită, numărul de cicluri este mai mare cînd în conduită se ating presiunile minime și cînd de fapt valorile celerității au fluctuații mai mari.

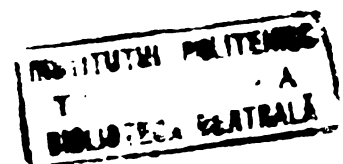
În această metodologie de calcul se constată că atît pesul de timp de calcul  $\Delta t$  cît și lungimile tronsoanelor de conduită se modifică de la un timp de calcul la altul, funcție de cantitatea de aer prezent în stare gazoasă în conduită.

Se constată că variații mari ale lui  $\Delta t$  și a lungimilor tronsoanelor de conduită de calcul are loc la valori mici ale lui  $\alpha$ .

Pentru efectuarea calculelor, relațiile de calcul de la curgeres monofazică (paragraful 2.9.2) primesc forma :

- pentru punctele interioare ( $1 < j < N$ ) ecuațiile (2.9.11) și (2.9.12) se transformă în :

$$V_{j,i+1} = 0,5 \left[ V_{j-1,i} + V_{j+1,i} + 2g \left( \frac{H_{j-1,i}}{c_{j-1,i} + c_{j,i}} + \frac{H_{j+1,i}}{c_{j,i} + c_{j+1,i}} \right) - \frac{\lambda \Delta t}{2D} \left( V_{j-1,i} |V_{j-1,i}| + V_{j+1,i} |V_{j+1,i}| \right) \right] \quad (5.3.35)$$



$$H_{j,i+1} = 0,5 \left\{ H_{j-1,i} + H_{j+1,i} + \frac{1}{2g} \left[ (c_{j-1,i} + c_{j,i+1}) V_{j-1,i} - (c_{j+1,i} + c_{j,i+1}) V_{j+1,i} \right] - \frac{g\lambda\Delta t}{D} \left( \frac{V_{j-1,i} |V_{j-1,i}|}{c_{j-1,i} + c_{j,i+1}} - \frac{V_{j+1,i} |V_{j+1,i}|}{c_{j+1,i} + c_{j,i+1}} \right) \right\} \quad (5.3.36)$$

- pentru condiția la limită nod de capăt aval prevăzut cu vană ou o închidere după o lege, din legea de închidere a vanei, deci legea de debit care sub forma generală poate fi scrisă :

$$Q = Q(t) \quad (5.3.7)$$

••

se poate determina viteza  $V_{1,i+1}$ , iar relația care dă expresia lui  $H_{1,i+1}$  primește forma :

$$H_{1,i+1} = H_{2,i} + \frac{c_{2,i} + c_{1,i+1}}{2g} \left( V_{1,i+1} - V_{2,i} + \frac{\lambda\Delta t}{2D} V_{2,i} |V_{2,i}| \right) \quad (5.3.38)$$

- pentru condiția la limită rezervor de capăt cu nivel constant se poate cunoaște mărimea  $H$  :

$$H_{N,i+1} = H_{Ref} \quad (5.3.39)$$

iar relația care dă expresia lui  $V_{H,i+1}$  este :

$$V_{N,i+1} = V_{N-1,i} + \frac{2g}{c_{N-1,i} + c_{N,i+1}} \left( H_{N,i+1} - H_{N-1,i} \right) - \frac{\lambda\Delta t}{2D} V_{N-1,i} |V_{N-1,i}| \quad (5.3.40)$$

Pentru altfel de condiții la limită ecuațiile de la paragraful (2.9.2) se adoptează corespunzător.

Pe baza relațiilor mai sus prezentate s-a întocmit un program de calcul automat în limbaj Fortran capabil să soluționeze orice variantă posibilă privind cantitatea de aer în stare gazoasă prezentă în sistemele hidraulice sub presiune cu schema : stație de pompare (turbină sau vană) - conductă de refulare (conductă de aducțiune) - rezervor de refulare cu nivel constant (rezervor de alimentare, lac de acumulare).

Calcululele efectuate pe o schemă hidraulică a unei instalații experimentale existentă la Institutul de Cercetări Hidrotehnice din București au pus în evidență influențele favorabile pe care le are aerul în stare liberă din conductele hidraulice sub presiune, asupra presiunilor maxime și minime din conductă, la modificarea graduală a structurii undelor de presiune, precum și la modificarea și chiar eliminarea fenomenului de cavitație, influențe confirmate de rezultatele experimentale.

Modelul de calcul elaborat răspunde satisfăcător în ceea ce privește simularea matematică a mișcării nepermanente, indiferent de cantitățile de aer considerate în amestecul bifazic apă-aer din conductă. În faza inițială de elaborare a modelului de calcul au fost întâmpinate unele dificultăți referitoare la stabilitatea matematică a fenomenului. În majoritatea cazurilor, la valori mici ale cantităților de aer în stare liberă din amestecul bifazic, sub 0,1 % din volumul total al amestecului, numai primele perioade de oscilație ale presiunilor (în general primele trei perioade) au fost apropiate de rezultatele experimentale, după care au apărut instabilități matematice manifestate prin valori mult mai mari ale presiunilor față de valorile inițiale ale acestora. Deci fenomenul de lovitură de berbec nu numai că nu se amortizează dar se amplifică. Aceste aspecte, de instabilitate matematică, sînt subliniate și în lucrările [56] și [91].

În faza finală a modelului de calcul, aceste neajunsuri sînt înlăturate.

Datorită ipotezelor care se fac în cadrul modelului de calcul elaborat și anume că pierderile de sarcină la regimuri tranzitorii se consideră de aceeași formă ca în situațiile de regim, efectul amortisării mișcării datorită forțelor de fre-

care de la peretele conductei se face puțin simțită după primele perioade de oscilație ale presiunilor în cazul curgerii monofazice. Această lipsă de amortizare a mișcării, s-ar putea explica prin faptul că viteza masică a fluidului este foarte mică, practic neglijabilă, mărime ce intră în expresia pierderii de sarcină.

Efectul amortizării mișcării nepermanente crește pe măsură ce cantitățile de aer în stare liberă cresc, aceasta și datorită faptului că elasticitatea amestecului bifazic apă-aer crește și deci și a vitezei masice.

Dacă pentru valori ale fazei gazoase a aerului cuprinse între (0,0 și 0,1) % față de volumul total al amestecului bifazic, valori raportate la presiunea atmosferică, efectul amortizării este puțin sesizabil, pentru valori mai mari de (0,1 și 0,5) % acest efect este din ce în ce mai mare, mișcarea amortizându-se după câteva zeci de secunde.

Faptul că efectul amortizării la cantități mici de aer în fază gazoasă este mic, se poate sublinia ideea că la amortizarea mișcării nepermanente mai intervin și alte sisteme de forțe cum ar fi forțe hidroelastice și forțe termodinamice care intervine în situațiile de curgere cu cavitație, forțe ce nu sînt luate în considerație în cadrul lucrării de față.

Programul de calcul automat elaborat permite să se efectueze calculele și în situația în care aerul în stare gazoasă lipsește, variantă în care se folosește metoda caracteristicilor cu specificarea intervalelor de timp.

Așa după cum este cunoscut, rețeaua de caracteristici, în cazul studiului mișcărilor nepermanente la curgeri monofazice, este rectangulară. Ochiurile sînt de formă dreptunghiulară și constante în timpul efectuării calculelor, indiferent dacă se folosește metoda de calcul cu specificarea intervalelor de timp sau metoda generală a caracteristicilor.

În cadrul modelului de calcul prezentat în acest capitol, pentru studiul mișcărilor nepermanente la curgeri bifazice apă-aer, rețeaua de caracteristici nu se mai menține rectangulară, modificîndu-se de la un timp de calcul la altul atît după  $x$  cît și după  $t$ .

În fig.5.1 este prezentată o rețea de caracteristici obținută în cadrul mișcărilor nepermanente la curgeri bifazice, cu ajutorul modelului de calcul elaborat, pentru un

debit inițial de regim de 9,42 l/s și pentru  $\alpha = 2,2 \%$ . Calcululele au fost efectuate pentru schema instalației experimentale ce este prezentată în capitolul 6. Din analiza acestei figuri se constată modificarea pasului de timp de calcul,  $\Delta t$ , în proporție de la 1/1 până la 1/2. Această modificare este determinată de evoluția presiunii din sistem în timpul regimurilor tranzitorii, care la rândul ei determină modificarea vitezei undelor de propagare ale presiunii. Modificări în timp ale lui  $\Delta x$ , se manifestă de la un timp de calcul la altul.

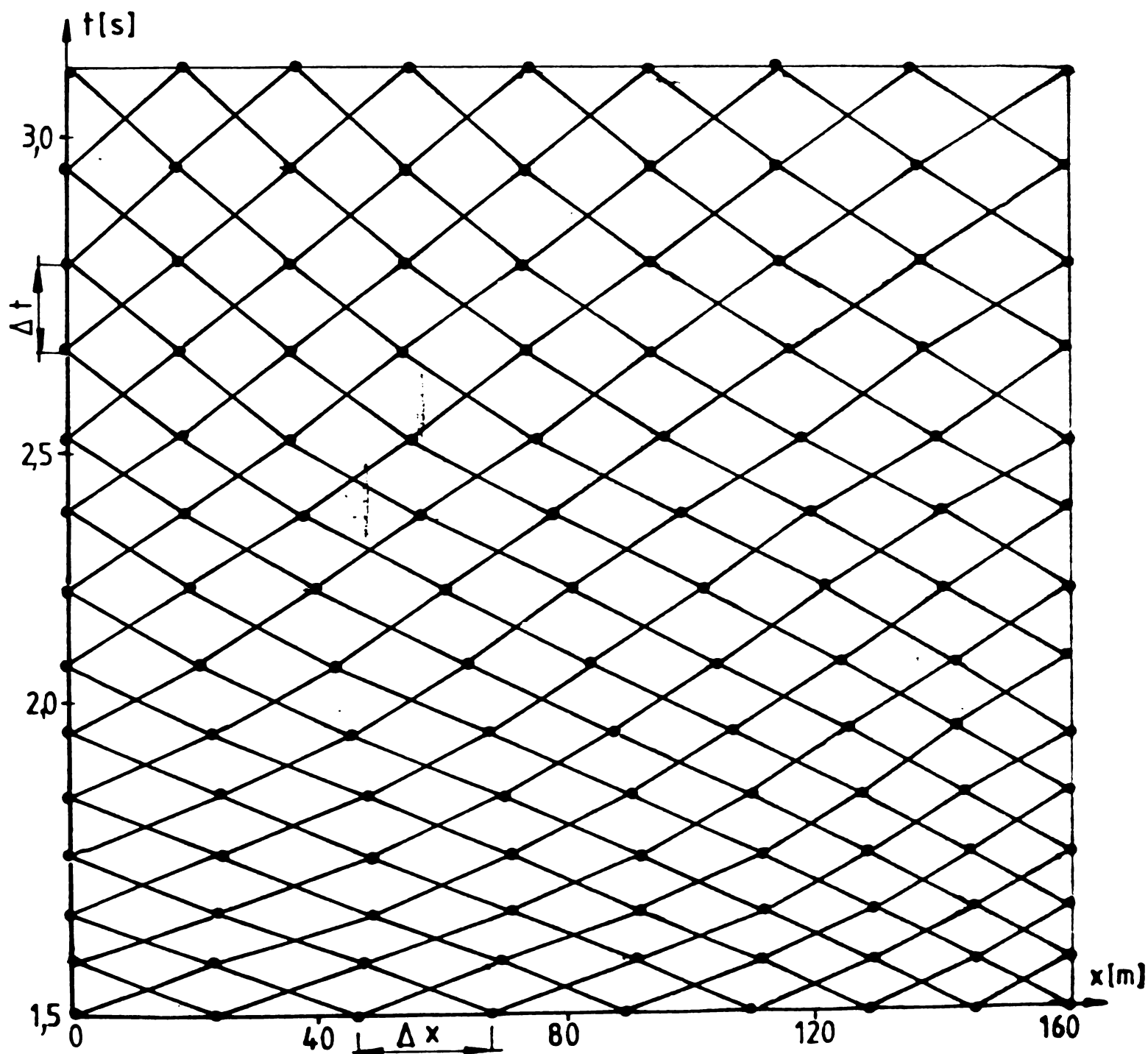


Fig. 5.1 Modificarea în timp a rețelei de caracteristici

## CAP.6. CERCETARI SI REZULTATE EXPERIMENTALE

### 6.1. Consideratii generale

Studiul mișcărilor nepermanente care apar la funcționarea hidraulică în timpul regimurilor tranzitorii în sistemele hidraulice sub presiune are o importanță deosebită atât din punct de vedere teoretic cât și aplicativ. Pentru aceasta, pe lângă aspectul teoretic al problemei sînt necesare și studii și cercetări experimentale atât pentru confirmarea aspectului teoretic al problemei cât și pentru a completa cu noi detalii problema ce se studiază, se lămurește și se completează unele ipoteze.

Analiza problemei propagării undelor de șoc în medii lichide, este o problemă extrem de importantă și care a atras atenția de multă vreme, fiind studiată atât prin mijloace experimentale de laboratoare de fizică sau de mecanica fluidelor (hidraulice) cât și pe instalații la scară naturală.

Particularizînd această problemă fizică la cazul producerii fenomenului de lovitură de berbec, studiul prin modelare fizică al acestui fenomen este în general dificil. Pe lângă faptul că necesită instalații și aparatură specială și costisitoare, este nevoie și de timp atât pentru reproducerea și cunoașterea cât mai exactă a condițiilor de margine, cât mai ales prin numărul mare de determinări experimentale necesare pentru a trage concluzii cât mai aproape de realitate, cunoscut fiind faptul că modificări neînsemnate ale condițiilor de margine duc la modificări substanțiale ale mișcărilor tranzitorii în conductele sub presiune. Cu toate acestea, rezultatele experimentale rămîn în multe cazuri incerte, ele permițînd în anumite situații tragerea unor concluzii generale (globale) asupra desfășurării fenomenului de lovitură de berbec.

Dacă pentru o instalație oricît de simplă, se pleacă de la definirea fenomenului de lovitură de berbec, înseamnă că

simularea fizică a forțelor inerțiale, gravitaționale, viscoase și elastice implicate în fizica fenomenului va avea cel puțin simularea concomitentă a criteriilor Froude, Reynolds și Mach, chiar dacă unele disgresiuni hidraulice și geometrice sau considerații asupra rugozității relative a conductelor înlesnesc oarecum studiul fenomenului de lovitură de berbec, acest studiu rămâne în continuare incert datorită imposibilităților de a reproduce aceste aspecte fizice ce caracterizează instalația sub presiune.

Pe lângă aspectele generale ale fenomenului de lovitură de berbec, apar și unele aspecte de ordin fizic care necesită analize speciale. Astfel prezența în apă a aerului în stare gazoasă sub formă de bule, conduce la modificarea vitezei de propagare a sunetului în acest amestec bifazic apă-aer, la modificarea graduală a structurii undei de presiune, precum și la modificarea condițiilor de cavitație. De asemenea, existența pungilor de aer în sistemele hidraulice sub presiune poate să schimbe caracterul mișcării sau să determine apariția fenomenului de lovitură de berbec la evacuarea acestora. Simularea fizică în laborator a unei curgeri cavitaționale este uneori dificilă, deoarece acest fenomen este funcție de mai mulți parametri geometrici și hidraulici ai sistemului hidraulic sub presiune, de asemenea acest fenomen este greu de vizualizat datorită presiunilor mari pe care le provoacă închiderea acestor cavitații.

Pe instalațiile experimentale pot fi simulate în condiții satisfăcătoare unele condiții limită (închideri și deschideri de vane, mod de capăt cu rezervor cu nivel constant etc.) ale acestora, în schimb pe instalațiile la scară naturală, aceste condiții nu pot fi întotdeauna bine cunoscut.

Dacă pentru studiul fenomenului de lovitură de berbec, rezultatele obținute pe bază de calcule nu sînt în concordanță cu cele obținute pe cale experimentală, ele diferind stît prin valorile extreme rezultate cît și prin faptul că acestea nu se suprapun nici din punct de vedere al perioadelor de oscilație ale fenomenului. Nu același lucru se poate spune despre fenomenul de mișcare lent variabilă, cînd rezultatele obținute pe cale experimentală și cele obținute pe bază de calcule cu diferite metode existente în literatura de specialitate, în majoritatea cazurilor coincid între ele sau diferă în



limite acceptabile atât în ceea ce privește valorile extreme cât și perioadele de oscilație a presiunilor,

Ținând seama că o mișcare nepermanentă într-un sistem hidraulic sub presiune se consideră lent variabilă atunci când perioada de oscilație a mișcării este de cel puțin cinci ori perioada de oscilație a mișcării rapid variabile, se pot trage unele concluzii referitoare la rezultatele obținute pe cale experimentală și pe bază de calcule în cazul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune în amestecurile bifazice apă-aer. Și anume că, existența aerului în stare liberă existent în aceste sisteme, determină o apropiere mai mult sau mai puțin a mișcării rapid variabile de cea lent variabilă și deci și perioadele de oscilație ale acestora se apropie, de asemenea, mai mult sau mai puțin de limita care desparte cele două domenii ale mișcării nepermanente. Aceste apropieri sînt funcții de mărimea cantității de aer existentă în stare gazoasă în amestecul bifazic. Pentru situații când aceste cantități depășesc anumite limite, mișcarea nepermanentă primește un caracter de mișcare, lent variabilă.

Pentru a pune în evidență aceste aspecte ale mișcărilor nepermanente la curgerea bifazică apă-aer au fost necesare efectuarea de cercetări experimentale, cercetări întreprinse la Institutul de Cercetări Hidrotehnice din București. Rezultatele experimentale obținute pe această instalație au servit pentru îmbunătățirea modelului de calcul elaborat pentru studiul mișcărilor nepermanente la curgerea bifazică apă-aer și absolut necesare pentru ridicarea nivelului de confidență a calculurilor automate.

## 6.2. Tehnica de măsurare utilizată

Dintre numeroasele tehnici de măsurare a unor mărimi fizice, tehnica de măsurare pe cale electrică prezintă numeroase avantaje dintre care se menționează :

- posibilitatea măsurării la distanță ;
- posibilitatea înregistrării continue a mărimilor de măsurat ;
- precizie și sensibilitate ridicată ;
- adaptabilitate mare la mărimea de măsurat ;
- limite largi de măsurare atât la valori mari cât și la valori mici ale mărimii de măsurat.

Aceste avantaje, precum și altele, au făcut ca metoda electrică să fie curent folosită la măsurarea variațiilor de presiune din sistemele hidraulice sub presiune, variații ce au loc la regimuri tranzitorii.

În această tehnică de măsurare, elementul intermediar ce intervine în lanțul de măsurători este traductorul, care transformă variația mărimii hidraulice de măsurat în variația unui parametru electric ce este măsurat prin metode electrice convenționale.

Traducătorii folosiți la măsurarea variațiilor de presiune din sistemele hidraulice se bazează pe principiul traducătorilor rezistivi având ca element sensibil marca tensiometrică, de asemenea se mai folosesc traducători piezoelectrice (traducători de presiune cu cuarț).

La noi în țară, traducătorii folosiți curent la măsurarea variațiilor de presiune din conducte, sînt traducători rezistivi care sînt de două tipuri, cu tub cilindric și cu membrană circulară, acești traducători de presiune comportîndu-se ca un sistem inerțial amortizat.

Marca tensometrică este confecționată dintr-un fir subțire sau peliculă de carbon presat, depuse pe o bucată de hîrtie. Acestea sînt lipite cu un clei special pe o suprafață deformabilă de la care preia orice deformație a suprafeței. Deformarea suportului de hîrtie și deci a firului lipit rigid pe ea sau a peliculei de carbon presat, se traduce prin modificarea lungimii și secțiunii firului sau a grosimii peliculei de carbon și deci a rezistenței electrice a acestora.

Suprafața deformabilă, în cazul traducătorului cu tub cilindric, este alcătuită dintr-un cilindru de oțel cu pereți subțiri (ca 1 mm); lichidul intră în cilindru, astfel încît orice variație a presiunii se transmite sub forma unei deformații a tubului și deci și a mărcii tensiometrice.

De la marca tensometrică, lipită pe partea exterioară a construcției traducătorului, prin două fire se face legătura la două piciorușe de contact la sursa de curent electric. Acest tip de traductor este folosit pentru măsurarea unor variații de presiuni cuprinse între 0 și 100 atm.

Cel de al doilea tip de traductor, cu membrană circulară, este folosit în gama de presiuni cuprinse între 0 și 30 atm. Marca tensometrică este lipită pe partea interioară a mem-

branei, iar prin corpul traductorului este conectată la picioarele de legătură la sursa de curent electric. Membrana elastică circulară încastrată pe contur, are grosimea de 0,45 mm și diametrul de 20 mm.

Sensibilitatea traductorului cu tub cilindric este de 0,2 ‰, ceea ce înseamnă că raportat la domeniul lui de măsurare, poate sesiza o variație a presiunii de  $\pm 0,2 \text{ N/cm}^2$ .

Sensibilitatea traductorului cu membrană elastică este tot de 0,2 ‰, permițând înregistrarea corectă a unei variații de presiune de  $\pm 0,06 \text{ N/cm}^2$ .

Ambele tipuri de tranzistori realizează frecvențe proprii mari (de ordinul kHz) în aer, ceea ce în situația funcționării în apă a membranei traductorului, conduce la o frecvență proprie a ansamblului membrană - apă, de 500 pînă la 800 Hz.

Coeficientul de amortizare este foarte mic, sub 0,1, ceea ce face ca traductorii să poată fi folosiți în bune condiții pînă la o frecvență de maximum 40 Hz [ 58 ], fapt ce permite folosirea lor la înregistrarea variațiilor de presiune ce pot să apară practic în sistemele hidraulice sub presiune în timpul regimurilor tranzitorii.

Traductorii sînt protejați de o carcasă metalică pentru a fi feriți de eventualele lovituri și pentru a putea fi manevrați și montați pe conductă. De asemenea, sînt legați, prin intermediul unui cablu ecranat, de la punctul de măsurare la o punte multicanal Kw 3/6 T-5, alcătuită din șase punți identice cu frecvență purtătoare, producție Hattinge-Boldwing (RFG). Punțile de acest fel au avantajul că funcționează cu curent alternativ, dispunînd de un generator de frecvență care dă o undă purtătoare de 5000 Hz, modulată la rîndul ei de către frecvența de măsurat. Printr-un sistem electronic uzual, această frecvență de măsurat este transmisă unei punți rezistive de măsură, în care, dintre cele patru brațe componente pot fi externe unul, două sau toate patru.

Traductorul rezistiv reprezintă o semipunte externă, deci ocupă două din brațele punții de măsurat.

Mărimile ieșite din punte sînt prelucrate într-un oscilograf și sînt redată sub forma unei înregistrări grafice pe hîrtie fotosensibilă la lumină ultravioletă. Oscilografii folosiți pentru înregistrarea grafică este un oscilograf



Fig. 6.1 (foto 1)

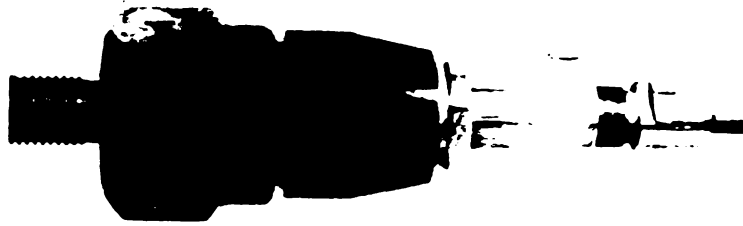


Fig. 6.2 (foto 2)

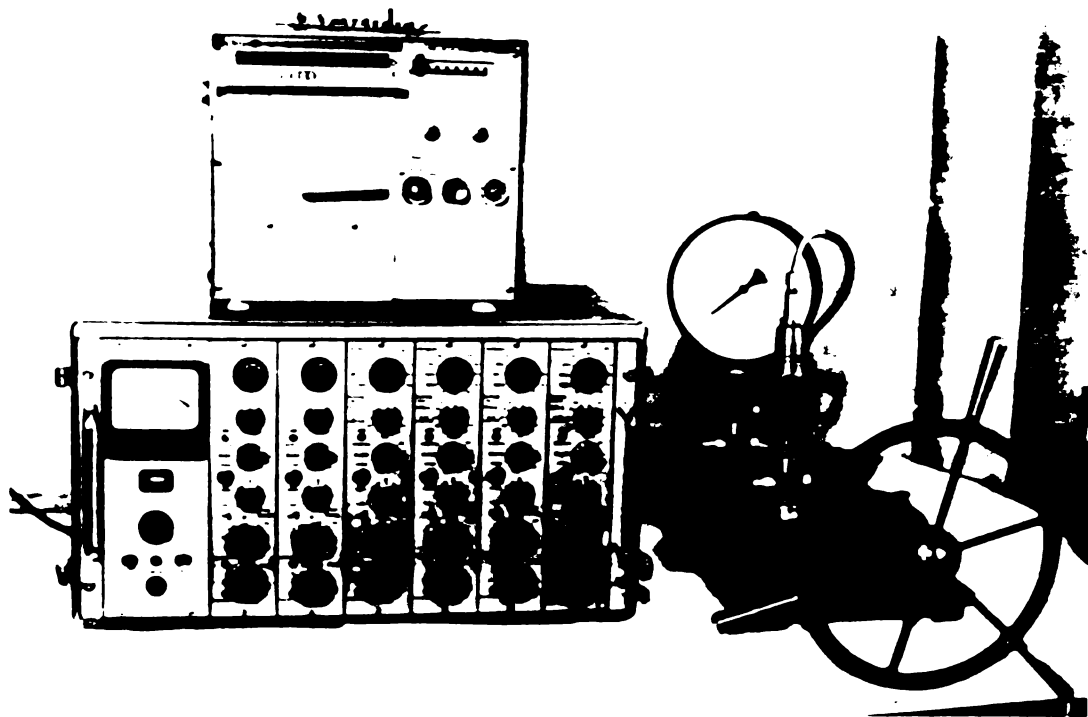


Fig. 6.3 (foto 3)

Visicorder 1906 (produs Honeywell), care lucrează cu lumină ultravioletă și este prevăzut cu șase bucle oscilografice. Fiecare dintre aceste bucle este conectată la câte un canal de măsură al punții tensometrice. Deci pe banda de hârtie fotosensibilă (de tip Kodak, Linograph sau Oscilloscript D-Agfa-Gewaert) pot să fie redată simultan toate cele șase valori ale presiunii măsurate prin intermediul traductorilor aflați în secțiunile de măsură.

Lucrul cu lumină ultravioletă prezintă avantajul că dezvoltarea este instantanee, la lumina zilei și ca urmare există posibilitatea urmării și controlării imediate a înregistrărilor de presiune efectuate.

În fig.6.1. se prezintă imaginea unui traductor cu membrană circulară plană în care se disting piciorușele care se cuplează la sursa de curent. Figura 6.2. reprezintă carcasa metalică a traductorului și sistemul de cuplare al cablului de legătură. În fig.6.3 se prezintă imaginea grupului de aparate care servesc la efectuarea de măsurători de presiune. Se remarcă în plus o pompă manometrică cu ulei, cu ajutorul căreia se efectuează operația de etalonare a fiecărui canal de măsură înainte operației propriu-zise de înregistrare a variațiilor de presiune.

### 6.3. Descrierea instalației experimentale

Măsurătorile de presiune la regimuri tranzitorii s-au efectuat pe o instalație experimentală existentă la Institutul de Cercetări Hidrotehnice din București, instalație ce prezintă performanțe tehnico-funcționale deosebite. Această instalație experimentală constituie în același timp prima instalație de laborator din țară, care să posede caracteristici tehnico-funcționale comparabile cu a unor instalații similare din laboratoarele de hidraulică din lume cu vechi tradiții în acest domeniu de cercetare (Toulouse, Delft, Milano).

