MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

ING.TANASE MIHAIL-EUGEN

STUDIUL CONVERTOARELOR MAGNETO-OPTICE DE CURENT. IMBUNATATIREA PERFORMANTELOR TRADUCTORULUI PRIMAR

Conducator științific
Prof.dr.ing.EUGEN POP

TIMISOARA - 1981

C U P R I N S

CAPITOLUL 1

STADIUL ACTUAL AL MIJLOACELOR NECONVENTIONALE DE MASURARE A CURENTULUI IN LINIILE DE TRANSPORT A ENERGIEI LA FOARTE INALTA TENSIUNE

1.1. CONSIDERATII GENERALE

Transportul energiei electrice la tensiuni mai mari de 22o kV ridică probleme deosebite atît în ceea ce priveşte construcţia reţelei de transport a energiei cît şi în măsurarea parametrilor ei electrici. Controlul contimuu al energiei electrice, protecţia reţelelor de transport şi studiul fenomenelor tranzitorii de avarie impun mijloacelor de măsurare a curentului următoarele cerinţe [12].

1. - Precizie instrumentală bună (dacă este posibil mai bună de o,5 %)
2. - Dinamică mare a intervalului de măsurare ($\approx$ 2o I_{pn}, cu I_{pn} = limita maximă a intervalului de măsurare)
3. - Bandă de frecvenţă largă, 0 Hz - 1 MHz (fenomenele tranzitorii de avarie prezintă şi componente continui iar cele post arc - componente armonice pînă la 1 MHz).
4. - Sistem de transmitere a informaţiei de măsurare independent de tensiunea reţelei faţă de sol.
5. - Preţ de cost scăzut

Mijloacele convenţionale de măsurare a curentului la înaltă şi foarte înaltă tensiune (FIT) - transformatoarele inductive de curent - nu pot satisface integral cerinţele de mai sus. Ele prezintă următoarele dezavantaje.

- Nu permit transmiterea componentelor continui din variaţia măsurandului în cadrul fenomenelor tranzitorii de avarie [1,2] .
- Miezul feromagnetic - cale de transmitere a informaţiei de măsurare-prezintă fenomenul de sa-

turaţie, fenomen ce afectează defavorabil precizia instrumentală. De regulă, coeficientul de saturaţie este $n < 10$, ceea ce, conduce la o dinamică mică a intervalului de măsurare [1].

- Datorită izolaţiei speciale şi măsurilor de stabilitate termică şi dinamică preţul de cost este ridicat. La nivelul anului 1972 în S.U.A. preţul era de 3500-7000 dolari pentru transformatoare de curent la 230 kV şi 15500-18500 dolari pentru 700 kV. [3].

Pentru ca aparatele de măsurat curentul la FIT să îndeplinească cerinţele mai sus enunţate, s-au creat procedee noi de măsurare, neconvenţionale, în care electronica joacă un rol esenţial. Independenţa faţă de tensiunea reţelei şi preţul de cost au impus folosirea a două sisteme de transmitere a informaţiei de măsurare: sistemul cu microunde şi sistemul optic. Transformatoarele neconvenţionale de curent care folosesc primul sistem se numesc TRANSFORMATOARE DE CURENT CU MICROUNDE iar cele care-l folosesc pe al doilea- TRANSFORMATOARE DE CURENT ELECTRONO-OPTICE.

Transformatorul de curent cu microunde, fig.1.1, foloseşte ca suport izolant de transmitere a informaţiei de măsurare un ghid dielectric de unde centimetrice [4]. Unda centimetrică generată de blocul 1 se transmite prin ghidul dielectric 2 la ghidul tip T, care, divide unda centimetrică pe două căi. Pe calea A, cîmpul magnetic produs în M_1 modifică faza undei centimetrice în funcţie de valoarea momentană a măsurandului i_p. Unda centimetrică transmisă prin ghidul 7 este modificată ca fază, funcţie de i_s, în blocul 8 şi semnalul de ieşire al acestuia este comparat în blocul 6 cu semnalul purtător al informaţiei de măsurare de la ieşirea blocului 4. Cu ajutorul amplificatorului de reacţie 9 valoarea momentană a curentului i_s este reglată pînă ce semnalul de la ieşirea comparatorului 6 este nul. Valoarea momentană a curentului i_s exprimă, la o anumită scară (factor de transformare), valoarea momentană a măsurandului [4,5].

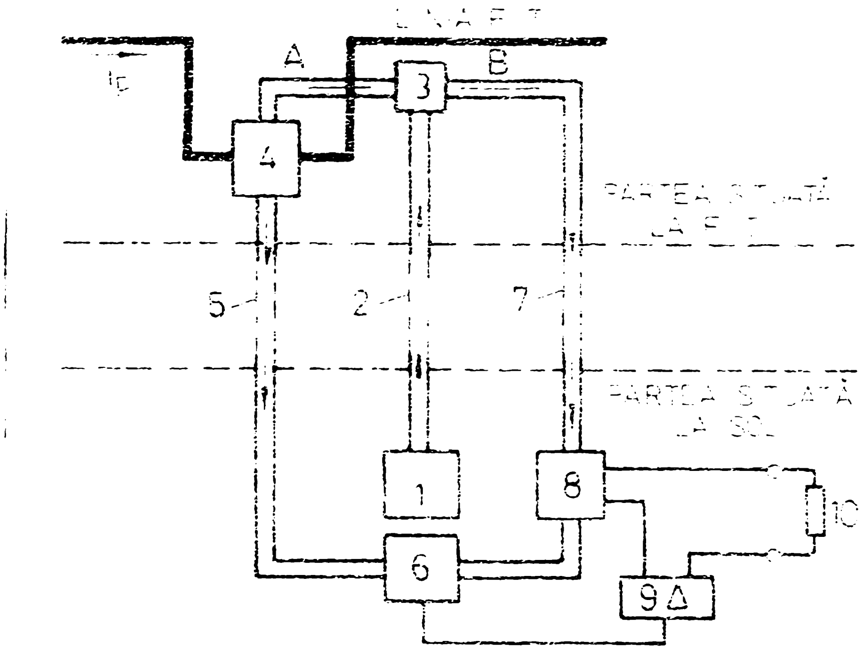


Fig.1.1. Transformator de curent cu microunde
1 - generator de microunde; 2,5,7 - ghiduri dielectrice de microundă; 3 - ghid T de microunde; 4 - traductor primar; 6 - circuit comparator; 8 - traductor secundar; 9 - amplificator;10-sarcină

Sistemul optic de transmitere al informației de măsurare reprezintă soluția cea mai avantajoasă [3,6,7]. El permite transmiterea informației în două moduri :

- prin modularea în amplitudine a intensității undei de lumină,
- prin impulsuri de lumină.

Ambele moduri de transmitere se pot realiza concret prin acțiunea măsurandului asupra însăși generatorului de lumină; se realizează astfel MODULAREA INTERNA A UNDEI DE LUMINA. Modularea în amplitudine se poate realiza și prin acțiunea unui traductor primar asupra unei unde de lumină deja generată; procedeul poartă numele de MODULATIE EXTERNA A UNDEI DE LUMINA. Procedeul de modulare constituie și criteriul de clasificare al transformatoarelor de curent electrono-optice (fig.1.2 respectiv fig.1.3).

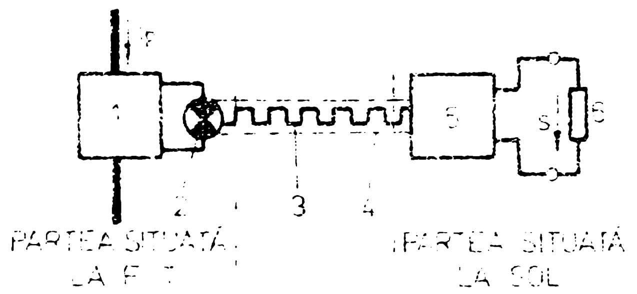


Fig.1.2. Transformator de curent electrono-optic cu modulaţie internă:1-modulator;2-generator de lumină;3-unda de lumină modulată intern;4-canal de transmisie a luminii;5-demodulator;6-sarcină

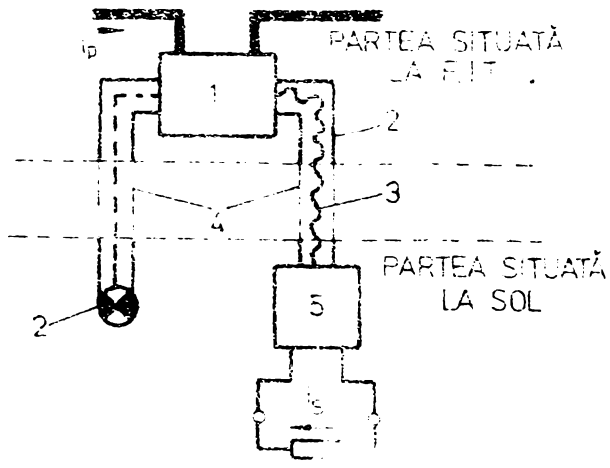


Fig.1.3.Transformator de curent electrono-optic cu modulaţie externă:1-modulator;2- generator de lumină;3-unda de lumină modulată extern;4-canal de transmisie a luminii; 5-demodulator;6-sarcină

Unda de lumină modulată intern sau extern este purtătoare a informaţiei de măsurare. Canalul de transmisie a undei de lumină,modulată sau nemodulată, între partea situată la FIT şi partea situată la sol poate fi realizat concret prin:

1. - ghid de lumină cu posibilitate de reflexie vitroasă sub incidentă razantă [8, 9, 1o],
2. - fibră optică cu absorbţie scăzută [5,11,12,13],
3. - aer liber [3,14,15].

Primul tip de canal de transmisie a luminii este folosit în tranformatoarele electrono-optice de curent cu modulaţie externă a undei de lumină plan polarizată. Prezintă absorbţie neglijabilă şi rotiri parazite ale planului de polarizare foarte mici. Are dezavantajul unui preţ de cost ridicat [8].

Fibra optică constituie un canal de transmisie mult mai ieftin şi mai uşor de instalat între partea situată la

PIT şi cea de la sol. Se foloseşte în deosebi la transformatoarele electrono-optice cu modulaţie în frecvenţă a impulsurilor de lumină. La cele cu modulaţie externă se ţine cont de atenuarea introdusă de fibră optică. Fibra optică cu o atenuare de 15o dB/Km sînt ieftine şi uzuale (pe o distanţă de 1o m, rezultă o absorbţie de 16%); se produc însă şi fibre optice cu absorbţie foarte mică - o atenuare de 5 dB/Km. [72]

Al treilea tip este cel mai simplu şi cel mai ieftin; se pretează numai cînd unda de lumină este generată de laser. Atenuarea radiaţiilor cu lungimea de undă de 632,8 şi 9oo de nanometri este neglijabilă pe distanţa de 15 m în atmosferă curată. In atmosferă cu ceaţă atenuarea este de aproximativ o,4 dB/15 m pentru ambele lungimi de undă [14].

1.2. TRANSFORMATOARE ELECTRONO-OPTICE DE CURENT CU MODULATIE INTERNA

Transmiterea informaţiei de măsurare prin impulsuri de lumină este cea mai avantajoasă. Pentru ca atenuările introduse de fibra optică-canal de transmisie - să nu influenţeze informaţia de măsurare se impune modulaţia în frecvenţă a impulsurilor de lumină. Transformatoarele electrono-optice de curent rezultate se numesc TRANSFORMATOARE DE CURENT CU MODULATIA IN FRECVENTA A IMPULSURILOR DE LUMINA. Schema bloc principială este indicată în fig.1.4 [5, 11, 13].

Pentru ca dioda emisivă LED să genereze impulsuri de lumină modulate în frecvenţă este necesar un traductor primar (C.C.T. + C.T.F., fig.1.4) pentru convertirea măsurandului de frecvenţa de impulsuri. Pentru ca acest traductor primar-sistem electronic activ-să poată lucra separat de partea situată la sol, tensiunea continuă de alimentare se generează tot la PIT, prin S.T.A., pe seama energiei transportate prin reţea. Sensorul de curent poate fi realizat fie printr-un şunt radial [13], fie printr-un sistem inductiv linearizat [11]. Dioda emisivă L.E.D. este, de regulă, o diodă cu arseniură de galiu, care, emite radiaţii luminoase în gama infraroşu cu lungimea de undă $\lambda = 900 \cdot 10^{-9}$ m.

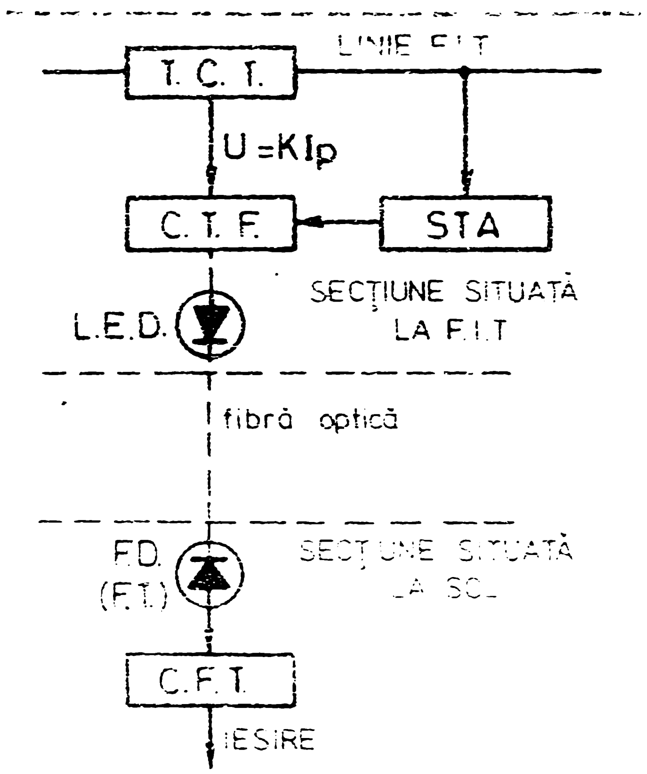


Fig.1.4. Transformator de curent cu modulația în frecvență a impulsurilor de lumină:CCT - sensor curent-tensiune; CTF - convertor tensiune-frecvență; LED - diodă emisivă; STA - sursă tensiune de alimentare; FD - diodă fotosensibilă (FT - fototranzistor); CFT - convertor frecvență-tensiune

In punctul de recepție de la sol impulsurile de lumină sînt citite cu un dispozitiv electronic fotosensibil-fotodiodă FD sau tototranzistor FT - și transformate în impulsuri de curent. Acestea pot fi prelucrate direct de circuitele electronice ale aparatului digital de măsurat (valoarea numerică indicată exprimînd direct valoarea măsurandului), sau sînt prelucrate de convertorul frecvență-tensiune rezultînd la ieșire mărimea analogică secundară.

Performanţele transformatoarelor de curent cu modulaţia în frecvenţă a impulsurilor de lumină depind direct de traductorul primar şi de circuite electronice de prelucrare a informaţiei de măsurare la sol.

1.3. TRANSFORMATOARELE ELECTRONO-OPTICE DE CURENT CU MODULATIE EXTERNA

Transformatoarele electrono-optice de curent cu modulaţia externă a undei de lumină se caracterizează prin aceea că, la foarte înaltă tensiune, nu există o parte electronică activă ci numai un traductor primar de curent. Partea electronică se găseşte la nivelul solului şi are rolul de a prelucra informaţia de măsurare transmisă prin unda luminoasă purtătoare. Traductorul primar modulează în amplitudine intensitatea luminoasă a luminii generate la sol; modulaţia este funcţie de valoarea momentană a măsurandului.

Baza fenomenologică a acestei modulaţii o constituie efectul magneto-optic longitudinal (efectul Faraday),efect ce imprimă şi denumirea de TRANSFORMATOR MAGNETO-OPTIC DE CURENT acestui tip de mijloc electrono-optic de măsurare.

Transformatorul magneto-optic de curent constituie obiectul cercetării teoretice şi experimentale a autorului.De aceea problemele legate de acest tip de transformator electrono-optic de curent vor fi prezentate mai jos în mod detaliat.

1.3.1. Efectul magneto-optic longitudinal

La trecerea unei raze de lumină plan polarizată printr-un corp optic inactiv transparent, poziţionat într-un cîmp magnetic cu direcţia liniei de cîmp paralelă cu direcţia de propagare a luminii, planul de polarizare suferă o rotire cu unghiul α . Acest unghi, denumit unghi de rotire magnetică a planului de polarizare a luminii, este direct proporţional cu diferenţa de potenţial magnetic între punctele marginale A şi B ale corpului optic pe direcţia de propagare a luminii [16]. Fenomenul este redat grafic în fig.1.5 şi exprimat matematic prin relaţia (1.1).

$$\alpha = V_\lambda \cdot \mathcal{U}_{mAB} \, [rad] \qquad (1.1)$$

unde V_λ este "constanta" lui Verdet.

Exprimînd mărimile ce intervin în relaţi (1.1) în unităţi SI rezultă V_λ cu dimensiunea [rad./A]. In TABELA 1.1 sînt indicate, pentru cîteva substanţe, "constante" Verdet. Ele au fost determinate pentru lumină monocromatică cu lungimea de undă λ şi o anumită temperatură T [17]

TABELUL 1.1.

S U B S T A N T A	T °C	λ 10^{-9}m	α 10^{-5} rad/A
S_2Cl_2	16	589,3	1,530
$SnCl_2$	16	589,3	1,610
$SbCl_5$	16	589,3	2,570
P_4S	16	589,3	4,026
ZnS (cristal stalerită)	18	589,3	8,235
Sticlă Jena S179	18	589,3	0,589
Sticlă Jena O.1443	18	589,3	0,805
Sticlă Jena flint uşor	18	589,3	1,160
Sticlă Jena flint greu	18	589,3	2,225
Sticlă Jena flint foarte greu	18	589,3	3,250

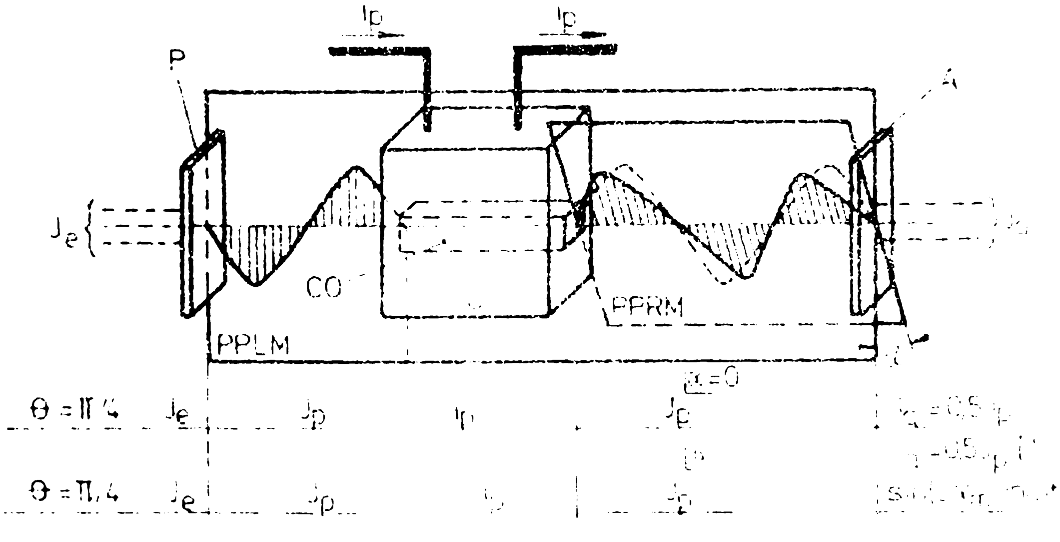


Fig.1.5. Schema bloc principială a traductorului magneto-optic de curent (traductor primar):P-polarizor;CO- corpul optic transparent;C - sensor de curent;A-analizor; PPLM - plan de polarizare a luminii monocromatice;PPRM-plan de polarizare rotit magnetic

Unghiul α este o mărime cu semn. Este pozitiv sau negativ după cum rotirea magnetică a planului de polarizare a luminii se face spre dreapta sau spre stînga observatorului care priveşte în sensul liniei de cîmp magnetic. Sensul rotirii planului de polarizare este legat numai de sensul liniei de cîmp şi nu depinde de sensul de propagare a luminii.

Mărimea V_λ este impropriu denumită constantă, deoarece, în aceleaşi condiţii de cîmp magnetic şi pentru aceeaşi substanţă, valoarea sa variază în funcţie de lungimea de undă λ a luminii monocromatice şi de temperatura T a substanţei studiate [15, 17].

$$V_\lambda = f(\lambda, T) \tag{1.2}$$

Funcţia $f(\lambda, T)$ a format obiectul cercetării chimiştilor şi fizicienilor şi a fost exprimată matematic-empiric pentru cîteva cazuri particulare [15].

Ţinînd cont de dependenţa (1.2), aplicaţiile tehnice ale efectului Faraday au folosit şi folosesc, în general, lumină monocromatică cu o astfel de imagine de undă, încît, constanta Verdet să fie maximă.

In transformatoarele magneto-optice de curent se folosesc substanţe optice inactive transparente cu absorbţie minimă de lumină ; acestea sînt sticlele optice de Jena tip flint greu şi foarte greu. [3,4,5,6,7,8,9,10,16].

Dependenţa din relaţia (1.2) a fost studiată de autor, în colaborare, pentru sticlă optică de Jena tip barium-flint, flint F-3, flint greu SF-1 şi flint foarte greu SF-6. Studiul a fost realizat cu o instalaţie electrono-optică originală iar rezultatele ca şi instalaţia sînt indicate detaliat în /18, 19/*.

1.3.2. Funcţia de modulare în amplitudine a intensităţii luminii plan-polarizate

Se notează cu J_e - intensitatea fluxului luminos monocromatic generat la sol, cu J_p - intensitatea fluxului luminos monocromatic plan-polarizat (la ieşirea din polarizorul P, fig.1.4), cu J_a - intensitatea fluxului luminos monocromatic cu planul de polarizare rotit magnetic cu unghiul α (la ieşirea din analizorul A, fig.1.4) şi cu θ - unghiul fix dintre planele de polarizare ale polarizorului şi analizorului. Con-

* Bibliografia indicată între paranteze oblice se referă la lucrări elaborate de autor singur sau în colaborare

siderînd neglijabile absorbţiile de lumină din polarizor, analizor şi corpul optic transparent, în lipsa cîmpului magnetic, conform legii lui Malus, J_a se exprimă cu relaţia :

$$J_a = J_p \cdot \cos^2\theta = \frac{1}{2} \cdot J_p \cdot (1 + \cos 2\theta) \qquad (1.3)$$

In prezenţa cîmpului magnetic invariabil în timp, creat de sensorul de curent C, planul de polarizare se roteşte cu unghiul și relaţia (1.3) devine

$$J_\alpha = J_p \cdot \cos^2(\theta + \alpha) = \frac{1}{2} \cdot J_p \cdot [1 + \cos(2\theta + 2\alpha)] \qquad (1.4)$$

Se consideră cazul general cînd

- intensitatea cîmpului magnetic generat de C este variabilă sinusoidal în timp
- lungimea AB a corpului optic este mai mare ca zona de constantă a amplitudinii intensităţii cîmpului magnetic şi
- linia de cîmp nu este paralelă cu direcţia de propagare a razei de lumină pe distanţa AB.

Alegînd direcţia de propagare a razei de lumină paralelă cu axa ordonatelor în sistemul cartezian de coordonate, pentru lumina monocromatică şi o anumită temperatură a corpului optic de studiat, rezultă :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= H_m \sin \omega t \\ \alpha &= V_\lambda \cdot \int_A^B H_{mY} \cdot dl \cdot \sin \omega t = \alpha_m \cdot \sin \omega t \\ \alpha_m &= V_\lambda \cdot \int_A^B H_{mY} \cdot dl = V_\lambda \cdot U_{mmYAB} \end{aligned} \qquad (1.5)$$

unde H_{my} este componenta vectorului intensitate cîmp magnetic maxim după axa ordonatelor. Relaţia (1.4), pentru diferite valori ale unghiului θ , devine :

$$J_a = 0{,}5\, J_p \cdot [1 + \cos(2\alpha_m \sin \omega t)] \quad \text{pt. } \theta = 0 \qquad (1.6)$$

$$J_a = 0{,}5\, J_p \cdot [1 - \sin(2\alpha_m \sin \omega t)] \quad \text{pt. } \theta = \pi/4 \qquad (1.7)$$

$$J_a = 0{,}5\, J_p \cdot [1 - \cos(2\alpha_m \sin \omega t)] \quad \text{pt. } \theta = \pi \qquad (1.8)$$

In relaţiile de mai sus argumentul funcţiilor trigonometrice are la rîndul său o variaţie sinusoidală în timp. Conform [20] funcţiile cosinus şi sinus de acest tip se pot descompune în serie Fourier avînd drept coeficienţi funcţiile Bessel de speţa 1. Efectuînd descompunerea, rezultă :

$$J_a = 0{,}5\,J_p \cdot [1 + J_0(2\alpha_m) + 2J_2(2\alpha_m)\cos 2\omega t + 2J_4(2\alpha_m)\cos 4\omega t + \cdots] \qquad pt.\ \theta = 0 \tag{1.9}$$

$$J_a = 0{,}5\,J_p\,[1 - 2J_1(2\alpha_m)\sin\omega t - 2J_3(2\alpha_m)\sin 3\omega t - 2J_5(2\alpha_m)\sin 5\omega t - \cdots] \qquad pt\ \theta = \pi/4 \tag{1.10}$$

$$J_a = 0{,}5\,J_p\,[1 - J_0(2\alpha_m) - 2J_2(2\alpha_m)\sin 2\omega t - 2J_4(2\alpha_m)\cos 4\omega t - \cdots] \qquad pt.\ \theta = \pi/2 \tag{1.11}$$

Din analiza relaţiilor de mai sus rezultă că, la polaroizi paraleli ($\theta = 0$) sau încrucişaţi ($\theta = \pi/2$), intensitatea luminoasă are o componentă continuă suplimentară $- J_0(2\alpha_m)$ - şi are fundamentala de pulsaţie egală cu dublul pulsaţiei cîmpului magnetic modulator. La un unghi $\theta = \pi/4$, fundamentala are pulsaţia egală cu pulsaţia cîmpului modulator şi deci şi a măsurandului. Rezultă că, informaţia de măsurare este corectă pentru $\theta = \pi/4$.

Alegerea unghiului fix θ se face şi în funcţie de sensibilitatea maximă a detecţiei optice la punctul de recepţie de la sol [8,9]. Elementul fotosensibil de la sol, sesizează variaţiile intensităţii undei luminoase purtătoare a informaţiei de măsurare.

$$S_0 = \frac{dJ_a}{d\alpha} = -J_p \cdot \sin(2\theta + 2\alpha) \tag{1.12}$$

$$\frac{dS_0}{d\theta} = -2J_p\cos(2\theta + 2\alpha)$$

$$\frac{dS_0}{d\theta} = 0 \quad pt.\ \theta + \alpha = (2k+1)\cdot\frac{\pi}{4} \tag{1.13}$$

Pentru $k = 0$ rezultă $\theta + \alpha = -\pi/4$. La variaţii mici ale unghiului de rotire magnetică , la limita $\alpha = 0$, se obţine $\Theta = \pi/4$ pentru $S_{0\ max}$.

Deci, unghiul fix $\Theta = \pi/4$ dintre analizor şi polarizor reprezintă varianta optimă. Se va considera mai departe numai relaţia (1.1o).

Funcţia Bessel de speţa 1, de ordin întreg şi pozitiv se poate exprima prin seria [2o] :

$$J_n(2\alpha_m) = \left(\frac{2\alpha_m}{2}\right)^n \cdot \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!\,(r+n)!} \cdot \left(\frac{2\alpha_m}{2}\right)^{2r} \qquad (1.14)$$

Rezultă

$$\begin{aligned} J_1(2\alpha_m) &= \alpha_m \left(1 - \frac{\alpha_m^2}{2} - \frac{\alpha_m^4}{12} - \frac{\alpha_m^6}{144} - \dots\right) \\ J_3(2\alpha_m) &= \alpha_m^3 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{\alpha_m^2}{24} - \frac{\alpha_m^4}{240} - \frac{\alpha_m^6}{4320} - \dots\right) \\ J_5(2\alpha_m) &= \alpha_m^5 \left(\frac{1}{120} - \frac{\alpha_m^2}{720} - \frac{\alpha_m^4}{10\,800} - \dots\right) \end{aligned} \qquad (1.15)$$

Inlocuind relaţiile de mai sus în (1.1o) se obţine:

$$\begin{aligned} J_a = \frac{1}{2} \cdot J_p \cdot \Big[1 &- \left(2\alpha_m - \alpha_m^3 + \frac{1}{6}\alpha_m^5 - \frac{1}{72}\alpha_m^7\right) \sin \omega t - \\ &- \left(\frac{1}{3} \cdot \alpha_m^3 - \frac{1}{12} \cdot \alpha_m^5 + \frac{1}{120}\alpha_m^7 - \frac{1}{2160}\alpha_m^9 - -\right) \sin 3\omega t - \\ &- \left(\frac{1}{60} \cdot \alpha_m^5 - \frac{1}{360} \cdot \alpha_m^7 + \frac{1}{5400} \cdot \alpha_m^9 - \dots\right) \sin 5\omega t - - \Big] \end{aligned} \qquad (1.16)$$

Pentru ca armonica de ordinul 3 să aibe amplitudinea sub 1% din amplitudinea fundamentalei este necesar ca

$$\alpha_m < 0{,}24 \ [rad] \qquad (1.17)$$

Respectînd condiţia (1.17) şi ţinînd cont de relaţiile (1.5), relaţia (1.16) devine

$$J_a = -\frac{1}{2} \cdot J_p - J_p \cdot V_\lambda \cdot U_{mm\gamma AB} \cdot \sin \omega t \qquad (1.18)$$

In ipoteza unei caracteristici de convertire liniare a sensorului de curent, rezultă

$$U_{mm\gamma AB} = k_1 \cdot I_p \cdot \sqrt{2}. \qquad (1.19)$$

Parametrul informaţional J_a se exprimă cu relaţia

$$J_a = \frac{1}{2} \cdot J_p - J_p \cdot V_\lambda \cdot k_1 \cdot I_p \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t \cdot$$

Notînd cu $k = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot V_\lambda \cdot k_1$ ~~rezultă funcţia de modulare~~ în amplitudine a intensităţii luminoase de către măsurand

$$J_a = \frac{1}{2} \cdot J_p \left(1 - k \cdot i_p \right). \qquad (1.2o)$$

Relaţia (1.2o) reprezintă şi caracteristica de convertire a traductorului magneto-optic de curent, adică, caracteristica de convertire a traductorului primar din transformatorul magneto-optic de curent.[7, 8, 9, 1o, 21, 22].Ea este dedusă în următoarele condiţii:

- absorbţie de lumină şi depolarizare neglijabile în corpul optic transparent ;
- absorbţie de lumină neglijabilă în polarizor şi analizor ;
- sensibilitate maximă de detecţie a intensităţii luminoase;
- valoarea maximă a unghiului de rotaţie magnetică a planului de polarizare este $\alpha_{max} \leq 0{,}24$ radian;
- sensorul de curent are ocaracteristică de convertire liniară.

In cazul particular al cîmpului magnetic invariabil în timp, funcţia de modulare în amplitudine a intensităţii luminoase prin efect magneto-optic longitudinal se poate exprima cu relaţia

$$J_a = \frac{1}{2} \cdot J_p \cdot \left[1 - \sin \left(2 \cdot V_\lambda \cdot U_{mYAB} \right] \qquad (1.21)$$

In condiţiile unei caracteristici de convertire liniare a sensorului de curent şi a absorbţiilor neglijabile de lumină în corpul optic, polarizor şi analizor, relaţia (1.21) devine

$$J_a = \frac{1}{2} \cdot J_p \cdot \left[1 - \sin \left(k' \cdot I_p \right) \right] \qquad (1.22)$$

unde $$k' = 2 \cdot V_\lambda \cdot k_1 . \qquad (1.23)$$

Caracteristica de convertire a traductorului primar, cu măsurandul invariabil în timp (reţele de transport a energiei în curent continuu), exprimată cu relaţia (1.22) este neliniară.Relaţiile (1.2o) şi (1.22) arată posibilitatea utilizării aceluiaşi transformator magneto-optic de curent atît în curent alternativ cît şi în curent continuu.

1.3.3. Sensorul de curent

Din considerentele impuse în deducerea funcţiei de modulare în amplitudine a intensităţii fluxului luminos de către măsurand, rezultă rolul esenţial al sensorului. El trebuie să îndeplinească următoarele funcţii:

1. - Să genereze un cîmp magnetic ale cărui linii de cîmp, pe o porţiune cît mai mare, să fie paralele cu direcţia de propagare a razei de lumină (componenta H_{my} cît mai apropiată valoric de H_m)
2. - Să aibe o caracteristică de convertire liniară pentru o dinamică cît mai mare a intervalului de măsurare, indiferent că măsurandul este variabil sau nu în timp.
3. - Bandă de frecvenţă largă.

Transformatoarele magneto-optice de curent, de laborator sau industriale, au folosit drept sensor de curent bobina solenoidală masivă cu miez de aer şi număr mic de spire. [6,8,9,10,21,22,23,24,25]. Calculul riguros al diferenţei de potenţial magnetic între două puncte de pe axa bobinei solenoidale masive, simetrice faţă de centrul bobinei este prezentat în [26].

Se notează :
- V_c = volumul materialului strict conductor al bobinei ;
- V_t = volumul total ocupat de bobinaj;
- $p = V_c/V_t$ = factorul de umplere al bobinei ;
- J_o = densitatea corespunzătoare valorii nominale a măsurandului;
- $f(x,y)$ = distribuţia relativă a densităţii de curent în spira bobinei ca funcţie de punct;
- S_c = secţiunea conductoare a spirei.

Densitatea de curent, pentru regimul nominal al măsurandului, se exprimă, în general, cu relaţia

$$J(t) = J_o \cdot f(x,y) \cdot \sin\omega t = \frac{I_{pn}\sqrt{2}}{S_c} \cdot f(x,y) \cdot \sin\omega t \qquad (1.24)$$

Din [26] şi [27], expresia diferenţei de potenţial magnetic între două puncte pe axa solenoidului, la distanţa "a" de centrul său, este

$$U_{mmYAB} = \frac{1}{2}\cdot\frac{I_{pn}\cdot\sqrt{2}}{S_c}\cdot p\cdot\int_{-x_1}^{+x_1} dx \int_{y_1}^{y_2}\left[\frac{a+x}{\sqrt{y^2+(a+x)^2}} + \frac{a-x}{\sqrt{y^2+(a-x)^2}}\right]\cdot f(x,y)\cdot dy . \qquad (1.25)$$

Mărimile x_1, y_1, y_2, a, sînt evidenţiate în desenul din fig. 1.6. Între punctele A(-a,o) şi B(+a,o) este poziţionat corpul optic transparent

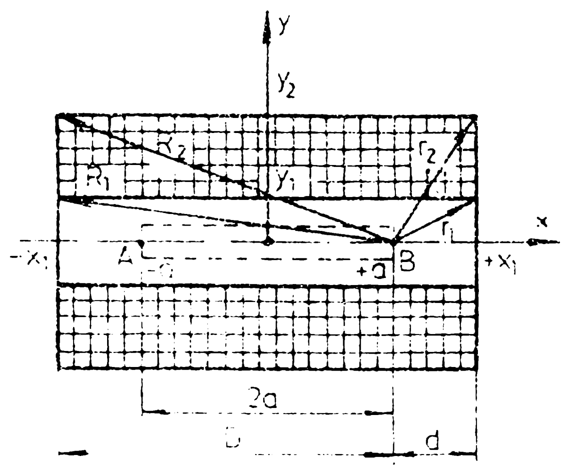


Fig.1.6. Bobina masivă secţionată central

Din relaţia (1.25) se observă că, expresiile obţinute prin dubla integrare depind numai de dimensiunile geometrice ale bobinei. Pentru o bobină solenoidală masivă dată, cu un anumit mod de bobinare şi distribuţie relativă a densităţii de curent şi considerînd axa cilindrului solenoidal ca axa ordonatelor, rezultă

$$U_{mmYAB} = k_{1S}\cdot I_{pn}\cdot\sqrt{2} \qquad (1.26)$$

cu

$$k_{1S} = f(x_1, y_1, y_2, a, p, S_c)$$

Pentru curent continuu k_{1S} este acelaşi , numai că nu se mai pune problema unei valori maxime a diferenţei de potenţial magnetic.

$$U_{mYAB} = k_{IS} \cdot I_{pn}. \qquad (1.27)$$

Relaţiile (1.26) şi (1.27) constituesc caracteristicile de convertire ale sensorului de curent realizat cu bobină solenoidală masivă cu miez de aer. Ele demonstrează liniaritatea sensorului .

Execuţia solenoidului printr-o bobinare uniformă în mai multe straturi realizează o distribuţie relativă de densitate unitară, $f(x,y) = 1$. Exprimînd pentru o spiră oarecare raportul dintre diferenţa de potenţial magnetic produsă şi puterea consumată, funcţia rezultată are un maxim pentru $x = 0$ şi $y = y_1$ [26]. Această înseamnă că, cea mai mare eficacitate în producerea diferenţei de potenţial magnetic o are spira din mijlocul primului strat; contribuţia celorlalte spire este mai mică.

Impunînd condiţia ca toate spirele să aibe o contribuţie egală în producerea diferenţei de potenţial magnetic se obţine distribuţia relativă optimală a densităţii, denumită şi distribuţia Lord Kelvin [26].

$$f_{opt}(x,y) = y_1^2 \cdot \frac{y}{(y^2+x^2)^{3/2}} \qquad (1.28)$$

Realizarea practică a unei bobine solenoidale cu o astfel de distribuţie a densităţii de curent în spiră este foarte dificilă. Se preferă o distribuţie de forma

$$f_B(x,y) = \frac{y_1}{y} \qquad (1.29)$$

obţinută prin realizarea spirei sub formă de disc. Rezultă bobina masivă solenoidală tip Bitter, indicată în fig.1.7.

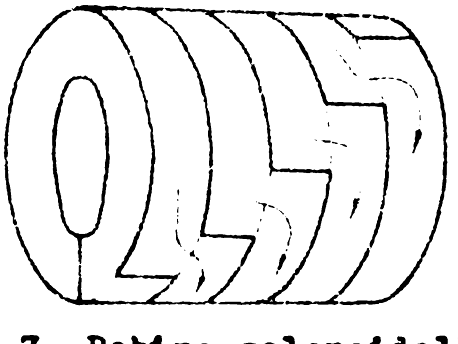


Fig.1.7. Bobina solenoidală Bitter

Indexînd prin B referirea la bobina Bitter, relaţia

(1.26) devine

$$U_{mm\gamma AB} = k_{1B} \cdot I_{pn} \cdot \sqrt{2}. \qquad (1.3o)$$

unde:

$$k_{1B} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{S_c} \cdot p \cdot \left\{ 2Y_1 \cdot \left[(R_2 - R_1) - (r_2 - r_1) \right] - \right.$$

$$\left. - Y_1 \cdot D \cdot \ln \frac{(R_2 + D)(R_1 - D)}{(R_2 - D)(R_1 + D)} + Y_1 D \cdot \ln \frac{(r_2 + D)(r_1 - D)}{(r_2 - D)(r_1 + D)} \right\} \qquad (1.31)$$

Mărimile Y_1, R_2; R_1, r_2, r_1, D, d au semnificaţia din fig.1.6. unde se poate considera reprezentată secţiunea prin bobina Bitter.

1.3.4. Analiza cauzelor ce afectează performanţele transformatorului magneto-optic de curent

Semnalul purtător al informaţiei de măsurare - unda luminoasă cu intensitatea modulată în amplitudine în traductorul magneto-optic-este transmis prin canal optic şi captat la sol de adaptorul de măsurare. Acesta conţine un comparator cu compensare optică, un element fotosensibil şi un amplificator diferenţial [7,8,9,1o,22,23,25].

Considerînd elementul fotosensibil cu caracteristică de transfer liniară

$$i_f = k_f \cdot J_a \qquad (1.32)$$

parametrul informaţional, exprimat cu relaţia (1.2o), se converteşte în curent conform cu relaţia

$$i_f = I_{fo} \cdot (1 - k \cdot i_p). \qquad (1.33)$$

unde

$$I_{fo} = k_f \cdot 0{,}5 \cdot J_p \qquad (1.34)$$

$$k = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot V_\lambda \cdot k_1. \qquad (1.35)$$

Dacă compensarea optică şi compararea se produce cu un traductor magneto-optic similar celui de la înaltă tensiune, se obţine [8]

$$i_s = I_s \cdot \sqrt{2}. \sin(\omega t - \varphi) \qquad (1.36)$$

unde φ reprezintă defazajul introdus de circuitele electronice şi sistemul de compensare optică. Exprimat în complex,

$$\underline{I}_s = I_s \cdot e^{+j\varphi}. \qquad (1.37)$$

Factorul de transformare T al transformatorului magneto-optic de curent este de asemenea o memorie complexă şi se exprimă cu relaţia

$$T = \frac{I_s}{I_p} = G \cdot R_e \cdot k_f \cdot k \quad (1.38)$$

unde G este factorul de amplificare al amplificatorului diferenţial, R_e este rezistenţa de sarcină echivalentă a elementului fotosensibil, k_f este definit de relaţia (1.32) şi k - de relaţia (1.35).

Relaţia (1.38) reprezintă şi caracteristica de convertire a transformatorului magneto-optic de curent-mijloc de măsurare a curentului la foarte înaltă tensiune.

Din analiza factorilor ce intervine în relaţia (1.38) se pot stabili sursele de erori ce afectează precizia instrumentală a transformatorului magneto-optic de curent. Ele sînt:

a. - Instabilitatea lungimii de undă a luminii monocromatice de lucru; ea duce la variaţia constantei Verdet [8, 14, 30].

b. - Neliniaritatea elementului fotosensibil receptor şi variaţia sensibilităţii sale în timp şi cu temperatura (variaţia factorului k_f) [23].

c. - Acţiunea depolarizantă a sistemelor catadioptrice folosite asupra undei de lumină plan polarizată (afectează intensitatea luminoasă I_p) [23, 30]

d. - Birefringenta reziduală în corpul optic (datorită neomogenităţii acestuia şi tensiunilor interne), care are acţiune depolarizantă variabilă în timp şi cu temperatura [16].

e. - Analizorul şi polarizorul de tip polaroid nu corespund experimental legii teoretice [23].

f. - Imperfecţiunea sensorului de curent [23].

Autorul prezentei lucrări şi-a concentrat atenţia îndeosebi asupra sensorului de curent. Analizînd, pe baza studiului bibliografic şi experimentului, influenţa imperfecţiunii sensorului asupra sensibilităţii şi preciziei instrumentale, se obţin următoarele :

1. - Bobina solenoidală este realizată prin rigidizarea mecanică a unor spire - la solenoidul clasic - sau a unor discuri - bobina Bitter. La curenţi mari prin bobină, mai mari ca I_{pn}, între spire sau discuri apar forţe electrodinamice care, imprimă vibraţii mecanice sensorului. Vibraţiile mecanice conduc la apariţia unor erori sistematice suplimentare, ce afectează eroarea instrumentală a transformatorului magneto-optic de curent. Aceste erori se datoresc fie neliniarităţii sesorului datorită deformării mecanice a acestuia , fie dezaxării sistemului optic la traductorul magneto-optic primar de curent [12, 23, 29].

Exemplu: Prototipul industrial realizat de Petenc şi Bernard [22] are o precizie instrumentală mai bună de 1,5% la I_{pn} = 2000 A. La măsurarea unui curent de 18.000 A se obţine o eroare instrumentală de 6%, din care, 3% se datorează vibraţiilor din bobina solenoidală.

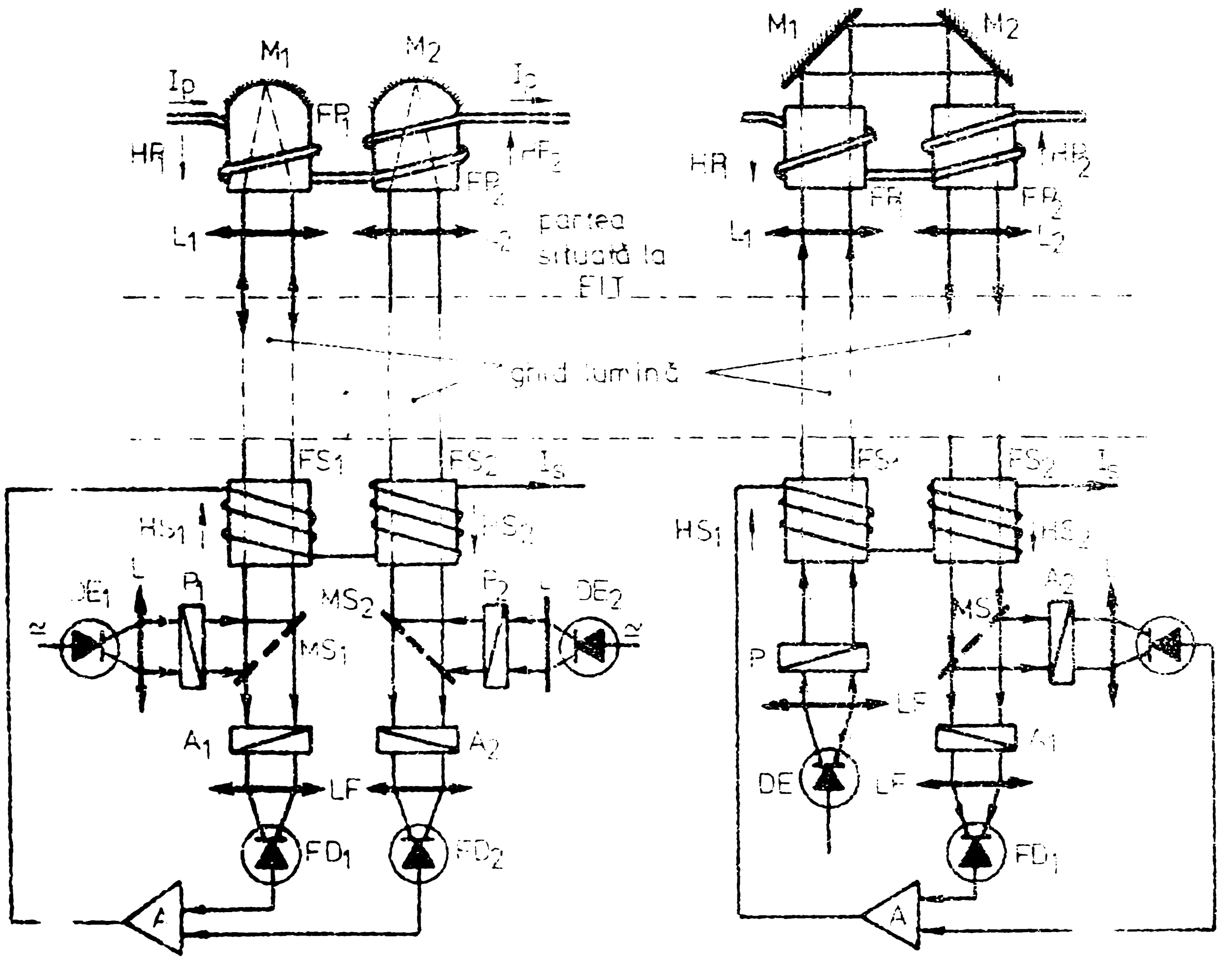
2. - Reţeaua de transport a energiei electrice la foarte înaltă tensiune conţine două conductoare, cînd transportul se face în c.c. şi trei conductoare - în curent alternativ. Conductoarele vecine conductorului străbătut de măsurand creează la rîndul lor cîmpuri magnetice a căror intensităţi, în zona ocupată de corpul optic transparent , se suprapun intensităţii cîmpului creat de măsurand prin intermediul sensorului.

Deşi conductoarele reţelei de transport sînt la distanţe mari unul de altul - ~4,4 m la 220 kV şi ~ 6,0 m la 400 kV - la o încărcare nesimetrică a liniilor, fenomenul de suprapunere descris mai sus, introduce o eroare suplimentară,care, afectează defavorabil eroarea instrumentală a transformatorului magneto-optic de curent [23, 28, 29].

Experimentările descrise în [23] arată că dacă :

a. - măsurandul are valoarea I_{pn} şi curentul printr-un conductor, situat la 7 m distanţă de cel străbătut de măsurand, are valoarea 40 I_{pn}; atunci, eroarea instrumentală creşte la 10%.

b. - măsurandul are valoarea $I_{pn}/10$ şi curentul printr-un conductor, situat la 7 m distanţă de cel străbătut de măsurand, are valoarea I_{pn} , atunci eroarea instrumentală creşte la 3%.



a. b.

Fig.1.8. Transformator magneto-optic de curent astatizat a. - varianta cu două căi în paralel; b. - varianta cu două căi în serie
DE, DE$_1$, DE$_2$ - diode emisive în infraroşu; FD,FD$_1$,FD$_2$- elemente fotosensibile:P, P$_1$, P$_2$ - polarizor; A$_1$,A$_2$ - analizor; LF - lentilă de focalizare; L- lentilă optică; MS, MS$_1$, MS$_2$ - oglinzi semitransparente; FS$_1$, FS$_2$ - corp optic secundar;FP$_1$, FP$_2$ - corp optic primar;HP$_1$,HP$_2$ -cîmp modulator primar; HS$_1$, HS$_2$ - cîmp modulator secundar; L$_1$M$_1$, L$_2$M$_2$ - sistem reflectorizant catadioptric; A - amplificator diferenţial de putere.

Pentru eliminarea acestei erori suplimentare s-a utilizat astatizarea sensorului de curent prin cele două variante indicate în fig.1.8 [23]. Procedeul astatizării înlătură practic eroarea datorată cîmpurilor magnetice parazite însă se dublează prețul de cost al mijlocului de măsurare . De asemenea se înmulțesc sursele de erori "c" și "d" și crește influența vibrațiilor mecanice la $I_p >> I_{pn}$.

3. - Transformatoarele magneto-optice de curent, cu bobină solenoidală ca și sensor de curent prezintă o limită minimă de măsurare destul de mare. Din [23] rezultă că :

- la o bobină solenoidală cu 12 spire, limita minimă de măsurare este I_{pmin} = 150 A.
- la o bobină solenoidală cu 5 spire, limita minimă de măsurare este I_{pmin} = 300 A.

Se poate micșora limita minimă de măsurare mărind traseul luminii plan polarizate prin corpul optic transparent ca în fig.1.9 [30]. Relația (1.5), în acest caz devine

$$U_{mmAB} = \int_A^{B_1} \bar{H}_m d\bar{\ell}_1 + \int_{B_1}^{B_2} \bar{H}_m d\bar{\ell}_2 + \int_{B_2}^{B_3} \bar{H}_m d\bar{\ell}_3 + \int_{B_3}^{B} \bar{H}_m d\bar{\ell}_4 \qquad (1.39)$$

Pe traseele B_1B_2 și B_3B atît $\bar{H}_m$ cît și $d\bar{\ell}$ sînt negative. Este evident că direcția de propagare a razei de lumină își schimbă înclinarea față de linia de cîmp, însă, micșorarea produsului scalar $\bar{H}_m d\bar{\ell}$ este neglijabilă comparativ cu mărirea globală de U_{mmAB}.

