INSTITUTUL POLITEHNIC TIMISOARA
FACULTATEA DE CONSTRUCTII

ING. BACH ANH TUAN

CONTRIBUTII LA CALCULUL REZERVOARELOR CILINDRICE METALICE CU FUNDUL PLAT

T E Z A

pentru obtinerea titlului stiintific de

DOCTOR INGINER

CONDUCATOR STIINTIFIC :

Acad.Prof.emerit ing. DAN MATEESCU

TIMISOARA

- 1982 -

CAPITOLUL I

GENERALITATI PRIVIND REZERVOARELE PENTRU PRODUSE PETROLIERE

I. PIERDERILE PRODUSELOR PETROLIERE LA DEPOZITARE

O cantitate mare a produselor petroliere este păstrată în rezervoare, numai o parte neînsemnată în mici butoaie. Păstrarea în rezervoare a produselor petroliere care au o tensiune mare de vapori cauzează pierderi mari de produse petroliere din cauza "micilor respirații" și a "marilor respirații".

Pierderile datorate micilor respirații se produc din cauza ieșirii din spațiul de gaze al rezervorului, a unei cantități mai mici sau mai mari de aer saturat cu vapori de produs petrolier, din cauza variațiilor temperaturii din spațiul de gaze sau din cauza variațiilor presiunii exterioare. Creșterea temperaturii aerului inclus în spațiul de gaze al rezervorului și saturat cu vapori de produse petroliere, precum și ridicarea temperaturii suprafeței produsului petrolier (de care este legată creșterea tensiunii sale de vapori) mărește presiunea în rezervor, în cazul cînd spațiul de gaze este ermetic închis. Imediat ce presiunea din spațiul de gaze al rezervorului crește pînă la presiunea de reglare a supapelor de respirație, creșterea mai departe a temperaturii în spațiul de gaze produce evacuarea amestecului de aer cu vapori prin supapa de răsuflare, în atmosferă, evacuarea continuînd atît timp cît temperatura crește. Același rezultat este produs de scăderea presiunii barometrice. Este evident că, cantitatea de vapori evacuați va fi cu atît mai mică cu cît presiunea din spațiul de gaze la care se deschide supapa de respirație va fi mai mare, adică cu cît presiunea admisă în spațiul de gaze al rezervorului va fi mai mare. După cum arată calculele, mărirea acestei presiuni pînă la 0,3-0,4 atm. exclude complet pierderile datorate micilor respirații în timpul păstrării tuturor tipurilor de benzină comercială. Produsele petroliere cu tensiune de vapori mică vor necesita o presiune mai mică pentru eliminarea pierderilor datorate micilor respirații. Afară de cantitatea de amestec de vapori și aer evacuat în timpul micilor respirații, mărimea pierderilor datorate micilor respirații depinde și de concentrarea vaporilor în acest amestec care este cu atît mai mare cu cît tensiunea de vapori a produsului este mai ridicată.

La încărcarea rezervorului cu produs, aerul aflat în el saturat sau nesaturat cu vaporii produsului depozitat anterior, este dislocuit și evacuat în atmosferă prin intermedăul armăturilor de siguranță, montate pe capacul rezervorului. La descărcarea produsului din rezervor, fenomenul se desfășoară invers, în rezervor pătrunzînd aerul atmosferic. Acest proces de respirație, realizat prin intermediul armăturilor de siguranță la încărcarea și descărcarea rezervoarelor constituie marea respirație a rezervoarelor.

Mica și marea respirație a rezervoarelor provoacă pierderea celei mai valoroase părți a lichidelor volatile depozitate și anume a fracțiunilor ușoare, deci pe lîngă o reducere cantitativă a produsului petrolier apare și o reducere calitativă a produsului.

După datele măsurate în U.R.S.S., un rezervor cu presiunea interioară de 200 mm col. H_2O, de capacitate 5000 m^3, avînd coeficientul umplerii 0,5, înmagazinînd benzină, pierde 18 tone(în localitatea Moscova) și 37 de tone (în localitatea Astracan). Pierderea produselor petroliere albe prin înmagazinarea în rezervoare cilindrice verticale calculate la presiunea de 200 mm col. H_2O în spațiul liber al rezervorului, atinge cîteva milioane de tone pe an.

In proiectarea, realizarea și exploatarea rezervoarelor trebuie să se acorde o deosebită atenție rezolvării cît mai judicioase și în mod corespunzător a acestei probleme în scopul reducerii la limită a acestor pierderi.

Tot în acest scop, în construcția de rezervoare au fost aplicate idei noi și s-au realizat multe tipuri de rezervoare (rezervoare de presiune ridicată, rezervoare cu acoperișul plutitor, legarea spațiului de gaze al rezervorului cu gazometre sau alte dispozitive de captare a vaporilor etc.

II. CLASIFICAREA REZERVOARELOR

Perfecționările importante, hotărîtoare pentru evoluția construcției de rezervoare, s-au făcut numai după anul 1930, cînd construcțiile nituite au fost înlocuite cu cele sudate. Aceasta a atras după sine schimbarea și perfecționarea tehnicii de proiectare, modificări substanțiale în tehnologia de fabricație și elaborarea unor noi metode și tehnologii de montaj.

S-a ajuns astfel să se dispună de o mare varietate de soluții constructive de rezervoare. Clasificarea lor se poate face după numeroase criterii, dintre care se menționează cele mai importante, și anume :

- După poziția rezervoarelor față de suprafața solului, se deosebesc :

  - Rezervoarele de suprafață, din care fac parte rezervoarele montate direct pe sol sau deasupra solului precum și rezervoarele îngropate pe mai puțin de jumătate din înălțimea lor.

  - Rezervoarele semiîngropate, din categoria cărora fac parte rezervoarele îngropate pe mai mult de jumătate din înălțimea lor, fără ca nivelul maxim al produsului depozitat să depășească înălțimea de 2 m. față de suprafața solului.

- După presiunea interioară maximă de depozitare se deosebesc :

  - Rezervoarele fără presiune, cu acoperiș flotant sau cu ponton.

  - Rezervoarele de presiune mică, folosite pentru păstrarea produselor petroliere sub o suprapresiune pînă la

200 mm col.H_2O care sînt în general rezervoare verticale.

- Rezervoarele de presiune ridicată, pentru păstrarea produselor petroliere cu o suprapresiune pînă la 7000 mm col.H_2O, din categoria cărora fac parte, în general, rezervoarele cilindrice verticale cu capac bombat, rezervoarele sferoidale, rezervoarele cilindrice orizontale.

- Rezervoarele de presiune foarte ridicată, folosite pentru păstrarea gazelor lichefiate sub o suprapresiune pînă la 25 atm., din categoria cărora fac parte rezervoarele sferice, rezervoarele cilindrice orizontale de construcţie specială etc.

= După capacitatea de depozitare a rezervoarelor :

Se propune următoarea clasificare după criteriul capacităţii de depozitare :

- Rezervoare de capacitate mică, pînă la 100 m^3 care în general sînt rezervoare cilindrice verticale cu capac conic susţinut de o construcţie metalică uşoară, sau rezervoare cilindrice orizontale tip cisternă.

- Rezervoare de capacitate mijlocie şi mare, între 100 m^3 şi 50.000 m^3, cu capac plat pe o construcţie metalică cu ferme pentru capacităţi între 100 - 1000 m^3, cu capac conic pe grinzi şi stîlpi de susţinere sau cu acoperiş suspendat pentru 1000 - 5000 m^3 şi cu capac bombat sau cu capac plat pe stîlpi pentru 10.000 - 50.000 m^3.

- Rezervoare de capacitate foarte mare, de peste 50.000 m^3.

Introducerea în exploatere a rezervoarelor de mare capacitate reduce sensibil costul depozitării şi face să crească economia de metal. In tabelul 1.1 se dă greutatea metalului raportată la capacitatea kg/m^3 pentru rezervoare tipizate în U.R.S.S.

Inlocuirea rezervoarelor de 5000 m^3 cu rezervoare de 30.000 m^3, în parcurile cu o aceeaşi capacitate utilă de depozitare, reduce costul construcţiei întregului parc cu circa 25 % - 30 % şi dă o economie de metal de 7 % - 9 %.

După forma lor, rezervoarele pot fi rezervoare cilindrice verticale şi orizontale, sferice, sferoidale, conice şi de forme speciale.

Tabelul I.1.

Capacitatea m^3	Greutatea metalului raportată la capacitate (Kg/m^3)	Capacitatea m^3	Greutatea metalului raportată la capacitate (Kg/m^3)
PBC-100	47,2	PBC-1000	23,8
PBC-200	36,0	PBC-2000	20,1
PBC-300	33,5	PBC-3000	18,9
PBC-400	30,2	PBC-5000	18,7
PBC-700	24,3		

III. REZERVOARE FOLOSITE PENTRU PRODUSE PETROLIERE

III.1. Rezervoare cilindrice verticale

Rezervoarele cilindrice verticale se folosesc de obicei ca rezervoare pentru produse petroliere. Acest tip de rezervor este foarte răspîndit, se execută şi se montează uşor şi este relativ economic, îşi păstrează forma geometrică sub acţiunea solicitărilor date de presiunea interioară, mantaua este solicitată, în principal la întindere. Dezavantajul principal al acestui tip de rezervor este acela că, în partea superioară a mantalei, capacitatea sa portantă nu este folosită complet.

1. Rezervoare cilindrice verticale de presiune mică

Aceste rezervoare sînt caracterizate prin presiuni scăzute ale lichidului depozitat, de valori diferite în diferite ţări.

In U.R.S.S., rezervoarele tipizate se dimensionează la o suprapresiune de 200 mm col.H_2O şi un vacuum de 25 mm. col. H_2O.

In Franța, suprapresiunile sînt de 50 mm col.H_2O și vacuumul de 25 mm col.H_2O pentru rezervoarele de joasă presiune și suprapresiuni de 250 mm col.H_2O și vacuumul de 50 mm col.H_2O pentru rezervoarele de medie presiune.

In R.F. a Germaniei, suprapresiunea admisibilă este de 200 mm col. H_2O care poate fi însă ridicată la 500 mm col.H_2O dacă acest lucru se consideră în mod special în calculul de proiectare.

In R.S.România, suprapresiunea maximă în spațiul de gaze este de 200 mm col.H_2O și vacuumul de cel mult 40 mm col.H_2O.

Pînă în anul 1944, în U.R.S.S. există un standard numai pentru rezervoarele nituite, care a intrat în vigoare la 1 Iulie 1932. Acest standard a prevăzut 16 mărimi de rezervoare cu capacitate de la 11 m^3 pînă la 10.560 m^3. Din punct de vedere constructiv, rezervoarele aveau virolele așezate în trepte (pînă la 1000 m^3) sau virolele așezate telescopic sau mixt (mai mare decît 1000 m^3). Toate elementele rezervoarelor erau asamblate prin nituire. Mai tîrziu se introduce GOST 2486-44 pentru "Rezervoare cilindrice sudate pentru produse petroliere" care a prevăzut 9 mărimi de rezervoare, cu capacitate de la 1000 m^3 pînă la 4600 m^3, rezervoarele care corespund cu prescripțiile GOST 2486-44 se construiesc numai prin așezarea telescopică a virolelor. Toate îmbinările orizontale ale mantalei rezervorului se sudează prin suprapunere. In prezent, se folosesc rezervoarele verticale tipizate cu fundurile și mantalele rulate și acoperișurile realizate din panouri prefabricate cu nervuri de rigidizare.

O altă variantă a capacului rezervorului este cea cu acoperiș suspendat (fără moment). Experiența existentă arată că acoperișurile suspendate pot suporta o suprapresiune interioară de 200 mm col.H_2O. Rezervoarele cu acoperiș suspendat cu capacitatea de 5000 m^3 sînt cu circa 10-15 % mai ușoare decît rezervoarele tipizate cu acoperișul asamblat din panouri. Pentru rezervoarele cu capacitate de 10.000 m^3 și mai mare se folosesc căpăcele sferice sau sferoidale fără stîlpi centrali.

In U.R.S.S., rezervoarele tipizate se calculează cu încărcarea vîntului de 30 daN/m^2, încărcarea zăpezii de 100 daN/m^2. Greutatea proprie a produselor petroliere se ia egal cu 0,9 T/m^3 şi o suprapresiune interioară de 200 mm col.H_2O, un vacuum de 25 mm col.H_2O.

Pentru preluarea încărcării vîntului în zona cu presiunea vîntului mai mare, mantaua este întărită de centura de rigidizare. După standardul din U.R.S.S., pentru zona cu presiunea vîntului de 55 şi 100 daN/m^2, mantaua rezervorului cu capacitatea de 2000, 3000 şi 5000 m^3 este întărită de centura de rigidizare care este sudată pe virola a cincea a rezervorului, sprijinită de rigidizări verticale cu pas de 2m. Pentru a echilibra eforturile verticale care apar pe conturul superior al mantalei datorită acţiunii simultane a suprapresiunii din spaţiul de gaze, a acţiunii vîntului şi a evita astfel ridicarea marginii (inelului periferic al fundului de pe fundaţie) rezervoarele cu capacităţi de depozitare mai mare decît 400 m^3, şi rezervoarele la care suprapresiunea din spaţiul de gaze depăşeşte 120 mm col.H_2O se prevăd cu contra-greutăţi din plăci sau blocuri de beton armat, agăţate pe suprafaţa exterioară a primei virole de jos.

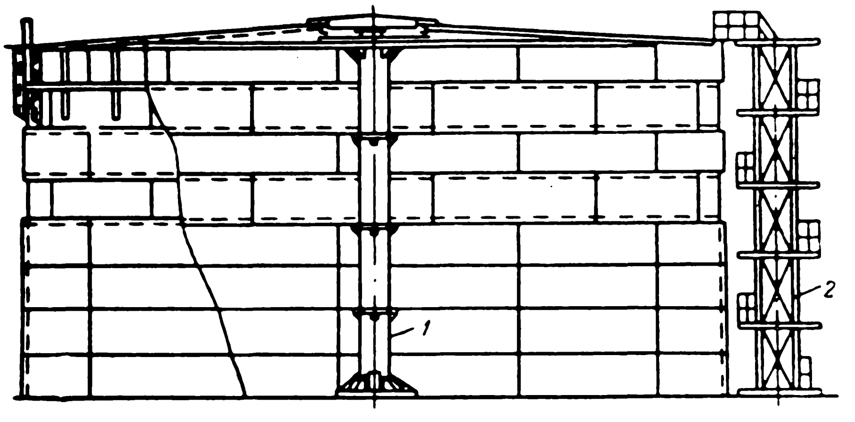


Рис. 3.6. Вертикальный цилиндрический резервуар емкостью 5000 $м^3$ с центральной стойкой и щитовым покрытием

1 — центральная стойка; 2 — шахтная лестница

Fig.I.1 Rezervorul cilindric vertical tipizat de capacitatea 5000m^3 din U.R.S.S.

2. Rezervoare cilindrice verticale de presiune ridicată

Rezervoarele de presiune mică permit o creştere a presiunii în spaţiul de gaze, de cel mult 250 mm col.H_2O. Păstrarea în aceste rezervoare a produselor petroliere volatile care au o tensiune mare de vapori cauzează pierderi mari de produse petroliere din cauza respiraţiei. Una din metodele de reducere sau lichidare completă a pierderilor, mai ales din cauza micilor respiraţii,constă în păstrarea produselor petroliere la presiune înaltă.

De obicei rezervoarele cilindrice verticale de presiune ridicată se calculează la o suprapresiune de la 400 mm H_2O pînă la 7000 mm col.H_2O şi un vacuum pînă la 150 mm col.H_2O.

Rezervoarele cu capac sferic pleoştit :

Se folosesc la păstrarea produselor petroliere, pentru suprapresiune de 400...2800 mm col.H_2O şi vacuumul pînă la 100 mm col.H_2O. In cazul vacuumării spaţiului interior al rezervorului, stabilitatea mantalei cilindrice este asigurată prin prevederea pe suprafaţa ei interioară, pe înălţime, a unor inele de rigidizare executate din platbenzi de oţel.Pentru a echilibra forţa de presiune, a evita apariţia unor deformaţii mari,pentru a împiedica ridicarea panoului periferic al fundului de pe patul de nisip în cazul cînd nivelul lichidului depozitat în rezervor este scăzut iar suprapresiunea este ridicată, virola inferioară a rezervorului se fixează la teren prin intermediul a 7...18 dispozitive speciale de ancorare. Deoarece curbura capacelor este mică, grosimea lor este mică, la executarea capacelor rezervoarelor de acest tip, curbarea prealabilă a segmenţilor de tablă nu este necesară de cele mai multe ori, deşi se simplifică construcţia şi lucrările de montaj ale rezervoarelor. De obicei, acest tip de rezervoare se folosesc la capacităţi de depozitare pînă la 5000 m^3.

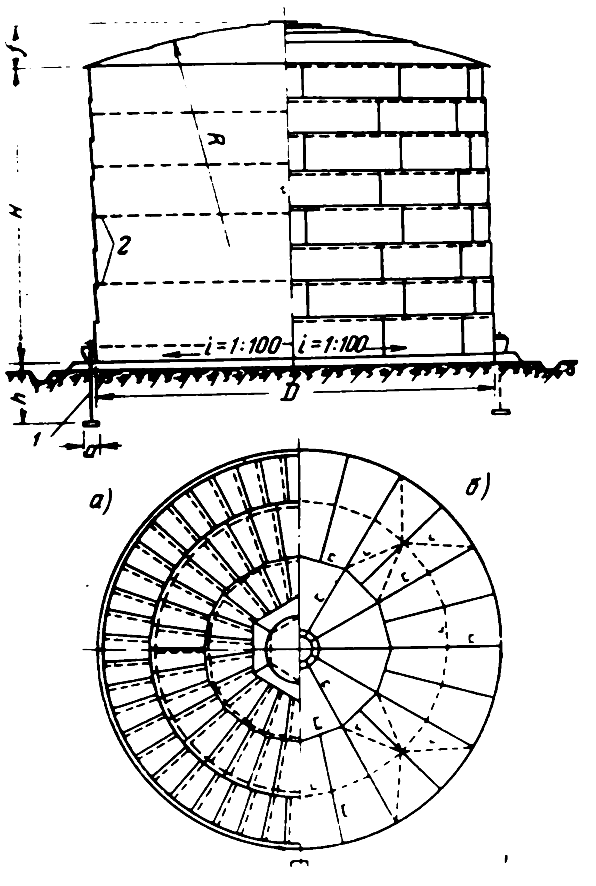


Fig.I.2 Rezervorul cu capac sferic plcoştit

Rezervoarele cu capac sferic cu racordare :

Acest tip de rezervoare fără construcţie metalică portantă, elaborat de inginerul rus M.I.Askinazi este cunoscut sub denumirea de rezervor DISI, lucrînd la suprapresiune pînă la 1650 mm col.H_2O şi un vacuum de 30...50 mm col.H_2O. Capacul rezervorului se compune dintr-o rozetă centrală şi un anumit număr de segmenţi. Pentru a asigura o anumită rigiditate a rezervorului de acest tip, îmbinarea capacului cu mantaua se face prin intermediul unui inel din platbandă sau al unui inel din oţel . Pentru ca mantaua rezervorului să-şi menţină stabilitatea în cazul vacuumării, pe suprafaţa sa interioară se prevăd inele de rigidizare din cornier. Fundul rezervorului se execută de regulă în uzine, folosindu-se îmbinările sudate prin suprapunere.

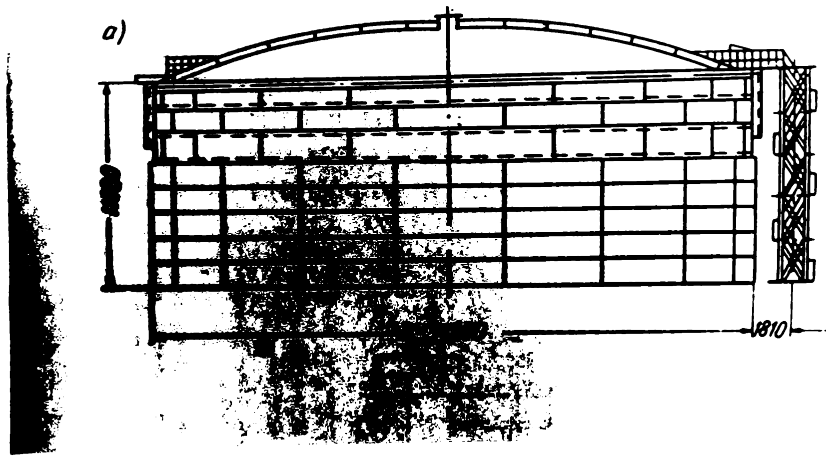
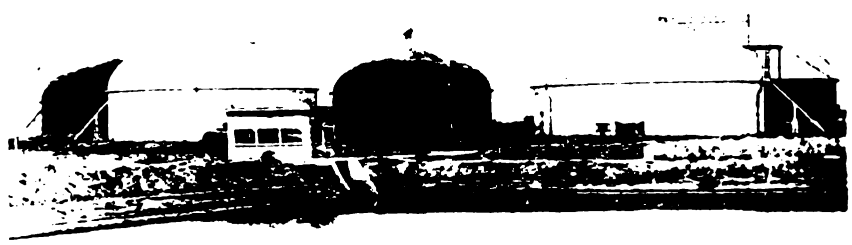


Fig.I.3 Un rezervor cu capac sferic de capacitate 10.000 m^3

Rezervoarele cu capace sferoidale :

Pentru capacitate mai mare, se folosesc rezervoare cu capace sferoidale, sferocilindrice sau combinaţii ale acestora. Presiunea interioară ajunge la 0,1...0,5 atm. Dintre acestea se pot enumera rezervoarele, elaborate de inginerul francez Ribo cu capacitatea de 1750 mm col.H_2O iar cele cu capacitatea de 15.000 m^3 şi 20.000 m^3 la suprapresiunea de 1250 mm col.H_2O, pentru depozitarea îndelungată a benzinei. Vacuumul se ia egal cu 50 mm col.H_2O. Rezervoarele de tip Ribo din oţel slab aliat cu limita de curgere de 25 daN/mm^2 au fost construite în Franţa la începutul anilor '50. In fig. I.3 sînt prezentate rezervoarele cu capac sferoidal de tip Ribo de 20.000 m^3. Echilibrarea forţei de presiune din spaţiul de vapori, care tinde să ridice rezervorul de pe fundaţie, s-a făcut în acest caz prin intermediul unor ancore adînc îngropate în teren, fiecare ancoră preluînd o sarcină de 28 t. In total au fost montate 84 ancore periferice şi 10 ancore interioare. Ancorarea în teren a bulonanelor de ancoraj s-a făcut prin intermediul unor plăci de oţel de 25-85 mm, îngropate şi consolidate în găuri cu diametrul de 160 mm, forate în stîncă la adîncimi de 4,5...5,5 m. Capacul sferoidal are semiaxele elipsei generatoare egale cu a=12.500 mm şi b=8000 mm, cupola sferică centrală are o rază de curbură de 12.000 mm.



RÉSERVOIRS POUR HYDROCARBURES de 20.000 m³
TYPE RIBOUD. Surpression : 125 cm²

Fig.I.4 Rezervoarele cu capac sferoidal de tip Ribo
cu capacitate nominala de 20.000 m^3

3. Rezervoarele cilindrice verticale cu capace plutitoare:

Rezervoarele cu capace plutitoare răspund într-o mare măsură cerinţelor crescînde de reducere a volumului de materiale şi de creştere a eficienţei de utilizare a rezervoarelor pentru depozitarea petrolului şi a produselor petroliere. Folosirea acestor acoperişuri are un efect economic considerabil, permite reducerea simţitoare a pierderii celor mai valoroase şi uşoare fracţiuni de hidrocarbură ale petrolului, reduce considerabil poluarea mediului înconjurător. Lipsa spaţiului de gaz deasupra suprafeţei petrolului şi a produselor petroliere în rezervoarele cu acoperişuri plutitoare, permite de asemenea, creşterea nivelului de securitate împotriva incendiilor şi de siguranţă la explozii în comparaţie cu alte tipuri de rezervoare. Normele în vigoare permit încadrarea rezervoarelor cu acoperişuri plutitoare în clasele cele mai mari de pericol la incendiu, ceea ce în ultima instanţă duce la reducerea consumului de materiale de construcţii.

Practic, se folosesc două tipuri principale de rezervoare cu capace plutitoare : rezervoare cu acoperiş flotant şi rezervoare cu acoperiş fix şi cu ponton.

In cazul unei goliri frecvente (mai mult de şase cicluri încărcare-descărcare pe an) a produselor petroliere la rezervoare şi în regiunile geografice pentru care încărcarea cu zăpadă este mică, este raţională folosirea unui acoperiş flotant.

Soluţia de etanşare pe perimetrul capacului rezervorului poate fi rigidă sau elastică. La partea superioară a rezervorului se prevede o pasarelă circulară, legată de pămînt printr-o scară exterioară iar de acoperişul flotant, cu o scară care este articulată în pasarelă permiţînd o rotire în jurul acestei articulaţii, pe acoperişul flotant fiind astfel aşezată încît poate aluneca în lungul unui locaş de ghidare, în acest mod ridicarea capacului nu este împiedicată. La partea inferioară a acoperişului flotant se prevăd stîlpişori de 1,5...2 m permiţînd în cazul rezervorului gol circulaţia şi repararea fundului şi capacului. Pentru prevenirea încălzirii produselor petroliere de razele solare în timpul verii, pe acoperiş se varsă un strat de apă (pînă la 200 mm). Rezervoarele cu acoperiş flotant împiedică pierderea produselor petroliere prin evaporare în proporţie de 70-80 % în comparaţie cu rezervoarele obişnuite (Tabelul 1.2). Pentru evacuarea apelor de ploaie de pe capac, se foloseşte o conductă flexibilă care nu împiedică deplasarea pe verticală a capacului. Rezervoarele sînt prevăzute în acoperiş cu găuri de vizitare, dispozitive de măsură precum şi supape de siguranţă sau de vacuum. Primele se deschid atunci cînd presiunea în interior devine prea mare, după ce acoperişul a ajuns în poziţia superioară extremă, iar cea de a doua, atunci cînd la golire, capacul se găseşte în poziţia cea mai joasă.

Rezervoarele cu acoperiş fix şi ponton : acoperişul fix al rezervorului protejează pontonul la căderea pe suprafaţa lui a precipitaţiilor atmosferice, aceasta permiţînd folosirea de construcţii mai simple, mai puţin robuste pentru ponton. In timpul exploatării, supravegherea, revizia şi întreţinerea ecranelor plutitoare sînt mai simple, iar funcţionarea este suficient de sigură, fără a necesita utilizarea unor sisteme de etanşare complicate. De obicei, rezervoarele cu acoperiş fix şi ponton se folosesc în regiunile în care s_nt multe zăpezi, gheaţă.

Tabelul I.2. Pierderea produselor petroliere din cauza micilor respiraţii şi a marilor respiraţii la tone/an.

PIERDEREA	Rezervoare cilindrice verticale metalice		
	Cu suprapresiune de 0,02 atm.Capacitate de 4838 m^3	Cu acoperiş şi ponton. Capacitate de 4320 m^3	Cu presiunea interioară de 2000 mm.col. H_2O şi vacuum de 100 mm.col. H_2O. Capacitate 5266 m^3.
Din cauza micilor respiraţii.	54,4	10,5	Pierdere neînsemnată
Din cauza marilor respiraţii (de 48 de ori pe an)	167,6	45,6	115,2
Pierderea totală	220	56,1	115,2

In U.R.S.S., S.U.A. şi în multe alte ţări ale Europei s-au efectuat numeroase cercetări, avînd ca scop determinarea eficacităţii pontoanelor. S-a stabilit astfel că, prin folosirea pontoanelor, pierderile prin vaporizare se reduc cu pînă la 80...94 %, la un rezervor de benzină de 4000 m^3, economia lunară de benzină reprezentînd circa 10 m^3. Un alt important avantaj al folosirii pontoanelor constă în reducerea pericolului de incendiere a rezervoarelor datorită amestecului de aer şi vapori din spaţiul de gaze care are o concentraţie periculoasă numai în apropierea pontonului, dar care

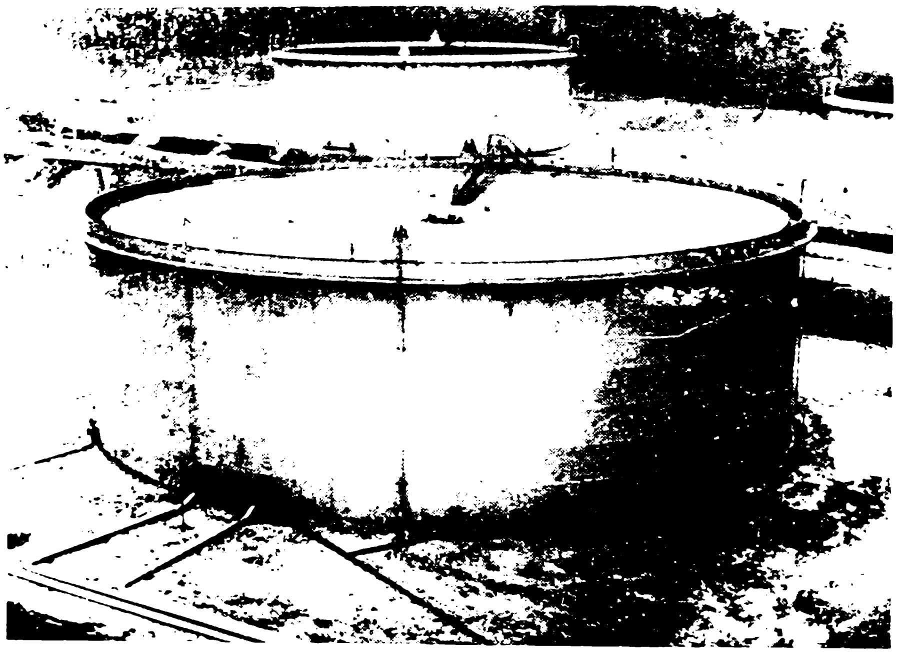


Fig. I.5 Rezervorul de 30.000 m³ cu ponton flotant construit în [illegible].

totdeauna este suficient de îndepărtat de acoperişul fix.

Experienţa exploatării acoperişurilor plutitoare, acumulată în ultimii ani, a confirmat eficienţa folosirii lor şi totodată a permis scoaterea în evidenţă a diferitelor elemente de construcţie ale acestor acoperişuri care au nevoie de o îmbunătăţire ulterioară. Practica construirii rezervoarelor permite împărţirea acoperişurilor plutitoare în trei tipuri principale : cu un singur strat, cu două straturi şi combinate. Schemele diferitelor variante de soluţii constructive pentru acoperişurile plutitoare sînt arătate în fig.I.6.

Cel mai simplu ca execuţie constructivă este acoperişul disc cu un singur strat, sub formă de membrană metalică, cu pereţii verticali dispuşi după perimetru. Rigiditatea marginilor se asigură cu ajutorul guseurilor. Acoperişurile disc în comparaţie cu alte tipuri de acoperişuri plutitoare sînt cel puţin sigure în exploatare. La apariţia infiltraţiilor în asemenea acoperişuri, de exemplu datorate deteriorării etanşeităţii îmbinărilor sudate, acestea se pot scufunda repede. Totuşi, simplitatea construcţiei şi consumul nu prea mare de materiale la acoperişurile disc, le fac aplicabile la rezervoarele de diametre mici.

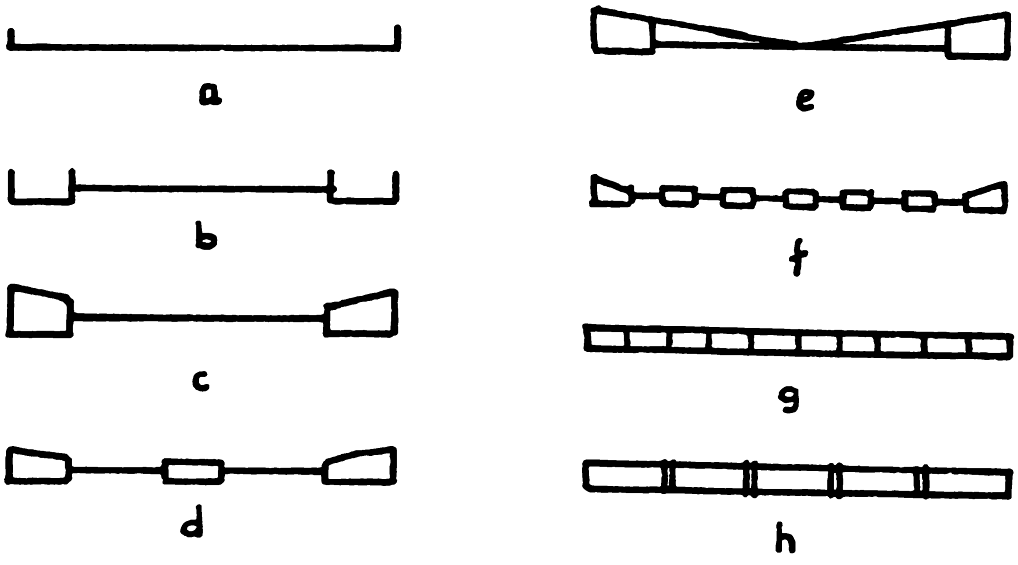


Fig. 1.6 Constructii de acoperisuri plutitoare.

a) Acoperiş disc
b)şi c) Acoperiş cu membrană netedă şi ponton inelar
d) Acoperiş cu ponton inelar şi central
e) Acoperiş cu nervuri radiale
f) Acoperiş cu flotoare
g) şi h) Acoperiş cu două straturi

Cea mai mare răspîndire o au acoperişurile plutitoare cu un singur strat, cu membrană metalică dintr-o foaie subţire şi cu pontoane-cutii inelare fixate pe perimetrul acesteia, de regulă, de tip închis. Acoperişurile acestea au o flotabilitate destul de mare. Pentru evacuarea precipitaţiilor atmosferice, membrana acoperişului plutitor are o înclinare spre basinul de apă al sistemului de evacuare a apei. Experienţa exploatării arată că neajunsul cel mai mare al acoperişurilor plutitoare cu un strat este gradul lor crescut de deformare. De obicei, aceste acoperişuri la rezervoarele de diametre mari sînt supuse balansărilor ondulatorii provocate de vînt. In multe cazuri, pe suprafaţa membranei dintr-o foaie subţire, la aceste acoperişuri există denivelări, cu atît mai mari cu cît metalul este mai subțire, ceea ce îngreunează îndepărtarea precipătațiilor atmosferice prin drenare. Apa care se menține pe acoperiș distruge stratul de vopsea, provocînd coroziunea metalului.

Din această privință sînt preferabile (în special pentru rezervoarele mari) acoperișurile cu nervuri radiale cu secțiunea închisă. Datorită împingerii lichidului de jos, în partea centrală a acestor acoperișuri se creează întinderea membranei care asigură scurgerea apei spre centru. Asemenea acoperișuri sînt montate la rezervoarele cu capacitatea de 100-105 mii m^3 în Olanda, R.F.G., S.U.A. și alte țări. Neajunsurile unei asemenea soluții a acoperișurilor plutitoare sînt : o oarecare creștere a consumului de metal, lungimea cusăturilor sudate și în consecință mărirea manoperei de execuție. Totuși, autorii construcției consideră că creșterea consumului de metal se compensează prin avantajele menționate ale acestor acoperișuri.

Un anumit interes îl reprezintă construcțiile experimentale de acoperișuri plutitoare cu flotoare, montate la rezervoarele din S.U.A. Folosirea flotoarelor a permis reducerea dimensiunilor geometrice ale pontoanelor inelare. Prezența flotoarelor a asigurat poziția orizontală normală a acoperișului în cazul scufundării întregii părți centrale a acestuia. Totodată, trebuie menționat că un acoperiș care are flotoare este mai greu de realizat și prezența unui număr mare de flotoare duce la creșterea manoperei de execuție a acoperișului.

In unele țări au răspîndire diferite tipuri de acoperișuri plutitoare cu două straturi. Asemenea acoperișuri se compun din stratul de sus și cel de jos iar spațiul dintre ele este divizat în compartimente ermetice. Stratul de aer cuprins între aceste straturi, de obicei joacă un rol de izolație termică, protejează produsele petroliere împotriva încălzirii și evaporării intensive. In această privință, acoperișurile cu două straturi posedă calități de exploatare mai înalte și își mențin capacitatea de funcționare, practic în toate zonele climatice, la acțiunea sarcinilor verticale pînă la 2 kN/m^2. Asemenea acoperișuri au fost folosite în Franța, R.S.C. In ultimul caz acestea au fost formate din casete unificate cu două straturi, îmbinate pe laturi una într-alta. Neajunsurile construcţiilor acoperişurilor plutitoare cu două straturi sînt volumul de metal extrem de mare şi complexitatea montajului.

Compararea diferitelor soluţii constructive ale acoperişurilor plutitoare demonstrează faptul că cel mai mic consum specific de metal este caracteristic pentru acoperişurile cu un singur strat. Acoperişurile cu două straturi sînt cu 25-30 % mai grele decît cele cu un singur strat, deci ele au în mod corespunzător un indice al lungimii rosturilor şi al volumului de muncă pentru lucrările de montaj-sudură mai mare. Acoperişurile cu un singur strat cu nervuri radiale ocupă o poziţie intermediară : comportarea în exploatare este mai bună decît a acoperişurilor cu un singur strat, dar indicii economici sînt mai mari decît a acoperişurilor cu două straturi.

4. <u>Realisări deosebite în construcţia de rezervoare cilindrice verticale</u>.

Cel mai însemnat rezervor cu acoperişul flotant pentru păstrarea produselor petroliere a fost construit în Kuweit, în anul 1962. Rezervorul acesta are o capacitate de depozitare de 96195 m^3, diametrul de 79,24 m şi înălţimea de 19,5 m. Corpul este alcătuit din 8 virole de lăţime 2,4 m. Fundul are grosimea de 6,3 mm iar mantaua de 6,3 mm pînă la 25 mm. Rezervorul s-a făcut din oţel de marca T-1 ($_r$ = 70 daN/mm^2, $_c$= 60 daN/mm^2). Pentru executarea acestui rezervor au fost folosite 1500 tone de metal.

In 1965, la baza petrolieră din portul Europoort, de lîngă Roterdam au fost date în exploatare patru rezervoare cu capac plutitor avînd fiecare, o capacitate de depozitare de 100.000 m^3 şi servind pentru depozitarea-tranzit a ţiţeiului brut adus cu tancuri petroliere. Viteza de descărcare a tancurilor petroliere în rezervoare şi a rezervoarelor în conductele ce alimentează rafinăriile este, în medie de 6042 m^3/oră.

Diametrul acestor rezervoare este de 76,2 m, iar înălţimea lor este de circa 22 m. Mantaua cilindrică a rezervoarelor este asamblată din 9 virole, fiecare virolă fiind executată

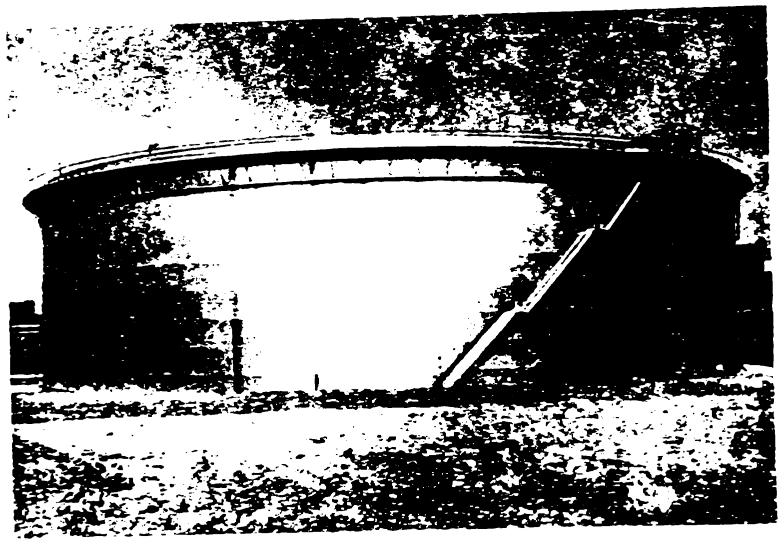


Fig. I.7 Rezervorul cu acoperişul flotant de capacitate 105.000 m^3.

din 24 table cu lungimea de 9,98 m şi lăţimea de 2,44 m. Cusăturile sudate, orizontale şi verticale, ale mantalei s-au executat pe o platformă de montaj, automat, în atmosferă de CO_2. Pentru cusăturile verticale s-au folosit două automate de sudură de tip nou. Fundul rezervorului s-a executat din table cu grosimea de 6 mm, lungimea de 10 m şi lăţimea de 2,1 m. Imbinările sudate ale fundului au fost prin suprapunere.

In 1967, în Venezuela, s-a dat în exploatare un rezervor cilindric vertical de tip deschis (fără capac) avînd o capacitate de depozitare de 149.300 m^3, acesta fiind cel mai mare rezervor cilindric vertical din lume. Rezervorul, destinat depozitării ţiţeiului şi altor lichide combustibile, a fost construit în numai 3 luni, ceea ce constituie un record. La construirea acestui rezervor a fost folosită din plin experineţa dobîndită la construirea în Köln (R.F.G.) a unor rezervoare asemănătoare, [illegible] de capacitate mai mică. Mantaua rezervorului are şase virole, fiecare are înălţimea de 2440 mm. O virolă este realizată din 36 de table, greutatea unei table din virola inferioară fiind de 6,7 tone.

Pînă în prezent, multe rezervoare cu capace plutitoare de capacităţi 50...100 mii m^3 s-au construit în Olanda, Japonia, RFG, SUA, Franţa, URSS, RSC. Din cauză că rezervoarele construite în prezent sînt proiectate cu dimensiunile mult mai mari decît în trecut, prin folosirea oţelurilor de înaltă rezistenţă, mantaua rezervorului devine mult mai subţire. Deci, trebuie să se ţină seama de stabilitatea rezervorului atît în timpul execuţiei cît şi a exploatării. Pentru preluarea sarcinilor date de acţiunea vîntului şi pentru asigurarea unei rigidităţi spaţiale suficiente la partea superioară a mantalei cilindrice se prevede un sistem de rigidizare, care serveşte şi la susţinerea platformei de serviciu. Rezolvarea acestei probleme, mai ales în zonele în care se află taifunul trebuie să fie studiată mai concret.

III.2. Rezervoare de alte forme

1. Rezervoare cilindrice orizontale

Pentru depozitele de petrol mici şi pentru alte depozite de produse petroliere unde unele produse petroliere se păstrează în cantităţi mici, se întrebuinţează rezervoarele cisternă orizontale. Avantajul lor principal constă în faptul că sînt transportabile şi au posibilitatea de mărire a suprapresiunii exterioare, deci de înlăturare aproape completă a pierderii produselor volatile prin păstrare.

Cisternele se confecţionează în cele mai multe cazuri în condiţii de uzine şi sînt trimise în stare finală la locul de instalare, ceea ce este deosebit de important în cazul acelor locuri în care nu este posibilă executarea lucrărilor de sudură şi de montare. In URSS, diametrul acestor rezervoare nu depăşeşte 3,25 m (conform cu gabaritul permis al căilor ferate) în cazul special acest diametru poate atinge 3,6 - 3,8 m. Rezervoarele orizontale se confecţionează cu lungimea 2 - 2,7 m şi capacitatea de pînă la 200 m^3.

Suprapresiunea interioară în rezervoarele orizontale de obicei variază de la 0 pînă la 25 daN/cm^2, vacuumul de la 0 - 1 daN/cm^2. Diametrul de la 1,2 - 4 m lungimea de la

2 - 20 m, grosimea pereţilor de la 3 - 36 mm, capacitatea de la 3 - 400 m^3. Fundul rezervorului poate fi plan, conic, cilindric, sferic sau elipsoidal, conform cu suprapresiunea, diametrul rezervorului şi condiţiile tehnologice.

Trebuie avut în vedere că în ceea ce priveşte consumul de metal şi prin urmare preţul pe m^3 capacitate, rezervoarele orizontale sînt foarte neeconomice. Consumul de metal pentru 1 m^3 de rezervor orizontal este de peste două ori mai mare decît consumul de metal pentru 1 m^3 de capacitate a celui mai neeconomic rezervor vertical de 100 m^3 şi aproape de şase ori mai mare decît consumul pe m^3 pentru rezervoarele verticale de capacitate mare.

2. Rezervoare sferice

Dintre rezervoarele care se utilizează la presiune înaltă, pot fi amintite rezervoarele sferice care sînt calculate pentru o presiune interioară de 2,5 ... 18 daN/cm^2 şi de obicei, acestea sînt destinate păstrării gazelor lichefiate sau a fracţiunilor uşoare de benzină. In ultima perioadă au început să fie folosite frecvent pentru alimentarea cu apă a unităţilor agricole, rezervoare sferice cu capacităţi de 60...200 m^3 montate pe piloni metalici tubulari ancoraţi cu cabluri. Avînd în vedere solicitările biaxiale mari precum şi temperaturile scăzute la care pot lucra uneori în timpul exploatării, rezervoarele pentru depozitarea gazelor se execută din oţeluri slab aliate cu granulaţie fină sau din oţeluri aliate cu nichel cu tenacitate ridicată la temperaturi scăzute. Se evită astfel pericolul ruperii fragile care s-a manifestat la rezervoarele de acest tip realizate din oţeluri cu tenacitate redusă.

Rezervoarele sferice pot fi realizate din table tăiate sub diferite forme. Tablele groase se deformează la cald cu prese speciale, pe cînd tablele mai subţiri se pot deforma şi la rece.

Primele rezervoare sferice s-au realizat în SUA după primul război mondial. In ele se păstrează nu numai lichide inflamabile, ci şi gaze lichefiate sub mare presiune.

In URSS de obicei s-au construit rezervoare sferice, cu capacitate de 600...8000 m^3 şi în SUA de 5000-10.000 m^3.

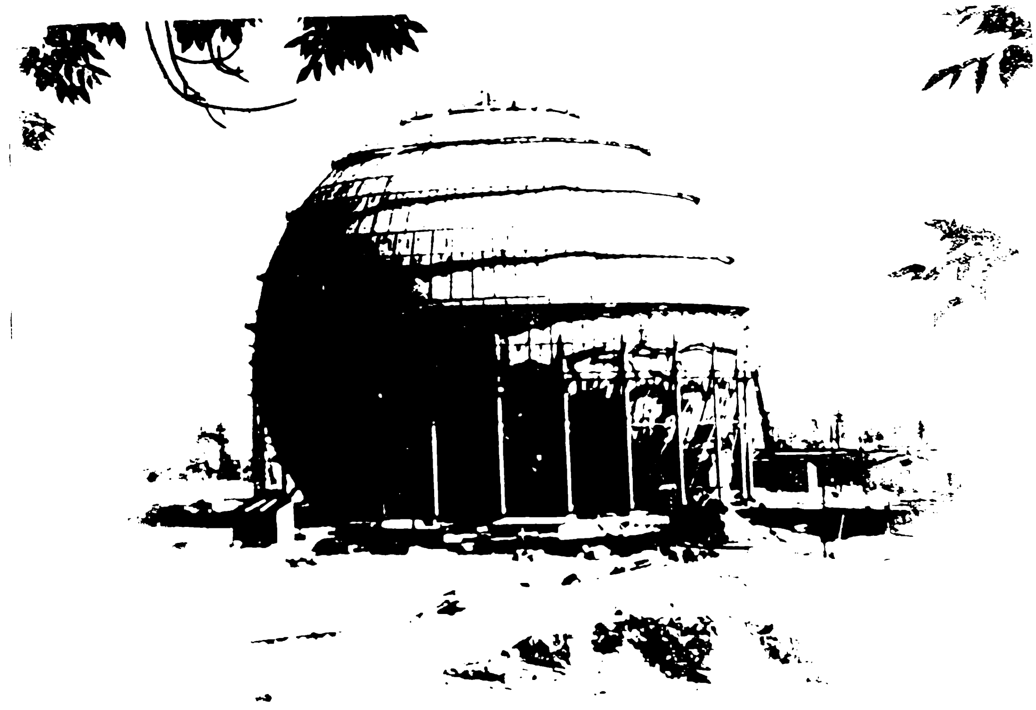


Fig.1.8 Rezervorul sferic construit în West Milton.

S-a construit în West Milton (SUA) un rezervor sferic, care pentru dimensiunile sale constituie un record de gen. Rezervorul sferic cu diametrul lui de 68,65 m, atinge astfel înălţimea unui bloc de 18 etaje. La fabricaţia sa au fost necesare 3850 tone de tablă metalică de 25 mm grosime. Acest rezervor este utilizat de Comisia Americană de energie atomică pentru încercarea utilajelor folosite în energia nucleară. Durata construcţiei acestui rezervor enorm n-a depăşit 10 luni. Lungimea cusăturii folosite atinge cifra impresionantă de 8000 m.

3. Rezervoare sferoidale (în formă de picătură)

Tendinţa de a găsi o construcţie de rezervor ale cărui elemente să aibă tensiuni mai mult sau mai puţin uniforme, în special tensiunile de întindere, a dus la ideea de a face învelişul rezervorului în formă de picătură de lichid care stă liber pe o suprafaţă.

Incercările făcute cu un înveliş elastic au dat prima confirmare a acestei teorii. Mai tîrziu, construcţia rezervoarelor sferoidale a găsit aplicare practică. In primele proiecte de rezervoare sferoidale, condiţia obligatorie era prevederea în interiorul lor a unor ferme speciale. Fermele se proiectau pentru evitarea turtirii rezervorului în cazul formării eventuale a unui vid înaintat cînd învelişul insuficient de rigid nu poate rezista la presiunea exterioară. Invelişul calculat pentru a lucra independent, nu s-a îmbinat cu ferme, în timpul montării rezervorului, între traverse şi înveliş s-a păstrat intervalul din proiect. Rezervorul era calculat pentru o presiune interioară în spaţiul de gaze de 0,4 atm. şi un vid de 300 mm col. H_2O la o greutate specifică a produsului γ = 0,76 T/m^3.

Calculul tehnologic a arătat că presiunea maximă a vaporilor în rezervor în condiţiile cele mai defavorabile poate fi luată de 0,3 - 0,5 atm. Rezervoarele sferoidale se folosesc raţional pentru capacitatea de 2000 - 6000 m^3 şi un vacuum de 300 mm col.H_2O.

In URSS s-au făcut pînă în anul 1970, 5 rezervoare sferoidale. In SUA, Franţa, rezervoarele speroidale sînt mai răspîndite.

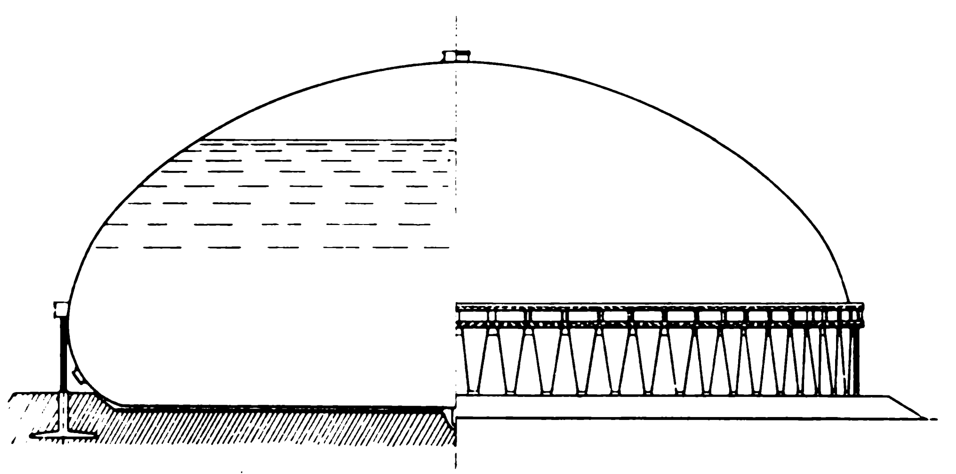


Fig. 6. — Réservoir « Caquot » aérien de 9 600 m³.

Fig.1.9 Un rezervor sferoidal cu o capacitate de [illegible]

IV. MATERIALE FOLOSITE LA EXECUTIA CONSTRUCTIEI DE REZERVOARE

IV.1. Unele particularităţi ale exploatării rezervoarelor pentru produse petroliere

Condiţiile cele mai grele pentru produsele petroliere sînt legate, printre altele şi de acţiunea temperaturii, care variază în limite largi şi contradictorii. In afară de aceasta, lungimea considerabilă a cusăturilor sudate, care în cazul rezervoarelor de mare capacitate ajunge la cîţiva kilometri, şi eventuala existenţă a unor defecte de sudare complică şi mai mult condiţiile de lucru ale rezervoarelor. O influenţă aparte asupra comportării în exploatare a rezervoarelor are tasarea neuniformă a terenului de fundaţie, mărimea şi gradul de neuniformitate al acesteia crescînd cu creşterea capacităţii de depozitare a rezervorului.

In cazul rezervoarelor cilindrice verticale de capacitate mare, construcţia lor şi condiţiile de lucru sînt complicate şi prin faptul că, pe înălţime, grosimea tablelor virolelor este variabilă, micşorîndu-se de la fundul rezervorului către capacul rezervorului. Din această cauză şi din alte cauze (existenţa unor îmbinări sudate prin suprapunere, abaterii iniţiale mari de la forma geometrică perfectă etc.), în mantaua cilindrică a rezervoarelor se regăseşte o stare neuniformă de solicitare, căreia îi corespunde o stare neuniformă de eforturi unitare, diferită de cea teoretică, obişnuită prin aplicarea teoriei pînzelor subţiri de revoluţie. In plus, produsele petroliere înrăutăţesc mult condiţiile de lucru ale rezervoarelor metalice prin coroziune. Experienţa practică a arătat că elementele cele mai puternic atacate de coroziune în cazul rezervoarelor cilindrice verticale sînt : fundul, capacul şi virolele inferioare şi superioare ale mantalei.

In practica construcţiei şi exploatării de rezervoare metalice sînt cunoscute numeroase cazuri de distrugere a unor cusături sudate ale mantalei şi uneori chiar de distrugere completă a rezervorului. In aceste din urmă cazuri, cauzele distrugerii au fost, de regulă, aceleaşi : calitatea necorespunzătoare a îmbinărilor prin sudură de montaj, prezenţa unor defecte tehnologice în cusăturile sudate, folosirea de oţeluri de calitate necorespunzătoare sau pierderea stabilităţii rezervoarelor (mai ales în cazul rezervoarelor de mare capacitate).

Analiza statistică a datelor practice privind avarierea sau distrugerea rezervoarelor cilindrice verticale, culese de-a lungul mai multor ani în SUA, URSS, Anglia şi alte ţări, conduce la următoarele concluzii : cele mai multe amorse de rupturi sub forma de crăpături sau microfisuri apar în cusăturile sudate în lunile de iarnă, în majoritate, microfisurile sau crăpăturile se formează în elementele din zona îmbinării fundului cu mantaua, adică în virolele inferioare ale mantalei, în panoul periferic al fundului şi în inelul de întărire fundamenta. Aspectul crăpăturilor şi microfisurilor atît din cusăturile sudate cît şi din metalul de bază arată că ruperea se produce fără deformare plastică prealabilă, deci este o rupere fragilă, de aici rezultă că formarea crăpăturilor sau microfisurilor este legată direct de înrăutăţirea proprietăţilor plastice ale oţelurilor cu scăderea temperaturii.

In zonele tropicale, de obicei nu se întîmplă scăderi ale temperaturii în timpul iernii, dar în anumite condiţii de lucru se trece în domeniul instabilităţii, este deosebit de importantă luarea în considerare a influenţei forţei vîntului. Această influenţă se pare că este hotărîtoare mai ales în zonele în care se află taifunul.

IV.2. Oţelurile folosite pentru rezervoare metalice

In prezent, în construcţia de rezervoare se folosesc următoarele tipuri de oţeluri : oţel carbon obişnuit, oţeluri slab aliate de înaltă rezistenţă, oţeluri carbon tratate termic.

Timp îndelungat, în SUA, s-a folosit oţelul carbon ASTM A 283, avînd limita de rupere $\sigma_r = 3850...4200$ daN/cm^2 şi limita de curgere $\sigma_c = 2109$ daN/cm^2, grosimea de tablă în aceste cazuri atingînd valoarea s = 50,8 mm. Au fost folosite de asemenea oţelurile carbon ASTM A7, A36 şi A131, oţelul ASTM A36 avînd $\sigma_c = 2531$ daN/cm^2 şi distingîndu-se printr-o bună sudabilitate. Pentru rezervoarele puternic solicitate s-au folosit însă oțelurile ASTM A442 și A212. Avînd o bună rezistență mecanică și sudabilitate, o bună rezistență la coroziunea factorilor atmosferici, oțelul slab aliat ASTM A441 a ajuns să fie larg folosit în construcția de rezervoare, alături de oțelurile slab aliate EX-TEN 42 și EX-TEN 50. In ultima vreme în practica construcției de rezervoare, din SUA s-a trecut la folosirea cîtorva mărci de oțeluri carbon tratate termic, care se situează între oțelurile slab aliate de înaltă rezistență și oțelurile aliate tratate termic. Rezistența mecanică a oțelurilor aliate tratate termic, folosite în construcția de rezervoare, depășește de circa două ori rezistența mecanică a oțelurilor slab aliate și de circa trei ori pe cea a oțelurilor carbon de construcții. Standardul în vigoare în SUA, din 1964, API 650 prevede pentru construcția de rezervoare, folosirea oțelurilor carbon ASTM A7, A283 și A36 care au rezistența admisibilă σ_a = 1476 daN/cm^2 și rezistența admisibilă în sudură σ_{as} = 1253 daN/cm^2. In present, în SUA se lucrează la un nou standard care va prevedea și folosirea noilor oțeluri, cu rezistența mecanică ridicată, avînd caracteristicile : σ_r = 3850...8050 daN/cm^2, σ_c = 2100...7000 daN/cm^2, pentru table cu grosimi s = 12,5...25 mm și chiar mai mult.

In URSS, de obicei se folosesc oțelurile St.3, 15 K, St 4, 20 K. Pentru rezolvarea problemelor economiei de metale s-a trecut la introducerea pe scară largă în construcția de rezervoare a oțelurilor de înaltă rezistență cu conținut redus de carbon, avînd σ_r = 7000 daN/cm^2. Pentru construcțiile sudate lucrînd la temperaturi scăzute, din categoria cărora fac parte și rezervoarele, se recomandă folosirea oțelurilor 09 G 2S, 09 G2 SD, 10 G 2S (MK), 15 HSND 11 10 HSND, care au o bună comportare din punctul de vedere al ruperii fragile. Se pot folosi de asemenea oțelurile 16 GS, 14 HGS și 15 GS care sînt recomandate și pentru temperaturi ceva mai ridicate. In același timp se apreciază că pentru o serie de construcții și mai ales pentru cele din tablă, de mare perspectivă sînt oțelurile bistrat (bimetalice) cu caracteristici mecanice și de rezistență la coroziune diferite.

Standardul german DIN 4119, care se referă la rezervoare pentru depozitarea țițeiului și a produselor petroliere limitează însă valorile σ_e ale oțelurilor (table) folosite în construcția de rezervoare la 3600 daN/cm^2 (St 52-3 conform DIN), această limitare fiind justificată de unii autori prin aceea că oțelurile mai rezistente se sudează mai prost. Normele în vigoare în RFG referitoare la construcția și exploatarea instalațiilor pentru depozitare, ca și alte reguli, norme și instrucțiuni privind tehnica securității la manipularea combustibililor petrolieri, construcția rezervoarelor, montarea și încercarea lor la rece, precizează la fel ca și DIN 4119 că, în cazul rezervoarelor cilindrice verticale de mare înălțime, pentru a se micșora grosimea virolelor inferioare, se folosesc oțeluri cu limita de curgere sporită. De exemplu, corpul unui rezervor de capacitate 105.000 m^3 făcut de firma Karl Speter din RFG a fost executat din oțel cu limita de curgere σ_e = 3600 daN/cm^2 (pentru partea de jos) și σ_e = 2800 daN/cm^2 (pentru partea de sus). De observat că limitarea introdusă în DIN 4119 a fost infirmată de rezultatele practicii industriale.

