

CERCETĂRI PRIVIND FORȚELE EXERCITATE DE CÂMPUL MAGNETIC MACROSCOPIC ASUPRA LICHIDELOR MAGNETICE

Teză destinată obținerii
titlului științific de doctor inginer
la
Universitatea "Politehnica" din Timișoara
în domeniul INGINERIE ELECTRICĂ
de către

Ing. Daniela Claudia Vesa

Conducător științific: prof.univ.dr.ing Ioan ȘORA
Referenți științifici: cercetător.șt.gr.I,dr.fiz. Ladislau VEKAS
prof.univ.dr.ing. Vasile JOPA
prof.univ.dr.ing. Dumitru TOADER

Ziua susținerii tezei: 31.05.2012

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- | | |
|------------------------|---|
| 1. Automatică | 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații |
| 2. Chimie | 8. Inginerie Industrială |
| 3. Energetică | 9. Inginerie Mecanică |
| 4. Ingineria Chimică | 10. Știința Calculatoarelor |
| 5. Inginerie Civilă | 11. Știința și Ingineria Materialelor |
| 6. Inginerie Electrică | |

Universitatea „Politehnica” din Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2006

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității „Politehnica” din Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221
e-mail: editura@edipol.upt.ro

Cuvânt înainte

Teza de doctorat a fost elaborată pe parcursul activității mele în cadrul Departamentului de Bazele Fizice ale Ingineriei al Universității „Politehnica” din Timișoara, sub îndrumarea permanentă și plină de înțelegere a conducătorului științific, prof.dr.ing. Ioan Șora, căruia îi adresez pe această cale cele mai respectuoase mulțumiri.

Mulțumiri deosebite se cuvin și primului meu conducător de doctorat, regretatului prof.dr.ing. Ioan De Sabata, de a cărui îndrumare și experiență științifică am beneficiat în primii ani ai stagiului doctoral.

Un gând frumos îi adresez unui om deosebit, regretatul prof.dr.ing. Dumitru Daba pentru ajutorul permanent acordat la sistematizarea materialului, pentru sugestiile formulate și discuțiile constructive. Încerc să exprim pe această cale profunda recunoștință nu doar pentru sfaturile și îndrumările susținute de-a lungul elaborării acestei teze, ci și pentru formarea mea profesională și nu numai începută încă din anii studenției. Domnul prof.dr.ing. Dumitru Daba a fost, este și va rămâne un model pentru toți cei care l-au cunoscut și i-au înțeles opera.

O parte din încercările experimentale nu ar fi fost posibile fără ajutorul colectivului Institutului pentru Fluide Complexe din cadrul Universității „Politehnica” din Timișoara, condus de domnul dr.fiz. Ladislau Vekas, căruia îi sunt profund recunoscătoare atât pentru oportunitatea oferită cât și pentru sugestiile pertinente primite în cadrul discuțiilor avute.

Calde mulțumiri adresez directorului Departamentului de Bazele Fizice ale Ingineriei, domnul prof.dr.ing. Dumitru Toader, pentru susținerea permanentă pe care mi-a oferit-o și pentru discuțiile constructive avute de-a lungul acestei perioade. De asemenea, doresc să adresez calde mulțumiri tuturor colegilor din cadrul Departamentului de Bazele Fizice ale Ingineriei, pentru încurajările și sprijinul acordat în timpul elaborării prezentei teze, în mod special domnului prof.dr.ing Radu Dumitru și colegului de birou ș.l. Marian Greconici pentru observațiile formulate în diverse etape ale elaborării tezei.

Nu în ultimul, doresc să adresez din suflet călduroase mulțumiri familiei mele care mi-a oferit sprijin moral și înțelegere în toți acești ani și în mod special soțului meu pentru suportul necondiționat, răbdarea și încurajarea acordate, toate acestea ajutându-mă să depășesc momentele dificile ale acestei perioade

Timișoara, mai 2012

Vesa Daniela Claudia

În memoria domnului Prof.dr.ing. Dumitru Daba

Vesa, Daniela Claudia

Cercetări privind forțele exercitate de câmpul magnetic macroscopic asupra lichidelor magnetice

Teze de doctorat ale UPT, Seria 6, Nr. 27, Editura Politehnica, 2012, 188 pagini, 157 figuri.

ISSN: 1842-7022

ISBN: 978-606-554-492-5

Cuvinte cheie: lichide magnetice; forțe specifice de volum și suprafață exercitate de câmpul magnetic macroscopic în ferofluide; forțe efectiv exercitate de câmpul magnetic macroscopic în fluide; efectul Quincke magnetic; efectul de menis conic în lungul conductoarelor parcurse de curent; efectul de deformare a bulelor de gaz din lichide magnetice; modelare numerică cu MEF.

Rezumat:

Ca urmare a proprietăților remarcabile ale ferofluidelor, o clasă de nanomateriale tot mai des utilizată în aplicațiile tehnice, s-au intensificat și cercetările efectelor ponderomotoare produse de câmpul magnetic macroscopic asupra lor. Datorită faptului că în tratarea efectelor produse de câmpul magnetic macroscopic în ferofluide literatura neglijează sistematic termenul magnetostrictiv în expresiile forțelor specifice de volum și suprafață, teoria aferentă acestui domeniu cuprinde numeroase interpretări ale fenomenelor care apar în ferofluide, interpretări care nu sunt rigurose și general valabile. Însă, așa cum se va arăta în lucrarea de față, pentru a oferi o interpretare riguroasă a efectelor câmpului magnetic în ferofluide, termenul magnetostrictiv nu poate și nu trebuie să lipsească din expresiile forțelor specifice.

Lucrarea de față încearcă să prezinte o tratare unitară a fenomenelor observate în ferofluide în prezența câmpului magnetic macroscopic, tratare care este importantă pentru înțelegerea mecanismului fizic real al efectelor observate (efectul Quincke, efectul de menisc conic în lungul conductoarelor parcurse de curent, efectul asupra bulelor de gaz din ferofluide, ș.a.).

CUPRINS

Lista de figuri	8
1. INTRODUCERE	17
1.1. Obiectul și actualitatea temei	17
1.2. Obiectivele și structura tezei	18
1.3. Bibliografie selectivă	19
2. FORȚE SPECIFICE DE VOLUM ȘI SUPRAFAȚĂ ÎN CAZUL LICHIDELOR MAGNETIZABILE LINIAR ȘI IZOTROP.....	21
2.1. Forța specifică de volum.....	21
2.1.1. Forța specifică de volum obținută din medierea micro	22
2.1.2. Forțe specifice de volum și localizarea lor în teoria clasică.....	23
2.2. Forța specifică de suprafață	27
2.2.1. Forța magnetică specifică de suprafață	27
2.2.2. Deducerea forței superficiale folosind un procedeu de trecere la limită	29
2.2.3. Exprimarea densității forței de suprafață cu ajutorul gradientului superficial.....	31
2.2.4. Forța specifică de suprafață pentru lichide slab magnetizabile	33
2.3. Suprapresiunea magnetică în lichide	34
2.4. Bibliografie selectivă	36
3. FORȚE EFECTIVE EXERCITATE DE CÂMPUL MAGNETIC MACROSCOPIC ...	38
3.1. Proprietățile dinamice ale câmpului electromagnetic macroscopic	38
3.1.1. Densitatea de volum efectivă a forței exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic	39
3.1.2. Teorema separării tensiunilor. Densitatea echivalentă de forță exercitată de câmpul electromagnetic	41
3.2. Densitatea superficială efectivă a forței magnetice în medii neparcuse de curenți de conducție.....	43
3.2.1. Expresii echivalente ale densității de volum efective a forței în medii conductoare electric.....	43
3.2.2. Deducerea expresiei densității superficiale efective a forței	44
3.2.3. Exprimarea densității superficiale efective a forței cu ajutorul gradientului superficial	45
3.3. Starea de tensiune magnetică în punctele suprafețelor de discontinuitate din fluid	47
3.4. Relația forțe efective – forțe echivalente în câmp magnetic.....	47
3.5. Densitatea superficială efectivă a forței magnetice în medii parcurse de curenți de conducție.....	49
3.5.1. Expresia echivalentă a densității de volum efective a forței pentru medii parcurse de curenți de conducție	49
3.5.2. Tensorul stare de tensiune “efectiv”	49

3.5.3. Expresia densității superficiale efective	53
3.6. Bibliografie selectivă	54
4. INTERPRETAREA UNOR EFECTE SPECIFICE PRODUSE ÎN LICHIDE MAGNETICE.....	55
4.1. Scurt istoric.....	55
4.2. Denivelarea lichidelor situate în câmpul magnetic al unui electromagnet - efectul Quincke	56
4.2.1. Interpretarea actuală a efectului Quincke, cu neglijarea stricțiunii și a efectului de margine	57
4.2.2. Interpretarea dată de laboratorul Departamentului de fizică și astronomie al Universității din Sheffield, cu neglijarea stricțiunii și a efectului de margine	60
4.2.3. Determinarea forței globale cu tensiunile maxwelliene, neglijând stricțiunea și efectul de margine	61
4.2.4. Determinarea forței globale cu teorema forțelor generalizate, neglijând stricțiunea și efectul de margine	63
4.2.5. Interpretarea efectului Quincke luând în considerare magnetostricțiunea dar nu și efectul de margine	64
4.2.6. Mecanismul fizic real al efectului Quincke	66
4.2.7. Determinări experimentale. Interpretarea rezultatelor.....	68
4.2.8. Calculul numeric al forțelor specifice folosind Metoda Elementelor Finite (MEF). Interpretarea rezultatelor.....	75
4.3. Efectul de ridicare a lichidului magnetic pe conductoare imersate în el - - efectul de menisc conic.....	103
4.3.1. Interpretarea actuală a efectului cu neglijarea magnetostricțiunii..	105
4.3.2. Interpretarea actuală a efectului cu tensorul tensiunii lui Chu și în absența magnetostricțiunii	107
4.3.3. Mecanismul fizic real al efectului de urcare a lichidului magnetic în lungul unui conductor	109
4.3.4. Mecanismul fizic al efectului de urcare a lichidului magnetic în lungul a două conductoare paralele.....	110
4.3.5. Determinări experimentale. Interpretarea rezultatelor.....	112
4.3.6. Calculul numeric al forțelor specifice folosind MEF. Interpretarea rezultatelor	119
4.4. Efectul asupra bulelor de gaz din lichide magnetice, respectiv asupra picăturilor de ferrofluid dispuse în aer și situate în câmp magnetic.....	135
4.4.1. Interpretări actuale ale efectului	136
4.4.2. Forțe superficiale în prezența respectiv în absența magnetostricțiunii	140
4.4.3. Modelul cubic al bulei sferice de gaz în câmp magnetic uniform și în absența magnetostricțiunii	142
4.4.4. Modelul cubic al bulei sferice de gaz în câmp magnetic uniform și în prezența magnetostricțiunii	145
4.4.5. Modelul cubic al picăturii sferice de lichid magnetic în gaz și câmp magnetic uniform.....	148
4.4.6. Mecanismul fizic real al dinamicii bulelor de gaz respectiv picăturilor de lichid magnetic.....	152
4.4.7. Calculul numeric al forțelor specifice folosind MEF. Interpretarea rezultatelor	155
4.5. Bibliografie selectivă	163

5. CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE	166
5.1. Concluzii	166
5.2. Contribuții personale	168
ANEXE	170
Anexa 1. % Program pentru calculul forței de suprafață în cazul efectului Quincke	170
Anexa 2. % Program pentru calculul forței de volum în cazul efectului Quincke.....	171
Anexa 3. % Program pentru calculul forței de suprafață în cazul efectului de menisc conic la un conductor.....	172
Anexa 4. % Program pentru calculul forței de volum în cazul efectului de menisc conic la un conductor	174
Anexa 5. % Program pentru calculul forței de suprafață în cazul efectului de menisc conic la două conductoare	176
Anexa 6. % Program pentru calculul forței de volum în cazul efectului de menisc conic la două conductoare.....	178
Anexa 7. % Program pentru calculul forței de suprafață în cazul bulei imersate în ferofluid dispus în câmp uniform / neuniform (cu efect de margine)	181
Anexa 8. % Program pentru calculul forței de volum în cazul bulei imersate în ferofluid dispus în câmp uniform / neuniform (cu efect de margine)	183
Sinteza privind lucrările proprii	185

LISTA DE FIGURI

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
1.	Fig.2.1.	Suprafața de separație ca suprafață de câmp
2.	Fig.2.2.	Suprafața de separație ca suprafață echipotențială
3.	Fig.2.3.	Porțiune elementară a stratului de tranziție asimilat suprafeței de separație S_{12}
4.	Fig.3.1.	Porțiune dintr-un mediu continuu
5.	Fig.3.2.	Suprafață de separație a două fluide distincte
6.	Fig.4.1.	Tub transparent cu lichid magnetic dispus în câmpul magnetic produs de doi magneți permanenți
7.	Fig.4.2.	Efectul Quincke magnetic
8.	Fig.4.3.	Efectul Quincke
9.	Fig.4.4.	Orientarea forței de suprafață în absența magnetostricțiunii
10.	Fig.4.5.	Deformarea concavă a suprafeței libere a lichidului
11.	Fig.4.6.	Deformarea unei sfere paramagnetice în prezența unui câmp magnetic
12.	Fig.4.7.	Efectul Quincke pentru măsurarea susceptivității magnetice cu un tub vertical sub formă de U având o latură plasată între doi magneți permanenți
13.	Fig.4.8.	Alegerea suprafeței Σ în calculul forței cu tensiunile maxwelliene
14.	Fig.4.9.	O altă alegere a suprafeței Σ în calculul forței cu tensiunile maxwelliene
15.	Fig.4.10.	Geometria efectului Quincke
16.	Fig.4.11.	Denivelarea unui lichid într-un tub sub formă de U având una din laturi în câmp magnetic
17.	Fig.4.12.	Localizarea forțelor specifice de volum
18.	Fig.4.13.	Forța superficială de compresiune
19.	Fig.4.14.	Localizarea spațială efectivă a forțelor
20.	Fig.4.15.	Electromagnetul Weiss utilizat în determinările experimentale
21.	Fig.4.16.	Variația inducției magnetice B cu coordonata y , pentru lungime a întrefierului de $\delta = 3.3cm$
22.	Fig.4.17.	Variația inducției magnetice B cu coordonata y , pentru lungime a întrefierului de $\delta = 4.5cm$
23.	Fig.4.18.	Dependența $M = f(H)$ și curba de magnetizare $B = f(H)$ a ferofluidului UTR30
24.	Fig.4.19.	Dependența înălțimii h a ferofluidului funcție de poziția după coordonata y și pentru lungime a întrefierului de $\delta = 3.3cm$
25.	Fig.4.20.	Dependența înălțimii h a ferofluidului funcție de poziția după coordonata y și pentru lungime a întrefierului de $\delta = 4.5cm$
26.	Fig.4.21.	Instantanee ale ferofluidului pentru $\delta = 3.3cm$, $I_g = 10.05A$ și poziția 1 (stânga), poziția 6 (mijloc), poziția 11 (dreapta)
27.	Fig.4.22.	Instantanee ale ferofluidului pentru $\delta = 4.5cm$, $I_g = 10.05A$ și

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
28. Fig.4.23.		poziția 1 (stânga), poziția 6 (mijloc), poziția 11 (dreapta) Modelarea numerică a electromagnetului Weiss pentru $\delta = 3.3cm$
29. Fig.4.24.		Frontierele modelului și rețeaua de discretizare
30. Fig.4.25.		Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu) pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
31. Fig.4.26.		Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
32. Fig.4.27.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
33. Fig.4.28.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.6cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
34. Fig.4.29.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.2cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
35. Fig.4.30.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
36. Fig.4.31.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
37. Fig.4.32.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
38. Fig.4.33.		Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu) pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
39. Fig.4.34.		Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
40. Fig.4.35.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
41. Fig.4.36.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.9cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
42. Fig.4.37.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.8cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
43. Fig.4.38.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
		$z = 0\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$
44.	Fig.4.39.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$
45.	Fig.4.40.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$
46.	Fig.4.41.	Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu) pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$
47.	Fig.4.42.	Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$
48.	Fig.4.43.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$
49.	Fig.4.44.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.6\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$
50.	Fig.4.45.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.2\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$
51.	Fig.4.46.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$
52.	Fig.4.47.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$
53.	Fig.4.48.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$
54.	Fig.4.49.	Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu) pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$
55.	Fig.4.50.	Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$
56.	Fig.4.51.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$
57.	Fig.4.52.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.9\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
58. Fig.4.53.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.8cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
59. Fig.4.54.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
60. Fig.4.55.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
61. Fig.4.56.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
62. Fig.4.57.		Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu) pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
63. Fig.4.58.		Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
64. Fig.4.59.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
65. Fig.4.60.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.6cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
66. Fig.4.61.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.2cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
67. Fig.4.62.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
68. Fig.4.63.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
69. Fig.4.64.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$
70. Fig.4.65.		Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu) pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
71. Fig.4.66.		Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
72. Fig.4.67.		Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0cm$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2cm$ și

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
		lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
73.	Fig.4.68.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.9cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
74.	Fig.4.69.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.8cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
75.	Fig.4.70.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
76.	Fig.4.71.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
77.	Fig.4.72.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5cm$
78.	Fig.4.73.	Aranjamentul experimental: (a) în absența curentului electric; (b) în prezența curentului electric
79.	Fig.4.74.	Meniscul conic în echilibru ferohidrostatic
80.	Fig.4.75.	Geometria inițială a efectului
81.	Fig.4.76.	Localizarea forțelor specifice de volum
82.	Fig.4.77.	Meniscul conic în cazul a două conductoare
83.	Fig.4.78.	Explicativă la calculul câmpului și variația aproximativă a câmpului magnetic pentru cazul a două conductoare
84.	Fig.4.79.	Ansamblul experimental utilizat în cazul efectului de ridicare a ferofluidului în lungul conductoarelor imersate în el
85.	Fig.4.80.	Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul unui conductor cu rază $a_1 = 5mm$ imersat în ferofluid
86.	Fig.4.81.	Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul unui conductor cu rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferofluid
87.	Fig.4.82.	Denivelarea ferofluidului la valoare maximă a curentului aplicat în cazul unui conductor cu rază $a_1 = 5mm$ (stânga) și cu rază $a_2 = 3mm$ (dreapta)
88.	Fig.4.83.	Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul a două conductoare cu rază $a_1 = 5mm$ imersate în ferofluid
89.	Fig.4.84.	Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul a două conductoare cu rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferofluid
90.	Fig.4.85.	Denivelarea ferofluidului la valoare maximă a curentului aplicat în cazul a două conductoare cu rază $a_1 = 5mm$ (stânga) și cu rază $a_2 = 3mm$ (dreapta)
91.	Fig.4.86.	Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
		în cazul unui conductor cu rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferrofluid având $h_i = 9mm$
92.	Fig.4.87.	Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul a două conductoare cu rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid având $h_i = 9mm$
93.	Fig.4.88.	Denivelarea ferrofluidului la valoare maximă a curentului aplicat în cazul unui conductor (stânga) și a două conductoare apropiate (dreapta) având razele $a_2 = 3mm$
94.	Fig.4.89.	Frontierele modelului cu un conductor și rețeaua de discretizare
95.	Fig.4.90.	Frontierele modelului cu două conductoare și rețeaua de discretizare
96.	Fig.4.91.	Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul unui conductor de rază $a_1 = 5mm$ imersat în ferrofluid
97.	Fig.4.92.	Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru cazul unui conductor de rază $a_1 = 5mm$ imersat în ferrofluid
98.	Fig.4.93.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0cm$ pentru cazul unui conductor de rază $a_1 = 5mm$ imersat în ferrofluid
99.	Fig.4.94.	Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferrofluid
100.	Fig.4.95.	Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferrofluid
101.	Fig.4.96.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0cm$ pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferrofluid
102.	Fig.4.97.	Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul a două conductoare paralele de rază $a_1 = 5mm$ imersate în ferrofluid
103.	Fig.4.98.	Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_1 = 5mm$ imersate în ferrofluid
104.	Fig.4.99.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0cm$ pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_1 = 5mm$ imersate în ferrofluid
105.	Fig.4.100.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = -2cm$ pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_1 = 5mm$ imersate în ferrofluid
106.	Fig.4.101.	Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul a două conductoare paralele de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid
107.	Fig.4.102.	Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
		pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid
108.	Fig.4.103.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0cm$ pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid
109.	Fig.4.104.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = -1.8cm$ pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid
110.	Fig.4.105.	Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferrofluid având înălțimea inițială $h_i = 9mm$
111.	Fig.4.106.	Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferrofluid având $h_i = 9mm$
112.	Fig.4.107.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0cm$ pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferrofluid având $h_i = 9mm$
113.	Fig.4.108.	Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul a două conductoare apropiate de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid având înălțimea inițială $h_i = 9mm$
114.	Fig.4.109.	Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru cazul a două conductoare apropiate de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid având $h_i = 9mm$
115.	Fig.4.110.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0cm$ pentru cazul a două conductoare de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid având $h_i = 9mm$
116.	Fig.4.111.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = -0.35cm$ pentru cazul a două conductoare de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid având $h_i = 9mm$
117.	Fig.4.112.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0cm$ pentru cazul a două conductoare de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid având $h_i = 9mm$
118.	Fig.4.113.	Forma unei picături de lichid magnetic având un diametru inițial $d_0 = 3.67mm$, pentru un câmp magnetic a) $H = 0 kA/m$; b) $H = 26.7 kA/m$; c) $H = 55.7 kA/m$; d) $H = 142.4 kA/m$
119.	Fig.4.114.	Forma unei bule care urcă în lichid magnetic: a) în absența câmpului magnetic; b) în prezența câmpului magnetic
120.	Fig.4.115.	Dezintegrarea lanțului de bule care urcă în lichid magnetic (vedere prin pereții de sticlă): a) $H = 0 kA/m$; b) $H = 13.4 kA/m$; c) $H = 19.8 kA/m$; d) $H = 22.1 kA/m$

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
121.	Fig.4.116.	Forma unei bule care urcă în lichid magnetic: a) în absența câmpului magnetic (sus); b) în prezența câmpului magnetic (jos)
122.	Fig.4.117.	Efectul creșterii câmpului magnetic aplicat (de la stânga la dreapta)
123.	Fig.4.118.	Suprafața de separație ca suprafață de câmp
124.	Fig.4.119.	Suprafața de separație ca suprafață echipotențială magnetic
125.	Fig.4.120.	Forța specifică la suprafața de separație ca suprafață de câmp
126.	Fig.4.121.	Forța specifică la suprafața de separație ca suprafață echipotențială magnetic
127.	Fig.4.122.	Modelul cubic echivalent al bulei / picăturii
128.	Fig.4.123.	Deformarea bulei în câmp magnetic vertical în absența magnetostricțiunii și a gravitației
129.	Fig.4.124.	Deformarea bulei în câmp magnetic orizontal în absența magnetostricțiunii și a gravitației
130.	Fig.4.125.	Bula în absența câmpului magnetic: a) microgravitație (stânga); b) în prezența gravitației (dreapta)
131.	Fig.4.126.	Deformarea bulei în câmp magnetic vertical în absența magnetostricțiunii și în prezența gravitației
132.	Fig.4.127.	Deformarea bulei în câmp magnetic orizontal în absența magnetostricțiunii și în prezența gravitației
133.	Fig.4.128.	Deformarea bulei în câmp magnetic vertical în prezența magnetostricțiunii și în absența gravitației
134.	Fig.4.129.	Deformarea bulei în câmp magnetic orizontal în prezența magnetostricțiunii și în absența gravitației
135.	Fig.4.130.	Deformarea bulei în câmp magnetic vertical în prezența magnetostricțiunii și a gravitației
136.	Fig.4.131.	Deformarea bulei în câmp magnetic orizontal în prezența magnetostricțiunii și a gravitației
137.	Fig.4.132.	Deformarea picăturii în câmp magnetic vertical în absența magnetostricțiunii și a gravitației
138.	Fig.4.133.	Deformarea picăturii în câmp magnetic orizontal în absența magnetostricțiunii și a gravitației
139.	Fig.4.134.	Deformarea picăturii în câmp magnetic vertical în absența magnetostricțiunii și în prezența gravitației
140.	Fig.4.135.	Deformarea picăturii în câmp magnetic orizontal în absența magnetostricțiunii și în prezența gravitației
141.	Fig.4.136.	Deformarea picăturii în câmp magnetic vertical în prezența magnetostricțiunii și în absența gravitației
142.	Fig.4.137.	Deformarea picăturii în câmp magnetic orizontal în prezența magnetostricțiunii și în absența gravitației
143.	Fig.4.138.	Deformarea picăturii în câmp magnetic vertical în prezența magnetostricțiunii și a gravitației
144.	Fig.4.139.	Deformarea picăturii în câmp magnetic orizontal în prezența magnetostricțiunii și a gravitației
145.	Fig.4.140.	Deformarea bulei "cubice" în prezența efectului de capăt
146.	Fig.4.141.	Forțele exercitate de un câmp magnetic neuniform asupra unei bule de gaz
147.	Fig.4.142.	Forțele exercitate de un câmp magnetic neuniform asupra unei picături de ferrofluid

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
148.	Fig.4.143.	Frontierele modelului în absența efectului de margine și rețeaua de discretizare
149.	Fig.4.144.	Frontierele modelului în prezența efectului de margine și rețeaua de discretizare
150.	Fig.4.145.	Distribuția intensității câmpului magnetic în cazul modelului în absența efectului de margine
151.	Fig.4.146.	Distribuția forței specifice de suprafață în cazul modelului în absența efectului de margine
152.	Fig.4.147.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0cm$ în cazul modelului în absența efectului de margine
153.	Fig.4.148.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 25.5cm$ în cazul modelului în absența efectului de margine
154.	Fig.4.149.	Distribuția intensității câmpului magnetic în cazul modelului în prezența efectului de margine
155.	Fig.4.150.	Distribuția forței specifice de suprafață în cazul modelului în prezența efectului de margine
156.	Fig.4.151.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0cm$ în cazul modelului în prezența efectului de margine
157.	Fig.4.152.	Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 25.5cm$ în cazul modelului în prezența efectului de margine

1. INTRODUCERE

1.1. Obiectul și actualitatea temei

Lichidele magnetice sau ferrofluidele sunt suspensii coloidale de nanoparticule magnetice subdomenice într-un lichid de bază, fiecare particulă coloidală dintr-un fluid magnetic comportându-se ca un mic magnet permanent care tinde să se orienteze în direcția câmpului magnetic. În plus, particulele sunt învelite cu un strat de stabilizant pentru a preveni interacțiunea lor magnetică. În acest fel rezultă un amestec complex care se comportă ca un lichid omogen chiar în prezența unui câmp magnetic aplicat din exterior.

Prin apariția lor, lichidele magnetice au permis dezvoltarea de noi dispozitive și tehnologii care sunt o alternativă utilă la cele existente, multe dintre aceste aplicații având încă posibilități de dezvoltare. Cu toate acestea, se poate aștepta ca datorită calităților lor remarcabile, fluidele magnetice să devină în viitor o parte din proiectele originale.

Primele încercări în obținerea unor lichide cu proprietăți magnetice au avut loc în secolul IX când, fizicienii ca M. Faraday, T.J. Seebeck și alții au verificat supozițiile lor cu privire la proprietățile câmpului magnetic în cazul în care utilizează lichide în care s-a dizolvat un praf fin din metal. Un dezavantaj al acestui mediu a fost instabilitatea sa datorată greutateii particulelor de praf. După mai bine de un secol, fizicienii au reluat această problemă și au constatat că aceste lichide pot fi stabile în cazul în care praful este format din particule extrem de fine, sedimentarea lor apărând după un timp mai îndelungat.

Primele ferrofluide au fost preparate în 1965 de către Stephen Papell în cadrul unor cercetări NASA, fluide care erau destinate propulsiei navelor cosmice în condițiile de zbor spațial.

Ca urmare a proprietăților lor remarcabile și datorită accesibilității lor, după 1970 lichidele magnetice au acaparat interesul cercetătorilor din întreaga lume printre care se amintesc și cei din România (colectivul Prof. E. Luca de la Iași respectiv colectivul Acad. I. Anton de la Timișoara). De asemenea, studiul lichidelor magnetice, al proprietăților lor și al efectelor produse de câmpul magnetic asupra lor are un caracter multidisciplinar reunind specialiști din diverse domenii de activitate cum ar fi în hidrodinamică, fizică, chimie, electrotehnică, etc. Începând cu aceeași perioadă, datorită cercetărilor intense asupra ferrofluidelor, numărul publicațiilor care privesc acest domeniu a devenit tot mai mare. În acest context, Ronald Rosensweig părintele lichidelor magnetice moderne, elaborează în 1985 o lucrare [1] care fundamentează prepararea și magnetohidrodinamica ferrofluidelor și care promovează aplicațiile acestora.

Efectele ponderomotoare produse de câmpul magnetic macroscopic asupra ferrofluidelor reprezintă obiectul de studiu al ferohidrodinamicii, domeniu care a început să se dezvolte la începutul anilor 1960 și care în ultimele decenii a cunoscut o evoluție spectaculoasă datorită aplicațiilor tot mai numeroase și mai diverse în care se folosesc ferrofluide. Dintre acestea se menționează: etanșările cu lichide magnetice, lagărele magnetice, amortizoarele cu lichide magnetice, diverse aplicații în domeniul biotehnologiilor și al medicinei, etc.

Cu toate acestea, teoria aferentă acestui domeniu cuprinde numeroase interpretări ale fenomenelor care apar în ferofluide, interpretări care nu sunt rigurose și general valabile. Aceasta se datorează faptului că, în tratarea efectelor produse de câmpul magnetic macroscopic în ferofluide, literatura neglijează sistematic termenul magnetostrictiv în expresiile forțelor specifice de volum și de suprafață. Însă, așa cum se va arăta în lucrarea de față, pentru a oferi o interpretare riguroasă a efectelor câmpului magnetic în ferofluide, termenul magnetostrictiv nu poate și nu trebuie să lipsească din expresiile forțelor specifice.

Lucrarea de față încearcă să prezinte o tratare unitară a fenomenelor observate în ferofluide în prezența câmpului magnetic macroscopic, tratare care este importantă pentru înțelegerea mecanismului fizic real al efectelor observate. Scopul final al lucrării este acela ca în baza observațiilor formulate și a rezultatelor obținute să contribuie la formarea unei imagini de ansamblu mai cuprinzătoare în problema efectelor produse de forțele exercitate de câmpul magnetic macroscopic asupra ferofluidelor.

1.2. Obiectivele și structura tezei

Prin subiectul său, lucrarea se înscrie în preocupările mai vechi ale colectivului de electrotehnică din cadrul Universității „Politehnica” din Timișoara, în studiul forțelor exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic asupra mediilor fluide [2-11, ș.a.], preocupări inspirate în bună măsură de teoria relativist invariantă elaborată de Al. Timotin [12] cu privire la proprietățile dinamice ale câmpului electromagnetic.

În lucrarea de față, autoarea și-a propus să aducă unele contribuții la studiul comportării lichidelor magnetice în prezența câmpului magnetic macroscopic. Astfel, principalele obiective propuse de autoare și dezvoltate în lucrare sunt:

- elaborarea unei teorii unitare, general valabile, privind forțele exercitate de câmpul magnetic macroscopic asupra lichidelor magnetice;
- analiza localizării spațiale a forțelor specifice de volum și de suprafață exercitate de câmpul magnetic macroscopic în lichidele magnetice;
- punerea în evidență a importanței efectului magnetostrictiv în efectele produse de forțele câmpului magnetic macroscopic în ferofluide;
- stabilirea expresiei forței specifice de suprafață efectiv exercitată de câmpul magnetic macroscopic în absența respectiv în prezența curenților de conducție;
- analiza și interpretarea unor efecte dinamice specifice produse de câmpul magnetic macroscopic în lichidele magnetice.

Teza de doctorat este structurată pe cinci capitole și opt anexe, lista bibliografică cu lucrări fiind dispusă la sfârșitul fiecărui capitol.

Capitolul 1 are caracter introductiv și prezintă o imagine asupra domeniului ferofluidelor și a stadiului actual al problemei abordate, prezentând obiectivele și structura tezei.

În capitolul 2 se realizează o analiză a expresiilor forțelor specifice de volum și suprafață aferente lichidelor punându-se în evidență importanța lor în înțelegerea efectelor produse de câmpul magnetic macroscopic asupra ferofluidelor sub raportul localizării spațiale a forțelor. De asemenea, expresia forței superficiale este dedusă utilizând un procedeu de trecere la limită respectiv este exprimată cu ajutorul gradientului superficial.

Utilizând teoria relativist invariantă elaborată de Al. Timotin [12] cu privire la proprietățile dinamice ale câmpului electromagnetic, în capitolul 3 se stabilește expresia forței superficiale efectiv exercitată de câmpul magnetic macroscopic în absența și în prezența curenților de conducție, respectiv a tensiunii magnetice în punctele suprafețelor de discontinuitate din fluide.

În capitolul 4 se analizează și interpretează unele efecte dinamice specifice produse de câmpul magnetic în lichidele magnetice, efecte descrise de literatură dar neinterpretate unitar. Astfel, în acest capitol s-a realizat un studiu analitic al efectului de denivelare a ferofluidului între polii unui electromagnet – efectul Quincke, al efectului de ridicare a ferofluidului în lungul unor conductoare parcurse de curent – efectul de menisc conic, respectiv efectul asupra bulelor de gaz din ferofluid și a picăturilor de ferofluid dispuse în aer aflate în prezența câmpului magnetic. În cazul celor trei efecte analizate, s-a subliniat importanța efectului magnetostrictiv sub raportul localizării forțelor specifice de volum și de suprafață. De asemenea, pentru a verifica observațiile formulate în urma studiului analitic, s-au efectuat determinări experimentale în cazul primelor două efecte respectiv s-a realizat modelarea numerică a celor trei.

Capitolul 5 prezintă concluziile formulate în urma studiului realizat și contribuțiile pe care le-am adus pe parcursul elaborării acestei teze.

1.3. Bibliografie selectivă

- [1] R.E. Rosensweig, *Ferrohydrodynamics*, Cambridge, 1985.
- [2] I. De Sabata, *Asupra stărilor hidrostactice ale lichidelor magnetice*, *Lucrări Științifice, seria A - Științe tehnice, Matematică, Fizică, Chimie, Oradea 1976-1977*, p.5-11.
- [3] I. De Sabata, *Asupra forțelor de volum în teoria Maxwell-Hertz*, *Buletinul Științific și Tehnic al I.P. "Traian Vuia" Timișoara seria Electrotehnică, Tom 26(40), 2, 1981*, p.5-16.
- [4] I. De Sabata, *Les forces de surface et la pression exercees par le champ electromagnetique dans les liquides non lineaires, isotropes et sans hysteresis*, *Buletinul Științific și Tehnic al I.P. "Traian Vuia" Timișoara seria Electrotehnică, Tom 29(43), 1984*, p.2-10.
- [5] D. Daba, *Contribuții privind forțele exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic asupra mediilor corporale, cu aplicații la fluide*, *Teză de doctorat, I.P. Timișoara 1971*.
- [6] D. Daba, *Asupra localizării spațiale a forțelor echivalente exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic în mediile fluide slab polarizabile*, *Studii și Cerc. de Fizică, Tom 24, nr.5, 1972*, p.523-534.
- [7] D. Daba, *Forța superficială efectiv exercitată de câmpul electric staționar în suprafețele ce poartă o sarcină electrică liberă*, *Buletinul Științific și Tehnic al I.P.T., Tom 22(36), 1977*, p.172-173.
- [8] D. Daba, *The calculation of the electrical excess pressure in dielectric liquids*, *J. Phys. D: Appl. Phys., Vol.7, 1974*, p.1458-1460.
- [9] D. Daba, *The interpretation of the effect of climbing up electrodes of the dielectric liquids in stationary fields (the Sumoto effect)*, *J. Phys. A: Gen. Phys., Vol.5, 1972*, p.318-326.
- [10] A. Colțeu, *Forțe în medii fluide neliniare*, *Buletinul Științific I.P.T., Tom 22(36), 1977*, p.165-167.

- [11] A. Colțeu, Forțe la suprafața de separație dintre medii neliniare în câmp electromagnetic, Buletinul Științific I.P.T., Tom 23(37), 1978, p.7-9.
- [12] Al. Timotin, Proprietățile dinamice ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii oarecare, Teză de doctorat, I.P. București, 1958.

2. FORȚE SPECIFICE DE VOLUM ȘI SUPRAFAȚĂ ÎN CAZUL LICHIDELOR MAGNETIZABILE LINIAR ȘI IZOTROP

2.1. Forța specifică de volum

În literatura electrotehnică clasică [1-5, ș.a.], expresia forței care acționează asupra unității de volum a lichidului s-a obținut prin raționamente termodinamice extinse la întregul câmp:

$$\bar{f}_{velm} = \rho_V \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} - \frac{1}{2} E^2 \nabla \epsilon - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} \nabla \left(E^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \rho + H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right) \quad (2.1)$$

în care mărimile de stare ale câmpului au semnificația cunoscută, iar ultimul termen este specific fenomenelor de electrostricțiune respectiv de magnetostricțiune. Expresia s-a dedus ținând seama că permitivitatea și permeabilitatea mediilor sunt funcție de starea de deformare a mediului, iar în fluide liniare, starea de deformare la echilibru este complet determinată de deformarea volumică ce este dată de variația densității de masă ρ .

Teoria clasică a câmpului electromagnetic, adică teoria Maxwell-Hertz pentru corpuri în mișcare față de referențialul ales, nu tratează însă problema forțelor de volum suficient de general și riguros. Astfel, în [4] se calculează forța rezultantă care se exercită asupra corpurilor situate în câmpuri staționare și se extinde valabilitatea expresiei obținute și pentru câmpuri variabile în timp; în general s-a folosit forma integrală a principiului conservării energiei fără a o justifica termodinamic, iar termenii care intervin în bilanț în cazul corpurilor în mișcare nu au fost interpretați adecvat.

Problema forțelor în teoria relativistă a câmpului electromagnetic, este riguros și general tratată de Al. Timiton în [6], iar două decenii mai târziu, folosind punctul de vedere termodinamic adoptat aici, I. De Sabata [7] stabilește câteva expresii general valabile ale densității de volum a forței pentru medii lichide neliniare dar izotrope, fără histerezis și în lipsa polarizației și magnetizației permanente. Prezintă interes pentru lucrarea de față următoarea expresie stabilită în condițiile precizate anterior [7]:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{velm} = & \rho_V \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} - \frac{1}{2} E^2 \nabla \epsilon - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \nabla \left[\frac{\bar{D} \cdot \bar{E}}{2} - \int_0^E \bar{D} \cdot d_s E + \right. \\ & \left. + \rho \int_0^E \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_{E,T} E \cdot d_s E + \frac{\bar{B} \cdot \bar{H}}{2} - \int_0^H \bar{B} \cdot d_s H + \rho \int_0^H \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{H,T} H \cdot d_s H \right] + \\ & + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_r \mu_r \bar{S}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

care în cazul mediilor liniare și al regimului staționar, prin particularizare, conduce la expresia (2.1) cunoscută din literatură.

Deoarece considerăm regimul staționar, câmpul electric nu este cuplat direct de cel magnetic iar expresia (2.1) poate fi descompusă în termenii corespunzători celor două câmpuri:

$$\bar{f}_{V_e} = \rho_V \bar{E} - \frac{1}{2} E^2 \nabla \epsilon + \frac{1}{2} \nabla \left(E^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right) \quad (2.3)$$

și respectiv

$$\bar{f}_{V_m} = \bar{J} \times \bar{B} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (2.4)$$

În cele ce urmează se va face referire doar la forța exercitată de câmpul magnetic asupra fluidelor, deoarece aplicațiile analizate în lucrarea de față cuprind doar aspecte legate de câmpul magnetic.

2.1.1. Forța specifică de volum obținută din medierea micro

Deși electrodinamica clasică permitea de mult – ca teorie a continuului – interpretarea unor efecte mecanice produse de forțele câmpului în cazul lichidelor dielectrice, cu luarea în considerare a efectului strictiv [1, 8, 9, 10], literatura aferentă lichidelor magnetice apelează sistematic la modele discrete, de inspirație microscopică [11], ce recurg la diverse aproximații în trecerea micro – macro [12] și care ignoră, implicit, contribuția magnetostricțiunii (exprimabilă doar în abordarea clasică, termodinamică). În felul acesta s-a ajuns la interpretări globale echivalente sub raport strict cantitativ, dar inadecvate sub raportul localizării forțelor, al mecanismului fizic real produs de acțiunea câmpului.

Astfel, pornindu-se de la expresia forței exercitate de câmp asupra unui dipol magnetic elementar, de moment \bar{m} și situat în vid,

$$\bar{F} = \mu_0 (\bar{m} \cdot \nabla) \bar{H} \quad (2.5)$$

se deduce forța asupra unității de volum din raportul între forța – sumă exercitată asupra celor N dipoli din volumul V și volumul V (se neglijează, deci, forțele de interacțiune între dipoli):

$$\bar{f}_{V_m} = \frac{\bar{F}_N}{V} = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_0 (\bar{m}_i \cdot \nabla) \bar{H}}{V} = \mu_0 \sum_{i=1}^N \left(\frac{\bar{m}_i}{V} \cdot \nabla \right) \cdot \bar{H} = \mu_0 (\bar{M} \cdot \nabla) \bar{H} \quad (2.6)$$

unde \bar{M} este magnetizația (momentul magnetic al unității de volum):

$$\bar{M} = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{m}_i}{V} \quad (2.7)$$

Cum se observă, câmpul \bar{H} în care se află dipolul elementar (asimilabil particulei feromagnetice aflate în suspensie) este considerat același în toate punctele unității de volum. Ipoteza este riguros îndeplinită doar în cazul câmpului uniform. A doua observație este aceea că deși se operează doar cu dipoli situați în vid, magnetizația \bar{M} se referă la unitatea de volum a lichidului magnetic, exprimabilă macroscopic cu ajutorul susceptivității acestuia:

$$\bar{M} = \chi_m \bar{H} \quad (2.8)$$

Cu alte cuvinte, această interpretare nu poate exprima influența prezenței câmpului asupra stării lichidului de bază, respectiv a lichidului magnetic.

