

MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI  
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA

ing. ADRIAN CHIRIAC

STUDIUL INTERACTIUNII DINTRE SISTEMELE VIBRANTE  
SI MOTOARELE DE ACTIONARE ELECTRICE CU PUTERE  
LIMITATA

- Teză de doctorat -

BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

Conducător științific:

Prof.em.dr.doc.ing. GHEORGHE SILAȘ

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA

877

4/17/81

20

- TIMISOARA -  
1981

## CAP. 1. INTRODUCERE

§ 1.1. Generalități. În condițiile revoluției științifice și tehnice contemporane, știința a devenit o forță nemijlocită de producție, avînd menirea să realizeze pentru industrie mașini și utilaje moderne, de înaltă performanță, prin aplicarea imediată în tehnică a celor mai noi cuceriri științifice[1,2]. În acest mod are loc o permanentă modernizare și diversificare a mașinilor și utilajelor care efectuează operații legate de procesele productive, de transportul materiilor prime și al produselor fabricate, de procesele de transformare a energiei; dispozitivele moderne mai sînt destinate, de asemenea și realizării operațiilor de măsură și control, operațiilor de comandă a sistemelor aflate în mișcare, operațiilor logice ș.a.m.d.

Fiecare mașină sau utilaj își îndeplinește funcția tehnologică prin intermediul unui proces de mișcare, astfel încît problema fundamentală care se pune în dinamica mașinilor constă în studiul mișcării mașinii aflate sub acțiunea diferitelor forțe ce acționează asupra ei, sau stabilirea condițiilor în care se asigură realizarea unei anumite legi de mișcare. În legătură cu aceste aspecte ale dinamicii mașinilor, problemele se pot împărți în două mari grupe.

În prima grupă intră problemele care tratează metode cu ajutorul cărora se pot stabili ecuațiile diferențiale care descriu mișcarea mașinii și problemele care stabilesc metode de integrare a acestor ecuații pentru regimuri de mișcare staționare și nestaționare.

În a doua grupă intră problemele care tratează metode de calcul a volanților cu care se asigură un anumit grad de neuniformitate al mișcării. Tot aici trebuie considerate și problemele legate de comanda prin program și reglarea automată a mașinilor. Comanda automată a mașinilor în prezent a luat o asemenea amploare prin aplicarea unor metode specifice de studiu, încît problema reglării și comenzii automate a mașinilor s-a separat din problematica generală a studiului dinamicii mașinilor și a devenit o teorie de sine stătătoare a reglării și comenzii automate a mașinilor.

Dintre sistemele mecanice folosite în mașinile moderne, cele mai importante și mai răspândite sînt acelea avînd structura din fig.1.1, în care I este motorul de acționare, II este transmisia, iar III este dispozitivul executor, adică mașina de lucru. Un asemenea sistem mecanic se numește agregat de mașini. Studiul mișcării unui agregat de mașini trebuie să se facă privindu-l ca un sistem unitar în care au loc interacțiuni între caracteristicile și parametrii elementelor com-

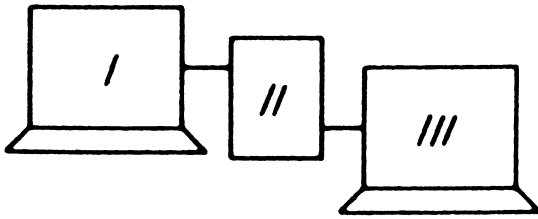


Fig.1.1

ponente: caracteristica mecanică a motorului de acționare, caracteristica de sarcină a mașinii de lucru, geometria mașelor aflate în mișcare, raportul de transmisie al transmisiei.

Motorul de acționare al agregatului de mașini poate fi cu ardere internă, electric,

hidraulic sau pneumatic.

Având în vedere profilul de inginer electromecanic al autorului prezentei teze de doctorat, cât și faptul că acționarea agregatelor de mașini industriale se face în prezent aproape în exclusivitate cu motoare electrice, a fost ales ca subiect al tezei studiul dinamicii agregatelor de mașini acționate cu motoare electrice.

Denumirea de "agregate de mașini" pentru sistemele cu structura din fig.1.1 s-a răspândit în literatura de specialitate în ultimii zece ani. În momentul în care a fost formulat subiectul tezei, prin "sisteme vibrante aflate în interacțiune cu motoarele electrice de acționare" s-au înțeles, desigur, ceea ce în prezent se cheamă "agregate de mașini acționate cu motoare electrice". De aceea, în continuare se va adopta termenul de agregat de mașini pentru sistemele electromecanice la care se referă titlul tezei.

În cadrul catedrei de Mecanică și Rezistența Materialelelor a Institutului politehnic "Traian Vuia" din Timișoara, sub îndrumarea tov. prof.em.dr.doc.ing. Gheorghe Silaș, au fost inițiate de mai mulți ani cercetări asupra mișcărilor sistemelor vibrante și vibropercutante, care au scondus la rezultate teoretice valoroase care și-au găsi aplicații multiple în diverse ramuri industriale. Prin numeroasele și valoroasele lucrări științifice publicate în revistele de specialitate din țară și străinătate, colectivul de cadre didactice și cercetători în domeniul vibrațiilor mașinilor din această catedră, din care are cinstea să facă parte și autorul, și-a făurit un puternic prestigiu, atât pe plan intern cât și internațional.

Realizarea acestei teze de doctorat este consecința preocupărilor de mai mulți ani ale autorului în domeniul dinamicii agregatelor de mașini cu motoare electrice, preocupări inițiate și încurajate de tov. prof.em.Gheorghe Silaș, sub a cărui conducere a fost elaborată lucrarea. De-a lungul anilor în care a fost realizată teza, o bună parte a conținutului ei a fost publicată sub forma a zece lucrări științifice [87-96].

Țin să exprim mulțumiri deosebite tov. prof.em.Gheorghe Silaș pentru îndrumarea permanentă și sprijinul pe care mi le-a acordat la elaborarea prezentei teze.

Mulțumesc tuturor colegilor de catedră pentru sprijinul dat la realizarea lucrării. Mulțumesc, de asemenea, conducerii întreprinderii I.M.A.I.A. Timișoara pentru condițiile create pentru efectuarea părții experimentale a tezei, cât și colectivului Centrului de Calcul Electronic al Institutului politehnic Timișoara pentru promptitudinea cu care mi-au fost rulate programele FORTRAN.

Deoarece fiecare mașină sau utilaj industrial este un agregat de mașini sau un ansamblu de agregate de mașini, problema studiului dinamicii agregatelor de mașini este în atenția multor cercetători din întreaga lume, rezultatul fiind apariția unui mare număr de lucrări în literatura de specialitate [3, 4, 7-9, 11-13, 15-31, 34, 37, 38, 41-44, 48-53, 56, 59, 60, 62, 63, 67-79, 81-83, 86-90, 92-98, 101, 103, 104, 106-109, 119, 121, 124-126, 129, 134, 136, 140-142, 144, 148-163, 169, 170, 173, 174, 180, 181, 183-191, 193, 195, 197-201, 204-221, 224-234, 236-239, 241, 242, 244, 246-264, 267-270, 272, 273, 275-278, 283, 288-290, 299, 307-309, 312-320, 322-325, 327, 329, 332, 334-339, 354-357, 359-364, 367-371, 373, 374, 379, 381, 382, 384-389, 392-419, 424-430].

În continuare se vor prezenta principalele probleme care se pun în domeniul dinamicii agregatelor de mașini, cât și lucrările în care acestea au fost formulate.

În primul rând trebuie remarcată contribuția deosebită adusă în domeniul dinamicii agregatelor de mașini de către cercetătorul sovietic I.I.Artobolevskij (lucrările [16-19]). În lucrările sale fundamentale [20] și [22] a pus bazele metodei energetice de studiu a dinamicii agregatelor de mașini, și anume, metoda bazată pe construirea diagramei energie cinetică - masă redusă (moment de inerție redus); cu această metodă se pot aborda problemele <sup>în</sup> care forțele (momentele) sînt date ca funcții de poziție.

O metodă originală de studiu a mișcării agregatelor de mașini, cât și o metodă de determinare a momentului de inerție a volantului sînt prezentate în lucrarea [276] elaborată de N.I.Mercalov.

În lucrarea [17], I.I.Artobolevskij inițiază o nouă metodă de calcul a volantilor bazată pe construirea diagramei forțelor tangențiale, metodă îmbunătățită apoi de V.A.Zinov'ev în lucrarea [428].

Cercetătorul M.V.Semenov a adus completări la metoda lui I.I.Artobolevskij bazată pe diagrama energie cinetică - masă care au condus la simplificarea studiului mișcărilor staționare ale agregatelor de mașini [339].



În lucrarea [224], Ju.Ja.Kovylin a analizat din punct de vedere al preciziei metoda de calcul a volantilor a lui Mercalov și a comparat-o sub aspectul preciziei cu alte metode.

Metodele de studiu a dinamicii agregatelor de mașini semnalate pînă aici suferă de o limitare importantă prin faptul că presupun că forțele și momentele ce acționează asupra elementelor agregatelor sînt funcții numai de poziție. La foarte multe agregate de mașini însă, forțele și momentele mai pot fi funcții și de viteză, și de timp. Este suficient să se aibă în vedere faptul că în prezent, mașinile și utilajele din toate ramurile industriale sînt agregate de mașini acționate cu motoare electrice, al căror moment motor este funcție de viteza unghiulară, ca să se înțeleagă că metodele de studiu amintite pînă acum nu erau aplicabile tocmai acestor agregate care sînt cele mai importante. De aceea, în continuare, în problematica dinamicii agregatelor de mașini s-a impus necesitatea elaborării unor metode de calcul care să țină seama de dependența reală a forțelor și momentelor de poziție, viteză și timp. Un început în acest sens, l-a constituit lucrarea [312] a lui V.K.Popov în care s-au formulat și s-au rezolvat cîteva probleme ale agregatelor de mașini acționate de motoare electrice, avînd însă un caracter foarte particular.

Problema studiului mișcărilor agregatelor de mașini sub acțiunea forțelor depinzînd de poziție, viteză și timp a fost pusă la general și rezolvată cu o metodă aproximativă, bazată pe teorema energiei cinetice de către V.A.Zinov'ev [426] și M.A.Skuridin [362]. Fundamentarea matematică a problemei mișcării agregatelor de mașini aflate sub acțiunea forțelor depinzînd de poziție, viteză și timp, a fost realizată în lucrarea [16] de către I.I.Artobolevskij; în această lucrare au fost obținute ecuațiile generale de mișcare ale agregatelor de mașini și s-a scos în evidență caracterul lor neliniar.

În lucrarea [23], I.I.Artobolevskij și B.M.Abramov au obținut o nouă formă a ecuației de mișcare a agregatelor de mașini, cu ajutorul căreia au pus la punct o metodă de studiu a mișcării agregatelor de mașini în cazul forțelor depinzînd de viteză. Tot pentru agregatele de mașini în care momentele sînt funcții de viteză, A.N.Irošnikov, în lucrarea [173], a realizat o metodă grafică aproximativă de construire a soluției ecuației diferențiale a mișcării.

M.I.Bat', în lucrarea [41] obține soluția periodică a ecuației de mișcare a unui agregat de mașini sub forma dezvoltării ei în serie după puterile unui parametru mic, în cazul în care forțele depind de poziție și viteză.

În lucrarea [197], V.P.Kazakov a formulat condițiile în care ecuația de mișcare a unui agregat de mașini se integrează în cuadraturi,

cu ajutorul funcțiilor elementare, în cazul forțelor depinzând de poziție și de viteză. G.P.Vjatkin în lucrarea [415] și L.V.Korostelev în lucrarea [221], tratează, de asemenea, mișcările periodice ale unui agregat de mașini în cazul forțelor funcție de poziție și viteză, iar S.G.Kislicyn studiază în lucrarea [195], tot pentru cazul forțelor depinzând de poziție și viteză, mișcarea staționară a unui agregat de mașini, cu metoda aproximațiilor succesive. Se mai pot menționa aici și lucrările [238, 239] ale lui L.I.Kremenštejn și lucrarea [179] a lui A.I.Jasjulenis unde se tratează mișcarea agregatelor de mașini în situațiile complexe în care forțele depind de poziție, viteză și timp.

Se remarcă apoi lucrările care studiază dinamica agregatelor de mașini cu referiri concrete la diferite mașini-unelte, cum ar fi lucrările: [13] de Ju.M.Andruševič, [230, 231] de S.I.Koževnikov și V.I.Bol'šakov, [259] de V.P.Lomakin și alții, [268] de H.Mäkelt, [299] de M.B. Palej, [329] de T.I.Rivin, [332] de M.Rossion, [368] de A.D.Spivakovskij și alții, [379] de V.Tabără, [393-395] de V.L.Vejc, [398] de V.L.Vejc și Ju.M.Andruševič, [399], [400] de V.L.Vejc și V.L.Dobroslavskij, [401] de V.L.Vejc și alții și [416] de D.P.Volkov și D.A.Kaminskaia.

În lucrarea [106], N.N.Diženko elaborează o metodă analitică de integrare a ecuației diferențiale a mișcării agregatelor de mașini.

Studiul calitativ al ecuației diferențiale a mișcării unui agregat de mașini și evaluarea regimului limită de mișcare periodică au fost întreprinse de V.A.Loščinin în lucrarea [260].

În lucrarea [50] A.P.Bessonov analizează metoda planului fazelor în scopul aplicării ei la studiul dinamicii agregatelor de mașini.

V.A.Zinov'ev, în lucrarea [429] a elaborat o metodă de studiu a mișcării unui agregat de mașini cu ajutorul teoremei energiei cinetice în formă diferențială.

În lucrarea [78], E.Bugajewski se ocupă de problema reducerii maselor și momentelor la un agregat de mașini.

Problema importantă a determinării momentelor de inerție a volanților din agregatele de mașini, în cazul în care forțele sînt funcție de poziție și viteză a fost tratată de V.A.Zinov'ev [427], M.I.Bat' [43], G.P.Vjatkin [415], S.G.Kislicyn [195].

În lucrările [17, 18] de I.I.Artobolevskij sînt studiate regimurile staționare de mișcare ale agregatelor de mașini, ținînd seama de coeficientul de neuniformitate al mișcării.

În majoritatea studiilor întreprinse asupra agregatelor de mașini acționate cu motoare electrice, pentru motorul electric se ia în considerare caracteristica mecanică statică. Totuși, în unele regimuri de mișcare, caracteristica mecanică statică nu mai poate exprima în mod corect comportarea motorului în cadrul agregatului, deoarece nu ține

seama de fenomenele electromagnetice tranzitorii ce au loc în motor. În acest sens, o importantă contribuție aduce M.L.Byhovskij în lucrarea [81] în care se elaborează o metodă care permite determinarea influenței proceselor electromagnetice tranzitorii dintr-un motor electric de curent continuu asupra mișcării agregatului de mașini. Problema regimurilor tranzitorii din acționările electrice ale agregatelor de mașini a fost tratată în continuare de P.S.Pinčuk [309], S.P.Lebedev [246], K.M.Ragul'skis [324], pînă cînd V.L.Vejc, în lucrarea [397] a definit o caracteristică mecanică dinamică a motorului electric, care ține seama de fenomenele electromagnetice tranzitorii din motor.

În lucrările [15] de A.M.Antovil', [37] de G.G.Baranov, [9] de B.M.Abramov, studiul mișcărilor agregatelor de mașini se face cu luarea în considerare a frecvențelor din cuplele cinematice.

În lucrarea [4], B.M.Abramov a aplicat ecuațiile lui Appell la stabilirea ecuației de mișcare a unui agregat cu două grade de libertate.

Un mare număr de lucrări sînt consacrate studiului dinamicii agregatelor de mașini la care mașina de lucru execută mișcări cu caracter vibratoriu, excitate inertial. Printre acestea se pot enumera lucrările lui I.I.Blehman [57], V.V.Gortinskij [144], A.P. Bessonov [48, 49]. Aprofundarea studiului acestui tip de agregate de mașini prin luarea în considerare a interacțiunii reciproce care apare între motorul electric de putere limitată și mașina de lucru a fost făcută de V.D. Kononenko în lucrarea [215] unde pentru rezolvarea acestor probleme se aplică metoda asimptotică Krylov-Bogoljubov. Tot aici se remarcă teza de doctorat [147] a tov. prof.dr.ing. Iosif Groșanu din catedra noastră, în care se aduce o contribuție valoroasă prin punerea în evidență atât pe cale teoretică cît și experimentală a unor variații periodice ale vitezelor unghiulare în jurul unor valori medii.

O problemă interesantă care se pune în dinamica mașinilor vibratoare este funcționarea în grup a vibratoarelor. În acest caz este absolut necesar ca vibratoarele să funcționeze sincron și sinfazic. Studiul problemelor privind funcționarea sincronă a vibratoarelor, fără ca acestea să fie cuplate între ele prin angrenaje cu roți dințate, lanțuri, curele de transmisie etc, adică fenomenul de autosincronizare a fost întreprins de către I.I.Blehman în lucrările [56, 59, 61]. Problema a fost rezolvată și cu ajutorul motoarelor electrice de acționare sincrone (I.I.Blehman [60]).

Un alt aspect care a deschis un cîmp larg de cercetare a fost luarea în considerare a elasticității elementelor componente ale agregatelor de mașini; S.N.Koženikov [227, 228], M.I.Bat' [42], A.N. Golubencev [141], F.L.Litvin [251, 252]. În plus, Ja. Kožešnik abordează și problema calculului volantului la agregate de mașini cu elemente elastice. [225].

O altă problemă interesantă este studiul dinamicii agregatelor de mașini cu masă variabilă: V.S.Rakita [357], V.T. Kosticyn [223]. Această problemă prezintă o mare importanță practică deoarece multe din agregatele de mașini întâlnite în industrie își modifică geometria în timpul funcționării, astfel că prezintă un moment de inerție redus variabil: V.K.Gruzinov [163], I.I.Artobol evskij și A.P.Bessonov [24], A.P.Bessonov [51].

Problema vibrațiilor proprii ale mecanismului în raport cu poziția statică de echilibru este tratată de K.M.Ragul'skis [321].

În sfârșit, studiul dinamicii agregatelor de mașini cu legături elastice, cu luarea în considerare a frecărilor și a vibropercuțiilor datorate jocurilor din cuplurile cinematice a fost tratat de A.E.Kobriniskij [197-199], K.M.Ragul'skis [323, 324].

Din cele prezentate mai sus se poate observa faptul că problematica dinamicii agregatelor de mașini este foarte largă și diversificată, constituind un domeniu de cercetare de mare actualitate și de mare importanță practică datorită implicațiilor directe ce le are în ridicarea performanțelor mașinilor și utilajelor industriale.

Cu toate acestea însă, studiul dinamicii agregatelor de mașini constituie numai o direcție de cercetare în cadrul domeniului deosebit de vast al vibrațiilor mecanice.

Pe plan mondial, literatura în domeniul vibrațiilor mecanice este foarte bogată; de aceea, se semnalează aici numai lucrările care abordează în mod fundamental teoria generală a vibrațiilor mecanice: [4, 5, 10, 32, 33, 35, 37, 39, 40, 45, 55, 57, 58, 61, 64-66, 80, 99, 102, 105, 111, 116-118, 120, 122, 123, 130-133, 138, 139, 143, 145, 146, 165, 167, 168, 171, 172, 175, 176, 179, 182, 192, 202, 203, 222, 235, 245, 266, 271, 274, 279, 286, 287, 296, 298, 300-306, 321, 326, 331, 372, 375-377, 380, 383, 391, 420-422].

Între lucrările de specialitate apărute în țară se remarcă lucrările tov.prof.em. Gheorghe Silaș [340-343], inițiatorul și conducătorul a ceea ce în țară și străinătate se numește - Școala de vibrații de la Timișoara - școală la care s-a format și autorul prezentei teze.

Teze de doctorat și dizertația de docență ale tov.prof.Silaș, prin înaltul lor nivel științific și prin monumentalitatea lor, constituie lucrări de referință în teoria fundamentală a vibrațiilor și vibropercuțiilor.

Se remarcă, de asemenea, lucrările elaborate de colective de cadre didactice din catedră, având o bogată activitate de cercetare științifică în domeniul vibrațiilor întâlnite în ingineria mecanică,

în frunte cu tot. prof.em.Gheorghe Silag [344-360].

După această trecere în revistă a literaturii științifice de specialitate, în încheierea capitolului introductiv se va prezenta foarte pe scurt conținutul tezei.

§ 1.2. Conținutul lucrării. Prezenta lucrare cuprinde contribuțiile aduse de autor la studiul dinamicii agregatelor de mașini acționate cu motoare electrice.

Conținutul teoretic este sistematizat în cadrul capitolelor 2,3 și 4, după cum urmează:

În capitolul 2 se formulează și se rezolvă câteva probleme referitoare la dinamica agregatelor de mașini în general; este vorba de probleme care se pun și ale căror soluții au valabilitate la toate tipurile de agregate de mașini sau cel puțin, la clase foarte largi de agregate de mașini.

În capitolul 3 se abordează probleme ale dinamicii unei categorii particulare de agregate de mașini - agregatele cu volanți. Atenția autorului s-a oprit asupra acestui tip de agregat de mașini deoarece, așa cum s-a arătat la începutul paragrafului precedent, studiul dinamicii agregatelor de mașini cu volanți constituie o problemă fundamentală în dinamica agregatelor; interesul de prim rang pe care cercetătorii îl acordă acestui tip de agregat de mașini este atât de natură științifică, cât și de natură economică. Printre alte avantaje pe care le aduce echiparea cu volanți a agregatelor de mașini, avantaje care vor fi prezentate pe larg în paragraful respectiv, se numără și micșorarea considerabilă a puterii necesare a motorului electric de acționare. Aceasta are drept consecință realizarea unei duble economii: un motor de putere mai mică este, în primul rând, mai ieftin și totodată, în timpul funcționării, aduce o economie permanentă de energie electrică.

La studiul dinamicii agregatelor de mașini cu volanți se pune totdeauna problema determinării momentului de inerție al volantului ținând seama de tipul motorului electric de acționare, de tipul transmisiei dintre motor și mașina de lucru, de aspectul diagramei de sarcină a mașinii de lucru, de coeficientul de neuniformitate al mișcării agregatului, de faptul că momentul de inerție redus al agregatului este constant sau funcție de poziția agregatului. Problemele tratate în capitolul 3 se înscriu și ele pe această linie.

Capitolul 4 este, de asemenea, consacrat studiul dinamicii unei clase particulare de agregate de mașini și anume, cele care conțin în structura lor un variator de turație.

Prezența variatorului de turație în agregatul de mașini care, prin raportul său de transmisie care este funcție de timp, constituie o le-



gătură neolonomă, complică în mod considerabil studiul dinamicii agregatelor de acest tip. Dificultățile apar chiar de la început, la stabilirea ecuației diferențiale a mișcării agregatului, pentru care nu se mai pot aplica ecuațiile lui Lagrange de speța a II-a, datorită existenței legăturii neolonome; este nevoie să se recurgă la ecuațiile lui Lagrange cu multiplicatori nedeterminați sau la ecuațiile lui Appell.

În studiul dinamicii agregatelor de mașini cu variator de turație, se poate defini o problemă "directă" și o problemă "inversă". Problema directă constă în determinarea legii de mișcare a agregatului de mașini corespunzătoare unei anumite legi date de reglare în timp a raportului de transmisie al variatorului. Problema inversă determină legea de reglare a raportului de transmisie necesară realizării unei legi de mișcare impuse a agregatului de mașini.

În cadrul acestui capitol se tratează probleme din ambele categorii de mai sus.

Capitolul 5 cuprinde determinările experimentale care au fost efectuate la Întreprinderea I.M.A.I.A. din Timișoara. Încercările experimentale au fost făcute pe o instalație industrială care constituie standul de probă al variatoarelor profuse de această întreprindere.

Din punct de vedere al dinamicii mașinilor, acest stand de probă este un agregat de mașini format dintr-un motor electric asincron, care prin intermediul unui variator de turație antrenează o "mașină de lucru" constituită dintr-un generator electric de curent continuu. În circuitul de sarcină al generatorului se pot conecta rezistențe reglabile în trepte și continuu, ceea ce conduce la modificarea corespunzătoare a momentului rezistent al mașinii de lucru. În ceea ce privește variatorul de turație, acesta este de tipul cu reglare manuală a raportului de transmisie.

Pe această instalație au fost create regimuri de mișcare dintre cele studiate în partea teoretică a lucrării. Completând instalația industrială cu aparate de măsură și înregistrare din dotarea Laboratorului de Vibrații al catedrei, au fost măsurăți, respectiv înregistrați parametrii acestor mișcări.

În vederea comparării rezultatelor experimentale cu cele teoretice, a apărut problema efectuării unor calcule numerice deosebit de complexe și voluminoase, problemă care a putut fi soluționată numai pe calculatorul electronic de mare capacitate. În acest scop, tot în capitolul 5 se prezintă schemele logice și programele FORTRAN, întocmite în baza lor, care au fost apoi rulate la calculatorul FELIX C-256 de la Centrul de Calcul Electronic al Institutului politehnic Timișoara. Între rezultatele teoretice astfel obținute și rezultatele experimentale

s-a constat o concordanță satisfăcătoare; diferențele care au apărut au o sursă care a fost stabilită la paragraful respectiv.

In capitolul 6 cu care se încheie lucrarea se prezintă în mod sintetic principalele probleme care au fost puse și rezolvate în teză și contribuțiile aduse la studiul dinamicii agregatelor de mașini.

La sfârșitul lucrării se dă o bibliografie cuprinzând un număr de 430 de referiri bibliografice și un set de 20 de anexe reprezentate de listingurile programelor FORTRAN rulate pe calculatorul electronic.



## CAP.2. PROBLEME ALE DINAMICII AGREGATELOR DE MASINI,

### IN GENERAL

§ 2.1. Alegerea caracteristicii mecanice a motorului electric de acționare din agregatul de mașini. În calculul dinamic al agregatelor de mașini, totdeauna trebuie precizată caracteristica mecanică a motorului electric de acționare, adică relația dintre momentul cuplului produs de motorul electric și viteza unghiulară a arborelui acestuia. Aspectul caracteristicii mecanice diferă în mod substanțial în funcție de tipul motorului electric. În agregatele de mașini moderne, cele mai răspândite tipuri de motoare electrice sînt cele analizate mai jos. Cele mai economice și cu cea mai ridicată fiabilitate [112-115, 135] sînt motoarele asincrone cu rotor în scurtcircuit. Aceste motoare, la puteri mici și mijlocii, prezintă și importantul avantaj că se pornesc prin conectare directă la rețea. Toate aceste calități au făcut ca în prezent, mașinile unelte așchietoare, care pentru mișcarea principală și mișcările de avans, necesită tocmai motoare de puteri mici și mijlocii, să fie echipate aproape în exclusivitate cu motoare electrice asincrone cu rotor în scurtcircuit. Reglarea turației la aceste motoare se poate face prin modificarea tensiunii de la rețea sau a frecvenței rețelei. Ambele metode comportă instalații electrice complexe cu care nu este rentabil să se înzestreze mașinile unelte obișnuite. De aceea se recurge la procedee mecanice de modificare a turației; dacă procesul tehnologic căruia îi este destinată mașina unealtă se poate realiza cu o reglare în trepte a turației, se folosesc cutii de viteze; dacă este necesară o reglare continuă a turației, atunci se folosesc variatoare de turație de diferite tipuri. La freze și strunguri speciale, strunguri automate se mai folosesc motoare cu rotor în scurtcircuit cu două, trei și chiar patru turații diferite care se realizează conectînd corespunzător bobinele din înfășurarea statorică a motorului în scopul modificării numărului de perechi de poli din stator. În sfîrșit, în cazul unor mașini unelte cu totul speciale cum ar fi unele mașini de rectificat la care sînt necesare turații de lucru de ordinul zecilor de mii de rotații pe minut, se folosesc convertizoare rotative de frecvență, care însă sînt cele mai costisitoare. În concluzie, în privința motoarelor electrice cu rotor în scurtcircuit se poate afirma că acoperă în bună parte necesitățile de acționare a agregatelor de mașini întîlnite în toate ramurile industriale, de la indus-

tria minieră și constructoare de mașini și pînă la industria textilă și alimentară [12, 44, 68, 221, 228, 230, 231, 259, 267, 268, 299, 309, 329, 332, 368, 379, 393-395, 398, 399, 401, 416] .

În prezent , în agregatele de mașini la care sînt necesare motoare electrice de putere mare și foarte mare au primit o largă întrebuințare și motoare sincrone: în industria metalurgică la antrenarea laminoarelor mari, în industria hîrtiei la acționarea liniilor de confecționarea hîrtiei, în industria cimentului la antrenarea cuptoarelor rotative de ciment [180] .

Cu tot progresul însemnat realizat în domeniul acționării electrice în curent alternativ, acționarea electrică în curent continuu rămîne încă esențială la agregatele de mașini care necesită o reglare continuă a turației într-un domeniu larg. Dintre motoarele de curent continuu, cele mai răspîndite în agregatele de mașini sînt cele cu excitație independentă. Reglarea turației motoarelor de curent continuu cu excitație independentă se face comod, prin mijloace simple și ieftine, și anume, prin modificarea rezistenței din circuitul rotorului prin intermediul unui reostat sau prin modificarea fluxului de magnetizare statoric cu ajutorul unui reostat în montaj potențiomtric. [1, 81, 134, 233, 334, 361, 373, 381, 382] .

O ultimă categorie de acționare a agregatelor de mașini care realizează operațiuni tehnologice deosebit de complexe și variate este aceea realizată cu mașini electrice amplificatoare (amplidine) [335], cu amplificatoare magnetice sau cu amplificatoare electronice.

Comportarea motoarelor electrice în regim staționar este definită de caracteristica statică a motorului care se numește "statică" pentru faptul că nu conține influența proceselor electromagnetice tranzitorii din motor, legate de operațiile de pornire sau de frinare, operațiile de aplicare, înlăturare bruscă sau modificare bruscă a sarcinii, operațiile de reversare a sensului de rotație.

Cum au dovedit însă cercetările experimentale, procesele electromagnetice tranzitorii din motor, în anumite condiții, pot avea o influență importantă asupra fenomenelor dinamice din agregatul de mașini.

În literatura de specialitate, studiul fenomenelor electromagnetice tranzitorii din motoarele electrice de diferite tipuri este destul de bine tratat; astfel, pentru motoarele electrice asincrone se pot cita lucrările [36, 44, 112-115, 135, 177, 194, 293, 309, 366, 423], pentru motoarele sincrone lucrările [81, 84, 85, 137, 178], iar pentru motoarele de curent continuu lucrările [1, 81, 134, 233, 334, 361, 373, 381, 383] .

Considerarea exactă a proceselor electromagnetice tranzitorii din motorul electric conduce însă la sisteme de ecuații diferențiale neli-

niare complicate, a căror cercetare calitativă și integrare aproximativă este foarte dificilă. De aceea, o asemenea manieră de studiu este limitată în practica calculelor inginerești a agregatelor de mașini.

Pentru reducerea acestor dificultăți de calcul, în literatura de specialitate se recurge la diverse forme de aproximare a caracteristicii mecanice a motorului electric, care, de la caz la caz, pot exprima suficient de bine fenomenele din agregatul de mașini.

Modalitatea cea mai simplă de tratare a problemei constă în considerarea motorului electric ca o sursă ideală de energie, adică având putere infinită; în această situație în agregatul de mașini, între motor și mașina de lucru nu are loc nici o interacțiune și astfel momentul motor rămâne constant, oricât de violente ar fi procesele dinamice din mașina de lucru [362] .

O altă posibilitate se bazează pe aproximarea caracteristicii mecanice a motorului electric prin funcții de timp polinomiale având însă forme specifice pentru diferitele regimuri dinamice (accelerare, frinare) [205] . Prezentarea momentului motorului sub forma unei funcții de timp nu mai reprezintă de fapt caracteristica mecanică, și aproximarea soluției ecuației diferențiale a mașinii agregatului de mașini care, în realitate este departe de a fi polinomială.

De o largă răspândire în studiul agregatelor de mașini se bucură folosirea caracteristicii mecanice statice a motorului electric. Această caracteristică, așa cum s-a arătat, nu cuprinde fenomenele electromagnetice tranzitorii din motor, dar exprimă în mod fidel comportarea motorului electric în regim de lucru staționar [147, 215] .

În sfârșit, rezultate foarte bune se obțin prin studierea aproximativă a proceselor electromagnetice tranzitorii din motorul electric cu ajutorul ecuațiilor diferențiale liniare rezultate în urma liniarizării ecuațiilor diferențiale exacte. În acest fel s-a ajuns la o caracteristică mecanică care ține seama și de procesele electromagnetice tranzitorii din motor și din acest motiv se numește caracteristică mecanică "dinamică"; ea constituie soluția unei ecuații diferențiale liniare în raport cu momentul motorului și viteza unghiulară și a primit confirmări experimentale depline [81, 309, 397] .

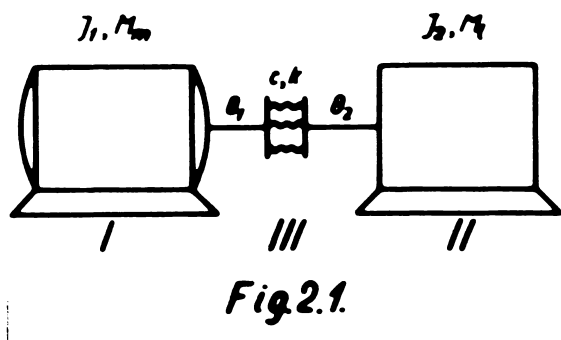
Dacă folosirea caracteristicii mecanice dinamice asigură precizia maximă la nivel de calcul ingineresc, trebuie însă avut în vedere că aplicarea ei compo rtă calcule destul de dificile. De aceea, de la caz la caz și în funcție de precizia cerută, se alege caracteristica mecanică dinamică, caracteristica mecanică statică sau se consideră motorul electric ca o sursă ideală de energie care furnizează moment constant pe tot domeniul de viteze unghiulare de lucru ale agregatului

de mașini.

Din cele prezentate mai sus se ivește deci problema deosebit de importantă a alegerii tipului caracteristicii mecanice a motorului electric atunci când se face studiul dinamicii unui agregat de mașini, astfel încât erorile să se încadreze în limitele prescrise. Paragraful de față își propune tocmai rezolvarea acestei probleme; se cercetează influența alegerii uneia sau alteia din caracteristicile mecanice enumerate mai sus asupra preciziei studiului dinamicii unui agregat de mașini. Se face o delimitare a domeniilor de aplicabilitate a fiecărei caracteristicii mecanice, evaluându-se și erorile corespunzătoare.

Ca element definitoriu al proceselor dinamice din agregatul de mașini s-a ales coeficientul de dinamicitate deoarece în expresia lui intervin toți parametrii mecanici și electrici ai agregatului de mașini, astfel încât acesta caracterizează în modul cel mai complet fenomenele tranzitorii din agregatul de mașini.

Se consideră schema de calcul din fig.2.1. la care se reduc majoritatea agregatelor de mașini industriale: I - motorul electric



de acționare, II - mașina de lucru, III - transmisia elastică formată din arborii rigizi ai motorului electric și mașinii de lucru, cuplați între ei cu o cuplă cu proprietăți elastice și de amortizare liniare.

Ecuațiile diferențiale ale

mișcării agregatului de mașini sînt

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k(\theta_1 - \theta_2) &= M_m, \\ J_2 \ddot{\theta}_2 - c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - k(\theta_1 - \theta_2) &= -M_l. \end{aligned} \quad (2.1)$$

unde  $J_1$ ,  $J_2$  - momentele de inerție reduse ale motorului electric și mașinii de lucru;  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  - unghiurile de rotație ale arborilor motorului electric și mașinii de lucru;  $c$ ,  $k$  - coeficientul de amortizare viscoasă și constanta elastică ale cuplei;  $M_m$ ,  $M_l$  - momentul motor și momentul rezistent. Momentul rezistent, pentru a conferi o largă generalitate problemei, se consideră o funcție periodică de timp,  $M_l = M_l(t)$ , avînd pulsația fundamentală  $\omega$ .

Dacă se introduce coordonata relativă  $\psi = \theta_1 - \theta_2$ , atunci momentul din cuplă este  $M_c = c\dot{\psi} + k\psi$ .

Pentru agregatele de mașini care au intercalată o transmisie elastică între motor și mașina de lucru (în cazul agregatului consi-

derat aici, transmisia este constituită de cuplă) se definește un coeficient de dinamicitate cu ajutorul momentului care apare în transmisie (momentul din cuplă, în cazul de față) și al momentului rezistent provenind de la mașina de lucru. Prin urmare, semnificația coeficientului de dinamicitate este de a exprima măsura în care momentul care apare în mașina de lucru se reflectă sub forma momentului dinamic care solicită transmisia.

Ecuția diferențială liniară din care rezultă caracteristica mecanică dinamică a motorului electric este de forma [397]

$$\frac{1}{\nu} \left( \tau \frac{dM_m}{dt} + M_m \right) = s, \quad (2.2)$$

unde  $\nu = \left. \frac{dM_m}{d\dot{\theta}_1} \right|_{\dot{\theta}_1 = \omega_0}$  este panta caracteristicii mecanice statice a motorului electric, în regim de mers ideal în gol,  $\omega_0$  fiind viteza unghiulară a motorului electric în acest regim,  $\tau$  este constanta de timp electromagnetică, iar  $s$  este viteza unghiulară relativă a motorului electric,  $s = \omega_0 - \dot{\theta}_1$ .

Notînd  $\dot{\varphi} = \dot{\theta}_1 - \omega_0 = -s$  și ținînd seama de precizările de mai sus, sistemul de ecuații (2.1), în formă operațională, devine

$$\begin{aligned} p^2 J_1 \dot{\varphi} + \mathcal{M}_c &= -p \frac{\nu}{1+p\tau} \dot{\varphi}, \\ p^2 J_2 (\dot{\varphi} - \frac{\mathcal{M}_c}{pc+k}) - \mathcal{M}_c &= -\mathcal{M}_l, \end{aligned} \quad (2.3)$$

în care  $p$  este variabila operațională, iar  $\dot{\varphi}$ ,  $\mathcal{M}_c$  și  $\mathcal{M}_l$  sînt transformatele Laplace, respectiv ale lui  $\varphi$ ,  $M_c$  și  $M_l$ . Semnificația lui  $\varphi$  este aceea de abatere unghiulară față de regimul de mers ideal în gol.

Luînd variabila operațională de forma  $p=i\omega$  [14], în care  $i$  este simbolul imaginar, din (2.3) rezultă coeficientul de dinamicitate

$$k_d = \left| \frac{\mathcal{M}_c}{\mathcal{M}_l} \right| = \left| \frac{(k+i\omega c)[\omega^2 J_1 + \dots \dots \dots + i\omega(\omega^2 \tau J_1 - \nu)]}{[\omega^2 J_1 + i\omega(\omega^2 \tau J_1 - \nu)](k - \omega^2 J_2 + i\omega c) + [k - \dots \dots \dots - \omega^2 c \tau + i\omega(c+k\tau)]\omega^2 J_2} \right|. \quad (2.4)$$

În legătură cu formula de mai sus de definiție a coeficientului de dinamicitate trebuie făcută observația că în cazul agregatelor de mașini cu transmisie rigidă între motor și mașina de lucru, nu există un moment dinamic în transmisie și deci, nu se poate defini coeficientul de dinamicitate.

Folosind momentul de inerție echivalent  $J = \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2}$ , precum și notațiile  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{J}}$ ,  $\omega = \alpha \omega_n$ ,  $\beta = \omega_n \tau$ ,  $r = \frac{J_2}{J_1}$ ,  $d = \frac{\nu}{\omega_n J_1}$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{2\omega_n J}$ , expresia (2.4) capătă forma:

$$k_d = \sqrt{\frac{(1+4\varepsilon^2\alpha^2)[\alpha^2 + \dots \dots \dots + \alpha^2[(r+1)(1+2\beta\varepsilon)\alpha^2 - \dots \dots \dots ]}{\{(r+1)[\alpha^2\beta - \alpha^2(\beta+d+2\varepsilon)]+d\}^2 + \alpha^2[(r+1)(1+2\beta\varepsilon)\alpha^2 - \dots \dots \dots ]}}$$

$$\frac{+(\alpha^2\beta - \delta)^2}{-(r+1+2\delta\epsilon)^2} \quad (2.5)$$

Un interes deosebit prezintă studiul comportării agregatului de mașini în zona rezonanței principale când  $\omega \approx \omega_n$ , adică pentru  $\alpha = 1$ . Starea de rezonanță a sistemului trebuie să fie considerată cu prioritate deoarece se caracterizează prin valori maxime ale momentului care soliciță cupla,  $M_c$ , moment care intră în expresia coeficientului de dinamicitate. În acest caz, pentru coeficientul de dinamicitate (2.5) rezultă expresia

$$k_{d_r} = \sqrt{\frac{(1+4\epsilon^2)[1+(\beta-\delta)^2]}{[r\delta + 2(r+1)\epsilon]^2 + 4[\delta - (r+1)\beta]^2 \epsilon^2}} \quad (2.6)$$

Procesele electromagnetice tranzitorii din motorul electric intervin în expresia coeficientului de dinamicitate prin intermediul constantei de timp electromagnetice  $\tau$ , deci a parametrului  $\beta$ . De aceea, în fig.2.2 s-a reprezentat grafic dependența  $k_d = k_d(\beta)$  pentru valorile parametrilor din tabelul 2.1.

Tabelul 2.1

Nr. curbei	$\delta$	$r$	$\epsilon$
1	0,05	0,5	0,05
2	0,1	0,5	0,05
3	0,3	0,5	0,05
4	0,05	0,5	0,1
5	0,1	0,5	0,1
6	0,3	0,5	0,1
7	0,05	2	0,1
8	0,1	2	0,1
9	0,3	2	0,1

Cele 9 curbe trasate pentru diferite combinații de valori ale parametrilor  $\delta, r, \epsilon$  au o alură vizibil asemănătoare, ceea ce face posibil să se presupună că și pentru alte combinații de valori ale parametrilor, se obțin curbe de aceeași formă.

Valorile acestor parametri s-au ales astfel încît să fie acoperitoare pentru agregatele de mașini întîlnite în utilajele industriale obișnuite.

Astfel, domeniul de valori pentru  $\delta$  a rezultat după cum urmează:

- $\delta$  fiind panta caracteristicii mecanice statice în regim de mers ideal în gol, are valori cuprinse în intervalul 1 - 1,73, corespunzătoare unor unghiuri de înclinare obișnuite de  $45^\circ - 60^\circ$  ale caracteristicii mecanice în acest regim;

- $\omega_n$  are valori în domeniul 12-25 s<sup>-1</sup>, corespunzătoare unei frecvențe proprii de ordinul herților, cît au în mod obișnuit utilajele industriale;

- $J_1$ , pentru motoarele electrice de putere medie cu care sînt echipate agregatele industriale, are valori în jur de 1 kg.m<sup>2</sup>.

Pentru aceste valori ale mărimilor care intră în expresia sa, parametrul  $\delta$  capătă valori cuprinse în domeniul 0,05 - 0,3.

În privința lui  $r$ , domeniul de valori 0,5 - 2 este de asemenea acoperitor. Într-adevăr, dacă  $r$  ar fi sub 0,5, ar însemna că momentul de inerție al mașinii de lucru ar reprezenta mai puțin de jumătate din momentul de inerție al rotorului motorului electric, adică mote-



rul ar fi exagerat de mare în raport cu mașina de lucru, ceea ce ar fi total neeconomic. Invers, dacă  $r$  ar depăși valoarea 2, mașina de lucru s-ar dovedi prea mare în comparație cu motorul, situația uzuală fiind când cele două momente de inerție au valori apropiate.

Referitor la parametrul  $\varepsilon$ , acesta se exprimă cu ajutorul coeficientului de amortizare viscoasă  $c$ . Acesta fiind, de fapt, un coeficient de frecare de alunecare între două suprafețe lubrificate (cele două semicuple), are valori mici, subunitare, astfel încât parametrul  $\varepsilon$  care se obține prin împărțirea lui  $c$  cu factorul  $2\omega_n J$ , s-a apreciat că nu poate depăși valoarea 0,1.

Din aspectul curbelor din fig.2.2 rezultă o concluzie valabilă pentru întreaga familie de curbe și anume că, pentru  $\beta \leq 0,8$  și  $\beta \geq 5$ , coeficientul de dinamicitate la rezonanță, practic nu depinde de  $\beta$ .

În cazul în care în locul caracteristicii mecanice dinamice a motorului electric se ia în considerare caracteristica mecanică statică, coeficientul de dinamicitate la rezonanță se obține din (2.6) pentru  $\gamma = 0$ , adică pentru  $\beta = 0$ . De asemenea, se poate neglija și produsul  $d^2 \varepsilon^2$ :

$$k_{d_r}' = \frac{1}{rd + 2(r+1)} \sqrt{d^2 + 1 + 4\varepsilon^2} \quad (2.7)$$

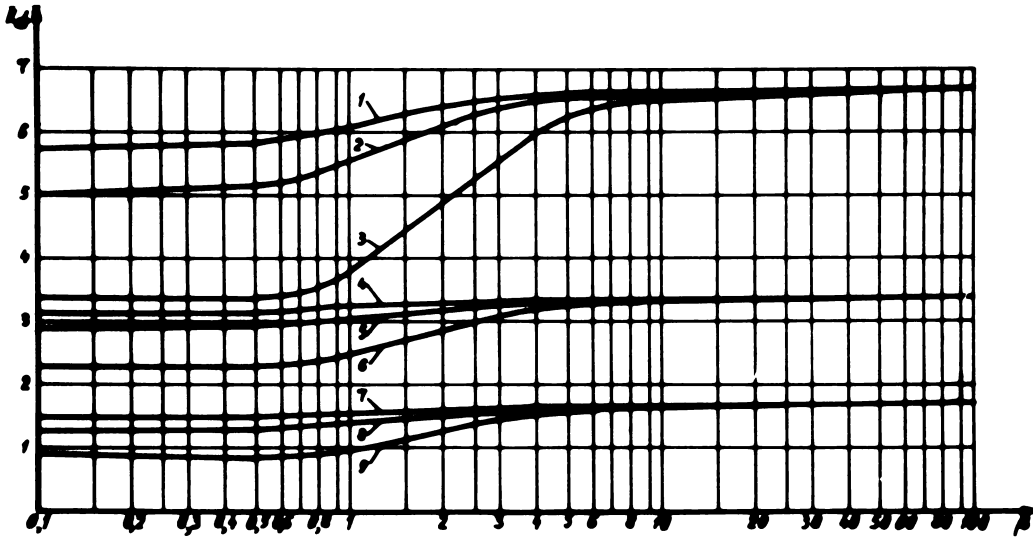


Fig.2.2.

În sfârșit, dacă nu se ține seama nici de caracteristica mecanică statică a motorului, ci se consideră că acesta dezvoltă un cuplu motor de moment constant la orice viteză unghiulară, adică are o caracteristică mecanică orizontală cu panta nulă ( $\gamma = 0$ ), rezultă din (2.7) expresia coeficientului de dinamicitate la rezonanță pentru  $d = 0$ :

$$k_{d_r}'' = \frac{1}{2(r+1)\varepsilon} \sqrt{1 + 4\varepsilon^2} \quad (2.8)$$

114451  
320 F



Pentru a se putea trage concluziile, în tabelul 2.2 s-au calculat coeficienții de dinamicitate la rezonanță cu cele trei formule (2.6), (2.7) și (2.8) pentru diferite valori ale parametrilor, precum și erorile relative respective.

Din analiza curbelor din fig.2.2 și a datelor din tabelul 2.2, rezultă următoarele concluzii:

1. Pentru  $\beta \in [0 ; 0,8]$ , adică atunci când constanta electromagnetică de timp  $\tau$  este foarte mică, cu o eroare relativă  $e^0$  care nu depășește 3,5% (tabelul 2.2), se poate folosi caracteristica mecanică statică a motorului electric.

$\frac{ k_{dr} _{\rho=0} - k_{dr}^0}{k_{dr} _{\rho=0}} \cdot 100$	$e^0 = \frac{ k_{dr} _{\rho=5} - k_{dr}^0}{k_{dr} _{\rho=5}} \cdot 100$	<i>Tabelul 2.2.</i>
1,676	1,025	
1,884	2,196	
3,490	8,204	
0,570	0,681	
0,476	1,402	
3,260	4,680	
1,152	1,380	
1,157	2,238	
2,778	9,530	

2. Pentru  $\beta \in [5, 100]$ , adică atunci când  $\omega_n$ , care are semnificația de pulsație proprie a sistemului în lipsa amortizării, este mare, cu o eroare relativă  $e^0$  de cel mult 10% (tabelul 2.2), se poate neglija influența caracteristicii mecanice a motorului. Într-adevăr, dacă pulsația proprie a sistemului este mare, acest fapt presupune un moment de inerție redus relativ mic; momentul de inerție fiind mic, fenomenele dinamice din agregatul de mașini au o influență neglijabilă asupra funcționării motorului electric de acționare, acesta putând fi considerat ideal, adică cu cuplu motor constant, indiferent de turație.

3. Pentru  $\beta \in (0,8 ; 5)$ , studiul dinamicii agregatului de mașini trebuie să se facă luând în considerare caracteristica mecanică dinamică a motorului electric; în caz contrar, erorile relative sînt inadmisibil de mari.

§ 2.2. O nouă evaluare a coeficientului de dinamicitate a funcționării unui agregat de mașini. Pentru caracterizarea neuniformității mișcării elementului conducător al unui agregat de mașini aflat în regim de mișcare staționară se folosește coeficientul de neuniformitate al mișcării [20, 22] :

$$f = \frac{\omega_M - \omega_m}{\omega_{med}}, \quad (2.9)$$

în care :  $f$  - coeficientul de neuniformitate al mișcării;  $\omega_M, \omega_m$  .

$\omega_{med}$  - respectiv, viteza unghiulară maximă, viteza unghiulară minimă și viteza unghiulară medie a elementului conducător, pe durata unui ciclu al mișcării staționare.

Prin element conducător al agregatului de mașini se înțelege arborele motorului electric în cazul unui agregat de mașini la care mașina de lucru este cuplată direct de motorul de acționare; atunci când între motor și mașina de lucru se află o transmisie (reductor de turație, cutie de viteze, variator de turație etc.), arborele de ieșire din transmisie constituie elementul conducător.

Viteza unghiulară medie se poate bine aproxima prin expresia [20, 22]

$$\omega_{med} \approx \frac{\omega_M + \omega_m}{2} . \quad (2.10)$$

Din relațiile (2.9) și (2.10) rezultă că variația maximă a vitezei unghiulare a elementului conducător pe durata unui ciclu al mișcării staționare este

$$\Delta\omega = \omega_M - \omega_m = d\omega_{med} . \quad (2.11)$$

Notînd cu  $\Delta t$  intervalul de timp din durata unui ciclu al mișcării staționare în care are loc variația maximă a vitezei unghiulare a elementului conducător (viteza unghiulară putînd să varieze de la  $\omega_m$  la  $\omega_M$  sau invers), accelerația unghiulară medie pe un ciclu va fi

$$\varepsilon_{med} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} . \quad (2.12)$$

Pentru majoritatea agregatelor de mașini, un ciclu al mișcării staționare corespunde unei rotații complete a elementului conducător. În acest caz, durata unui ciclu al mișcării staționare va fi egală cu perioada  $T$  a mișcării elementului conducător,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_{med}} . \quad (2.13)$$

Considerînd, de exemplu, o lege de variație a vitezei unghiulare a elementului conducător ca aceea din fig.2.3, semnificația mărimilor  $\Delta\omega$ ,  $\Delta t$  și  $T$  rezultă din figură.

Se vede că totdeauna  $\Delta t$  va fi mai mic decît jumătate din durata  $T$  a ciclului sau cel mult egal cu  $\frac{T}{2}$  (în cazul unei diagrame simetrice a vitezei unghiulare pe cele două semiperioade). De aceea se poate scrie că

$$\Delta t = \lambda \frac{T}{2} , \quad (2.14)$$

în care coeficientul  $\lambda \leq 1$ . Tinînd seama de relațiile (2.11), (2.13) și (2.14), expresia (2.12) a accelerației unghiulare medii devine

$$\varepsilon_{med} = \frac{d\omega_{med}^2}{\lambda\pi} . \quad (2.15)$$

Dacă se presupune, în plus, că ciclul mișcării staționare cuprinde și intervale de timp în care elementul conducător execută mișcări

uniforme după atingerea vitezelor unghiulare extreme  $\omega_m$  și  $\omega_M$  (fig. 2.3), atunci, pe intervalul  $\Delta t$  accelerația unghiulară va avea o diagramă de forma din

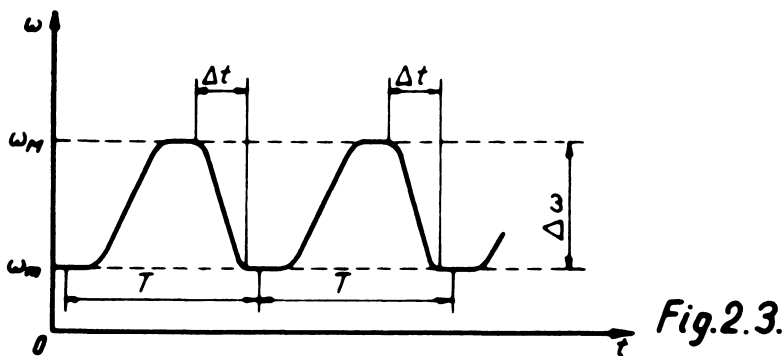


fig. 2.4 și se va putea lua accelerația unghiulară maximă

$$\varepsilon_M \approx 2\varepsilon_{med} \quad (2.16)$$

adică

$$\varepsilon_M = \frac{2d\omega_{med}^2}{\lambda\pi} \quad (2.17)$$

In cazul în care

diagrama vitezei unghiulare prezintă mai multe maxime și minime pe o

perioadă a ciclului mișcării staționare,

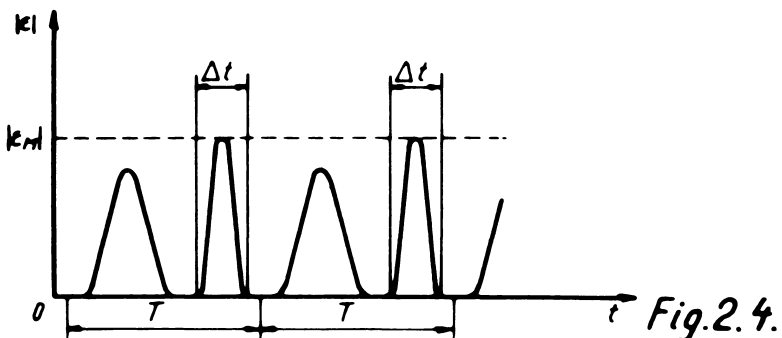
(fig. 2.5), trebuie calculată, după me-

toda expusă, accelerația unghiulară

maximă pentru fiecare interval de timp

$\Delta t_i$  în care viteza unghiulară prezintă

variații mari



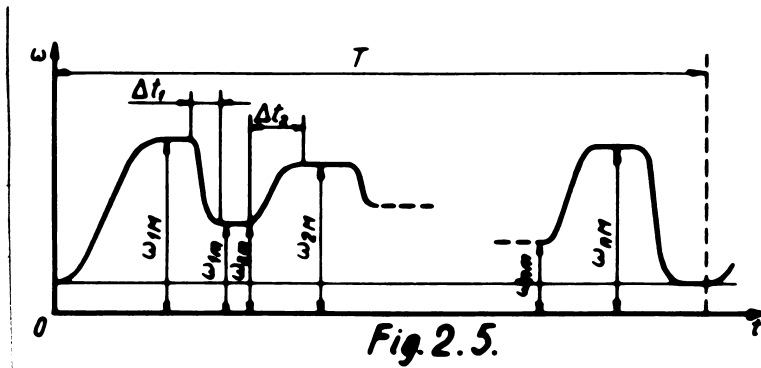
$$\varepsilon_{iM} = \frac{2d_i \omega_{i med}^2}{\lambda_i \pi} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (2.18)$$

unde n este numărul intervalelor de timp cu accelerații unghiulare mari dintr-o perioadă T.

Dintre accelerațiile maxime  $\varepsilon_{iM}$  astfel determinate se va alege cea mai mare și aceasta va fi considerată ca accelerația maximă pentru întregul ciclu al mișcării staționare.

Formula (2.17) este aproximativă, caracterul ei aproximativ provenind din relațiile (2.10) și (2.16) care au folosit la deducerea ei. Datorită faptului că ipotezele în care a fost dedusă sînt tipice pentru funcționarea majorității agregatelor de mașini întîlnite în industrie, ea are totuși o largă aplicabilitate. Formula (2.17) permite o evaluare rapidă și simplă a accelerației unghiulare maxime și deci a solicitării maxime de natură inerțială la care va fi supus elementul conducător, lucru foarte util pentru proiectarea preliminară a agregatului de mașini.

In teoria mecanismelor se folosește și un coeficient de dinamicitate al mișcării unui agregat de mașini definit pe baza parametrilor cinematici ai mișcării. Acest coeficient de dinamicitate este diferit de cel din § 2.1, care se utilizează în dinamica mașinilor.



El are expresia [20, 22]

$$\chi = \frac{\epsilon_M}{\omega_{med}^2} \quad (2.19)$$

care, ținând seama de (2.17), capătă forma:

$$\chi = \frac{2d}{\lambda \pi} \quad (2.20)$$

Formulele (2.17)

și (2.20) permit un calcul aproximativ dar foarte simplu și deci util în practica inginerescă, al momentelor de inerție ale elementelor agregatelor de mașini, necesare pentru realizarea unei anumite neuniformități a mișcării staționare a agregatului de mașini. Formula (2.17) atrage atenția că solicitările de natură inerțială sînt proporționale cu pătratul vitezei unghiulare medii a elementului conducător, ceea ce trebuie avut în vedere mai ales în situația unor viteze de funcționare tot mai mari ale agregatelor de mașini actuale.

§ 2.3. O nouă metodă aproximativă grafo-numerică de rezolvare a ecuației de mișcare a unui agregat de mașini. Se consideră agregatul de mașini cu cea mai largă răspîndire în industrie, format dintr-un motor electric asincron (I) care, prin intermediul unei cuple rigide (II) antrenează mașina de lucru (III), fig.2.6.

Ecuația diferențială a mișcării agregatului de mașini este

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_m - M_r \quad (2.21)$$

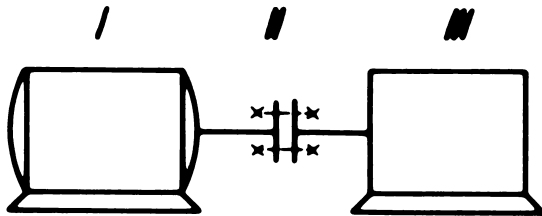


Fig.2.6.

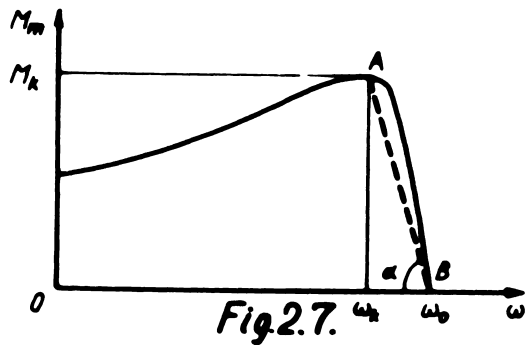
în care J este momentul de inerție al întregului agregat de mașini, redus la arborele motorului,  $\omega$  este viteza unghiulară a arborelui motorului, iar  $M_m$  și  $M_r$  sînt respectiv momentul motor furnizat de motorul electric și momentul

rezistent care apare în funcționarea mașinii de lucru.

Asupra parametrilor agregatului de mașini se fac următoarele precizări:

Momentul de inerție redus al agregatului de mașini este constant.

Pentru momentul motor, se ia în considerare caracteristica mecanică statică (fig.2.7), a cărei porțiune de lucru AB se liniarizează (linie întreruptă în fig.2.7). Ecuația caracteristicii statice liniarizate a motorului electric se poate scrie



$$M_m = M_k - \lambda(\omega - \omega_k), \quad (2.22)$$
 unde  $M_k$ ,  $\omega_k$  sînt, respectiv momentul cuplului critic ("de răsturnare") al motorului electric și viteza unghiulară critică, iar  $\lambda$  este panta caracteristicii mecanice statice liniarizate,

$$\lambda = \operatorname{tg} \alpha = \frac{M_k}{\omega_0 - \omega_k}, \quad (2.23)$$

in care  $\omega_0$  este viteza unghiulară de sincronism a motorului electric.

