

**INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMIȘOARA
FACULTATEA DE CONSTRUCTII**

ING. LE VAN THIEP

**CONTRIBUTII LA CALCULUL SI ALCATUIREA INSTALATIILOR
DE DEPOZITARE ETAJATE**

Teză

**Pentru obținerea titlului științific
de
doctor inginer**

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

**Conducător științific
Acad. Prof. emerit ing.**

DAN MATTESCU

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA

**TIMIȘOARA
1982**

**G4C 2/4
236 G**

TABLA DE MATERII

Introducere

Cap.I. Privire generală asupra problemelor depozitelor automatizate.

1.1. Generalități

1.2. Depozite automatizate

1.2.1. Dezvoltarea tehnicii depozitelor automate

1.2.2. Depozite cu rafturi înalte

1.3. Cercetări privind construcțiile pentru depozite automate.

1.3.1. Exemple de magazii existente în străinătate și în România.

1.3.2. Cercetări actuale pentru depozite înalte.

1.4. Principalele tendințe în cercetarea științifică prin metode de calcul, pentru depozite cu rafturi înalte.

Cap.II. Considerații teoretice privind alcătuirea și calculul structurilor de depozite cu rafturi înalte.

2.1. Generalități

2.2. Alcătuirea generală a structurilor de rafturi înalte.

2.3. Sistematizarea calculului plan al cadrelor transversale ale depozitelor cu rafturi înalte.

2.4. Cerințele principale pentru depozite cu rafturi înalte.

Cap.III. Bazele metodelor aproximative și ale elementelor finite.

3.1. Generalități

3.2. Calculul de ordinul I, liniar elastic.

3.2.1. Metoda iterativă în două etape a cadrelor cu noduri deplasabile.

3.2.2. Metoda elementelor finite în calculul de ordinul I.

3.3.2.1. Elemente specifice calculului structurilor prin metoda elementelor finite.

3.3.2.2. Matricea de rigiditate a barei.

3.3.2.3. Relații matricale de transformare.

Ecuația matricială a metodei deplasărilor.

3.3.2.4. Rezolvarea ecuației structurii.

3.3.2.5. Utilisarea substructurilor.

3.3. Calculul de ordinul II, geometric neliniște.

3.3.1. Metoda Cross în calculul de ordinul II.

3.3.2. Calculul de ordinul II prin metoda elementelor finite.

3.3.2.1. Matricea de rigiditate a barei în calculul de ordinul II.

3.3.2.2. Metode de determinare a soluției în calculul de ordinul II.

3.4. Stabilitatea structurilor elastice.

3.4.1. Generalități.

3.4.2. Calculul practic de stabilitate al cadrelor prin metoda aproximativă.

3.4.2.1. Cadre cu stîlpi legați articulat de riglă.

3.4.2.2. Cadre cu stîlpi legați rigid de riglă.

3.4.3. Calculul de stabilitate prin metoda elementelor finite.

3.4.3.1. Matricea de rigiditate a barei în calculul de stabilitate.

3.4.3.2. Rezolvarea practică a ecuației de stabilitate.

3.5. Concluzii

Cap. IV. Comparativă între calculul structurii depozitelor de înălțime mare prin metoda elementelor finite și prin metoda aproximativă.

4.1. Generalități.

4.2. Exemple de calcul.

4.2.1. Calculul de ordinul I al structurii plane

4.2.1.1. Exemplul de calcul Nr.1

4.2.1.2. Exemplul de calcul Nr.2

4.2.1.3. Exemplul de calcul Nr.3

4.2.2. Calculul de ordinul II al structurii plane

4.2.2.1. Exemplul de calcul Nr.4

4.2.3. Calculul de stabilitate

4.2.3.1. Exemplul de calcul Nr.5

4.2.3.2. Exemplul de calcul Nr.6

4.2.3.3. Exemplul de calcul Nr.7

4.2.3.4. Exemplul de calcul Nr.8

4.3. Concluzii

**Cap.V. Concluzii finale și contribuții personale în
calculul și alcătuirea structurii de depozite
cu rafturi finale.**

INTRODUCERE

Dezvoltarea tuturor ramurilor tehnice ale economiei implică creșterea volumului de construcții de depozite. Efortul tehnicomaterial al societății pentru realizarea acestui mare volum de construcții este deosebit. De aceea, necesitatea de a construi economie, dar bine, s-a impus ca element de maximă importanță.

Pentru a satisface aceste cerințe este absolut necesar să se întreprindă o analiză profundată și multilaterală atât a soluțiilor constructive cît și a comportării structurilor de rezistență.

In aceste condiții, apare ca absolut necesară analiza structurilor de rezistență prin calcul liniar și nelinier.

Lucrarea de față are ca scop prezentarea problemelor legate de calculul și alcătuirea structurilor de depozite cu rafturi înalte atât din punct de vedere teoretic cît și practic. Pentru înțelegerea cît mai deplină a comportării structurilor reale, această lucrare a realizat comparații între metodele aproxiimatice și metoda elementelor finite.

Lucrarea cuprinde 5 capitulo.

In capitolul I se analizează rolul și importanța depozitelor în economie, și sunt arătate atât imaginile generale și direcțiile de dezvoltare ale depozitelor automate, cît și avantajele acestora.

Se prezintă cîteva depozite mai interesante din cele existente, studii ale unor autori precum și principalele tendințe în cercetarea științifică prin metode de calcul.

In cap.II se prezintă alcătuirea și analiza tuturor schemelor principale ale structurilor de rafturi înalte care sunt întâlnite în practica proiectării, și cerințele principale pentru calculul depozitelor înalte.

In capitolul III se prezintă și analizează problemele fundamentale ale metodelor aproximative și metodei elementelor finite cu utilizarea sa la calculul structurii formate din bare, în calculul de ordinul I, calculul de ordinul II și de stabilitate.

In capitolul IV se prezintă o serie de comparații între cele două metode de calcul, în calculul de ordinul I, calculul de ordinul II și de stabilitate, prin cele 8 exemple de calcul ale structurii de uz a depozitului și concluziile obținute prin exemplele presentate.

In capitolul V sunt prezentate concluziile finale și contribuțiile personale ale autorului.

Autorul ține să-și exprime și pe această cale profunda recunoștință profesorului emerit ing.Dan Mateescu, membru al Academiei R.S.R. pentru îndrumarea și grija permanentă acordată pe parcursul elaborării acestei lucrări. De asemenea, autorul dorește să aducă mulțumiri conducerii catedrei de construcții metalice precum și profesorului dr.ing.Valeriu Bănuț, pentru sprijinul acordat la elaborarea acestei lucrări.

CAPITOLUL I

PRIVIRE GENERALĂ ASUPRA PROBLEMELOR DEPOZITELOR AUTOMATIZATE

1.1. Generalități

Tendința impetuioasă de rationalizare, care a apărut în toate ramurile de producție în ultimele decenii în vederea satisfacerii căt mai complete a necesităților de produse industriale, a cuprins și secțiile auxiliare ale întreprinderilor productive. În special, în domeniul depozitelor s-au făcut multe progrese, care s-au tradus prin reducerea cheltuielilor.

Principialul rol al depozitelor este de a alimenta în mod uniform fabricația. În plus, depozitul mai servește și pentru a se putea satisface în termen scurt cererile neprevăzute ale clientelei. Depozitul permite o economie de spațiu și o bună accesibilitate, și în el pot fi ținute în rezervă un mare număr de diferite materiale.

Tehnica transportului și depozitarii joacă un rol important. Comenzi în unități de transport, care ajută la accelerarea manipulării, sau în mărimi de loturi de producție a furnizorului face necesară o punere de acord între furnizor și client, care trebuie să țină seama de mărimea optimă a lotului de sarcină la producător și unitățile de transport care pot fi utilizate și o dată cu aceasta creșterea asemenea și premisele pentru îmbinarea organizatorică.

O mare productivitate a producției presupune un depozit capabil de furnizare. Alocarea unor importante fonduri în materialul circulant obligă încă la supravegherea mai bună a stocurilor, a capacității de furnizare și a ulientării pieței "din deposit". Depozitul a devenit o parte a producției, el este integrat în procesul de fabricație.

Depozitul în planificarea industrială joacă un rol din ce în ce mai important. Deoarece planificatorul nu va lua drept criteriu al fluxului de material ceea cea mai scurtă cale de transport, ci procesele cele mai economice de depozitare, va trebui să se meargă pe noi căi pentru planificarea depozitului.

Problema depozitelor a fost mult timp neglijată, iar pentru depozitarea mărfurilor de tot felul au fost utilizate halale vechi, care nu mai puteau fi folosite în alte scopuri. În acest depozit, folosirea spațiului este extrem de irațională. Uneori există în depozit drumuri de circulație care ocupă 70 - 80 % din suprafața totală, cu alte cuvinte dintr-o mare clădire pentru depozitare se utilizează efectiv numai 20 % ca suprafață de depozitare, restul devenind drumurilor de circulație și altor suprafețe pierdute. De aici rezultă, pentru dezvoltarea tehnică, următoarele două criterii : micșorarea lățimii culorilor de circulație și mărirea înălțimii de stivuire /1/.

După ce în anul 1957 au început să fie sesizate posibilitățile unei depozitări rationale a produselor intermediare ale fabricației, s-a ajuns actualmente la un anumit grad de perfecțiune în această privință /2/.

În stadiul actual al tehnicii de depozitare se poate găsi o soluție pentru aproape orice fel de problemă, făcând abstracție de un mic număr de cazuri excepționale. Aceaste se referă atât la construcțiile de rafturi, cât și la instalațiile pentru stivuirea în rafturi. În cele ce urmează vor fi descrise cîteva din soluțiile posibile.

În prezent, orientările construcției depozitelor de materiale sunt :

- perfectionarea de fabricație a containerelor de transport și paletelor care au dimensiunile determinante.
- standardizarea sistemului de rafturi înalte mari.
- construirea depozitelor care au înălțime mare.
- automatizarea secțiilor de transport și încărcare în depozite.

1.2. Depozite automatizate

1.2.1. Desvoltarea tehnicii depozitului automatizat

Tehnica depozitelor industriale prezintă desigur evoluția cea mai demnă de semnalat în ultimul deceniu. De la starea slabă a rationalizării întreprinderilor s-a ajuns în cîțiva ani, la adevărate progrese în domeniul tehnicii transportului. Au fost întrunite în mod ideal organizarea, planificarea construcțiilor și a fluxului de material.

Numerouse depozite mari, care pot fi date ca exemple, demonstrează cum se pot realiza prin această colaborare, soluții optime.

Depozitul anului 1969 aproape că nu mai seamănă cu cel din anul 1960. Noi principii de organizare și noi posibilități tehnice au modificat tabloul fundamental. Depozitul anului 1960 era o construcție modernă, plană, de aproximativ 6 metri înălțime și deservit de stivuitoare cu furcă. Actualmente se găsesc depozite cu înălțimi mai mari decât 30 m, instalații staționare de deservire a depozitelor, o tehnică diferențială adaptată cu precizie fiecărui scop și comandă automată. Depozitul automatizat fără personal, despre care încă în anul 1963 se vorbea în mod vizual, a devenit acum realizabil /3/.

Tendința spre depozite cu spații înalte rezultă din necesitatea explorației răționale a spațiului la depozitul convențional, în concordanță cu punctul de vedere al economiei de suprafețe și a costurilor care scad pe măsură ce înălțimea spațiului crește.

Evoluția depozitelor cu spații înalte este rezultatul unei colaborări strînsă între planificarea construcției, alegerea formei instalațiilor, organizarea și tehnica transporturilor folosite actualmente săt legate de instalațiile de tehnica transporturilor de stivuire pentru rafturi și aparate de deservire a rafturilor.

Tehnica construcțiilor se orientează după instalațiile de tehnica transporturilor și formelor constructive. Tendința evoluției merge în mod univoc spre "mașina de depozit", al cărui element constructiv portant îl formează rafturile, care

suportă acoperișul și înălțimintea exterioară ca o simplă protecție contra intemperiilor și în același timp preia solicitările statice și dinamice rezultate din exploatarea aparatelor de deservire a depozitului.

Procesul cel mai important la automatizarea fluxului de materiale ar trebui să fie introducerea calculatorului pentru comenzi. Această evoluție este de abia la începuturile și și va căpăta în viitor o mare importanță mai căsăt prin perfecționarea în continuare a calculatorelor mici care sunt potrivite volumului inițial al instalațiilor mijlocii de transport. Se utilizează de pe acum sistemul "on line" adică comanda directă a instalațiilor de transport de către un calculator electronic. Uneori se poate obține însă același efect cu mai puțină cheltuială, prin sistemul "off line", la care se intercalează un element purtător de informații pentru declanșarea comenzi /4/.

O caracteristică comună a acestor utilaje este lățimea mică necesară culorilor, în majoritatea cazurilor între 900 și 1800 mm, deosebi mai multe ori chiar numai de 900...1400 mm, înălțimea mare de lucru de 6...30 m; viteză mare de translație, pînă la circa 140 m/min; durată mică a ciclurilor de lucru, ca rezultat al vitezei mari de translație, efectuată simultan cu mișcare de ridicare, și a marii precizii de oprire în punctul dorit, posibilitatea de automatizare a comenziilor, care conduce nu numai la economii de personal ci și la o scurtare suplimentară a duratei ciclurilor de lucru.

Progresul tehnic în construcțiile depozitelor se manifestă prin reducerea greutății, mășorarea costului de execuție și a timpului de montaj al acestora, fără a măsura capacitatea portantă și valoarea funcțională a construcțiilor respective. Rezultatele positive au fost obținute datorită introducerii unor ~~elemente~~ de construcții realizate din bare cu pereti subțiri, formate la reea (construcții ugoare de otel).

Construcțiile ugoare au unele avantaje în comparație cu construcțiile similare de otel obișnuit și care în continuare vor fi denumite construcții obișnuite. Aceste avantaje sunt :

- reducerea consumului de otel cu 25-30 %; reducerea cu peste 50 %, posibilă teoretic, nu satisfacă în general cerințele impuse unei soluții optime din cauza costului și dificultăților de execuție ale acestedea.

- scurarea duratei montajului cu pînă la 30 % (la construcțiile tip hală); în sistemele din noduri și bare tipizate, scurarea ajunge pînă la 60 % (pentru structuri din rețele) ;
- economia generală de cost a construcției este de 10-25 % /5/;
- libertatea alegerii formei secțiunii barelor ;
- caracteristici avantajoase de rezistență (modulul de rezistență și raza de giroscie) în raport cu suprafața secțiunii, mai ales în cazul profilelor închise ;

1.2.2. Depozite cu rafturi înalte

Depozitul cu rafturi înalte, depozitul cu rafturi de trecere și depozitul cu rafturi de circulație sunt în prezent singurele forme posibile de depozitare, care permit o automatizare a fazelor de lucru. În cadrul acestor trei forme de depozitare, depozitul cu rafturi înalte este cel mai universal, în timp ce celelalte două sunt potrivite numai pentru anumite procese de depozitare. Avantajele depozitelor cu rafturi înalte sunt următoarele :

- exploatarea optimă a suprafeței construite, terenul de construcție fiind costisitor ;
- economie de personal în cadrul depozitului și administrației ;
- eliminarea cartotecilor și dispozitivelor de copiere clasice, evitarea valorificării și interpretării manuale a documentelor de scoatere din depozit, obținîndu-se astfel calcularea rapidă a beneficiarului, imobilizarea redusă a capitalurilor și o transparentă mai mare a activității depozitului;
- avarii mai reduse cauzate de transportul și manipularea produselor, protejarea întregii instalații prin deservirea automată centralizată, evitarea activităților manuale consumatoare de eforturi fizice pentru personalul din depozit;
- alegerea liberă a locurilor disponibile în rafturile înalte ale depozitului, timpul de manipulare redus la scoaterea produselor din rafturi și capacitatea sporită de manipulare a mărfurilor ;
- evitarea transporturilor intermediare de la sectorul de producție și pînă la magazinele descentralizate, pe secții

sau sectoare folosite în mod obișnuit.

In figura 1.1 este arătată în perspectivă depositarea automată cea mai cunoscută /6/.

Produsele venite de la fabricație (1), după ce au trecut de poziunea pentru stocul tampon (2), se așeză într-o poziție corectă pentru a fi preluată de transportorul de rafturi.

Produsele care vin din exterior sunt predate în poziția corectă (3), fără a fi necesară rotirea. Toate unitățile de încarcătură trec printr-un dispozitiv de verificare (5) descris mai înainte, presupunindu-se că după aceasta, încarcătura nu-și modifică poziția nici pe transportor și nici pe dispozitivul de transport la rafturi.

Pe poziuni de introducere divizate (6) paletele ajung cu cărucioare de ridicare și deplasare (7) în domeniul (8) de preluare cu transtivitorul de rafturi unde sunt centrate înainte de a fi depuse în celula respectivă.

1.3. Cercetări privind construcțiile pentru depozite automate

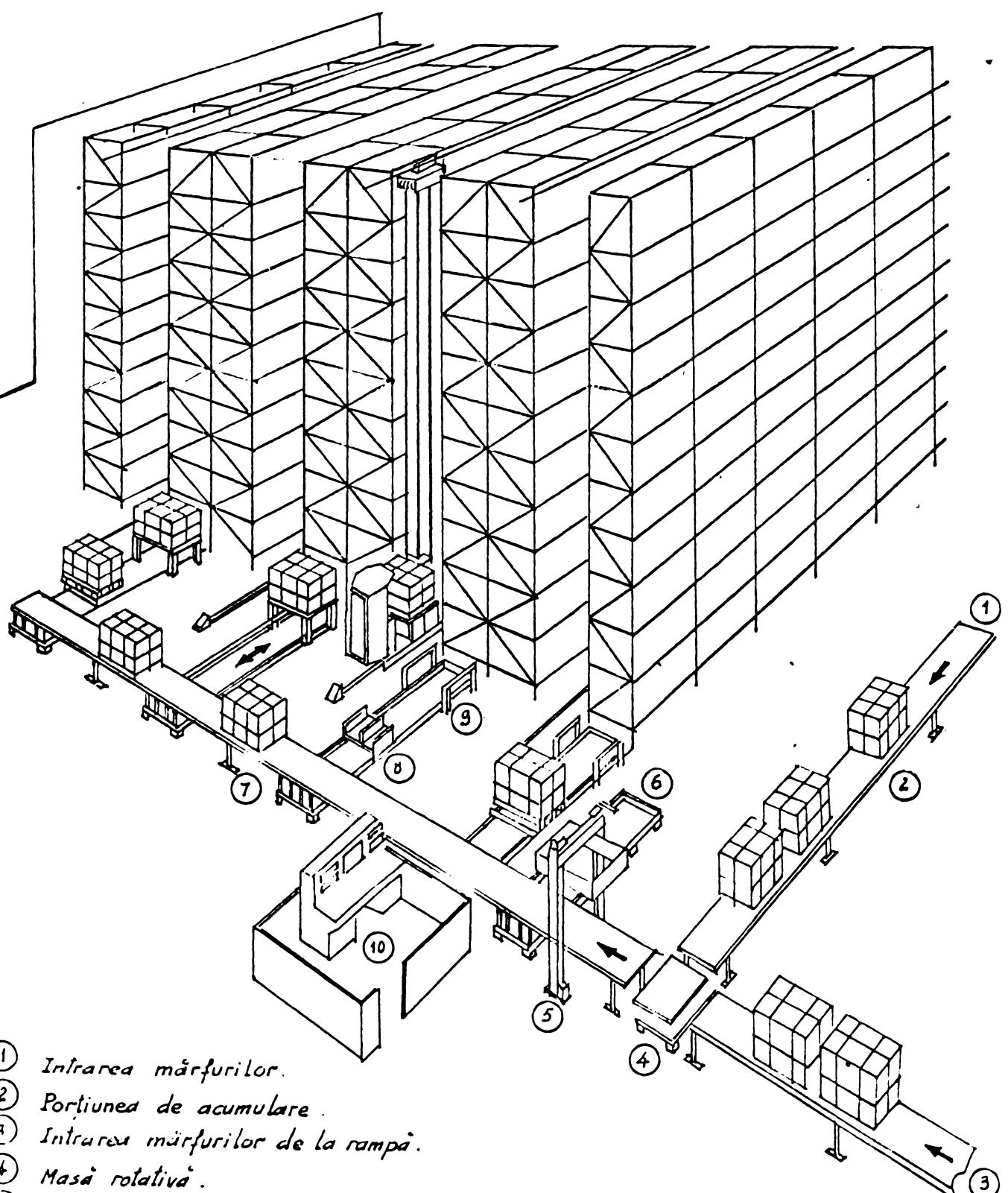
1.3.1. Exemple de magazii existente în străinătate și în România.

Depozitele automate au fost construite sau se găsesc în curs de construcție pentru următoarele ramuri industriale: alimentară, hîrtie, mașini, automobile, oțel, textile și industrie chimică.

Pe baza diferitelor probleme din fiecare dintre ramuri și a întreprinderilor individuale, s-au dezvoltat diferite concepții constructive, care țin seama de cerințele practice. Acestea au fost întruchipate de construcție de depozite în țările dezvoltate.

Din R.F.Germania

- La Dortmund se pusă în funcțiune o nouă fațărie de ciocolată și produse zaharoase, construită conform unor con-



- 1 Intrarea mărfurilor.
- 2 Portiunea de acumulare .
- 3 Intrarea mărfurilor de la rampă.
- 4 Masă rotativă .
- 5 Dispozitiv pentru verificarea paletelor.
- 6 Linia de transportare pentru introducerea în depozit.
- 7 Circuioare de ridicare și deplasarea a unităților de incirculură.
- 8 Pasturi de preluare a unităților de incirculură de către instalațiile de deservire a rafurilor (translivitoare) .
- 9 Comanda .

Fig. 1.1

cepții moderne. Fabrica posedă un depozit cu desfășurarea rațională a comenziilor, conceput ca tampon între producție și expediție. Este un depozit cu rafturi înalte ramificate, înzestrat cu utilaje automate "Translatoare cu furcă", pentru deservirea rastelor subîmpărțit într-o zonă tampon pentru depozitarea a 9500 palete de uz general din NORIELE EUROPENE (800x1200 mm) și o zonă de pregătire a comenziilor pentru extragerea parțială din 850 de palete, proiect al DEMAG SYSTEMTHNIS, Depozitul, construit sub formă de schelet metalic cu rastele portante ale peretilor și acoperișului este lung de 96 m, lat de 22 m și are o înălțime liberă de 28 m /7/.

- Firma Miele din Gütersloh a construit depozitarea rațională centrală pentru piese de schimb. Din punct de vedere constructiv, depozitul a fost realizat după principiul clădirii-raft, adică rafturile sunt în același timp și elementele portante ale halei. Nouitatea în construcție a acestor rafturi o constituie dezvoltarea în înălțime, față de sistemul oosișnuit de amplasare în mod predominant pe orizontală. Astfel au fost prevăzute opt rafturi duble și două rafturi simple, fiecare de 70 m lungime, 15 m înălțime și circa 2 m lățime, puternic anorate în place pardoselii la distanțe suficiente pentru a permite accesul la rafturi a cărucioarelor cu furcă.

Stabilitatea rafturilor, executate din profile laminate la cald, a fost asigurată prin legături cu săbrele orizontale și verticale /8/.

- Fabrica de bere "STERN" din ESSEN a construit depozitul înalt, organizat după metode moderne ale tehnicii depozitariei /9/ (fig.1.2), cu caracteristicile următoare :

- lungimea 42 m
- lărgimea 13 m
- înălțimea 38 m
- lărgimea culoarelor : 1,5 m
- numărul paletelor înmagazinate : 2850
- numărul translatorilor : 2

Din Franța

Intreprinderea SUCHARD a construit un depozit complet automatizat pentru o fabrică de ciocolată. Ansamblul clădirilor

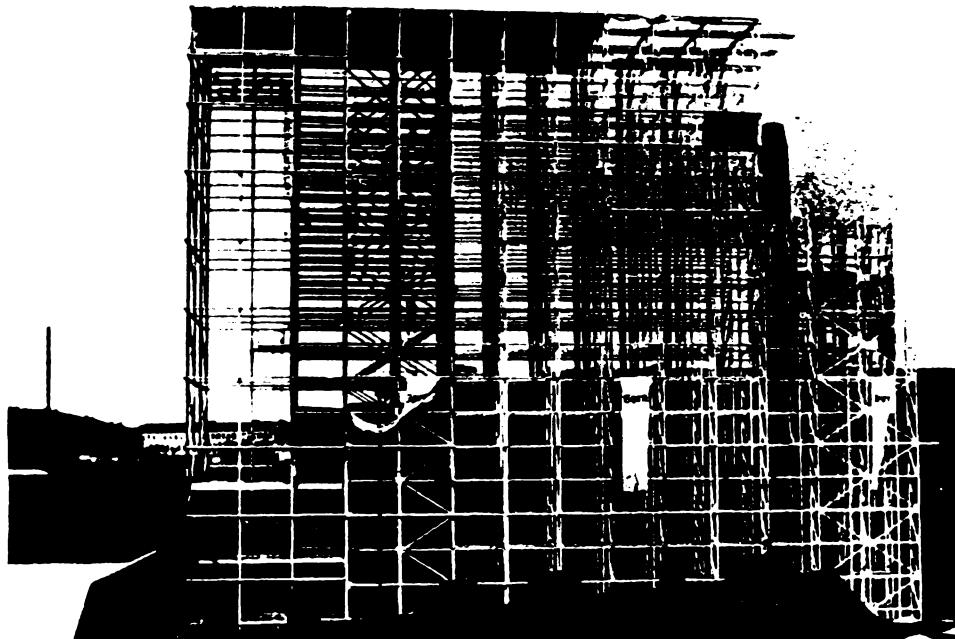


Fig. 1.2

care cuprinde, în afară de depozitul automatizat și noul serviciu de expediție, precum și locuri de fabricație și birouri, și costat cca. 9.000.000 franci elvețieni /11/.

Dimensiunile depozitului :

lungimea 40 m, lărgimea 30 m, înălțimea 12 m ;

numărul rafturilor depozitului : 5000

numărul translatorilor de înmagazinare : 2

- Nouul magazin al întreprinderii "La Redoute à Loubeix" a fost construit cu următoarele caracteristici :

lungimea clădirii 80 m

lărgimea clădirii 17,5 m

înălțimea 22 m

numărul culoarelor 4

lărgimea culoarelor 1,8 m

numărul paletelor (80x120 cm) înmagazinate : 8424

- scheletul metalic al rafturilor este folosit ca suport pentru ziduri și pentru acoperis /11/.

Din Italia

- Firma MOTTA din PARENTINO a construit un depozit frigorific automat (fig.1.3). Structura depositului a fost realizată după principiul clădirii-werk /12/. Caracteristicile depositului sunt următoare :

lungimea	82,77 m
lărgimea	32,4 m
înălțimea	28,45 m
numărul paletelor (800x1200 mm) înmagazinate : 11904	

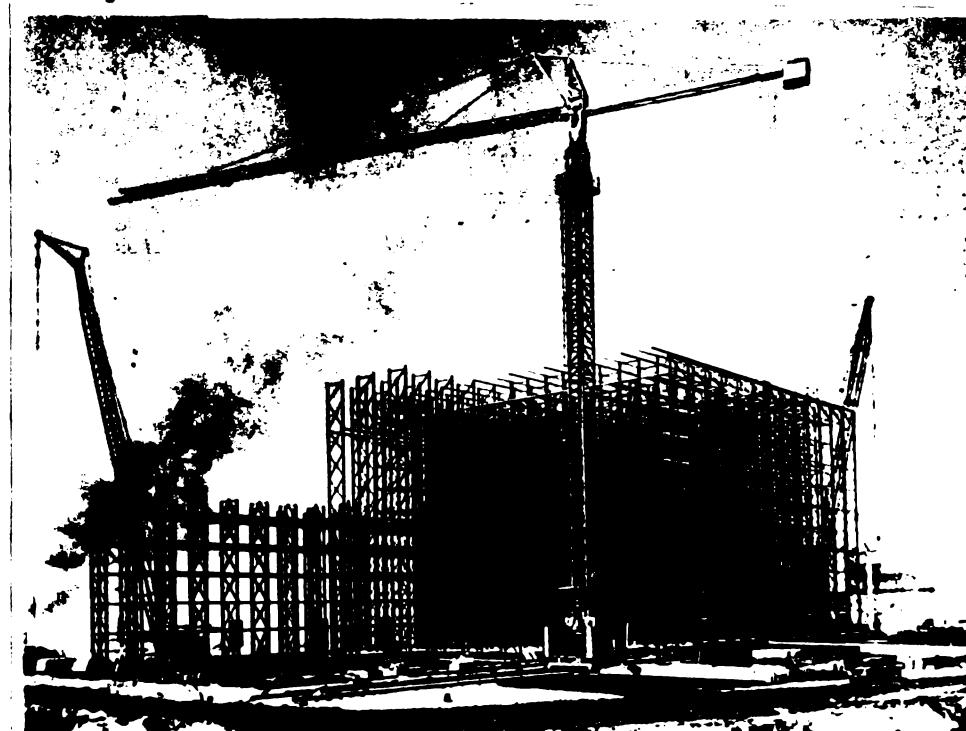


Fig. 1.5

Din Anglia

- Pentru depozitarea produselor alimentare și a materialelor de uz casnic, s-a elaborat un depozit care prezintă unele aspecte originale. Dintre acestea trebuie relevat în primul rând modul de rezolvare a manipulării materialelor, care permite automatizarea parțială a operațiilor necesare pentru stocarea și pregătirea livrărilor în vederea satisfacării unor comenzi cuprinzând 100...200 articole.