Instalația experimentală poate să funcționeze în două variante și anume :

Varianta I - schema de funcționare cu alimentare gravitațională ; rezervor cu nivel constant de alimentare-conduc-tă sub presiune - vană cu închidere rapidă - deversor de măsură (fig.6.4);

Fig. 6.4 SCHEMA INSTALAȚIEI EXPERIMENTALE (I)  
(BAZIN DE ALIMENTARE - CONDUCTĂ - VANĂ DE CAPĂT)

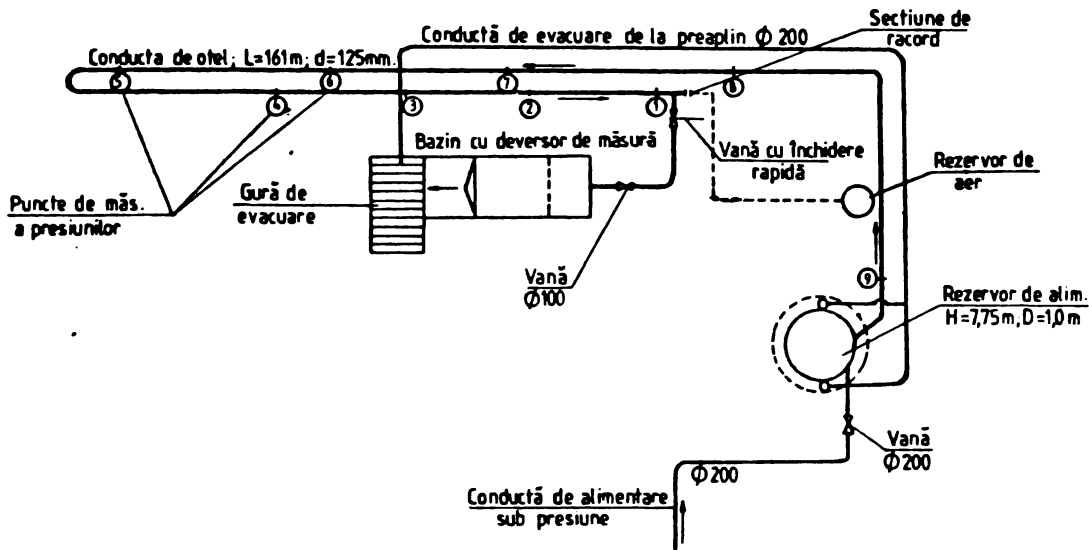
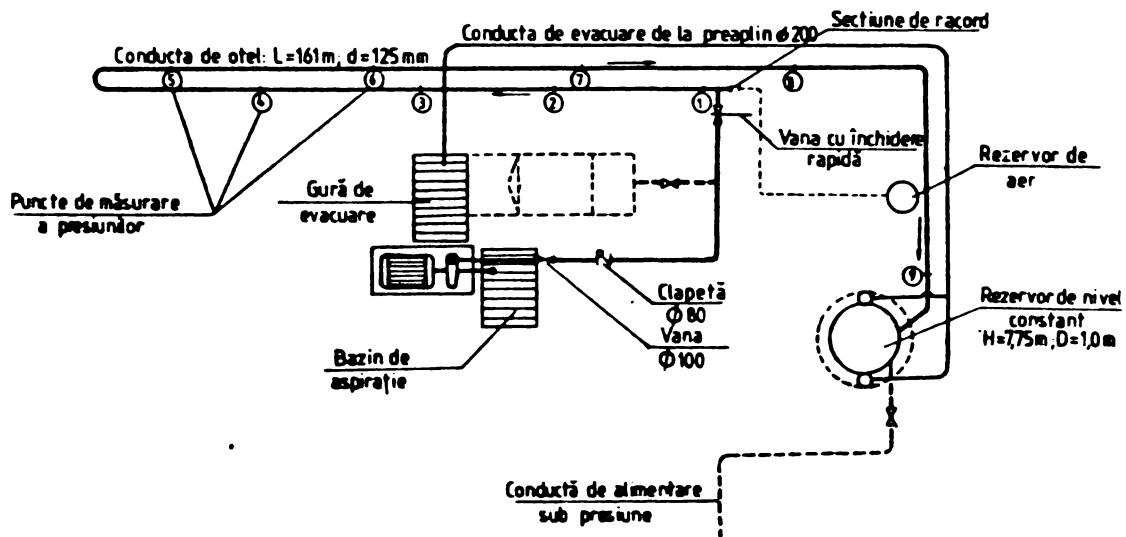


Fig. 6.5 SCHEMA INSTALAȚIEI EXPERIMENTALE (II)  
(POMPĂ - VANĂ - CONDUCTĂ - REZERVOR DE NIVEL CONSTANT)



**Varianta II** - schema de funcționare cu pompă : pompă-clapet-vană cu închidere rapidă-conductă de refulare-rezervor de refulare cu nivel constant (fig.6.5.).

Instalația mai este prevăzută cu o serie de dotări care servesc la efectuarea diferitelor determinări experimentale legate de regimurile nepermanente.

În continuare se prezintă caracteristicile principale ale părților ce alcătuiesc instalația experimentală.

- Rezervorul de nivel constant de alimentare (refulare), este de construcție metalică de formă cilindrică avînd înălțimea  $H = 7,75$  m și diametrul  $D = 1,0$  m. La partea superioară este prevăzut cu un presplin racordat la două conducte de evacuare avînd diametrele de  $\varnothing 200$  mm. Alimentarea rezervorului în varianta I de funcționare, se face de la rețeaua sub presiune a halei de hidraulică în care este amplasată instalația, printr-o conductă de diametru  $\varnothing 200$  mm prevăzută cu o vană (foto 2).

- Conducta sub presiune este executată din țevă de oțel, de lungime  $L = 161$  m, diametrul  $d = 125$  mm și grosimea peretelui  $e = 4$  mm. Măsurarea presiunilor din conductă la regimuri tranzitorii este asigurată prin intermediul a opt șturi speciale de măsură, dispuse la distanțe egale în lungul conductei ( $\Delta x = 20$  m), care permit racordarea și manevrarea traductorilor de presiune (fig.6.4. și 6,5. și foto 1).

- Pompa tip Cris-150-a, este o pompă centrifugă monoetajată, avînd puterea electromotorului  $N = 13$  kW, turația  $n = 1500$  rot/min și caracteristicile hidraulice la regim  $H_0 = 20$  m. ca. și  $Q_0 = 50$  l/s. Pe conducta de refulare, lîngă pompă este montat un ștuț cu vană de  $\varnothing 100$  mm, care permite reglarea debitului instalației pentru diverse variante. De asemenea pe conducta de refulare mai sînt prevăzute vană de  $\varnothing 100$  mm și clapet de reținere la curgerea inversă de  $\varnothing 80$  mm (fig.6.5 și foto 3 și 4).

- Bazin de capăt aval cu deversor de măsură, care asigură în varianta I de funcționare a instalației, măsurarea debitelor la regim cu ajutorul unui deversor triunghiular (foto 4).

- Vană cu închidere rapidă de  $\varnothing 100$  mm, asigură închiderea circuitului hidraulic în ambele variante de funcționare, realizînd timpi de închidere sub 0,1 s (foto 3).

- Clapet de reținere la curgerea inversă de  $\varnothing 80$  mm asigură închiderea circuitului hidraulic în varianta II-a de funcționare la inversarea debitului după oprirea debitului (foto 3).

- Conductele de evacuare a apei de la rezervorul de nivel constant, de  $\varnothing 200$  mm, sînt de construcție metalică asigură evacuarea apei de la presplinul rezervorului în ambele variante de funcționare ale instalației (foto 2 și 4).

Instalația experimentală, așa cum s-a subliniat mai sus, mai este prevăzută cu o serie de dispozitive și instalații auxiliare care sîrvesc pentru reglarea și determinarea eficienței diferitelor dispozitive și instalații de protecție la lovitură de berbec a acestora în ambele variante de funcționare. Aceste dispozitive și instalații sînt prezentate în continuare.

- Castelul de echilibru, este de înălțime  $H = 10,5$  m și de diametrul  $D = 200$  mm și poate fi racordat la instalație în ambele variante de funcționare (foto 2,4 și 5). La partea superioară, castelul de echilibru este prevăzut cu două ferestre diametral opuse opturate cu plexiglas, pe o lungime de trei metri pentru observarea vizuală a fenomenului de oscilație a apei în castel (foto 6).

- Rezervorul cu pernă de aer, are un volum total de  $140 \text{ dm}^3$  și are posibilitatea de asigurare a unei perne de aer controlată avînd volumul cuprins între  $10$  și  $70 \text{ dm}^3$ . Si rezervorul cu pernă de aer poate fi racordat la instalație în ambele variante de funcționare ale acestora (foto 5).

Rezervorul de aer poate servi și ca rezervor de aer tampon, care servește pentru introducerea aerului în conducta sub presiune cînd se urmărește asigurarea unei curgeri bifazice apă-aer.

- Dispozitive de protecție antișoc care pot fi de mai multe tipuri :

- supape de suprapresiune (S.S.P.)
- dispozitive de aerare (D.A.)
- dispozitive de aerare-dezaerare (D.A.D.)

- Vană de reglare a debitului de  $\varnothing 100$  mm, servește pentru reglarea debitului pe varianta I de funcționare a instalației ; este amplasată în aval de vane cu închidere rapidă (foto 1 și 3).





Foto 1

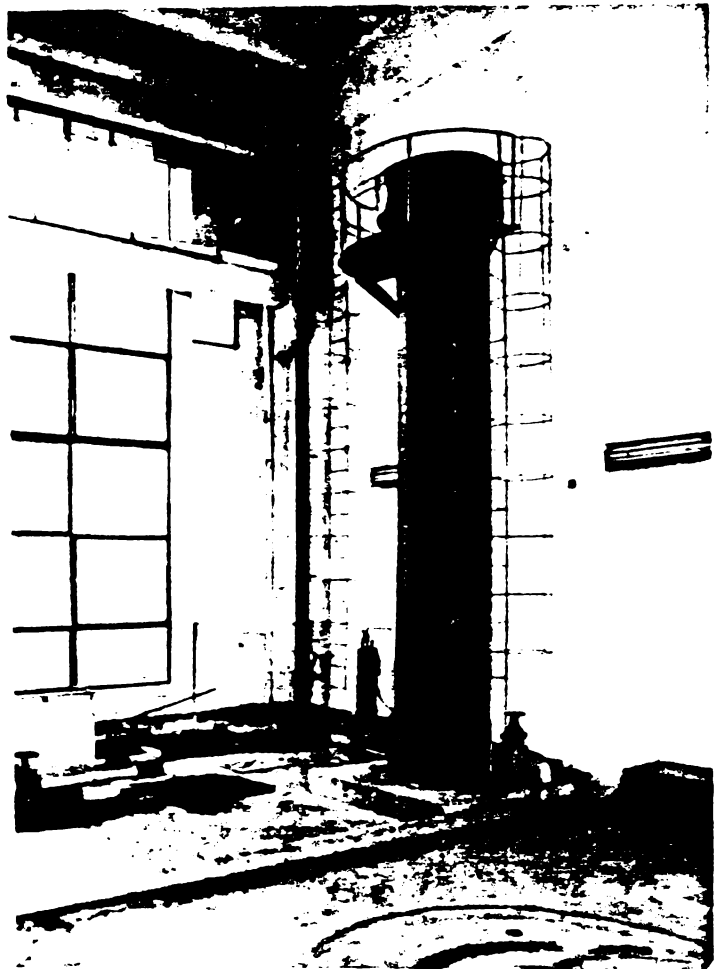


Foto 2

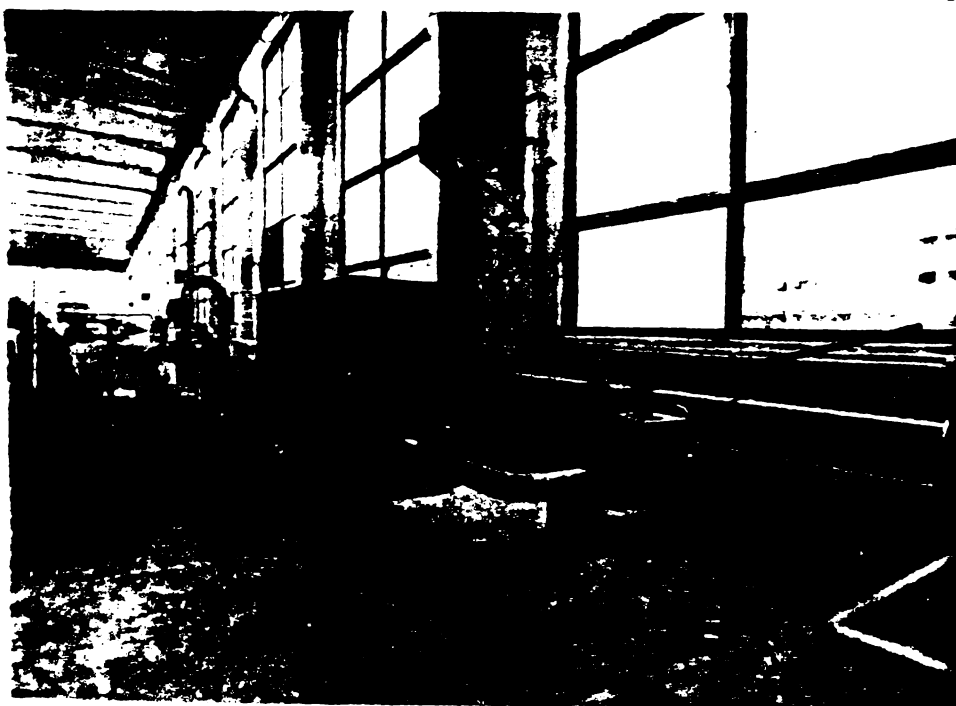
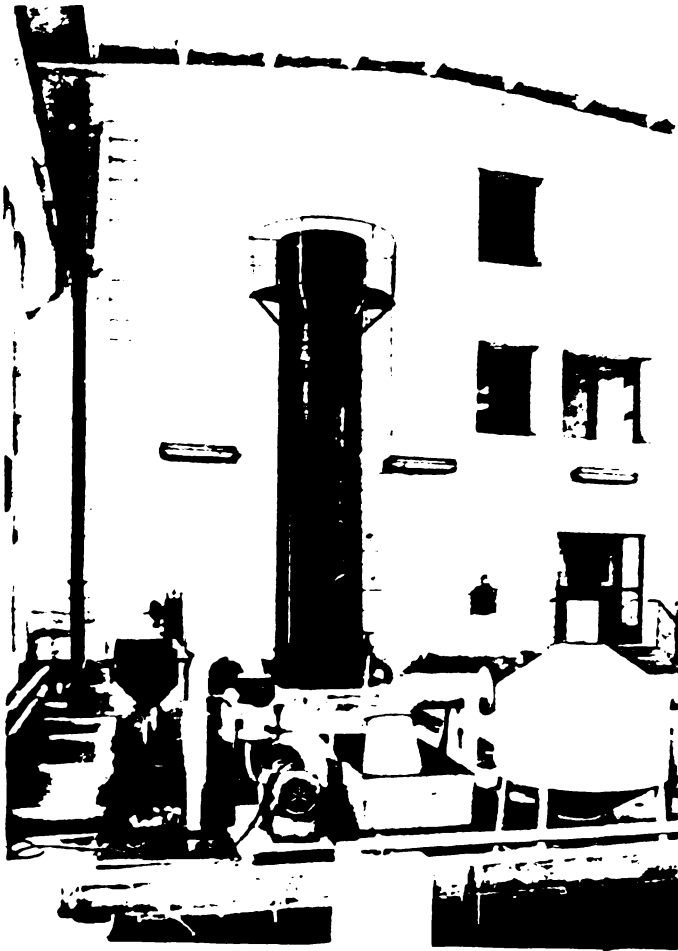


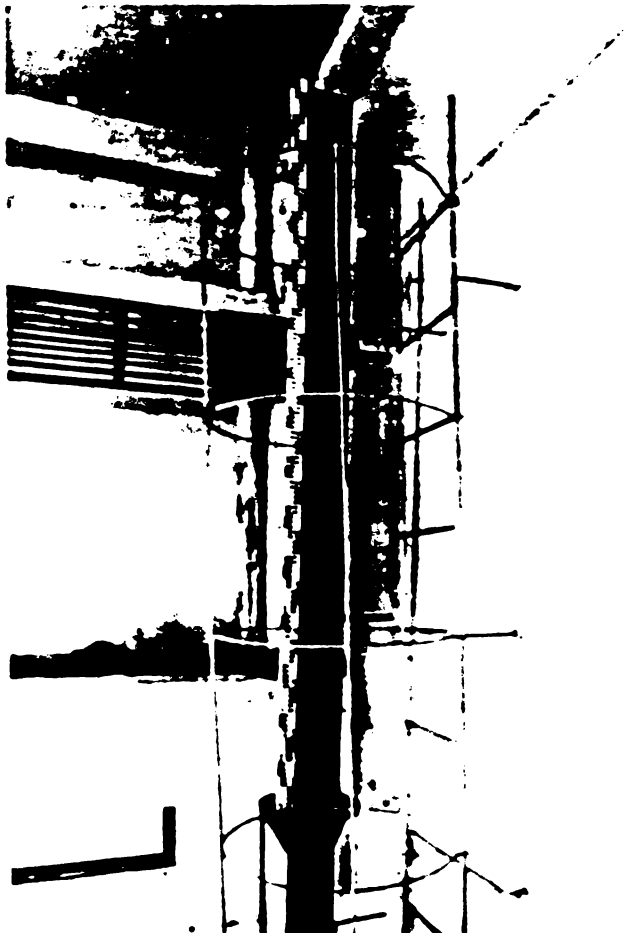
Foto 3



← Foto 4



Foto 5 →



← Foto 6

- Bazinul de aspirație al pompei, care asigură și închiderea circuitului hidraulic în varianta II de funcționare a instalației.

Instalația experimentală mai este prevăzută cu elemente de racord ale diferitelor dispozitive și instalații de protecție la lovitură de berbec cum sînt : castel de echilibru, rezervor cu pernă de aer, dispozitive antișoc.

Pentru asigurarea pernei de aer a rezervorului de protecție, instalația mai este prevăzută cu un compresor de alimentare cu aer a acestuia. De asemenea compresorul mai servește la asigurarea aerului ce se introduce în conductă pentru studierea regimurilor tranzitorii la curgerea bifazică apă-aer.

Mai sînt prevăzute manometre montate pe conducta sub presiune și pe rezervorul de aer, care servesc pentru reglarea, verificarea și controlarea situațiilor de regim pentru diverse variante analizate.

♦

#### 6.4. Rezultate experimentale

##### 6.4.1. Efectul aerului în stare liberă asupra celerității

Pentru confirmarea valabilității relațiilor analitice de calcul a mărimii celerității în mediu bifazic apă-aer, relații stabilite în capitolul 4 s-au efectuat o serie de determinări experimentale pe un model de laborator privind variația celerității în funcție de cantitatea de aer existentă în stare liberă în conducta sub presiune.

Pentru efectuarea acestor determinări experimentale, s-a dispus de o instalație hidraulică sub presiune din dotarea laboratorului de hidraulică al Institutului de Cercetări Hidrotehnice din București, instalație prezentată în paragraful 6.3. Pe aceeași instalație s-au efectuat concomitent și măsurători de presiune la regimuri tranzitorii.

Aerul a fost introdus în conducta sub presiune în secțiunea de lângă rezervorul de nivel constant (punctul 9, fig. 6.4.), prin intermediul unui furtun de presiune, furtun ce face legătura dintre rezervorul de aer și conductă. În cadrul

acestor determinări experimentale, rezervorul de aer a servit drept rezervor de aer tampon.

S-a considerat că aerul introdus în conducta sub presiune a fost uniform distribuit pe toată lungimea conductei, considerație bazată pe faptul că viteza apei în conductă, în situațiile de regim, a fost relativ mare, peste 0,8 m/s, cât și pe faptul că la refularea apei din conductă în bazinul de capăt prevăzut cu deversorul de măsurare a debitelor de apă (fig.6.4), nu s-a observat pe toată perioada efectuării experiențelor, evacuarea aerului sub formă de pungi. Chiar în timpul determinărilor experimentale pe varianta II de funcționare a instalației, când există o mai mare posibilitate de unire a bulelor de aer între ele, unire care are loc pe înălțimea rezervorului de refulare de nivel constant, nu s-a constatat evacuarea aerului sub formă de pungi sau de bule de aer cu diametre mult diferite.

Există posibilitatea ca în secțiune traversată distribuția bulelor să nu fie uniform repartizată, acestea având tendința de ridicare la partea superioară a secțiunii transversale a conductei.

Pentru reglarea debitelor de aer introduse în conductă la diferite regimuri în varianta I de funcționare a instalației experimentale, în secțiunea de cuplare a furtunului de presiune cu ștuțul de pe conductă, s-a prevăzut un dispozitiv pentru montarea unor diafragme cu orificii de diametre cuprinse între 1 și 5 mm .

S-au analizat două modalități de reglare și de măsurare a debitelor de aer și anume :

- prin menținerea unei presiuni constante a aerului din rezervorul de aer, reglarea debitelor de aer introduse în conductă fiind făcută cu ajutorul setului de diafragme, pentru aceste fiind necesară tararea fiecărei diafragme ;

- prin menținerea unei diafragme cu orificiul de un anumit diametru, modificând presiunea aerului din rezervorul de aer.

Deoarece prima modalitate de reglare și în primul rând de determinare a debitelor de aer introdus în conductă este incomodă de folosit, în cadrul determinărilor s-a uzat de cea de a doua modalitate fiind mai ușor de utilizat.

Pentru determinarea debitelor de aer introduse în conductă în situațiile de regim, s-a executat pe cale experimentală o curbă de golire de aer a rezervorului, care permite stabilirea cu ușurință a acestor debite, funcție de presiunea aerului din rezervor în timpul determinărilor experimentale. Presiunea aerului la introducerea în conductă s-a considerat că are o valoare constantă și egală cu înălțimea coloanei de apă din rezervorul de nivel constant (7,5 m.c.a.).

Curba de golire s-a determinat pornind de la valoarea presiunii manometrice a aerului din rezervor de 4,15 atm și măsurând timpii scurși între diferitele trepte de presiune (din 0,2 în 0,2 atm). Tinând seama că volumul aerului din rezervor este constant și egal cu volumul total al acestuia ( $140 \text{ dm}^3$ ) și considerând că are loc o transformare izotermă a aerului din rezervor, pentru fiecare treaptă de presiune s-a exprimat volumul aerului raportat la presiunea atmosferică. Cunosând variația de volum între două trepte consecutive de presiune raportată la presiunea atmosferică și având timpii parcurși între aceste trepte de presiune, s-a putut determina debitul mediu de aer pe acest interval de presiune.

Modul de desfășurare a calculelor este prezentat în tabelul 6.1. iar curba de golire a rezervorului de aer în fig. 6.6.

Având debitul de aer introdus în conducta sub presiune, debit determinat cu ajutorul curbei de golire a rezervorului funcție de presiunea aerului din acesta în timpul efectuării determinării experimentale,  $Q_g$ , cu debitul de apă determinat cu ajutorul deversorului de măsurare cu care este prevăzută instalația,  $Q_w$ , s-a putut stabili fracțiunea fazei gazoase a aerului,  $\alpha$ , din conductă, pe baza relației :

$$\alpha = \frac{Q_g}{Q_w} = \frac{\text{Vol}_g}{\text{Vol}_w} \quad (6.4.1)$$

În relația (6.4.1),  $Q_g$  reprezintă debitul volumic al fazei gazoase a aerului raportată la presiunea atmosferică, iar  $\text{Vol}_g$  - volumul fazei gazoase a aerului din volumul amestecului bifazic apă-aer, de asemenea raportat la presiunea atmosferică.

Tabelul 6.1

Nr. crt.	$P_i$ [atm]	$Vol_{g,i}$ [dm <sup>3</sup> ]	$P_{i+1}$ [atm]	$Vol_{g,i+1}$ [dm <sup>3</sup> ]	$\Delta Vol_g$ [dm <sup>3</sup> ]	$\Delta t$ [s]	$P_{med}$ [atm]	$Q_g$ [dm <sup>3</sup> /s]
1.	5,15	721	4,95	693	28	77		
2.	4,95	693	4,75	665	28	83	5,05	0,365
3.	4,75	665	4,55	637	28	86	4,85	0,340
4.	4,55	637	4,35	609	28	87	4,65	0,333
5.	4,35	609	4,15	581	28	89	4,45	0,326
6.	4,15	581	3,95	553	28	93	4,25	0,320
7.	3,95	553	3,75	525	28	97	4,05	0,302
8.	3,75	525	3,55	497	28	102	3,85	0,293
9.	3,55	497	3,35	469	28	110	3,65	0,280
10.	3,35	469	3,15	441	28	119	3,45	0,262
11.	3,15	441	2,95	413	28	126	3,25	0,240
12.	2,95	413	2,75	385	28	136	3,05	0,230
13.	2,75	385	2,55	357	28	148	2,85	0,211
14.	2,55	357	2,35	329	28	167	2,65	0,190
15.	2,35	329	2,15	301	28	203	2,45	0,171
16.	2,15	301	1,95	273	28	285	2,25	0,143
17.	1,95	273	1,75	245	28	586	2,05	0,102
18.	1,75	245	1,55	217	28	-	1,85	0,047

$P_i$  - presiunea absolută în rezervorul de aer, corespunzător valorii maxime a intervalului de presiune;

$P_{i+1}$  - presiunea absolută în rezervorul de aer, corespunzător valorii minime a intervalului de presiune;

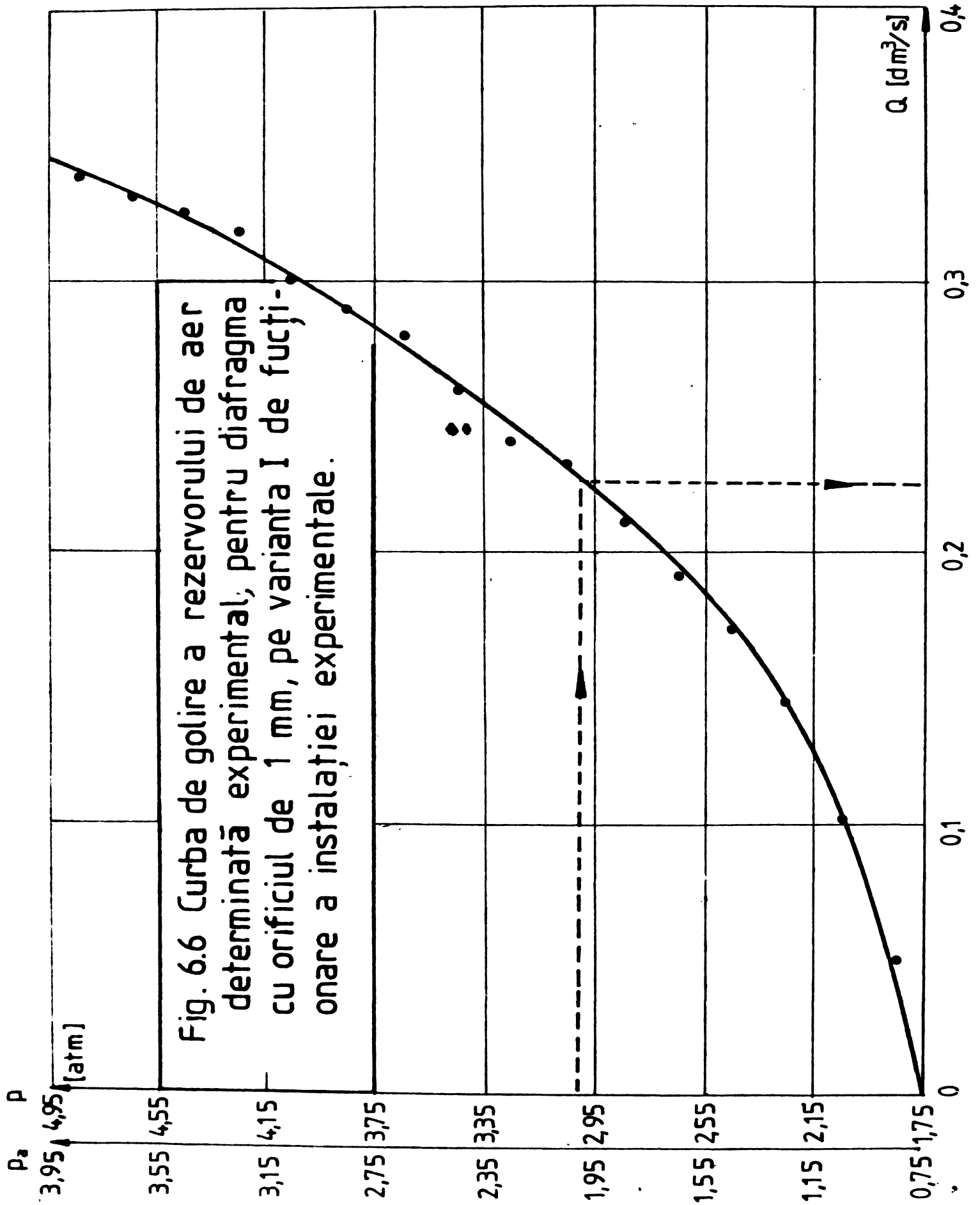
$Vol_{g,i}$  - volumul de aer din rezervor, la presiunea atmosferică, corespunzător presiunii  $P_i$ ;

$Vol_{g,i+1}$  - volumul de aer din rezervor, la presiunea atmosferică, corespunzător presiunii  $P_{i+1}$ ;

$$\Delta Vol_g = Vol_{g,i} - Vol_{g,i+1};$$

$Q_g$  - debitul mediu de aer pentru un interval de presiune

$$\Delta P = P_i - P_{i+1}$$



Avînd în vedere faptul că prin definiție fracțiunea fazei gazoase este raportul dintre volumul fazei gazoase și volumul total al amestecului, în relația (6.4.1) volumul fazei lichide a apei,  $Vol_w$ , este considerat sensibil egal cu volumul total al amestecului, aceasta, datorită faptului că în timpul determinărilor experimentale a celerității presiunii în conductă este mai mare față de presiunea atmosferică, fapt ce justifică considerația de mai sus, deoarece volumul fazei gazoase a aerului se micșorează odată cu creșterea presiunii. În cazul determinărilor experimentale din lucrarea de față, volumul aerului din amestecul bifazic se micșorează cu peste 50 % față de volumul ocupat de aer la presiunea atmosferică.