Pentru a obține o expresie echivalentă a densității \bar{f}_{v_m} se apelează la identitatea [13]:

$$(\bar{H} \cdot \nabla) \bar{H} = \frac{1}{2} \nabla (\bar{H} \cdot \bar{H}) - \bar{H} \times (\nabla \times \bar{H}) \quad (2.9)$$

care în regim staționar și în absența conducției (când $\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \partial \bar{D} / \partial t = 0$), devine:

$$(\bar{H} \cdot \nabla) \bar{H} = \frac{1}{2} \nabla H^2, \quad (2.10)$$

iar \bar{f}_{v_m} din (2.6):

$$\bar{f}_{v_m} = \frac{1}{2} \mu_0 \chi_m \nabla H^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \chi_m 2H \nabla H = \mu_0 M \nabla H, \quad (2.11)$$

având orientarea spre zonele de câmp mai intens.

În sfârșit, (2.11) conduce și la o altă formă, echivalentă:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{v_m} &= \frac{1}{2} \mu_0 \chi_m \nabla H^2 = \nabla \left(\frac{1}{2} \mu_0 \chi_m H^2 \right) - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu_0 \chi_m = \\ &= \nabla \left(\frac{1}{2} \mu_0 M H \right) - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu \end{aligned} \quad (2.12)$$

deoarece $\nabla \mu_0 \chi_m = \nabla \mu_0 (\mu_r - 1) = \nabla (\mu - \mu_0) = \nabla \mu$.

În cazul unui câmp uniform (când $MH = \text{const.}$), (2.12) devine:

$$\bar{f}_{v_m} = -\frac{1}{2} H^2 \nabla \mu \quad (2.13)$$

expresie identică cu cea a termenului maxwellian din teoria clasică (pentru $\bar{J} = 0$), acolo valabil însă și în cazul general al câmpului neuniform.

După cum se poate observa, expresia forței specifice de volum obținută din medierea microscopică nu este general valabilă, deci utilizarea ei în explicarea efectelor câmpului magnetic în ferofluide este insuficientă. Acest aspect a fost subliniat și în [6] unde se observă faptul că prin însumarea forțelor microscopice se obțin și alte forțe macroscopice decât cea (electro)magnetică.

2.1.2. Forțe specifice de volum și localizarea lor în teoria clasică

Densitatea de volum a forței exercitate de câmpul magnetic asupra unui fluid magnetic parcurs de curent este cea cunoscută [3, 4, 12]:

$$\bar{f}_{v_m} = \bar{J} \times \bar{B} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (2.14)$$

Datorită faptului că Maxwell a exprimat densitatea de volum a forței doar cu primii doi termeni, fără a ține seama de variația permeabilității μ cu densitatea de masă ρ , ei poartă numele de densitate maxwelliană a forței. În cazul fluidelor magnetice neconductoare electric această denumire va fi păstrată pentru al doilea termen.

Ultimul termen din (2.14) reprezintă densitatea de volum a forței datorată magnetostricțiunii. Acest termen a fost propus întâi de Korteweg [14] și dezvoltat de

Helmholtz și alții [15], iar numele lui provine din denumirea tensiunilor de deformare care iau naștere în mediul supus acțiunii forțelor.

În cazul unui fluid magnetic neconductor ($\bar{J} = 0$) expresia (2.14) devine:

$$\bar{f}_{V_m} = \bar{f}'_{V_m} + \bar{f}''_{V_m} = -\frac{1}{2}H^2\nabla\mu + \frac{1}{2}\nabla\left(H^2\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right) \quad (2.15)$$

Deoarece într-un fluid $\mu = \mu(\rho)$, se poate scrie [3, 4, 12]:

$$\nabla\mu = \frac{\partial\mu}{\partial\rho} \cdot \nabla\rho \quad (2.16)$$

iar termenul magnetostrictiv se descompune în forma:

$$\frac{1}{2}\nabla\left(H^2\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right) = \frac{1}{2}\rho \cdot \nabla\left(H^2\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{2}H^2\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\nabla\rho, \quad (2.17)$$

densitatea \bar{f}_{V_m} obținând astfel expresia echivalentă:

$$\bar{f}_{V_m} = -\frac{1}{2}H^2\nabla\mu + \frac{1}{2}\rho \cdot \nabla\left(H^2\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{2}H^2\nabla\mu = \frac{1}{2}\rho \cdot \nabla\left(H^2\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right) \quad (2.18)$$

Se observă faptul că termenul maxwellian din (2.15) este mai redus decât cel strictiv, deoarece el este anulat de o componentă doar a celui din urmă. În plus, neglijarea termenului magnetostrictiv conduce la anularea suprapresiunii magnetice din ferofluid, de unde rezultă faptul că efectele dinamice ale ferofluidelor nu se datorează prezenței câmpului magnetic ci doar presiunii hidrostatice. Prin urmare, neglijarea stricțiunii nu este în general justificată:

„... Acest rezultat este adesea înlocuit cu afirmația că asupra suprafeței libere a fluidului, aflată între armăturile condensatorului, acționează o forță de tracțiune orientată către exterior, de mărime $\frac{1}{8\pi}E^2\nabla\varepsilon$. La această concluzie ajungem dacă în ecuația fundamentală a densității de forță [(2.3) aici] se neglijează termenul $\frac{1}{8\pi}\nabla\left(E^2\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)$ caracteristic electrostricțiunii. Vedem că acest procedeu,

deși dă corect diferența totală de presiune $p' - p_0$, totuși evoluția presiunilor individuale poate fi cu totul alta. De regulă asupra suprafeței libere a fluidului dintre armăturile A și B, ..., nu acționează o tracțiune ci o presiune. ... În afară de aceasta, în interiorul fluidului la capătul inferior al condensatorului (unde câmpul E este puternic neomogen), mai acționează un gradient de presiune puternică, ..., care împinge fluidul între armături și care supracompensează presiunea de pe suprafața liberă...” [1];

„Sistemul de tensiuni pe care le-am obținut au fost determinate întâi de Helmholtz. Sistemul diferă de cel determinat de Maxwell prin includerea presiunii

$-\frac{R^2}{8\pi}\tau\frac{\partial K}{\partial\tau}$ [unde $R = E$; $\tau = \rho$ și $K = \varepsilon$]. Neglijarea acestei presiuni de către

Maxwell și de ceilalți autori care i-au urmat, nu are justificare. Cu toate acestea, Helmholtz a arătat că termenii suplimentari sunt necesari în cazul în care dielectricul este de asemenea natură încât valoarea lui K se modifică când mediul este deformat fără modificarea volumului.

... În teoria lui Maxwell, forțele care au fost luate în considerare sunt singurele care există, astfel încât, în acord cu această teorie, forța mecanică totală tocmai a fost determinată, iar forțele de frontieră ar trebui întotdeauna să mărească

regiunea în care K este mare. Această teorie, după cum am spus, este incompletă, astfel că nu este surprinzător faptul că rezultatul nu este confirmat de experiență.” [10];

“ În dielectricii solizi și lichizi acest termen \bar{f}'' poate fi comparabil ca mărime cu \bar{f}' , așa că în cazul general nu-l putem neglija.

Totuși, trebuie să avem în vedere că deosebirea formulei [(2.15) aici] de formula lui Maxwell se manifestă doar în ceea ce privește distribuția forțelor în volumul dielectricului. Rezultanta forțelor \bar{f}'' pe care Maxwell le-a neglijat, este sau nulă (dacă corpul se află în vid), sau este echilibrată prin presiunea hidrostatică ce ia naștere în mediul înconjurător sub influența câmpului electric.” [12].

În pofida acestui fapt, literatura domeniului neglijează sistematic termenul strictiv din (2.15), din diverse motive:

- se operează cu densitatea de forță (2.6) dedusă din modelul discontinuu, ca sumă a forțelor elementare, ce corespunde, formal, termenului maxwellian, dar numai în cazul particular al câmpului uniform și al neglijării forțelor de interacțiune dintre dipolii elementari. Or, expresia clasică (2.15) devine în câmp uniform și mediu neomogen:

$$\bar{f}_{vm} = -\frac{1}{2}H^2\nabla\mu + \frac{1}{2}H^2\nabla\left(\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\rho\right) \quad (2.19)$$

diferită de (2.13).

- se neglijează compresibilitatea lichidului de bază: $\rho = const.$ și $\mu(\rho) = const.$, respectiv $\frac{\partial\mu}{\partial\rho} = 0$.

În felul acesta, \bar{f}_{vm} se reduce la termenul maxwellian:

$$\bar{f}_{vm} = -\frac{1}{2}H^2\nabla\mu \quad (2.20)$$

care pentru un fluid omogen ($\nabla\mu = 0$) se anulează în volum și conduce la o localizare exclusiv superficială a forțelor (suprafața fiind asimilată unui strat de rapidă variație continuă a permeabilității μ).

- termenul strictiv fiind conservativ, nu contribuie la forța totală exercitată asupra unui fluid situat în vid (în microgravitație):

$$\frac{1}{2}\int_V \nabla\left(H^2\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\rho\right)dv = \frac{1}{2}\oint_S \left(H^2\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\rho\right)\bar{ds} = 0 \quad (2.21)$$

sau contribuie cu totul neglijabil la aceasta [12].

Toate aceste considerații, ca și identitatea formală a expresiilor (2.13) și (2.20), valabile în condiții de câmp și de mediu diferite, au condus la o puternică dezvoltare în literatură a studiului instabilităților interfaciale, ca și la interpretarea inadecvată a unor experimente clasice [16, 17, 18, ș.a.].

Or, expresia (2.15), arată faptul că forțele \bar{f}_{vm} acționează și în volumul fluidului, chiar pentru medii omogene (când $\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\rho = const.$), dar situate în câmp neuniform, și având orientarea către zona de câmp mai intens:

$$\bar{f}_{vm} = \frac{1}{2}\rho\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\nabla H^2 \quad (2.22)$$

Faptul că în literatura aferentă lichidelor magnetice [17, 18], unele experimente clasice au o interpretare incompletă, poate fi justificat în cele ce urmează. Astfel, în [17], expresia (2.15) a forței de volum pentru medii compresibile și liniare este stabilită prin particularizarea expresiei forței de volum dedusă pentru medii compresibile și neliniare [19]:

$$\begin{aligned}\bar{f}_{v_m} &= -\nabla \left[\mu_0 \int_0^H \left(\frac{\partial M v}{\partial v} \right)_{H,T} \cdot dH \right] + \mu_0 M \nabla H = \\ &= -\nabla \left[\mu_0 \int_0^H v \left(\frac{\partial M}{\partial v} \right)_{H,T} \cdot dH + \mu_0 \int_0^H M \cdot dH \right] + \mu_0 M \nabla H\end{aligned}\quad (2.23)$$

În expresia (2.23), primul termen din paranteză reprezintă presiunea magnetostrictivă ($v = \rho^{-1}$ fiind volumul specific):

$$p_s \equiv \mu_0 \int_0^H v \left(\frac{\partial M}{\partial v} \right)_{H,T} \cdot dH = -\mu_0 \int_0^H \rho \left(\frac{\partial M}{\partial \rho} \right)_{H,T} \cdot dH, \quad (2.24)$$

al doilea termen din paranteză este presiunea magnetică a fluidului:

$$p_m \equiv \mu_0 \int_0^H M \cdot dH = \mu_0 \bar{M} H, \quad (2.25)$$

iar al treilea termen reprezintă forța Kelvin dedusă în aceleași condiții ca și expresia (2.11). Mărimea \bar{M} este definită ca fiind magnetizația medie și are expresia:

$$\bar{M} = \frac{1}{H} \int_0^H M \cdot dH \quad (2.26)$$

Deși cele două expresii (2.23) respectiv (2.15) stabilite în [17] conțin termenul magnetostrictiv, în experimentele clasice analizate în [17, 18] ferofluidelor sunt considerate incompresibile, iar termenul magnetostrictiv este neglijat:

“Efectele strictive nu au nici o influență netă în fluidele incompresibile cu condiția să nu existe nici o schimbare de fază fizico-chimică, iar termenul magnetostrictiv poate fi omis din analiză, cu niciun efect asupra rezultatelor calculate. Acest comportament este ilustrat în capitolul 5, prin aplicarea ecuației Bernoulli corespunzătoare ferohidrodinamicii.”

Dacă așa stau lucrurile, într-adevăr, sub raportul efectului net (respectiv al forței totale exercitate de câmp), omisiunea amintită nu permite interpretarea adecvată (corectă) a mecanismului fizic real al efectului.

De asemenea, considerând cazul fluidelor liniare și omogene (când $\mu = \text{const.}$), forța specifică de volum (2.15) se anulează conducând la o localizare exclusiv superficială a forțelor. Acest aspect a fost precizat și în [17]:

“Pentru fluide cu μ constant, această densitate de forță [(2.15)] dispare din fluid. Cu toate acestea, apare o densitate de forță de suprafață datorită variației lui μ la interfață.”

2.2. Forța specifică de suprafață

Forța care acționează în suprafața de separație dintre două fluide distincte aflate în câmp, este cunoscută de asemenea din literatura clasică [2, 5, 10, ș.a.] în forma:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{selm} = & \left[\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \left(\frac{D_n^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} + E_t^2 \right) + \frac{1}{2} \left(E_2^2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \rho_2} \rho_2 - E_1^2 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \right) \right] \bar{n}_{12} + \\ & + \left[\frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \left(\frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} + H_t^2 \right) + \frac{1}{2} \left(H_2^2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \rho_2 - H_1^2 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \right) \right] \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (2.27)$$

unde cu indicii 1 și 2 s-au notat mărimile corespunzătoare celor două medii de proprietăți distincte, cu indicele n s-au notat componentele normale ale vectorilor inducție respectiv cu indicele t componentele tangențiale ale vectorilor intensitate corespunzătoare celor două câmpuri, iar cu \bar{n}_{12} s-a notat versorul normalei la suprafață orientat spre mediul 2.

Expresia (2.27) este adevărată în cazul suprafețelor fără distribuție de sarcină electrică liberă sau de curent de conducție. Ea a fost determinată prin reducerea forțelor de volum la tensiuni fictive superficiale, lucru ce a fost posibil ca urmare a aplicării teoremei de conservare a impulsului. De asemenea, s-a folosit proprietatea de simetrie a tensorului tensiunilor, ca expresie a legii de conservare a momentului cinetic, adevărată în medii izotrope și care asigură reducerea la tensiuni și a momentului cinetic din volumul considerat. Astfel, densitatea superficială a forței se obține ca sumă a vectorilor tensiune pe cele două fețe ale suprafeței de discontinuitate, în puncte infinite vecine ei.

Într-o manieră mai riguroasă și generală, în [20] au fost deduse câteva expresii ale forței specifice de suprafață exercitată de câmpul electromagnetic pentru cazul mediilor lichide neliniare dar izotrope, fără histerezis și în lipsa polarizației și magnetizației permanente. Expresia (2.27) valabilă în cazul fluidelor liniare se poate obține astfel prin particularizare din [20]:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{selm} = & - \left[\rho_1 \int_0^{E_1} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_{E,T} \cdot E \cdot d_s E - \int_0^{E_1} D \cdot d_s E + \rho_1 \int_0^{H_1} \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{H,T} \cdot H \cdot d_s H - \int_0^{H_1} B \cdot d_s H \right. \\ & - \rho_2 \int_0^{E_2} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_{E,T} \cdot E \cdot d_s E + \int_0^{E_2} D \cdot d_s E - \rho_2 \int_0^{H_2} \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{H,T} \cdot H \cdot d_s H + \\ & \left. + \int_0^{H_2} B \cdot d_s H \right] \cdot \bar{n}_{12} + \left[\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} D_n^2 + \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 \mu_2} B_n^2 \right] \cdot \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (2.28)$$

unde cu indicele "s" s-au notat diferențialele substanțiale ale mărimilor.

În cele ce urmează, pentru aplicațiile analizate în lucrare, se va lua în considerare doar partea magnetică a forței exercitate asupra suprafeței de separație dintre două fluide distincte.

2.2.1. Forța magnetică specifică de suprafață

Expresia tensiunii \bar{T}_{nm} este cea cunoscută [21-23]:

$$\bar{T}_{n_m} = \bar{H}(\bar{B} \cdot \bar{n}) - \frac{1}{2}(\bar{B} \cdot \bar{H})\bar{n} + \frac{1}{2}H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \bar{n} \quad (2.29)$$

Așa cum s-a precizat anterior, din literatură se cunoaște faptul că densitatea superficială a forței se obține ca sumă a vectorilor tensiune (2.29) pe cele două fețe ale suprafeței de discontinuitate, în puncte infinit vecine ei [21-23]:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{s_m} = \bar{T}_{n_{m1}} + \bar{T}_{n_{m2}} = \bar{H}_1(\bar{B}_1 \cdot \bar{n}_1) - \frac{1}{2}(\bar{B}_1 \cdot \bar{H}_1)\bar{n}_1 + \frac{1}{2}H_1^2 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \bar{n}_1 + \\ + \bar{H}_2(\bar{B}_2 \cdot \bar{n}_2) - \frac{1}{2}(\bar{B}_2 \cdot \bar{H}_2)\bar{n}_2 + \frac{1}{2}H_2^2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \rho_2 \bar{n}_2 \end{aligned} \quad (2.30)$$

în care se va ține seama de conservarea componentei normale a inducției magnetice și a componentei tangențiale a intensității câmpului magnetic.

Forța ce acționează în punctele suprafeței de separație dintre două fluide distincte, aflate în câmp magnetic, are astfel expresia [3, 4, 12]:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{s_m} = \bar{f}'_{s_m} + \bar{f}''_{s_m} = \\ = \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \left(\frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} + H_t^2 \right) \bar{n}_{12} + \frac{1}{2} \left(H_2^2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \rho_2 - H_1^2 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \right) \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (2.31)$$

unde primul termen se numește densitate superficială maxwelliană a forței, iar al doilea termen se numește densitate superficială de magnetostricțiune.

La analizarea efectelor produse de forțele câmpului, literatura aferentă lichidelor magnetice neglijează sistematic termenul magnetostrictiv (din motivele precizate anterior), cu urmarea că problema forțelor exercitate de câmp asupra fluidelor reale nu este tratată în mod unitar.

Deoarece termenul magnetostrictiv este de același ordin de mărime cu cel maxwellian și cum lichidele magnetice sunt considerate ca fiind medii omogene ($\mu = const.$), neglijarea termenului magnetostrictiv conduce la o localizare exclusiv superficială a forțelor, în stratul neomogen asimilat suprafeței acționând doar forța superficială maxwelliană [1, 10]:

$$\bar{f}_{s_m} = \bar{f}'_{s_m} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \left(\frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} + H_t^2 \right) \bar{n}_{12} \quad (2.32)$$

Din expresia (2.32) se poate observa faptul că forța specifică superficială în absența magnetostricțiunii este întotdeauna normală la suprafața de separație S_{12} și are sensul de la mediul cu permeabilitate mai mare spre cel cu permeabilitate mai mică. Dacă suprafața de separație este suprafața liberă a fluidului, forța superficială este întotdeauna orientată spre vid.

Analizând efectele produse de forțele câmpului magnetic macroscopic asupra fluidelor magnetice reale, în lucrarea de față se va utiliza expresia completă a forței superficiale, fără neglijarea termenului magnetostrictiv. De asemenea, prezintă interes expresiile forței superficiale pentru cazurile particulare în care suprafața de separație este o suprafață de câmp, respectiv o suprafață echipotențială magnetic și pentru cazul în care aceasta separă un fluid de vid sau aer.

Astfel, considerând cazul particular în care suprafața de separație este suprafață de câmp (Fig.2.1.), acesta din urmă are doar componentă tangență, $B_n = 0$ și $H_t = H$, astfel încât expresia (2.31) ia forma particulară:

$$\bar{f}_{s_m} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} H^2 \bar{n}_{12} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \rho_2 - \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \right) H^2 \bar{n}_{12} \quad (2.33)$$

Dacă suprafața de separație separă un fluid (1) de vid (2), $\mu_1 = \mu$ și $\mu_2 = \mu_0$, respectiv $\rho_1 = \rho$ și $\rho_2 = 0$, iar expresia (2.33) devine:

$$\bar{f}_{sm} = \frac{1}{2} \left[(\mu - \mu_0) - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 \bar{n}_{12} \quad (2.34)$$

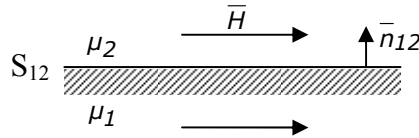


Fig.2.1. Suprafața de separație ca suprafață de câmp.

Considerând cazul particular în care suprafața de separație este suprafață echipotențială (Fig.2.2.), câmpul are doar componentă normală, $B_n = B$ și $H_t = 0$,

respectiv $H_1 = \frac{B}{\mu_1}$ și $H_2 = \frac{B}{\mu_2}$ astfel încât expresia (2.31) ia forma particulară:

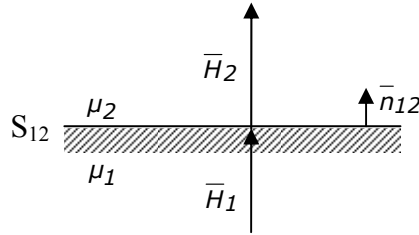


Fig.2.2. Suprafața de separație ca suprafață echipotențială.

$$\bar{f}_{sm} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \frac{B^2}{\mu_1 \mu_2} \bar{n}_{12} + \frac{1}{2} \left(\frac{B^2}{\mu_2^2} \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \rho_2 - \frac{B^2}{\mu_1^2} \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \right) \bar{n}_{12} \quad (2.35)$$

De asemenea, dacă suprafața de separație separă un fluid (1) de vid (2) ($\mu_1 = \mu$ și $\mu_2 = \mu_0$, respectiv $\rho_1 = \rho$ și $\rho_2 = 0$), intensitatea câmpului magnetic variază de la $H = \frac{B}{\mu}$ la $H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{\mu}{\mu_0} H$, expresia (2.35) devine:

$$\bar{f}_{sm} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu - \mu_0}{\mu \mu_0} - \frac{1}{\mu^2} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] B^2 \bar{n}_{12} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu(\mu - \mu_0)}{\mu_0} - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 \bar{n}_{12} \quad (2.36)$$

2.2.2. Deducerea forței superficiale folosind un procedeu de trecere la limită

Așa cum s-a precizat în capitolul 2.2., expresia (2.31) a forței superficiale a fost determinată în literatura clasică prin reducerea forțelor de volum la tensiuni fictive superficiale.

Asimilând suprafața de separație cu un strat de grosime elementară, de rapidă variație continuă a permeabilității magnetice și neglijând magnetostricțiunea

($\bar{f}_{v_m}'' = 0$), densitatea superficială maxwelliană \bar{f}_{s_m}' a fost dedusă în literatură utilizând și un procedeu de trecere la limită [24]. Acest procedeu va fi extins în lucrarea de față pentru determinarea forței superficiale magnetostrictive.

Știind că suprafața ce separă două fluide magnetice diferite reprezintă în general discontinuități ale mărimilor fizice specifice acestor medii (permeabilitate, densitate de masă), suprafața de separație poate fi asimilată unui strat de tranziție de grosime elementară Δh tinzând la zero și rapidă variație continuă a acestor mărimi. Astfel, forța superficială \bar{f}_{s_m} poate fi determinată cunoscând expresia forței specifice de volum \bar{f}_{v_m} care acționează într-o porțiune elementară de volum ΔV a stratului de tranziție și în ipoteza că această porțiune devine infinit subțire.

În fig.2.3. s-a considerat o porțiune elementară, de volum ΔV , a stratului de tranziție asimilat suprafeței de discontinuitate S_{12} dintre două lichide magnetice, neparcuse de curent ($\bar{J} = 0$) și având permeabilitățile μ_1 respectiv μ_2 :

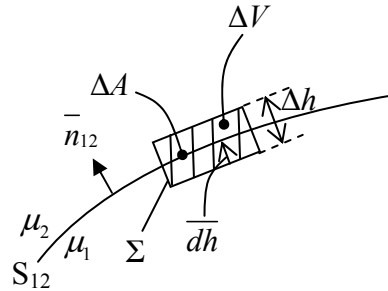


Fig.2.3. Porțiune elementară a stratului de tranziție asimilat suprafeței de separație S_{12}

Suprafața elementară ΔA interceptată din suprafața de discontinuitate este suficient de mică pentru a putea fi considerată plană și pentru a avea în toate punctele sale aceleași valori ale mărimilor de stare.

Forța ce se exercită asupra elementului de suprafață ΔA are expresia:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{F}_S &= \bar{f}_{s_m} \cdot \Delta A = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \bar{f}_{v_m} \cdot dv = \\ &= \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_{h=0}^{h=\Delta h} \bar{f}_{v_m} \cdot (\overline{\Delta A} \cdot dh) = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (\bar{f}_{v_m} \cdot dh) \cdot \overline{\Delta A} \end{aligned} \quad (2.37)$$

de unde rezultă pentru forța specifică de suprafață expresia:

$$\bar{f}_{s_m} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (\bar{f}_{v_m} \cdot dh) \cdot \frac{\overline{\Delta A}}{\Delta A} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (\bar{f}_{v_m} \cdot dh) \cdot \bar{n}_{12} \quad (2.38)$$

în care

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\overline{\Delta A}}{\Delta A} = \bar{n}_{12} \quad (2.39)$$

În expresia (2.38), \overline{dh} este elementul vectorial de lungime în lungul normalei la suprafață, iar \overline{n}_{12} este versorul normalei la suprafața S_{12} , ambele fiind orientate spre mediul 2. Astfel, având orientarea după versorul normalei la suprafață, forța superficială este ortogonală la suprafața de separație S_{12} .

Având în vedere că la trecerea prin suprafața de separație linia de câmp a intensității câmpului magnetic se refractă, vectorii intensitate \overline{H}_1 și \overline{H}_2 a câmpului magnetic din cele două medii pot fi exprimați în funcție de componentele lor după normala și tangenta la suprafața S_{12} . Astfel, ținând seama de conservarea componentei normale B_n a inducției magnetice ($B_{n1} = B_{n2} = B_n$ ca o consecință a legii fluxului magnetic) și a componentei tangențiale H_t a intensității câmpului magnetic ($H_{t1} = H_{t2} = H_t$ ca o consecință a legii circuitului magnetic), mărimea H^2 care intervine în expresia (2.15) a forței de volum poate fi exprimată sub forma:

$$H^2 = H_n^2 + H_t^2 = \frac{B_n^2}{\mu^2} + H_t^2 \quad (2.40)$$

Utilizând procedeul de limită descris mai sus pentru fiecare termen din expresia (2.15) a densității de volum a forței și ținând cont de conservarea componentelor vectorilor câmp la trecerea prin suprafața de separație dintre cele două fluide, se obțin succesiv cei doi termeni ai densității superficiale din (2.31):

$$\begin{aligned} \vec{f}'_{sm} &= \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (\vec{f}'_{vm} \cdot \overline{dh}) \cdot \overline{n}_{12} = -\frac{1}{2} \int_{\mu_1}^{\mu_2} \left(\frac{B_n^2}{\mu^2} + H_t^2 \right) \cdot d\mu \cdot \overline{n}_{12} = \\ &= \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \left[\frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} + H_t^2 \right] \cdot \overline{n}_{12} \end{aligned} \quad (2.41)$$

și respectiv:

$$\begin{aligned} \vec{f}''_{sm} &= \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (\vec{f}''_{vm} \cdot \overline{dh}) \cdot \overline{n}_{12} = \frac{1}{2} \int_{H_1, \mu_1, \rho_1}^{H_2, \mu_2, \rho_2} d \left(H^2 \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \cdot \overline{n}_{12} = \\ &= \frac{1}{2} \left[H_2^2 \rho_2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} - H_1^2 \rho_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \right] \cdot \overline{n}_{12} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Se observă că acest procedeul de limită este mai simplu și intuitiv, în comparație cu procedeul clasic de transformare a forțelor de volum în tensiuni fictive superficiale, promovată în literatură [3, 4, 12].

2.2.3. Exprimarea densității forței de suprafață cu ajutorul gradientului superficial

Dacă stratul volumetric în care acționează forța \vec{f}'_{vm} devine infinit subțire, se obține o discontinuitate ce determină o valoare infinit mare a gradientului volumetric ce intervine în expresia (2.15) a forței. Această valoare este evitată în procedeul de limită din subcapitolul 2.2.3., prin înlocuirea gradientului funcției cu diferențiala ei totală. Astfel intervine și o schimbare de variabilă, iar integralele de sub limită nu mai depind de valoarea gradientului sau de grosimea Δh a stratului.

Mai jos se arată că procedeul folosit este echivalent transpunerii la limită a gradientului volumetric în gradient superficial [25, 26]. Astfel, pentru aceeași porțiune a stratului de tranziție (Fig.2.3.), din expresia forței superficiale (2.37) avem:

$$\bar{f}_{sm} = \frac{1}{\Delta A} \cdot \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \bar{f}_{vm} \cdot dv \quad (2.43)$$

în care dacă se introduce expresia completă (2.15) a forței \bar{f}_{vm} și ținând cont de conservarea componentelor vectorilor câmp, se obține:

$$\bar{f}_{sm} = \frac{1}{\Delta A} \left[-\frac{1}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \left(\frac{B_n^2}{\mu^2} + H_t^2 \right) \cdot \nabla \mu \cdot dv + \frac{1}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \nabla \left(H^2 \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) dv \right] \quad (2.44)$$

Știind că:

$$\frac{1}{\mu^2} \nabla \mu = -\nabla \frac{1}{\mu} \quad (2.45)$$

și utilizând transformarea de integrale Gauss:

$$\int_{V_\Sigma} \nabla M \cdot dv = \oint_{\Sigma} M \cdot \bar{dA} \quad (2.46)$$

se obțin pentru cei doi termeni din (2.44) expresiile:

$$\begin{aligned} \bar{f}'_{sm} &= \frac{1}{\Delta A} \left[\frac{1}{2} B_n^2 \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \nabla \frac{1}{\mu} \cdot dv - \frac{1}{2} H_t^2 \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \nabla \mu \cdot dv \right] = \\ &= \frac{1}{\Delta A} \left[\frac{1}{2} B_n^2 \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \oint_{\Sigma} \frac{1}{\mu} \cdot \bar{dA} - \frac{1}{2} H_t^2 \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \oint_{\Sigma} \mu \cdot \bar{dA} \right] = \\ &= \frac{1}{2} B_n^2 \left(\frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\mu_1} \right) \cdot \bar{n}_{12} - \frac{1}{2} H_t^2 (\mu_2 - \mu_1) \cdot \bar{n}_{12} \\ &= \frac{1}{2} B_n^2 \cdot \nabla_s \left(\frac{1}{\mu} \right) - \frac{1}{2} H_t^2 \cdot \nabla_s (\mu) \end{aligned} \quad (2.47)$$

și respectiv:

$$\begin{aligned} \bar{f}''_{sm} &= \frac{1}{\Delta A} \cdot \frac{1}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \nabla \left(H^2 \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) dv \\ &= \frac{1}{\Delta A} \cdot \frac{1}{2} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \oint_{\Sigma} H^2 \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \cdot \bar{dA} \\ &= \frac{1}{2} \left[H_2^2 \rho_2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} - H_1^2 \rho_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \right] \cdot \bar{n}_{12} = \frac{1}{2} \nabla_s \left(H^2 \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \end{aligned} \quad (2.48)$$

Astfel, expresia densității forței de suprafață obține și forma:

$$\bar{f}_{sm} = \bar{f}'_{sm} + \bar{f}''_{sm} = \frac{1}{2} B_n^2 \cdot \nabla_s \left(\frac{1}{\mu} \right) - \frac{1}{2} H_t^2 \cdot \nabla_s (\mu) + \frac{1}{2} \nabla_s \left(H^2 \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (2.49)$$

echivalentă cu (2.31). Expresia echivalentă (2.49), scrisă cu ajutorul gradientului superficial, este mai compactă și utilizează un concept specific suprafețelor de discontinuitate. Ea nu a fost întâlnită în literatură.

2.2.4. Forța specifică de suprafață pentru lichide slab magnetizabile

Având în vedere că lichidele magnetice sunt medii slab magnetizabile, pentru a deduce orientarea efectivă a densității \bar{f}_{sm} se poate apela la relația de tip „Clausius - Mosotti” [12]:

$$\frac{\chi_m}{\mu_r} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} = C \cdot \rho \quad (2.50)$$

În care C este o constantă care nu depinde de densitatea de masă ρ a fluidului.

Diferențiind ecuația (2.50) se obține:

$$\frac{1}{\mu_r^2} \cdot \partial \mu_r = C \cdot \partial \rho, \quad (2.51)$$

din care rearanjând termenii, prin înmulțire cu densitatea de masă ρ și luând în considerare ecuația (2.50) găsim:

$$\frac{\partial \mu_r}{\partial \rho} \rho = C \cdot \rho \cdot \mu_r^2 = \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \cdot \mu_r^2 = (\mu_r - 1) \mu_r = \chi_m \cdot \mu_r. \quad (2.52)$$

Înmulțind ecuația (2.52) cu permeabilitatea vidului μ_0 , rezultă:

$$\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho = \chi_m \cdot \mu \quad (2.53)$$

Deoarece în aplicațiile practice analizate în lucrarea de față suprafața de separație dintre cele două medii este în general suprafața liberă a fluidului, în cele ce urmează se vor analiza cazurile când aceasta este suprafață de câmp respectiv suprafață echipotențială.

Astfel, luând în considerare ecuația (2.53), pentru cazul particular al suprafeței libere ca suprafață de câmp, forța specifică de suprafață (2.34) devine:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{sm} &= \frac{1}{2} [(\mu - \mu_0) - \mu \chi_m] H^2 \bar{n}_{12} = \frac{1}{2} [\mu_0 \chi_m - \mu \chi_m] H^2 \bar{n}_{12} = \\ &= -\frac{\chi_m (\mu - \mu_0)}{2} H^2 \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Prin urmare, datorită orientării opuse față de normala \bar{n}_{12} , în punctele suprafeței de câmp, forțele superficiale exercită o compresiune asupra lichidului și nu o tracțiune, cum se susține în literatura uzuală. Faptul fusese precizat de mult cu referire la lichidele slab polarizabile electric [4]:

„Dacă mediul (2) este aer, k_2 poate fi aproximat cu 1 [unde $k_2 = \epsilon_{r2}$]. ...

Tracțiunea este maximă când \bar{E} este normal la suprafață... Cu toate acestea, dacă \bar{E} se află în suprafață, $E_{n1} = 0$, iar tracțiunea devine negativă, implicând o presiune exercitată de câmp asupra dielectricului de permitivitate k_1 ”

Pentru cazul particular al suprafeței libere ca suprafață echipotențială și fluid magnetic slab magnetizabil, forța specifică de suprafață (2.36) devine:

$$\bar{f}_{sm} = \frac{1}{2} \left[\frac{(\mu - \mu_0) \mu}{\mu_0} - \chi_m \mu \right] H^2 \bar{n}_{12} = \frac{1}{2} [\chi_m \mu - \chi_m \mu] H^2 \bar{n}_{12} = 0 \quad (2.55)$$

Același rezultat se obține și prin integrarea densității de volum a forței pe grosimea stratului de tranziție asimilat suprafeței, adică prin aplicarea procedurii

de trecere la limită din subcapitolul 2.2.3. Astfel, expresia forței specifice de volum (2.15) pentru cazul lichidelor magnetice slab magnetizabile ia forma:

$$\bar{f}_{v_m} = \bar{f}'_{v_m} + \bar{f}''_{v_m} = -\frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} \nabla (H^2 \chi_m \mu) \quad (2.56)$$

Aplicând expresia (2.38) fiecărui termen din relația (2.56) și ținând cont de conservarea componentelor vectorilor câmp (expresia (2.40)), se obțin succesiv termenii:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (\bar{f}'_{v_m} \cdot d\bar{h}) \bar{n}_{12} &= -\frac{1}{2} \int_{\mu_1}^{\mu_2} \left(\frac{B_n^2}{\mu^2} + H_t^2 \right) \cdot d\mu \cdot \bar{n}_{12} = \\ &= \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \left[\frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} + H_t^2 \right] \cdot \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (2.57)$$

și respectiv:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (\bar{f}''_{v_m} \cdot d\bar{h}) \bar{n}_{12} &= \left[\frac{1}{2} B_n^2 \int_{\mu_1}^{\mu_2} d \left(\frac{\chi_m}{\mu} \right) + \frac{1}{2} H_t^2 \int_{\mu_1}^{\mu_2} d(\chi_m \mu) \right] \cdot \bar{n}_{12} = \\ &= \left[\frac{1}{2} B_n^2 \frac{\chi_{m_2} \mu_1 - \chi_{m_1} \mu_2}{\mu_1 \mu_2} + \frac{1}{2} H_t^2 (\chi_{m_2} \mu_2 - \chi_{m_1} \mu_1) \right] \cdot \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (2.58)$$

în care termenul magnetostrictiv are expresia:

$$\bar{f}''_{v_m} = \frac{1}{2} \nabla \left[\left(\frac{B_n^2}{\mu^2} + H_t^2 \right) \chi_m \mu \right] = \frac{1}{2} B_n^2 \cdot \nabla \left(\frac{\chi_m}{\mu} \right) + \frac{1}{2} H_t^2 \nabla (\chi_m \mu) \quad (2.59)$$

Cu (2.57) și (2.58), forța specifică de suprafață obține expresia:

$$\bar{f}_{s_m} = \left\{ \frac{1}{2} \frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} (\mu_1 \mu_{r2} - \mu_2 \mu_{r1}) + \frac{1}{2} H_t^2 [\mu_1 (2 - \mu_{r1}) - \mu_2 (2 - \mu_{r2})] \right\} \cdot \bar{n}_{12} \quad (2.60)$$

care în cazul particular al suprafeței echipotențiale (când $H_t = 0$) devine:

$$\bar{f}_{s_m} = \left\{ \frac{1}{2} \frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} (\mu_0 \mu_{r1} \mu_{r2} - \mu_0 \mu_{r2} \mu_{r1}) \right\} \cdot \bar{n}_{12} = 0 \quad (2.61)$$

Deci, în suprafața liberă a fluidului forța superficială este nulă.

2.3. Suprapresiunea magnetică în lichide

Sub influența forțelor exercitate de câmpul magnetic, în fluide apar unele stări de tensiune interioară care modifică presiunea hidrostatică locală. Suprapresiunea Δp_m din punctele fluidului, datorată prezenței câmpului magnetic, se poate obține astfel prin integrarea ecuației de echilibru mecanic descrisă de condiția:

$$\bar{f}_{v_m} - \nabla p_m = 0 \quad (2.62)$$

S-a demonstrat anterior faptul că, deoarece într-un fluid $\mu = \mu(\rho)$ cât și $\rho_m = \rho_m(\rho)$, forța specifică de volum obține expresia (2.18) care, introdusă în (2.62) determină:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \nabla p_m = \frac{1}{2} \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (2.63)$$

Înmulțind ecuația (2.63) cu elementul de linie \bar{dl} și integrând între două puncte din fluid, rezultă:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{dp_m}{\rho(p_m)} &= \frac{1}{2} \int_0^1 d \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) = \frac{1}{2} \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \Big|_0^1 = \\ &= \frac{1}{2} H_1^2 \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{\rho=\rho_1} - \frac{1}{2} H_0^2 \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{\rho=\rho_0} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Când punctul "0" este un punct situat în exteriorul domeniului de câmp, $H_0 = 0$, iar ecuația (2.64) ia forma:

$$\int_{p_{m0}}^{p_{m1}} \frac{dp_m}{\rho(p_m)} = \frac{1}{2} H_1^2 \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{\rho=\rho_1} \quad (2.65)$$

Dacă lichidele magnetice sunt slab compresibile, densitatea de masă ρ poate fi considerată cu aproximație constantă, din (2.65) rezultând astfel expresia suprapresiunii:

$$\Delta p_m = p_{m1} - p_{m0} = \frac{1}{2} \rho \cdot H_1^2 \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_{\rho=\rho_1}, \quad (2.66)$$

expresie care este bine verificată de experiență [27] în cazul similar electric.

Însă ecuația (2.66) a fost dedusă în condițiile în care densitatea de masă a lichidului a fost considerată practic constantă, adică lichidul este considerat practic incompresibil. În aceste condiții și permeabilitatea lichidului este constantă, iar termenul magnetostrictiv din expresia forței \bar{f}_{vm} se anulează, conducând implicit și la anularea suprapresiunii Δp_m . Pentru a lua în considerare compresibilitatea fluidului, presiunea din fluid trebuie determinată făcând apel la ecuația de stare a acestuia [28]:

$$dp_m = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{d\rho}{\rho} \quad (2.67)$$

sau, în formă integrală:

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{\chi(p_m - p_{m0})} \quad (2.68)$$

în care χ este coeficientul de compresibilitate volumică al fluidului, iar ρ_0 este densitatea de masă corespunzătoare presiunii p_{m0} .