Suprafața clădirii principale a depozitului este de 2650 m^2 iar volumul acestaia este de 33.380 m^3 . Înălțimea maximă de depozitare este de $18 \text{ m} / 13\%$.

- În iunie 1967 a intrat în funcțiune la NOTTINGHAM un depozit de expediție, la care se face uz de instalații electronice de calcul pentru scoaterea automată a mărfurilor din depozit și pentru efectuarea comenzielor, obținindu-se astfel maximă de economicitate realizabil în momentul de față. Acest depozit aparține firmei SOUTHERN FRESH FOODS LTD., care prin acest depozit asigură centralizarea alimentării celor 1300 sucursale ce le posedă în Anglia.

Clădirea și instalațiile acestui depozit au costat circa 12 milioane mărci. Clădirea are lungimea de 117 m , lățimea de 37 m și înălțimea de $11 \text{ m} / 14\%$.

Din Austria

- În TRAISDORFEN a fost construit un mare depozit automat de produse finite executat de firma VOEST-ALUIN (fig. 1.4). /15/. Dimensiunile principale ale depozitului sunt următoarele :

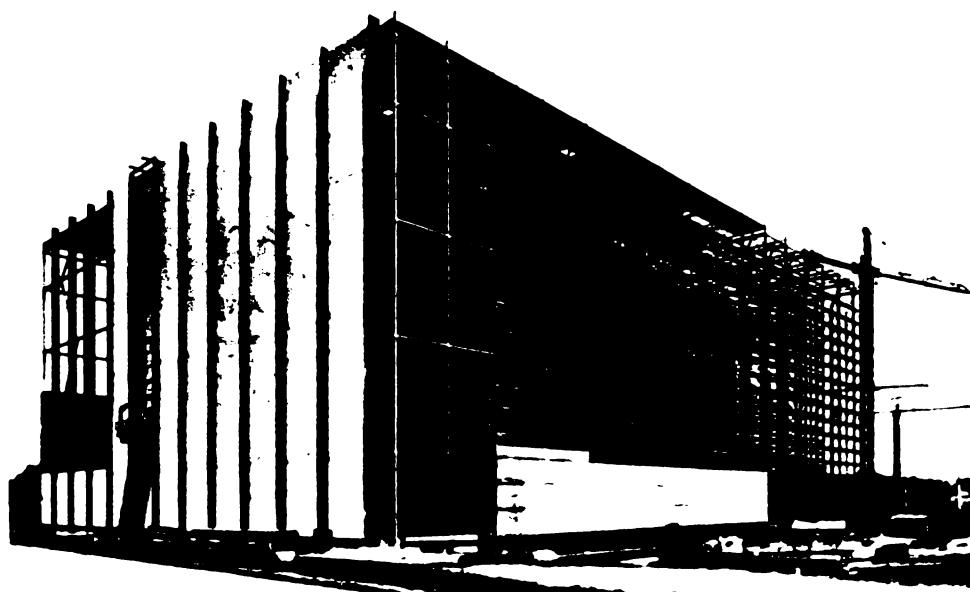


Fig. 1.4

lungimea 132,3 m
lărgimea 58,7 m
înălțimea 30,8 m
suprafața 7750 m²
numărul paletelor (1460x1460 mm) înmagazinate : 33000

Din România

- În cadrul Combinatului chimic "AZOMINES" din Tîrgu Jiu a fost construit un deposit automat în fabrica de articole fotosensibile. Pe baza instalațiilor de transport continuu și instalația de conducere automatizată a procesului tehnologic au fost livrate în întreprîza firmei KUNISIROKU R&T IND.CO., LTD. TOKYO din JAPONIA. Structura depositului se desfășoară într-o clădire monobloc, fără ferestre, la care fluxul de fabricație se desfășoară pe verticală de sus în jos, magazia ocupînd spații aflate la etajul II, înălțimea depositului este de 10,43 m.

- În anul 1978, Institutul de proiectări (IRBUII) Timișoara și Centrul de cercetare și inginerie tehnologică pentru mașini de ridicat și transport usinai Timișoara (COSITEMTU) a proiectat un deposit automat pentru întreprinderea mecanică Timișoara (IMT), Caracteristicile constructive ale depositului sunt următoarele :

lungimea 51,25 m
lărgimea 9 m
înălțimea 23 m
numărul culorrelor 2
numărul paletelor (800x1200 mm) înmagazinate : 2800.

Structura depositului a fost realizată în întregime din profile cu părți subțiri tip LASI cu secțiune închisă.

1.3.2. Cercetările actuale pentru depozite înalte

Degi depozitele cu rafturi înalte au apărut în ultimul deceniu, ele au fost studiate serios de autori.

440,214
336 G

- Doriguzzi, E. a constatat că atunci cind stelajele au înălțimea de 15...20 m, la magazinile cu suprafațe sub 5000 m^2 este recomandabil ca acoperișul să se rezene direct pe stelaj. Această soluție micșorează costul construcției /16/.

- Zetălov A.I., PEVZNER B.I., a arătat că atunci cind încărcările sunt apăzate pe stelaje de $20 \text{ t}/\text{m}^2$, se poate folosi scheletul stelajelor ca element portant al clădirii /17/.

- O organizație de proiectare din Elveția a făcut comparație pentru 4 variante care s-au caracterizat prin datele principale de mai jos :

Varianta I : depozit înalt cu înălțimea utilă de 16,75 m (13 palete, palete tip A cu suprafață de $1200 \times 1200 \text{ mm}$ și palete tip B cu suprafață de $600 \times 1200 \text{ mm}$, ambele având o înălțime de 1020 mm) suprapuse. Scheletul stelajelor dimensionat ca element portant al clădirii, construcția metalică cu acoperiș de eternit, fără izolație, fără finisajare și ventilare, toate elemente metalice protejate superficial, deservire prin utilaje automate de depozitare și transport.

Varianta II : Depozit înalt cu înălțimea utilă de 13,3 m (10 palete suprapuse), cu caracteristici esențialetoare celor arătate la varianta I ; utilajul de depozitare este cu comandă manuală.

Varianta III : Depozit pentru palete în construcție normală cu înălțimea utilă 7,6 m (6 palete suprapuse) stelajele sunt deplasabile și nu constituie elemente portante ale clădirii ; deservire prin electrostivuitoare speciale comandate manual și având furcele rotitoare.

Varianta IV asemănătoare cu varianta III, însă cu deservire prin stivuitoare cu furcă de tip curent.

Prin investițiile pentru construcția depositului, în aceste patru variante, s-a constatat că, varianta I este mai economică decât celelalte variante /18/.

- Schiller K, din R.D.Germania a analizat variantele pentru determinarea unor criterii de utilizare cu capacitate de provizionare asupra înălținilor optime de stivuire pentru depozitele cu rafturile înalte și asupra limitelor lor economice de folosire.

Soluțiile cercetate pentru depozitele cu rafturi înalte erau cu înălțimi de stivuire de 12,00 m, 16,80 m, 21,60 m și 28,80 m, respectiv cu înălțimi de clădiri de 13,5 m, 18,65 m, 23,45 m și 30,65 m. Rafturile au în același timp, pe lîngă sarcina care rezultă din produsul depozitat și din ghidarea utilajelor de transport și funcția de purtare și de rezem pentru construcțiile usoare ale acoperișului și peretilor care închid spațiul. S-a ajuns la concluzia că, înălțimile de stivuire a rafturilor de 12 pînă la 24 m sunt mai economice, în care cas un minimum de costuri se atinge la o înălțime de 21 m /19/.

- Krippendorff H., a ajuns la concluzia că în practică o lungime de 80 pînă la 100 m și o înălțime de 18 pînă la 24 m reprezintă dimensiunile rafturilor înalte cele mai des utilizate în depozitare /20/.

1.4. Principalele tendințe în cercetarea științifică prin metode de calcul, pentru depozite cu rafturi înalte.

Se știe că, în depozite cu rafturi înalte, volumul de oțel și utilaj modern este foarte mare, deci construirea unui deposit automat implică investiții mari. În același timp, orientarea către structurile depozitelor din ce în ce mai zvelte, de multe ori cu forme ce îes din tiparul experienței anterioare și realizate din materiale cu caracteristici superioare sau din materiale noi (oțel slab aliat sau oțel cu pereti subțiri), impun necesitatea efectuării unui calcul neliniar al structurilor. În prezent, este posibil să se realizeze calculul de ordinul II geometric neliniar, într-o formă acceptabilă pentru nevoile practice. Din aceste cauze, stabilirea metodelor de calcul a structurii este o problemă deosebit de importantă, pentru determinarea deplasărilor nodurilor și a eforturilor în secțiunile elementelor.

Majoritatea proiectelor practice se rezolvă actualmente prin calculul simplificator al cadrelor depozitelor, aplicîndu-se de obicei metoda aproximativă, prin care se în-

locuiesc stîlpii reali și cadrului cu un stîlp unic fictiv. Această metodă de calcul, nu ține seama de conlucrarea între stîlpi, mai ales, în cazul cadrului în care ferea se prinde încastrat de stîlpi iar între stîlpii marginali și cei interioiri sunt diferențe mari de solicitare și de uveltețe, din calcul reziese un consum suplimentar de material.

În privința perfecționării concepțiilor de proiectare, a metodelor de calcul, această lucrare va prezenta și utiliză bazele proiectării structurilor depozitelor cu rafturi înalte /cap.2/ și bazele metodelor aproximative și ale metodelor elementelor finite /cap.3/, în calculul liniar și nelinier elastic (calculul de ordinul I, de ordinul II și de stabilitate), pentru rezolvarea unui număr de structuri ale depozitelor de uz. Rezultatele obținute ale metodelor aproximative vor fi comparate cu metodele elementelor finite, privind ipotezele de calcul ale structurilor /cap.4/.

CAPITOLUL II

CONSIDERATII TEORETICE PRIVIND ALGATUIREA SI CALCULUL STRUCTURILOR DE DEPOZITE CU RAFTURI INALTE.

2.1. Generalități

Pentru oricare întreprindere, construirea unui deposit implică investiții mari. Din această cauză, utilizarea căt mai bună a suprafeței și a spațiului depozitului reprezintă o problemă deosebită de importanță.

Soluția constructivă și ale către generală a unui deposit depinde de un complex de condiții tehnologice, constructive și economice. Construirea unui deposit are la bază procesul tehnologic pe care construcția trebuie să-l servească în cele mai bune condiții.

Crescerea potențialului industrial, ritmul înalt de dezvoltare a economiei necesită o preocupare permanentă pentru noi soluții constructive, care să conducă la o continuă creștere a gradului de industrializare a execuției lucrărilor, la economii de materiale, la reducerea manoperei pe șantier, astfel încât să se realizeze construcții cu un cost redus și care să poată fi puse în funcțiune în timp eșit mai scurt. Dezvoltarea proiectării de elemente și structuri tipizate, utilizarea unor structuri ușoare pentru învelitori și închideri, organizarea unei rețele puternice de unități de construcții dotate cu mijloace perfeționate de execuție și montaj, constituie căile principale pentru realizarea acestor desiderate.

2.2. Alăturarea generală a structurilor de rafuri înalte

Execuțarea construcției după principiul clădirii-rasă se face pentru ca în felul acesta să se obțină o utilizare op-

timă a pieselor constructive utilizate.

Lățimea culoarelor pentru mijloacele de manipulare, dispunerea lor, adâncimea unităților de depozitare și a șirurilor de rafturi, formează baza amenajării orizontale a suprafeței clădirii. Această amenajare trebuie să respecte cerința deplasării rationale a mijloacelor de manipulare în contextul folosirii cît mai eficiente a suprafeței depositului.

In figurile 2.2 se arată posibilitățile de principiu, de organizare a instalațiilor de rafturi purtătoare ale clădirii :

1. construcție de rafturi cu suport de așezare continuu, o unitate de depozitare între reazeme (pentru paletale europene);
2. construcție de rafturi cu suporti laterali, o unitate de depozitare între reazeme (pentru palete tip fereastră sau lăzi);
3. construcție de rafturi cu suporti de așezare continuu, două sau mai multe palete între reazeme ;
4. construcție de rafturi cu suporti continuu, reazemele centrale sau pereti centrali cu suporti pentru macara un platou pentru orice combinație.

Din tabelul 2.1. și figura 2.1. rezultă exemple de utilizare precum și avantajele și dezavantajele fiecărei variante.

In figura 2.2. se arată organizările teoretice posibile ale reazemelor și suportilor de așezare la construcțiile din oțel cu contravîntuirile necesare în toate cele trei planuri. Acestea sunt necesare în toate cele trei planuri. Acestea sunt necesare, pentru ca să rezulte o construcție stabilă în toate direcțiile.

Din această comparație rezultă, că organizarea 2 în direcție longitudinală este foarte nefavorabilă din punct de vedere static față de celelalte variante, deoarece nu există suporti de așezare care ar putea determina o legătură longitudinală și o scurtare a lungimilor de încovoiere. Din această cauză trebuie să se introducă imbinări orizontale, datorită cărui fapt însă rezultă o pierdere de spațiu care nu poate fi neglijată.

Organizările 1,3,4, și 5 sunt foarte omogene din punct de vedere static și au avantajul, că toate imbinările se găsesc în planurile reazemelor sau suportilor de așezare și în felul acesta nu solicită un loc suplimentar.

Datorită lipsei unui cadru transversal, organizarea 6 este o clădire în principiu elastică, ale cărei forțe orizontale trebuie să fie conduse fie între geamurile intermediare fie în in-

tregime în față. Faptul că acest lucru este posibil fără greutate și ca urmare se obține o clădire, care corespunde cerințelor fluxului ideal al materialelor și a instalațiilor de mașini, se poate vedea din figura 2.2.

In cele mai multe cazuri și în special la un depozit organizat optim, un perete frontal este slăbit de către deschisăturile pentru instalațiile de transport pentru introducere și scortere din deposit în așa fel, încât nu mai poate fi folosit pentru preluarea forțelor orizontale. În alte cazuri, acolo unde se prevede un dispozitiv de deplasare transversală, rafturile nu mai pot fi legate cu perete frontal.

Pentru un deposit automatizat ținând seama de sarcina sa, astăzi trebuieind să fie organizat după capacitatea de transbordare și fluxul de material, trebuie să se considere clădirea numai ca un înveliș cu importanță secundară care trebuie să se supună ce-

**Tabelul 2.1. Avantajele și dezavantajele diferitelor
construcții de rafuri**

Organizația	Utilizarea spațiului	Utilisare	Avantaje	Dezavantaje
			1	2
1. (fig. 2.1a)	42%	La sarcini individuale mari. Cind înălțimea este limitată. La sarcini mari ale acoperișului care trebuie luate de către raft.	Construcție stabilă cu sarcini individuale des și uniform repartizate din cauza aceasta fundamentul este solicitat favorabil. Dând utilizare a spațiului.	Nu există posibilități de trecere pe alte unități de depozitaré limită din punct de vedere economic.

1	2	3	4	5
2 (fig. 2.1b)	42%	La palete cu fereastră sau la depozitare în direcție longitudinală la depozitarea lăzilor etc.	O bună utilizare a spațiului în direcție verticală. Bună stabilitate transversală.	Construcție slabă în direcție longitudinală, lungimi mari de încovoiere. Nu există posibilități de combinare limită din punct de vedere economic
3 (fig. 2.1e)	43%	La utilizarea numai unei singure mărimi de paletă și acolo unde dimensiunile și greutatea unității de depozitare duc la dimensiuni optime a suportilor de așezare și a reazemelor.	Ca în cazul 1 însă economicitate mai bună.	Posibilități reduse de trecere pe alte unități de depozitare
4 (fig. 2.1d)	44%	Permite combinația mai multor unități de depozitare. Utilizare multiplă.	Construcție stabilă, combinarea a 800 și 1200 mm palete fără pierdere de spațiu. Solicitarea optimă a suportilor și a reazemelor la unități de depozitare cu greutate de 1000 kg. Bună utilizare a spațiului.	nimic deosebit
5 (fig. 2.1e)	37%	La trei palete diferite cu lățime de 800, 1000 și 1200 mm.	Construcție stabilă în toate direcțiile, bune posibilități de combinare.	Construcție scumpă de rafuri deoarece suportii de așezare sunt înalt și sarcinile de regim sunt mari. Pierdere de spațiu.

1	2	3	4	5
6 (fig.2.1f)	33%	La multe unități de depozitare diferite în special acolo unde nu se constată o tendință a dimensiunilor.	Posibilități nelimitate de combinare în direcție longitudinală.	Construcție scumpă de raft ou pierdere de spațiu.

loralte cerințe. Exemplul din fig.2.2. arată că este posibil să se îndeplinească această condiție din punct de vedere static. La intervenția forței P în punctul c' peretii sunt solicitați la torsiune, după cum se poate observa din figura 2.3.

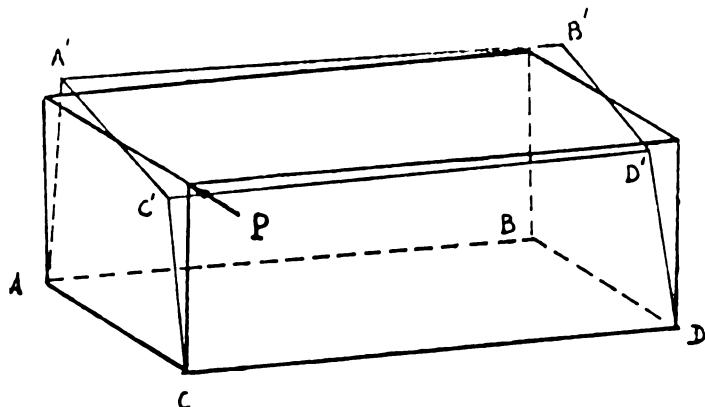


Fig.2.3. Clădire de depozit fără cadru transversal drept clădire elastică.

In măsura în care o clădire de acest fel are dimensiuni "normale", prezintă următoarele raporturi : lățime:înălțime $1:2$; înălțime:lungime $= 1:4$; este vorba de o clădire extrem de stabilă, la care este posibil să se rigidizeze fațadele sau cadrele cu mijloace economice.

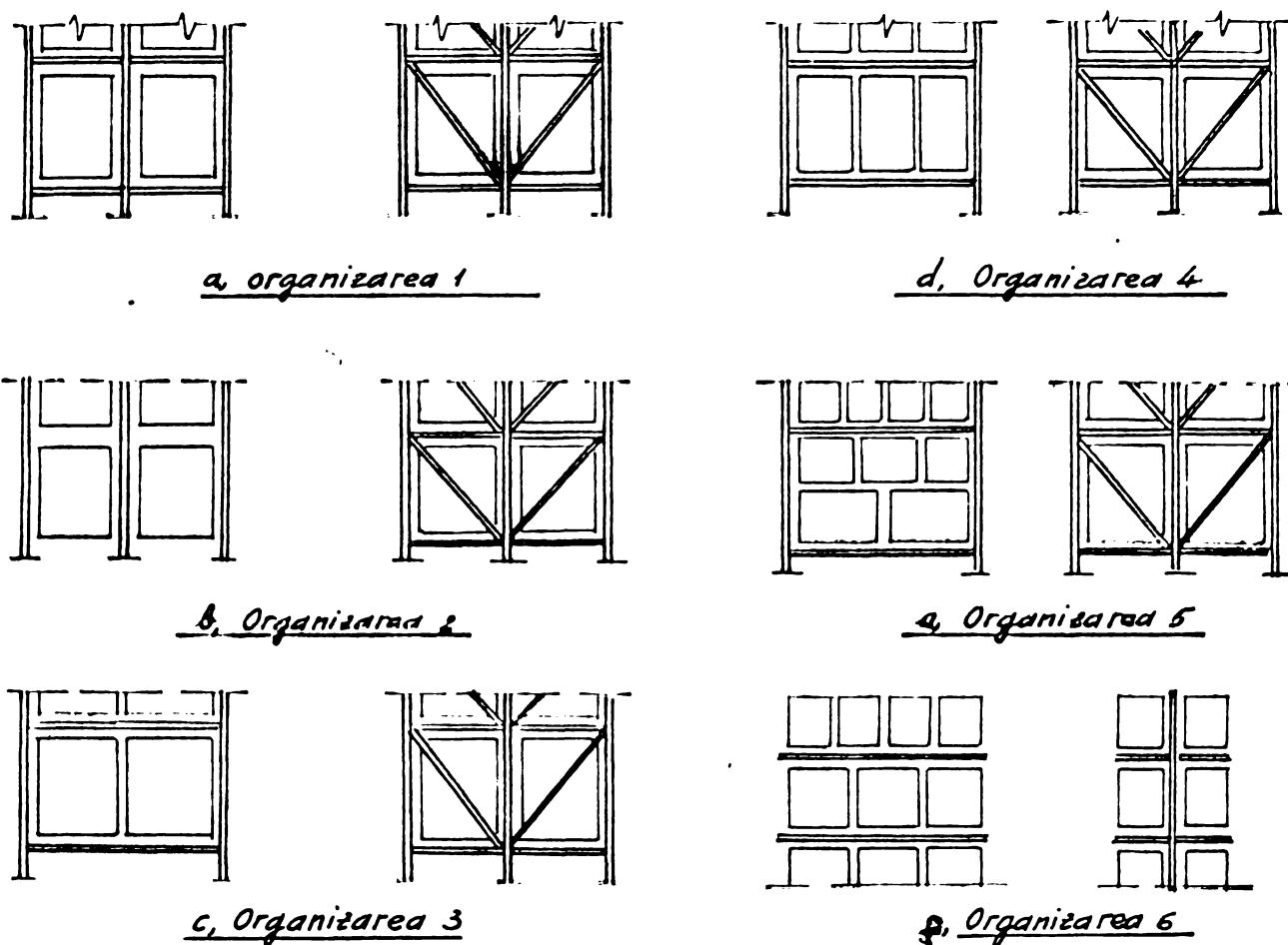
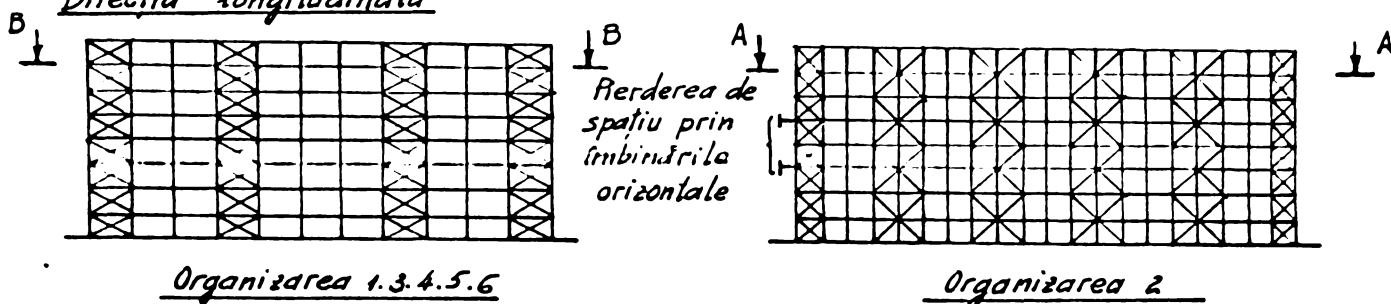
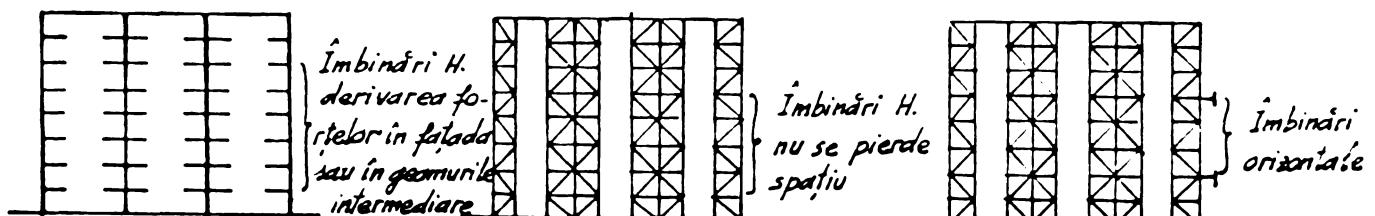


Fig. 2.1 Diferitele constructii de rafturi

Directia longitudinala



Directia transversala



Organizarea 1.3.4.5



Organizarea 2

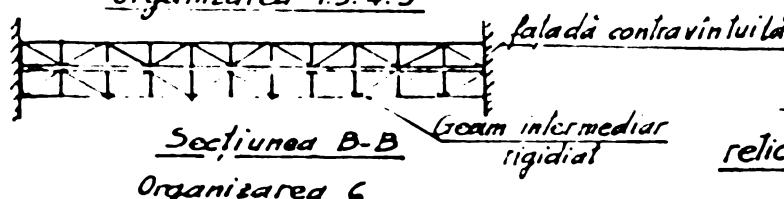


Fig. 2.2 Organizari posibile la relică reazemelor și suportilor de asură.

2.3. Sistematisarea calculului plan al cadrelor transversale ale depositelor cu rafturi înalte.

- Soluția constructivă care se adoptă depinde de datele concrete ale depositelor și trebuie să fie conformă cu condițiile reale în care va lucra construcția.

Soluția constructivă este materializată prin schema constructivă care cuprinde aleătuirea generală, dimensiunile principale, forma și modul de legare a barelor din care este formată structura. Pe baza unei predimensionări sau prin comparare cu construcțiile similare se face o primă alegere a secțiunii barelor structurii, ținând seama de condițiile de rezistență, stabilitate, zveltete, perioadele vibrăriilor proprii etc., cerute pentru structura care se va construi.

În multe situații, cum sunt în special cele ale depositelor cu aleătură geometrică regulată (traversi egale, cadre transversale cu aceeași rigiditate) și care sunt practic uniform încărcate, calculul plan reflectă suficient de exact comportarea reală a structurii /21/,/22/,/23/. În aceste situații este suficient ca din structură să se separe cadre plane care să fie calculate numai la încărcările care acționează direct în planul lor.

Calculul static se conduce pe baza schemelor de calcul și a schemelor de încărcare și se face separat pentru fiecare încărcare, sau pentru grupul de încărcări care acționează simultan. Efectele totale, eforturi și deplasări, pentru diferite grupări de acțiuni se obțin prin însumarea efectelor.

- Determinarea eforturilor produse de acțiunile statice sau dinamice precum și verificarea stabilității formei se pot face prin metode aproximative (metoda deplasărilor, sub forma procedeului de calcul în două etape), pe baza schemei de calcul din figura 2.4c, sau metoda elementelor finite, pe baza schemei de calcul din figura 2.4 a,b.

