

INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" DIN TIMIȘOARA  
FACULTATEA DE MECANICĂ

Ing. GEORGE GUSTAV SAVII

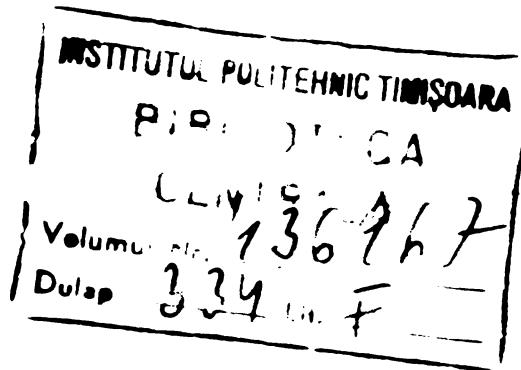
SINTEZA MECANISMELOR CU ELEMENTE ELASTICE  
CU APLICAȚII LA MECANISMELE CU ELEMENTE CONDUSE  
MISCATE CU VITEZE MARI

TEZĂ DE DOCTORAT

CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC  
Prof.dr.ing. FRANCISC KOVÁCS

BIBLIOTeca CENTRALă  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

TIMIȘOARA  
- 1982 -



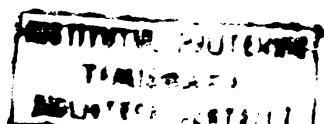
## P R E F A T A

In raportul prezentat la cel de-al XIII-lea Congres al Partidului Comunist Român, tovarășul Nicolae Ceaușescu, secretarul general al partidului, a indicat printre sarcinile principale ale cercetării în industrie "asimilarea de noi produse cu caracteristici superioare, generalizarea mecanizării, automatizării și cibernetizării producției".

Necesitatea realizării unor caracteristici superioare ale mașinilor și aparatelor pretinde marirea vitezelor și a preciziei de funcționare în condițiile în care sunt îndeplinite cerințele economice indicate de tovarășul Nicolae Ceaușescu la Congres : "ridicarea gradului de valorificare a materiilor prime, materialelor și energiei, folosirea intensivă a mașinilor și utilajelor, reducerea costurilor, îndeosebi a cheltuielilor materiale, și creșterea beneficiilor".

Prin marirea vitezelor și a supletei elementelor componente ale mașinilor și aparatelor, ieșe în evidență un aspect nou al funcționării acestor sisteme mecanice mobile - modificarea performanțelor din cauza deformării elementelor componente. Prezenta teză de doctorat și-a propus elaborarea și aplicarea unor metode noi, originale, de proiectare a mecanismelor de mare viteză, cu elemente considerate deformabile, metode care să asigure și reducerea la minim a costurilor.

Prin întreaga activitate depusă și rezultatele obținute în cadrul tezei, autorul a încercat să-și aducă aportul la confirmarea cuvintelor exprimate de tovarășul Nicolae Ceaușescu, secretarul general al partidului, în raportul la cel de-al XIII-lea Congres al P.C.R. : "Îmi exprim convingerea că oamenii de știință, conlucrând strâns cu eroica noastră clasă muncitoare, cu toți cei ce muncesc, vor împărtăși continuu patrimoniul științei și tehnicii românești, sporindu-și contribuția la progresul României socialiste, la știință universală".



## C U P R I N S

	<u>Pag.</u>
1. Stadiul actual și tendințe în dinamica mecanismelor cu elemente elastice .....	1
1.1. Introducere .....	1
1.2. Aspecte ale analizei și sintezei mecanismelor cu elemente elastice în literatura de specialitate .....	2
1.2.1. Lucrări tratînd analiza vibrațiilor și a stabilității .....	2
1.2.2. Lucrări ce abordează analiza cinetoelastodinamică .....	10
1.2.3. Lucrări ce abordează sinteza cinetoelastodinamică .....	12
1.3. Concluzii .....	13
2. Stabilirea unei metode de analiză dinamică cu ajutorul calculatorului numeric automat .....	16
2.1. Introducere .....	16
2.2. Stabilirea ecuațiilor de echilibru dinamic .....	16
2.3. Includerea efectelor frecărilor din cuplurile cinematice .....	19
2.4. Includerea influenței caracteristicii dinamice a motorului electric de antrenare .....	21
2.5. Integrarea ecuației de mișcare .....	23
2.6. Analiza dinamică a mecanismului debitor-intinzator al aței de la mașina de cusut MCL 4 .....	26
2.6.1. Introducere .....	26
2.6.2. Stabilirea ecuațiilor de echilibru .....	26
2.6.3. Integrarea ecuațiilor de mișcare .....	29
2.6.4. Rezultate și concluzii .....	31
3. Stabilirea unei metode de analiză dinamică a mecanismelor cu elemente deformabile, cu ajutorul calculatorului numeric automat .....	37
3.1. Introducere .....	37
3.2. Discretizarea mecanismului considerat struc-	
tura .....	37

	<u>Pag.</u>
3.3. Ecuția dinamicii mecanismului cu elemente deformabile .....	38
3.4. Determinarea matricelor de inertie, a amortizărilor și de rigiditate .....	38
3.5. Rezolvarea ecuației diferențiale a dinamicii mecanismului cu elemente deformabile .....	48
3.6. Algoritm pentru analiza dinamică a mecanismelor cu elemente deformabile cu ajutorul calculatorului numeric automat .....	49
4. O nouă metodă de sinteză a mecanismelor cu elemente deformabile, cu ajutorul calculatorului numeric automat .....	53
4.1. Introducere .....	53
4.2. Algoritm pentru sinteza mecanismelor cu elemente deformabile .....	53
4.3. Metodă de sinteză optimă a mecanismelor cu elemente deformabile .....	57
4.3.1. Criterii de optimizare .....	57
4.3.2. Stabilirea funcției obiectiv .....	57
4.3.3. Stabilirea restricțiilor .....	61
4.3.4. Formularea problemei de optimizare ca problemă de programare patratică .....	63
4.3.5. Rezolvarea problemei de optimizare .....	65
5. Sinteză unui mecanism pentru teleimprimator, având elemente considerate deformabile .....	71
5.1. Introducere .....	71
5.2. Sinteză structurală și dimensională a mecanismului .....	71
5.3. Analiza dinamică a mecanismului imprimator cu elemente rigide .....	74
5.4. Analiza cinetooelastodinamică .....	82
5.5. Optimizarea dimensiunilor mecanismului .....	98
5.6. Concluzii .....	101
6. Concluzii privind condițiile de aplicare și rezultatele analizei și sintezei mecanismelor cu elemente considerate deformabile .....	102
7. Cercetări experimentale .....	108

	<u>Pag.</u>
7.1. Scopul cercetărilor și instalația utilizată .....	108
7.2. Rezultatele cercetărilor experimentale .....	110
7.3. Stand automatizat pentru cercetarea expe- rimentală a mecanismelor .....	114
8. Concluzii finale .....	117
Bibliografia .....	121

## Cap.1 Stadiul actual și tendințe în dinamica mecanismelor cu elemente elastice

### 1.1. Introducere

In studiul dinamicii mecanismelor, cu puține excepții, elementele acestora se consideră rigide. Evident că, în realitate, aceste elemente nu sunt rigide, ele deformându-se sub acțiunea forțelor statice sau dinamice care acționează asupra lor. Când mișcarea are loc cu viteze relativ reduse iar forțele statice nu sunt mari, proiectantul nu este nevoie să țină seama de elasticitățile elementelor din componenta sistemelor mecanice mobile, dar în cazul vitezelor mari se poate constata că sistemul devine inutilizabil din cauza deformațiilor elementelor sale. Tendințele actuale din construcția de mașini și aparate, de a mari vitezele de funcționare, au generat căutări pentru găsirea de noi metode de sinteză, care să țină seama de elasticitatea elementelor componente ale mecanismelor.

In condițiile apariției noilor aspecte în analiza și sinteza mecanismelor, s-au reașezat noțiunile de bază în aceste domenii. Propunerile făcute în [1] sunt cele mai larg utilizate. Preluate cu mici modificări, propuse în prezența lucrare, ele sunt :

- analiza statică : se ocupă cu determinarea forțelor, tensiunilor și deformațiilor elementelor cauzate de sarcinile externe și/sau gravitaționale ;
- analiza cinematică : se ocupă cu determinarea deplasărilor, rapoartelor vitezelor, rapoartelor accelerăriilor etc. ale unui mecanism având toate elementele rigide ;
- analiza dinamică : se ocupă cu determinarea deplasărilor, vitezelor, accelerăriilor etc. ale unui mecanism compus din elemente rigide, în prezența forțelor de inerție ;
- analiza elastostatică : se ocupă de studiul tensiunilor și deformațiilor unui sistem deformabil, produse de sarcini statice ;
- analiza elastouinamică : se ocupă cu studiul deplasărilor, vitezelor, accelerăriilor, tensiunilor, deformațiilor etc. ale unui mecanism cu elemente deformabile, în mișcare ; forțele de inerție se calculează presupunând elementele rigide ;
- analiza cinetelastodinamică : se ocupă cu studiul deplasărilor, vitezelor, accelerăriilor, tensiunilor, deformațiilor etc. ale unui

mecanism cu elemente deformabile, în mișcare ; se includ efectele deformațiilor elastice asupra forțelor de inerție ;

- sinteza cinematică : se ocupă cu crearea unor mecanisme care satisfac diferite combinații ale unor mărimi cinematice prescrise (poziții, rapoarte de viteze, rapoarte de accelerări etc.) presupunind toate elementele rigide și fără inerție ;

- sinteza cinetoelastostatică : se ocupă cu crearea unor mecanisme care satisfac combinații variate ale unor mărimi prescrise (poziții, rapoarte de viteze, rapoarte de accelerări, rapoarte de transmitere a cuplurilor și/sau forțelor etc.) ; elementele sunt considerate elastice ;

- sinteza dinamică : se ocupă cu crearea unor mecanisme care să satisfacă diferite combinații ale unor mărimi cinematice prescrise (poziții, viteze, accelerări etc.), considerînd elementele rigide și avînd masile concentrate sau distribuite ;

- sinteza cinetoelastodinamică : se ocupă de crearea unor mecanisme care să satisfacă diferite combinații de parametri : poziții, viteze, accelerări, forțe și cupluri, tensiuni, deformații etc. la o anumită viteză de funcționare ; elementele sunt considerate elastice și cu masile concentrate sau distribuite.

### 1.2. Aspecte ale analizei și sintezei mecanismelor cu elemente elastice în literatura de specialitate.

Pe treapta inferioară a domeniului analizei mecanismelor cu elemente elastice se situează analiza statică. Se întâlnesc în literatură numeroase lucrări (de exemplu [2...37]) în care sunt studiate sisteme "complex elastice" (avînd unele elemente rigide, altele elastice). Din cauza complexității soluțiilor, de obicei doar un element este considerat elastic. Pentru a face posibilă rezolvarea ecuațiilor mișcării se introduc ipoteze simplificatoare, care tind să facă modelul și soluțiile nerealiste [1].

#### 1.2.1. Lucrări tratînd analiza vibrațiilor și a stabilității.

Lucrările analizate în acest paragraf sunt grupate funcție de modul în care consideră accelerăriile din mecanism și forțele din cuplurile cinematice. Dacă alături de accelerăriile transversale (față

de axa longitudinală a elementului considerat) se iau în considerare și acceleratiile axiale și forțele din cuplurile cinematice, coeficienții ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale (ce descriu mișcarea vibratorie) vor fi funcții periodice. Din această cauză, alături de rezonanță pot apărea și fenomene de instabilitate parametrică.

#### 1.2.1.1. Lucrări ce consideră doar efecte transversale.

Analiza vibrațiilor staționare ale bielei unui mecanism manivelă-piston este prezentată în [38]. Acceleratia transversală este exprimată cu serii Fourier, rezultând o ecuație diferențială neomogenă cu derivate parțiale, care se încearcă să se rezolve prin două metode. În prima metodă se obține o dublă serie Fourier infinită, greu convergentă. În a doua metodă se ajunge la o ecuație integrală care e rezolvată aproximativ, obținându-se același rezultat ca și din prima metodă, dar cu efort mai mic.

O analiză mai detaliată a unui mecanism manivelă-piston cu bielă deformabilă este prezentată în [39], evidențiindu-se apariția rezonanțelor combinate atunci cînd se iau în considerare și inerția de rotație și deformațiile de forfecare.

Lucrarea [13] analizează vibrațiile transversale ale balansierului unui mecanism patrulater articulat, cîruia îi s-a imprimat o mișcare sinusoidală. Neînînd cont de forțele din cuplurile cinematice nici de acceleratiile axiale, s-a obținut o ecuație diferențială liniară neomogenă de ordinul patru cu derivate parțiale. Se arată că pericolul rezonanței apare doar pentru elemente zvelte. Se indică modul în care se pot obține tensiunile de încovoiere. Din experimentări a rezultat că deformațiile se mențin mari pe tot domeniul de viteze unghiulare ale arborelui de intrare corespunzătoare primului și celui de-al doilea mod de vibrație. Acest fenomen (neasteptat) poate fi cauzat de instabilitatea parametrică, neconsiderată de autor prin ipotezele de lucru.

În lucrarea [40] se utilizează aceeași metodă ca și în [13] pentru cazul unui element arbitrar al unui mecanism patrulater articulat. Se ia în considerare inerția de rotație. Soluția obținută e mai precisă decît cea obținută în [13].

Cercetările din [41] extind lucrarea [40], considerînd și cazul în care elementul conducitor are acceleratiie nenulă. Problema e continuată în [42]. Forțele sunt date doar acceleratiilor miș-

cărui rigiditate. Principala contribuție este dovedirea faptului că influența accelerării de ordinul doi asupra deformațiilor descrește cînd prima frecvență proprie a elementului descrește.

In lucrarea [43] se examinează influența deformațiilor transversale ale unei biele a unui mecanism patrulater articulat ce conține o masă concentrată asupra forțelor din cuplă. Se arată că forțele obținute pot fi considerabil mai mari (mai mult decît duble) decît cele obținute fără considerarea elasticității.

. Studiul vibrațiilor longitudinale și transversale ale bielelor motoarelor cu ardere internă este prezentat în [44], determinîndu-se frecvențele proprii și influența secțiunii variabile a bielei asupra acestora.

In lucrările [45, 46, 47] se iau în considerare, pe lîngă elasticitatea unuia din elemente, și jocurile din cuplăle cinematice. In concluzia lucrării [46] se compară rezultatele experimentale cu cele analitice, constatîndu-se concordanța lor. De asemenea, se constată că forțele din mecanism și zgomotele se reduc în prezența elasticității elementelor.

#### 1.2.1.2. Lucrări ce consideră efecte axiale și transversale.

Lucrarea [31] este cea dintîi în care se recunoaște contribuția forțelor axiale asupra deformațiilor transversale. Ecuația diferențială a rezultat cu coeficienți periodici. Pentru rezolvare, ecuația este simplificată prin egalarea cu zero a coeficienților periodici și se aplică aceeași metodă ca în [38]. Se indică și criterii de apreciere a rezonanței. Autorul precizează că, dacă nu se negligează coeficienții periodici, ar trebui să apară regiuni (și nu puncte) de rezonanță.

In lucrarea [32] autorii s-au ocupat de deformațiile transversale, neamortizate, ale bielei unui mecanism manivelă-piston. Se obține o ecuație integro-diferențială, mai completă decît cea din [31]. Se tratează două variante, simplificate, ale ecuației de mișcare, ce se rezolvă prin două metode diferite. A rezultat că metoda diferențelor finite este superioară metodei Runge-Kutta.

Remarcînd necesitatea unei analize a stabilității în scopul dezvoltării lucrării [32], în lucrările [41, 48] s-au făcut astfel de cercetări pentru anumite familii de mecanisme manivelă-piston. Diagramale de stabilitate s-au obținut cu ajutorul unui calculator ana-

logic. S-a analizat doar primul mod de vibrație, deoarece o investigație a ecuațiilor a arătat că se poate neglija contribuția celui de-al doilea mod de vibrație.

Lucrarea [49] este prima în care s-au luat în considerare efectele combinate ale deformărilor longitudinale și transversale ale bielei unui mecanism manivelă-piston. Este inclusă amortizarea internă a materialelor și cea din lagăre, considerate proporționale cu viteza. Nu se ia în considerare efectul de scurtare datorat încovierii, ceea ce decuplează expresiile vibrațiilor transversale și axiale. Autorul afirma că, din cauza amortizării, toate regiunile de instabilitate ce apar peste o anumită valoare a turăției de intrare dispar complet, iar cele ce rămân corespund unor viteză ale mașinilor în afara domeniului de valori ce pot apărea în practică.

În lucrările [34, 35, 50], se dezvoltă ecuațiile ce descriu mișcările vibratorii ale mecanismului patrulater articulat în cazul în care toate elementele mobile sunt elastice. Biela nu este considerată coplanară cu manivela și balansierul (ci în plan paralel), admitindu-se și încovoiere în plan perpendicular pe planul mecanismului și torsiune. Se neglijă deformațiile axiale pe motiv că frecvențele lor sunt cu un ordin de mărime mai mare decât ale celor transversale sau de torsiune. Autorul ajunge la concluzia că reacțiunile din cuplurile cinematice nu sunt influențate de prezența elasticităților, afirmație în neconcordanță cu [43]. În faza de rezolvare a ecuațiilor, pentru simplificare, se consideră manivela și balansierul rigide. Sunt prezentate diagrame de stabilitate, a căror justețe a fost verificată experimental. S-a constatat că biela își pierdea stabilitatea înaintea atingerii sarcinii critice Euler.

Deformațiile transversale ale bielei unui mecanism manivelă-balansier sunt analizate în [51], considerind drept variabilă independentă curbura barei și obținând o ecuație integrodiferențială. Se utilizează metoda elementelor finite, considerind doar accelerațiile și forțele în cupluri datorate mișcării rigide (fără considerarea elasticității). Autorul arată că stabilitatea și rezonanța sunt puternic influențate de lungimea elementului conducător, raportul momentelor de inertie masice ale bielei și balansierului, ca și de raportul frecvențelor. De importanță secundară s-au constatat să fi rigiditatea la încovoiere și variația secțiunii bielei. Autorul concluzionează că, pentru dimensiuni uzuale ale mecanismului și secțiunilor elementelor, raportul frecvențelor de lucru amis (deci viteza

unghiulară permisă a elementului conducător) este dependent doar de tensiunile admisibile în element. Deci tensiunile devin, ușual, mai mari decât cele admisibile, pentru puncte de funcționare în domeniul stabil, și doar pentru biele foarte zvelte se va atinge regimul de instabilitate (sau de rezonanță) înainte de a se depăși valoarea maximă admisibilă a tensiunilor. De asemenea, afirmă că rezonanțele combinate nu apar, în general, în domeniul vitezelor existente la mașinile utilizate în mod curent.

In lucrările [30, 52] se analizează stabilitatea unui mecanism manivelă-piston centric. Liniarizarea ecuațiilor vibrațiilor se obține prin neglijarea influențelor forței axiale asupra momentului încovoietor.

Faptul că termenii neliniari din ecuațiile diferențiale ce descriu deformațiile transversale ale bielei unui mecanism manivelă-piston pot avea influență importantă, a fost arătat în lucrările [53, 54]. Termenii neliniari provin din accelerarea Coriolis și din accelerările relative normale și tangențiale datorate deformațiilor elastice transversale. Se include amortizarea internă a materialului. Ca și în [50, 52], deformația axială e neglijată, cu excepția scurtării datorată încovoierii. În toate cazurile numerice analizate s-a constatat că răspunsul corespunzător celui de-al doilea mod este o fracțiune mică, neglijabilă, față de cel corespunzător primului mod. O comparare a rezultatelor obținute din ecuațiile liniare și cele neliniare a arătat că termenii liniari au o influență semnificativă doar la viteze relativ mari. Sunt făcute comparații cu rezultatele din [52], dar nu se apreciază motivele concrete ale rezultatelor diferite.

Analiza experimentală a deformațiilor unui mecanism patrulater articulat este prezentată în lucrarea [55].

Amortizarea viscoasă și forțe exterioare perioadice sunt luate în considerare în lucrarea [56] ce prezintă mai multe exemple.

In lucrarea [57] analiza este efectuată luând în considerare simultan și tensiunile și deformațiile. Ecuațiile cuprind simultan și mișcarea cu elemente considerate rigide și cea cauzată de elasticitatea elementelor, rezultând deosebit de complexe, inutilizabile în forma lor generală. În scopul rezolvării, se fac simplificări ale distribuției tensiunilor, deformațiilor și ale vitezelor elementelor. Este tratat un mecanism manivelă-piston. Nu este prezentată nici o metodă de rezolvare a ecuațiilor finale.

Mecanismele preselor cu excentric fac obiectul lucrării [58], în care se prezintă metode teoretice de calcul a tensiunilor, deformațiilor și jocurilor în cuplurile cinematice ale acestor mecanisme. Se indică modul de determinare a rigidității echivalente pentru diferite configurații ale cuprelor cinematice. Rezultatele teoretice au fost verificate experimental.

#### 1.2.1.3. Lucrări ce analizează sisteme discrete

În §§ 1.2.1.1 și 1.2.1.2 s-au prezentat lucrări ce analizau sisteme având proprietăți distribuite. Paragraful de față are ca obiect lucrările ce analizează vibrațiile din mecanisme având elementele elastice cu proprietăți (mase, rigidități, amortizări) concentrate.

În lucrarea [59], se discută stabilitatea vibrațiilor bielei sistemului motor de antrenare a unei locomotive electrice, sistem conținând un mecanism paralelogram. Se arată că vibrațiile bielei sunt descrise de o ecuație Hill dar soluția acesteia nu este discutată.

Mecanismul manivelă-piston, excentric, din lucrarea [60] conține doar un element deformabil, biela, care prin zveltețea ei se situează în vecinătatea zonei Euler-Bernoulli. S-a utilizat metoda elementelor finite, urmărindu-se și influența numărului punctelor de concentrare. Autorii arată că sunt suficiente cinci puncte de concentrare. Rezultatele teoretice au fost verificate experimental (utilizând traductoare tensometrice).

Vibrațiile longitudinale ale bielei unui mecanism manivelă-piston și ale bielei unui mecanism manivelă-balansier sunt analizate în [61]. Bielele sunt înlocuite cu arcuri elicoide cu rigiditate fixă. Se analizează soluțiile atât pentru cazul unor oscilații presupuse mici, cât și pentru oscilații cu amplitudine relativ mare. Rezultatele sunt utile pentru mecanisme ce conțin arcuri propriu-zise, deformațiile obținute pentru mecanisme cu biele obișnuite fiind neglijabile.

Tot un mecanism manivelă-balansier cu biela arc de rigiditate mică este obiectul lucrării [62]. Este analizată doar soluția particulară a ecuației diferențiale, valorile amplitudinilor fiind confirmate experimental. Aceeași problemă e analizată și în [62], dar tratarea e limitată la obținerea ecuației de mișcare a balansierului.

În lucrările [7, 27, 35, 55] se analizează vibrațiile în mecanis-

me cu elemente-arc, similare cu cele de mai sus, elementul conducerător având mișcare oscilatorie. Lucrarea prezintă diagrame în planul fazelor și curbe de rezonanță caracteristice acestor sisteme. Asemănător se pun problemele și în lucrarea [64].

Lucrarea [65] prezintă modurile în care poate fi considerată biela unui mecanism manivelă-piston oscilant în analiza vibrațiilor: ca o bară încastrată cu lungime variabilă în timp sau ca o bară simplu rezemată, cu un capăt prelungit dincolo de reazem, cu distanță variabilă între reazeme.

Vibrațiile laterale în prezență unei mase concentrate atașate bielei elastice a unui mecanism patrulater articulat prin intermediul unui arc lamelar încastrat la un capăt sănătate analizate în [66]. Se analizează doar soluția particulară, cu ajutorul seriilor Fourier.

In lucrarea [67], mecanismul analizat este de tip manivelă-piston excentric, cu pistonul (masa sa) legat de bielă printr-un arc liniar. Se neglijă frecările, jocurile din couple, amortizările interne și abaterile de la dimensiunile nominale. Metoda e ilustrată pe exemple.

Pentru un mecanism patrulater articulat, lucrarea [68] prezintă o metodă de determinare a deformațiilor și tensiunilor. Rezultatele teoretice sunt comparate cu cele experimentale, constatăndu-se concordanță.

Lucrarea [69] prezintă o metodă de analiză utilizând elemente finite și interpolări cu polinoame Hermite. Se calculează deformații și tensiuni, în absență amortizărilor.

Un mecanism spațial (manivelă-piston) este obiectul analizei prezentate în [70]. Experimentările au dat rezultate puțin diferite (vîrfuri de accelerări) față de prevederile teoretice, probabil din cauza neglijării jocurilor din couple și a elasticității elementului fix și couplelor cinematice.

In scopul simplificării algoritmului de rezolvare a problemei de formațiilor, în lucrarea [71] ecuațiile de mișcare sunt astfel rescrise încât să nu mai fie necesară introducerea forțelor de inerție ca forțe exterioare. Tot în scopul simplificării, în lucrarea [72] linia deformată este descrisă de o serie de puteri.

Vibrațiile torsionale din arborii mecanismelor sunt descrise tot de ecuații diferențiale Hill neomogene. Coeficienții periodici sunt datorați momentelor de inerție masice reamse ale mecanismului analizat. Probleme de acest tip sunt tratate de lucrările: [73, 74, 75], care discută metodele de studiu a vibrațiilor arborilor cotiți ai

motoarelor cu ardere internă; [76, 77, 78], care studiază problema generală a vibrațiilor în arborii de intrare în mecanisme și determină criteriile de stabilitate în mod analitic; [79, 80], în care se indică modul de utilizare a unui calculator analogic pentru determinarea limitelor zonelor de stabilitate ale vibrațiilor cuplate ale arborilor de intrare și de ieșire ai unui mecanism patrulater articulat; [81], care studiază un mecanism în care, pe lângă elementele mobile, sunt considerate deformabile și batiul și arborele de intrare, ajungindu-se la concluzia că ipoteza micilor deformații este aplicabilă la majoritatea mecanismelor de mare viteză; [24, 25], care analizează regimul staționar de vibrații cauzate de legătura elastică mașină motoare-mașină de lucru.

Influența reacției electromagnetice din motorul electric de atrenare asupra vibrațiilor de torsiune ale arborilor de intrare ai mecanismelor este discutată în [82, 83, 29, 36, 84, 85]. Se arată că, deoarece momentul rezistent este variabil de-a lungul unei rotații a arborelui motorului, se poate să nu fie suficientă descrierea caracteristicilor motorului electric cu inducție prin curba convențională de regim staționar (cuplu-turație). Se arată că prezența reacției electromagnetice poate, în anumite condiții, să provoace îngustarea zonelor de instabilitate.

#### 1.2.1.4. Studii speciale de mecanisme având elemente deformabile.

Treceri în revistă ale unor lucrări publicate ce se referă la mecanisme cu elemente elastice sunt prezentate în [1, 86, 87]. Probleme ale structurii acestui tip de mecanisme sunt prezentate în [88]. Influențele combinate ale cîmpurilor de temperaturi și ale rigidităților finite sunt analizate în [89, 90].

Modificarea comportării dinamice a unor mecanisme date prin adăugarea unor arcuri (de torsiune sau întindere) poate avea loc în sensul îmbunătățirii răspunsului sistemului sau reducerii reacțiunilor în couplele elementului fix. În [91] s-au utilizat arcuri suplimentare pentru ajustarea vitezei. Lucrarea [15] extinde lucrarea [16], deoarece nu se neglijăză nici un termen din ecuațiile diferențiale. Metode analogice sunt utilizate în [64, 7, 8].

Realizarea unor nivele prescrise ale energiilor în mecanisme prin adăugarea de arcuri este obiectul lucrării [92]. Lucrările [93,

94] indică o metodă de determinare a caracteristicilor necesare unor arcuri care, introduse în mecanisme din motive funcționale, să realizeze independența frecvenței oscilațiilor de amplitudinea acestora.

Citeva lucrări abordează probleme ale deformării mari. În [21, 22, 23] se investighează generatoare de funcții cu un singur element deformabil, iar în [2, 6] se analizează un mecanism manivelă-balansier cu bielă foarte flexibilă.

În lucrările [10, 11, 12] se sugerează ca mecanismele cu elemente elastice să fie utilizate pentru înmagazinare de energie sau pentru convertire de cupluri. Flexibilitatea de torsion a arborelui de intrare conectat la un volant este analizată în [95] pentru a minimiza oscilațiile din mecanism. Minimizarea gradului de neregularitate a mișcării prin înlocuirea volantului cu un arc este obiectul lucrărilor [96, 97], cu aplicare la mecanisme din mașini agricole.

În [98] se afirmă că adăugarea de arcuri ar fi una din cîile cele mai facile de echilibrare a mecanismelor și de obținere a unor mișcări cu grad mic de neregularitate. Problema este analizată și în [99, 100].

Mecanismele analizate în lucrarea [101] datorăză mobilitatea doar elasticității elementelor sau cuprelor cinematice (în scopul reducerii uzurilor abrasive). Deformările mari introduc termeni neliari în ecuațiile diferențiale. Rezolvarea ecuațiilor se face iterativ, prin liniarizare pe intervale mici. Se încearcă și optimizarea utilizând metoda metricii variabile (Fletcher-Powell). Ca exemplu este tratat un mecanism manivelă-balansier generator de funcție.

Sinteza unui mecanism dublu manivelă-piston, pistonul fiind legat de bielă și printr-un arc, este prezentată în [102]. Se obține o ecuație cu șapte termeni, cu coeficienții funcție de parametrii mecanismului (lungimi, mase, rigidități ale arcurilor etc.). Se poate deci realiza sinteza mecanismului ca generator de funcție cu șapte puncte de precizie. Este prezentat și discutat un exemplu.

#### 1.2.2. Lucrări ce abordează analiza cineticoelastodinamica.

Lucrările prezentate în paragrafele anterioare nu au cuprins (nici una din ele) o metodă de analiză care să considere toate efectele

tele prezente. Motivul pare a fi faptul că, pentru a obține soluții prin metode clasice, este nevoie de introducerea unor ipoteze simplificatoare, care vor reduce realismul modelului.

Bazat pe analiza dinamica a structurilor, s-au dezvoltat două metode foarte asemănătoare care permit modelarea sistemului elastic real fără a fi nevoie de ipoteze simplificatoare.

Metoda prezentată în [103] se bazează pe faptul că deformația elastică a unui element tip bară poate fi exprimată drept suma de produse ale unei coordonate de timp, într-un anumit punct al elementului, și forma modală impusă de o deformație unitară după coordonata respectivă. Ecuatiile diferențiale ale mișcării se obțin aplicând metoda Lagrange și metoda de analiză cinematică din [104] pentru mișcarea rigidă. Mișcarea mecanismului se consideră a fi o suprapunere liniară a mișcării mecanismului considerat rigid și a unei mișcări de amplitudine relativ mică, datorată elasticității elementelor. Mecanismul fiind o structură cu geometrie variabilă în timp, pentru aplicarea metodelor din dinamica structurilor se consideră că geometria mecanismului este constantă pentru un unghi de rotire a maniveliei motoare de  $\pi/90$  rad și ecuațiile dinamicii se aplică în poziții succesive, fixe, ale mecanismului. Deoarece la rezolvarea ecuațiilor de deformații apare necesitatea inversării matricii de rigiditate a structurii, care în cazul unui mecanism este singulară, în [105] se propune scrierea unei ecuații suplimentare, din condiția de conservare a cuplului. Se obține o matrice de transformare, cu ajutorul căreia se obține un nou set de coordonate, pentru care matricea de rigiditate a mecanismului nu mai este singulară. Deformațiile fiind presupuse mici, s-a considerat că ele nu influențează mișcarea mecanismului considerat rigid. Deoarece cauza principală a deformațiilor o constituie forțele de inerție datorate mișcării mecanismului considerat rigid, aceste forțe s-au calculat și s-au introdus ca forțe exterioare în partea de calcul a deformațiilor. Valorile deformațiilor și ale derivatelor lor în raport cu timpul, obținute într-o poziție a mecanismului, sunt utilizate drept condiții inițiale pentru rezolvarea ecuației diferențiale a deformațiilor pentru poziția următoare.

Deoarece numărul de coordonate este limitat (lucrindu-se cu elemente finite), iar forțele exterioare se pot aplica doar după aceste coordonate, nu se poate aplica direct nici un fel de forță distribuită. Forțele de inerție sunt repartizate după coordonatele

existente prin metode ale analizei structurilor, astfel încât deformațiile obținute să fie corecte.

Metoda prezentată în [103] este utilizată la analiza cineto-elastodinamică a trei mecanisme : manivelă-balansier, Bennett și manivelă-piston.

În lucrarea [3], aceeași metodă este utilizată pentru analiza statică a unui mecanism Bennett.

Lucrările [105,106] propun o metodă aproape identică, singura deosebire fiind modul în care se evită singularitatea matricii de rigiditate a mecanismului, ceea ce în [105] se realizează prin modul de alegere a coordonatelor generalizate ale sistemului. În acest scop este adoptată metoda vectorului de localizare din analiza structurilor.

Pentru analiza tensiunilor din elemente, în [3] este utilizată metoda directă a rigiditaților [107,108], care are dezavantajul că tensiunile se pot determina doar în punctele nodale. Calculul tensiunilor pe baza deformațiilor [108] introduce erori din cauza necesității de a evalua derivata a două a deformațiilor. În [109] este propusă o metodă în care tensiunile de încovoiere se obțin prin integrarea funcției ce descrie linia deformată a barei, erorile existente la determinarea acestei linii atenuindu-se prin integrare.

Pentru cazurile cînd timpul de calcul este restrictiv (de exemplu în cazul optimizărilor), din ecuația de formațiilor se pot neglija termenii corespunzători accelerării cauzate de mișcarea datorată deformațiilor elastice, rezultînd o ecuație matriceală liniară.

Lucrările [110,111] utilizează metoda din [106], lucrarea [111] prezentind și un exemplu în care un lanț RT este înlocuit cu o cuplă superioară.

Probleme generale ale analizei și sintezei cinetoelastodinamice mai sunt prezentate și în [20,86,112,113], fără a se evidenția probleme speciale.

### 1.2.3. Lucrări ce abordează sinteza cineto-elastodinamică.

Pentru sinteze dinamice sunt des utilizate scheme iterative de tipul sinteză - analiză - resinteză, procesul de proiectare

oprindu-se la atingerea unei performanțe dorite.

O sinteză cinetoelastostatică a unui mecanism patrulater articulat generator de funcție, cu bielă elastică, este prezentată în [5,6]. Tot mecanisme generatoare de funcții, având un element deformabil și restul considerate rigide sunt obiectul sintezelor din [21].

In lucrările [106,114] se prezintă o metodă prin care se poate realiza sinteza unui mecanism cu bare având toate elementele elastice. Metoda introduce un operator special, de alungire-rotire. Metoda lucrează după schema iterativă sinteza - analiză - resinteză. Lucrarea [109] utilizează metoda din [106,114] pentru a realiza o metodă generală de proiectare optimă a mecanismelor cu elemente elastice. Se urmărește obținerea unor mecanisme cu masă minimă, în condițiile în care sunt limitate valorile tensiunilor și deformațiilor. Rezolvarea se face cu ajutorul programării liniare (metoda simplex).

### 1.3. Concluzii

Din cele prezentate în acest capitol, s-au putut evidenția cîteva concluzii cu privire la stadiul actual și tendințele din domeniul analizei și sintezei mecanismelor cu elemente articulate, concluzii prezentate în continuare.

a). Sistemele studiate sunt, de regulă, sisteme complex elastice, adică posedă atât elemente deformabile cât și elemente nedeformabile.

b). Mecanismele analizate sunt înlocuite cu modele ce au parametrii concentrați sau distribuți.

c). Au fost studiate în principal următoarele tipuri de mecanisme :

- patrulater articulat, generator de funcție sau de traiectorie ;
- manivelă-piston și manivelă-piston oscilant ;
- mecanismul articulației universale (Cardan-Hook).

d). Au fost tratate și vibrațiile arborilor mecanismelor, inclusiv arbori cotiți.

e). S-a considerat și influența motorului de antrenare asupra dinamicii mecanismului.

f). Ecuatiile de mișcare (inclusiv deformații) se obțin din

considerente energetice sau de echilibru dinamic. Ele sunt ecuații diferențiale cu derivate parțiale (uneori integro-diferențiale), deseori de ordinul patru, nelineare și neomogene (în cazul general), cu coeficienți periodici. Pentru rezolvarea ecuațiilor, cel mai frecvent se neglijază termenii nelineari sau periodici (cu toate că pot fi importanți), obținindu-se ecuații de formă cunoscută, a căror rezolvare se face cu metode bine stăpinate.

g). Din rezolvarea ecuațiilor rezultă că răspunsul celui de-al doilea mod de vibrație este, în general, neglijabil. De asemenea, este posibil ca plecind de la condiții inițiale diferite să se obțină soluții staționare diferite.

h). Din analiza stabilității se desprind următoarele :

- la anumite vitezze de funcționare, în absența amortizării, pot fi excitate simultan mai multe forme proprii ;

- din cauza amortizării, regimurile de instabilitate, pentru mecanismele obișnuite, se află, în general, în zone de funcționare ce nu sunt utilizate în practică ;

- viteza maximă admisă de lucru este limitată, cel mai frecvent, de tensiunile din elemente (tensiuni ce ajung egale cu cele admisibile) și nu de apariția instabilității (deformării nepermise mari) ;

- pericolul de rezonanță apare doar pentru elemente relativ zvelte.

Se constată, de asemenea că, doar cu puține excepții [5,103, 106], metodele de analiză sunt metode analitice literale, care necesită cheltuială relativ mare de muncă de rutină din partea proiectantului (analistului), motiv pentru care sunt considerate nepotrivite pentru rezolvarea prin calcul automat. Activitatea de proiectare necesită, însă, rezolvarea în timp scurt a unui număr mare de variante în scopul alegerii variantei optime. Acest lucru e posibil doar folosind metode numerice de largă utilizare (optimizate astfel de practică).

Pentru rezolvarea problemei sintezei mecanismelor cu elemente deformabile (incluzând și sinteza cinetooelastodinamică), în literatura de specialitate este propusă o singură metodă [106], care are dezavantajul că utilizează un algoritm special pentru realizarea etapei de sinteză propriu-zisă, măring astfel timpul de calcul și probabilitatea de apariție a erorilor.

În scopul eliminării neajunsurilor semnalate mai sus, lucră-

rea de față și-a propus :

- a). elaborarea unei metode generale numerice de analiză dinamică, având posibilitatea de includere a efectelor frecărilor și a influenței motorului de antrenare și cuprinzînd elemente speciale pentru mărirea vitezei de calcul ;
- b). elaborarea unei metode generale numerice pentru analiza cinet elastodinamică, utilizată fără modificări și pentru analiza elastodinamică și cea elastostatică, metodă bazată pe utilizarea elementelor finite și derivată din metodele de analiză dinamică a structurilor, dar necesitînd și elaborarea unei metode de descriere a topologiei structurii reprezentate de mecanism ;
- c). elaborarea unei metode de sinteză cinet elastodinamică prin asamblarea algoritmilor pentru sinteză cinematică (pentru elemente rigide), analiză dinamică și analiză cinet elastodinamică.
- d). elaborarea unei metode de proiectare optimă a mecanismelor cu elemente deformabile ;
- e). formularea unor concluzii privind condițiile în care este necesară aplicarea și rezultatele probabile ale analizei și sintezei mecanismelor cu elemente considerate deformabile.

**Cap.2. Stabilirea unei metode de analiză dinamică cu ajutorul calculatorului numeric automat.**

**2.1. Introducere**

Analiza dinamică în ipoteza că toate elementele sunt rigide este necesară pentru a obține datele inițiale pentru analiza elas-todinamică : pozițiile,vitezele,accelerațiile și reacțiunile din couplele cinematice. Separarea celor două componente,cea datorată mișcării cu elemente rigide și cea datorată mișcărilor provocate de deformații,este posibilă în ipoteza unor frecvențe proprii de vibrație superioare frecvențelor de lucru ale mecanismelor,lucru ce este valabil,practic,pentru toate mecanismele proiectate după principiile actuale [13,34,35,49,50,51,61,103,106,109,114] .

Metoda prezentată în continuare se bazează pe asamblarea unor ecuații vectoriale astfel încât să se obțină o ecuație matriceală prin a cărei soluționare să se obțină simultan valorile accelerăriilor elementelor și ale reacțiunilor din couplele cinematice.

**2.2. Stabilirea ecuațiilor de echilibru dinamic**

Analiza se va efectua pentru mecanisme plane conținînd doar couple de clasa a cincea [115] .

Ecuațiile de echilibru pentru un element,cu indicele  $k$ ,se pot scrie [108] :

$$\begin{cases} \bar{F}_{ek} + \bar{F}_{lk} + \bar{F}_{ik} = 0 \\ \bar{M}_{ek} + \bar{M}_{lk} + \bar{M}_{ik} = 0 \end{cases} \quad \text{sau} \quad \begin{cases} F_{ekx} + F_{lkx} + F_{ikx} = 0 \\ F_{eky} + F_{lky} + F_{iky} = 0 \\ M_{ek} + M_{lk} + M_{ik} = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

În care :

$(\bar{F}_{ek}, \bar{M}_{ek})$  este torsorul forțelor exterioare,exprimat față de centrul de greutate al elementului respectiv;

$(\bar{F}_{lk}, \bar{M}_{lk})$ - torsorul forțelor de legătură (reacțiuni în couplele cinematice),exprimat față de centrul de greutate al elementului respectiv .

$(F_{ik}, M_{ik})$  - torsorul forțelor de inerție, exprimat față de centrul de greutate al elementului respectiv,

iar  $x$  și  $y$  indică proiecțiile pe axele  $Ox$  respectiv  $Oy$  ale unui sistem ortogonal de axe de coordonate  $xOy$  legat de elementul fix.

Forțele de legătură au expresiile :

$$\bar{F}_{lk} = \sum_j \bar{R}_{jk} \quad (2.2)$$

în care  $\bar{R}_{jk}$  este reacțiunea din cupla cinematică formată de elementul  $k$  cu elementul  $j$ . Indicele  $j$  ia valorile indicilor tuturor elementelor adiacente elementului  $k$  (de care acesta din urmă este legat prin couple cinematice).

Pentru momentele forțelor de legătură se pot scrie expresiiile :

$$M_{lk} = \sum_j (R_{jkkx} \cdot f_{jkkx} + R_{jky} \cdot f_{jky}) , \quad (2.3)$$

în care  $f_{jkkx}$  și  $f_{jky}$  sunt funcții (cu valoare de lungime), ce depind de lungimea, poziția elementului și de poziția centrului de greutate față de centrele couplelor cinematice formate de element.

Forțele și momentele de inerție vor avea expresiile :

$$\bar{F}_{ik} = - m_k \bar{a}_k ; \quad \bar{M}_{ik} = - m_k i_{Gk}^2 \bar{\epsilon}_k , \quad (2.4)$$

în care :

$m_k$  este masa elementului de indice  $k$  ;

$\bar{a}_k$  - accelerația centrului de greutate a elementului  $k$  ;

$\bar{\epsilon}_k$  - accelerația unghiulară a elementului  $k$  ;

$i_{Gk}$  - raza de giroare a elementului  $k$ .

Prin asamblarea ecuațiilor de echilibru ale tuturor elementelor mobile ale mecanismului analizat (ținând cont că  $\bar{R}_{jk} = - \bar{R}_{kj}$ ), se va obține ecuația matriceală de echilibru a mecanismului sub forma :

$$\{F_e\} + [A] \{R\} + \{F_i\} = \{0\} \quad (2.5)$$

în care :

$\{F_e\}$  este matricea coloană a forțelor și momentelor exterioare ;

$\{R\}$  - matricea coloană a reacțiunilor din couplele cinematice ;

436967  
334 F

$\{F_i\}$  - matricea coloană a forțelor și momentelor de inertie ;

$[A]$  - matrice având ca elemente 0,  $\pm 1$  și funcțiile  $f_{jk}$  (definite în (2.3)) pentru toate elementele mecanismului.

In ecuația (2.5) necunoscute sunt matricile coloană  $\{R\}$  și  $\{F_i\}$ . Din matricea  $\{F_i\}$  se va separa partea ce conține accelerăriile (factorii necunoscuți din expresiile forțelor și momentelor de inertie) :

$$\{F_i\} = \{G\} + [N] \{\epsilon\} \quad (2.6)$$

în care :

$\{G\}$  este o matrice coloană a cărei termeni provin din compoentele, normale la traiectorie, ale accelerărilor, și sunt funcții de masa, lungimea, poziția centrului de greutate, unghiul de poziție și viteza unghiulară a elementelor ;

$[N]$  - matrice a cărei termeni sunt funcții de masa, lungimea, poziția centrului de greutate, unghiul de poziție și raza de giroscopie a elementelor;

$\{\epsilon\}$  - matricea coloană a accelerărilor elementelor.

Ecuatiile (2.6) î se atașează un grup de ecuații obținute prin derivarea de două ori a ecuațiilor de închidere a lanțurilor cinematice care formează contururi închise distințe, ce intră în componentă mecanismului analizat. Acest grup de ecuații poate fi scris sub formă matriceală :

$$[Q] \{\epsilon\} = \{w\} \quad (2.7)$$

în care :

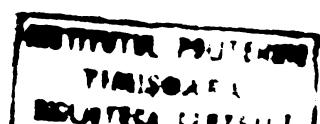
$[Q]$  este o matrice cu elementele funcții de lungimea și poziția elementelor ;

$\{w\}$  - matrice-coloană cu elementele funcție de lungimea, poziția și viteza unghiulară a elementelor.