Cunoscînd debitul de aer din amestecul bifazic apă-aer din conductă sub presiune și deci fracțiunea fazei gazoase a aerului, pentru determinarea experimentală a mărimii celerității în amestecul bifazic, s-a plecat de la considerentul că valoarea acesteia este mult mai mică în cazul curgerii bifazice apă-aer față de cazul în care se consideră apa fără aer în stare liberă, avînd la bază atît rezultatele experimentale ale altor cercetători din domeniu [ 86 ], [ 91 ], [ 99 ] cît și rezultatele obținute cu ajutorul relațiilor analitice de calcul a celerității în amestecul bifazic apă-aer (4.2.17), (4.2.31).

Pe baza considerațiilor de mai sus, determinarea experimentală a mărimii celerității în amestecul bifazic apă-aer a constat din următorul procedeu : s-a admis o viteză de deplasare a hîrtiei fotosensibile mult mai mare decît în cazul obișnuit de înregistrare a presiunilor și cînd a fost necesar s-a micșorat și scara presiunilor (cazul determinărilor experimentale pe varianta II de funcționare a instalației, fig.6.5.), fapt ce a permis determinarea intervalului de timp a deplasării undei de presiune între două secțiuni din lungul conductei sub presiune, secțiuni unde s-au montat traductorii de presiune.

Cunoscînd timpul de parcurgere,  $\Delta t$ , al undei de presiune și lungimea conductei,  $\Delta L$ , între aceste două secțiuni, s-a putut determina mărimea celerității pe baza relației :

$$c = \frac{\Delta L}{\Delta t} \quad (6.4.2.)$$



În majoritatea determinărilor experimentale s-au prevăzut trei traductori de presiune, în punctele 1, 4 și 7 (fig. 6.4), deci la distanțele de 1, 61 și respectiv 121 m față de vana cu închidere rapidă, deci  $\Delta l$  din relația (6.4.2) a fost de 60, și respectiv de 120 m.

Modul de determinare experimentală a celerității este prezentat în fig.6.7.

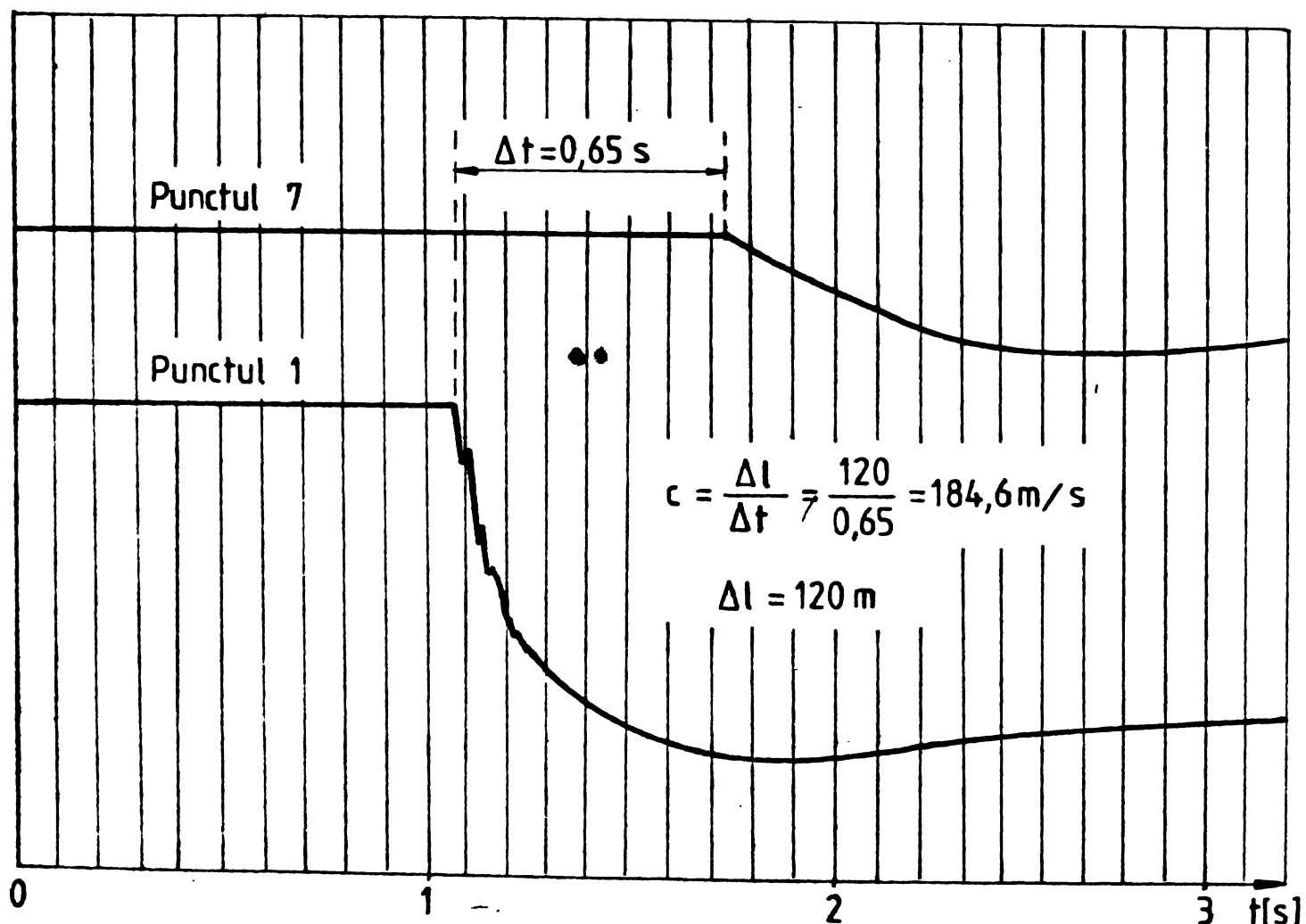


Fig. 6.7 Modul de determinare experimentală a mărimii celerității

Această metodologie de determinare experimentală a celerității permite stabilirea valorii acesteia numai în momentul inițial al mișcării nepermanente.

Pentru stabilirea experimentală a mărimii celerității s-au efectuat un număr limitat de determinări experimentale, maximum trei, funcție de cantitatea de aer în stare liberă existentă în conducta sub presiune, mărimea finală luată în consi-

derație fiind o medie aritmetică a determinărilor experimentale.

În general, diferențele dintre determinările efectuate pentru un anumit caz concret au fost neglijabile, sub 3 %, fiind mai mari în valori absolute pentru cantități mici ale aerului în stare liberă, unde și mărimea celerității este mai mare și în special în cazul determinărilor experimentale efectuate pe varianta II de funcționare a instalației.

Aceste diferențe relativ mici existente între determinările experimentale pentru un anumit caz concret se datoresc și faptului că fenomenul este în general stabil și din punct de vedere practic, precizia acestor determinări experimentale se pot considera ca fiind foarte bună.

Aceste rezultate obținute pe cale experimentală sînt comparate cu rezultatele obținute prin calcule pe baza relației (4.2.31), și sînt prezentate în tabelul 6.2. și fig.5 (cap. 4).

Ca o primă concluzie, se poate sublinia faptul că relațiile de calcul ale celerității în mediul bifazic apă-aer în sistemele hidraulice sub presiune, de forma (4.2.17), (4.2.30) sau (4.2.31), răspund satisfăcător din punct de vedere al aplicării practice în calculul mișcărilor nepermanente. Valorile celerității determinate cu ajutorul acestor relații se suprapun peste determinările experimentale în special în cazul în care se admite o valoare a modulului de elasticitate a aerului în situația unei transformări politropice, considerînd un coeficient de transformare politropică,  $n = 1,2$ , considerație acceptată și de alți autori în lucrările [56], [76], [82], deși transformarea de stare a aerului în fază gazoasă din amestecul bifazic apă-aer din conductele sub presiune, se consideră izotermă.

În urma analizei efectuate privind influența aerului în stare liberă, prezent în sistemele hidraulice sub presiune, analiză efectuată atât experimental cît și analitic, se poate arăta că relațiile analitice de calcul a celerității prezentate în lucrare pot fi folosite în studiul mișcărilor nepermanente la curgerea bifazică apă-aer, în sistemele hidraulice sub presiune, în cazul cînd fracțiunea fazei gazoase a aerului este relativ mică, pînă la 5 % din volumul total al amestecului,

Tabelul 6.2

Nr. crt.	p [m.c.a]	$00\% = \frac{Vol_g}{Vol_w} 100$	$c_{exp}$ [m/s]	$c_{calc}$ [m/s]	$\Delta c = c_{exp} - c_{calc}$ [m/s]	$\frac{\Delta c}{c_{calc}} 100$	$\frac{c_{calc}}{c}$
1	5,5	0,220	385	372	+13	+3,50	0,286
2	4,5	0,265	370	358	+12	+3,35	0,276
3	6,5	0,270	364	355	+ 9	+2,52	0,273
4	14,5	0,430	294	285	+ 9	+3,15	0,220
5	3,5	0,480	252	262	- 8	-3,07	0,202
6	14,5	0,570	241	248	- 7	-2,82	0,191
7	10,5	0,580	235	246	+11	+4,47	0,189
8	5,5	0,720	215	220	- 5	-2,27	0,169
9	4,5	0,870	205	197	+ 8	+4,06	0,152
10	6,5	0,930	190	192	- 2	-1,04	0,148
11	10,5	1,160	180	178	+ 2	+1,12	0,137
12	10,5	1,250	163	154	+ 9	+5,80	0,119
13	3,5	1,450	158	160	- 2	-1,25	0,123
14	5,5	1,570	150	150	0	0,00	0,116
15	4,5	1,650	148	155	- 7	-4,51	0,119
16	4,5	1,870	140	137	+ 3	+2,18	0,105
17	3,5	2,100	136	133	+ 3	+2,56	0,102
18	5,5	2,200	132	128	+ 5	+3,90	0,098
19	5,5	2,520	118	112	+ 6	+5,36	0,086
20	6,5	3,100	109	104	+ 4	+3,66	0,080

- p - presiunea relativă ;
- Vol<sub>g</sub> - volumul fazei gazoase a aerului;
- Vol<sub>w</sub> - volumul amestecului bifazic apă-aer;
- c<sub>exp</sub> - mărimea celerității determinată experimental;
- c<sub>calc</sub> - mărimea celerității determinată prin calcule.

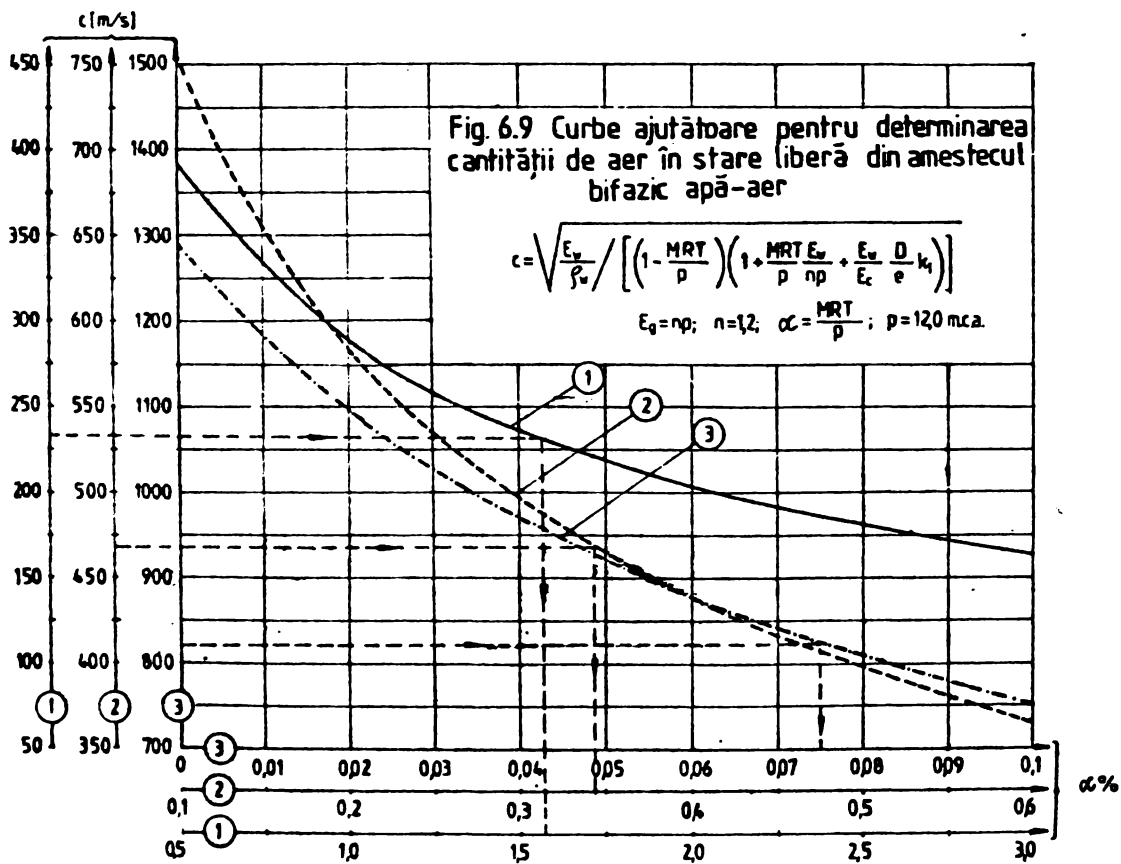
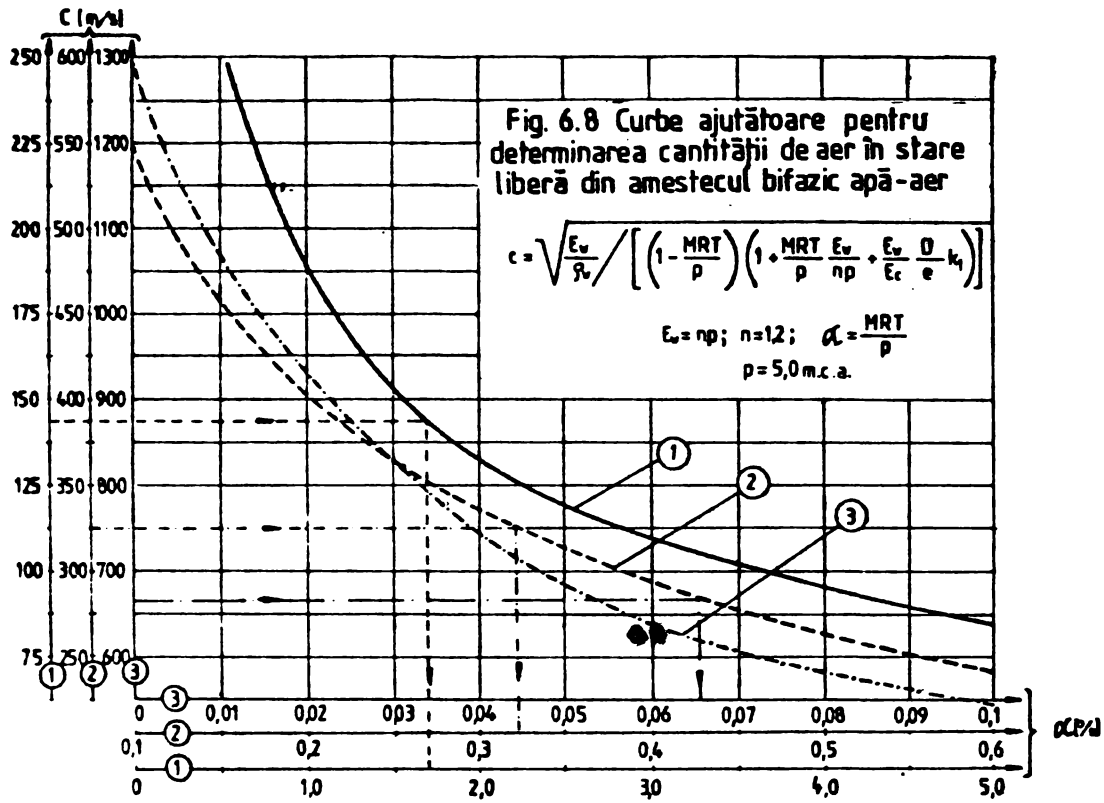
facțiune raportată la presiunea atmosferică.

O parte din determinările experimentale privind mărimea celerității, determinări efectuate pe varianta I de funcționare a instalației experimentale (fig.6.4), au servit pentru confirmarea valabilității relațiilor analitice de calcul a celerității în amestecul bifazic apă-aer. Pentru celelalte cazuri analizate, cunoscând mărimea celerității determinată experimental, cu ajutorul reprezentărilor grafice a variației celerității, funcție de cantitatea de aer în stare liberă exprimată procentual din conducta sub presiune (fig.6.8 pentru varianta I și fig.6.9. pentru varianta II) sau direct cu ajutorul relațiilor analitice de calcul a celerității, s-a putut determina cantitatea de aer în stare liberă pentru cazurile concrete analizate. Astfel că pentru varianta II de funcționare a instalației experimentale (fig.6.5.), la introducerea aerului în conducta de refulare, nu s-a mai folosit rezervorul de aer tampon. Pentru această variantă, aerul a fost introdus în conductă prin intermediul unui ștut prevăzut pe refularea pompei, care a permis instalarea dispozitivului de montare a diafragmelor. Pentru modificarea conținutului de aer, introdus în conductă s-au montat diafragme cu orificii de diferite diametre.

În această variantă de funcționare a instalației, varianta II, mărimea celerității s-a determinat experimental pentru fiecare caz concret. Cu această valoare și cu ajutorul unei reprezentări grafice de forma celei din fig.6.9., sau cu ajutorul relațiilor de calcul ale celerității în mediul bifazic apă-aer (4.2.17), (4.2.30) sau (4.2.31) s-au determinat cantitățile de aer în stare liberă din conducta sub presiune pentru cazurile analizate.

Această modalitate de determinare a cantităților de aer existente în stare liberă în conductele sub presiune, este recomandată și în lucrarea [91] atunci când mărimea celerității poate fi determinată experimental și nu se dispune de datele necesare pentru determinarea cantității de aer în stare liberă din amestecul bifazic apă-aer din conductă.

Faptul că rezultatele experimentale, privind mărimea celerității, obținute pe această cale, au răspuns satisfăcător la calculul mișcării nepermanente așa cum se va vedea în paragraful următor, confirmă încă odată valabilitatea relațiilor de calcul ale celerității în mediul bifazic apă-aer.



#### 6.4.2. Efectul aerului asupra desfășurării mișcărilor nepermanente

Paralel cu efectuarea determinărilor experimentale legate de mărimea celerității în amestec bifazic apă-aer, s-au făcut și măsurători de presiune la regimuri tranzitorii în punctele 1, 4 și 7 de pe traseul conductei (fig.6.4 și 6.5).

Măsurătorile de presiune au fost efectuate pe ambele variante de funcționare a instalației experimentale, acestea avînd drept scop verificarea modelului de calcul elaborat și paralel cu calculele, stabilirea influențelor calitative și cantitative pe care le are aerul în stare gazoasă asupra valorilor extreme ale presiunilor și asupra mișcărilor nepermanente în general.

Pe varianta I de funcționare a instalației, s-au efectuat măsurători de presiune pentru mai multe debite de regim, din care s-au reținut patru variante, pentru  $Q_0 = 9,42$  l/s, 13,5 l/s, 16,4 l/s și 19,2 l/s. Rezultatele obținute atât pe bază de măsurători cît și pe bază de calcule, sînt prezentate în fig.6.10 ÷ 6.18. Procentele de aer în stare liberă au variat între 0,2% și 3,0%, aceste cantități de aer fiind raportate la presiunea atmosferică.

Din variantele prezentate se pot scoate în evidență influențele aerului în stare liberă asupra desfășurării mișcărilor nepermanente. Aceste influențe se manifestă prin reducerea presiunilor extreme, a vitezei de propagare a undelor de presiune, a schimbării caracterului mișcării nepermanente și asupra desfășurării acesteia în general. În figurile 6.11, 6.13, 6.15 și 6.17 curbele de variație a celerității sînt raportate la situația inițială a regimurilor tranzitorii.

Manevrele de închidere a vanei au asigurat opturarea conductei într-un timp relativ mic, sub 0,1 s, ceea ce din punct de vedere al analizei mișcărilor nepermanente se pot considera practic închideri rapide. Semiperioda de oscilație a presiunii,  $\mu = 2$  L/c, pentru instalația experimentală, este de 0,245 s în situația cînd în apă nu se consideră aer în stare liberă. În cazul curgerii bifazice apă-aer, semiperioda de oscilație a mișcării este funcție de cantitatea de aer, crescînd odată cu creșterea acestei cantități, fapt ce sînt

1000 2000

punct de vedere teoretic se pot considera închideri instantanee ale vanei.

Ca și în cazul analizei celerității, influența aerului în stare gazoasă asupra valorilor extreme ale presiunii se manifestă pregnant începând de la valori relativ mici ale cantității de aer din amestecul bifazic. Astfel că pentru valori ale lui  $\alpha$  în jur de 0,5%, presiunile se reduc, ajungând sub 50% din procentele maxime obținute în situația apei fără aer și ating valori de 25-30 % pentru valori ale lui  $\alpha$  în jur de 2%. Presiunile minime se reduc în aceleași proporții, ajungând să nu scadă sub presiunea atmosferică pentru valori ale lui  $\alpha$  mai mari de 1%.

Caracterul mișcărilor nepermanente este diferit în cazul curgerii bifazice față de curgerea monofazică. Dacă se are în vedere faptul că în situația când perioadele de oscilație ale presiunilor sînt mai mari decît cinci ori perioadele mișcărilor nepermanente, considerate din punct de vedere rapid variabile, mișcările se consideră lent variabile, se poate spune că și în cazul curgerii bifazice apă-aer, mișcările nepermanente au un caracter lent variabil pentru valori ale lui  $\alpha$  mai mari de 1%, indiferent de legea de închidere a vanei. În astfel de situații se poate spune că nu există fenomen de lovitură de berbec în conducta sub presiune. De subliniat este faptul că în cazul protecției instalației experimentale contra fenomenului de lovitură de berbec, cu rezervor cu pernă de aer, caracterul mișcărilor nepermanente este apropiat de cel în cazul curgerii bifazice apă-aer, pentru valori ale lui  $\alpha$  mai mari de 1%.

Pentru volumul de aer al rezervorului de protecție, corespunzător volumului total al fazei gazoase a aerului din conductă, au rezultat practic aceleași perioade de oscilație ale mișcărilor nepermanente (în figura 6.14, curba corespunzătoare lui  $\alpha = 1,40\%$  și în fig. 6.19, curba corespunzătoare lui  $V_{\text{aer}} = 21,5 \text{ dm}^3$ ). La valori aproximativ egale ale volumelor de aer, în ambele variante analizate, volume raportate la presiunea atmosferică, pentru același debit de regim de 16,4 l/s, în varianta cu rezervor cu pernă de aer, au rezultat valori mai mari ale presiunii maxime decît în varianta

de curgere bifazică, iar pentru presiunile minime au rezultat mai mici. Din această analiză comparativă se poate constata influența favorabilă a aerului distribuit în masa de apă asupra stenuării sau eliminării efectelor negative ce apar la regimuri tranzitorii, față de varianta de protecție cu rezervor cu pernă de aer.

Referitor la analiza mișcărilor nepermanente în situația lipsei aerului în stare liberă din conducta sub presiune, sînt prezentate paralel atît rezultatele obținute prin calcule cît și prin măsurători (fig. 6.20 ÷ 6.25) pentru trei debite corespunzătoare situațiilor de regim de 9,42 l/s, 13,5 l/s și 16,4 l/s, rezultate obținute pe varianta I de funcționare a instalației experimentale.

Din analiza acestor rezultate se pot trage unele concluzii asupra modelului de calcul al mișcărilor nepermanente în cazul curgerilor monofazice și anume :

- în general, primul vîrf de presiune obținut prin calcule este mai mare decît cel obținut prin măsurători;

- mișcările nepermanente simulate prin calcule se amortizează mai repede în prima parte a desfășurării lor, față de desfășurarea reală a acestora, ca după o anumită perioadă de timp (8-15 s pentru cazul instalației experimentale), funcție de debit, de caracteristicile geometrice și hidraulice ale instalației și de legea de închidere a debitului, efectul amortizării practic să se anuleze;

- în cazul determinărilor experimentale pe instalații de laborator sau la scară naturală, mișcările nepermanente se amortizează după un anumit timp, funcție de debitul de regim și de ceilalți parametri ai instalației;

- calculele prezintă perioade de cavitație mai mici față de măsurători, mai ales cînd în apă pot să existe nuclee de aer în stare gazoasă, de care calculele nu țin seama.

Lipsa de amortizare a mișcărilor nepermanente simulate prin calcule, mai ales după o anumită perioadă de timp, se datorește faptului că modelele de calcul cunoscute consideră pierderile de sarcină longitudinale de aceeași formă ca și pentru regimurile permanente și nu țin seama de o serie de efecte de amortizare cum sînt cele hidroelastice ale ansamblului con-



Fig.6.10 Rezultate comparative ale variației presiunii în punctul 1 pentru  $Q_0=9,42\text{ l/s}$  la regimuri tranzitorii.