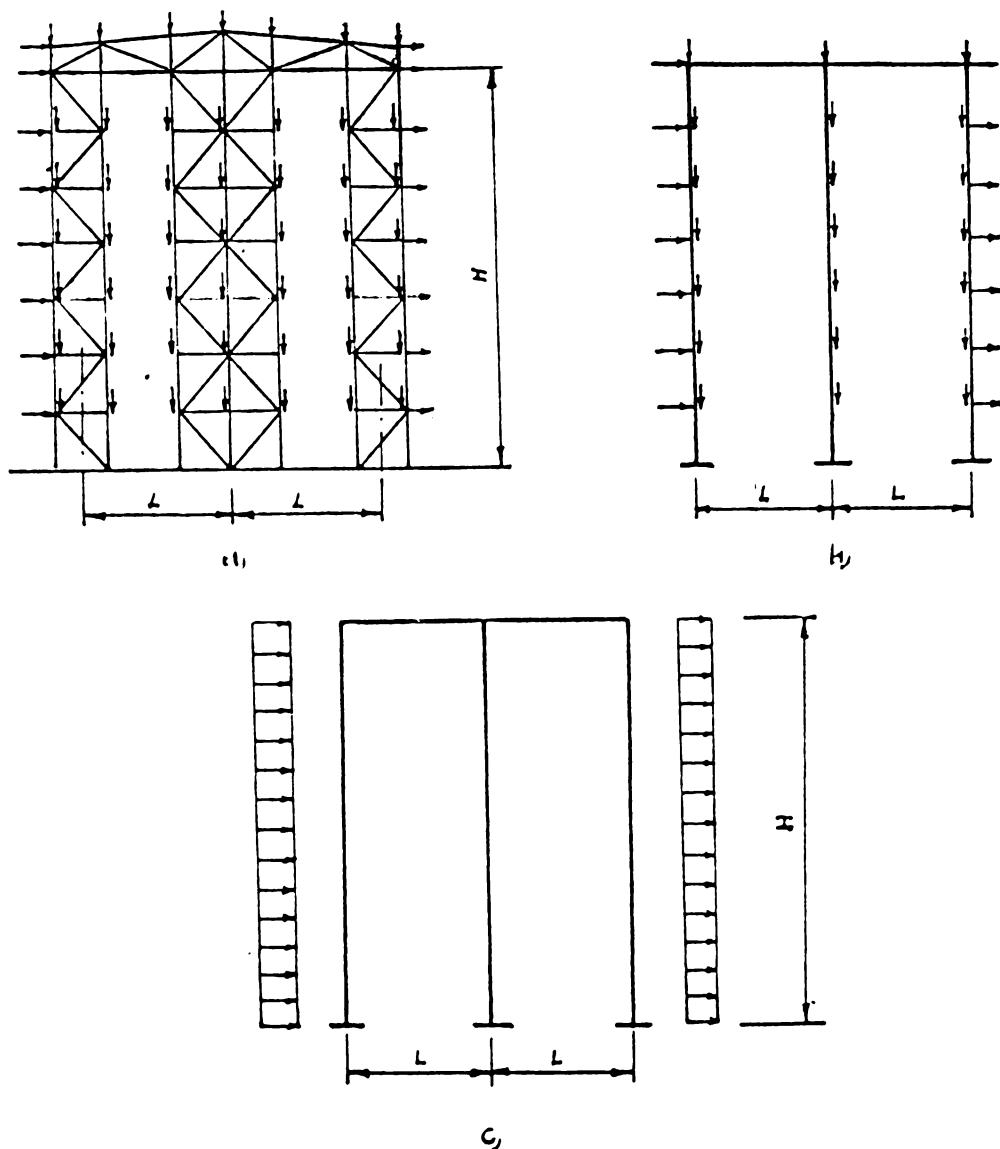


Fig. 2.4

2.4. Cerințele principale pentru depozite cu rafturi finale

Depozitele cu rafturi finale se execută în general portante, asta înseamnă că construcția acoperișului este sprijinită pe scheletul paletelor și scheletul din margine trebuie să suporte sarcinile vîntului, care folosește și ca suport pentru îmbrăcămintea peretelui. La construirea depozitelor din oțel apar următoarele probleme:

1. Mișcările stivuitorului executate automatic, fără posibilitate de a interveni pentru corecturi, cer o precizie înaltă în executarea scheletului paletelor.

2. Din aceeași cauză, deformațiile elastice a părților solicitate trebuie să fie limitate (cu toleranțe foarte mici). Părțile scheletului trebuie să fie cât mai rigide, cu o rezistență de deformare foarte mare împotriva forțelor care pot să apară : vînt sau încărcătură utilă. În figura 2.5. sunt arătate toleranțele și deplasările elastice permise pentru depozite finale.

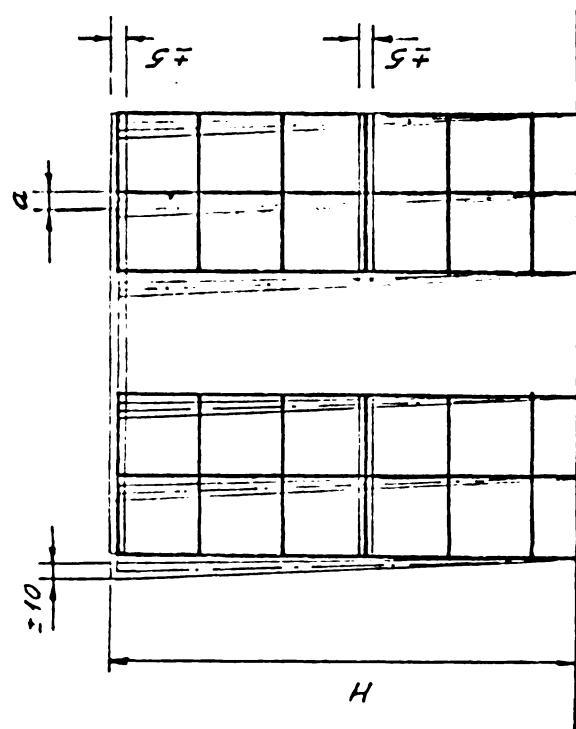
3. Greutatea proprie a construcției în comparație cu încărcarea utilă este foarte mică. La un depozit de 20 m înălțime, ea este numai 10% din încărcare utilă. Asta înseamnă că solicitarea fundației la un depozit încărcat (plin) este de 10 ori mai mare decât la un depozit gol. La o solicitare a depozitului inegală pe un teren de fundare necorespunzător trebuie să avem totuși o funcționare normală.

4. În zone cu cutremure, diferențelor legăturii demontabile ale depositelor trebuie acordată o atenție deosebită, deoarece pot acționa forțe din toate direcțiile.

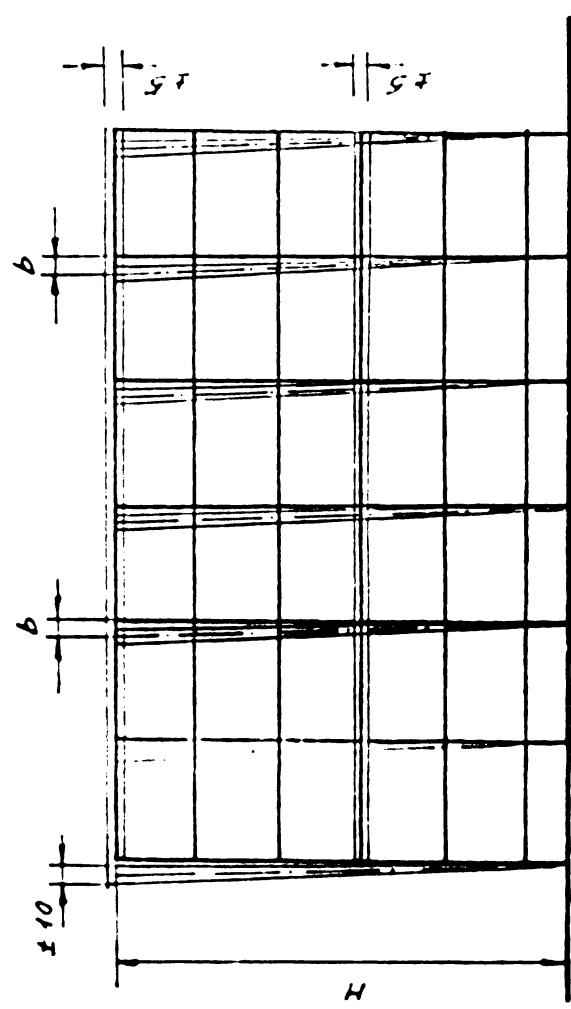
5. Construcția este formată din puține tipuri de elemente în mare măsură din elemente de construcții obișnuite, în general din schelete de margine, de mijloc și transversale de legătură. Obținerea unui număr mic de tipuri de elemente de construcții, în ceea ce privește cașul și fabricarea lor este de mare importanță pentru industrializarea construcției.

6. Structurile depozitului trebuie să ducă la reducerea la minimum a acțiunii defavorabile a coroziunii. În acest scop se recomandă ca secțiunile să fie alcătuite astfel încât :

- perimetrul secțiunii să fie minim ;
- toată suprafața laterală a secțiunii să fie ușor de întreținut ;
- să se evite posibilitatea de stagnare a apelor, iar în caz că acest lucru nu este posibil se vor prevedea orificii corespunzătoare pentru scurgerea apelor.



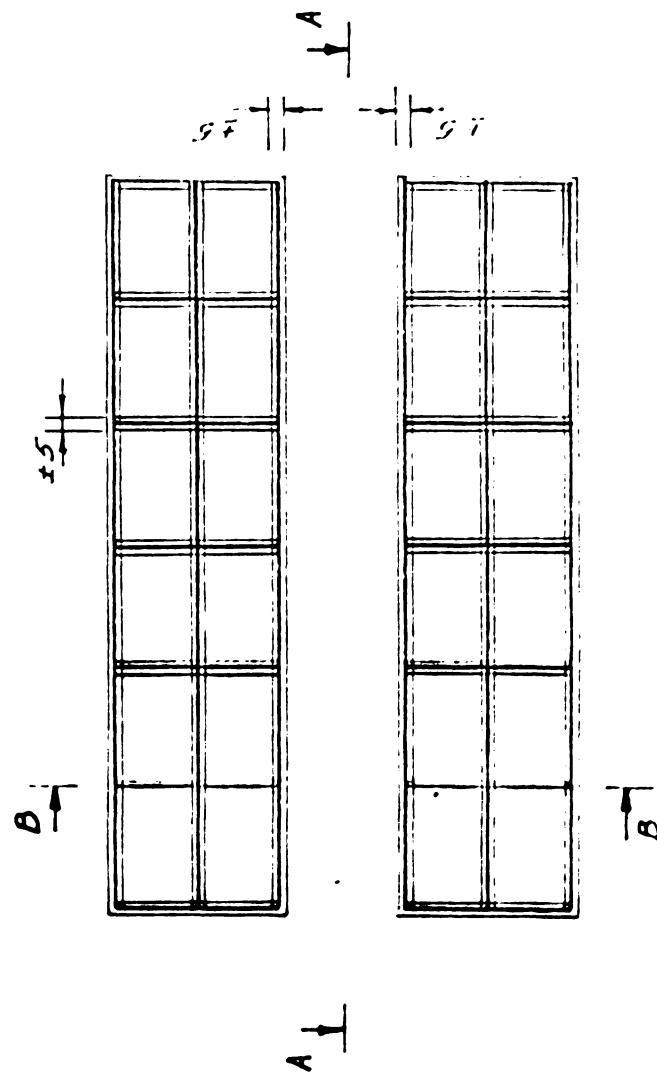
A-A



B-B

*Deplasările elastice permise
pentru depozite înalte*

$H(m)$	$a(mm)$	$b(mm)$
4	15	10
8	25	13
12	32	20
15	47	27
20	53	33
24	64	40
28	75	47
30	85	50



C A P I T O L U L III

BAZILE METODELOR APROXIMATIVE SI ELEMENTELOR FINITE

3.1. GENERALITATI

- La calculele cadrelor depozitelor cu mai multe deschideri cu un singur nivel, dificultatea principală constă în rezolvarea ecuațiilor de condiție. Deși în metoda deplasărilor, numărul necunoscutelor este de obicei mai redus la asemenea structuri decât în metoda eforturilor, totuși problema rezolvării ecuațiilor rămâne primordială.

Rezolvarea prin iterație (aproximării successive și prezintă evenimente vădite, cind sunt îndeplinite condițiile ce asigură o rapiditate satisfăcătoare a convergenței. Procedeul permite o sistematizare deosebită și conduce la organizarea rezolvării pe scheme de calcul, cu folosirea unor elemente ușor de determinat.

Un moment important în dezvoltarea metodelor iterative de calcul la structuri static nedeterminate, l-a constituit apariția în anul 1932 a metodei "distribuției momentelor" (metoda Cross), pentru rezolvarea cadrelor cu noduri fixe alcătuite din bare cu secțiune constantă /59/, /60/, /61/, /62/, /63/. La mareea majoritate a cadrelor cu noduri deplasabile se aplică în condiții bune, procedeul rezolvării, în două etape /22/, /24/, /25/, /26/, /27/, /28/.

- Răspândirea calculatoarelor electronice a adus modificări esențiale în modul de a privi metodele de calculul structurilor. Posibilitatea de a trece calculele numerice asupra mașinii și deci faptul că volumul de calcule nu mai constituie un obstacol, deschide căi noi de abordare în alegerea, sistematizarea și aplicarea metodelor de calcul.

Inlocuirea structurii reale se face cu o structură formată dintr-un număr oarecare de elemente, de dimensiuni finite,

conectate între ele sau cu laza de susținere numai în anumite puncte. Aceasta revine la a transforma rezolvarea unui sistem de ecuații diferențiale, în rezolvarea unui sistem de ecuații liniare. Aceasta constituie ideea metodei elementelor finite /29/, /30/, /64/.

Metoda elementelor finite a fost aceea de a utiliza metodele generale de calcul structurilor formate din bare - metoda eforturilor și metoda deplasărilor, în exprimare matriceală. Ecuația matriceală a uneia sau alteia dintre metode se obține utilizând caracteristicile de rigiditate, respectiv de flexibilitate ale elementelor și structurii. Dintre cele două metode, metoda deplasărilor este mai ușor de abordat datorită sistemului de bază unic care se pretează mai bine la sistematizări de formă generală. Din această cauză, în condițiile calculului automatizat, metoda deplasărilor devine astfel instrumentul principal în calculul structurilor /69/, /70/, /71/, /72/, /73/.

În calculul liniar al structurilor formate din bare, metoda elementelor finite nu diferă de metodele matriceale utilizate în calculul acestor structuri, dacă elementul finit este considerat a fi chiar bara.

În calculul geometric neliniar al acestor structuri este introdusă noua clasă de matrice de rigiditate, sint perfecționate metodele de determinare a soluției problemei și metodele pentru calculul valorilor și vectorilor proprii, pentru matrice de dimensiuni mari.

Primele încercări de calcul neliniar al structurilor prin metoda elementelor finite sunt întreprinse începînd din anul 1959, iar primele publicații apar în anul 1960 /31/, /32/.

3.2. CALCULUL DE ORDINUL I, LINIAR ELASTIC

3.2.1. Metoda iterativă în două etape a cadrelor cu noduri deplasabile

Structurile în cadre cu bare legate rigid între ele sunt alcătuite din stîlpi cu zăbrele (fig.2.4). În general, stîlpii sunt încastrati la bază.

Calculul acestor structuri poate fi sistematizat, utilizând metoda deplasărilor, sub forma procedeului de calcul în două etape, aplicat într-o formă specifică acestor structuri.

Necunoscutele sistemului sunt rotirile nodurilor η_i și un singur parametru grad de libertate, anume deplasarea Δ a nodurilor, egală pentru toate nodurile (fig.3.1.).

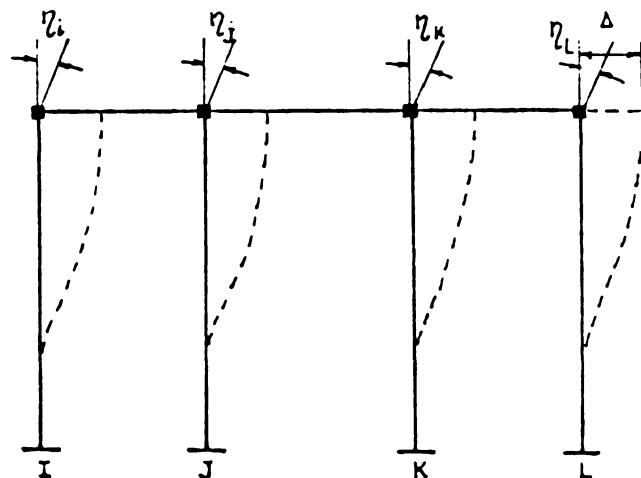


Fig. 3.1

In etapa I de calcul (fig.3.2) cu nodurile blocate la deplasare, cu ajutorul unui procedeu iterativ (procedeul Cross) se calculează momentele încovoietoare pe cap de bară $M_{jk}^{(F)}$ și forța de fixare R_f în blocaj, care conține efectul încărcării și al momentelor încovoietoare pe toți stîlpii.

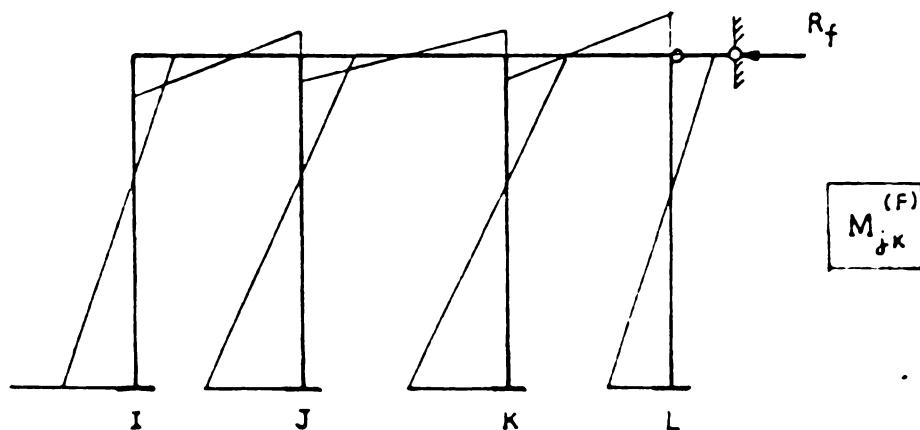


Fig. 3.2

$$R_f = \sum_{i,j,k,l} \frac{M_{ik}^{(F)} + M_{kj}^{(F)}}{H_j} \quad (3.1)$$

In etapa II de calcul (fig.3.3), cu nodurile libere la deplasare, se încarcă cadrul cu forța de fixare R_f calculată în etapa I și luată cu semn schimbat și se determină momentele încovoietoare $M_{jk}^{(D)}$.

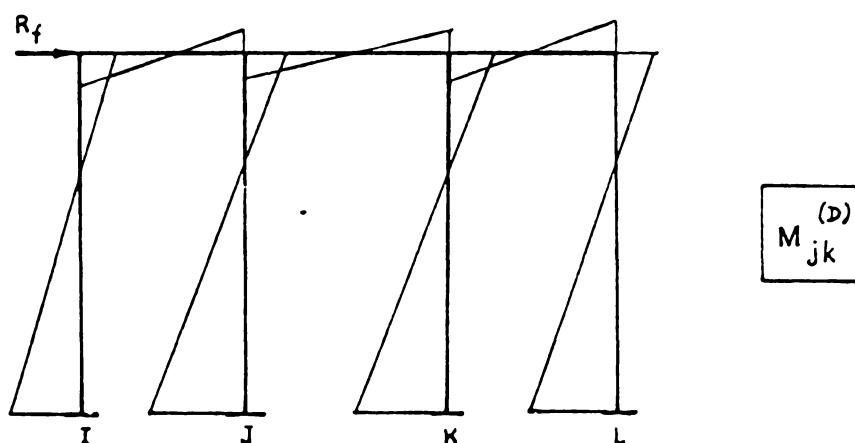


Fig 3.3

Momentele încovoietoare finale M_{jk} rezultă din însumarea efectelor celor două etape de calcul

$$M_{jk} = M_{jk}^{(F)} + M_{jk}^{(D)} \quad (3.2)$$

Momentele încovoietoare $M_{jk}^{(D)}$ din etapa II de calcul se determină în modul următor :

Se dă cadrului o deplasare unitară $\Delta = 1$ și se blochează în această poziție (fig.3.4) , se calculează cu un proces de iterativ momentele de cap de bară $m_{jk}^{(D)}$ și forța de fixare R , care reprezintă rigiditatea la deplasare a cadrului și este dată de relația

$$R = \sum_{i,j,k,l} \frac{m_{jk}^{(D)} + m_{kj}^{(D)}}{H_j} \quad (3.3)$$

Se scrie ecuația de condiție

$$R_f - \Delta \cdot R = 0 \quad (3.4)$$

care exprimă condiția ca în blocaj forța de fixare să fie nulă.

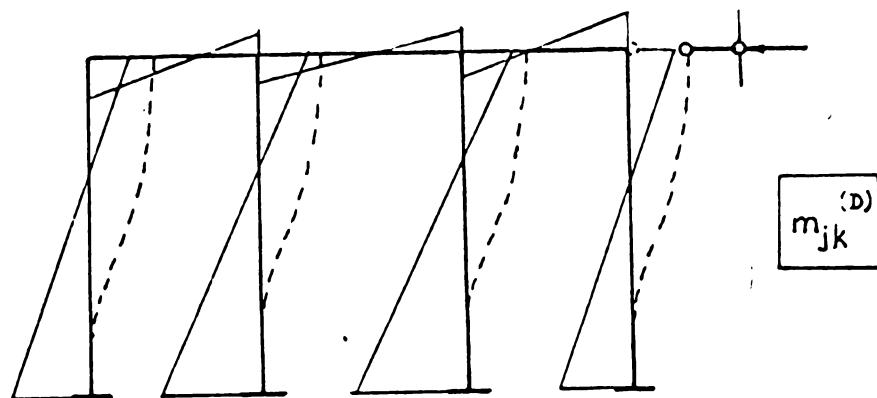


Fig. 3.4

Din relația (3.4) se obține :

$$\Delta = \frac{R_F}{R} \quad (3.5)$$

și în consecință :

$$M_{jk}^{(D)} = m_{jk}^{(D)} \cdot \Delta = m_{jk}^{(D)} \frac{R_F}{R} \quad (3.6)$$

3.3.2. Metoda elementelor finite în calculul de ordinul I

3.3.2.1. Elemente specifice calculului structurilor prin metoda elementelor finite

3.3.2.1.1. Sisteme de axe, sisteme de coordonate

- Sistemul de axe este utilizat pentru descrierea geometriei structurii și a fiecărui element component precum și pentru reprezentarea formei deformate a structurii și elementelor.

- Sistemul de coordonate este utilizat pentru reprezentarea categoriilor mecanice fundamentale - forțele și deplasările, și pentru introducerea convențiilor de semne a acestora.

Sistemul de axe și sistemul de coordonate se atașează atât structurii în ansamblu cât și fiecărui element component.

Sistemul de coordonate este format din ansamblul coordonatelor atașate în noduri.

Sistemul de coordonate atașat va fi denumit sistem general de coordonate și se utilizează atât pentru reprezentarea deplasărilor nodurilor structurii și a forțelor ce acționează în aceste noduri cît și pentru stabilirea sensului pozitiv al acestor mărimi.

Sistemul de coordonate atașat elementului se numește sistem local de coordonate și servește la reprezentarea deplasărilor și eforturilor din aceste secțiuni, precum și la stabilirea sensului pozitiv al acestora.

3.3.2.1.2 Vectorul deplasărilor. Vectorul forțelor

- Se știe că forma deformată a structurii este descrisă de vectorul deplasărilor U , ale cărui componente U_i reprezintă deplasările pe direcțiile coordonatelor i . Forma matriceală de exprimare este următoarea :

$$U^T = \{ u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n \} \quad (3.7)$$

Unde n este egal cu de două ori numărul nodurilor dacă structura este articulată plană, și cu de trei ori dacă structura este un cadru plan.

- Dacă sistemul de coordonate reprezintă forțele, atunci acestea se pot exprima matriceal, în mod analog, printr-un vector, denumit vectorul forțelor nodale. Forma acestui vector este :

$$P^T = \{ P_1 \ P_2 \ \dots \ P_n \} \quad (3.8)$$

iar numărul elementelor sale se stabilește în același mod ca și numărul elementelor vectorului deplasare.

Elementele vectorului forțelor pentru structurile plane sunt legate între ele prin ecuații de echilibru static. Ecuațiile de echilibru static sint :

$$\sum x_i = 0 \quad \sum y_i = 0 \quad \sum M_{ez} = 0 \quad (3.9)$$

Pentru un element de bară vectorul deplasărilor are forma (3.10) iar vectorul forțelor are forma (3.11)

$$U^T = \{ u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n \} \quad (3.10)$$

$$S^T = \{ s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n \} \quad (3.11)$$

Unde n este egal cu 4 pentru bare articulate la capete, cu 6 pentru barele cadrelor plane.

3.3.2.1.3. Transformări de coordonate

In calculul structurilor prin metode matriceale este necesară trecerea de la un sistem de coordonate la altul sau în cadrul aceluiași sistem de coordonate trecerea de la vectorul deplasărilor la vectorul forțelor și invers.

Se consideră două sisteme de coordonate, notează α și β identificate prin vectorii C_α și C_β .

Se definește ca transformare a coordonatelor sistemului β în coordonatele sistemului α , relația :

$$C_\alpha = T C_\beta \quad (3.12)$$

Unde T reprezintă matricea de transformare. Dacă vectorul C_β are r elemente și vectorul C_α are p elemente, atunci matricea de transformare va avea $p \times r$ elemente.

a. Transformări liniare. Relația (3.12) reprezintă o transformare liniară de coordonate, dacă elementele matricei T sunt independente de elementele vectorului C_β . Această condiție se exprimă matematic astfel :

$$dC_\alpha = T dC_\beta \quad (3.13)$$

Transformările liniare sunt specifice calculului liniar elastic.

b. Transformări neliniare. Relația (3.12) reprezintă o transformare neliniară de coordonate, dacă elementele matricei T sunt funcții de coordonatele sistemului β . Matematic această condiție se exprimă astfel :

$$dC_\alpha = dT \cdot C_\beta + T \cdot dC_\beta \quad (3.14)$$

~~ne~~ Transformările liniare sunt specifice calculului neli-niar elastic.

3.3.2.2. Matricea de rigiditate a barei

Matricea de rigiditate a diferitelor tipuri de elemente de bară se va determina utilizând metoda energetică. Se exprimă energia de deformatie în funcție de deplasările nodale, și apoi se aplică prima teoremă a lui Castigano sau teorema deplasării unitare.

Matricea de rigiditate a barelor are următoarea formă:

- bară dublu articulată, având modulul de elasticitate E, secțiunea A, constante pe întreaga lungime (fig.3.5):

$$k = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

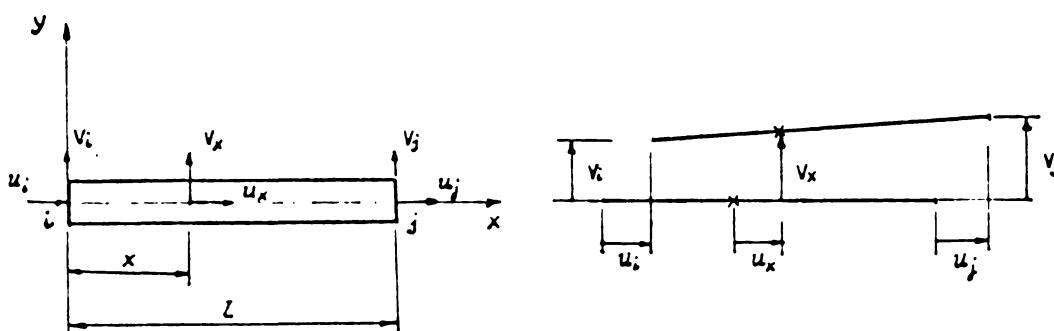


Fig. 3.5

- bară dublu încastrată, având modulul de elasticitate E, secțiunea A și momentul de inerție I, constante pe întreaga lungime (fig.3.6).

Dă obicei în calculul de ordinul I se negligează efectul forței axiale astfel încât matricea de rigiditate este de 4×4 elemente, respectiv se elimină liniile și coloanele 1 și 4.

- bară articulată în capătul j (conform notației din fig.3.6).

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

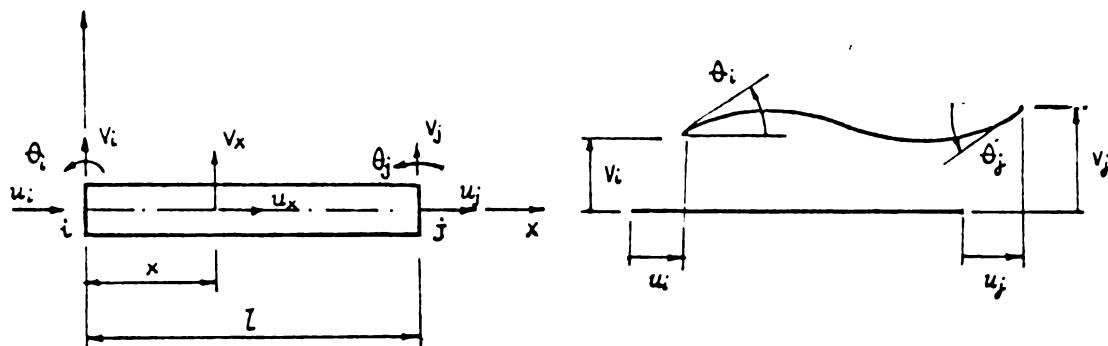


Fig. 3.6

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI}{l^3} & \frac{2EI}{l^2} & 0 & -\frac{2EI}{l^3} & 0 \\ 0 & \frac{2EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & \frac{2EI}{l^2} & 0 \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2EI}{l^3} & \frac{2EI}{l^2} & 0 & \frac{2EI}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16a)$$

• bară articulată în capătul i (conform notației din fig 3.6).