Momentul rezistent al mașinii de lucru se consideră o funcție periodică de unghiul de rotație  $\theta$  al agregatului de mașini,

$$M_r(\theta) = M_r(\theta + \psi), \quad (2.24)$$

unde  $\psi$  este perioada unghiulară a momentului rezistent. O asemenea situație este caracteristică pentru multe din agregatele de mașini întâlnite în industrie.

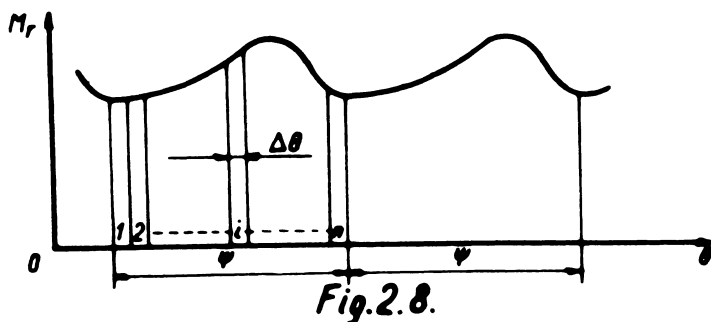
Tinînd seama de precizările făcute, ecuația de mișcare (2.21) devine

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_k - \lambda(\omega - \omega_k) - M_r(\theta). \quad (2.25)$$

Trecînd de la variabila  $t$  la variabila  $\theta$ , ecuația (2.25) capătă forma

$$\omega(J \frac{d\omega}{d\theta} + \lambda) = M_k + \lambda\omega_k - M_r. \quad (2.26)$$

Procedeul grafic constă în reprezentarea grafică a momentului rezistent ca funcție de  $\theta$  și împărțirea perioadei  $\psi$  a momentului rezistent în  $n$  părți egale,



și împărțirea perioadei  $\psi$  a momentului rezistent în  $n$  părți egale,

$$\Delta\theta = \frac{\psi}{n} \quad (\text{fig. 2.8}).$$

Numărul de  $n$  intervale va fi cu atît mai mare cu cît mo-

mentul rezistent prezintă variații mai brusce pe parcursul unei perioade, și cu cît gradul de precizie necesar este mai mare. În orice caz,  $n$  va fi astfel ales încît pe un interval  $\Delta\theta$  să se poată considera momentul rezistent constant, și anume, egal cu valoarea sa medie pe intervalul respectiv.

Pentru un interval oarecare  $i$ , valoarea medie corespunzătoare a momentului rezistent este  $M_{ri}$  și ecuația (2.26) se scrie

$$\omega(J \frac{d\omega}{d\theta} + \lambda) = M_k + \lambda\omega_k - M_{ri}. \quad (2.27)$$

Făcînd notațiile  $\frac{\lambda}{J} = p$ ,  $\frac{M_k + \lambda \omega_k - H r_i}{J} = q_1$  și separînd variabilele în ecuația (2.27), aceasta devine:

$$\frac{\omega}{p\omega - q_1} d\omega = - d\theta. \quad (2.28)$$

Caracterul numeric al metodei este dat de integrarea numerică a membrului stîng al ecuației (2.28) prin metoda trapezelor [14]. Astfel, dacă se notează

$$f(\omega) = \frac{\omega}{p\omega - q_1},$$

atunci integrala membrului stîng al ecuației (2.28) este

$$I = \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} f(\omega) d\omega, \quad (2.29)$$

în care  $\omega_i$  și  $\omega_{i+1}$  sînt valorile vitezei unghiulare la capetele unui interval oarecare  $i$  în care s-a împărțit perioada  $\psi$  a momentului rezistent. Integrala (2.29) fiind

egală cu aria măsurată (fig.2.9), care poate fi aproximată printr-un trapez, se poate scrie

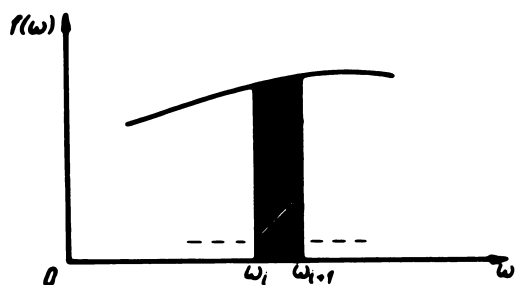


Fig.2.9.

$$I = \left[ f(\omega_{i+1}) + f(\omega_i) \right] \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{2} = \left( \frac{\omega_{i+1}}{p\omega_{i+1} - q_1} + \frac{\omega_i}{p\omega_i - q_1} \right) \cdot \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{2}. \quad (2.30)$$

Tinînd seama de (2.30), soluția ecuației (2.28) este

$$\left( \frac{\omega_{i+1}}{p\omega_{i+1} - q_1} + \frac{\omega_i}{p\omega_i - q_1} \right) \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{2} = -\Delta\theta. \quad (2.31)$$

Din soluția (2.31) se obține relația de recurență

$$\omega_{i+1} = \omega_i - \frac{\omega_i + p\Delta\theta + \sqrt{(\omega_i - p\Delta\theta)^2 + 2q_1\Delta\theta}}{2p\omega_i - q_1}, \quad (2.32)$$

care da viteza unghiulară  $\omega_{i+1}$  de la sfîrșitul unui interval  $\Delta\theta$ , în funcție de viteza unghiulară de la începutul intervalului  $i$ ; evident,  $\omega_{i+1}$  constituie, totodată, viteza unghiulară de la începutul intervalului următor,  $i+1$ .

În felul acesta, formula (2.32) poate fi privită ca soluție grafo-numerică a ecuației de mișcare (2.26).

Revenind la notațiile inițiale, formula (2.32) capătă forma

$$\omega_{i+1} = \omega_i - \frac{Jn\omega_i + \lambda\psi + \sqrt{(Jn\omega_i - \lambda\psi)^2 + 2Jn(M_k - M_{r1})\psi}}{Jn(2\lambda\omega_i - M_k + M_{r1})} \cdot \frac{\lambda\omega_i - M_k + M_{r1}}{Jn(2\lambda\omega_i - M_k + M_{r1})} \quad (2.33)$$

Se observă că în formula (2.33) toate mărimile care intervin sînt fie cunoscute, fie alese.

§ 2.4. Un criteriu grafo-analitic al legăturii dintre procesele mecanice și electrice dintr-un agregat de mașini. În acest paragraf se studiază dinamica unui agregat de mașini cu transmisie elastică pentru care se stabilește un criteriu din care rezultă necesitatea luării în considerare a fenomenelor electromagnetice tranzitorii din motorul electric.

Marea majoritate a agregatelor de mașini întîlnite în industrie se reduc la schema de calcul din fig.2.10. Conform modelului din a-

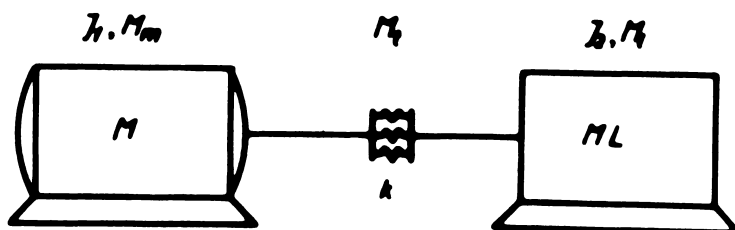


Fig.2.10.

ceastă figură, agregatul de mașini este format din motorul electric de acționare (M) și mașina de lucru (M.L.) care îndeplinește funcția tehnologică căreia îi este destinată. Între motor

și mașina de lucru se află o transmisie elastică.

Funcționarea unor agregate de mașini cum ar fi marile laminoare din industria metalurgică, vehiculele cu tracțiune electrică, este caracterizată de regimuri tranzitorii dure, provocate la aplicarea și înlăturarea bruscă a sarcinii, la accelerări și frînări brusce, la reversarea sensului de rotație al acționării electrice. Asemenea regimuri de funcționare cer din partea motorului electric de acționare posibilitatea reglării continue și în limite largi a turației, cât și un cuplu de pornire cât mai mare. Toate aceste calități sînt excelent îndeplinite de către motorul electric de curent continuu cu excitație independentă, fapt care îl face de neînlocuit în agregate-



le de mașini mai sus amintite.

Ecuatia diferențială care descrie procesele electromagnetice nestaționare dintr-o acționare cu motor electric de curent continuu cu excitație independentă este [12, 76, 312]

$$U = Ri_e + L \frac{di_e}{dt} + E, \quad (2.34)$$

în care:  $U$  - tensiunea la bornele motorului electric;  $i_e$  - curentul din circuitul rotoric al motorului electric;  $E$  - tensiunea electromotoare de inducție a motorului electric;  $R$  - rezistența circuitului rotoric al motorului electric;  $L$  - inductivitatea înfășurării rotorice a motorului electric.

Ecuatia diferențială a mișcării părții motoare a agregatului de mașini este

$$J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = M_m - M_t, \quad (2.35)$$

unde:  $J_1$  - momentul de inerție al părții motoare a agregatului de mașini, reduse la arborele motorului electric;  $\omega_1$  - viteza unghiulară a arborelui motorului electric;  $M_m$  - momentul motor furnizat de motorul electric;  $M_t$  - momentul elastic din transmisie.

Tinând seama de faptul că momentul motor este proporțional cu curentul electric,

$$M_m = k_m i_e, \quad (2.36)$$

din (2.35) rezultă

$$\omega_1 = \frac{1}{J_1} \int_0^t (k_m i_e - M_t) dt. \quad (2.37)$$

Tensiunea electromotoare de inducție a motorului electric este proporțională cu viteza unghiulară,

$$E = k_e \omega_1, \quad (2.38)$$

deci

$$E = \frac{k_e}{J_1} \int_0^t (k_m i_e - M_t) dt. \quad (2.39)$$

Introducând expresia (2.39) în ecuația (2.34), aceasta devine

$$U = Ri_e + L \frac{di_e}{dt} + \frac{k_e}{J_1} \int_0^t (k_m i_e - M_t) dt. \quad (2.40)$$

Derivând ecuația (2.40) în raport cu timpul, se obține

$$\frac{dU}{dt} = R \frac{di_e}{dt} + L \frac{d^2 i_e}{dt^2} + \frac{k_e}{J_1} (k_m i_e - M_t). \quad (2.41)$$

Tensiunea  $U$  de alimentare a motorului s-a luat ca funcție de timp, și nu constantă pentru a cuprinde astfel posibilitatea de reglare a turației motorului electric prin varierea tensiunii la borne, modalitate frecvent folosită în acționările electrice cu motoare electrice de curent continuu.

Ordonînd ecuația diferențială (2.41), aceasta capătă forma

$$\frac{d^2 i_e}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_e}{dt} + \frac{k_e k_m}{L J_1} i_e = \frac{k_e M_t}{L J_1} + \frac{1}{L} \frac{dU}{dt}. \quad (2.42)$$

Tinînd seama de expresiile constantelor de timp ale acționării electrice [312],  $\frac{L}{R} = T_e$  - constanta de timp electromagnetică,  $\frac{J_1 R}{k_e k_m} = T_m$  - constanta de timp electromecanică, ecuația (2.42) devine:

$$\frac{d^2 i_e}{dt^2} + \frac{1}{T_e} \frac{di_e}{dt} + \frac{1}{T_e T_m} i_e = \frac{1}{T_e T_m k_m} k_t + \frac{1}{L} \frac{dU}{dt}. \quad (2.43)$$

Introducînd notațiile  $\frac{1}{T_e} = a_1$ ,  $\frac{1}{T_e T_m} = a_2$ ,  $\frac{1}{T_e T_m k_m} = a_3$ ,  $\frac{1}{L} \frac{dU}{dt} = P$ , ecuația (2.43) se poate scrie

$$\frac{d^2 i_e}{dt^2} + a_1 \frac{di_e}{dt} + a_2 i_e - a_3 M_t = P. \quad (2.44)$$

Ecuația diferențială a mișcării agregatului de mașini este [228]

$$\frac{d^2 M_t}{dt^2} = k \left( - \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} M_t + \frac{J_2 M_m + J_1 M_l}{J_1 J_2} \right), \quad (2.45)$$

în care:  $J_2$  - momentul de inerție al mașinii de lucru reduse la arborile motorului electric;  $k$  - constanta elastică la torsiune a transmisiei elastice;  $M_l$  - momentul aplicat mașinii de lucru în procesul tehnologic în care este folosit agregatul de mașini.

Tinînd seama de expresia (2.36) a momentului motor, ecuația (2.45) devine

$$\frac{d^2 M_t}{dt^2} + \frac{k(J_1 + J_2)}{J_1 J_2} M_t - \frac{k k_m}{J_1} i_e = \frac{k}{J_2} M_l. \quad (2.46)$$

Folosind notațiile  $\sqrt{\frac{k(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}} = \gamma$  - pulsația proprie a părții mecanice a agregatului de mașini, considerată izolată,  $\frac{k k_m}{J_1} = b_1$ ,

$\frac{k}{J_2} = b_2$ , ecuația (2.46) ia forma

$$\frac{d^2 M_t}{dt^2} + r^2 M_t - b_1 i_e = b_2 i_e. \quad (2.47)$$

Comportarea dinamică a agregatului de mașini este caracterizată atât din punct de vedere electric cât și mecanic de sistemul de ecuații (2.44), (2.47). Pentru studiul sistemului de ecuații (2.44), (2.47), fiind un sistem de ecuații diferențiale liniare, se aplică metoda calculului operațional. Pentru aceasta se introduc transformatele Laplace ale funcțiilor de timp care intervin în sistemul de ecuații diferențiale (2.44), (2.47):  $\Phi(p)$  pentru  $i_e(t)$ ,  $\psi(p)$  pentru  $M_t(t)$ ,  $\Gamma(p)$  pentru  $P(t)$  și  $\sqrt{\quad}(p)$  pentru  $M_1(t)$ .

Considerînd condiții inițiale nule,

$$t = 0 \begin{cases} i_e(0) = 0, & \left. \frac{di_e}{dt} \right|_{t=0} = 0, \\ M_t(0) = 0, & \left. \frac{dM_t}{dt} \right|_{t=0} = 0, \end{cases} \quad (2.48)$$

sistemul de ecuații (2.44), (2.47), în formă operațională devine:

$$\begin{aligned} (p^2 + a_1 p + a_2) \Phi - a_3 \psi &= \Gamma, \\ -b_1 \Phi + (p^2 + r^2) \psi &= b_2 \Gamma. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Pulsațiile proprii ale vibrațiilor libere ale sistemului electro-mecanic se determină din ecuația caracteristică a sistemului (2.49)

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} p^2 + a_1 p + a_2 & -a_3 \\ -b_1 & p^2 + r^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (2.50)$$

$$\text{sau} \quad p^4 + d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p + d_0 = 0, \quad (2.51)$$

în care s-au făcut notațiile  $d_3 = a_1$ ,  $d_2 = r^2 + a_2$ ,  $d_1 = r^2 a_1$ ,  $d_0 = r^2 a_2 - b_1 a_3$ .

Pentru ecuația caracteristică (2.51) se iau rădăcini complexe conjugate de forma

$$\begin{aligned} p_{1,2} &= -c_1 \pm i \lambda_1, \\ p_{3,4} &= -c_2 \pm i \lambda_2, \end{aligned} \quad (2.52)$$

în care părțile reale reprezintă coeficienții de amortizare a vibrațiilor și s-au luat negative pentru a asigura stabilitatea vibra-

șiilor sistemului electromecanic, iar părțile imaginare sînt pulsațiile vibrațiilor libere ale acestui sistem.

Introducînd rădăcinile (2.52) în ecuația caracteristică (2.51), rezultă

$$c_{1,2} = \frac{a_1}{4} \left[ 1 \mp \sqrt{1 + 4 \frac{a_3 b_1}{(r^2 - a_2)^2}} \right], \quad (2.53)$$

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[ r^2 + a_2 \pm (r^2 - a_2) \sqrt{1 \pm 4 \frac{a_3 b_1}{(r^2 - a_2)^2}} \right]. \quad (2.54)$$

Introducînd notația

$$4 \frac{a_3 b_1}{(r^2 - a_2)^2} = \alpha \quad (2.55)$$

și dezvoltînd expresiile cu radical în serie binomială, pentru  $\alpha < 0,1$ , se pot reține numai primii doi termeni ai dezvoltărilor; al treilea termen, în care apare  $\alpha^2$  și termenii următori se pot neglija, fără a introduce astfel o eroare mai mare de 1%. Într-adevăr, în formulele (2.53) și (2.54) apar expresiile  $\sqrt{1+\alpha}$ ,  $\sqrt{1-\alpha}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{1+\alpha}}$ , avînd dezvoltările în serie binomială :

$$\sqrt{1+\alpha} = (1+\alpha)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{2 \cdot 4} \alpha^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \alpha^3 - \dots,$$

$$\sqrt{1-\alpha} = (1-\alpha)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{2 \cdot 4} \alpha^2 - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \alpha^3 + \dots,$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\alpha}} = (1+\alpha)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \alpha + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \alpha^2 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \alpha^3 + \dots.$$

Eroarea este sub 1% deoarece din dezvoltările în serie se neglijează termenii de ordin superior, începînd cu termenii în  $\alpha^2$ . Prin considerarea și a termenilor în  $\alpha^2$ ,  $\alpha$  luîndu-se  $\alpha < 0,1$  și deci  $\alpha^2 < 0,01$ , s-ar aduce o corecție de cel mult o sutime.

Făcînd aceste transformări, expresiile (2.53), (2.54) devin:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{a_1}{8} \alpha, \\ c_2 &= \frac{a_1}{2} \left( 1 - \frac{1}{4} \alpha \right), \\ \lambda_1^2 &= r^2 + \frac{1}{4} (r^2 - a_2) \alpha, \\ \lambda_2^2 &= a_2 + \frac{1}{4} (r^2 - a_2) \alpha. \end{aligned} \quad (2.56)$$

În afară de pulsația proprie  $r$  a părții mecanice considerate izolată și de coeficienții de amortizare  $c_{1,2}$  și pulsațiile proprii  $\lambda_{1,2}$  date de (2.56) ale întregului agregat de mașini, considerat

ca un sistem electromecanic, se mai poate defini un coeficient de amortizare  $c_e$  și o pulsație proprie  $\lambda_e$  a vibrațiilor libere ale părții electrice a agregatului de mașini [12] :

$$c_e = \frac{1}{2T_e} \quad , \quad (2.57)$$

$$\lambda_e = \sqrt{\frac{1}{T_e T_m} - \frac{1}{4} \frac{1}{T_e^2}} \quad . \quad (2.58)$$

Dacă parametrii unui agregat de mașini sînt de așa natură încît pulsațiile și coeficienții de amortizare ai părților mecanică și electrică, considerate separate sînt apropiate de pulsațiile proprii și coeficienții de amortizare ai întregului agregat de mașini calculate în ipoteza  $\alpha < 0,1$  , atunci rezultă posibilitatea studiului dinamicii agregatului de mașini privindu-l ca un sistem pur mecanic.

De aici se poate afirma că condiția  $\alpha < 0,1$  reprezintă un criteriu pe baza căruia se poate stabili dacă fenomenele dinamice dintr-un agregat de mașini pot fi studiate fără a lua în considerare și procesele electromagnetice din motorul electric și aceasta, cu o eroare de cel mult 1%. Condiția  $\alpha < 0,1$  va fi denumită criteriul "  $\alpha$  " .

Tinînd seama de notațiile făcute , criteriul "  $\alpha$  " capătă forma

$$\alpha = \frac{4 \frac{k_e k_m}{kL}}{\left( \frac{J_1}{J_2} + 1 - \frac{k_e k_m}{kL} \right)^2} < 0,1 \quad . \quad (2.59)$$

Introducînd notațiile

$$\frac{k_e k_m}{kL} = r \quad , \quad \frac{J_1}{J_2} = s \quad , \quad (2.60)$$

criteriul "  $\alpha$  " devine

$$0,1(s+1-r)^2 > 4r \quad . \quad (2.61)$$

În fig.2.11 s-a reprezentat grafic condiția (2.61). Punctele din zona hășurată satisfac criteriul "  $\alpha$  ". Pentru un agregat de mașini se pot calcula, cu ajutorul relațiilor (2.60), coordonatele  $s, r$  ale punctului reprezentativ al agregatului de mașini și se poate reprezenta acest punct în sistemul de axe  $s, r$ . Dacă punctul reprezentativ al agregatului de mașini va fi situat în zona hășurată, rezultă că agregatul de mașini poate fi considerat ca un sistem pur mecanic, eroarea datorată acestei ipoteze simplificatoare fiind de cel mult 1%. În caz con-

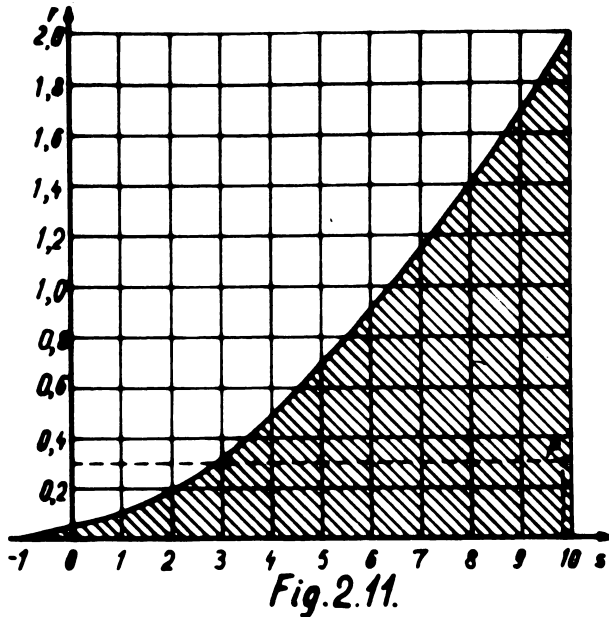


Fig. 2.11.

$\cdot 10^2 \text{ N.m.A}^{-1}$ ,  $k_e = 1,22 \cdot 10^2 \text{ V.s.}$

Cu formulele (2.60) se calculează coordonatele  $s, r$  ale punctului reprezentativ al agregatului de mașini. Se obține  $s = 9,8$ ;  $r = 0,299$ . Punctul reprezentativ  $P$  al agregatului de mașini cu aceste coordonate este situat în zona hașurată a planului  $s, r$ , deci în conformitate cu criteriul " $\alpha$ ", acest agregat de mașini poate fi studiat fără luarea în considerare a proceselor electromagnetice din motorul electric.

Ca verificare se calculează pulsația proprie  $\gamma$  a părții mecanice a agregatului de mașini și coeficienții  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2$ , cu ajutorul formulelor corespunzătoare și se găsește:  $\gamma = 96,2 \text{ s}^{-1}$ ,  $a_1 = 5,915 \text{ s}^{-1}$ ,  $a_2 = 2,569 \text{ s}^{-2}$ ,  $a_3 = 2,112 \text{ A.N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $b_1 = 1,042 \cdot 10^5 \text{ N.m.A}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $b_2 = 8,398 \cdot 10^3 \text{ s}^{-2}$ . Cu formula (2.55) se calculează  $\alpha$  și se obține  $\alpha = 0,01087$ , deci  $\alpha < 0,1$ , iar cu formulele (2.56) se calculează coeficienții de amortizare și pulsațiile proprii ale agregatului de mașini:  $c_1 = 0,00803 \text{ s}^{-1}$ ,  $c_2 = 2,94948 \text{ s}^{-1}$ ,  $\lambda_1 = 96,3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\lambda_2 = 16,7 \text{ s}^{-1}$ . Apoi, cu formulele date se calculează constantele de timp  $T_e = 0,16905 \text{ s}$ ,  $T_m = 0,023027 \text{ s}$ , iar cu formulele (2.57) și (2.58) se calculează coeficientul de amortizare și pulsația proprie a părții electrice a agregatului de mașini:  $c_e = 2,94985 \text{ s}^{-1}$ ,  $\lambda_e = 15,75 \text{ s}^{-1}$ .

Din analiza valorilor obținute se constată că pulsația proprie  $\gamma$  a agregatului de mașini privit ca un sistem pur mecanic este foarte apropiată de pulsația proprie  $\lambda_1$  a agregatului de mașini considerat ca un sistem electromecanic. În privința amortizării, aceasta a fost neglijată la scrierea ecuației (2.45) a vibrațiilor sistemului pur me-

trar, fenomenele dinamice din agregat trebuie să fie studiate cu luarea în considerare a proceselor electromagnetice din motorul electric de curent continuu cu excitație independentă.

Exemplu: să se aplice criteriul " $\alpha$ " unui agregat de mașini cu motor electric de curent continuu cu excitație independentă, având următorii parametri:  $J_1 = 4,444 \cdot 10^4 \text{ N.m.s}^2$ ,  $J_2 = 4,532 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}^2$ ,  $k = 3,806 \cdot 10^7 \text{ N.m}$ ,  $R = 7,69 \cdot 10^{-3} \Omega$ ,  $L = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ H}$ ,  $k_m = 1,216$ .

canic și se observă că și coeficientul de amortizare  $c_1$  al sistemului electromecanic este neglijabil. De asemenea, coeficientul de amortizare  $c_e$  și pulsația proprie  $\lambda_e$  a părții electrice sînt foarte apropiate de valorile  $c_2$ , respectiv  $\lambda_2$  ale întregului agregat de mașini. Deci, într-adevăr, acest agregat de mașini poate fi studiat fără considerarea fenomenelor electromagnetice din motorul electric, fără a comite astfel o eroare mai mare de 1%.

În încheiere trebuie reamintit că studiul efectuat în acest paragraf și concretizat prin elaborarea criteriului "α", privitor la considerarea sau neglijarea proceselor electromagnetice tranzitorii din motorul electric este valabil numai pentru tipul de agregat de mașini descris la începutul paragrafului, adică acționat de motor electric de curent continuu cu excitație independentă și cu cuplă elastică între motor și mașina de lucru.

De asemenea, mai trebuie observat faptul că problema fenomenelor electromagnetice tranzitorii din motorul electric a fost atinsă în mod indirect și în paragraful 2.1 în cadrul criteriului stabilit pe baza coeficientului de *dinamicitate*  $\kappa_{dr}$ . Într-adevăr, din cele trei cazuri tipice analizate acolo de considerare a motorului electric și anume, ca o sursă ideală de energie (care furnizează cuplu motor constant), prin intermediul caracteristicii mecanice statice sau prin intermediul caracteristicii mecanice dinamice, numai în aceasta din urmă se cuprind și fenomenele electromagnetice tranzitorii. Metoda din paragraful 2.1 este, din punct de vedere al motorului, mai generală ca metoda din paragraful 2.4 deoarece motorul electric poate fi de orice tip; ca o limitare a generalității metodei se poate aminti cerința ca momentul rezistent să fie o funcție periodică de timp.

§2.5. Studiul dinamicii unui agregat de mașini cu cuplă elastică neliniară. În acest paragraf se tratează vibrațiile unghiulare la rezonanță într-un agregat de mașini la care transmisia mișcării de la motorul electric la mașina de lucru se face prin intermediul unei cuple

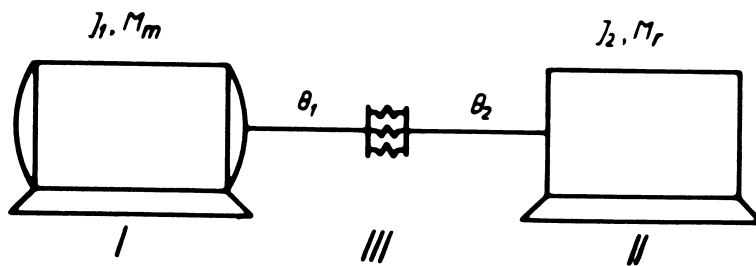


Fig.2.12.

elastice cu proprietăți neliniare.

Schema de calcul a agregatului de mașini se prezintă în fig.2.12, în care I este motorul electric, II este mașina



de lucru, iar III este cupla cu caracteristică elastică neliniară. Această schemă de calcul este tipică pentru un mare număr de agregate de mașini întâlnite în industrie și, pentru a menține o valabilitate largă a studiului întreprins în acest paragraf, se va considera și tipul cel mai răspândit de motor electric - motorul asincron. Comportarea motorului electric în timpul funcționării este caracterizată de dependența momentului motor  $M_m$  de viteza unghiulară a arborelui motorului, adică de caracteristica mecanică. Dacă  $\theta_1$  este unghiul de rotație al arborelui motorului (fig.2.12), atunci viteza unghiulară este  $\dot{\theta}_1$ .

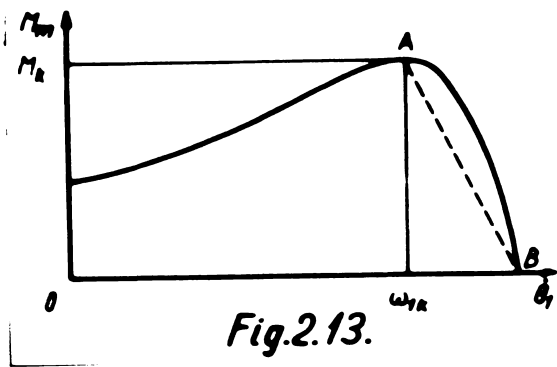


Fig.2.13.

Pentru motorul electric asincron, caracteristica mecanică are aspectul din fig.2.13. În care numai porțiunea AB corespunde regimurilor de funcționare stabilă ale motorului.

În lucrarea [161] s-a studiat dinamica unui agregat de mașini cu cuplă neliniară luând porțiunea de lucru a caracteristicii

mecanice liniarizată (linie întreruptă în fig.2.13). În stadiul care se va face în acest paragraf, porțiunea de lucru AB a caracteristicii mecanice se va aproxima într-un mod mult mai fidel, printr-un arc de parabolă,

$$M_m = M_k - \lambda(\dot{\theta}_1 - \omega_{1k})^2, \quad (2.62)$$

în care  $M_k$  este valoarea maximă ("critică") a momentului motor,  $\omega_{1k}$  este viteza unghiulară critică a motorului, iar  $\lambda$  este o constantă pozitivă.

În privința mașinii de lucru, se presupune că în funcționarea acesteia apare un moment rezistent  $M_r$  armonic,

$$M_r = M_{l_0} \cos \omega t, \quad (2.63)$$

unde  $M_{l_0}$  este valoarea maximă a momentului rezistent iar  $\omega$  este pulsația lui.

Cupla se presupune cu o caracteristică elastică ce prezintă o neliniaritate cubică și cu proprietăți de amortizare de natură viscoasă.

Cu aceste precizări, sistemul de ecuații diferențiale ale mișcării agregatului de mașini are forma

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k(\theta_1 - \theta_2) + k_1(\theta_1 - \theta_2)^3 &= M_k - \lambda(\dot{\theta}_1 - \omega_{1k})^2, \\ J_2 \ddot{\theta}_2 - c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - k(\theta_1 - \theta_2) - k_1(\theta_1 - \theta_2)^3 &= M_{l_0} \cos \omega t, \end{aligned} \quad (2.64)$$

în care :  $J_1$  - momentul de inerție al rotorului motorului electric;  
 $J_2$  - momentul de inerție al elementelor în mișcare ale mașinii în lucru, reduse la arborele de intrare al mașinii de lucru;  $c$  - coeficientul de amortizare viscoasă al cuplei;  $k, k_1$  - constantele elastice ale cuplei.

Pentru integrarea sistemului (2.64) se aplică metoda variației constantelor [340] .

În acest scop se introduc notațiile

$$\frac{k}{J_1} = \omega_{n1}^2, \quad \frac{k}{J_2} = \omega_{n2}^2,$$

$$2n_1 = \frac{c}{\mu J_1}, \quad a_1 = \frac{k}{\mu J_1}, \quad b_1 = \frac{k_1}{\mu J_1}, \quad e_1 = \frac{\lambda}{\mu J_1}, \quad f_1 = \frac{2\lambda\omega_{1k}}{\mu J_1}, \quad (2.65)$$

$$2n_2 = \frac{c}{\mu J_2}, \quad a_2 = \frac{k}{\mu J_2}, \quad b_2 = \frac{k_1}{\mu J_2},$$

$$\frac{M_k - \lambda\omega_{1k}^2}{\mu J_1} = d_1, \quad \frac{M_0}{\mu J_2} = d_2,$$

în care este un parametru mic, adimensional. Cu ajutorul notațiilor (2.65), sistemul de ecuații (2.64) capătă forma:

$$\ddot{\theta}_1 + \omega_{n1}^2 \theta_1 + \mu \left[ 2n_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - a_1 \theta_2 + b_1 (\theta_1 - \theta_2)^3 - d_1 + e_1 \dot{\theta}_1^2 - f_1 \dot{\theta}_1 \right] = 0,$$

$$\ddot{\theta}_2 + \omega_{n2}^2 \theta_2 + \mu \left[ -2n_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - a_2 \theta_1 - b_2 (\theta_1 - \theta_2)^3 + d_2 \cos \omega t \right] = 0. \quad (2.66)$$

Pentru cazul  $\mu = 0$ , sistemul de ecuații (2.66) care este neliniar, devine liniar și admite "soluția generatoare" de forma

$$\theta_1 = A_1 \cos(\omega_{n1} t + \varphi_1) = A_1 \cos \psi_1,$$

$$\theta_2 = A_2 \cos(\omega_{n2} t + \varphi_2) = A_2 \cos \psi_2, \quad (2.67)$$

în care  $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$  sînt constantele de integrare. Esența metodei variației constantelor constă în a presupune pe  $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$  ca funcții de timp. În această accepțiune, derivata soluției generatoare (2.67) se scrie:

$$\dot{\theta}_1 = \dot{A}_1 \cos \psi_1 - A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 - A_1 \dot{\varphi}_1 \sin \psi_1,$$

$$\dot{\theta}_2 = \dot{A}_2 \cos \psi_2 - A_2 \omega_{n2} \sin \psi_2 - A_2 \dot{\varphi}_2 \sin \psi_2. \quad (2.68)$$

În expresiile (2.68), funcțiile de timp  $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$  se aleg astfel încît să satisfacă condițiile

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 \cos \psi_1 - A_1 \dot{\varphi}_1 \sin \psi_1 &= 0, \\ \dot{A}_2 \cos \psi_2 - A_2 \dot{\varphi}_2 \sin \psi_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Tinând seama de condițiile (2.69), derivata (2.68) a soluției generatoare devine

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= -A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1, \\ \dot{\theta}_2 &= -A_2 \omega_{n2} \sin \psi_2. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Derivând expresiile (2.70) și introducându-le în sistemul de ecuații (2.66), se obține

$$\begin{aligned} -\dot{A}_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 - \dot{\varphi}_1 \omega_{n1} A_1 \cos \psi_1 &= -\mu \left[ 2n_1 (-A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 + \right. \\ &+ A_2 \omega_{n2} \sin \psi_2) - a_1 A_2 \cos \psi_2 + b_1 (A_1 \cos \psi_1 - A_2 \cos \psi_2)^3 - \\ &- d_1 + e_1 A_1^2 \omega_{n1}^2 \sin^2 \psi_1 + f_1 A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 \left. \right], \end{aligned} \quad (2.71)$$

$$\begin{aligned} -\dot{A}_2 \omega_{n2} \sin \psi_2 - \dot{\varphi}_2 \omega_{n2} A_2 \cos \psi_2 &= -\mu \left[ -2n_2 (-A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 + \right. \\ &+ A_2 \omega_{n2} \sin \psi_2) - a_2 A_1 \cos \psi_1 - b_2 (A_1 \cos \psi_1 - A_2 \cos \psi_2)^3 + \\ &+ d_2 \cos \omega t \left. \right]. \end{aligned}$$

Se rezolvă acum ecuațiile (2.69) și (2.71) în raport cu  $\dot{A}_1, \dot{A}_2, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$ . Se obține:

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 &= \mu \frac{1}{\omega_{n1}} \left[ 2n_1 (-A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 + A_2 \omega_{n2} \sin \psi_2) - a_1 A_2 \cos \psi_2 + \right. \\ &+ b_1 (A_1 \cos \psi_1 - A_2 \cos \psi_2)^3 - d_1 + \\ &+ e_1 A_1^2 \omega_{n1}^2 \sin^2 \psi_1 + f_1 A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 \left. \right] \sin \psi_1, \\ \dot{A}_2 &= \mu \frac{1}{\omega_{n2}} \left[ -2n_2 (-A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 + A_2 \omega_{n2} \sin \psi_2) - a_2 A_1 \cos \psi_1 - \right. \\ &- b_2 (A_1 \cos \psi_1 - A_2 \cos \psi_2)^3 + d_2 \cos \omega t \left. \right] \sin \psi_2, \quad (2.72) \\ \dot{\varphi}_1 &= \mu \frac{1}{A_1 \omega_{n1}} \left[ 2n_1 (-A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 + A_2 \omega_{n2} \sin \psi_2) - \right. \\ &- a_1 A_2 \cos \psi_2 + b_1 (A_1 \cos \psi_1 - A_2 \cos \psi_2)^3 - d_1 + e_1 A_1^2 \omega_{n1}^2 \sin^2 \psi_1 + \\ &+ f_1 A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 \left. \right] \cos \psi_1, \\ \dot{\varphi}_2 &= \mu \frac{1}{A_2 \omega_{n2}} \left[ -2n_2 (-A_1 \omega_{n1} \sin \psi_1 + A_2 \omega_{n2} \sin \psi_2) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= \frac{3}{8} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{10}^2 e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t} + \frac{3}{2} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{20}^2 e^{-2n_2 t} \cos^2(\omega_{n2} t + \varphi_2), \\ \dot{\varphi}_2 &= \frac{3}{8} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{20}^2 e^{-2n_2 t} + \frac{3}{2} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{10}^2 e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t} \cos^2(\omega_{n1} t + \varphi_1). \end{aligned} \quad (2.79)$$

Pentru integrarea sistemului de ecuații (2.79) se aplică metoda aproximațiilor succesive [164].

Pentru fazele inițiale  $\varphi_{10}$  și  $\varphi_{20}$ , sistemul (2.79) se scrie sub forma:

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \varphi_{10} + \int_0^t \left[ \frac{3}{8} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{10}^2 e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})\gamma} + \frac{3}{2} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{20}^2 e^{-2n_2 \gamma} \right. \\ &\quad \left. \cdot \cos^2(\omega_{n2} \gamma + \varphi_2(\gamma)) \right] d\gamma, \\ \varphi_2(t) &= \varphi_{20} + \int_0^t \left[ \frac{3}{8} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{20}^2 e^{-2n_2 \gamma} + \frac{3}{2} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{10}^2 e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})\gamma} \right. \\ &\quad \left. \cdot \cos^2(\omega_{n1} \gamma + \varphi_1(\gamma)) \right] d\gamma, \end{aligned} \quad (2.80)$$

în care  $\gamma$  are semnificație de timp.

Aproximația de ordinul zero a soluției sistemului (2.72) este deci

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \varphi_{10}, \\ \varphi_2(t) &= \varphi_{20}. \end{aligned} \quad (2.81)$$

Aproximația de ordinul unu este (2.80), care după efectuarea integralelor, [330], devine:

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \varphi_{10} - \frac{3}{16} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{10}^2 \frac{e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t}}{n_1} + \frac{3}{4} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{20}^2 \frac{e^{-2n_2 t}}{\omega_{n2}^2 + n_2^2} \cdot \\ &\quad \cdot \left[ n_2 \left( \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_{20} + \omega_{n2} \cos \varphi_{20} \right) \sin^2 \omega_{n2} t + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \omega_{n2}^2 \sin^2 \varphi_{20} \cos^2 \omega_{n2} t - 2n_2^2 (\sin^2 \varphi_{20} \sin^2 \omega_{n2} t + \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \varphi_{20} \cos^2 \omega_{n2} t) - \omega_{n2}^2 \right], \\ \varphi_2(t) &= \varphi_{20} - \frac{3}{16} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{20}^2 \frac{e^{-2n_2 t}}{2n_2} + \frac{3}{4} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{10}^2 \frac{e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t}}{\omega_{n1}^2 + n_1^2} \cdot \\ &\quad \cdot \left[ n_1 \left( \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_{10} + \omega_{n1} \cos \varphi_{10} \right) \sin^2 \omega_{n1} t + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \omega_{n1}^2 \sin^2 \varphi_{10} \cos^2 \omega_{n1} t - 2n_1^2 (\sin^2 \varphi_{10} \sin^2 \omega_{n1} t + \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \varphi_{10} \cos^2 \omega_{n1} t) - \omega_{n1}^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.82)$$

In urma efectuării integralelor (2.74), rezultă [330] :

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 &= -\mu A_1 (a_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1}) , \\ \dot{A}_2 &= -\mu \frac{1}{2\pi \omega_{n2}} \left[ 2a_2 \tilde{\pi} A_2 \omega_{n2} + \frac{d_2}{\left(\frac{\omega}{\omega_{n2}}\right)^2 - 1} \left( \frac{\omega}{\omega_{n2}} \sin 2 \frac{\omega}{\omega_{n2}} \tilde{\pi} \sin \varphi_2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \cos 2 \frac{\omega}{\omega_{n2}} \tilde{\pi} \cos \varphi_2 - \cos \varphi_2 \right) \right] , \\ \dot{\varphi}_1 &= \mu \frac{b_1}{2 \omega_{n1}} \left[ \frac{3}{4} A_1^2 + 3 A_2^2 \cos^2(\beta_2 + \varphi_2) \right] , \\ \dot{\varphi}_2 &= \mu \frac{1}{2\pi A_2 \omega_{n2}} \left[ 3b_2 A_1^2 A_2 \tilde{\pi} \cos^2(\beta_1 + \varphi_1) + b_2 A_2^3 \frac{3}{4} \tilde{\pi} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{d_2}{\left(\frac{\omega}{\omega_{n2}}\right)^2 - 1} \left( \frac{\omega}{\omega_{n2}} \sin 2 \frac{\omega}{\omega_{n2}} \tilde{\pi} \cos \varphi_2 - \cos 2 \frac{\omega}{\omega_{n2}} \tilde{\pi} \sin \varphi_2 + \sin \varphi_2 \right) \right] . \end{aligned} \quad (2.75)$$

In cazul rezonanței,  $\omega \approx \omega_{n2}$  și sistemul de ecuații (2.75) capătă forma:

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 + (a_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1}) A_1 &= 0 , \\ \dot{A}_2 + a_2 A_2 &= 0 , \\ \dot{\varphi}_1 - \frac{3}{8} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_1^2 - \frac{3}{2} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_2^2 \cos^2(\omega_{n2} t + \varphi_2) &= 0 , \\ \dot{\varphi}_2 - \frac{3}{8} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_2^2 - \frac{3}{2} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_1^2 \cos^2(\omega_{n1} t + \varphi_1) &= 0 . \end{aligned} \quad (2.76)$$

Primele două ecuații diferențiale din sistemul (2.76) se pot integra independent de restul sistemului, prezentînd soluțiile generale

$$\begin{aligned} A_1 &= C_1 e^{-(h_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t} , \\ A_2 &= C_2 e^{-h_2 t} . \end{aligned} \quad (2.77)$$

Dacă  $A_{10}$  și  $A_{20}$  sînt valorile inițiale ale amplitudinilor  $A_1$  și  $A_2$ , rezultă

$$\begin{aligned} A_1 &= A_{10} e^{-(h_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t} , \\ A_2 &= A_{20} e^{-h_2 t} . \end{aligned} \quad (2.78)$$

Introducînd expresiile (2.78) în ultimele două ecuații din sistemul (2.76), acestea devin:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= \frac{3}{8} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{10}^2 e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t} + \frac{3}{2} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{20}^2 e^{-2n_2 t} \cos^2(\omega_{n2} t + \varphi_2), \\ \dot{\varphi}_2 &= \frac{3}{8} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{20}^2 e^{-2n_2 t} + \frac{3}{2} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{10}^2 e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t} \cos^2(\omega_{n1} t + \varphi_1). \end{aligned} \quad (2.79)$$

Pentru integrarea sistemului de ecuații (2.79) se aplică metoda aproximațiilor succesive [164].

Pentru fazele inițiale  $\varphi_{10}$  și  $\varphi_{20}$ , sistemul (2.79) se scrie sub forma:

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \varphi_{10} + \int_0^t \left[ \frac{3}{8} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{10}^2 e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})\gamma} + \frac{3}{2} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{20}^2 e^{-2n_2 \gamma} \right. \\ &\quad \left. \cdot \cos^2(\omega_{n2} \gamma + \varphi_2(\gamma)) \right] d\gamma, \\ \varphi_2(t) &= \varphi_{20} + \int_0^t \left[ \frac{3}{8} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{20}^2 e^{-2n_2 \gamma} + \frac{3}{2} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{10}^2 e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})\gamma} \right. \\ &\quad \left. \cdot \cos^2(\omega_{n1} \gamma + \varphi_1(\gamma)) \right] d\gamma, \end{aligned} \quad (2.80)$$

în care  $\gamma$  are semnificație de timp.

Aproximația de ordinul zero a soluției sistemului (2.72) este deci

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \varphi_{10}, \\ \varphi_2(t) &= \varphi_{20}. \end{aligned} \quad (2.81)$$

Aproximația de ordinul unu este (2.80), care după efectuarea integralelor, [330], devine:

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \varphi_{10} - \frac{3}{16} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{10}^2 \frac{e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t}}{n_1} + \frac{3}{4} \frac{b_1}{\omega_{n1}} A_{20}^2 \frac{e^{-2n_2 t}}{\omega_{n2}^2 + n_2^2} \cdot \\ &\quad \cdot \left[ n_2 \left( \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_{20} + \omega_{n2} \cos \varphi_{20} \right) \sin^2 \omega_{n2} t + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \omega_{n2}^2 \sin^2 \varphi_{20} \cos^2 \omega_{n2} t - 2n_2^2 (\sin^2 \varphi_{20} \sin^2 \omega_{n2} t + \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \varphi_{20} \cos^2 \omega_{n2} t) - \omega_{n2}^2 \right], \\ \varphi_2(t) &= \varphi_{20} - \frac{3}{16} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{20}^2 \frac{e^{-2n_2 t}}{2n_2} + \frac{3}{4} \frac{b_2}{\omega_{n2}} A_{10}^2 \frac{e^{-2(n_1 - \tilde{\pi} f_1 \omega_{n1})t}}{\omega_{n1}^2 + n_1^2} \cdot \\ &\quad \cdot \left[ n_1 \left( \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_{10} + \omega_{n1} \cos \varphi_{10} \right) \sin^2 \omega_{n1} t + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \omega_{n1}^2 \sin^2 \varphi_{10} \cos^2 \omega_{n1} t - 2n_1^2 (\sin^2 \varphi_{10} \sin^2 \omega_{n1} t + \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \varphi_{10} \cos^2 \omega_{n1} t) - \omega_{n1}^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.82)$$



Desigur, în principiu, șirul aproximărilor ar putea fi continuat, însă chiar aproximația de ordinul doi comportă niște complicații de calcul care nu justifică îmbunătățirea adusă soluției.

Limitând calculul la aproximația de ordinul unu, soluția sistemului de ecuații diferențiale ale mișcării agregatului de mașini este de forma soluției generatoare (2.67), în care pentru amplitudinile  $A_1, A_2$  se iau expresiile (2.78), iar pentru fazele  $\varphi_1, \varphi_2$ , expresiile (2.82).

### CAP.3. PROBLEME ALE DINAMICII AGREGATELOR DE MASINI CU VOLANT

§ 3.1. Determinarea momentului de inerție al volantului unui agregat de mașini în cazul unui moment rezistent funcție periodică de poziție. Într-o serie de ramuri industriale, prelucrarea tehnologică a materiilor prime sau a semifabricatelor se face cu mașini de lucru cu funcționare periodică, având grafice de sarcină care prezintă vârfuri pronunțate, succedate de intervale relativ mari de sarcină redusă sau chiar de pauză de sarcină; perioada diagramei de sarcină este mică și anume, de ordinul secundelor sau minutelor. Astfel de mașini de lucru se întâlnesc în industria metalurgică - laminarele, în industria constructoare de mașini - presele, în industria forestieră - gaterile etc. Agregatele de mașini în componența cărora intră asemenea mașini de lucru se echipează, de obicei, cu volanți.

Rolul volantului în agregatele de mașini cu mașini de lucru care produc încălcări cu variații mari de sarcină constă în uniformizarea sarcinii ce revine motorului electric de acționare. Acest efect al volantului se realizează prin aceea că în timpul în care sarcina la mașina de lucru este foarte mică sau nulă, volantul înmagazinează energie cinetică pe care o cedează apoi în timpul vârfului de sarcină.

Trebuie, de asemenea scos în evidență și rolul volantului în reducerea șocurilor de încălzire ce se transmit rețelei electrice de la care este alimentat agregatul de mașini. Astfel, în timpul vârfurilor de sarcină, în cazul unui agregat de mașini fără volant, rețeaua de alimentare cu energie electrică suportă șocuri importante de putere, respectiv de curent. Printre consecințele neplăcute ce le însoțesc, se numără variația tensiunii de alimentare, care în rețelele energetice slabe poate deranja funcționarea celorlalți consumatori conectați la aceleași rețele. Oscilațiile de tensiune, evident, sînt cu atât mai pronunțate cu cît puterea sursei de alimentare cu energie electrică este mai mică în raport cu puterea motorului electric de acționare. În unele cazuri se poate ajunge la periclitarea stabilității în funcționare a rețelei de alimentare, dacă șocurile bruște de energie cerute rețelei depășesc rezervele de energie cinetică ale ge-

neratoarelor electrice.

În condițiile actuale, cînd agregatele de mașini nu se mai alimentează de la surse de energie electrică independente de putere mică ci sînt conectate la sistemul energetic național care dispune de mari rezerve de putere și este deosebit de stabil, rolul volantului în atenuarea șocurilor de curent și de putere aplicate rețelei nu mai este atît de important. Instalarea volantului rămîne însă recomandabilă și în continuare pe considerentul reducerii puterii nominale a motorului electric, ceea ce reprezintă reducerea costului instalației și a cheltuielilor de exploatare pe seama scăderii consumului de energie electrică.

Așadar, din cele expuse mai sus rezultă că în cazul agregatelor de mașini în care au loc mari variații de sarcină, echiparea acestora cu volant este totdeauna o măsură utilă. În practică însă, introducerea volantului nu este totdeauna avantajoasă. Pentru agregatele de mașini în care motorul și mașina de lucru sînt cuplate prin cuplaje permanente, într-adevăr, echiparea cu volant aduce numai avantaje. În cazul agregatelor de mașini la care însă condițiile tehnologice de exploatare impun cuplarea intermitentă a mașinii de lucru la motorul electric prin intermediul unor cuplaje mecanice de tip ambreiaj sau a unor cuplaje electromagnetice, introducerea volantului, pe lîngă efectele favorabile evidențiate mai sus, ridică probleme tocmai din punct de vedere al cuplajelor; astfel, parametrul esențial al unui volant este momentul său de inerție axial care, pentru o bună eficiență a volantului, trebuie să fie cît mai mare; acest moment de inerție foarte mare al volantului conduce la apariția unui cuplu inerțial de asemenea foarte mare, cărui trebuie să-i facă față cuplajele mai sus amintite; se poate ajunge astfel la situația în care introducerea volantului să necesite un cuplaj foarte eficient dar în aceeași măsură și costisitor, care ar depăși cu mult economia de energie realizată pe seama volantului. De aceea, de la caz la caz, luînd în considerare și aspectele economice ale problemei, se stabilește oportunitatea sau inoportunitatea echipării cu volant a agregatului de mașini. Un exemplu în acest sens îl constituie foarfecile metalurgice folosite la retezarea capetelor blumurilor la ieșirea din bluming; aceste foarfeci sînt acționate de motoare electrice de curent continuu cu care sînt cuplate prin intermediul unor cuplaje electromagnetice și, din motivele expuse mai sus, cu toate că sînt un exemplu tipic de agregate cu variații violente de încărcare, în general nu sînt echipate cu volant;

din această cauză motoarele electrice necesare au o putere triplă față de acelea din situația în care s-ar prevedea volant și totuși se dovedesc mai rentabile decât echiparea acestor utilaje cu volanți și niște cuplaje electromagnetice prea costisitoare.

Problema de bază care se pune la studiul dinamicii agregatelor de mașini cu volant este determinarea corectă a momentului de inerție al volantului, în funcție de tipul de motor electric cu care este echipat agregatul de mașini și de aspectul diagramei de sarcină care apare în funcționarea mașinii de lucru. În aceste preocupări se înscrie și acest capitol al tezei în care sînt expuse cîteva noi metode de calcul a volanților agregatelor de mașini. Metodele elaborate se pot clasifica în două categorii: metode aplicabile la agregate cu moment de inerție constant și metode destinate agregatelor care își schimbă structura în timpul funcționării și deci au momentul de inerție redus variabil. Din prima categorie face parte și metoda care constituie titlul acestui prim paragraf.

Se consideră un agregat de mașini prevăzut cu volant, avînd mode-

lul mecanic din fig.3.1, în care 1 - este motorul electric de acționare, 2 - volantul, iar 3 - mașina de lucru.

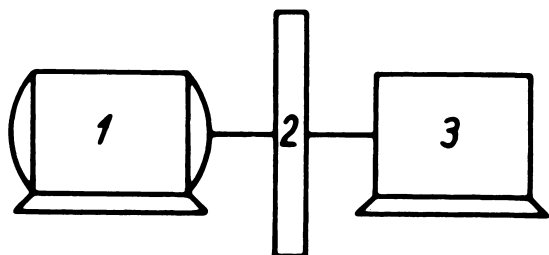


Fig.3.1.

Asupra elementelor componente ale agregatului de mașini și asupra parametrilor lor se fac următoarele precizări:

Motorul electric se consideră de tip asincron cu rotorul bobinat sau de curent continuu, cu excitație în paralel sau în serie, acestea fiind tipurile de motoare care se folosesc în agregatele de mașini echipate cu volant [74, 140]. În acest fel, valabilitatea acestei metode de calcul al momentului de inerție al volantului este foarte largă din punctul de vedere al motorului electric, ea avînd caracter specific numai în privința diagramei de sarcină. Aceste trei tipuri diferite de motoare electrice se pot trata totuși împreună deoarece caracteristicile lor mecanice se pretează foarte bine a fi liniarizate pe porțiunile lor de lucru. Într-adevăr, în figurile 3.2, 3.3, 3.4 se prezintă [413] caracteristicile mecanice  $M_m = K_m(\omega)$ , în care  $K_m$  este momentul motor, iar  $\omega$

este viteza unghiulară, ale unui motor asincron, respectiv de curent continuu cu excitație în paralel și în serie.

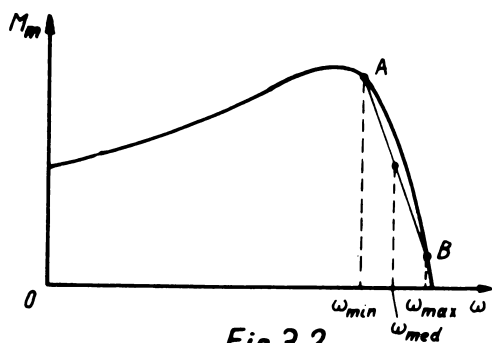


Fig. 3.2.

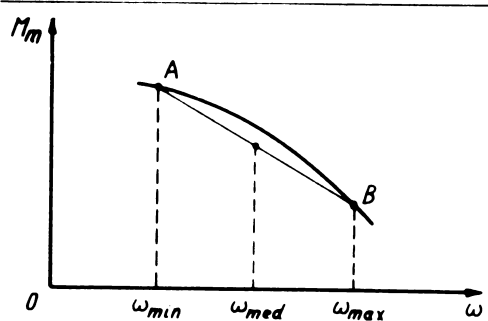


Fig. 3.3.

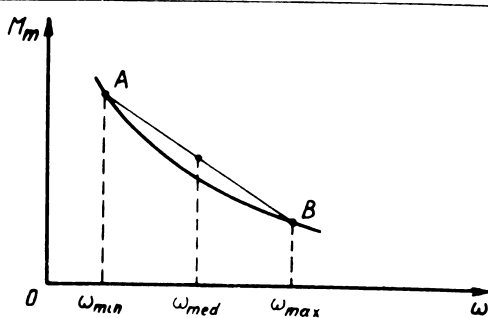


Fig. 3.4.

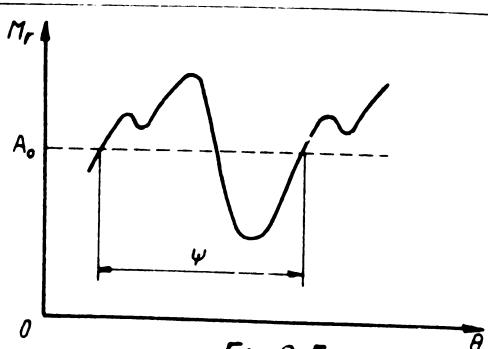


Fig. 3.5.

Porțiunea de lucru AB a caracteristicii fiind delimitată de valorile extreme  $\omega_{\max}$  și  $\omega_{\min}$  ale vitezei unghiulare ce pot apărea în timpul funcționării, se observă că abaterile caracteristicilor mecanice de la liniaritate sînt nesemnificative, astfel încît pentru momentul motor se va lua expresia

$$M_m = a - b\omega, \quad (3.1)$$

în care  $a$  și  $b$  sînt coeficienți constanți pozitivi.

Mașina de lucru introduce un moment rezistent  $M_r = M_r(\theta)$  care este o funcție periodică de poziție, adică de unghiul de rotație  $\theta$  al agregatului de mașini. Si această ipoteză corespunde realității pentru o mare parte din agregatele de mașini întâlnite în industrie. Reprezentarea grafică a acestei funcții constituie diagrama de sarcină și poate avea aspectul din fig. 3.5. Funcția fiind periodică cu perioada unghiulară  $\psi$ , se poate dezvolta în serie Fourier

$$M_r(\theta) = A_0 + \sum_{i=1}^n A_i \cos i\theta + \sum_{i=1}^n B_i \sin i\theta, \quad (3.2)$$

în care  $A_0$  este valoarea medie a momentului rezistent; iar  $\sqrt{A_1^2 + B_1^2}$  este amplitudinea armonicilor de ordinul 1.

Volantul are momentul de inerție  $J$  care este mult mai mare ca momentele de inerție reduse ale rotorului motorului electric și al mașinii de lucru. De aceea, indiferent dacă acestea din urmă sînt constante sau variabile, ele se pot neglija în raport cu momentul de inerție al volantului.

Transmisiile dintre motorul electric și volant și dintre volant și mașina de lucru sînt rigide.

Cu aceste precizări, ecuația diferențială a mișcării agregatului de mașini este

$$J\dot{\omega} = M_m - M_r \quad (3.3)$$

Ținînd seama de expresiile (3.1) și (3.2) ale momentelor motor și rezistent, ecuația (3.3) devine

$$J\dot{\omega} + b\omega = a - A_0 - \sum_{i=1}^n A_i \cos i\theta - \sum_{i=1}^n B_i \sin i\theta \quad (3.4)$$

Considerînd că în decursul funcționării agregatului de mașini, variația vitezei unghiulare nu este prea mare, se poate lua  $\theta = \omega_{med} t$ ,  $\omega_{med}$  fiind valoarea medie a vitezei unghiulare (fig. 3.2, 3.3, 3.4).

Soluția ecuației (3.4) este de forma

$$\begin{aligned} \omega = & \frac{1}{b} (a - A_0) - \sum_{i=1}^n \frac{B_i b - i A_i \omega_{med}^J}{b^2 + i^2 \omega_{med}^2 J^2} \sin i \omega_{med} t - \\ & - \sum_{i=1}^n \frac{A_i b - i B_i \omega_{med}^J}{b^2 + i^2 \omega_{med}^2 J^2} \cos i \omega_{med} t, \end{aligned} \quad (3.5)$$

care se poate pune și sub forma

$$\omega = \omega_{med} - \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{A_i^2 + B_i^2}{b^2 + i^2 \omega_{med}^2 J^2}} \sin(i \omega_{med} t + \varphi_i), \quad (3.6)$$

în care:  $\omega_{med} = \frac{1}{b} (a - A_0)$ ,

$$\operatorname{tg} \varphi_i = \frac{A_i b - i B_i \omega_{med}^J}{B_i b + i A_i \omega_{med}^J}.$$

Reținînd armonica fundamentală din expresia (3.6) a vitezei unghiulare, aceasta devine

$$\omega = \omega_{med} - \sqrt{\frac{A_1^2 + B_1^2}{b^2 + \omega_{med}^2 J^2}} \sin(\omega_{med} t + \varphi_1). \quad (3.7)$$

Avînd în vedere expresia coeficientului de neuniformitate al miș-



cării [20, 22],  $\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{med}}}$ , în care  $\omega_{\max, \min} = \omega_{\text{med}} \pm$   
 $\pm \sqrt{\frac{A_1^2 + B_1^2}{b^2 + \omega_{\text{med}}^2}} \cdot J^2$ , rezultă mărimea căutată a momentului de inerție al  
 volantului

$$J = \frac{\sqrt{(2\sqrt{A_1^2 + B_1^2})^2 - (b \omega_{\text{med}} \delta)^2}}{\omega_{\text{med}}^2 \delta} \quad (3.8)$$

În felul acesta a rezultat o expresie a momentului de inerție al volantului în care intervin parametrii diagramei de sarcină a mașinii de lucru ( $A_1, B_1$ ), elementele regimului de funcționare ( $\omega_{\text{med}}, \delta$ ) și panta  $b$  a caracteristicii mecanice a motorului electric.