Pentru rezervoare de mare capacitate, în Olanda s-a folosit oțelul LOMC-52 și în Japonia, oțelul Nelten-60 cu limita de curgere mai mare decît 5000 daN/cm^2, grosimea cea mai mare este de 34 mm.

V. TENDINȚELE IN CONSTRUCTIA DE REZERVOARE

Dezvoltarea execuției construcției de rezervoare s-a făcut în principal, în următoarele direcții :

- Micșorarea la limită a pierderilor prin vaporizare,
- Reducerea costului construcției și a volumului de muncă necesar,
- Reducerea consumului specific de metal.

După prima direcție, tendințele în construcția de rezervoare, în general s-au făcut prin folosirea rezervoarelor cu capace plutitoare, prin folosirea ecranelor din aluminiu și din materiale plastice și a substanțelor cu activitate de suprafață aplicate pe suprafața liberă a produselor depozitate în rezervoare atmosferice cu capac fix, prin folosirea rezervoarelor cu presiune ridicată în spaţiul de gaze, sau prin adoptarea de numeroase soluţii noi privind captarea vaporilor de produse petroliere depozitate, realizîndu-se sistemele de captare cu clavitură de gaze şi sistemele de echilibrare a spaţiilor de gaze. In ceea ce priveşte rezervoarele cu capace plutitoare, din ultimii douăzeci de ani, acestea s-au extins pe scară largă, în variate forme constructive, cu sisteme de etanşare flexibile suficient de sigure. In SUA, Franţa, RFG, Olanda rezervoarele cu capace plutitoare de mari capacităţi au o mare răspîndire. In Japonia, toate rezervoarele verticale cu capacitate mai mare decît 50.000 m^3 au acoperiş flotant.

Construcţia rezervoarelor pentru produse petroliere cu capace plutitoare se perfecţionează neîntrerupt, devenind din ce în ce mai economice, mai etanşe şi mai sigure în exploatare.

In vederea micşorării pierderilor prin vaporizare se impune de asemenea experimentarea diferitelor forme de rezervoare de presiune ridicată : rezervoare cu capac sferic pleoştit, rezervoare cu capac sferic cu racordare, rezervoare cu capace sferoidale (de tip Ribo), rezervoare cilindrice orizontale, rezervoare de construcţie specială sistem Gracer, denumite rezervoare cilindroidale, rezervoare sferoidale, rezervoare sferice etc. Aceste rezervoare pot suporta suprapresiuni de 0,1...25 daN/cm^2.

Realizarea celei de a doua tendinţe în construcţia de rezervoare se fac prin creşterea considerabilă a capacităţii de depozitare a rezervoarelor individuale, aceasta apropiindu-se de 150.000 m^3, prin înlocuirea rezervoarelor de construcţie complicată cu rezervoare de construcţie simplă, prin schimbarea, adaptarea şi îmbunătăţirea în mod sensibil a tehnicii combaterii incendiilor, în prezent fiind posibilă injectarea spumei la înălţimi de peste 18 m pentru o rază a rezervorului de peste 40 m, prin micşorarea distanţei dintre două rezervoare alăturate, ajungîndu-se să se limiteze la numai jumătate din diametrul rezervorului celui mai mare.

Reducerea consumului specific de metal şi a preţului de cost se realizează printr-o întreagă serie de măsuri. Micşorarea consumului de metal se poate face prin raţionalizarea formelor constructive, înlocuirea tablelor obişnuite cu table ondulate la virola superioară a mantalei rezervoarelor cilindrice verticale (care are o grosime care, de regulă, nu rezultă din condiția de rezistență, ci din condiții de stabilitate sau din condiția asigurării unei anumite flexibilități limite admisibile). Utilizarea în construcția rezervoarelor a oțelurilor avînd rezistența sporită cu $\sigma_c = 3500$ daN/cm^2 în locul oțelului obișnuit, permite micșorarea greutății rezervoarelor cu 10...20 % iar utilizarea oțelurilor de înaltă rezistență cu $\sigma_c = 6000$ daN/cm^2 poate conduce la o reducere a greutății rezervoarelor cu 40...50 %.

După datele din SUA, utilizarea oțelurilor de înaltă rezistență în construcția de rezervoare cilindrice verticale dă posibilitatea reducerii costului lor cu 15...37 %.

Cercetările și realizările din ultimii ani au arătat însă că importante reduceri ale consumului de metal și însemnate economii se pot obține, în cazul rezervoarelor "de construcție complexă", aceasta însemnînd folosirea de oțeluri diferite ca rezistență mecanică pentru diferite virole ale rezervoarelor, oțelul cu cea mai mare rezistență mecanică folosindu-se, evident, pentru virola de la baza mantalei cilindrice verticale. Rezistența mecanică ridicată a oțelurilor mărește și durata de serviciu a rezervoarelor și micșorează cheltuielile de exploatare. Cercetările din ultimii ani au arătat însă că cea mai mare economie de mijloace pentru rezervoarele cilindrice verticale rezultă în cazul folosirii de oțeluri de înaltă rezistență în combinație cu oțeluri carbon. Metoda aceasta duce la economii considerabile de materiale și la preț de cost mic, iar aceste economii sînt cu atît mai mari, cu cît diametrul rezervorului este mai mare.

In URSS, rezervoarele tipizate se fac prin metoda industrială de montare prin rulare. Pentru a face posibilă totuși montarea prin rulare a rezervoarelor de mare capacitate, este necesar ca grosimea de perete să nu depășească 14...16 mm. Rezultă deci că, în alternativa folosirii oțelurilor obișnuite și a adoptării unor grosimi de perete de maximum 16 mm, se impun rezolvări constructive speciale în vederea consolidării virolelor inferioare ale mantalei cilindrice. In prezent sînt cunoscute două astfel de rezolvări constructive : folosirea mantalelor cu perete bistrat (cu perete dublu) și folosirea mantalei cu perete precomprimat. Proiectele întocmite pentru rezervoarele de

30.000 m^3, 40.000 m^3 şi 50.000 m^3 cu manta cu perete dublu au arătat, în final că montajul acestor rezervoare nu pare a fi cu mult mai complicat decît montajul rezervoarelor de construcţie obişnuită. Au fost puse în evidenţă totuşi o serie de dezavantaje şi anume : consumul specific de metal se reduce cu numai 10...11 % faţă de rezervoarele de construcţie obişnuită. In spaţiul dintre cele două straturi ale peretelui, spaţiu neuniform şi extrem de greu de controlat şi de izolat, se poate semnala prezenţa coroziunii. In peretele interior pot apare importante supraîncărcări locale, din cauza neuniformităţii repartizării deplasărilor sub sarcină pe înălţimea virolelor, respectiv a mantalei. Calculele au arătat că, pentru astfel de rezervoare, capacitatea nominală nu poate fi mai mare de 60.000...65.000 m^3 întrucît în asemenea cazuri, ar fi necesară o excepţională creştere a grosimii ambelor straturi ale peretelui mantalei.

In cazul folosirii pretensionării sau a precomprimării, capacitatea portantă a elementelor construcţiei creşte considerabil. Cea mai bună metodă de realizare a unei anumite stări de eforturi prealabile în perete corespunzătoare unei precomprimări radial axiale a mantalei cilindrice a rezervoarelor, s-a dovedit a fi înfăşurarea spirală pe manta, în zona care interesează, a unui cablu de înaltă rezistenţă. In acest scop poate fi folosită maşina de înfăşurat cablu destinată construcţiei rezervoarelor din beton armat. Pentru a preveni pierderea stabilităţii peretelui mantalei în timpul înfăşurării cablului este necesar ca, în prealabil, în perete să se dezvolte eforturi de întindere corespunzătoare, acest lucru putîndu-se realiza prin umplere cu apă, pînă la o anumită înălţime a rezervorului.

B I B L I O G R A F I E

CAP.I

1. Beleaev - Rezervoare cilindrice de oţel, de mare capacitate din semifabricate şi rulouri. Montajnie i spetialnie raboti v stroitelstve. Nr.7, 1968, p.1-5.

2. x x x - Confecţionarea şi montarea unui rezervor experimental cu folosirea parţială a oţelului de înaltă rezistenţă. Montajnie i spetialnie raboti v stroitelstve. Nr.2, 1970, p.15-17.

3. x x x - Construction de reservoir stockage de grande capacite. Chaudrannerie-Tolerie, Juin, 1967.

4. x x x - Consideraţii tehnice şi economice asupra dezvoltării recipientelor cu manta dublă. Wasserwirtschaft-Wassertehnik, RDG,10-1971.

5. x x x - Două rezervoare de 35.000 m^3 de gaz natural lichefiat. Revue de d'aluminium et les aplication. Franţa, Nr.2-1971.

6. Horton Harry - Tanks. Petroleum Review, Anglia, Iulie 1970.

7. Kuselevici B.M.- Rezervor de 30.000 m^3 avînd corpul executat din tole rulate. Montajnie i spetialnie raboti v stroitelstve. Nr.12, 1971, p.17-19.

8. Lagranges P. - Rezervor cu peretele o suprafaţă de revoluţie în formă de catenoidă. Genie civil, Franţa, Nr.1-1972.

9. Lewis G.E. - Construcţia rezervoarelor speciale pentru transportul fluidelor pe şosele. Welding and Metal Fabrication, Anglia, Iunie, 1971.

10. Leymonie C. - Alegerea materialelor pentru rezervoare de presiune. Materiaux et Techniques, Franţa, Nr.3-1971.

11. Letnikov I.S., Popovski B.V. - Construcţia unor rezervoare mari pentru ţiţei în Japonia, RFG şi Olanda. Montajnie i speţialnie raboţi v striteistve URSS, Nr.8-1968.

12. Melchers R.E. - Rezervoare cilindrice economice. Constructional Review, Australia, Nr.12 1968, p.20-23.

13. x x x - Nouveaux types de reservoir petroliers. International Construction. Nr.5-1968.

14. Raevski G.V. - Despre forma geometrică a rezervoarelor cilindrice din oţel. Montajnie i speţialnie raboţi v stroitelstve, URSS, Nr.7-1968, p.5-8.

15. x x x - Rezervor submarin pentru stocarea petrolului. Acier, Belgia, Nr.9-1971, p.348-353.

16. x x x - Rezervoare cilindrice cu fund plat pe fundaţie elastică supuse la presiuni importante. Annales de Ponts et Chaussees, Nr.9-1970.

17. Rodrigues G. - Rezervoare de acumulare şi de transport al hidrocarburilor, gazelor lichefiate şi a altor fluide. Construction, Franţa, Nr.11-1972.

18. x x x - Tii. R.F.G., Nr.5/1972, p.149-156.

19. x x x - Rezervoare pentru 100 milioane litri. The cubbit magazine, 1969, p.10-11.

20. Mateescu D. - Construcţii metalice speciale. Bucureşti, 1956.

21. Mateescu D. - Construcţii metalice speciale. Ediţia a II-a, Bucureşti, 1962.

22. Pavel A. - Depozitarea produselor volatile. IDT, Bucureşti, 1968.

23. Dumitraşcu O. - Montajul prin sudare automată al rezervoarelor de mare capacitate cu capac flotant.

24. Dalban C., Juncan N., Varga Al. - Construcţii metalice, Bucureşti, 1976.

25. Ionescu T. - Transportul şi depozitarea ţiţeiului, gazelor şi produselor petroliere.

CAPITOLUL II

CALCULUL REZISTENTEI REZERVOARELOR CILINDRICE VERTICALE CU FUNDUL PLAT

I. ECUATIILE GENERALE ALE PLACILOR CURBE SUBTIRI

I.1. Generalităţi

Desvoltarea teoriei plăcilor curbe subţiri a fost legată iniţial de desvoltarea tehnicii. Primele studii privind plăcile curbe subţiri au fost iniţiate în anul 1828 de Lamé şi Clapeyron, privind suprafeţele de rotaţie, solicitate în ipoteza de membrană. Abordarea generală a problemei aparţine lui Aron în anul 1874 şi lui Love îna anul 1890, dar aceste teorii desvoltate n-au fost puse încă în practică datorită conducerii la ecuaţiile diferenţiale cu derivate parţiale de ordin superior şi constituirii dificultăţii din punct de vedere matematic. După anul 1910 încep să apară studii mai desvoltate privind suprafeţele de rotaţie. In anul 1922 unele experienţe pe cilindri deschişi permit desvoltarea teoriei de membrană pentru acest tip de suprafeţe. Dificultăţile de soluţionare de ordin matematic au silit pe constructori să se limiteze la forme şi contururi simple şi a determinat adoptarea unui model mai simplu decît cel al plăcii curbe subţiri introdus de Love. Astfel a apărut modelul de membrană, care s-a menţinut o bună perioadă de timp datorită faptului că nu se cunoşteau soluţii mai exacte.

Odată cu obţinerea primei soluţii în ipotezele teoriei plăcilor curbe subţiri, pentru placa cilindrică rezemată pe timpane şi pe grinzi elastice, au fost observate mari discordanţe faţă de rezultatele teoriei de membrană. Cunoaşterea unei metode de calcul mai exacte pentru plăcile cilindrice circulare, a eliminat teoria de membrană la cilindru deschis.

Perioada după anul 1940 reprezintă o desvoltare rapidă din multiple puncte de vedere ca : forme ale suprafeţei mediane şi ale conturului, metode de calcul şi execuţie, materiale.

Au fost elaborate şi teorii mai generale care iau în considerare neliniaritatea deformaţiilor (deformaţii mari) sau neliniaritatea curbei caracteristice.

Literatura scrisă pentru plăcile curbe subţiri de formă oarecare cît şi pentru cele cilindrice, este deosebit de abundentă şi de variată. Analizînd teoriile generale existente /2/, se pot enumera două teorii generale adecvate şi consistente : teoria desvoltată de Lurie /25/ şi independent de aceasta de Byrne /3/ şi teoria desvoltată simultan şi independent de Koiter /4/ şi Sanders /5/.

Teoriile stabilite de Flügge /6/, Dischinger /7/, pentru cilindrul circular este un caz particular al teoriei Lurie-Byrne.

Barta /8/ a generalizat criteriul lui Koiter şi prin aplicarea judicioasă a criteriului a obţinut o teorie adecvată şi consistentă pentru plăcile curbe de formă oarecare mai simplă decît cele două arătate mai sus. Această teorie particularizată la cilindru dă teoria stabilită anterior de Morley /9/.

Teoria bine cunoscută şi mult folosită a lui Marguere /10/, Vlasov /11/ este o aproximaţie foarte utilă dar numai în unele cazuri. Teoria aceasta aplicată la cilindru se datoreşte lui Donnell /12/.

In cele ce urmează s-a luat ca bază pentru discuţii, teoria lui Flügge, deoarece aceasta fiind cea mai veche, se consideră că este bine cunoscută.

I.2. Definiţii şi ipoteze simplificatoare asupra materialului şi asupra modului de lucru al plăcii curbe subţiri.

O placă curbă se consideră subţire, atunci cînd grosimea plăcii este considerată mică în raport cu celelalte dimensiuni ale suprafeţei precum şi razele de curbură ale acesteia. Orientativ, se poate indica după Novojilov V.V./13/ ca valoare limită a aplicabilităţii teoriei de placă curbă subţire, raporrul maxim (t/r) 1:20.

<u>Ipoteze de calcul</u> :

- Materialul este continuu, omogen şi izotrop.
- Materialul lucrează numai în stadiul elastic. Pentru solicitările în regim elastic se consideră că între eforturile unitare şi deformaţiile specifice există o relaţie liniară, după legea lui Hooke iar modulul de elasticitate este acelaşi la întindere şi la compresiune.
- Deformaţiile elastice sînt mici în raport cu grosimea plăcii astfel încît ecuaţiile de echilibru mecanic se scriu pentru starea deformată la fel ca pentru cea nedeformată (la probleme de stabilitate această ipoteză nu mai este valabilă).
- Punctele de pe placă, situate iniţial pe o dreaptă normală pe suprafaţa mediană a plăcii, rămîn în continuare situate pe o normală la suprafaţa mediană a plăcii deformate. Prin această ipoteză a lui Kirchhoff-Löve problema tridimensională este redusă la o problemă plană.
- Eforturile normale după direcţia normală a suprafeţei mediane a plăcii pot fi neglijate.

I.3. <u>Notaţii</u>

x, y, z	- Coordonate carteziene
φ,	- Coordonate polare
r	- Raza de curbură a plăcii
a	- Raza rezervorului
h	- Grosimea plăcii
p	- Presiunea
q	- Intensitatea sarcinii
σ_x, σ_y, σ_z	- Componentele normale ale efortului total, paralele cu axele x, y şi z.
σ_φ	- Efortul (unitar) radial în coordonate polare
$\tau_{\varphi x}$, $\tau_{y\varphi}$	- Eforturile unitare tangenţiale calculate
u, v, w	- Componentele deplasării

$\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$	- Deformaţia axială, tangenţială, radială adimensională
$\bar{x} = \frac{x}{a}$	- Coordonata axială adimensională
ε	- Alungirea specifică
ε_x , ε_φ	- Alungirea specifică după generatoare, respectiv directoare.
$\gamma_{x\varphi}$	- Lunecare specifică
χ_x , χ_φ	- Variaţiile curburilor normale în lungul axelor x, respectiv
$\chi_{x\varphi}$	- Variaţia curburii prin torsiune
E	- Modulul de elasticitate la întindere şi la compresiune
G	- Modulul de elasticitate la forfecare
μ	- Coeficientul lui Poisson
V	- Energia de deformaţie
D	- Modulul de rigiditate axială
K	- Modulul de rigiditate la încovoiere
X, Y, Z	- Componentele intensităţii sarcinii exterioare pe placă, paralele cu axele x, y, z
N_x , N_φ	- Eforturile normale, pe unitatea de lungime din teoria de încovoiere.
$N_{x\varphi}$, $N_{\varphi x}$	- Eforturile de lunecare din teoria de încovoiere
M_x , M_φ	- Momentele încovoietoare, pe unitatea de lungime, în sensul generatoarei, respectiv a curbei directoare.
$M_{x\varphi}$, $M_{\varphi x}$	- Momentele de răsucire pe unitatea de lungime, în sensul generatoarei, respectiv a curbei directoare.

Q_x , Q_φ - Forțele tăietoare pe unitatea de lungime.

$\bar{N}_x$, $\bar{N}_\varphi$,$\bar{N}_{x\varphi}$ $\bar{Q}_x$, $\bar{Q}_\varphi$ - Rezultatele forțelor adimensionale

$\bar{M}_x$, $\bar{M}_\varphi$,$\bar{M}_{x\varphi}$- Momentele adimensionale respective

I.4. Relațiile de bază în teoria plăcilor cilindrice circulare

I.4.1. Definirea forțelor și momentelor pe unitatea de lungime

La studiul unei plăci cilindrice (Fig.II.1) vom admite că generatoarea plăcii este orizontală și paralelă cu axa x. Un element de placă este separat prin două generatoare adiacente și două secțiuni perpendiculare pe axa x, iar poziția sa este definită de coordonata x și unghiul φ . Pe suprafețele acestui element apar eforturi unitare de mărime și direcție necunoscute, care se descompun după axele de coordonate în eforturi unitare normale și tangențiale (Fig.II.1) care se notează cu simbolurile :

$$\sigma_x \text{ , } \sigma_\varphi \text{ , } \tau_{x\varphi} = \tau_{\varphi x} \text{ , } \tau_{zx} \text{ , } \tau_{z\varphi}$$

Eforturile normale :

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \left(1 - \frac{z}{r}\right) dz \qquad N_\varphi = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\varphi \, dz \qquad \text{(a)}$$

Eforturile de lunecare :

$$N_{x\varphi} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{x\varphi} \left(1 - \frac{z}{r} \right) dz \qquad N_{\varphi x} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\varphi x} \, dz \qquad \text{(b)}$$

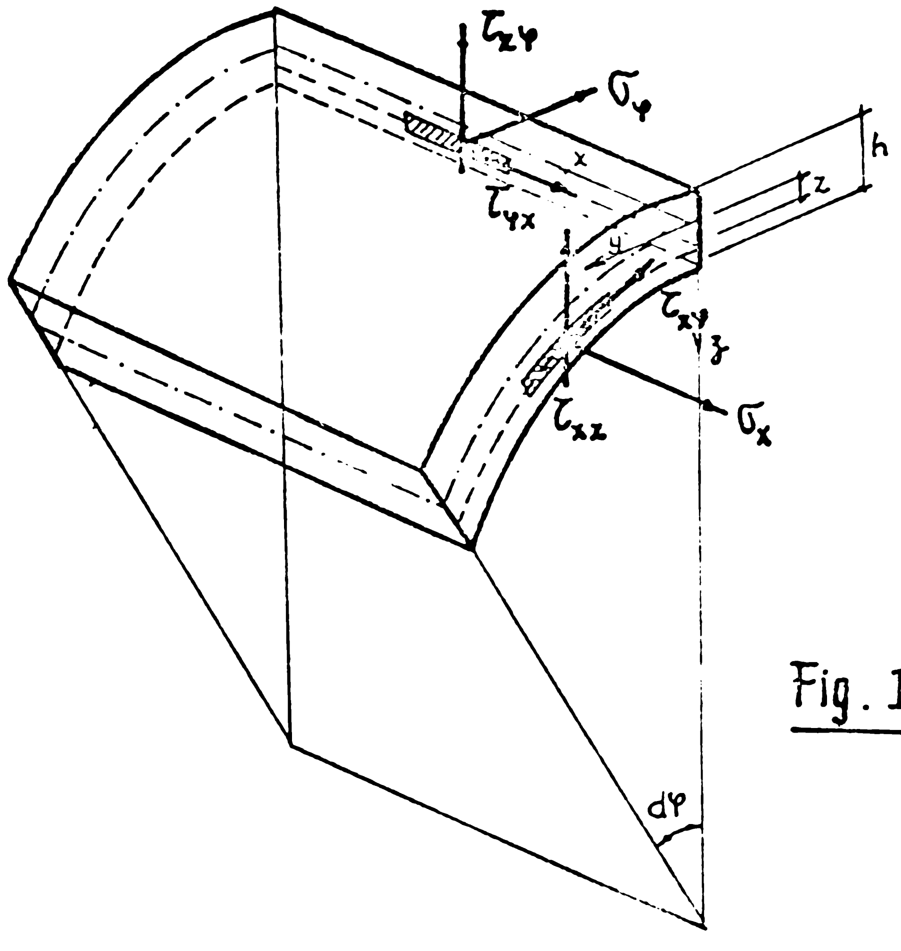


Fig. II.1

Forţele tăietoare :

$$Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz}\left(1 - \frac{z}{r}\right)dz \qquad Q_\varphi = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\varphi z}dz \qquad (c)$$

Momentele încovoietoare :

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \cdot z\left(1-\frac{z}{r}\right) dz \qquad M_\varphi = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\varphi \cdot z \cdot dz \qquad (d)$$

Momentele de torsiune :

$$M_{x\varphi} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{x\varphi} \cdot z\left(1 - \frac{z}{r}\right)dz \qquad M_{\varphi x} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\varphi x} \cdot z \cdot dz \qquad (e)$$

I.4.2. Ecuaţiile de echilibru

Pentru stabilirea ecuaţiilor de echilibru, vom considera un element ca în Fig.II.2.

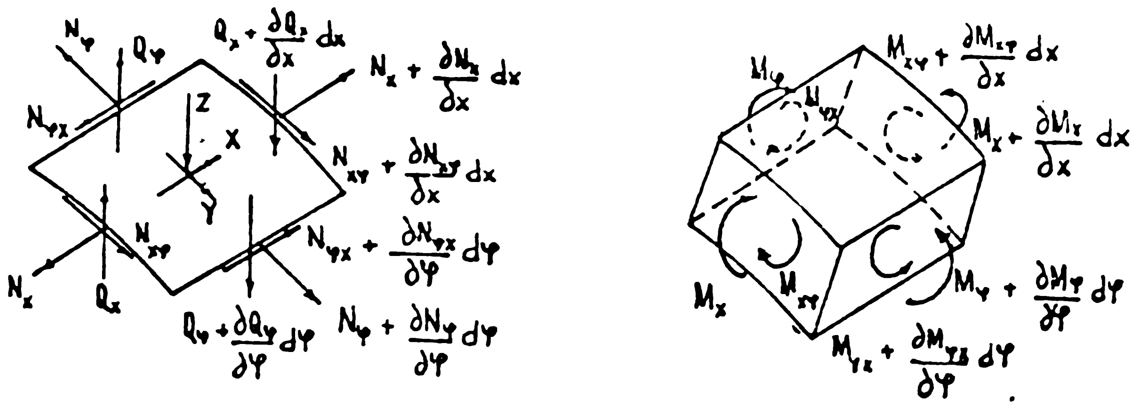


Fig.II.2 : Echilibrul unui element de placa subtire cilindrica

Cele şase ecuaţii de echilibru se scriu astfel :

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} + X = 0 \qquad (\text{I-2a})$$

$$\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{Q_\varphi}{r} + Y = 0 \qquad (\text{I-2b})$$

$$\frac{N_\varphi}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + Z = 0 \qquad (\text{I.2c})$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial M_{\varphi x}}{\partial \varphi} - Q_x = 0 \qquad (\text{I.2d})$$

$$\frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial M_{\varphi}}{\partial \varphi} - Q_{\varphi} = 0 \qquad (\text{I.2e})$$

$$M_{\varphi x} - r.\left(N_{\varphi x} - N_{x\varphi} \right) = 0 \qquad (\text{I.2f})$$

Convenția de semne

- Sarcina exterioară este considerată prin componentele X, Y, Z după direcția generatoarei, tangentă şi normală la suprafața mediană, aplicate în centrul elementului considerat. Z este pozitiv către centrul de curbură.
- Eforturile şi momentele se consideră pozitiv ca în fig.(II.2).

I.4.3. Ecuațiile de deformații

Aici se folosesc relații după teoria pentru plăci subțiri avînd deformații mici.

Deformațiile suprafeței mediane :

- Lungirile specifice :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - w \right) \qquad (\text{I.3a})$$

- Lunecarea specifică :

$$\gamma_{\varphi x} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \varphi} \qquad (\text{I.3b})$$

- Variațiile curburilor normale

$$\chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\chi_{\varphi} = \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \qquad (\text{I.3c})$$

- Variaţia curburii prin torsiune :

$$\chi_{x\varphi} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} \right) \qquad \text{(I.3d)}$$

- Deformaţiile la cota z :

$$\varepsilon_x^{(z)} = \varepsilon_x - z \cdot (\chi_x) \qquad \text{(I.3e)}$$

$$\varepsilon_\varphi^{(z)} = \varepsilon_\varphi - z \cdot \left(\chi_\varphi - \frac{\varepsilon_\varphi}{r} \right) \qquad \text{(I.3f)}$$

$$\gamma_{x\varphi}^{(z)} = \gamma_{x\varphi} - z \cdot \left(2 \chi_{x\varphi} - \frac{1}{r} \gamma_{x\varphi} \right) \qquad \text{(I.3g)}$$

I.4.4. <u>Relaţiile de elasticitate</u>

Relaţiile de elasticitate exprimînd legătura dintre mărimile secţionale (eforturi şi momente) şi deformaţii (deplasări), introduc modul de comportare al materialului. Eforturile unitare se exprimă, în funcţie de deformaţiile specifice la cota z, cu ajutorul relaţiilor lui Hooke generalizate :

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} \left(\varepsilon_x^{(z)} + \mu \varepsilon_\varphi^{(z)} \right) \qquad \text{(I.4a)}$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1-\mu^2} \left(\varepsilon_\varphi^{(x)} + \mu \varepsilon_x^{(z)} \right) \qquad \text{(I.4b)}$$

$$\tau_{x\varphi} = \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{x\varphi} \qquad \text{(I.4c)}$$

Vom înlocui în (I.4) pe $\varepsilon_x^{(z)}$, $\varepsilon_\varphi^{(z)}$ şi $\gamma_{x\varphi}^{(z)}$ cu valorile (I.3) iar noile expresii ale eforturilor unitare σ_x, σ_φ, $\tau_{x\varphi}$ le vom duce în (I.1) şi vom integra în raport cu z.

Dacă se introduc notațiile :

$$D = \frac{Eh}{1-\mu^2} \qquad \text{- Rigiditatea axială}$$

$$K = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \qquad \text{- Rigiditatea la încovoiere}$$

prin integrarea menționată mai sus se obțin următoarele relații dintre eforturi, momente și deformații specifice :

$$N_x = D(\varepsilon_x + \mu \varepsilon_\varphi) + \frac{K}{r} \chi_x \qquad (I.5a)$$

$$N_\varphi = D(\varepsilon_\varphi + \mu \varepsilon_x) + \frac{K}{r^2}(\varepsilon_\varphi - r \chi_\varphi) \qquad (I.5b)$$

$$N_{x\varphi} = \frac{D(1-\mu)}{2} \gamma_{x\varphi} + \frac{K(1-\mu)}{r^2} \chi_{x\varphi} \qquad (I.5c)$$

$$N_{\varphi x} = \frac{D(1-\mu)}{2} \gamma_{x\varphi} + \frac{K}{r^2} \frac{(1-\mu)}{2} (\gamma_{x\varphi} - r \chi_{x\varphi}) \qquad (I.5d)$$

$$M_x = -K(\chi_x + \mu \chi_\varphi + \frac{1}{r} \varepsilon_x) \qquad (I.5e)$$

$$M_\varphi = -K(\chi_\varphi + \mu \chi_x - \frac{1}{r} \varepsilon_\varphi) \qquad (I.5f)$$

$$M_{x\varphi} = -K(1-\mu) \chi_{x\varphi} \qquad (I.5g)$$

$$M_{\varphi x} = -K(1-\mu).(\chi_{x\varphi} - \frac{\gamma_{x\varphi}}{2r}) \qquad (I.5h)$$

Expresiile eforturilor și momentelor în funcție de deplasări se obțin prin introducerea (I.3a-d) în (I.5) :

$$N_x = \frac{D}{r}\left(r\frac{\partial u}{\partial x} + \mu\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \mu w\right) + \frac{K}{r}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \qquad (\text{I.6a})$$

$$N_\varphi = \frac{D}{r}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - w + \mu\frac{r\partial u}{\partial x}\right) - \frac{K}{r^3}\left(w + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}\right) \qquad (\text{I.6b})$$

$$N_{x\varphi} = \frac{D}{r}\frac{(1-\mu)}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{r\partial v}{\partial x}\right) + \frac{K}{r^2}\frac{(1-\mu)}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial \varphi}\right) \qquad (\text{I.6c})$$

$$N_{\varphi x} = \frac{D}{r}\frac{(1-\mu)}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{r\partial v}{\partial x}\right) + \frac{K}{r^3}\frac{(1-\mu)}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{r\partial^2 w}{\partial x\partial \varphi}\right) \qquad (\text{I.6d})$$

$$M_x = -\frac{K}{r^2}\left(r^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + r\frac{\partial u}{\partial x} + \mu\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right) \qquad (\text{I.6e})$$

$$M_\varphi = -\frac{K}{r^2}\left(w + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \mu a^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \qquad (\text{I.6f})$$

$$M_{x\varphi} = -\frac{K}{r}(1-\mu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad (\text{I.6g})$$

Relaţiile de tipul (I.5), stabilite de diferiţi autori, diferă prin termenii secundari, care au o influenţă foarte mică.

Koiter W.T. arată că, ţinînd seama de caracterul aproximativ al ipotezelor lui Kirchoff-Löve, luarea în considerare cît mai atentă a termenilor secundari este în cele mai multe cazuri de acelaşi ordin de mărime cu acela al erorilor implicate de ipotezele de bază şi, în consecinţă, asemenea rafinări sînt fără importanţă pentru teoria generală.

Neglijînd termenii secundari, relaţiile de elasticitate (I.5) se simplifică după cum urmează :

$$N_x = D(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_\varphi) \tag{I.7a}$$

$$N_\varphi = D(\varepsilon_\varphi + \mu\varepsilon_x) \tag{I.7b}$$

$$N_{x\varphi} = N_{\varphi x} = D\,\frac{(1-\mu)}{2}\,\gamma_{x\varphi} \tag{I.7c}$$

$$M_x = -K(\chi_x + \mu\chi_\varphi) \tag{I.7d}$$

$$M_\varphi = -k(\chi_\varphi + \mu\chi_x) \tag{I.7e}$$

$$M_{x\varphi} = M_{\varphi x} = -K(1-\mu)\,\chi_{x\varphi} \tag{I.7f}$$

Atunci, expresiile eforturilor şi momentelor în funcţie de deplasări devine :

$$N_x = D\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{r}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - w\right)\right] \tag{I.8a}$$

$$N_\varphi = D\left[\frac{1}{r}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - w\right) + \mu\frac{\partial u}{\partial x}\right] \tag{I.8b}$$

$$N_{x\varphi} = N_{\varphi x} = \frac{D(1-\mu)}{2}\left(\frac{1}{r}\,\frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \tag{I.8c}$$

$$M_x = -K\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\mu}{r^2}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}\right)\right] \tag{I.8d}$$

$$M_\varphi = -K\left[\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right] \tag{I.8 e}$$

$$M_{x\varphi} = M_{\varphi x} = -\frac{K}{r}(1-\mu)\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial \varphi}\right) \tag{I.8f}$$

I.4.5. Ecuaţiile diferenţiale ale cilindrului circular în funcţie de deplasări

Ecuaţiile de echilibru (I.2a-f) şi ecuaţiile de elasticitate (I.6a-g) formează un sistem de 14 ecuaţii pentru calculul a 10 eforturi şi 3 deplasări, deci în total 13 necunoscute. Ecuaţia suplimentară este numai formală întrucît dacă se înlocuiesc eforturile în ecuaţia (I.2f) se găseşte o identitate.

Rezolvarea generală a problemei plăcilor subţiri cilindrice circulare presupune mai întîi reducerea sistemului de ecuaţii. Ca şi în celelalte cazuri, au fost aplicate metoda deformaţiilor, metoda forţelor şi metoda mixtă.

Ecuaţiile de bază din metoda deformaţiilor decurg astfel : eliminînd forţele tăietoare Q_x şi Q_y în (I.2b) şi (I.2c) prin (I.2d-e), introducînd relaţiile (I.6a-g) în (I.2a-c), primele trei ecuaţii de echilibru dau sistemul de bază dedus prima dată de Flügge W. :

$$r^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2}(1+\bar{k})\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{1+\mu}{2}\,\frac{r\partial^2 v}{\partial x\partial\varphi} - \mu r\frac{\partial w}{\partial x} +$$

$$+ \bar{k}\left(r^3\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \frac{1-\mu}{2}\,\frac{r\,\partial^3 w}{\partial x\partial\varphi^2}\right) = -X\frac{r^2}{D} \qquad (I.9a)$$

$$\frac{1+\mu}{2}\,\frac{r\partial^2 u}{\partial x\partial\varphi} + \frac{\partial^2 v}{\partial\varphi^2} + \frac{1-\mu}{2}(1+\bar{k})r^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial w}{\partial\varphi} +$$

$$+ \frac{3-\mu}{2}\,\bar{k}r^2\,\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial\varphi} = -Y\frac{r^2}{D} \qquad (I.9b)$$

$$-\mu r\frac{\partial u}{\partial x} + \bar{k}\left(r^3\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \frac{1-\mu}{2}\,\frac{r\,\partial^3 u}{\partial x\partial\varphi^2}\right) - \frac{\partial v}{\partial\varphi} + \frac{3-\mu}{2}\,\bar{k}r^2\frac{\partial^3 v}{\partial x^2\partial\varphi}$$

$$+ 1 + \bar{k} + 2\bar{k}\,\frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2} + \bar{k}\left(r^4\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2r^2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial\varphi^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial\varphi^4}\right) = Z\frac{r^2}{D}$$

$$(I.9c)$$

Aici se folosește notația :

$$\bar{k} = \frac{K}{D \cdot r^2} = \frac{h^2}{12r^2} \qquad (I.10)$$

Dacă se folosesc relațiile de elasticitate simplificate în (I.8), atunci avem ecuațiile de bază simplificate, obținute de Donnel și Vlasov:

$$r^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{1+\mu}{2}\frac{r\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi} - \mu r \frac{\partial w}{\partial x} = -X\frac{r^2}{D} \qquad (I.11a)$$

$$\frac{1+\mu}{2}\frac{r\partial^2 u}{\partial x\partial\varphi} + \frac{\partial^2 v}{\partial\varphi^2} + \frac{1-\mu}{2}\frac{r^2\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial w}{\partial\varphi} = -Y\frac{r^2}{D} \qquad (I.11b)$$

$$-\mu r\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial\varphi} + w + \bar{k}\left(r^4\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2r^2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial\varphi^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial^4 w}{\partial\varphi^4}\right) = Z\frac{r^2}{D} \qquad (I.11c)$$

I.4.6. Reducerea sistemului de ecuații diferențiale la o singură ecuație diferențială.

Sistemul de ecuații diferențiale (I.9a-c) se poate reduce la o singură ecuație diferențială în w , dacă se exprimă deplasările u și v în funcție de w din ecuația (I.9a-b) și apoi acestea se introduc în ecuația (I.9c).

- Ecuația lui Flügge /2/ .

După teoria lui Flügge, partea omogenă a ecuației dominante are forma :

$$\nabla^4(\nabla^2+1)^2 w + 2(1-\mu)(w'''''' - w^{VI} + w''''') + cw^{IV} + \frac{Z^{IV}}{K^*} = 0 \qquad (I.12)$$

Aici s-au folosit notațiile :

$$K^* = \frac{K}{Ehr^2} = \frac{h^2}{12(1-\mu^2)r^2}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{a} w' \qquad \frac{\partial w}{\partial \varphi} = w^{\circ}$$

$$\nabla^2 = (\ )'' + (\ )^{\circ\circ} \qquad \nabla^4 = (\ )^{IV} + 2(\ )''^{\circ\circ} + (\ )^{::}$$

Coeficientul c adoptat a luat valori diferite depinzînd de diferiţi autori. După Flügge /6/, Lundgren /14/ şi Hoff /15/ $c = -1$. După Dischinger /7/, Hoe /16/ şi Jakobsen /17 şi Jaeger-Chilver $c = 3(1-\mu^2)$. După Holand /18/, Morley /9/ şi Kraus /20/ $c = 0$.

Ecuaţia lui Wlassow-Koiter-Sanders este identică cu ecuaţia lui Flügge considerînd $c = -1$ şi $\mu = 0$:

$$\nabla^4(\nabla^2+1)^2 w + 2(w''^{::} - w^{VI} - w''''^{\circ\circ}) - w^{IV} + \frac{w^{IV}}{k^2} = 0 \qquad (I.13)$$

- Ecuaţia lui Morley /2/.

Morley consideră că primul termen al ecuaţiei (I.13) este dominant şi propune următoarea ecuaţie simplă :

$$\nabla^4(\nabla^2 + 1)^2 w + w^{IV}/k^2 = \frac{a^3}{k} \nabla^4 z \qquad (I.14)$$

După teorii simplificate se găsesc :

- Ecuaţia lui Vlasov /21/

Admiţînd o serie de ipoteze simplificatoare, ecuaţia dominantă corespunzătoare teoriei lui Vlasov are forma :

$$w^{::}(w^{\circ\circ} + w)^2 + w^{IV}/k^2 = \frac{a^3}{k} z^{::} \qquad (I.15)$$

-Ecuaţia lui Donnel /12/ :

$$\nabla^8 w + w^{IV}/k^2 = \frac{a^3}{k} \nabla^4 z \qquad (I.16)$$

- Ecuaţia lui Schorer /22/ :

$$w^{::::} + w^{IV}/k^{m} = \frac{r^3}{E} s^{::} \qquad (I.17)$$

I.4.7. Rezolvarea generală a ecuaţiilor diferenţiale

Rezolvarea exactă a ecuaţiei diferenţiale este dificilă şi de obicei se aplică procedeul separării variabilelor, care constă în desvoltarea în serie a deplasărilor şi încărcării într-o direcţie. Ecuaţia diferenţială se mai poate rezolva folosind desvoltarea deplasărilor şi încărcării în serie dublă Fourrier. Din încercările experimentale se constată că această tehnică de calcul nu permite luarea în considerare a condiţiilor reale de rezemare (condiţii care diferă de cele folosite în desvoltările în serie).

Rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale se poate face prin metode numerice (diferenţe finite, elemente finite etc.). In programarea problemelor de plăci curbe subţiri la calculatoarele electronice, poate fi mai avantajos să nu se reducă numărul ecuaţiilor şi al necunoscutelor ci să se prefere să se lucreze cu un sistem de ecuaţii cu derivate parţiale, fiecare de ordinul întîi.

II. TEORIA REZERVOARELOR CILINDRICE VERTICALE CU FUNDUL PLAT

II.1. Rezervoare supuse la acţiunea presiunii unui lichid

II.1.1. Stabilirea ecuaţiei diferenţiale

In acest caz, încercarea este simetrică în raport cu axa plăcii. Se poate trage concluzia, din condiţiile de simetrie axială, că forţele tăietoare de membrană $N_{x\varphi} = N_{\varphi x}$ sînt nule şi că forţele N_{φ} sînt constante de-a lungul circumferinţei. In ceea ce priveşte forţele tăietoare transversale, numai forţele Q_x sînt diferite de zero. De asemenea din motive de simetrie axială, momentele de răsucire $M_{x\varphi} = M_{\varphi x}$ sînt egale cu zero şi momentele încovoietoare M_{φ} sînt constante de-a lungul circumferinţei.

Din cele şase ecuaţii de echilibru ale elementului (I.2a-f) trei ecuaţii (I.2b), (I.2c), (I.2f) sînt satisfăcute identic. Ecuaţiile de echilibru (I.2a-f) devin :

$$\frac{dN_x}{dx} = 0 \qquad \text{(II.1a)}$$

$$r\frac{dQ_x}{dx} + N = -Z.r \qquad \text{(II.1b)}$$

$$\text{(II.1)}$$

$$\frac{dM_x}{dx} - Q_x = 0 \qquad \text{(II.1c)}$$

Prima ecuaţie ne arată că forţele N_x sînt constante şi le vom lua egale cu zero în cele ce urmează. Dacă sînt diferite de zero, atunci deformaţiile şi eforturile corespunzătoare acestor forţe constante pot fi uşor determinate şi după aceea suprapuse eforturile şi deformaţiile produse de sarcinile transversale.

Tot din motive de simetrie axială, vom trage concluzia că deplasarea v după direcţia circumferenţială este egală cu zero. Ecuaţiile de deformaţii (I.3a) devin :

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \qquad \varepsilon_{\varphi} = -\frac{w}{r}$$

iar relaţiile de elasticitate (I.7) dau :

$$N_x = D.(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_{\varphi}) = 0 \quad \text{de unde} \quad \varepsilon_x = -\mu\varepsilon_{\varphi}$$

$$N_{\varphi} = D.(\varepsilon_{\varphi} + \mu\varepsilon_x) = Eh\,\varepsilon_{\varphi} = -\frac{Ehw}{a} \qquad \text{(a)}$$

$$M_x = -K\frac{d^2w}{dx^2} \quad \text{(b)} \qquad M_{\varphi} = \mu K\frac{d^2w}{dx^2}$$

Rigiditățile axiale și de încovoiere au expresiile :

$$D = \frac{Eh}{1-\mu^2} \qquad\qquad K = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

Revenind la ecuațiile (II.1c) și eliminînd Q_x din aceste ecuații, obținem :

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + \frac{1}{r} N_\varphi = - Z$$

de unde folosind ecuațiile (a) și (b), obținem :

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(K \frac{d^2 w}{dx^2}\right) + \frac{Eh}{a^2} w = Z \qquad (II.2)$$

Cînd grosimea rezervorului este constantă, ecuația (II.2)devine:

$$K \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{Eh}{a^2} w = Z$$

Aici a este diametrul rezervorului.

Folosind notația :

$$k^4 = \frac{Eh}{4a^2 K} = \frac{3(1-\mu^2)}{a^2 h^2}$$

avem :

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4k^4 w = \frac{Z}{K} \qquad (II.3)$$

Ecuația aceasta a fost obținută de Timoshenko /23/.
Soluția generală a acestei ecuații (II.3) este :

$$w = e^{-kx}(C_1 \cos kx + C_2 \sin kx) +$$

$$+ e^{kx}(C_3 \cos kx + C_4 \sin kx) + f(x) \qquad (II.4)$$

unde f(x) este soluția particulară a ecuației (II.3) iar $C_1 \ldots C_4$ sînt constante de integrare care urmează să fie determinate pentru fiecare caz particular în parte din condițiile de la capetele cilindrului. La explicitarea soluţiei ecuaţiei (II.3) se clasifică cilindrii în scurţi şi lungi, în funcţie de valoarea produsului k.L respectiv al raportului $L/\sqrt{ah}$. (L este înălţimea rezervorului).

Calculele numerice arată că, dacă cilindrul este scurt, condiţiile de rezemare la cele două margini trebuie considerate concomitent, în timp ce, dacă cilindrul este lung, perturbaţiile de la o margine nu se propagă pînă la cealaltă margine, rezultînd astfel simplificări considerabile în relaţiile de calcul.

Limita între cele două categorii de cilindri depinde de exactitatea dorită în calcule, în mod orientativ vom stabili următoarea împărţire /24/ :

- Cilindri scurţi la care :

$$kL \leq 5 \quad \text{adică} \quad \frac{L}{\sqrt{ah}} \leq \frac{5}{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}} \quad (\approx 3{,}85)$$

- Cilindri lungi la care :

$$kL \geq 5 \quad \text{adică} \quad \frac{L}{\sqrt{ah}} \geq \frac{5}{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}} \quad (\approx 3{,}85)$$

Odată cunoscute săgeţile w, celelalte necunoscute rezultă :

- Rotirea tangentei la generatoare :

$$\theta = \frac{dw}{dx} \tag{II.4a}$$

- Efortul inelar :

$$N_\varphi = -\frac{Eh}{a} w \tag{II.4b}$$

- Momentul încovoietor longitudinal :

$$M_x = -K \frac{d^2w}{dx^2} \tag{II.4c}$$

- Momentul încovoietor inelar :

$$M_\varphi = \mu M_x \tag{II.4d}$$

- Forţa tăietoare în direcţia longitudinală :

$$Q_x = -K \frac{d^3w}{dx^3} \qquad (II.4e)$$

II.1.2. Rezervorul de grosime constantă încastrat la partea inferioară

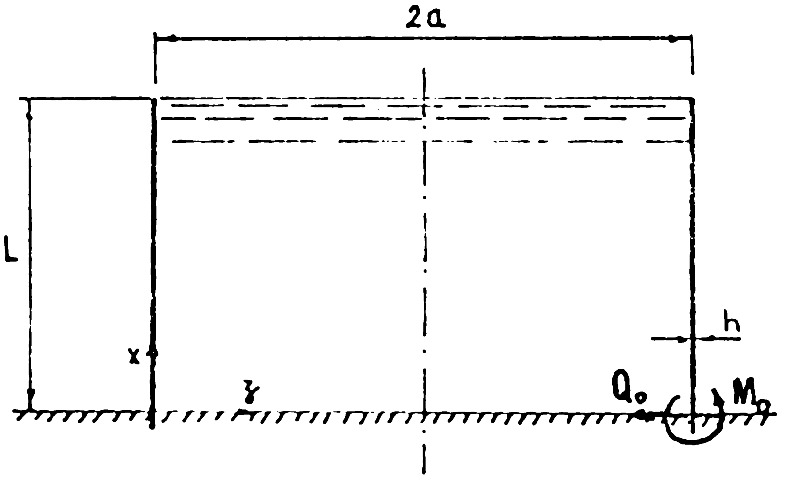


Fig. II.3

Sub acţiunea presiunii unui lichid, încărcarea Z are forma :

$$Z = -\gamma(L-x) \qquad (a)$$

unde γ este greutatea pentru o unitate de volum de lichid, ecuaţia (II.3) devine :

$$\frac{d^4w}{dx^4} + 4k^4w = -\frac{\gamma(L-x)}{K} \qquad (II.5)$$

O soluţie particulară a acestei ecuaţii este :

$$w_1 = \frac{\gamma(L-x)}{4k^4K} = -\frac{\gamma(L-x)a^2}{Eh} \qquad (b)$$

Această expresie reprezintă extinderea studiată a cilindrului cu marginile libere supuse la acţiunea solicitărilor de încercuire. Introducînd expresia (b) în locul lui $f(x)$ din expresia (II.4), obţinem soluţia completă pentru ecuaţie (II.5) :

$$w = e^{-kx}\left(C_1 \cos kx + C_2 \sin kx\right) + e^{kx}\left(C_3 \cos kx + C_4 \sin kx\right) - \frac{\gamma (L-x) a^2}{Eh}$$

In cele mai multe cazuri practice, grosimea peretelui rezervorului este mică în comparaţie cu raza cît şi cu înălţimea L a acestuia şi vom putea trata în consecinţă rezervorul ca fiind infinit lung. Constantele C_3 şi C_4 vor fi atunci egale cu zero şi vom obţine :

$$w = e^{-kx}\left(C_1 \cos kx + C_2 \sin kx\right) - \frac{\gamma (L-x) a^2}{Eh} \qquad \text{(c)}$$

Constantele C_1 şi C_2 se pot obţine din condiţiile de margini. Admiţîndu-se că marginea de jos a peretelui cilindric este încastrată într-o fundaţie absolut rigidă, condiţiile de contur vor fi :

$$w\Big|_{x=0} = C_1 - \frac{\gamma a^2 L}{Eh} = 0$$

$$\frac{dw}{dx}\Big|_{x=0} = \left[-kC_1 e^{-kx}\left(\cos kx + \sin kx\right) + kC_2 e^{-kx}\left(\cos kx - \sin kx\right) + \frac{\gamma a^2}{Eh}\right]\Bigg|_{x=0} =$$

$$= k(C_2 - C_1) + \frac{\gamma a^2}{Eh} = 0$$

Din aceste ecuaţii obţinem :

$$C_1 = \frac{\gamma a^2 L}{Eh} \quad ; \quad C_2 = \frac{\gamma a^2}{Eh}\left(L - \frac{1}{k} \right)$$

Expresia (c) devine atunci :

$$w = -\frac{\gamma a^2}{Eh}\left\{ L - x - e^{-kx}\left[L \cos kx + \left(L - \frac{1}{k}\right) \sin kx \right] \right\}$$

Din care folosind notaţiile /23/ :

$$\theta(kx) = e^{-kx} \cos kx$$

$$\zeta(kx) = e^{-kx} \sin kx$$

Obţinem :

$$w = -\frac{\gamma a^2 L}{Eh}\left[1 - \frac{x}{L} - \theta(kx) - \left(1 - \frac{1}{kL}\right) \zeta(kx) \right] \qquad (d)$$

Valorile numerice ale funcţiilor $\theta(kx)$, $\zeta(kx)$ sînt date în tabele /23/. Deci din această expresie /23/ putem găsi uşor deplasările din orice punct al peretelui rezervorului.

Forţa N_φ în direcţie circumferenţială şi momentul încovoietor vor fi :

$$N_\varphi = -\frac{Ehw}{a} \quad \gamma a L \left[1 - \frac{x}{L} - \theta(kx) - \left(1 - \frac{1}{kL}\right) \zeta(kl) \right] \qquad (e)$$

$$M_x = -K \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{\gamma a L h}{12(1-\mu^2)}\left[-\zeta(kx) + \left(1 - \frac{1}{kL}\right)\theta(kx) \right] \qquad (f)$$

Momentul încovoietor are valoare maximă în dreptul fundului rezervorului, unde este egal cu :

$$M_x\big|_{x=0} = M_0 = \left(1 - \frac{1}{kL}\right) \frac{\gamma a L h}{\sqrt{12(1-\mu^2)}} \qquad (g)$$

Expresiile eforturilor şi momentelor pot fi puse sub forma produsului dintre coeficientul numeric k_i şi un factor dimensional /24/ :

$$N_\varphi = k_i \gamma aL$$

$$M_x = k_j \gamma L^3$$

k_i, k_j sînt date în tabele şi depind de valorile lui x/L şi $L^2/2ah$ /24/. Pentru a avea o imagine a influenţei diferitelor condiţii de rezemare se dau în fig.(II.4) diagramele de variaţie ale săgeţilor w şi momentelor M_x pe înălţimea peretelui unui rezervor cilindric, produse de încărcarea cu apă /24/.

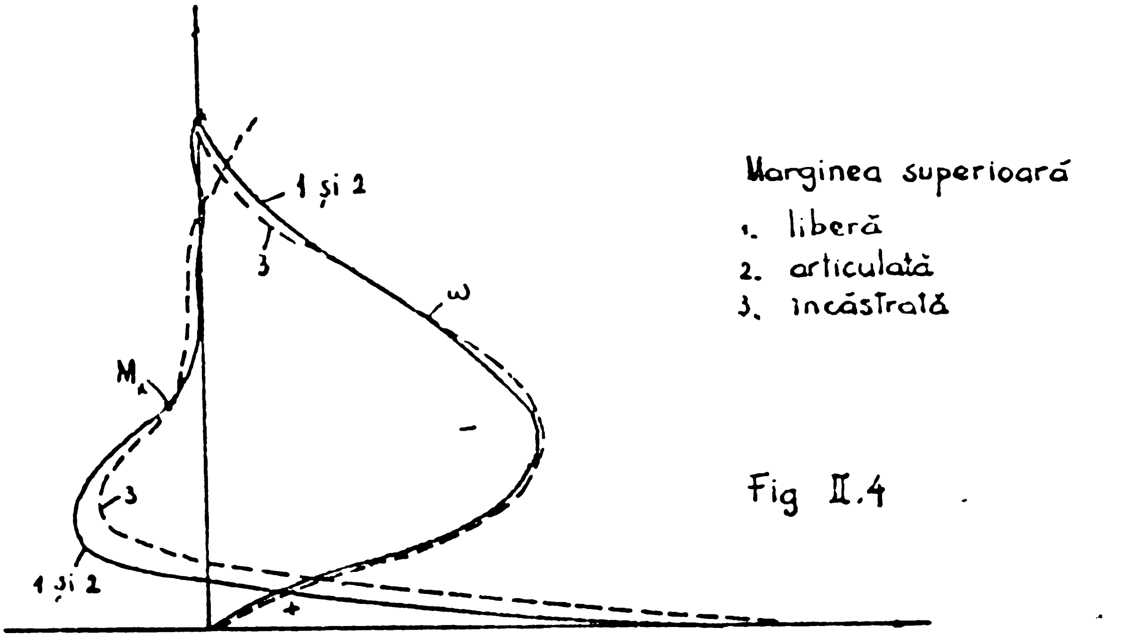


Fig II.4

II.1.3. Rezervorul de grosime constantă încastrat în fundul aşezat pe teren la partea inferioară şi cu inel de rigidizare la partea superioară.

Soluţia (II.6) formată din suma a două oscilaţii amortizate se simplifică în sensul că primul termen cu e^{kx} dispare pe măsură ce ne depărtăm de marginea superioară, iar termenul cu e^{-kx} dispare pe măsură ce ne depărtăm de marginea inferioară.

Acţiunea forţelor radiale Q_0 şi momentelor M_0, exterioare, la marginea $x = 0$:

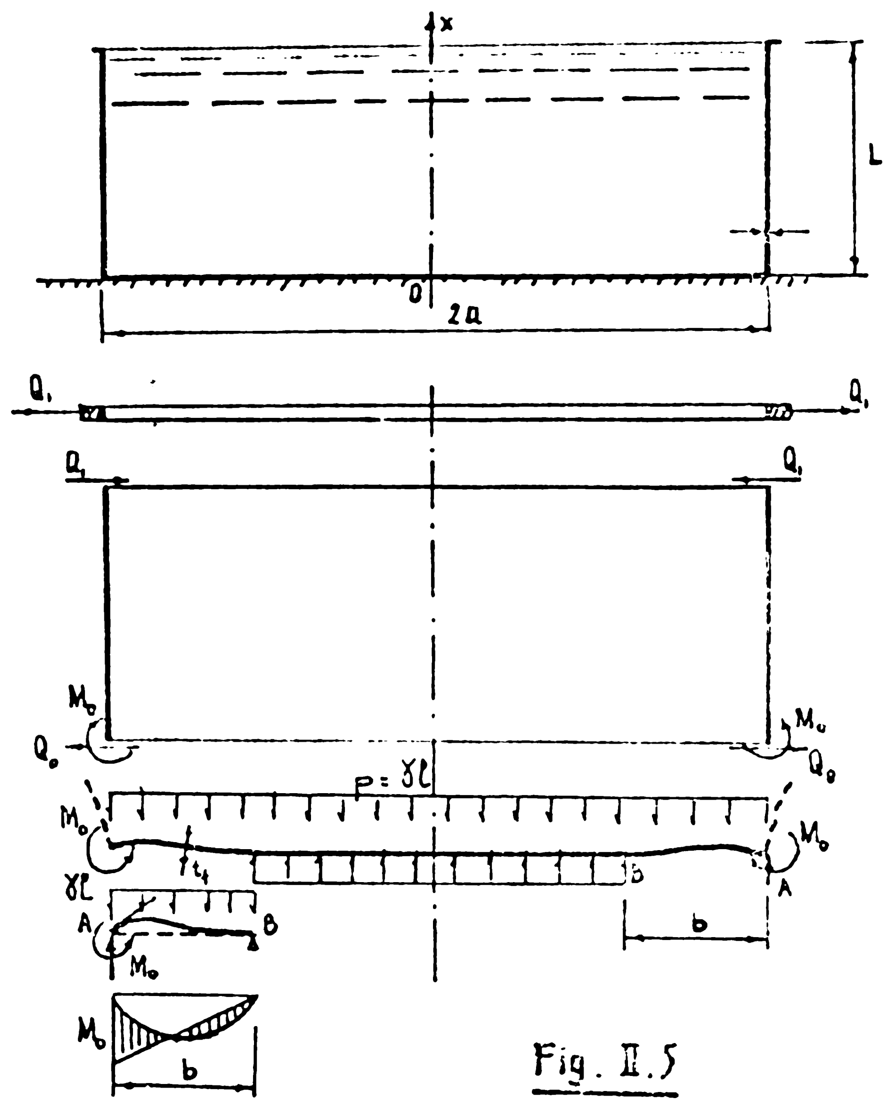


Fig. II.5

Din relaţia (II.6) avem :

$$w_{Q_0} M_0 = e^{-kx} (C_1 \cos kx + C_2 \sin kx)$$

Cele două constante C_1 şi C_2 pot fi determinate din condiţiile de la capătul solicitat, care condiţii pot fi scrise după cum urmează : /23/

$$(M_x)\Big|_{x=0} = - K \frac{d^2 w}{dx^2}\Big|_{x=0} = M_0$$

$$(Q_x)_{x=0} = -K \left.\frac{d^3w}{dx^3}\right|_{x=0} = Q_0$$

Obținem : $C_3 = -\frac{1}{2k^3K}(Q_0 + kM_0)$; $C_4 = \frac{M_0}{2k^3K}$

deci :

$$w_{Q_0M_0} = \frac{e^{-kx}}{2k^3K}\left[kM_0(\sin kx - \cos kx) - Q_0 \cos kx\right]$$

$$\left.w_{Q_0M_0}\right|_{x=0} = -\frac{1}{2k^3K}(kM_0 + Q_0) \qquad \text{(II.7a)}$$

$$\left.\frac{dw_{Q_0M_0}}{dx}\right|_{x=0} = \frac{1}{2k^2K}(2kM_0 + Q_0) \qquad \text{(II.7b)}$$

Acțiunea forțelor radiale Q_1, exterioare, la marginea $x = L$:

Din relația (II.6) avem :

$$w_{Q_1} = e^{kx}(C_3 \cos kx + C_4 \sin kx)$$

Din condițiile de margine, avem :

$$\left.M_x\right|_{x=L} = -K \left.\frac{d^2w}{dx^2}\right|_{x=L} = 0$$

$$\left.Q_x\right|_{x=L} = -K \left.\frac{d^3w}{dx^3}\right|_{x=L} = Q_1$$

Obținem :

$$C_3 = \frac{Q_1}{2Kk^3e^{kL}} \cos kL$$

$$C_4 = \frac{Q_1}{2Kk^3 e^{kL}} \sin kL$$

deci :

$$w_{Q_1} = \frac{e^{kx} Q_1}{2Kk^3 e^{kL}} (\cos kL \cos kx - \sin kL \sin kx)$$

Cu $x = L$ avem :

$$w_{Q_1}\Big|_{x=L} = \frac{Q_1}{2Kk^3} \quad ; \quad \frac{dw}{dx}\Big|_{x=L} = \frac{Q_1}{2Kk^2} \qquad \text{(II.8a,b)}$$

Cu $x = 0$ avem :

$$w_{Q_1}\Big|_{x=0} = \frac{Q_1}{2Kk^3} e^{-kL} \cos kL \qquad \text{(II.9a)}$$

$$\frac{dw}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{Q_1}{2Kk^2} e^{-kL} (\sin kL + \cos kL) \qquad \text{(II.9b)}$$

$$M_{Q_1} = -K \frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{Q_1}{k e^{kL}} e^{kx} (\sin kL \cos kx - \cos kL \sin kx)$$

$$Q_{Q_1} = -K \frac{d^3w}{dx^3} = -\frac{Q_1}{e^{kL}} e^{kx} \Big[(\sin kL - \cos kL)\cos kx -$$

$$-(\sin kL + \cos kL)\sin kx \Big]$$

La partea inferioară, se pot scrie următoarele condiţii :

$$w_o + w_{M_oQ_o} + w_{Q_1} - u = 0 \qquad \text{(II.10a)}$$

$$\frac{dw_o}{dx} + \frac{dw_{M_oQ_o}}{dx} + \frac{dw_{Q_1}}{dx} - \alpha = 0 \qquad \text{(II.10b)}$$

unde : w_o, w_{MoQo}, w_{Q_1} reprezintă deplasările după direcţia normalei la pînză, în secţiunea de prindere a peretelui, în stadiul de membrană, din acţiunea forţei Q_o şi momentului M_o şi din forţa Q_1.

u : reprezintă deformaţia radială a fundului rezervorului din acţiunea forţei Q_o şi este egală cu :

$$u = a \cdot \varepsilon_a = \frac{a(1-\mu)Q_o}{E t_f}$$

tf : grosimea tablelor fundului,

α : reprezintă unghiul tangentei, faţă de orizontală la suprafaţa deformată a fundului.