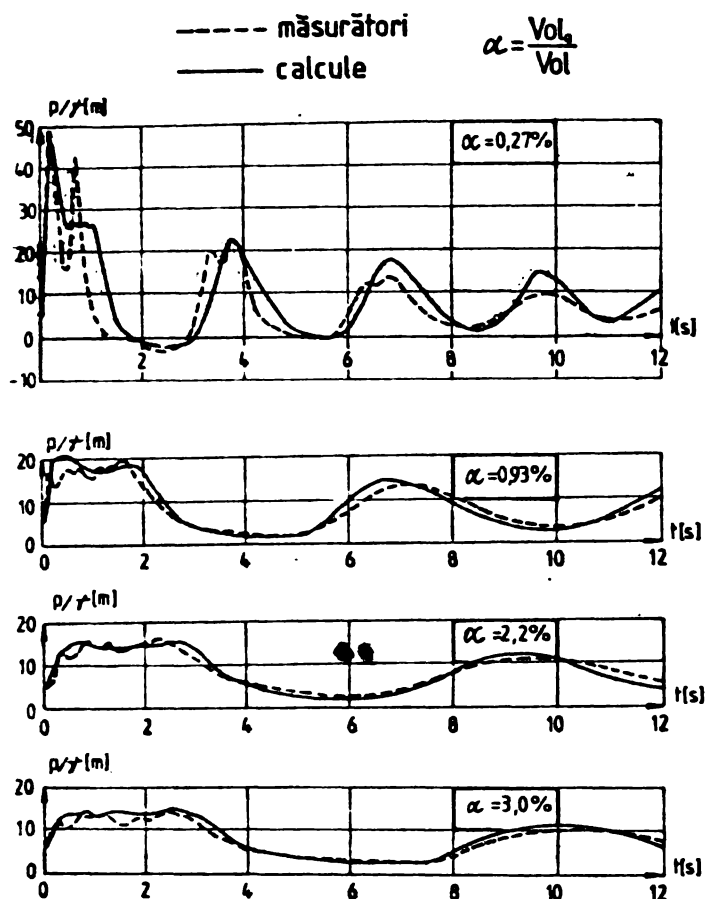


Fig.6.11 Curbele înfășurătoare ale presiunilor maxime și minime la regimuri tranzitorii, pentru  $Q_0=9,42\text{ l/s}$  și curba de variație a celerității, funcție de  $\alpha$

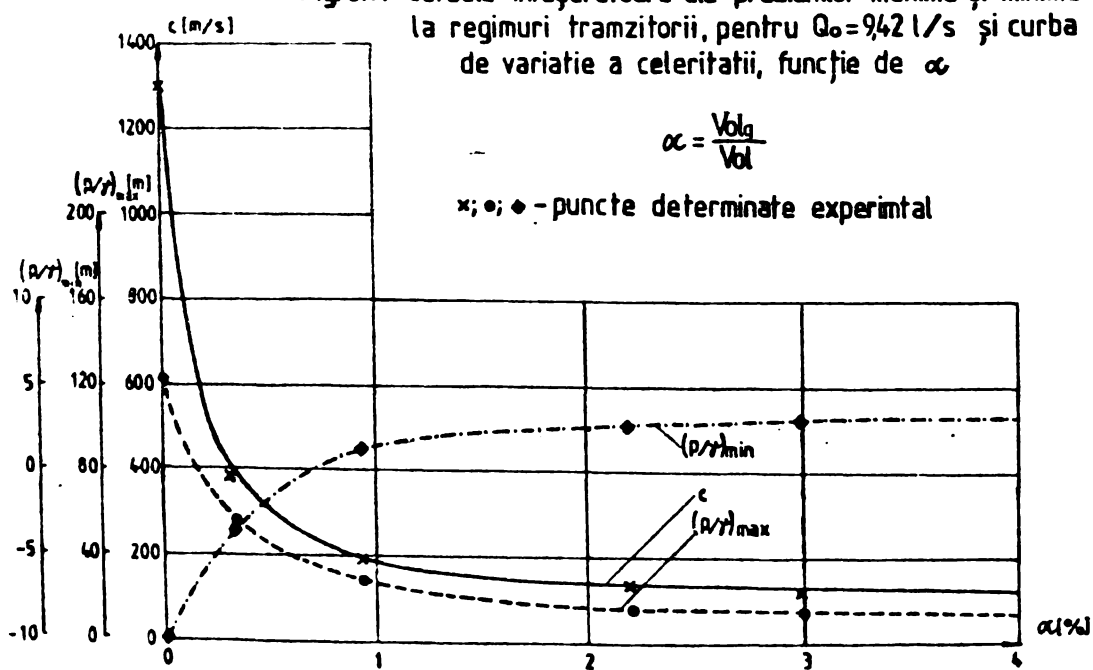


Fig.6.12 Rezultate comparative ale variației presiunii în punctul 1 pentru  $Q_0=1351/s$ , la regimuri tranzitorii

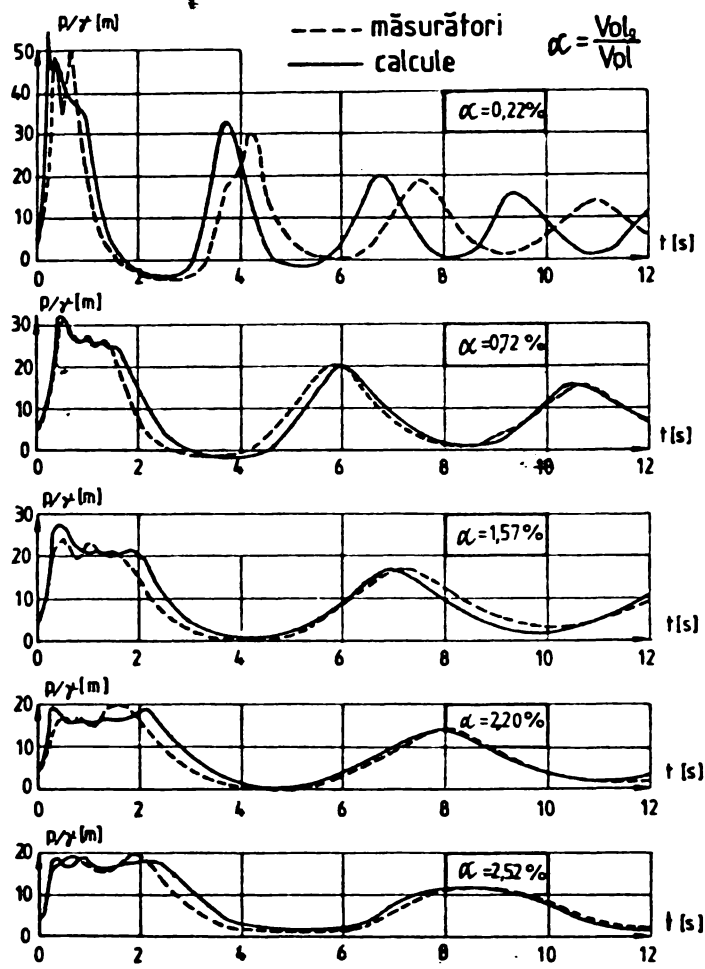


Fig.6.13 Curbele înfășurătoare ale presiunilor maxime și minime la regimuri tranzitorii pentru  $Q_0=1351/s$  și curba de variație a celerității, funcție de  $\alpha$

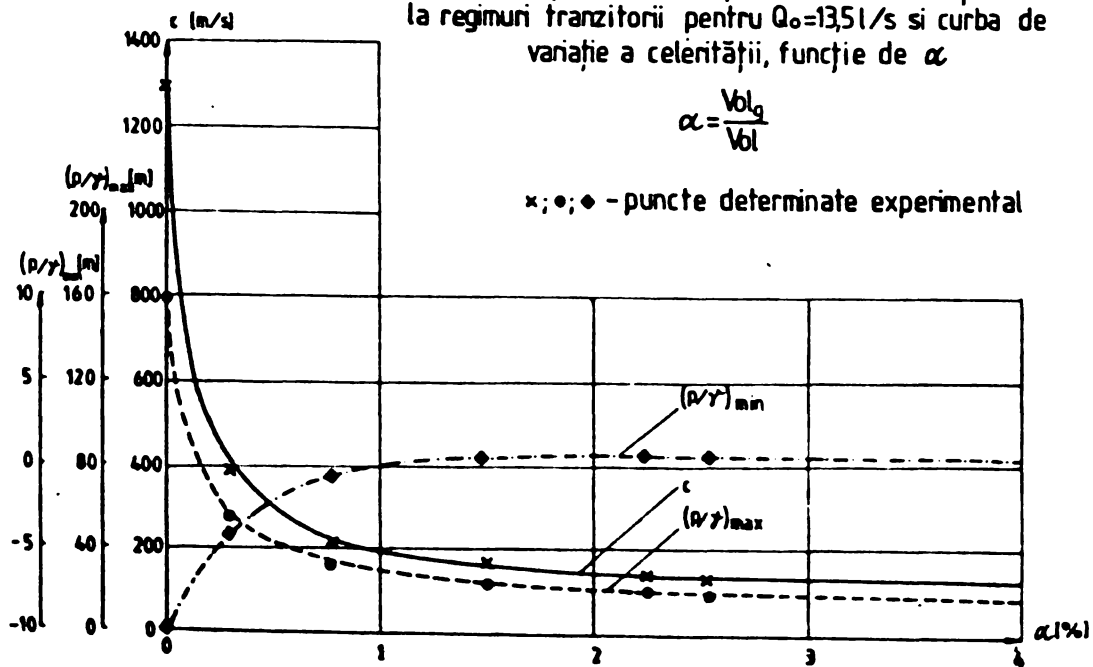


Fig.6.14 Rezultate comparative ale variației presiunii în punctul 1 pentru  $Q_0=164\text{ l/s}$ , la regimuri tranzitorii

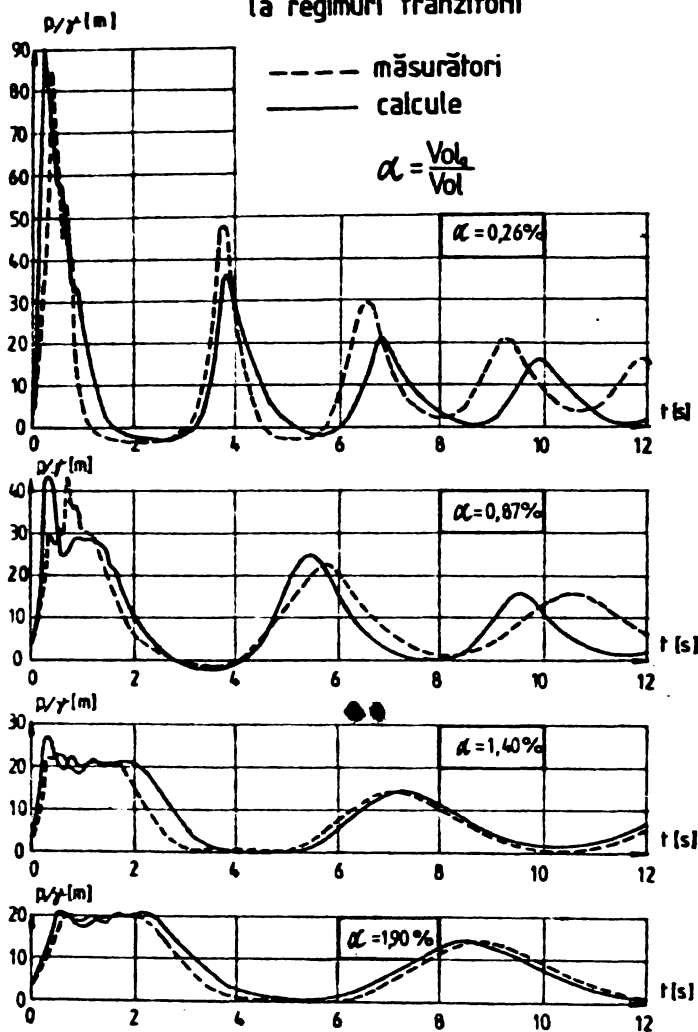


Fig.6.15 Curbele înfășurătoare ale presiunilor maxime și minime la regimuri tranzitorii, pentru  $Q_0=164\text{ l/s}$  și curba de variație a celelității, funcție de  $\alpha$

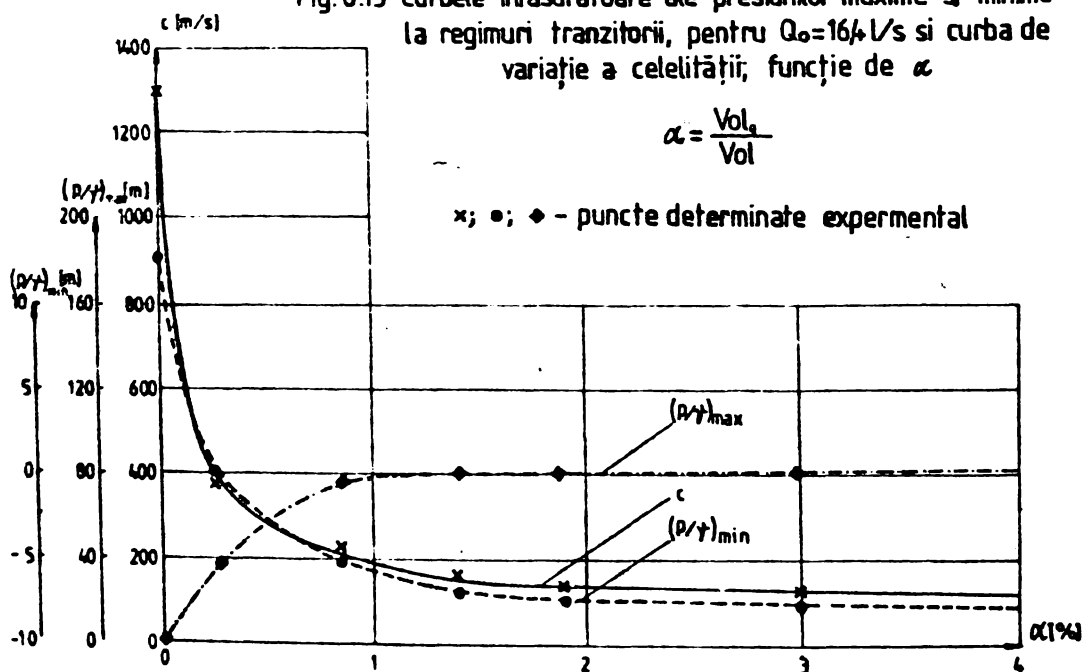


Fig. 6.16 Rezultate comparative ale variației presiunii în punctul 1 pentru  $Q_0=19,2$  l/s, la regimul tranzitorii

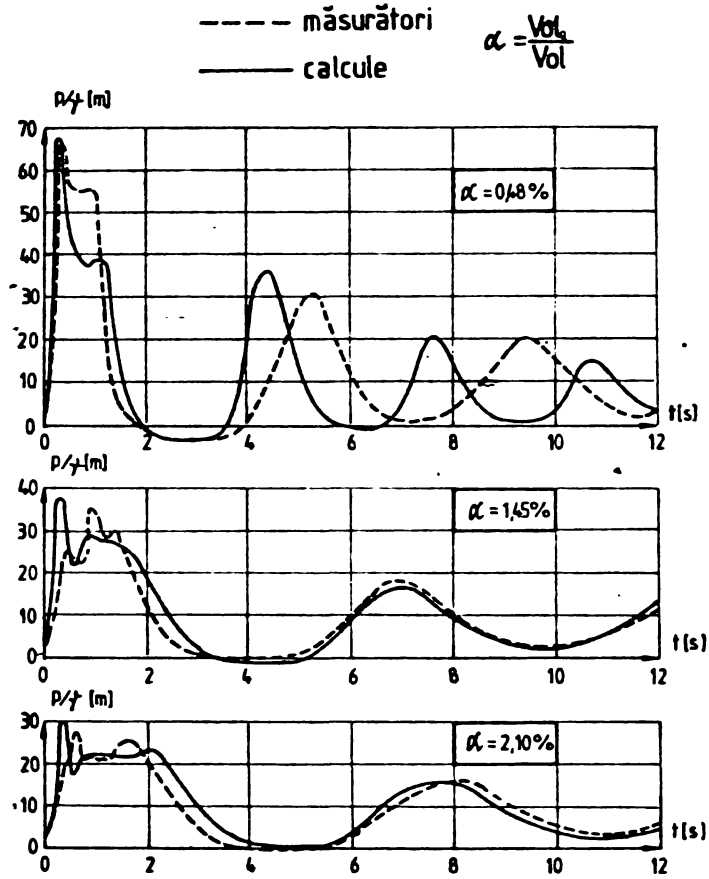


Fig. 6.17 Curbele înfășurătoare ale presiunilor maxime și minime la regimuri tranzitorii, pentru  $Q_0=1921$  l/s și curba de variație a celerității, funcție de  $\alpha$

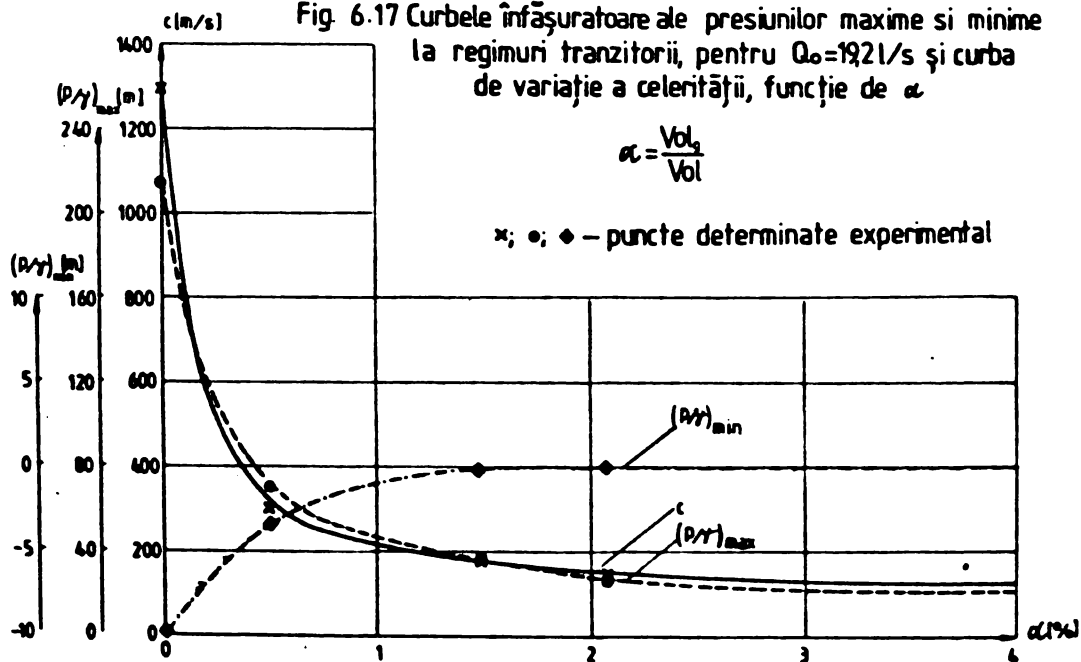


Fig. 6.19 SCHEMA: REZERVOR-CONDUCTĂ-VANĂ DE CAPĂT

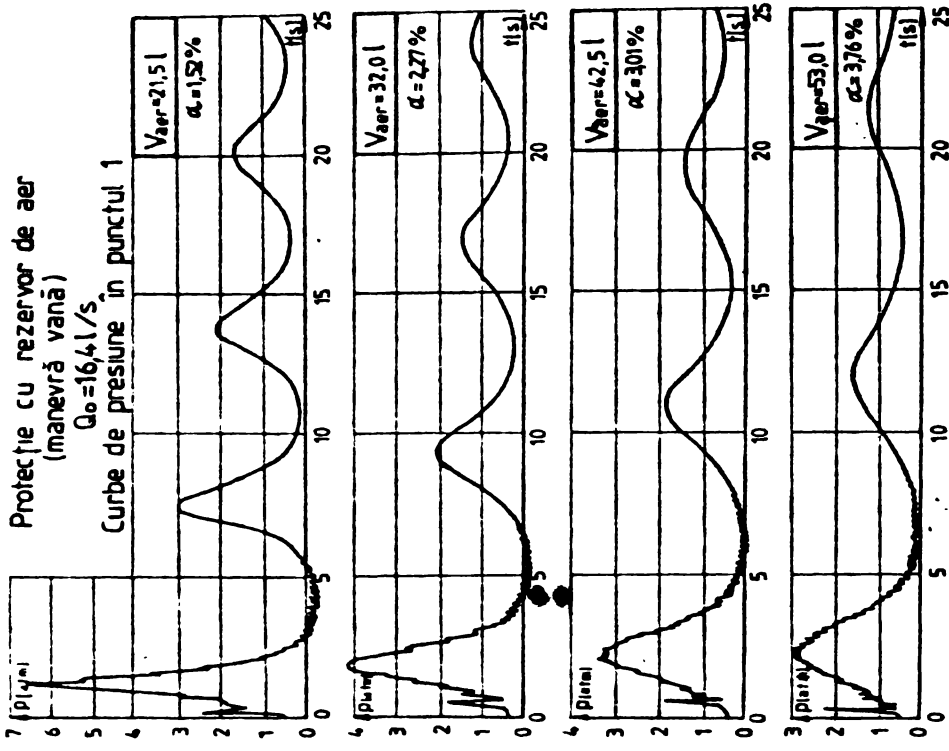


Fig. 6.18 Rezultate comparative ale variației presiunilor pentru diferite cantități de aer în stare liberă

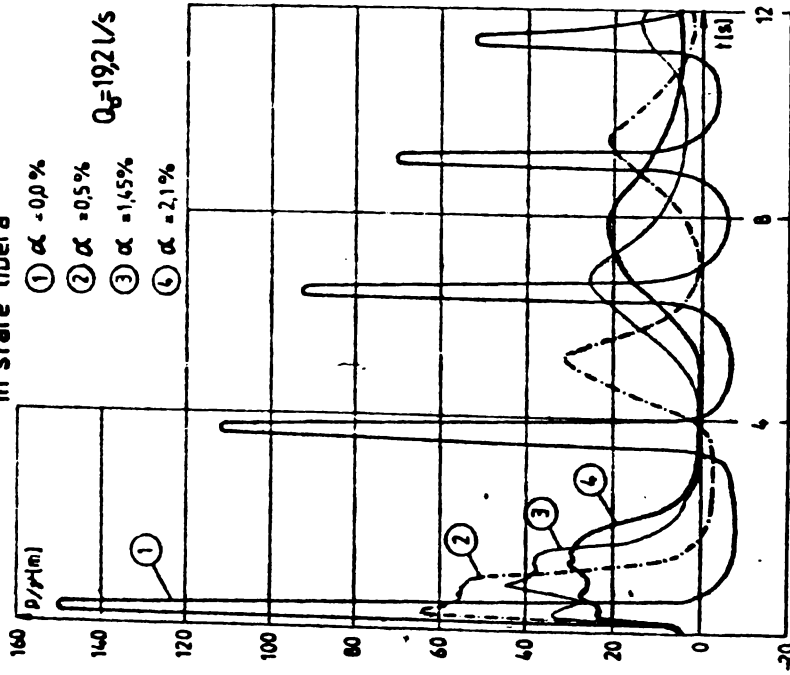


Fig.6.20 SCHEMA: REZERVOR-CONDUCTĂ-VANĂ DE CAPĂT  
(manevra vană)  
 $Q_0=9,421/s$

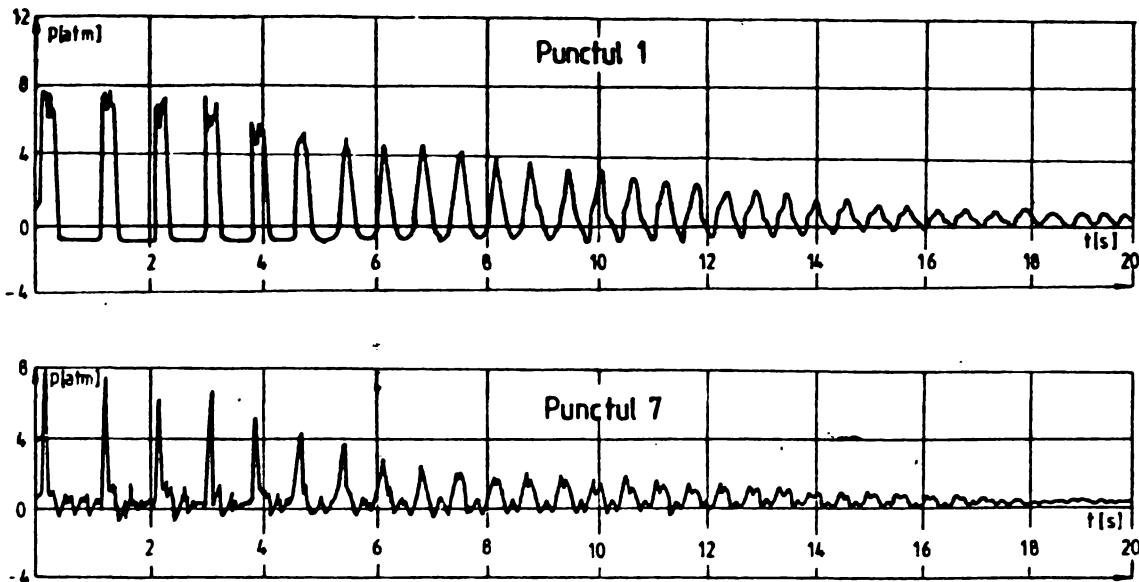
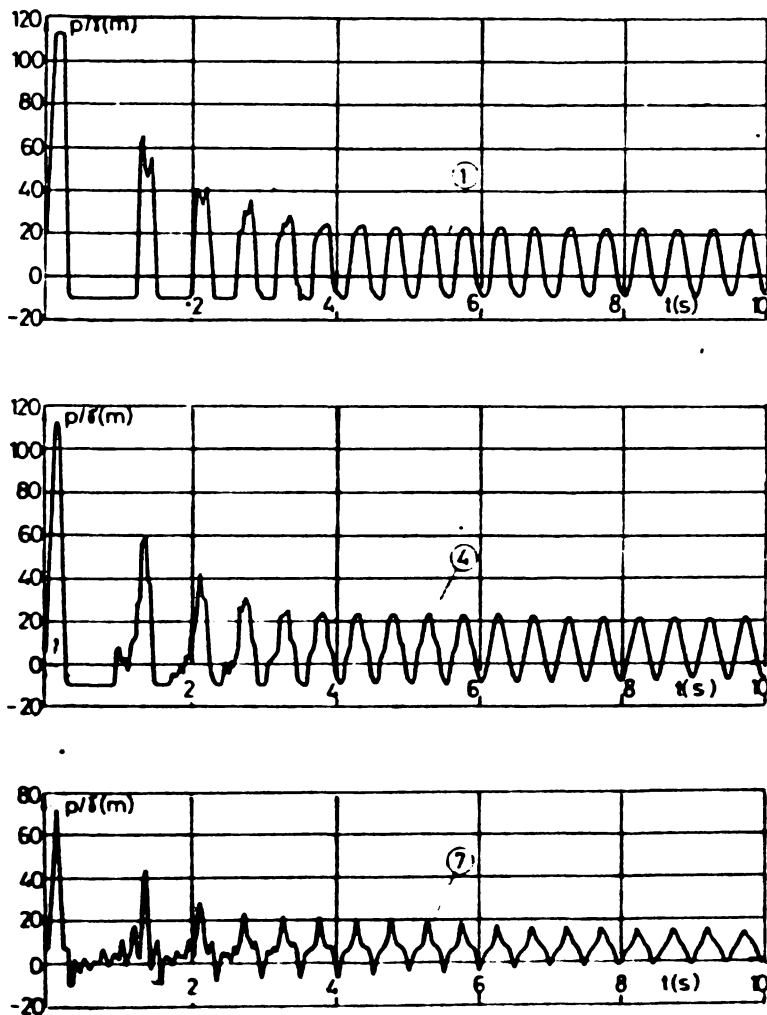


Fig. 6.21 Schema: rezervor - conductă - vană  
(manevră de vană)  
 $Q_0 = 9,421/s$