În continuare, pentru studiul influenței caracteristicii mecanice a motorului asupra mărimii necesare a momentului de inerție al volanțului, se introduce parametrul adimensional

$$\gamma = \frac{\omega_N}{\omega_0} \quad (3.9)$$

în care  $\omega_N$  este viteza unghiulară nominală a motorului electric, iar  $\omega_0$  este viteza unghiulară de sincronism pentru motorul electric asincron, respectiv viteza unghiulară de mers în gol ideal pentru motorul electric de curent continuu.

Din analiza relației (3.9) se observă că, cu cât este mai mare panta  $b$  a caracteristicii mecanice liniarizate, cu atât mai mare este și valoarea parametrului adimensional  $\gamma$ . Prin urmare, parametrul  $\gamma$  corespunde, într-o formă adimensională, cu panta caracteristicii mecanice liniarizate a motorului electric. Ținând seama de expresia alunecării nominale [109],  $s_N = 1 - \frac{\omega_N}{\omega_0}$ , parametrul adimensional  $\gamma$  devine  $\gamma = 1 - s_N$ . Relația dintre  $\gamma$  și  $b$  se stabilește cu ajutorul

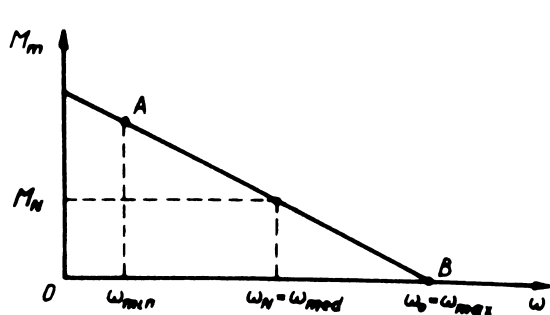


Fig. 3.6.

figurii 3.6 în care s-a reprezentat caracteristica mecanică liniarizată, luând  $\omega_{\max} = \omega_0$ ,  $\omega_{\text{med}} = \omega_N$ . Din asemănarea triunghiurilor formate rezultă

$$\gamma = \frac{\omega_N}{\omega_0} = \frac{\omega_{\text{med}}}{\omega_{\max}} = \frac{b \omega_{\text{med}}}{b \omega_{\text{med}} + M_N} \quad (3.10)$$

Ținând seama de relațiile (3.10), expresia (3.8) a momentului de inerție devine:

$$J = \frac{\sqrt{2 \sqrt{A_1^2 + B_1^2} - \left( \frac{\gamma}{1-\gamma} M_N \delta \right)^2}}{\omega_{med}^2 \delta} \quad (3.11)$$

În fig.3.7 s-a reprezentat grafic variația momentului de inerție în funcție de parametrul adimensional  $\gamma$ ,  $J=J(\gamma)$ , pentru valori ale lui  $\gamma \in (0,1)$ , fiindcă acestea sînt valorile pe care le poate lua acest parametru, în conformitate cu expresia (3.10).

Intr-adevăr, pentru  $M_N$  tinzînd la zero, rezultă  $\gamma \rightarrow 1$ . Pentru  $M_N$  tinzînd la infinit,  $\gamma \rightarrow 0$ . Rezultă că pentru valorile obișnuite ale momentului nominal  $M_N$ , care nu poate fi nici nul, nici infinit, pentru  $\gamma$  se obțin valori cuprinse între 0 și 1.

Pe graficul din fig.3.7 se disting două zone. În zona I, pentru  $\gamma \in (0 ; 0,8)$  momentul de inerție al volantului rămîne

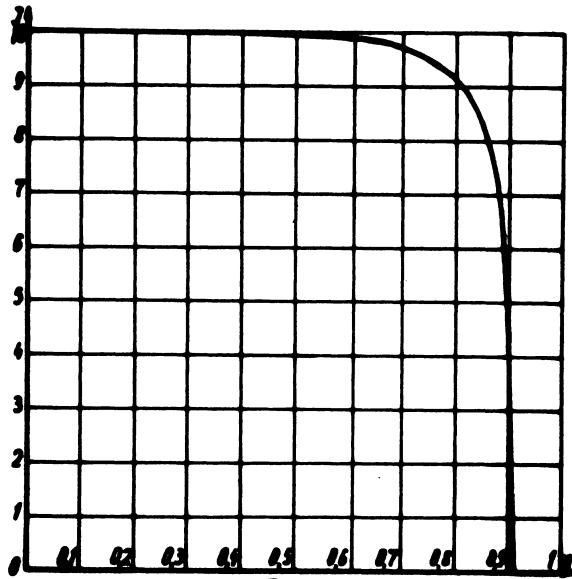


Fig.3.7.

practic invariabil, influența pantei caracteristicii mecanice a motorului electric fiind neglijabilă. În această situație se încadrează majoritatea agregatelor de mașini echipate cu motoare electrice de curent continuu cu excitație în paralel și în serie la care alunecarea nominală, care aici se numește viteză unghiulară

relativă nominală, are valori mari, astfel încît parametrul  $\gamma=1-s_N$  se înscrie în intervalul amintit. Înseamnă că pentru aceste agregate de mașini, la determinarea momentului de inerție al volantului nu este necesar să se țină seama de influența caracteristicii mecanice a motorului electric.

În zona II însă, pentru  $\gamma \in [0,8 ; 1)$ , momentul de inerție variază foarte mult în funcție de parametrul  $\gamma$ . În această zonă intră motoarele electrice asincrone care au alunecare nominală  $s_N < 0,2$  [109], astfel încît parametrul  $\gamma$  ia valori apropiate de unitate. Rezultă că la agregatele de mașini acționate cu motoare electrice de acest tip, influența caracteristicii mecanice a motorului electric asupra valo-

rii necesare a momentului de inerție al volantului este importantă.

Asupra modului cum se manifestă această influență, se observă din fig.3.7 că, cu cât caracteristica mecanică a motorului electric este mai abruptă ( $\gamma$  mare), este necesar un volant cu moment de inerție mai mic. Explicația acestei interdependențe trebuie căutată în capacitatea de autoreglare a regimului de funcționare pe care o are motorul electric asincron. Într-adevăr, în fig.3.2 se vede că o creștere accidentală a vitezei unghiulare provoacă scăderea momentului motor; scăzând momentul motor, la același moment rezistent, rezultatul este scăderea vitezei unghiulare și readucerea ei la valoarea de regim. Același fenomen de autoreglare a vitezei unghiulare se produce și în cazul unei scăderi a vitezei unghiulare. Acest fenomen de autoreglare este cu atât mai evident cu cât este mai mare panta caracteristicii mecanice a motorului electric. Cum însă menirea unui volant într-un agregat de mașini este tocmai nivelarea fluctuațiilor vitezei unghiulare, înseamnă că un motor electric asincron cu caracteristică mecanică abruptă, suplinate într-o oarecare măsură acțiunea unui volant și deci este necesar un volant cu atât mai mic cu cât panta caracteristicii ( $\gamma$ ) este mai mare. Această explicație confirmă pe deplin aspectul curbei  $J(\gamma)$  din zona II (fig.3.7).

În continuare, se pune formula (3.8) sub o altă formă. Pentru aceasta se reține prima armonică din expresia (3.2) a momentului rezistent

$$M_r(\theta) = A_0 + A_1 \cos \theta + B_1 \sin \theta = A_0 + \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin(\theta + \varphi_1), \quad (3.12)$$

iar momentul motor se exprimă și el în funcție de unghiul  $\theta$ , introducând în (3.1) expresia (3.7) a lui  $\omega$  și pe  $J$  din formula (3.8):

$$M_m(\theta) = a - b \omega_{med} + \frac{b \omega_{med} d}{2} \sin(\theta + \varphi_1). \quad (3.13)$$

Ținând seama de expresia (3.12), în formula (3.8) se constată că primul termen de sub radical este egal cu pătratul dublului amplitudinii părții variabile a momentului rezistent și totodată reprezintă pătratul lucrului mecanic  $L_r$  pe o semiperioadă a acestei părți a momentului rezistent, dacă faza inițială  $\varphi_1$  este nulă. De asemenea, ținând seama de expresia (3.13), în formula (3.8), rezultă în mod analog că al doilea termen de sub radicalul din (3.8) reprezintă pătratul lucrului mecanic  $L_m$  pe o semiperioadă a părții variabile a momentului motor, astfel încît expresia (3.8) a momen-

tului de inerție al volantului devine

$$J = \frac{\sqrt{I_r^2 - I_m^2}}{\omega_{med}^2 \delta} \quad (3.14)$$

Din teoria mecanismelor se știe că  $\sqrt{I_r^2 - I_m^2} = \Delta E_c$  constituie pierderea maximă de energie cinetică ce apare pe parcursul funcționării agregatului de mașini [20, 22], pierdere care trebuie acoperită pe seama energiei cinetice înmagazinate de volant. Astfel, formula (3.14) capătă forma

$$J = \frac{\Delta E_c}{\omega_{med}^2 \delta} \quad (3.15)$$

care este bine cunoscută în teoria mecanismelor [20, 22]. În acest fel, formula (3.8) dedusă mai sus capătă o bună confirmare.

§ 3.2: O metodă analitică aproximativă de determinare a momentului de inerție al volantului unui agregat de mașini. Metoda de calcul a volantului elaborată în acest paragraf este aplicabilă agregatelor de mașini care au momentul de inerție redus variabil.

În lucrarea [20] se prezintă o metodă grafo-analitică de calcul a momentului de inerție al volantului pentru un agregat de mașini atunci când este dat coeficientul de neuniformitate al mișcării agregatului. În prezentul paragraf s-a conceput o metodă de determinare a momentului de inerție al volantului pe seama coeficientului de dinamicitate  $\chi$ , avînd expresia la care s-au mai făcut referiri și în paragraful 2.2, [20, 22]

$$\chi = \frac{\varepsilon_{max}}{\omega_{med}^2} \quad (3.16)$$

unde  $\varepsilon_{max}$  este accelerația unghiulară maximă, iar  $\omega_{med}$  este viteza unghiulară medie pe un ciclu al mișcării agregatului de mașini. Parametrii de mișcare care intervin în expresia (3.16) a coeficientului de dinamicitate se pot determina pe baza diagramei vitezei unghiulare ca funcție de timp; această diagramă sau, cel puțin, valorile extreme ale vitezei unghiulare într-un ciclu al mișcării, intră în categoria "datelor problemei" de calcul al volantului, fiind deci cunoscute.

Agregatul de mașini are structura din fig.3.1. În legătură cu elementele componente ale agregatului se fac următoarele presupuneri:

Motorul electric poate fi de orice tip; el funcționează în regim staționar nominal furnizînd la arbore cuplul nominal constant, de mo-

ment  $M_M$ . Momentul de inerție al rotorului motorului  $J_M$  în raport cu arborele său este, evident, constant.

Volantul are momentul de inerție față de arborele motorului de mărime constantă  $J_V$ , a cărui valoare trebuie determinată.

Mașina de lucru are momentul de inerție  $J_{ML}$  redus la arborele motorului, care este o funcție periodică de unghiul de rotație  $\theta$  al arborelui,  $J_{ML} = J_{ML}(\theta)$ . De asemenea, din operațiunile tehnologice efectuate de mașina de lucru, apare un cuplu rezistent, funcție periodică de unghiul  $\theta$ ,  $M_R = M_R(\theta)$ , cu aceeași perioadă unghiulară ca  $J_{ML}(\theta)$ .

Ecuația diferențială a mișcării agregatului de mașini se obține din teorema energiei cinetice în forma diferențială,

$$dE_c = dL, \quad (3.17)$$

în care:  $E_c = (J_M + J_V + J_{ML}) \frac{\omega^2}{2}$  - energia cinetică a agregatului de mașini;  $dL = (M_M - M_R) \omega dt$  - lucrul mecanic elementar.

În continuare se vor introduce mărimile  $J_A = J_M + J_{ML}$  - momentul de inerție al agregatului de mașini fără volant care, datorită lui  $J_{ML} = J_{ML}(\theta)$  va fi, de asemenea funcție de unghiul  $\theta$ , și  $M = M_M - M_R$  - momentul resultant care, prin intermediul lui  $M_R = M_R(\theta)$ , este funcție de  $\theta$ . Ținând seama de cele de mai sus, ecuația (3.17) capătă forma

$$\frac{dJ_A}{d\theta} \frac{\omega^2}{2} + (J_A + J_V) \frac{d\omega}{dt} = M. \quad (3.18)$$

Cei doi termeni din membrul stîng, luați cu semnul minus, au semnificația de momente ale forțelor de inerție. Dintre aceștia,

$$M_d = - \frac{dJ_A}{d\theta} \frac{\omega^2}{2}, \quad (3.19)$$

în dinamica agregatelor de mașini, se numește "momentul dinamic" [20, 22]. Ținând seama de expresia (3.19) și de faptul că  $\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon$ , ecuația (3.18) devine

$$(J_A + J_V) \varepsilon = M + M_d. \quad (3.20)$$

În general, accelerația unghiulară are valoarea maximă  $\varepsilon_{max}$  atunci cînd viteza unghiulară trece prin valoarea sa medie  $\omega_{med}$  și aceasta are loc în momentele de timp în care momentul resultant trece prin zero.

Intr-adevăr, dacă de exemplu, într-un ciclu al mișcării viteza unghiulară prezintă o variație ca în figura 3.8, atunci, accelerația unghiulară fiind derivata vitezei unghiulare, este numeric egală cu panta diagramei vitezei unghiulare, care este maximă în punctele A și B corespunzătoare vitezei unghiulare medii.

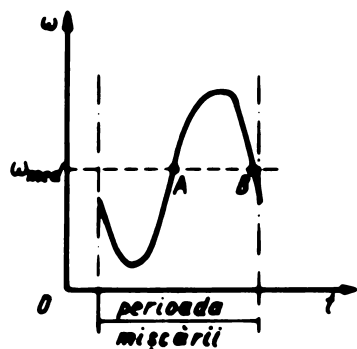


Fig. 3.8.

În această situație, din ecuația (3.20) rezultă

$$\varepsilon_{\max} = \left| \frac{M_d}{J_A + J_V} \right|_{\max}, \quad (3.21)$$

în care

$$|M_d|_{\max} = \frac{dJ_A}{d\theta} \frac{\omega_{\text{med}}^2}{2} \quad (3.22)$$

și astfel, coeficientul de dinamicitate (3.16) capătă expresia

$$\chi = \frac{\left| \frac{M_d}{J_A + J_V} \right|_{\max}}{\omega_{\text{med}}^2}. \quad (3.23)$$

Avînd în vedere că momentul de inerție  $J_V$  al volantului trebuie să fie mult mai mare ca momentul de inerție  $J_A$  al agregatului de mașini, fiindcă numai astfel volantul își poate îndeplini rolul de nivelator al neregularității mișcării, se poate lua pentru momentul de inerție al agregatului de mașini, care este o funcție de poziție, valoarea sa medie pe o perioadă a mișcării,  $J_{A_{\text{med}}}$ , și

$$J_A + J_V \approx J_{A_{\text{med}}} + J_V. \quad (3.24)$$

Tinînd seama de relația (3.24), din ecuația (3.23) rezultă pentru momentul de inerție al volantului expresia

$$J_V = \frac{|M_d|_{\max}}{\omega_{\text{med}}^2 \chi} - J_{A_{\text{med}}}, \quad (3.25)$$

care constituie expresia căutată în care intervine coeficientul de dinamicitate  $\chi$ .

Se observă că în formula finală (3.25) de calcul a momentului de inerție al volantului nu intervine momentul rezistent. Acest lucru se datorește faptului că parametrii care apar în formulă se calculează cu ajutorul vitezei unghiulare medii, care se obține atunci cînd momentul rezistent este echilibrat de către momentul motor.

§ 3.3. Determinarea momentului de inerție al volantului unui agregat de mașini, în cazul unei diagrame de sarcină cu porțiuni armonice și porțiuni constante. Metoda de calcul a volantului prezentată în acest paragraf a fost elaborată pentru cazul agregatelor de mașini cu moment de inerție redus constant.

Se consideră agregatul de mașini avînd structura din fig. 3.1. Între elementele agregatului de mașini se află o transmisie rigidă.

Metoda de determinare a momentului de inerție al volantului propusă în acest paragraf se referă la situația în care diagrama de sarcină a mașinii de lucru are aspectul din fig.3.9.

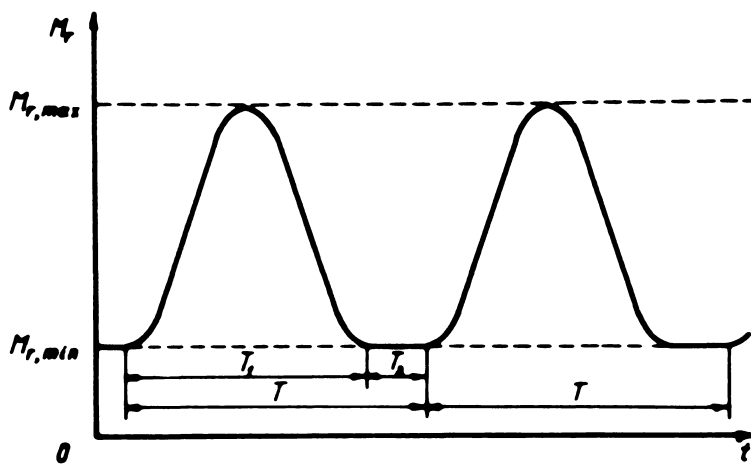


Fig.3.9.

În prezent, problema determinării momentului de inerție al volantului este complet rezolvată în cazul unei diagrame de sarcină armonice [140, 312]. Astfel, de exemplu, în lucrarea "Acționarea electrică" [140], autorul sovietic Golovan stabilește expresia momentului de inerție al volantului în ca-

zul unei sarcini armonice, pornind de la considerente de supraîncălzire și suprasarcină pentru motorul electric; formula de calcul a momentului de inerție al volantului la care se ajunge este similară formulei care în acest paragraf se va numera cu (3.43). La o mare parte din agregatele de mașini, momentul rezistent  $M_r$  la arborele mașinii de lucru are o variație în timp periodică, cu perioada  $T$ , formată dintr-o porțiune armonică, cu durata  $T_1$ , care corespunde cursei active a mașinii de lucru și o porțiune constantă, corespunzătoare cursei de întoarcere în gol. Desigur că la agregatele de mașini reale, variația momentului rezistent pe porțiunea  $T_1$  în general nu este perfect armonică, dar această aproximare este acceptabilă pentru calculele ingineresti.

În privința motorului electric de acționare, acesta poate fi de orice tip, deoarece, pentru a nu afecta valabilitatea generală a metodei, se admite ipoteza frecvent întâlnită în calculele ingineresti de dinamică a mașinilor, conform căreia caracteristicile mecanice ale motoarelor electrice pot fi considerate liniare. Într-adevăr, caracteristicile mecanice ale motoarelor electrice de curent continuu, pentru toate ieșirile de excitație, sînt aproape rectilinii, iar cele ale motoarelor electrice de curent alternativ, au porțiunea de funcționare stabilă, de asemenea, aproape liniară [413].

Ecuția diferențială a mișcării agregatului de mașini al cărui motor electric are caracteristica mecanică liniară este [312]



$$\frac{dM_m}{dt} + \frac{1}{T_{em}} M_m = \frac{1}{T_{em}} M_r, \quad (3.26)$$

unde  $M_m$  este momentul dezvoltat de motorul electric, iar  $T_{em}$  este constanta de timp electromecanică a agregatului de mașini avînd expresia [312]

$$T_{em} = \frac{J \omega_0 s_N}{M_N}, \quad (3.27)$$

în care  $J$  este momentul de inerție redus al agregatului de mașini,  $\omega_0$  este viteza unghiulară de mers în gol ideal pentru un motor electric de curent continuu, respectiv viteza unghiulară de sincronism pentru un motor electric de curent alternativ,  $s_N$  este viteza unghiulară relativă nominală pentru motorul electric de curent continuu, respectiv alunecarea nominală pentru motorul electric asincron, iar  $M_N$  este momentul cuplului dezvoltat de motorul electric în regimul nominal de funcționare.

În legătură cu  $J$  se consideră că momentul de inerție al rotorului motorului electric și momentul de inerție redus al mașinii de lucru sînt neglijabile față de acela al volantului, astfel încît în cele ce urmează, prin  $J$  se va înțelege momentul de inerție al volantului, aceasta fiind mărimea care trebuie să fie determinată.

Pe intervalul de timp  $T_1$ , momentul rezistent are expresia

$$M_{r1} = \frac{1}{2}(M_{r,max} + M_{r,min}) - \frac{1}{2}(M_{r,max} - M_{r,min}) \cos \frac{2\pi}{T_1} t, \quad (3.28)$$

și astfel, ecuația (3.26) capătă forma

$$\begin{aligned} \frac{dM_{m1}}{dt} + \frac{1}{T_{em}} M_{m1} &= \frac{1}{2T_{em}} (M_{r,max} + M_{r,min}) - \\ &- \frac{1}{2T_{em}} (M_{r,max} - M_{r,min}) \cos \beta t, \end{aligned} \quad (3.29)$$

unde  $\beta = \frac{2\pi}{T_1}$  este pulsația momentului rezistent.

Soluția generală a ecuației diferențiale (3.29) este de forma

$$\begin{aligned} M_{m1} &= C_1 e^{-\frac{1}{T_{em}} t} + \frac{1}{2} (M_{r,max} + M_{r,min}) - \\ &- \frac{M_{r,max} - M_{r,min}}{2(T_{em}^2 \beta^2 + 1)} (\cos \beta t + T_{em} \beta \sin \beta t), \end{aligned} \quad (3.30)$$

in care  $C_1$  este constanta de integrare.

Pentru diagrama de sarcină considerată, variația corespunzătoare în timp a momentului motor  $M_m$  se prezintă ca în fig.3.10 (linie continuă).

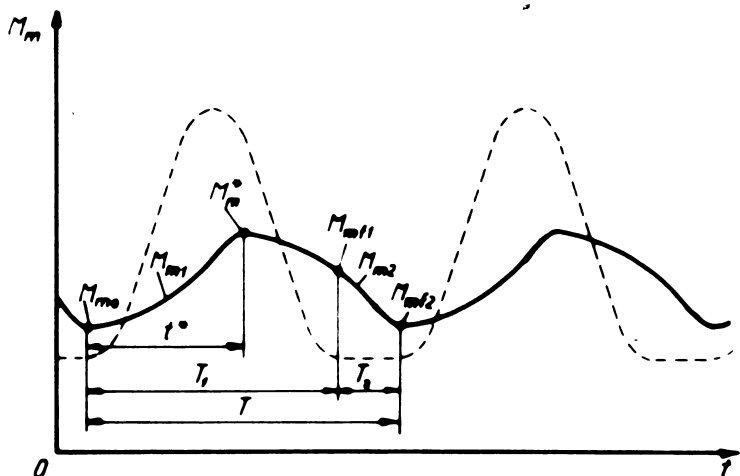


Fig.3.10.

Pentru condiția inițială  $t=0$ ,  $M_{m1} = M_{m0}$ , unde  $M_{m0}$  este valoarea inițială a momentului motor de la începutul fiecărui ciclu, din (3.30) se obține soluția particulară

$$M_{m1} = \left[ M_{m0} + \frac{1}{2(T_{em}^2 \beta^2 + 1)} (M_{r,max} - M_{r,min}) - \frac{1}{2}(M_{r,max} + M_{r,min}) \right] e^{-\frac{1}{T_{em}} t} + \frac{1}{2}(M_{r,max} + M_{r,min}) -$$

$$- \frac{M_{r,max} - M_{r,min}}{2(T_{em}^2 \beta^2 + 1)} (\cos \beta t + T_{em} \beta \sin \beta t). \quad (3.31)$$

Ecuția (3.31) dă expresia momentului dezvoltat de motorul electric,  $M_{m1} = M_{m1}(t)$ , pe parcursul intervalului de timp  $T_1$ .

În intervalul de timp  $T_2$ , momentul rezistent are expresia (fig. 3.9):

$$M_{r2} = M_{r,min}, \quad (3.32)$$

iar ecuația (3.26) devine

$$\frac{dM_{m2}}{dt} + \frac{1}{T_{em}} M_{m2} = \frac{1}{T_{em}} M_{r,min}. \quad (3.33)$$

Soluția generală a ecuației (3.33) are forma

$$M_{m2} = C_2 e^{-\frac{1}{T_{em}} t} + M_{r,min}, \quad (3.34)$$

in care  $C_2$  este constanta de integrare.

Pentru determinarea constantei de integrare se pune condiția inițială  $t=0, M_{m2}=M_{mf1}$ , (fig.3.10), unde  $M_{mf1}$  este valoarea finală a momentului motor  $M_{m1}$ , adică la  $t=T_1$ :

$$M_{mf1} = \left[ M_{mo} + \frac{1}{2(T_{em}^2 \beta^2 + 1)} (M_{r,max} - M_{r,min}) - \frac{1}{2}(M_{r,max} + M_{r,min}) \right] e^{-\frac{1}{T_{em}} T_1} + \frac{1}{2} (M_{r,max} + M_{r,min}) - \frac{M_{r,max} - M_{r,min}}{2(T_{em}^2 \beta^2 + 1)} \quad (3.35)$$

După determinarea constantei de integrare și înlocuirea ei în soluția (3.24), aceasta devine:

$$M_{m2} = (M_{mf1} - M_{r,min}) e^{-\frac{1}{T_{em}} t} + M_{r,min} \quad (3.36)$$

Asupra valorii inițiale  $M_{mo}$  a momentului motor nu s-a făcut nici o precizare pînă acum. Ea însă poate fi determinată în funcție de elementele diagramei de sarcină și de parametrii agregatului de mașini. Pentru aceasta se va observa că valoarea inițială a momentului motor este egală cu valoarea finală  $M_{mf2}$  de la sfîrșitul perioadei  $T$ . Această condiție este pe deplin adevărată în regimul de funcționare staționară al agregatului de mașini, cînd momentul motor are și el o variație periodică în timp, așa cum s-a și presupus. Valoarea  $M_{mf2}$  se obține din relația (3.36) pentru  $t = T_2$ :

$$M_{mf2} = (M_{mf1} - M_{r,min}) e^{-\frac{1}{T_{em}} T_2} + M_{r,min} \quad (3.37)$$

Eliminînd pe  $M_{mf1}$  între ecuațiile (3.35) și (3.37), se obține valoarea inițială a momentului motor

$$M_{mo} = \frac{T_{em}^2 \beta^2}{2(T_{em}^2 \beta^2 + 1)} (M_{r,max} - M_{r,min}) \cdot \frac{1 - e^{-\frac{1}{T_{em}} T_1}}{e^{\frac{1}{T_{em}} T_2} - e^{-\frac{1}{T_{em}} T_1}} + M_{r,min} \quad (3.38)$$

Determinarea valorii necesare a momentului de inerție al volantului se face în legătură cu valoarea de vîrf  $M_m^*$  a momentului motor

și a momentului de timp  $t^*$  (fig.3.10) când motorul este obligat să dezvolte cuplul maxim. Acest lucru se petrece, în orice caz, pe parcursul intervalului de timp  $T_1$  al cursei active. De aceea, se revine la ecuația (3.31) a momentului motor din perioada  $T_1$ , în care se introduce expresia (3.38) a momentului motor inițial. Se obține

$$M_{m1} = \frac{1}{2(T_{em}^2 \beta^2 + 1)} (M_{r,max} - M_{r,min}) \left\{ T_{em}^2 \beta^2 \left[ 1 + \frac{\left( \frac{1}{T_{em}} T_2 \right) e^{-\frac{1}{T_{em}} t}}{e^{\frac{1}{T_{em}} T_2} - e^{-\frac{1}{T_{em}} T_1}} - (\cos \beta t + T_{em} \beta \sin \beta t) + 1 \right] + M_{r,min} \right\} \quad (3.39)$$

Pentru a afla momentul  $t^*$  la care motorul electric dezvoltă cuplul maxim, se anulează derivata în raport cu timpul a expresiei (3.39):

$$(\sin \beta t^* - T_{em} \beta \cos \beta t^*) - T_{em} \beta \frac{\left( \frac{1}{T_{em}} T_2 \right) e^{-\frac{1}{T_{em}} t^*}}{e^{\frac{1}{T_{em}} T_2} - e^{-\frac{1}{T_{em}} T_1}} = 0 \quad (3.40)$$

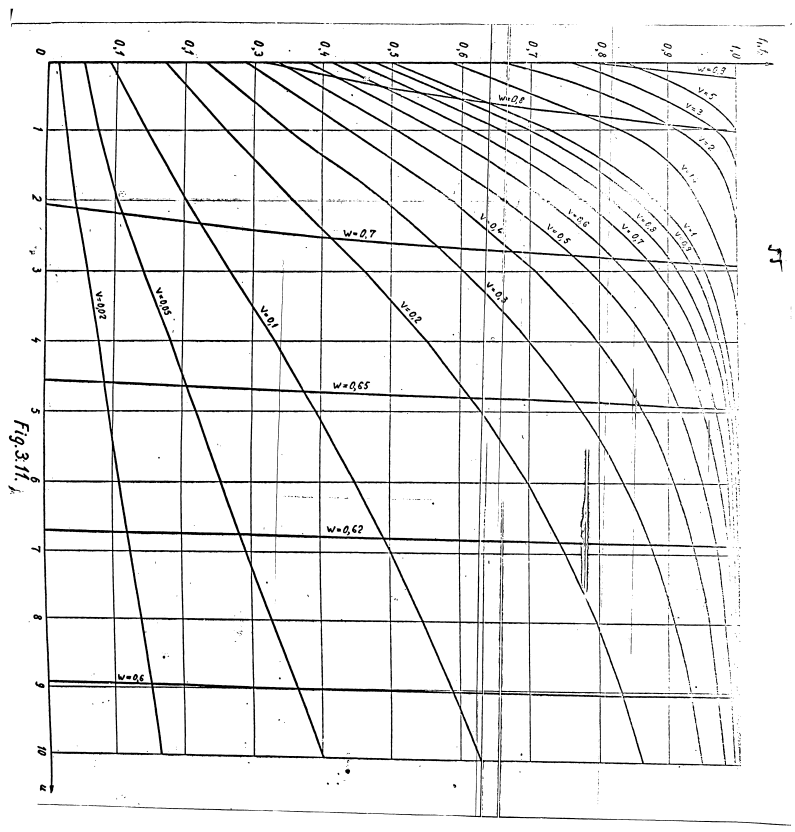
Rezolvarea pe cale analitică a ecuației (3.40) este dificilă; în schimb, ecuația se pretează la o rezolvare grafică comodă. Pentru aceasta se pune ecuația sub forma

$$\frac{\frac{1}{T_{em}} T_2}{e^{\frac{1}{T_{em}} T_2} - e^{-\frac{1}{T_{em}} T_1}} = (\cos 2\pi \frac{t^*}{T_1} - \frac{1}{2\pi T_{em}} T_1 \sin 2\pi \frac{t^*}{T_1}) e^{\frac{1}{T_{em}} t^*} \quad (3.41)$$

Pentru a se păstra și în continuare valabilitatea generală a metodei, se introduc parametrii adimensionali  $u = \frac{T_1}{T_{em}}$ ,  $v = \frac{T_2}{T_1}$ ,  $w = \frac{t^*}{T_1}$ , cu ajutorul cărora ecuația (3.41) devine

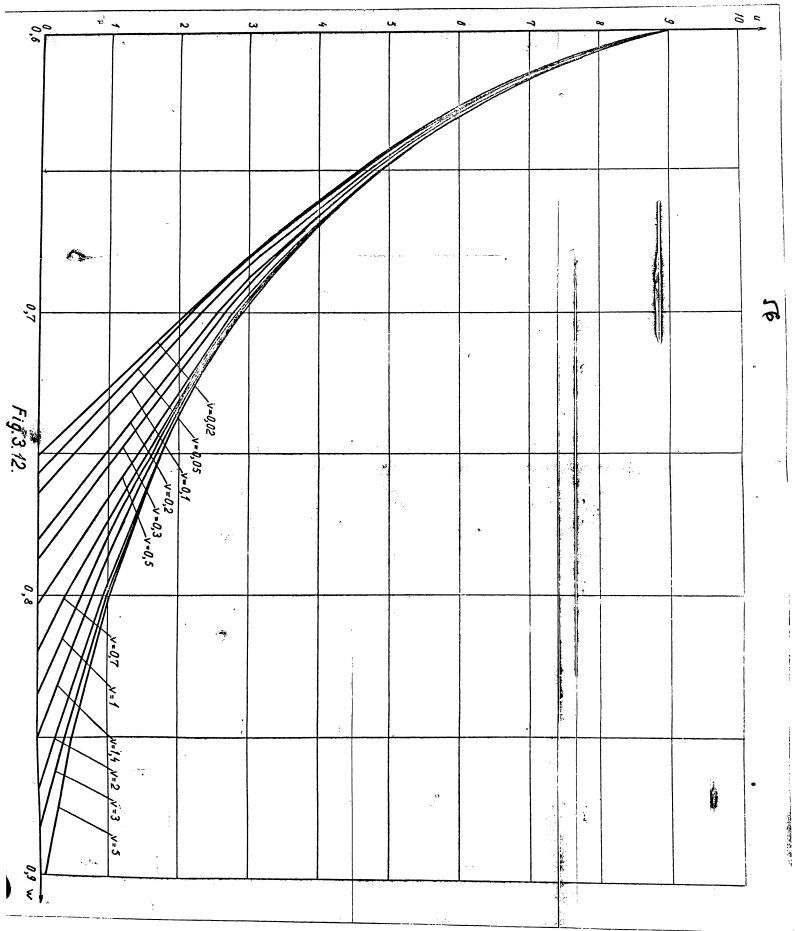
$$\frac{e^{uv} - 1}{e^{uv} - e^{-u}} = (\cos 2\pi w - \frac{1}{2\pi} u \sin 2\pi w) e^{uw} \quad (3.42)$$

Pentru rezolvarea grafică a ecuației se notează  $f_1(u,v) = \frac{e^{uv} - 1}{e^{uv} - e^{-u}}$  și  $f_2(u,w) = (\cos 2\pi w - \frac{1}{2\pi} u \sin 2\pi w) e^{uw}$ . Se reprezintă



55

Anexa 1



Anexa 1

tă grafic cele două familii de curbe  $f_1(u,v)$  și  $f_2(u,w)$ , (fig.3.11), luînd pe  $u$  ca variabilă și considerînd pe  $v$ , respectiv pe  $w$  ca parametri. Calculele necesare pentru aceste reprezentări grafice au fost efectuate pe calculatorul electronic "Texas Instruments" aflat în dotarea catedrei; în cazul lui  $f_1(u,v)$ , pentru  $u=0$  s-a ajuns la nedeterminarea  $f_1(0,v) = \frac{0}{0}$ , pentru ridicarea căreia s-a aplicat regula lui L'Hôpital [120].

Pentru o diagramă de sarcină dată, înseamnă că valoarea parametrului adimensional  $v = \frac{T_2}{T_1}$  este cunoscută. Acestei valori a lui  $v$ , în diagrama din fig.3.11 îi corespunde o curbă  $f_1(u,v)$ . Se alege acum o curbă  $f_2(u,w)$  care, în diagrama din fig.3.11 să intersecteze curba  $f_1(u,v)$ , găsită mai înainte. Curbei  $f_2(u,w)$  alese îi corespunde o anumită valoare a parametrului adimensional  $w$ , în a cărei expresie intră momentul de timp  $t^*$  la care momentul motor este maxim. Alegerea curbei  $f_2(u,w)$  poate fi considerată ca fiind corectă dacă valoarea corespunzătoare a lui  $t^*$  satisface inegalitatea  $t^* < T_1$ , (fig.3.10). În cazul în care această inegalitate nu este satisfăcută, se repetă alegerea și verificarea curbei  $f_2(u,w)$ , pînă cînd se găsește o curbă corespunzătoare. Cînd această curbă s-a găsit înseamnă că, practic, s-a determinat o valoare a parametrului  $w$ , care să corespundă valorii parametrului  $v$  rezultat din diagrama de sarcină dată. Intersectînd acum cele două curbe  $f_1(u,v)$  și  $f_2(u,w)$ , se obține un punct pe diagrama din fig.3.11, care are ca abscisă o anumită valoare a variabilei  $u$ .

Cu valoarea lui  $u$  astfel găsită, din notația făcută, rezultă  $T_{em} = \frac{T_1}{u}$  și, pînă în seama de expresia constantei de timp electromecanice, rezultă valoarea necesară a momentului de inerție al volantului

$$J = \frac{T_1 M_N}{u \omega_0 s_N} \quad (3.43)$$

Relația (3.43) permite determinarea momentului de inerție al volantului în funcție de parametrii motorului electric ( $\omega_0, s_N, M_N$ ), ai întregului agregat de mașini ( $u$ ) și ai diagramei de sarcină ( $T_1$ ).

Metoda elaborată conține ca un caz particular posibilitatea de determinare a momentului de inerție al volantului în cazul unei diagrame de sarcină armonice. Pentru aceasta, din diagrama de sarcină din fig.3.9 trebuie să lipsească intervalele de timp  $T_2$  cînd sarcina este constantă, adică  $T_2 = 0$ . Dacă  $T_2 = 0$ , atunci și  $v=0$ , iar  $f_1(u,v)|_{v=0} = 0$ . Rezultă  $f_2(u,w) = 0$  și deci

$$(\cos 2\pi w - \frac{1}{2\pi} u \sin 2\pi w) e^{uw} = 0 \quad (3.44)$$



Deoarece  $e^{uw} \neq 0$  pentru orice valori ale parametrilor  $u$  și  $w$ , rezultă

$$\cos 2\pi w - \frac{1}{2\pi} u \sin 2\pi w = 0, \quad (3.45)$$

de unde

$$u = 2\pi \operatorname{ctg} 2\pi w = 2\pi \operatorname{ctg} 2\pi \frac{t^*}{T_1}, \quad (3.46)$$

în care  $t^*$  se alege și aici astfel încît să satisfacă inegalitatea  $t^* < T_1$ .

Cu valoarea lui  $u$  astfel determinată, se calculează momentul de inerție al volantului cu formula (3.43). Se observă că în cazul unei diagrame de sarcină armonice, momentul de inerție al volantului se poate calcula în mod exact, pe cale analitică, fără a mai fi necesară construcția grafică din fig.3.11.

La rîndul ei însă, și metoda grafo-analitică prezentată pentru diagrama de sarcină <sup>parțial</sup> armonice și constante, mai poate fi simplificată în vederea utilizării ei în calculele ingineresti. Pentru aceasta se observă că diagramele din fig.3.11 oferă valorile necesare construirii punct cu punct a familiei de curbe  $u=u(w,v)$ , considerînd pe  $w$  ca variabilă și pe  $v$  ca parametru al familiei de curbe (fig.3.12). În felul acesta, fiind date valorile lui  $v$  și  $w$ , din fig.3.12 rezultă imediat valoarea lui  $u$ , cu care se calculează momentul de inerție al volantului cu ajutorul formulei (3.43).

§ 3.4. Determinarea masei reduse a volantului unui agregat de mașini cu masa redusă variabilă. În lucrările [20, 22] se prezintă două metode de calcul al masei volantului, una bazată pe construirea diagramei energetice, adică a dependenței dintre energia cinetică a agregatului de mașini și masa lui redusă și alta pe baza forței excedentare. În paragraful de față se elaborează o metodă combinată a celor menționate mai sus și se aplică la calculul masei reduse a volantului unui agregat de mașini cu masa redusă variabilă.

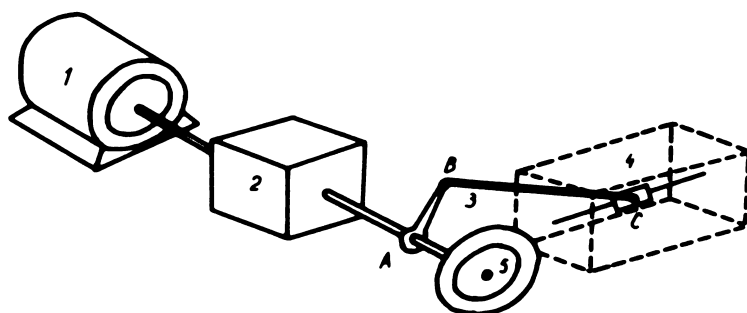


Fig.3.13.

Ca agregat de mașini cu masă redusă variabilă se consideră cel din fig.3.13, format din motorul electric de acționare 1, transmisia 2, mecanismul bielă-mânelă 3, mașina de lucru 4

și volantul 5. Agregatul de mașini are masa redusă variabilă deoarece-

ce masa redusă a bielei și a unor elemente ale transmisiei și mașinii de lucru sînt funcție de poziția mecanismului.

În continuare, pentru agregatul de mașini se va lua schema de calcul din fig.3.14, în care 1 este manivela avînd centrul de greutate în punctul  $C_1$ ; 2 este biela avînd centrul de greutate în  $C_2$ ,

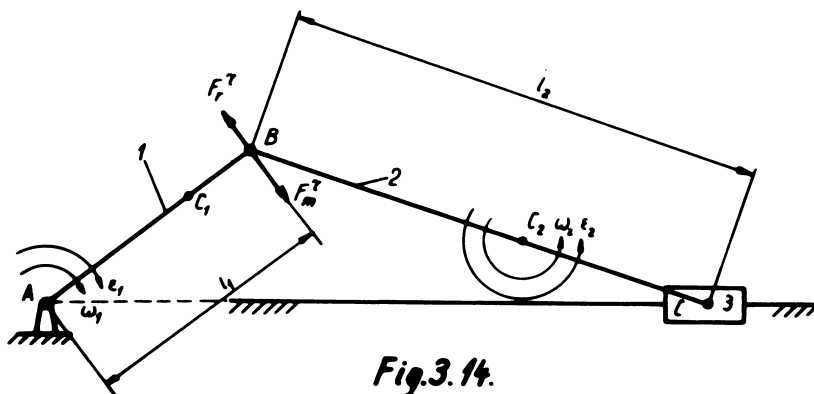


Fig.3.14.

masa  $m_2$  și momentul de inerție  $J_2$  față de o axă perpendiculară pe planul mecanismului și trecînd prin punctul  $C_2$ ; 3 este culisa cu masa  $m_3$ .

Efectuînd analiza cinematică a mecanismului, re-

zultă planul vitezelor din fig.3.15 și planul accelerațiilor din fig. 3.16, în care indicii "n" și "t" au semnificațiile respectiv de "normal" și "tangențial".

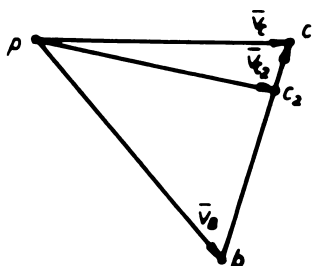


Fig.3.15.

Ca punct de reducere al maselor și forțelor, se alege punctul B de articulație dintre manivelă și bielă.

Pentru studiul mișcării agregatului de mașini se folosește teorema energiei cinetice în formă diferențială

$$dE_c = dL, \quad (3.47)$$

în care  $E_c$  este energia cinetică a întregului agregat de mașini iar  $dL$  este lucrul mecanic elementar al tuturor forțelor.

Pentru schema de calcul considerată, ecuația (3.47) are forma

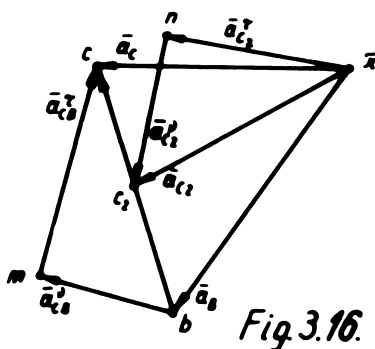


Fig.3.16.

$$d \frac{m_{red}}{2} v_B^2 (F_m^\gamma - F_r^\gamma) ds, \quad (3.48)$$

unde:  $m_{red}$  - masa redusă a agregatului de mașini;  $F_m^\gamma$ ,  $F_r^\gamma$  - forțele tangențiale motoare și rezistentă, reduse în punctul B;  $s$  - arcul de cerc descris de punctul de reducere.

Împărțind cu  $dt$  ecuația (3.48) și introducînd forța excedentară tangențială,  $\Delta F^\gamma = F_m^\gamma - F_r^\gamma$ , se obține

$$\frac{dm_{red}}{ds} \frac{v_B^2}{2} + m_{red} a_B^\gamma = \Delta F^\gamma. \quad (3.49)$$

Masa redusă a agregatului de mașini se compune din masa redusă a volantului  $m_{vol}$  care este constantă și masa redusă a celorlalte elemente,  $m_{mec}$ , care este funcție de poziția mecanismului:

$$m_{red}(s) = m_{mec}(s) + m_{vol}. \quad (3.50)$$

Ținând seama de relația (3.50), ecuația (3.49) devine

$$\frac{dm_{mec}}{ds} \frac{v_B^2}{2} + (m_{mec} + m_{vol}) a_B^\gamma = \Delta F^\gamma. \quad (3.51)$$

În acele poziții ale punctului de reducere în care acesta atinge valorile extreme ale vitezei,  $v_{Bmax}$  și  $v_{Bmin}$ , accelerația tangențială  $a_B^\gamma$  este nulă. Valorile corespunzătoare ale forței excedentare tangențiale sînt

$$\Delta F^{\gamma max} = \left( \frac{dm_{mec}}{ds} \right)_{s=s^{max}} \frac{v_{Bmax}^2}{2}, \quad (3.52)$$

$$\Delta F^{\gamma min} = \left( \frac{dm_{mec}}{ds} \right)_{s=s^{min}} \frac{v_{Bmin}^2}{2}. \quad (3.53)$$

Masa redusă a agregatului de mașini fără volant, care intervine în expresiile (3.51) - (3.53), se determină din egalitatea dintre energia cinetică a agregatului de mașini și energia cinetică a punctului de reducere:

$$\frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 v_{c2}^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} + \frac{m_3 v_c^2}{2} = \frac{m_{mec} v_B^2}{2}, \quad (3.54)$$

în care  $J_1$  este momentul de inerție al rotorului motorului electric, transmisiei și manivelei față de axul A.

Ținând seama că  $\omega_1 = \frac{v_B}{l_1}$ , din (3.54) rezultă masa redusă a agregatului de mașini fără volant

$$m_{mec} = \frac{J_1}{l_1^2} + \frac{1}{v_B^2} (m_2 v_{c2}^2 + J_2 \omega_2^2 + m_3 v_c^2), \quad (3.55)$$

iar derivata ei în raport cu arcul de cerc, în pozițiile în care viteza  $v_B$  are valorile extreme constante  $v_{Bmax}$ ,  $v_{Bmin}$ , este

$$\frac{dm_{mec}}{ds} = \frac{2(m_2 v_{c2} a_{c2}^\gamma + J_2 \omega_2 \varepsilon_2 + m_3 v_c a_c)}{v_B^3}. \quad (3.56)$$

Planul vitezelor și planul accelerațiilor din figurile 3.15 și 3.16 au fost construite pentru poziția mecanismului din fig.3.14 în ipoteza că manivela se rotește cu o viteză unghiulară medie pe un ciclu al mișcării,  $\omega_{1 \text{ med}}$ ; scările la care au fost reprezentate cele două plane sînt

$$\mu_{v \text{ med}} = \omega_{1 \text{ med}} \frac{(AB)}{(pb)} \mu_l, \quad (3.57)$$

$$\mu_{a \text{ med}} = \omega_{1 \text{ med}}^2 \frac{(AB)}{(\tilde{\pi} b)} \mu_l,$$

în care  $\mu_l = \frac{l_1}{(AB)} = \frac{l_2}{(BC)}$  este scara la care au fost reprezentate lungimile elementelor mecanismului în schema de calcul din fig.3.14. Dacă în reprezentările din figurile 3.14 - 3.16, segmentele (AB), (pb) și ( $\tilde{\pi} b$ ) se iau egale, rezultă

$$\mu_{v \text{ med}} = \omega_{1 \text{ med}} \mu_l, \quad (3.58)$$

$$\mu_{a \text{ med}} = \omega_{1 \text{ med}}^2 \mu_l.$$

În realitate însă manivela nu se rotește uniform. Dacă într-o poziție oarecare are viteza unghiulară momentană  $\omega_1$ , scările vitezelor și accelerațiilor sînt

$$\mu_v = \frac{\omega_1}{\omega_{1 \text{ med}}} \mu_{v \text{ med}}, \quad (3.59)$$

$$\mu_a = \frac{\omega_1^2}{\omega_{1 \text{ med}}^2} \mu_{a \text{ med}}.$$

Cu ajutorul expresiilor (3.59) și al planelor vitezelor și accelerațiilor, relația (3.56) devine

$$\frac{dm_{\text{mec}}}{ds} = \frac{2 \left[ m_2(\tilde{\pi} n)(nc_2) + \frac{J_2}{l_2^2} (bc)(mc) + m_3(pc)(\tilde{\pi} c) \right]}{v_B^3} \mu_v \mu_a. \quad (3.60)$$

Ținînd seama de relația (3.60), expresiile (3.52) și (3.53) ale forței excedentare tangențiale se scriu

$$\Delta F^{\text{max}} = \frac{m_2(\tilde{\pi} n)(nc_2) + \frac{J_2}{l_2^2} (bc)(mc) + m_3(pc)(\tilde{\pi} c)}{v_{B \text{ max}}} \mu_{v \text{ max}} \mu_{a \text{ max}}, \quad (3.61)$$

$$\Delta F^{\text{min}} = \frac{m_2(\tilde{\pi} n)(nc_2) + \frac{J_2}{l_2^2} (bc)(mc) + m_3(pc)(\tilde{\pi} c)}{v_{B \text{ min}}} \mu_{v \text{ min}} \mu_{a \text{ min}}. \quad (3.62)$$

In expresiile factorilor de scară  $\mu_{v_{max}}$ ,  $\mu_{a_{max}}$ ,  $\mu_{v_{min}}$ ,  $\mu_{a_{min}}$  intervin valorile extreme corespunzătoare ale vitezei unghiulare  $\omega_1$ , respectiv  $\omega_{1_{max}}$  și  $\omega_{1_{min}}$ .

După cum se observă din expresia (3.51), forța excedentară tangențială depinde de poziție. Fie, de exemplu, ca pe parcursul unui ciclu al mișcării, forțele tangențiale motoare și rezistentă să aibă variația din fig.3.17a. Forța excedentară tangențială  $\Delta F^z$  corespunzătoare s-a reprezentat în fig.3.17b.

Dacă masa redusă a agregatului de mașini ar fi constantă, atunci pozițiile în care punctul de reducere ar atinge viteza minimă și viteza maximă ar fi cele definite respectiv de arcele  $s_0$  și  $s_1$ . In cazul agregatului de mașini cu masă redusă variabilă, cele două poziții sînt decalate față de cele de mai sus.

Pentru determinarea lor exactă este necesar să se cunoască valorile  $\Delta F^z_{max}$  și  $\Delta F^z_{min}$  ale forței excedentare. Intrucît aceste valori însă nu sînt cunoscute, se recurge la artificiiul introducerii a două funcții auxiliare de poziția  $s$ , avînd expresiile

$$\Delta F^z_{max}(s) = \frac{dm_{mec}}{ds} \frac{v_{B_{max}}^2}{2},$$

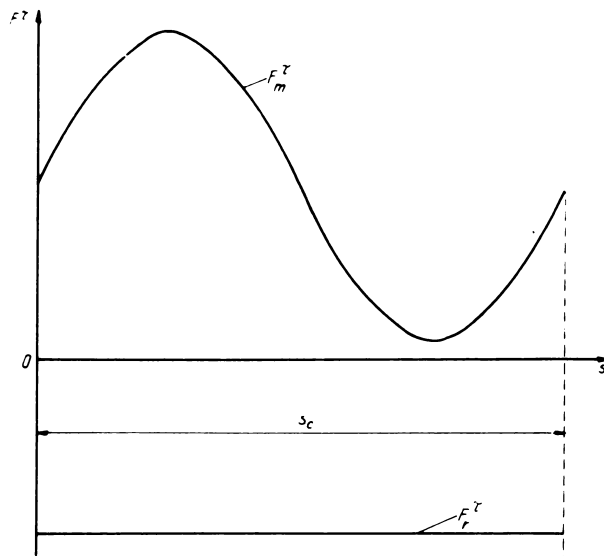
$$\Delta F^z_{min}(s) = \frac{dm_{mec}}{ds} \frac{v_{B_{min}}^2}{2}.$$

In fig.3.17b s-au reprezentat și aceste funcții. In expresiile lor intervine masa redusă a mecanismului ca funcție de poziție  $m_{mec} = m_{mec}(s)$ . Această dependență se poate stabili cunoscînd structura geometrică a mecanismului, precum și masele și momentele de inerție ale elementelor componente. Din formulele lor de definiție rezultă că cele două funcții au valori proporționale în fiecare poziție a punctului de reducere, lucru care se poate observa și în fig.3.17b. Utilitatea introducerii acestor funcții auxiliare constă în faptul că în pozițiile în care viteza punctului de reducere atinge valorile extreme, aceste funcții au ca valori tocmai forțele excedentare respective,  $\Delta F^z_{max}$  și  $\Delta F^z_{min}$ . Aceste valori ale forței excedentare sînt, de asemenea, proporționale. Factorul lor de proporționalitate se poate determina din compararea expresiilor (3.61) și (3.62)

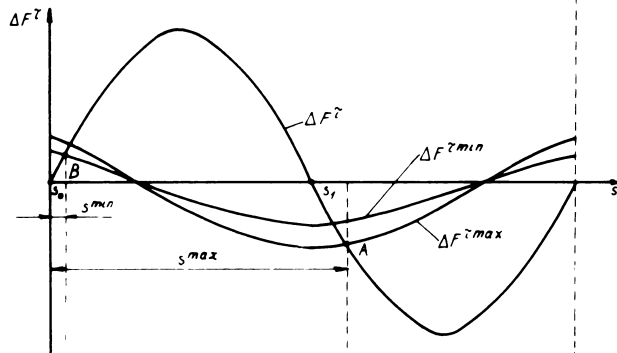
$$\frac{\Delta F^z_{max}}{\Delta F^z_{min}} = \frac{\frac{\mu_{v_{max}} \mu_{a_{max}}}{v_{B_{max}}}}{\frac{\mu_{v_{min}} \mu_{a_{min}}}{v_{B_{min}}}} = \left( \frac{1 + \frac{\delta}{2}}{1 - \frac{\delta}{2}} \right)^2, \quad (3.63)$$

unde  $\delta = \frac{\omega_{1_{max}} - \omega_{1_{min}}}{\omega_{1_{med}}}$  este coeficientul de neuniformitate al

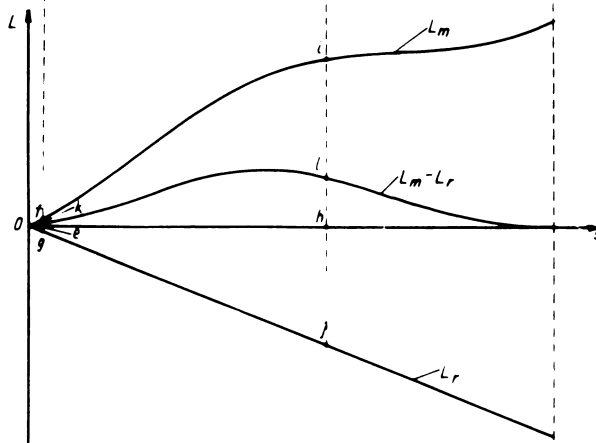
mișcării agregatului de mașini. Expresia (3.63) este importantă de-



a.



b.



c.

Fig. 3.17.

oarece în ea intervine coeficientul de neuniformitate al mișcării care este un parametru important și, de obicei, cunoscut al agregatului de mașini care urmează a fi prevăzut cu volant. Pe baza relației (3.63) este suficientă construirea graficului numai al uneia din funcțiile auxiliare  $\Delta F^{\max}(s)$  sau  $\Delta F^{\min}(s)$ , graficul celeilalte obținându-se din acesta prin proporționalitate.

După reprezentarea celor trei grafice (fig.3.17b), pozițiile în care viteza punctului de reducere are valori extreme se determină precis ca abscise ale punctelor de intersecție dintre curbele  $\Delta F^{\max}(s)$ ,

$\Delta F^{\min}(s)$  și curba  $\Delta F$ . Astfel, în fig.3.17b, aceste puncte sînt A și B; abscisa  $s^{\max}$  a punctului A corespunde poziției în care viteza este maximă, iar abscisa  $s^{\min}$  a punctului B, poziției în care viteza este minimă.

În sfîrșit, pentru determinarea masei reduse a volantului, se aplică teorema energiei cinetice în formă finită între aceste două puncte

$$(m_{\text{mec}}^{\max} + m_{\text{vol}}) \frac{v_{B\max}^2}{2} - (m_{\text{mec}}^{\min} + m_{\text{vol}}) \frac{v_{B\min}^2}{2} = L_m - L_r, \quad (3.64)$$

în care:  $m_{\text{mec}}^{\max}$ ,  $m_{\text{mec}}^{\min}$  - masele reduse ale agregatului de mașini fără volant în pozițiile cu viteze extreme;  $L_m$ ,  $L_r$  - lucrurile mecanice ale forțelor tangențiale motore și rezistentă în deplasarea mecanismului între cele două poziții.

Din (3.64) rezultă masa redusă a volantului

$$m_{\text{vol}} = 2 \frac{L_m - L_r}{v_{B\max}^2 - v_{B\min}^2} - \frac{m_{\text{mec}}^{\max} v_{B\max}^2 - m_{\text{mec}}^{\min} v_{B\min}^2}{v_{B\max}^2 - v_{B\min}^2}. \quad (3.65)$$

În formula de mai sus, masele  $m_{\text{mec}}^{\max}$  și  $m_{\text{mec}}^{\min}$  se determină cu formula (3.55), în care lui  $v_B$  i se atribuie valorile extreme, iar lui  $v_{c2}$ ,  $\omega_2$  și  $v_c$ , valorile corespunzătoare pozițiilor în care  $v_B$  este maximă, respectiv minimă.

Pentru evaluarea membrului drept din relația (3.64), în fig.3.17c s-au construit curbele  $L_m(s)$  și  $L_r(s)$ . Din această figură rezultă

$$L_m - L_r = \{[(ni)-(ef)] - [(aj)-(eg)]\} \mu_F \mu_s, \quad (3.66)$$

în care  $\mu_F$  și  $\mu_s$  sînt scările de reprezentare ale forțelor tangențiale și arcului de cerc.

Tot în fig.3.17c s-a reprezentat și curba  $L_m - L_r$ . Cu ajutorul ei, relația (3.66) devine

$$L_m - L_r = [(hl)-(ek)] \mu_L, \quad (3.67)$$



în care  $\mu_L = \mu_F \mu_1$  este scara de reprezentare a lucrului mecanic.

Dacă în expresia (3.65) se neglijează al doilea termen, iar primul se scrie cu ajutorul coeficientului de neuniformitate al mișcării, atunci masa redusă a volantului capătă forma simplificată

$$m_{vol} = \frac{L_m - L_r}{\int v_{Bmed}^2}, \quad (3.68)$$

care este o formulă cunoscută în literatura de specialitate [20, 22], unde  $v_{Bmed} \approx \frac{v_{Bmax} + v_{Bmin}}{2}$  este viteza medie a punctului de reducere, pe un ciclu al mișcării. Formula (3.65) este, desigur, mai precisă decât formula (3.68), datorită termenului al doilea. În legătură cu acest al doilea termen din expresia (3.65) înel intervine masa redusă a agregatului de mașini fără volant, în pozițiile în care viteza punctului de reducere are valori extreme,  $m_{mec}^{max}$ ,  $m_{mec}^{min}$ . Acest termen se poate neglija dacă masa redusă a agregatului fără volant este neglijabilă sau, cel puțin, relativ mică în raport cu masa redusă a volantului. Această situație este destul de obișnuită în practică, deoarece, în general, aceasta este condiția ca prezența volantului să se facă simțită în comportarea dinamică a agregatului.