Înlocuind expresia (2.67) în (2.65) se obține:

$$\frac{1}{\chi} \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \quad (2.69)$$

sau, folosind și forma integrală a ecuației de stare:

$$\frac{1}{\chi \cdot \rho_0} \left(1 - \frac{1}{e^{\chi \cdot \Delta p_m}} \right) = \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \quad (2.70)$$

Din (2.70) rezultă:

$$e^{\chi \cdot \Delta p_m} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \chi \rho_0 H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho}} \quad (2.71)$$

de unde, prin logaritmare, se obține:

$$\Delta p_m = -\frac{1}{\chi} \ln \left(1 - \frac{1}{2} \chi \rho_0 H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (2.72)$$

Având în vedere faptul că, în condiții uzuale, factorii care compun termenul din paranteză au următoarele ordine de mărime:

- coeficientul de compresibilitate: $\chi \approx 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$;
- intensitatea câmpului magnetic (slab): $H \approx 10^4 \text{ A/m}$, iar $H^2 \approx 10^8 \text{ A}^2/\text{m}^2$;
- $\rho_0 \frac{\partial \mu}{\partial \rho}$ este de ordinul lui μ , practic $\mu_0 \approx 10^{-6} \text{ H/m}$,

produsul lor ($\approx 10^{-8}$) este mult mai mic decât unitatea, iar membrul drept al expresiei (2.72) poate fi exprimat într-o formă mai simplă folosind dezvoltarea în serie:

$$\ln(1-y) = -\frac{y}{1} - \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3} - \dots - \frac{y^n}{n} - \dots, \quad (2.73)$$

adevărată pentru $|y| < 1$ și care poate fi bine aproximată prin primul său termen. În aceste condiții, expresia (2.72) devine:

$$\Delta p_m \approx -\frac{1}{\chi} \left(-\frac{1}{2} \chi \rho_0 H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) = \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho_0 \quad (2.74)$$

Se observă faptul că, în comparație cu (2.66), această expresie conține densitatea de masă din absența câmpului. Însă, datorită faptului că pentru lichide uzuale diferența dintre cele două valori este extrem de mică, ea nu influențează practic valoarea suprapresiunii Δp_m , fapt ce explică de ce experiența verifică valoarea (2.66) a suprapresiunii.

2.4. Bibliografie selectivă

- [1] M. Abraham, R. Becker, Theorie der elektrizität, Bd.1, Teubner – Verlag, Leipzig, 1932.
 [2] P. Andronescu, Electrotehnica, Ed. U.N.S.R. Timișoara, 1948.
 [3] E. Durand, Electrostatique et magnetostatique, Masson et C^{ie}, Paris 1953.
 [4] J.A. Straton, Electromagnetic theory, McGraw-Hill Book Company, New York and London, 1941, retipărit de IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory, 2007.
 [5] R. Răduleț, Bazele teoretice ale electrotehnicii, vol.1-2, Institutul Politehnic București, 1955.

- [6] Al. Timotin, Proprietățile dinamice ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii oarecare, Teză de doctorat, I.P. București, 1958.
- [7] I. De Sabata, Asupra forțelor de volum în teoria Maxwell-Hertz, Buletinul Științific și Tehnic al I.P. "Traian Vuia" Timișoara seria Electrotehnică, Tom 26(40), 2, 1981.
- [8] G. Quincke, Wied. Ann., Bd.10, 1881, s.161-203.
- [9] H. Pellat, Annales de Chimie et de Physique, vol.18, 1899, p.150-181.
- [10] J. Jeans, The mathematical theory of electricity and magnetism, Cambridge, 1927.
- [11] E. Luca, G. Călugăru et al., Ferrofluidele și aplicațiile lor în industrie, Ed. Tehnică București, 1978.
- [12] I.E. Tamm, Bazele teoriei electricității, Ed. Tehnică, 1952.
- [13] P. Andronescu, Calculul vectorial, București, 1943.
- [14] D.J. Korteweg, Wied. Ann. der Physik und Chemie, 9, 1880, s.48-61.
- [15] H. Helmholtz, Wied. Ann., 13, 1881, s.385-406.
- [16] J.R. Melcher, G.I. Taylor, Electrohydrodynamics: a review of the role of interfacial shear stress, Annual review of fluid mechanics, vol.1, 1969.
- [17] R.E. Rosensweig, Ferrohydrodynamics, Cambridge University Press, New York, 1985.
- [18] S. Odenbach, Handbook of magnetic materials - Ferrofluids, vol.16, 2006.
- [19] M.D. Cowley, R.E. Rosensweig, The interfacial stability of a ferromagnetic fluid, J. Fluid Mech., 30(4), 1967, p.671-688.
- [20] I. De Sabata, Les forces de surface et la pression exercees par le champ electromagnetique dans les liquides non lineaires, isotropes et sans hysteresis, Buletinul Științific și Tehnic al I.P. "Traian Vuia" Timișoara seria Electrotehnică, Tom 29(43), 1984.
- [21] C. Șora, Bazele electrotehnicii, E.D.P. București, 1982.
- [22] I. De Sabata, Bazele electrotehnicii, vol.2, I.P. Timișoara, 1972-1974.
- [23] C.I. Mocanu, Teoria câmpului electromagnetic, E.D.P. București, 1981.
- [24] R. Răduleț, Bazele electrotehnicii – Probleme, Ed. Tehnică, București, 1981.
- [25] D. Daba, Contribuții privind forțele exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic asupra mediilor corporale, cu aplicații la fluide, Teză de doctorat, I.P. Timișoara 1971.
- [26] D. Vesa, The magnetic force deduction in the interface between ferrofluids using a limit process, Buletinul Științific al U.P. Timișoara seria Matematică - Fizică, Tom 55(69), 2, 2010.
- [27] S.S. Hakim, J.B. Higham, An experimental Determination of the Excess Pressure produced in a Liquid Dielectric by an Electric Field, Proc. Phys. Soc. 80, 1962, p.190-198.
- [28] C. Mateescu, Hidraulica, Ed. Didactică București, 1963.

3. FORȚE EFECTIVE EXERCITATE DE CÂMPUL MAGNETIC MACROSCOPIC

3.1. Proprietățile dinamice ale câmpului electromagnetic macroscopic

Așa cum s-a putut remarca în capitolul precedent, literatura aferentă lichidelor magnetice nu tratează în mod unitar problema forțelor exercitate de câmpul magnetic, existând anumite divergențe în ceea ce privește expresia și localizarea acestora. În teoria câmpului electromagnetic macroscopic, această problemă a existat încă de acum aproape un secol când, prezentarea relativist – invariantă a proprietăților dinamice ale câmpului se referea doar la mediile izotrope și liniare "ideale", pentru care permitivitatea și permeabilitatea sunt funcții numai de temperatură și poziție și independente de starea fizico – chimică locală a mediului. În majoritatea aplicațiilor practice și în special acolo unde nu sunt importante efectele stricte, mediile liniare pot fi considerate "ideale" în sensul de mai sus, pentru astfel de medii fiind elaborate două teorii relativist invariante. Aceste teorii aparțin lui Minkowsky (1908) și respectiv Abraham (1909), care au propus fiecare câte o expresie diferită pentru cuadritensorul energie – impuls al câmpului electromagnetic macroscopic. În aceste condiții, densitatea de volum a forței exercitate de câmp în cele două cazuri obține expresii identice pentru câmpuri staționare având forma (2.1) dar fără termenul strictiv, respectiv pentru câmpuri variabile ea obține expresii care diferă printr-un termen care tinde însă către zero la frecvențe foarte înalte, experiența neavând astfel posibilitatea de a confirma vreuna din cele două formulări.

Faptul că lichidele sunt medii liniare care nu prezintă efecte stricte importante (deci pot fi approximate prin medii ideale conform definiției de mai sus), explică și el utilizarea în literatură a rezultatului comun celor două teorii, în forma:

$$\vec{f}_{velm} = \rho_v \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} - \frac{1}{2} E^2 \nabla \epsilon - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu \quad (3.1)$$

adică neglijând termenul magnetostrictiv.

Câteva decenii mai târziu, analizând teoriile existente și observând principalele lor deficiențe, Al. Timotin [1] elaborează în (1958) o teorie macroscopică coerentă și generală, relativist – invariantă a câmpului electromagnetic sub raportul proprietăților sale dinamice, valabilă pentru medii oarecare și câmpuri oarecare. Acest lucru a fost posibil datorită utilizării următoarelor idei directe, care stau la baza concepției moderne de câmp:

1. Considerarea câmpului electromagnetic macroscopic ca un sistem fizic distinct de mediul corporal cu care coexistă, susceptibil de a fi tratat termodinamic. Această idee stă la baza determinării densității de volum a forței exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic asupra corpurilor, deoarece a admite existența acestei densități de forță înseamnă a admite existența unui schimb local de impuls (respectiv de energie la deplasarea mediului) între corp și un sistem fizic distinct de acesta – câmpul.

2. Caracterizarea proprietăților dinamice locale și instantanee ale câmpului prin mărimi dinamice funcție numai de starea locală și instantanee a câmpului, independente de starea locală a mediului corporal. Dezvoltarea acestei idei se face ținând seama că în acord cu principiul întâi al termodinamicii, energia câmpului într-un domeniu oricât de mic al spațiului – și deci până la urmă densitatea de energie – trebuie să fie univoc și exclusiv determinată de starea locală a câmpului, adică trebuie să fie funcție de stare.

Rezultatele obținute în cadrul acestei teorii cu privire la forțele exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic vor fi prezentate în continuare, urmând a se puncta noțiunile care prezintă interes pentru lucrarea de față.

3.1.1. Densitatea de volum efectivă a forței exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic

S-a considerat o porțiune V_Σ a unui mediu continuu (Fig.3.1.), mărginit de o suprafață închisă Σ de formă arbitrară definită pur geometric, de curbură continuă, considerată fixă în sistemul de referință inerțial din care se descriu fenomenele, de normală exterioară \vec{n} [1].

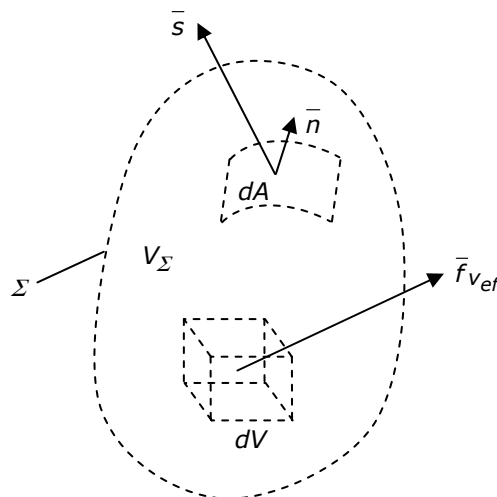


Fig.3.1. Porțiune dintr-un mediu continuu.

Asupra porțiunii de corp conținută în Σ se exercită acțiuni ponderomotoare repartizate în volumul V_Σ cu densitatea de volum \vec{f}_{Vef} și pe suprafața Σ cu densitatea de suprafață \vec{s} . Sensul fizic al acestor mărimi rezultă în primul rând din satisfacerea ecuației de mișcare:

$$\vec{F}_{R_{elm}} = \int_{V_\Sigma} \vec{f}_{Vef} \cdot dv + \oint_{\Sigma} \vec{s} \cdot dA = \frac{d\vec{I}}{dt} \quad (3.2)$$

în care $\vec{F}_{R_{elm}}$ este forța rezultantă iar \vec{I} este impulsul rezultant al porțiunii de corp considerate.

Din punctul de vedere al concepției de acțiune din aproape în aproape, cu viteză finită, densitățile de volum $\bar{f}_{V_{ef}}$ sunt exercitate local, asupra elementelor de corp, de către câmpurile fizice prezente în volumul V_{Σ} . Pentru simplificare, s-a presupus că unicul câmp prezent în volumul V_{Σ} este câmpul electromagnetic. Astfel, cele două sisteme – mediu corporal și câmp electromagnetic - existente în interiorul volumului V_{Σ} , trebuie să le presupunem distincte, adică susceptibile de a fi caracterizate individual și univoc prin impuls (deoarece orice exercitare de forțe înseamnă cedare de impuls), moment cinetic (deoarece orice exercitare de moment mecanic înseamnă cedare de moment cinetic) și energie (deoarece orice exercitare de lucru mecanic înseamnă cedare de energie).

Acțiunile ponderomotoare de suprafață \bar{s} , numite uzual și tensiuni, sunt atribuite corpului, fiind exercitate de către mediul corporal din exteriorul suprafeței Σ (supus - și el – acțiunii forțelor de volum). Tensiunile \bar{s} nu sunt însă tensiuni pur mecanice, ci în cazul cel mai general sunt funcții mixte de starea de deformație geometrică și de starea de "deformație" electric - magnetică (caracterizată de polarizări).

Separarea forței rezultante $\bar{F}_{R_{elm}}$ (mărimă accesibilă în principiu verificării experimentale prin procedee pur mecanice) în termenii de volum și de suprafață nu este însă unică, deoarece orice termen aditiv din densitatea de volum care poate fi pus sub forma divergenței unui tensor poate fi trecut în integrala de suprafață și invers. În plus, chiar dacă rezultanta parțială a termenilor de volum ar fi univoc determinată, la densitatea de suprafață se pot adăuga oricând termeni aditivi derivabili dintr-un tensor de divergență nulă, care nu dau contribuții la integrala luată pe suprafața închisă Σ . De aici se poate trage concluzia că, dacă ne referim la criteriul pur mecanic, noțiunea de "densitate" de forță este incomplet și neunivoc definită (împreună cu ideea de localizare care îi corespunde), forța rezultantă nedepinzând de "repartizarea" ei în interiorul porțiunii de corp considerate. Având în vedere că ideea de localizare este însă esențială pentru concepția de câmp, definiția densității de forță trebuie să fie completată exclusiv pe baza acestei concepții.

Luând în considerare aceste observații, densitatea efectivă a forței exercitate de câmpul electromagnetic într-un mediu continuu este definită de Al. Timotin ca fiind mărimea $\bar{f}_{V_{ef}}$ determinată univoc de următoarele condiții:

- I. Prin integrare pe volumul unui corp electrizat și magnetizat, izolat în vid într-o stare staționară, conduce la valoarea corectă a forței rezultante exercitată asupra corpului de către câmp (la integrare, suprafața corpului trebuie considerată ca limita unui strat de rapidă variație continuă).
- II. Depinde numai de mărimile de stare ale câmpului electromagnetic și de primele lor derivate, anulându-se în vid, adică acolo unde sursele câmpului ($\rho_V, \bar{J}, \bar{P}, \bar{M}$) sunt identic nule.
- III. Conduce la formularea corectă din punct de vedere termodinamic a bilanțului energetic al câmpului electromagnetic macroscopic, conceput ca sistem fizic distinct de mediul corporal cu care coexistă și a cărui densitate de energie se anulează în starea de referință, invariantă, aleasă (criteriul termodinamic).

Prima condiție e necesară pentru ca acțiunile ponderomotoare ale câmpului să fie compatibile cu ecuația de mișcare a unui corp izolat, respectiv cu ecuațiile de definiție ale mărimilor de stare ale câmpului.

A doua condiție e necesară pentru ca impulsul și fluxul de impuls atribuite câmpului, din care densitatea de forță se obține prin derivări, să fie funcții de starea câmpului, anularea în vid fiind impusă de noțiunea de forță (impulsul comunicat unui corp în unitatea de timp).

A treia condiție – criteriul termodinamic – e necesară pentru a putea considera câmpul un sistem fizic susceptibil de a fi tratat termodinamic. Se demonstrează că alegerea stării de referință – în afara criteriului de invarianță la schimbarea sistemului inertial de referință - este o chestiune pur convențională, care nu trebuie să afecteze rezultatele măsurabile. Ca stare de referință s-a ales starea $\vec{E} = 0$ și $\vec{B} = 0$.

Mărimile care satisfac doar condiția I. au fost numite densități fictive, iar mărimile care satisfac doar condițiile I. și II. au fost numite densități convenționale. În cazul mediilor oarecare există o infinitate de densități fictive, respectiv convenționale, deoarece primele două condiții nu sunt suficiente pentru a determina univoc densitatea de forță.

Utilizând însă și cea de a treia condiție enunțată mai sus, densitatea de volum efectivă a forței exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic asupra corpurilor, în orice referențial inertial, obține expresia [1]:

$$\vec{f}_{Vef} = \rho_V \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} - \nabla \left(\vec{E} \cdot \vec{P} + \vec{B} \cdot \vec{M} \right) \quad (3.3)$$

în care mărimile de stare ale câmpului au semnificația cunoscută.

3.1.2. Teorema separării tensiunilor. Densitatea echivalentă de forță exercitată de câmpul electromagnetic

Așa cum s-a precizat în subcapitolul anterior, acțiunile ponderomotoare de suprafață \vec{s} sunt tensiuni exercitate de mediul corporal din exterior asupra suprafeței Σ (Fig.3.1.), aceste tensiuni fiind atribuite corpului.

În aceeași lucrare [1], s-a analizat și posibilitatea descompunerii tensiunilor într-un termen pur mecanic și un termen pur electromagnetic. În urma acestei analize s-a demonstrat următoarea teoremă a separării tensiunilor: în stări asociate unor evoluții reversibile și în medii fără polarizație permanentă (eventual neliniare), tensiunile se descompun într-un singur fel în termeni "mecanici" – care depind numai de starea de deformare și de temperatură la fel ca în absența câmpului – și termeni "electromagnetici" – care se anulează în absența câmpului:

$$\vec{s} = \vec{s}_{mec} + \vec{s}_{elm} \quad (3.4)$$

Astfel, acțiunile ponderomotoare rezultante condiționate de prezența câmpului electromagnetic, se compun (în situațiile în care separarea tensiunilor e posibilă) din densitățile efective (exercitate de câmp în volumul porțiunii de corp considerate) și din componenta electromagnetică a densităților superficiale (exercitate asupra suprafeței Σ de mediul corporal din exterior în urma polarizării acestuia).

În aceste condiții, se numește densitate echivalentă de forță \vec{f}_{Velm} o densitate de volum echivalentă din punct de vedere al forței rezultante cu acțiunea densității efective și a părții electromagnetice a tensiunilor, definită de relația:

$$\int_{V_{\Sigma}} \bar{f}_{v_{elm}} \cdot dV = \int_{V_{\Sigma}} \bar{f}_{v_{ef}} \cdot dV + \oint_{\Sigma} \bar{s}_{elm} \cdot dA \quad (3.5)$$

Deoarece componenta electromagnetică a tensiunii \bar{s}_{elm} este întotdeauna o funcție liniară de componentele normalei exterioare, adică este un vector asociat normalei exterioare de un tensor de ordinul doi:

$$\bar{s}_{elm} = \left(\bar{n} \cdot \bar{\bar{s}}_{elm} \right), \quad (3.6)$$

densitatea echivalentă va avea expresia:

$$\bar{f}_{v_{elm}} = \bar{f}_{v_{ef}} + \nabla \cdot \bar{\bar{s}}_{elm} \quad (3.7)$$

De asemenea, deoarece într-un material dat separarea tensiunilor se face în mod univoc, densitatea echivalentă a forței este determinată de relația (3.7) în mod univoc.

În lucrarea sa, Al. Timotin a determinat expresiile tensiunii electromagnetice \bar{s}_{elm} și a densității echivalente de forță $\bar{f}_{v_{elm}}$ pentru diferite tipuri de medii. Având în vedere faptul că în lucrarea de față prezintă interes doar expresiile acestor mărimi pentru fluidele liniare, în cele ce urmează se va face referire doar la acestea. Astfel, expresia tensiunii electromagnetice obținută prin considerații termodinamice este [1]:

$$\bar{s}_{elm} = \frac{1}{2} \left[(\bar{E} \cdot \bar{P}) + (\bar{B} \cdot \bar{M}) + E^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \rho + H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] \bar{n} \quad (3.8)$$

\bar{n} fiind normala exterioară la suprafața Σ . Cunoscând expresiile (3.8) și (3.3), expresia densității echivalente de forță pentru cazul fluidelor rezultă din (3.5) în forma:

$$\bar{f}_{v_{elm}} = \rho_V \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} - \frac{1}{2} E^2 \nabla \epsilon - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} \nabla \left(E^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \rho + H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right) \quad (3.9)$$

S-a obținut astfel expresia cunoscută din literatura clasică a densității de volum a forței în fluide liniare (2.1), determinată ținând seama de fenomenele de electro și magnetostricțiune. Teoria dezvoltată în [1] localizează însă corect termenii de electro și magnetostricțiune din expresia forței specifice, și anume nu în volum, ci pe suprafața care cuprinde porțiunea de corp considerată (fiind datorată acțiunii mediului exterior lui V_{Σ} , respectiv polarizării acestuia).

Cum în literatura uzuală bilanțul energetic se scrie pentru întregul domeniu ocupat de mediul magnetic ($\Sigma \rightarrow \Sigma_0$), tensiunea \bar{s}_{elm} nu mai apare explicit și forța totală se exprimă ca integrală pe volum a densității echivalente.

Aceste rezultate au fost utilizate în [2] pentru determinarea forțelor superficiale efective în cazul câmpului electric (domeniul lichidelor magnetice fiind în anii '60-70 abia la începuturile sale).

În lucrarea de față, se urmărește extinderea studiului acestor forțe și pentru cazul lichidelor magnetice liniare (când în interiorul domeniului de referință V_{Σ} există și suprafețe de discontinuitate pentru mărimile de stare ale mediului.)

3.2. Densitatea superficială efectivă a forței magnetice în medii neparcursse de curenți de conducție

3.2.1. Expresii echivalente ale densității de volum efective a forței în medii conductoare electric

Separată din (3.3), forța specifică de volum exercitată de câmpul magnetic se scrie:

$$\vec{f}_{V_{mef}} = \vec{J} \times \vec{B} - \nabla \left(\vec{B} \cdot \vec{M} \right) \quad (3.10)$$

În considerațiile viitoare, va fi avantajos să folosim unele exprimări echivalente ale densității (3.10). Pentru a obține aceste forme, se apelează la legea legăturii în câmp magnetic (pentru $\vec{M}_p = 0$):

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \rightarrow \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}, \quad (3.11)$$

respectiv la legea magnetizației temporare, care, cu ajutorul relației (3.11), poate fi scrisă sub forma:

$$\vec{M} = \vec{M}_t = \chi_m \vec{H} = \frac{\chi_m}{\mu} \vec{B} \quad (3.12)$$

De asemenea, se vor utiliza și următoarele operații cunoscute din analiza vectorială [3]:

$$\nabla (\vec{B} \cdot \vec{M}) = \nabla \left(\vec{B} \cdot \vec{M} \right) + \nabla \left(\vec{B} \cdot \vec{M} \right) \quad (3.13)$$

de unde:

$$\nabla \left(\vec{B} \cdot \vec{M} \right) = \nabla (\vec{B} \cdot \vec{M}) - \nabla \left(\vec{B} \cdot \vec{M} \right), \quad (3.14)$$

$$\nabla (\vec{B} \cdot \vec{M}) = \nabla \left(\vec{B} \cdot \frac{\chi_m}{\mu} \vec{B} \right) = \nabla \left(\frac{\chi_m}{\mu} B^2 \right) = \left(\frac{\chi_m}{\mu} \right) \nabla B^2 + B^2 \nabla \left(\frac{\chi_m}{\mu} \right) \quad (3.15)$$

în care:

$$\nabla \left(\frac{\chi_m}{\mu} \right) = \nabla \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu} \right) = \nabla \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) = -\nabla \left(\frac{1}{\mu} \right), \quad (3.16)$$

$$\nabla \left(\vec{B} \cdot \vec{M} \right) = \vec{M} \times (\nabla \times \vec{B}) + (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{B} \quad (3.17)$$

respectiv

$$(\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} = \frac{1}{2} \nabla B^2 - \vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) \quad (3.18)$$

Înlocuind expresiile (3.12) și (3.18) în (3.17), aceasta din urmă ia forma:

$$\begin{aligned}\nabla \left(\overline{\mathbf{B}} \cdot \overline{\mathbf{M}} \right) &= \overline{\mathbf{M}} \times (\nabla \times \overline{\mathbf{B}}) + \frac{X_m}{\mu} (\overline{\mathbf{B}} \cdot \nabla) \overline{\mathbf{B}} = \\ &= \overline{\mathbf{M}} \times (\nabla \times \overline{\mathbf{B}}) + \frac{1}{2} \frac{X_m}{\mu} \nabla B^2 - \overline{\mathbf{M}} \times (\nabla \times \overline{\mathbf{B}}) = \frac{1}{2} \frac{X_m}{\mu} \nabla B^2\end{aligned}\quad (3.19)$$

pe care dacă o introducem în (3.14) împreună cu (3.15) și (3.16) obținem:

$$\nabla \left(\overline{\mathbf{B}} \cdot \overline{\mathbf{M}} \right) = \left(\frac{X_m}{\mu} \right) \nabla B^2 + B^2 \nabla \left(\frac{X_m}{\mu} \right) - \frac{1}{2} \frac{X_m}{\mu} \nabla B^2 = \frac{1}{2} \frac{X_m}{\mu} \nabla B^2 - B^2 \nabla \left(\frac{1}{\mu} \right) \quad (3.20)$$

Știind că:

$$-\nabla \left(\frac{1}{\mu} \right) = \frac{1}{\mu^2} \nabla \mu \quad (3.21)$$

relația (3.20) devine:

$$\nabla \left(\overline{\mathbf{B}} \cdot \overline{\mathbf{M}} \right) = \frac{1}{2} \frac{X_m}{\mu} \nabla B^2 + H^2 \nabla \mu \quad (3.22)$$

Din expresiile (3.22) și (3.10), se obține prima formă echivalentă a densității de volum a forței efective sub forma:

$$\overline{f}_{V_{mef}} = \overline{\mathbf{J}} \times \overline{\mathbf{B}} - H^2 \nabla \mu - \frac{1}{2} \frac{X_m}{\mu} \nabla B^2 \quad (3.23)$$

Extrăgând din (3.15) termenul:

$$\left(\frac{X_m}{\mu} \right) \nabla B^2 = \nabla (\overline{\mathbf{B}} \cdot \overline{\mathbf{M}}) - B^2 \nabla \left(\frac{X_m}{\mu} \right) \quad (3.24)$$

și luând în considerare expresiile (3.16) și (3.21), densitatea de volum a forței efective obține a doua expresie echivalentă în forma:

$$\overline{f}_{V_{mef}} = \overline{\mathbf{J}} \times \overline{\mathbf{B}} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu - \frac{1}{2} \nabla (\overline{\mathbf{B}} \cdot \overline{\mathbf{M}}) \quad (3.25)$$

Expresia (3.25) relevă faptul că ultimul său termen nu contribuie la valoarea forței efective rezultante ce acționează asupra unui mediu situat în vid, asemenea termenului magnetostrictiv în cazul forțelor echivalente (v. 2.20). Înseamnă că forța totală poate fi calculată în acest caz operând cu oricare dintre cele două densități.

3.2.2. Deducerea expresiei densității superficiale efective a forței

Densitatea curentului de conducție fiind nulă ($\overline{\mathbf{J}} = 0$), primul termen al expresiilor (3.23) și (3.25) este acum nul.

Pentru deducerea densității superficiale efective a forței, se poate utiliza procedeul de trecere la limită din subcapitolul 2.2.2, [2, 4, 5], ținând seama că la trecerea prin suprafața de separație se conservă și componenta tangențială a intensității câmpului magnetic. Astfel, se face apel la expresia (2.38) în forma:

$$\overline{f}_{S_{mef}} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (\overline{f}_{V_{mef}} \cdot \overline{dh}) \cdot \overline{n}_{12}, \quad (3.26)$$

în care forța de volum efectivă va avea expresia (3.23) cu $\vec{J} = 0$ și mărimea H^2 exprimată sub forma (2.40). Aplicând relația (3.26) fiecărui termen din expresia forței de volum efective, se obțin succesiv [6]:

$$\begin{aligned} - \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (H^2 \cdot \nabla \mu \cdot \vec{d}h) \cdot \vec{n}_{12} &= - \int_{\mu_1}^{\mu_2} \left[\left(\frac{B_n^2}{\mu^2} + H_t^2 \right) \cdot d\mu \right] \cdot \vec{n}_{12} = \\ &= \left[B_n^2 \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 \mu_2} - H_t^2 (\mu_2 - \mu_1) \right] \cdot \vec{n}_{12} \end{aligned} \quad (3.27)$$

și respectiv:

$$\begin{aligned} - \frac{1}{2} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} \left(\frac{X_m}{\mu} \nabla B^2 \cdot \vec{d}h \right) \cdot \vec{n}_{12} &= - \frac{1}{2} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} \left[\left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \nabla B^2 \cdot \vec{d}h \right] \cdot \vec{n}_{12} = \\ &= - \frac{1}{2} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} \left[\left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) H_t^2 \cdot \nabla \mu^2 \cdot \vec{d}h \right] \cdot \vec{n}_{12} = \\ &= - \frac{1}{2} \frac{H_t^2}{\mu_0} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} (2\mu \cdot \nabla \mu \cdot \vec{d}h) \cdot \vec{n}_{12} + \frac{1}{2} H_t^2 \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_0^{\Delta h} \left(\frac{1}{\mu} \cdot 2\mu \cdot \nabla \mu \cdot \vec{d}h \right) \cdot \vec{n}_{12} = \\ &= \left[- \frac{H_t^2}{\mu_0} \int_{\mu_1}^{\mu_2} \mu \cdot d\mu + H_t^2 \int_{\mu_1}^{\mu_2} d\mu \right] \cdot \vec{n}_{12} = \left[- \frac{1}{2} \frac{H_t^2}{\mu_0} (\mu_2^2 - \mu_1^2) + H_t^2 (\mu_2 - \mu_1) \right] \cdot \vec{n}_{12} \end{aligned} \quad (3.28)$$

în care s-a folosit:

$$\nabla B^2 = \nabla (\mu^2 H^2) = \nabla \left[\mu^2 \left(\frac{B_n^2}{\mu^2} + H_t^2 \right) \right] = H_t^2 \nabla \mu^2 \quad (3.29)$$

Astfel, densitatea superficială efectivă (3.26) a forței magnetice va avea expresia:

$$\vec{f}_{S_{mef}} = \left[B_n^2 \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 \mu_2} + \frac{1}{2} \frac{H_t^2}{\mu_0} (\mu_1^2 - \mu_2^2) \right] \cdot \vec{n}_{12} \quad (3.30)$$

3.2.3. Expriarea densității superficiale efective a forței cu ajutorul gradientului superficial

Așa cum s-a procedat în subcapitolul 2.2.3. și densitatea superficială efectivă a forței poate fi exprimată mai compact cu ajutorul gradientului superficial [6].

Astfel, referindu-ne la aceeași porțiune a stratului de tranziție din fig.2.3. și folosind expresia (2.37) avem:

$$\vec{f}_{S_{mef}} = \frac{1}{\Delta A} \cdot \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \vec{f}_{V_{mef}} \cdot dv \quad (3.31)$$

în care forța de volum efectivă va avea expresia (3.25) (cu $\vec{J} = 0$ și ținând cont de conservarea componentelor vectorilor câmp). Folosind transformarea de integrale a

lui Gauss în forma (2.46) și aplicând expresia (3.31) fiecărui termen din expresia forței de volum efective, se obțin succesiv:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\Delta A} \left[-\frac{1}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} H^2 \cdot \nabla \mu \cdot dv \right] = \frac{1}{\Delta A} \left[-\frac{1}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \left(\frac{B_n^2}{\mu^2} + H_t^2 \right) \cdot \nabla \mu \cdot dv \right] = \\
& = \frac{1}{\Delta A} \left[-\frac{B_n^2}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \frac{1}{\mu^2} \cdot \nabla \mu \cdot dv - \frac{H_t^2}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \nabla \mu \cdot dv \right] = \\
& = \frac{1}{\Delta A} \left[\frac{B_n^2}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \nabla \frac{1}{\mu} \cdot dv - \frac{H_t^2}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \nabla \mu \cdot dv \right] = \quad (3.32) \\
& = \frac{1}{\Delta A} \left[\frac{B_n^2}{2} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \oint_{\Sigma} \frac{1}{\mu} \cdot d\bar{A} - \frac{H_t^2}{2} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \oint_{\Sigma} \mu \cdot d\bar{A} \right] = \\
& = \frac{B_n^2}{2} \left(\frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\mu_1} \right) \cdot \bar{n}_{12} - \frac{H_t^2}{2} (\mu_2 - \mu_1) \cdot \bar{n}_{12} = \frac{B_n^2}{2} \cdot \nabla_s \left(\frac{1}{\mu} \right) - \frac{H_t^2}{2} \cdot \nabla_s (\mu)
\end{aligned}$$

în care s-a folosit și expresia (3.21) și respectiv:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\Delta A} \left[-\frac{1}{2} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \nabla (\bar{B} \cdot \bar{M}) dv \right] = \frac{1}{\Delta A} \left[-\frac{1}{2} \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \oint_{\Sigma} (\bar{B} \cdot \bar{M}) \cdot d\bar{A} \right] = \quad (3.33) \\
& = -\frac{1}{2} \left[(\bar{B} \cdot \bar{M})_2 - (\bar{B} \cdot \bar{M})_1 \right] \cdot \bar{n}_{12} = -\frac{1}{2} \cdot \nabla_s (\bar{B} \cdot \bar{M})
\end{aligned}$$

Cu aceste două rezultate parțiale, densitatea superficială efectivă a forței (3.31) va avea expresia:

$$\bar{f}_{S_{mef}} = \frac{B_n^2}{2} \cdot \nabla_s \left(\frac{1}{\mu} \right) - \frac{H_t^2}{2} \cdot \nabla_s (\mu) - \frac{1}{2} \cdot \nabla_s (\bar{B} \cdot \bar{M}) \quad (3.34)$$

echivalentă cu (3.30).

Prin considerații asemănătoare dar specifice, în literatură [2] s-au obținut expresiile pentru partea electrică a forțelor. Astfel, expresia completă a densității superficiale efective a forței exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic în medii oarecare, neîncărcate electric și neparcurse de curenți de conducție, este:

$$\begin{aligned}
\bar{f}_{S_{elmef}} = & \left[\frac{D_n^2 \varepsilon_0 (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)}{2 \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2} + E_t^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \right] \cdot \bar{n}_{12} + \\
& + \left[\frac{B_n^2 \mu_1 - \mu_2}{\mu_1 \mu_2} + \frac{1}{2} \frac{H_t^2}{\mu_0} (\mu_1^2 - \mu_2^2) \right] \cdot \bar{n}_{12} \quad (3.35)
\end{aligned}$$

și echivalența:

$$\begin{aligned}
\bar{f}_{S_{elmef}} = & \frac{D_n^2}{2} \cdot \nabla_s \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) - \frac{E_t^2}{2} \cdot \nabla_s (\varepsilon) - \frac{1}{2} \cdot \nabla_s (\bar{E} \cdot \bar{P}) \\
& + \frac{B_n^2}{2} \cdot \nabla_s \left(\frac{1}{\mu} \right) - \frac{H_t^2}{2} \cdot \nabla_s (\mu) - \frac{1}{2} \cdot \nabla_s (\bar{B} \cdot \bar{M}) \quad (3.36)
\end{aligned}$$

3.3. Starea de tensiune magnetică în punctele suprafețelor de discontinuitate din fluid

Așa cum s-a precizat în subcapitolul 3.1.2., expresia tensiunii electromagnetice în punctele suprafeței închise Σ care mărginește mediul corporal considerat (Fig.3.1.), a fost determinată în literatură [1] din considerații termodinamice și are în cazul fluidelor liniare expresia (3.8). Această tensiune este normală în orice punct al suprafeței Σ , în fluide, starea de tensiune manifestându-se întotdeauna sub forma unei presiuni. Având în vedere faptul că lucrarea de față analizează doar aspecte privind fluidele în câmp magnetic, în cele ce urmează se va face referire doar la componenta magnetică din expresia (3.8), având forma:

$$\bar{s}_m = \frac{1}{2} \left[(\bar{B} \cdot \bar{M}) + H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] \bar{n} \quad (3.37)$$

Deoarece, în fig.3.1. suprafața Σ a fost definită pur geometric, s-a presupus că ea nu conține puncte de discontinuitate ale proprietăților fizice locale, separând două porțiuni ale aceluiași mediu. Dacă suprafața Σ separă două fluide diferite situate în câmp (Fig.3.2.), tensiunile magnetice obțin valori distincte în cele două medii și conduc la o forță superficială netă. Această forță se obține prin însumarea tensiunilor (3.37) ce se exercită asupra celor două fețe ale suprafeței (în puncte infinit vecine ei) [6]:

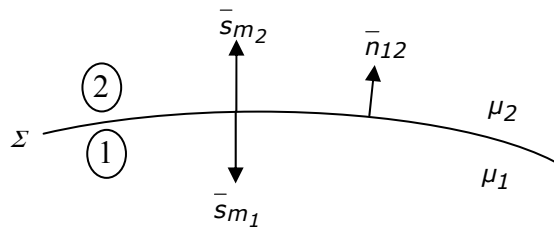


Fig.3.2. Suprafață de separație a două fluide distincte.

$$\bar{s}_{m12} = \bar{s}_{m1} + \bar{s}_{m2} = (s_{m2} - s_{m1}) \cdot \bar{n}_{12} = \nabla_S (s_m) \quad (3.38)$$

sau cu (3.37):

$$\bar{s}_{m12} = \frac{1}{2} \nabla_S \left[(\bar{B} \cdot \bar{M}) + H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] \quad (3.39)$$

3.4. Relația forțe efective – forțe echivalente în câmp magnetic

În lucrarea sa [1], Al. Timotin a dat definiția densității de volum echivalente a forței ca fiind superpoziția efectelor produse de densitățile efective ale forțelor care acționează în volumul mediului corporal considerat și de tensiunile care acționează în punctele suprafeței care mărginește acest mediu. Pe baza acestei definiții, în cele ce urmează se va determina expresia densității echivalente a forței care acționează asupra volumului unui fluid situat în câmp magnetic cu ajutorul relației:

$$\int_{V_{\Sigma}} \bar{f}_{V_m} \cdot dV = \int_{V_{\Sigma}} \bar{f}_{V_{mef}} \cdot dV + \oint_{\Sigma} \bar{s}_m \cdot dA \quad (3.40)$$

sau mai compact:

$$\bar{f}_{V_m} = \bar{f}_{V_{mef}} + \nabla \cdot \bar{s}_m \quad (3.41)$$

dacă se presupun cunoscute expresiile forței efective (3.23) sau (3.25), respectiv a tensiunii magnetice (3.37).

Astfel, înlocuind expresiile (3.25) și (3.37) în (3.41) obținem:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{V_m} &= \bar{J} \times \bar{B} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu - \frac{1}{2} \nabla (\bar{B} \cdot \bar{M}) + \nabla \left\{ \frac{1}{2} \left[(\bar{B} \cdot \bar{M}) + H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] \right\} = \\ &= \bar{J} \times \bar{B} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu - \frac{1}{2} \nabla (\bar{B} \cdot \bar{M}) + \frac{1}{2} \nabla (\bar{B} \cdot \bar{M}) + \frac{1}{2} \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right) = \\ &= \bar{J} \times \bar{B} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

identică cu expresia (2.14) din teoria clasică. O expresie similară se obține dacă în (3.41) se folosește expresia (3.23) a densității efective a forței.

În ceea ce privește densitatea superficială echivalentă a forței, aceasta se poate defini ca fiind superpoziția efectelor produse de densitățile superficiale efective ale forțelor magnetice și respectiv de tensiunile magnetice care acționează în punctele suprafeței de discontinuitate dintre două fluide distincte. Conform acestei definiții, densitatea superficială echivalentă a forței se va determina cu expresia:

$$\bar{f}_{s_m} = \bar{f}_{s_{mef}} + \bar{s}_{m12} \quad (3.43)$$

în care se presupun cunoscute expresiile densității superficiale efective (3.30) sau (3.34) și respectiv a tensiunii magnetice (3.39).

Astfel, înlocuind expresiile (3.34) și (3.39) în (3.43) obținem:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{s_m} &= \frac{B_n^2}{2} \cdot \nabla_s \left(\frac{1}{\mu} \right) - \frac{H_t^2}{2} \cdot \nabla_s (\mu) - \frac{1}{2} \cdot \nabla_s (\bar{B} \cdot \bar{M}) + \frac{1}{2} \nabla_s \left[(\bar{B} \cdot \bar{M}) + H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] = \\ &= \frac{B_n^2}{2} \cdot \nabla_s \left(\frac{1}{\mu} \right) - \frac{H_t^2}{2} \cdot \nabla_s (\mu) - \frac{1}{2} \cdot \nabla_s (\bar{B} \cdot \bar{M}) + \frac{1}{2} \nabla_s (\bar{B} \cdot \bar{M}) + \frac{1}{2} \nabla_s \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right) = \\ &= \left[\frac{B_n^2}{2} \left(\frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\mu_1} \right) - \frac{H_t^2}{2} (\mu_2 - \mu_1) + \frac{1}{2} \left(H_2^2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \rho_2 - H_1^2 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \right) \right] \cdot \bar{n}_{12} = \\ &= \left[\frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \left(\frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} + H_t^2 \right) + \frac{1}{2} \left(H_2^2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \rho_2 - H_1^2 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \right) \right] \cdot \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (3.44)$$

similară cu expresia (2.31) din literatura clasică. Același rezultat se obține și dacă în (3.43) se folosește expresia (3.30) a densității superficiale efective.

Un calcul similar se poate face și pentru componenta electrică a forțelor, în final rezultând expresiile densităților echivalente de volum (2.1) și respectiv de suprafață (2.27) ale forțelor exercitate de câmpul electromagnetic în fluide.