Din combinarea ecuațiilor (2.6) și (2.7) se poate obține ecuația matricială finală :

$$[\alpha] \cdot \{\beta\} = \{\gamma\} \quad (2.8)$$

în care :



$$[\alpha] = \begin{bmatrix} [A] & [N] \\ [0] & [Q] \end{bmatrix} ; \quad \{\beta\} = \begin{Bmatrix} \{R\} \\ \{\varepsilon\} \end{Bmatrix} ;$$

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \{-F_e\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{-G\} \\ \{w\} \end{Bmatrix}$$
(2.9)

Ecuăția matriceală (2.6) conține trei ecuații scalare pentru fiecare element, deci în total  $3(n_e - 1)$  ecuații scalare,  $n_e$  fiind numărul total al elementelor din mecanismul analizat. Ecuăția matriceală (2.7) conține cîte două ecuații scalare pentru fiecare lanț cinematic (contur) închis distinct ce intră în componentă mecanismului analizat (obținute prin proiectarea ecuației vectoriale de închidere – după derivare de două ori – pe cele două axe de coordinate). Numărul de contururi închise distincte din mecanism este  $n_o = n_c - n_e + 1$ , în care  $n_c$  este numărul cuprelor cinematice. Ecuăția matriceală (2.8) va conține  $n_e + 2n_c - 1$  ecuații scalare avînd ca necunoscute  $n_e - 1$  accelerări și  $2n_c$  reacțiuni în couple, adică în total  $n_e + 2n_c - 1$  necunoscute, deci în număr egal cu numărul ecuațiilor.

### 2.3. Includerea efectelor frecărilor din cuplile cinematice.

Pentru a ține cont și de efectele frecărilor din cuplile cinematice se va considera că fenomenul de frecare respectă legile lui Coulomb. Rezolvarea problemei prin calcul automat pretinde și un algoritm de determinare automată a sensului forței de frecare. În acest scop, expresia forței de frecare asupra elementului  $k$ , ce ia naștere în cupla cinematică de rotație ce face legătura cu elementul  $j$  este [116,117] :

$$\bar{F}_{fjk} = e_{jk} \cdot \mu_{jk} \cdot d_{kj} \cdot R_{jk} \cdot \bar{u} (\varphi_{jk} + \pi/2) \quad (2.10)$$

în care :

$\bar{u}(\alpha)$  este vectorul unitar al direcției ce face unghiul  $\alpha$  cu axa  $Ox$  ;

$\varphi_{jk}$  – unghiul ce desemnează direcția vectorului  $\bar{R}_{jk}$  ;

$e_{jk}$  - factor constructiv ;  $e_{jk} = 1$  dacă elementul  $j$  este exterior ;  $e_{jk} = -1$  dacă elementul  $k$  este exterior (participă cu o suprafață cilindrică interioară la realizarea cuplei dintre elementele  $j$  și  $k$ ) ;

$d_{kj}$  - factor al sensului mișcării relative ;

$$d_{kj} = \frac{\omega_k - \omega_j}{|\omega_k - \omega_j|} ;$$

$\mu_{jk}$  - coeficientul de frecare între cele două suprafete de contact ale elementelor  $j$  și  $k$ .

Vectorul de poziție al punctului de contact din cuplă (punctul de aplicație a reacțiunii din cuplă) față de centrul cuplei este :

$$\bar{s}_{jk} = - s_{jk} \cdot e_{jk} \cdot \bar{u} (\varphi_{jk}) \quad (2.11)$$

în care  $s_{jk}$  este raza suprafeței de contact.

Pentru a ține cont de efectele frecării, forțele de frecare și momentele create de ele se vor introduce drept forțe exterioare în ecuațiile de echilibru (2.1). Va fi necesară aplicarea unei metode iterative, de tipul metodelor prin relaxare. În prima iterată, valoarea forțelor de frecare se calculează utilizând valori-le reacțiunile din poziția anterioară a mecanismului. Se vor calcula reacțiunile în noua poziție, valori cu care se recalculează forțele de frecare. Se recalculează reacțiunile și ciclul se repetă pînă cînd diferența dintre valorile reacțiunilor obținute în două iterări successive devine mai mică decît o valoare dată.

Deoarece de la o iterată la următoarea (pentru aceeași poziție a mecanismului) se modifică doar matricea coloană a termenilor liberi (matricea  $\{\gamma\}$  din (2.8)), nu și matricea coeficienților (matricea  $[\alpha]$  din (2.3)), pentru rezolvarea ecuației matriceale (2.8) se va calcula inversa matricei coeficienților și se va înmulțî cu matricea termenilor liberi, în locul rezolvării directe prin metoda eliminării (Gauss-Jordan). În acest mod, aplicarea algoritmului metodei eliminării se face doar o singură dată pentru fiecare poziție a mecanismului (la prima iterată). Rezultă o substanțială economie de timp de calcul.

#### 2.4. Includerea influenței caracteristicii dinamice a motorului electric de antrenare.

Pentru majoritatea mașinilor de lucru este necesară luarea în considerare a caracteristicii dinamice a motorului de antrenare, atât pentru corecta descriere a regimurilor tranzitorii, cît și pentru studiul regimurilor staționare și, în special, a stabilității [29, 36, 82, 83, 84, 85, 86, 119, 120].

Motoarele de curent continuu sunt utilizate, în special, în sistemele de reglare automată. Ecuatiile ce descriu caracteristica dinamică sunt relativ simple, rezolvările existente (de exemplu în [120]) fiind utilizabile și în studiul dinamicii mecanismelor cu elemente elastice.

Studiul proceselor dinamice din sistemele acționate cu motoare de curent alternativ se face mult mai dificil decât în cazul motoarelor de curent continuu [120].

Determinarea caracteristicilor dinamice se face considerînd motorul drept un convertor de energie [121]. Pentru descrierea comportării unui asemenea convertor se poate utiliza teoria circuitelor dinamice sau se poate trata convertorul ca fiind format din circuite cuplate aflate în mișcare relativă. Ecuatiile ce descriu funcționarea unui astfel de convertor sunt ecuații diferențiale liniare cu coeficienți variabili în timp [121]. În majoritatea cazurilor coeficienții sunt pur sinusoidali (fără armonici), rezolvarea putîndu-se deci face prin transformări liniare [120, 121]. În cazul în care inductanțele nu variază sinusoidal sau matricile inductanțelor nu sunt simetrice (din motive constructive mecanice sau electrice), transformările liniare uzuale nu vor conduce la soluții pentru ecuația de mișcare, deoarece termenii dependenți de poziție nu vor fi eliberați [122]. În asemenea cazuri se va utiliza exprimarea ecuațiilor circuitului dinamic funcție de timp [120, 122, 123] :

$$\{u\} = [\kappa] \{i\} + \frac{d}{dt} \{[L] \cdot \{i\}\} \quad (2.12)$$

și

$$M_{em} = p \{i\}^2 - \frac{d[L]}{d\theta} \{i\} \quad (2.13)$$

în care :

- {u} este matricea coloană a tensiunilor ;
- [R] - matricea (diagonală) a rezistențelor ;
- {i} - matricea coloană a curenților ;
- [L] - matricea inductanțelor ;
- $M_{em}$  - cuplul electromagnetic ;
- $\theta$  - unghiul de poziție al rotorului (unghi electric) ;
- p - numărul perechilor de poli ai statorului.

Cunoscind tensiunile, este necesară calcularea curenților și a cuplului electromagnetic.

Schēma electrică echivalentă a unui motor asincron este prezentată în fig.2.1 [120,122].

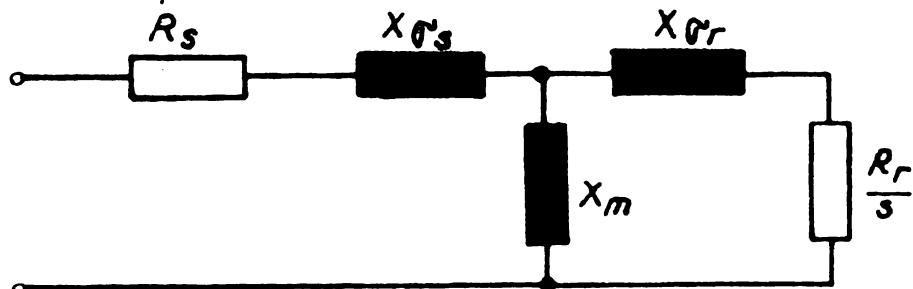


Fig.2.1

Impedanțele din figură au valorile :

$$X_{\sigma s} = L_{\sigma s} \cdot 2\pi f \quad ; \quad X_{\sigma r} = L_{\sigma r} \cdot 2\pi f \quad ; \quad X_m = L_m \cdot 2\pi f \quad (2.14)$$

în care :

- $L_{\sigma s}$  este inductanță de scăpări a statorului ;
- $L_{\sigma r}$  - inductanță de scăpări a rotorului ;
- $L_m$  - inductanță mutuală rotor-stator ;
- $R_s$  - rezistență înfișurării statorice ;
- $R_r$  - rezistență înfișurării rotorice ;
- f - frecvența tensiunii de alimentare ;
- s - alunecarea relativă (rotor-cimp electromagnetic).

Rezolvarea ecuațiilor se va face transformându-le în ecuații cu diferențe finite. Algoritmul de calcul va fi următorul [123] :

- a). se calculează cuplul motorului electric cu relația (2.14).

cunoscind curentii  $\{i\}_k$  ( $k$  fiind indicele pasului de integrare); pentru pornirea calculelor trebuie furnizate valorile initiale ale curentilor;

b). din ecuația de mișcare a agregatului, în care se introduce cuplul motor calculat la punctul  $a$  (de exemplu ecuația (2.8)), se calculează accelerarea unghiulară a elementului motor;

c). se calculează parametrii cinematici pentru pasul următor, utilizând accelerarea calculată la punctul  $a$  (prin integrare numerică);

d). din ecuația (2.12), cunoscind curentii  $\{i\}_k$ , se calculează:

$$\frac{d}{dt} \{i\} = [L]^{-1} \left\{ \{u\} - \left[ [R] + \frac{d}{dt} [L] \right] \{i\} \right\}; \quad (2.15)$$

e). se calculează noile valori ale curentilor,  $\{i\}_{k+1}$  (prin integrare numerică);

f). se înlocuiește  $k$  cu  $k+1$  și se reia ciclul de la punctul  $a$ , pînă la satisfacerea condiției de întrerupere (de exemplu atingerea poziției finale sau a timpului limită).

Metoda prezentată are avantajul că permite efectuarea analizei dinamice și în cazul unor motoare cu construcție asimetrică sau alimentate cu un sistem de tensiuni asimetric. Aceste asimetrii sunt importante în cazul analizei dinamice, ele putînd influența negativ stabilitatea mecanismelor antrenate, prin introducerea unor factori perturbatori [122].

Calculele de dinamică necesitînd un volum relativ mare de memorie operativă la calculatorul automat, mai ales cînd se ia în considerare și elasticitatea elementelor, pentru integrarea ecuației diferențiale (2.12) se vor utiliza metode simple de integrare (de ordinul doi sau trei). Dezavantajul va fi că timpul de calcul necesar va fi mai lung, deoarece pasul de integrare trebuie să fie mai mic pentru a se asigura stabilitatea și o precizie suficientă de calcul [123].

## 2.5. Integrarea ecuației de mișcare

Din ecuația de echilibru dinamic (2.3) se determină valoarea accelerării  $\epsilon_m$  a elementului conductor. Pentru calculul vitezei unghiulare și a poziției elementului conductor se va utiliza sistemul de ecuații diferențiale ordinare:

$$\epsilon_m = \frac{d\omega_m}{dt} ; \quad \omega_{m2} = \frac{d\varphi_m}{dt} \quad (2.16)$$

putîndu-se apoi calcula pozițiile și vitezele celorlalte elemente sau puncte remarcabile din mecanism.

Pentru integrarea sistemului (2.16) se va folosi c metoda predictor-corector (metodă de ordinul 2 [124]), care are, în cazul de față, cel puțin două avantaje : a). eroarea de trunchiere este ușor de calculat ; b). necesită mai puține evaluări de funcții decât metoda Runge-Kutta de același ordin. Deoarece în cazul de față evaluarea funcției înseamnă calculul accelerării  $\epsilon_m$  (adică : calculul coeficienților, a termenilor liberi și rezolvarea ecuației (2.8)), metoda predictor-corector este mai rapidă.

Relațiile de calcul vor fi [115] :

- predictor :

$$\omega_{m,k+1}^{(0)} = \omega_{m,k-1} + 2 \Delta t \cdot \epsilon_{m,k} ; \quad (2.17)$$

- corector :

$$\omega_{m,k+1}^{(i)} = \omega_{m,k} + \frac{\Delta t}{2} (\epsilon_{m,k} + \epsilon_{m,k+1}^{(i-1)}) ; \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.18)$$

în care  $k$  este indicele ultimei poziții complet determinate, iar indicii superiori în paranteze se referă la numărul de ordine al aproximării valorilor cărora li se aplică.

Relația corector (2.18) se aplică repetat pînă cînd

$$\left| \omega_{m,k+1}^{(i)} - \omega_{m,k+1}^{(i-1)} \right| < \xi \quad (2.19)$$

pentru un  $\xi$  dat (valcare mică).

Accelerăriile  $\epsilon_{m,k+1}^{(i-1)}$  se obțin rezolvînd ecuația (2.8) pentru valorile coeficienților și termenilor liberi cor spunzîtoare valo- rii  $\omega_{m,k+1}^{(i-1)}$ .

Valorile unghiului elementului conductor se calculează ana- log cu (2.18) :

$$\varphi_{m,k+1}^{(i)} = \varphi_{m,k} + \frac{\Delta t}{2} (\omega_{m,k} + \omega_{m,k+1}^{(i-1)}) \quad (2.20)$$

Dacă funcția  $\frac{\partial \varepsilon_m}{\partial \omega_m}$  este mărginită, adică există un  $M$ , finit, astfel încât :

$$\left| \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial \omega_m} \right| \leq M ,$$

atunci condiția de convergență a procedeului corector este :

$$\Delta t < \frac{2}{M} \quad (2.21)$$

De observat că metoda converge către o valoare definită, dar nu neapărat către soluția adevărată. Diferența între cele două valori este eroarea de trunchiere [124] :

$$\dot{\varepsilon}_T = \frac{1}{5} (\omega_{m,k}^{(0)} - \omega_{m,k}^{(i)}) \quad (2.22)$$

Deoarece eroarea de trunchiere se poate calcula foarte ușor, valoarea ei va fi folosită pentru optimizarea valorii pasului de integrare  $\Delta t$ .

Concepția unitară a metodelor de rezolvare a ecuațiilor de echilibru dinamic, de includere a efectelor frecările și influenței motorului, de rezolvare a ecuației de mișcare, a permis o asamblare optimă a acestora într-un algoritm unitar, de mare eficiență, pentru analiza dinamică a mecanismelor plane cu couple inferioare.

Eficiența ridicată s-a obținut prin două măsuri speciale :

a). separarea ecuațiilor ce conțin acceleratiile și reacțiunile din couple de celelalte ecuații și rezolvarea lor separată ; timpul de rezolvare a ecuațiilor de echilibru s-a redus astfel cu 40 % ;

b). rezolvarea ecuației de echilibru dinamic prin metode diferite la prima iterare față de următoarele, în cazul considerării efectelor frecările ; timpul de calcul total a scăzut astfel cu 30 %.

Metoda a fost aplicată în cadrul unor contracte de cercetare pentru studiul unor mecanisme de mare viteză (mașini de cusut industriale, roboți industriali, aparate electrice de înaltă tensiune). În continuare se prezintă modul de aplicare a metodei pe un caz concret.

Modul eficient în care metoda propusă se încadrează în metoda generală de analiză cinetoclastodinamică va fi ilustrat în capitolurile 4 și 5.

2.6. Analiza dinamică a mecanismului debitor-întinzător al aței de la mașina de cusut industrială MC 14.

2.6.1. Introducere

Printre mecanismele funcționând cu viteze relativ mari se află și mecanismele mașinilor de cusut industriale.

In scopul măririi productivității mașinilor de cusut industriale produse, întreprinderea mecanică Ougir și-a propus mărirea vitezelor unghiulare ale arborilor principali ai acestor mașini. Modificând doar raportul de transmitere motor electric-arbore principal (fără alte modificări structurale sau dimensionale), s-a constatat că la creșterea vitezei unghiulare cu 10 % peste cea inițială apar frecvențe ruperi ale aței provocate de mecanismul debitor-întinzător.

Pentru a evidenția motivele ruperilor și a găsi modalități de funcționare corectă a mașinilor și la viteze superioare, s-a făcut o analiză dinamică a mecanismelor mașinii, atenție deosebită acordându-se mecanismului debitor-întinzător al aței (fig.2.2).

2.6.2. Stabilirea ecuațiilor de echilibru

Ecuatia matricială pentru analiza dinamică va avea forma prezentată în (2.8) și (2.9), în care :

$$[Q] = \begin{bmatrix} -l_2 \sin \varphi_2 - l_3 \sin \varphi_3 & l_4 \sin \varphi_4 \\ l_2 \cos \varphi_2 & l_3 \cos \varphi_3 - l_4 \cos \varphi_4 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\{W\} = \left\{ \begin{array}{l} l_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \varphi_2 + l_3 \omega_3^2 \cos \varphi_3 - l_4 \omega_4^2 \cos \varphi_4 \\ l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 + l_3 \omega_3^2 \sin \varphi_3 - l_4 \omega_4^2 \sin \varphi_4 \end{array} \right\} \quad (2.24)$$

în care semnificația mărimilor este prezentată în figura 2.2 [126].

Pentru determinarea expresiilor matricilor  $[A]$ ,  $[N]$ ,  $\{F_e\}$  și  $\{G\}$  se utilizează figura 2.3, stabilindu-se inițial cu :

$$\{R\} = \{R_{12x}, R_{12y}, R_{23x}, R_{23y}, R_{34x}, R_{34y}, R_{41x}, R_{41y}\}^T \quad (2.25)$$

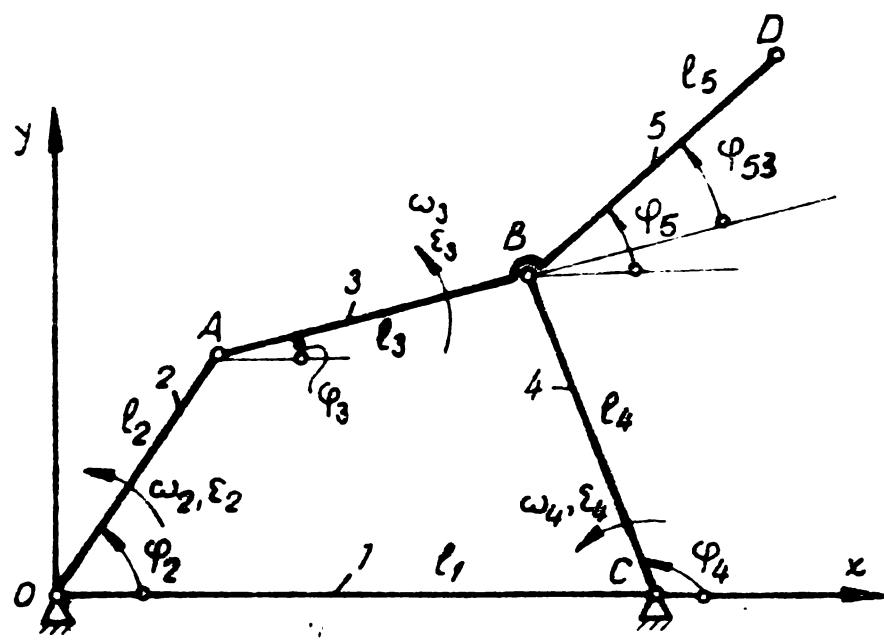


Fig. 2.2

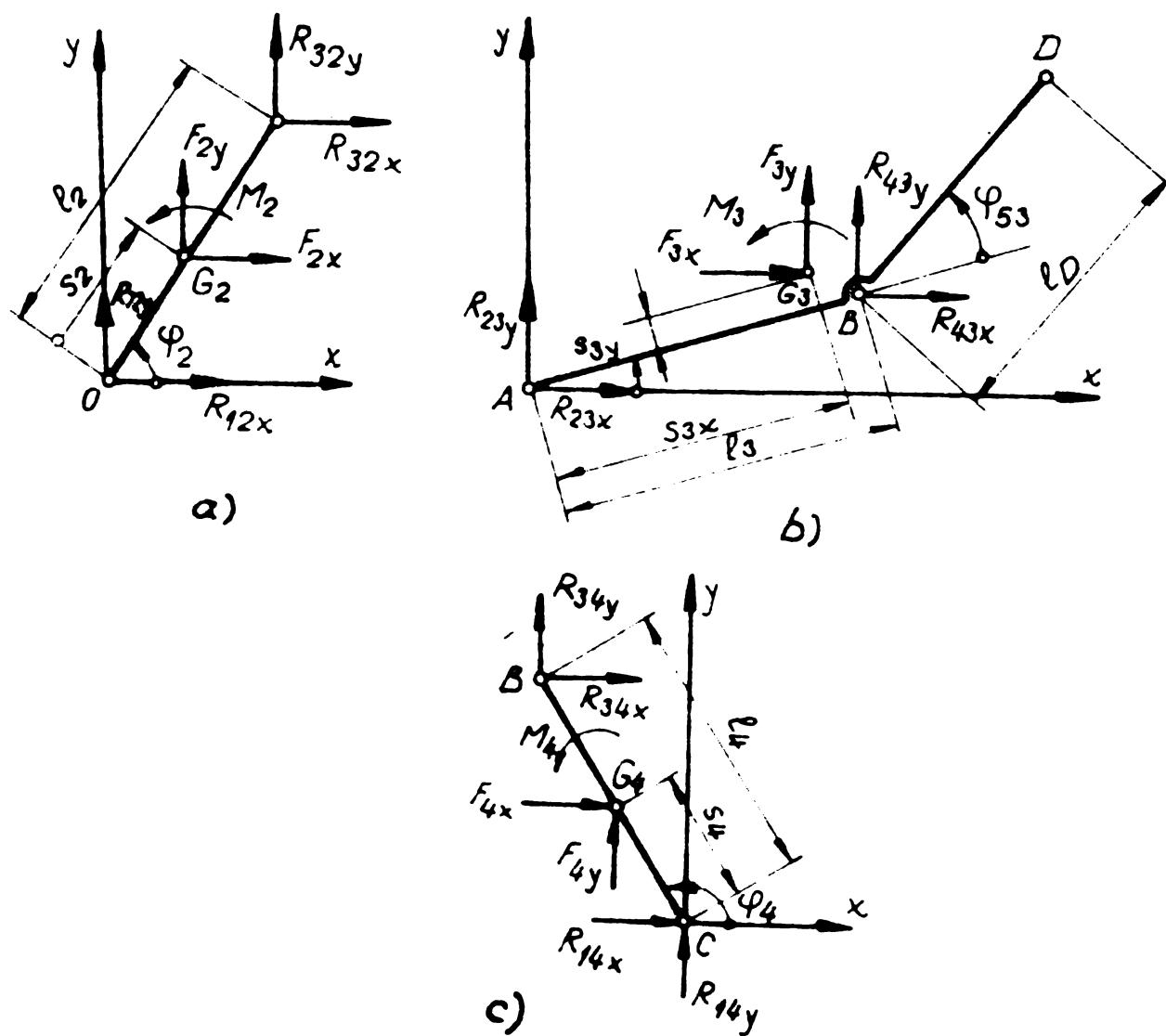


Fig. 2.3

și  $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4\}^T$ .

De asemenea, în fig. 2.3 s-au notat :

$$F_{2x} = F_{e2x} + F_{i2x} ; \quad F_{3x} = F_{e3x} + F_{i3x} ; \quad F_{4x} = F_{e4x} + F_{i4x}$$

$$F_{2y} = F_{e2y} + F_{i2y} ; \quad F_{3y} = F_{e3y} + F_{i3y} ; \quad F_{4y} = F_{e4y} + F_{i4y}$$

$$M_2 = M_{e2} + M_{i2} ; \quad M_3 = M_{e3} + M_{i3} ; \quad M_4 = M_{e4} + M_{i4}$$

Din scrierea ecuațiilor de echilibru ale elementelor 2, 3 și 4 rezultă :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{12x} & f_{12y} & f_{32x} & f_{32y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{23x} & f_{23y} & f_{43x} & f_{43y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{34x} & f_{34y} & f_{14x} & f_{14y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{34x} & f_{34y} & f_{14x} & f_{14y} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$[N] = \begin{bmatrix} +m_2 s_2 \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -m_2 s_2 \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ -m_2 i_{32}^2 & 0 & 0 \\ m_3 l_2 \sin \varphi_2 & m_3 (s_{3x} \sin \varphi_3 + s_{3y} \cos \varphi_3) & 0 \\ -m_3 l_2 \cos \varphi_2 & -m_3 (s_{3x} \cos \varphi_3 - s_{3y} \sin \varphi_3) & 0 \\ 0 & -m_3 i_{33}^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_4 s_4 \sin \varphi_4 \\ 0 & 0 & -m_4 s_4 \cos \varphi_4 \\ 0 & 0 & -m_4 i_{44}^2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\{G\} = \begin{bmatrix} m_2 s_2 \omega_2^2 \cos \varphi_2 \\ m_2 s_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 \\ 0 \\ m_3 l_2 \omega_2^2 \cos \varphi_2 + m_3 (s_{3x} \cos \varphi_3 - s_{3y} \sin \varphi_3) \omega_3^2 \\ m_3 l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 + m_3 (s_{3x} \sin \varphi_3 + s_{3y} \cos \varphi_3) \omega_3^2 \\ 0 \\ m_4 s_4 \omega_4^2 \cos \varphi_4 \\ m_4 s_4 \omega_4^2 \sin \varphi_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\{F_e\} = \{F_{e2x}, F_{e2y}, F_{e3x}, F_{e3y}, F_{e4x}, F_{e4y}, \dots\}^T \quad (2.29)$$

în care :

$$f_{12x} = s_2 \sin \varphi_2; f_{12y} = s_2 \cos \varphi_2; f_{23x} = l_2 - s_3 \sin \varphi_3; f_{23y} = -l_2 s_3 \cos \varphi_3;$$

$$f_{24x} = s_{3x} \sin \varphi_3 + s_{3y} \cos \varphi_3; f_{24y} = -s_{3x} \cos \varphi_3 + s_{3y} \sin \varphi_3;$$

$$f_{43x} = (l_3 - s_{3x} \sin \varphi_3 - s_{3y} \cos \varphi_3); f_{43y} = -l_3 + s_{3x} \cos \varphi_3 - s_{3y} \sin \varphi_3;$$

$$f_{34x} = -(l_4 - s_{4x} \sin \varphi_4); f_{34y} = l_4 - s_{4x} \cos \varphi_4; f_{13x} = s_{3x} \sin \varphi_3; f_{13y} = s_{3x} \cos \varphi_3.$$

(2.30)

### 2.6.5. Integrarea ecuațiilor de mișcare

Dacă se cunoaște valoarea initială și direcția vitezei de la un moment, pentru a obține rezultatul la un alt moment, trebuie să se efectueze integrarea ecuațiilor de mișcare într-un raliu de acrobie al elementului care deschide o căsuță sau un vârf de val, este valoarea  $\omega_{i+1}$ ,  $\varphi_{i+1}$  și  $\dot{\varphi}_{i+1}$  din relația [1.1]

- predictor :

$$\omega_{i+1} = \sqrt{\omega_i^2 + \omega_{i+1}^2} \quad \epsilon_{i+1} \Delta \varphi \quad (2.31)$$

- corector :

$$\omega_{m,k+1}^{(i)} = \sqrt{\omega_{m,k}^2 + 2 \cdot \Delta \varphi_m (\varepsilon_{m,k} + \varepsilon_{m,k+1}^{(i-1)})} ; \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.52)$$

iar valorile timpului se vor calcula cu :

$$t_{k+1} = t_k + 2 \cdot \Delta \varphi_m / (\omega_{m,k} + \omega_{m,k+1}) \quad (2.53)$$

în care  $\Delta \varphi_m$  este valoarea dată a pasului de huiu

$$\Delta \varphi_m = \varphi_{01} \dots \varphi_{0j} \dots \varphi_{ik}$$

Ca problemă deservită rezolvării alcătuiesc valorii inițiale a vitezei unghiulare  $\omega_{m,0}$ . Aceasta constă într-un număr cunoscut exact, calculul dinamic trebuie efectuat pe durată mai multor cicluri cinematice (durată unui ciclu cinematic putându-se determina direct), pînă cînd rezultatele obținute la două cicluri successive sănătățitoare să difereze cu cantități neglijabile. Deoarece reluarea calculelor pentru un nou ciclu cinematic necesită consum corespunzător de timp de calculator, s-a căutat o... tot... de reducere a numărului de cicluri cinematice care trebuie parcursă. Din analiza rezultătorilor mai multor exemple numerice s-a putut obține concluzia că valorile vitezelor unghiulare ale elementului motor în aceeași poziție dar în cicluri cinematice succese sunt exponențial către valoarea adeverită [11] și poate scrie :

$$\omega_m^{(k)} - \omega_m^{(k-1)} = C e^{-\frac{k}{T}} \quad (2.54)$$

în care  $k$  este indicele ciclului cinematic curent o consemnată, iar (a) indica viteza adeverită. Înlocuind în ecuația rezultătoare valorile pentru  $\varphi_m = 0$  și  $\dot{\varphi}_m = \infty$  (care este identică cu  $\dot{\varphi}_m$  al ciclului al doilea), se poate scrie :

$$\omega_m^{(1)} - \omega_m^{(0)} = C e^{-\frac{1}{T}} ; \quad \omega_m^{(0)} - \omega_m^{(a)} = C e^{-\frac{a}{T}} \quad (2.55)$$

și deci :

$$\omega_m^{(1)} - \omega_m^{(0)} = C e^{-\frac{1}{T}} (1 - e^{-\frac{a}{T}}) \quad (2.56)$$

cînd rezulta :

$$C = (\omega_m^{(1)} - \omega_m^{(0)}) \frac{e^{-\frac{a}{T}}}{1 - e^{-\frac{a}{T}}} \quad (2.57)$$

iar relația (2.54) se scrie :

$$\omega_m^{(a)} = \omega_m^{(k)} - \frac{e^{2-k}}{e-1} (\omega_m^{(1)} - \omega_m^{(2)}). \quad (2.58)$$

Pentru  $k = 2$  rezultă :

$$\omega_m^{(a)} = \omega_m^{(2)} + \frac{\omega_m^{(2)} - \omega_m^{(1)}}{e-1}, \quad (2.59)$$

relație cu care se determină o valoare ce va fi utilizată ca valoare inițială pentru ciclul cinematic următor (al doilea).

#### 2.6.4. Rezultate și concluzii

Pe baza celor prezentate în paragrafele anterioare s-a întocmit un algoritm pentru calculul dinamicii unui agregat motor asincron - mecanism patrulater articulat lucrând în fază de regim stabil. Schema logica a algoritmului este prezentată în figura 2.4 și a servit la întocmirea unui program pentru calcul automat, în limbaj FORTRAN IV.

Calculul s-a efectuat cu valorile numerice corespunzătoare mecanismului mașinii ACI-4, pentru un pas de integrare  $\Delta\varphi_2 = \frac{\pi}{60}$  rad.

In prima variantă s-au neglijat frecările de orice fel, rezultând pentru regimul stabilizat :

$$\omega_{\min} = 457,67 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad \omega_{\max} = 477,05 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad \omega_{\text{med}} = 463,50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ceea ce conduce la un grad de neregularitate  $\delta = 0,0413$  și o putere medie  $P_m = 0$ . Valoarea reală a puterii medii consumate (pentru debitarea și întinderea țării) este 0,0527 kw, care se obține la o viteză angulară medie  $\omega_{\text{med}}^{(a)} = 460,724 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Diferența față de valoarea obținută cu ajutorul calculatorului este :  $\Delta\omega_{\text{rel}} = (\omega_{\text{med}} - \omega_{\text{med}}^{(a)})/\omega_{\text{med}}^{(a)} = 0,510\%$ , ceea ce reprezintă o diferență foarte mică cu erorile de trunchiere.

In a doua variantă s-a luat în considerare frecările din couplele cinematice (alune care între ele sunt cele 1 și 4 și restul cărora în celelalte trei cupe), obținindu-se :

$$\omega_{\min}^* = 455,50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad \omega_{\max}^* = 475,00 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad \omega_{\text{med}}^* = 460,00 \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

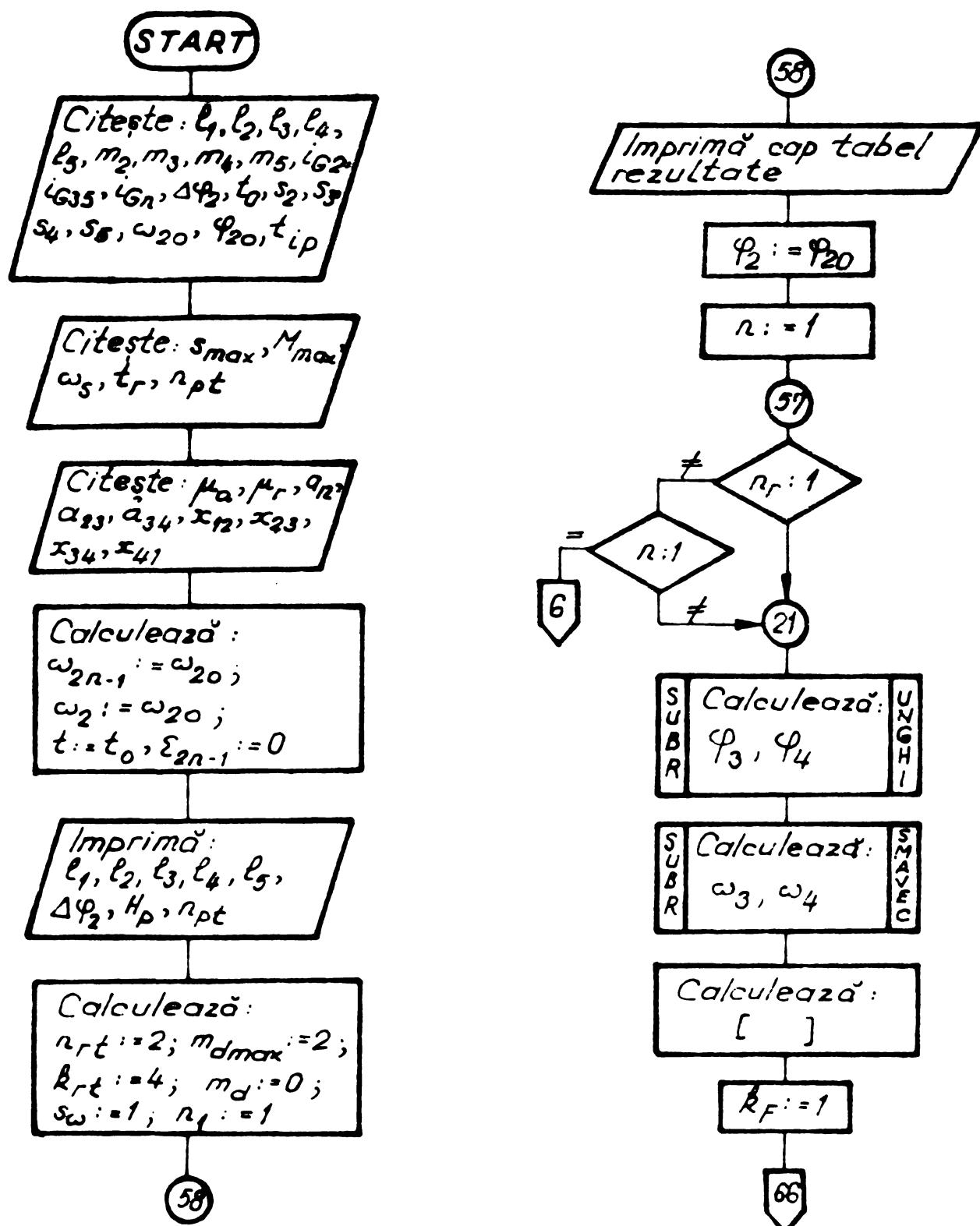


Fig. 2.4 (continuă)

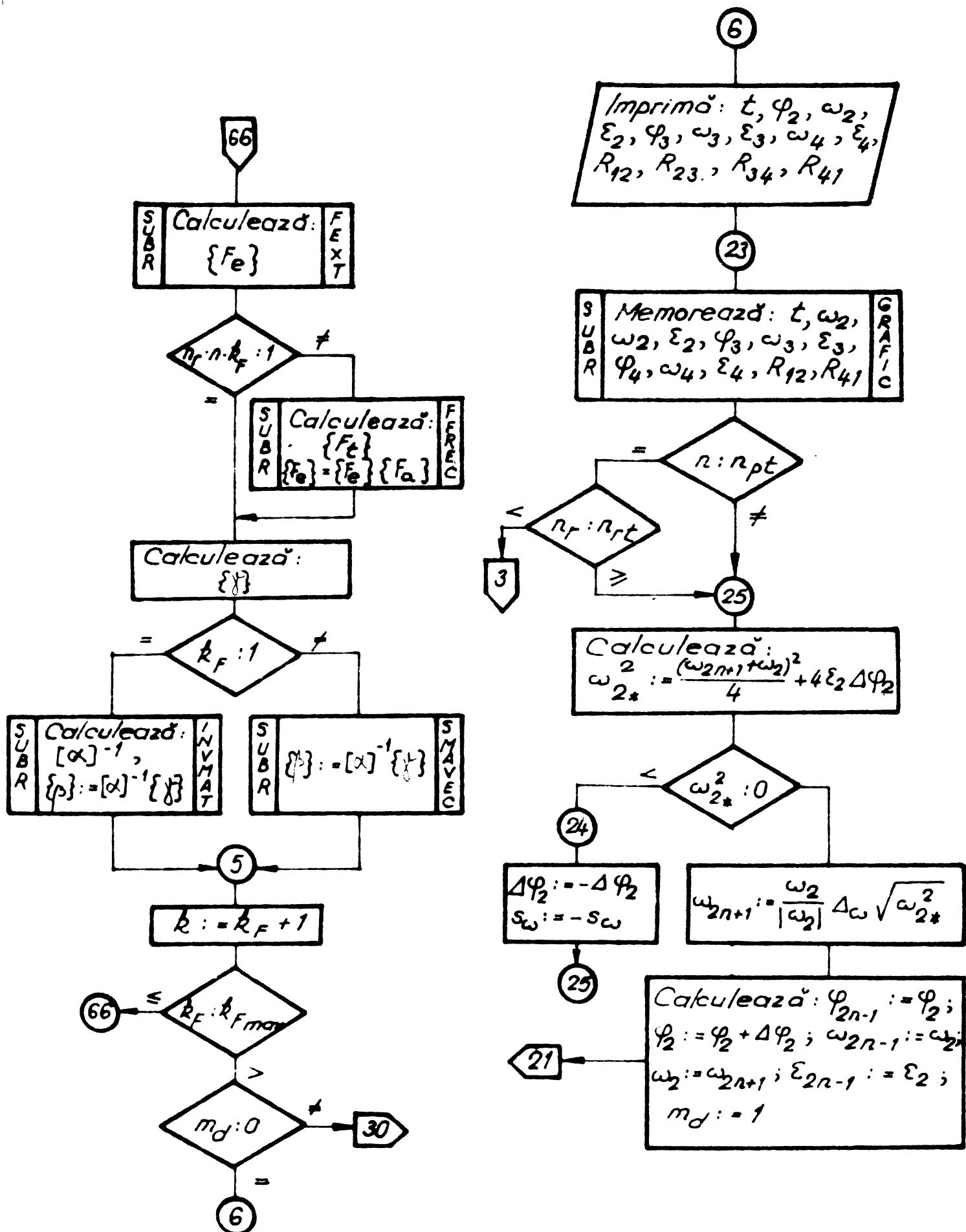


Fig. 2.4 (continuă)

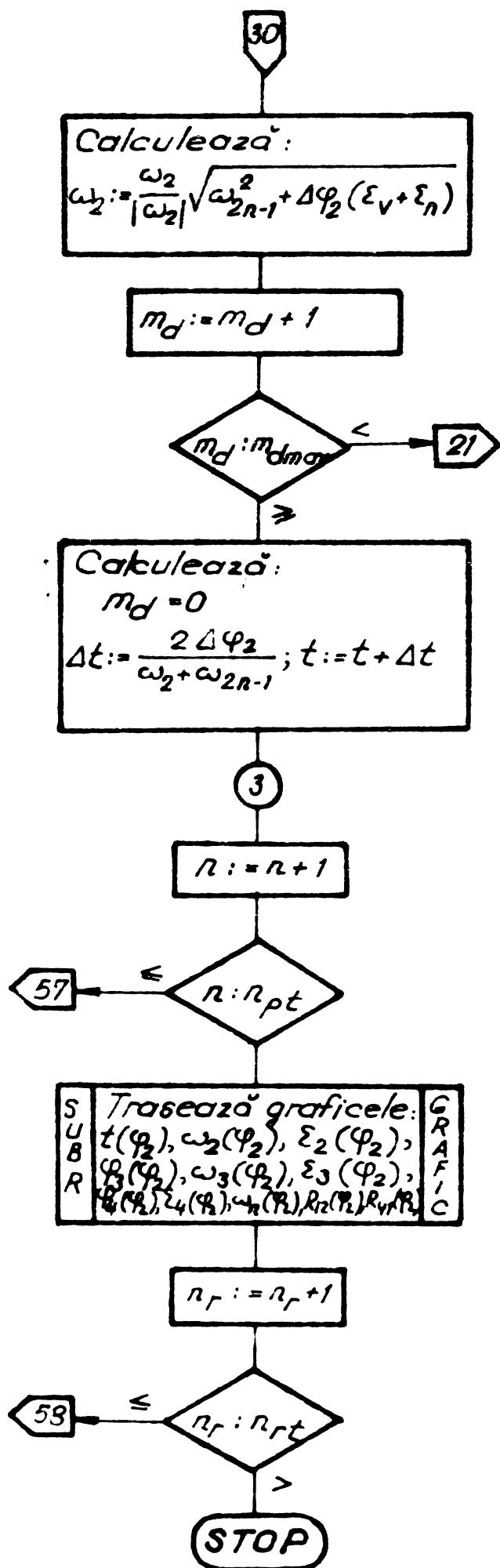


Fig. 2.4

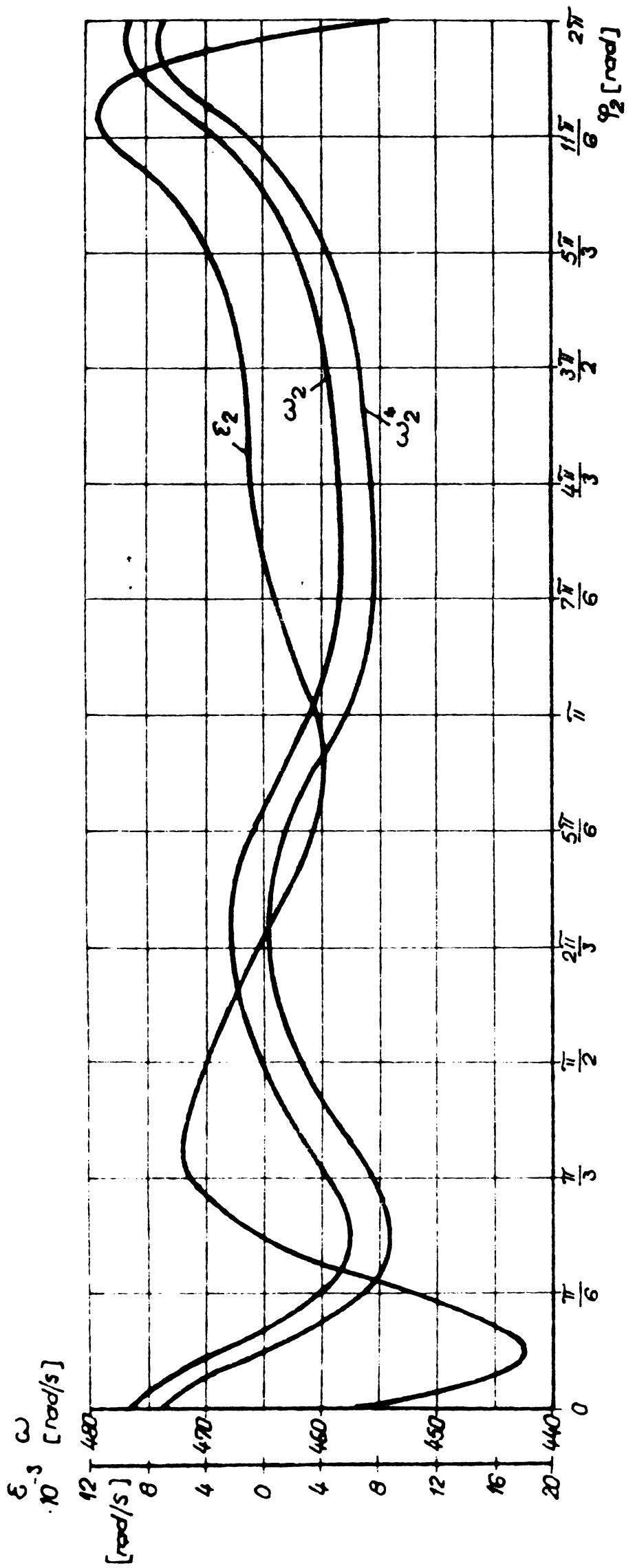


Fig. 2.5

ceea ce conduce la  $\delta = 0,0457$  și  $P_m^* = 78,60 \text{ W}$ .