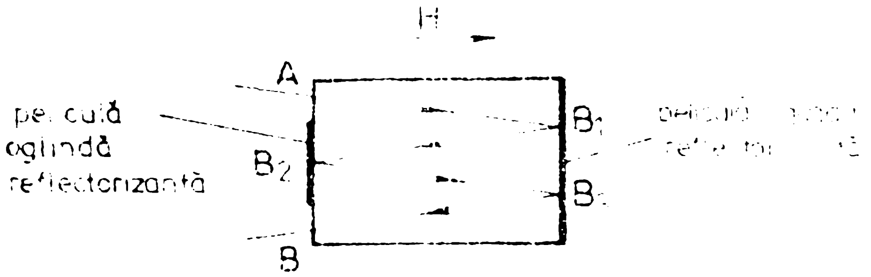


Fig.1.9. Procedeu de mărire a traseului razei de lumină prin corpul optic transparent

Procedeul prezintă următoarele dezavantaje :

- prin creşterea drumului parcurs de lumină în corpul optic creşte acţiunea depolarizantă a acestuia ;

- datorită vibraţiilor mecanice se poate modifica unghiul de incidenţă a razei de lumină în corpul optic, avînd ca efect apariţia unor erori mari sau chiar dispariţia razei de lumină la ieşirea din corpul optic transparent.

Transformatorul magnetooptic de curent a constituit obiectul cercetării unui grup restrîns de cadre didactice de la Facultatea de Electrotehnică I.P.T.V. Timişoara, Catedra de Electronică şi măsurări electrice. Din acest grup face parte şi autorul prezentei lucrări de doctorat. Sub îndrumarea şi cu ajutorul substanţial al prof.dr.ing.EUGEN POP s-a urmărit, în cadrul activităţii de cercetare contractuală, realizarea unui transformator magnetooptic de curent original, cu performanţe comparabile cu cele realizate pe plan mondial.

Personal, m-am ocupat, îndeosebi, de sensorul de curent al traductorului primar. Soluţia propusă, prezentată detaliat în capitolul 2, elimină erorile datorate vibraţiilor mecanice la valori mari ale măsurandului, diminuează substanţial pe cele datorate cîmpurilor magnetice create de curenţii prin conductoarele vecine celui străbătut de măsurand, este ieftin, uşor de realizat şi permite implementarea mijlocului de măsurare fără segmentarea liniei de transport a energiei.

CAPITOLUL 2

SENSORUL DE CURENT CU CIRCUIT FEROMAGNETIC TOROIDAL. FORMULAREA PROBLEMEI DE CIMP

2.1. SOLUTIA PROPUSA

Concluziile trase de autor în paragraful 1.3.4. evidenţiază două mari incoveniente la soluţia solenoidală pentru sensorul de curent :

1. - apariţia vibraţiilor mecanice la valori mari ale măsurandului ;
2. - sensibilitatea la cîmpurile magnetice create de curenţii prin conductoarele vecine celui străbătut de măsurand.

Pentru înlăturarea primului incovenient şi diminuarea celui de al doilea colectivul de cercetare a transformatoarelor magneto-optice de curent foloseşte traductorul primar din fig.2.1.

El este constituit din două părţi distincte:

- sensorul de curent, format din circuitul feromagnetic toroidal cu întrefier mare şi conductorul străbătut de măsurand.
- sistemul magneto-optic.

Sensorul de curent constitue contribuţia autorului prezentei lucrări la traductorul primar propus. El este parte importantă a revendicării nr.1 din brevetul de invenţie nr.66109/22.07.76 CNST-OSIT - BUCURESTI-ROMANIA [33]. Traductorul primar de curent, cu sensorul de curent specificat mai sus, este utilizat în transformatoarele magneto-optice de curent realizate în cadrul cercetării contractuale, beneficiar ICEMENERG BUCURESTI [18, 31, 32, 34].

La baza propunerii acestui tip de sensor de curent stau următoarele consideraţii fenomenologice :

- circuitul feromagnetic toroidal,poziţionat în jurul conductorului străbătut de măsurand - conductor infinit lung, are rolul de a concentra liniile de cîmp generate de măsurand în zona întrefierului;
- întrefierul foarte mare impune funcţionarea circuitului feromagnetic pe porţiunea liniară a caracteristicii

fundamentale de magnetizare pînă la valori mari ale curentului de măsurat.

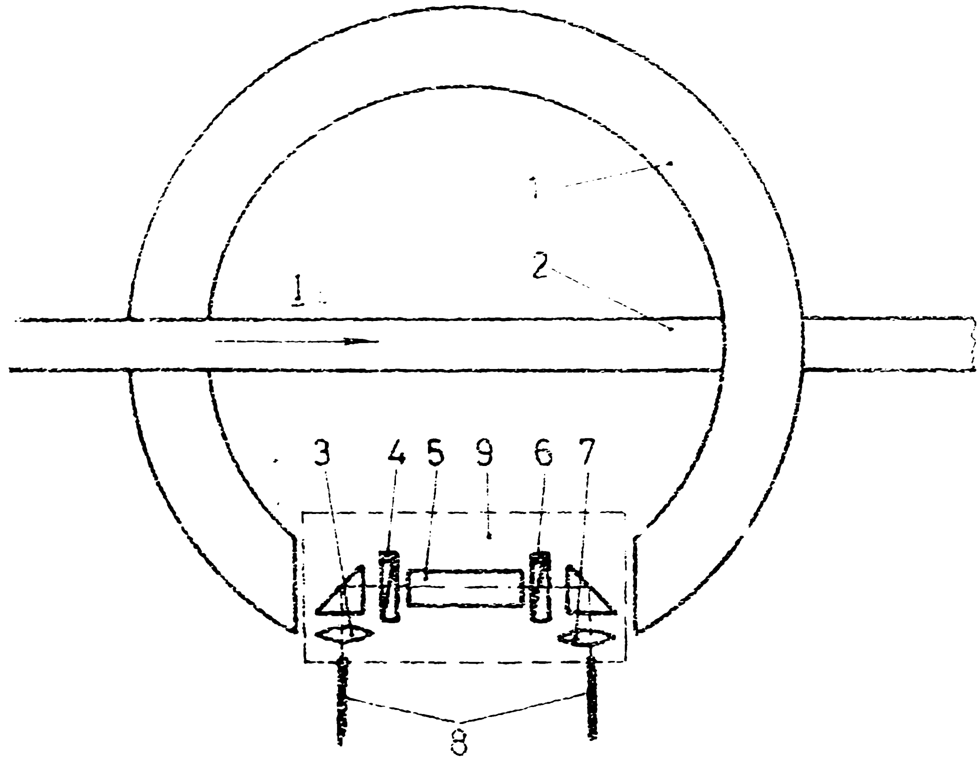


Fig.2.1. Traductor magneto-optic de curent

1 - circuit feromagnetic toroidal realizat din tole; 2 -conductorul străbătut de măsurand; 3,7 - sistem optic de focalizare și schimbare a direcției de propagare a luminii; 4 - polarizor ; 5 - mediul optic transparent = bară sticlă Jena SF-6; 6 - analizor ; 8 - ghid de lumină = fibră optică; 9 - sistemul magneto-optic.

- In zona centrală a întrefierului, pe o porțiune cu atît mai mare cu cît sînt mai mari dimensiunile tălpilor polare, liniile de cîmp prezintă paralelism cu linia ce unește centrele polilor. In aceste condiții, efectul magneto-optic longitudinal crește, și sensibilitatea traductorului primar, de asemenea.

- Circuitul feromagnetic toroidal prezintă și efect de ecranare a sistemului magneto-optic de măsură față de cîmpurile magnetice parasite, create de curenții din conductoarele vecine.

Aceste considerente fenomenologice vor fi confirmate și evaluate cantitativ prin calculul cîmpului magnetic creat de sensorul de curent.

2.2. CERINȚELE PROBLEMEI DE CÎMP

Prin calculul cîmpului magnetic creat de sensorul de curent se urmărește :

- determinarea diferenței de potențial magnetic, U_{mmYAB}, între punctele extreme longitudinale ale mediului optic transparent și a factorului de transformare

$$k = \frac{U_{mmYAB}}{I_p} \tag{2.1}$$

- determinarea erorii de liniaritate a sensorului pentru o dinamică mare a intervalului de măsurare ;
- stabilirea influenței poziției conductorului străbătut de măsurand în interiorul circuitului feromagnetic toroidal asupra factorului de transformare;
- influența dimensiunilor geometrice ale circuitului feromagnetic asupra factorului de transformare și erorii de liniaritate ;
- determinarea erorii datorată cîmpurilor magnetice create de celelalte conductoare ale rețelei de transport a energiei.

Ținînd cont de dimensiunile geometrice ale circuitului feromagnetic și corpului optic transparent poziționat în zona centrală a întrefierului, fig.2.2, dependența analitică

$$\underline{U}_{mmYAB} = F(\underline{I}_p, \underline{\mu}, R_i, R_e, a, b, l, p) \tag{2.2}$$

permite evaluarea fenomenologică și valorică a cerințelor de calcul mai sus enunțate (prin valoarea complexă a permeabilității magnetice se ține cont de pierderile totale în fier).

Cu metodele indicate în [35, 36, 37, 38, 39, 40] calculul analitic al cîmpului în cauză se poate efectua numai cu ipoteze simplificatoare, care, ar denatura grosolan fenomenul.

La circuitele feromagnetice cu întrefier se poate aplica, cu o bună precizie, metoda grafo-analitică a lui BUL' B.K. din [41]. Pentru folosirea ei este nevoie de :

- determinarea pe circuitul feromagnetic a înălțimilor de închidere a liniilor cîmpului de dispersie din jurul întrefierului prin imagini ale cîmpului real pentru valori caracteristice ale amperspirelor de magnetizare;

- determinarea experimentală a curbelor de dependenţă componentă activă şi reactivă a reluctanţei magnetice funcţie de inducţie, pentru conductorul magnetic folosit.

Metoda de calcul este, deci, laborioasă şi conform indicaţiilor din [41], calculul se face cu o precizie bună pentru $\delta \leq 30$ mm; la valori mai mari ale întrefierului, cum este cazul de faţă cu $\delta \leq 130$ mm, nu se mai fac referiri. Aşa cum se arată şi în [42], la întrefieruri atît de mari,nu se mai poate face corecţia dimensiunilor polilor pentru cîmp plan paralel.

Ţinînd cont de incovenientele enunţate cu privire la calculul analitic al cîmpului magnetic în cauză, rămîne, evident, soluţionarea problemei prin calcul numeric. Comparativ cu calculul analitic, calculul numeric nu este atît de sugestiv fenomenologic. Alegînd însă cu grijă domeniul de modelare al cîmpului, condiţiile de frontieră, regimurile critice de funcţionare şi metoda numerică, rezultatele calculului numeric pot oferi o imagine clară asupra fenomenului şi poate da răspuns problemelor concrete ridicate.

Metodele numerice, cel mai des folosite în aproximarea soluţiei reale a problemei de cîmp, sînt: metoda diferenţelor finite şi metoda elementului finit.

Metoda diferenţelor finite face aproximarea soluţiei prin discretizarea domeniului într-o reţea cu pas egal [43]. Rezolvarea sistemului de ecuaţii, care conţine componentele cîmpului în nodurile reţelei de discretizare, se rezolvă prin metode iterative, din aproape în aproape, fără a asambla tot sistemul. Aceasta conduce la ocuparea unui volum mic din memoria calculatorului, dar şi la introducerea de algoritme şi corecţii pentru asigurarea unei convergenţe bune a procesului iterativ şi deci, unui timp de calcul acceptabil [44]. Dacă domeniul de cîmp ales este neomogen, cu diferenţe mari între caracteristicile magnetice, este necesară o discretizare fină a zonelor cu gradient mare pentru modelarea corectă a cîmpului. Aceasta duce, din cauza pasului egal al discretizării, la un număr foarte mare de noduri şi implicit, la un timp mare de calcul [44 , 45]. Problema se complică şi mai mult dacă conductorul magnetic este neliniar iar pe anumite porţiuni ale domeniului trebue să se ţină seama şi de curenţii turbionari.

Metoda elementului finit este o metodă de aproximare a soluţiei prin minimizarea unei funcţionale convexe într-un spaţiu bi-sau tridimensional delimitat cu condiţii restrictive de minimizare bine definite [46]. Discretizarea domeniului de cîmp se poate realiza cu elemente liniare, patratice sau cubice - adică cu funcţii de aproximare a necunoscutei ce conţin polinoame de gradul unu, doi sau trei - ceea ce permite modelarea bună a cîmpului real [47]. Dimensiunile elementelor pot varia în cadrul aceleaşi reţele de discretizare, ceea ce permite utilizarea unor elemente mici şi multe în zonele de gradient mare şi elemente mari în zonele de importanţă mică. Această facilitate este folosită în special la domenii mari de cîmp unde, numărul de noduri şi elemente poate atinge valori care pun în dificultate folosirea memoriei limitate a calculatorului. [44, 45, 48]. Metoda elementului finit se poate aplica, fără probleme deosebite, atît în cazul neliniarităţii conductorului magnetic [49, 5o, 51], cît şi în cazul considerării influenţei curenţilor turbionari [52, 53].

Ţinînd cont de analiza comparativă a celor două metode numerice, pentru calculul cîmpului creat de traductorul primar de curent cu circuit feromagnetic se va folosi metoda elementului finit.

2.3. DELIMITAREA DOMENIULUI DE MODELARE A CIMPULUI SI STABILIREA FUNCTIONALEI

Modelarea cea mai fidelă a cîmpului magnetic creat în traductorul primar de curent se poate face numai printr-un model de cîmp spaţial. Metoda elementului finit oferă posibilitatea de a lucra cu elemente spaţiale de forme diferite - con, piramidă, paralelipiped - stabilindu-se pentru fiecare tip de element spaţial forma funcţiei de aproximare a funcţiei necunoscute [54, 55]. La domeniu mare al modelului de cîmp, cum este cazul de faţă, numărul mare de elemente finite conduce la sisteme de ecuaţii foarte mari. Generarea ma-

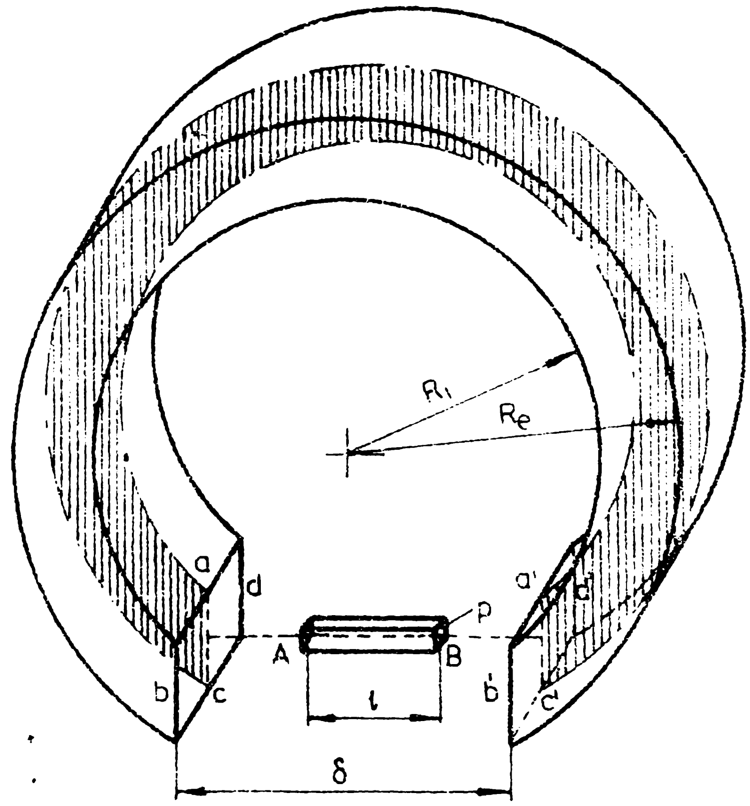


Fig. 2.2. Circuitul feromagnetic al traductorului primar de curent.

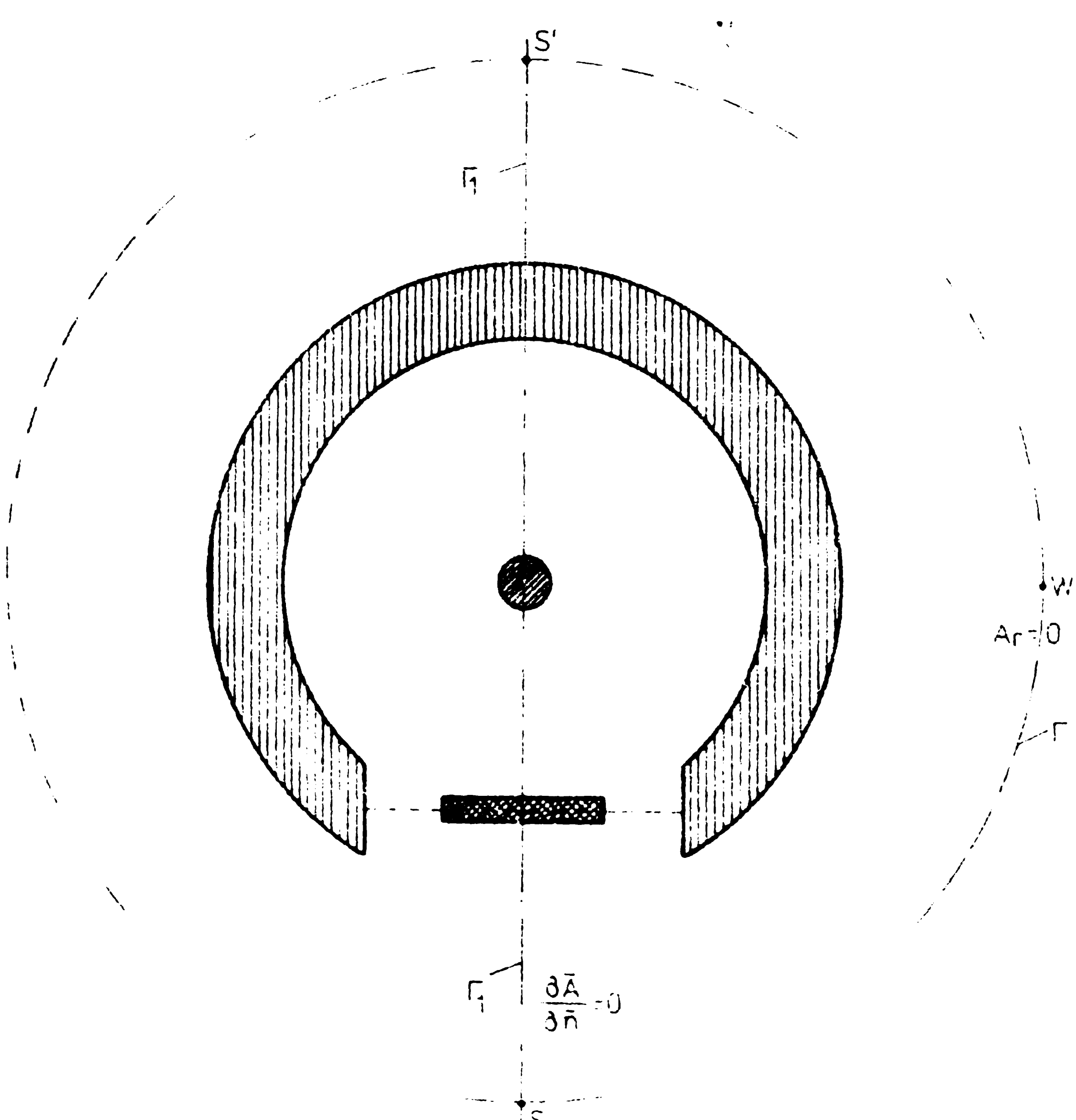


Fig. 2.3. Domeniul de modelare a cîmpului din traductorul primar de curent

tricii coeficienţilor şi a termenului liber, rezolvarea sistemului, ridică probleme de capacitate a memoriei calculatorului, [54] şi se impune segmentarea programului pe fişiere. Aceasta duce la timpi de calcul mari şi deci la preţuri de cost ridicate în obţinerea soluţiei [56].

Din cerinţele formulate pentru problema de cîmp, vezi paragraful 2.2, nu se cere cîmpul pe ansamblu, ci, numai în zona centrală, zonă de poziţionare a mediului optic transparent. Dacă dimensiunile geometrice ale cîmpului feromagnetic şi mediului optic transparent satisfac inegalităţile

$$a \gg p\ ;\quad b \gg p\ ;\quad a > b$$

cîmpul magnetic, în imediata vecinătate a mediului optic spre laturile b şi d - fig.2.2, poate fi aproximat ca plan-paralel. Rezultă un model de cîmp planar poziţionat în planul de simetrie al cîmpului spaţial real. (fig.2.2 planul haşurat).

Se consideră circuitul feromagnetic cu conductorul de transport al energiei electrice ca un sistem electromagnetic izolat, fără schimb de energie cu exteriorul. Suprafaţa S de izolare se sprijină pe curba Γ cu condiţie de frontieră tip Dirichlet: componenta radială a potenţialului magnetic vector este nulă :

$$A_r = 0$$

Curba Γ apare în domeniul de cîmp planar din fig.2.3.

Studiind traductorul primar de curent în ansamblu-circuit feromagnetic mobil, conductorul de transport al energiei electrice poziţionat central şi mediul optic transparent-rezultă existenţa unui al doilea plan de simetrie al cîmpului spaţial real. El trece prin secţiunea centrală de-a lungul conductorului, împarte circuitul feromagnetic în două jumătăţi identice şi la fel cîmpul spaţial real. La domeniul de modelare a cîmpului, fig.2.3, planul acesta de simetrie se reprezintă prin axa SS'. De-a lungul ei este satisfăcută condiţia de frontieră tip Neuman

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial \bar{n}} = 0 \qquad (2.4)$$

Conform conceptului de calcul variaţional, aproximarea soluţiei finale a problemei de cîmp nu suferă cu nimic dacă se modelează cîmpul numai într-un subdomeniu, pe frontierele căruia există condiţii de frontiere tip mixt.

Se alege, ca domeniu de modelare a cîmpului, semiplanul S-Š-S'-S cu următoarele condiţii de restrictivitate a minimizării funcţionalei : pe axa SS', frontiera Γ_1 - condiţie de frontieră tip Neuman (relaţia 2.4); pe curba SŠS', frontiera Γ - condiţie de frontieră tip Dirichlet (relaţia 2.3). Domeniul de modelare a cîmpului se notează cu "D". Sistemul cartezian de coordonate are originea în centrul secţiunii torului şi direcţia OX coincide cu direcţia SS'.

Domeniul de modelare a cîmpului cuprinde următoarele zone cu proprietăţi magnetice diferite (fig.2.3) :

1 - zona ocupată de secţiunea transversală a conductorului de transport a energiei electrice (cu haşură oblică). Conductorul este constituit dintr-o funie de conductoare de aluminiu torsionate cu o sîrmă de oţel pentru rezistenţă mecanică mare. Secţiunea oţelului este foarte mică în comparaţie cu secţiunea aluminiului, astfel că, se poate considera, fără eroare mare, că zona este din aluminiu cu $\mu_{rel.} = 1,000022$

2 - zona ocupată de mediul optic transparent - sticlă de Jena tip flint foarte greu SF_6. Permeabilitatea sa magnetică este $\mu_{rel.} = 1,0$

3 - zona ocupată de secţiunea prin conductorul feromagnetic. Circuitul feromagnetic toroidal mobil este realizat din tole tablă Fe-Si laminată la rece tip M5, de grosime g = 0,3 mm şi lăţime a = 62,5 mm. Permeabilitatea sa magnetică este o mărime complexă ce ţine cont de pierderile în fier

(2.5)

In cazul în care circuitul feromagnetic este realizat din tole, izolate una faţă de alta şi prezintă pierderi de magnetizare neglijabile, permeabilitatea magnetică este reală,

(2.6)

şi calculabilă din curba fundamentală de magnetizare a materialului folosit.

4 - zona ocupată de aer cu permeabilitatea magnetică

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \ [H/m] \tag{2.7}$$

$$\mu_{rel} = 1,0$$

Axa OZ este perpendiculară pe planul domeniului de cîmp din fig.2.3 şi în sensul în care curentul de măsurat străbate conductorul infinit lung de transport al energiei electrice; se admite că curentul intră în planul hîrtiei. Planul de existenţă al vectorilor B şi H coincide cu planul XOY al domeniului de cîmp ales iar direcţia potenţialului magnetic vector coincide cu direcţia şi sensul axei OZ. [37.pg.29-31]. Notînd cu $\bar{x}_0$, $\bar{y}_0$, $\bar{z}_0$ versorii pe direcţiile axelor OX, OY, respectiv OZ, rezultă

$$\nabla \times \bar{\mathcal{A}} = \bar{\mathcal{B}}(x,y) = \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial y} \cdot \bar{x}_0 - \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial x} \cdot \bar{y}_0 \tag{2.8}$$

$$(\nabla \times \bar{\mathcal{A}})^2 = \left(\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial x}\right)^2 \tag{2.9}$$

Luînd în considerare relaţia (2.6) dependenţa dintre $\bar{\mathcal{B}}$ şi $\bar{\mathcal{H}}$ se exprimă cu relaţia :

$$\bar{\mathcal{B}} = \mu(B) \cdot \bar{\mathcal{H}}$$

Pentru corpuri imobile şi la viteze reduse de variaţie în timp, impuse de frecvenţa industrială f = 50 Hz, legea circuitului magnetic se scrie sub forma cunoscută :

$$\nabla \times \bar{\mathcal{H}} = \bar{J} \tag{2.10}$$

Variaţia în timp a inducţiei magnetice $\bar{\mathcal{B}}$ condiţionează apariţia unui cîmp electric eminamente turbionar $\bar{\mathcal{E}}_{tb}$. In mediu de conductibilitate electrică σ apare un curent turbionar de densitate

$$\bar{J}_{tb} = \sigma \cdot \bar{\mathcal{E}}_{tb}. \tag{2.11}$$

Conform legii inducţiei electromagnetice

$$\nabla \times \frac{\bar{J}_{tb}}{\sigma} = -\frac{\partial \bar{\mathcal{B}}}{\partial t} \tag{2.12}$$

Tinînd cont de relaţiile de definire a potenţialului magnetic vector

$$\nabla \times \bar{\mathcal{A}} = rot\, \bar{\mathcal{A}} = \bar{\mathcal{B}} \tag{2.13}$$

$$\nabla \cdot \bar{\mathcal{A}} = div\, \bar{\mathcal{A}} = 0$$

legile circuitului magnetic şi inducţiei electromagnetice se pot scrie sub forma :

$$\frac{1}{\mu}\left[\nabla \times (\nabla \times \bar{\mathcal{A}})\right] = \bar{J} = \bar{J}_{\kappa} + \bar{J}_{tb}. \tag{2.14}$$

$$\bar{J}_{tb} = -\sigma \cdot \frac{\partial \bar{\mathcal{A}}}{\partial t} \tag{2.15}$$

Cîmpul magnetic total $\bar{\mathcal{A}}$ este determinat de curenții de conducție și de cei induși, ambii variabili în timp. Deci

$$\nabla^2 \bar{\mathcal{A}} = -\mu \bar{J}_k + \mu \cdot \sigma \cdot \frac{\partial \bar{\mathcal{A}}}{\partial t} \tag{2.16}$$

Dacă permeabilitatea magnetică este o mărime complexă ce ține cont de pierderile prin histerezisul materialului feromagnetic folosit, relația (2.16) cunoscută și sub numele de ecuația difuziei, descrie cazul cel mai general al cîmpului.

In domeniul ales pentru modelarea cîmpului, inducția electromagnetică poate acționa asupra zonei feromagnetice și asupra zonei mediului optic. Circuitul feromagnetic este realizat din tole izolate pe ambele părți și fiecare tolă este rigidizată de vecinele printr-o peliculă foarte subțire de liant organic - dobecan. Deci, conductibilitatea electrică σ este foarte mică și efectul curenților turbionari în circuitul feromagnetic este practic neglijabil. Mediul optic transparent este, din punct de vedere electric, un material izolant cu o conductibilitate electrică foarte mică; efectul inducției electromagnetice este și aici perfect neglijabil.

Tinînd cont de cele de mai sus, se poate neglija curentul turbionar în ecuația difuziei, rămînînd numai curentul local de conducție. Rezultă :

$$\nabla^2 \bar{\mathcal{A}} = -\mu \bar{J}_k \tag{2.17}$$

In acest caz se poate renunța la variația în timp, deoarece potențialul magnetic vector are aceeași variație în timp ca și densitatea curentului care o produce. Rezultă ecuația lui Poisson cu valori reale

$$\nabla^2 \bar{A} = -\mu \cdot \bar{J}_k \tag{2.18}$$

Fie V_{Γ,Γ_1} volumul unei jumătăți de cilindru cu secțiunea bazei egală cu domeniul ales pentru modelarea cîmpului și cu înălțimea egală cu unitatea. Se admite ca funcțională relația (2.19),

$$F[A] = \iiint_{V_{\Gamma,\Gamma_1}} \left[\frac{1}{2\mu} (\nabla \times \bar{A})^2 - \bar{J}_k \cdot \bar{A} \right] dv \tag{2.19}$$

ce poate fi interpretată şi ca energia sistemului delimitat de domeniul V_{Γ,Γ_1}

Cum potenţialul magnetic vector are acelaş versor ca şi densitatea de curent $\bar{J}_c$,

$$\bar{J}_c \cdot \bar{A} = J_c A$$

iar $dv = dx, dy \cdot 1$

funcţionala se poate scrie, în final, sub forma :

$$F[A] = \iint_D \left\{ \frac{1}{2\mu} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 \right] - J_c A \right\} dx\, dy \qquad (2.20)$$

2.4. ALEGEREA FUNCTIEI DE APROXIMARE PENTRU POTENTIALUL MAGNETIC SCALAR

2.4.1. Consideraţii generale

Minimizarea funcţionalei $F[A]$ prin metoda directă a elementului finit este o minimizare aproximativă. Ea se bazează pe modelul de cîmp realizat prin discretizarea domeniului D într-o reţea cu "ne" elemente şi "np" noduri, din care, "nd" noduri nu se găsesc pe frontiera Γ cu $A_\Gamma = 0$. (nd < np). Reţeaua de discretizare se realizează astfel încît, în interiorul unui element, proprietăţile electromagnetice de material să poată fi considerate constante.

Funcţia de aproximare A(x,y), pentru un punct curent din interiorul unui element oarecare, depinde de valorile ei în nodurile de definire ale elementului, de coordonatele acestora şi ale punctului curent. Considerînd elementul definit cu k noduri, funcţia de aproximare, sub forma indexată, se poate exprima cu relaţia generală

$$[A] = [N] \cdot [A]^e \qquad (2.21)$$

$[N]$ = funcţia de ponderaţie = matrice linie cu k elemente

$[A]$ = vectorul celor k valori nodale ale potenţialului magnetic A

$$[N] = [N_1, N_2, \cdots, N_k] \; ; \; [A]^e = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_k \end{bmatrix} \qquad (2.22)$$

Minimizarea funcţionalei la nivelul elementului oarecare se exprimă prin anularea derivatelor parţiale,

$$\frac{\partial F[A]}{\partial [A]^e} = 0 \qquad (2.23)$$

şi duce la determinarea valorilor nodale ale potenţialului magnetic A, pentru care, funcţionala F[A] prezintă un minim. Pe ansamblul domeniului D rezultă nd valori nodale,

$$[A]^D = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{nd} \end{bmatrix} \qquad (2.24)$$

care, conform [46, 57], impun aproximarea superioară a valorii minimului funcţionalei pe întreg domeniul D.

Considerînd ca punct de plecare minimizarea la nivelul fiecărui element din reţeaua de modelare a cîmpului, se poate trece la asamblarea problemei de minim pe întreg domeniul D,

$$\frac{\partial F[A]}{\partial [A]^D} = 0 \qquad (2.25)$$

numai dacă se îndeplinesc condiţiile :

1. - tipul de element finit ales şi deci şi clasa din care face parte funcţia de aproximare, trebuie să corespundă modelării cît mai fidele a cîmpului real ;
2. - funcţia de aproximare a necunoscutei A(x,y) este aceeaşi pentru toate elementele din reţea;
3. - funcţia de aproximare a necunoscutei A(x,y) asigură validitatea însumării minimelor funcţionalei la nivelul elementelor pentru obţinerea minimului funcţionalei pe întreg domeniul D;
4. - cînd dimensiunile elementelor se reduc, tinzînd la limită spre zero, funcţia de aproximare a necunoscutei A(x,y) trebue să fie convergentă spre soluţia unică a problemei de cîmp.

Tipurile de elemente plane folosite în discretizarea domeniului ales sînt [58, 59, 60]:

- elementele rectangulare din familia "de Serendip"
- elementele rectangulare din familia "de Lagrange"
- familia elementelor triunghiulare rectilinii
- familia elementelor triunghiulare curbilinii

Elementul finit triunghiular are cea mai largă utilizare pentru modelarea discretă a unui domeniu de cîmp electromagnetic oarecare [47, 5o, 61]. De aceea şi modelarea cîmpului creat de sensorul de curent va fi realizată numai cu elemente triunghiulare. Alegînd elemente triunghiulare de acelaşi tip în toată reţeaua de discretizare (liniare, patratice sau cubice) şi realizînd afinarea reţelei în zona de gradient maxim, se îndeplinesc primele două condiţii.

Reconsiderînd semicilindrul volumului V_{Γ,Γ_1} cu înălţimea egală cu unitatea, forma funcţionalei din relaţia (2.19) reprezintă energia sistemului electromagnetic izolat cu neglijarea pierderilor în fier.

In această interpretare fizică, suma energiilor tuturor elementelor spaţiale, ce au ca bază triunghiul - element finit ales şi înălţimea unitară, formează energia totală pe domeniul V_D. Exprimînd matematic,

$$F[A]^{D} = \sum_{e=1}^{ne} F[A]^{e} \tag{2.26}$$

relaţia (2.26) este valabilă şi pentru exprimarea funcţionalei cu relaţia (2.2o) deşi ea nu mai exprimă energie. Fiind aplicabilă relaţia (2.26), condiţia a treia poate fi respectată.

Prin convergenţa funcţiei de aproximare către soluţia unică a problemei se înţelege faptul că, erorile comise în determinarea valorii minime a funcţionalei, dispar atunci cînd suprafeţele elementelor din reţeaua de discretizare tind către zero. Practic, acest lucru este irealizabil. Este important însă de ştiut dacă o aproximare dată de o anumită reţea de discretizare este în mod sigur mai bună decît cea dată de o altă reţea de discretizare. In general, dacă o a doua reţea de discretizare este obţinută prin subdivizarea primei, trebuie să se asigure o convergenţă monotonă spre valoarea adevărată a minimului funcţionalei.

Din relaţia (2.21) se poate trage concluzia că, convergenţa funcţiei de aproximare A(x,y) este asigurată de funcţia de ponderaţie [N]. Funcţia de ponderaţie trebuie să satisfacă următoarele două criterii de convergenţă :

CRITERIUL nr.1: Funcţiile de ponderaţie $[N]$ trebuie să fie astfel alese încît, pentru valori convenabile ale potenţialului magnetic scalar în nodurile elementelor, orice valoare constantă a funcţiei $A(x,y)$ sau a derivatelor sale din $F[A]$ să poată fi obţinută la limită cînd dimensiunea elementului tinde spre zero.

CRITERIUL nr.2: Funcţiile de ponderaţie $[N]$ trebuiesc astfel alese, încît $A(x,y)$ şi toate derivatele sale, pînă la un ordin superior cu 1 ordinului derivaţei din funcţională, să fie continue pe linia de separaţie a elementelor.

Deoarece funcţionala stabilită pe baza ecuaţiei lui Poisson, relaţia (2.2o), conţine numai derivate parţiale de ordinul întîi ale funcţiei necunoscute $A(x,y)$, este suficientă continuitatea funcţiei de aproximare pe linia de separaţie dintre două elemente, fără continuitatea derivatelor. Aceasta constituie şi condiţia de bază în alegerea formei polinomiale a funcţiei de ponderaţie.

2.4.2. Funcţiile de ponderaţie ale elementelor triunghiulare

Familia elementelor triunghiulare, precum şi modul de generare a funcţiilor de ponderaţii, sînt indicate în fig. 2.4. Numărul de noduri ale fiecărui element din această familie este cel care permite reprezentarea funcţiei de ponderaţie printr-un polinom complet; gradul polinomului este cel care asigură compatibilitatea între elemente şi corespunde gradului de aproximare a problemei de cîmp.

Determinarea funcţiilor de ponderaţie se obţine facil pentru elementul triunghiular liniar. Pentru celelalte tipuri de elemente, funcţiile de ponderaţie se determină prin relaţii de recurenţă, folosind funcţiile de ponderaţie ale elementului triunghiurilor de ordin imediat inferior. Pentru aceasta, este mai comod a institui un sistem de coordonate libere, la nivel de element oarecare, denumite COORDONATE NORMATE DE SUPRAFATA (fig.2.5.).

Pentru elementul triunghiular liniar cu nodurile 1, 2, 3, ordinea de numerotare a nodurilor făcîndu-se în sensul trigonometric, legătura dintre coordonatele normate L_1,

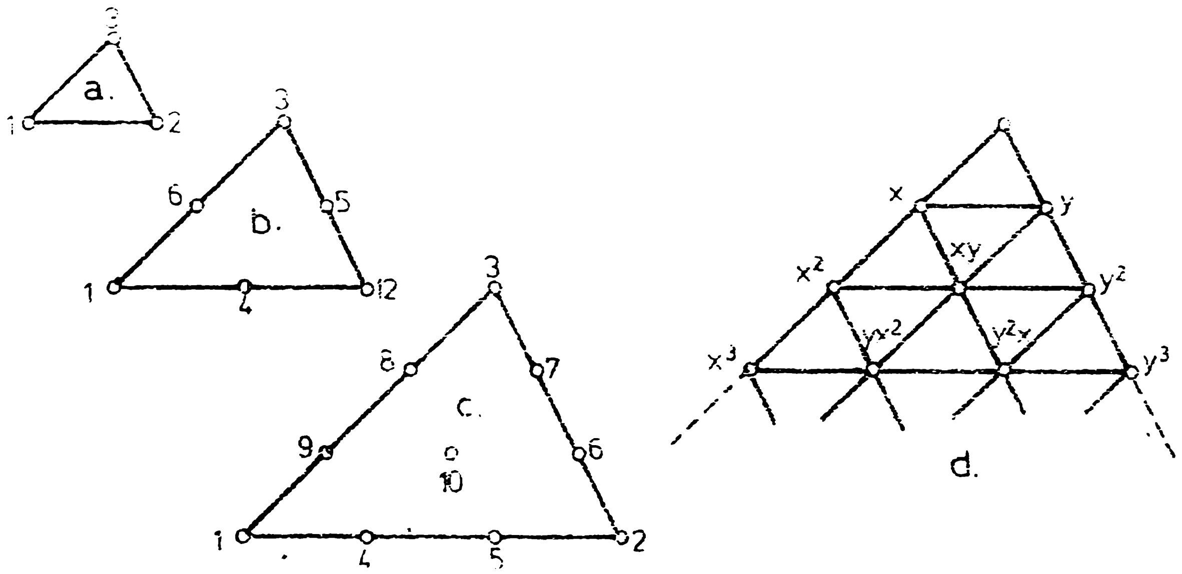


Fig.2.4. Familia elementelor triunghiulare
a. - element liniar; b. - element patratic; c. - element cubic; d. - modul de generare a nodului şi funcţiei de ponderaţie

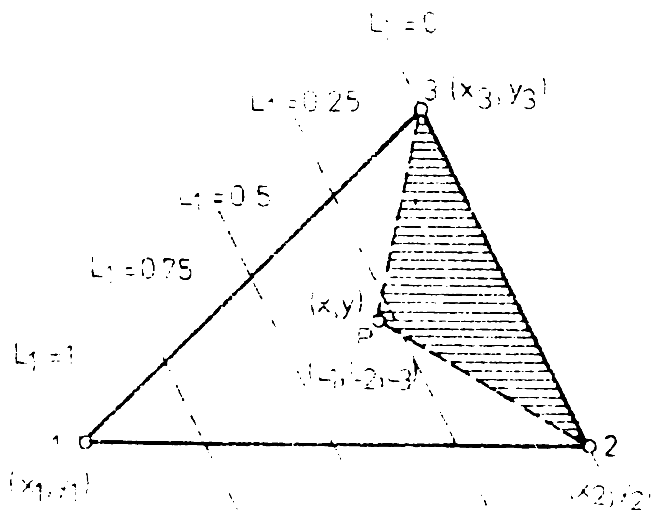


Fig.2.5. Coordonate normate de suprafaţă

L_2, L_3 şi coordonatele carteziene ale nodurilor şi punctului curent P este dată prin relaţiile (2.27)

$$
\begin{aligned}
x &= L_1 x_1 + L_2 x_2 + L_3 x_3 \\
y &= L_1 y_1 + L_2 y_2 + y_3 L_3 \\
1 &= L_1 + L_2 + L_3 .
\end{aligned}
\qquad (2.27)
$$

Dacă punctul curent $P(x,y)$ ia poziţia nodului 1, adică $x = x_1$ şi $y = y_1$, trebuie ca $L_1 = 1$ şi $L_2 = L_3 = 0$. In mod similar dacă punctul curent ia poziţiile nodurilor 2, respectiv 3. Aceste proprietăţi sînt îndeplinite dacă coordonatele libere sînt definite prin raporturi de suprafeţe. Notîndu-se

aria triunghi = aria Δ

rezultă

$$L_1 = \frac{aria\,\Delta\, P,2,3}{aria\,\Delta\, 1,2,3}\ ;\ L_2 = \frac{aria\,\Delta\, 1,P,3}{aria\,\Delta\, 1,2,3}\ ;\ L_3 = \frac{aria\,\Delta\, 1,2,P}{aria\,\Delta\, 1,2,3}$$

Exprimînd dublul suprafeţei triunghiului prin determinantul coordonatelor carteziene ale nodurilor ce definesc triunghiul în cauză, Δ, se obţine :

$$L_1 = \frac{1}{\Delta}\cdot\left[x(y_2-y_3)+y(x_3-x_2)+x_2y_3-x_3y_2\right] \qquad (2.28)$$

$$L_2 = \frac{1}{\Delta}\cdot\left[x(y_3-y_1)+y(x_1-x_3)+x_3y_1-x_1y_3\right] \qquad (2.29)$$

$$L_3 = \frac{1}{\Delta}\left[x(y_1-y_2)+y(x_2-x_1)+x_1y_2-x_2y_1\right] \qquad (2.30)$$

cu

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+ + x_3(y_1-y_2). \qquad (2.31)$$

Se notează cu :

$$\begin{array}{lll} a_1 = x_2y_3-x_3y_2 & a_2 = x_3y_1-x_1y_3 & a_3 = x_1y_2-x_2y_1 \\ b_1 = y_2-y_3 & b_2 = y_3-y_1 & b_3 = y_1-y_2 \\ c_1 = x_3-x_2 & c_2 = x_1-x_3 & c_3 = x_2-x_1 \end{array} \qquad (2.32)$$

şi coordonatele libere se pot exprima concentrat prin polinoame de gradul unu.

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{\Delta}\cdot(a_1+b_1x+c_1y) \\ L_2 &= \frac{1}{\Delta}\cdot(a_2+b_2x+c_2y) \\ L_3 &= \frac{1}{\Delta}\cdot(a_3+b_3x+c_3y) \end{aligned} \qquad (2.33)$$

Dacă punctul curent $P(x,y)$ ia poziţia nodului 1, adică $x = x_1$ şi $y = y_1$, se obţine

$$L_1 = \frac{1}{\Delta} \cdot \left[x_1(y_2 - y_3) + y_1(x_3 - x_2) + x_2 y_3 - x_3 y_2 \right] =$$

$$= \frac{1}{\Delta} \cdot \left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \right] = 1$$

Similar, dacă punctul curent ia poziţia nodului 2, $L_1 = L_3 = 0$ şi $L_2 = 1$ iar dacă P(x,y) ia poziţia nodului 3, $L_1 = L_2 = 0$ şi $L_3 = 1$. Ţinînd cont de relaţia indexată (2.21) rezultă că, pentru elementul triunghiular liniar, funcţiile de ponderaţie sînt aceleaşi cu coordonatele normate respective. Adică

$$N_1 = L_1 \;;\; N_2 = L_2 \;;\; N_3 = L_3 \qquad (2.34)$$

Pentru a deduce coordonatele normate pentru un triunghi patratic, fig.2.4.b, sau pentru un triunghi cubic, fig.2.4.c, se stabilese relaţiile de recurenţă, ce fac legătura între coordonatele normate de ordinul n - L_1^n, L_2^n, L_3^n - şi coordonatele normate de ordinul n + 1 - L_1^{n+1}, L_2^{n+1}, L_3^{n+1}. (fig.2.6)

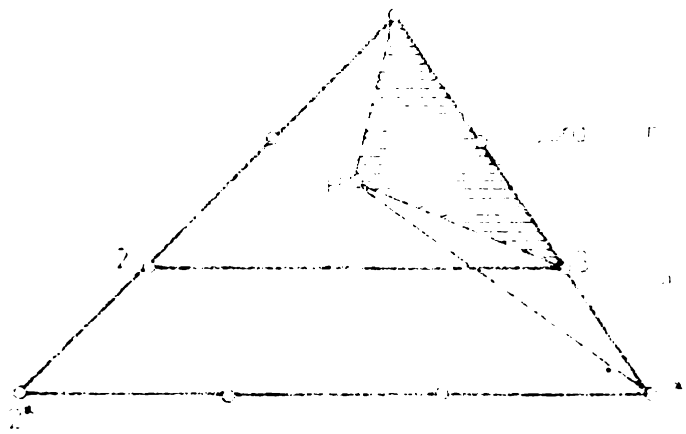


Fig.2.6. Generarea coordonatelor normate prin recurenţă

$$L_2^n = \frac{\text{aria } \Delta P,1,3}{\text{aria } \Delta 1,2,3} \;;\; L_2^{n+1} = \frac{\text{aria } \Delta P,1,3^*}{\text{aria } \Delta 1,2^*,3^*}$$

$$L_2^n = \frac{\text{aria } \Delta P,1,3}{\text{aria } \Delta P,1,3^*} \cdot \frac{\text{aria } \Delta 1,2^*,3^*}{\text{aria } \Delta 1,2,3} \cdot \frac{\text{aria } \Delta P,1,3^*}{\text{aria } \Delta 1,2^*,3^*} =$$

$$= \left(\frac{n}{n+1}\right) \cdot \left(\frac{n+1}{n}\right)^2 \cdot L_2^{n+1} = \frac{n+1}{n} \cdot L_2^{n+1}$$

Similar se determină L_3^n. Ţinînd cont că $L_1^n + L_2^n + L_3^n = 1$, rezultă

$$L_1^n = \frac{1}{n}\left[(n+1)\cdot L_1^{n+1} - 1\right]$$
$$L_2^n = \frac{n+1}{n}\cdot L_2^{n+1}$$
$$L_3^n = \frac{n+1}{n}\cdot L_3^{n+1} \qquad (2.35)$$

Funcţiile de ponderaţie pentru triunghiul de gradul n sînt funcţie de coordonatele normate de gradul n.

$$N_i^n(L_1^n, L_2^n, L_3^n)$$

Funcţiile de ponderaţie pentru triunghiul de gradul (n+1) sînt funcţii de coordonatele normate de gradul n+1, de funcţia de ponderaţie respectivă de gradul n, de un coeficient ce ţine cont de gradul triunghiului şi de numărul ℓ al stratului unde se găseşte nodul i pornind de la nodul de vîrf 1 (fig. 2.6)

$$N_i^{n+1}(L_1^{n+1}, N_i^n, k)$$
$$k = \frac{n+1}{n} \qquad (2.36)$$

Rezultă funcţia de recurenţă

$$N_i^{n+1} = k\cdot L_1^{n+1}\cdot N_i^n \qquad (2.37)$$

Se începe de la triunghiul liniar, ordinul 1, ale cărei coordonate normate şi în acelaşi timp funcţii de ponderaţii, se calculează cu relaţiile (2.28)-(2.31). Rezultă L_1, L_2, L_3.

Pentru triunghiul patratic, ordinul 2, ţinînd cont de relaţiile de recurenţă (2.35) şi (2.37), se obţine

$$N_1 = (2\cdot L_1 - 1)\cdot L_1 \qquad N_4 = 4\cdot L_1 L_3$$
$$N_2 = (2\cdot L_2 - 1)\cdot L_2 \qquad N_5 = 4\cdot L_1 L_2$$
$$N_3 = (2L_3 - 1)\cdot L_3 \qquad N_6 = 4\cdot L_2\cdot L_3. \qquad (2.38)$$

Pentru triunghiul cubic se obţine

$$N_i = \frac{1}{2}\cdot(3L_i - 1)\cdot(3L_i - 2)\cdot L_i \;;\; i = 1,2,3.$$
$$N_4 = \frac{9}{4}\cdot L_1\cdot L_2\cdot(3L_1 - 1)$$
$$N_5 = \frac{9}{4}\cdot L_1\cdot L_2\cdot(3L_2 - 1) \qquad (2.39)$$
$$N_6 = \frac{9}{4}\cdot L_2\cdot L_3\cdot(3L_2 - 1).$$

$$N_7 = \frac{9}{4}\cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (3L_3 - 1) \qquad N_9 = \frac{9}{4}\cdot L_3 \cdot L_1 \cdot (3L_1 - 1)$$

$$N_8 = \frac{9}{4}\cdot L_3 \cdot L_1 \cdot (3L_3 - 1) \qquad N_{10} = 27 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \qquad (2.39)$$

Din analiza relaţiilor (2.33), (2.38) şi (2.39) se observă că :

- funcţiile de ponderaţie pentru elementul triunghiular sînt polinoame complete de gradul 1 în x şi y.

$$N_i = a_i + b_i x + c_i y \quad pt. \ i = 1,2,3 \qquad (2.40)$$

- funcţiile de ponderaţie pentru elementul triunghiular patratic sînt polinoame complete de gradul 2 în x şi y

$$N_i = a_i + b_i xy + c_i x^2 + d_i y^2 \quad pt. \ i = 1,2,\ldots 6 \qquad (2.41)$$

- funcţiile de ponderaţie pentru elementul triunghiular cubic sînt polinoame complete de gradul 3 în x şi y

$$N_i = a_i + b_i xy + c_i x^2 y + d_i xy^2 + e_i x^3 + f_i y^3 \quad pt. \ i = 1,2,\ldots,9,10 \qquad (2.42)$$

Coeficienţii indexaţi cu i nu sînt aceiaşi în cele trei polinoame ; ei se pot determina pe baza relaţiilor (2.32), (2.38) şi (2.39).