După Mateescu Dan /1/ pentru simplificare, acest unghi poate fi luat egal cu acela al unei grinzi cu momentul de inerţie :

$$J = \frac{t_f^3}{12(1-\mu^2)}$$

cu deschiderea b, încărcată cu o sarcină uniform repartizată p şi un moment M_o în reazemul A, iar în reazemul B tangenta la fibra deformată fiind orizontală (Fig.II.2).

Din aceste condiţii de rezemare şi încărcare rezultă :

$$b = 2\sqrt{\frac{M_o}{p}} \quad ; \quad \alpha = -\frac{4(1-\mu^2)}{E \cdot t_f^3}\sqrt{\frac{M_o^3}{p}}$$

Deci condiţiile (II.10a), (II.10b) se pot scrie astfel :

$$-\frac{\gamma L^2 a}{Eh} - \frac{M_o}{2Kk^2} - \frac{Q_o}{2Kk^3} + \frac{Q_1}{2Kk^3} e^{-kL} \cos kL - \frac{a}{Et_f}(1-\mu)Q_o = 0 \tag{II.11a}$$

$$\frac{\gamma a^2}{Eh} + \frac{M_o}{Kk} + \frac{Q_o}{2Kk^2} + \frac{Q_1}{2Kk^2} e^{-kL}(\sin kL + \cos kL) + \frac{4(1-\mu^2)}{E \cdot t_f^3}\sqrt{\frac{M_o^3}{p}} = 0 \tag{II.11b}$$

La partea superioară, se poate scrie următoarea condiţie :

$$w^{s}_{MoQo} + w^{s}_{Q_1} - v = 0 \qquad (II.12)$$

unde :

w^{s}_{MoQo} , W_{Q_1} - reprezintă deplasările după direcţia normalei la pînză, la partea superioară din acţiunile forţei Q_0 şi momentului M_0, şi din forţa Q_1 .

v - reprezintă deformaţia radială a inelului de rigidizare din acţiunea forţei Q_1 şi este egală cu :

$$v = -\frac{a^2}{EA} Q_1$$

A - aria secţiunii inelului de rigidizare.

Deci condiţia (II.12) se poate scrie astfel :

$$\frac{e^{-kL}}{2k^3K}\left[kM_0(\sin kL-\cos kL) - Q_0 \cos kL \right] +$$

$$+ \frac{Q_1}{2Kk^3} + \frac{a^2}{EA} Q_1 = 0 \qquad (II.13)$$

Ecuaţiile (II.11a),(II.12b), (II.13) formează un sistem de trei ecuaţii cu trei necunoscute M_0, Q_0, Q_1 . După ce s-au determinat M_0, Q_0, Q_1 , deplasările, forţa N_φ în direcţie circumferenţială şi momentul încovoietor se pot găsi din expresiile următoare :

$$w = -\frac{\gamma(L-x)a^2}{Eh} + \frac{e^{-kx}}{2Kk^3}\left[kM_0(\sin kx-\cos kx)-Q_0 \cos kx\right]$$

$$+ \frac{e^{kx} Q_1}{2Kk^3 e^{kL}} (\cos kL \cos kx + \sin kL \sin kx) \qquad (II.14)$$

$$N_\varphi = -\frac{Eh}{a} w = \gamma(L-x)a - \frac{Ehe^{-kx}}{2aKk^3}\left[kM_0(\sin kx -\cos kx) -\right.$$

$$\left.- Q_0 \cos kx\right] - \frac{Ehe^{kx}Q_1}{2aKk^3e^{kL}}(\cos kL \cos kx + \sin kL \sin kx) \qquad (II.15)$$

$$M_x = \frac{1}{2k}\left[2kM_o\, e^{-kx}(\cos kx + \sin kx) + 2Q_o e^{-kx}\sin kx\right] -$$

$$- \frac{Q_1}{ke^{kL}}\, e^{kx}\,(\sin kL \cos kx - \cos kL \sin kx) \qquad (II.16)$$

$$Q_x = -e^{-kx}\left[2kM_o \sin kx - Q_o\,(\cos kx - \sin kx)\right] -$$

$$- \frac{Q_1}{e^{kL}}\, e^{kx}\left[(\sin kL - \cos kL)\cos kx - (\sin kL + \cos kL)\sin kx\right] \qquad (II.17)$$

Procedeul calculului rezervoarelor de grosimea constantă încastrat în fundul așezat pe teren la partea inferioară și cu inel de rigidizare la partea superioară este programat de autorul în limbaj FORTRAN pentru calculatorul FELIX-256 (Programul REZER 2)

Schema logică a programului REZER 2 se prezintă în Fig.(II.6).

II.1.4. Rezervoarele metalice cu tole de grosimi diferite, încastrat la partea inferioară.

In construcția rezervoarelor metalice se folosesc tole de grosimi diferite, așa cum se arată în Fig.(II.7). Aplicînd soluția particulară a ecuației (II.3) pentru fiecare porțiune de grosime constantă, vom găsi că diferențele de grosime dau naștere la discontinuități pentru deplasările w_1 de-a lungul joantelor mn și m_1n_1. Aceste discontinuități, împreună cu deplasările de la fundul rezervorului AB, pot fi înlăturate aplicînd în dreptul acestora niște momente și forțe tăietoare. In prezent, se realizează rezervoare metalice cu capacitate foarte mare, diametrul rezervoarelor crește mult în comparație cu înălțimea lor, atunci trebuie să fie aplicată fiecărei părți de rezervor soluția generală cu patru constante de integrare. O metodă aproximativă pentru rezolvarea acestei probleme a fost dată de Runge C /26/ și a fost aplicată de Girkmann /27/.

Aici, autorul a elaborat în mod concret o metodă pentru rezolvarea acestei probleme cu ajutorul calculatorului electronic.

START

Declară dimensiunea tabloului de variabile

Funcții formula

$L, \mu, a, t_f, A, \gamma, E, h$

$K = Eh^3/12(1-\mu^2)$

$k = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)/a^2h^2}$

$a_{11} = -1/2Kk^3 + a(1-\mu)/Et_f$ $\qquad c_1 = \gamma a^2L/Eh$

$a_{12} = (1/2Kk^3)e^{-kL}\cos kL$ $\qquad c_2 = 0$

$a_{21} = (-1/2Kk^3)\, e^{-kL}\cos kL$ $\qquad b_1 = 1/2Kk^2$

$a_{22} = 1/2Kk^3 + a^2/EA$ $\qquad b_2 = -e^{kL}(\sin kL - \cos kL)/2Kk^2$

Resolvarea sistemului de ecuații

$XE = (a_{12} - a_{22}a_{11}/a_{21})$ $\qquad AR2 = c_1/XE$

$BR2 = (b_1 - b_2a_{11}/a_{21})/XE$ $\qquad AR1 = -a_{22}AR2/a_{21}$

$BR1 = b_2/a_{21} - a_{22}\, BR2/a_{21}$

$aM_o^{3/2} + bM_o + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

L

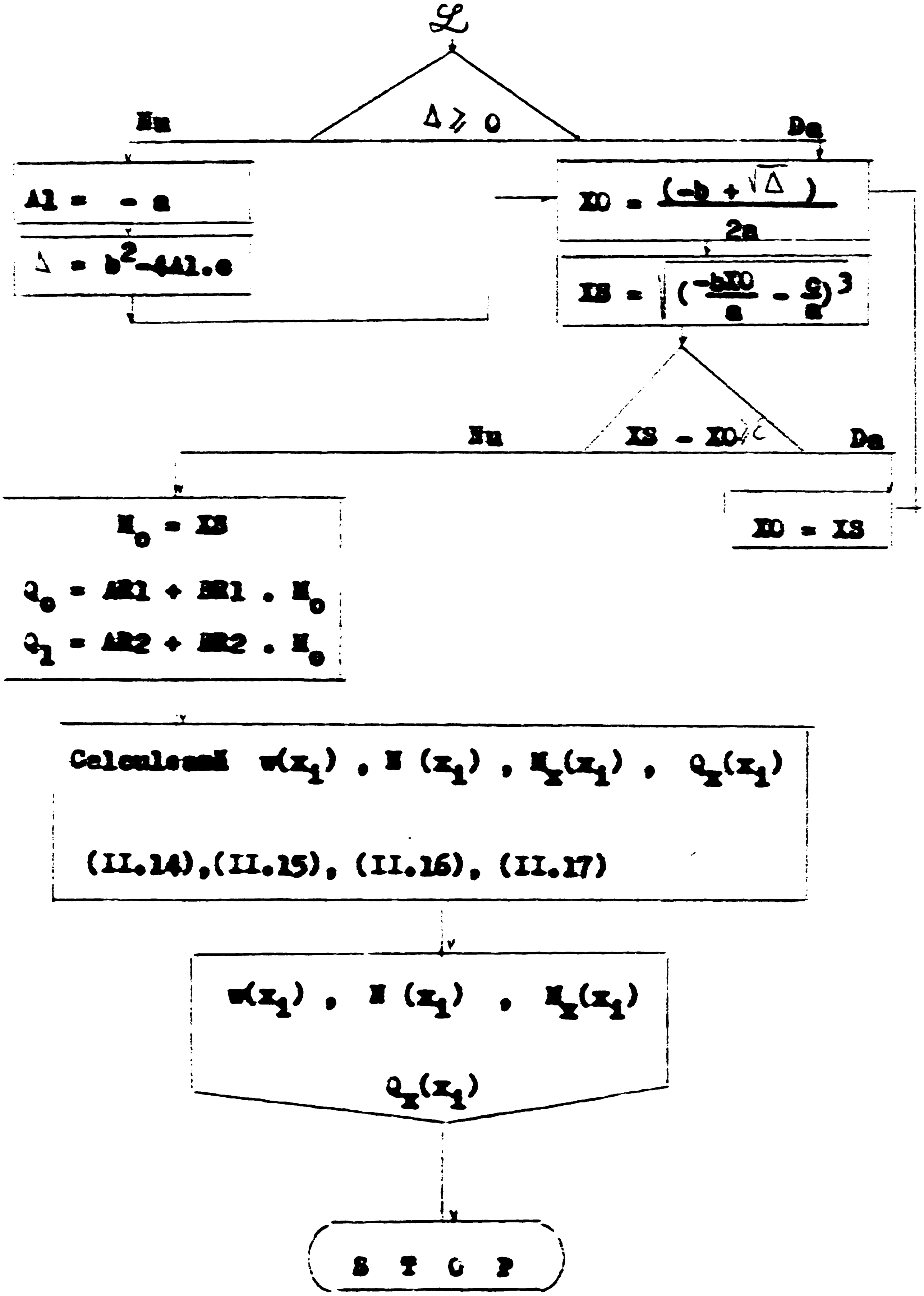


Fig.II.6 : SCHEMA LOGICA A PROGRAMULUI REZER 2

Fiecare porţiune de grosime constantă este considerată ca o placă cilindrică circulară scurtă. Ecuaţia diferenţială aplicată pentru acest caz :

$$\frac{d^4 w_i}{dx_i^4} + 4 k_i^4 w_i = - \frac{p_i + \gamma(d_i - x_i)}{K_i} \qquad \text{(II.18)}$$

Aici se folosesc notaţii :

$$k_i^4 = \frac{Eh_i}{4a^2 K_i} = \frac{3(1-\mu^2)}{a^2 h_i^2}$$

$$K_i = \frac{Eh_i^3}{12(1-\mu^2)}$$

γ - greutatea specifică a lichidului,

d_i - înălţimea porţiunii de grosime constantă a-i-a

p_i - presiunea lichidului la partea de sus a fiecărei porţiuni.

Soluţia generală a ecuaţiei (II.18) are forma :

$$w_i = C_{1i}\sin(k_i x_i)\mathrm{sh}(k_i x_i) + C_{2i}\sin(k_i x_i)\mathrm{ch}(k_i x_i) +$$

$$+ C_{3i}\cos(k_i x_i)\mathrm{sh}(k_i x_i) + C_{4i}\cos(k_i x_i)\mathrm{ch}(k_i x_i) + w_i^0 \qquad \text{(II.19)}$$

w_i^0 - soluţia particulară a ecuaţiei (II.18).

Se consideră porţiunea a-i-a. Pentru înlăturarea discontinuităţii, se aplică momentele şi forţele tăietoare M_i, M_{i+1}, Q_i, Q_{i+1} pe unitatea de lungime (Fig.II.8).

Soluţia particulară a ecuaţiei (II.18) are forma :

$$w_i^0 = - \frac{a^2 \left[p_i + \gamma(d_i - x_i) \right]}{Eh_i}$$

$$\text{(II.20)}$$

$$p_i = \gamma \Big(L - \sum_{j=1}^{i} d_j \Big)$$

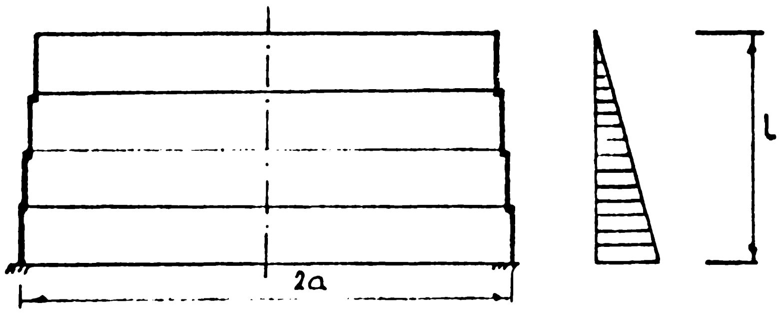


Fig II.7

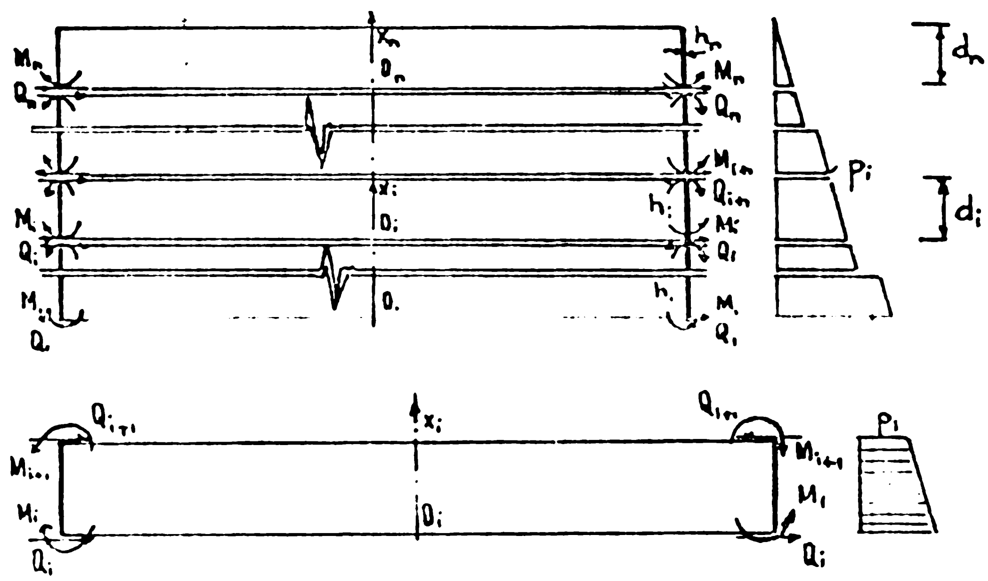


Fig. II.8

Soluţia ecuaţiei omogene (partea dreaptă este egală cu zero) este :

$$\bar{w}_1 = C_{11}ch(k_1x_1)cos(k_1x_1) + C_{21}ch(k_1x_1\ sin(k_1x_1) +$$

$$+ C_{31}sh(k_1x_1)cos(k_1x_1) + C_{41}sh(k_1x_1)sin(k_1x_1) \qquad (II.21)$$

C_{11} , C_{21} , C_{31} , C_{41} - Constante integrale, care se determină din condiţiile de margini :

$$- K_i \left. \frac{d^2 w_i}{dx_i^2} \right|_{x_i=0} = M_i \qquad - K_i \left. \frac{d^2 w_i}{dx_i^2} \right|_{x_i=d_i} = M_{i+1}$$

$$- K_i \left. \frac{d^3 w_i}{dx_i^3} \right|_{x_i=0} = Q_i \qquad - K_i \left. \frac{d^3 w_i}{dx_i^3} \right|_{x_i=d_i} = Q_{i+1} \tag{II.22}$$

Se folosește metoda suprapunerii, trecînd peste toate operațiile intermediare, care sînt foarte laborioase, obținem:

$$\bar{w}_i = - \frac{M_i}{2K_i k_i^2} \left[\frac{F2_i}{F1_i} F7(k_i x_i) - \frac{F3_i}{F1_i} F10(k_i x_i) + F8(k_i x_i) \right] +$$

$$+ \frac{Q_i}{2K_i k_i^3} \left[- \frac{F4_i}{F1_i} F7(k_i x_i) + \frac{F5_i}{F1_i} F15(k_i x_i) + \frac{F6_i}{F1_i} F16(k_i x_i) \right] -$$

$$- \frac{M_{i-1}}{2K_i k_i^2} \left[- 2\frac{F8_i}{F1_i} F7(k_i x_i) + \frac{F10_i}{F1_i} F10(k_i x_i) \right] -$$

$$- \frac{Q_{i-1}}{2K_i k_i^3} \left[\frac{F9_i}{F1_i} F7(k_i x_i) - \frac{F8_i}{F1_i} F10(k_i x_i) \right] \tag{II.23}$$

Aici s-au făcut notațiile după Hampe E. /24/ :

$$F1_i = sh^2(k_i d_i) - \sin^2(k_i d_i) \cancel{\sin^2(k_i d_i)}$$

$$F2_i = sh^2(k_i d_i) + \sin^2(k_i d_i)$$

$$F3_i = sh(k_i d_i) ch(k_i d_i) + \sin(k_i d_i) \cos(k_i d_i)$$

$$F4_i = sh(k_i d_i) ch(k_i d_i) - \sin(k_i d_i) \cos(k_i d_i)$$

$$F5_i = \sin^2(k_i d_i)$$

$$F6_i = sh^2(k_i d_i)$$

$$F7_i = ch(k_i d_i)\ \cos(k_i d_i)$$

$$F8_i = sh(k_i d_i)\ \sin(k_i d_i) \qquad (II.23b)$$

$$F9_i = ch(k_i d_i)\ \sin(k_i d_i) - sh(k_i d_i)\ \cos(k_i d_i)$$

$$F10_i = ch(k_i d_i)\ \sin(k_i d_i) + sh(k_i d_i)\ \cos(k_i d_i)$$

$$F13_i = ch(k_i d_i)\ \cos(k_i d_i) - sh(k_i d_i)\ \sin(k_i d_i)$$

$$F14_i = ch(k_i d_i)\ \cos(k_i d_i) + sh(k_i d_i)\ \sin(k_i d_i)$$

$$F15_i = ch(k_i d_i)\ \sin(k_i d_i)$$

$$F5(k_i x_i) = \sin^2(k_i x_i)$$

$$F7(k_i x_i) = ch(k_i x_i)\ \cos(k_i x_i)$$

$$F8(k_i x_i) = sh(k_i x_i)\ \sin(k_i x_i)$$

$$F9(k_i x_i) = ch(k_i x_i)\ \sin(k_i x_i) - sh(k_i x_i)\ \cos(k_i x_i)$$

$$F10(k_i x_i) = ch(k_i x_i)\ \sin(k_i x_i) + sh(k_i x_i)\ \cos(k_i x_i)$$

$$F13(k_i x_i) = ch(k_i x_i)\ \cos(k_i x_i) - sh(k_i x_i)\ \sin(k_i x_i)$$

$$F14(k_i x_i) = ch(k_i x_i)\ \cos(k_i x_i) + sh(k_i x_i)\ \sin(k_i x_i)$$

$$F15(k_i x_i) = ch(k_i x_i)\ \sin(k_i x_i)$$

$$F16(k_i x_i) = sh(k_i x_i)\ \cos(k_i x_i)$$

Pentru un sistem de n porţiuni de grosime constantă, putem determina n expresii de forma (II.20) şi (II.23). Aceste expresii conţin $2n$ necunoscute Q_i, M_i $(i=1,2\ldots n)$ care se pot găsi prin condiţiile de continuitate :

$$w_1\Big|_{x_1=0} = 0 \qquad \text{(II.24a)}$$

$$\frac{dw_1}{dx_1}\Big|_{x_1=0} = 0 \qquad \text{(II.24b)}$$

$$w_i\Big|_{x_i=d_i} = w_{i+1}\Big|_{x_{i+1}=0} \qquad i= 1,2,3\ldots n-1$$

$$\frac{dw_i}{dx_i}\Big|_{x_i=d_i} = \frac{dw_{i+1}}{dx_{i+1}}\Big|_{x_{i+1}=0} = 0 \qquad \text{(II.25)}$$

Deci avem 2n ecuaţii pentru a rezolva 2n necunoscute.
Se consideră prima porţiune, avem :

$$w_1 = \bar{w}_1 - w_1^0$$

$$w_1 = -\frac{M_1}{2K_1k_1^2}\left[\frac{F2_1}{F1_1}F7(k_1x_1) - \frac{F3_1}{F1_1}F10(k_1x_1) + F8(k_1x_1)\right] +$$

$$+\frac{T_1}{2K_1k_1^2}\left[-\frac{F4_1}{F1_1}F7(k_1x_1) + \frac{F5_1}{F1_1}F15(k_1x_1) + \frac{F6_1}{F1_1}F16(k_1x_1)\right] -$$

$$-\frac{M_2}{2K_1k_1^2}\left[-\frac{2F8_1}{F1_1}F7(k_1x_1) + \frac{F10_1}{F1_1}F10(k_1x_1)\right] -$$

$$-\frac{Q_2}{2K_1k_1^3}\left[\frac{F9_1}{F1_1}F7(k_1x_1) - \frac{F8_1}{F1_1}F10(k_1x_1)\right] - \frac{\gamma a^2(L-x_1)}{K_1}$$

$$\frac{dw_1}{dx_1} = \frac{M_1}{2K_1k_1}\left[\frac{F2_1}{F1_1}F9(k_1x_1) + \frac{2F3_1}{F1_1}F7(k_1x_1) - F10(k_1x_1)\right] -$$

$$+ \frac{Q_1}{2K_1k_1^2}\left[\frac{F4_1}{F1_1}F9(k_1x_1) + \frac{F5_1}{F1_1}F4(k_1x_1) + \frac{F6_1}{F1_1}F13(k_1x_1)\right] +$$

$$- \frac{M_2}{K_1k_1}\left[\frac{F8_1}{F1_1}F9(k_1x_1) + \frac{F10_1}{F1_1}F7(k_1x_1)\right] +$$

$$+ \frac{Q_2}{2K_1k_1}\left[\frac{F9_1}{F1_1}F9(k_1x_1) + \frac{2F8_1}{F1_1}F7(k_1x_1)\right] + \frac{\gamma a^2}{Eh_1}$$

pentru $x_1 = 0$ avem :

$$w_1\Big|_{x_1=0} = -\frac{M_1}{2K_1k_1^2}\left[\frac{F2_1}{F1_1}\right] + \frac{Q_1}{2K_1k_1^3}\left[-\frac{F4_1}{F1_1}\right] + \frac{M_2}{2K_1k_1^2}\left[\frac{2F8_1}{F1_1}\right] -$$

$$- \frac{Q_2}{2K_1k_1^3}\left[\frac{F9_1}{F1_1}\right] - \frac{\gamma a^2 L}{Eh_1} = 0$$

$$\frac{dw_1}{dx_1}\Big|_{x_1=0} \quad \frac{M_1}{2K_1k_1}\left[\frac{2F3_1}{F1_1}\right] + \frac{Q_1}{2K_1k_1^2}\left(\frac{F5_1}{F1_1} + \frac{F6_1}{F1_1}\right) -$$

$$- \frac{M_2}{K_1k_1}\left[\frac{F10_1}{F1_1}\right] + \frac{Q_2}{2K_1k_1^2}\left[\frac{2F8_1}{F1_1}\right] + \frac{\gamma a^2}{Eh_1} = 0$$

Se notează :

$$a_{11} = -\frac{1}{2K_1k_1^2}\left[\frac{F2_1}{F1_1}\right] \qquad a_{12} = \frac{1}{2K_1k_1^3}\left[-\frac{F4_1}{F1_1}\right]$$

$$a_{13} = \frac{1}{K_1k_1^2}\left[\frac{F8_1}{F1_1}\right] \qquad a_{14} = -\frac{1}{2K_1k_1^3}\left[\frac{F9_1}{F1_1}\right]$$

$$c_1 = \frac{\gamma a^2 L}{Eh_1} \qquad \text{(II.26)}$$

$$a_{21} = \frac{1}{K_1 k_1}\left[\frac{F3_1}{F1_1}\right] \qquad a_{22} = \frac{1}{2K_1 k_1^2}\left[\frac{F5_1}{F1_1} + \frac{F6_1}{F1_1}\right]$$

$$a_{23} = -\frac{1}{K_1 k_1}\left[\frac{F10_1}{F1_1}\right] \qquad a_{24} = \frac{1}{K_1 k_1^2}\left[\frac{F8_1}{F1_1}\right]$$

$$c_2 = -\frac{\gamma a^2}{Eh_1}$$

Obţinem două ecuaţii :

$$a_{11}M_1 + a_{12}Q_1 + a_{13}M_2 + a_{14}Q_2 = c_1 \qquad \text{(II.27a)}$$

$$a_{21}M_1 + a_{22}Q_1 + a_{23}M_2 + a_{24}Q_2 = c_2 \qquad \text{(II.27b)}$$

Pentru i = 1 avem condiţiile :

$$w_1\Big|_{x_1=d_1} = w_2\Big|_{x_2=0}$$

$$\frac{dw_1}{dx_1}\Big|_{x_1=d_1} = \frac{dw_2}{dx_2}\Big|_{x_2=0}$$

$$w_1\Big|_{x_1=d_1} = -\frac{M_1}{2K_1k_1^2}\left[\frac{F2_1}{F1_1}F7_1 - \frac{F3_1}{F1_1}F10_1 + F\,8_1\right] +$$

$$+\frac{Q_1}{2K_1\,k_1^3}\left[-\frac{F4_1F7_1}{F1_1} + \frac{F5_1F15_1}{F1_1} + \frac{F6_1F16_1}{F1_1}\right] -$$

$$-\frac{M_2}{2K_1k_1^2}\left[\frac{2F8_1F7_1 + F10_1F10_1}{F1_1}\right] -$$

$$-\frac{Q_2}{2K_1k_1^3}\left[\frac{F9_1F7_1 - F8_1F10_1}{F1_1}\right] - \frac{\gamma a^2(L - d_1)}{Eh_1}$$

$$\frac{dw_1}{dx_1}\Big|_{x_1=d_1} = \frac{M_1}{2K_1\,k_1}\left[\frac{F2_1F9_1 + 2F3_1F7_1 + F1_1F10_1}{F1_1}\right] +$$

$$+ \frac{Q_1}{2K_1 k_1^2}\left[\frac{F4_1F9_1+F5_1F14_1+F6_1F13_1}{F1_1}\right] - \frac{M_2}{K_1k_1}\left[\frac{F8_1F9_1+F10_1F7_1}{F1_1}\right]$$

$$+ \frac{Q_2}{2K_1 k_1^2}\left[\frac{F9_1F9_1 + 2F8_1F7_1}{F1_1}\right] + \frac{\gamma a^2}{Eh_1}$$

$$w_2\Big|_{x_2=0} = - \frac{M_2}{2K_2k_2^2}\left[\frac{F2_2}{F1_2}\right] + \frac{Q_2}{2K_2\ k_2^3}\left[-\frac{F4_2}{F1_2}\right] + \frac{M_3}{2K_2k_2^2}\left[\frac{2F8_2}{F1_2}\right]$$

$$- \frac{Q_3}{2K_2\ k_2^3}\left[\frac{F9_2}{F1_2}\right] - \frac{\gamma a^2(L - d_1)}{Eh_2}$$

$$\frac{dw_2}{dx_2}\Big|_{x_2=0} = \frac{M_2}{2K_2k_2}\left[\frac{2F3_2}{F1_2}\right] + \frac{Q_2}{2K_2k_2^2}\left[\frac{F5_2 + F6_2}{F1_2}\right] -$$

$$- \frac{M_3}{K_2k_2}\left[\frac{F10_2}{F1_2}\right] + \frac{Q_3}{2K_2\ k_2^2}\left[\frac{2F8_2}{F1_2}\right] + \frac{\gamma a^2}{Eh_2}$$

Se notează :

$$a_{31} = - \frac{1}{2K_1\ k_1^2}\left[\frac{F2_1F7_1 - F3_1F10_1 + F8_1\ F1_1}{F1_1}\right]$$

$$a_{32} = \frac{1}{2K_1\ k_1^3}\left[\frac{- F4_1F7_1 + F5_1F15_1 + F6_1F16_1}{F1_1}\right]$$

$$a_{33} = \frac{1}{2K_1\ k_1^2}\left[\frac{2F8_1F7_1 - F10_1F10_1}{F1_1}\right] + \frac{1}{2K_2k_2^2}\left[\frac{F2_2}{F1_2}\right]$$

Se notează :

$$a_{34} = - \frac{1}{2K_1\ k_1^3}\left[\frac{F9_1F7_1 - F8_1F10_1}{F1_1}\right] + \frac{1}{2K_2k_2^2}\left[\frac{F4_2}{F1_2}\right]$$

$$a_{35} = - \frac{1}{K_2k_2^2}\left[\frac{F8_2}{F1_2}\right] \qquad a_{36} = \frac{1}{2K_2k_2^3}\left[\frac{F9_2}{F1_2}\right]$$

$$c_3 = \gamma a^2(L - d_1)\left(\frac{1}{Eh_1} - \frac{1}{Eh_2}\right) \tag{II.28}$$

$$a_{41} = \frac{1}{2K_1k_1}\left[\frac{F2_1F9_1 + 2F3_1F7_1 - F1_1F10_1}{F1_1}\right]$$

$$a_{42} = \frac{1}{2K_1\,k_1^2}\left[\frac{F4_1\,F9_1 + F5_1\,F14_1 + F6_1F13_1}{F1_1}\right]$$

$$a_{43} = -\frac{1}{K_1\,k_1}\left[\frac{F8_1F9_1 + F10_1F7_1}{F1_1}\right] - \frac{1}{K_2k_2}\left[\frac{F3_2}{F1_2}\right]$$

$$a_{44} = \frac{1}{2K_1k_1^2}\left[\frac{F9_1F9_1 + 2F8_1F7_1}{F1_1}\right] - \frac{1}{2K_2k_2^2}\left[\frac{F5_2 + F6_2}{F1_2}\right]$$

$$a_{45} = \frac{1}{K_2k_2}\left[\frac{F10_2}{F1_2}\right] \qquad a_{46} = -\frac{1}{K_2\,k_2^2}\left[\frac{F8_2}{F1_2}\right]$$

$$c_4 = \gamma\, a^2\left(\frac{1}{Eh_2} - \frac{1}{Eh_1}\right)$$

Avem ecuaţiile :

$$a_{31}M_1 + a_{32}Q_1 + a_{33}M_2 + a_{34}Q_2 + a_{35}M_3 + a_{36}Q_3 = c_3 \qquad \text{(II.29.a)}$$

$$a_{41}M_1 + a_{42}Q_1 + a_{43}M_2 + a_{44}Q_2 + a_{45}M_3 + a_{46}Q_3 = c_4 \qquad \text{(II.29.b)}$$

Pentru i = 2 ,(se face ca partea de mai sus), obţinem două ecuaţii :

$$a_{53}M_2 + a_{54}Q_2 + a_{55}M_3 + a_{56}Q_3 + a_{57}M_4 + a_{58}Q_4 = c_5 \qquad \text{(II.30a)}$$

$$a_{63}M_2 + a_{64}Q_2 + a_{65}M_3 + a_{66}Q_3 + a_{67}M_4 + a_{68}Q_4 = c_6 \qquad \text{(II.30b)}$$

Aici se notează :

$$a_{53} = -\frac{1}{2K_2\,k_2^2}\left[\frac{F2_2\,F7_2 - F3_2F10_2 + F1_2F8_2}{F1_2}\right]$$

$$a_{54} = \frac{1}{K_2\,k_2^3}\left[\frac{-F4_2F7_2 + F5_2F15_2 + F6_2F16_2}{F1_2}\right] + \cancel{\frac{1}{2K_3k_3^2}}\;\cancel{\frac{F2_3}{F1_3}}$$

$$a_{55} = \frac{1}{2K_2\,k_2^2}\left[\frac{2F8_2F7_2 - F10_2F10_2}{F1_2}\right] + \frac{1}{2K_3k_3^2}\left[\frac{F2_3}{F1_3}\right]$$

$$a_{56} = -\frac{1}{2K_2k_2^3}\left[\frac{F9_2F7_2 - F8_2F10_2}{F1_2}\right] + \frac{1}{2K_3\,k_3^3}\left[\frac{F4_3}{F1_3}\right]$$

$$a_{57} = -\frac{1}{K_3 k_3^2}\left[\frac{F8_3}{F1_3}\right] \qquad a_{58} = \frac{1}{2K_3 k_3^3}\left[\frac{F9_3}{F1_3}\right]$$

$$c_5 = \gamma a^2 \left(L - \sum_{j=1}^{2} d_j \right)\left(\frac{1}{Eh_2} - \frac{1}{Eh_3} \right)$$

$$a_{63} = \frac{1}{2.K_2 k_2}\left[\frac{F2_2 F9_2 + 2F3_2 F7_2 - F10_2 F1_2}{F1_2}\right] \qquad \text{(II.31)}$$

$$a_{64} = \frac{1}{2K_2 k_2^2}\left[\frac{F4_2\, F9_2 + F5_2 F14_2 + F6_2 F13_2}{F1_2}\right]$$

$$a_{65} = -\frac{1}{K_2 k_2}\left[\frac{F8_2 F9_2 + F10_2 F7_2}{F1_2}\right] - \frac{1}{K_3\, k_3}\left[\frac{F3_3}{F1_3}\right]$$

$$a_{66} = \frac{1}{2K_2\, k_2^2}\left[\frac{F9_2 F9_2 + 2F8_2 F7_2}{F1_2}\right] - \frac{1}{2K_3 k_3^2}\left[\frac{F6_3 + F5_3}{F1_3}\right]$$

$$a_{67} = \frac{1}{K_3\, k_3}\left[\frac{F10_3}{F1_3}\right]$$

$$a_{68} = -\frac{1}{K_3\, k_3^2}\left[\frac{F8_3}{F1_3}\right]$$

$$c_6 = \gamma a^2 \left(\frac{1}{Eh_3} - \frac{1}{Eh_2} \right)$$

De asemenea, pentru unioarecare $0 < i \leq n-2$ (i este un număr întreg) avem două ecuații :

$$a_{2i+1,2i-1}M_i + a_{2i+1,2i}Q_i + a_{2i+1,2i+1}M_{i+1} + {}^{2}a_{i+1,2i} +$$

$$+ 2Q_{i+1} + a_{2i+1,2i+3}M_{i+2} + a_{2i+1,2i+4}Q_{i+2} = c_{2i+1} \qquad \text{(II.32a)}$$

$$a_{2i+2,2i-1}M_1 + a_{2i+2,2i}Q_i + a_{2i+2,2i+1}M_{i+1} + a_{2i+2,2i+2}Q_{i+1} +$$

$$a_{2i+2,2i+3}M_{i+2} + a_{2i+2,2i+4}Q_{i+2} = c_{2i-2} \qquad \text{(II.32b)}$$

Aici s-au notat :

$$a_{2i+1,2i-1} = -\frac{1}{2K_i k_i^2}\left[\frac{F2_i F7_i + F3_i F10_i + F1_i F8_i}{F1_i}\right]$$

$$a_{2i+1,2i} = \frac{1}{2K_i k_i^3}\left[\frac{-F4_iF7_i + F5_iF15_i + F6_iF16_i}{F1_i}\right]$$

$$a_{2i+1,2i+1} = \frac{1}{2K_i k_i^2}\left[\frac{2F8_iF7_i - F10_iF10_i}{F1_i}\right] + \frac{1}{2K_{i+1}K_{i+1}^2}\left[\frac{F2_{i+1}}{F1_{i+1}}\right]$$

$$a_{2i+1,2i+2} = -\frac{1}{2K_i\ k_i^3}\left[\frac{F9_iF7_i - F8_iF10_i}{F1_i}\right] + \frac{1}{2K_{i+1}k_{i+1}^3}\left[\frac{F4_{i+1}}{F1_{i+1}}\right]$$

$$a_{2i+1,2i+3} = -\frac{1}{K_{i+1}k_{i+1}^2}\left[\frac{F8_{i+1}}{F1_{i+1}}\right] \qquad \text{(II.33)}$$

$$a_{2i+1,2i+4} = \frac{1}{2K_{i+1}k_{i+1}^3}\left[\frac{F9_{i+1}}{F1_{i+1}}\right]$$

$$c_{2i+1} = \gamma a^2\left(L - \sum_{j=1}^{i} d_j\right)\left(\frac{1}{Eh_i} - \frac{1}{Eh_{i+1}}\right)$$

$$a_{2i+2,2i-1} = \frac{1}{2K_i k_i}\left[\frac{F2_iF9_i + 2F3_iF7_i - F10_iF1_i}{F1_i}\right]$$

$$a_{2i+2,2i} = \frac{1}{2K_i k_i^2}\left[\frac{F4_iF9_i + F5_iF14_i + F6_iF13_i}{F1_i}\right]$$

$$a_{2i+2,2i+1} = -\frac{1}{K_i k_i}\left[\frac{F8_iF9_i + F10_iF7_i}{F1_i}\right] - \frac{1}{K_{i+1}k_{i+1}}\left[\frac{F3_{i+1}}{F1_{i+1}}\right]$$

$$a_{2i+2,2i+2} = \frac{1}{2K_i k_i^2}\left[\frac{F9_iF9_i + 2F8_iF7_i}{F1_i}\right] - \frac{1}{2K_{i+1}k_{i+1}^2}\left[\frac{-F5_{i+1} + F6_{i+1}}{F1_{i+1}}\right]$$

$$a_{2i+2,2i+3} = \frac{1}{K_{i+1}k_{i+1}}\left[\frac{F10_{i+1}}{F1_{i+1}}\right]$$

$$a_{2i+2,2i+4} = -\frac{1}{K_{i+1}\ k_{i+1}^2}\left[\frac{F8_{i+1}}{F1_{i+1}}\right]$$

$$c_{2i+2} = \gamma a^2\left(\frac{1}{Eh_{i+1}} - \frac{1}{Eh_1}\right)$$

Pentru joanta cea mai de sus (i=n-1) avem condiţiile :

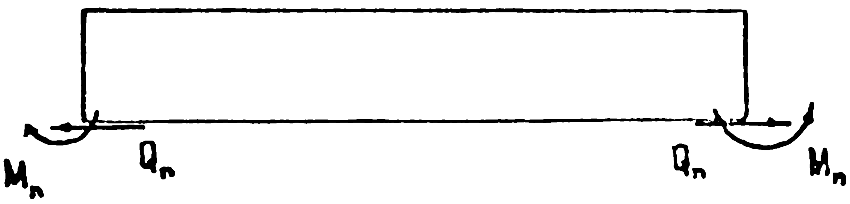


Fig.II.9

$$w_{n-1}\Big|_{x_{n-1}=d_{n-1}} = w_n\Big|_{x_n=0}$$

$$\frac{dw_{n-1}}{dx_{n-1}}\Bigg|_{x_{n-1}=d_{n-1}} = \frac{dw_n}{dx_n}\Bigg|_{x_n=0}$$

$$w_n\Big|_{x_n=0} = -\frac{M_n}{2K_n k_n^2}\left[\frac{F2_n}{F1_n}\right] + \frac{Q_n}{2K_n\, k_n^3}\left[-\frac{F4_n}{F1_n}\right] - \frac{\gamma a^2 d_n}{Eh_n}$$

$$\frac{dw_n}{dx_n}\Bigg|_{x_n=0} = \frac{M_n}{K_n k_n^2}\left[\frac{F3_n}{F1_n}\right] + \frac{Q_n}{2K_n\, k_n^2}\left[\frac{F5_n + F6_n}{F1_n}\right] + \frac{\gamma a^2}{Eh_n}$$

Deci 2 ecuaţii din condiţiile (II.34) au formele :

$$a_{2n-1,2n-3} M_{n-1} + a_{2n-1,2n-2} Q_{n-1} + a_{2n-1,2n-1} M_n +$$

$$+ a_{2n-1,2n} Q_n = c_{2n-1} \qquad \text{(II.35a)}$$

$$a_{2n,2n-3} M_{n-1} + a_{2n,2n-2} Q_{n-1} + a_{2n,2n-1} M_n +$$

$$+ a_{2n,2n} Q_n = c_{2n} \qquad \text{(II.35b)}$$

$a_{2n,2n-3}$; $a_{2n,2n-2}$; $a_{2n,2n-1}$; $a_{2n,2n}$; c_{2n} se găsesc prin relaţiile (II.33) cînd i=n-1 :

$$a_{2n-1,2n-3} = -\frac{1}{2K_{n-1}k^2_{n-1}}\left[\frac{F2_{n-1}F7_{n-1}-F3_{n-1}F10_{n-1}+F1_{n-1}F8_{n-1}}{F1_{n-1}}\right]$$

$$a_{2n-1,2n-2} = \frac{1}{2K_{n-1}k^2_{n-1}}\left[\frac{-F4_{n-1}F7_{n-1}+F5_{n-1}F15_{n-1}+F6_{n-1}F16_{n-1}}{F1_{n-1}}\right]$$

$$a_{2n-1,2n-1} = \frac{1}{2K_{n-1}k^2_{n-1}}\left[\frac{2F8_{n-1}F7_{n-1}-F10_{n-1}F10_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] +$$

$$+ \frac{1}{2K_n \cdot k^2_n}\left[\frac{F2_n}{F1_n}\right]$$

$$a_{2n-1,2n} = -\frac{1}{2K_{n-1}k^3_{n-1}}\left[\frac{F9_{n-1}\,F7_{n-1} - F8_{n-1}\,F10_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] +$$

$$+ \frac{1}{2\,K_n\,k^3_n}\left[\frac{F4_n}{F1_n}\right] \qquad \text{(II.36)}$$

$$c_{2n} = \gamma a^2 \left(\frac{1}{\Delta h_n} - \frac{1}{\Delta h_{n-1}}\right)$$

Pentru un rezervor care cuprinde n porţiuni de grosime constantă, sistemul de 2n ecuaţii pentru a căuta 2n necunoscute $M_1, Q_1, M_2, Q_2 \ldots M_i, Q_i \ldots M_n, Q_n$ se scrie astfel (tabelul II.1)

a_{ij} se găsesc din expresiile (II.26) şi (II.33).

Pentru fiecare porţiune de grosime constantă, deplasările, eforturile, momentele şi forţele tăietoare în orice punct se găsesc din expresiile următoare :

- Săgeţile -

$$w_i = -\frac{M_i}{2K_i k^2_i}\left[\frac{F2_i}{F1_i}F7(k_i x_i) - \frac{F3_i}{F1_i}F10(k_i x_i) + F8(k_i x_i)\right] +$$

$$+ \frac{Q_i}{2K_i\,k^3_i}\left[-\frac{F4_i}{F1_i}F7(k_i x_i) + \frac{F5_i}{F1_i}F15(k_i x_i) + \frac{F6_i}{F1_i}F16(kixi)\right] -$$

$$- \frac{M_{i+1}}{2K_i k^2_i}\left[-\frac{2F8_i}{F1_i}F7(k_i x_i) + \frac{F10_i}{F1_i}F10(k_i x_i)\right] -$$

TABELUL II.1

$$
\begin{array}{ll}
a_{11}M_1 + a_{12}Q_1 + a_{13}M_2 + a_{14}Q_2 = c_1 & (i=0)\\
a_{21}M_1 + a_{22}Q_1 + a_{23}M_2 + a_{24}Q_2 = c_2 & \\
a_{31}M_1 + a_{32}Q_1 + a_{33}M_2 + a_{34}Q_2 + a_{35}M_3 + a_{36}Q_3 = c_3 & (i=1)\\
a_{41}M_1 + a_{42}Q_1 + a_{43}M_2 + a_{44}Q_2 + a_{45}M_3 + a_{46}Q_3 = c_4 & \\
a_{53}M_2 + a_{54}Q_2 + a_{55}M_3 + a_{56}Q_3 + a_{57}M_4 + a_{58}Q_4 = c_5 & \\
a_{63}M_2 + a_{64}Q_2 + a_{65}M_3 + a_{66}Q_3 + a_{67}M_4 + a_{68}Q_4 = c_6 & \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
a_{2i+1,2i-1}M_i + a_{2i+1,2i}Q_i + a_{2i+1,2i+1}M_{i+1} + a_{2i+1,2i+2}Q_{i+1} + a_{2i+1,2i+3}M_{i+2} + a_{2i+1,2i+4}Q_{i+2} = c_{2i+1} & \\
a_{2i+2,2i-1}M_i + a_{2i+2,2i}Q_i + a_{2i+2,2i+1}M_{i+1} + a_{2i+2,2i+2}Q_{i+1} + a_{2i+2,2i+3}M_{i+2} + a_{2i+2,2i+4}Q_{i+2} = c_{2i+2} & \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
a_{2n-1,2n-3}M_{n-1} + a_{2n-1,2n-2}Q_{n-1} + a_{2n-1,2n-1}M_n + a_{2n-1,2n}Q_n = c_{2n-1} & (i=n-1)\\
a_{2n,2n-3}M_{n-1} + a_{2n,2n-2}Q_{n-1} + a_{2n,2n-1}M_n + a_{2n,2n}Q_n = c_{2n} &
\end{array}
$$

$$-\frac{Q_{i+1}}{2K_i k_i^3}\left[\frac{F9_i}{F1_i} F7\,(k_i x_i) - \frac{F8_i}{F1_i}\, F10(k_i x_i)\right] -$$

$$-\frac{\gamma_a^2}{Eh_i}\left(L - \sum_{j=1}^{i} d_j + d_i - x_i\right) \qquad \text{(II.37)}$$

Rotirea tangentei la generatoare :

$$\frac{dw_i}{dx_i} = \frac{M_i}{2K_i k_i}\left[\frac{F2_i}{F1_i} F9(k_i x_i) + \frac{2F3_i}{F1_i}\, F7(k_i x_i) - F10(k_i x_i)\right] +$$

$$+\frac{Q_i}{2K_i\ k_i^2}\left[\frac{F4_i}{F1_i} F9(k_i x_i) + \frac{F5_i}{F1_i} F14(k_i x_i) + \frac{F6_i}{F1_i} F13(k_i x_i)\right] -$$

$$-\frac{M_{i+1}}{K_i k_i}\left[\frac{F8_i}{F1_i}\, F9(k_i x_i) + \frac{F10_i}{F1_i}\, F7(k_i x_i)\right] +$$

$$+\frac{Q_{i+1}}{2K_i k_i^2}\left[\frac{F9_i}{F1_i}\, F9(k_i x_i) + \frac{2F8i}{F1_i} F7\,(k_i x_i)\right] + \frac{\gamma_a^2}{Eh_i} \qquad \text{(II.38)}$$

- Efortul inelar :

$$N_\varphi = \frac{Eh_i}{a} w_i$$

- Momentul încovoietor longitudinal .

$$M_{xi} = - K_i \frac{d^2 w_i}{dx_i^2}$$

$$M_{xi} = M_i\left[-\frac{F2_i}{F1_i} F8\,(k_i x_i) + \frac{F3_i}{F1_i} F9(k_i x_i) + F7(k_i x_i)\right] -$$

$$-\frac{Q_i}{K_i}\left[\frac{F4_i}{F1_i} F8(k_i x_i) + \frac{F5_i}{F1_i} F16(k_i x_i) - \frac{F6_i}{F1_i} F15(k_i x_i)\right] -$$

$$- M_{i+1}\left[- \frac{2F8_i}{F1_i}\, F8\,(k_i x_i) + \frac{F10_i}{F1_i}\, F9(\,k_i x_i)\right] -$$

$$- \frac{Q_{i+1}}{k_i}\left[\frac{F9_i}{F1_i}\, F8\,(k_i x_i) - \frac{F8_i}{F1_i}\, F9\,(k_x x_i)\right] \qquad (II.40)$$

- forţa tăietoare (în direcţie longitudinală).

$$Q_{xi} = - K\,\frac{d^3 w_i}{dx_i^3}$$

$$Q_{xi} = - M_i k_i\left[\frac{F2_i}{F1_i}\, F10(k_i x_i) - \frac{2F3_i}{F1_i}\, F8\,(k_i x_i) + F9(k_i x_i)\right] -$$

$$- Q_i\left[\frac{F4_i}{F1_i}\, F10(k_i x_i) + \frac{F5_i}{F1_i}\, F13(k_i x_i) - \frac{F6_i}{F1_i}\, F14\,(k_i x_i)\right] -$$

$$- 2M_{i+1}k_i\left[- \frac{F8_i}{F1_i}\, F10(k_i x_i) + \frac{F10_i}{F1^i}\, F8(k_i x_i\,)\right] -$$

$$- Q_{i+1}\left[\frac{F9_i}{F1_i}\, F10(k_i x_i) - \frac{2F8_i}{F1_i^i}\, F8(k_i x_i)\right] \qquad (II.41)$$

Expresiile $F1_i$, $F2_i$...$F1(k_i x_i)$, $F2(k_i x_i)$ sînt date în (II.23b).

Pentru i=n, să se ia $M_{n+1} = Q_{n+1} = 0$

II.1.5. <u>Rezervoarele metalice cu tole de grosimi diferite, încastrat în fundul aşezat pe teren la partea inferioară şi cu inel de rigidizare la partea superioară.</u>

Fiecare porţiune de grosime constantă este considerată o placă cilindrică scurtă.

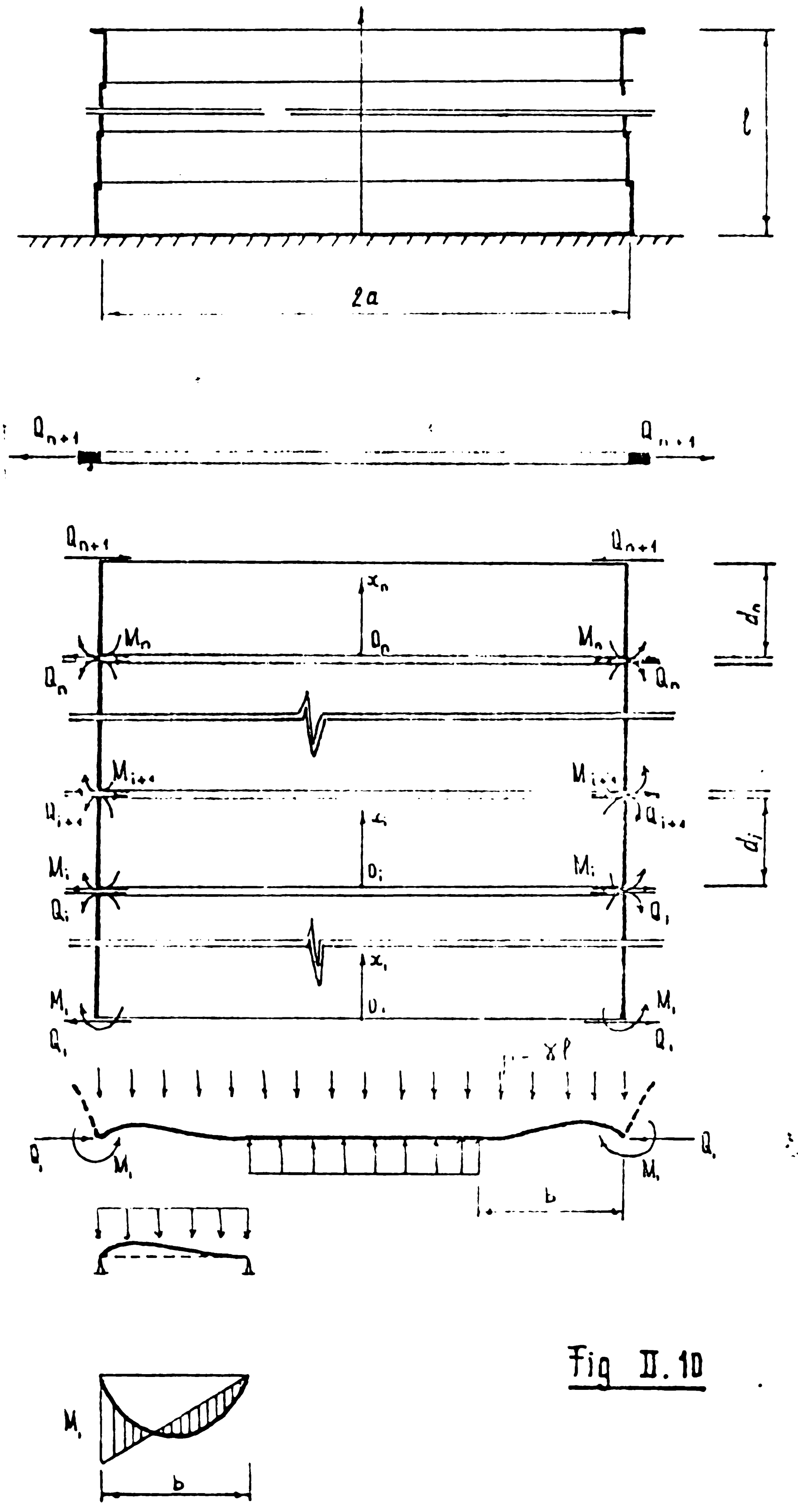

l
2a
Q n+1
Q n+1
Q n+1
Q n+1
x n
0 n
M n
M n
Q n
Q n
d n
M i+1
M i+1
Q i+1
Q i+1
d i
M i
M i
0 i
Q i
Q i
x 1
0 1
M 1
M 1
Q 1
Q 1
γl
Q 1
M 1
Q 1
M 1
b
M 1
b

Fig II.10

Condițiile de continuitate devin :

- Pentru partea inferioară :

$$w_1\big|_{x_1=0} = u \qquad \text{(II.42a)}$$

$$\frac{dw_1}{dx_1}\bigg|_{x_1=0} = \alpha \qquad \text{(II.42b)}$$

Pentru virole intermediare :

$$\left.\begin{aligned} w_i\big|_{x_i=d_i} &= w_{i+1}\big|_{x_{i+1}=0} \\ \frac{dw_i}{dx_i}\bigg|_{x_i=d_i} &= \frac{dw_{i+1}}{dx_{i+1}}\bigg|_{x_{i+1}=0} \end{aligned}\right\} i=1,2,3...n+1 \qquad \text{(II.43)}$$

Pentru partea superioară :

$$w_n\big|_{x_n=dn} = v \qquad \text{(II.44)}$$

Unde : u reprezintă deformația radială a fundului rezervorului din acțiunea forței Q_1 și este egală cu :

$$u = a \cdot \mathcal{E}_a = \frac{a(1-\mu)\,Q_1}{Et_f}$$

t_f - grosimea tablelor fundului.

α - reprezintă unghiul tangentei, față de orizontală, la suprafața deformată a fundului, să se ia ca în (x.II.1.3) :

$$\alpha = -\frac{4(1-\mu^2)}{E \cdot t_f^3} \sqrt{\frac{M_1^2}{p}}$$

v - reprezintă deformaţia radială a inelului de rigidizare din secţiunea forţei Q_{n+1} şi este egală cu :

$$v = -\frac{a\, a^2}{EA} Q_{n+1}$$

A - aria secţiunii inelului de rigidizare.

In acest caz, avem un sistem de 2n+1 ecuaţii (dintre ele, 2 n ecuaţii sînt liniare) pentru a determina 2n+1 necunoscute (M_1, Q_1, M_2, Q_2 .... M_n, Q_n, Q_{n+1}).

- Condiţiile (II.42b) şi (II.42a) se pot scrie astfel :

$$\frac{M_1}{2K_1k_1}\left[\frac{2F3_1}{F1_1}\right] + \frac{Q_1}{2K_1k_1^2}\left[\frac{F5_1+F6_1}{F1_1}\right] - \frac{M_2}{K_1k_1}\left[\frac{F10_1}{F1_1}\right] + \frac{Q_2}{2K_1k_1^2}\left[\frac{2F8_1}{F1_1}\right] +$$

$$+ \frac{\gamma a^2}{Eh_1} + \frac{4(1-\mu^2)}{Et_f^3}\sqrt{\frac{M_1^3}{p}} = 0 \qquad \text{(II.45a)}$$

$$-\frac{M_1}{2K_1k_1^2}\left[\frac{F2_1}{F1_1}\right] + \frac{Q_1}{2K_1k_1^3}\left[-\frac{F4_1}{F1_1}\right] + \frac{M_2}{2K_1k_1^2}\left[\frac{2F8_1}{F1_1}\right] - \frac{Q_2}{2K_1k_1^3}\left[\frac{F9_1}{F1_1}\right] -$$

$$-\frac{\gamma a^2 L}{Eh_1} - \frac{a(1-\mu)}{Et_f} Q_1 = 0 \qquad \text{(II.45b)}$$

Se notează :

$$a_{11} = \frac{1}{K_1k_1}\,\frac{F3_1}{F1_1} \qquad a_{12} = \frac{1}{2K_1k_1^2}\,\frac{(F5_1 + F6_1)}{F1_1}$$

$$a_{13} = \frac{1}{K_1k_1}\,\frac{F10_1}{F1_1} \qquad a_{14} = \frac{1}{K_1k_1^2}\,\frac{F8_1}{F1_1}$$

$$b = \frac{4(1-\mu^2)}{E t_f^2 \sqrt{r}} \qquad c_1 = -\frac{\gamma a^2}{E h_1}$$

$$a_{21} = -\frac{1}{2K_1 k_1^2}\frac{F2_1}{F1_1} \qquad a_{22} = -\frac{1}{2K_1 k_1^3}\frac{F4_1}{F1_1} - \frac{a(1-\mu)}{E t_f}$$

$$a_{23} = \frac{1}{K_1 k_1^2}\frac{F8_1}{F1_1} \qquad a_{24} = -\frac{1}{2K_1 k_1^3}\frac{F9_1}{F1_1}$$

$$c_2 = \frac{\gamma a^2 L}{E h_1} \tag{II.46}$$

Ecuaţiile (II.45a) şi (II.45b) devin :

$$a_{11}M_1 + a_{12}Q_1 + a_{13}M_2 + a_{14}Q_2 + b\sqrt{M_1^3} = c_1 \tag{II.47}$$

$$a_{21}M_1 + a_{22}Q_1 + a_{23}M_2 + a_{24}Q_2 = c_2 \tag{II.48}$$

Pentru virole intermediare condiţiile (II.43) cu $0 < i \leqslant n-2$ s-au scris în (II.32a),(II.32b.), (II.33).