Reprezentarea grafică a variației mărimilor  $\omega_2$ ,  $\omega_2^*$  și  $\epsilon_2$  este făcută în fig.2.5. Reprezentarea mărimii  $\epsilon_2^*$  este foarte apropiată de cea a mărimii  $\epsilon_2$ , fapt dovedit și de echidistanța (aproximativă) a reprezentărilor vitezelor  $\omega_2$  și  $\omega_2^*$ .

Reacțiunile din couplele cinematice au valorile maxime :

- neîlijind frecarea :

$$R_{12\max}^* = 910,80 \text{ N}; R_{23\max}^* = 834,86 \text{ N}; R_{34\max}^* = 930,18 \text{ N}; R_{41\max}^* = 1006,51 \text{ N}$$

- considerînd frecarea :

$$R_{12\max}^* = 933,85 \text{ N}; R_{23\max}^* = 861,04 \text{ N}; R_{34\max}^* = 954,36 \text{ N}; R_{41\max}^* = 1028,81 \text{ N}$$

constatîndu-se o creștere a reacțiunilor cu aproximativ 2,5 % în prezența frecărîilor.

Rezultatele obținute dovedesc eficiența metodei propuse.

Programul a fost rulat pe un calculator FELIX C 256, fiind necesar un volum de memorie de 30 kbaiți. Timpul de calcul a fost de ~5 s pentru fiecare poziție a mecanismului, adică ~1210 s pentru rezolvarea completă a unei variante.

### 3. STABILIREA UNEI METODE DE ANALIZA DINAMICA A MECANISMELOR CU ELEMENTE DEFORMABILE, CU AJUTORUL CALCULATORULUI NUMERIC AUTOMAT.

#### 3.1. Introducere

In scopul realizării analizei dinamice a mecanismelor cu elemente deformabile se va adopta o metodă derivată din metoda deplasărilor din dinamica structurilor, metodă ce s-a dovedit a fi cea mai bine adaptată problemelor de dinamica [108].

Deoarece mecanismul este o structură cu geometrie variabilă, ecuațiile de echilibru dinamic, adaptate din dinamica structurilor (cu geometria fixă exceptând miciile deformații) se vor aplica mecanismului analizat considerat în poziții fixe, decalate cu unghiuri suficiente de mici pentru ca integrarea ecuațiilor să conduce la rezultate suficient de apropiate de realitate. Se vor lua în considerare forțele de inertie din mișcarea cu elemente considerate rigide drept forțe exterioare în ecuațiile de deformații, iar valorile parametrilor cinematici și deformațiilor calculate într-o anumită poziție se consideră drept valori inițiale pentru integrarea ecuațiilor în poziția următoare.

#### 3.2. Discretizarea mecanismului considerat structură

Mecanismul considerat corp deformabil posedă un număr infinit de puncte în care se pot defini forțe exterioare, deformații și deplasări, dar metodele de calcul a structurilor se aplică unui număr finit de mărimi care se tratează matricial. Este deci necesară stabilirea unui model matematic al mecanismului deformabil analizat, model compus dintr-un anumit număr de elemente, numite elemente finite (sau discrete), legate între ele într-un număr finit de puncte numite noduri. Elementele obținute prin discretizarea structurii reprezentate de mecanism rămân corpuși deformabile continue, iar forma lor mai simplă permite să fie studiate cu ușurință cu ajutorul mecanicii mecanicilor continue [108]. Într-o elementă de tip bară cu extremități articulate sau încastrate (așa cum e cazul elementelor din mecanisme), mecanica mecanicilor continue furnizează, în aproape toate cazurile, relațiile exacte forțe-distanță, astfel încât calculul structurii idealizate va conduce la rezultatul corect [108].

### 3.3. Ecuatia dinamicii mecanismului cu elemente deformabile.

In conformitate cu cele precizate in paragraful 3.1, se va separa analiza dinamica pentru miscarea cu elemente considerate rigide (si tratata in capitolul 2) de miscarea datorata doar deformațiilor elementelor cinematice. Descrierea acestei miscari (datorata deformațiilor elastice) este facuta cu ecuația : [108,127, 128,129,130]

$$[K] \cdot \{q\} + [C] \cdot \{\dot{q}\} + [M] \cdot \{\ddot{q}\} = \{P\} \quad (3.1)$$

in care :

- [K] este matricea de rigiditate a structurii din elemente finite ;
- [M] - matricea de inertie (a maselor) a structurii ;
- [C] - matricea amortizărilor a structurii ;
- $\{q\}$  - matricea coloană a deplasărilor generalizate ale structurii constituită de mecanism ;
- $\{P\}$  - matricea coloană a forțelor exterioare (inclusiv cele cauzate de inertie în miscarea cu elemente rigide) ,

iar punctul denotă derivare în raport cu timpul.

### 3.4. Determinarea matricilor de inertie, a amortizărilor si de rigiditate.

Matricile [K], [C] și [M] se obtin prin asamblarea matricilor corespunzătoare fiecărui element de structură, după o lege funcție de tipurile de legături (cuplă) din nouări.

Pentru un element de structură plană, tip bară încastrată (casul general), matricile de rigiditate, respectiv de inerție, exprimate într-un sistem de axe legat de elementul respectiv (fig.3.1), sunt [108] :

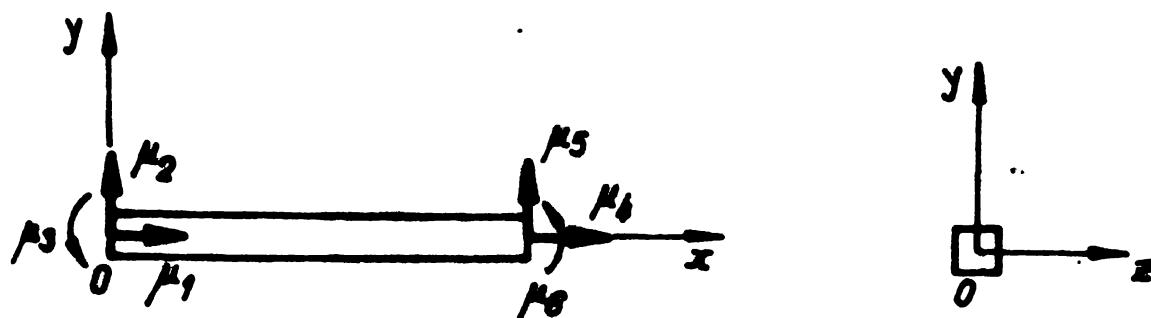


Fig.3.1

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & -\frac{6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & -\frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & -\frac{2EI_z}{l} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$[m] = fAl \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} - \frac{6I_z}{5Al^2} & \frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5Al^2} & \frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} \\ 0 & \frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} & \frac{l^2}{105} - \frac{2I_z}{13A} & 0 & \frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} & \frac{l^2}{140} - \frac{I_z}{30A} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{10} - \frac{6I_z}{5Al^2} & \frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{13}{35} - \frac{6I_z}{5Al^2} & \frac{11l}{210} - \frac{I_z}{10Al} \\ 0 & -\frac{13l}{420} - \frac{I_z}{10Al} & -\frac{l^2}{140} - \frac{I_z}{30A} & 0 & -\frac{9}{20} - \frac{I_z}{10Al} & \frac{l^2}{105} - \frac{2I_z}{15A} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

in care :

- este lungimea elementului de structură ;
- $A$  - aria secțiunii transversale ;
- $E$  - modulul de elasticitate al materialului barei ;
- densitatea materialului barei ;
- $I_z$  - momentul de inerție axial al secțiunii barei.

In figura 3.1 s-au indicat cele șase deplasări generalizate posibile ale extremităților barei,  $u_1, u_2, \dots, u_6$ .

Matricea amortizărilor este mai dificil de determinat teoretic, din cauza fenomenelor complexe ce stă la baza disipărilor interne de energie în materiale. Experimental se pot determina elementele acestei matrici [131], dar ea va rezulta nesimetrică, ceea ce va complica rezolvarea ecuației (3.1) (matricile  $[K]$  și  $[M]$  fiind simetrice). S-a constatat, din practică, faptul că se poate considera, fără a rezulta erori inadmisibile, matricea  $[C]$  ca fiind proporțională cu matricea  $[M]$ , ceea ce are avantajul de mare valoare că permite decuplarea ecuațiilor scalare cuprinse în ecuația matriceală (3.1).

Pentru a asambla matricile  $[k]$  și, respectiv  $[m]$  ale elementelor componente ale structurii constituite de mecanismul analizat, este nevoie ca ele să suferă o pregătire prealabilă. În primul rând, este nevoie ca toate matricile  $[k]$  și  $[m]$  să aibă același număr de dimensiuni. Pentru mecanisme plane, aceste matrici vor fi aduse la dimensiunea  $6 \times 6$ . Dacă se consideră doar forțele și deformații axiale, dimensiunea comună va fi  $2 \times 2$ , iar dacă se consideră doar efecte transversale și de rotire (ne lăsând forțele și deformațiile axiale), dimensiunea comună va fi  $4 \times 4$ . Matricile reduse ( $2 \times 2$  sau  $4 \times 4$ ) se obțin din (3.2) și (3.3) eliminând liniile și coloanele corespunzătoare forțelor și deplasărilor nule (numărul de ordine al liniei sau coloanei corespunde cu indicele deplasării generalizate din figura 3.1).

Deoarece matricile  $[k]$  și  $[m]$  sunt exprimate în sistemul de axe al fiecărui element în parte, pentru a putea fi asamblate este nevoie de a le exprima într-un sistem de axe unic, coresponditor elementului fix. Transformarea din sistemul de axe local (locul de element) în sistemul de axe general (locul de structură) se face cu ajutorul unei matrice de rotație  $[R]$ , care pentru cazul mecanismelor plane are valoarea [103] :

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

În care  $\cos\alpha$  și  $\sin\alpha$  sunt cosinușii direcției ai axelor locale în sistemul de axe generale.

Conoscind, pentru un element de structura, matricile  $[k]$  și  $[m]$  în sistemul de axe local, se pot afla valorile matricelor de rigiditate  $[\bar{k}]$  și de inertie  $[\bar{m}]$  în sistemul de axe general dacă se cunoaște poziția elementului față de sistemul de axe general :

$$[\bar{k}] = [R]^T [k] [R]; \quad [\bar{m}] = [R]^T [m] [R]. \quad (3.5)$$

Pentru a realiza economisirea volumului necesar de memorie și a timpului de calcul, în matricile asamblate ( $[K]$  și  $[M]$ ) se vor include doar elementele corespunzătoare deplasărilor nesile. Pentru a ține evidența corespondenței între deformațiile structurii și deformațiile corespunzătoare ale elementelor, se introduce o matrice coloană specială,  $\{L\}$ , denumită vector de localizare  $[108,1,0]$ .

Numărul de deplasări diferite (din deformații) ce caracterizează un nod de structură este patru :  $q_x$  - translația pe direcția axei OX (sistemul de axe OXY fiind sistemul general, legat de elementul fix),  $q_y$  - translația pe direcția axei OY ;  $q_{r1}$  - rotirea, în dreptul nodului, a fibrei medii a elementelor ce au capătul 2 în nod și  $q_{r2}$  - rotirea, în dreptul nodului, a fibrei medii a elementului ce are capătul 1, în nod. Se introduce o notare a celor două capete ale fiecărui element de structură în scopul simplificării descrierilor structurii, în special pentru a evita existența unei matrice coloană care să conțină descrierea tipului fiecărui nod. Notind cu 1 și respectiv 2 cele două capete ale fiecărui element de structură, se va introduce convenția că nodul în care se intilnesc două capete cu același indice (1 cu 1 sau 2 cu 2) să fie un nod cu legătura rigida (încastrare - cupla de clasa a șasea), iar nodul în care se intilnesc două capete cu indicii diferiți (1 cu 2) să fie un nod cu articulație (cuplă de rotație - clasa a cincăea). Cupla de translație va fi tratată ca o încastrare, dar un element component ce are axa coincidentă cu axa translației va fi introdus în calcule ca având rigiditatea axială nulă ( $k_{11} = k_{44} = k_{14} = k_{41} = 0$ ). Dacă mecanismul conține couple de rotație multiple, acestea se vor separa în couple simple prin introducerea unor elemente suplimentare fictive cu lungimea neglijabilă față de elementele reale (dar nu prea mică, pentru a nu provoca erori la calculul matricei de rigiditate, prin obținerea unor valori numerice care să depășească posibilitățile de reprezentare internă a calculatorului utilizat). Dacă mecanismul conține elemente ce au mai mult de două couple de rotație, aceste elemente vor fi împărțite în mai multe ele-

mente de structură binare, legate între ele prin couple de clasa a șasea. Trebuie ținut cont de faptul că un contur închis de elemente de structură trebuie să conțină un număr par de couple de clasa a șasea (pentru a fi eficientă convenția legată de notarea capetele elementelor de structură). Dacă un contur nu îndeplinește această condiție, un element component (ce nu face parte din alt contur închis) va fi împărțit în două elemente de structură legate printr-o cuplă de clasa a șasea. În figura 3.2 este exemplificată metodologia de mai sus. Elementul ternar din fig. 3.2, a se divizează în trei elemente binare, fig. 3.2, b, legate prin trei couple de clasa a șasea. Pentru a face par numărul couplelor de clasa a șasea, elementul 1 se împarte în două elemente (fig. 3.2, c). S-au notat și capetele elementelor, inclusiv cele de care se leagă elementul analizat.

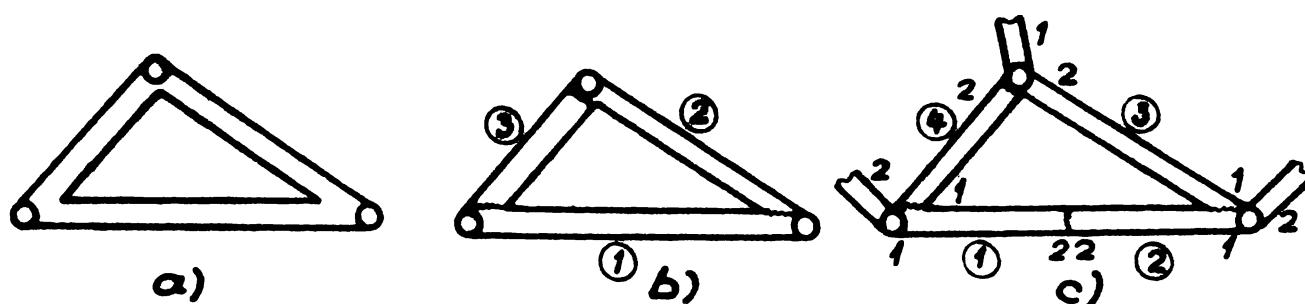


Fig.3.2

Pentru a putea descrie structura constituită de mecanism, se vor numerota nodurile (couplele cinematice, inclusiv cele de clasa a șasea) și elementele de structură, notând și capetele elementelor în conformitate cu cele prezentate în aliniștul anterior. Se introduce o matrice  $[I_c]$  care are cîte o linie pentru fiecare element de structură și două coloane (corespunzînd fiecărui din cele două capete ale elementelor). Fiecare element al matricii  $[I_c]$  va avea drept valoare numărul nodului corespunzător elementului, reprezentat de linie, și capătului, reprezentat de coloană. De exemplu, dacă  $I_c(j,k) = i$ , înseamnă că elementul j are capătul k în nodul i.

Pentru a specifica deformațiile (deplasările) posibile, se introduc patru vectori cu numărul de elemente egal cu numărul nodurilor de structură din mecanismul analizat:  $\{v_x\}$ ,  $\{v_y\}$ ,  $\{v_r\}$  și  $\{v_{r2}\}$ . Numărul de ordine al elementului din vector corespunde numărului de ordine al nodului, iar valoarea elementului din vector este 1 dacă deplasarea respectivă e posibilă sau 0 dacă e imposibilă.

este împiedicată. Vectorul  $\{D_x\}$  corespunde deplasărilor  $q_x$ ,  $\{D_y\}$  - deplasărilor  $q_y$ ,  $\{D_{rl}\}$  - deplasărilor  $q_{rl}$  iar  $\{D_{r2}\}$  - deplasări- lor  $q_{r2}$ . De exemplu,  $D_{x5} = 1$  înseamnă că nodul 5 poate avea depla- sări pe direcția axei OX a sistemului general, iar  $D_{y7} = 0$  înseamnă că nodul 7 nu poate avea deplasări pe direcția axei OY.

Cunoscând vectorii  $\{D_x\}$ ,  $\{D_y\}$ ,  $\{D_{rl}\}$  și  $\{D_{r2}\}$ , se poate calcula numărul total de deplasări posibile (din deformații),  $n_{dp}$  :

$$n_{dp} = \sum_{k=1}^{n_{nt}} (D_{xk} + D_{yk} + D_{rlk} + D_{r2k}) \quad (3.6)$$

în care  $n_{nt}$  este numărul total de noduri ale structurii reprezen- tate de mecanism. Numărul  $n_{dp}$  va fi și dimensiunea matricelor ce intervin în ecuația (3.1).

Asamblarea matricelor  $[K]$  și  $[M]$  a tuturor elementelor meca- nismului va genera două matrice  $[K]$  și  $[M]$ , pătrate, cu latura  $4 \cdot n_{nd}$ , conținând câte o linie și o coloană pentru fiecare depla- sare a fiecărui nod. Deoarece nu interesează decât partea corespun- zătoare deplasărilor posibile (neîmpiedicate), liniile și coloanele corespunzătoare lor vor fi aduse în primele  $n_{dp}$  poziții, astfel încât matricele  $[K]$  și  $[M]$  să se obțină extrágind submatricele ce conțin primele  $n_{dp}$  linii și  $n_{dp}$  coloane din  $[K]$  respectiv  $[M]$ .

Deplasările din structură vor fi numerotate de la 1 la  $4 \cdot n_{nt}$  astfel :

$$n_{xk} = 4k - 3 ; \quad n_{yk} = 4k - 2 ; \quad n_{rlk} = 4k - 1 ; \quad n_{r2k} = 4k \quad (3.7)$$

în care  $k$  reprezintă numărul de ordine al nodului ( $k = 1, 2, \dots, n_{nt}$ ) iar  $n_x, n_y, n_{rl}$  și  $n_{r2}$  sunt numerele de ordine asociate deplasărilor  $q_x, q_y, q_{rl}$  respectiv  $q_{r2}$ .

Numeralele de ordine ale elementelor vectorului de localizare  $\{L\}$  corespund numerelor de ordine ale deplasărilor calculate conform (3.7), iar valoarea unui anumit element este numărul de ordine al deplasării respective după renumerotarea făcută în scopul separa- riilor deplasărilor posibile de cele împiedicate. Renumerotarea se face separând numeralele de ordine ale deplasărilor (numere calcu- late conform (3.7)) în două grupe, o grupă conținând numeralele de- plasărilor posibile, iar a doua - numeralele deplasărilor împiedica- te. În cadrul fiecărei grupe, numeralele se vor așeza în ordine cres-

cătoare. Renumerotarea se va face de la 1 la  $n_{dp}$  pentru grupa cu deplasările posibile, și de la  $n_{dp} + 1$  la  $4 \cdot n_{nt}$  pentru cealaltă grupă.

Relațiile pentru determinarea valorilor elementelor vectorului de localizare sunt :

$$L_k = \sum_{j=1}^{n-1} (D_{xj} + D_{yj} + D_{rlj} + D_{r2j}) + D_{xn}, \text{ pentru } k = 4n-3;$$

$$L_k = \sum_{j=1}^{n-1} (D_{xj} + D_{yj} + D_{rlj} + D_{r2j}) + D_{xn} + D_{yn}, \text{ pentru } k = 4n-2;$$

$$L_k = \sum_{j=1}^{n-1} (D_{xj} + D_{yj} + D_{rlj} + D_{r2j}) + D_{xn} + D_{yn} + D_{zl}, \text{ pentru } k = 4n-1;$$

$$L_k = \sum_{j=1}^n (D_{xj} + D_{yj} + D_{rlj} + D_{r2j}), \text{ pentru } k = 4n, \quad (5.8)$$

în care  $n = 1, 2, \dots, n_{nt}$ .

Asamblarea matricelor  $[k]$  și  $[\bar{m}]$  se face conform unui algoritm identic pentru ambele cazuri. Se începe notând cu  $[Z]$  un masiv constituit prin alăturarea matricelor  $[k]$  sau  $[\bar{m}]$  (al treilea indice reprezentând numărul elementului de structură), atunci matricea asamblată  $[w]$  ( $[k]$  sau  $[\bar{m}]$ ) se obține cu relațiile :

$$\begin{aligned} w_{L_{x1+i}, L_{x1+k}} &= \sum_{j=1}^{n_{et}} Z_{i, k, j}; \quad i = 1, \dots, 4; \quad k = 1, 2, 4; \\ w_{L_{x2+1}, L_{x1+k}} &= \sum_{j=1}^{n_{et}} Z_{i+1, k, j}; \quad i = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 4; \\ w_{L_{x1+i}, L_{x2+k}} &= \sum_{j=1}^{n_{et}} Z_{i, k+1, j}; \quad i = 1, 2, 4; \quad k = 1, 2, 3; \\ w_{L_{x2}, L_{x2+k}} &= \sum_{j=1}^{n_{et}} Z_{i, k+3, j}; \quad i = 1, 2, 3; \quad k = 1, 2, 3; \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$w_{L_{x1+i}, L_{x2+k}} = \sum_{j=1}^{n_{et}} Z_{i, k+1, j}; \quad i = 1, 2, 4; \quad k = 1, 2, 3;$$

$$w_{L_{x2}, L_{x2+k}} = \sum_{j=1}^{n_{et}} Z_{i, k+3, j}; \quad i = 1, 2, 3; \quad k = 1, 2, 3;$$

în care :

$$x_1 = 4 \cdot I_{cj,1}^{-3}; \quad x_2 = 4 \cdot I_{cj,2}^{-3};$$

$$i^* = i - \text{Int}(i/4); \quad k^* = k - \text{Int}(k/4);$$

iar sumarea se face pentru valorile lui  $j$  pentru care indicii mărimii  $W$  rezultă aceeași. Funcția  $\text{Int}(x)$  are ca valoare partea întreagă a argumentului  $x$ . S-a notat cu  $n_{et}$  numărul total al elementelor structurii constituite de mecanism.

Pe baza celor de mai sus s-a întocmit algoritmul pentru asamblare prezentat în schema logică din figura 3.3.

Pentru determinarea valorii matricii  $[C]$  se va utiliza relația [127] :

$$[C] = 2\beta[M] = 2\gamma\omega_{min}^2[M] \quad (3.10)$$

în care  $\gamma$  este fracțiunea din amortizarea critică, iar  $\omega_{min}^2$  este cea mai mică valoare proprie a matricii  $[D] = [K]^{-1}[M]$ .

Matricea coloană  $\{P\}$  se va determina din :

$$\{P\} = \{F_e\} - [M] \cdot \{a\} \quad (3.11)$$

în care :

$\{F_e\}$  este matricea coloană a forțelor exterioare propriu-zise ;

$\{a\}$  - matricea coloană a accelerărilor în mișcarea cu elementele considerate rigide.

Forțele exterioare cuprinse în  $\{F_e\}$  sunt forțe aplicate doar pe direcțiile coordonatelor generalizate  $\{q\}$ . Pentru a se putea trata și mecanismele ce suferă încărcări exterioare și în afara nodurilor, aceste încărcări trebuie înlocuite cu un sistem echivalent de forțe ce acționează doar în noduri. În acest scop se pot introduce, de exemplu, noduri suplimentare în punctele în care acționează forțe exterioare concentrate. Metode detaliate de transformare a încărcărilor (concentrate sau distribuite) de pe elemente, în forțe sau momente în noduri, se găsesc în [103]. Accelerăriile din  $\{a\}$  sunt, și ele, accelerări pe direcțiile coordonatelor generalizate  $\{q\}$ , astfel încât forțele de inerție în mișcarea cu elemente considerate rigide,  $[M] \cdot \{a\}$ , vor fi aplicate tot pe direcțiile coordonatelor generalizate  $\{q\}$ .

In cazul în care mecanismul studiat se află într-un cimp termic oarecare, vor apărea modificări ale forțelor din elemente și ale

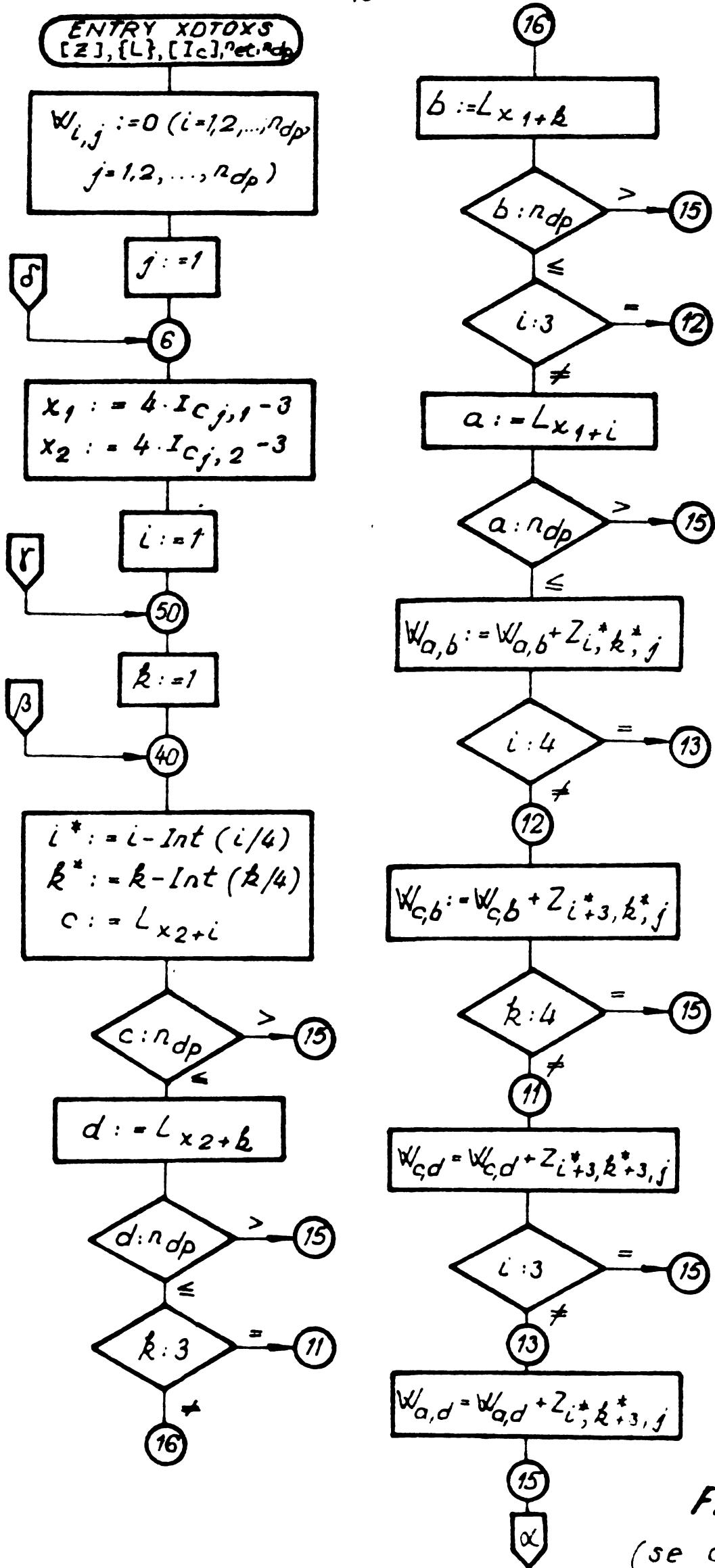


Fig. 3.3

(se continuo)

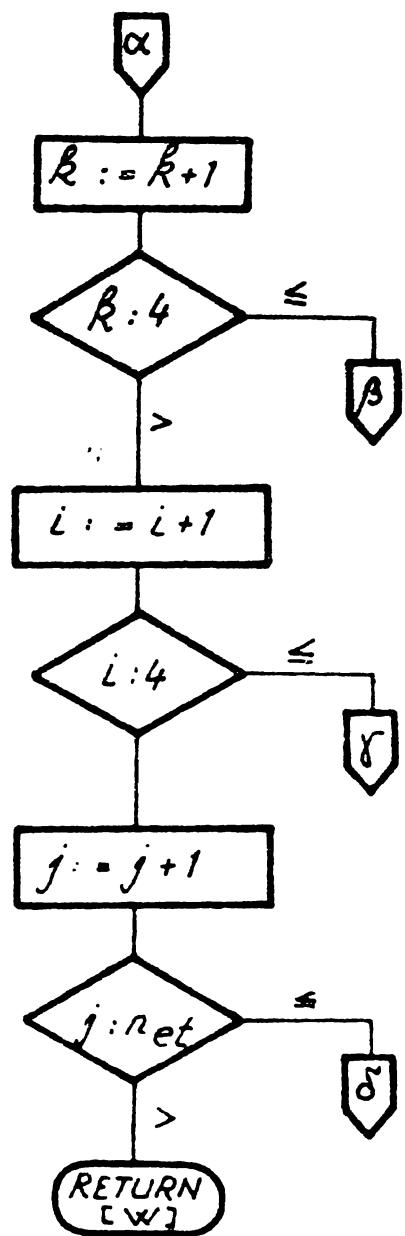


Fig. 3.3 (continuare)

deformațiilor (deplasărilor nodurilor). Pentru a ține cont de aceste efecte, se poate aplica direct metoda din calculul structurilor [108]. Forțele obținute prin echivalare vor fi introduse drept forțe exterioare în mecanismul studiat.

### 3.5. Rezolvarea ecuației diferențiale a dinamicii mecanismului cu elemente deformabile.

Soluția generală a ecuației (3.1) va fi exprimată printr-o sumă de termeni, care vor pune în evidență contribuția fiecărui mod de deformare la deplasarea fiecărui nod al structurii pe direcția unui grad de libertate (coordonată generalizată). Pentru întreaga structură se poate scrie :

$$\{q\} = [\phi] \{\eta\} \quad (3.12)$$

în care  $[\phi]$  este matricea modală, iar  $\{\eta\}$  - vectorul coordonatelor normale ale sistemului. Matricea modală conține pe coloane, vectorii proprii ai matricii dinamice  $[D] = [K]^{-1} \cdot [M]$ . Înlocuind (3.12) în (3.1) se obține :

$$[K][\phi]\{\eta\} + [C][\phi]\{\dot{\eta}\} + [M][\phi]\{\ddot{\eta}\} = \{P\} \quad (3.13)$$

Prin premultiplicarea ecuației (3.13) cu  $[\phi]^T$  și apoi a rezultatului cu  $[M^*]^{-1} = [[\phi]^T \cdot [M] \cdot [\phi]]^{-1}$ , se va obține :

$$[M^*]^{-1} [K^*]\{\eta\} + 2 \beta \{\dot{\eta}\} + \{\ddot{\eta}\} = \{P^*\} \quad (3.14)$$

în care s-a notat :

$$[K^*] = [\phi]^T \cdot [K] \cdot [\phi] ; \quad [M^*] = [\phi]^T \cdot [M] \cdot [\phi] ; \quad (3.14')$$

$$\{P^*\} = [M^*]^{-1} \cdot [\phi]^T \cdot \{P\}$$

și s-a ținut cont de relația (3.10) și de ortogonalitatea formelor proprii [107,108]. Produsul matricelor diagonale  $[M^*]^{-1}$  și  $[K^*]$  va fi tot o matrice diagonală, ce va conține drept elemente patratele pulsăriilor proprii (adică valorile proprii ale matricii dinamice  $[D]$ ). Ecuația matricială (3.14) va conține un set de ecuații scalare decuplate, din care cea corespunzănd coordonatei normale  $\eta_i$  va fi :

$$\omega_i^2 \eta_i(t) + 2\beta \dot{\eta}_i(t) + \ddot{\eta}_i(t) = P_i^* \quad (3.15)$$

Intervalul de integrare fiind mic (astfel încât mecanismul să poată fi considerat structură cu geometrie fixă exceptând deformațiile elastice), se poate considera că forța generalizată  $P_i^*$  este constantă și deci, soluția ecuației va fi o suprapunere a unei componente dinamice cu una statică [127] :

$$\eta_i(t) = \eta_{ist} + \eta_{i din}(t) \quad (3.16)$$

cu

$$\eta_{ist} = \frac{P_i^*}{\omega_i^2} \quad (3.17)$$

iar  $\eta_{i din}(t)$  se determină din vibrațiile libere [107,127] :

$$\eta_{i din}(t) = e^{-\beta t} \left( \frac{\dot{\eta}_{i din}^{(0)} + \beta \eta_{i din}^{(0)}}{\omega_i^*} \right) \cdot \sin \omega_i^* t + \eta_{i din}^{(0)} \cos \omega_i^* t \quad (3.18)$$

în care

$$\omega_i^* = \sqrt{\omega_i^2 - \beta^2}$$

Inlocuind (3.17) și (3.18) în (3.16) și ținând cont că  $\dot{\eta}_i(t) = \dot{\eta}_{i din}(t)$ , rezultă :

$$\eta_i(t) = -\frac{P_i^*}{\omega_i^2} + e^{-\beta t} \left\{ \frac{\dot{\eta}_{i din}^{(0)} + \beta \left[ \eta_{i din}^{(0)} - \frac{P_i^*}{\omega_i^2} \right]}{\omega_i^*} \right\} \sin \omega_i^* t + \left\{ \eta_{i din}^{(0)} - \frac{P_i^*}{\omega_i^2} \right\} \cos \omega_i^* t \quad (3.19)$$

în care valorile pentru  $t = 0$  sunt cele calculate la poziția anterioară a mecanismului, iar  $t$  este timpul în care mecanismul se deplasează din poziția anterioră în poziția curentă (în care se calculează deformațiile).

### 3.6. Algoritm pentru analiza dinamică a mecanismelor ca elemente deformabile cu ajutorul calculatorului numeric automat.

Utilizând cele prezentate în subcapitolele precedente, să în-

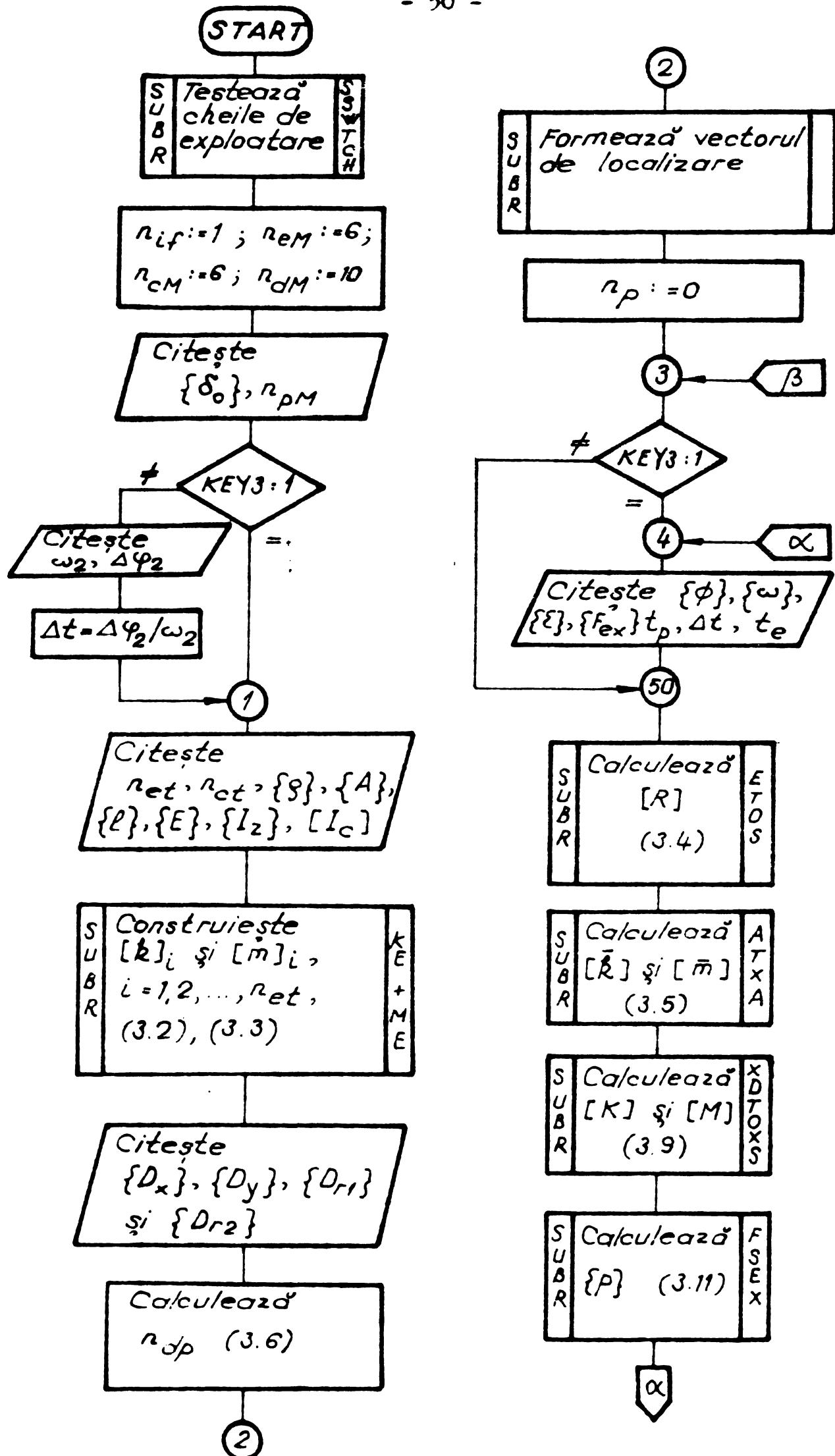


Fig. 3.4 (continuă)

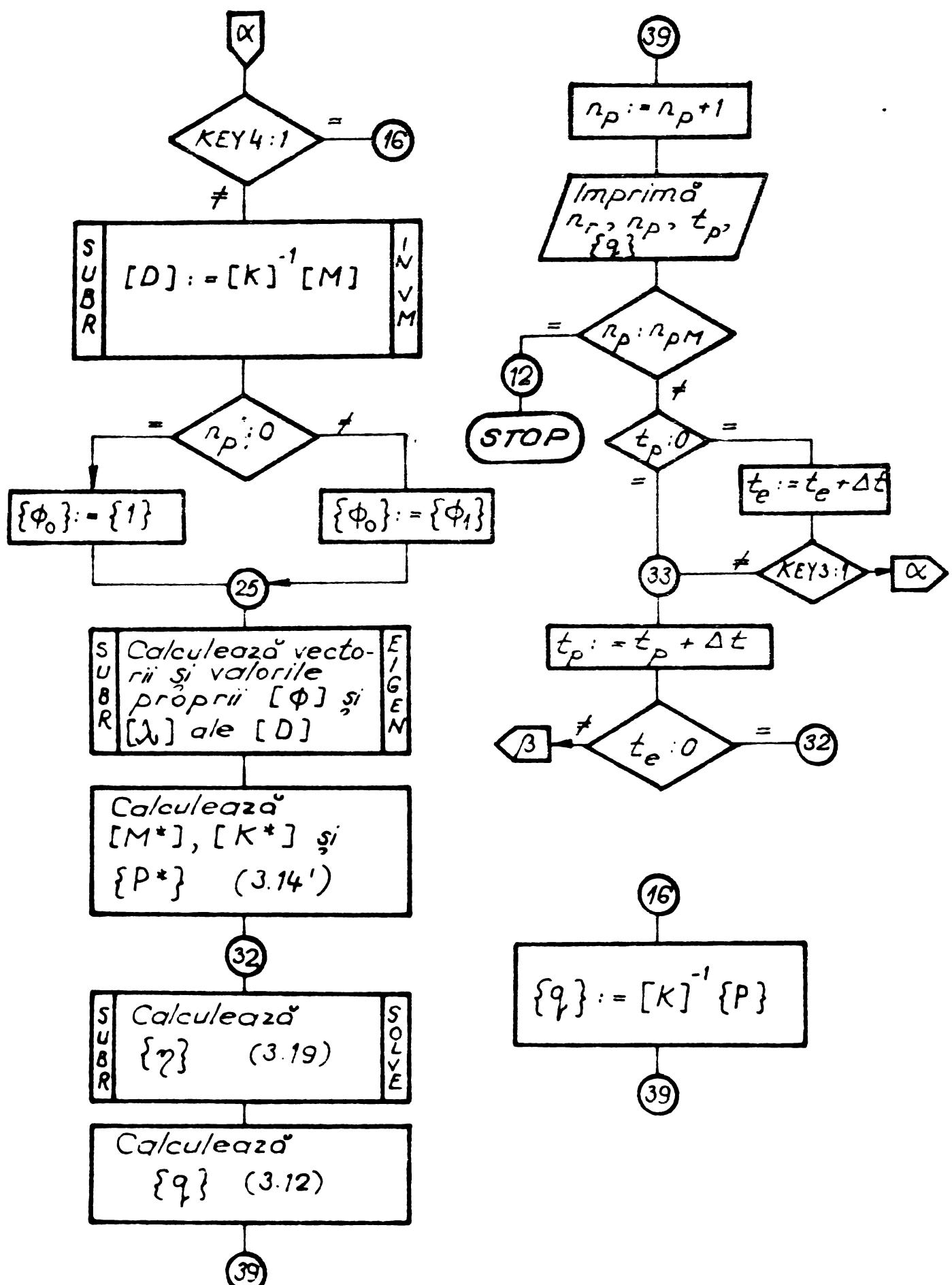


Fig. 3.4 (continuare)

tocmit algoritmul prezentat în fig.3.4.

Algoritmul are un grad de generalitate sporit, specificul fiecărei aplicații fiind indicat prin trei chei de exploatare. Astfel, citirea datelor se poate face în două moduri :

- a). din fișierul pe cartele perforate ;
- b). din fișier pe disc magnetic.

Algoritmul permite, de asemenea, realizarea analizei în trei variante :

- a). analiză elastostatică ;
- b). analiză elastodinamică ;
- c). analiză cinetoelastodinamici.

Citirea datelor de pe fișier pe disc magnetic se face în cazul analizei elastodinamice sau cinetoelastodinamice, cînd programul este precedat de analiza dinamică, ale cărui date sunt depuse într-un fișier pe disc.

In cazul structurilor fixe (grad de mobilitate zero), se va utiliza analiza elastostatică. In cazul proiectirii unui mecanism se recomandă utilizarea analizei elastodinamice, în scopul economisirii timpului de calculator. In cazul problemelor de analizi a stabilității se recomandă analiza cinetoelastodinamici.

Algoritmul propus a fost inclus într-un algoritm general de sinteză a mecanismelor cu elemente considerate deformabile, prezentat în capitolul 4. Utilizarea algoritmului pe mecanisme concrete a permis elaborarea recomandărilor prezentate mai sus și confirmarea eficienței sale. Unul din cazurile concrete de aplicare este prezentat în capitolul 5.

#### 4. O NOUA METODA DE SINTEZA A MECANISMELOR CU ELEMENTE DEFORMABILE, CU AJUTORUL CALCULATORULUI NUMERIC AUTOMAT.

##### 4.1. Introducere

Pentru realizarea sintezei mecanismelor cu elemente deformabile este propusă, în literatura de specialitate, o singură metodă [106]. Aceasta are însă dezavantajul că utilizează pentru etapa de sinteză propriu-zisă o metodă specială, derivată din [132], mărinindu-se timpul de calcul și probabilitatea de apariție a erorilor. În [106] metoda specială de sinteză este asociată unei metode de analiză a deformațiilor bazată pe matricea de flexibilitate, cu toate că pentru probleme de dinamică se recomandă metoda matricei de rigiditate [108], fiind mai eficientă în astfel de cazuri.

În continuare se propune o metodă de sinteză bazată pe metoda matricei de rigiditate în determinarea deformațiilor (metodă de analiză prezentată în Capitolul 3) și utilizând direct metoda de sinteză cinematică din [132] (fără modificări).

##### 4.2. Algoritm pentru sinteza mecanismelor cu elemente deformabile.

Din cauza complexității calculelor de analiză dinamică în cazul elementelor deformabile, este practic imposibilă realizarea unei metode de sinteză neiterative. Se va dezvolta, în continuare, o metodă cu algoritm de tip "trial and error", în care calculul de sinteză se reia cu date modificate funcție de rezultatele analizei dinamice.

Fie  $\varphi_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, x$  mărimile cinematice impuse drept performanțe pentru mecanismul ce urmează a fi sintetizat. Pentru etapa de sinteză în prima iterație, datele inițiale se vor lua  $\varphi_{k,1} = \varphi_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ . Atribuind proprietăți fizice elementelor mecanismului sintetizat (masă, rigiditate), se efectuează analiza dinamică, elementele fiind considerate elastice. Performanțele obținute în urma analizei  $\varphi_k^{(1)}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , vor difera de cele prescrise cu valorile  $\Delta\varphi_k^{(1)} = \varphi_k^{(1)} - \varphi_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ . Pentru noua etapă de

sinteză (în a doua iterație), valorile initiale se vor adopta :

$$\varphi_{k,2} = \varphi_k - \Delta\varphi_k^{(1)} = 2\varphi_k - \varphi_k^{(1)}$$

Calculele se repetă pînă cînd  $\Delta\varphi_k^{(i)}$  sunt mai mici decît un set  $\xi_i$  de valori mici date ( $k = 1, 2, \dots, n$  iar  $i$  este indicele iterăiei), luînd :

$$\varphi_{k,i} = \varphi_k - \Delta\varphi_k^{(i-1)} = 2\varphi_k - \varphi_k^{(i-1)}$$

Algoritmul calculului de sinteză este prezentat în figura 4.1.

Datele inițiale introduse în faza întîi cuprind atît date referitoare la performanțele cinematice impuse mecanismului, cît și date privind materialele utilizabile pentru elemente și couple și caracteristicile sistemelor de acționare utilizabile.