2.4.3. Funcţia de aproximare a potenţialului magnetic scalar

In afară de elementele triunghiulare prezentate în paragraful precedent, se mai pot folosi: triunghiuri cu funcţii ponderate - polinoame de interpolare tip Hermite [62] ; triunghiuri cu funcţii de ponderaţie - polinoame tip Lagrange [62] ; triunghiul Clough şi Toucher [63] .Primele două tipuri de triunghiuri prezintă avantajul folosirii programului, odată creat, într-o mare varietate de probleme; prezintă desavantajul complexităţii calculului şi a pregătirii datelor de intrare. Triunghiul Clough şi Toucher nu şi-a găsit încă aplicaţia în studiul cîmpurilor electromagnetice; el se foloseşte cu exclusivitate la studiul eforturilor mecanice în plăci [63] .

Alegerea tipului de element finit triunghiular este o problemă dificilă şi depinde de tipul problemei de studiat, de experienţa cercetătorului, de timpul de preparare a datelor de intrare, de memoria alocată, de timpul de calcul ,etc. Trebuie totdeauna , pe lîngă avantajul modelării cît mai corecte a fenomenului, să se facă şi o justificare economică a modului de rezolvare.

Pentru realizarea modelului discretizat de cîmp al sensorului feromagnetic de curent se alege triunghiul liniar; el permite aproximarea funcţiei necunoscute cu polinoame de gradul 1 în x şi y. Alegerea se justifică prin următoarele :

- funcţiile de ponderaţie cu o formă simplă;
- numărul de noduri ce definesc elementul este minim şi se face economie de memorie de calculator;
- integrările ulterioare sînt simplu de efectuat;
- în zonele cu gradient mare se poate afina discretizarea în detrimentul zonelor cu cîmp practic uniform
- prepararea datelor de intrare de către cercetător necesită timp puţin;
- calculul coordonatelor nodurilor se poate face automat, simplu, eliminînd erorile de apreciere realizate prin introducerea lor ca date.

Pentru un element triunghiular liniar oarecare, fig.2.7, funcţia de aproximare a potenţialului magnetic scalar A(x,y), este :

$$A(x,y) = N_i \cdot A_i + N_j \cdot A_j + N_k \cdot A_k. \qquad (2.43)$$

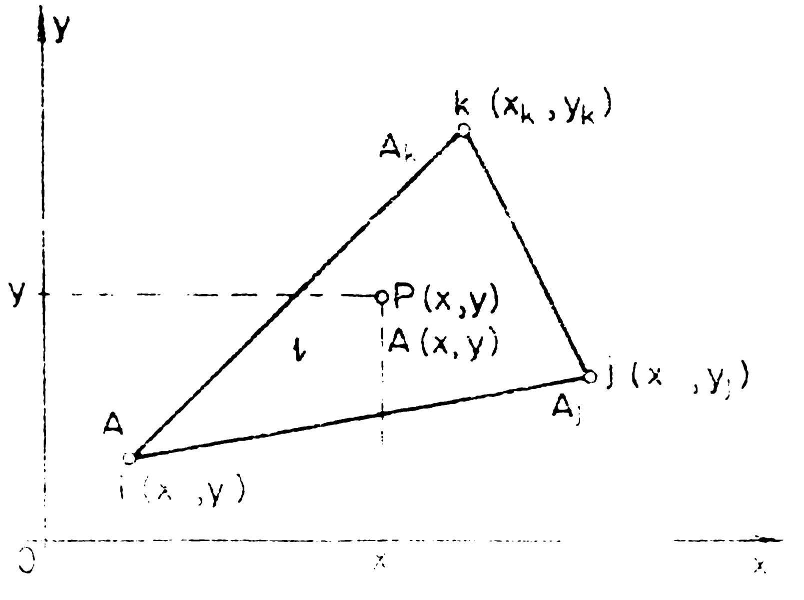


Fig.2.7. Aproximarea funcţiei necunoscute la nivelul elementului triunghiular liniar oarecare

$$N_i = \frac{1}{\Delta} \cdot \left[x_j y_k - x_k y_j + (y_j - y_k)\cdot x + (x_k - x_j)\cdot y\right] \qquad (2.44)$$

$$N_j = \frac{1}{\Delta} \cdot \left[x_k y_i - x_i y_k + (y_k - y_i)\cdot x + (x_i - x_k)\cdot y\right] \qquad (2.45)$$

$$N_k = \frac{1}{\Delta} \cdot \left[x_i y_j - x_j y_i + (y_i - y_j)\cdot x + (x_j - x_i)\cdot y\right] \qquad (2.46)$$

$$\Delta = x_i y_j + x_j y_k + x_k y_i - x_i y_k - x_j y_i - x_k y_j \qquad (2.47)$$

2.5. MINIMIZAREA FUNCTIONALEI LA NIVELUL ELEMENTULUI

Se înlocuieşte în (2.2o) potenţialul magnetic cu funcţia sa de aproximare (2.43). La nivelul unui element i, j, k oarecare, funcţionala este

$$F[A]^e = \iint_e \left\{ \frac{1}{2\mu_e} \cdot \left[\left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot A_i + \frac{\partial N_j}{\partial x} \cdot A_j + \frac{\partial N_k}{\partial x} \cdot A_k \right)^2 + \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot A_i + \frac{\partial N_j}{\partial y} \cdot A_j + \frac{\partial N_k}{\partial y} \cdot A_k \right)^2 \right] - J_{ce} \left(N_i A_i + N_j A_j + N_k A_k \right) \right\} dx\, dy. \qquad (2.48)$$

Determinarea valorilor nodale ale potenţialului magnetic se face prin minimizarea funcţionalei la nivelul elementului. Aceasta, impune anularea celor trei derivate parţiale

$$\frac{\partial F[A]^e}{\partial A_i} = 0 \;; \quad \frac{\partial F[A]^e}{\partial A_j} = 0 \;; \quad \frac{\partial F[A]^e}{\partial A_k} = 0$$

şi rezolvarea sistemului astfel obţinut. Indexat, minimizarea funcţionalei la nivelul elementului se exprimă prin:

$$\frac{\partial F[A]}{\partial [A]^e} = [M]^e \times [A]^e - [TL]^e = 0 \qquad (2.49)$$

$[M]^e$ = matricea coeficienţilor necunoscutelor
$[A]^e$ = vectorul necunoscutelor A_i, A_j, A_k
$[TL]^e$ = vectorul termen liber

Se înlocuiesc funcţiile de ponderaţie N_i, N_j, N_k cu expresiile (2.44), (2.45) respectiv (2.46), obţinîndu-se :

$$\frac{\partial F[A]^e}{\partial A_i} = \iint_e \Big\{ \frac{2}{2\mu_e \Delta_e^2} \cdot \Big[(y_j - y_k)\cdot A_i + (y_k - y_i)\cdot A_j + (y_i - y_j)\cdot A_k \Big]\cdot (y_j - y_k) +$$
$$+ \frac{2}{2\cdot \mu_e \cdot \Delta_e^2} \Big[(x_k - x_j)\cdot A_i + (x_i - x_k)\cdot A_j + (x_j - x_i)\cdot A_k \Big]\cdot (x_k - x_j) -$$
$$- \frac{J_{ke}}{\Delta_e} \cdot \Big[x_j y_k - x_k y_j + (y_j - y_k)\cdot x + (x_k - x_j)\cdot y \Big] \Big\} dx\, dy$$

(2.5D)

$$\frac{\partial F[A]^e}{\partial A_j} = \iint_e \Big\{ \frac{2}{2\mu_e \Delta_e^2} \cdot \Big[(y_j - y_k)\cdot A_i + (y_k - y_i)\cdot A_j + (y_i - y_j)\cdot A_k \Big]\cdot (y_k - y_i) +$$
$$+ \frac{2}{2\mu_e \Delta_e^2} \cdot \Big[(x_k - x_j)\cdot A_i + (x_i - x_k)\cdot A_j + (x_j - x_i)\cdot A_k \Big]\cdot (x_i - x_k) -$$
$$- \frac{J_{ke}}{\Delta_e} \cdot \Big[x_k y_i - x_i y_k + (y_k - y_i)\cdot x + (x_i - x_k)\cdot y \Big] \Big\} dx\, dy.$$

(2.51)

$$\frac{\partial F[A]^e}{\partial A_k} = \iint_e \Big\{ \frac{2}{2\mu_e \Delta_e^2} \cdot \Big[(y_j - y_k)\cdot A_i + (y_k - y_i)\cdot A_j + (y_i - y_j)\cdot A_k \Big]\cdot (y_i - y_j) +$$
$$+ \frac{2}{2\mu_e \Delta_e^2} \cdot \Big[(x_k - x_j)\cdot A_i + (x_i - x_k)\cdot A_j + (x_j - x_i)\cdot A_k \Big]\cdot (x_j - x_i) -$$
$$- \frac{J_{ke}}{\Delta_e} \cdot \Big[x_i y_j - x_j y_i + (y_i - y_j)\cdot x + (x_j - x_i)\cdot y \Big] \Big\} dx\, dy.$$

(2.52)

Se analizează relaţiile (2.5o) (2.51) şi (2.52) din punctul de vedere al conţinutului în x şi y. Se constată că toate trei expresiile au acelaşi tip de exprimare. Se consideră numai relaţia (2.5o). Se notează prescurtat prima şi a doua paranteză mare din expresia de sub semnul integrală cu P, respectiv Q ; în a treia paranteză mare se notează coeficientul lui x cu p_i, coeficientul lui y cu q_i şi termenul liber cu x_i. Expresia (2.5o) devine

$$\frac{\partial F[A]^e}{\partial A_i} = \frac{1}{\mu_e \Delta_e^2} \cdot \Big[P(y_i - y_j) + Q(x_j - x_i) \Big] \cdot \iint_e dx\, dy -$$
$$- \frac{J_{ke}}{\Delta_e} \cdot x_i \cdot \iint_e dx\, dy - \frac{J_{ke}}{\Delta_e} \cdot p_i \cdot \iint_e x\, dx\, dy -$$
$$- \frac{J_{ke}}{\Delta_e} \cdot q_i \cdot \iint_e y\, dx\, dy. \qquad (2.53)$$

Elementul finit e, pe suprafaţa căruia se calculează dubla integrală, este un triunghi. Conform [44], rezultă

$$\iint_e dx\,dy = \frac{\Delta_e}{2} \tag{2.54}$$

$$\frac{1}{\Delta_e}\cdot\iint_e x\,dx\,dy = \frac{\iint_e x\,dx\,dy}{2\iint dx\,dy} = \frac{1}{2}\cdot x_o \tag{2.55}$$

$$\frac{1}{\Delta_e}\cdot\iint_e y\,dx\,dy = \frac{\iint_e y\,dx\,dy}{2\iint_e dx\,dy} = \frac{1}{2}\cdot y_o \,. \tag{2.56}$$

unde prin x_o şi y_o s-au notat coordonatele centrului de greutate al triunghiului.

Din geometria analitică, coordonatele centrului de greutate, în funcţie de coordonatele nodurilor ce definesc triunghiul, se calculează cu relaţiile :

$$\begin{aligned} x_o &= (x_i + x_j + x_k)/3 \\ y_o &= (y_i + y_j + y_k)/3 . \end{aligned} \tag{2.57}$$

Ţinînd cont de relaţiile (2.54) - (2.56), derivata parţială (2.53) devine :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F[A]^e}{\partial A_i} = \frac{1}{2\cdot\mu_e\cdot\Delta_e}\cdot\left[P\,(y_i - y_j) + Q\,(x_j - x_i)\right] - \\ - J_{ce}\,(r_i + p_i x_o + q_i y_o)/2 . \end{aligned} \tag{2.58}$$

Termenul al doilea al diferenţialei parţiale nu conţine valoare nodală a potenţialului magnetic şi se notează cu TL_i = termen liber al derivatei parţiale a funcţionalei în raport cu N_i. Inlocuind x_o şi y_o cu exprimările din relaţia (2.57) şi ţinînd cont de (2.47) se obţine :

$$\begin{aligned} TL_{ei} = -\frac{J_{ce}}{2}\cdot\Big[x_j y_k - x_k y_j + \frac{1}{3}\,(x_i + x_j + x_k)\cdot(y_j - y_k) + \\ + \frac{1}{3}\,(y_i + y_j + y_k)\cdot(x_k - x_j)\Big] = -\frac{1}{6}\cdot J_{ce}\cdot\Delta_e \end{aligned}$$

Utilizînd înlocuirile r_j, p_j, q_j şi r_k, p_k, q_k în ultimele paranteze mari din derivatele parţiale (2.51) şi respectiv (2,52), se obţine :

$$TL_{ej} = -\frac{J_{ce}}{2}\cdot\left(\alpha_j + p_j\cdot x_0 + q_j y_0\right) = -\frac{J_{ce}}{2}\Big[x_k y_i - x_i y_k +$$

$$+\frac{1}{3}(x_i + x_j + x_k)\cdot(y_k - y_i) + \frac{1}{3}(y_i + y_j + y_k)\cdot(x_i - x_k)\Big] =$$

$$= -\frac{1}{6}\cdot J_{ce}\cdot\Delta_e .$$

$$TL_{ek} = -\frac{J_{ce}}{2}\cdot\left(\alpha_k + p_k\cdot x_0 + q_k y_0\right) = -\frac{J_{ce}}{2}\Big[x_i y_j - x_j y_i +$$

$$+\frac{1}{3}(x_i + x_j + x_k)\cdot(y_i - y_j) + \frac{1}{3}(y_i + y_j + y_k)\cdot(x_j - x_i)\Big] =$$

$$= -\frac{1}{6}\cdot J_{ce}\cdot\Delta_e .$$

Rezultă că

$$TL_{ei} = TL_{ej} = TL_{ek} = TL_e = -\frac{1}{6}\cdot J_{ce}\,\Delta_e \tag{2.59}$$

Ţinînd cont de relaţiile (2.54) şi (2.59), cele 3 ecuaţii ale sistemului, care, odată rezolvat, defineşte valorile nodale ale potenţialului magnetic, sînt :

$$\frac{\partial F[A]^e}{\partial A_i} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\cdot\Big[(y_j - y_k)\cdot A_i + (y_k - y_i)\cdot A_j + (y_i - y_j)\cdot A_k\Big]\cdot(y_j - y_k) +$$
$$+\frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\cdot\Big[(x_k - x_j)\cdot A_i + (x_i - x_k)\cdot A_j + (x_j - x_i)\cdot A_k\Big]\cdot(x_k - x_j) -$$
$$-\frac{1}{6}\cdot J_{ce}\cdot\Delta_e = 0 \tag{2.60}$$

$$\frac{\partial F[A]^e}{\partial A_j} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\cdot\Big[(y_j - y_k)\cdot A_i + (y_k - y_i)\cdot A_j + (y_i - y_j)\cdot A_k\Big]\cdot(y_k - y_i) +$$
$$+\frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\cdot\Big[(x_k - x_j)\cdot A_i + (x_i - x_k)\cdot A_j + (x_j - x_i)\cdot A_k\Big]\cdot(x_i - x_k) -$$
$$-\frac{1}{6}\cdot J_{ce}\cdot\Delta_e = 0 \tag{2.61}$$

$$\frac{\partial F[A]^e}{\partial A_k} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\cdot\Big[(y_j - y_k)\cdot A_i + (y_k - y_i)\cdot A_j + (y_i - y_j)\cdot A_k\Big]\cdot(y_i - y_j) +$$
$$+\frac{1}{2\mu_e\cdot\Delta_e}\Big[(x_k - x_j)\,A_i + (x_i - x_k)\cdot A_j + (x_j - x_i)\cdot A_k\Big]\cdot(x_j - x_i) -$$
$$-\frac{1}{6}\cdot J_{ce}\cdot\Delta_e = 0 \tag{2.62}$$

Se fac următoarele notații:

$$M_{i,i}^{e} = \frac{1}{2\cdot\mu_e\cdot\Delta_e}\left[(y_j - y_k)^2 + (x_k - x_j)^2\right] \tag{2.63}$$

$$M_{i,j}^{e} = \frac{1}{2\cdot\mu_e\cdot\Delta_e}\left[(y_k - y_i)\cdot(y_j - y_k) + (x_i - x_k)\cdot(x_k - x_j)\right] \tag{2.64}$$

$$M_{i,k}^{e} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\left[(y_i - y_j)\cdot(y_j - y_k) + (x_j - x_i)\cdot(x_k - x_j)\right] \tag{2.65}$$

$$M_{j,i}^{e} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\left[(y_j - y_k)\cdot(y_k - y_i) + (x_k - x_j)\cdot(x_i - x_k)\right] \tag{2.66}$$

$$M_{j,j}^{e} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\left[(y_k - y_i)^2 + (x_i - x_k)^2\right] \tag{2.67}$$

$$M_{j,k}^{e} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\left[(y_i - y_j)\cdot(y_k - y_i) + (x_j - x_i)\cdot(x_i - x_k)\right] \tag{2.68}$$

$$M_{k,i}^{e} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\left[(y_j - y_k)\cdot(y_i - y_j) + (x_k - x_j)\cdot(x_j - x_i)\right] \tag{2.69}$$

$$M_{k,j}^{e} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\left[(y_k - y_i)\cdot(y_i - y_j) + (x_i - x_k)\cdot(x_j - x_i)\right] \tag{2.70}$$

$$M_{k,k}^{e} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\left[(y_i - y_j)^2 + (x_j - x_i)^2\right] \tag{2.71}$$

Cu aceste notații, sistemul celor trei derivate parțiale anulate (2.6o), (2.61) și (2.62) - se poate scrie explicit sub forma

$$\frac{\partial F[A]^e}{\partial [A]^e} = \begin{bmatrix} M_{i,i}^e & M_{i,j}^e & M_{i,k}^e \\ M_{j,i}^e & M_{j,j}^e & M_{j,k}^e \\ M_{k,i}^e & M_{k,j}^e & M_{k,k}^e \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{6}\cdot J_{ze}\cdot\Delta_e \\ \frac{1}{6}\cdot J_{ze}\cdot\Delta_e \\ \frac{1}{6}\cdot J_{ze}\cdot\Delta_e \end{bmatrix} = 0 \tag{2.72}$$

și concentrat, prin relația indexată (2.73)

$$[M]^e \times [A]^e - [TL]^e = 0 \tag{2.73}$$

Se analizează grupurile de relații:(2.64) cu (2.66); (2.65) cu (2.69) ; (2.68) cu (2.7o) .Rezultă :

$$M^e_{j,i} = M^e_{i,j}\ ;\ M^e_{k,i} = M^e_{i,k}\ ;\ M^e_{k,j} = M^e_{j,k} \qquad (2.74)$$

Se studiază sumele :(2.63)+(2.64)+(2.65);(2.66)+(2.67)+(2.68);(2.69)+(2.7o)+(2.71). Rezultă :

$$\begin{aligned} M^e_{i,i} + M^e_{i,j} + M^e_{i,k} &= 0 \\ M^e_{j,i} + M^e_{j,j} + M^e_{j,k} &= 0 \\ M^e_{k,i} + M^e_{k,j} + M^e_{k,k} &= 0 \end{aligned} \qquad (2.75)$$

Se reconsideră elementul triunghiular din fig.2.7

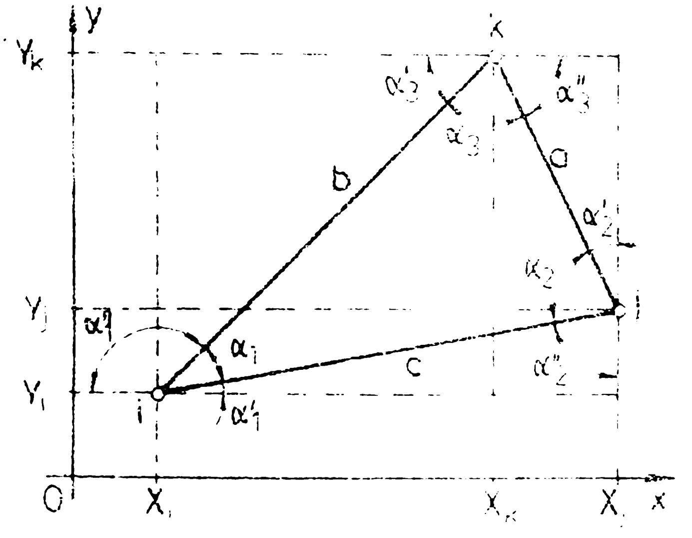


Fig.2.8. Referitor la semnele elementelor extradiagonele din matricea $[M]^e$

Ţinînd cont de notaţiile din fig.2.8, rezultă:

$$M^e_{i,j} = \frac{1}{2\mu_e \Delta_e}\cdot\left[-ab\sin(\alpha_1+\alpha_1')\sin\alpha_3'' + ab\cos(\alpha_1+\alpha_1')\cos\alpha_3''\right] =$$

$$= \frac{ab}{2\mu_e \Delta_e}\cdot\cos(\alpha_1+\alpha_1'+\alpha_3'') = -\frac{ab}{2\mu_e\Delta_e}\cos\alpha_3 \qquad (2.76)$$

$$M^e_{i,k} = \frac{1}{2\mu_e \Delta_e}\left[ac\sin\alpha_1'\sin\alpha_3'' - ac\cos\alpha_1'\cos\alpha_3''\right] =$$

$$= -\frac{ac}{2\mu_e\Delta_e}\cdot\cos(\alpha_1'+\alpha_3'') = -\frac{ac}{2\mu_e\Delta_e}\cdot\cos\alpha_2 \qquad (2.77)$$

$$M^e_{j,k} = \frac{1}{2\mu_e\Delta_e}\cdot\left[-bc\sin\alpha_1'\sin(\alpha_1+\alpha_1') - bc\cos\alpha_1'\cos(\alpha_1+\alpha_1')\right] =$$

$$= -\frac{bc}{2\mu_e\Delta_e}\cdot\cos\alpha_1 \qquad (2.78)$$

Dacă discretizarea domeniului D cu elemente triunghiulare liniare se face, astfel încît, se respectă condițiile (2.79),

$$\alpha_1 < \frac{\pi}{2} \; ; \quad \alpha_2 < \frac{\pi}{2} \; ; \quad \alpha_3 < \frac{\pi}{2} \tag{2.79}$$

rezultă $M^e_{i,j} < 0 \; ; \; M^e_{i,k} < 0 \; ; \; M^e_{j,k} < 0$ (2.80)

Din analiza relațiilor (2.74),(2.75) și (2.8o) rezultă următoarele proprietăți ale matricei $[M]^e$:

P_1 - este o matrice simetrică ;

P2 - elementele extradiagonale sînt toate negative iar elementele diagonale - toate pozitive;

P3 - pe orice linie orizontală sau verticală a matricii, suma elementelor este nulă.

2.6. ASAMBLAREA PROBLEMEI DE MINIM A FUNCTIONALEI LA NIVELUL INTREGULUI DOMENIU DE MODELARE A CIMPULUI

2.6.1. Generarea elementelor matricii coeficienților și termenului liber

Asamblarea problemei de minim a funcționalei la nivelul întregului domeniu de modelare a cîmpului, pornind de la minimizarea funcționalei la nivelul elementului, este posibilă datorită aplicabilității relației (2.26). Indexat, minimizarea la nivelul întregului domeniu se scrie sub forma :

$$\frac{\partial F[A]}{\partial [A]^D} = 0 \; ; \qquad [M] \times [A] = [TL] \tag{2.81}$$

Analizînd expresia (2.72) rezultă, la prima vedere, două variante de asamblare :

varianta 1 : asamblarea celor 3 derivate parțiale la nivelul elementului și baleierea asamblării, pe rețeaua de discretizare, în ordinea elementelor ;

varianta 2: asamblarea derivatelor parțiale corespunzătoare tuturor elementelor vecine unui nod, în funcție de valoarea necunoscutei în acel nod, și baleiera asamblării în ordinea nodurilor.

Prima variantă, datorită proprietăţii P3 a matricii $[M]^e$, poate duce foarte uşor la soluţie identic nulă; pentru evitare, se iau măsuri de precauţii care complică mult modul de generare a liniilor matricii $[M]$ din (2.81).

Varianta a doua permite generarea coeficienţilor linie cu linie şi va fi folosită mai departe. Pentru deducerea algoritmului de generare se consideră în fig.2.9 o porţiune din reţeaua de discretizare.

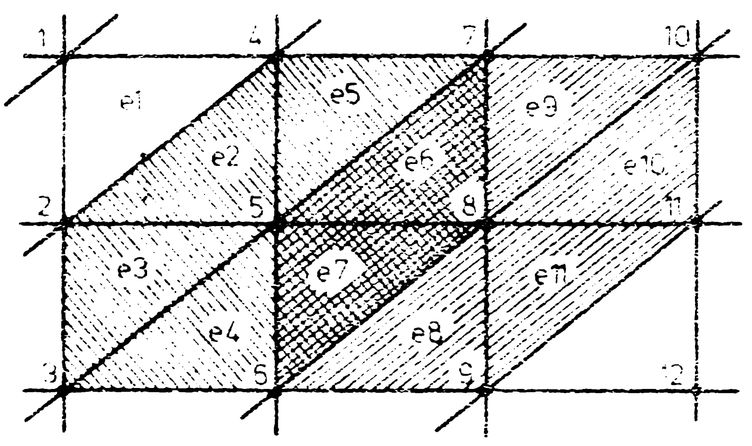


Fig.2.9. Contribuţia elementelor vecine nodului N = 5 la generarea liniei "n" a matricii $[M]$

Se vede că, nodul n = 5 este înconjurat de nv = 6 elemente vecine. Valoarea potenţialului magnetic A_5 va interveni în aproximarea funcţiei $A(x,y)$ numai în aceste 6 elemente. Pentru restul ne-nv elemente ale discretizării funcţionala este constantă în raport cu A_5 şi deci, contribuţia sa la minimizarea funcţionalei în aceste elemente este nulă.

$$\frac{\partial F[A]^{nx}}{\partial A_5} = 0 \qquad nx \in (ne - nv) \tag{2.82}$$

Notînd cu "nelve (n ; nv)" tabloul elementelor vecine nodului "n" şi cu p = 1,... nv ordinea acestor elemente în tablou, contribuţia valorii nodale A_n la minimizarea funcţionalei pe întreg domeniul poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{\partial F[A]}{\partial A_n} = \sum_{p=1}^{nv} \frac{\partial F[A]^p}{\partial A_n}. \tag{2.83}$$

Relaţia (2.83) exprimă, în acelaşi timp, şi principiul de generare a liniei n a matricii coeficienţilor de asamblu; ea simplifică considerabil procesul de asamblare deoarece, $nv \ll ne$ şi în practică, $nv \leq 8$.

Nodurile şi elementele sînt numerotate. Deci, pentru fiecare din cele "nv" elemente trebuie afectată o valoare indicilor i, j, k în sens trigonometric pentru a putea repera coordonatele nodurilor în calculul expresiilor (2.63)-(2.71). Afectînd cîte o valoare pentru i, j, k, implicit se dă un loc coeficienţilor calculaţi în linia generată.

Rezultă deci asamblarea unui tabel "nnel (ne ; 3)" pentru stabilirea nodurilor ce definesc cele "ne" elemente ale reţelei de discretizare.

Pentru a nu utiliza tot complexul de relaţii (2.63)-(2.71), pentru fiecare din cele "nv" elemente, se reordonează nodurile de definire astfel încît i = n iar j şi k sînt nodurile găsite prin parcurgerea laturilor elementului în sens trigonometric, cu punctul de plecare în i = n. Astfel, pentru elementul e_2

$$i = n = 5 \ ; \ j = 4 \ ; \ k = 2.$$

Coeficienţii $M^2_{5,5}$, $M^2_{5,4}$ şi $M^2_{5,2}$ ocupă coloanele 5,4 respectiv 2 în linia n = 5 a matricii totale. Ei se calculează cu relaţiile (2.63), (2.64) şi respectiv (2.65).

Generarea liniei n = 5 din matricea [M], pentru exemplul de reţea din fig.2.9, este indicat în TABELA 2.1. Conform relaţiei (2.83) şi reordonării nodurilor de definire ale elementelor astfel ca, totdeauna; n = i, rezultă

$$\begin{aligned} M_{5,1}\cdot A_1 + M_{5,2}\cdot A_2 + M_{5,3}\cdot A_3 + M_{5,4}\cdot A_4 + M_{5,5}\cdot A_5 + \\ + M_{5,6}\cdot A_6 + M_{5,7}\cdot A_7 + M_{5,8}\cdot A_8 + M_{5,9}\cdot A_9 + \\ + \text{-----} M_{5,nd}\cdot A_{nd} = TL_5 \end{aligned} \qquad (2.84)$$

$$M_{5,1} = M_{5,9} = M_{5,10} = \text{-------} = M_{5,nd} = 0$$

cu nd = numărul ultimului nod activ din reţea (nod activ = nod ce nu se găseşte pe frontiera Γ cu $A_r = 0$).

GENERAREA ELEMENTELOR LINIEI 5

TABELA 21

nelve (5,6)	nnd (nv, 3) i	j	k	col 1 A_1	col 2 A_2	col 3 A_3	col 4 A_4	col 5 A_5	col 6 A_6	col 7 A_7	col 8 A_8	col 9 A_9	col 10 A_{10}	col 11 A_{11}	- - -	TERM. LIBER TL
e2	5	4	2	0	$M^{e2}_{5,2}$	0	$M^{e2}_{5,4}$	$M^{e2}_{5,5}$	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{6} J_{ce2} \Delta_{e2}$
e3	5	2	3	0	$M^{e3}_{5,2}$	$M^{e3}_{5,3}$	0	$M^{e3}_{5,5}$	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{6} J_{ce3} \Delta_{e3}$
e4	5	3	6	0	0	$M^{e4}_{5,3}$	0	$M^{e4}_{5,5}$	$M^{e4}_{5,6}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{6} J_{ce4} \Delta_{e4}$
e5	5	7	4	0	0	0	$M^{e5}_{5,4}$	$M^{e5}_{5,5}$	0	$M^{e5}_{5,7}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{6} J_{ce5} \Delta_{e5}$
e6	5	8	7	0	0	0	0	$M^{e6}_{5,5}$	0	$M^{e6}_{5,7}$	$M^{e6}_{5,8}$	0	0	0	0	$\frac{1}{6} J_{ce6} \Delta_{e6}$
e7	5	6	8	0	0	0	0	$M^{e7}_{5,5}$	$M^{e7}_{5,6}$	0	$M^{e7}_{5,8}$	0	0	0	0	$\frac{1}{6} J_{ce7} \Delta_{e7}$
LINIA	5			$M_{5,1}$	$M_{5,2}$	$M_{5,3}$	$M_{5,4}$	$M_{5,5}$	$M_{5,6}$	$M_{5,7}$	$M_{5,8}$	$M_{5,9}$	$M_{5,10}$	$M_{5,11}$		TL_5

$$M_{5,2} = M_{5,2}^{e2} + M_{5,2}^{e3} = M_{i,k}^{e2} + M_{i,j}^{e3} \qquad (2.85)$$

$$M_{5,3} = M_{5,3}^{e3} + M_{5,3}^{e4} = M_{i,k}^{e3} + M_{i,j}^{e4} \qquad (2.86)$$

$$M_{5,4} = M_{5,4}^{e2} + M_{5,4}^{e5} = M_{i,j}^{e2} + M_{i,k}^{e5} \qquad (2.87)$$

$$M_{5,5} = M_{5,5}^{e2} + M_{5,5}^{e3} + M_{5,5}^{e4} + M_{5,5}^{e5} + M_{5,5}^{e6} + M_{5,5}^{e7} =$$

$$= M_{i,i}^{e2} + M_{i,i}^{e3} + M_{i,i}^{e4} + M_{i,i}^{e5} + M_{i,i}^{e6} + M_{i,i}^{e7} \qquad (2.88)$$

$$M_{5,6} = M_{5,6}^{e4} + M_{5,6}^{e7} = M_{i,k}^{e4} + M_{i,j}^{e7} \qquad (2.89)$$

$$M_{5,7} = M_{5,7}^{e5} + M_{5,7}^{e6} = M_{i,j}^{e5} + M_{i,k}^{e6} \qquad (2.90)$$

$$M_{5,8} = M_{5,8}^{e6} + M_{5,8}^{e7} = M_{i,j}^{e6} + M_{i,k}^{e7} \qquad (2.91)$$

$$TL_5 = \frac{1}{6}\cdot J_{\rho e2}\cdot\Delta_{e2} + \frac{1}{6}\cdot J_{\rho e3}\cdot\Delta_{e3} + \frac{1}{6}\cdot J_{\rho e4}\cdot\Delta_{e4} +$$

$$+ \frac{1}{6}\cdot J_{\rho e5}\cdot\Delta_{e5} + \frac{1}{6}\cdot J_{\rho e6}\cdot\Delta_{e6} + \frac{1}{6}\cdot J_{\rho e7}\cdot\Delta_{e7}. \qquad (2.92)$$

Coeficienţii $M_{i,i}^{e}$, $M_{i,j}^{e}$, $M_{i,k}^{e}$ se calculează cu relaţiile (2.62), (2.63) şi respectiv (2.64) pentru fiecare element vecin, după ce s-a făcut reordonarea nodurilor de definire astfel ca n = 1.

Analizînd relaţiile (2.85)-(2.92) şi indicaţiile metodice preconizate de relaţia (2.83) se pot stabili etapele ce trebuesc parcurse pentru a genera liniile matricii [M] şi elementele vectorului [TL]; ele sînt :

a. - Fiecărui nod şi element al reţelei concrete de discretizare i se atribuie un număr. Pentru fiecare din cele "nd" noduri active se stabilesc elementele vecine. Nodul n nd este nod de definire al celor "nv" elemente vecine. Rezultă tabloul "nelve (nd, nv)" cu "nd" linii şi nv coloane.

b. - Pentru fiecare din cele "ne" elemente se stabilesc nodurile de definire; ordinea lor corespunde sensului trigonometric de parcurgere a laturilor triunghiului. Rezultă tabloul "nnel (ne, 3)".

c. - Pentru un nod oarecare $n \in nd$ se stabilesc elementele vecine nodului "n" din tabloul "nelve (nd, nv)".

d. - Pentru fiecare element vecin nodului "n", cu ajutorul tabloului "nnel (ne, 3)", se face reordonarea nodurilor de definire, astfel ca i = n.

e. - Se calculează coeficientul $M^{nv}_{i,i}$, $M^{nv}_{i,j}$, M^{nv}_{ik} pentru fiecare din cele nv elemente vecine cu relaţiile (2.62), (2.63), (2.64)

f. - Se însumează toţi coeficienţii la care, al doilea indice coincide ca număr de nod. Rezultă, astfel, cei "nv" coeficienţi nenuli din ecuaţia (2.84). Numărul nodului fixează şi locul coeficientului respectiv în linia "n" a matricii [M].

g. - Pentru fiecare din cele "nv" elemente vecine nodului "n", în funcţie de densitatea de curent distribuită I_{ce} şi dublul suprafeţei elementului, A_e, se calculează cei "nv" termeni ai TL_n.

2.6.2. Proprietăţi ale matricii coeficienţilor

Odată generate elementele matricii coeficienţilor şi vectorului termen liber, prin parcurgerea de "nd" ori a etapelor c-g mai sus enunţate, sistemul de ecuaţii cu "nd" linii şi "nd" necunoscute este complet. Alegerea metodei de rezolvare a sistemului depinde de proprietăţile matricii coeficienţilor [64, 65, 66, 67]. Pornind de la modul concret de generare a elementelor matricii [M] se pot demonstra următoarele proprietăţi.

<u>PM1 - Matricea [M] este simetrică</u>

Fie porţiunea de reţea discretizare din fig.2.9. Cu haşuri diferite sînt redate elementele vecine nodurilor n = 5 şi n = 8, elemente care contribuesc la generarea liniilor 5 şi 9 din matricea coeficienţilor (raţionamentul următor este valabil pentru orice două noduri unite direct printr-un singur segment - linie de separare între două elemente). Dacă se poate demonstra că

$$M_{5,8} = M_{8,5} \,, \tag{2.93}$$

matricea [M] este simetrică. Valabilitatea relaţiei (2.93) ar demonstra şi că contribuţia elementelor e5 şi e6 - cu hagură în carouri - este aceeaşi la generarea ambelor linii.

Conform relaţiilor (2.91), (2.63), (2.64) şi (2.65) rezultă:

pentru i = 5

$$M_{5,8} = M_{5,8}^{e6} + M_{5,8}^{e7} = M_{i,j}^{e6} + M_{i,k}^{e7} =$$

$$= \frac{1}{2\cdot\mu_{e6}\cdot\Delta_{e6}}\left[(Y_7-Y_5)\cdot(Y_8-Y_7)+(X_5-X_7)\cdot(X_7-X_8)\right] + \tag{2.94}$$

$$+\frac{1}{2\mu_{e7}\cdot\Delta_{e7}}\cdot\left[(Y_5-Y_6)\cdot(Y_6-Y_8)+(X_6-X_5)\cdot(X_8-X_6)\right]$$

pentru i = 8

$$M_{8,5} = M_{8,5}^{e7} + M_{8,5}^{e6} = M_{i,k}^{e7} + M_{i,j}^{e6} =$$

$$=\frac{1}{2\mu_{e6}\cdot\Delta_{e6}}\left[(Y_8-Y_7)\cdot(Y_7-Y_5)+(X_7-X_8)\cdot(X_5-X_7)\right] + \tag{2.95}$$

$$+\frac{1}{2\mu_{e7}\cdot\Delta_{e7}}\left[(Y_6-Y_8)\cdot(Y_5-Y_6)+(X_8-X_6)\cdot(X_6-X_5)\right]$$

Se observă clar că expresiile din relaţiile (2.94) şi (2.95) sînt egale. Deci, relaţia (2.93) este realizabilă.

<u>PD2.- Pentru orice linie a matricii M suma coeficienţilor este nulă. Coeficienţii diagonali sînt pozitivi iar cei extradiagonali- negativi</u>

Deoarece, prin tabela 2.1 şi relaţiile (2.85)-(2.91) sînt deja generate coeficienţii liniei 5, pentru reţeaua din fig.2.9, se va demonstra proprietatea pentru această linie.

$$\sum_{p=2}^{8} M_{5,p} = M_{5,2} + M_{5,3} + M_{5,4} + M_{5,5} + M_{5,6} + M_{5,7} + M_{5,8} =$$

$$= \left(M_{i,i}^{e2} + M_{i,j}^{e2} + M_{i,k}^{e2}\right) + \left(M_{i,i}^{e3} + M_{i,j}^{e3} + M_{i,k}^{e3}\right) +$$

$$+ \left(M_{i,i}^{e4} + M_{i,j}^{e4} + M_{i,k}^{e4}\right) + \left(M_{i,i}^{e5} + M_{i,j}^{e5} + M_{i,k}^{e5}\right) +$$

$$+ \left(M_{i,i}^{e6} + M_{i,j}^{e6} + M_{i,k}^{e6}\right) + \left(M_{i,i}^{e7} + M_{i,j}^{e7} + M_{i,k}^{e7}\right).$$

Ţinînd cont de proprietatea nr.3 a matricii coeficienţilor $[M]^e$ la nivelul elementului oarecare, vezi paragraful 2.5, rezultă

$$\sum_{p=2}^{6} M_{5,p} = 0 \qquad (2.96)$$

Se notează cu "n" un nod oarecare, n $\in$ nd. Pe baza tabloului "nelve (n, nv)" se stabilesc elementele vecine nodului "n" şi deci, elementele care contribuie la generarea liniei "n" din matricea $[M]$. Cu tabloul de date "nnel (ne, 3) se stabilesc nodurile ce definesc cele "nv" elemente vecine. Fie "nnev (nv)" tabloul nodurilor ce definesc elementele vecine, exclusiv nodul comun "n" ; cu p = 1 ... nv se notează ordinea numerelor afectate noilor "nv" noduri în reţeaua de discretizare. Proprietatea nr.2, în cazul liniei oarecare "n" a matricii $[M]$, se poate scrie

$$M_{n,n} + \sum_{p=1}^{nv} M_{n,p} = 0 \qquad (2.97)$$

Din relaţia (2.88) se observă că $M_{n,n}$ reprezintă suma coeficienţilor de tip $M_{i,i}$ calculaţi la nivelul fiecărui element vecin, cu ordinea nodurilor de definire aranjată astfel ca i = n. Conform relaţiei (2.63), toţi coeficienţii de tip $M_{i,i}$ sînt pozitivi. Deci, coeficienţii $M_{n,n}$, poziţionaţi în diagonala principală a matricii $[M]$ şi denumiţi coeficienţi diagonali, sînt pozitivi.

$$M_{n,n} > 0 \qquad (2.98)$$

Conform relaţiilor (2.85) - (2.91), exclusiv (2.88), elementele extradiagonale $M_{n,p}$, pentru orice linie n $\in$ nd, sînt constituite din sume de coeficienţi $M_{i,j} + M_{i,k}$ la nivelul elementelor vecine nodului "n". Proprietatea nr.2 a matricii la nivelul elementului oarecare , arată că coeficienţii de acest tip sînt negativi. Se poate trage concluzia că toţi coeficienţii extradiagonali din matricea $[M]$ sînt negativi.

$$M_{n,p} < 0$$

$$|M_{n,n}| = \sum_{p=1}^{nv} |M_{n,p}| \qquad (2.99)$$

Relaţia (2.99) permite enunţarea proprietăţii PD3.

PD3 - Matricea [M] este pozitiv definită; coeficientul diagonal este net superior modulului oricărui coeficient extradiagonal de pe aceeaşi linie.

PD4. - Matricea [M] este prost condiţionată

Pentru un nod înconjurat de elemente vecine în aer permeabilitatea magnetică este μ_0; pentru un nod înconjurat de elemente în fier permeabilitatea magnetică este $\mu_0 \cdot \mu_r$. Pentru o triangulizare ce dă aproximativ aceleaşi dimensiuni elementelor din aer şi din fier rezultă

$$\frac{(M_{i,i})_{aer}}{(M_{i,i})_{fier}} = \mu_r \approx 1000 \qquad (2.100)$$

Relaţia de mai sus ne obligă să constatăm că matricea [M] este prost condiţionată datorită variaţiei,brutale a proprietăţii magnetice de la un element la altul.

PD5. - Matricea [M] este tip bandă cu lăţimea LB'

Din fig.2.9 şi TABELA 2.1 se observă că, în linia 5 şi în orice linie "n" a matricii, există numai "nv" coeficienţi nenuli. Unul din aceştia, $M_{n,n}$, este coeficient diagonal iar ceilalţi, coeficienţi extradiagonali. La o numerotare potrivită a nodurilor reţelei de discretizare, cei "nv" coeficienţi nenuli ocupă o zonă de coloane, de o parte şi de alta a coeficienţilor diagonali; în afara acestei zone, toţi coeficienţii matricii sînt nuli. Numărul de coloane din această zonă formează lăţimea de bandă.

Nodurile reţelei se separă în două grupe :

- grupa nodurilor active $n \in nd$ cu $nd < np$.
- grupa nodurilor de pe frontiera cu $A_r = 0$, $n' \in (nfr = np - nd)$.

Numerotarea nodurilor reţelei se face după următoarele principii [68]:

a. - se numerotează în ordine succesivă, începînd cu cifra 1, nodurile active şi numai după aceea nodurile de frontieră cu $A_r = 0$;

b. - nodurile active se numerotează prin baleierea configurației fără a interveni într-o zonă în care s-a făcut deja numerotarea ;

c. - numerotarea nodurilor nu ține cont de variația proprietăților de material de-a lungul direcției de baleiaj ;

d. - direcția de baleiaj a numerotării se alege astfel încît, în același sens, să se traverseze domeniul D întîlnind un număr minim de noduri.

Comparația diverselor numerotări de noduri în rețea se face, în ultimă instanță, numai în funcție de lățimea de bamdă rezultată. Această lățime se apreciază pornind de la poligonul de noduri format în jurul unui nod.oarecare "n" de elementele vecine lui. Se caută diferența maximă între numerele de ordine a două vîrfuri, se adaogă unu și se obține LB'. La o numerotare potrivit făcută, banda LB' se situează simetric față de elementele diagonale.

IN CONCLUZIE, matricea [M] este o matrice bandă,simetrică , pozitiv definită , și cu banda poziționată simetric în jurul elementelor diagonale. Pentru economie de memorie calculator, se stochează numai coeficienții semibenzii superioare LB, rezultînd ndxLB variabile. Lățimea LB a semibenzii se definește ca diferența maximă între numerele de ordine ale nodului central "n" și vîrfurilor poligonului format de elementele lui vecine, la care se adaogă unitatea. Metodele de rezolvare ale sistemului (2.81) trebuesc astfel alese, încît, să fie capabile a folosi numai semibanda superioară a matricii [M].

2.6.3. Rezolvarea sistemelor mari de ecuații algebrice liniare

Discretizarea domeniului de model cîmp neomogen conduce, chiar la discretizări grosiere, la un număr mai mare de 1oo ecuații. Pentru rezolvarea unor asemenea sisteme nu se pot utiliza decît metode numerice [62, 63, 64, 65]. Pentru rezolvarea unor sisteme de tipul (2.81), cu [A] ca vector al variabilelor necunoscute, se cunosc două tipuri de metode :

A. - METODE DIRECTE. Sînt metode bazate pe procesul de eliminare sau de descompunere a matricii M . In ambele cazuri sistemul inițial trece prin diverse forme, dar toate aceste forme trebuie să fie echivalente cu forma inițială. Au avantajul că necesită un număr fix de operații elementare pentru un număr de ecuații dat și au dezavantajul că acumulează erori de rotunjire în timpul operațiile elementare. Dacă coeficienții din diagonala principală sînt maximali, eroarea de rotunjire este minimă. Se cunosc următoarele metode directe

- metoda de eliminare a lui Gauss,
- metoda Gauss-Iordan
- metoda Cholesky (metoda rădăcinii patratice)

Metoda de eliminare a lui Gauss este o metodă rapidă. Prezintă dezavantajul unui program ceva mai complex, deoarece , pe lîngă operațiile de eliminare necesită și operațiile de substituție inversă. Metoda Gauss-Iordan este mai lentă decît celelalte metode, dar, programarea este mult mai simplă , deoarece nu implică substituția inversă.

Metoda lui Cholesky, aplicabilă la matrici simetrice tip bandă, este o metodă mai precisă decît metoda eliminării lui Gauss. Prin descompunerea într-un produs de două matrici triunghiulare, numărul de operații elementare și deci și erorile de rotunjire, se micșorează. Prezintă dezavantajul unei locații de memorie suplimentară, alocare ce poate forța scoaterea programului total din liniaritate și deci, mărirea timpului de lucru.

B. METODE ITERATIVE . Acestea permit găsirea soluției printr-un proces de aproximări succesive.O aceeași secvență de operații, mai redusă ca la metodele directe, este repetată de mai multe ori, obținîndu-se o soluție din ce în ce mai bună în sensul preciziei (convergența procesului iterativ spre soluţia exactă). Cumularea erorilor de rotunjire şi viteza de convergenţă condiţionează limita erorii cu care se poate obţine soluţia definitivă. Metodele iterative pot da rezultate bune în cazul matricilor simetrice pozitiv definite pînă la ranguri de N = 2000-3000. Se cunosc următoarele metode iterative :

- metode bazate pe relaxare şi suprarelaxare
- metoda Gauss-Seidel,
- metoda Gauss-Seidel extrapolată,
- metoda pantei maxime,
- metoda gradientului,
- metoda Stiefel-Meatens, etc.

Pentru a putea alege una din metodele directe sau iterative este necesară cunoaşterea detaliată a acestor metode şi analiza eficienţei lor la matricea cu proprietăţile enunţate în paragraful precedent. Studiul acestor metode, expuse detaliat în [62, 63, 64, 65] cu limitările lor, a condus la următoarele concluzii :

- Dacă discretizarea domeniului de cîmp şi numerotarea nodurilor în reţea urmăreşte o lăţime de bandă minimă a matricii [M], situaţiile în care unghiurile α_1, α_2, α_3 din fig.2.8 nu satisfac condiţia (2.79) sînt inevitabile. Rezultă că matricea [M] nu este totdeauna pozitiv definită iar relaţia (2.97) arată că matricea [M] nu este de diagonală dominantă. In aceste condiţii, convergenţa procesului iterativ (la metodele iterative de rezolvare a sistemului) este foarte slabă şi poate fi chiar total compromisă.

- Folosind semibanda superioară a matricii [M] rezultă o matrice echivalentă cu "nd" linii şi LB coloane. Aceasta are coeficienţii din prima coloană pozitivi şi superiori valorile celorlalţi coeficienţi de pe aceeaşi linie. Deci, numărul de operaţii elementare, în cadrul eliminării (la metodele directe de rezolvare a sistemului), este mic iar operaţiile de trunchiere sînt minime.

Pe baza concluziilor de mai sus, <u>pentru rezolvarea sistemului de ecuaţii (2.31) se folosesc metodele directe şi</u>

anume; metoda de eliminare a lui Gauss şi metoda lui Cholesky.

METODA DE ELIMINARE A LUI GAUSS

Prin tehnica de eliminare Gauss rangul matricei [M] este redus succesiv pînă la rangul 1, cînd ultima necunoscută a vectorului [A] poate fi calculată direct. Printr-un proces de substituţie inversă se obţin toate necunoscutele vectorului [A] începînd de la penultima necunoscută pînă la prima. Principiul este expus direct pentru matricea echivalentă cu "nd" linii şi "LB" coloane [44, 64, 65]

Matricea echivalentă [EQ] şi vectorii [A], [TL] se pun sub forma :

$$\begin{bmatrix} EQ_{11} & EQ_{12} \\ EQ_{21} & EQ_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TL_1 \\ TL_2 \end{bmatrix} \qquad (2.101)$$

unde: EQ_{11}, A_1, TL_1 = matrici de rangul 1 x 1
EQ_{12} = matrice linie 1 x (LB - 1)
$EQ_{2,1}$, A_2, TL_2 = matrice coloană (nd-1) x 1
EQ_{22} = matricea cu (nd-1) x (LB-1)

Procesul de eliminare permite reducerea rangului matricei echivalente şi a sistemului la un sistem cu n-1 ecuaţii şi n-1 necunoscute

$$EQ' \times A = TL' \qquad (2.102)$$

$$EQ' = EQ_{22} - EQ_{21} \times EQ_{11}^{-1} \times EQ_{12} \qquad (2.103)$$

$$TL' = TL_2 - EQ_{21} \times EQ_{11}^{-1} \times TL_1 \qquad (2.104)$$

Descompunînd matricea EQ sub forma (2.101) şi eliminînd EQ_{11}^{i} prin relaţiile (2.102), (2.103) şi (2.104), se ajunge în final la o matrice EQ^{*} de rangul 1 x 1 ; ultima necunoscută neeliminată este

$$A_{nd} = EQ^{*-1} \times TL^{*} \qquad (2.105)$$

Obţinerea celorlalte necunoscute, începînd cu cea de ordinul "nd-1" pînă la prima, se face prin substituţii inverse de tipul:

$$A_1 = EQ_{11}^{-1} \times TL_1 - EQ_{11}^{-1} \times EQ_{12} \times A_2. \tag{2.106}$$

Operaţia fundamentală a procesului este triplul produs $EQ_{21} \times EQ_{11}^{-1} \times EQ_{12}$. Din fericire inversarea matricii EQ_{11} nu pune probleme, deoarece, este de rangul 1 x 1. Numărul de operaţii este proporţional cu $(LB-1)^2$ pentru o eliminare şi o substituţie. Deci, numărul total de operaţii este aproximativ

$$N_{op.} \leq \frac{1}{2} \cdot nd \cdot LB^2. \tag{2.107}$$

pentru o semibandă cu toţi coeficienţii nenuli. Dacă semibanda, de lăţime LB, are numai LDZ coeficienţi diferiţi de zero, în cazul celei mai dezavantajoase repartiţii a acestor elemente, numărul de operaţii este

$$N_{op} = nd \cdot \left[2\,LDZ + (LDZ-2)(2\,LB - LDZ) \right] \tag{2.108}$$

In tot raţionamentul de pînă acum s-a presupus că $EQ_{11} \neq 0$. Presupunerea este conformă cu realitatea, deoarece, coeficientul $EQ_{11} = M_{11}$, este coeficient diagonal, totdeauna diferit de zero. Deci, nu este necesară intervertirea liniilor pentru căutarea pivotului principal nenul şi programul devine simplu şi rapid. Rămîne de văzut care este numărul maxim de ecuaţii ce pot fi tratate fără a introduce erori de calcul însemnate. In [67] se arată că, lucrînd în precizie simplă (4 octeţi/cuvînt), pentru o matrice patrată plină nd x nd, nd = 1oo apare ca limită pentru garantarea corectitudinii soluţiei . Deci, numărul limită de operaţiuni este

$$\frac{1}{6} \cdot nd^3 = 166\,666 \quad \text{operaţii} \tag{2.109}$$

Dacă matricea este tip bandă, cu lăţimea semibenzii LB, conform relaţiei (2.1o7) rezultă

$$nd_{lim} = 320 \quad \text{ecuaţii pentru} \quad LB = nd/10 \tag{2.110}$$

In interiorul semibenzii LB sînt foarte multe găuri, deoarece numai "nv" coeficienţi sînt nenuli. Din practică, numărul maxim de elemente vecine este nv ≤ 1o [6o , 61]. Realizînd discretizarea astfel ca nv = 6 se obţine un optim pentru generarea coeficienţilor matricii M cu maximum de probabilităţi pentru satisfacerea tuturor proprietăţilor din paragraful 2.6.2. Poziţia cea mai defavorabilă în semibanda LB este atunci cînd 4 coeficienţi sînt la marginea benzii. In condiţiile

$$LB = nd/20 \qquad LDZ = 6 \tag{2.111}$$

se ajunge la nd_{max} = 660 ecuaţii.