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{I} & 0 & 0 & -\frac{EA}{I} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{1^3} & 0 & 0 & -\frac{3EI}{1^3} & \frac{3EI}{1^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16b)$$

Se observă că în matricea (3.16a) ultima linie și ultima coloană sunt formate din elemente egale cu zero deoarece momentul încovoietor în capătul j al barei este zero. Aceeași constatare se poate face și în matricea (3.16b) unde linia și coloana a treia sunt formate din elemente egale cu zero, ca urmare a faptului că momentul încovoietor din capătul i este egal cu zero.

3.3.2.3. Relații matriceale de transformare. Ecuatia matriceală a metodei deplasărilor

3.3.2.3.1. Transformarea deplasărilor și forțelor nodale din coordonate locale în coordonate generale

Transformarea sistemului general de coordonate C_i în sistemul local de coordonate C_i se obține printr-o rotire de axe, ceea ce se scrie :

$$C_i = R_i C_i \quad (3.17)$$

unde R_i este matricea de rotație. Elementele acestei matrici

sunt cosinusurile directoare ale sistemului local de axe în raport cu sistemul general de axe.

Dacă coordonatele în cele două sisteme reprezintă deplasările nodurilor, atunci relația (3.17) capătă forma :

$$U_i = R_i \bar{U}_i \quad (3.18)$$

iar dacă reprezintă forțele nodale capătă forma :

$$S_i = R_i \bar{S}_i \quad (3.19)$$

3.3.2.3.2. Relația forță - deplasare pentru bară în cele două sisteme de coordonate

Relația între forțele nodale din sistemul local pentru bara i este :

$$S_i = k_i U_i \quad (3.20)$$

iar în sistemul general de coordonate este :

$$\bar{S}_i = F_i \bar{U}_i \quad (3.21)$$

relația dintre forțele nodale ale elementului, în cele două sisteme de coordonate se poate stabili utilizând principiul deplasărilor virtuale și rezultă :

$$S_i = R_i^T S_i \quad (3.22)$$

Pentru ca atât forma (3.19) cât și forma (3.22), a relației de transformare a forțelor nodale ale barei dintr-un sistem de coordonate în altul, să fie corecte este necesar să existe egalitatea

$$R_i^T = R_i^{-1} \quad (3.23)$$

Relația (3.23) reprezintă o proprietate deosebit de importantă a matricei R_i , care reduce din timpul de lucru prin eliminarea operației de inversare a unei matrice și înlocuirea ei prin transpusa matricei R_i .

3.3.2.3.3. Ecuatia matriceala a metodei deplasărilor

Pie $\bar{U}^T = \{\bar{U}_1 \bar{U}_2 \dots \bar{U}_b\}$ vectorul deplasărilor nodale și $\bar{S}^T = \{\bar{S}_1 \bar{S}_2 \dots \bar{S}_b\}$ vectorul forțelor nodale ale celor b bare se alcătuiesc structura.

Relația între \bar{S} și \bar{U} este de forma (3.21) adică

$$\bar{S} = F \bar{U} \quad (3.24)$$

unde matricea F are expresia :

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & & & \\ & F_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & F_b \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Vectorii \bar{S} și \bar{U} au cîte $6b$ elemente pentru cadrele plane și cîte $4b$ elemente pentru grinziile cu zăbrele plane, iar matricea F este o matrice pătrată avînd $6b \times 6b$ elemente pentru cadrele plane și $4b \times 4b$ elemente pentru grinziile cu zăbrele.

Relația de transformare a deplasărilor nodurilor structurii U în deplasările nodurilor barelor \bar{U} , are forma unei transformări de coordonate, adică :

$$\bar{U} = a U \quad (3.26)$$

în care matricea „a” este matricea de localizare. Această matrice are formă dreptunghiulară avînd $6b$ linii sau $4b$ linii, dacă structura este cadru respectiv grindă cu zăbrele și n coloane. Elementele matricei a, pe linii, sunt egale cu zero, cu excepția unuia singur care este egal cu 1 și care identifică elementul vectorului \bar{U} corespunzător elementului vectorului U .

Pie vectorul forțelor exterioare, definit în sistemul general de coordonate, $P^T = \{P_1 P_2 \dots P_n\}$. Se poate stabili

relația forță - deplasare pentru structura în ansamblul său utilizând principiul deplasărilor virtuale și conform relației (3.26) se scrie :

$$P = a^T S \quad (3.27)$$

Tinând seama de relațiile (3.24) și (3.26) se obține succesiv :

$$P = a^T F U = a^T F a U \quad (3.28)$$

sau : $P = K U \quad (3.29)$

unde : $K = a^T F a \quad (3.30)$

rezintă matricea de rigiditate a structurii,

In practică, matricea K nu se calculează cu relația (3.30) deoarece această operăție ar conduce la ocuparea unei mari părți din memoria calculatorului.

Relația forță - deplasare (3.29) nu reprezintă încă ecuație matriceală a metodei deplasărilor, deoarece matricea K este singulară.

Eliminând deplasările de corp rigid din vectorul U, prin introducerea condițiilor de rezemare și apoi elementelor corespunzătoare din vectorul P precum și liniile și coloanele corespunzătoare din matricea K, se ajunge la următoarea formă redusă:

$$P_R = K_R U_R \quad (3.31)$$

unde K_R este acum o matrice nesingulară.

Relație (3.31) reprezintă ecuația matriceală a metodei deplasărilor.

3.3.2.4. Rezolvarea ecuației structurii

Din ecuația fundamentală (3.31) rezultă :

$$U_R = K_R^{-1} P_R \quad (3.32)$$

Matricea rigidităților K_R este simetrică și de tip bandă (fig.3.7). Lățimea semibenzii LB se obține din relația

$$LB = (D + 1) f \quad (3.33)$$

în care D este diferența maximă între două numere de noduri exterioare ale unui element, iar f - numărul gradelor libere ^{de} în fiecare nod. Minimizarea lui S depinde deci de numerotarea optimă a nodurilor structurii /26/, /28/, /33/.

Metodele de rezolvare a sistemelor de ecuații (metoda lui Gauss, metoda lui Cholesky, metoda de rezolvare în blocuri /34/, /35/ sau metodele de rezolvarea ecuației de bandă /36/ /37/, /38/...). Ce țin seama de cele două caracteristici de bază ale matricei rigidităților K_R permit economii importante de memorie, la calculul electronic programat. Tratarea simultană a mai multor cazuri de încărcare deci a mai multor coloane P_R , contribuie la reducerea timpului de calcul.

3.3.2.5. Utilizarea substructurilor

In cazul structurilor depozitelor discretizate într-un număr mare de elemente finite, memoria internă a calculatorului poate deveni insuficientă pentru reținerea matricei rigidităților, chiar sub forma semibenzii din fig.3.7. In această situație se poate trece la substructurare, adică la împărțirea matricei K în submatrice, respectiv a structurii în substructuri /26/, /39/. Operații analoage vor avea loc și asupra vectorului încărcărilor P .

Principalii parametri ce caracterizează substructura sunt :

- Substructura poate avea un caracter matematic, dacă se referă la partionarea matricei rigidităților și a vectorului încărcărilor scrisă pentru structura integrală, respectiv un caracter fizic dacă fiecare substructură se tratează cu un element finit mare, compus dintr-o serie de elemente finite mai reduse ca mărime.

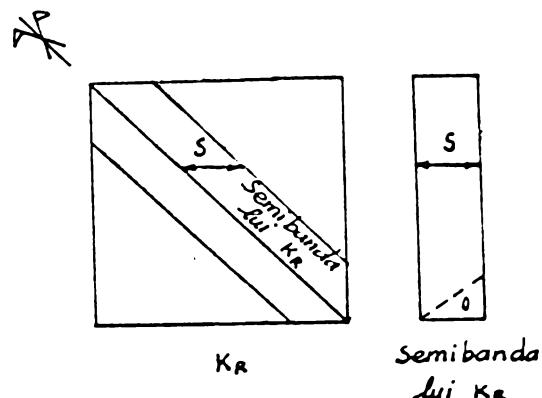


Fig. 3.7

- În funcție de configurația structurii, legătura între substructuri poate fi simplă sau complexă. În primul caz substructurile formează un lanț, fiecare substructură fiind vecină cu cel mult două substructuri nelegate direct între ele. (Fig. 3.8).

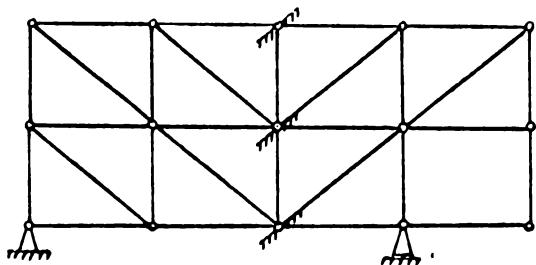


Fig. 3.8

- Eliminarea necunoscutelor poate fi realizată în serie sau în paralel. Prima variantă se aplică substructurilor legate simplu, iarcea de a doua atât în cazul legăturilor simple, cît și în cel al legăturilor complexe.

Eliminarea în serie se exemplifică pentru cazul celor n substructuri, dacă se consideră o structură oarecare în condițiile cinematice și de încărcare precizate. Matricea de rigiditate globală va deveni cvasitridiagonală.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_j \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & & & & & \\ K_{12}^T & K_{22} & K_{23} & & & & \\ K_{23}^T & K_{33} & K_{34} & & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ K_{j-1,j}^T & K_{jj} & K_{j+1,j} & & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ K_{n-1,n}^T & K_n & & & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_j \\ \vdots \\ U_n \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

unde termenul K_{ij} reprezintă o submatrice.

Ecuatia (3.34) poate fi dezvoltată după cum urmează :

$$\begin{aligned} p_1 &= k_{11} u_1 + k_{12} u_2 \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (3.34a) \\ p_j &= k_{j-1,j}^T u_{j-1} + k_{jj} u_j + k_{j+1,j} u_{j+1} \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ p_n &= k_{n-1,n}^T u_{n-1} + k_{nn} u_n \end{aligned}$$

Rezolvarea sistemului (3.34a) se poate face prin eliminarea succesivă a necunoscutelor $u_1 \dots u_{n-1}$. Se poate determina astfel necunoscuta u_n , iar apoi prin substituiri înapoi se pot calcula necunoscutele $u_n \dots u_1$.

- Se poate opera pe submatricele complete sau, mai eficient, pe semibenzile acestora.

Programele GI-SI 02 și STUGEN elaborate de I.F.C.I., se referă la calculii static ai structurilor din bare, prin împărțire în substructuri. Substructurarea are caracter matematic, legătura între substructuri este simplă, iar eliminarea necunoscutelor se realizează în serie.

3.3. Calculul de ordinul II, geometric nelinișt

În metodele de calcul prezentate în paragraful precedent au fost făcute ipotezele simplificatoare ale staticii construcțiilor și anume :

- ecuațiile de echilibru static pot fi scrise în raport cu poziția inițială a structurii :

- în condițiile echilibrului static, se poate admite proporționalitatea între sarcini și deplasări, astfel că sunt aplicabile suppuările liniare a efectelor.

Ipozesele simplificatoare menționate nu le bază pe prea multă premisa că poziția deformată a structurii se încadrează în domeniul micilor deplasări.

În cazul descrierilor cu refuri înalte (înălțime peste 20 m) se întâlnesc : structuri svelte care au bare puternic comprimate. În aceste bare pot să apară eforturi care să depășească substanțial pe cele determinate în condițiile primei

ipoteze simplificatoare. Devine astfel necesar să se renunțe la această ipoteză și să se considere situația de echilibru static din poziția deformată.

In consecință, este necesar să se stabilească modalități sistematizate pentru calculul de ordinul II, care introduce efectul forțelor axiale asupra deformării de încovoiere a barelor /28/, /33/, /40/, /41/, /42/, /43/, /44/, /45/.

3.3.1. Metoda Cross în calculul de ordinul II

In calculul de ordinul II, scrierea și rezolvarea directă a ecuațiilor de condiție din metoda deplasărilor de utilizează numai în cazuri simple. La structuri mai complicate (cadre cu mai multe deschideri), se poate recurge la rezolvarea ecuațiilor prin iterație, la fel ca în statica liniară cît timp admite că factorii de compresiune și reprezintă constante ale barelor puternic comprimate.

Pentru o treaptă de încărcare succesiunea operațiilor este următoarea :

1. Se determină printr-un calcul de ordinul I eforturile axiale N_e^0 din barele structurii și se calculează factorii de compresiune $v_e = L_e \sqrt{N_e^{(0)} / EI_e}$ pentru fiecare bară comprimată, considerindu-se eforturile $N^{(0)}$ constante pe toată durata procesului de iterație.

2. Se calculează coeficienții de rigiditate $k_{11}^{(ij)}, k_{11}^{(ik)}$ și $k_{21}^{(ij)}$ ținându-se seama de forțele axiale din bare.

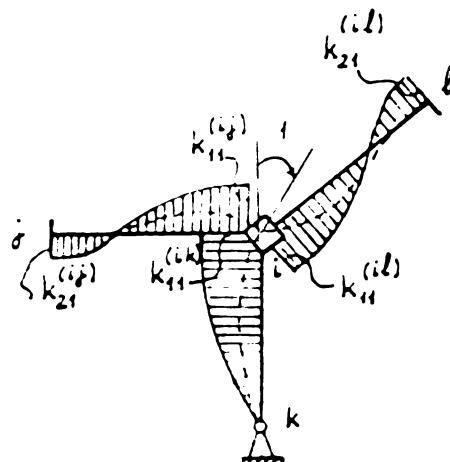


Fig. 3.9

Se calculează coeficienții de distribuție ai barelor (fig.39)

$$d_{ij} = \frac{k_{11}^{(ij)}}{\sum_j k_{11}^{(ij)} + \sum_k k_{11}^{(ik)}} = \frac{i_{ij} \cdot c(v_j)}{\sum_j i_{ij} c(v_{ij}) + \sum_k i_{ik} c'(v_{ik})} \quad (3.35)$$

în care s-a notat :

$$i_{ij} = \frac{I_{ij}}{I_o} \frac{1_o}{I_{ij}}$$

și coeficienții de transmisie :

$$t_{ij} = \frac{k_{21}^{(ij)}}{k_{11}^{(ij)}} = \frac{s(v_{ij})}{c(v_{ij})} \quad (3.36)$$

4. Se calculează momentele de încastrare perfectă din încărcarea exterioară pe formă de bază a structurii, considerindu-se efectele forțelor axiale de compresiunea din bare.

5. Se efectuează o echilibrare Cross etapa I, determinându-se momentele $M_{ij}^{(0)}$ la capetele barelor.

6. Se consideră succesiv deplasările unitare ale formei de bază pe direcțiile cîte unui singur grad de libertate de deplasare liniară a structurii, calculindu-se momentele de încastrare perfectă de la capetele barelor. Se aplică pe rînd cîte o echilibrare Cross obținîndu-se succesiv momentele $M_{ij}^{(p)}$ ($p = 1, 2 \dots s$), a fiind egal cu numărul gradelor de libertate de deplasare liniară ale structurii.

7. Se exprimă condiția de lucru mecanic virtual nul al forțelor exterioare și momentelor de nod - aplicînd principiul suprapunerii efectelor și considerînd succesiv deplasările pe direcțiile gradelor de libertate cinematică ale structurii:

$$\begin{aligned} \delta_{L_r} &= \sum_{(ij)} - (M_{ij}^{(0)} + M_{ji}^{(0)}) \varphi_{ij}^{(r)} + \sum_{p=1}^s \left[\sum_{ij} - (M_{ij}^{(p)} + M_{ji}^{(p)}) \varphi_{ij}^{(r)} \right] X_p + \\ &\quad \varphi_p + \delta_{L_{ext}^{(r)}} = 0 \quad (3.3) \\ &\quad (r = 1, 2, \dots, s) \end{aligned}$$

în care $\sum_{(ij)}$ se extinde asupra tuturor barelor structurii.

De observat că, deoarece deplasările $\theta_{ij}^{(r)}$ se dă din configurația deformată de echilibru, forțele exterioare P_i aplicate inițial după direcțiile barelor, vor efectua un lucru mecanic virtual egal cu: (fig. 3.10).

$$\delta_{Lp_i} = P_i \Delta_i = P_i \left(\sum_p x_p \theta_{ij}^{(p)} \right) l_{ij} \theta_{ij}^{(r)} \quad (3.38)$$

8. Rezolvându-se sistemul de ecuații (3.37) se determină parametrii x_p . Momentele încovoietoare la capetele barelor se vor obține suprapunind efectele :

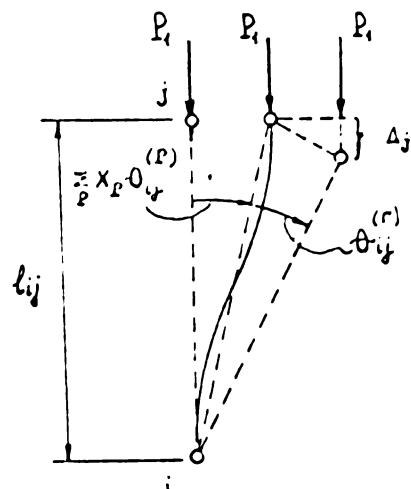
$$M_{ij} = M_{ij}^0 + \sum_{p=1}^s M_{ij}^{(p)} x_p \quad (3.39)$$

și în același fel se determină celelalte eforturi sectionale T_{ij} și N_{ij} .

Valorile N_{ij} obținute astfel se compară cu cele considerate inițial, $N_{ij}^{(0)}$, și dacă diferențele nu sunt în limitele de aproximare dorite, se repetă întrucăt ciclul de operații cu noi valori N_{ij} , pînă la atingerea preciziei de calcul dorite.

3.3.2. Calculul de ordinul II prin metoda elementelor finite

Volumul mare de calcule necesar rezolvării structurilor complexe ale depozitelor, volum amplificat în cazul calculului de ordinul II, a impus utilizarea calculatoarelor electronice și implicit formularea matriceală a calculului de ordinul II.



Aspectele principale care au fost abordate în studiile întreprinse au fost : determinarea formei matricelor de rigiditate ale barelor cu diferite tipuri de legături la capete /46/, /47/, /48/, /49/ și determinarea soluției problemei.

Soluția problemei se obține printr-un calcul în cieșu (metode iterative sau metoda pas cu pas).

Matricele rigidităților caracteristice comportării mecanice vor depinde de deplasări, de deformațiile specifice. Prin analogie cu acești moduli se pot defini matrice de rigiditate secante, respectiv tangente.

3.3.2.1. Matricea de rigiditate a barei în calculul de ordinul II

Rigiditatea elementelor și structurilor este funcție de nivelul forțelor exterioare. Pentru anumit nivel al forțelor exterioare se definește o rigiditate secantă și o rigiditate tangentă (fig.3.10) prin intermediul cărora se stabilesc relația forță - deplasare, $P_i = k_{si} U_i$ și relația variația forței - variația deplasării $dP_i = K_{Ti} dU_i$.

Matricele rigidităților se deduc ca la punctul 3.3.2.1 luând însă în considerare și terenii neliiniari ai relațiilor între deformațiile specifice și deplasări.

a) Matricea de rigiditate secantă

Se poate arăta că matricea de rigiditate secantă, intervine în ecuația matriceală de forma (fig.3.11).

$$S = k_s \cdot U \quad (3.40)$$

unde s și U reprezintă vectorul eforturilor și respectiv vectorul deplasărilor, iar k_s reprezintă matricea de rigiditate secantă.

Matricea de rigiditate secantă se poate scrie sub forma

$$k_s = k_E + k_G s \quad (3.41)$$

unde k_E este matricea de rigiditate din calculul liniar elas-

tic iar k_{Gs} este matricea de rigiditate geometrică secantă și conține efectul neliniarității geometrice.

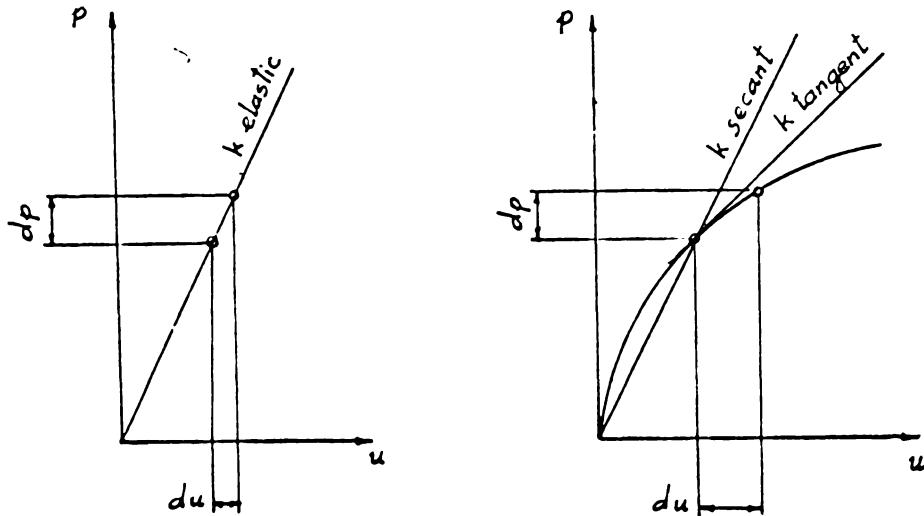


Fig 3.11

- pentru bara dublu articulată (fig.3.5)

$$k_s = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA}{2L^2} \begin{bmatrix} 0 & v_j - v_i & 0 & v_i - v_j \\ v_j - v_i & u_j - u_i & v_i - v_j & u_j - u_i \\ 0 & v_i - v_j & 0 & v_j - v_i \\ v_i - v_j & u_i - u_j & v_j - v_i & u_j - u_i \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

- pentru bara dublu încastrat (fig.3.6)

$$k_s = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & 0 \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} + EA \begin{bmatrix} \frac{1}{15}q_3 & -\frac{1}{60}q_3 & \frac{4q_1 - q_2}{60} \\ -\frac{1}{60}q_3 & \frac{1}{15}q_3 & \frac{4q_2 - q_1}{60} \\ \frac{4q_1 - q_2}{60} & \frac{4q_2 - q_1}{60} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

b) Matricea de rigiditate tangentă

Matricea de rigiditate tangentă se referă la creșteri ale încărcerilor și deplasurilor :

$$dS = k_T du \quad (3.44)$$

unde dS și du reprezintă vectorul variației eforturilor și respectiv vectorul variației deplasărilor iar k_T reprezintă matricea de rigiditate tangentă (sau de rigiditate instantanee)

Matricea k_T se poate scrie sub formă :

$$k_T = k_E + k_{GT} \quad (3.45)$$

și în acest caz k_E este matricea de rigiditate din calculul liniar elastic iar k_{GT} este matricea care conține efectul neliinearității geometrice.

- pentru bară dublu articulată (fig. 3.5).

$$k_T = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA}{L^2} \begin{bmatrix} 0 & v_j - v_i & 0 & v_i - v_j \\ v_j - v_i & v_j - v_i & v_i - v_j & u_i - u_j \\ 0 & v_i - v_j & 0 & v_j - v_i \\ v_i - v_j & u_i - u_j & v_j - v_i & u_j - u_i \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

- pentru bară dublu încărcată

$$k_T = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & 0 \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} + EA \begin{bmatrix} \frac{2}{15} q_3 & -\frac{1}{30} q_3 & \frac{4q_1 - q_2}{30} \\ -\frac{1}{30} q_3 & -\frac{2}{15} q_3 & \frac{1q_2 - q_1}{30} \\ \frac{4q_1 - q_2}{30} & \frac{4q_2 - q_1}{30} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

3.3.2.2. Metode de determinare a soluției în calculul de ordinul II

Se știe că, elementele matricei de rigiditate a bărei, rigiditate secantă sau rigiditate tangentă, depind de deplasările nodurilor. Același lucru se întimplă și la nivelul

structurii pentru care se pot scrie relațiile :

$$P = K_s U \quad (3.48)$$

și

$$dP = K_T dU \quad (3.49)$$

unde $K_s = K_s(U)$ și $K_T = K_T(U)$, U fiind deplasările nodurilor structurii.

Sistemele de ecuații ale structurii (3.48), (3.49) nu se pot rezolva direct, matricele coeficienților depinzând de deplasările necunoscute. Determinarea soluției în calculul de ordinul II se face printr-o succesiune de cicluri de calcul, verificând de fiecare dată satisfacerea condiției de echilibru și de compatibilitate a deformatelor.

Metodele cele mai utilizate sunt : metodele iterative, metoda pas cu pas, metoda corecțării succesive a lungimii barelor

a) Metoda iterativă utilizează fie matricea de rigiditate secantă, fie matricea de rigiditate tangentă (metoda Newton-Raphson). În prima variantă se rezolvă sistemul de ecuații în forma redusă :

$$P_R = K_{SR} U_R \quad (3.50)$$

pornind cu valorile integrate ale încărcărilor P_R . Primul

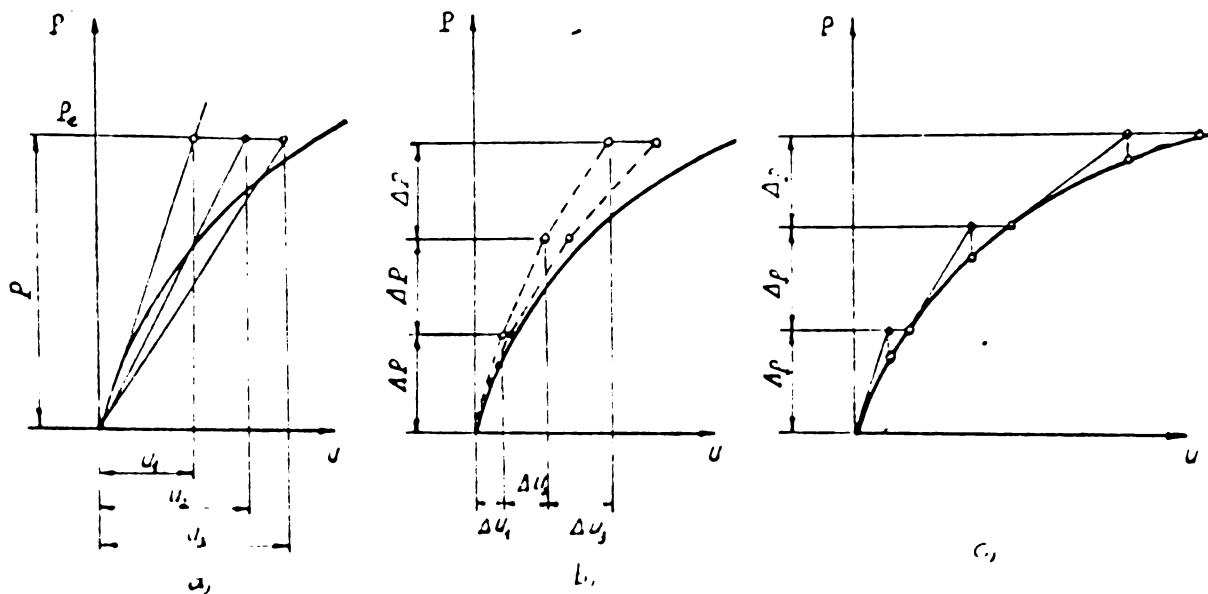


Fig. 3.12

calcul este cel liniar (calcul de ordinul I), deci $K_{SR} = K_E$, rezultind (fig.3.12a).

$$U_1 = K_E^{-1} U \quad (3.51)$$

unde U_1 sunt deplasările în primul ciclu de calcul.

Cu aceste deplasări se calculează matricea de rigiditate secantă K_s (U_1) care se utilizează în ciclul doi, din care se obține :

$$U_2 = [K_{SR}(U_1)]^{-1} P \quad (3.52)$$

Se continuă cu asemenea cicluri pînă la aproximarea dorită :

$$U_n = U = [K_{SR}(U_{n-1})]^{-1} P \quad (3.53)$$

b) Metoda pas cu pas operează cu fracțiunii de încărca și deci cu matricea de rigiditate tangentă (fig.3.12b)

$$\Delta P = K_T \Delta U \quad (3.54)$$

Matricea K_T se modifică la fiecare pas funcție de deplasările calculate în pasul anterior :

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= K_E^{-1} \Delta P_1 \\ \Delta U_2 &= K_T(U_1)^{-1} \Delta P_2 \quad (3.55) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \Delta U_n &= K_T(U_{n-1})^{-1} \Delta P_n \end{aligned}$$

Deplasările finale sunt egale cu suma deplasărilor parțiale :

$$U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \dots + \Delta U_n = \sum_1^n \Delta U_i \quad (3.56)$$

c. Metoda corectării succesive a lungimii barelor (fig. 12c)
12.c) In forma iterativă modul de calcul este următorul :
- în ciclul întreg se efectuează calculul liniar elastic

$$U_1 = K_E^{-1} P \quad (3.57)$$

- în ciclul al doilea, cunoscind deplasările U_1 se determină lungimea modificată a barelor. Noile coordonate ale nodurilor sunt :

$$\begin{aligned} x_{i2} &= x_{il} + U_{xil} \\ y_{i2} &= y_{il} + U_{yil} \end{aligned} \quad (3.58)$$

funcție de care se calculează lungimea modificată.