Sinteză cinematică din faza 2 se efectuează după un algoritm de uz curent (de exemplu [132-134]), confirmat suficient de practică. Dintre soluțiile admisibile (dacă sunt două sau mai multe), se va alege una, pe baza unui criteriu de optimizare. Cînd condițiile permit, se pot utiliza mai multe soluții admisibile, alegerea facîndu-se funcție de proprietățile sistemelor mecanice mobile obținute în final (faza 12).

In urma analizei cinetostatică se obțin valorile solicitărilor din elemente și couple, solicitări pe baza cărora să se poată efectua proiectarea elementelor și couplelor ca organe de mașini, cît și alegerea sistemului de acționare. Forțele de inerție neputind fi calculate în fazele 1...3, relativ multe dimensiuni vor trebui adoptate constructiv în faza 4.

Cu datele obținute în faza 4, alături de cele deja cunoscute, se poate efectua analiza dinamică, elementele fiind considerate rigide. Rezultatele acestei analize permit verificarea corectitudinii alegerii sistemului de acționare. Dacă gradul de neregularitate a mișcării este prea mare este necesară introducerea unui sistem de uniformizare a mișcării sau alegerea unui motor de putere superioară. Dacă viteza unghiulară medie este necorespunzătoare, se modifică tensiunea sau frecvența de alimentare a motorului sau se modifică raportul de transmitere al lanțului cinematic motor-element conducător. Dacă mecanismul trebuie să realizeze o mișcare de ghi-

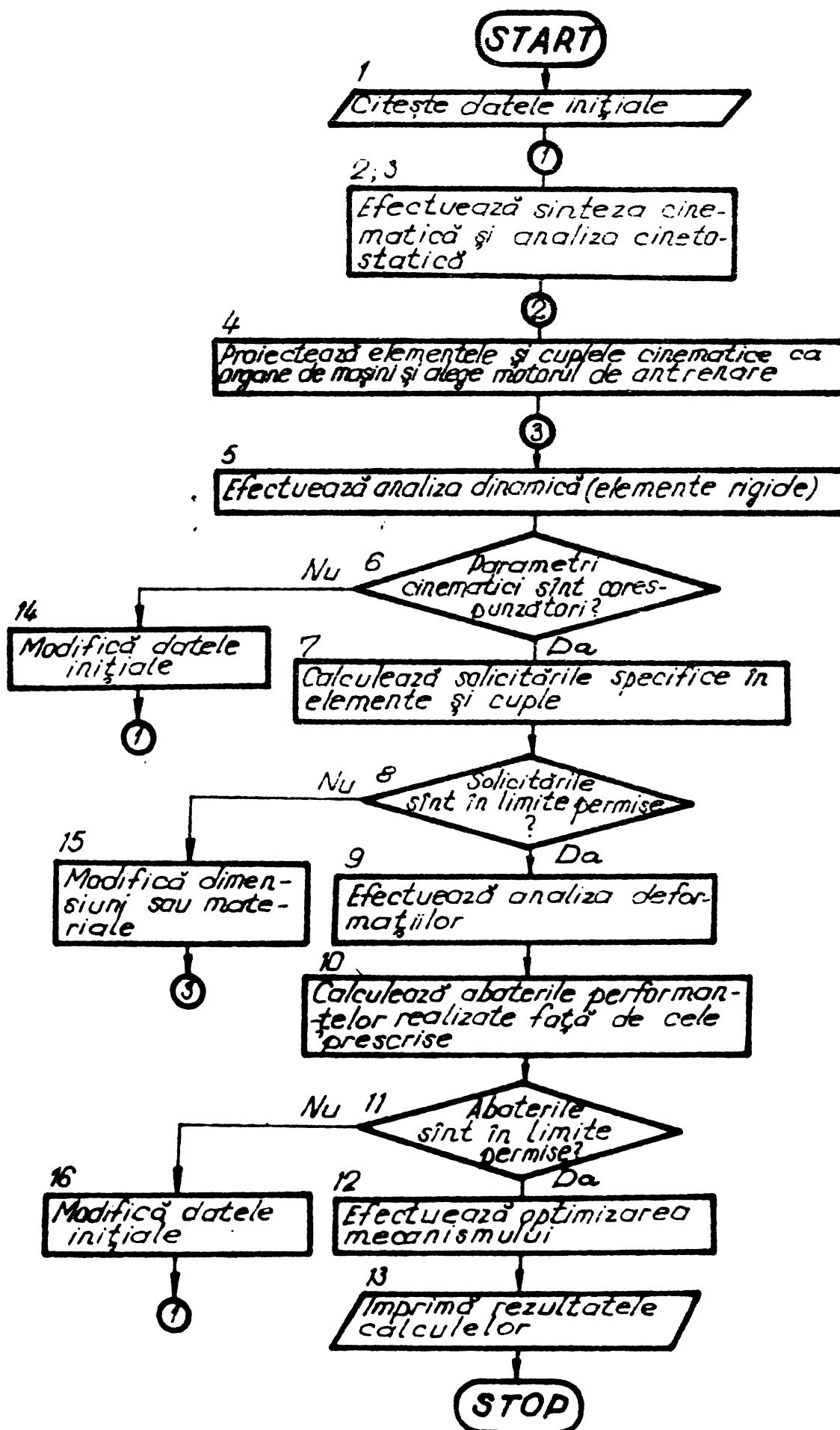


Fig. 4.1

dare sau generarea unei curbe cu poziții prescrise la intervale de timp date, iar în urma analizei se constată că intervalele de timp nu se respectă, se vor modifica valorile prescrise ca date inițiale pentru aceste intervale (scăzind din valorile impuse erorile calculate). După modificarea datelor inițiale se reia calculul cu faza 2, sinteza cinematică.

Dacă parametrii cinematici calculați corespund cu cei impuși (în limitele admise), se trece la calculul solicitărilor specifice în elemente și couple (tensiuni de întindere/compreziune/încovoiere/torsiune/forfecare/de contact (Hertz), presiuni de contact etc.), valori de solicitări care se vor compara cu valorile admisibile. În cazul depășirii valorilor admisibile, se vor adopta materiale cu rezistență specifică superioară (adică raport tensiune admisibilă pe densitate mai mare) sau se va încerca modificarea ariei sau formei secțiunii elementelor sau zonelor de contact ale couplelor cinematică. Trebuie evidențiat faptul că mărirea ariei secțiunii transversale a elementelor poate duce la mărirea solicitărilor pe unitatea de suprafață, din cauza creșterii forțelor de inerție. De aceea, înainte de a efectua o modificare efectivă a ariei, trebuie determinat sensul în care să se facă modificarea ; cu această ocazie se va constata cel mai probabil o influență neglijabilă a ariei secțiunii care se dorește a se modifica asupra solicitărilor specifice. Cu modificările aduse la materiale și/sau secțiuni, se reiau calculele de la faza de analiză dinamică (5).

Dacă solicitările specifice sunt în limite permise, se va trece la efectuarea analizei deformațiilor. Calculul deformațiilor poate avea loc în unul din cele trei moduri indicate în paragraful 3.6 : elastostatic, elastodinamic sau cinetoelastodinamic. Pentru calculul de sinteză se preferă analiza elastodinamică, reprezentând un compromis avantajos între precizia și timpul necesar calculului. Rezultatele analizei deformațiilor permit calculul abaterilor performanțelor mecanismului sintetizat față de cele prescrise. În cazul în care abaterile sunt în afara domeniului admis, se vor aplica unele corecții la datele inițiale, în modul prezentat la începutul acestui paragraf, reluîndu-se apoi calculele cu etapa de sinteză cinematică.

Dacă abaterile performanțelor sunt în limitele admise, mecanismul obținut satisfacă pretențiile impuse și calculul de sinteză se încheie.

Dacă în faza 9 se efectuează analiza cinetoclastodinamică, se vor putea recalcula tensiunile din elemente ținând cont și de cele produse de vibrațiile proprii (tensiuni care nu pot fi calculate în faza 7), comparîndu-se cu valorile admise și luînd apoi decizii corespunzatoare.

#### 4.3. Metodă de sinteză optimă a mecanismelor cu elemente deformabile.

##### 4.3.1. Criterii de optimizare

După obținerea unei soluții a problemei de sinteză (cu algoritmul prezentat în subcapitolul anterior) se poate pune problema găsirii unei noi soluții, apropiate de cea anterioară, dar care să asigure o valoare optimă pentru un complex de parametri dat.

Drept condiții de optimizare în proiectarea mecanismelor s-au utilizat, în general, condiții de gabarit sau de proprietăți de transmitere, ajungîndu-se la probleme de programare neliniară practic în toate cazurile [125]. Pentru mecanismele cu elemente deformabile, o rezolvare specifică a problemei este dată în [109], dar sub un singur aspect, cel al minimizării masei mecanismului proiectat. Aplicarea acestei funcții obiectiv a condus la o problemă de programare liniară, rezolvată cu algoritmul simplex.

Considerînd de mare importanță pentru construcția de mașini reducerea consumurilor de energie, în lucrarea de față s-a adoptat drept condiție de optimizare realizarea cheltuielilor de fabricație minime. Cheltuielile de fabricație sunt un indicator complex al consumurilor energetice, cuprînd o evaluare atît a consumurilor energetice la prelucrarea propriu-zisă cît și o evaluare a consumurilor de energie înmagazinată în materialele utilizate la fabricare.

##### 4.3.2. Stabilirea funcției obiectiv

Realizarea unui produs implică efectuarea unei gamelor largi de cheltuieli. Pentru problema de optimizare tratată, în care interesează doar modificarea cheltuielilor funcție de mici modificări dimensionale, sunt necesare doar componentelete variabile din acestor condiții : cheltuielile de prelucrare și cheltuielile cu materiale :

$$C_t = C_{prel} + C_{mat} \quad (4.1)$$

Cheltuielile cu materialele se pot calcula cu [135] :

$$C_{mat} = V_{mat} - V_{des}$$

în care  $V_{mat}$  este valoarea semifabricatelor iar  $V_{des}$  este valoarea deșeurilor. Pentru mecanismele cu bare, cheltuielile cu materialele se pot aprecia cu relația :

$$C_{mat} = \sum_{i=1}^{n_{et}} K'_{Mi} \cdot L_i \cdot A_{Ti} \quad (4.2)$$

în care :

$K'_{Mi}$  este costul ce revine unității de volum de material pentru elementul i (ținând cont de valoarea semifabricatului și a deșeurilor) ;

$L_i$  - lungimea echivalentă a elementului i (ținând cont și de contribuția partilor ce formează couple cinematice) ;

$A_{Ti}$  - aria secțiunii transversale a barei ce formează elementul i ;

$n_{et}$  - numărul total de elemente din mecanism.

Cheltuielile de prelucrare pentru un element se pot calcula din [135] :

$$C_{prel_1} = C_{man} + C_{reg} + C_{am} + C_d + C_s \quad (4.3)$$

în care :

$C_{man}$  este costul manoperei ;

$C_{reg}$  - costul regiei totale ;

$C_{am}$  - cota-partea a amortismentului ;

$C_d$  - cota de la dispozitivele speciale ;

$C_s$  - cota de la sculele speciale.

Pentru calcule de optimizare, cheltuielile de prelucrare pot fi rescrise sub forma :

$$C_{prel_1} = K_{pi} \frac{t_{p1}}{n_{lot}} + (K_{ef} + K_m) t_{ef} + C_d + C_s \quad (4.4)$$

scrieră în caiet

clasa

în care :

$K_{pi}$ ,  $K_{ef}$ ,  $K_m$  sunt coeficienți ce se pot aprecia statistic pentru fiecare întreprindere [135] ;

$t_{pi}$  - timpul de pregătire-încheiere ;

$n_{lot}$  - numărul de piese din lot ;

$t_{ef}$  - timpul efectiv ,

$$t_{ef} = t_a + t_b$$

în care :

$t_b$  este timpul de bază ;

$t_a$  - timpul auxiliar.

Timpul de bază pentru operațiile de strunjire și asemănătoare (rectificare etc.) se poate aprecia cu relația :

$$t_b = \frac{L \cdot i}{f \cdot s} \cdot k_{ie}$$

în care :

$L$  este lungimea suprafeței de prelucrat ;

$i$  - numărul de treceri ;

$f$  - frecvența rotațiilor (sau curselor) ;

$s$  - avansul sculei pe rotație (sau cursă) ;

$k_{ie}$  - coeficient ce ține cont de distanțele necesare pentru intrarea și ieșirea sculei.

Deoarece viteza relativă sculă-semifabricat trebuie să aibă valori corespunzătoare vitezei economice,  $v_e$ , care este independentă de dimensiunile semifabricatului, se va exprima timpul de bază funcție de  $v_e$  :

$$t_b = \frac{L \cdot d \cdot i}{v_e \cdot s} ,$$

în care  $d$  este diametrul (lățimea pentru suprafețe plane) suprafeței de prelucrat. Cu aceasta, relația (4.3) se poate scrie :

$$C_{prel_1} = K_{pi} \cdot \frac{t_{pi}}{n_{lot}} + (K_{ef} + K_m) \left( t_a + \frac{A_L \cdot i}{v_e \cdot s} \right) + C_d + C_s \quad (4.5)$$

în care  $A_L = L \cdot d$  este aria suprafeței de prelucrat, corespunzătoare ariei laterale a elementului de mecanism ce este fabricat.

Deoarece în procesul de determinare a condițiilor în care se realizează cheltuielile minime interesează doar partea variabilă a acestora, se vor separa termenii constanți de cei ce depind de dimensiunile elementelor și relația (4.5) se scrie :

$$C_{\text{prel}_1} = C_{\text{ol}} + K'_{AL} \cdot A_L \quad (4.6)$$

în care :

$C_{\text{ol}}$  este partea constantă a cheltuielilor ;

$$C_{\text{ol}} = K_{pi} \cdot \frac{t_{pi}}{n_{\text{plot}}} + (K_{ef} + K_m) t_a + C_d + C_s$$

$K'_{AL}$  - factor al părții variabile a cheltuielilor ;

$$K'_{AL} = (K_{ef} + K_m) \frac{i \cdot k_{ie}}{v_e \cdot s} .$$

Pentru întreg mecanismul, cheltuielile ce depind de dimensiunile elementelor se pot exprima din (4.1), cunoscând (4.2) și (4.6) :

$$C_{\text{var}} = \sum_{k=1}^n (K'_{Mk} L_k A_{Tk} + K'_{Ak} A_{Lk}) \quad (4.7)$$

în care  $n$  este numărul elementelor cinematice cu dimensiuni modificabile în scopul optimizării.

In etapa de optimizare se vor considera variabile doar dimensiunile transversale ale elementelor cinematice. Se consideră constante lungimile elementelor și zonele cuprelor cinematice (motiv pentru care cheltuielile pentru prelucrarea zonelor cuprelor cinematice nu a fost luată în considerare explicit la calculul cheltuielilor, contribuția lor fiind constantă).

Dacă se notează cu  $r_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) dimensiunea de referință a secțiunii (raza pentru secțiuni circulare sau latura mică pentru secțiuni dreptunghiulare), relația (4.7) se scrie sub forma :

$$C_{\text{var}} = \sum_{k=1}^n (K'_{Mk} \cdot r_k^2 + K'_{Ak} \cdot r_k) \quad (4.8)$$

în care :

$K_{Mk}$  sint coeficienții termenilor pătratici ; pentru secțiuni circulare  $K_{Mk} = \frac{\pi}{4} K'_{Mk} L_k$  ; pentru secțiuni dreptunghiulare  $K_{Mk} = L_k \cdot \xi_l \cdot K'_{Mk}$  ; în care  $\xi_l$  este raportul laturilor ;

$K_{Ak}$  - coeficienții termenilor liniari ;  $K_{Ak} = \pi K'_{Ak} L_k$  pentru bare de secțiune circulară ;  $K_{Ak} = 2(1 + \xi_l) K'_{Ak} L_k$  pentru bare de secțiune dreptunghiulară.

#### 4.3.3. Stabilirea restricțiilor

Un grup de restricții se obține din condițiile de nedepășire a valerilor admisibile  $\delta_{ia}$  ale deplasărilor cauzate de deformații,  $\delta_i$  :

$$\delta_{ia} \geq \delta_i \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n_j \quad , \quad (4.9)$$

în care  $n_j$  este numărul restricțiilor de deplasări.

Expresiile deplasărilor  $\delta_i$  funcție de variabilele  $r_k$  nu se pot obține în formă directă, ci doar în urma unor calcule complexe. De aceea, pentru a face posibilă rezolvarea problemei de optimizare sub forma unei probleme de programare matematică, pătratică, se vor exprima deplasările  $\delta_i$  funcție de variabilele  $r_k$  cu ajutorul dezvoltării în serie Taylor, neglijind termenii ce conțin derive de ordinul doi sau superior :

$$\delta_i = \delta_{i0} + \sum_{k=1}^{n_j} \frac{\partial \delta_i}{\partial r_k} (r_k - r_{k0}) ; \quad i = 1, 2, \dots, n_j \quad (4.10)$$

în care :

$\{R_0\} = \{r_{10}, r_{20}, \dots, r_{n_j 0}\}^T$  este vectorul de poziție al punctului în jurul căruia se face dezvoltarea ;

$\{\delta_0\} = \{\delta_{10}, \delta_{20}, \dots, \delta_{n_j 0}\}^T$  este vectorul deplasărilor din deformații, în punctul  $\{R_0\}$ .

Pentru a nu introduce erori prea mari din cauza trunchierii dezvoltărilor în serie Taylor, se vor impune condițiile :

$$r_k \leq r_k^{\text{sup}} = k_s r_{k0} \quad , \quad (4.11)$$

$$r_k \geq r_k^{\text{inf}} = k_i r_{k0} \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n$$

în care  $k_s$  și  $k_i$  sunt coeficienți cu valoare apropiată de unitate (practic se va lua  $k_s = 1,1$  și  $k_i = 0,9$ ).

Procesul de optimizare va fi iterativ, la fiecare iterație punctul inițial fiind luat identic cu punctul final (cel mai apropiat de optim) al iterăției precedente, ceea ce va face posibilă atingerea optimului, chiar în prezența restricțiilor (4.11), în număr finit de iterății.

Valorile derivatelor  $\frac{\partial \delta_i}{\partial r_k}$  se vor calcula prin metode numerice, calculul analitic direct fiind practic imposibil. Se va aplica relația :

$$\left( \frac{\partial \delta_i}{\partial r_k} \right)_{r_{k0}} \approx - \frac{\delta_i(r_{k0} + \Delta r_k) - \delta_i(r_{k0} - \Delta r_k)}{2 \Delta r_k} \quad (4.12)$$

în care  $\Delta r_k \ll r_{k0}$ . O soluție mai rapidă dar mai puțin precisă se poate obține cu :

$$\left( \frac{\partial \delta_i}{\partial r_k} \right)_{r_{k0}} \approx - \frac{\delta_i(r_{k0} + \Delta r_k) - \delta_i(r_{k0})}{\Delta r_k} \quad (4.13)$$

sau

$$\left( \frac{\partial \delta_i}{\partial r_k} \right)_{r_{k0}} \approx \frac{\delta_i(r_{k0}) - \delta_i(r_{k0} - \Delta r_k)}{\Delta r_k} \quad ,$$

relații care, pe lângă  $\delta_i(r_{k0}) = \delta_{i0}$  nu pretind decât calculul uneia din valorile  $\delta_i(r_{k0} + \Delta r_k)$  sau  $\delta_i(r_{k0} - \Delta r_k)$  și nu a ambelor, ca în cazul relației (4.12).

Din relațiile (4.9) și (4.10) rezultă restricțiile de deformații :

$$\delta_{ia} - \delta_{i0} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial \delta_i}{\partial r_k} (r_k - r_{k0}) \geq 0 ; i=1, 2, \dots, n_g \quad (4.14)$$

Un alt grup de restricții se poate obține din condițiile de nedepășire a tensiunilor admisibile în elementele mecanismului. Procedind analog cu cazul deplasărilor, se pot obține restricțiile de tensiuni :

$$\xi_{ia} - \xi_{io} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial \xi_i}{\partial r_k} (r_k - r_{ko}) \geq 0 \quad \text{dacă } \xi_{io} \geq 0 \quad (4.15)$$

$$\xi_{ia} + \xi_{io} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \xi_i}{\partial r_k} (r_k - r_{ko}) \geq 0 \quad \text{dacă } \xi_{io} < 0, \quad i=1,2,\dots,n_6$$

în care  $n_6$  este numărul restricțiilor de tensiuni.

S-a considerat că deplasările pot lua doar valori pozitive iar tensiunile pot lua atât valori pozitive cât și negative (dar  $\xi_{ia} > 0$ ).

#### 4.3.4. Formularea problemei de optimizare ca problemă de programare pătratică.

Problemele de programare pătratică impun minimizarea unei funcții obiectiv pătratice convexe de forma [136] :

$$Q(\{x\}) = \{\mathbf{A}\}^T \{x\} + \{x\}^T [\mathbf{B}] \{x\} \quad (4.16)$$

în care :

$\{x\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$  este vectorul variabilelor de proiecție ;

$Q(\{x\})$  - funcția obiectiv ;

$\{\mathbf{A}\}$  - vectorul coeficienților termenilor liniari ;

$[\mathbf{B}]$  - matricea coeficienților termenilor pătratici,

în prezența restricțiilor liniare de forma :

$$\begin{aligned} [\mathbf{E}] \cdot \{x\} &= \{D\} \\ \{x\} &\geq \{0\} \end{aligned} \quad (4.17)$$

în care :

$[\mathbf{E}]$  este matricea coeficienților restricțiilor, de dimensiune  $m \times n, m < n$  ;

$\{D\}$  - matricea coloană a termenilor liberi ai restricțiilor.

Algoritmul de rezolvare a problemei de programare patratice cere calcularea valorilor coeficienților restricțiilor și pentru puncte în care variabilele de proiecție au valoarea zero (valo-

re permisă conform restricțiilor de nenegativitate din (4.17)). Din acest motiv nu se pot lua drept variabile de proiectare direct dimensiunile caracteristice ale secțiunilor (raza sau latura) nici ariile acestora, deoarece deplasările din deformații și tensiunile ar rezulta de valori infinite. În aceste condiții, având în vedere și condițiile (4.11), drept variabile de proiectare se vor lua :

$$x_k = r_k - r_{k \text{ inf}} \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.18)$$

Deoarece :

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} = \frac{\partial \delta_i}{\partial r_k} ; \quad \frac{\partial \sigma_j}{\partial x_k} = \frac{\partial \sigma_j}{\partial r_k} \quad \text{și} \quad x_k - x_{k0} = r_k - r_{k0} ,$$

$$i = 1, 2, \dots, n_\delta ; \quad j = 1, 2, \dots, n_\sigma ; \quad k = 1, 2, \dots, n ,$$

restricțiile (4.11), (4.14) și (4.15) devin :

$$x_k \geq 0 \quad ; \quad k = 1, 2, \dots, n ; \quad (4.19)$$

$$x_k \leq r_{k0} \cdot (k_s - k_i) ; \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.20)$$

$$\delta_{ia} - \delta_{io} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \cdot (x_k - x_{k0}) \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n_\delta \quad (4.21)$$

$$\sigma_{ia} - \left[ \sigma_{io} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \sigma_i}{\partial x_k} \cdot (x_k - x_{k0}) \right] \cdot \text{sign} (\sigma_{io}) \geq 0 ; \quad i = 1, 2, \dots, n_\sigma . \quad (4.22)$$

În noile variabile, funcția obiectiv are expresia :

$$C_{\text{var}} = \sum_{k=1}^n \left[ K_{Mk} (x_k + r_{k \text{ inf}})^2 + K_{Ak} (x_k + r_{k \text{ inf}}) \right].$$

Efectuind calculele și eliminînd termenii constanți, rezultă:

$$Q(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n \left[ (2 K_{Mk} \cdot r_{k \text{ inf}} + K_{Ak}) \cdot x_k + K_{Mk} \cdot x_k^2 \right]. \quad (4.23)$$

Pentru a aduce problema de optimizare la forma standard ((4.16)

și (4.17)), restricțiile de inegalitate (4.20), (4.21) și (4.22) se vor transforma în restricții de egalitate prin introducerea cîte unei variabile auxiliare  $x_k$  ( $k = n+1, n+2, \dots, 2n + n_s + n_5$ ) în fiecare restricție de inegalitate, variabilele auxiliare fiind și ele supuse restricțiilor de nenegativitate :

$$x_i + x_{n+i} = r_{k_0} \cdot k_\Delta \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad ;$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} x_k + x_{2n+i} = \delta_{ia} - \delta_{io} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \cdot x_{k_0} \quad ; \\ i = 1, 2, \dots, n_s \quad ;$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \cdot \text{sign}(\delta_{io}) \cdot x_k + x_{2n+n_s+i} = \delta_{ia} - (\delta_{io} - \\ - \sum_{k=1}^n \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \cdot x_{k_0}) \cdot \text{sign}(\delta_{io}) \quad ; \\ i = 1, 2, \dots, n_5 \quad ;$$

$$x_i \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n_t \quad ,$$

în care :

$$k_\Delta = k_s - k_i \quad ;$$

$$n_t = 2n + n_s + n_5 \quad .$$

#### 4.3.5. Rezolvarea problemei de optimizare.

Pentru rezolvarea problemei de optimizare în formularea ca problemă de programare pătratică se va aplica algoritmul Beale, prezentat în detaliu în [136], inclusiv sub formă de subprogram pentru calculul automat.

Pentru aplicarea directă a algoritmului din [136], restricțiile de egalitate (4.24) trebuie astfel formulate încît termenii liberi să fie nenegativi :

$$d_i \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n + n_s + n_5 \quad (4.25)$$

în care  $d_i$  este elementul de rang  $i$  din matricea coloană  $\{D\}$  a ter-

menilor liberi din (4.17). Deoarece  $r_{k_0} > 0$  și  $k_A > 0$ , rezultă îndeplinirea întotdeauna a condiției (4.25) pentru  $i = 1, 2, \dots, n$ . În cazul restricțiilor de deformații și a celor de tensiuni, termenii liberi din (4.24) pot avea și valori negative, în special în puncte apropiate de limitele impuse de respectivele restricții. Pentru a se asigura nenegativitatea termenilor liberi, în cazul în care din (4.24) valoarea lor rezultă negativă în unele restricții, expresiile restricțiilor respective vor fi înmulțite cu  $-1$ . Pentru a asigura posibilitatea prelucrării automate, se introduc factorii :

$$s_{\delta_i} = \text{sign} (\delta_{ia} - \delta_{io} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \cdot x_{k_0}); \quad i=1, 2, \dots, n_s ;$$

$$s_{\sigma_i} = \text{sign} \left[ \tilde{\delta}_{ia} - \left( \tilde{\delta}_{io} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial \tilde{\delta}_i}{\partial x_k} \cdot x_{k_0} \right) \text{sign} (\tilde{\delta}_{io}) \right] ; \quad i = 1, 2, \dots, n_s \quad (4.26)$$

cu ajutorul cărora se stabilește automat semnul necesar.

Valorile elementelor matricelor  $\{A\}$  și  $\{B\}$  din funcția obiectiv (4.16) se obțin din (4.23) :

$$a_k = 2 K_{Mk} \cdot r_k \inf + K_{Ak} ; \quad (4.27)$$

$$b_{kj} = 0 \text{ pentru } k \neq j ;$$

$$b_{kk} = K_{Mk} , \quad k=1, 2, \dots, n; \quad j=1, 2, \dots, n.$$

Se constată că  $a_k > 0$  și  $b_{kj} \geq 0$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ), deci  $\{B\}$  este simetrică și pozitiv semidefinită, îndeplinind condițiile pentru a putea fi optimizată prin metoda Beale.

Valorile elementelor matricelor  $\{D\}$  și  $\{E\}$  din (4.17) se obțin din (4.24) și (4.26) cu condițiile (4.25) :

a). pentru  $i = 1, 2, \dots, n$  :

$$d_i = r_{k_0} \cdot k_A ;$$

$$e_{ij} = 0 ; \quad j \in \{1, 2, \dots, n_t\} / \{i, n+i\} ; \quad (4.28)$$

$$e_{ii} = 1 ;$$

$$e_{i, n+i} = 1 ;$$

b). pentru  $i = n+1, n+2, \dots, n + n_\delta$  :

$$d_i = (\delta_{ia} - \delta_{io} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \cdot x_{ko}) \cdot s_{\delta_i}$$

$$e_{ij} = \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \cdot s_{\delta_i} ; \quad j = 1, 2, \dots, n ; \quad (4.29)$$

$$e_{ij} = 0 , \quad j \in \{n+1, n+2, \dots, n_t\} / \{2n + 1\} ;$$

$$e_{i,2n+1} = s_{\delta_i} ;$$

c). pentru  $i = n + n_\delta + 1, n + n_\delta + 2, \dots, n + n_\delta + n_\sigma$  :

$$d_i = [\delta_{ia} - (\delta_{io} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \cdot x_{ko}) \cdot \text{sign}(\delta_{io})] \cdot s_{\delta_i} ;$$

$$e_{ij} = \frac{\partial \delta_i}{\partial x_j} \cdot \text{sign}(\delta_{io}) \cdot s_{\delta_i} ; \quad j = 1, 2, \dots, n ;$$

$$e_{ij} = 0 ; \quad j \in \{n+1, n+2, \dots, n_t\} / \{2n + n_\delta + i\} ;$$

$$e_{i,2n + n_\delta + 1} = s_{\delta_i} . \quad (4.30)$$

Restricțiile de egalitate din (4.17) vor constitui un sistem de  $n + n_\delta + n_\sigma$  ecuații cu  $2n + n_\delta + n_\sigma$  necunoscute. Problema de programare va avea, deci,  $n + n_\delta + n_\sigma$  variabile de bază și  $n$  variabile independente (care iau valori nule). Dacă în punctul  $\{R_o\}$  restricțiile (4.14) și (4.15) sunt verificate (adică  $\delta_{ia} \geq \delta_{io}$  și  $\delta_{ia} \geq |\delta_{io}|$ ), atunci se vor alege drept variabile independente  $x_k$ ,  $k = n+1, n+2, \dots, 2n$  (în caz contrar se alege alt punct  $\{R_o\}$ ), pentru a se obține sigur o soluție admisibilă de bază, în condițiile în care practic totdeauna :

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \leq 0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial \delta_i}{\partial x_k} \leq 0 ,$$

$$i = 1, 2, \dots, n_\delta \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n_\sigma ; \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

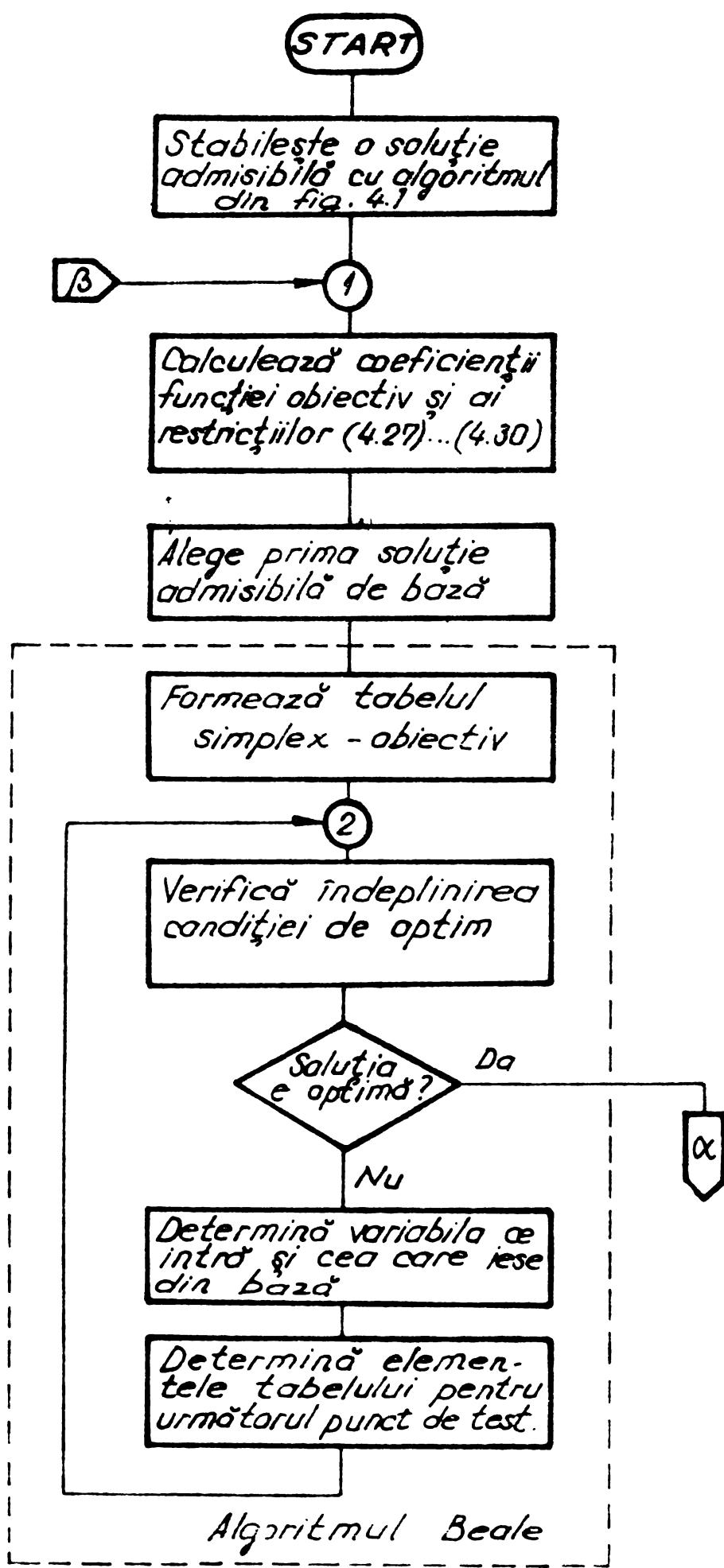


Fig. 4.2 (continuă)

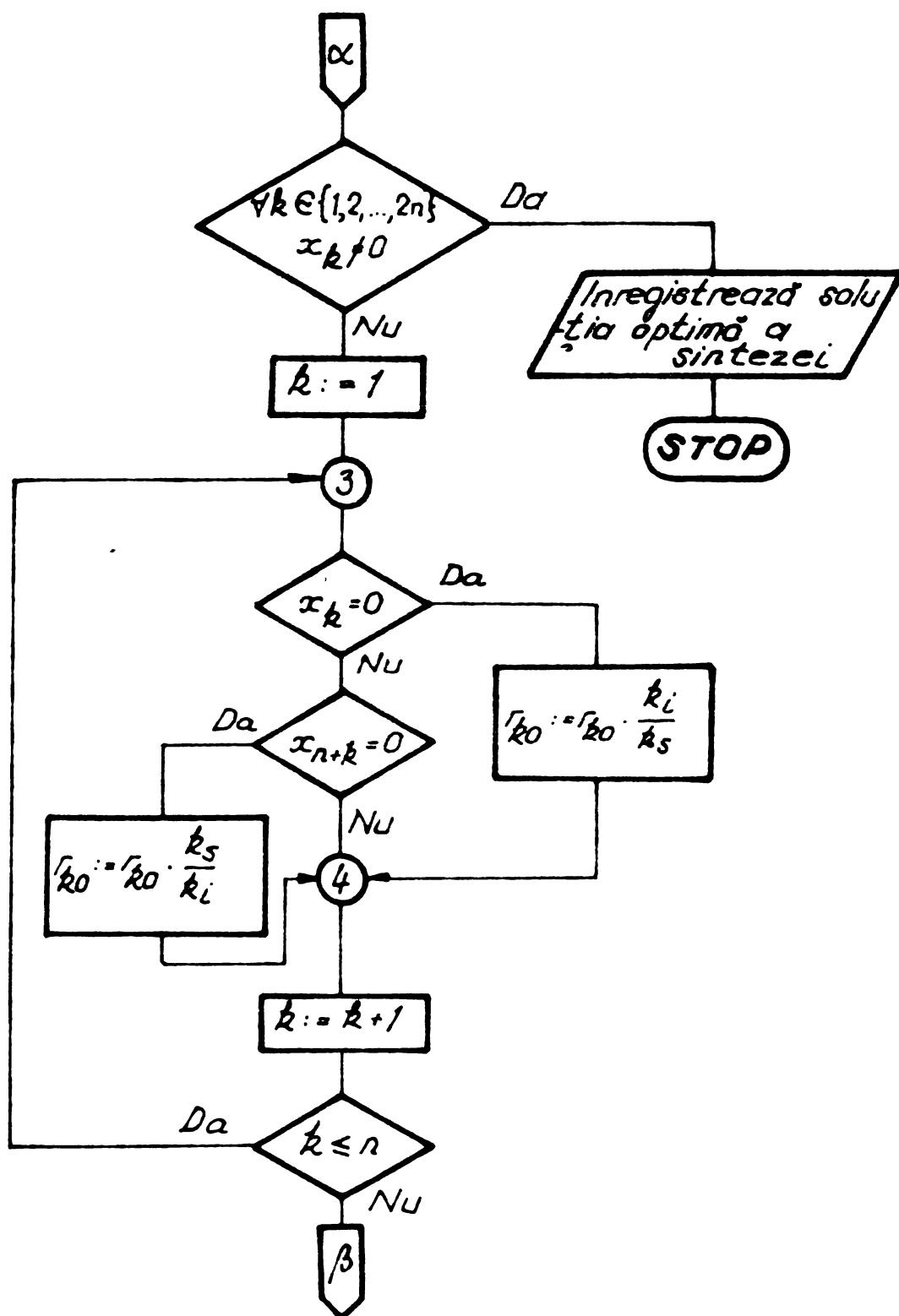


Fig. 4.2 (continuare)

Algoritmul de rezolvare prezentat în [136] conduce la optimul căutat într-un număr finit de pași.

Prezența restricțiilor (4.20) face ca optimul obținut la o aplicare a algoritmului Beale să nu fie totdeauna și optimul problemei de sinteză. Dacă soluția obținută la un moment dat conține valorile :  $x_k = 0$  pentru  $k$  având una sau mai multe valori din mulțimea  $\{1, 2, \dots, n\}$ , atunci calculul de optimizare (algoritmul Beale) se va aplica din nou, pentru un nou punct  $\{R_0\}$  în care se modifică acele coordonate ce corespund lui  $x_k = 0$  ( $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ ). Fie  $r_{k0}$  vechea valoare a coordonatei și  $r'_{k0}$  noua valoare. Noul punct de referință va avea valorile coordonatelor ce trebuie modificate :

$$r'_{k0} = r_{k0} \cdot k_i \cdot k_s^{-1} ; \quad k \in \{1, 2, \dots, n\} .$$

In mod analog se procedează dacă soluția conține valorile :  $x_k = 0$  pentru  $k$  având una sau mai multe valori din mulțimea  $\{n+1, n+2, \dots, 2n\}$ .

Algoritmul complet de sinteză optimală este prezentat în figura 4.2. Unul din cazurile concrete de aplicare este prezentat în capitolul 5.

## 5. SINTEZA UNUI MECANISM PENTRU TELEIMPRIMATOR AVIND ELEMENTE CONSIDERATE DEFORMABILE

### 5.1. Introducere

Pentru realizarea echipamentelor de teleimprimare a datelor cu viteze pînă la 10 caractere pe secundă, se utilizează mecanisme cu pîrghie cu tip (pîrghie tipizată), asemănătoare mecanismelor mașinilor de scris manuale sau electrice. Mecanismul de acționare a pîrghiei tipizate este un mecanism dublu balansier. În cazul acționării manuale, mecanismul trebuie să realizeze un raport de transmitere continuu descreșător de la elementul conducerător la elementul condus. În cazul acționării electrice, mecanismul trebuie să aibă un raport de transmitere aproximativ constant, pentru utilizarea cît mai ratională a energiei dezvoltate de motor și reducerea solicitărilor dinamice.

### 5.2. Sinteza structurală și dimensională a mecanismului

Structura și dimensiunile principale ale mecanismului imprimator se determină utilizînd metoda prezentată în [139,140], pentru următoarele date inițiale :

$$l_1 = 0,128 \text{ m.} ; \quad \varphi_{4m} = 4,3 \text{ rad} ; \quad i_m = -2,5 ,$$

în care :

$l_1$  este lungimea elementului fix ;

$\varphi_{4m}$  - valoarea medie a unghiului elementului condus (valoarea centrală în domeniul de oscilație) ;

$i_m$  - raportul de transmitere element condus-element conducerător corespunzător unghiului  $\varphi_{4m}$ .

Dacă cea funcțională se prescriu limitele valorilor unghiului  $\varphi_4$  ( $\varphi_{4\min} = 3,3$  rad,  $\varphi_{4\max} = 5,3$  rad), s-a considerat, în fază de sinteză dimensională, raportul de transmitere de la elementul condus la cel conducerător. Cu relațiile din [139,140], dimensiunile elementelor mecanismului sunt :

- 72 -

$$l_4 = l_1 \cdot \frac{\cos (\varphi_{4m} - \alpha)}{1 + |i_m|} \approx 0,015 \text{ m} ;$$

$$l_2 = l_1 \cdot \frac{|i_m| \cdot \cos (\varphi_{4m} - \alpha)}{1 + |i_m|} \approx 0,037 \text{ m} ;$$

$$l_3 = l_1 \cdot \sin (\varphi_{4m} - \alpha) \approx 0,117 \text{ m} ,$$

în care :

$l_4$  este lungimea elementului condus ;

$l_2$  - lungimea elementului conducerător ;

$l_3$  - lungimeabielei.

Pentru a analiza comportarea mecanismului sintetizat în întreg domeniul de lucru impus, se face analiza cinematică utilizând metoda din [14] și se obțin rezultatele din tabelul 5.1.

Tabelul 5.1

$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_2 - \varphi_3$	$\varphi_4$	$\varphi_4 - \varphi_3$	$i_{42}$	$  \sin(\varphi_2 - \varphi_3) \cdot \sin(\varphi_4 - \varphi_3)  $
[rad]	[rad]	[rad]	[rad]	[rad]	[-]	[-]
0,785	-0,334	1,119	5,331	5,665	-3,832	0,521
0,855	-0,366	1,221	5,090	5,456	-3,149	0,691
0,925	-0,389	1,314	4,883	5,272	-2,814	0,820
0,995	-0,404	1,399	4,693	5,097	-2,623	0,913
1,065	-0,414	1,479	4,514	4,928	-2,514	0,973
1,135	-0,418	1,553	4,340	4,758	-2,469	0,999
1,205	-0,417	1,622	4,167	4,584	-2,484	0,990
1,275	-0,410	1,685	3,990	4,400	-2,575	0,945
1,345	-0,397	1,742	3,803	4,200	-2,787	0,859
1,415	-0,377	1,792	3,594	3,971	-3,261	0,720
1,485	-0,346	1,831	3,327	3,673	-4,711	0,490

S-au calculat valorile expresiei  $|\sin(\varphi_2 - \varphi_3) \cdot \sin(\varphi_4 - \varphi_3)|$ , care indică proprietățile de transmitere a mișcării. Dupa cum era

de așteptat, valorile acestui produs sunt optime (valorile minime sunt aproximativ egale).

Construcțiv este necesară decalarea valorilor unghiului  $\varphi_2$  cu aproximativ 0,14 rad, menținind aceleși valori ale unghiului  $\varphi_4$  și ale raportului de transmitere. În acest scop se va modifica lungimea bielei cu  $\Delta l_3 = \Delta\varphi_2 \cdot l_2 = 0,005$  m. În aceste condiții, lungimile definitive ale elementelor cinematice vor fi :

$$l_1 = 0,128 \text{ m} ; \quad l_2 = 0,037 \text{ m} ; \quad l_3 = 0,122 \text{ m} ; \quad l_4 = 0,015 \text{ m},$$

pentru care rezultă valorile cinematice (calculate conform [141]) din tabelul 5.2.

Tabelul 5.2

$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_2 - \varphi_3$	$\varphi_4$	$\varphi_4 - \varphi_3$	$i_{42}$	$\frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_3)}{\sin(\varphi_4 - \varphi_3)}$
[rad]	[rad]	[rad]	[rad]	[rad]	[-]	[-]
0,925	-0,348	1,273	5,353	5,701	-4,287	0,526
0,995	-0,378	1,373	5,092	5,470	-3,327	0,712
1,065	-0,397	1,462	4,876	5,273	-2,895	0,842
1,135	-0,409	1,544	4,682	5,091	-2,654	0,929
1,205	-0,415	1,620	4,502	4,917	-2,516	0,978
1,275	-0,416	1,691	4,328	4,744	-2,450	0,992
1,345	-0,412	1,757	4,157	4,569	-2,450	0,973
1,415	-0,402	1,817	3,984	4,386	-2,526	0,919
1,485	-0,387	1,872	3,801	4,188	-2,721	0,827
1,555	-0,365	1,920	3,597	3,962	-3,167	0,687
1,625	-0,333	1,958	3,339	3,672	-4,515	0,468

Se observă din tabel că în afară de  $\varphi_2$ , celelalte mărimi au suferit modificări neglijabile ale valorilor lor.

Mecanismul complet, inclusiv suportul tipei (ce face corp comun cu elementul condus 4) este prezentat în figura 5.1.