După determinarea masei reduse a volantului, se determină momentul de inerție al volantului, redus la arborele motorului,

$$J_{vol} = I_{vol}^2.$$

În legătură cu indicii "max" și "min", se accentuează faptul că în notațiile  $v_{Bmax}$ ,  $v_{Bmin}$ ,  $\omega_{lmax}$ ,  $\omega_{lmin}$ , ei atribuie mărimilor respective semnificația de valori extreme, în schimb în notațiile  $\Delta F^{rmax}$ ,  $\Delta F^{rmin}$ ,  $m_{mec}^{max}$ ,  $m_{mec}^{min}$ ,  $s^{max}$ ,  $s^{min}$  nu reprezintă valori extreme, ci valori corespunzătoare pozițiilor în care punctul de reducere B are viteze extreme. Pentru a nu crea confuzii între cele două situații, indicii "max" și "min" s-au amplasat în partea inferioară, respectiv superioară a notațiilor pe lângă care stau.

§ 3.5. Determinarea momentului de inerție al volantului în cazul unui agregat de mașini cu reductor de turație și moment de inerție variabil. Se consideră un agregat de mașini avind schema de calcul din fig. 3.18, în care I este motorul electric de acționare, II este un reductor de turație, III este mașina de lucru și IV este volantul.

Asupra elementelor componente ale agregatului se fac următoarele precizări:

Motorul electric este de tip asincron, acesta fiind tipul de mo-

tor electric cel mai răspândit în acționările electrice actuale. El dezvoltă un cuplu motor, avînd momentul  $M_m$  funcție de viteza unghiulară  $\omega$  a arborelui motor. Dependența  $M_m(\omega)$  constituie caracteristica mecanică a motorului electric și are aspectul din fig.3.18 [413].

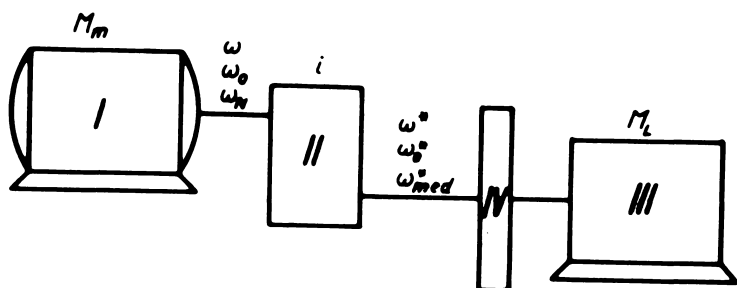


Fig.3.18.

liniară. De aceea, în cele ce urmează, aceasta se va liniariza, mai ales că ecuația porțiunii de lucru liniarizate a caracteristicii mecanice se poate scrie pe baza datelor de catalog ale motorului electric. Astfel, în orice catalog de motoare electrice se indică turația de sincronism cu care se poate determina viteza unghiulară de sincronism  $\omega_0$  corespunzătoare punctului A, unde momentul motor este nul. De asemenea, se indică turația nominală pe baza căreia se calculează viteza unghiulară nominală  $\omega_n$  și se mai indică și momentul motor nominal  $M_m^N$  corespunzător punctului de funcționare nominală C al motorului (fig.3.19). Scriind ecuația dreptei prin cele două puncte A și C, se obține ecuația porțiunii de lucru liniarizate a caracteristicii mecanice a motorului:

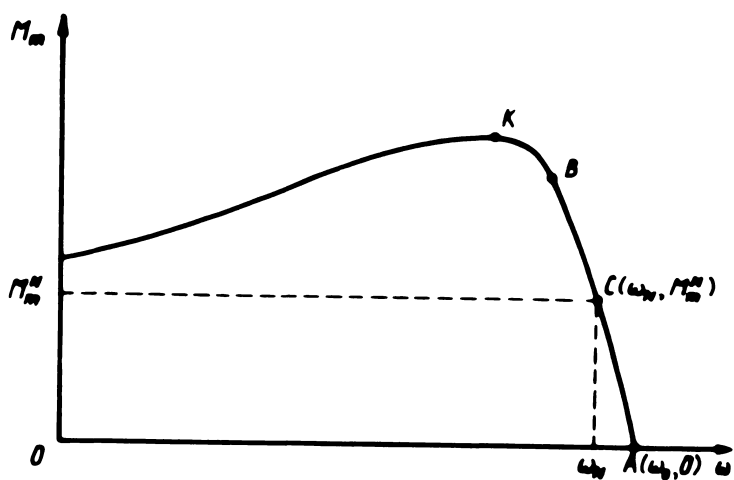


Fig.3.19.

scriind ecuația dreptei prin cele două puncte A și C, se obține ecuația porțiunii de lucru liniarizate a caracteristicii mecanice a motorului:

$$M_m = - \frac{M_m^N}{\omega_0 - \omega_n} \omega + \frac{M_m^N \omega_0}{\omega_0 - \omega_n} \quad (3.69)$$

Reductorul de turație II transmite mișcarea de la motorul electric la mașina de lucru, realizînd un raport de transmisie i,

lară  $\omega$  a arborelui motor. Dependența  $M_m(\omega)$  constituie caracteristica mecanică a motorului electric și are aspectul din fig.3.18 [413]. Porțiunea de lucru AB a caracteristicii mecanice este aproape liniară. De aceea, în cele ce urmează, aceasta se va liniariza, mai ales că ecuația porțiunii de lucru liniarizate a caracteristicii mecanice se poate scrie pe baza datelor de catalog ale motorului electric. Astfel, în orice catalog de motoare electrice se indică turația de sincronism cu care se poate determina viteza unghiulară de sincronism  $\omega_0$  corespunzătoare punctului A, unde momentul motor este nul. De asemenea, se indică turația nominală pe baza căreia se calculează viteza unghiulară nominală  $\omega_n$  și se mai indică și momentul motor nominal  $M_m^N$  corespunzător punctului de funcționare nominală C al motorului (fig.3.19). Scriind ecuația dreptei prin cele două puncte A și C, se obține ecuația porțiunii de lucru liniarizate a caracteristicii mecanice a motorului:

$$i = \frac{\omega}{\omega^*} = \frac{\omega_0}{\omega_0^*} = \frac{\omega_N}{\omega_N^*} \quad (3.70)$$

în care  $\omega^*$  - viteza unghiulară a arborelui mașinii de lucru, care constituie elementul de reducere pentru toți parametrii cinematici și dinamici care caracterizează mișcarea agregatului de mașini;  $\omega_0^*, \omega_N^*$  - viteza unghiulară de sincronism, respectiv viteza unghiulară nominală a motorului electric, reduse la arborele mașinii de lucru.

Deoarece randamentul reductoarelor de turație este foarte ridicat,  $\eta = 96-98\%$ , se va presupune că puterea motorului electric se transmite integral prin reductorul de turație la mașina de lucru. Astfel, puterea motorului electric care se aplică la intrarea în reductorul de turație este  $P = M_m \omega$ , iar puterea la ieșirea din reductorul de turație este  $P^* = M_m^* \omega^*$ , în care  $M_m^*$  este momentul motor redus la arborele mașinii de lucru; din egalitatea  $P=P^*$ , rezultă

$$i = \frac{M_m^*}{M_m} \quad (3.71)$$

Evident, relația este valabilă și în cazul puterii nominale a motorului electric, deci

$$i = \frac{M_m^{N*}}{M_m} \quad (3.72)$$

$M_m^{N*}$  fiind momentul nominal al motorului electric, redus la arborele mașinii de lucru.

Mașina de lucru III este un utilaj industrial. În procesul tehnologic pe care îl realizează, apare un moment rezistent  $M_L$  care în multe cazuri practice (mașini de rabotat, transportoare vibrante, utilaje automatizate din industria ușoară etc.) este o funcție periodică de poziția elementului executor, deci de unghiul de rotație  $\theta$  al arborelui mașinii de lucru,  $M_L = M_L(\theta)$ . Pentru realizarea procesului tehnologic căruia îi este destinată mașina de lucru, unele piese ale acesteia execută mișcări în care își modifică poziția față de arborele mașinii, ceea ce face ca o parte  $\tilde{J}$  a momentului de inerție redus al mașinii de lucru să fie funcție periodică de unghiul  $\theta$ ,  $\tilde{J} = \tilde{J}(\theta)$ , cu aceeași perioadă unghiulară  $\theta_T$ , ca a momentului rezistent  $M_L$ .

Volantul IV este plasat pe arborele mașinii de lucru și are momentul de inerție  $J_V$  care trebuie să fie determinat, astfel încât coeficientul de neuniformitate  $\delta$  al mișcării [20, 22] să nu depășească valoarea prescrisă.

Regimul de funcționare periodic al mașinii de lucru face ca și vi-

teza unghiulară  $\omega^*$  să varieze periodic între o valoare minimă  $\omega_{\min}^*$  și una maximă  $\omega_{\max}^*$ , și anume  $\omega_{\min}^* \approx (1 - \frac{\delta}{2}) \omega_{\text{med}}^*$ ,  $\omega_{\max}^* \approx (1 + \frac{\delta}{2}) \omega_{\text{med}}^*$  [20;22], în care  $\omega_{\text{med}}^*$  este valoarea medie a vitezei unghiulare  $\omega^*$ , pe parcursul unei perioade unghiulare  $\theta_T$ . Scriind teorema energiei cinetice pentru mișcarea agregatului de mașini între poziția  $\theta^{\min}$  în care viteza unghiulară este minimă și poziția  $\theta^{\max}$  în care viteza unghiulară este maximă, se obține

$$(J_c + \check{J}^{\max}) \frac{\omega_{\max}^{*2}}{2} - (J_c + \check{J}^{\min}) \frac{\omega_{\min}^{*2}}{2} = L^{\min-\max}, \quad (3.73)$$

în care:  $J_c = J_v + J_{ca}$  - partea constantă a momentului de inerție redus al agregatului de mașini, incluzând momentul de inerție al volantului  $J_v$  și momentul de inerție  $J_{ca}$  al celorlalte componente ale agregatului de mașini cu momentul de inerție constant (rotorul motorului electric, reductorul de turație, o parte a mașinii de lucru);  $\check{J}^{\min}$ ,  $\check{J}^{\max}$  - valorile lui  $\check{J}$ , respectiv în pozițiile  $\theta^{\min}$  și  $\theta^{\max}$ ;  $L^{\min-\max}$  - lucrul mecanic total în mișcarea agregatului de mașini între pozițiile  $\theta^{\min}$  și  $\theta^{\max}$ .

Ținând seama de expresiile valorilor extreme ale vitezei unghiulare, rezultă pentru momentul de inerție al volantului expresia

$$J_v = \frac{1}{\delta \omega_{\text{med}}^{*2}} L^{\min-\max} - J_{ca} - \frac{1}{8} (\check{J}^{\max} - \check{J}^{\min}) \frac{4 + \delta^2}{\delta} - \frac{1}{2} (\check{J}^{\max} + \check{J}^{\min}). \quad (3.74)$$

În expresia găsită pentru momentul de inerție al volantului intervin ca mărimi cunoscute coeficientul de neuniformitate al mișcării  $\delta$  care este impus, viteza unghiulară medie  $\omega_{\text{med}}^* = \frac{\omega_{\max}^* + \omega_{\min}^*}{2}$  a elementului de reducere și  $J_{ca}$  care se poate calcula folosind parametrii geometrici constructivi ai agregatului de mașini. Mai trebuie determinat lucrul mecanic total  $L^{\min-\max}$  și valorile  $\check{J}^{\min}$  și  $\check{J}^{\max}$ . Pentru acestea trebuie găsite pozițiile  $\theta_m$  și  $\theta_M$  în care viteza unghiulară are extreme și, corespunzătoare lor, valorile  $\check{J}^{\min}$  și  $\check{J}^{\max}$ , dependența  $\check{J}(\theta)$  fiind cunoscută.

Pentru determinarea valorilor  $\theta^{\min}$  și  $\theta^{\max}$  se scrie pentru mișcarea agregatului de mașini teorema energiei cinetice în formă diferențială:

$$dE_c = dL. \quad (3.75)$$

Aici,  $E_c$  este energia cinetică a agregatului de mașini,  $E_c = \frac{J \omega^{*2}}{2}$ , în care  $J$  este momentul de inerție al întregului agregat de mașini, redus la arborele mașinii de lucru; deoarece atât  $J$  cât și  $\omega^*$  sînt funcții de unghiul  $\theta$ , rezultă că și energia cinetică a agregatului de

mașini este funcție de  $\theta$ . Tot în ecuația (3.75),  $dL$  este lucrul mecanic elementar,  $dL = (M_m^* - M_L)d\theta$ . Cu aceste precizări, ecuația (3.75) devine

$$d\left(\frac{J\omega^{*2}}{2}\right) = (M_m^* - M_L)d\theta, \quad (3.76)$$

sau

$$M_m^* = M_L + \frac{d}{d\theta} \left( \frac{J\omega^{*2}}{2} \right). \quad (3.77)$$

Relația (3.77) reprezintă dependența momentului motor redus de unghiul  $\theta$  de rotație al arborelui mașinii de lucru; într-adevăr,  $M_L$ ,  $J$  și  $\omega^*$  fiind funcții periodice de  $\theta$ , cu aceeași perioadă unghiulară  $\theta_T$ , rezultă că și  $M_m^*$  este o funcție periodică de  $\theta$ , cu perioada unghiulară  $\theta_T$ . Tot din analiza relației (3.77) rezultă că momentul motorului electric trebuie să acopere atât momentul rezistent  $M_L$  al mașinii de lucru, cum este cazul la agregatele de mașini cu moment de inerție constant, cât și o componentă suplimentară datorată faptului

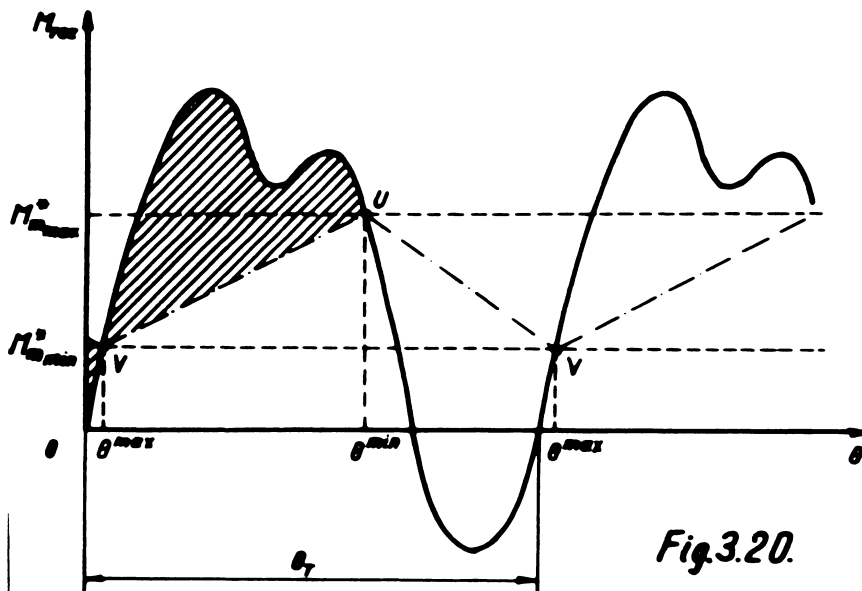


Fig.3.20.

și, așa cum s-a arătat, el este o funcție periodică de  $\theta$ . Fie ca dependența lui de  $\theta$  să aibe aspectul din fig.3.20 (curba trasată cu linie continuă).

Datorită faptului că porțiunea liniarizată AB a caracteristicii mecanice a motorului electric (fig.3.19) are panta negativă, rezultă că în poziția  $\theta^{\max}$  în care viteza unghiulară redusă este maximă,

$\omega_{\max}^*$ , momentul motor redus este minim,  $M_{\min}^*$  și evident, în poziția  $\theta^{\min}$  în care viteza unghiulară redusă este minimă,  $\omega_{\min}^*$ , momentul motor redus este maxim,  $M_{\max}^*$ . De asemenea, în aceste poziții

în care viteza unghiulară are extreme, accelerația unghiulară redusă  $\frac{d\omega^*}{dt}$  este nulă.

să, această componentă devine negativă și ajută astfel motorul. În orice caz, membrul drept al ecuației (3.77) va fi considerat ca momentul rezistent total,  $M_{\text{rez}} = M_L + \frac{d}{d\theta} \left( \frac{J\omega^{*2}}{2} \right)$

Tinând seama de aceste observații, în pozițiile amintite, ecuația (3.77) devine:

$$M_{m\max}^* = M_L^{\min} + \frac{\omega_{\min}^{*2}}{2} \left( \frac{dJ}{d\theta} \right)_{\theta=\theta^{\min}}, \quad (3.78)$$

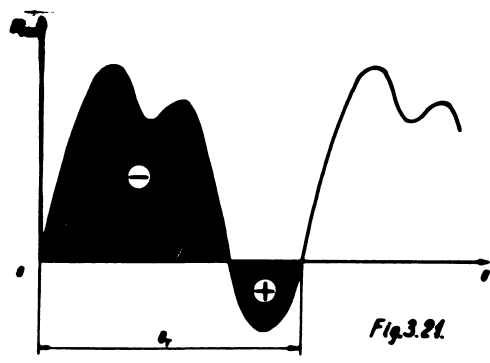
$$M_{m\min}^* = M_L^{\max} + \frac{\omega_{\max}^{*2}}{2} \left( \frac{dJ}{d\theta} \right)_{\theta=\theta^{\max}}, \quad (3.79)$$

în care  $M_L^{\max}$  și  $M_L^{\min}$  sînt valorile momentului rezistent al mașinii de lucru în pozițiile  $\theta^{\max}$  și  $\theta^{\min}$ .

Ecuațiile (3.78) și (3.79) sînt acelea care permit determinarea pozițiilor  $\theta^{\max}$  și  $\theta^{\min}$  ale agregatului de mașini în care viteza unghiulară are extreme. Astfel, de exemplu, membrul drept al ecuației (3.78) reprezintă ordonata punctului U de pe curba momentului rezistent total (fig.3.20), egală, conform ecuației, cu valoarea maximă  $M_{m\max}^*$  a momentului motor redus; după cum s-a arătat mai sus, valorii maxime a momentului motor îi corespunde viteza unghiulară minimă; așadar, abscisa punctului U trebuie să fie valoarea unghiului  $\theta^{\min}$ ; în mod analog, cu ajutorul ecuației (3.79) se determină valoarea  $\theta^{\max}$  ca abscisă a punctului V.

Pentru aplicarea acestei metode la determinarea lui  $\theta^{\max}$  și  $\theta^{\min}$  este necesară construirea curbei momentului rezistent total  $M_{rez}$ , în funcție de  $\theta$ , (fig.3.20), care apare în membrul drept al ecuației (3.77). Acest lucru este posibil deoarece din funcționarea mașinii de lucru se cunoaște dependența momentului ei rezistent în funcție de poziție,  $M_L(\theta)$ , iar din construcția mașinii se cunoaște momentul de inerție re us ca funcție de  $\theta$ ,  $J(\theta)$ ; pentru viteza unghiulară redusă care intervine și ea în expresia momentului rezistent total nu se cunoaște dependența ei de  $\theta$ , dar se cunosc valorile extreme  $\omega_{\min}^*$  și  $\omega_{\max}^*$  și atunci, pentru construcția curbei din fig.3.20, se poate lua pentru  $\omega^*$  valoarea ei medie  $\omega_{med}^*$ .

Tot pentru folosirea ecuațiilor (3.78) și (3.79) la determinarea valorilor  $\theta^{\max}$  și  $\theta^{\min}$  mai sînt necesare și valorile extreme  $M_{m\min}^*$ ,  $M_{m\max}^*$  ale momentului motor redus. Pentru determinarea acestora trebuie mai întîi să fie ales motorul electric de acționare. Evaluarea puterii necesare a motorului electric se face pe baza puterii medii pe o perioadă  $\theta_T$ , absorbite de agregatul de mașini  $P = \frac{L_{rez} \omega_{med}^*}{\theta_T}$ , în care  $L_{rez}$  este lucrul mecanic al momentului rezistent  $\theta_T$  total pe parcursul unei perioade, egal cu aria delimitată de curba momentului rezistent total, luată cu semnul corespunzător (fig.3.21). Din catalogul de motoare electrice se alege un motor avînd puterea nominală  $P_N$  egală cu puterea  $P$  determinată mai sus. Cum însă motoarele electrice se produc în game de puteri standardizate, numai cu totul întîmplător se poate găsi un motor cu puterea egală cu cea necesară. De aceea, din



catalog se alege un motor electric avînd puterea nominală imediat mai mare decît cea necesară. Motorul electric astfel ales cu o putere mai mare decît cea necesară va antrena agregatul de mașini cu o viteză unghiulară

medie  $\omega_{med}^{*'}$  mai mare decît cea dată. Evident, și valorile extreme ale vitezei unghiulare reduse care intervin în ecuațiile (3.78) și (3.79) se vor majora la valorile  $\omega_{min}^{*'} \approx (1 - \frac{d}{2}) \omega_{med}^{*'}$  și  $\omega_{max}^{*'} \approx (1 + \frac{d}{2}) \omega_{med}^{*'}$ .

Revenind la determinarea valorilor extreme ale momentului motor redus, se pornește de la ecuația (3.69) a caracteristicii mecanice liniarizate a motorului electric, care însă trebuie și ea să fie redusă la arborele mașinii de lucru, care constituie elementul de reducere pentru tot agregatul de mașini. Ținînd seama de relațiile de reducere (3.70) - (3.72), ecuația (3.69) devine

$$M_m^* = - \frac{M_m^{N*}}{\omega_0^* - \omega_N^*} \omega^* + \frac{M_m^{N*} \omega_0^*}{\omega_0^* - \omega_N^*} \quad (3.80)$$

Din punct de vedere al turajului motorului electric ales, este dorit ca viteza unghiulară nominală redusă a acestuia,  $\omega_N^*$  să fie egală cu viteza unghiulară medie  $\omega_{med}^*$  a arborelui mașinii de lucru. Astfel, ecuația caracteristicii mecanice reduse a motorului electric se mai poate scrie

$$M_m^* = - \frac{M_m^{N*}}{\omega_0^* - \omega_{med}^*} \omega^* + \frac{M_m^{N*} \omega_0^*}{\omega_0^* - \omega_{med}^*} \quad (3.81)$$

Alegerea unui motor electric cu puterea nominală imediat mai mare decît cea calculată conduce la valori momentane ale momentului motor redus  $M_m^{*'}$  și ale vitezei unghiulare  $\omega^{*'}$ , de asemenea mai mari decît cele calculate; viteza unghiulară de sincronism rămîne însă aceeași, deoarece ea nu depinde de puterea motorului electric, ci de numărul de perechi de poli ai înfășurării statorice a motorului ( $\omega_0 = \frac{\pi}{30} \frac{3000}{p}$ , în care p este numărul de perechi de poli); evident, motorul electric astfel ales va avea și momentul motor majorat. Ținînd seama de aceste observații, ecuația (3.81) a caracteristicii mecanice reduse a motorului electric ales din catalog capătă



forma

$$M_m^{*'} = \frac{K_m^{N*'}}{\omega_0^* - \omega_{med}^{*'}} \omega^{*'} + \frac{K_m^{N*'} \omega_0^*}{\omega_0^* - \omega_{med}^{*'}} \quad (3.82)$$

Introducînd în ecuația (3.82) noile valori extreme majorate  $\omega_{min}^*$  și  $\omega_{max}^*$  ale vitezei unghiulare, vor rezulta valorile extreme ale momentului motor:

$$M_{mmax}^{*'} = \frac{\omega_0^* - \omega_{min}^{*'}}{\omega_0^* - \omega_{med}^{*'}} K_m^{N*'} \quad (3.83)$$

$$M_{mmin}^{*'} = \frac{\omega_0^* - \omega_{max}^{*'}}{\omega_0^* - \omega_{med}^{*'}} K_m^{N*'} \quad (3.84)$$

În sfîrșit, pentru calculul volantului cu formula (3.74), mai este necesar să se determine lucrul mecanic total  $L^{min-max}$  în mișcarea agregatului de mașini între pozițiile  $\theta^{min}$  și  $\theta^{max}$ . Pentru aceasta, trebuie observat faptul că în fig.3.20, punctele U și V sînt puncte de extrem ale curbei momentului motor redus,  $M_m^*$  ca funcție de poziția  $\theta$  a agregatului de mașini; această dependență nu este cunoscută, dar unind punctele U și V cu segmente de dreaptă (reprezentate cu linie-punct în fig.3.20) se obține o reprezentare liniarizată a curbei  $M_m^*(\theta)$ . Rezultă că diferența dintre ariile delimitate de curba momentului rezistent total și cea a momentului motor (suprafața măsurată din fig.3.20), reprezintă tocmai lucrul mecanic total  $L^{min-max}$  în mișcarea agregatului de mașini între pozițiile  $\theta^{min}$  și  $\theta^{max}$ .

După ce s-au determinat toate mărimile care intervin în relația (3.74) de calcul a momentului de inerție al volantului, mai trebuie făcute unele observații. Astfel, în urma calculului momentului motor maxim cu formula (3.83), poate rezulta o valoare egală sau mai mare decît momentul critic al motorului electric, adică momentul corespunzător punctului K de pe caracteristica mecanică a motorului electric (fig.3.19), în care funcționarea motorului este instabilă. În această situație va trebui să se aleagă un alt motor electric, care la aceeași putere, să aibă o viteză unghiulară de sincronism  $\omega_0^*$  mai mare ca a motorului electric necorespunzător; în acest fel, diferența  $\omega_0^* - \omega_{med}^*$  va fi mai mare și astfel va rezulta un moment motor maxim mai mic. Noul motor electric însă, avînd porțiunea de lucru a caracteristicii mecanice cu o pantă mai moale, înseamnă că va avea un runcament mai scăzut ca vechiul motor electric.

De asemenea, valoarea momentului motor minim calculată cu formula (3.84) ar putea rezulta negativă dacă viteza unghiulară maximă  $\omega_{max}^{*'}$  ar depăși valoarea vitezei unghiulare de sincronism  $\omega_0^*$  a

motorului electric. In acest caz va trebui să se adopte pentru agregatul de mașini o viteză unghiulară maximă mai mică, fapt care va conduce și la un coeficient de neuniformitate al mișcării  $\delta$  mai mic decât cel presupus inițial. Această intervenție va avea ca rezultat și necesitatea unui volant cu moment de inerție mai mare [formula (3.74)] .

In concluzie trebuie subliniat <sup>că</sup> faptul că un agregat de mașini are momentul de inerție variabil, trebuie să fie luat în considerare la calculul momentului de inerție al volantului dacă momentul suplimentar  $\frac{d}{d\theta} \left( \frac{J \omega^2}{2} \right)$  care apare din acest motiv, are valoare comparabilă cu momentele exterioare aplicate agregatului de mașini (momentul motorului electric, momentul rezistent al mașinii de lucru).

Se observă, de asemenea, că această metodă de calcul a volantului este valabilă și în cazul în care din structura agregatului de mașini lipsește reductorul de turație.

**CAP.4. PROBLEME ALE DINAMICII AGREGATELOR DE MASINI CU VARIATOR DE TURATIE**

§ 4.1. Ecuatia diferențială a mișcării unui agregat de mașini cu variator de turație. In agregatele de mașini din industrie la care se pune problema reglării continue și în limite largi a turației, se recurge la folosirea variatoarelor de turație. Acestea sînt dispozitive mecanice sau hidraulice care, în cadrul unui agregat de mașini se plasează între motorul electric de acționare și mașina de lucru și permit reglarea raportului de transmisie a mișcării după legea cerută de procesul tehnologic căruia îi este destinat agregatul de mașini.

In paragraful de față se stabilește ecuația diferențială a mișcării unui agregat de mașini echipat cu variator de turație. Pentru aceasta se consideră schema de calcul din fig.4.1, în care I este motorul electric de acționare, II este variatorul de turație, iar III este mașina de lucru. La această schemă de calcul se reduce majoritatea agregatelor de mașini cu variator de turație

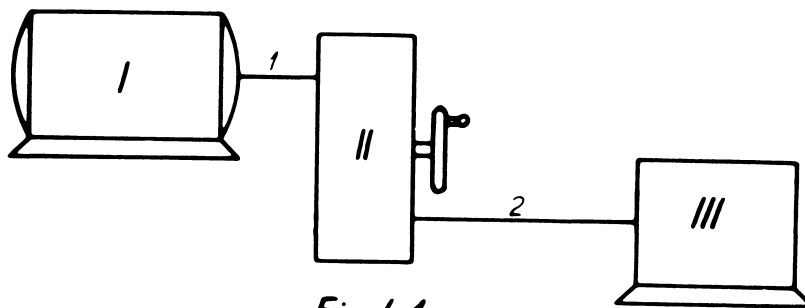


Fig. 4.1.

torul electric de acționare, II este variatorul de turație, iar III este mașina de lucru. La această schemă de calcul se reduce majoritatea agregatelor de mașini cu variator de turație

întîlnite în practică.

Se introduc următoarele notații:  $\theta_1$  - unghiul de rotație al arborelui conducător 1 ;  $\theta_2$  - unghiul de rotație al arborelui condus 2 ;  $\omega_1 = \dot{\theta}_1$  ,  $\omega_2 = \dot{\theta}_2$  - vitezele unghiulare ale arborilor respectivi;  $J_1$  - momentul de inerție al tuturor elementelor de la motorul electric pînă la arborele conducător al variatorului de turație inclusiv, reduse la arborele 1;  $J_2$  - momentul de inerție al tuturor elementelor situate după arborele conducător al variatorului de turație, pînă la mașina de lucru inclusiv, reduse la arborele 2.

Motorul electric poate fi de orice tip, avînd caracteristica mecanică exprimată sub forma momentului motor  $M_m$  ca funcție de viteza unghiulară  $M_m = M_m(\omega_1)$ .

Mașina de lucru introduce un moment rezistent  $M_r$ , care, în majoritatea agregatelor de mașini în care se folosesc variatoare de tura-

ție, este constant. Uneori, momentul rezistent este funcție de unghiul de rotație al arborelui mașinii de lucru,  $M_r = M_r(\theta_2)$ .

Variatorul de turație realizează raportul de transmisie necesar

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} . \quad (4.1)$$

Raportul de transmisie se va considera în continuare o funcție de timp independentă cunoscută,  $i=i(t)$ . Condiția ca raportul de transmisie să fie o funcție de timp independentă, presupune ca acțiunile de reglare ale variatorului de turație să nu afecteze cu nimic viteza unghiulară a arborelui conducător, respectiv a motorului electric de acționare. Practic, această condiție se poate realiza prin reglarea manuală a variatorului de turație sau prin reglarea automată cu ajutorul unui servomotor auxiliar. În cazul comandării variatorului de turație cu ajutorul motorului principal de acționare, pentru respectarea condiției de mai sus, motorul electric trebuie să fie de tip sincron deoarece la acesta viteza unghiulară este strict constantă în orice condiții sau poate să fie de orice tip dacă puterea folosită pentru comandă reprezintă o fracțiune mică din puterea totală a motorului electric de acționare.

În privința variatorului de turație se fac următoarele ipoteze: raportul de transmisie nu este influențat de sarcină, adică de momentul rezistent ; între elementele variatorului de turație nu există alunecări care ar modifica în mod necontrolabil raportul de transmisie; elementele variatorului de turație sînt perfect rigide deoarece deformațiile lor elastice ar duce și ele la mici modificări ale raportului de transmisie.

Prezența variatorului de turație în agregatul de mașini complică simțitor studiul comportării dinamice a agregatului. În primul rînd, spre deosebire de agregatele de mașini fără variator de turație, unde pentru studiul dinamic, masele și forțele se reduc la un singur arbore, de obicei arborele motorului, în cazul agregatului de mașini cu variator de turație, reducerea trebuie să fie făcută la doi arbori conducător și condus. Relația dintre mișcările celor doi arbori este dată de raportul de transmisie realizat de variatorul de turație ,  $i = i(t)$ , astfel că acesta trebuie privit ca o legătură. Aceasta este tocmai principala particularitate a agregatelor de mașini cu variator de turație, faptul că această legătură este neolonomă și deci, deducerea ecuației diferențiale a mișcării nu se poate face cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange de speța a II-a, ci cu alte metode mai dificile, cum ar fi ecuațiile lui Lagrange cu multiplicatori nedeter-

minași sau ecuațiile lui Appell.

Prezența legăturii neolonome este aceea care obligă reducerea tuturor maselor și forțelor la doi arbori și nu la unul, fiindcă efectuarea reducerii maselor și forțelor prin legătura neolonomă este greșită.

Cu aceste precizări se trece la stabilirea ecuației diferențiale a <sup>mişcării</sup> agregatului de mașini cu variator de turație, cu ajutorul celor două metode amintite mai sus.

4.1.1. Aplicarea ecuațiilor lui Lagrange cu multiplicatori nedeterminași la stabilirea ecuației de mișcare a unui agregat de mașini cu variator de turație. Aceste ecuații sînt de forma [390]

$$\sum_{j=1}^n \left( \Phi_j + \sum_{k=1}^m \lambda_k a_{kj} \right) \delta q_j = 0, \quad (4.2)$$

la care se adaugă ecuațiile legăturilor

$$\sum_{j=1}^n a_{kj} \dot{q}_j + a_k = 0, \quad (k=1,2,\dots,m) \quad (4.3)$$

în care:  $\Phi_j$  - rezultantele forțelor generalizate direct aplicate și de inerție;  $\lambda_k$  - multiplicatorii lui Lagrange;  $q_j$  - coordonatele generalizate;  $\delta q_j$  - deplasări virtuale compatibile cu legăturile;  $a_{kj}$ ,  $a_k$  - coeficienți, funcții de coordonatele generalizate și de timp;  $n$  - numărul coordonatelor generalizate;  $m$  - numărul legăturilor.

În cazul problemei studiate, se iau  $\theta_1$  și  $\theta_2$  drept coordonate generalizate, deci  $n=2$ , iar legătura este una singură ( $m=1$ ) și este dată de raportul de transmisie,

$$i(t) = \frac{\dot{\theta}_1}{\dot{\theta}_2}. \quad (4.4)$$

Comparînd expresia generală (4.3) a legăturii cu expresia concretă (4.4), rezultă pentru coeficienții  $a_{kj}$  și  $a_k$ , următoarele valori:  $a_{11}=1$ ,  $a_{12}=-i$ ,  $a_1=0$ .

Astfel, sistemul de ecuații (4.2), (4.3) devine:

$$(M_m - J_1 \ddot{\theta}_1 + \lambda_1) \delta \theta_1 + (-M_r J_2 \ddot{\theta}_2 - \lambda_1 i) \delta \theta_2 = 0, \quad (4.5)$$

$$\dot{\theta}_1 - i \dot{\theta}_2 = 0. \quad (4.6)$$

Ecuația (4.2) trebuie să fie satisfăcută pentru orice valori ale multiplicatorilor lui Lagrange. Se alege însă în așa fel valorile multiplicatorilor, încît parantezele care înmulțesc deplasările virtuale să fie nule:

$$\begin{aligned} M_m - J_1 \ddot{\theta}_1 + \lambda_1 &= 0, \\ M_r + J_2 \ddot{\theta}_2 + \lambda_1 i &= 0. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Eliminând multiplicatorul  $\lambda_1$  din cele două ecuații (4.7), rezultă

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + i J_1 \dot{\theta}_1 = i M_m - M_r. \quad (4.8)$$

Tinând seama de relația de legătură (4.6), rezultă ecuația diferențială a mișcării agregatului de mașini cu variator de turație, în raport cu unghiul de rotație al arborelui condus:

$$(J_1 i^2 + J_2) \ddot{\theta}_2 + J_1 i \dot{\theta}_2 = i M_m - M_r. \quad (4.9)$$

Evident, ecuația se scrie în mod analog și în raport cu unghiul de rotație al arborelui conducător.

4.1.2. Aplicarea ecuațiilor lui Appell la stabilirea ecuației de mișcare a unui agregat de mașini cu variator de turație. Aceste ecuații sînt de forma [310]

$$\frac{\partial A}{\partial \dot{q}_j} = Q_j, \quad (j = 1, 2, \dots, n-m) \quad (4.10)$$

în care A este "energia de accelerație",

$$A = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n m_j \ddot{q}_j^2, \quad (4.11)$$

$m_j$  fiind masele generalizate, iar  $Q_j$  forțele generalizate. Ecuațiilor (4.10) li se adaugă și aici ecuațiile (4.3) ale legăturilor, care trebuie să fie numai neclonome.

Păstrînd aceleași coordonate generalizate de la metoda precedentă, energia de accelerație devine:

$$A = \frac{1}{2} (J_1 \ddot{\theta}_1^2 + J_2 \ddot{\theta}_2^2). \quad (4.12)$$

Se scriu atîtea ecuații de tipul (4.10) cîte grade de libertate are sistemul. În cazul studiat, cele două coordonate generalizate, fiind legate prin ecuația legăturii (4.6), numai una din ele este independentă și deci sistemul are un singur grad de libertate. Se va lua  $\theta_2$  drept coordonată independentă și se va scrie, în consecință, o singură ecuație diferențială, în raport cu această coordonată ( $j=2$ ).

Tinînd seama de relația (4.6), energia de accelerație capătă forma

$$A = \frac{1}{2} \left[ J_1 (i\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2)^2 + J_2 \dot{\theta}_2^2 \right]. \quad (4.13)$$

Pentru determinarea forței generalizate  $Q_2$ , se dă sistemului o deplasare virtuală compatibilă cu legătura, în care forțele exterioare efectuează lucrul mecanic elementar virtual  $\delta L$ . Atunci,

$$Q_2 = \frac{\delta L}{\delta \theta_2} = \frac{M_m \delta \theta_1 - M_r \delta \theta_2}{\delta \theta_2}. \quad (4.14)$$

Din relația (4.4) rezultă  $\delta \theta_1 = i \delta \theta_2$ , astfel că din relația (4.14) se obține

$$Q_2 = i M_m - M_r. \quad (4.15)$$

Efectuind operațiile din ecuația (4.10) și ținând seama de expresia (4.15), se obține ecuația diferențială a mișcării agregatului de mașini cu variator de turație,

$$(J_1 i^2 + J_2) \ddot{\theta}_2 + J_1 i i \dot{\theta}_2 = i M_m - M_r ,$$

care se observă că este identică cu ecuația (4.9), obținută cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange cu multiplicatori nedeterminați.

Aplicând ecuațiile lui Lagrange de speța a II-a, se obține următoarea ecuație diferențială a mișcării (deducerea ei nu se reproduce aici, fiind cea obișnuită):

$$(J_1 i^2 + J_2) \ddot{\theta}_2 + 2J_1 i i \dot{\theta}_2 = i M_m - M_r . \quad (4.16)$$

Așa cum s-a arătat, folosirea ecuațiilor lui Lagrange de speța II-a este incorectă în acest caz, ele fiind aplicabile numai la sistemele cu legături olonome. Într-adevăr, se constată în ecuația (4.16) un coeficient de amortizare dublu față de cel din ecuația (4.9). Această eroare este deosebit de gravă mai ales când se pune problema proiectării unui variator de turație, deoarece, luând în calcul un coeficient de amortizare dublu față de cel real, în variator se vor produce fenomene tranzitorii mult mai violente decât cele prevăzute prin calcul, fapt care poate duce la distrugerea mecanismului.

De altfel, și în literatura de specialitate [31] se întâlnesc ecuații analoge cu ecuația (4.9).

§ 4.2. Determinarea legii de reglare a raportului de transmisie al variatorului de turație într-un agregat de mașini, în cazul unei diagrame de sarcină liniare. Se consideră un agregat de mașini având structura din fig.4.1 .

Ecuația diferențială a mișcării agregatului de mașini prevăzut cu variator de turație este cea din paragraful precedent,

$$(J_1 i^2 + J_2) \frac{d\omega}{dt} + J_1 i \frac{di}{dt} \omega = M_m i - M_r , \quad (4.17)$$

în care:  $J_1$  - momentul de inerție al rotorului motorului electric și a părții conducătoare a variatorului de turație reduse la arborele de intrare al variatorului;  $J_2$  - momentul de inerție al mașinii de lucru și al părții conduse a variatorului de turație, reduse la arborele de ieșire al variatorului;  $i = \frac{\omega_1}{\omega}$  - raportul de transmisie al variatorului de turație,  $\omega_1$  și  $\omega$  fiind vitezele unghiulare, respectiv a arborelui conducător și a arborelui condus;  $M_m$  - momen-



*produs de*  
 tul motorului electric;  $M_r$  - momentul rezistent al mașinii de lucru.

În lucrarea [29] s-a determinat legea de reglare a raportului de transmisie al variatorului de turație care asigură o viteză unghiulară constantă a arborelui condus, în condițiile în care momentul motor este o funcție liniară de viteza unghiulară a arborelui conducător, iar momentul rezistent este constant.

În acest paragraf se consideră aceeași problemă pentru cazul când momentul motor este constant  $M_m = M_N$ , unde  $M_N$  este momentul nominal al motorului electric, iar momentul rezistent este o funcție liniară de poziția arborelui condus,  $M_r = k\theta$ , unde  $\theta = \omega t$  este unghiul de rotație al acestui arbore, iar  $k$  este un coeficient de proporționalitate.

Ținând seama că scopul reglării variatorului de turație este menținerea unei viteze unghiulare constante,  $\omega = \omega_0$ , ecuația de mișcare (4.17) devine

$$J_1 i \omega_0 \frac{di}{dt} = M_N i - k \omega_0 t, \quad (4.18)$$

în care funcția necunoscută este raportul de transmisie  $i = i(t)$ . Ecuația (4.18) se poate transforma într-o ecuație diferențială cu variabilele separabile prin intermediul schimbării de funcție [333]

$$i = tz, \quad (4.19)$$

unde  $z$  este noua funcție necunoscută. Operînd substituția (4.19) și separînd variabilele, ecuația (4.18) capătă forma

$$-\frac{1}{t} dt = \frac{z}{z^2 - \frac{M_N}{J_1 \omega_0} z + k} dz. \quad (4.20)$$

Integrala membrului drept depinde de natura rădăcinilor trinomiului de gradul doi de la numitor. Cazul în care rădăcinile sînt imaginare nu se ia în considerare deoarece, din relația (4.19) ar rezulta și raportul de transmisie tot imaginar, ceea ce nu are sens. De aceea, se studiază cazul rădăcinilor reale și distincte. Dacă  $z_1 > z_2 > 0$  sînt aceste rădăcini, integrînd membru cu membru ecuația (4.20) se obține [365] :

$$\ln \frac{1}{t} + A = \ln \frac{\frac{z_1}{(z - z_1)^{z_1 - z_2}}}{\frac{z_2}{(z - z_2)^{z_1 - z_2}}}, \quad (4.21)$$

unde  $A$  este constanta de integrare.

revenind la raportul de transmisie prin intermediul substituției (4.19), din ecuația (4.21) rezultă

$$\frac{(i - z_1 t)^{\frac{z_1}{z_1 - z_2}}}{(i - z_2 t)^{\frac{z_2}{z_1 - z_2}}} = B, \quad (4.22)$$

În care B este noua constantă de integrare. Pentru determinarea constantei de integrare se pune condiția inițială la  $t=0$ ,  $i=i_0$ , unde  $i_0 = \frac{\omega_1}{\omega_0}$ . Această condiție inițială presupune că la momentul inițial de la care se studiază mișcarea, arborele condus al variatorului de turaj avea viteza unghiulară  $\omega_0$ , care în continuare, trebuie să fie menținută constantă. Introducând condiția inițială în ecuația (4.22) rezultă  $B=i_0$  și deci

$$\frac{(i - z_1 t)^{\frac{z_1}{z_1 - z_2}}}{(i - z_2 t)^{\frac{z_2}{z_1 - z_2}}} = i_0. \quad (4.23)$$

Ecuația (4.23) reprezintă legea de reglare căutată a raportului de transmisie al variatorului de turaj, care asigură viteza unghiulară constantă a arborelui condus. Sub forma (4.23) însă este dificil să se facă un studiu calitativ al legii de reglare. De aceea, pentru a se obține o formă mai simplă, se recurge la transformarea liniară

$$\begin{aligned} i - z_1 t &= \alpha, \\ i - z_2 t &= \beta. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Ținând seama de (4.24), relația (4.23) capătă forma

$$\beta = i_0 \left( 1 - \frac{z_1}{z_2} \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{z_1}{z_1 - z_2}}. \quad (4.25)$$

Având în vedere că s-a presupus  $z_1 > z_2 > 0$ , rezultă că ecuația (4.25) definește o curbă cu caracter de parabolă; de asemenea, întrucât o transformare liniară nu are influență calitativă asupra funcției căreia îi este aplicată, înseamnă că și dependența  $i=i(t)$  se prezintă tot ca o parabolă.

Așadar, în condițiile menționate, pentru asigurarea unei viteze unghiulare constante a arborelui condus al variatorului de turaj, legea de reglare a raportului de transmisie trebuie să fie parabolică.

Trebuie remarcat faptul că panta  $k$  a diagramei de sarcină are o înțeles importantă asupra rezultatelor. Astfel, dacă panta  $k$  este mică, ținând către zero, din (4.20) rezultă  $z_1 \approx 0$  și  $z_2 \approx \frac{M_N}{J_1 \omega}$ .

Introducând aceste valori în legea de reglare (4.23), aceasta capătă forma

$$i = i_0 + z_2 t . \quad (4.26)$$

Rezultă că în cazul unui moment rezistent cu o variație foarte lentă, pentru menținerea unei viteze unghiulare constante a arborelui condus al variatorului de turație, legea de reglare a raportului de transmisie, în conformitate cu relația (4.26), trebuie să fie liniară.

În general însă, momentul rezistent al mașinii de lucru dintr-un agregat de mașini poate să varieze după o lege oarecare, diferită de cea liniară. În acest caz, studiul se poate face liniarizând pe porțiuni, adică împărțind diagrama de sarcină în intervale suficient de mici, astfel încât pe parcursul intervalelor respective, momentul rezistent să poată fi considerat ca liniar. Pe un interval oarecare, pentru momentul rezistent se ia expresia

$$M_r = k\theta + l , \quad (4.27)$$

în care  $l$  este valoarea momentului rezistent de la sfârșitul intervalului anterior. Faptul că în expresia momentului rezistent a apărut termenul constant  $l$ , nu aduce nici o schimbare calitativă a procedurii expuse mai sus.

În privința reglării raportului de transmisie al variatorului după o lege parabolică în timp, aceasta se poate realiza, mai ales în cazul unei diagrame de sarcină neliniare dar liniarizate pe porțiuni, numai prin comandă automată cu ajutorul unui calculator de proces.

§ 4.3. Comportarea variatorului de turație ca un sistem de urmărire automată într-un agregat de mașini. În acest paragraf, pentru un agregat de mașini cu variator de turație, în cazul unei legi liniare de reglare a raportului de transmisie și al unei variații liniare a momentului rezistent, se determină legea de mișcare a arborelui condus al variatorului de turație și se stabilește o analogie între comportarea variatorului în agregat și un sistem de urmărire automată.

Se consideră agregatul de mașini având structura din fig.4.1.

Ecuția diferențială a mișcării agregatului de mașini este cea dedusă în paragraful 4.1, analogă cu ecuația întâlnită în lucrarea [28]

$$(J_1 i^2 + J_2) \frac{d^2 \theta}{dt^2} + J_1 i \frac{di}{dt} \frac{d\theta}{dt} = M_{mi} - M_r , \quad (4.28)$$

unde:  $J_1$  - momentul de inerție rezultat prin reducerea la arborele conducător al variatorului de turație a rotorului motorului electric și a elementului conducător al variatorului;  $J_2$  - momentul de inerție obținut prin reducerea la arborele condus al variatorului de turație a părții conduse a variatorului și a mașinii de lucru;  $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  - raportul de transmisie al variatorului de turație;  $\omega_1$  și  $\omega_2$  fiind vitezele unghiulare ale celor doi arbori;  $\theta$  - unghiul de rotație al

arborelui condus al variatorului;  $M_m$  - momentul motor produs de motorul electric;  $M_r$  - momentul rezistent al mașinii de lucru.

Asupra parametrilor agregatului de mașini se fac următoarele precizări:

Momentele de inerție  $J_1$  și  $J_2$  sînt constante. Raportul de transmisie este o funcție liniară de timp

$$i = a + bt, \quad (4.29)$$

a fiind valoarea inițială a raportului de transmisie, iar b panta (fig.4.2).

Momentul motor este constant, iar momentul rezistent este o funcție liniară de poziție,

$$M_r = p + q\theta, \quad (4.30)$$

unde p și q sînt constante pozitive. Dacă momentul rezistent nu este o funcție liniară de poziție, studiul se poate face liniarizînd pe porțiuni diagrama de sarcină.

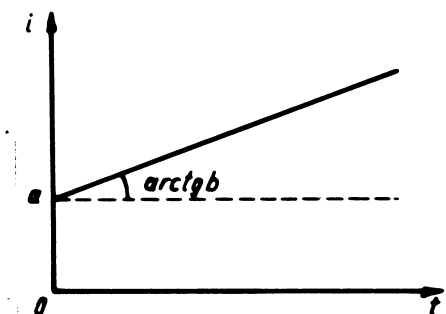


Fig. 4.2.

Introducînd expresiile (4.29) și (4.30) în ecuația diferențială (4.28), aceasta devine

$$\left[ J_1(a+bt)^2 + J_2 \right] \frac{d^2\theta}{dt^2} + J_1 b(a+bt) \frac{d\theta}{dt} + q\theta = M_m(a+bt) - p. \quad (4.31)$$

Ecuația diferențială (4.31) se poate rezolva prin intermediul schimbării de variabilă [14]

$$a + bt = \frac{1}{n} \sin z, \quad (4.32)$$

unde z este noua variabilă, iar  $n = \sqrt{\frac{J_1}{J_2}}$ . Cu ajutorul acestei schimbări de variabilă, din ecuația (4.31) dispăre termenul care conține derivata de ordinul întâi. Introducînd și notațiile  $\frac{q}{b^2 J_2} = \Omega^2$ ,

$\frac{M_m}{b^2 J_2} = F$ ,  $\frac{p}{b^2 J_2} = r$ , ecuația (4.31) capătă forma

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} + \Omega^2 \theta = F \frac{\sin z}{n} - r. \quad (4.33)$$

Soluția generală a ecuației (4.33) este

$$\theta = A \cos \Omega z + B \sin \Omega z + F \frac{\sin z}{(\Omega^2 + n^2)n} - \frac{r}{\Omega^2}. \quad (4.34)$$

Revenind la variabila t prin intermediul substituției (4.32),

devine

$$\theta = A \cos \left[ \frac{\Omega}{n} \arg \operatorname{shn}(a+bt) \right] + B \sin \left[ \frac{\Omega}{n} \arg \operatorname{shn}(a+bt) \right] + F \frac{a+bt}{\Omega^2 + n^2} - \frac{r}{\Omega^2} \quad (4.35)$$

Constantele de integrare A și B se determină din condițiile inițiale,  $t=0$ ,  $\theta = \theta_0$ ,  $\omega_2 = \omega_{20}$ , unde

$$\omega_2 = \frac{d\theta}{dt} = -b \frac{\Omega}{\sqrt{1+n^2(a+bt)^2}} \left\{ A \sin \left[ \frac{\Omega}{n} \arg \operatorname{shn}(a+bt) \right] - B \cos \left[ \frac{\Omega}{n} \arg \operatorname{shn}(a+bt) \right] \right\} + F \frac{b}{\Omega^2 + n^2} \quad (4.36)$$

Punând condițiile inițiale, rezultă constantele de integrare

$$A = \left( \frac{r}{\Omega^2} - F \frac{a}{\Omega^2 + n^2} + \theta_0 \right) \cos \left( \frac{\Omega}{n} \arg \operatorname{shn} a \right) - \frac{\sqrt{1+n^2 a^2}}{\Omega} \left( \frac{\omega_{20}}{b} - F \frac{1}{\Omega^2 + n^2} \right) \sin \left( \frac{\Omega}{n} \arg \operatorname{shn} a \right), \quad (4.37)$$

$$B = \left( \frac{r}{\Omega^2} - F \frac{a}{\Omega^2 + n^2} + \theta_0 \right) \sin \left( \frac{\Omega}{n} \arg \operatorname{shn} a \right) + \frac{\sqrt{1+n^2 a^2}}{\Omega} \left( \frac{\omega_{20}}{b} - F \frac{1}{\Omega^2 + n^2} \right) \cos \left( \frac{\Omega}{n} \arg \operatorname{shn} a \right). \quad (4.38)$$

Introducând constantele de integrare în expresia (4.35) a unghiului  $\theta$  și revenind la notațiile inițiale, se obține

$$\theta = K \sin \left[ \frac{1}{b} \sqrt{\frac{q}{J_1}} \arg \operatorname{sh} \sqrt{\frac{J_1}{J_2}} (a+bt) + \psi \right] - \frac{p}{q} + (a+bt) \frac{M_m}{q + b^2 J_1}, \quad (4.39)$$

unde  $K = \sqrt{A^2 + B^2}$  și  $\operatorname{tg} \psi = \frac{A}{B}$ .

Legea de mișcare  $\theta = \theta(t)$  a elementului condus al variatorului de turație este reprezentată în fig.4.3.

Comparând legile de variație (4.29) și (4.39) și diagramele corespunzătoare din figurile 4.2 și 4.3, se poate afirma că în condițiile stabilite, adică atunci când momentul motor este constant, iar momentul rezistent este o funcție liniară de poziție, în cadrul agregatului de mașini, variatorul de turație se comportă ca un sistem de urmărire automată. Într-adevăr, folosind terminologia din automatizată, un sistem de urmărire automată primește la intrare o anumită mărime pe care o transformă într-un anumit mod, caracterizat prin funcția sa de transfer și o furnizează apoi la ieșire (fig.4.4). Dacă sis-

temul de urmărire este ideal, nu introduce nici un fel de eroare, a-

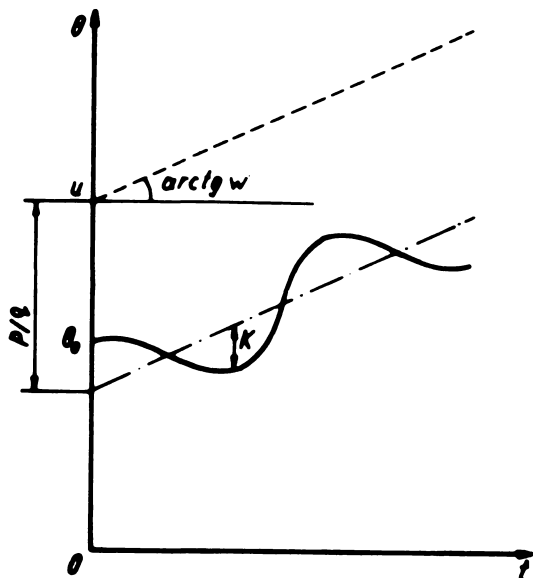


Fig. 4.3.

dică transformă mărimea de intrare în strictă conformitate cu funcția sa de transfer:

$$\text{mărimea de ieșire} = \text{mărimea de intrare} \times \text{funcția de transfer.} \quad (4.40)$$

Dacă în membrul drept al ecuației (4.40) mai intervin și alți termeni, aceștia constituie eroarea sistemului de urmărire automată.

Revenind la relațiile (4.29) și (4.39), pentru variatorul de turație se poate face schema din fig.4.5, în care mărimea de intrare este raportul de transmisie, iar mărimea de ieșire este unghiul de rotație al arborelui condus.

trare este raportul de transmisie, iar mărimea de ieșire este unghiul

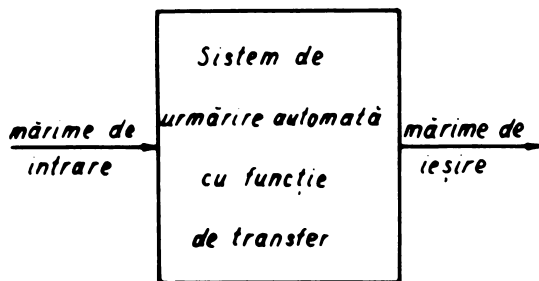


Fig. 4.4.

Funcția de transfer o constituie constanta  $\frac{M_m}{q+b^2 J_1}$ .

Dacă în relația (4.39) ar figura numai ultimul termen din membrul drept care, așa cum s-a arătat mai sus reprezintă mărimea de intrare  $(a+bt)$  multiplicată cu funcția de transfer  $(\frac{M_m}{q+b^2 J_1})$ ,

variatorul de turație s-ar comporta ca un sistem de urmărire ideal. In

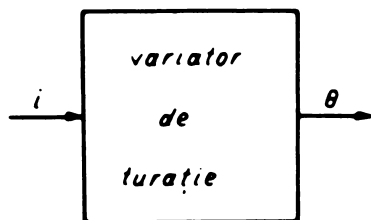


Fig. 4.5.

afară de acest termen însă, în ecuația (4.39) mai apare termenul constant  $(-\frac{p}{q})$  care, pentru faptul că este constant se numește eroare statică și termenul sinusoidal cu amplitudinea K, și cu "perioada" funcție de timp, care fiind variabil, se numește eroarea dinamică a sistemului de urmărire automată.

In fig.4.3 s-a reprezentat cu linie întreruptă variația mării de ieșire  $\theta$ , neafectată de erorile sistemului de urmărire automată, și cu linie continuă, variația reală. S-au făcut notațiile  $u = a \frac{M_m}{q+b^2 J_1}$  și

$$w = b \frac{M_m}{q + b^2 J_1} .$$

§ 4.4. Determinarea randamentului mecanic al unor agregate de mașini cu structură complexă, conținând variatoare de turație și volanți. In acest paragraf de încheiere a părții teoretice a tezei se tratează problema determinării randamentului transmisiei energiei cinetice în câteva tipuri de agregate de mașini în a căror componentă, pe lângă elementele de bază, motorul electric de acționare și mașina de lucru, mai intră volanți și transmisii complexe formate din cuple hidraulice și electromagnetice, cutii de viteze și variatoare de turație.

Problema determinării randamentului mecanic global al agregatelor de mașini complexe așa cum se întâlnesc în industria modernă, deși prezintă importanță atât teoretică cât și practică (din punct de vedere economic), se constată că în literatura de specialitate este total neglijată. De aceea s-a considerat ca oportun studiul întreprins în acest paragraf .

Se consideră întâi un agregat de mașini cu schema de calcul din fig.4.6, în care I este motorul electric de acționare, II este cutia de viteze, III este variatorul de turație, IV este volantul, V este mașina de lucru.

Motorul electric este de tip asincron și funcționează în regim nominal, adică se rotește cu viteza unghiulară nominală  $\omega_N$  și produce cuplul nominal de moment  $M_N$  (fig.4.6).

Cutia de viteze modifică în trepte viteza unghiulară a motorului electric. Atunci când cutia de viteze este cuplată în treapta de viteză  $j$ , momentul și viteza unghiulară la arborele condus al cutiei de viteze sînt  $M_{1j}$ , respectiv  $\omega_{1j}$  (fig.4.6) și

$$M_{1j} \omega_{1j} = \eta_{cvj} M_N \omega_N . \quad (4.41)$$

unde  $\eta_{cvj}$  este randamentul cutiei de viteze în treapta  $j$  de viteză.

