

CONTRIBUȚII LA ESTIMAREA FRECVENȚEI INSTANTANEE UTILIZÂND REPREZENTĂRI TIMP-FRECVENȚĂ

Teză destinată obținerii
titlului științific de doctor inginer
la
Universitatea "Politehnica" din Timișoara
în domeniul INGINERIE ELECTRONICĂ
ȘI TELECOMUNICAȚII
de către

ing. Romulus Reiz

Conducător științific:	prof.univ.dr.ing Ioan Naforniță
Referenți științifici:	prof.univ.dr.ing. Monica Borda
	prof.univ.dr.ing. Cornelia Gordan
	prof.univ.dr.ing. Alexandru Isar

Ziua susținerii tezei: 17.11.2012

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- | | |
|------------------------|---|
| 1. Automatică | 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații |
| 2. Chimie | 8. Inginerie Industrială |
| 3. Energetică | 9. Inginerie Mecanică |
| 4. Ingineria Chimică | 10. Știința Calculatoarelor |
| 5. Inginerie Civilă | 11. Știința și Ingineria Materialelor |
| 6. Inginerie Electrică | |

Universitatea „Politehnica” din Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2006

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității „Politehnica” din Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221
e-mail: editura@edipol.upt.ro

Cuvânt înainte

Teza de doctorat a fost elaborată în cadrul Departamentului de Comunicații al Universității „Politehnica” din Timișoara.

În primul rând mulțumiri deosebite se cuvin conducătorului de doctorat prof.dr.ing. Ioan Naforniță, fără al cărui ajutor de specialitate și moral, de-a lungul anilor, această lucrare nu ar fi existat. Domnul profesor m-a îndrumat cu multă pricepere și vreau să-i mulțumesc pentru cunoștințele împărtășite, susținerea și înțelegerea pe care mi le-a acordat și pentru ajutorul oferit structurarea acestei teze de doctorat.

Doresc de asemenea să le mulțumesc referenților științifici ai tezei, pentru profesionalismul cu care au analizat această lucrare, și pentru efortul pe care l-au făcut pentru a participa la susținerea publică a tezei.

Mulțumesc pe această cale și colegilor din cadrul Departamentului de Electronică și Telecomunicații de la Universitatea din Oradea pentru încurajările sfaturile și susținerea oferită de-a lungul anilor de pregătire doctorală.

Nu în ultimul rând, mulțumesc din suflet mamei mele, pentru toată înțelegerea și sprijinul acordat, deoarece a fost alături de mine necondiționat în toate momentele dificile prin care am trecut.

Timișoara, Octombrie 2012

Reiz Romulus

Reiz, Romulus

Contribuții la estimarea frecvenței instantanee utilizând reprezentări timp-frecvență

Teze de doctorat ale UPT, Seria 7, Nr. 50, Editura Politehnica, 2012, 144 pagini, 72 figuri, 14 tabele.

ISSN: 1842-7014

ISBN: 978-606-554-556-4

Cuvinte cheie: semnale nestaționare, frecvență instantanee, reprezentări timp-frecvență, estimare

Rezumat:

Scopul principal al tezei este de a propune și studia metode de estimare a frecvenței instantanee a semnalelor nestaționare. Sunt prezentate principalele metode de estimare a frecvenței instantanee disponibile în prezent. A fost conceput un algoritm propriu pentru estimarea frecvenței instantanee a semnalelor nestaționare, bazat pe detecția maximelor locale ale reprezentărilor timp-frecvență. Simulările prezentate, bazate pe acest algoritm propriu au ca țel testarea metodei de estimare a frecvenței instantanee pentru mai multe tipuri de semnale nestaționare modulate în frecvență, la diverse valori ale raportului semnal-zgomot. S-au folosit reprezentări timp-frecvență liniare și biliniare. S-a propus și utilizarea unei reprezentări timp-frecvență compusă, obținută prin produsul dintre reprezentările Fourier-scurtă și Wigner-Ville, cu scopul îmbunătățirii estimării frecvenței instantanee. De asemenea se urmărește compararea acestor metode de estimare cu cele convenționale, a avantajelor și dezavantajelor lor. Concluziile obținute în lucrare pot fi utilizate în alegerea unui anumit tip de reprezentare timp-frecvență, în vederea analizării unui semnal nestaționar, cu scopul obținerii de rezultate cât mai corecte în prezența zgomotelor perturbatoare

CUPRINS

Abrevieri	1
Lista tabelor	2
Lista figurilor.....	3
1. Introducere	7
1.1. Noțiuni generale	7
2. Prezentarea și interpretarea noțiunii de „frecvență instantanee”	9
2.1. Conceptul de frecvență instantanee.....	10
2.1.1 Conceptul de frecvență	10
2.1.2 Generalizarea conceptului de frecvență la semnalele nestaționare	11
2.1.3 Interpretarea frecvenței instantanee	15
2.2 Tehnici de estimare a frecvenței pentru semnale staționare	18
2.2.1. Estimarea parametrilor unui semnal sinusoidal	19
3. Tehnici de estimare a frecvenței instantanee	24
3.1. Estimarea diferenței de fază a unui semnal analitic	24
3.2. Versiuni netezite ale estimatorilor diferenței de fază	26
3.3. Estimarea frecvenței instantanee prin metoda trecerilor prin zero.....	27
3.4. Estimarea adaptivă a frecvenței instantanee	29
3.4.1 Algoritmul LMS	30
3.4.2. Algoritmul RLS	31
3.5. Estimarea frecvenței instantanee pe baza momentelor distribuțiilor timp-frecvență	32
3.6. Estimarea frecvenței instantanee pe baza vârfurilor distribuțiilor timp-frecvență	35
3.6.1 Vârfurile transformatei Fourier-scurtă	35
3.6.2. Vârfurile distribuției Wigner-Ville	35
3.6.3. Vârfurile distribuției Wigner-Ville “încrucișată”	36
3.6.4. Vârfurile distribuției Wigner-Ville generalizată	37
3.6.5. Alte distribuții timp-frecvență	37
3.7. Estimarea frecvenței instantanee pe baza unui model auto-regresiv variabil în timp.....	37
3.8. Îmbunătățirea metodelor de estimare a legilor de variație a frecvenței instantanee prin aplicarea algoritmilor de urmărire	38
3.9. Metode de estimare a frecvenței instantanee bazate pe modelarea polinomială a fazei.....	38
3.9.1. Algoritmul de estimare a coeficienților polinomiali bazat pe metoda celor mai mici pătrate	39
3.9.1.1. Metoda de estimare a celor mai mici pătrate (LS)	39
3.9.1.2. Descrierea algoritmului liniar al celor mai mici pătrate LS.....	41
3.9.2. Estimarea frecvenței instantanee prin atribuirea unui polinom estimatorilor locale ale IF	42

4. Reprezentări timp-frecvență	44
4.1. Introducere	44
4.2. Localizarea semnalelor în timp și în frecvență. Principiul incertitudinii Heisenberg-Gabor	44
4.3. Reprezentarea timp-frecvență de tipul transformare Fourier-scurtă	46
4.4. Reprezentarea timp-frecvență de tipul funcție de incertitudine	47
4.5. Reprezentarea timp-frecvență de tipul transformare Wigner-Ville.....	48
4.6. Reprezentarea de tip timp-factor de scală	51
4.7. Reprezentări timp-frecvență pătratică.....	54
5. Estimarea frecvenței instantanee a semnalelor nestaționare folosind maximele locale ale reprezentărilor timp-frecvență	57
5.1. Descrierea algoritmului folosit	57
5.2. Generarea semnalelor de test.....	58
5.3. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat liniar în frecvență	62
5.4. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat liniar în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentării Fourier scurtă	65
5.4.1 Influența lărgimii funcției fereastră folosită la obținerea reprezentării Fourier scurtă asupra estimării frecvenței instantanee a semnalului sinusoidal modulat linear în frecvență	67
5.4.2 Influența tipului de funcție fereastră folosită la obținerea reprezentării Fourier scurtă asupra estimării frecvenței instantanee a semnalului sinusoidal modulat linear în frecvență	71
5.5. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat liniar în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentării Wigner-Ville.....	72
5.6. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat liniar în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentării Choi-Williams.....	74
5.7. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat în frecvență după o lege sinusoidală, perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentărilor Fourier scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams	77
5.8. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat în frecvență după o lege parabolică, perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentărilor Fourier scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams	82
5.9. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal cu variație bruscă a frecvenței instantanee, perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentărilor Fourier-scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams	85
5.10. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal cu variație lentă a frecvenței instantanee între regiuni unde frecvența este constantă, perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentărilor Fourier scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams	92
5.11 Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale unei reprezentări timp-frecvență obținută prin produsul dintre transformatele Fourier-scurtă și Vigner- Ville	96

5.12 Comparație cu alte metode de estimare a frecvenței instantanee a unui semnal modulat în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian	104
6. Contribuții și concluzii	110
Bibliografie	113
Anexa 1.....	120
Anexa 2.....	121
Anexa 3.....	123
Anexa 4.....	125
Anexa 5.....	127
Anexa 6.....	130
Anexa 7.....	132
Anexa 8.....	134

ABREVIERI

AR – Auto Regressive
BFD - Backward Finite Difference
CFD - Central Finite Difference
CRB - Cramer-Rao Bound
CW - Choi-Williams
CWT - Continuous wavelet transform
FFD - Forward Finite Difference
FFT - Fast Fourier Transform
FM - Frequency Modulation
FT - Fourier Transform
IF - Instantaneous Frequency
IFT - Inverse Fourier Transform
LMS – Least Mean Square
LS - Least Square
ML Maximum Likelihood
PLL Phase Locked Loop
RADAR Radio Detection and Ranging
RLS - Recursive Least Square
SONAR – Sound Navigation and Ranging
STFT – Short Time Fourier Transform
TFTB – Time Frequency Toolbox
WVD – Wigner-Ville Distribution

LISTA TABELELOR

3.1 Coeficienții estimatorilor de tip CFD

5.1: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Fourier-scurtă obținută utilizând o funcție fereastră de tip Hamming

5.2: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Fourier-scurtă obținută utilizând funcții fereastră de mai multe feluri

5.3: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Wigner-Ville pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.4: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformarea Choi-Williams pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.5: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformarea Choi-Williams cu rezoluție modificată în domeniile timp și frecvență, pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.6: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat sinusoidal, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.7: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat parabolic în frecvență, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.8: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului caracterizat prin modificări bruște de frecvență, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW), pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.9: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului având modificări liniare ale frecvenței între porțiuni cu frecvența constantă, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW), pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.10: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat liniar în frecvență, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) și produsul dintre transformările STFT și WV pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.11: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat parabolic în frecvență, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și produsul dintre STFT și WV pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.12: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat liniar în frecvență, folosind diferențierea fazei semnalului, un algoritm autoregresiv în timp și momentul de ordinul întâi a transformării Fourier-scurtă (STFT)

5.13: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat sinusoidal în frecvență, folosind diferențierea fazei semnalului, un algoritm autoregresiv în timp și momentul de ordinul întâi a transformării Fourier-scurtă (STFT)

LISTA FIGURILOR

- 2.1 Semnalul chirp. Timpul dintre două treceri prin zero este din ce în ce mai mic. Un astfel de semnal nu este staționar
- 2.2. Mișcare armonică
- 3.1. Legea de variație a IF pentru un semnal modulat liniar în frecvență, obținută prin utilizarea momentului de ordinul întâi al distribuției Wigner-Ville
- 3.2. Legea de variație a IF pentru un semnal modulat liniar în frecvență, obținută prin utilizarea momentului de ordinul întâi al distribuției Wigner-Ville, urmată de o filtrare în domeniul timp
- 4.1. Exemplu de funcție undișoară
- 4.2. Acoperirea planului timp-frecvență cu celule de rezoluție diferită în funcție de tipul transformării. a) celule de rezoluție constantă pentru transformata Fourier-scurtă; b) celule de rezoluție variabilă pentru transformata undișoară
- 4.3. Reprezentarea transformărilor Fourier-scurtă și undișoară pentru semnalul reprezentat de un impuls Dirac. a) transformarea Fourier-scurtă; b) transformarea undișoară
- 5.1. Variația în timp a frecvenței instantanee a semnalului chirp linear
- 5.2. Variația în timp a semnalului modulat sinusoidal în frecvență și a frecvenței instantanee a acestui semnal
- 5.3. Variația în timp a semnalului modulat parabolic în frecvență și a frecvenței instantanee a acestui semnal
- 5.4. Semnal nestaționar cu variație bruscă a frecvenței instantanee
- 5.5. Semnal nestaționar cu variație lentă a frecvenței instantanee
- 5.6. Reprezentarea de tip Fourier scurtă a semnalului modulat liniar în frecvență
- 5.7. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă
- 5.8. Curbele de variație în timp ale frecvențelor instantanee ideală și estimată folosind reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă
- 5.9. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee folosind reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă
- 5.10. Reprezentarea de tip Fourier scurtă a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă
- 5.11. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă din figura 5.10
- 5.12. Reprezentarea de tip Fourier scurtă a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind o funcție fereastră de 33 de eșantioane
- 5.13. Reprezentarea de tip Fourier scurtă a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind o funcție fereastră de 1025 de eșantioane
- 5.14. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Fourier-scurtă obținută utilizând o funcție fereastră de tip Hamming de lungimi diferite
- 5.15. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind o funcție fereastră Hamming de 129 de eșantioane
- 5.16. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind o funcție fereastră Hamming de 129 de eșantioane

- 5.17. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Fourier-scurtă obținută utilizând o funcții fereastră de lungimi și tipuri diferite
- 5.18. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -5dB
- 5.19. Secțiune prelevată la eșantionul cu numărul 1000 prin reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -5dB
- 5.20. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.21. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind reprezentarea Choi-Williams
- 5.22. Secțiune prelevată la eșantionul cu numărul 1000 prin reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.23. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului modulat sinusoidal în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.24. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat sinusoidal în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.25. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului modulat sinusoidal în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.26. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat sinusoidal, utilizând maximele transformărilor Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot
- 5.27. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat sinusoidal în frecvență. Se pot observa termenii de interferență
- 5.28. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee a semnalului folosind reprezentarea Choi-Williams
- 5.29. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.30. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.31. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.32. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat după o lege parabolică, utilizând maximele transformărilor Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot
- 5.33. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului caracterizat prin modificări bruște de frecvență, acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă și având un raport semnal-zgomot de -2dB

- 5.34. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului caracterizat prin modificări bruște de frecvență, acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă și având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.35. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului caracterizat prin modificări bruște de frecvență, acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă și având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.36. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee a semnalului cu SNR -2dB, folosind reprezentarea Fourier-scurtă. Erorile sunt mari la momentul apariției saltului de frecvență
- 5.37. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, obținute cu reprezentarea Fourier-scurtă
- 5.38. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului având modificări bruște de frecvență. Prezența termenilor de interferență poate fi observată cu ușurință
- 5.39. Curbele de variație în timp ale frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul fără zgomot, obținute cu reprezentarea Wigner-Ville
- 5.40. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee a semnalului fără zgomot, obținută cu reprezentarea Wigner-Ville
- 5.41. Curba de variație în timp a frecvenței instantanee a semnalului de test
- 5.42. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.43. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.44. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.45. Curbele de variație în timp ale frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul cu SNR-2dB, obținute cu reprezentarea Fourier-scurtă
- 5.46. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul cu SNR-2dB, obținute cu reprezentarea Choi-Williams
- 5.47. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul cu SNR-2dB, obținute cu reprezentarea Wigner-Ville
- 5.48. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.49. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă din figura 5.48
- 5.50. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.51. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență de tip Wigner-Ville din figura 5.50
- 5.52. Reprezentare timp-frecvență obținută prin produsul dintre reprezentările Fourier scurtă și Wigner-Ville a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB
- 5.53. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență din figura 5.52
- 5.54. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, utilizând maximele transformărilor Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV), Choi-Williams (CW) și STFT*WV pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot
- 5.55. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

- 5.56. Reprezentare timp-frecvență obținută prin produsul dintre reprezentările Fourier scurtă și Wigner-Ville a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB.
- 5.57. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat parabolic, utilizând maximele transformărilor Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și STFT*WV pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot
- 5.58. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat liniar în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin diferențierea fazei semnalului
- 5.59. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat liniar în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin utilizarea unui algoritm autoregresiv
- 5.60. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat liniar în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin folosirea momentului de ordinul întâi al distribuției timp-frecvență de tip Fourier Scurtă
- 5.61. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat liniar în frecvență, folosind diferențierea fazei semnalului, un algoritm autoregresiv în timp și momentul de ordinul întâi a transformării Fourier-scurtă (STFT)
- 5.62. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat sinusoidal în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin diferențierea fazei semnalului
- 5.63. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat sinusoidal în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin utilizarea unui algoritm autoregresiv
- 5.64. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat sinusoidal în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin folosirea momentului de ordinul întâi al distribuției timp-frecvență de tip Fourier Scurtă
- 5.65. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat sinusoidal în frecvență, folosind diferențierea fazei semnalului, un algoritm autoregresiv în timp și momentul de ordinul întâi a transformării Fourier-scurtă (STFT)

1. INTRODUCERE

1.1. Noțiuni generale

Un semnal este suportul fizic al unei informații. Ca urmare, el poate fi de origine foarte variată (acustică, radioelectrică, optică, mecanică, electrică,...), dar în ciuda acestei diversități el reprezintă în general evoluția temporală a unei mărimi necesară unuia sau mai multor utilizatori, care analizează semnalul primit căutând să extragă acea informație pe care o consideră utilă. Extragerea acestei informații se numește măsurare și manipularea rezultatului măsurării depinde de "lizibilitatea" semnalului analizat.

Reprezentarea semnalelor netaționare este o problemă majoră în multe domenii legate de prelucrarea de semnale. Distribuțiile timp-frecvență au fost introduse cu scopul de a oferi o soluție generală acestei probleme, și pot fi considerate ca fiind o extensie a analizei spectrale clasice de tip Fourier. Aceasta din urmă este adaptată în special analizei semnalelor staționare sau cvasi-staționare, în timp ce distribuțiile timp-frecvență sunt dedicate semnalelor netaționare. Un concept important în alegerea practică a distribuției timp-frecvență care va fi folosită la analiza unui semnal este reprezentat de frecvența instantanee. Acesta este un parametru care corespunde cu frecvența unui semnal sinusoidal care se potrivește local cel mai bine cu semnalul supus analizei. Frecvența instantanee a unui semnal este un parametru utilizat în telecomunicații, prelucrări ale semnalelor seismice și ale semnalelor radar precum și în diverse aplicații biomedicale. Importanța frecvenței instantanee rezultă din faptul că, în multe situații, semnalele analizate sunt netaționare, un exemplu simplu fiind semnalele biomedicale.

Lucrarea prezintă o trecere în revistă a unor aspecte legate de analiza semnalelor netaționare. În capitolul 2 se prezintă conceptul de frecvență instantanee și algoritmi de determinare a legii de variație a acesteia pentru semnale staționare și netaționare. La începutul capitolului, se realizează un scurt istoric al noțiunii de frecvență și generalizarea acestei noțiuni pentru cazul semnalelor netaționare. Apoi, se introduc definițiile pentru frecvența instantanee, timpul de întârziere de grup și semnalul analitic.

În capitolul 3 este realizată o trecere în revistă a tehnicilor disponibile în prezent pentru estimarea frecvenței instantanee. Sunt prezentate metode bazate pe operația de diferențiere a fazei semnalului analitic, metoda trecerilor prin zero, metode de estimare adaptivă bazate pe algoritmul LMS sau RLS, metode care folosesc bucle PLL, estimări bazate pe momentele sau vârfurile distribuțiilor timp-frecvență și metode care folosesc un model polinomial pentru a reprezenta faza semnalului. Se va aprofunda doar cazul semnalului modulat în frecvență cu o singură componentă spectrală, dar se vor sugera soluții și pentru cazul semnalelor cu mai multe componente.

Metodele de determinare ale frecvenței instantanee reprezintă o extindere a procedurilor dedicate estimării frecvenței semnalelor staționare pentru semnale al căror parametri variază în timp. Diversele metode care au fost dezvoltate pentru obținerea unei estimări performante de frecvență sunt descrise pe scurt în capitolul al 3-lea. În cazul semnalelor netaționare modulate în frecvență, legea de variație a

frecvenței poate fi considerată a fi un spațiu continuu de frecvențe diferite. În acest caz, se consideră că frecvențele de la un anumit moment de timp sunt descrise complet de conceptul de „frecvență instantanee”. Semnalele nestaționare de acest fel se întâlnesc foarte des atât în natură cât și în mediile de procesare ale semnalelor. În concluzie există o acută nevoie de tehnici de estimare a frecvenței instantanee.

În capitolul 4 sunt descrise câteva dintre reprezentările timp-frecvență mai importante, cum sunt reprezentarea de tip Fourier-scurtă, Wigner-Ville, undișoară și altele. De asemenea sunt prezentate proprietățile lor mai semnificative. În capitolul 4 se analizează de asemenea relațiile de legătură dintre conceptele prezentate în capitolele anterioare și dintre frecvența instantanee și distribuțiile timp-frecvență.

Simulările prezentate în capitolul 5 au ca țel testarea metodelor de estimare a frecvenței instantanee folosind detecția maximelor reprezentărilor timp-frecvență, compararea acestor metode, a avantajelor și dezavantajelor lor.

2. PREZENTAREA ȘI INTERPRETAREA NOȚIUNII DE „FRECVENȚĂ INSTANTANEE”

Acest capitol prezintă o trecere în revistă a teoriei necesare pentru a înțelege și utiliza noțiunea de frecvență instantanee (IF). Ca și alte concepte privind semnalele, frecvența instantanee a fost, la început, definită în contextul modulației de frecvență (FM) în domeniul comunicațiilor.

Importanța conceptului de frecvență instantanee provine din faptul că, în multe aplicații, este necesară prelucrarea unor semnale ale căror caracteristici spectrale (în particular frecvența la care apare vârful spectral) variază în timp [1]. Adeseori, astfel de semnale sunt numite și „nestaționare”, un exemplu fiind semnalul chirp, prezentat în figura 2.1.

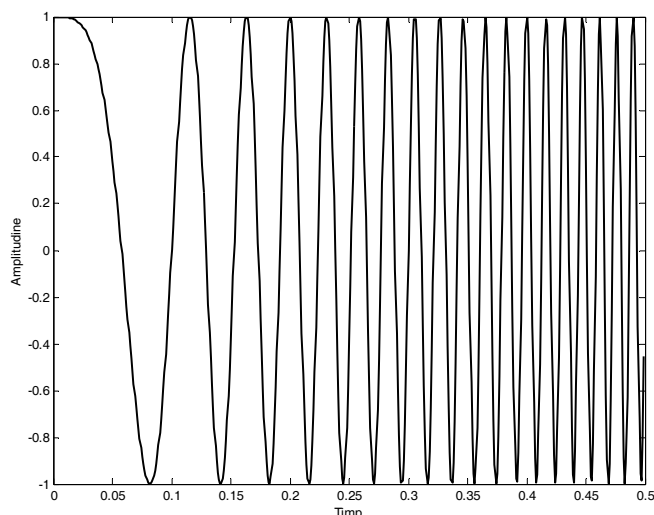


Fig.2.1 Semnalul chirp. Timpul dintre două treceri prin zero este din ce în ce mai mic. Un astfel de semnal nu este staționar

Un astfel de semnal poate fi modelat printr-o sinusoidă a cărei „frecvență” se schimbă în timp. În prelucrările din domeniul seismic, semnalele nestaționare se utilizează în locul semnalelor produse prin explozii, deoarece prezintă avantajul că se pot controla practic caracteristicile lor spectrale în aproape orice privință, incluzând durata, lățimea de bandă și energia. Astfel de semnale se utilizează, în mod curent, pentru determinarea modificării frecvenței produsă de efectul Doppler, în cazul reflexiilor RADAR [3] sau al urmăririi unor obiecte prin sistemul SONAR pasiv. Ele se mai întâlnesc în lumea vie, ca în cazul sistemelor de ecolocație ale lilieciilor [4].

Pentru aceste semnale, frecvența instantanee este un parametru important, variabil în timp, ce localizează vârful spectral al semnalului pe axa frecvenței. IF poate fi interpretată conceptual ca fiind frecvența unei sinusoide care se „potrivește”

local „cel mai bine” cu semnalul supus analizei [1]. Din punct de vedere fizic, o astfel de abordare are sens numai pentru semnalele monocomponentă.

2.1. Conceptul de frecvență instantanee

2.1.1 Conceptul de frecvență

În mecanică frecvența mișcării oscilatorii este definită ca fiind numărul de oscilații efectuate în unitatea de timp. Într-o singură oscilație, corpul ce efectuează oscilațiile pleacă din punctul de echilibru, ajunge la o extremă, apoi la cealaltă extremă și revine în punctul de echilibru în același sens de mișcare cu începutul [1].

Un tip aparte de mișcare oscilatorie este oscilația armonică, în care accelerația este proporțională cu elongația (deplasarea față de punctul de echilibru) și este îndreptată întotdeauna, ca sens, spre punctul de echilibru. Atunci când un corp greu se mișcă cu viteza unghiulară ω , constantă, pe un cerc, proiecția sa pe un diametru (oarecare) este o mișcare oscilatorie armonică.

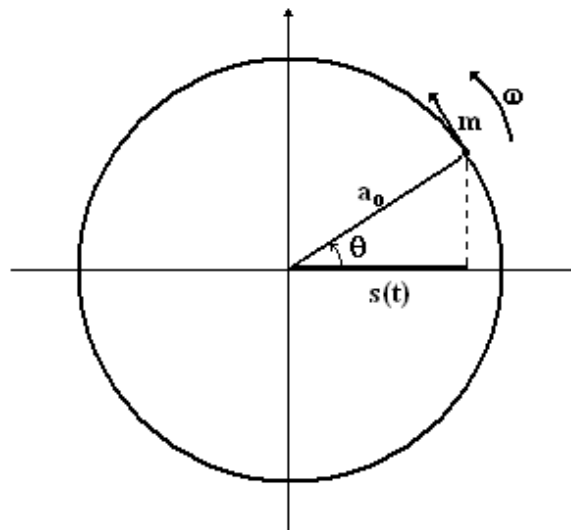


Fig.2.2. Mișcare armonică [1]. Elongația este $s(t) = a_0 \cos \theta(t)$, unde $\theta(t) = \omega t$

Elongația $s(t)$, viteza proiecției $s'(t)$ și accelerația proiecției $s''(t)$ sunt date de relațiile:

$$s(t) = a_0 \cos \theta(t) = a_0 \cos \omega t \quad (2.1)$$

$$s'(t) = -a_0 \omega \sin \omega t \quad (2.2)$$

$$s''(t) = -a_0 \omega^2 \cos \omega t = -\omega^2 s(t) \quad (2.3)$$

Frecvența f este legată de viteza unghiulară ω prin $\omega = 2\pi f$. Trebuie făcută observația că mișcarea oscilatorie armonică poate fi determinată rezolvând ecuația diferențială (2.3): $s''(t) = -\omega^2 s(t)$ ce are soluția de forma:

$$s(t) = \alpha e^{j2\pi ft} + \beta e^{-j2\pi ft} \quad (2.4)$$

Relațiile (2.1) ÷ (2.4) leagă conceptul de frecvență de un exemplu practic.

În multe aplicații se folosesc unde ce se propagă prin corpuri (solide, atmosferă, ș. a.) în care mișcarea unei particule dintr-un loc fixat poate fi descrisă printr-o oscilație armonică. Frecvența unei se definește ca fiind numărul de unde ce trece prin punctul fixat într-o unitate de timp. O prezentare a noțiunilor de frecvență, amplitudine și fază în contextul teoriei mișcării oscilatorii este prezentată în [5]. Frecvența unui curent electric într-un circuit poate fi definită într-un mod asemănător ca fiind numărul de cicluri efectuate în unitatea de timp.

Fie un semnal ce se compune dintr-o sumă ponderată de oscilații armonice. Descompunerea spectrală a unui astfel de semnal se obține prin transformarea Fourier (FT):

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.5a)$$

Valorile funcției $S(f)$ caracterizează (aproape peste tot) semnalul $s(t)$, așa că el poate fi reconstituit prin transformarea Fourier inversă (IFT):

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2.5b)$$

Ecuțiile de analiză (2.5a) și de sinteză (2.5b) sunt semnificative doar pentru semnalele staționare, adică acelea ale căror spectru $S(f)$ este constant în timp. Orice semnal staționar poate fi reprezentat ca o sumă ponderată de componente sinusoidale cu o anumită frecvență, fază și amplitudine (la o frecvență f fixată, amplitudinea și faza oscilației armonice sunt niște constante).

În mod evident, conceptul de „frecvență” este unul neambiguu pentru semnalele al căror spectru $S(f)$ este constant în timp. Lucrurile stau altfel în cazul unor semnale nestaționare.

2.1.2 Generalizarea conceptului de frecvență la semnalele nestaționare

Deoarece în mod obișnuit frecvența definește un număr de cicluri sau oscilații efectuate în unitatea de timp de către un corp aflat în mișcare periodică (deci repetitivă în mod identic cu ea însăși până la infinit), asocierea noțiunilor „instantaneu” și „frecvență” este un paradox. De fapt, noțiunea de frecvență instantanee (IF) este controversată, adaptată unei aplicații și introdusă în mod

empiric. În paragrafele următoare se vor trece în revistă anumite abordări anterioare ale IF, apărute în decursul timpului, în ideea obținerii unor clasificări.

Carson și Fry au luat în considerare, încă în 1937, o frecvență variabilă în contextul studiului circuitelor electrice [6]. Au aplicat conceptul la studiul semnalului modulat în frecvență (FM). Ei au definit semnalul FM ca fiind:

$$\omega(t) = e^{j \left[\omega_0 t + \lambda \int_0^t m(\tau) d\tau \right]} \quad (2.6)$$

unde $\omega_0 = 2\pi f_0$ este frecvența (constantă) purtătoarei, λ indicele de modulație, iar $m(t)$ un semnal modulator, având componente de joasă frecvență (în banda de bază) și $|m(t)| \leq 1$.

Cei doi au definit frecvența (unghiulară) instantanee ca fiind:

$$\Omega(t) = \omega_0 + \lambda m(t) \quad (2.7)$$

iar frecvența instantanee ciclică:

$$f_i(t) = f_0 + \frac{\lambda}{2\pi} m(t) \quad (2.8)$$

Ei au definit astfel o „generalizare” a noțiunii de frecvență, considerată ca viteză de schimbare a fazei la momentul t considerat.

În 1946 Van der Pol a abordat problema definirii frecvenței instantanee analizând o oscilație armonică simplă [7]:

$$s(t) = a \cos(2\pi f t + \theta) \quad (2.9)$$

unde a este amplitudinea, f frecvența de oscilație iar θ o constantă de fază, a fazei $\Phi(t) = 2\pi f t + \theta$. Pentru modulația de amplitudine el folosea formula:

$$a(t) = a_0 [1 + \mu g(t)] \quad (2.10)$$

pe care a extins-o și la modularea fazei, impunând:

$$\theta(t) = \theta_0 [1 + \mu g(t)] \quad (2.11)$$

Prin urmare faza $\Phi(t)$ este $\Phi(t) = 2\pi f t + \theta(t)$.

Van der Pol a semnalat faptul că pentru a obține în relația (2.9) o modulație de frecvență nu trebuie să fie valabilă egalitatea:

$$f_i(t) = f_0 [1 + \mu g(t)] \quad (2.12)$$

Punând (2.12) în (2.9) avem:

$$s(t) = a \cos\{2\pi f_0 [1 + \mu g(t)] t + \theta\} = a \cos[2\pi f_0 t + 2\pi f_0 t g(t) + \theta],$$

și deci nu se obține o formă ca (2.11).

Raționamentul l-a condus la concluzia că expresia (2.9), pentru oscilația armonică trebuie pusă sub forma:

$$s(t) = a \cos \left[\int_0^t 2\pi f_i(\tau) d\tau + \theta \right] = a \cos \phi(t) \quad (2.13)$$

ceea ce conduce la definiția frecvenței instantanee:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.14)$$

Următorul pas a fost făcut de Gabor în 1946 [8]. El a propus ca fiecărui semnal real să i se asocieze un semnal complex unic. Metoda propusă de el consta în găsirea transformatei Fourier $S(f)$ a semnalului, suprimarea componentelor de pe axa $\omega < 0$ și dublarea componentelor de pe axa $\omega > 0$. Dacă semnalul complex al lui Gabor este $z(t)$ atunci:

$$z(t) = s(t) + jH\{s(t)\} \quad (2.15a)$$

sau

$$z(t) = a(t)e^{j\phi(t)} \quad (2.15b)$$

Transformarea Hilbert, răspunsul transformatorului Hilbert este:

$$H\{s(t)\} = h(t) * s(t) = \frac{1}{\pi t} * s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(t-\tau)}{\pi\tau} d\tau \quad (2.16)$$

Semnalele $s(t)$ și $H\{s(t)\}$ sunt ortogonale, ca urmare a defazajului de 90° .

Urmând ideea lui Gabor, se poate defini un moment de ordinul n al frecvenței [9]:

$$\langle f^n \rangle = E\{f^n\} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^n |Z(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |Z(f)|^2 df} \quad (2.17)$$

Cum $|Z(f)|^2$ nu este o funcție pară, momentele de ordin impar nu sunt nule.

În 1948 Ville a unificat abordările lui Carson și Fry pe de o parte și Gabor pe de altă parte și a definit IF prin [10]:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} [\arg z(t)] \quad (2.18)$$

unde $z(t)$ este semnalul analitic al lui Gabor, dat prin relația (2.15). În [11] se prezintă modul în care poate fi obținut un semnal analitic în timp discret, pornind de la valorile reale ale semnalului în timp discret.

Ville a mers și mai departe. A afirmat că, dacă IF este variabilă în timp, trebuie să existe un spectru instantaneu în care valoarea medie a frecvențelor este chiar IF. Folosind medierea (2.17) a lui Gabor, Ville a arătat că frecvența medie în spectrul semnalului este egală cu media temporală a IF:

$$\langle f \rangle = \langle f_i \rangle \quad (2.19)$$

unde

$$\langle f \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f |Z(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |Z(f)|^2 df} \quad (\text{mediere în frecvență}) \quad (2.20a)$$

și

$$\langle f_i \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) |z(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |z(t)|^2 dt} \quad (\text{mediere în timp}) \quad (2.20b)$$

Servindu-se de rezultatele expuse, Ville a introdus o distribuție a semnalului în timp și în frecvență, cunoscută acum sub denumirea de distribuția Wigner-Ville (Wigner-Ville Distribution) sau WVD [12]:

$$W(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} z\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = F\left\{z\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right\}(t, f) \quad (2.21)$$

Transformarea WVD poate fi evaluată apelând la algoritmul FFT.

Ville a arătat că mediind $W(t, f)$ în frecvență se obține chiar IF, $f_i(t)$:

$$f_i(t) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f W(t, f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} W(t, f) df} \quad (2.22)$$

2.1.3 Interpretarea frecvenței instantanee

Pentru a obține o interpretare a noțiunii de frecvență instantanee se urmărește poziționarea unui semnal $s(t)$ în domeniul frecvență. Inițial, se construiește semnalul analitic $z(t) = a(t)e^{j\phi(t)}$ aplicând relația (2.15). Se determină apoi spectrul său $Z(f)$ cu:

$$Z(f) = \int_{-\infty}^{\infty} z(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.23)$$

$$Z(f) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)e^{j[\phi(t) - 2\pi ft]} dt \quad (2.24)$$

Aplicarea principiului fazei staționare spune că integrala va avea valoarea cea mai mare (în modul) la frecvența f_s pentru care faza este staționară, adică f_s satisface ecuația:

$$\frac{d}{dt} [\phi(t) - 2\pi f_s t] = 0 \quad (2.25)$$

ecuație ce conduce la:

$$f_s = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.26)$$

Se vede că f_s este o funcție de timp. $f_s(t)$ dă o măsură a concentrării energiei în domeniul frecvență, la momentul t . Această măsură este chiar IF pentru semnal. Această proprietate, de concentrare a energiei în domeniul frecvență explică importanța IF.

Interpretarea IF este uneori subiect de controversă. Unicitatea lui $z(t)$ și deci a fazei $\phi(t)$ este asigurată numai de semnalul analitic. Dacă există însă o corespondență cu realitatea fizică este însă o altă chestiune.

Mandel [13] a negat interpretarea fizică a IF. El a discutat relația dintre aceasta și descompunerea Fourier. El a folosit semnalul:

$$z(t) = a_1 e^{j\left(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}\right)t} + a_2 e^{j\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t} \quad (2.27)$$

$$= \left(a_1 e^{-j\frac{\Delta\omega t}{2}} + a_2 e^{j\frac{\Delta\omega t}{2}} \right) e^{j\omega_0 t}$$

$$= \left[(a_1 + a_2) \cos \frac{\Delta\omega t}{2} + j(-a_1 + a_2) \sin \frac{\Delta\omega t}{2} \right] e^{j\omega_0 t} \quad (2.28)$$

$$= \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \left(\cos^2 \frac{\Delta\omega t}{2} - \sin^2 \frac{\Delta\omega t}{2} \right)} e^{j \left[\omega_0 t + \arctg \frac{(-a_1 + a_2) \sin \frac{\Delta\omega t}{2}}{(a_1 + a_2) \cos \frac{\Delta\omega t}{2}} \right]} \quad (2.29)$$

Aplicând relația lui Ville:

$$\begin{aligned} f_i(t) &= f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{(-a_1 + a_2) \sin^2 \frac{\Delta\omega t}{2}} \cdot \frac{-a_1 + a_2}{a_1 + a_2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{\Delta\omega t}{2}} \cdot \frac{2\pi\Delta f}{2} \\ &= f_0 + \frac{\Delta f}{2} \cdot \frac{-a_1^2 + a_2^2}{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \Delta\omega t} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Spectrul $Z(f)$ constă din două linii, plasate la $f_0 - \frac{\Delta f}{2}$ și $f_0 + \frac{\Delta f}{2}$, de arii a_1 și respectiv a_2 . Ca atare, spectrul său este simetric față de f_0 , iar $f_i(t)$ arată devierea de la această valoare.

Se spune că semnalul lui Mandel nu este monocomponentă, ci bicomponentă, și deci nu se aplică un concept simplu pentru calculul frecvenței instantanee.

Mandel a promovat cu energie ideea că IF și frecvențele implicate în analiza Fourier sunt cantități diferite și că doar numele comun de „frecvență” este sursa confuziilor. Mandel a pus întrebarea: „care dintre cele două cantități este mai legată de măsurători?” Și tot el a dat răspunsul: „depinde foarte mult de natura experimentului!”.

Priestley [14] a arătat că un proces nestaționar nu poate fi reprezentat într-o manieră semnificativă prin dezvoltarea Fourier de tip (2.5b). Se consideră, spre exemplu, semnalul nestaționar cu amplitudinea gaussiană:

$$y(t) = A e^{-\frac{t^2}{\alpha^2}} \cos(2\pi f_0 t + \phi_0) \quad (2.31)$$

Pentru $\phi_0 = 0$ spectrul său este:

$$Y(\omega) = A \frac{1}{2\pi} F \left\{ e^{-\frac{t^2}{\alpha^2}} \right\} * \pi [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$$

Dar

$$F \left\{ e^{-\frac{t^2}{\alpha^2}} \right\} = \alpha \sqrt{\pi} e^{-\pi^2 \alpha^2 f^2}$$

Avem deci:

$$Y(\omega) = \frac{A\alpha\sqrt{\pi}}{2} e^{-\pi^2\alpha^2(f-f_0)} + \frac{A\alpha\sqrt{\pi}}{2} e^{-\pi^2\alpha^2(f+f_0)}$$

adică două impulsuri gaussiene centrate pe frecvențele f_0 și $-f_0$. Putem interpreta semnalul $y(t)$ și ca având doar două componente, una pe f_0 și alta pe $-f_0$, ambele

componente având însă amplitudinea variabilă, $Ae^{-\frac{t^2}{\sigma^2}}$. Cele două reprezentări sunt ambele adevărate. Ele corespund altor familii de funcții ortogonale formând o bază și utilizate în reprezentare. În prima situație se recurge la funcțiile sin și cos de amplitudine constantă (dar mai multe), iar în al doilea caz la doar câte o frecvență, dar de amplitudine variabilă.

Conform definițiilor uzuale, termenul „frecvență” este asociat cu formele oscilante ale lui sin și cos. Pentru a aplica noțiunea de frecvență la analiza semnalelor nestaționare, este necesar să se introducă o nouă familie de funcții formând o bază care să fie ele însele nestaționare, dar să aibă totuși un caracter oscilant astfel încât noțiunea de frecvență să fie aplicabilă. De aceea, Priestley a sugerat că un semnal nestaționar oarecare, $s(t)$, poate fi reprezentat sub forma:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_t(f) \cdot S(f) df \quad (2.32)$$

unde,

$$\gamma_t(f) = A_t(f) \cdot e^{j2\pi ft} \quad (2.33)$$

Abordarea lui Priestley conduce la un model în care semnalele sunt reprezentate local de către o frecvență și de către o împrăștiere (distribuție) în jurul acelei frecvențe. În reprezentarea lui Ville frecvența este întotdeauna reprezentată ca prima derivată a fazei. Cele două modele sunt înrudite dar în timp ce modelul Priestley este aplicabil semnalelor multicomponentă, modelul Ville este aplicabil numai semnalului unicomponentă.

O altă abordare este cea propusă de Cohen [1],[2]. El a dezvoltat o formulare generală privind distribuția energiei în timp și în frecvență [15]. După el, IF poate fi privită ca fiind media frecvențelor ce există în planul timp-frecvență la un moment dat [12]. Aceasta se exprimă prin:

$$\langle f_i \rangle_t = \frac{\phi'(t)}{2\pi} \quad (2.34)$$

Rihaczek [16] a investigat distribuția energiei complexe determinând punctele din plan unde se produce concentrarea ei [1], [12]. El a arătat concentrarea energiei după IF. Ackroyd [17] a extins rezultatele sale arătând că momentul de ordinul unu al distribuției Rihaczek da IF, indiferent de viteza de variație a IF. Problemele asociate cu definiția IF sunt asemănătoare cu cele asociate cu definirea amplitudinii instantanee și a anvelopei instantanee.

Așa cum s-a arătat în paragrafele anterioare, există multe căi pentru a generaliza modelele staționare și a le face potrivite pentru cazul nestaționar. În cele ce urmează, analiza se va limita la clasa semnalelor FM, adică semnale ce pot fi reprezentate de modelul:

$$s(t) = \sum_{k=1}^N s_k(t) + n(t) \quad (2.35)$$

în care $n(t)$ este o componentă de zgomot nedorită iar $s_k(t)$ sunt N componente unice nestaționare, descrise prin anvelopele $a_k(t)$ și frecvențele instantanee $f_{ik}(t)$. Semnalul analitic asociat cu $s_k(t)$ poate fi scris sub forma:

$$z_k(t) = a_k(t) \cdot e^{j\phi_k(t)} \quad (2.36)$$

în care:

$$\phi_k(t) = 2\pi \int_{-\infty}^t f_{ik}(\tau) d\tau \quad (2.37)$$

Dacă $k = 1$, $s(t)$ se va numi semnal monocomponentă. Dacă însă, $k \geq 2$ semnal are mai multe componente (semnal multicomponent [18]). Modelul (2.35), (2.36), (2.37) permite modelarea a n legi de variație temporală a frecvenței. Modelul lui Priestley este diferit prin aceea că ia în considerare existența tuturor frecvențelor și conferă o amplitudine fiecăreia dintre componente.

2.2 Tehnici de estimare a frecvenței pentru semnale staționare

În acest subcapitol sunt sintetizate câteva principii care sunt folosite în procesul de estimare, pentru a caracteriza un “estimator” bun. De cele mai multe ori, scopul este să se utilizeze estimatori consistenti și eficienți în ceea ce privește calculul statistic.

Un estimator este consistent prin definiție dacă converge asimptotic, probabilistic, spre valoarea adevărată. Pentru un asemenea estimator este valabilă relația:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P_r \left\{ \left| \hat{a} - a \right| > \varepsilon \right\} = 0 \quad (2.38)$$

unde \hat{a} este estimatorul lui a , N este numărul de eșantioane din secvența analizată, P_r este probabilitatea, iar ε este un număr pozitiv, arbitrar de mic [19].

Statistic, un estimator eficient are dispersia cea mai mică posibil din punct de vedere teoretic, dacă procesul estimării nu este polarizat. Estimatorul este nepolarizat în cazul în care dacă secvența de intrare aleatoare “ a ” are valoare medie nulă și estimata “ \hat{a} ” are valoare medie nulă. Când valoarea estimată “ \hat{a} ” nu are valoarea medie nulă estimatorul este polarizat.