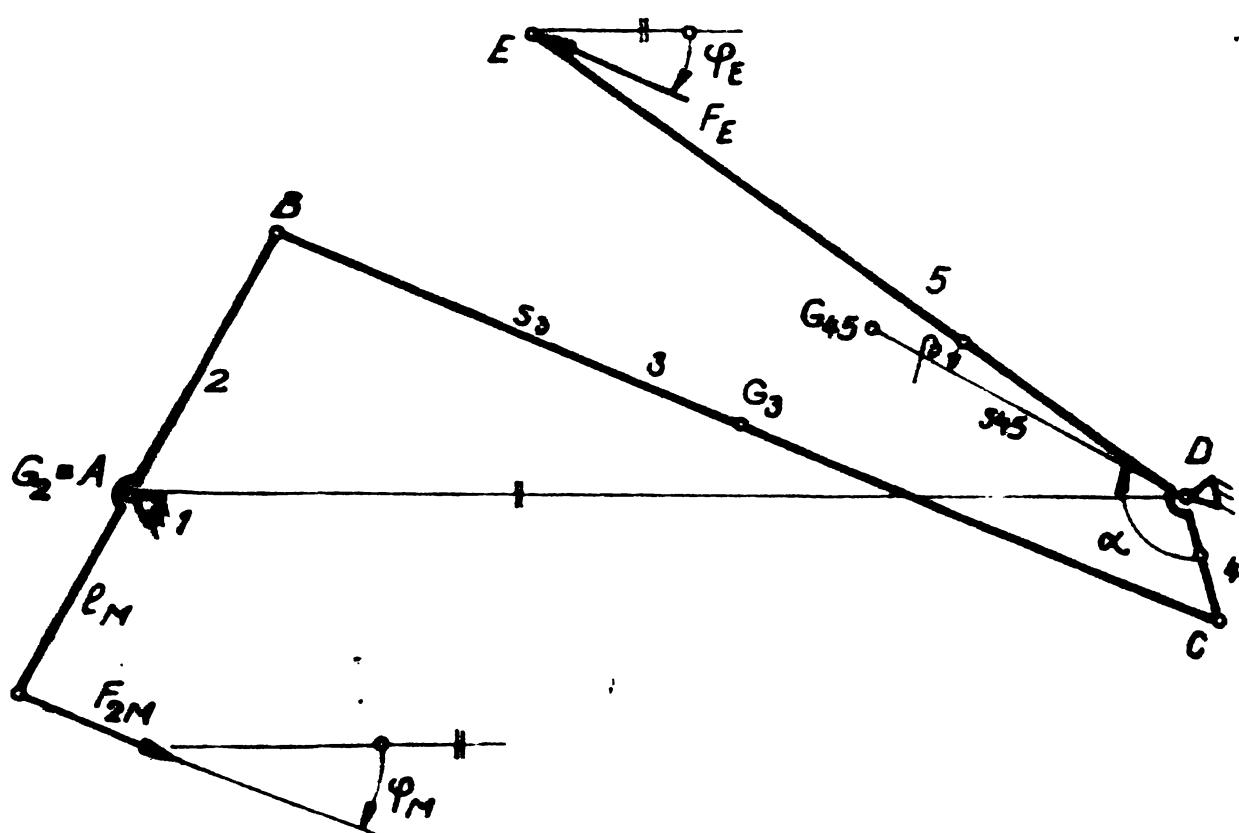


Fig.5.1

### 5.3. Analiza dinamică a mecanismului imprimator cu elemente rigide.

Analiza cinetostatică (faza 3 din algoritmul prezentat în figura 4.1) nu poate fi efectuată din cauza modului particular de lucru al mecanismului : forțele externe motoare și cele rezistențe nu acționează simultan. Mecanismul se află în repaus în poziția în care  $\varphi_2 = 0,925$  rad. Cînd echipamentul primește comanda de imprimare a unui caracter, forța motoare  $F_{2M}$  (fig.5.1) atinge valoarea nominală, pe care o menține un interval de timp  $\Delta t_p$  dat. Motorul este, de exemplu, un electromagnet de curent continuu. După închiderea acțiunii forței  $F_{2M}$ , mecanismul continuă mișcarea din cauza inertiei, pînă cînd capătul E al tijei 5 (ce suportă caracterul în relief) loveste banda tușată, hîrtia și tamburul suport. Din acest moment, forța exteroară rezistentă  $F_E$  devine nulă și mecanismul își închide mișcarea. Din cauza elasticității și amortizării ansamblului banda tușată-hîrtie-tambur, o parte din energia cedată de mecanism va fi inapoiată acestuia, provocînd mișcarea în sens opus celui avut înainte de impact și revenirea în poziția inițială.

Valorile ce caracterizează din punct de vedere static și dina-

mic mecanismul sănt :

$$s_2 = 0 ; \quad s_3 = 0,060 \text{ m} ; \quad s_{45} = 0,043 \text{ m} ;$$

$$m_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} ; \quad m_3 = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg} ; \quad m_{45} = 11 \cdot 10^{-3} \text{ kg} ;$$

$$J_{G2} = 1,22 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2 ; \quad J_{G3} = 0,93 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2 ; \quad J_{G45} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2 ;$$

$$\varphi_{5c} = 1,215 \text{ rad} ; \quad \varphi_E = -0,36 \text{ rad} ; \quad \alpha = -2,1 \text{ rad} ; \quad \beta = 0,0873 \text{ rad} ;$$

$$l_M = 27 \cdot 10^{-3} \text{ m} ; \quad \varphi_M = \varphi_{2 \text{ med}} = 1,275 \text{ rad} ; \quad F_{2M} = 80 \text{ N} ;$$

$$K_C = 10^4 \text{ Nm}^{-1} ; \quad \Delta t_F = 0,002 \text{ s} ; \quad l_5 = 0,095 \text{ m} ,$$

în care :

$s_2, s_3, s_{45}$  sănt segmente determinind pozițiile cəntrelor de greutate  $G_2, G_3, G_{45}$  ale elementelor 2,3 și respectiv elementului 45 compus din barele 4 și 5 (fig.5.1).

$m_2, m_3, m_{45}$  - masele elementelor ;

$J_{G2}, J_{G3}, J_{G45}$  - momentele de inertie masice ale elementelor, făță de centrele lor de greutate ;

$\varphi_{5c}$  - valoarea unghiului barei 5 la care se realizează impactul ( $F_E > 0$  pentru  $\varphi_5 < \varphi_{5c}$ ) ;

$\varphi_E$  - unghiul ce determină direcția și sensul forței  $F_E$  ;

$\alpha$  - unghiul dintre barele 5 și 4 ;  $\alpha = \varphi_5 - \varphi_4$  ;

$\beta$  - unghi ce determină poziția centrului de greutate al elementului compus din barele 4 și 5 ;

$l_M$  - lungimea brațului forței  $F_{2M}$  ;

$F_{2M}$  - forța dezvoltată de motorul electric liniar ;

$K_C$  - rigiditatea ansamblului bandă tușăti - hîrtie - tambur suport pentru un caracter ie arie meaie ;

$\Delta t_F$  - durata acțiunii forței motoare  $F_{2M}$  ;

$l_5$  - lungimea brațului cu tipă.

Valoarea forței rezistente  $F_E$  se calculează cu relațiile :

$$\begin{cases} F_E = K_C \cdot l_5 (\varphi_{5c} - \varphi_5)(1 - \eta \cdot \text{sign} \omega_4) & \text{pentru } \varphi_{5c} > \varphi_5 ; \\ F_E = 0 & \text{pentru } \varphi_{5c} \leq \varphi_5 , \end{cases}$$

în care :

$\gamma$  este coeficientul de amortizare a ansamblului bandă tușată-hîrtie-tambur ;  $\eta = 0,8$  pentru cazul analizat.

Calculul de analiză dinamică s-a efectuat pe baza algoritmului prezentat în capitolul 2, pe un calculator FELIX C 256, obținindu-se valorile parametrilor din tabelele 5.3 și 5.4. Valorile din tabelul 5.4 corespunzătoare timpului  $t = 2$  ms sunt cele ce apar în momentul imediat următor încetării acțiunii forței  $F_{2M}$ . Contactul dintre elementul imprimator și ansamblul bandă tușată-hîrtie-tambur are loc la momentul  $t = 88,57$  ms de la începutul aplicării forței  $F_{2M}$ , iar valoarea maximă a forței de impact se obține la  $t = 89,40$  ms. În figurile 5.2 și 5.3 sunt reprezentate grafic valourile vitezei unghiulare a elementului 2 și valorile unghiului brațului imprimator într-un interval de timp ce conține și impactul. Se observă influența amortizării, valorile vitezelor unghiulare după impact fiind mai mici decât cele din aceeași poziție a mecanismului dar înainte de impact. De asemenea se constată, din tabelul 5.3, că reacțiunile sunt mult mai mari în perioada acțiunii forței motoare decât în perioada impactului. Acest lucru se explică prin valoarea mică a raportului  $l_4/l_5$ .

Calculele de analiză dinamică s-au efectuat cu pasul temporal  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s, cu excepția intervalului în care  $F_E \neq 0$ , cînd  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$  s, pentru a evita instabilitățile provocabile de variațiile brusă ale valorilor accelerărilor. Rezultatele calculelor de analiză dinamică au fost depuse într-un fișier pe disc magnetic, de unde au fost preluate, ca date de intrare, de către programul de analiză cinetoelastodinamică.

Analizînd performanțele mecanismului în condiții dinamice, se constată că ele sunt corespunzătoare cerințelor și se poate trece la analiza cinetoelastodinamică.

Tabelul 5.3

$\omega$	$\varphi_2$	$\omega_2$	$\epsilon_2$	$\varphi_3$	$\omega_3$	$\epsilon_3$	$\varphi_4$	$\omega_4$	$\epsilon_4$
[rad]	[rad/s]	[rad/s <sup>2</sup> ]	[rad]	[rad/s]	[rad/s <sup>2</sup> ]	[rad]	[rad]	[rad/s]	[rad/s <sup>2</sup> ]
0	0,9250	0	5578,1	-0,3477	0	-1893;6	5,3530	0	-15338
10	0,9898	7,7777	126,48	-0,3757	-2,7320	80,739	5,1093	-26,229	116,85
20	1,0730	8,7684	13,564	-0,3987	-1,8464	94,415	4,8528	-25,080	111,72
30	1,1636	9,2806	30,090	-0,4123	-0,8792	97,480	4,6075	-24,018	99,807
40	1,2572	9,5880	-8,0284	-0,4163	0,0765	92,538	4,3720	-23,102	82,672
50	1,3501	9,1256	-44,421	-0,4111	0,9526	81,878	4,1448	-22,377	61,786
60	1,4385	8,4962	-81,805	-0,3977	1,7008	67,205	3,9237	-21,874	38,463
70	1,5187	7,4814	-121,58	-0,3776	2,2874	49,748	3,7065	-21,612	13,872
80	1,5868	6,0583	-163,16	-0,3526	2,6900	30,598	3,4907	-21,597	-10,915
90	1,6322	-0,7670	-837,33	-0,3286	-0,4895	-530,33	3,3053	3,7018	4012,5

Tabelul 5.3 (continuare)

- 78 -

$\epsilon$	$\varphi_2$	$\omega_2$	$\epsilon_2$	$\varphi_3$	$\omega_3$	$\epsilon_3$	$\varphi_4$	$\omega_4$	$\epsilon_4$
[ms]	[rad]	[rad/s]	[rad/s <sup>2</sup> ]	[rad]	[rad/s]	[rad/s <sup>2</sup> ]	[rad]	[rad/s]	[rad/s <sup>2</sup> ]
100	1,6170	-1,6129	-13,747	-0,3376	-0,8909	4; 5674	3,3739	6,8370	-22,182
110	1,6002	-1,7455	-12,927	-0,3463	-0,8475	4,1276	3,4412	6,6533	-14,568
120	1,5821	-1,8741	-12,921	-0,3546	-0,8083	3,7189	3,5072	6,5453	-7,0588
130	1,5627	-2,0062	-13,591	-0,3625	-0,7728	3,3960	3,5724	6,5120	0,3950
140	1,5420	-2,1478	-14,817	-0,3701	-0,7399	3,2121	3,6377	6,5532	7,8474

Tabeul 5.4

$t$	$F_M$	$F_E$	$R_A$	$R_B$	$R_C$	$R_D$
[ms]	[N]	[N]	[N]	[N]	[N]	[N]
0	80	0	155,42	75,626	75,529	71,958
0,5	80	0	155,41	75,619	75,521	71,979
1,0	80	0	155,39	75,599	75,497	72,041
1,5	80	0	155,36	75,565	75,459	72,149
2,0	0	0	0,0426	0,0088	0,0165	0,3639
88,5	0	0	0,0474	0,0094	0,0114	0,1002
88,8	0	7,2635	0,1444	0,1294	0,2269	0,9941
89,1	0	15,222	0,2681	0,2566	0,4554	1,9400
89,4	0	1,9555	0,0599	0,0340	0,0571	0,2064
89,7	0	1,8607	0,0589	0,0326	0,0545	0,1961
90,0	0	1,6852	0,0571	0,0298	0,0496	0,1767

Tabelul 5.4 (continuare)

t	F <sub>M</sub> [N]	F <sub>E</sub> [N]	R <sub>A</sub> [N]	R <sub>B</sub> [N]	R <sub>C</sub> [N]	R <sub>D</sub> [N]
90,3	0	1,4403	0,0547	0,0260	0,0427	0,1499
90,6	0	1,1408	0,0519	0,0213	0,0341	0,1184
90,9	0	0,7975	0,0490	0,0158	0,0241	0,0864
91,2	0	0,6160	0,0464	0,0098	0,0130	0,0679
91,5	0	0,1017	0,0443	0,0045	0,0036	0,0819
91,6	0	0	0,0442	0,0042	0,0036	0,0855

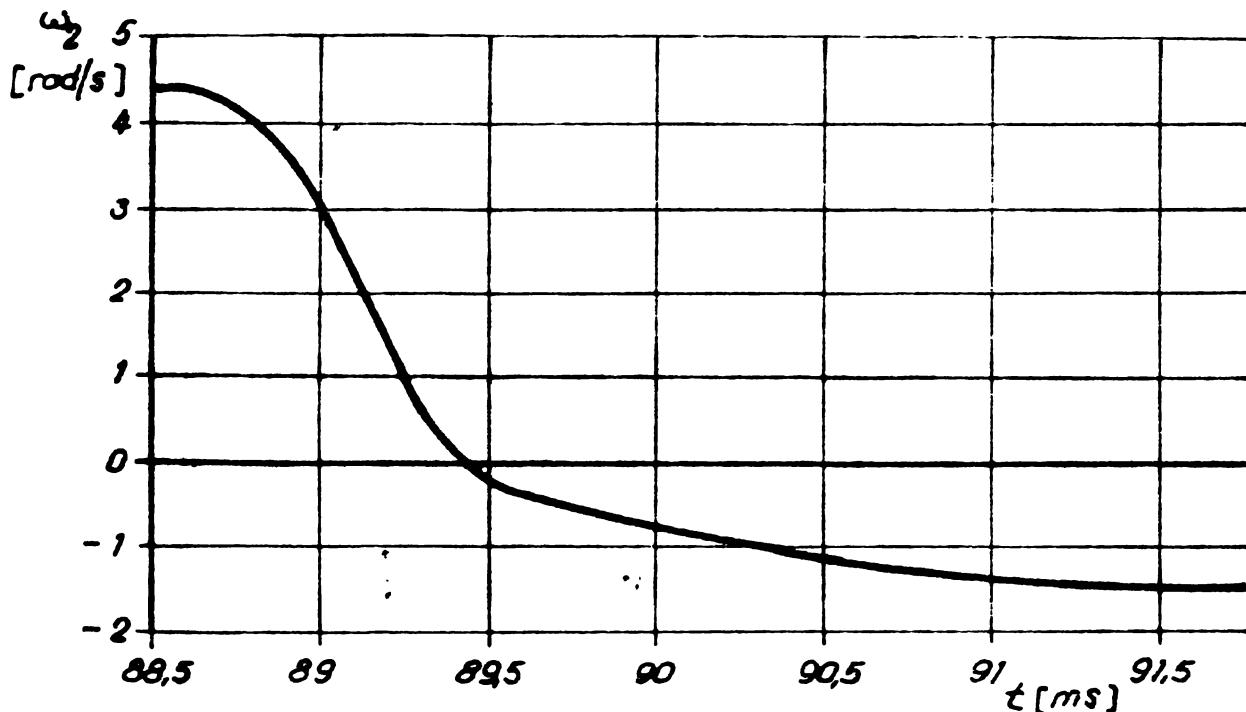


Fig. 5.2 .

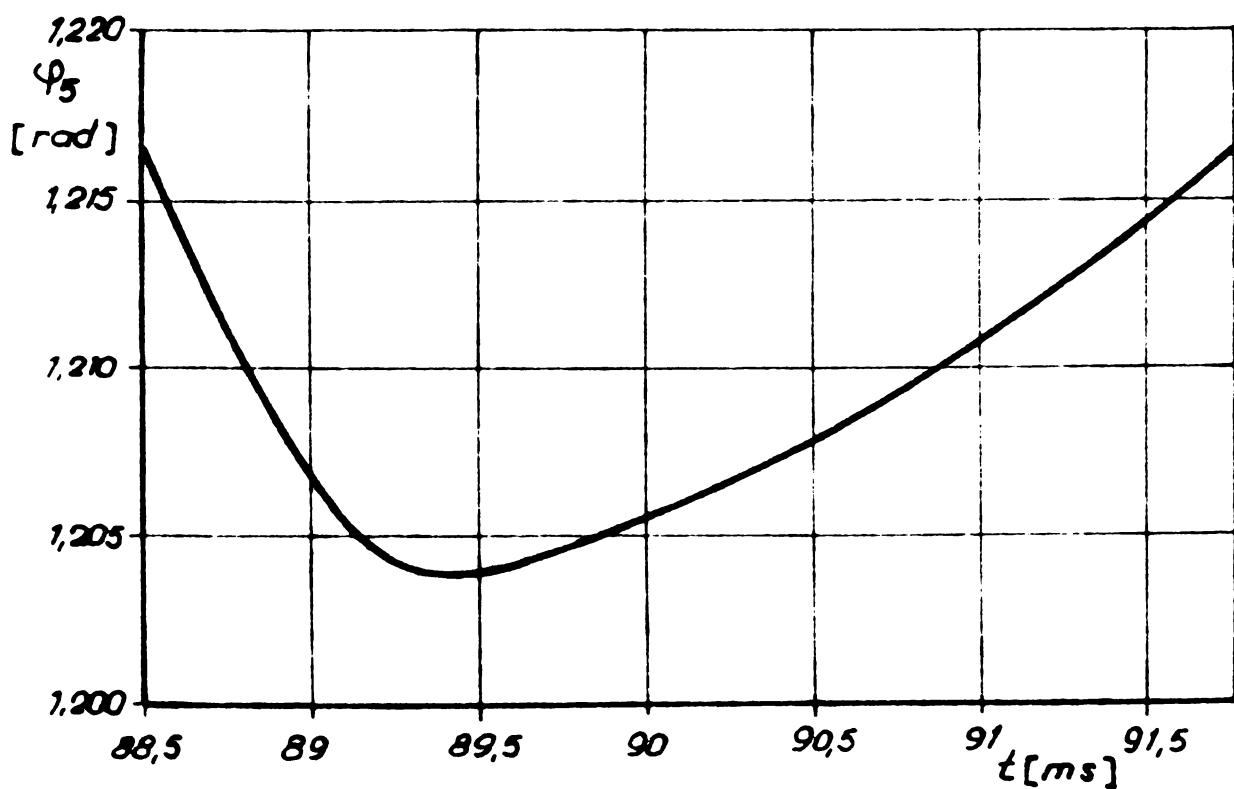


Fig. 5.3

#### 5.4. Analiza cinetoelastodinamică

Analiza cinetoelastodinamică a fost efectuată cu ajutorul unui program întocmit conform algoritmului din figura 3.4. Programul a fost executat cu cheia de exploatare 3 poziționată ("activ"), astfel încât valorile parametrilor dinamici au fost preluăți din fișierul pe disc magnetic creat de programul de analiză dinamică.

Față de datele de intrare prezентate la calculul dinamic, analiza cinetoelastodinamică mai necesită următoarele :

$$A_1 = 10^{-3} \text{ m}^2 ; A_2 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 ; A_3 = 10^{-6} \text{ m}^2 ; A_4 = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 ;$$

$$I_{z1} = 10^{-6} \text{ m}^4 ; I_{z2} = 18 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4 ; I_{z3} = 26 \cdot 10^{-14} ; I_{z4} = 28 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4 ;$$

$$A_5 = 7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 ;$$

$$I_{z5} = 28,6 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4 .$$

Impărțirea mecanismului în elemente de structură este prezentată în figura 5.4, în care vîrfurile săgeților arată capătul 2 al fiecărui element (conform convenției din subcapitolul 3.4). În aceeași figură s-au reprezentat și cele nouă deplasări permise în calculele de deformații.

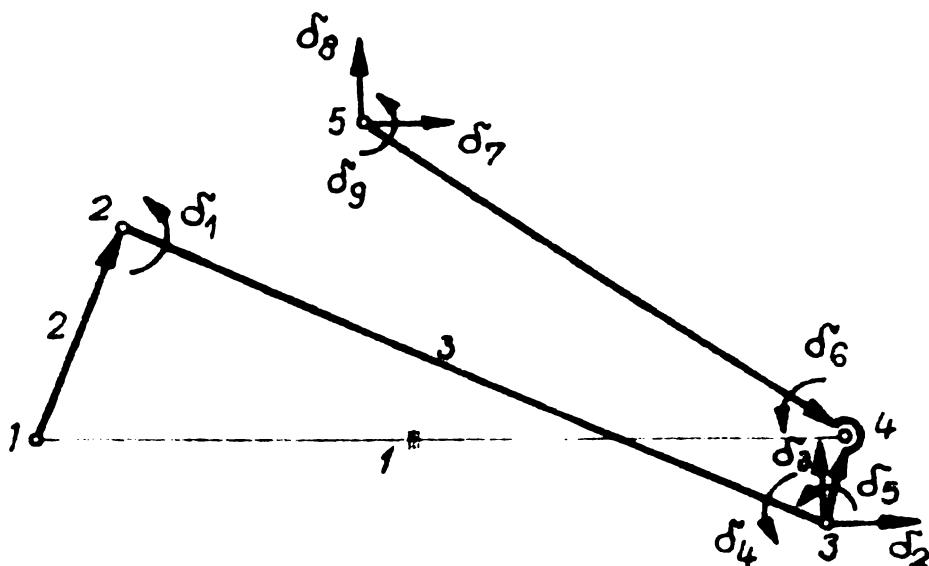


Fig.5.4

Structura reprezentată de mecanism va fi descrisă de matricea :

$$[I_c] = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 4 \end{bmatrix}^T,$$

iar vectorii deplasărilor permise vor fi :

$$\{D_x\} = \{0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1\}^T,$$

$$\{D_y\} = \{0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1\}^T,$$

$$\{D_{rl}\} = \{0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0\}^T,$$

$$\{D_{r2}\} = \{0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1\}^T$$

Aplicarea algoritmului din figura 3.4 a condus la obținerea vectorului de localizare :

$$\{L\} = \{10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 1 \ 2 \ 3 \\ 4 \ 5 \ 17 \ 18 \ 6 \ 19 \ 7 \ 8 \ 20 \ 9\}^T;$$

și a valorii  $n_{dp} = 9$ .

Pentru faza de pornire, detalii asupra deplasărilor  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_6, \delta_7, \delta_8$  și  $\delta_9$ , datorate deformațiilor elastice sunt prezentate în figurile 5.5...5.11. Pentru a evidenția influența forțelor de inertie produse de mișcarea datorată deformațiilor elastice, s-a efectuat și o analiză elastodinamică. În figurile 5.5...5.11 curbele CED reprezintă rezultatele calculelor de analiză cinetoelastodinamică, iar curbele ED reprezintă rezultatele calculelor de analiză elastodinamică. Se observă că pentru deplasăriile  $\delta_1, \delta_4, \delta_7, \delta_8$  și  $\delta_9$ , valorile maxime obținute prin analiza cinetoelastodinamică diferă cu 10...30 % de valorile maxime obținute prin analiza elastodinamică. Această observație este valabilă în condițiile în care s-a ținut cont de faptul că forța dezvoltată de motor nu atinge instantaneu valoarea maximă și nici nu revine instantaneu la valoarea zero, din cauza caracterului inductiv al impedanței bobinajului motorului.

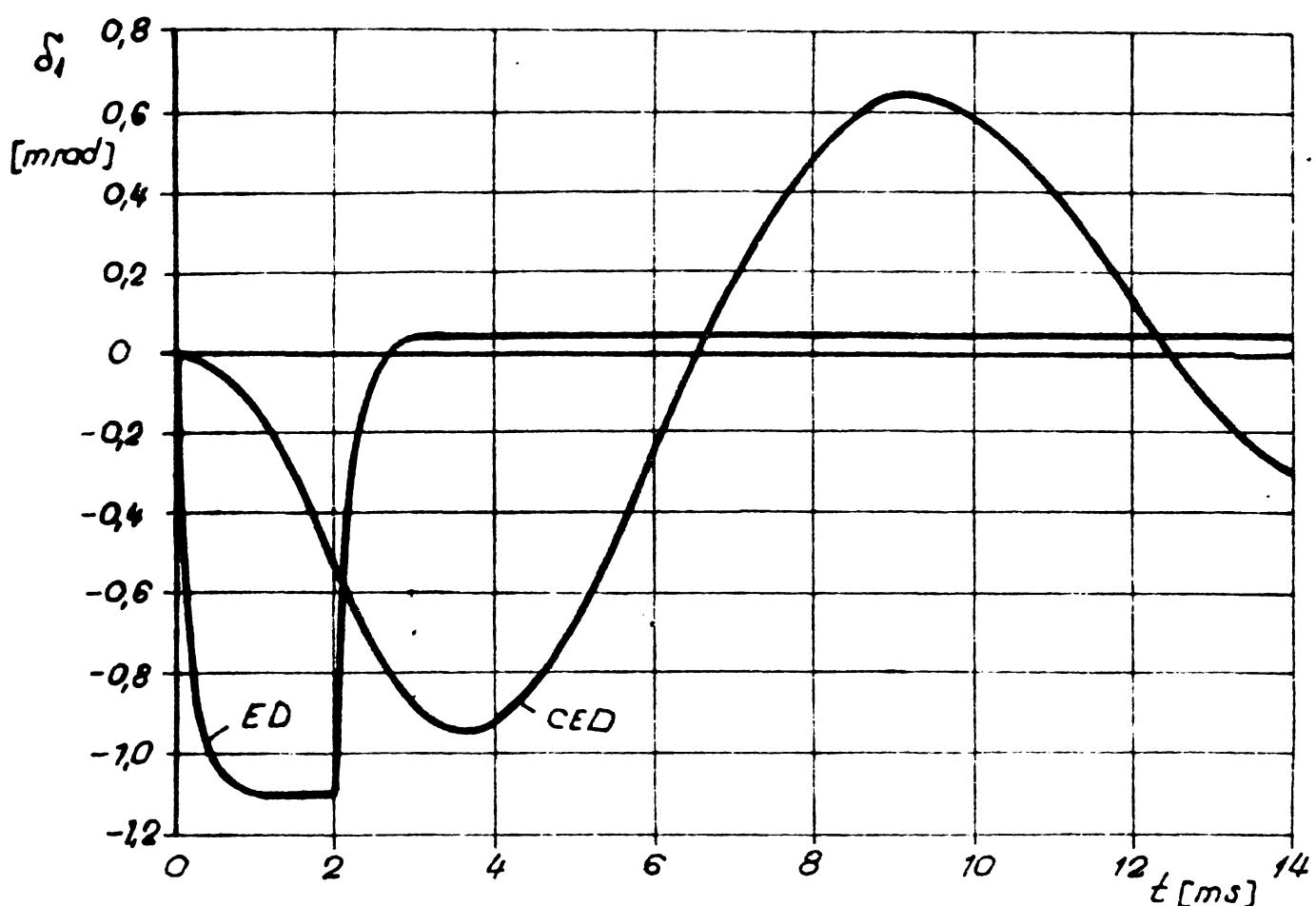


Fig.5.5

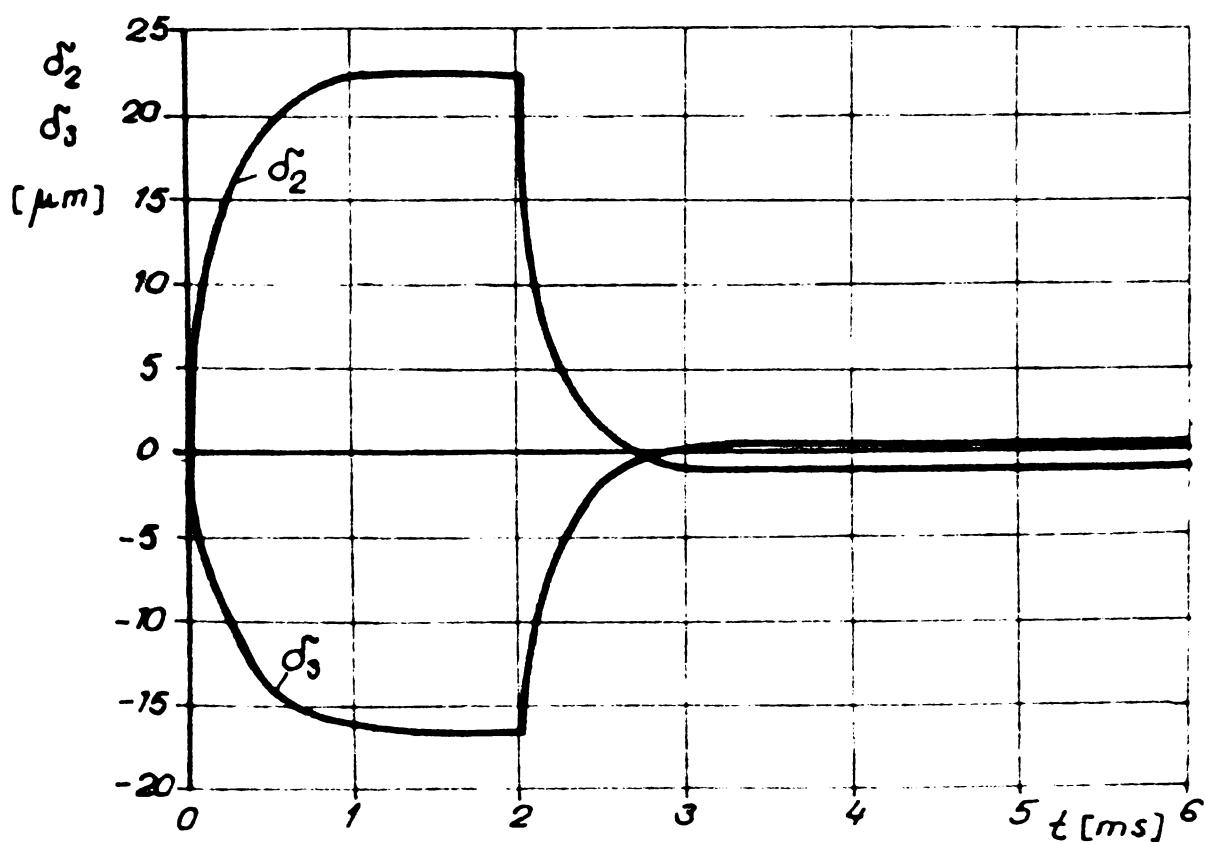


Fig.5.6

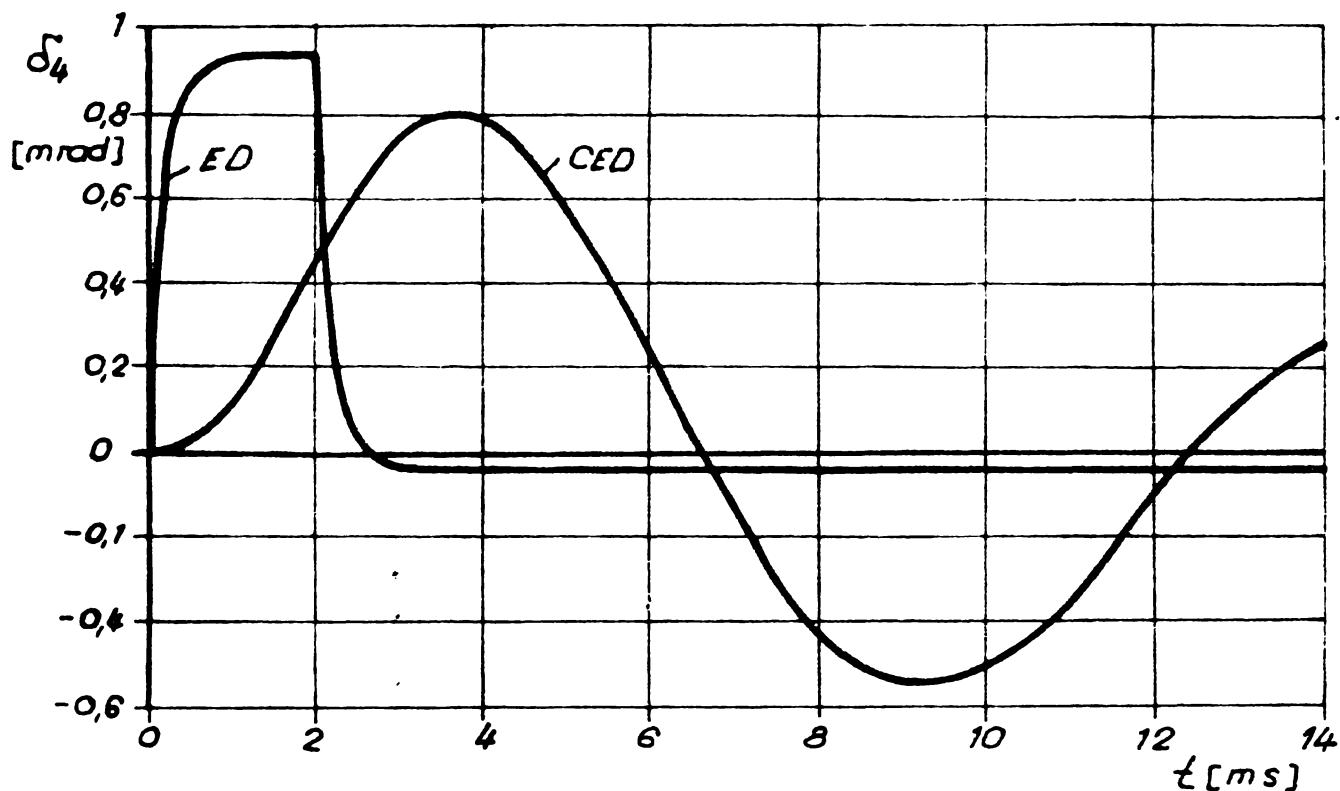


Fig.5.7

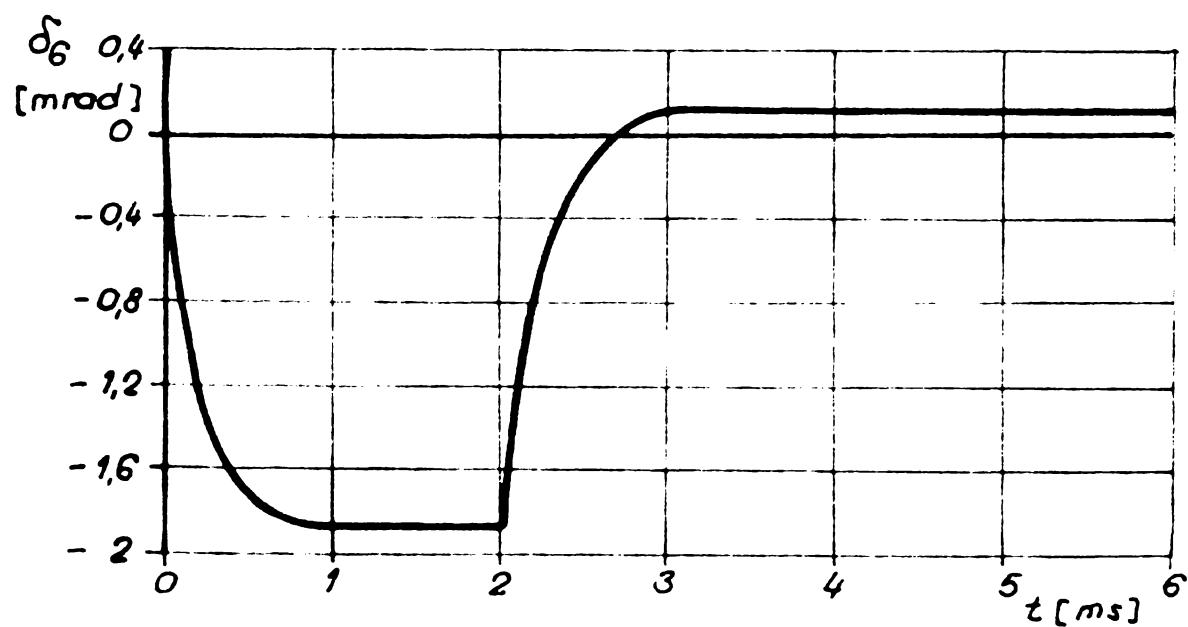


Fig.5.8

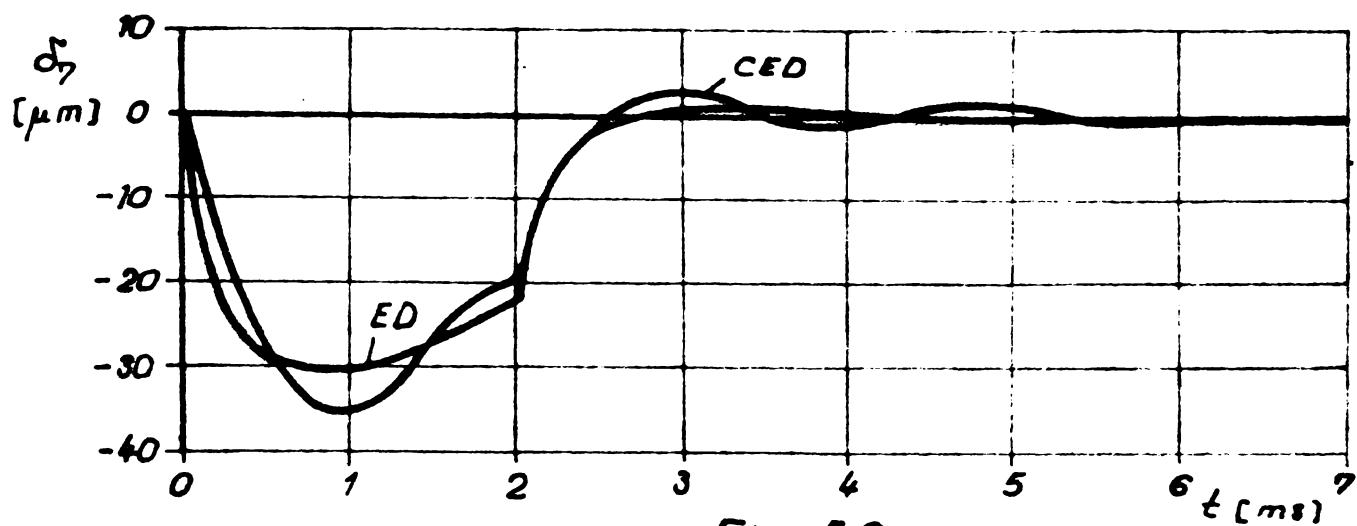


Fig. 5.9

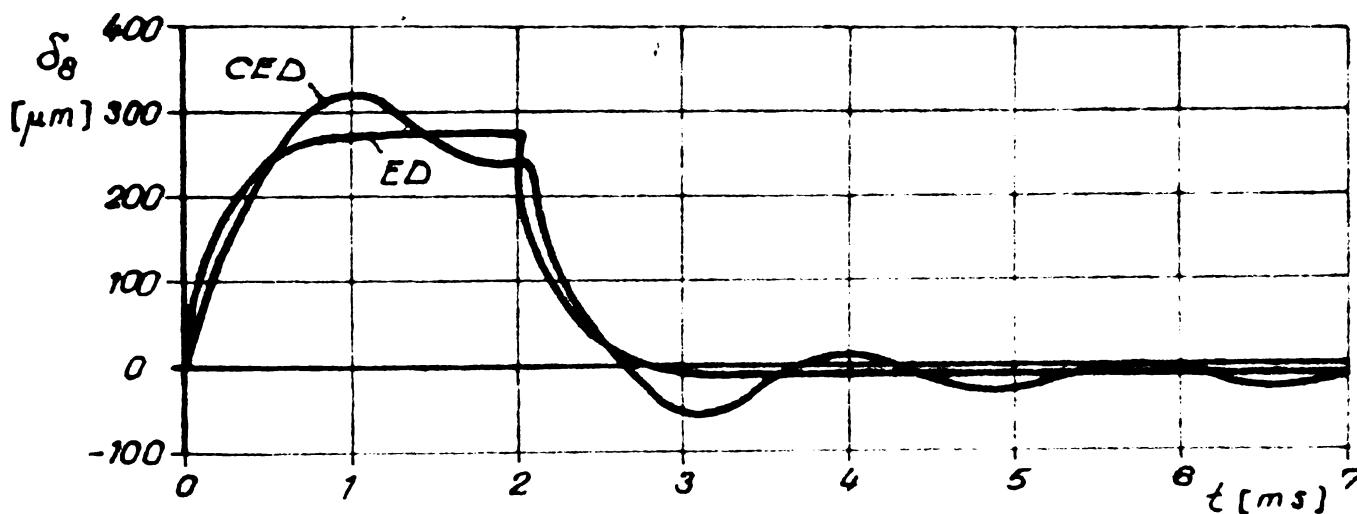


Fig. 5.10

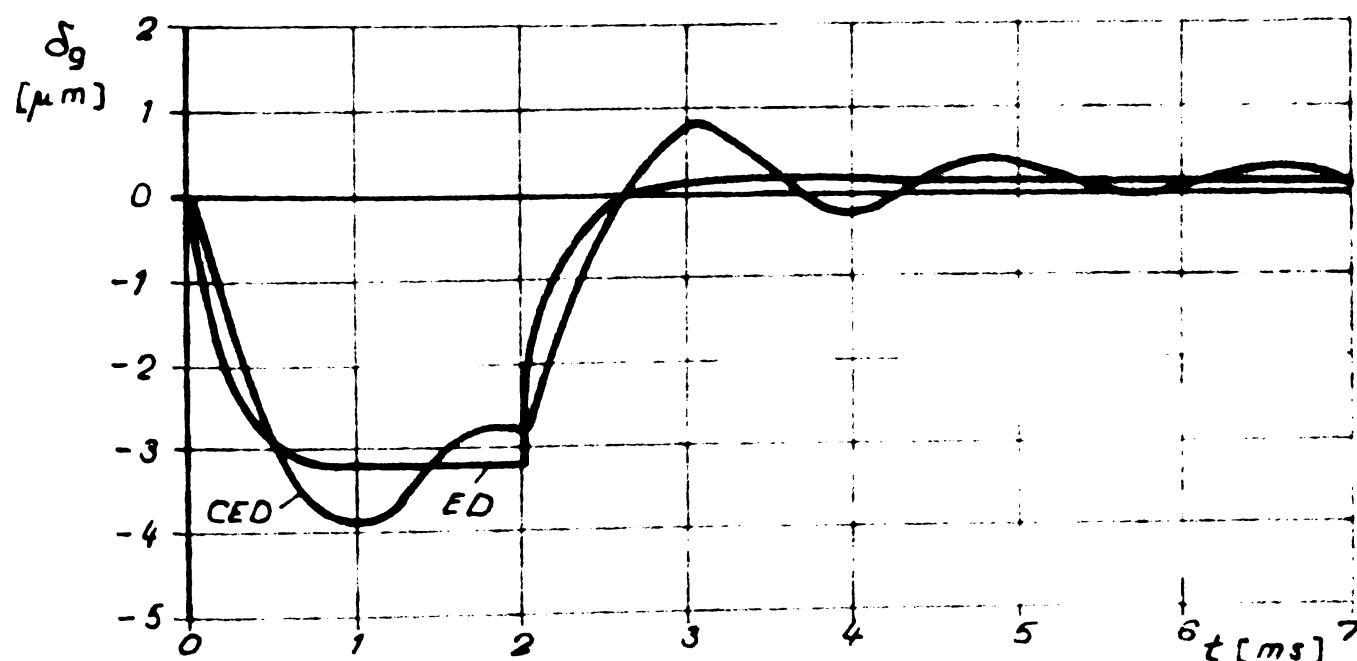


Fig. 5.11

Bobinajul motorului utilizat are inductanță  $L = 10^{-2}$  H și rezistență  $R = 50\Omega$ , adică o constantă de timp  $\tau_m \approx 2,3 \text{ LR}^{-1} = 4,6 \cdot 10^{-4}$  s. Această constantă este de același ordin de mărime cu perioada modului fundamental de deformare corespunzător deplasărilor  $\delta_7, \delta_8$  și  $\delta_9$ :  $T_2 = 1,7 \cdot 10^{-3}$  s (calculat prin program), deci va influența valoarea componentei specifice cinet elastodinamice a deplasărilor, în sensul reducerii ei.

Pentru deplasările  $\delta_2, \delta_3, \delta_7$  și  $\delta_6$ , modul de deformare cu contribuția majoră are perioada  $T_3 = 65 \cdot 10^{-6}$  s, iar pentru deplasările  $\delta_1$  și  $\delta_4$ :  $T_1 = 11,3 \cdot 10^{-3}$  s. Se observă că pentru deplasările  $\delta_1$  și  $\delta_4$  care au  $T_1 > \tau_m$ , deplasările maxime cinet elastodinamice sunt mai mici decât deplasările maxime elastodinamice. În cazul deplasărilor  $\delta_2, \delta_3, \delta_5$  și  $\delta_6$ , pentru care  $T_2 \ll \tau_m$ , deplasările cinet elastodinamice coincid, practic, cu deplasările elastodinamice. Un detaliu asupra valorilor deplasării  $\delta_2$  este prezentat în figura 5.12, în care se poate observa diferența foarte mică între deplasările calculate în cele două condiții (CSD și ED). De menționat, de asemenea, că datorită rigidității relativ mari a elementului de structură 4 (fig. 5.1), deplasările  $\delta_7$  și  $\delta_6$  au valori practic egale (diferențe calculate sub 1%).