Pentru i = n-1, condiţiile (II.43) se pot scrie astfel :

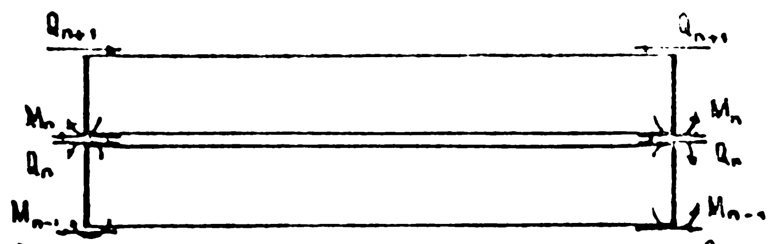


Fig. II.11

$$w_{n-1}\Big|_{x_{n-1}=d_{n-1}} = -\frac{M_{n-1}}{2K_{n-1}k_{n-1}^2}\left[\frac{F2_{n-1}F7_{n-1}-F3_{n-1}F10_{n-1}+F8_{n-1}F1_{n-1}}{F1_{n-1}}\right]$$

$$-\frac{Q_{n-1}}{2K_{n-1}k_{n-1}^3}\left[\frac{-F4_{n-1}F7_{n-1}+F5_{n-1}F15_{n-1}+F6_{n-1}F16_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] -$$

$$-\frac{M_n}{2K_{n-1}k_{n-1}^2}\left[\frac{-2F8_{n-1}F7_{n-1}+F10_{n-1}F_{10\;n-1}}{F1_{n-1}}\right] -$$

$$-\frac{Q_n}{2K_{n-1}k_{n-1}^3}\left[\frac{F9_{n-1}F7_{n-1}-F8_{n-1}F10_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] - \frac{\gamma a^2 d_n}{E h_{n-1}}$$

$$w_n\Big|_{x_n=0} = -\frac{M_n}{2K_n k_n^2}\left[\frac{F2_n}{F1_n}\right] + \frac{Q_n}{2K_n k_n^3}\left[-\frac{F4_n}{F1_n}\right] - \frac{Q_{n+1}}{2K_n k_n^3}\left[\frac{F9_n}{F1_n}\right] - \frac{\gamma a^2 d_n}{Eh_n}$$

$$\frac{dw_{n-1}}{dx_{n-1}}\Big|_{x_{n-1}=d_{n-1}} = \frac{M_{n-1}}{2K_{n-1}k_{n-1}}\left[\frac{F2_{n-1}F9_{n-1}+2F3_{n-1}F7_{n-1}-F1_{n-1}F10_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] + \frac{Q_{n-1}}{2K_{n-1}k_{n-1}^2}\left[\frac{F4_{n-1}F9_{n-1}+F5_{n-1}F14_{n-1}+F6_{n-1}F13_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] - \frac{M_n}{K_{n-1}k_{n-1}}\left[\frac{F8_{n-1}F9_{n-1}+F10_{n-1}F1_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] + \frac{Q_n}{2K_{n-1}k_{n-1}^2}\left[\frac{F9_{n-1}F9_{n-1}+2F8_{n-1}F7_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] + \frac{\gamma a^2}{Eh_{n-1}}$$

$$\frac{dw_n}{dx_n}\Big|_{x_n=0} = \frac{M_n}{K_n k_n^2}\left[\frac{F3_n}{F1_n}\right] + \frac{Q_n}{2K_n k_n^2}\left[\frac{F6_n+F5_n}{F1_n}\right] + \frac{Q_{n+1}}{2K_n k_n^2}\left[\frac{2F8_n}{F1_n}\right] + \frac{\gamma a^2}{Eh_n}$$

Se notează :

$$a_{2n-1,2n-3} = -\frac{1}{2K_{n-1}k_{n-1}^2}\left[\frac{F2_{n-1}F7_{n-1}-F3_{n-1}F10_{n-1}+F8_{n-1}F1_{n-1}}{F1_{n-1}}\right]$$

$$a_{2n-1,2n-2} = \frac{1}{2K_{n-1}k_{n-1}^3}\left[\frac{-4F_{n-1}F7_{n-1}+F5_{n-1}F15_{n-1}+F6_{n-1}F16_{n-1}}{F1_{n-1}}\right]$$

$$a_{2n-1,2n-1} = \frac{1}{2K_{n-1}k_{n-1}^2}\left[\frac{2F8_{n-1}F7_{n-1}-F10_{n-1}F10_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] + \frac{1}{2K_n k_n^2}\left[\frac{F2_n}{F1_n}\right]$$

$$a_{2n-1,2n} = -\frac{1}{2K_{n-1}k_{n-1}^3}\left[\frac{F9_{n-1}F7_{n-1}-F8_{n-1}F10_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] + \frac{1}{2K_n k_n^2}\left[\frac{F4_n}{F1_n}\right]$$

$$a_{2n-1,2n-1} = \frac{1}{2K_n k_n^3}\left[\frac{F9_n}{F1_n}\right] \qquad c_{2n-1} = \gamma a^2 d_n \left(\frac{1}{Eh_{n-1}} - \frac{1}{Eh_n} \right)$$

$$a_{2n,2n-3} = \frac{1}{2K_{n-1}k_{n-1}}\left[\frac{F2_{n-1}F9_{n-1}+2F3_{n-1}F7_{n-1}F10_{n-1}}{F1_{n-1}}\right]$$

$$a_{2n,2n-2} = \frac{1}{2K_{n-1}k^2_{n-1}}\left[\frac{F4_{n-1}F9_{n-1}+F5_{n-1}F14_{n-1}+F6_{n-1}F13_{n-1}}{F1_{n-1}}\right]$$

$$a_{2n,2n-1} = -\frac{1}{K_n\ k_{n-1}}\left[\frac{F8_{n-1}F9_{n-1}+F10_{n-1}F7_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] - \frac{1}{K_n\ k_n}\left[\frac{F3_n}{F1_n}\right]$$

$$a_{2n,2n} = \frac{1}{2K_{n-1}k^2_{n-1}}\left[\frac{F9_{n-1}F9_{n-1}+2F8_{n-1}F7_{n-1}}{F1_{n-1}}\right] - \frac{1}{2K_n k_n^2}\left[\frac{F5_n+F6_n}{F1_n}\right]$$

$$a_{2n,2n-1} - \frac{1}{K_n\ k_n^2}\left[\frac{F8_n}{F1_n}\right] \qquad c_{2n} = \gamma a^2 \left(\frac{1}{Eh_n} - \frac{1}{Eh_{n-1}} \right) \qquad (II.49)$$

Obținem două ecuații :

$$a_{2n-1,2n-3}M_{n-1} + a_{2n-1,2n-2}Q_{n-1} + a_{2n-1,2n-1}M_n +$$

$$a_{2n-1,2n}\ n + a_{2n-1,2n+1}\ Q_{n+1} = c_{2n-1}$$

$$a_{2n,2n-3}M_{n-1} + a_{2n,2n-2}\ Q_{n-1} + a_{2n,2n-1}\ M_n -$$

$$+ a_{2n,2n}Q_n + a_{2n,2n+1}\ Q_{n+1} = a_{2n}$$

Pentru partea superioară, condiția (II.44) se poate scrie astfel :

$$-\frac{M_n}{2K_n k_n^2}\left[\frac{F2_nF7_n - F3_nF10_n + F1_nF8_n}{F1_n}\right] +$$

$$+ \frac{Q_n}{2K_n k_n^3}\left[\frac{-F4F7_n + F5_nF15_n + F6_nF16_n}{F1_n}\right] -$$

$$-\frac{Q_{n+1}}{2K_n k_n^3}\left[\frac{F9_nF7_n - F8_n\ F10_n}{F1_n}\right] + \frac{Q_{n+1}a^2}{Eh} = 0$$

Se notează :

$$a_{2n+1,2n-1} = \frac{-1}{2K_n k_n^2}\left[\frac{F2_n F7_n - F3_n F10_n + F8_n F1_n}{F1_n}\right]$$

$$a_{2n+1,2n} = \frac{1}{2K_n k_n^3}\left[\frac{-F4_n F7_n + F5_n F15_n + F6_n F16_n}{F1_n}\right]$$

$$a_{2n+1,2n+1} = -\frac{1}{2K_n k_n^3}\left[\frac{F9_n F7_n - F8_n F10_n}{F1_n}\right] + \frac{a^2}{EA}$$

Obținem ecuația :

$$a_{2n+1,2n-1} M_n + a_{2n+1,2n} Q_n + a_{2n+1,2n+1} Q_{n+1} = c_{2n+1} = 0$$

Pentru un rezervor cuprinzind n porțiuni de grăsime constantă, avem un sistem de 2n+1 ecuații determinînd 2n+1 necunoscute $M_1, Q_1 \dots M_n, Q_n, Q_{n+1}$ (în care 2 n ecuații sînt liniare) (tabelul II.2)

a_{ij} se găsesc în (I.46), (I.33), (II.49), (II.50)

Deplasările, eforturile, momentele și forțele tăietoare în orice punct al fiecărei porțiuni de grosime constantă se găsesc în expresiile (II.38), (II.39)(II.40),(II.41). In cazul cînd i = 1 n, să se ia $M_{n+1} = 0$.

Acest procedeu de calcul este programat de autorul în limbaj FORTRAN pentru calculatorul Felix 256 (programul REZER 1.)

TABELUL II.2

$$
\begin{aligned}
&a_{11}M_1 + a_{12}Q_1 + a_{13}M_2 + a_{14}Q_2 + b\sqrt{M_1^3} &&= c_1 \quad (i=0)\\
&a_{21}M_1 + a_{22}Q_1 + a_{23}M_2 + a_{24}Q_2 &&= c_2\\
&a_{31}M_1 + a_{32}Q_1 + a_{33}M_2 + a_{34}Q_2 + a_{35}M_3 + a_{36}Q_3 &&= c_3 \quad (i=1)\\
&a_{41}M_1 + a_{42}Q_1 + a_{43}M_2 + a_{44}Q_2 + a_{45}M_3 + a_{46}Q_3 &&= c_4\\
&a_{53}M_2 + a_{54}Q_2 + a_{55}M_3 + a_{56}Q_3 + a_{57}M_4 + a_{58}Q_4 &&= c_5\\
&a_{63}M_2 + a_{64}Q_2 + a_{65}M_3 + a_{66}Q_3 + a_{67}M_4 + a_{68}Q_4 &&= c_6\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots &&=\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots &&=\\
&a_{2i+1,2i-1}M_i + a_{2i+1,2i}Q_i + a_{2i+1,2i+1}M_{i+1} + a_{2i+1,2i+2}Q_{i+1} + a_{2i+1,2i+3}M_{i+2} + a_{2i+1,2i+4}Q_{i+2} &&= c_{2i+1}\\
&a_{2i+2,2i-1}M_i + a_{2i+2,2i}Q_i + a_{2i+2,2i+1}M_{i+1} + a_{2i+2,2i+2}Q_{i+1} + a_{2i+2,2i+3}M_{i+2} + a_{2i+2,2i+4}Q_{i+2} &&= c_{2i+2}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots &&=\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots &&=\\
&a_{2n-1,2n-3}M_{n-1} + a_{2n-1,2n-2}Q_{n-1} + a_{2n-1,2n-1}M_n + a_{2n-1,2n}Q_n + a_{2n-1,2n+1}Q_{n+1} &&= c_{2n-1} \quad (i=n-1)\\
&a_{2n,2n-3}M_{n-1} + a_{2n,2n-2}Q_{n-1} + a_{2n,2n-1}M_n + a_{2n,2n}Q_n + a_{2n,2n+1}Q_{n+1} &&= c_{2n}\\
&a_{2n+1,2n-1}M_n + a_{2n+1,2n}Q_n + a_{2n+1,2n+1}Q_{n+1} &&= c_{2n+1}
\end{aligned}
$$

II.1.6. Aplicaţii la calculul rezervoarelor în practică

Se foloseşte programul REZE. 1 pentru calculul rezervoarelor tipizate în S.U.A. Dimensiunile rezervoarelor sînt date în tabelul II.3.

T A B E L U L II.3.

Diametrul rezervorului D(m)	Inalţimea rezervorului L(m)	Grosimea mantalei în fiecare tronson (cm)							
		Nr.1	Nr.2	Nr.3	Nr.4	Nr.5	Nr.6	Nr.7	Nr.8
60,96	12,19	2,21	1,67	1,24	0,81	0,80			
67,06		2,41	1,83	1,35	0,95	0,95			
73,15		2,60	2,05	1,46	0,95	0,95			
79,25		2,79	2,30	1,56	1,01	0,95			
85,34		2,97	2,55	1,66	1,08	0,95			
91,44		3,15	2,79	1,76	1,16	0,95			
97,54		3,33	3,02	1,86	1,22	0,95			
103,63		3,50	3,25	1,95	1,29	0,95			
109,73		3,67	3,34	2,04	1,36	0,95			
115,82		3,83	3,69	2,13	1,43	0,95			
54,86	14,63	2,43	1,92	1,52	1,13	0,80	0,80		
60,96		2,68	2,11	1,69	1,24	0,80	0,80		
67,06		2,92	2,40	1,83	1,35	0,95	0,95		
73,15		3,16	2,70	1,97	1,47	0,95	0,95		
79,25		3,39	3,00	2,12	1,59	1,01	0,95		
85,34		3,61	3,29	2,26	1,70	1,08	0,95		
90,83		3,82	3,54	2,38	1,80	1,14	0,95		
48,77	17,07	2,53	2,08	1,72	1,36	1,01	0,80	0,80	
54,86		2,84	2,32	1,93	1,52	1,13	0,80	0,80	
60,96		3,15	2,62	2,12	1,68	1,24	0,80	0,80	
67,06		3,43	2,98	2,31	1,85	1,35	0,95	0,95	
73,15		3,71	3,34	2,49	2,01	1,47	0,95	0,95	
75,29		3,81	3,46	2,56	2,06	1,50	0,95	0,95	
48,77	19,51	2,89	2,43	2,08	1,72	1,36	1,01	0,80	0,80
54,86		3,16	2,74	2,33	1,93	1,52	1,10	0,80	0,80
60,96		3,61	3,15	2,56	2,14	1,68	1,24	0,80	0,80
64,62		3,82	3,40	2,69	2,26	1,78	1,31	0,95	0,95

Rezultatele obținute din programul REZER 1 sînt comparate cu rezultatele obținute din programul REZER 2 (pentru rezervorul cu grosimea constantă și egală cu grosimea tronsonului inferior).

Se observă ce, pentru primul tronson, efortul inelar maxim rezultat din REZER 1 este mai mare cu aproximativ 3% în comparație cu efortul inelar maxim rezultat din REZER 2 în timp ce momentul încovoietor este mai mic cu aproximativ 3% (valoarea absolută). Pentru tronsonul al doilea , efortul inelar maxim rezultat din REZER 1 este mai mic cu aproximativ 10 % în comparație cu efortul inelar maxim rezultat din REZER 2. (Aici momentele încovoietoare sînt mici și nu mai au influență mare). Pentru tronsoanele următoare (al treilea, al patrulea ...) diferența dintre eforturile inelare rezultate din doua metode se micșorează

In fig.II.11 se prezintă diagrama momentului încovoietor și al efortului inelar a unui rezervor (D = 73,15m, L = 12,19 m) după rezultatele calculate din REZER 1 și REZER 2.

In anexa, se prezintă programul REZER 1 și REZER 2 scris în limba FORTRAN împreună cu rezultatele de calcul pentru niște rezervoare tipizate în S.U.A.

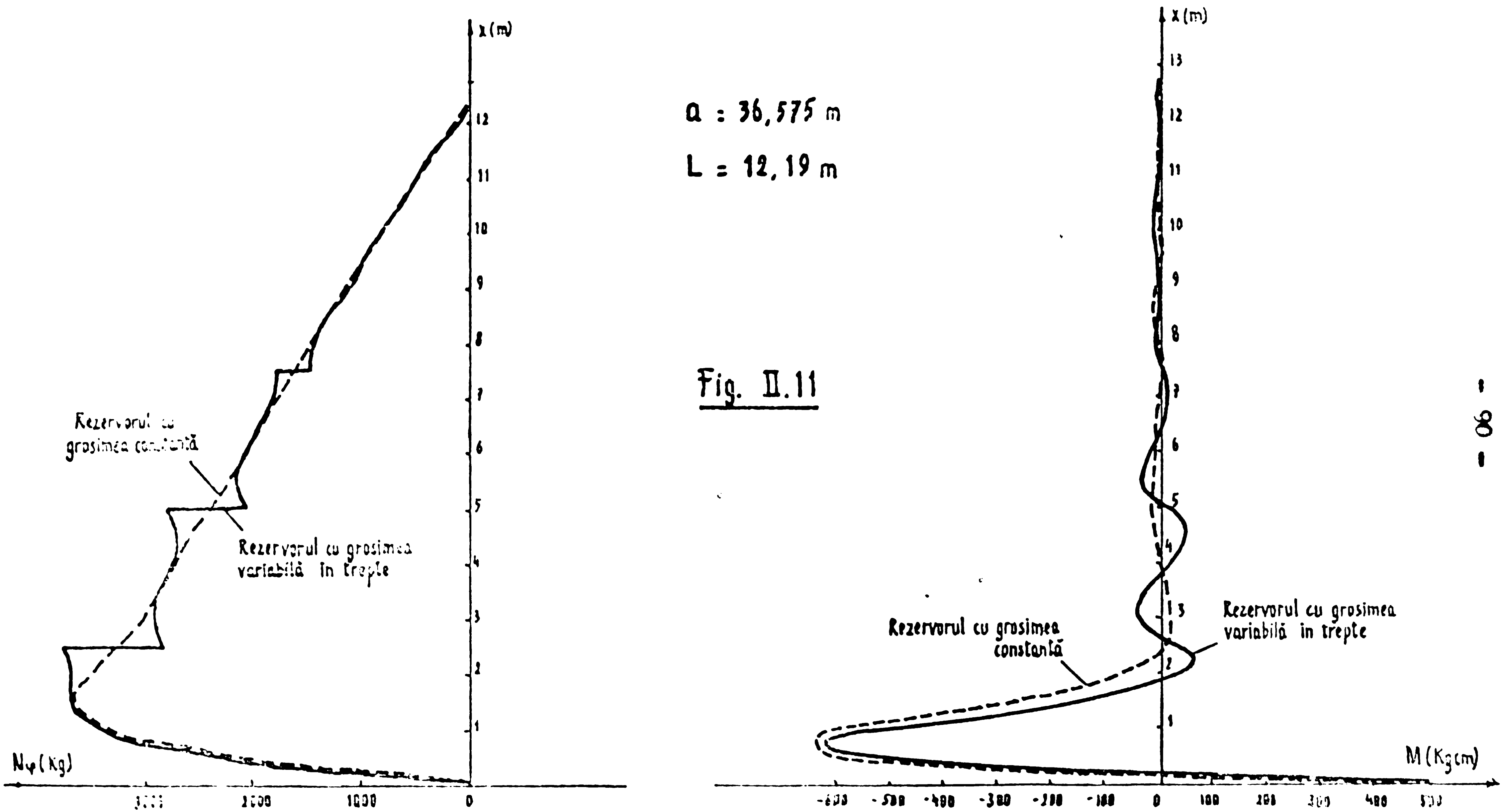
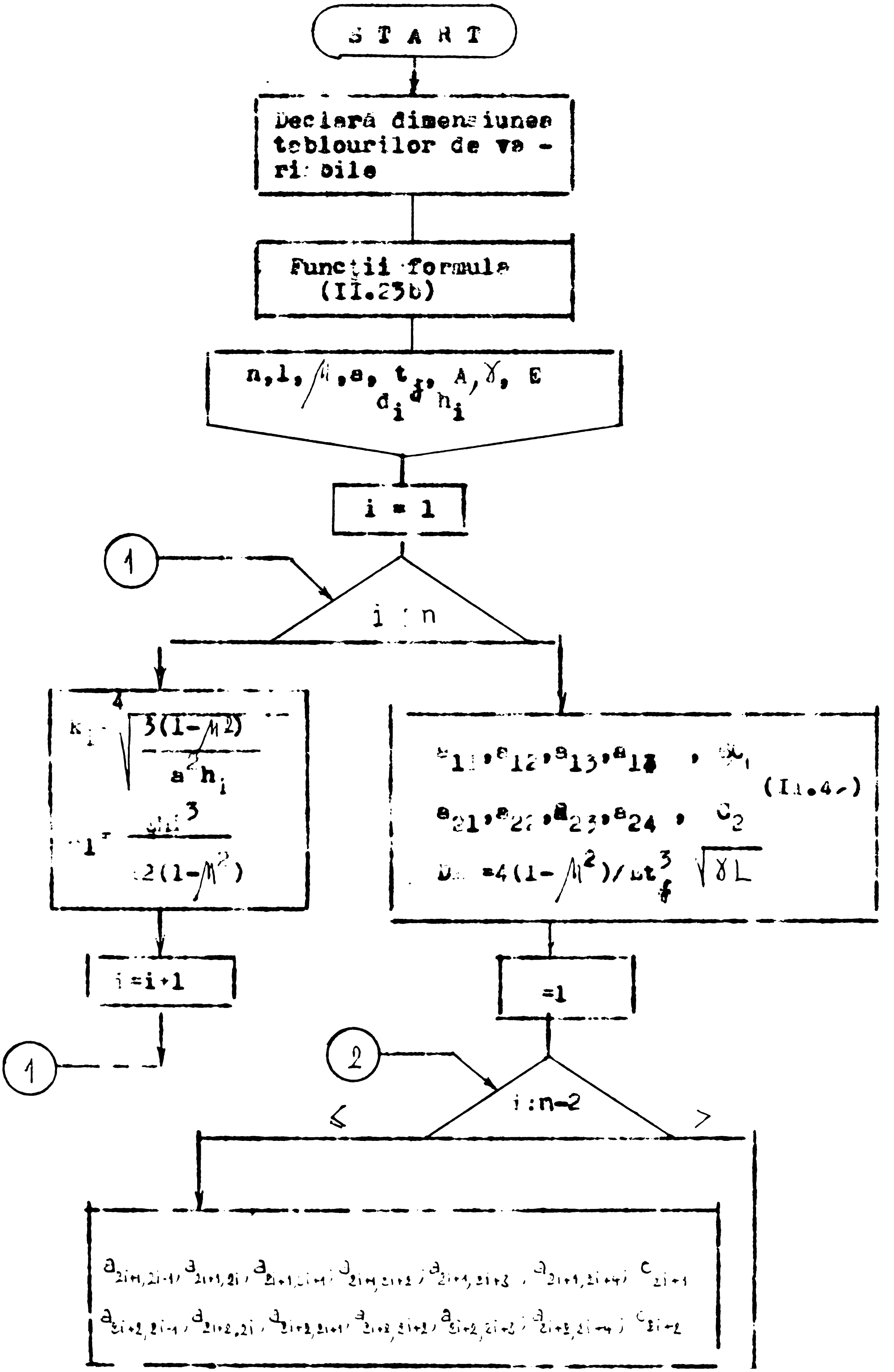
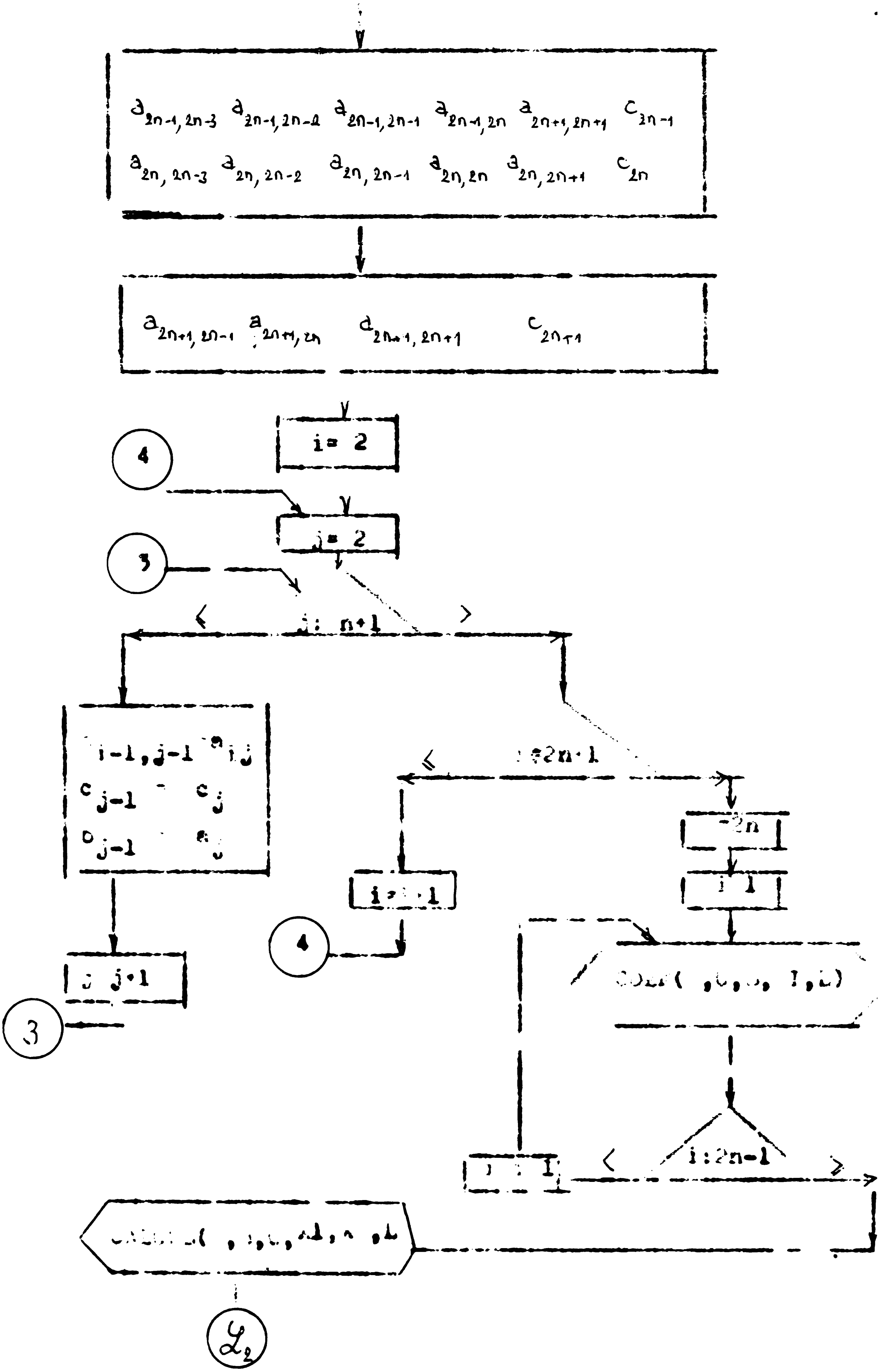
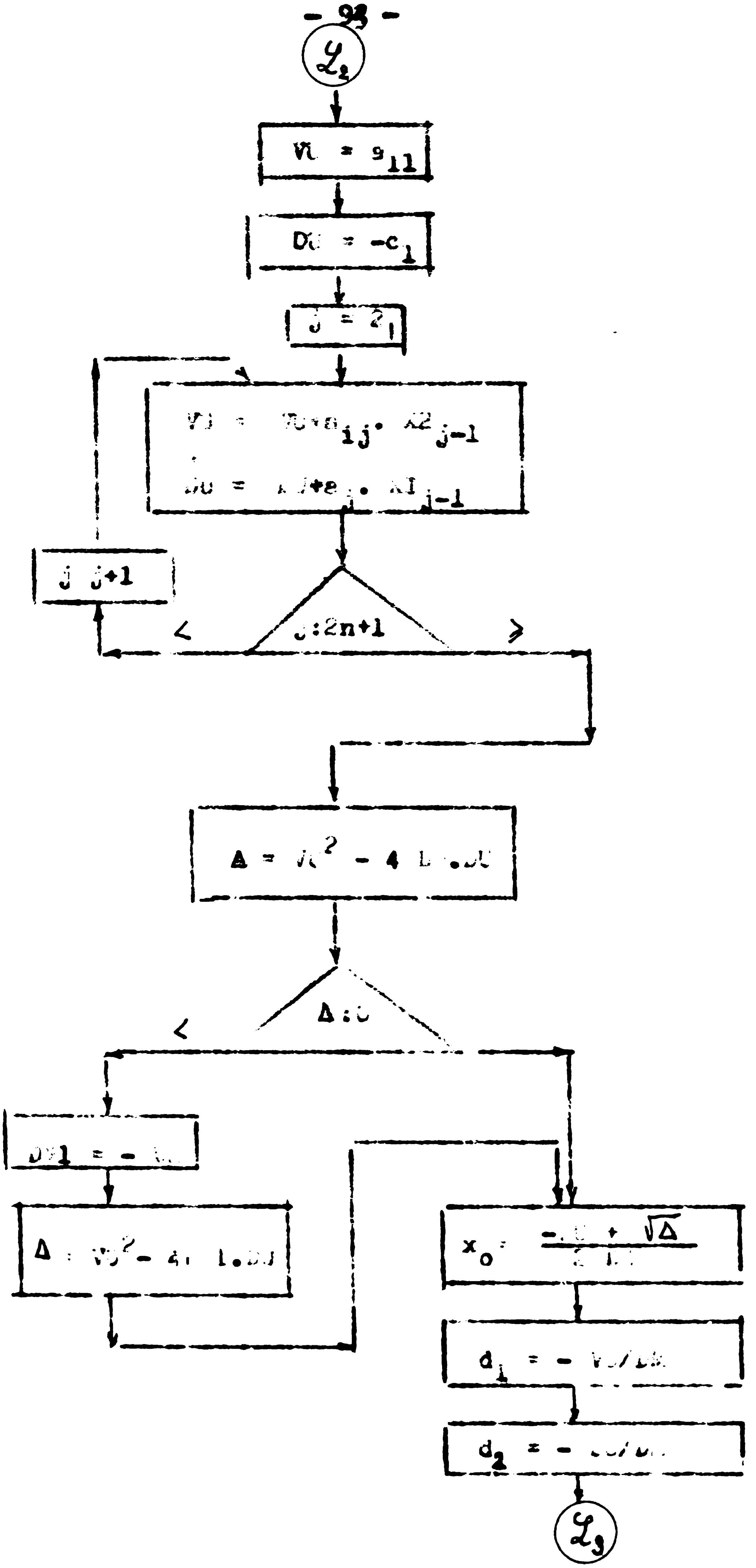
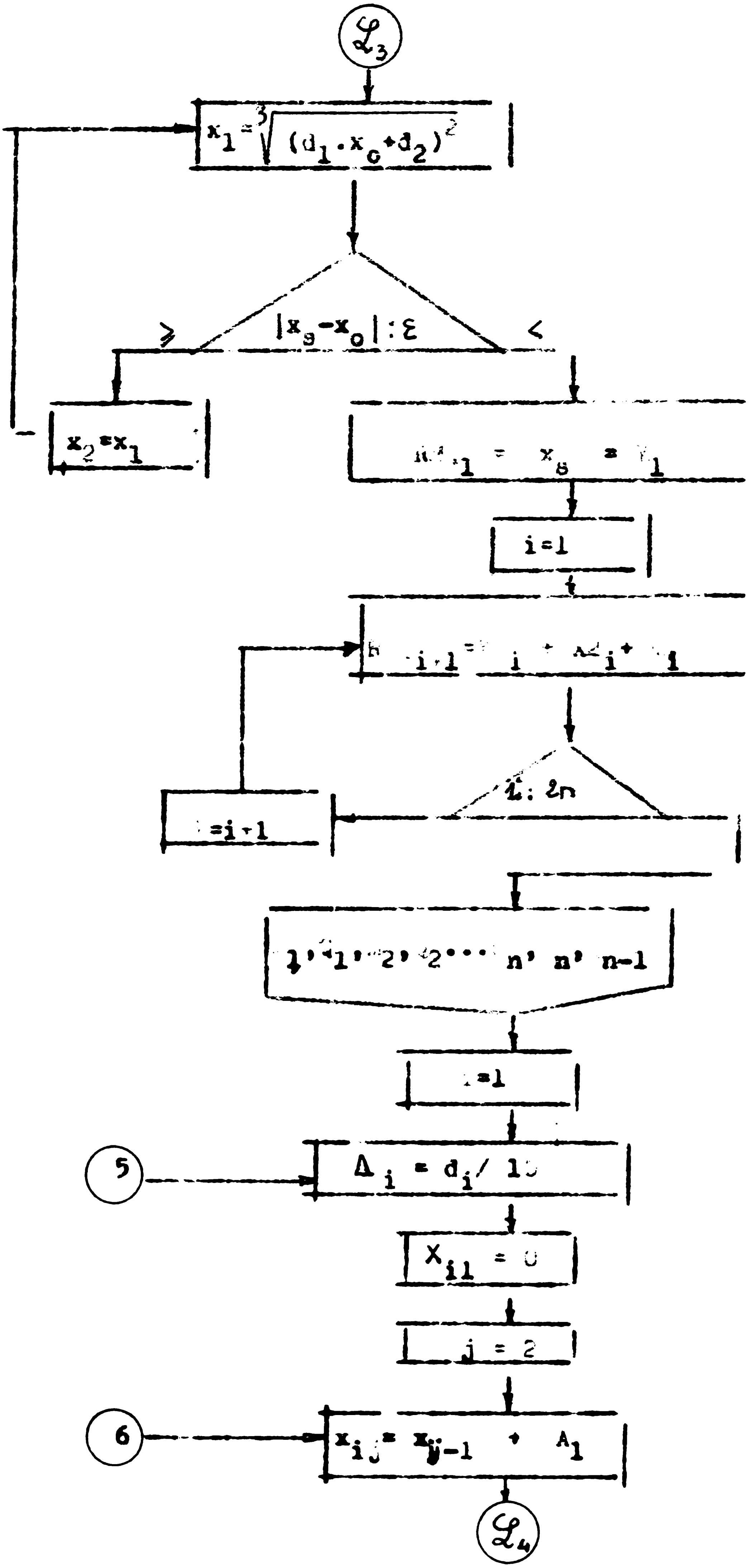

x (m)
Nφ (Kg)
Rezervorul cu grosimea constantă
Rezervorul cu grosimea variabilă în trepte
a : 36,575 m
L = 12,19 m
x (m)
M (Kgcm)
Rezervorul cu grosimea constantă
Rezervorul cu grosimea variabilă în trepte

Fig. II.11

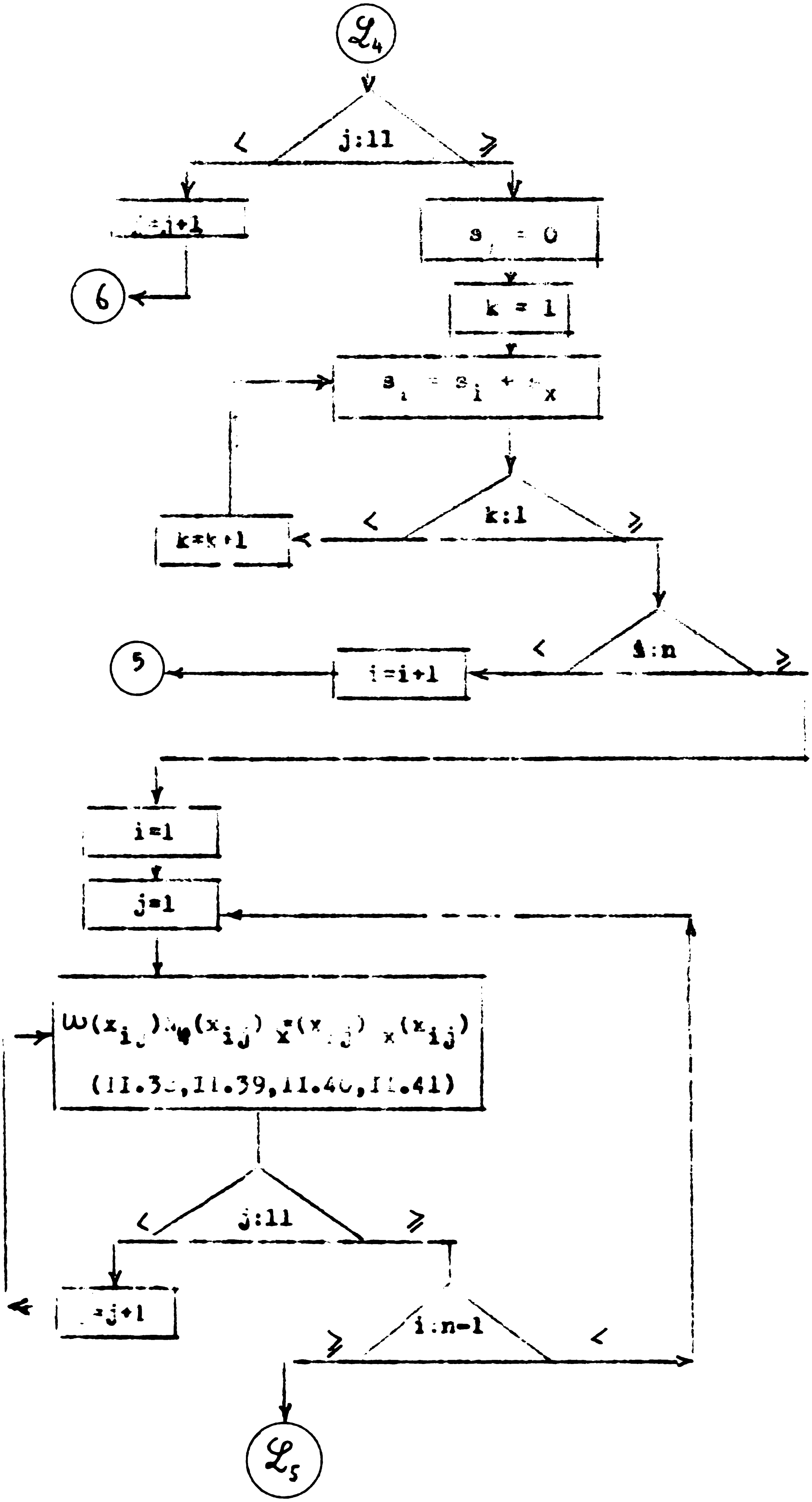

START
Declară dimensiunea tablourilor de variabile
Funcții formula (II.23b)
n, l, μ, a, t_f, A, γ, E
d_i, h_i
i = 1
i : n
i = i + 1
=1
i : n-2
≤
>



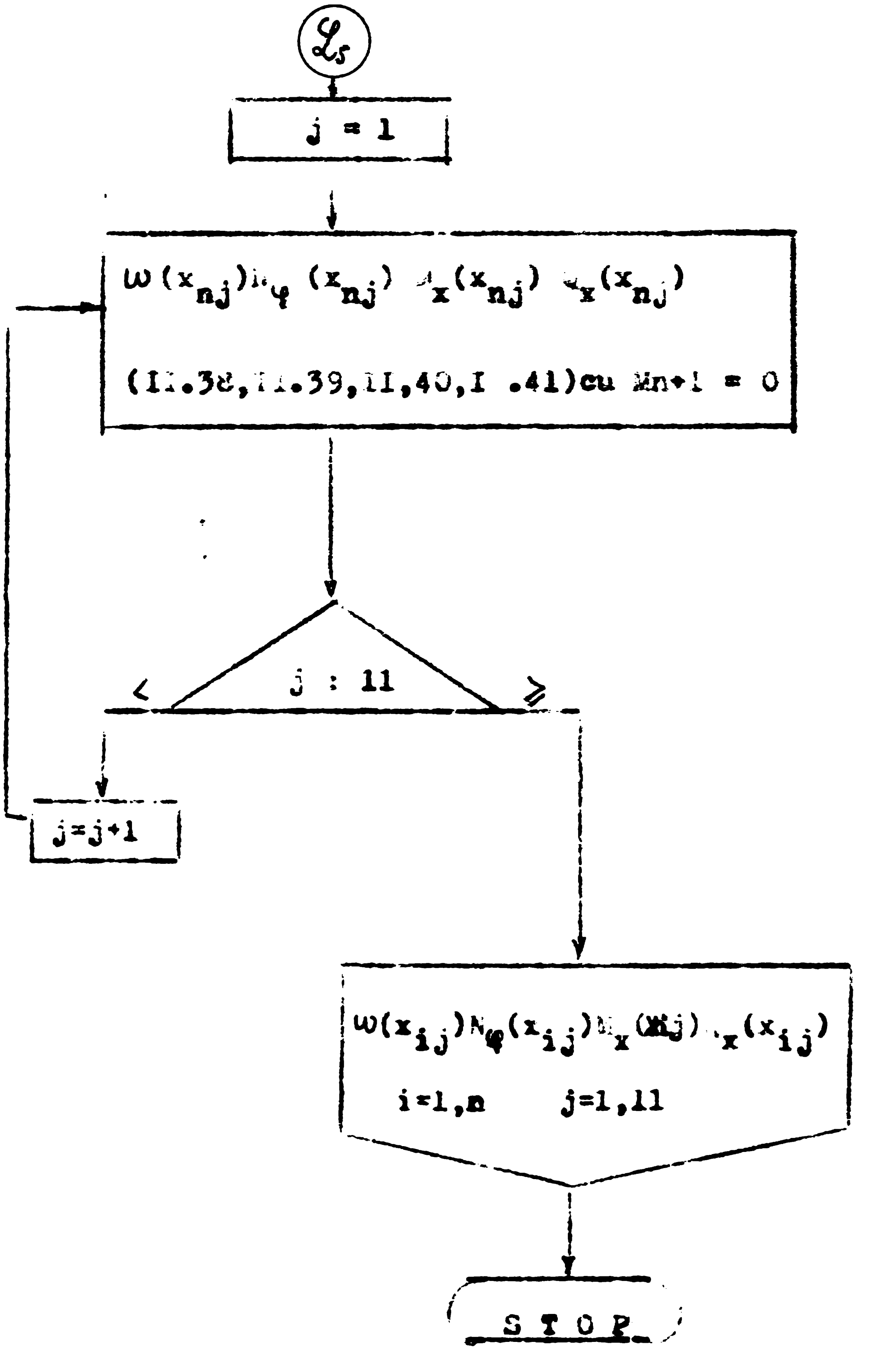

$\mathcal{L}_2$
Δ : 0
$\mathcal{L}_3$



$\mathcal{L}_3$
$x_1 = \sqrt[3]{(d_1 \cdot x_0 + d_2)^2}$
$|x_s - x_0| : \varepsilon$
≥
<
$x_2 = x_1$
i=1
i : 2n
=i+1
i=1
5
$\Delta_i = d_i / 10$
$X_{i1} = 0$
j = 2
6
$\mathcal{L}_4$

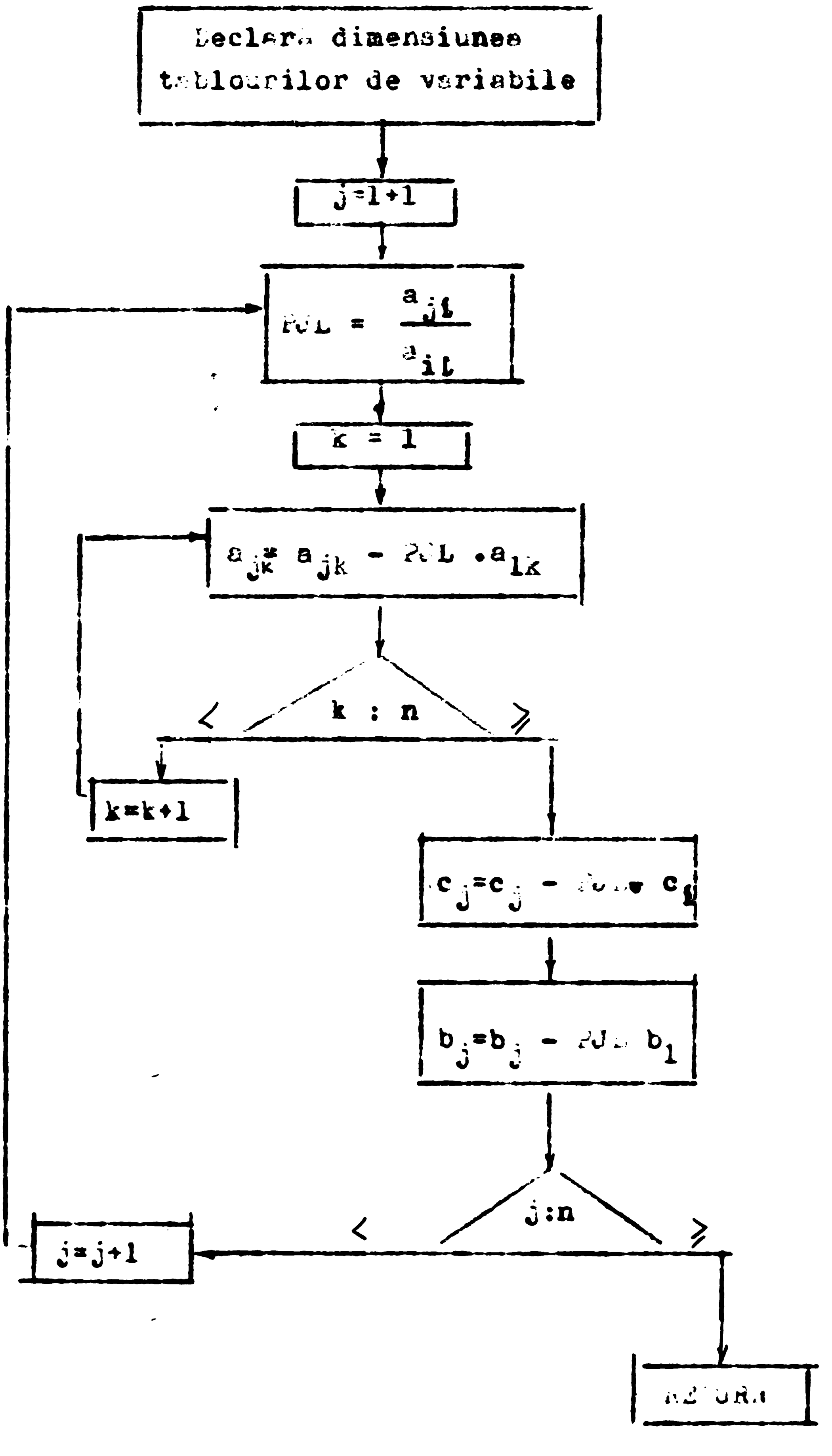


j:11
j=j+1
6
s = 0
k = 1
k:1
k=k+1
5
i=i+1
i:n
i=1
j=1
(II.38,II.39,II.40,II.41)
j:11
j=j+1
i:n-1

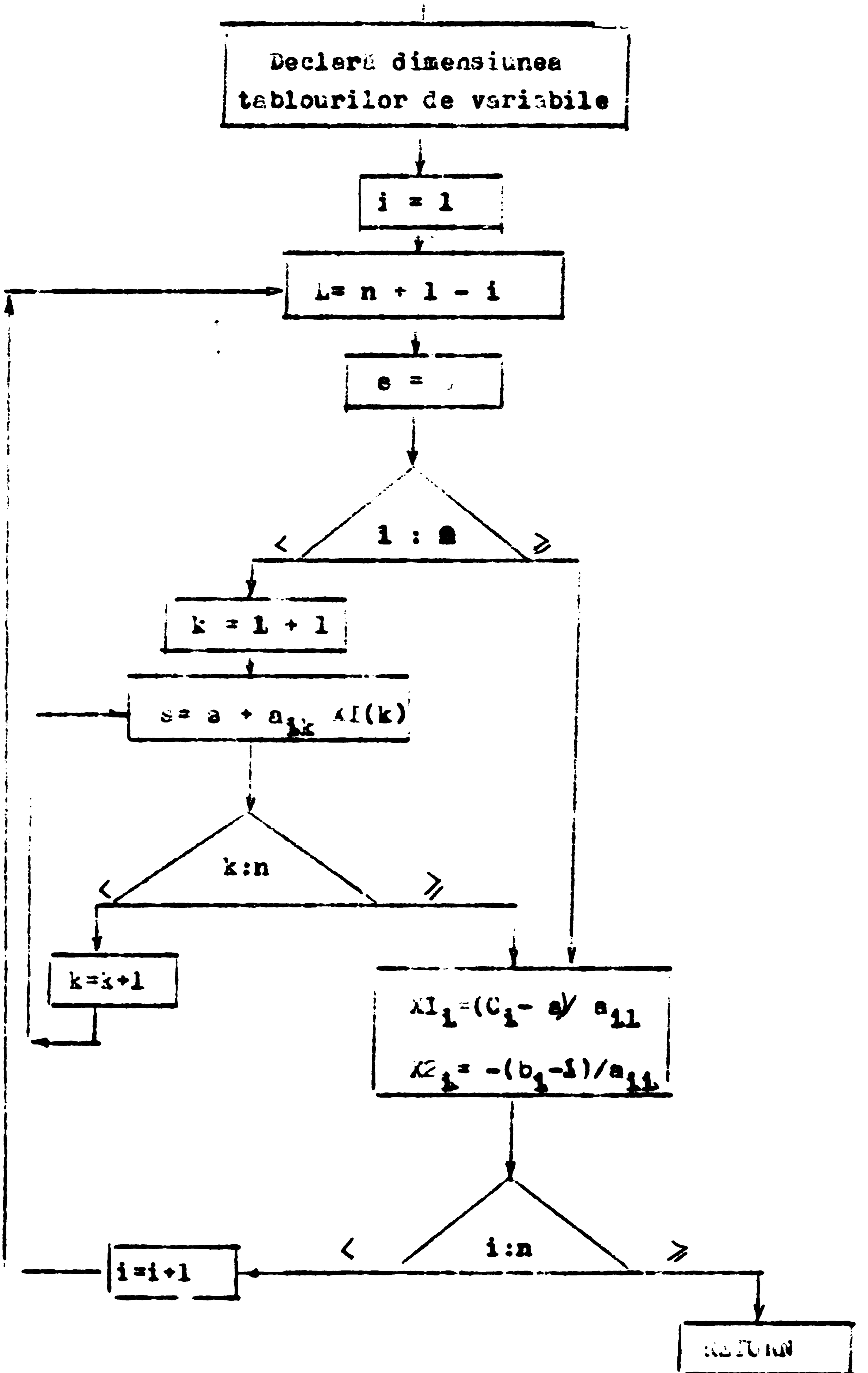


ORGANIGRAMA PROGRAMULUI Nr. 1

Calculul rezervoarelor metalice cu tole de grosime diferite, încastrat în fundul aşezat pe teren la partea inferioară şi cu inel de rigidizare la partea superioară.



ORGANIGRAMA [illegible]



ORGANIGRAMA SUBRUTINEI

CALCUL (A,C,B,X1,X2,N)

II.2. Rezervoare supuse la acțiunea vîntului
II.2.1 Distribuția presiunii vîntului

Distribuția presiunii vîntului pe plăci cilindrice depinde de niște factori, de exemplu numărul Reynolds, raportul dintre înălțime și diametru, etc. și este cercetată experimental de mulți autori /32/, /33/, /28/, /29/, /34/, /35/.

După Rabich R. /32/, presiunea vîntului se distribuie după următoarea lege :

$$p_v = p_o \sum_{0}^{3} a_n \cos n\varphi$$

$$= p_o (-0{,}7 + 0{,}45 \cos\varphi + 1{,}2 \cos 2\varphi) \qquad (II.51)$$

Graficul ecuației (II.51) este reprodus în fig.(II.13)

Girkmann K./36/ la calculul plăcii circulare cilindrice sub acțiunea vîntului a folosit următoarea lege de distribuție :

$$p_v = p_o \sum_{0}^{4} a_n \cos n\varphi$$

$$= p_o(-0{,}5?6 + 0{,}263 \cos\varphi + 0{,}950 \cos 2\varphi + 0{,}462 \cos 3\varphi - 0{,}189 \cos 4\varphi)$$

aici p_o este presiunea dinamică de bază.

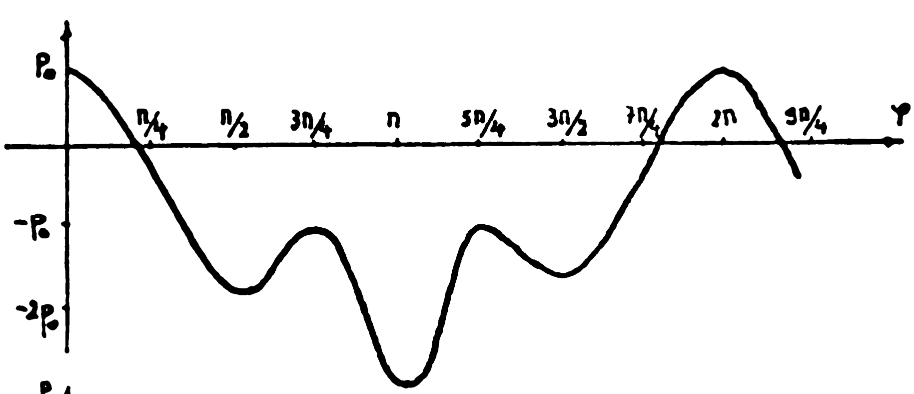


Fig. II.13

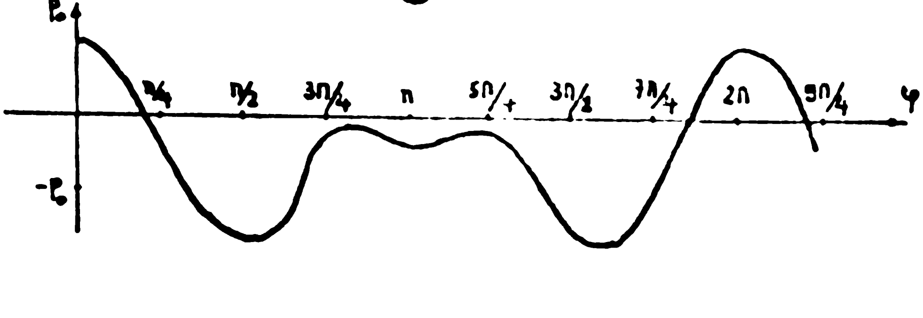


Fig. II.14

Graficul ecuaţiei (II.51) este reprodus în fig.(II.14)

După modelul cercetat de Purdy /28/, distribuţia presiunii vîntului se poate reprezenta aproximativ astfel :

$$p_v = p_o\left(\sum_{0}^{N} a_n \cos n\varphi + \sum_{1}^{M}\sum_{0}^{N} a_{mn}\,\bar{x}^{\,m}\cos n\varphi\right) \qquad (II.53)$$

în care p_o este presiunea dinamică a vîntului corespunzătoare unei înălţimi date de la suprafaţa solului, $\bar{x} = \frac{x}{a}$.

Coeficienţii adimensionali sînt determinaţi empiric, folosind datele experimentale. Pentru cilindri cu capac plan, ecuaţiile determinate de Purdy sînt date în tabelul (II.4).

Rish /29/ a elaborat pentru cilindri deschişi (fără capac) ecuaţia aproximativă următoare pentru cazul vîntului puternic cu viteze uniformă :

$$p_v = p_o(-0{,}387 + 0{,}338\cos\varphi + 0{,}533\cos 2\varphi + 0{,}471\cos 3\varphi +$$

$$+ 0{,}166\cos 4\varphi - 0{,}066\cos 5\varphi + 0{,}055\cos 6\varphi\ )$$

$$p_v = p_o\sum_{0}^{6} a_n \cos n\varphi \qquad (II.54)$$

în care : p_o este presiunea dinamică pe faţa frontală = 0,6 x (viteza vîntului, în metri pe secundă), newton pe metru pătrat. Graficul ecuaţiei (II.54) este reprodus în fig.(II.15). In plus, există o secţiune internă a 0,607 p_o care dă a_o = = - 0,22 . Ecuaţia (II.54) se bazează pe măsurătorile făcute de Cowdrey şi O'Neil /39/. Aici se neglijează variaţia presiunii vîntului după direcţia axială.

II.2.2 Calculul rezervorului cilindric circular sub acţiunea vîntului

Problema aceasta a fost studiată de mai mulţi autori. Girkmann,K. /36/ a f o l o s i t teoria de membrană pentru rezolvarea problemei.

Aurel A.Beleş şi Mircea V.Soare /24/ au folosit ecuaţia (II.51) pentru calculul la vînt al coşurilor.Se deosebesc trei termeni în partea dreaptă a ecuaţiei (II.51).:

TABELUL II.4.

1. Cilindrul cu diametru 2 ft, înălţimea 6 in.

N = 10 M = 3

COEFICIENTII ADIMENSIONALI a_{mn}

n \ m	0	1	2	3
1	-0,2287	-0,7846	-3,7950	-4,8749
2	-0,2537	-0,8853	-5,3948	-7,0859
3	-0,5791	-0,7949	-3,6791	-4,3798
4	-0,0215	-1,2113	-3,1199	-2,4419
5	-0,0048	-0,3525	-0,7501	-0,4584
6	-0,0665	-1,6520	-1,6520	-1,5010
7	-0,0338	-0,4104	-0,9183	-0,6212
8	-0,0025	-0,0260	-0,0871	-0,2258
9	-0,0207	-0,2198	-0,6078	-0,4962
10	-0,0160	-0,2133	-0,5477	-0,4346

2. Cilindrul cu diametrul 1ft , înălţimea 21in.

N = 10 M = 5

COEFICIENTII ADIMENSIONALI a_{mn}

n \ m	0	1	2	3	4	5
1	-0,6165	-0,0355	-0,2829	-0,3870	-0,1572	-0,0207
2	-0,1623	-1,1652	-1,8173	-1,1876	-0,3506	-0,0381
3	-0,4663	-2,2199	-3,0350	-1,7566	-0,4559	-0,0430
4	-0,0992	-0,5388	-0,2806	-0,0380	-0,0115	-0,0029
5	-0,0478	-0,5258	-0,7299	-0,3865	-0,0875	-0,0068
6	-0,0061	-0,2734	-0,4997	-0,2914	-0,0728	-0,0066
7	-0,0110	-0,1468	-0,1133	-0,0359	-0,0038	-0,0003
8	-0,0070	-0,2811	-0,3580	-0,1722	-0,0371	-0,0029
9	-0,0029	-0,0095	-0,0561	-0,0402	-0,0120	-0,0014
10	-0,0197	-0,1142	-0,1734	-0,1125	-0,0340	-0,0037

Unul corespunzător termenului de încărcare simetric. Al doilea corespunzător termenului de încărcare antisimetric şi al treilea corespunzător termenului de încărcare periodic.

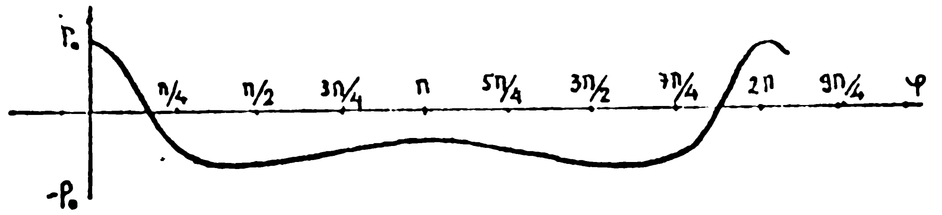


Fig. II.15

Soluţia simetrică se caută ca pentru un inel încărcat simetric, suprapunînd şi perturbaţiile de la marginea inferioară. Soluţia antisimetrică se stabileşte pe baza ipotezei de membrană care coincide în acest caz cu soluţia ce se obţine pentru o consolă încărcată cu sarcină liniară. Soluţia periodică se obţine ca pentru un inel solicitat corespunzător, suprapunînd perturbaţiile marginale.