Valoarea limită inferioară a dispersiei este cunoscută sub denumirea de margine Cramer-Rao (CRB), și se poate determina folosind expresia [19], [20]:

$$disp(\hat{a}) \geq \frac{1}{E\left\{\left[\frac{\partial \ln p(z; a)}{\partial a}\right]^2\right\}} \quad (2.39)$$

sau, utilizând relația echivalentă:

$$disp(\hat{a}) \geq \frac{-1}{E\left\{\left[\frac{\partial^2 \ln p(z; a)}{\partial a^2}\right]\right\}} \quad (2.40)$$

în care $\mathbf{z} = [z(1) z(2) \dots z(n)]$ este vectorul care conține eșantioanele analizate, $p(z; a)$ este funcția densitate de probabilitate (pdf) a lui z în cazul în care parametrul "a" este cunoscut, iar E simbolizează operatorul speranță matematică.

Datorită faptului că z este o mărime complexă, cu părțile reală x și imaginară y , funcția densitate de probabilitate (pdf) a lui z este egală cu densitatea comună de probabilitate a lui x și y . Acesta este motivul pentru care $p(z; a)$ este denumit deseori și funcție de verosimilitate.

În cele mai multe cazuri, estimatorii folosiți în practică nu ating marginea Cramer-Rao (CRB). Estimatorii care se obțin prin folosirea tehnicilor de maximă verosimilitate ML se aproprie cel mai mult de CRB [19]. Cu alte cuvinte, estimatorii de tip ML sunt cei care realizează o aproximare a eșantioanelor analizate cu cea mai mare probabilitate.

Deși estimatorii ML sunt eficienți din punct de vedere statistic, este cunoscut faptul că aceștia sunt problematici din punct de vedere al volumului de calcul. În aceste cazuri se utilizează estimatori suboptimali care sunt mai ușor de folosit în calcule.

2.2.1. Estimarea parametrilor unui semnal sinusoidal

Noțiunile prezentate mai sus sunt folosite uzual pentru a estima frecvența unui semnal sinusoidal, acoperit de un zgomot perturbator de tip Gaussian.

Semnalul sinusoidal poate fi reprezentat matematic cu relația:

$$z(n) = A \cdot e^{j\omega n} + \varepsilon(n) = A \cdot e^{j2\pi f_0 n} + \varepsilon(n) \quad (2.41)$$

în care A reprezintă amplitudinea sinusoidei, f este parametrul frecvență, $z(n)$ este șirul de eșantioane complexe analizată iar $\varepsilon(n)$ simbolizează secvența complexă de zgomot Gaussian alb.

Deseori, este necesară obținerea amplitudinii A , a frecvenței f_0 și a fazei ϕ a unui semnal sinusoidal, alterat de un zgomot alb, gaussian, cu medie nulă. Modelul numeric al unui semnal de acest tip este dat de relația [21]:

$$x[n] = A \cos(2\pi f_0 n + \phi) + w[n]; n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.42)$$

Necunoscutele din relația precedentă sunt amplitudinea $A > 0$, $f_0 \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ (frecvența digitală) și faza inițială, $\phi \in [-\pi, \pi]$. Zgomotul $w[n] \sim W(0, \sigma^2)$ are eșantioanele necorelate și dispersia cunoscută. Cei trei parametri necunoscuți se organizează sub forma unui parametru vector:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} A \\ f_0 \\ \phi \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Se admite că pentru f_0 situat nu foarte aproape de 0 sau $\frac{1}{2}$ avem:

$$\frac{1}{N^{i+1}} \sum_{n=0}^{N-1} n^i \cos(4\pi f_0 n + 2\phi) \cong 0 \quad (2.44)$$

Avem [21]:

$$\begin{aligned} [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{11} &= \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \cos^2(2\pi f_0 n + \phi) = \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} [1 + \cos(4\pi f_0 n + 2\phi)] \\ &= \frac{N}{2\sigma^2} \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \cos(4\pi f_0 n + 2\phi) \right) \cong \frac{N}{2\sigma^2} \end{aligned} \quad (2.45)$$

în care s-a aplicat relația (2.44) cu $i = 0$.

$$\begin{aligned} [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{12} &= -\frac{\pi A}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} n \cos(2\pi f_0 n + \phi) \sin(2\pi f_0 n + \phi) \\ &= -\frac{\pi A N^2}{\sigma^2} \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} n \sin(4\pi f_0 n + 2\phi) \cong 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{13} &= -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \cos(2\pi f_0 n + \phi) \sin(2\pi f_0 n + \phi) \\ &= -\frac{AN}{2\sigma^2} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sin(4\pi f_0 n + 2\phi) \cong 0 \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{22} &= \frac{(2\pi A)^2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} n^2 \sin^2(2\pi f_0 n + \phi) \\ &= \frac{(2\pi A)^2}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} [1 - \cos(4\pi f_0 n + 2\phi)] n^2 \\ &= \frac{(2\pi A)^2}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} n^2 = \frac{(2\pi A)^2}{2\sigma^2} \frac{N(N-1)(2N-1)}{6} \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned}
[\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{23} &= \frac{2\pi A^2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} n \sin^2(2\pi f_0 n + \phi) \\
&= \frac{\pi A^2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} n [1 - \cos(4\pi f_0 n + 2\phi)] \\
&\equiv \frac{\pi A^2}{\sigma^2} \frac{N(N-1)}{2}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

$$\begin{aligned}
[\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{33} &= \frac{A^2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sin^2(2\pi f_0 n + \phi) \\
&= \frac{A^2}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} [1 - \cos(4\pi f_0 n + 2\phi)] \\
&\equiv \frac{A^2 N}{2\sigma^2}
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Este evident că:

$$[\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{21} = [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{12}; [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{31} = [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{13}; [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{32} = [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{23} \tag{2.51}$$

În consecință, matricea de informație Fisher are forma aproximativă:

$$\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} \frac{N}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 A^2 \frac{N(N-1)(2N-1)}{3} & \pi A^2 \frac{N(N-1)}{2} \\ 0 & \pi A^2 \frac{N(N-1)}{2} & \frac{NA^2}{2} \end{bmatrix}, \tag{2.52}$$

Iar inversa ei este:

$$\mathbf{I}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) = \sigma^2 \begin{bmatrix} \frac{2}{N} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{\pi^2 A^2 N(N-1)} & -\frac{6}{\pi^2 A^2 N(N+1)} \\ 0 & -\frac{6}{\pi^2 A^2 N(N+1)} & \frac{4(2N-1)}{A^2 N(N+1)} \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

Puterea semnalului util este $\frac{A^2}{2}$ iar puterea zgomotului este σ^2 . Ca atare, raportul semnal zgomot are forma:

$$\eta = \frac{A^2}{2\sigma^2} \tag{2.54}$$

Rezultă că avem:

$$\text{Disp}\left\{\hat{A}\right\} \geq \frac{2\sigma^2}{N} \quad (2.55)$$

$$\text{Disp}\left\{\hat{f}_0\right\} \geq \frac{6\sigma^2}{\pi^2 A^2 N(N-1)} = \frac{3}{\pi^2 \eta N(N-1)} \rightarrow \frac{3}{\pi \eta N^3} \quad (2.56)$$

$$\text{Disp}\left\{\hat{\phi}\right\} \geq \frac{4(2N-1)\sigma^2}{A^2 N(N+1)} = \frac{2(2N-1)}{\eta N(N+1)} \rightarrow \frac{4}{\eta N} \quad (2.57)$$

Se constată că dispersiile estimatelor pentru amplitudine \hat{A} și fază $\hat{\phi}$ scad asimptotic cu $\frac{1}{N}$ iar dispersia pentru \hat{f}_0 descrește asimptotic cu $\frac{1}{N^3}$. Prin urmare precizia de determinare a amplitudinii și a fazei inițiale este mai mică decât cea a frecvenței.

Pentru un astfel de semnal, estimatul ML al frecvenței se poate determina prin căutarea frecvenței unde „spectrul” își atinge valoarea maximă [1], [2]. Un estimator de acest tip atinge la limită marginea Cramer-Rao (CRB) pentru un anumit prag al raportului semnal-zgomot. Relația (2.56) poate fi folosită pentru a calcula marginea Cramer-Rao, unde N reprezintă numărul de eșantioane analizate, A este amplitudinea semnalului, iar σ^2 simbolizează dispersia zgomotului complex.

În cazul în care raportul semnal-zgomot scade sub pragul amintit, rezultatul estimării dispersiei va diferi mult de marginea CRB. Acest fenomen poate fi întâlnit deseori la estimatorii neliniari.

Așa cum s-a menționat anterior, metodele ML necesită uneori un timp de calcul prea mare. Din acest motiv, de multe ori se preferă pentru problemele de estimare a frecvenței metodele parametrice care modelează semnalul sub forma unei funcții de transfer staționară, metode care sunt caracterizate printr-un volum redus de calcul. Un procedeu avantajos din punct de vedere al eficientizării calculului este să se considere că numărătorul funcției de transfer care modelează semnalul este o constantă. Aceste metode parametrice se mai numesc și metode de tip auto-regresiv (AR) sau cu predicție liniară oferă o estimare a frecvenței semnalului prin calcularea rădăcinilor de la numitorul funcției. În cazul anumitor semnale, cum ar fi o sinusoidă complexă simplă, metodele de acest gen sunt eficiente în ceea ce privește calculele, însă sunt ineficiente statistic.

Tretter a propus pentru o sinusoidă complexă peste care se suprapune un zgomot Gaussian alb o nouă metodă de estimare a frecvenței. El a demonstrat că, în cazul unui raport semnal-zgomot de nivel ridicat, faza semnalului poate fi bine aproximată sub forma unei funcții liniar variabilă cu timpul, înecată într-un zgomot alb Gaussian. Pentru a estima frecvența Tretter a folosit metoda celor mai mici pătrate.

Metoda celor mai mici pătrate este echivalentă cu o tehnică ML pentru un proces Gaussian alb. De aceea, dacă raportul semnal-zgomot are o valoare ridicată, estimatorul lui Tretter face parte tot din clasa celor de tip ML, care se apropie de marginea CRB. Un neajuns al algoritmului propus este faptul că extragerea fazei din

succesiunea de eșantioane ale semnalului analizat poate conduce la un număr destul de însemnat de erori numerice.

O altă versiune a acestui estimator, propusă de Kay, se poate obține prin utilizarea unui model pentru estimarea diferențelor de fază adiacente și nu a valorii fazei în sine. Astfel se poate evita apariția sursei de erori menționate mai sus. Estimatorul astfel obținut realizează o netezire (mediere) a frecvențelor dintre fazele adiacente, cu ajutorul unei ferestre pătratică [22].

Metodele prezentate mai sus oferă posibilitatea analizei estimării frecvenței semnalelor sinusoidale și pot reprezenta un fundament pentru înțelegerea și rezolvarea problemei mai complexe a estimării frecvențelor semnalelor nestaționare, variabile în timp.

3. TEHNICI DE ESTIMARE A FRECVENȚEI INSTANTANEE

3.1. Estimarea diferenței de fază a unui semnal analitic

Ville în 1948 a definit pentru un semnal real oarecare frecvența instantanee conform relației:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (3.1)$$

unde $\phi(t)$ reprezintă faza semnalului analitic asociat lui $s(t)$ definit prin formula:

$$z(t) = s(t) + jH[s(t)] \quad (3.2)$$

Deoarece estimarea frecvenței instantanee (IF) se realizează în timp discret, este întâi necesară rezolvarea problemei implementării operației de diferențiere în timp discret. În acest sens, o soluție este în utilizarea unui diferențiator de tip FIR discret [23], caz în care IF în timp discret poate fi definită conform relației:

$$f_i(n) = \frac{1}{2\pi} \phi(n) * d(n) \quad (3.3)$$

în care $d(n)$ reprezintă răspunsul la impuls al filtrului de diferențiere FIR.

Din cauza faptului că acest tip de filtru scoate în evidență în mod exagerat efectele zgomotului de înaltă frecvență, această metodă prezintă dezavantaje practice. Din cauza acestor considerente, în cazul operației de diferențiere în timp discret, cele mai bune estimări se obțin printr-o metodă bazată pe diferențierea fazei.

Această abordare prezintă o eficiență sporită din punct de vedere al calculelor și, în general, oferă performanțe îmbunătățite la zgomot față de procedeul descris de relația (3.3). Cele mai folosite relații de diferențiere a fazei, cunoscute sub denumirea de diferențe finite înainte (FFD) și înapoi (BFD), sunt următoarele:

$$\hat{f}_f(n) = \frac{1}{2\pi} (\phi(n+1) - \phi(n)) \quad (3.4)$$

$$\hat{f}_b(n) = \frac{1}{2\pi} (\phi(n) - \phi(n-1)) \quad (3.5)$$

De asemenea, se mai poate utiliza pentru estimarea IF în timp-discret și relația de mai jos, numită "diferență centrată finită" (CFD):

$$\hat{f}_c(n) = \frac{1}{4\pi} (\phi(n+1) - \phi(n-1)) \quad (3.6)$$

Estimatorul definit prin relația, (3.6), de tip CFD, prezintă o serie de avantaje față de estimatorii definiți mai sus prin relațiile (3.4) și (3.5): estimatorul CFD nu este polarizat, prezintă un timp de întârziere de grup egal cu zero pentru semnalele modulate liniar în frecvență și în cazul anumitor distribuții timp-frecvență, corespunde momentului de ordin întâi al frecvenței [24], [25], [58].

În acest context, se poate defini o clasă de estimatori de diferențiere a fazei care, pentru faze descrise printr-un polinom de un anumit ordin, nu sunt polarizați. Dacă faza este descrisă printr-un polinom de tipul:

$$\phi(n) = \sum_{i=1}^p a_i \cdot n^i \quad (3.7)$$

se obține o estimare a frecvenței instantanee de forma:

$$\hat{f}_i(n) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^p i \cdot a_i \cdot n^{i-1} \quad (3.8)$$

Un estimator generalizat de ordin q al diferenței de fază se poate introduce prin formula [1], [2]:

$$\hat{f}(n) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} b_k \cdot \phi(n+k) \quad (3.9)$$

unde q este un număr par. Coeficienții b_k se pot determina din condiția $\hat{f}(n) = \hat{f}_i(n)$, sau:

$$\sum_{k=-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} b_k \cdot \phi(n+k) = \sum_{i=1}^p i \cdot a_i \cdot n^{i-1} \quad (3.10)$$

Ca urmare, estimatorul de ordinul doi al diferenței de fază este tocmai estimatorul CFD. În practică s-a constatat că sunt preferați estimatorii de ordin par față de cei de ordin impar, deoarece nu introduc timpi de întârziere de grup. Coeficienții estimatorilor de acest tip, pentru primele câteva ordine pare, sunt prezentați în tabelul 3.1. În cazul în care funcția de fază este polinomială, acești estimatori sunt nepolarizați [2], [26].

Tabelul 3.1

Ordin	Coeficienții						
2	-1/2	0	1/2				
4	1/12	-2/3	0	2/3	-1/12		
6	-1/60	2/30	-3/4	0	3/4	-3/20	1/60

De asemenea, este posibilă și implementarea relației de diferențiere a fazei bazată pe formula clasică în timp continuu a discriminatorilor MF:

$$\phi'(t) = \frac{x(t)y'(t) - x'(t)y(t)}{x^2(t) + y^2(t)} \quad (3.11)$$

Pornind de la relația de mai sus, se obține următorul estimator în timp-discret:

$$\hat{f}_i = \frac{1}{2\pi} \frac{x(t)y'(t) - x'(t)y(t)}{x^2(t) + y^2(t)} \quad (3.12)$$

Pentru a aproxima operațiile de derivare necesare în vederea evaluării numărătorului din relația (3.12) se utilizează filtre FIR [2].

3.2. Versiuni netezite ale estimatorilor diferenței de fază

Estimatorul "diferență centrată finită" (CFD), definit prin relația (3.6) este nepolarizat în cazul semnalelor modulate liniar în frecvență, dar prezintă dispersii foarte mari pentru semnalele zgomotoase. Pentru îmbunătățirea performanțelor estimatorului este necesară reducerea dispersiei, acest lucru putându-se realiza în mai multe feluri. Ca urmare, dacă semnalul este de bandă limitată, atunci este de dorit ca în afara acestei benzi el să fie filtrat.

În acest context, Kay a definit un estimator netezit propriu numit "diferență de fază ponderată", ce atinge marginea Cramer-Rao în cazul unui semnal staționar. Estimatorul lui Kay, descris de formula de mai jos, oferă soluția pentru valoarea optimă sau ML a frecvenței printr-o procedură de mediere ponderată:

$$\hat{f}(n) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-2} h_n [\phi(n+1) - \phi(n)] \quad (3.13)$$

În relația (3.13) de mai sus, h_n reprezintă funcția de pondere a ferestrei de mediere sau de netezire, introdusă sub forma:

$$h_n = \frac{1.5N}{N^2 - 1} \left\{ 1 - \left[\frac{n - \left(\frac{N}{2} - 1\right)}{\frac{N}{2}} \right]^2 \right\} \quad (3.14)$$

Prin utilizarea relației de mai sus se obține reducerea dispersiei, conform formulei:

$$\frac{\left. disp \left(\hat{f} \right) \right|_{fara\ fereastră}}{\left. disp \left(\hat{f} \right) \right|_{cu\ fereastră}} = \frac{N(N+1)}{6(N-1)} \cong \frac{N}{6} \quad (3.15)$$

În concluzie, estimatorul lui Kay constă în calcularea estimatorului ML al unei secvențe de determinări locale ale frecvenței, pe baza unor operații de diferențiere finită progresivă.

Fereastra caracterizată prin funcția de pondere h_n , introdusă prin relația (3.14), se poate utiliza și în cazul estimărilor de frecvență bazate pe auto-regresie (AR), obținându-se rezultate mai bune decât dacă se folosește fereastra dreptunghiulară.

Estimatorul descris de relația (3.13) poate fi ușor implementat sub forma unui estimator al frecvenței instantanee, dacă definiția (3.13) se descrie sub o formă recursivă în timp. În acest caz, pentru evaluarea frecvențelor locale se poate utiliza o fereastră alunecătoare (cu urmărire). Dacă în interiorul ferestrei apar variații semnificative ale frecvenței, metoda prezentată mai sus conduce la estimări alterate, erorile fiind mai mari dacă variațiile sunt neliniare. Pentru a se elimina acest dezavantaj, se poate utiliza un model de fază polinomial, în locul celui de fază liniară.

3.3. Estimarea frecvenței instantanee prin metoda trecerilor prin zero

O modalitate de estimare a frecvenței locale a unui proces de bandă îngustă, situație des întâlnită în fenomenele seismice, constă în contorizarea trecerilor prin zero.

Pentru un semnal sinusoidal sau pentru un semnal care se poate considera local staționar, frecvența este inversa perioadei sau jumătate din inversa lungimii dintre trecerile prin zero, conform relațiilor:

$$f = \frac{1}{2T_z} \quad (3.16)$$

sau

$$f = \frac{Z}{2} \quad (3.17)$$

unde T_z este intervalul dintre două treceri prin zero consecutive, $2T_z$ este perioada, f este frecvența, iar Z este rata trecerilor prin zero.

Dacă se analizează semnale discrete în timp având perioada de eșantionare unitară, valoarea lui T_z este determinată de numărul de intervale de eșantionare "k" dintre două treceri prin zero, motiv pentru care relația (3.17) va deveni de forma:

$$f = \frac{1}{2k} \quad (3.18)$$

ca urmare, într-un interval dintre două treceri consecutive prin zero vor exista $(k + 1)$ puncte de eșantionare, dacă se iau în considerare și trecerile prin zero.

În continuare se demonstrează că eșantionarea bazată pe metoda trecerilor prin zero, reprezintă de fapt o medie liniară a estimărilor de tip "diferență finită înainte" (FFD) din interiorul unui interval.

Deoarece $T_z = k$, estimatorul bazat pe metoda trecerilor prin zero și descris de relația (3.16) se poate exprima prin relația de mai jos, dacă se presupune că prima trecere prin zero are loc la momentul n :

$$\hat{f}(n) = \frac{1}{2k} \quad (3.19)$$

Estimatorul de tip "diferență finită înainte" uzual se poate scrie sub forma:

$$\hat{f}_f(n) = \frac{1}{2\pi} [\phi(n+1) - \phi(n)] \quad (3.20)$$

Media liniară a celor k estimatori de tip "diferență finită înainte" (FFD) consecutiv, din interiorul intervalului este:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{f_k}(n) = \frac{1}{2k\pi} [\phi(n+1) - \phi(n) + \phi(n+2) - \phi(n+1) + \dots + \\ + \phi(n+k) - \phi(n+k-1)] \end{aligned} \quad (3.21)$$

care se poate rescrie sub forma:

$$\hat{f}_{f_k}(n) = \frac{1}{2k\pi} [\phi(n+k) - \phi(n)] \quad (3.22)$$

Deoarece $\phi(n+k) - \phi(n) = \pi$, relația (3.22) se reduce la (3.19), ceea ce trebuia demonstrat.

În concluzie, expresia estimatorului bazat pe trecerile prin zero reprezintă o simplă medie liniară a k estimări adiacente de tip "diferență finită înainte" (FFD). Mediarea (netezirea) nu se realizează cu o fereastră având funcția de pondere h_n descrisă anterior prin relația (3.14), motiv pentru care este suboptimală. Ea prezintă însă avantajul că este foarte ușor de calculat.

În acest context este necesar să se menționeze faptul că dacă intervalul dintre două treceri consecutive prin zero nu corespunde unui număr întreg de eșantioane, atunci pe lângă mediarea liniară realizată de către estimator se introduce și "zgomotul" de cuantizare. În vederea micșorării dispersiei ce caracterizează estimatorul bazat pe metoda trecerilor prin zero, Rabiner și Schafer [2], [27] au propus calcularea mediei numărului de treceri prin zero în interiorul unei ferestre de lungime M . Acest estimator se definește prin relația:

$$Z(n) = \sum_{m=-M}^M [\operatorname{sgn}[s(m)] - \operatorname{sgn}[s(m-1)]] \cdot h(n-m) \quad (3.23)$$

unde

$$\operatorname{sgn}[s(n)] = \begin{cases} 1 & , \text{pentru } s(n) \geq 0 \\ -1 & , \text{pentru } s(n) < 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

și

$$h(n) = \begin{cases} \frac{1}{2M} & , \text{pentru } 0 \leq n \leq M-1 \\ 0 & , \text{in rest} \end{cases} \quad (3.25)$$

Concluziile de mai sus sunt valabile în cazul proceselor local sinusoidale. Pentru semnale modulate în frecvență nestaționare, estimatorul IF bazat pe metoda trecerilor prin zero poate fi extins pe baza relației

$$\hat{f}_i(n) = \frac{1}{2} Z(n) \quad (3.26)$$

unde $Z(n)$ este descris de relația (3.23). Deplasând fereastra având funcția de pondere $h(n)$, cu n , se obține o estimare a IF sub forma unei funcții dependentă de variabila n . Dacă lungimea finită M a ferestrei are valori mari și legea de variație a IF nu este liniară, în interiorul ferestrei va exista o polarizare a estimatorului. Dacă M are valori mici, polarizarea se reduce, dar cu prețul creșterii dispersiei [21].

3.4. Estimarea adaptivă a frecvenței instantanee

O altă posibilitate de determinare a IF constă în estimarea adaptivă a frecvenței locale. Această metodă a dat naștere la bucla PLL, care se folosește pe scară largă în sistemele de comunicații. Bucla standard PLL se comportă foarte bine la zgomot, dar este incapabilă să urmărească schimbările foarte rapide ale frecvenței instantanee. Pentru a se elimina acest dezavantaj sunt necesare modificări în proiectarea buclei PLL.

Snyder a definit câțiva estimatori adaptivi utili [28]. El a obținut un astfel de estimator pornind de la un criteriu neliniar de minimizare a erorii medii pătratice, urmat de o aproximare liniară a estimatorului (filtru Kalman extins). Snyder a demonstrat, de asemenea, că în cazul staționar, filtrul Kalman extins se reduce cu bună aproximație la o buclă PLL.

O altă modalitate de eșantionare adaptivă a IF se bazează pe modelarea datelor sub forma unui proces predictiv liniar. Două dintre metodele care pot fi folosite pentru acest tip de estimatori sunt algoritmi LMS și RLS [29].

3.4.1 Algoritmul LMS

Griffits a propus un algoritm adaptiv de estimare a frecvenței instantanee bazată pe un filtru cu predicție liniară, care își actualizează coeficienții cu fiecare eșantion de date [30]. Metoda lui Griffits constă din extragerea vârfului unei estimări spectrale, folosind o predicție liniară de scurtă durată. Prin actualizarea estimărilor spectrale în mod recursiv în fiecare punct, se micșorează mult volumul de calcul.

Algoritmul care rezultă, bazat pe tehnica gradientului descrescător, este foarte simplu, dar reprezintă de fapt un proces de urmărire a frecvenței instantanee incapabil să răspundă la modificări foarte rapide ale acesteia. Din acest motiv, estimarea este foarte sensibilă la zgomot.

În continuare, se vor prezenta câteva detalii legate de algoritm. Vectorul eșantioanelor de date la momentul n , se notează cu:

$$z_n = [z(n) \ z(n-1) \dots z(n-L+1)] \quad (3.27)$$

unde L este lungimea filtrului cu predicție liniară. Vectorul corespunzător coeficienților filtrului liniar este:

$$a_n = [a_1(n) \ a_2(n) \dots a_L(n)]^T \quad (3.28)$$

Ideal, pe măsură ce se prelucrează fiecare nou eșantion de date, coeficienții filtrului ar trebui reactualizați astfel încât să se minimizeze eroarea de predicție medie pătratică. În cazul semnalelor staționare eroarea este o funcție de vectorul coeficienților filtrului, motiv pentru care metoda descrescării gradientului se poate folosi cu bune rezultate pentru a realiza convergența coeficienților filtrului către valori optime.

În general se utilizează algoritmul LMS al lui Widrow și Hoff [31], caz în care coeficienții actualizați sunt dați de relațiile [2], [32], [33]:

$$a_{n+1} = a_n - 2\mu e_{n+1} z_n^* \quad (3.29)$$

$$e_{n+1} = z(n+1) + z_n^T a_n \quad (3.30)$$

unde e_{n+1} este eroarea liniară de predicție la momentul $(n+1)$, μ este constanta de adaptare, iar "*" simbolizează conjugata complexă a mărimii respective.

Estimarea frecvenței instantanee se realizează prin detecția vârfului spectrului, obținut prin predicție liniară. Adică, se caută acea frecvență estimată

$\hat{f}_j(n) = f_j$ pentru care se maximizează relația:

$$\left| 1 + \sum_{k=1}^L a_k(n) \cdot e^{-j2\pi f_j k} \right|^2 \quad (3.31)$$

În cazul în care este necesară estimarea sau "urmărirea" mai multor frecvențe, expresia (3.31) se va modifica în așa fel încât să fie posibilă extragerea diferitelor vârfuri ce corespund componentelor individuale de frecvență. Pentru a estima frecvența instantanee a unei singure sinusoide complexă alterată de zgomot, se poate utiliza relația:

$$\hat{f}_i(n) = \frac{1}{2\pi} \cdot \arg [a_1^*] \quad (3.32)$$

Formula de estimare (3.32) este eficientă din punct de vedere al volumului de calcul.

Coeficientul μ din relația (3.29) controlează viteza de adaptare a algoritmului. Dacă μ se apropie de limita superioară, adaptarea este rapidă dar eroarea de staționare poate fi mare, iar dacă μ are valori mici, adaptarea este lentă.

Avantajul principal al acestui algoritm constă în simplitatea de calcul, care devine evidentă pe baza relațiilor (3.29) și (3.30).

3.4.2. Algoritm RLS

Folosind algoritmul RLS, datele se modelează sub forma unei secvențe liniară de predicție, iar coeficienții de predicție se reactualizează cu fiecare nou eșantion de date. Algoritm RLS diferă de cel de tip LMS prin faptul că în calitate de coeficient de adaptare, în locul unei constante scalare, se preferă utilizarea unei aproximări exponențiale ponderată pentru inversa matricii de covarianță [2].

Avantajul acestui algoritm față de cel de tip LMS constă în viteza lui mărită de convergență. Cu toate acestea, algoritmul clasic RLS necesită un volum mare de calcul, adică L^2 operații, spre deosebire de metoda LMS care necesită doar un număr de L calcule. În ultima perioadă însă s-au obținut progrese considerabile în acest sens, realizându-se algoritmi RLS rapizi care necesită doar un număr de L operații.

Reactualizarea parametrilor algoritmului la momentul n se efectuează pe baza următoarei succesiuni de ecuații [33]:

$$a_{n+1} = a_n - e_{n+1} P_n z_n^* \quad (3.33)$$

$$e_{n+1} = z(n+1) + z_n^T a_n \quad (3.34)$$

$$P_n = \left[a P_{n-1}^{-1} + z_n^* z_n^T \right]^{-1} \quad (3.35)$$

unde P_n este aproximarea exponențială ponderată a inversei matricii de covarianță, iar a este un factor de "uitare". Utilizând teorema de inversare a matricelor, ecuațiile care descriu algoritmul RLS pot fi rescrise sub forma [34]:

$$a_{n+1} = a_n - e_{n+1} c_n \quad (3.36)$$

$$c_n = \frac{P_{n-1} z_n^*}{a + z_n^T P_{n-1} z_n^*} \quad (3.37)$$

$$P_n = \frac{1}{a} (I - c_n z_n^T) P_{n-1} \quad (3.38)$$

unde e_{n+1} s-a definit cu relația (3.30), iar I este matricea unitate.

În cazul analizării unei singure sinusoide complexă alterată de zgomot, ecuațiile de mai sus se pot implementa foarte simplu, iar estimatorul obișnuit nu este polarizat. Frecvența instantanee locale se poate estima cu ajutorul relației (3.32).

Estimatele frecvențelor instantanee ale unui semnal cu mai multe componente se determină extrăgând vârfurile spectrului semnalului, printr-o metodă de predicție liniară, cu ajutorul relației (3.28).

3.5. Estimarea frecvenței instantanee pe baza momentelor distribuțiilor timp-frecvență

Cohen a definit o clasă de funcții bidimensionale numite distribuții timp-frecvență, care pot fi utilizate pentru a reprezenta distribuția energiei unui semnal în planele timp și frecvență [12]. Formula generalizată care descrie această clasă de funcții în timp discret este prezentată în [2] sub forma:

$$TFC[n, m] = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-M}^M \varphi[n, m] \cdot K_{W-V}[n, m] e^{-j \frac{4\pi km}{N}} \quad (3.39)$$

unde $\varphi[n, m]$ este o funcție fereastră bidimensională care permite selectarea unui anumit tip de distribuție timp-frecvență, valoarea lui M este $M = \frac{N-1}{2}$, iar

$K_{W-V}[n, m]$ este nucleul transformării Wigner-Ville discretă.

Anumite distribuții timp-frecvență (cum ar fi de exemplu distribuția Wigner-Ville) permit obținerea frecvenței instantanee sub forma momentului de ordinul întâi, iar alte distribuții (de exemplu transformata Fourier-scurtă) permit aproximarea IF prin intermediul momentelor lor de ordinul întâi [58]. Deci, momentul de ordinul întâi al unei distribuții timp-frecvență reprezintă o nouă modalitate de estimare a frecvenței instantanee.

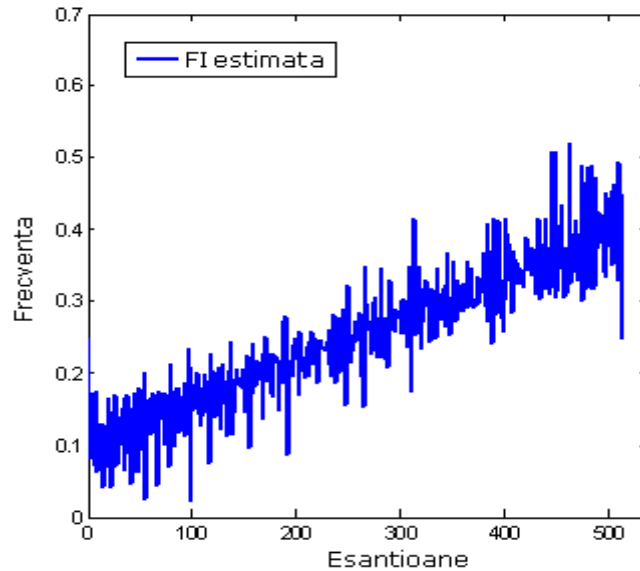


Fig.3.1. Legea de variație a IF pentru un semnal modulat liniar în frecvență, obținută prin utilizarea momentului de ordinul întâi al distribuției Wigner-Ville

White și Boashash [35] au analizat problema estimării frecvenței instantanee pentru un semnal aleator Gaussian, cu ajutorul momentelor de ordinul întâi ale distribuției Wigner-Ville. Avantajul acestei metode de estimare a IF constă în faptul că, pentru reducerea efectelor zgomotului și pentru estimare separată a legilor de variație ale IF în cazul semnalelor cu mai multe componente se poate folosi fie o operație de filtrare, fie o altă modalitate de prelucrare a semnalului în planul timp-frecvență. Pentru exemplificare se pot analiza figurile 3.1 și 3.2, în care se reprezintă metoda de estimare a unei frecvențe instantanee liniar variabilă cu sau fără o operație de filtrare prealabilă. În cazul acestor exemple raportul semnal-zgomot este de 3dB, iar filtrarea în domeniul timp a determinat o reducere semnificativă a dispersiei.

Frecvența instantanee obținută pe baza momentului de ordinul întâi al dispersiei Wigner-Ville discretă, este definită prin relația [32]:

$$\hat{f}_c(n) = \frac{N}{2\pi} \left[\sum_{k=0}^{M-1} e^{j \frac{2\pi k}{N}} \cdot TF_Z^{W-V}[n, m] \right] \cdot \text{mod } 2\pi \quad (3.40)$$

unde $TF_Z^{W-V}[n, m]$ este distribuția Wigner-Ville discretă, definită prin relația[2],[12]:

$$\begin{aligned} TF_Z^{W-V}[n, m] &= \sum_{m=-M}^M K_{W-V}[n, m] \cdot e^{-jk \left(\frac{2\pi}{N} \right) m} = \\ &= \sum_{m=-M}^M z \left[n + \frac{m}{2} \right] \cdot z^* \left[n - \frac{m}{2} \right] e^{-jk \left(\frac{2\pi}{N} \right) m} \end{aligned} \quad (3.41)$$

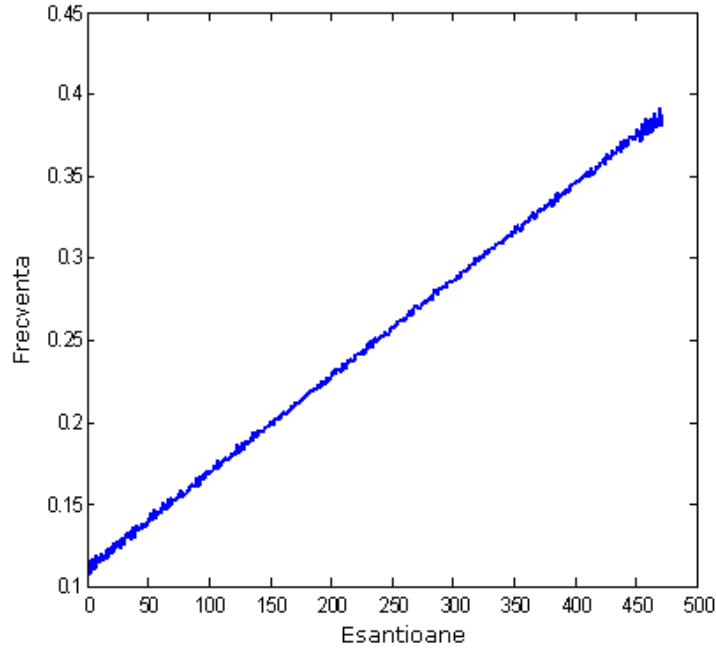


Fig.3.2. Legea de variație a IF pentru un semnal modulat liniar în frecvență, obținută prin utilizarea momentului de ordinul întâi al distribuției Wigner-Ville, urmată de o filtrare în domeniul timp

Deoarece această metodă necesită efectuarea unui volum mare de operații (din cauza calculării distribuției timp-frecvență, a filtrării și a momentelor de ordinul întâi) și pentru că nu este optimă din punct de vedere statistic, în multe situații sunt preferate alte metode.

Totodată, frecvența instantanee sau o estimare a ei, se poate obține prin intermediul momentelor distribuțiilor discrete timp-frecvență. Aceste momente pot fi considerate ca fiind estimări de tip "diferență centrată finită" (CFD), de forma:

$$m^1(n) \equiv \left[\hat{f}_c(n) * [n,1] \right] \cdot \text{mod} \frac{f_s}{2} \quad (3.42)$$

În relația (3.42) de mai sus, $\hat{f}_c(n)$ este definită cu formula (3.6), iar $\varphi [n,1]$ este funcția fereastră bidimensională $\varphi [n,m]$ din relația (3.39) evaluată pentru $k = 1$.

În practică, această metodă este greoaie din punct de vedere a volumului de calcul, deoarece este necesară calcularea unei distribuții timp-frecvență, a unei operații de filtrare și a unei proceduri de inversare.

Deoarece există echivalența dintre acești estimatori și cei de tip "frecvență centrată finită" (CFD), metoda prezentată mai sus este folosită doar în aplicații specifice.

3.6. Estimarea frecvenței instantanee pe baza vârfurilor distribuțiilor timp-frecvență

3.6.1 Vârfurile transformatei Fourier-scurtă

Așa cum s-a arătat mai sus, în cazul unei sinusoide complexe alterată de un zgomot Gaussian alb complex staționar, estimarea IF cu ajutorul algoritmului ML se face prin detectarea vârfurilor (crestelor) spectrului sau periodogramei semnalului. [74][78][81]. Această metodă se poate generaliza și pentru cazul semnalelor nestaționare, când estimarea IF se construiește pe baza vârfurilor distribuției timp-frecvență ce caracterizează semnalul analizat. Legătura dintre reprezentările timp-frecvență și frecvența instantanee este analizată în [36].

Din punct de vedere a metodei prezentate, una dintre cele mai accesibile distribuții timp-frecvență este transformata Fourier-scurtă care se comportă foarte bine dacă semnalul considerat este cvasistaționar. În acest context, datorită faptului că fereastra optimă ce poate fi utilizată pentru spectrogramă este reciproca rădăcinii pătrate a vitezei de variație a frecvenței, în cazul semnalelor modulate în frecvență care scad rapid se obțin rezultate slabe.

3.6.2. Vârfurile distribuției Wigner-Ville

Metoda de estimare a IF pe baza vârfurilor (crestele) distribuției Wigner-Ville a fost aplicată la determinarea parametrilor de absorbție și dispersie în procese seismice [1] [2]. Utilizarea acestui tip de distribuție provine din capacitatea ei de a localiza energia unui semnal în jurul legii de variație a frecvenței instantanee a acestuia [37].

Dacă semnalul analizat are o lege liniară de variație a frecvenței și amplitudine constantă, distribuția Wigner-Ville se reduce la o succesiune de impulsuri Dirac plasate de-a lungul frecvenței instantanee, situație care conduce ușor la estimarea IF.

Dacă în legea de variație a IF există o neliniaritate este posibil să apară o abatere a vârfului frecvenței instantanee, motiv pentru care se obișnuiește să se ajusteze fereastra utilizată astfel încât variația IF în interiorul ferestrei să fie aproximativ liniară.

Rao și Taylor [38] au continuat cercetările arătând că estimarea frecvenței instantanee pe baza vârfurilor distribuției Wigner-Ville este optimă pentru semnalele modulate liniar în frecvență, cu raport semnal zgomot de valori medii până la valori mari. Wong și Jin au investigat de asemenea utilizarea acestui tip de estimator și au comparat performanțele lui cu marginea inferioară Cramer-Rao pentru frecvențe care variază continuu în timp [39].

În practică se folosește de asemenea și metoda de estimare a frecvenței instantanee bazată pe detecția vârfurilor unei distribuții Wigner-Ville de tip auto-regresiv (AR) [40] și s-a constatat că permite trasarea unor legi neliniare de variație a IF la raport semnal zgomot de valori mari. Rezultatele obținute în acest caz sunt mai corecte decât cele determinate cu o distribuție Wigner-Ville convențională în același condiții. Distribuția Wigner-Ville polinomială prezentată în [41] a fost special concepută pentru analiza timp-frecvență a semnalelor modulate în frecvență după legi polinomiale.

Însă, cu toate că metoda de extragere a vârfurilor distribuției Wigner-Ville s-a dovedit a fi un estimator optimal pentru semnalele cu modulație liniară a

frecvenței, în cazul unor rapoarte semnal-zgomot de valori mari, se constată că ea se degradează în mod semnificativ la valori mici ale raportului semnal-zgomot. Din acest motiv, ca estimator IF a fost propusă distribuția Wigner-Ville "încrucișată" [42].

3.6.3. Vârfurile distribuției Wigner-Ville "încrucișată"

Distribuția Wigner-Ville "încrucișată" între un semnal de referință $s(n)$ și semnalul analizat $r(n)$ se definește prin relația următoare [2], [12]:

$$TF_{s,r}^{W-V}[n,m] = \sum_{m=-M}^M z_s \left[n + \frac{m}{2} \right] \cdot z_r^* \left[n - \frac{m}{2} \right] \cdot e^{-jk \left(\frac{2\pi}{N} \right) m} \quad (3.43)$$

unde $z_s(n)$ și $z_r(n)$ sunt semnalele analitice corespunzătoare lui $s(n)$ și $r(n)$.

În general nu se cunoaște semnalul de referință, dar el poate fi estimat pe baza semnalului observat. Estimatorul semnalului de referință indică obținerea unei estimări inițiale a frecvenței instantanee, notată cu $f_i(n)$, și reconstrucția unui semnal de amplitudine unitară pe baza relației:

$$z_s = \exp \left(j 2 \pi \sum_{k=0}^n \hat{f}_i(k) \right) \quad (3.44)$$

pentru $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$.

Procedura de estimarea IF pe baza distribuției Wigner-Ville "încrucișată" constă din următorii pași:

1. *Inițializare*: Pe baza estimării IF se construiește un semnal de referință de amplitudine unitară;
2. *Estimare*: Se calculează distribuția Wigner-Ville "încrucișată" între semnalul de referință și cel observat; apoi, se estimează IF pe baza vârfurilor acestei distribuții;
3. *Recurența*: Se repetă pasul 1 până când diferența dintre estimările IF obținute prin iterații succesive este mai mică decât o anumită limită.

Raționamentul pe care se bazează această metodă pornește de la faptul că de fiecare dată când este estimată o nouă valoare a distribuției Wigner-Ville "încrucișată", concentrația de energie a semnalului trebuie să crească.

Dacă se utilizează o estimare a IF bazată pe detecția vârfurilor transformatei Fourier-scurtă, algoritmul devine convergent după câteva iterații. Dacă semnalul este lung și pentru analiză se folosește o fereastră alunecătoare, astfel încât legea de modulație în frecvență să fie liniară în cadrul ferestrei, atunci metoda va atinge marginea Cramer-Rao pentru un prag al raportului semnal-zgomot de valori substanțial mai mari decât în cazul distribuției Wigner-Ville clasică.

3.6.4. Vârfurile distribuției Wigner-Ville generalizată

Acest tip de distribuție furnizează o posibilitate de rezolvare a problemei legată de reprezentarea timp-frecvență a semnalelor polinomiale modulate liniar în frecvență. Distribuția Wigner-Ville generalizată este multiliniară și permite reprezentarea semnalelor polinomiale de ordin superior modulate în frecvență, sub forma unor impulsuri Dirac în planul timp-frecvență.

Estimarea frecvenței instantanee pe baza vârfurilor distribuției Wigner-Ville generalizată este nepolarizată, iar dispersia ce o caracterizează atinge marginea inferioară Cramer-Rao pentru valori mari ale raportului semnal-zgomot.

3.6.5. Alte distribuții timp-frecvență

Alte posibilități de estimare a frecvenței instantanee, pe baza determinării vârfurilor distribuțiilor timp-frecvență, sunt reprezentate de câteva distribuții recent definite [72][76][85].

Distribuția Zhao-Atlas-Marks [43] se caracterizează printr-o bună localizare în planul timp-frecvență, prin performanțe bune la zgomot și tinde să suprimă termenii de interferență, fiind utilă și în cazul analizei semnalelor cu mai multe componente armonice.

Distribuția timp-frecvență Baraniuk-Jones [44] prezintă anumite avantaje, putând fi considerată ca tehnică adaptivă de estimare spectrală de înaltă rezoluție. În aceeași categorie poate fi inclusă și distribuția Fineberg-Mammone [2], [45].

În [46] se prezintă distribuții timp-frecvență de argument complex, care prezintă avantajul reducerii semnificative a termenilor de interferență în cazul semnalelor cu o viteză de variație mare a frecvenței și a timpului de întârziere de grup.