Se rezolvă din nouă structura cu rigiditatea modificată.

$$U_2 = K_{E2}^{-1} P \quad (3.59)$$

unde K_{E2} reprezintă matricea de rigiditate cu termenii având forma obișnuită din calculul de ordinul I dar valoare diferență, ca urmare a corectării lungimii barelor.

Celelalte cicluri urmează aceeași metodologie, calculul oprindu-se la atingerea convergenței dorite.

Dintre cele 3 metode, metoda corectării succeseive a lungimii barelor este o metodă deosebit de simplă și eficace în același timp, care poate fi utilizată atât în forma iterativă cât și în forma pas cu pas.

Programul COLERI elaborat de profesorul Valeriu Bănuț se referă la calcul de ordinul II al structurilor din bare, utilizând metoda corectării succeseive a lungimii barelor.

Rezultatele obținute cu acest program sunt mai exacte decât cele obținute cu programul RIGSEC care operează prin metoda iterativă, utilizând matricea de rigiditate secantă /33/.

3.4. Stabilitatea structurilor elastice

3.4.1. Generalități

Calculul de stabilitate al cadrelor se face actualmente foarte convențional. Într-o primă alternativă, se efectuează mai întâi calculul de bifurcare pentru cadrul întreg, în baza

ipotezelor simplificateare amintite mai înainte : cadrul se consideră ideal, adică se neglijeză imperfecțiunile structurale și geometrice, se îndepărtează acțiunile orizontale exercitate asupra cadrului, menținindu-se numai încărcările verticale, concentrate convențional în noduri. Într-o ipoteză mai sofisticată, se încercă fiecare bară a cadrului cu forță axială aferentă, rezultată dintr-un calcul static de ordinul întîi. Întrucât se neglijeză în ambele cazuri scurtările barelor datorate forțelor axiale, în situația echilibrului stabil, cadrul rămâne de fapt nedeformat. Astfel, indiferent de gradul de simetrie geometrică și mecanică (de încarcare) al cadrului, bifurcarea echilibrului rămâne posibilă, în general printr-o deformare laterală carecore (aceasta din urmă devine antisimetrică numai dacă echilibrul stabil al cadrului este simetric atât din punct de vedere geometric cât și mecanic). Rezultatul calculului de bifurcare este de fapt multiplicatorul critic n_{cri} , care a apărut de altfel și în formula lui Merchant /50/. În conformitate cu logica calculului, acest multiplicator critic ar trebui comparat cu o valoare minimă prescrisă, în vederea garantării stabilității cadrului /51/. De fapt însă, nu se cunoște astfel de valori minime și nici nu pot fi determinate cu ușurință, întrucât schema calculului de bifurcare, sub forma unor moduli de deformare variabili este funcție de aceste imperfecțiuni.

In asemenea condiții, verificarea globală a stabilității cadrului devine imposibilă prin metodele de mai sus. De aceea, rezultatul calcului de bifurcare se transcrie pentru fiecare bară comprimată în parte, sub forma :

$$N_{cri} = \frac{\pi^2 EI_i}{(\mu_i L_i)^2} \quad (3.60)$$

unde :

N_{cri} este forța axială critică a barei i ,

I_i este momentul de inertie corespunzător,

L_i este lungimea barei

μ_i – multiplicatorul lungimii geometrice a barei și

E – modulul de elasticitate al obiectului

care este formula lui Euler generalizată. La numitorul acestei formule apare așa-numita lungime de flambaj a barei.

$$l_{fi} = \mu_i l_i \quad (3.61)$$

In virtutea ipotezei incărcărilor proporționale

$$\frac{N_{cri}}{N_{cri}} = \frac{N_j}{N_i} \quad (3.62)$$

și rezultă următoarea formulă de recurență dintre multipli-
catorii corespunzători :

$$\mu_j = \mu_i \frac{l_i}{l_j} \sqrt{\frac{N_i}{N_j} - \frac{I_j}{I_i}} \quad (3.63)$$

Prin definirea lungimii de flambaj (3.61), fiecare bară se izolează din structură și se verifică în concordanță cu solicitarea și efectivă, de obicei la compresiune cu încovoiere, cu o formulă cu doi termeni, de tipul

$$\frac{N}{\varphi A} + \frac{CM}{(1 - \frac{N}{N_E})W} \leq R \quad (3.64)$$

unde :

N - este momentul încovoiector,

A - aria secțiunii transversale a barei,

W - modulul de rezistență al secțiunii transversale,

N_E - forță critică eureliană, calculată pentru fiecare
bară cu formula (3.60)

C - coeficient de ponderare a momentului încovoiector,
în funcție de alura diagramei de momente în lungul
barei și

R - rezistență de calcul a oțelului

Coeficientul de flambaj se ia din tabele în funcție de
coeficientul de zveltețe al barei

$$\lambda = \frac{L_p}{I} \quad (3.65)$$

și de forma secțiunii transversale. În acest fel, verificarea propriu-zisă a barei părăsește ipotezele simplificătoare care stau la baza calculului de bifurcare al cadrului.

Intr-adevăr, tabelele coeficientului de flambaj încăid atât imperiile geometrice, cât și cele structurale ale barelor componente, iar momentul încovoietor din formula (3.64) ține seama atât de acțiunile orizontale aplicate cadrului, cât și de repartizarea efectivă a încărcărilor verticale pe rigle /52/.

Calculul de bifurcare al cadrului întreg, se poate efectua printr-o din metodele generale (metoda eforturilor sau metoda deplasărilor), numai pentru structuri foarte simple, pentru structuri foarte simple, pentru structuri mai evolute preferindu-se diferite calcule aproximative. O clasificare a metodelor aproximative de calcul se găsește în /51/. Dar și acestea din urmă rămân încă foarte laborioase. Ca exemplificare, este determinarea stabilității unui cadră având stîlpii cu factori de compresiune variabili, care se întilnesc de obicei în structurile depozitelor cu răsturi finale. Calculele sunt îngreunate de faptul că, pentru bare cu factori de compresiune variabili, nu se dispune de tabele cu coeficienți de corectare (acemenea tabele ar fi, de altfel, foarte voluminoase având în vedere că un coefficient de corectare depinde de mai mulți factori /53/). Pentru a șură calculul de stabilitate al cadrului întreg, care se poate efectua și automat /33/, /41/, /45/, /54/, în multe manuale și prescripții /55/, /56/, /57/, se dă formule directe pentru lungimea de flambaj a barelor de cadră, în cele mai diferite ipoteze de alcătuirea și încărcarea cadrului.

A doua alternativă de calcul diferează de prima numai prin modul de efectuare a cadrului de bifurcare. În acest caz, nu se mai consideră bifurcarea cadrului în ansamblu, ci se izolează fiecare bară comprimată din structură, și se determină gradele de încastrare parțială (la translație și la rotație) în dreptul celor două capete și se determină forța axială critică corespunzătoare.

Dintre cele două alternative de calcul al lungimilor de flambaj, mai răspândită în literatura tehnică este prima alternativă, adică abordarea bifurcării cadrului în ansamblu.

3.4.2. Calculul practic de stabilitate al cadrelor prin metoda aproximativă

3.4.2.1. Cadre cu stîlpi legați articulat de riglă

In cazul cadrului depozitelor din figura (3.13), cu stîlpi de înălțimi egale și secțiuni constante acționate de forțe longitudinale uniform distribuite, în practică se face verificarea indirectă, prin intermediul noțiunii lungimii de flambaj, a stîlpilor izolați sub forma :

$$L_{fL} = \mu L \quad (3.68)$$

unde :

L - este lungimea de calcul a stîlpului

μ - multiplicatorul lungimii de flambaj

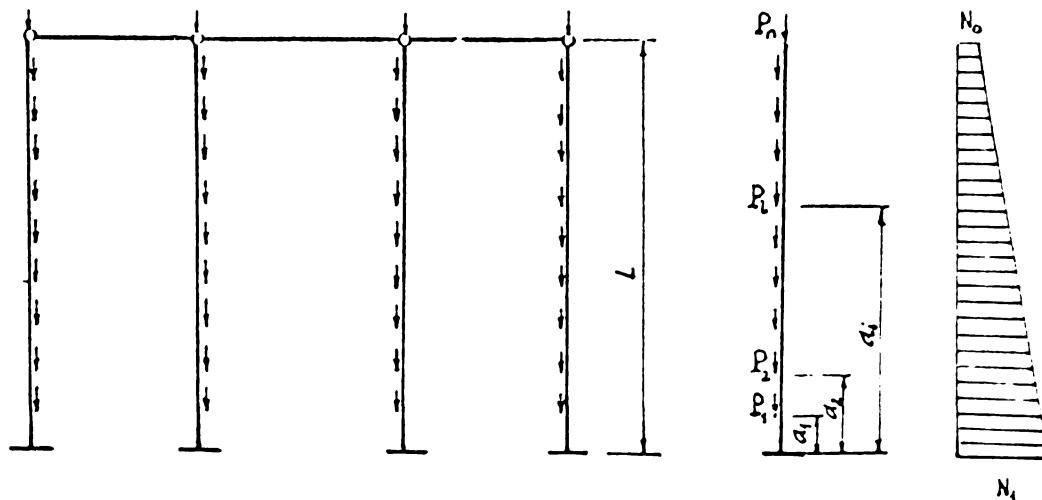


Fig. 3.13

Pentru a determina coeficientul μ se poate folosi formula lui Korobov

$$P_1\left(\frac{a_1}{L}\right)^2 + P_2\left(\frac{a_2}{L}\right)^2 + \dots + P_i\left(\frac{a_i}{L}\right)^2 + \dots + P_n \leq \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (3.67)$$

Din relația (3.67) se deduce că membrul stîng poate fi interpretat drept o forță echivalentă plasată în vîrful stîl-

pului. Sau se poate calcula direct lungimea de flambaj a barei /56/, /57/ cu relația :

$$L_f = 2 L \sqrt{\frac{1+2,18 \frac{N_e}{N_1}}{3,18}} \quad (3.68)$$

3.4.2.2. Cadre cu stîlpi legati rigid de rigle

In cazul cadrului depozitelor din fig.(3.14), determinarea lungimilor de flambaj, se poate rezolva în două etape.

In etapa I, se determină lungimile de flambaj ale stîlpilor cu încărcările considerate la partea superioară /51/, /55/ sub forma :

$$L'_{fL} = \mu \cdot L$$

In cazul cadrului simetric cu două deschideri din fig. 3.14a, multiplicatorul lungimii de flambaj este calculat cu relația :

$$\mu^2 = P \frac{n + k_m}{2 + n} \quad (3.69)$$

pentru stîlp marginal și :

$$\mu_m^2 = \mu^2 \frac{n}{k_m} \quad (3.70)$$

pentru stîlp central, unde :

$$P = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{n} + 0,822 \frac{L'}{h} \right)$$

$$n = \frac{E I_m}{E I_r} ; \quad L' = L - \frac{R I_r}{E_r I_r} ; \quad k_m = \frac{P_m}{P}$$

- In cazul cadrului (simetrie) cu trei deschideri din fig.3.14 b, multiplicatorul lungimii de flambaj este calculat sub forma :

$$\mu^2 = P \frac{n + 2 k_m}{4 + n} \quad (3.71)$$

pentru stîlp marginal, unde

$$\bar{t}_r = \frac{t_r}{3}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{4}{m} + 0,822 \frac{L'}{h} + 0,411 \frac{L'}{h} \right)$$

$$L_m' = L_m \frac{EI}{E_{rm} I_{rm}}$$

si pentru stîlp central calculat cu relația (3.70).

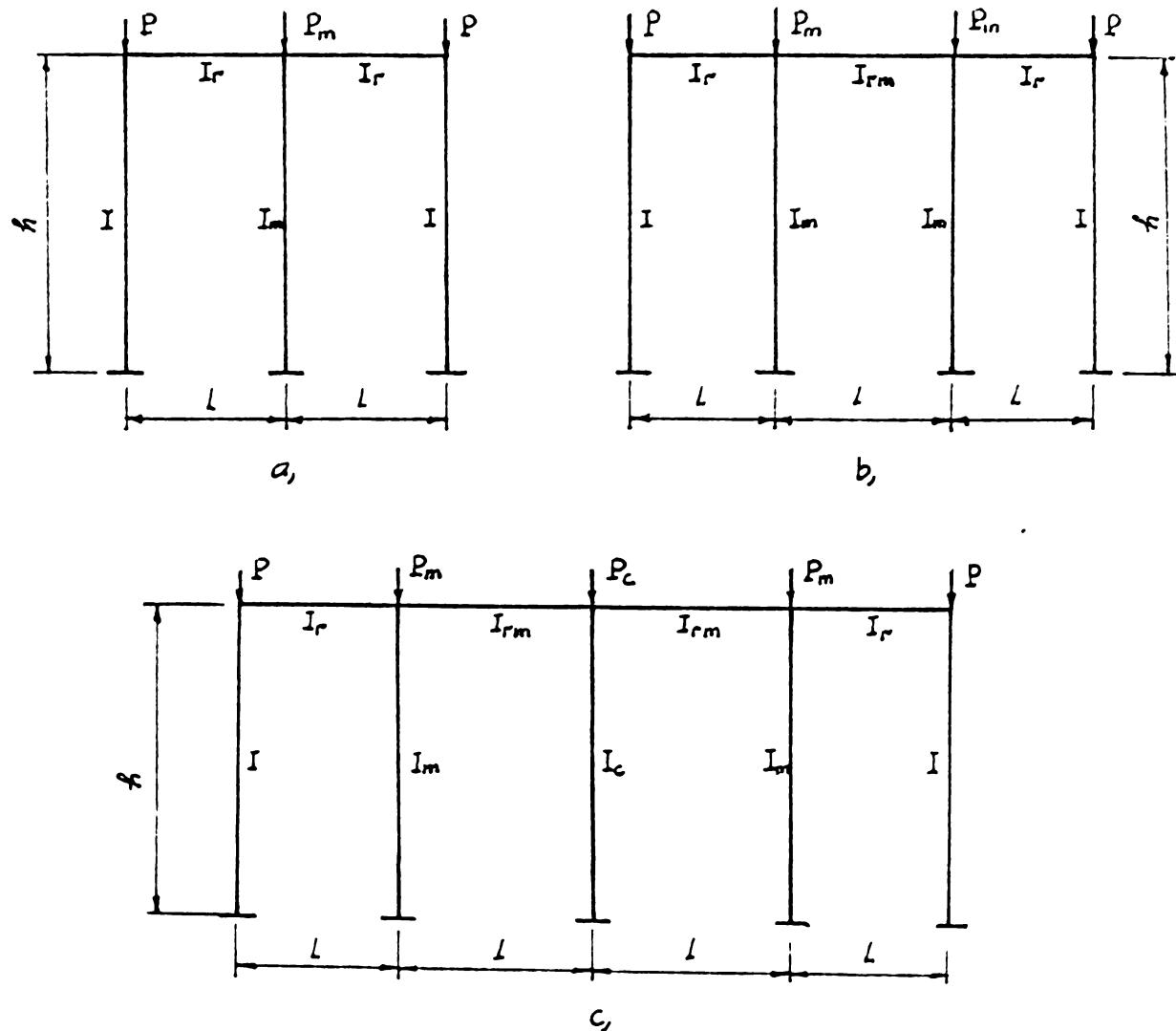


Fig. 3.14

- In cazul cadrului simetric cu patru deschideri din fig.3.14 c, multiplicatorul lungimii de flambaj este calculat cu relația :

$$\mu^2 = \bar{x} \frac{1 + 2 \frac{k_m}{m} + \frac{k_c}{c}}{1 + \frac{4}{m} + \frac{2}{c}} \quad (3.72)$$

pentru stîlp marginal unde :

$$C = \frac{E_c I_c}{EI} ; \quad k_c = \frac{\bar{E}_z}{P}$$

și pentru stîlp central calculat cu relația (3.70).

In etapa II se determină lungimile de flambaj ale stîlpilor care se ține seama de sistemul dat de încărcarea reală sub forma :

$$L_{fL} = \mu_r L'_{fL} \quad (3.73)$$

unde :

μ_r este un coeficient de reducere, care se determină prin bara standard cu secțiunea constantă acționată cu forțe longitudinale uniform distribuite, dată din fig.3.15

Forța centrică în cazul acestei se poate exprima prin /54/, /58/.

$$P_{cr} = 1,87 \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu_r L)^2}$$

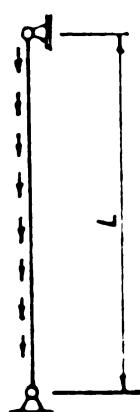
rezultă:

$$\mu_r = \sqrt{\frac{1}{1,87}} = 0,730 \quad (3.74)$$

3.4.3. Calculul de stabilitate prin metoda elementelor finite

Pierderea stabilității unui element comprimat are loc cînd unei creșteri mici a forțelor axiale și corespund deplasări transversale mari.

Presupunînd că intensitatea forțelor axiale crește treptat în stadiul n se poate scrie :



$$\Delta P_n = K_T(U_{n-1}) \Delta U_n \quad (3.75)$$

sau :

$$\Delta U_n = K_T(U_{n-1})^{-1} \Delta P_n$$

Fig. 3.15

Conform definiției inversei unei matrice, pentru ca ΔU_n să tindă către infinit, determinantul matricei $K_T(U)$ trebuie să fie egal cu zero :

$$| K_T(U) | = 0 \quad (3.76)$$

Aceasta necesită stabilirea matricelor de rigiditate tangentă a diferitelor tipuri de bare ale structurilor și ansamblarea lor în matricea de rigiditate tangentă a structurii.

3.4.3.1. Matricea de rigiditate a barei în calculul de stabilitate

Matricea de rigiditate a unei bare, indiferent de tipul legăturilor de la capete, se poate stabili fie direct, urmărind metodologia utilizată în calculul de ordinul II.

- Matricea de rigiditate tangentă a barei dublu articulată la capete, având lungimea L , aria secțiunii transversale A și modulul de elasticitate E , este de forma (fig.3.16)

$$K_T = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{N}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

Forma (3.77) a matricei de rigiditate tangentă se poate scrie :

$$k_T = k_E + k_{GT} \quad (3.78)$$

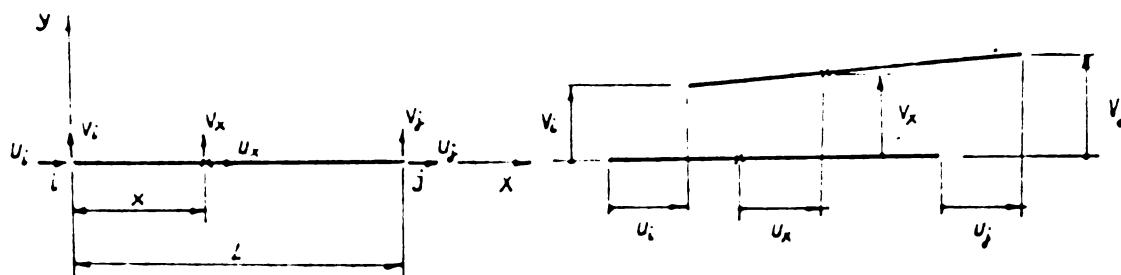


Fig. 3.16

- Pentru bare dublu încăstrată, matricea de rigiditate tangentă având lungimea L , aria secțiunii transversale A , momentul de inerție I și modulul de elasticitate E este de forma (fig.3.17).

$$k_T = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} + \quad (3.79)$$

$$+ \frac{N}{I} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{1}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}$$

Matricea de rigiditate tangentă se poate scrie :

$$k_T = k_E + k_{GT} \quad (3.80)$$

3.4.3.2. Rezolvarea practică a ecuației de stabilitate

Se știe că ecuația de stabilitate are forma :

$$| \mathbf{K}_T (\mathbf{U}) | = 0 \quad (3.81)$$

unde matricea de rigiditate tangentă a structurii se obține prin ansamblarea matricelor de rigiditate tangentă a tuturor barelor prin metodologia utilizată în calculul de ordinul I și II.

Deoarece diferențele bare ale structurii sunt solicitate de forțe axiale diferențite, iar forțele exterioară variază funcție de un singur parametru, în calculul practic matricea de rigiditate tangentă a barei se scrie sub forma :

$$\mathbf{k}_T = \mathbf{k}_E + \lambda \mathbf{k}_{GT} \quad (3.82)$$

unde λ reprezintă multiplicatorul forței axiale, comun pentru toate barele.

In aceste condiții ecuația de stabilitate (3.81) se poate scrie :

$$| \mathbf{k}_E - \lambda \mathbf{k}_{GT} | = 0 \quad (3.83)$$

ceea ce reprezintă expresia matematică a problemei generale de calculul valorilor și vectorilor proprii. Soluțiile ecuației (3.83) reprezintă valorile λ_i , $i = 1 \dots n$ ale multiplicatorului forței axiale, cărora le corespunde cîte o formă proprie de pierdere a stabilității structurii. Aceste valori ale multiplicatorului λ se numesc valori critice.

Matricea de rigiditate tangentă a structurii, obținută prin asamblarea matricelor de rigiditate tangentă a barelor este totdeauna singulară. Prin introducerea condițiilor de deplasări nule pe direcțiile legăturilor din reazeme și din condiția de valori zero pentru elementele unor linii și coloane ale matricelor anumitor bare se obține forma redusă a sistemului de ecuație omogene, fiind egal cu :

$$[\mathbf{k}_{ER} - \lambda \mathbf{k}_{GTR}] \mathbf{U}_R = 0 \quad (3.84)$$

unde U_R reprezintă deplasările rămase după condensarea impusă de obținerea matricei K_{GTR} .

Astfel forma redusă a ecuației de stabilitate devine :

$$| K_{ER} - \lambda K_{GTR} | = 0 \quad (3.35)$$

în relația (3.85) matricele K_{ER} și K_{GTR} sunt singulare.

Ecuația de stabilitate în forma redusă (3.85) reprezintă o ecuație de gradul r în λ . Cele r rădăcini, reale și pozitive ale ecuației caracteristice, denumite anterior multiplicatori critici, reprezintă valorile proprii ale ecuației (3.85) și determină cele r moduri teoretice de pierdere a stabilității.

Pentru calculul practic este necesar numai primul mod de pierdere a stabilității corespunzător celei mai mici valori a multiplicatorului critic, λ_{\min} .

Rezolvarea practică a ecuației de stabilitate se reduce la calculul valorilor și vectorilor proprii ai unei matrice. Din această cauză, fermei (3.85) a ecuației de stabilitate trebuie să i se aplique unele transformări, și anume :

$$| K_{ER} - \lambda K_{GTR} | = | \frac{1}{\lambda} - K_{ER}^{-1} \cdot K_{GTR} | = 0 \quad (3.86)$$

Notind $W = \frac{1}{\lambda}$ și $D = K_{ER}^{-1} \cdot K_{GTR}$ se obține forma problemei de valori și vectori proprii ai unei matrice :

$$| W - D | = 0 \quad (3.87)$$

Matricea D prezintă inconvenientul că nu este o matrice simetrică. Acest inconvenient se poate elibera efectuind o transformare a matricei K_{GTR} prin descompunerea acesteia într-un produs dintre o matrice, triunghiulară inferioră și transpusa sa :

$$K_{GTR} = LL^T \quad (3.88)$$

In aceste condiții sistemul de ecuații omogen redus

(3.86) se poate scrie dezvoltat astfel :

$$\omega U_R - K_{ER}^{-1} L L^T U_R = 0 \quad (3.89)$$

Premultiplicând cu L^T și notând $X = L^T U_R$ se obține

$$[\omega - S] X = 0 \quad (3.90)$$

în care :

$$S = L^T K_{ER}^{-1} L \quad (3.91)$$

este o matrice simetrică și reprezintă matricea de stabilitate.

Ecuția caracteristică a sistemului omogen (3.90) este

$$|\omega - S| = 0 \quad (3.92)$$

ecuație care are valorile proprii $\omega = \frac{1}{\lambda}$ neschimbate și vectorii proprii de forma $X = L^T U_R$

Programul STASEL elaborat de profesorul Valeriu Bănuț se referă la calculul de stabilitate al structurilor din bare.

3.5. CONCLUZII

Metoda elementelor finite recent dezvoltată s-a dovedit a fi instrumentul cel mai puternic și cel mai universal pentru a analiza varietatea problemelor structurilor plane și spațiale supuse încărcărilor statice sau dinamice.

Metoda elementelor finite prezintă față de metode aproximative următoarele avantaje:

- Soluția este obținută fără utilizarea directă a ecuațiilor diferențiale fundamentale ale calculului structurilor formate din bare;

- metoda permite automatizarea completă a tuturor procedurilor;

- metoda permite combinarea elementelor structurale diferite;

- metoda poate fi extinsă de a acoperi efectiv toate domeniile mecanicii continuumului;

Dezavantajele metodei elementelor finite sint :

- metoda are nevoie de utilizarea calculatoarelor electronice cu viteză mare și cu o mare capacitate de înmagazinare ;

- pregătirea datelor pentru fiecare element finit cere mult timp și este sursa cea mai generală a erorilor omeneghi în soluție

- este dificil de a preciza exactitatea rezultatelor obținute cind sunt analizate sistemele structurale

CAPITOLUL IV

COMPARATIE INTRE CALCULUL STRUCTURII DEPOZITELOR DE INALTIME MARE PRIN METODA ELEMENTELOR FINITE SI PRIN METODE APROXIMATIVE.

4.1. Generalități

Progresele tehnice remarcabile realizate în ultimele decenii în domeniul construcțiilor depozitelor s-au datorat mai multor factori : cunoașterea mai aprofundată a caracteristicilor materialelor, fabricarea unor noi materiale cu proprietăți fizico-mecanice superioare, perfectionarea concepțiilor de proiectare și progresul metodelor de calcul, perfectionarea metodelor de execuție și montaj, etc.

In privința perfectionării concepțiilor de proiectare, a metodelor de calcul și obținerii de previzuni general valabile, se cercetează exemple de calcul ale cadrelor depozitului cu rafturi înslite, cu considerații teoretice privind alcătuirea practică a structurilor de rafturi.

4.2. Exemple de calcul

Se prezintă exemple de calcul efectuate cu metode aproximative și metoda elementelor finite, prin calcul de ordinul I, de ordinul II și stabilitate.

Se efectuează și o analiză comparativă a rezultatelor obținute pe baza ipotezelor de calcul ale structurilor.

4.2.1. Calculul de ordinul I al structurii plane

Cu cele 3 exemple de calcul, în paragraful acesta se vor rezolva 3 probleme care se întâlnesc în practica de calculul cadrelor depozitului.

1. Rigiditatea echivalentă a cadrului înlocuit

Se știe că, de obicei structura plană a depositului cu rafturi înalte este cadrul sub formă de grinzi cu săbrele. În practică, pentru a determina eforturi și deplasări în secțiuni semnificative se folosesc metode aproximative prin care stîlpii și grinziile cu săbrele ale cadrului sunt considerate ca fiind cu înimă plină, asupra lor acționând momente de inertie echivalente și toate forțele concentrate fiind înlocuite pe stîlpi de o forță echivalentă plasată în vîrful stîlpului. Pentru a evidenția eroarea în această ipoteză de calcul, se controlează pe modelul real al cadrului cu metoda elementelor finite, cînd fiecare bară, în cadrul sub formă de grinzi cu săbrele, este considerat un element.

2. Eforturi suplimentare în cadrul sub formă de grinzi cu săbrele

În prezent, structurile depozitelor cu rafturi înalte de obicei sunt executate din profile îndoite la rece. Prezintă avantajul că structura este mai ușoară cu 20-30 % decît structura executată din profile laminate la cîld /5/. Pentru a reduce consumul de oțel, prinderea barelor la cadre sub formă de grinzi cu săbrele se face direct în noduri, deoarece la o structură cu săbrele cu gusee, acestea reprezintă circa 7-10 % din greutatea grinzi /56/.

În calculul cadrului sub formă de grinzi cu săbrele se admite că barele sunt perfect articulate în noduri și deci pentru sarcini aplicate în noduri, în bare apar numai eforturi axiale numite eforturi principale. În realitate, din motive constructive, nodurile structurii se realizează rigid. Datorită rigidității nodurilor, prin deformarea structurii sub încărcări, barele se deformează prin încovoiere și deci apar momente încovoitoare numite eforturi suplimentare /26/,/75/. Pe de altă parte se observă că, în cadrul sub formă de grinzi cu săbrele, rigiditatea la rotire a tălpilor (de jos și de sus) este mai mare de 15-20 ori decît rigiditatea la rotire a diagonalelor. Ca urmare, pentru toate încărcările aplicate pe noduri, diagonalele și montanții nu pot impiedica tendința de rotire a tălpilor.