3.5. Densitatea superficială efectivă a forței magnetice în medii parcurse de curenți de conducție

3.5.1. Expresia echivalentă a densității de volum efective a forței pentru medii parcurse de curenți de conducție

Având în vedere că în cazul mediilor parcurse de curenți de conducție

$$\bar{J} = \nabla \times \bar{H}, \quad (3.45)$$

expresia echivalentă (3.25) a densității de volum efective a forței va obține o nouă formă. Astfel, dezvoltând termenul doi al expresiei (3.25):

$$\frac{1}{2} H^2 \nabla \mu = \frac{1}{2} \nabla (\mu H^2) - \frac{1}{2} \mu \cdot \nabla H^2 \quad (3.46)$$

și utilizând următoarele operații din analiza vectorială [3]:

$$\nabla \left(\bar{H} \cdot \bar{H} \right) = \nabla \left(H \cdot H \right) = H \cdot \nabla H = \frac{1}{2} \nabla H^2 \quad (3.47)$$

și respectiv:

$$\nabla \left(\bar{H} \cdot \bar{H} \right) = \bar{H} \times (\nabla \times \bar{H}) + (\bar{H} \cdot \nabla) \bar{H} \quad (3.48)$$

rezultă:

$$\begin{aligned} \nabla H^2 &= 2 \cdot \nabla \left(\bar{H} \cdot \bar{H} \right) = 2 \left[\bar{H} \times (\nabla \times \bar{H}) + (\bar{H} \cdot \nabla) \bar{H} \right] = 2 \left[\bar{H} \times \bar{J} + (\bar{H} \cdot \nabla) \bar{H} \right] = \\ &= -2 (\bar{J} \times \bar{H}) + 2 (\bar{H} \cdot \nabla) \bar{H} \end{aligned} \quad (3.49)$$

respectiv (3.46) devine:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu &= \frac{1}{2} \nabla (\mu H^2) + \mu (\bar{J} \times \bar{H}) - \mu (\bar{H} \cdot \nabla) \bar{H} = \\ &= \frac{1}{2} \nabla (\mu H^2) + \bar{J} \times \bar{B} - (\bar{B} \cdot \nabla) \bar{H} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Cu (3.50), expresia echivalentă (3.25) a densității de volum efective a forței ia forma:

$$\bar{f}_{V_{mef}} = (\bar{B} \cdot \nabla) \bar{H} - \frac{1}{2} \nabla (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) \quad (3.51)$$

sau, știind că $\nabla \cdot \bar{B} = 0$ mai putem scrie:

$$\bar{f}_{V_{mef}} = \bar{H} (\nabla \cdot \bar{B}) + (\bar{B} \cdot \nabla) \bar{H} - \frac{1}{2} \nabla (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) \quad (3.52)$$

3.5.2. Tensorul stare de tensiune "efectiv"

Deoarece la trecerea prin suprafața de discontinuitate componenta tangențială a intensității câmpului nu se mai conservă în prezența conducției, pentru determinarea forței specifice superficiale se apelează la cunoscuta reducere a forțelor de volum (aici efective) la tensiuni mecanice fictive care acționează în punctele suprafeței ce închide domeniul considerat:

$$\vec{F} = \int_{V_{\Sigma}} \vec{f}_{V_{mef}} dv = \oint_{\Sigma} \vec{T}_{n_{mef}} \cdot dA \quad (3.53)$$

Mulțimea vectorilor tensiune $\vec{T}_{n_{mef}}$, care satisfac condiția că fiecare vector dintr-un punct dat este dependent de orientarea normalei \vec{n} ce trece prin punctul considerat, definește un tensor de ordinul al doilea $\vec{\vec{T}}_{mef}$, numit tensorul stare de tensiune mecanică și definit prin componentele:

$$\vec{\vec{T}}_{mef} = \begin{vmatrix} T_{m_{xx}} & T_{m_{xy}} & T_{m_{xz}} \\ T_{m_{yx}} & T_{m_{yy}} & T_{m_{yz}} \\ T_{m_{zx}} & T_{m_{zy}} & T_{m_{zz}} \end{vmatrix}, \quad (3.54)$$

în care $T_{m_{ij}}$ reprezintă componenta după direcția \vec{i} a tensiunii \vec{T}_{m_j} corespunzătoare orientării \vec{j} .

Deoarece tensorul $\vec{\vec{T}}_{mef}$ se referă la forțele efective exercitate de câmpul magnetic, pentru a-l deosebi de tensorul "maxwellian" care se referă la forțele echivalente ale câmpului, vom numi acest tensor, tensorul stare de tensiune "efectiv".

Ținând seama de transformarea de integrale Gauss - Ostrogradsky referitoare la tensorii de ordinul doi:

$$\int_{V_{\Sigma}} \vec{f}_{V_{mef}} dv = \oint_{\Sigma} \vec{T}_{n_{mef}} \cdot dA = \int_{V_{\Sigma}} \nabla \cdot \vec{\vec{T}}_{mef} \cdot dv, \quad (3.55)$$

se obține:

$$\vec{f}_{V_{mef}} = \nabla \cdot \vec{\vec{T}}_{mef}, \quad (3.56)$$

care în coordonate carteziene va avea componentele:

$$\begin{aligned} \left(f_{V_{mef}} \right)_x &= \frac{\partial T_{m_{xx}}}{\partial x} + \frac{\partial T_{m_{xy}}}{\partial y} + \frac{\partial T_{m_{xz}}}{\partial z} \\ \left(f_{V_{mef}} \right)_y &= \frac{\partial T_{m_{yx}}}{\partial x} + \frac{\partial T_{m_{yy}}}{\partial y} + \frac{\partial T_{m_{yz}}}{\partial z} \\ \left(f_{V_{mef}} \right)_z &= \frac{\partial T_{m_{zx}}}{\partial x} + \frac{\partial T_{m_{zy}}}{\partial y} + \frac{\partial T_{m_{zz}}}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Pentru a exista echivalență între forțele de volum și tensiuni, este necesar ca la substituirea lor să se conserve atât rezultanta forțelor din volumul V_{Σ} - condiția (3.53) -, cât și momentul acestor forțe. Această condiție este îndeplinită atunci când tensorul $\vec{\vec{T}}_{mef}$ este simetric, adică [7-9]:

$$T_{m_{xy}} = T_{m_{yx}}, \quad T_{m_{yz}} = T_{m_{zy}}, \quad T_{m_{zx}} = T_{m_{xz}} \quad (3.58)$$

Se urmărește determinarea componentelor tensorului $\vec{\vec{T}}_{mef}$ folosind expresia echivalentă (3.52) a densității de volum efective a forței magnetice. Din

această relație, într-un sistem de axe cartezian, componenta după axa x a vectorului $\bar{f}_{V_{mef}}$ obține expresia:

$$\begin{aligned} \left(f_{V_{mef}}\right)_x &= H_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) + \left(B_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_x}{\partial y} + B_z \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) - \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[H_x B_x - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) \right] + \frac{\partial}{\partial y} (H_x B_y) + \frac{\partial}{\partial z} (H_x B_z) \end{aligned} \quad (3.59)$$

Prin raționamente analoage se obțin și celelalte componente ale vectorului $\bar{f}_{V_{mef}}$:

$$\begin{aligned} \left(f_{V_{mef}}\right)_y &= H_y \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) + \left(B_x \frac{\partial H_y}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_y}{\partial y} + B_z \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) - \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (H_y B_x) + \frac{\partial}{\partial y} \left[H_y B_y - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) \right] + \frac{\partial}{\partial z} (H_y B_z) \\ \left(f_{V_{mef}}\right)_z &= H_z \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) + \left(B_x \frac{\partial H_z}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_z}{\partial y} + B_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) - \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (H_z B_x) + \frac{\partial}{\partial y} (H_z B_y) + \frac{\partial}{\partial z} \left[H_z B_z - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) \right] \end{aligned} \quad (3.60)$$

Componentele tensorului \bar{T}_{mef} rezultă prin identificarea termenilor ce intervin în expresiile (3.59) și (3.60) cu cei corespunzători din (3.57), matricea (3.54) scriindu-se astfel:

$$\bar{T}_{mef} = \begin{vmatrix} H_x B_x - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) & H_x B_y & H_x B_z \\ H_y B_x & H_y B_y - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) & H_y B_z \\ H_z B_x & H_z B_y & H_z B_z - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) \end{vmatrix} \quad (3.61)$$

Se observă faptul că tensorul stare de tensiune "efectiv" este simetric, deoarece $H_x B_y = H_y B_x$, $H_x B_z = H_z B_x$ și $H_y B_z = H_z B_y$.

Cunoscând componentele tensorului \bar{T}_{mef} , se poate determina componenta vectorială $\bar{T}_{n_{mef}}$ asociată normalei la suprafață. În acest scop, vectorul $\bar{T}_{n_{mef}}$ se descompune în componente carteziene:

$$\bar{T}_{n_{\text{mef}}} = T_{n_{\text{mef}_x}} \bar{i} + T_{n_{\text{mef}_y}} \bar{j} + T_{n_{\text{mef}_z}} \bar{k} \quad (3.62)$$

Se știe că $\bar{T}_{n_{\text{mef}}}$ este o funcție liniară și omogenă de cosinusurile directoare ale orientării normalei \bar{n} față de un sistem de coordonate triortogonale [8, 9]:

$$\bar{T}_{n_{\text{mef}}} = \bar{T}_{m_{\text{ef}_x}} \cos(\bar{n}, \bar{i}) + \bar{T}_{m_{\text{ef}_y}} \cos(\bar{n}, \bar{j}) + \bar{T}_{m_{\text{ef}_z}} \cos(\bar{n}, \bar{k}) \quad (3.63)$$

în care $\bar{T}_{m_{\text{ef}_x}}$, $\bar{T}_{m_{\text{ef}_y}}$ și $\bar{T}_{m_{\text{ef}_z}}$ sunt componentele vectoriale asociate orientărilor axelor de coordonate, iar:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{m_{\text{ef}_x}} &= T_{m_{xx}} \bar{i} + T_{m_{yx}} \bar{j} + T_{m_{zx}} \bar{k} \\ \bar{T}_{m_{\text{ef}_y}} &= T_{m_{xy}} \bar{i} + T_{m_{yy}} \bar{j} + T_{m_{zy}} \bar{k} \\ \bar{T}_{m_{\text{ef}_z}} &= T_{m_{xz}} \bar{i} + T_{m_{yz}} \bar{j} + T_{m_{zz}} \bar{k} \end{aligned} \quad (3.64)$$

Înlocuind expresiile (3.64) în (3.63) se obțin componentele tensiunii $\bar{T}_{n_{\text{mef}}}$ după cele trei axe:

$$\begin{aligned} T_{n_{\text{mef}_x}} &= T_{m_{xx}} \cos(\bar{n}, \bar{i}) + T_{m_{xy}} \cos(\bar{n}, \bar{j}) + T_{m_{xz}} \cos(\bar{n}, \bar{k}) \\ T_{n_{\text{mef}_y}} &= T_{m_{yx}} \cos(\bar{n}, \bar{i}) + T_{m_{yy}} \cos(\bar{n}, \bar{j}) + T_{m_{yz}} \cos(\bar{n}, \bar{k}) \\ T_{n_{\text{mef}_z}} &= T_{m_{zx}} \cos(\bar{n}, \bar{i}) + T_{m_{zy}} \cos(\bar{n}, \bar{j}) + T_{m_{zz}} \cos(\bar{n}, \bar{k}) \end{aligned} \quad (3.65)$$

Folosind componentele tensorului $\bar{T}_{m_{\text{ef}}}$ date de (3.61) și respectiv componentele tensiunii $\bar{T}_{n_{\text{mef}}}$ date de (3.65), se obține:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{n_{\text{mef}}} &= \bar{H} \cdot B_x \cos(\bar{n}, \bar{i}) - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) \cos(\bar{n}, \bar{i}) \bar{i} + \\ &+ \bar{H} \cdot B_y \cos(\bar{n}, \bar{j}) - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) \cos(\bar{n}, \bar{j}) \bar{j} + \\ &+ \bar{H} \cdot B_z \cos(\bar{n}, \bar{k}) - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H} + \bar{B} \cdot \bar{M}) \cos(\bar{n}, \bar{k}) \bar{k} \end{aligned} \quad (3.66)$$

Deoarece:

$$\cos(\bar{n}, \bar{i}) \bar{i} + \cos(\bar{n}, \bar{j}) \bar{j} + \cos(\bar{n}, \bar{k}) \bar{k} = \bar{n} \quad (3.67)$$

și

$$B_x \cos(\bar{n}, \bar{i}) + B_y \cos(\bar{n}, \bar{j}) + B_z \cos(\bar{n}, \bar{k}) = \bar{B} \cdot \bar{n} \quad (3.68)$$

expresia (3.66) se poate scrie în forma:

$$\bar{T}_{n_{\text{mef}}} = \bar{H} (\bar{B} \cdot \bar{n}) - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H}) \bar{n} - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{M}) \bar{n} \quad (3.69)$$

Se observă faptul că tensiunea efectivă $\bar{T}_{n_{\text{mef}}}$ diferă prin ultimul său termen de tensiunea maxwelliană [10]:

$$\bar{T}_{n_m} = \bar{H} (\bar{B} \cdot \bar{n}) - \frac{1}{2} \left(\mu - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right) H^2 \bar{n} = \bar{H} (\bar{B} \cdot \bar{n}) - \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot \bar{H}) \bar{n} + \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \bar{n}, \quad (3.70)$$

ea fiind valabilă și în cazul lichidelor magnetice conductoare electric ($\bar{J} \neq 0$), inclusiv în suprafață. De asemenea, valoarea vectorială a tensiunii (3.69) este cuprinsă în planul format din vectorii \bar{H} și \bar{n} .

Cunoscând expresia tensiunii efective $\bar{T}_{n_{mef}}$, se poate determina forța magnetică efectivă exercitată de câmpul magnetic în suprafața de separație dintre două fluide magnetice de permeabilități diferite μ_1 respectiv μ_2 .

3.5.3. Expresia densității superficiale efective

Forța efectivă rezultantă care se exercită asupra volumului închis de suprafața închisă Σ definită în subcapitolul 2.2.2. (Fig.2.3.) este:

$$\bar{f}_{s_{mef}} \cdot \Delta A = \oint_{\Sigma} \bar{T}_{n_{mef}} dA \quad (3.71)$$

unde $\bar{f}_{s_{mef}}$ reprezintă densitatea superficială efectivă a forței, iar ΔA este aria interceptată de suprafața închisă Σ din suprafața de discontinuitate S_{12} .

Neglijând integrala efectuată pe porțiunea laterală a suprafeței Σ (de înălțime Δh tinzând la zero), expresia (3.71) se reduce la suma tensiunilor pe suprafețele bazelor corespunzătoare suprafeței Σ :

$$\bar{f}_{s_{mef}} \cdot \Delta A = \bar{T}_{n_{mef_1}} dA + \bar{T}_{n_{mef_2}} dA \quad (3.72)$$

Folosind expresiile corespunzătoare pentru $\bar{T}_{n_{mef_1}}$ și $\bar{T}_{n_{mef_2}}$ obținute din (3.69), se obține:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{s_{mef}} = & \bar{H}_2 (\bar{B}_2 \cdot \bar{n}_{12}) - \frac{1}{2} (\bar{B}_2 \cdot \bar{H}_2) \bar{n}_{12} - \frac{1}{2} (\bar{B}_2 \cdot \bar{M}_2) \bar{n}_{12} - \\ & - \bar{H}_1 (\bar{B}_1 \cdot \bar{n}_{12}) + \frac{1}{2} (\bar{B}_1 \cdot \bar{H}_1) \bar{n}_{12} + \frac{1}{2} (\bar{B}_1 \cdot \bar{M}_1) \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (3.73)$$

sau, folosind legea magnetizației temporare:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{s_{mef}} = & \bar{H}_2 (\bar{B}_2 \cdot \bar{n}_{12}) - \bar{H}_1 (\bar{B}_1 \cdot \bar{n}_{12}) + \frac{1}{2} (\mu_1 H_1^2 - \mu_2 H_2^2) \bar{n}_{12} + \\ & + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_1} \right) B_1^2 - \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_2} \right) B_2^2 \right] \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (3.74)$$

În absența conducției, expresia găsită trebuie să conducă la forma (3.30) dedusă pentru acest caz. Faptul se verifică luând în considerare conservarea componentelor normală și tangențială ale inducției și respectiv intensității câmpului. Astfel, primii doi termeni conduc la:

$$\begin{aligned} \bar{H}_2 (\bar{B}_2 \cdot \bar{n}_{12}) - \bar{H}_1 (\bar{B}_1 \cdot \bar{n}_{12}) = & (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) B_n = (H_{n2} - H_{n1}) B_n \bar{n}_{12} = \\ = & \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 \mu_2} B_n^2 \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad , \quad (3.75)$$

iar ultimii doi termeni conduc la:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}(\mu_1 H_1^2 - \mu_2 H_2^2) \bar{n}_{12} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_1} \right) B_1^2 - \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_2} \right) B_2^2 \right] \bar{n}_{12} = \\
& = \left[\left(\frac{1}{2} \mu_1 + \frac{1}{2} \frac{\mu_1^2}{\mu_0} - \frac{1}{2} \mu_1 \right) H_1^2 - \left(\frac{1}{2} \mu_2 + \frac{1}{2} \frac{\mu_2^2}{\mu_0} - \frac{1}{2} \mu_2 \right) H_2^2 \right] \bar{n}_{12} = \\
& = \left(\frac{1}{2} \frac{B_n^2}{\mu_0} + \frac{1}{2} \frac{\mu_1^2}{\mu_0} H_f^2 - \frac{1}{2} \frac{B_n^2}{\mu_0} - \frac{1}{2} \frac{\mu_2^2}{\mu_0} H_f^2 \right) \bar{n}_{12} = \\
& = \frac{1}{2} \frac{H_f^2}{\mu_0} (\mu_1^2 - \mu_2^2) \bar{n}_{12}
\end{aligned} \tag{3.76}$$

Înlocuind expresiile (3.75) și (3.76) în (3.74) se obține:

$$\bar{f}_{s_{mer}} = \left[\frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 \mu_2} + \frac{1}{2} \frac{H_f^2}{\mu_0} (\mu_1^2 - \mu_2^2) \right] \cdot \bar{n}_{12} \tag{3.77}$$

identică cu expresia (3.30) dedusă anterior.

3.6. Bibliografie selectivă

- [1] Al. Timotin, Proprietățile dinamice ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii oarecare, Teză de doctorat, I.P. București, 1958.
- [2] D. Daba, Contribuții privind forțele exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic asupra mediilor corporale, cu aplicații la fluide, Teză de doctorat, I.P. Timișoara 1971.
- [3] P. Andronescu, Calculul vectorial, București, 1943.
- [4] R. Răduleț, Bazele electrotehnicii – Probleme, Ed. Tehnică, București, 1981.
- [5] D. Vesa, The magnetic force deduction in the interface between ferrofluids using a limit process, Buletinul Științific al U.P. Timișoara seria Matematică - Fizică, Tom 55(69), 2, 2010.
- [6] D. Vesa, The effective forces exerted by the macroscopic magnetic field in ferrofluid, Zilele Academice Timișene - Simpozion Electrotehnică și Electroenergetică, 2011.
- [7] I.E. Tamm, Bazele teoriei electricității, Ed. Tehnică, 1952.
- [8] C. Șora, Bazele electrotehnicii, E.D.P. București, 1982.
- [9] I. De Sabata, Bazele electrotehnicii, vol.2, I.P. Timișoara, 1972-1974.
- [10] C.I. Mocanu, Teoria câmpului electromagnetic, E.D.P. București, 1981.

4. INTERPRETAREA UNOR EFECTE SPECIFICE PRODUSE ÎN LICHIDE MAGNETICE

4.1. Scurt istoric

Efectele ponderomotoare produse de câmpul magnetic macroscopic asupra lichidelor magnetice reprezintă obiectul de studiu al ferohidrodinamicii. Ferohidrodinamica (FHD) tratează mișcarea fluidelor sub influența unor forțe puternice datorate magnetizării acestora, în prezența unui gradient de câmp sau a discontinuităților.

Ferohidrodinamica a început să se dezvolte la începutul anilor 1960, având ca obiectiv principal conversia căldurii în lucru mecanic fără a se utiliza părți mecanice. Însă, odată ce lichidele magnetice devin accesibile și alte aplicații ale acestora vor fi identificate. Multe dintre aceste aplicații au ca principală preocupare poziționarea și controlul la distanță a lichidului magnetic în prezența unui câmp magnetic aplicat. O astfel de aplicație este prezentată în fig.4.1., în care lichidul magnetic este poziționat și modelat într-un tub transparent de către câmpul magnetic produs de doi magneți permanenți dispuși în exteriorul tubului [1]:

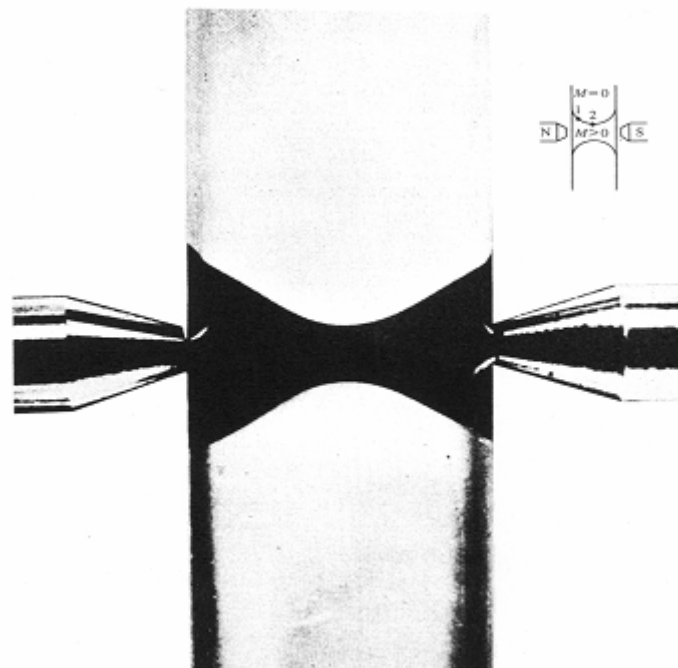


Fig.4.1. Tub transparent cu lichid magnetic dispus în câmpul magnetic produs de doi magneți permanenți.

Se observă faptul că aplicațiile din domeniul ferohidrodinamicii constau în răspunsul lichidelor magnetice în prezența câmpurilor magnetice aplicate. Acest răspuns presupune: instabilități interfaciale datorate componente normale a câmpului magnetic (suprafața lichidului luând forma unor inflorescențe în spic), efectul de flotabilitate al unui magnet imersat în ferofluid sau auto-levitația, formarea spontană a unor modele labirintice complicate în straturile subțiri, etc. Pentru a înțelege aceste efecte, literatura aferentă lichidelor magnetice descrie mai multe experimente simple cum sunt: ridicarea lichidului magnetic între polii unui magnet (Bates 1963) [2] și (Jones 1978) [3], denivelarea suprafeței unui ferofluid în prezența unui câmp magnetic normal (Berkovsky și Orlov 1973) [4] și (Jones 1978) [3], ondularea suprafeței ferofluidului (Maruno, Yubakami și Soga 1983) [5], efectul de menisc conic (Rosensweig 1966 a) [6], efectul de flotabilitate al unor particule nemagnetice (Kaiser și Miskolczy 1970) [7] respectiv fenomenul de auto-levitație (Rosensweig 1966 b) [8], etc.

O parte din experimentele enumerate vor fi tratate și în această lucrare, care încearcă să ofere un punct de vedere unitar și să prezinte mecanismul fizic real al efectelor observate. Astfel, în acest capitol, se vor reanaliza următoarele efecte ponderomotoare produse de câmpul magnetic macroscopic în ferofluide: efectul de denivelare a ferofluidului între polii unui electromagnet (efectul Quincke), ridicarea ferofluidului în lungul unor conductoare imersate în acesta și parcurse de curenți egali dar de sensuri opuse (meniscul conic) și efectul asupra bulelor de aer din lichide magnetice.

Deoarece studiul experimental al acestor efecte a necesitat apelul la instalații și mijloace tehnice rafinate (surse de raze x, ultrasunete, camere video de înaltă rezoluție, ș.a.), reproducerea lor în laborator nu a fost posibilă decât în mică măsură.

4.2. Denivelarea lichidelor situate în câmpul magnetic al unui electromagnet – efectul Quincke

Observat de G. Quincke (1881) [9], efectul de ridicare a unui lichid dielectric neconductor între armăturile unui condensator plan aflat sub tensiune electrică a fost utilizat de H. Pellat (1892) [10, 11] pentru determinarea permitivității.

Fiind regăsit în domeniul Ferohidrodinamicii [2], experimentul constă în denivelarea unui ferofluid situat în câmpul orizontal al unor poli magnetici parțial imersați (Fig.4.2.):

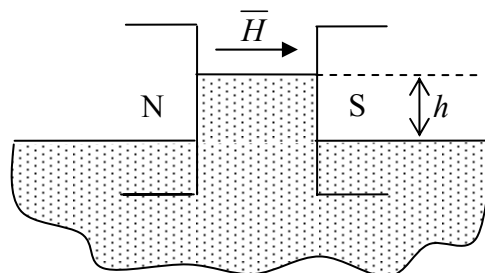


Fig.4.2. Efectul Quincke magnetic.

Având în vedere faptul că în literatură se neglijează sistematic termenul strictiv din expresia forțelor magnetice, interpretarea efectului de denivelare a

ferofluidului, doar sub acțiunea forțelor de suprafață, nu este adecvată. În cele ce urmează, se vor prezenta câteva interpretări posibile ale acestui efect și, respectiv, interpretarea corectă a mecanismului fizic.

4.2.1. Interpretarea actuală a efectului Quincke, cu neglijarea stricțiunii și a efectului de margine

Pentru a analiza efectul de denivelare a ferofluidului, literatura aferentă [1, 12] face apel la ecuația Bernoulli din ferohidrodinamică:

$$p^* + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh - \mu_0 \widetilde{MH} = const. \quad (4.1)$$

în care, p^* reprezintă presiunea compozită, $\frac{1}{2} \rho v^2$ este presiunea dinamică, ρgh este presiunea datorată gravitației, iar $\mu_0 \widetilde{MH}$ este presiunea magnetică (2.25). Ecuația (4.1) a fost dedusă făcând următoarele presupuneri: lichidul magnetic este considerat incompresibil respectiv neliniar fără histerezis, magnetizația și intensitatea câmpului magnetic sunt coliniare, respectiv forța gravitațională este constantă.

În ecuația (4.1), presiunea compozită p^* reprezintă suma dintre presiunea termodinamică $p(\rho, T)$, presiunea magnetostriktivă p_s (2.24), și presiunea magnetică p_m (2.25):

$$p^* = p(\rho, T) + p_s + p_m \quad (4.2)$$

De asemenea, pentru a putea rezolva ecuația Bernoulli, se va folosi și condiția pe frontiera care separă două fluide distincte (fluidul 1 fiind magnetic iar fluidul 2 fiind nemagnetic) și care este dată de relația:

$$p_1^* + p_n = p_{0,2} + p_c \quad (4.3)$$

unde p_1^* reprezintă presiunea compozită a fluidului 1, $p_n \equiv \frac{\mu_0 M_n^2}{2}$ este tracțiunea magnetică normală (M_n fiind componenta normală a magnetizației), $p_{0,2}$ este presiunea termodinamică a fluidului 2 (mediul 2 fiind nemagnetic $p_{s2} = 0$ și $p_{m2} = 0$), respectiv $p_c \equiv 2\kappa\sigma$ este presiunea capilară produsă doar pe o suprafață care are curbura (κ fiind media aritmetică a curburii iar σ tensiunea interfacială).

Particularizând expresia (4.1) pentru cazul efectului Quincke (Fig.4.3.), [1, 12]:

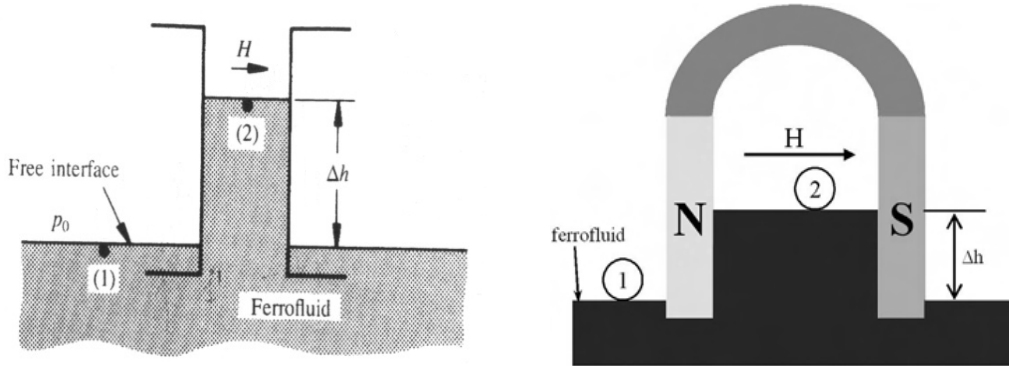


Fig.4.3. Efectul Quincke.

și considerând punctul 1 pe suprafața liberă într-o zonă din afara câmpului magnetic aplicat, iar punctul 2 pe suprafața liberă din zona de câmp, se obține:

$$p_1^* + \rho gh_1 = p_2^* + \rho gh_2 - \mu_0 \tilde{M} H \quad (4.4)$$

Din condiția pe frontieră (4.3), având în vedere faptul că $M_n = 0$ și $\kappa = 0$ rezultă:

$$p_1^* = p_0 \quad \text{și} \quad p_2^* = p_0 \quad (4.5)$$

adică, presiunile compozite în cele două puncte sunt egale cu presiunea atmosferică.

Înlocuind expresiile (4.5) în (4.4) rezultă pentru înălțimea denivelării expresia:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\mu_0 \tilde{M} H}{\rho g} \quad (4.6)$$

Înlocuind magnetizația medie \tilde{M} cu expresia (2.26) și considerând acum cazul fluidului liniar, rezultă:

$$\Delta h = \frac{\mu - \mu_0}{2\rho g} H^2 \quad (4.7)$$

Se observă faptul că tot acest raționament conduce la o relație între înălțimea denivelării și câmpul magnetic aplicat dar, nu furnizează informații asupra mecanismului fizic al efectului, respectiv asupra acțiunii forțelor care apar în ferrofluid. În plus, tot acest raționament a fost făcut în ipoteza unui lichid magnetic considerat incompresibil, deci în absența magnetostricțiunii. Această ipoteză va conduce, după cum se va demonstra în continuare, la o interpretare inadecvată a efectului observat din punct de vedere al acțiunii forțelor în cazul fluidului liniar.

Astfel, prin neglijarea termenului magnetostrictiv în expresia forței specifice de volum [1, 12, 13], aceasta se reduce la termenul maxwellian:

$$\bar{f}_{vm} = -\frac{1}{2} H^2 \nabla \mu \quad (4.8)$$

care, așa cum s-a arătat în subcapitolul 2.1.2, pentru un ferrofluid considerat omogen și situat în câmp magnetic uniform, conduce la o localizare exclusiv superficială a forței, dedusă din (2.34) și în absența termenului strictiv:

$$\bar{f}_{sm} = \frac{\mu - \mu_0}{2} H^2 \bar{n}_{12} \quad (4.9)$$

Ea este orientată după versorul \bar{n}_{12} , adică spre exteriorul fluidului (Fig.4.4.):

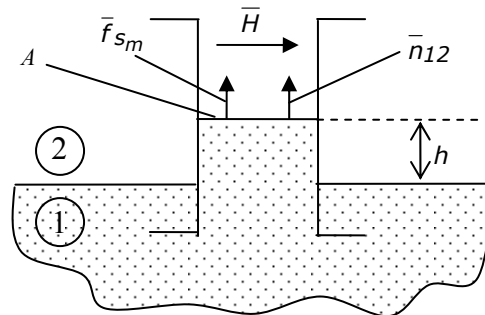


Fig.4.4. Orientarea forței de suprafață în absența magnetostricțiunii.

De aici s-a ajuns la concluzia că denivelarea fluidului se datorează tracțiunii pe care o exercită această forță asupra suprafeței de separație dintre fluid și aer, forța totală

$$F = f_{sm} \cdot A = \frac{\mu - \mu_0}{2} H^2 A \quad (4.10)$$

fiind echilibrată de greutatea denivelării

$$F_g = \rho \cdot g \cdot h \cdot A \quad (4.11)$$

unde g este accelerația gravitațională, h este înălțimea denivelării, iar A este aria suprafeței libere situată în câmp.

Înălțimea denivelării rezultă atunci în forma:

$$h = \frac{\mu - \mu_0}{2\rho g} H^2 \quad (4.12)$$

identică cu (4.7).

Această interpretare nu poate să corespundă fenomenului fizic real, deoarece lichidele nu suportă forțe de tracțiune și de forfecare, ci doar de compresiune. Astfel, deși expresia (4.12) este bine verificată de experiență [1; 13], mecanismul fizic real al efectului se dovedește a fi cu totul diferit. Faptul va rezulta prin luarea în considerare a magnetostricțiunii, care nu poate și nu trebuie să fie neglijată. Căci, deși nu contribuie (practic) la valoarea forței totale exercitate de câmp, ea influențează hotărâtor distribuția spațială a forțelor locale [14].

Aceasta este principala obiecție adusă interpretării bazate pe o localizare exclusiv superficială a forțelor câmpului. De altfel, experiența arată explicit acest fapt, prin deformarea concavă – și nu convexă – a suprafeței libere (Fig.4.5.) [1,15, 16]:

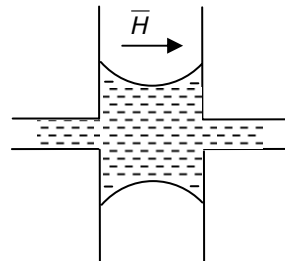


Fig.4.5. Deformarea concavă a suprafeței libere a lichidului.

În același sens, E. Durand [17] prezintă geometria modificată a unui corp paramagnetic sferic în prezența unui câmp orizontal (Fig.4.6.):

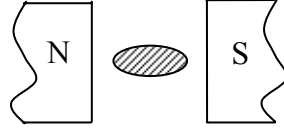


Fig.4.6. Deformarea unei sfere paramagnetice în prezența unui câmp magnetic.

În subcapitolele următoare se prezintă și alte metode de calcul al forței globale (4.10), dar fără indicii privind localizarea.

4.2.2. Interpretarea dată de laboratorul Departamentului de fizică și astronomie al Universității din Sheffield, cu neglijarea stricțiunii și a efectului de margine

În cadrul acestui laborator [18], efectul Quincke este utilizat pentru determinarea susceptivității magnetice a lichidelor paramagnetice. Utilizând legile de stare din câmp magnetic: $\bar{M} = \chi \bar{H}$, unde $\chi = \mu_r - 1$, $\bar{B} = \mu_0 \mu_r \bar{H}$ și considerând $\mu_r \cong 1$ în expresia inducției magnetice, se obține pentru magnetizație expresia:

$$M = (\mu_r - 1) \frac{B}{\mu_0} = \frac{\chi}{\mu_0} B \quad (4.13)$$

cu ajutorul căreia se va determina susceptivitatea lichidului studiat. În scrierea relației (4.13) dintre câmpul magnetic aplicat și magnetizație, s-a luat în considerare faptul că forțele de interacțiune dintre dipoli sunt neglijabile.

Expresia (4.13) ridică însă un semn de întrebare datorită aproximării impuse pentru obținerea ei deoarece, dacă $\mu_r \cong 1$, rezultă că susceptivitatea $\chi \rightarrow 0$.

La nivel atomic, în prezența câmpului magnetic aplicat \bar{B} , forța asupra unui dipol magnetic având momentul magnetic \bar{m} , este:

$$F_{xm} = m_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + m_y \frac{\partial B_y}{\partial y} + m_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (4.14)$$

expresie care se obține din identitatea:

$$F_{xm} \cong \bar{m} \cdot \nabla B \quad (4.15)$$

Or, din literatura electrotehnică [19, 20, 21] se cunoaște faptul că forța care acționează asupra unui dipol magnetic de moment \bar{m} are expresia:

$$\bar{F} = \nabla \left(\bar{m} \cdot \bar{B} \right) = (\bar{m} \cdot \nabla) \bar{B} = m \cdot \nabla B \quad (4.16)$$

având modulul:

$$F = m \cdot |\nabla B| \quad (4.17)$$

care este identică cu (4.15) doar în cazul în care vectorii \bar{m} și ∇B sunt coliniari.

Deoarece \bar{B} are orientarea lui z și variază după direcția x (Fig.4.7.), forța pe unitatea de volum a lichidului din tub se scrie cu (4.13):

$$F_{xv} = \chi \frac{B_z}{\mu_0} \cdot \frac{dB_z}{dx} = \frac{\chi}{2\mu_0} \cdot \frac{d(B_z^2)}{dx} \quad (4.18)$$

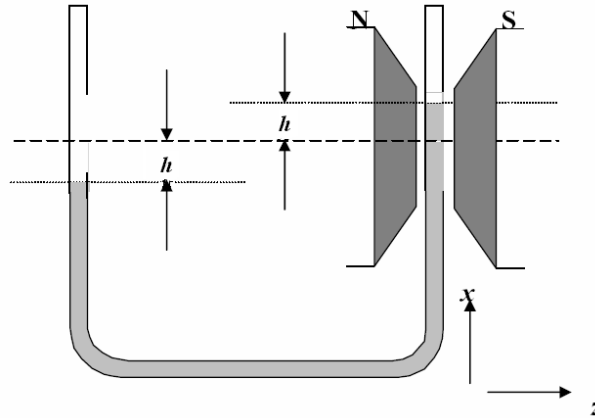


Fig.4.7. Efectul Quincke pentru măsurarea susceptivității magnetice cu un tub vertical sub formă de U având o latură plasată între doi magneți permanenți.

Cunoscând expresia forței pe unitatea de volum (4.18), se poate determina forța care acționează asupra întregului volum de lichid situat în câmp:

$$F = A \int F_{xv} \cdot dx = \frac{Ax}{2\mu_0} \int \frac{d(B_z^2)}{dx} dx = \frac{Ax(B^2 - B_0^2)}{2\mu_0} \quad (4.19)$$

unde A este secțiunea transversală a tubului cu lichid, B este câmpul dintre polii magneților permanenți, iar B_0 este câmpul în porțiunile de tub îndepărtate de cei doi magneți.

Considerând $B_0 = 0$, relația (4.19) ia forma:

$$F = A \frac{\mu_r - 1}{2\mu_0} \mu^2 H^2 = \frac{\mu - \mu_0}{2} \mu_r^2 H^2 A \quad (4.20)$$

care, pentru $\mu_r \cong 1$ conduce la expresia (4.10).

Analizând interpretarea dată de laboratorul Departamentului de fizică și astronomie al Universității din Sheffield, se pot face următoarele observații:

- interpretarea este aproximativă deoarece face apel la diverse ipoteze simplificatoare, neglijându-se forța de suprafață, magnetostricțiunea și spectrul real al câmpului în zona de margine;
- forța macroscopică pe unitatea de volum a lichidului se determină prin însumarea forțelor microscopice care acționează asupra dipolilor elementari. Or, așa cum s-a discutat deja în subcapitolul 2.1.1., această forță nu poate exprima influența câmpului magnetic asupra fluidului;
- interpretarea este valabilă doar în cazul lichidelor slab magnetizabile și cu observațiile amintite;
- forța globală dată de relația (4.20) nu oferă indicii asupra localizării ei;
- în ipoteza că $\mu_r \cong 1$ va rezulta $\mu - \mu_0 \cong 0$ respectiv $F \cong 0$.

4.2.3. Determinarea forței globale cu tensiunile maxwelliene, neglijând stricțiunea și efectul de margine

Aceeași problemă a fost analizată și în [21], unde pentru calculul forței globale se folosesc tensiunile maxwelliene. Se cunoaște faptul că forțele de volum

ale câmpului pot fi reduse la tensiuni fictive ce acționează în punctele suprafeței care mărginește domeniul considerat:

$$\int_{V_{\Sigma}} \bar{f}_{V_m} dv = \oint_{\Sigma} \bar{T}_n dA = \int_{V_{\Sigma}} \nabla \cdot \bar{T}_m \cdot dv \quad (4.21)$$

Neglijând din nou magnetostricțiunea, expresia componente normale a tensorului maxwellian este [14, 21, 22, ș.a.]:

$$\bar{T}_n = (\bar{B} \cdot \bar{n}) \bar{H} - \frac{1}{2} \bar{n} (\bar{B} \cdot \bar{H}) \quad (4.22)$$

sau, în cazul unei suprafețe de câmp (când $\bar{n} \perp \bar{H}$ iar $\bar{B} \cdot \bar{n} = 0$),

$$\bar{T}_n = -\frac{1}{2} \bar{n} (\bar{B} \cdot \bar{H}) \quad (4.23)$$

Alegând suprafața închisă Σ astfel încât să cuprindă – cât mai strâns – volumul lichidului situat în câmpul uniform dintre cei doi poli (Fig.4.8.), forța totală se reduce la suma tensiunilor pe porțiunile orizontale (suprafețe de câmp):

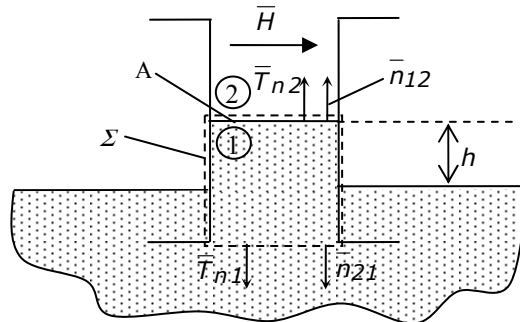


Fig.4.8. Alegerea suprafeței Σ în calculul forței cu tensiunile maxwelliene.

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \oint_{\Sigma} \bar{T}_n \cdot dA = (\bar{T}_{n_2} + \bar{T}_{n_1}) A = \left(-\frac{1}{2} \mu_0 H^2 \bar{n}_{12} - \frac{1}{2} \mu H^2 \bar{n}_{21} \right) A = \\ &= \frac{\mu - \mu_0}{2} H^2 A \cdot \bar{n}_{12} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Se observă faptul că această expresie este identică cu (4.10), însă această metodă de calcul al forței care acționează asupra lichidului magnetic situat în câmpul uniform dintre cei doi poli, nu oferă de asemenea indicii asupra localizării ei.

Dacă alegem suprafața închisă Σ astfel încât să cuprindă doar suprafața lichidului (Fig.4.9.), forța totală care acționează asupra volumului închis de Σ (de grosime infinitesimal de mică), reprezintă forța care acționează asupra suprafeței A de separație dintre lichid și aer:

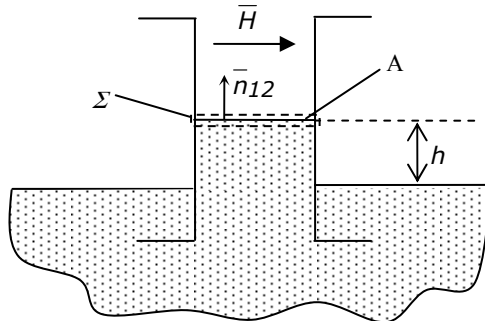


Fig.4.9. O altă alegere a suprafeței Σ în calculul forței cu tensiunile maxwelliene.