Menţionez că toate relaţiile şi considerentele pentru matricea bandă simetrică - (2.107), (2.108), (2.110), (2.111) - sînt verificate prin exemple de programe. Relaţia (2.108) dă un număr de operaţii pentru cazul cel mai dezavantajos, cînd 4 coeficienţi nenuli ocupă zona marginală LB. Urmărind LB minim prin numerotarea corespunzătoare a nodurilor, cazul cel mai dezavantajos de repartiţie a coeficienţilor în bandă nu apare niciodată.

METODA LUI CHOLESKY

Metoda lui Cholesky, denumită şi metoda rădăcinii patrate, este o metodă exactă de resolvare a sistemelor de ecuaţii algebrice cu matricea coeficienţilor simetrică şi pozitiv definită. Matricea M a sistemului (2.81) îndeplineşte aceste condiţii. Ea se echivalează cu produsul a două matrici, una inferior şi cealaltă superior triunghiulară.

$$M = T \times T^T \tag{2.112}$$

cu T = matrice inferior triunghiulară şi T^T - transpusa sa.

Notînd cu "i" linia curentă din matricea T şi cu "j" coloana curentă din matricea T^T, rezultă ecuaţiile generale.

$$t_{i,1} \times t_{j,1} + t_{i,2} \times t_{j,2} + \cdots + t_{i,i} \times t_{j,j} = a_{i,j} \quad pt. \; i<j \tag{2.113}$$

$$t_{i,1}^2 + t_{i,2}^2 + \cdots + t_{i,i-1}^2 + t_{i,i}^2 = a_{i,i} \quad pt \; i>1 \tag{2.114}$$

Elementele matricii T se pot calcula cu relaţiile

$$t_{1,1} = a_{1,1}$$

$$t_{i,1} = a_{1,j} / a_{1,1} \quad pt. \; i = 2, 3, \ldots, nd \quad j = 2, 3, \ldots, LB. \tag{2.115}$$

$$t_{i,i} = \sqrt{a_{i,i} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{i,k}^2} \qquad pt.\ i > 1 \qquad (2.116)$$

$$t_{j,i} = \frac{1}{t_{i,i}} \cdot \left(a_{i,j} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{i,k} \cdot t_{j,k} \right) \quad pt.\ j > i \qquad (2.117)$$

Sistemul (2.81) scris sub forma M.A = TL se descompune în două sisteme

$$T \times A = Y \quad si \quad T^T \times Y = TL. \qquad (2.118)$$

Din al doilea sistem se determină y_{nd}, y_{nd-1}, ... y_2, y_1, cu ajutorul relaţiilor

$$Y_{nd} = TL_{nd} / t_{nd,nd}$$

$$Y_i = \frac{1}{t_{i,i}} \cdot \left(TL_i - \sum_{k=i+1}^{nd} t_{k,i} \times Y_k \right) \qquad (2.119)$$

pentru i = nd-1, nd-2, .., 1

iar din primul sistem se determină necunoscutele A_i, i-1 ... nd prin intermediul relaţiilor

$$A_1 = \frac{Y_1}{t_{1,1}}$$

$$A_i = \frac{1}{t_{1,1}} \cdot \left(Y_i - \sum_{k=1}^{nd} t_{i,k} \cdot A_k \right) \qquad (2.120)$$

pentru i = 2, 3, ..., nd

Datorită caracterului de matrice bandă, numărul de operaţii elementare este mic, chiar mai mic decît la metoda de eliminare a lui Gauss. Eroarea de determinare a lui A nu depăşeşte o singură eroare de rotunjire dacă produsele scalare sînt acumulate corect [65]. Literatura de specialitate nu face referiri la numărul limită de ecuaţii tratate pentru o anumită eroare de rezolvare; spune numai că erorile sînt mai mici ca la metoda de eliminare a lui Gauss.

Pentru aprecierea corectă a rezolvării se impune o soluţie cunoscută sistemului, se calculează eroarea prin raportul procentual

$$\delta_{rs} = \frac{\text{(soluţia cunoscută) - (soluţia numerică)}}{\text{soluţia cunoscută}} \cdot 100$$

Soluţia cunoscută convenabilă este A_i= 1, i =1,2,... nd. Ea se obţine dacă termenul liber corespunzător liniei i

este egal cu suma coeficienţilor matricii M pe acea linie. Deci, rezolvînd sistemul

$$[M] \times [A] = [ETL]$$

cu $\sum$ (2.121)

rezultă $A_i = 1$ cu $i = 1,2,\ldots nd$.

Pentru aprecierea erorii de rezolvare a sistemului, δ_{rs}, este necesar ca :

- Algoritmul de generare a coeficienţilor matricii M şi a termenului liber din problema de cîmp să fie completat cu generarea termenului liber ETL conform relaţiei (2.121).
- Algoritmul de rezolvare a sistemului (2.81) trebuie astfel conceput încît să rezolve sistemul cu doi termeni liberi concomitent. Se obţin două soluţii, una pentru problema de cîmp şi una pentru problema de precizie
- Programul principal de calcul numeric al cîmpului să cuprindă şi calculul erorii δ_{rs}.

Este evident că, aprecierea erorii de rezolvare a sistemului necesită o alocare suplimentară de memorie calculator şi de complicare a programului. Soluţia finală a ultimului model de cîmp trebuie, însă, să specifice clar erorile cumulate pentru mărimea de interes. In capitolul 3 se expun ordinogramele programelor rezultate; concepţia acestora este originală şi constituie contribuţia autorului în rezolvarea oricăror probleme de cîmp caracterizate prin ecuaţia lui Poisson.

2.7. DETERMINAREA FACTORULUI DE TRANSFORMARE AL SENSORULUI DE CURENT

Mediul optic - sticlă Jena SF_6 - este poziţionat în întrefier astfel ca axa sa longitudinală să coincidă cu linia ce uneşte centrele tălpilor polare; punctele marginale A şi B sînt simetrice faţă de axa de simetrie SS', fig.2.3, axă ce coincide cu direcţia ox, a sistemului cartezian. Sensorul de curent are rolul de a genera diferenţa de potenţial magnetic $U_{mmAB} = f(I_p)$ pentru efectul magneto-optic longitudinal.

Factorul de transformare al sensorului de curent se definește prin raportul

$$k = \frac{U_{mmYAB}}{I_p} \qquad (2.122)$$

In cazul general, pentru un punct oarecare de pe axa mediului optic, vectorul intensitate cîmp magnetic are două componente: una paralelă cu axa abscisalor, H_{mx} și una paralelă cu axa ordonatelor, H_{my} (fig.2.1o).

$$\bar{H}_m = \bar{x}_0 \cdot H_{mx} + \bar{y}_0 H_{mY}. \qquad (2.123)$$

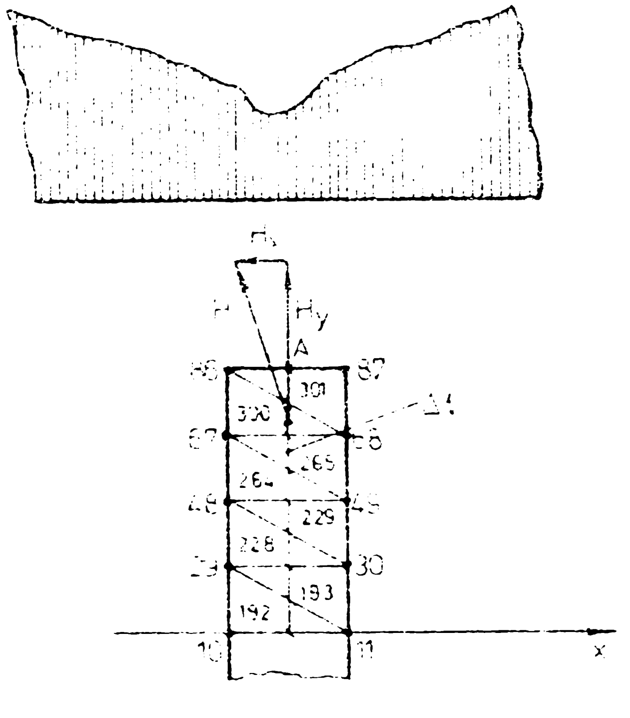


Fig.2.1o. Integrarea numerică a H_y

Deoarece raza de lumină are direcția axei ordonatelor prin mediul optic rezultă că acționează numai componenta H_{my}. Cum $d\bar{l}$ are aceeași direcție cu H_{my}, rezultă

$$U_{mmYAB} = \int_A^B H_{mY} \cdot dl \qquad (2.124)$$

Rezolvarea numerică a integralei (2.124) se realizează prin descompunerea zonei ocupate de mediul optic într-o succesiune de elemente triunghiulare (fig.2.1o). Numerele de ordine ale acestor elemente formează tabloul "nidh (p)" cu p = numărul acestor elemente. Pentru rețeaua de discretizare din fig.2.1o, tabloul "nidh (p)" este 192, 193, 228, 229, 264, 265, 300, 3o1). Nodurile ce definesc fiecare din elementele tabloului se cunosc din tabloul "nnel (nd, 3)".

In urma rezolvării sistemului de asamblare a problemei de minim la nivelul întregului domeniu de cîmp, rezultă valorile nodale ale potențialului magnetic A_k cu k = 1,2,..., nd. Deci, pentru fiecare element din mediul optic se poate defini funcția de aproximare.

$$A_e(x,y) = N_{ie} \cdot A_{ie} + N_{je} \cdot A_{je} + N_{ke} \cdot A_{ke}.$$

cu $\bar{A}_e = \bar{z}_o \cdot A_e(x,y).$

Vectorul inducţie magnetică $\bar{B}$, într-un punct curent din interiorul oricărui element, este

$$\bar{B}_e = rot.A_e = \frac{\partial A_e}{\partial y} \cdot \bar{x}_o - \frac{\partial A_e}{\partial x} \bar{y}_o$$

$$\bar{B}_e = B_{xe} \cdot \bar{x}_o - B_{ye} \cdot \bar{y}_o$$

Din funcţia de aproximare la nivelul elementului şi ţinînd cont de relaţiile (2.44)-(2.47) rezultă

$$B_{xe} = \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} \cdot A_{ie} + \frac{\partial N_{je}}{\partial y} \cdot A_{je} + \frac{\partial N_{ke}}{\partial y} \cdot A_{ke} =$$

$$= \frac{1}{\Delta_e} \cdot \left[(x_{ke} - x_{je}) \cdot A_{ie} + (x_{ie} - x_{ke}) A_{je} + (x_{je} - x_{ie}) A_{ke}\right] \qquad (2.125)$$

$$B_{ye} = \frac{\partial N_{ie}}{\partial x} \cdot A_{ie} + \frac{\partial N_{je}}{\partial x} \cdot A_{je} + \frac{\partial N_{ke}}{\partial x} \cdot A_{ke} =$$

$$= \frac{1}{\Delta_e} \cdot \left[(y_{je} - y_{ke}) \cdot A_{ie} + (y_{ke} - y_{ie}) \cdot A_{je} + (y_{ie} - y_{je}) \cdot A_{ke}\right] \qquad (2.126)$$

Permeabilitatea magnetică a mediului optic este practic μ_0. Deci, pentru fiecare element, se poate determina

$$H_{mxe} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot B_{xe}$$

$$H_{mye} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot B_{ye}. \qquad (2.127)$$

Prin descompunerea zonei ocupate de mediul optic într-un număr bine ales de elemente şi la dimensiune bine definită a sa, se poate aprecia cu precizie mărimea Δl (fig.2.1o). Valorile Δl, pentru fiecare element, se dau prin tabelul "dl(p)" cu p = numărul de elemente. Rezultă:

$$U_{mmyAB} = \sum_{e=1}^{p} H_{mye} \cdot \Delta l_e. \qquad (2.128)$$

In programul principal este necesar şi calculul componentei H_{mx}. Aceasta ne permite a stabili mai bine, la diferite dimensiuni ale circuitului feromagnetic, care este eficacitatea traductorului. Cel mai bine este atunci cînd, componenta H_{mx} devine neglijabilă.

Eroarea de determinare a diferenţei de potenţial magnetic H_{mmyAB}, conform [68, 69] , se calculează cu relaţia

$$\varepsilon_U = \frac{1}{U_{mmYAB}} \cdot \sum_{e=1}^{p} H_{mYe} \cdot \Delta l_e \cdot \left(\varepsilon_{H_{mYe}} + \varepsilon_{\Delta l_e} \right) \qquad (2.129)$$

Se poate considera că Δl este indicată prin datele programului în precizie simplă (7 zecimale),

$$\varepsilon_{\Delta l_e} = \frac{10^{-7}}{\Delta l_e} \cdot 100 = \frac{10^{-5}}{\Delta l_e} \quad [\%]$$

şi se poate calcula pentru fiecare element în parte. Pentru determinarea erorii de calcul a componentei H_y pentru fiecare element, se reconsideră relaţia (2.26). Rezultă

$$\varepsilon_{H_{mYe}} = \varepsilon_{BYe} = \varepsilon_{\Delta_e} + \frac{1}{B_{Ye}} \cdot \Big[(A_{ke} - A_{je}) \cdot Y_{ie} \cdot \varepsilon_{Y_{ie}} + (A_{ie} - A_{ke}) \cdot Y_{je} \cdot \varepsilon_{Y_{je}} + (A_{je} - A_{ie}) \cdot Y_{ke} \cdot \varepsilon_{Y_{ke}} \Big] + \delta_{YS}. \qquad (2.130)$$

Pentru calculul erorii ε_{Δ_e} se reconsideră relaţia (2.47). Rezultă

$$\varepsilon_{\Delta_e} = \frac{1}{\Delta_e} \cdot \Big[(Y_{je} - Y_{ke}) \cdot X_{ie} \cdot \varepsilon_{X_{ie}} + (Y_{ke} - Y_{ie}) \cdot X_{je} \cdot \varepsilon_{X_{je}} + (Y_{ie} - Y_{je}) \cdot X_{ke} \cdot \varepsilon_{X_{ke}} + (X_{ke} - X_{je}) \cdot Y_{ie} \cdot \varepsilon_{Y_{ie}} + (X_{ie} - X_{ke}) \cdot Y_{je} \cdot \varepsilon_{Y_{je}} + (X_{je} - X_{ie}) \cdot Y_{ke} \cdot \varepsilon_{Y_{ke}}. \qquad (2.131)$$

Considerînd reprezentarea în simplă precizie, rezultă

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{Y_{pe}} &= 10^{-5}/Y_{pe} \, . \; [\%] \\ \varepsilon_{X_{pe}} &= 10^{-5}/X_{pe} \; [\%] \end{aligned}\right\} \; pt. \; p = i, j, k. \qquad (2.132)$$

In cazul în care $y_{pe} = 0$ sau $x_{pe} = 0$ se consideră eroarea egală cu unitatea procentuală pentru a nu apărea în timpul programului înmulţirea a două zerouri.

Cu relaţia (2.131) se justifică necesitatea calculării erorii de rezolvare a sistemului de ecuaţii (2.81) (vezi paragraful 2.6.3). Relaţiile (2.129)-(2.132) se pot calcula prin programe deoarece, toate mărimile care intervin sînt stocate valoric în memoria calculatorului. Cunoscînd eroarea de determinare valorică a diferenţei de potenţial magnetic se poate determina eroarea de apreciere valorică a factorului de transformare al sensorului de curent.

$$\varepsilon_k = \varepsilon_U + \varepsilon_{I_p} \tag{2.133}$$

unde

$$\begin{aligned} \varepsilon_{I_p} &= 10^{-3}/I_p \quad [\%] \quad \text{pt.} \quad I_p < 100 \ [A] \\ \varepsilon_{I_p} &= 10^{-2}/I_p \quad [\%] \quad \text{pt.} \quad 100 \leq I_p < 1000 \ [A] \\ \varepsilon_{I_p} &= 10^{-1}/I_p \quad [\%] \quad \text{pt.} \quad I_p \geq 1000 \ [A] \end{aligned} \tag{2.134}$$

în cazul calculului cu cuvinte de calculator reprezentate în simplă precizie.

In studiul comparativ al factorului de transformare pentru diferite valori ale măsurandului în intervalul de măsurare 5o A - 2oooo A, relaţia (2.133) permite stabilirea ultimei cifre semnificative. Se poate , deci, stabili eroarea de liniaritate a sensorului de curent precum şi valoarea factorului de transformare, care, intră în factorul de transformare al traductorului primar de curent-relaţia (1.17).

Factorul de transformare la sensorul de curent depinde evident de :

- poziţia conductorului străbătut de măsurand în interiorul circuitului feromagnetic;
- dimensiunile geometrice ale circuitului feromagnetic, păstrînd neschimbată valoarea δ a întrefierului (mărimea δ a întrefierului este impusă de dimensiunile sistemului magneto-optic).

Rezultă că, pentru o anumită valoare a măsurandului, trebuie se comparate valorile factorului de transformare, determinate cu relaţia (2.122), în cazurile enunţate mai sus.

Pentru asigurarea liniarităţii traductorului primar de curent trebuie, în primul rînd, un sensor cu caracteristică liniară de convertire. Adică, pentru diferite valori ale măsurandului în cadrul intervalului de măsurare, factorul de transformare k - relaţia (2.122) - trebuie să rămînă constant.

Abaterile de la valoarea constantă se evidenţiază prin eroarea de liniaritate.

Considerînd "n" valori ale măsurandului se determină eroarea de liniaritate cu relaţia

$$\gamma_{lin} = \frac{k_i - (\bar{k})}{(\bar{k})} \cdot 100 \quad [\%] \qquad (2.135)$$

$$(\bar{k}) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} k_i \qquad (2.136)$$

Se analizează γ_{lin} pentru diverse poziţii în interiorul circuitului feromagnetic a conductorului străbătut de măsurand şi pentru diverse dimensiuni ale circuitului feromagnetic. Sensorul cel mai bun este acela cu eroarea de liniaritate cea mai mică (cu liniaritatea cea mai bună).

2.8. TRATAREA NELINIARITATII CIRCUITULUI FEROMAGNETIC

Relaţiile (2.63)-(2.65) şi (2.85) - (2.91) definesc coeficienţii matricii [M] din sistemul (2.81). In aceste relaţii intervine valoarea permeabilităţii magnetice în fiecare element, μ_e. Pentru elementele situate în aer sau în medii nemagnetice $\mu_e = \mu_0$ şi nu apar probleme speciale.

Pentru elementele situate în fier, permeabilitatea magnetică depinde de valoarea locală a inducţiei ~~electrice~~ după curba caracteristică $\mu = f(B)$ a materialului feromagnetic folosit. Caracteristica $\mu = f(B)$, determinată din caracteristica fundamentală de magnetizare $B = f(H)$, este neliniară; neliniaritatea puternică este în zona de saturaţie a curbei $B = f(H)$.

Pentru a ţine cont de neliniaritatea circuitului feromagnetic, autorul propune următorul proces iterativ de calcul :

a. - Se fixează valoarea iniţială a permeabilităţii magnetice , aceeaşi în toate elementele din fier.

b. - Se generează matricea echivalentă matricii bandă simetrice şi termenii liberi; se rezolvă sistemul de ecuaţii. Rezultă valorile nodale ale potenţialului magnetic

c. - Cu relaţiile (2.125), (2.126) şi (2.137)

$$B_e = |\bar{B}_e| = \sqrt{B_{xe}^2 + B_{ye}^2} \qquad (2.137)$$

se calculează modulul vectorului inducţie magnetică în toate elementele situate în fier.

d. - cu valorile inducţiei B_e se determină din $\mu=f(B)$ noua permeabilitate magnetică pentru fiecare element din fier.

e. - se refac operaţiile de la punctul "b" şi "c" şi se compară noua inducţie B_e' cu vechea inducţie B_e. Dacă

$$|B_e' - B_e| \leq \delta_B \qquad (2.138)$$

cu δ_B impus, procesul iterativ se termină şi se adoptă drept finală soluţia calculată ultima dată. Dacă condiţia (2.136) nu este îndeplinită, se continuă cu punctul "d" şi se reiau operaţiile de la punctele "b" şi "c".

Procesul iterativ descris continuă pînă cînd condiţia (2.136) este îndeplinită. Este evident că, acest proces iterativ de tratare a neliniarităţii, depinde, ca şi număr de iteraţii, de limita δ_B impusă şi de modul de aproximare a curbei $\mu=f(B)$.

Curba $\mu=f(B)$ poate fi aproximată astfel :

1. - Se dau, ca date numerice, N perechi de valori μ_i, B_i . Pentru o inducţie B_e între două valori succesive B_i şi B_{i+1} se apreciază că atît inducţia cît şi permeabilitatea magnetică variază liniar.

$$\frac{B_e - B_i}{B_{i+1} - B_i} = \frac{\mu_e - \mu_i}{\mu_{i+1} - \mu_i} = t_i \qquad (2.139)$$

Rezultă : $\mu_e = t_i\,(\mu_{i+1} - \mu_i) + \mu_i$ (2.140)

2. - Se aproximează curba reală printr-o succesiune de segmente atît în zona liniară a curbei de magnetizare fundamentală cît şi în zona neliniară a saturaţiei. Pe baza datelor din curba reală se scriu ecuaţiile analitice $\mu_i=f(B_i)$. pentru fiecare segment precum şi perechile de limită ale segmentelor. Se foloseşte unul sau altul din segmente după cum B_e se încadrează sau nu în limitele segmentului respectiv.

3 - Prin aproximarea curbei reale printr-o funcţie $\mu = f(B)$ de grad superior [38, 39]

Autorul a recurs pe rînd la toate procedeele şi pe baza experienţei sale a tras următoarele concluzii. Procedeul 1 pare, la prima vedere, cel mai simplu dar a condus la neconvergenţa procesului iterativ. Pornind cu o valoare dată μ_{in} a rezultat $\mu_1 > \mu_{in}$ şi $\mu_2 < \mu_{in}$; deci nu există o convergenţă monotonă către valoarea finală. Procedeul 3 a condus de asemenea la neconvergenţă. Procedeul 2 este convergent, însă cu o convergenţă slabă; numărul de iteraţii este între 8 şi 30.

Autorul s-a orientat către procedeul 2 de aproximare a curbei reale $\mu = f(B)$ iar măsurile luate pentru convergenţa rapidă a procesului iterativ sînt expuse mai jos.

Cu metoda balisticului s-a ridicat curba fundamentală de magnetizare şi s-a calculat $\mu_r = \mu / \mu_0$. Valorile rezultate pentru H, B, μ_r sînt indicate pentru 40 puncte în TABELA 2.2. Caracteristica reală $\mu_r = f(B)$ - trasată cu linie întreruptă în fig.2.11 - s-a aproximat prin patru segmente de dreaptă şi un arc de cerc (trasate cu linie plină în fig.2.11). Primul segment aproximează curba $\mu_r = f(B)$ pînă la primul cot al curbei fundamentale de magnetizare.

Pentru îmbunătăţirea convergenţei este neapărat necesar ca în iteraţia "p" să se ţină cont de permeabilitatea magnetică relativă rezultată în iteraţia precedentă "p-1". Se porneşte de la observaţia că toate aceste iteraţii se execută la acelaşi curent de magnetizare egal cu curentul de măsurat. Deci,

$$\frac{B^{(p)}}{\mu_r^{(p)}} = \frac{B^{(p-1)}}{\mu_r^{(p-1)}}$$

de unde

$$\mu_r^{(p)} = \mu_r^{(p-1)} \cdot \frac{B^{(p)}}{B^{(p-1)}} \tag{2.141}$$

Permeabilitatea magnetică $\mu_r^{(p)}$ este cea corespunzătoare punctului de intersecţie dintre dreapta exprimată analitic cu relaţia (2.141) şi segmentul de dreaptă (sau arcul de cerc) exprimat analitic conform zonei de încadrare a inducţiei $B^{(p)}$.

TABELA 2,2

H [A/m]	B [T]	μ_{rel}
1,585	0,001930	968,987
4,755	0,008038	1345,202
7,133	0,013825	1542,350
9,511	0,019291	1617,056
12,681	0,027971	1755,273
15,851	0,038581	1936,899
22,192	0,063016	2259,667
31,703	0,137607	3454,063
38,044	0,170012	3556,178
47,555	0,226682	3793,246
55,481	0,260685	3739,055
63,407	0,289020	3627,278
71,333	0,311688	3477,120
79,259	0,334366	3357,095
87,185	0,351357	3206,985
95,111	0,368359	3081,986
126,815	0,425029	2667,093
158,518	0,461865	2318,604
190,222	0,498701	2085,266
221,926	0,529870	1896,301
253,630	0,555372	1742,503
285,333	0,583707	1627,919
317,037	0,600708	1507,799
348,740	0,629044	1436,292
380,444	0,640377	1339,476
475,555	0,680047	1137,963
634,074	0,748052	938,192
792,593	0,801889	805,108
951,111	0,850059	711,226
1109,629	0,889728	638,072
1268,148	0,932231	584,984
1426,666	0,969067	540,532
1585,185	1,003069	503,548
1743,704	1,037072	473,289
1902,222	1,062574	444,517
2377,778	1,090083	334,899
3170,370	1,119696	281,048
3962,963	1,170021	234,944
4755,556	1,207763	202,102
5468,741	1,237000	180,000

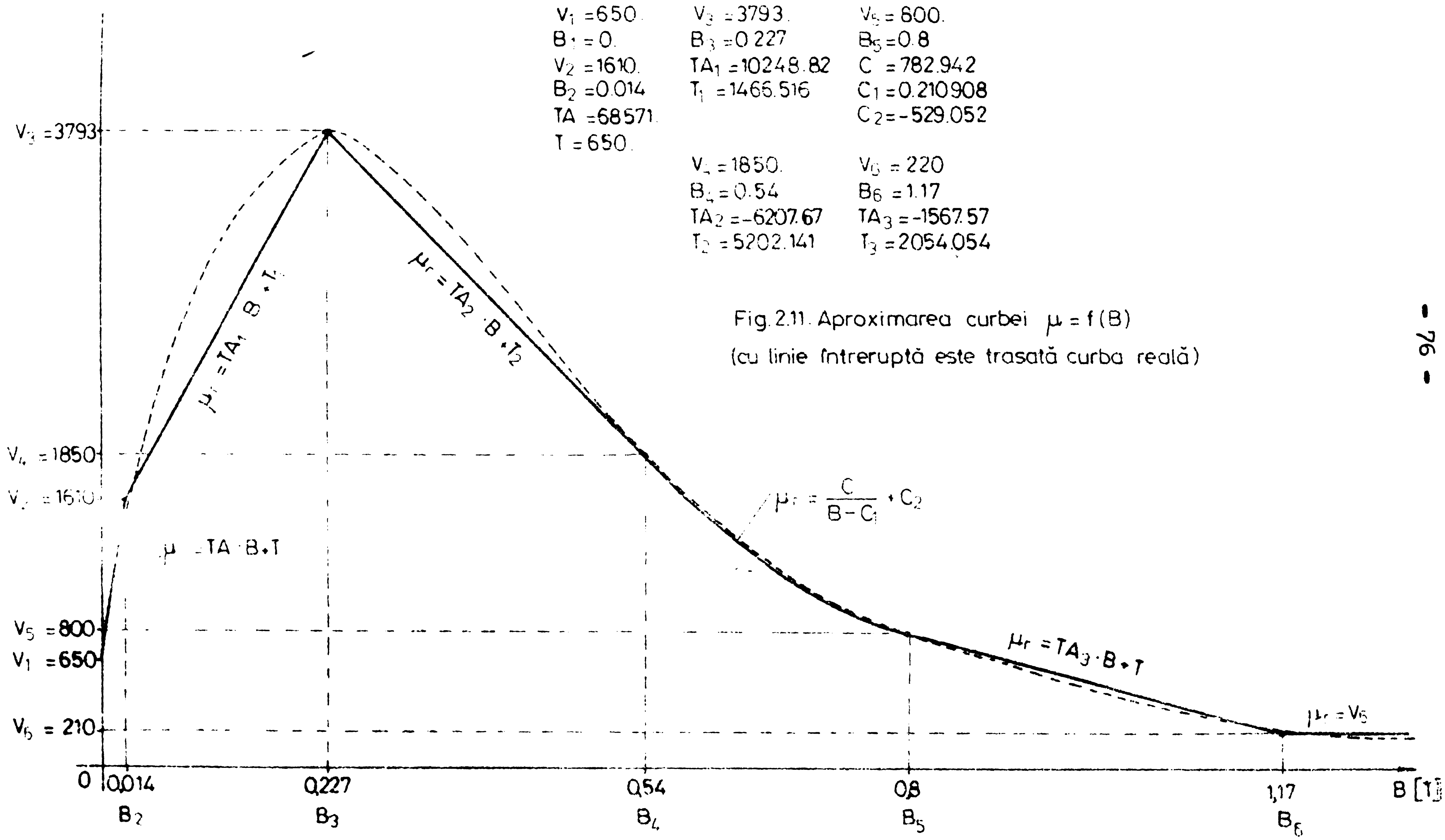


Fig. 2.11. Aproximarea curbei $\mu = f(B)$
(cu linie întreruptă este trasată curba reală)

De exemplu $B_3 < B^{(p)} < B_4$. Segmentul de dreaptă corespunzător este exprimat analitic prin funcţia $\mu_r = TA_2 \cdot B + T_2$

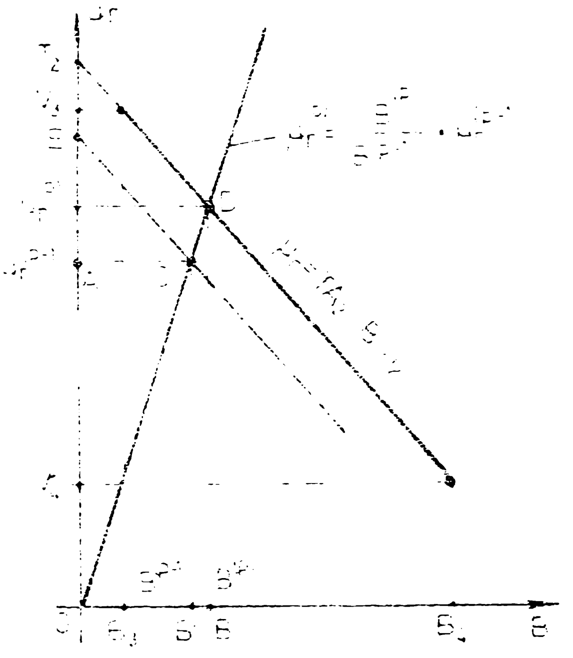


Fig.2.12. Alegerea permeabilităţii magnetice relative la iteraţia "p" funcţie de cea rezultată la iteraţia "(p-1)"

cu $T_2 > 0$ şi $TA_2 < 0$ (deoarece $V_3 < V_4$ şi $B_3 < B_4$). Din figura de mai sus rezultă că:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta OB'C \sim \Delta OBD \\ \Delta OCE \sim \Delta ODT\end{array}\right\rangle \quad \frac{B^{(p)}}{B^{(p-1)}} = \frac{OD}{OC} = \frac{T_2}{OE} \tag{2.142}$$

$$OE = \mu_r^{(p-1)} + \left[-TA_2 \cdot B^{(p-1)}\right] \tag{2.143}$$

$$\mu_r^{(p)} = \mu_r^{(p-1)} \cdot \frac{T_2}{\mu_r^{(p-1)} - TA_2 \cdot B^{(p-1)}} \tag{2.144}$$

Deoarece se tinde ca $B^{(p)} - B^{(p-1)} < \delta_B$ impus se poate aproxima că cele două inducţii sînt egale. Pentru cazul unui segment de dreaptă oarecare, exprimat analitic cu relaţia

$$\mu_r = TA_i \cdot B + T_i \qquad cu \quad i = 0, 1, 2, 3. \tag{2.145}$$

rezultă

$$\mu_r^{(p)} = \mu_r^{(p-1)} \cdot \frac{T_i}{\mu_r^{(p-1)} - TA_i \cdot B^{(p-1)}} \tag{2.146}$$

Punctul de intersecţie al dreptei (2.138) cu arcul de cerc din fig.2.11 dă

$$\mu_r^{(p)} = \frac{1}{2}\cdot\left\{ C_2 + C_1\cdot\frac{\mu_r^{(p-1)}}{B^{(p)}} + \sqrt{\left[C_2 + C_1\cdot\frac{\mu_r^{(p-1)}}{B^{(p)}}\right]^2 + 4\left(C_1\cdot C_2 - C\right)\cdot\frac{\mu_r^{(p-1)}}{B^{(p)}}}\right\} \qquad (2.147)$$

Folosirea relaţiilor (2.145) şi (2.146) în subprogramul de alegere a permeabilităţii magnetice relative, ţinînd cont de neliniaritatea circuitului feromagnetic, duce la un număr de maximum 6 iteraţii. Prin aceasta s-a micşorat substanţial timpul de calcul, adică, costul rezolvării numerice a problemei de cîmp.

Detaliile cu privire la modul concret de aplicare al algoritmului propus de autor vor fi evidenţiate în capitolul 3 odată cu conceperea ordinogramelor programului principal şi subrutinelor.

2.9. CALCULUL ERORII DATORATE CIMPURILOR MAGNETICE PARAZITE (ε_{mg})

Transportul energiei de c.a. la înaltă şi foarte înaltă tensiune se execută printr-o reţea de trei conductoare, prin care, curenţii sînt defazaţi cu 12o° unul faţă de celălalt. Notînd cu R, S, T cele 3 faze se poate scrie

$$\begin{aligned} \underline{I}_{pS} &= \underline{I}_{pS} \\ \underline{I}_{pR} &= I_{pR}\cdot e^{+j\frac{2\pi}{3}} = I_{pR}\cdot\left(-\frac{1}{2} + j\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ \underline{I}_{pT} &= I_{pT}\cdot e^{-j\cdot\frac{2\pi}{3}} = I_{pT}\cdot\left(-\frac{1}{2} - j\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \end{aligned} \qquad (2.148)$$

Se consideră cazul cel mai dezavantajos cu sistemul magnetooptic de măsură afectat conductorului fazei S. Cîmpurile electromagnetice generate de curenţii celorlalte două faze constituiesc în acest caz, cîmpuri parazite pentru cîmpul creat de măsurand cu ajutorul circuitului feromagnetic. Pentru a face comparaţie cu datele indicate din literatura de specialitate [23, 28, 29] este necesar a calcula factorul de transformare în următoarele cazuri :

1. - curenţii pe cele trei faze formează un sistem

trifazat simetric;

$$\left|\underline{I}_{pR}\right| = \left|\underline{I}_{pS}\right| = \left|\underline{I}_{pT}\right| \qquad (2.149)$$

2. - curenţii prin fazele R şi T sînt la valoarea nominală, curentul prin faza S este de 10 ori mai mic şi defazajul de 12o^{o} se menţine (asimetrie simplă de modul);

$$\left|\underline{I}_{pR}\right| = \left|\underline{I}_{pT}\right| = I_{pn}$$
$$\left|\underline{I}_{pS}\right| = \frac{1}{10} \cdot I_{pn}. \qquad (2.15o)$$

3. - curentul prin faza S este la valoarea nominală, curentul prin faza R este nul iar curentul prin faza T este de 4o ori mai mare decît valoarea nominală

$$\left|\underline{I}_{pS}\right| = I_{pn}.$$
$$\left|\underline{I}_{pR}\right| = 0 \qquad (2.151)$$
$$\left|\underline{I}_{pT}\right| = 40 \cdot I_{pn}.$$

Ţinînd cont de relaţiile (2.145) şi de cele 3 cazuri de calcul a factorului de transformare propun domeniul de cîmp din fig.2.13. Domeniul include conductoarele fazelor R, S şi T şi este delimitat de un cerc cu centrul în centrul conductorului fazei S. Cercul constitue curba Γ de izolare a sistemului electromagnetic trifazat; pe curba Γ se satisface condiţia de frontieră tip Dirichet, $A_r = 0$. Distanţa între conductoare se alege 4,4 m şi este corespunzătoare distanţei între conductoare la o staţie de 22o kV. Pentru tensiuni mai mari, 4oo kV şi 7oo kV, distanţa depăşeşte 6 m şi eroarea ε_{mg} se micşorează.

Calculul numeric al cîmpului în noul domeniu D' se poate efectua în două variante.

VARIANTA 1. Se iau în considerare numai părţile reale ale curenţilor pe cele trei faze, neglijîndu-se părţile imaginare ale circuitelor pe fazele R şi T. Se neglijează astfel contribuţia părţii imaginare la valoarea modulului factorului de transfer şi defazajul suplimentar introdus. Neglijarea nu duce la eroare mare în aprecierea globală a influenţei cîmpurilor vecine, deoarece, partea imaginară a potenţialului magnetic este mică. Cele trei cazuri de apreciere se reduc la condiţiile (2.152), (2.153), respectiv (2.154).

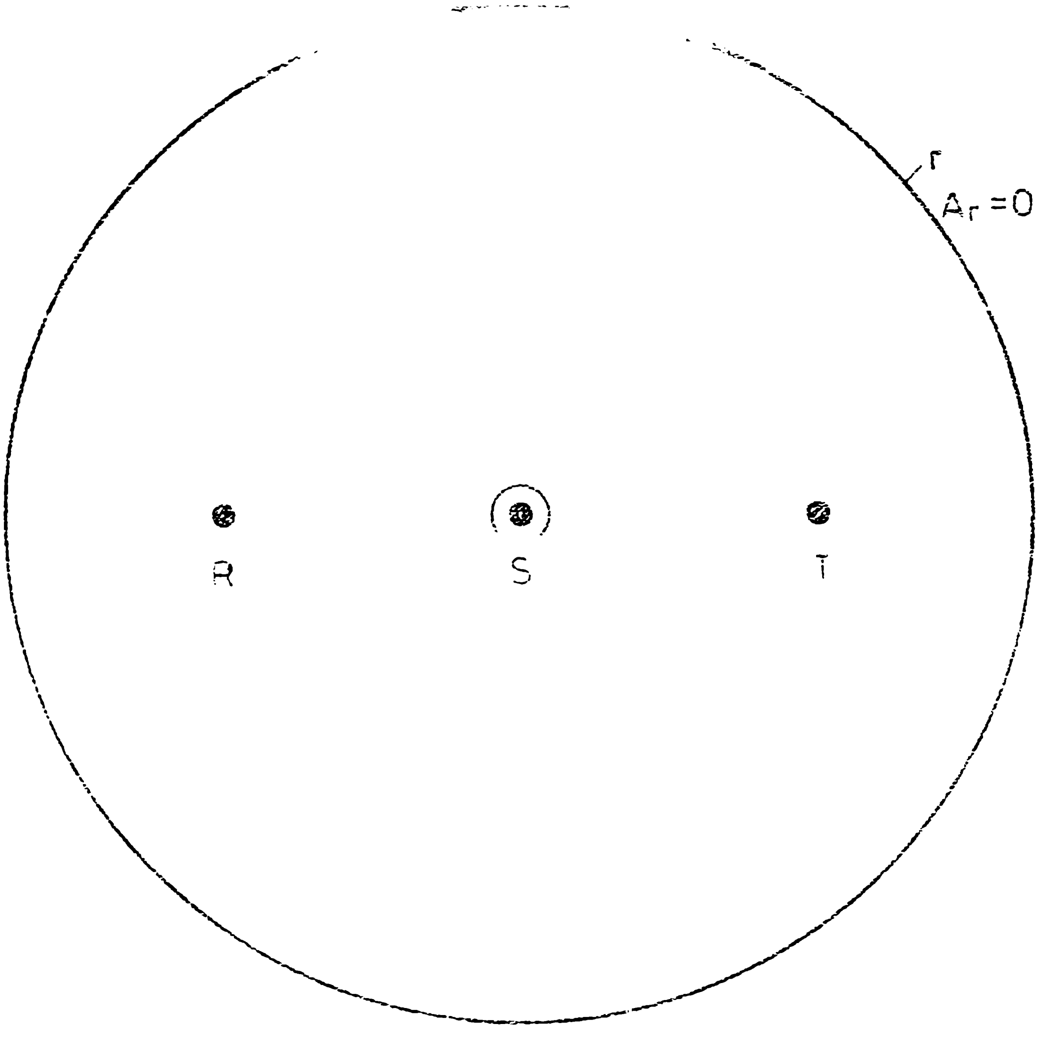


Fig.2.13. Domeniul D' de modelare a cîmpului electromagnetic pentru calculul numeric al erorii datorate cîmpurilor magnetice parazite

caz 1. -

$$I_{pS} = I_{pn}$$

$$I_{pR} = -\frac{1}{2}\cdot I_{pn} \qquad (2.152)$$

$$I_{pT} = -\frac{1}{2}\cdot I_{pn}$$

caz 2. -

$$I_{pS} = I_{pn}/10$$

$$I_{pR} = I_{pT} = I_{pn}. \qquad (2.153)$$

caz 3. -

$$I_{pS} = I_{pn}$$

$$I_{pR} = 0\ ;\ I_{pT} = -20\cdot I_{pn} \qquad (2.154)$$

VARIANTA 2. - Se iau în considerare curenţii prin fazele R şi T ca mărimi complexe. Rezultă potenţialul magnetic, inducţia magnetică şi intensitatea cîmpului magnetic ca mărimi complexe

$$\underline{A}^e(x,y) = A^e_r + j A^e_{im}$$
$$\underline{B}^e(x,y) = B^e_r + j B^e_{im} \qquad (2.155)$$
$$\underline{H}^e(x,y) = H^e_r + j H^e_{im}$$

Din funcţia de aproximare a potenţialului magnetic la nivelul elementului, relaţia (2.43), rezultă că valorile sale nosale sînt de asemenea mărimi complexe

$$\underline{A}^e_p = A^e_{pr} + j A^e_{pim} \qquad p = i, j, k. \qquad (2.156)$$

OBSERVATIE. La prima vedere, soluţionarea problemei se poate obţine lucrînd cu variabile complexe în program. Se ivesc însă următoarele impedimente :

In primul rînd, variabila complexă în simplă precizie necesită 8 octeţi. Memoria alocată coeficienţilor, matricii [M] şi termenilor liberi practic se dublează faţă de cazul mărimilor reale. Există pericolul depăşirii memoriei calculatorului pentru stocarea datelor, coeficienţilor, termenilor liberi şi soluţiei; se impune folosirea fişierelor şi deci creşterea substanţială a timpului de calcul.

In al doilea rînd, nu există încă algoritme puse la punct pentru rezolvarea sistemelor mari de ecuaţii cu variabile complexe.

Ţinînd cont de observaţiile făcute, propun separarea a două sisteme; un sistem cu părţi reale şi un sistem cu părţi imaginare. Separarea este corectă din punct de vedere matematic, deoarece

$$X + jY = 0 \longrightarrow X = 0 \ ; \ Y = 0$$

Revenind la funcţia de aproximare a potenţialului magnetic complex la nivelul elementului, rezultă

$$A^e_r = N_i \cdot A_{ir} + N_j \cdot A_{jr} + N_k \cdot A_{kr}$$
$$A^e_{im} = N_i \cdot A_{i\,im.} + N_j \cdot A_{j\,im.} + N_k \cdot A_{k\,im.} \qquad (2.157)$$

Minimizarea funcționalei la nivelul elementului se poate descompune în două minimizări : una pentru partea reală, și una pentru partea imaginară

$$\frac{\partial F[\underline{A}]^e}{\partial \underline{A}_i} = M^e_{i,i}\cdot \underline{A}_i + M^e_{i,j}\cdot \underline{A}_j + M^e_{i,k}\cdot \underline{A}_k - \frac{1}{6}\cdot \Delta_e \cdot J_{re}\cdot e^{j\beta_e} = 0 \qquad (2.158)$$

$\beta_e = 0$ pentru toate elementele din zona conductorului fazei S

$\beta_e = \frac{2\pi}{3}$ pentru toate elementele din zona conductorului fazei R

$\beta_e = -\frac{2\pi}{3}$ pentru toate elementele din zona conductorului fazei T

Prin separarea componentelor reale de părțile imaginare în relația (2.155) se obține :

$$M^e_{i,i}\cdot A_{ir} + M^e_{i,j}\cdot A_{jr} + M^e_{i,k}\cdot A_{kr} = \frac{1}{6}\cdot \Delta_e\cdot J_{re} \qquad (2.159)$$

$$M^e_{i,i}\cdot A_{iim} + M^e_{i,j}\cdot A_{jim} + M^e_{i,k}\cdot A_{kim} = 0 \qquad (2.160)$$

pentru elementul oarecare din zona conductorului fazei S,

$$M^e_{i,i}\cdot A_{ir} + M^e_{i,j}\cdot A_{jr} + M^e_{i,k}\cdot A_{kr} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot \Delta_e\cdot J_{re} \qquad (2.161)$$

$$M^e_{i,i}\cdot A_{iim} + M^e_{i,j}\cdot A_{jim} + M^e_{i,k}\cdot A_{kim} = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot \Delta_e\cdot J_{re} \qquad (2.162)$$

pentru elementul oarecare din zona conductorului fazei R,

$$M^e_{i,i}\cdot A_{ir} + M^e_{i,j}\cdot A_{jr} + M^e_{i,k}\cdot A_{kr} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot \Delta_e\cdot J_{re} \qquad (2.163)$$

$$M^e_{i,i}\cdot A_{iim} + M^e_{i,j}\cdot A_{jim} + M^e_{i,k}\cdot A_{kim} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot \Delta_e\cdot J_{re} \qquad (2.164)$$

pentru elementul oricare din zona conductorului fazei T.

Ținînd cont de relația (2.155), asamblarea problemei de minim a funcționalei la nivelul întregului domeniu de modelare a cîmpului duce la două sisteme de ecuații:

$$[M]^{D'}\cdot[A_r]^{D'} = [TL_r]^{D'} \qquad (2.165)$$

$$[M]^{D'}\cdot[A_{im}]^{D'} = [TL_{im}]^{D'} \qquad (2.166)$$

In ambele relații, permeabilitatea magnetică este o mărime reală.

Se rezolvă mai întîi sistemul real cu tratarea neliniarității circuitului feromagnetic conform algoritmului prezentat în paragraful 2.8.

Permeabilitatea rezultată la sfîrșitul procesului iterativ de neliniaritate este folosită în rezolvarea sistemului (2.163). Procesul iterativ datorat neliniarităţii nu mai intervine în determinarea soluţiei. Notînd cu HYDLR partea reală a diferenţei de potenţial magnetic şi cu HYDLI - partea imaginară, rezultă

$$U_{mmYAB} = \sqrt{(HYDLR)^2 + (HYDLI)^2} \tag{2.167}$$

$$\varphi = arc.tg \cdot \frac{HYDLI}{HYDLR} \tag{2.168}$$

unde φ este defazajul introdus de sensorul de curent datorită cîmpurilor magnetice create de curenţii prin conductoarele vecine celui străbătut de măsurand.

Determinînd factorul de transformare al sensorului - relaţia (2.122) - în următoarele cazuri

K - în cazul prezenţei numai a măsurandului
K_1 - în cazul 1 - relaţiile (2.152)
K_2 - în cazul 2 - relaţiile (2.153)
K_3 - în cazul 3 - relaţiile (2.154)

se poate calcula eroarea datorată cîmpurilor magnetice parazite

$$\varepsilon_{mg\,i} = \frac{k_{ji} - k_i}{k_i} \cdot 100 \quad [\%] \tag{2.169}$$

$j = 1, 2, 3.$

pentru i valori ale măsurandului.

Ambele variante vor fi tratate detaliat în calculul numeric concret prin programe, capitolul 3. Menţionez că <u>ambele variante precum şi întregul procedeu de calcul numeric a erorii datorată cîmpurilor magnetice create de curenţii prin conductoarele vecine celui străbătut de măsurand sînt contribuţiile originale ale autorului.</u>

CAPITOLUL 3

REZOLVAREA NUMERICA A PROBLEMEI DE CIMP

Principiile aproximării numerice a soluţiei prin metoda elementului finit sînt prezentate în cap.2 al prezentei lucrări. Calculul numeric concret al cîmpului creat în intrefierul circuitului feromagnétic, conform cu cerinţele enunţate în formularea problemei de cîmp, necesită parcurgerea succesivă a următoarelor etape:

1. - Aproximarea cîmpului real.
2. - Stabilirea variabilelor şi modului de reprezentare în calculator a aproximărilor de cîmp realizate.
3. - Stabilirea structurii programului de calcul numeric.
4. - Conceperea programului principal şi a subrutinelor.
5. - Prelucrarea rezultatelor calculului numeric.

Etapele mai sus enunţate vor fi tratate detaliat în paragrafele următoare.