Deoî, calculul se poate conduce pe schema unei structuri cu tâlpi grindă continuă, legată articulat de diagonale, adică nodurile structurii considerate rigide pentru tâlpi și articulat pentru diagonale și montanți.

Pentru o analiză cît mai apropiată de realitate, în calculele efectuate după metoda elementelor finite s-au considerat trei ipoteze :

- nodurile structurii considerate articulate ;
- nodurile structurii considerate rigide ;
- nodurile structurii considerate rigide pentru tâlpi și articulate pentru diagonale și montanți.

3. Determinarea combinațiilor de încărcări

Pentru verificarea de rezistență a fiecărei secțiuni semnificative trebuie analizată combinația de încărcări cea mai defavorabilă. Grupările acțiunilor se împart în trei categorii :

a) Gruparea fundamentală (I) cuprinsind acțiuni datorate:

- greutății proprii a stelajelor
- greutatea proprie a acoperișului și a închidărilor laterale
- zăpada
- sarcini utile din palete

b) Gruparea suplimentară (II)

- idem gruparea I
- vînt

c) Gruparea extraordinară (III)

- idem gruparea I
- seism

In majoritatea cazurilor, pentru depozite cu rafturi înalte, se alege de obicei gruparea suplimentară (II), în care se consideră rafturile pline. De fapt această grupare este cea mai defavorabilă pentru tâlpile cadrului sub formă de grinzi cu săbrele. In practică, problema scoaterii mărfurilor din depozite este foarte complicată.

La determinarea cazurilor periculoase pentru tălpile și diagonalele structurii, se cercetează combinații ale diferitelor sarcini din palete, considerind paletele pline din fiecare axă a stîlpului depozitului.

4.2.1.1. Exemplul de calcul nr.1

Se calculează eforturile și deplasările pentru cadrul cu schema și încărcarea din fig.4.1. Cadrul din fig.4.1.a este calculat prin metoda elementelor finite, cu ajutorul programului GIPSI 02. Cadrul din fig.4.1.b este calculat prin metoda deplasărilor, sub forma procedeului de calcul în două etape și momentele de inertie ale structurii sunt calculate cu relațiile :

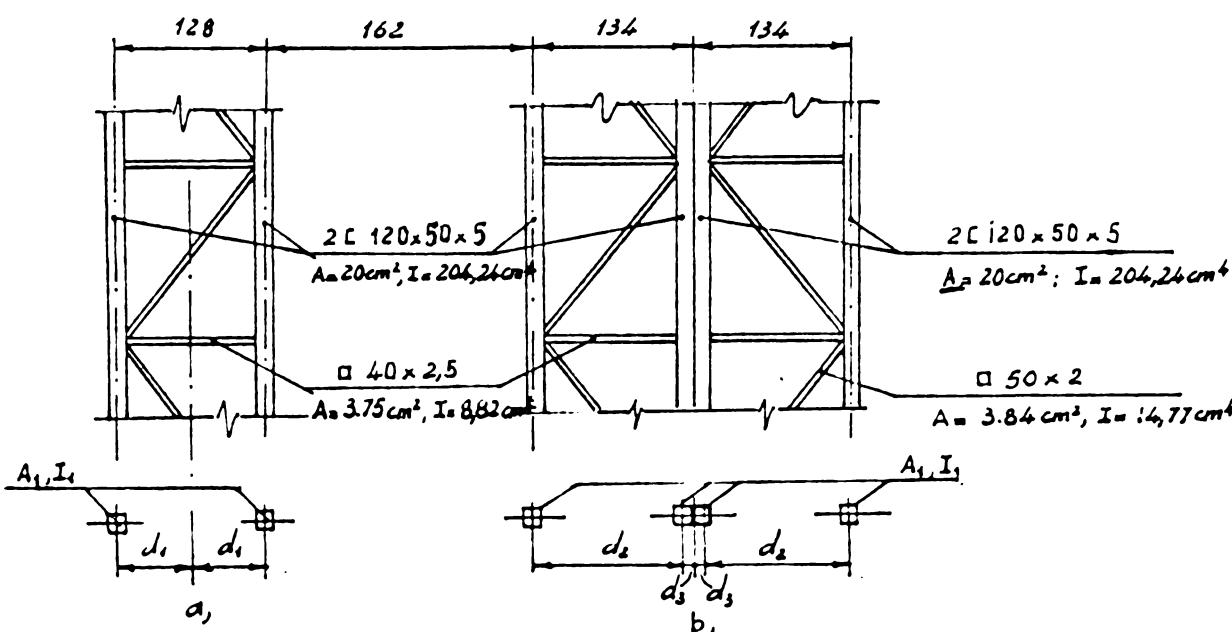


Fig. 4.2

a) Pentru stîlpi (fig.4.2)

- marginal (fig.4.2a)

$$I_{1 \text{ echiv.}} = (I_1 + A_1 \cdot d_1^2) \cdot 0,9 = 147823,63 \text{ cm}^4$$

- central (fig.4.2b)

$$I_{2 \text{ echiv.}} = 4I_1 + 2A_1(d_2^2 + d_3^2) \cdot 0,9 = 648447,2 \text{ cm}^4$$

b) Pentru grindă cu zăbrele /25/,/76/

$$I_{3 \text{ echiv.}} = (A_s Z_1^2 + A_i Z_2^2) k$$

unde A_s , A_i sunt secțiunile brute ale tălpilor superioare și

inferioare la mijlocul deschiderii ;

z_1, z_2 - distanță de la centrul de greutate al tălpilor pînă la axa neutră a grinzi la mijlocul deschiderii.

k - coeficient care ține seama simultan de înclinația tălpiei superioare și elasticitatea zăbrelelor. Valoarea k depinde de înclinația tălpiei superioare și care se poate lua :

$$k = 0,7 \text{ pentru } i = \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$$

$$k = 0,8 \text{ pentru } i = \frac{1}{15}$$

în cazul acesta $A_1 = A_2 = 5,64 \text{ cm}^2$ ($\square 60 \times 40 \times 3$); $z_1 = z_2 = 45 \text{ cm}$; $k = 0,7$, se obține $I_3 \text{ echiv.} = 15989,4 \text{ cm}^4$.

Structura este realizată în întregime din profile cu pereti subțiri, cu secțiunea închisă.

Rezultatele obținute în cele două cazuri, în secțiunile semnificative sunt prezentate din tabelul 4.1.

Din exemplul de mai sus, se observă că erorile procentuale sunt cuprinse între 0,004 % și 13,05 %.

4.2.1.2. Exemplul de calcul nr.2

Se calculează eforturile și deplasările pentru cadrul cu schema și încărcarea din fig.4.1a, calculele fiind efectuate cu ajutorul programului GIPSI 02, considerindu-se trei ipoteze :

- nodurile structurii considerate articulatice,
- nodurile structurii considerate rigide,
- nodurile structurii considerate rigide pentru tălpi și articulatice pentru diagonale și montanți.

Rezultatele obținute în cele trei cazuri, în barele semnificative sunt prezentate în tabelul 4.2.

Prin comparația rezultatelor din exemplul prezentat se observă că rezultatul cazului III este mai apropiat de realitate.

4.2.1.3. Exemplul de calcul nr.3

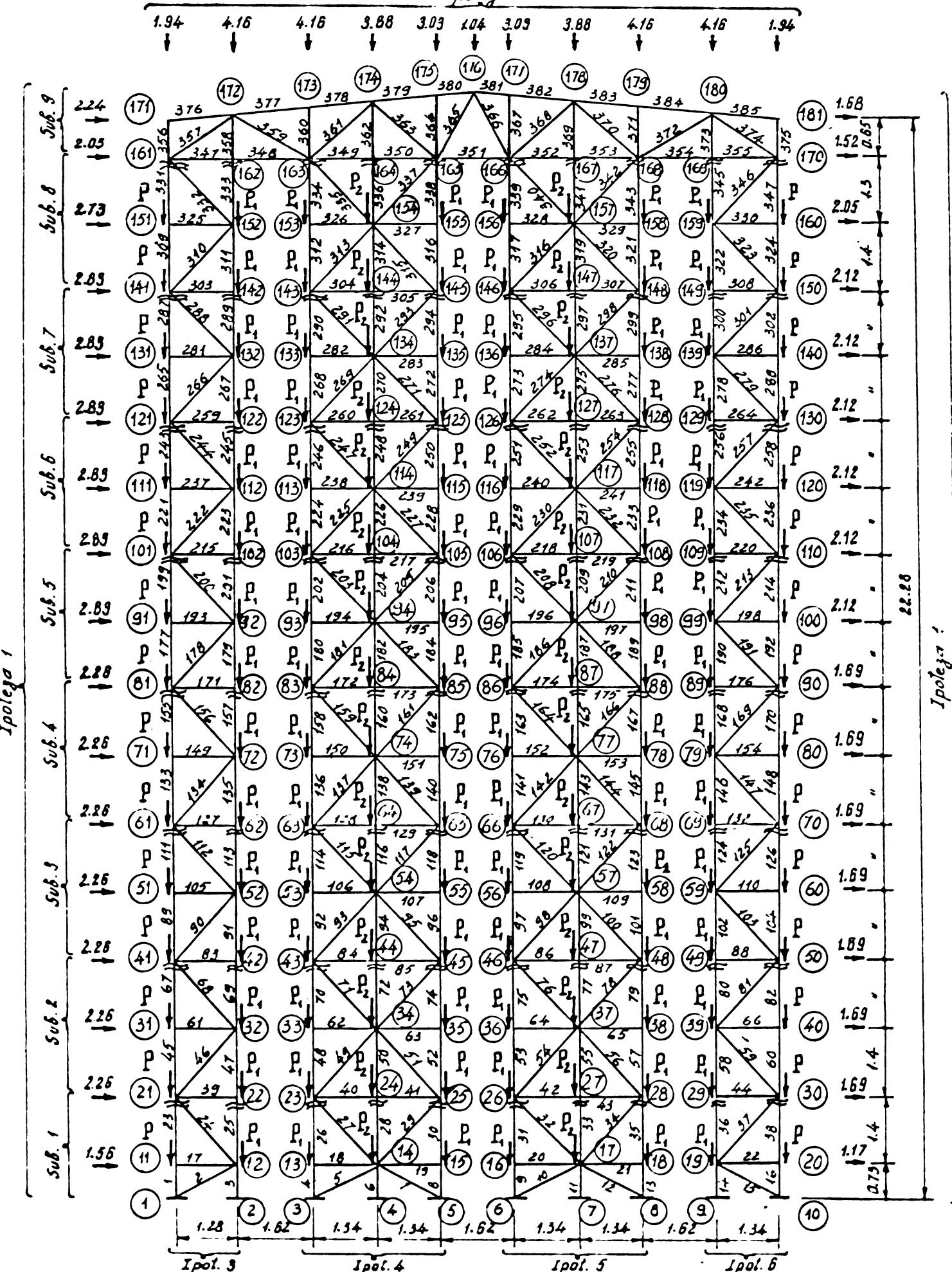
Se aleg cazurile defavorabile pentru barele cadrelor sub formă de grinzi cu zăbrele din figura 4.1.a. Ipotezele de încărcare și combinațiile de ipoteze sunt arătate din figură.

Calculele se efectuează cu ajutorul programului GIPSI 02.

Rezultatele obținute în cazurile defavorabile pentru tălpi și săbrele sunt prezentate în tabelul 4.2.

Din exemplul de mai sus și încă 3 exemple efectuate, se poate trage concluzia că pentru tălpi, cazul defavorabil este cazul I (sarcinile utile din palete, încărcat plin), iar pentru săbrele, cazul defavorabil depinde atât de numărul de deschideri ale depozitului, cât și de sarcinile din paletele pline din fiecare axă a stâlpului depozitului. De exemplu, în cazul 3 deschideri, în tabelul 4.3. s-a arătat cazul defavorabil (cazul II) pentru săbrele.

Ipozitia 2



Combinatii de ipozitie

$$\begin{aligned}I_1 &= I_1 + I_4 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 \\I_2 &= I_1 + I_2 + I_3 \\I_3 &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \\I_4 &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5\end{aligned}$$

$$P = 19.69 \text{ KN} ; P_1 = 12.61 ; P_2 = 25.22 \text{ KN}$$

$$\begin{aligned}I_5 &= I_1 + I_2 + I_6 \\I_6 &= I_1 + I_2 + I_5 + I_6 \\I_7 &= I_1 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 \\I_8 &= I_1 + I_2\end{aligned}$$

Fig. 4.1a
(cazul 1)

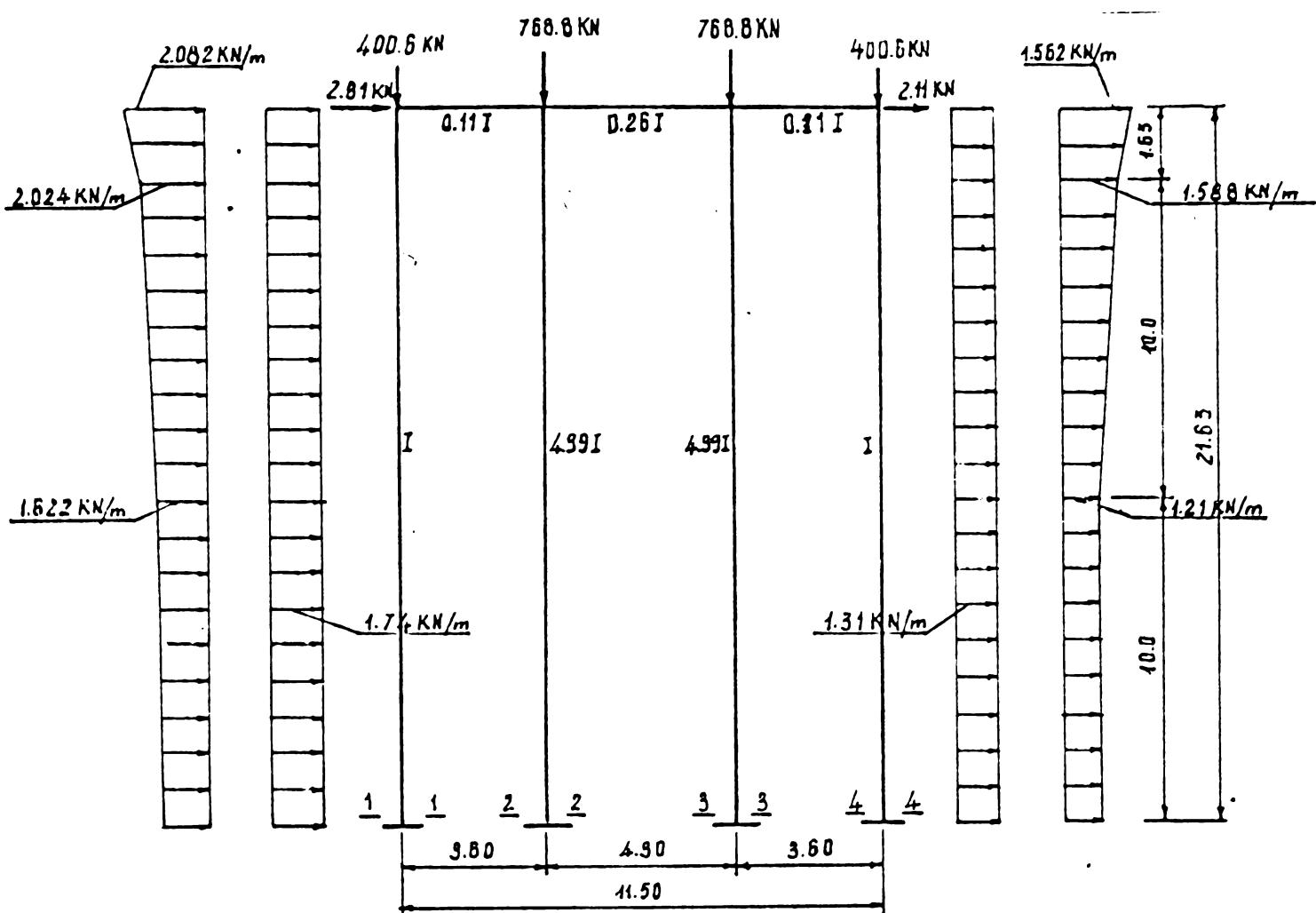


Fig 4.1b
(cazul 2)

Tabelul 4.1.

Cazul studiat din secțiunile semimijlochive		Cazul 1 (fig.4.1a)	Cazul 2 (fig.4.1b)	Erorile procentuale dintre 2 cazuri
1-1	N(KN) T(KN) M(KNm)	-389.336 25.26 142.176	-393.410 25.240 134.140	1.04 -0.0008 -5.65
2-2	N T M	-746.386 14.278 196.613	-741.120 12.800 180.390	-0.007 -10.35 -8.25
3-3	N T M	-790.993 14.917 195.563	-793.830 12.917 181.600	0.004 -13.05 -7.14
4-4	N T M	-410.324 18.970 117.289	-410.440 19.880 112.260	0.0003 5.20 -4.287
Deplasarea maximă		2.01	1.6	-20.40

Tabelul 4.2.

Cazul studiat		Cazul 1 (nodul articulat)	Cazul 2 (nodul încas-trat)	Cazul 3 (Nodul ar-ticulat și încas-trat)	Diferențele procentuale dintre două cazuri	
					3 și 1	3 și 2
1	2	3	4	5	6	7
1	M(KN)	- 97.99	- 95.97	- 96.95	1.07	1.01
	T(KN)		4.98	4.93		1.01
	M(KN/m)		3.04	3.05		-0.003
2	M	19.00	16.29	16.60	14.46	-1.87
	T		-0.01			
	M		0.02			
3	M	-304.93	-300.32	-300.61	1.44	-0.001
	T		6.110	5.91		3.38
	M		3.55	3.52		-0.008
4	M	-112.30	-111.40	-111.19	0.01	0.002
	T		0.86	0.85		1.18
	M		0.62	0.62		-
5	M	1.80	-1.50	-1.42		
	T		0.01			
	M		0.01			
6	M	-374.02	-373.32	-373.37	0.002	-
	T		1.78	1.68		5.9
	M		2.33	2.32		0.004
7	M	- 16.61	- 14.91	- 14.98	10.88	-0.004
	T		-0.05			
	M		-0.03			
8	M	-252.69	-253.76	-253.98	-	-
	T		-0.12	-0.16		
	M		0.49	0.48		
9	M	-123.75	-123.10	-122.89	0.007	0.002
	T		0.88	0.87		1.15
	M		0.61	0.61		-

1	2	3	4	5	6	7
10	N T M	-0.91	-1.13 0.01 0.02	-0.95	-4.21	18.94
11	N T M	-395.50	-395.73 1.72 2.27	-395.81 1.61 2.27		
12	N T M	-16.47	-15.26 -0.05 -0.03	-15.34		
13	N T M	-263.74	-264.26 -0.17 0.47	-264.5 -0.20 0.47		
14	N T M	-112.35	-113.77 -0.20 1.06	-113.53 -0.38 1.06		
15	N T M	-21.66	-21.78 -0.08 0.04	-22.03		
16	N T M	-287.85	-285.86 0.21 1.29	-285.88 0.14 1.29		
17	N T M	-4.56	4.56 -0.18 -0.11	4.64	-1.72	-1.72
18	N T M		1.08 -0.04 -0.03	1.11		
19	N T M		0.96 -0.07 -0.04	0.96		

1	2	3	4	5	6	7
20	И Т М		1.14 00.04 -0.03	1.17		
21	И Т М		1.04 -0.06 -0.04	1.04		
22	И Т М	-2.17	2.58 -0.17 -0.11	2.56	-54.30	0.008
23	И Т М	-84.30	-82.46 - 1.14 - 0.48	-82.26 - 1.27 - 0.55	2.48	0.002
24	И Т М	-35.02	-38.87 - 0.08 0.07	-39.16	-10.57	-0.007
25	И Т М	-252.11	-250.71 - 1.35 0.70	-259.18 - 1.46 0.79	- 2.73	-3.23 -7.53 -11.39
26	И Т М	- 99.69	- 99.83 - 0.22 0.02	- 98.58 - 0.26		
27	И Т М	- 20.88	- 19.78 - 0.03 - 0.03	-19.85		
28	И Т М	-341.90	-340.63 1.01 1.15	-340.67 0.96 1.10		
29	И Т М	1.44	- 1.47 0.02 0.03	- 1.38		
30	И Т М	-240.08	-241.08 0.84 0.62	-241.37 0.81 0.60		

1	2	3	4	5	6	7
31	N	-111.14	-110.53	-110.28	3.50	0.003
	T		- 0.26	- 0.30		-13.33
	M		- 0.01	- 0.03		-66.67
32	N	- 20.84	- 20.24	- 20.32	2.56	-0.003
	T		- 0.04			
	M		- 0.03			
33	N	-362.76	-362.51	-361.57	0.002	0.003
	T		1.00	0.95		5.26
	M		1.14	1.00		14.0
34	N	2.08	- 2.39	- 2.30	-53.04	3.91
	T		0.03			
	M		0.03			
35	N	-251.13	-251.58	-251.89	-0.003	-0.001
	T		0.87	0.84		
	M		0.64	0.62		
36	N	-129.78	-127.90	-127.77	1.57	0.001
	T		1.73	1.65		4.85
	M		1.38	1.31		5.34
37	N	26.15	21.29	21.58	21.18	-1.34
	T		0.01			
	M		0.02			
38	N	-274.16	-273.07	-273.27	0.003	0.0008
	T		1.62	1.52		5.58
	M		1.26	1.18		6.78
347	N	- 10.60	- 10.13	- 10.10	4.95	0.003
	T		0.18			
	M		0.11			
348	N	- 10.60	- 10.63	- 10.28		
	T		- 0.17			
	M		- 0.09			
349	N	- 2.98	- 2.82	- 2.66		
	T		- 0.02			
	M		- 0.01			

1	2	3	4	5	6	7
350	N T M	- 2.99	- 2.99 - 0.05 - 0.04	- 3.08		
351	N T	- 1.74	- 1.76 - 0.38 - 0.31	- 1.77		
352	N T M	0.96	1.05 - 0.06 - 0.03	1.13		
353	N T M	0.96	0.89 - 0.01 - 0.01	0.74		
354	N T M	6.72	6.62 - 0.20 - 0.20	6.34		
355	N T M	6.71	6.43 0.13 0.09	6.30		.
356	N T M	- 2.20	- 2.23 0.03 0.02	- 2.20		
357	N T M	- 3.94	- 4.09 0.03 0.03	- 4.23		
358	N T M	10.25	10.55 0.18 0.08	10.61	-3.39	0.006
359	N T M	- 23.04	- 22.98 - 0.13 - 0.15	- 23.46	-1.79	-2.05
360	N T M	- 4.33	- 4.57 - 0.13 - 0.08	- 4.34		

1	2	3	4	5	6	7
361	N T M	- 28.20	- 28.46 - 0.03 - 0.03	- 29.0	-2.76	-1.86
362	N T M	- 1.34	- 1.18 - 0.14 - 0.08	- 1.21		
363	N T M	17.84	17.78 - 0.04 - 0.03	18.27		
364	N T M	- 2.47	- 2.03 - 0.01 0.03	- 2.45		
365	N T M	40.26	40.49 - 0.01 - 0.07	41.15		
366	N T M	- 41.60	- 41.85 - 0.01 - 0.07	-42.41	-1.91	-1.32
367	N T M	- 3.62	- 3.93 - 0.01 - 0.03	- 3.63		
368	N T M	- 18.94	- 18.81 - 0.03 - 0.03	- 19.28		
369	N T M	- 3.85	- 3.88 - 0.13 - 0.08	- 3.85		
370	N T M	25.13	25.00 - 0.03 - 0.03	25.57		
371	N T M	- 4.02	- 3.76 - 0.12 - 0.08	- 4.01		

1	2	3	4	5	6	7
372	N T M	19.87	20.33 - 0.11 - 0.13	20.80		
373	N T	- 16.86	- 17.43 0.11 0.04	- 17.52		
374	N T M	4.49	4.57 0.03 0.02	4.83		
375	N T M	- 1.94	- 1.87 - 0.07 0.02	- 1.94		
377	N T M	15.19	15.19 - 0.08 - 0.04	15.33	- 0.01	- 0.01
378	N T M	15.17	15.02 0.14 0.12	15.30		
379	N T M	- 20.03	- 20.51 0.15 0.07	- 20.83	- 3.84	- 1.54
380	N T M	- 19.97	- 20.41 - 0.27 - 0.16	- 20.77		
381	N T M	21.22	20.95 - 0.19 - 0.03	21.28		
382	N T M	21.29	21.04 0.12 0.12	21.35		
383	N T M	- 12.40	- 12.62 0.15 0.08	- 12.94		

1	2	3	4	5	6	7
384	N T M	- 12.42	-12.78 - 0,08 - 0,08	- 12.96		
Deplasare maximă (cm)		2.339	2.282	2.298	1.78	-0.007

Tabelul 4.3.

Cazul studiat Efor-turi din bare semnificative.		Cazul 1 (C1)	Cazul 2 (C2)
1		2	3
1 (talpa)	N(KN) T(KN) M(KN/m)	- 96.95 4.93 3.05	- 85.89 4.93 3.09
2 (diagon.)	N T M	16.60	17.60
3 (talpa)	N T M	-300.61 5.91 3.52	-293.32 5.89 3.56
4 (talpa)	N T M	-111.19 0.85 0.62	65.69 1.43 0.58
5 (diagon.)	N T M	- 1.42	6.5
6 (talpa)	N T M	-373.37 1.68 2.32	- 95.19 1.93 2.46
7 (diagon.)	N T M	- 14.98	- 7.61
8 (talpa)	N T M	-253.98 - 0.16 0.48	- 80.35 0.36 0.57

1		2	3
	N T M		
9 (talpa)		-122.89 0.87 0.61	47.25 0.35 0.49
10 (diag.)	N T M	- 9.05	5.24
11 (talpa)	N T M	-395.81 1.61 2.27	- 33.51 1.45 2.04
12 (diag.)	N T M	- 15.34	6.71
13 (talpa)	N T M	-264.5 - 0.20 0.47	- 80.19 0.25 0.48
14 (talpa)	N T M	-113.53 - 0.38 1.06	62.73 2.06 1.84
15 (diag.)	N T M	- 22.03	- 16.82
16 (talpa)	N T M	-285.88 0.14 1.29	-10.397 1.94 1.78
17 (montant)	N T M	4.64	4.56
18	N T M	1.11	0.20

1		2	3
	N T M		
19		0.96	- 0.06
20	N T M	1.17	0.15
21	N T M	1.04	0.04
22 (montant)	N T M	2.56	- 0.52
23 (talpa)	N T M	- 82.26 - 1.27 - 0.55	- 72.20 - 1.19 - 0.50
24 (diagon.)	N T M	- 39.16	- 40.19
25 (talpa)	N T M	-239.18 - 1.46 0.79	-242.32 - 1.39 - 0.74
26 (talpa)	N T M	- 98.58 - 0.26	- 56.30 0.23 0.27
27 (diagon.)	N T M	- 19.85	- 10.62
28 (talpa)	N T M	-340.67 0.96 1.10	- 23.45 0.91 1.05

1		2	3
	H T M		
29 (diag.)		- 1.38	9.16
30 (talpa)	H T M	-241.37 0.81 0.60	- 79.74 0.30 0.31
31 (talpa)	H T M	-110.28 - 0.30 - 0.03	47.86 0.19 0.24
32 (diagon.)	H T M	- 20.32	- 9.10
33 8 (talpa)	H T M	-361.57 0.95 1.00	- 31.56 0.85 0.98
34 (diagon.)	H T M	- 2.30	7.12
35 (talpa)	H T M	-251.89 0.84 0.62	- 79.58 0.29 0.29
36 (talpa)	H T M	-127.77 1.65 1.31	36.47 0.24 0.34
37 (diagon.)	H T M	21.58	25.11
38 (talpa)	H T M	-273.27 1.52 1.18	-102.28 0.25 0.37
Ferma	347	H	- 10.10
	348	H	- 10.28
	349	H	- 2.66
			- 3.31 - 3.44 - 12.69

	1	2	3
	350	II	- 3.08
	351	II	- 1.77
	352	II	1.13
	353	II	0.74
	354	II	6.34
	355	II	6.30
	356	II	- 2.20
	357	II	- 4.23
	358	II	10.61
	359	II	- 23.46
	360	II	- 4.32
	361	II	- 2.80
	362	II	- 1.21
	363	II	18.27
	364	II	- 2.45
	365	II	41.15
	366	II	- 42.41
	367	II	- 3.63
	368	II	- 19.28
	370	II	25.57
	371	II	- 4.01
	372	II	20.80
	373	II	- 17.52
	374	II	4.83
	375	II	- 1.94
	376	II	- 2.26
	377	II	15.33

1	2	3
378	■ 15.30	39.58
379	■ - 20.83	- 10.85
380	■ - 20.77	- 10.81
381	■ 21.28	23.63
382	■ 21.35	23.70
383	■ - 12.94	- 10.56
384	■ - 12.96	- 10.58

4.2.2. Calculul de ordinul doi al structurii plane

Cu exemple de calcul, în paragraful acesta, se vor arăta erorile dintre metoda aproximativă și metoda elementelor finite, în cazurile altor ipoteze de calcul și efectele neliniarității geometrice, cind structurile sunt satisfăcute de condițiile de rezistență și de deplasarea elastică permisă aflată în tabelul (din fig. 2.5)

4.2.2.1. Exemplul de calcul Nr. 4

Pentru structurile din figura 4.3, se calculează eforturile și deplasările printr-un calcul de ordinul II. Cadrele din figurile 4.3a, 4.3b sunt calculate prin metoda elementelor finite cu ajutorul programului CORELI și cadrul din fig. 4.3c este calculat printr-un procedeu iterativ.