3.7. Estimarea frecvenței instantanee pe baza unui model auto-regresiv variabil în timp

Sharman și Friedlander [47] au propus realizarea unui estimator pentru frecvența instantanee bazat pe modelarea auto-regresivă, variabilă în timp, a semnalului. Autorii au propus o procedură de estimare auto-regresivă care ia în considerare netaționaritatea semnalului și au obținut o soluție bazată pe rezolvarea unor versiuni modificate ale ecuațiilor Yule-Walker.

Soluția determinată în acest mod este un polinom auto-regresiv variabil în timp, ale cărui rădăcini permit estimarea IF într-un mod asemănător cu cel utilizat în cazul funcției de transfer staționară. Din păcate, precizia de estimare este mult mai mică decât în cazul staționar, din cauza faptului că estimările "instantanee" ale covarianței sunt greu de obținut. În concluzie, în cazul semnalelor netaționare nu este posibilă medierea unor secvențe de date înregistrate de lungimi mici.

3.8. Îmbunătățirea metodelor de estimare a legilor de variație a frecvenței instantanee prin aplicarea algoritmilor de urmărire

Îmbunătățiri semnificative ale estimărilor frecvenței instantanee se obțin dacă există informații "a priori" privind viteza de variație a acesteia. Aceste informații pot caracteriza variația lentă sau rapidă a IF și pot fi utilizate la netezirea secvenței de estimări. Operația de netezire a legii de variație a IF este cunoscută și sub denumirea de "urmărire"(tracking)[48].

O tehnică de urmărire des utilizată în practică este aceea în care estimarea IF se modelează sub forma unei secvențe de tip lanț Markov, în care fiecărei modificări a IF de la un punct la altul din planul timp-frecvență i se asociază o distribuție de probabilitate. În general, modificărilor reduse ce caracterizează estimările consecutive ale IF li se asociază probabilități de valori mari, iar modificărilor importante li se atașează probabilități mici.

Legea de variație optimală a frecvenței instantanee sau "urma" (semnătura) acesteia este acea curbă din planul timp-frecvență pentru care secvența de estimări ale IF este caracterizată de cea mai mare probabilitate de apariție. Ea poate fi obținută folosind un algoritm de modelare Hidden-Markov.

Algoritmii bazați pe modelarea Hidden-Markov prezintă dezavantajul că legea de variație a IF trebuie să fie lent variabilă.

Estimarea frecvenței instantanee de tip "maxim a posteriorii" se aplică la estimarea IF pe baza vârfurilor spectrogramei unui semnal cu una sau mai multe componente armonice.

Un alt tip de algoritm de "urmărire" utilizat des în practică se bazează pe filtrarea Kalman.

3.9. Metode de estimare a frecvenței instantanee bazate pe modelarea polinomială a fazei

Estimatorii care se bazează pe definiția frecvenței instantanee discretă, prezentată în subcapitolul 3.1. (relația (3.3)), nu fac nici o presupunere implicită privind legea de variație a frecvenței instantanee, și, din acest motiv, prezintă dispersie mare. O reducere semnificativă a dispersiei se poate obține prin includerea în procedura de estimare a unor informații "a priori". Acest lucru se poate realiza presupunând că legea de variație a IF este de tipul unui polinom de ordin finit, caz în care pentru variația fazei se obține o lege polinomială [49]. În [50] este calculată limita inferioară Cramer-Rao pentru semnale de amplitudine constantă și fază polinomială.

Modalitatea care permite încorporarea informațiilor "a priori" este determinată de alegerea ordinului polinomului ce descrie IF: dacă se știe că IF are o variație lentă, se aleg ordine de valori mici, în timp ce dacă IF variază rapid se preferă ordinele mai mari.

Ca urmare, în cazul aproximării polinomiale a fazei modelul semnalului are următoarea formă generalizată:

$$z(n) = A(n)e^{j\varphi(n)} + \varepsilon(n) = s(n) + jq(n) + \varepsilon(n) \quad (3.45)$$

unde:

$$\phi(n) = a_0 + a_1 \cdot n + a_2 \cdot n^2 + a_3 \cdot n^3 + \dots + a_p \cdot n^p = \sum_{k=0}^p a_k \cdot n^k \quad (3.46)$$

iar $A(n)$ este amplitudinea, $\phi(n)$ este faza, $\varepsilon(n)$ reprezintă un zgomot complex având dispersia $2\sigma^2$ și $n = \overline{0, N-1}$. Componentele $s(n)$ și $q(n)$ sunt descrise de formulele:

$$s(n) = A(n) \cos(a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_p n^p) \quad (3.47)$$

$$q(n) = A(n) \sin(a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_p n^p) \quad (3.48)$$

O posibilitate de estimare a coeficienților a_k ($k = \overline{0, 1}$) din relațiile (3.47) și (3.48), constă în determinarea acelor valori pentru care media pătratică dintre semnalul estimat și cel observat este minimă. Tretter [51] a demonstrat faptul că această aproximare este valabilă doar pentru rapoarte semnal-zgomot de valori mari, deoarece în acest caz pentru calcularea mediei pătratice se pot folosi tehnici liniare.

O altă posibilitate constă în extinderea metodei de estimare ML a parametrilor prin introducerea condiției de staționaritate în cazul polinomial. Dacă semnalul analizat se presupune a fi Gaussian, rezultatul obținut va fi echivalent cu o soluție neliniară a celor mai mici pătrate. După ce s-a realizat estimarea legii de variație a fazei $\phi(n)$, frecvența instantanee $\hat{f}_i(n)$ se obține direct pe baza relației:

$$\hat{f}_i(n) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi(n)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^p k \cdot \hat{a}_k \cdot n^{k-1} \quad (3.49)$$

unde cu \hat{a}_k s-a notat estimata coeficientului a_k .

3.9.1. Algoritm de estimare a coeficienților polinomiali bazat pe metoda celor mai mici pătrate

3.9.1.1. Metoda de estimare a celor mai mici pătrate (LS)

Cei $(p+1)$ parametri necunoscuți ($a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$), din relațiile (3.47) și (3.48), se pot obține prin minimizarea sumei erorilor pătratice conform relației:

$$E = \sum_{n=0}^{N-1} |\hat{z}(n) - z(n)|^2 \quad (3.50)$$

Soluția pentru parametrii a_k se obține prin rezolvarea numerică a sistemului de ecuații format din relațiile de mai jos [52]:

$$\sum_{n=0}^{N-1} z(n) \cdot \hat{A}(n) \cdot e^{j\hat{\phi}(n)} \cdot n^k = \sum_{n=0}^{N-1} \hat{A}^2(n) \cdot e^{2j\hat{\phi}(n)} \cdot n^k \quad (3.51)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} z(n) \cdot e^{j\hat{\phi}(n)} \cdot n^k = \sum_{n=0}^{N-1} \hat{A}(n) \cdot e^{2j\hat{\phi}(n)} \cdot n^k \quad (3.52)$$

unde $\hat{A}(n)$ este estimata legii de variație a amplitudinii, obținută sub forma unui polinom de ordin q , similar celui utilizat pentru determinarea fazei, adică:

$$\hat{A}(n) = \sum_{k=0}^q \hat{b}_k \cdot n^k \quad (3.53)$$

În aceste condiții, relațiile (3.51) și (3.52) vor reprezenta un sistem format din $(p+q+2)$ ecuații neliniare, care este dificil de rezolvat. Totodată, caracteristicile statistice ale estimatorilor care se obțin nu se pot determina analitic. Pentru vectorul de parametri:

$$\beta = [b_0, b_1, b_2, \dots, b_q, a_0, a_1, a_2, \dots, a_p]^T \quad (3.54)$$

Se poate determina o soluție numerică pornind de la relația:

$$\beta^{(k+1)} = \beta^{(k)} - J^{-1} \cdot \frac{dp(z; \beta)}{d\beta} \quad (3.55)$$

unde $p(z; \beta)$ este densitatea de probabilitate a semnalului, $\beta^{(k)}$ este evaluarea iterativă de ordin (k) a lui β și J este matricea de informație Fisher, ale cărei elemente sunt date de relația:

$$J_{i,j} = E \left[\frac{\partial \log(p(z; \beta))}{\partial \beta_i} \cdot \frac{\partial \log(p(z; \beta))}{\partial \beta_j} \right] \quad (3.56)$$

Cu E se notează operatorul speranță matematică, iar cu β_i elementul de ordin i din vectorul parametru β .

Însă utilizarea acestei metode este dificilă deoarece pot exista mai multe maxime locale către care să converge algoritmul, motiv pentru care este necesară introducerea anumitor condiții care să determine eliminarea acestor maxime. Totodată, este obligatoriu ca estimarea inițială să fie corectă.

O altă metodă, mai simplă, constă în modelarea funcției de fază prin tehnici de regresie [19], după care faza instantanee se obține sub forma relației:

$$\phi(n) = \arctg \frac{I_m\{z(n)\}}{R_c\{z(n)\}} \quad (3.57)$$

Rezolvarea relației (3.57) este dificilă deoarece funcția "arctg" este definită pe intervalul $(0, 2\pi]$, motiv pentru care apar probleme de calcul în special la valori reduse ale raportului semnal-zgomot. Presupunând că amplitudinea este constantă, modelul polinomial descris de relația (3.49) poate fi exprimat sub formă matricială astfel:

$$\Phi = X \cdot a \quad (3.58)$$

unde Φ este vectorul corespunzător fazei analizată, "a" este vectorul parametrilor și X este o matrice de constante. Cele trei matrici sunt de forma:

$$\Phi = [\phi(0), \phi(1), \dots, \phi(N-1)]^T \quad (3.59)$$

$$a = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_0]^T \quad (3.60)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \dots & 2^p \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & N-1 & \dots & (N-1)^p \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Pentru vectorul parametrilor "a" soluția, ce corespunde erori medii pătratice minime, este dată de ecuația:

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T \Phi \quad (3.62)$$

dacă zgomotul este de tip aditiv cu medie nulă.

3.9.1.2. Descrierea algoritmului liniar al celor mai mici pătrate LS

Operația de modelare a fazei este afectată de erori pentru valori mici ale raportului semnal-zgomot, iar dacă legea de variație a frecvenței instantanee este rapid variabilă, semnalul trebuie segmentat. De exemplu, semnalele sinusoidale modulate în frecvență se vor aproxima cu segmente corespunzătoare distanțelor dintre vârfurile legii de variație a IF, aceste segmente fiind mult mai ușor de modelat decât semnalul întreg.

Algoritmul conține următoarele etape:

Inițializarea: Dacă se cunoaște forma legii de variație a IF (liniară, pătratică, etc.) atunci ordinul p al modelului se presupune cunoscut. Dacă această formă nu este cunoscută, atunci se încearcă în mod recursiv diferite modele având ordinul p de valori crescătoare, începând cu $p = 0$. Algoritmul se încheie atunci când sunt îndeplinite anumite condiții.

Inițial matricea X din relația (3.58) este un vector șir conținând doar elemente egale cu unitatea și deci $(X^T X)^{-1} = \frac{1}{N}$.

Recurența : Operația de recurență necesită calcularea repetată a formulei (3.58) de estimare a parametrilor, pentru valori crescătoare ale lui p . Pentru a se decide încheierea algoritmului se utilizează o valoare normalizată a erorii.

Pe parcursul calculului iterativ al relației (3.58), determinarea inversei $(X^T X)^{-1}$ reprezintă cea mai dificilă operație. Kitchen [53] a arătat că dacă funcția de fază este modelată ca o sumă de polinoame ortogonale, poate fi evitată calcularea inversei de mai sus, rezultând un algoritm simplu. Totodată, coeficienții polinomului fazei se pot obține ușor pe baza coeficienților polinoamelor ortogonale.

3.9.2. Estimarea frecvenței instantanee prin atribuirea unui polinom estimatelor locale ale IF

Estimatorul frecvenței instantanee de tip "diferență de fază ponderată", introdus de Kay și prezentat în subcapitolul 3.2, poate fi extins și pentru cazul unei legi de variație a fazei, prin înlocuirea estimatorului "diferență finită înainte" cu un estimator de tip diferență a fazei de ordinul q . Modelul care descrie semnalul analizat, în cazul când se presupune că faza este polinomială, este descris de relațiile (3.47) și (3.48).

Ca estimator local al frecvenței instantanee se utilizează unul dintre estimatorii diferenței de fază de ordinul q , introduși prin relația (3.9). Pentru N eșantioane discrete de date, vor fi disponibile $N - q$ estimări consecutive ale IF care se notează cu $\hat{f}_q(n)$ pentru $n = \overline{0, N - q}$.

Acești estimatori sunt nepolarizați, conțin o componentă de zgomot Gaussian "colorat" de medie nulă [2] și sunt de forma:

$$\hat{f}_q = \frac{1}{2\pi} \left[a_1 + 2a_2n + 3a_3n^2 + \dots + pa_p n^{p-1} \right] + u(n) \quad (3.63)$$

unde $u(n)$ este zgomotul Gaussian menționat mai sus, iar $\hat{f}_q(n)$ se obține sub forma unei combinații liniare de faze având distribuție Gaussiană.

În aceste condiții, estimarea parametrilor a_1, a_2, \dots, a_p devine o problemă de estimare a unor parametri în zgomot Gaussian "colorat", iar soluția ML obținută implică minimizarea expresiei:

$$\left(\hat{f}_q - X \cdot a \right) \cdot t_{C-1} \cdot \left(\hat{f}_q - X \cdot a \right) \quad (3.64)$$

unde $\hat{f}_q = \left[\hat{f}_q(1), \hat{f}_q(2), \dots, \hat{f}_q(N-1) \right]^T$ și C este matricea de covarianță de tip $(N-1) \times (N-1)$ a parametrilor $\hat{f}_{q,a} = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_p]^T$. Mulțimea estimărilor optime ale elementelor lui "a" este definită de relația :

$$\hat{a} = (X^T C^{-1} X)^{-1} (X^T C^{-1} \hat{f}_q) \quad (3.65)$$

iar dispersia estimatorului este:

$$\text{disp}(\hat{a}) = (X^T C^{-1} X)^{-1} \quad (3.66)$$

Matricea de covarianță C este o matrice diagonală de ordin $(q + 1)$, având elementele:

$$C_{i,j} = \frac{\sigma^2}{A^2(2\pi)^2} \cdot \sum_{k=0}^{q-|j-i|} b_k \cdot b_{k+|j-i|} \quad \text{pentru } i, j \leq N - q \quad (3.67)$$

Rezolvând ecuația (3.65) se pot obține estimările coeficienților fazei polinomiale și apoi, estimarea ML a legii de variație a IF, care vor atinge marginile Cramer-Rao pentru valori mari ale raportului semnal-zgomot [1] [2].

O metodă de estimare a parametrilor unor semnale cu fază polinomială și amplitudine aleatoare în timp, perturbate de zgomot este prezentată în [54].

4. REPREZENTĂRI TIMP-FRECVENȚĂ

4.1. Introducere

Principalul obiectiv al analizei semnalelor este acela de a extrage anumite informații care sunt relevante pentru o anumită aplicație. Între instrumentele de analiză a semnalelor dezvoltate de matematicieni și fizicieni, analiza Fourier este fără îndoială una dintre cele mai importante. Paradoxal însă, cu toate că se bazează pe conceptul de frecvență, analiza de tip Fourier se arată a fi imperfect adaptată prelucrării semnalelor care pot fi întâlnite în mod curent. Motivul acestei imperfecțiuni este datorat faptului că analiza de tip Fourier are performanțe optime într-un context „staționar”, adică atunci când semnalul analizat prezintă proprietăți (amplitudine, frecvență etc.) invariante în timp. Un exemplu grăitor este cel al semnalului care reprezintă o secvență muzicală. Urechea umană este capabilă să asocieze fiecărei note pe care o aude o frecvență fundamentală (pe care o numim nota la, si, do, etc.). Cu toate acestea, o notă muzicală este, prin definiție, de durată finită, spre deosebire de funcțiile trigonometrice utilizate în descompunerea spectrală de tip Fourier. Semnalul care reprezintă o notă muzicală este din acest motiv greu de descris în mod exact utilizând metodele de analiză spectrală uzuale. Modul de scriere al notelor muzicale pe portativ, (notația muzicală), utilizează în mod natural atât noțiunea de timp, cât și noțiunea de frecvență: pe portativ variabila temporală corespunde direcției orizontale, iar variabilei frecvență îi corespunde axa verticală.

În concluzie, pentru caracterizarea semnalelor nestaționare este necesară utilizarea reprezentărilor timp-frecvență ale acestora. Prin reprezentare timp-frecvență se înțelege o corespondență între semnal și o funcție de două variabile: timp și frecvență. Reprezentările timp-frecvență (TFR) combină analiza din domeniul timp cu cea în domeniul frecvență pentru a oferi o imagine mult mai revelatoare despre localizarea temporală a caracteristicilor spectrale ale semnalului. Reprezentările timp-frecvență și-au găsit aplicații în multe domenii cum ar fi de exemplu [79][82][83][86]: compresia și codarea semnalelor, reducerea zgomotului, detecția și clasificarea semnalelor, radar, sau chiar analiza performanțelor unor sisteme hidraulice [55] etc.

4.2. Localizarea semnalelor în timp și în frecvență. Principiul incertitudinii Heisenberg-Gabor

În multe aplicații ale prelucrării de semnale este necesar să se cunoască lungimea suportului temporal al unui semnal sau lungimea suportului transformatei sale Fourier. În acest mod pot fi apreciate durata semnalului sau banda sa de frecvență.

De exemplu, banda de frecvență a unui semnal sinusoidal este infinit mică, dar durata sa este infinită. Aceleași concluzii se obțin dacă se analizează un impuls având o durată foarte scurtă, a cărui bandă spectrală este deosebit de largă. Această „constrângere” este impusă de către dualitatea dintre reprezentările în timp

și frecvență ale unui semnal, date de transformările Fourier directă și inversă ale acestuia [12].

În același timp este firesc să se considere că semnalele întâlnite în practică sunt atât de bandă limitată cât și de durată limitată, motiv pentru care este necesar să fie abandonate metodele de estimare a duratei sau benzii bazate pe lungimea suporturilor frecvențial și temporal al unui semnal. Se preferă aprecierea duratei unui semnal pe baza mărimii σ_t definită sub forma unui moment inerțial conform relației de mai jos:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \cdot |x(t)|^2 dt \quad (4.1)$$

și banda acestuia pe baza mărimii σ_ω :

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \cdot |X(\omega)|^2 d\omega \quad (4.2)$$

În relațiile de mai sus, semnalul $x(t)$ se consideră de energie finită, adică:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < +\infty \quad (4.3)$$

Se observă că cu cât σ_t , respectiv σ_ω au valori mai mici, cu atât semnalul $x(t)$ este mai bine localizat în domeniile timp și frecvență. În acest context, se pune întrebarea: „cât de bine poate fi localizat un semnal în timp și în frecvență?”. Răspunsul este dat de inegalitatea lui Heisenberg-Gabor, care se bazează pe „relația de incertitudine” descoperită de Heisenberg în anii douăzeci, și pe o relație analogă acesteia, studiată de Gabor în domeniul telecomunicațiilor [12]. Această inegalitate, care poartă și denumirea de principiul de incertitudine are următoarea formă:

$$\sigma_t \cdot \sigma_\omega \geq \frac{1}{4\pi} \quad (4.4)$$

Din relația (4.4) rezultă faptul că nu se poate realiza o localizare timp-frecvență oricât de bună a unui semnal, produsul său durată-bandă fiind limitat inferior. Semnalele cu cea mai bună localizare în planul timp-frecvență sunt cele pentru care în relația (4.4) este satisfăcută egalitatea. Aceste semnale fac parte din clasa funcțiilor gaussiene, care au forma generală:

$$x(t) = C \cdot e^{-\alpha t^2}, \quad (c, \alpha) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \quad (4.5)$$

S-ar putea crede că aceleași rezultate legate de minimizarea produsului durată-bandă se obțin și în cazul semnalelor chirp (modulate în frecvență și în

amplitudine). Analizând inegalitatea Heisenberg-Gabor pentru acest caz, se observă că pentru o durată temporală dată, banda spectrală a semnalului chirp se mărește cu o cantitate determinată de domeniul frecvențelor baleiate de modulația în frecvență realizată. În consecință, în acest caz produsul durată-bandă va fi mai mare decât limita inferioară a inegalității Heisenberg-Gabor. În concluzie, dacă un semnal are produsul durată-bandă de valoare minimă, atunci el face parte în mod obligatoriu din clasa funcțiilor gaussiene. Reciproca nu este adevărată: dacă un semnal este gaussian, el nu are în mod obligatoriu un produs durată-bandă minim [12].

4.3. Reprezentarea timp-frecvență de tipul transformare Fourier-scurtă

Majoritatea transformărilor care au fost elaborate pentru analiza semnalelor pornesc de la prezumția că semnalul este staționar. Cea mai utilizată din acest punct de vedere este transformata Fourier:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-2j\pi ft} dt \quad (4.6)$$

Spectrul $X(f)$ exprimă distribuția semnalului în domeniul frecvență, pe toată durata sa, fără a ne oferi însă informații despre momentele de timp când apar diversele componente spectrale ale semnalului. În mod evident, transformarea Fourier nu este potrivită pentru analiza unor semnale nestaționare.

Metoda uzuală folosită pentru a induce o dependență temporală în cazul transformatei Fourier constă în introducerea conceptului de „frecvență locală”. Transformata Fourier este în acest caz folosită la analiza spectrală a unei secțiuni din semnal, obținută prin intermediul unei ferestre. Transformarea Fourier-scurtă (STFT) a fost pentru prima dată adaptată de Gabor pentru a defini o reprezentare timp-frecvență bidimensională. Definiția matematică a transformării Fourier-scurtă este dată de relația următoare:

$$TF_x^{STFT}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot w(\tau - t) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4.7)$$

unde $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$ și $w(t)$, numită „fereastră temporală”, este un semnal de energie unitară,

$$\|w(t)\|_{L^2}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |w(t)|^2 dt = 1 \quad (4.8)$$

La momentul t , TF_x^{STFT} este transformata Fourier a semnalului $x(\tau)$ multiplicată cu fereastra alunecătoare $w(\tau-t)$. Deoarece fereastra elimină toate caracteristicile semnalului care se află în afara unei vecinătăți a lui t , TF_x^{STFT} va reprezenta un „spectru local” în jurul momentului de analiză t . Modificând acest moment de la $-\infty$ la $+\infty$, fereastra temporală baleiază pe orizontală forma de undă a

întregului semnal $x(t)$. Dacă se alege o fereastră temporală de tip "Gaussian" atunci transformarea Fourier-scurtă poartă numele de transformare Gabor [52].

Transformarea Fourier-scurtă poate fi de asemenea exprimată în funcție de spectrele semnalului $X(\omega)$ și ferestrei $W(\omega)$, astfel:

$$TF_X^{STFT}(t, \omega) = e^{-j\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} X(u) \cdot W(u - \omega) \cdot e^{jut} du \quad (4.9)$$

Cu excepția factorului de fază $e^{-j\omega t}$, această expresie a TF_X^{STFT} exprimată în frecvență este analogă cu expresia (4.7) din domeniul timp. Ca urmare, expresia (4.9) arată că TF_X^{STFT} poate fi interpretată ca transformata Fourier inversă a spectrului "ferestruit" dat de $X(u) \cdot W(u - \omega)$, unde fereastra spectrală $W(\omega)$ este simpla transformată Fourier a ferestrei temporale $w(t)$ [56].

Pe lângă fereastra "gaussiană" se folosesc și alte ferestre temporale, cum ar fi: dreptunghiulară, Hamming, Hanning, Blackmann, etc. Acestea au fost introduse în construcția analizoarelor de spectru care exploatează algoritmul FFT, dar din păcate nici una dintre ele nu realizează o bună localizare frecvențială.

O proprietate remarcabilă a distribuțiilor timp-frecvență de tipul transformare Fourier-scurtă este că ele definesc operatori inversabili. Formula de transformare TF_X^{STFT} inversă este:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} TF_X^{STFT}(\tau, u) \cdot w(\tau - t) \cdot e^{jut} dud\tau \quad (4.10)$$

4.4. Reprezentarea timp-frecvență de tipul funcție de incertitudine

Un dezavantaj al reprezentării timp-frecvență de tipul transformare Fourier-scurtă este faptul că fereastra temporală folosită nu se poate adapta netaționarității semnalului analizat. Pentru a putea obține această adaptare este necesar ca fereastra temporală să depindă de semnalul analizat. Un astfel de operator definit pe $L^2(\mathbb{R})$ cu valori în $L^2(\mathbb{R}^2)$, care poate caracteriza comportarea unui semnal în planul timp-frecvență, este funcția de incertitudine a acestuia $TF_X^{Fi}(t, \omega)$, definită prin [57], [58]:

$$TF_X^{Fi}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(\tau + \frac{t}{2}\right) \cdot x^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \cdot e^{j\omega\tau} d\tau \quad (4.11)$$

Reprezentarea timp-frecvență de tip funcție de incertitudine poate fi privită ca și o transformare Fourier a unui nucleu. Având în vedere că:

$$TF_X^{Fi}(t, -\omega) = F\left\{x\left(\tau + \frac{t}{2}\right) \cdot x^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right)\right\} \quad (4.12)$$

rezultă că nucleul acestei transformări este :

$$K_{Fi}(\tau, t) = x\left(\tau + \frac{t}{2}\right) \cdot x^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \quad (4.13)$$

Se poate constata faptul că funcția de incertitudine poate fi privită ca și o transformare Fourier-scurtă a cărei fereastră temporală $w(\tau-t)$ este de forma $x^*(\tau-t/2)$, adică dependentă de semnalul analizat $x(t)$. Pe baza acestei observații se poate afirma că funcția de incertitudine este o transformare Fourier-scurtă adaptivă.

În concluzie, deoarece lățimea ferestrei depinde de semnalul analizat rezultă că semnalele scurte sunt analizate cu ferestre temporale scurte, iar cele lungi cu ferestre temporale lungi. În consecință, semnalele scurte vor fi bine localizate în timp, iar cele lungi vor avea o localizare bună în frecvență.

Proprietățile transformării Fourier-scurtă sunt și proprietăți ale funcției de incertitudine. Această reprezentare timp-frecvență s-a dezvoltat în legătură cu cercetările în radiolocație.

În [59] se prezintă modul de utilizare a reprezentării timp-frecvență de tip transformare funcție de incertitudine la rezolvarea problemelor de bază din radiolocație. Se admite că între semnalul emis $x(t)$ și cel recepționat de radiolocator $x_r(t)$ există o legătură de forma:

$$x_r(t) = x(t - t_0) e^{j\Omega(t-t_0)} \quad (4.14)$$

Pe baza măsurării întârzierii t_0 se poate determina distanța dintre radiolocator și țintă, iar pe baza măsurării deviației de frecvență Ω se poate determina valoarea momentană a vitezei țintei. Impreciziile de calcul, care se constată la determinarea valorilor funcțiilor de incertitudine pentru semnalele emis $TF_X^{Fi}(t, \omega)$ și recepționat $TF_{X_r}^{Fi}(t, \omega)$ conduc la imprecizia de măsurare a mărimilor t_0 și Ω . Acesta este motivul pentru care aceste reprezentări se numesc funcții de incertitudine. În [60] sunt calculate distribuțiile timp-frecvență de tip funcție de incertitudine pentru câteva semnale nestaționare, cum ar fi semnalul gaussian și dreptunghiular modulat liniar în frecvență, semnalul dreptunghiular cu fază logaritmică etc.

4.5. Reprezentarea timp-frecvență de tipul transformare Wigner-Ville

În 1948, printr-un articol J. Ville propune o nouă modalitate de abordare a problemei timp-frecvență [10]: aceasta corespunde distribuțiilor energetice care, spre deosebire de descompunerile liniare ale unui semnal în elemente componente, au o structură pătratică [12].

Considerând semnalul de energie finită $x(t)$, i se asociază nucleul:

$$K_{W-V}(t, \tau) = x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \quad (4.15)$$

Transformarea Fourier a acestei funcții, în raport cu variabila τ , poartă numele de reprezentare timp-frecvență de tipul Wigner-Ville:

$$TF_X^{W-V}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4.16)$$

Se poate afirma că transformata Wigner-Ville, $TF_X^{W-V}(t, \omega)$, nu este altceva decât transformata Fourier a unei funcții ce caracterizează repartiția de energie:

$$TF_X^{W-V}(t, \omega) = \mathfrak{F}\{K_{W-V}(t, \tau)\}(\omega) \quad (4.17)$$

Trebuie remarcat faptul că metoda propusă de Ville a fost inspirată de formalismul operațional din mecanica cuantică, fără a se baza și chiar fără a fi echivalată în acele momente, cu funcția propusă de E.P. Wigner în 1932 [12], [61].

Cea mai importantă caracteristică a reprezentării timp-frecvență de tip Wigner-Ville constă în posibilitatea îmbunătățirii rezoluției în planul timp-frecvență. Pentru semnale cu o singură componentă timp-frecvență (cum ar fi semnalul chirp), reprezentarea Wigner-Ville determină o regiune clară și bine conturată în care este concentrată energia semnalului în planul timp-frecvență [52].

Comparând nucleele reprezentărilor timp-frecvență de tip Wigner-Ville și funcție de incertitudine se constată că:

$$K_{W-V}(t, \tau) = K_{Fi}(\tau, t) \quad (4.18)$$

În concluzie, cele două nuclee se pot obține unul din celălalt prin schimbarea de variabilă

$$t \leftrightarrow \tau \quad (4.19)$$

De aici rezultă și asemănarea remarcabilă între cele două transformări ale aceluiași semnal, motiv pentru care și reprezentarea Wigner-Ville poate fi privită ca și o transformare Fourier-scurtă adaptivă.

Totodată, pe baza relației (4.18) se poate afirma că toate proprietățile reprezentării timp-frecvență de tipul funcție de incertitudine sunt și proprietăți ale reprezentării timp-frecvență de tip Wigner-Ville. Aceasta are însă și proprietăți suplimentare putându-se concluziona că reprezentarea timp-frecvență de tip Wigner-Ville are numărul cel mai mare de proprietăți dintre toate reprezentările timp-frecvență.

Interpretarea distribuției Wigner-Ville ca și densitate de probabilitate se caracterizează prin anumite limite determinate de faptul că poate lua și valori negative. Această observație și faptul că aplicarea practică a metodei impune un volum foarte mare de muncă reprezintă obstacolele majore care au făcut ca mai multe decenii ea să fie mai puțin utilizată. Apariția calculatoarelor a dus la reluarea cercetărilor în această direcție. S-a observat totodată că această transformare răspunde unui principiu de superpoziție pătratic (neliniar), conform căruia:

$$TF_{X+Y}^{W-V}(t, \omega) = TF_X^{W-V}(t, \omega) + TF_Y^{W-V}(t, \omega) + 2 \operatorname{Re}\{TF_{XY}^{W-V}(t, \omega)\} \quad (4.20)$$

unde,

$$TF_{XY}^{WV}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot y^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4.21)$$

Analizând relația (4.20) se observă apariția unor termeni de interacțiune numiți de interferență, care în general micșorează lizibilitatea unei reprezentări timp-frecvență pentru semnale cu mai multe componente armonice.

O posibilitate de generalizare a reprezentării timp-frecvență de tip Wigner-Ville este inspirată de utilizarea în practică a acestei reprezentări. Este vorba despre utilizarea unor ferestre bidimensionale în planul timp-frecvență. Se obțin în acest mod reprezentările timp-frecvență care aparțin clasei lui Cohen:

$$TF_X^C(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(v, \tau) \cdot K_{W-V}(\lambda, \tau) \cdot e^{jv(\lambda-t)} \cdot e^{-j\omega\tau} dv d\lambda d\tau \quad (4.22)$$

Funcția $\varphi(v, \tau)$ reprezintă fereastra bidimensională amintită mai sus.

În ciuda complexității lor și a multitudinii de proprietăți care le caracterizează, reprezentările timp-frecvență care aparțin clasei lui Cohen nu realizează o localizare foarte bună în planul timp-frecvență a componentelor semnalului analizat datorită apariției termenilor de interferență. În timp s-au propus o mulțime de variante pentru îmbunătățirea lizibilității reprezentării timp-frecvență a unui semnal [62]. Una dintre cele mai moderne metode, aplicabilă atât în cazul reprezentărilor timp-frecvență cât și în cazul celor de tip timp-scală, cum ar fi reprezentarea undișoară, se numește metoda "realocării" și constă în creșterea concentrației de energie a componentelor semnalului [84].

În [63] se prezintă această metodă prin care se urmărește reducerea termenilor de interferență și îmbunătățirea concentrării energiei componentelor unui semnal în planul timp-frecvență, prin realocarea distribuției energetice a semnalului în altă regiune a planului. Metoda de realocare analizată creează o versiune modificată a unei reprezentări prin deplasarea valorilor acesteia din punctele unde sunt calculate, în vederea obținerii unei localizări mai bune a componentelor semnalului. Metoda se poate generaliza pentru orice distribuție timp-frecvență sau timp-scală, dar în lucrarea menționată se prezintă aplicarea ei în cazul distribuțiilor Wigner-Ville și pseudo Wigner-Ville, menționându-se inclusiv coordonatele de realocare și influența asupra atenuării termenilor de interferență. Este necesar să se sublinieze faptul că aplicarea metodei depinde de semnal și de tipul reprezentării, ducând la pierderea proprietății de liniaritate, dar marea majoritate a celorlalte proprietăți ale reprezentării abordate se mențin.

În [12] și [56] se prezintă pe larg o multitudine de proprietăți ale transformatei Wigner-Ville, legate de geometria și de mecanismul de interferență, de reducerea termenilor de interferență ținând cont că ei se caracterizează și prin anumite informații utile, de metoda de estimare statistică a spectrului de tip Wigner-Ville, etc. Lucrarea [64] prezintă o metodă de analiză timp-frecvență bazată pe filtrarea distribuției pseudo-Wigner-Ville, metodă prin care se poate obține o reducere semnificativă a termenilor de interferență.

4. 6. Reprezentarea de tip timp-factor de scală

O proprietate fundamentală a transformatei undișoară (wavelet transform - WT) este reprezentat de faptul că rezoluția în domeniul timp și rezoluția în domeniul frecvență pot varia în planul timp-frecvență.

În cazul în care semnalul netaționar $x(t)$ este descris printr-o succesiune de semnale de durată limitată, dintre care primele sunt de durată mare și cu viteză de variație redusă, iar ultimele sunt scurte și cu variație rapidă, ar fi util ca acest semnal să fie prelucrat cu ajutorul unei reprezentări timp-frecvență care să folosească o fereastră temporală lungă la începutul analizei și scurtă la sfârșit. O fereastră temporală de acest fel este:

$$w(\tau) = \sqrt{s}\psi(s(\tau - t)) \quad (4.23)$$

unde funcția $w(\tau)$ se numește undișoară analizantă iar s este un parametru numit factor de scală care ține seama de durata semnalului de analizat. Valoarea \sqrt{s} se utilizează pentru normalizarea energiei [57], [58], [65].

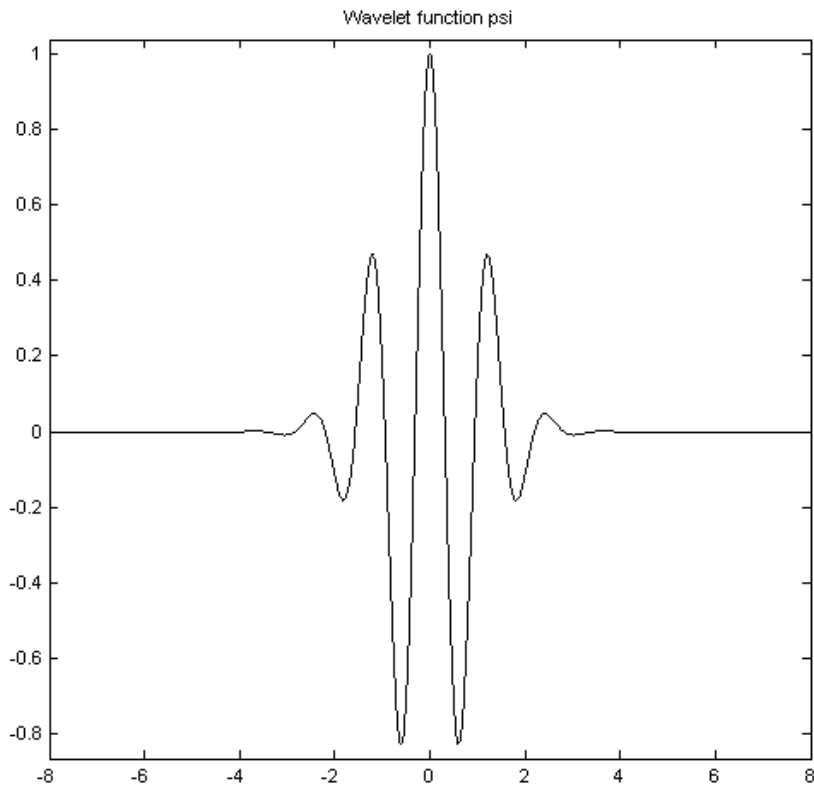


Fig.4.1. Exemplu de funcție undișoară

Transformata undișoară continuă (continuous wavelet transform CWT), care folosește o astfel de fereastră, permite acoperirea planului timp-frecvență cu celule de dimensiuni variabile. Relația de definire a transformatei este:

$$CWT_x(s, t) = \sqrt{s} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot \psi(s(\tau - t)) d\tau \quad (4.24)$$

Analiza bazată pe această transformare determină corelația dintre semnal și versiuni translate în timp și dilatate sau comprimate ale funcției $\psi(t)$.

Dacă se consideră că parametrul este un raport de pulsații, $s = \frac{\omega}{\omega_0}$, ω_0 fiind pulsația centrală a filtrului trece-bandă cu răspunsul la impuls $\psi(\tau)$, atunci transformarea undișoară devine o reprezentare timp-frecvență adaptivă:

$$TF_x^{CWT}(\omega, t) = \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot \psi\left(\frac{\omega}{\omega_0}(\tau - t)\right) d\tau \quad (4.25)$$

Analiza realizată cu ajutorul transformării undișoară poate fi interpretată ca proiecție a semnalului analizat pe celule timp-scală de tipul celor descrise de relația (4.23). Fiecare dintre aceste celule se obține printr-o translație în timp și o dilatare sau o compresie a funcției $\psi(t)$, transformarea CWT_x măsurând "similaritatea" dintre semnal și undișoara-analizantă [66].

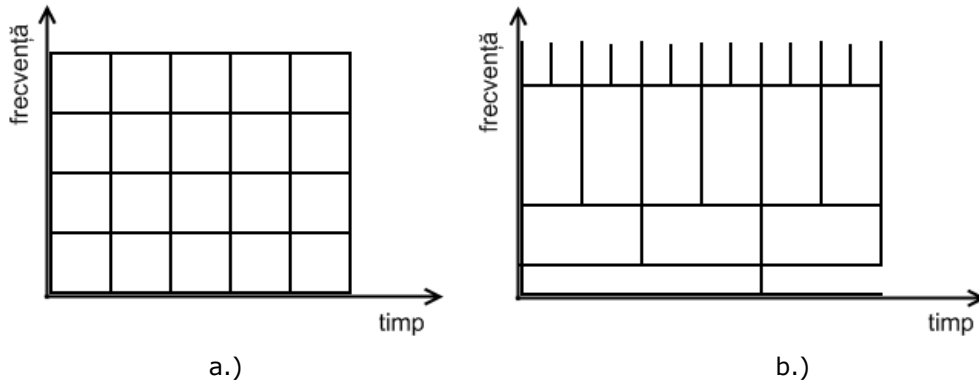


Fig. 4.2. Acoperirea planului timp-frecvență cu celule de rezoluție diferită în funcție de tipul transformării. a) celule de rezoluție constantă pentru transformata Fourier-scurtă; b) celule de rezoluție variabilă pentru transformata undișoară

În urma analizei undișoarei rezultă un set de coeficienți ai acestora, care arată cât de apropiat este semnalul de funcțiile de bază de tip undișoară-analizantă. Ca urmare, orice semnal poate fi reprezentat ca o descompunere în undișoare, adică reconstruirea semnalului original este posibilă prin adunarea unor blocuri elementare, având formă constantă, dar dimensiuni diferite. Cu alte cuvinte se presupune că funcțiile undișoară continui $\psi(\tau)$ se vor comporta ca o bază ortogonală [66].

Superioritatea analizei folosind transformarea undișoară față de cea bazată pe transformarea Fourier-scurtă, în cazul unui semnal netaționar oarecare este

prezentată în figura 4.3. Semnalul analizat în acest caz este reprezentat de un impuls Dirac.

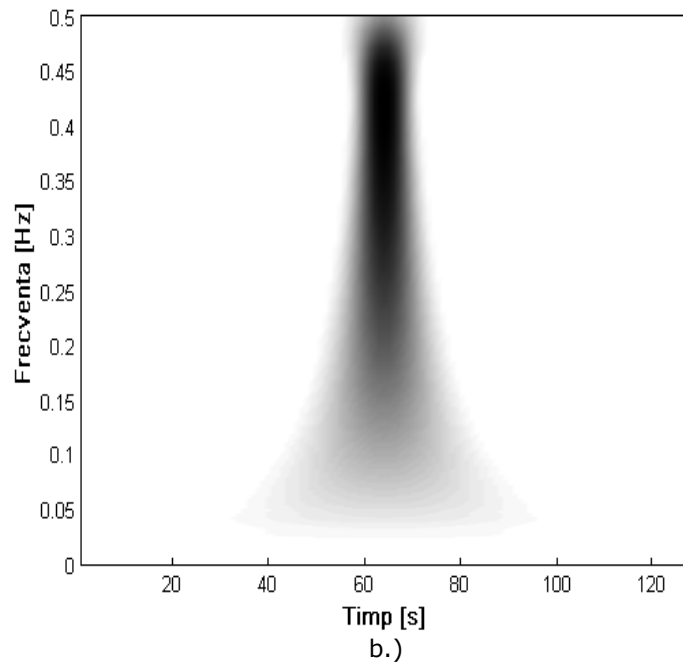
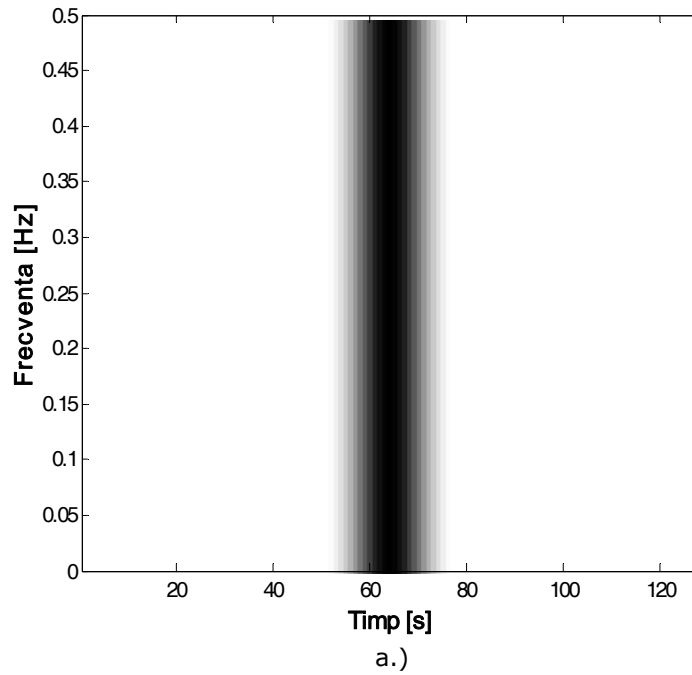


Fig.4.3. Reprezentarea transformărilor Fourier-scurtă și undișoară pentru semnalul reprezentat de un impuls Dirac. a) transformarea Fourier-scurtă; b) transformarea undișoară.

Din figura 2.3 se poate observa cu ușurință faptul că rezoluția în planul timp-frecvență al reprezentării transformării Fourier-scurtă este constantă, în timp ce rezoluția transformării undișoară variază în funcție de frecvență. Trebuie subliniat faptul că frecvența locală $\omega = s\omega_0$, care depinde de undișoara-analizantă, nu are nici o legătură cu frecvența de modulație ca și în cazul transformării Fourier-scurtă. Acesta este motivul pentru care în cazul CWT_x se preferă utilizarea noțiunii de scală în loc de frecvență, iar cuvântul frecvență va fi specific transformării Fourier-scurtă [66].

Parametrul scală se presupune în general strict pozitiv, dar există și posibilitatea introducerii unor parametri de scală negativi, care vor juca un rol similar celui determinat de frecvențele negative în analiza Fourier [12].

Transformarea undișoară este inversabilă, formula de inversiune fiind conform [52] și [66] de forma:

$$x(t) = \left(\frac{1}{c_\psi} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} CWT_x(s, t) \cdot \psi(s(t - \tau)) ds \cdot d\tau \quad (4.26)$$

În [52] și [67] sunt enunțate și demonstrate mai multe proprietăți ale transformatei undișoară, fiind descrise și unele aplicații de interes.

Reprezentarea timp-factor de scală de tip undișoară este o transformare foarte modernă, având în prezent un domeniu larg de aplicații [71][73][77]: prelucrarea imaginilor, prelucrarea semnalelor acustice și seismice [87], prelucrarea vorbirii, prelucrarea semnalelor aleatoare și analiza semnalelor fractale, analiza sistemelor, detecție.