Astfel, se obține expresia forței ce acționează în punctele suprafeței de separație lichid – aer:

$$\bar{f}_s = \frac{\bar{F}}{A} = \frac{\mu - \mu_0}{2} H^2 \cdot \bar{n}_{12} \quad (4.25)$$

forță care este orientată după normala \bar{n}_{12} la suprafață. De aici s-a ajuns la concluzia că denivelarea lichidului magnetic se datorează tracțiunii pe care o exercită această forță asupra suprafeței de separație dintre lichid și aer.

4.2.4. Determinarea forței globale cu teorema forțelor generalizate, neglijând stricțiunea și efectul de margine

Forța globală care acționează asupra lichidului magnetic dintre cei doi poli se poate determina și cu ajutorul teoremei forțelor generalizate, aici la curent constant ($H = const.$), (se vor neglija magnetostricțiunea și efectul de margine). Astfel, ținând cont de notațiile din fig.4.10, energia magnetică localizată în câmpul uniform dintre poli este [23]:

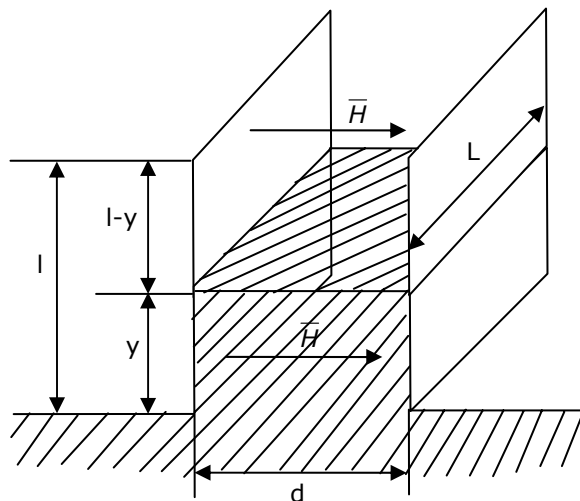


Fig.4.10. Geometria efectului Quincke.

$$\begin{aligned}
 W_m &= W_{m0} + W_{mf} = \frac{1}{2} \int_{V_0} \bar{B} \cdot \bar{H} \cdot dv + \frac{1}{2} \int_{V_f} \bar{B} \cdot \bar{H} \cdot dv = \\
 &= \frac{1}{2} \int_{V_0} \mu_0 H^2 dv + \frac{1}{2} \int_{V_f} \mu H^2 dv = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 V_0 + \frac{1}{2} \mu H^2 V_f = \\
 &= \frac{1}{2} Ld [(1 - \gamma) \mu_0 + \gamma \mu] H^2
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

unde W_{m0} este energia magnetică localizată în aerul dintre poli, W_{mf} energia magnetică localizată în ferofluidul dintre poli, V_0 și V_f sunt volumele aerului respectiv al ferofluidului dintre poli, l și L sunt înălțimea respectiv lățimea polilor, iar d este distanța dintre poli.

Alegând drept coordonată generalizată cota y a denivelării se obține forța generalizată cu teorema [19, 20, 21]:

$$F = \left(\frac{\partial W_m}{\partial y} \right)_{H=const.} = \frac{1}{2} H^2 Ld (\mu - \mu_0) = \frac{1}{2} H^2 A (\mu - \mu_0) > 0 \tag{4.27}$$

fiind orientată spre creșterea coordonatei.

Se observă faptul că expresia (4.27) este identică cu (4.10) și, ca în cazul metodei clasice de calcul cu ajutorul tensiunilor maxwelliene, nu oferă indicii asupra localizării forței. Pentru indicii asupra localizării forțelor sunt necesare considerații de câmp, inclusiv cu luarea în considerare a efectului de stricțiune.

4.2.5. Interpretarea efectului Quincke luând în considerare magnetostricțiunea dar nu și efectul de margine

Efectul de ridicare a unui lichid în câmp magnetic a fost analizat și de E. Durand [17] cu luarea în considerare a magnetostricțiunii și a suprapresiunii magnetice (2.66), neglijând însă considerarea explicită a efectului de margine. Dispozitivul de principiu Quincke este prezentat în fig.4.11.:

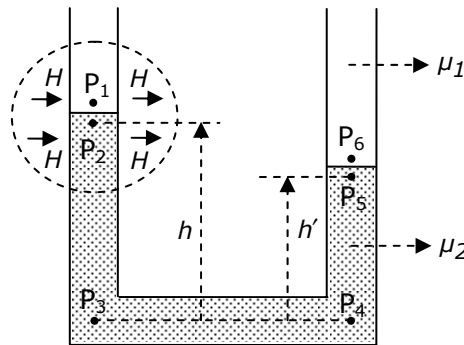


Fig.4.11. Denivelarea unui lichid într-un tub sub formă de U având una din laturi în câmp magnetic.

lichidul fiind introdus într-un tub în formă de U, având una din ramuri dispusă într-un câmp magnetic uniform \bar{H} , paralel la suprafața de separație dintre lichid și aer.

În prezența câmpului magnetic aplicat, în volumul lichidului apar forțe având densitatea:

$$\bar{f} = \bar{f}_g + \bar{f}_{V_m} \quad (4.28)$$

unde $\bar{f}_g = \rho \bar{g}$ este forța gravitațională, iar \bar{f}_{V_m} este forța specifică de volum dată de expresia (2.15). Prezența acestor forțe determină în fluid o presiune suplimentară, a cărei expresie se obține din ecuația de echilibru a fluidelor:

$$\nabla p = \bar{f} = \rho \bar{g} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right) = \rho \bar{g} + \frac{1}{2} \rho \cdot \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (4.29)$$

Înmulțind ecuația (4.29) cu elementul de linie $\bar{dl} \equiv \bar{dh}$ și integrând între două puncte din fluid, rezultă soluția:

$$p_2 - p_1 = \rho g (h_1 - h_2) + \rho \left[\frac{H^2}{2} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right]_1^2 \quad (4.30)$$

Dacă în câmpul magnetic aplicat există și suprafețe de separație între două lichide distincte, asupra acestor suprafețe acționează forțe având densitatea (2.31), iar în cazul particular al suprafeței de câmp acționează o forță având densitatea de tipul (2.33), care produce o presiune suplimentară asupra acesteia dată de relația:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = f_s = \frac{H^2}{2} \left[(\mu_2 - \mu_1) - \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \rho_2 - \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \right) \right] \quad (4.31)$$

Știind că la echilibru, presiunea rezultantă exercitată asupra fluidului din tub (Fig.4.11.) este nulă:

$$(P_1 - P_2) + (P_2 - P_3) + (P_3 - P_4) + (P_4 - P_5) + (P_5 - P_6) + (P_6 - P_1) = 0 \quad (4.32)$$

se poate determina denivelarea acestuia.

Diferențele din (4.32) se pot scrie utilizând fie expresia (4.30) fie expresia (4.31). Astfel, punctele 1 și 2 fiind dispuse în câmp respectiv în două medii fluide diferite și separate printr-o suprafață de câmp ($H_1 = H_2 = H$), se poate scrie din (4.31):

$$P_1 - P_2 = \frac{H^2}{2} \left[(\mu_2 - \mu_1) - \left(\rho_2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} - \rho_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \right) \right] \quad (4.33)$$

în care, dacă mediul 1 este aer, $\mu_1 = \mu_0$, iar ultimul termen se anulează.

Punctele 2 și 3 sunt în interiorul lichidului, punctul 2 fiind situat în câmp iar punctul 3 în afara câmpului ($H_3 = 0$), deci din (4.30) se obține:

$$P_2 - P_3 = \rho_2 g (h_3 - h_2) + \frac{H^2}{2} \rho_2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} = -\rho_2 g h + \frac{H^2}{2} \rho_2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \quad (4.34)$$

Având în vedere faptul că punctele 3 și 4 sunt la același nivel în lichid și sunt dispuse în afara câmpului magnetic aplicat, rezultă:

$$P_3 - P_4 = 0 \quad (4.35)$$

Punctele 4 și 5 sunt dispuse în lichid la nivele diferite dar într-o zonă din afara câmpului magnetic, deci, din (4.30) rezultă:

$$P_4 - P_5 = \rho_2 g (h_5 - h_4) = \rho_2 g h' \quad (4.36)$$

Deoarece punctele 5 și 6 sunt în două fluide diferite separate printr-o suprafață care în această situație nu este dispusă în câmp magnetic, în expresia (4.31) $H_5 = H_6 = H = 0$, de unde rezultă:

$$P_5 - P_6 = 0 \quad (4.37)$$

Punctele 6 și 1 sunt dispuse în același mediu, în particular aer, punctul 6 fiind situat în afara câmpului ($H_6 = 0$) iar punctul 1 în câmp, deci din (4.30) se obține:

$$P_6 - P_1 = -\frac{H^2}{2} \rho_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \quad (4.38)$$

care, datorită faptului că $\mu_1 = \mu_0$ se anulează.

Înlocuind expresiile (4.33)–(4.38) în (4.32) și însumând termenii se obține:

$$\rho_2 g (h - h') = \frac{H^2}{2} (\mu_2 - \mu_1) \quad (4.39)$$

sau

$$\Delta h = h - h' = \frac{\mu_2 - \mu_1}{2\rho_2 g} H^2 \quad (4.40)$$

Se observă faptul că dacă $\mu_2 > \mu_1$ rezultă $h > h'$, ceea ce înseamnă că fluidul se va ridica în coloana din câmp magnetic. Rezultatul este corect, dar nu se fac referiri la mecanismul acțiunii forțelor locale.

4.2.6. Mecanismul fizic real al efectului Quincke

Pentru înțelegerea mecanismului fizic real al efectului, se folosesc expresiile complete ale forțelor locale de volum (2.18) și respectiv de suprafață (2.34), cu luarea în considerare a magnetostricțiunii [24]. Astfel, așa cum s-a precizat în subcapitolul 2.1.2., din expresia completă a forței specifice de volum:

$$\bar{f}_{V_m} = -\frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right) = \frac{1}{2} \rho \cdot \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (4.41)$$

se observă faptul că în câmp neuniform $\bar{f}_{V_m} \neq 0$ (chiar dacă lichidul este omogen), fiind orientată spre zonele de câmp mai intens. În cazul efectului Quincke, aceste forțe sunt localizate în zona efectului de capăt, la marginea inferioară a polilor, ele "împingând" lichidul spre zona de câmp uniform (mai intens) (Fig.4.12.):

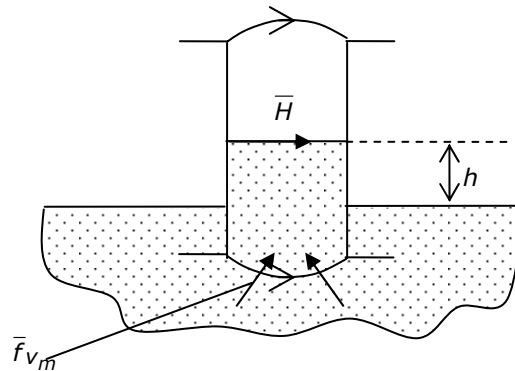


Fig.4.12. Localizarea forțelor specifice de volum.

Aceste forțe determină în punctele lichidului situate în câmpul H , în raport cu un punct de câmp nul, presiunea magnetică [22, 25], (adică suprapresiunea magnetică (2.74) cu $\rho_0 = \rho$):

$$\rho_{m_v} = \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \quad (4.42)$$

de aceeași valoare în punctele suprafeței orizontale ce trece pe la baza imersată a polilor. Expresia (4.42) a fost bine verificată de experiență în cazul similar electric [26].

În suprafața liberă a lichidului (în cazul efectului Quincke fiind o suprafață de câmp), forța specifică de suprafață are expresia:

$$\bar{f}_{s_m} = \frac{1}{2} \left[(\mu - \mu_0) - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 \bar{n}_{12} \quad (4.43)$$

care, în cazul lichidelor slab magnetizabile (așa cum sunt lichidele magnetice) exercită o compresiune asupra acestora (v. (2.54)) și nu o tracțiune cum rezultă în absența termenului magnetostrictiv (v. (4.9)) (Fig.4.13.):

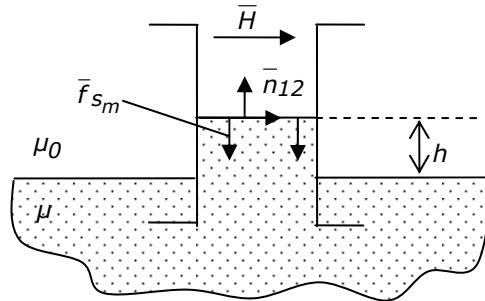


Fig.4.13. Forța superficială de compresiune.

În efectul Quincke, forțele (4.43) determină în lichid presiunea suplimentară [27]:

$$\rho_{m_s} = f_{s_m} = \frac{1}{2} \left[(\mu - \mu_0) - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 \quad (4.44)$$

Presiunea magnetică rezultantă datorată acțiunii simultane a forțelor de volum și de suprafață (Fig.4.14.) se obține cu ajutorul expresiilor (4.42) și (4.44), în forma:

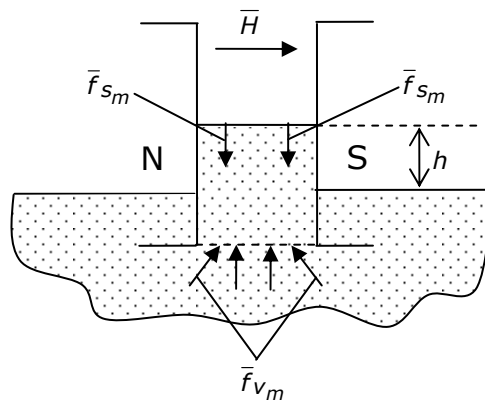


Fig.4.14. Localizarea spațială efectivă a forțelor.

$$p_m = p_{m_v} + p_{m_s} = \frac{1}{2}(\mu - \mu_0)H^2 \quad (4.45)$$

Se observă că termenul magnetostrictiv a dispărut în rezultatul final [17].

Cum presiunea p_m conduce la denivelarea h , în noua stare de echilibru forța totală va fi echilibrată de greutatea lichidului denivelat:

$$p_m \cdot A = \rho ghA \quad (4.46)$$

de unde rezultă, cu (4.45):

$$h = \frac{p_m}{\rho g} = \frac{\mu - \mu_0}{2\rho g} H^2 \quad (4.47)$$

Rezultă astfel expresia cunoscută a denivelării (4.12), dar obținută în literatură prin neglijarea magnetostricțiunii și a efectului de margine, deci, implicit, în baza unei localizări fictive a forțelor.

Comparând contribuțiile forțelor de volum și respectiv de suprafață la presiunea rezultantă p_m , se poate arăta că în cazul fluidelor slab magnetizabile $p_{m_v} > p_{m_s}$. Într-adevăr, folosind și (2.53), rezultă:

$$\begin{aligned} p_{m_v} - p_{m_s} &= \frac{1}{2}H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho - \frac{1}{2} \left[(\mu - \mu_0) - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 = \left[\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho - \frac{1}{2}(\mu - \mu_0) \right] H^2 = \\ &= \left[\chi_m \cdot \mu - \frac{1}{2}(\mu - \mu_0) \right] H^2 = \frac{\chi_m(2\mu - \mu_0)}{2} H^2 > 0 \end{aligned} \quad (4.48)$$

În urma celor tratate mai sus se pot trage următoarele concluzii:

- deși termenii magnetostrictivi din expresiile forțelor specifice de volum și suprafață nu contribuie la valoarea forței totale exercitate de câmp, ei au un rol hotărâtor în localizarea spațială a acestor forțe și, implicit, în înțelegerea mecanismului fizic real al efectelor produse;
- deși în calculele uzuale efectul de margine (la extremitățile polilor) se poate neglija (câmpul neuniform fiind aici redus și ocupând o zonă spațială restrânsă în raport cu domeniul ocupat de câmpul uniform), în cazul forțelor exercitate de câmp acesta joacă un rol determinant;
- rolul principal în producerea efectelor de denivelare revine forțelor de volum ale câmpului, localizate în zonele de câmp neuniform;
- neglijarea termenului magnetostrictiv conduce la o localizare exclusiv superficială a forțelor, echivalentă doar sub raportul efectului global produs;
- în baza acestor precizări, pot fi reinterpretate și mecanismele altor efecte specifice prezentate de literatura domeniului, precum: ridicarea lichidului magnetic în jurul conductoarelor verticale parcurse de curent, efectul asupra bulelor de aer din lichide magnetice, obținerea unor "punți" verticale de lichid (inclusiv în microgravitație), etc.

4.2.7. Determinări experimentale. Interpretarea rezultatelor

Pentru a verifica observațiile formulate în studiul analitic din subcapitolul precedent s-au efectuat câteva determinări experimentale în care, pentru producerea câmpului magnetic necesar denivelării ferofluidului s-a utilizat un electromagnet Weiss cu poli cilindrici (Fig.4.15.). Știind că în întrefierul acestui electromagnet avem câmp magnetic staționar și cvasiuniform, în vederea alegerii dimensiunilor optime ale recipientului cu ferofluid astfel încât acesta să fie dispus în zona de câmp uniform și doar în partea inferioară a acestuia să apară efectul de

marginile, a fost necesară cvoașterea distribuției câmpului magnetic în interiorul polilor electromagnetului.



Fig.4.15. Electromagnetul Weiss utilizat în determinările experimentale.

Pentru aceasta, utilizând un Gaussmetru 5080, s-a măsurat inducția magnetică pe linia verticală care trece prin centrul întrefierului și perpendiculară pe axa polilor (fiind considerate și puncte din afara întrefierului), pentru două lungimi ale întrefierului: $\delta = 3.3cm$ respectiv $\delta = 4.5cm$ și opt curenți de alimentare a celor două bobine, valorile obținute fiind prezentate sub formă grafică (Fig.4.16. și Fig.4.17.):

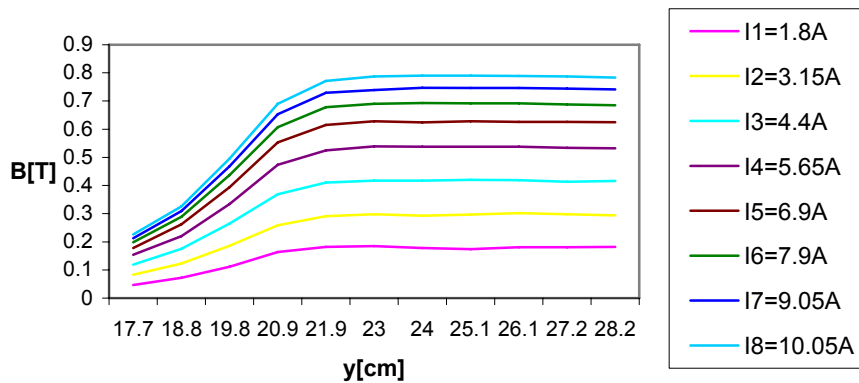


Fig.4.16. Variația inducției magnetice B cu coordonata y , pentru lungime a întrefierului de $\delta = 3.3cm$.

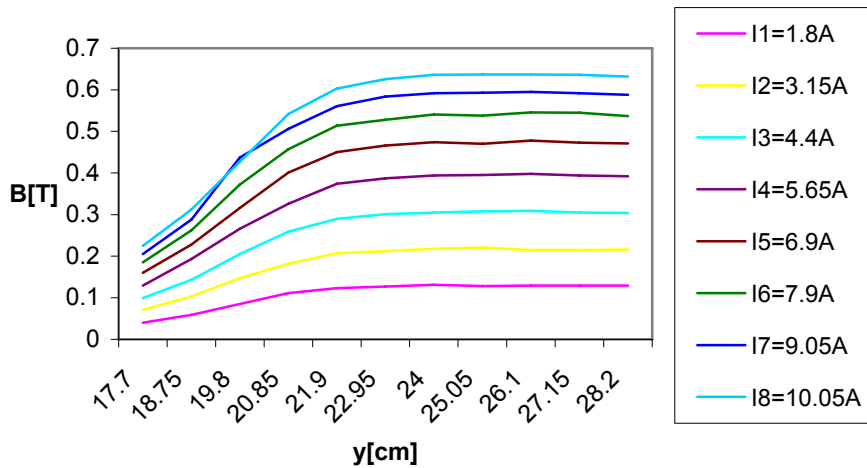


Fig.4.17. Variația inducției magnetice B cu coordonata y , pentru lungime a întrefierului de $\delta = 4.5\text{cm}$.

Având în vedere faptul că axa polilor magnetici trece prin punctul de coordonată $y = 25.5\text{cm}$ (raza polilor fiind $r_{pol} = 5\text{cm}$) iar distribuția câmpului magnetic prezintă simetrie radială, din cele două grafice prezentate anterior s-a tras concluzia că pentru a îndeplini condițiile prezentate în studiul analitic (doar partea inferioară a ferofluidului să fie dispusă în zona efectului de margine), trebuie utilizați doi recipiente de formă paralelipipedică având dimensiunile de: $3 \times 3.3 \times 15\text{cm}$ pentru întrefier de $\delta = 3.3\text{cm}$ și respectiv $2.8 \times 4.5 \times 15\text{cm}$ pentru întrefier de $\delta = 4.5\text{cm}$, în aceste condiții fiind evitat și fenomenul de capilaritate a ferofluidului.

Pentru determinarea denivelării h a lichidului magnetic pe cale experimentală s-a utilizat ferofluidul UTR30 pe bază de ulei de transformator, a cărui dependență $M = f(H)$ ridicată experimental în laboratorul de lichide magnetice și curba de magnetizare corespunzătoare $B = f(H)$ sunt prezentate în Fig.4.18..

Utilizând pe rând cei doi recipiente în care s-a pus ferofluid având înălțimea inițială $h = 5.35\text{cm}$ s-au efectuat măsurători pentru 11 poziții ale fiecărui recipient în raport cu axa y , recipientii fiind dispuși în interiorul întrefierului centrați față de axa polilor magnetici ai electromagnetului Weiss, acesta din urmă fiind alimentat cu aceeași opt curenți constanți ca și în cazul determinării distribuției câmpului magnetic. Cele 11 poziții corespund celor unsprezece puncte în care s-a măsurat câmpul magnetic în absența recipientului cu ferofluid, adică trei puncte fiind dispuse în afara întrefierului restul fiind în interiorul acestuia. Înălțimea inițială a ferofluidului a fost aleasă astfel încât, indiferent de poziția în care este dispus recipientul, atât suprafața inferioară cât și cea superioară să fie dispuse în câte un punct din cele 11 în care deja se cunoaște câmpul magnetic. În aceste condiții, în primele 3 poziții ferofluidul are partea inferioară dispusă în zona efectului de margine din zona inferioară a polilor magnetici, în următoarele 5 poziții este dispus integral între polii magnetici, iar în ultimele 3 poziții are partea superioară dispusă în zona efectului de margine din zona superioară a polilor magnetici.

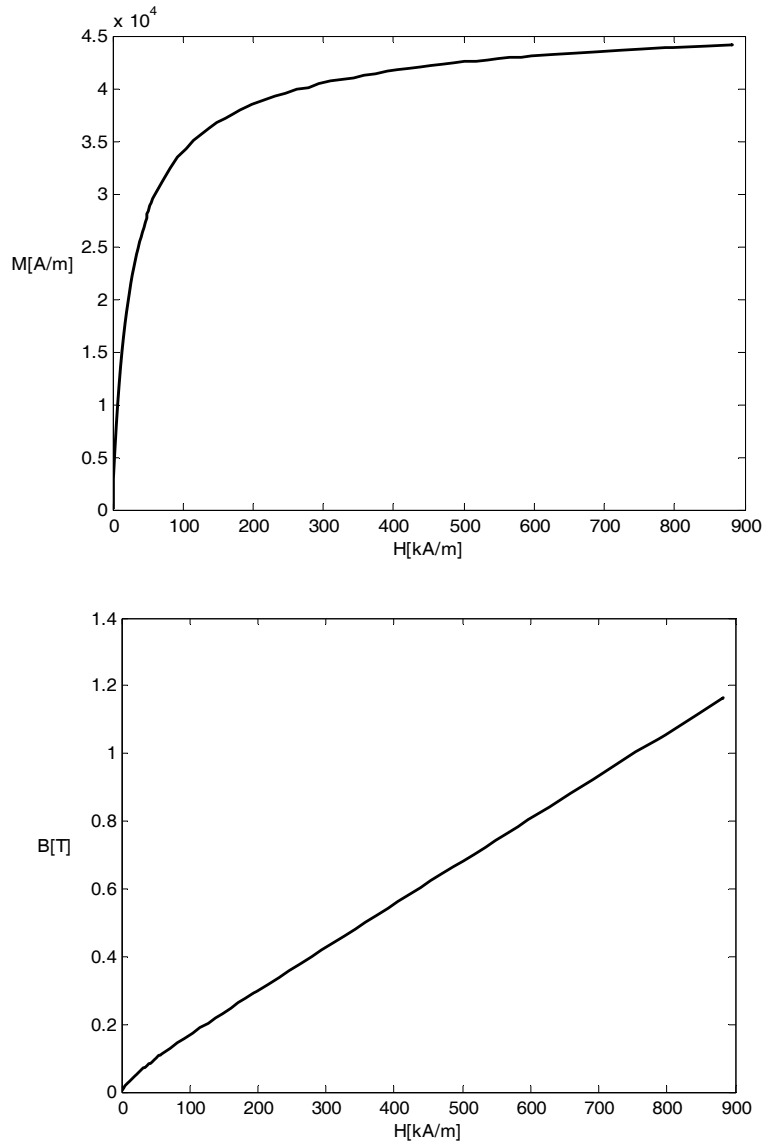


Fig.4.18. Dependența $M = f(H)$ și curba de magnetizare $B = f(H)$ a ferofluidului UTR30.

Cu ajutorul unei hârtii milimetrice lipită pe unul din pereții vizibili ai recipientilor (vezi Fig.4.15.) s-au efectuat măsurători ale înălțimii h pe care o atinge ferofluidul în urma aplicării celor opt curenți prin bobinele electromagnetului Weiss. Având în vedere faptul că suprafața liberă a ferofluidului își schimbă forma (inițial plană) în prezența câmpului magnetic aplicat, înălțimea ferofluidului a fost măsurată pentru punctul din centrul acestei suprafețe, valorile rezultate fiind prezentate sub formă grafică în Fig.4.19. și Fig.4.20.:

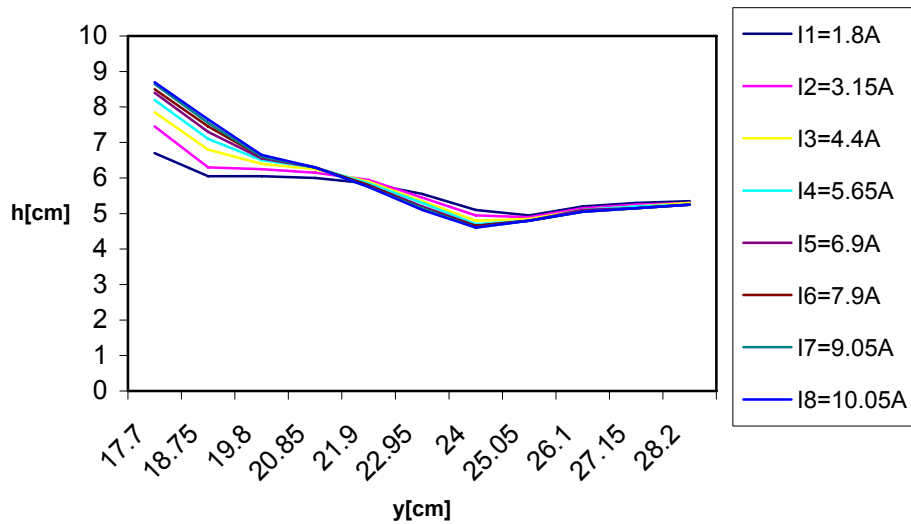


Fig.4.19. Dependenta înălțimii h a ferofluidului funcție de poziția după coordonata y și pentru lungime a întrefierului de $\delta = 3.3$ cm .

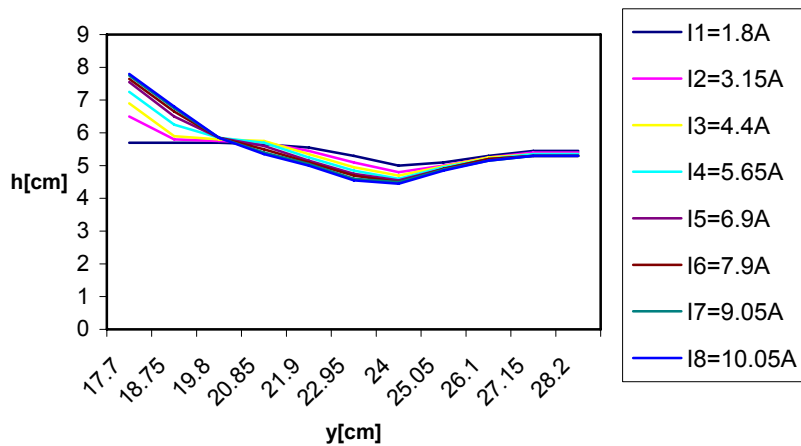


Fig.4.20. Dependenta înălțimii h a ferofluidului funcție de poziția după coordonata y și pentru lungime a întrefierului de $\delta = 4.5$ cm .

În urma prelucrării acestor date au rezultat următoarele concluzii:

- înălțimea pe care o poate atinge ferofluidul în prezența câmpului magnetic aplicat este puternic dependentă de poziția acestuia între polii electromagnetului la același curent aplicat;
- pentru primele 3 poziții, când ferofluidul este dispus cu partea inferioară în zona efectului de margine din zona inferioară a polilor magnetici, odată cu

creșterea curentului aplicat (a câmpului magnetic) crește și înălțimea h până la care urcă ferrofluidul în recipient;

- pentru următoarele 5 poziții, când ferrofluidul este dispus integral între polii magnetici, înălțimea ferrofluidului scade față de cazul primelor 3 poziții pentru aceeași curenți aplicați, la curenți mari în cazul pozițiilor 6, 7, 8, înălțimea fiind chiar mai mică decât cea inițială, ferrofluidul refulând pe pereții recipientilor înspre poli;
- în cazul ultimelor 3 poziții, când ferrofluidul este dispus cu partea superioară în zona efectului de margine din partea superioară a polilor, rezultă o creștere ușoară a înălțimii ferrofluidului, cu mici diferențe în funcție de curenții aplicați, creștere care în cazul ultimelor două poziții se datorează bombării suprafeței ferrofluidului;
- odată cu creșterea lungimii întrefierului (cazul celui de-al doilea recipient), a rezultat o înălțime mai mică, lucru care se datorează câmpului magnetic mai slab din întrefier, celelalte efecte observate fiind similare cu cele întâlnite la lungime mică a întrefierului.

Pentru a sublinia observațiile formulate anterior, în timpul măsurărilor au fost realizate instantanee, câteva dintre acestea fiind prezentate în Fig.4.21. și Fig.4.22.. Aceste instantanee corespund celor două lungimi ale întrefierului $\delta = 3.3cm$ și $\delta = 4.5cm$, respectiv poziției 1 (ferofluid cu partea inferioară în zona efectului de margine din zona inferioară a polilor), poziției 6 (ferofluid dispus integral între polii magnetici și în zona de câmp uniform produs de aceștia) și poziției 11 (ferofluid dispus cu partea superioară în zona efectului de margine din partea superioară a polilor), la valoarea maximă a curentului aplicat $I_g = 10.05A$.

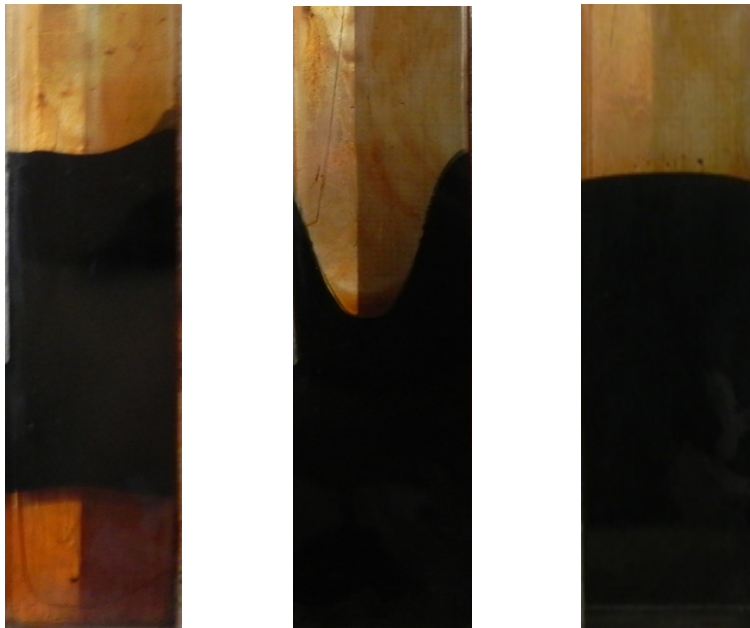


Fig.4.21. Instantanee ale ferrofluidului pentru $\delta = 3.3cm$, $I_g = 10.05A$ și poziția 1 (stânga), poziția 6 (mijloc), poziția 11 (dreapta).

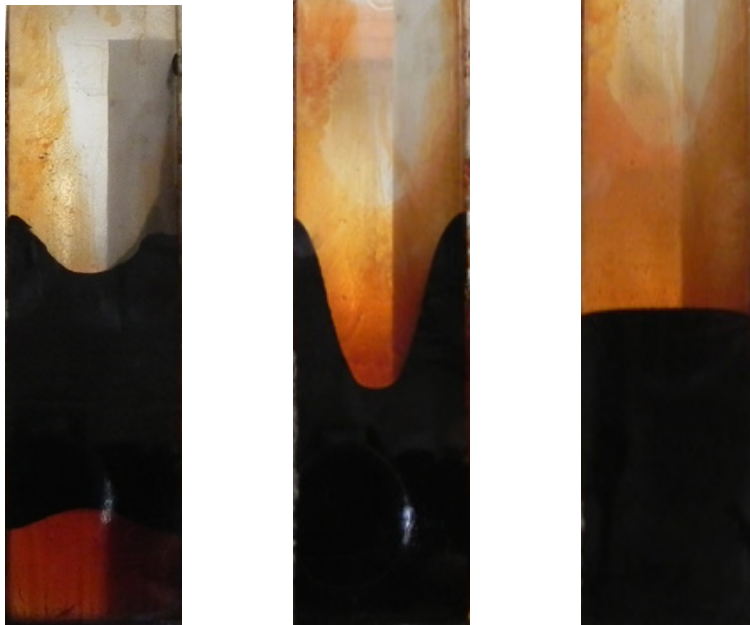


Fig.4.22. Instantanee ale ferrofluidului pentru $\delta = 4.5\text{cm}$, $I_g = 10.05\text{A}$ și poziția 1 (stânga), poziția 6 (mijloc), poziția 11 (dreapta).

În ceea ce privește forțele specifice de volum și de suprafață exercitate de câmpul magnetic aplicat asupra ferrofluidului din recipiente, în urma analizării efectelor observate pe cale experimentală și făcând apel la interpretările teoretice din studiul analitic realizat, intuitiv se pot face următoarele observații calitative:

- Atunci când ferrofluidul este dispus astfel încât partea sa inferioară se găsește în zona efectului de margine din partea inferioară a polilor, denivelarea puternică a ferrofluidului se datorează forțelor specifice de volum care acționează în zona efectului de capăt, forțe a căror efect este mai mare în această zonă și a căror orientare este spre zona de câmp mai intens (spre centrul întrefierului), determinând o presiune asupra ferrofluidului mai mare decât cea determinată de forțele specifice de pe suprafață împingând ferrofluidul în sus. Se poate aprecia că în acest caz forțele specifice de volum compensează efectul forțelor specifice de suprafață.
- Dacă ferrofluidul este dispus integral între polii electromagnetului (cazul celor 5 poziții intermediare), în prezența câmpului magnetic aplicat, în volumul acestuia se vor exercita forțe specifice de volum având două orientări. Astfel, o parte dintre aceste forțe vor compensa efectul forțelor specifice de suprafață iar o parte vor amplifica efectul acestora, gradientii de câmp fiind în această zonă mai mici. Din această cauză, denivelarea ferrofluidului este mai puțin pronunțată în aceste poziții, uneori înălțimea ferrofluidului în punctul central al suprafeței lui rezultând mai mică decât înălțimea inițială a acestuia.
- Atunci când ferrofluidul este dispus astfel încât partea sa superioară se găsește în zona efectului de margine din partea superioară a polilor, se poate aprecia că forțele specifice de volum au aceeași orientare ca și cele de suprafață, efectul lor combinat producând o presiune asupra ferrofluidului

orientată spre baza recipientilor. Acesta este și motivul pentru care suprafața ferofluidului își schimbă forma în cazul acestor poziții.

4.2.8. Calculul numeric al forțelor specifice folosind Metoda Elementelor Finite (MEF). Interpretarea rezultatelor

Datorită faptului că valorile forțelor specifice nu au putut fi determinate experimental, valorile câmpului magnetic din punctele ferofluidului neputând fi măsurate, s-a încercat determinarea acestor forțe prin modelarea numerică a întregului ansamblu experimental (vezi Fig.4.15.) utilizând programul Opera 13 al firmei Vector Fields bazat pe metoda elementelor finite (MEF-3D) [28]. Modelarea numerică constă în determinarea câmpului magnetic în punctele ferofluidului pentru cele 11 poziții ale acestuia în raport cu coordonata y și calculul forțelor specifice de volum și de suprafață utilizând mediul de programare Matlab.

Programul Opera 13 – 3D se compune din trei părți distincte:

- *Modeler-ul* este partea în care se definesc geometria problemei cu rețeaua de discretizare convenabilă, se asociază materialele cu proprietățile lor diferitelor regiuni din model, se impun condițiile de frontieră (pe frontierele exterioare ale modelului, pe frontierele interioare fiind stabilite de program automat în funcție de proprietățile mediilor din care se compune modelul) și se stabilește tipul problemei de analizat.
- *Solver-ul* este partea din program care determină matematic soluția sistemului rezultat în urma discretizării, mărimea primară calculată fiind în cazul acestei probleme potențialul magnetic vector \vec{A} .
- *Postprocesor-ul* este partea de program care pe baza mărimilor primare calculate determină mărimile derivate locale sau globale din domeniul analizat și interpretează grafic sau sub alte forme rezultatele obținute de *Solver*.

Modelul de analizat este cel din Fig.4.23. fiind o reproducere la scară a ansamblului utilizat la partea experimentală (Fig.4.15.):

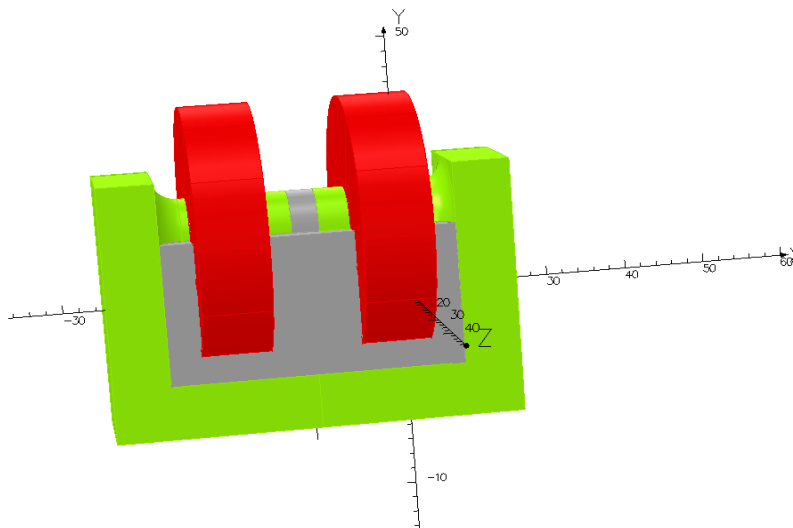


Fig.4.23. Modelarea numerică a electromagnetului Weiss pentru $\delta = 3.3\text{cm}$.

Modelul este compus dintr-un miez feromagnetic în formă de U având secțiune transversală dreptunghiulară de $16 \times 7 \text{ cm}$, în interiorul bobinelor aceasta schimbându-se într-una circulară de rază $r_{pol} = 5 \text{ cm}$, două bobine având $N = 1302 \text{ spire}$ bobina din stânga și $N = 1293 \text{ spire}$ bobina din dreapta și respectiv aerul din fereastra miezului sub formă de U și al întrefierului. Modelarea s-a realizat pentru fiecare din cei opt curenți, circuitul magnetic fiind considerat liniar cu permeabilitatea determinată cu ajutorul datelor experimentale pentru fiecare curent separat. Datorită simetriei modelului și în vederea unui calcul cât mai eficient utilizând la maxim posibilitățile de discretizare ale programului, în momentul stabilirii frontierelor și a rețelei de discretizare s-a păstrat pentru calculul câmpului doar un sfert din întregul model (Fig.4.24). În aceste condiții a rezultat o rețea de discretizare cu elemente tetraedrale având în jur de 20000 de noduri, modificându-se odată cu modificarea lungimii întrefierului sau a poziției ferofluidului între poli.