Krajicinovic /37/ şi Rish /29/ au folosit teoria semimembrană în care se nejlijează deformaţia unghiulară specifică şi alungirea specifică circumferenţială. Gopalacharyulu S. şi Johns.D.J. /38/ au elaborat o metodă de calcul mai exactă care se bazează pe teoria lui Donnell.

Dacă se notează $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ ca deformaţia axială, tangenţială, radială adimensională ($\bar{u}$ = u/a , $\bar{v}$ = v/a , $\bar{w}$ = w/a) şi $\bar{x}$ ca coordonata axială adimensională ($\bar{x}$ = x/a), ecuaţiile (II.11a,b,c) în (I.4.5) se pot scrie astfel :

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{(1-\mu)}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \varphi^2} + \frac{(1+\mu)}{2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x} \partial \varphi} - \frac{\mu \partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} = \frac{-(1-\mu^2)a}{Eh} X \qquad \text{(II.55a)}$$

$$\frac{(1+\mu)}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x} \partial \varphi} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \varphi^2} + \frac{(1-\mu)}{2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial \varphi} = \frac{-(1-\mu^2)a}{Eh} Y \qquad \text{(II.55b)}$$

$$\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} - \bar{w} - \frac{h^2}{12a^2}\nabla^4 \bar{w} = \frac{-(1+\mu^2)a}{Eh} Z \qquad (II.55c)$$

în care $\nabla^4 = \left(\frac{\partial^4}{\partial \bar{x}^4} + 2.\frac{\partial^4}{\partial \bar{x}^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4}\right)$

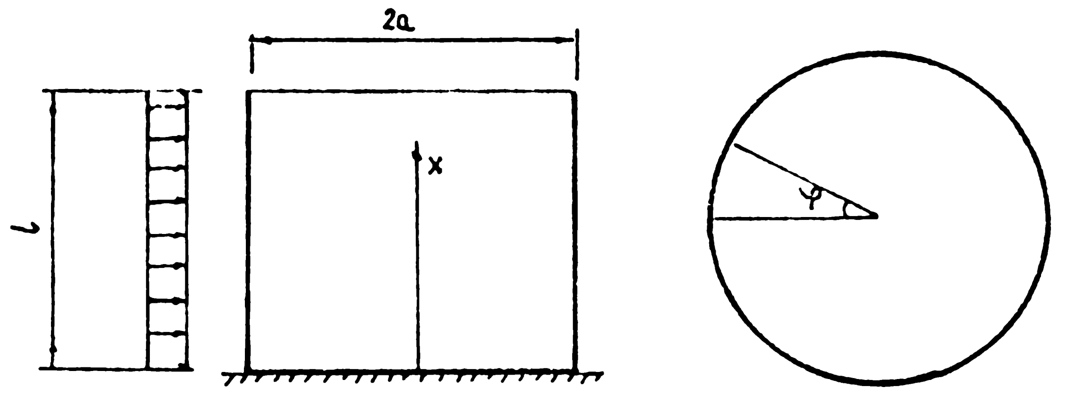
In acest caz , avem $X = 0$, $Y=0$, $Z = \sum_{0}^{6} a_n \cos n\varphi$ (II.52)

Lungirile specifice şi variaţia curburilor :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \qquad \chi_x = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2}\frac{1}{a}$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} - \bar{w} \qquad \chi_\varphi = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varphi^2}\frac{1}{a} \qquad (II.56)$$

$$\gamma_{x\varphi} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} \qquad \chi_{x\varphi} = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}\partial \varphi}\frac{1}{a}$$



Eforturile unitare :

$$\sigma_x = \frac{E}{(1-\mu^2)}\left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \mu\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} - \bar{w}\right)\right]$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{(1-\mu^2)}\left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} - \bar{w}\right] \qquad (II.57)$$

$$\tau_{x\varphi} = \frac{E}{2(1+\mu)}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}}\right)$$

Momentele pe unitatea de lungime şi forţa tăietoare efectivă la x = const (corespunzătoare cu ipoteza lui Kirchoff) sînt :

$$M_x = -\frac{K}{a^2}\left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \mu\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varphi^2}\right)$$

$$M_\varphi = -\frac{K}{a^2}\left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varphi^2} + \mu\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2}\right) \tag{II.58}$$

$$Q_{x,ef} = -\frac{K}{a^2}\left[\frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x}^3} + (2-\mu)\frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x}\,\partial \varphi^2}\right]$$

Condiţiile de margine

- Condiţiile de margine la partea inferioară (încastrat)

$$\bar{u}\,\Big|_{\bar{x}=0} = 0 \quad \text{(II.59a)} \qquad \bar{w}\,\Big|_{\bar{x}=0} = 0 \quad \text{(II.59c)}$$

$$\bar{v}\,\Big|_{\bar{x}=0} = 0 \quad \text{(II.59b)} \qquad \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}}\,\Big|_{\bar{x}=0} = 0 \quad \text{(II.59d)}$$

- Condiţiile de margine la partea superioară (liberă) :

$$\sigma_x\,\Big|_{\bar{x}=L/a} = 0 \tag{II.60a}$$

$$\tau_{x\varphi}\,\Big|_{\bar{x}=L/a} = 0 \tag{II.60b}$$

$$M_x\,\Big|_{\bar{x}=L/a} = 0 \tag{II.60c}$$

$$Q_{x,ef}\,\Big|_{\bar{x}=L/a} = 0 \tag{II.60d}$$

Soluţia pentru componenta uniformă

Pentru componenta uniformă a_o, soluţia a fost rezolvată /23/.

Ecuaţia (II.3) în (II.11) se poate scrie astfel :

$$-(1-\mu^2)w - \frac{h^2}{12a^2}\frac{\partial^4 w}{\partial \bar{x}^4} = p_o(1-\mu^2)\,a\,\frac{a_o}{Eh} \tag{II.61a}$$

Ecuaţia (II.1a) devine :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} - \mu\bar{w} = 0 \tag{II.61b}$$

Condiţiile de margini devin :

$$\bar{w} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} = 0 \qquad \text{în } \bar{x} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} = \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x}^3} = 0 \qquad \text{în } \bar{x} = L/2 \tag{II.61c}$$

- Soluţia este :

$$\bar{w}^0 = \lambda G \left[1 - \phi_2 + A_o (\phi_3 - \phi_1) + k_o \phi_4\right] \tag{II.61d}$$

în care :

$$G = a_o/(a/h)^2 \qquad \lambda = p_o a^3/Eh^3$$

$$\phi_1 = \text{ch}k_o\bar{x}\sin k_o\bar{x} \qquad \phi_2 = \text{ch}k_o\bar{x}\cos k_o\bar{x}$$

$$\phi_3 = \text{sh}k_o\bar{x}\cos k_o\bar{x} \qquad \phi_4 = \text{sh}k_o\bar{x}\sin k_o\bar{x}$$

$$k_o^4 = 3(1 - \mu^2)a^2/h^2$$

$$\mu_o = k_o L/a$$

$$A_o = (\text{sh}\,\mu_o \cos\mu_o + \sin\mu_o \cos\mu_o)/(\text{ch}^2\mu_o + \cos^2\mu_o)$$

$$B_o = (\text{sh}^2\mu_o + \sin^2\mu_o)/(\text{ch}^2\mu_o + \cos^2\mu_o)$$

Intr-adevăr , pentru raportul mare (a/h) (adică pentru plăci curbe foarte subţiri) şi pentru raportul mare (L/a), se poate aproxima soluţia cu :

$$\bar{w}^0 = \lambda G \left[1 - (\cos_o\bar{x} + \sin k_o\bar{x})\, e^{-k_o\bar{x}}\right] \tag{II.61e}$$

Aceasta reprezintă soluţia cilindrului infinit de lung.

<u>Solutia pentru alte componente</u>

La început, observăm că soluţia particulară a ecuaţiilor (II.55) pentru încărcarea $p_o \sum_1^n a_n \cos n\varphi$ poate fi dezvoltată pe următoarea bază :

$$\bar{u}_p = C \tag{II.62a}$$

$$\bar{v}_p = \sum_1^n b_n \sin n\varphi$$

$$\bar{w}_p = \sum_1^n c_n \cos_n\varphi$$

Ecuaţia (II.55a) este trivial satisfăcută şi două ecuaţii rămase vor fi satisfăcute dacă punem :

$$b_n = 12\,\lambda\,(1-\mu^2)\,\frac{a_n}{n^5}$$

$$c_n = 12\,\lambda\,(1-\mu^2)\,\frac{a_n}{n^4} \qquad \text{(II.62b)}$$

Pentru soluţia omogenă a ecuaţiilor (II.55),folosim analiza lui Hoff /31/. Se poate arăta că,partea omogenă a ecuaţiilor poate fi redusă la :

$$\nabla^8 \bar{w} + 4k_o^4\,\frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^4} = 0$$

$$\nabla^4 \bar{u} = \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x}^3} - \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x}\,\partial \varphi^2}$$

$$\nabla^4 \bar{v} = (2+\mu)\,\frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2\,\partial \varphi} + \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \varphi^3} \qquad \text{(II.62c)}$$

în care : $k_o^4 = 3(1-\mu^2)\,a^2/h^2$

Pe baza $\bar{w} = e^{\beta \bar{x}} \cos n\varphi$, rădăcinile caracteristice ale ecuaţiei de gradul opt pot arăta astfel :

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}\left(\Omega + k_o + \frac{n^2}{\Omega}\right) \qquad \beta_1 = \frac{1}{2}\left(\Omega - k_o - \frac{n^2}{\Omega}\right)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}\left(\Omega - k_o + \frac{n^2}{\Omega}\right) \qquad \beta_2 = \frac{1}{2}\left(\Omega + k_o - \frac{n^2}{\Omega}\right) \qquad \text{(II.63)}$$

în care : $\Omega = \left\{-(k_o^2/2) + \left[(k_o^2/2)^2 - n^4\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{2}}$

Soluţia omogenă este dezvoltată în /31/ şi la aceasta se adaugă soluţie particulară :

$$\bar{u} = \sum_1^6 \left(\frac{1}{2k_o^2}\right)\Big[-A_1\,(N_1'\cos\beta_1\bar{x} + N_1\sin\beta_1\bar{x})\,e^{-\alpha_1\bar{x}} +$$

$$+ A_2(N_1\cos\beta_1\bar{x} - N_1'\sin\beta_1\bar{x})\,e^{-\alpha_1\bar{x}} - A_3(N_2'\cos\beta_2\bar{x} +$$

$$+ N_2\sin\beta_2\bar{x})\,e^{-\alpha_2\bar{x}} + A_4(N_2\cos\beta_2\bar{x} - N_2'\sin\beta_2\bar{x})\,e^{-\alpha_2\bar{x}} +$$

$$\cancel{+ A_5(\alpha_1}$$

$$+ A_5(N_1' \cos\beta_1 \bar{x} - N_1 \sin\beta_1 \bar{x})e^{\alpha_1 \bar{x}} - A_6(N_1 \cos\beta_1 \bar{x} +$$

$$+ N_1' \sin\beta_1 \bar{x})e^{\alpha_1 \bar{x}} + A_7 (N_2' \cos\beta_2 \bar{x} - N_2 \sin\beta_2 \bar{x})\, e^{\alpha_2 \bar{x}} -$$

$$- A_8(N_2 \cos\beta_2 \bar{x} + N_2' \sin\beta_2 \bar{x})\, e^{\alpha_2 \bar{x}} \Big] \cos n\varphi \qquad \text{(II.64a)}$$

$$\bar{v} = \sum_1^6 \left(\frac{n}{2k_o^2}\right) \Big[+ A_1(M_1' \cos\beta_1 \bar{x} + M_1 \sin\beta_1 \bar{x})\, e^{-\alpha_1 \bar{x}} -$$

$$- A_2(M_1 \cos\beta_1 \bar{x} - M_1' \cos\beta_1 \bar{x})e^{-\alpha_1 \bar{x}} + A_3(M_2' \cos\beta_2 \bar{x} +$$

$$+ M_2 \sin\beta_2 \bar{x})\, e^{-\alpha_2 \bar{x}} - A_4 (M_2 \cos\beta_2 \bar{x} - M_2' \sin\beta_2 \bar{x})e^{-\alpha_2 \bar{x}} +$$

$$+ A_5(M_1' \cos\beta_1 \bar{x} - M_1 \sin\beta_1 \bar{x})\, e^{\alpha_1 \bar{x}} - A_6(M_1 \cos\beta_1 \bar{x} +$$

$$+ M_1' \sin\beta_1 \bar{x})\, e^{\alpha_1 \bar{x}} + A_7 (M_2' \cos\beta_2 \bar{x} - M_2 \sin\beta_2 \bar{x})\, e^{\alpha_2 \bar{x}} -$$

$$- A_8(M_2 \cos\beta_2 \bar{x} + M_2' \sin\beta_2 \bar{x})\, e^{\alpha_2 \bar{x}} + 2k_o^2 \frac{b_n}{n}\Big] \sin n\varphi \qquad \text{(II.64b)}$$

$$\bar{w} = \sum_1^6 (A_1 \cos\beta_1 \bar{x} + A_2 \sin\beta_1 \bar{x})\, e^{-\alpha_1 \bar{x}} +$$

$$+(A_3 \cos\beta_2 \bar{x} + A_4 \sin\beta_2 \bar{x})\, e^{-\alpha_2 \bar{x}} + (A_5 \cos\beta_1 \bar{x} - A_6 \sin\beta_1 \bar{x})e^{\alpha_1 \bar{x}} +$$

$$+ (A_7 \cos\beta_2 \bar{x} - A_8 \sin\beta_2 \bar{x})\, e^{\alpha_2 \bar{x}} + c_n \Big] \cos n\varphi \qquad \text{(II.64c)}$$

Folosind ecuaţiile (II.57), (II.58), şi rădăcinile date de Hoff /31/ se găsesc următoarele expresii :

$$\left.\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}}\right|_{\bar{x}=0} = \sum_1^6 (- A_1 \alpha_1 + A_2 \beta_1 - A_3 \alpha_2 + A_4 \beta_2 + A_5 \alpha_1 -$$

$$- A_6 \beta_1 + A_7 \alpha_2 - A_8 \beta_2)\cos n\varphi \qquad \text{(II.64d)}$$

$$\sigma_x = \sum_1^6 \int \frac{En^2}{2k_o^2}\Big[(A_1\sin\beta_1\bar{x} - A_2\cos\beta_1\bar{x})\, e^{-\alpha_1\bar{x}} +$$

$$+ (A_3\sin\beta_2\bar{x} - A_4\cos\beta_2\bar{x})e^{-\alpha_2\bar{x}} - (A_5\sin\beta_1\bar{x} + A_6\cos\beta_1\bar{x})e^{\alpha_1\bar{x}} -$$

$$- (A_7\sin\beta_2\bar{x} + A_8\cos\beta_2\bar{x})\, e^{-\alpha_2\bar{x}}\Big] \cos n\varphi \qquad \text{(II.64e)}$$

$$\tau_{x\varphi} = \sum_1^6 \frac{En}{2k_o^2}\Big[- A_1(\beta_1\cos\beta_1\bar{x} - \alpha_1\sin\beta_1\bar{x})\, e^{-\alpha_1\bar{x}} -$$

$$- A_2(\alpha_1\cos\beta_1\bar{x} - \beta_1\sin\beta_1\bar{x})e^{-\alpha_1\bar{x}} - A_3(\beta_2\cos\beta_2\bar{x} -$$

$$- \alpha_2\sin\beta_2\bar{x})e^{-\alpha_2\bar{x}} - A_4(\alpha_2\cos\beta_2\bar{x} + \beta_2\sin\beta_2\bar{x})e^{-\alpha_2\bar{x}} +$$

$$+ A_5(\beta_1\cos\beta_1\bar{x} + \alpha_2\sin\beta_1\bar{x})\, e^{\alpha_1\bar{x}} + A_6(\alpha_1\cos\beta_1\bar{x} -$$

$$- \beta_1\sin\beta_1\bar{x})\, e^{1\bar{x}} + A_7(\beta_2\cos\beta_2\bar{x} + \alpha_2\sin\beta_2\bar{x})e^{\alpha_2\bar{x}} +$$

$$+ A_8(\alpha_2\cos\beta_2\bar{x} - \beta_2\sin\beta_2\bar{x})\, e^{\alpha_2\bar{x}}\Big] \sin n\varphi \qquad \text{(II.64f)}$$

$$\varkappa_x = \left(\frac{K}{a}\right)\sum_1^6 \Big[A_1(\psi_1\cos\beta_1\bar{x} - \psi_1'\sin\beta_1\bar{x})\, e^{-\alpha_1\bar{x}} +$$

$$+ A_2(\psi_1'\cos\beta_1\bar{x} + \psi_1\sin\beta_1\bar{x})e^{-\alpha_1\bar{x}} + A_3(\psi_2\cos\beta_2\bar{x} -$$

$$- \psi_2'\sin\beta_2\bar{x})\, e^{-\alpha_2\bar{x}} + A_4(\psi_2'\cos\beta_2\bar{x} + \psi_2\sin\beta_2\bar{x})e^{-\alpha_2\bar{x}} +$$

$$+ A_5(\psi_1\cos\beta_1\bar{x} + \psi_1'\sin\beta_1\bar{x})\, e^{\alpha_1\bar{x}} + A_6(\psi_1'\cos\beta_1\bar{x} -$$

$$- \psi_1(\sin\beta_1\bar{x})\, e^{\alpha_2\bar{x}} + A7(\psi_2\cos\beta_2\bar{x} + \psi_2'\sin\beta_2\bar{x})e^{\alpha_2\bar{x}} +$$

$$+ A_8(\psi_2'\cos\beta_2\bar{x} - \psi_2\sin\beta_2\bar{x})e^{\alpha_2\bar{x}} + n^2c_n\Big] \cos n\varphi$$

$$\text{(II.64g)}$$

$$Q_{x,ef} = -\left(\frac{K}{a^2}\sum_{1}^{6}\Big[A_1(-\theta_1\cos\beta_1\bar{x} + \theta'_1\sin\beta_1\bar{x})e^{-\alpha_1\bar{x}} +\right.$$

$$+ A_2(-\theta'\cos\beta_1\bar{x} - \theta_1\sin\beta_1\bar{x})e^{-\alpha_1\bar{x}} + A_3(-\theta_2\cos\beta_2\bar{x} +$$

$$+ \theta'_2\sin\beta_2\bar{x})e^{-\alpha_2\bar{x}} + A_4(-\theta'_2\cos\beta_2\bar{x} - \theta_2\sin\beta_2\bar{x})e^{-\alpha_2\bar{x}} +$$

$$+ A_5(\theta_1\cos\beta_1\bar{x} + \theta'_1\sin\beta_1\bar{x})e^{\alpha_1\bar{x}} + A_6(\theta'_1\cos\beta_1\bar{x} -$$

$$- \theta_1\sin\beta_1\bar{x})e^{\alpha_1\bar{x}} + A_7(\theta_2\cos\beta_2\bar{x} + \theta'_2\sin\beta_2\bar{x})e^{\alpha_2\bar{x}} +$$

$$+ A_8(\theta'_2\cos\beta_2\bar{x} - \theta_2\sin\beta_2\bar{x})e^{\alpha_2\bar{x}}\Big]\cos n\varphi \quad (II.64h)$$

In expresiile anterioare, s-au folosit următoarele definiţii :

$$N_1 = \left[\frac{n^2}{\alpha_1^2+\beta_1^2}+\mu\right]\alpha_1 \qquad N'_1 = \left[\frac{n^2}{\alpha_1^2+\beta_1^2}-\mu\right]\beta_1$$

$$N_2 = \left[\frac{n^2}{\alpha_2^2+\beta_2^2}+\mu\right]\alpha_2 \qquad N'_2 = \left[\frac{n^2}{\alpha_2^2+\beta_2^2}-\mu\right]\beta_2 \quad (II.65a)$$

$$M_1 = \frac{n^2(\alpha_1^2-\beta_1^2)}{(\alpha_1^2+\beta_1^2)^2} - (2+\mu) \qquad M'_1 = \frac{n^2 2\alpha_1\beta_1}{(\alpha_1^2+\beta_1^2)^2}$$

$$M_2 = \frac{n^2(\alpha_1^2-\beta_2^2)}{(\alpha_2^2+\beta_2^2)^2} - (2+\mu) \qquad M'_2 = \frac{n^2 2\alpha_2\beta_2}{(\alpha_2^2+\beta_2^2)^2} \quad (II.65b)$$

$$\psi_1 = \mu n^2 - \alpha_1^2 + \beta_1^2 \qquad \psi'_1 = 2\alpha_1\beta_1$$

$$\psi_2 = \mu n^2 - \alpha_2^2 + \beta_2^2 \qquad \psi'_2 = 2\alpha_2\beta_2 \quad (II.65c)$$

$$\theta_1 = \alpha_1^3 - 3\alpha_1\beta_1^2 - \alpha_1 n^2(2-\mu) \qquad \theta'_1 = \beta_1^3 - 3\alpha_1^2\beta_1 + (2-\mu)n^2\beta_1$$

$$\theta_2 = \alpha_1^3 - 3\alpha_2\beta_2^2 - \alpha_2 n^2(2-\mu) \qquad \theta'_2 = \beta_2^3 - 3\alpha_2^2\beta_2 + (2-\mu)n^2\beta_2$$

Folosind ecuaţiile (II.59), (II.60),(II,64), 8 ecuaţii pretinde pentru 8 constante A_1 pînă A_8 sînt obişnuite. Constantele sînt evaluate pentru fiecare n de la 1 pînă la 6 cu ajutorul calculatorului. Adăugînd această soluţie, celei de la componenta uniformă (II.61d) avem soluţia totală.

Deplasarea pozitivă maximă (spre interior) se află pe marginea de sus a generatorului frontal. O mărime mare a deplasării spre exterior se află la $\varphi = 60^\circ$.

Deplasările pe faţa neexpusă a bătăii vîntului sînt mici şi se pot neglija în anumite cazuri.

Dacă se foloseşte relaţia distribuţiei presiunii vîntului a lui Purdy (II.53), atunci pentru partea $p = p_o \sum_{1}^{5} \sum_{0}^{m} a_{mn} \bar{x}^m \cos n\varphi$, soluţia particulară a ecuaţiei lui Donnell este mai complicată.

Pentru $p = p_o a_{mo} \bar{x}^m$ $(m < 8)$, luăm :

$$\bar{u}_p = -\mu p_o \frac{a_{mo}}{Eh}\left[\frac{\bar{x}^{m+1}}{m+1} - m(m-1)(m-2)\ \bar{x}^{m-3}\ c^2\right] \quad \text{(II.66)}$$

$$\bar{v}_p = 0$$

$$\bar{w}_p = -\frac{p_o a_{mo}}{Eh}\left[\bar{x}^m - m(m-1)(m-2)(m-3)\ \bar{x}^{m-4}\ c^2\right]$$

Pentru $p = p_o a_{mn}\ \bar{x}^m \cos n\varphi$, se scrie :

$$\bar{u}_p = -12(1-\mu^2)\ a_{mn} \cos n\varphi\ \frac{X_1}{n^8}$$

$$\bar{v}_p = -12(1-\mu^2)\ a_{mn} \sin n\varphi\ \frac{X_2}{n^8} \quad \text{(II.67)}$$

$$\bar{w}_p = -12(1-\mu^2)\ a_{mn} \cos n\varphi\ \frac{X_3}{n^8}$$

Funcţiile X_1, X_2, X_3 sînt în tabelul (II.5).

TABELUL II.5.

№	X_1	X_2	X_3
1	$-n^2$	$-n^3\bar{x}$	$-n^4\bar{x}$
2	$-2n^2\bar{x}$	$-2n(2-\mu)-n^3\bar{x}^2$	$-4n^2-n^4\bar{x}^2$
3	$-6(4+\mu)-3n^2\bar{x}^2$	$-6n(2-\mu)\bar{x}-n^3\bar{x}^3$	$-12n^2\bar{x}-n^4\bar{x}^3$
4	$-24(4+\mu)\bar{x}-4n^2\bar{x}^3$	$(96\mu-48)/n-24(L-\mu^2)/(n^5c^2)-12(2-\mu)n\bar{x}^2-n^3\bar{x}^4$	$-72+24(L-\mu^2)/(c^2n^4)-24n^2\bar{x}^2-n^4\bar{x}^4$
5	$120(L-\mu^2)/(c^2n^6)-(480\mu+1200)/n^2-60(4+\mu)\bar{x}^2-5n^2\bar{x}^4$	$[(L-\mu^2)/(c^2n^5)+2(2\mu-L)/n]120\bar{x}-20(2-\mu)n\bar{x}^3-n^3\bar{x}^5$	$[(L-\mu^2)/(c^2n^4-3)]\cdot 120\bar{x}-40n^2\bar{n}^3-n^4\bar{x}^5$

CAPITOLUL III

VOALAREA REZERVOARELOR CILINDRICE VERTICALE SUB ACȚIUNEA VÎNTULUI

I. INTRODUCERE

Unul din fenomenele cele mai complexe de cedare a structurilor și în același timp și printre cele mai periculoase este cel de instabilitate. Fenomenul acesta depinde de o mulțime de factori, greu de stăpînit, periculos din cauza modului brusc în care se poate produce avaria , fără semne prevestitoare.

In anul 1947, Batdorf /40/ a aplicat ecuațiile lui Donnell /41/ pentru cilindru voalat sub forța axială, presiunea laterală și hidrostatică. Rezultatele calculate au fost comparate cu experimente. Problemele similare au fost studiate și de Flügge /42/ , Timoshenko /43/ , Karman și Tsien , Donnell , Lorenz , Mises etc... Studiile acestei probleme au fost limitate la o pînză cilindrică cu condiții simple, rezemate la margini, sub acțiunea presiunii laterale uniforme.

Studiile voalării unei pînze cilindrice sub presiunea exterioară au revenit în anii recenți de cînd turnul de răcire din Ferrybridge din Anglia a fost defectat din cauza vîntului. Vîntul creează o presiune neuniformă pe suprafața exterioară a pînzei și un vacuum parțial în interior prin trecerea lui peste vîrful deschis al pînzei. Problemele mai complicate studiate cuprind voalarea cilindrilor sub presiune laterală care variază de-a lungul direcției axiale și voalarea sub o bandă de presiune, care este uniformă sau este de forma $p = p_0 \sum_{0}^{k} a_k \cos nk$. Aceste probleme sînt studiate de Resinger F.,Greiner R. /44/ , /45/, /46/, /47/ , /48/, Almroth B.O. /49/, /50/, Hoff /51/, Langhaar H.L., Boresi A.P., /52/, /53/, /54/ şi alţii.

Problema de voalarea unei pînze cilindrice sub acţiunea vîntului cu teoria dezvoltată nu este rezolvată datorită conducerii la ecuaţii diferenţiale neliniare cu derivate parţiale de ordin superior şi constituirii dificultăţii din punct de vedere matematic. Se folosesc nişte metode aproximative.

Wang Y.S. şi David P.Billington /55/ au presupus că la voalarea sub acţiunea vîntului, deformaţia cilindrului este semi-inextensibilă. Pornind de la ecuaţiile neliniare generale de echilibru date de Love, Flügge şi Timoshenko , autorii /55/ au simplificat formularea prin introducerea unor ipoteze. In cazul voalării unei pînze cilindrice circulare simplu rezemate la extremităţi sub presiunea laterală uniformă, autorii au găsit o concordanţă bună în comparaţia teoriei lui Flügge.

Almroth B.O., Maderspach V., Gaunt J.T., Sword J.H. /50/, /56/ au folosit metoda energetică pentru rezolvarea acestei probleme . Rezultatele obţinute pentru cazuri speciale au o concordanţă în comparaţia rezultatelor respective ale lui Mises , Flügge şi Timoshenko.

Voalarea pînzelor cilindrice circulare cu grosimi variabile în trepte , sub presiune exterioară uniformă a fost studiată prima dată de Ebner H./65/ şi mai tîrziu în /45/, /46/, /47/, /66/. Pe baza teoriei liniare,Resinger F. şi Greiner R. /44/, /48/ au dezvoltat concepţia de calcul propusă în /47/ şi au redus verificarea la voalare a unui cilindru supus la o presiune neuniformă exterioară la verificarea unui cilindru supus la o subpresiune constantă echivalenta . In /48/ Greiner R. a elaborat un mod de calcul practic pentru verificarea la voalare a cilindrilor sub acţiunea vîntului. Acest mod de calcul porneşte de la un cilindru echivalent cu trei tronsoane, prin aceasta simplificîndu-se situaţia din practică în care apar cilindri cu mai multe grosimi, se dau formulele pentru determinarea cifrelor de voalare în cazul voalării generale şi parţiale şi se poate determina forma de voalare.

II. VOALAREA PINZELOR CILINDRICE SUB ACTIUNEA PRESIUNII EXTERIOARE UNIFORME

II.1. Mecanismul pierderii stabilităţii

Pierderea stabilităţii cilindrului circular supus la presiune exterioară uniformă se caracterizează prin apariţia modului de flambaj caracterizat printr-o singură semiundă în direcţia longitudinală şi mai multe unde în direcţia circulară.

Curbele experimentale obţinute pe un cilindru izotrop din mylar având dimensiunile L = 300 mm, R = 100 mm, δ = 0,195 mm se prezintă în figura (III.1) /57/, /58/. Presiunea critică superioară obţinută pe cale teoretică corespunde la modul de voalare (1,9) iar cilindrul real după saltul echilibrului trece în modul de voalare (1,8). Din figura (III.1) se observă că modurile prevoalate ale cilindrului din presiunea exterioară sînt stabile şi presiunea poate creşte mai mult decît încărcarea teoretică.

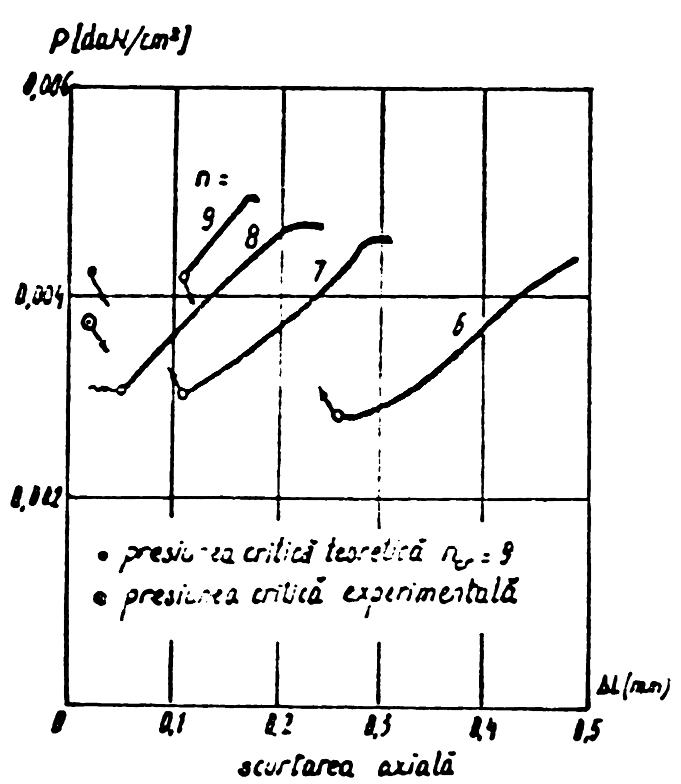


Fig. III.1

Aceste sporuri ale încărcărilor postcritice nu pot fi folosite în structuri, deoarece ele sînt caracterizate prin deformaţii şi tensiuni neadmisibili de mari.

Pentru cilindru lung, numărul undelor circulare care apar după voalare este mic şi alte moduri cu număr mare de unde circulare nu s-au pus în evidenţă (fig.III.2) /57/.

Pentru cilindru scurt, după atingerea încărcării critice superioare apar modurile de voalare care se caracterizează prin un număr mare de unde circulare şi au fost puse în evidenţă multe curbe postcritice corespunzătoare

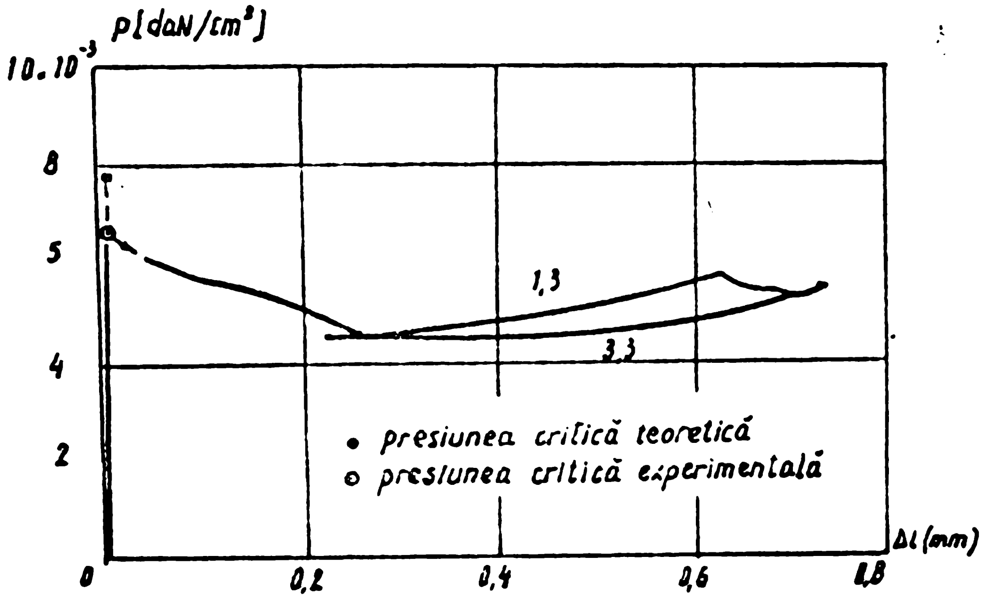


Fig. III 2

undelor circulare (Fig.III.3) /57/.

Curbele presiune - scurtare arată că la început scurtarea creşte liniar cu presiunea pînă la atingerea presiunii critice. La atingerea presiunii critice superioare se produce saltul echilibrului. Pierderea stabilităţii începe cu formarea deformaţiei locale, care se dezvoltă pe toată suprafaţa cilindrului. Noua situaţie este o situaţie de echilibru stabil care poate suporta presiuni sporite. La descărcare , curba postcritică admite un minim care corespunde cu presiunea critică inferioară a modului de voalare şi revenirea se face pe ramura instabilă la o presiune mai mică decît la încărcarea directă.

II.2. Ecuaţiile de echilibru

La deducerea ecuaţiilor (I.2a + I.2f) în I.4.2 nu s-a luat în considerare variaţia curburii elementului.

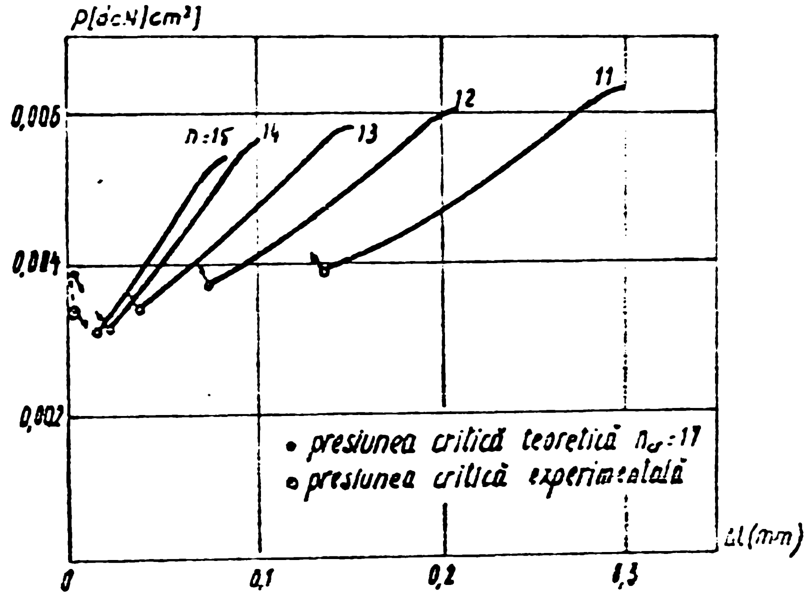


Fig. III.3

Acest procedeu este rezonabil dacă forţele sectoriale N_x , N şi N_{xy} sînt mici în comparaţie cu valorile lor critice, pentru care poate apărea flambajul lateral al plăcii. La problema stabilităţii trebuie să se ia în considerare variaţia curburii elementului. In acest caz, ecuaţiile de echilibru ale unei plăci cilindrice au forma următoare :

$$a\frac{\partial N_x}{\partial x} - \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} - aN_x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - aN_{x\varphi}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - Q_\varphi\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\varphi}\right) - N_\varphi\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial\varphi} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) = 0 \qquad \text{(III.1a)}$$

$$\frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} + a\frac{\partial N_x}{\partial x} + aN_x\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - Q_x\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\varphi}\right) + N_{\varphi x}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial\varphi} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) - Q_\varphi\left(1 + \frac{\partial v}{a\partial\varphi} + \frac{\partial^2 w}{a\partial\varphi^2}\right) = 0 \qquad \text{(III.1b)}$$

$$a\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{Q_\varphi}{\partial \varphi} + N_{x\varphi}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\varphi}\right) + aN_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_\varphi\left(1+\frac{\partial v}{a\partial\varphi} + \frac{\partial^2 w}{a\partial\varphi^2}\right) + N_{\varphi x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\varphi}\right) + qa = 0 \qquad \text{(III.1c)}$$

$$a\frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x} - \frac{\partial M_\varphi}{\partial\varphi} - aM_x\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - M_{\varphi x}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial\varphi} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) + aQ_\varphi = 0 \qquad \text{(III.1d)}$$

$$\frac{\partial M_{\varphi x}}{\partial\varphi} + a\frac{\partial M_x}{\partial x} + aM_{x\varphi}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - M_\varphi\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial\varphi} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) - aQ_x = 0 \qquad \text{(III.1e)}$$

$$M_x\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\varphi}\right) + aM_{x\varphi}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + M_{\varphi x}\left(1+\frac{\partial v}{a\partial\varphi}+\frac{\partial^2 w}{a\partial\varphi^2}\right) - M_\varphi\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\varphi}\right) + a\left(N_{x\varphi}-N_{\varphi x}\right) = 0$$

(III.1f)

III.3. Voalerea plăcilor cilindrice sub acțiunea unei presiuni externe uniforme

La stabilirea acestor ecuații (III.1a ÷ III.1f) nu a fost luată în considerare modificarea dimensiunilor elementului studiat datorită extinderii suprafeței mediane. In studiul problemelor de stabilitate se introduce cîte - odată o exactitate mai mare în stabilirea ecuațiilor de echilibru ale elementului, luîndu-se în considerare și deformațiile ε_x și ε_φ ale suprafeței mediane. Deoarece ε_x și ε_φ sînt mici, atunci, exprimate ca derivate ale deplasărilor u , v și w , ele vor fi introduse numai în acei termeni ai ecuațiilor (III.1a ÷ III.1c) care nu sînt multiplicați cu derivatele deplasărilor. După Timoshenko /43/ considerînd ecuațiile (III.1a ÷ III.1c) vom admite că, în cazul unei presiuni laterale uniforme , totale forțele rezultante, cu excepția lui N_φ sînt mici și vom neglija termenii care conțin produsele acestor rezultate cu derivatele deplasărilor u, v și w.

Se va obține :

$$
\begin{aligned}
& a\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} - N_\varphi \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \\
& \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} + a\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} - Q_\varphi = 0 \qquad \text{(III.2)} \\
& a\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} + N_\varphi \left(1 + \frac{\partial v}{a\,\partial \varphi} + \frac{\partial^2 w}{a\,\partial \varphi^2}\right) + qa = 0
\end{aligned}
$$

In ecuațiile (III.1d ÷ III.1f) vom admite că atît momentele de încovoiere cît și cele de răsucire sînt mici și vom neglija, în consecinț , produsele acestor momente cu derivatele deplasărilor u , v , w. In acest caz , primele două ecuații vor da :

$$
\begin{aligned}
Q_x &= \frac{\partial M_{\varphi x}}{a\,\partial \varphi} + \frac{\partial M_x}{\partial x} \\
Q_\varphi &= \frac{\partial M_\varphi}{a\,\partial \varphi} - \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x}
\end{aligned}
\qquad \text{(III.3)}
$$

Substituind aceste expresii în ecuațiile (III.2) obținem :

$$
\begin{aligned}
& a\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} - N_\varphi \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \\
& \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} + a\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} - \frac{\partial M_\varphi}{a\,\partial \varphi} + \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x} = 0 \qquad \text{(III.4)} \\
& \frac{\partial^2 M_{\varphi x}}{\partial x \partial \varphi} + a\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_\varphi}{a\,\partial \varphi^2} - \frac{\partial^2 M_{x\varphi}}{\partial x \partial \varphi} + \\
& + N_\varphi \left(1 + \frac{\partial v}{a\,\partial \varphi} + \frac{\partial^2 w}{a\,\partial \varphi^2} \right) + qa = 0
\end{aligned}
$$

In timpul flambării, luăm în considerare extinderea suprafeței mediane a plăcii. Să înlocuim N_φ și q prin

N_φ (1 + ε_x) respectiv q (1 + ε_x) (1 + ε_φ) şi N_φ prin (- qa + N'_φ) (unde N'_φ este ø o variaţie mică a forţei rezultante) . La sfîrşit , obţinem ecuaţiile diferenţiale ale cilindrului circular în funcţie de deplasări :

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{a\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi} - \mu a \frac{\partial w}{\partial x} + a\phi\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) +$$

$$+ \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0$$

$$\frac{1+\mu}{2} \frac{a\partial^2 u}{\partial x \partial \varphi} + \frac{1-\mu}{2} \frac{a^2\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \bar{k} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial^3 w}{\partial \varphi^3} + \frac{a^2\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \varphi} + a^2 (1 - \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] = 0 \qquad \text{(III.5)}$$

$$a\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \varphi} - w - \bar{k} \left[\frac{\partial^3 v}{\partial \varphi^3} + (2-\mu)\, a^2 \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \varphi} + \right.$$

$$\left. + \frac{a^4\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + 2a^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \varphi^2} \right] = \phi \left(w + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \qquad \text{(III.6)}$$

Aici s-au notat : $\frac{qa\,(1 - \mu^2)}{Eh} = \phi \qquad \frac{h^2}{12a^2} = \bar{k}$

Problema determinării valorii critice a presiunii laterale se reduce la rezolvarea acestor trei ecuaţii diferenţiale de mai sus şi la satisfacerea condiţiilor de margini.

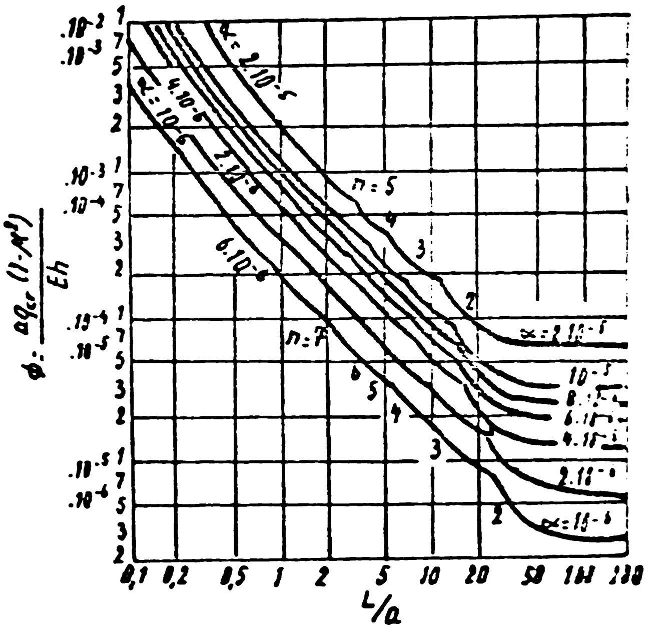
La cilindri cu capetele simplu rezemate, Mises /59/ pe baza ecuaţiilor (III.5) a dedus formule variabile pentru orice lungime de cilindru :

$$q_{cr} = \frac{Eh}{a} \left[\frac{1}{(n^2 - 1)\lambda_3^2} + \frac{h^2}{12a^2} \left(n^2 - 1 + \frac{2n^2 - 1 - \mu}{\lambda_3} \right) \right] \qquad \text{(III.7)}$$

în care : $\lambda_1 = \frac{\pi a}{L} \qquad \lambda_3 = 1 + \left(\frac{n}{\lambda_1} \right)^2 \qquad$ (III.8)

Valoarea lui n din relaţiile (III.7),(III.8) se alege în aşa fel încît să rezulte valoarea minimă a presiunii exterioare critice. Rezultatele calculelor efectuate cu ajutorul ecuaţiei (III.7), (III.8) pot fi reprezentate şi astfel , luîndu-se în abscisă valorile raportului L/a iar în ordonată ($1 - \mu^2$).a (q_{cr}/ Eh).In cazul acesta pentru fiecare valoare a raportului $h^2/12\varepsilon^2$, se obţine o linie formată din porţiuni de curbă, corespunzătoare diferitelor valori n. Mai multe linii de acest tip sînt reprezentate în Fig.(III.4).

Se vede că pentru cilindri scurţi, sarcina critică creşte repede pe măsură ce raportul L/a descreşte.



Papkovici /60/ a dedus din expresia lui Mises , formula aproximativ simplă :

In ipoteza că $n^2 \gg 1$, formula este :

$$q_{cr} = 0,856 \frac{E}{(1-\mu^2)^{3/4}} \frac{h}{L} \left(\frac{h}{a} \right)^{3/2} \qquad \text{(III.9)}$$

care pentru $\mu = 0,3$ devine :

$$q_{cr} = 0,92 \frac{Eh}{L} \left(\frac{h}{a} \right)^{3/2} \qquad \text{(III.10)}$$

Din compararea rezultatelor teoretice cu cele experimentale s-a ajuns la concluzia că relaţia (III.10) este cea mai indicată şi este mult folosită în practică.

III.3. Influenţa condiţiilor de margini

Presiunea critică de bifurcare s-a stabilit pînă acum în condiţiile rezemării simple a cilindrului la extremităţi, considerînd că deplasările radiale nu sînt împiedicate la extremităţi. Cu studiul influenţei condiţiilor de margini asupra presiunii critice a cilindrului s-au ocupat de Salerno şi Levine, Nash Bijlaerd, Sacenkov, Alfutov, Iumatov, Thieleman şi Esslinger şi alţii /57/. Condiţiile de margine studiate se prezintă în tabelul (III.5) /57/ împreună cu presiunea critică superioară. Cazurile 1 ÷ 8 au fost cercetate de Thieleman şi Esslinger. Cazurile 1,8 - 13 de Sacenkov şi cazurile 1,7 - 17 de Alfutov.

Cazul 1 din tabelul (III.5) corespunde rezemării simple a cilindrului la extremităţi, iar cazul 8 corespunde încastrării perfecte la extremităţi. Presiunea critică superioară în cazul 8 este cu 50 % mai mare faţă de cilindrul simplu rezemat la extremităţi. In cazul 10 o extremitate a cilindrului este încastrată, iar cealaltă extremitate este simplu rezemată şi presiunea critică este cu 25 % mai mare faţă de cazul 1 cu rezemarea clasică. Cînd cilindrul are un capăt încastrat şi celălalt liber, presiunea critică este 0,595 q_{cr}. Cazurile 14-16 corespund continuării încastrării elastice în direcţia axială cu alte condiţii de margine la cealaltă extremitate, unde o reprezintă coeficientul elasticităţii încastrării.

II.4. <u>Influenţa imperfecţiunilor iniţiale asupra presiunii critice</u>

Studiul efectului imperfecţiunilor asupra mărimii presiunii critice a fost făcut de Donnell /61/, Volmir /62/, /63/, Loo /64/ şi alţi autori. Folosind aceeaşi metodă ca şi în cazul tuburilor cilindrice comprimate axial s-a arătat că pentru acest caz de solicitare imperfecţiunile nu produc o reducere a presiunii critice ca aceea găsită în cazul compresiunii axiale. Aceasta explică de ce în cazul presiunilor laterale a fost obţinută o concordanţă între teorie şi datele experimentale.

TABELUL III.5

Nr. crt.	Condiţiile de margine		Presiunea critică superioară
	$x = 0$	$x = L$	
1	$w=w''=N_x=v=0$		q^s_{cr}
2	$w=w''=N_x=N_{x\varphi}=0$		q^s_{cr}
3	$w=w''=u=N_{x\varphi}=0$		$1{,}5\ q^s_{cr}$
4	$w=w''=u=v=0$		$1{,}5 q^s_{cr}$
5	$w=w'=N_x=v=0$		q^s_{cr}
6	$w=w'=N_x=N_{x\varphi}=0$		q^s_{cr}
7	$w=w'=u=N_{x\varphi}=0$		$1{,}5\ q^s_{cr}$
8	$w=w'=u=v=0$		$1{,}5\ q^s_{cr}$
9	$w''=w'=N_x=N_{x\varphi}=0$		q^s_{cr}
10		$w=w'=u=v=0$	$1{,}25\ q^s_{cr}$
11	$w=w''=N_x=v=0$	$w'''=w''=N_x=N_{\varphi x}=0$	q^s_{cr}
12		$w'''=w'=u=N_{x\varphi}=0$	$0{,}5\ q^s_{cr}$
13	$w=w'=u=v=0$	$w'''=w''=N_x=N_{x\varphi}=0$	$0{,}595\ q^s_{cr}$
14	$w=v=0$	$w=w''=N_x=v=0$	
15	$N_x=cu$	$w=w'=u=v=0$	$k_1 q^s_{cr}$
16	$w''=\frac{c}{Eh}\,w'$	$w'''=w''=N_x=N_{x\varphi}=0$	
17	$w'''=w'=u=N_{x\varphi}=0$		$0{,}75\ q^s_{cr}$

După SNIP II.B 3-72 , în considerarea comportării structurii reale şi a comportării postcritice, presiunea critică se recomandă să fie calculată din relaţiile :

pentru $0,5 \leqslant L/a \leqslant 10$ $\qquad \sigma^{i}_{cr} = 0,55\ E\ (\frac{a}{L})(\frac{h}{a})^{3/2}$ (III.11)

pentru $L/a \geqslant 20$ $\qquad \sigma^{i}_{cr} = 0,17\ E\ (\frac{h}{a})^{2}$ (III.12)

iar pentru $10 < L/a < 20$ se interpolează liniar.

Formula (III.11) corespunde cu relaţia (III.10), cu coeficientul de reducere 0,6 , iar formula (III.12) corespunde cu formula pentru cilindrul infinit lung.

III. VOALAREA PINZELOR CILINDRICE CIRCULARE CU GROSIMI IN TREPTE SUB ACTIUNEA PRESIUNII EXTERIOARE UNIFORME

III.1. Introducere

Voalarea cilindrilor circulari cu grosimi variabile în trepte a avut o importanţă deosebită în concordanţă cu construcţia a tot mai mari rezervoare. Prin folosirea oţelurilor de calitate superioară , prin măsurarea presiunii lichidului, partea exterioară a cilindrului a devenid din ce în ce mai subţire, crescînd pericolul voalării, deci , în ultimul timp , calculul voalării rezervoarelor cu grosimi variabile în trepte are o importanţă deosebită.

Incă din 1958, Ebner H. /65/ a găsit o soluţie pentru micşorarea treptată a jumătăţii rezervorului şi a construit o serie de rezervoare liniar micşorate /66/.

In anul 1972, Greiner R /47/ a găsit un procedeu mai simplu care a fost şi mai eficient şi fundamentează teoria liniară a voalării, cu acest procedeu , au fost analizate practic rezervoarele. Alte calcule dau aceleaşi rezultate ca şi cele ale lui Ebner /65/ , /66/. Prin procedeul adus la cunoştinţă în /47/, Resinger F .şi

Greiner R. /48/ au studiat sistematic comportarea caracteristică la voalare a pînzei cilindrice circulare cu 2, 3 şi 6 tronsoane sub presiunea exterioară uniformă.

Pentru cilindri cu grosimea peretelui constantă, Flügger /67/, Thielemann şi Eblinger /68/ au arătat că la folosirea teoriei neliniare a voalării, presiunea de voalare scade (cam 70 % din valorile ideale). Pentru cilindri cu grosimi variabile în trepte nu au apărut încă experienţe după teoria neliniară. Pentru calculul voalării practic de obicei se foloseşte o micşorare de 0,7.

III.2. Calculul voalării pînzelor cilindrice circulare cu grosimi variabile în trepte sub presiunea exterioară uniformă

III.2.1. Calculul după procedeul lui Resinger F.şi Greiner R., Graz

Calculul presiunii de voalare se bazează pe teoria stabilităţii cu privire la soluţiile din statica structiilor ale lui Greiner R. /47/ în care, se consideră că problema voalării pînzei va fi analogă cu problema stabilităţii unei construcţii cu zăbrele.

Biezeno şi Koch /69/, /70/ au scris ecuaţia diferenţială de gradul opt pentru cilindri cu pereţi subţiri de grosime constantă sub presiunea q pe suprafaţa exterioară :

$$\frac{h^2}{12a^2}\frac{\partial^8 w}{\partial \varphi^8} + (1-\mu^2)a^5\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{(1-\mu^2)}{Eh}\ \frac{qa}{}\frac{\partial^6 w}{\partial \varphi^6} = 0 \quad (III.13)$$

Se ia în considerare :

$$w = \bar{w}\ (x)\cos m\varphi$$

Unde m este pulsaţia, şi înlocuind :

$$q^* = Eh^3 m^2 / 12\ (1-\mu^2)\ a^3$$

Presiunea de voalare la capetele libere din egalitatea (III.13) se poate scrie cu ecuaţia diferenţială gradul 4 :

$$\frac{Eha^2}{m^4}\frac{d^4w}{dx^4}+\frac{Eh^3m^4}{12(1-\mu^2)a^4}\left(1-\frac{q}{q^x}\right)w=0 \qquad (III.14)$$

Această ecuație, după mărimea presiunii de voalare q poate lua următoarele două forme diferite care sînt analoge cu problema unei grinzi.

a) La $q > q^x$, ecuația diferențială (III.14) ia forma :

$$A\frac{d^4w}{dx^4}-Bw=0 \qquad (III.14a)$$

care este analogă cu ecuația diferențială pentru încovoierea prin vibrație a grinzii :

$$EJ\frac{d^4w}{dx^4}-(m\Omega^2)w=0$$

Unde EJ este rigiditatea la încovoiere, m este masa și Ω este frecvența circulară a barei.

b) La $q < q^x$ ecuația diferențială (III.14) ia forma :

$$A\frac{d^4w}{dx^4}+Bw=0 \qquad (III.14b)$$

care este analogă cu ecuația diferențială a barei încovoiate pe mediu elastic :

$$EJ\frac{d^4w}{dx^4}+(c)w=0$$

c : coeficient elastic de balastare.

Cazul $q > q^x$ descrie chiar problema voalării, unde presiune critică va fi întotdeauna mai mare decît presiunea q^x a cilindrului cu margini libere.

Cazul $q < q^x$ pune problema încovoierii și poate, cum se va arăta mai tîrziu, micșora treptat grosimea peretelui pentru tronsonul mai gros, cînd voalarea q^x este mai mare decît presiunea critică a ansamblului.

Transpus în condițiile de margini apare evidentă analogia ca o împiedicare a răsucirii marginii pînzei (u=0) corespunde unei prinderi perfecte a grinzii şi ca o margine liberă la deplanare (N_x = 0) corespunde unei articulaţii a grinzii. In problema grinzii este mare diferenţă între cele două condiţii de margine, influenţînd plasticitatea ei. Aceasta aduce gradul de deplanare a marginii în problema pînzei şi gradul de deplanare influenţează important asupra numărului de unde corespunzător m_{cr}.

Sub considerentul nedeplasării radiale a marginilor (w = 0) la cilindrul de grosime constantă a peretelui avem :

a) La două margini rezemate articulate

$$q_{cr} = 0{,}92\, E \frac{a}{L} \left(\frac{h}{a} \right)^{2,5} = \bar{q} \qquad \text{(III.15a)}$$

$$m_{cr}^2 = 7{,}52 \frac{a}{L} \sqrt{\frac{a}{h}} = \bar{m}^2$$

b) La o margină rezemată articulată şi una încastrată :

$$q_{cr} = 1{,}25\ \bar{q} \qquad \text{(III.15b)}$$

$$m_{cr}^2 = 1{,}25\ \bar{m}^2$$

c) La 2 margini încastrate :

$$q_{cr} = 1{,}5\ \bar{q}$$

$$m_{cr}^2 = 1{,}5\ \bar{m}^2 \qquad \text{(III.15c)}$$

Referitor la cilindrul cu grosimea peretelui variabilă treptat, în concordanţa cu grinda, cu elementele oscilante sau elastice care sînt legate plastic între ele presiunea care ne interesează o putem obţine din calculele de stabilitate ale unei bare :

In opoziţie cu calculele de stabilitate ale barelor aici, la calcularea presiunii critice trebuie să variem atît presiunea pe suprafaţa exterioară, cît şi coeficientul de voalare (numărul de unde de voalare în direcţie circumferenţială).

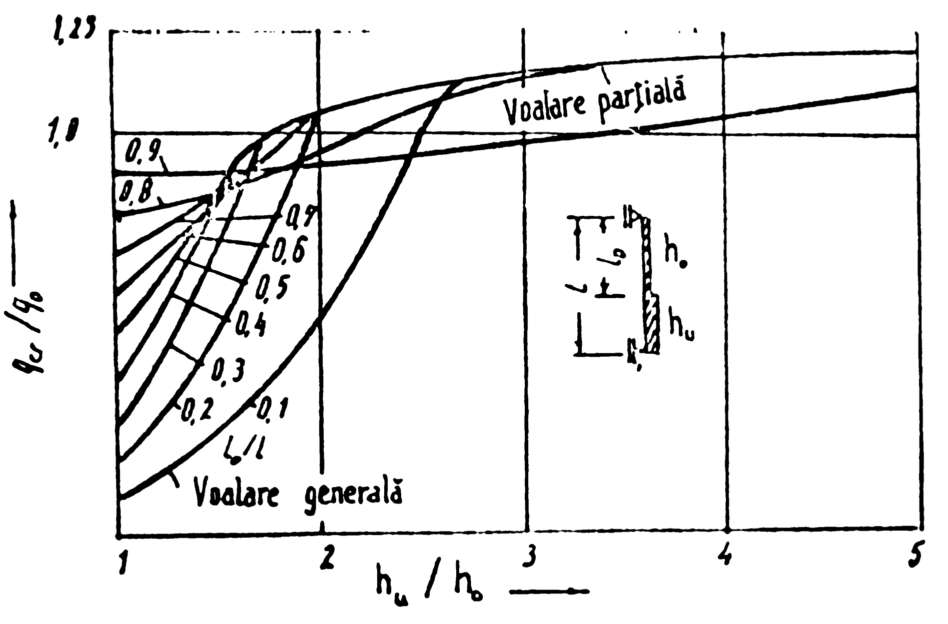
Prin procedeul acesta, a fost studiată sistematic comportarea caracteristică la voalare a pînzei cilindrice circulare cu 2, 3 și 6 tronsoane sub presiune cu variație a grosimii peretelui și a lungimii tronsonului.

Pentru a ieși în evidență rezultatele, Kesinger F. și Greiner R. au luat în considerare presiunea critică q_o și coeficientul de voalare m_o pe un cilindru etalon care este format doar din tronsonul superior și fixat la ambele capete. Atunci este valabil (III.15a) :

$$q_o = 0{,}92\ E\ \frac{a}{L_o}\left(\frac{h_o}{a}\right)^{2,5}$$

$$m_o^2 = 7{,}52\ \frac{a}{L_o}\sqrt{\frac{a}{h_o}} \qquad \text{(III.16)}$$

La cilindri cu 2 tronsoane, influența creșterii grosimii



peretelui tronsonului inferior este arătată în fig.(III.6) și fig.(III.7). Nu se remarcă la nici o grosime de perete, voalare de ansamblu și la o anumită valoare h_u/h_o, trecerea la voalarea parțială a cărei presiune să tindă către limita 1,25 q_o şi al cărei coeficient de voalare să tindă către limita $\sqrt{1,25}\ m_o$.