După cum s-a mai arătat, în vederea îmbunătățirii lizibilității unei reprezentări timp-frecvență se folosește de multe ori metoda "realocării". Ea se dovedește a fi foarte utilă și în cazul reprezentărilor de tip timp-scală, cum ar fi transformarea undișoară.

Descrierea modalităților de aplicare a metodei în cazul acestei clase de funcții, proprietățile, calculul noilor coordonate de localizare în planul timp-frecvență ale reprezentării analizată și câteva exemple practice de utilizare a ei sunt prezentate în [63].

4.7. Reprezentări timp-frecvență pătratice

Deși liniaritatea unei reprezentări timp-frecvență este o proprietate utilă, uneori este de preferat să se utilizeze pătratul modulului acesteia ca reprezentare timp-frecvență. Acest procedeu se utilizează în cazurile când se vorbește despre distribuții de energie în planul timp-frecvență.

Se numește reprezentare timp-frecvență de tip spectrogramă funcția $TF_x^S(t, \omega) = |TF_x^{STFT}(t, \omega)|^2$ și reprezentare timp-frecvență de tip scalogramă funcția $|TF_x^{CWT}(t, \omega)|^2$.

Spectrograma nu prezintă proprietatea de liniaritate. Pentru un semnal de forma $x(t) = a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)$, compus din două semnale $x_1(t)$ și $x_2(t)$ din $L^2(\mathbb{R})$, se poate scrie relația:

$$TF_{ax_1+bx_2}^S(t, \omega) = \left| TF_{ax_1+bx_2}^{STFT}(t, \omega) \right|^2 = \left| aTF_{x_1}^{STFT}(t, \omega) + bTF_{x_2}^{STFT}(t, \omega) \right|^2 = \\ \left| a \right|^2 TF_{x_1}^S(t, \omega) + \left| b \right|^2 TF_{x_2}^S(t, \omega) + 2 \operatorname{Re} \left\{ ab^* TF_{x_1}^{STFT}(t, \omega) \left(TF_{x_2}^{STFT}(t, \omega) \right)^* \right\} \quad (4.27)$$

Proprietatea exprimată de relația (4.27) se numește biliniaritate. O transformare T este numită biliniară dacă satisface relația:

$$T\{ax_1 + bx_2, ax_1 + bx_2\} = |a|^2 T\{x_1, x_1\} + |b|^2 T\{x_2, x_2\} + ab^* T\{x_1, x_2\} + a^* b T\{x_2, x_1\} \quad (4.28)$$

În cazul spectrogramei,

$$T\{x_1, x_2\}(t, \omega) = TF_{x_1}^{STFT}(t, \omega) \left(TF_{x_2}^{STFT}(t, \omega) \right)^* \quad (4.29)$$

adică,

$$T\{x_1, x_1\}(t, \omega) = TF_{x_1}^S(t, \omega) \quad (4.30)$$

Ținând seama de această observație se constată identitatea relațiilor (4.27) și (4.28).

Deci spectrograma este o reprezentare timp-frecvență biliniară. Cel de-al treilea termen din relația (4.27) este numit termen de interferență. El exprimă modul în care se influențează reprezentările timp-frecvență ale componentelor $x_1(t)$ și $x_2(t)$ în structura reprezentării timp-frecvență a semnalului. Evident el deranjează "lizibilitatea" spectrogramei semnalului $x(t) = a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)$.

La fel ca și în cazul reprezentării timp-frecvență de tip transformare Fourier scurtă și în cazul reprezentării timp-frecvență de tip "wavelet" prin ridicarea modulului la pătrat se obține reprezentarea timp-frecvență numită scalogramă:

$$TF_X^{Sc}(t, \omega) = \left| TF_X^{CWT}(t, \omega) \right|^2 \quad (4.31)$$

Și această reprezentare este biliniară.

În [66] se analizează o relație de legătură interesantă între transformatele de tip Wigner-Ville și undișoară continuă (respectiv, clasa funcțiilor "afine"). În acest context scalograma este privită ca și o corelație "afină" bidimensională între semnalul analizat și transformata Wigner-Ville a funcției undișoară de bază:

$$\left| CWT(\tau, s) \right|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} TF_X^{WV}(t, \omega) \cdot TF_{\psi}^{WV}\left(s(t - \tau), \frac{\omega}{s}\right) dt d\omega \quad (4.32)$$

Această formulă remarcabilă subliniază faptul că între transformatele undișoară și Wigner-Ville există legături puternice. În aceeași lucrare se afirmă că relația de mai sus poate fi generalizată pentru a defini întreaga clasă de distribuții energetice de tip timp-scală. O metodă adaptivă de estimare a frecvenței instantanee a semnalelor nestaționare cu mai multe multicomponente folosind reprezentări timp-frecvență pătratice este prezentată în [68].

Problema detecției optimale a semnalelor nestaționare folosind transformări timp-frecvență și timp-factor de scală biliniare este tratată în [69].

5. Estimarea frecvenței instantanee a semnalelor nestaționare folosind maximele locale ale reprezentărilor timp-frecvență

5. 1. Descrierea algoritmului folosit

Estimarea frecvenței instantanee a semnalelor nestaționare poate fi realizată folosind mai multe metode: prin utilizarea diferenței de fază, prin metoda trecerilor prin zero prin utilizarea momentelor distribuțiilor timp-frecvență etc. În capitolul acesta se realizează o prezentare a rezultatelor obținute la estimarea frecvenței instantanee a unor semnale nestaționare folosind maximele locale ale reprezentărilor timp-frecvență.

Algoritmul propus în acest capitol a fost elaborat folosind un „toolbox” special numit „Time frequency Toolbox” (TFTB), care este o colecție de aproximativ 100 de scripturi pentru mediile GNU Octave și MATLAB, dezvoltat pentru a analiza semnalelor nestaționare cu ajutorul distribuțiilor timp-frecvență. Toolbox-ul poate fi descărcat gratuit de la adresa web: <http://tftb.nongnu.org/>.

Toolbox-ul conține o serie de programe care implementează numeroși algoritmi pentru analiza timp-frecvență a semnalelor, cu un accent deosebit pe distribuțiile de energie pătratice din clasele Cohen și afine. Sunt prezente și programe pentru obținerea unor versiuni îmbunătățite ale reprezentărilor timp-frecvență folosind metoda realocării. Toolbox-ul conține de asemenea și un set de programe script care se pot folosi la generarea unor semnale de test nestaționare, precum și programe care se pot folosi la prelucrarea/post-procesarea semnalelor. Sunt de asemenea prezente rutine care se pot folosi la afișarea reprezentărilor timp-frecvență, precum și un set de programe demonstrative.

Algoritmul propriu pentru estimarea frecvenței instantanee a semnalelor nestaționare propus în acest capitol conține mai mulți pași. În primul pas s-au generat semnale de test, care au avut o formă de undă astfel aleasă încât să testeze funcționarea algoritmului în diverse condiții. Semnalele de test care s-au folosit au fost semnale modulate în frecvență, având o lege de variație a frecvenței instantanee de tip liniară, sinusoidală, parabolică, și cu salturi de frecvență. Pentru obținerea acestor semnale s-au folosit programele special concepute din componența toolbox-ului. Avantajul folosirii toolbox-ului TFTB constă în obținerea directă a unui semnal analitic, dar și a legii de variație ideală a frecvenței instantanee a semnalului.

Având în vedere faptul că orice metodă de estimare a frecvenței instantanee trebuie să funcționeze și pentru semnale reale, care în general sunt mai mult sau mai puțin afectate de zgomot, în pasul următor al algoritmului s-a suprapus un semnal de zgomot peste semnalul de test generat anterior. Zgomotul folosit a fost de tip gaussian. Funcționarea algoritmului s-a testat pentru mai multe nivele de zgomot perturbator.

Pasul următor al algoritmului constă în obținerea unei reprezentări timp-frecvență a semnalului perturbat de zgomot. Parametrii folosiți la generarea reprezentărilor timp-frecvență pot fi modificați în funcție de semnalul analizat. În

cazul unei reprezentări timp-frecvență de tip Fourier-scurtă se pot alege mai multe feluri de funcții fereastră, cum ar fi Hamming, Hanning, Nuttall, Papoulis, Harris, dreptunghiulară, triunghiulară, Bartlett, Blackman, Gaussiană etc. De asemenea, în cazul acestei reprezentări și lungimea ferestrei folosite are o influență importantă asupra reușitei estimării frecvenței instantanee. Folosind un algoritm iterativ se determină maximele locale pentru toate momentele de timp la care au fost preluate eșantioanele semnalului analizat. Aceste maxime locale sunt apoi folosite pentru a obține o estimare a legii de variație a frecvenței instantanee a semnalului. Ținând cont de faptul că la generarea semnalului s-a obținut și o lege de variație ideală a frecvenței instantanee, s-a putut determina o eroare a estimării, prin comparația la fiecare moment de pe axa timpului dintre valoarea ideală și cea estimată. La calculul acestei erori primele 200 și ultimele 200 de eșantioane sunt eliminate pentru a reduce efectul erorii de margine. Prin repetarea măsurătorilor de mai multe ori se poate obține o eroare medie, care poate fi utilizată pentru a evalua calitatea estimării. Erorile de estimare prezentate în acest capitol sunt de tip RMSE (root mean square error).

5.2. Generarea semnalelor de test

Semnalele de test care au fost utilizate pentru a testa funcționarea algoritmului de estimare a frecvenței instantanee au fost generate prin folosirea rutinelor special create pentru acest scop din componența toolbox-ului TFTB. Semnalele generate au fost semnale modulate în frecvență, reprezentate numeric sub forma unor eșantioane preluate la momente de timp bine stabilite de frecvența de eșantionare. În toolbox-ul TFTB semnalele sunt reprezentate în mod implicit folosind o frecvență de eșantionare normată, adică se consideră că frecvența de eșantionare este de 1 Hz. Conform teoremei eșantionării, semnalele care se pot reprezenta în acest caz trebuie să aibă o frecvență cuprinsă între 0 și 0,5 Hz. Semnalele care s-au folosit au avut un număr de 2048 de eșantioane. Acest număr de eșantioane ar fi fost insuficient pentru a testa algoritmul de estimare în mod corespunzător. Un număr prea mare de eșantioane duce la un calcul mai dificil al reprezentărilor timp-frecvență datorită faptului că ar crește cerințele sistemului de calcul pe care se fac procesările, în special volumul de memorie necesar. Prin alegerea unui număr de eșantioane care este o putere a lui 2 se poate efectua mai ușor calculul reprezentării Fourier scurtă folosind algoritmul FFT (transformata Fourier rapidă). Primul semnal de test a fost de tip semnal modulată liniar în frecvență (denumit uneori și chirp linear). Un astfel de semnal are o frecvență instantanee dependentă de timp, de forma:

$$f(t) = f_0 + kt \quad (5.1)$$

unde f_0 este frecvența semnalului la momentul inițial $t = 0$, iar k este rata de variație a frecvenței semnalului. Semnalul utilizat pentru testarea algoritmului de estimare a frecvenței instantanee a fost un semnal cu o frecvență care a variat liniar de la 0,1 la 0,4 Hz. Forma de undă și modul de variație în domeniul timp a frecvenței instantanee a acestui semnal sunt prezentate în figura 5.1, cu mențiunea că pe abscisă, datorită frecvenței de eșantionare de 1 Hz, variabila timp indică și numărul eșantionului curent.

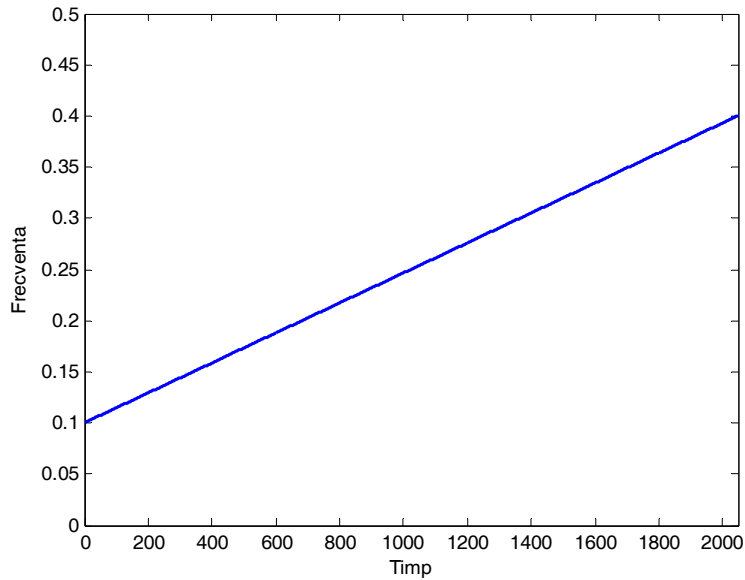


Fig.5.1. Variația în timp a frecvenței instantanee a semnalului chirp linear

Un alt semnal care s-a folosit la testarea metodei de estimare a frecvenței instantanee folosind maximele locale ale reprezentărilor timp-frecvență a fost modulată în frecvență folosind un semnal modulator sinusoidal, având perioada egală cu durata totală a semnalului modulat. Forma de variație în timp a acestui semnal este prezentată în figura 5.2.

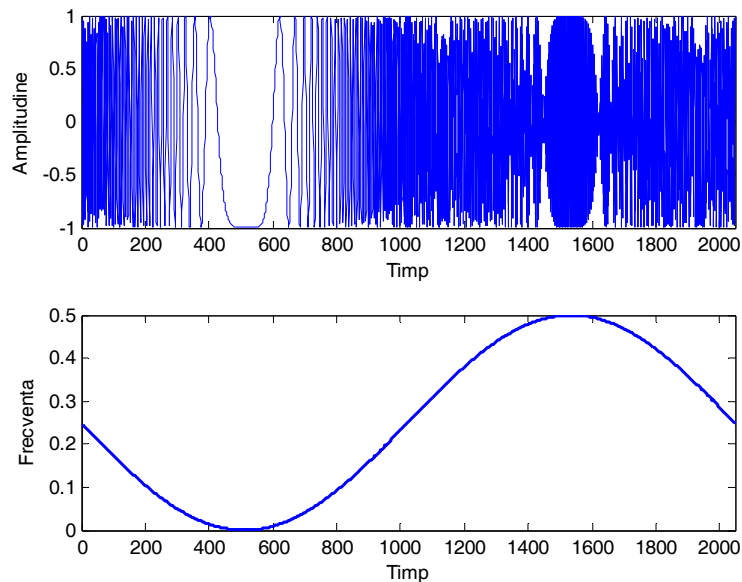


Fig.5.2. Variația în timp a semnalului modulat sinusoidal în frecvență și a frecvenței instantanee a acestui semnal

Al treilea semnal care a fost utilizat pentru a estima frecvența instantanee a fost modulat în frecvență după o lege parabolică, conform relației:

$$x(t) = e^{2\pi j(At+Bt^2+Ct^3)} \quad (5.2)$$

Programul din toolbox-ul TFTB oferă două posibilități de alegere a parametrilor unui astfel de semnal: se pot preciza direct coeficienții A, B și C sau se pot alege trei puncte din planul timp-frecvență prin care curba de variație a frecvenței instantanee a semnalului să treacă. În acest al doilea caz, programul va calcula automat coeficienții A, B și C ai semnalului. Curba de variație în timp a unui astfel de semnal și frecvența instantanee a acestuia sunt prezentate în figura 5.3.

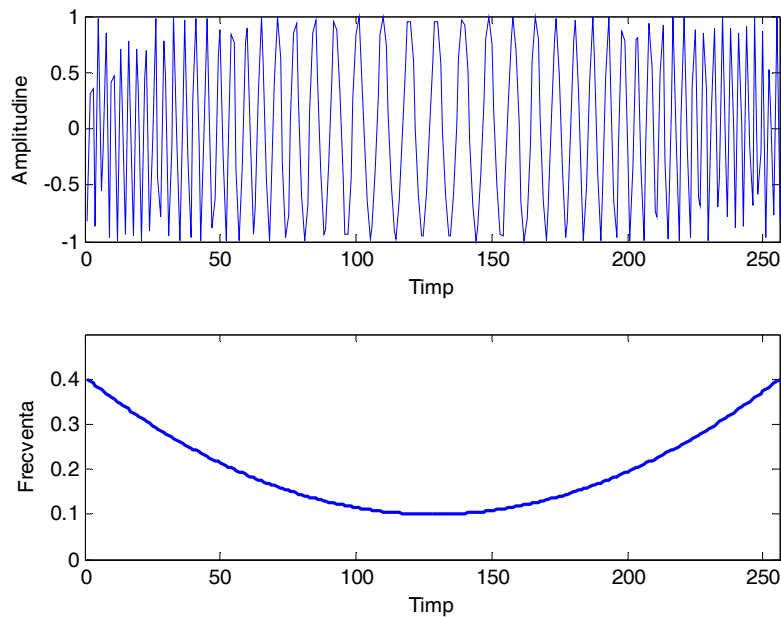


Fig.5.3. Variația în timp a semnalului modulat parabolic în frecvență și a frecvenței instantanee a acestui semnal

O categorie importantă de semnale netaționare sunt cele care prezintă salturi de frecvență. În general estimarea frecvenței instantanee se poate realiza cu rezultate mai bune în cazul unor semnale ale căror frecvență variază lent și mult mai dificil în cazul semnalelor la care frecvența variază cu o viteză mai mare. Pentru a testa funcționarea algoritmului și în cazul acestor semnale, au fost generate două astfel de semnale de test. Ambele semnale prezintă regiuni în care frecvența semnalului este constantă, cele două diferind doar prin modul în care frecvența instantanee variază între aceste „paliere” de frecvență.

Astfel, întâi s-a luat în considerare un semnal care prezintă salturi bruște de frecvență, pentru ca apoi să se analizeze alt semnal care se caracterizează printr-o variație mai lentă între două regiuni unde frecvența este constantă. Variațiile în timp ale acestor semnale sunt prezentate în figurile 5.4 și 5.5.

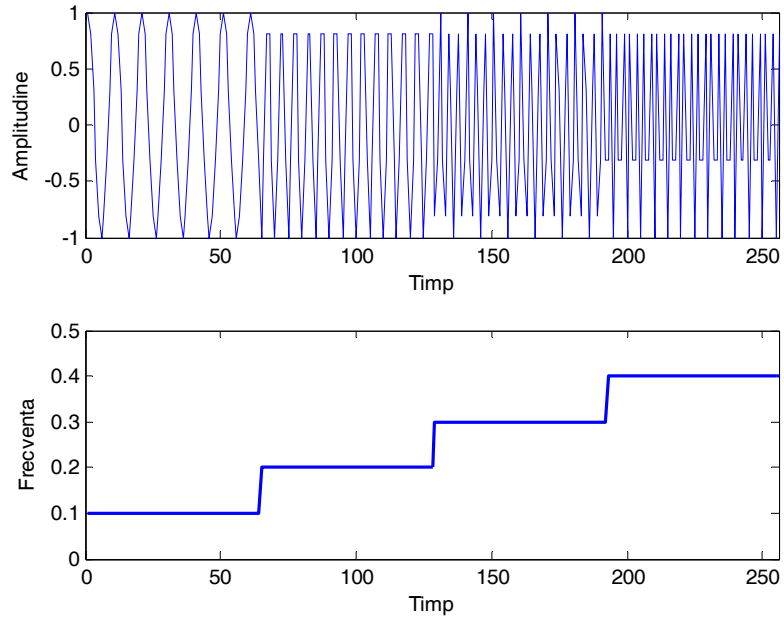


Fig.5.4. Semnal nestaționar cu variație bruscă a frecvenței instantanee

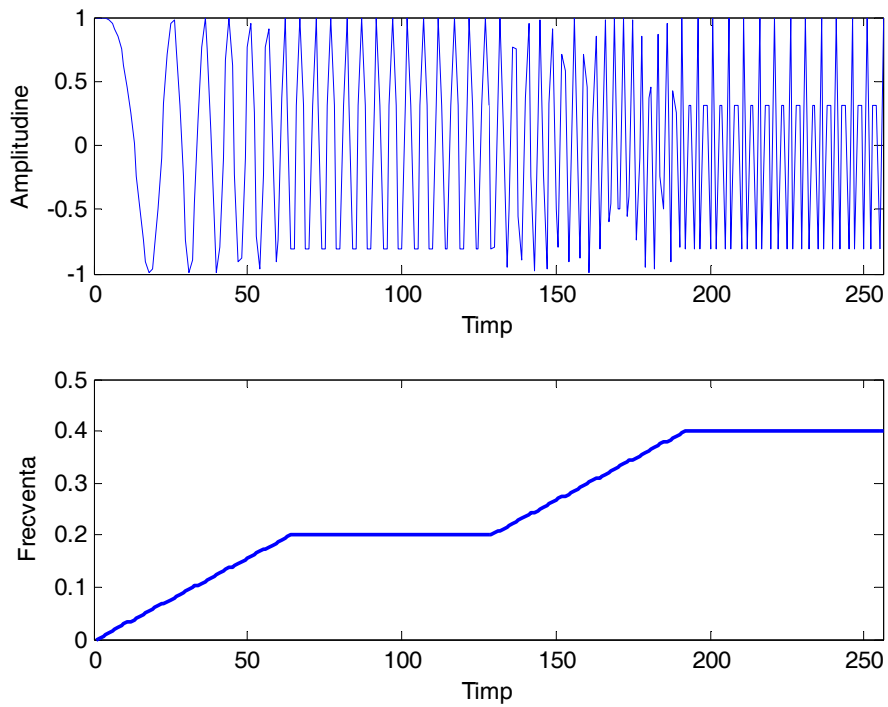


Fig.5.5. Semnal nestaționar cu variație lentă a frecvenței instantanee

Toate aceste semnale de test au fost însumate cu un semnal de zgomot, de tip Gaussian, obținându-se semnale de test având diverse raporturi semnal/zgomot.

5.3. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulată liniar în frecvență

În acest paragraf se prezintă rezultatele obținute prin folosirea algoritmului de estimare a frecvenței instantanee, în cazul unui semnal chirp modulată liniar. Semnalul, care a fost generat folosind toolbox-ul TFTB, are o frecvență instantanee inițială de 0,1 Hz și o frecvență instantanee finală de 0,4 Hz. Între aceste două valori, frecvența variază liniar. Semnalul are un număr de 2048 de eșantioane. Reprezentarea Fourier scurtă a acestui semnal, obținută prin folosirea unei funcție fereastră de tip Hamming de 511 eșantioane lățime, este prezentată în figura 5.6.

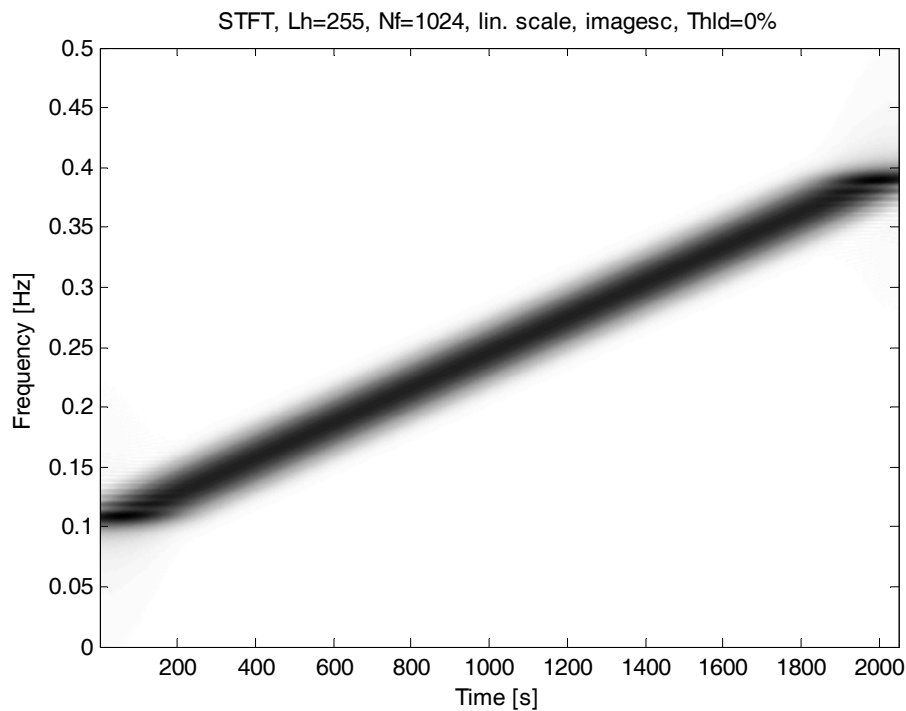


Fig. 5.6. Reprezentarea de tip Fourier scurtă a semnalului modulată liniar în frecvență

Trebuie menționat faptul că, dacă semnalul are 2048 de eșantioane, reprezentarea lui de tip Fourier scurtă, calculată folosind toolbox-ul TFTB, va fi reprezentată sub forma unei matrici cu valori complexe conținând 2048x2048 valori. Folosind o funcție de vizualizare a acestei matrici s-a obținut imaginea prezentată în figura 5.6. Pentru a determina toate maximele locale din semnătura timp-frecvență a semnalului, această matrice trebuie parcursă de-a lungul domeniului timp, folosind un algoritm iterativ. Practic, reprezentarea timp-frecvență este „baleiată” după axa timpului într-un număr de pași egali cu numărul de eșantioane ale semnalului.

Pentru fiecare pas s-a determinat o valoare din domeniul frecvență, la care era situat maximul local.

Astfel au rezultat 2048 de maxime locale, pentru fiecare din cele 2048 de coloane ale matricii, care conține distribuția timp-frecvență calculată a semnalului. În figura 5.7 este reprezentată o secțiune verticală a reprezentării timp-frecvență de tip Fourier scurtă din figura 5.6, secțiune prelevată la eșantionul cu numărul 1000. În secțiunea din figura 5.7, prezența maximului local la frecvența de aproximativ 0,25 Hz este evidentă. Prin trasarea curbei ce corespunde celor 2048 de maxime locale se poate obține legea de variație estimată a semnalului nestaționar. Așa cum s-a precizat anterior, prin generarea semnalului folosind toolbox-ul TFTB se poate obține și legea de variație ideală a frecvenței instantanee a semnalului, fapt care oferă posibilitatea calculării calității estimării, prin compararea directă a frecvenței instantanee estimată cu cea ideală.

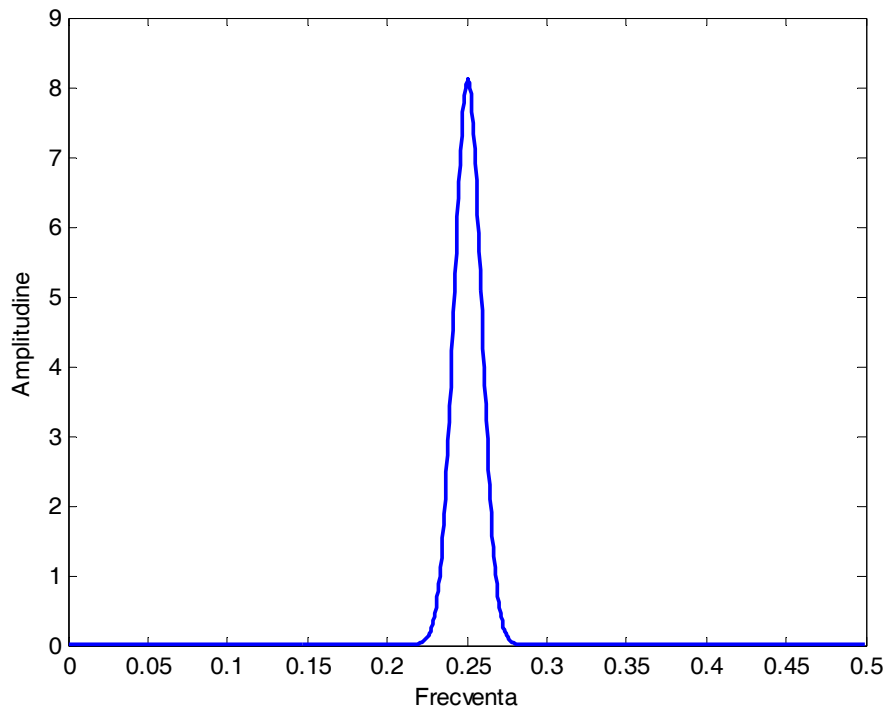


Fig.5.7. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă

În figura 5.8 este prezentat rezultatul estimării frecvenței instantanee, precum și, pentru comparație, frecvența instantanee ideală. Așa cum se poate observa, în cazul semnalului fără zgomot, cele două curbe sunt aproape identice.

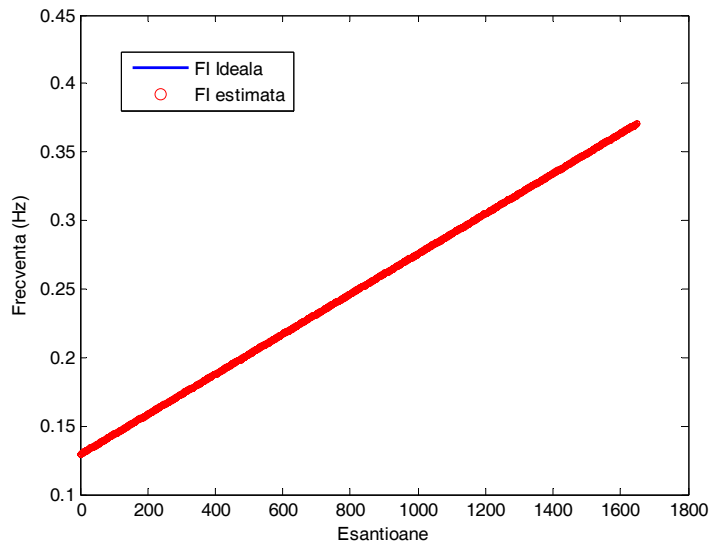


Fig. 5.8. Curbele de variație în timp ale frecvențelor instantanee ideală și estimată folosind reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă

Calcularea unei erori a estimării este posibilă prin compararea eșantion cu eșantion ale frecvențelor instantanee ideală și estimată. Folosind această metodă se poate obține și o reprezentare grafică a erorii sau se poate calcula o valoare medie a sa, pe întreaga durată a semnalului. De exemplu, în figura 5.9 s-a reprezentat eroarea ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee pentru semnalul modulat liniar în frecvență.

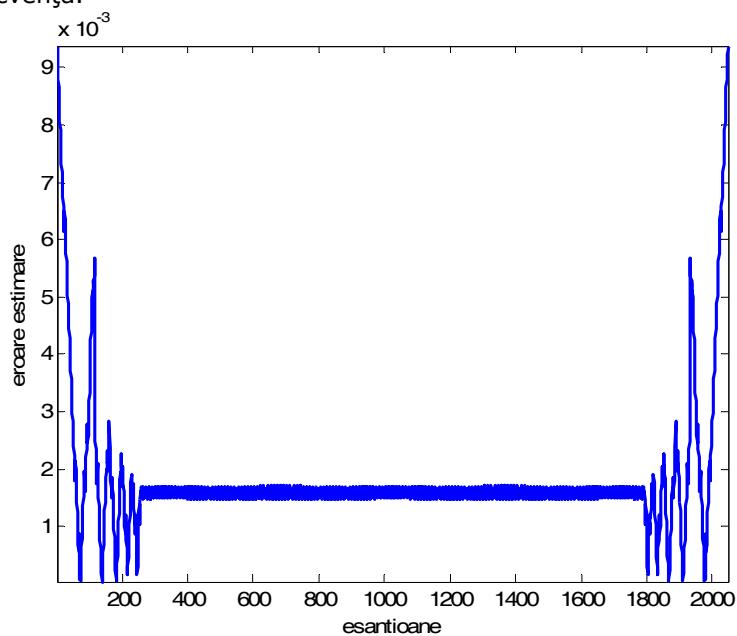


Fig.5.9. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee folosind reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă

Așa cum se poate remarca, eroarea este mai mare spre marginile intervalului de timp considerat, fiind cea mai mică în cazul eșantioanelor semnalului aflate în apropierea mijlocului duratei de timp considerată. Erorile obținute sunt mici, de ordinul a 10^{-3} Hz, fiind în acest caz de fapt erori datorate cuantizării, datorate faptului că frecvența este reprezentată în mod discret și nu continuu.

Desigur eroarea estimării depinde de foarte mulți factori: de tipul reprezentării timp-frecvență (Fourier scurtă, Gabor, Wigner-Ville, Choi-Williams etc.), de parametrii acesteia (tipul și lărgimea ferestrei în cazul reprezentării Fourier scurtă etc.), de tipul și nivelul zgomotului perturbator care se suprapune semnalului util și nu în ultimul rând, de numărul de intervale de frecvență pe lățimea cărora se calculează reprezentarea considerată.

Așa cum s-a precizat mai sus, semnalul de test a avut 2048 de eșantioane, iar reprezentarea sa timp-frecvență de tip Fourier scurtă a avut 2048x2048 valori. Prin mărirea rezoluției în frecvență, adică prin calculul unei reprezentări având de exemplu 2048 de coloane în domeniul timp, dar 4096 linii în domeniul frecvență, se poate îmbunătăți estimarea frecvenței instantanee și se poate micșora eroarea care se datorează faptului că frecvența este reprezentată în mod discret și nu continuu. Acest procedeu duce însă la creșterea solicitărilor la care este supus sistemul de calcul, în special din punctul de vedere al memoriei necesare.

O posibilitate simplă prin care se poate evita acest caz nedorit este realizarea unei bucle iterative, prin care se repetă estimarea frecvenței instantanee a semnalului având 2048 de eșantioane de 16 ori. Eroarea estimării în acest caz este mult mai exact calculată din punct de vedere statistic, în special în cazul semnalelor care sunt perturbate de zgomot. Zgomotul fiind prin natura sa un semnal aleatoriu, prin mărirea numărului de eșantioane (în acest caz de 16 ori) permite o precizie mai bună a determinării erorii estimării.

5.4. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat liniar în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentării Fourier scurtă

Testarea metodei de estimare a frecvenței instantanee folosind maximele locale ale reprezentării Fourier scurtă a fost efectuată folosind semnalul modulat în frecvență liniar [75][80] prezentat în subcapitolul anterior, combinat aditiv cu semnale perturbatoare, de tip zgomot. Semnalul de zgomot Gaussian folosit a fost generat folosind o funcție din cadrul toolbox-ului TFTB și a avut medie nulă și varianță 1. Prin alegerea adecvată a raportului semnal - zgomot s-au obținut mai multe semnale de test, folosite pentru testarea estimării frecvenței instantanee. În figura 5.10 este prezentată reprezentarea Fourier scurtă a unui astfel de semnal iar în figura 5.11 o secțiune verticală a reprezentării din figura 5.10, secțiune prelevată la eșantionul cu numărul 1000. În ambele figuri, prezența zgomotului este ușor de observat.

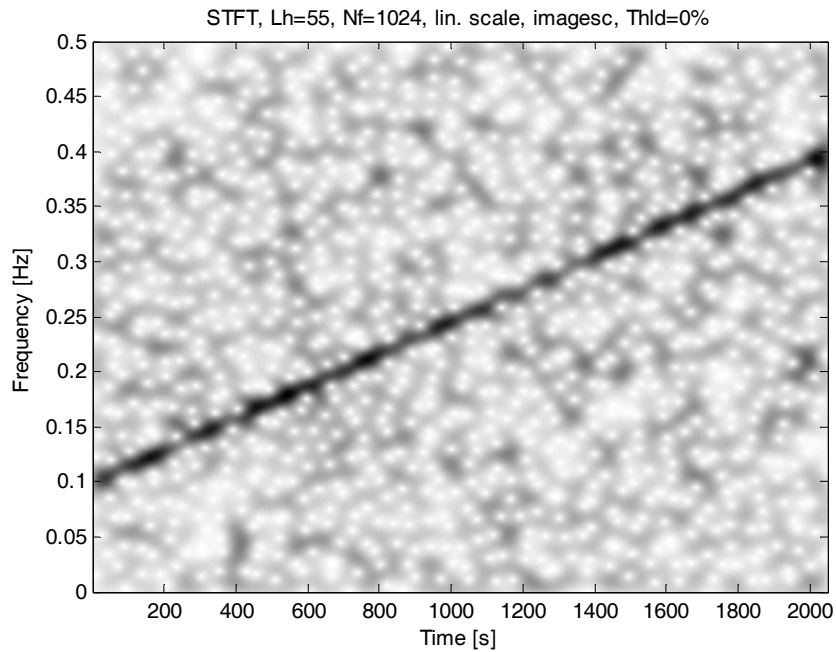


Fig.5.10. Reprezentarea de tip Fourier scurtă a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă

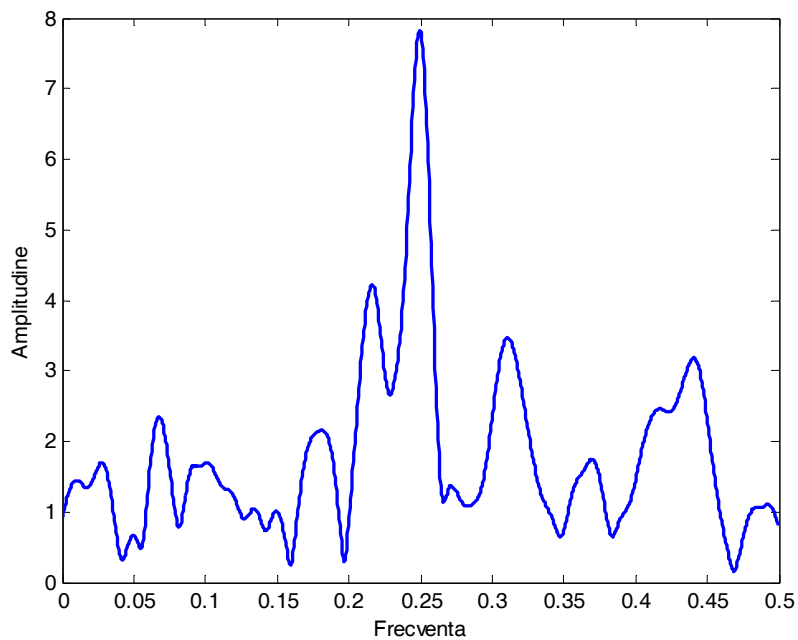


Fig.5.11. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă din figura 5.10

Așa cum s-a menționat anterior, în cazul folosirii transformatei Fourier-scurtă o serie de factori pot influența estimarea frecvenței instantanee a semnalului: tipul și mărimea funcției fereastră folosită la obținerea transformatei respectiv tipul și nivelul de semnalului de zgomot. Pentru a testa performanțele metodei de estimare a frecvenței instantanee s-au făcut determinări ale erorilor de estimare în mai multe situații: folosind ferestre de tip Hamming, Hanning, dreptunghiulară, triunghiulară, Gaussiană, de tip Bartlett, Blackman și Kaiser, având fiecare lărgimi de 33, 65, 129, 257, 513 și 1025 eşantioane. Din punctul de vedere al raportului semnal – zgomot (SNR signal to noise ratio), s-au făcut teste pentru diferite nivele de zgomot: -15 dB, -10 dB, -5 dB, -2 dB, 0 dB, 2 dB, 5 dB, 10 dB și 15 dB. Pentru fiecare caz s-au făcut 16 determinări ale erorii de estimare a frecvenței instantanee, rezultatul final fiind o medie a celor 16 rezultate obținute.

5.4.1 Influența lărgimii funcției fereastră folosită la obținerea reprezentării Fourier scurtă asupra estimării frecvenței instantanee a semnalului sinusoidal modulat linear în frecvență.

Pentru a determina modul în care lărgimea funcției fereastră influențează estimarea frecvenței instantanee s-a utilizat un semnal modulat în frecvență linear prezentat anterior, acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un SNR variind de la -15 dB la 15 dB. Pentru generarea reprezentării timp-frecvență de tip Fourier scurtă s-a folosit o fereastră de tip Hamming. În figura 5.12 este prezentată reprezentarea Fourier scurtă a acestui semnal, folosind o fereastră Hamming cu o lărgime de 33 eşantioane, iar în figura 5.13 aceeași reprezentare folosind o fereastră Hamming de 1025 eşantioane. Comparând cele două figuri, influența lărgimii funcției fereastră este evidentă.

Rezultatele estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Fourier-scurtă obținută utilizând o funcție fereastră de tip Hamming, pentru diferite nivele ale raportului semnal-zgomot sunt prezentate în tabelul 5.1. În figura 5.14 sunt prezentate într-o formă grafică rezultatele din tabelul 5.1, pe axa ordonatelor fiind utilizată o scală logaritmică, pentru o mai bună vizualizare a datelor. Așa cum se poate observa în această figură, cele mai bune rezultate s-au obținut pentru o fereastră având dimensiunea de 129 eşantioane. Pentru acest tip de funcție fereastră, erorile (RMSE) ale estimării frecvenței instantanee sunt mici, în cazul zgomotului perturbator de până la -5dB. Peste acest nivel de zgomot, erorile cresc semnificativ. În figura 5.15 este prezentată eroarea estimării frecvenței instantanee a semnalului, pentru un nivel semnal-zgomot de -5 dB, folosind o funcție fereastră de tip Hamming de 129 eşantioane lărgime. În figura 5.16 sunt prezentate curbele de variație în timp a frecvenței instantanee ideală și a celei estimate.