3.1. APROXIMAREA CIMPULUI REAL

Aproximarea cîmpului real se realizează prin discretizarea domeniului de cîmp ales obţinîndu-se o reţea de elemente finite - triunghiuri liniare. Reţeaua de elemente finite trebuie astfel concepută, încît, să satisfacă următoarele condiţiuni:

a. - Aproximarea făcută să fie cît mai apropiată de cîmpul real.

b. - Variantele de calcul numeric, cerute în formularea problemei de cîmp, să nu necesite schimbarea modului de generare a reţelei de elemente finite pentru aproximarea cîmpului.

c. - Elementele finite generate să îndeplinească integral cerinţele de obţinere a unei matrici bandă simetrică, pozitiv definită şi cu diagonală dominantă.

d. - Latura elementului finit să constituie limita de separaţie a două medii cu proprietăţi magnetice şi de conducţie diferite.

e. - Numerotarea nodurilor reţelei de elemente să asigure lăţimea minimă de bandă a matricii coeficienţilor, iar numerotarea elementelor - separarea prin nivel cifric a mediilor cu proprietăţi magnetice şi de conducţie diferite.

f. - Reprezentarea reţelei de aproximare în calculator să necesite un număr mic de date afectate de erori de măsurare.

Din formularea problemei de cîmp se disting două tipuri de cîmp:

- cîmpul creat în sensorul de curent considerat ca sistem izolat - domeniul D fig.2.3;
- cîmpul creat în sensorul de curent şi supus influenţei cîmpurilor create de curenţii din conductoarele vecine celui străbătut de măsurand - domeniul D' fig.2.13.

Aproximarea lor prin reţele de elemente finite se face diferit şi vor fi tratate separat.

3.1.1. Aproximarea cîmpului magnetic în domeniul D.

Domeniul D, figura 2.3, constituie un mediu neomogen, cu variaţii accentuate ale intensităţii cîmpului magnetic la limita de separaţie fier - aer. Circuitul feromagnetic al sensorului de curent prezintă trei zone de contact cu aerul: cercul interior, cercul exterior şi zona intrefierului. Conductorul străbătut de măsurand este încercuit de miezul feromagnetic; deci, la limita de separaţie fier - aer dată de cercul interior, mai ales în zona intrefierului, trebuie să apară densitatea cea mai mare de elemente. Astfel, pentru aproximarea bună a cîmpului, reţeaua de elemente finite trebuie să prezinte:

- densitate foarte mare de elemente la limita interioară de separaţie fier - aer, în zona intrefierului şi cea învecinată acestuia;
- densitate mică de elemente la limita exterioară de separaţie fier - aer;
- densitate foarte mică de elemente în exteriorul circuitului feromagnetic şi la distanţă de acesta;
- densitate mică de elemente în zona interioară diametral opusă intrefierului (mică - comparativ cu zona intrefierului δ).

Modul de generare a elementelor finite - triunghiuri liniare, ţinînd cont şi de realizarea densităţilor mai sus amintite, este esenţial pentru satisfacerea condiţiunilor c, d, e şi f. Pentru a stabili modul de generare se porneşte de la următoarele observaţii.

Dacă elementele triunghiulare sînt obţinute prin diagonalizarea radială a patrulaterelor generate de intersecţia de linii, se realizează maxim 8 elemente vecine unui nod - fig. 3.1.a.

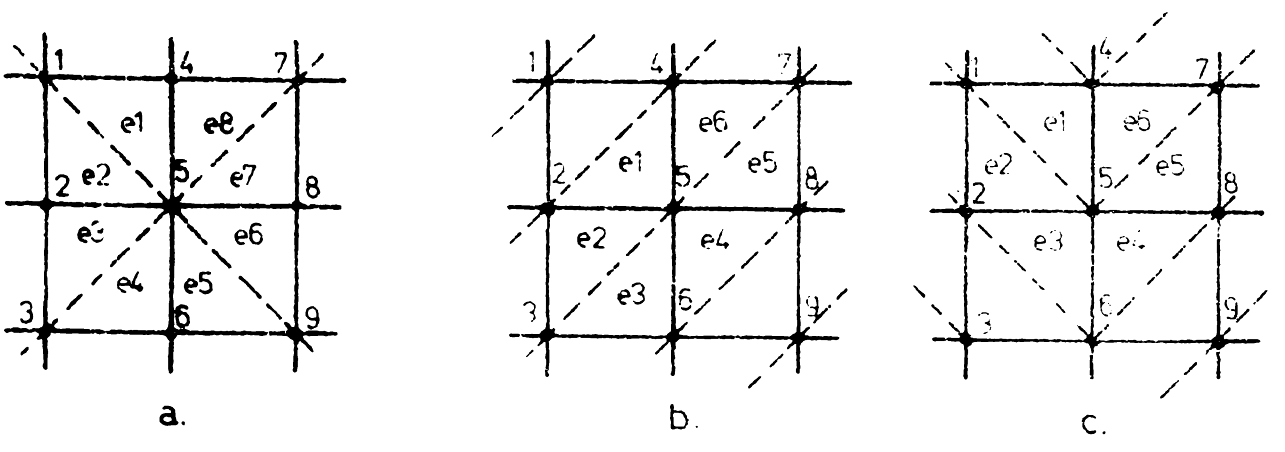


Fig.3.1. Generarea elementelor finite triunghiuri liniare: a.-prin diagonalizarea încrucişată; b.-prin diagonalizarea paralelă cu linie de simetrie a schimbării sensului.

Dacă diagonalizarea se face totdeauna în acelaşi sens sau cu linie de simetrie a schimbării sensului - liniile întrerupte din fig.3.1.b şi 3.1.c - numărul maxim de elemente vecine este 6. Acesta este numărul optim de elemente vecine, deoarece, asigură număr mic de coeficienţi nenuli pe linia matricei coeficienţilor, micşorarea la minim a operaţiilor de rezolvare a sistemului, erori şi timpi mici de calcul şi volum mic de memorie calculator pentru stocarea variabilelor.

Păstrarea de $nv_{opt}=6$ impune condiţia ca afi area reţelei de elemente în zonele de gradient maxim să nu se facă prin subdivizarea elementelor finite, ci, prin îndesirea liniilor ce generează patrulaterele.

Matricea bandă este pozitiv definită dacă toate elementele diagonale sînt pozitive iar cele extragiagonale - negative. Această proprietate este realizată dacă toate unghiurile interne ale triunghiului sînt mai mici decît $\pi/2$ (proprietatea P2, paragraful 2.5). Această condiţie este totdeauna îndeplinită dacă, patrulaterele din fig.3.1 sînt generate prin intersecţia unor cercuri cu raze vectoare (fig.1.4). Diagonalizarea patrulaterelor nu se mai poate face paralel ci numai în acelaşi sens: de la stînga la dreapta sau invers.

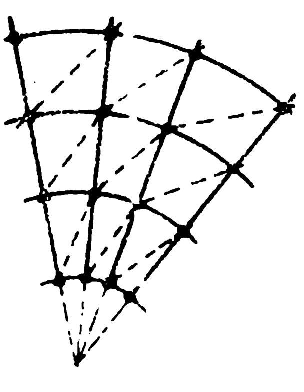


Fig.3.2. Generarea elementelor cu $\alpha_p < \pi/2$, p=i,j,k.

Generarea elementelor triunghiulare ca în fig.3.2 este recomandată şi de forma taroidală a circuitului feromagnetic. Centrul cercurilor, acelaşi cu punctul de plecare al razelor vectoare, este centrul secţiunii transversale a torului feromagnetic (fig.2.3). Acest centru nu poate fi considerat un nod - de exemplu, nodul 1 al reţelei; o astfel de consideraţie ar duce la lăţime de bandă mare pentru matricea coeficienţilor, la număr mare de elemente vecine unui nod şi toate aceste dezavantaje datorită unui singur nod.

Se preferă ca limită de discretizare un cerc cu diametrul astfel ales, încît, să nu ducă la deformaţii ale aproximării de cîmp faţă de cîmpul real.

Modul indicat mai sus de generare a elementelor reţelei de aproximare a cîmpului permite calculul coordonatelor nodurilor de către calculator. Aceasta se face pe baza celor "NC" raze de cercuri şi a celor "NU" distanţe unghiulare a razelor vectoare faţă de axa absciselor (axa S-S', fig.2.3). Valorile acestora sînt sintetizate în tablourile de date RAZA (NC) şi ALFA (NU) putînd fi date cu precizia maximă - precizia dată de reprezentarea variabilei în simplă precizie (7 cifre semnificative în afara virgulei).

Rămîn două probleme delicate în definitivarea reţelei de elemente finite:

1. - alegerea numărului de straturi de elemente în conductorul străbătut de măsurand;
2. - alegerea razei cercului de frontieră I, frontieră care izolează faţă de exterior sistemul electromagnetic al traductorului primar de curent.

Pentru rezolvarea primei probleme se consideră cazul transformatorului magnetooptic de curent dintr-o staţie de 220 KV cu un singur conductor pe fază pentru transportul energiei. Conductorul străbătut de măsurand este poziţionat în centrul circuitului feromagnetic toroidal (fig.2.3). Pentru a ţine cont de consideraţiile de obţinere a "nv" optim şi lăţimii de bandă minime, conductorul se poate considera ca un cilindru conductor cu raza interioară foarte mică. In secţiunea transversală a conductorului, fig.2.3, rezultă un cerc interior, de-a lungul căruia inducţia magnetică şi intensitatea cîmpului magnetic sînt nule [35, 36, 37] . Aceasta înseamnă că, în toate nodurile de pe acest cerc interior, valoarea potenţialului magnetic este constantă.

Fie un singur strat de elemente finite delimitat de cercul interior şi de cercul exterior conductorului. Rezultă că, potenţialul magnetic trebuie să aibe o variaţie liniară pe direcţia razei conductorului. Fenomenologic nu este corect; sînt necesare minimum două straturi de elemente finite pentru a ţine cont de conductorul real.

Autorul a verificat corectitudinea acestei alegeri. A considerat un conductor cilindric masiv străbătut de curentul I şi înconjurat de mediu omogen - aer. A realizat reţeaua de aproximare după modelul din fig.3.2 şi a calculat valoarea inducţiei magnetice într-un punct P de coordonate cunoscute. S-a calculat analitic valoarea inducţiei în acelaşi punct P cu relaţia 37 ,

$$B_p = \frac{\chi \cdot \gamma_0 \cdot \mu_0 \cdot I}{2} \cdot \frac{R_e^2 - R_i^2}{r} = \frac{\chi \gamma_0 \mu_0 I}{2\pi r} \qquad (3.1)$$

unde r este distanţa punctului P faţă de centrul cilindrului conductor.

S-a făcut comparaţia rezultatului analitic cu cel numeric. Lucrînd cu un singur strat de elemente, rezultatul numeric diferă cu 7,2 % faţă de cel analitic; lucrînd cu două straturi - 0,4 %.

Consideraţia de alegere a două straturi de elemente, dedusă în cazul conductorului poziţionat central, rămîne valabilă şi în cazul conductorului poziţionat undeva în interiorul circuitului feromagnetic. In acest al doilea caz, conductorul va fi considerat plin, deoarece, nu mai afectează modul de generare a reţelei de elemente finite.

Pentru stabilirea razei cercului de frontieră Γ trebuie, în primul rînd, stabilită raza vectoare, de-a lungul căreia variaţia potenţialului magnetic să fie cea mai lentă (cea mai dezavantajoasă). In cazul de faţă raza vectoare căutată este chiar cea dusă prin mijlocul intrefierului. Pe această direcţie, bombarea liniilor de cîmp este cea mai mare şi deci, de-a lungul ei se impune depărtarea frontierei Γ.

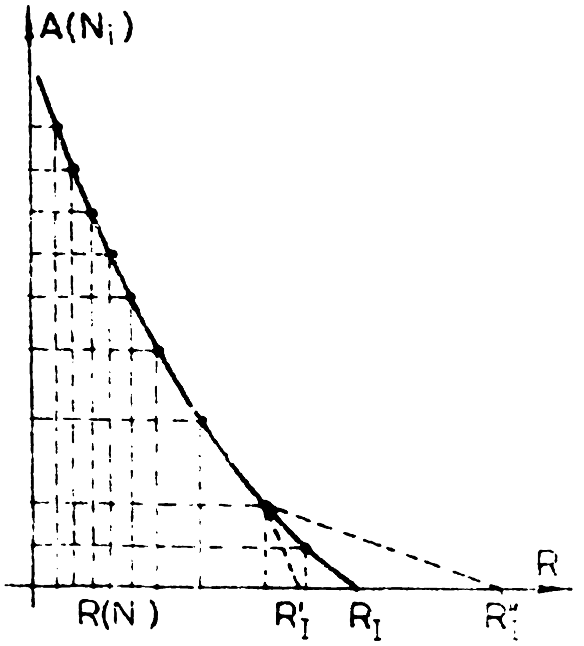


Fig.3.3. Referitor la stabilirea valorii corecte pentru R_Γ .

La o alegere corectă a razei cercului de frontieră Γ, R_Γ , reprezentarea grafică a valorilor nodale ale potenţialului magnetic, pe direcţia cea mai dezavantajoasă în funcţie de distanţa nodului de centrul secţiunii torului, trebuie să conducă la o curbă continuu descrescătoare (curba trasată cu linie plină în fig.3.3).

Dacă apar ruperi ale curbei - cum sînt cele cu linie punctată în fig.3.3 - înseamnă că razele cercurilor şi în special

R_Γ nu au fost corect alese. Ruperi de continuitate ca în fig. 3.3 apar cînd R_Γ este ori prea mic, ori prea mare.

De regulă, sînt necesare cel puţin două variante de reţea pentru a stabili valorile corecte ale razelor cercurilor, inclusiv R_Γ.

Sintetizînd cele stabilite cu privire la aproximarea corectă a cîmpului magnetic real printr-o reţea de elemente finite, rezultă:

1.- Reţeaua se bazează pe patrulaterele generate prin intersecţia unor cercuri cu raze vectoare. Elementele triunghiulare rezultă prin diagonalizarea acestor patrulatere în acelaşi sens sau cu linie de simetrie pentru schimbarea sensului.
2.- Razele cercurilor sînt astfel alese încît cercurile rezultate să coincidă cu liniile de separaţie conductor - aer şi circuit feromagnetic - aer.
3.- Reţeaua prezintă densitate mare de elemente în regiunea limitrofă fier - întrefier spre conductorul străbătut de măsurand şi densitate mică de elemente în exteriorul circuitului feromagnetic.
4.- Se delimitează două straturi de elemente în conductorul străbătut de măsurand, indiferent de poziţia acestuia în interiorul circuitului feromagnetic. În cazul poziţiei centrale, conductorul devine cilindru conductor cu raza interioară foarte mică.
5.- Numerotarea nodurilor se face după direcţia razei vectoare sau de-a lungul circumferinţei cercului, după cum NC < NU, respectiv NU < NC. Se asigură în acest mod lăţimea de bandă minimă pentru matricea coeficienţilor $[K]^L$. Nodurile de pe frontiera primesc ultimele valori pentru a face distincţia clară între nodurile active "nd" şi nodurile de pe frontieră Γ "(np-nd)" cu A_z=0 cunoscut.
6.- Elementele se numerotează crescător începînd cu cele din fier - de la 1 la NFER, continuînd valoric cu cele din aer - NFER+1 la NAER, şi terminînd cu cele din conductorul străbătut de măsurand - NAER+1

la NE. In cazul conductorului deplasat din centrul secţiunii, elementele din aer se consideră de la NFER+1 la NE şi se corectează cu tabloul ICDB (p), cu "p" elemente în conductor.

7.- Elementele din mediul optic transparent aparţin categoriei "din aer" şi se specifică prin tabloul NEIDH (m) numai pentru integrarea numerică.

8.- Coordonatele nodurilor se calculează prin program pe baza datelor furnizate prin tablourile RAZA(NC) şi ALFA(NU).

9.- Considerarea variantelor de cîmpuri ce trebuiesc aproximate prin reţele de elemente finite pentru calculul numeric nu trebuie să modifice structura de generare a reţelei. Se modifică numai tablourile de date RAZA(NC), ALFA(NU), ICDB(p) şi NEIDH(m), păstrînd NC, NU şi NFER acelaşi.

Structura reţelei de elemente finite, generată conform cu cele 9 consideraţii de mai sus, este prezentată în fig.3.4. Este realizată cu NC=20 cercuri şi NU=27 raze vectoare. Cercurile cu razele R_9 şi R_{14} delimitează circuitul feromagnetic al senzorului şi constituiesc, în acelaşi timp liniile de separaţie fier - aer interioară, respectiv exterioară. Cercurile cu raze R_1 - R_8 inclusiv sînt interioare circuitului feromagnetic iar cele cu R_{15} - R_{20} sînt exterioare ($R_{20}=R_{\Gamma}$). Razele vectoare corespund celor 27 distanţe unghiulare $\alpha_1 \div \alpha_{27}$ cu

$$\alpha_1 = 0 \ [rad] \ ; \quad \alpha_{27} = \pi \ [rad]$$

Razele vectoare corespunzătoare la $\alpha_1 \div \alpha_5$ sînt impuse de mediul optic transparent şi corespund la 0, 1, 2, 3, 4 cm pe linia mediană a acestuia. Razele vectoare corespunzătoare la $\alpha_7 \div \alpha_{12}$ inclusiv delimitează talpa polară şi corespund punctelor de intersecţie a cercurilor de raze $R_9 \div R_{14}$ cu talpă polară. In acest mod s-a conturat corect linia de separaţie fier - aer în intrefier. Numerotarea s-a făcut conform consideraţiei 5 rezultînd nd=513 noduri active şi o lăţime de semibandă LB=20.

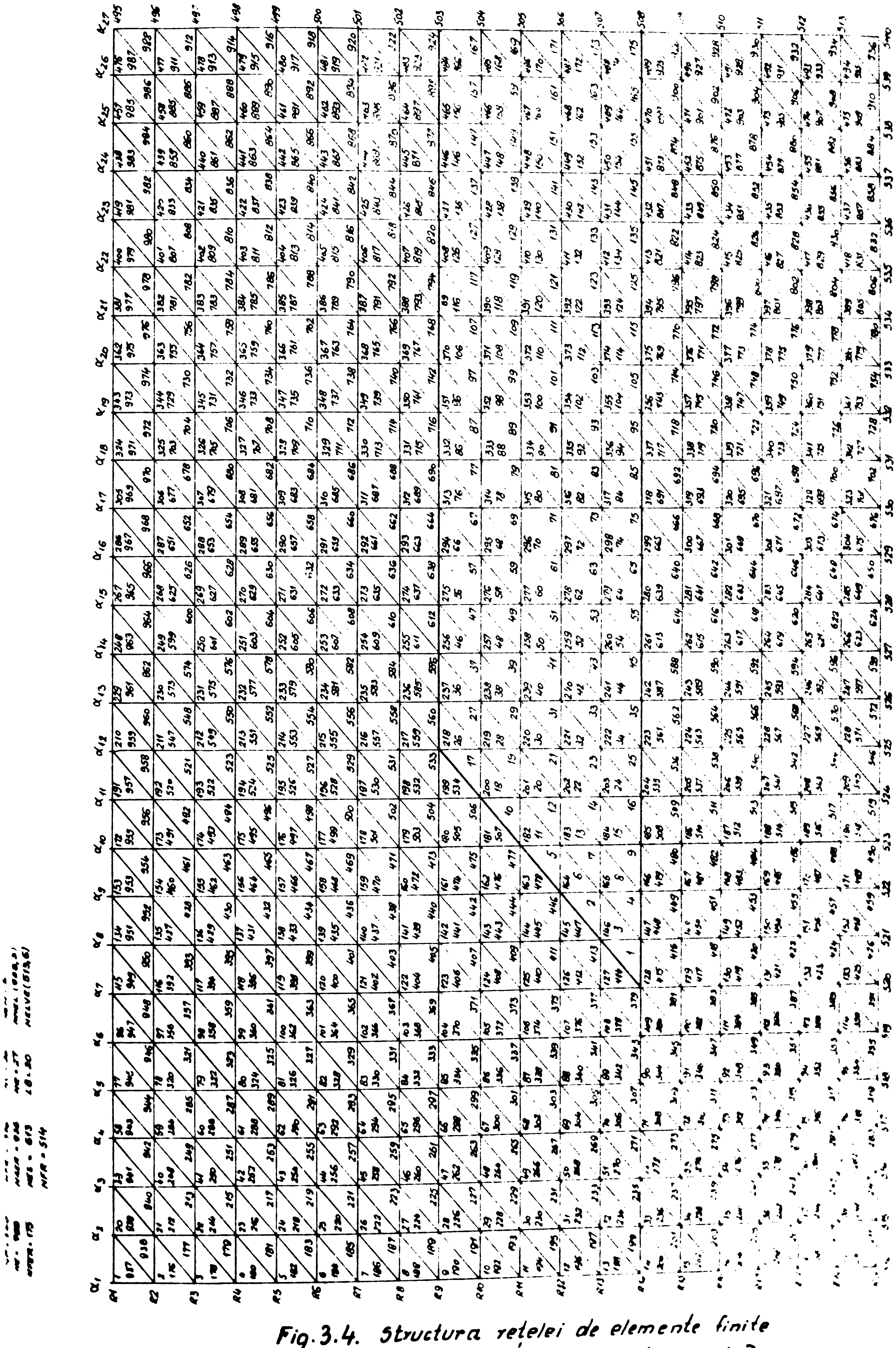


Fig. 3.4. Structura rețelei de elemente finite pentru aproximarea cîmpului în domeniul 3

Factorul de transformare k şi eroarea de liniaritate γ_{lin}, definite de relaţiile (2.122), respectiv (2.135), sînt influenţate valoric de dimensiunile circuitului feromagnetic de poziţia conductorului străbătut de măsurand în interiorul torului şi de variaţia proprietăţilor magnetice în timp şi cu temperatura. Studiul concret al acestor dependenţe se realizează prin soluţii numerice în cazuri de cîmp bine alese.

Influenţa dimensiunilor geometrice.

Dimensiunile geometrice ale circuitului feromagnetic, h_1, h_e, δ - fig.2.2, pot fi variate prin voinţa realizatorului şi odată fixate valoric, pot varia datorită influenţei temperaturii şi magnetostricţiunii. Variaţia voită a dimensiunilor geometrice se face pentru alegerea variantei optime de circuit feromagnetic. In acest caz se disting două cazuri:

CAZUL 1. - Grosimea $G=h_e-h_i$ şi intrefierul δ rămîn constante. Variază raza interioară h_i iar conductorul străbătut de măsurand rămîne în poziţie centrală.

CAZUL 2. - La una din valorile h_i din cazul precedent variază grosimea circuitului feromagnetic. Intrefierul rămîne constant iar conductorul este poziţionat central.

Notînd denumirea programului de calcul cu TRAMAG (traductor magnetooptic), rezultă:

TRAMAG 01: $h_9=0{,}060$ m; $h_{14}=0{,}110$ m; $\delta=0{,}130$ m.
Conductorul poziţionat central.

TRAMAG 02: $h_9=0{,}030$ m; $h_{14}=0{,}130$ m; $\delta=0{,}130$ m.
Conductorul poziţionat central.

TRAMAG 03: $h_9=0{,}125$ m; $h_{14}=0{,}157$ m; $\delta=0{,}130$ m.
Conductorul poziţionat central.

TRAMAG 04: $h_9=0{,}175$ m; $h_{14}=0{,}225$; m; $\delta=0{,}130$ m.
Conductorul poziţionat central.

TRAMAG 05: $h_9=0{,}125$ m; $h_{14}=0{,}155$ m; $\delta=0{,}130$ m.
Conductorul poziţionat central.

TRAMAG 06: $h_9=0{,}125$ m; $h_{14}=0{,}20$[illegible] m; $\delta=0{,}130$ m.
Conductorul poziţionat central.

Sub influenţa temperaturii, tolele circuitului feromagnetic suferă o variaţie a dimensiunilor lor. Notînd cu α [m/m, °C] °C coeficientul de temperatură, şi cu L lungimea tolei, variaţia lungimii este:

$$\Delta L_\theta = \alpha \cdot L \cdot \Delta\theta \quad mm \tag{3.2}$$

Variaţia ΔL_θ afectează în primul rînd raza interioară a torului şi în al doilea rînd dimensiunea intrefierului. Din [75], pentru raza medie a circuitului feromagnetic în cazul TRAMAG 03, în gama de variaţie a temperaturii mediului ambiant cu $\Delta\theta = \pm 50^{o}C$ faţă de $\theta_0 = 20^{o}C$, rezultă:

$$\Delta L_\theta = \pm 12{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0{,}15 \cdot 50$$

$$\Delta L_\theta = \pm 0{,}6 \text{ mm}$$

Variaţia razei medii a torului este:

$$\Delta R_\theta = \frac{\Delta L_\theta}{2\pi} = 0{,}095 \text{ mm}$$

şi este perfect neglijabilă.

Se poate deci considera numai variaţia intrefierului cu $\pm 0{,}6$ mm. Numeric, apar două variante de program:

TRAMAG 07: h_9=0,125 m; h_{14}=0,175 m; δ=(0,130+0,0006) m.
Conductorul poziţionat central.

TRAMAG 08: h_9=0,125 m; h_{14}=0,175 m; δ=(0,130-0,0006) m.
Conductorul poziţionat central.

Magnetostricţiunea se referă la variaţia dimensiunilor liniare ale unui corp feromagnetic sub efectul cîmpului magnetizant. Valorile limită ale deformărilor relative λ sînt foarte mici, de ordinul

$$\lambda = \frac{dL}{L} = 10^{-6} \tag{3.3}$$

şi sînt atinse la saturaţia magnetică a materialului [76]. Pentru cazul de faţă,

$$dL = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}15 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$$

Se observă că variaţia dimensiunii intrefierului este complet neglijabilă.

Influenţa poziţiei conductorului.

Conductorul străbătut de curentul de magnetizare (măsurandul), de tip infinit lung, poziţionat în axa circuitului feromagnetic toroidal plin, asigură un cîmp uniform şi cu dispersii minime [35, 36, 37]. Pentru orice altă formă geometrică a circuitului feromagnetic, dispersiile cresc şi valoarea cîmpului în fier scade. Acesta este motivul pentru care circuitul feromagnetic s-a ales toroidal.

Consideraţiile de mai sus sînt valabile şi la circuitul feromagnetic toroidal cu intrefier mare. Dacă conductorul este deplasat din centrul secţiunii transversale, de o parte sau alta a axei S-S' (fig.2.3), cîmpul nu mai are simetrie faţă de S-S' dispersia creşte şi valorile factorului de transformare şi liniarităţii sînt afectate.

Pentru a păstra structura reţelei de elemente finite din fig.3.4 se consideră cazul deplasării conductorului, către circuitul feromagnetic, de-a lungul axei S-S', fig.3.5. Elementele afectate conductorului, indicate prin tabloul ICDB(p) satisfac condiţia de a fi dispuse în cel puţin două straturi. Rezultă:

TRAMAG 09: $R_9=0,125$ m; $R_{14}=0,175$ m; $\delta=0,130$ m.
Conductor deplasat de-a lungul axei S-S' către fier.

TRAMAG 10: $R_9=0,125$ m; $R_{14}=0,175$ m; $\delta=0,130$ m.
Conductor deplasat de-a lungul axei S-S' către întrefier.

Influenţa variaţiei proprietăţilor magnetice în timp şi cu temperatura.

In timp se produce o înrăutăţire a proprietăţilor [redacted], datorită fenomenului de îmbătrînire. In literatura de specialitate [76, 77, 78] se indică modificarea permeabilităţii magnetice cu 6 % la 600 ore de funcţionare şi 120°C temperatura miezului feromagnetic. Cifra este dată pentru tablă Fe-Si laminată la cald. Pentru tablele laminate la rece, cazul circuitului feromagnetic al sensorului de curent, îmbătrînirea este mai lentă şi nesemnificativă [78].

Se poate verifica influenţa îmbătrînirii asupra valorii factorului de transformare şi liniarităţii, considerînd $\mu = f(B)$ translatată cu 10 % în jos. Se modifică numai subprogramul de neliniaritate a fierului la varianta TRAMAG 03, rezultînd programul TRAMAG 11.

Variaţia temperaturii mediului ambiant între -30 şi +60°C, nu are, practic, influenţă asupra modificării proprietăţilor magnetice [76]. Modificări importante apar numai la temperaturi mai mari ca 200°C. In consecinţă, nu este cazul a trata numeric acest caz de influenţă.

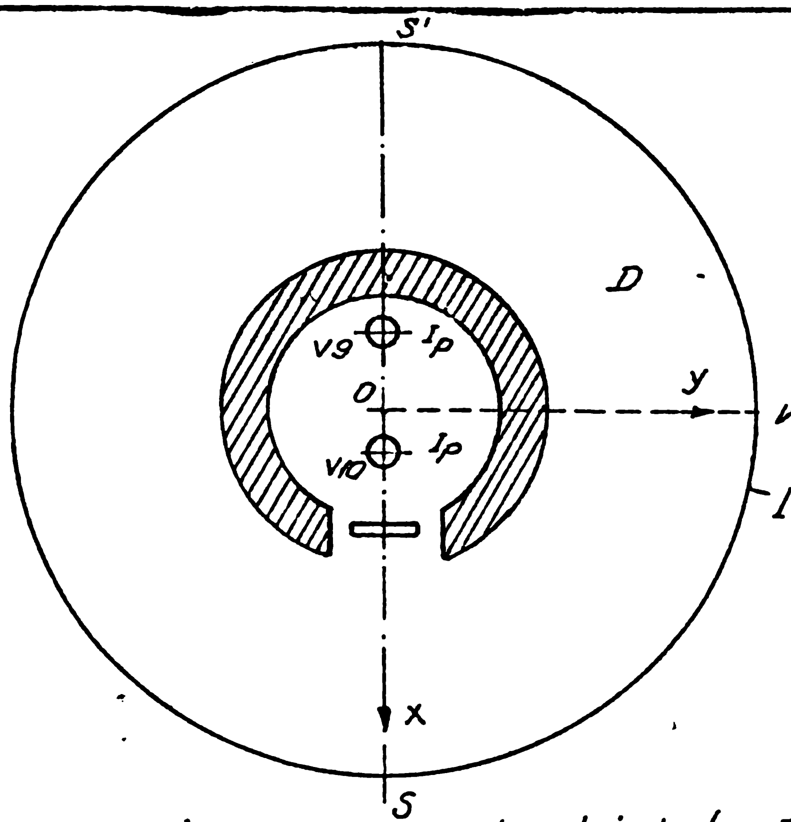


Fig. 3.5. Cazul conductorului deplasat din centrul secțiunii transversale a circuitului feromagnetic.

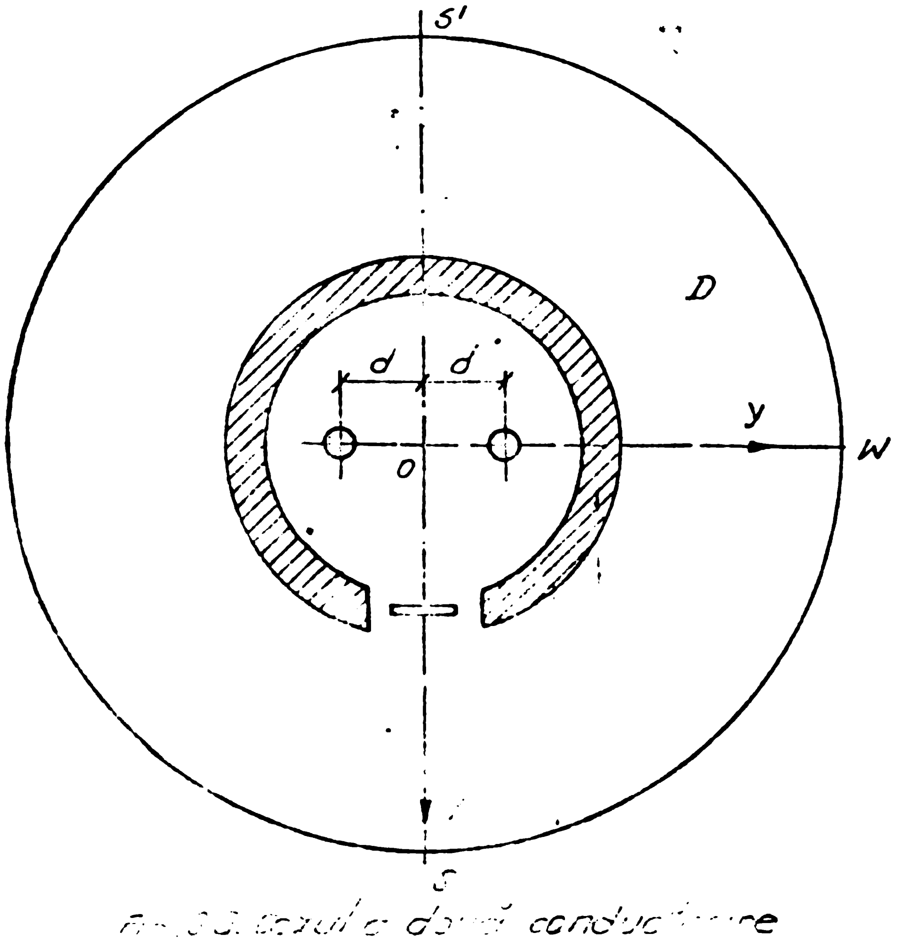


Fig. 3.6. Cazul a două conductoare [illegible] în paralel [illegible] cu [illegible] montaj [illegible] V)

3.1.2. Aproximarea cîmpului în domeniul D pentru conductor cu rază echivalentă mărită.

Toate consideraţiile de mai sus au fost făcute considerînd cazul cîmpului creat în sensor cu conductor unic (cazul cîmpului la 220 kV). Pentru tensiuni ale reţelei faţă de sol mai mari de 220 kV, intervine, ca efect nedorit, efectul Corona. Pentru diminuarea acestuia, s-a mărit raza echivalentă a conductorului de transport a energiei prin folosirea a două funii identice OL-AL-75/430 în paralel şi distanţate la 400 mm între axe. (fig.3.5)

Considerînd axa S-S' trecînd prin jumătatea distanţei între cele două conductoare în paralel, domeniul D de aproximare a cîmpului este similar cazului cu conductor uniter. Structura reţelei de elemente finite de aproximare din fig.3.4 rămîne **neschimbată. Se modifică numai tablourile RAZA(NC), ALFA(Nu), ICBD(p) şi NRIDB(n), iar conductorul se consideră deplasat pe axa ordonatelor** - O-W fig.3.5 - şi cu cel puţin două straturi de elemente.

Rezultă:

TRALAG 12: R_9=0,250 m; R_{14}=0,300;   =0,130 m; d=0,200 m.
Conductorul deplasat din centru pe axa ordonatelor cu d=200 mm.

Toate consideraţiile din paragraful 3.1.1, precum şi interpretarea rezultatelor numerice rămîn valabile şi aici.

<u>Observaţie</u>. In cele 12 variante ale programului TRALAG se calculează factorul de transformare pentru 25 valori ale măsurandului cuprinse între 50A şi 20.000A. Notîndu-se cu KITJ numărul iteraţiei de curent, valorile măsurandului sînt:

KITJ= 1	I_p= 50 A
KITJ= 2	I_p= 100 A
KITJ= 3-12	I_p= 200 (KITJ-2) A
KITJ=13-20	I_p=1000 (KITJ-10)A
KITJ=21-25	I_p=2000 (KITJ-15)A

Se calculează eroarea de liniaritate folosind relaţiile (2.135) şi (2.136).

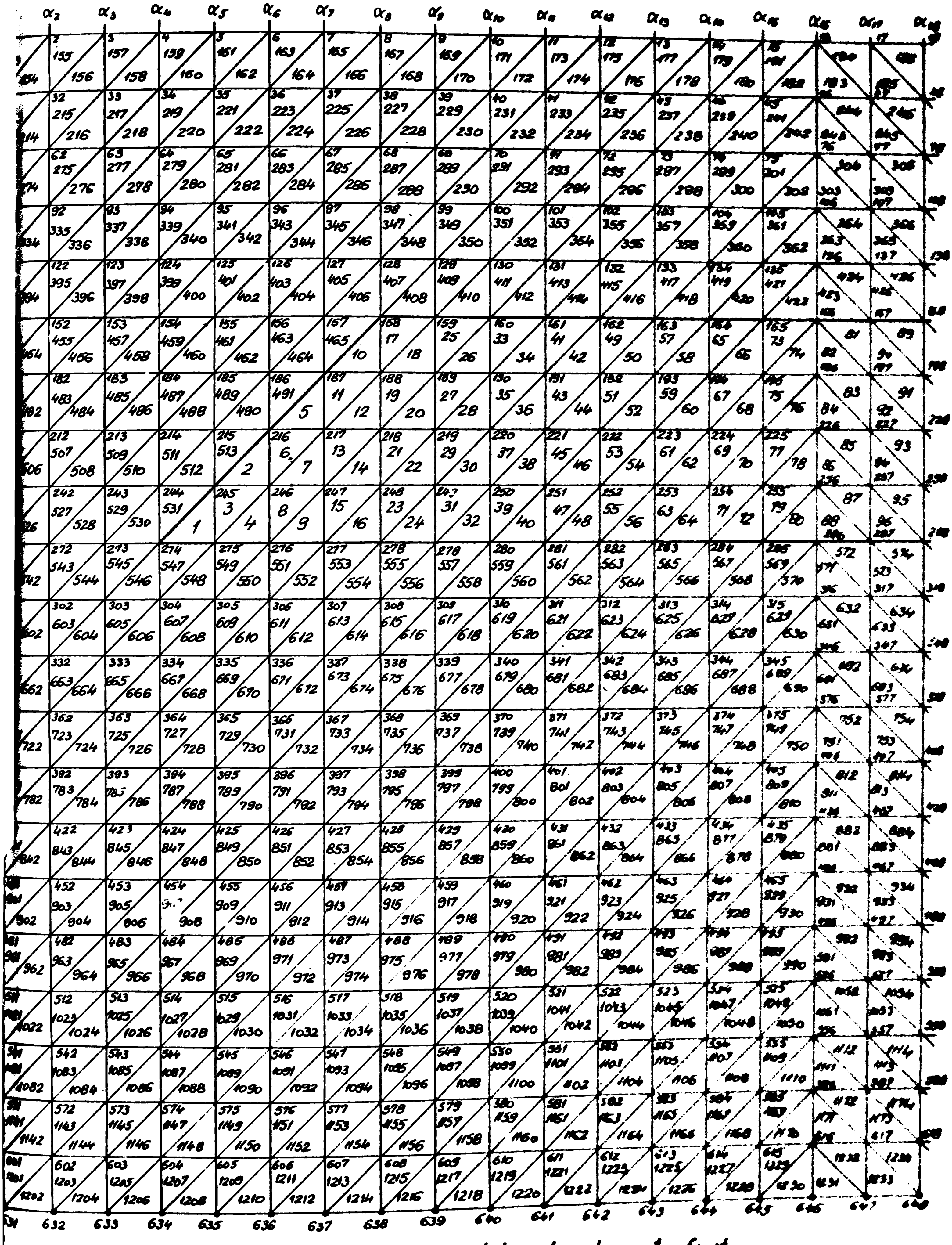


Fig. 3.7. Structura retelei de elemente finite pentru aproximarea cimpului in domeniul D'

- pg.1 -

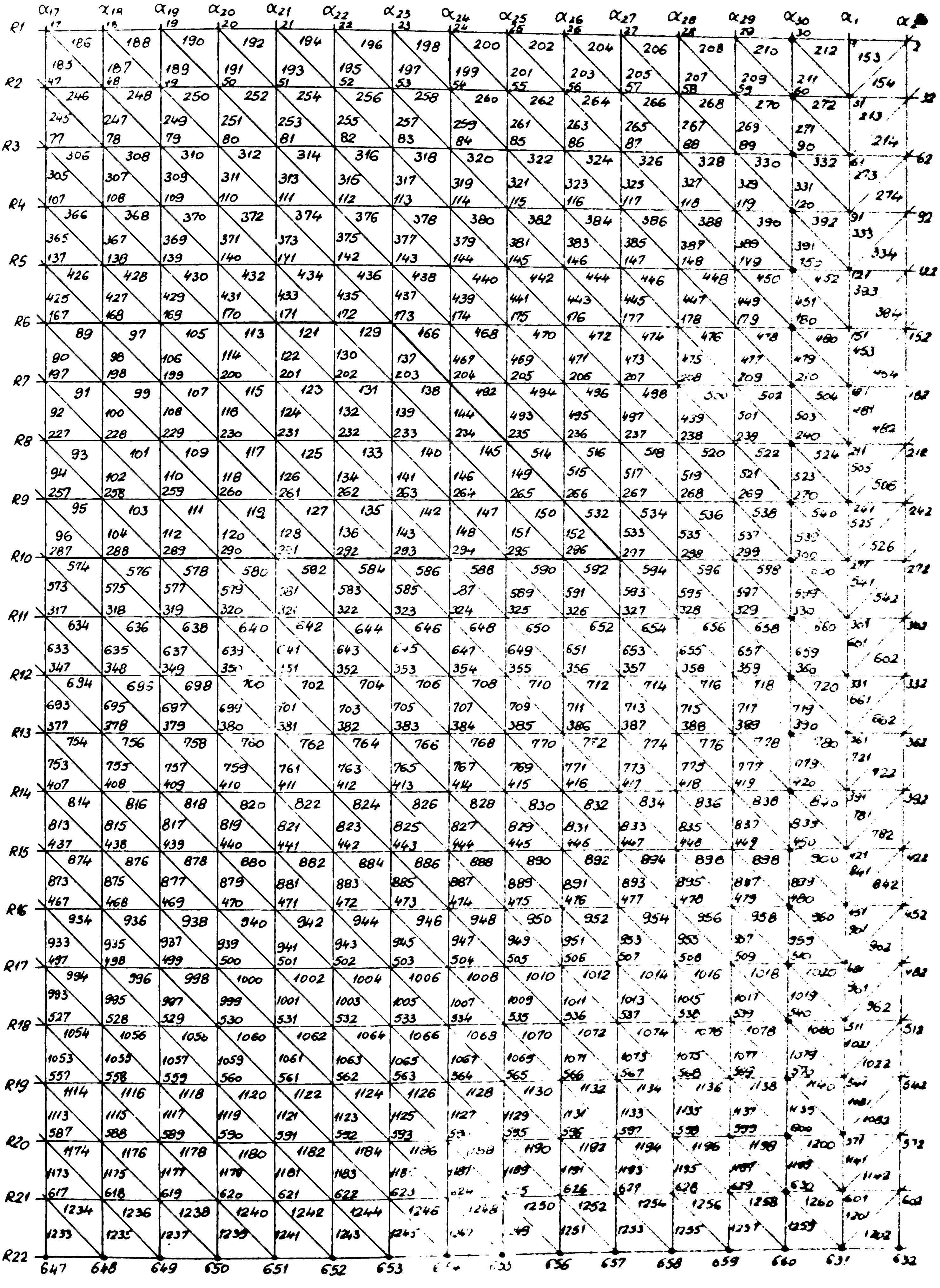


Fig. 3.7. Structura rețelei de elemente finite pentru aproximarea cîmpului în domeniul D'

- pg. 2 -

3.1.3. Aproximarea cîmpului în domeniul D'.

Pentru calculul erorii datorate cîmpurilor magnetice create de curenţii din conductoarele vecine celui străbătut de măsurand - eroarea datorată cîmpurilor magnetice parazite - se aproximează cîmpul în domeniul D' delimitat în fig.2.13. Reţeaua de elemente finite se generează respectînd cele 9 consideraţiuni din paragraful 3.1.1; structura ei este redată în fig.3.7.a şi 3.7.b.

Elementele finite - triunghiuri liniare sînt obţinute prin diagonalizarea patrulaterelor rezultate în urma intersecţiilor dintre NC=22 cercuri şi NU=30 raze vectoare. Reţeaua de elemente finite conţine np=660 noduri şi ne=1260 elemente. Deoarece razele vectoare intersectează fiecare cerc pe toată circumferinţa sînt necesare două linii de schimbare a sensului de diagonalizare; ele corespund razelor vectoare notate cu α_1 şi α_{16} în fig.3.7.a. Numărul maxim de elemente vecine unui nod rămîne $nv_{max}=6$.

Cu toate că

$$30 = NU > NC = 22$$

lăţimea de bandă minimă se obţine numerotînd succesiv nodurile de-a lungul cercurilor; lăţimea de semibandă rezultată este LB=32.

Coordonatele nodurilor se calculează prin program pe baza datelor furnizate prin tablourile RAZA(22) şi ALFA(30).

Eroarea datorată cîmpurilor magnetice parazite se determină utilizînd relaţia (2.169) pentru i=4 valori ale măsurandului:

$i=1 \quad I_{pn}= 500$ A

$i=2 \quad I_{pn}=1000$ A

$i=3 \quad I_{pn}=2000$ A

$i=4 \quad I_{pn}=3000$ A

Programul de rezolvare numerică a acestei probleme, folosind varianta 2 din paragraful (2.9) poartă numele INCOVEC 2.

3.2. STABILIREA VARIABILELOR ŞI A REPREZENTĂRII REŢELEI DE ELEMENTE FINITE ÎN CALCULATOR

3.2.1. Stabilirea variabilelor.

Rezolvarea numerică a problemei de cîmp pe baza aproximării cîmpului real cu o reţea de elemente finite necesită următoarele faze de calcul:

a. - determinarea coeficienţilor din matricea echivalentă semibenzii superioare a matricii [A] şi a termenilor liberi din vectorul [TL];

b. - determinarea valorilor nodale ale potenţialului magnetic ca soluţie a sistemului (2.31) ţinînd cont de neliniaritatea fierului;

c. - determinarea valorilor intensităţii cîmpului magnetic în elementele afectate corpului optic transparent şi efectuarea integrării numerice pentru obţinerea U_{mmYAB};

d. - determinarea factorului de transformare al senzorului de curent şi a erorii sale de calcul - k, respectiv, ε_k;

e. - operaţiile a, b, c, d se repetă pentru fiecare din cele 25 valori ale măsurandului, calculîndu-se în final eroarea de liniaritate.

Rezolvarea primei faze ţine cont de toate caracteristicile reţelei de aproximare şi asigură elementele necesare fazei a doua de calcul. Coeficienţii din matricea echivalentă şi termenii liberi se determină pe baza algoritmului prezentat în paragraful 2.6.1 cunoscînd:

1.- NP= numărul total de noduri al reţelei de aproximare;

2.- NE= numărul total de elemente;

3.- NES= numărul de noduri active = numărul de ecuaţii ale sistemului (2.31);

4.- NFER= numărul afectat ultimului element din fier (elementele din fier se numerotează de la 1 la NFER inclusiv);

5.- NAER= ultimul element din aer;

6.- NFR= numărul afectat primului nod de pe frontiera Γ;

7.- NME= numărul maxim de elemente vecine unui nod;

8.- NC= numărul de cercuri ale reţelei;

9.- NU= numărul de raze vectoare;

10.- LB= lăţimea semibenzii superioare a matricii A;

11.- DENS= densitatea de curent ca proprietate de conducţie a elementelor din conductorul străbătut de curent,

12.- RAZA(NC)= tabloul valorilor celor NC raze;
13.- ALFA(NU)= tabloul unghiurilor de înclinaţie a celor NU raze vectoare faţă de direcţia OX;
14.- NELVE(NES,NEL)= tabloul elementelor vecine celor NLS noduri active;
15.- NNEL(NE, 3)= tabloul nodurilor de definire pentru fiecare din cele NE elemente;
16.-[redacted]= tabloul proprietăţilor magnetice iniţiale ale celor NE elemente.
17.- ICDB(p)= tabloul celor p elemente din conductorul străbătut de curent.

Ca rezultat al primei faze se obţin tablourile:
18.- EQLB(NLS,LB)= tabloul coeficienţilor din cele NLS linii ale matricii [L] şi aparţinînd semibenzii superioare;
19.- FP(NLS, 2)= tabloul termenilor liberi (în prima coloană sînt termenii liberi determinaţi din problema de cîmp, iar în cea de a doua coloabă - termenii liberi pentru calculul preciziei de rezolvare a sistemului).

Faza a doua de calcul impune rezolvarea sistemului de ecuaţii

$$[EQLB] \times [A] = [TL_1, TL_2] \qquad (3.4)$$

Soluţia sistemului cu vectorul $[TL_1]$ este aceeaşi cu soluţia sistemului (2.13); prin folosirea matricii echivalente cu semibanda superioară a matricii [L] s-a făcut economie de timp de calcul şi memorie calculator.

Valorile nodale ale potenţialului magnetic scalar - soluţie a problemei de cîmp sînt sintetizate în tabloul.

20.- ASOL (NLS)

iar soluţia numerică cunoscută, prin

21.- ESOL (NLS)

Soluţiile finale ale sistemului de ecuaţii (3.4) se obţin numai în urma aplicării algoritmului de considerare a neliniarităţii fierului. Inducţiile finale din elementele aparţinînd circuitului feromagnetic sînt sintetizate în tabloul.

22.- INDFER (NFER)

Rezolvarea celei de a treia fază de calcul necesită utilizarea tabloului:

23.- NEIDH(m)= tabloul celor m elemente prin care trece linia mediană longitudinală a mediului optic transparent.

Prin algoritm se determină de către calculator lungimile L_e pe linia mediană în fiecare element şi se face integrarea numerică rezultînd.

24.- HYDL (KIIJ)= valoarea U_{MYAB} pentru valoarea măsurandului indicată de iteraţia KIIJ.

Intermediar, se folosesc tablourile:

25.- HY (m)= tabloul valorilor intensităţii cîmpului magnetic pe direcţia OY în fiecare din cele m elemente afectate mediului optic transparent.

26.- DL (m)= tabloul valorilor ΔL.

Determinarea factorului de transformare se face utilizînd relaţia (2.122). Pentru aceasta se introduc tablourile:

27.- IP (25)= tabloul celor 25 valori ale măsurandului.

28.- K (25)= tabloul celor 25 valori ale factorului de transformare.

29.- EPSK (25)= tabloul erorilor de calcul a celor 25 valori de factor de transformare.

La terminarea iteraţiilor de curent se rezolvă ultima fază de calcul numeric, pentru care, se afectează variabila:

30.- LIN= eroarea de linearitate calculată pe baza relaţiilor (2.135) şi (2.136).

Rezolvarea numerică a problemei de influenţa a cîmpurilor magnetice parazite prin programul INCOVEC 2 necesită introducerea tablourilor:

31.- FIR (NES)= tabloul valorilor reale ale termenilor liberi.

32.- FII (NES)= tabloul valorilor imaginare ale termenilor liberi.

33.- ASOLR (NES)= tabloul valorilor nodale reale ale potenţialului magnetic.

34.- ASOLI (NES)= tabloul valorilor nodale imaginare ale potenţialului magnetic.

35.- HYR (m)= valorile reale ale intensităţii cîmpului magnetic în cele m elemente afectate mediului optic.

36.- HYI (m)= valorile imaginare ale intensității cîmpului magnetic în cele m elemente afectate mediului optic.

37.- HYDLR (25).

38.- HYDLI (25).

Valorile reale respectiv imaginare ale U_{mmYAB} pentru cele 25 valori ale măsurandului.

39.- ICDBS (ps)= tabloul celor ps elemente din conductorul fazei S.

40.- ICDBR (pr)= tabloul celor pr elemente din conductorul fazei R.

41.- ICDBT (pt)= tabloul celor pt elemente din conductorul fazei T.