Rezultatele obținute în cele trei cazuri, în secțiunile semnificative sunt prezentate din tabelul 4.4.

Din exemplul de mai sus și încă 3 exemple efectuate se observă că erorile procentuale ale cazurilor sunt de -0.1% -10% și rapoartele momentelor încovoiatoare din calculul de ordinul II și din calculul de ordinul I sunt foarte apropiate, ceea ce înseamnă că structura este rigidă în planul ei deci efectele

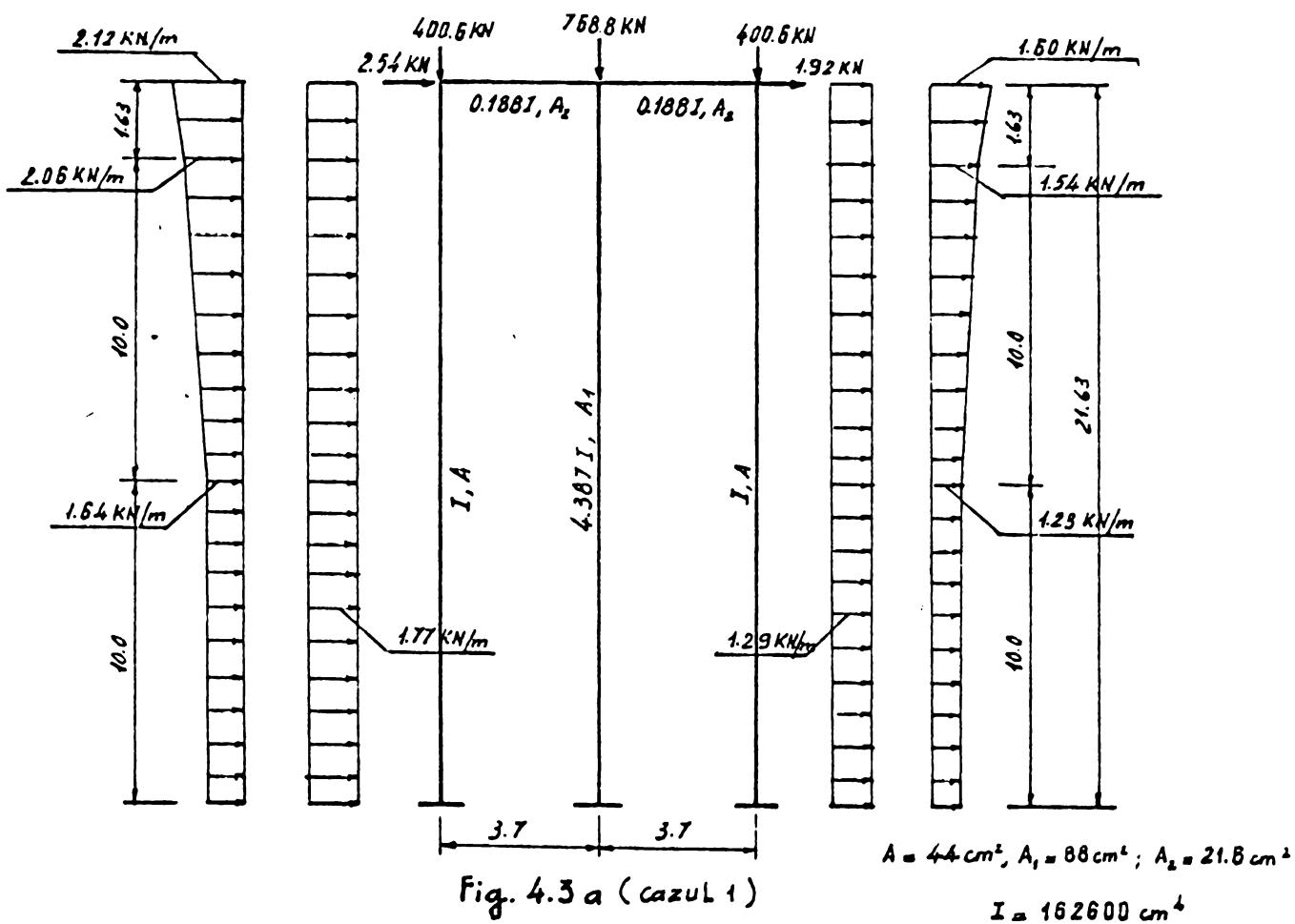


Fig. 4.3 a (cazul 1)

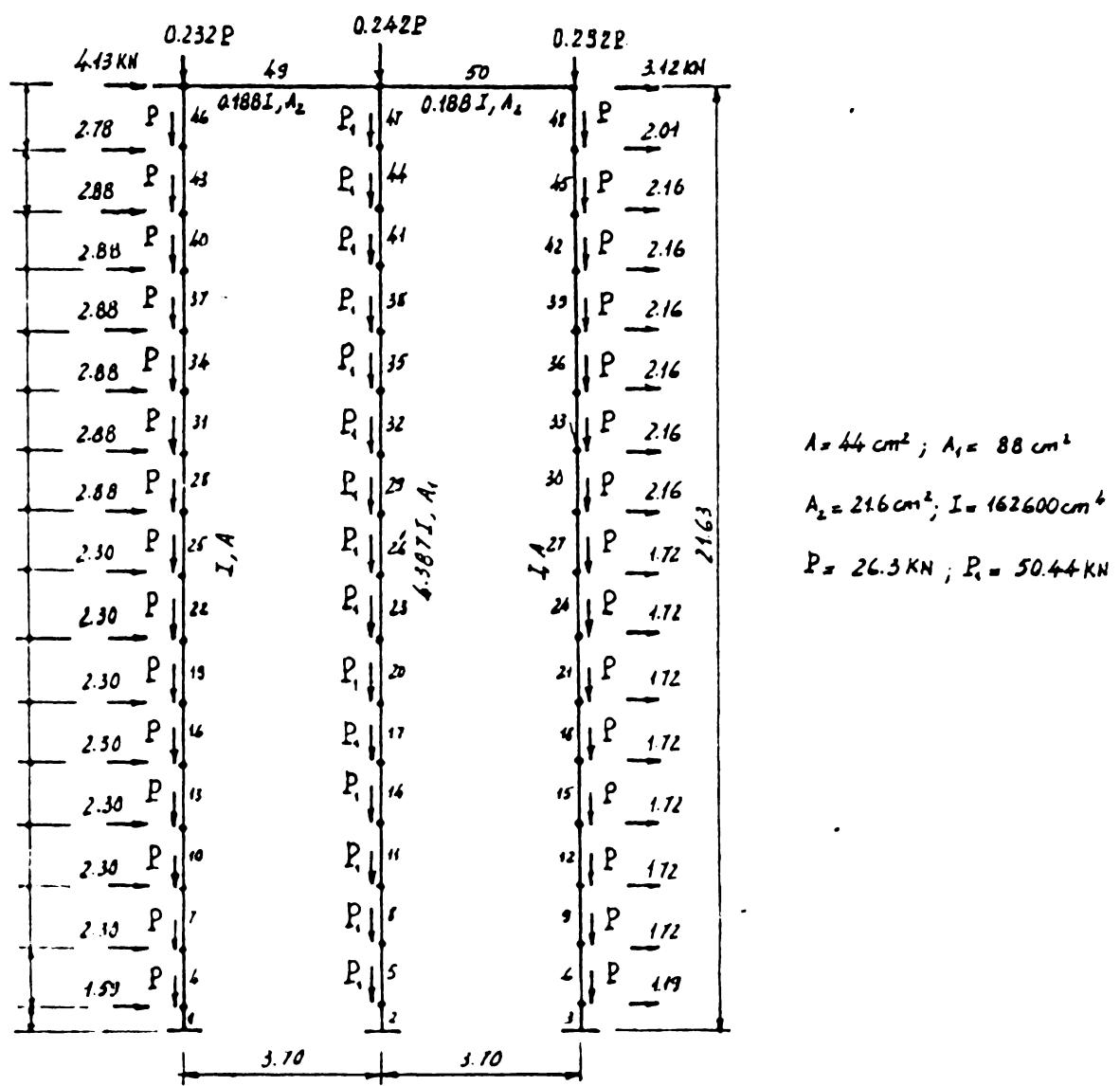


Fig. 4.3 b (cazul 2)

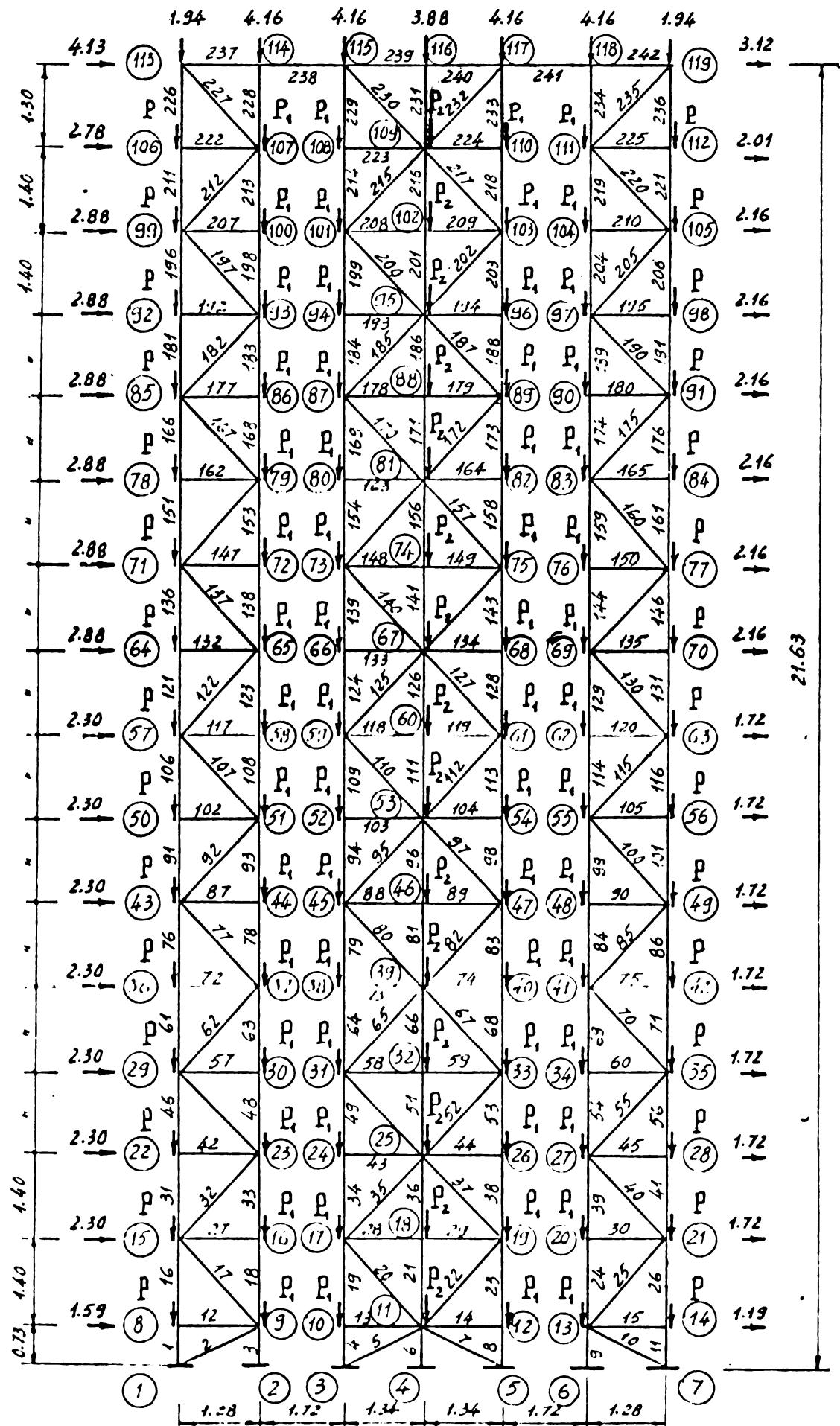


Fig. 4.3 C
(cazul 3)

$$P = 13.69 \text{ kN}$$

$$P_1 = 12.61 \text{ KN}$$

P₁ = 25.22 kN

Tălpile după axa 1, 2, 3, 5, 6, 7 : $A = 22 \text{ cm}^2$; $I = 427.1 \text{ cm}^4$ și axa 4 : $A = 44 \text{ cm}^2$, $I = 1853 \text{ cm}^4$

Dissimile : $A = 9.84 \text{ cm}^2$; $I = 14.91 \text{ cm}^4$; Montante : $A = 3.75 \text{ cm}^2$; $I = 8.82 \text{ cm}^4$

$$\text{Größe : } A = 21,60 \text{ cm}^2 : 3 = 7,20 \text{ cm}^2$$

Tabelul 4.4.

- 93 -

Eforturile studiate din secțiunile semnificative	cazul studiat		cazul 1 (fig. 4.3a)		cazul 2 (fig. 4.3b)		cazul 3 (fig. 4.3c)		Fronțele procurate dintră 2 cazuri (II)		Raportările momentelor încoacești.		
	Calculul de ordinul I	Calculul de ordinul II	Calculul de ordinul I	Calculul de ordinul II	Calculul de ordinul I	Calculul de ordinul II	2-1	3-1	R ₁ = $\frac{M_x}{M_1}$	R ₂ = $\frac{M_x}{M_2}$	R ₃ = $\frac{M_x}{M_3}$		
1-1	N(kN)	-363.58	-362.486	-369.77	-368.93	-373.46	-344.40	-1.75	5.25				
	T(kN)	28.035	28.47	28.12	28.155	28.35	28.30	1.12	0.60	1.023	1.017	1.025	
	M(kNm)	171.356	175.37	181.80	184.89	167.70	171.92	-5.15	2.06				
2-2	M	-768.943	-769.21	-768.843	-768.49	-764.83	-768.82	0.09	0.05				
	T	23.116	23.669	22.24	22.568	21.70	22.05	4.88	7.34	1.031	1.028	1.050	
		302.327	311.574	330.06	339.39	283.61	297.89	-8.20	4.59				
3-3	M	-433.256	-434.096	-431.78	-432.57	-431.71	-464.76	0.04	-6.60				
	T	22.073	22.276	22.669	22.633	22.75	22.41	-1.58	-0.006	1.025	1.019	1.028	
		151.803	155.663	157.44	160.38	149.07	153.244	-2.94	1.58				
Deplasarea maximă (cm)		2.81	2.89	2.66	2.73	2.40	2.60	5.86	-11.15				

nelinierității geometrice se pot neglijă, cind structurile satisfac condițiile de deplasare elastică permisă pentru depozite automate.

4.2.3. Calculul de stabilitate

Cu următoarele ~~părți~~ exemple de calcul se vor arăta erorile lungimilor de flambaj dintre două metode de calcul. Pentru calculul lungimii de flambaj a fiecărui stîlp, trebuie determinată încărcarea cu forțe verticale concentratice în noduri, semnificativă /52/,/77/.

4.2.3.1. Exemplul de calcul Nr.5

Se calculează lungimile de flambaj pentru cele 3 tipuri de bare cu schema și încărcarea din fig.4.4. Calculele sunt efectuate prin metoda aproximativă și prin metoda elementelor finite cu ajutorul programului STASEL.

Rezultatele obținute pentru fiecare caz sunt prezentate în tabelul 4.5.

Din exemplul prezentat, se observă că erorile procentuale sunt cuprinse între 0,453 % și 5,226 %.

4.2.3.2. Exemplul de calcul Nr.6

Se calculează lungimile de flambaj pentru 4 cadre cu schema și încărcarea din figura 4.5.a,b,c,d. Calculele sunt efectuate prin metode aproximative (vezi 3.4.8) și prin metoda elementelor finite cu ajutorul programului STASEL.

Rezultatele obținute pentru fiecare caz sunt prezentate în tabelul 4.6.

Din exemplul prezentat, se observă că erorile procentuale sunt cuprinse între 5,62 % și 27,39 %.

4.2.3.3. Exemplul de calcul Nr.7

Se calculează lungimile de flambaj pentru cele trei cauzuri ale barei cu schema și încărcarea din fig.4.6. Calculele sunt efectuate prin metoda aproximativă (Korobov) și cu ajuto-

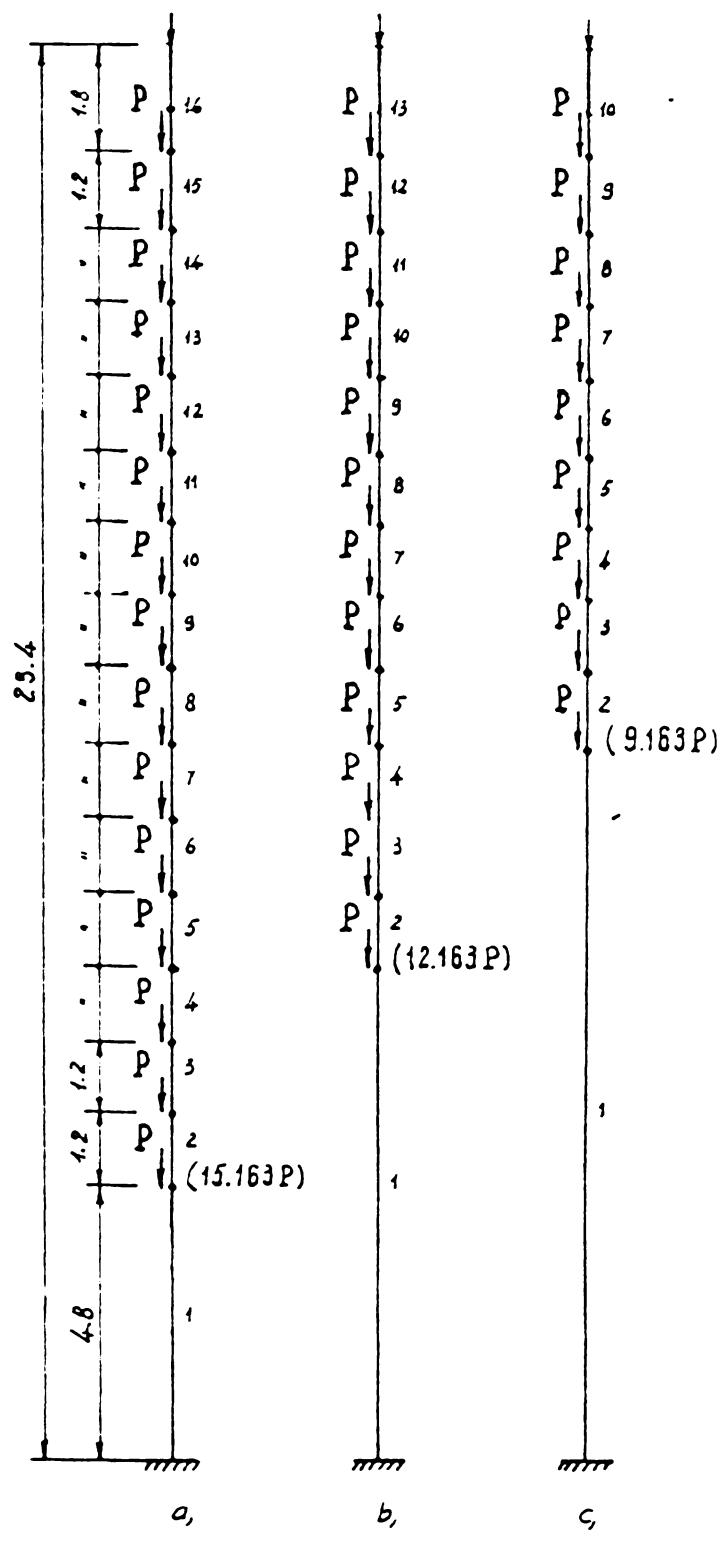
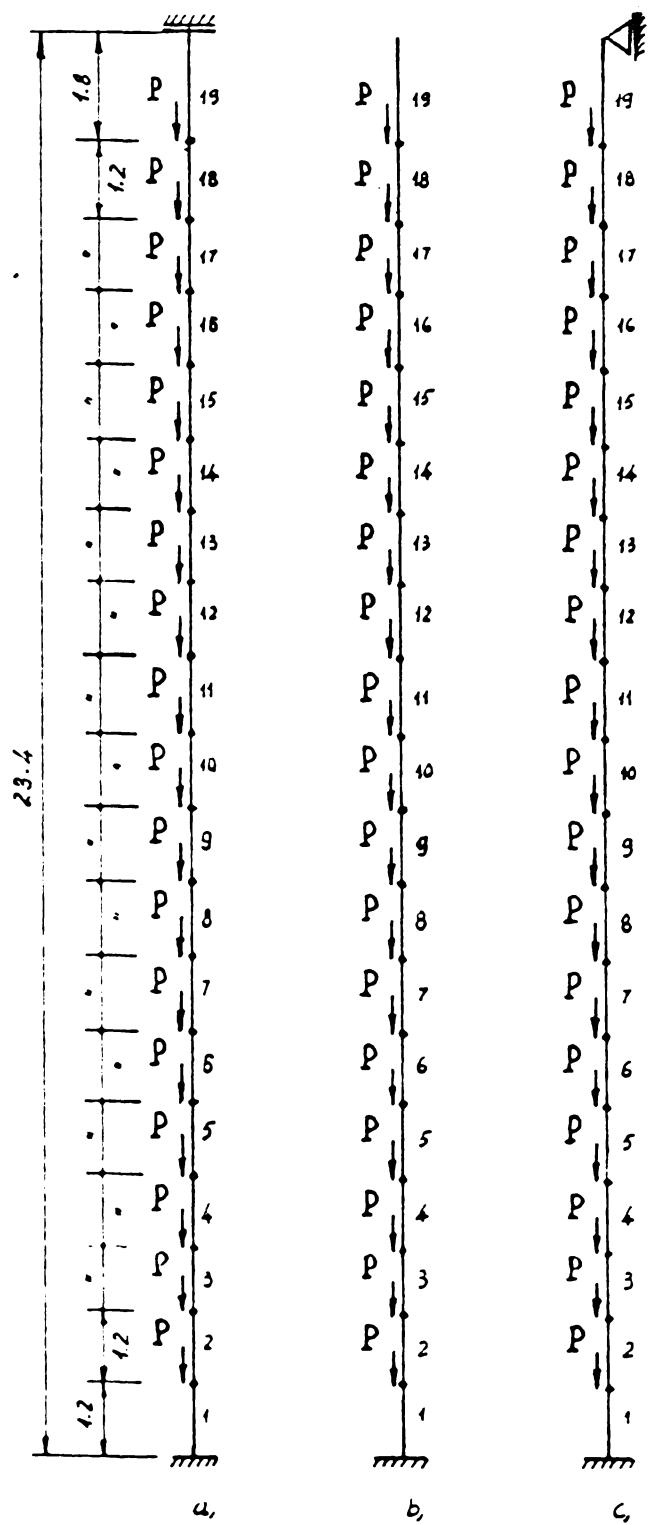


Fig 4.4

Fig 4.6

$$P = 53.12 \text{ KN} ; A = 64 \text{ cm}^2$$

$$I = 1806000 \text{ cm}^4$$

Tabelul 4.5.

CAZUL STUDIAT		Cazul 1 (fig.4.4a)	Cazul 2 (fig.4.4b)	Cazul 3 (fig.4.4c)
Metoda elementelor finite	multiplicator μ	0,714	1,067	0,726
	lungime de flambaj f	16,707	24,973	17,005
metoda aproximativă	multiplicator μ	0,723	1,123	0,730
	lungime de flambaj f	16,918	26,278	17,082
Eroarea dintre 2 metode %		1,263	5,226	0,453

Tabelul 4.7.