Pentru faza de impact, detalii asupra deplasărilor  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_6, \delta_7, \delta_8$  și  $\delta_9$  sunt prezentate în figurile 5.15...5.20.

Pentru deplasările  $\delta_1$  și  $\delta_4$  pentru care perioada  $T_1$  a modulu de deformare cu contribuția majoră este mult mai mare decât durata impulsului corespunzător impactului,  $\tau_{imp} = 8 \cdot 10^{-4}$  s, deplasările cinet elastodinamice au valoarea maximă mai mică decât 50% din valoarea maximă a deplasărilor elastodinamice. În cazul deplasărilor  $\delta_2, \delta_3, \delta_7$  și  $\delta_6$ , valorile maxime CSD și ED sunt egale, diferențe între valori aparind doar din momentul variației brusete a forțelor exterioare (la momentul  $t = 0,9,4$  ms, cind sensul mișcării se inversează).

În cazul deplasărilor  $\delta_7, \delta_3$  și  $\delta_9$ , curata impulsului  $\tau_{imp}$  este de același ordin de mărime cu perioada modului de deformare cu contribuția majoră  $T_2$ , rezultând o valoare a deplasărilor cinet elastodinamice cu aproximativ 0...5% mai mare decât valoarea deplasărilor elastodinamice. În plus, din cauza duratei scurte a modificării forțelor exterioare în momentul  $t = 0,9,4$  ms, se va evidenția și influența modului 3 de deformare (determinant pentru deplasările  $\delta_7, \delta_3, \delta_9$  și  $\delta_6$ ), cu perioada  $T_3$  relativ mică.

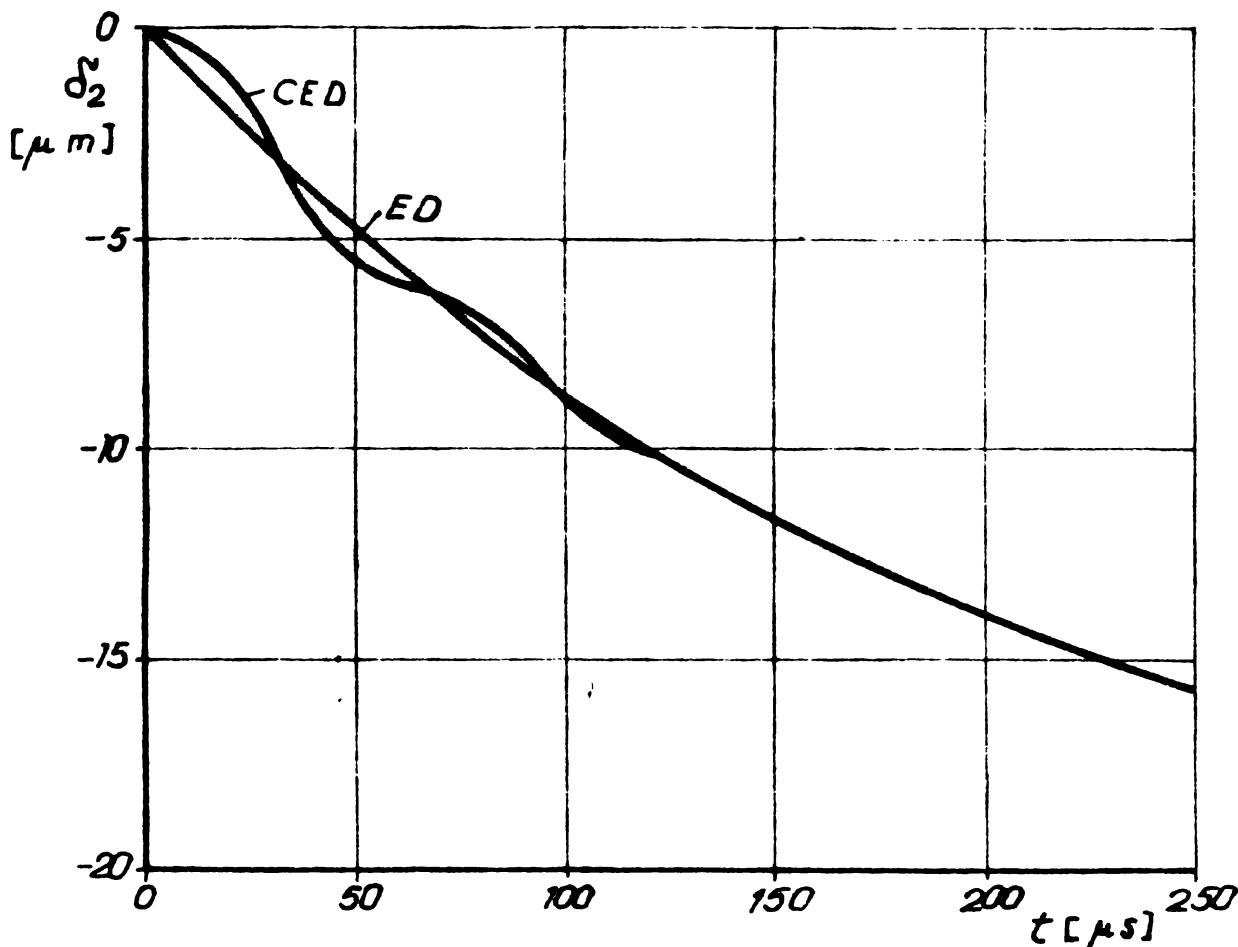


Fig. 5.12

In scopul analizei tensiunilor din elementele mecanismului, in conditiile cinetoelastodinamice, se apeleaza la relatii din rezistența materialelor și din dinamica elementelor cu proprietăți distribuite.

Pentru deformații mici, se poate scrie [142] :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{d\varphi}{dx} = - \frac{M_i}{E \cdot I_z}$$

în care :

v este deplasarea fibrei medii pe direcția perpendiculară pe axa barei înainte de deformare (săgeata) ;

$\varphi$  - direcția tangentei la fibra medie deformată, față de axa barei nedeformate ;

Ox - axă de coordonate, paralelă cu axa barei nedeformate, cu originea în unul din capetele barei ;

$M_i$  - momentul încovoiator ;

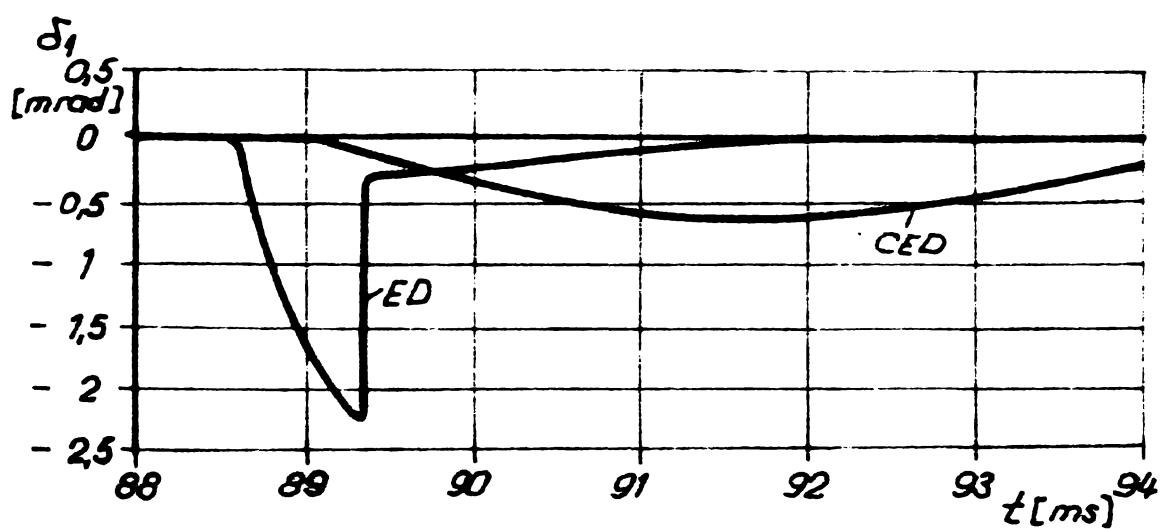


Fig. 5.13

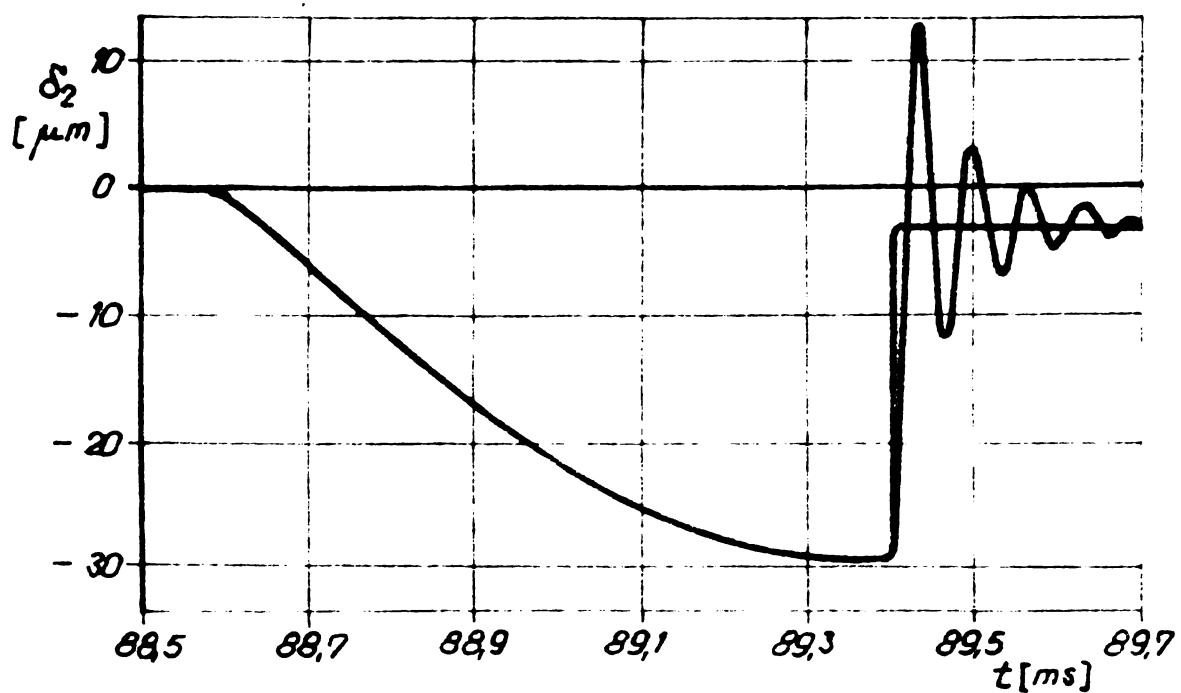


Fig. 5.14

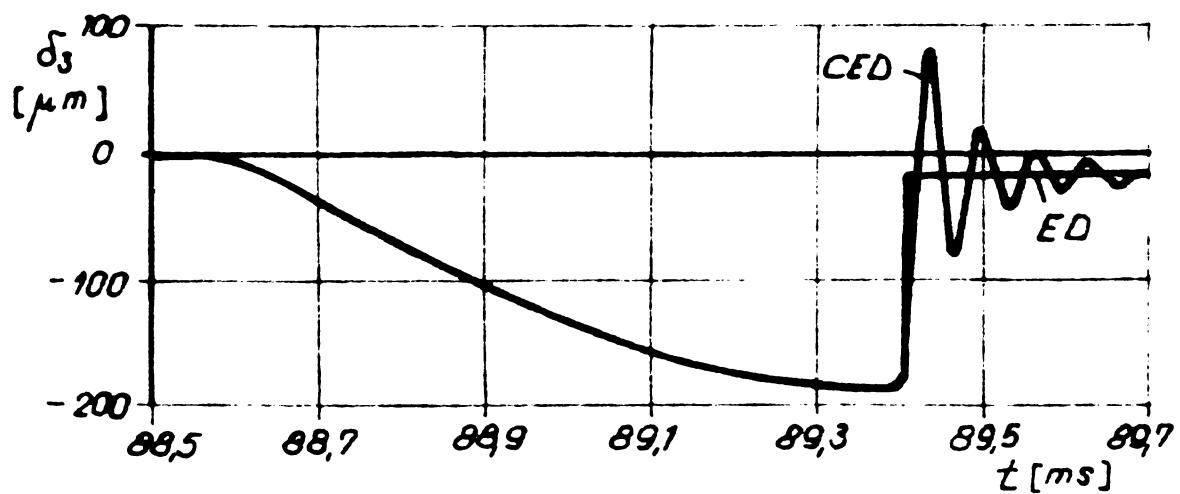


Fig. 5.15

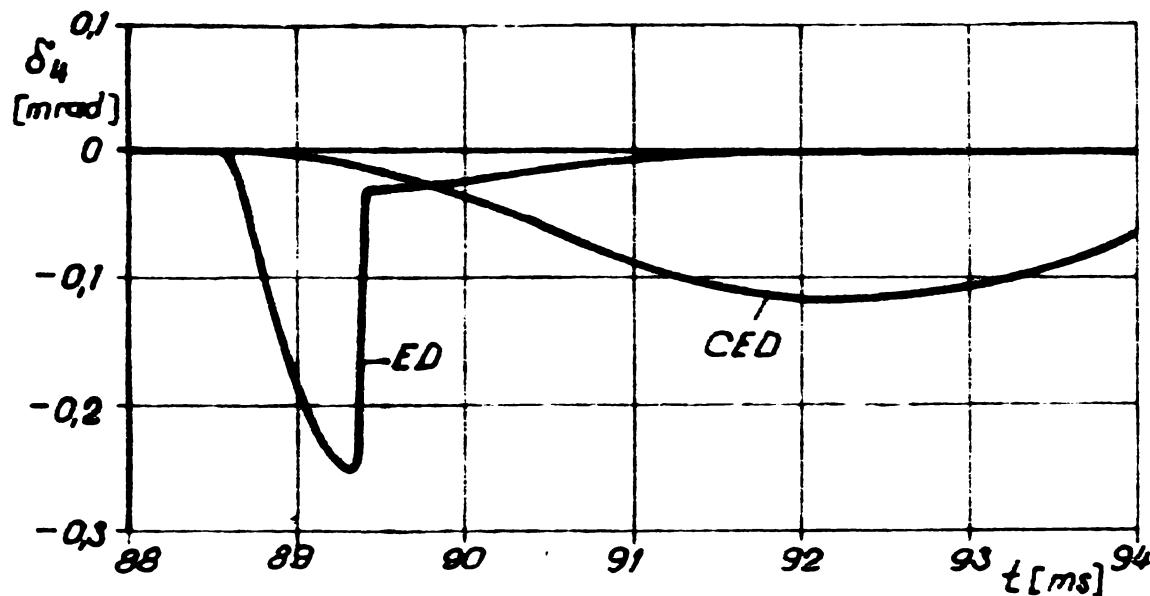


Fig. 5.16

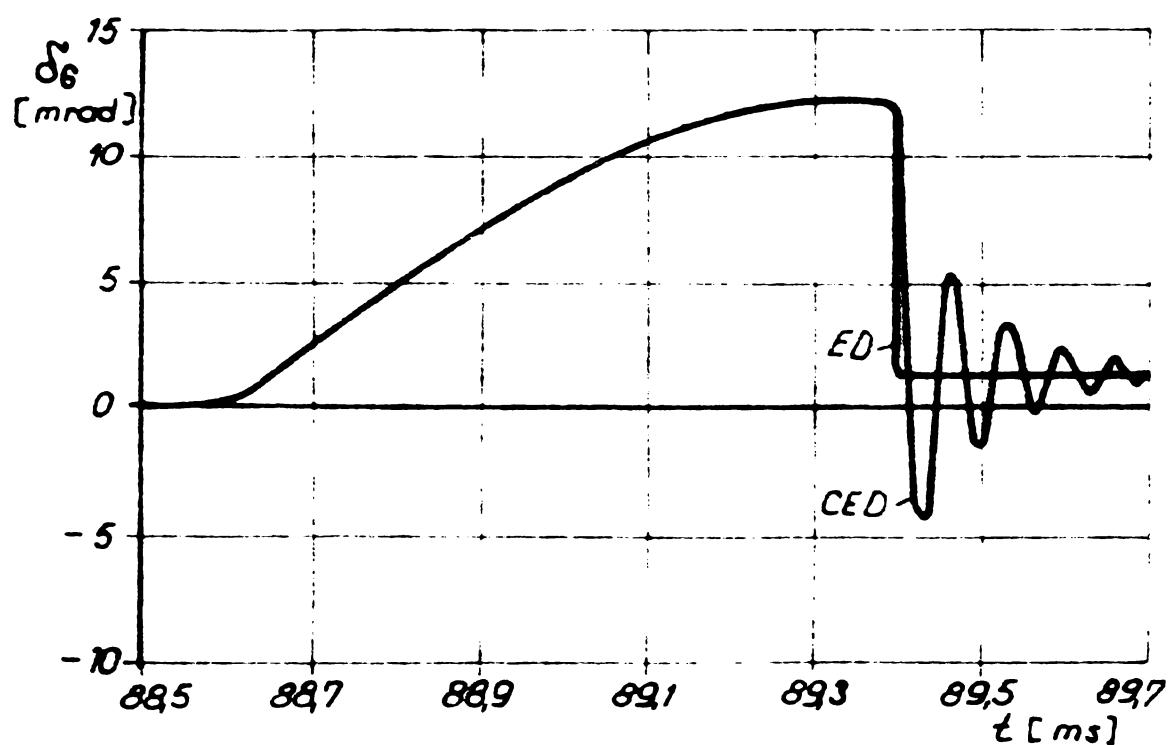


Fig. 5.17

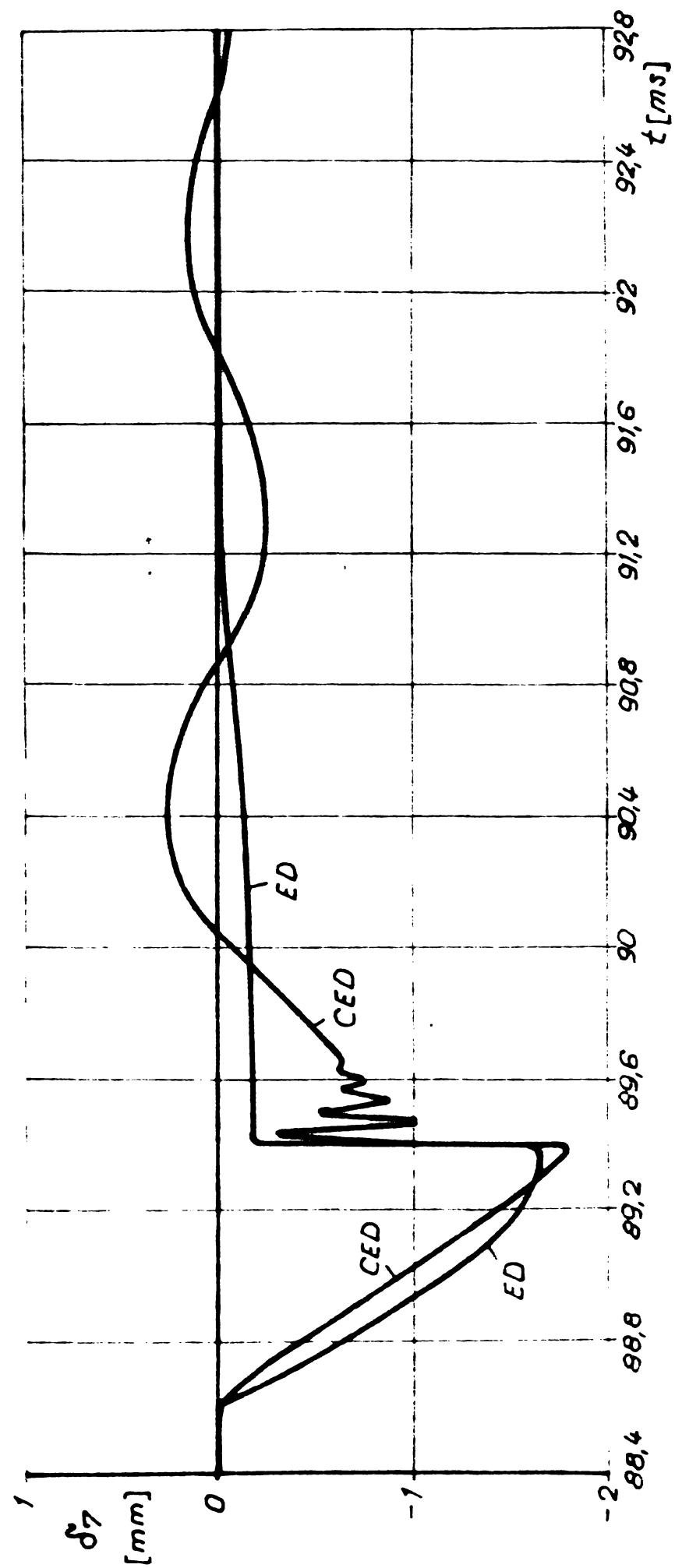


Fig. 5.18

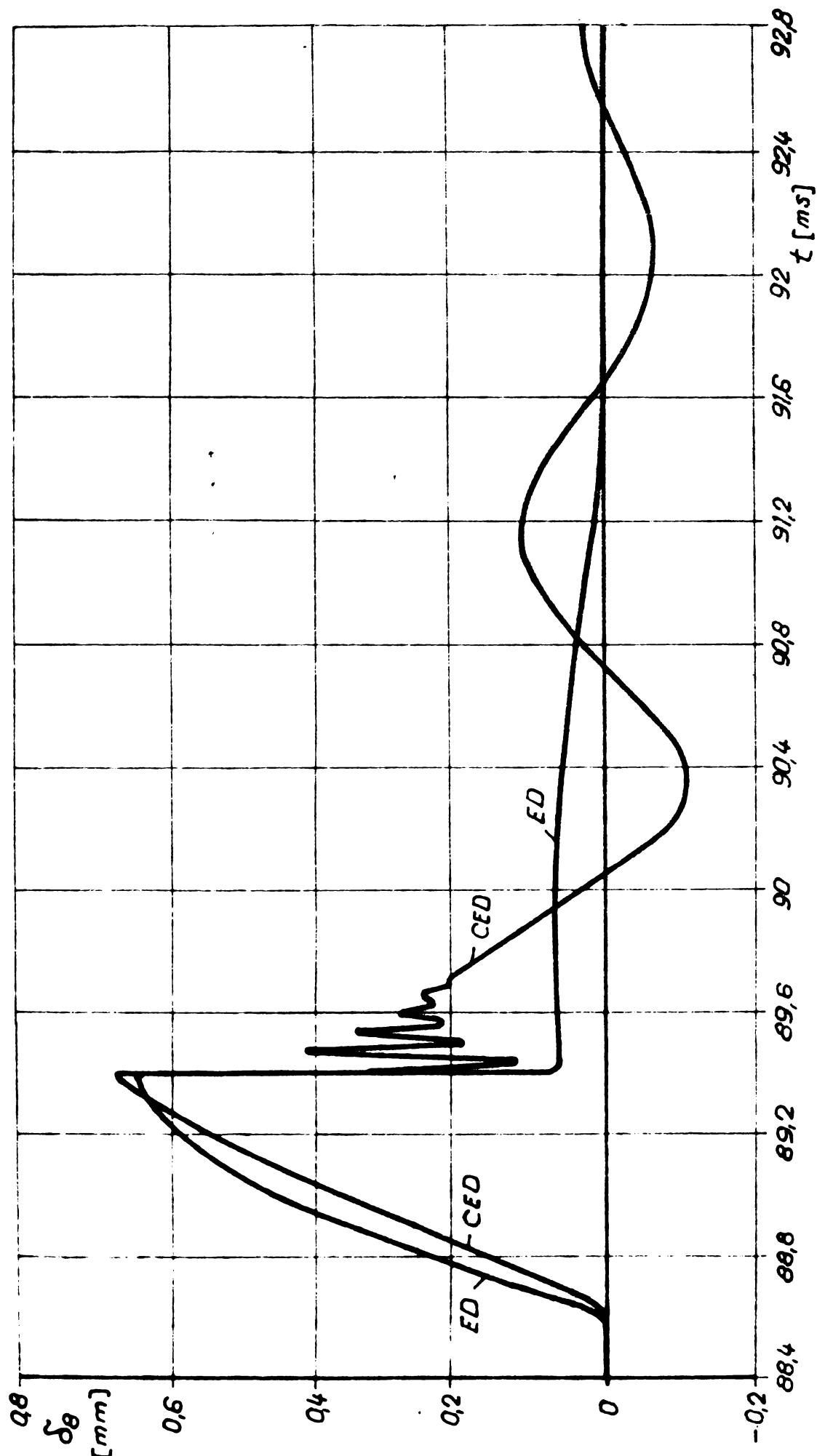


Fig. 5.19

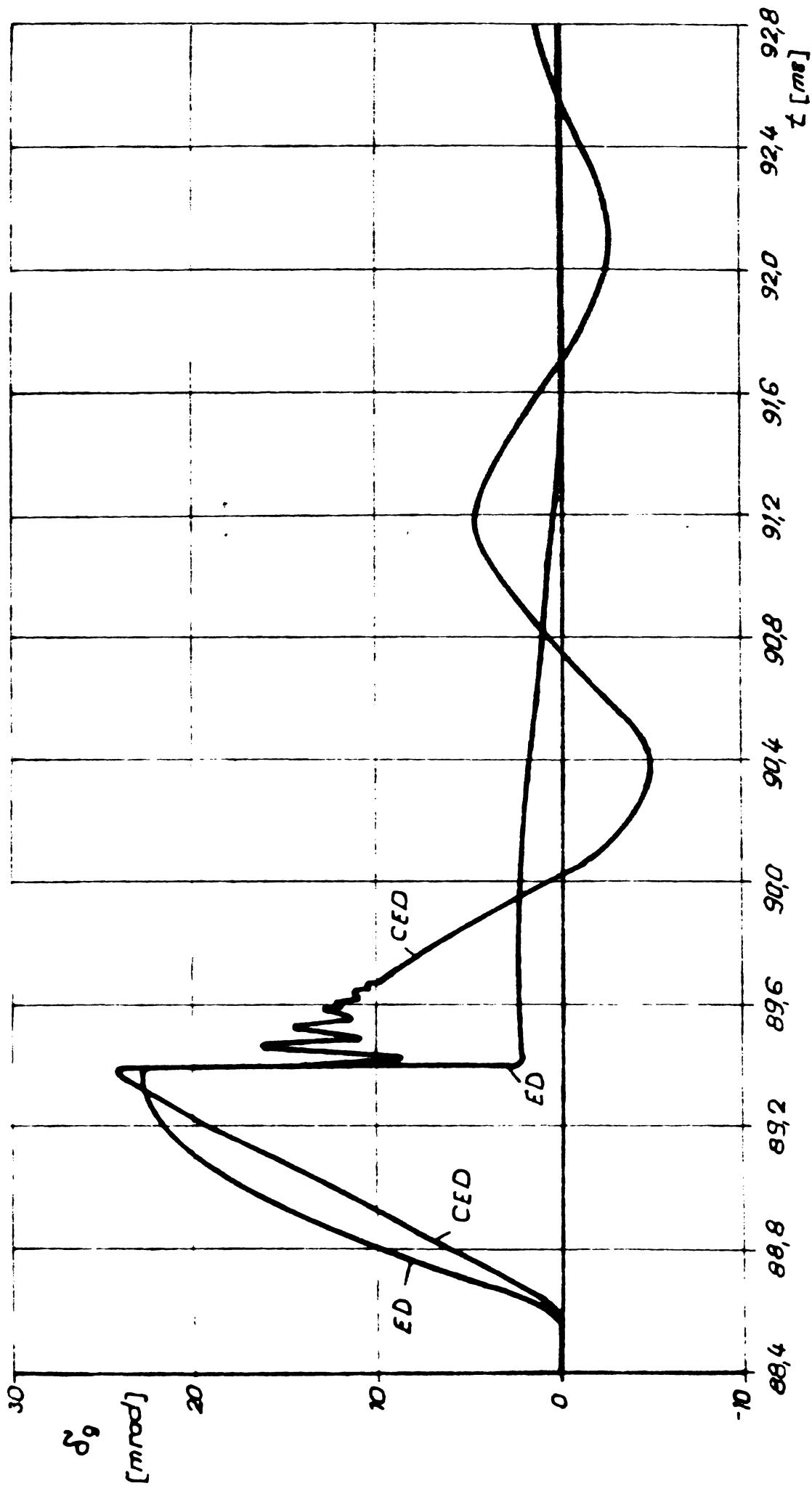


Fig. 5.20

$E$  - modulul de elasticitate al materialului barei ;

$I_z$  - modulul de inertie al secțiunii barei, față de axa neutră a secțiunii.

Se poate astfel calcula momentul încovoietor dacă se cunoaște ecuația fibrei medii deformate :

$$M_1 = - \frac{d^2 v}{dx^2} \cdot E \cdot I_z ;$$

și tensiunea maximă de încovoiere [142] :

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{I_z} \cdot Y_{\max} = - \frac{d^2 v}{dx^2} \cdot E \cdot Y_{\max} \quad (5.1)$$

în care  $Y_{\max}$  este distanța de la axa neutră a secțiunii la fibra cea mai îndepărtată.

Pentru determinarea ecuației fibrei medii deformate se va considera că deformațiile sunt mici și bara deformată coincide cu prima formă proprie de vibrație. Pentru elemente dublu articulare [107] :

$$v_1(x) = A_1 \sin \left( \frac{\pi x}{l} \right) ; \quad (5.2)$$

$$\varphi_1(x) = \frac{d v_1(x)}{dx} = \frac{\pi A_1}{l} \cos \left( \frac{\pi x}{l} \right) ; \quad (5.3)$$

$$\frac{d^2 v_1(x)}{dx^2} = - \frac{\pi^2 A_1}{l^2} \sin \left( \frac{\pi x}{l} \right) ; \quad (5.4)$$

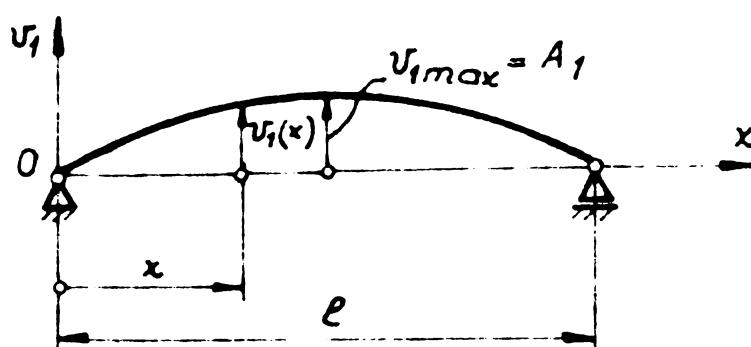


Fig.5.21

în care :

$A_1$  este valoarea maximă a săgeții,  $A_1 = v_{1 \text{ max}}$  (fig.5.21) ;

$\ell$  - distanța între articulații.

Deoarece prin calculul de analiză a deplasărilor din deformații se pot afla valorile deplasărilor doar în nodurile structurii, dacă nu s-a introdus un astfel de nod la mijlocul elementului, valoarea săgeții maxime nu poate fi afiată, dar se pot cunoaște deplasările totale prin rotire la capetele barelor. În cazul mecanismului analizat, se cunosc din analiza cinetoclastodinamică deplasările  $\delta_1$  și  $\delta_4$  pentru elementul 3 și deplasările  $\delta_6$  și  $\delta_9$  pentru elementul 5 (fig.5.4). Pentru elementul 3 :

$$\varphi_1^{(3)}(\ell) - \varphi_1^{(3)}(0) = \delta_4 - \delta_1, \quad (5.5)$$

iar pentru elementul 5, în intervalul impactului (cind poate fi considerat dublu rezemăt) :

$$\varphi_1^{(5)}(\ell) - \varphi_1^{(5)}(0) = \delta_6 - \delta_9. \quad (5.6)$$

Variatia tensiunii de încovoiere de-a lungul barei se poate obține din relațiile (5.1) și (5.4) :

$$\sigma_i(x) = \frac{\pi^2 A_1}{l^2} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \cdot E \cdot Y_{\max}$$

iar valoarea maximă se va găsi pentru  $x = \frac{l}{2}$  :

$$\sigma_{i \max} = \sigma_i\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{\pi^2 A_1 E \cdot Y_{\max}}{l^2}. \quad (5.7)$$

Valoarea deplasării  $A_1$  se obține din (5.3, 5.5, 5.6) :

$$A_1^{(3)} = \frac{\ell_3 (\delta_4 - \delta_1)}{2\pi} ; \quad A_1^{(5)} = \frac{\ell_5 (\delta_6 - \delta_9)}{2\pi} \quad (5.8)$$

Rezultă tensiunile maxime de încovoiere :

$$\sigma_{i \max} = \frac{\pi (\delta_4 - \delta_1) E_3 Y_{3 \max}}{2\ell_3} ; \quad (5.9)$$

$$\delta_{15 \max} = \frac{\pi(\delta_6 - \delta_9) E_5 Y_{5 \max}}{2l_5} \quad (5.10)$$

în care, pentru mecanismul dat,  $Y_{3 \max} = 5 \cdot 10^{-4}$  m și  $Y_{5 \max} = 3,5 \cdot 10^{-3}$  m.

Pentru momente în afara intervalului de timp corespunzător impactului, elementul de structură 5 poate fi considerat încastrat la un capăt și liber la celălalt. Ecuția primei forme proprii, considerată și ca ecuație a fibrei medii deformate, este [107] :

$$v_2(x) = A_2 \cdot \left\{ \cosh(\alpha_1 \frac{x}{l}) - \cos(\alpha_1 \frac{x}{l}) - K_\phi \left[ \sinh(\alpha_1 \frac{x}{l}) - \sin(\alpha_1 \frac{x}{l}) \right] \right\}, \quad (5.11)$$

în care :

$\alpha_1 = 1,8751$  este constanta primului mod de vibrație;

$$K_\phi = \frac{\cos \alpha_1 + \cosh \alpha_1}{\sin \alpha_1 + \sinh \alpha_1} \approx 0,7341.$$

Notând  $\zeta = \alpha_1 \frac{x}{l}$ , derivatele ecuației fibrei medii vor fi:

$$\begin{aligned} \frac{dv_2}{dx} &= \frac{\alpha_1}{l} A_2 \left[ \sinh \zeta + \sin \zeta - K_\phi (\cosh \zeta - \cos \zeta) \right], \\ \frac{d^2 v_2}{dx^2} &= \left( \frac{\alpha_1}{l} \right)^2 A_2 \left[ \cosh \zeta + \cos \zeta - K_\phi (\sinh \zeta + \sin \zeta) \right], \\ \frac{d^3 v_2}{dx^3} &= \left( \frac{\alpha_1}{l} \right)^3 A_2 \left[ \sinh \zeta - \sin \zeta - K_\phi (\cosh \zeta + \cos \zeta) \right]. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Se constată că  $\frac{d^3 v_2}{dx^3} < 0$  pentru  $0 < x < l$ , astfel că :

$$\max \left( \frac{d^2 v_2}{dx^2} \right) = \left( \frac{d^2 v_2}{dx^2} \right)_{x=0} = 2 \left( \frac{\alpha_1}{l} \right)^2 \cdot A_2 \quad (5.13)$$

Valoarea mărimei  $A_2$  se poate afla din deplasările prin rotire ale capetelor barei, deoarece, analog cu relația (5.6) se poate scrie :

$$\varphi_2(l) - \varphi_2(0) = \delta_6 - \delta_9 , \quad (5.14)$$

în care :

$$\varphi_2(x) = \frac{d v_2}{dx} .$$

Din (5.12) și (5.14) rezultă :

$$A_2 \cong \frac{(\delta_6 - \delta_9) l_5}{1,4682 \cdot \alpha_1} , \quad (5.15)$$

iar din (5.1), (5.13) și (5.15) :

$$\sigma'_{i,5 \max} \cong 2,5543 \frac{(\delta_9 - \delta_6) E_{5Y5 \max}}{l_5} \quad (5.16)$$

Pe baza valorilor deplasărilor prezentate în figurile 5.5...5.20, tensiunile de încovoiere maxime sunt :

a). pentru perioada acțiunii motorului :

$$\max (\delta_4 - \delta_1) = 1,74 \cdot 10^{-3} \text{ rad} ;$$

$$\max (\delta_6 - \delta_9) = 2,03 \cdot 10^{-3} \text{ rad} ;$$

$$\sigma'_{i,3 \max} = 2,408 \text{ MPa} ;$$

$$\sigma'_{i,5 \max} = 41,072 \text{ MPa} .$$

Pentru elementul de structură 3, tensiunea de întindere se poate calcula din :

$$\sigma_{t3} = (\delta_2 \cos \varphi_3 + \delta_3 \sin \varphi_3) \frac{E_3}{l_3} . \quad (5.17)$$

Pentru perioada acțiunii motorului,

$$\max |\delta_2 \cos \varphi_3 + \delta_3 \sin \varphi_3| = 26,85 \cdot 10^{-6} \text{ m} ,$$

dеci tensiunea va fi :

$$\sigma'_{3t} = 47,32 \text{ MPa} .$$

b). pentru perioada impactului :

$$\max (\delta_4 - \delta_1) = 0,55 \cdot 10^{-3} \text{ rad} ;$$

$$\max (\delta_6 - \delta_9) = 12 \cdot 10^{-3} \text{ rad} ;$$

$$\sigma_{13 \max} = 1,513 \text{ MPa} ;$$

$$\sigma_{15 \max} = 95 \text{ MPa} ;$$

$$\max |\delta_2 \cos \varphi_3 + \delta_3 \sin \varphi_3| = 39 \cdot 10^{-6} \text{ m} ;$$

$$\sigma_{t3 \ max} = 68,67 \text{ MPa}.$$

Se observă că toate tensiunile sunt sub valoarea tensiunii admisibile în elementele mecanismului,  $\sigma_a = 110 \text{ MPa}$  (bare din oțel carbon de calitate). În aceste condiții se consideră soluția actuală ca fiind acceptabilă și din punct de vedere cinetoelastodinamic. Se poate trece la efectuarea calculului de optimizare, soluția actuală fiind considerată prima soluție admisibilă.

### 5.5. Optimizarea dimensiunilor mecanismului

În următoarea etapă a proiectării se cere determinarea dimensiunilor secțiunilor transversale ale elementelor 3 și 5 (fig. 5.1) astfel încât cheltuielile de fabricație să fie minime în condițiile nedepășirii valorilor limită permise pentru rotirea capătului liber al elementului 5, pentru tensiunea de încovoiere din elementul 5 și tensiunea de întindere din elementul 3. Calculul de optimizare se face conform metodei propuse în capitolul 4. Elementului 5 îi va corespunde indicele 1 iar elementului 3 indicele 2, în calculul de optimizare.

Elementul 3 se alege de secțiune circulară (avantajoasă din punct de vedere tehnologic), cu raza  $r_1$ . Elementul 5 se alege de secțiune dreptunghiulară (recomandată pentru elemente solicitate la încovoiere și cerând tehnologii nepretențioase), cu raportul laturilor  $\xi_1 = 7$  și latura mică  $r_2$ .

În condițiile concrete în care se va face prelucrare, coeficienții costurilor (definiți în § 4.5.2) au valorile :

$$K_{M1} = 3206 \text{ lei/m}^2 ; \quad K_{M2} = 24178 \text{ lei/m}^2 ;$$

$$K_{A1} = 8862 \text{ lei/m} ; \quad K_{A2} = 32561 \text{ lei/m} .$$

Cu aceste valori, funcția obiectiv (4.23) devine:

$$Q(x_1, x_2) = (6412 \cdot r_1 \text{ inf} + 8862) x_1 + 3206 x_1^2 + \\ + (48356 \cdot r_2 \text{ inf} + 32561) x_2 + 24178 x_2^2$$

Cheltuielile variabile se pot calcula cu (4.8) :

$$C_{\text{var}} = 8862 r_1 + 32561 r_2 + 3206 r_1^2 + 24178 r_2^2 \quad (5.18)$$

Valoarea admisibilă a rotirii capătului liber al elementului 5 se impune din condiția de imprimare uniformă a caracterului pe toată înălțimea sa :  $\delta_{1a} = 0,2 \text{ rad}$ .

Tensiunea admisibilă la întindere în elementul 3 se impune cu valoarea  $\sigma_{1a} = 125 \text{ MPa}$ , iar tensiunea admisibilă la încovoiere în elementul 5 se impune cu valoarea  $\sigma_{2a} = 110 \text{ MPa}$ .

Coefficienții de limitare a variației variabilelor se aleg cu valorile  $k_{s1} = 1,1$ ,  $k_{il} = 0,9$ ,  $k_{s2} = 1,05$  și  $k_{i2} = 0,95$ . Coeficienții pentru elementul 5 s-au ales mai apropiat de unitate deoarece variația deplasărilor și a tensiunilor este relativ mult influențată de dimensiunile secțiunii acestui element (fig. 5.22 și 5.23).

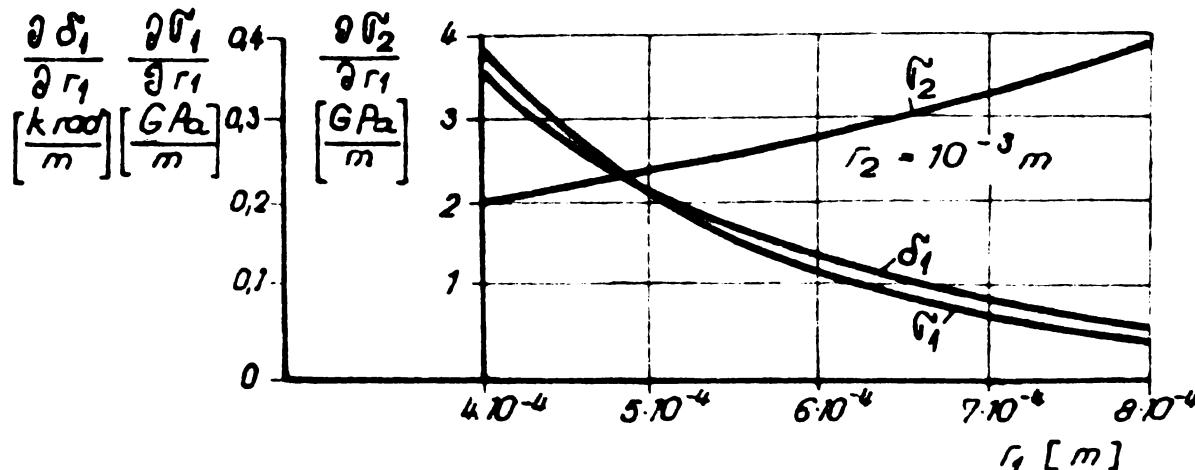


Fig. 5.22

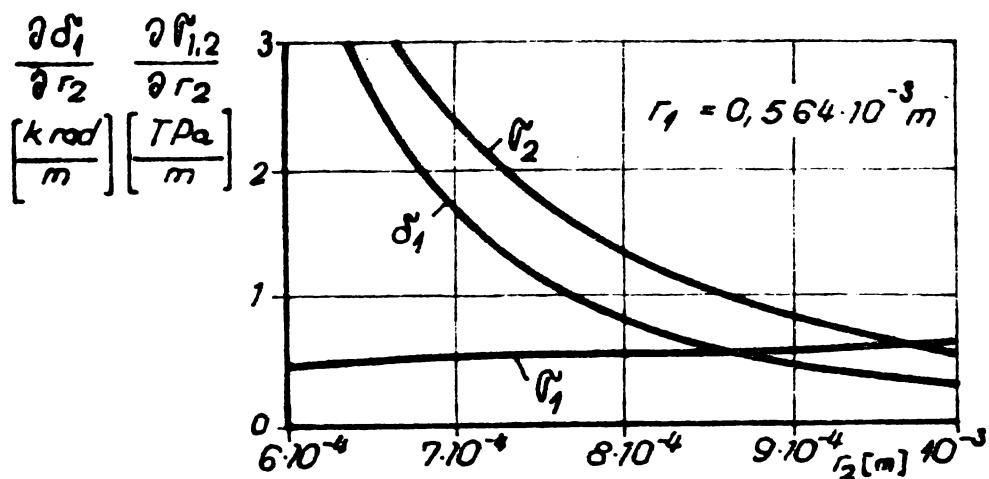


Fig. 5.23

Punctul inițial se alege corespunzător soluției obținute pînă în acest moment, pentru care corespunde  $r_{1,0} = 564 \cdot 10^{-6}$  m și  $r_{2,0} = 10^{-3}$  m.