3.2.2. Reprezentarea rețelei de elemente finite în calculator.

Cîmpul aproximat cu rețeaua de elemente finite se reprezintă în calculator prin acele variabile și tablouri care dau informații complete despre structura rețelei. Aceste informații trebuie să permită calculul coeficienților matricii echivalente [ECHB], termenilor liberi și integralei numerice.

Toate cîmpurile aproximate prin structura de rețea din fig.3.4, variantele calculate prin TRAMAG 01 - TRAMAG 11, se reprezintă prin:

NP = 540	NC = 20
NE = 988	NU = 27
NES = 513	RAZA (20)
NFER = 175	ALFA (27)
NALE = 936	NELVE(513, 6)
NFR = 514	NNEL (988, 3)
NEM = 6	FLG (988)
LB = 20	NEIDM(3)

Cîmpul aproximat în domeniul D' prin structura de rețea din fig.3.7.a,b, se reprezintă prin:

NP = 660	LB = 32	RAZA (22)
NE = 1260	NC = 22	ALFA (30)
NES = 630	NU = 30	NELVE(630, 6)
NFER = 152	ICDBS(60)	NNEL (1260, 3)

NAEL = 630	ICDBH (4)	PLG (1260)
NFR = 631	ICDBI (4)	NEIDH (10)
NEM = 6		

3.3. STABILIREA STRUCTURII PROGRAMULUI DE CALCUL NUMERIC

Structura programului depinde de volumul de memorie calculator ocupat, de existenţa sau nu a unor operaţii sau grup de operaţii la care se apelează repetitiv şi de facilitatea modificărilor simple în program pentru rezolvarea numerică a tuturor variantelor cerute în formularea problemei de cîmp.

In cazul de faţă se urmăreşte rezolvarea problemei de cîmp în domeniul D cu cele 12 variante (TRALAG 01 - TRALAG 12) şi în domeniul D' - cu programul INCOVEC 2. Cele 12 variante de calcul numeric cu programul TRALAG trebuie să păstreze intactă structura programului, modificările afectînd numai setul de date.

Pentru ambele domenii se alege soluţia cu program principal din care se fac apelări la subrutine. Se disting trei subrutine:

1.- SUBROUTINE ECHLBS: determină coeficienţii matricii echivalente semibenzii superioare a matricii [L] şi termenii liberi, atît pentru problema de cîmp cît şi pentru soluţia impusă.

2.- SUBROUTINE RESISTGS: rezolvă sistemul de ecuaţii (3.4) prin metoda eliminării lui Gauss. S-a ales această variantă, deoarece, numărul maxim de ecuaţii, la ambele programe, este sub 660 şi programarea se face simplă.

3.- SUBROUTINE PER (ALIU, B, PER, KTP) prin care se face alegerea permeabilităţii magnetice PER în funcţie de permeabilitatea ALIU din iteraţia de neliniaritate precedentă şi inducţia magnetică B. Variabila KTP este o variabilă de control.

Se pune problema dacă rezolvarea numerică a problemei de cîmp necesită apelarea la fişiere de date sau nu. Pentru aceasta se analizează volumul de memorie calculator ocupat de variabile şi tablouri.

3.3.1. Structura programului TRAMAG.

Considerînd 4 octeţi/variabilă pentru precizie simplă [71, 72, 73], tablourile PMG(983), NELVE(513, 6), NNEL(983, 3), ASOL(513), ESOL(513), NLIDH(8), EQLB(513, 20), FP(513, 2), INDFER(175), RAZA(20) şi ALFA(27) ocupă 78 320 octeţi.

Rezervarea de memorie ocupă mai mult decît un modul de 64 Kiloocteţi; se impune segmentarea programului. In acelaşi timp, însă, chiar cu volumul de memorie afectat programului complet, compilării şi editării de legături nu se depăşeşte 100 pagini de memorie. Calculatorul FELIX C 256 dispune de mai mult de 100 pagini de memorie (128 pagini de memorie = 256 kiloocteţi) şi deci, segmentele programului pot fi înlănţuite de liniar de editorul de legături [71, 72].

Tablourile PMG(NE), NELVE(NES,NEE), NNEL(NE,3), ASOL(NES), EQLB(NES,MB) şi FP(NES,2) sînt folosite atît de programul principal cît şi de primele două subrutine; de aceea ele vor fi definite prin blocul COMMON. Segmentarea fără arborescenţă poate fi definită numai prin două blocuri COMMON cu denumiri distincte:

COMMON/BLOC 1/.
COMMON/BLOC 2/.
Subrutinele folosite sînt cele indicate mai sus.

3.3.2. Structura programului INCOVEC 2.

Tablourile PMG(1260, NELVE(630, 6), NNEL(1260, 3), ASOLR(630), ASOLI(630), ASOL(630), EQLB(630, 32), EPR(630), FPI(630), INDFER(152), NLIDH(10), RAZA(22), ALFA(30) şi ICDBS(60 ocupă un volum de memorie calculator mai mare de 128 kiloocteţi (64 pagini de memorie). Impreună cu volumul de memorie ocupat de celelalte variabile şi tablouri, de programul complet, de compilare şi editare de legături nu se afectează mult de 100 pagini de memorie.

Deoarece volumul de memorie rezervat ocupă mai mult de două module de 64 kiloocteţi, se impune segmentarea în trei blocuri distincte:

COMMON/BLOC 1/.

COMMON/BLOC 2/
COMMON/BLOC 3/.

Capacitatea de memorie a calculatorului FELIX C 256 permite înlănţuirea liniară a celor trei segmente de către editorul de legături.

Se observă că tabloul EQMB(630, 32) ocupă 630 x 32 x x 4 = 30 640 octeţi. Depăşind modulul de 64 kiloocteţi este necesară desfacerea acestuia în două tablouri şi fiecare din acestea în segmente COMMON diferite:

EQMB1 (315, 32); EQMB2 (315, 32).

Similar se desface tabloul FP(630)=FP1(315) şi FP2(315).

Din această cauză primele două subrutine se modifică faţă de cele utilizate în programul TRAMAG. Rezultă.

1.- SUBROUTINE EQMBSR
2.- SUBROUTINE RESISTFL

Subrutina FLR (AMIU, B, PER, KTP) rămîne neschimbată.

3.4. ELABORAREA PROGRAMULUI PRINCIPAL ŞI A SUBRUTINELOR

Programul principal TRAMAG şi cele trei subrutine au fost astfel concepute încît, cele 12 variante de calcul numeric necesită numai schimbarea a patru tablouri de date: RAZA(NC), ALFA(NU), ICDB(p) şi NLIDH(m). Acestea conţin un număr mic de cartele de date, 10, şi sînt citite ultimele.

Subrutinele EQMBS, RESISTGS şi FLR(AMIU, B, PER, KTP) nu suferă nici o modificare în cele 12 variante.

Numărul mare de cartele afectate programului principal şi subrutinelor, 685, şi datelor, 400, a impus introducerea programului principal şi a datelor ce nu se schimbă pe disc. In acest mod s-a făcut economie de timpul necesar lecturării cartelelor, compilării şi link - editării. In fig.3.5 este indicată organigrama programului principal TRAMAG.

Programul INCOVEC 2 se complică comparativ cu TRAMAG. In primul rînd, programul principal impune determinarea FP1(630) din FPR(630), rezolvarea celor două sisteme de ecuaţii, determinarea componentei reale şi a celei imaginare a U_{ExYAB}, precum

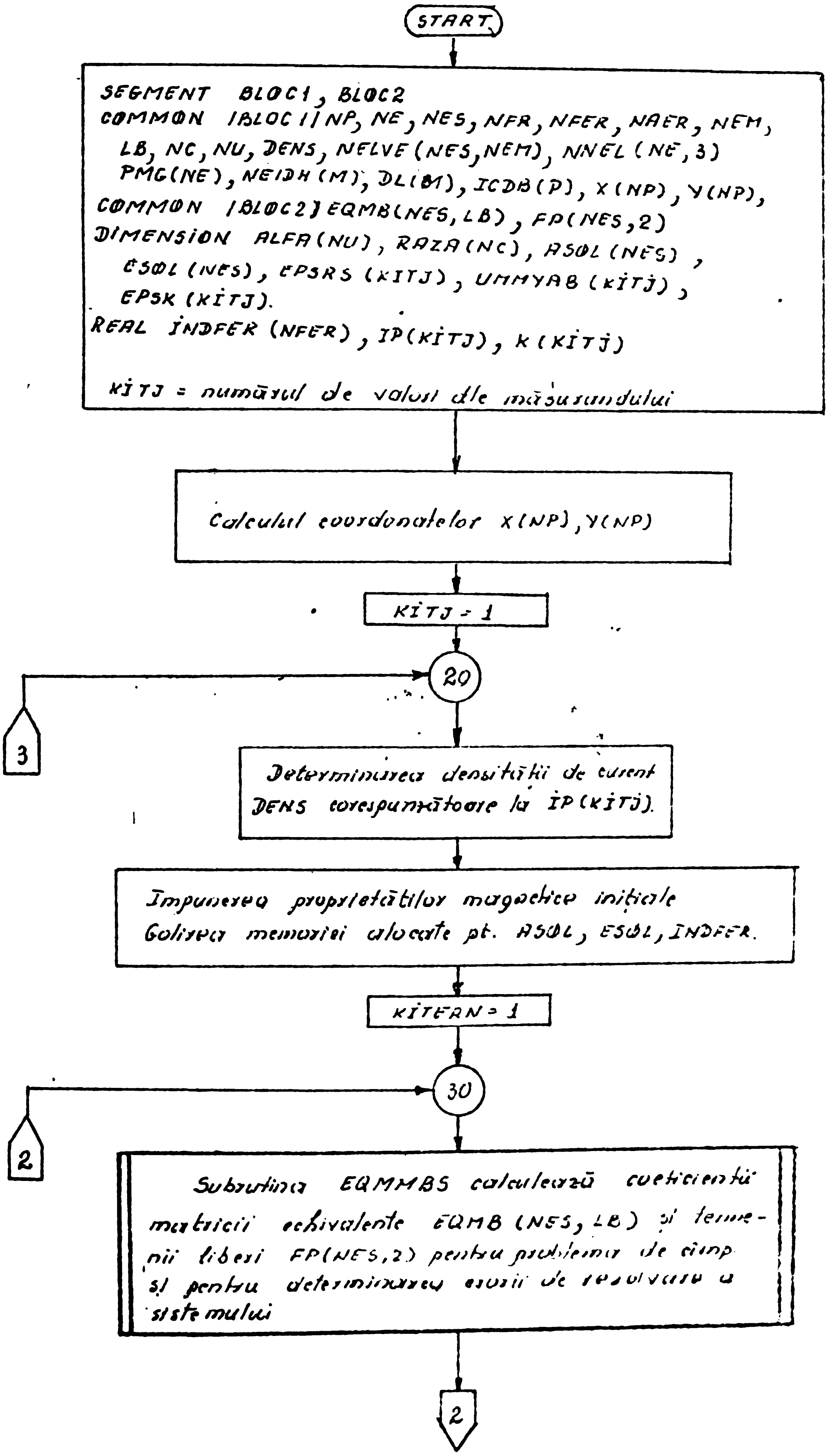


Fig. 3.8. Ordinograma programului principal TRAMAG

pg. 1

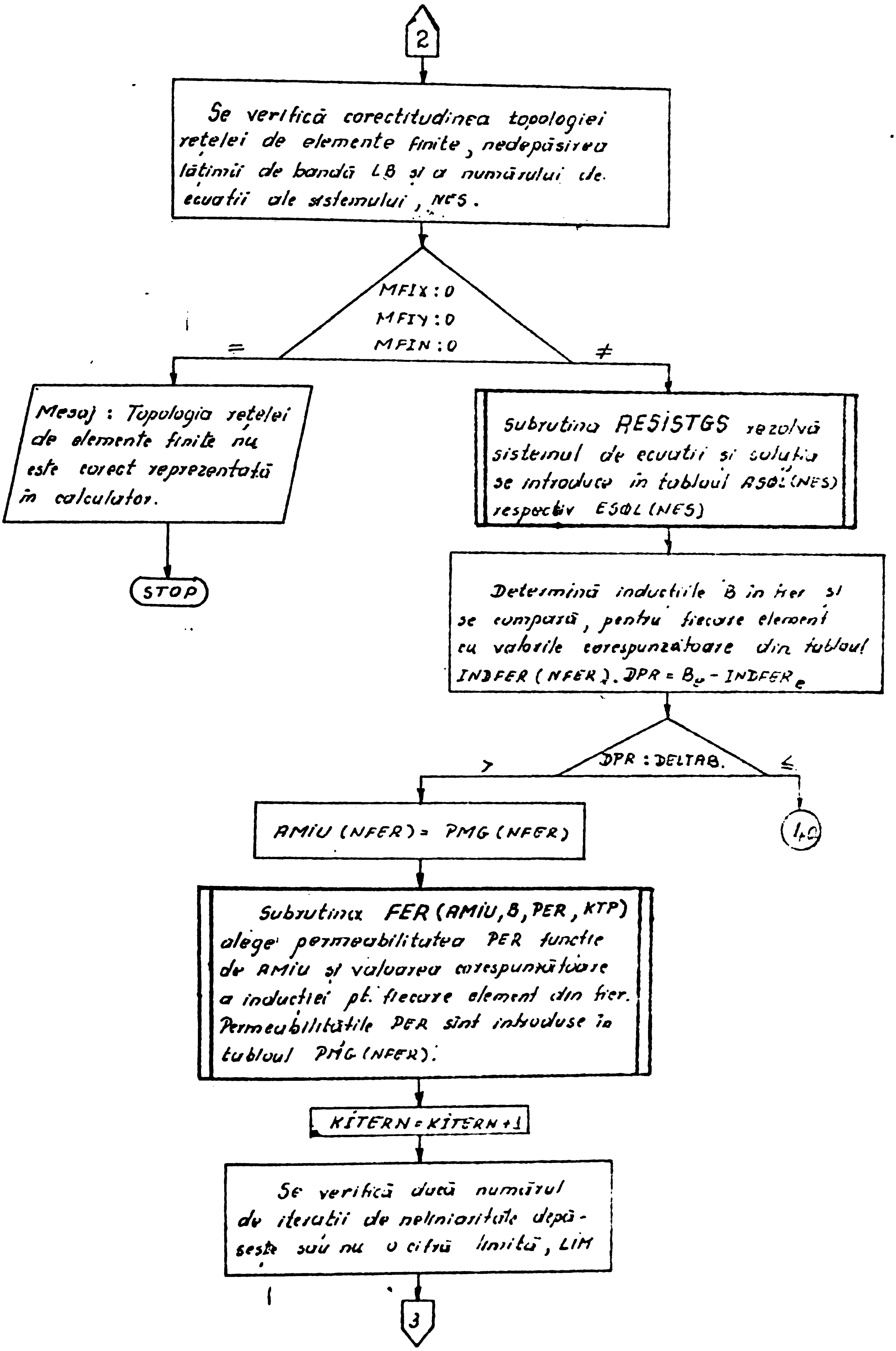


Fig. 3.8. Ordinograma programului principal TRAMAG

pg. 2

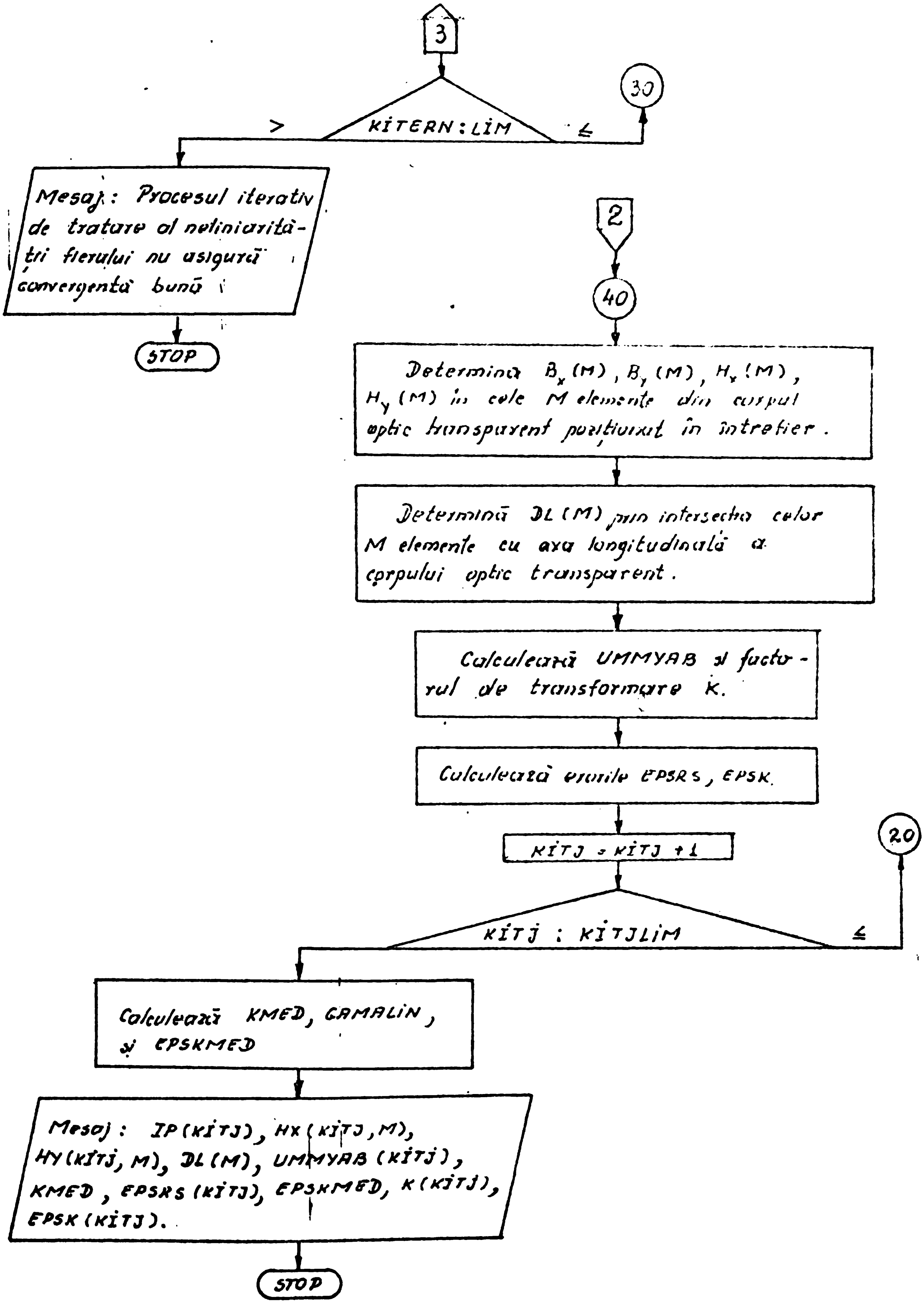


Fig. 3.8. Ordinograma programului principal TRAMAG

pg. 8.

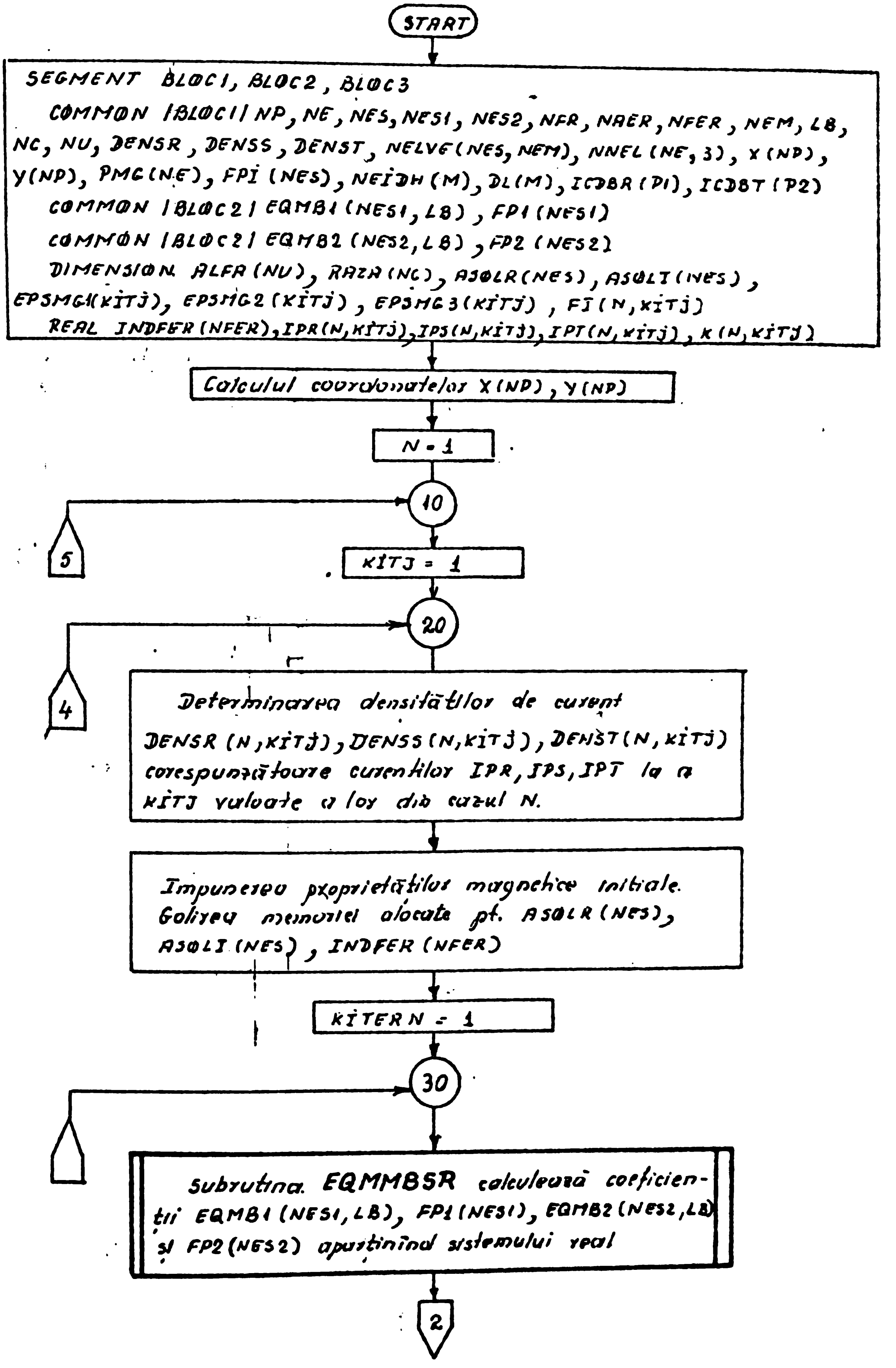


Fig. 3.9. Ordinograma programului principal INCOVEC 2.

pg. 1

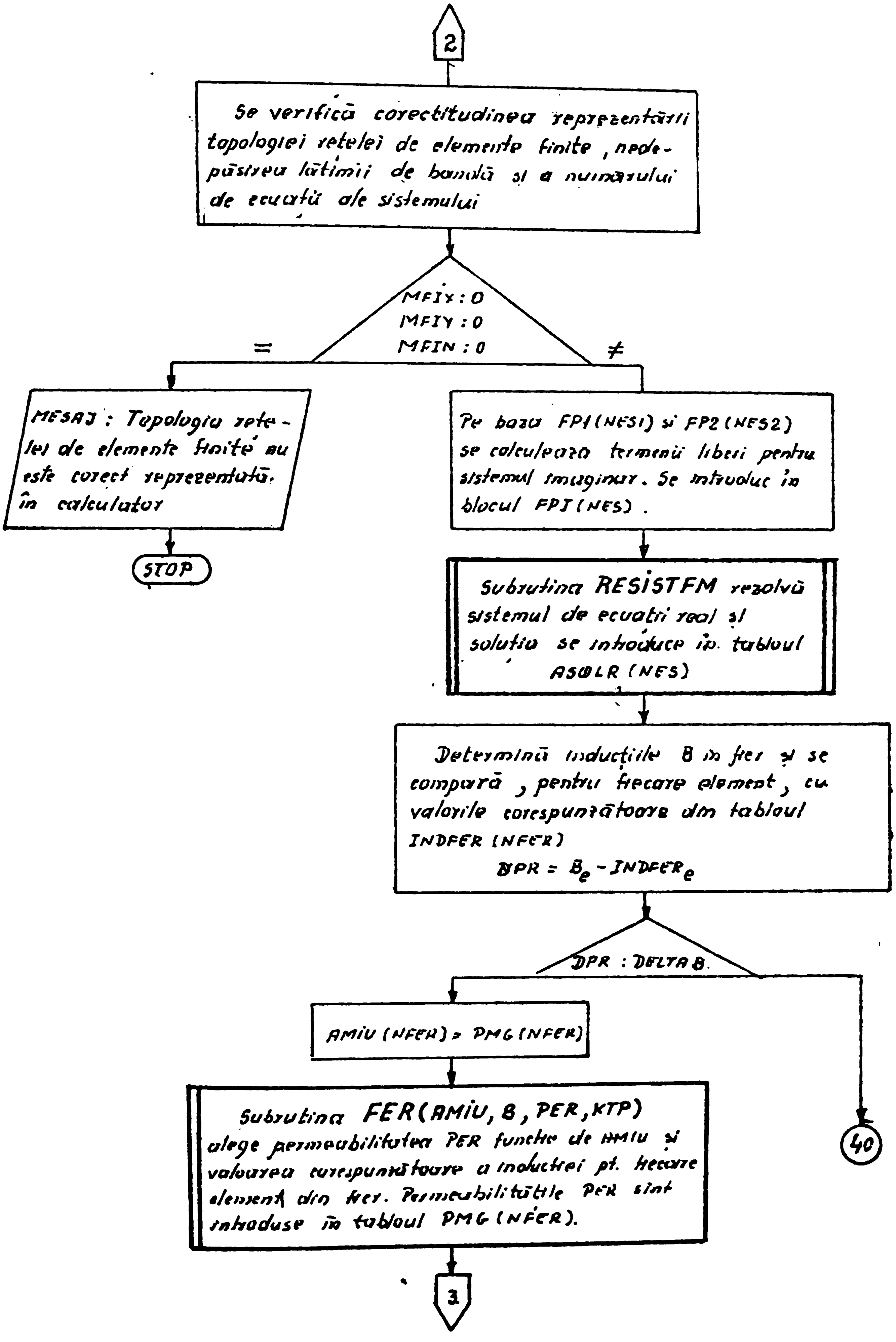


Fig. 3.9. Ordinograma programului principal INCOVEC2

pg. 2.

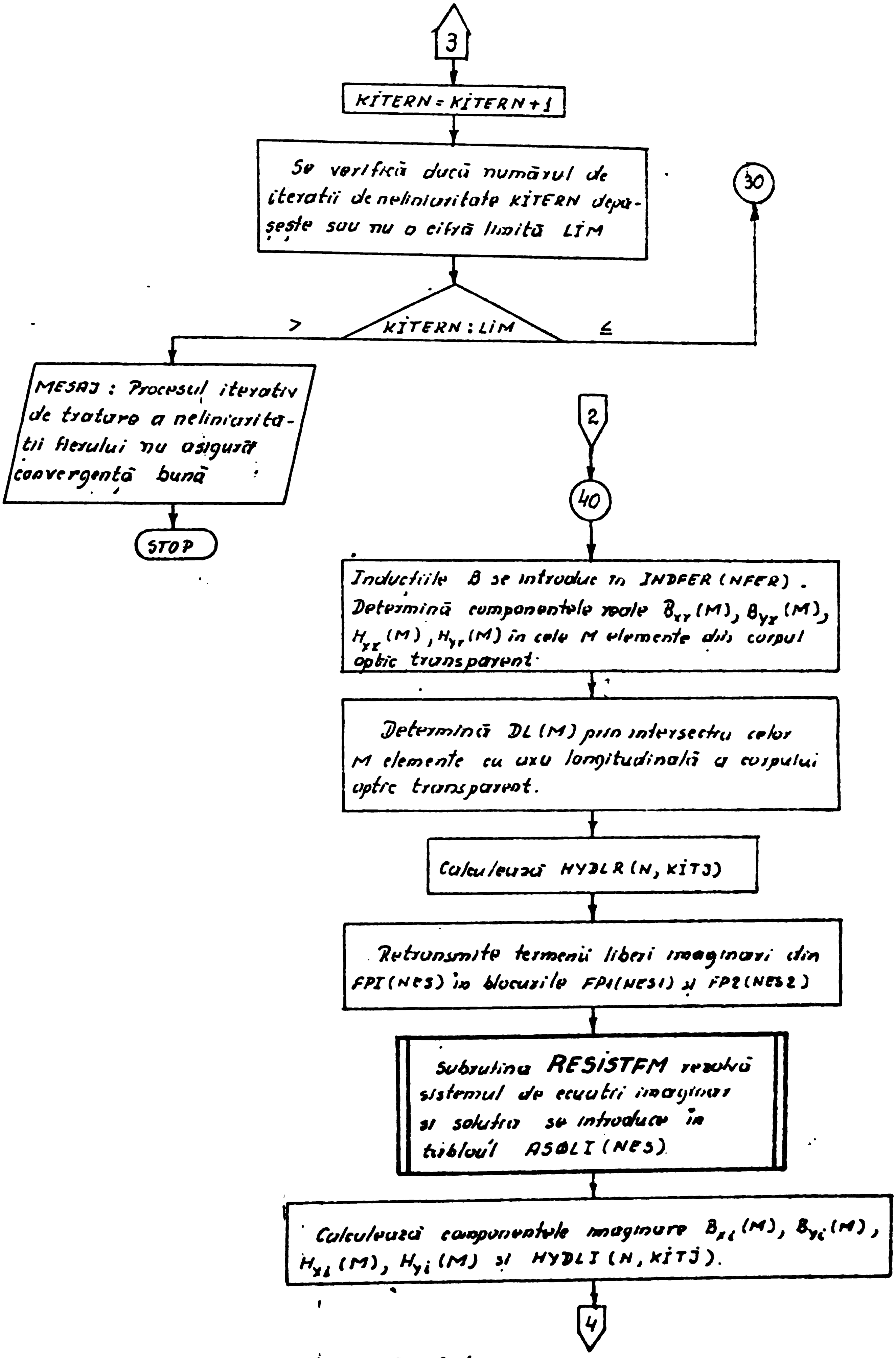


Fig. 3.9. Ordinograma programului principal INCOVEC2

pg 3.

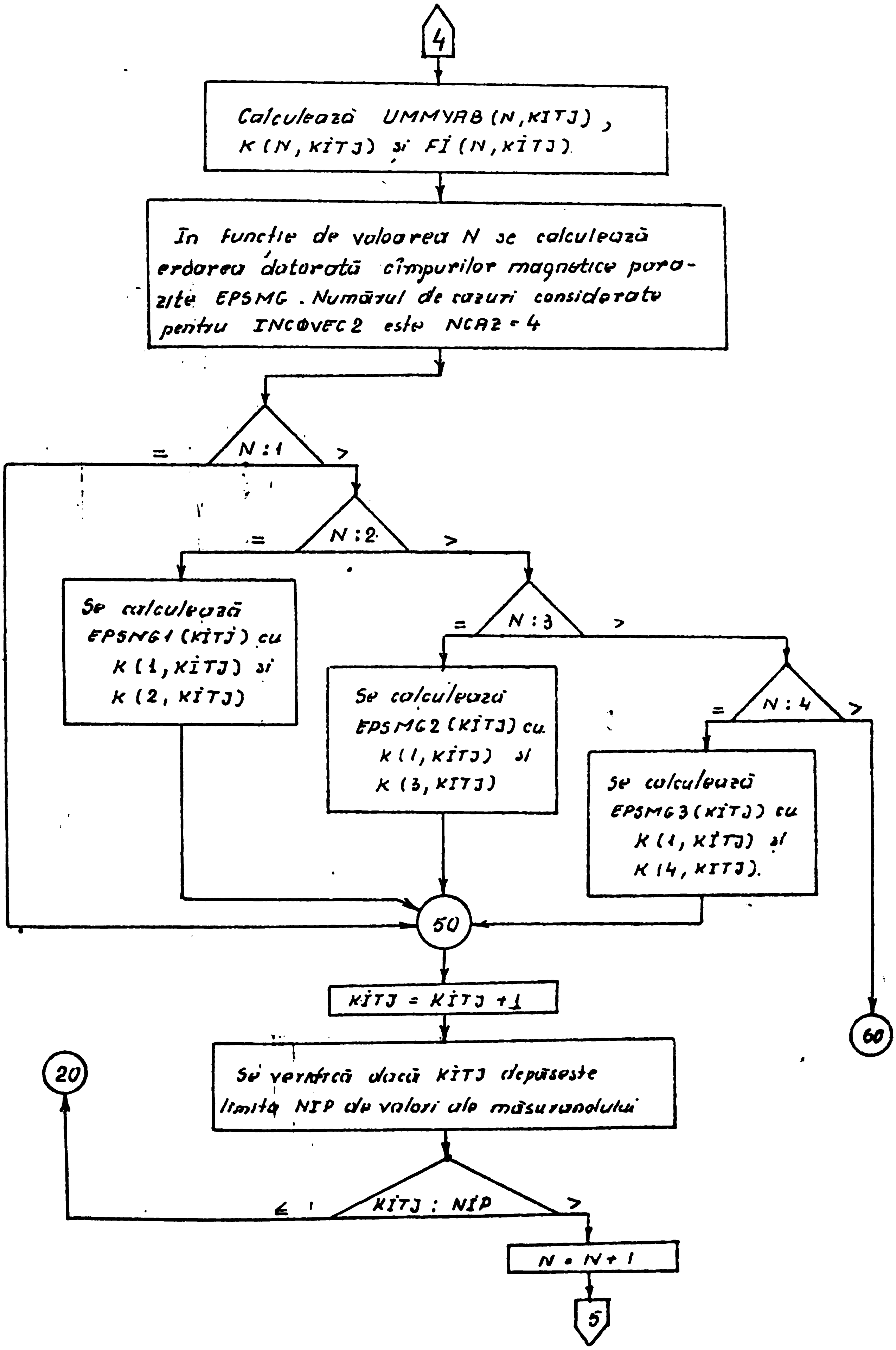


Fig. 3.9. Ordinograma programului principal. INCOVEC2

pg.4

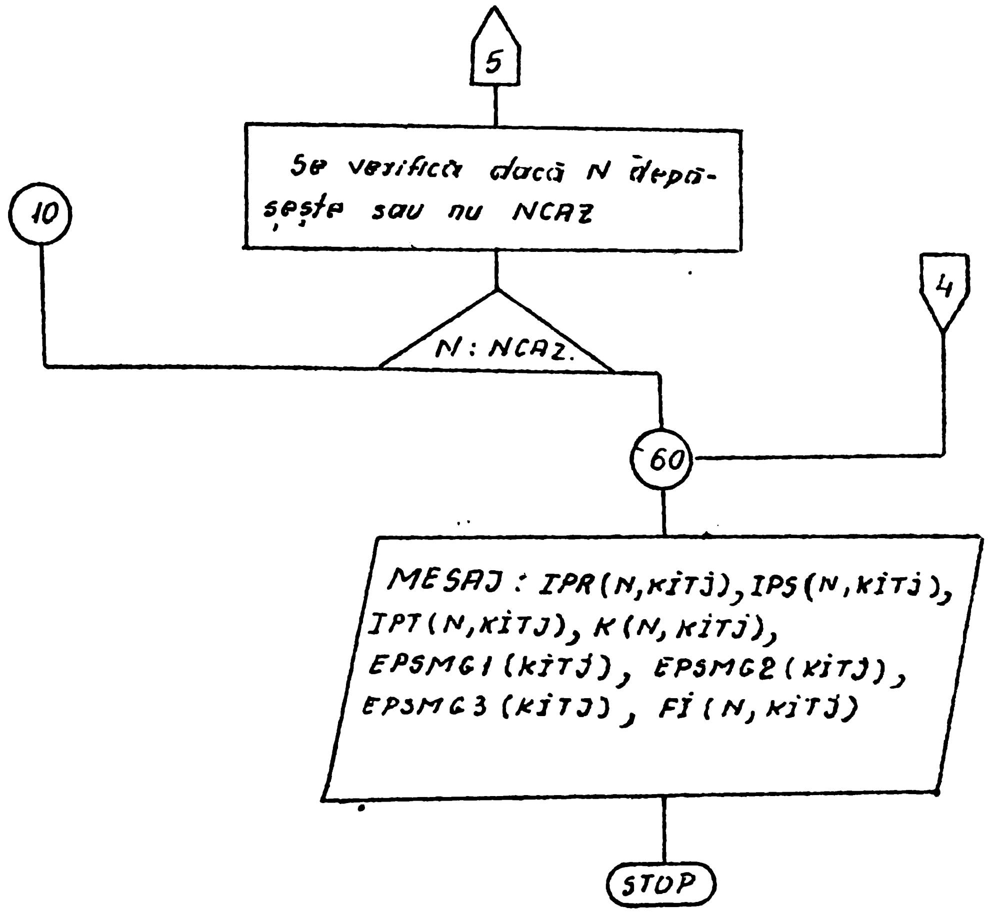


Fig. 3.9. Ordinograma programului principal **INCOVEC2**
pg.5

şi a defazajului introdus de cîmpurile parazite între U_{mmYAB} şi I_p

$$\varphi = \text{arc tg (HYDLI/HYDLR)} \tag{3.5}$$

Subrutina EQMMBSR calculează coeficienţii matricii echivalente şi termenului liber din tablourile EQMB1 (NES1, LB), EQMB 2 (NES2, LB), FP1 (NES 1) şi FP 2 (NES 2), ţinînd cont că în fiecare tablou indicele ia valori între 1 şi NES1 = NES2 = 315.

Problema se complică şi mai mult la conceperea subrutinei de rezolvare a sistemelor foarte mari de ecuaţii. In primul rînd trebuie ales algoritmul numeric în funcţie de numărul de ecuaţii al sistemului şi în al doilea rînd ,trebuie ţinut cont de existenţa coeficienţilor şi termenilor liberi în două blocuri CØMMØN diferite.

Tinînd cont că NES = 630 <660 ecuaţii ,autorul prezentei lucrări a conceput două subrutine de rezolvare a sistemelor foarte mari de ecuaţii în coeficienţii matricii echivalente şi termenului liber cuprinse în două sau trei module de 64 kiloocteţi :

- RESISTFM în care se utilizează procedeul direct de eliminare a lui Gauss, şi
- RESISTCH , folosind procedeul lui Cholesky.

In fig.3.9 este redată ordinograma programului principal INCØVEC 2.

OBSERVATII <u>Programele principale TRAMAG şi INCOVEC 2, precum şi subrutinele aferente sînt concepute de autor şi constitue contribuţii originale. Ele pot fi folosite pentru rezolvarea numerică a oricărei probleme de cîmp în medii izotrope, omogene sau neomogene descrise de ecuaţia lui Poisson.</u>

<u>Programul INCØVEC 2 prezintă interes prin aceea că, rezolvă numeric o problemă de cîmp cu mărimi complexe fără a face apel la variabila complexă. Folosind judicios memoria calculatorului, autorul a reuşit să realizeze programul fără a face apel la fişiere de date şi deci, calculul</u>

numeric se execută în timp relativ scurt și la cost redus.

Subrutinele RESISTFM și RESISTCH constitue contribuțiile autorului la îmbogățirea bibliotecii de programe la calculatoarele FELIX C 256 din Timișoara.

3.5. PRELUCRAREA REZULTATELOR NUMERICE

Listingurile rezultatelor numerice în cele 12 variante ale programului TRAMAG cuprind fiecare :

- valoarea măsurandului IP(KITJ), a factorului de transformare K(KITJ) și a erorii sale de determinare EPSK(KITJ) pentru 25 de valori ale măsurandului (KITJ = 1,2, ... 24, 25; IP = 5o - 2oooo A)
- valoarea medie a factorului de transformare - KMED și eroarea sa de determinare, EPSKMED ;
- eroarea de liniaritate GAMALIN.

Eroarea datorată cîmpurilor magnetice create de curenții din conductoarele vecine celui străbătut de măsurand se determină în două variante.

VARIANTA 1. R_i = o,125 m ; R_e = o,175 m ; δ = o,13o m

$d_{R-S} = d_{T-S} = 7$ m

caz 1 - $I_{pS} = I_{pSn}$; $I_{pT} = I_{pR} = o$

caz 2 - $I_{pR} = o$; $I_{pS} = I_{pSn}/1o$; $I_{pT} = I_{pSn}$

caz 3 - $I_{pR} = o$; $I_{pS} = I_{pSn}$; $I_{pT} = 4o\ I_{pSn}$

VARIANTA 2. R_i = o,125 m ; R_e = o,175 m ; δ = o,13o m

$d_{R-S} = d_{T-S} = 4{,}4$ m

caz 1 - $I_{pS} = I_{pR} = I_{pT} = I_{pSn}$

caz 2 - $I_{pR} = I_{pT} = I_{pSn}$; $I_{pS} = I_{pSn}/1o$

caz 3 - $I_{pR} = o$; $I_{pS} = I_{pSn}$; $I_{pT} = 4o\ I_{pSn}$

$d_{R-S} = d_{T-S}$ = distanța conductoarelor fazelor T și R față de conductorul fazei S străbătut de măsurand.

Erorile $\varepsilon_{mg.ji}$ determinate în prima variantă se folosesc pentru comparare cu cele indicate în literatura de specialitate [23]. Cele determinate în varianta a doua sînt corespunzătoare unei stații normale de 220 kV și iau în considerare trei cazuri de funcționare a rețelei de transport a energiei.

Cele două variante sînt rezolvate numeric cu programul INCØVEC 2. Listingurile cuprind :

- IPR (I), IPS(I), IPT(I), K(I), valorile curenților prin conductoarele celor 3 faze și valoarea factorului de transformare în cazul existenței numai a măsurandului ;
- IPR1(I), IPS1(I), IPT1(I), K1(I), EPSMG1(I) și FI1(I) valorile curenților, factorului de transformare, erorii ε_{mg} și unghiului de defazaj în primul caz de funcționare a rețelei;
- IPR2(I), IPS2(I), IPT2(I), K2(I), EPSMG2(I) și FI2(I), valorile în al doilea caz;
- IPR3(I), IPS3(I), IPT3(I), K3(I), EPSMG3(I) și FI3(I) în al treilea caz.

In urma unei analize atente a rezultatelor calculului numeric efectuat în condițiile enunțate anterior pentru un singur conductor de transport a energiei pe fiecare fază (cazul sensorului de curent utilizat la 220 kV), rezultă următoarele :

1. - Pentru poziția centrală a conductorului străbătut de măsurand, variind raza interioară R_i a circuitului feromagnetic cu păstrarea grosimii G la aceeași valoare, fig.3.10, se obține un maxim pentru factorul de transformare k_{med} și un minim pentru eroarea de liniaritate la R_i = 0,08 m.

Pentru cazul I_p = 50 A - 20000 A, fig.3.10.a, la $R_i > 0{,}08$, k_{med} scade și γ_{lin} crește comparativ cu valorile la R_i = 0,08 m. Prin creșterea razei interioare se mărește distanța circuitului feromagnetic de curentul ce generează cîmpul iar valorile inducției magnetice în fier și în întrefier scad. Acest

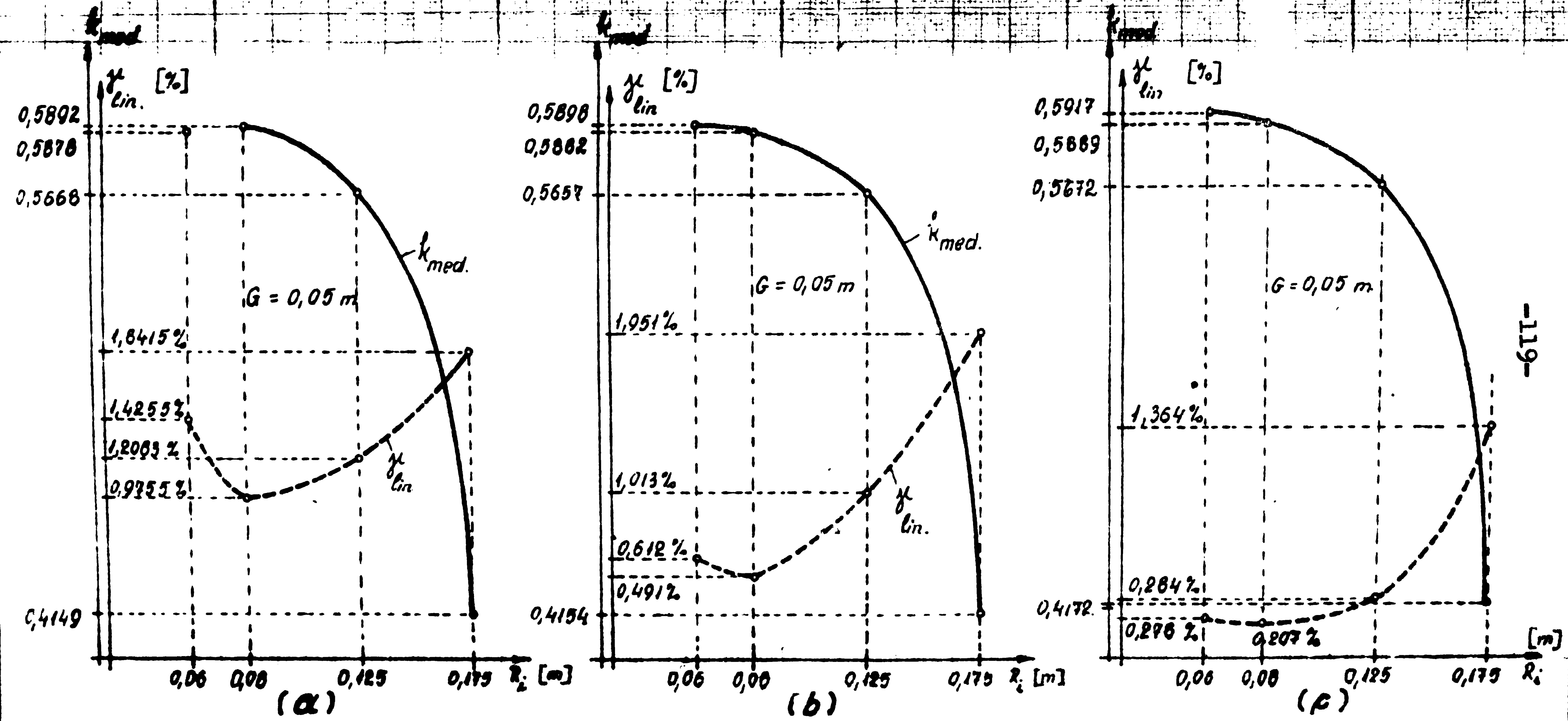


Fig. 3.10. Dependența factorului mediu de transformare k_{med} și erorii de liniaritate γ_{lin} de raza interioară R_i a circuitului feromagnetic pentru poziția centrală a conductorului străbătut de măsurand: a. – I_p = 60 A ÷ 20000 A ; b. – I_p = 50 ÷ 4000 A ; c. – I_p = 400 A ÷ 4000 A.

fenomen duce inevitabil la micşorarea valorică a diferenţei de potenţial magnetic U_{mmYAB} şi deci, a factorului de transformare.

Prin micşorarea inducţiei magnetice în fier, valoarea inducţiei de saturaţie în elemente se atinge la valori ale măsurandului cu atît mai mari cu cît raza interioară R_i este mai mare. O ilustrare a acestui fenomen o constitue şi valoarea măsurandului pentru care se obţine maximul factorului de transformare. Astfel, k_{max} apare cînd

I_p = 4000 A pentru R_i = 0,08 m ; G = 0,05 m,

I_p = 6000 A pentru R_i = 0,125 m ; G = 0,05 m şi

I_p = 8000 A pentru R_i = 0,175 m ; G = 0,05 m

Mărirea erorii de liniaritate odată cu creşterea razei interioare este explicabilă tot prin fenomenul de mai sus. Cu cît k_{max} apare la o valoare mai mare a măsurandului, cu atît variaţia factorului de transformare este mai mare la valori mici ale curentului. Din curbele trasate în fig.3.10.b şi 3.10.c se observă că pentru R_i = 0,08 şi R_i =0,125 m, variaţia cea mai mare a factorului k este la $I_p < 400$ A; pentru R_i = 0,175 m eroarea de linearitate nu scade atît de accentuat ca în celelalte două cazuri, ceea ce înseamnă că , limita superioară a măsurandului cu variaţii accentuate a lui k creşte.

La micşorarea razei interioare, R_i = 0,06 m, valoarea inducţiei de saturaţie se atinge la un curent I_p mai mic decît în cazul R_i =0,08 m. Dovadă, k_{max} se obţine la I_p = 3000 A. Aceasta înseamnă că valoarea maximă a factorului de transformare este în acest caz mai mare decît cea corespunzătoare lui R_i = 0,08 m, dar, apar variaţii accentuate a factorului k la valori $I_p > 3000$ A. Astfel, la I_p=20000 A este mai mică decît cea corespunzătoare la I_p=50 A; aşa se explică scăderea factorului k_{med} la R_i =0,06 m faţă de k_{med} la R_i = 0,08 m pentru I_p = 50 A ÷ 20000 A (fig.3.10.a).

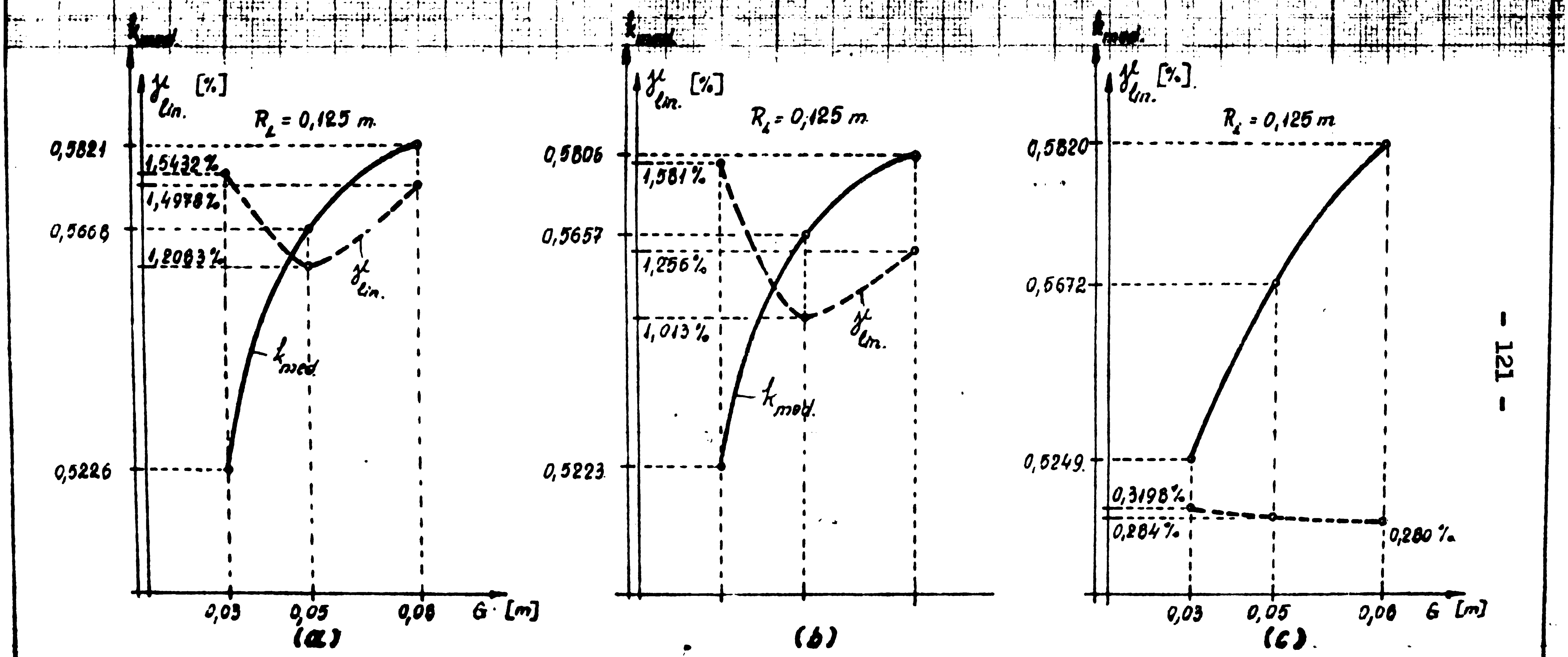


Fig. 3.11 Dependenta factorului mediu de transformare k_{med} şi erorii de linaritate γ_{lin} de grosimea G a circuitului feromagnetic pentru poziţia centrală a conductorului străbătut de măsurand: a.- I_p = 80A ÷ 20000A ; b.- I_p = 60A ÷ 4000A ; c.- I_p = 400A ÷ 4000A.