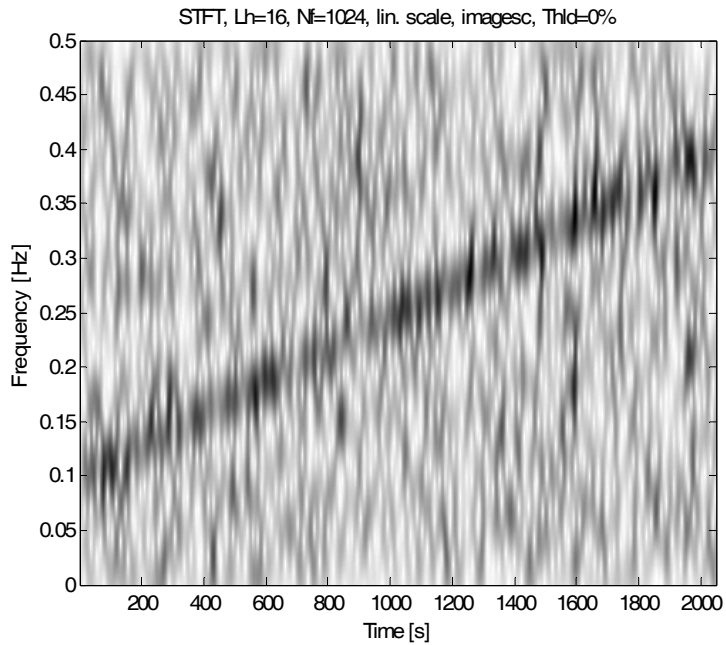


Fig.5.12. Reprezentarea de tip Fourier scurtă a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind o funcție fereastră de 33 de eșantioane

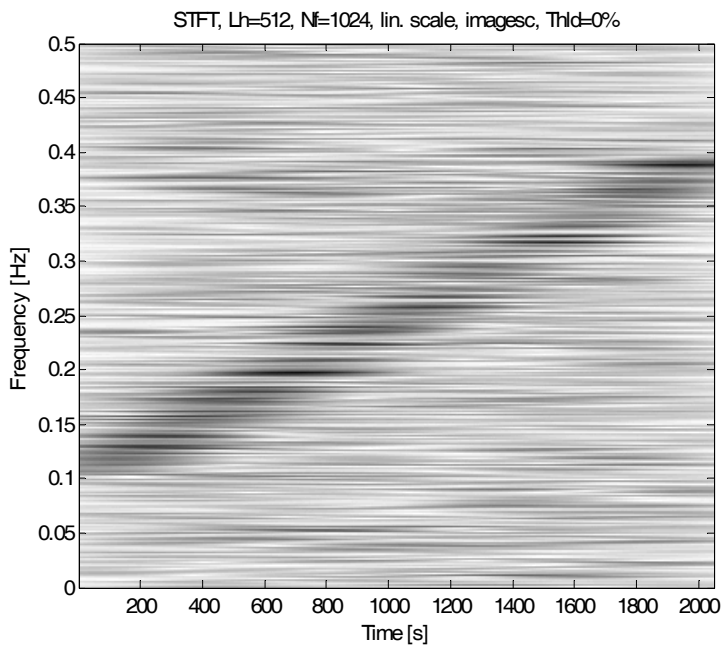


Fig.5.13. Reprezentarea de tip Fourier scurtă a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind o funcție fereastră de 1025 de eșantioane

Erori (Hz)	Lărgime fereastră (nr. eşantioane)					
	33	65	129	257	513	1025
SNR						
15 dB	0.0005	0.0002	0.0001	0.0003	0.0022	0.0044
10 dB	0.0009	0.0004	0.0002	0.0004	0.0029	0.0056
5 dB	0.0016	0.0006	0.0003	0.0009	0.0036	0.0077
2 dB	0.0028	0.0009	0.0004	0.0013	0.0044	0.0098
0 dB	0.0041	0.0011	0.0005	0.0018	0.0051	0.0100
-2 dB	0.0111	0.0016	0.0007	0.0022	0.0057	0.0121
-5 dB	0.0472	0.0189	0.0037	0.0061	0.0105	0.0207
-10 dB	0.0965	0.0785	0.0637	0.0627	0.0701	0.0833
-15 dB	0.1250	0.1170	0.1171	0.1160	0.1132	0.1086

Tabelul 5.1: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Fourier-scurtă obținută utilizând o funcție fereastră de tip Hamming

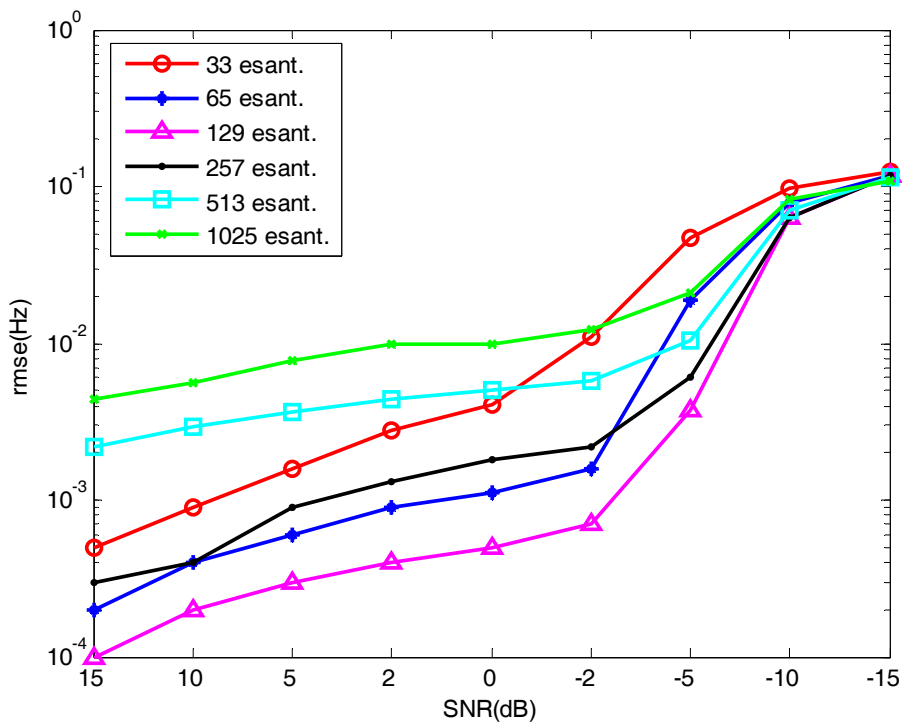


Fig.5.14. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Fourier-scurtă obținută utilizând o funcție fereastră de tip Hamming de lungimi diferite

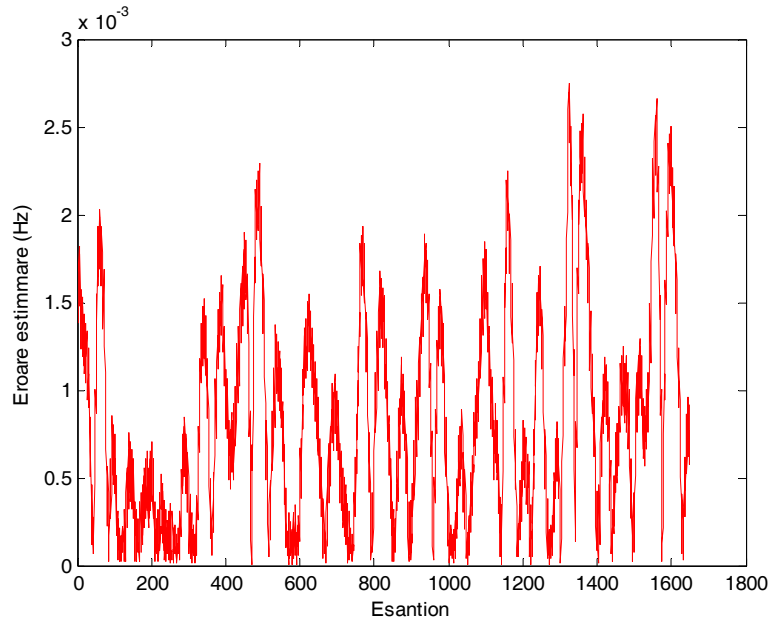


Fig.5.15. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind o funcție fereastră Hamming de 129 de eșantioane

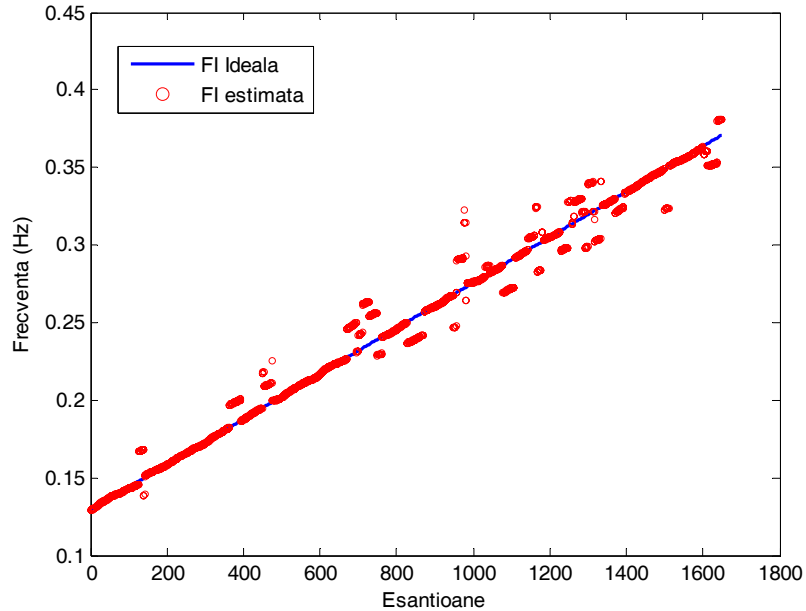


Fig.5.16. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind o funcție fereastră Hamming de 129 de eșantioane

5.4.2 Influența tipului de funcție fereastră folosită la obținerea reprezentării Fourier scurtă asupra estimării frecvenței instantanee a semnalului sinusoidal modulat liniar în frecvență.

Așa cum s-a demonstrat în subcapitolul precedent, lărgimea funcției fereastră are o influență deosebită asupra estimării frecvenței instantanee a semnalelor nestaționare, folosind reprezentarea Fourier scurtă. Pentru a determina modul în care tipul funcției fereastră afectează erorile estimării, s-a utilizat semnalul modulat liniar în frecvență prezentat anterior, peste care s-a suprapus aditiv un zgomot Gaussian de medie nulă și varianță 1, astfel încât raportul semnal-zgomot a fost de -5dB. Folosind acest semnal s-au făcut determinări ale erorilor de estimare ale frecvenței instantanee, folosind funcții fereastră de tip Hamming, Hanning, dreptunghiulară, triunghiulară, Gaussiană, de tip Bartlett, Blackman și Kaiser, având fiecare lărgimi de 33, 65, 129, 257, 513 și 1025 eșantioane. Erorile de estimare a frecvenței instantanee obținute sunt prezentate în tabelul 5.2 și în figura 5.17.

Erori (Hz)	Lărgime fereastră (nr. eșantioane)					
	33	65	129	257	513	1025
Tipul ferestrei						
Hamming	0.0464	0.0221	0.0051	0.0046	0.0106	0.0176
Hanning,	0.0497	0.0272	0.0035	0.0073	0.0101	0.0178
Dreptunghiulară	0.0376	0.0094	0.0022	0.0100	0.0222	0.0408
Triunghiulară	0.0481	0.0154	0.0045	0.0046	0.0117	0.0239
Gauss	0.0448	0.0150	0.0017	0.0035	0.0047	0.0091
Bartlett	0.0447	0.0166	0.0043	0.0071	0.0088	0.0165
Blackman	0.0572	0.0289	0.0045	0.0061	0.0076	0.0158
Kaiser	0.0570	0.0293	0.0086	0.0052	0.0075	0.0161

Tabelul 5.2: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Fourier-scurtă obținută utilizând funcții fereastră de mai multe feluri

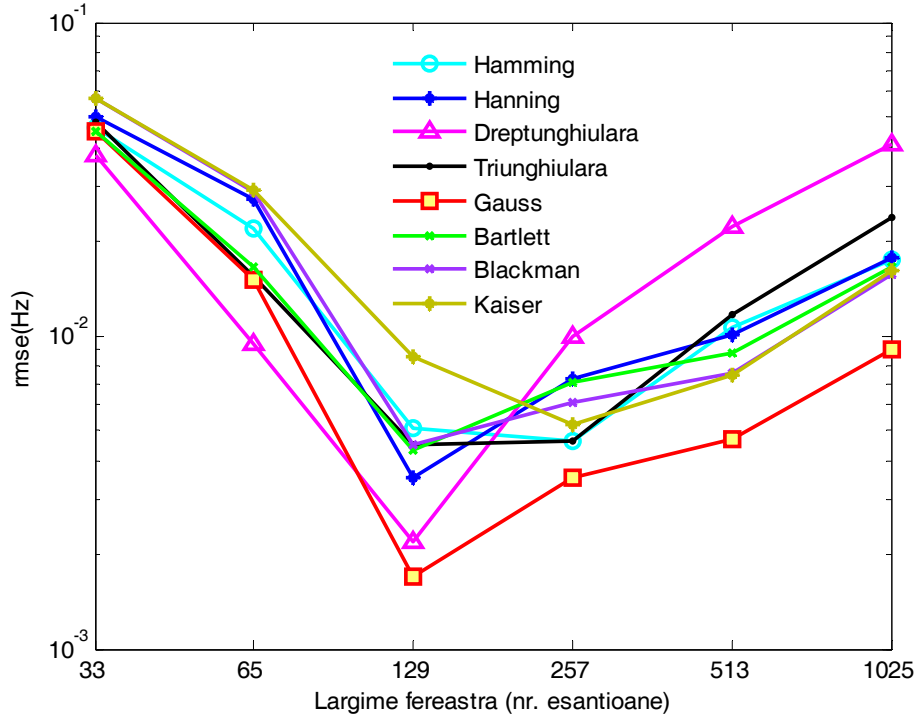


Fig.5.17. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Fourier-scurtă obținută utilizând o funcții fereastră de lungimi și tipuri diferite

După cum se poate observa în tabelul 5.2 și figura 5.17, rezultatele variază în funcție de dimensiunea și tipul ferestrei. Cele mai bune rezultate au fost obținute pentru o funcție fereastră de tip Gaussian. Analizând aceste rezultate, se poate face observația că, în cazul unui semnal netaționar, trebuie încercate cât mai multe posibilități pentru a găsi soluția optimă pentru fiecare tip de semnal în parte.

5.5. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat liniar în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentării Wigner-Ville

Reprezentarea Wigner-Ville poate fi privită ca și o transformare Fourier-scurtă adaptivă. Deși permite o localizare a semnalului în planul timp-frecvență mult mai bună, apariția termenilor de interferență îngreunează interpretarea rezultatelor, în special în cazul unor semnale netaționare cu mai multe componente spectrale. În cazul semnalului modulat liniar în frecvență, fiind vorba de un semnal monocomponentă, transformarea Wigner-Ville poate oferi o alternativă la utilizarea transformării Fourier-scurtă. Desigur, un aspect important este determinarea modului în care nivelul semnal-zgomot influențează rezultatul estimării. Folosind semnalele generate anterior, având un SNR variind de la -15 dB la 15 dB s-a repetat

algoritmul de estimare a frecvenței instantanee a semnalului. Și în acest caz, s-au efectuat 16 determinări ale erorii pentru fiecare caz în parte, rezultatul final fiind o medie a celor 16 măsurători. În figura 5.18 este prezentată reprezentarea Wigner-Ville a semnalului modulat liniar în frecvență având un SNR de -5 dB, în figura 5.19 este prezentată o secțiune verticală a reprezentării, iar în tabelul 5.3 sunt prezentate erorile obținute la diverse valori ale raportului semnal-zgomot.

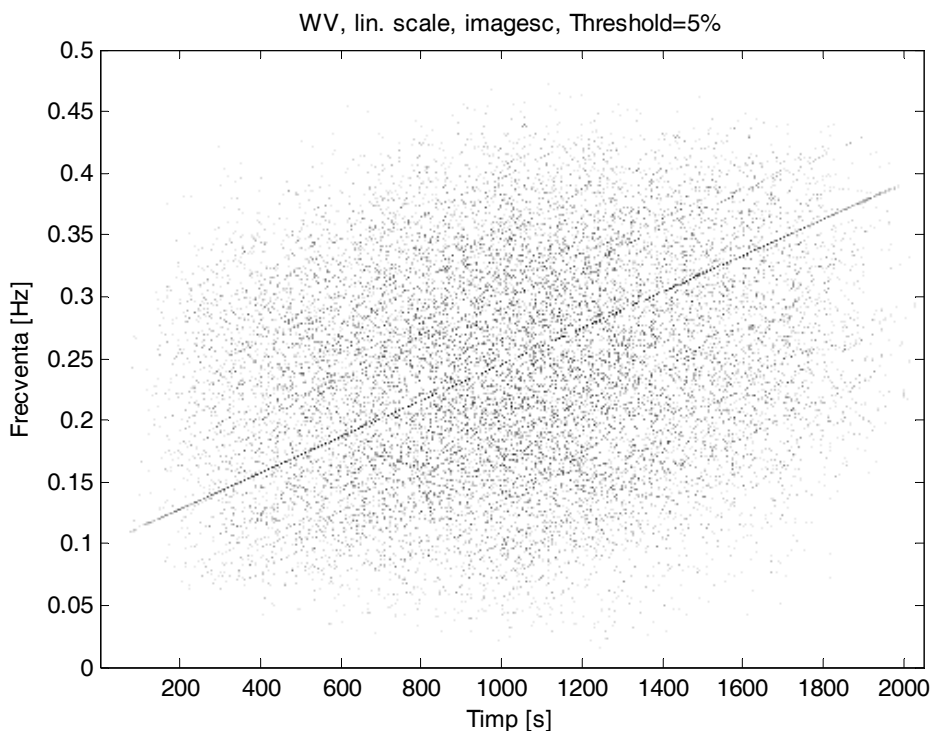


Fig.5.18. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -5dB

SNR (dB)	15	10	5	2	0	-2	-5	-10	-15
Eroare estimare (Hz)	$6.142 \cdot 10^{-5}$	$6.149 \cdot 10^{-5}$	$6.181 \cdot 10^{-5}$	$6.296 \cdot 10^{-5}$	$6.357 \cdot 10^{-5}$	$6.586 \cdot 10^{-5}$	0.0022	0.0573	0.0674

Tabelul 5.3: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformata Wigner-Ville pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

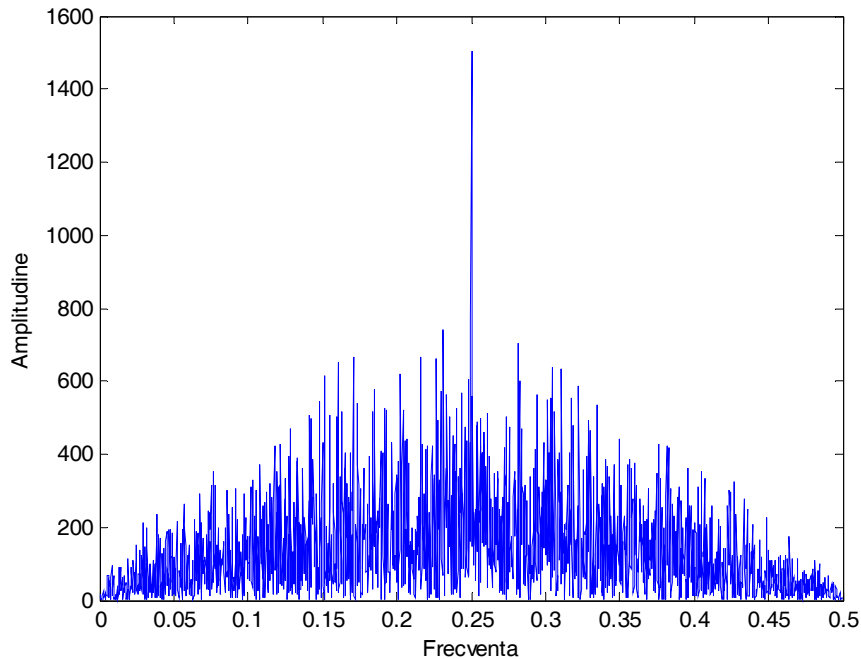


Fig.5.19. Secțiune prelevată la eșantionul cu numărul 1000 prin reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -5dB

Prin analizarea rezultatelor prezentate în tabelul 5.3, se poate afirma că în cazul acestui tip de semnal, erorile obținute folosind transformarea Wigner-Ville sunt mai mici decât cele obținute prin utilizarea maximelor locale ale transformării Fourier-scurtă. Acest fapt se datorează și simplității semnalului analizat, deoarece în cazul unui astfel de semnal, posibilitatea apariției termenilor de interferență este mică. În cazul unor semnale de o complexitate sporită, performanțele celor două reprezentări timp-frecvență pot fi inversate, transformarea Fourier-scurtă putând oferi rezultate superioare.

5.6. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat liniar în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentării Choi-Williams

Prezența termenilor de interferență în cazul reprezentării de tip Wigner-Ville îngreunează mult estimarea frecvenței instantanee, mai ales în cazul semnalelor care au mai multe componente. Acest motiv a stat la baza introducerii unor reprezentări timp-frecvență derivate din reprezentarea Wigner-Ville, cum ar fi de exemplu cea de tip Choi-Williams. Pentru a se putea realiza o comparație între cele două reprezentări s-au folosit semnalele generate anterior, având un SNR variind de la -15 dB la 15 dB. Și în acest caz algoritmul de estimare a frecvenței instantanee a

semnalului a fost repetat de 16 ori și s-au efectuat 16 determinări ale erorii pentru fiecare caz în parte, rezultatul final fiind o medie a celor 16 măsurători. În figura 5.20 este prezentată reprezentarea Choi-Williams a semnalului modulat liniar în frecvență având un SNR de -2 dB.

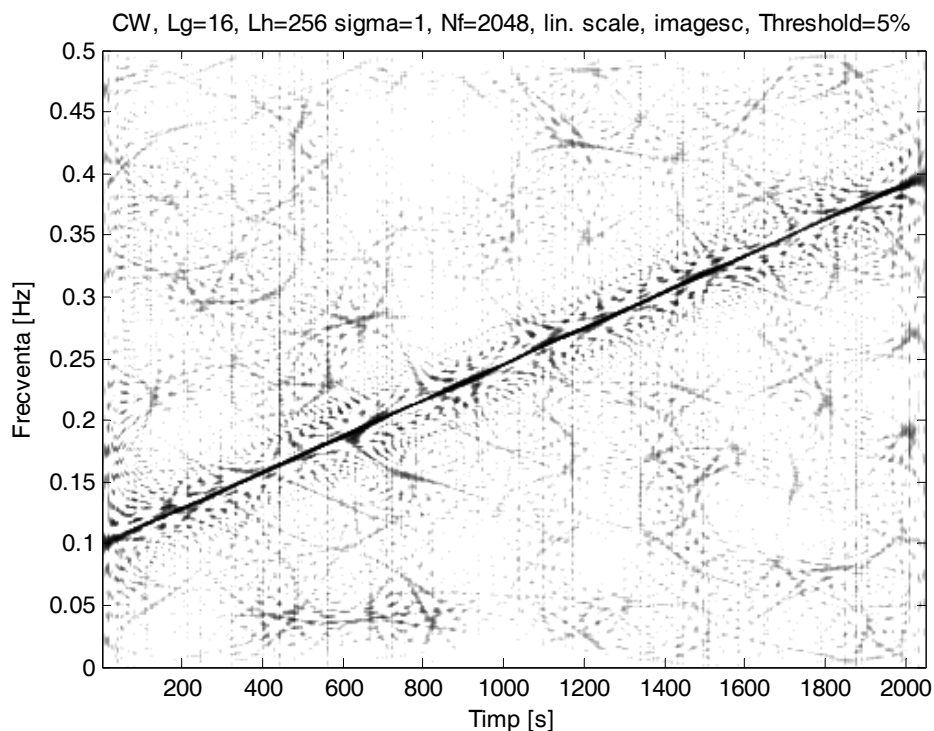


Fig.5.20. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

Curbele corespunzând frecvențelor instantanee ideale și estimate, pentru semnalul având un raport semnal-zgomot de -2dB, sunt prezentate în figura 5.21, iar în figura 5.22 este prezentată o secțiune transversală a reprezentării din figura 5.18, prelevată la eșantionul cu numărul 1000.

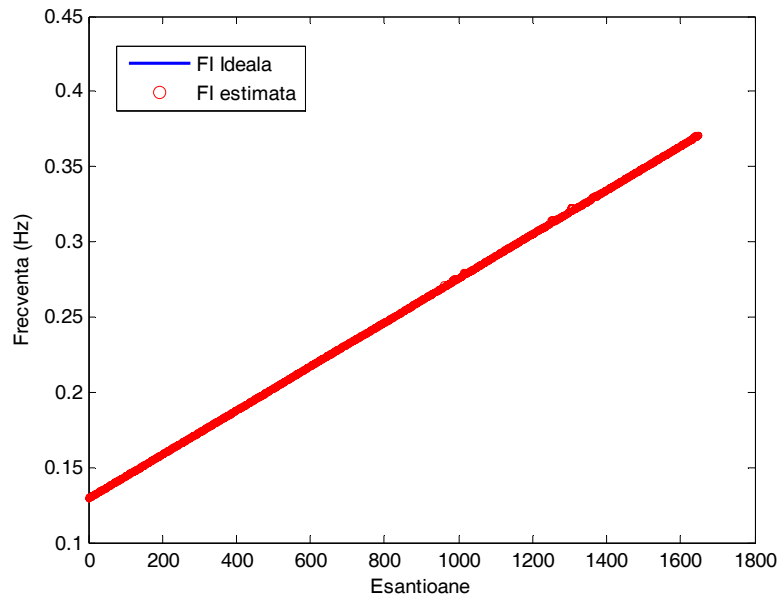


Fig.5.21. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă folosind reprezentarea Choi-Williams

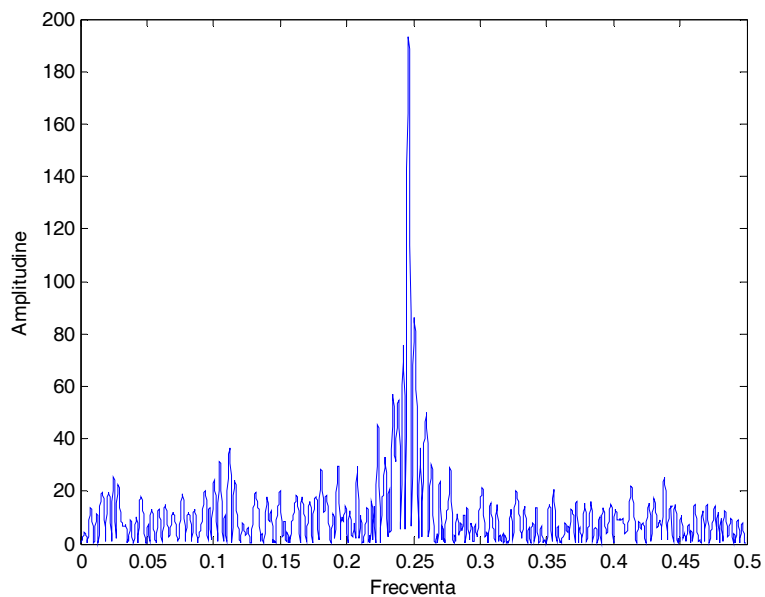


Fig.5.22. Secțiune prelevată la eşantionul cu numărul 1000 prin reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului modulat liniar în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

În tabelul 5.4 sunt prezentate erorile obținute la estimarea frecvenței instantanee folosind maximele locale ale reprezentării Choi-Williams, pentru diverse valori ale raportului semnal-zgomot.

SNR (dB)	15	10	5	2	0	-2	-5	-10	-15
Eroare estimare (Hz)	6.182 $\cdot 10^{-5}$	6.273 $\cdot 10^{-5}$	6.677 $\cdot 10^{-5}$	7.372 $\cdot 10^{-5}$	7.980 $\cdot 10^{-5}$	0.0001	0.0144	0.0628	0.0691

Tabelul 5.4: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformarea Choi-Williams pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

Prin compararea tabelelor 5.3 și 5.4 se poate afirma că, pentru semnalul modulat liniar în frecvență, rezultatele care au fost obținute sunt similare. Prin ajustarea parametrilor folosiți la obținerea reprezentării timp-frecvență de tip Choi-Williams rezultatele care se pot obține pot fi îmbunătățite. Toolbox-ul timp-frecvență TFTB permite în cazul reprezentării de tip Choi-Williams alegerea unor așa numite funcții de netezire („smoothing functions”), atât în domeniul timp cât și în domeniul frecvență, care pot ajusta rezoluția în planul timp-frecvență pentru obținerea unor rezultate optime. De exemplu, rezultatele prezentate în tabelul 5.4 au fost obținute folosind o funcție de netezire de tip Hamming de 512 eşantioane în domeniile timp și frecvență. Prin alegerea unei funcții de tip Gaussian de 33 eşantioane lungime în domeniul timp și de 512 în domeniul frecvență, rezultatele care au fost obținute la nivelele mai mari ale zgomotului au fost mai bune, așa cum se poate observa în tabelul 5.5.

SNR (dB)	15	10	5	2	0	-2	-5	-10	-15
Eroare estimare (Hz)	6.285 $\cdot 10^{-5}$	6.688 $\cdot 10^{-5}$	7.802 $\cdot 10^{-5}$	9.435 $\cdot 10^{-5}$	1.066 $\cdot 10^{-4}$	1.263 $\cdot 10^{-4}$	1.971 $\cdot 10^{-4}$	3.656 $\cdot 10^{-2}$	9.291 $\cdot 10^{-2}$

Tabelul 5.5: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, folosind transformarea Choi-Williams cu rezoluție modificată în domeniile timp și frecvență, pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.7. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat în frecvență după o lege sinusoidală, perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentărilor Fourier scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams

Testarea unei metode de estimare a frecvenței instantanee a unui semnal nestaționar trebuie efectuată folosind semnale de test cât mai diverse, pentru a putea estima calitatea estimării într-un număr cât mai mare de situații. În paragrafele anterioare a fost prezentat rezultatul estimării pentru un semnal de test modulat liniar în frecvență.

În acest paragraf, semnalul de test este un semnal sinusoidal modulat în frecvență, obținut cu un semnal modulator, considerat tot de tip sinusoidal. Semnalul modulat are 2048 eşantioane, iar perioada semnalului modulator este

egală cu durata totală a semnalului modulată. Acest semnal modulată este combinat cu un semnal perturbator de tip zgomot Gaussian, astfel rezultând semnale de test cu valori ale raportului semnal-zgomot cuprinse între -15 dB și 15 dB. Determinarea frecvenței instantanee este realizată folosind cele trei reprezentări timp-frecvență utilizate în paragrafele precedente, adică Fourier-scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams. În cazul reprezentării timp-frecvență de tip Fourier-scurtă, se folosește o fereastră Gaussiană de 129 eșantioane lungime, deoarece în cazul acestui tip de fereastră s-au obținut cele mai bune rezultate în paragraful 4.2. Pentru obținerea reprezentării de tip Choi-Williams s-a folosit o funcție de netezire de tip Gaussian de 33 eșantioane lungime în domeniul timp și de 512 în domeniul frecvență.

În figura 5.23 este prezentată reprezentarea Fourier-scurtă a semnalului de test, având un SNR de -2 dB, în figura 5.24 reprezentarea Wigner-Ville, iar în figura 5.25 reprezentarea de tip Choi-Williams.

În tabelul 5.6 sunt prezentate erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulată sinusoidal, folosind cele trei reprezentări timp-frecvență, obținute pentru diferite nivele ale raportului semnal-zgomot, iar figura 5.26 conține o prezentare grafică a acestor rezultate. Așa cum se poate observa din tabelul menționat, cele mai bune rezultate au fost obținute la nivele mici ale zgomotului prin folosirea maximelor locale ale reprezentării Fourier-scurtă, iar la nivele mari de zgomot (sub 0dB) prin folosirea maximelor locale ale reprezentării Choi-Williams. Acest fapt se datorează prezenței termenilor de interferență în cazul reprezentării Wigner-Ville.

Pentru a scoate în evidență prezența termenilor de interferență, în figura 5.27 se prezintă reprezentarea Wigner-Ville a semnalului fără zgomot. Se constată faptul că termenii de interferență sunt prezenți chiar și în acest caz.

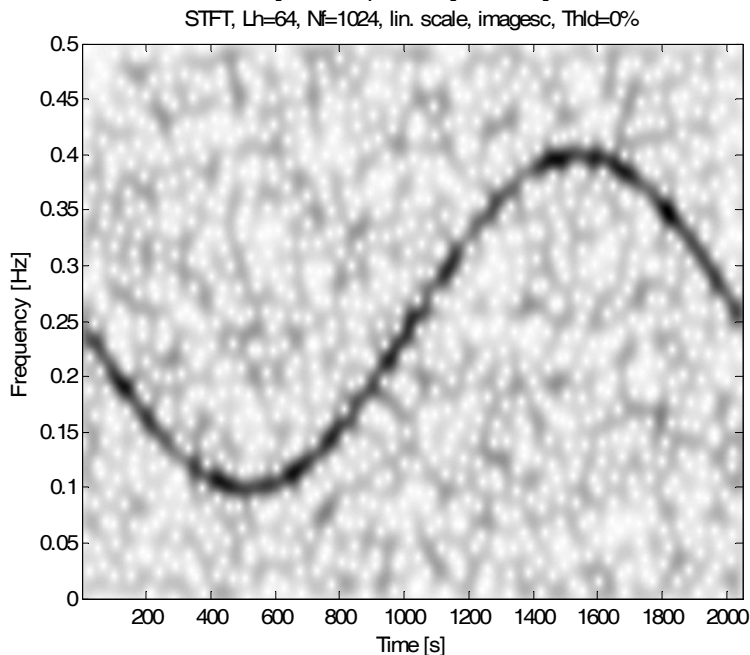


Fig.5.23. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului modulată sinusoidal în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

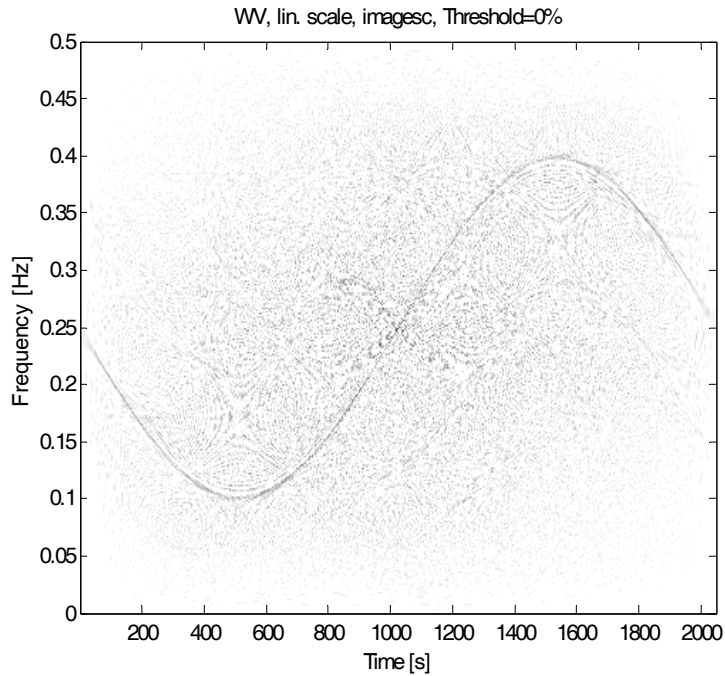


Fig.5.24. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat sinusoidal în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

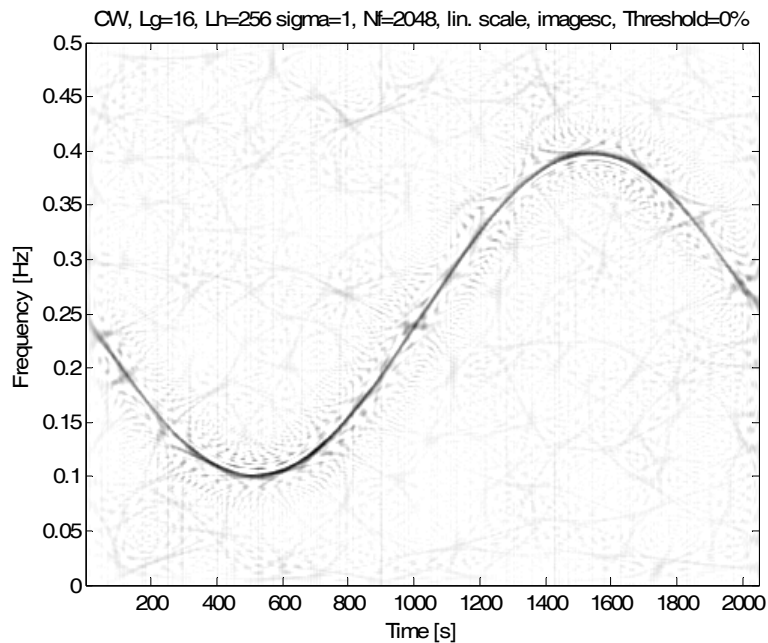


Fig.5.25. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului modulat sinusoidal în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

La nivele mari ale zgomotului, estimarea frecvenței instantanee devine deosebit de dificilă, erorile fiind mari. De asemenea, eroarea estimării variază și în funcție de momentul de timp ales pentru calculul său. La momentele de timp când frecvența instantanee variază lent, erorile sunt mai mari, iar când prezintă o variație rapidă, erorile sunt mai mici. Modul în care variază eroarea de estimare, în cazul reprezentării Choi-Williams pentru un semnal având SNR de -2 dB, este prezentat în figura 5.28.

SNR (dB)	15	10	5	2	0	-2	-5	-10	-15
Eroare estimare STFT (Hz)	$2.423 \cdot 10^{-4}$	$3.604 \cdot 10^{-4}$	$5.497 \cdot 10^{-4}$	$7.830 \cdot 10^{-4}$	$1.041 \cdot 10^{-3}$	$1.869 \cdot 10^{-3}$	$1.250 \cdot 10^{-2}$	$8.893 \cdot 10^{-2}$	0.134
Eroare estimare WV (Hz)	$1.749 \cdot 10^{-3}$	$2.497 \cdot 10^{-3}$	$1.500 \cdot 10^{-2}$	$3.514 \cdot 10^{-2}$	$5.199 \cdot 10^{-2}$	$6.839 \cdot 10^{-2}$	$8.742 \cdot 10^{-2}$	0.104	0.137
Eroare estimare CW (Hz)	$8.604 \cdot 10^{-4}$	$8.654 \cdot 10^{-4}$	$8.667 \cdot 10^{-4}$	$8.688 \cdot 10^{-4}$	$8.927 \cdot 10^{-4}$	$9.489 \cdot 10^{-4}$	$3.464 \cdot 10^{-3}$	$4.886 \cdot 10^{-2}$	0.106

Tabelul 5.6: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat sinusoidal, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

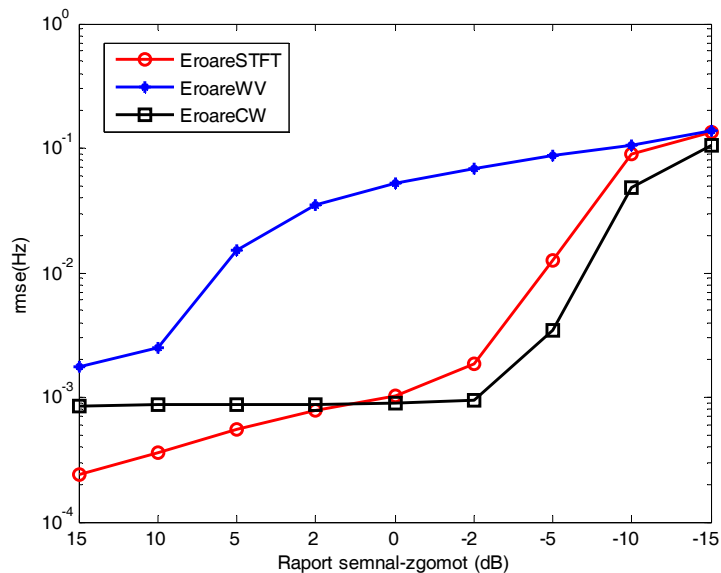


Fig.5.26. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat sinusoidal, utilizând maximele transformărilor Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

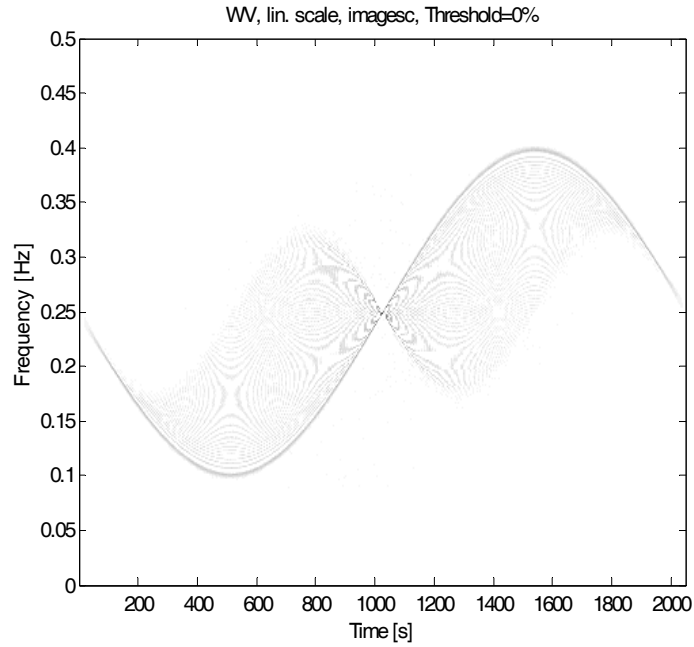


Fig.5.27. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat sinusoidal în frecvență. Se pot observa termenii de interferență

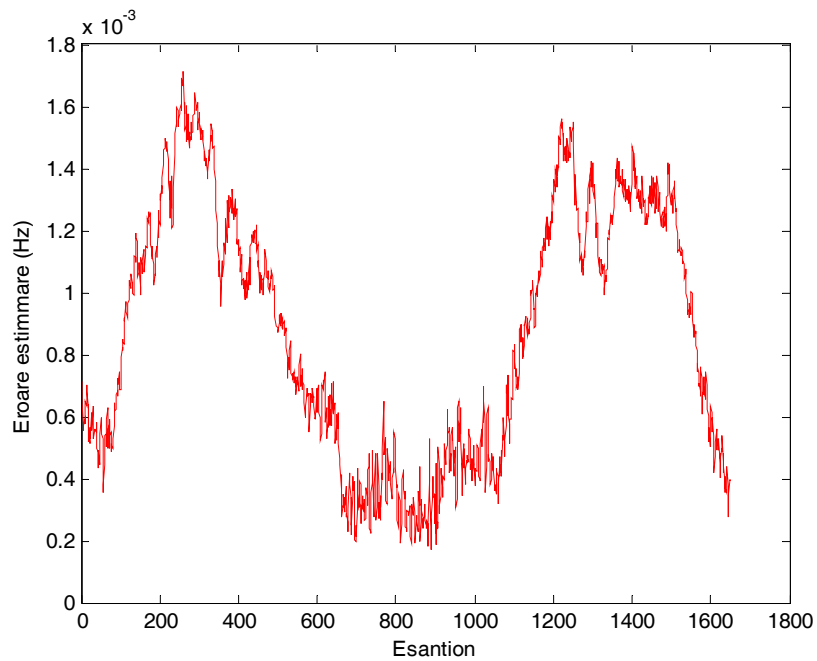


Fig.5.28. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee a semnalului folosind reprezentarea Choi-Williams

5.8. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat în frecvență după o lege parabolică, perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentărilor Fourier scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams

Un alt semnal care a fost utilizat pentru testarea metodei de estimare a frecvenței instantanee propusă a fost modulat în frecvență după o lege parabolică, conform relației (5.2). Așa cum s-a precizat în subcapitolul 5.2, programul din toolbox-ul TFTB oferă posibilitatea alegerii parametrilor unui astfel de semnal prin determinarea a trei puncte din planul timp-frecvență prin care curba de variație a frecvenței instantanee a semnalului să treacă. Astfel, programul va calcula automat coeficienții A, B și C ai semnalului. Semnalul de test a fost generat folosind această metodă și a fost astfel ales încât să aibă la momentele de timp inițial și final o frecvență egală cu 0,4Hz, iar la mijlocul intervalului de timp pe care este definit o frecvență de 0,1 Hz. Între aceste trei puncte din planul timp-frecvență frecvența instantanee a semnalului a variat după o lege parabolică.

Peste acest semnal modulat a fost apoi suprapus un semnal perturbator de tip zgomot Gaussian cu medie nulă, obținându-se semnale de test având valori ale raportului semnal-zgomot cuprinse între -15 dB și 15 dB. Și în acest caz au fost generate semnale având 2048 eșantioane. Estimarea frecvenței instantanee a fost efectuată folosind cele trei reprezentări timp-frecvență utilizate anterior, adică Fourier-scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams. Pentru reprezentările Fourier-scurtă și Choi-Williams s-au folosit aceeași parametrii ca și în cazul estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat după o lege sinusoidală din subcapitolul precedent. În figura 5.29 este prezentată reprezentarea Fourier-scurtă a semnalului de test având un SNR de -2 dB, în figura 5.30 reprezentarea Wigner-Ville, iar în figura 5.31 reprezentarea de tip Choi-Williams.

În tabelul 5.7 sunt prezentate erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat parabolic în frecvență, folosind cele trei reprezentări timp-frecvență menționate, obținute pentru diferite nivele ale raportului semnal-zgomot, iar în figura 5.32 este prezentată o reprezentare grafică a acestor erori. Și în acest caz, cele mai bune rezultate au fost obținute la nivele mici ale zgomotului prin folosirea maximelor locale ale reprezentării Fourier-scurtă, iar la nivele mari de zgomot (sub 2 dB) prin folosirea maximelor locale ale reprezentării Choi-Williams. Performanțele reprezentării Wigner-Ville sunt și în acest caz afectate de prezența termenilor de interferență.