INSTITUTUL POLITEHNIC  
TIPOGRAFIA  
BIBLIOTECA CENTRALĂ

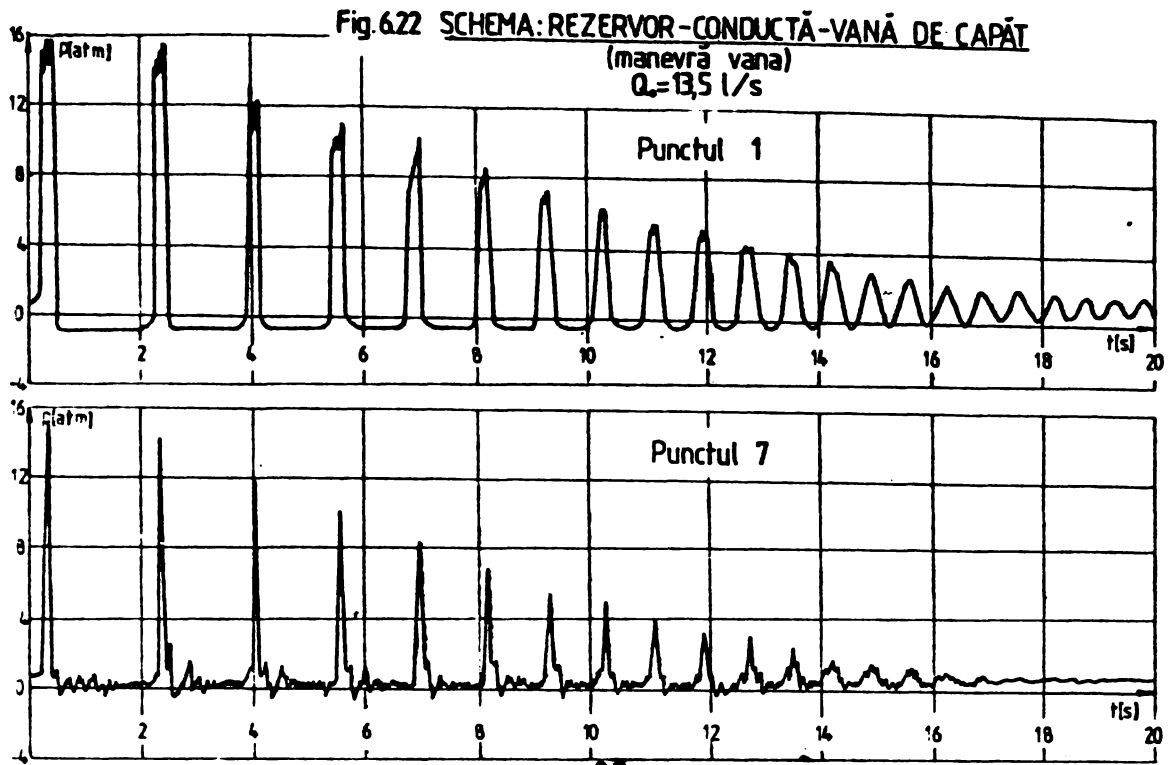


Fig. 6.23 Schema: rezervor-conductă-vană  
(manevră de vană)  
 $Q_0 = 13,5 \text{ l/s}$

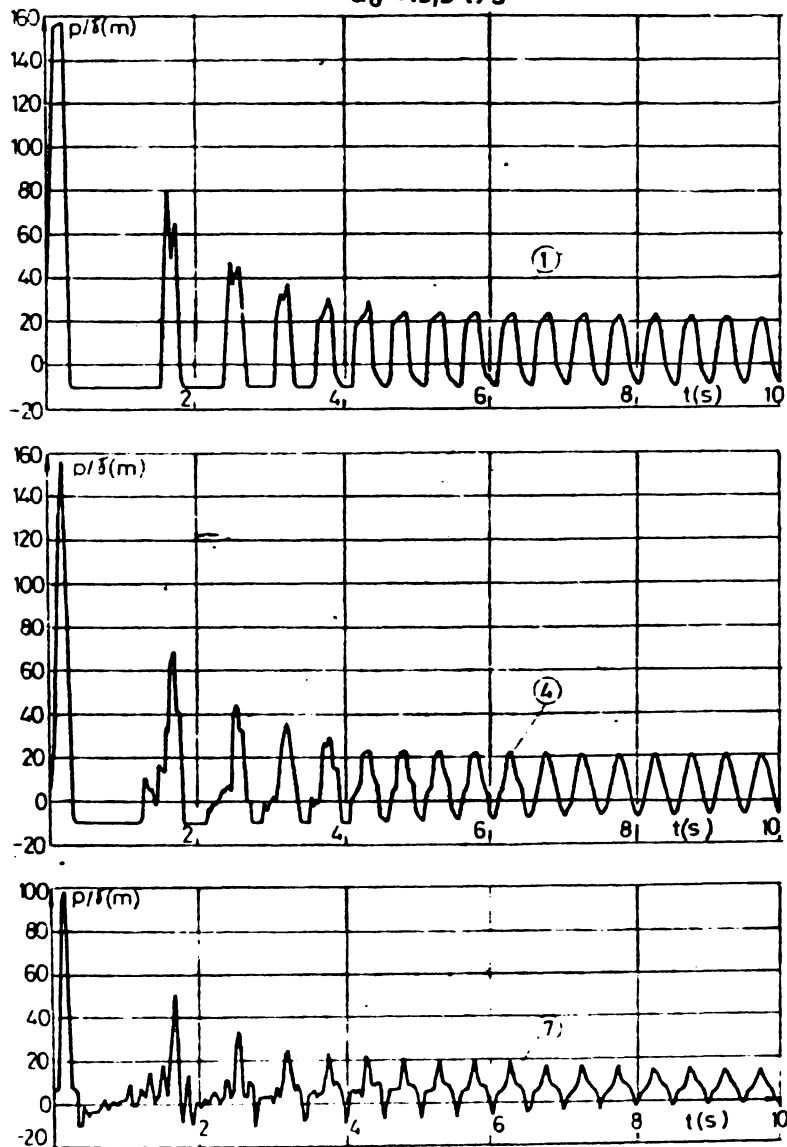


Fig.6.24 SCHEMA: REZERVOR-CONDUCTĂ-VANĂ DE CAPĂT (manevră vană)

$Q_0 = 16,4 \text{ l/s}$

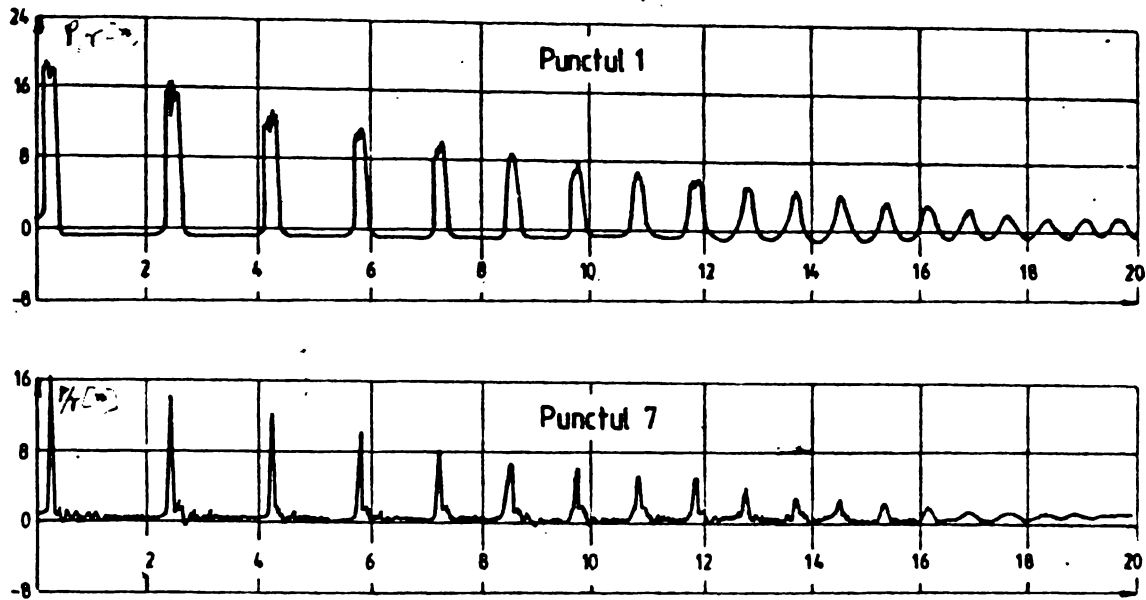
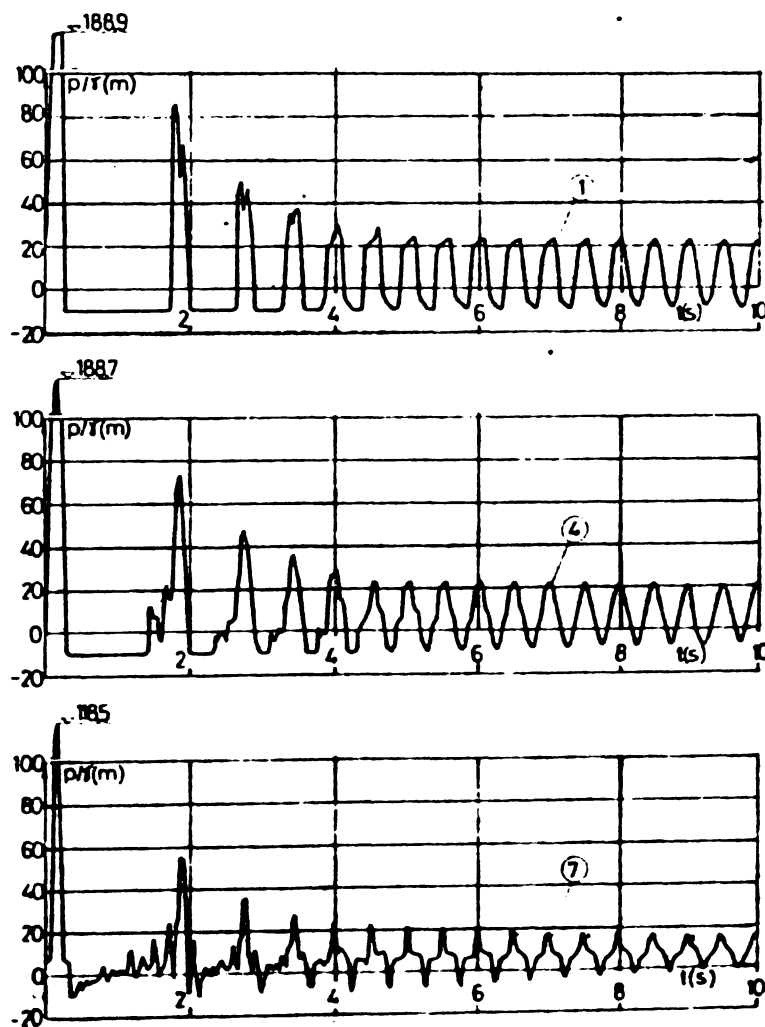


Fig. 6.25 Schema: rezervor-conductă-vană (manevră de vană)

$Q_0 = 16,4 \text{ l/s}$





ductă - lichid , cele datorită energiei termodinamice etc.

Pe varianta II de funcționare a instalației experimentale (fig.6.5), s-au efectuat măsurători de presiune la regimuri tranzitorii pentru mai multe debite de regim, atât în cazul curgerilor bifazice apă-aer cât și în cazul curgerilor monofazice.

Legile de închidere ale debitelor, pe această variantă de funcționare a instalației, au fost simulate cu ajutorul vanei cu închidere rapidă și prin cele date de caracteristicile inițiale ale ansamblului motor-pompă-lichid.

În fig.6.26 sînt prezentate în paralel, curbele de variație în timp a presiunilor în punctul 1, obținute prin calcule și măsurători la regimuri tranzitorii pentru curgeri bifazice apă-aer, la debitul de regim de 17,1 l/s, simulîndu-se a închidere instantanee a vanei. Pentru a ilustra influența cantității de aer în stare liberă asupra desfășurării mișcărilor nepermanente, în fig. 6.27 se prezintă comparativ curbele de variație în timp a presiunilor în punctul 1 , pentru mai multe valori ale lui  $\alpha$ , curbe obținute prin măsurători.

Pentru a scoate în evidență atât legea de închidere a debitului cât și a existenței aerului în stare gazoasă, în amestecul bifazic apă-aer, s-au efectuat măsurători cu și fără aer în conductă, admițînd o lege de închidere a debitului funcție de caracteristicile inerțiale ale ansamblului motor-pompă-lichid (fig. 6.28). Din analiza acestor rezultate se poate constata faptul că suprapresiunile în ambele variante analizate sînt mici. Efectul aerului liber se manifestă numai asupra perioadelor de oscilație ale presiunilor.

În cazul în care instalația experimentală este prevăzută cu rezervor cu pernă de aer de protecție, legea de închidere a vanei are o importanță mai mică asupra presiunilor extreme, așa după cum se poate constata din analiza rezultatelor prezentate în fig. 6.29 și 6.30.

Între aceste două variante prezentate în figurile menționate, mai sus, nu există diferențe substanțiale, care să justifice admiterea unei legi sau alteia de închidere a vanei, abstractie făcînd de variațiile de presiune produse de închiderea rapidă a vanei (fig.6.29).

Fig. 6.26 Rezultate comparative ale variației presiunii în punctul 1 pentru  $Q = 17,1 \text{ l/s}$ , la regimuri tranzitorii

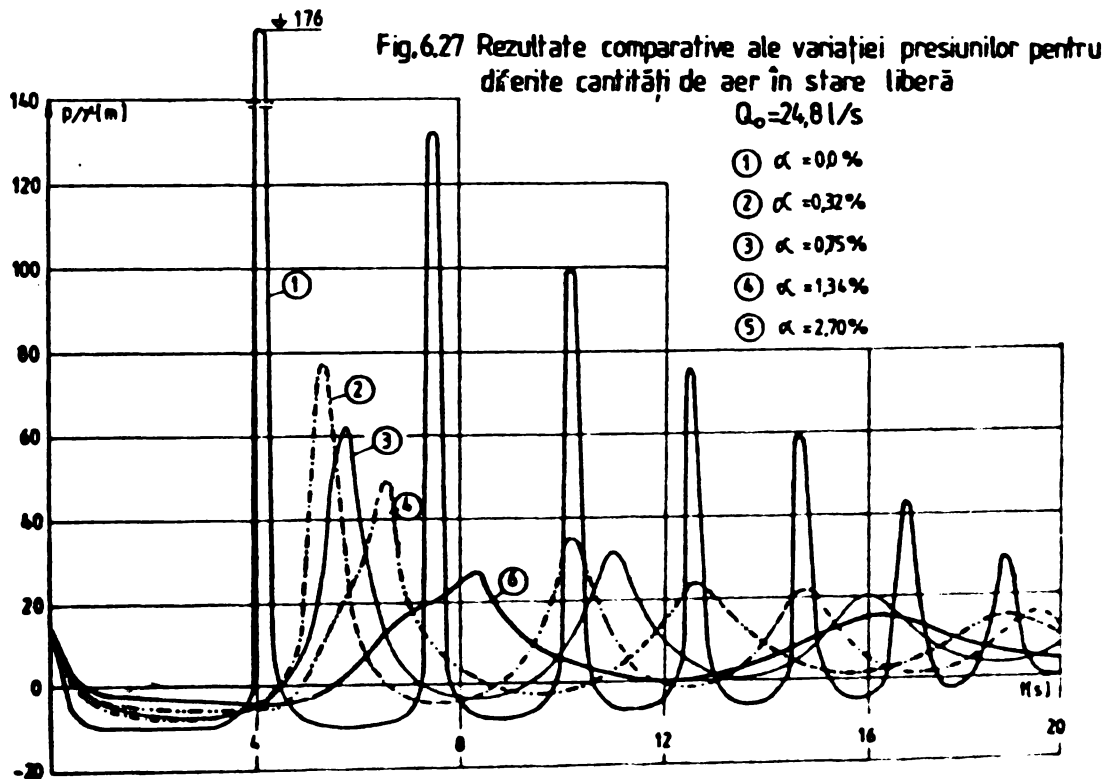
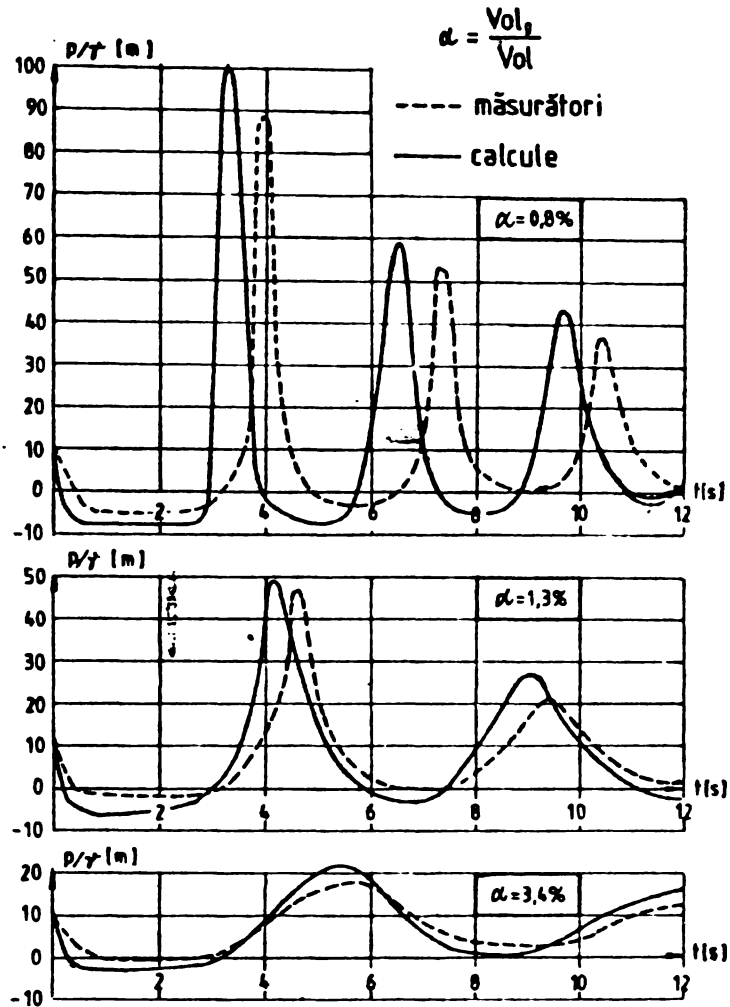


Fig.6.28 Măsurători de presiune pe instalația experimentală neprotejată

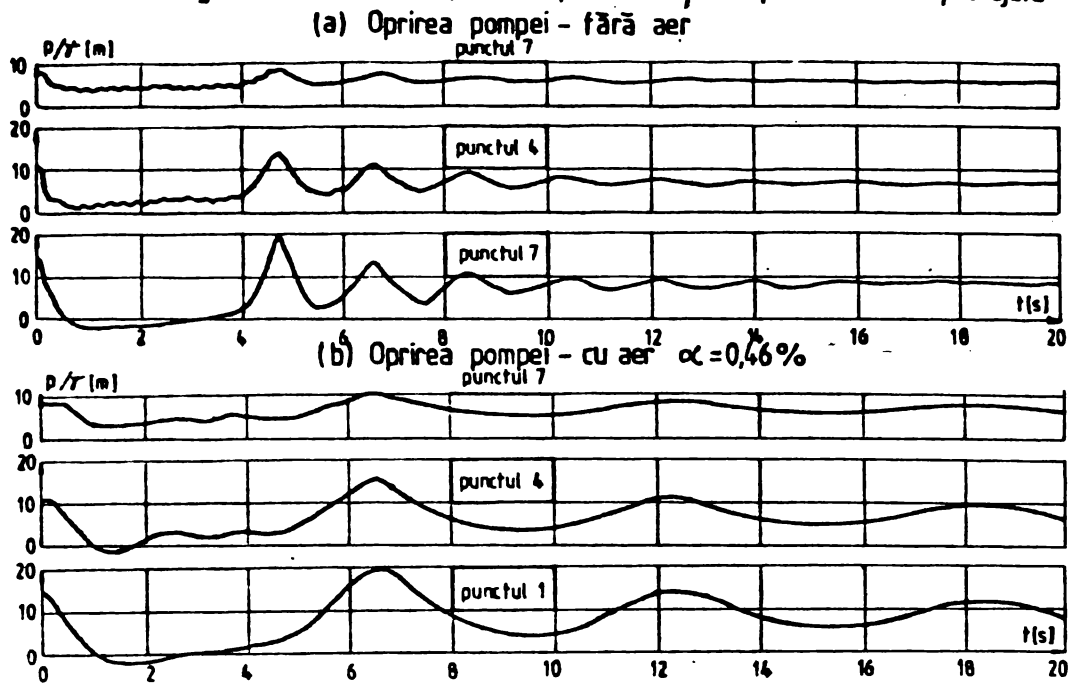


Fig.6.29 Măsurători de presiune efectuate pe instalația experimentală protejată cu rez. de aer

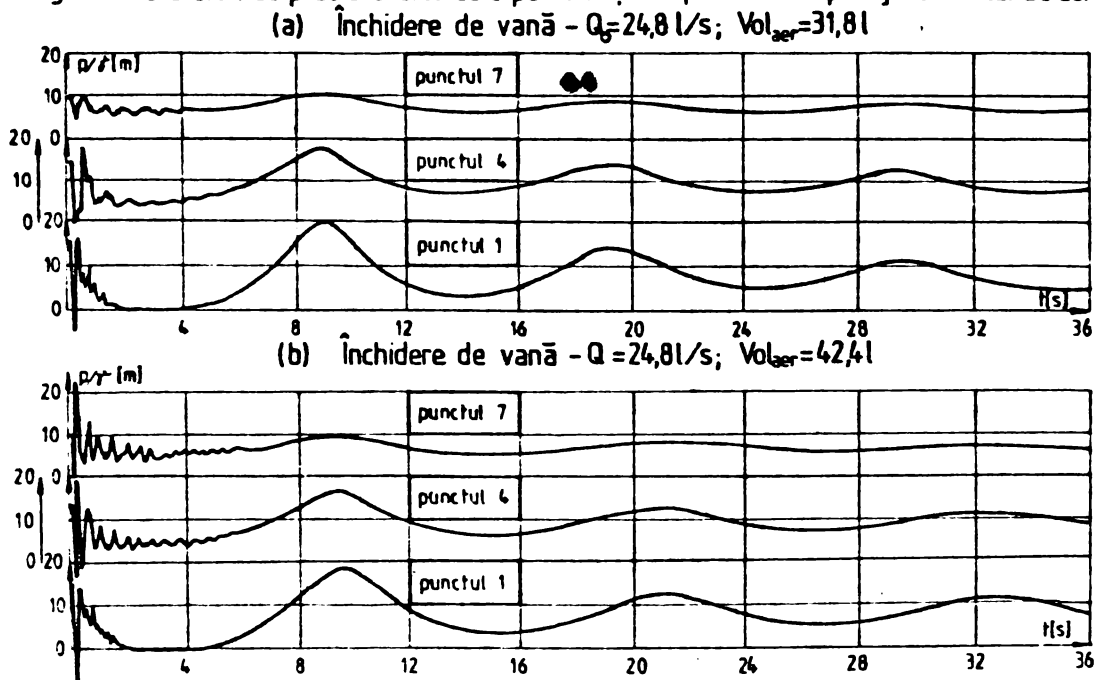


Fig.6.30 Măsurători de presiune pe instalația experimentală protejată cu rez. cu aer

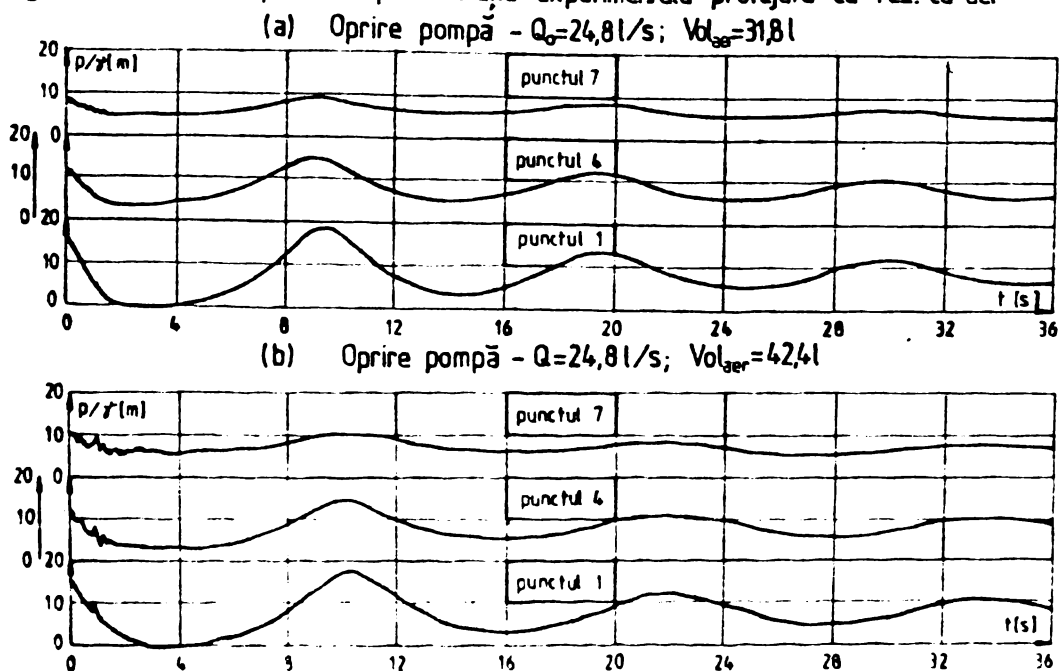


Fig. 6.31 SCHEMA: POMPĂ - CONDUCTĂ - REZERVOR (manevră vană)  
 $Q_0 = 13,5 \text{ l/s}$

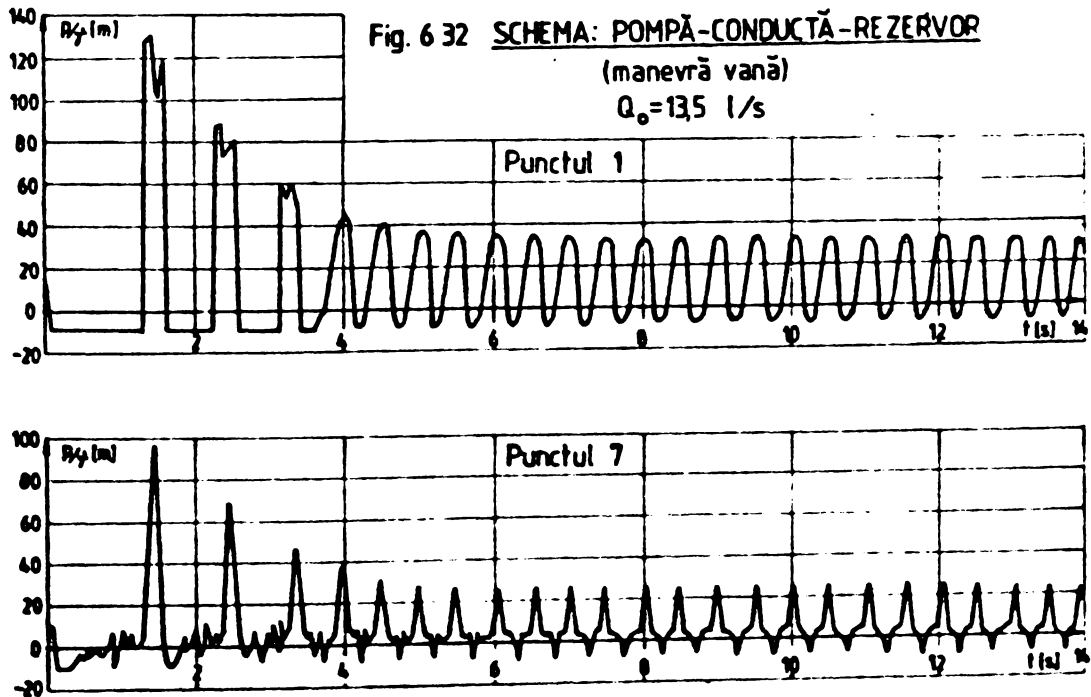
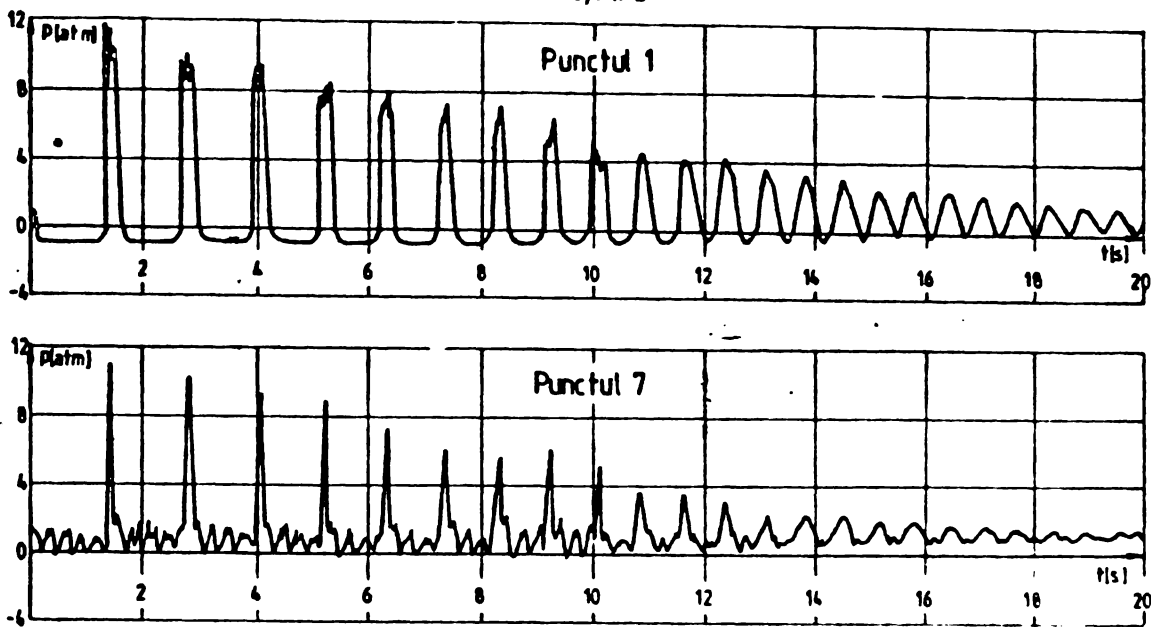