La valori ale curentului I_p = 5o A ÷ 4000 A și I_p = 400 A ÷ 4000 A, fig.3.1o.b și c. și în cazul R_i = 0,06 m eroarea de liniaritate scade pronunțat dar se menține cu ceva mai mare față de cazul R_i = 0,08 m.

Eroarea γ_{lin} = 0,207 pentru intervalul de măsurare I_p = 400 A ÷ 4000 A în cazul R_i = 0,08 m, G = 0,05 m, este comparabilă cu cea indicată de literatura de specialitate pentru sensorul tip solenoid masiv [23].

2. - In condițiile poziționării conductorului străbătut de măsurand în axa longitudinală a circuitului feromagnetic toroidal și a variației grosimii circuitului feromagnetic la R_i = ct. , rezultatele numerice ale programelor TRAMAG 03, TRAMAG 05 și TRAMAG 06 sînt sintetizate în fig.3.11.

Se observă că valoarea factorului de transformare crește odată cu creșterea grosimii G. Fenomenologic, rezultatele sînt corecte. Cu creșterea dimensiunii circuitului feromagnetic cresc dimensiunile tălpii polare, scade bombarea liniilor de cîmp în zona întrefierului și crește componența B_y a inducției magnetice în zona centrală a întrefierului. Rezultă creșterea valorică a componentei după axa OY a intensității cîmpului magnetic, corespunzător, crește diferența de potențial magnetic U_{mmYAB} și deci, crește factorul de transformare k.

Pentru intervalele de măsurare 5o A÷20000 A și 5o A ÷ 4000 A, eroarea de liniaritate minimă se obține pentru G = 0,05 m. La micșorarea grosimii circuitului feromagnetic, G = 0,03 m, eroarea de linearitate crește mai mult decît în cazul măririi grosimii - G = 0,08 m.

Creșterea erorii de liniaritate la G = 0,03 m este explicată prin două fenomene ce acționează concomitent . In primul rînd, datorită micșorării dimensiunilor tălpii polare, bombarea liniilor de cîmp se accentuează şi componenta H_y variază mai mult. In al doilea rînd, valoarea inducţiei de saturaţie se atinge la valori ale măsurandului mai mici decît în cazul G = 0,05 m şi G = 0,08 m. Ca dovadă, k_{max} se obţine la

I_p = 4000 pentru R_1 = 0,125 m , G = 0,03 m,
I_p = 6000 pentru R_1 = 0,125 m , G = 0,05 m şi
I_p = 8000 pentru R_1 = 0,125 m , G = 0,08 m

In cazul G = 0,03 m, la $I_p > 4000$ A, valoarea factorului de transformare scade, ajungînd ca valoarea k_{25} la I_p = 20000 A, comparativ cu k_1 la I_p=50 A să fie mai mică

$$k_{25} < k_1$$

Deci, eroarea de linearitate creşte, în special datorită variaţiei accentuate a factorului k la valori mari ale măsurandului .

In cazul creşterii grosimii circuitului feromagnetic, G = 0,08 m, valoarea inducţiei de saturaţie se atinge în elemente la valori mari ale măsurandului . Variaţiile mari ale valorii factorului de transformare apar în special la valori mici ale curentului de masurat.

Curbele de variaţie γ_{lin} = f(G) din fig.3.11.b şi 3.11.c, arată că variaţiile accentuate ale factorului de transformare au loc pentru $I_p < 400$ A. Eroarea de liniaritate pe intervalul de măsurare 400 A ÷ 4000 A este foarte mică , în cazurile G = 0,05 m şi G = 0,08 m.

3. - Sintetizînd considerentele enunţate mai sus, se pot trage trei concluzii cu importanţă deosebită în alegerea dimensiunilor optime pentru circuitul feromagnetic.

a. - <u>Liniaritate bună a sensorului de curent în intervalul de măsurare cu limitele de măsurare mari</u>

se obţine la grosime mare a circuitului feromagnetic şi rază interioară cel mult 0,125 m. La raze mai mari, valoarea factorului de transformare scade accentuat şi senzorul pierde din sensibilitate.

b. - La rază interioară mică şi grosime mare, circuitul feromagnetic conduce la liniaritate bună într-un interval de măsurare 50 A - 4000 A şi o liniaritate foarte bună dacă limita minimă creşte la 400 A.

c. - Varianta optimă a circuitului feromagnetic este cu R_i = 0,08 m, G = 0,08 m şi lungime de cel puţin 0,062 m. Ea asigură un factor de transformare mare, liniaritate sub 1% pentru intervalul de măsurare 50 A ÷ 20000 A şi linearitate foarte bună pentru 400 A ÷ 4000 A.

4. - Variaţia temperaturii mediului ambiant, concretizată prin variaţia întrefierului δ = 0,130 m cu ± 0,0006 m la $\Delta\theta$ = ± 50°C, afectează foarte puţin, practic de loc, valoarea factorului de transformare.

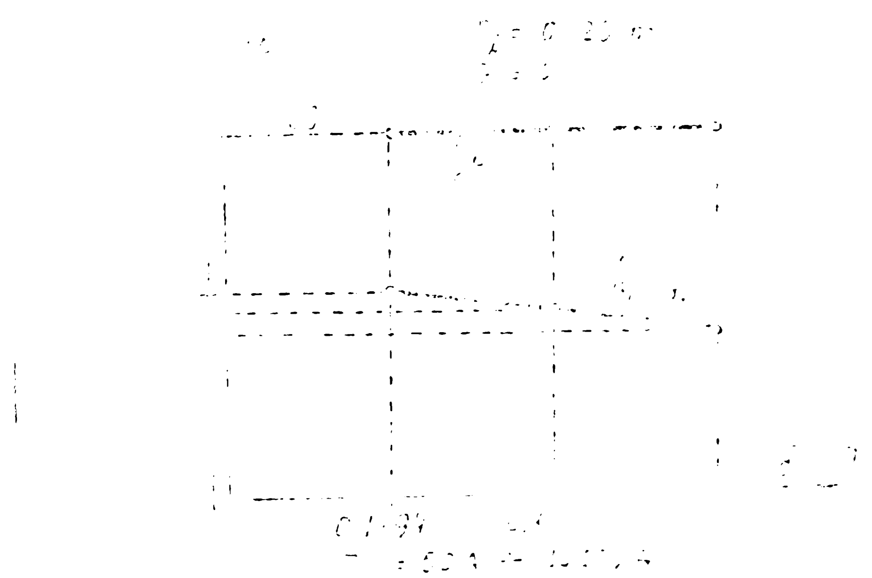


Fig.3.12. Dependenţa factorului de transformare mediu k_{med} şi erorii de liniaritate γ_{lin} de variaţia cu temperatura a întrefierului. R_i = 0,125 m, G = 0,05 m, conductorul poziţionat central.

Din fig.3.12 se observă că factorul de transformare suferă modificări numai la a patra zecimală; modificarea reprezintă 0,018 % din valoarea la Θ_0=+20°C. Eroarea de liniaritate rămîne practic constantă.

Diferenţele între valorile medii faţă de cazul δ= 0,130 m apar datorită valorilor factorului de transformare la valori ale măsurandului I_p > 10000 A . La un interval de măsurare 50 A ÷ 4000 A, nici a patra zecimală a valorii factorului de transformare nu se modifică în cele trei cazuri.

Conform NORME STAS în vigoare, eroarea suplimentară datorată variaţiei temperaturii mediului ambiant se indică numai pentru $\Delta\Theta$ = ± 10°C. In cazul sensorului cu R_1 = 0,125 m, G = 0,175 m , δ=0,130 m, dimensiunea întrefierului variază cu ± 0,00012 m.

Calculul numeric în variantele δ=(0,130+0,00012)m şi δ=(0,130-0,00012)m, cu poziţionarea centrală a conductorului străbătut de măsurand, indică k cu aceleaşi valori ca în cazul δ=0,130 m. Rezultatul este explicabil, deoarece, variaţia întrefierului cu temperatura reprezintă 0,092% din valoarea δ= 0,130 m.

5. - Variaţia factorului de transformare şi erorii de liniaritate cu poziţia conductorului străbătut de măsurand în interiorul circuitului feromagnetic de dimensiune constantă este indicată în fig.3.13. Indiferent de intervalul de măsurare, fig.3.13.a, 3.13.b, sau 3.13.c, se observă că valoarea cea mai mare pentru k_{med} şi valoarea cea mai mică pentru γ_{lin} se obţine pentru poziţia centrală a conductorului (poziţia d_x = 0).

Ţinînd cont de această concluzie, toate consideraţiile următoare vor fi făcute comparativ cu poziţia centrală a conductorului.

Se notează cu

$k_{med.3}$ şi $\gamma_{lin.3}$ -pentru cazul poziţionării d_x=d_y=0,

$k_{med.9}$ şi $\gamma_{lin.9}$ -pentru cazul poziţionării d_x=-0,095m
d_y =0,

şi $k_{med.10}$ şi $\gamma_{lin.10}$-pentru cazul poziţionării d_x=0,05 m
d_y =0

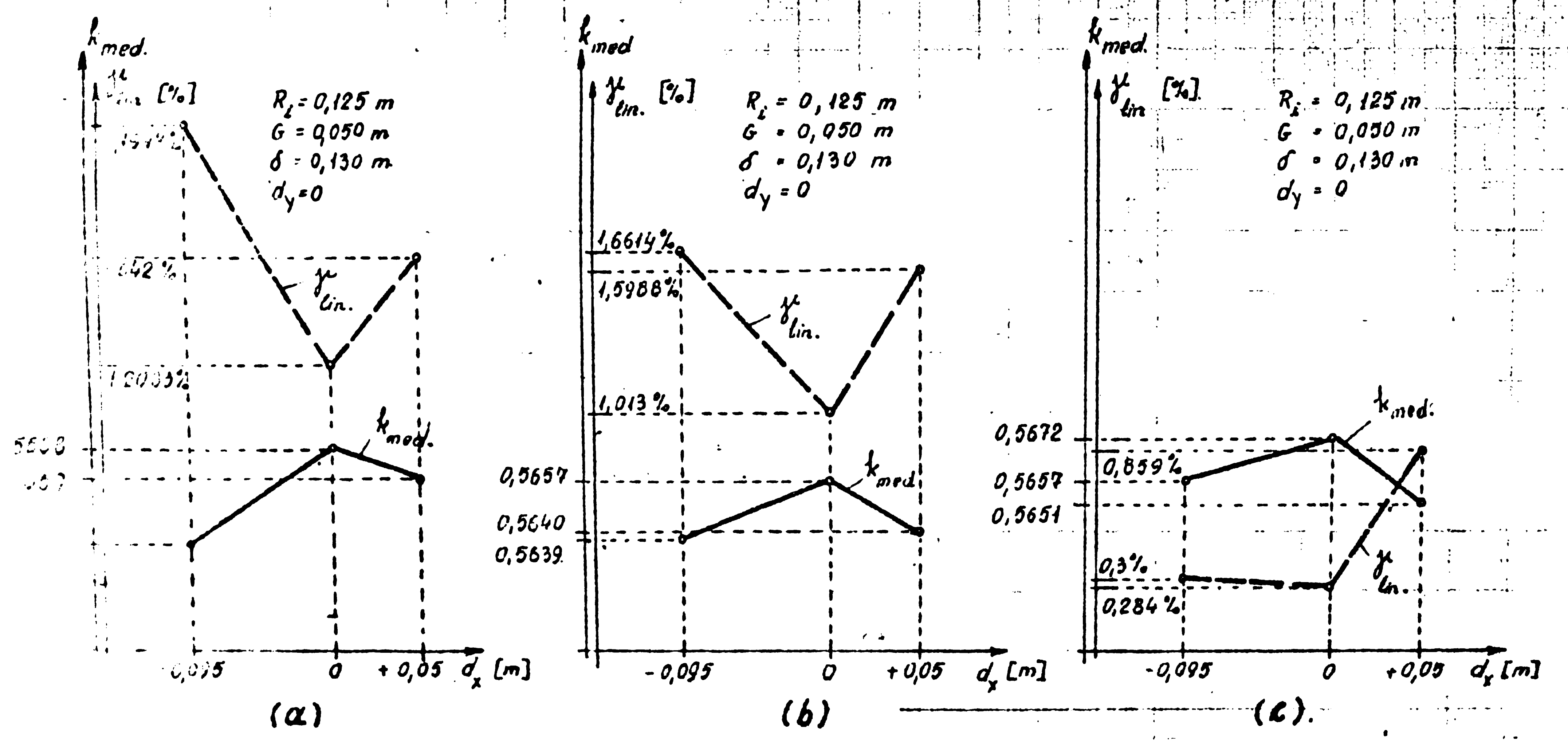


Fig.3.13. Dependenta factorului mediu de transformare si erorii de liniaritate $\gamma_{lin.}$ de pozitia conductorului străbătut de măsurand în interiorul circuitului feromagnetic:
a.- I_p = 50 A ÷ 20000 A ; b.- 50 A ÷ 4000 A ; c.- I_p = 400 A ÷ 4000 A .

unde indicele numeric indică varianta de program TRAMAG cu care s-a efectuat calculul numeric al cîmpului magnetic respectiv.

Studiind diagramele din fig.3.11 se observă că:

- diferenţa ($k_{med.3}-k_{med.9}$) se micşorează pe măsură ce se restrînge intervalul de măsurare;
- diferenţa ($k_{med.3}-k_{med.10}$) se măreşte pe măsură ce se restrînge intervalul de măsurare;
- diferenţa ($\gamma_{lin.9}$ - $\gamma_{lin.3}$) se micşorează pe măsură ce se restrînge intervalul de măsurare, ajungînd ca la I_p = 400 A ÷ 4000 A să aibă o valoare foarte mică
- diferenţa ($\gamma_{lin.10}$- $\gamma_{lin.3}$) se măreşte cînd se trece de la I_p = 50 A ÷ 20000 A la I_p = 50 A ÷ 4000 A şi se micşorează la I_p = 400 ÷ 4000 A dar se păstrează încă la valoare mare.

Observaţiile de mai sus arată că poziţionarea conductorului lîngă fier duce la eroare de liniaritate mare pe de o parte datorită variaţiilor factorului k_9 la valori mici ale măsurandului, dar, în special variaţiilor accentuate ale lui k_9 la valori $I_p > 4000$ A.

Fenomenologic, rezultatele se confirmă de teorie, deoarece, poziţionarea conductorului lîngă fier face ca inducţia de saturaţie să fie atinsă la valori mai mici ale măsurandului în comparaţie cu poziţia centrală şi cea deplasată spre întrefier.

In tablourile INFER(NFER) din programele TRAMAG03 şi TRAMAG09 se constată că, în poziţia centrală, elementele din fier de lîngă axa OX şi opus întrefierului ating saturaţia la I_p = 12000 A, pe cînd în poziţia deplasată cu d_x = - 0,095 m, d_y = 0 a conductorului - la I_p = 4000 A. Deoarece,la $I_p > 4000$ A, elementele lucrează în zona puternic neliniară, de saturaţie, a curbei fundamentale de magnetizare, k_9 are variaţii mari la $I_p > 4000$ A. Listingul programului TRAMAG09 arată că k_9 la $I_p = 20000$ este mai mic valoric decît la $I_p = 50$ A.

In cazul poziţionării conductorului către întrefier la $d_x = 0{,}05$ m şi $d_y = 0$ faţă de centrul secţiunii transversale a sensorului, observaţiile mai sus enunţate indică creşterea variaţiei lui k_{10} în special în zona valorilor mici ale măsurandului. Limita superioară de curent pentru variaţii accentuate ale lui k_{10} este mai mare decît în cazul poziţiei centrale a conductorului.

Rezultatele se explică fenomenologic dacă se iau în considerare, şi tablourile INDFER(NFER) din programul TRAMAG 10. Valoarea inducţiei de saturaţie, în elementele din fier mai sus considerate, se atinge la $I_p = 14000$ A. In acest caz este clar că intervalul valoric al măsurandului pentru variaţii accentuate al factorului k_{10} este mai mare decît cel pentru k_3. Valoarea $k_{10} < k_3$ se datoreşte faptului că prin deplasarea conductorului spre întrefier, inducţiile de lucru în fier se micşorează, şi deci, se micşorează şi permeabilitatea magnetică în elementele reţelei de aproximare a cîmpului magnetic.

Pe baza consideraţiilor de mai sus se pot trage trei concluzii :

a. - Din punctul de vedere al valorii atît a factorului de transformare cît şi al erorii de liniaritate, soluţia optimă o constitue poziţia centrală a conductorului străbătut de măsurand.

b. - Pentru intervale mari de măsurare, exemplu $I_p = 50$ A $\div$ 20000 A, deplasarea accidentală a conductorului spre fier duce la erori mari pentru sensorul de curent.

c. - Pentru intervale restrînse de măsurare, $I_p = 400$ A - 4000 A, deplasarea accidentală a conductorului spre intrefier duce la erori mari pentru sensor, iar deplasarea spre fier pe axa OX afectează foarte puţin sensorul de curent propus de autor .

Concluziile enunţate mai sus au o importanţă deosebită pentru luarea măsurilor tehnice corespunzătoare, care, să asigure funcţionarea sensorului de curent cu erori minime.

6. - Variaţia în timp a proprietăţilor magnetice ale circuitului feromagnetic (fenomenul de îmbătrînire) este concretizată prin considerarea reducerii cu 1o procente a permeabilităţii magnetice. Influenţa acestei reduceri asupra valorii factorului de transformare şi erorii de liniaritate este evidenţiată în fig.3.14.

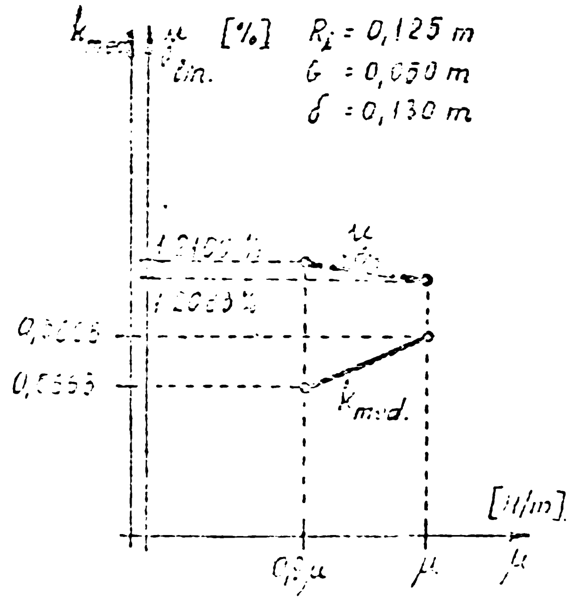


Fig.3.14. Dependenţa factorului mediu de transformare k_{med} şi erorii de liniaritate ε_{lin} de înrăutăţirea proprietăţilor magnetice ale fierului

Ea se manifestă prin micşorarea nesubstanţială a factorului de transformare şi o foarte mică creştere a erorii de neliniaritate. Micşorarea factorului k_{med} reprezintă o,o88% din valoarea cazului fără reducere a permeabilităţii magnetice, iar creşterea erorii de liniaritate reprezintă o,14%. Rezultatele numerice ale programului TRAMAG 11 indică valoarea lui k_{max} la I_p = 6ooo A , în mod identic ca în cazul programului TRAMAG 03. Diferenţele se manifestă numai la valori ale măsurandului mai mici de 400 A.

Fenomenul de îmbătrînire al fierului poate fi luat în considerare de realizatorii sensorului de curent propus. Fie se face o îmbătrînire forţată a circuitului feromagnetic, fie se ţine cont de erorile cauzate de acest fenomen.

In orice caz, <u>influenţa fenomenului de îmbătrînire asupra calităţii sensorului de curent este foarte mică.</u>

7. - Influenţa cîmpurilor magnetice create de curenţii prin conductoarele vecine celui străbătut de măsurand este concretizată prin eroarea $\varepsilon_{mg.ji}$. Ea este determinată prin programul INCØVEC 2 pentru cazurile enumţate la începutul paragrafului şi la cele i = 4 valori ale măsurandului.

Rezultatele numerice, în ambele variante, indică cea mai defavorabilă situaţie pentru I_p = 3000 A.Pentru această valoare a măsurandului rezultatele numerice ale programului INCØVEC 2 sînt sintetizate în fig.3.15 pentru prima variantă şi în fig.3.16 pentru cea de a doua variantă.

Se notează cu ε'_{mg2}= 3% şi ε'_{mg3} = 10 % valorile indicate în [23] pentru cele două cazuri din prima variantă iar cu ε_{mg2} şi ε_{mg3} calculate numeric prin program. Din fig.3.15 , curba erorii, se observă că

$$0{,}716\ \% = \varepsilon_{mg2} < \frac{1}{4}\cdot\varepsilon'_{mg2} = 0{,}75\ \%$$

$$2{,}317\ \% = \varepsilon_{mg3} < \frac{1}{4}\cdot\varepsilon'_{mg3} = 2{,}5\ \%$$

Pe baza celor de mai sus se poate trage concluzia că sensorul de curent propus de autor este mult mai avantajos decît sensorul cu solenoid masiv. Erorile ce afectează măsurarea curentului în cele două cazuri de avarie a reţelei de transport a energiei sînt mult mai mici, deoarece, circuitul feromagnetic ecranează practic cîmpul creat în sensor faţă de cîmpurile magnetice parazite.

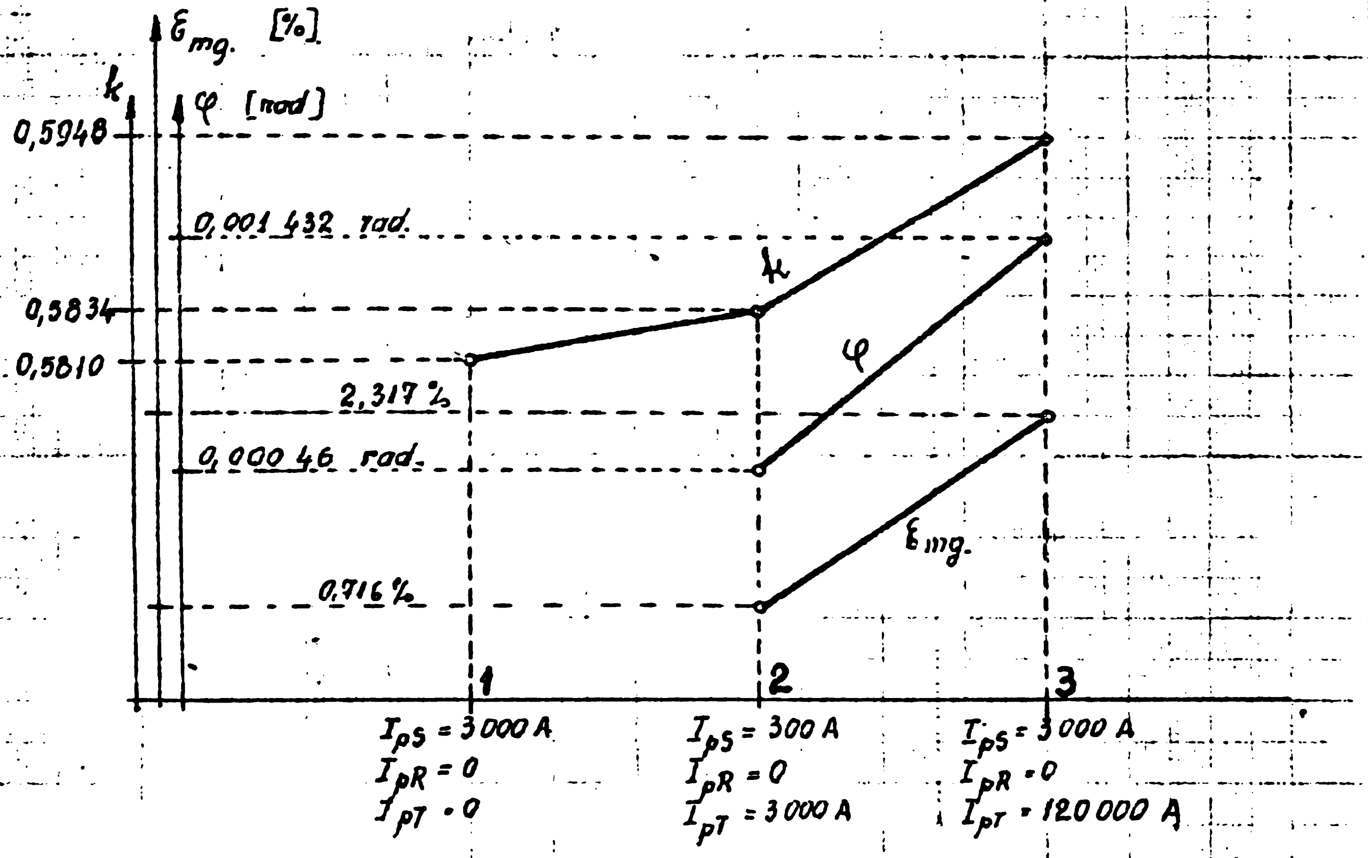


Fig. 3.15. Influenţa cîmpurilor magnetice create de curenţii din conductoarele vecine celui străbătut de măsurand în Varianta 1. $d_{R-S} = d_{T-S} = 7$ m.

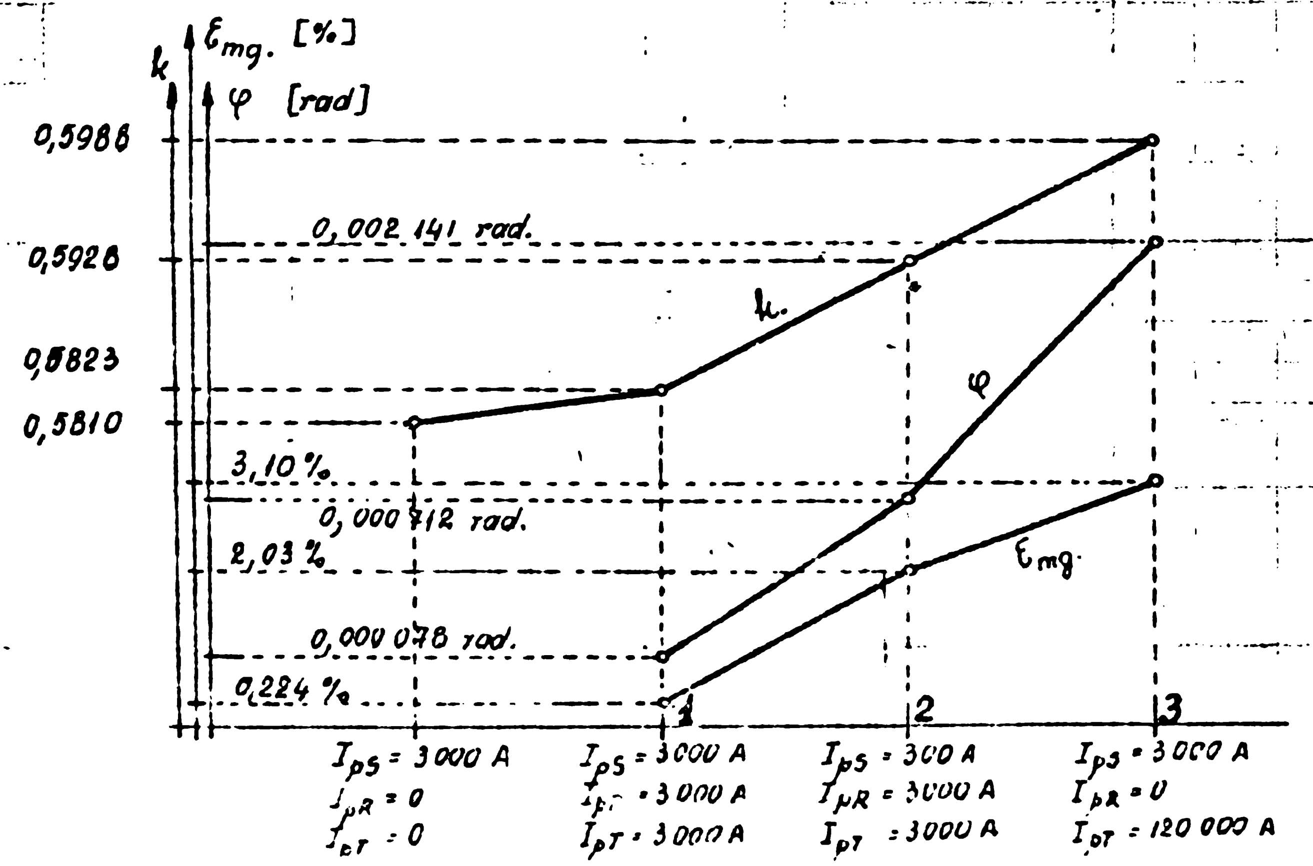


Fig. 3.15. Influenţa cîmpur[illegible] magnetice create de curenţi din [illegible] celui [illegible] măsurand în [illegible] 2. [illegible] = 4,4 m.

In fig.3.16, pentru o stație normală de 220 kV, s-au considerat două cazuri de avarie: cazul funcționării în nesimetrie simplă (cazul 2) și cazul cu un conductor normal, unul în gol și unul în scurtcircuit. (cazul 3). Cazul 3 de avarie este cel mai dezavantajos și poate apare foarte rar în funcționarea rețelei de transport a energiei. Chiar în acest caz, eroarea nu depășește 3,1%. Pentru o stație de 400 kV unde conductoarele echivalente învecinate celui străbătut de măsurand sînt distanțate la mai mult de 6 m, eroarea maximă se micșorează.

Pe lîngă cele două cazuri de avarie, autorul prezintă rezultatele numerice și pentru funcționarea rețelei în regim normal de simetrie trifazate. Asupra erorii $\varepsilon_{mg.1}$ din acest caz literatura de specialitate nu face nici o referire. Din fig.3.16. se vede că eroarea $\varepsilon_{mg.1}$ = 0,224% este foarte mică și defazajul introdus, φ= 0,000078 rad. este extrem de mic. De eroarea $\varepsilon_{mg.1}$ se poate ține cont în etalonarea transformatorului magnetooptic de curent iar defazajul φ introdus este complet neglijabil față de valoarea unghiului de rotație magnetică.

In concluzie, <u>sensorul de curent propus de autor permite determinarea valorii măsurandului chiar și în regim de avarii cu erori acceptabile.</u>

Toate considerațiile și concluziile de mai sus s-au referit la sensorul de curent preconizat a fi utilizat în stațiile de 220 kV, unde transportul energiei pe o fază se face cu un singur conductor. Pentru o stație de 400 kV, transportul energiei echivalente se face cu un conductor echivalent, ca în fig.3.6.

7. - Rezolvarea numerică a problemei de cîmp la un sensor de curent preconizat a fi utilizat în stațiile de 400 kV conduce la următoarele rezultate :

I_p = 50 - 20000 A ; k_{med} = 0,5463 ; γ_{lin}=4,159 %

I_p = 400-20000 A ; k_{med} =0,5487 ; γ_{lin} =1,136%

I_p = 400 - 2000 A ; k_{med} = 0,5416 ; γ_{lin} =0,830%

I_p =800 - 2000 A ; k_{med} = 0,5438 ; γ_{lin} =0,482 %

Eroarea de liniearitate mare, chiar la un interval restrîns de măsurare, este cauzată de apropierea conductoarelor de fier. La valori ale măsurandului $I_p > 6000$ A, datorită inducţiei de saturaţie în elementele din fier vecine conductoarelor, factorul de transformare are variaţii accesntuate. Deci, eroarea de neliniaritate mare la intervalul de măsurare 5o A - 20000A se datorează în special valorilor mari ale măsurandului.

Se poate afirma, în concluzie, că sensorul de curent propus de autor asigură liniaritate acceptabilă la 400 kV numai pe intervale restrînse de măsurare.

CAPITOLUL 4

INCERCARI EXPERIMENTALE

4.1. DETERMINAREA FACTORULUI DE TRANSFORMARE

Pentru experimentări s-a construit un circuit feromagnetic toroidal, cu întrefier mare cu următoarele dimensiuni :

- raza interioară R_i = 0,125 m
- raza exterioară R_e = 0,175 m
- lungimea întrefierului δ = 0,130 m

Valorile de mai sus corespund la varianta de cîmp rezolvată numeric cu programul TRAMAG 03.

Pentru măsurarea diferenţei de potenţial magnetic U_{mmYAB} s-a folosit o metodă de comparare; indicatorul de nul este un galvanometru vibrator acordat pe 50 Hz şi cu sensibilitate de 0,3 microvolt/mm. Montajul este indicat în fig.4.1. Bobina de măsură folosită este realizată pe un suport cilindric cu lungimea de 0,1 m şi diametrul de 0,0122 m. Bobinajul s-a executat cu sîrmă de diametru 0,05 mm pe lungimea L = 0,08 m, simetric distanţat de capetele suportului.

Inductivitatea mutuală M_2 este realizată cu bobinajul secundar plasat pe un suport rigid de material izolant iar bobinajul primar este chiar conductorul parcurs de curentul mare I. Reglarea acestuia se face cu autotransformatorul ATR-8 alimentat de la reţeaua urbană monofazată. Instalaţia de măsurat curentul I este constituită din transformatorul de curent TC şi ampermetrul electrodinamic de precizie instrumentală 0,2%. Rezistorii R_1 şi R_2 sînt reglabili în 6 decade cu valorile cunoscute cu precizia de 0,1%. Condensatorul C este reglabil în 4 decade cu treapta cea mai mică de 1 nF iar în gama picofarazilor este reglabil continuu cu valori deduse din curba de etalonare. Valorile capacităţii electrice sînt cunoscute cu precizia de 1 %.

Pentru măsurarea inducţiei în zone diferite ale circuitului feromagnetic s-au montat pe acesta trei bobine de măsură B_1, B_2, B_3, poziţionate ca în fig.4.1. Tensiunile induse sînt măsurate cu voltmetrele numerice V_1,V_2,V_3,

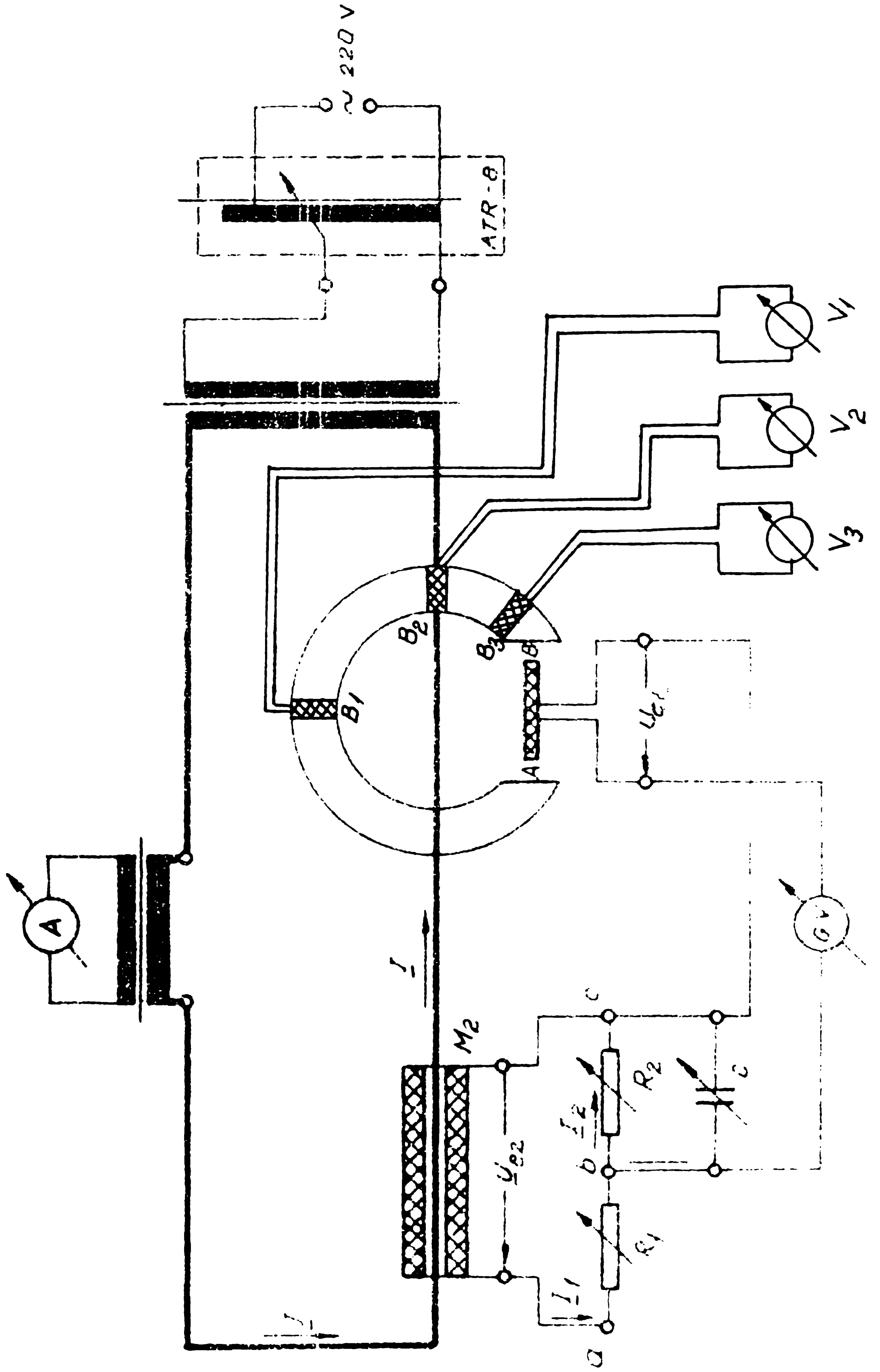


Fig. 4.1. Determinarea experimentală a factorului de transformare, liniarității și inducției în circuitul feromagnetic.

de tip DIGITAL,MULTIMETER E0302 ;

Inductivitatea mutuală M_2 este cu miez de aer; neglijînd rezistenţa conductorului de bobinaj şi reactanţa sa la frecvenţa industrială, se pot scrie relaţiile :

$$\underline{U}_{e2} = -j\omega M_2 \underline{I} \tag{4.1}$$

$$\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{e2} \cdot \frac{\underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ac}} \tag{4.2}$$

$$\underline{U}_{bc} = -j\omega M_2 \underline{I} \cdot \frac{R_2(R_1+R_2)-j\omega C R_1 R_2^2}{(R_1+R_2)^2+(\omega C R_1 R_2)^2} \tag{4.3}$$

In întrefierul circuitului feromagnetic toroidal inducţia nu este constantă de-a lungul întregii bobine delimitate de AB = 0,08 m. Se consideră sistemul de coordonate cartezian cu centrul în centrul secţiunii transversale de simetrie a torului şi cu axa OY paralelă cu axa longitudinală a bobinei de măsură (paralelă cu dreapta ce trece prin centrele tălpilor polare). Pe lungimea infinitezimală dY din bobină se poate scrie

$$d\underline{\Psi} = \mu_0 \cdot \underline{H}_Y \cdot \frac{NS}{L} \cdot dY \tag{4.4}$$

unde: - $\underline{H}_Y$ este componenta intensităţii cîmpului magnetic local după axa OY,

- NS reprezintă constanta bobinei de măsurat şi
- L = 0,08 m este lungimea AB a bobinajului

Inlănţuirea magnetică totală prin bobina de măsurat este

$$\underline{\Psi} = \mu_0 \cdot NS \frac{1}{L} \cdot \int_A^B \underline{H}_Y \cdot dY \tag{4.5}$$

iar tensiunea indusă la bornele sale este

$$\underline{U}_{e1} = -j\omega\mu_0 \cdot \frac{NS}{L} \cdot \int_A^B \underline{H}_Y dY \tag{4.6}$$

La indicaţia minimă a galvanometrului vibrator se obţine

$$\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{el} \qquad (4.7)$$

Rezultă

$$-j\omega M_2\underline{I}\cdot\frac{R_2(R_1+R_2)-j\omega C\cdot R_1R_2^2}{(R_1+R_2)^2+(\omega CR_1R_2)^2} =$$

$$= -j\omega\mu_0\frac{NS}{L}\cdot\int_A^B \underline{H}_Y dY \qquad (4.8)$$

cu $\displaystyle\int_A^B \underline{H}_Y dY = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot e^{-j\delta_{fe}}\cdot\int_A^B H_{mY}\cdot dY =$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot e^{-j\delta_{fe}}\cdot U_{mmYAB} \qquad (4.9)$$

δ_{fe} este defazajul introdus de circuitul feromagnetic, prin pierderile sale, între curentul de magnetizare $\underline{I}$ şi inducţia $\underline{B}_Y$. Ţinînd cont că

$$e^{-j\delta_{fe}} = \cos\delta_{fe} - j\sin\delta_{fe} \qquad (4.10)$$

şi că direcţia lui I în planul complex este luată ca referinţă, relaţia (4.8) devine:

$$\frac{M_2IR_2(R_1+R_2)}{(R_1+R_2)^2+(\omega CR_1R_2)^2} = \mu_0\frac{NS}{L}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot U_{mmYAB}\cdot\cos\delta_{fe} \qquad (4.11)$$

$$\frac{M_2IR_2\omega CR_1R_2}{(R_1+R_2)^2+(\omega CR_1R_2)^2} = \mu_0\frac{NS}{L}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot U_{mmYAB}\cdot\sin\delta_{fe} \qquad (4.12)$$

Prin împărţirea relaţiei (4.12) cu relaţia (4.11) membru cu membru rezultă :

$$\frac{\sin\delta_{fe}}{\cos\delta_{fe}} = \mathrm{tg}\,\delta_{fe} = \frac{\omega CR_1R_2}{R_1+R_2} \qquad (4.13)$$

Exprimînd

$$\cos \delta_{fe} = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2 \delta_{fe}}}$$

şi ţinînd cont de (4.13) relaţia (4.11) devine

$$M_2 . I . \frac{R_2}{R_1+R_2} . \frac{1}{1 + tg^2 \delta_{fe}} = \mu_o . NS . \frac{1}{L} . \frac{1}{\sqrt{2}} . U_{mmYAB} . \frac{1}{\sqrt{1+tg^2 \delta_{fe}}}$$

Rezultă

$$U_{mmYAB} = \frac{M_2 . I . \sqrt{2} . L}{\mu_o NS} . \frac{R_2}{R_1 + R_2} . \frac{1}{\sqrt{1+tg^2 \delta_{fe}}} \qquad (4.14)$$

$$k = \frac{U_{mmYAB}}{I} = \frac{M_2 \sqrt{2} . L}{\mu_o . NS} . \frac{R_2}{R_1+R_2} . \frac{1}{\sqrt{1+tg^2 \delta_{fe}}} \qquad (4.15)$$

Eroarea de determinare a factorului de transformare este

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{M_2} + \varepsilon_L + \varepsilon_{(NS)} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} (\varepsilon_{R_1} + \varepsilon_{R_2}) + \frac{2 tg^2 \delta_{fe}}{1+tg^2 \delta_{fe}} . \varepsilon_{tg} \qquad (4.16)$$

Eroarea de determinare a valorii tg δ_{fe} se calculează ţinînd cont de relaţia (4.13)

$$\varepsilon_{tg} = \varepsilon_C + \frac{R_2}{R_1+R_2} . \varepsilon_{R_1} + \frac{R_1}{R_1+R_2} . \varepsilon_{R_2}$$

Ţinînd cont că $\varepsilon_{R_1} = \varepsilon_{R_2} = \varepsilon_R$

$$\varepsilon_{tg} = \varepsilon_C + \varepsilon_R \qquad (4.17)$$

Constanta NS a bobinei de măsură se determină folosind bobinele lui Helmholtz şi galvanometrul balistic [74]

$$NS = \frac{n . C_{\mu} . \alpha_{ml}}{C_N . \Delta I} \qquad (4.18)$$

$$\varepsilon_{NS} = \varepsilon_n + \varepsilon_{C_{\mu}} + \varepsilon_{\alpha_{ml}} + \varepsilon_{C_N} + \varepsilon_{\Delta I} \qquad (4.19)$$

Constanta magnetică a balistiçului se obţine utilizînd o inductivitate mutuală etalon M_e.

$$C_u = \frac{2.M_e.I}{n . \alpha_m} \tag{4.20}$$

$$\varepsilon_{C_u} = \varepsilon_{M_e} + \varepsilon_I + \varepsilon_n + \varepsilon_{\alpha_m} \tag{4.21}$$

Valoarea inductivităţii mutuale M_2 se determină prin comparaţie cu inductivitatea mutuală M_e.

$$M_e = \frac{C_u.n_1.\alpha_{m1}}{2.I_1}$$

$$M_2 = \frac{C_u. n .\alpha_m}{2.I}$$

$$M_2 = M_e . \frac{n}{n_1} . \frac{\alpha_m}{\alpha_{m1}} . \frac{I_1}{I} \tag{4.22}$$

$$\varepsilon_{M_2} = \varepsilon_{M_e} + \varepsilon_n + \varepsilon_{n_1} + \varepsilon_{\alpha_m} + \varepsilon_{\alpha_{m_1}} + \varepsilon_{I_1} + \varepsilon_I \tag{4.23}$$

S-a realizat o bobină de inductivitate mutuală cu primarul realizat din bandă de cupru cu secţiunea de 150 mm^2 şi secundarul cu sîrmă de cupru emailată cu d_{Cu} =0,55 mm. Pentru comparaţie s-a folosit o inductivitate mutuală etalon $M_e = 10^{-2}$ H şi $\varepsilon_{M_e} = 1$ %.

$$M_2 = 10^{-2} . \frac{1}{5} . \frac{156}{200} . \frac{0,5}{5}$$

$$M_2 = 1,46.10^{-4} \text{ H}$$

Măsurarea curentului I_1 s-a făcut cu instrument cu limita maximă a intervalului de măsurare 0,6 A şi precizia instrumentală 0,5 % iar curentul I s-a măsurat cu un instrument cu limită maximă 5A şi precizia instrumentală 0,5 %. S-a folosit un şunt special de precizie cu $\varepsilon_n = 0,1$ %. Rezultă

$$\varepsilon_{M_2} = 2,52 \%$$

La determinarea constantei NS s-a obţinut

$$C_{\mu} = \frac{2{,}10^{-2}{,}1}{1.124} = 1{,}613.10^{-4} \ \text{Wb/dir}$$

cu $\varepsilon_{C_{\mu}} = 1{,}86\ \%$

$$NS = 0{,}2597 \ \text{spm}^2$$

$$\varepsilon_{NS} = 3{,}25\ \%$$

Lungimea bobinei L = 80 mm s.a măsurat cu şublerul

$$\varepsilon_L = \frac{0{,}1}{80}.100 = 0{,}125\ \%$$

Ţinînd cont de măsurătorile făcute, relaţiile (4.15) şi (4.16) devin

$$k = 50{,}614.\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+tg^2\delta_{fe}}} \qquad (4.24)$$

$$\varepsilon_k = 5{,}895.\frac{R_1}{R_1+R_2}.0{,}2 + \frac{2tg^2\delta_{fe}}{1+tg^2\delta_{fe}}.1{,}1 \qquad (4.25)$$

cu $\varepsilon_{tg} = 1 + 0{,}1 = 1{,}1\ \%$

Relaţiile (4.13), (4.24) şi (4.25) se folosesc pentru calculul mărimilor cerute pe baza valorilor rezultate experimental pentru R_1, R_2, C.

Variaţia relativă a factorului de transformare, luînd ca referinţă valoarea obţinută la I = 50 A este

$$\gamma = \frac{\Delta K}{K} = \left(\frac{R_2+r_2}{R_1+R_2+r_2} - \frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\cdot\frac{R_1+R_2}{R_2}$$

$$\gamma = \frac{r_2 R_1}{R_2(R_1+R_2+r_2)} \qquad (4.26)$$

unde r_2 reprezintă variaţia rezistenţei R_2 la $I > 50$ A.

Eroarea de determinare a variaţiei relative a factorului de transformare se calculează cu relaţia

$$\varepsilon_{\gamma} = \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+r_2}\cdot\varepsilon_{r_2} + \frac{R_2+r_2}{R_1+R_2+r_2}\cdot\varepsilon_{R_1} + \frac{R_1+2R_2+r_2}{R_1+R_2+r_2}\cdot\varepsilon_{R_2} \qquad (4.27)$$

Determinarea experimentală a valorii factorului de transformare pentru diferite valori ale curentului I nu s-a putut executa în condiţii similare cu cele existente în staţia electrică de foarte înaltă tensiune. Aceasta datorită lipsei de spaţiu, de conductoare cu secţiune şi lungime mare şi mai ales datorită lipsei unui generator de curenţi mari.

Experimentările cu montajul din fig.4.1 s-au executat realizînd o buclă închisă cu două conductoare paralele, distanţate la 4,4 m unul de celălalt pe lungimea de 18 m. Conductoarele folosite sînt tip funie din aluminiu cu secţiunea de 183 mm^2. Sursa de curent mare a fost realizată cu un transformator special de maxim 1200 alimentat în primar printr-un transformator de la reţeaua monofazată. Din cauza impedanţei mari a conductoarelor din bucla închisă, curentul maxim obţinut este $I_{max} = 600$ A.

Ţinînd cont de cele de mai sus, rezultatele experimentale sintetizate în TABELA 4.1 pentru poziţia centrală a conductorului în interiorul circuitului feromagnetic, nu se pot compara cu cele obţinute prin calcul numeric cu programul TRAMAG 03. Impedimentul îl constitue, existenţa la 4,4 m, a unui al doilea conductor prin care se închide măsurandul la sursă.