Acest randament este funcție de viteza unghiulară a arborelui conducător al cutiei de viteze care, în schema din fig.4.6 este viteza unghiulară nominală a motorului electric,  $\omega_N$ . Dependența randamentului cutiei de viteze de viteza unghiulară a arborelui conducător, pentru fiecare treaptă de viteze, ar trebui să figureze în cartea tehnică a fiecărei cutii de viteze. In caz contrar, această dependență se poate stabili experimental cu un stand avînd structura din fig.4.7. Acesta este compus din motorul electric I, care este de curent continuu, cu posibilitatea reglării în limite largi a vitezei unghi-



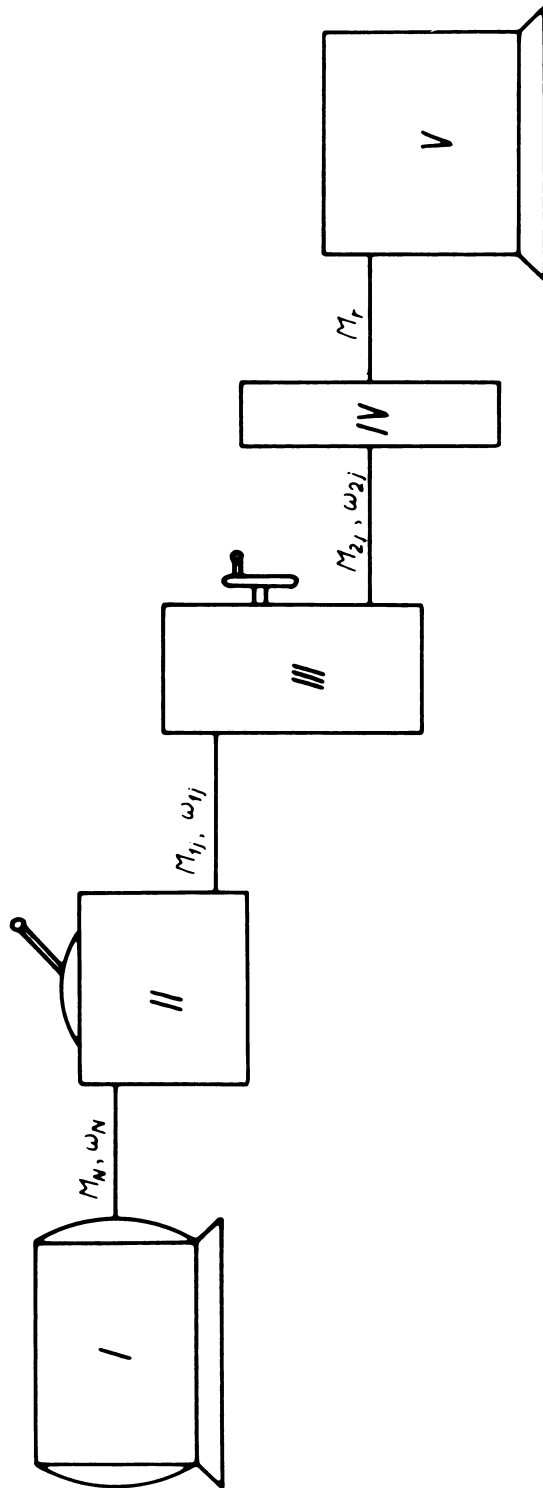


Fig. 46.

lare  $\omega_m$ ; arborele motorului constituie arborele conducător al cutiei

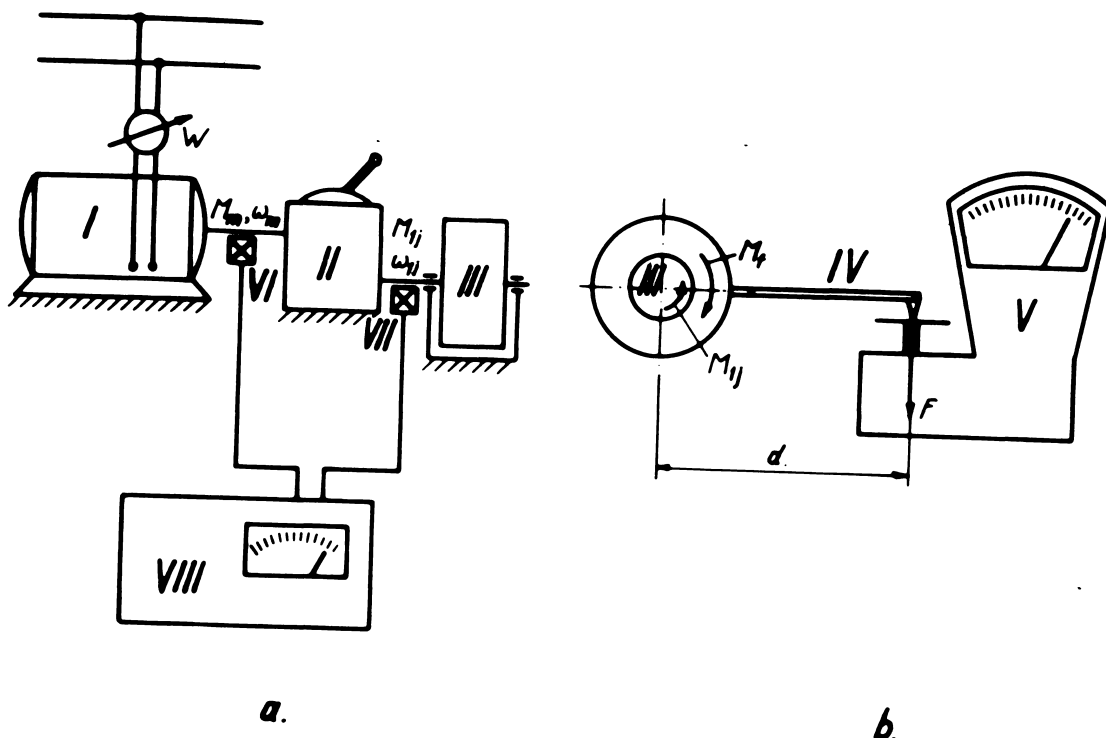


Fig. 4.7.

de viteze II; pe arborele condus al cutiei de viteze se află o frână electromagnetă III, prevăzută cu dispozitiv de măsurare a momentului de frînare. În vedere axială, frâna electromagnetă este reprezentată schematic în fig.4.7.b. În principiu, ea este o mașină electrică rotativă la care atât rotorul cât și statorul se pot roti liber în jurul axului mașinii. De statorul frânei se fixează pârghia IV al cărei capăt apasă pe platanul cântarului V; cadranul acestuia este etalonat în unități de moment [N.m]. Funcționarea frânei este următoarea: rotorul frânei este antrenat în treapta de viteză  $j$  cu viteza unghiulară  $\omega_{1j}$  de către arborele condus al cutiei de viteze, cu momentul  $M_{1j}$ . Din interacțiunea câmpului electromagnetic al rotorului cu câmpul electromagnetic al statorului care este și el alimentat cu curent electric, apare un moment  $M_f$ , momentul de frînare, care tinde să rotească statorul în sens invers față de rotor. În felul acesta, pârghia IV apasă cu o forță  $F = M_f/d$  pe platanul cântarului. Acesta măsoară de fapt forța  $F$  dar, așa cum s-a arătat, indică pe cadran direct momentul de frînare  $M_f$ , în conformitate cu relația de mai sus. La rîndul lui, momentul de frînare  $M_f$  este egal în mărime cu momentul  $M_{1j}$  care antrenează rotorul. Stăndul mai este prevăzut

cu traductorii de turație inductivi VI și VII conectați la turometrul electronic VII, cu care se măsoară, respectiv, vitezele unghiulare  $\omega_m$  și  $\omega_{1j}$ . De asemenea, pentru măsurarea puterii electrice  $P_e$  absorbite de motor de la rețea, este montat wattmetrul W.

Randamentul cutiei de viteze, într-o treaptă de viteză  $j$ , este, în conformitate cu relația (4.41),

$$\eta_{cvj} = \frac{M_{1j} \omega_{1j}}{M_m \omega_m}, \quad (4.41')$$

în care  $M_m$  este momentul motor dezvoltat de motorul electric. În expresia (4.41') produsul  $M_m \omega_m$  reprezintă de fapt puterea la arborele motorului,  $P_m = M_m \omega_m$ . Ea se determină din relația

$$P_m = P_e \eta_m \quad (4.41'')$$

unde  $\eta_m$  este randamentul motorului electric, care figurează în mod obligatoriu printre datele de catalog ale acestuia. Ținând seama de cele de mai sus, expresia (4.41') a randamentului devine

$$\eta_{cvj} = \frac{M_f \omega_{1j}}{P_e \eta_m} \quad (4.41''')$$

Modul determinărilor experimentale este următorul:

- Se cuplează treapta de viteze  $j$  la cutia de viteze.
- Se reglează viteza unghiulară a motorului  $\omega_m$ , la valoarea minimă, care se citește la turometrul VIII.
- Se citesc valorile corespunzătoare  $\omega_{1j}$  la turometrul VIII,  $M_f$  la cântarul V și  $P_e$  la wattmetrul W.
- Se calculează  $\eta_{cvj}$  cu formula (4.41''') și se obține astfel un punct al caracteristicii  $\eta_{cvj} = \eta_{cvj}(\omega_m)$ .
- Se procedează similar pentru valori tot mai mari ale lui  $\omega_m$ , pînă la acoperirea întregului domeniu de valori ale lui  $\omega_m$  care interesează.
- Se trasează caracteristica randamentului cutiei de viteze în treapta  $j$  de viteză,  $\eta_{cvj} = \eta_{cvj}(\omega_m)$ .

Între două trepte de viteză ale cutiei de viteze, viteza unghiulară se reglează continuu prin intermediul variatorului de turație. Randamentul variatorului de turație depinde de viteza unghiulară de intrare  $\omega_{1j}$  și de raportul de transmisie  $i$ :

$$\eta_{vj} = \eta_{vj}(\omega_{1j}, i). \quad (4.42)$$

El se determină cu același stand experimental din fig.4.7, în care,

în locul cutiei de viteze se montează variatorul de turație. În mer-  
sul determinărilor experimentale, prima operațiune, similară cuplă-  
rii treptei de viteze  $j$  la cutia de viteze, va fi stabilirea unui anu-  
mit raport de transmisie  $i$  la variator. Determinările se efectuează,  
după metoda expusă, pentru valori crescătoare ale raportului de tran-  
smisie, pînă la epuizarea totală a întregii plaje de reglare a raportu-  
lui de transmisie al variatorului. Se obține astfel o familie de curbe  
 $\eta_{vj} = \eta_{vj}(\omega_{1j}, i)$ , avînd ca parametru de familie raportul de transmisie  
 $i$ .

Momentul și viteza unghiulară la arborele condus al variatorului  
de turație sînt (fig.4.6)

$$M_{2j} \omega_{2j} = \eta_{vj}(\omega_{1j}, i) M_{1j} \omega_{1j} \quad (4.43)$$

în care

$$i = \frac{\omega_{1j}}{\omega_{2j}} \quad (4.44)$$

În relația (4.43), viteza unghiulară  $\omega_{2j}$  se măsoară cu un turo-  
metru electronic ca în fig. 4.7, iar momentul  $M_{2j}$ , cu o frînă electro-  
magnetică, de asemenea, ca în fig.4.7.

Pe arborele condus al variatorului, beneficiind de o viteză un-  
ghiulară reglabilă în trepte, iar între trepte reglabilă continuu, se  
află montată mașina de lucru (fig.4.6) care creează cuplul rezistent  
de moment  $M_r$  și volantul prin a cărui prezență se limitează gradul de  
neuniformitate al mișcării.

Randamentul transmisiei agregatului de mașini este

$$\eta = \frac{E_c}{L} \quad (4.45)$$

în care  $E_c$  este energia cinetică transmisă mașinii de lucru și volan-  
tului pe perioada accelerării pînă la viteza unghiulară de regim, iar  
 $L$  este lucrul mecanic efectuat de motorul electric în acest scop.

Energia cinetică are expresia

$$E_c = \sum_{j=1}^n M_{2j} \theta_{2j} - M_r \sum_{j=1}^n \theta_{2j} \quad (4.46)$$

în care  $\theta_{2j}$  este unghiul parcurs de mașina de lucru și de volant pe  
parcursul mișcării în treapta  $j$  de viteză, iar  $n$  este numărul trep-  
telor cutiei de viteze.

Lin ecuația (4.43) rezultă

$$M_{2j} = \eta_{vj}(\omega_{1j}, i) \frac{M_{1j} \omega_{1j}}{\omega_{2j}} \quad (4.47)$$

Scriind teorema energiei cinetice pentru mișcarea mașinii de lucru și volantului între treptele de viteză  $j-1$  și  $j$ , se obține

$$J \frac{\omega_{2j}^2}{2} - E_{c_{j-1}} = (M_{2j} - M_r) \theta_{2j}, \quad (4.48)$$

unde  $J$  este momentul de inerție al volantului, momentul de inerție redus al mașinii de lucru fiind în general neglijabil față de cel al volantului.

Din ecuația (4.48) rezultă

$$\omega_{2j} = \sqrt{\frac{2(M_{2j} - M_r)}{J} \theta_{2j} + \frac{2E_{c_{j-1}}}{J}}. \quad (4.49)$$

Tinind seama de relațiile (4.44), (4.47) și (4.49) energia cinetică (4.46) devine

$$E_c = \sum_{j=1}^n \eta_{vj} \left( \omega_{1j} \cdot \frac{\omega_{1j}}{\sqrt{\frac{2(M_{2j} - M_r)}{J} \theta_{2j} + \frac{2E_{c_{j-1}}}{J}}} \right) \cdot \frac{M_{1j} \omega_{1j}}{\sqrt{\frac{2(M_{2j} - M_r)}{J} \theta_{2j} + \frac{2E_{c_{j-1}}}{J}}} \theta_{2j} - M_r \sum_{j=1}^n \theta_{2j}. \quad (4.50)$$

Lucrul mecanic efectuat de motorul electric este

$$L = M_N \theta_1 = M_N \omega_N t^N, \quad (4.51)$$

unde  $\theta_1$  este unghiul de rotație al arborelui motorului electric pe perioada accelerării mașinii de lucru, iar  $t^N$  este durata accelerării.

Tinind seama de relațiile (4.41), (4.50) și (4.51), randamentul mecanic al transmisiei agregatului de mașini, în conformitate cu expresia (4.45), capătă forma

$$\eta = \frac{\sum_{j=1}^n \eta_{ovj} \eta_{vj} \left[ \omega_{1j} \cdot \frac{\omega_{1j}}{\sqrt{\frac{2(M_{2j} - M_r)}{J} \theta_{2j} + \frac{2E_{c_{j-1}}}{J}}} \right]}{t^N} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2(M_{2j} - M_r)}{J} \theta_{2j} + \frac{2E_{c_{j-1}}}{J}}} \theta_{2j} - \frac{M_r}{M_N \omega_N t^N} \sum_{j=1}^n \theta_{2j} \quad (4.52)$$

Unghiul  $\theta_{2j}$  parcurs de mașina de lucru în treapta de viteză  $j$ , care intervine în expresia de mai sus a randamentului se determină cu ajutorul unui turometru electronic înregistrator; el furnizează o înregistrare pe care se poate număra numărul  $n_j$  de rotații făcute de arborele mașinii de lucru pe intervalul de timp cât a durat mișcarea în treapta de viteză  $j$ , astfel încît, evident,  $\theta_{2j} = 2\pi n_j [\text{rad}]$ .

Se consideră acum un agregat de mașini avînd schema de calcul din fig.4.6.

Motorul electric I acționează direct mașina de lucru II și volantul III cu momentul de inerție  $J_1$ , față de care momentul de inerție redus al mașinii de lucru și al motorului electric sînt neglijabile. Volantul III, prin intermediul unei cuple cu alunecare (hidraulică sau electromagnetică) IV, antrenează în mișcare de rotație un al doilea volant V, cu momentul de inerție  $J_2$ . Prin cuplarea cuplei cu alunecare, al doilea volant este accelerat pînă cînd viteza lui unghiulară devine egală cu cea a primului volant. În momentul egalării vitezelor unghiulare, cupla se decuplează. Atunci cînd viteza unghiulară a volantului III scade sub cea a volantului V, cupla se cuplează automat și volantul V restituie astfel energia sa cinetică sistemului principal, pînă la reegalarea vitezelor unghiulare cînd cupla se decuplează din nou.

Prin urmare, cupla se cuplează automat atît cînd  $\omega_1 > \omega_2$ , cît și cînd  $\omega_1 < \omega_2$ , adică ori de cîte ori apare o viteză unghiulară relativă între semicuple, indiferent de sensul ei. Astfel volantul V funcționează ca recuperator de energie cinetică. În acest agregat de mașini, în afară de arbori care sînt rigizi, singurul element special al transmisiei este cupla cu alunecare, plasată între cei doi volanți. Randamentul transmisiei în acest caz este

$$\eta = \frac{\Delta E_{c_2}}{\Delta E_{c_1}}, \quad (4.53)$$

unde  $\Delta E_{c_2}$  este creșterea energiei cinetice a celui de al doilea volant, iar  $\Delta E_{c_1}$  este energia cinetică consumată de primul volant pentru accelerarea volantului al doilea.

Creșterea energiei cinetice a volantului al doilea este

$$\Delta E_{c_2} = J_2 \frac{\omega_3^2 - \omega_2^2}{2}, \quad (4.54)$$

în care  $\omega_2$  este viteza unghiulară a acestui volant în momentul cuplării cuplei cu alunecare, iar  $\omega_3$  este viteza unghiulară comună pentru ambii volanți, în momentul egalării vitezelor unghiulare.

Energia cinetică consumată de primul volant este

$$\Delta E_{c_1} = J_1 \frac{\omega_1^2 - \omega_3^2}{2}, \quad (4.55)$$

unde  $\omega_1$  este viteza unghiulară a primului volant în momentul cuplării cuplei.

Scrind teorema conservării momentului cinetic din momentul cuplării pînă în momentul decuplării cuplei cu alunecare, se obține

$$J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2 = (J_1 + J_2) \omega_3, \quad (4.56)$$

de unde rezultă

$$\omega_3 = \frac{J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2}{J_1 + J_2}. \quad (4.57)$$

Tinînd seama de relațiile (4.54), (4.55) și (4.57), randamentul (4.53) capătă expresia:

$$\eta = \frac{J_2 (J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2)^2 - J_2 \omega_2^2 (J_1 + J_2)^2}{J_1 \omega_1^2 (J_1 + J_2)^2 - J_1 (J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2)^2}. \quad (4.58)$$

În cazul particular în care cei doi volanți au același moment de inerție ( $J_1 = J_2$ ), iar volantul al doilea se află în repaus în momentul cuplării cuplei ( $\omega_2 = 0$ ), din formula (4.58) rezultă  $\eta = 0,33$ .

Randamentul mecanic global al agregatului de mașini se obține înmulțind randamentul  $\eta$  al transmisiei dat de formula (4.58), cu randamentul mașinii de lucru.

În încheiere se consideră agregatul de mașini cu schema de calcul din fig.4.9, în care I este motorul electric de acționare funcționînd în regim nominal, II este cutia de viteze, III este o cuplă cu alunecare hidraulică sau electromagnetică, IV este volantul cu moment de inerție foarte mare  $J$ , față de care momentul de inerție redus al mașinii de lucru V este neglijabil.

Randamentul cuplei cu alunecare atunci cînd în cutia de viteze este cuplată treapta de viteză  $j$  și cupla funcționează cu alunecare pînă la egalarea vitezelor unghiulare  $\omega_{1j}$  și  $\omega_{2j}$  ale semicuplelor, este

$$\eta_{caj} = \frac{E_{c_{2j}}}{L_{1j}}, \quad (4.59)$$

unde  $E_{c_{2j}}$  este energia cinetică furnizată volantului și mașinii de lucru în treapta de viteză  $j$ , din momentul cuplării cuplei, pînă în momentul egalării vitezelor unghiulare ale semicuplelor, iar  $L_{1j}$  este lucrul mecanic efectuat de semicupla conducătoare în același interval.



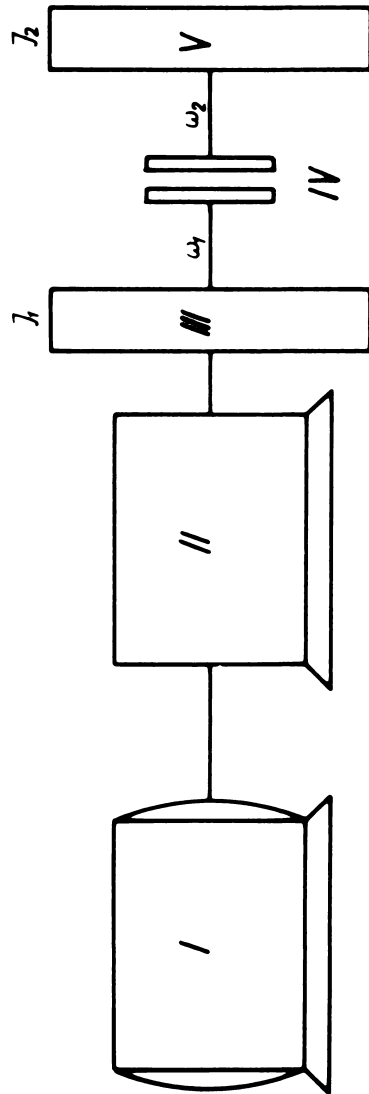


Fig. 4.8.

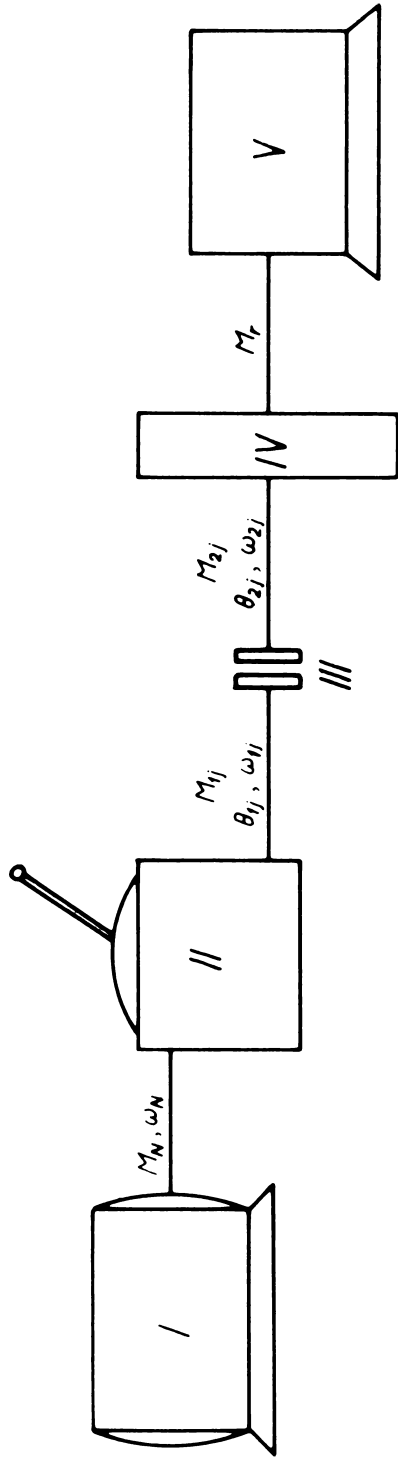


Fig. 4.9.

de timp.

Dacă  $M_{1j}$  și  $M_{2j}$  sînt momentele la arborii cuplei în treapta de viteză  $j$ , iar  $\theta_{1j}$  și  $\theta_{2j}$  sînt unghiurile de rotație ale semicuplelor (fig.4.9) în treapta de viteză  $j$  pînă la egalarea vitezelor unghiulare, randamentul (4.59) capătă expresia

$$\eta_{caj} = \frac{M_{2j} \theta_{2j}}{M_{1j} \theta_{1j}} \quad (4.60)$$

În fiecare treaptă de viteză  $j$ , semicupla conducătoare se rotește cu viteza unghiulară constantă  $\omega_{1j}$ , astfel încît unghiul  $\theta_{1j}$  este

$$\theta_{1j} = \omega_{1j} t_j \quad (4.61)$$

în care  $t_j$  este intervalul de timp dintre momentul cuplării treptei de viteză  $j$  și momentul egalării vitezelor unghiulare ale semicuplelor, adică intervalul de timp cît în cuplă se produce alunecarea. Pentru determinarea lui se scrie teorema momentului cinetic pentru mișcarea volantului și mașinii de lucru în timpul alunecării cuplei:

$$J \frac{d\omega_{2j}}{dt} = M_{2j} - M_R \quad (4.62)$$

unde  $\omega_{2j} = \omega_{2j}(t)$  este viteza unghiulară a semicuplei conduse, iar  $M_R = M_R(\omega_{2j})$  este cuplul momentului rezistent al mașinii de lucru (fig.4.9).

Printre agregatele de mașini la care momentul rezistent al mașinii de lucru este funcție de viteza unghiulară se amintesc instalațiile de ventilație, suflantele de aer de la cuptoarele din industria metalurgică, injectoarele rotative din focarele cazanelor de aburi care funcționează cu combustibil lichid, exhaustoarele pentru fum, pompele centrifuge, compresoarele rotative, centrifugele, instalațiile de propulsie cu elice ale navelor de suprafață, submarinelor și avioanelor, macaralele și toate instalațiile de ridicat, mașinile filatoare etc.

Cuplul  $M_j$  transmis de cuplă (fig.4.9) este funcție de alunecarea  $\Delta\omega_j = \omega_{1j} - \omega_{2j}$  a cuplei. Din relația (4.62) rezultă

$$t_j = J \int_{\omega_{1,j-1}}^{\omega_{1j}} \frac{d\omega_{2j}}{M_{2j}(\Delta\omega_j) - M_R(\omega_{2j})} \quad (4.63)$$

Ținînd seama de relațiile (4.61) și (4.63) randamentul (4.60) ca-

păţă forma:

$$\eta_{caj} = \frac{\int_{\omega_{1,j-1}}^{\omega_{1j}} \frac{\omega_{2j} d\omega_{2j}}{M_{2j}(\Delta\omega_j) - M_r(\omega_{2j})}}{\int_{\omega_{1,j-1}}^{\omega_{1j}} \frac{d\omega_{2j}}{M_{2j}(\Delta\omega_j) - M_r(\omega_{2j})}} \quad (4.64)$$

Dependenţa  $M_{2j} = M_{2j}(\Delta\omega_j)$  se determină tot cu standul din fig.4.7, în care, în locul cutiei de viteze se montează cupla cu alunecare. De asemenea, se fac şi următoarele modificări: în locul platanului şi cîntarului V se introduce un traductor de forţă piezoelectric, conectat la o punte tensometrică; de la tuometrul electronic VIII, semnalele corespunzătoare vitezelor unghiulare  $\omega_{1j}$  şi  $\omega_{2j}$  ale arborilor cuplei, se trimit la un înregistrator multicanal, la care se trimite şi semnalul corespunzător momentului  $M_{2j}$  de la puntea tensiometrică. În acest mod se obţine înregistrarea simultană a mărimilor  $\omega_{1j}$ ,  $\omega_{2j}$  şi  $M_{2j}$ , pe baza căreia se poate trasa curba  $M_{2j} = M_{2j}(\Delta\omega_j) = M_{2j}(\omega_{1j} - \omega_{2j})$ .

Energia cinetică totală cheltuită pentru accelerarea volantului şi a maşinii de lucru pînă la viteza unghiulară de regim este

$$E_{c1} = \frac{J}{2} \sum_{j=1}^n \frac{(\omega_{1j}^2 - \omega_{2,j-1}^2)}{\eta_{caj} \eta_{cvj}}, \quad (4.65)$$

unde  $n$  este numărul treptelor de viteză ale cutiei de viteze, iar  $\eta_{cvj}$  este randamentul cutiei de viteze în treapta  $j$  de viteză.

Energia cinetică a volantului şi maşinii de lucru la atingerea vitezei unghiulare de regim este

$$E_{c2} = \frac{J\omega_{1n}^2}{2} \quad (4.66)$$

Randamentul global al transmiterii energiei cinetice de la motorul electric la maşina de lucru are expresia

$$\eta = \frac{E_{c2}}{E_{c1}} = \frac{\omega_{1n}^2}{\sum_{j=1}^n \frac{\eta_{caj} \eta_{cvj}}{\omega_{1j}^2 - \omega_{2,j-1}^2}} \quad (4.67)$$

După cum se observă, problema determinării randamentului mecanic în cazul agregatelor de maşini cu structură complexă, comportă calcule destul de laborioase.

CAP.5. DETERMINARI EXPERIMENTALE SI PR. LUCRAREA PE CALCULATORUL  
NUMERIC A DATELOR EXPERIMENTALE

§ 5.1. Descrierea instalației industriale de la Intreprinderea I.M.A.I.A. din Timișoara pe care au fost efectuate determinările experimentale. În vederea verificării pe cale experimentală a unora dintre rezultatele obținute prin calcule teoretice în capitolele precedente, au fost întreprinse determinări experimentale în cadrul Intreprinderii pentru Mecanizarea Agriculturii și Industriei Alimentare (I.M.A.I.A.) din Timișoara.

Această întreprindere produce printre altele, variatoare de turație hidraulice care, înainte de a fi expediate la beneficiari sînt supuse unor încercări dinamice foarte variate care se pot realiza pe un stand de probă avînd aspectul din fotografia prezentată în fig.5.1.

Acest stand de probă pentru variatoarele hidraulice a fost conceput și realizat în cadrul Intreprinderii I.M.A.I.A. și, completat cu aparatele de măsură și înregistrare corespunzătoare problemelor urmărite în cadrul prezentei teze de doctorat, a constituit instalația industrială pe care au fost efectuate determinările experimentale.

Părțile componente ale standului de probă al variatoarelor hidraulice se pot urmări în fig.5.2, unde s-a făcut o schiță explicativă în care s-a menținut amplasarea reală a elementelor componente din fotografia din fig.5.1.

Semnificația numerotării din fig.5.2 este următoarea:

1 - Este un motor electric asincron, cu rotorul în scurtcircuit, tip L100N4, executat de Fabrica de motoare electrice Pitești, care are puterea nominală de 3 kW la o turație nominală de 1420 rot/min.

2 - Pentru controlul puterii electrice absorbite de motor de la rețeaua de alimentare cu energie electrică, standul de probă este dotat cu wattmetrul 2 produs de Fabrica de aparate electrice de măsură Timișoara, de tip D4, care are scala etalonată direct în kW, de la 0 la 4 kW. Avînd în vedere randamentul extrem de ridicat al motoarelor electrice (96 - 98%), se poate admite practic că puterea mecanică la arborele motorului electric este egală cu puterea electrică absorbită de motor de la rețea.

3,4,5 - Pe axul motorului electric se află o șaibă de curea 3, care prin intermediul curelei de transmisie 4, transmite mișcarea de la motor la arborele de intrare în variatorul de turație 6, prin intermediul unei șaibe de curea 5, identice cu cea de pe axul motorului; în

acest fel, raportul de transmitere al mișcării de la motorul electric la variatorul de turație se menține 1:1.

6 - Este un variator de turație hidraulic, tip 3, fabricat la Intreprinderea pentru Mecanizarea Agriculturii și Industriei Alimentare, din Timișoara. În esență, construcția acestui tip de variator de turație constă în următoarele: pe abroarele de intrare în variator se află dispusă o pompă de ulei rotativă de tipul cu pistonage radiale, care trimite ulei sub presiune la o turbină montată pe arborele de ieșire din variator. Tot acest ansamblu se află introdus într-o carcasă de fontă turnată și prevăzută cu arăpioare de răcire a uleiului.

Reglarea raportului de transmisie al variatorului se face prin intermediul unui ventil dispus în conducta de legătură dintre pompă și turbină, care obturează mai mult sau mai puțin această conductă, deci modifică debitul de ulei. Comanda acestui ventil se face cu ajutorul unui volan (în fotografia din fig.5.1 nu se vede volanul fiind pe partea cealaltă a variatorului) plasat în afara carcasei. Evident, sistemul funcționează în circuit închis, fără consum de ulei, deoarece uleiul revine de la turbină înapoi la pompă.

7,8 - Cuplat direct cu arborele de ieșire al variatorului de turație prin intermediul cuplei 7 se află un generator electric de curent continuu, 8, cu excitație în paralel, fabricat la Intreprinderea de Mașini Electrice București, tip C4 44, care antrenat în mișcare de rotație la o turație de 1300 rot/min, generează un curent de 31 A la o tensiune de 110 V.

9,10 - Pentru controlul regimului de funcționare al generatorului electric, standul de probă este prevăzut cu ampermetrul 9, tip M11 produs la Intreprinderea de Aparate Electrice de Măsură Timișoara, cu domeniul de măsură 0-25 A și cu voltmetrul 10, fabricat la Uzina Electromagnetica București, tip M53, cu domeniul 0-250 V.

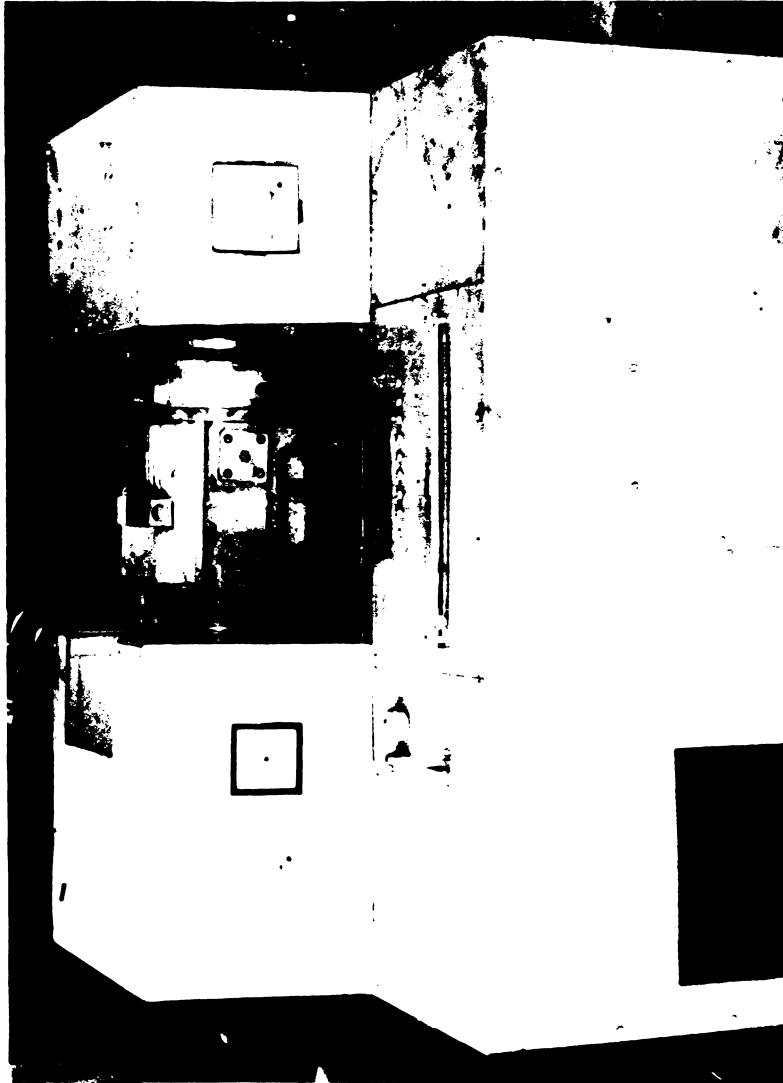
După cum se știe, puterea electrică la bornele unui generator electric de curent continuu are expresia

$$P = UI, \quad (5.1)$$

unde U este tensiunea la borne, iar I este curentul în circuitul de sarcină al generatorului.

Din același considerent al randamentului deosebit de ridicat al mașinilor electrice rotative, și în acest caz se poate considera că puterea electrică realizată de generatorul electric (formula (5.1)) este egală cu puterea mecanică necesară antrenării generatorului.

11,12 - Ca sarcină pentru generatorul electric se folosesc grupuri de rezistențe fixe și variabile 11. Comutatoarele pentru conectarea rezistențelor fixe și cursoarele rezistențelor variabile (re-



*Fig. 5.1.*



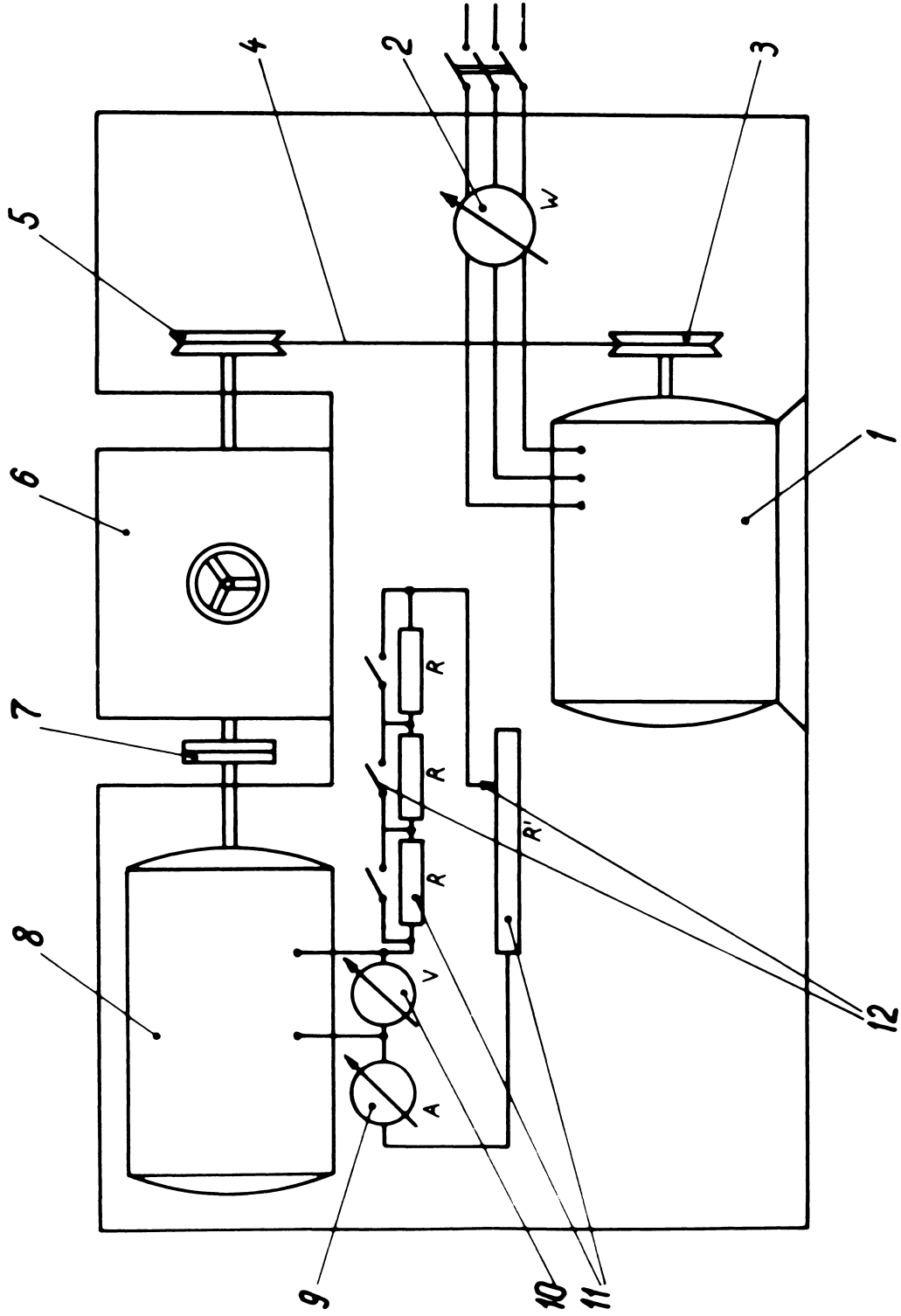


Fig. 5.2.

ostate) se află dispuse pe panoul de comandă al standului 12.

Modificînd în trepte sau continuu rezistența de sarcină a generatorului electric se modifică puterea electrică debitată de acesta și, în consecință, puterea mecanică absorbită pentru antrenarea în mișcare de rotație.

Este ușor de observat că acest stand de probă al variatoarelor de turație hidraulice este un agregat de mașini. Într-adevăr, elementele sale componente principale sînt un motor electric, care, prin intermediul unei transmisii cu variator de turație, antrenează o "mașină de lucru" constituită aici de generatorul electric cu rezistențele sale de sarcină. Modificînd aceste rezistențe s-a văzut că se modifică puterea mecanică cerută de generator pentru antrenare de la arborele de ieșire al variatorului. Această putere este egală cu produsul dintre viteza unghiulară a arborelui condus al variatorului și momentul pe care trebuie să-l învingă variatorul pentru a roti generatorul electric, adică tocmai ceea ce pînă acum s-a numit momentul rezistent al mașinii de lucru.

În concluzie, standul de probă al variatoarelor de turație este un agregat de mașini cu variator de turație la care raportul de transmisie se reglează manual în timp, după legea dorită  $i=i(t)$  și cu o mașină de lucru care creează un moment rezistent, de asemenea reglabil în timp după o anumită lege,  $M_R = M_R(t)$ .

Datorită gamei deosebit de variate de regimuri de mișcare pe care le poate realiza, această instalație industrială, completată cu aparate de măsură și înregistrare din dotarea Laboratorului de Vibrații al Catedrei de Mecanică și Rezistența Materialelor, a oferit condiții optime pentru efectuarea determinărilor experimentale care se descriu în paragraful următor.

§ 5.2. Prezentarea măsurărilor și înregistrărilor experimentale, efectuate pe instalația industrială. Determinările experimentale care au fost efectuate se grupează în două teme experimentale care în continuare vor fi denumite, pentru simplitate, Tema I și Tema II. În formularea celor două teme experimentale s-a avut în vedere ca ele să ofere posibilitatea verificării pe cale experimentală a unor probleme tratate în partea teoretică a tezei.

Tema I a fost stabilită în legătură cu ecuația diferențială a mișcării agregatului de mașini cu variator de turație (4.9) din § 4.1:

$$(J_1 i^2 + J_2) \ddot{\theta}_2 + J_1 i \dot{\theta}_2 = i M_M - M_R . \quad (5.2)$$

În această ecuație diferențială, funcția necunoscută este  $\dot{\theta}_2 = \omega_2 -$

viteza unghiulară a arborelui condus al variatorului de turație. În afară de aceasta, în ecuație mai intervin ca mărimi variabile: raportul de transmisie  $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ , ( $\omega_1 = i \omega_2$  fiind viteza unghiulară a arborelui conducător al variatorului de turație), care este o funcție cunoscută de timp,  $i = i(t)$ ; momentul motor  $M_m$  al motorului electric care este o funcție cunoscută de viteza unghiulară  $\omega_1$ ,  $M_m = M_m(\omega_1)$ , exprimată prin caracteristica sa mecanică; momentul rezistent al mașinii de lucru,  $M_r$ , care este o funcție cunoscută de timp,  $M_r = M_r(t)$ . Ținând seama de aceste observații, ecuația (5.2), scrisă într-o formă mai sugestivă, are aspectul

$$\left\{ J_1 \left[ i(t) \right]^2 + J_2 \right\} \frac{d \omega_2(t)}{dt} + J_1 i(t) \frac{di(t)}{dt} \omega_2(t) =$$

$$= i(t) M_m \left[ i(t) \cdot \omega_2(t) \right] - M_r(t). \quad (5.3)$$

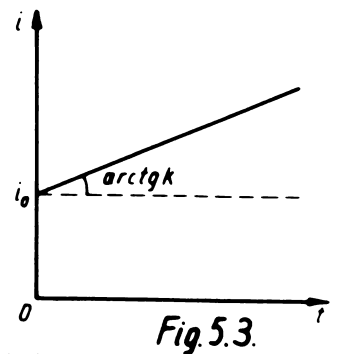
Forma (5.3) a ecuației diferențiale a mișcării agregatului de mașini cu variator scoate în evidență faptul ca dificultățile ce vor apărea la integrarea ei, depind de gradul de complexitate al funcțiilor amintite mai sus,  $i(t)$ ,  $M_m \left[ i(t) \cdot \omega_2(t) \right]$ ,  $M_r(t)$ . De aceea, la alegerea care s-a făcut pentru aceste trei funcții s-a avut în vedere ca prin introducerea lor în ecuația (5.3), acestea să mai poată fi integrată analitic exact și totodată, setul de funcții alese să corespundă unei situații plauzibile din punct de vedere practic, adică să poată fi realizabilă experimental pe instalația industrială.

În conformitate cu considerentele de mai sus, cele trei funcții s-au ales după cum urmează:

Pentru raportul de transmisie s-a luat o lege de reglare liniară

$$i(t) = i_0 + kt, \quad (5.4)$$

în care  $i_0$  este valoarea inițială a raportului de transmisie, iar  $k$  este panta (fig.5.3).



Se precizează că la tipul de variator hidraulic care a fost folosit, reglarea raportului de transmisie se face manual prin rotirea unui volan și valoarea raportului de transmisie realizat este proporțională cu unghiul de rotație al volanului. De aceea, chiar și pentru realizarea legii liniare de reglare a raportului de transmisie, a fost necesar ca variatorul de turație să fie manevrat de un operator cu experiență îndelungată în deservirea standului de pro-

bă, care a fost în măsură să rotească suficient de uniform volanul de comandă al variatorului. În condițiile de reglare manuală a raportului de transmisie arătate, realizarea unei legi de reglare a raportului de transmisie mai complicată decât cea liniară este, desigur, pusă sub semnul întrebării.

Momentul rezistent s-a luat constant, lucru care s-a obținut foarte simplu pe standul de probă, lăsînt nemodificată rezistența de sarcină a generatorului electric la o anumită valoare. Dacă se atașează indicele "o" valorilor inițiale (de la începutul determinării experimentale) și indicele "f" valorilor finale (de la sfîrșitul determinării experimentale) ale mărimilor care intervin, atunci valoarea constantă a momentului rezistent s-a determinat, de exemplu, pe baza valorilor finale

$$M_r = \frac{U_f I_f}{\omega_{2f}}, \quad (5.5)$$

în care semnificația notațiilor a fost deja precizată.

Pentru momentul motorului electric, dependența  $M_m(\omega_1) = M_m[i(t) \cdot \omega_2(t)]$  care nu este altceva decât caracteristica mecanică a motorului, fiind vorba de un motor electric asincron cu care este dotat standul

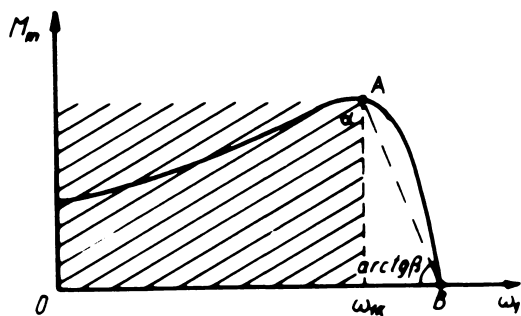


Fig. 5.4.

de probă, s-a luat caracteristica mecanică statică (fig. 5.4) a cărei porțiune de lucru A-B s-au liniarizat (linie-punct în fig. 5.4) sub forma

$$M_m(\omega_1) = \alpha - \beta(\omega_1 - \omega_{1k}), \quad (5.6)$$

în care  $\alpha$  și  $\beta$  sînt constante pozitive a căror semnificație se vede în fig. 5.4, iar

$\omega_{1k}$  este viteza unghiulară critică a motorului electric (fig. 5.4).

În acest fel, ecuația diferențială (5.3) capătă forma

$$\begin{aligned} & [J_1(i_0 + kt)^2 + J_2] \dot{\omega}_2 + J_1(i_0 + kt) k \omega_2 = \\ & = (i_0 + kt) \left\{ \alpha - \beta [(i_0 + kt) \omega_2 - \omega_{1k}] \right\} - M_r. \end{aligned} \quad (5.7)$$

După cum se observă, este o ecuație diferențială de ordinul întâi în raport cu  $\omega_2$ , liniară, neomogenă, cu coeficienți variabili, care însă, pentru condiția inițială  $t=0, \omega_2 = \omega_{20}$ , admite soluția analitică exactă de forma [28]

$$\omega_2 = \frac{\int_0^t \frac{\beta(1_0+kt)^2 dt}{J_1(1_0+kt)^2 + J_2}}{\sqrt{J_1(1_0+kt)^2 + J_2}} \left\{ \omega_{20} + \int_0^t \frac{[(\alpha + \beta \omega_{1k})(1_0+kt) - M_R]}{\sqrt{J_1(1_0+kt)^2 + J_2}} dt \right. \quad (5.8)$$

În sfârșit, acum se poate formula tema I experimentală și anume, aceasta a constat în măsurarea vitezei unghiulare  $\omega_2$  a arborelui condus al variatorului de turație atinse în cinci regimuri de mișcare ale standului de probă, corespunzătoare la cinci legi liniare de reglare a raportului de transmisie și la cinci valori constante ale momentului rezistent. Pe de altă parte, aceste valori se pot calcula și cu formula teoretică (5.8), astfel încît devine posibilă compararea rezultatelor teoretice cu cele experimentale.

O primă operațiune experimentală care a fost necesară pentru rezolvarea temei I experimentale a fost ridicarea caracteristicii mecanice a motorului electric pentru a putea apoi să fie liniarizată în conformitate cu expresia (5.6). Trasarea caracteristicii mecanice s-a făcut "punct cu punct" și anume, au fost determinate experimental cinci puncte ale caracteristicii, ceea ce a fost suficient, avînd în vedere că și în realitate, porțiunea de lucru AB (fig.5.4) a caracteristicii mecanice este aproape liniară.

Pentru ridicarea caracteristicii mecanice a motorului electric s-au folosit ca aparate de măsură wattmetrul 2 de pe panoul standului de probă și un stroboscop (fig.5.5) de tip N 2601, fabricat la Întreprinderea de Aparatură Electronică și de Măsură Industriale București. Puterea indicată de wattmetru s-a luat ca putere mecanică la arborele motorului electric, iar cu stroboscopul s-a măsurat turația arborelui motorului cu metoda obișnuită a obținerii unei imagini staționare a unui reper optic trasat pe șaiba de curea 5, care, așa cum s-a arătat, are aceeași turație ca arborele motorului. Stroboscopul de tipul menționat are un aparat indicator pe care se poate citi frecvența în Hz a fenomenului analizat, care în cazul de față are semnificația de rotații pe secundă ale arborelui motorului. Rezultatele acestor măsură-



tori pînă la trasarea efectivă a caracteristicii mecanice a motorului electric, se vor prezenta în paragraful următor.

Următoarea problemă care s-a pus în cadrul temei I a fost determinarea experimentală a raportului de transmisie al variatorului de turație. Pentru aceasta a fost necesar să se măsoare atât turația arborelui conducător cît și a celui condus al variatorului.

Pentru măsurarea turației arborelui conducător s-a menținut metoda stroboscopică, aplicată gaibei 5 de pe arborele conducător al variatorului de turație (fig.5.5).

Pentru măsurarea turației arborelui condus al variatorului de turație s-a folosit capacitatea stroboscopului N 2601 de a funcționa și în regim de frecvențmetru. Astfel, dacă la intrare i se aplică un semnal periodic, atunci printr-o simplă acționare a unui comutator de pe panoul aparatului, acesta trece din regim de stroboscop, în regim de frecvențmetru și aparatul lui indicator arată frecvența în Hz a fenomenului. În acest scop, pe cupla 7 de pe arborele condus al variatorului (fig.5.5) s-a montat un știft de oțel (un șurub M3), iar lîngă cuplă, un traductor inductiv de tip IWB 202 produs de firma R.F.T. din R.D.Germană, astfel încît atunci cînd cupla se rotește, știftul să treacă la o distanță minimă prin fața traductorului. Traductorul, la rîndul său, a fost conectat la intrarea stroboscopului lucrînd ca frecvențmetru. La fiecare rotație completă a cuplei, știftul trece o dată prin fața traductorului și determină apariția la acesta a unui impuls de tensiune electrică care este trimis la frecvențmetru și este astfel numărat.

În sfîrșit, ordinea efectivă de desfășurare a operațiunilor experimentale în cadrul temei I a fost următoarea:

1 - S-a pornit motorul electric și în felul acesta întreaga instalație s-a pus în mișcare de rotație.

2 - S-a stabilit cu ajutorul comutatoarelor 12 (fig.5.2) o anumită sarcină pentru generatorul de curent continuu, care va rămîne constantă pe parcursul fiecărei determinări experimentale.

3 - S-a pus volanul de comandă al variatorului de turație într-o poziție corespunzătoare unei valori cît mai mici a raportului de transmisie, care va constitui valoarea inițială  $i_0$  a acestuia (formula (5.4)).

4 - Pentru determinarea valorii inițiale a raportului de transmisie, cu montajul din fig.5.5 se măsoară frecvența  $f_{10}$  a rotațiilor arborelui conducător al variatorului de turație și frecvența  $f_{20}$  a rotațiilor arborelui condus, astfel încît,

$$i_0 = \frac{\omega_{10}}{\omega_{20}} = \frac{f_{10}}{f_{20}}. \quad (5.9)$$



5 - Se rotește uniform volanul de comandă al variatorului de turație în sensul creșterii raportului de transmisie pînă la valoarea maximă permisă de variator și se cronometrează timpul  $t^m$  cît a durat operația de reglare. În acest fel s-a obținut o reglare după o lege liniară a raportului de transmisie, într-o perioadă de timp cunoscută  $t^m$ .

6 - Cu același montaj de aparate din fig.5.5 și cu același procedeu se măsoară valoarea finală  $i_f$  a raportului de transmisie prin intermediul frecvențelor de rotație  $f_{1f}$  și  $f_{2f}$  ale celor doi arbori ai variatorului de turație:

$$i_f = \frac{\omega_{1f}}{\omega_{2f}} = \frac{f_{1f}}{f_{2f}} \quad (5.10)$$

7 - Cu ajutorul ampermetrului 9 și voltmetrului 10 de pe panoul standului de probă (fig.5.5) se măsoară curentul  $I_f$  și tensiunea  $U_f$  din circuitul de sarcină al generatorului electric, necesare pentru calculul valorii momentului rezistent în conformitate cu formula (5.5).

Cu această succesiune de operații s-au făcut cinci determinări experimentale pentru cinci legi liniare de reglare ale raportului de transmisie și cinci valori constante ale momentului rezistent, ale căror rezultate se vor prezenta în paragraful următor.

Tema II-a experimentală s-a formulat în legătură cu § 4.3 din partea teoretică a tezei, privind comportarea variatorului de turație ca un sistem de urmărire automată în cadrul unui agregat de mașini. Se reamintește că în paragraful respectiv, în legătură cu condițiile de mișcare ale agregatului de mașini, s-au făcut următoarele presupuneri:

- Raportul de transmisie al variatorului de turație se reglează după o lege liniară

$$i = a + bt \quad (5.11)$$

Medul de realizare experimentală și de măsurare a legii de reglare a raportului de transmisie este același cu cel expus în cadrul tezei I experimentale, astfel încît

$$a = \frac{f_{10}}{f_{20}}, \quad (5.12)$$

$$i_f = \frac{f_{1f}}{f_{2f}} \quad (5.13)$$

- Momentul motor s-a presupus constant. Valoarea lui s-a determinat experimental pe baza valorii finale a puterii motorului, ,

citite la wattmetrul 2 de pe panoul standului de probă (fig.5.6) și a vitezei unghiulare finale a arborelui motorului,  $\omega_{1f}$ , determinate stroboscopice

$$M_m = \frac{P_f}{\omega_{1f}} = \frac{P_f}{2\pi f_{1f}} \quad (5.14)$$

- Momentul rezistent este o funcție liniară de poziția  $\theta_2$  a arborelui mașinii de lucru

$$M_r = p + q\theta_2 \quad (5.15)$$

După cum a rezultat din studiul teoretic din § 4.3, unghiul  $\theta_2$  fiind mărimea de ieșire din "sistemul de urmărire automată" cu funcție de transfer constantă, trebuie să fie de aceeași formă cu mărimea de intrare care este raportul de transmisie (fig.4.5) și care este o funcție liniară de timp. Așadar și  $\theta_2$  este tot o funcție liniară de timp puțin "ondulată" de către eroarea dinamică a sistemului de urmărire automată (fig.4.3). Făcînd abstracție de eroarea dinamică, care în cazul unui variator de calitate este oricum foarte mică, rezultă pentru  $\theta_2$  o lege liniară de variație în timp, de forma

$$\theta_2 = \theta_{20} + \gamma t \quad (5.16)$$

Introducînd expresia (5.16) în expresia (5.15), momentul rezistent capătă, de asemenea, o lege liniară de variație în timp,

$$M_r = M_{r0} + \lambda t \quad (5.17)$$

în care  $M_{r0} = p + q\theta_{20}$ , iar  $\lambda = q\gamma$ .

Pe cale experimentală, valoarea inițială  $M_{r0}$  a momentului rezistent s-a realizat conectînd în circuitul de sarcină al generatorului electric un grup de rezistențe fixe R (fig.5.2), iar componenta liniară  $\lambda t$  a momentului rezistent s-a obținut prin deplasarea uniformă a cursorului de-a lungul rezistenței variabile R' (fig.5.2).

Cu aceste precizări, se poate formula tema a II-a experimentală care a constat în realizarea a cinci regimuri de mișcare ale agregatului de mașini pentru cinci legi liniare de reglare ale raportului de transmisie și cinci legi liniare ale momentului rezistent și înregistrarea celor cinci legi de mișcare ale arborelui condus al variatorului de turație, în vederea comparării lor cu legile de mișcare ce se pot trasa pe baza formulei (4.39) obținute pe cale teoretică în § 4.3.

În scopul realizării acestor deziderate experimentale, s-a menținut în întregime montajul de aparate de măsură de la tema I experimentală, care s-a completat cu un aparat înregistrator pe bandă de

hîrtie de tip TSS-101, produs de firma R.F.T. din R.D.Germană (fig. 5.6). Succesiunea de impulsuri corespunzătoare rotației arborelui condus al variatorului, de la traductorul inductiv merge la stroboscopul lucrînd ca frecvențmetru unde se determină frecvența rotației acestui arbore, iar de la stroboscop, ajunge la aparatul înregistrator care le înregistrează pe o bandă de hîrtie.

Aspectul înregistrării se poate vedea în fig.5.7 în care se prezintă un fragment de înregistrare. Fiecare impuls de pe înregistrare corespunde la o rotație completă a arborelui condus al variatorului de turație. Cunoscînd viteza de deplasare  $u = 50 \text{ mm/s}$  a hîrtiei la înregistrare, rezultă că numărînd  $n$  impulsuri de-a lungul a 50 mm de înregistrare, se poate determina viteza unghiulară instantanee a arborelui condus în secunda respectivă,

$$\omega_2 = 2\pi n \quad [\text{rad/s}] \quad (5.18)$$

sau, numărînd numărul total  $N$  de impulsuri de pe parcursul întregii înregistrări, se poate afla unghiul total  $\theta_{2f}$  parcurs de arborele condus al variatorului de turație în timpul cit a durat înregistrarea:

$$\theta_{2f} = 2\pi N \quad [\text{rad}] \quad (5.19)$$

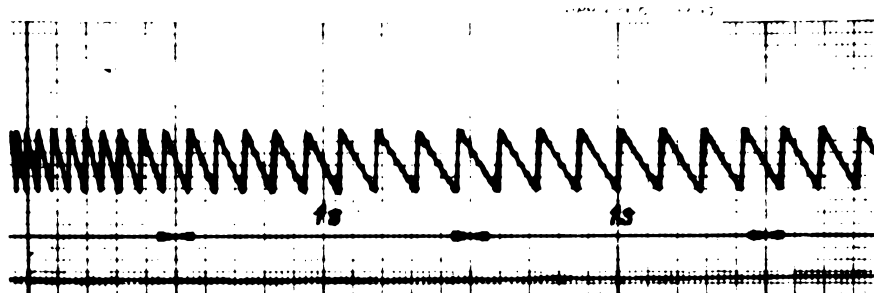


Fig.5.7.

Nu s-au reprodus aici în întregime cele cinci înregistrări, deoarece fiecare din ele are o lungime de câțiva metri.

Succesiunea operațiunilor experimentale în cadrul temei a II-a a fost următoarea:

1. Se pornește agregatul de mașini și se conectează în circuitul de sarcină al generatorului electric un grup <sup>de</sup> rezistențe fixe  $R$  (fig. 5.2) cărora le corespunde valoarea inițială  $M_{r0}$  a momentului rezistent [formula (5.17)], iar cursorul rezistenței variabile  $R'$  (fig.5.2) se pune în poziția în care  $R'=0$ .