Fig. 6.33. SCHEMA: POMPĂ - CONDUCTĂ - REZERVOR (manevra vană)

$Q_0 = 17,1 \text{ l/s}$

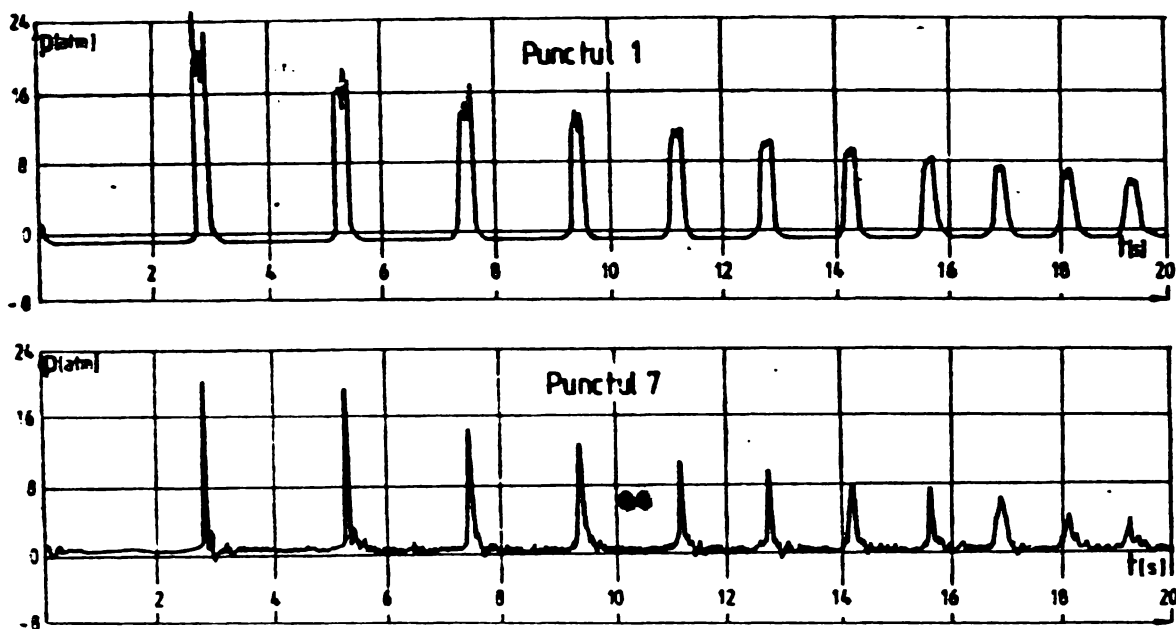
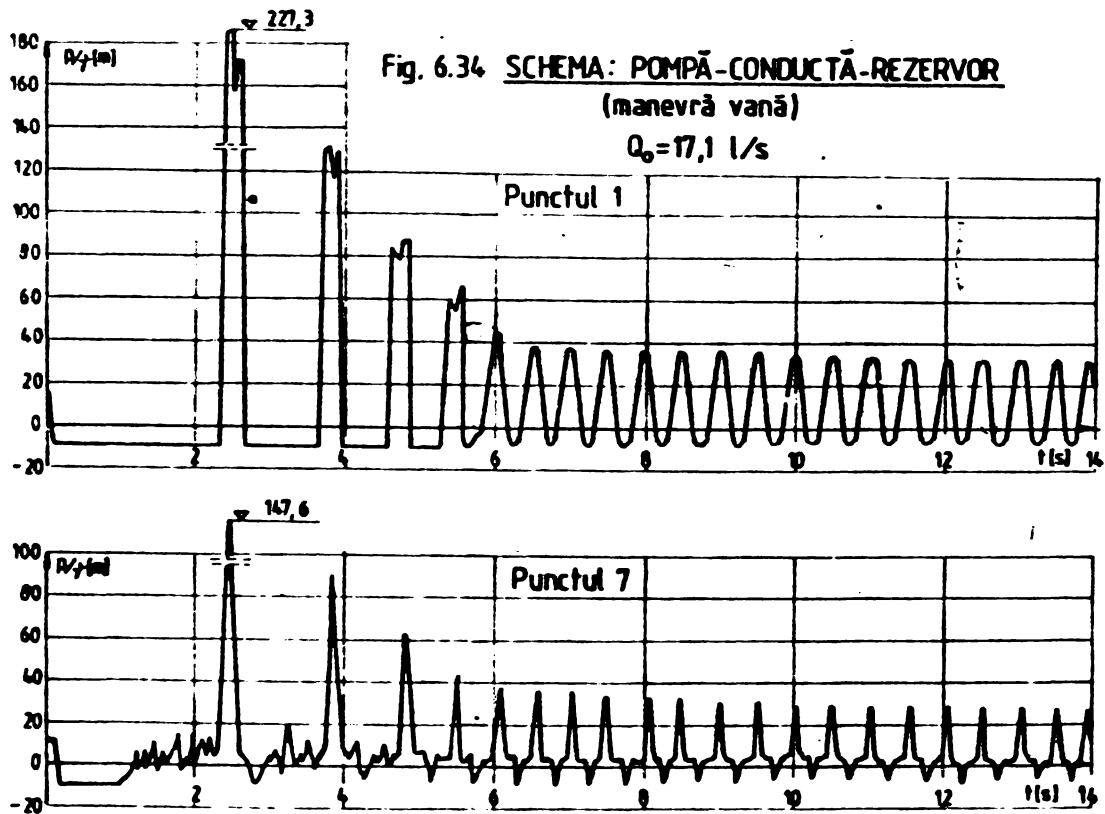


Fig. 6.34 SCHEMA: POMPĂ - CONDUCTĂ - REZERVOR

(manevră vană)

$Q_0 = 17,1 \text{ l/s}$



Din analiza rezultatelor prezentate în fig.6.28, 6.29 și 6.30 se poate constata faptul că în cazul mișcărilor lent variabile, legea de închidere a debitului are o influență mică asupra desfășurării mișcărilor nepermanente, care practic poate fi neglijabilă. Si în cazul curgerii bifazice, când datorită creșterii compresibilității amestecului bifazic, mișcarea nepermanentă poate să se găsească în domeniul mișcării lent variabile și deci legea de închidere a debitului nu are influență asupra desfășurării mișcării.

Pentru această variantă de funcționare a instalației experimentale (variante II), s-au efectuat măsurători de presiune la regimuri tranzitorii, considerînd apa fără aer în stare liberă, pentru două debite de regim de 13,5 l/s și 17,1 l/s, rezultatele fiind prezentate în fig.6.31 și 6.33.

Paralel cu aceste măsurători s-au efectuat și calcule care simulează mișcarea nepermanentă, pentru aceleași debite (fig.6.32 și 6.34).

Din analiza comparativă a acestor rezultate se poate scoate în evidență stît influența pe care o are fenomenul de cavitație asupra celerității, cît și faptul că valorile maxime ale presiunii obținute prin simularea pe calculator a mișcării, au fost mai mari decît cele obținute prin măsurători.

Si în cazul acestei variante de funcționare a instalației la regimuri tranzitorii, se pot sublinia aceleași concluzii ca și pentru varianta I, cu deosebirea că în cazul curgerii monofazice, perioadele de cavitație obținute prin măsurători, sînt mult mai mari decît cele obținute prin calcule.

#### 6.3.4. Concluzii asupra rezultatelor teoretice și experimentale obținute

Din analiza rezultatelor obținute pe bază de calcule, privind studiul mișcărilor nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune la curgeri bifazice apă-aer, se pot sublinia unele aspecte legate de desfășurarea regimurilor tranzitorii la aceste curgeri, de valabilitatea și acuratețea modelului de calcul elaborat, sublinieri svînd la bază rezultatele măsurătorilor de presiune obținute pe instalație experimentală.

In urma analizei rezultatelor comparative prezentate în fig.6.10 , 6.12, 6.14 și 6.16, rezultate obținute pentru

variante I de funcționare a instalației, se pot trage unele concluzii și anume :

- concordanța bună între măsurători și calcule atât în ceea ce privește valorile extreme ale presiunilor, cât și sub aspectul perioadelor de oscilație a mișcării nepermanente, mai ales pentru valori ale fazei gazoase a aerului,  $\alpha$ , mai mari de 0,5 %;

- amortizarea mișcării în timp este mai pronunțată în cazul curgerii bifazice, decât în cazul în care se consideră apă fără aer în stare gazoasă;

- datorită existenței aerului în stare liberă, celeritatea scade foarte mult, în proporție de  $1/3 \div 1/10$  din celeritatea dată de relația clasică a lui Jukovski, ceea ce duce la schimbarea caracterului mișcării, din mișcare rapid variabilă în mișcare lent variabilă;

- aspectul cel mai important, din punct de vedere practic, fiind reducerea pe care o are prezența aerului în stare liberă asupra presiunilor maxime și minime și deci asupra presiunii lor mari și a fenomenului de cavitație.

În cazul în care se consideră o curgere fără existența aerului în stare liberă, apar diferențe mari între măsurători și calcule atât în ceea ce privește valorile extreme ale presiunilor, a perioadelor de oscilație, dar mai ales sub aspectul amortizării fenomenului, care după primele perioade de oscilație ale presiunii, fenomenul practic nu se mai amortizează. Aceste aspecte rezultă din analiza rezultatelor prezentate în fig.6.20 ÷ 6.25, care prezintă comparativ rezultatele obținute prin măsurători și prin calcule.

Așa cum s-a subliniat mai sus, aspectul mișcărilor nepermanente sînt bine redată în calcule în cazul regimurilor tranzitorii la curgeri bifazice apă-aer, pentru valori ale fracțiunii fazei gazoase a aerului,  $\alpha$ , mai mari de 0,5 %, după cum se poate constata din analiza rezultatelor experimentale și pe bază de calcule prezentate în fig.6.10 ÷ 6.18. Plecînd de la faptul că perioada de oscilație a mișcării nepermanente la curgeri bifazice apă-aer, pentru  $\alpha$  mai mare de 0,5%, este mai mare decât 5 ori perioada de oscilație a mișcării nepermanente rapid variabilă,  $T_R$ , mișcarea în astfel de situații se poate considera în domeniul mișcărilor lent variabile.

Efectul amortizării mișcării nepermanente lent variabile, este mult mai mare decât în cadrul mișcării rapid variabile. Aceasta, se datorește faptului că termenul care ține seama de pierderile de sarcină din ecuația de mișcare, este funcție de debitul masic, care în cazul mișcării rapid variabile este neglijabil după primele perioade de oscilație ale presiunii, față de cazul mișcării lent variabile, fapt ce duce la amortizarea în timp a mișcării.

Aspectul amortizării mișcării nepermanente rapid variabilă este în atenția cercetătorilor din domeniu atât la noi în țară cât și în străinătate. Se are în vedere, că pe lângă forțele de amortizare determinate de frecarea de la peretele conductei ( $\delta_0 \Pi D dx$ ) și alte categorii de forțe care sînt: forțele de amortizare de tip elastic, forțe hidroelastice ale ansamblului apă-conductă, forțe datorită energiei termodinamice care apar la stingerea presiunii de cavitație și care fac obiectul unor lucrări prezente în literatura de specialitate din domeniu.

Intr-o primă etapă de analiză a mișcării nepermanente la curgeri bifazice apă-aer, cu valori mici ale fracțiunii fazei gazoase,  $\alpha$ , sub 0,5% s-au putut constata aceleași aspecte de neamortizare a mișcării subliniat și la curgerea monofazică și în special după primele perioade de oscilație ale fenomenului, cînd simularea numerică a mișcării nepermanente nu mai duce la amortizare, subliniere făcută și de alți cercetători în lucrările /48/, /81/, /85/.

Analizînd perioadele de oscilație ale mișcărilor nepermanente la curgeri bifazice apă-aer, pentru  $\alpha < 0,5\%$  se constată că perioadele de oscilație sînt sub cinci perioade de mișcare relativ variabilă  $T_R$  ( $T < 5 T_R$ ) și deci mișcarea se consideră în domeniul mișcărilor nepermanente rapid variabile, dacă nu se admite un domeniu de tranziție de la mișcarea rapid variabilă la mișcarea lent variabilă.

În cazul variantelor analizate pe schema II de funcționare a instalației experimentale, zonele de cavitație în cadrul măsurătorilor efectuate (fig.6.31 și 6.33) sînt mai mari față de cele calculate în special cînd în apă există cantități mici de aer în stare gazoasă.



Analizînd influența pe care o are aerul în stare liberă asupra desfășurării mișcărilor nepermanente în cazul unei legi de închidere lentă a debitului, cînd nu apar presiuni extreme mari, se manifestă mai ales asupra perioadelor de oscilație ale variației presiunilor, care sînt mult mai mari decît în cazul lipsei aerului în stare liberă, (fig.6.28).

Legea de închidere a debitului are o importanță mai mică atunci cînd sistemul sub presiune este prevăzut cu mijloace de protecție contra fenomenului de lovitură de berbec, mijloace ce schimbă caracterul mișcării din rapid în lent variabil, așa cum se poate constata din analiza figurilor 6.29 și 6.30 și deci și în cazul cînd în apă există aer în stare liberă în cantități ce depășesc 0,5% din volumul total al conductei, cantități raportate la presiunea atmosferică.



## CAP.7. CONSIDERAZII FINALE SI LIMITELE

### TEZKI

#### 7.1. Asupra efectelor pe care le are prezenta aerului în sistemele hidraulice sub presiune

Aşa cum s-a arătat în cuprinsul lucrării, existența aerului în stare liberă în sistemele hidraulice sub presiune, are influență asupra desfășurării regimurilor tranzitorii. În anumite situații, această influență poate fi folosită în reducerea sau chiar eliminarea efectelor negative ale fenomenului de lovitură de berbec.

Având în vedere că prezența aerului în stare liberă în sistemele sub presiune mărește elasticitatea amestecului bifazic apă-aer și implicit are influență asupra celerității în acest amestec, rezultă că poate fi folosit la stenuarea fenomenului de lovitură de berbec, cu efect direct asupra costului investiției și a siguranței în exploatarea sistemului hidraulic sub presiune respectiv.

După cum este cunoscut, pentru prevenirea efectelor negative ale fenomenului de lovitură de berbec, sistemele hidraulice sub presiune sînt prevăzute cu dispozitive și instalații de protecție. Aceste dispozitive și instalații au rolul de a elimina total sau parțial efectele negative care apar la regimul tranzitorii, prin reducerea presiunilor extreme sub limite impuse.

Dispozitive ca: supape de suprapresiune, supape de aerare sau de aerare -dezareare, au rolul de a reduce fie suprapresiunile maxime, fie presiunile minime negative. De asemenea, instalații de tipul rezervoarelor cu pernă de aer, sau a castelelor de echilibru pot elimina total sau parțial atât suprapresiunile cît și presiunile minime negative. Instalații de protecție de acest tip necesită însă costuri de investiții ridicate și o exploatare corespunzătoare, mai ales a rezervoarelor cu pernă de aer, cînd trebuie să funcționeze cu un volum de aer minim necesar.

Aceste instalații pot fi eliminate sau reduse ca dimensiuni, dacă se admite introducerea de aer în stare liberă în conductele sub presiune în momentul de început al unui regim tranzitoriu, obținându-se aceleași efecte de atenuare sau eliminare a fenomenului de lovitură de berbec.

Introducerea aerului în conductele sub presiune se poate realiza, fie cu ajutorul unor supape de aerare, care permit accesul aerului în conductă la atingerea presiunilor negative, fie prin intermediul unor rezervoare cu pernă de aer de dimensiuni mai mici, care sînt prevăzute cu supape de aerare și care intră în funcțiune odată cu declanșarea regimului tranzitoriu. Aerul mai poate fi introdus în conductă prin pompări, sau prin prevederea unor ștuțuri pe aspirațiile pompelor, în cazul instalațiilor de pompare cu aspirațiile în sifon.

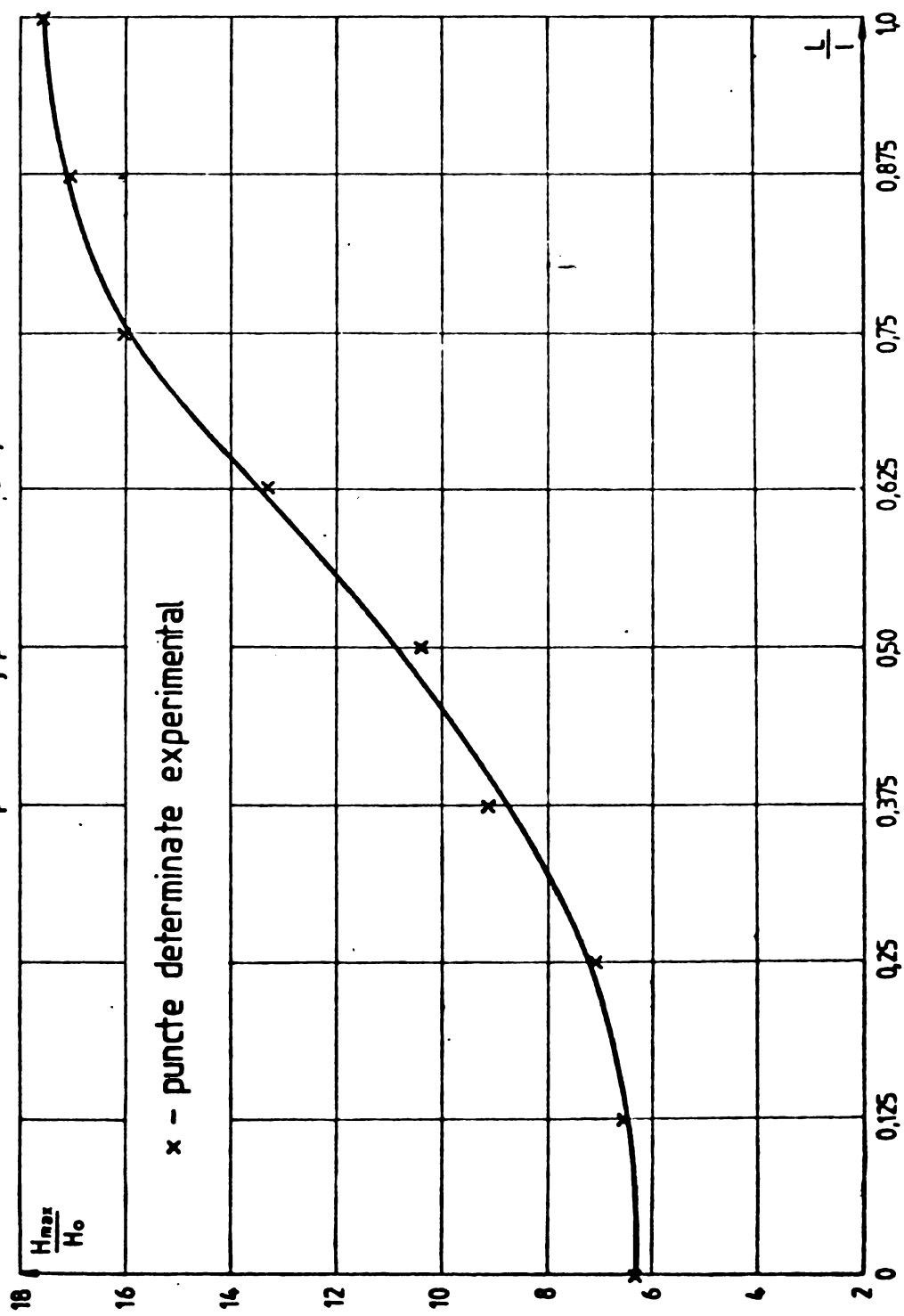
Domeniul de aplicare a soluțiilor de introducere a aerului în conductele sub presiune pentru eliminarea efectelor negative, care apar la regimuri tranzitorii, se limitează la instalațiile sub presiune cum sînt: instalațiile de pompare pentru irigații, alimentări cu apă și alte instalații unde există posibilitatea atingerii unor presiuni mici și unde prezența aerului nu perturbă buna funcționare a instalației respective.

Dispozitive de introducere a aerului în conducte trebuie astfel dimensionate, încît să asigure un debit, sau un volum de aer, care să determine eliminarea efectelor negative (a presiunilor maxime și minime negative) ce ar putea să apară la regimuri tranzitorii. În general, aceste dispozitive trebuie să asigure un debit de aer, care să determine schimbarea caracterului mișcării din rapid în lent variabil și așa cum s-a arătat în capitolele 5 și 6, trebuie să reprezinte cel puțin 0,5% din volumul total al conductei.

Debitul de aer necesar pentru eliminarea efectelor negative ce apar în absența mijloacelor de protecție, trebuie determinat prin încercări, prin simularea pe cale numerică a regimurilor tranzitorii, astfel încît să existe garanția că valorile extreme ale presiunilor sînt între limite acceptabile.

Se poate constata că limitele între care se poate să varieze cantitățile de aer în stare liberă, în care să fie satisfăcută soluția de protecție a instalației contra loviturii

Fig. 7.1 Influenta zonei de curgere bifazică asupra presiunii maxime din punctul 1, pentru  $\alpha_{\text{ini}} = 1,3\%$



de berbec, sînt 0,5% și 2%.

Si în cadrul introducerii aerului pe o anumită zonă din lungul conductei, trebuie să se respecte condiția ca volumul de aer introdus să reprezinte cel puțin 0,5% din volumul total al conductei, pentru a determina schimbarea caracterului mișcării în lent variabil, cu condiția ca această zonă să fie în apropierea organului perturbator.

În figura 7.1. se prezintă influența, pe care o are aerul introdus în conductă pe anumite zone, asupra desfășurării mișcării nepermanente în varianta II de funcționare a instalației experimentale. Rezultatele sînt obținute pe bază de măsurători. De menționat este faptul că fracțiunea fazei gazoase a aerului este raportată numai pentru zona conductei cu regim bifazic.

## 7.2. Aplicații practice ale introducerii aerului în stare liberă în instalațiile hidraulice sub presiune

Introducerea aerului în stare liberă în conductele hidraulice sub presiune, cu scopul de a reduce sau elimina efectele negative ale fenomenului de lovitură de berbec, a început să fie aplicată mai ales în ultimul timp, la stațiile de pompare pentru irigații.

Primele aplicații ale protecției instalațiilor de pompare cu introducerea de aer în conductele de refulare, la noi în țară, se consideră cele inițiate de Institutul de Construcții București, de către un colectiv condus de profesorul D.Cioc, de la catedra de hidrotehnică, la stația de pompare Celei și de către Institutul de Studii și Proiectări pentru Îmbunătățiri Funciare (ISPIF) București, la stațiile de pompare S.P. Tătaru, județul Constanța și S.P. Beibugeac-Serinasuf, județul Tulcea.