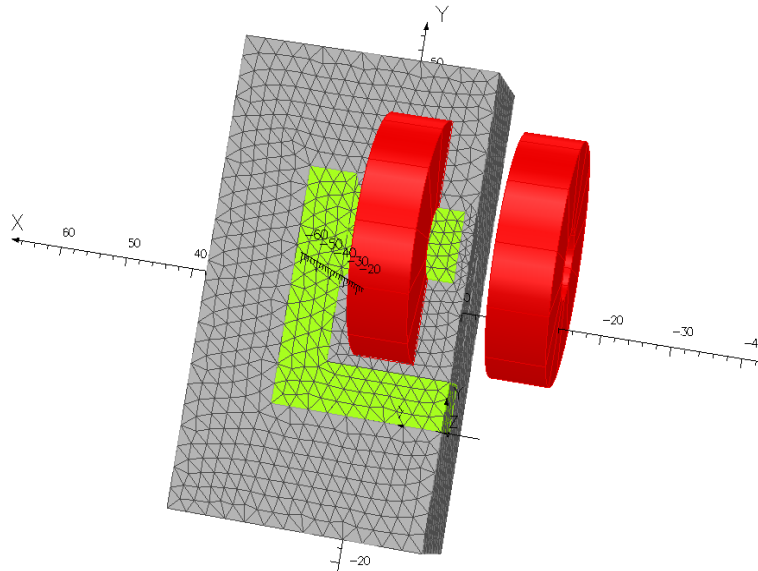


Fig.4.24. Frontierele modelului și rețeaua de discretizare.

Câmpul magnetic produs de cele două bobine satisface în cele trei domenii (miez feromagnetic, ferofluid, aer) ale modelului următoarele ecuații:

- forma locală a legii fluxului magnetic: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$;
- forma locală a teoremei lui Ampère: $\nabla \times \vec{H} = 0$;
- legea legăturii dintre vectorii \vec{B} , \vec{H} și \vec{M} care împreună cu legea magnetizației temporare conduce la $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ în miezul feromagnetic, la $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$ în aer și la $\vec{B} = \mu_l \cdot \vec{H}$ în lichidul magnetic.

Deoarece în cele trei medii nu avem magnetizație permanentă, iar permeabilitățile μ , μ_0 și μ_l sunt constante, rezultă că potențialul magnetic vector satisface o ecuație de tip Laplace $\nabla^2 \vec{A} = 0$ în tot domeniul considerat.

În ceea ce privește condițiile pe frontierele domeniului, acestea vor fi impuse astfel: frontiera care trece prin centrul întrefierului și paralelă cu suprafețele polilor

este considerată frontieră normală din punct de vedere magnetic $(\nabla \times \vec{A}) \times \vec{n} = 0$, restul frontierelor fiind considerate tangențiale din punct de vedere magnetic $\vec{A} \times \vec{n} = 0$.

În vederea verificării corectitudinii modelului, câmpul magnetic a fost determinat inițial în absența ferofluidului dintre poli, pentru ambele lungimi ale întrefierului și pentru cei opt curenți, rezultatele obținute fiind comparate cu cele obținute pe cale experimentală [29]. În urma confirmării rezultatelor, s-a trecut la modelarea câmpului magnetic și în prezența ferofluidului dintre poli.

Având în vedere numărul mare de simulări și rezultate obținute în urma acestora, în cele ce urmează vor fi prezentate doar rezultatele corespunzătoare valorii maxime a curentului aplicat prin cele două bobine $I_g = 10.05A$ și pentru trei poziții ale ferofluidului în raport cu coordonata y , în cazul ambelor lungimi ale întrefierului. În toate modelările ferofluidul a fost presupus liniar, permeabilitatea magnetică relativă a acestuia ($\mu_r = 2.4$) fiind determinată cu ajutorul pantei curbei de magnetizare (Fig.4.18.).

Prima poziție analizată este poziția 1 care corespunde situației când ferofluidul este dispus cu partea inferioară în zona efectului de margine din zona inferioară a polilor magnetici, având baza la coordonata $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$ (Fig.4.25.):

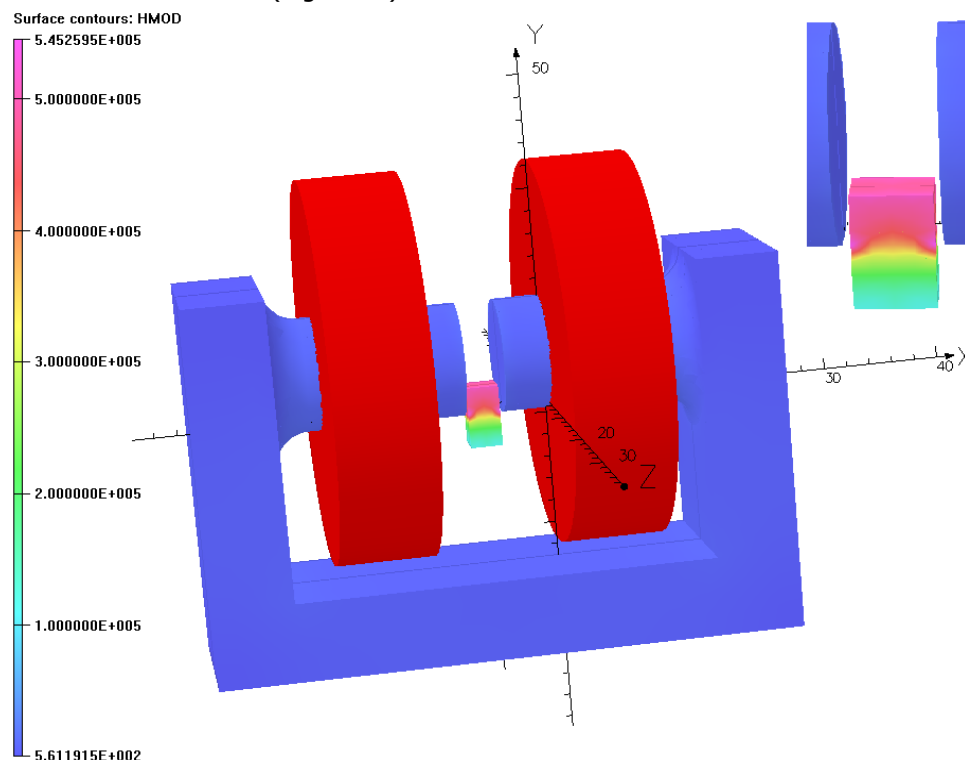


Fig.4.25. Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu) pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$.

Așa cum era de așteptat, se observă faptul că intensitatea câmpului magnetic are valori mari în partea superioară a ferofluidului, parte care este dispusă între polii electromagnetului Weiss.

Utilizând valorile intensității câmpului magnetic obținute din modelarea numerică, s-a dorit determinarea forțelor specifice de volum și de suprafață care acționează asupra ferofluidului. Deoarece programul Opera 13 permite doar calculul forței globale utilizând tensorul tensiunilor Maxwelliene [30], pentru calculul acestor forțe s-a utilizat mediul de programare Matlab.

Astfel, utilizând programul realizat în Matlab și prezentat în Anexa 1, s-a calculat modulul forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului din expresia (4.43) în care, lichidul magnetic fiind slab magnetizabil, $\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho = \chi_m \cdot \mu$. Având în

vedere faptul că această forță are orientare opusă normalei \bar{n}_{12} la suprafață rezultatul final este negativ, semnul „-” din fața modulului indicând sensul acestei forțe. Deci, forța specifică de suprafață exercită o compresiune asupra ferofluidului în punctele suprafeței libere a acestuia. Rezultatul obținut este prezentat sub formă grafică (Fig.4.26.):

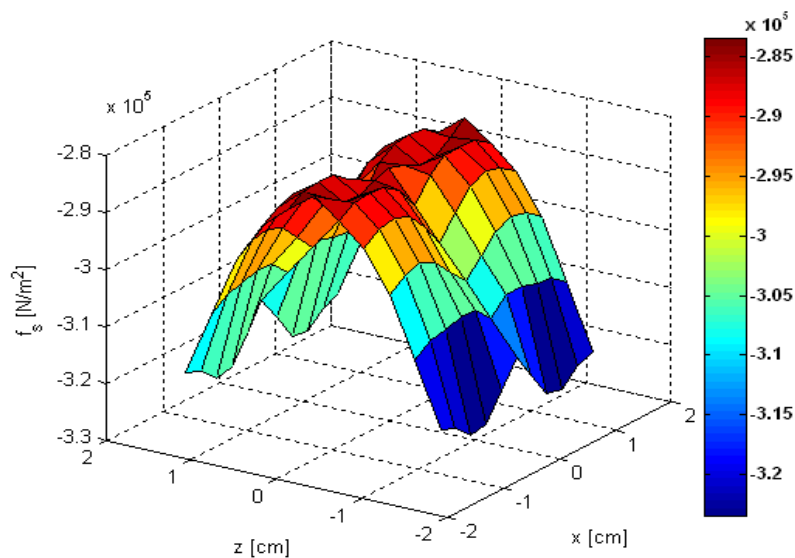


Fig.4.26. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului

pentru poziționare a acestuia la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

Se observă faptul că forța specifică de suprafață are valori mai mari în punctele extreme ale suprafeței în raport cu axul polilor, deci, presiunea exercitată în aceste puncte este mai mare.

Utilizând programul realizat în Matlab și prezentat în Anexa 2, s-a calculat modulul forței specifice de volum în trei plane din ferofluid paralele cu suprafețele polilor și care trec prin punctele de coordonată $x = 0\text{cm}$, $x = 0.6\text{cm}$ și $x = 1.2\text{cm}$, respectiv în trei plane perpendiculare pe suprafețele polilor și care trec prin punctele de coordonată $z = 0\text{cm}$, $z = 0.6\text{cm}$ și $z = 1.2\text{cm}$, în planele dispuse simetric față de aceste puncte forța specifică de volum având aceleași valori. Pentru calculul acestei

forțe s-a utilizat expresia (4.41) lichidul magnetic fiind considerat omogen ($\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho = const.$). Forța specifică de volum fiind funcție de ∇H^2 , pentru a stabili orientarea acesteia față de forța specifică de suprafață, s-a impus condiția ca modulul să ia semnul în funcție de orientarea componentei după axa y . Rezultatele obținute sunt prezentate sub formă grafică (Fig.4.27. - Fig.4.32.):

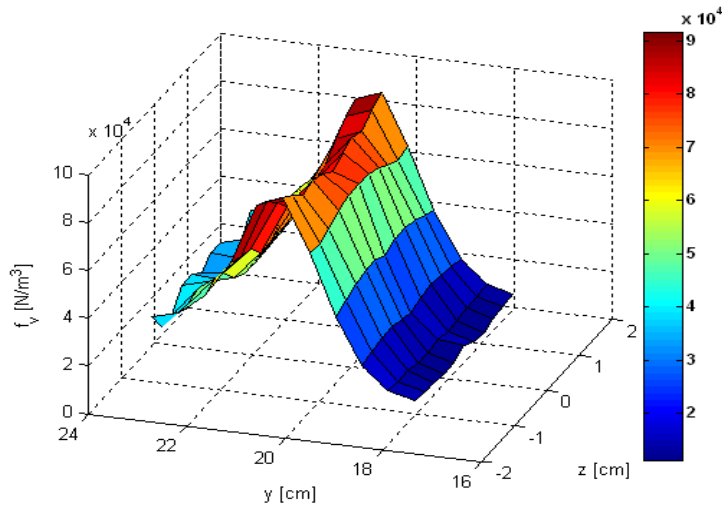


Fig.4.27. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$.

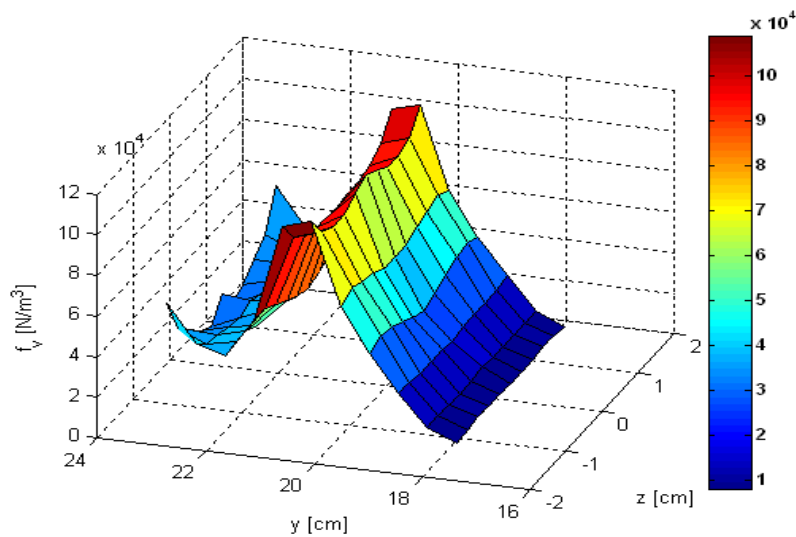


Fig.4.28. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.6cm$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7cm$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3cm$.

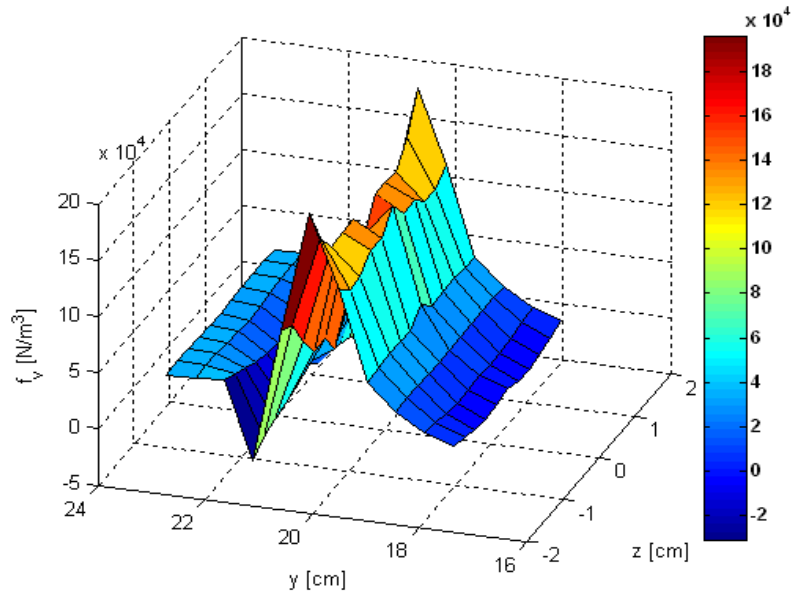


Fig.4.29. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.2\text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7\text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{ cm}$.

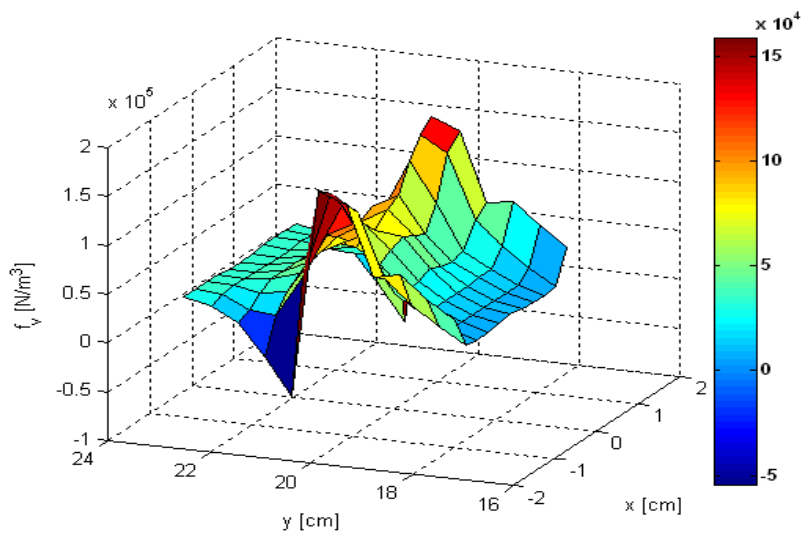


Fig.4.30. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0\text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7\text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{ cm}$.

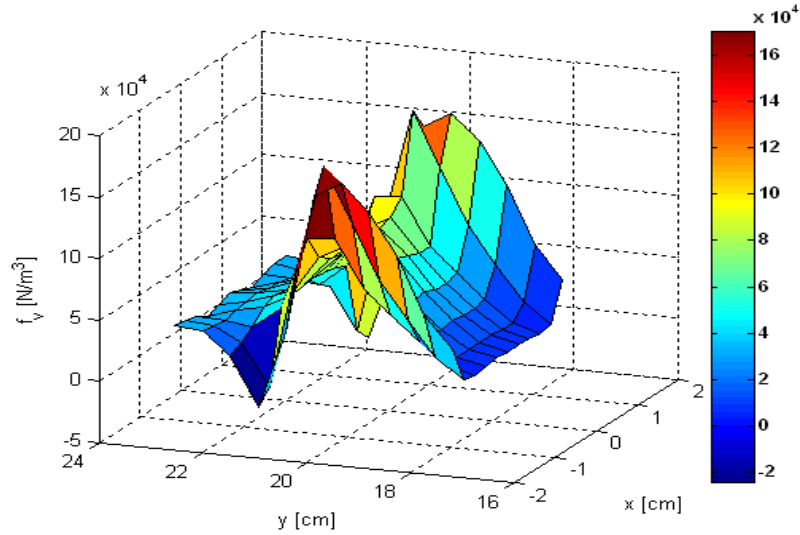


Fig.4.31. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6\text{cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

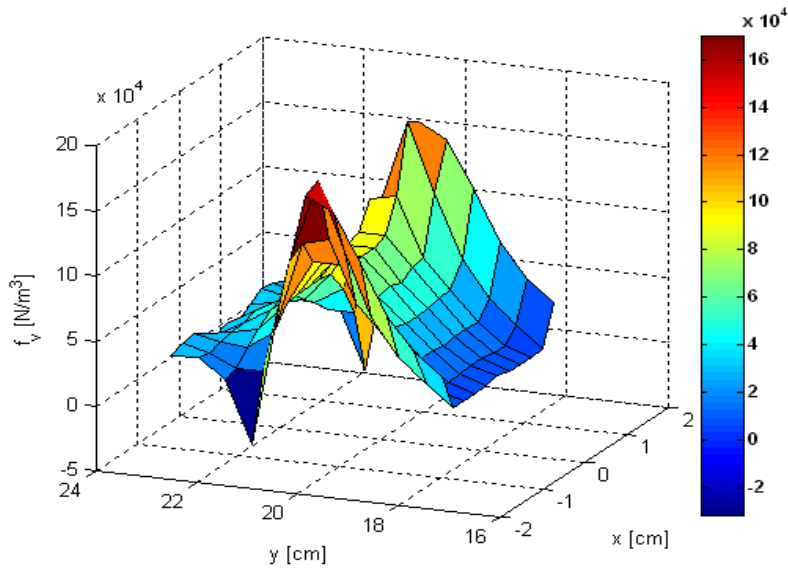


Fig.4.32. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2\text{cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

Analizând rezultatele se constată faptul că forța specifică de volum este în toate punctele ferofluidului pozitivă, deci are o orientare astfel încât compensează efectul forțelor specifice de suprafață, producând o presiune în ferofluid mai mare decât cea produsă de acestea. Rezultatul combinat al celor două presiuni conduce la denivelarea pronunțată a ferofluidului între polii electromagnetului. În plus, se observă faptul că efectul forțelor specifice de volum este mai pronunțat în zona

efectului de margine (la baza polilor în zona de coordonată $y = 20.5\text{cm}$), gradientii de câmp fiind aici mai mari. De asemenea, se observă faptul că forțele specifice de volum obțin valori mai mari odată cu creșterea coordonatei x (adică cu apropierea de poli), în timp ce obțin valori apropiate odată cu creșterea coordonatei z . Acest aspect explică și modificarea formei suprafeței ferofluidului inițial plană într-o suprafață curbată spre poli (vezi Fig.4.21. - stânga).

Aceleași efecte au fost observate și în cazul întrefierului cu lungime $\delta = 4.5\text{cm}$ (Fig.4.33.):

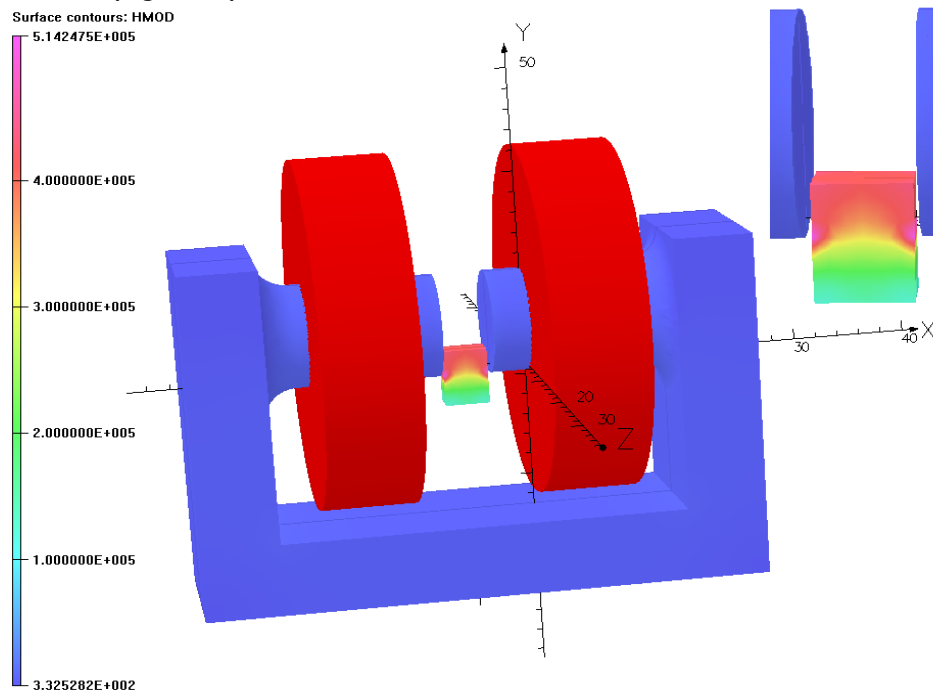


Fig.4.33. Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu)

pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

doar că aici valorile forțelor specifice sunt ușor diminuate față de cazul anterior datorită valorilor mai mici ale intensității câmpului magnetic din ferofluid (Fig.4.34 - Fig.4.40):

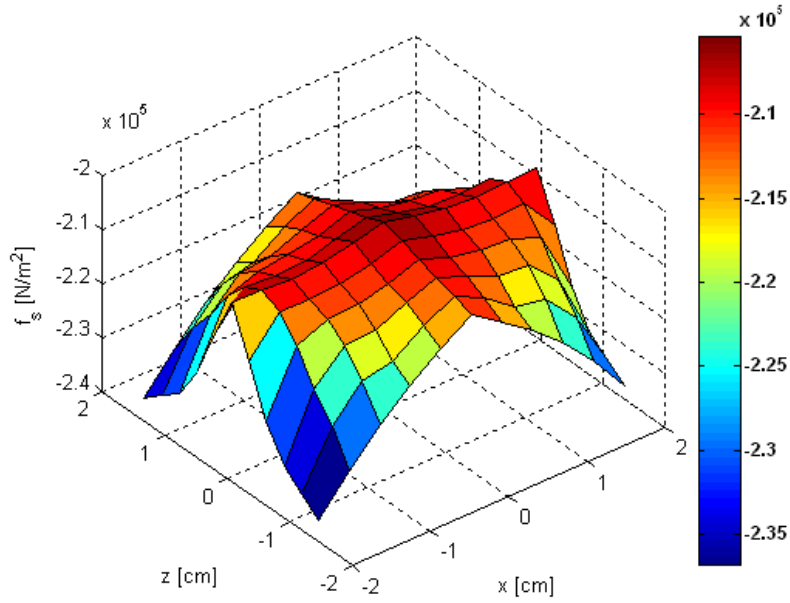


Fig.4.34. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

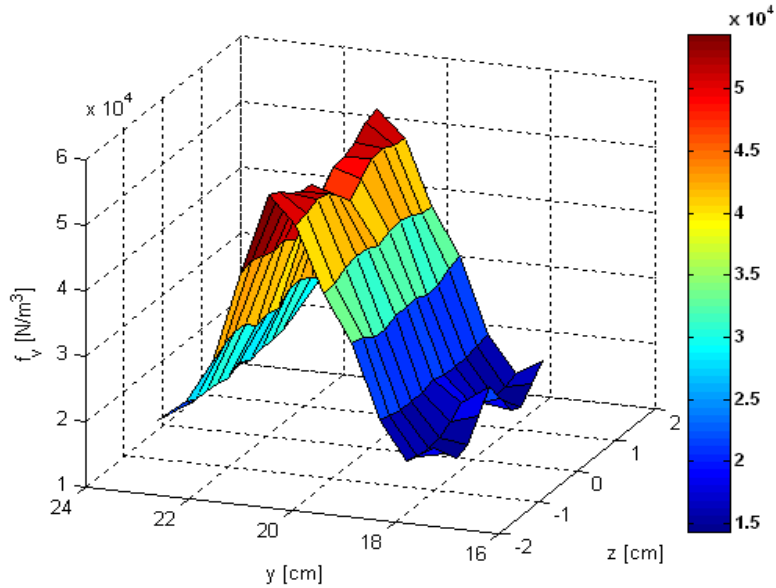


Fig.4.35. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0\text{cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

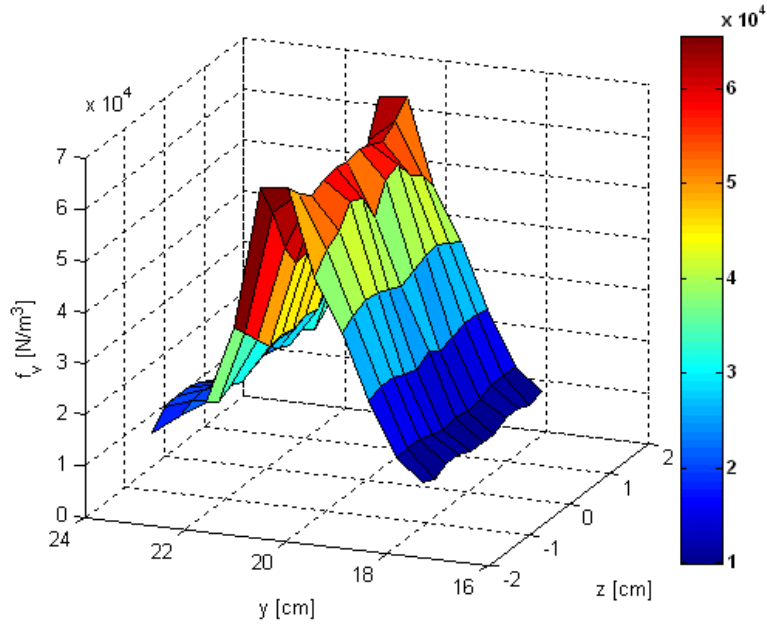


Fig.4.36. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.9\text{cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

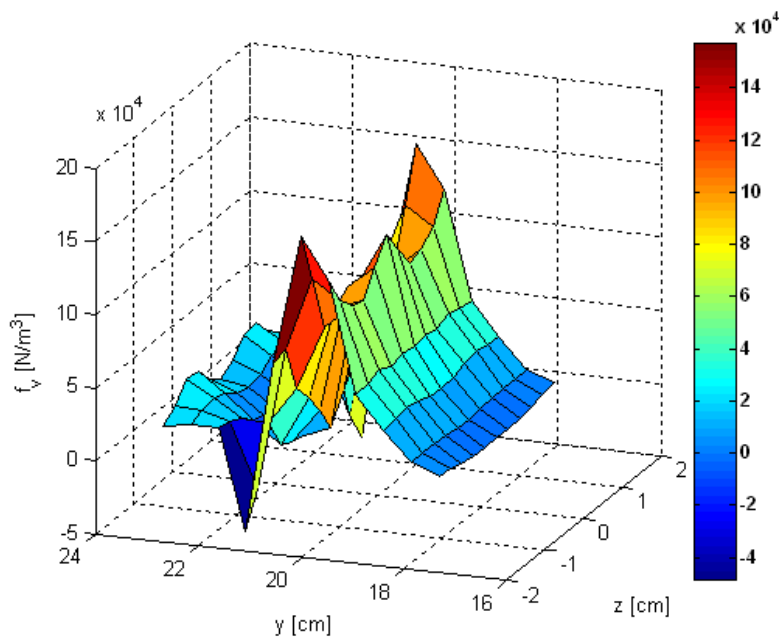


Fig.4.37. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.8\text{cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

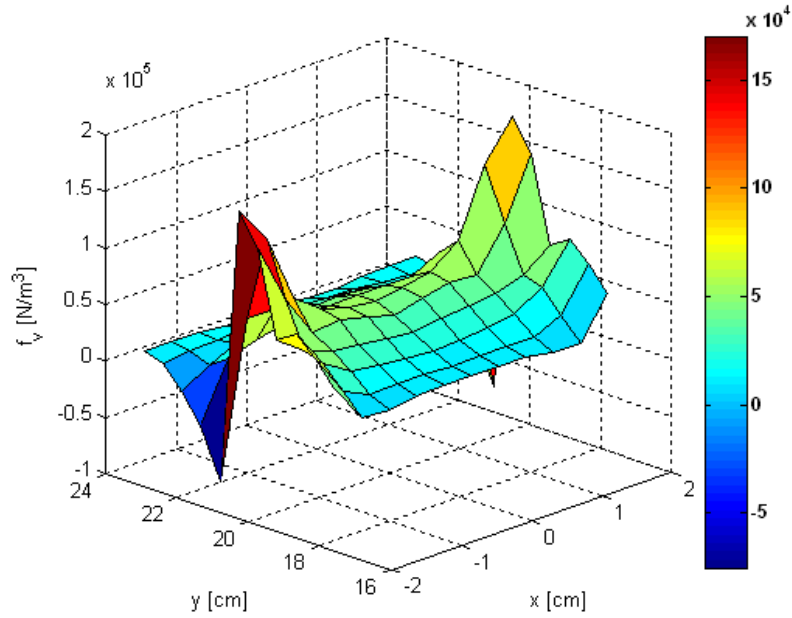


Fig.4.38. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 4.5$ cm .

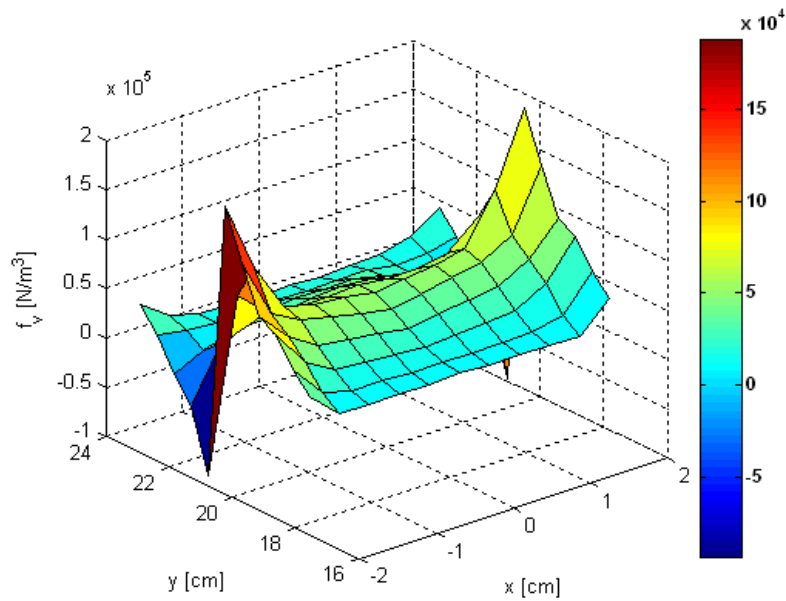


Fig.4.39. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 4.5$ cm .

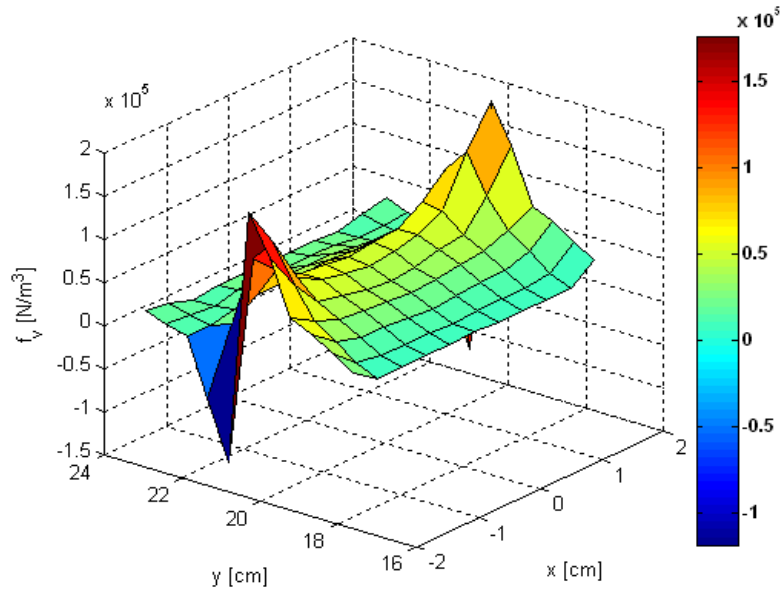


Fig.4.40. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2\text{cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 17.7\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

A doua poziție analizată este poziția 6 care corespunde situației când ferofluidul este dispus integral între polii electromagnetului în zona de câmp uniform, baza acestuia având coordonata $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$ (Fig.4.41.):

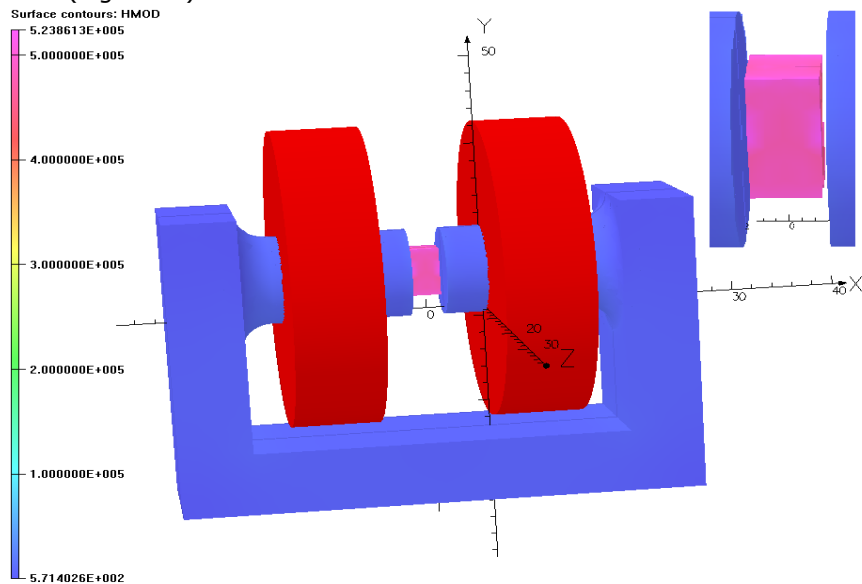


Fig.4.41. Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu) pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

Se poate observa faptul că în cazul acestei poziții intensitatea câmpului magnetic are o distribuție aproape uniformă în interiorul ferofluidului, valorile acesteia fiind utilizate în calculul forțelor specifice. Utilizând programele din Anexa1 și Anexa 2 ca și în cazul poziției precedente, s-au obținut valorile forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului (Fig.4.42.) și a forțelor specifice de volum în trei plane paralele cu suprafețele polilor (Fig.4.43. – Fig.4.45.) și în trei plane perpendiculare pe suprafețele polilor (Fig.4.46. – Fig.4.48.) având aceleași coordonate x și z ca și în cazul anterior.

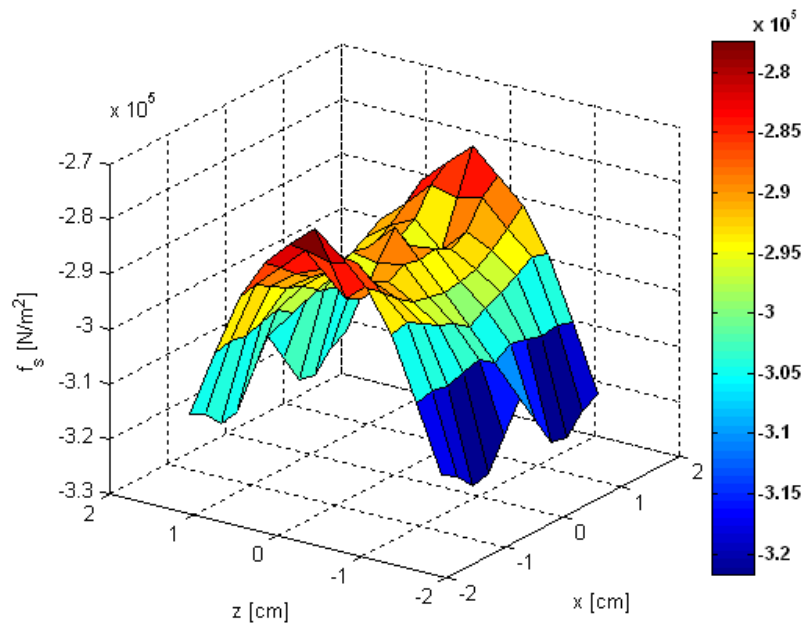


Fig.4.42. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

Ca și în cazul precedent, forța specifică de suprafață rezultă negativă, semnul „-” indicând orientarea acesteia spre interiorul ferofluidului. Deci, această forță exercită o compresiune în punctele suprafeței ferofluidului, având valori mai mari în punctele extreme ale suprafeței în raport cu axa polilor.

În ceea ce privește forțele specifice de volum, acestea vor avea atât valori pozitive cât și valori negative (semnul indicând orientarea acestora în comparație cu forțele specifice de suprafață), doar o parte dintre acestea (cele pozitive) compensând efectul forțelor superficiale, denivelarea ferofluidului fiind foarte mică în cazul acestei poziții. De asemenea, datorită faptului că valorile acestor forțe cresc odată cu apropierea de poli (prin creșterea coordonatei x) în timp ce obțin valori apropiate odată cu creșterea coordonatei z , rezultă curbarea spre poli a suprafeței ferofluidului(vezi Fig.4.21. - mijloc).

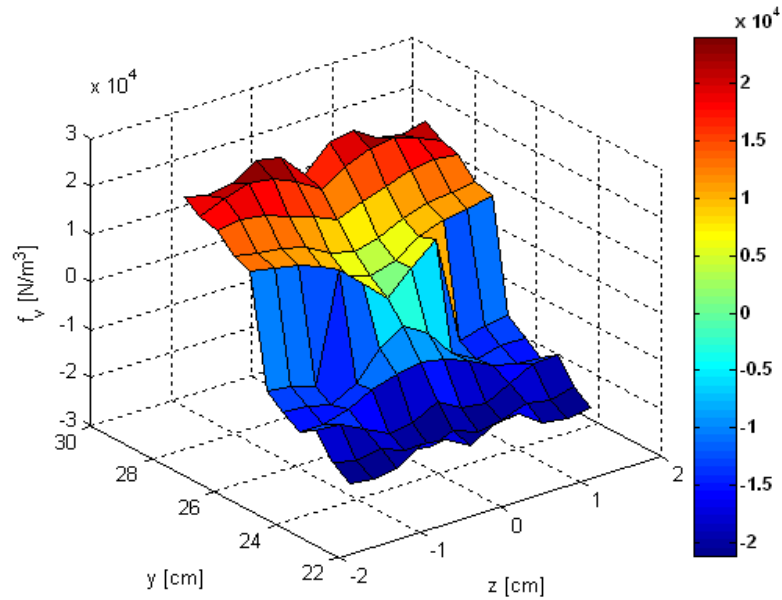


Fig.4.43. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

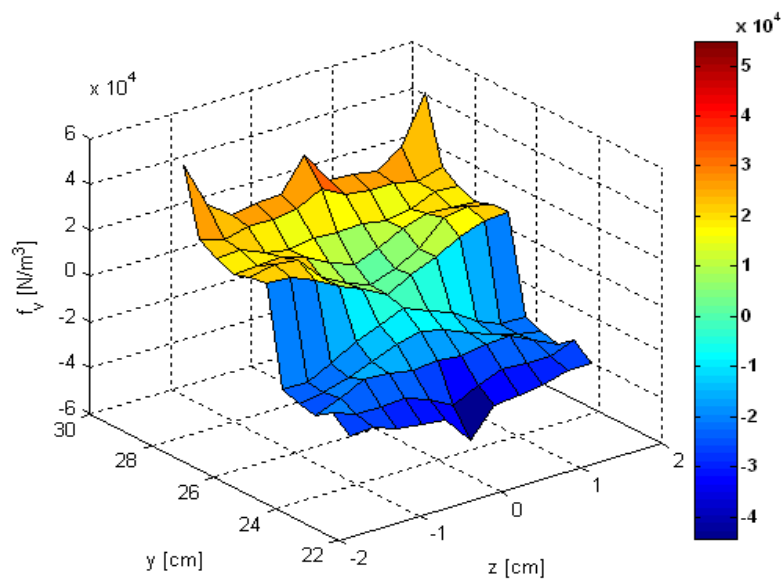


Fig.4.44. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.6\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

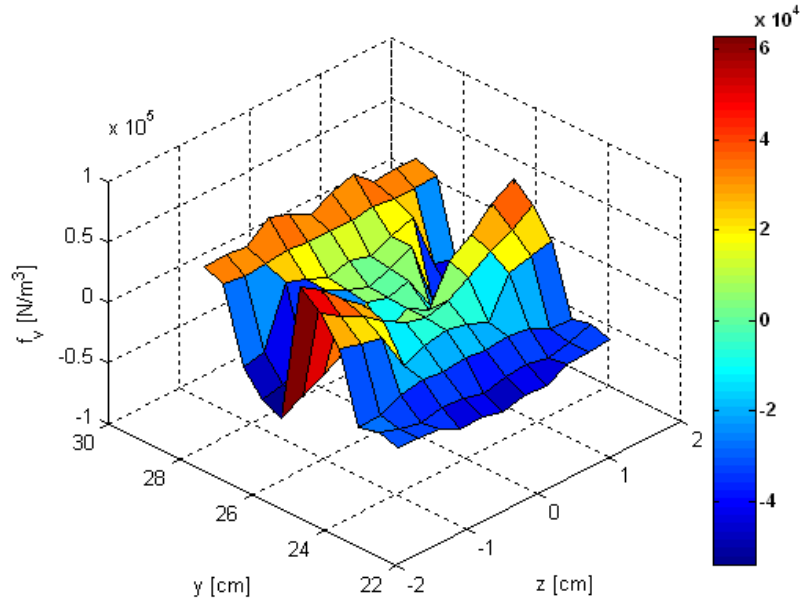


Fig.4.45. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.2\text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95\text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{ cm}$.