La cilindri cu multe tronsoane, acceptînd reducerea liniară treptată a grosimii peretelui şi aceeaşi lungime a tronsoanelor au fost comparate presiunile de

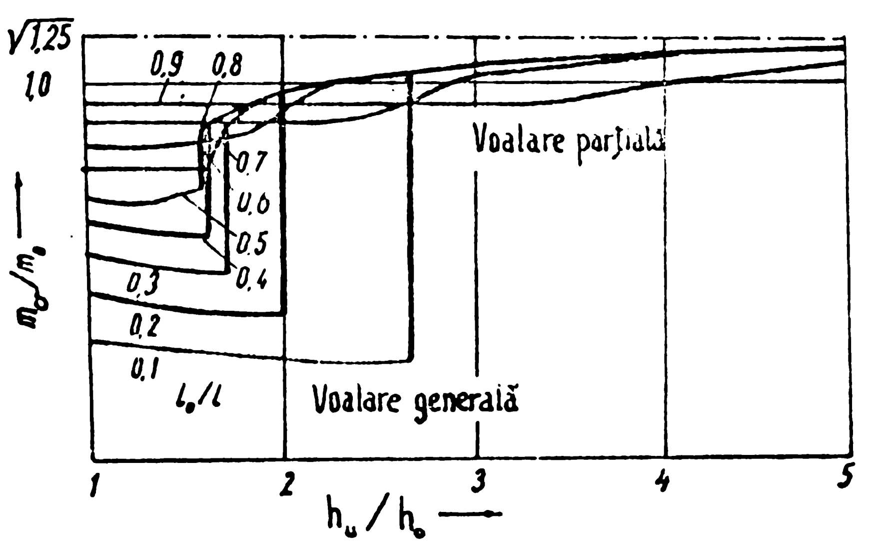


Fig.(III.7) : Cilindru cu 2 tronsoane : Coeficientul de voalare m_{cr}/m_o

voalare de la cilindru cu 2 , 3 şi 6 tronsoane. Dacă se ia în considerare presiunea de voalare pe tronsonul superior cu marginea inferioară fixată radial, valorile acestei presiuni de voalare tind din nou către voalarea limită 1,25 cînd creşte grosimea peretelui. (Fig.III.8)

Cilindrul cu mai multe tronsoane dă aici valori mai mici ale presiunii de voalare în voalarea parţială, deoarece tronsoanele cu aceeaşi lungime L_o sînt mai slab sprijinite cu următoarele tronsoane, decît la cilindrul cu 2 tronsoane. Presiunea de voalare se modifică totuşi dacă grosimea peretelui celei de al - 2-lea tronson ajunge la grosimea h_2 (Fig.III.9). Curbele sînt din voalarea parţială se unesc dintr-o singură ramură în care intră şi ramurile voalării de ansamblu. De aici se recunoaşte influenţa celui de al doilea tronson care, la o grosime a peretelui $h_2/h_0 \approx 1{,}50$ asigură voalarea parţială. In figura (III.10) sînt arătate presiunile de voalare pentru un cilindru cu trei tronsoane a cărui grosime liniară a fost variată. La cilindrul cu grosimea constantă de perete pînă la grosimea peretelui 1 : 1,5 : 2 este predominantă voalarea de ansamblu. La creşterea în continuare a grosimii peretelui, presiunea de voalare se apropie de tronsonul superior, care este fixat radial la marginea inferioară, hotărîtoare este voalarea parţială.

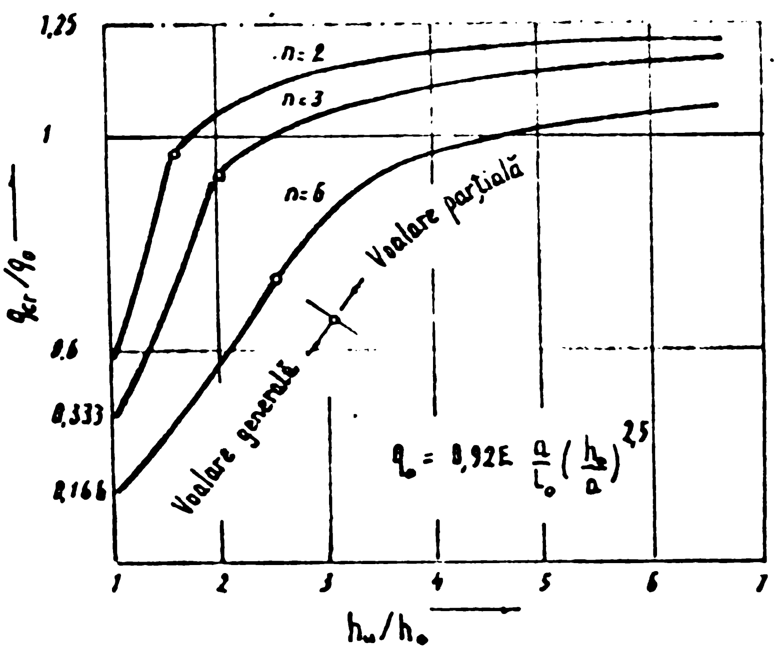


Fig.III.8. : Cilindru cu micşorarea liniară treptată a grosimii peretelui : presiunea de voalare q_{cr}/q_0

III.2.2. Calculul practic al voalării rezervoarelor cilindrice verticale sub presiunea exterioară uniformă

a) Calculul voalării după DIN 4119

DIN 4119 deduce cilindrul cu grosimea peretelui variabilă la un cilindru echivalent cu care poate fi înlocuit, care este alcătuit din 2 tronsoane de aceeaşi lungime. Prin aceasta se calculează grosimile h_u^* şi h_o^* fictive ale pereţilor h şi h_1 cilindrului echivalent

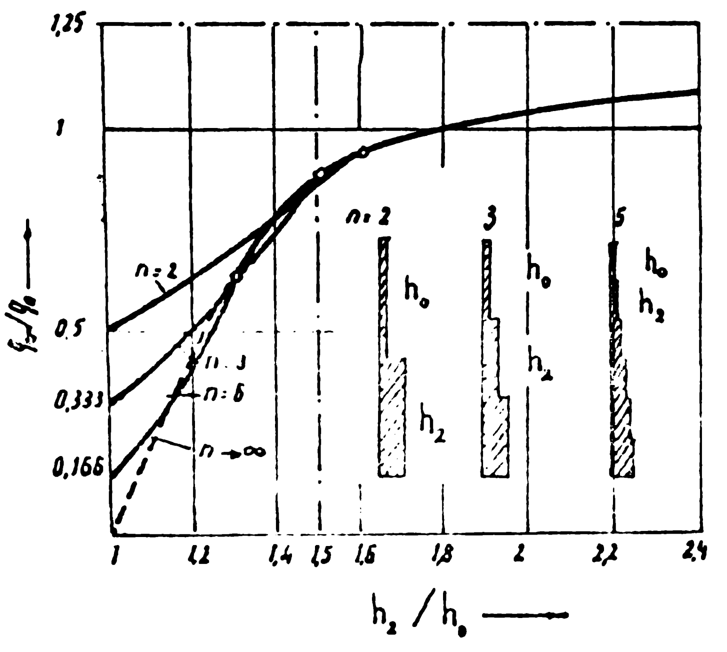


Fig.9. Cilindru cu micşorarea liniară treptată a grosimii peretelui : dependenţa presiunii de voalare de h_2/h_0

prin mijlocirea grosimii pereţilor părţii superioare şi inferioare. Presiunea critică stabilită ca în /65/ pentru cilindrul dublu, depinde de formula de voalare pentru cilindrul cu grosimea peretelui h_o^* şi lungimea totală L prin mărirea coeficientului β care depinde de h_u^* / h_o^* . La grosimea pereţilor $h_u^*/ h_o^* < 1,50$, presiunea de voalare dintr-un cilindru echivalent va fi distribuită pe toată lungimea unde pereţii au grosimea constantă h_m. Presiunea voalării după teoria liniară rezultă pentru :

$$\frac{h_u^*}{h_o^*} < 1{,}50 \quad \text{la} \quad q = 0{,}92\ E\ \frac{a}{L}\ \left(\frac{h_m}{a}\right)^{2,5} \qquad \text{(III.17a)}$$

şi pentru

$$\frac{h_u^*}{h_o^*} > 1{,}50 \quad \text{la} \quad q = 0{,}92\ E\ \left(\frac{h_o^*}{a}\right)^{2,5} \cdot \beta$$

Influenţa teoriei neliniare a prevoalării va fi redusă la 70 % din voalare.

b) Calculul voalării după BS 2654

BS 2654 deduce cilindrul cu grosimea peretelui variabilă peste cilindrul echivalent cu grosimea peretelui constantă h_o. Influenţa tronsonului celui mai gros cu grosimea peretelui h_i prin reducerea lungimii tronsonului L_i depinde de $(h_o/h_i)^{2,5}$ astfel ca cilindrul echivalent să aibă o lungime $L^* = \sum L_i (h_o/h_i)^{2,5}$ mai mică decît rezervorul principal Ca criteriu de voalare se defineşte o lungime variabilă admisă a cilindrului. Presiunea de voalare calculată din cele de mai sus, corespunde, în cazul cilindrilor cu grosimea peretelui con -

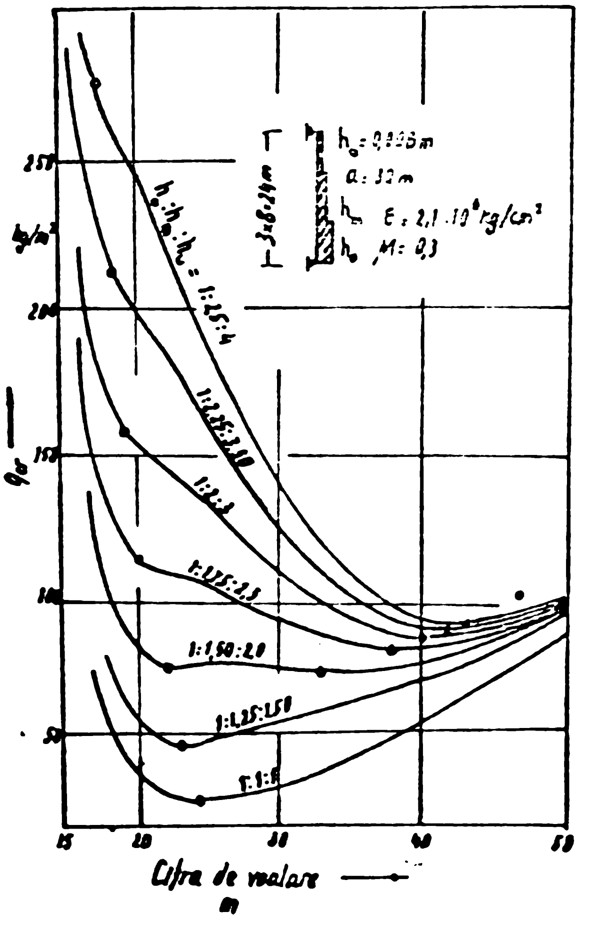


Fig.III.10.: Cilindru cu trei tronsoane. Influenţa creşterii grosimii peretelui la micşorarea treptată liniară.

stantă h_o şi lungimea redusă L^*:

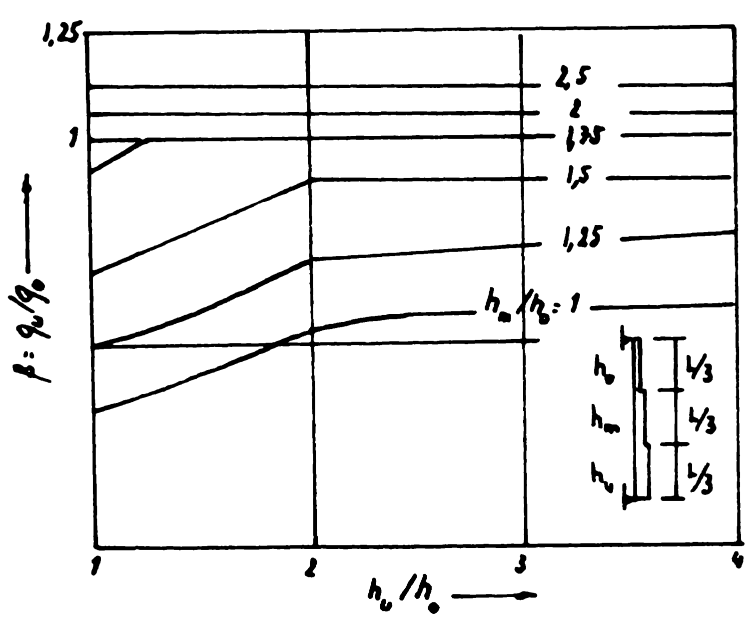
$$q = 0{,}92\ E\ \frac{a}{L^*}\left(\frac{h_o}{a}\right)^{2,5} \qquad (III.17b)$$

c) <u>Calculul voalării după metoda lui Resinger F. şi Greiner R.</u>

Resinger F. şi Greiner R./45/ au elaborat o metodă de calcul practic al voalării şi care se aseamănă cu cel din DIN 4119. La aceasta se foloseşte ca bază un cilindru echivalent cu trei tronsoane cu grosime de perete mijlocie ale cărui presiuni de voalare se calculează în condiţiile clasice q_o şu un coeficient $\beta = q_{cr}/q_o$.

$$q_{cr} = 0{,}92\ E\ \frac{a}{L_o}\left(\frac{h_o}{a}\right)^{2,5} \cdot \beta \qquad (III.17c)$$

Coeficientul β depinde de lungimea tronsonului L_o, L_m şi L_u ca şi de grosimea peretelui h_o, h_m şi h_u a cilindrului echivalent cu 3 tronsoane cu lungimea totală L şi care a fost stabilit după teoria liniară a pînzei /47/ pentru parametrul din domeniul practic.



Coeficienţii β ai cilindrilor cu 3 tronsoane de aceeaşi lungime şi pentru cilindrul cu $L_o/L = 0{,}6$ şi $L_m/L = L_u/L = 0{,}2$ se arată în figurile (III.11)şi (III.12).

Fig.III.11. Valoarea a cilindrului cu 3 tronsoane de aceeaşi lungime

Grosimea medie a peretelui, pentru aprecierea grosimii fictive a cilindrilor echivalent cu 3 tronsoane, trebuie să rezulte în aşa fel încît să fie posibile numai voalări simple sau domenii stabile într-un tronson. Lungimea tronsonului superior L_o ca criteriu de limitare a domeniului de voalare se stabileşte :

$h_i/h_{min} > 1,5$: lungimea fictivă a tronsonului superior L_o se termină la marginea de sus a tronsonului al cărei grosime h_i depăşeşte de 1,5 ori valoarea minimă a grosimii peretelui.

Această limitare poate fi, în cazul general, numai asemănare cu micşorarea neuniformă a grosimii peretelui. Pentru stabilirea celorlalte măsurători ale cilindrului echivalent cu 3 tronsoane se foloseşte următoarea regulă:

Pentru lungimea fictivă a tronsonului superior $L_o \leq L/3$, rămîne lungimea tronsonului mijlociu $L_m = L_o$ iar pentru L_u rămîne restul lungimii. Pentru cazul $L/3 < L_o < L/2$ se împarte restul lungimii în părţi egale la L_m şi L_u astfel încît $L_m = L_u = 0,5(L - L_o)$.

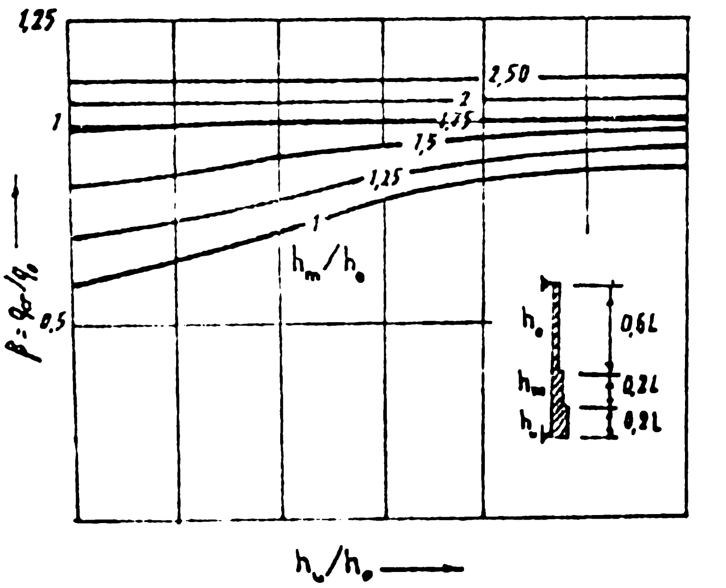


Fig.III.12 Valorile lui pentru cilindri cu trei tronsoane cu $L_o/L = 0,6$; $L_m/L = L_u/L = 0,2$

Pentru $L_o > 0,5\ L$ se arată un studiu pentru micşorări treptate a grosimii pereţilor cu o limitare a lungimii tronsonului superior L_o cu 0,5 L în concordanţă cu micşorarea treptată a jumătăţii inferioare a cilindrului. Rezultatele obţinute ne ajută la stabilirea mai uşoară a coeficientului β . Pentru stabilirea fictivă a grosimii pereţilor h_o , h_m şi h_u se recurge la reprezentarea geometrică a lungimii tronsoanelor.

Coeficientul β este reprezentat în diagramă (fig. III.13) în concordenţa cu raportul L_o/L şi h_m/h_o.

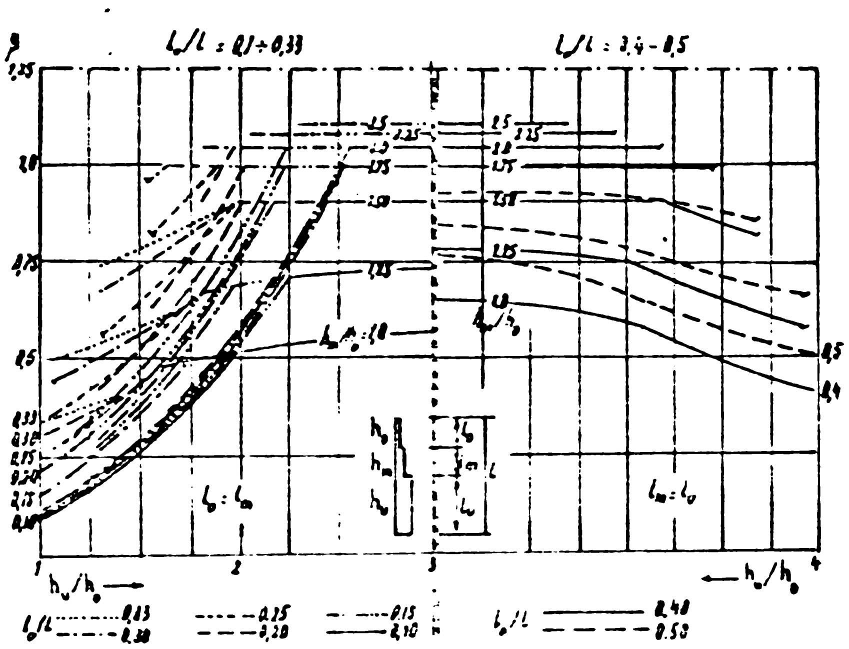


Fig.III.13 : Valorile lui β pentru cilindri cu 3 tronsoane în metoda de calcul a lui Resinger F.li Greiner R.

Pentru valori intermediare aceste rapoa̶te pot fi interpolate liniar. Valorile lui β sînt cuprinse între 0,1 şi 0,25 , astfel încît presiunea critica se referă la fiecare din tronsoanele cuperioare ale cilindrului echi - valent.

Această diferenţă formată este bazată pe reprezentarea coeficientului β , la alegerea reprezentării , curba valorii β se apropie pentru un h_m/h_o fixat şi pentru diferite valori L_o/L cu mărimea lui h_u/h_o, iar apoi se unesc într-o curbă comună.

O micşorare generală cu 70 % din presiunea de voalare, ţinînd seamă de influenţa teoriei neliniare a prevoalării ne dă asemanări cu presiunea minimă a voalării.

d) <u>Comparaţia rezultatelor de calcul după metoda lui Resinger F., Greiner R. şi DIN 4119, BS 2654</u>

In /47/, Greiner R. a studiat sistematic voalarea rezervoarelor pentru un rînd de rezervoare cu diametru de 20 m pînă la 60 m şi înălţime 1 , 16 şi 20 m. Grosimile pereţilor sînt acceptate la presiunea statică interioară pentru cilindrii confecţionaţi din St 37 (σ_c = = 22 kg/mm^2) sau din oţel dur Aldur 58 (σ_c = 41 kg/mm^2). Grosimile pereţilor pentru rezervoare din St 37 sînt date în tabelul (III.6).

Tabelul III.6.: Dimensiunile pentru rezervoarele din St 37

Înălţimea 12 m								
Exemplul Nr.	1.1	1.2.	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
Diametrul (m)	20	30	30	40	40	50	50	60
	5	5	6	6	7	7	8	8
Grosimea	5	6	6	7	7	9	9	11
tronsonului	6	8	8	11	11	13	13	16
de 2 m în mm	7	10	10	13	13	16	16	19
	8	12	12	16	16	19	19	23
	10	14	14	19	19	23	23	28

Tabelul III.6 (continuare)

Inălţimea = 16 m								
Exemplul Nr.	2.1.	2.22	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8
Diametrul (m)	20	30	30	40	40	50	50	60
	5	5	6	6	7	7	8	8
Grosimea	5	6	6	7	7	9	9	11
tronsonului	7	11	11	14	14	17	17	21
de 2 m în mm	8	12	12	16	16	19	19	23
	10	14	14	19	19	23	23	28
	11	16	16	22	22	27	27	36

Inălţimea = 20 m								
Exemplul Nr.	3.1.	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8
Diametrul (m)	20	30	30	40	40	50	50	60
	5	5	6	6	7	7	8	8
Grosimea	5	6	6	7	7	9	9	11
tronsonului	6	8	8	11	11	13	13	16
de 2 m în mm	7	11	11	14	14	17	17	22
	9	13	13	17	17	22	22	26
	10	14	14	19	19	23	23	28
	11	16	16	22	22	27	27	36
	13	19	19					

Cilindrii au fost concepuţi după teoria liniară a voalării a lui Greiner R. şi după calculul din DIN 4119 şi BS 2654, iar rezultatele au fost comparate cu presiunea voalării practice. Figura (III.14) arată presiunea voalării pentru oţelul St 37. Valorile din DIN 4119 sînt mai mari, iar cele din BS 2654 mai scăzute decît valorile după /47/. In afara de aceasta se constată o ridicare a presiunii de voalere după DIN 4119 la creşterea înălţimii cilindrilor şi creşterea grosimii tronsonului inferior.

Aceasta rezultă aşa cum se arată în continuare, prin aplicarea tronsonului pe porţiunea cu grosime mijlocie a peretelui. Figurile de voalare din /47/ şi Fig.(III.15) arată concis că tronsoanele inferioare nu mai pot fi influenţate pentru că tronsoanele mijlocii preiau curbura peretelui.

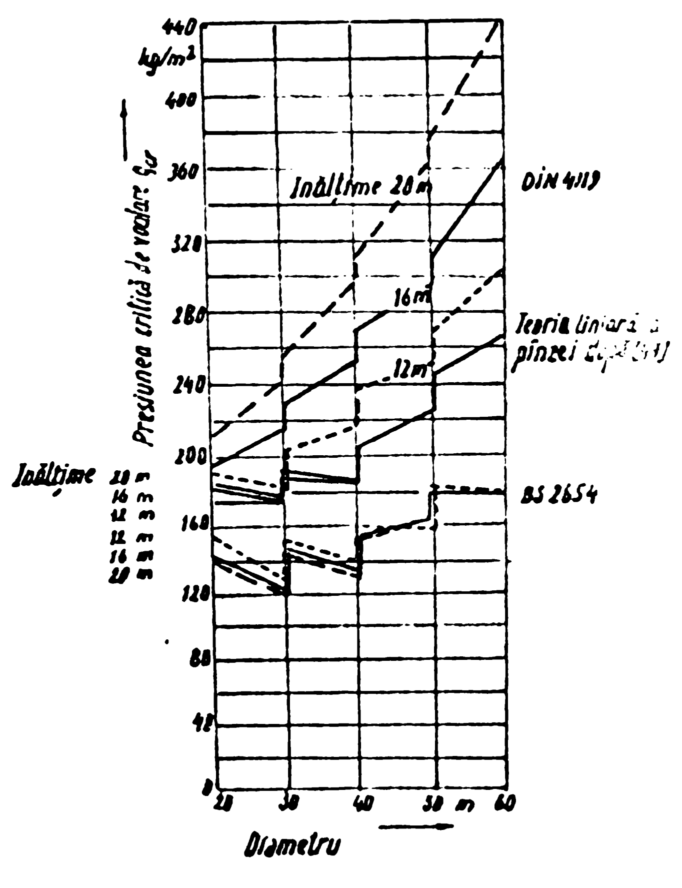


Fig.III.14 : Compararea presiunii de voalare pentru cilindri din St 37.

In Fig.III.16 s-a arătat compararea presiunii de voalarea pentru cilindri din oţel dur Aldur 58. Aici diferenţele sînt mai mici, rezultă din creşterea grosimii peretelui. La acestea, partea exterioară a cilindrului este voalată pe toată înălţimea, ceea ce reiese şi din calculul peste toată înălţimea, grosimea peretelui fiind medie.

In comparaţie cu calculele mai exacte ale lui Greiner R., pentru cilindri cu micşorarea treptată a grosimii peretelui s-au constatat nişte diferenţe mai mari decît în normativele voalării DIN 4119 şi BS 2654. In timp ce aceste diferenţe din BS 2654 sînt acceptate deoarece nu se

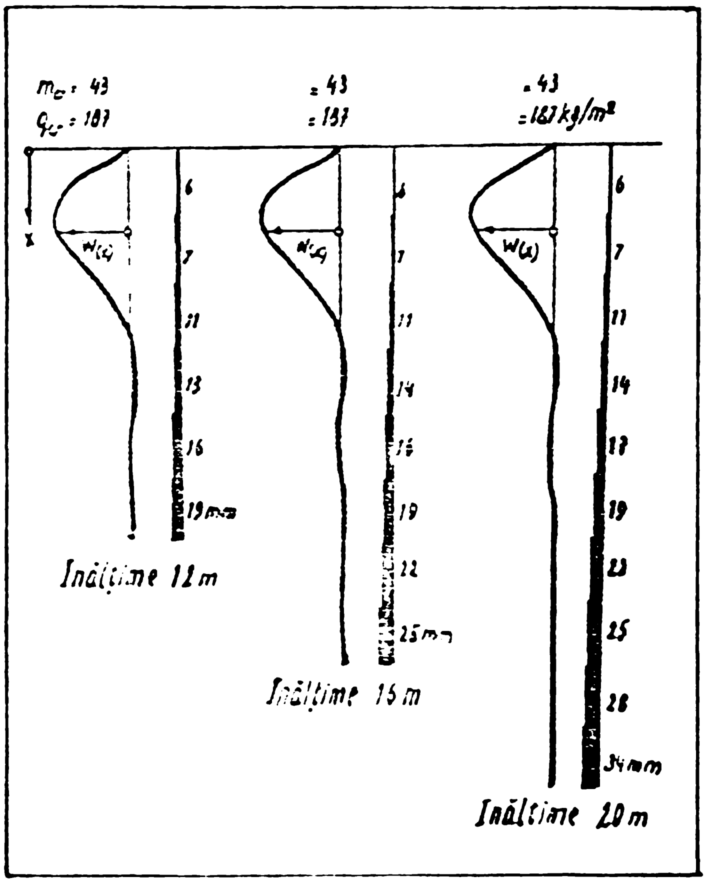


Fig.III.15 : Figurile voalării w = (x)cos m φ pentru cilindri din St 37 cu diametrul de 40 m şi diferite înălţimi

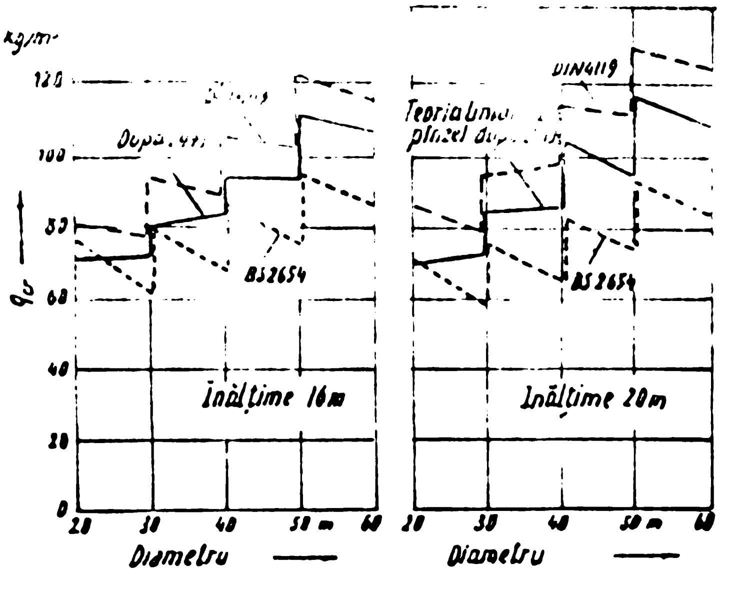


Fig.III.16 : Compararea presiunii de voalare pentru cilindri din Aldur 58.

modifică, cele din DIN 4119 se reduc la studierea /65/, /66/ şi totuşi în domeniul lor de aplicabilitate depăşesc limita pînă la /65/ şi /66/ a mai multor cilindri cu grosimea pereţilor micşorat treptat prin cilindri echivalenţi cu 2 sau 3 tronsoane cu grosime medie constantă. Această limită /66/ s-a stabilit pentru cilindri cu grosimea peretelui micşorată treptat liniar, cu grosimea peretelui $h_u/h_o \approx 3$ pe cînd în DIN 4119 valoarea fictivă h_u^* / h_o^* poate ajunge pînă la 3, admite totuşi valori mai mari h_u/h_o. (În cazul cilindrilor cu micşorarea treptată a grosimii peretelui cu 6 tronsoane, corespunde pentru $h_u^* / h_o^* = 3$, valoarea $h_u/h_o = 11$).

IV. VOALAREA PÎNZELOR CILINDRICE CIRCULARE SUB ACŢIUNEA VÎNTULUI

IV.1. Calculul voalării sub acţiunea vîntului cu propunerea deformaţiei semi-inextensibile a cilindrului.

O dată cu Langhaar H.L. şi Miller P.E./54/ ; Yung - shih-Wang şi David P. Billington /55/ au presupus că, în acest caz, deformaţia cilindrului este semi-inextensibilă şi la formulare, mulţi termeni au fost menţinuţi. Cu aceasta metodă, Yung-shih-Wang şi David P.Billington au tras concluzia că modul de voalare simetrică şi antisimetrică care aceeaşi presiune de voalare.

IV.1.1. Ecuaţiile de echilibru de stabilitate ale pînzei cilindrice sub presiunea laterală

Dacă se notează ca în § II.2.2. :

$\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$: Deformaţia axială , tangenţială, radială adimensională.

x : Coordonată axială adimensională $\bar{x} = \frac{x}{a}$

Ecuaţiile de echilibru neliniare ale lui Timoshenko (III-1a...III-1e) devin :

$$\frac{\partial \bar N_x}{\partial \bar x} + \frac{\partial \bar N_{x\varphi}}{\partial \varphi} - \bar Q_x \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \bar x^2} - \bar Q_\varphi \left(\frac{\partial \bar v}{\partial \bar x} + \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \bar x \partial \varphi} \right) - \bar N_\varphi \left(\frac{\partial^2 \bar v}{\partial \bar x \partial \varphi} - \right.$$

$$\left. - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar x}\right) = 0 \qquad \text{(III.18.a)}$$

$$\frac{\partial \bar N_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \bar N_{x\varphi}}{\partial \bar x} + \bar N_x \frac{\partial^2 \bar v}{\partial \bar x^2} - \bar Q_x \left(\frac{\partial \bar v}{\partial \bar x} + \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \bar x \partial \varphi} \right) + \bar N_{x\varphi} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \bar x \partial \varphi} - \right.$$

$$\left. - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar x} \right) - \bar Q_\varphi \left(1 + \frac{\partial \bar v}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \varphi^2} \right) = 0 \qquad \text{(III.18.b)}$$

$$\frac{\partial \bar Q_x}{\partial \bar x} + \frac{\partial \bar Q_\varphi}{\partial \varphi} + 2 \bar N_{x\varphi} \left(\frac{\partial \bar v}{\partial \bar x} + \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \bar x \partial \varphi} \right) + \bar N_x \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \bar x^2} +$$

$$+ \bar N_\varphi \left(1 + \frac{\partial \bar v}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{aq}{D} = 0 \qquad \text{(III.18c)}$$

$$\frac{\partial \bar M_{x\varphi}}{\partial \bar x} + \frac{\partial \bar M_\varphi}{\partial \varphi} + \bar M_x \frac{\partial^2 \bar v}{\partial \bar x^2} + \bar M_{x\varphi} \left(\frac{\partial^2 \bar v}{\partial \bar x \partial \varphi} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar x} \right) - \frac{1}{K} \bar Q_\varphi = 0 \qquad \text{(III18d)}$$

$$\frac{\partial \bar M_{x\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \bar M_x}{\partial \bar x} - \bar M_x \frac{\partial^2 \bar v}{\partial \bar x^2} - \bar M_\varphi \left(\frac{\partial^2 \bar v}{\partial \bar x \partial \varphi} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar x} \right) - \frac{1}{K} \bar Q_x = 0 \qquad \text{(III.18e)}$$

în care :

$$(\bar N_x, \bar N_\varphi, \bar N_x , \bar Q_\varphi) = \frac{1}{D} \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_\varphi, \tau_{x\varphi}, \tau_{xz}, \tau_{\varphi z}) dz \qquad \text{(III.19a)}$$

$$(\bar M_x, \bar M_\varphi, \bar M_{x\varphi}) = \frac{a}{K} \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_\varphi, \tau_{x\varphi}) z dz \qquad \text{(III.19b)}$$

sînt rezultantele forțelor adimensionale și momentele adimensionale respective.

Expresiile eforturilor și momentelor în funcție de deplasări au formele :

$$\bar N_x = \frac{\partial \bar u}{\partial \bar x} + \mu \left(\frac{\partial \bar v}{\partial \varphi} - \bar w \right) \qquad \bar M_x = - \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \bar x^2} - \mu \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \varphi^2} \right)$$

$$\bar N_\varphi = \frac{\partial \bar v}{\partial \varphi} - \bar w + \mu \frac{\partial \bar u}{\partial \bar x} \quad ; \quad \bar M_\varphi = - \mu \frac{\partial^2 \bar w}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial \bar v}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \varphi^2} \right)$$

$$\bar N_{x\varphi} = \frac{(1-\mu)}{2} \left(\frac{\partial \bar u}{\partial \varphi} + \frac{\partial \bar v}{\partial \bar x} \right) \quad ; \quad \bar M_{x\varphi} = \frac{(1-\mu)}{2} \left(\frac{\partial \bar v}{\partial \bar x} + 2 \frac{\partial^2 \bar w}{\partial \bar x \partial \varphi} \right)$$

(III.20)

Considerăm N_x^0 ... M_x^0 ... w^0 etc .. a fi valoarea prevoelată a rezultantelor forţelor, momentelor şi deplasărilor şi $N_x^0 + n_x$, $M_x^0 + m_x$, $w^0 + w_1$ ... etc ... a fi valorile la voalere. Acestea trebuie să fie satisfacute de ecuaţiile (III.18). Diferenţa dintre două seturi de ecuaţii deci constituie ecuaţiile de echilibru la voalare. Pentru a simplifica formularea, s-a propus ca forţele prevoalate să fie reprezentate prin soluţie de membrană şi deformaţie prevoalată fiind mică se neglijează. Sub aceste propuneri şi neglijind produsul mic al valorilor incrementale $n_x \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2}$ etc.

Ecuaţiile de echilibru devin :

$$\frac{\partial n_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial n_{x\varphi}}{\partial \varphi} - N_{x\varphi}^0 \frac{\partial^2 v_1}{\partial \bar{x}^2} - N_\varphi^0 \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial \bar{x}\,\partial \varphi} - \frac{\partial w_1}{\partial \bar{x}} \right) = 0$$

$$\frac{\partial n_{x\varphi}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial n_\varphi}{\partial \varphi} + N_x^0 \frac{\partial^2 v_1}{\partial \bar{x}^2} + N_{x\varphi}^0 \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial \bar{x}\,\partial \varphi} - \frac{\partial w_1}{\partial \bar{x}} \right) -$$

$$- k \left(\frac{\partial m_{x\varphi}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} \right) = 0 \qquad \text{(III.21)}$$

$$k \left(\frac{\partial^2 m_x}{\partial \bar{x}^2} - 2 \frac{\partial^2 m_x}{\partial \bar{x}\,\partial \varphi} + \frac{\partial^2 m_\varphi}{\partial \varphi^2} \right) + 2 N_{x\varphi}^0 \left(\frac{\partial v_1}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}\,\partial \varphi} \right) +$$

$$+ N_x^0 \frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}^2} + N_\varphi^0 \left(\frac{\partial v_1}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial \varphi^2} \right) + n_\varphi = 0$$

Aici q_x şi q_φ au fost eliminate din ecuaţii.

Relaţiile rezultante-deplasări sînt date de :

$$n_x = \frac{\partial u_1}{\partial \bar{x}} + \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} - w_1 \right) \qquad m_x = - \frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}^2} - \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial \varphi^2} \right)$$

$$n_\varphi = \frac{\partial v_1}{\partial \varphi} - w_1 - \mu \frac{\partial u_1}{\partial \bar{x}} \qquad m_\varphi = - \frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}^2} - \left(\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial \varphi^2} \right)$$

$$n_{x\varphi} = \frac{(1-\mu)}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_1}{\partial \bar{x}} \right) \qquad m_{x\varphi} = - \frac{(1-\mu)}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial \bar{x}} + 2 \frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}\,\partial \varphi} \right)$$

$$\text{(III.22)}$$

Condiţiile de margini pentru fiecare extremitate a pînzei (la x/a = 0 şi x/a = $\bar{L}$ $\bar{L}$: lungimea adimensionelă a pînzei).

$$
\begin{array}{llll}
u_1 = 0 & \text{sau} & n_x = 0 & \\
v_1 = 0 & \text{sau} & n_x - \bar{k}\, m_{x\varphi} = 0 & \text{(III.23)} \\
w_1 = 0 & \text{sau} & \dfrac{\partial m_x}{\partial \bar{x}} + 2\,\dfrac{\partial m_{x\varphi}}{\partial \varphi} = 0 & \\
\dfrac{\partial w_1}{\partial \bar{x}} = 0 & \text{sau} & m_x = 0 &
\end{array}
$$

IV.1.2. Deformația semi-inextensibilă

Cînd cilindrul voalează în modul inaxialsimetric, deformația circumferențială apare în unde. Pentru simplificarea ecuațiilor, se propune că deformația de voalare să fie inextensibilă în direcția circumferențială, deci :

$$\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} = w_1 \qquad \text{(III.24)}$$

Pentru un sistem neliniar (ecuațiile III.21) se elimină n_φ prin introducerea ecuației a treia (III.21) în cea de a doua și prin punerea lui w_1 în loc de $\dfrac{v_1}{}$, Deci:

$$\frac{\partial n_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial n_{x\varphi}}{\partial \varphi} - N^o_{x\varphi}\,\frac{\partial^2 v_1}{\partial \bar{x}^2} = 0 \qquad \text{(III.25)}$$

$$\bar{k}\left(\frac{\partial^2 m_x}{\partial \bar{x}^2} + 2\,\frac{\partial^3 m_x}{\partial \bar{x}\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 m_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial m_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi}\right) -$$

$$- \frac{\partial n_{x\varphi}}{\partial \bar{x}} - N^o_x\,\frac{\partial^2 v_1}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left[2N^o_x\left(\frac{\partial v_1}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}\partial \varphi}\right) +\right.$$

$$\left. + N^o_x\,\frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}^2} + N^o_\varphi\left(w_1 + \frac{\partial^2 w_1}{\partial \varphi^2}\right)\right] = 0$$

Relațiile rezultante - deplasări devind :

$$n_x = \frac{\partial u_1}{\partial \bar{x}} \qquad m_x = -\,\frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}^2} - \mu\left(w_1 + \frac{\partial^2 w_1}{\partial \varphi^2}\right)$$

$$n_{x\varphi} = \frac{(1-\mu)}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_1}{\partial \bar{x}}\right) \qquad m_\varphi = -\,\mu\frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}^2} - \left(w_1 + \frac{\partial^2 w_1}{\partial \varphi^2}\right)$$

$$m_x = -\frac{(1-\mu)}{2}\left(\frac{\partial v_1}{\partial \bar{x}} + 2\frac{\partial^2 w_1}{\partial \bar{x}\partial \varphi}\right) \qquad \text{(III.26)}$$

Condițiile de margini se reduc la :

$$u_1 = 0 \quad \text{sau} \quad n_x = 0$$
$$v_1 = 0 \quad \text{sau} \quad s_x = 0 \qquad \text{(III.27)}$$
$$\frac{\partial w_1}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \text{sau} \quad m_x = 0$$

în care :

$$s_x = -\bar{k}\left(m_{x\varphi} + \frac{\partial m_x}{\partial \bar{x}} + 2\frac{\partial^2 m_x}{\partial \varphi^2}\right)$$ este forța

de lunecare pe margini.

IV.1.3. <u>Expresia sub formă de serie circumferențială</u>

Propunem ca forța p este constantă de-a lungul axei cilindrului. Deci aceasta poate fi dezvoltată în seria Fourrier circumferențială :

$$p = p_o \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos n\varphi \qquad \text{(III.28)}$$

în care p_o ; presiune dinamică de bază
C_n ; Coeficientul adimensional al n-lea component.

Forțele rezultante prevalate rezolvate de teoria de membrană au formele :

$$N_x^o = \lambda \bar{k} \sum_{n=0}^{\infty} N_x^{(n)} \cos n\varphi$$
$$N_\varphi^o = \lambda \bar{k} \sum_{n=0}^{\infty} N_\varphi^{(n)} \cos n\varphi \qquad \text{(III.29)}$$
$$N_{x\varphi}^o = \lambda \bar{k} \sum_{n=0}^{\infty} N_{x\varphi}^{(n)} \sin n\varphi$$

în care :

$$N_x^{(n)} = C_n\left(-\frac{n^2}{2}\bar{x}^2 + P_1\bar{x} + P_2\right) \qquad \text{(III.30a)}$$
$$N_\varphi^{(n)} = -C_n \qquad \text{(III.30b)}$$
$$N_{x\varphi}^{(n)} = C_n\left(-n\bar{x} + P_1\right) \qquad \text{(III.30c)}$$

$$\lambda = \frac{a^3 p_o}{K} \qquad \text{(III.30.d)}$$

Aici P_1, P_2 : Constantele de integrare care sînt determinate de două condiţii de margini.

Se presupune deformaţia următoare de voalare care este simetrică cu presiunea respectivă :

$$u_1 = \sum_{k=1}^{\infty} u^{(k)} \cos k\varphi$$
$$v_1 = \sum_{k=1}^{\infty} v^{(k)} \sin k\varphi \qquad \text{(III.31)}$$
$$w_1 = \sum_{k=1}^{\infty} w^{(k)} \cos k\varphi$$

Ecuaţia (III.24) cere ca pentru fiecare k, trebuie:

$$v^{(k)} = w^{(k)} / k$$

Relaţiile rezultante - deplasări devin pentru fiecare k:

$$n_x^{(k)} = \frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial \bar{x}}$$
$$n_{x\varphi}^{(k)} = \frac{(1-\mu)}{2} \left[-ku_1^{(k)} + \frac{1}{k} \frac{\partial w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}} \right] \qquad \text{(III.32)}$$
$$m_\varphi^{(k)} = -\mu \frac{\partial^2 w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^2} + (k^2 - 1) w_1^{(k)}$$
$$m_{x\varphi}^{(k)} = \frac{(1-\mu)}{2} \frac{2k^2-1}{k} \frac{\partial w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}}$$

şi condiţiile de margini pentru fiecare k :

$$u_1^{(k)} = 0 \quad \text{sau} \quad n_x^{(k)} = 0$$
$$w_1^{(k)} = 0 \quad \text{sau} \quad s_x^{(k)} = 0 \qquad \text{(III.33)}$$
$$\frac{\partial w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \text{sau} \quad m_x^{(k)} = 0$$

în care :

$$s_x^{(k)} = n_x^{(k)} + E \left[(2k^2-1)\, m_{x\varphi}^{(k)} + k \frac{\partial m_x^{(k)}}{\partial \bar{x}} \right]$$

Inlocuind ecuaţiile (III.29) şi (III.32) în (III.25) avem ecuaţiile de echilibru ale deplasărilor :

$$\sum_k \left[\frac{\partial^2 u_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^2} - \frac{(1-\mu)}{2} k^2 u_1^{(k)} + \frac{(1-\mu)}{2} \frac{\partial w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}} \right] \cos k\varphi -$$

$$- \lambda \bar{k} \sum_k \sum_n N_{x\varphi}^{(n)} \frac{\partial^2 w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^2} \frac{1}{k} \sin n\varphi \sin k\varphi = 0$$

(III.34)

$$\sum_k \Bigg\{ k \frac{\partial^4 w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^4} - \left[2k(k^2-1) + \frac{(1-\mu)}{2k} \left(\frac{1}{k} + 1 \right) \right] \frac{\partial^2 w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^2} -$$

$$+ k (k^2-1)^2 w_1^{(k)} - \frac{(1-\mu)}{2} \frac{\bar{k}}{k} \frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial \bar{x}} \Bigg\} \sin k\varphi -$$

$$- \lambda \sum_k \sum_n \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ \left[N_x^{(n)} \frac{\partial^2 w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^2} - N_\varphi^{(n)} (k^2-1) w_1^{(k)} \right] \cos k\varphi \cos n\varphi - \right. \right.$$

$$\left. - 2N_{x\varphi}^{(n)} \left(\frac{k^2-1}{k} \right) \frac{\partial w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}} \sin k\varphi \sin n\varphi \right\} -$$

$$\left. - N_x^{(n)} \frac{\partial^2 w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^2} \frac{1}{k} \sin k\varphi \cos n\varphi \right) = 0 \qquad \text{(III.35)}$$

IV. 1.4. Voalerea pînzei cilindrice cu capetele încastrat -liber sub acţiunea vîntului

Rezultantele forţelor prevoalete în ecuaţiile (III.20) pentru cilindru încastrat-liber sînt :

$$N_x^{(n)} = C_n \frac{n^2}{2} (\bar{L} - \bar{x})^2$$

$$N_\varphi^{(n)} = - C_n \qquad \text{(III.36)}$$

$$N_{x\varphi}^{(n)} = - C_n\, n (\bar{L} - \bar{x})$$

Inlocuind ecuaţia (III.33) în ecuaţiile (III.34) şi (III.35), folosindu-se relaţiile trigonometrice sin k x

$x \sin n\varphi = (1/2)\left[\cos(k-n)\varphi - \cos(k+n)\varphi\right]$ şi luînd coeficientul pentru fiecare component Fourrier egal cu zero , obţinem :

$$\frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial \bar{x}^2} - \frac{(1-\mu)}{2} m^2 u^{(m)} - \frac{(1-\mu)}{2}\frac{\partial w_1^{(m)}}{\partial \bar{x}} - \lambda \bar{k} \sum_k C_{k+m}(k+m) +$$

$$+ C_{k-m}(k-m) - C_{m-k}(m-k)\,\frac{(\bar{L}-\bar{x})}{2k}\,\frac{\partial^2 w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^2} = 0 \qquad (III.37)$$

$$\frac{\partial^4 w_1^{(m)}}{\partial \bar{x}^4} - \left[2(m^2-1) + \frac{(1-\mu)}{2m^2}\left(\frac{1}{k}+1\right)\right]\frac{\partial^2 w_1^{(m)}}{\partial \bar{x}^2} +$$

$$+ (m^2-1)^2 w_1^{(m)} + \frac{(1-\mu)}{2k} u^{(m)} - \lambda \sum_k \Big\{\Big[C_{m-k}(m-k)^2 +$$

$$+ C_{k-m}(k-m)^2 + C_{k+m}(k+m)^2\Big]\frac{(\bar{L}-\bar{x})^2}{4}\,\frac{\partial^2 w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^2} +$$

$$+ (C_{m-k} + C_{k-m} + C_{k-m})\,\frac{(k^2-1)}{2}\, w_1^{(k)} + \Big[C_{m-k}(m-k) -$$

$$- C_{k-m}(k-m) - C_{k+m}(k+m)\Big]\frac{(k^2-1)}{k}(\bar{L}-\bar{x})\frac{\partial w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}} +$$

$$+ \frac{1}{m}\Big[C_{m-k}(m-k)^2 + C_{k-m}(k-m)^2 -$$

$$- \;—\; C_{k+m}(k+m)^2\Big]\frac{(\bar{L}-\bar{x})^2}{4k}\,\frac{\partial^2 w_1^{(k)}}{\partial \bar{x}^2} = 0 \qquad (III.38)$$

pentru $m = 2, 3, 4 \ldots\ldots\ldots$

Yung-shin-Wang şi David A. Billington au arătat că componentele cu $k > 10$, nu sînt importante pentru modul de voalare. Deci în ecuaţiile (III.37), (III.38) , termenii cu m sau k mai mare decît 10 sînt ignoraţi. Aceste două ecuaţii sînt neliniare şi nu este uşor să se găsească funcţiile de soluţie pentru $u_1^{(m)}$ şi $w_1^{(m)}$.

Ca o soluţie aproximativă, se încearcă ca şi în cazul presiunii uniforme funcţiile următoare :

$$w_1^{(k)} = a_k \left[A_{k1} e^{-\xi_k(\bar{L}-\bar{x})} + A_{k2} e^{-\xi_k \bar{x}} + A_{k3} e^{\eta_k \bar{x}} + \right.$$
$$\left. + A_{k4} e^{-\eta_k \bar{x}} + A_{k5} \cos \xi_k \bar{x} - A_{k6} \sin \xi_k \bar{x} \right] \qquad (III.39)$$

$$u_1^{(k)} = a_k \left[B_{k1} e^{-\xi_k(\bar{L}-\bar{x})} + B_{k2} e^{-\xi_k \bar{x}} + B_{k3} e^{\eta_k \bar{x}} + \right.$$
$$+ B_{k4} e^{-\eta_k \bar{x}} + B_{k5} \cos \xi_k \bar{x} + B_{k6} \sin \xi_k \bar{x} \qquad (III.40)$$

în care $\pm \xi_k$, $\pm \eta_k$ şi $\pm \xi_k^i$ sînt rădăcinile ecuaţiei caracteristice în cazul presiunii uniforme.

Funcţiile acestea satisfac condiţiile de margine dar nu satisfac ecuaţiile de echilibru (III.37) şi (III.38). Yung-shih-Wang şi David P. Billington, prin experienţa lor au arătat că termenii neliniari în ecuaţia (III.37) au o influenţă mică asupra ecuaţiei. Deci ecuaţia (III. 37) se poate reduce la ecuaţia următoare, care satisface soluţia încercată :

$$\frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial \bar{x}^2} - \frac{(1-\mu)}{2} m^2 u_1^{(m)} + \frac{(1-\mu)}{2} \frac{\partial w_1^{(m)}}{\partial \bar{x}} = 0 \qquad (III.41)$$

Intrucît funcţiile de soluţie (III.39),(III.40) nu satisfac ecuaţia (III.38), substituirea lor în (III.38) produce un reziduu. Integrînd reziduul pe lungimea pînzei şi egalînd integrala cu zero ne dă o ecuaţie aproximativă de echilibru, care dă o medie peste tot cilindrul. Substituind ecuaţiile (III.39), (III.40) în (III.38), integrînd ecuaţia rezultată cu $\bar{x}$ de la 0 pînă la $\bar{L}$ obţinem o ecuaţie sub formă de matrice :

$$(W - \lambda C)\, a = 0 \qquad (III.42)$$

în care W este matrice diagonală cu componentele :

$$W_{m-1,m-1} = \left. \frac{\partial^4 \bar{w}_1^{(m)}}{\partial \bar{x}^4} \right|_0^{\bar{L}} - \left[2(m^2-1) + \frac{(1-\mu)}{2m^2} \left(\frac{1}{k} + 1 \right) \right] \frac{1}{k}$$
$$\left. \frac{\partial \bar{w}_1^{(m)}}{\partial \bar{x}} \right|_0^{L} + (m^2-1) \int_0^{L} \bar{w}_1^{(m)} d\bar{x} + \frac{(1-\mu)}{2k} \left. u_1^{(m)} \right|_0^{L}$$

pentru $m = 2 \ldots 10$ (III.43)

Matricea C este generală 9 x 9 cu componentele ;

$$C_{(m-1)(k-1)} = \Big\{ (C_{m-k} + C_{k-m}) \Big[\frac{(m-k)^2}{2} (1 + \frac{1}{mk}) + \frac{k^2-1}{2} + (m-k) \frac{k^2-1}{k} \Big] + C_{k+m} \Big[\frac{(k+m)^2}{2} (1- \frac{1}{km}) + \frac{k^2-1}{2} - (m + k) \frac{k^2-1}{k} \Big] \Big\} x \int_0^{\bar{L}} \bar{w}_1^{(k)} \, d\bar{x} \qquad \text{(III.44)}$$

pentru $m , k = 2 , \ldots 10$

Vectorul a este un vector 9 x 1 , egal cu $(a_2,a_3,\ldots a_{10})^T$ şi ($\bar{w}_1^{(k)}$, $\bar{u}_1^{(k)} = \left[w_1^{(k)} , u_1^{(k)} \right] / a_k$ pentru $k = 2,\ldots 10$.

Valoarea lui λ care satisface ecuaţia (III.42) ne dă presiunea critică a pînzei.

IV.2. Calculul voalării pînzelor cilindrice sub acţiunea vîntului după metoda energetică

In anul 1962, Almroth B.O/50/ a publicat rezultatele studiate privind comportarea plăcii cilindrice subţire sub presiunea laterală neuniformă. S-a folosit /50/ metoda energetică. In 1973 , pe baza metodei lui Almroth B.O. ; Maderspach V., Gaunt J.T. şi Sword J.H. au elaborat procedeul de calcul al voalării plăcii cilindrice sub acţiunea vîntului /56/ , /71/.

IV.2.1. Ecuaţiile de deformaţii

Aici s-au folosit următoarele ecuaţii de deformaţii pentru analiza voalării a plăcii curbe foarte subţiri :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{2} (\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}})^2$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} - \bar{w} + \frac{1}{2} (\bar{v} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \varphi})^2$$

$$\gamma_{x\varphi} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} (\bar{v} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \varphi}) \qquad \text{(III.43)}$$

$$\chi_x = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2}$$

$$\chi_\varphi = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varphi^2} + \bar{w}$$

$$\chi_{x\varphi} = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \varphi}$$

Se presupune că comportarea prevoalată se poate determinată cu exactitate suficientă prin teoria liniară, atunci în ecuațiile de deformații (III.43) care reprezintă condițiile înainte de voalare, numai termenii liniari sînt menținuți.

In analiza voalarii, se adaugă deplasările virtuale și se folosesc următoarele ecuații de deformație :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial \bar{x}}\right)^2$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} - \bar{w} + \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \varphi} - \bar{\zeta} + \frac{1}{2}\left(\bar{\eta} + \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \varphi}\right)^2$$

$$\gamma_{x\varphi} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \bar{x}}\left(\bar{\eta} + \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \varphi}\right)$$

$$\chi_x = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial \bar{x}^2} \qquad \text{(III.44)}$$

$$\chi_\varphi = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \varphi^2} + \bar{w} + \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial \varphi^2} + \bar{\zeta}$$

$$\chi_{x\varphi} = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \varphi} + \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial \bar{x} \partial \varphi}$$

Aici $\bar{\xi} = \xi / a$: deplasare virtuală adimensională axială ;

$\bar{\eta} = \eta / a$: deplasare virtuală adimensională tangențială ;

$\bar{\zeta} = \zeta / a$: deplasare virtuală adimensională radială

Aceste ecuații de deformații sînt introduse în ecuația care reprezintă variația secundă a energiei potențiale a sistemului.

IV.2.2 Analiza prevoalată

In calculul deplasărilor prevoalate, se presupune că capetele pînzei sînt simplu rezemate (deplasările radiale şi tangenţiale sînt împiedicate)

Deplasările vor lua astfel formele următoare :

$$\bar{u} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} X_{mn} \cos \frac{n\pi\bar{x}}{\alpha} \cos m\varphi$$

$$\bar{v} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn} X_{mn} \sin \frac{n\pi\bar{x}}{\alpha} \sin m\varphi \quad \text{(III.45)}$$

$$\bar{w} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} X_{mn} \sin \frac{n\pi\bar{x}}{\alpha} \cos m\varphi$$

Aici $\alpha = L/a$

Capătul superior poate să aibă un inel de întărire, dar acest efect este presupus neglijabil pentru pînza relativ scurtă. După teoria liniară a pînzei, deformaţiile sînt :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}} = \sum\sum U_{mn} X_{mn} \left(-\frac{n\pi}{\alpha}\right) \sin \frac{n\pi\bar{x}}{\alpha} \cos m\varphi$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\partial\bar{v}}{\partial\varphi} - \bar{w} = \sum\sum X_{mn} (mV_{mn} - 1) \sin \frac{n\pi\bar{x}}{\alpha} \cos m\varphi$$

$$\gamma_{x\varphi} = \frac{\partial\bar{u}}{\partial\varphi} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}} = \sum\sum X_{mn} \left(-mU_{mn} + \frac{n\pi}{\alpha} V_{mn}\right) \cos \frac{n\pi\bar{x}}{\alpha} \sin m\varphi$$

$$\chi_x = \frac{\partial^2\bar{w}}{\partial\bar{x}^2} = -\sum\sum X_{mn} \left(\frac{n\pi}{\alpha}\right)^2 \sin \frac{n\pi\bar{x}}{\alpha} \cos m\varphi \quad \text{(III.46)}$$

$$\chi_\varphi = \frac{\partial^2\bar{w}}{\partial\varphi^2} + \bar{w} = \sum\sum X_{mn} (1-m^2) \sin \frac{n\pi\bar{x}}{\alpha} \cos m\varphi$$

$$\chi_{x\varphi} = \frac{\partial^2\bar{w}}{\partial\bar{x}\partial\varphi} = -\sum\sum X_{mn} \left(m \frac{n\pi}{\alpha}\right) \cos \frac{n\pi\bar{x}}{\alpha} \sin m\varphi$$

Atît U_{mn} cît şi V_{mn} sînt determinate prin folosirea ecuaţiilor lui Donnell .

$$\nabla^4\bar{u} = \frac{\partial^3\bar{w}}{\partial\bar{x}^3} - \frac{\partial^3\bar{w}}{\partial\bar{x}\partial\varphi^2}$$

$$\nabla^4\bar{v} = (2+\mu) \frac{\partial^3\bar{w}}{\partial\bar{x}^2\partial\varphi} + \frac{\partial^3\bar{w}}{\partial\varphi^3} \quad \text{(III.47)}$$

Introducînd expresiile pentru $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ din (III.45) în (III.47) , U_{mn} şi V_{mn} au forme :

$$U_{mn} = \frac{m^2\left(\frac{n\Pi}{\alpha}\right) - \mu\left(\frac{n\Pi}{\alpha}\right)^3}{\left[\left(\frac{n\Pi}{\alpha}\right)^2 + m^2\right]^2} \qquad \text{(III.48)}$$

$$V_{mn} = \frac{(2+\mu)m\left(\frac{n\Pi}{\alpha}\right)^2 + m^3}{\left[\left(\frac{n\Pi}{\alpha}\right)^2 + m^2\right]^2}$$

Coeficientul X_{mn} se poate determina prin a minimaliza energia potenţială a sistemului, adică prin rezolvarea ecuaţiei următoare :

$$\frac{\partial V}{\partial X_{mn}} = \frac{\partial}{\partial X_{mn}} (U_m + U_b + \Omega) = 0 \qquad \text{(III.49)}$$

Aici s-au folosit notaţiile :

V : energia potenţială totală a sistemului

U_m : energia deformaţiei membrane

U_b : energia deformaţiei de încovoiere

Ω : energia potenţială a sarcinii

Energia deformaţiei membranei este :

$$U_m = \frac{Ea^2h}{2(1-\mu^2)} \iint\limits_{\text{Suprafaţa}} \left[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_\varphi^2 + 2\,\varepsilon_x\varepsilon_\varphi + \frac{(1-\mu)\gamma^2}{2}{}_{x\varphi}\right] d\bar{x}\,d\varphi \qquad \text{(III.50)}$$

Energia deformaţiei de încovoiere este :

$$U_b = \frac{K}{2} \iint\limits_{\text{Suprafaţa}} \left[\chi_x^2 + \chi_\varphi^2 + 2\,\chi_x\chi_\varphi + 2(1-\mu)\chi_x^2\right] d\bar{x}\,d\varphi \qquad \text{(III.51)}$$

Energia potenţială a sarcinii este :

$$\Omega = a^3 \iint\limits_{\text{Suprafaţa}} p \left[-\bar{w} + \frac{1}{2}\left(w^2 + 2\,\bar{v}\,\frac{\partial \bar{w}}{\partial \varphi} + \bar{v}^2 - \right.\right.$$

$$- \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \bar{w} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \bar{u} \Big] \quad d\bar{x} d\varphi \qquad (III.52)$$

sau, după eliminarea termenilor neliniari, avem :

$$\Omega = - a^3 \iint_s p\bar{w} \quad d\bar{x} d\varphi \qquad (III.53)$$

p : presiune

Presiunea vîntului se poate lua după datele experimentele ale lui Purdy /28/ :

$$p = p_o \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} \quad \bar{x}^n \cos m\varphi \qquad (III.54)$$

Coeficienţii a_{mn} sînt daţi în tabelul (II.3).