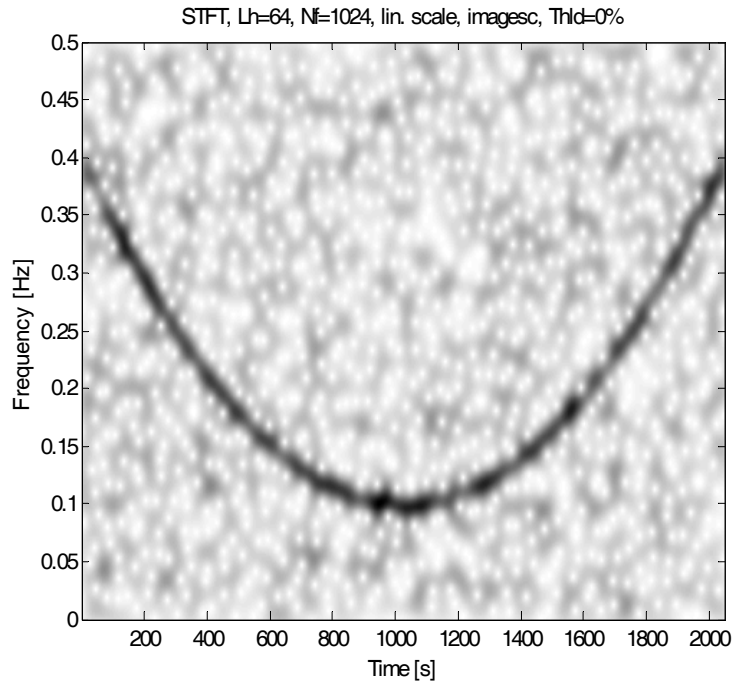


Fig.5.29. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

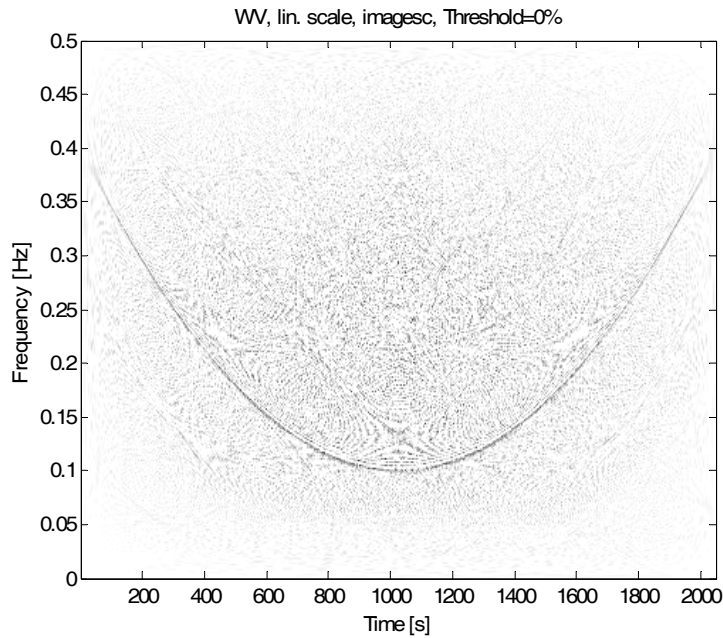


Fig.5.30. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

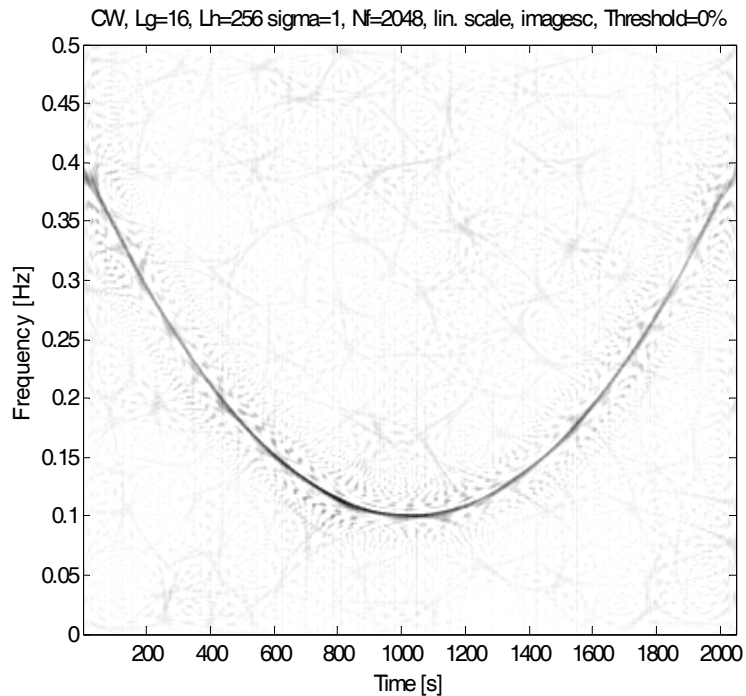


Fig.5.31. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

SNR (dB)	15	10	5	2	0	-2	-5	-10	-15
Eroare estimare STFT (Hz)	1.990 $\cdot 10^{-4}$	3.180 $\cdot 10^{-4}$	5.106 $\cdot 10^{-4}$	7.124 $\cdot 10^{-4}$	9.414 $\cdot 10^{-4}$	1.182 $\cdot 10^{-3}$	9.345 $\cdot 10^{-3}$	8.310 $\cdot 10^{-2}$	0.130
Eroare estimare WV (Hz)	1.222 $\cdot 10^{-3}$	1.258 $\cdot 10^{-3}$	5.882 $\cdot 10^{-3}$	2.584 $\cdot 10^{-2}$	4.240 $\cdot 10^{-2}$	5.884 $\cdot 10^{-2}$	8.029 $\cdot 10^{-2}$	8.947 $\cdot 10^{-2}$	9.656 $\cdot 10^{-2}$
Eroare estimare CW (Hz)	6.079 $\cdot 10^{-4}$	6.093 $\cdot 10^{-4}$	6.115 $\cdot 10^{-4}$	6.118 $\cdot 10^{-4}$	6.220 $\cdot 10^{-4}$	6.603 $\cdot 10^{-4}$	2.082 $\cdot 10^{-3}$	5.021 $\cdot 10^{-2}$	0.115

Tabelul 5.7: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat parabolic în frecvență, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

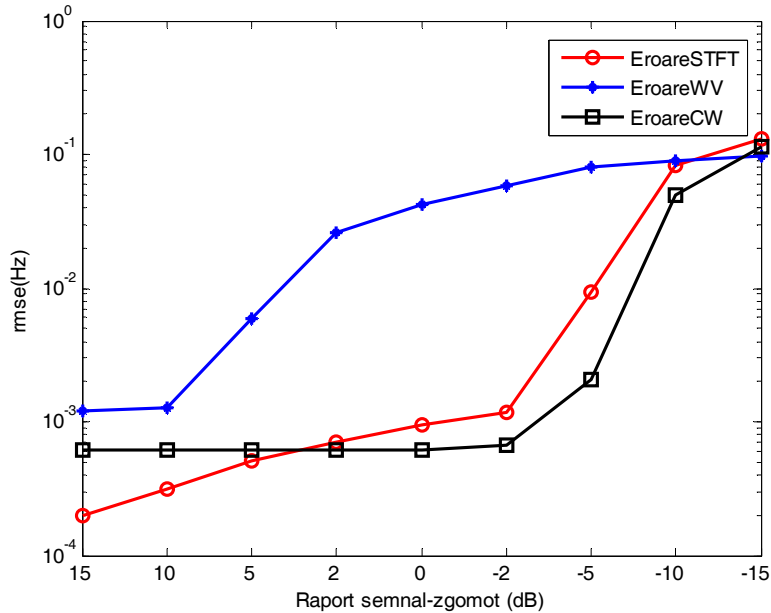


Fig.5.32. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat după o lege parabolică, utilizând maximele transformărilor Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.9. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal cu variație bruscă a frecvenței instantanee, perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentărilor Fourier-scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams

În cadrul acestui subcapitol se analizează, folosind același program ca și în cazurile anterioare, estimarea frecvenței instantanee pentru un semnal conținând salturi de frecvență. Semnalul folosit în acest subcapitol a fost compus dintr-o secvență de patru semnale sinusoidale, „trepte” de frecvență, având frecvențele de 0,1 0,2 0,3 și 0,4 Hz. Curbele de variație în timp ale semnalului și ale frecvenței instantanee sunt prezentate în figura 5.4.

Spre deosebire de semnalele analizate în subcapitolele precedente, ale căror frecvență varia relativ lent, estimarea frecvenței instantanee se poate realiza mult mai dificil în cazul semnalelor la care frecvența variază cu o viteză mai mare. Este de așteptat ca erorile de estimare să fie mai mari în regiunile unde se produce saltul de frecvență și mai mici în porțiunile unde frecvența este constantă sau variază lent. Semnalul a fost și în acest caz combinat cu un semnal perturbator de tip zgomot Gaussian cu medie nulă, rezultând semnale de test cu valori ale raportului semnal-zgomot cuprinse între -15 dB și 15 dB. Transformările timp-frecvență ale căror maxime locale au fost utilizate au fost de tip Fourier-scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams, cu parametrii din subcapitolul precedent. În cazul reprezentării timp-

frecvență de tip Fourier-scurtă s-a folosit o fereastră Gaussiană de 129 eşantioane lungime, deoarece în cazul acestui tip de fereastră s-au obținut cele mai bune rezultate în paragraful 4.2. Pentru obținerea reprezentării de tip Choi-Williams s-a folosit o funcție de netezire de tip Gaussian de 33 eşantioane lungime în domeniul timp și de 512 în domeniul frecvență.

În figura 5.33 este prezentată reprezentarea Fourier-scurtă a semnalului de test având un SNR de -2 dB, în figura 5.34 reprezentarea Wigner-Ville, iar în figura 5.35 reprezentarea de tip Choi-Williams. În tabelul 5.8 sunt prezentate rezultatele estimării frecvenței instantanee pentru semnalul analizat, folosind cele trei reprezentări timp-frecvență, obținute pentru diferite nivele ale raportului semnal-zgomot.

Și în acest caz performanțele obținute au variat în funcție de nivelul de zgomot. La un nivel redus al zgomotului perturbator, cele mai bune rezultate au fost obținute prin utilizarea reprezentării de tip Fourier-scurtă, iar la nivele de zgomot mari, reprezentarea de tip Choi-Williams a condus la rezultate superioare. Trebuie menționat faptul că pentru nivelele de zgomot mai mari de -5dB erorile sunt prea mari pentru a putea aplica această metodă de estimare a frecvenței instantanee în cazul unor semnale reale.

SNR (dB)	15	10	5	2	0	-2	-5	-10	-15
Eroare estimare STFT (Hz)	3.592 · 10 ⁻⁴	5.088 · 10 ⁻⁴	6.839 · 10 ⁻⁴	1.042 · 10 ⁻³	1.434 · 10 ⁻³	2.012 · 10 ⁻³	1.079 · 10 ⁻²	7.447 · 10 ⁻²	0.1224
Eroare estimare WV (Hz)	2.526 · 10 ⁻²	2.527 · 10 ⁻²	2.529 · 10 ⁻²	2.528 · 10 ⁻²	2.531 · 10 ⁻²	2.563 · 10 ⁻²	3.508 · 10 ⁻²	8.335 · 10 ⁻²	8.970 · 10 ⁻²
Eroare estimare CW (Hz)	4.780 · 10 ⁻⁴	7.572 · 10 ⁻³	9.196 · 10 ⁻⁴	1.733 · 10 ⁻³	1.874 · 10 ⁻³	3.068 · 10 ⁻³	5.143 · 10 ⁻³	3.392 · 10 ⁻²	0.127

Tabelul 5.8: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului caracterizat prin modificări bruște de frecvență, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW), pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

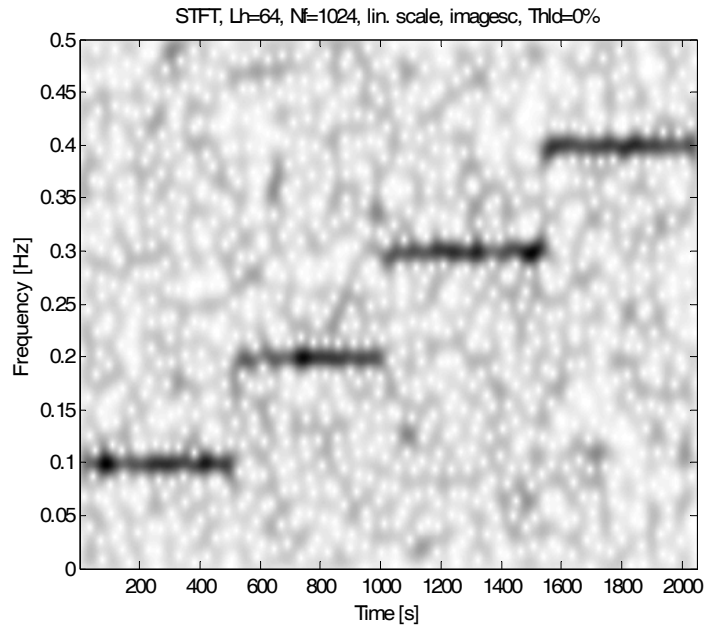


Fig.5.33. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului caracterizat prin modificări bruște de frecvență, acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă și având un raport semnal-zgomot de -2dB

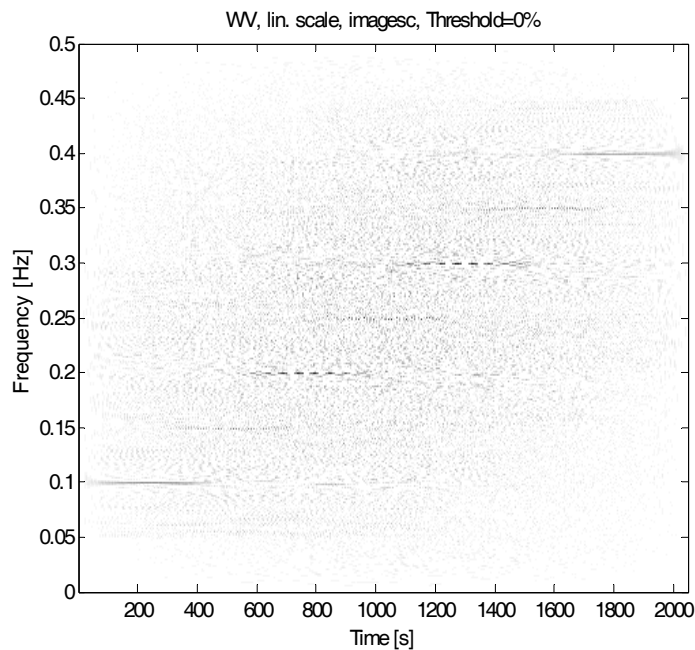


Fig.5.34. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului caracterizat prin modificări bruște de frecvență, acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă și având un raport semnal-zgomot de -2dB

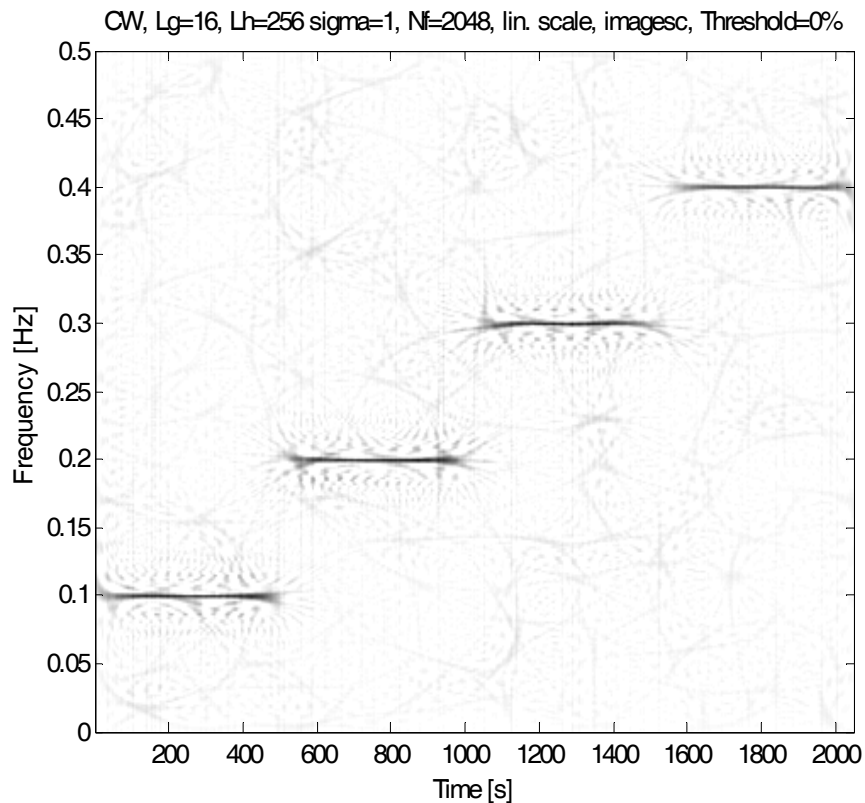


Fig.5.35. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului caracterizat prin modificări bruște de frecvență, acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă și având un raport semnal-zgomot de -2dB

Așa cum s-a menționat mai sus, nivelul erorii de estimare a frecvenței instantanee nu este constant pe durata semnalului. În momentele de timp când semnalul are o frecvență constantă, erorile sunt mici, iar în jurul momentelor de timp când are loc saltul de frecvență erorile cresc. Acest lucru poate fi observat în figura 5.36, unde este reprezentat modul în care variază eroarea de estimare a frecvenței instantanee folosind maximele transformării Fourier-scurtă, pentru un semnal având raportul semnal-zgomot de -2dB. În figura 5.37 sunt prezentate curbele de variație în timp ale frecvenței instantanee estimate și ideale pentru acest caz.

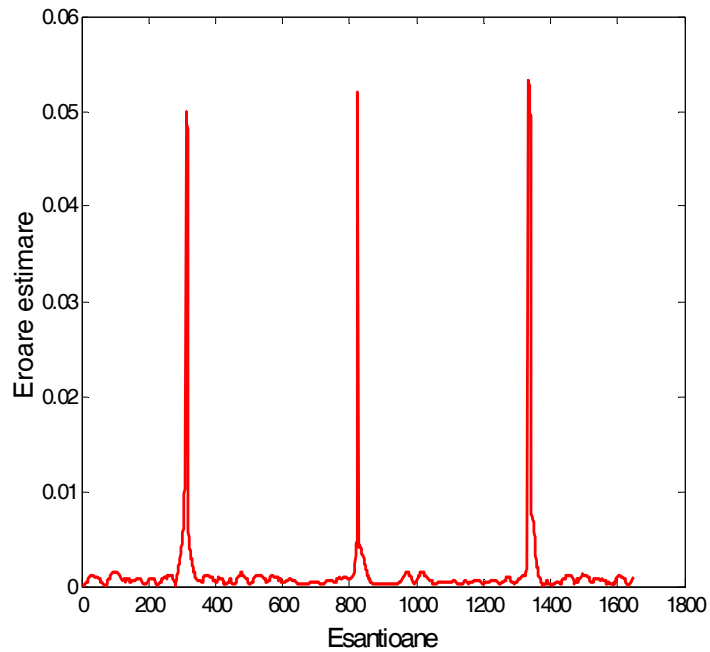


Fig.5.36. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee a semnalului cu SNR -2dB, folosind reprezentarea Fourier-scurtă. Erorile sunt mari la momentul apariției saltului de frecvență

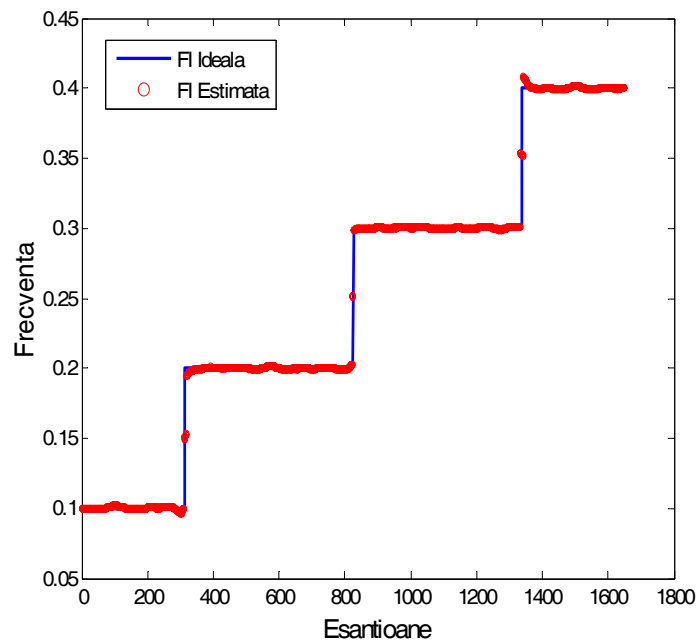


Fig.5.37. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, obținute cu reprezentarea Fourier-scurtă.

Analizând tabelul 5.8 se poate observa faptul că erorile de estimare ale frecvenței instantanee a semnalului în cazul transformatei Wigner-Ville sunt foarte mari, chiar și în cazul unui zgomot redus. Acest fapt se datorează prezenței termenilor de interferență, care în cazul acestui tip de semnal au amplitudini mari. Pentru a evidenția prezența acestor termeni de interferență, în figura 5.38 este prezentată reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului caracterizat prin salturi de frecvență, fără zgomot perturbator. Prezența termenilor de interferență poate fi observată la frecvențele de 0.15, 0.25 și 0.35 Hz. Chiar și în acest caz estimarea frecvenței instantanee, folosind maximele locale ale acestei reprezentări, este practic imposibilă, așa cum se poate observa în figura 5.39, unde sunt prezentate curbele de variație în timp ale frecvenței instantanee ideale și a celei estimate. În figura 5.40 este prezentată variația în timp a erorii de estimare.

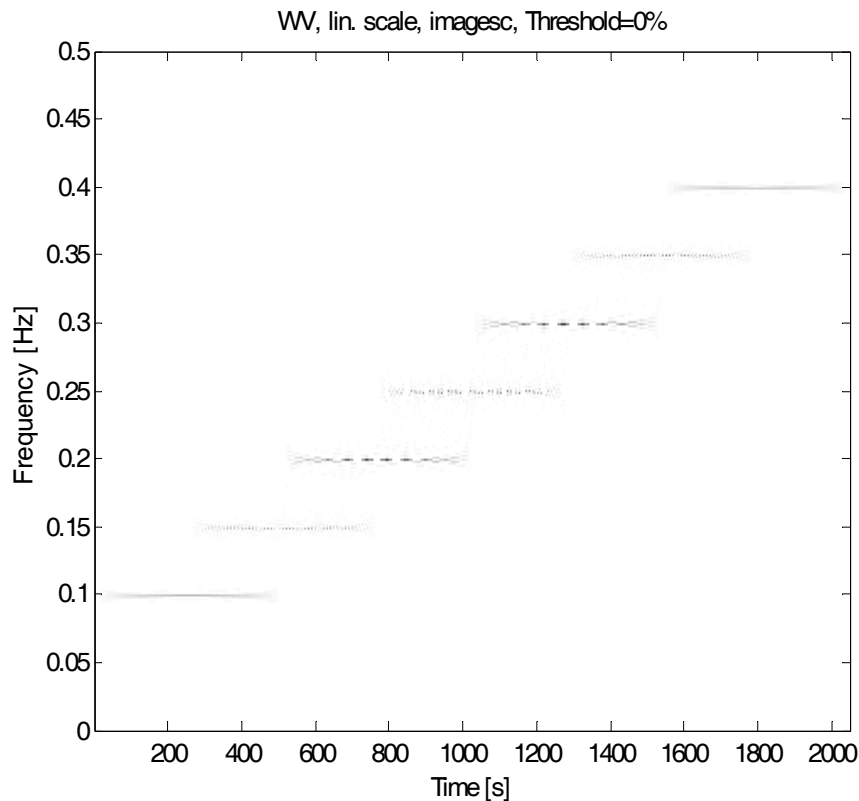


Fig.5.38. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului având modificări bruște de frecvență. Prezența termenilor de interferență poate fi observată cu ușurință

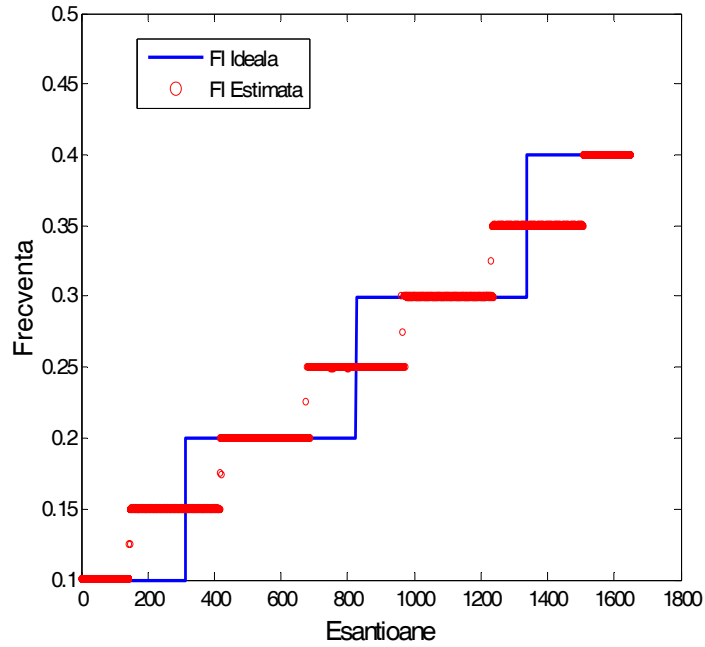


Fig.5.39. Curbele de variație în timp ale frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul fără zgomot, obținute cu reprezentarea Wigner-Ville.

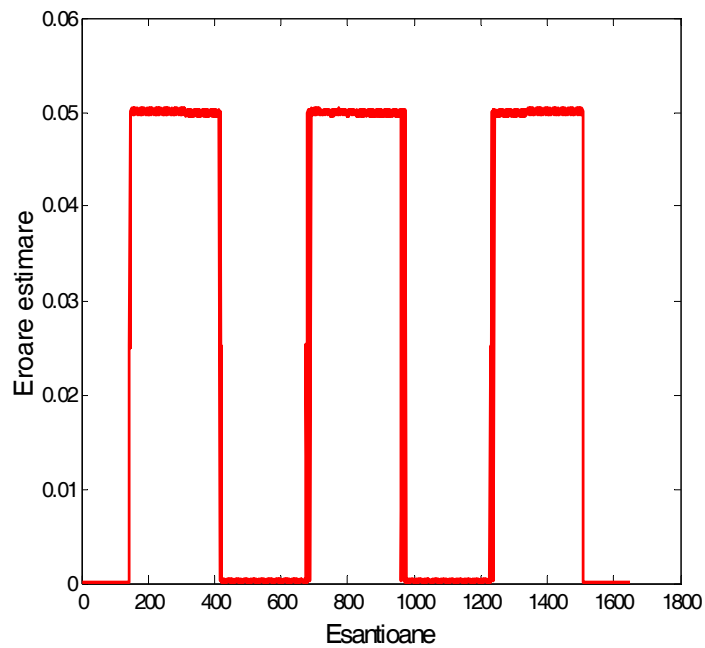


Fig.5.40. Curba de variație în timp a erorii ce caracterizează estimarea frecvenței instantanee a semnalului fără zgomot, obținută cu reprezentarea Wigner-Ville.

5.10. Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal cu variație lentă a frecvenței instantanee între regiuni unde frecvența este constantă, perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale reprezentărilor Fourier scurtă, Wigner-Ville și Choi-Williams

În acest subcapitol sunt prezentate rezultatele estimării frecvenței instantanee folosind maximele locale ale unor reprezentări timp-frecvență, pentru cazul când semnalul analizat prezintă porțiuni cu frecvență constantă și regiuni în care semnalul prezintă o variație liniară a frecvenței. Se poate considera că acest semnal este o combinație a celor analizate în subcapitolele 4 și 9. Semnalul conține 2048 eșantioane, dintre care primele 512 corespund unui semnal sinusoidal modulat liniar în frecvență, având o frecvență care variază de la 0 la 0.1 Hz. Următoarele 512 eșantioane corespund unui semnal sinusoidal cu frecvența de 0.1 Hz, iar cele cuprinse în intervalul 1025 la 1536 corespund unui semnal sinusoidal modulat liniar în frecvență, cu o frecvență care variază de la 0.1 la 0.4 Hz. În fine, ultimele eșantioane ale semnalului reprezintă tot un semnal cu frecvența constantă de 0.4 Hz.

Forma de variație în timp a frecvenței instantanee ideală a acestui semnal este prezentată în figura 5.41. Ca și în cazurile anterioare, acest semnal a fost combinat cu un semnal perturbator de tip zgomot Gaussian, obținându-se semnale de test cu raporturi SNR cuprinse între -15 dB și 15 dB.

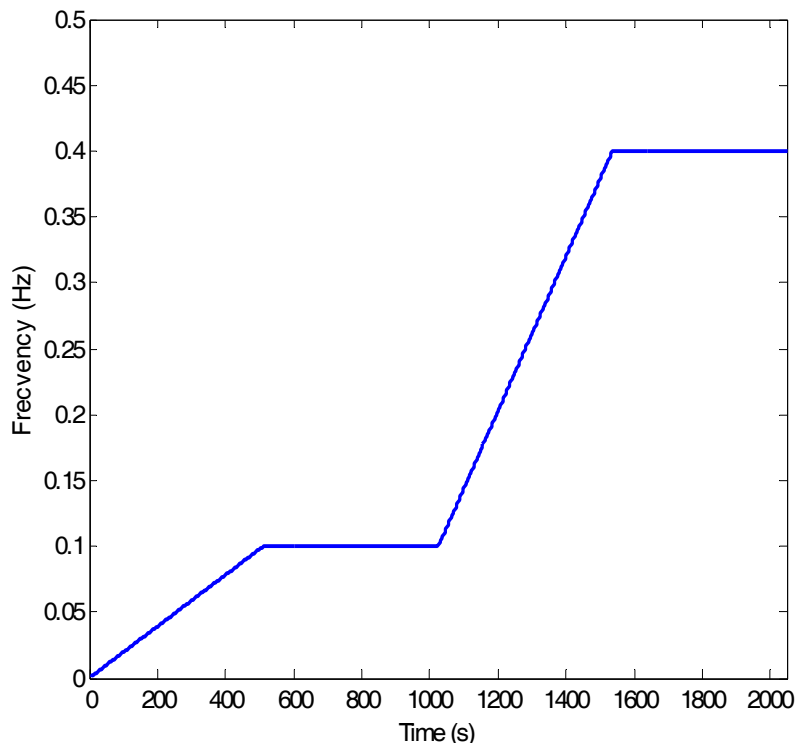


Fig.5.41. Curba de variație în timp a frecvenței instantanee a semnalului de test.

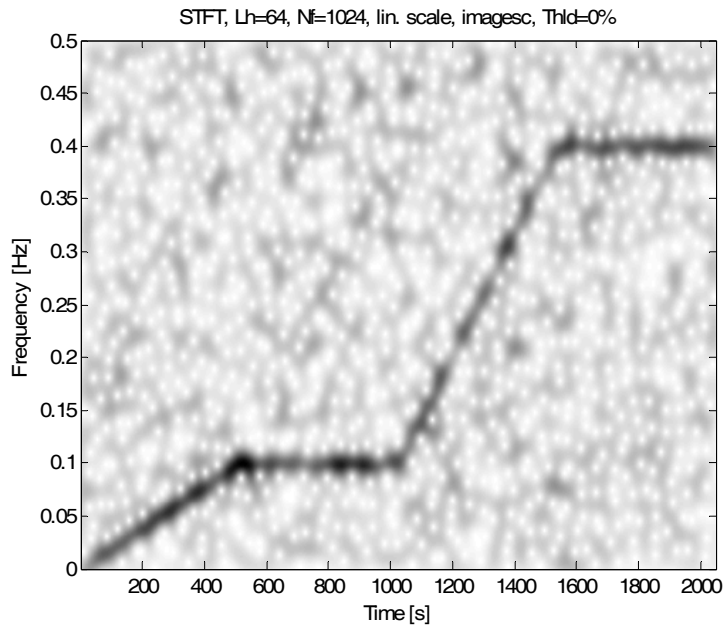


Fig.5.42. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

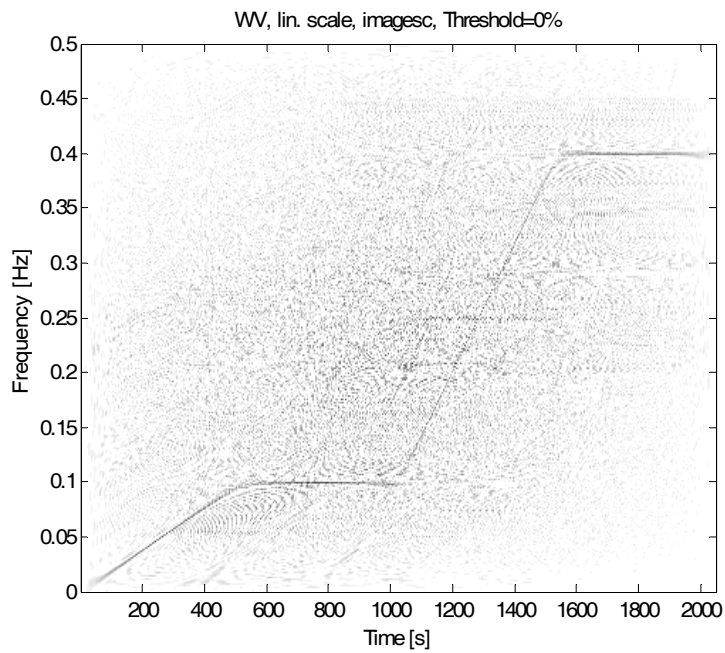


Fig.5.43. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

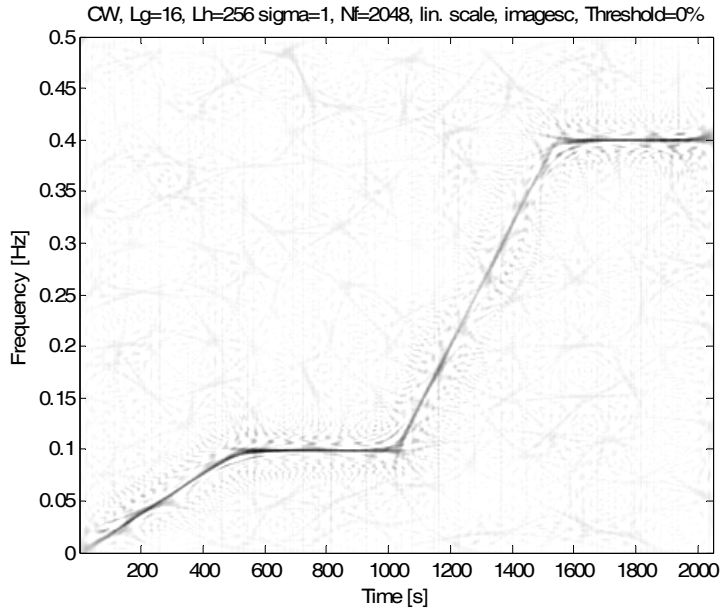


Fig.5.44. Reprezentarea de tip Choi-Williams a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

În figura 5.42 este prezentată transformata Fourier-scurtă a acestui semnal, pentru un raport semnal-zgomot de -2dB, iar în figurile 5.43 și 5.44 sunt prezentate reprezentările Wigner-Ville și Choi-Williams. Rezultatele obținute sunt sintetizate în tabelul 5.9. Așa cum se poate observa din tabel și în cazul acestui semnal cele mai bune rezultate au fost obținute folosind reprezentările Choi-Williams și Fourier-scurtă, performanțele reprezentării Wigner-Ville fiind afectate de prezența termenilor de interferență. Pentru a putea fi comparate rezultatele, în figura 5.45 sunt prezentate curbele de variație în timp ale frecvenței instantanee ideale și a celei estimate folosind maximele locale ale reprezentării Fourier-scurtă în cazul unui semnal având un SNR de -2dB. În figura 5.46 și 5.47 sunt prezentate curbele similare obținute folosind reprezentarea Choi-Williams, respectiv Wigner-Ville.

SNR(dB)	15	10	5	2	0	-2	-5	-10	-15
Eroare estimare STFT(Hz)	3.162 $\cdot 10^{-4}$	4.314 $\cdot 10^{-4}$	7.162 $\cdot 10^{-4}$	8.917 $\cdot 10^{-4}$	1.261 $\cdot 10^{-3}$	2.763 $\cdot 10^{-3}$	1.397 $\cdot 10^{-2}$	8.974 $\cdot 10^{-2}$	0.143
Eroare estimare WV (Hz)	3.432 $\cdot 10^{-2}$	3.492 $\cdot 10^{-2}$	3.594 $\cdot 10^{-2}$	3.700 $\cdot 10^{-2}$	3.957 $\cdot 10^{-2}$	4.628 $\cdot 10^{-2}$	7.955 $\cdot 10^{-2}$	0.121	0.129
Eroare estimare CW (Hz)	5.044 $\cdot 10^{-4}$	5.113 $\cdot 10^{-4}$	5.291 $\cdot 10^{-4}$	5.527 $\cdot 10^{-4}$	6.810 $\cdot 10^{-4}$	1.134 $\cdot 10^{-3}$	4.852 $\cdot 10^{-3}$	4.106 $\cdot 10^{-2}$	0.118 8

Tabelul 5.9: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului având modificări liniare ale frecvenței între porțiuni cu frecvența constantă, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW), pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

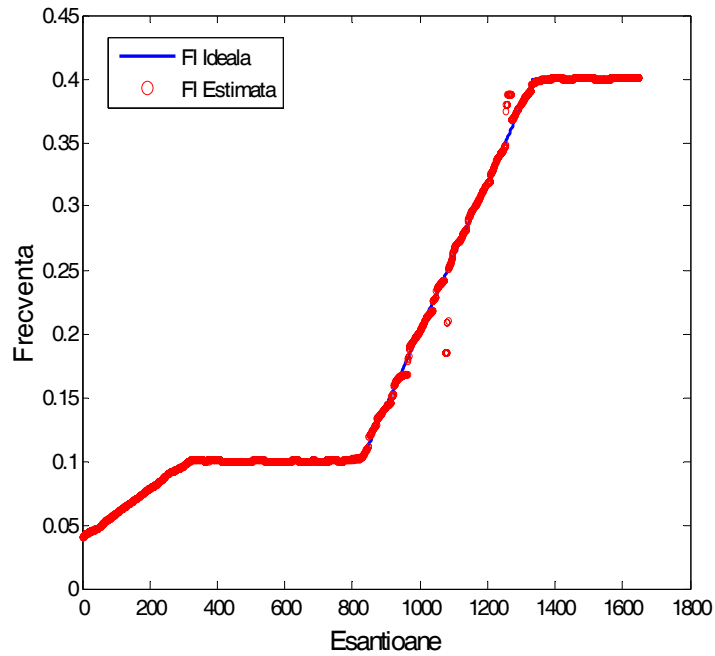


Fig.5.45. Curbele de variație în timp ale frecvenței instantanee estimate și ideale ce caracterizează semnalul cu SNR-2dB, obținute cu reprezentarea Fourier-scurtă.

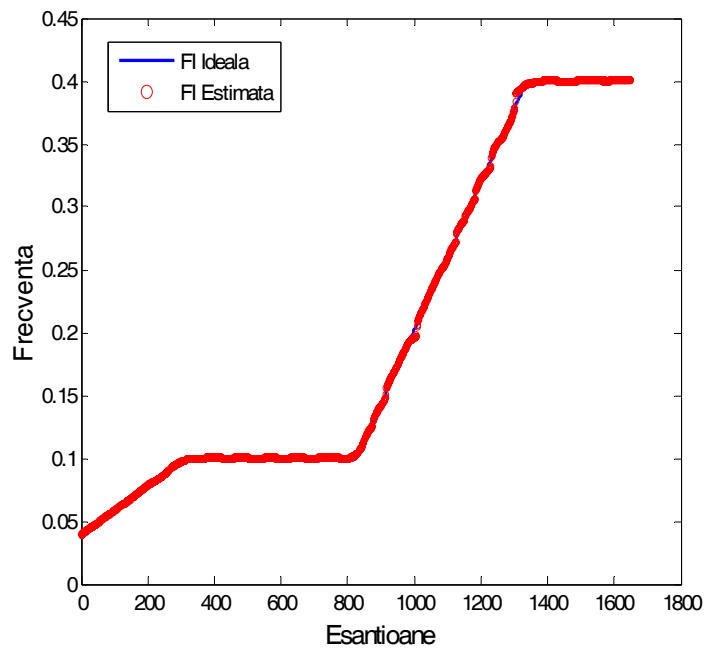


Fig.5.46. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimate și ideale ce caracterizează semnalul cu SNR-2dB, obținute cu reprezentarea Choi-Williams.

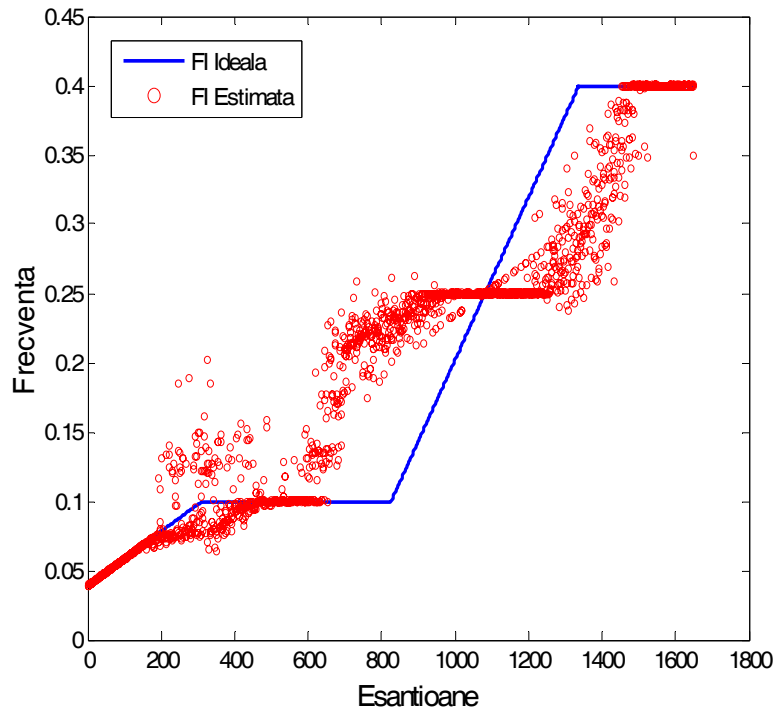


Fig.5.47. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimate și ideale ce caracterizează semnalul cu SNR-2dB, obținute cu reprezentarea Wigner-Ville.

5.11 Estimarea frecvenței instantanee a unui semnal sinusoidal modulat în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian, folosind maximele locale ale unei reprezentări timp-frecvență obținută prin produsul dintre transformatele Fourier-scurtă și Wigner-Ville

După cum s-a putut observa în paragrafele precedente transformatele Fourier scurtă și Wigner-Ville prezintă anumite proprietăți care le fac potrivite pentru a fi utilizate în estimarea frecvenței instantanee a semnalelor netaționare. De exemplu, în cazul reprezentării de tip Fourier scurtă, absența termenilor de interferență și buna localizare a energiei semnalului în planul timp-frecvență sunt foarte avantajoase. De asemenea, reprezentarea de tip Wigner-Ville oferă o localizare îmbunătățită a frecvenței instantanee a semnalului în planul timp-frecvență dar prezintă marele dezavantaj al prezenței termenilor de interferență. Obținerea unei reprezentări timp-frecvență care să combine proprietățile utile ale celor două transformări ar fi de dorit. O astfel de transformare se poate obține prin realizarea unui produs între cele două reprezentări timp-frecvență. Efectul acestui produs este reducerea termenilor de interferență produși de transformarea Wigner-Ville și o foarte bună localizare a creștelor în planul timp-frecvență[70].

Pentru a putea evalua performanțele acestei reprezentări timp-frecvență obținute prin produsul dintre transformatele Fourier-scurtă și Wigner-Ville s-au utilizat semnalele modulat liniar în frecvență și modulat parabolic în frecvență prezentate în subcapitolul 5.2.

În cazul semnalului modulat liniar în frecvență termenii de interferență generați de reprezentarea Wigner-Ville nu sunt semnificativi și nu influențează în mod deosebit estimarea frecvenței instantanee. În figura 5.48 este prezentată transformata Fourier-scurtă a semnalului modulat liniar în frecvență având un raport semnal-zgomot de zero decibeli, iar în figura 5.49 o secțiune transversală prin aceasta. Reprezentarea Fourier scurtă în acest caz a fost obținută prin folosirea unei funcție fereastră de tip gaussian de 129 eșantioane lățime. În ambele figuri se poate observa cu ușurință prezența zgomotului.

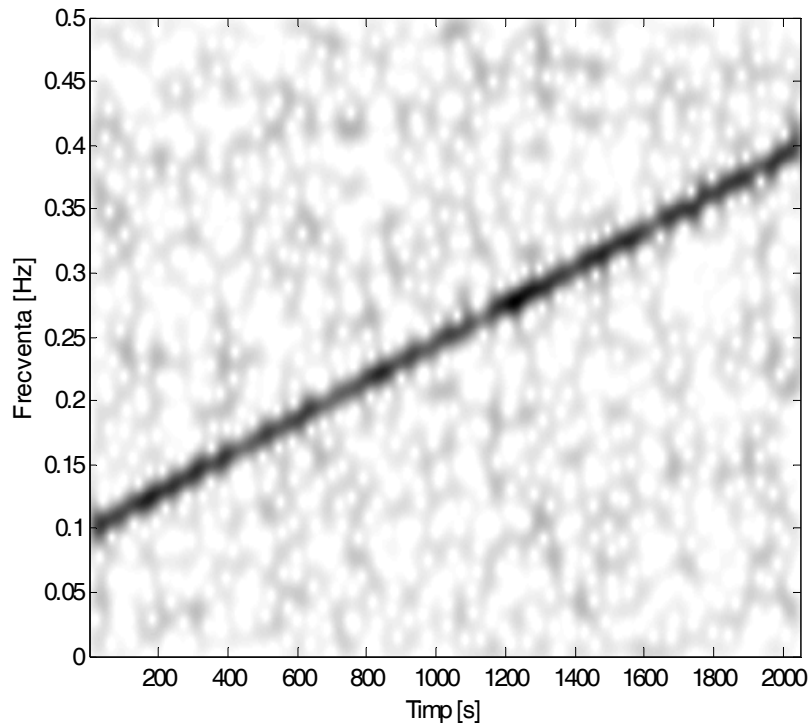


Fig.5.48. Reprezentarea de tip Fourier-scurtă a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

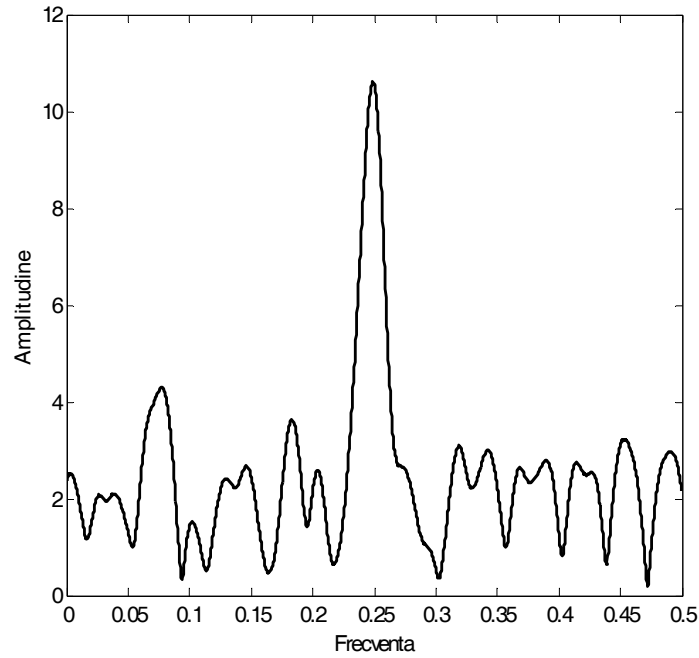


Fig.5.49. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență de tip Fourier scurtă din figura 5.48

Transformarea Wigner-Ville a acestui semnal, și secțiunea transversală prin aceasta sunt prezentate în figurile 5.50 respectiv 5.51.