Pentru stația de pompare Celei ale cărei caracteristici geometrice și hidraulice sînt prezentate în fig.7.2., s-au prevăzut pentru fiecare fir de refulare sînt două rezervoare cu pernă de aer de dimensiuni mai mici decît sînt necesare pentru protecția la lovitură de berbec, în condițiile funcționării fără introducerea aerului în conductă. Rezervorul din secțiunea A, permite ca după golirea de apă să intre aer în conductă prin intermediul supapelor montate pe acesta. Astfel că în conductă, în timpul

Fig. 7.2 Schema statiei de pompare CELEI

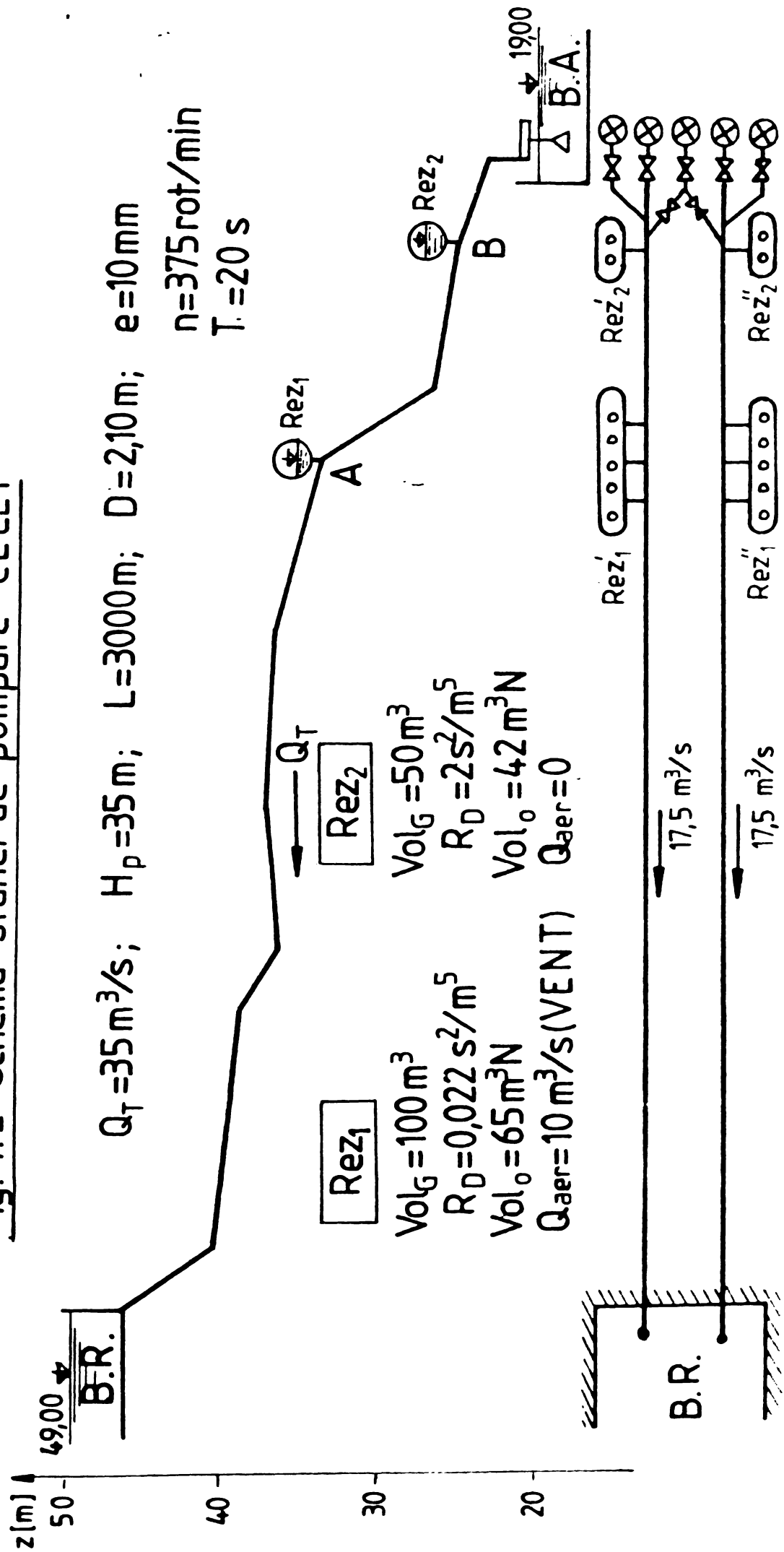
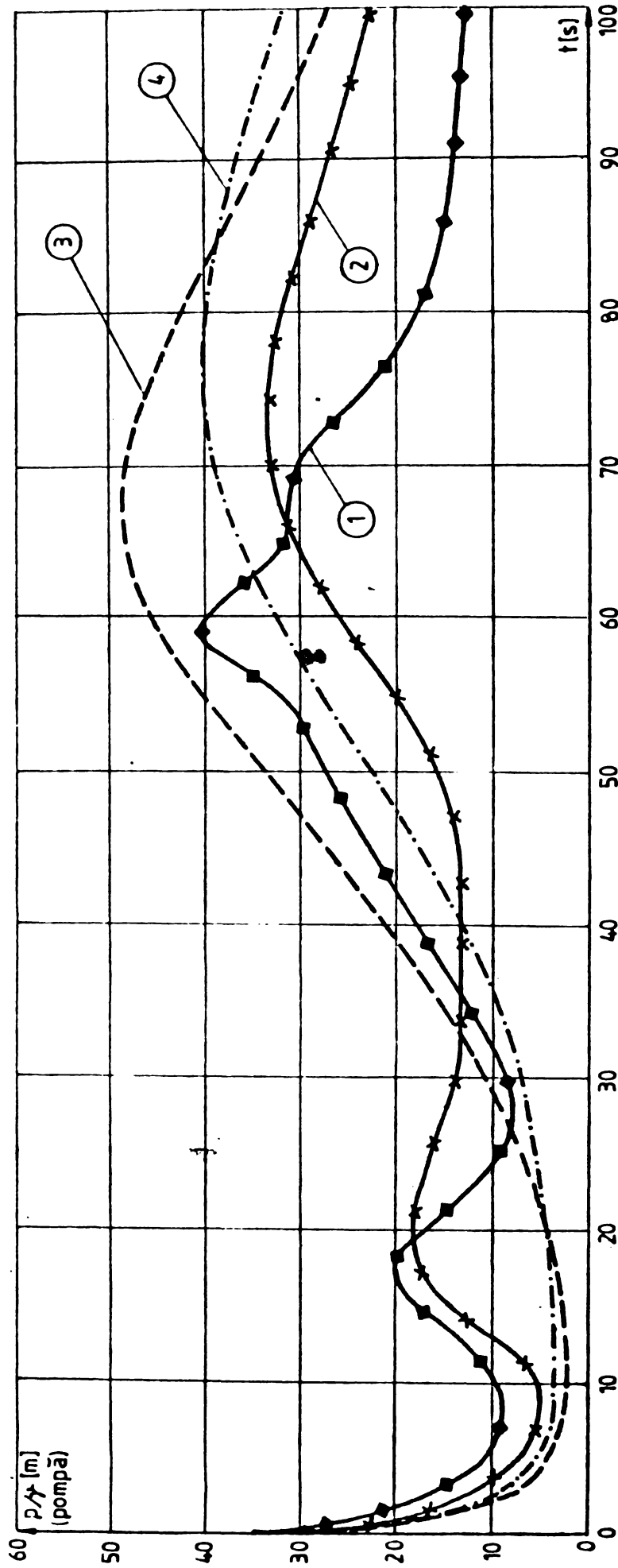


Fig. 7.3 Variația în timp a presiunii tranzitorii în secțiunea pompei, la stația de pompare Celei

- ① - măsurători fără rez. din secțiunea B;
- ② - măsurători cu rez. din secțiunea B;
- ③ - calcule fără rez. din secțiunea B.
- ④ - calcule cu rez. din secțiunea B.



regimurilor tranzitorii, există o anumită cantitate de aer, care poate fi distribuită în lungul conductei pe o zonă mai mică sau mai mare, funcție de volumul de aer introdus în conductă la un moment dat. Volumul de aer introdus în conductă poate fi destul de mare, de pînă la  $240 \text{ m}^3$ , depinzînd de numărul de pompe în funcțiune și care raportat la volumul total al conductei poate reprezenta maxim 2,4%.

În această situație de funcționare a rezervorului din secțiunea A, s-au efectuat măsurători de presiune cu și fără rezervorul din secțiunea B. Rezultatele măsurătorilor sînt prezentate în fig.7.3.

Autorii au elaborat un model de calcul, care ține seama de existența aerului în stare liberă în conducta subpresiune, introdus prin intermediul rezervorului cu pernă de aer cu funcționare complexă. Aerul din conductă s-a considerat concentrat într-o singură secțiune de calcul sub formă unui rezervor fictiv, a cărui rezistență hidraulică și ia fictivă, care ține seama de fapt de risipirea energiei din conductă, s-a determinat prin încercări. Rezultatele și concluziile cercetărilor sînt surprinse în [18] și sumar în fig.7.3.

Plecînd de la considerațiile autorilor, pe baza modelului de calcul prezentat în lucrarea de față, s-au efectuat calcule pentru această instalație, care consideră că aerul se repartizează pe zone conductei de refulare cuprinsă între secțiunea A, secțiunea cu rezervorul cu funcționare complexă și bezinul de refulare. Această distribuție a aerului nu s-a considerat uniformă în lungul zonei respective, fiind mai mare în zone rezervorului și scăzînd către bezinul de refulare. Rezultatele calculelor sînt prezentate comparativ în fig.7.3.

La stația de pompare Tătaru, ale cărei caracteristici geometrice și hidraulice sînt prezentate în fig.7.4, s-au prevăzut pe traseul conductei de refulare cîte două supape de serare în trei secțiuni (foto 7 și 8).

Aceste supape au rolul de a asigura introducerea aerului în conductă în timpul regimurilor tranzitorii, cînd se ating presiuni minime, sub presiunea atmosferică. Supapele au fost astfel proiectate ca ele să intre în funcțiune la stingeres presiunilor în conductă de minus 2 m.c.s.



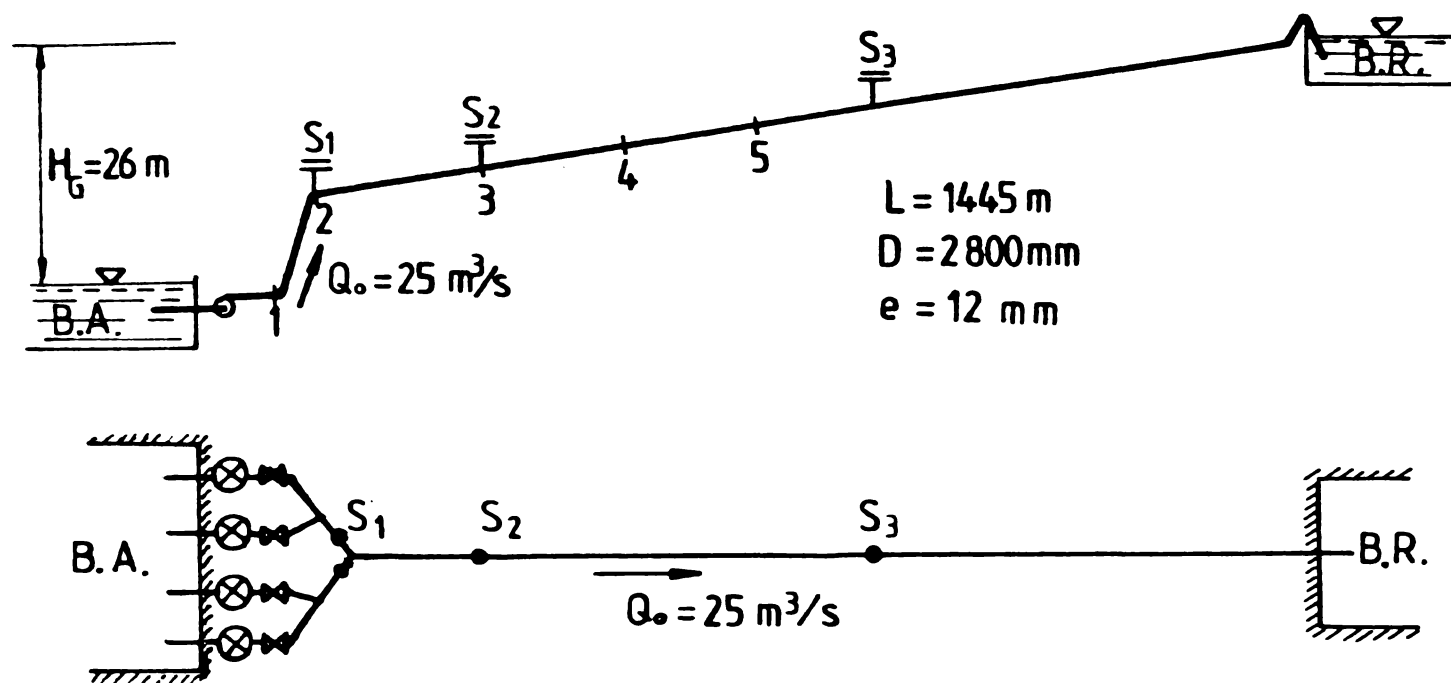


Fig. 7.4 Schema stației de pompare  
Tătaru

Datorită inerției pe care o au aceste supape, cât și a faptului că au fost prevăzute să intre în funcțiune la presiuni mai mici de  $-2$  m.c.a., în timpul efectuării măsurătorilor, măsurători ce sînt prezentate detaliat în lucrarea [63], s-au obținut presiuni negative de pînă la  $-6$  m.c.a., în varianta de oprire a trei pompe, din patru cu cît este dotată stația de pompare.

Trebuie avut în vedere că la dimensionarea supapelor nu s-a dispus de date necesare pentru asigurarea unui volum de aer ce trebuia introdus în conductă, volum necesar pentru eliminarea completă a efectelor negative ale fenomenului de lovitură de berbec, urmărindu-se numai reducerea presiunilor negative.

S-au efectuat măsurători de presiune cu înregistrare continuă, cu aparatură de tipul celei prezentate în capitolul 6 al prezentei lucrări, cu oprirea unei pompe, a două pompe și a trei pompe. Rezultatele parțiale ale acestor măsurători, sînt prezentate în fig. 7.5. Din analize acestor măsurători rezultă că presiunile maxime nu s-au obținut în cazul opririi simultane a trei pompe, cum era de așteptat, ci în cazul opririi unei singure pompe. Explicația acestui fenomen nu a putut fi dată decît atunci cînd s-a putut cunoaște influența pe care o are aerul în stare liberă asupra desfășurării mișcărilor tranzitorii din conducte.

Avînd în vedere că în cazul opririi unei pompe, supapele

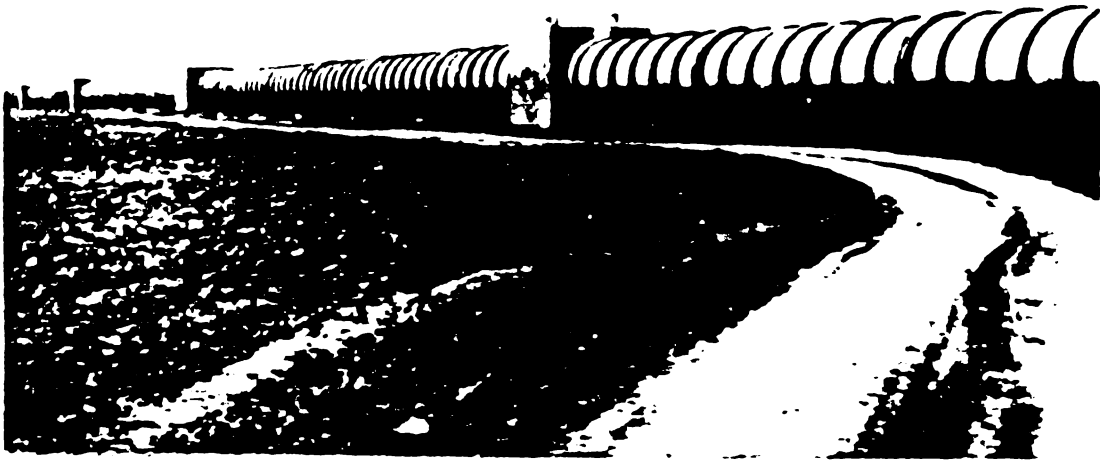
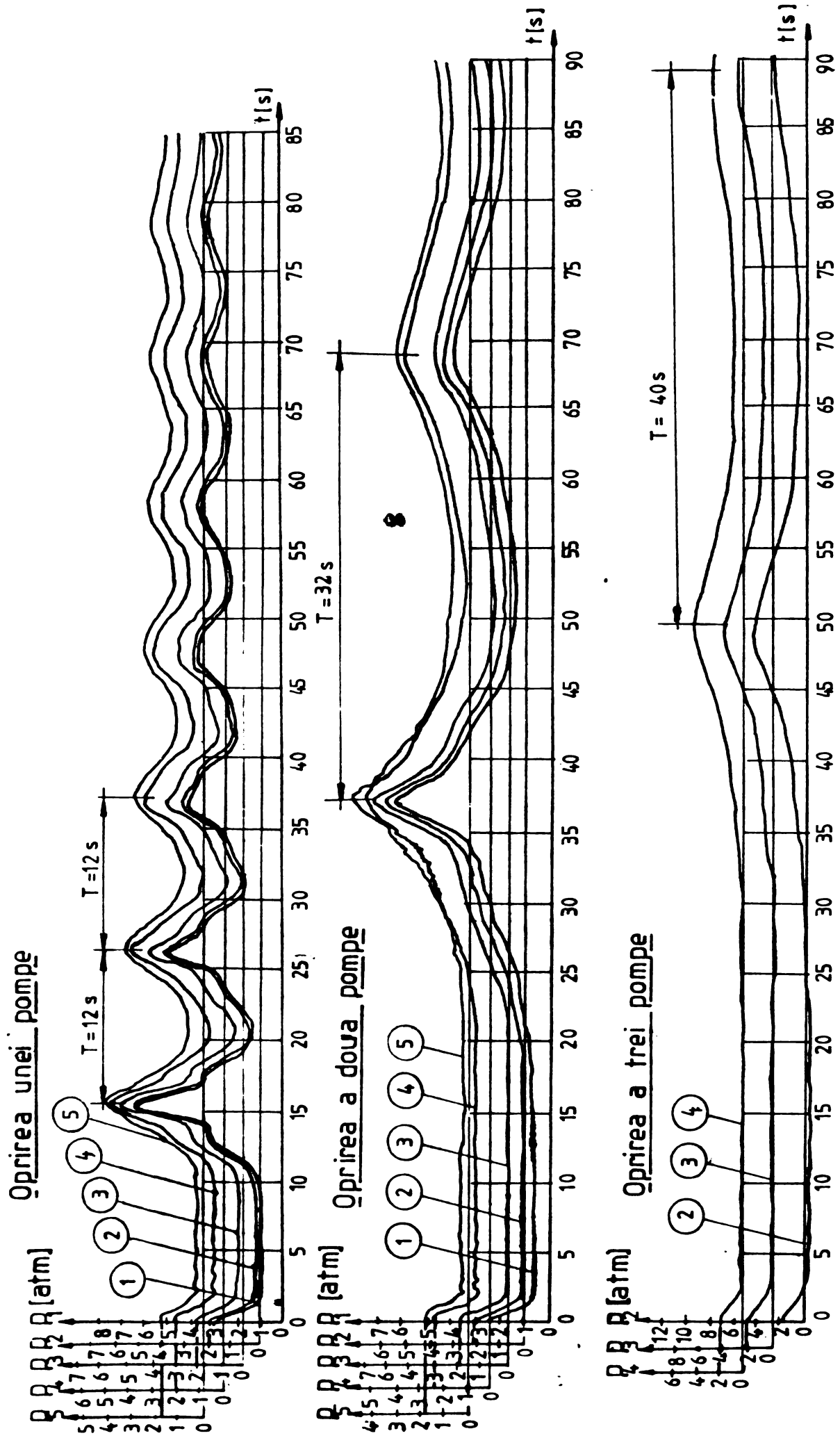


Foto 7



Foto 8

Fig. 7.5 Măsurători de presiune efectuate la S P Tătaru



au funcționat un timp mai scurt și cu o deschidere mai mică, față de cazul opririi a două sau trei pompe, permițând introducerea unei cantități de aer mică. Ținând seama de definierea fracțiunii fazei gazoase a aerului, rezultă că această cantitate este mai mică în cazul opririi unei singure pompe față de cazul opririi a trei pompe. Dacă se compară perioadele de oscilație ale mișcărilor nepermanente obținute prin calcule în absența aerului ( $4 L/c = 7,18$  s), cu perioadele mișcărilor obținute prin măsurători rezultă că în cazul opririi unei pompe, raportul dintre perioada mișcării obținută prin calcule și cele obținute prin măsurători este mai mare de 0,5 (0,59), în timp ce în cazul opririi a trei pompe este sub 0,2 (0,178).

Cu aceste considerații și ținând seama de rezultatele prezentate în figurile 4.3, și 4.4, precum și a celor din figurile 6.10÷6.18 și 6.28 ÷ 6.30 se pot trage unele concluzii și anume:

- la oprirea simultană a trei pompe, presiunile negative sînt mai mari, ajungînd pînă la -6 m.c.s., fapt ce a determinat introducerea unei cantități mai mari de aer în conductă și totodată la reducerea celebrității și implicit asupra presiunilor;

- mișcarea nepermanentă în cazul opririi unei pompe se încadrează în domeniul mișcărilor rapid variabile ( $T = 12$  s  $<$   $5 T_R = 35,90$  s), în timp ce în cazul opririi simultane a trei pompe se încadrează în domeniul mișcărilor lent variabile ( $T = 40$  s  $>$   $5 T_R = 35,90$  s).

Din analiza acestor cercetări, prezentate pentru două stații de pompare, stații ce fac parte din categoria instalațiilor de pompare foarte mari, se pot trage unele concluzii cu privire la folosirea aerului în stare liberă pentru stenuarea sau eliminarea efectelor negative ale fenomenului de lovitură de berbec. În cazul instalațiilor de pompare, la care profilul longitudinal al conductelor de refulare, nu prezintă posibilități de acumulare a aerului sub formă de pungi, care prin eliminare rapidă (necontrolată) a acestora pot să provoace apariția de fenomene rapid variabile, poate fi folosită introducerea de aer în conductă în timpul regimurilor tranzitorii, pentru reducerea atât a suprapresiunilor cât și a presiunilor negative. Prin acest procedeu se pot elimina total sau parțial instalațiile de protecție contra loviturii de

berbec de tipul rezervoarelor cu pernă de aer sau al castelelor de echilibru, care în general ridică costul construcției.

### 7. 3. Caracterul de noutate al tezei

Alegerea subiectului de cercetare legat de efectele aerului în stare liberă din sistemele hidraulice sub presiune, asupra desfășurării mișcărilor nepermanente, a fost determinat de unele constatări făcute pe diverse instalații de laborator și la scară naturală cât și din necesități practice.

În urma unor cercetări efectuate pe unele instalații de pompare, s-a constatat existența unor diferențe mari între rezultatele obținute pe bază de măsurători și pe bază de calcul, mai ales asupra perioadele de oscilație ale presiunilor și asupra valorilor extreme ale acestora.

Aceste diferențe s-au putut constata mai ales la acele instalații sub presiune la care au existat posibilități de existență a aerului în stare liberă din diferite cauze, menționate în lucrare.

Astfel de cercetări legate de influența aerului în stare liberă asupra desfășurării mișcărilor nepermanente din sistemele sub presiune, la vremea respectivă (anii 1974 - 1976), erau puțin tratate în literatura de specialitate, atât la noi cât și în străinătate.

Încă din perioada anilor 1970, odată cu creșterea volumului de investiții din domeniul îmbunătățirilor funciare și în speță în domeniul stațiilor de pompare, s-a pus problema introducerii aerului în conductele de refulare în timpul regimurilor tranzitprui, cu scopul de a elimina sau limita unele efecte negative provocate de fenomenul de lovitură de berbec. Prin acest procedeu s-a urmărit micșorarea costului acestor investiții, conducând la reducerea sau eliminarea instalațiilor de protecție costisitoare, cum sînt rezervoarele cu pernă de aer sau castelele de echilibru. În perioada respectivă erau cunoscute puține detalii cu privire la efectele aerului asupra desfășurării mișcărilor nepermanente din conductele cu presiune. S-a urmărit totuși, ca prin introducerea de aer în conducte să nu ducă la apariții de fenomene nefavorabile, cum ar fi formarea de pungi de aer care ar avea posibilitatea de evacuare necontrolată și care ar putea determina apariții de mișcări nepermanente violente.

Avînd în vedere aspectele prezentate mai sus, în această lucrare s-a propus elucidarea unor aspecte legate de influențele pe care le are aerul în stare liberă asupra desfășurării mișcărilor nepermanente din sistemele hidraulice sub presiune. Sînt prezentate posibilitățile de folosire a efectelor aerului prin eliminarea sau reducerea instalațiilor de protecție contra fenomenului loviturii de berbec.

În lucrare se prezintă o serie de contribuții și rezultate din domeniul hidraulicii sub presiune, cu interpretări fizice concrete și cu referiri aplicative la protecția stațiilor de pompare contra loviturii de berbec dintre care se menționează:

- Se prezintă o analiză detaliată a problematicii folosirii în stare liberă, sub formă de bule distribuite în masă de apă, pentru atenuarea efectelor negative ale fenomenului de lovitură de berbec. Legat de efectele aerului în stare liberă asupra mișcărilor nepermanente, se face o clasificare a acestora în mișcări rapid și lent variabile și se delimitează domeniile acestor mișcări în funcție de mărimile perioadelor de oscilație ale presiunii. Această clasificare a permis stabilirea domeniului pentru care aerul în stare liberă are efect de protecție contra loviturii de berbec. Se face de asemenea, o analiză critică asupra rezultatelor obținute de cercetătorii de profil din țară și străinătate.

- Se definesc ecuațiile generale ce guvernează mișcările nepermanente din sistemele sub presiune, în care termenul se ține seama de pierderile de sarcină longitudinale, este stabilit prin utilizarea unor relații proprii. Pentru soluționarea acestor ecuații, se prezintă sub o formă concisă utilizarea metodei caracteristice și se fac detalieri referitoare la condițiile inițiale și la limită, pentru cazurile posibil să apară în analiza mișcărilor tranzitorii. Utilizarea metodei caracteristicilor în stadiul mișcărilor nepermanente din conductele sub presiune, este dezvoltată pentru situația clasică de analiză, la curgeres monofazică, dar poate fi ușor adoptată și la curgeri bifazice apă-aer, prin înlocuirea curbelor caracteristice, constante pe tot timpul efectuării calculelor, prin ecuații ale curbelor caracteristice variabile, funcție de cantitatea de aer în stare gazosă și de presiunea la care se găsește amestecul bifazic la un moment dat.

- Se stabilește pe cale analitică o relație de calcul a celerității plecând de la expresia variației masei unui volum elementar al amestecului bifazic apă-aer produsă de variația presiunii acestuia. Expresia celerității este funcție atât de cantitatea de aer în stare liberă, raportată la presiunea atmosferică, prezentă în acest amestec bifazic, de presiunea la care se găsește acest amestec la un moment dat, cât și de caracteristicile elastice și geometrice ale ansamblului conductă-lichid. În această expresie a celerității masa specifică a amestecului bifazic se consideră egală cu cea a apei.

Pornind de la relația care exprimă viteza de propagare a sunetului într-un mediu continuu, omogen, elastic și infinit, se deduce o a doua formă a expresiei celerității, expresie în care masa specifică a amestecului bifazic este variabilă, funcție de cantitatea de aer în stare liberă. Cele două relații, stabilite pe căi distincte diferă numai prin faptul că masa specifică a amestecului ține sau nu ține seama de faza gazoasă a acestuia.

- Se definesc și se soluționează ecuațiile ce guvernează mișcările nepermanente din conducte sub presiune la curgeri bifazice apă-aer, pentru valori relativ mici ale fracțiunii fazei gazoase ale aerului, sub 5% din volumul total al amestecului, valori raportate la presiunea atmosferică. S-a considerat că aerul în stare liberă este uniform repartizat în masa de apă sub formă de bule și că vitezele celor două faze sînt egale între ele. În final rezultă trei ecuații de tip hiperbolic cvasiliniare. La soluționarea acestor ecuații se folosește metoda generală a caracteristicilor (pentru  $n =$  numărul ecuațiilor, mai mare de 2).

- Pe baza ecuațiilor generale ale mișcării nepermanente atât pentru curgeri monofazice cât și pentru curgeri bifazice, s-a elaborat un program de calcul automat cu posibilități multiple de soluționare a acestor mișcări. Programul permite luarea în considerație a tuturor condițiilor la limită ce pot practic să apară în analiza mișcărilor nepermanente într-o instalație hidraulică sub presiune.

- În cadrul modelului de calcul elaborat, cavitățile se consideră concentrate în secțiunile de calcul. Modelul de calcul ține seama de evoluția în timp a cavităților, în cazul mișcărilor nepermanente cu cavitație, iar la închiderea acestora se ia în considerație și șocul produs de refacerea coloanelor de fluid.

La determinarea suprapresiunilor produse de închiderea cavităților se are în vedere secțiunea în care are loc această închidere (secțiuni curente, secțiunea de lângă organul perturbator).

- Modelul de calcul elaborat consideră pierderile de sarcină longitudinale la regimuri tranzitorii repartizate în lungul conductei, indiferent de tipul curgerii. Aceste pierderi depind de caracteristicile hidraulice și geometrice ale conductei, de cantitatea de aer în fază gazoasă și de presiunea la care se găsește fluidul la un moment dat (în cazul curgerii bifazice).

- Sînt verificate pe cale experimentală relațiile de calcul ale clarității în amestec bifazic apă-aer stabilite în cadrul lucrării. Determinările experimentale sînt efectuate pentru o gamă suficient de mare a cantităților de aer în stare liberă, cuprinse între 0,1 și 3% din volumul total al amestecului bifazic.

- Sînt efectuate pentru prima dată în țară și prezentate măsurători de presiune la regimuri tranzitorii în conducte cu presiune la curgeri bifazice apă-aer, pentru cantități de aer relativ mici sub 3% din volumul total al amestecului.

- Este definit un interval de variație al fracțiunii fazei gazoase a aerului din conductele cu presiune ce permite delimitarea domeniilor mișcărilor nepermanente rapid și lent variabile. Acest interval de variație al fracțiunii fazei gazoase este cuprins între 0,2 - 0,5% din volumul total al amestecului bifazic. Sînt stabilite limitele de la care peste să varieze cantitatea de aer în stare liberă pentru a se diminua sau a se elimina efectele negative provocate de lovitură de berbec.

Prin soluțiile de protecție contra fenomenului de lovitură de berbec propuse în lucrare și anume de a folosi efectele aerului în stare liberă asupra atenuării și/sau eliminării acestui fenomen, se pot realiza economii însemnate prin reducerea volumului de investiții din domeniul protecțiilor stațiilor de pompare și în același timp se poate asigura o funcționare corectă și sigură în exploatarea acestora.

Lucrarea este puternic ancorată în actualitatea economică, în conformitate cu documentele fundamentale de partid și de stat.-



#### 7.4. Recomandări pentru cercetările viitoare

Stadiul privind influența aerului în stare liberă din conductele sub presiune asupra regimurilor tranzitorii prezintă unele limite mai importante în raport cu complexitatea reală a fizicii fenomenului tranzitoriu.