Pentru prima iteratie a optimizării, funcția obiectiv are expresia :

$$Q(x_1, x_2) = 8865,3 x_1 + 3206 x_1^2 + 32607 x_2 + 24178 x_2^2$$

și este supusă restricțiilor :

$x_1$		$+x_3$			$= 112 \cdot 10^{-6}$
	$x_2$		$+x_4$		$= 10^{-4}$
$-153 x_1$	$-300 x_2$		$+x_5$		$= 0,103932$
$-146,12 \cdot 10^9 x_1$	$-650 \cdot 10^9 x_2$		$+x_6$		$= 15647280$
$2,674 \cdot 10^9 x_1$	$+556 \cdot 10^9 x_2$			$+x_7$	$= 12949700$

$$x_k \geq 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, 7$$

Partea variabilă a cheltuielilor (relația (5.18) are valoarea :

$$C_{var \ 0} = 37,5844 \text{ lei}$$

Optimul se atinge după a patra iteratie. Valorile obținute în urma fiecărei iteratii sunt arătate în tabelul 5.5 (cu indicii co-

respunzători figurii 5.1) :

Tabelul 5.5

MARIMEA		ITERATIA				
		0	1	2	3	4
$r_3$	[mm]	0,564	0,508	0,457	0,411	0,39683
$r_5$	[mm]	1	0,97329	0,97353	0,97371	0,97375
$A_3$	[mm <sup>2</sup> ]	1	0,81073	0,65612	0,53068	0,49471
$A_5$	[mm <sup>2</sup> ]	7	6,6311	6,6343	6,6368	6,6373
$\delta_9$	[rad]	0,0725	0,0891	0,10015	0,11298	0,11976
$\sigma_{t3}$	[MPa]	68,67	94,21	105,29	118,51	125,00
$\sigma_{i5}$	[MPa]	95,00	110,00	110,00	110,00	110,00
$c_{var}$	[lei]	37,584	36,217	35,773	35,371	35,246

Se constată că s-a realizat reducerea cheltuielilor cu 2,338 lei pentru cele două piese luate în calcul, în condițiile în care în varianta inițială tensiunea  $\sigma_{i5}$  era apropiată de valoarea limită. În mod obișnuit diferențele de cost vor fi relativ mai mari.

Analizând condițiile care limitează scăderea în continuare a cheltuielilor, se constată că ele sunt restricțiile de tensiuni. Deplasarea  $\delta_9$  (inclusă în restricții) nu ajunge decât la aproximativ 60 % din valoarea limită admisă.

#### 5.6. Concluzii

Aplicarea metodei propuse de sinteză optimă a mecanismelor cu elemente deformabile, la un caz concret, a dovedit viabilitatea și eficiența acestei metode. Cazul ales drept exemplu, având un caracter complex (cu solicitări date de forțe exterioare și solicitări prin impact, cu limitări de deplasări și de tensiuni) și fiind analizat complex (deplasări și tensiuni, elastostatic și cinetostatic), modul de aplicare a metodei și interpretările rezultatelor sunt valabile pentru cea mai mare parte a mecanismelor utilizate în tehnica.

**6. CONCLUZII PRIVIND CONDIȚIILE DE APLICARE SI  
REZULTATELE ANALIZEI SI SINTEZEI MECHANISMELOR  
CU ELEMENTE CONSIDERATE DEFORMABILE.**

Din rezultatele obținute prin rezolvarea unor cazuri concrete de analiză sau sinteză considerind elementele deformabile, s-au putut evidenția concluziile prezentate în continuare.

In cazul aplicării sau îndepărțării brusă a unor forțe generalizate exterioare, este necesară cunoașterea cît mai exactă a duratei reale în care are loc variația fiecărei forțe, chiar dacă teoretic această variație este instantanee. Durata  $t_{var}$  în care se poate considera că se modifică valoarea forței, se poate determina conform indicațiilor din figurile 6.1 și 6.2.

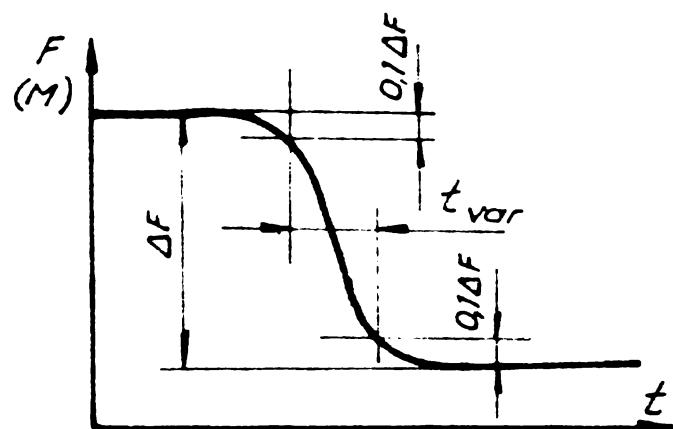
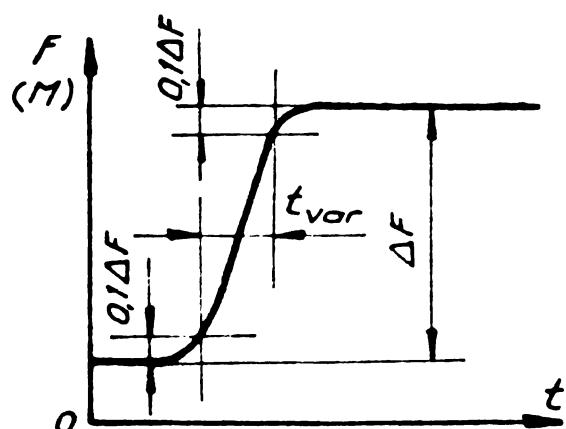


Fig.6.1

Fig.6.2

Duratele  $t_{var}$  se vor compara cu valorile perioadelor formelor proprii, calculate prin metode aproximative, rapide (de exemplu Rayleigh și Dunkerley-Southwell). O forță exterioară va produce o componentă specifică cinetoelastodinamică (cauzată de forțele de inertie din mișcarea datorată deformațiilor) neglijabilă, în deplasările corespunzătoare modurilor proprii cu perioada mult mai mică decât timpul de variație al forței. Când toate forțele exterioare au tempi de variație mult mai lungi decât perioadele modurilor proprii de deformație ce participă semnificativ la realizarea deplasării elastice a unui punct, rezultatele analizei cinetoelastodinamice a deplasărilor punctului respectiv nu vor dифeri practic de

rezultatele analizei elastodinamice.

Variatia valorii unei forte exterioare va produce, pentru modurile de deformație ce au perioada mult mai mare decit timpul de variație a forței, o variație a deplasărilor cinetoelastodinamice de valoare dublă față de variația deplasărilor elastodinamice.

Forțele care au acțiune de tip impuls vor produce valori ale deplasărilor calculate cinetoelastodinamic mai mici decit valoriile deplasărilor calculate elastodinamic pentru modurile de deformație care au perioada proprie mult mai mare decit durata aplicării forței (sau în general, durata stării modificate a forței).

Pentru a evidenția influența numărului de deplasări permise din deformații, s-a efectuat analiza cinetoelastodinamică și analiza elastodinamică a mecanismului din subcapitolul 5.4 în condiții în care sunt permise doar trei deplasări (fig.6.3). Rezultatele acestor analize sunt prezentate în figurile 6.4...6.9. Comparind valorile deplasărilor din aceste figuri cu cele din cazul cu nouă deplasări permise (fig.5.9, 5.10, 5.11, 5.18, 5.19 și respectiv 5.20), se constată că în cazul a nouă deplasări permise, valorile

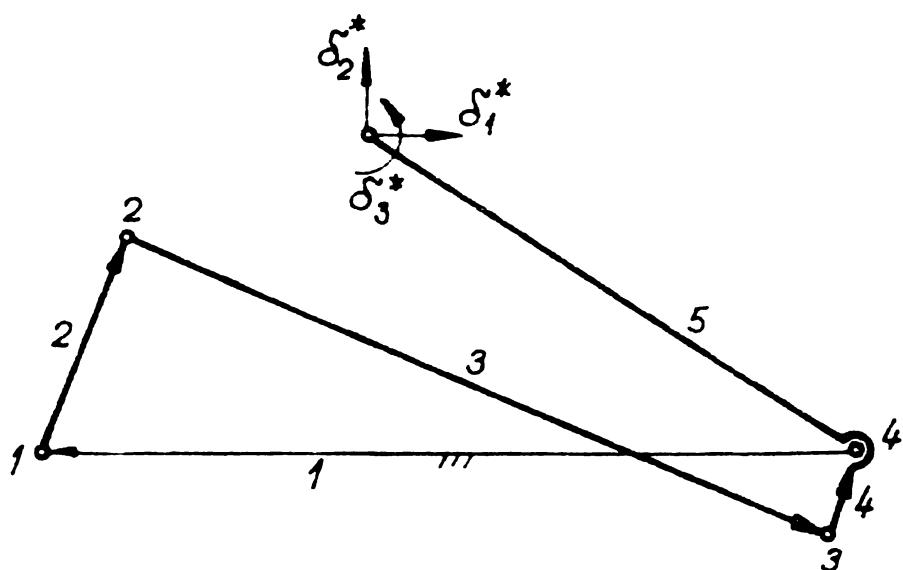


Fig.6.3

maxime ale deplasărilor sunt de 2...3 ori mai mari decit în cazul a trei deplasări permise. Rezultatul se datorează faptului că în varianta cu trei deplasări permise nu se iau în considerare deformațiile elementului de structură 3 (fig.5.4 și 6.3). Mecanismul tratat are însă elementul 3 relativ zvelt față de elementul 5 ( $\lambda_3 =$

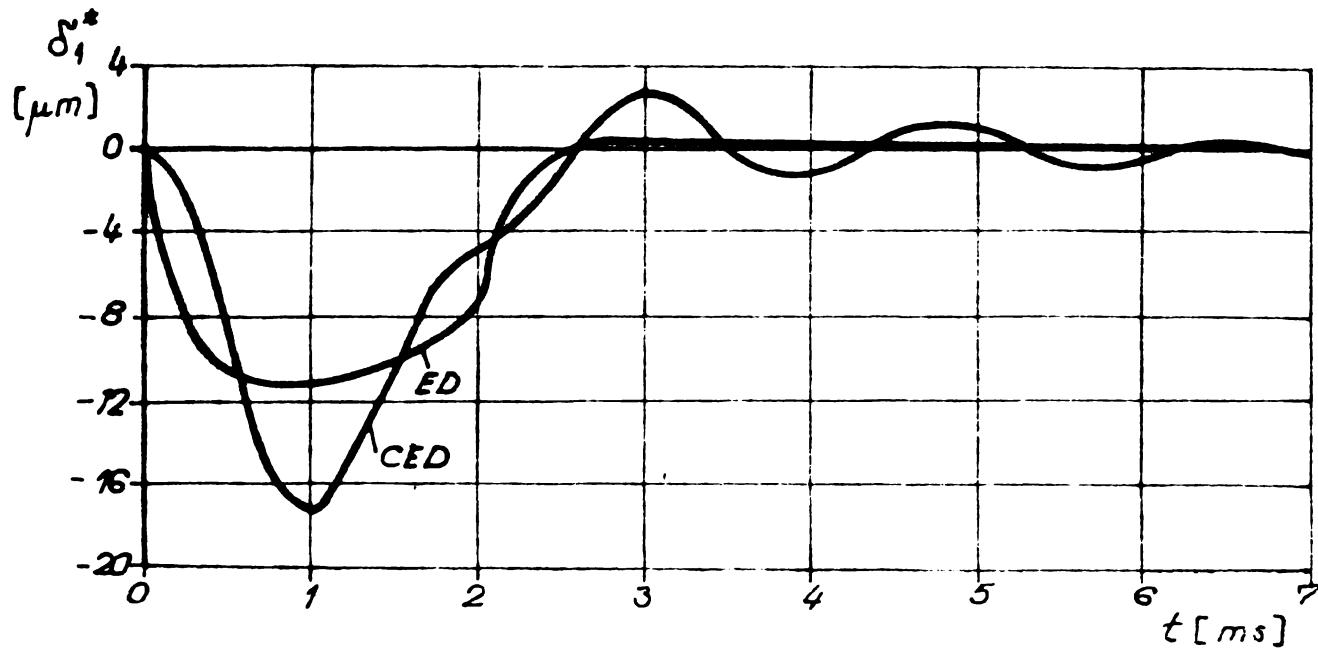


Fig. 6.4

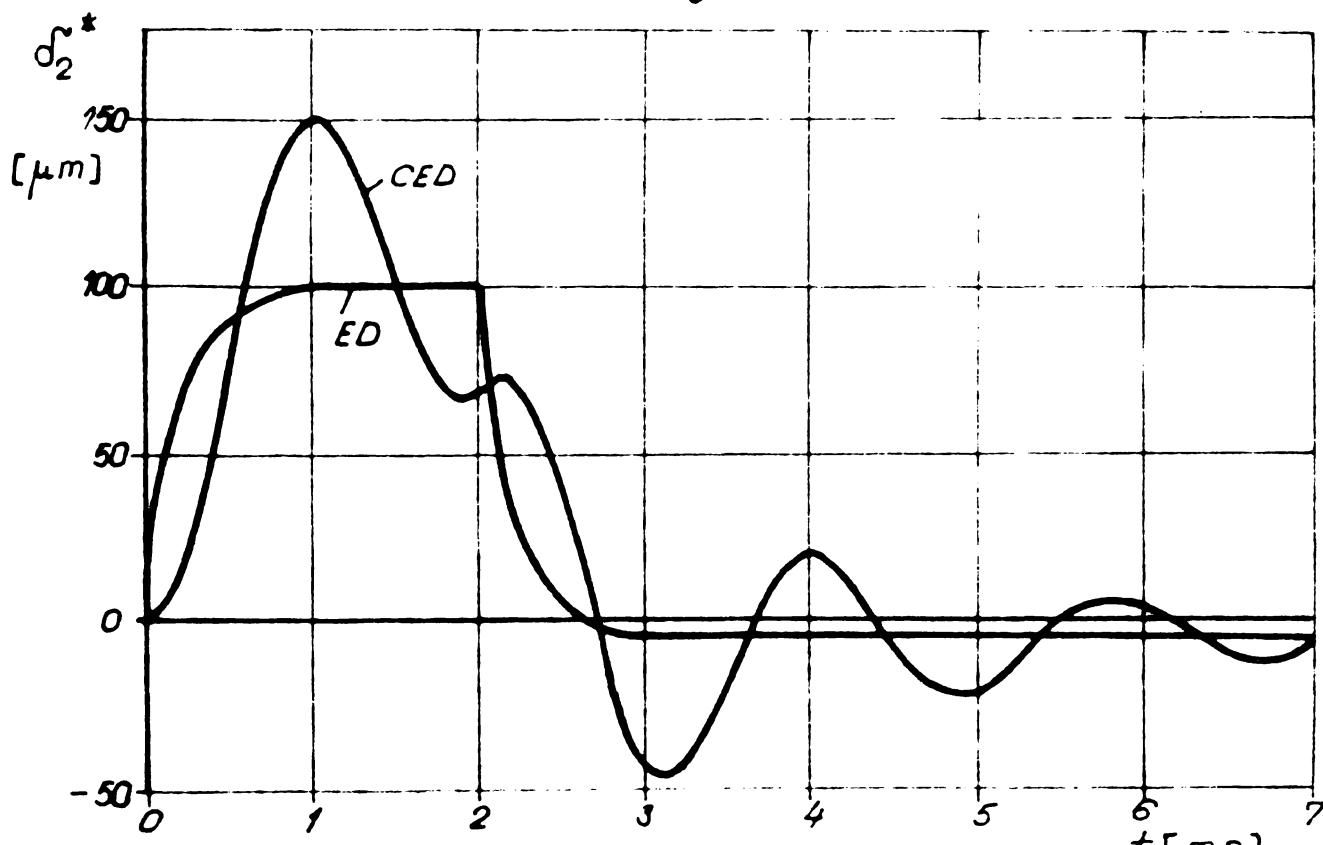


Fig. 6.5

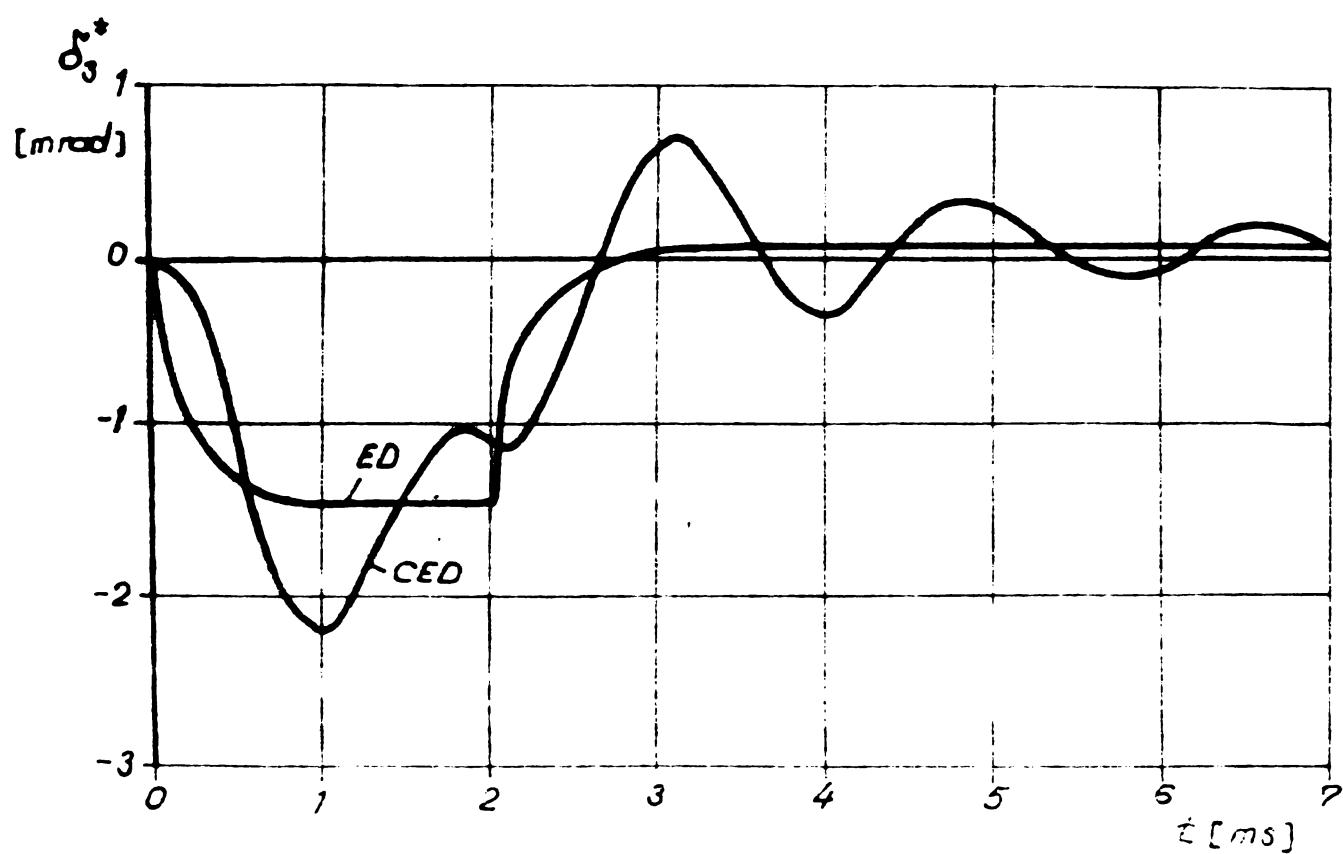


Fig. 6.6

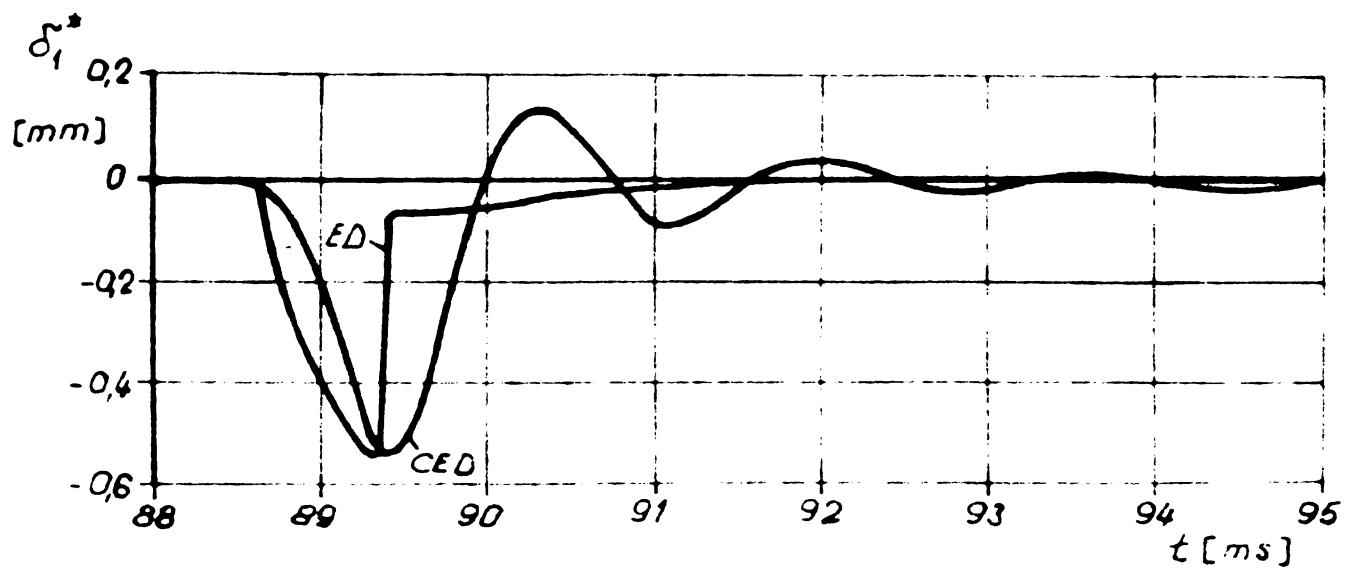


Fig. 6.7

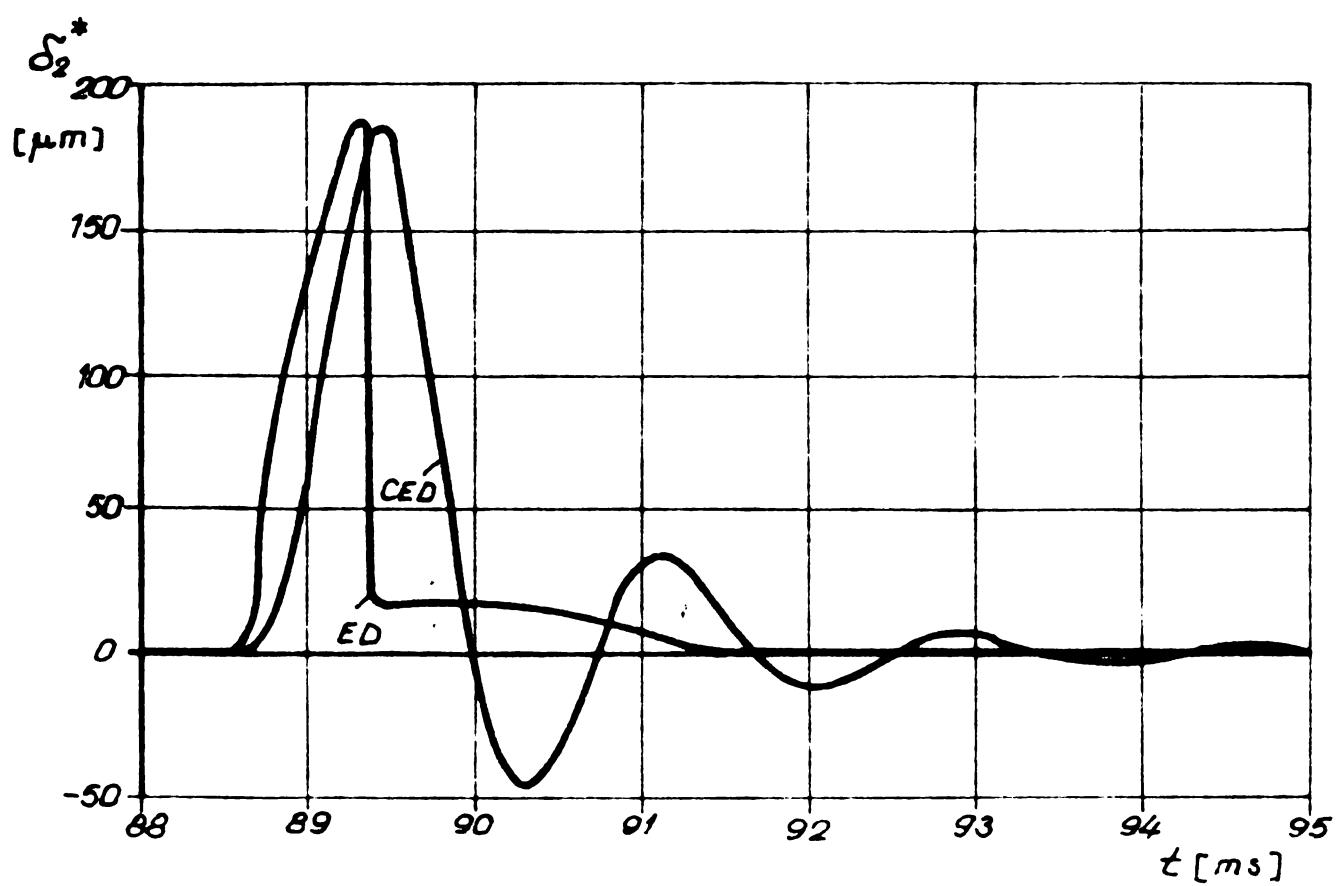


Fig. 6.8

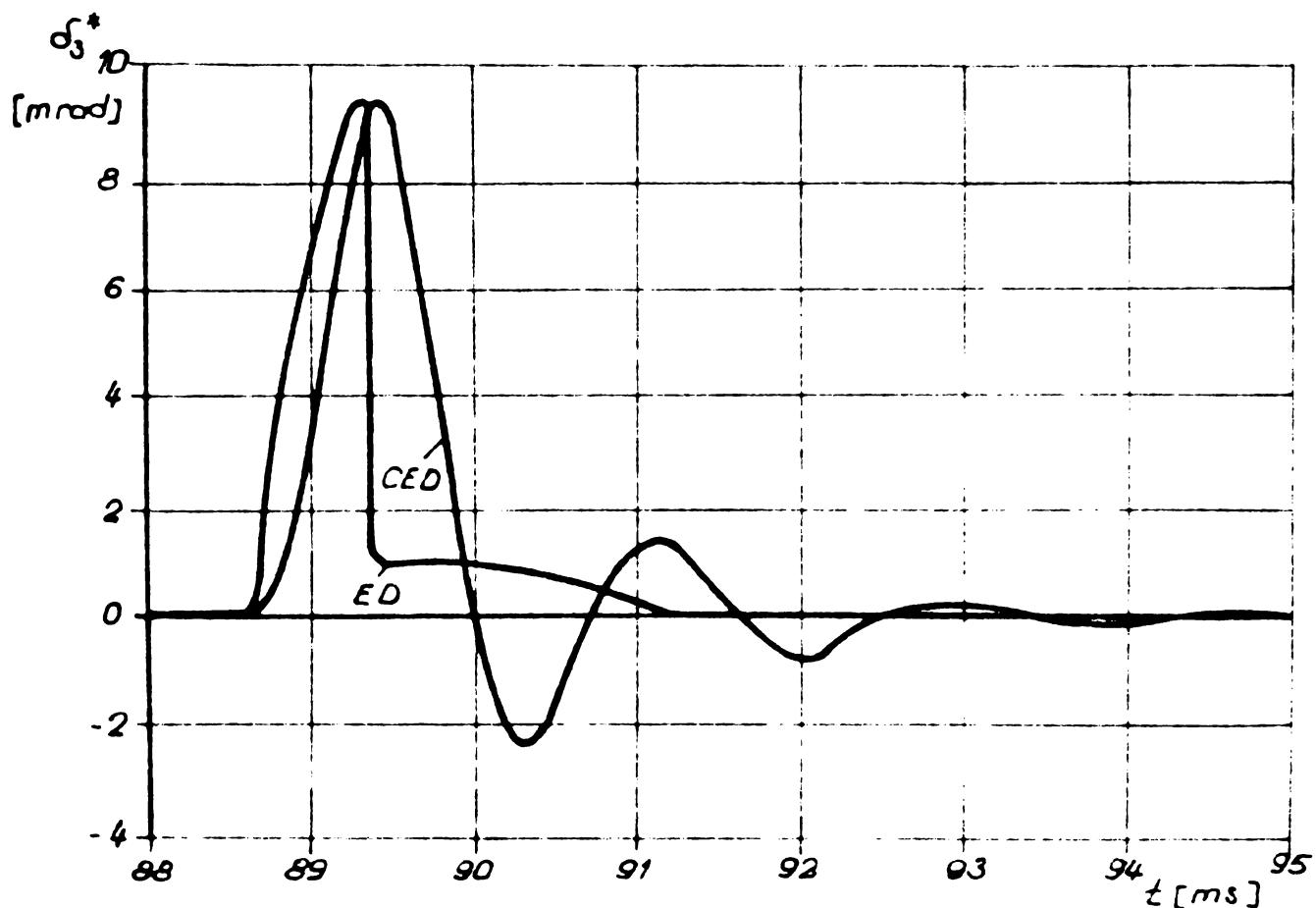


Fig. 6.9

= 240 ;  $\lambda_5 = 47$ ), ale cărui deformații participă la realizarea tuturor deplasărilor  $\delta_1^*, \delta_2^*, \delta_3^*$  și  $\delta_7, \delta_8, \delta_9$ . Rezultă că este necesară, în cazul analizei și sintezei mecanismelor cu elemente deformabile, alegerea deplasărilor permise astfel încât să poată interveni în calcule cel puțin deformațiile elementului celui mai zvelt și ale elementelor cu gradul de zveltetă de același ordin de mărime cu cel al elementului celui mai zvelt.

## 7. CERCETARI EXPERIMENTALE

### 7.1. Scopul cercetărilor și instalatia utilizată

Pentru verificarea rezultatelor analizei dinamice efectuate cu ajutorul calculatorului automat, s-a conceput un stand și un program de încercări având ca obiect mecanismul de teleimprimator prezentat în subcapitolul 5.3. În scopul cercetărilor experimentale, mecanismul a fost montat pe o mașină de scris ce asigură o forță motoare  $F_{2M} = 56,5 \text{ N}$  pe durata  $\Delta t_p = 8,5 \text{ ms}$ .

Determinarea experimentală a dependenței timp-deplasare element imprimator s-a realizat cu ajutorul a doi traductori inducțivi plasați în puncte bine determinate ale traiectoriei elementului imprimator. Un traductor a fost plasat în poziția de repaus (initială) a elementului, al doilea avind poziția modificabilă, astfel încât primul traductor genere un impuls corespunzător începutului acțiunii forței motoare, iar al doilea genere un impuls corespunzător unei poziții bine definite a elementului imprimator, în mișcarea sa. Pentru mărirea preciziei de determinare a intervalului de timp dintre impulsurile generate de cele două traductoare, semnalele preluate de la traductoare sunt utilizate pentru deplasarea verticală a unui singur spot al unui osciloscop. Semnalul de la primul traductor (fix) este introdus la intrarea neinversoare, iar semnalul de la cel de-al doilea traductor este introdus la intrarea inversoare a amplificatorului diferențial al osciloscopului. A fost utilizat un osciloscop universal cu memorie S8-15 produs în URSS, echipat cu sertar amplificator diferențial Ja 40-1102 (1 J 15) și sertar Ja 40-2900 (1 R 91) pentru baza de timp și sincronizare. În figura 7.1 este prezentată o vedere generală a instalației experimentale, iar în figura 7.2, o vedere de detaliu a traductorului inducțiv montat în instalație, în momentul tracării capătului elementului imprimator prin fața sa. În figura 7.3 este prezentată o vedere a echipamentului pentru prelevarea, stocarea și afișarea informațiilor din sistemele mecanice mobile, utilizat în cercetările experimentale. Se poate observa complexitatea suportului traductorilor, complexitatea necesară pentru a putea asigura plasarea fiecărui traductor în punctele dorite și cu orientările

dorite, ocolind, la nevoie, părți ale sistemului investigat. Mobilitatea deosebită a suportului este asigurată de numărul mare al cuprelor cinematice (blocabile) : două couple cilindrice pe lanțul comun și cîte două couple cilindrice și una de rotație pentru fiecare traductor în parte.

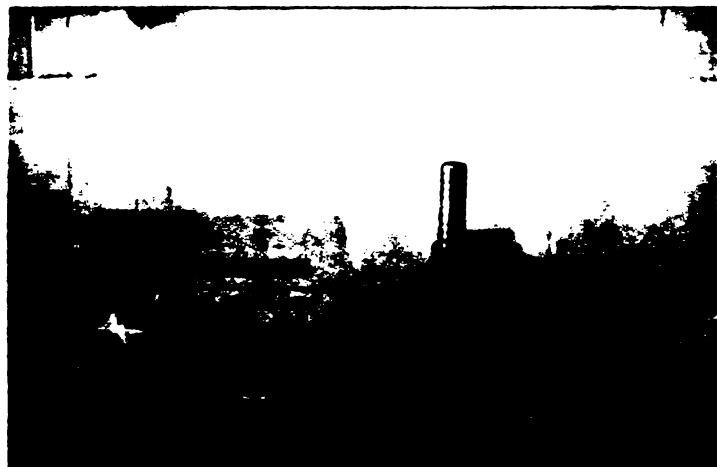


Fig.7.1



Fig.7.2

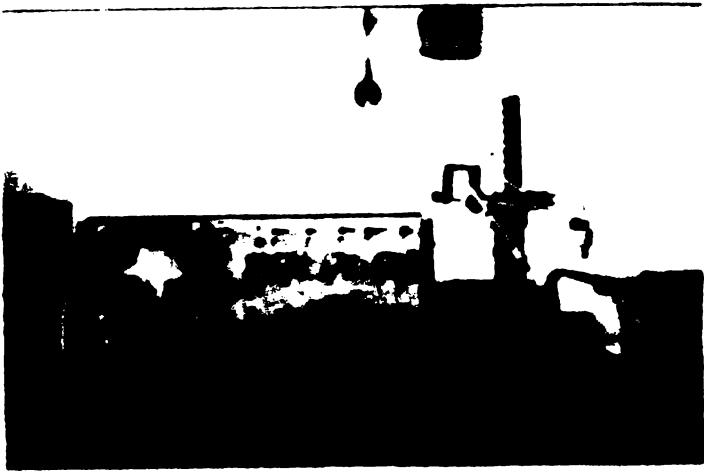


Fig.7.3

Funcționarea mecanismului nefiind continuă (elementul conductor efectuează o mișcare oscilantă), pentru realizarea stocării informațiilor obținute pe ecranul osciloscopului, a fost necesară utilizarea facilității de memorare a imaginii, oferită de osciloscopul utilizat. De pe ecran s-au determinat intervalele de timp dintre impulsuri. În scopul stocării pe durată mai mare, imaginile au fost fotografiate.

Construcția traductoarelor este astfel realizată încît la deplasarea unui corp feromagnetic în plan perpendicular pe axa longitudinală a traductorului, în sensul apropierei de această axă, tensiunea la bornele de ieșire ale traductorului are valori pozi-

tive ; în momentul trecerii prin dreptul axei trăductoarei tensiunea trece prin valoarea zero, iar la îndepărarea corpului de axa longitudinală a trăductoarei, tensiunea are valori negative. O înțelegere a acestor relații este necesară pentru identificarea semnalelor din oscilogramme prin determinarea trăductoarei ce a generat fiecare impuls în parte. În scopul realizării unui control al modului de identificare a semnalelor, s-au efectuat înregistrări în condiții mecanice identice, modificând doar sensibilitățile la intrările osciloscopului, ceea ce a provocat modificări ale dimensiunilor verticale ale impulsurilor datorate către unui trădutor.

## 7.2. Rezultatele cercetărilor experimentale

În cursul cercetărilor experimentale s-au obținut pe ecranul osciloscopului imaginiile prezentate în figurile 7.4...7.19. Condițiile experimentale și valorile măsurate ale intervalelor de timp sunt prezentate în tabelul 7.1. S-au notat, în acest tabel :

$S_{y+}$  - sensibilitatea la intrarea neînversoare ;

$S_{y-}$  - sensibilitatea la intrarea inversoare ;

$\varphi_5$  - unghiul de poziție al elementului imprimator la trecerea prin dreptul axei trăductoarei inductive ce generează al doilea impuls ;

$\varphi_2$  - unghiul de poziție al elementului conductor în momentul trecerii elementului imprimator prin dreptul axei trăductoarei inductive ce generează al doilea impuls ;

$\Delta t_e$  - intervalul de timp măsurat între impulsurile generate de cele două trăductoare, la cursa activă ;

$\Delta t_c$  - intervalul de timp calculat între pozițiile elementului imprimator corespunzătoare axelor trăductoarelor inductive.

Valorile  $\Delta t_c$  au fost obținute prin calcul automat utilizând algoritmul și programul prezentat în capitolul 2 și reluate în subcapitolul 5.3.

Concordanța valorilor teoretice cu cele experimentale dovedește atât corectitudinea, și eficiența algoritmului, și programului de calcul, cît și faptul că instalația experimentală este adecvată scopului în care a fost utilizată, atât principial, cît și din

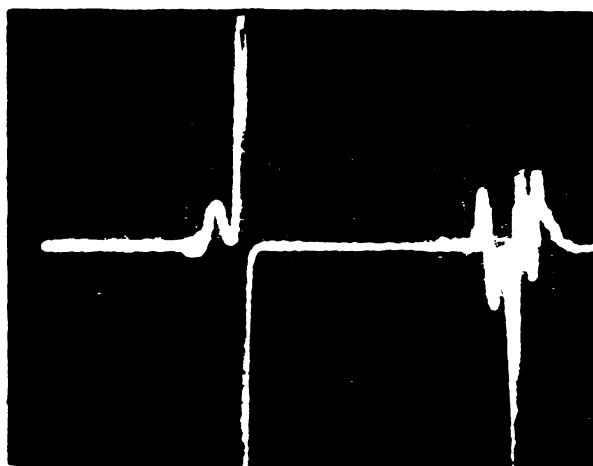


Fig.7.4

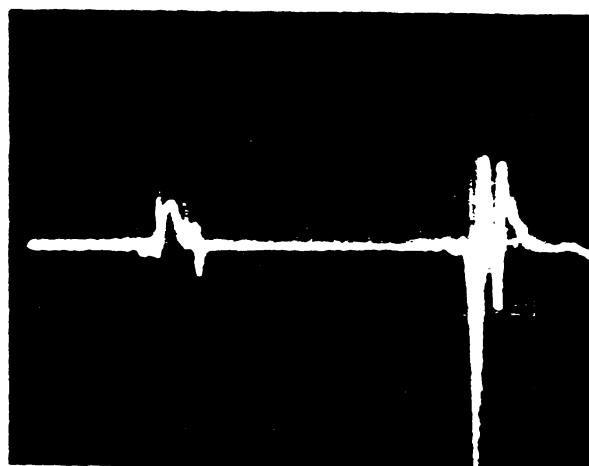


Fig.7.5

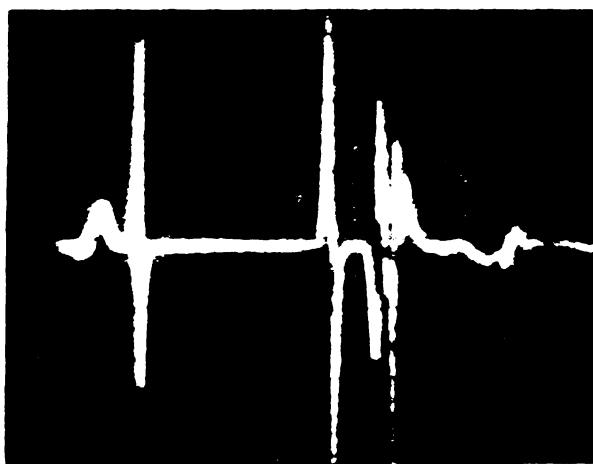


Fig.7.6



Fig.7.7

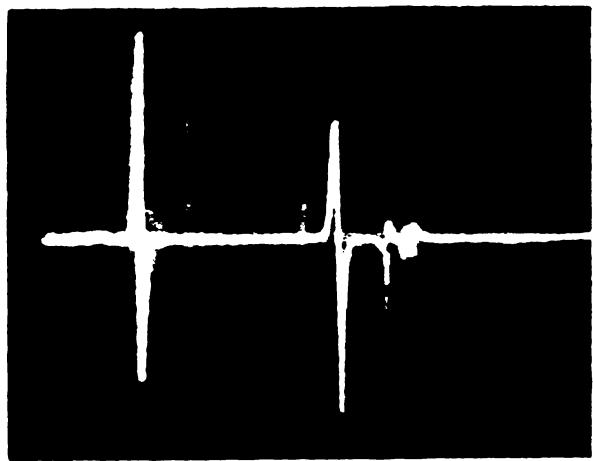


Fig.7.8

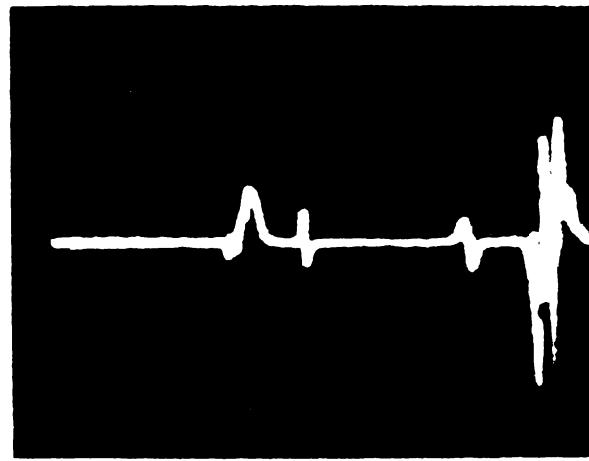
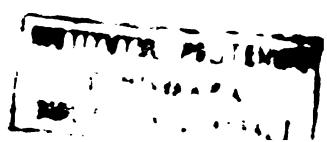


Fig.7.9



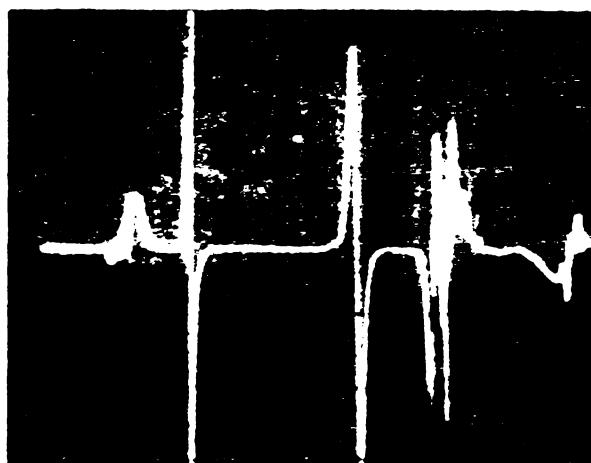


Fig.7.10

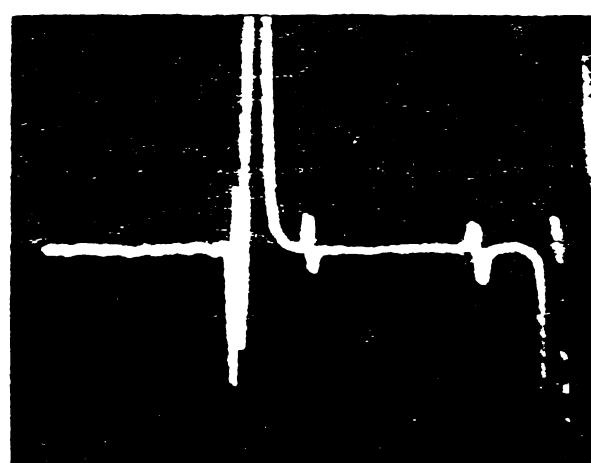


Fig.7.11

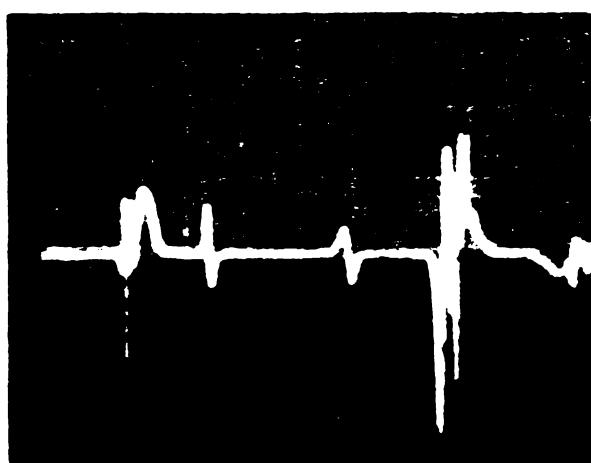


Fig.7.12

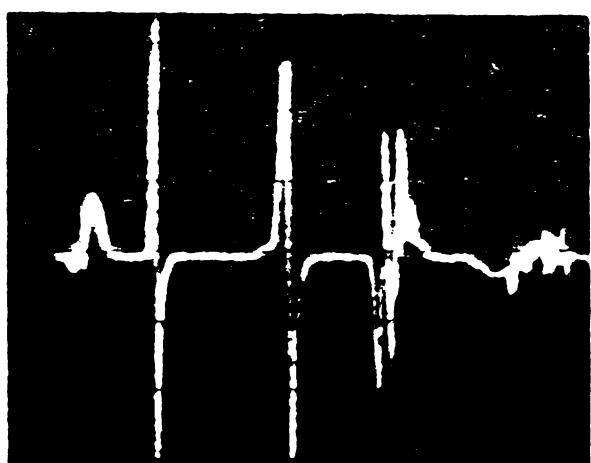


Fig.7.13

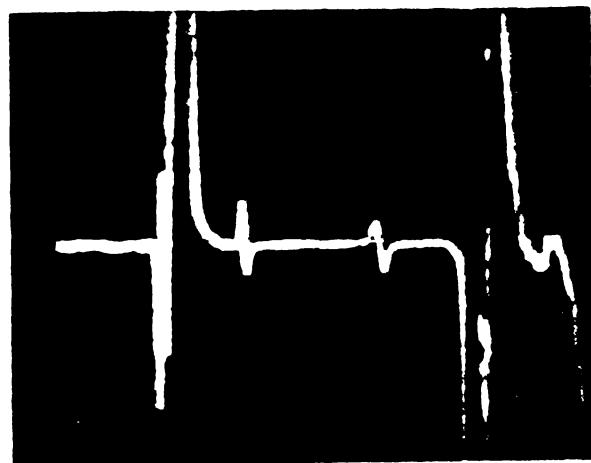


Fig.7.14

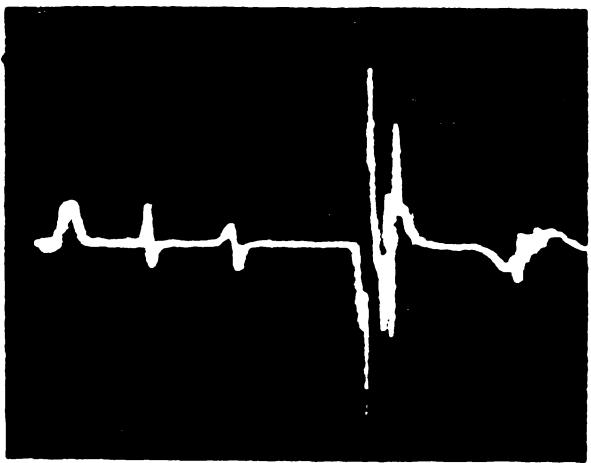


Fig.7.15

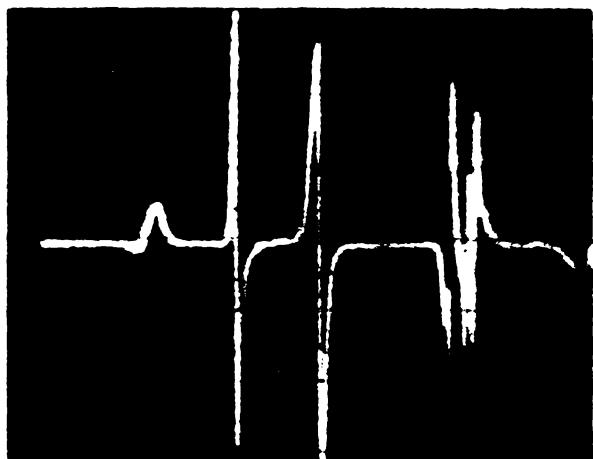


Fig.7.16

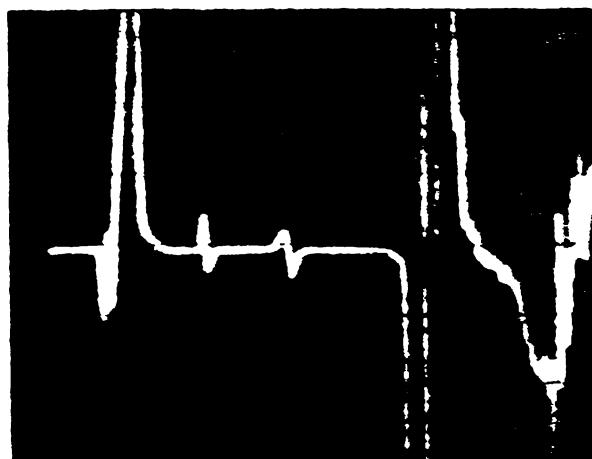


Fig.7.17



Fig.7.18

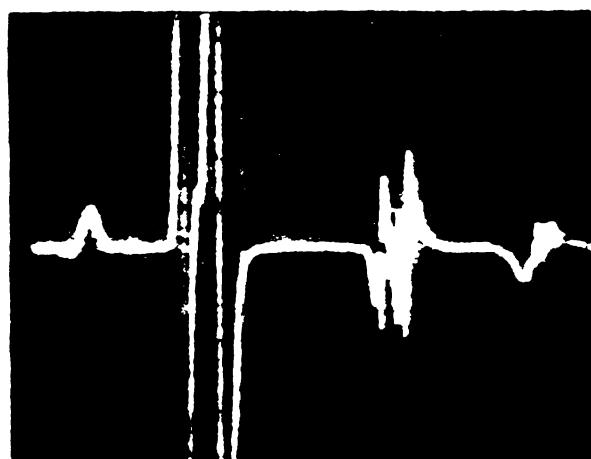


Fig.7.19

punct de vedere al parametrilor elementelor componente.