În aceste condiții inițiale se măsoară cu volanul de comandă al variatorului pus în poziția de raport de transmisie minimă, așa cum s-a arătat la tema I, frecvențele de rotație  $f_{10}$  și  $f_{20}$  ale celor doi arbori ai variatorului de turație cu care se determină valoarea ini-

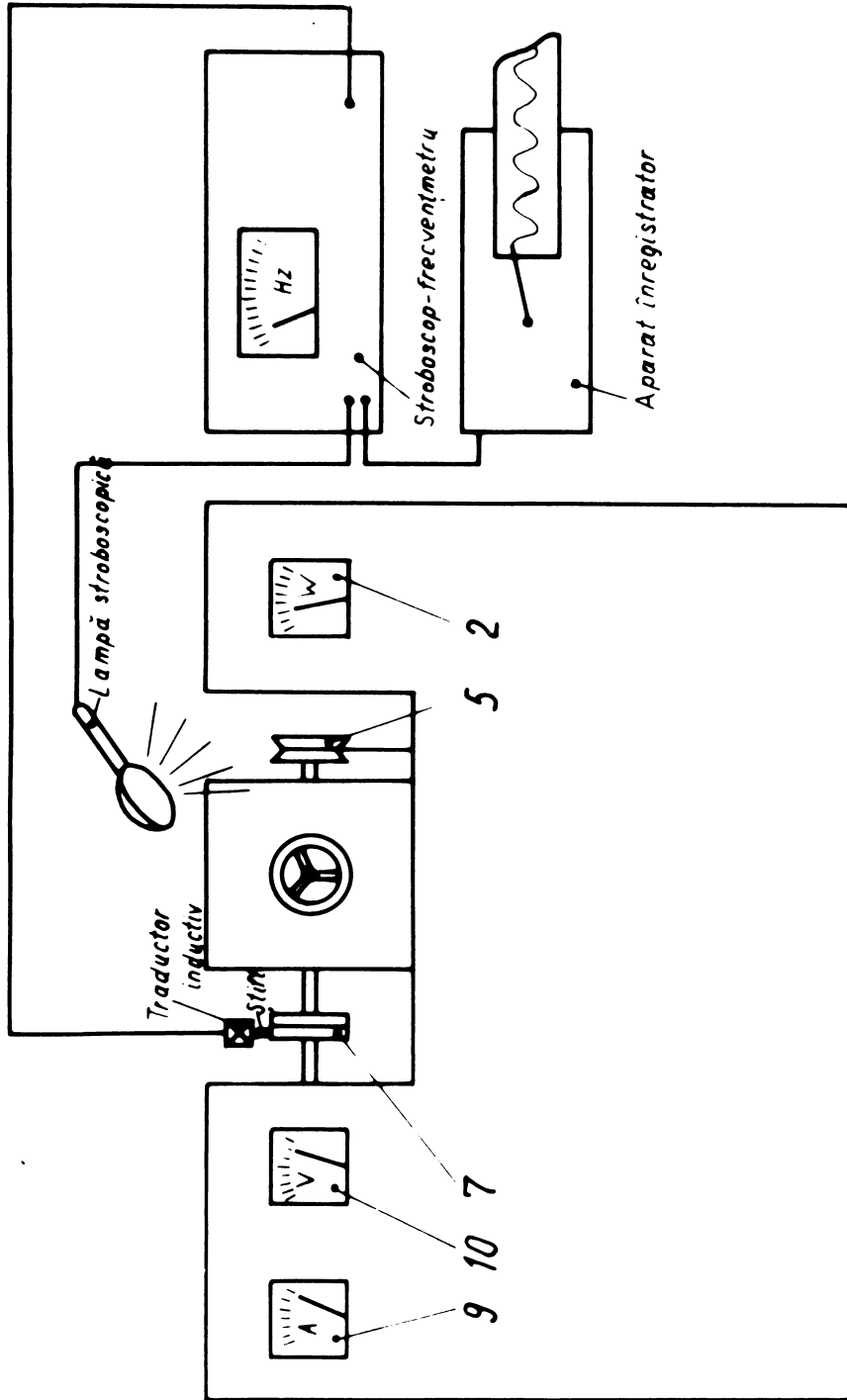


Fig.5.6.

țială "a" a raportului de transmisie cu formula (5.12). Se măsoară, de asemenea valorile inițiale  $I_0$  și  $U_0$  ale curentului, respectiv tensiunii din circuitul de sarcină al generatorului electric cu ajutorul ampermetrului 9 și voltmetrului 10 (fig.5.6) în vederea determinării valorii inițiale a momentului rezistent din expresia (5.15):

$$P = \frac{U_0 I_0}{\omega_{20}} . \quad (5.20)$$

2. Simultan se începe și se efectuează reglarea liniară a raportului de transmisie al variatorului de turație, reglarea liniară a rezistenței de sarcină  $R'$ , și înregistrarea pentru determinarea turației arborelui condus al variatorului. Aceste operațiuni se opresc tot simultan în momentul în care fie volanul de comandă al variatorului, fie cursorul rezistenței variabile de sarcină ajung la limita domeniului de reglare.

3. În situația finală de funcționare în care agregatul a ajuns în urma procesului de reglare de la punctul 2, se măsoară valorile finale  $f_{1f}$ ,  $f_{2f}$  ale frecvențelor de rotație ale arborilor variatorului de turație, cu care se determină raportul de transmisie final cu formula (5.13) și valorile finale  $I_f$  și  $U_f$  ale curentului și tensiunii din circuitul de sarcină al generatorului, pentru determinarea momentului rezistent final:

$$M_{rf} = \frac{U_f I_f}{\omega_{2f}} . \quad (5.21)$$

Tot acum se mai măsoară și valorile finale ale puterii motorului  $P_f$  și a frecvenței de rotație a arborelui motorului electric  $f_{1f}$ , cu care se determină momentul motor cu formula (5.14).

În acest mod s-au făcut cinci determinări experimentale, ale căror rezultate se vor arăta în paragraful următor.

§ 5.3. Prezentarea rezultatelor determinărilor experimentale . O primă operațiune de calcul care a fost întreprinsă, fiind necesară pentru ambele teme experimentale, a fost determinarea momentelor de inerție  $J_1$  și  $J_2$  ale elementelor instalației aflate în mișcare de rotație, reduse la cei doi arbori ai variatorului de turație. Pe baza dimensiunilor geometrice ale acestor elemente au rezultat valorile:  $J_1 = 6,6766 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  și  $J_2 = 3,7456 \cdot 10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Rezultatele experimentale obținute în cadrul primei teme experimentale sînt următoarele:

În primul rînd, pentru ridicarea caracteristicii mecanice a motorului electric, așa cum s-a arătat în § 5.2, au fost create cinci regimuri de funcționare, în care au fost măsurate puterea  $P_1$  și frecven-

ța de rotație a arborelui motorului ,  $f_1$ . Valorile obținute se prezintă în primele cinci linii ale tabelului 5.1. Valorile din linia

Nr.	$P_1$ [kW]	$f_1$ [rot.s <sup>-1</sup> ]
1	4	23
2	3,7	23,2
3	3,1	23,8
4	2,65	24
5	1,65	24,4
6	3	23,7
7	0	25

Nr.	$M_m$ [N.m]	$\omega_1$ [rad.s <sup>-1</sup> ]
1	27,6791	144,5133
2	25,3825	145,7699
3	20,7303	149,5398
4	17,5734	150,7964
5	10,7625	153,3097
6	20,1462	148,9115
7	0	157,0796

șasea corespund regimului nominal al motorului electric și s-au obținut pe baza datelor specificate pe plăcuța indicatoare a motorului. Valorile din linia șaptea corespund regimului ideal de sincronism; motorul avînd o turație nominală de 1420 rot/min, rezultă că are o înfășurare statorică cu două perechi de poli ( $p=2$ ) și deci are turația de sincronism de  $\frac{3000}{p} = \frac{3000}{2} = 1500$  rot/min la care corespunde o frecvență de rotație  $f_1 = 25$  rot.s<sup>-1</sup>.

Cu datele din tabelul 5.1 s-au calculat coordonatele  $M_m, \omega_1$  a șapte puncte (Tabelul 5.2) ale porțiunii de lucru a caracteristicii mecanice a motorului electric, care au fost reprezentate grafic și numerotate în fig.5.8. Apoi, printre punctele astfel obținute a fost trasată caracteristica mecanică a motorului (linie continuă) și linia-rizată (linie întreruptă).

Pentru porțiunea de lucru liniarizată a caracteristicii mecanice a motorului electric, din fig.5.8 rezultă ecuația

$$M_m = 27,69 - 1,834 (\omega_1 - 144,4) . \quad (5.22)$$

Comparînd ecuația (5.22) cu ecuația literală (5.6) a caracteristicii mecanice a motorului, pentru coeficienții  $\alpha$  și  $\beta$  rezultă valorile  $\alpha = 27,69$  N.m,  $\beta = 1,834$  N.m.s.rad<sup>-1</sup>, iar pentru  $\omega_{1k}$ , valoarea  $\omega_{1k} = 144,4$  rad.s<sup>-1</sup>. În continuare, în calculele din cadrul temei I experimentale, caracteristica mecanică a motorului electric va interveni numai prin intermediul lui  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\omega_{1k}$ .

Rezultatele experimentale propriu-zise ale celor cinci determinări efectuate la tema I sînt prezentate în tabelul 5.3.

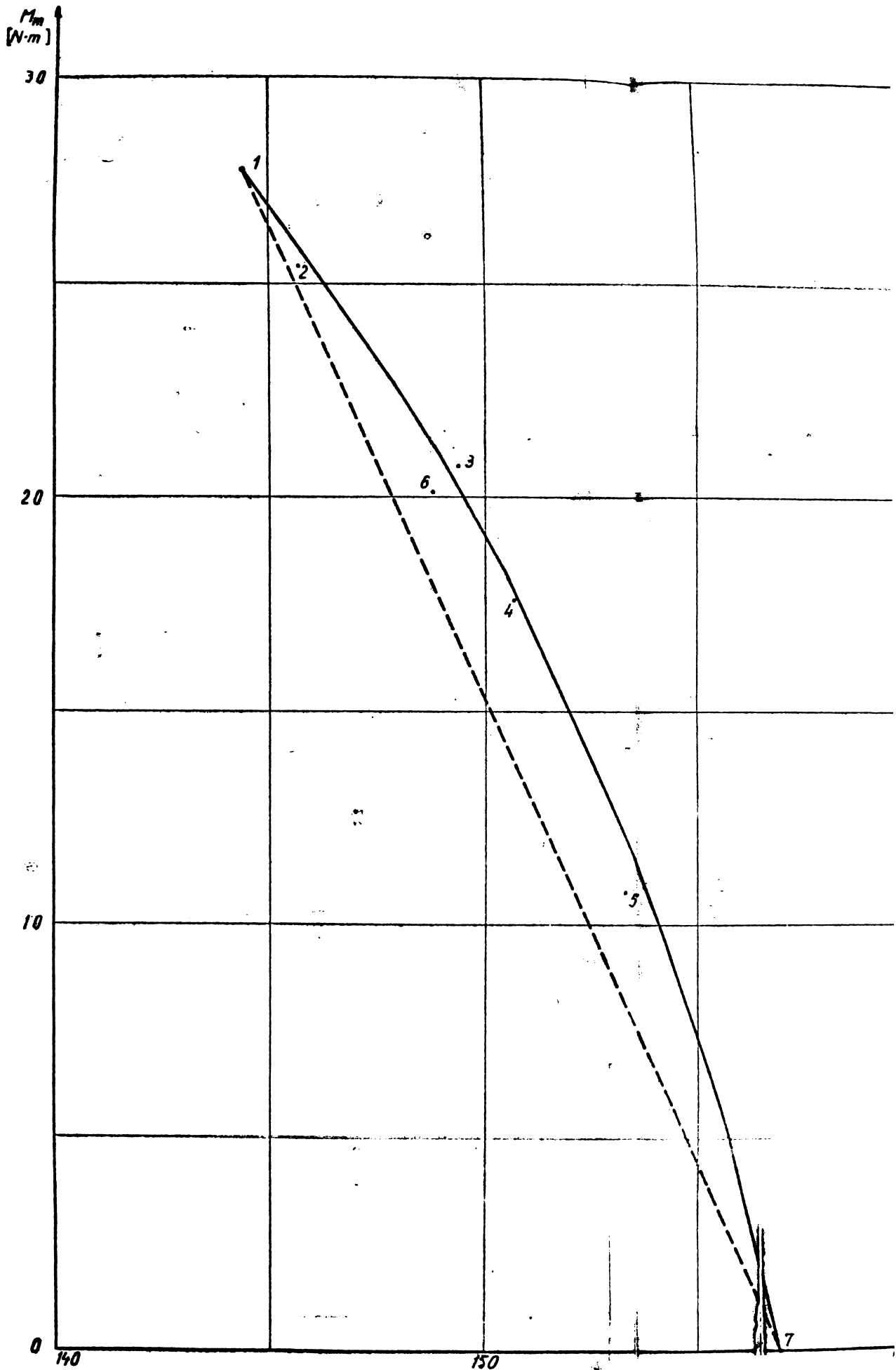


Fig. 5.8



Tabelul 5.3

Nr. det.	$\omega_{10}$ [rot.s <sup>-1</sup> ]	$\omega_{20}$ [rot.s <sup>-1</sup> ]	$t^{\Sigma}$ [s]	$\omega_{1f}$ [rot.s <sup>-1</sup> ]	$\omega_{2f}$ [rot.s <sup>-1</sup> ]	$U_f$ [V]	$I_f$ [A]
	1	2	3	4	5	6	7
1	48,5	37,4	78	13,7	10	0	0
2	24,4	18	37	25	9,8	34	7,8
3	24	30,6	53	25	9,8	9	1,7
4	23,8	30	64	25	9,8	9	2,6
5	22,5	15,7	72	25	9,8	33	7,6

În coloanele 1 și 2 ale tabelului 5.3 s-au trecut valorile inițiale ale frecvențelor de rotație ale celor doi arbori ai variatorului de turată; cu ajutorul lor s-au calculat vitezele unghiulare inițiale ale arborilor variatorului care figurează în coloanele 1 și 2 ale tabelului 5.4, iar în baza lor, valorile inițiale  $i_0$  ale raportului de transmisie al variatorului [formula (5.9)], trecute în coloana 3 a aceluiași tabel.

În coloanele 4 și 5 ale tabelului 5.3 sînt valorile finale ale frecvențelor de rotație ale arborilor variatorului de turată, cărora le corespund vitezele unghiulare finale din coloanele 4 și 5 ale tabelului 5.4 și valorile finale  $i_f$  ale raportului de transmisie al variatorului [formula (5.10)] din coloana 6.

Tabelul 5.4

Nr. det.	$\omega_{10}$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	$\omega_{20}$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	$i_0$	$\omega_{1f}$ [rad.s <sup>-1</sup> ]
1	304,7345	234,9911	1,2968	86,0796
2	153,3097	113,0973	1,3555	157,0800
3	150,7964	192,2655	0,7843	157,0800
4	149,5398	188,4956	0,7933	157,0800
5	141,3717	98,6460	1,4331	157,0800

$\omega_{2f}$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	$i_f$	$k$ [s <sup>-1</sup> ]	$M_f$ [N.m]
62,8318	1,370	$9,3846 \cdot 10^{-4}$	0
61,5752	2,551	$323,1081 \cdot 10^{-4}$	4,2208
61,5752	2,551	$333,3396 \cdot 10^{-4}$	0,2485
61,5752	2,551	$274,6406 \cdot 10^{-4}$	0,3800
61,5752	2,551	$155,2639 \cdot 10^{-4}$	4,0731

În coloana 3 a tabelului 5.3 s-au trecut duratele de timp  $t^{\Sigma}$  ale

determinărilor experimentale din tema I. Pe baza lor și a formulei (5.4) s-au determinat pantele  $k$  ale legilor liniare de reglare a rapoartelor de transmisie.

$$k = \frac{i_f - i_0}{t^{\#}}, \quad (5.23)$$

care s-au trecut în coloana 7 a tabelului 5.4.

În sfârșit, cu valorile tensiunii și curentului din circuitul de sarcină al generatorului electric din coloanele 6 și 7 ale tabelului 5.3, în baza formulei (5.5), s-au calculat valorile momentului rezistent care au fost trecute în coloana 8 a tabelului 5.4.

Așa cum s-a arătat în § 5.2, valorile finale ale vitezei unghiulare a arborelui condus al variatorului de turație, obținute în urma unui proces de reglare liniară a raportului de transmisie (coloana 5 din tabelul 5.4) se pot calcula și cu formula (5.8) obținută pe cale teoretică. Astfel, pentru prima determinare experimentală, viteza unghiulară a arborelui condus al variatorului, la momentul  $t^{\#} = 78$  s la care s-a terminat această determinare, în conformitate cu formula (5.8), are valoarea :

$$\omega_{2f} = \frac{\int_0^{78} \frac{1,834(1,2968 + 9,3846 \cdot 10^{-4} t)^2 dt}{6,6766 \cdot 10^{-2}(1,2968 + 9,3846 \cdot 10^{-4} t)^2 + 3,7456 \cdot 10^{-1}}}{\sqrt{6,6766 \cdot 10^{-2}(1,2968 + 9,3846 \cdot 10^{-4} t)^2 + 3,7456 \cdot 10^{-1}}} \cdot$$

$$\left\{ 234,9911 + \int_0^{78} \frac{[(26,79 + 1,834 \cdot 144,4)(1,2968 + 9,3846 \cdot 10^{-4} t) - 0]}{\sqrt{6,6766 \cdot 10^{-2}(1,2968 + 9,3846 \cdot 10^{-4} t)^2 + 3,7456 \cdot 10^{-1}}} dt \right\}$$

$$\frac{\int_0^{78} \frac{1,834(1,2968 + 9,3846 \cdot 10^{-4} t)^2 dt}{6,6766 \cdot 10^{-2}(1,2968 + 9,3846 \cdot 10^{-4} t)^2 + 3,7456 \cdot 10^{-1}}}{+ 3,7456 \cdot 10^{-1}} dt \cdot \quad (5.24)$$

Valorile finale ale vitezelor unghiulare ale arborelui condus al variatorului de turație, în toate cele cinci determinări efectuate în cadrul temei I experimentale au expresii de forma (5.24). După cum se observă, calculele sînt deosebit de dificile, astfel încît efectuarea lor este posibilă numai pe un calculator electronic de mare

capacitate. In paragrafele următoare se va arăta modul în care au fost întocmite schemele logice și programele de calcul în limbaj FORTRAN și se vor prezenta rezultatele obținute prin calcul electronic.

Rezultatele experimentale obținute în urma măsurărilor și înregistrărilor din cadrul temei II experimentale sînt prezentate în tabelul 5.5.

In coloanele 1 și 2 ale tabelului 5.5 s-au trecut frecvențele inițiale de rotație ale celor doi arbori ai variatorului de turație în baza cărora s-au calculat vitezele unghiulare inițiale ale arborilor care figurează în coloanele 1 și 2 ale tabelului 5.6 și valorile inițiale "a" ale raportului de transmisie al variatorului de turație din coloana 3 a aceluiași tabel, cu formula (5.12).

In mod analog, în coloanele 5, 6 ale tabelului 5.5 s-au trecut

Tabelul 5.5

Nr. det.	$f_{10}$ [rot.s <sup>-1</sup> ]	$f_{20}$ [rot.s <sup>-1</sup> ]	$U_0$ [V]	$I_0$ [A]	$f_{1f}$ [rot.s <sup>-1</sup> ]	$f_{2f}$ [rot.s <sup>-1</sup> ]
1	24	31	2	5,4	25	9
2	24,4	12,7	8	1,3	25	9
3	23	9,5	7	1,9	25	9
4	23,2	8,4	6	1,7	25	8,8
5	23,8	19,8	14	1,1	25	9

$U_f$ [V]	$I_f$ [A]	$P_f$ [kW]	$\theta_{2f}$ [rad]	$t^*$ [s]
56	7,8	2,65	5975,3093	39,3
65	10,9	1,65	4750,0082	40,5
50	11,6	4	3323,8051	36,1
44	12,1	3,7	2437,8759	26,2
99	6,9	3,1	3298,6723	16,9

frecvențele de rotație ale arborilor variatorului de turație de la sfîrșitul determinărilor, cu care s-au calculat vitezelor unghiulare respective și, cu formula (5.13), rapoartele de transmisie finale din coloanele 4, 5, 6 ale tabelului 5.6.

In coloanele 3 și 4 ale tabelului 5.5 sînt valorile inițiale ale tensiunii și curentului din circuitul de sarcină al generatorului electric, cu ajutorul cărora se determină valoarea inițială a momentului rezistent cu formula (5.20). Valorile obținute sînt trecute în coloana 9 a tabelului 5.6.

In mod analog, în coloanele 7 și 8 ale tabelului 5.5 figurează

Tabelul 5.6

Nr. det.	$\omega_{10}$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	$\omega_{20}$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	a	$\omega_H$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	$\omega_{2f}$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	$i_f$
1	150,7964	194,7787	0,7742	157,0796	56,5487	2,7777
2	153,3097	79,7964	1,9212	157,0796	56,5487	2,7777
3	144,5133	59,6903	2,4210	157,0796	56,5487	2,7777
4	145,7699	52,7787	2,7619	157,0796	55,2920	2,8409
5	149,5398	124,4071	1,2020	157,0796	56,5487	2,7777

b	$M_{rf}$ [N.m]	p	q	$M_m$ [N.m]	Funcția de transfer
$5,09796 \cdot 10^{-2}$	7,7243195	0,0041072253	$1,2602146 \cdot 10^{-3}$	16,8704	11776,756
$2,11481 \cdot 10^{-2}$	12,529024	0,1303317	$2,5794943 \cdot 10^{-3}$	10,5042	4025,593
$0,98809 \cdot 10^{-2}$	10,256646	0,2228168	$3,0187778 \cdot 10^{-3}$	25,4648	8417,291
$0,30153 \cdot 10^{-2}$	9,6288794	0,1932598	$3,8704265 \cdot 10^{-3}$	23,5549	6084,912
$9,32367 \cdot 10^{-2}$	12,079853	0,1237872	$3,6245085 \cdot 10^{-3}$	19,7352	4693,369

valorile finale ale tensiunii și curentului din circuitul de sarcină, cu care, în baza formulei (5.21), s-au calculat valorile finale ale momentului rezistent, care s-au trecut în coloana 8 a tabelului 5.6.

În coloana 9 a tabelului 5.5 sînt valorile finale ale puterii motorului electric cu care s-au calculat, în conformitate cu formula (5.14), valorile momentului motor din coloana 11 a tabelului 5.6.

În ultimele două coloane 10 și 11 ale tabelului 5.5 sînt date rezultatele înregistrărilor efectuate în cele cinci determinări experimentale. În coloana 10 sînt unghiurile totale parcurse de arborele condus al variatorului de turație, calculate cu formula (5.19); în coloana 11 sînt duratele în timp ale înregistrărilor determinate cunoscînd baza de timp a înregistrărilor (50 mm înregistrare — 1 s, fig.5.7).

Cunoscînd valoarea inițială p a momentului rezistent (coloana 9, tabelul 5.6) și valoarea finală a acestuia  $M_{rf}$  (coloana 8, tabelul 5.6), precum și unghiul total parcurs de arborele mașinii de lucru  $\theta_{2f}$  (coloana 10, tabelul 5.5), în baza formulei (5.15) s-au determinat pantele legilor liniare de variație ale momentelor rezistente,

$$q = \frac{M_{rf} - p}{\theta_{2f}}, \quad (5.25)$$

care s-au trecut în coloana 10 a tabelului 5.6.

În sfîrșit, în coloana 12 a tabelului 5.6 s-au trecut valorile funcției de transfer a variatorului de turație,  $\frac{M_m}{q + b^2 J_1}$

(§ 4.3), determinate pe baza datelor din cele cinci încercări experimentale.

În vederea comparării rezultatelor experimentale cu rezultatele teoretice obținute în § 4.3 s-a trecut la trasarea grafică a legilor de mișcare  $\theta_2 = \theta_2(t)$  ale arborelui condus al variatorului de turație în conformitate cu expresia (4.39), pentru cele cinci determinări experimentale. Pe graficele care vor trebui să aibă aspectul din fig. 4.3 s-au reprezentat apoi legile de mișcare obținute prin prelucrarea înregistrărilor experimentale, scoțându-se în evidență punctul obținut experimental, corespunzător momentului final al fiecărei determinări, de coordonate  $t^*$  (coloana 11, tabelul 5.5) și  $\theta_{2f}$  (coloana 10, tabelul 5.5). Acest punct, va trebui să se afle în vecinătatea curbei  $\theta_2(t)$  teoretice sau, în cazul ideal, chiar pe curbă.

Pentru prima determinare experimentală, legea de mișcare a arborelui condus al variatorului de turație, în conformitate cu formula (4.39), are expresia

$$\theta_2(t) = \sqrt{\left\{ \frac{0,0041072253}{1,2602146 \cdot 10^{-3}} - 16,8704 \frac{0,7742}{1,2602146 \cdot 10^{-3}} + \right.}$$

$$\left. + (5,09796 \cdot 10^{-2})^2 6,6766 \cdot 10^{-2} \right\} \cos \left( \frac{1}{5,09796 \cdot 10^{-2}} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \sqrt{\frac{1,2602146 \cdot 10^{-3}}{6,6766 \cdot 10^{-2}}} \arg \operatorname{sh} \sqrt{\frac{6,6766 \cdot 10^{-2}}{0,37456}} 0,7742 \right) -$$

$$- 5,09796 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{0,37456 + 6,6766 \cdot 10^{-2} (0,7742)^2}{1,2602146 \cdot 10^{-3}}}$$

$$\cdot \left[ \frac{194,7787}{5,09796 \cdot 10^{-2}} - 16,8704 \frac{1}{1,2602146 \cdot 10^{-3} + (5,09796 \cdot 10^{-2})^2} \right]$$

$$\cdot 6,6766 \cdot 10^{-2} \left. \right] \sin \left( \frac{1}{5,09796 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{1,2602146 \cdot 10^{-3}}{6,6766 \cdot 10^{-2}}} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \arg \operatorname{sh} \frac{6,6766 \cdot 10^{-2}}{0,37456} 0,7742 \right\}^2 +$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[ \frac{0,0041072253}{1,2602146 \cdot 10^{-3}} - 16,8704 \frac{0,7742}{1,2602146 \cdot 10^{-3}} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{(5,09796 \cdot 10^{-2})^2 6,6766 \cdot 10^{-2}} \right] \sin \left( \frac{1}{5,09796 \cdot 10^{-2}} \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \sqrt{\frac{1,2602146 \cdot 10^{-3}}{6,6766 \cdot 10^{-2}} \operatorname{arg sh} \sqrt{\frac{6,6766 \cdot 10^{-2}}{0,37456}} 0,7742} \right) + \\
 & + 5,09796 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{0,37456 + 6,6766 \cdot 10^{-2} (0,7742)^2}{1,2602146 \cdot 10^{-3}}} \\
 & \cdot \left[ \frac{194,7787}{5,09796 \cdot 10^{-2}} - 16,8704 \frac{1}{1,2602146 \cdot 10^{-3} + (5,09796 \cdot 10^{-2})^2} \right. \\
 & \left. \cdot 6,6766 \cdot 10^{-2} \right] \cos \left( \frac{1}{5,09796 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{1,2602146 \cdot 10^{-3}}{6,6766 \cdot 10^{-2}}} \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \operatorname{arg sh} \sqrt{\frac{6,6766 \cdot 10^{-2}}{0,37456}} 0,7742 \right) \left. \right]^2 \sin \left\{ \frac{1}{5,09796 \cdot 10^{-2}} \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \sqrt{\frac{1,2602146 \cdot 10^{-3}}{6,6766 \cdot 10^{-2}} \operatorname{arg sh} \sqrt{\frac{6,6766 \cdot 10^{-2}}{0,37456}} (0,7742 + \right. \\
 & \left. + 5,09796 \cdot 10^{-2} t) + \operatorname{arc tg} \frac{0,041072253}{1,2602146 \cdot 10^{-3}} - 16,8704 \cdot \right. \\
 & \left. \frac{0,04172253}{1,2602146 \cdot 10^{-3}} - 16,8704 \cdot \right. \\
 & \left. \frac{0,7742}{1,2602146 \cdot 10^{-3} + (5,09796 \cdot 10^{-2})^2 6,6766 \cdot 10^{-2}} \right] \cos \left( \right. \\
 & \left. \frac{0,7742}{1,2602146 \cdot 10^{-3} + (5,09796 \cdot 10^{-2})^2 6,6766 \cdot 10^{-2}} \right] \sin \left( \right. \\
 & \left( \frac{1}{5,09796 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{1,2602146 \cdot 10^{-3}}{6,6766 \cdot 10^{-2}}} \operatorname{arg sh} \sqrt{\frac{6,6766 \cdot 10^{-2}}{0,37456}} \right. \\
 & \left. \left( \frac{1}{5,09796 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{1,2602146 \cdot 10^{-3}}{6,6766 \cdot 10^{-2}}} \operatorname{arg sh} \sqrt{\frac{6,6766 \cdot 10^{-2}}{0,37456}} \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot 0,7742 - 5,09796 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{0,37456 + 6,6766 \cdot 10^{-2} (0,7742)^2}{1,2602146 \cdot 10^{-3}}} \\
 & \cdot 0,7742 + 5,09796 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{0,37456 + 6,6766 \cdot 10^{-2} (0,7742)^2}{1,2602146 \cdot 10^{-3}}} \\
 & \cdot \frac{194,7787}{5,09796 \cdot 10^{-2}} - 16,8704 \frac{1}{1,2602146 \cdot 10^{-3} + (5,09796 \cdot 10^{-2})^2} \\
 & \cdot \frac{194,7787}{5,09796 \cdot 10^{-2}} - 16,8704 \frac{1}{1,2602146 \cdot 10^{-3} + (5,09796 \cdot 10^{-2})^2} \\
 & \cdot 5,6766 \cdot 10^{-2} \left[ \sin \left( \frac{1}{5,09796 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{1,2602146 \cdot 10^{-3}}{6,6766 \cdot 10^{-2}}} \right) \right. \\
 & \left. \cdot 5,6766 \cdot 10^{-2} \right] \cos \left( \frac{1}{5,09796 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{1,2602146 \cdot 10^{-3}}{6,6766 \cdot 10^{-2}}} \right) \\
 & \left. \begin{aligned}
 & \cdot \arg \operatorname{sh} \sqrt{\frac{6,6766 \cdot 10^{-2}}{0,37456}} \cdot 0,7742 \\
 & \cdot \arg \operatorname{sh} \sqrt{\frac{6,6766 \cdot 10^{-2}}{0,37456}} \cdot 0,7742
 \end{aligned} \right\} - \frac{0,0041072253}{1,2602146 \cdot 10^{-3}} + \\
 & + (0,7742 + 5,09796 \cdot 10^{-2} t) \frac{16,8704}{1,2602146 \cdot 10^{-3} + (5,09796 \cdot 10^{-2})^2} \\
 & \cdot 6,6766 \cdot 10^{-2} \cdot \tag{5.26}
 \end{aligned}$$

Pentru toate cele cinci determinări din tema II-a experimentală, legile de mișcare ale arborelui condus al variatorului de turație au expresii analoge cu (5.26). După cum se observă, calculele necesare pentru tabelarea acestor legi de mișcare în vederea reprezentării grafice sînt extrem de complicate și de voluminoase încît efectuarea lor a fost posibilă numai pe un calculator de mare capacitate, pe baza schemelor logice și a programelor FORTRAN prezentate în paragraful următor.

§ 5.4. Înțocmirea schemelor logice și a programelor FORTRAN pentru prelucrarea pe calculator a rezultatelor determinărilor experimentale. Pentru tema I experimentală, așa cum s-a arătat în paragraful precedent, s-a pus problema calculului integralelor definite (5.8), care pentru fiecare din cele cinci determinări experi-



mentale, au un aspect concret de forma (5.24). Datorită complexității ei deosebite, problema a fost abordată în două etape.

În prima etapă a fost calculată integrala

$$C_1 = \int_0^t \frac{\beta(i_0 + kt)^2 dt}{J_1(i_0 + kt)^2 + J_2} \quad (5.27)$$

care intervine de două ori în relația (5.8).

În urma efectuării primei etape de calcul, expresia (5.8) capătă forma

$$\omega_2 = \frac{-G_1}{\sqrt{J_1(i_0 + kt)^2 + J_2}} \left\{ \omega_{20} + \int_0^t \frac{[(\alpha + \beta\omega_{1k})(i_0 + kt) - M_r] e^{C_1}}{\sqrt{J_1(i_0 + kt) + J_2}} dt \right\} \quad (5.28)$$

În a doua etapă a fost calculată integrala

$$C_2 = \int_0^t \frac{[(\alpha + \beta\omega_{1k})(i_0 + kt) - M_r] e^{C_1}}{\sqrt{J_1(i_0 + kt) + J_2}} dt \quad (5.29)$$

care intervine în expresia (5.28).

După efectuarea celei de a doua etape, calculele care au mai rămas în expresia (5.28) au putut fi făcute cu calculatorul electronic de mică capacitate "Texas Instruments SR 50".

Pentru calculul integralelor  $C_1$  și  $C_2$  s-a aplicat metoda Simpson de calcul numeric al integralelor definite [240].

Foarte pe scurt, această metodă permite calculul integralelor de forma

$$C = \int_a^b f(t) dt. \quad (5.30)$$

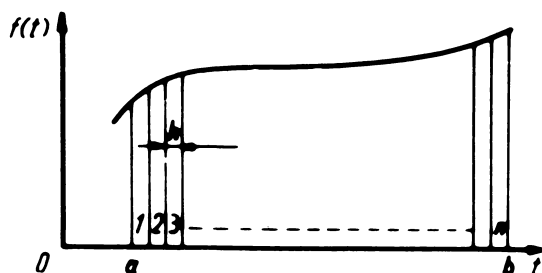


Fig. 5.9.

În acest scop, intervalul de integrare  $[a, b]$  se împarte într-un număr par,  $n$ , de subintervale (fig. 5.9), având fiecare lățimea

$$h = \frac{b - a}{n} \quad (5.31)$$

Evident, calculul este cu atât mai precis cu cât numărul  $n$  de subintervale este

mai mare.

În conformitate cu metoda Simpson, valoarea integralei (5.30)

este dată de formula

$$C = \frac{h}{3} [f(a) + f(b) + S_4 + S_2], \quad (5.32)$$

în care  $S_4$  și  $S_2$  sînt niște sume avînd expresiile

$$S_4 = 4[f(a+h) + f(a+3h) + \dots + f(b-h)], \quad (5.33)$$

$$S_2 = 2[f(a+2h) + f(a+4h) + \dots + f(b-2h)]. \quad (5.34)$$

Pentru transpunerea pe calculator a acestei metode s-a întocmit schema logică (ordinograma) din fig.5.10.

Semnificația etapelor de calcul din schema logică din fig.5.10 este următoarea:

1 - Calculatorul ia cunoștință de programul de calcul și îl introduce în memorie.

2 - Calculatorul citește de pe cartelele de date limitele  $a$ ,  $b$  ale intervalului de integrare și numărul  $n$  de subintervale în care se împarte acesta. Pentru a asigura o precizie foarte bună a calculului, s-a luat  $n = 100$ .

3 - Se calculează lățimea unui subinterval (formula (5.31)).

4 - Etapele 4-8 corespund calculării sumei  $S_4$  după expresia (5.33). În etapa 4 se atribuie variabilei  $t$  valoarea  $t=a+h$  de la sfîrșitul primului subinterval, iar sumei  $S_4$ , valoarea sa inițială nulă,  $S_4 = 0$ .

5 - Se calculează valorile lui  $f(t)$  pentru  $t = a+h, t = a+3h, \dots$  și se adună la valoarea obținută anterior pentru  $S_4$ , așa cum prevede expresia (5.33).

6 - Se majorează valoarea variabilei  $t$  cu două subintervale și se obțin astfel pentru  $t$  valorile  $a+h, a+3h, \dots$  corespunzătoare subintervalelor impare așa cum sînt necesare în formula (5.33).

7,8 - Calculatorul cercetează dacă variabila  $t$  mai este încă mai mică decît valoarea  $b-h$  corespunzătoare ultimului subinterval al intervalului de integrare. Dacă răspunsul este "da", înseamnă că mai sînt de calculat termeni ai sumei  $S_4$  și atunci reia etapele 5, 6, 7 în care se calculează acești termeni. Dacă răspunsul este "nu", rezultă că s-au calculat toți termenii sumei  $S_4$  și trece la etapa 8 în care se face înmulțirea cu 4 așa cum cere expresia (5.33), și cu aceasta suma  $S_4$  este complet calculată.

9-13 - În aceste etape, în mod absolut analog ca în etapele 4-8, calculatorul calculează suma  $S_2$ .

14 - În această etapă, calculatorul calculează valorile  $f(a)$  și

$f(b)$  și, cu ajutorul sumelor  $S_4$  și  $S_2$  deja determinate, calculează valoarea integralei după formula (5.32).

15 - Imprimanta calculatorului tipărește valoarea  $C$  a integralei.

16 - Se oprește calculul.

În baza schemei logice din fig.5.10, au fost întocmite cinci programe FORTRAN pentru calculul celor cinci integrale  $C_{11}$ , ( $i=1,2,\dots,5$ ) și încă cinci programe pentru calculul integralelor  $C_{12}$ , ( $i=1,2,\dots,5$ ) de forma (5.27), respectiv (5.29), pentru cele cinci determinări experimentale de la tema I experimentală.

Programul pentru calculul integralei  $C_{11}$  este dat în fig.5.11 și este o transpunere fidelă în limbaj FORTRAN a schemei logice din fig.5.10, încât nu sînt necesare comentarii suplimentare. Programele pentru calculul celorlalte integrale au o structură analogă cu cel din fig.5.11 și de aceea nu au mai fost reproduse în teză.

Pentru tema II experimentală, aportul calculatorului electronic s-a dovedit indispensabil la tabelarea legii de mișcare a arborelui condus al variatorului, avînd expresia literală (4.39) și expresii concrete de forma (5.26).

Pentru tabelarea funcțiilor  $\theta_2 = \theta_2(t)$  s-a întocmit schema logică din fig.5.12.

Succesiunea etapelor de calcul din schema logică din fig.5.12 este următoarea:

1 - Marchează pregătirea calculatorului pentru efectuarea calculului cerut de program.

2 - În vederea asigurării unei reprezentări grafice foarte precise a legii de mișcare  $\theta_2(t)$ , au fost calculate valorile funcției luînd pentru variabila  $t$  un pas de 0,1 secunde. În etapa 2 a schemei logice, se atribuie lui  $t$  prima valoare, adică  $t = 0,1$  s.

3 - În această etapă calculatorul calculează valoarea funcției  $\theta_2(t)$  pentru valoarea dată a variabilei, adică efectuează un calcul de forma expresiei (5.26).

4 - Se tipărește la imprimantă atât valoarea variabilei  $t$ , cît și valoarea corespunzătoare a funcției  $\theta_2(t)$ .

5 - Variabila  $t$  capătă valoarea imediat următoare, obținută prin adăugarea pasului de 0,1 s.

6,7 - În etapa 6, calculatorul cercetează dacă variabila  $t$  este încă sub valoarea  $t^*$  la care s-a terminat determinarea experimentală și la care trebuie deci oprită tabelarea legii de mișcare. Dacă răspunsul este "da" rezultă că mai trebuie continuat calculul și, în consecință, se reiau etapele 3-6. Dacă răspunsul este "nu"

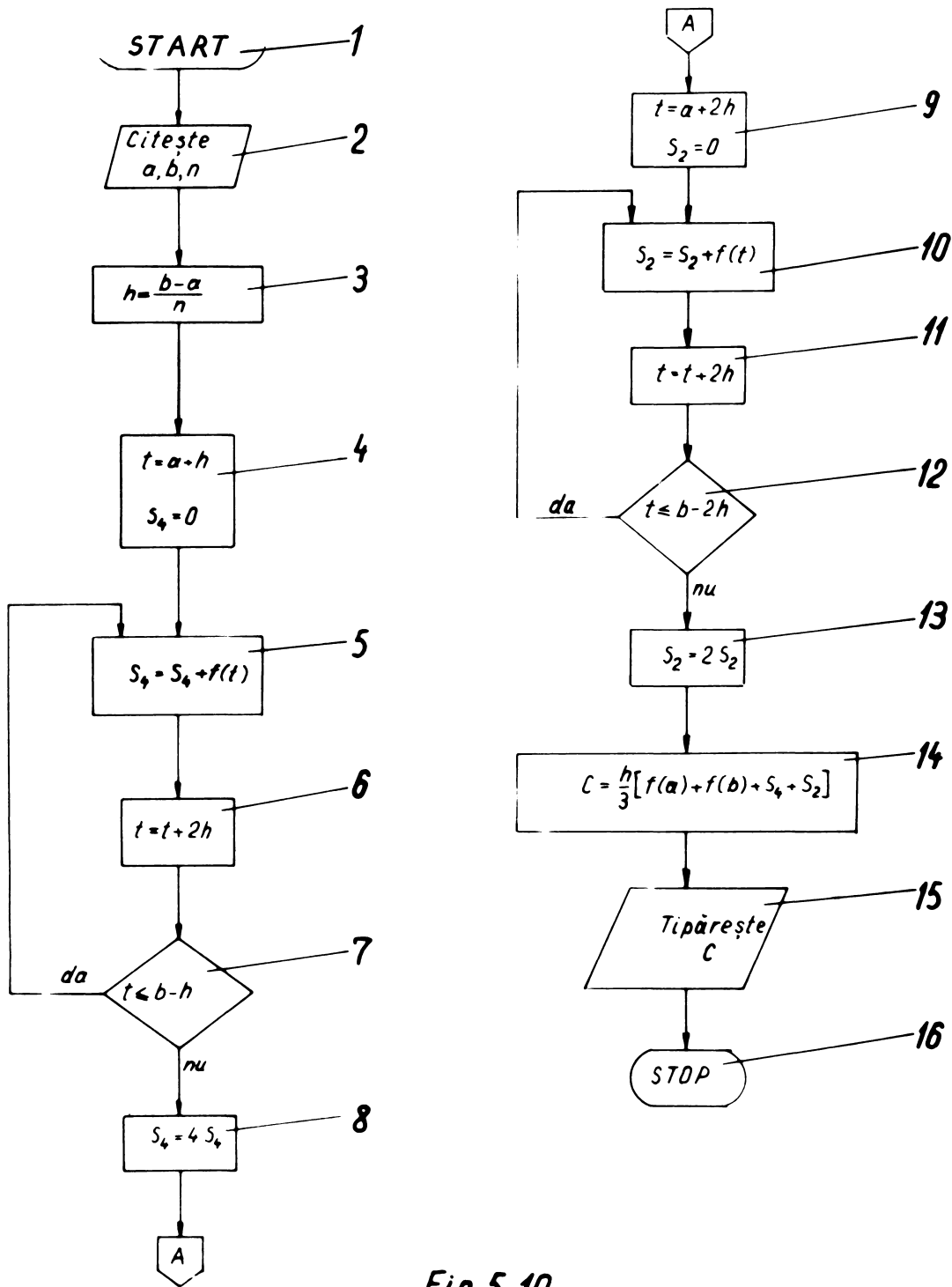


Fig. 5.10.

FORTRAN

IPT CENTRUL DE CALCUL

Pagina:

PROGRAM: Calculul integralei Cu		LUCRAREA		DATA		IDENTIFICAR.
PROGRAMATOR: Chiriac Adrian						NO. CARTELEI: 02
TRONC:	1	2	3	4	5	6
1	JOB INTEGRAAL, AN: P200, PN: CHIRIAC					
2	COMPILE FORTRAN					
3	CALCULUL INTEGRALEI C11					
4	READ(10,5)A,B,M,N					
5	FORMAT(2F10.3,2I5)					
6	H=(B-A)/N					
7	T=A+H					
8	S4=0.0					
9	S4=S4+1.834*(1.2968+0.00093846*N)*H**2/(0.066766*(1.2968+0.00093846					
10	*N*T)*H**2+0.37456)					
11	T=T+2*N*H					
12	IF(T-B+H)2,2,3					
13	S4=S4+4*S4					
14	T=A+2*N*H					
15	S2=0.0					
16	S2=S2+1.834*(1.2968+0.00093846*N)*H**2/(0.066766*(1.2968+0.00093846					
17	*N*T)*H**2+0.37456)					
18	T=T+2*N*H					
19	IF(T-B+2*N*H)4,4,5					
20	S2=S2+2					
21	C11=H*(1.834*(1.2968+0.00093846*N)*H**2/(0.066766*(1.2968+0.00093846					
22	*N)*H**2+0.37456)+1.834*(1.2968+0.00093846*N)*H**2/(0.066766*(1.2968					
23	*N)*H**2+0.37456)+3.4+52)/3					
24	WRITE(10,5)C11					
25	FORMAT(10X,'C11=',E20.7)					
26	IF(X)7,7,8					
27	STOP					
28	END					
29	FIN					
30	RUN AD:0.0					
31	0.001	78.0	100	1		
32	EOT					

125

FORTRAN

IPI CENTRUL DE CALCUL

PAGINA

PROGRAM	LUCRAREA	DATA	IDENTIFICAR 7275 GATELEI
PROGRAM: Tabelarea functiei $\theta_1(t)$ pentru prima inregistrare			
PROGRAMATOR: Chiriac Adrian			
FICHELE: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100			
JOB TABFUN: T, AN: P200, PN: CHIRIAC			
COMPILE FORTRAN			
TABELAREA LU1. $\theta_1(t)$ PENTRU PRIMA IMPRESIUNARE			
DO 1 J=1,33,1			
T=1/10.0			
$TETA = 1486.3324 \times \sin(2.6949341 \times AL \times \theta_1(0.4231988 \times (0.7742 + 0.0509786 \times T)))$			
$\times \sqrt{(0.4221988 \times (0.7742 + 0.0509786 \times T)) \times (2+1))} - 0.513196(1) - 33.8.16435$			
$\times 142.64158 \times T$			
1 WRITE(102,2) T, TETA			
2 FORMAT(5X, 'T=', F4.1, 5X, 'TETA=', E30.8)			
STOP			
END			
LINK			
RUN, AD: 0.0			
ERR.			

- 126 -

Fig. 5.13.

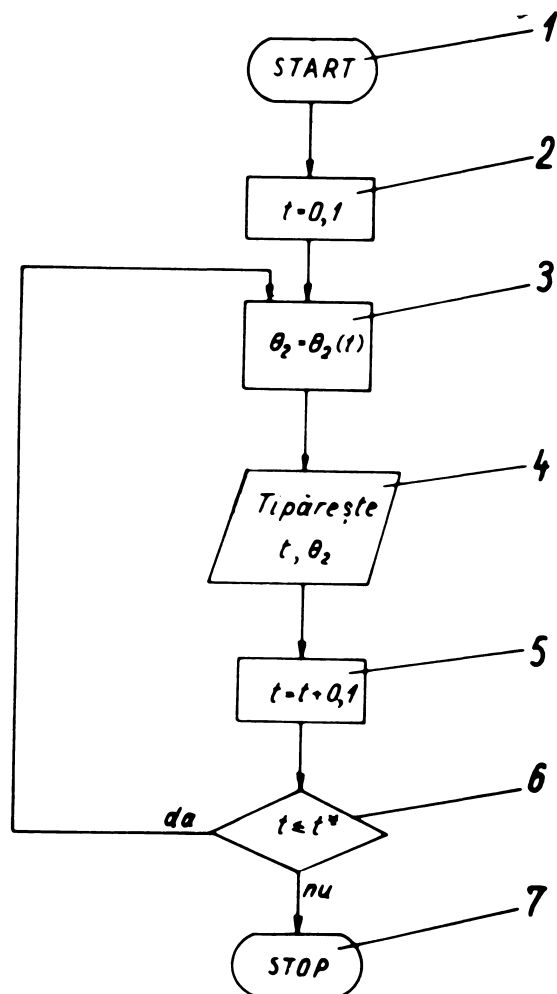


Fig.5.12.

înseamnă că au fost calculate toate valorile funcției prevăzute de program și se dă comanda 7 de încetare a calculului.

Pe baza schemei logice din fig.5.12, au fost întocmite programele pentru tabelarea lui  $\theta_2(t)$  corespunzătoare celor cinci determinări din tema II experimentală.

Pentru prima determinare experimentală, de exemplu, programul rezultat este prezentat în fig.5.13. Nici aici nu sînt necesare comentarii suplimentare fiindcă și acest program reprezintă o transpunere exactă în limbaj FORTRAN a schemei logice din fig.5.12.

Programele FORTRAN pentru tabelarea celorlalte legi de mișcare  $\theta_2(t)$  din celelalte determinări experimentale au o structură analogă cu cea a programului din fig.5.13.

§ 5.5. Prezentarea rezultatelor obținute pe calculatorul electronic și compararea rezultatelor experimentale cu cele teoretice. Programele FORTRAN întocmite așa cum s-a arătat în paragraful precedent, au fost rulate pe calculatorul de mare capacitate " FELIX C-256" aflat în dotarea Centrului de Calcul Electronic al Institutului politehnic Timișoara.

Pentru tema I experimentală, listingurile furnizate de calculator în urma calculării integralelor  $C_{11}$  ( $i=1,2,\dots,5$ ) sînt prezentate în anexele 1-5 ale tezei, iar cele pentru integralele  $C_{12}$  ( $i=1,2,\dots,5$ ) sînt date în anexele 6-10.

În vederea comparării rezultatelor teoretice cu cele experimentale, acestea au fost centralizate în tabelul 5.7.

Tabelul 5.7.

Nr. detrm.	$C_{11}$	$C_{12}$	$\omega_{2f}$ -teoretic [rad/s]	$\omega_{2f}$ -experim. [rad/s]	$\epsilon$ [%]
1	504,8896	42430,79	78,689845	62,8318	20,15
2	406,8804	26151,85	80,548018	61,5752	23,55
3	459,1741	32593,48	88,814437	61,5752	30,67
4	377,3716	26868,83	74,368187	61,5752	17,20
5	790,2776	50434,96	77,669747	61,5752	20,72

În coloanele 1 și 2 ale tabelului au fost trecute valorile integralelor  $C_{11}$  și  $C_{12}$ , preluate din listingurile obținute de la calculator (anexele 1-10). În coloana 3 sînt valorile vitezei unghiulare finale  $\omega_{2f}$  a arborelui condus al variatorului, calculate cu formula teoretică (5.8). În coloana 4 sînt valorile experimentale ale lui  $\omega_{2f}$ , care au fost preluate din coloana 5 a tabelului 5.4. În coloana 5 a tabelului 5.7 sînt erorile relative care apar între rezultatele experimentale și cele teoretice.

După cum se observă, erorile relative, la prima vedere, sînt destul de mari. Apariția acestor erori este însă explicabilă prin faptul că variatorul de turație pe care s-au efectuat încercările experimentale, nu se pot încadra în condițiile de variator oarecum idealizat, pentru care s-a stabilit ecuația diferențială (4.9), avînd soluția (5.8).

Se reamintește că la stabilirea ecuației diferențiale a mișcării agregatului de mașini cu variator de turație, (4.9), a trebuit să se admită că variatorul are randamentul egal cu unitatea și că nu prezintă nici un fel de alunecări cinematice între elementele ca-



re transmit mișcarea.

Dacă în privința randamentului, variatorul din standul de probă este destul de aproape de variatorul ideal, în schimb, în privința alunecărilor cinematice, diferența este importantă, datorită faptului că este un variator hidraulic. Mișcarea se transmite de la elementul conducător la cel condus prin intermediul unui agent fluid (ulei), proces care, desigur, este însoțit de alunecare cinematică. Din acest motiv, între rezultatele experimentale și cele teoretice care corespund variatorului idealizat, apar diferențele ce se pot constata în tabelul 5.7. În plus, se observă că erorile care apar au un caracter sistematic, în sensul că toate vitezele unghiulare teoretice au valori mai mari decât cele determinate experimental. Si acest aspect se explică tot pe baza alunecărilor cinematice din variatorul hidraulic, al cărui element condus nu poate atinge viteza unghiulară calculată teoretic, pentru un variator de turație fără alunecare. Cu aceste precizări asupra sursei erorilor care au apărut, se apreciază că rezultatele experimentale concordă într-o măsură satisfăcătoare cu cele teoretice.

Pentru tema a II-a experimentală, listingerile obținute de la calculator se prezintă în anexele 11-15. Acestea cuprind legea de mișcare  $\theta_2(t)$  a elementului condus al variatorului, tabelată cu un pas al variabilei de 0,1 s, pentru cele cinci determinări experimentale. Tabelări s-au făcut pentru valori ale timpului cuprinse între zero și  $t^{\#}$ , adică pentru intervale de timp pe parcursul cărora au fost efectuate înregistrările experimentale respective. În baza acestor date, în figurile 5.14 - 5.18, au fost trasate legile de mișcare calculate teoretic cu expresia (4.39), corespunzătoare celor cinci regimuri de mișcare realizate experimental. Apoi, pe fiecare diagramă s-a reprezentat și legea de mișcare obținută prin prelucrarea înregistrării experimentale corespunzătoare, punându-se în evidență punctul final de coordonate  $E(t^{\#}, \theta_{2f})$ .

Rezultatele prelucrării înregistrărilor experimentale se prezintă în tabelul 5.8.

Tabelul 5.8

t [s]	$\theta_2$ - experim. [rad]				
	inreg.1	inreg.2	inreg.3	inreg.4	inreg.5
1	150,8	144,5	150,8	150,8	213,6
2	361,8	295,9	279,9	234,8	439,5
3	569,5	455,7	399,8	319,7	663,3
4	769,6	611,8	519,4	399,6	881,1
5	979,5	767,6	639,4	489,5	1086,0
6	1169,7	927,8	739,6	569,4	1298,8
7	1369,3	1079,7	849,4	655,3	1510,5

Tabelul 5.8 (continuare)

t [s]	$\theta_2$ -experim. [rad]				
	inreg.1	inreg.2	inreg.3	inreg.4	inreg.5
8	1549,4	1223,5	959,5	741,2	1700,3
9	1743,1	1367,6	1049,5	821,2	1888,1
10	1939,0	1519,4	1159,4	904,1	2077,9
11	2118,9	1655,6	1259,6	994,0	2260,7
12	2298,8	1799,5	1349,3	1083,9	2447,5
13	2478,9	1927,7	1439,1	1168,8	2621,4
14	2638,4	1687,6	1539,2	1253,7	2797,2
15	2798,6	2203,4	1619,3	1350,6	2970,0
16	2968,5	2331,4	1699,1	1438,6	3129,9
16,9	-	-	-	-	3298,7
17	3138,4	2459,5	1789,4	1532,5	
18	3268,6	2579,3	1869,1	1624,4	
19	3438,3	2719,4	1959,0	1728,3	
20	3578,2	2839,3	2043,8	1818,2	
21	3728,3	2959,5	2108,9	1908,1	
22	3872,1	3063,2	2188,7	2011,2	
23	4018,0	3167,2	2269,9	2107,9	
24	4167,8	3279,4	2348,8	2209,8	
25	4297,8	3383,1	2422,6	2322,7	
26	4437,6	3491,3	2488,7	2417,6	
26,2	-	-	-	2437,9	
27	4557,7	3599,1	2558,7		
28	4677,8	3687,2	2642,5		
29	4837,6	3799,0	2718,6		
30	4937,5	3879,2	2798,4		
31	5047,8	3979,0	2888,5		
32	5157,4	4059,3	2970,6		
33	5277,2	41310,0	3058,5		
34	5377,3	4218,9	3142,2		
35	5497,3	4298,8	3228,4		
36	5617,5	4390,9	3308,3		
36,1	-	-	3323,8		
37	5717,1	4478,7			
38	5847,1	4558,9			
39	5943,0	4658,6			
39,3	5975,3	-			
40		4726,8			
40,5		4750,1			

In toate diagramele, "punctul final experimental" E are o poziție destul de apropiată de curba legii de mișcare trasată teoretic.

Pentru compararea cantitativă a rezultatelor teoretice și experimentale s-a întocmit tabelul 5.9.

Tabelul 5.9

Nr. determ.	$\theta_{2f}$ -experim. [rad]	$\theta_{2f}$ -teoretic [rad]	$\epsilon$ [%]
1	5975,3093	6499,4023	8,07
2	4750,0882	5199,3826	8,64
3	3323,8051	3599,3730	7,65
4	2437,8759	2603,1013	6,35
5	3298,6723	3499,1580	5,73

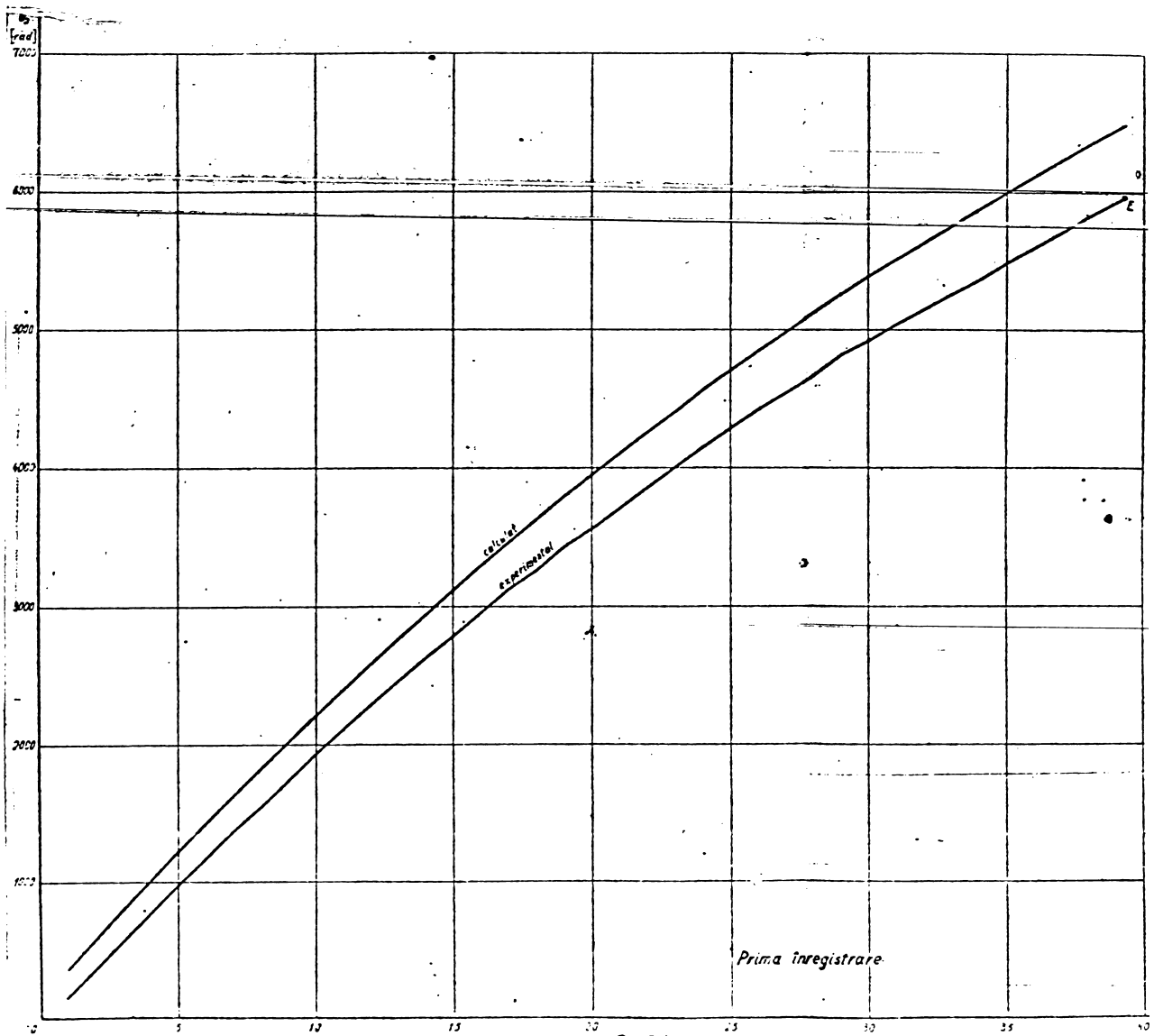
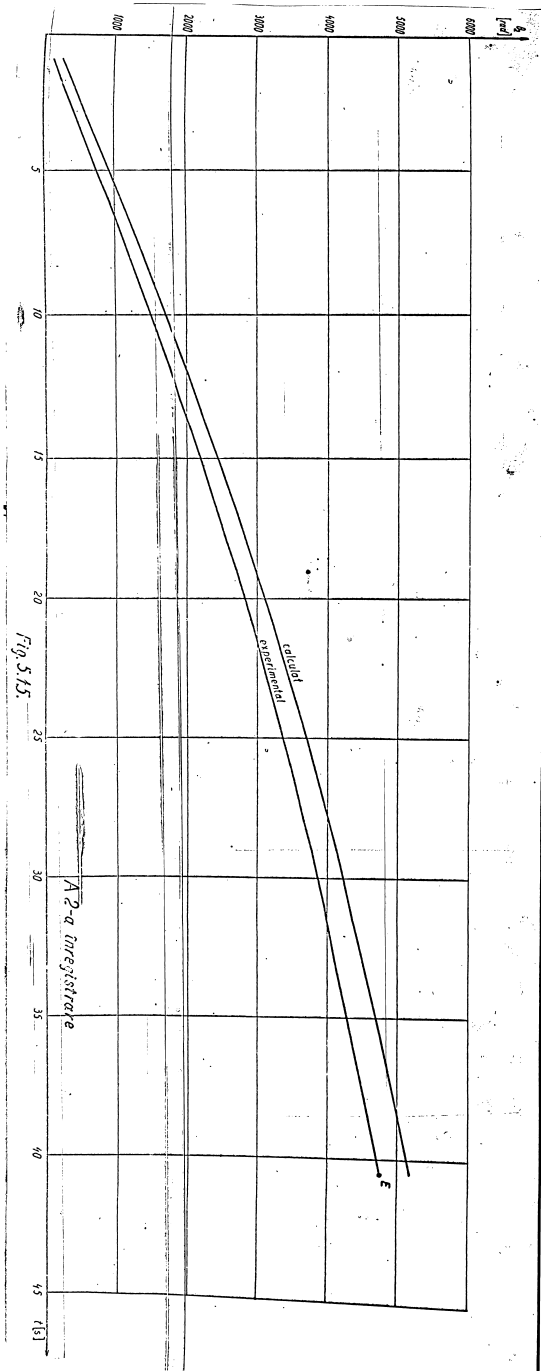
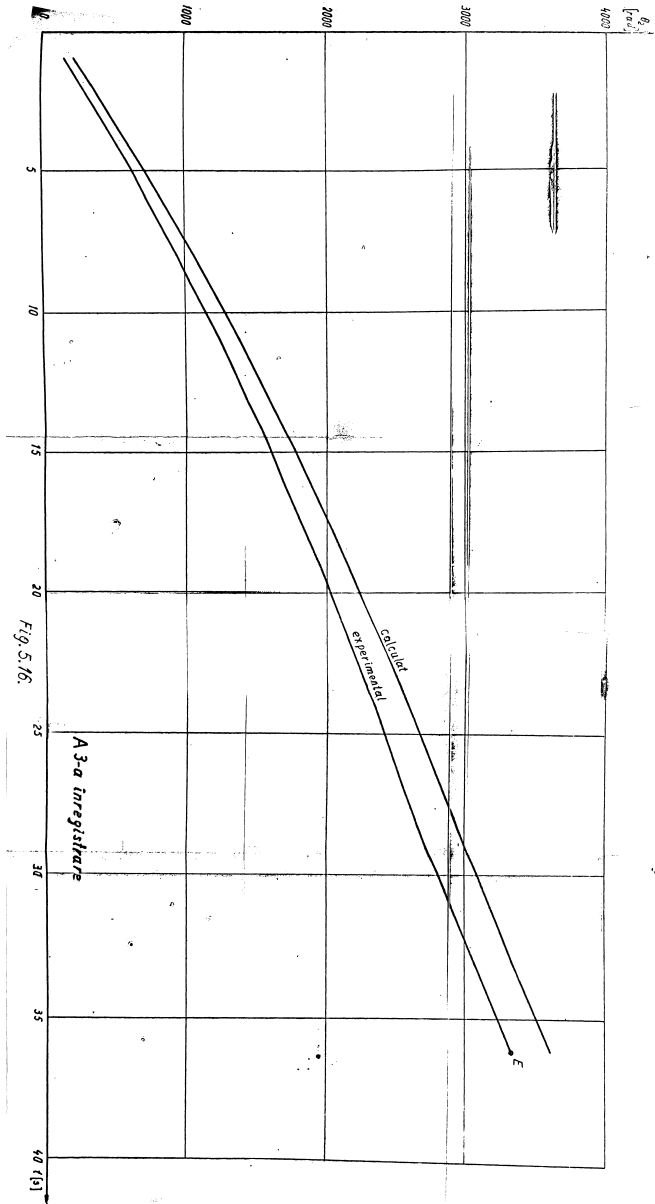


Fig. 5.14.