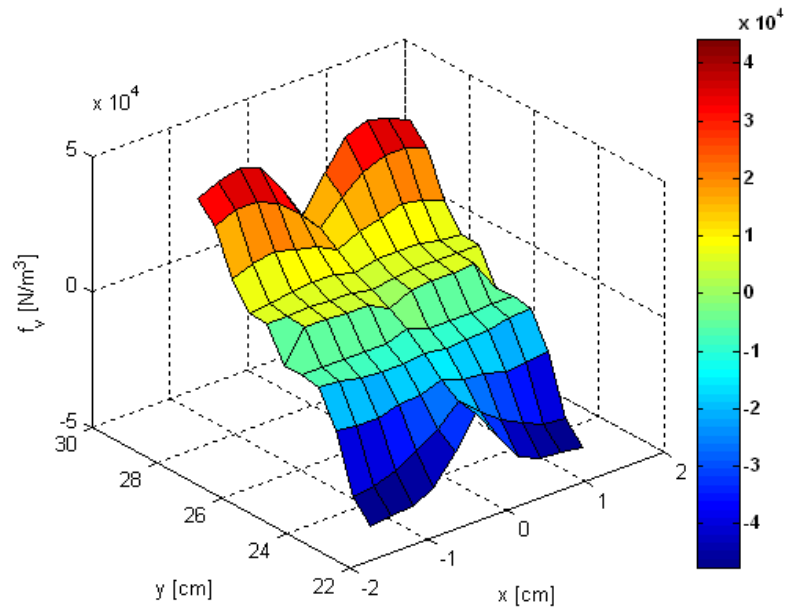


Fig.4.46. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0\text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95\text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{ cm}$.

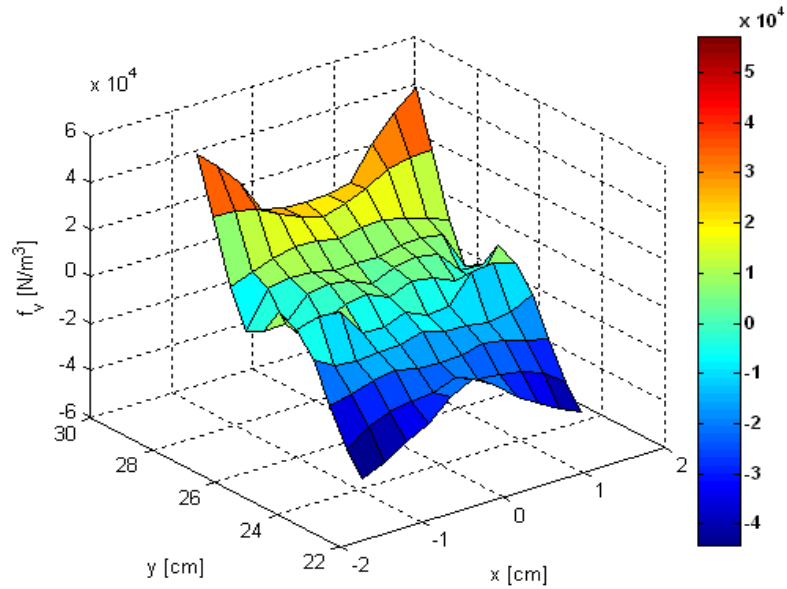


Fig.4.47. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6 \text{ cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95 \text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3 \text{ cm}$.

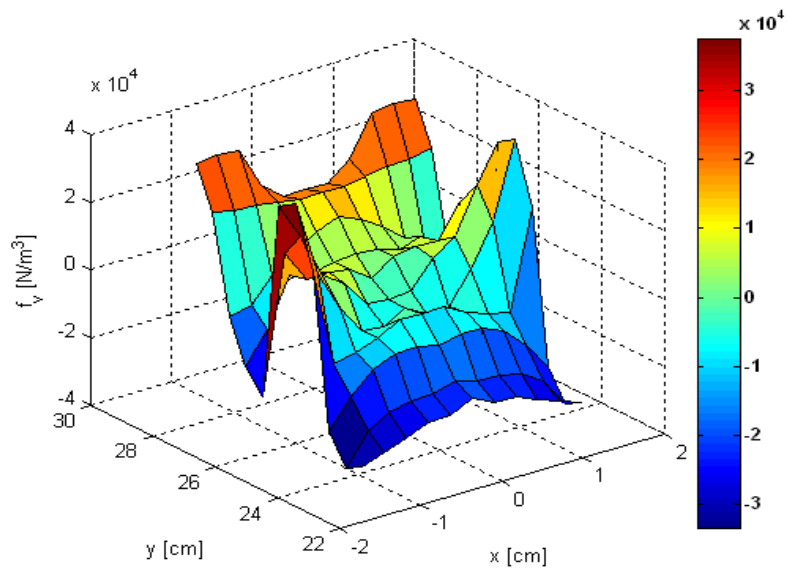


Fig.4.48. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2 \text{ cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 22.95 \text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3 \text{ cm}$.

Efecte similare pot fi observate și în cazul creșterii lungimii întrefierului la $\delta = 4.5 \text{ cm}$ (Fig.4.49.):

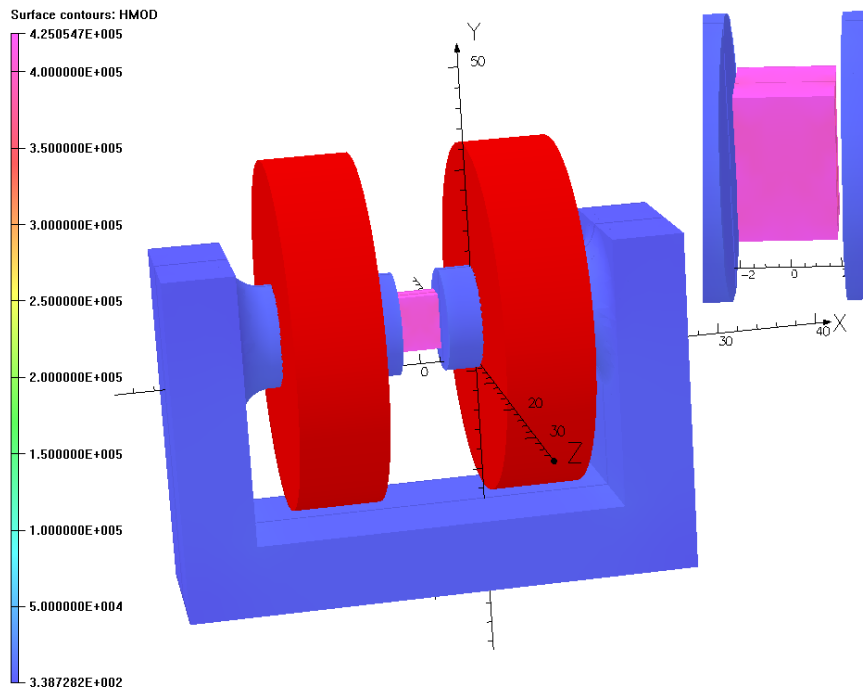


Fig.4.49. Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu)

pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

rezultând valori mai mici ale forțelor specifice datorate valorilor mici ale intensității câmpului magnetic (Fig.4.50. – Fig.4.56.):

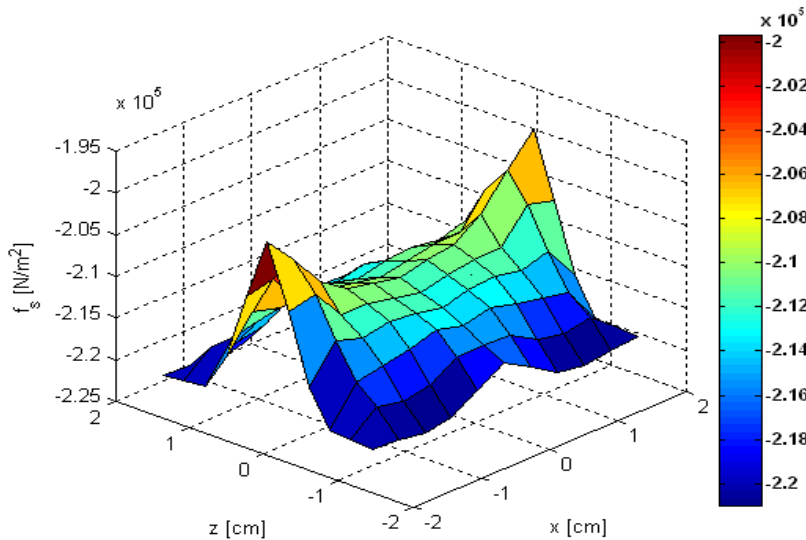


Fig.4.50. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului

pentru poziționare a acestuia la $y = 22.95\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

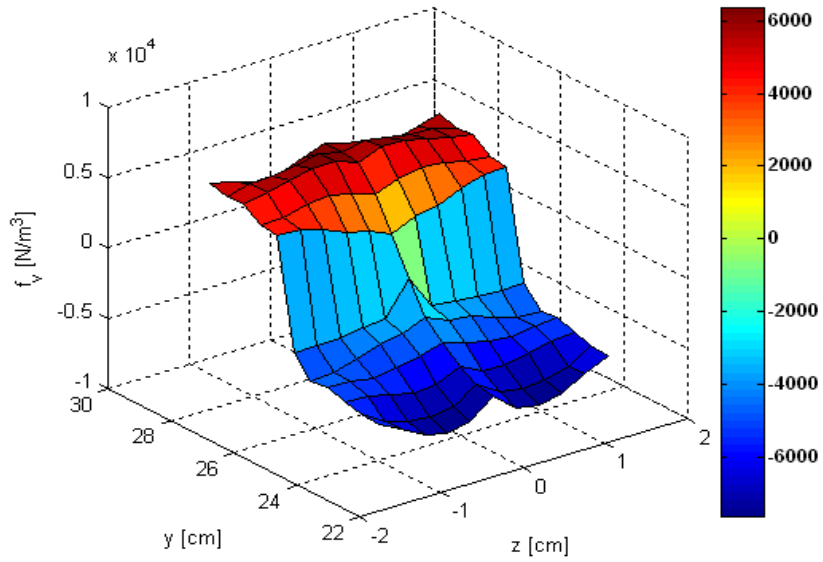


Fig.4.51. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0\text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95\text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{ cm}$.

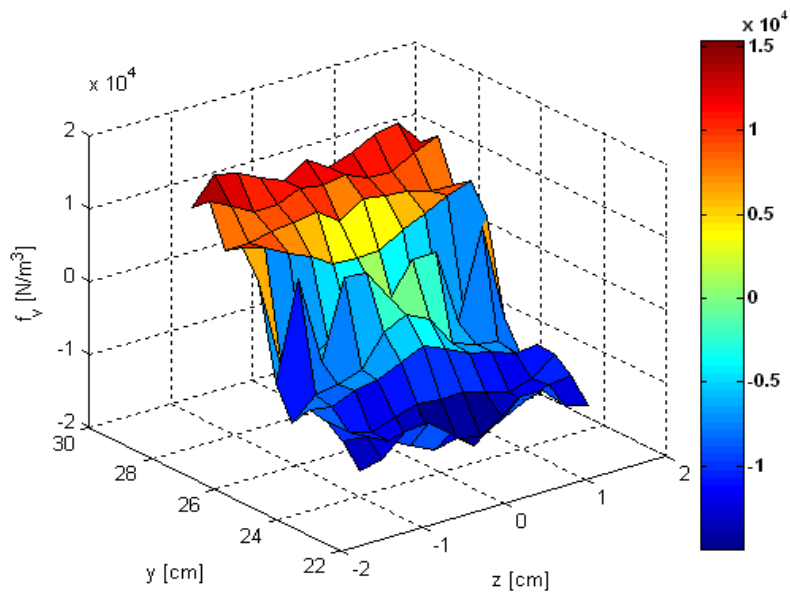


Fig.4.52. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.9\text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95\text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{ cm}$.

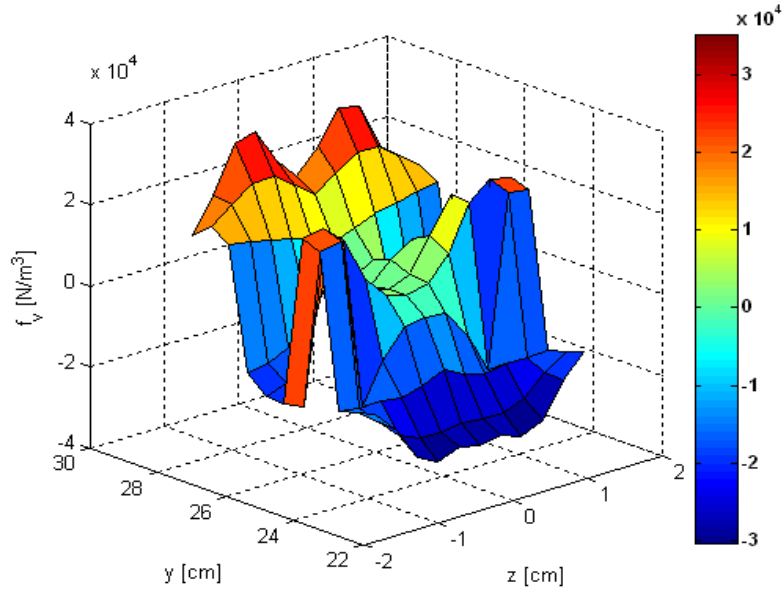


Fig.4.53. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.8\text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95\text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{ cm}$.

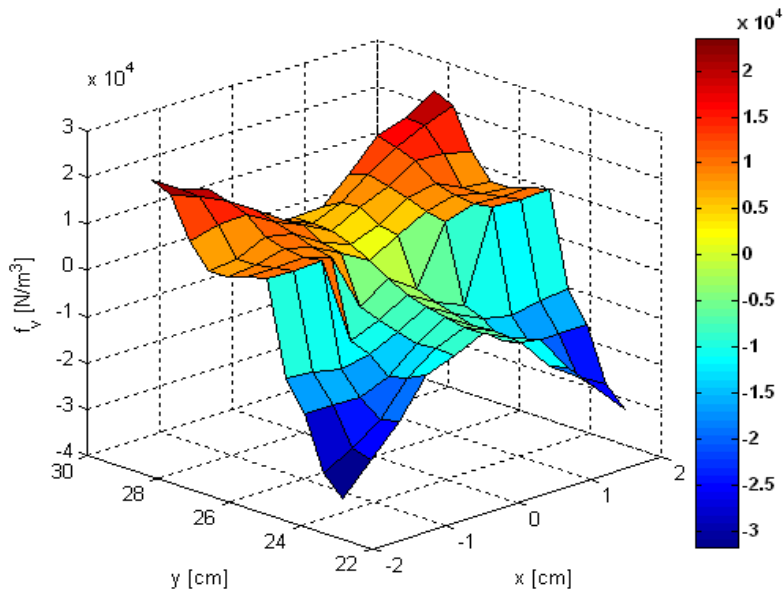


Fig.4.54. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0\text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95\text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{ cm}$.

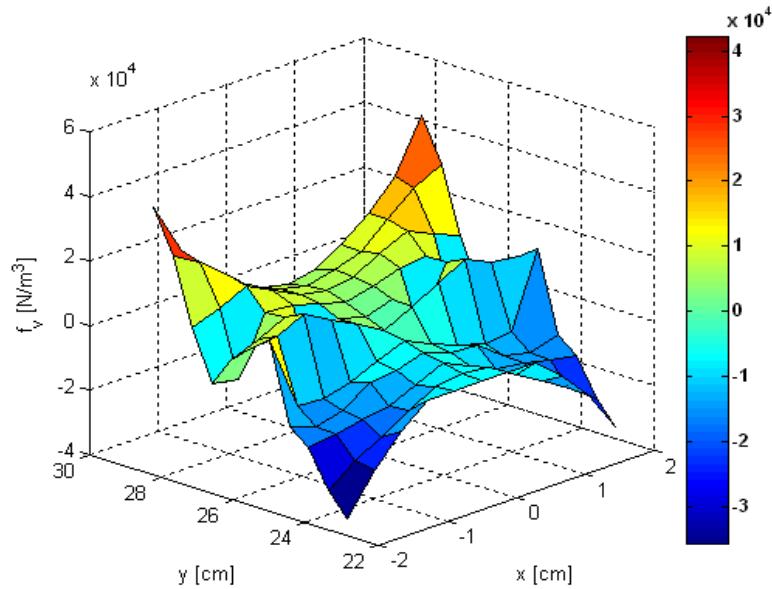


Fig.4.55. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 4.5$ cm .

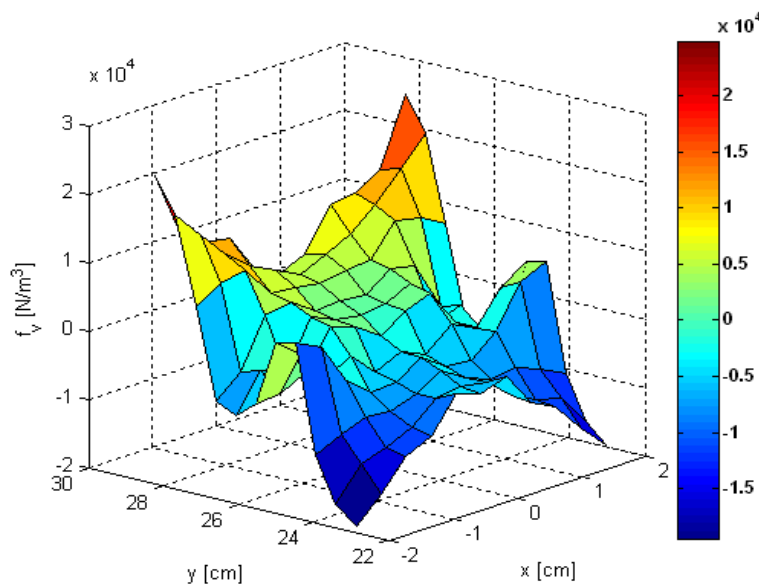


Fig.4.56. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 22.95$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 4.5$ cm .

Ultima poziție analizată este poziția 11 care corespunde dispunerii ferofluidului cu partea superioară în zona efectului de margine din zona superioară a

polilor magnetici, baza acestuia având coordonata $y = 28.2\text{cm}$ la lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$ (Fig.4.57.):

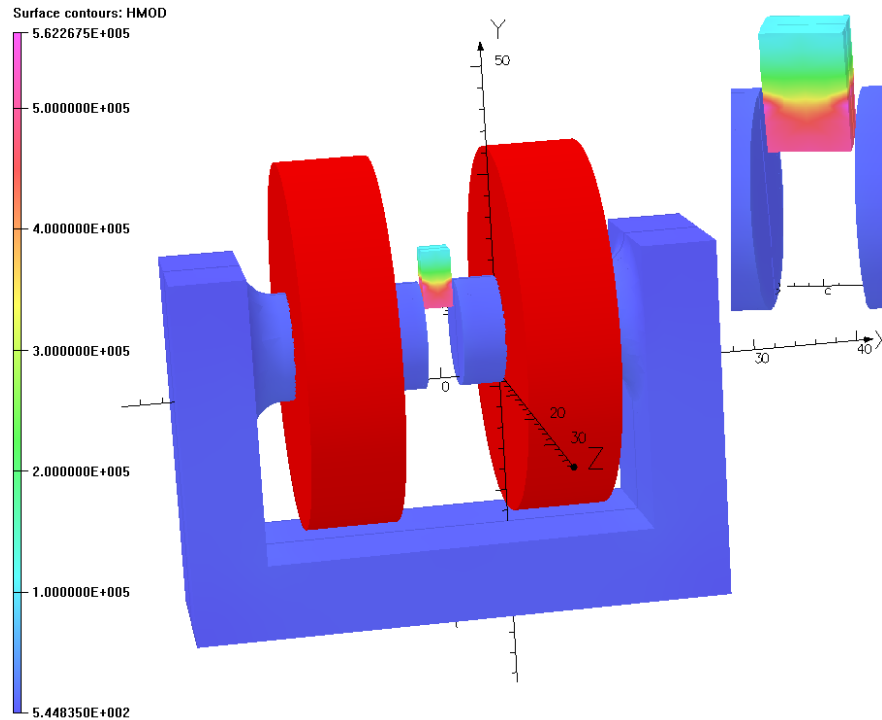


Fig.4.57. Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu)

pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

Așa cum se poate observa din Fig.4.57., în cazul acestei poziții intensitatea câmpului magnetic are valori mai mari în partea inferioară a ferofluidului, parte care se găsește dispusă între polii electromagnetului Weiss.

Utilizând programele din Anexa 1 și Anexa 2 s-au determinat valorile forțelor specifice, rezultatele obținute fiind de asemenea prezentate în formă grafică. Analizând aceste rezultate s-a constatat faptul că forța specifică de suprafață rămâne orientată spre ferofluid (semnul „-” indică orientarea) exercitând o compresiune în punctele suprafeței libere a acestuia și având valori mai mari în punctele centrale față de coordonata x (Fig.4.58.).

Analizând valorile forțelor specifice de volum (Fig.4.59. – Fig.4.64.) se observă faptul că au valori negative în cazul acestei poziții, deci au orientarea astfel încât amplifică efectul celor de pe suprafață. Valorile acestor forțe cresc în zona efectului de margine (în partea de sus a polilor în zona de coordonată $y = 30.5\text{cm}$) și respectiv odată cu apropierea de poli (prin creșterea coordonatei x), având însă valori apropiate odată cu creșterea coordonatei z . Acțiunea combinată a celor două forțe specifice produce în ferofluid o presiune rezultantă care comprimă ferofluidul spre baza recipientului, efectul fiind mai intens în apropierea polilor. Ca rezultat al acestei presiuni rezultă o ușoară denivelare a ferofluidului prin bombarea suprafeței libere a acestuia (vezi Fig.4.21. dreapta).

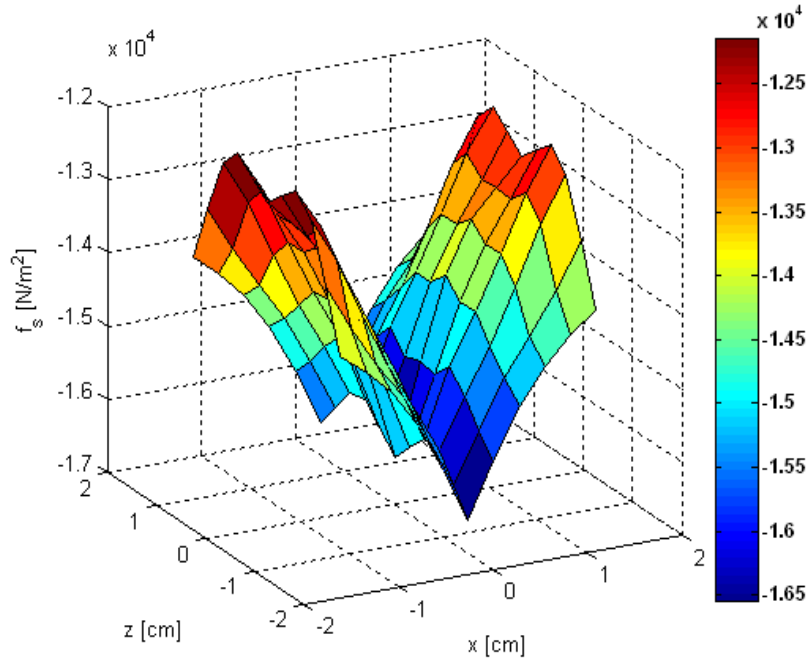


Fig.4.58. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 28.2\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

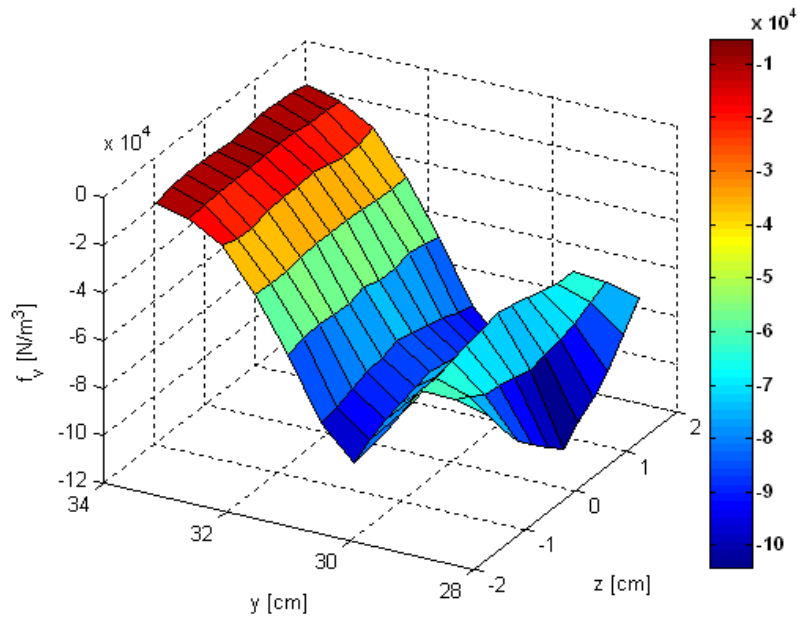


Fig.4.59. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0\text{cm}$ pentru poziționare a ferrofluidului la $y = 28.2\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

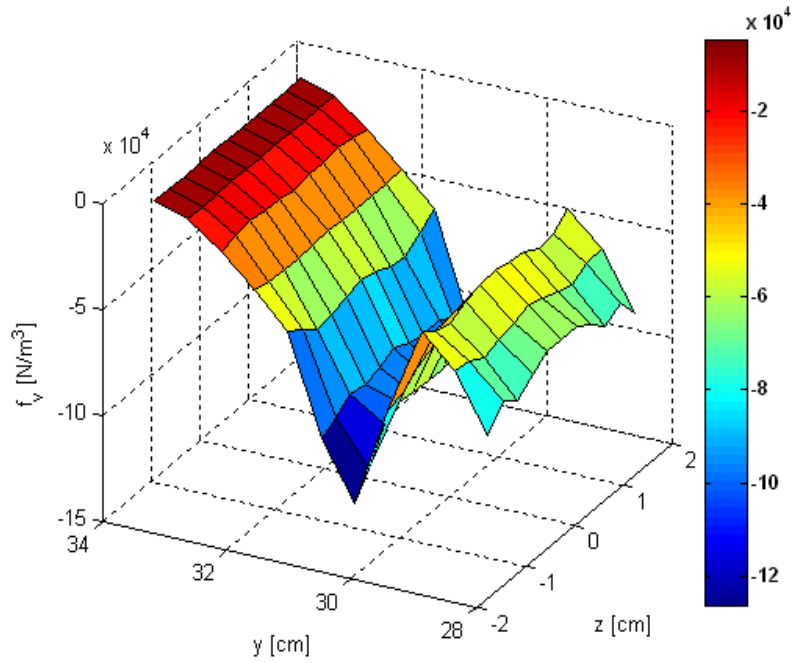


Fig.4.60. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.6$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 3.3$ cm .

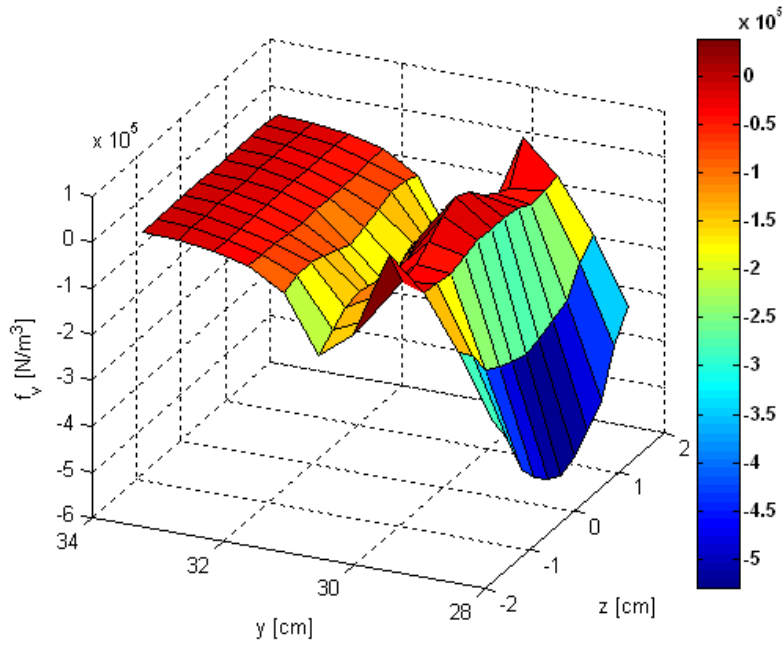


Fig.4.61. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.2$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 3.3$ cm .

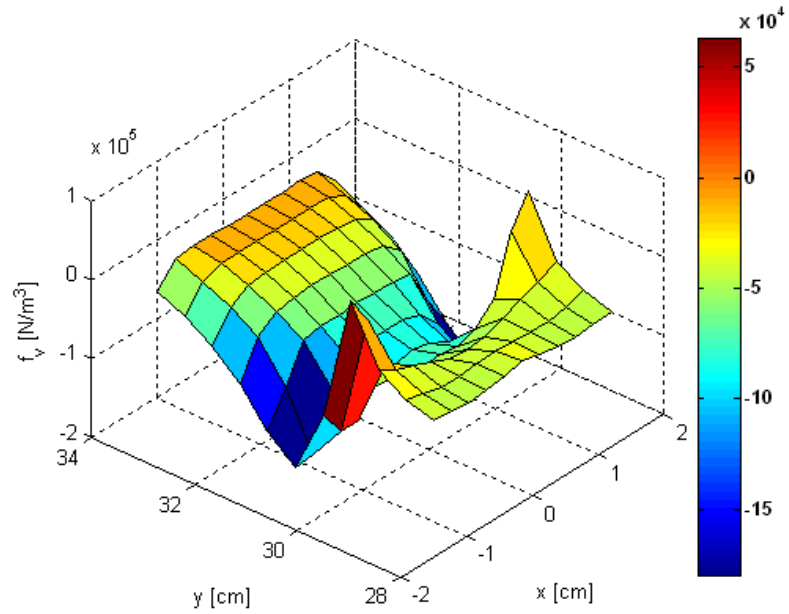


Fig.4.62. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 3.3$ cm .

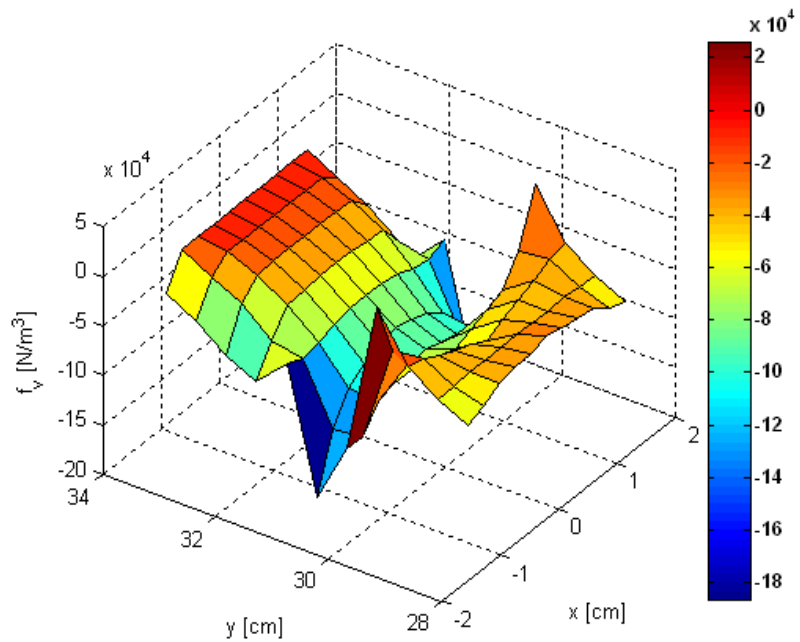


Fig.4.63. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 3.3$ cm .

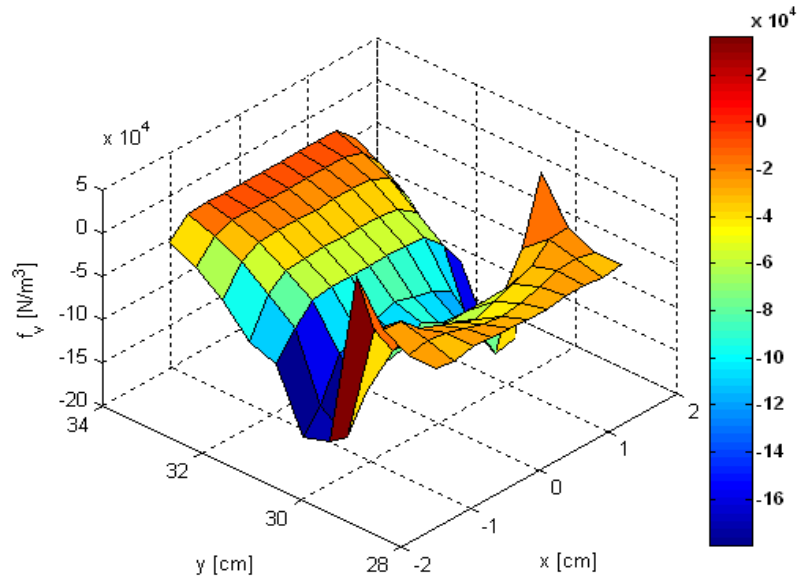


Fig.4.64. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2\text{cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$.

Aceleași observații pot fi formulate și în cazul modificării lungimii întrefierului la $\delta = 4.5\text{cm}$ (Fig.4.65.):

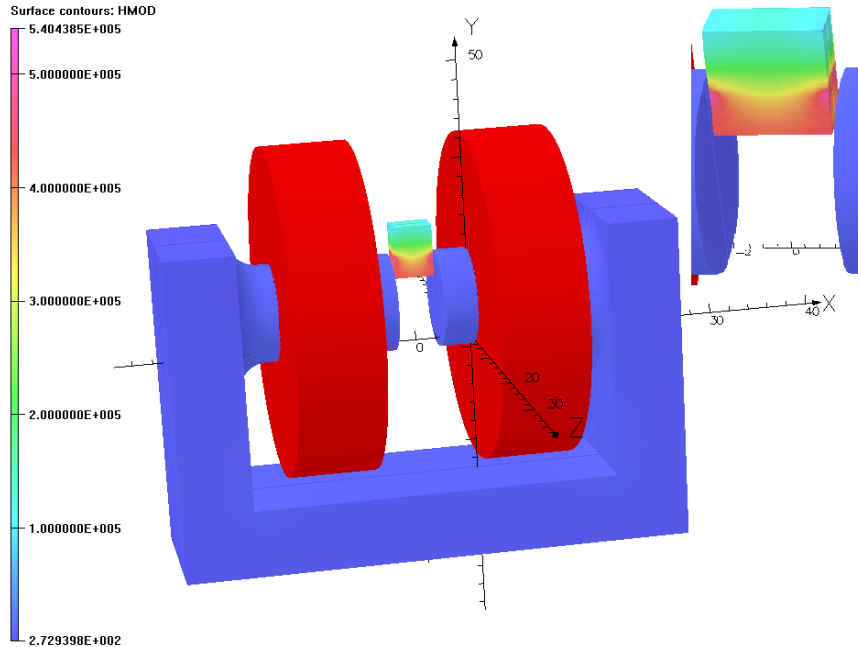


Fig.4.65. Distribuția intensității câmpului magnetic (model complet și detaliu) pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

rezultatele obținute fiind prezentate sub formă grafică în Fig.4.66. – Fig.4.72.:

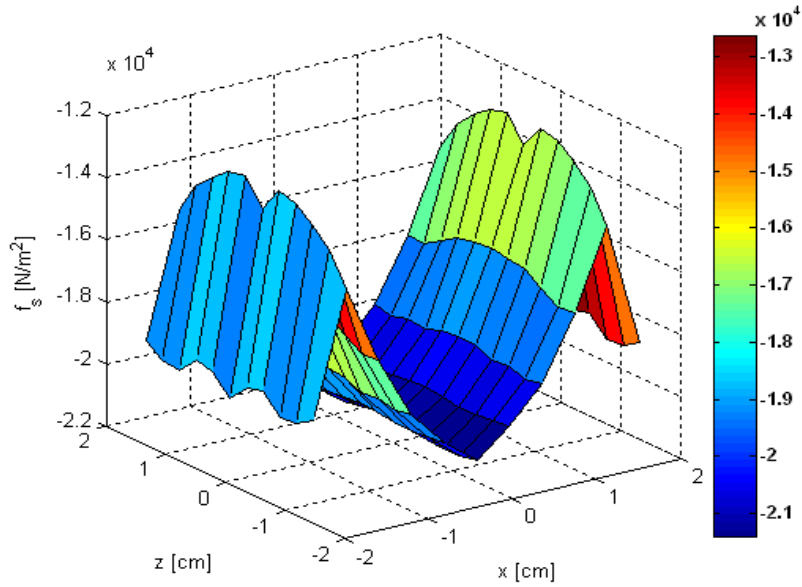


Fig.4.66. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului pentru poziționare a acestuia la $y = 28.2\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

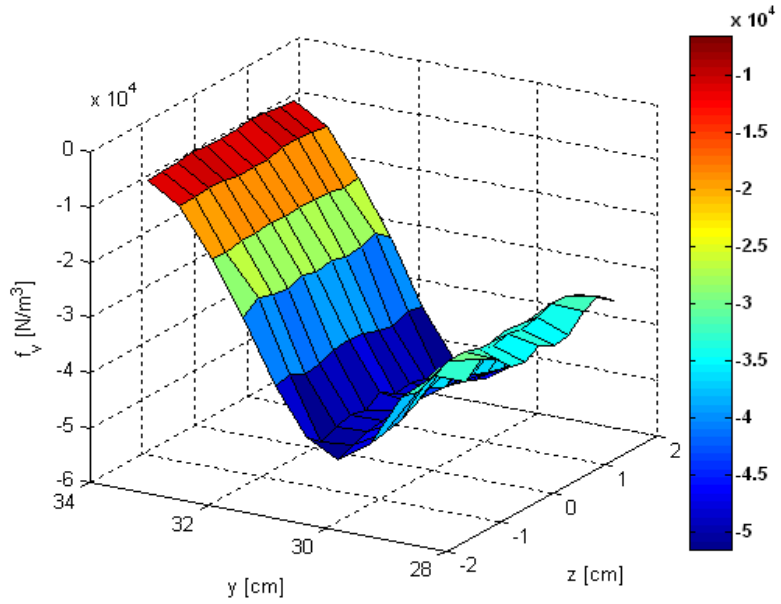


Fig.4.67. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0\text{cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

4.2 –Denivelarea lichidelor situate în câmpul magnetic al unui electromagnet 101

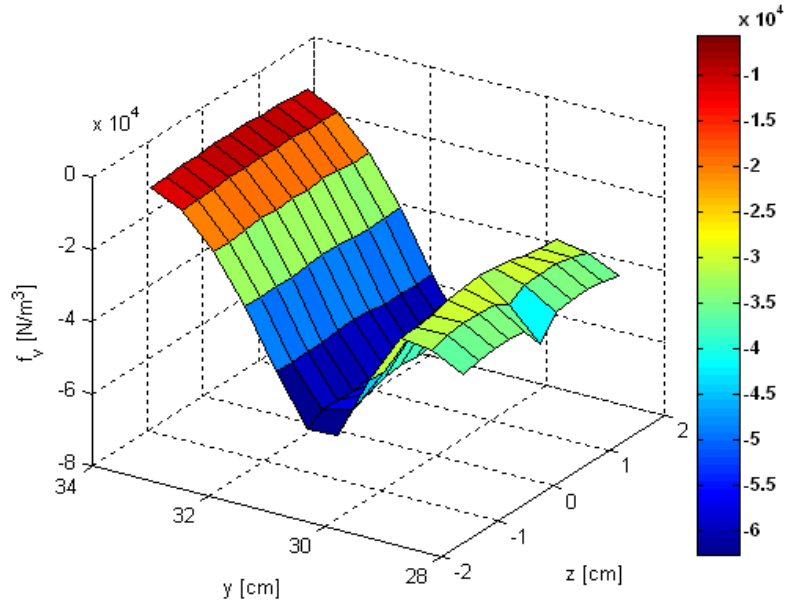


Fig.4.68. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0.9$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 4.5$ cm .

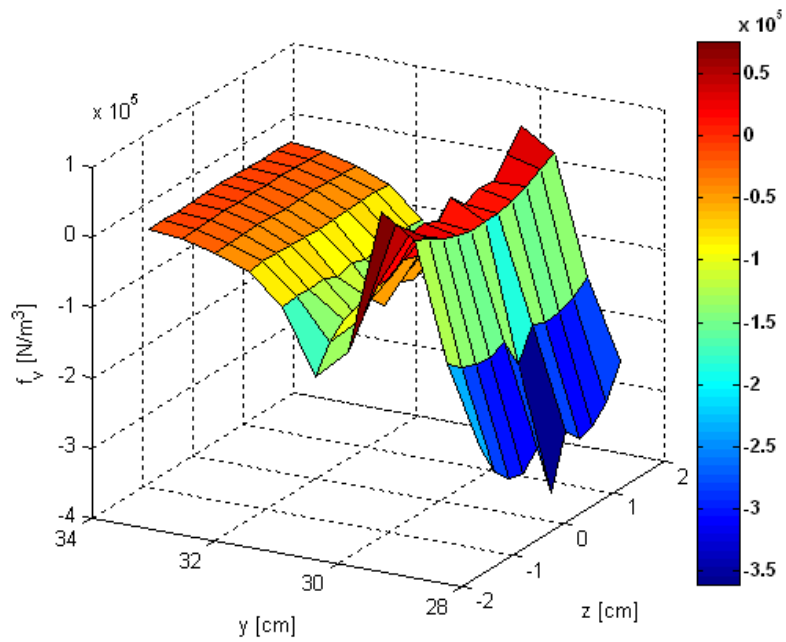


Fig.4.69. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 1.8$ cm pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2$ cm și lungime a întrefierului $\delta = 4.5$ cm .