Tabelul 7.1

Nr. crt.	$S_{y+}$ [V/div]	$S_{y-}$ [V/div]	$\varphi_5$ [rad]	$\varphi_2$ [rad]	$\Delta t_e$ [ms]	$\Delta t_c$ [ms]	Figura
1.	2	2	2,889	1,028	3,25	8,291	7.4
2.	2	20	2,889	1,028	8,25	8,291	7.5
3.	2	2	2,598	1,130	10,47	10,526	7.6
4.	2	20	2,598	1,130	10,50	10,526	7.7
5.	20	2	2,598	1,130	10,50	10,526	7.8
6.	2	2	2,223	1,277	13,38	13,418	7.9
7.	2	0,2	2,223	1,277	13,50	13,418	7.10
8.	0,2	2	2,223	1,277	13,63	13,418	7.11
9.	2	2	1,988	1,3732	15,38	15,228	7.12
10.	2	0,2	1,988	1,3732	15,25	15,228	7.13
11.	0,2	2	1,988	1,3732	15,25	15,228	7.14
12.	2	2	1,582	1,5271	18,13	18,395	7.15
13.	2	0,2	1,582	1,5271	18,50	18,395	7.16
14.	0,2	2	1,582	1,5271	18,25	18,395	7.17
15.	2	2	1,266	1,621	20,63	20,928	7.18
16.	2	0,2	1,266	1,621	20,33	20,928	7.19

### 7.3. Stand automatizat pentru cercetarea experimentală a mecanismelor.

Pentru înregistrarea pozițiilor mecanismelor analizate la intervale de timp determinate, s-a proiectat un stand automatizat, bazat pe microcalculatorul MC 8 produs de FCS București.

Algoritmul realizării unei înregistrări este prezentat în figura 7.19.

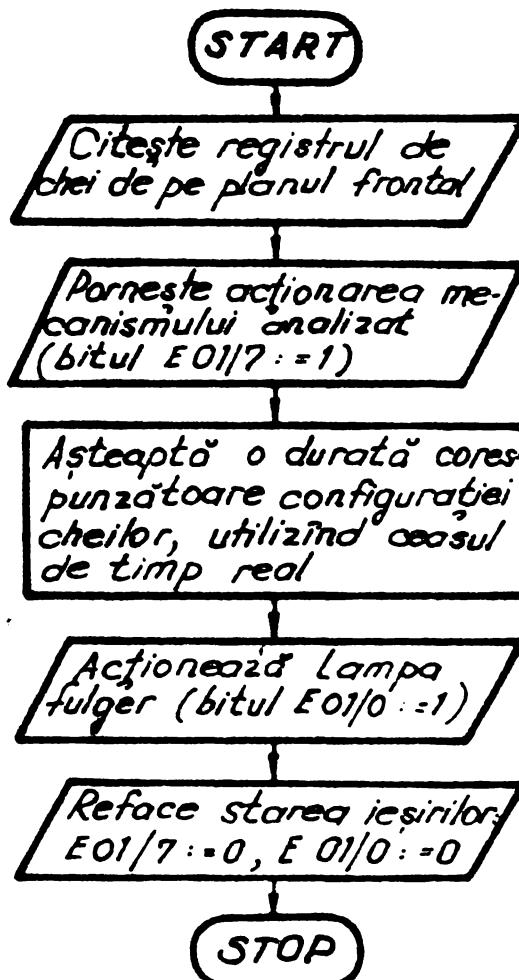


Fig.7.20

Startul programului este realizat prin acționarea cheii INT de pe panoul frontal al microcalculatorului. Se generează astfel o cerere de întrerupere pe nivelul 7 și se va trece la executarea instrucțiunilor aflate în memorie începând de la adresa 0038 H, adresă de la care poate fi încărcat programul de automatizare sau o instrucțiune de salt la adresa de lansare a programului de automatizare. Înainte de acționarea cheii INT, la cheile SW0...SW7 ale panoului frontal se formează o configurație care să corespundă intervalului de timp între începutul acțiunii forței motocare și momentul comandirii aprinderii lumppii fulger. Prin program se stabilește o cantitate de timp convenabilă, cunoșind faptul că cele 8 chei SW pot forma 256 combinații diferite, înci se pot comanda durate cu valoarea între 0 și 255 de cuante. Într-un interval sub 1 ms este necesar să se țină secvența de întârzierile introduse de execuția instrucțiunilor intermediare și în sistemul de comandă a acționării mecanismului analizat.

După ce microcalculatorul a citit numărul de cuante solicitat, se pornește acționarea mecanismului analizat prin aducerea bitului 7 al portului de ieșire O1 (simbolizat  $\triangleq O1/7$ ) la valoarea 1, apoi se pornește ceasul de timp real al microcalculatorului. Cînd ceasul de timp real comunică terminarea intervalului de timp prescris, microcalculatorul va comanda aprinderea lămpii fulger prin aducerea bitului 0 al portului de ieșire O1 (simbolizat  $\triangleq O1/0$ ) la valoarea 1 și apoi va refațe starea portului O1 prin aducerea tuturor bițiilor la valoarea zero și va trece în starea STOP.

Din starea STOP microcalculatorul poate fi scos prin acționarea cheii LNT, reluîndu-se astfel execuția programului, după ce, eventual, configurația cheilor SW a fost modificată, pentru a corespunde unei noi valori a intervalului de timp generat de ceasul de timp real.

Elementele ce realizează interfețele cu acționarea mecanismului și cu acționarea lămpii fulger se plasează (cu excepția elementelor de putere) pe o placăă SUB-CARD dubă ce intră în poziția 12 a sertarului microcalculatorului MC 8. Poziția 12 este neutilizată în microcalculatorul livrat de fabrică, ea fiind destinată adaptorului unei mașini de seris ce nu mai intră în configurația sistemului.

Prin programare corespunzătoare, sistemul permite înregistrarea unei serii de imagini succeseive luate la intervale precise de timp. În acest caz este necesară utilizarea unei lămpi fulger speciale sau a unui set de lămpi fulger de utilizare curentă, deoarece puterea disipată de lămpi poate crește la valori periculoase cînd frecvența aprinderilor crește prea mult.

Conceperea sistemului de comandă automată pe baza unui calculator universal, conferă o mare flexibilitate standului, modificările funcțiilor realizate făcîndu-se prin modificări corespunzătoare în program și atașarea de dispozitive de interfață cu structură tipizată.

### 3. CONCLUZII FINALE

Lucrarea de față și-a propus crearea unei metode eficiente de sinteză a mecanismelor având elemente deformabile, metodă devenită tot mai necesară în condițiile măririi vitezelor și preciziilor de funcționare a mecanismelor, a necesității reducerii cheltuielilor materiale și energetice.

Metoda elaborată pornește de la realizarea sintezei structurale și dimensionale, urmând apoi analiza dinamică, în condițiile în care elementele sunt considerate rigide, și analiza complexă dinamică a deformațiilor și tensiunilor. Parametrii de proiectare sunt modificări convenabil dacă rezultatele analizelor nu corespund valorilor impuse. Ultima etapă a metodei o constituie optimizarea soluției în scopul realizării cheltuielilor de fabricație minime, ceea ce va asigura, practic, reducerea la minim a cheltuielilor energetice.

In elaborarea metodei, lucrarea de față aduce o serie de contribuții originale, din care cele mai importante sunt prezentate în continuare.

1. Pentru realizarea analizei dinamice a mecanismelor cu elemente considerate rigide, s-a creat o metodă numerică matriceală rapidă, transpusă într-un program pentru calcul automat scris în limbajul FORTRAN IV. Metoda propusă permite realizarea analizei dinamice, în cazul unor mecanisme simple din punct de vedere dinamic, chiar pe calculatoare programabile de buzunar, lucru extrem de util în cazul în care este necesară determinarea sensibilității rezultatelor la variația unor parametri dimensionali sau cinematici ai mecanismului analizat.

2. În cadrul analizei dinamice, înînd cont și de efectele frecirilor din cuplurile cinematice, algoritmul propus pentru analiză conține măsuri speciale originale pentru mărirea vitezei de calcul, rezultând economii substanțiale de timp de calculator.

3. În scopul introducerii influenței motorului de antrenare asupra dinamicii mecanismului antrenat, s-a întocmit un algoritm și un subprogram pentru calculul automat, complet adaptat cerințelor analizei dinamice a mecanismelor.

4. Pentru simplificarea operațiilor necesare pregătirii și introducerii datelor inițiale în programul de analiză dinamică atunci cînd aceste date sunt funcție de poziția mecanismului, s-a realizat o metodă de integrare a ecuației de mișcare considerindu-se unghiul elementului conducător drept variabilă față de care se face integrarea. Metoda este avantajoasă și din punct de vedere al obținerii rezultatelor în cazul fazei de regim stabil a mișcării.

5. S-a elaborat o metodă originală de scurtare a timpului de calcul pentru analiza dinamica în faza de regim stabil a funcționării mecanismelor cu element conducător în mișcare continuă. Prin alegerea în mod special a valorilor inițiale ale parametrilor cinematici, durata necesară stabilizării valorilor calculate se reduce de la 3...6 cicluri cinematice (în cazul metodelor curente) la un singur ciclu cinematic (în cazul metodei propuse), reducindu-se corespunzător și timpul de calculator.

6. Pentru analiza complexă dinamică a deformațiilor s-a creat o metodă adecvată calculului automat, în care principalele elemente originale sunt : metoda de stabilire automată a componentelor structurii deformabile, astfel încît structura să fie static determinată, și algoritmul de asamblare automată a matricelor de rigiditate și de inerție ale elementelor, pentru obținerea matricelor corespunzătoare întregului mecanism. Metoda elaborată realizează o viteză de calcul deosebit de ridicată. Astfel, timpul de calcul necesar analizei elastodinamice este mai scurt decit timpul necesar analizei dinamice considerind elementele rigide, dacă numărul deplasărilor permise (cauzate de deformații) este mai mic sau egal cu 12.

7. Pentru realizarea sintezei mecanismelor cu elemente deformabile s-a întocmit un algoritm original, care permite utilizarea metodelor de sinteză a mecanismelor rigide, fără a se aduce modificări acestor metode. Aceste metode de sinteză fiind intens utilizate, verificate inclusiv în practică, vor confirma algoritmul propus viabilitate și eficiență.

8. Pentru proiectarea mecanismelor componente ale mașinilor și aparatelor în condițiile în care elementele se consideră deformabile, s-a întocmit un algoritm complet de proiectare pe baza al-

goritmului s-a întocmit un pachet de programe care permite proiectarea automată pe calculatoare electronice prevăzute cu translator FORTRAN. Algoritmul a fost utilizat pe cazuri concrete de proiectare, dovedindu-și deplina eficacitate.

9. În scopul reducerii costurilor de fabricație și a consumurilor energetice, s-a elaborat o metodă originală de proiectare optimă. Se pot astfel realiza noile proiecte la nivelul cerințelor de reducere la minim a cheltuielilor materiale și energetice. Metoda de proiectare optimă este direct aplicabilă și în cazul mecanismelor cu elemente considerate rigide.

10. Metodele, algoritmii și programele elaborate în cadrul tezei au fost utilizate pînă în prezent la rezolvarea a numeroase cazuri concrete de analiză, sinteză sau proiectare a unor mecanisme, dintre care patru constituie protocoale de colaborare cu industria constructoare de mașini. Rezultatele cercetărilor ce fac obiectul tezei au fost prezentate în 14 lucrări de specialitate publicate.

11. Pe baza rezultatelor obținute în urma aplicării metodelor elaborate, s-au formulat concluzii privind condițiile în care este necesară aplicarea și rezultatele analizei și sintezei mecanismelor cu elemente considerate deformabile.

12. În domeniul cercetării experimentale, s-a proiectat un echipament pentru prelevarea, stocarea și atitarea informațiilor cinematice din sistemele mecanice mobile. Echipamentul a fost astfel conceput încît să utilizeze la maxim posibilitățile oferite de elementele componente.

13. Cercetările experimentale au confirmat, prin concordanța rezultatelor obținute practic cu rezultatele teoretice, atît corectitudinea și eficiența algoritmilor și programelor de calcul, cît și faptul că instalația experimentală este adecvată cercetării parametrilor cinematici ai mecanismelor, în funcționare obișnuită.

14. În scopul realizării unei analize experimentale complexe, s-a proiectat un stand automatizat, bazat pe utilizarea microcalculatorului românesc MC 8. Standul proiectat permite realizarea unor corelații temporare de mare precizie, pentru acționarea unor elemente specifice pentru stocarea informațiilor prelevate din sistemul mecanic mobil analizat.

Necesitatea dezvoltării mai accentuate a construcțiilor de mașini în domeniul mecanicii fine, al echipamentelor de calcul al electronicii, în domeniul manipulatoarelor și roboților industriali vor oferi posibilități largite de aplicare a metodelor teoretice și experimentale elaborate, vor oferi ocazii pentru perfecționarea lor, pentru descoperirea de noi aspecte ce trebuie rezolvate în activitatea viitoare.

BIBLIOGRAFIA

1. Erdman, A.G. și Sandor, G.N. - Kinetostatics - a review of the state of the art and trends. In: Mechanism and Machine Theory, Vol. 7, 1972, pp. 19-34.
2. Artobolevskii, I.I. - Cîteva probleme generale ale teoriilor contemporane ale mașinilor automate (în limba rusă). In : Proceedings of the Second International Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Zakopane, Poland, 1969.
3. Beggs, J.S. - Stresses in redundant mechanisms. In: Trans. ASME. J. Appl. Mech., Series E, Vol. 37, pp. 223-228 (1970).
4. Boronkay, T.G. și Mei, C - Analysis and design of multiple input flexible link mechanisms. In : Journal of mechanisms, Vol. 5, pp. 29-40 (1970).
5. Burns, R.H. și Crossley, F.R.E. - Structural permutations of flexible link mechanisms. ASME Paper No. 66-Mech-5 (1966).
6. Burns, R.H. și Crossley, F.R.E. - Kinetostatic synthesis of flexible link mechanism. ASME Paper No. 68-Mech-36 (1968).
7. Crossley, F.R.E. - Dynamic mechanisms and nonlinear control systems. In : Proceedings - International Conference on Mechanisms, The Shoe String Press, New Haven (Conn.), 1961.
8. Crossley, F.R.E. - Geometric computing : analog simulation of a linkage. In : Int. J. Mech. Sci., Vol. 7, 1965, pp. 595-601.
9. Davidson, J.K. - Analysis and synthesis of a slider-crank mechanism with a flexible attached slider. In : Journal of mechanisms, Vol. 5, 1967, pp. 239-247.

10. Dizioğlu,B.
- Zur Dynamik und Synthese der Kurbel-ausgleichgetriebe, Leistungsfähige und wirtschaftliche Getriebekonstruktion. In : Konstruktion, Vol.12, 1960, pp.17-46.
11. Dizioğlu,B.
- Dynamische Getriebesynthese der Kurbel-ausgleichgetriebe. In : Forschung Arb. Geb. Ing. Wes., Vol.26, 1960, pp.37-47.
12. Dizioğlu,B.
- Methoden zur Analyse und Synthese der Kurbelausgleichgetriebe. Abhand. Braunschweig. Wissenschaft. Gesell., Vol.12, 1960.
13. Geiger,F.
- Zur Schwingungstechnik der Kurbelschwinge. In : Getriebetechn., Vol.7.1959, pp.197-203.
14. Holzweig,F., Dresig,H., și Tersch,H. Über die Berechnung des dynamischen Verhaltens... In : Maschinenbau-technik (Getriebetechnik), Vol.12, 1963, pp.553-559.
15. Iman,I.
- Analysis of a four-bar mechanism with spring in the connection link. Master Thesis, State College, Mississippi, 1971.
16. Kosar,H.
- A study of a four-bar linkage mechanism with one elastic connecting rod. In : Bull. Tech. Univ. Istanbul, Vol.14, 1961, pp.110-123.
17. Koževnikov,S.N.
- The dynamics of machines having flexible members and divided parameters. In : A Nehézipari Műszaki Egyetem magyar Közleményei, XII Kötetebol, Miskolc, 1965, p.379.
18. Lensky,A.A.
- Analog simulation of electromechanical systems including effects of elasticity in links and clearance in joints. In : Elektromekanika, Vol.9, 1960, pp. 11-20.
19. Opitz,H.
- Einfluss der Verzahnungsgenauigkeit auf das dynamische Verhalten von Stirnradgetrieben. In : V.D.I. Berichte, Vol.127, 1969.

20. Sandor, G.N., Erdman, A.G. și Oakberg, R.G. - Kinetico-elastodynamics of linkages. In : Proceedings of the Thirteenth British Theoretical Mechanics Colloquium, University of Dundee, Scotland, 29 Mar.-2 Apr. 1981.
21. Shoup, T.E. și Mc Larnan, C.W. - On the use of the undulating elastica for the analysis of flexible link mechanisms. In : Trans. ASME. Seria B, J. Engng. Ind., Vol. 93, 1971, pp. 263-267.
22. Shoup, T.E. și Mc Larnan, C.W. - On the use of doubly clamped flexible strip as a nonlinear spring. In : Trans. ASME, Seria B, J. Appl. mech., Vol. 38, 1971, pp. 559-560.
23. Shoup, T.E. și Mc Larnan, C.W. - A survey of flexible link mechanisms having lower pairs. In : Journal of mechanisms, Vol. 6, 1971, pp. 97-105.
24. Stancev, E. și Minčev, N. - Dynamics of stationary regime of a machine aggregate with an elastic connection between the power... In : Proceedings of the Second International Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Zakopane, Polonia, 1969.
25. Stancev, E. - A steady-state dynamics of the aggregate with a nonlinear connection between motor and working machine. In : Proceedings of the Second International Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Zakopane, Polonia, 1969.
26. Sessonov, A.P. - Probleme schwingender mechanismen mit veränderlicher Masse der Glieder. In : V.D.I. Berichte, Vol. 127, 1969.
27. Crossley, F.R.S. - Nonlinear vibrations in mechanical systems. Engineering 136, 212-215, August 1958.
28. Duitza, F. - Parametrische Oszillationen in kardinellgetriebenen. In : V.M. Berichter, Vol. 127, 1969.

29. Houben,H. - Drehschwingungen unter Berücksichtigung der Getrieberückwirkungen auf die Antriebsmaschine.In : VDI Berichte, Vol. 127, 1969.
30. Jasinski,P.W., Lee,H. C. și Sandor,G.N. - Vibration of elastic connecting rod of a high speed slider-crank mechanism.In : Trans.ASM&E, Seria B, J. Engng. Ind., Vol. 93, 1971, pp. 636-644.
31. Meyer zur Capellen,W.- Biegungsschwingungen in der Koppel einer Kurbelschwinge. Österreichisches Ingenieur-Archiv. Vol. 16, 1962, pp. 341-348.
32. Neubauer,A.H.jr., Cohen,R și Hall,A.S.jr. An analytical study of the dynamics of an elastic linkage. In : Trans.ASM&E, Seria B, J. Engng. Ind. Vol. 88, 1966, pp. 311-317.
33. Crossley,F.R.E. - Bounds of stability of subharmonic oscillations of a bistable oscillator. In : Proceedings of the Second International Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Zakopane, Polonia, 1969.
34. Houben,H. - Über die Stabilität von Schwingungen in Gelenkgetrieben. In : Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen, 1959.
35. Houben,H. - Stabilität von Biegeschwingungen in der Koppel von Kurbelgetrieben. In : Industrie-Anzeiger, Vol. 90, 1963, p. 485.
36. Houben,H. - Schwingungen und Belastungen in Maschinengruppen. In : Proceedings of the Second International Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Zakopane, Polonia, 1969.
37. Jasinski,P.W., Lee,H. C. și Sandor,G.N. Stability and steady-state vibrations in a high-speed slider-crank mechanism. In : Trans.ASM&E, Seria B, J. Appl. Mech., Vol. 37, pp. 1069-1076.

38. Heck,O.
- Über die Ermittlung der Biegsungsbeanspruchung von Pleuelstangen schnelllaufender Maschinen.In : Ingeieur-Archiv, Vol.4, 1933, pp.596-605.
39. Badlani,M. și Kleinhenz,W. - Dynamic stability of elastic mechanisms.In : Trans.ASME, Journal of Mechanical Design, Vol.101, 1979, Nr.1, pp.149-153.
40. Panferov,V.
- Vibrații transversale ale unui element elastic al unui mecanism (în limba rusă).In : Issledovaniya v oblasti masinovedenija, AN SSSR, Institut Mašinovedenija, Moscova, 1944, pp. 30-45.
41. Koževnikov,S.N.
- Dinamica mecanismelor cu elemente elastice și parametri distribuți (în limba rusă).In : Trudy II Vsesojuznogo S'ezda po Teoreticheskoy i Prikladnoj Mekhanike. Moscova, 1965, pp.231-246.
42. Koževnikov,S.N. și Dolgov,N.M. - Deformații dinamice în elementele mecanismelor în regimurile de lucru instabile (în limba rusă).In : Mekanika Mašin, Vol.20, 1969, pp.141-151.
43. Vinogradov,V.S.
- Cinetostatica unui mecanism manivelă-balansier cu bielă elastică (în limba rusă).In : Mašinostroenija, Nr.8, 1967, pp.12-16.
44. Hamburger,L.
- Asupra vibrațiilor bielelor motoarelor cu ardere internă.In : Acad.Rep.Pop. Roum., Rev.Mec.Appl., Nr.2, 1957, pp.159-169.
45. Rao,A. C.
- An accurate analysis of slider-crank mechanism.In : Journal of Institution of Engineers (India), Mechanical Engineering Division, Vol.58, 1978, pp.177-180.

46. Dubowsky, S. și Moenning, R.F. - An experimental and analytical study of impact forces in elastic mechanical systems with clearances. In : Mechanism and Machine Theory, Vol.13, 1978, Nr.4, pp.451-465.
47. Dubowsky, S. și Gardner, T.N. - Design and analysis of multilink flexible mechanisms with multiple clearance connections. In : Trans. ASME, Series B, J. Engng. Ind., Vol.99, 1977, Nr.1, pp.88-96.
48. Seavers, J.A. - Dynamic stability of linkages with elastic members. M.S. Thesis. University of California, Davis, 1969.
49. Parkus, H. - Beanspruchung und Schwingungen von Pleuelstangen. In : Österreichisches Ingenieur-Archiv, Vol.3, 1949, pp.222-235.
50. Houben, H. - Untersuchungen über die Stabilität elastischer Bewegungen in der Koppel eines Viergelenkgetriebes. Dissertation. FH Aachen, 1969.
51. Witfeld, H. - Zur Spannungs und Stabilitätsberechnung der Koppel eines schnelllaufenden Gelenkgetriebes. Fortschritt Berichte, VDI-Zeitschrift, Serie 1, Nr.19, 1970.
52. Jasinski, F.W., Lee, H. C. și Samor, G... - Stability and steady-state vibrations in a high-speed slider-crank mechanism. Ann. Paper No. 70-APU-300 (1970).
53. Visconti, B.V. și Ayre, R.S. - Nonlinear dynamic response of elastic slider-crank mechanism. In : Trans. ASME, Series B, J. Engng. Ind. Vol. 93, 1971, pp.251-262.
54. Visconti, B.V. - Dynamic response of the slider-crank mechanism with an elastic connecting rod. Ph.D. Diss., Univ. of Ulm, 1968.
55. Alexander, R. și Lawrence, R.L. - Experimentally determined dynamic strains in an elastic mechanism. In : Trans. ASME, Series B, J. Engng. Ind. Vol. 97, 1975, No. 3, pp.791-794.

56. Midha,A., Erdman,A.G. și Frohib,D.A. An approximate method for the dynamic analysis of elastic linkages. In : Trans.ASME.Seria B, J. Engng. Ind. Vol. 99, 1977, No-2, pp. 449-455.
57. Thomson,E.S. și Barr,A.D.S. A variational principle for the elastodynamic motion of planar linkages. In : Trans.ASME.Seria B, J. Engng. Ind. Vol. 98, 1976, No-4, pp.1306-1312.
58. Svitsunov,V.E. și Kaplin,A.F. Calculation of actuating mechanisms of crank machinery with due regard for distributed loads and play in moving joints. In : Russian Engineering Journal. Vol.56, 1976, No.6, pp.19-23.
59. Timošenko,S. - Vibration Problems in Engineering. Van Nostrand, Princeton (N.J.), 1955.
60. Golebiewski,E.P. și Sadler,J.P. Analytical and experimental investigation of elastic slider-crank mechanisms. In : Trans.ASME.Seria B, J. Engng. Ind. Vol. 98, 1976, No.4, pp. 1266-1271.
61. Mayer zur Capellen,W. și Houben,H. Untersuchungen über elastische Schwingungen in periodischen Getrieben. In : Försch.Ber.Landes N Rhein-Westf., no.1394, 1964.
62. Bat', M.I. - Ecuații de mișcare ale unui mecanism plan cu un element intermediar elastic (în limba rusă). In : Trudy Instituta mașinovedenija, Seminar po Teorij mašin i mehanizmov. XI, Nr.44, AN SSSR, 1952.
63. Koževnikov,S.N. (ed.) - Dinamika mašin. Moshinostroeenie, Moscow, 1969.
64. Carlson,R.G. - On the parametric excitation of a certain strongly nonlinear system. Dr. Diss. Yale University, 1966.

65. Pasin,F. - Die Stabilität der Schwingungen in schwingenden Kurbelschleifen.In: Z. Angew.Math.Mech., Vol.49, 1969, pp.251-253.
66. Sadler,J.P. și Sandor,G.N.- Kineto-elastodynamic harmonic analysis of four-bar path generating mechanisms.ASME Paper No.70-Mech-61.
67. Chakraborty,J. și Khare,A.K.- Kineto-elastodynamic analysis of slider-crank mechanism with a flexible attached slide.In : Trans.ASME.Seria B, J.Engng. Ind.Vol.97, 1975, No.1, pp.308-313.
68. Sadler,J.P. - On the analytical lumped-mass model of an elastic four bar mechanism.In :Trans. ASME,Seria B, J.Engng. Ind.Vol.97, 1975, No.2, pp.561-565.
69. Bahgat,B.M. și Willmert,K.D. - Finite element vibrational analysis of planar mechanisms.In : mechanism and machine Theory, Vol.11, 1976, No.1.
70. Armentrout,T.B. și Chen,F.Y.- Dynamic response of a harmonic spatial slider-crank mechanism.In Proceedings of the Third World Congress for the Theory of Machines and Mechanisms, Kupari, Yugoslavia, 1971, vol.F, Paper F1, pp.1-36.
71. Buculei,M. - Ecuații de mișcare pentru elementele liniar elastice ale mecanismelor plane.In: Noutăți în mecanisme și organe de mașini. Lucrările Simpozionului Proiectarea asistată de calculator, Brașov, 1978, vol. 1, pp.37-42.
72. Rao,A.C. - A general method for elastodynamic analysis of linkages.In : Al doilea simpozion internațional de mecanisme și metode de proiectare cu ajutorul calculatorului.București, 1977. comunicări. Vol.1-3, pp.585-590.

73. Kluge, F. - Zur Ermittlung kritischer Drehzahlen von Kurbelwellen. In : Ingenieur Archiv, Vol. 2, 1931, pp. 119-139.
74. Chen, C.S. - Resonanzauschläge und Dämpfung der Drehschwingungen in Kolbenmaschinen. Dissertation. T.H. Stuttgart, 1966.
75. Weidenhammer, F. - Rheolineare Drehschwingungen in Kolbenmotoren. In : Ingenieur-Archiv, Vol. 23, 1955, pp. 262-269.
76. Holzweissig, F. Dresig, H. și Tersch, H. - Über die Berechnung des dynamischen Verhaltens von ungleichförmig übersetzen Getrieben innerhalb einer Schwingungskette. In : Maschinenaufbau, Vol. 12, 1965, pp. 555-559.
77. Tersch, H. - Schwingungen von Mechanismen mit mehreren Freiheitsgraden. In : Proceedings of the International Conference on Machines and mechanisms. Varna, 1965, Vol. 3, pp. 29-42.
78. Tersch, H. - Schwingungen in Mechanismen. In : Maschinenaufbau, Vol. 14, 1965, pp. 601-606.
79. Meyer zur Capellen, W. - Torsional vibrations in the shafts of linkage mechanisms. In : Trans. ASME, Series B, J. Engng. Ind. Vol. 89, 1967, pp. 126-136.
80. Meyer zur Capellen, W. și Houben, H. - Torsionsschwingungen im An- und Abtrieb von Vierradlenkgetrieben. In : Forsch. Ber. Bundes Materialf. No. 1429, 1965.
81. Kohli, D., Hunter, D. și Sandor, G.N. - Elastodynamical analysis of a completely elastic system. In : Trans. ASME, Series B, J. Engng. Ind. Vol. 99, 1977, No. 3, pp. 604-609.
82. Habiger, A. - Das dynamische Verhalten des Drehstrom-Asynchronmotors bei kleinen periodischen Drehmomentänderungen. In : Maschinenaufbau, Vol. 16, 1967, pp. 279-285.

83. Müller,D. - Das Verhalten einer Klasse schwingungsfähiger linearer mechanischer systeme bei Beachtung der elektrischen Ausgleichsvorgänge im Antrieb (Asynchronmaschine). In : Maschinenbautechnik, Vol.16, 1967, pp. 575-578.
84. Houben,H. - Das Verhalten von Asynchronmotoren in Maschinen mit periodisch veränderlicher reduzierter Masse. In : Industrie-Anzeiger, Vol.90, 1968, pp.1767-1768.
85. Houben,H. - Erzwungene und freie Drehschwingungen sowie ihre Instabilitäten erster und zweiter Art in maschinensätzen mit antriebendem Asynchronmotor. In : Fortschritt.Berichte, VDI-Zeitschrift, Seria 9, Nr.8, 1970.
86. Lowen,G.G. și Jandrasits,W.G.- Survey of investigations into the dynamic behaviour of mechanisms containing links with distributed mass and elasticity. In : Mechanism and machine Theory, Vol.7, 1972, pp.3-18.
87. Groșanu,I. și Kovács,Fr.- Vibrațiile parametrice ale mecanismelor cu bare articulate. In : Al doilea Simpozion de mecanisme și transmisii mecanice, Reșița, 1975, Vol.6, pp.1749-1758.
88. Shoup,T.E. și Mc Larnan,C.W. - A survey of flexible link mechanisms having lower pairs. In : Journal of mechanisms, Vol.6, 1971, nr.1, pp.97-105.
89. Buculei,M. - Contribuții la analiza termocinematică matriceala a multipolilor cinematici cu elemente linear elastice. In : Al doilea Simpozion de mecanisme și transmisii mecanice, Reșița, 1976, vol.2, pp.409-439.
90. Buculei,M. și Marghitu,D.B.- Influența unui cimp de temperaturi aleatoriu asupra vibrațiilor elementelor cinematice ale mecanismelor plane. In : Simpozionul de mecanisme și transmisii mecanice, Timișoara, 1980, vol.2, pp.43-52.

91. Van Sickle,R.C. și Goodman,T.P. - Spring actuated linkage analysis to increase speed.In : Product Engineering, Vol.24, 1955, pp.152-158.
92. Matthew,G.K. și Tesar,D.-Synthesis of spring parameters to satisfy specified energy levels in planar mechanisms.In : Trans.ASME.Seria B,J.Engng.Ind.Vol.99,1977,Nr.2,pp.341-346.
93. Lakshminarayana,K. și Dizioglu,B.- Synthesis of spring-restrained mechanisms for amplitude-independent natural frequency of oscillation. In : Mechanism and Machine Theory, Vol. 7, 1972, Nr.2, pp.167-190.
94. Lakshminarayana,K. și Dizioglu,B.- Synthesis of mechanisms for amplitude-independent period of free oscillation.In : Proceedings of the Third World Congress for Theory of Machines and mechanisms,Kupari,1971, Vol.A,Paper A-13,pp.143-156.
95. mahig,J.
  - minimization of mechanism oscillations through flywheel tuning.ASME Paper No. 70-Mech.-15 1970 .
96. Genova,P.I.
  - Synthesis of spring equivalent to flywheel for minimal coefficient of fluctuation.ASME Paper No.68-mech-65 1968 .
97. Genova,P.I.
  - An optimal synthesis of the balancing spring mechanisms.In : Proceedings of the Second International Congress on the Theory of Machines and mechanisms. Zakopane,1969.
98. Tesar,D.
  - mechanisms design takes on new ways to solve industry's problems.Product Engineering,1970,pp.46-47.
99. Skreiner,M.
  - dynamic analysis used to complete the design of a mechanism.In : Journal of mechanism, Vol.5, 1970, pp.125-130.

100. Haunder,L. - The balancing of elastically coupled mechanisms.In : Proceedings of the Third World Congress for the Theory of machines and mechanisms,Kupari,1971, Vol.B,Paper B9,pp.105-114.
101. Sevak,N.M. și Mc Larnan,C.W.- Optimal synthesis of flexible link mechanisms with large static deflections.In : Trans.ASM, Seria B,J. Engng. Ind.Vol.97,1975,Nr.2,pp.520-526.
102. Rao,A. C. - Dynamic synthesis of a 2-degree-of-freedom function-generator with flexible element .In : mechanism and machine Theory,Vol.13,1978,Nr.5,pp.529-532.
103. Winfrey,R. C. - Elastic link mechanism dynamics.In : Trans.ASM, Seria B,J. Engng. Ind.Vol.91, pp.268-272.
104. Hartenberg,R.S. și Denavit,J.- Kinematic Synthesis of Linkages. McGraw-Hill, New York,1964.
105. Imam,I. și Sandor,G.N.- High speed mechanism design - A general analytical approach.In : Trans. ASM, Seria B,J. Engng. Ind.Vol.97,1975. Nr.2,pp.609-628.
106. Erdman,A.G.,Sandor,G.N. și Oakberg,R.G.- A general method for kineto-elastodynamic analysis and synthesis of mechanism.ASM Paper No./1-WA/DE-6.
107. Ifrim,M. - Analiza dinamica a structurilor și inginerie seismica. Editura didactică și pedagogică,București,1975.
108. Massonet,Ch.ș.a. - Calculul structurilor la calculatoare electronice. Editura tehnică,București, 1974.
109. Imam,I. și Sandor,G.N.-A general method of kineto-elastodynamic design of high speed mechanism.In: mechanism and machine Theory,Vol.3,1973, Nr.4,pp.497-516.

110. Peleădi, Chr. și Pandrea, N.- Analiza cinetoelastodinamică a diapei 3 R prin metoda elementelor finite. In : Buletinul științific și tehnic al Institutului politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Seria Mecanică, Tom 25 (39), Fasc. 1, 1980.
111. Pandrea, N. și Nicolaescu, N.- Analiza cinetoelastodinamică a mecanismelor plane cu couple superioare prin metoda elementelor finite. In: Simpozionul de mecanisme și transmisiile mecanice, Timișoara, 1980, vol. 1, pp. 255-262.
112. Erdman, A.G., Sandor, G.N. și Oakberg, R.G.- Towards a theory of kineto-elastodynamic synthesis of mechanisms. In : Transactions of the Twelfth British Theoretical Mechanics Colloquium, U.of East Anglia, Norwich, 1970.
113. Erdman, A.G. și Sandor, G.N.- Kinetoelastodynamics - A frontier in mechanism design. In : Mech. Engng News, Vol. 7, 1970, pp. 27-28.
114. Erdman, A.G., Imam, I. și Sandor, G.N.- Applied kineto-elastodynamics. In : Proceedings of the 2nd OSU Applied mechanisms Conference, Stillwater (Oklahoma), 1971.
115. Savii, G.  
- Metodă de analiză dinamică a mecanismelor, asistată de calculator numeric automat. In : Simpozionul de mecanisme și transmisiile mecanice, Timișoara, 1980, Vol. 1, pp. 283-286.
116. Bagci, C.  
- Dynamic motion analysis of plane mechanisms with Coulomb and viscous damping via the joint force. In : Trans. ASME, Seria B, J. Engng Ind., Vol. 97, 1975, Nr. 2, pp. 551-560.
117. Mădăras, L. și Savii, G. - Studiul influenței frecărilor asupra rezultatelor analizei cinetoelastodinamice.

- mice a mecanismelor mașinilor de cusut.  
In : Al doilea simpozion internațional  
de mecanisme și metode de proiectare cu  
ajutorul calculatorului.București,1977.  
comunicări.Vol.I-2,pp.345-352.
118. \*\*\* - Manualul inginerului mecanic.Materiale.  
Rezistența materialelor.Stabilitate elas-  
tică.Vibratii.Editura tehnică,București  
1973 .
119. Wenzke,W. - Zur Ableitung der dynamischen Kennlinie  
des Asynchronmotors im Hinblick auf die  
Berechnung von Schwingungserscheinigun-  
gen in Antriebsanlagen.In :Wissenschaft-  
liche Zeitschrift der Technischen Hoch-  
schule Otto von Guericke,Magdeburg,Vol.  
14,1970,Heft 5/6,pp.517-523.
120. Kelemen,A. - Acțiونări electrice.Editura didactică și  
pedagogică,București,1976.
121. Nasar,S.A. și Scott,J.B.- A numerical solution of the state  
equation of an energy converter with  
time varying coefficients.In : IEEE  
Transactions on Circuit Theory,Vol.CT-18,  
1971,Nr.4,pp.467-469.
122. Nasar,S.A. și Scott,J.B.- Time-domain formulation of the dyna-  
mics of induction motors.In : Int.J.  
Electr.Engng Educ.,Vol.11,1973,pp.36-44.
123. Savii,G. și Madáras,L.- Metodă de determinare a influenței mo-  
torului electric asincron de antrenare  
asupra dinamicii mecanismelor.In : Nou-  
tați în mecanisme și organe de mașini.  
Lucrările simpozionului "Proiectarea  
asistată de calculator".Brașov,1978.Vol.  
1,pp.81-88.
124. Dorn,W.S. și Mc Cracken,D.D.- Metode numerice cu programe în  
FORTRAN IV.Editura tehnică,București,  
1976.

125. Fox,R.L. și Gupta,K. C. - Optimization technology as applied to mechanism design.In : Trans. ASME, Seria B,J. Engng Ind.Vol.93, 1973.Nr.2,pp.657-663.
126. Savii,G. și Mădăras,L. - Metodă de analiză cinetodinamică complexă a mecanismelor componente ale mașinilor de cusut.In : Al doilea Simpozion internațional de mecanisme și metode de proiectare cu ajutorul calculatorului.București, 1977. Comunicări.Vol.I-2,pp.345-352.
127. Silaș,Gh. - Mecanică.Vibrării mecanice.Editura didactică și pedagogică,București, 1968.
128. Imam,I.,Sandor,G.N. și Kramer,S.N.- Deflection and stress analysis in high speed planar mechanisms with elastic links.In : Trans.ASME, Seria B,J. Engng Ind.Vol.93,1973,Nr.2, pp.541-548.
129. Savii,G. - Contribuții la determinarea caracteristicilor dinamice ale mecanismelor articulate cu elemente elastice.In : Buletinul științific și tehnic al Inst.polit."Traian Vuia",Timișoara, Seria Mecanică.Tom 21 (35).Fascicula 2-1976,pp.151-152.
130. Savii,G. - Metodă de analiză dinamică a mecanismelor cu elemente deformabile cu aplicație în mecanica fină.In : Simpozionul de mecanisme și transmisii mecanice.Timișoara,1980.Vol.4,pp. 49-54.
131. Savii,G. și Ioanovici,Fr.-Asupra determinării caracteristicilor vibratorii ale mecanismelor.In : Simpozionul de mecanisme și transmisii mecanice.Timișoara,1980.Vol.2,pp.79-86.

132. Freudenstein,F. și Sandor,G.N. - Synthesis of path-generating mechanisms by means of a programmed digital computer.In : Trans.ASM, Seria B,J.Engng.Ind.Vol.81,1959,Nr.2, pp.159-168.
133. Savii,G. și Kovacs,Fr. - Design of planar binary links of imposed length containing revolute joints.In : Buletinul științific și tehnic al Inst.polit."Traian Vuia", Timișoara.Seria Mecanică.Tom 23 (37). Fascicula 2-1978,pp.188-190.
134. Kovacs,Fr.,Perju,D. și Savii,G. - Metode noi în sinteza mecanismelor.Editura Facla.Timișoara, 1976.
135.               \*\*\*                             - manualul inginerului mecanic.Tehnologia construcțiilor de mașini.Editura tehnică.București,1972.
136. Dancea,I.                                     - Metode de optimizare.Colecția Informatica.Editura Dacia, Cluj-Napoca,1976.
137. Steinbuch,K.                                     - Taschenbuch der Nachrichtenverarbeitung.Zweite überarbeitete Auflage. Springer Verlag,Berlin/Heidelberg/New York,1967.
138. Theekston,G.                                     - How to choose a printer ? In : Systems International.Vol.8,1980.Nr.4,pp.53,54.
139. Perju,D.,Văcărescu,I. și Savii,G.G.- Asupra sintezei mecanismelor generatoare de funcțiuni cu rapoarte de transmitere negative.In : Simpozionul de mecanisme și transmisiile mecanice.Timișoara,1980.Vol.I,pp. 121-128.
140. Perju,D.,Văcărescu,I.,Mesaros-Anghel,V. și Savii,G.G.- Cu privire la sinteza mecanismelor cu elemente articulate pentru aproximarea unei funcții liniare.In : Third IFTOMM International Symposium on Linkages and Computer Aided Design Methods.Bu-

curăști, 1981, Vol. I-1, Paper 20, pp. 203-  
214.

141. Savii, G.

- Analiza cinematică a mecanismului ma-  
nivelă-balansier cu ajutorul unui cal-  
culator programabil de buzunar. In :  
Simpozionul de mecanisme și transmisii  
mecanice. Timișoara, 1980, Vol. 1, pp. 103-  
108.