Introducînd ecuaţia (III.54) şi (III.53), integrînd şi minimalizînd energia potenţiala după X_{mn}, avem :

$$\frac{\partial V}{\partial X_{mn}} = 0 = \Big\{ \frac{\pi E h a L}{2(1-\mu^2)} \Big[U_{mn}^2 \left(\frac{n\pi}{\alpha} \right)^2 + (m X V_{mn} - 1)^2 -$$

$$- 2\mu U_{mn} \left(\frac{n\pi}{\alpha} \right) + \frac{1-\mu}{2} \left(-m U_{mn} + \frac{n\pi}{\alpha} V_{mn} \right)^2 + \frac{\pi k \alpha}{2} \left(\frac{n\pi}{\alpha} \right)^4 + (m^2 - 1)^2$$

$$+ 2 \left(\frac{n\pi}{\alpha} \right)^2 (m^2 - \mu) \Big\} X_{mn} - \frac{\pi a^2 L}{2} a_{mn} \qquad (III.55)$$

Expresia aceasta permite calculele lui X_{mn} şi determinarea deplasărilor $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ în orice punct pe suprafaţa pînzei .

IV.2.3. <u>Analiza voalată</u>

Se alege următoarele componentele de deplasare virtuală :

$$\xi = \sum\sum U_{jk} A_{jk} \cos \frac{k\pi \bar{x}}{\alpha} \cos j\varphi$$

$$\eta = \sum\sum V_{jk} A_{jk} \sin \frac{k\pi \bar{x}}{\alpha} \sin j\varphi \qquad (III.56)$$

$$\zeta = \sum\sum A_{jk} \sin \frac{k\pi \bar{x}}{\alpha} \cos j\varphi$$

După ce s-au eliminat termenii neliniari din relațiile de echilibru în planul suprafeței plăcii, ecuațiile diferențiale pentru componentele deplasărilor devin :

$$\nabla^4 \xi = \mu \frac{\partial^3 \zeta}{\partial \bar{x}^3} - \frac{\partial^3 \zeta}{\partial \bar{x} \partial \varphi^2}$$

$$\nabla^4 \eta = (2+\mu) \frac{\partial^3 \zeta}{\partial \bar{x}^2 \partial \varphi} + \frac{\partial^3 \zeta}{\partial \varphi^3} \qquad \text{(III.57)}$$

Trecînd prin operații laborioase, variația secundă a energiei potențiale, arătate de Asdersprch V. și Guant J.W. are forma următoare :

$$\delta^2 V = \frac{\pi \alpha}{2} \sum_j \sum_k \Big\{ U_{jk}^2 \left(\frac{k\pi}{\alpha}\right)^2 + (jV_{1k} - 1)^2 -$$

$$- 2\mu U_{jk} \left(\frac{k\pi}{\alpha}\right)(jV_{jk} - 1) + \frac{1-\mu}{2}\left[\left(\frac{k\pi}{\alpha}\right)V_{jk} - jU_{jk}\right]^2 +$$

$$+ \frac{h^2}{12a^2}\left[\left(\frac{k\pi}{\alpha}\right)^2 \left\langle \left(\frac{k\pi}{\alpha}\right)^2 + 2(j^2-\mu) + (j^2 - 1)^2 \right\rangle\right]\Big\} A_{jk}^2 +$$

$$+ \sum_m \sum_n \sum_j \sum_k \sum_r \sum_s \Big\{ J1.K1 \Big[- U_{mn}\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^3 nks +$$

$$+ \mu(nV_{mn} - 1)\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 ks + J2.K2 \Big[-\mu U_{mn} \left(\frac{n\pi}{\alpha}\right) .$$

$$\cdot (V_{jk} - j)(V_{rs} - r) + (nV_{mn} - 1)(V_{jk} - j)(V_{rs} - r)\Big] +$$

$$+ J5.K5 \Big[(1-\mu)\left(\frac{n\pi}{\alpha} V_{mn} - mU_{mn}\right)\left(\frac{k\pi}{\alpha}\right)(V_{rs} - r)\Big]\Big\} A_{mn}A_{jk}A_{rs} +$$

$$+ \frac{(1-\mu^2)a}{Eh} p_o \sum_m \sum_j \sum_k \sum_r \sum_s \Big\{ J1 \Big[a_{mo} SX0 + a_{m1} SX1 +$$

$$+ a_{m2} SX2 + a_{m3} SX3 \Big]\left[1 - U_{jk}\left(\frac{k\pi}{\alpha}\right)\right] + J2(V_{jk}V_{rs} - 2rV_{jk}) .$$

Aici s-au folosit notațiile :

$$J1(m,j,r) = (\pi/2)(II_1 + II_2 + II_3 + II_4) \quad (III.59)$$

$$II_i = \begin{cases} 0 & K_i \neq 0 \\ 1 & K_i = 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} K_1 &= m + j + r \\ K_2 &= m + j + r \\ K_3 &= m - j + r \\ K_4 &= m + j - r \end{aligned}$$

$$K1(n,k,s) = (\alpha/2\pi)(H1_1 - H1_2 + H1_3 + H1_4)$$

$$H1_i = \begin{cases} 0 & m_i \text{ par} \\ 1/m_i & m_i \text{ impar} \end{cases} \qquad \begin{aligned} m_1 &= n + k + s \\ m_2 &= -n + k + s \\ m_3 &= n - k + s \\ m_4 &= n + k - s \end{aligned}$$

$$J2(m,j,r) = \int_0^{2\pi} \cos m\varphi \sin j\varphi \sin r\varphi \, d\varphi$$

$$= (\pi/2)(-II_1 - II_2 + II_3 + II_4)$$

$$K2(n,k,s) = (\alpha/\pi) \int_0^{\pi} \sin n\vartheta \sin k\vartheta \sin s\vartheta \, d\vartheta$$

$$= (\alpha/2\pi)(-H1_1 + H1_2 + H1_3 + H1_4)$$

$$J5(m_1,j,r) = \int_0^{2\pi} \sin m\vartheta \cos j\vartheta \sin r\vartheta \, d\vartheta$$

$$= (\pi/2)(-II_1 + II_2 - II_3 + II_4)$$

$$K5(n,k,s) = (\alpha/\pi) \int_0^{\pi} \cos n\vartheta \cos k\vartheta \sin s\vartheta \, d\vartheta$$

$$= (\alpha/2\pi)(H1_1 + H1_2 + H1_3 - H1_4)$$

$$DKC(k,s) = \begin{cases} 0 & k \neq s \\ \alpha/2 & k = s \end{cases}$$

$$S\lambda 1(k,s)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\alpha}{\pi}\right)^2\left[\dfrac{\cos (k-s)\pi-1}{(k-s)^2}-\dfrac{\cos (k+s)\pi-1}{(k+s)^2}\right] & k\neq s\\[2ex] \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\alpha}{\pi}\right)^2\left[\dfrac{\pi^2}{2}\right]=\dfrac{\alpha^2}{4} & k=s\end{cases}$$

$$S\lambda 2(k,s)=\begin{cases}\dfrac{\alpha^3}{\pi^2}\left[\dfrac{\cos (k-s)\pi}{(k-s)^2}-\dfrac{\cos (k+s)\pi}{(k+s)^2}\right] & k\neq s\\[2ex] \dfrac{\alpha^3}{\pi^2}\left[\dfrac{\pi^2}{6}-\dfrac{1}{4k^2}\right] & k=s\end{cases}$$

$$S\lambda 3(k,s)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\alpha}{\pi}\right)^4\left\{\dfrac{[3\pi^2(k-s)^2-6]\cos (k-s)\pi+6}{(k-s)^2}-\right.\\ \left.-\dfrac{[3\pi^2(k+s)^2-6]\cos (k-s)\pi+6}{(k+s)^2}\right\} & k\neq s\\[2ex] \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\alpha}{\pi}\right)^4\left\{\dfrac{\pi^4}{4}-3\pi^2\right\} & k=s\end{cases}$$

$$C\lambda 0(k,s)=\begin{cases}0 & k\neq s\\ \alpha/2 & k=s\end{cases}$$

$$Cx1(k,s)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\alpha}{\pi}\right)^2\left[\dfrac{\cos (k-s)\pi-1}{(k-s)^2}+\dfrac{\cos (k+s)\pi-1}{(k+s)^2}\right] & k\neq s\\[2ex] \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\alpha}{\pi}\right)^2\left[\dfrac{\pi^2}{2}\right]=\dfrac{\alpha^2}{4} & k=s\end{cases}$$

$$Cx2(k,s)=\begin{cases}\dfrac{\alpha^3}{\pi^2}\left[\dfrac{\cos (k-s)\pi}{(k-s)^2}+\dfrac{\cos (k+s)\pi}{(k+s)^2}\right] & k\neq s\\[2ex] \dfrac{\alpha^3}{\pi^2}\left[\dfrac{\pi^2}{6}+\dfrac{1}{4k^2}\right] & k=s\end{cases}$$

$$Cx3(k,s)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\alpha}{\pi}\right)^4\dfrac{[3\pi^2(k-s)^2-6]\cos (k-s)\pi+6}{(k+s)^2}\cdot\\ \cdot\dfrac{[3\pi^2(k+s)^2-6]\cos (k+s)\pi+6}{(k+s)^2} & k\neq s\\[2ex] \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\alpha}{\pi}\right)^4\left\{\dfrac{\pi^4}{4}+3\pi^2\right\} & k=s\end{cases}$$

In figura (III.17) se prezintă rezultatele calculate pentru un rezervor vertical avînd a = 2,54 m, L = 15,96 m h = 0,64 cm sub presiunea exterioară uniformă. Presiunea critică obținută are o concordanță bună în comparație cu rezultatul lui Mises.

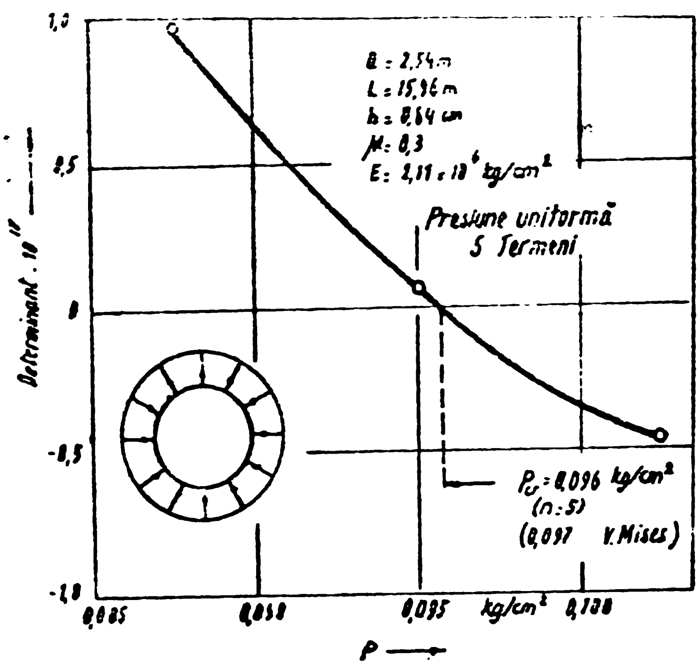
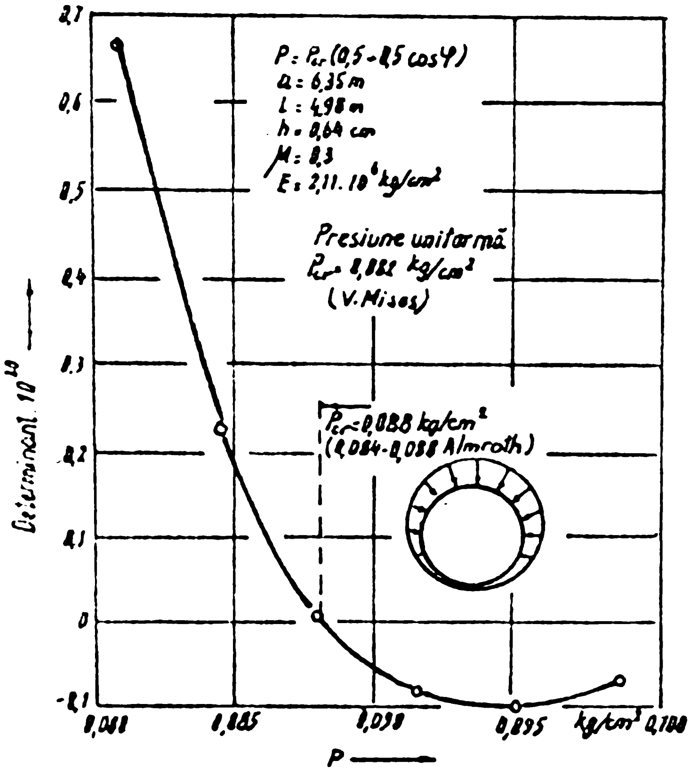


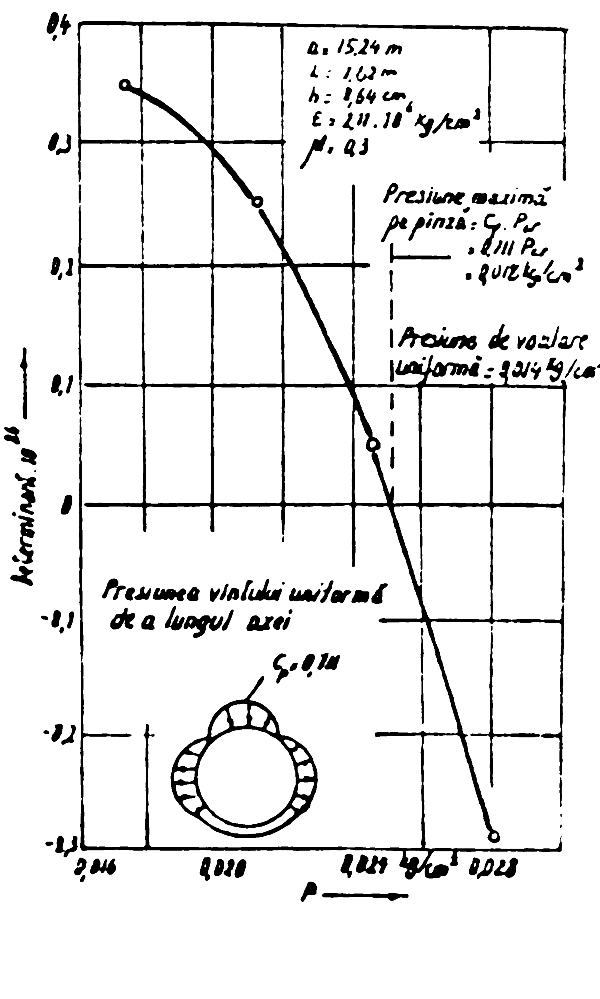
Fig.(III.17)

Rezultatele calculate pentru un rezervor vertical avînd a = 6,35 m, L = 4,93 m , h = 0,64 cm sub presiune exterioară de forma $p = p_0\,(0,5 + 0,5 \cos\varphi)$ sînt prezentate în fig. (III.18).

Pentru presiunea exterioară constantă de-a lungul axei x și avînd forma $p = p_0 \sum_{m=0}^{\infty} a_{mn} \cos m\varphi$ după direcția circumferențială, rezultatele de calcul sînt prezentate în fig.(III.19).


P = Pcr (0,5 - 0,5 cosφ)
a = 6,35 m
L = 4,98 m
h = 0,64 cm
μ = 0,3
E = 2,11.10⁶ kg/cm²
Presiune uniformă
Pcr = 0,082 kg/cm²
(V.Mises)
Pcr = 0,088 kg/cm²
(0,084-0,088 Almroth)
Determinant
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
-0,1
0,080
0,085
0,090
0,095
kg/cm²
0,100
P

(Fig.III.1)


a = 15,24 m
L = 1,62 m
h = 0,64 cm
E = 2,11.10⁶ kg/cm²
μ = 0,3
Presiune maximă
pe pinză = C₁ . Pcr
= 0,111 Pcr
= 0,012 kg/cm²
Presiune de voalare
uniformă = 0,214 kg/cm²
Presiunea vîntului uniformă
de a lungul axei
C₁ = 0,111
Determinant
0,4
0,3
0,2
0,1
0
-0,1
-0,2
-0,3
0,016
0,020
0,024
kg/cm²
0,028
P

IV.3. Calculul practic al voalării rezervoarelor cilindrice verticale cu grosimi variabile în trepte sub acțiunea vîntului

Comportarea la voalare a pînzelor cilindrice circulare cu grosimea constantă sub acțiunea vîntului a fost studiată de Resinger F., și Greiner,R. /44/. Studiile acestea s-au bazat pe încercări în canal de vînt pe cilindri model. In /48/ Greiner, R. a extins concluziile obținute de la cilindri cu grosimea constantă la cilindri cu grosimi variabile în trepte. Acest mod de calcul al lui Greiner, R. constă în înlocuirea presiunii vîntului printr-o supresiune fictivă simetrică radială a cărei mărime depinde doar de cifre de voalare, care sînt determinate cu diagrame în cazul voalării generale și parțiale.

IV.3.1. Concepția de calcul

Concepția de calcul propusă de Resinger,R.și Greiner R.în /44/ constă în reducerea verificării la voalare a unui cilindru supus la o presiune neuniformă pe manta, la verificarea unui cilindru supus la o supresiune constantă echivalentă $q_{u,e}$, a cărei mărime poate fi exprimată în procente din presiunea maximă a vîntului q_v, cu formula :

$$q_{u,e} = \chi \cdot q_v \qquad \text{(III.60)}$$

unde:

$$\chi = 0,46 + 0,017\, m_{cr} \leqslant 1,0 \qquad \text{(III.61)}$$

Mărimea presiunii echivalente depinde de numărul de unde de voalare care iau naștere sub acțiunea vîntului. Mărimea presiunii echivalente poate fi determinată prin intermediul m_{cr} (m_{cr} reprezintă numărul critic de unde de voalare determinat pe baza teoriei ideale de bifurcație și diferă de numărul critic al cilindrului real dacă se ține seama de imperfecțiuni. Acesta este egal cu aproximativ 80 % din m_{cr}).

Avantajul acestui mod de calcul constă în faptul că presiunea de voalare și numărul undelor de voalare pentru cilindru supus la subpresiune poate fi uşor determinat sau chiar extras din prescipţii.

Concepţia de calcul poate fi aplicată şi la cilindri cu grosimea variabilă în trepte, dacă se cunoaşte numărul de unde şi prin aceasta, presiunea echivalentă în conformitate cu ecuaţiile (III.60), (III.61). Cu această presiune echivalentă, verificarea la voalare a cilindrului cu grosime variabilă în trepte se poate face în mod simplu prin reducere la un cilindru echivalent cu trei tronsoane după /45/.

IV.3.2. Numărul critic de unde la cilindri cu grosime variabilă în trepte

Comportarea la voalare a cilindrilor cu grosime variabilă în trepte sub presiunea exterioară a fost determinată în /46/ . In funcţie de variaţia grosimii peretelui, voalarea poate fi parţială sau generală. Rezultatele se pot vedea în figura (III.6) şi (III.7) pentru un cilindru cu grosimea în 2 tronsoane. Valorile teoretice critice de voalare q_{cr} şi m_{cr} a cilindrului în trepte sînt determinate prin intermediul presiunii de voalare q_o şi a numărului de unde m_o a unui cilindru echivalent, care este format numai din partea superioară şi este rezemat radial fix, (III.15):

$$q_o = 0{,}92\ E\ \frac{a}{L_o}\left(\frac{h_o}{a}\right)^{2{,}5}$$

$$m_o = 2{,}74\ \sqrt{\frac{a}{L_o}\ \sqrt{\frac{a}{h_o}}}$$

In cazul voalării generale, cifra de voalare (numărul critic de unde) se determină prin intermediul înălţimii totale a cilindrului şi cu voalarea medie a grosimilor. Pentru cilindru cu grosimea medie h_m^* , se calculează cu :

$$m_{ge} = 2{,}74\ \sqrt{\frac{a}{L}\ \sqrt{\frac{a}{h_m^*}}} \qquad \text{(III.62)}$$

unde : $h_m^* = (h_o L_o + h_u L_u)/L$

La voalarea parţială, numărul cifrei de voalare se măreşte, dacă se presupune că cuprindem efectul de încastrare a părţii interioare prin reducerea înălţimii cilindrului, atunci într-adevăr ciffa de voalare a noului ci - lindru cu o lăţime redusă şi o grosime mai mică, creşte.

Lungimea efectivă a părţii voalate la un cilindru cu 2 trepte se exprimă prin reducerea lungimii cilindrului la voalarea L_β , atît în formula pentru presiunea de voalare cît şi la cifra de voalare.

In consecinţă lungimea se poate deduce şi la cilindru cu grosime variabilă din expresia presiunii de voalare:

Din $q_{cr} = q_o \cdot \beta = 0{,}92\ E \dfrac{a}{L_o} \left(\dfrac{h_o}{a} \right)^{2,5} \cdot \beta$ (III.63)

rezultă : $L_\beta = L_o / \beta$ ca lungime efectivă de voalare.

Deci, cifra de voalare în cazul voalării parţiale :

$$m_p = 2{,}74 \sqrt{\frac{a}{L}} \sqrt{\frac{a}{h_o}} = 2{,}74 \sqrt{\frac{a}{L_o}\beta} \sqrt{\frac{a}{h_o}} \qquad \text{(III.64)}$$

In expresia de mai sus se presupune că domeniul de

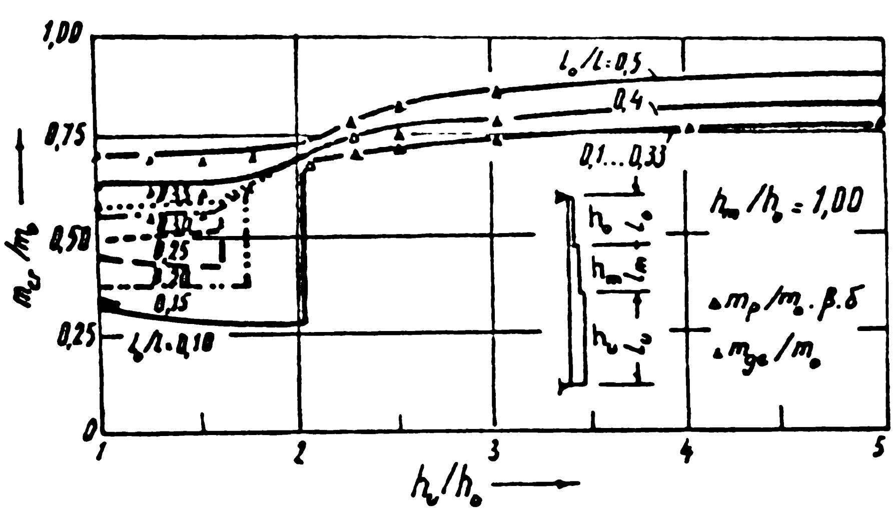


Fig.(III.20) : Numărul de unde pentru cilindru cu trei tronsoane h_m/h_o = 1,00.

voalare este format numai din partea superioară de grosime h_o. Aceste două rezolvări aproximative ale ecuaţiilor (III.62) şi (III.64) sînt trecute în figura (III.7) (§ III.2.1).

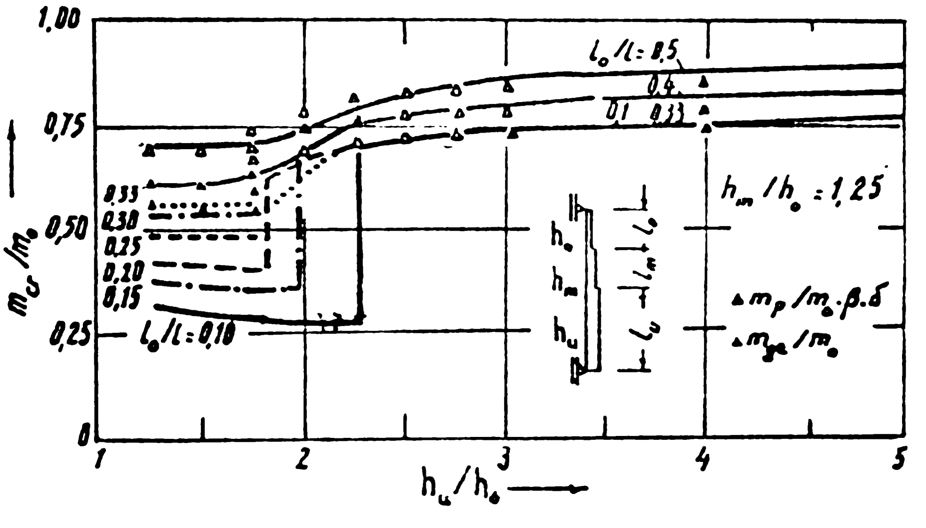


Fig.(III.21) : Numărul de unde pentru cilindru cu trei tronsoane h_m/h_o = 1,25

In figurile (III.20), (III.21), (III.22) se extind consideraţiile de mai sus la un cilindru cu 3 tronsoane unde s-a menţinut constant raportul dintre grosimea tronsonului mijlociu şi superior. Figura (III.20) corespunde cu figura (III.7), dar şi în figura (III.21) şi (III.22) se vede comportarea tipică a cilindrului cu 3 tronsoane şi trecerea bruscă de la voalarea generală la voalarea parţială.

Rezervoarele care apar curent în practică cu mai multe grosimi se pot reduce la cilindru cu 3 tronsoane. Acest model de rezolvare a fost folosit în /45/ la determinarea presiunii critice de voalare şi este utilizat aici la determinarea cifrei de voalare.

IV.3.3. Soluţie aproximativă cu ajutorul cilindrului cu trei tronsoane

Pentru voalarea generală, cifra de voalare se poate deduce din ecuaţia (III.62(pentru un cilindru cu grosime medie h_m^*. Pentru voalarea parţială, cifrele de voalare au

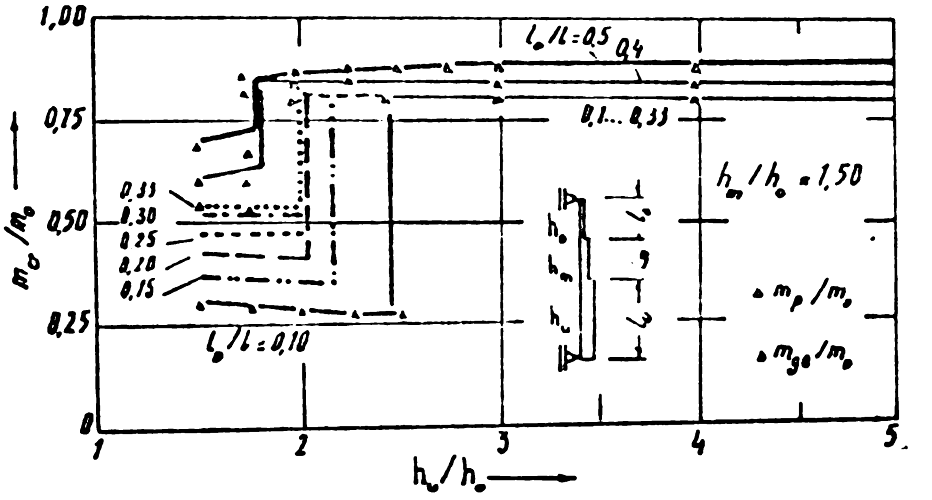


Fig.(III.22) : Numărul de unde pentru cilindru de trei tronsoane $h_m/h_o = 1,5$

fost reprezentate prin intermediul valorii $m_o \cdot \beta$ unde m_o reprezintă cifra de voalare a tronsonului superior în conformitate cu ecuaţia (III.16) şi β este un coeficient de voalare în conformitate cu ecuaţia (III.63) (Fig.III.22). Pentru toate raporturile L_o/L = 0,1 - 0,3 rezultă aceeaşi formă a curbelor şi pentru L_o/L = 0,4 - 0,5 rezultă altă formă numai la $h_m/h_o < 1,75$. Cifra de voalare pentru voalare parţială se va determina cu ajutorul coeficientului δ din figura (III.23) şi β din (§ III.2.2c) :

$$m_p = m_o \cdot \beta \cdot \delta = 2,74 \sqrt{\frac{a}{L_o}} \sqrt{\frac{a}{h_o}} (\beta \cdot \delta) \quad (III.65)$$

Faţă de modul de rezolvare din (§ IV.3.2) cu $L = L_o/\beta$ aceasta înseamnă o lungime fictivă $L = L_o/(\beta\delta)^2$, luînd în considerare şi devierea de la grosimea medie h_e.

Limitarea între voalarea generală şi parţială pentru cilindru echivalent cu trei tronsoane se face după figura

(III.24).

Pentru valorile h_m/h_o şu h_u/h_o se determină dacă punctul este situat la dreapta sau la stînga pe curba L_o/L. Dacă este în dreapta, cifra de voalare pentru voalarea parţială se determină cu ecuaţia (III.65), în caz contrar pentru voalarea generală cu ecuaţia (III.62).

Valorile limite din figura (III.24) definesc saltul de la o formă la alta de voalare, aşa cum rezultă şi din figurile (III.20), (III.21), (III.22). In cazul unde treceri continue, delimitarea s-a stabilit astfel încît erorile ecuaţiilor aproximative să fie egale din ambele părţi.

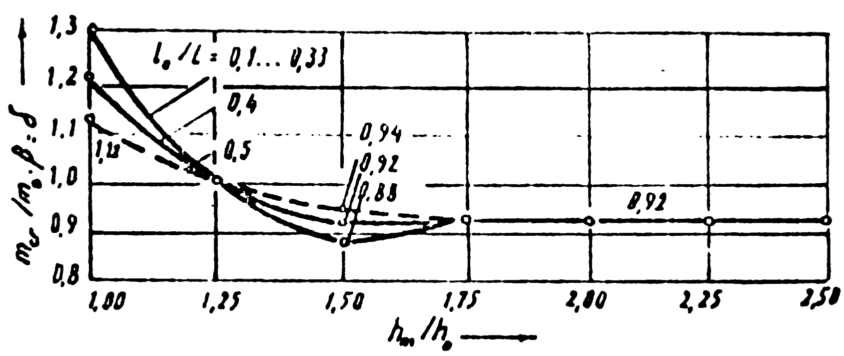


Fig.(III.25) : Cifrele de voalare pentru voalare parţială în cazul voalării parţiale pe un cilindru cu trei tronsoane. Coeficienţi .

Rezultatele formulelor aproximative pentru L_o/L= 0,33 ; 0,4o ; 0,55 sînt trecute punctiform în figuri (III.20) , (III.22).

In concluzie modul de calcul urmăreşte schema următoare : în conformitate cu /45/ se stabileşte un cilindru echivalent cu trei tronsoane din a cărui dimensiune, cu ajutorul figurii (III.24) rezultă forma de voalare : Voalare generală sau parţială şi în continuare se stabileşte cifra de voalare, fie m_p după ecuaţia (III.65) cu coeficineţi β şi δ (după fig.III.23) fie m_{ge} după ecuaţia (III.62) calculată cu grosimea medie h_m^*.

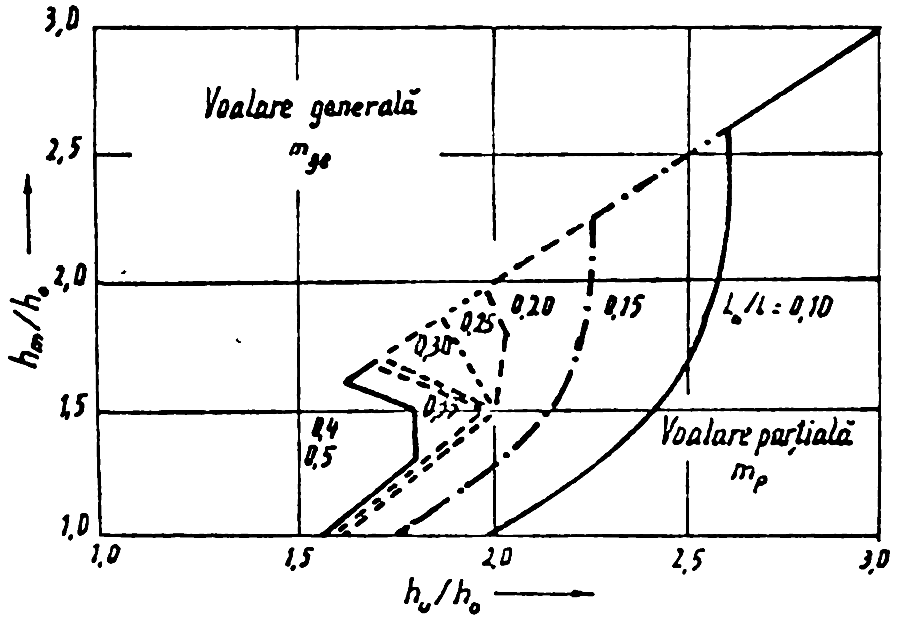


Fig.(III.24) : Limitarea voalării generale şi parţiale la un cilindru echivalent cu trei tronsoane.

CONCLUZII FINALE

In studiile efectuate în lucrarea de față, s-au considerat problemele cele mai importante în calculul rezervoarelor cilindrice verticale metalice.

Calculul la rezistență al rezervoarelor cilindrice verticale cu grosimi variabile în trepte sub acțiunea presiunii uniforme (presiunea lichidului, suprapresiune, presiunea vacuumului ...) se poate rezolva cu exactitate mai mare cu ajutorul calculatorului electronic. Pe baza procedeului fo - losit în lucrarea de față de autor se poate extinde programarea calculului la rezistență a rezervoarelor cilindrice verticale de grosimi variabile în trepte cu capacul și fundul de orice tip. Rezultatele obținute pot fi aplicate în practică.

Problema de stabilitate a rezervoarelor cilindrice verticale de grosimi variabile în trepte sub presiunea vîntului rămîne discutabilă. Dintre metodele de calcul practic rigu - ros, folosite actual , se pot enumera :

1. Britisch Standard BS 2654 , Parts 1,2 and 3
2. API 650 of the American Petroleum Institute
3. DIN 4119 (Deutsche Normenausschuss)

Recentele avarii ale turnului de răcire din Ferrybridge și turnului din Ardeer din Anglia, ale unor rezervoare metalice cilindrice verticale din Brazilia, Olanda și Anglia sub acțiunea vîntului atrag o atenție deosebită în proiectare.

Studiile din ultimii ani ale multor autori,prezentate în lucrarea de față, ne permit ca în încheiere să tragem următoarele concluzii :

Problema de voalare a unei pînze cilindrice sub acțiunea vîntului cu teoria dezvoltată (teoria neliniară) nu este rezolvată datorită intervenției multor factori, deci constituie dificultăți nerezolvate din punct de vedere matematic. Rezolvarea acestei probleme în niște cazuri speciale prin introducerea simplificatorilor, propunerilor nu exprimă corect comportarea construcțiilor reale, și este greu de aplicat în practică datorită complicației procedeului de calcul.

Normele în vigoare din diferite țări care se bazează pe teoria liniară a stabilității și pe experimente, dau niște diferențe. Cercetăriile teoretice și experimentale pe această direcție din ultimii ani (1972-1981) ale lui Resinger, F. și Greiner, R. au dat explicații despre aceste diferențe. Procedeul de calcul mai exact al lui Resinger, F. și Greiner, R. ne dă de gindit posibilitatea aplicării lui în proiectarea rezervoarelor.

BIBLIOGRAFIE

1. Dan Mateescu : Construcţii metalice speciale. Editura tehnică Bucureşti, 1956
2. Marin Ivan : Teza de doctorat - Timişoara, 1972
3. Byrne R. : Theory of small deformations of thin elastic shells. Seminar Reports in Mathematics. Los Angeles University of California publications in Mathematics New serres, 2, (1944). p.103-152
4. Koiter W.T. : A consistent first approximation in the general theory of thin elastic shells. Proc. IUTAM Symp. Theory of thin elastic shells. August 1959. North Holland Publishing Co. Amsterdam (1960) p.12-33
5. Sanders J. L. : An improved first approximation theory for thin shells. NASA Technical Report, 24 , (1959)
6. Flügge W. : Die stabilität der Kreiszylindershale Ing. Arch., 3, (1932) p. 463-506
7. Dischinger F. : Die strenge Theorie der Kreiszylinderschale in ihrer Anwendung auf die Zeiss Dywidag Schalen Beton und Eisen 34, (1935) p.257-264, 283-294
8. Barta T. A. : An engineering theory of thin elastic shells Part.1, linear theory - Unpublished report of Civil Engineering Dpt., University College, London 1966

9. Morley L.S.D : Improvement on Donnell's aproximation for thin-walled circular cylinders. Quart.Journ.Mech.and Applied Math.12-I-1959 p. 89-99
The thin walled circular cylinder subjected to concentrered radial Loads. Quart.Journ.Mech.and Applied Mech. 13-I-1960 p.24-37

10. Marguere K. : Zur Theorie der gekrummten Platte grosser Formanderung Proc. 5th Int. Congr.Appl.Mech.Cambridge, Mass. 1938 New-York : J.Wiley L 939 p.93-101

11. Vlasov V.Z. : General theory of shells and its applications in engineering. NASA Translation N16-19.883 (1964)

12. Donnell L.H. : A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending. Trans.Am.Soc.Mech.Engr, 56,(1934) p.795

13. Novojilov V.V. : Teoria tonkih obolocek Sudpromghiz Moskva (1951)

14. Lundgren H. : Cylindrical shells. Vol.1 The Danish Technical Press, Copenhagen (1949)

15. Hoff N. : The accurecy of the Donnell-equations Journ.Of.Appl.Mech.22(1955)p.329-334

16. Moe J. : On the theory of cylindrical shells (IVBH.Abh)I.A.B.S.E. Publ.13 (1953), p.283-296

17. Das Jacobsen A.: Die Berechnung der Zylinderschallen Springer Verlag Berlin (1958)

18. J.De Wit : How to calculate the stability of empty storage tanks. Oil and Gas International Vol.11,1971,p.74-80

29. Kraus H. : Thin elastic shells. J.Wiley New-York (1967)

20. Avram N.C. : Grinzi continue. Editura tehnică . Bucureşti, 1965

21. Scherere H. : Line load action in thin cylindrical shells Proceedings ASCE, 61, 1935 . p.281-316

22. Timoshenko S. : Theory of plates and shelles. Editure Mc Gran-Hill. Book Company.INC. New-York 1959

23. Beles A.A. Mircea Soare : Calculul plăcilor curbe subţiri . Editura tehnică Bucureşti, 1969

24. Lurie A.I. : Statica toncostehhih uprughih obolocek. Gostehizdat 1947

25. Runge C. : Z.Math , Physik, vol.51.p.254,1904

26. Girkmann K. : Stahlbau, Vol.4.p.25, 1931

27. Purdy,D. D.M.Maher, F.J. Frederich D. : Model studies of Wind-Loads on Flat-top Cylinders. Journal of the structural Division ASCE. Vol.93 Apr. 1967 p.379-395

28. Rish R.F. : Forces in cylindrical shells due to Wind Proceedings, Institution of civil Engineers Vol.36. Apr.1967, p.791-803

29. Gopalacharyuku S. and Johns D.J. : Buckling of thin clamped circular cylindrical shells subjected to wind Load Techical Report TT7113, Loughborough University of Techology, Loughborough, England, Dec.1971

30. Hoff N.J. : Boundary Value Problems of the Thin Walled Circular Cylinders. Journal of Applied Mechanics, 1954, p.343-350

31. Babich R. : Der Einfluss der Querschnittsverfor - mung auf die Spannungen in Stahl - betonschornsteinen infolge Windlast. Bauplanung-Bautechnik,13,8,1958, p.364-372

32. Flachsbart, O. : Winddruckmessungen an einem Gasbehalter. Ergebn.d.Aerodynam.Versuchsanst, zu Gottingen 1932, 3.Lief.

33. Gorlin, S.M. & Lorenberg, L.N. : Aerodinamiceskie isledovania modelei rezervuarov bolsoi emkost.Stoit.mehn.i rasciot seorujenii.URSS 10.Nr.4, 1968

34. Eblinger M., Ahmed S.,R., Schroeder H.H. : Stationnare Windbelastung effener und geschossener lereiszylindrischer Silos. Der Stahlbau 12/1971.p.361-368

35. Girkmann K. : Berechnung zylindrischer Flussigkeitsbehalter auf Winddruck unter Zugrundelegung beobachteter Lastverteilungen, Stahlbau, 6,45,1933

36. Krajicinovic,D. : Semi-Membrane Analysis of Cylindrical Shells subjected to wind Loading. Journal of Applied Mechanics,12/1970 p.995-1001

37. Gopalacharyulu S. & Mohms D.J. : Cantilever Cylindrical Shells under assumed wind Pressures. Journal of the engineering mechanics division Oct. 1973 p.943-956.

38. Cowdrey,C.F.& O'Neill,P.G. : Report of Tests on a Model Cooling Tower. National Physical Laboratory/ Aeronautics Great Britain, Nr.316 a, Dec.,1956

39. Batdorf S.B. : A simplified method of elastic stability analysis for thin cylindrical shells. National Advisory Commitee for Aeronautics Report.Nr.874, 1947

40. Donnell, L.H. : Stability of Thin-Walled Tubes under Torsion National Advisory Committee for Aeronautics Report Nr.479,1933

41. Flügge W. : Stresses in Stells.Springer Verlag, Berlin, Wes Germany 1973

42. Timoshenko,S.P.& Gere, G.M. : Theory of elastic Stability.Mc Graw-Hill Book Co., Inc.,New-York, 1961

43. Resinger, F. & Greiner, R. : Kreiszylindeschaler unter Winddruck. Anwendung auf die Beulberechnung oberirdischer Tankbauwerkw.Der Stahlbau,50,1981,H3,p.65-72.

BUPT

44. Resinger, F. & Greiner, R. : Praktische Beulberechnung oberirdischer zylindrischer Tankbauwerke für Unterdruck. Der Stahlbau 45, 1976, H1,p.10-15

45. Resinger, F. & Greiner, R. : Zum Beulverhalten von Kreiszylinderschalen mit abgestufter Wanddicke unter Manteldruck. Der Stahlbau 43,1974,H6,p.182-187

46. Greiner, R. : Ein baustatisches Losungsverfahren zur Beulberechnung dünnwandiger Kreiszylinderschalen unter Manteldruck. Bauingenieur Praxis H17 Verlag Wilhelm Ernst u.Sohn 1972

47. Greiner, R, : Zum Beulnacweis von Zylinderschalen unter Winddruck bei Abgestuftem Wandduckenverlauf. Der Stahlbau H6, Juni 1981.p.176-179.

48. Almroth B.O. & Brush D.O. : Buckling of a Finite-Length Cylindrical Shell Under a Circumferen - tial Band of Pressure. Journal of the Aerospace Sceinees, Vol.28, 1961, p.573-579.

49. Almroth B.O. : Buckling of a Calindrical Shell subjected to nouniform external Pressure. Journal of Applied Mechanism 29,1962. Nr.4, Dec.p.675-682

50. Hoff,N.J. : Buckling of Cylindrical Under Hoop Stresses Varying in Axial Direction. Journal of Applied Mechanics, Vol. 24,1957, p.405-412

51. Langhaar,H.L. & Boresi A.P. : Buckling and Post-Buckling Behavior of a Cylindrical Shell subjected to External Pressure. Report Nr 93 , Department of Theorical and Applied Mecnahics, University of Illinois, Urbana III.Apr.1956

52. Langhaar, H.L. & Beresi A. : Buckling and Post-Buckling of Elastic Shells.Cooleoted Papers on Instability of Shell Structures, National Aeronautics and Space Administration Technical Note.D1510,1962, p.115-133

53. Langhaar, H.l. & Miller, R.E. : Buckling of an Elastic isotropic Cylindrical Shell Subjected to Wind Pressure Proceedings of the Symposium on the theory of Shells to honor L.H. Donnell, University of Houston, Houston.Tex.1967,p.404-429.

54. Yung-shih-Wang & David P. Billington : Buckling of Cylindrical Shells by Wind Pressure. Journal of the Engineering Mechanics Division-Oct. 1974.p.1005-1023

55. Maderspach V,; Guant J,J, & Sword J.H. : Buckling of Calindrical Shells due to Wind Loading. Der Stahlbau 9/1973 p.269-277

56. Victor Gioncu, Marin Ivan : Instabilitatea structurilor din plăci curbe subțiri.Editura Academiei RSR 1970.

57. Esslinger M, Geier B. : Buckling and Post-Buckling behavior of thin walled circular cylinders. Internat Colloq.on Progress of Shell Structures IASS, Madrid Sept.-Oct. 1979.

58. Mises R. : Der Kritische aussendruck Zylindrischer VDI- Zeitschrift 1914,59,19,p.750

59. Papkovici P.P- : Rascetnie formuli dlea proverki ustoicivosti tilindriceescoi obolociki procinovo korpusa podlodok Biull.N.Tehn. kom.UMVS RKKA 1929,2,p.113

60. Trudi po procinosti korablea.L. Sudprimghiz 1956

60. Donnell L.H. : Effect of imperfections on buckling of thin cylinders under external pressure. Journal of Appl.mech.Dec.1956 p.569

61. Volmir A.S. : Teoria ustoicivosti i bolsih deformatii tilindriceskoi obelociki pri sjatii i sdrighe. Rascet prostr.konstr.,1,1950 , p.985.

62. Volmir A.S. : Ustoicivosti uprughin sistem. Gos.Isd. Fiz.Mat.Lit.Moskva 1963

63. Loo T.T. : Effects of large deflections and imperfections on the elastic buckling of cylinders under torsion and axial compression. Proc.2nd U.S.Nat.Congr.Appl.Mech. Ann.Arbor. Mich.1954, New-York 1955, p.345.

64. Ebner H. : Theoretische und experimentelle Untersuchungen über das Einbeulen zylind - rischer Tanks durch Unterdruck. Der Stahlbau 21, 1952, H9,p.153.

65. Ebner H. und Schell K. : Einbeulen von Kreiszylinderschalen mit abgestufter Wandstarke unter Aussendruck. Z.Flugwiss 9,1961, H4/5, p.143-150.

66. Pflüger. A, : Zur pratikschen Berechnung der Kreiszylinderschalen unter Manteldruck.Der Stahlbau 35,1966,H8, p.249-252

67. Thieleman W.& : Ebiinger M. Beul -und Nachbeulverhalten isotroper Zylinder unter Aussendruck. Der Stahlbau 36,1967,H6, p.161-175

68. Biezeno, C.B.& : Kock, J.J. The buckling of a cylindrical tank of variable thickness under external pressure. Proc.5. Int.Congr.Appl.Mech. Cambridge 1938.

69. Biezeno ,C.B. : und Grammel,R. Technische Dynamik Berlin. Springer - Verlag 1953.

70. Maderspach,V. : und Kamat M. Bueling of open cylindricel tanks due to wind Loading. Der Stahlbau 2/1979. p.53-56.

CUPRINSUL

GENERALITATI PRIVIND REZERVOARELE PENTRU PRODUSE PETROLIERE

Cap.I.

CALCULUL REZISTENȚEI REZERVOARELOR CILINDRICE VERTICALE CU FUNDUL PLAT

Cap.II.

VOALAREA REZERVOARELOR CILINDRICE VERTICALE
SUB ACTIUNEA VÎNTULUI
Cap.III.

```
CD10R140

                         TUAN
                         PC01

.          JOB CD10REZ1,AN:PC01,PN:TUAN
           COMPILE FORTRAN
FORTRAN    STARTED

CD10R141
FORTRAN 00.00                          CD10REZ1   14/03/82   17.58.14          0

C      C
C      C        PROGRAMUL CALCULULUI REZERVOARELOR CILINDRICE
C      C
C      C
             DIMENSION A(18,18),AT(16,16),B(16),C(18),CT(16),D(8),H(8),XK(8),
            *XKM(8),X1(16),X2(16),RMQ(8),DELTAY(8),XJ(8,11),SD(8),OM(8,11),
            *EFORT(8,11),AMOMENT(8,11),FORTAI(8,11),XKD(8)
C      C
C      C
             SHIN(X)=EXP(X)/2.-EXP(-X)/2.
             CHOS(X)=EXP(X)/2.+EXP(-X)/2.
             F1(X)=SHIN(X)**2-SIN(X)**2
             F2(X)=SHIN(X)**2+SIN(X)**2
             F3(X)=SHIN(X)*CHOS(X)+SIN(X)*COS(X)
             F4(X)=SHIN(X)*CHOS(X)-SIN(X)*COS(X)
             F5(X)=SIN(X)**2
             F6(X)=SHIN(X)**2
             F7(X)=CHOS(X)*COS(X)
             F8(X)=SHIN(X)*SIN(X)
             F9(X)=CHOS(X)*SIN(X)-SHIN(X)*COS(X)
             F10(X)=CHOS(X)*SIN(X)+SHIN(X)*COS(X)
             F13(X)=CHOS(X)*COS(X)-SHIN(X)*SIN(X)
             F14(X)=CHOS(X)*COS(X)+SHIN(X)*SIN(X)
             F15(X)=CHOS(X)*SIN(X)
             F16(X)=SHIN(X)*COS(X)
C      C
C      C        INTRODUCEREA DATELOR
C      C
           5 READ(105,1)N,RL,COPOI,RD,TF,SR,GAMMA,ELAS
           1 FORMAT(I2,5F6.2,F6.4,E9.2)
             IF(N.EQ.0) GO TO 550
             READ(105,2)(D(I),I=1,N)
           2 FORMAT(F6.2)
             READ(105,3)(H(I),I=1,N)
           3 FORMAT(F6.2)
             WRITE(108,1111)COPOI,ELAS
        1111 FORMAT(10X,2E14.7)
             WRITE(108,1112)(H(I),I=1,N)
        1112 FORMAT(10X,F6.2)
             DO 10 I1=1,N
             XK(I1)=ELAS*H(I1)**3/12./(1.-COPOI**2)
             XKM(I1)=(3.*(1.-COPOI**2)/RD**2/H(I1)**2)**0.25
          10 XKD(I1)=XKM(I1)*D(I1)
C      C
C      C     CALCULUL COEFICIENTILOR SISTEMULUI DE ECUATII
C      C
             N2=2*N+1
FORTRAN 00.00                          CD10REZ1   14/03/82   17.58.14          1

             DO 11 I2=1,N2
             DO 11 J2=1,N2
          11 A(I2,J2)=0.
             A(1,1)=F3(XKD(1))/(XK(1)*XKM(1)*F1(XKD(1)))
             A(1,2)=(F5(XKD(1))+F6(XKD(1)))/(2.*XK(1)*XKM(1)**2*F1(XKD(1)))
             A(1,3)=-F10(XKD(1))/(XK(1)*XKM(1)*F1(XKD(1)))
             A(1,4)=F8(XKD(1))/(XK(1)*XKM(1)**2*F1(XKD(1)))
             OM=4.*(1.-COPOI**2)/(ELAS*TF**3*SQRT(GAMMA*RL))
             C(1)=-GAMMA*RD**2/ELAS/H(1)
             A(2,1)=-F2(XKD(1))/(2.*XK(1)*XKM(1)**2*F1(XKD(1)))
             A(2,2)=-F4(XKD(1))/(2.*XK(1)*XKM(1)**3*F1(XKD(1)))-RD*(1.-COPOI)/E
            *LAS/TF
             A(2,3)=F8(XKD(1))/(XK(1)*XKM(1)**2*F1(XKD(1)))
```

```
      A(2,4)=-F9(XKD(1))/(2.*XK(1)*XKM(1)**3*F1(XKD(1)))
      C(2)=GAMMA*RD**2*RL/ELAS/H(1)
      NP=N-2
      DO 100 IN=1,NP
      A(2*IN+1,2*IN-1)=-(F2(XKD(IN))*F7(XKD(IN))-F3(XKD(IN))*F10(XKD(IN)
     *)+F1(XKD(IN))*F8(XKD(IN)))/(2.*XK(IN)*XKM(IN)**2*F1(XKD(IN)))
      A(2*IN+1,2*IN)=(-F4(XKD(IN))*F7(XKD(IN))+F5(XKD(IN))*F15(XKD(IN))+
     *F6(XKD(IN))*F16(XKD(IN)))/(2.*XK(IN)*XKM(IN)**3*F1(XKD(IN)))
      A(2*IN+1,2*IN+1)=(2.*F8(XKD(IN))*F7(XKD(IN))-F10(XKD(IN))**2)/(2.*
     *XK(IN)*XKM(IN)**2*F1(XKD(IN)))+F2(XKD(IN+1))/(2.*XK(IN+1)*XKM(IN+1
     *)**2*F1(XKD(IN+1)))
      A(2*IN+1,2*IN+2)=-(F9(XKD(IN))*F7(XKD(IN))-F8(XKD(IN))*F10(XKD(IN)
     *))/(2.*XK(IN)*XKM(IN)**3*F1(XKD(IN)))+F4(XKD(IN+1))/(2.*XK(IN+1)*X
     *KM(IN+1)**3*F1(XKD(IN+1)))
      A(2*IN+1,2*IN+3)=-F8(XKD(IN+1))/(XK(IN+1)*XKM(IN+1)**2*F1(XKD(IN+1
     *)))
      A(2*IN+1,2*IN+4)=F9(XKD(IN+1))/(2.*XK(IN+1)*XKM(IN+1)**3*F1(XKD(IN
     *+1)))
      SUM=0.
      DO 101 J1=1,IN
  101 SUM=SUM+D(J1)
      C(2*IN+1)=GAMMA*RD**2*(RL-SUM)*(1./ELAS/H(IN)-1./ELAS/H(IN+1))
      A(2*IN+2,2*IN-1)=(F2(XKD(IN))*F9(XKD(IN))+2.*F3(XKD(IN))*F7(XKD(IN
     *))-F10(XKD(IN))*F1(XKD(IN)))/(2.*XK(IN)*XKM(IN)*F1(XKD(IN)))
      A(2*IN+2,2*IN)=(F4(XKD(IN))*F9(XKD(IN))+F5(XKD(IN))*F14(XKD(IN))+F
     *6(XKD(IN))*F13(XKD(IN)))/(2.*XK(IN)*XKM(IN)**2*F1(XKD(IN)))
      A(2*IN+2,2*IN+1)=-(F8(XKD(IN))*F9(XKD(IN))+F10(XKD(IN))*F7(XKD(IN)
     *))/(XK(IN)*XKM(IN)*F1(XKD(IN)))-F3(XKD(IN+1))/(XK(IN+1)*XKM(IN+1)*
     *F1(XKD(IN+1)))
      A(2*IN+2,2*IN+2)=(F9(XKD(IN))**2+2.*F8(XKD(IN))*F7(XKD(IN)))/(2.*X
     *K(IN)*XKM(IN)**2*F1(XKD(IN)))-(F5(XKD(IN+1))+F6(XKD(IN+1)))/(2.*XK
     *(IN+1)*XKM(IN+1)**2*F1(XKD(IN+1)))
      A(2*IN+2,2*IN+3)=F10(XKD(IN+1))/(XK(IN+1)*XKM(IN+1)*F1(XKD(IN+1)))
      A(2*IN+2,2*IN+4)=-F8(XKD(IN+1))/(XK(IN+1)*XKM(IN+1)**2*F1(XKD(IN+1
```

FORTRAN 00.00 CD10PEZ1 14/05/82 17.58.14 2

```
     *)))
  100 C(2*IN+2)=GAMMA*RD**2*(1./ELAS/H(IN+1)-1./ELAS/H(IN))
      A(2*N-1,2*N-3)=-(F2(XKD(N-1))*F7(XKD(N-1))-F3(XKD(N-1))*F10(XKD(N-
     *1))+F8(XKD(N-1))*F1(XKD(N-1)))/(2.*XK(N-1)*XKM(N-1)**2*F1(XKD(N-1)
     *))
      A(2*N-1,2*N-2)=(-F4(XKD(N-1))*F7(XKD(N-1))+F5(XKD(N-1))*F15(XKD(N-
     *1))+F6(XKD(N-1))*F16(XKD(N-1)))/(2.*XK(N-1)*XKM(N-1)**3*F1(XKD(N-1
     *)))
      A(2*N-1,2*N-1)=(2.*F8(XKD(N-1))*F7(XKD(N-1))-F10(XKD(N-1))**2)/(2.
     **XK(N-1)*XKM(N-1)**2*F1(XKD(N-1)))+F2(XKD(N))/(2.*XK(N)*XKM(N)**2*
     *F1(XKD(N)))
      A(2*N-1,2*N)=-(F9(XKD(N-1))*F7(XKD(N-1))-F8(XKD(N-1))*F10(XKD(N-1)
     *))/(2.*XK(N-1)*XKM(N-1)**3*F1(XKD(N-1)))+F4(XKD(N))/(2.*XK(N)*XKM(
     *N)**3*F1(XKD(N)))
      A(2*N-1,2*N+1)=F9(XKD(N))/(2.*XK(N)*XKM(N)**3*F1(XKD(N)))
      C(2*N-1)=GAMMA*RD**2*D(N)/ELAS*(1./H(N-1)-1./H(N))
      A(2*N,2*N-3)=(F2(XKD(N-1))*F9(XKD(N-1))+2.*F3(XKD(N-1))*F7(XKD(N-1
     *))-F1(XKD(N-1))*F10(XKD(N-1)))/(2.*XK(N-1)*XKM(N-1)*F1(XKD(N-1)))
      A(2*N,2*N-2)=(F4(XKD(N-1))*F9(XKD(N-1))+F5(XKD(N-1))*F14(XKD(N-1))
     *+F6(XKD(N-1))*F13(XKD(N-1)))/(2.*XK(N-1)*XKM(N-1)**2*F1(XKD(N-1)))
      A(2*N,2*N-1)=-(F8(XKD(N-1))*F9(XKD(N-1))+F10(XKD(N-1))*F7(XKD(N-1)
     *))/(XK(N-1)*XKM(N-1)*F1(XKD(N-1)))-F3(XKD(N))/(XK(N)*XKM(N)*F1(
     *XKD(N)))
      A(2*N,2*N)=(F9(XKD(N-1))**2+2.*F8(XKD(N-1))*F7(XKD(N-1)))/(2.*XK(N
     *-1)*XKM(N-1)**2*F1(XKD(N-1)))-(F5(XKD(N))+F6(XKD(N)))/(2.*XK(N)*XK
     *M(N)**2*F1(XKD(N)))
      A(2*N,2*N+1)=-F8(XKD(N))/(XK(N)*XKM(N)**2*F1(XKD(N)))
      C(2*N)=GAMMA*RD**2/ELAS*(1./H(N)-1./H(N-1))
      A(2*N+1,2*N-1)=-(F2(XKD(N))*F7(XKD(N))-F3(XKD(N))*F10(XKD(N))+F8(X
     *KD(N))*F1(XKD(N)))/(2.*XK(N)*XKM(N)**2*F1(XKD(N)))
      A(2*N+1,2*N)=(-F4(XKD(N))*F7(XKD(N))+F5(XKD(N))*F15(XKD(N))+F6(XKD
     *(N))*F16(XKD(N)))/(2.*XK(N)*XKM(N)**3*F1(XKD(N)))
      A(2*N+1,2*N+1)=-(F9(XKD(N))*F7(XKD(N))-F8(XKD(N))*F10(XKD(N)))/(2.
     **XK(N)*XKM(N)**3*F1(XKD(N)))+RD**2/ELAS/SP
      C(2*N+1)=0.
C
C                   SEPARAREA MATRICILOR DE GRADUL 22
C
      IA=2*N+1
      JA=2*N+1
      DO 200 IM=2,IA
      DO 200 JM=2,JA
      AT(IM-1,JM-1)=A(IM,JM)
      CT(JM-1)=C(JM)
  200 B(JM-1)=A(JM,1)
C
C               REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUATII
```