CAZUL STUDIAT		Cazul 1 (fig.4.6a)	Cazul 2 (fig.4.6b)	Cazul 3 (fig.4.6c)
Metoda elementelor finite	multiplicator μ	1,1867	1,2878	1,4246
	lungime de flambaj f	27,769	30,135	33,336
Metoda Korobov	multiplicator μ	1,286	1,436	1,654
	lungime de flambaj f	30,092	33,602	38,70
Eroarea dintre 2 metode %		8,37	11,5	16,10

Tabelul 4.6

Cazul studiat		Cazul 1 (fig. 4.5a)	Cazul 2 (fig. 4.5b)	Cazul 3 (fig. 4.5c)	Cazul 4 (fig. 4.5d)
Metoda ele. finite	Lungime de flambaj	$l_f \text{marg.}$ (m ²)	15.145	13.30	14.866
		$l_f \text{cent.}$ (m)	22.855	20.07	21.441
Metoda aproxim.	Lungime de flambaj	$l_f \text{marg.}$ (m ²)	16.491	14.97	15.701
		$l_f \text{cent.}$ (m)	24.935	22.579	22.654
Erorile procentuale dintre 2 metode		8.89	12.55	5.62	27.39

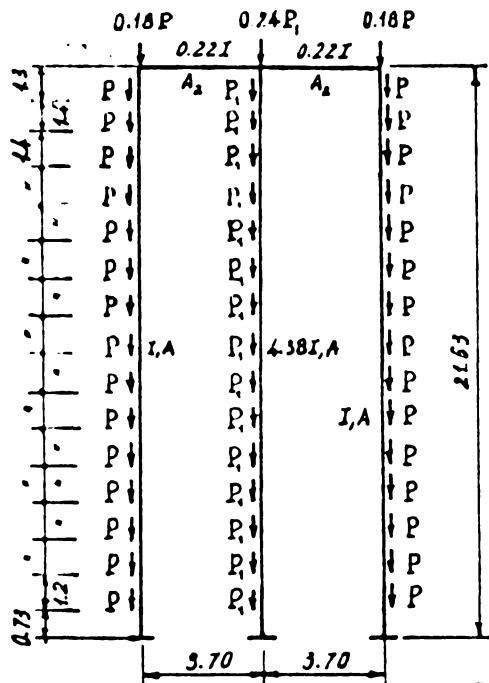
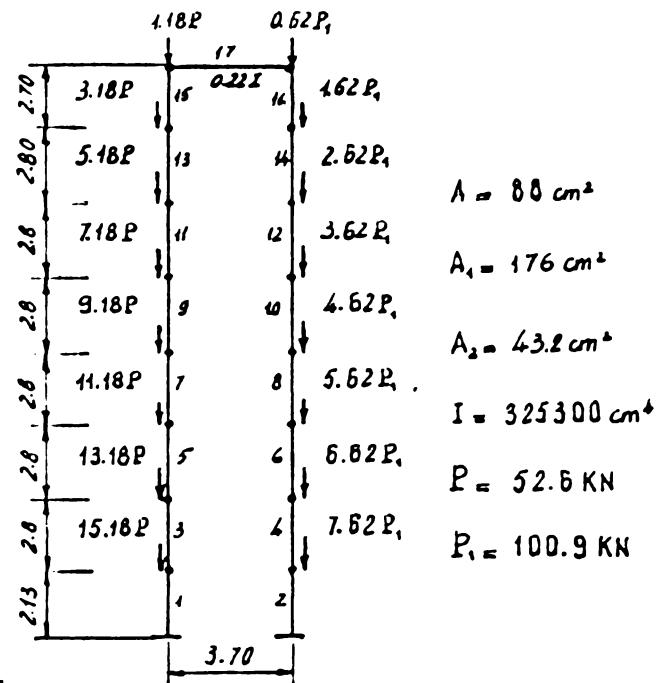


Fig. 4.5a
(cazul 1)



$$\begin{aligned}
 A &= 80 \text{ cm}^2 \\
 A_1 &= 176 \text{ cm}^2 \\
 A_2 &= 43.2 \text{ cm}^2 \\
 I &= 325300 \text{ cm}^4 \\
 P &= 52.6 \text{ KN} \\
 P_1 &= 100.9 \text{ KN}
 \end{aligned}$$

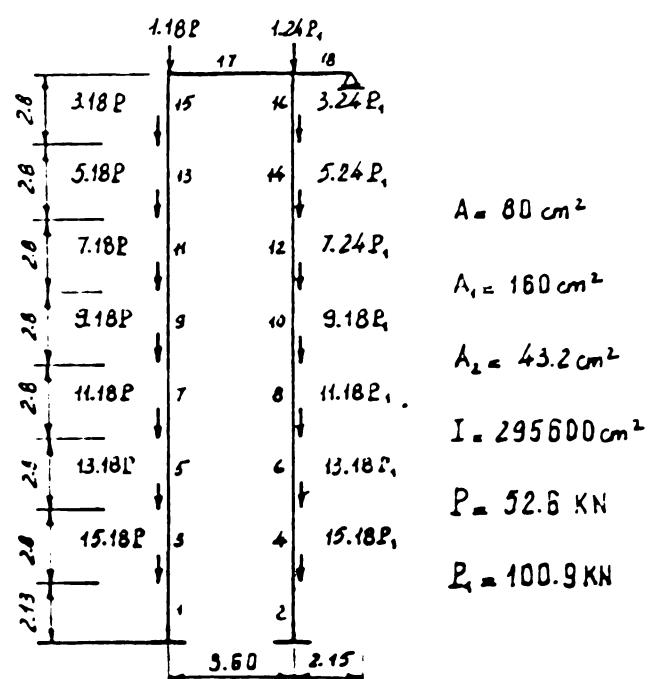
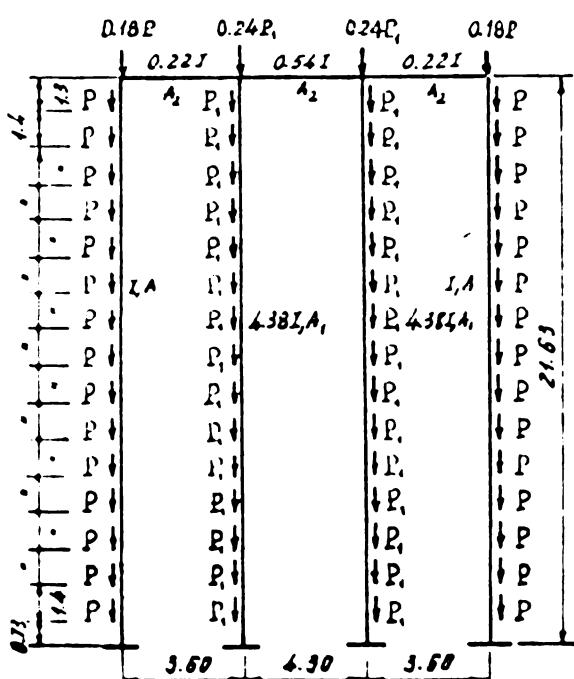


Fig. 4.5 b
(cazul 2)

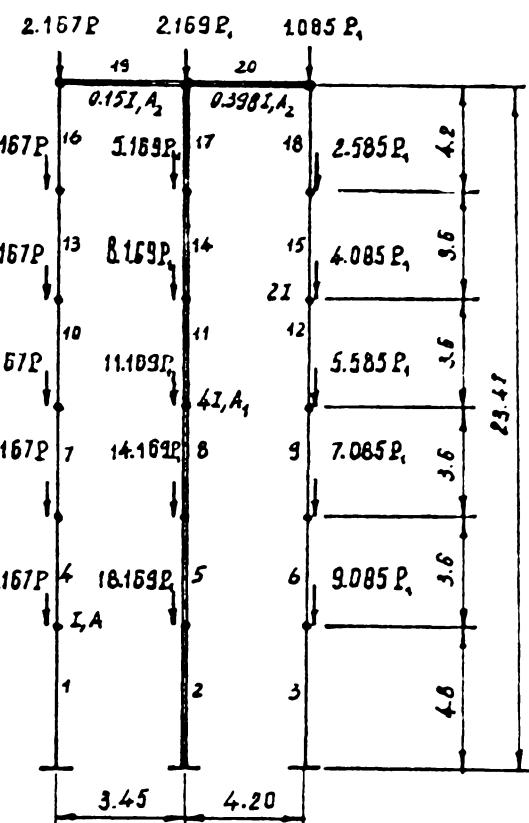
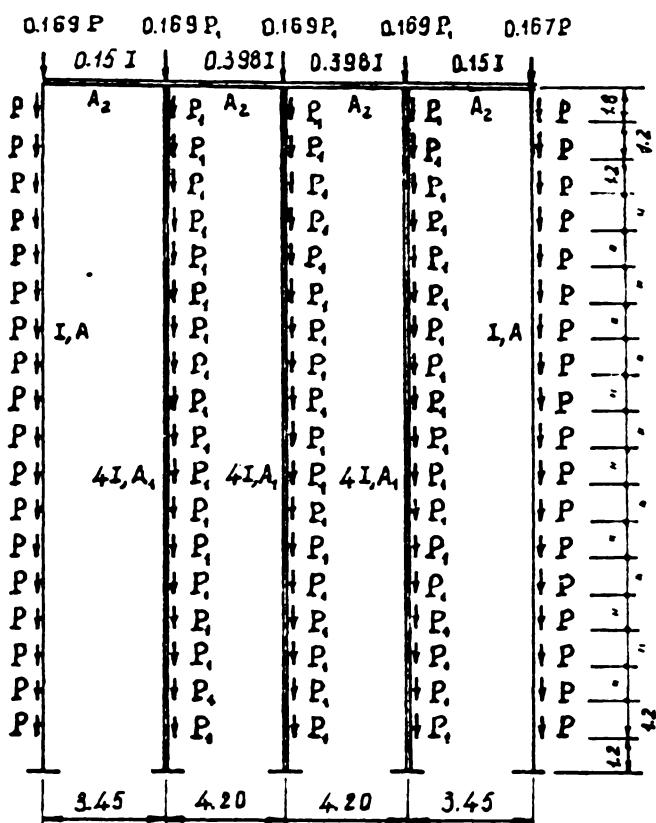


Fig 4.5 c
(cazul 3)

$$A = 104 \text{ cm}^2; A_1 = 208 \text{ cm}^2; A_2 = 30 \text{ cm}^2$$

$$I = 398800 \text{ cm}^4 \quad P = 51.58 \text{ kN}$$

$$P_1 = 101.84 \text{ kN}$$

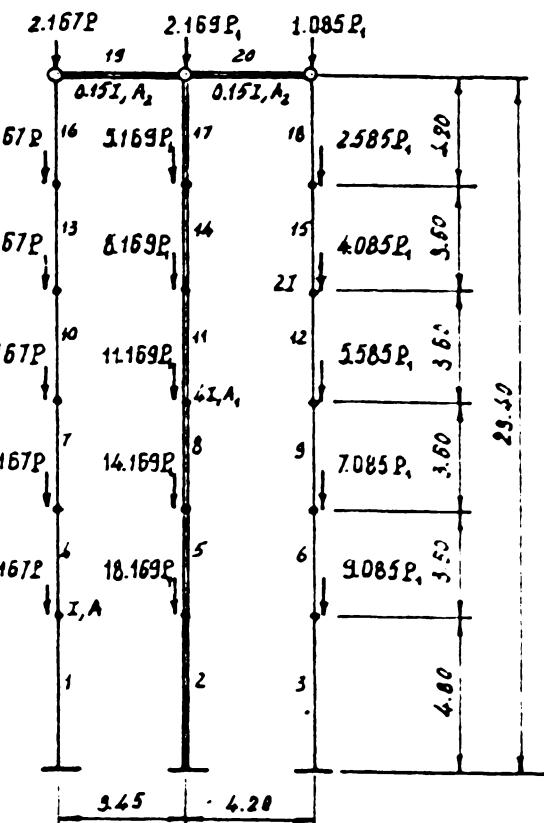
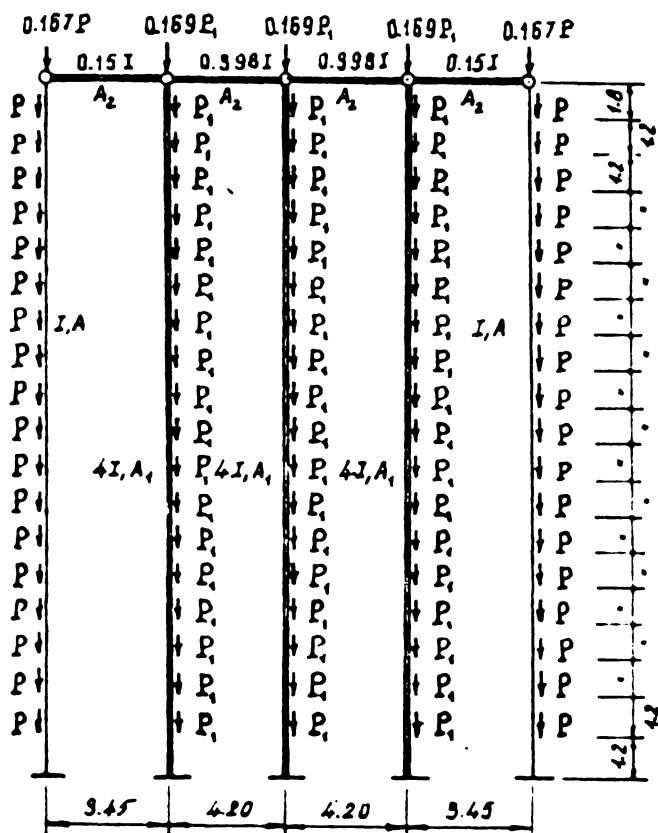


Fig 4.5 d
(cazul 4)

$$A = 128 \text{ cm}^2; A_1 = 256 \text{ cm}^2; A_2 = 30 \text{ cm}^2$$

$$I = 489500 \text{ cm}^4, \quad P = 51.58 \text{ kN}$$

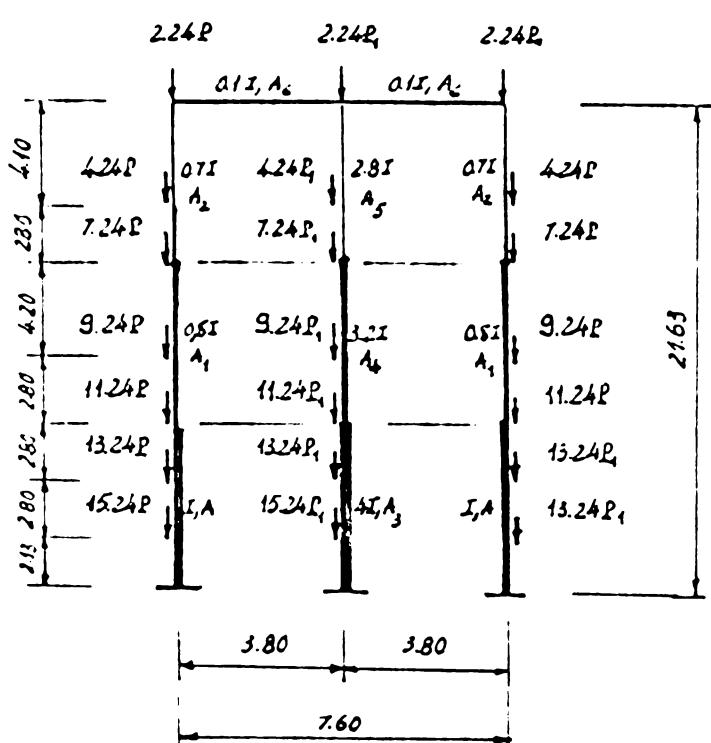
$$P_1 = 101.84 \text{ kN}$$

Tabelul 4.8.

Cazul studiat					
	1f ₁	17.35	17.492	17.317	19.982
	1f ₂	18.431	18.386	18.202	18.035
	1f ₃	24.046	23.987	23.746	23.529
	1f ₄	25.315	29.404	29.11	24.753
	1f ₅	26.605	26.539	26.678	26.034
	1f ₆	34.695	34.262	34.604	33.947
Lungimea de flimbaj (m)					34.042

Tabelul 4.9.

Lungimea de flambaj	l_{f_1}	l_{f_2}	l_{f_3}	l_{f_4}	l_{f_5}	l_{f_6}
Metoda elementelor finite.	17.35	18.035	23.595	25.315	26.539	34.262
Metoda aproximativă.	18.667	18.667	18.667	26.389	26.389	26.389
Erorile procentuale dintre 2 metode.	-7.59	-3.39	20.89	-4.24	0.57	22.98



$$\begin{aligned}
 A &= 88 \text{ cm}^2; \quad A_1 = 58.88 \text{ cm}^2 \\
 A_3 &= 46 \text{ cm}^2; \quad A_4 = 176 \text{ cm}^2 \\
 A_5 &= 117.8 \text{ cm}^3; \quad A_5 = 92 \text{ cm}^2 \\
 A_6 &= 46 \text{ cm}^2 \\
 P &= 52.6 \text{ KN} \\
 P_1 &= 100.9 \text{ KN} \\
 I &= 432200 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

Fig. 4.7.

rul programului STASEL. Rezultatele obținute pentru fiecare casă sunt prezentate în tabelul 4.7.

Din exemplul prezentat se observă că erorile procentuale sunt cuprinse între 8,37 % și 16,10 %.

4.2.3.4. Exemplul de calcul Nr.8.

Se calculează lungimile de flambaj pentru cadrul cu schema și încărcarea din fig.4.7.(exemplul este extras din proiectul depozitului automat al IPROTIM-ului). Calculul este efectuat prin metoda elementelor finite cu ajutorul programului STASEL.

Pentru a determina lungimea de flambaj din fiecare tronson al stâlpilor, se aplică noul mod de calcul la stabilitate /52/ adică trebuie determinată încărcarea semnificativă cu forțe verticale concentrate în noduri, având secțiunile schimbate, care sunt arătate în cazurile din tabelul 4.8.

Rezultatele obținute pentru lungimile de flambaj ale tronsoanelor stâlpilor sunt prezentate în tabelul 4.8, după aceea se face comparație cu rezultatele obținute prin metoda aproximativă (vezi 3.4.2), comparații prezentate în tabelul 4.9. Erorile procentuale sunt cuprinse între 4 % și 23 %.

4.3. Concluzii

In capitolul acesta, autorul s-a referit la toate problemele calculului de depozite cu rafturi înalte, și cu exemplele de calcul prezentate mai sus, a realizat o serie de comparații între metodele aproximative și metoda elementelor finite. Rezultatele comparațiilor ne permit să tragem concluzia că în cazul calculelor efectuate prin metoda elementelor finite se vor obține economii de material.

CAPITOLUL V

CONCLUZII FINALE SI CONTRIBUTII PERSONALE IN CALCULUL SI ALCATUIREA STRUCTURII DE DEPOZITE CU RAFTURI FINALTE.

In capitolul I, II și III s-a făcut o succintă trecere în revistă a tuturor problemelor legate de alcătuirea și calculul structurilor de depozite cu rafturi finale, în sistematizarea autorului, bazată atât pe documentația tehnică cît și pe lucrările proprii. Capitolul IV al lucrării cuprinde aproape exclusiv contribuțiile autorului la problema calculului cadrelor (de otel) de depozite cu rafturi finale. Deci pe cuprinsul celor patru capitole ale lucrării sunt subliniate sub formă de concluzii multe aspecte ale problemei depozitului, atât din punct de vedere teoretic cît și practic, Concluzii care conduce la perfecționarea concepțiilor de proiectare.

Contribuțiile personale ale autorului sunt următoarele:

1. Concluzii privitoare la înlocuirea substructurilor în săbrele cu bare cu inimă plină cu momente de inertie echivalente în cadrul calculelor de ordinul I ;

2. Propunere pentru un nou model de determinare a combinațiilor defavorabile pentru structurile depozitelor ;

3. Eforturile în barele cadrelor sub formă de grinzi cu săbrele sunt apropriate de realitate, dacă se consideră nodul structurii articulat pentru săbrele și încastrat pentru tălpi ;

4. Cind structurile satisfac condiția de rezistență și deplasarea permisă, se face evidențierea rigidității structurii în sens transversal, ceea ce permite renunțarea la calculul de ordinul II.

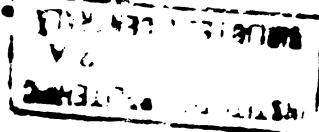
5. Aplicarea noului mod de calcul la stabilitate /52/, în cazul stîlpilor depozitului având secțiuniile schimbante.

B I B L I O G R A F I E

- 1. Schweizer** - Deposite-rafturi-deservire. Maschinenmarkt 67, nr.52, dec. 1967, p.63-79.
- 2. H. Neitzel** - Ascensoare stiguitoare într-un deposit intermediar de producție. Traducere în limba română din Fördern und Heben, 17, nr.11, aug. 1967, p.635-639.
- 3. A. Packelmeyer** - Tendințe în organizarea fluxului de materiale în interiorul întreprinderii. Trad. în limba română din Maschinenmarkt, RFG, 75, nr.59, iulie 1969, p.1328-1332.
- 4. A. Packelmeyer** - Sisteme tehnice de depozitare. Trad. din Maschinenmarkt, 73, nr.38, sept. 1967, p.1610-1614.
- 5. Brodkda J
Mieczyslaw L.** - Gospodăriști metalice ușoare. Trad. din limba polonă. București, Editura tehnică, 1975.
- 6. Friedhelm
Podswyna** - Proiectarea și utilizarea mijloacelor transportoare. Trad. din Maschinenwelt-Electrotechnic, Austria, 26, nr.3-1971, p.56-60.
- 7. Weber R.** - Tehnica depozitarii integrate într-un nou deposit comercial centralizat. Trad. din Fördern und Heben, RFG, 18, nr.15, nov. 1968, p.913-918.

8. x * x
- Un deposit central rational pentru piese de schimb. Trad.din Deutsche, Hesen und Fördertechnik, RFG, 14, nr.11, nov.1968, p.81-82.
9. Möll R.
- 38 m hohes Hochregal in Stahlskelettbauweise mit drei vollautomatisch gesteuerten regalförderzügen. Der Stahlbau nr.9-1973, p.257-264.
10. x * x
- Depozitul Suchad complet automatizat, Trad.din Manutention-Stockage, 18,nr.146 apr.1968, p.159-161.
11. x * x
- Cum se pot depozita 8000 palete pe o suprafață de 1400 m². Trad.din Manutention-Stockage,18,nr.146, apr.1968, p.111-112.
12. x * x
- Entrepôt frigorifique automatise à Frentino. Acier-Stahl-Steel,nr.10/1973, p.419-425.
13. x * x
- Proiectul unui deposit automatizat.Trad. din Manutention Stockage, Franța, 18, nr.159, oct.1968, p.1959-1963.
14. x * x
- Spre depositul automatizat comandat prin calculator electronic. Trad. din Fördern und Heben. nr.17, dec.1967, p.978-981.
15. x * x
- Das neue fertigwarenlager der semperit AG in Trais-Tirchen. Stahlbau Runchau nr.37, sept.1971, p.16-17.

16. E.Doriguzzi - Problemele și aspectele magazinelor moderne. Trad. din Manutention-Stockage, Franța, nr.156, apr.1969, p.167-176.
17. A.I.Zetălov, B.I.Pevzner,) - Kranî - ştabeleri. NIIINFORMTIAJMAS, 1966, Moscova
18. x x x - Comparația cheltuielilor de depozitare pe baza variantelor de proiectare. Trad. din Fördern und Heben, RFG, nr.12, sept.1968, p.744-746.
19. K.Schiller - Înălțimi economice de stivuire. Trad. din Hebenge und Fördermittel. R.D. Germania, 12, febr.1972, p.36-40.
20. H.Krippendorff - Proiectarea depozitelor de materiale în funcție de creșterea volumului de depozitare. Trad. din Fördern und Heben, RFG, 22, nr.11, aug.1972, p.610-615.
21. D.Mateescu, L.Gădeanu și alții. - Construcții metalice. Ed.did. și ped. București, 1975.
22. C.Dalban, N.Juncan Al.Varga. - Construcții metalice, București, Editura tehnica, 1967.
23. V.Popescu - Construcții metalice industriale. Editura 2, București, Editura tehnica, 1980.
24. N.S.Primek - Roscet zamenih konstrukcij. Izdatelstvo Budivelnik, Kiev.



25. C.Ruscă, D.Georgescu - Calculul static al halelor industriale, Bucureşti, Editura tehnică, 1980.
26. Caracostea s.a. - Manual pentru calculul construcţiilor. vol.I, Ed. tehnică, Bucureşti, 1977.
27. Al.Gheorghiu - Statica construcţiilor, Vol.I și II Bucureşti, Editura tehnică, 1960, 1961
28. Al.Gheorghiu - Statica, stabilitatea și dinamica construcţiilor. E.D.P., Bucureşti, 1974.
29. J.H.Argyris - Energy Theorems and structures analysis. Aircraft Engng. 1954, 26, Nr.308, 309, 1955, 27, Nr.312, 313, 314, 315.
30. Argyris J.H.and S.Kelsey. - The matrix force method structural analysis and some new applications. Aeronautical res.Council and.mem. 3034, 1957.
31. Ortega M.H. - Application of the Stiffness Method to Large deflection of Columns with initial deflection, Structural analysis Research memorandum Nr.17, The Boeing Company, Aerospace division, Seattle, Wash. 1960, May.
32. Turner M.J. s.a. - Large deflections of structural subjected to heating and external loads, Journal of the Aerospace sciences, vol.27, 1960, february.
33. V.Bănuț - Calculul neliniar al structurilor, Editura tehnică, Bucureşti, 1981.

34. Lesting J,
Prashuktes S.
- A Blocking Technique for large scale
structural analysis computers and
structures, 3, 1973, p.669-714.
35. Postnov V.A.
Harhurin I.I.
- Metoda elementelor finite în calculul
construcțiilor navale (în l.rusă).
Izdatelstvo sudostroenie, Leningrad,
1974.
36. Beres C.J.
- A computational technique for the
Efficient Handling of Large matrices.
Inst.J.Num.Meth.Engng. nr.7,
p.85-100, 1973.
37. Cantin G.
- An Equation Solver of very large ca-
pacity, Inst.J.num.Meth.Eng. 3,
p.379-388, 1971.
38. Curtis A.R.
Rei J.K.
- Fortran subroutines for the solution
of sparse sets of linear Equations,
E.K.A.F.A. Research Group, Report
ALRER Harwell Berkshire, 1971.
39. Mirșă O.
Friedrich R.
- Construcții din beton armat, Ed.D.P.,
București, 1980.
40. Bârsan G.M.
- Dinamica și stabilitatea construcți-
ilor, E.D.P., București, 1979.
41. Gheorghiu A.
- Concepții moderne în calculul struc-
turilor. Editura tehnică, București,
1969.
42. Bürgermeister G.
și colab.
- Stabilitätstheorie I, II, Berlin,
Akademie Verlag, 1959, 1963.

43. Coga D.
- Contribuții la studiul stabilității și calculul de ordinul II al structurilor plane din bare (cadre) prin metoda integrală directă aproximativă (teză de doctorat), București, 1970.
44. Mazilu F.
- Calculul static de ordinul II. Ciclu de conferințe ținut în cadrul Academiei R.P.R., București, 1955.
45. Scărlăt A.
- Stabilitatea și calculul de ordinul II al structurilor. Editura tehnică, București, 1969.
46. Bănuț V.
- Aplicarea metodei elementelor finite în calculul geometric neliniar. În : Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr.6, 1973.
47. Jennings A.
- Frame Analysis Including Change of Geometry. În: Journal of the structural Division ASCE, ST 3, mart. 1968.
48. Martin H.C.
- In the Derivation of Stiffness Matrices for the Analysis of Large Deflection and Stability Problems. Matrix methods in structural mechanics. Ohio, oct. 1965.
49. Powell H.G.
- Theory of nonlinear elastic structures. În: Journal of the structural Division, ASCE, ST 12, dec. 1969.
50. Horne M.R.
Merchant W.
- The Stability of Frames. Pergamon Press, Oxford, 1965.

51. Appeltauer I. - Contribuții la calculul de stabilitate al cadrelor de oțel. Teză de doctorat. Institut. Polit. Timișoara, 1971.
52. Mateescu D. - Considerații privitoare la calculul de stabilitate al cadrelor de oțel.
Appeltauer I.
Cuteanu E.
53. Rudkowski J. - Obliczenie statecznosci ramy ze słupami o skokowo zmiennym przekroju. In: Inż. Budownictwo, nr.1, 1964.
54. Scarlat A. - Stabilitatea structurilor. Probleme speciale. Editura tehnică. București, 1969.
55. Appeltauer I. - Stabilitatea cadrelor. Metode și formule practice pentru determinarea lungimilor de flambaj la stîlpii de cadru. Partea II-a. Studii și cercetări INCERC-ISCAS, 1961/1.
56. Mateescu D. - Construcții metalice, calculul și proiectarea elementelor din oțel. Editura tehnică. București, 1980.
Caraba I.
57. x x x - STAS 10108/0-78. Construcții civile, industriale și agricole. Calculul elementelor din oțel.
58. Masilu P. - Manualul pentru calculul construcțiilor. Editura tehnică. București, 1977.
Topa I.
59. Masilu P. - Calculul cadrelor. Deplasări și lucrul mecanic virtual în metoda Cross. București, 1956.
60. Masilu P. - Statica construcțiilor, vol. I și II, București, Editura tehnică, 1955.
61. Snitko N.K. - Rascicot ramnih scorujenii iteratiionnimi metodami. Moscova. Gosstroiizdat, 1962.
62. Avram C. - La généralisation de la méthode Cross. In : Bulletin de science et Technique de la Polytechnique de Timișoara, vol. XIII, fasc. 2-3, 1949.
63. Charon P. - La méthode Gross, Paris, 1953.

68. Argyris J.H.
Kelsey S. - The analysis of fuselages of arbitrary
Cross. Section and Mem. 3034, 1957.
69. Filin A.P. - Matriti v statike sterjnevih sistem.
Izd. lit.po Stroitelstvo, Moscova,
Leningrad, 1966.
70. Massonnet Ch.
și alții. - Calculul structurilor la calculatoare
electronice (trad.din l.franceză), Bu-
curești, Editura tehnică, 1974.
71. Ping-Chun Wang - Metode numerice și matriceale în meca-
nica construcțiilor, cu aplicații la
calculatoare (trad.din l.engleză), Bu-
curești, Editura tehnică, 1970.
72. Căpățină D. - Calculatorul în ajutorul proiectării
construcțiilor. Editura tehnică, Bucu-
rești, 1976.
73. Căpățină D. - Studiul actual al automatizării calcu-
lului structurilor, Rev.Construcții,
nr.6, 1978 p.37-43.
74. Ciongradi I.
Missir I. - Utilizarea calculatoarelor la proie-
tarea structurilor. vol.I, Inst.Polit.
Iași, 1975.
75. Petrescu M.
Ilie Gh. - Studiul experimental al eforturilor
secundare în barele grinzilor cu să-
brele de deschidere mare. În: Buletinul
științific al Institutului de construcții
nr.11, București, 1963.
76. Streletkii s.a. - Construcții metalice. vol.I și II
(trad.din l.rusă), București, ESAC, 1955.

77. Mateescu D.
Appeltauer I.
Cuteanu E.
78. Lokšin H.
Kurdin L.
79. Belenia I.B.
Geniev A.N.
Baldin V.A.
80. x x x
81. x x x
82. x x x
83. x x x
84. x x x
85. x x x
- Stabilitatea la compresiune a structurilor din bare de oțel. Editura Academiei, 1980.
 - Spravecink perekrovčika. Metallicheskie konstrukcii promišlennih zdanii i sovrujenii. Moskva, Gosud. izd. lit. postr. arh. i str. mat., 1962.
 - Metallicheskie konstrukcii. Moskva, Stroizdat, 1976.
 - Instrucțiuni tehnice pentru proiectarea construcțiilor metalice din profile cu pereti subțiri. P.54-69. M&C.Ind. 36, 10/1969, Buletinul Construcțiilor nr.4, 1970.
 - Profile indoite M.I.M.-D.D.P.T., București, 1979.
 - STAS 20101/0-75. Acțiuni în construcții. Clasificarea și gruparea acțiunilor.
 - STAS 10101/0A-77. Acțiuni în construcții. Clasificarea și gruparea acțiunilor pentru construcții civile și industriale.
 - STAS 10101/1-75. Acțiuni în construcții. Greutăți tehnice și încărcări permanente.
 - STAS 10101/20-78. Acțiuni în construcții. Acțiunea vîntului.

86. x x x

- STAS 10101/21-78. Acțiuni în construcții.
încărcări date de zăpadă.

87. x x x

- STAS 11100/1-78. Zonare seismică. Macrozonarea teritoriului Republicii Socialiste România.

88. x x x

- P.100-78, Normativ pentru proiectarea
antiseismică a construcțiilor de locuințe social-culturale, agrozootehnice
și industriale.