Fiind un domeniu de studiu relativ nou apar încă ~~multe~~ multe probleme nelucidate cum ar fi :

- distribuția reală a aerului în stare liberă atât în lungul conductei cât și în secțiune transversală ;
- studiul detaliat al mișcării nepermanente cu eliberarea aerului din soluție în timpul regimurilor tranzitorii;
- studiul mișcării nepermanente cu curgerea separată a aerului ;
- soluționarea ecuațiilor de mișcare la regimuri tranzitorii utilizând alte metode de calcul care să fie comparate cu metoda caracteristicilor și cu rezultatele obținute prin măsurători etc.

Problemele tratate în lucrare acoperă aspectele legate de calcul, ipoteze și verificări experimentale ale fenomenelor tranzitorii, care au loc în conductele sub presiune, aspecte foarte importante pentru proiectantul sau cercetătorul de profil. Aceste rezultate se situează în zona dintre teorie și aplicații practice.

Deși fenomenele tranzitorii, în general, au un caracter mult mai complex, mai ales la curgeri bifazice apă-aer, posibil a fi abordate prin cercetări ulterioare, rezultatele obținute și prezentate în lucrare, sînt reprezentative atât calitativ cât și cantitativ, iar concluziile și recomandările expuse au o importanță practică imediată.

8. LISTA NOTATIILOR

- $a = A c^2 / (b c^2 + gA)$  - expresie ;
- $a - V \pm c$  = viteza undei de presiune [ m/s ] ;
- $A$  = aria secțiunii transversale a conductei [ m<sup>2</sup> ] ;
- $A_1$  = aria secțiunii transversale umede a conductei (în zona de cavitație cu curgere separată) [ m<sup>2</sup> ] ;
- $A_r$  = aria secțiunii transversale a conductei (în secțiunea cu cavitație) [ m<sup>2</sup> ] ;
- $b$  = lățimea suprafeței libere a apei într-o conductă cu cavitație cu curgere separată [ m ] ;
- $B_e$  = parametru adimensional ;
- $c$  = celeritatea într-o conductă cu apă [ m/s ] ;
- $c_0$  = celeritatea în apă (domeniu nelimitat) [ m/s ] ;
- $c_p$  = celeritatea în zonele de cavitație sub formă de bule [ m/s ] ;
- $c_s$  = viteza șocului față de viteza lichidului [ m/s ] ;
- $C, C_1, C_2, C_3$  = constante
- $d_1, d_2, d_3$  = constante
- $D$  = diametrul conductei [ m ] ;
- $e$  = grosimea peretelui conductei [ m ] ;
- $E$  = expresie ;
- $E_0$  = modulul de elasticitate al conductei [ N/m<sup>2</sup> ] ;
- $E_g$  = modulul de elasticitate al aerului [ N/m<sup>2</sup> ] ;
- $E_w$  = modulul de elasticitate al apei [ N/m<sup>2</sup> ] ;
- $f$  = funcție arbitrară ;
- $f$  = indici ;
- $F$  = funcție arbitrară ;
- $g$  = accelerație gravitațională [ m/s<sup>2</sup> ] ;
- $h = H/H_0$  = variabilă adimensională ;
- $h_{x_0}$  = parametru adimensional ce ține seama de pierderea sarcină într-o conductă la regim permanent

INDUSTRIA NAVALĂ

- $H$  = înălțimea piezometrică față de un plan de referință  
[ m ] ;
- $H_A$  = înălțimea piezometrică în punctul A, cunoscută, față  
de un plan de referință [ m ] ;
- $H_B$  = înălțimea piezometrică în punctul B, cunoscută, față  
de un plan de referință [ m ] ;
- $H_0$  = cota generatoarei inferioare a conductei, față de un  
plan de referință [ m ] ;
- $H_0$  = înălțimea piezometrică la vană în situația de regim,  
față de un plan de referință [ m ] ;
- $H_p$  = înălțimea piezometrică în punctul p, necunoscută,  
față de un plan de referință [ m ] ;
- $H_R$  = pierdere de sarcină longitudinală [ m ] ;
- $H_{Rez}$  = înălțimea piezometrică în secțiunea rezervorului de  
nivel constant, față de un plan de referință [ m ] ;
- $H_s$  = înălțimea piezometrică, a presiunii de saturație a  
aerului dizolvat în apă, față de un plan de satura-  
ție [ m ] ;
- $H_t$  = cota generatoarei superioară a conductei, față de un  
plan de referință [ m ] ;
- $H_v$  = înălțimea piezometrică în conductă, în zona de cavi-  
tație față de un plan de referință [ m ] ;
- $i$  = indice (pentru timpul de calcul) ;
- $j$  = indice (pentru secțiunea de calcul) ;
- $k$  = coeficient ; coeficient de referință ;
- $k_R, k_S$  = coeficienți utilizați în metoda intervalelor de speci-  
ficație de timp ;
- $k_1$  = coeficient ce ține seama de modul de rezemare a conduc-  
tei ;
- $K$  = constantă logaritmică ;
- $l$  = lungimea tronșanelor de calcul ale conductelor [ m ] ,  
identice cu  $\Delta X$  [ m ] ;
- $L$  = lungimea unei conducte [ m ] ;
- $m$  = masa volumului elementar de amestec bifazic apă-aer [ kg ] ;
- $M$  = masa de aer dizolvat pe unitate de masă de apă [ kg ] ;
- $M$  = masa de aer existent în stare gazoasă pe unitate de volum  
de amestec bifazic [ kg ] ;

- $M_0$  = masa de aer pe unitate de masă de apă în situația de saturație [ kg ] ;
- $M_w$  = masa volumului de apă dintr-un element de conductă de lungime  $dx$  [ kg ] ;
- $M_l$  = modulul pierderilor de sarcină longitudinală ;
- $n$  = coeficient de transformare politropică a aerului ;
- $o$  = indice ;
- $p$  = presiunea absolută [ N/m<sup>2</sup> ] ;
- $p_a$  = presiunea atmosferică [ N/m<sup>2</sup> ] ;
- $p_g$  = presiunea gazului din bule de cavitație [ N/m<sup>2</sup> ] ;
- $p_v$  = presiunea vaporilor de apă din cavitații [ N/m<sup>2</sup> ] ;
- $P_1$  = parametrii ;
- $R$  = constanta gazului [ m<sup>3</sup>/°C ] ;
- $Q$  = debitul într-o conductă sub presiune [ m<sup>3</sup>/s ] ; [ l/s ] ;
- $Q_0$  = debitul în situația de regim [ m<sup>3</sup>/s ] ; [ l/s ] ;
- $s$  = indice ;
- $t$  = variabilă independentă - timpul de calcul ;
- $t' = t / (2L/o) =$  variabilă adimensională ;
- $T$  = temperatura absolută [ °K ] ;
- $U$  = viteză apei în zona de cavitație, înaintea secțiunii de calcul [ m/s ] ;
- $U_0$  = viteză apei înainte de secțiunea de calcul în momentul închiderii cavitației [ m/s ] ;
- $v = V/V_0$  - variabilă adimensională ;
- $V$  = viteză medie a apei într-o secțiune de calcul, la timpul  $t$  , [ m/s ] ;
- $V_A$  = viteză apei în punctul A, cunoscută [ m/s ] ;
- $V_B$  = viteză apei în punctul B, cunoscută [ m/s ] ;
- $V_g$  = viteză fazei gazoase a amestecului bifazic apă-aer [ m/s ] ;
- $V_0$  = viteză apei în situația de regim [ m/s ] ;
- $V_p$  = viteză apei în punctul p, necunoscută [ m/s ] ;
- $V_w$  = viteză fazei lichide a amestecului bifazic apă-aer [ m/s ] ;

$Vol$  = volumul cavității  $[m^3]$  ;

$Vol$  = volumul elementului de conductă de lungime  $dx$   $[m^3]$  ;

$Vol_e$  = volumul cavității în momentul închiderii cavității  $[m^3]$  ;

$Vol_g$  = volumul fazei gazoase a elementului de conductă de lungime  $dx$   $[m^3]$  ;

$Vol_g$  = volumul de aer într-un nod de calcul  $[m^3]$

$Vol_w$  = volumul fazei lichide a elementului de conductă de lungime  $dx$   $[m^3]$  ;

$z$  = cota aerului conductei față de un plan de referință  $[m]$  ;

$z$  = funcție ;

$x$  = variabilă independentă - secțiunea curentă de calcul ;

$x' = x/L$  = variabilă adimensională ;

$y$  = ordonata nivelului apei în conducta cu cavităție cu curgere separată ;

$\omega$  = indice ;

$W$  = viteza apei în zona de cavităție după secțiunea de calcul  $[m/s]$  ;

$W_e$  = viteza apei în zona de cavităție după secțiunea de calcul în momentul închiderii cavității  $[m/s]$  ;

$\alpha$  = fracțiunea fazei gazoase a amestecului bifazic apă-aer ;

$\alpha_v$  = fracțiunea cavității sub formă de bule ;

$\gamma$  = greutatea specifică a apei  $[N/m^3]$  ;

$\Gamma$  = viteza de eliberare a aerului din soluție ;

$\varepsilon$  = mărime de referință ;

$\varepsilon$  = deformație specifică longitudinală a conductei ;

$\varepsilon$  = deformație specifică transversală a conductei

$\eta$  = factor de multiplicare ;

$\theta$  = unghiul format de axa longitudinală a conductei cu orizontala ;

$\lambda$  = coeficientul pierderilor de sarcină longitudinală de tip Darcy ;

$\mu$  = coeficientul lui Poisson ;

$\varphi, \phi$  = funcții arbitrare ;

$\xi(H)$  = funcție de presiune ;

$\xi(V)$  = funcție de viteză ;

$\rho_w$  = densitatea apei [ kg/m<sup>3</sup> ] ;

$\rho_{am}$  = densitatea amestecului bifazic apă-aer [ kg/m<sup>3</sup> ] ;

$\rho_g$  = densitatea aerului la presiunea atmosferică [ kg/m<sup>3</sup> ] ;

$\rho_{aw}$  = densitatea apei la presiunea atmosferică [ kg/m<sup>3</sup> ] ;

$\chi$  = perimetrul udat al conductei [ m ] ;

$\sigma'$  = tensiune superficială [ N/m ] ;

$\sigma_1$  = efortul unitar longitudinal din peretele conductei [ N/m<sup>2</sup> ] ;

$\sigma_2$  = efortul unitar transversal din peretele conductei [ N/m<sup>2</sup> ] ;

$\sigma_0$  = efortul unitar tangențial la peretele conductei [ N/m<sup>2</sup> ] .



B I B L I O G R A F I E

1. ANTON, I. Turbine hidraulice. Editura Facla, Timișoara, 1979.
2. AMES, W.F. Nonlinear partial differential equations in engineering. New York-London, Academic Press 1965.
3. AMES, W.F. Numerical methods for partial differential equations. New York Academic Press 1969.
4. APELT, C.I. Analysis of waterhammer in complex pipe systems. On the 1-st International Conference on Pressure Surges. BHRA. Fluid Engineering Canterbury, England 1972.
5. ARSENIU, D. Contribuții la calculul hidraulic al castelelor de echilibru. Teză de doctorat. Timișoara, 1974.
6. ARSENIU, D. Curs de hidraulică și hidrologie (litografiat). Constanța, 1981.
7. ARSENIU, D., POPESCU, M., CONSTANTINESCU, Gh. Considerații energetice privind lovitură de berbec și modelul de amortizare. Comunicare la Sesiunea științifică jubiliară I.I.S. Constanța, 1981.
8. ATZENI, A., CAO, C., PIGA, E. Transients with cavitation in cooling-water system for steam-power plants. On the 1-st International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering. Canterbury, England, 1972.
9. BOERIU, P. Asupra unor rezultate privind curgerea bifazică apă-aer în conducte. Hidrotehnica nr.1, vol. XVII, 1972.
10. BOERIU, P. Contribuții la hidraulica conductelor lungi în regim bifazic apă-aer. Teză de doctorat. Timișoara, 1972.
11. CAIUS, IACOB. Introducerea matematică în mecanica fluidelor. Editura Academiei R.P.R., București, 1952.



12. SAJUS, IACOB. Matematici clasice și moderne. Vol.I,II și III. Editura tehnică, București, 1979.
13. CIOC,D., MARUȚĂ,AL., CRISTEA,Al. Unele probleme referitoare la metoda grafică de calcul a mișcării nepermanente sub presiune. Hidrotehnica nr.7, vol.VIII,1963.
14. CIOC, D.O metodă simplă și intuitivă pentru fundamentarea procedeelor grafice și numerice de calcul al mișcării nepermanente a lichidelor în conducte sub presiune. Hidrotehnica nr.11, vol.IX, 1964.
15. CIOC,D., TECUCI,I.,IONESCU,Fl.,NOVOTNY,P. Rezultate comparative privind calculul loviturii de berbec în colectoare de mare lungime. Studii de hidraulică, vol. XII, București, 1966.
16. CIOC,D. Contribuții la calculul mișcării nepermanente în conducte și la teoria sonicității cu aplicații la pompajul sonic. Studii de Hidraulică, vol,XVIII, București 1968.
17. CIOC, D., Hidraulica. Editura didactică și pedagogică, București, 1975.
18. CIOC, D., TATU,G., ANTON,A. Rezultate obținute în folosirea unui hidrofor complex, pentru protecția contra loviturii de berbec. Hidrotehnica, nr.10, vol.XXVII, 1982
19. CONSTANTINESCU,Gh. Studiul actual al proiectării și executării stațiilor de pompare din țara noastră. Referat de doctorat, Timișoara, 1977.
20. CONSTANTINESCU, GH. Considerații privind regimul mișcărilor nepermanente a apei în conductele de refulare. Referat de doctorat, Timișoara, 1978.
21. CONSTANTINESCU, GH. Studiul comparativ al rezultatelor teoretice și experimentale în problema protecției stațiilor de pompare la lovitura de berbec. Referat de

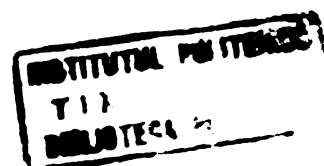
22. CONSTANTINESCU, GH. Stabilirea și dimensionarea mijloacelor de protecție la funcționarea hidraulică la regimuri tranzitorii a trei stații de pompare din sistemul de irigație Dăeni, județul Constanța. Contract de cercetare I.C.H., București, 1979.
23. CONSTANTINESCU, GH. Probleme de exploatare în regim hidraulic nepermanent a stației de pompare SRP 2+3 Bălcescu, județul Călărași și măsuri de extindere la stații similare. Contract de cercetare I.C.H. București, 1980.
24. CONSTANTINESCU, GH. Influența aerului în stare liberă prezent în sistemele hidraulice sub presiune asupra mărimii celerității. Comunicare la Sesiunea științifică jubiliară, I.I.S.Constanța, 1981.
25. CONSTANTINESCU, GH. Unele aspecte ale mișcării nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune la curgerea bifazică apă-aer. Comunicare la Sesiunea științifică jubiliară I.I.S.Constanța, 1981.
26. CONSTANTINESCU, GH. Unele aspecte ale mișcării nepermanente în sistemele hidraulice sub presiune. Comunicare la Simpozionul "Apa factor economic și problemă științifică de mare actualitate", Constanța, 1982.
27. DAMLIAN, R.M. Mișcări bifazice. Contribuții la dinamica jeturilor de gaz în lichid. Teză de doctorat, București, 1980.
28. EVANGHELISTI, G. Teoria generale del capo d'ariete col metodo delle caratteristiche. L'Energia Electrica, nr.2 și 3, 1965.
29. EVANGHELISTI, G. Waterhammer analysis by the method of characteristic. L'Energia Electrica nr.10,11 și 12, 1969
30. ERIKEN, H.A. Surge analysis of a water transmission system. Of the 1-st International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering. Conterbury, England, 1972.

31. FANELLI, M., FENINI, G. Recent developments of an existing transient-simulation program for cooling water circuits. Third International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering. Conterburg, England, 1980.
32. FLORICA, JULIETA, PANAITESCU, V. Mecanica fluidelor. Editura didactică și pedagogică, București, 1979.
33. FOSTYTTE, F.G., WASOW, W.R. Finit difference methods for partial differential equations. New York, 1960.
34. GABRIEL, GH. Măsurarea debitelor fluide. Editura tehnică. București, 1978.
35. GOLDRING, B.T., MAWER, W.T., THOMAS, N. Level surges in the circulating water downshaft of large generating stations. Third International conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, Conterbury, England, 1980.
36. GRAZE, H.R. The importance of temeperature en air Chamber operations. On the 1-st International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, Conterbury, England, 1972.
37. GRAZE, H.R., SCHUBERT, J., FCRREST, J.A. Analysis of field measurements of air chamber instalations. Of the 2-nd International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, London, England, 1976.
38. GRUNDI, A.K., FOX, J.A. The effect of compresibile pipelins on pressure transient generation. Third International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering. Conterbury, England, 1980.
39. HÂNCU, S. Curs de hidraulică - partea I (litografiat), București, 1976.
40. HÂNCU, S., POPESCU, M., JELEV, I., CONSTANTINESCU, GH. Metode noi în studiul loviturii de berbec. Comunicare la Sesiunea de comunicări științifice, I.C.B. București, 1975.

41. HANCU, S., POPESCU, M., JELEV, I., CONSTANTINESCU, GH. Rezultate noi în studiul loviturii de berbec, soluții eficiente de protecție a stațiilor de pompare. Comunicare la a IV-a Conferință de Mecanică. București, 1975.
42. HANCU, S., POPESCU, M., JELEV, I., CONSTANTINESCU, GH. Unele aspecte privind calculul loviturii de berbec în stațiile de pompare. Hidrotehnica nr.2, vol. XXIII, 1978.
43. HERMANN, S., FRANZ, S. Computer solution to waterhammer problems using the method of characteristics. Water Power, 1974.
44. IAMANDI, C., PETRESCU, V. Mecanica fluidelor. Editura didactică și pedagogică, București, 1978.
45. IONESCU, Fl., CATALINA, D., DORIN, Al. Mecanica fluidelor și acționări pneumatice. Editura didactică și pedagogică, București, 1980.
46. ION, I. I. Instalații de pompare reglabile. Editura tehnică, București, 1976.
47. JELER, V., ABRAMOVICI, M., BURCEA, ANA. Cercetări privind dimensionarea hidraulică a galeriilor de evacuare de la baraje. Studii de hidraulică, vol. XV, I.C.I.F. București, 1975.
48. KALKWIJIK, I. P. Th. Cavitation caused by waterhammer in horizontal pipelines. Delft 1972.
49. KALKWIJIK, I. P. Th. Investigation into cavitation in long horizontal pipeliner caused by waterhomer. Publicatiions nr. 115, Delft, 1974.
50. KRANENBURG, C. The effect of free gas on cavitation in pipelines induced by waterhammer. On the 1-st International Conference on Pressures Surges. BHRA Fluid Engineering, Conterbury, England, 1972.

51. KRANENBURG,C. Gas release during transient cavitation in pipes. Journal of the Hydraulics Division, nr.10, vol. 100, 1974.
52. KAPLAN,M. Economic methods for modeling hydraulics transient simulation. On the 1-st International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, Conterbury, England, 1972.
53. MATEESCU,C. Hidraulică. Editura didactică și pedagogică, Bucureștim 1963.
54. MARTIN,C.S. Method of characteristics applied to calculation of surges tank oscillations. On the 1-st International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, Conterbury, England, 1972.
55. MARTIN,C.S. Entrapped air in pipelines. On the 2-nd International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, London, England, 1976.
56. MARTIN,C.S., PADMANABHAN,M., WIGGER,D.C. Pressure wave propagation in two phase bubbly air-water mixtures. On the 2-nd International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, London, England, 1976.
57. MARINOVICI,D. Dispozitive și instalații pentru protecția stațiilor de pompare la lovitura de berbec. Teză de doctorat, București, 1981.
58. MEHEDINTI,D., BRATESCU,C., ZAPLAIC,M. Comportarea traductorilor de presiune în regimul dinamic. Comunicare la Sesiunea științifică I.C.B., 1975.
59. OLDENZIEL,D.M. Measurements on the cavitation susceptibility of water. Delft, 1975, publication nr.153.
60. PAVEL,D. Stații de pompare și rețele de transport hidraulice. Editura didactică și pedagogică, București, 1974.

61. POPESCU, M., CONSTANTINESCU, GH. Studiul pentru optimizarea suprafeței aferente unei stații de pompare de punere sub presiune. Contract de cercetare I.S.C.I.F. București, 1973.
62. POPESCU, M., JELEV, I., CONSTANTINESCU, GH. Soluții tehnice eficiente pentru protecția stațiilor de pompare la lovitura de berbec. Comunicare la Simpozionul "Exploatarea sistemelor de irigații", București, 1973.
63. POPESCU, M., BRATESCU, C., CONSTANTINESCU, GH. Determinarea eficacității supapelor de vacuum ca mijloc de protecție la lovitura de berbec la stațiile de pompare S.P. Beibugeac și S.P. Tătaru, contract de cercetare I.C.I.F. București, 1974.
64. POPESCU, M. Calculul hidraulic la regimuri tranzitorii al uzinelor hidraulice și stațiilor de pompare cu aducțiuni mixte prevăzute cu reglatoare automate. Studii și cercetări de Mecanică aplicată, nr.4, Tomul 36, 1977.
65. POPESCU, M., JELEV, I., CONSTANTINESCU, GH. Cercetări privind funcționarea hidraulică la regimuri tranzitorii a uzinelor hidroelectrice și stațiilor de pompare. Comunicare la Sesiunea științifică jubiliară I.C.H. București, 1977.
66. POPESCU, M., JELEV, I. Calculul hidraulic la regimuri tranzitorii a uzinelor hidroelectrice concepute pe scheme complexe. Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr.6, Tomul 36, 1977.
67. POPESCU, M., JELEV, I., CONSTANTINESCU, GH. Unele realizări în hidrotehnică, obținute cu ajutorul metodelor numerice. Comunicare la Colocviul "Aplicații ale metodelor numerice și elementului finit în științele tehnice", INCREST București, 1979.



68. POPESCU, M., ARSENIU, D., CONSTANTINESCU, GH. Calculul hidraulic la regimuri tranzitorii al uzinelor hidroelectrice cu acumulare prin pompaj. Hidrotehnica nr.11, vol.XXV, 1980.
69. POPESCU, M., CONSTANTINESCU, GH., JELEV, I. A supra soluțiilor de protecție la lovitură de berbec de la 30 de stații de pompare din țara noastră. Studii și Cercetări de Hidraulică I.C.H., vol.XXVIII, 1980.
70. POPESCU, M., CONSTANTINESCU, GH. Verificarea pe model hidraulic de ansamblu a funcționării la regimuri nepermanente a UHF Bumbesti-Jiu. Contract de cercetare I.C.H. București, 1980.
71. POPESCU, M., CONSTANTINESCU, GH. O stație de pompare concepută pe baza unei scheme hidraulice complexe. Studii și Cercetări de Hidraulică I.C.H., vol.XXVIII, București, 1980.
72. POPESCU, M., FLORESCU, I., CONSTANTINESCU, GH. Aplicarea unei invenții românești la stațiile de pompare de pe derivația Prut-Bîrlad. Hidrotehnica nr.10, vol.XXVI, 1981.
73. POPESCU, M., HALANAY, A. A computing technique for hydraulic resonans in hydropower plants with surge tanks. Revue Romaine des Sciences Techniques. Série de Mécanique Appliquée, nr.3, Tome XXVI, 1981.
74. POPESCU, M. Rezultate experimentale în studiul mișcărilor nepermanente din sistemele hidraulice sub presiune. Partea I și II. Studii și Cercetări de Mecanică aplicată, nr.5, Tomul 41, 1982.
75. PARMAKIAN, I. Waterhammer analysis. London 1955.
76. PAPADAKIS, C.N., HOLLINGSHEAD, D.F. Air release in the transient analysis of condensens. On the 2-nd International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering. London, England, 1976.

77. PREVOST, R., TISON, G. Coups de belier dans les conduites de refoulement. Revue Tijdschrift nr.2, vol.IV.
78. PROVOOST, G.A. Investigation into cavitation in a prototype pipeline caused by waterhammer. On the 2-nd International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, London, England, 1976.
79. RACOVEANU, N., DODESCU, GH., LINCUI, I. Metode numerice pentru ecuații cu derivate parțiale de tip hiperbolic. Editura tehnică, București, 1976.
80. RICHTMYER, R.D., MORTON, K.W. Difference methods for initial value problems. Interscience Publications, New York, 1967.
81. SAFWAT, H.H., KLUYVER, I.P. Digital computations for waterhammer - column separation. On the 1-st International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, Canterbury, England, 1972.
82. SAFWAT, H.H. Experimental study of pressure surges in condenser cooling water systems. On the 1-st International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, Canterbury, England, 1972.
83. STEREF, C. Studiul asupra mijloacelor de atenuare a loviturii de berbec în conductele de refulare ale stațiilor de pompare. Contract de cercetare ISCIF București, 1971.
84. STEREF, C. Măsurători de presiune în conductele de refulare de la S.P.Celei. Contract de cercetare I.C.I.F. București, 1973.
85. STEREF, C. Contribuții la calculul numeric al loviturii de berbec în conductele de refulare unifilare. Teză de doctorat, București, 1976.



86. STREETER, V.L., WYLE, F.B. Hydraulic transients. McGRAW-HILL, New York, 1967.
87. SWAFFIELD, I.A., PHIL, M., ENG, G. Column separation in aircraft fuel system. On the 1-st International conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, Canterbury, England, 1972.
88. ȘABAC, I.GH. Matematici speciale. Vol. II, Editura didactică și pedagogică, București, 1965.
89. TODICESCU, A.L. Mecanica fluidelor și mașini hidropneumatice. Editura didactică și pedagogică, București, 1974.
90. TIMOFTEI, FLORICA, MĂRUȚĂ, A.L. Asupra problemei antrenării aerului în aspirațiile pompelor. Hidrotehnica nr.6, vol. VIII, 1973.
91. TULLIS, J.P., STREETER, V.L., WYLIE, F.B. Waterhammer analysis with air release. On the 2-nd International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, London England, 1976.
92. VLADIMIRESCU, I. Mașini hidraulice și stații de pompare. Editura didactică și pedagogică, București, 1974.
93. ZAREA, ST., POPESCU, M., JELEV, I. Calculul rezervoarelor de aer din sistemele hidraulice sub presiune în ipoteza mișcării lent variabile. Studii și Cercetări de Mecanică Aplicată, nr.4, Tomul 34, 1977.
94. ZAREA, St., JELEV, I. Studiul șocului hidraulic într-o conductă sub presiune protejată cu rezervoare de aer și castele de echilibru folosind calculatorul numeric, Partea I și II. Studii și Cercetări de Mecanică Aplicată Nr.2, Tomul 34, 1975, și nr.1, tomul 35, 1976.
95. WEYLER, M.E., STREETER, V.L., LARSEN, P.S. An investigation of the effect of cavitation bubbles of the momentum loss in transient pipe flow. Journal of Basic Enginee-

ring. In Transactions of the ASME 1971 .

96. WATT,C.S., BOLDY,A.P., HOBBS, J.M. Combination of finite difference and finite element techniques in hydraulic transient problems. Third International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering. Conterbury, England, 1980.
97. WEN-HSIUNG LI,M.,JAMES,P., WALSH. Pressure generated by cavitation in a pipe. Journal of the Engineering Mechanics Division.Vol.90, 1964.
98. WILKINSON,D.H., CURTIS,F.M. Water hammer in a thin-walled pipe. Third International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, Conterbury, England, 1980.
99. WYLIE, F.B. Free air in liquid transient Flow Third International Conference on Pressure Surges. BHRA Fluid Engineering, Conterbury England, 1980.
100. x x x Instrucțiuni tehnice pentru calculul loviturii de berbec și stabilirea măsurilor pentru prevenirea efectelor negative ale acestora la instalațiile hidraulice sub presiune. Indicativ I 30-75, București, 1975.