FORTRAN 00.00 CD10REZ1 14/05/82 17.58.14 3

```
      LON=2*N
      JAK=LON+1
```

```
      DO 300 I10=1,JAK
  300 CALL COEF1(AT,CT,B,I10,LUN)
      CALL CALCUL(AT,CT,B,X1,X2,LON)
      VU=A(1,1)
      DU=-C(1)
      DO 400 KA=2,N2
      VU=VU+A(1,KA)*X2(KA-1)
  400 DU=DU+A(1,KA)*X1(KA-1)
      DELTA=VU**2-4.*DM*DU
      IF(DELTA)399,398,398
  399 DM1=-DM
      DELTA=VU**2-4.*DM1*DU
  398 X0=ABS(3.*(-VU+SQRT(DELTA))/2./DM)
      D9=-VU/DM
      E9=-DU/DM
      D7=DM/VU
      MN=0
      IF(ABS(D7*1.5*SQRT(X0)).LE.1.) GO TO 55
  396 XS=((D9*X0+E9)*(D9*X0+E9))**(1./3.)
      IF(ABS(XS-X0).LT.0.001) GO TO 397
      MN=MN+1
      IF(MN.GE.50) GO TO 397
      X0=XS
      GO TO 396
   55 XS=-D7*SQRT(X0*X0*X0)-DU/VU
      IF(ABS(XS-X0).LT.0.001) GO TO 397
      MN=MN+1
      IF(MN.GE.50) GO TO 397
      X0=XS
      GO TO 55
  397 CONTINUE
      RMQ(1)=XS
      DO 500 IC=1,LUN
  500 RMQ(IC+1)=X1(IC)+X2(IC)*RMQ(1)
      KAC=N-1
      DO 599 IKI=1,N
      DELTAX(IKI)=D(IKI)/10.
      XJ(IKI,1)=0.
      DO 600 IKJ=2,11
  600 XJ(IKI,IKJ)=XJ(IKI,IKJ-1)+DELTAX(IKI)
      SD(IKI)=0.
      DO 601 JD=1,IKI
  601 SD(IKI)=SD(IKI)+D(JD)
  599 CONTINUE
      IV=2*N+1
```



```
      JV=2*N+1
      DO 450 I=1,IV
      DO 450 J=1,JV
  450 C(I)=C(I)-A(I,J)*RMQ(J)
      C(1)=C(1)-DM*RMQ(1)**1.5
      DO 602 IKI=1,KAC
      DO 602 IKJ=1,11
      OM(IKI,IKJ)=-RMQ(2*IKI-1)*(F2(XKD(IKI))+F7(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))-F
     *3(XKD(IKI))*F10(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))+F1(XKD(IKI))*F8(XKM(IKI)*XJ(
     *IKI,IKJ)))/(2.*XK(IKI)*XKM(IKI)**2*F1(XKD(IKI)))+RMQ(2*IKI)*(-F4(X
     *KD(IKI))*F7(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))+F5(XKD(IKI))*F15(XKM(IKI)*XJ(IKI
     *,IKJ))+F6(XKD(IKI))*F16(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ)))/(2.*XK(IKI)*XKM(IKI
     *)**3*F1(XKD(IKI)))-RMQ(2*IKI+1)*(-2.*F8(XKD(IKI))+F7(XKM(IKI)*XJ(I
     *KI,IKJ))+F10(XKD(IKI))*F10(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ)))/(2.*XK(IKI)*XKM(
     *IKI)**2*F1(XKD(IKI)))-RMQ(2*IKI+2)*(F9(XKD(IKI))+F7(XKM(IKI)*XJ(IK
     *I,IKJ))+F8(XKD(IKI))*F10(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ)))/(2.*XK(IKI)*XKM(IK
     *I)**3*F1(XKD(IKI)))-GAMMA*RD**2*(PL-SD(IKI)+D(IKI)-XJ(IKI,IKJ))/EL
     *AS/H(IKI)
      FORT(IKI,IKJ)=-ELAS*H(IKI)*OM(IKI,IKJ)/RD
      AMOMENT(IKI,IKJ)=+RMQ(2*IKI-1)*(-F2(XKD(IKI))*F3(XKM(IKI)*XJ(IKI,I
     *KJ))+F3(XKD(IKI))*F9(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))+F1(XKD(IKI))*F7(XKM(IKI
     *)*XJ(IKI,IKJ)))/F1(XKD(IKI))-RMQ(2*IKI)*(F4(XKD(IKI))*F8(XKM(IKI)*
     *XJ(IKI,IKJ))+F5(XKD(IKI))*F16(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))-F6(XKD(IKI))*F
     *15(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ)))/(XKM(IKI)*F1(XKD(IKI)))-RMQ(2*IKI+1)*(-2
     *.*F8(XKD(IKI))*F8(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))+F10(XKD(IKI))*F9(XKM(IKI)*
     *XJ(IKI,IKJ)))/F1(XKD(IKI))-RMQ(2*IKI+2)*(F9(XKD(IKI))*F8(XKM(IKI)*
     *XJ(IKI,IKJ))-F8(XKD(IKI))+F7(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ)))/(XKM(IKI)*F1(X
     *KD(IKI)))
      FORTAI(IKI,IKJ)=-RMQ(2*IKI-1)*XKM(IKI)*(F2(XKD(IKI))*F10(XKM(IKI)*
     *XJ(IKI,IKJ))-2.*F3(XKD(IKI))*F8(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))+F1(XKD(IKI))
     **F9(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ)))/F1(XKD(IKI))-RMQ(2*IKI)*(F4(XKD(IKI))*F
     *10(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))+F5(XKD(IKI))*F15(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))-F6
     *(XKD(IKI))*F14(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ)))/F1(XKD(IKI))-2.*RMQ(2*IKI+1)
     **XKM(IKI)*(-F8(XKD(IKI))*F10(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))+F10(XKD(IKI))*F
     *8(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ)))/F1(XKD(IKI))-RMQ(2*IKI+2)*(F9(XKD(IKI))*F
     *10(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ))-2.*F8(XKD(IKI))+F9(XKM(IKI)*XJ(IKI,IKJ)))
     */F1(XKD(IKI))
  602 CONTINUE
      DO 603 J=1,11
      OM(N,J)=-RMQ(2*N-1)*(F2(XKD(N))+F7(XKM(N)*XJ(N,J))-F3(XKD(N))*F10(
     *XKM(N)*XJ(N,J))+F1(XKD(N))*F8(XKM(N)*XJ(N,J)))/(2.*XK(N)*XKM(N)**2
     **F1(XKD(N)))+RMQ(2*N)*(-F4(XKD(N))+F7(XKM(N)*XJ(N,J))+F5(XKD(N))*F
```

```
     *15(XKM(N)*XJ(N,J))+F6(XKD(N))+F16(XKM(N)*XJ(N,J))))/(2.*XK(N)*XKM(N
     *)**3*F1(XKD(N)))-RMQ(2*N+1)*(F9(XKD(N))+F7(XKM(N)*XJ(N,J))-F8(XKD(
     *N))*F10(XKM(N)*XJ(N,J))))/(2.*XKM(N)**3*XK(N)*F1(XKD(N)))-GAMMA*RD*
     **2*(PL-SD(N)+D(N)-XJ(N,J))/ELAS/H(N)
      EFORT(N,J)=-ELAS*H(N)*OM(N,J)/RD
```

FORTRAN 00.00 CD1CRE21 14/05/82 17.58.14

```
      AMOMENT(N,J)=RMQ(2*N-1)*(-F2(XKD(N))*F8(XKM(N)*XJ(N,J))+F3(XKD(N))
     **F9(XKM(N)*XJ(N,J))+F1(XKD(N))*F7(XKM(N)*XJ(N,J)))/F1(XKD(N))
     *-RMQ(2*N)*(F4(XKD(N))*F8(XKM(N)*XJ(N,J))+F5(XKD(N))*F16(XKM(N)*
     *XJ(N,J))-F6(XKD(N))*F15(XKM(N)*XJ(N,J)))/(XKM(N)*F1(XKD(N)))
     *-RMQ(2*N+1)*(F9(XKD(N))*F8(XKM(N)*XJ(N,J))-F8(XKD(N))*F9(XKM(N)*
     *XJ(N,J)))/(XKM(N)*F1(XKD(N)))
      FORTAI(N,J)=-RMQ(2*N-1)*XKM(N)*(F7(XKD(N))*F10(XKM(N)*XJ(N,J))
     *-2.*F3(XKD(N))*F8(XKM(N)*XJ(N,J))+F1(XKD(N))*F9(XKM(N)*XJ(N,J)))
     */F1(XKD(N))-RMQ(2*N)*(F4(XKD(N))*F10(XKM(N)*XJ(N,J))+F5(XKD(N))*
     *F13(XKM(N)*XJ(N,J))-F6(XKD(N))*F14(XKM(N)*XJ(N,J)))/F1(XKD(N))
     *-RMQ(2*N+1)*(F9(XKD(N))*F10(XKM(N)*XJ(N,J))-2.*F8(XKD(N))*F8(XKM
     *(N)*XJ(N,J)))/F1(XKD(N))
  605 CONTINUE
      WRITE(108,1000)N,RL,RD,TF,SR
 1000 FORMAT(////,10X,'N=',I2,5X,'RL=',F8.2,5X,'RD=',F8.2,5X,'TF=',F8.2,
     *'SR=',F8.2)
      RP=RD/RL
      WRITE(108,195)RP
  195 FORMAT(10X,'RAPORTUL A/L=',F10.6////)
      WRITE(108,998)((I,J,OM(I,J),EFORT(I,J),AMOMENT(I,J),FORTAI(I,J),
     *J=1,11),I=1,N)
  998 FORMAT(2X,'IJ',T10,'OMEGA',T30,'EFORTUL INELAR',T50,'MOMENTUL MX',
     *T70,'FORTA QX'///(2X,2I2,T10,E14.7,T30,E14.7,T50,E14.7,T70,E14.7))
      WRITE(108,94)
   94 FORMAT(////,20X,'**********************************************
     ******************************************'////////////)
      GO TO 5
  550 STOP
      END
```

CD10R162
FORTRAN 00.00 CD10RE21 14/05/82 17.59.47

```
      SUBROUTINE COEF1(A,C,B,L,N)
      DIMENSION A(16,16),B(16),C(16)
      L1=L+1
      DO 2 J=L1,N
      PJL=A(J,L)/A(L,L)
      DO 1 K=1,N
    1 A(J,K)=A(J,K)-PJL*A(L,K)
      C(J)=C(J)-PJL*C(L)
    2 B(J)=B(J)-PJL*B(L)
      RETURN
      END
```

CD10R163
FORTRAN 00.00 CD10RE21 14/05/82 18.00.00

```
      SUBROUTINE CALCUL(A,C,B,X1,X2,N)
      DIMENSION A(16,16),C(16),B(16),X1(16),X2(16)
      DO 5 I=1,N
      L=N+1-I
      L1=L+1
      S1=0.
      S2=0.
      IF(L-N)1,2,2
    1 DO 3 K=L1,N
      S1=S1+A(L,K)*X1(K)
    3 S2=S2+A(L,K)*X2(K)
    2 X1(L)=(C(L)-S1)/A(L,L)
    5 X2(L)=(B(L)-S2)/A(L,L)
      RETURN
      END
```

CD10R164
FORTRAN 00.00 CD10RE21 14/05/82 18.00.00

MODULE	EXMDATA	TYPE	P	LONGUEUR	6950 (26960)
MODULE	COEF1	TYPE	P	LONGUEUR	0158 (00344)

MODULE CALCUL TYPE P LONGUEUR 0198 (00408)

```
***** FIN DE COMPILATION (PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE = 0)          18.00.13

CD10R145

EP          CENTRUL DE CALCUL AL I.P.T. SISTEM FELIX C-256
            0024  CD10REZ1   AN = PC01   PH = 0001   DATE = 14/02/86-134
            H.DEB = 17H 58M 05S   H.FIN = 18H 00M 18S   TIME = 00007717   CODE = 000
            LGP = 00050   MEM = 00013   LO = 000329   IN = 00294   OUT = 00000

.            LINK
LINK        STARTED

CD10R146
AUCUNE ERREUR A L EDITION DE LIENS

CD10R147

EP          CENTRUL DE CALCUL AL I.P.T. SISTEM FELIX C-256
            0024  CD10REZ1   AN = PC01   PH = 0002   DATE = 14/02/86-134
            H.DEB = 18H 00M 18S   H.FIN = 18H 01M 28S   TIME = 00000845   CODE = 000
            LGP = 00050   MEM = 00012   LO = 000008   IN = 00000   OUT = 00000

.            RUN NL:10000,TIME:30
            STARTED

CD10R148

            .3000000E+00  .2100000E+07
            2.42
            1.98
            1.65
            1.30
             .96
             .80
             .80

         N= 7     RL= 1707.00      RD= 3043.00      TF=     1.00SR=200.00
         RAPORTUL A/L=  1.735289
```

IJ		OMEGA	EFORTUL INELAR	MOMENTUL MX	FORTA QX
1	1	-.6228011E-01	.1043412E-03	.7631702E+03	-.6159422E+02
1	2	-.8259058E+00	.1377052E+04	-.3306790E+03	-.3027170E+02
1	3	-.1528594E+01	.2548560E+04	-.7051013E+03	-.9451802E+01
1	4	-.2064619E+01	.3442387E+04	-.8649029E+03	.2506033E+01
1	5	-.2415665E+01	.4027423E+04	-.7751492E+03	.8020123E+01
1	6	-.2609708E+01	.4351227E+04	-.5062334E+03	.9406530E+01
1	7	-.2693180E+01	.4490402E+04	-.2849263E+03	.8459922E+01
1	8	-.2713678E+01	.4524578E+04	-.1029208E+03	.6333502E+01
1	9	-.2710623E+01	.4519484E+04	.1926639E+02	.3522204E+01
1	10	-.2710403E+01	.4549275E+04	.6053928E+02	.3574482E+00
1	11	-.2723645E+01	.4541175E+04	.3166692E+02	-.3428523E+01
2	1	-.2723676E+01	.3795565E+04	.3464510E+02	-.3499182E+01
2	2	-.2744115E+01	.3747447E+04	-.2774770E+02	-.1476229E+01
2	3	-.2754807E+01	.3758034E+04	-.4727016E+02	-.2129076E+00
2	4	-.2747441E+01	.3747085E+04	-.4268847E+02	.5147622E+00
2	5	-.2723482E+01	.3715301E+04	-.2509125E+02	.8810115E+00
2	6	-.2689715E+01	.3469237E+04	-.1781952E+01	.1034843E+01
2	7	-.2655458E+01	.3622505E+04	.2417415E+02	.1077228E+01
2	8	-.2630710E+01	.3588825E+04	.4740367E+02	.8268427E+00
2	9	-.2624697E+01	.3580540E+04	.6161362E+02	.2574644E+00
2	10	-.2642520E+01	.3604854E+04	.5522093E+02	-.9055822E+00
2	11	-.2681103E+01	.3657488E+04	.1046150E+02	-.2923179E+01
3	1	-.2681107E+01	.3647911E+04	.1046049E+02	-.2927221E+01
3	2	-.2722519E+01	.3694082E+04	-.3576491E+02	-.1019661E+01
3	3	-.2741336E+01	.3716380E+04	-.4599251E+02	.6237420E-01
3	4	-.2729520E+01	.3702048E+04	-.3733647E+02	.5759405E+00
3	5	-.2692455E+01	.3660789E+04	-.2035393E+02	.7873304E+00
3	6	-.2641501E+01	.3602887E+04	-.6795475E-01	.8652956E+00
3	7	-.2590572E+01	.3544990E+04	.2460947E+02	.8859156E+00

3 8	-.2554362E+01	.2963920E+04	.4212958E+02	.7784126E+00
3 9	-.2546860E+01	.2905908E+04	.5676736E+02	.3476976E+00
310	-.2577481E+01	.2930109E+04	.5772997E+02	-.7292302E+00
311	-.2643007E+01	.3004599E+04	.1319552E+02	-.2783577E+01
4 1	-.2643007E+01	.2767260E+04	.1319523E+02	-.2723692E+01
4 2	-.2715759E+01	.2432472E+04	-.2912447E+02	-.8625641E+00
4 3	-.2759515E+01	.2464448E+04	-.7663512E+02	.1146933E+00
4 4	-.2737435E+01	.2459837E+04	-.2849951E+02	.4799263E+00
4 5	-.2683726E+01	.2403731E+04	-.1548792E+02	.5618464E+00
4 6	-.2608281E+01	.2336157E+04	-.1542892E+01	.5824247E+00
4 7	-.2530750E+01	.2266716E+04	.1317389E+02	.6276258E+00
4 8	-.2471916E+01	.2214020E+04	.2885025E+02	.6327632E+00
4 9	-.2453526E+01	.2197548E+04	.4238654E+02	.4076905E+00
410	-.2493475E+01	.2233329E+04	.4764848E+02	-.4370194E+00
411	-.2591199E+01	.2320958E+04	.1256985E+02	-.2317556E+01
5 1	-.2591199E+01	.1713864E+04	.1257701E+02	-.2317383E+01
5 2	-.2704315E+01	.1788681E+04	-.2025371E+02	-.5644385E+00
5 3	-.2755169E+01	.1822317E+04	-.2312485E+02	.1947957E+00
5 4	-.2728004E+01	.1804749E+04	-.1554771E+02	.3613501E+00
5 5	-.2646508E+01	.1750447E+04	-.7359879E+01	.2929078E+00
5 6	-.2538557E+01	.1679046E+04	-.1412358E+01	.2009715E+00
5 7	-.2425193E+01	.1604065E+04	.2942977E+01	.1660733E+00
5 8	-.2322088E+01	.1535969E+04	.7111741E+01	.1766220E+00
5 9	-.2243881E+01	.1484142E+04	.1118470E+02	.1369904E+00
510	-.2203952E+01	.1457732E+04	.1203671E+02	-.1209871E+00
511	-.2202949E+01	.1457069E+04	.1735138E+01	-.8131811E+00
6 1	-.2202949E+01	.1214224E+04	.1734675E+01	-.8131816E+00
6 2	-.2204062E+01	.1214938E+04	-.8523157E+01	-.1124850E+00
6 3	-.2159061E+01	.1190034E+04	-.7757673E+01	.1260902E+00
6 4	-.2068423E+01	.1140076E+04	-.4224784E+01	.1411055E+00
6 5	-.1951800E+01	.1075790E+04	-.1425978E+01	.8406767E-01
6 6	-.1825822E+01	.1006759E+04	-.3039339E-01	.3286761E-01
6 7	-.1699102E+01	.9365459E+03	.3742688E+00	.4123006E-02
6 8	-.1574538E+01	.8678560E+03	.3273679E+00	-.5648002E-02
6 9	-.1451853E+01	.8002339E+03	.1750463E+00	-.6024908E-02
610	-.1330245E+01	.7332061E+03	.5739442E-01	-.3513042E-02
611	-.1208962E+01	.6663572E+03	-.1054857E-02	-.1653583E-02
7 1	-.1208902E+01	.6663572E+03	.0000000E+00	-.1513057E-02
7 2	-.1087775E+01	.5995613E+03	-.1827256E-01	-.1607086E-03
7 3	-.9664871E+00	.5327092E+03	-.1558752E-01	.2800100E-03
7 4	-.8451070E+00	.4658071E+03	-.8167122E-02	.2865025E-03
7 5	-.7236765E+00	.3988770E+03	-.2591033E-02	.1657867E-03
7 6	-.6022291E+00	.3319373E+03	.8055393E-04	.6101713E-04
7 7	-.4807810E+00	.2649973E+03	.7087285E-03	.5570751E-05
7 8	-.3593372E+00	.1980599E+03	.6615501E-03	-.1224993E-04
7 9	-.2378974E+00	.1311246E+03	.3468322E-03	-.1198863E-04
710	-.1164597E+00	.6419641E+02	.1167598E-03	-.6813156E-05
711	.4977256E-02	-.2743760E+01	-.7068330E-06	-.3755257E-05

****

.3000000E+00 .2100000E+07
2.66
2.18
1.80
1.42
1.05
.95
.95

N= 7 KL= 1767.00 RD= 5555.00 TF= 1.00SR=200.00
RAPORTUL A/L= 1.064205

IJ	OMEGA	EFORTUL INELAR	MOMENTUL MX	FORTA QX
1 1	-.7326078E-01	.1220000E+03	.7884497E+03	-.6555296E+02
1 2	-.8554811E+00	.1425206E+04	-.4049839E+03	-.3394598E+02
1 3	-.1579979E+01	.2632198E+04	-.9483494E+03	-.1214837E+02
1 4	-.2154279E+01	.3588965E+04	-.1066797E+04	.1189029E+01
1 5	-.2556388E+01	.4258967E+04	-.9427813E+03	.8075011E+01
1 6	-.2804895E+01	.4672871E+04	-.7088118E+03	.1054288E+02

1 7	-.2937100E+01	.4893121E+04	-.4524062E+03	.1014910E+02
1 8	-.2994443E+01	.4988652E+04	-.2267720E+03	.8141149E+01
1 9	-.3013629E+01	.5020617E+04	-.6288026E+02	.5166294E+01
1 10	-.3021307E+01	.5033512E+04	.1989114E+02	.1512949E+01
1 11	-.3031050E+01	.5049641E+04	.5814838E+01	-.2775974E+01
2 1	-.3031051E+01	.4138430E+04	.5813552E+01	-.2775603E+01
2 2	-.3040378E+01	.4151164E+04	-.3298170E+02	-.1083233E+01
2 3	-.3038600E+01	.4148734E+04	-.5178815E+02	.2902901E-01
2 4	-.3021877E+01	.4125902E+04	-.4717557E+02	.6973785E+00
2 5	-.2992854E+01	.4086277E+04	-.2021919E+02	.1061246E+01
2 6	-.2957940E+01	.4038607E+04	.7911118E+01	.1213243E+01
2 7	-.2925426E+01	.3994215E+04	.3743602E+02	.1171637E+01
2 8	-.2904004E+01	.3964956E+04	.6298744E+02	.8691224E+00
2 9	-.2901111E+01	.3961016E+04	.7653172E+02	.1566564E+00
2 10	-.2920486E+01	.3987470E+04	.6561685E+02	-.1172805E+01
2 11	-.2958418E+01	.4039260E+04	.1254129E+02	-.3330191E+01
3 1	-.2958423E+01	.3335174E+04	.1254215E+02	-.3330171E+01
3 2	-.2998931E+01	.3380941E+04	-.4183636E+02	-.1272432E+01
3 3	-.3018998E+01	.3403463E+04	-.5606454E+02	-.1072806E-01
3 4	-.3010316E+01	.3393676E+04	-.4710211E+02	.6680173E+00
3 5	-.2977141E+01	.3356276E+04	-.2636194E+02	.9883410E+00
3 6	-.2930194E+01	.3303350E+04	-.4577942E+00	.1100129E+01
3 7	-.2883059E+01	.3250212E+04	.2670432E+02	.1091765E+01
3 8	-.2849990E+01	.3212932E+04	.5124695E+02	.8761052E+00
3 9	-.2843725E+01	.3205870E+04	.6649907E+02	.2935361E+00
3 10	-.2871842E+01	.3237568E+04	.6050949E+02	-.9122590E+00
3 11	-.2930316E+01	.3303488E+04	.1463300E+02	-.3017739E+01
4 1	-.2930323E+01	.2606071E+04	.1463545E+02	-.3017723E+01
4 2	-.2995021E+01	.2663630E+04	-.3312242E+02	-.1056870E+01
4 3	-.3027203E+01	.2692251E+04	-.4402725E+02	.3879785E-01
4 4	-.3013446E+01	.2680017E+04	-.3607158E+02	.5320146E+00
4 5	-.2961308E+01	.2633701E+04	-.2026482E+02	.7238219E+00
4 6	-.2887613E+01	.2568107E+04	-.1679633E+01	.7901575E+00
4 7	-.2812140E+01	.2500985E+04	.1799226E+02	.8147963E+00
4 8	-.2756103E+01	.2451148E+04	.3731630E+02	.7406601E+00
4 9	-.2740005E+01	.2436832E+04	.5179337E+02	.3744402E+00
4 10	-.2778543E+01	.2471105E+04	.5069302E+02	-.5956262E+00
4 11	-.2868805E+01	.2551380E+04	.1487350E+02	-.2527411E+01
5 1	-.2868806E+01	.1886584E+04	.1487807E+02	-.2527491E+01
5 2	-.2973871E+01	.1955677E+04	-.2275629E+02	-.7317134E+00
5 3	-.3025121E+01	.1989730E+04	-.2946344E+02	.1335343E+00
5 4	-.3003057E+01	.1974970E+04	-.2113704E+02	.3955620E+00
5 5	-.2924917E+01	.1923484E+04	-.1145594E+02	.3713379E+00
5 6	-.2815688E+01	.1851653E+04	-.3618651E+01	.2691605E+00
5 7	-.2696242E+01	.1773103E+04	.1851391E+01	.1853664E+00
5 8	-.2581390E+01	.1697574E+04	.5683705E+01	.1312309E+00
5 9	-.2481441E+01	.1631846E+04	.8115670E+01	.5868274E-01
5 10	-.2402601E+01	.1579099E+04	.7684529E+01	-.1206289E+00
5 11	-.2342854E+01	.1540694E+04	.5334811E+00	-.5075310E+00
6 1	-.2342834E+01	.1393061E+04	.5332378E+00	-.5075166E+00
6 2	-.2283327E+01	.1358556E+04	-.6722621E+01	-.1010917E+00
6 3	-.2203012E+01	.1310770E+04	-.6738043E+01	.6848520E-01
6 4	-.2100456E+01	.1249750E+04	-.4096885E+01	.1000189E+00
6 5	-.1983068E+01	.1179905E+04	-.1907404E+01	.7494579E-01
6 6	-.1858542E+01	.1105914E+04	-.5108690E+00	.4013747E-01
6 7	-.1731941E+01	.1030487E+04	.1298591E+00	.1446201E-01
6 8	-.1605666E+01	.9553545E+03	.2051679E+00	.8987605E-03
6 9	-.1480593E+01	.8808136E+03	.2452756E+00	-.3871185E-02
6 10	-.1355994E+01	.8068025E+03	.1418197E+00	-.4044376E-02
6 11	-.1232118E+01	.7330072E+03	.5892878E-01	-.2697121E-02
7 1	-.1232110E+01	.7330028E+03	.5886494E-01	-.2705423E-02
7 2	-.1108453E+01	.6595051E+03	.1055259E-01	-.1311137E-02
7 3	-.9848012E+00	.5859463E+03	-.9084918E-02	-.3875436E-03
7 4	-.8611426E+00	.5123711E+03	-.1232378E-01	.5386620E-04
7 5	-.7374410E+00	.4387698E+03	-.9015188E-02	.1801502E-03
7 6	-.6137071E+00	.3651494E+03	-.4723053E-02	.1578506E-03
7 7	-.4899580E+00	.2915188E+03	-.1632250E-02	.9419845E-04
7 8	-.3661984E+00	.2178842E+03	-.4892892E-04	.3879616E-04
7 9	-.2424403E+00	.1442495E+03	.4389058E-03	.4755336E-05
7 10	-.1186836E+00	.7061549E+02	.3261918E-03	-.1098310E-04
7 11	.5071897E-02	-.3017726E+01	.7017547E-05	-.1417833E-04

****

.3000000E+00 .2100000E+07
2.88
2.46
1.94

7 9	-.2884802E+00	.1573561E+03	-.2704115E-04	.4412388E-04
710	-.1412250E+00	.7703131E+02	.3723316E-03	-.5354668E-05
711	.6035108E-02	-.3291877E+01	-.2382159E-05	-.1966627E-04

****

.3000000E+00 .2100000E+07
3.10
2.73
2.08
1.67
1.22
.95
.95

N= 7 RL= 1707.00 RD= 3902.50 TF= 1.00SR=200.00
RAPORTUL A/L= 2.321324

IJ	OMEGA	EFORTUL INELAR	MOMENTUL MX	FORTA QX
1 1	-.9718027E-01	.1596578E+03	.8272007E+03	-.7357527E+02
1 2	-.9245443E+00	.1548036E+04	-.5568149E+03	-.4152104E+02
1 3	-.1699670E+01	.2792791E+04	-.1270334E+04	-.1819835E+02
1 4	-.2346854E+01	.3855652E+04	-.1510224E+04	-.2645889E+01
1 5	-.2839673E+01	.4665305E+04	-.1450781E+04	.6597812E+01
1 6	-.3183136E+01	.5229578E+04	-.1226850E+04	.1108898E+02
1 7	-.3399600E+01	.5585302E+04	-.9367742E+03	.1223515E+02
1 8	-.3518818E+01	.5781074E+04	-.6476548E+03	.1117315E+02
1 9	-.3570286E+01	.5865629E+04	-.4026135E+03	.8736233E+01
110	-.3579304E+01	.5880445E+04	-.2279525E+03	.5475992E+01
111	-.3563869E+01	.5855856E+04	-.1393577E+03	.1724162E+01
2 1	-.3563869E+01	.5156250E+04	-.1393535E+03	.1723944E+01
2 2	-.3530580E+01	.5108024E+04	-.9783057E+02	.1967762E+01
2 3	-.3483053E+01	.5039328E+04	-.4409551E+02	.2041138E+01
2 4	-.3428738E+01	.4980742E+04	.5172699E+01	.2037946E+01
2 5	-.3375202E+01	.4823289E+04	.5436974E+02	.1934975E+01
2 6	-.3329910E+01	.4847758E+04	.1013244E+03	.1841872E+01
2 7	-.3299968E+01	.4774438E+04	.1426779E+03	.1503125E+01
2 8	-.3291580E+01	.4762301E+04	.1717536E+03	.8033708E+00
2 9	-.3309051E+01	.4787551E+04	.1772207E+03	-.4704776E+00
210	-.3352940E+01	.4851078E+04	.1421970E+03	-.2554934E+01
211	-.3417688E+01	.4944758E+04	.4416304E+02	-.5666448E+01
3 1	-.3417689E+01	.3767436E+04	.4416223E+02	-.5666463E+01
3 2	-.3489614E+01	.3846720E+04	-.5472743E+02	-.2610568E+01
3 3	-.3544495E+01	.3907218E+04	-.9125590E+02	-.5335702E+00
3 4	-.3569139E+01	.3934384E+04	-.8735001E+02	.7340040E+00
3 5	-.3564593E+01	.3929152E+04	-.6124200E+02	.1403323E+01
3 6	-.3539224E+01	.3901475E+04	-.2332542E+02	.1643970E+01
3 7	-.3506424E+01	.3865251E+04	.1731424E+02	.1553247E+01
3 8	-.3479405E+01	.3835468E+04	.5058468E+02	.1136980E+01
3 9	-.3469460E+01	.3824505E+04	.6952139E+02	.3156332E+00
310	-.3482681E+01	.3839079E+04	.6181805E+02	-.1051349E+01
311	-.3515979E+01	.3875783E+04	.1251410E+02	-.3117255E+01
4 1	-.3515981E+01	.3111910E+04	.1251408E+02	-.3117255E+01
4 2	-.3552141E+01	.3143813E+04	-.3914531E+02	-.1239788E+01
4 3	-.3564356E+01	.3154606E+04	-.5752481E+02	-.3938019E-01
4 4	-.3542198E+01	.3135013E+04	-.4521006E+02	.6517622E+00
4 5	-.3490689E+01	.3089425E+04	-.2439171E+02	.1012404E+01
4 6	-.3423301E+01	.3029733E+04	.2555771E+01	.1168573E+01
4 7	-.3357712E+01	.2971734E+04	.3132120E+02	.1159729E+01
4 8	-.3312799E+01	.2931984E+04	.5734128E+02	.9247522E+00
4 9	-.3305400E+01	.2925489E+04	.7332458E+02	.3029982E+00
410	-.3345650E+01	.2961058E+04	.6705899E+02	-.9423597E+00
411	-.3428171E+01	.3034094E+04	.2017494E+02	-.3065144E+01
5 1	-.3428172E+01	.2246524E+04	.2017343E+02	-.3065301E+01
5 2	-.3523846E+01	.2278383E+04	-.2907130E+02	-.1124860E+01
5 3	-.3575131E+01	.2311542E+04	-.4164206E+02	-.2910803E-01
5 4	-.3558045E+01	.2300495E+04	-.3541368E+02	.4617835E+00
5 5	-.3481578E+01	.2251054E+04	-.2188110E+02	.6091561E+00
5 6	-.3367989E+01	.2177612E+04	-.6873569E+01	.6073085E+00
5 7	-.3242563E+01	.2096517E+04	.7362353E+01	.5537850E+00

5 8	-.3129435E+01	.2023372E+04	.1974199E+02	.4469255E+00
5 9	-.3049404E+01	.1971627E+04	.2801155E+02	.1947724E+00
5 10	-.3015801E+01	.1949001E+04	.2675443E+02	-.3645629E+00
5 11	-.3025114E+01	.1959923E+04	.6188077E+01	-.1416817E+01
6 1	-.3025115E+01	.1523055E+04	.6192835E+01	-.1416891E+01
6 2	-.3042155E+01	.1531634E+04	-.1478737E+02	-.4015760E+00
6 3	-.3011179E+01	.1516039E+04	-.1769867E+02	.8957392E-01
6 4	-.2918453E+01	.1469754E+04	-.1319709E+02	.2381761E+00
6 5	-.2778399E+01	.1398841E+04	-.7439941E+01	.2169557E+00
6 6	-.2611040E+01	.1314581E+04	-.3036487E+01	.1412997E+00
6 7	-.2432145E+01	.1224512E+04	-.5005286E+00	.6978220E-01
6 8	-.2250999E+01	.1133311E+04	.5684950E+00	.2216939E-01
6 9	-.2071655E+01	.1043016E+04	.7758484E+00	-.1900789E-02
6 10	-.1894980E+01	.9540659E+03	.6060044E+00	-.9934202E-02
6 11	-.1720477E+01	.8662087E+03	.3549145E+00	-.9674419E-02
7 1	-.1720481E+01	.8662107E+03	.3534800E+00	-.9735405E-02
7 2	-.1547299E+01	.7700980E+03	.1520404E+00	-.6577689E-02
7 3	-.1374671E+01	.6791457E+03	.3203396E-01	-.3379186E-02
7 4	-.1202219E+01	.6052812E+03	-.2115666E-01	-.1169103E-02
7 5	-.1029603E+01	.5184146E+03	-.3364299E-01	-.8335644E-05
7 6	-.8570510E+00	.4314295E+03	-.2760953E-01	.4024467E-03
7 7	-.6842803E+00	.3445446E+03	-.1689196E-01	.4267409E-03
7 8	-.5114678E+00	.2575088E+03	-.7988133E-02	.2927496E-03
7 9	-.3386256E+00	.1704879E+03	-.2705867E-02	.1453400E-03
7 10	-.1657726E+00	.8346155E+02	-.5073482E-03	.4548448E-04
7 11	.7082682E-02	-.3563918E+01	.3728138E-04	.1111895E-04

****

.3000000E+00 .2100000E+07
3.31
3.00
3.33
1.79
1.31
.95
.95

N= 7 KL= 1707.00 RD= 4207,00 FF= 1,00SK=200,00
RAPORTUL A/L= 2.499707

IJ	OMEGA	EFORTUL INELAR	MOMENTUL MX	FORTA QX
1 1	-.1104774E+00	.1799692E+03	.8435625E+03	-.7767287E+02
1 2	-.9585458E+00	.1561481E+04	-.6411279E+03	-.4547239E+02
1 3	-.1756744E+01	.2861760E+04	-.1441104E+04	-.2146977E+02
1 4	-.2435410E+01	.3967314E+04	-.1749557E+04	-.4957231E+01
1 5	-.2967011E+01	.4833301E+04	-.1733319E+04	.5373849E+01
1 6	-.3351988E+01	.5460434E+04	-.1526308E+04	.1090820E+02
1 7	-.3607296E+01	.5876336E+04	-.1229412E+04	.1224150E+02
1 8	-.3757773E+01	.6121465E+04	-.9142463E+03	.1256995E+02
1 9	-.3829900E+01	.6239090E+04	-.6285667E+03	.1064540E+02
1 10	-.3848108E+01	.6268621E+04	-.4023337E+03	.7791507E+01
1 11	-.3831303E+01	.6241246E+04	-.2530978E+03	.4387824E+01
2 1	-.3831304E+01	.5656719E+04	-.2530979E+03	.4387925E+01
2 2	-.3789400E+01	.5594848E+04	-.1496502E+03	.4061362E+01
2 3	-.3730243E+01	.5507508E+04	-.5570116E+02	.3673570E+01
2 4	-.3664599E+01	.5410586E+04	.2767632E+02	.3203935E+01
2 5	-.3602029E+01	.5318207E+04	.1007670E+03	.2794028E+01
2 6	-.3550916E+01	.5242738E+04	.1632424E+03	.2317685E+01
2 7	-.3518371E+01	.5194715E+04	.2124351E+03	.1671120E+01
2 8	-.3510041E+01	.5182391E+04	.2418750E+03	.6645079E+00
2 9	-.3529129E+01	.5210574E+04	.2401504E+03	-.9220293E+00
2 10	-.3575297E+01	.5278738E+04	.1902597E+03	-.3321769E+01
2 11	-.3642603E+01	.5378109E+04	.6071873E+02	-.6743031E+01
3 1	-.3642605E+01	.3907731E+04	.6071790E+02	-.6743057E+01
3 2	-.3719748E+01	.4082396E+04	-.5126189E+02	-.3343905E+01
3 3	-.3784219E+01	.4153448E+04	-.1015753E+03	-.9371054E+00
3 4	-.3821446E+01	.4194008E+04	-.1039862E+03	.6112193E+00
3 5	-.3830317E+01	.4283742E+04	-.7725876E+02	.1481086E+01
3 6	-.3817971E+01	.4190172E+04	-.3591902E+02	.1831249E+01

```
 611     -.1405810E+01         .7995504E+05         .1676569E+00        -.5691915E-02
   121
CD10R130

                                                TUAN

                                   PC01

      JOB CD10RE22,AN$PC01,PN$TUAN
      COMPILE FORTRAN
FORTRAN  STARTED

CD10R131
FORTRAN 00.00                               CD10RE22    14/05/82   17.55.11          0

C            C
C            C
C            C
                  DIMENSION A(2,2),B(2),C(2),X(81),XJ(81),UM(81),EFORT(81),AMOMENT
                 *(81),FORTAI(81)
C            C
C            C      INTRODUCERHA DATELOR
C            C
                5 READ(105,1)N,RL,COPOI,RD,TF,SR,GAMMA,ELAS
                1 FORMAT(I2,5F6.2,F6.4,E9.2)
                  IF(N.EQ.0) GO TO 550
                   READ(105,2)H
                2 FORMAT(F6.2)
                   XK=ELAS*H**3/12./(1.-COPOI**2)
                  XKM=(3.*(1.-COPOI**2)/RD**2/H**2)**0.25
                   XKD=XKM*RL
C            C          CALCULUL COEFICIENTILOR
                   A(1,1)=-(1./2./XK/XKM**3+RD*(1.-COPOI)/ELAS/TF)
                  A(1,2)=EXP(-XKD)*COS(XKD)/(2.*XK*XKM**3)
                   A(2,1)=-EXP(-XKD)*COS(XKD)/(2.*XK*XKM**3)
                  A(2,2)=1./2./XK/XKM**3+RD**2/ELAS/SR
                   C(1)=GAMMA*RD**2*RL/ELAS/H
                   C(2)=0.
                  B(1)=1./(2.*XK*XKM**2)
                   B(2)=-EXP(-XKD)*(SIN(XKD)-COS(XKD))/(2.*XK*XKM**2)
                    XE=A(1,2)-A(2,2)*A(1,1)/A(2.1)
                  AR1=-A(2,2)*C(1)/A(2.1)/XE
                  BR1=B(2)/A(2,1)-A(2,2)*(B(1)-B(2)*A(1,1)/A(2,1))/A(2,1)/XE
                    AR2=C(1)/XE
                    BR2=(B(1)-B(2)*A(1,1)/A(2,1))/XE
                  EM=EXP(-XKD)*(SIN(XKD)+COS(XKD))/(2.*XK*XKM**2)
                    DM=4.*(1.-COPOI**2)/(ELAS*TF**3*SQRT(GAMMA*RL))
                    VU=1./XK/XKM+BR1/(2.*XK*XKM**2)+EM*BR2
                    DU=GAMMA*RD**2/ELAS/H+AR1/(2.*XK*XKM**2)+EM*AR2
C            C
C            C
                    DELTA=VU**2-4.*DM*DU
                     IF(DELTA)399,398,398
              399 DM1=-DM
                    DELTA=VU**2-4.*DM1*DU
              398 X0=ABS(3.*(-VU+SQRT(DELTA))/2./DM)
                    D9=-VU/DM
                    E9=-DU/DM
                    D7=DM/VU
                    MN=0
                    IF(ABS(D7*1.5*SQRT(X0)).LE.1.) GO TO 55
              596 XS=((D9*X0+E9)*(D9*X0+E9))**(1./3.)
FORTRAN 00.00                               CD10RE22    14/05/82   17.55.11          1

                  IF(ABS(XS-X0).LT.0.01) GO TO 597
                  MN=MN+1
                  IF(MN.GE.50) GO TO 597
```

```
      MN=MN+1
      IF(MN.GE.50) GO TO 397
      X0=XS
      GO TO 55
  397 CONTINUE
        AMO=XS
        AQ0=AR1+BR1*AMO
        AQ1=AR2+BR2*AMO
C
C
        NT=N*10
        ND=NT+1

        DELTAX=RL/FLOAT(NT)
        X(1)=0.
        DO 100 I=2,ND
  100 X(I)=X(I-1)+DELTAX
        DO 101 J=1,ND
  101 XJ(J)=X(J)*XKM
        DO 102 I=1,ND
      OM(I)=-GAMMA*(RL-X(I))*RD**2/ELAS/H+EXP(-XJ(I))*(XKM*AMO*(SIN(XJ
     *(I))-COS(XJ(I)))-AQ0*COS(XJ(I)))/(2.*XK*XKM**3)+EXP(XJ(I))*AQ1*(
     *COS(XKD)*COS(XJ(I))+SIN(XKD)*SIN(XJ(I)))/(2.*XK*XKM**3*EXP(XKD))
        EFORT(I)=-ELAS*H*OM(I)/RD
      AMOMENT(I)=+AMO*EXP(-XJ(I))*(COS(XJ(I))+SIN(XJ(I)))+AQ0*EXP(-XJ(I)
     *)*SIN(XJ(I))/XKM-AQ1*EXP(XJ(I))*(SIN(XKD)*COS(XJ(I))-COS(XKD)*
     *SIN(XJ(I)))/XKM/EXP(XKD)
      FORTAI(I)=-EXP(-XJ(I))*(2.*XKM*AMO*SIN(XJ(I))-AQ0*(COS(XJ(I))-
     *SIN(XJ(I))))-AQ1*EXP(XJ(I))*((SIN(XKD)-COS(XKD))*COS(XJ(I))-
     *(SIN(XKD)+COS(XKD))*SIN(XJ(I)))/EXP(XKD)
  102 CONTINUE
      WRITE(108,500)N,RL,RD,TF,SR,H
  500 FORMAT(////,10X,'N=',I2,5X,'RL=',F8.2,5X,'RD=',F8.2,5X,'TF=',F8.2,
     *5X,'SR=',F6.2,5X,'H=',F6.2//)
      RP=RD/RL
      WRITE(108,95)RP
   95 FORMAT(10X,'RAPORTUL A/L=',F10.6////)
       WRITE(108,502)(I,OM(I),EFORT(I),AMOMENT(I),FORTAI(I),I=1,ND)
  502 FORMAT(2X,'I',T10,'OMEGA',T30,'EFORTUL INELAR',T50,'MOMENTUL MX',
     *T70,'FORTA QX'///(2X,I2,T10,E14.7,T30,E14.7,T50,E14.7,T70,E14.7))
      WRITE(108,94)
```

FORTRAN 00,00 CD10RE22 14/05/82 17,53:11 2

```
   94 FORMAT(////,20X,'**************************************************
     ***************************************'////////////)
      GO TO 5
  550 STOP
        END
```

CD10R132

FORTRAN 00,00 CD10RE22 14/05/82 17,53:11 3

MODULE R%MDATA TYPE P LONGUEUR 1068 (05864)

***** FIN DE COMPILATION (PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE = 0) 17,53:40

CD10R133

```
EP      CENTRUL DE CALCUL AL I.P.T. SISTEM FELIX C-256
        0022  CD10RE22   AN = PC01    PH = 0001    DATE = 14/05/82-134
        H.DEB = 17H 53M 02S   H.FIN = 17H 53M 44S   TIME = 00001644   CODE = 000
        LGP = 00050   MEM = 00013   LC = 000120   IN = 00102   OUT = 00000
```

```
.
LINK     LINK
         STARTED
```

CD10R134

AUCUNE ERREUR A L EDITION DE LIENS
UD10R135

EP CENTRUL DE CALCUL AL I.P.T. SISTEM FELIX C-256
0022 CU43KEZ2 AN = PC01 PR = 0002 DATE = 14/02/82-154
H.DEB = 17H 53M 45S H.FIN = 17H 56M 05S TIME = 00000710 CODE = 000
LGP = 00050 MEM = 00012 LO = 000008 IN = 00000 OUT = 00000

• RUN NL:10000
STARTED

UD10R136

N= 5 RL= 1217.00 RO= 3057.50 TF= .80 SR=100.00 H= 2.05

RAPORTUL A/L= 5.000410

I	OMEGA	EFORTUL INELAR	MOMENTUL MX	FORTA QX
1	-.6649065E-01	.7750542E+02	.5076135E+03	-.4563380E+02
2	-.1005230E+01	.1171646E+04	-.2679727E+03	-.2730182E+02
3	-.1858794E+01	.2166518E+04	-.5934338E+03	-.6594314E+01
4	-.2501573E+01	.2915708E+04	-.6415568E+03	.1724586E+01
5	-.2911641E+01	.3393663E+04	-.5468325E+03	.5426894E+01
6	-.3121202E+01	.3637918E+04	-.4005034E+03	.6217757E+01
7	-.3182683E+01	.3709576E+04	-.2561514E+03	.5456477E+01
8	-.3148648E+01	.3669907E+04	-.1392998E+03	.4085238E+01
9	-.3062098E+01	.3568982E+04	-.5722392E+02	.2671436E+01
10	-.2953340E+01	.3442265E+04	-.7043916E+01	.1497063E+01
11	-.2841258E+01	.3311628E+04	.1849686E+02	.6543399E+00
12	-.2735501E+01	.3188364E+04	.2743599E+02	.1268294E+00
13	-.2639586E+01	.3076570E+04	.2670979E+02	-.1513723E+00
14	-.2553403E+01	.2976119E+04	.2144705E+02	-.2579535E+00
15	-.2475109E+01	.2884864E+04	.1496024E+02	-.2620141E+00
16	-.2402362E+01	.2800073E+04	.9074870E+01	-.2157924E+00
17	-.2333012E+01	.2719242E+04	.4562419E+01	-.1537764E+00
18	-.2265392E+01	.2640428E+04	.1544118E+01	-.9553313E-01
19	-.2198384E+01	.2562327E+04	-.1994895E+00	-.4922362E-01
20	-.2131330E+01	.2484172E+04	-.1004776E+01	-.1857576E-01
21	-.2063924E+01	.2405606E+04	-.1209093E+01	-.6172406E-04
22	-.1996080E+01	.2326531E+04	-.1085465E+01	.8895017E-02
23	-.1927841E+01	.2246946E+04	-.8261194E+00	.1158690E-01
24	-.1859295E+01	.2167101E+04	-.5488916E+00	.1075675E-01
25	-.1790547E+01	.2086972E+04	-.3140039E+00	.8377519E-02
26	-.1721679E+01	.2006703E+04	-.1427695E+00	.5687356E-02
27	-.1652758E+01	.1926372E+04	-.3377959E-01	.3341672E-02
28	-.1583821E+01	.1846023E+04	.2509314E-01	.1593784E-02
29	-.1514894E+01	.1765684E+04	.4892407E-01	.4561704E-03
30	-.1445984E+01	.1685366E+04	.5144155E-01	-.1773811E-03
31	-.1377092E+01	.1605070E+04	.4319802E-01	-.4508721E-03
32	-.1308217E+01	.1524792E+04	.3127108E-01	-.5001025E-03
33	-.1239353E+01	.1444528E+04	.1975767E-01	-.4319216E-03
34	-.1170496E+01	.1364272E+04	.1056141E-01	-.3195507E-03
35	-.1101643E+01	.1284020E+04	.4175823E-02	-.2064923E-03
36	-.1032791E+01	.1203770E+04	.3225782E-03	-.1138934E-03
37	-.9639406E+00	.1123521E+04	-.1598547E-02	-.4870805E-04
38	-.8950891E+00	.1043271E+04	-.2232845E-02	-.7605952E-05
39	-.8262369E+00	.9630203E+03	-.2128747E-02	.1341050E-04
40	-.7573839E+00	.8827688E+03	-.1687009E-02	.2139955E-04
41	-.6885303E+00	.8025164E+03	-.1163346E-02	.2093634E-04
42	-.6196762E+00	.7222637E+03	-.6963378E-03	.1701045E-04
43	-.5508219E+00	.6420105E+03	-.3424848E-03	.1199051E-04
44	-.4819670E+00	.5617566E+03	-.1082291E-03	.7367063E-05
45	-.4131123E+00	.4815029E+03	.2535350E-04	.3786826E-05
46	-.3442581E+00	.4012500E+03	.8593554E-04	.1368728E-05
47	-.2754034E+00	.3209963E+03	.1002671E-03	-.4691611E-07
48	-.2065488E+00	.2407429E+03	.8962334E-04	-.7272894E-06
49	-.1376944E+00	.1604897E+03	.6355234E-04	-.9448576E-06
50	-.6883997E-01	.8023643E+02	.4545107E-04	-.9265768E-06
51	.1449094E-04	-.1688091E-01	.2394219E-04	-.8360282E-06

****

N= 5 KL= 1219.00 RD= 3402.50 TF= .80 SR=100.00 H= 2.17

RAPORTUL A/L= 3.250015

I	OMEGA	EFORTUL INELAR	MOMENTUL MX	FORTA QX
1	-.7598972E-01	.8739058E+02	.5229014E+03	-.4002516E+02
2	-.1048521E+01	.1205614E+04	-.3096543E+03	-.2351387E+02
3	-.1938579E+01	.2229427E+04	-.6827170E+03	-.8231467E+01
4	-.2629698E+01	.3024235E+04	-.7612581E+03	.6837023E+00
5	-.3094601E+01	.3558839E+04	-.6771826E+03	.5376529E+01
6	-.3356371E+01	.3859933E+04	-.5240823E+03	.6786019E+01
7	-.3459839E+01	.3978024E+04	-.3608142E+03	.6597398E+01
8	-.3453605E+01	.3971754E+04	-.2139739E+03	.5157379E+01
9	-.3380204E+01	.3887411E+04	-.1111447E+03	.3586331E+01
10	-.3272418E+01	.3763384E+04	-.3318398E+02	.2337408E+01
11	-.3152272E+01	.3625213E+04	.5151627E+01	.1270398E+01
12	-.3033128E+01	.3488193E+04	.2635684E+02	.5206320E+00
13	-.2921587E+01	.3359917E+04	.3284952E+02	.5440662E-01
14	-.2819768E+01	.3242822E+04	.3080016E+02	-.1916215E+00
15	-.2727107E+01	.3136328E+04	.2473941E+02	-.2855535E+00
16	-.2642025E+01	.3038412E+04	.1762563E+02	-.2868109E+00
17	-.2562230E+01	.2946646E+04	.1113519E+02	-.2417207E+00
18	-.2485840E+01	.2858794E+04	.6019322E+01	-.1780549E+00
19	-.2411308E+01	.2773081E+04	.2436219E+01	-.1171673E+00
20	-.2337548E+01	.2688254E+04	.3165901E+00	-.6710428E-01
21	-.2263880E+01	.2603533E+04	-.9478021E+00	-.3070449E-01
22	-.2189944E+01	.2518505E+04	-.1385692E+01	-.7185679E-02
23	-.2115601E+01	.2433007E+04	-.1382674E+01	.5943909E-02
24	-.2040844E+01	.2347035E+04	-.1155863E+01	.1166108E-01
25	-.1965739E+01	.2260652E+04	-.8521618E+00	.1266691E-01
26	-.1890376E+01	.2173992E+04	-.5588306E+00	.1111474E-01
27	-.1814844E+01	.2087128E+04	-.3185672E+00	.8514281E-02
28	-.1739212E+01	.2000149E+04	-.1444426E+00	.5804207E-02
29	-.1663556E+01	.1913119E+04	-.3133408E-01	.3479964E-02
30	-.1587848E+01	.1826075E+04	.2996266E-01	.1730657E-02
31	-.1512169E+01	.1739042E+04	.5677092E-01	.5538250E-03
32	-.1436506E+01	.1652028E+04	.6115825E-01	-.1233234E-03
33	-.1360862E+01	.1565034E+04	.5342580E-01	-.4569602E-03
34	-.1285234E+01	.1478060E+04	.4078769E-01	-.5496822E-03
35	-.1209618E+01	.1391099E+04	.2771345E-01	-.5072893E-03
36	-.1134010E+01	.1304148E+04	.1654743E-01	-.4030713E-03
37	-.1058407E+01	.1217201E+04	.8171473E-02	-.2843842E-03
38	-.9828072E+00	.1130259E+04	.2579434E-02	-.1776750E-03
39	-.9072081E+00	.1043318E+04	-.6853561E-03	-.9444606E-04
40	-.8316085E+00	.9563740E+03	-.2234424E-02	-.3672457E-04
41	-.7560087E+00	.8694338E+03	-.2658461E-02	-.1386055E-05
42	-.6804076E+00	[illegible]	-.2441401E-02	.1680403E-04
43	[illegible]	.6955466E+03	-.1933900E-02	[illegible]
44	[illegible]	[illegible]	-.1361829E-02	[illegible]
45	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
46	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
47	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
48	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
49	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
51	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

****

N= 5 KL= 1219,00 RD= 4207,00 TF= ,80 SR=100,00 H= 2,32

RAPORTUL A/L= 3.500410

I	OMEGA	EFORTUL INELAR	MOMENTUL MX	FORTA QX
1	-.8617060E-01	.9858789E+02	.5340132E+03	-.4846681E+02
2	-.1032153E+01	.1235587E+04	-.3568823E+03	-.2579340E+02
3	-.1999452E+01	.2282455E+04	-.7797144E+03	-.9921679E+01
4	-.2730124E+01	.3147217E+04	-.8920171E+03	-.1148702E+00
5	-.3243719E+01	.3703632E+04	-.8226611E+03	.5157177E+01
6	-.3555450E+01	.4059560E+04	-.6659925E+03	.7218400E+01
7	-.3702640E+01	.4227621E+04	-.4869390E+03	.7270962E+01
8	-.3729012E+01	.4257730E+04	-.3207395E+03	.6246074E+01
9	-.3675311E+01	.4198441E+04	-.1857722E+03	.4725719E+01
10	-.3574960E+01	.4081772E+04	-.8698390E+02	.3328767E+01
11	-.3452280E+01	.3941763E+04	-.2177110E+02	.2065403E+01
12	-.3323087E+01	.3794038E+04	.1611536E+02	.1093417E+01
13	-.3198669E+01	.3652195E+04	.3396091E+02	.4173816E+00
14	-.3081786E+01	.3518739E+04	.3354807E+02	-.3132726E-02
15	-.2974286E+01	.3395097E+04	.3540919E+02	-.2266529E+00
16	-.2875477E+01	.3283178E+04	.2860980E+02	-.3128842E+00
17	-.2783751E+01	.3178424E+04	.2084532E+02	-.3135041E+00
18	-.2697158E+01	.3079576E+04	.1269121E+02	-.2684358E+00
19	-.2614001E+01	.2984629E+04	.7398170E+01	-.2055598E+00
20	-.2532834E+01	.2891955E+04	.3668947E+01	-.1423039E+00
21	-.2452602E+01	.2800346E+04	.3850719E+00	-.8800548E-01
22	-.2372616E+01	.2709019E+04	-.7258404E+00	-.4634109E-01
23	-.2292467E+01	.2617506E+04	-.1478744E+01	-.1743905E-01
24	-.2211965E+01	.2525589E+04	-.1665621E+01	.4801434E-03
25	-.2131035E+01	.2433208E+04	-.1523958E+01	.9954724E-02
26	-.2049772E+01	.2340401E+04	-.1227823E+01	.1355958E-01
27	-.1968185E+01	.2247246E+04	-.8922955E+00	.1351605E-01
28	-.1886379E+01	.2153841E+04	-.5843738E+00	.1133563E-01
29	-.1804485E+01	.2060267E+04	-.3357466E+00	.8810356E-02
30	-.1722587E+01	.1966597E+04	-.1547023E+00	.6032903E-02
31	-.1640509E+01	.1872982E+04	-.3587202E-01	.3749472E-02
32	-.1558222E+01	.1779155E+04	.3261404E-01	.1963639E-02
33	-.1476142E+01	.1685438E+04	.6436872E-01	.7281159E-03
34	-.1394077E+01	.1591738E+04	.7196128E-01	-.3538201E-04
35	-.1312030E+01	.1498057E+04	.6558502E-01	-.4360093E-03
36	-.1229999E+01	.1404395E+04	.5269213E-01	-.5874992E-03
37	-.1147981E+01	.1310748E+04	.3919553E-01	-.5826335E-03
38	-.1065971E+01	.1217115E+04	.2494378E-01	-.4956776E-03
39	-.9839594E+00	.1123482E+04	.1427379E-01	-.3776040E-03
40	-.9019707E+00	.1029857E+04	.6523307E-02	-.2600702E-03
41	-.8199738E+00	.9362341E+03	.1449074E-02	-.1593650E-03
42	-.7379771E+00	.8426116E+03	-.1466005E-02	-.8342424E-04
43	-.6559802E+00	.7489888E+03	-.2812624E-02	-.3073362E-04
44	-.5739821E+00	.6553645E+03	-.3130455E-02	.1661255E-05
45	-.4919858E+00	.5617397E+03	-.2857562E-02	.1555775E-04
46	-.4099847E+00	.4681145E+03	-.2312047E-02	.2478990E-04
47	-.3279848E+00	.3744883E+03	-.1701294E-02	.2453093E-04
48	-.2459847E+00	.2808618E+03	-.1142086E-02	.2102029E-04
49	-.1639844E+00	.1872350E+03	-.6838914E-03	.1655347E-04
50	-.8198309E-01	.9360779E+02	-.3305499E-03	.1260458E-04
51	.1696771E-04	-.1937348E-01	-.5828924E-04	.9992504E-05

****

N= 5 KL= 1219,00 RD= 4572,00 TF= ,80 SR=100,00 H= 2,47

RAPORTUL A/L= 3,750015