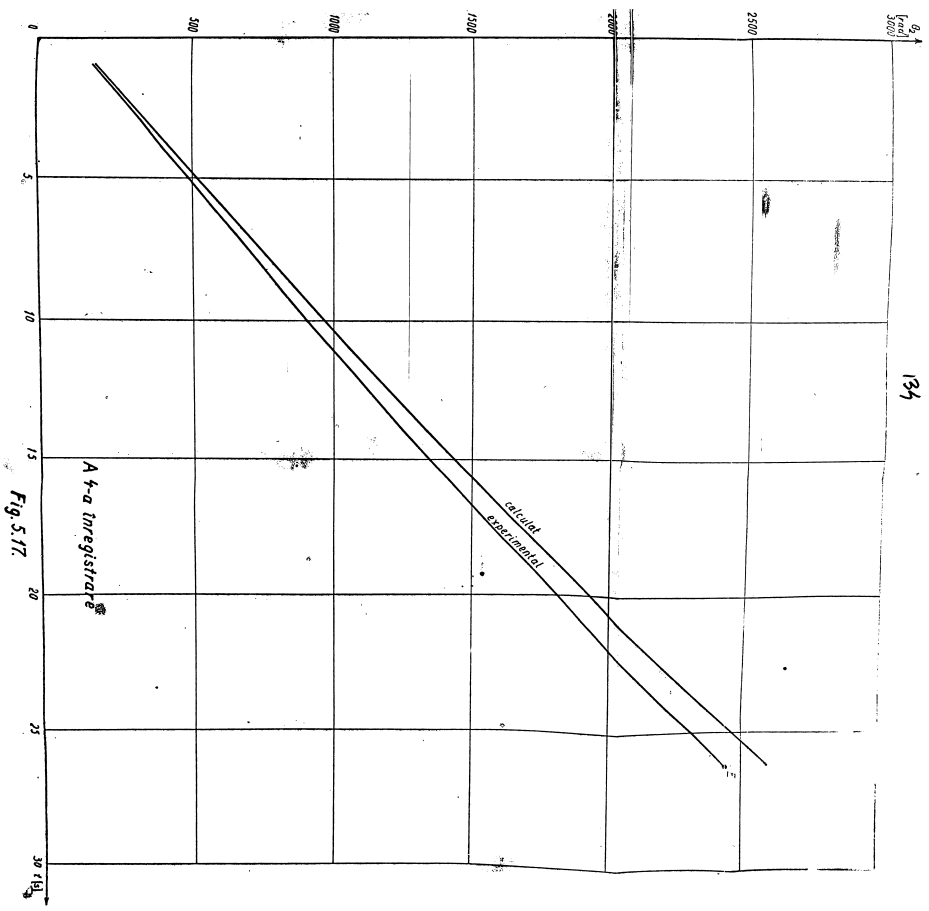


Fig. 5.17.

A-4-a Inregistrare

134

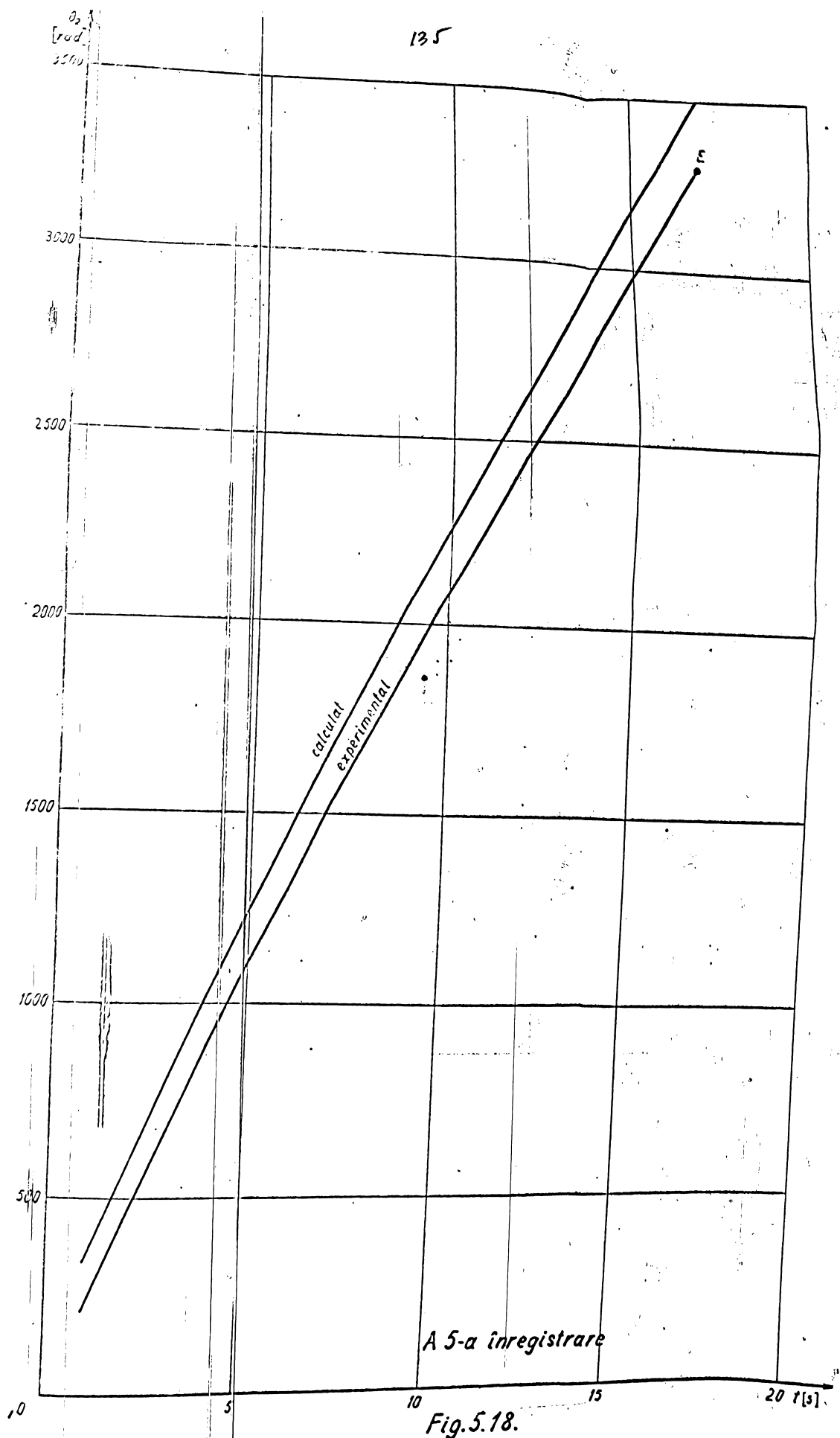


Fig. 5.18.

În coloana 1 a tabelului au fost trecute valorile finale ale unghiului  $\theta_2$  de rotație al arborelui condus al variatorului, determinate experimental (tabelul 5,5, coloana 10).

În coloana 2, sînt valorile calculate teoretic ale unghiului  $\theta_2$  final, care apar ca ultime valori în listingurile din anexele 11 - 15.

În coloana 3 s-a trecut eroarea relativă.

După cum se observă, și aici apar diferențe între rezultatele experimentale și cele teoretice. Sursa acestor diferențe este, desigur, cea semnalată la tema I experimentală și anume, faptul că variatorul hidraulic prezintă alunecări cinematice de care calculul teoretic nu poate ține seama.

Și de data aceasta, erorile au un caracter sistematic: toate valorile experimentale ale unghiului  $\theta_{2f}$  au rezultat mai mici decît cele teoretice (tabelul 5.9). Explicația acestui aspect provine tot de la alunecările cinematice din variatorul de turație; datorită acestora, s-a văzut că arborele condus al variatorului realizează o viteză unghiulară mai mică decît cea calculată teoretic astfel încît și unghiul  $\theta_{2f}$  parcurs la sfîrșitul unui interval de timp, rezultă mai mic decît cel determinat teoretic.

O deficiență a diagramelor din figurile 5.14 - 5.18 este faptul că din ele nu rezultă caracterul vibratoriu al legii de mișcare  $\theta_2(t)$ , așa cum a fost constatat în § 4.3 (fig.4.3). Explicația constă în aceea că "perioada" mișcării vibratorii este considerabil mai mare decît tot intervalul de timp pe care s-au făcut reprezentările grafice, astfel încît ceea ce apare în diagrame reprezintă numai o "semiperioadă" a mișcării sau chiar mai puțin. Excepție face diagrama din figura 5.18 corespunzătoare celei de a cincea determinări experimentale pe care se poate distinge circa o "perioadă" a mișcării. La această determinare experimentală, operatorul de la standul de probă al variatoarelor a realizat cea mai mare pantă a legii liniare de reglare a raportului de transmisie (tabelul 5.6, coloana 7) la care se mai putea conta pe o liniaritate satisfăcătoare a acestei legi. Prin urmare, pentru ca natura vibratorie a legii de mișcare să iasă bine în evidență pe diagramele mișcărilor, ar fi necesar fie ca reglarea raportului de transmisie să se facă extrem de rapid (ceea ce nu este posibil pe cale manuală cu asigurarea simultană a caracterului liniar al legii de reglare), fie ca determinările experimentale să se extindă pe durata mai multor minute. Reprezentările grafice sînt făcute pe intervale de timp egale cu duratele determinărilor experimentale, care, din motive constructive ale instalației experimentale, nu pot de-

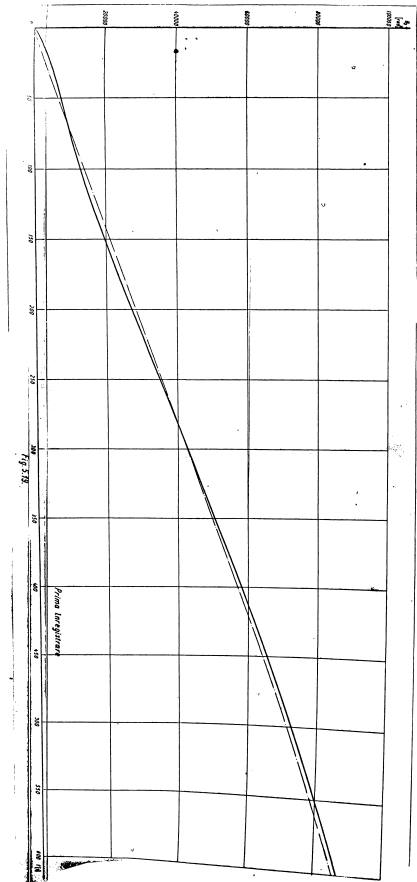


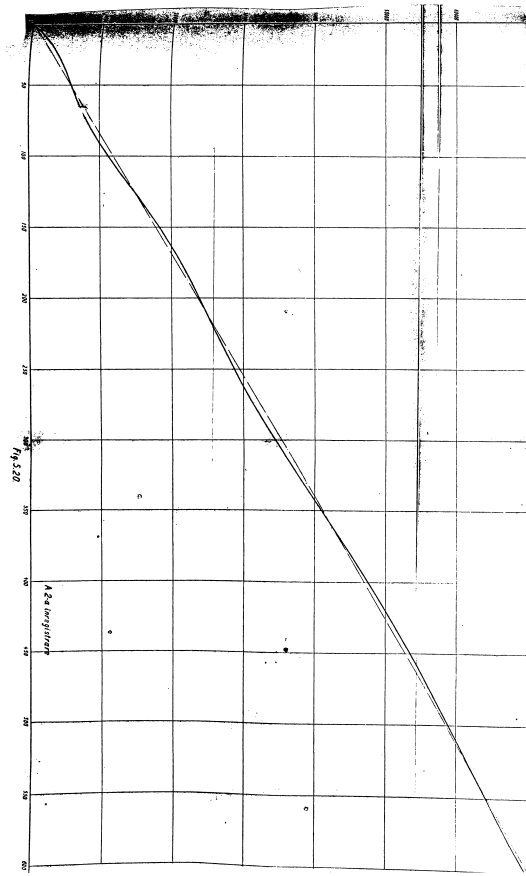
păși câteva zeci de secunde.

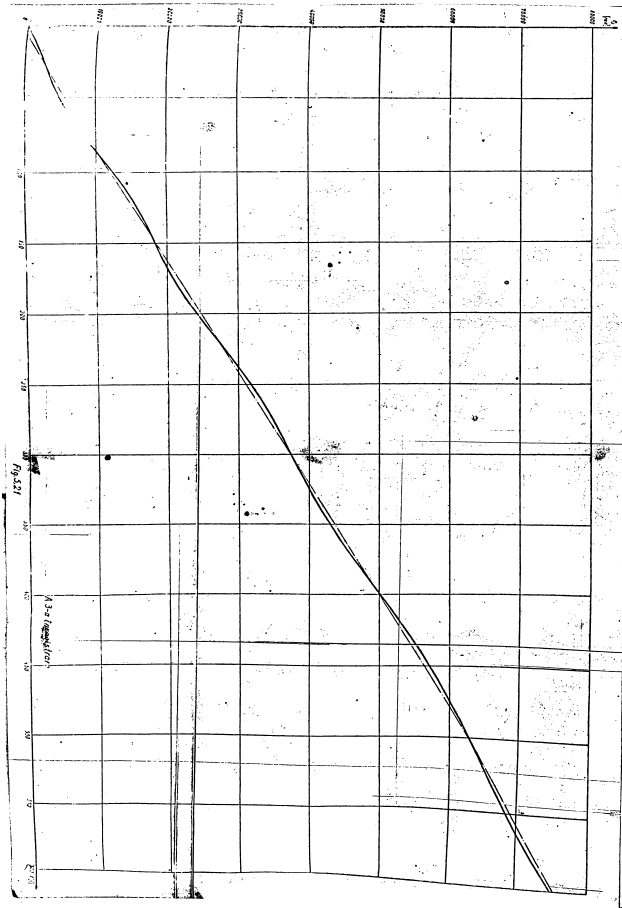
Pentru eliminarea acestei deficiențe, s-a recurs la reprezentarea grafică a legilor de mișcare  $\theta_2(t)$  pe parcursul unor intervale de timp de 10 minute, pentru toate determinările experimentale.

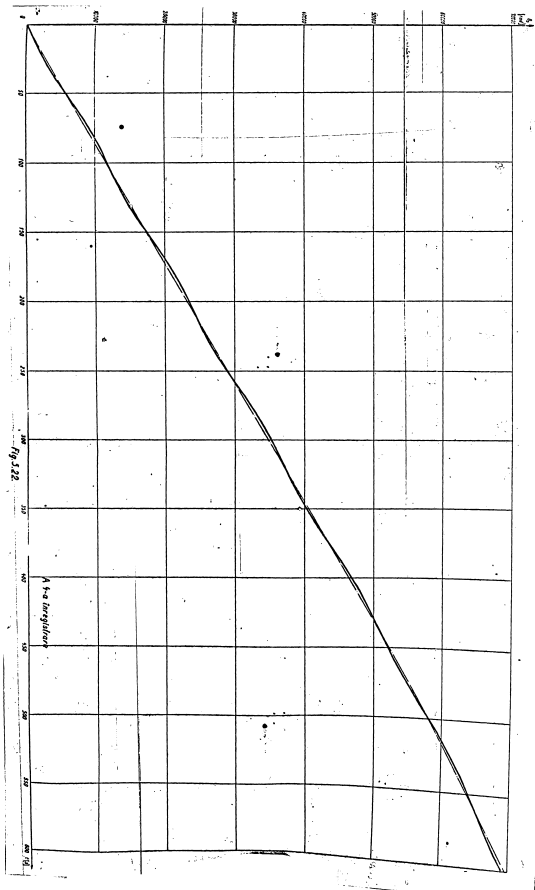
În acest scop au fost întocmite cinci noi programe FORTRAN obținute prin modificarea programelor din fig.5.13, astfel încât să se prelungească timpul de tabelare al funcțiilor  $\theta_2(t)$  până la 10 minute, cu majorarea corespunzătoare a pasului variabilei, de la 0,1 s la 1 s. Programele rezultate au aceeași structură ca și cele din fig.5.13, așa încât nu s-a considerat necesar să mai fie reproduse aici.

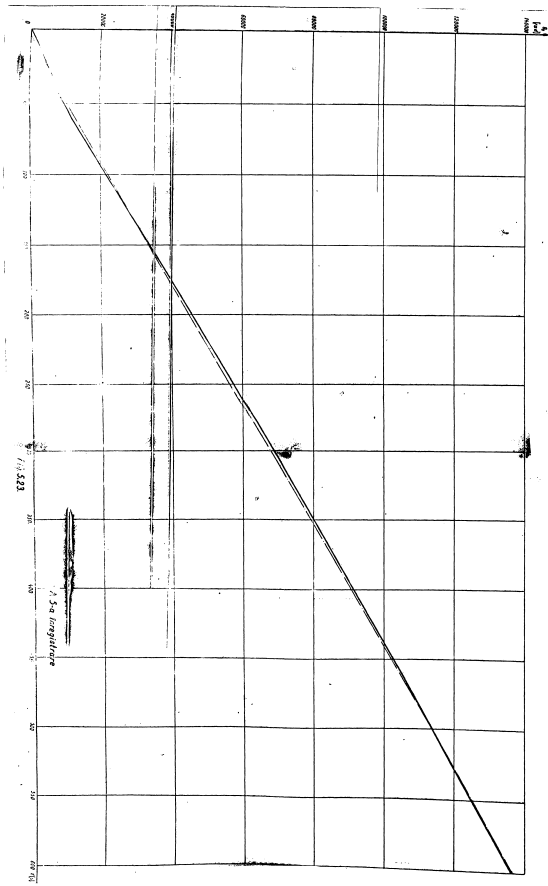
Listinguirile furnizate de calculator în urma rulării acestor programe sînt prezentate în anexele 16 - 20, iar reprezentările grafice corespunzătoare se află în figurile 5.19 - 5.23 . Din aceste figuri reiese clar caracterul vibratoriu al legii de mișcare  $\theta_2(t)$  a arborelui condus al variatorului, așa cum este definit de expresia (4.39). De asemenea, se mai observă faptul că, deși are amplitudine constantă, mișcarea nu este periodică, avînd o "perioadă" crescătoare în timp. Așa dar, mișcarea arborelui condus al variatorului se prezintă ca o vibrație modulată în frecvență după o lege complexă [ expresia (4.39) ] .











## CAP.6. C O N C L U Z I I

După cum s-a subliniat în capitolul introductiv, documentele programatice ale Partidului Comunist Român pun în fața cercetării științifice, a ingineriei tehnologice, sarcini de foarte mare importanță pentru progresul tehnico-științific în deceniul 1981-1990. De aceea, în încheiere se vor prezenta în mod sintetic problemele cele mai esențiale care au fost formulate în cadrul tezei și prin a căror soluționare s-au adus contribuții la studiul dinamicii agregatelor de mașini.

1. În § 2.1 s-a abordat problema deosebit de importantă și totodată foarte controversată în literatura de specialitate, a alegerii caracteristicii mecanice a motorului electric de acționare. În orice studiu al dinamicii unui agregat de mașini, motorul electric trebuie luat în considerare prin intermediul caracteristicii lui mecanice. Așa cum s-a arătat în paragraful respectiv, exprimarea caracteristicii mecanice a motorului se poate face însă în moduri diverse, mai mult sau mai puțin precise. Totuși, în lucrările de specialitate se disting trei orientări mai importante în această privință: a) motorul electric se consideră ca o sursă ideală de energie, adică dispune de putere infinită și poate furniza un moment motor constant, indiferent de fenomenele dinamice care au loc în agregatul de mașini; b) pentru descrierea comportării motorului electric, se folosește caracteristica mecanică statică, denumită "statică" întrucât nu cuprinde influența proceselor electromagnetice tranzitorii din motor; c) se folosește caracteristica mecanică "dinamică" a motorului electric care exprimă și fenomenele electromagnetice tranzitorii din motor. Desigur că cea de a treia modalitate de considerare a motorului electric este cea mai completă, dar comportă și cele mai mari dificultăți de calcul. Totuși, nu trebuie avansată ideea că un studiu corect al dinamicii unui agregat de mașini se poate face numai prin considerarea caracteristicii mecanice dinamice a motorului; de la caz la caz, se pot obține re-

sultate foarte bune și cu primele două maniere de a exprima proprietățile motorului. În această situație se pune problema de a alege în fiecare caz acel tip de caracteristică mecanică a motorului, care să conducă la rezultate corecte pentru studiul întreprins. Contribuția originală adusă în teză constă în sesizarea acestei probleme și rezolvarea ei completă; așa cum s-a văzut în § 2.1, au fost delimitate domeniile de aplicabilitate ale fiecărui tip de caracteristică mecanică și totodată, au fost evaluate și erorile care apar prin folosirea altor caracteristici mecanice decât cea dinamică. La soluționarea problemei s-a folosit coeficientul de dinamicitate al mișcării, acesta caracterizând în modul cel mai complet comportarea dinamică a agregatului, deoarece în expresia lui intervin absolut toți parametrii, atât mecanici cât și electrici, ai agregatului de mașini.

2. În § 2.2 se deduce o nouă formulă pentru determinarea accelerației unghiulare maxime a unui agregat de mașini aflat în mișcare staționară și, în baza ei, o nouă formulă pentru coeficientul de dinamicitate al mișcării agregatului.

Ambele formule sînt aproximative însă au calitatea de a fi foarte simple și prin aceasta, devin utile în calculele ingineresti de proiectare preliminară a elementelor agregatelor de mașini. Ceea ce este interesant de remarcat este faptul că formula pentru accelerația unghiulară maximă atrage atenția că accelerația unghiulară maximă și deci și cuplul inerțial maxim din agregat sînt proporționale cu pătratul vitezei unghiulare medii a agregatului. O astfel de dependență a solicitărilor de natură inerțială de pătratul vitezei unghiulare trebuie cu atât mai mult avută în vedere la proiectarea elementelor agregatelor de mașini moderne care funcționează cu viteze tot mai mari.

3. În § 2.3 se elaborează o metodă originală de integrare grafe-numerică a ecuației de mișcare, pentru o clasă foarte largă de agregate de mașini, la care motorul de acționare este de tip asincron, iar mașina de lucru funcționează după o diagramă de sarcină periodică în raport cu unghiul de rotație al agregatului. Concret, metoda este aplicabilă la următoarele tipuri de agregate de mașini industriale: toate mașinile industriale cu transmisie prin manivele, masele vibrante, dispozitivele de întoarcere a profilelor la laminare, ghilotinele și fcarfecile industriale, instalațiile de basculare, melanjoarele, cuptoarele Martin basculante, mașinile de îndoit table și profile laminate, presele cu excentric, mașinile de forjat, pompele cu pis-



ton, compresoarele cu piston, elevatoarele miniere la care greutatea cablului suspendat nu este contraechilibrată, elevatoarele miniere (mașinile de extracție) cu tamburul de înfășurare a cablului de diametru de înfășurare variabil, excavatoarele cu acționare electrică, pompele de extracție petrolifere cu balansier. Caracterul grafic al metodei provine de la împărțirea perioadei diagramei de sarcină în subintervale egale, iar cel numeric constă în deducerea unei formule de recurență care permite calculul vitezei unghiulare de la sfârșitul unui subinterval cu ajutorul vitezei unghiulare de la sfârșitul subintervalului precedent.

4. În § 2.4, pentru agregatele de mașini acționate cumotoare electrice de curent continuu cu excitație independentă - tipul de motor de curent continuu cel mai utilizat - se abordează problema considerării sau neglijării fenomenelor electromagnetice tranzitorii din motorul electric. În lucrările de specialitate, se constată că fiecare autor, în funcție de profunzimea studiului efectuat, se situează pe una din pozițiile de a lua în considerare sau de a neglija aceste fenomene. Problema considerării sau neglijării proceselor electromagnetice tranzitorii din motor este o "dilemă" nerezolvată în literatura de specialitate și are implicații importante deoarece, în unele cazuri, considerarea acestor procese se dovedește a fi inutilă și aduce cu sine numai complicarea considerabilă a calculelor, iar în alte cazuri, neglijarea acestor procese conduce la rezultate foarte depărtate de fenomenele reale ce au loc în agregatul de mașini. Contribuția originală care se aduce în teză constă și de data aceasta în sesizarea problemei și în rezolvarea ei pînă la capăt, prin elaborarea unui criteriu care în lucrare a fost denumit criteriul " $\alpha$ ", în baza căruia se poate stabili cu certitudine necesitatea considerării sau neglijării fenomenelor electromagnetice din motorul electric. La stabilirea criteriului s-a pornit atît de la ecuația de mișcare a agregatului cît și de la ecuația proceselor electromagnetice din motorul electric; ambele ecuații diferențiale fiind liniare, au fost abordate cu metoda operațională. Aplicarea criteriului " $\alpha$ " este posibilă deoarece criteriul se prezintă atît sub formă analitică cît și grafică.

Criteriul este aplicabil următoarelor agregate de mașini industriale care se încadrează în ipotezele în care a fost stabilit: instalațiile de acționare electrică principale ale laminoarelor ,

vehiculele cu tracțiune electrică, mașinile de rectificat, defibratoarele din industria hârtiei, mașinile de bregat, instalațiile de foraj rotative, morile cu bile, mașinile de șeruit din industria pielăriei, malaxoarele, mașinile de dărăcit din industria textilă.

5. Paragraful 2.5 tratează dinamica unui agregat de mașini cu cuplă elastică. Aspectele mai deosebite ale acestei probleme provin din prezența între motorul electric și mașina de lucru a unei cuple care prezintă atât proprietăți de amortizare de natură viscoasă, cât mai ales, proprietăți elastice neliniare. De asemenea și aproximarea caracteristicii mecanice a motorului electric printr-un arc de parabolă dă un caracter aparte problemei. Pentru integrarea ecuațiilor diferențiale destul de dificile la care s-a ajuns, s-a aplicat metoda variației constantelor, combinată cu metoda aproximațiilor succesive.

6. În capitolul 3 consacrat dinamicii agregatelor de mașini cu volantă se elaborează cinci metode analitice sau grafo-analitice de determinare a momentului de inerție al volantului, în cinci situații diferite prin tipul motorului electric de acționare, tipul transmisiei dintre motor și mașina de lucru, aspectul diagramei de sarcină a mașinii de lucru, gradul de neuniformitate al mișcării, faptul că momentul de inerție redus al agregatului este constant sau variabil. Dintre aceste metode se remarcă cea prezentată în § 3.4, elaborată pentru cazul unui agregat de mașini cu masa redusă variabilă și anume, funcție de poziția agregatului; este o metodă grafo-analitică, obținută prin sinteza a două metode clasice de calcul a volantului elaborate de I.I. Artobolevskij și anume metoda diagramei energie cinetică - masă redusă și metoda forței excedentare. Ambele aceste metode de calcul al volantului sînt metode grafo-analitice. De la metoda diagramei energetice s-au împrumutat unele elemente de calcul analitic, iar de la metoda forței excedentare s-a luat procedeul grafic. Contribuția adusă în acest paragraf este elaborarea, pe această cale, a unei metode complete de calcul a volantului. Formula finală (3.65) la care se ajunge, prin neglijarea termenului al doilea din ea, își găsește confirmarea în formula (3.68), cunoscută în Teoria mecanismelor. De asemenea, o altă contribuție originală în acest paragraf este construirea și aplicarea curbei lucrului mecanic excedentar ( $L_m - L_r$ ) ca funcție de poziția  $s$  (fig. 3.17c). Se remarcă, de asemenea și metoda din § 3.5, referitoare tot la

un agregat de mașini cu moment de inerție redus variabil, la care pe lângă determinarea momentului de inerție al volantului se procedează și la alegerea puterii motorului electric de acționare.

7. Capitolul 4 tratează probleme ale agregatelor de mașini cu variator de turație. Așa cum s-a arătat, studiul dinamicii acestui tip de agregate de mașini întâmpină importante dificultăți datorită prezenței variatorului, care prin raportul său de transmisie funcționează de timp, constituie o legătură neolonomă.

O contribuție deosebită<sup>se</sup> aduce<sup>în</sup> § 4.3 în care, în anumite condiții, se pune în evidență comportarea variatorului ca un sistem de urmărire automată în cadrul agregatului de mașini. Pentru a se ajunge la acest rezultat se integrează analitic exact ecuația diferențială a mișcării agregatului de mașini cu variator în condițiile precizate la paragraful respectiv și, în soluția găsită, se pun în evidență elementele specifice ale variatorului ca sistem de urmărire automată și anume, funcția de transfer, eroarea statică și eroarea dinamică.

8. Dintre contribuțiile aduse din punct de vedere experimental, în capitolul 5 se remarcă realizarea unor scheme de aparate care au permis măsurarea și înregistrarea parametrilor unor regimuri complexe de mișcare create pe o instalație industrială, care din punct de vedere al dinamicii mașinilor, este un agregat de mașini cu variator de turație. De asemenea, au fost concepute schemele logice și programele FORTRAN cu care au fost prelucrate pe calculatorul electronic datele experimentale.

**BIBLIOGRAFIE**

1. Nicolae Ceaușescu, Revoluția tehnico-stiințifică și progresul tehnic, Editura politică, București, 1980.
2. x x x Programul-directivă de cercetare științifică, dezvoltare tehnologică și de introducere a progresului tehnic în perioada 1981-1990 și direcțiile principale până în anul 2000, București, Editura politică, 1980.
3. Abramov, B.M., Približenij metod issledovanija dviženija mehanizmov s učetom sil trenija. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Masin i Mechanizmov, 1949, Vypusk 22.
4. Abramov, B.M., Dinamičeskoe issledovanie mehanizmov. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mechanizmov, 1951, Vypusk 41.
5. Agranovskaja, E.A., Blehman, I.I., Ob ocenke rezonansnyh amplitud kolebanij pri vybege sistem so mnogimi stepenjami svobody. Dinamika mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1969, p.7-10.
6. Arhangelskij, G.V., K dinamike avtomatičeskoj inercionnoj pere-  
dači. Mašinovedenie, 1972, No.1, p.45-50.
7. Aizerman, M.A., Introducere în dinamica reglării automate a mo-  
toarelor. I.D.T., București, 1958.
8. Aizerman, M.A., Absoljutnaja ustojčivost' reguliruemyh sistem.  
Izdatel'stvo Akademij Nauk SSSR, Moskva, 1963.
9. Aizerman, M.A., Teorija avtomatičeskogo regulirovanija. Izdatel'  
stvo "Nauka", Moskva, 1966.
10. Akimenko, A.P., Golubencev, A.N., O dinamike zamknutnyh sistem.  
Teorija Mechanizmov i Mašin, 1971, Vypusk 10,  
p.47-51.
11. Altšul', B.A., O vzajmodejstvii kolebatelnoj sistemy s istočnikom energii pri naličii vnutrennego trenija. Trudy Moskovskogo Instituta Inženierov Želez-  
nodorožnogo Transporta, Voprosy Prikladnoj  
Mehaniki, 1967, Vypusk 236, p.103-106.

12. Andreev, V.P., Sabinin, Ju.A., Osnovy elektroprivoda. Gosenergoizdat, Moskva, Leningrad, 1963.
13. Andruševič, Ju.M., Dinamika razgona v stankah s pazdel'nym privodom. Izvestija Vyssik Učebnih Zavedenij, Mašinstroenie, 1961, No.3.
14. Angot, A., Elemente de matematici. Editura Tehnică, București, 1966.
15. Antovil', A.M., Ob učete poter' na trenie pri privedenij mass i sil. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1952, Tom 67.
16. Artobolevskij, I.I., O nekotoryh formah uravnenij dviženija mašinogo agregata. Doklady Akademij Nauk SSSR, 1951, Tom LXXVII, No.6.
17. Artobolevskij, I.I., Ob ustojčivosti režima ustanovivšegosja dviženija mašin. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1952, Tom LXXVII, No.1.
18. Artobolevskij, I.I., K voprosu o režime dviženija mašiny. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, 1952, No.12.
19. Artobolevskij, I.I., Dinamičeskij koeficient neravnomernosti hoda mašiny. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1952, Tom LXXVII, No.3, p.349-352.
20. Artobolevskij, I.I., Teoria mecanismelor și a meșinilor. Editura Tehnică, București, 1955.
21. Artobolevskij, I.I., Osnovnye problemy sovremennoj dinamiki mašina. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1961, Vypusk 83-84.
22. Artobolevskij, I.I., Teoriya mehanizmov. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1967.
23. Artobolevskij, I.I., Abramov, B.M., K zadače o dviženii mašina pod dejstviem zadannyh sil. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, 1948, No.10.
24. Artobolevskij, I.I., Bessonov, A.I., Ob uravnenija dviženija ploskogo mehanizma s peremennoj massoj. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinstroenie, 1962, No.2, p.92-95.
25. Artobolevskij, I.I., Loščinin, V.S., Karakterističeskij kriterij asimptotičeski ustojčivogo predel'nogo režima dviženija mašinogo agregata. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1969, Tom 186, No.2, p.279-282.
26. Artobolevskij, I.I., Loščinin, V.S., Iteracionnyj process dlja

- vyčíslenia charakterističeskogo kriterija periodičeskogo predel'nogo režima dvíženija mašinnogo agregata. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1969, Tom 186, No.2; p.529-532.
27. Artobolevskij, I.I., Loscinin, V.S., Novyj metod vyčíslenia i issledovanija uglovogo uskorenija svena privedenija mašinnogo agregata. Mašinovedenie, 1972, No.6, p.6-10.
28. Artobolevskij, I.I., Zinov'ev, V.A., Umnov, N.V., Uravnenija dvíženija mašinnogo agregata s variatorom. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1967, Tom 173, No.5, p.1017-1020.
29. Artobolevskij, I.I., Zinov'ev, V.A., Umnov, N.V., Sintez mehaničeskoi sistemy s variatorom po zadannomu dvíženiju odnogo iz zven'ev. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1967, Tom 174, No.3, p.531-533.
30. Artobolevskij, I.I., Zinov'ev, V.A., Umnov, N.V., Nekotorye zadaci sinteza mehaničeskikh sistem s variatorom. Mehanika Mašin, 1969, Vypusk 19-20, p.54-61.
31. Artobolevskij, I.I., Zinov'ev, V.A., Umnov, N.V., Dinamika mehaničeskoi sistemy s variatorom. Dinamika mašin, Teorija mašin i mehanizmov, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Mašinstroenie", Moskva, 1969, p.17-24.
32. Babakov, I.M., Teorija kolebanij. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1968.
33. Babicki, V.I., Borovkov, B.A., Inercionnoe vozbuždenie vibrou - dannyh režimov s učetom ogranichennoj moščnosti privoda. Masinovedenie, 1977, No.2, p.18-22.
34. Bakšis, A.K., Ragul'skis, K.M., K sintezu peredatočnyh mehanizmov, optimal'nyh po bystrodejstvu. Sovremennye problemy teorii mašin i mehanizmov, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1965, p.264-269.
35. Balasubramanian, R., Prediction of Jump Resonance in Systems Containing Certain Multidimensional Nonlinearities. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. Electronics, Power, Control and Science, 1968, Vol.115, No.9, p.1369-1372.

36. Bapat, P.N., Frequency Response of Induction Motors under Forced Oscillations. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. Electronics, Power, Control and Science, 1970, Vol.117, No.3, p.561-566.
37. Baranov, G.G., K voprosu o privedenii mass i sil s učetom' poter' na trenie. Trudy Instituta Masinovedeniya, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov , 1951, Tom XII, Vypusk 47, p.46-51.
38. Barnacle, H.E., Walker, G.E., Mechanics of Machines, Vol.1, Vol. 2. Pergamon Press, Oxford, London, Edinburg, New York, Paris, Frankfurt, 1965.
39. Barzukov, O.P., Bigarmoničeskie kolebanija linejnoy sistemy, obuslovlennyye vraščeniem neuravnovešennogo rotora. Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Mehanika Tverdogo Tela, 1974, No.4, p.27-34.
40. Bašta, J., A New Method of "Unequal Areas" for Determination of Dinamic Stability in an Energetic Sistem. Acta Technica CSAV , 1969, No.3, p.283-294.
41. Bat', M.I., Ob ustanovivšemsya režime raboty monogozvennogo mehanizma pri silah, zavisjaščih ot skorosti i položenija zvena privedeniya. Trudy Instituta Mašinovedeniya, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1950, Tom IX, Vypusk 34, p. 53-66.
42. Bat', M.I., Uravnenija dvizenija ploskogo steržnevoogo mehanizma s uprugim promežutočnym zvenom. Trudy Instituta Mašinovedeniya, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1952, Vypusk 44.
43. Bat', M.I., K voprosu o rasčeta mahovika. Trudy Instituta Mašinovedeniya , Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1945, Tom XIV, Vypusk 55, p.5-19.
44. Beck, C.D., Rhudy, R.G., Plugging an Induction Motor. IEEE Transactions on Industry and General Applications, 1970, Vol. IGA-6, No.1, p.10-18.
45. Bellman, R., Perturbation Methods Applied to Nonlinear Dynamics. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics, 1955, Vol.22, No.4, p.500-502.
46. Bellman, R., Dinamičeskoe programmirovanie. Izdatel'stvo Inostrannoj Literatury, Moskva, 1960.



47. Bellman, R.E., Dreyfus, S.E., Programarea dinamică aplicată. Editura Tehnică, București, 1967.
48. Bessonov, A.P., K obščemu issledovaniju uravnenija dviženija mašinnogo agregata. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1958, Tom XVIII, Vypusk 7o, p.68-86.
49. Bessonov, A.P., Issledovanie dviženija vibromehanizma so slaboj pružinoj kak sistemy s dvumja stepenjami svobody. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1958, Vypusk 69.
50. Bessonov, A.P., Metody fazovej ploskosti i issledovanie dviženija mašin. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1962, Vypusk 89-9o.
51. Bessonov, A.P., Uravnenie dviženija ploskogo mehanizma s peremennoj massoj v forme energij. Teorija Mašin i Mehanizmov, 1962, Vypusk 92-93.
52. Bessonov, A.P., O ravnovesii mehanizmov s peremennoj massoj zven'ev. Sovremennye problemy teorii mašin i mehanizmov, Sbornik statej', Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1965, p.234-239.
53. Bessonov, A.P., Osnovy dinamiki mehanizmov s peremennoj massoj zven'ev. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1967.
54. Birger, H.M., Nekotorye matematičeskie metody rešenija inženernyh zadači. Oborongiz, Moskva, 1956.
55. Bishop, R.E., Johnson, D.C., The Mechanics of Vibrations. University Press, Cambridge, 196o.
56. Blehman, I.I., Samosinhronizacija vibratorov nekotoryh vibracionnyh mašin. Inženernyj Sbornik, 1953, Tom XVI, p. 49-72.
57. Blehman, I.I., Vrašćenie neuravnovešennogo rotora, obuslavlennogo garmoničeskimi kolebanijami ego sil. Izvestija Akademii Nauk, SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, 1954, No.8.
58. Blehman, I.I., Ob ustojčivosti periodyčeskikh rešenij kvazilinejnyh avtonomnyh sistem so mnogimi stepenjami svobody. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1957, Tom 112, No.2, p.183-186.
59. Blehman, I.I., O samosinhronizacii mehaničeskikh vibratorov. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, 1958, No.6.



60. Blehman, I.I., Dinamika privoda vibracionnyh mašin so mnogimi sinhronymi vibratorami. Izvestia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, 1960, No.1.
61. Blehman, I.I., Sinhnonizacia dinamičeskikh sistem. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1971.
62. Bobrov, V.I., O modelirovanii real'nyh éksploatacionnyh režimov pri ispytanii mehanizmov zamknutym sposobom. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1966, Vypusk 2, p.120-127.
63. Bogdanov, N.I., Lomakin, V.P., K sintezu élektromehaničeskikh sistem s zadannym koeficientom dinamičnosti. Izvestija Vysshih Učebnih Zavedenij, Élektromehaniika, 1969, No.6, p.655-659.
64. Bogoljubov, N.N., Mitropolskij, Ju, A., Asimptotičeskie metody v teorii nelinejnyh kolebanij. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1974.
65. Bol'shakov, V.I., O matematičeskom opisani i nekotoryh osobennostjakh raboty zamknutnyh mehaničeskikh sistem. Trudy Dnepropetrovskogo Instituta Černoj Metalurgii, Dinamika Metallurgičeskikh Mašin, 1969, t.XXXI, p.13-17.
66. Bol'shakov, V.I., Vzaïmódejstvie parcial'nyh sistem s uprugimi svjazjami pri kolebanijah i osčeta stepeni ih svjazannosti. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1969, Vypusk 7, p.66-69.
67. Bosenko, N.K., Oparin, V.N., Hrisanov, V.I., Perehodnye processy v élektromehaničeskoj sisteme s asinhronnym dvigatelem s fazovym rotorom. Dinamika krupnyh mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Moskva, 1969, p.113-118.
68. Boțan, N.V., Cum se aleg motoarele electrice ale mecanismelor industriale. Editura Tehnică, București, 1963.
69. Boțan, N.V., Bazele calculului acțiunilor electrice. Editura Tehnică, București, 1970.
70. Boțan, N.V., Alegerea motoarelor electrice pentru acțiunarea mecanismelor și mașinilor industriale. Editura Tehnică, București, 1972.
71. Boțan, N.V., Reglarea vitezei sistemelor de acțiunare electrică. Editura Tehnică, București, 1974.
72. Boțan, N.V., Comanda sistemelor de acțiunare electrică. Edi-

- tura Tehnică, București, 1977.
73. Boțan, N.V., Coman, L.S.L., Acționarea electrică a macaralelor și podurilor rulante. Editura Tehnică, București, 1968.
  74. Boțan, N.V., Saal, C., Acționarea electrică a mecanismelor cu volant. Editura Tehnică, București, 1967.
  75. Brașovan, M., Contribuțiuni cu privire la dimensionarea motorului de acționare și a volantului la instalații care produc încărcări sub formă de șocuri repetate. Dizertație, Timișoara, 1961.
  76. Brașovan, M., Seracin, E., Metode noi de proiectare a acționărilor electrice. Editura Academiei, București, 1968.
  77. Brașovan, M., Seracin, E., Bogoevici, N., Acționări electrice. Probleme și aplicații industriale. Editura Tehnică, București, 1963.
  78. Bugajewski, E., Asupra determinării momentului redus. Studii și Cercetări de Mecanică Aplicată, 1961, N.1.
  79. Busnev, L.P., Rusihin, V.I., Dinamika centrobežnogo tolkatel'ja. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinstroenie, 1967, No.2, p.8-11.
  80. Busdugan, Gh., Măsurarea vibrațiilor mecanice. Editura Tehnică, București, 1964.
  81. Byhovskij, M.L., K voprosu o dinamike mašin s elektropriivodom. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1958, Tom XVIII, Vypusk 71, p.43-59.
  82. Čehnovič, L.I., Neustonovisiesja dinamičeskie processy v mehaničeskoj sisteme s elektriceskim privodom. Voprosy Teorii i Rasčeta Podemno-Transportnyh Mašin, 1957, Kniga 43, p.75-83.
  83. Čehnovič, L.I., Vynuždennye krutil'nye kolebanija v mašinnom agregate s elektriceskim privodom. Trudy tret'ego soveščeniija po osnovnym problemam teorii mašin i mehanizmov, Dinamika mašin, Mašgiz, Moskva, 1963, p.38-47.
  84. Čemus, I., Hamata, V., The Pulsating Torque Influence on the Pulling-into-step Transient Stability Limits of Synchronous Motor. Acta Technica CSAV, 1969, No.4, p.419-444.
  85. Čemus, J., Hamata, V., The Pulsating Torque Influence on the

Pulling-into-step Transient Stability Limits of Synchronous Motor. Acta Technica ČSAV, 1969, No.5, p.588-609.

86. Černjavskaĵa, A.V., K dinamike razgona mašinoogo agregata s variatorom. Mašinovedenie, 1972, No.4, p.19-23.
87. Chiriac, A., Asupra ecuației de mișcare a unui agregat de mașini cu variator. Comunicările conferinței "Vibrații în construcția de mașini", vol.I, Timișoara, 1957, p.87-92.
88. Chiriac, A., O evaluare a coeficientului de dinamicitate a funcționării unui agregat de mașini. Comunicările Conferinței "Vibrații în construcția de mașini", vol.III, Timișoara, 1975, p.659-662.
89. Chiriac, A., Un criteriu al legăturii dintre procesele mecanice și electrice dintr-un agregat de mașini. Lucrările simpozionului de mecanisme și transmisii mecanice, Vol.2, Reșița, 1976, p.512-516.
90. Chiriac, A., Le choix de la caractéristique mécanique du moteur pour l'étude de la dynamique d'un agrégat. Bul.Șt. și Tehnic al Instit. polit. Timișoara, seria Matematică-Fizică-Mecanică, 1977, Tom 22(36), Fasc.2, p.380-382.
91. Chiriac, A., Influența caracteristicii mecanice a motorului asupra preciziei studiului dinamicii unui agregat. Lucrările tehnico-științifice ale sesiunii de comunicări "Cîntarea României", volumul Vibrații mecanice, Timișoara, 1977, p.195-201.
92. Chiriac, A., Comportarea variatorului ca un sistem de urmărire automată într-un agregat de mașini. Lucrările tehnico-științifice ale sesiunii de comunicări "Cîntarea României", volumul Mecanisme, organe de mașini și material rulant, Timișoara, 1977, p.45-49.
93. Chiriac, A., Determinarea momentului de inerție al volantului unui agregat de mașini în cazul unui moment rezistent funcție periodică de poziție. Lucrările Conferinței "Vibrații în construcția de mașini", Vol.I, Timișoara, 1978, p.181-188.
94. Chiriac, A., O metodă aproximativă grafo-numerică de rezolvare a ecuației de mișcare a unui agregat de mașini. Lucrările Conferinței "Vibrații în construcția de mașini", vol.I, Timișoara, 1978, p.189-193.

95. Chiriac, A., Determinarea legii de reglare a raportului de transmisie al variatorului într-un agregat de mașini, în cazul unei diagrame de sarcină liniare. Lucrările Conferinței "Vibrații în construcția de mașini", vol.II, Timișoara, 1980, p.
96. Chiriac, A., Determinarea randamentului mecanic al transmisiilor din unele tipuri de agregate de mașini cu volant. Lucrările Conferinței "Vibrații în construcția de mașini", vol.II, Timișoara, 1980, p.
97. Chiriac, A., Groșanu, I., Așupra regimurilor staționare din vecinătatea rezonanței ale unui agregat de mașini cu mecanism bielă-manivelă. Comunicările Conferinței "Vibrații în construcția de mașini", vol.I, Timișoara, 1975, p.93-98.
98. Crandall, S.H., Dynamics of Mechanical and Electromechanical Systems. Mc. Graw Hill Book Company, New York, St. Louis, San Francisco, Toronto, London, Sydney, 1968.
99. Cunningham, W.J., Analyse non linéaire. Dunod, Paris, 1963.
100. Dăncea, I., Programarea calculatoarelor numerice pentru rezolvarea problemelor cu caracter tehnic și de cercetare științifică. Editura Dacia, Cluj, 1973.
101. Davydov, B.L., Skorodumov, B.A., Statika i dinamika mašin v tipičnyh režimah ekspluatacii. Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Moskva, 1967.
102. Denman, H.H., An Approximate Equivalent Linearisation Technique for Nonlinear Oscillations. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Series E, Journal of Applied Mechanics, 1969, vol.36, No.2, p.358-360.
103. Dimentberg, M.F., Kolebanija i ustojčivost' nelinejnoj sistemy vibrator-dvigatel', nahodjascejsja pod dejstviem slučajnyh vozmuščenij. Trudy V meždunarodnoj konferencij po nelinejnyh kolebanijam, Kiev, 1969, Tom 3, Izdanie Instituta Matematiki Akademii Nauk USSR, Kiev, 1970, p.274-279.
104. Dimentberg, M.F., Frolov, K.V., Effekt Zommerfel'de v sisteme so slučajno izmenjajuščejsoj sobstvennoj častotoj. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1966, Tom 171, No.6, p.1293-1296.
105. Dincă, F., Teodosiu, C., Vibrații neliniare și aleatoare.

Editura Academiei RSR, București, 1969.

106. Dižečko, N.N., Analitičeskoe rešenje uravnenija dviženija mašinnogo agregata. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1959, No.9, p.3-6.
107. Dmitriev, B.N., Umnjaškin, V.A., Issledovanie dinamiki mašinnogo agregata peremennoj struktury. Izvestia Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1975, No.8, p.17-21.
108. Dobroslavskij, V.L., Vejo, V.L., K rešeniju uravnenija dviženija mašiny pri silah zavisjaščih ot skorosti i položenija zvena privedenija. Teorija Mašin i Mehanizmov, 1962, Vypusk 92-93, p.88-95.
109. Dordea, T., Mașini electrice. Editura didactică și pedagogică, București, 1970.
110. Dorn, W.S., Mc Craken, D.D., Metode numerice cu programe in FORTRAN IV, Editura Tehnică, București, 1976.
111. Dornig, A., Transients in Simple Undamped Oscillators under Inertial Disturbances. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Series B, Journal of Applied Mechanics, 1959, Vol. 26, No.2, p.217-223.
112. Drăgulescu, D., Gligor, Tr., Chiriac, A., Strat. Gh., Determinarea nivelului de vibrații la motoare electrice asincrone pe standul de încercare al întreprinderii "Electromotor" Timișoara. Lucrările simpozionului de mecanisme și transmisii mecanice, Vol.2, Reșița, 1976, p.572-575.
113. Drăgulescu, D., Gligor, Tr., Chiriac, A., Uroșu, D., Étude sur le niveau des vibrations à quelques-uns des types des moteurs électriques asynchrones. Bul.St. și Tehnic al Inst.polit. Timișoara, Seria Mecanică, 1978, Tom 26 (37), Fasc. 2, p.194-197.
114. Drăgulescu, D., Gligor, Tr., Strat, Gh., Chiriac, A., Asupra nivelului de vibrații la unele tipuri de motoare electrice asincrone. Lucrările simpozionului de mecanisme și transmisii mecanice, Vol.2, Reșița, 1976, p. 576-579.
115. Drăgulescu, D., Gligor, Tr., Strat, Gh., Chiriac, A., Suciu, C., Unele considerații asupra nivelului de vibrații la seturi de motoare electrice produse de întreprinderea "Electromotor" Timișoara. Lucrările simpozionu-

- lui de mecanisme și transmisii mecanice, vol.2, Reșița, 1976, p. 562-571.
- 116.Drogovoz, A.M., Lihovid, P.I., O podrobnosti parametrov linejnoj dinamičeskoj sistemy obšpečivajuščih zadannuju stepen' ustojčivosti. Masšinovedenie, 1971, No.6, p.3-5.
- 117.Dubrovskij, V.A., Silvestrov, E.E., Issledovanie na analogovyh ustrojstvah nestacionarnyh processov v vibračionnoj sisteme s linejnymi izmenenijem massy vo vremeni. Dinamika mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1969, p.113-116.
- 118.Ergin, E.I., Transient Response of a Nonlinear System by a Bilinear Approximation Method. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics, 1956, Vol.23, No.3, p.635-641.
- 119.Ermakov, N.G., Dvuhdvigatel'nyj elektroprivod s uprugimi svjazjami. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Elektromehanika, 1969, No.9, p.982-985.
- 120.Fihtenholț, G.M., Curs de calcul diferențial și integral. Editura Tehnică, București, vol.I, 1963, vol.II, 1964, vol.III, 1965.
- 121.Filer, Z.E., Kolebanija mehaničeskoj sistemy s predvaritel'no nagruženymi uprugimi svjazjami sovместno s dvigatelem. Dinamika i Pročnost' Mašin, 1969, Vypusk 10, p.85-94.
- 122.Filippov, A.P., Kolebanija mehaničeskikh sistem. Izdatel'stvo "Naukova Dumka", Kiev, 1965.
- 123.Filippov, A.P., Nestacionarnye kolebanija mehaničeskikh sistem. Izdatel'stvo "Naukova Dumka", Kiev, 1966.
- 124.Frolov, K.V., Ob avtokolebanijah s učetom svojstv istočnika energij. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinostroenie, 1962, No.1, p.83-86.
- 125.Frolov, K.V., O modelirovanii rezonansnyh svojstv nekotoryh avtonomnyh nelinejnyh kolebatel'nyh sistem. Trudy meždunarodnogo simpoziuma po nelinejnym kolebanijam, Kiev, 1961, T III, Izdatel'stvo Akademii Nauk USSR, Kiev, 1963, p.498-513.
- 126.Frolov, K.V., Dimentberg, M.F., Ob ustojčivosti kolebatel'nyh režimov vibromašin pri slučajnom izmene-

- niľ sobstvennoj častoty i ogranichennoj moščnosti vozbuźdenija. Dinamika mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1969, p. 259-262.
127. Freeman, E.A., Ahbolt, K.M., Design of Optimal Linear Control Systems with Quadratic Performance Indices. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. Electronics, Power, Control and Science, 1968, Vol.115, No.9, p.1373-1374.
128. Gabos, Z., Mangeron, D., Stan, I., Fundamentelele mecanicii. Editura Academiei RSR, București, 1962.
129. Geponov, V.S., Kirkač, N.F., K vyvodu uravnenija sinteza dlja linejnoj dinamičeskoj sistemy s ograniceennym vozbuźdeniem, rabotajuščej v perehodnom režime. Dinamika i Pročnost' Masin, 1971, Vypusk 12, p. 102-106.
130. Gardner, M.P., Berns, E.L., Perehodnye processy v linejnyh sistemah s soosedatočennymi postojanymi. Fizmatgiz, Moskva, 1961.
131. Gedaudajto, E.A., Ragul'skis, K.M., Samosinhronnaja transformacija dvizenij. Trudy V meźdunarodnoj konferencij po nelinejnym kolebanijam, Kiev, 1969, Izdanie Instituta Matematiki Akademii Nauk USSR, Tom 3, Kiev, 1970, p.220-226.
132. Gevodjan, T.A., Kiselev, L.T., Pribory dlja izmerenija i registracii kolebanij. Mašgiz, Moskva, 1962.
133. Gil'debrand, A.D., Kazak, S.A., Kirpičnikov, V.K., Leviško, O.A., Mazseva, G.M., Metody matematičeskogo modelirovanija perehodnyh processov v diskretnyh mehaničeskich sistemah. Dinamika krupnyh mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Moskva, 1969, p.5-12.
134. Glad'o, B.M., Opređenje dinamičeskich nagruzok v kanate lifta, oborudovannogo dvigatelem postojanogo toka posledovatel'nogo vozbuźdenija. Izvestija Vyšših Učebnyh Zavedenij, Mašinostroenie, 1970, No.11, p.110-115.
135. Gligor, Tr., Drăgulescu, D., Chiriac, A., Strat, Gh., Suciu, C., Studiul fiabilității motoarelor electrice produse de întreprinderea "Electromotor" Timișoara. Lucrările simpozionului de mecanisme și tran-



- emisiu mecanice, Vol.6, Reșița, 1976, p.1542-1549.
136. Godovannik, B.V., Sincronizarea vibratorilor pri prodolnyh kolebanijah pogruzsemoj v grunt oboločki. Mašinovedenie, 1972, No.2, p.3-9.
137. Goldwin, G.L., Merrill, E.F., Oscillatory Torques during Synchronous Motor Starting. I.E.E.E. Transactions on Industry and General Applications, 1970, Vol.IGA-6, No.3, p.258-265.
138. Goloskokov, V.G., K voprosu o nestacionarnykh kolebanijah mehaničeskix sistem. Dinamika i Pročnost' Mašin, 1967, Vypusk 6, p.3-9.
139. Goloskokov, V.G., Filippov, A.P., Nestacionarnyje kolebanija mehaničeskix sistem. Izdatel'stvo "Naukova Dumka", Kiev, 1966.
140. Golovan, A.T., Acțiunea electrică. Bazele teoretice. Editura Energetică de Stat, București, 1953.
141. Golubencev, A.N., Dinamika perehodnyh processov v mašinax so mnogimi massami. Mašgiz, Moskva, Kiev, 1959.
142. Golubencev, A.N., Lihovid, P.I., Dinamika mašin s uprugimi svenjami i frikcionnoj muftoj. Dinamika krupnyh mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Moskva, 1969, p.66-74.
143. Golubencev, A.N., Lihovid, P.I., Ob odnoj zadače optimizacii perehodnyh processov dlja nekotoryh mehaničeskix sistem. Dinamika i Pročnost' Mašin, 1971, Vypusk 12, p.90-95.
144. Gortinskij, V.V., Ob uslovijah viraščenija inercionnogo raspredelitelja mel'ničnyh rassevov. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1959, Vypusk 72.
145. Grinčevič, V.K., Sobol, I.M., Statnikov, R.B., Ob odnom metode pojska optimal'nyh parametrov kolebatel'noj sistemy. Mašinovedenie, 1971, No.1, p.18-22.
146. Groșanu, I., Asupra mișcărilor unui vibrator simplu rezemat pe limitator. Bul.St. și Tehnic al Instit.Polit.Timișoara, Serie Nouă, 1967, Tom 12 (26), Fasc.2, p.359-367.
147. Groșanu, I., Contribuții privind studiul mișcărilor staționare și nestaționare ale sistemelor mecanice acționate cu motoare electrice. Dizertație, Timișoara, 1970.