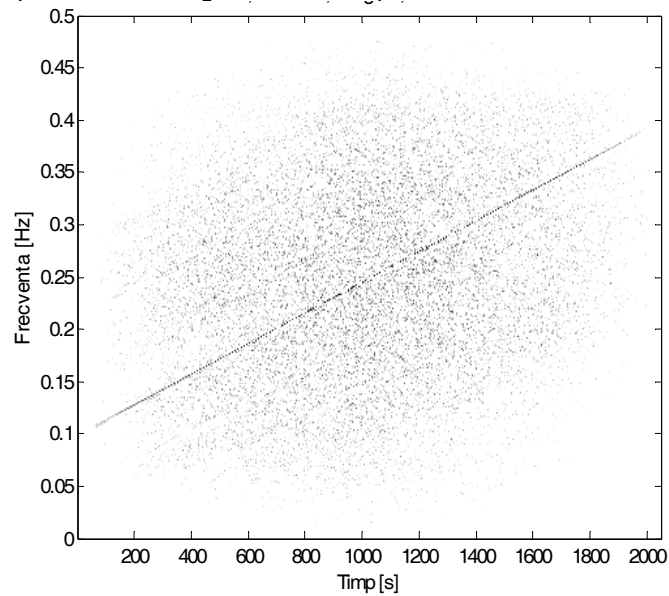


Fig.5.50. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

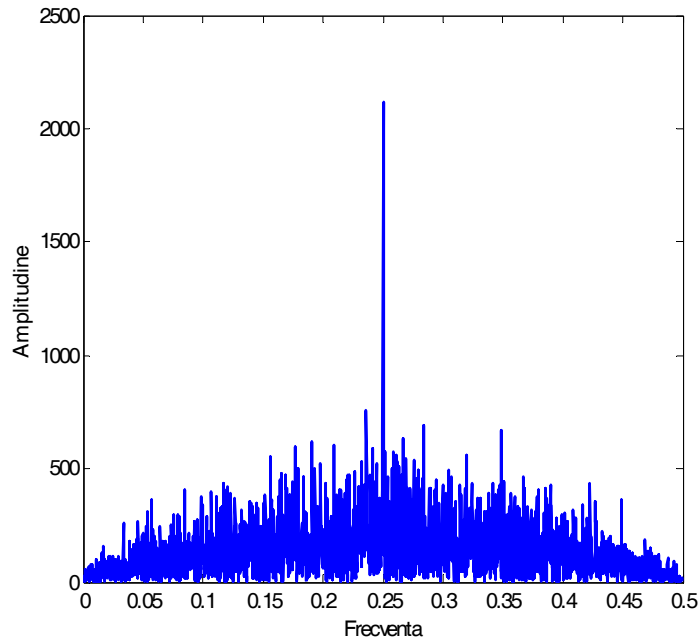


Fig.5.51. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență de tip Wigner-Ville din figura 5.50

Așa cum se poate observa în figura 5.51, reprezentarea Wigner-Ville oferă o localizare mai bună a semnalului în planul timp-frecvență. În cazul semnalului modulat liniar în frecvență, influența termenilor de interferență este neglijabilă, însă prezența unui zgomot perturbator poate îngreuna estimarea frecvenței instantanee a semnalului util. Pentru a reduce acest zgomot, se poate utiliza o transformare timp-frecvență nouă, care se obține prin produsul dintre modulul transformatei Fourier scurtă și Wigner-Ville. Această transformare timp-frecvență este prezentată în figura 5.52, iar figura 5.53 conține secțiunea transversală corespunzătoare ei. Comparând figurile 5.53 și 5.51 se poate observa o reducere a zgomotului perturbator din planul timp-frecvență, în timp ce localizarea semnăturii semnalului util păstrează acuratețea transformării Wigner-Ville.

Folosind algoritmul de estimare a frecvenței instantanee prezentat în subcapitolele anterioare, s-au calculat erorile de estimare la diferite nivele ale raportului semnal-zgomot. Aceste erori sunt prezentate în tabelul 5.10 și în figura 5.54, unde pentru comparație s-au trecut și rezultatele obținute folosind transformarea Choi-Williams.

În cazul semnalului modulat liniar în frecvență s-au obținut performanțe bune chiar și folosind transformarea Wigner-Ville. În cazul acestui tip de semnal, termenii de interferență generați de reprezentarea Wigner-Ville sunt nesemnificativi și nu afectează procesul de estimare a frecvenței instantanee. În cazul unor semnale mai complexe, termenii de interferență generați de reprezentarea Wigner-Ville vor produce erori mult mai mari ale estimării frecvenței instantanee, decât în cazul altor reprezentări. De exemplu, în figura 5.55 este prezentată reprezentarea Wigner-Ville a unui semnal modulat parabolic în frecvență, acoperit de un zgomot gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2 dB.

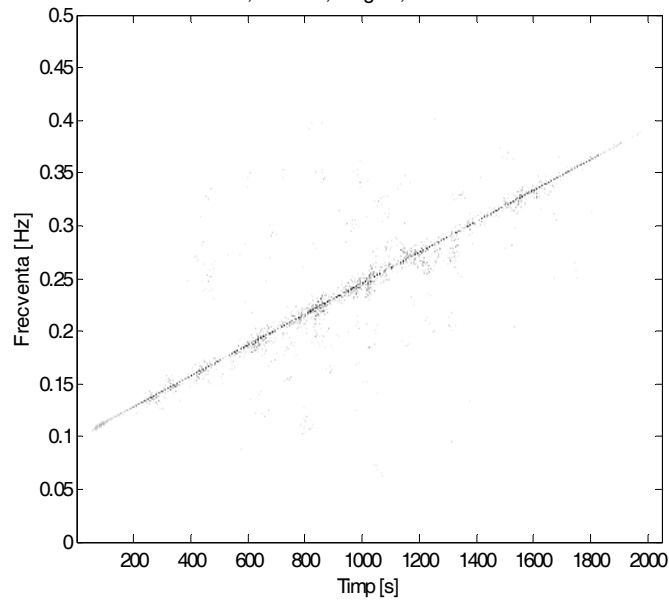


Fig.5.52. Representare timp-frecvență obținută prin produsul dintre reprezentările Fourier scurtă și Wigner-Ville a semnalului acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

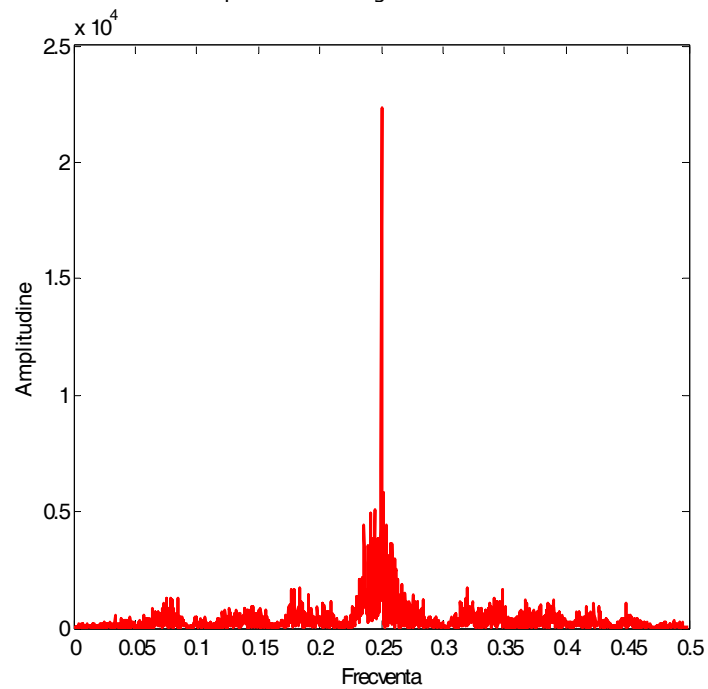


Fig.5.53. Secțiune prin reprezentarea timp-frecvență din figura 5.52

SNR	15 dB	10 dB	5 dB	2 dB	0 dB	-2 dB	-5 dB	-10 dB	-15 dB
Eroare estimare STFT (Hz)	$1.97 \cdot 10^{-4}$	$2.83 \cdot 10^{-4}$	$4.95 \cdot 10^{-4}$	$6.48 \cdot 10^{-4}$	$8,3 \cdot 10^{-4}$	0,0014	0,0355	0,1150	0,1534
Eroare estimare WV (Hz)	$7.08 \cdot 10^{-5}$	$7.11 \cdot 10^{-5}$	$7.18 \cdot 10^{-5}$	$7.25 \cdot 10^{-5}$	$7.64 \cdot 10^{-5}$	$7.98 \cdot 10^{-5}$	0,0135	0,0721	0,0824
Eroare estimare CW (Hz)	$7.38 \cdot 10^{-5}$	$7.86 \cdot 10^{-5}$	$9.64 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^{-4}$	$1.42 \cdot 10^{-4}$	$1.68 \cdot 10^{-4}$	0,0014	0,0787	0,149
Eroare STFT WV (Hz)	$7.08 \cdot 10^{-5}$	$7.11 \cdot 10^{-5}$	$7.17 \cdot 10^{-5}$	$7.25 \cdot 10^{-5}$	$7.64 \cdot 10^{-5}$	$7.97 \cdot 10^{-5}$	0,002	0,061	0,093

Tabelul 5.10: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat liniar în frecvență, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și Choi-Williams (CW) și produsul dintre transformările STFT și WV pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

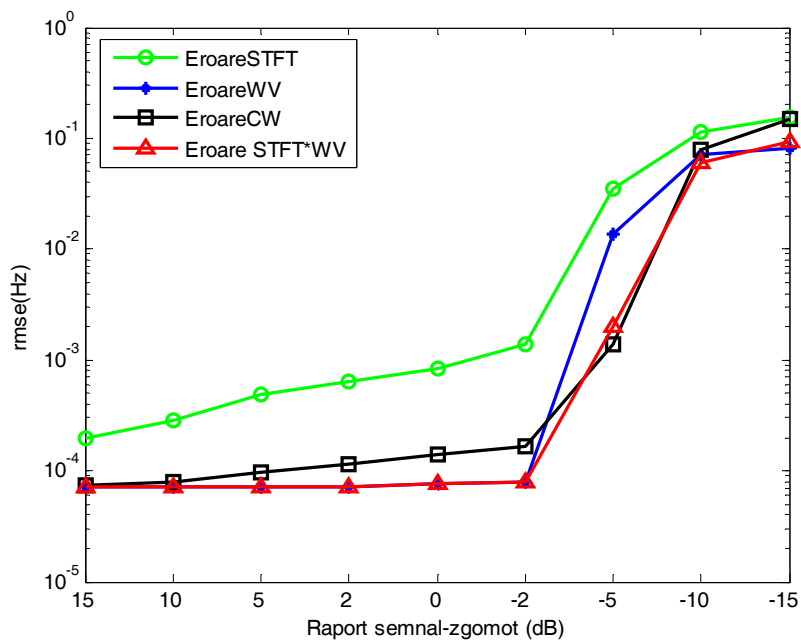


Fig.5.54. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat liniar, utilizând maximele transformărilor Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV), Choi-Williams (CW) și STFT*WV pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

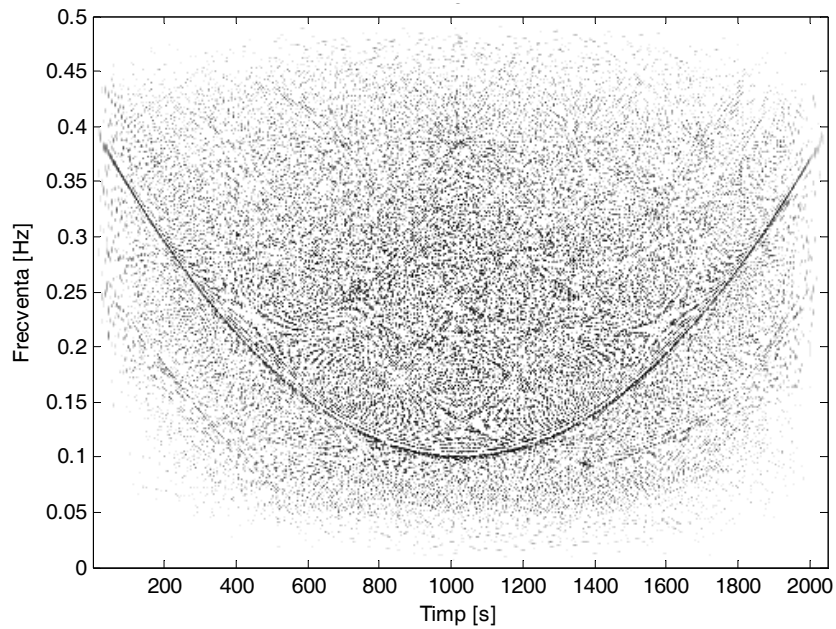


Fig.5.55. Reprezentarea de tip Wigner-Ville a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

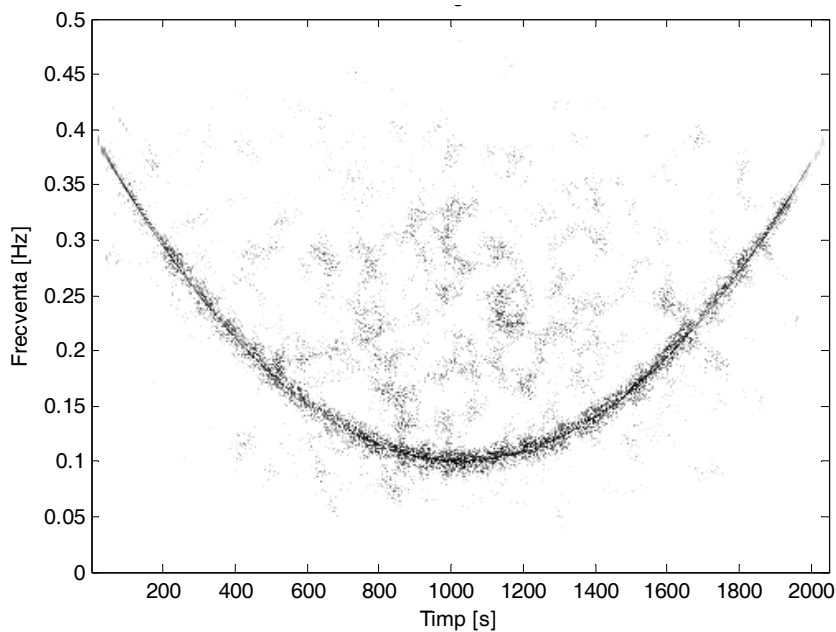


Fig.5.56. Reprezentare timp-frecvență obținută prin produsul dintre reprezentările Fourier scurtă și Wigner-Ville a semnalului modulat parabolic în frecvență acoperit de un zgomot Gaussian de medie nulă, având un raport semnal-zgomot de -2dB

În acest caz, reprezentarea Wigner-Ville oferă o localizare bună a semnalului în planul timp-frecvență, dar prezența zgomotului și a termenilor de interferență face foarte dificilă estimarea frecvenței instantanee a semnalului modulat parabolic. Folosind reprezentarea timp-frecvență care rezultă din produsul dintre modulul transformatei Fourier scurtă și Wigner-Ville, se poate obține o reducere a acestor elemente perturbatoare și implicit se poate obține o estimare mai bună a frecvenței instantanee. Această transformare timp-frecvență a semnalului modulat parabolic este prezentată în figura 5.56. Comparând figurile 5.55 și 5.56 se poate observa o reducere a zgomotului perturbator din planul timp-frecvență, în timp ce localizarea semnăturii semnalului util aproximează acuratețea transformării Wigner-Ville.

Erorile de estimare a frecvenței instantanee pentru acest tip de semnal obținute folosind algoritmul de detecție a maximelor din subcapitolele anterioare sunt prezentate în tabelul 5.11 și în figura 5.57.

SNR	15 dB	10 dB	5 dB	2 dB	0 dB	-2 dB	-5 dB	-10 dB	-15 dB
Eroare estimare STFT (Hz)	$2.57 \cdot 10^{-4}$	$4.21 \cdot 10^{-4}$	$6.58 \cdot 10^{-4}$	$9.58 \cdot 10^{-4}$	$1.21 \cdot 10^{-3}$	$6.06 \cdot 10^{-3}$	$4.19 \cdot 10^{-2}$	0.135	0.158
Eroare estimare WV (Hz)	$1.25 \cdot 10^{-3}$	$1.38 \cdot 10^{-3}$	$1.75 \cdot 10^{-2}$	$4.75 \cdot 10^{-2}$	$6.74 \cdot 10^{-2}$	$8.10 \cdot 10^{-2}$	$9.71 \cdot 10^{-2}$	0.107	0.108
Eroare STFT*WV	$1.23 \cdot 10^{-3}$	$1.23 \cdot 10^{-3}$	$1.40 \cdot 10^{-3}$	$1.78 \cdot 10^{-3}$	$2.23 \cdot 10^{-3}$	$5.51 \cdot 10^{-3}$	$3.59 \cdot 10^{-2}$	$9.67 \cdot 10^{-2}$	0.116

Tabelul 5.11: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat parabolic în frecvență, folosind transformările Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și produsul dintre STFT și WV pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

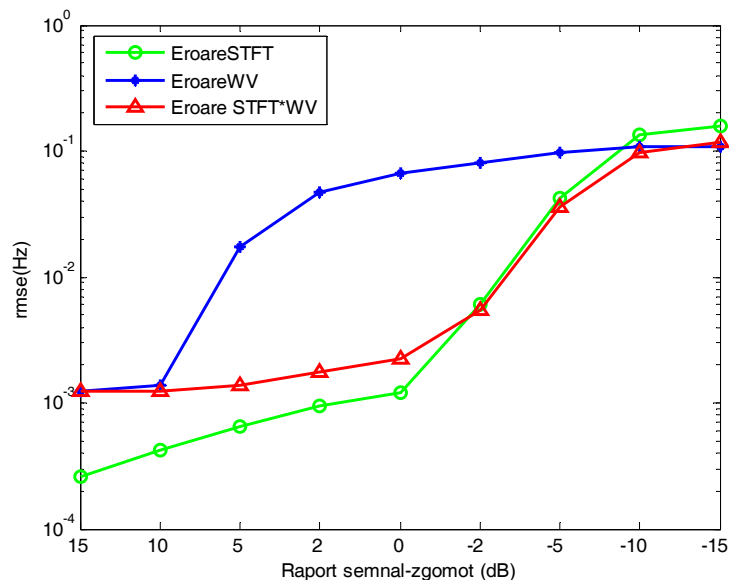


Fig. 5.57. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului FM modulat parabolic, utilizând maximele transformărilor Fourier-scurtă (STFT), Wigner-Ville (WV) și STFT*WV pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot

5.12 Comparație cu alte metode de estimare a frecvenței instantanee a unui semnal modulată în frecvență perturbat de un zgomot Gaussian

După cum este prezentat în [1] și în capitolul 3, există mai multe metode de estimare a frecvenței instantanee a unui semnal netaționar. În acest subcapitol sunt prezentate rezultatele obținute la estimarea frecvenței instantanee a semnalelor modulate linear și sinusoidal în frecvență folosind trei metode de estimare diferite [88]. Primul procedeu de estimare a frecvenței instantanee se bazează pe diferențierea fazei semnalului. Cea de-a doua metodă de estimare a frecvenței instantanee folosită în cazul acestui subcapitol utilizează un algoritm autoregresiv. Acest algoritm folosește patru eșantioane succesive ale semnalului pentru a obține o estimare a frecvenței instantanee. Datorită acestui fapt, rezultatul estimării frecvenței instantanee se obține cu un anumit decalaj în timp. A treia metodă de estimare a frecvenței instantanee se bazează pe utilizarea momentului de ordinul întâi al distribuției timp-frecvență de tip Fourier Scurtă. Semnalele folosite sunt cele prezentate în subcapitolul 5.1.

În figura 5.58 este prezentat rezultatul estimării frecvenței instantanee, în cazul semnalului modulată linear în frecvență, folosind metoda bazată pe diferențierea fazei semnalului, semnalul fiind acoperit de un zgomot de tip gaussian. În figura 5.58 semnalul analizat are un raport semnal zgomot de 15 dB. Așa cum se poate observa, chiar și în cazul unui nivel scăzut al zgomotului, estimarea frecvenței instantanee folosind această metodă este inferioară metodei bazate pe utilizarea vârfurilor reprezentărilor timp-frecvență.

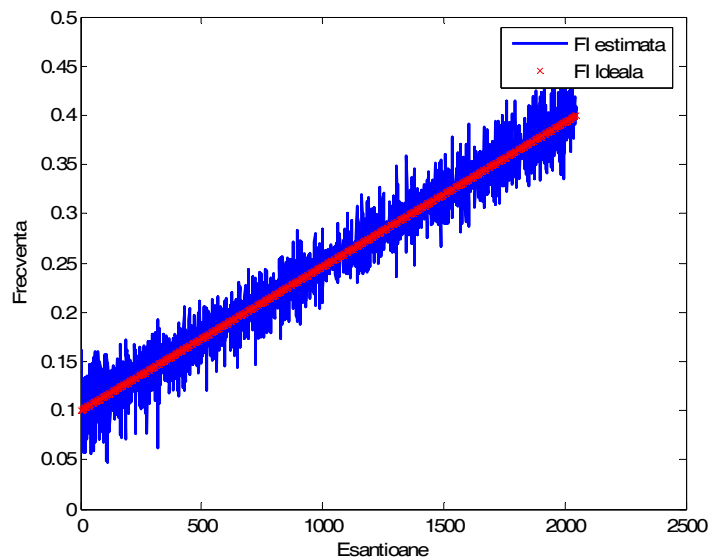


Fig. 5.58. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimate și ideale ce caracterizează semnalul modulată linear în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin diferențierea fazei semnalului

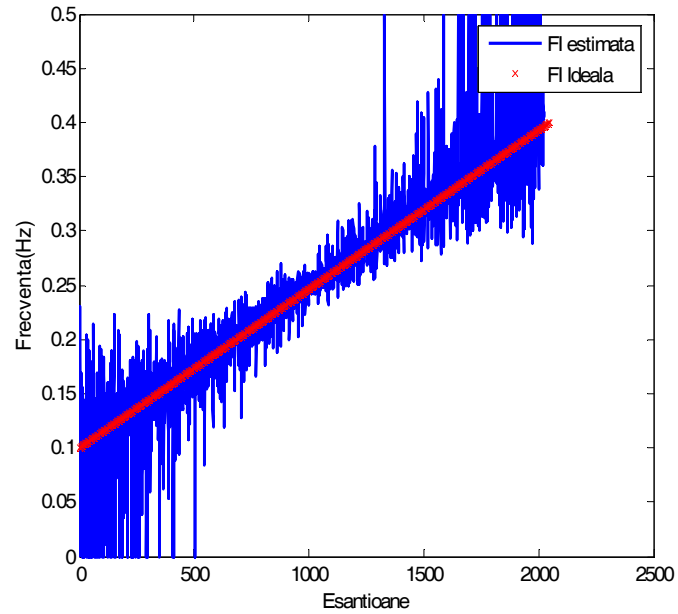


Fig. 5.59. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat liniar în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin utilizarea unui algoritm autoregresiv

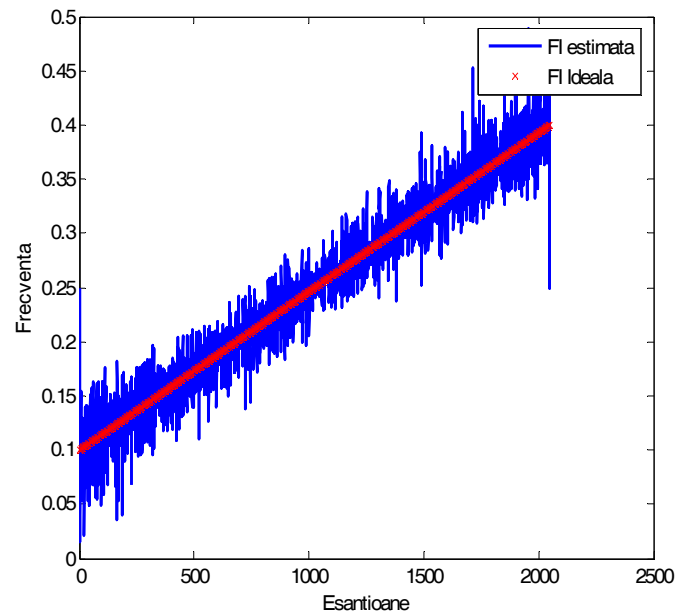


Fig. 5.60. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat liniar în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin folosirea momentului de ordinul întâi al distribuției timp-frecvență de tip Fourier Scurtă

În figurile 5.59 și 5.60 sunt prezentate rezultatele estimării frecvenței instantanee, în cazul semnalului modulat liniar în frecvență cu un raport semnal zgomot de 15 dB, folosind metoda de estimare bazată pe un algoritm autoregresiv, respectiv momentul de ordinul întâi al distribuției timp-frecvență de tip Fourier Scurtă. Și în cazul acestor metode de estimare, chiar și în cazul unui nivel scăzut al zgomotului, estimarea frecvenței instantanee este inferioară metodei bazate pe utilizarea vârfurilor reprezentărilor timp-frecvență. Rezultatele obținute în cazul semnalului modulat liniar în frecvență, folosind cele trei metode de estimare, pentru mai multe valori ale raportului semnal-zgomot sunt prezentate în tabelul 5.12, și în figura 5.61.

SNR	15 dB	10 dB	5 dB	2 dB	0 dB	-2 dB	-5 dB	-10 dB	-15 dB
Eroare dif.faza (Hz)	0.018	0.036	0.101	0.155	0.186	0.206	0.229	0.249	0.254
Eroare AR2 (Hz)	0.032	0.055	0.116	0.168	0.188	0.202	0.216	0.228	0.231
Eroare Mom.tfr. (Hz)	0.020	0.038	0.079	0.185	0.214	0.221	0.245	0.264	0.265

Tabelul 5.12: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat liniar în frecvență, folosind diferențierea fazei semnalului, un algoritm autoregresiv în timp și momentul de ordinul întâi a transformării Fourier-scurtă (STFT)

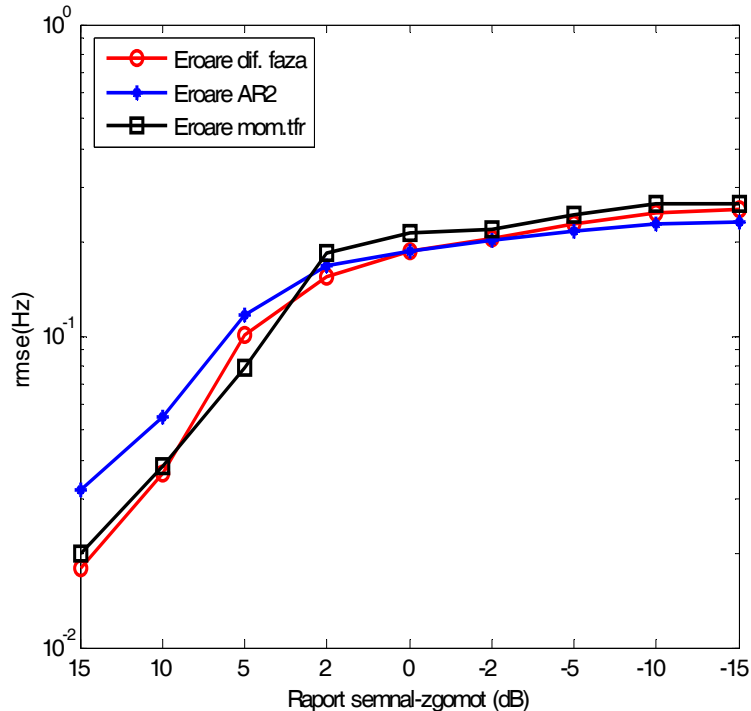


Fig. 5.61. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat liniar în frecvență, folosind diferențierea fazei semnalului, un algoritm autoregresiv în timp și momentul de ordinul întâi a transformării Fourier-scurtă (STFT)

În cazul semnalului modulat în frecvență după o lege sinusoidală s-au obținut rezultate similare. De exemplu, în figura 5.62 sunt prezentate curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat sinusoidal în frecvență cu un raport semnal-zgomot de 15dB, obținute prin diferențierea fazei semnalului. Și în acest caz, se poate face observația că această metodă de estimare prezintă dezavantaje practice, deoarece scoate în evidență în mod exagerat efectele zgomotului de înaltă frecvență. În figurile 5.63 și 5.64 sunt prezentate curbele de variație în timp ale frecvenței instantanee ideală și estimată folosind algoritmul autoregresiv în timp respectiv momentul de ordinul întâi al distribuției timp-frecvență de tip Fourier-scurtă.

Comparând tabelele 5.12 și 5.13 se poate observa faptul că s-au obținut rezultate similare pentru cele două tipuri de semnale. Rezultatele care au fost obținute folosind cele trei metode de estimare din acest subcapitol sunt inferioare celor obținute prin utilizarea maximelor reprezentărilor timp-frecvență.

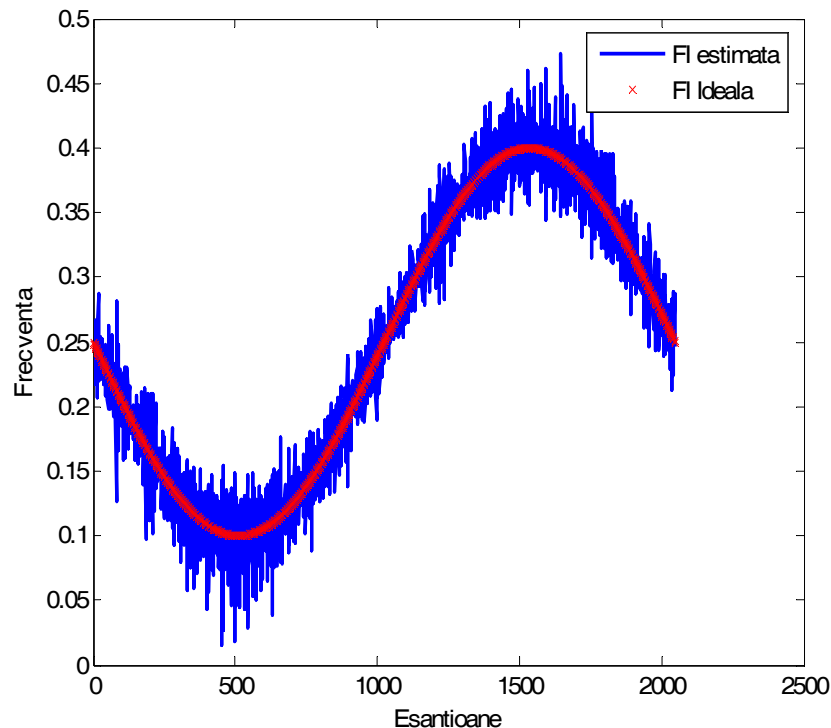


Fig. 5.62. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat sinusoidal în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin diferențierea fazei semnalului

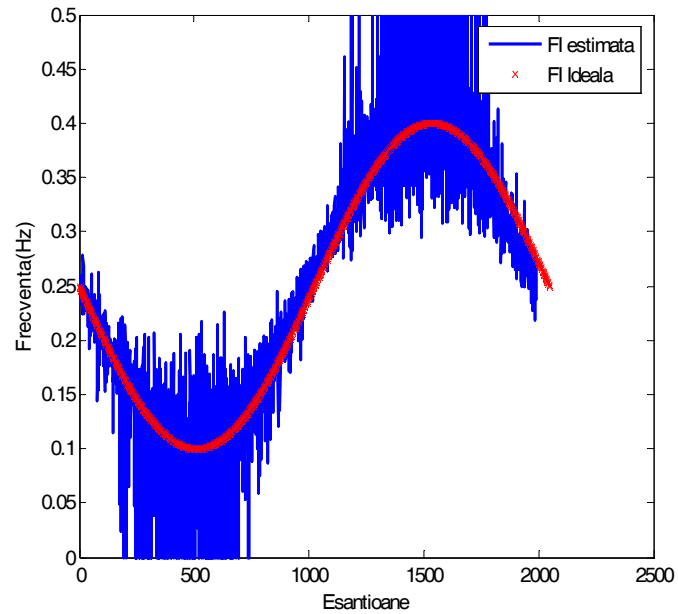


Fig. 5.63. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat sinusoidal în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin utilizarea unui algoritm autoregresiv

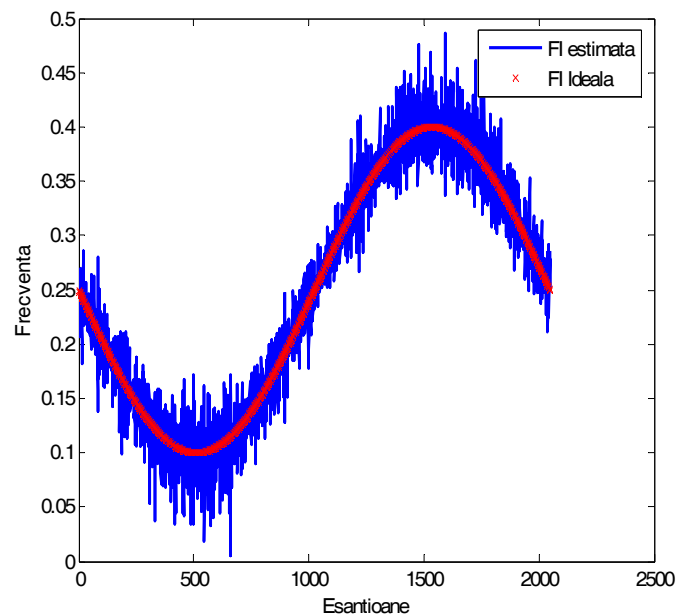


Fig. 5.64. Curbele de variație în timp a frecvenței instantanee estimată și ideală ce caracterizează semnalul modulat sinusoidal în frecvență cu SNR 15dB, obținute prin folosirea momentului de ordinul întâi al distribuției timp-frecvență de tip Fourier Scurtă

SNR	15 dB	10 dB	5 dB	2 dB	0 dB	-2 dB	-5 dB	-10 dB	-15 dB
Eroare estimare STFT (Hz)	$3.01 \cdot 10^{-4}$	$4.39 \cdot 10^{-4}$	$7.28 \cdot 10^{-4}$	$1.02 \cdot 10^{-3}$	$1.36 \cdot 10^{-3}$	$2.92 \cdot 10^{-3}$	0.0437	0.137	0.170
Eroare estimare WV (Hz)	$4.00 \cdot 10^{-3}$	$6.71 \cdot 10^{-3}$	0.0384	0.0629	0.0734	0.088	0.103	0.117	0.121
Eroare estimare CW (Hz)	$9.67 \cdot 10^{-3}$	$9.71 \cdot 10^{-3}$	$9.82 \cdot 10^{-3}$	$9.83 \cdot 10^{-3}$	$1.04 \cdot 10^{-3}$	$1.48 \cdot 10^{-3}$	0.0123	0.099	0.157
Eroare STFT WV	$1.46 \cdot 10^{-3}$	$1.47 \cdot 10^{-3}$	$1.65 \cdot 10^{-3}$	$2.02 \cdot 10^{-3}$	$2.93 \cdot 10^{-3}$	$6.21 \cdot 10^{-3}$	0.035	0.106	0.127
Eroare difaza	0.022	0.060	0.153	0.198	0.218	0.238	0.253	0.265	0.271
Eroare AR2	0.051	0.076	0.172	0.214	0.233	0.249	0.260	0.266	0.270
Eroare momtfr	0.023	0.043	0.099	0.199	0.225	0.229	0.258	0.268	0.273

Tabelul 5.13: Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat sinusoidal în frecvență, folosind diferențierea fazei semnalului, un algoritm autoregresiv în timp și momentul de ordinul întâi a transformării Fourier-scurtă (STFT)

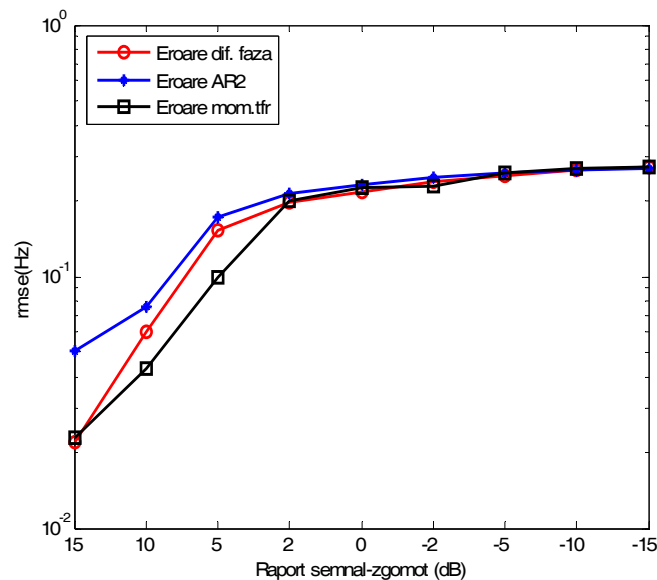


Fig. 5.65. Erorile estimării frecvenței instantanee a semnalului modulat sinusoidal în frecvență, folosind diferențierea fazei semnalului, un algoritm autoregresiv în timp și momentul de ordinul întâi a transformării Fourier-scurtă (STFT)

6. Contribuții și concluzii

Nevoia de a prelucra și analiza semnalele nestaționare rezultă din natura nestaționară a majorității semnalelor din lumea reală[87][88]. De-a lungul timpului, au fost dezvoltate instrumente de prelucrare a semnalelor dintre care unele sunt deosebit de performante, dar care pot fi folosite doar pentru semnale staționare. În general aceste metode sunt legate de descrieri în domeniul frecvenței. Constatarea că semnalele întâlnite în situații concrete sunt în marea lor majoritate nestaționare a condus la nevoia de a dezvolta "instrumente" specifice, adaptate acestor semnale, care țin cont de faptul că semnalul analizat poate avea o evoluție temporală a conținutului de frecvență. Aceste noi metode de prelucrare permit analiza spectrală cu parametru timp variabil.

Una dintre posibilitățile de analiză a semnalelor nestaționare constă în folosirea reprezentărilor timp-frecvență. Transformările timp-frecvență de tip Fourier-scurtă, Gabor, Wigner-Ville, Choi-Williams, undișoară și altele, ale unui semnal nestaționar, conțin informații deosebit de importante cu privire la caracteristicile acestuia.

Un alt concept deosebit de util în cadrul analizei semnalelor nestaționare este cel al frecvenței instantanee. În capitolul 2 al lucrării se prezintă conceptul de frecvență instantanee și algoritmi de determinare a legii de variație a acestuia pentru semnale staționare și nestaționare. De asemenea, se realizează un scurt istoric al noțiunii de frecvență și generalizarea acestei noțiuni pentru cazul semnalelor nestaționare.

În capitolul 3 a fost realizată o prezentare a tehnicilor disponibile în prezent pentru estimarea frecvenței instantanee, fiind descrise metode bazate pe operația de diferențiere a fazei semnalului analitic, metoda trecerilor prin zero, metode de estimare adaptivă bazate pe algoritmul LMS sau RLS, metode care folosesc bucle PLL, estimări bazate pe momentele sau vârfurile distribuțiilor timp-frecvență și metode care folosesc un model polinomial pentru a reprezenta faza semnalului.

În capitolul 4 sunt prezentate reprezentările timp-frecvență mai importante, cum sunt reprezentarea de tip Fourier-scurtă, Wigner-Ville, undișoară și altele. În capitolul 4 se analizează de asemenea relațiile de legătură dintre conceptele prezentate în capitolele anterioare, fiind pus accent în special pe relația dintre frecvența instantanee și distribuțiile timp-frecvență.

În capitolul 5 se prezintă un algoritm propriu de estimare a frecvenței instantanee a unor semnale nestaționare, modulate în frecvență folosind detecția maximelor reprezentărilor timp-frecvență. Utilizând această metodă, au fost analizate semnale modulate în frecvență, acoperite de un zgomot gaussian de medie nulă, pentru diverse valori ale raportului semnal-zgomot. Semnalele folosite au fost atât modulate liniar în frecvență, cât și parabolic sau după o lege sinusoidală. De asemenea, a fost testată metoda de estimare a frecvenței instantanee pentru cazul semnalelor cu variații bruște sau lente ale frecvenței. O parte din rezultatele obținute pe parcursul acestui capitol au fost publicate în lucrări precizate în lista de referințe bibliografice.

Rezultatele obținute au demonstrat faptul că, atunci când nivelul zgomotului este suficient de mic, adică raportul semnal-zgomot este suficient de mare, legea de variație a frecvenței instantanee a semnalelor nestaționare poate fi determinată cu

erori mici folosind maximele locale ale reprezentărilor timp-frecvență. Deci „crestele” reprezentărilor timp-frecvență pot fi folosite pentru a aproxima frecvența instantanee a semnalului analizat, afirmație demonstrată și de alți autori în lucrări care sunt menționate în bibliografie.

În cadrul capitolului 5 au fost obținute mai multe tipuri de reprezentări timp-frecvență, atât liniare (reprezentarea Fourier-scurtă) cât și biliniare (de tip Wigner-Ville și Choi-Williams). De asemenea, a fost propusă o reprezentare timp-frecvență complexă, obținută prin produsul dintre reprezentările timp-frecvență de tip Fourier-scurtă și Wigner-Ville, reprezentare care s-a calculat cu scopul de a combina proprietățile utile ale celor două transformări inițiale.

În cazul semnalelor modulate liniar în frecvență, rezultatele obținute au fost bune pentru toate cele patru reprezentări timp-frecvență menționate. Cele mai bune performanțe s-au obținut pentru acest tip de semnale prin utilizarea reprezentării Wigner-Ville, și a reprezentării timp-frecvență obținută prin produsul dintre reprezentările timp-frecvență de tip Fourier-scurtă și Wigner-Ville. Acest fapt se datorează faptului că, pentru semnalele modulate liniar în frecvență, termenii de interferență generați de reprezentarea Wigner-Ville sunt neesențiali și nu afectează procesul de estimare a frecvenței instantanee.

Așa cum s-a menționat anterior, în cazul folosirii transformatei Fourier-scurtă o serie de factori pot influența estimarea frecvenței instantanee a semnalului: tipul și mărimea funcției fereastră folosită la obținerea transformatei respectiv tipul și nivelul semnalului de zgomot. Pentru a testa performanțele metodei de estimare a frecvenței instantanee s-au făcut determinări ale erorilor de estimare în mai multe situații: folosind ferestre de tip Hamming, Hanning, dreptunghiulară, triunghiulară, Gaussiană, de tip Bartlett, Blackman și Kaiser, având fiecare lărgimi de 33, 65, 129, 257, 513 și 1025 eşantioane. Cele mai bune rezultate au fost obținute folosind o fereastră de tip Gaussian de 129 eşantioane lărgime, adică o reprezentare timp-frecvență de tip Gabor.

După cum s-a precizat pe parcursul capitolului 5, metoda proprie de determinare a frecvenței instantanee folosind maximele locale ale reprezentărilor timp-frecvență a fost testată și în cazuri când semnalul analizat era modulat sinusoidal sau parabolic în frecvență. Cele două tipuri de semnale au produs rezultate similare. În acest caz, termenii de interferență produși fac practic imposibilă folosirea reprezentării Wigner-Ville, chiar la nivele reduse ale zgomotului suprapus peste semnalul util. Rezultate mai bune au fost obținute prin folosirea reprezentării de tip Choi-Williams, dar cele mai mici erori au fost obținute când pentru estimarea frecvenței instantanee s-a utilizat reprezentarea Fourier-scurtă, sau reprezentarea timp-frecvență obținută prin produsul dintre reprezentările timp-frecvență de tip Fourier-scurtă și Wigner-Ville.