Considerînd lungimea de 18 m de paralelism a celor două conductoare ca suficientă pentru definirea lor ca infinit lungi, se poate aproxima cîmpul magnetic creat cu o reţea de elemente finite de aceeaşi structură cu cea din fig.3.7 cu observaţia că

$$I_{pR} = 0 \; ; \; I_{pS} = I \; ; \; I_{pT} = - I \qquad (4.28)$$

$$d_{R-S} = d_{T-S} = 4,4 \text{ m}$$

Calculul numeric al cîmpului magnetic aproximat în modul expus mai sus s-a efectuat cu programul INCOVEC 2, ţinînd cont de condiţia (4.28) şi de valorile măsurandului I_{pS} utilizate în experiment. Valorile rezultate pentru factorul de transformare k sînt date în ultima coloană din TABELA 4.1.

Diferenţa maximă dintre valoarea experimentală a factorului de transformare şi cea calculată numeric prin pro-

TABELA 4.1

i	I_{ef} A	R_1 Ω	R_2 Ω	C nF	δ_{fe} radian	k_{exp}	$k_{c.n.}$
1	50	100000	1156,0	1,860	0,000542	0,578213	0,582203
2	100	100000	1157,6	2,200	0,000790	0,579203	0,582817
3	200	100000	1158,6	2,560	0,000921	0,579697	0,582817
4	300	100000	1159,4	3,470	0,001249	0,580093	0,582819
5	400	100000	1160,1	5,150	0,001854	0,580439	0,582820
6	500	100000	1160,6	7,000	0,002522	0,580786	0,583011
7	600	100000	1161,1	9,187	0,003311	0,580941	0,583597

$\varepsilon_k = 6{,}092\ \%$; $\gamma = 0{,}37\ \%$; $\varepsilon_{\gamma} = 0{,}2\ \%$

$$\left(\frac{k_{c.n.i.} - k_{exp.i}}{k_{exp.i}}\right)_{max} \cdot 100 = 0{,}69\ \%$$

gram apare la valoarea de 50 A a măsurandului; procentual reprezintă

$$\frac{k_{cn} - k_{exp}}{k_{exp}} = 0{,}69\ \% \qquad (4.29)$$

Eroarea de calcul numeric a factorului de transformare este 1,4 % ; ţinînd cont de eroarea de determinare a factorului k se obţine

$$0{,}568811 < k_{cn} < 0{,}596811 \qquad (4.30)$$

$$0{,}517789 < k_{exp} < 0{,}639734$$

Se observă că plaja de definire a valorii adevărate pentru calculul numeric este cuprinsă în plaja de definire pentru experiment.

Determinarea experimentală a factorului de transformare s-a făcut pentru 4 poziţii ale conductorului în interiorul circuitului feromagnetic toroidal cu întrefier mare (fig.4.2).

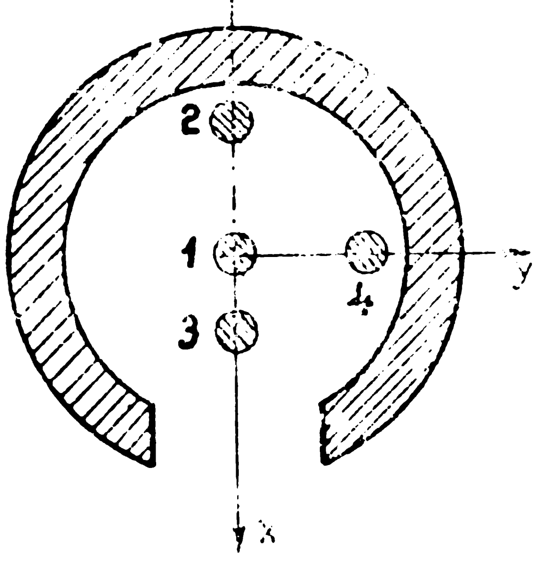


Fig.4.2. Poziţiile conductorului străbătut de măsurand în interiorul circuitului feromagnetic toroidal

1. - Conductorul poziţionat în centrul circuitului feromagnetic

   $d_x = d_y = 0$

2. - Conductorul deplasat spre fier cu $d_x = -0{,}095$ m.

3. - Conductorul deplasat spre întrefier cu $d_x = 0{,}050$ m

4. - Conductorul deplasat spre fier cu $d_y = 0{,}095$ m

Valorile factorului de transformare pentru cele 7 valori ale măsurandului sînt indicate în fig.4.3. Indicele i = 1,2,3,4 indică cazul de poziţionare a conductorului conform celor de mai sus.

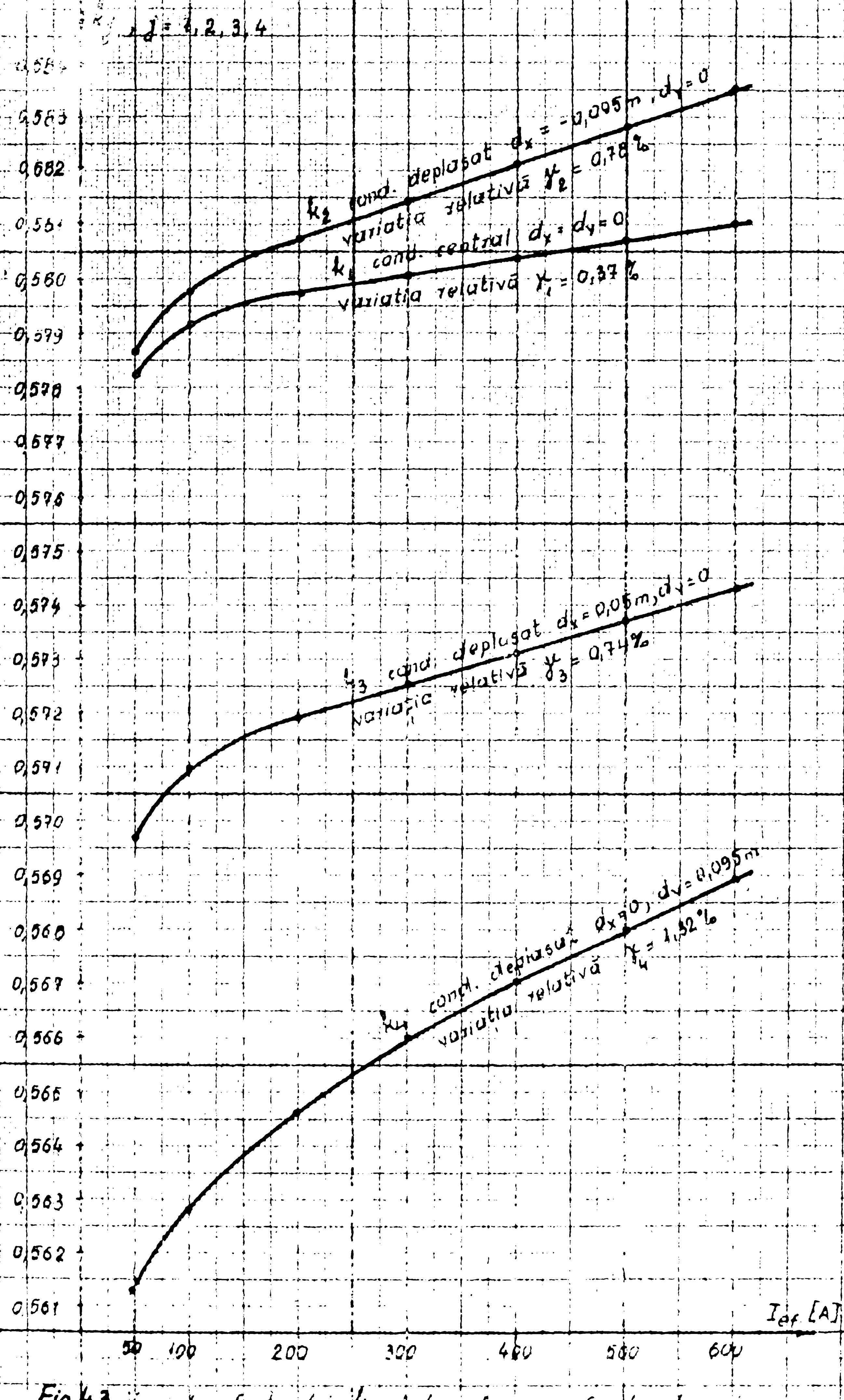


Fig. 4.3. Variaţia factorului k de transformare funcţie de valoarea măsurandului şi poziţia conductorului străbătut de măsurand.

4.2. DETERMINAREA INDUCTIEI MAGNETICE IN DIVERSE SECTIUNI TRANSVERSALE ALE CIRCUITULUI MAGNETIC

Pentru evidenţierea mai clară a fenomenelor magnetice este necesară determinarea valorii inducţiei magnetice în cîteva secţiuni transversale în miezul feromagnetic. Ţinînd cont de poziţiile conductorului şi de faptul că, în trei poziţii, 1,2,3 în fig.4.2, există o simetrie a cîmpului magnetic creat după axa OX , se aleg 3 secţiuni :

- secţiunea transversală obţinută cu un plan perpendicular pe planul XOY şi care conţine axa OX - inducţia B_1;
- secţiunea transversală obţinută cu un plan perpendicular pe planul XOY şi care conţine OY -inducţia B_2 şi
- secţiunea transversală realizată cu un plan perpendicular pe planul XOY şi care conţine o rază vectoare ce trece prin imediata vecinătate a întrefierului - inducţia B_3.

Cele trei secţiuni transversale în miezul feromagnetic sînt indicate în fig.4.1 prin cele trei bobine de măsurat inducţiile B_1, B_2, respectiv B_3. Tensiunile induse în aceste bobine au fost măsurate cu voltmetrele numerice V_1, V_2, V_3 , de tip DIGITAL MULTIMETER E0302 pe domeniile de curent alternativ 0,2 V, 2V şi 20 V.

Constanta (NS) a fiecărei bobine s-a măsurat cu ajutorul Bobinelor Helmholz şi a galvanometrului balistic, după procedeu descris în paragraful anterior. A rezultat

$$
\begin{aligned}
(NS)_1 &= 19{,}365 \quad ; \quad \varepsilon_{NS_1} = 2{,}75\ \% \\
(NS)_2 &= 19{,}23 \quad ; \quad \varepsilon_{NS_2} = 2{,}77\ \% \qquad (4.31) \\
(NS)_3 &= 19{,}55 \quad ; \quad \varepsilon_{NS_3} = 2{,}70\ \%
\end{aligned}
$$

Deoarece măsurandul, în acelaşi timp şi curent de magnetizare, are variaţie sinusoidală în timp, este valabilă relaţia

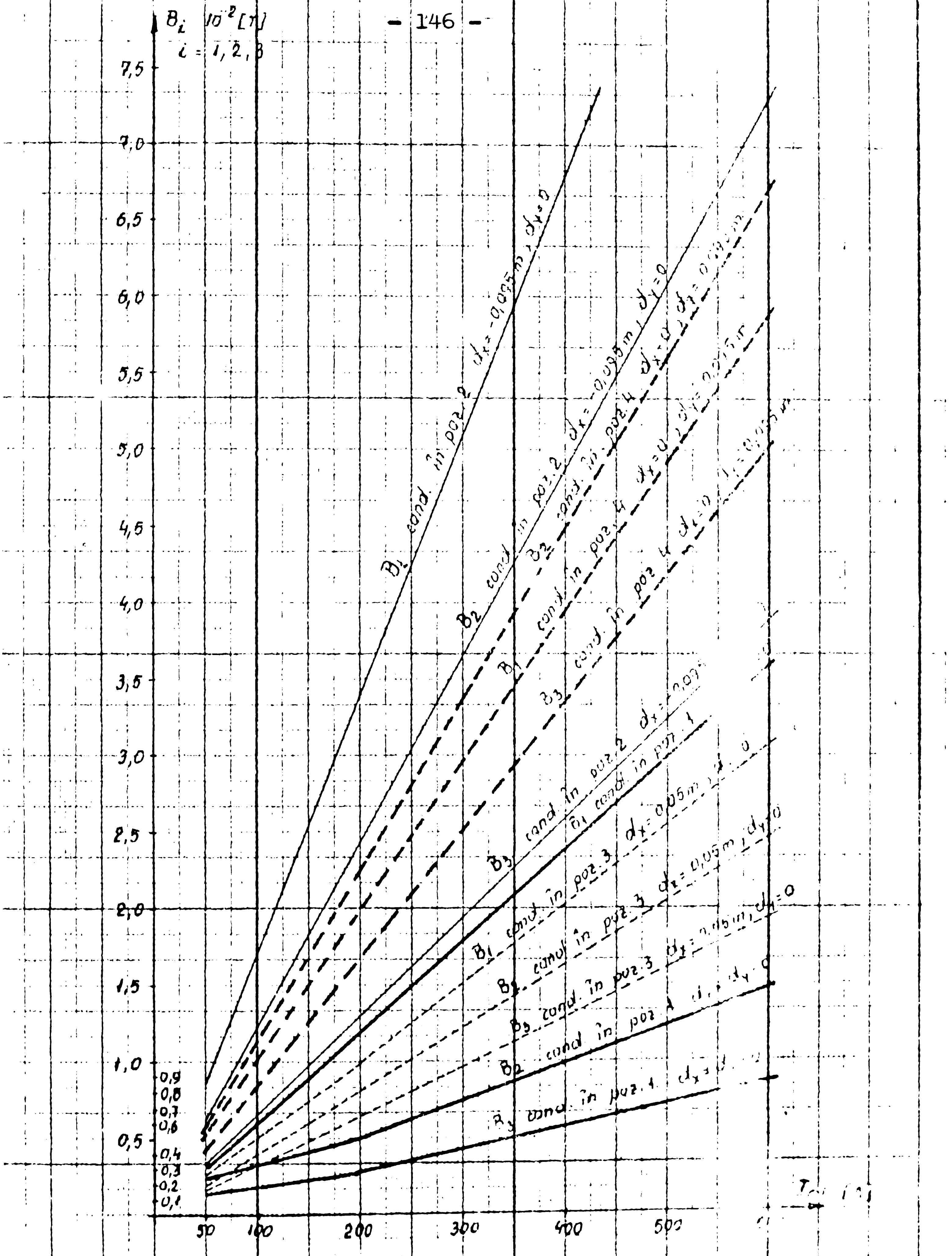


Fig.4.4. Valorile inducţiei magnetice B_1, B_2 şi B_3 în cele 4 cazuri de poziţionare a conductorului şi pentru valori ale măsurandului între 50 A şi 600 A.

$$U_i = 4{,}44.B_i.(NS)_i \tag{4.32}$$

de unde $$B_i = p_i \cdot U_i \tag{4.33}$$

cu $$p_i = \frac{1}{4{,}44.(NS)_i} \tag{4.34}$$

Utilizînd valorile din (4.31) rezultă

$$p_1 = 1{,}163.10^{-2}\ ;\ p_2 = 1{,}171.10^{-2};\ p_3 = 1{,}152.10^{-2} \tag{4.35}$$

Valorile B_i ale inducţiilor magnetice, determinate experimental în cele 4 cazuri de poziţionare a conductorului străbătut de măsurand şi la cele 4 valori ale măsurandului, sînt sintetizate în diagramele din fig.4.4.

Pentru compararea rezultatelor experimentale cu cele calculate numeric prin metoda elementului finit, autorul, pe baza structurii din fig.3.7. şi a secţiunilor transversale prin miezul feromagnetic alese mai sus, calculează inducţiile magnetice în aceste secţiuni astfel :

a. - Secţiunea în care se măsoară B_1 conţine în planul ei axa OX şi întretaie elementele finite cuprinse între razele vectoare α_{15} şi α_{16} şi razele cercurilor $R_6 \div R_{10}$; corespund elementele 73, 74, 75, 76, 77, 78 ,79, 80.

b. - Secţiunea în care se măsoară B_2 conţine în planul ei axa OY şi întretaie elementele finite delimitate de razele vectoare $\alpha_{12} - \alpha_{13}$ şi razele cercurilor $R_6 \div R_{10}$; corespund elementele 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55 şi 56.

c. - Secţiunea în care se măsoară B_3 corespunde întretăierii elementelor formate între razele vectoare α_8 şi α_9 şi cercurilor $R_6 \div R_{10}$; corespund elementele 17,18,19,20,21,22,23 şi 24.

d. - Porţiunile din secţiunea transversală, delimitate de elementele finite grupate ca mai sus, au ca lăţime valorile ℓ_i, i = 1,...8 obţinute prin intersecţia razelor vectoare de distanţă unghiulară respectivă

α_{B_1} = 3,141592 rad.

α_{B_2} = 1,570796 rad.

α_{B_3} = 0,598787 rad.

cu elementele grupate la punctele a,b,c, Lungimea acestor porţiuni este constantă, t.

e. - Valoarea medie a inducţiei în secţiunea respectivă j', B_j' se calculează cu relaţia

$$B_j = \frac{\sum_{i=1}^{8} l_{ij}\cdot t\cdot B_{ij}'}{\sum_{i=1}^{8} l_{ij}\cdot t} = \frac{\sum_{i=1}^{8} l_{ij}\cdot B_{ij}'}{\sum_{i=1}^{8} l_{ij}} \qquad (4.36)$$

In relaţia (4.36) cu B_{ij}' s-au notat valorile inducţiilor magnetice în cele 8 elemente intersectate de secţiunea în care se calculează B_j', cu j = 1,2,3.

Programului INCOVEC 2, pe lîngă reprezentarea structurii reţelei de elemente, ce aproximează cîmpul din experiment, i s-au furnizat elementele şi razele vectoare de intersecţie cu ele prin tablourile, respectiv, următoarele variabile:

SEC 1 (8)
SEC 2 (8)
SEC 3 (8)
ALFA B1
ALFA B2
ALFA B3

Valorile inducţiilor B_j' calculate numeric pentru densităţile maxime de curent corespunzătoare măsuranzilor 50 $\sqrt{2}$ A, 200 $\sqrt{2}$ A, 400 $\sqrt{2}$A şi 600 $\sqrt{2}$ A sînt indicate în graficul din fig.4.6.

4.3. INTERPRETAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE

Studiul atent al graficelor din fig.4.3, 4.4, 4.5 şi a rezultatelor din TABELA 4.1 permite stabilirea următoarelor consideraţii

1. - Valoarea cea mai mare a factorului de transformare al senzorului se obţine pentru poziţia 2 fig.4.2.a conductorului străbătut de măsurand, iar

valoarea cea mai mică - în poziția 4.

2. - Eroarea relativă de variație a factorului de transformare cu valoarea măsurandului are valoarea cea mai mică în cazul poziției centrale a conductorului.

Se notează cu

B_{11} = valoarea inducției B_1, în cazul poziției centrale a conductorului străbătut de măsurand (fig.4.2 poz.1),

B_{12} = valoarea inducției B_1 în cazul conductorului străbătut de măsurand deplasat lîngă fier cu d_x = - 0,095 m, d_y= 0 - poz.2, fig.4.2,

B_{sat}= valoarea inducției la cotul de saturație din curba fundamentală de magnetizare a materialului feromagnetic folosit.

3. - Considerînd dependenta $B_1 = f(I_{ef})$ liniară pînă la B_{sat} se observă că

$$B_{12} = B_{sat} = 0{,}55 \text{ T la } I_p = I_{ef}\cdot\sqrt{2} = 4500 \text{ A}$$

$$B_{11} = B_{sat} = 0{,}55 \text{ T la } I_p = I_{ef}\cdot\sqrt{2} = 11400 \text{ A}$$

La valori ale măsurandului $I_p > 4500$ A, circuitul feromagnetic, pe porțiuni din ce în ce mai mari, va funcționa în zona de saturație a curbei fundamentală de magnetizare. Această zonă este puternic neliniară și variațiile factorului de transformare k_2, pînă la I_p = 20000, vor fi mult mai pronunțate decît variațiile factorului k_1.

4. - Poziția 4 fig.4.2 este cel mai defavorabil caz de poziționare a conductorului străbătut de măsurand. Valoarea factorului de transformare k_4 prezintă o micșorare accentuată comparativ cu k_1, $k_4 \ll k_1$, iar eroarea relativă de variație a sa cu măsurandul crește pronunțat.

Aceasta se datorește nesimetriei cîmpului magnetic creat față de axa OX, în special în zona întrefierului.

Din fig.4.4 se observă că saturația se atinge în secțiunea 2 la o valoare a măsurandului

$$I_p = \sqrt{2}.I_{ef} = 7000\ A$$

Pentru $I_p > 7000$ A porțiunea de circuit feromagnetic de lîngă conductorul străbătut de măsurand va lucra în zona puternic neliniară, a saturației, din curba fundamentală de magnetizare, iar porțiunea diametral opusă - în zona liniară. De aici, variații și mai pronunțate ale factorului de transformare și deci liniaritate foarte proastă a sensorului de curent.

5. - Folosind curbele din fig.4.3 se pot trasa curbele γ și k în funcție de poziția conductorului, k se consideră pentru valoarea efectivă a măsurandului I_{ef} = 500 A.

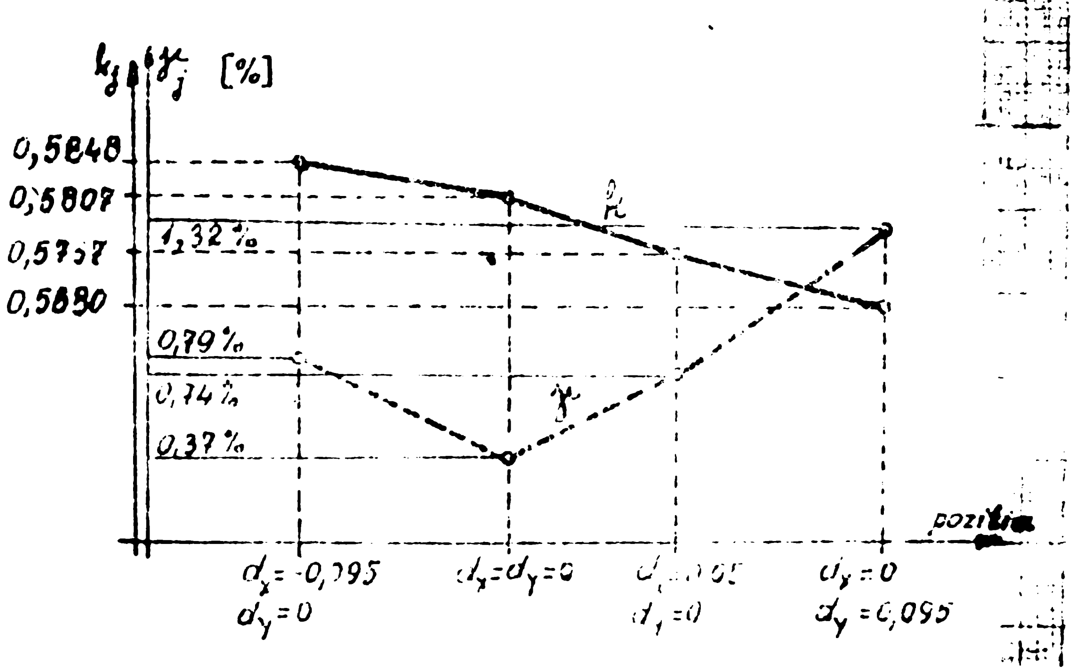


Fig.4.5. Variația factorului de transformare k și a variației sale relative cu valoarea măsurandului.

Variația relativă a factorului de transformare este cu atît mai mică cu cît poziția conductorului străbătut de măsurand este mai apropiată de centrul secţiunii mediane prin circuitul feromagnetic. Valoarea minimă se obţine pentru poziţia centrală.

Comparînd graficele din fig.4.5 cu cele din fig.3.13 se observă că valorile sînt altele şi în fig.4.5, $k_2 > k_1$. Deosebirea valorică este evidenţiată deoarece graficele se referă la alte mărimi. Ţinînd cont, însă, de cele stabilite la punctul 2 prezentul paragraf, la o variaţie a măsurandului între 5o şi 20000 A, k_{med} experimental poate ajunge să fie mai mic în poziţia 2 faţă de cel din poziţia 1.

Faptul că, la $I_{ef} = 500$ A, $k_2 > k_1$, corespunde şi cu rezultatele numerice ale programului TRAMAG 09.

Pentru celelalte două poziţii ,

$$k_3 < k_1 \ ; \ k_4 < k_1$$

$$\gamma_3 > \gamma_1 \ ; \ \gamma_4 > \gamma_1$$

Deci, din punct de vedere fenomenologic, graficele din cele două figuri corespund.

6. - Pentru poziţia centrală a conductorului străbătut de măsurand, se reprezi tă în fig.4.6 dependenţele $B_j = f(I_{ef})$ şi $B_j' = f(I_{ef})$ cu $j = 1,2,3$.

Graficele arată că inducţiile B_j şi B_j' în cele trei secţiuni considerate sînt practic egale. Erorile sînt sub 1 % din valoarea experimentală.

7. - Prin compararea valorilor pe linie din ultimele două coloane din TABELA 4.1. se constată că cea mai mare diferenţă între valorile rezultate experimental, $k_{exp.i}$ şi valorile rezultate din programul de calcul numeirc - $k_{cn.i}$ - apare la $I_{ef} = 50$ A. Ea reprezintă 0,69 % din valoarea experimentală.

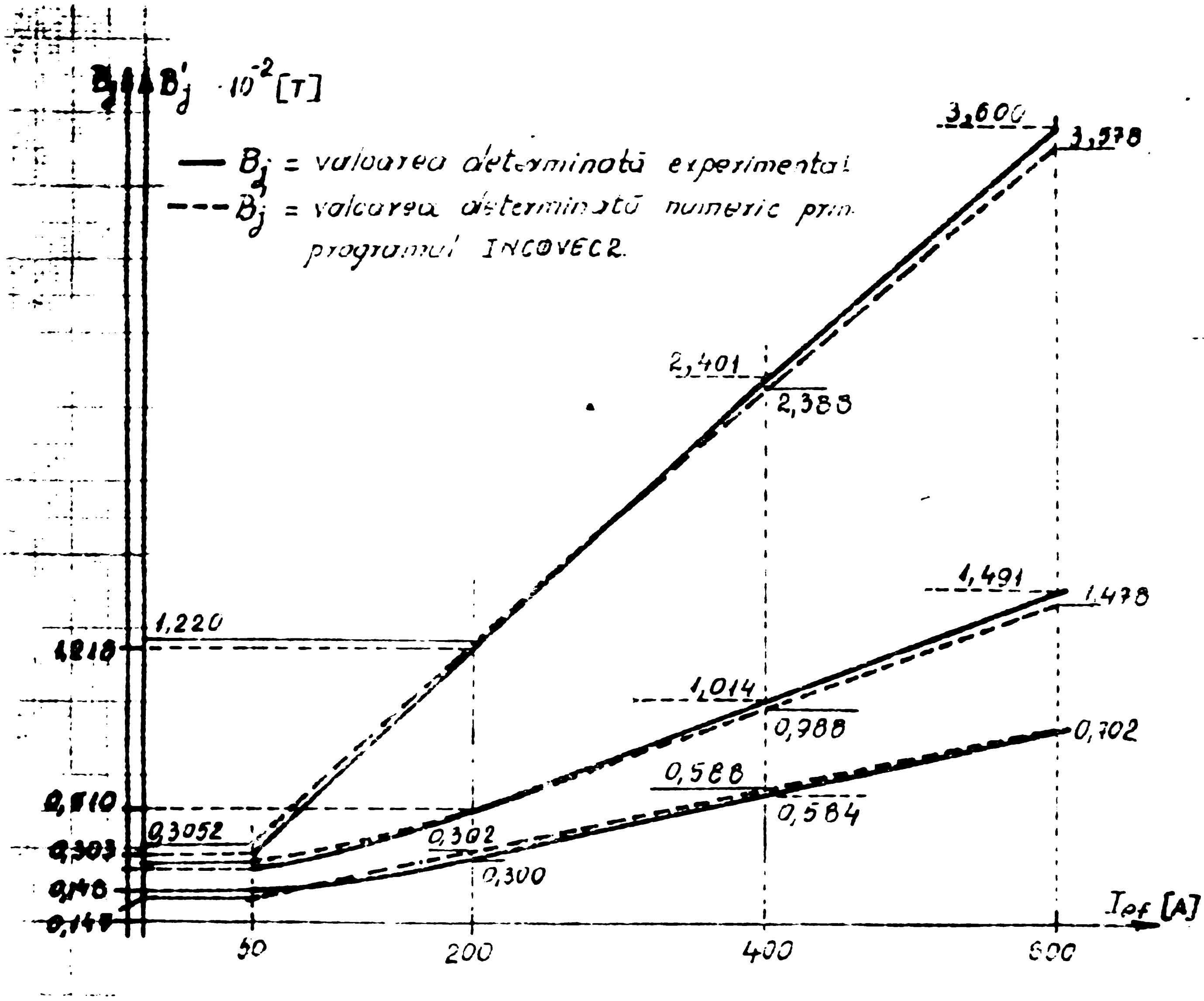


Fig.4.6. Referitor la compararea inducţiei B_j determinată experimental cu cea calculată numeric prin program - B_j'.

Variaţia relativă a factorului de transformare cu valoarea măsurandului este mică.

Interpretarea rezultatelor experimentale şi comparaţia lor cu cele obţinute în urma calculului numeric al cîmpului magnetic conduce la două concluzii importante :

A. Poziţia centrală a conductorului străbătut de măsurand în interiorul circuitului feromagnetic constituie varianta cea mai bună pentru senzorul de curent. Se asigură liniaritatea cea mai bună a senzorului. Valoarea factorului de transformare este ceva mai mică decît cea obţinută în poziţia 2 fig.4.2, $k_2 > k_1$, în schimb liniaritatea este aproape de două ori mai bună $-\gamma_2 \gg \gamma_1$.

B. Prin diferența mică, sub 1 %, dintre rezultatele experimentale și cele calculate numeric prin program, confirmă justetea metodei elementului finit de calcul numeric a cîmpului, și aproximarea corectă a acestuia prin rețeaua, respectiv rețelele, de elemente finite.

CAPITOLUL 5

CONCLUZII, CONTRIBUTII, PERSPECTIVE

CONCLUZII

Sensorul de curent cu circuit feromagnetic toroidal cu întrefier mare a fost analizat funcţional, atît teoretic prin calculul numeric al cîmpului magnetic creat, cît şi experimental. Pe baza consideraţiilor teoretice din cap.2, a rezultatelor numerice prelucrate în cap.3 cît şi a experimentului, se pot concluziona următoarele :

1. - Traductorul magneto-optic de curent, folosind sensorul propus de autor nu este afectat de erori suplimentare datorate vibraţiilor mecanice. Oricît de mare este valoarea măsurandului, nu apar forţe electro sau magneto dinamice capabile a afecta stabilitatea mecanică a sistemului magneto-optic de conversie.

2. - Implementarea traductorului primar în partea situat la înaltă şi foarte înaltă tensiune din celula de măsura curentul nu necesită segmentarea liniei de transport a energiei.

3. - Pentru obţinerea unei bune liniarităţi a sensorului de curent este necesar a se lua măsuri constructive de rigidizare a poziţiei centrale a conductorului străbătut de măsurand în interiorul circuitului feromagnetic.Deplasările accidentale ale conductorului se asigură astfel l valori mici şi deci, creşterile erorii de sensibilitate sau modificările valorice ale factorului de transformar sînt neesenţiale.

4. - Dimensiunile optime ale circuitului feromagnetic se aleg în funcţie de limitele intervalului de măsurare a curentului şi de condiţiile de urmărire a proceselor tranzitorii din cazurile de avarie.

Liniaritatea mai bună de o,5 % pentru intervalul de măsurare 5o A - 4ooo A şi mai bună de 1% pe inte valul de măsurare 5o A - 2oooo A se obţine cu un circuit feromagnetic de dimensiuni

R_i = o,o8 m , R_e = o,16o m, = o,13o m,

şi cu conductorul străbătut de măsurand poziţionat în axa longitudinală a circuitului feromagnetic toroidal.

Pe intervalul 4oo A - 4ooo A , liniaritatea senzorului de curent utilizat la 22o kV este aceeaşi cu a sensorului tip solenoid, o,2 %.

5. - Variaţia temperaturii mediului ambiant şi înrăutăţirea proprietăţilor magnetice în timp nu afectează esenţial erorile traductorului magneto-optic de curent. Variaţiile factorului de transformare ale sensorului sînt sub o,1 % iar înrăutăţirea linearităţii , sub o,15 %.

6. - Influenţa cîmpurilor magnetice parazite asupra traductorului primar de curent este de 4 ori mai mică, faţă de cazul utilizării sensorului tip solenoid masiv. In cazul sistemului trifazat simetric de transport a energiei electrice, variaţia factorului de transformare este sub o,25 % şi se poate ţine cont de ea în etalonarea transformatorului magneto-optic de curent.

In regimul de avarie cel mai greu - o fază în gol , una în scurtcircuit şi una normală- eroarea datorată cîmpurilor magnetice parazite este 3,1%.

Deci, sensorul de curent propus de autor asigură urmărirea proceselor tranzitorii în regim de avarie cu o eroare destul de mică.

7. - In cazul staţiei cu U 220 kV, liniaritatea sensorului de curent este mai slabă, chiar pe intervale de măsurare restrînse.(ξ_{lin} = o,482 %, I_p = 8oo A-2ooo A). Aceasta se datoreşte conductorului echivalent cu diametru mărit pentru micşorarea efectului Corona. Celelalte proprietăţi enunţate cu privire la influenţa variaţiei temperaturii mediului ambiant a înrăutăţirii proprietăţilor magnetice în timp, a eliminării erorilor datorate vibraţiilor mecanice şi micşorării accentuate a erorilor datorate cîmpurilor magnetice parazite rămîn valabile şi

în cazul sensorului de curent la tensiuni ale reţelei mai mari de 220 kV.

8. - Forma constructivă a sensorului de curent cu circuit feromagnetic cu întrefier mare, afectează transformatorul magneto-optic de curent cu un preţ mult mai scăzut decît sensorul tip solenoid. Aceasta se datorește în primul rînd materialului folosit - tablă fier-siliciu în loc de cupru - şi în al doilea rînd operaţiunilor mai puţine de asamblare , rigidizare şi implementare în celula de măsurat.

CONTRIBUTII

Contribuţia esenţială o constitue însăşi sensorul de curent propus. El constitue obiectul revendicării nr.1 din brevetul de invenţie nr.66109/22.07.76 CNST - OSIT - BUCURESTI-ROMANIA.

Sensorul propus de autor este utilizat în prototipurile de transformator magneto-optic de curent realizate în cadrul cercetării contractuale, beneficiar ICEMENERG Bucureşti.[18 , 31, 32, 34]

Rezolvarea numerică a problemei de cîmp pentru sensorul de curent cu circuit feromagnetic conţine contribuţii originale ale autorului privind dezvoltarea metodei elementului finit aplicată în medii izotrope, neomogene şi neliniare. Cele mai importante sînt :

1. - Tratarea neliniarităţii mediului feromagnetic prin aproximarea curbei reale $\mu_r = f(B)$ cu segmente şi arc de cerc, ţinînd cont şi de primul cot al curbei fundamentale de magnetizare. Concepţia algoritmului iterativ de neliniaritate şi procedeul de mărire a convergenţei procesului iterativ.

2. - Algoritmul de calcul al erorii datorate cîmpurilor magnetice create de curenţii din conductoarele vecine celui străbătut de măsurand, considerînd densităţile de curent ca mărimi complexe.

3. - Realizarea reţelei de elemente finite pentru aproximarea cît mai corectă a cîmpului real astfel încît să fie îndeplinite toate condiţiile de realizare a unui

sistem mare de ecuaţii cu erori minime de rezolvare.

4. - Programele principale TRAMAG şi INCØVEC2, subrutinele EQMMBSR, FEK (AMIU, B, PER, KTP) şi în special RESISTEM şi RESISTCM.

Programul principal TRAMAG cu subrutina EQMMBSR pot fi utilizate pentru rezolvarea numerică a oricărei problemă de cîmp în medii izotrope, neomogene şi neliniare, caracterizat prin ecuaţia lui Poisson.

Subrutinele RESISTFM şi RESISTCH constituesc concomitent contribuţii ale autorului la îmbogăţirea bibliotecii de programe pentru calculatorul FELIX C 256. Ele permit rezolvarea sistemelor mari de ecuaţii cu matrice bandă simetrică ale cărei coeficienţi sînt repartizaţi pe mai multe module de 64 kilooceteţi.

PERSPECTIVE

Pentru aproximare cît mai corectă a cîmpului magnetic real, şi cuprinderea cît mai fidelă a proceselor fizice, metoda elementului finit aplicată aici poate căpăta două direcţii de dezvoltare :

A. - Realizarea unei reţele de elemente finite spaţiale şi asamblarea problemei de minim a funcţionalei pe domeniul întreg spaţial, judicios ales.

B. - Utilizarea unei alte funcţionale, care să ţină cont de pierderile în fier şi deci de defazajul introdus de acestea între $\underline{H}_y$ şi $\underline{I}_p$.

Incercările făcute pe plan mondial în aceste direcţii sînt ultrasecrete, iar cele publicate sînt modeste. Evident, contribuţiile ce s-ar putea aduce ar avea o importanţă deosebită . Rezolvarea numerică a problemei de cîmp, cu considerarea celor două direcţii de dezvoltare, conduce automat la probleme deosebite de programare şi de concepere a unor algoritme de rezolvare de sisteme foarte mari de ecuaţii cu variabilă complexă.

Rezultă de aici o conlucrare strînsă între tehnist, matematician şi programator, deoarece, numai în acest caz se poate rezolva problema în timp util.

Problema de cîmp a sensorului de curent propus ar putea fi rezolvată complet numai dacă se poate defini cu precizie şi banda de frecvenţă în care poate lucra normal.

Tratarea teoretică şi experimentală a autorului nu şi-a propus rezolvarea acestei probleme; de aceea nu s-au făcut nici un fel de afirmaţii cu privire la această problemă, cu toate că, aprecieri, nefundamentate total, s-ar putea face.

B I B L I O G R A F I E

1. KOPECEK J., DVORAK M. Transformatoare de măsură. Traducere din limba cehă, Bucureşti, Editura Tehnică, 1970.

2. HERSCOVICI B. şi alţii. Aparate electrice de înaltă tensiune. Bucureşti, Editura Tehnică, 1978.

3. RZEWUSKI M.N., TARNAWECKY M.Z. Unkonventional methods of current detection and measurement in EHV and UHV transmission systems. IEEE TRANSACTION on INSTRUMENTATION and MEASUREMENT, vol.24, nr.1, march 1975, pg.43-51.

4. DEFECHEREUX J., KIRSCHWINK M. and PETRY H. Mikrowellen Stromwandler für sehr hohe Spannungen.ETZ, vol.24, nr.13, 2B, June 1972, pg.322-324.

5. MULLER W. Tendances de developpement dans la construction des transformateurs de type non classique. AIM Liege, June 1973, pg.179-184.

6. MULLER W. Unkonventionelle Messwandler für Hochstspannungsanlagen.ETZ Heft 6, Bd.93, 1972, pg.362-366.

7. GOLODOLINSKI G.V. ,Primenenie metodî i apparatura dlia izmerenia tohor i napriajenii. ELEKTRICESTVO, nr.4, 1963, pg.68-75.

8. BERNARD G. Etude et realisation d'un transformateur de courant et de tension d'effect magneto-optique utilisable en tres haute tension. THESE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR EN SCIENCES, Grenoble, 1966.

9. AUMONT P., PELLETIER E. Reducteurs de courant magneto-optique à effect Faraday. REVUE GENERALE DE L'ELECTRICITE , tome 80, nr.718, 1971, pg.617-622.

10. PELENC Y. Transoptique - transformateurs de courant pour trés hautes tensions à effet magneto-optique. L'ELECTRICIEN, vol.82, Mar. 1969, pg.63-66.

11. CREPAZ S., MANIGRASSO R. Considerations on frequency modulated electrooptic current transformers. A.I.M., Liege, June 1973, pg.146-153.

12. KIRSCHWINK M. Transformateurs electronique de mesure de courant; rezultats experimentaux . A.I.M., Liège, June 1973, pg.161-169.

13. SARQUIZ PH., SOUILLARD M. Les capteurs de mesures. A.I.M. Liege, June 1973, pg.169-178..

14. ROGERS A.J., Optical technique for measurements of current at high voltage. PROC.INST.ELEC. ENG., vol.12o, nr.2, 1973, pg.261-266.

15. JAECKLIN A.A. Measuring current at extra-high voltage. LASER FOCUS, nr.6, 1970, pg.35-38.

16. LANDSBERG G.S. Optica. Bucureşti, Editura Tehnică, 1958

17. LANDOLF - BURSTEIN. Zahlenwerte und Funktionnen aus Physik,

Chemie, Astronomie, Geophysik, Technik. Berlin, Springer-Verlag, 1960.

18. POP E., CRISAN S. , TANASE M.E. Transformator magneto-optic de curent. Faza 1. PROTOCOL CONTRACT nr.4515-24.III.72 IPT/47854-21.III-72 MEE, beneficiar Ministerul Energiei Electrice, 1972.

19. CRISAN S., TANASE M.E., Determinarea "constantei" Verdét la materiale magneto-optice. VOLUM SELECTIV sesiunea de electronică aplicată, septembrie 1979, Timişoara.

20. ANGOT A. Complemente de matematici. Bucureşti, Editura Tehnică, 1965.

21. BASTIAN P. Der Faraday - Effekt ein neues Stromwandler-prinzip . ELEKTRIE, helf 5, 1974, pg.258-261.

22. PAGE J.L. Application of magneto-optics. IEEE TRANS. on MAGNETICS, MAG-5, 1969, pg.472-481.

23. CARNEL A., GREBILLE B., KAPLAN CH., TEBOUL J. Transformateurs de courant magneto-optique à effet Faraday, astatique. REVUE GENERALE DE L'ELECTRICITE, tome 80, nr.11, 1971,pg.815-826.

24. PAUL G., SCHROTTER H. Messwertübertragung uber grosse Potenţial-unterschliede. ELEKTRIE, feft 7, 1968,pg.261-266.

25. HÉROIN P., BÉNOIST G., DELLAMARE Y. Mesure d'un courant par une ampermétre a effet Faraday. REVUE GENERALE DE L'ELECTRICITE, tome 76, nr.7-8, 1967, pg.1o45-1o54.

26.BONDEAU A., BLANCHARD P., GAUME F. Production d'un champ magnetique de topographie adaptée aux éxpériences de magneto-optique. REVUE GENERALE DE L'ELECTRICITÉ, tome 77, nr.1o, 1968, pg.917-926.

27. TANASE M.E., Bobina masivă solenoidală ca generator de cîmp magnetic controlat în experienţele magneto-optice. Timişoara, VOLUM SELECTIV sesiunea de electrotehnică, 1977.

28. KASIANOV G.P., HOLODENCO Iu. N. Ob optiko elektronom izmerenia toka (napriajenia). PROBLEMI TEHNICESKOI ELEKTRODINAMIKI, 42, 1973, pg.59-62.

29. AFANASIEV V.V., ZUBKOV V.P., KRASTINA A.D. Optiko-elcktronîe transformatori toka. ELEKTRICESTVO, nr.7, 1970,pg.18-24.

3o. JAECKLIN A.A. Labormodel eines magnetooptischen Stromwandlers. ARCHIV für TECHNISCHE MESSEN, nr.428 , sept. 1971,pg.1o7-1o8.

31. POP E., CRISAN S., STOICA V., TANASE M.E., CHIVU M., Cercetări privind utilizarea montajului experimental a unui transformator magneto-optic pentru măsurarea

curenţilor în conductoare la înaltă tensiune. PROTOCOL CONTRACT Nr.77/75 beneficiar. ICEMENERG Bucureşti.

32. POP E., CHIVU M., TANASE M.E., IGNEA A., CRISAN S. Cercetări privind realizarea a trei prototipuri de transformatoare magneto-optice pentru măsurarea curenţilor în conductoarele de înaltă tensiune. PROTOCOL CONTRACT nr.78/76 beneficiar ICEMENERG Bucureşti.

33. POP E., CRISAN S., STOICA V., TANASE M.E., CIMPOMERIU I.G. Transformator magneto-optic de curent. BREVET INVENTIE nr.66109/21.07.1976, CNST-OSIM Bucureşti, România

34. POP E., CRISAN S., TANASE M.E., Transformator magneto-optic de curent. Faza 2 PROTOCOL CONTRACT nr.4515-24.IV.72 IPT/47854-21.III.72 MEE, beneficiar Ministerul Energiei Electrice, 1973.

35. DE SABATA I. Bazele electrotehnicii, Timişoara, Litografia IPTVT , 1974.

36. TIMOTIN A., HORTOPAN V., IFRIM A., PREDA M. Lecţii de bazele electrotehnicii Bucureşti, Editura Didactică şi Pedagogică, 1970.

37. RADULET R. Bazele electrotehnicii. Probleme. Vol.I. Bucureşti, Editura Didactică şi Pedagogică, 1975.

38. KIND J. Beitrage zur Bestimmung magnetischen Felder in eisenhaltigen magnetischer Kreisen. DISERTAŢION DDR,1970.

39. OLLENDORF F., Berechnung magnetischer Felder. Wien, Springer-Verlag, 1952.

40. Mc.WHIRTER J.H., DUFFIN R.J. Computational methods for solving static field an eddy currents probléms via Fredholm integral equations. IEEE TRANS. on MAGNETICS, vol.MAG-15, nr.3,1979, pag.1075-1084.

41. BUL' B.K. Osnovî teorii i rasciota magnitnîh magnetnîh tepei. Leningrad, Izdatelstvo Energia, 1970.

42. BIZEZINA W., LANGEHOLG J. Calculation of the pole dimensions corrections for the tratement of strei flux in electromagnetic suspensions magnets. E.T.Z. - A., Bd.95, 1974, pg.524-525.

43. BODIASKIN A. Metod rasciota magnitnîh polei. Moskva, Uzdatelstvo Energia, 1968.

44. SORAN I.F. Studiul configuraţiei cîmpului magnetic în întrefierul maşinii de inducţie şi influenţa ei asupra parametrilor de pornire. Teză de doctorat, Timişoara, 1979.

45. DEMERDASH N.A. An evalution of the methods of finite elements.and finite differences in the solutions of nonlinear electromagnetic fields in electrical machines. I.E.E.E. TRANS. on P.A.S. , vol.PAS-98, nr.1, 1979, pg.74-87.

46. ILIOIU C. Probleme de optimizare şi algoritmii de aproximare a soluţiei. Bucureşti, Editura Academiei RSR, 1980.

47. FANELLI M. Il metode degli elementi finiti; possibilita di applicazione a problemi di interess degli electrotecnici. L'ELECTROTECNICA, nr.6, 1975, pg.513-520.

48. RAFINEJAD P., SABONADIERE J.C. Finite element computer programs in design of electromagnetic devices. IEEE TRANS. on MAGNETICS, vol.MAG-12, nr.5, 1976, pg.575-578.

49. SILVESTER P., RAFINEJAD P. Curviliniar finite elements for two-bidimensional saturable magnetic field. IEEE TRANS. on. P.A.S., vol.PAS-93, 1974, nr.2, pg.1861-1870.

50. COSTACHE GH., DELLA-GIACOMO E.R. Nonlinear magnetic problems, treated by the finite element method. REVUE ROUMAINE de SCIENCE et TECHNIQUE et ELECTROENERGETIQUE, 21.4., 1976, pg.481-487.

51. SILVESTER P., CHARI M.V.K. Finite-element solutions of saturable magnetic fields problems. I.E.E.E. TRANS. on P.A.S., vol.PAS-89, 1970, pg.1642-1651.

52. CHARI M.V.K. Finite element solutions of the eddy-current problem in magnetics structuresI.E.E.E. TRANS. on P.A.S., vol.PAS-93, nr.1, 1973, pg.62-72.

53. POPOV P.G., SHUMICOV Iu.A. Analiz electromagnitnîh ustroisto s induktivnîmi zviazami metodî konecinîh elementar ELEKTRICESTVO , nr.11, 1978.

54. ARMOR A.F., CHARI M.V.K. Heat flow in the stater core of large turbine generators by the method of three - dimensional finite elements. Parte 1. I.E.E.E. TRANS. on P.A.S. , vol.PAS-95, nr.5, 1976, pg.1648-1656.

55. ARMOR A.F., CHARI M.V.K. Heat flow in the stator core of large turbine generators by the methods of three-dimensionar finite elements. Porte 2. I.E.E.E. TRANS. on P.A.S. , vol.PAS-95, nr.5, 1976, pg.1656-1668.

56. NICULESCU S. Fortran. Iniţiere în programare structurată. Bucureşti, Editura Tehnică, 1979.

57. LAVRENTIEV M.A., LIUSTERNIK L.A. Curs de calcul variaţional. Bucureşti, Editura Tehnică, 1955, traducere din limba rusă.

58. ZIENKIEVICZ O.C. La methode des élements finis. Paris, 1973.

59. AZIZ A.K. The mathematical foundations of the finite element method with applications to partial differen-

ţial equations.New-York, Academie Press, 1972.

6o. HUEBNER K.M. The finite elemnt method for engineers.London, John Wiley and Sons, 1975.

61. WEISS J., SILVESTER P. Finite elements for magnetostatic fields with distributed current densities. ELECTRIC MACHINES and ELECTROMECANICS, nr.3, 1979,pg.257-271.

62. CIARLET P.G. General Lagrange and Hermite interpolation in R^n with applications to finite element methods. ARCH.RATIONAL MECH.ANAL.,nr.46, 1972, pg.177-199.

63. CIARLET P.G. Sür l'element de clough et Foucher.REVUE FRANÇAISE d'AUTOMATIQUE, INFORMATIQUE, RECHERCHE OPPERATIONELLE, nr.8, 1974, serie rouge, pg.19-27.

64. MARINESCU GH. şi alţii. Probleme de analiză numerică. Bucureşti, Editura Didactică şi Pedagogică, 1978.

65. DODESCU GH. Metode numerice în algebră. Bucureşti, Editura tehnică, 1979.

66. Mc CRACKEN D., DORN V.S. Numerical metods and FORTRAN programming with applications in engineerig and science. New York, John Willey and sons Inc., 1964.

67. GASTINEL N. Solutions numeriques des equations algebriques. Tome II, Masson & Cie, Editeurs Paris, 1961.

68. POP E., CHIVU M., Măsuri electrice şi magnetice, Timişoara, Litografia IPTVT , 1971.

69. Erori de măsurare. Terminologie CNST-IDS, STAS 2872-74.

7o. BADULESCU N. Linii şi staţii electrice. Bucureşti, Editura Tehnică , 1967.

71. NICULESCU S. Fortran.Iniţiere în programare structurată. Bucureşti, Editura Tehnică, 1979.

72. BALTAC V. şi colectivul. FELIX C-256. Structura şi programarea calculatorului. Bucureşti, Editura Tehnică, 1974.

73. DIMO P. Programarea în FORTRAN. Bucureşti, Editura Didactică şi Pedagogică, 1971.

74. Wiener U. Măsurări electrice industriale.Vol.II. Măsurarea mărimilor magnetice. Bucureşti, Editura Tehnică, 1969.

75. Manualul inginerului. Vol.2. Bucureşti, Editura Tehnică, 1966.

76. POPESCU C , LEPTER C. Materiale electrotehnice, Bucureşti, Editura Didactică şi Pedagogică, 1970.

BUPT

77. DRUJININ V.V. Magnitnîe svoistva electrotehnicescoi steli. Moscva, Gosenergoizdat, 1962.

78. CEDIAHIAN S. Materiale magnetice. Bucureşti, Editura Tehnică, 1974.