148. Groșanu, I., Studiul regimurilor staționare apropiate de rezonanță ale unui vibrator inerțial. Bul.St. și Tehnic al Institut. Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1972, Tomul 17(31), Fascicola 1, p.75-80.
149. Groșanu, I., Asupra stabilității regimurilor staționare ale unor mașini. Bul.St. și Tehnic al Institut. Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1972, Tomul 17 (31), Fascicola 2, p. 157-161.
150. Groșanu, I., Influența transmisiei neliniare în dinamica agregatelor. Bul.St. și Tehnic al Institut. Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1973, Tomul 18(32), Fascicola 1, p.75-79.
151. Groșanu, I., Dinamica unui agregat cu moment de inerție variabil. Construcția de mașini, 1974, nr.5-6, p.266-268.
152. Groșanu, I., Regimurile staționare ale unor agregate acționate de motoare electrice. Bul.St. și Tehnic al Institut. Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1974, Tomul 19(33), Fascicola 1, p.81-86.
153. Groșanu, I., Contributions to the Analysis of Steady-states of a Vibrator Used for Pile Thrusting. Bul.St. și Tehnic al Institut. Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1974, Tomul 19(33), Fascicola 2, p.183-186.
154. Groșanu, I., Investigations on the Influence of the Variable Reduction Ratio upon the Dynamic Behavior of Some Assemblies. Bul.St. și Tehnic al Institut. Polit. Timișoara, seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1975, Tomul 20 (34), Fascicola 2, p.143-146.
155. Groșanu, I., Chelu, P., Chiriac, A., Asupra dinamicii unei mașini miniere ținând seama de caracteristica motorului de acționare. Lucrările Conferinței "Vibrații în Construcția de mașini", vol.1, Timișoara, 1978, p.129-136.
156. Groșanu, I., Chelu, P., Chiriac, A., Considerații privind rezonanța biarmonică a unui sistem mecanic acționat

- de un motor electric asincron. *Lucrările Conferinței "Vibrații în construcția de mașini", vol.II, Timișoara, 1980, p.7-12.*
157. Groșanu, I., Chiriac, A., Curbe inerțiale pentru un agregat cu legături rigide. Comunicare la Sesiunea Științifică a Inst. Polit. Timișoara, 1974.
158. Groșanu, I., Chiriac, A., La détermination de la bande de stabilité d'un agrégat. *Bul. St. și Tehnic al Inst. Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1974, Tom 19 (33), Fasc. 2, p.193-195.*
159. Groșanu, I., Chiriac, A., O stacionarnyh režimah vblizi rezonansa inercial'nogo vibratora privodimogo v dejstvie asinhronnym elektrodvigatelem. *Bul. Inst. Polit. din Iași, Secția IV, Mecanică Tehnică, 1975, Tomul XXI (XXV), Fasc. 1-2, p.7-12.*
160. Groșanu, I., Chiriac, A., L'étude des régimes stationnaires de mouvement d'un système vibrant avec deux degrés de liberté. *Works of the Second IFTOM International Symposium, Volume I-2, Bucharest, 1977, p.289-296.*
161. Groșanu, I., Chiriac, A., La dynamique d'un agrégat des machines avec un couplage élastique non linéaire. *Bul. St. și Tehnic al Inst. Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1977, Tom 22(36), Fascicola 2.*
162. Groșanu, I., Chiriac, A., Văduva, Gh., Considerații privind optimizarea regimului staționar al unui agregat cu legături rigide, *Lucrările Conferinței "Vibrații în construcția de mașini", vol.II, Timișoara, 1980, p.131-137.*
163. Gruzinov, V.K., *Mehaničeskoe oborudovanie domennyh oehov. Mașghis, Moskva, Sverdlovsk, 1954.*
164. Haimovici, E., *Ecuații diferențiale și ecuații integrale. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1965.*
165. Hak, L.A., *Rasčet krutil'nyh kolebanij složnym sistem s bol'šim treniem. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinstroenie, 1975, No.5, p.32-38.*
166. Halanay, A., *Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale. Editura Academiei RSR, București, 1963.*
167. Hambruger, L., Buzdugan, G., *Teoria vibrațiilor și aplica-*

- țiile ei în construcția de mașini. Editura Tehnică, București, 1958.
- 168.Harris,C.M., Crede, E.C., Socuri și vibrații. Editura Tehnică, București, vol.I,II, 1968, vol.III, 1969.
- 169.Hegedűs, A., Chiriac, A., Alegerea motoarelor electrice pentru acționarea vibratoarelor mecanice. Lucrările simpozionului de mecanisme și transmisii mecanice, vol.3, Reșița, 1976, p.632-639.
- 170.Hitrik, V.E., Vybór peredatočnoj funkcij mehanizmov iz uslovii minimizacii modulja dinamičeskikh rabot za period. Mehanika Mašin, 1969, Vypusk 19-20, p.97-102.
- 171.Infante, E.F., Plant, R.H., Effect of Damping, Time Delays and Parameter Variations on the Stability of a Nonconservative System. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Series E, Journal of Applied Mechanics, 1971, Vol.38, No.2, p.522-524.
- 172.Ioriš, Ju.I., Vibrometrija. Izmerenie vibracii i udarov. Obščaja teorija, metody i pribory. Mašgiz, Moskva, 1963.
- 173.Irošnikov, A.N., Grafičeskij metod dinamičeskogo issledovanija mohogozvennyh mehanizmov pri izmenenii momenta v funkcii skorosti. Vestnik Mašinostroenija, 1949, No.8.
- 174.Ivančenko, F.K., Issledovanie nagruzok v mehanizmah gruzopodennyh mašin s učetom unrugosti zven'ev. Voprosy Teorii i Rasčeta Podemnogo-Transportnyh Mašin, 1957, Kniga 43, p.31-41.
- 175.Ivanov,V.A., Vafin, R.K., Marlekov, V.P., Smirnov, V.F., Fomin, M.V., Issledovanie perehodnyh processov v mehaničeskikh sistemah. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1966, No.3, p.163-167.
- 176.Ivan,W.D., Application of an Equivalent Nonlinear System Approach to Dissipative Dynamical Systems. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Series E, Journal of Applied Mechanics, 1969, vol.36, No.3, p.412-416.
- 177.Janko-Trinickij, A.A., Uravnenija perehodnyh elektromagnitnyh processov asinhronnogo dvigatelja i ih rešenija. Električestvo, 1951, No.3, p.18-25.
- 178.Janko-Trinickij, A.A., Elektromehaničeskije perehodnye processy v sinhronnyh mašinah. Električestvo, 1957, No.8,p.16-22.
- 179.Jasjulenis, A.I., O grafoanalitičeskom i grafičeskom metodah postroenija tahogramm. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1959, No.5, p.25-34.

180. Jayawant, B.V., Williams, D., Dynamic Performance of Synchronous Machines in Control Systems. Proceedings of the Institution of the Electrical Engineers. Electronics, Power, Control and Science, 1970, vol.117, No.3, p.609-617.
181. Jivkov, V.S., Vlijanie elektromagnitnoj inercii dvigatelja na ustojčivost' kolebanii mehaničeskoj sistemy s centrobežnym vozbuđitelem. Mašinovedenie, 1971, No.4, p.16-20.
182. Johansen, P.R., A Direct Numerical Formulation of Galerkin's Method for Nonlinear Dumped Systems. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Series B, Journal of Applied Mechanics, 1971, vol. 38, No.4, p.1023-1028.
183. Kaminskaja, D.A., Analiz vynuždennyh kolebanii mašinogo agregata s električeskim privodom. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1970, 11, p.24-28.
184. Kaminskaja, D.A., Bronštejn, M.I., Vynuždennye kolebanija elektro-mehaničeskih sistem pod dejstviem vnutrennyh vozmuščajajuščih sil. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1971, Vypusk 11, p.36-40.
185. Kaminskaja, D.A., Dmitrenko, V.D., Rasčet dinamičeskih usilij v mašinom agregate s električeskim privodom pri prohoždenij čerez rezonans. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1973, No.7, p.43-46.
186. Kaminskaja, D.A., O vybore kriterija optimizacij perehodnyh processov v mašinnyh agregatov. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1975, No.6, p.33-37.
187. Kaminskaja, D.A., Issledovanie dampirovanija vynuždennyh kolebanij mašinogo agregata. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1975, No.99, p.18-23.
188. Kaminskaja, D.A., Optimizacija perehodnyh processov v mašinom agregate s elektroprivodom pri izmenenijah nagruzok. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1976, Vypusk 21, p.28-35.
189. Karamyskin, V.V., Zamečanie o karaktere rezonansnogo dviženija mehaničeskoj sistemy s centrobežnym vibratorom. Vestnik Maskovskogo Universiteta, Matematika, Mehanika, 1967, No.1, p.65-67.

190. Karpov, V.K., Šajdenko, A.Ja., Osobennosti issledovanija mnogo-massovogo dinamičeskogo stenda. Dinamika mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1969, p.135-145.
191. Kaspina, T.I., Nekotorye voprosy issledovanija dinamiki silovogo elektriprивoda s učetom uprugih svjazej. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1968, No.11, p.67-71.
192. Kasturi, R., Doraraju, P., Relative Dynamic Stability Regions of Power Systems. I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems, 1970, vol.PAS-89, No.5/6, p. 966-974.
193. Kazakov, V.P., K voprosu o dviženii mehanizma pod dejstviem zadanyh sil. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1955, Tom XIV, Vypusk 56, p.90-96.
194. Khanijo, M.K., Analysis of Starting Characteristics of Three-Phase Induction Motor. The Journal of the Institution of Engineers, Electrical Engineering Division, 1968, Volume 48, Number 12, Part EL6, p.795-808.
195. Kiskicyn, S.G., K issledovaniju ustonovivšegosja dviženija mašin pri silah, zavisjaščih ot skorosti i položenija zvena privedenija. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1955, Tom XV, Vypusk 57, p.61-78.
196. Kirkač, N.T., Gaponov, V.S., K voprosu o sinteze harekteristik uprugih muft dlja privodu. Dinamika i Pročnost' Mašin, 1970, Vypusk 11, p.127-130.
197. Kobrinskij, A.E., Nekotorye voprosy dinamiki mehanizmov s uprugimi svjazjami I. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1952, Vypusk 48.
198. Kobrinskij, A.E., Nekotorye voprosy dinamiki mehanizmov s uprugimi svjazjami. II. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1953, Vypusk 53.
199. Kobrinskij, A.E., Nekotorye voprosy dinamiki mehanizmov s uprugimi svjazjami III. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1956, Tom XVI, Vypusk 51, p.23-50.

200. Kobrinskij, A.E., **Mehanizmy s uprugimi svjazjami. Dinamika i ustojčivost'**. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1964.
201. Kolčín, N.I., **Issledovanija dviženija mašin metodom dinamičeskikh rabot. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1956, Tom XVI, Vypusk 61, p.73-83.**
202. Kolovskij, M.Z., **O vlijanii vysokočastotnyh vozmuščenij na rezonansnyekolebanija v nelinejnoj sisteme. Trudy Leningradskogo Politehničeskogo Instituta, Dinamika i Pročnost' Mašin, 1963, No.226, p. 7-17.**
203. Kolovskij, M.Z., **O vybore zakona raspredelenija pri liniarizacii nelinejnyh differencial'nyh uravnenij. Trudy Leningradskogo Politehničeskogo Instituta, Dinamika i Pročnost' Mašin, 1964, No.235, p. 12-22.**
204. Komarov, M.S., **Teoretičeskoe opredelenie dinamičeskikh nagruzok, vosprinimaemyh mehanizmanj gruzopodemnyh mašin. Voprosy Teorii i Rasčeta Podemno-Transportnyh Mašin, 1957, Kniga 43, p.42-47.**
205. Komarov, M.S., **Dinamika gruzopodemnyh mašin. Mašgiz, Moskva, Kiev, 1962.**
206. Kononenko, V.O., **Rezonansnye svojstva centrobežnogo vibratora. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, Tom XVIII, Vypusk, 71, p.22-42.**
207. Kononenko, V.O., **Vlijanie karakteristiki dvižatelja na vibracionniju naprijažennost' mašin. Vestnik Mašinostroenija, 1959, No.1, p.53-56.**
208. Kononenko, V.O., **O rezonansnyh processah v kolebatel'noj sisteme, soderžaščej dvižatel'. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinostroenie, 1959, No.2, p. 75-80.**
209. Kononenko, V.O., **Ob odnoj forme kriteriev Rausa-Gurvica. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinostroenie, 1960, Nr.4, p.125-128.**
210. Kononenko, V.O., **Vzajmodejstvie parametričeskoj kolebatel'noj sistemy s istočnikom energij. Izvestija Aka-**



- demii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinostroenie, 1960, No.5, p.141-146.
211. Kononenko, V.O., Vynuždennye kolebanija sistemy s istočnikom energij v slučajah maloj nelinejnosti. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinostroenie, 1960, No.6, p.80-85.
212. Kononenko, V.O., Vzaemodejstvie avtokolebatel'noj sistemy s istočnikom energij. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinostroenie, 1961, No.2, p.50-54.
213. Kononenko, V.O., Nekotorye avtonomnye zadači teorii nelinejnyh kolebanii. Trudy meždunarodnogo simpoziuma po nelinejnym kolebanijam, Kiev, 1961, T.III, Izdatel'stvo Akademii Nauk USSR, Kiev, 1963, p.151-179.
214. Kononenko, V.O., O svojstvah dvuh nelinejnyh kolebatel'nyh sistem. Trudy tret'ego soveščanija po osnovnym problemam teorii mašin i mehanizmov, Dinamika mašin, Mašgis, Moskva, 1963, p.79-92.
215. Kononenko, V.O., Kolebatel'nye sistemy s ograniceennym vozbuždeniem. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1964.
216. Kononenko, V.O., Frolov, K.V., O vzaemodejstvii nelinejnoj kolebatel'noj sistemy s istočnikom energij. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinostroenie, 1961, No.5, p.69-76.
217. Kononenko, V.O., Frolov, K.V., O rezonansnyh svojstvah parametričeskoj kolebatel'noj sistemy, Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinostroenie, 1962, No.3, p.73-80.
218. Kononenko, V.O., Korabl'ov, S.S., Pro kolivanija vala s diskami pri vrahuvanni odernenogo sv'jazku dviguna s kolivanoju sistemoju. Prikładna Mehanika, 1960, Tom VI, v.2, p.129-137.
219. Konstantinov, M.S., Genova, P.I., Konstantinov, M.M., O primenenie nekotoryh analitičeskikh metodov v nelinejnoj dinamike mašin. Mašinovedenie, 1972, No.3, p.3-10.
220. Korablev, S.S., Ob osobennostjah rezonansnyh kolebanii dvuh mehaničeskikh sistem. Izvestija Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinostroenie, 1959, No.6, p.137-140.
221. Korostelev, L.V., Približennyj metod opredelenija dviženija stanka

- s asinhronnym elektrodvigatelem i podbor mahovika k nemu. Trudy Instituta Mašinovedenijsa, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1959, Vypusk 76.
- 222.Koselev, O.S., Grafo-analitičeskij sposob rešenija nekotoryh uravnenija dviženija. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1975, No.4, p.56-59.
- 223.Kosticyn, V.T., Ob odnom grafičeskom rešenii zadač dviženija tela peremennoj massy. Trudy Instituta Mašinovedenijsa, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1956, Tom XV, Vypusk 60, p.45-51.
- 224.Kovylin, Ju.Ja., O rasčete mahovika po metodu prof. N.I.Mercalova i prof. K.B.Reriha. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1960, No.10, p.24-30.
- 225.Košešnik, Ja., Dinamika mašin, Mašgis, Moskva, 1960.
- 226.Košešnik, Ja., Mehanika vrasčajuščihsja električeskikh mašin. Gosenergoizdat, Moskva, Leningrad, 1962.
- 227.Koševnikov, S.N., Opređenje dejstvitel'nyh nagruzok v linii peredač tjaželyh mašin. Trudy Instituta Mašinovedenijsa, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1953, Vypusk 51.
- 228.Koševnikov, S.N., Dinamika mašin s uprugimi zven'jami, Izdatel'stvo Akademii Nauk USSR, Kiev, 1961.
- 229.Koševnikov, S.N., Problemy dinamiki mašin. Mašinovedenie, 1971, No.3, p.3-10.
- 230.Koševnikov, S.N., Bol'sakov, V.I., Issledovanie na elektronnoj modeli dinamiki elektromehaničeskoj sistemy privoda usiritel'nogo stana. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1966, Vypusk 1, p.10-18.
- 231.Koševnikov, S.N., Bol'sakov, V.I., Vzajmodejstvie uprugih mehaničeskikh sistem staniny i privoda mašiny pri nagruženii. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1971, Vypusk 10, p.3-8.
- 232.Koševnikov, S.N., Čehnovič, L.I., Mehanizmy s zadannym otnositel'nym dviženiem podvižnyh zven'ev. Trudy Instituta Mašinovedenijsa, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1955, Tom XIV, Vypusk 56, p.59-89.
- 233.Koševnikov, S.N., Skičko, P.Ja., Lenskij, A.N., Bol'sakov, V.I., Leepa, I.I., Opyt issledovanija dinamiki glavnyh privodov prokatnyh stanov s učetom uprugih svjazej i zazorov. Trudy Dnepropetrovskogo Instituta Černoj Metallurgii, Dinamika Metallurgičeskikh Mašin, 1969.



- t.XXI, p.5-13.
- 234.Koševnikov, S.N., Šurga, V.I., Issledovanie sistemy s elektrodinamičeskoj i uprugoj svjazjami pri garmoničeskoj vozbuždenii. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1972, Vypusk 12, p.132-141.
- 235.Krakowski, M., Integral Formule for Response of Linear Systems to Sinusoidal Excitation. Archiwum Elektrotechniki, 1971, Tom XX, Zeszyt 2, p.433-441.
- 236.Krasnošapka, V.A., Dinamika mašinogo agregata s učetom nelinejnosti momenta sil trenija. Mašinovedenie, 1973, No.4, p.36-41.
- 237.Krasnošapka, V.A., Jarovaja, E.A., Issledovanie dinamiki mašinogo agregata s učetom sil nelinejnogo trenija. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1971, Vypusk 10, p.37-47.
- 238.Kremenštejn, L.I., K opredeleniju zakona dviženija mašinogo agregata pri silah, zavisjaščih ot položenija i skorosti. Prikladnaja Mehanika, 1956, T.2, Vypusk 4, p.451-455.
- 239.Kremenštejn, L.I., K opredeleniju zakona dviženija mašinu i momenta inercii mahovika pri silah i massah, zavisjaščih ot položenija, skorosti i vremeni. Prikladnaja Mehanika, 1958, T.4, Vypusk 2, p.192-196.
- 240.Kriflov, A.N., Lectii de calcule prin aproximatii. Editura Tehnică, București, 1957.
- 241.Krjukov, B.I., Dinamika vibracionnyh mašin rezonansnogo tipa. Izdatel'stvo "Naukova Dumka", Kiev, 1967.
- 242.Kudinov, V.A., Dinamica mașinilor unelte. Editura Tehnică, București, 1970.
- 243.Kulešov, V.S., Lukinov, A.P., Primenenie samotormozjaščejseja mehaničeskoj peredači. Izvestija Vyšših Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1976, No.4, p.41-45.
- 244.Labkovskij, B.A., Dinamika variatora s paralelogramym impul'satorom. Izvestija Vyšših Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1968, No.3, p.12-18.
- 245.Larin, V.B., Naumenko, K.I., Suncev, V.N., O stabilizacii dinamičeskih sistem. Trudy V meždunarodnoj konferencij po nelinejnym kolebanijam, 1969, Tom 3, Izdanie Instituta Matematiki Akademii Nauk USSR, Kiev, 1970, p.409-413.

246. Lebedev, S.P., *Perehodnye processy v elektromechaničeskoj transmisii. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Elektromehanika, 1960, No.4.*
247. Lebedev, S.P., Novosilov, F.A., *O racional'nom tipe elektromechaničeskikh predači. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Elektromehanika, 1969, No.9, p.986-990.*
248. Levintov, S.D., *Rasčet nagruzočnyh diagramm elektroprivoda so statičeskim momentom i momentom inercii, zavisjaščimi ot puti. Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Elektromehanika, 1962, No.4, p.429-436.*
249. Lihovid, P.I., *Ob optimizacii perehodnyh processov v mašinah s uprugimi zven'jami. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1971, Vypusk 11, p.15-21.*
250. Liščinskij, L.Ju., *Vybor elementov i rasčet parametrov sistemy regulirovanija s besstupenčatoj mehaničeskoj predači. Mašinovedenie, 1966, No.1, p.41-50.*
251. Litvin, F.L., *K issledovaniju ustonovivšegosja dviženija mašinnogo agregata s uprugim valom privedenija pri silah, zavisjascih ot skorosti i položenija sven'ev. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1958, Tom XVII, Vypusk 68, p.20-28.*
252. Litvin, L.M., *Dinamika rezonansnyh vibromašin, imejuščih ěkscentrikovyj privod s uprugim nelinejnym šatanom. Dinamika i Pročnost' Mašin, 1971, Vypusk 12, p.107-111.*
253. Lobusov, V.M., *Opredelenie neravnomernosti hoda avtomatičeskoj predači. Izvestija Vyssih Učebnyh Zavedenij, Mašinostroenie, 1966, No.1, p.28 - 34.*
254. Lobusov, V.M., *Opredelenie rasčetnyh harakteristik variatora s uprugim mahovikom po predel'nyh značenijam uglovoj skorosti vedomogo svena. Izvestija Vyssih Učebnyh Zavedenij, Mašinostroenie, 1966, No.8, p.34-39.*
255. Lobusov, V.M., *Opredelenie neravnomernosti hoda variatora s uprugim mahovikom. Izvestija Vyssih Učebnyh Zavedenij, Mašinostroenie, 1967, No.5, p.12-15.*

256. Lobusov, V.M., Rasčet variatora s uprugim elementom. Mašino-  
vedenie, 1967, No.3, p.51-54.
257. Lobusov, V.M., Rasčet avtomatičeskogo variatora s učetom mehani-  
českoj harakteristiki electrodvigatelja. Dina-  
mika mašin, Teorija mašin i mehanizmov, Sbornik  
statej, Izdatel'stvo "Mašinstroenie", Moskva,  
1969, p.221-225.
258. Lobusov, V.M., Opredelenie rasčetnyh harakteristik variatora s  
mahovikom s učetom mass vseh zven'ev. Mehanika  
Mašin, 1970, Vypusk 23-24, p.56-61.
259. Lomakin, V.P., Kaminskaja, D.A., Makarov, A.V., Ljubčenko, L.P.,  
Analitičeskoe issledovanie dinamičeskikh harakte-  
ristik privoda povorota ekskavatora. Izvesija  
Vysših Učebnih Zavedenij, Mašinstroenie, 1965,  
No.9, p.113-118.
260. Loščinin, V.S., Ob otyskanii periodičeskogo predel'nogo režima  
dviženija mašinnogo agregata. Trudy Instituta  
Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Meha-  
nizmov, 1962, Vypusk 91.
261. Loščinin, V.S., Predel'nye dinamičeskie reakcii na os'rotora i  
ih ocenki. Dinamika mašin, Sbornik statej, Iz-  
datel'stvo "Nauka", Moskva, 1969, p.167-178.
262. Loščinin, V.S., Ob ocenkah uglovoj skorosti dviženija zvena pri-  
vedenija mašinnogo agregata. Dinamika mašin, Teo-  
rija mašin i mehanizmov, Sbornik statej, Izdatel'-  
stvo "Mašinstroenie", Moskva, 1969, p.226-235.
263. Loščinin, V.S., O porjadkah vzajmnoj blizosti energitičeskikh re-  
žimov dviženija mašinnogo agregata. Mašinovede-  
nie, 1973, No.5, p.41-47.
264. L'vovič, A.Ju., Mehaničeskie kolebanija, vozbuždaemye elektro-  
dvigatelem. Vestnik Leningradskogo Universiteta,  
Matematika, Mehanika, Astronomija, 1968, No.7,  
Vypusk 2, p.95-100.
265. Mădăras, L., Rădulescu, G., Chiriac, A., Aspecte ale comportării  
dinamice a modulului de orientare din structura  
roboților industriali. Lucrările Simpozionului  
"Mecanisme și Transmisii Mecanice", Vol.1, Timi-  
șoara, 1980, p.145-152.
266. Maezawa, S., Superharmonic Resonance in Piecewise-Linear System.  
Acta Tehnica CSAV, 1967, No.1, p.1-12.

267. Makarov, A.V., Issledovanie sposobov ograničeniija dinamičeskich nagrusok v mehanizme povorota ékskavatorov s pomošč'ju élektronnyh modelirujuščih mašin. *Dinamika i Pročnost' Mašin*, 1968, Vypusk 8, p.120-125.
268. Mäkel't, H., Die Dynamik des Antriebs mechanischer Pressen. *Werkstattstechnik und Maschinenbau*, 1953, 43(8), p.356-359.
269. Mal'cev, V.F., Dinamika saklinivaniija rolikov mehanizmov svobodnogo hoda. *Trudy tret'ego soveščaniija po osnovnym problemam teorii mašin i mehanizmov*, *Dinamika mašin*, Mašgis, Moskva, 1963, p.268-279.
270. Mal'cev, V.F., Arhangel'skij, G.V., Dinamika mašinnyh agregatov s mehanizmami svobodnogo hoda. *Dinamika mašin*, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1974, p.116-121.
271. Mangeron, D.I., Mécanique non linéaire. Sur les systèmes oscillatoires non linéaires. *Buletinul Politehnicii din Iași*, 1946, Vol.1, p.62-66.
272. Markšajtis, D.Č., Ragul'skis, K.M., Optimizacija peredatočnyh svjasej v odnoj élektromehaničeskoj sisteme. *Naučnye Trudy Vysših Učebnyh Zavedenij Litovskoj SSR, Vibrotehnika*, 1968, 1(3), p.115-119.
273. Markšajtis, D.Č., Ragul'skis, K.M., Voprosy dinamiki odnoj dvuhmassovoj élektromehaničeskoj sistem. *Naučnye Trudy Vyssih Učebnih Zavedenij Litovskoj SSR, Vibrotehnika*, 1968, 2(4), p.163-166.
274. Mezet, R., Mécanique vibratoire. Dunod, Paris, 1966.
275. Menjalov, A.I., Rezonansnye režimy nelinejnoj sistemy vibrator-dvigatel' s dvumja stepenjami svobody, nahodjaščej'sja pod dejstviem slučajnyh vozmuščenij. *Izvestija Akademii Nauk SSSR, Mehanika Tverdogo Tela*, 1974, No.4, p.20-26.
276. Mercalov, N.I., *Dinamika mehanizmov*. T.1, Mašgis, Moskva, 1950.
277. Keškis, Ju.A., Poojus, Z.I., Ragul'skis, K.M., Dinamika sistemy "dvigatel'-magnitnyj baraban". *Naučnye Trudy Vysših Učebnih Zavedenij Litovskoj SSR, Vibrotehnika*, 1971, 2(15), p.173-176.
278. Milkov, M.I., Issledovanie ustovnovivšegosja režima dviženija

- agregata pri uprugoј svjazi meždu dvigatelem i rabo-  
čeј mašin. Dinamika mašin, Teorija mašin i mehaniz-  
mov, Sbornik stateј, Izdatel'stvo "Mašinostroenie",  
Moskva, 1969, p.236-245.
- 279.Minorsky, N., Nonlinear Oscillations. D.Van Nostrand Company Inc.,  
Toronto, New York, London, 1962.
- 280.Mitropolskij, Ju.A., Metod usrednenija v nelinejnoj mehanike.  
Izdatel'stvo "Naukova Dumka", Kiev, 1970.
- 281.Mitropolskij, Ju.A., Lykova, D.B., Integral'nye monoobrazija v ne-  
linejnoj mehanike. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva,  
1973.
- 282.Mojseev, N.N., Asimptotičeskie metody nelinejnoj mehaniki. Izda-  
tel'stvo "Nauka", Moskva, 1969.
- 283.Morošov, D.P., Borcov, Ju.A., Obobščenaја metodika issledovanja  
perekhodnyh processov v shemah elektroprivoda. Elek-  
tricitestvo, 1957, No.7, p.19-24.
- 284.Moszynski, K., Metode numerice de rezolvare a ecuațiilor diferen-  
țiale ordinare. Editura Tehnică, București, 1973.
- 285.Mučenek, K.Ja., Rumiancev, D.D., Sandler, B.I., Dinamika kulač-  
kogo-cevočnogo privoda s periodičeski ostanovliva-  
emoј ulitoј. Mehanika Mašin, 1970, Vypusk 25-26,  
p.19-25.
- 286.Musa, S.A., Nonlinear Oscillations in Systems with Restricted Non-  
linearities. Transactions of the American Society  
of Mechanical Engineers, Series E, Journal of Ap-  
plied Mechanics, 1969, Vol.36, No.2, p.360-362.
- 287.Mušinskaja, A., O periodičeskikh resenijah nekotoroј nelinejnoj  
sistemy s dvumja stepenjami svobody. Revue Roumaine  
des Sciences Techniques. Serie de Mécanique Appli-  
quée, 1967, Tom 12, Nr.6, p.1309-1315.
- 288.Nasanova, L.S., Uravnenija dviženija mašinnoгo agregata. Izves-  
tija Vyšših Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie,  
1975, No.4, p.52-55.
- 289.Nebesnov, V.I., Kovalenko, I.I., O režimah raboty agregata pri  
dviženii vedomogo zvena po optimal'nomu puti. Di-  
namika mašin, Sbornik stateј, Izdatel'stvo "Nauka",  
Moskva, 1969, p.206-212.
- 290.Nebesnov, V.I., Solohin, Ju.G., K issledovaniju na EVM perekod-  
nyh dviženij složnyh agregatov. Dinamika mašin,  
Teorija mašin i mehanizmov, Sbornik stateј, Izda-



- tel'stvo "Mašinostroenie", Moskva, 1969, p.246-252.
- 291.Nejmark, Ju.I., Dinamika negolonomnyh sistem. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1967.
- 295.Niculescu, S., Inițiere în FORTRAN. Editura Tehnică, București, 1972.
- 293.Nelson, R.H., Lipo, T.A., Krause, P.C., Stability Analysis of a Symmetrical Induction Machine. I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems, 1969, Vol. PAS-88, No.11, p.1710-1717.
- 294.Niculescu, E., Răduț, C., Mașini electrice fabricate în R.P.R. Editura Tehnică, București, 1965.
- 292.Nejmark, Ju.I., Metod točecnyh otobraženij v teorii nelinejnyh kolebanij. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1972.
- 296.Ol'son, G., Dinamičeskie analogii. Gosudarstvennoe Izdatel'stvo Inostrannoj Literatury, Moskva, 1947.
- 297.Orurk, I.A., Novye metody sinteza linejnyh nekotoryh nelinejnyh dinamičeskih sistem. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, Leningrad, 1965.
- 298.Pai, M.A., Power System Transient Stability Regions Using Popov's Method. I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems, 1970, Vol. PAS-89, No.5/6, p.788-794.
- 299.Palej, M.B., Nekotorye osobennosti dinamiki glavnogo privoda frezernogo stanca. Stanki i Instrument, 1960, No.1, p.2-10.
- 300.Panovko, Ja.G., Sposob prijamoj linjarizacii v nelinejnyh zadacah teorii uprugih kolebanij. Inženernyj sbornik, 1952, Tom XIII, p.113-122.
- 301.Panovko, Ja.G., Vnutrenoe trenie pri kolebanijah uprugih sistem. Fizmatgiz, Moskva, 1960.
- 302.Panovko, Ja.G., Elements of the Applied Theory of Elastic Vibration. Mir Publications, Moscow, 1971.
- 303.Panovko, Ja.G., Vvedenie v teoriju mehaničeskih kolebanij. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1971.
- 304.Panovko, Ja.G., Osnovy prikladnoj teorii kolebanij i udara. Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Leningrad, 1976.
- 305.Panovko, Ja.G., Gubanova, I.I., Ustojčivosti i kolebanija uprugih sistem. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1967.
- 306.Pencov, V.M., Perehod čerez rezonans nelinejnoj odnomassevoj sistemy s poligarmoničeskim vozbuždeniem. Dinamika i Pročnost' Mašin, 1967, Vypusk 6, p.59-65.

307. Pesat, V.F., Loboda, V.M., K issledovaniju mehanizmov s peremennym peredatočnym otnošeniem v kinematičeskikh cepjah, vključajuščih uprugie zven'ja. Trudy Dnepopetrovskogo Instituta Černoj Metallurgii, Dinamika Metallurgičeskikh Masin, 1969, t.XXXI, p.31-34.
308. Petrov, L.M., Issledovanie dinamičeskikh svojstv vibracionnogo Avtomatika i Telemekhanika, 1969, No.6, p.197-201.
309. Pinčuk, I.S., Perehodnye processy v asinhronnyh dvigatel'jah pri periodičeskoj nagruzke. Električestvo, 1957, No.99 p.27-30.
310. Plăcinteanu, I., Mecanică analitică și vectorială. Editura Tehnică, București, 1958.
311. Pontrjagin, L.S., Boltjanskij, V.G., Matematičeskaja teorija optimal'nyh processov. Fizmatgiz, Moskva, 1961.
312. Popov, V.K., Osnovy elektropivoda. Gosenergoizdat, Leniŋgrad, Moskva, 1951.
313. Presnjakov, V.K., Filer, E.E., Perehod čerez rezonans kolebatel'noj sistemy sovmestno s dvigatelem. Mehanika Mašin, 1969, Vypusk 15-16, p.145-152.
314. Presnjakov, V.K., Filer, E.E., Kolebanija mehaničeskoj sistemy, rassmatrivaemoj sovmestno s dvigatelem. Dinamika i Pročnost' Mašin, 1971, Vypusk 12, p.82-89.
315. Prusty, S., Optimised and Mean-Integral Delta Method for 2-Machine Transient-Stability Problem. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. Electronics, Power, Control and Science, 1970, Vol.117, No.3, p.567-572.
316. Pust, L., Vlijanie svojstv istočnika peremennoj sily na kolebanija mehaničeskoj sistemy. Aplikace Matematiky, 1958, Sv.3, Č.6, p.428-450.
317. Pust, L., Perehod čerez oblast' rezonasa v kolebatel'nyh mehaničeskikh sistemah s učetom vlijanija vibratora. Trudy meždunarodnogo simpoziuma po nelinejnym kolebanijam, Kiev, 1961, T.III, Izdatel'stvo Akademii Nauk USSR, Kiev, 1963, p.396-408.
318. Račinsc, N.F., Izjuba, V.I., Dinamika kulačkovykh mehanizmov s žestkim central'nym tolkatel'em. Izvestija Vyšših Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1976, No.6,

p.183-185.

319. Račinec, N.F., Stoljarčuk, V.F., K rasčetu momentov inercii mahovikov mašin, oborudovannyh asinhronnym dvigatelem. Izvestija Vysšik Učebnih Zavedenij, Mašinstroenie, 1965, No.9, p.16-21.
320. Račinec, N.F., Stoljarčuk, V.F., Opredelenie momenta inercii mahovika mašiny, imejuščej dvigatel' postojannogo toka. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1966, Vypusk 2, p.71-75.
321. Ragul'skis, K.M., Sobstvennyye odnočastotnye kolebanija mehanizmov okolo položenija statičeskogo ravnovesija. Trudy Akademii Nauk Lit. SSR, ser.B, 1960, No.3.
322. Ragul'skis, K.M., K dinamike mašin s élektroprivodom. Trudy Akademii Nauk Lit.SSR, ser.B, 1960, No.3.
323. Ragul'skis, K.M., Dinamika vraščatel'nyh dviženij mehanizmov, vznikajuščih ot vibracii stojki. Teorija Mašin i Mehanizmov, 1963, Vypusk 96.
324. Ragul'skis, K.M., Periodičeskie i perehodnye dviženija mehanizmov, vznikajuščie ot vibracii stojki. Teorija Mašin i Mehanizmov, 1963, Vypusk 97.
325. Rakita, V.S., Élektroprivod s peremennoj massoj. Élektričestvo, 1950, No.8.
326. Rand, R.H., Nonlinear Normal Modes in Two-Degree-of-Freedom Systems. Transactions of the Amerikan Society of Mechanical Engineers, Series E, Journal of Applied Mechanics, 1971, Vol.98, No.2, p.561-563.
327. Rastrigin, L.A., Nekotorye osobennosti nestacionarnogo dviženija gibkogo vala s dvigatelem kak avtonomnoj systemy vblizi kritičeskoj skorosti. Izvestija Akademii Nauk, SSSR, Otdelenie Tehničeskikh Nauk, Mehanika i Mašinstroenie, 1959, No.5, p.84-89.
328. Rejssig, R., Sansone, G., Konti, R., Kačestvennaja teorija nelinejnyh differencial'nyh uravnenij. Izdatel'stvo Inostrannoju Literatury, Moskva, 1974.
329. Rivin, E.I., Dinamika privoda štanokov. Izdatel'stvo "Mašinstroenie", Moskva, 1966.
330. Rîjîk, I.M., Gradstein, I.S., Tabele de integrale, sume, serii și produse. Editura Tehnică, București, 1955.
331. Rogačev, V.M., Ob ustojčivosti mnogočastotnyh kolebanij slož-



- nyh nelinejnyh sistem. Izvestija Vysših Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1976, No5, p.26-29.
332. Rossion, M., La comande électrique des engins de levage. ACEC Revue, 1971, No.2, p.3-12.
333. Roșculeț, M., Analiză matematică. Editura Didactică și Pedagogică, București, Vol.I, 1967, Vol.II, 1968.
334. Rubinštejn, Ju.E., Genzelev, S.M., Skorkin, N.V., Issledovanie perehodnyh processov v metallurgičeskikh mašin s učetom mehaničeskoj harakteristiki dvigatelja i uprugosti detalej privoda. Dinamika krupnyh mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Moskva, 1969, p.252-256.
335. Rudakov, V.V., Mașini electrice amplificatoare în sistemele automate. Editura Tehnică, București, 1963.
336. Rudakov, V.V., Rasčet i modelirovanie avtomatizirovannyh elektroprivodov. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, Leningrad, 1965.
337. Šehvic, E.I., Šlykov, F.M., Metody inženernogo dinamičeskogo rasčeta agregatov mašin-avtomatov s povorotnymi mehanizmami, osnovannye na obobščennom matematičeskom modelirovanii. Dinamika mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1969, p.267-277.
338. Šejnin, I.S., O zažona izmenenija oborotov pri pusko mašin s asinhronnym dvigatelem. Issledovanie po dinamike sooruženij i rasčeta konstrukcij na uprugom osnovanii, Sbornik statej, Gosstroizdat, Moskva, 1961.
339. Semenov, M.V., Analiz častnogo slučaja ustanovivšegosja periodičeskogo dviženija mehanizmov. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1955, Tom XV, Vypusk 57, p.27-37.
340. Silaș, Gh., Mecanică. Vibrații mecanice. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1968.
341. Silaș, Gh., O nouă metodă de studiu a sistemelor vibropercutante liniare cu un grad de libertate și o cuplă percutantă. Bul.St.și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicații, 1971, Tomul 16(30), Fascicola 1, p.55-64.
342. Silaș, Gh., Sisteme dinamice cu interacțiuni percutante. Bul.St.și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicații, Tomul 18(32) Fascicola 2, p.155-159.

- 343.Silaş, Gh., Studiul regimurilor staționare ale unui vibrator cu caracteristică elastică neliniară. Bul.St. și Tehn. al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică - Mecanică Teoretică și Aplicată, 1973, Tomul 18(32), Fascicola 2, p.161-165.
- 344.Silaş, Gh., Brîndeu, L., Stabilitatea mișcărilor periodice ale unui sistem vibropercutant cu două grade de libertate. Bul.St.și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1970, Fascicola 2, p.167-172.
- 345.Silaş, Gh., Brîndeu, L., Studiul mișcărilor vibropercutante ale unei mase libere între doi limitatori cu excitație cinematică. Bul.St.și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1971, Tomul 16(30), Fascicola 2, p.225-231.
- 346.Silaş, Gh., Brîndeu, L., Studiul mișcării sistemelor vibropercutante cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange. Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1972, Tomul 17(31), Fascicola 2, p.141-150.
- 347.Silaş, Gh., Brîndeu, L., Folosirea ecuațiilor lui Lagrange la studiul mișcărilor periodice ale sistemelor vibropercutante. Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1973, Tomul 18(32), Fascicola 1, p.45-52.
- 348.Silaş, Gh., Brîndeu, L., Mișcările periodice ale unui vibrator rezemat pe un limitator rigid. Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1973, Tomul 18(32), Fascicola 2, p.168-174.
- 349.Silaş, Gh., Brîndeu, L., Asupra folosirii variabilei complexe în studiul mișcării sistemelor vibropercutante. Bul.St. și Tehnic al Inst. Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1975, Tomul 20(34), Fascicola 2, p.141-142.
- 350.Silaş, Gh., Brîndeu, L., Bacria, V., Studiul mișcărilor periodice amortizate ale unui vibrator limitat elastic. Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1973, Tomul 18(32); Fascicola 2, p.175-181.
- 351.Silaş, Gh., Brîndeu, L., Hegedűs, A., Mișcări periodice cu cioc-

- niri ale vibratorului liber. Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Serie Nouă, 1967, Tomul 12 (26), Fasc.1, p.27-35.
- 352.Silaș, Gh., Hegedüs, A., Contribuții privind studiul mișcărilor periodice optime ale sistemelor vibropercutante cu un grad de libertate. Bul.St. și Tehnic al Inst. Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1971, Tomul 16(30), Fascicola 1, p.79-93.
- 353.Silaș, Gh., Hegedüs, A., Toader, M., A supra unor mișcări vibropercutante optime. Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1973, Tomul 18(32), Fascicola 1, p.57-67.
- 354.Silaș, Gh., Groșanu, I., Oscilațiile unui sistem mecanic acționat de un motor electric având puterea limitată. Bul. St.și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1970, Tomul 15(29), Fascicola 2, p.173-178.
- 355.Silaș, Gh., Groșanu, I., Studiul mișcărilor staționare ale unui sistem autonom cu trei grade de libertate. Bul.St. și Tehnic al Inst. Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1971, Fascicola 2, p.233-240.
- 356.Silaș, Gh., Groșanu, I., Bogoevici, N., Contribuții la studiul reglajurilor staționare ale unui sistem mecanic cu excitație inerțială acționat de un motor electric. Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1971, Tomul 16(30), Fascicola 1, p.65-77.
- 357.Silaș, Gh., Groșanu, I., Nichita, I., A supra mișcărilor nestaționare ale unui sistem mecanic acționat inerțial. Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Serie Nouă, 1967, Tom 12(26), Fasc.2, p.379-386.
- 358.Silaș, Gh., Groșanu, I., Păunescu, M., Nichita, I., Gligor, Tr., Stabilirea adâncimii maxime de înfigere a piloților introduși prin vibropercuție. Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit.Timișoara, Serie Nouă, 1964, Tom 9(23), Volum special, p.21-27.
- 359.Silaș, Gh., Nichita, I., Groșanu, I., Dinamica ridicării sarcinii la un pod rulant. Bul.St.și Tehnic al Inst.Polit. Timișoara, Seria Matematică-Fizică-Mecanică Teoretică și Aplicată, 1972, Tomul 17(31), p.61-67.

360. Silaș, Gh., Păunescu, M., Groșanu, I., Brindeu, L., Contribuții la studiul și proiectarea mașinilor vibropercutante folosite la înfigerea piloților. *Bul.St. și Tehnic al Inst.Polit.Timisoara, Serie Nouă*, 1962, Tom 7(21), Fasc.2, p.413-429.
361. Skičko, P.Ja., Leepá, I.I., Dinamika glavnyh linij nepreryvno-zagotovočnyh stanov. *Trudy Dnepropetrovskogo Instituta Černoj Metallurgii, Dinamika Metallurgičeskikh Mašin*, 1969, t.XXXI, p.49-57.
362. Skuridin, M.A., Opredelenie dviženija mehanizma po uravneniju kinetičeskoj energii pri zadanih sil funkcionijami skrostoni i vremeni. *Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov*, 1951, Tom XII, Vypusk 45, p.5-23.
363. Šlykov, F.M., Električeskoe modelirovanie dinamiki privoda mehanizma s privedennym peremennym momentom inercii. *Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Elektromehaničeskaja*, 1962, No.6, p.602-610.
364. Smith, J.W., Automatic Closed Loop Variable Speed Drives. *Electrical Review*, 1969, Volume 185, No.19, p.679-683.
365. Smoleanski, M.L., Tabele de integrale ne definite. Editura Tehnică, București, 1972.
366. Sokolov, M.M., Masandilov, L.B., Šinjaskij, A.V., Issledovanie elektromagnitnyh perehodnyh processov v asinhronnyh dvigateljah. *Električestvo*, 1965, No.2, p.40-45.
367. Sokolovskij, V.I., Drjagin, O.P., Analitičeskij metod rešenija uravnenija dviženija mašiny. *Dinamika krupnyh mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Mašinostroenie"*, Moskva, 1969, p.22-33.
368. Spivakovskij, A.D., Gončarovič, I.F., Vukolov, E.A., Issledovanie dinamiki vibracionnyh pitatelej-grohotov s dvigatелеm ograničennoj moščnosti pod nagruzkoj. *Dinamika mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Nauka"*, Moskva, 1969, p.239-247.
369. Šrajman, V.M., Grafičeskij i grafoanalitičeskij metod rešenija uravnenij dviženija mašinogo agregata. *Izvestija Vyssih Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie*, 1970, No. 9, p.51-53.
370. Stančev, E., Dinamika stacionarnykh režimov raboty mašinogo agregata s elastičnoju svjaz'ju silovoj i rabočeju mašin. *Dinamika mašin, Teorija mašin i mehanizmov, Sbor-*



- nik statej, Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Moskva, 1969, p.365-376.
371. Stejnol'f, L.I., Karaban, V.N., O rasčeta vynuždennyh krutil'nyh kolebanij na EGVN. Dinamika i Pročnost' Mašin, 1969, Vypusk 10, p.80-84.
372. Steward, D.F., Wall, E.T., A Matrix Transformation for the Direct Generation of Liapunov State Functions. Acta Technica ČSAV, 1969, No.6, p.667-682.
373. Stoljarčuk, V.F., Glad'o, B.M., Issledovanie dinamiki razgona mašin, oborudovannyh dvigateljami postojanogo toka nezavisimogo vozbuždenija. Izvestija Vysšik Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1970, No.9, p.36-40.
374. Stoljarčuk, V.F., Račinec, N.F., Glad'o, B.M., Issledovanie dviženija i dinamiki mašin oborudovannyh elektroprivodom. Izdatel'stvo Lvovskogo Universiteta, Lvov, 1972.
375. Strelkov, S.P., Vvedenie v teoriju kolebanij. Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1964.
376. Suhij, R.D., Družinin, Ju.A., Korovkeviči, V.B., Suhij, V.D., Sintez inercionnyh mehaničeskikh vozбудitelej negarmoničeskikh kolebanij. Izvestija Vysšik Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1976, No.5, p.76-81.
377. Suhij, R.D., Družinin, Ju.A., Vadužev, V.G., Proektirovanie inercionnyh mehaničeskikh vozбудitelej kolebanij. Izvestija Vysšik Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1976, No.1, p.42-46.
378. Sabac, I., Matematici speciale. Editura Didactică și Pedagogică, București, Vol.I, 1964, Vol.II.1965.
379. Tabără, V., Calculul puterii motoarelor electrice pentru acționarea preselor mecanice cu excentric. Construcția de Mașini, 1972, nr.4, p.187-191.
380. Tihonov, A.N., Sistemy differencial'nyh uravnenii, sodержaščie malye parametry pri proizvodnyh. Matematičeskij Sbornik, 1962, T31(73), No.3, p.575-586.
381. Tkačenko, A.S., Čerevik, Ju.I., Issledovanie neravnomernosti dviženija mehanizma privoda kleti stana holodnoj prokatki trub i izyskanie putej ee poniženija. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1969, Vypusk 7, p.17-23.

382. Tkačenko, A.S., Čerovik, Ju.I., Nekotorye voprosy dinamiki perehodnogo processa stanov holodnoj prekatki tub. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1971, Vypusk 10, p. 8-15.
383. Trockij, V.A., Neobhodimye usloviya v variacionnyh zadačah optimizacii processov upravlenija. Trudy Leningradskogo Politehničeskogo Instituta, Dinamika i Pročnost' Mašin, 1963, No.226, p.44-61.
384. Uanjaškin, V.A., Dinamika inercionnogo transformatora krutjaščego momenta s centrobežno-inercionnym akumuljatorom energii. Izvestija Vysših Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1966, No.4, p.63-68.
385. Umnov, N.V., Sintez mehaničeskoj sistemy s variatorom, optimal'noj po bystrodejstvu. Mašinovedenie, 1966, No. 6, p.47-53.
386. Umnov, N.V., Grafičeskij metod rešenija zadači dinamiki mehanizmov s variatorom. Mašinovedenie, 1967, No.2, p. 33-40.
387. Usmanov, H.G., Issledovanie perehodnogo processa centrobežnogo tolkatelja ryčožnogo tipa. Mašinovedenie, 1971, No.2, p.32-38.
388. Usmanov, H.G., Dinamika centrobežnogo tolkatelja s rolikami. Mašinovedenie, 1972, No.2, p.16-20.
389. Usmanov, H.G., Dviženie centrobežnogo tolkatelja s mjažkoj posadkoj. Mašinovedenie, 1972, No.5, p.17-22.
390. Vâlcovici, V., Bâlan, St., Voinea, R., Mecanică teoretică. Editura Tehnică, București, 1966.
391. Vasilieva, A.B., O differencial'nyh uravnenijah, soderžaščih malye parametry. Matematičeskij Sbornik, 1952, T3(73), No.3, p.587-644.
392. Vatolin, V.V., Optimal'nye zakony dviženija rabočevo organa mašiny pri peremennom momente soprotivlenija. Izvestija Vysših Učebnih Zavedenij, Mašinostroenie, 1969, No.4, p.73-78.
393. Vejc, V.L., Dinamika stanočnyh privodov s samotormozjaščimisja čerjačnymi peredačami. Stanki i Instrument, 1957, No.5, p.19-20.
394. Vejc, V.L., Dinamika stanočnogo privoda pri vrezanii i vyhode instrumenta. Stanki i Instrument, 1964, No.1, p.15-21.
395. Vejc, V.L., Dinamičeskij rasčet stanočnyh zažimnyh ustrojstv s e-

- lektroprivodom. Stanki i Instrument, 1965, No.10, p.1-5.
396. Vejc, V.L., Metod ocenki v issledovanii dviženija mašinnogo agregata s uprugimi zvenjami. Mehanika Mašin, 1967, Vypusk 7-8, p.98-110.
397. Vejc, V.L., Dinamika mašinnih agregatov. Izdatel'stvo "Mašino-stroenie", Leningrad, 1969.
398. Vejc, V.L., Andruševič, Ju.M., Osnovy inženernyh metodov rasčeta v dinamike stanočnyh <sup>privodov</sup>. Kuibyševskij Politehničeskij Institut, Sbornik Naučnyh Trudov, Mehanika, Kuibyševskoe Knižnoe Izdatel'stvo, Kuibyšev, 1967, p.126-131.
399. Vejc, V.L., Dobroslavskij, V.L., Rasčet stanočnyh privodov pri periodičeskoj nagruzke. Stanki i Instrument, 1961, No.3, p.20-25.
400. Vejc, L.V., Dobroslavskij, V.L., Nekotorye voprosy dinamiki mašin s elektroprivodom. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1962, Vypusk 91.
401. Vejc, V.L., Dondošunskij, V.K., Čiržajev, V.I., Vynuždennye kolebanija v metalorežuščih stankah. Rasčet detalej i uzlov. Mašgiz, Moskva, Leningrad, 1959.
402. Vejc, V.L., Martynenko, A.M., Dinamika mašinnogo agregata s samotormozjaščejšja červjacionoj peredačej pri silah trenija, zavisjaščih ot skorosti. Mašinovedenie, 1966, No.6, p.7-15.
403. Vejc, V.L., Martynenko, A.M., Dinamika mašinnogo agregata s uprugimi zvenjami i samotormozjaščejšja peredačej. Mehanika Mašin, 1967, Vypusk 9-10, p.14-26.
404. Vejc, V.L., Martynenko, A.M., Dinamika mašinnogo agregata s uprugimi zvenjami pri učete dempfirovanija. Mašinovedenie, 1968, No.1, p.3-11.
405. Vejc, V.L., Martynenko, A.M., Kručil'nye kolebanija v mašinnom agregate s postojannymi momentami inercii mass pri učete gisterezisa. Mehanika Mašin, 1969, Vypusk 19-20, p.118-129.
406. Vejc, V.L., Martynenko, A.M., O dual'nosti mehaničeskikh cepej. Mašinovedenie, 1969, No.2, p.3-12.
407. Vejc, V.L., Martynenko, A.M., Dinamika mašinnogo agregata, imejušego nelinejnuju muftu s kusočno-linejnoj uprugoj harakteristikoj. Mehanika Mašin, 1968, Vypusk 13-14,

p.155-173.

408. Vejs, V.L., Martynenko, A.M., Dinamika stopornogo režima v mašinnom agregata s asinhronnym elektroprivodom. Mašinovedenie, 1973, No.3, p.29-35.
409. Vejs, V.L., Martynenko, A.M., Šneerson, E.Z., Častotnye harakteristiki mašinnogo agregata s samotormozjaščim mehanizmom. Mašinovedenie, 1972, No.3, p.11-17.
410. Vejs, V.L., Vul'fson, I.I., Kolovskij, M.Z., Nelinejnye zadaci dinamiki mehanizmov. Trudy V meždunarodnoj konferencij po nelinejnym kolebanijam, Kiev, 1969, Tom 3, Izdanie Instituta Matematiki Akademii Nauk USSR, Kiev, 1970, p.129-138.
411. Vejvoda, D., Zametka po povodu stat'i Ladiztava Pusta: Vlijanie svojstv istočnika peremennoj sily na kolebanija mehaničeskoj sistemy. Aplikace Matematiky, 1958, Sv.3, č.6, p.451-460.
412. Vejvoda, O., On the Existence and Stability of the Periodic Solutions of the Second Kind of a Certain Mechanical System. Czechoslovak Mathematical Journal, 1959, T.9 (84), No.3, p.390-415.
413. Vesenevski, S.N., Caracteristicile motoarelor utilizate in acționări electrice. Editura Tehnică, București, 1969.
414. Vilenskij, B.A., Poljakov, V.S., Vlijanie harakteristiki elektrodvigatelja na rezonansnuju častotu agregata s nelinejnom uprugoj muftoj. Mašinovedenie, 1967, No.4, p.39-42.
415. Vjatkin, G.P., Opredelenie zakona dvizenija mehaničeskogo agregata po diagramme  $T, \omega^2$ , Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1959, Vypusk 76.
416. Volkov, D.P., Kaminskaja, D.A., Dinamika elektromehaničeskich sistem šekavatorov. Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Moskva, 1971.
417. Vul'fson, I.I., O nekotoryh kriterijah dinamičeskogo sintesa mehanizmov preryvistogo dviženija s učetom podatlivosti privoda. Dinamika mašin, Sbornik statej, Izdatel'stvo "Nauka", Moskva, 1969, p.73-83.
418. Vul'fson, I.I., Nekotorye voprosy dinamiki mehanizmov periodičeskogo dviženija pri parametričeskom vozbuždenij. Teorija Mehanizmov i Mašin, 1969, Vypusk 7, p.38-47.



419. Vul'fson, I.I., Dinamičeskie rasčety ciklovyh mehanizmov . Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Leningrad, 1976.
420. Willems, J.L., Improved Lyapunov Function for Transient Power-System Stability. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. Electronics, Power, Control and Science, 1968, Vol.115, No. 9, p.1315-1317.
421. Willems, J.L., Optimum Lyapunov Functions and Stability Regions for Multimachine Power Systems. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. Electronics, Power, Control and Science, 1970, Vol. 117, No.3, p.573-577.
422. Willems, J.L., The Application of Lyapunov Methods to the Computation of Transient Stability Regions for Multimachine Power Systems. I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems, 1970, Vol.PAS-89, No.5/6, p.795-801.
423. Yu, L.V., M., Constant Starting Torque Control of Wound Rotor Induction Motors. I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems, 1970, Vol.PAS-89, No.4, p.646-651.
424. Zablockij, V.P., Izjumskij, V.P., K issledovaniju dviženija mašinnogo agregata, imejuščego asinhronnyj elektrodvigatel'. Teoria Mehanizmov i Mašin, 1967, Vypusk 3, p.82-86.
425. Zagorodnjuk, V.T., Ščepetkov, S.A., Peredatočnaja funkcija ravnomomentnyh šlektričeskih privodov s dvumja stepenjami svobody. Izvestija Vysšik Učebnih Zavedenij , Elektromehanika, 1969, No.3, p. 303-306.
426. Zinov'ev, V.A., Issledovanie dviženija mehaničeskogo agregata energetičeskim metodom. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1948, Vypusk, 15.
427. Zinov'ev, V.A., Rasčet nanovyh mass pri dvižuščem momente, zavisjaščem ot skorosti. Trudy Instituta Mašinovedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1952, Vypusk 46.

428. Zinov'ev, V.A., K voprosu o rasčete mahovyh mass po metodu I.I. Artobolevskogo. Trudy Instituta Mašino-vedenija, Seminar po Teorii Mašin i Mehanizmov, 1953, Vypusk 51.
429. Zinov'ev, V.A., Odin iz sposobov dinamičeskogo issledovanija mašinnyh agregatov. Teorija Mašin i Mehanizmov, 1963, Vypusk 96-97, p.120-126.
430. Zinov'ev, V.A., Bessonov, A.P., Osnovy dinamiki mašinnyh agregatov. Izdatel'stvo "Mašinostroenie", Moskva, 1964.

Cuprins

	pag.
<b>CAP.1. INTRODUCERE</b>	<b>1</b>
§1.1. Generalități	8
§1.2. Conținutul lucrării	
<b>CAP.2. PROBLEME ALE DINAMICII AGREGATELOR DE MASINI, IN GENERAL</b>	
§2.1. Alegerea caracteristicii mecanice a motorului electric de acționare din agregatul de mașini	11
§2.2. O nouă evaluare a coeficientului de dinamicitate a funcționării unui a- gregat de mașini	18
§2.3. O nouă metodă aproximativă grafo- numerică de rezolvare a ecuației de mișcare a unui agregat de mașini	21
§2.4. Un criteriu grafo-analitic al legă- turii dintre procesele mecanice și electrice dintr-un agregat de mașini	24
§2.5. Studiul dinamicii unui agregat de mașini cu cuplă elastică neliniară	31
<b>CAP.3. PROBLEME ALE DINAMICII AGREGATELOR DE MASINI CU VOLANT</b>	
§3.1. Determinarea momentului de inerție al volantului unui agregat de mașini în cazul unui moment rezistent funcție periodică de poziție	39
§3.2. O metodă analitică aproximativă de determinare a momentului de inerție al volantului unui agregat de mașini	47
§3.3. Determinarea momentului de inerție al volantului unui agregat de mașini, în cazul unei diagrame de sarcină cu por- țiuni armonice și porțiuni constante	49
§3.4. Determinarea masei reduse a volantului unui agregat de mașini cu masa redusă variabilă	58

§3.5. Determinarea momentului de inerție al volantului în cazul unui agregat de mașini cu reductor de turație și moment de inerție variabil	65
<b>CAP.4. PROBLEME ALE DINAMICII AGREGATELOR DE MAȘINI CU VARIATOR DE TURATIE</b>	
§4.1. Ecuația diferențială a mișcării unui agregat de mașini cu variator de turație	74
§4.2. Determinarea legii de reglare a raportului de transmisie al variatorului de turație într-un agregat de mașini, în cazul unei diagrame de sarcină liniare	78
§4.3. Comportarea variatorului de turație ca un sistem de urmărire automată într-un agregat de mașini	81
§4.4. Determinarea randamentului mecanic al unor agregate de mașini cu structură complexă, conținând variatoare de turație și volanți	85
<b>CAP.5. DETERMINARI EXPERIMENTALE SI PRELUCRAREA PE CALCULATORUL NUMERIC A DATELOR EXPERIMENTALE</b>	
§5.1. Descrierea instalației industriale de la Intreprinderea I.M.A.I.A. din Timișoara pe care au fost efectuate determinările experimentale	97
§5.2. Presentarea măsurătorilor și înregistrărilor experimentale, efectuate pe instalația industrială	101
§5.3. Presentarea rezultatelor determinărilor experimentale	111
§5.4. Intocmirea schemelor logice și a programelor FORTRAN pentru prelucrarea pe calculator a rezultatelor determinărilor experimentale	120
§5.5. Presentarea rezultatelor obținute pe calculatorul electronic și compararea rezultatelor experimentale cu cele teoretice	128

**CAP.6. CONCLUZII**  
**Bibliografie**

**pag.**  
**143**  
**148**