În continuare, a fost demonstrat faptul că algoritmul propus pentru estimarea frecvenței instantanee poate fi folosit și pentru cazul semnalelor care prezintă salturi de frecvență. Folosind reprezentările timp-frecvență descrise mai sus, s-a constatat că detecția salturilor de frecvență poate fi realizată cu erori suficient de mici, doar la nivele mici ale zgomotului. În acest caz, rezultatele furnizate de folosirea reprezentărilor timp-frecvență de tip Fourier-scurtă au fost cele mai bune, în timp ce reprezentarea Wigner-Ville nu poate fi folosită pentru acest tip de semnal, erorile de estimare fiind mari chiar și în absența zgomotului perturbator.

La sfârșitul capitolului 5 au fost testate și alte trei metode de estimare a frecvenței instantanee, cu scopul de a compara rezultatele furnizate de aceste metode cu cele obținute prin folosirea algoritmului propus, bazat pe detecția

maximelor reprezentărilor timp-frecvență. Sunt prezentate rezultatele obținute la estimarea frecvenței instantanee a semnalelor modulate linear și sinusoidal în frecvență folosind trei metode de estimare diferite. Primul procedeu de estimare a frecvenței instantanee se bazează pe diferențierea fazei semnalului. Cea de-a doua metodă de estimare a frecvenței instantanee folosită utilizează un algoritm autoregresiv, iar a treia metodă de estimare a frecvenței instantanee se bazează pe utilizarea momentului de ordinul întâi al distribuției timp-frecvență de tip Fourier Scurtă. Semnalele folosite au fost aceleași care s-au utilizat pentru a estima frecvența instantanee prin detecția maximelor reprezentărilor timp-frecvență. Folosind aceste metode de estimare au fost obținute rezultate similare pentru cele două tipuri de semnale modulate linear și sinusoidal în frecvență. Rezultatele care au fost obținute folosind cele trei metode de estimare sunt inferioare celor obținute prin utilizarea maximelor reprezentărilor timp-frecvență, dovedind utilitatea algoritmului de estimare prezentat. Acest fapt se poate datora faptului că o reprezentare timp-frecvență produce o „împrăștiere” a energiei zgomotului perturbator în planul timp-frecvență, ducând la posibilitatea detecției frecvenței semnalului util chiar și la nivele de zgomot unde celelalte metode nu mai pot fi folosite practic. Trebuie menționat faptul că dacă zgomotul depășește un anumit prag critic, nici algoritmul de estimare a frecvenței instantanee prin detecția maximelor reprezentărilor timp-frecvență nu mai poate fi folosit, erorile fiind în acest caz mari. Acest prag critic depinde de tipul semnalului analizat, și de parametrii reprezentării timp-frecvență folosite.

Așa cum s-a precizat mai sus, analiza semnalelor în planul timp-frecvență a fost realizată cu ajutorul unor programe proprii realizate în mediul MATLAB, unde este foarte util toolbox-ul Timp-frecvență. Algoritmul folosit poate fi aplicat unor semnale nestaționare care sunt salvate pe discul fix al calculatorului. În perspectivă, dezvoltarea de aplicații în timp-real, care să poată fi utilizate la estimarea frecvenței instantanee a unor semnale prelevate direct din placa de sunet a calculatorului, sau prin intermediul unei plăci de achiziții de date sunt de dorit. Un program ce ar furniza rezultatul estimării în timp real, ar fi deosebit de util în numeroase domenii, și ar putea fi folosit cu succes pentru obținerea de rezultate rapide, fără a mai fi necesară înregistrarea prealabilă a semnalelor și prelucrarea lor ulterioară.

Concluziile obținute în lucrare pot fi utilizate în alegerea unui anumit tip de reprezentare timp-frecvență, în vederea analizării unui semnal nestaționar, în vederea obținerii de rezultate cât mai corecte în prezența zgomotului.

Bibliografie

- [1] B. Boashash, "Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal: A tutorial review—Part 1: Fundamentals," *Proc. IEEE*, vol. 80, April 1992, this issue.
- [2] B. Boashash, "Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal: A tutorial review—Part 2: algorithms and applications," *Proc. IEEE*, vol. 80, April 1992, this issue.
- [3] L. Paradowski, A. Pieniezny „Radar signal processing in time microscaleusing frequency-to-time and time-to-frequency procedures and transducers”, The Proceedings of The 7th International Conference on Signal Processing Applications & Technology, Boston, Massachusetts, USA October 7-10, 1996 pp1500-1504
- [4] E. Forbes, A. van Schaik, "Fourier Transform and Wavelet Transform for the Time-Frequency Analysis of Bat Echolocation Signals", The University of Sydney, School of Electrical and Information Engineering, Februarie 2000
- [5] D. E. Vakman and L. A. Vainshtein, "Amplitude, phase, frequency-Fundamental concepts of oscillation theory," in *Sov.Phys.Usp.*, vol. 20 (12), pp. 1002-1016, Dec. 1977
- [6] J. Carson and T. Fry, „Variable frequency electric circuit theory with application to the theory of frequency modulation”, *Bell System Tech. J.*, vol. 16, pp. 513-540, 1937.
- [7] B. Van der Pol. „The fundamental principles of frequency modulation”, *Proc. IEE*, vol. 93 (III), pp. 153-158, 1946
- [8] D. Gabor, „Theory of communication”, *Proc. IEE*, vol. 93 (III), pp. 429-457, 1946
- [9] I. Naforniță, A. Câmpeanu, A. Isar, „Semnale, circuite și sisteme”, curs, partea I, fasciculele 1 și 2, Facultatea de Electronică și Telecomunicații, Timișoara, 1995
- [10] J. Ville, „Théorie et Application de la Notion de Signal Analytic”, *Cables at Transmissions*, vol. 2A, pp.61-74, 1948
- [11] A. Reilly, G. Frazer, B. Boashash, "Analytic Signal Generation-Tips and Traps", *IEEE Transactions On Signal Processing*, Vol. 42. No. 11, Nov 1994, pp. 3241-3245
- [12] P. Flandrin, „Temps-fréquence”, Éditions Hermès, Paris 1993.
- [13] L. Mandel, „Interpretation of instantaneous frequency”, *American Journal of Physics*, Vol. 42, Issue 10, pp. 840-846 ,1974

- [14] M.B. Priestley, „Non-linear and non-stationary time series analysis”, Academic Press, London, UK, 1988
- [15] L. Cohen. „Generalised phase – space distributions” J. Math. Phys., vol. 7, pp. 781–786, 1966.
- [16] A." Rihaczek, „Signal energy distribution in time and frequency”, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-14, pp. 369-374, 1968.
- [17] M. H. Ackroyd, „Instantaneous and time Varying spectra - An introduction,” J. Radio and Electron. Eng., vol. 39, no. 3, 1970.
- [18] B. Friedlander, „Estimation of Amplitude and Phase Parameters of Multicomponent Signals”, IEEE Transactions on signal processing, vol.43, No. 4, Aprilie 1995
- [19] S. Kay, Modern Spectral Estimation, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1988
- [20] H. Van Trees, Detection, Estimation and Modulation Theory Part I, New York: John Wiley, 1968
- [21] I. Nafornită, „Prelucrarea Statistica A Semnalelor - Teoria Estimării”, note de curs, Universitatea “Politehnica” Timisoara, 2007
- [22] A. Isar, „Teza de doctorat – Tehnici de măsurare adaptivă cu aplicații în aparatura de măsurare numerică”, Timișoara 1993
- [23] A. Oppenheim and R. Schaffer, Digital Signal Processing, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1975
- [24] Andrei Câmpeanu, Gál János, Metode adaptive de prelucrare a semnalelor, Editura Politehnică Timișoara, 2009, ISBN: 978-973-625-605-9
- [25]. G. Jones and B. Boashash, „On the concepts of instantaneous frequency, time-delay, instantaneous bandwidth and their relation to time-frequency distributions” in Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Processing 90, pp. 2467-2470, 1990.
- [26] B. Boashash, P. O’Shea, M. Arnold, „Algorithms for instantaneous frequency estimation: A comparative study”, Proc. SPIE Conf. Advanced Algorithms and Architectures for Signal Processing V, vol. 1348, San Diego, CA, 1990
- [27] P. O’Shea, B. Boashash, „Some robust instantaneous frequency estimation techniques with application to non-stationary transient detection”, Proc. EUSIPCO90, 1990, pp. 165-168
- [28] D. L. Snyder, A State Space Approach to Analog Communications Systems, Cambridge, MA: MIT Press
- [29] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991, 2nd edition

- [30] L. Griffiths, „Rapid measurement of digital instantaneous frequency“, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing pp. 202-221, 1975
- [31] B. Widrow and M. Hoff „Adaptive switching circuits“ in IRE 1960, Wescon. Conv. Rec., Part 4, 1960, pp. 96-104
- [32] B. Boashash, P. O’Shea, „A Methodology for Detection and Classification of Some Underwater Acoustic Signals Using Time-Frequency Analysis Techniques“, Acoustic Speech and Signal Processing, vol.38, no.11, 1990
- [33] S. L. Marple, Digital Spectral Analysis, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1987
- [34] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991, 2nd edition
- [35] L. B. White and B. Boashash, “Estimating the instantaneous frequency of a Gaussian random process,” IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 36, pp. 1518-1521, Sept. 1988.
- [36] B. Lovell, R. Williamson, B. Boashash, “The relationship between Instantaneous Frequency and Time-Frequency Representations“, IEEE Transactions on Signal Processing, Volume: 41 , Issue 3, Mar 1993, pp. 1458 – 1461
- [37] B. Barkat and B. Boashash, “Instantaneous Frequency Estimation of Polynomial FM Signals Using the Peak of the PWVD: Statistical Performance in the Presence of Additive Gaussian Noise“, IEEE Transactions On Signal Processing, Vol. 47, No. 9, September 1999, pp. 2480-2490
- [38] Rao and F. Taylor, “Estimation of the Instantaneous Frequency Using the Discrete Wigner Distribution,” Electron. Lett., vol. 26, 110.4, pp. 246-248, 1990.
- [39] K. M. Wong and Q. Jin, “Estimation of the time-varying frequency of a signal: The Cramer-Rao bound and the application of the Wigner Distribution,” IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 38, pp. 519-536, 1990.
- [40] H. Whitehouse, B. Boashash, and J. Speiser, “High resolution techniques for temporal and spatial signals,” presented at the Workshop on High Resolution Methods for Underwater Acoustics, organized by GRETSI, Juan les Pins, France, June 16, 1989; also in the Springer-Verlag Lecture Notes in Computer Science, M. Bouvet and G. Biennu, Eds., 1990.
- [41] Braham Barkat and Boualem Boashash “Design of Higher Order Polynomial Wigner-Ville Distributions“ IEEE Transactions On Signal Processing, Vol. 47, No. 9, September 1999, pp. 2608-2611
- [42] B. Ristic, B. Boashash “Instantaneous frequency estimation of quadratic and cubic FM signals using the cross polynomial Wigner-Ville distribution“, IEEE Transactions On Signal Processing, Vol. 44 , Issue: 6, pp. 1549 – 1553, Jun 1996

- [43] Y. Zhao, L. E. Atlas, and R. J. Marks 11, "The use of cone-shape kernels for generalized time-frequency representation of non-stationary signals," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, June, 1990.
- [44] R. Baraniuk and D. Jones, "Optimal Kernel design for time- frequency analysis," in Proc. SPIE Conf Advanced Algorithms and Architectures for Signal Processing V, vol. 1348, San Diego, CA, July 1990.
- [45] A. Fineberg and R. Mammone, "An adaptive technique for high resolution time varying spectral estimation," in Proc. Int. Conf ACOUI. Speech, Signal Processing, pp. 3185-3188, Toronto, 1991.
- [46] L. Stankovic, "Time-Frequency Distributions With Complex Argument", IEEE Transactions On Signal Processing, Vol. 50, No. 3, March 2002, pp. 475-486
- [47] K. Sharman and B. Friedlander, "Time-varying auto-regressive modeling of a class of non-stationary signals," in Proc. ICASSP '84, San Francisco, CA, vol. 22.2.1-22.2.4, 1984.
- [48] R. F. Barrett and R. Streit, "Frequency tracking using hidden Markov models," IEEE Trans. ACOUSI., Speech, Signal Processing, vol. 38, pp. 586- 598, 1990.
- [49] M. Benidir "Characterization of Polynomial Functions and Application to Time-Frequency Analysis", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 45, No. 5, May 1997, pp. 1351-1354
- [50] S. Peleg, B. Porat, "The Cramer-Rao lower bound for signals with constant amplitude and polynomial phase", IEEE Transactions On Signal Processing, Vol.39 , Issue: 3, pp. 749 - 752, Mar 1991
- [51] S. A. Tretter, „Estimating the Frequency of a Noisy Sinusoid by Linear Regression“, IEEE Trans. On Information Theory, vol. II-31, No. 6, Nov. 1985, pp. 832-835.
- [52] M. Vetterli, J. Kovačević, „Wavelets and subband coding“, Prentice Hall, New Jersey 1995.
- [53] J. Kitchen, DSTO, EWD, Adelaide, SA, 1990.
- [54] S. Shamsunder, G.B. Giannakis, B. Friedlander, "Estimating random amplitude polynomial phase signals: a cyclostationary approach", IEEE Transactions On Signal Processing Vol. 43 , Issue: 2, pp: 492 - 505, Feb 1995
- [55] M. Kjeldsen, R. E. A. Arndt "Joint Time Frequency Analysis Techniques: A Study Of Transitional Dynamics In Sheet/Cloud' CAV 2001: Fourth International Symposium on Cavitation, June 20-23, 2001, California Institute of Technology, Pasadena, CA USA
- [56] F. Hlawatsch, G.F. Boudreaux-Bartels, „Linear and Quadratic Time Frequency Signal Representations“, IEEE SP Magazine, 1992

- [57] A. Isar, I. Naforniță, „Reprezentări Timp-Frecvență”, Editura "Politehnica", Timișoara, 1998
- [58] Gordan C., „Studiul reprezentărilor timp-frecvență și aplicarea lor la estimarea frecvenței instantanee” – Teză de doctorat, 1999
- [59] A. Isar: Note de curs, Timișoara 1995.
- [60] G. Rulea, “Prelucrarea optimă a semnalelor radio”, Ed. Tehnică, București, 1980
- [61] E. Wigner, „On the quantum correction for the thermodynamics equilibrium”, Physics review, 40, pp.749-759, 1932
- [62] S. Barbarossa, “Analysis of Multicomponent LFM signals by a Combined Wigner-Hough Transform”, IEEE Transactions on Signal Processing, Volume: 43 , Issue 6, Jun 1995, pp. 1511 - 1515
- [63] F. Auger, P. Flandrin, “Improving the readability of time-scale representations by the reassignment method”, IEEE Trans. on signal processing, vol.43 no.5, May 1995.
- [64] L. Stankovic, “A method for time-frequency analysis”, IEEE Transactions On Signal Processing, Vol. 42 , Issue 1, Jan 1994, pp. 225 – 229
- [65] L. Cohen, „The Scale Representation”, IEEE Transactions on signals processing, vol.41, no.12, dec.1993
- [66] O. Rioul, M. Vetterli, „Wavelets and Signal processing”, IEEE SP Magazine 1991.
- [67] P.P. Vaidyanathan, „Multirate systems and filters banks”, Prentice Hall, New Jersey 1992
- [68]. Z. M. Hussain, B. Boashash “Adaptive Instantaneous Frequency Estimation of Multicomponent FM Signals Using Quadratic Time–Frequency Distributions” IEEE Transactions On Signal Processing, Vol. 50, No. 8, August 2002, pp. 1866-1876
- [69] A.M. Sayeed, “Optimal detection using bilinear time-frequency and time-scale representations” IEEE Transactions On Signal Processing Vol. 43 , Issue: 12, pp. 2872 – 2883, Dec 1995
- [70] M. Borda, I. Naforniță, D. Isar, A. Isar, „New instantaneous frequency estimation method based on image processing techniques”, Journal of Electronic Imaging, April-June 2005, volume 14, Issue 2, ISSN 1017-9909, pp. 023013-1-11.
- [71] C.Gordan, **R.Reiz**: *Influența parametrilor transformatei undișoară asupra analizei timp-frecvență a semnalelor FM*, Buletinul Institutului Politehn. Iași Tomul XLVIII Fasc. 5B -2002, Iași, România, pp.169-174, ISSN 1407-7345;

- [72] C.Gordan, **R.Reiz**: *Using Mathematical Morphology Elements for the Ridges Extraction of a Parabolic Frequency Modulated Signal*, International Conference on Signal Processing VI, Military Technical Academy, Liptovsky Miculas, 24-26.04.2002 Slovakia, pp. 134-139, ISBN 80-8040-232-9;
- [73] C.Gordan, **R.Reiz**: *Using Wavelet Transform for the Ridges Extraction of a Parabolic Frequency Modulated Signal-Part I*, 2002 14th International Conference on Digital Signal Processing Proceedings, 1-3.07.2002, Santorini, Grecia, pp. 337-340, ISBN 0-7803-7503-3;
- [74] C.Gordan, **R.Reiz**: *Ridges extraction method for a polynomial frequency modulated signal covered with a zero-mean Gaussian noise*, April Issue of Facta Universitatis Nis, Ser: Electronics and Energetics, Vol.16, No.1, April 2003, Nis, Yugoslavia, pp.137-143, ISSN 0353-3670
- [75] C.Gordan, **R.Reiz**: *„Ridges extraction method for the linear AM-FM modulated signals covered by a zero-mean Gaussian noise“*, SCS 2003, International Conference on Signals, Circuits and Systems, Proceedings, Vol.2, 10-11.07.2003, Iași, pp. 501-504, ISBN 0-7803-9029-6;
- [76] C.Gordan, A.Gacsadi, C.Grava, **R.Reiz**: *Using mathematical morphology elements for the ridges extraction of a polynomial frequency modulated signal covered with a low-pass filtered Gaussian noise*, The 7th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, SCI 2003, 27-30.07.2003, Orlando, USA, pp. 285-291;
- [77] C.Gordan, A.Gacsadi, C.Grava, **R.Reiz**: *Using wavelet transform for the ridges extraction of a polynomial frequency modulated signal covered with a zero-mean Gaussian noise*, International Conference on Computers, Communications and Control Technology: CCCT'03; 31.07-2.08.2003, Florida, USA, pp. 422-428, ISBN: 980-6560-05-1;
- [78] **R.Reiz**, C.Gordan, C.Grava, A.Gacsadi: *Using Cellular Neural Networks for the Ridges Extraction of a Parabolic Frequency Modulated Signal*, International Conference INTER-ING 2003, Universitatea „Petru-Maior“ Targu-Mures, 6-7.11.2003, pp. 365-368, ISBN 973-8084-81-4;
- [79] **R.Reiz**, C.Gordan, A.Gacsadi, C.Grava: *Recovering the Signature of Non-Stationary Signals by Using Cellular Neural Networks*, International Conference on Signal Processing VII, Military Technical Academy, Liptovsky Miculas, Tatranské Zruby, 12-14.05.2004 Slovakia pp. 100-103, ISBN 80-8040-232-9;
- [80] C.Gordan, L.Morgoş, **R.Reiz**: *Detection and estimation of linear FM signals*, International Symposium on Signals, Circuits & Systems, ISSCS 2005, 14-15.07.2005, Iași, pp. 705-708, ISBN 0-7803-9029-6, cotată ISI;
- [81] **R.Reiz**, C.Gordan: *Ridges extraction using the reassignment method*, The fourth International PhD Student's workshop, IWCIT 2005, Ostrava, Czech Republic, 4th International PhD Student's workshop, IWCIT 2005, Ostrava, Czech Republic, pp. 335-338, ISBN 80-248-0906-0;

- [82] C.Gordan, **R.Reiz**, H.Silaghi: *Using time-frequency representations for the analysis of medical signals*, Scientific proceedings of Riga Technical university "Power and Electrical Engineering" 4 series, 19 volume, 2007, pp. 87-94, ISSN 1407-7345;
- [83] C.Gordan, **R.Reiz**, C.Kokkonis: *Using Time - Frequency Representations for DTMF detection*, Scientific Review of TEI Piraeus, Greece, Vol XII, No 1 2007, ISSN-1106-4110I, pp. 99-106.
- [84] C.Gordan, **R.Reiz**: *Using the reassignment method for non-stationary signal analysis*, Scientific Journal of Technological Education Institute of Piraeus, Greece, 5 series, 23 volume, 2008, pp. 95-101,
- [85] **Reiz R.**, Gordan C.: *Using Time-Frequency Representations and Hough Transform to Genomic Signal Processing*, ACTA ELECTROTEHNICA Journal, ISSN 1841-3323, Vol.50, Nr.1, pp.57-62, 2009;
- [86] **R.Reiz**, C.Gordan: *Biomedical Signals Local Maxims Detection Using Time Frequency Transforms*, Journal of Electrical and Electronics Engineering, University of Oradea Publisher, Vol.2, No.2, 2009 ISSN 1844-6035, pag.191-194, cotată BDI;
- [87] **R.Reiz**, D. Purcaru, *Using Time-Frequency Analysis to Seismic Records Processing*, Journal of Electrical and Electronics Engineering, University of Oradea Publisher, Vol.3 No.1, 2010, pag.183-186, cotată BDI.
- [88] **R. Reiz**, „A Comparison Between Instantaneous Frequency Estimation Methods of Frequency Modulated Signals Covered with Gaussian Noise”, International Symposium on Electronics and Telecommunications ISETC 2012 Tenth Edition, Timisoara, Noiembrie 15-16, 2012, lucrare în curs de publicare

Anexa1

```
%program generare semnale de test
nr_semnale_generate=16;
nivelzgomot=15; %Alegere raport semnal zgomot
for m=1:nr_semnale_generate;
N=2048; %numar de esantioane
%alegerea tipului semnalului

%[x iflaw]=fmconst(N,100/N); %Semnal sinusoidal
%[x iflaw]=fmlin(N,0.1,0.4); %Semnal modulat liniar
%[x iflaw]=fmsin(N,0.1,0.4,N); %Semnal modulat dupa lege sinusoidala
[x iflaw]=fmpar(N,[1 0.4],[N/2 0.1],[N 0.4]); %Semnal modulat parabolic

%----- Semnal cu salturi de frecventa
% a=0.1.*ones(1,N/4);
% b=0.2.*ones(1,N/4);
% c=0.3.*ones(1,N/4);
% d=0.4.*ones(1,N/4);
% e=[a b c d];
% [x iflaw]=fmodany(e');
%----- Semnal cu variatie lenta
% [aa a]=fmlin(N/4,0,0.1);
% b=0.1.*ones(1,N/4);
% [cc c]=fmlin(N/4,0.1,0.4);
% d=0.4.*ones(1,N/4);
% e=[a' b' c' d'];
% [x iflaw]=fmodany(e');

%----- Salvarea semnalelor generate si a legii IF ideale

zgomot=noisecg(N);
xz=sigmerge(x,zgomot,nivelzgomot);
string1=num2str(m);
string2=num2str(nivelzgomot);
if m<10
    numefis=strcat('semnal_0',string1,'_',string2);
else
    numefis=strcat('semnal_',string1,'_',string2);
end
save (numefis,'xz','iflaw');
end;
```


Anexa2

```
%Program estimare IF folosind varfurile STFT
N=2048; %numar de esantioane
nr_iteratii=16;
eroare_a=zeros(nr_iteratii,N);
eroare_r=eroare_a;
valmax=zeros(nr_iteratii,N);

% alegere largime fereastră, tipul ferestrei,
% fereastră poate fi :
% 'Hamming', 'Hanning', 'Nuttall', 'Papoulis', 'Harris',
% 'Rect', 'Triang', 'Bartlett', 'BartHann', 'Blackman'
% 'Gauss', 'Parzen', 'Kaiser', 'Dolph', 'Hanna'.
% 'Nutbess', 'spline', 'Flattop'
H = tftb_window(129,'gauss');

nivelzgomot=-15;
string2=num2str(nivelzgomot);
eroare_rmse=zeros(nr_iteratii,1);
eroare_rmse1=zeros(nr_iteratii,1);

for k=1:nr_iteratii;
    string1=num2str(k);
    if k<10
        numefis=strcat('semnal_0',string1,'_',string2);
    else
        numefis=strcat('semnal_',string1,'_',string2);
    end
    xz1=load(numefis);
    xz=xz1.xz; % citire semnal de analizat
    iflaw=xz1.iflaw; % citire lege IF ideala
    N=length(xz);

    plot(real(xz)); % afisarea semnalului de analizat
    figure;

    T = 1:length(xz);
    [tfr t f] = tfrstft(xz,T,N,H); % obtinere reprezentare STFT curenta

    for i = 1:N;
        tfry=tfr(:,i); % sectiune transversala in planul timp frecventa
        y=abs(tfry);
        [a b]=max(y); % determinarea varfului reprezentarii. b e indicele
        %maximului
        eroare_a(k,i)=abs(f(b)-iflaw(i)); % calcul eroare absoluta curenta
        eroare_r(k,i)=f(b)/iflaw(i); %eroare relativa
```

```

        valmax(k,i)=f(b);          %valoare frecventa la care se afla maximul
        disp('Frecventa la care se afla maximul este:')
        f(b)
        disp('Frecventa ideala este:')
        iflaw(b)
    end
    eroare_rmse(k,1)=rmse(iflaw',valmax(k,:));
    %-----
    j=256; %se poate selecta o sectiune pentru afisare
    tfry=tfr(:,j);
    y=abs(tfry);
    title('Sectiune prin TFR la esantionul: '& num2str(j))
    plot(f(1:N/2),y(1:N/2));
    xlabel('Frecventa (Hz)')
    %-----
end
figure
eroare_trunchiata =eroare_a(:,200:(N-200)); %eliminare primele si ultimele 200
esantioane
iflaw1=iflaw(200:(N-200));
valmax_final1=valmax(:,200:(N-200));
for j=1:nr_iteratii;
    eroare_rmse1(j,1)=rmse(iflaw1',valmax_final1(j,:));
end
eroare_medie_rmse=mean(eroare_rmse1)
%afisare eroare
plot(eroare_final,'r')
xlabel('Samples')
ylabel('Estimation error(Hz)');
figure;
iflaw = iflaw(200:(N-200));
valmax_final= valmax_final(200:(N-200));
plot(iflaw,'linewidth',2);
hold on
t=1:length(iflaw);
%afisare IF ideal si estimat
scatter(t,valmax_final,3,'r');
legend('Ideal IF','Estimated IF')
xlabel('Samples')
ylabel('Frequency(Hz)');
disp('Eroarea aproximarii este:');
%eroare_rezultat = rmse(iflaw,valmax_final)
eroare_rezultat = m
disp('Eroarea aproximarii in procente este:');
eroare_procente = eroare_rezultat*100/0.5
figure;
tfrstft_v1(xz,T,N,H);
string4=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.8f')
string5=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.2e')

```

Anexa3

```

%Program estimare IF folosind varfurile WV
N=2048; %numar de esantioane
nr_iteratii=16;
eroare_a=zeros(nr_iteratii,N);
eroare_r=eroare_a;
valmax=zeros(nr_iteratii,N);
nivelzgomot=-15;
string2=num2str(nivelzgomot);
eroare_rmse=zeros(nr_iteratii,1);

for k=1:nr_iteratii;
    string1=num2str(k);
    if k<10
        numefis=strcat('semnal_0',string1,'_',string2);
    else
        numefis=strcat('semnal_',string1,'_',string2);
    end
    xz1=load(numefis);
    xz=xz1.xz;      % citire semnal de analizat
    iflaw=xz1.iflaw; % citire lege IF ideala
    N=length(xz);
    plot(real(xz)); % afisarea semnalului de analizat
    figure;

    T = 1:length(xz);
    [tfr t f] = tfrwv(xz,T,N,1); % obtinere reprezentare WV curenta

    for i = 1:N;
        tfry=tfr(:,i); % sectiune transversala in planul timp frecventa
        y=abs(tfry);
        [a b]=max(y); % determinarea varfului reprezentarii. b e indicele
maximului
        eroare_a(k,i)=abs(f(b)-iflaw(i)); % calcul eroare absoluta curenta
        eroare_r(k,i)=f(b)/iflaw(i); %eroare relativa
        valmax(k,i)=f(b); %valoarea frecventa la care se afla maximul
        disp('Frecventa la care se afla maximul este:')
        f(b)
        disp('Frecventa ideala este:')
        iflaw(b)
        disp('Eroarea pentru esantionul curent este:')
        eroare(i)
    end
    %-----
    j=N/2; %se poate selecta o anumita sectiune pentru afisare
    tfry=tfr(:,j);
    y=abs(tfry);

```

```

        title('Sectiune prin TFR la esantionul: '& num2str(j))
        plot(f(1:N),y(1:N));
        xlabel('Frecventa (Hz)')
        %-----
    end

    iflaw1=iflaw(200:(N-200)); %eliminare primele si ultimele 200 esantioane
    valmax_final1=valmax(:,200:(N-200));
    for j=1:nr_iteratii;
        eroare_rmse(j,1)=rmse(iflaw1',valmax_final1(j,:));
    end
    eroare_medie_rmse=mean(eroare_rmse)
    figure
    %plot(eroare)
    eroare_trunchiata =eroare_a(:,200:(N-200));
    %eroare_trunchiata =eroare_a;
    eroare_final=zeros(1,length(eroare_trunchiata));
    valmax_final=zeros(1,length(valmax));

    for i=1:length(eroare_trunchiata);
        eroare_final(i)=mean(eroare_trunchiata(:,i));
    end
    for i=1:length(valmax);
        valmax_final(i)=mean(valmax(:,i));
    end
    %afisare eroare
    plot(eroare_final,'r')

    figure;
    iflaw = iflaw(200:(N-200));
    valmax_final= valmax_final(200:(N-200));
    %afisare IF ideal si estimat
    plot(iflaw,'linewidth',2);
    hold on
    t=1:length(iflaw);
    scatter(t,valmax_final,3,'r');
    legend('Ideal IF','Estimated IF')
    disp('Eroarea aproximarii este:');
    %eroare_rezultat = rmse(iflaw,valmax_final)
    eroare_rezultat = m
    disp('Eroarea aproximarii in procente este:');
    eroare_procente = eroare_rezultat*100/0.5
    string1=num2str(m,'%1.3e');
    string2=num2str(eroare_procente,'%1.3f');
    string3=strcat(string1,'/',string2,'%');
    disp('rezultat pentru tabel')
    disp(string3)
    string4=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.8f')
    string5=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.2e')

```

Anexa4

```

%Program estimare IF folosind varfurile reprezentarii Choi-Williams
N=2048 %numar de esantioane
nr_iteratii=16;
nivelzgomot=15;
string2=num2str(nivelzgomot);
eroare_rmse=zeros(nr_iteratii,1);
eroare_a=zeros(nr_iteratii,N);
eroare_r=eroare_a;
valmax=zeros(nr_iteratii,N);
%Alegerea functiilor fereastră
g=tftb_window(33,'gauss'); h=tftb_window(513,'Gauss');
for k=1:nr_iteratii;
    zgomot=noisecg(N);
    string1=num2str(k);
    if k<10
        numefis=strcat('semnal_0',string1,'_',string2);
    else
        numefis=strcat('semnal_',string1,'_',string2);
    end
    xz1=load(numefis);
    xz=xz1.xz;      % citire semnal de analizat
    iflaw=xz1.iflaw; % citire lege IF ideala
    T = 1:length(xz);
    [tfr t f] = tfrfw(xz,T,N,g,h,1,1); % obtinere reprezentare CW curenta

    for i = 1:N;
        tfry=tfr(:,i); % sectiune transversala in planul timp frecventa
        y=abs(tfry);
        [a b]=max(y); % determinarea varfului reprezentarii. b e indicele maximului
        eroare_a(k,i)=abs(f(b)-iflaw(i)); % calcul eroare absoluta curenta
        eroare_r(k,i)=f(b)/iflaw(i); % eroare relativa
        valmax(k,i)=f(b); %valoare frecventa la care se afla maximul
        disp('Frecventa la care se afla maximul este:')
        f(b)
        disp('Frecventa ideala este:')
        iflaw(b)
    end
    %-----
    j=1000; %se poate selecta o sectiune pentru afisare
    tfry=tfr(:,j);
    y=abs(tfry);
    title('Sectiune prin TFR la esantionul: '& num2str(j))
    plot(f(1:N),y(1:N));
    xlabel('Frecventa (Hz)')
    %-----
end
end

```

```

iflaw1=iflaw(200:(N-200)); %eliminare primele si ultimele 200 esantioane
valmax_final1=valmax(:,200:(N-200));
for j=1:nr_iteratii;
    eroare_rmse(j,1)=rmse(iflaw1',valmax_final1(j,:));
end
eroare_medie_rmse=mean(eroare_rmse)
eroare_trunchiata =eroare_a(:,200:(N-200));
eroare_final=zeros(1,length(eroare_trunchiata));
valmax_final=zeros(1,length(valmax));

for i=1:length(eroare_trunchiata);
    eroare_final(i)=mean(eroare_trunchiata(:,i));
end
for i=1:length(valmax);
    valmax_final(i)=mean(valmax(:,i));
end

plot(eroare_final,'r')
figure;
iflaw = iflaw(200:(N-200));
valmax_final= valmax_final(200:(N-200));
plot(iflaw,'linewidth',2);
hold on
t=1:length(iflaw);
scatter(t,valmax_final,3,'r');
legend('Ideal IF','Estimated IF','Best')
disp('Eroarea aproximarii este:');
eroare_rezultat = rmse(iflaw,valmax_final')
disp('Eroarea aproximarii in procente este:');
eroare_procente = eroare_rezultat*100/0.5
string1=num2str(m,'%1.3e');
string2=num2str(eroare_procente,'%1.3f');
string3=strcat(string1,'/',string2,'%');
disp('rezultat pentru tabel')
disp(string3)
toc
figure;
tfrw(xz,T,N,g,h,1,1);
string4=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.8f')
string5=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.2e')

```

Anexa5

```

%Program estimare IF folosind varfurile STFT*WV
N=2048; %numar de esantioane
nr_iteratii=16;
eroare_a=zeros(nr_iteratii,N);
eroare_r=eroare_a;
valmax=zeros(nr_iteratii,N);
% alegere largime fereastră, tipul ferestrei pentru STFT
H = tftb_window(129,'Gauss');
nivelzgomot=15;
string2=num2str(nivelzgomot);
eroare_rmse=zeros(nr_iteratii,1);

for k=1:nr_iteratii;
    string1=num2str(k);
    if k<10
        numefis=strcat('semnal_0',string1,'_',string2);
    else
        numefis=strcat('semnal_',string1,'_',string2);
    end
    xz1=load(numefis);
    xz=xz1.xz;      % citire semnal de analizat
    iflaw=xz1.iflaw; % citire lege IF ideala
    T = 1:length(xz);
    [tfr1 t f] = tfrwv(xz,T,N,1);      %calcul reprezentare WV
    [tfr2 t f] = tfrstft(xz,T,2*N,H);  % calcul reprezentare STFT
    tfr2=tfr2(1:N,:);
    tfr=abs(tfr1).*abs(tfr2);          %calcul produs

    for i = 1:N;
        tfry=tfr(:,i); % sectiune transversala in planul timp frecventa
        y=abs(tfry);
        [a b]=max(y); % determinarea varfului reprezentarii in sectiunea curenta, b
        e indicele maximului
        eroare_a(k,i)=abs(f(b)-iflaw(i)); %calcul eroare absoluta curenta
        eroare_r(k,i)=f(b)/iflaw(i);      %eroare relativa
        valmax(k,i)=f(b);                 %valoarea frecventa la care se afla maximul
        disp('Frecventa la care se afla maximul este:')
        f(b)
        disp('Frecventa ideala este:')
        iflaw(b)
    end
    %-----
    j=N/2; %se poate selecta o sectiune pentru afisare
    tfrw_v=abs(tfr1(:,j)); %sectiune prin wv
    tfrs_tft=abs(tfr2(:,j)); %sectiune prin stft
    tfry=tfr(:,j); %sectiune prin produs

```

```

    y=abs(tfry);
    title('Sectiune prin TFR la esantionul: '& num2str(j))
    plot(f(1:N),y(1:N),'r','linewidth',2);
    figure;
    plot(f(1:N),tfrw_v(1:N),'b','linewidth',2);
    figure;
    plot(f(1:N),tfrs_tft(1:N),'k','linewidth',2);
    xlabel('Frecventa (Hz)')

end

plot(f(1:N),y(1:N),'r','linewidth',2);
xlabel('Frecventa')
ylabel('Amplitudine')
figure;
plot(f(1:N),tfrw_v(1:N),'b','linewidth',2);
xlabel('Frecventa')
ylabel('Amplitudine')
figure;
plot(f(1:N),tfrs_tft(1:N),'k','linewidth',2);
xlabel('Frecventa')
ylabel('Amplitudine')

iflaw1=iflaw(200:(N-200));
valmax_final1=valmax(:,200:(N-200));
for j=1:nr_iteratii;
    eroare_rmse(j,1)=rmse(iflaw1,valmax_final1(j,:));
end
eroare_medie_rmse=mean(eroare_rmse)
eroare_trunchiata =eroare_a(:,200:(N-200));
eroare_final=zeros(1,length(eroare_trunchiata));
valmax_final=zeros(1,length(valmax));

for i=1:length(eroare_trunchiata);
    eroare_final(i)=mean(eroare_trunchiata(:,i));
end
for i=1:length(valmax);
    valmax_final(i)=mean(valmax(:,i));
end
plot(eroare_final,'r')
figure;
iflaw = iflaw(200:(N-200));
valmax_final= valmax_final(200:(N-200));
r=rmse(iflaw,valmax_final)
plot(iflaw,'linewidth',2);
hold on
t=1:length(iflaw);
scatter(t,valmax_final,3,'r');
legend('Ideal IF','Estimated IF')
disp('Eroarea aproximarii este:');

```



```
eroare_rezultat = rmse(iflaw, valmax_final')
disp('Eroarea aproximarii in procente este:');
eroare_procente = eroare_rezultat*100/0.5
string1=num2str(m,'%1.3e');
string2=num2str(eroare_procente,'%1.3f');
string3=strcat(string1,'/',string2,'%');
disp('rezultat pentru tabel')
disp(string3)
figure;
tfrstft(xz,T,2*N,H);
figure;
tfrwv(xz,T,N,1);
figure;
tfrqview(tfr,xz,T,'tfrwv');
string4=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.8f')
string5=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.2e')
```

Anexa 6

```

%Program estimare IF folosind diferentierea fazei
N=2048; %numar de esantioane
nr_iteratii=16;
eroare_a=zeros(nr_iteratii,N);
eroare_r=eroare_a;
valmax=zeros(nr_iteratii,N);
nivelzgomot=15;
string2=num2str(nivelzgomot);
eroare_rmse=zeros(nr_iteratii,1);

for k=1:nr_iteratii;
    string1=num2str(k);
    if k<10
        numefis=strcat('semnal_0',string1,'_',string2);
    else
        numefis=strcat('semnal_',string1,'_',string2);
    end
    xz1=load(numefis);
    xz=xz1.xz; % citire semnal de analizat
    iflaw=xz1.iflaw; % citire lege IF ideala
    N=length(xz);
    plot(real(xz)); % afisarea semnalului de analizat
    figure;
    T = 1:length(xz);
    f=angle(xz(2:N).*conj(xz(1:N-1)))/2/pi; %calculare FI cu dif fazei
    for i = 1:N-1;
        eroare_a(k,i)=abs(f(i)-iflaw(i)); %eroare absoluta
        eroare_r(k,i)=f(i)/iflaw(i); %eroare relativa
    end
    eroare_rmse(k,1)=rmse(f(200:(N-200)),iflaw(201:(N-199)));
end
    figure
    plot(f,'Linewidth',2);hold
    plot(iflaw,'rx');
    legend('FI estimata','FI Ideala')
    xlabel('Esantioane')
    ylabel('Frecventa')
eroare_trunchiata =eroare_a(:,200:(N-200));
eroare_final=zeros(1,length(eroare_trunchiata));
valmax_final=zeros(1,length(valmax));

for i=1:length(eroare_trunchiata);
    eroare_final(i)=mean(eroare_trunchiata(:,i));
end
for i=1:length(valmax);

```

```
    valmax_final(i)=mean(valmax(:,i));
end
figure
plot(eroare_final,'r')
m = mean(eroare_final)
eroare_medie_rmse=mean(eroare_rmse)

eroare_rezultat = m
disp('Eroarea aproximarii in procente:');
eroare_procente = eroare_rezultat*100/0.5

string1=num2str(m,'%1.3e');
string2=num2str(eroare_procente,'%1.3f');
string3=strcat(string1, '/', string2, '%');
disp('rezultat pentru tabel')
disp(string3)
string4=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.8f')
string5=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.2e')
```

Anexa 7

```

%Program estimare IF folosind un model autoregresiv
N=2048;          %numar de esantioane
nr_iteratii=16;
eroare_a=zeros(nr_iteratii,N);
eroare_r=eroare_a;
if_ar2=zeros(nr_iteratii,N);
nivelzgomot=15;
string2=num2str(nivelzgomot);
eroare_rmse=zeros(nr_iteratii,1);

for k=1:nr_iteratii;
    string1=num2str(k);
    if k<10
        numefis=strcat('semnal_0',string1,'_',string2);
    else
        numefis=strcat('semnal_',string1,'_',string2);
    end
    xz1=load(numefis);
    xz=xz1.xz;          % citire semnal de analizat
    iflaw=xz1.iflaw;   % citire lege IF ideala
    iflaw1=iflaw';
    N=length(xz);
    plot(real(xz)); % afisarea semnalului de analizat
    figure;
    T = 1:length(xz);
    [if2,t]=ifestar2(real(xz));          %%calculare FI folosind AR2
    figure
    for n=1:length(if2);
        if_ar2(k,n)=if2(n);
    end
    eroare_a(k,:)=abs(if_ar2(k,:)-iflaw'); %eroare absoluta
    eroare_r(k,i)=f(i)/iflaw(i); %eroare relativa
    eroare_rmse(k,1)=rmse(if_ar2(k,(200:(N-200))),iflaw1(200:(N-200)));
end

eroare_trunchiata =eroare_a(:,200:(N-200));
eroare_final=zeros(1,length(eroare_trunchiata));
for i=1:length(eroare_trunchiata);
    eroare_final(i)=mean(eroare_trunchiata(:,i));
end

figure
plot(eroare_final,'r')
m = mean(eroare_final) %//Mean
eroare_medie_rmse=mean(eroare_rmse)
eroare_rezultat = m

```

```
disp('Eroarea estimarii in procente este:');
eroare_procente = eroare_rezultat*100/0.5
string1=num2str(m,'%1.3e');
string2=num2str(eroare_procente,'%1.3f');
string3=strcat(string1, '/', string2, '%');
disp('copiata asta')
disp(string3)
string4=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.8f')
string5=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.2e')
figure
plot(if2,'Linewidth',2);hold
plot(iflaw,'rx');
legend('FI estimata','FI Ideala')
xlabel('Esantioane')
ylabel('Frecventa(Hz)');
```

Anexa 8

```

%Program estimare IF folosind momentul de ordinul intai al STFT
N=2048; %numar de esantioane
nr_iteratii=16;
eroare_a=zeros(nr_iteratii,N);
eroare_r=eroare_a;
nivelzgomot=-15;
string2=num2str(nivelzgomot);
eroare_rmse=zeros(nr_iteratii,1);

for k=1:nr_iteratii;
    string1=num2str(k);
    if k<10
        numefis=strcat('semnal_0',string1,'_',string2);
    else
        numefis=strcat('semnal_',string1,'_',string2);
    end
    xz1=load(numefis);
    xz=xz1.xz; % citire semnal de analizat
    iflaw=xz1.iflaw; % citire lege IF ideala
    N=length(xz);
    T = 1:length(xz);
    figure;
    plot(real(xz)); % afisarea semnalului de analizat
    tfr=tfrstft(xz);
    [fm,B2]=momttfr1(tfr,'tfrstft'); %estimare IF
    fm1=real(fm);
    fm2=abs(fm);
    eroare_a(k,:)=abs(fm2-iflaw); %eroare absoluta
    eroare_rmse(k,1)=rmse(fm2(200:(N-200)),iflaw(200:(N-200)));

end
eroare_trunchiata =eroare_a(:,200:(N-200));
eroare_final=zeros(1,length(eroare_trunchiata));
for i=1:length(eroare_trunchiata);
    eroare_final(i)=mean(eroare_trunchiata(:,i));
end
figure
plot(eroare_final,'r')
m = mean(eroare_final)
eroare_medie_rmse=mean(eroare_rmse)
eroare_rezultat = m
disp('Eroarea aproximarii in procente este:');
eroare_procente = eroare_rezultat*100/0.5
string1=num2str(m,'%1.3e');
string2=num2str(eroare_procente,'%1.3f');
string3=strcat(string1,'/',string2,'%');

```

```
disp('copiaza asta')
disp(string3)
string4=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.8f')
string5=num2str(eroare_medie_rmse,'%1.2e')
figure;
plot(fm2,'Linewidth',2);hold
plot(iflaw,'rx');
legend('FI estimata','FI Ideala')
xlabel('Esantioane')
ylabel('Frecventa')
hold off;
```