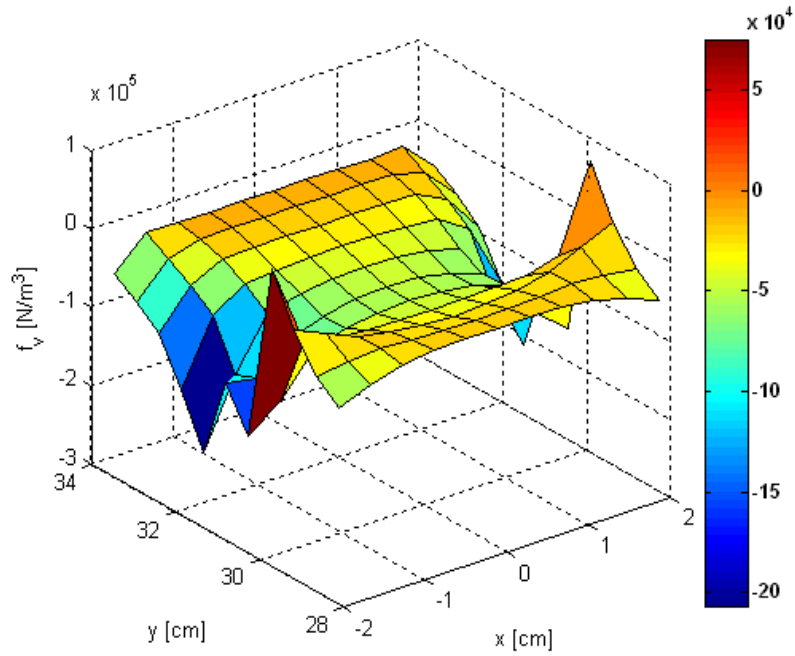


Fig.4.70. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0 \text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2 \text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5 \text{ cm}$.

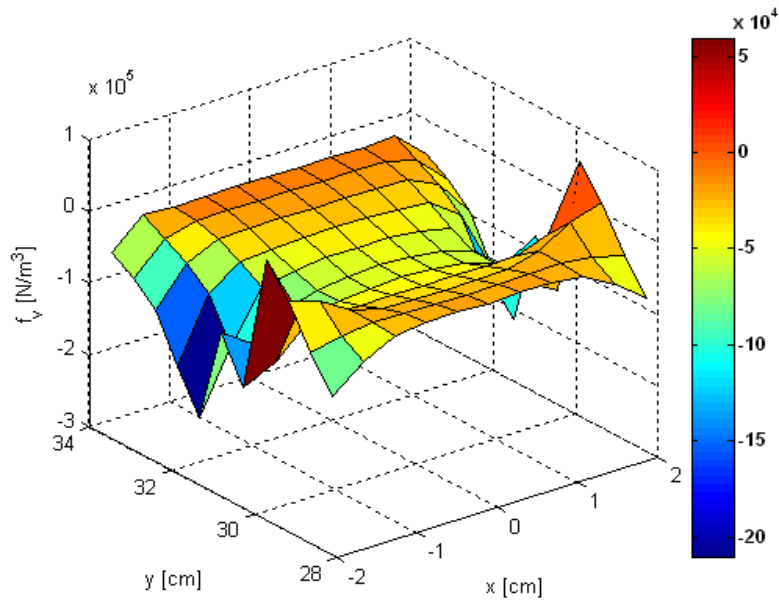


Fig.4.71. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0.6 \text{ cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2 \text{ cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5 \text{ cm}$.

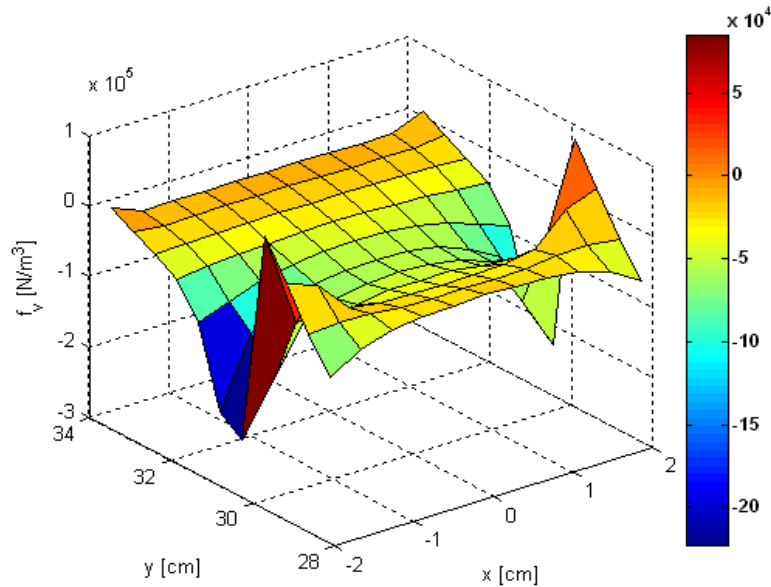


Fig.4.72. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 1.2\text{cm}$ pentru poziționare a ferofluidului la $y = 28.2\text{cm}$ și lungime a întrefierului $\delta = 4.5\text{cm}$.

Rezultatele obținute în acest subcapitol verifică atât observațiile formulate în studiul analitic al efectului cât și pe cele din determinările experimentale.

4.3. Efectul de ridicare a lichidului magnetic pe conductoare imersate în el – efectul de menisc conic

Efectul de menisc conic constă în ridicarea ferofluidului în lungul unui conductor imersat în acesta și parcurs de un curent electric constant (Fig.4.73.) [1]:

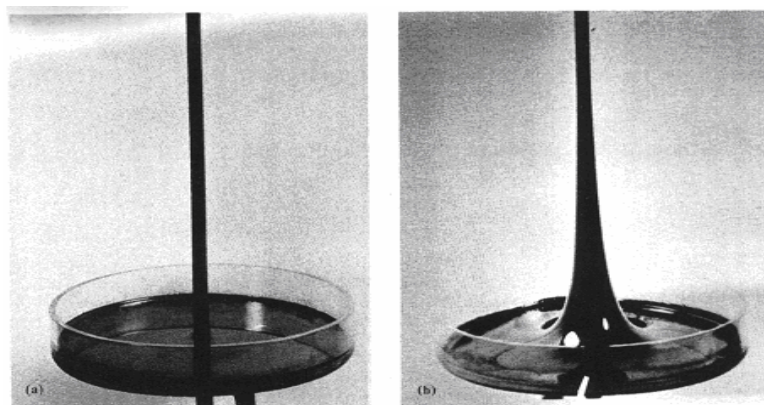


Fig.4.73. Aranjamentul experimental: (a) în absența curentului electric; (b) în prezența curentului electric.

În cazul ferofluidelor, acest efect a fost analizat pentru prima dată de Neuringer și Rosensweig (1964) [31], care au făcut un studiu asupra formei suprafeței libere a ferofluidului. Astfel, ei au obținut experimental rezultatul că $h(r) - h(\infty)$ este proporțional cu $r^{-4/3}$, unde $h(r)$ este înălțimea suprafeței ferofluidului la distanța r de conductor, respectiv $h(\infty)$ este înălțimea suprafeței ferofluidului la distanță foarte mare de axa firului conductor, dar în vasul cu ferofluid. Această dependență a fost obținută și teoretic din ecuația lui Bernoulli.

Făcând un studiu mai aprofundat, Krueger și Jones (1974) [32], au găsit că pentru câmpuri magnetice mici (ferofluidul având o magnetizație liniară cu câmpul), înălțimea suprafeței libere a ferofluidului este proporțională cu r^{-2} , iar pentru câmpuri magnetice intense (ferofluidul fiind la saturație), înălțimea suprafeței libere este proporțională cu r^{-1} . Forma de variație ca $r^{-4/3}$ găsită experimental, este o comportare intermediară între regimurile de magnetizare a ferofluidelor liniară și de saturație. Aceste rezultate au fost obținute prin echilibrarea presiunilor de suprafață și anume a presiunilor hidrostatice și a tensiunilor maxwelliene din cele două medii (fluid și aer) [32, 33].

Forma suprafeței ferofluidului în cazul efectului de ridicare a acestuia în lungul unui conductor parcurs de curent a fost analizată numeric și de John, Rannacher și Engel (2007) [34], sub aspectul efectelor produse de tensiunile superficiale exercitate asupra suprafeței libere a acestuia, respectiv asupra suprafeței de separație dintre ferofluid și un fluid nemagnetic. În plus, John și colaboratorii (2011) [35], tratează și experimental această problemă, făcând o comparație între datele numerice și cele experimentale. Așa cum era de așteptat, suprafața liberă a ferofluidului va avea un profil mai restrâns în prezența tensiunilor superficiale față de cel din absența lor, datorită unei forțe suplimentare care acționează pe direcție radială spre conductor.

De asemenea, literatura aferentă lichidelor magnetice analizează și alte tipuri de meniscuri, sub aspectul tipului de câmp aplicat. Astfel, Rosensweig și colaboratorii (2005) [36], respectiv Elborai (2006) [37] au întreprins atât cercetări teoretice cât și experimentale asupra înălțimii și formei suprafeței libere a ferofluidului în cazul efectului de menisc datorat unor câmpuri aplicate orizontale respectiv verticale. În urma acestor cercetări s-a observat faptul că un câmp magnetic orizontal și perpendicular pe peretele vasului conduce la o descreștere a înălțimii meniscului, în timp ce un câmp vertical conduce la o creștere a înălțimii meniscului.

Toate aceste studii furnizează soluții analitice respectiv date experimentale asupra efectului de menisc conic și asupra altor tipuri de meniscuri din punct de vedere al înălțimii și formei suprafeței libere a ferofluidului, fără a se face referire însă la mecanismul fizic al efectului din punct de vedere al acțiunii forțelor.

Având în vedere faptul că, la interpretarea efectului de denivelare a ferofluidului, în literatură [1] se neglijează termenul magnetostriktiv din expresia forțelor magnetice, conduce la o interpretare inadecvată a efectului doar sub acțiunea forțelor de suprafață. În cele ce urmează, se vor prezenta câteva interpretări actuale ale acestui efect cu neglijarea stricțiunii și, respectiv, interpretarea corectă a mecanismului fizic.

De asemenea, se va analiza și efectul de ridicare a ferofluidului în lungul a două conductoare parcurse de curenți egali și de sensuri opuse, efect care nu a mai fost însă întâlnit în literatură.

4.3.1. Interpretarea actuală a efectului cu neglijarea magnetostricțiunii

La fel ca în cazul efectului Quincke, pentru a analiza efectul de ridicare a ferofluidului în lungul unui conductor drept, vertical și parcurs de un curent constant, în literatură [1, 38] se face apel la ecuația Bernoulli (4.1) respectiv la condiția pe frontieră (4.3). Astfel, aplicând ecuația (4.1) între punctele 1 și 2 de pe suprafața ferofluidului (Fig.4.74.), se poate scrie:

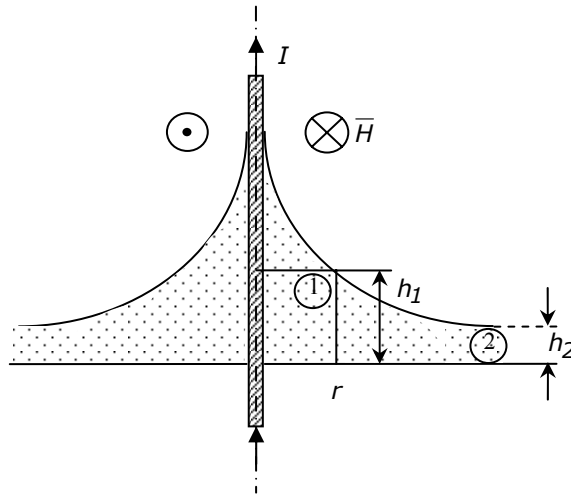


Fig.4.74. Meniscul conic în echilibru ferohidrostatic.

$$p_1^* + \rho g h_1 - (\mu_0 \bar{M} H)_1 = p_2^* + \rho g h_2 - (\mu_0 \bar{M} H)_2 \quad (4.49)$$

Cunoscând din literatura electrotehnică [19, 20, 21] expresia intensității câmpului magnetic într-un punct situat la distanța r de centrul conductorului parcurs de curentul continuu I :

$$H = \frac{I}{2\pi r}, \quad (4.50)$$

ultimul termen din membrul drept al relației (4.49) poate fi neglijat dacă se consideră punctul 2 suficient de departe de conductor ($r \rightarrow \infty$), intensitatea câmpului magnetic (4.50) tinzând asimptotic la zero.

Pentru a rezolva ecuația (4.49) se impune și condiția pe frontieră (4.3) în cele două puncte, care, dacă se neglijează presiunea capilară, devine:

$$p_1^* = p_0 - \frac{1}{2} \mu_0 M_n^2 = p_0 \quad (4.51)$$

$$p_2^* = p_0 - \frac{1}{2} \mu_0 M_n^2 = p_0 \quad (4.52)$$

Datorită faptului că vectorul magnetizație \bar{M} este coliniar cu \bar{H} iar acesta din urmă este un câmp azimutal, $M_n = 0$ în punctul 1 de pe suprafața liberă, ceea ce conduce la anularea termenului doi din (4.51). De asemenea, datorită faptului că în punctul 2 $H = 0$, rezultă că și componenta normală a magnetizației se anulează ($M_n = 0$) conducând și în (4.52) la anularea termenului al doilea.

Înlocuind expresiile (4.51) și (4.52) în (4.49) rezultă pentru înălțimea denivelării expresia:

$$\Delta h = h(r) - h(\infty) = h_1 - h_2 = \frac{\mu_0 \tilde{M} H}{\rho g} \quad (4.53)$$

care, în cazul unui lichid liniar și ținând cont de expresiile (2.26) și (4.50), ia forma:

$$\Delta h = \frac{\mu - \mu_0}{2\rho g} H^2 = \frac{(\mu - \mu_0) I^2}{8\rho g \pi^2 r^2} \quad (4.54)$$

Știind că ecuația (4.1) este valabilă doar în cazul fluidelor incompresibile, neliniare și fără histerezis, rezultă că tot raționamentul de mai sus are loc în absența magnetostricțiunii. Or, din punct de vedere al acțiunii forțelor și considerând cazul fluidului liniar, această ipoteză conduce la o interpretare inadecvată a efectului observat. Astfel, așa cum s-a demonstrat și în cazul efectului Quincke, neglijând termenul magnetostrictiv în expresia forței specifice de volum și considerând ferofluidul omogen, singura forță care va acționa asupra ferofluidului va fi localizată în suprafața de separație S_{12} dintre lichid și aer (Fig.4.75.):

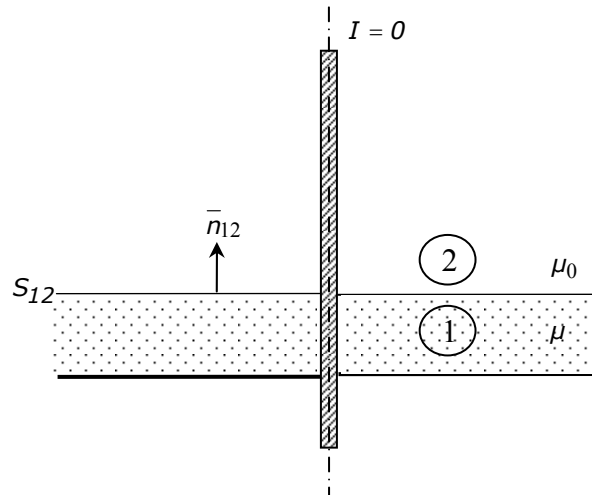


Fig.4.75. Geometria inițială a efectului.

Deoarece suprafața liberă a lichidului este inițial o suprafață de câmp, forța superficială va fi dedusă din (2.34), care, în absența termenului strictiv ia forma (4.9). Având în vedere faptul că forța (4.9) este orientată după normala \bar{n}_{12} , adică spre exteriorul lichidului, s-a ajuns la concluzia că denivelarea fluidului (4.54) se datorează tracțiunii pe care o exercită această forță asupra suprafeței de separație dintre fluid și aer. Or, așa cum se va demonstra în continuare, denivelarea fluidului (4.54) se produce în alte condiții, dacă se ia în considerare și termenul magnetostrictiv în expresiile forțelor specifice.

4.3.2. Interpretarea actuală a efectului cu tensorul tensiunii lui Chu și în absența magnetostricțiunii

Efectul de denivelare a lichidului magnetic în lungul unui conductor parcurs de curent constant a fost tratat în literatură [1] și cu tensorul tensiunilor lui Chu [39]:

$$\bar{\bar{T}}_m = \left(\begin{array}{c} H \\ -\int_0^H B \cdot dH \\ 0 \end{array} \right) \bar{\bar{I}} + \bar{H} \cdot \bar{B} \quad (4.55)$$

aplicabil pentru medii incompresibile și neliniare. Forța specifică de volum corespunzătoare acestui tensor are expresia:

$$\bar{f}_m = -\int_0^H (\nabla B)_H dH \quad (4.56)$$

în care, datorită faptului că lichidul este omogen, $(\nabla B)_H = 0$, ceea ce conduce la anularea forței. În aceste condiții, ecuația de mișcare pentru un lichid magnetic [1]:

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = \bar{f}_p + \bar{f}_v + \bar{f}_g + \bar{f}_m = -\nabla p + \eta \nabla^2 \bar{v} + \rho \bar{g} + \bar{f}_m \quad (4.57)$$

devine la echilibru când $\bar{v} = 0$ și pentru un fluid ideal ($\eta = 0$):

$$0 = -\nabla p_0 + \rho \bar{g} = -\nabla (p_0 + \rho gh) \quad (4.58)$$

În expresia (4.57), \bar{f}_p este forța datorată presiunii termodinamice $p = p_0$, \bar{f}_v este forța datorată vâscozității, \bar{f}_g este forța gravitațională, \bar{f}_m forța magnetică iar $\frac{D}{Dt}$ este derivata substanțială.

Din expresia tensorului tensiunii lui Chu, se determină componentele normală respectiv tangențială pe cele două părți ale suprafeței meniscului, adică în lichid și aer. Astfel, ținând seama că:

$$\begin{aligned} (\bar{n} \cdot \bar{\bar{I}}) \bar{n} &= \bar{n} \cdot \bar{n} = 1 \\ (\bar{n} \cdot \bar{\bar{I}}) \bar{t} &= \bar{n} \cdot \bar{t} = 0 \\ \bar{n} \cdot \bar{H} &= H_n = 0 \end{aligned} \quad (4.59)$$

în care $\bar{\bar{I}}$ este tensorul unitate, în lichid se poate scrie:

$$\bar{n} \cdot \bar{\bar{T}}_m \cdot \bar{t} = T_{nt} = 0 \quad (4.60)$$

$$\bar{n} \cdot \bar{\bar{T}}_m \cdot \bar{n} = T_{nn} = T_l = -\int_0^H B_l \cdot dH \quad (4.61)$$

respectiv în exterior:

$$T_{nt} = 0 \quad (4.62)$$

$$T_{nn} = T_e = -\int_0^H B_e dH \quad (4.63)$$

Tensiunea totală care acționează asupra suprafeței meniscului poate fi scrisă în forma:

$$\bar{T} = -\rho_0(\rho, T) \cdot \bar{I} + \bar{T}_V + \bar{T}_m \quad (4.64)$$

în care \bar{T}_V este tensiunea datorată vâscozității și \bar{T}_m tensiunea magnetică. Deoarece, în acest caz $\bar{T}_V = 0$ și $\bar{n} \cdot [\bar{T}] = 0$, din (4.64) rezultă:

$$[T_{nn}] = T_e - T_l = p_e - p_l \quad (4.65)$$

Înlocuind expresiile (4.61) și (4.63) în (4.65) și ținând seama că $B_l = \mu_0(H + M)$ și $B_e = \mu_0 H$ (deoarece $M = 0$ în aer):

$$T_e - T_l = \mu_0 \int_0^H M dH = \mu_0 \bar{M} H = p_e - p_l \quad (4.66)$$

Presiunile termodinamice din (4.66) se determină cu ajutorul expresiei (4.58), neglijând densitatea aerului și considerând $h = h(\infty)$ la un nivel dat al presiunii din lichid. Astfel:

$$p_e = \text{const.} \quad (4.67)$$

respectiv

$$p_l - p_e = \rho g [h(\infty) - h] \quad (4.68)$$

Înlocuind relația (4.68) în (4.66), se obține denivelarea lichidului magnetic în lungul unui fir conductor parcurs de curent:

$$\Delta h = h - h(\infty) = \frac{\mu_0 \bar{M} H}{\rho g} \quad (4.69)$$

identică cu (4.53).

În funcție de valoarea câmpului magnetic aplicat, se regăsesc două expresii pentru denivelarea lichidului magnetic. Astfel, pentru câmpuri magnetice slabe (pe porțiunea liniară a curbei de magnetizare), $M = \chi H$, iar:

$$\bar{M} = \frac{1}{H} \int_0^H M dH = \frac{1}{2} \chi H = \frac{1}{2} M, \quad (4.70)$$

expresia (4.69) luând forma:

$$\Delta h = \frac{\mu_0 \chi I^2}{8 \rho g \pi^2 r^2} \quad (4.71)$$

Pentru câmpuri magnetice intense (la saturație), $M = M_s$ și $\bar{M} = M_s$, denivelarea lichidului având expresia:

$$\Delta h = \frac{\mu_0 M_s I}{2 \pi r \rho g} \quad (4.72)$$

Deși expresiile denivelării (4.71) și (4.72) sunt bine verificate de experiență [1], această interpretare, ca și precedenta, nu furnizează informații asupra mecanismului fizic al efectului. Pentru o interpretare completă a acestuia, termenul magnetostrictiv din expresia forțelor specifice de volum și de suprafață nu poate și nu trebuie să fie neglijat. Acest lucru va fi arătat în subcapitolul următor.

4.3.3. Mecanismul fizic real al efectului de urcare a lichidului magnetic în lungul unui conductor

Luarea în considerare a termenului magnetostrictiv în expresia forței specifice de volum, conduce la o altă interpretare a efectului de denivelare a lichidului magnetic [40] față de cea găsită în literatură [1]. Astfel, se observă faptul că în prezența acestui termen, forța specifică de volum [22]:

$$\bar{f}_{v_m} = -\frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \frac{1}{2} \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right) = \frac{1}{2} \rho \cdot \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (4.73)$$

este diferită de zero ($\bar{f}_{v_m} \neq 0$), ea acționând în zona de câmp neuniform (chiar în condițiile unui mediu omogen), fiind orientată spre zonele de câmp mai intens. Deoarece, firul conductor parcurs de curent constant produce în jurul lui un câmp magnetic azimutal, forța de volum este orientată pe direcția radială (Fig.4.76.), exercitând asupra ferofluidului o presiune suplimentară ce acționează în sens contrar forțelor de gravitație și ridică ferofluidul în lungul conductorului [22, 25]:

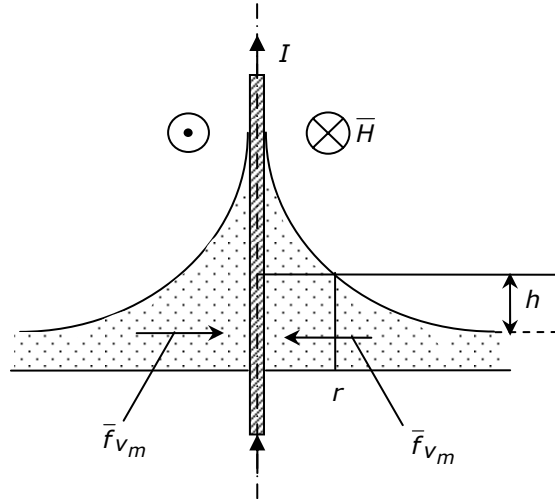


Fig.4.76. Localizarea forțelor specifice de volum.

$$p_{m_v} = \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \quad (4.74)$$

Forța care acționează în suprafața liberă a fluidului, care inițial este o suprafață de câmp, are în prezența termenului magnetostrictiv expresia:

$$\bar{f}_{s_m} = \frac{1}{2} \left[(\mu - \mu_0) - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 \bar{n}_{12} \quad (4.75)$$

care, în domeniul de valabilitate a relației Clausius – Mosotti ia forma:

$$\bar{f}_{s_m} = \frac{1}{2} [(\mu - \mu_0) - \mu \chi_m] H^2 \bar{n}_{12} = -\frac{\chi_m (\mu - \mu_0)}{2} H^2 \bar{n}_{12} \quad (4.76)$$

Prin urmare, se observă faptul că în punctele suprafeței libere a lichidului forțele superficiale fiind orientate spre lichid exercită o compresiune asupra acestuia și nu o tracțiune cum rezultă în absența termenului magnetostrictiv, determinând în lichid o presiune suplimentară:

$$p_{m_s} = f_{s_m} = \frac{1}{2} \left[(\mu - \mu_0) - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 \quad (4.77)$$

Denivelarea h a lichidului se obține din condiția de echilibru:

$$p_m = p_{m_v} + p_{m_s} = \frac{1}{2} (\mu - \mu_0) H^2 = \rho g h \quad (4.78)$$

din care:

$$h = \frac{p_m}{\rho g} = \frac{\mu - \mu_0}{2\rho g} H^2 = \frac{(\mu - \mu_0) I^2}{8\rho g \pi^2 r^2} \quad (4.79)$$

expresie identică cu (4.54).

În urma analizei de mai sus se pot trage următoarele concluzii:

- rolul principal în producerea efectului de denivelare revine forțelor de volum ale câmpului, localizate în zonele de câmp neuniform și nu forțelor superficiale, așa cum rezultă în absența termenului magnetostrictiv;
- înălțimea denivelării va rezulta mai mare la curenți aplicați mari (câmpuri magnetice mai intense), dar, în această situație intervine fenomenul de saturație al lichidului, deci ne vom situa în zona de neliniaritate a curbei de magnetizare (ceea ce nu este subiectul acestei lucrări).

4.3.4. Mecanismul fizic al efectului de urcare a lichidului magnetic în lungul a două conductoare paralele

Folosind același raționament ca și în subcapitolul 4.3.3., în acest subcapitol se face o analiză a denivelării lichidului magnetic în lungul a două conductoare drepte, paralele, de diametre egale, imersate în lichid magnetic și parcurse de curenți constanți, egali, dar având sensuri opuse (Fig.4.77.).

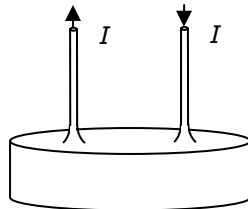


Fig.4.77. Meniscul conic în cazul a două conductoare.

Pentru a simplifica demonstrațiile viitoare, presupunem inițial cei doi curenți ca având notații diferite $I_1 = I_2 = I$. Câmpul magnetic corespunzător celor doi curenți într-un punct oarecare din planul axelor situat la distanța x de centrul primului conductor (Fig.4.78.) se obțin utilizând teorema lui Ampère [19, 20, 21]:

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi x} = \frac{I}{2\pi x} \quad (4.80)$$

respectiv:

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi(d-x)} = \frac{I}{2\pi(d-x)} \quad (4.81)$$

Câmpul magnetic rezultat în punctul $P(x)$ se obține astfel prin însumarea simplă a câmpurilor produse de cei doi curenți:

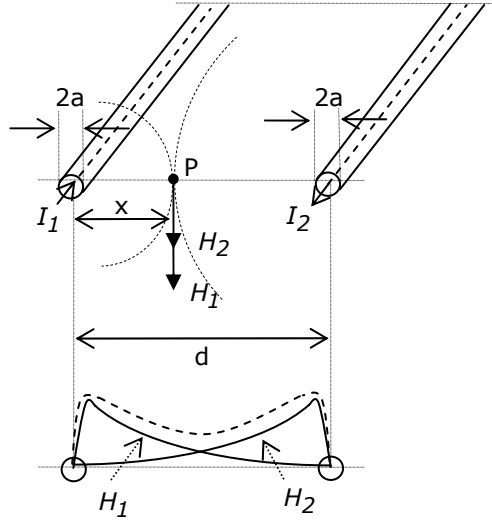


Fig.4.78. Explicativă la calculul câmpului și variația aproximativă a câmpului magnetic pentru cazul a două conductoare.

$$H = H_1 + H_2 = \frac{Id}{2\pi x(d-x)} \quad (4.82)$$

Se observă faptul că pentru $x = a$ (adică pe suprafața conductoarelor), intensitatea câmpului magnetic are valoare maximă:

$$H_{max} = \frac{Id}{2\pi a(d-a)} \quad (4.83)$$

în timp ce valoarea minimă se obține în punctul situat la jumătatea distanței dintre cele două conductoare, adică pentru $x = \frac{d}{2}$:

$$H_{min} = \frac{Id}{2\pi \frac{d}{2} \left(d - \frac{d}{2}\right)} = \frac{2I}{\pi d} \quad (4.84)$$

variația câmpului magnetic rezultat între cele două valori fiind prezentată în Fig.4.78. cu linie punctată.

Din punct de vedere al forțelor exercitate de câmpul magnetic produs de cele două conductoare, este evident faptul că și aici, ca și în cazul denivelării pe un singur conductor, forța de volum (4.73) va acționa radial fiind orientată înspre zonele de câmp mai intens (deci spre cele două conductoare), iar forța superficială (4.76) va acționa ca forță de compresiune a lichidului. Presiunea magnetică rezultantă datorată acțiunii simultane a forțelor de volum și de suprafață obține astfel în punctul P expresia:

$$p_m = p_{m_v} + p_{m_s} = \frac{1}{2}(\mu - \mu_0)H^2 = \frac{(\mu - \mu_0)I^2 d^2}{8\pi^2 x^2 (d-x)^2} \quad (4.85)$$

înălțimea h a denivelării locale a lichidului rezultând din aceeași condiție de echilibru (4.78) ca și în subcapitolul precedent:

$$h = \frac{\rho_m}{\rho g} = \frac{(\mu - \mu_0) I^2 d^2}{8 \rho g \pi^2 x^2 (d - x)^2} \quad (4.86)$$

Deci, înălțimea denivelării este mai mare la suprafața conductoarelor, ea scăzând odată cu îndepărtarea de acestea, fiind minimă la mijlocul distanței dintre ele.

Efectul de denivelare în lungul a două conductoare a fost analizat și în [23], unde s-a realizat o comparație între acesta și efectul de denivelare pentru cazul unui singur conductor. Astfel, cunoscând expresia intensității câmpului magnetic într-un punct curent (4.50) în cazul aranjamentului cu un singur conductor, valoarea maximă a câmpului se obține pe suprafața acestuia, adică pentru $r = a$:

$$H'_{max} = \frac{I}{2\pi a} \quad (4.87)$$

Se observă faptul că, în aceste condiții, intensitatea maximă a câmpului magnetic (4.83) din cazul aranjamentului cu două conductoare este funcție de intensitatea maximă a câmpului (4.87) din cazul aranjamentului cu un singur conductor:

$$H_{max} = \frac{I}{2\pi a} \cdot \frac{d}{(d-a)} = H'_{max} \cdot \frac{d}{(d-a)} \quad (4.88)$$

Este evident faptul că în cazul celor două conductoare, se obține o intensitate maximă a câmpului magnetic mai mare decât în cazul unui singur conductor, ceea ce conduce la o înălțime h a denivelării mai mare. Această înălțime poate fi dublată prin creșterea razei celor două conductoare (când $a = \frac{d}{2}$), adică, prin aducerea celor două conductoare foarte aproape unul de celălalt, ele fiind separate doar de un strat foarte subțire de izolație. În aceste condiții, se obține:

$$H_{max} = 2H'_{max} \quad (4.89)$$

Concluziile care rezultă din acest subcapitol sunt identice cu cele de la cazul efectului de denivelare în lungul unui singur conductor, în plus, observându-se faptul că aranjamentul cu două conductoare paralele parcurse de același curent permite dublarea înălțimii denivelării față de aranjamentul clasic din literatură cu un singur fir.

4.3.5. Determinări experimentale. Interpretarea rezultatelor

Pentru a verifica observațiile formulate în studiile analitice realizate în subcapitolele precedente, s-au efectuat câteva determinări experimentale în care s-a măsurat denivelarea ferofluidului în lungul unor țevi conductoare din cupru parcurse de curenți constanți. Ansamblul experimental (Fig.4.79. - stânga) cuprinde un autotransformator pentru reglarea tensiunii de alimentare, un transformator și un bloc de redresare cu zece punți redresoare în vederea obținerii unui curent continuu având valoarea maximă $I = 250A$ și ansamblul țeavă - recipient. Datorită faptului că a fost necesară utilizarea unor curenți de valori mari pentru a pune în evidență efectul de denivelare a lichidului magnetic în lungul conductoarelor, pentru a evita încălzirea lichidului magnetic s-au ales conductoare de tip țeavă din cupru prevăzute cu răcire prin interior cu apă de la rețea. Atât în cazul experimentului cu un conductor cât și în cazul celui cu două conductoare paralele s-au efectuat măsurători folosind inițial țeavă cu rază $a_1 = 5mm$ având distanța între axul țevelor

$d = 40\text{mm}$ pentru experimentul cu două conductoare, iar ulterior, pentru a exista termen de comparație, s-a utilizat țevă cu rază $a_2 = 3\text{mm}$ având aceeași distanță între axe (Fig.4.79. - mijloc). În plus, cu ajutorul montajului cu țevă de rază $a_2 = 3\text{mm}$, a fost realizată o comparație între cazul denivelării ferofluidului în lungul unui singur conductor și cazul denivelării în lungul a două conductoare apropiate ($d = 7\text{mm}$ între axe) (Fig.4.79. - mijloc).

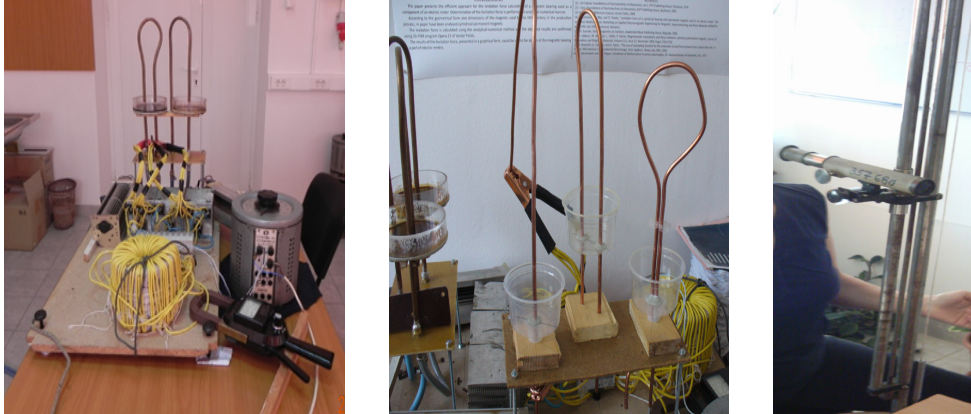


Fig.4.79. Ansamblul experimental utilizat în cazul efectului de ridicare a ferofluidului în lungul conductoarelor imersate în el.

Pentru fiecare experiment s-au efectuat măsurători ale curenților înainte de redresare cu un clește ampermetric analogic (valori care reprezentau referința pentru fiecare măsurătoare), în timp ce curenții prin țevile conductoare au fost măsurati cu un clește ampermetric digital, prin creșterea valorilor acestor curenți denivelarea h a ferofluidului devenind tot mai pronunțată.

Ferofluidul utilizat în toate determinările experimentale ale acestui efect este cel utilizat și în cazul efectului Quincke având curba de magnetizare din Fig.4.18.. Denivelarea ferofluidului în lungul conductoarelor a fost măsurată cu un catetometru, un instrument pentru măsurarea cu precizie a diferențelor de înălțime (Fig.4.79. - dreapta).

În cazul măsurătorilor cu un singur conductor imersat în ferofluid, înălțimea inițială a ferofluidului în recipient a fost fixată la $h_i = 5\text{mm}$ pentru ambele raze ale conductoarelor utilizate, diametrele interioare ale recipientilor fiind $d_1 = 120\text{mm}$ respectiv $d_2 = 77\text{mm}$. Reglând valorile curentului prin conductor în sens crescător, pentru fiecare din aceste valori fixate s-a măsurat denivelarea ferofluidului față de înălțimea inițială h_i . Valorile denivelării h măsurate sunt prezentate sub formă grafică în funcție de intensitatea câmpului magnetic calculată cu teorema lui Ampère (4.50) la suprafața conductoarelor (Fig.4.80 – Fig.4.81.).

Așa cum era de așteptat, denivelarea ferofluidului în lungul conductorului devine tot mai pronunțată odată cu creșterea valorii curentului aplicat. Acest lucru este justificat prin faptul că denivelarea h este direct proporțională cu pătratul intensității câmpului magnetic determinată de curentul aplicat, intensitate care are valoare maximă la suprafața conductorului. În plus, prin utilizarea unui conductor de rază mai mică ($a_2 = 3\text{mm}$) rezultă o denivelare mai mare a ferofluidului (Fig.4.81.) datorată creșterii intensității câmpului magnetic la suprafața acestuia.

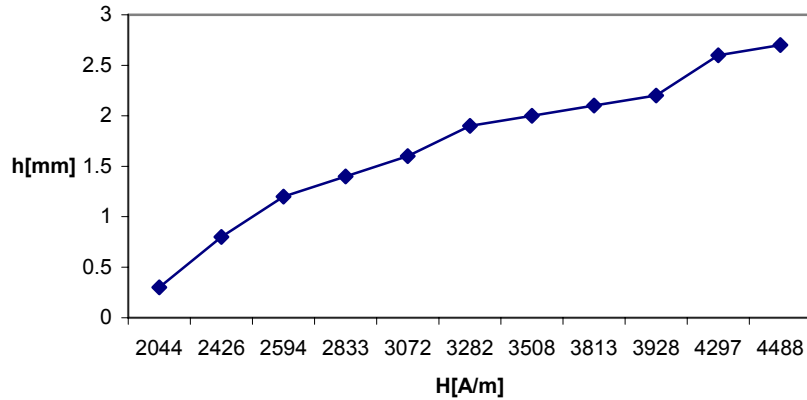


Fig.4.80. Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul unui conductor cu rază $a_1 = 5\text{ mm}$ imersat în ferrofluid.

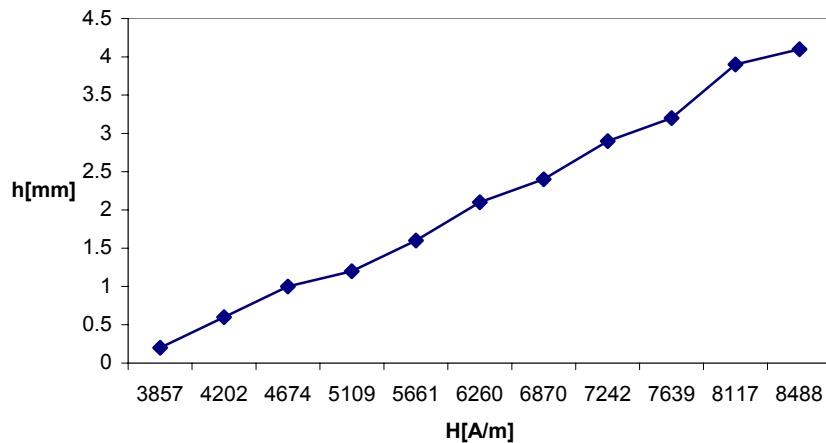


Fig.4.81. Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul unui conductor cu rază $a_2 = 3\text{ mm}$ imersat în ferrofluid.

În ceea ce privește forțele specifice de volum și de suprafață exercitate de câmpul magnetic aplicat asupra ferrofluidului din recipient, în urma analizării rezultatelor și efectelor observate pe cale experimentală și făcând apel la cunoștințele teoretice din studiul analitic realizat, intuitiv se pot face următoarele observații calitative:

- Denivelarea ferrofluidului în lungul conductorului se datorează forțelor specifice de volum care acționează pe direcție radială fiind orientate spre zona de câmp mai intens, adică spre conductor. Aceste forțe exercită în ferrofluid o presiune magnetică mai mare decât cea produsă de forțele specifice de suprafață, determinând ridicarea ferrofluidului în lungul conductorului.

- Micșorarea razei conductorului determină a intensității câmpului magnetic respectiv a gradientului de câmp din expresia forței specifice de volum, toate acestea conducând la o creștere a denivelării h a ferofluidului.
- Datorită simetriei radiale a intensității câmpului magnetic în interiorul ferofluidului, forțele specifice produc aceeași presiune în punctele dispuse simetric față de conductor, ceea ce conduce la o simetrie a denivelării.

Pentru a pune în evidență observațiile formulate anterior, în timpul măsurătorilor au fost realizate instantanee, în cele ce urmează (Fig.4.82.) fiind prezentate cele realizate la valoare maximă a curentului aplicat (a intensității câmpului magnetic) și pentru cele două raze ale conductorului:



Fig.4.82. Denivelarea ferofluidului la valoare maximă a curentului aplicat în cazul unui conductor cu rază $a_1 = 5\text{mm}$ (stânga) și cu rază $a_2 = 3\text{mm}$ (dreapta).

Pentru experimentul cu două conductoare paralele și distanțate cu $d = 40\text{mm}$ între axe s-a utilizat același tip de țevă ca și în cazul experimentului cu un conductor, pentru a obține curenți de valori egale dar de sensuri opuse prin cele două utilizându-se o singură țevă îndoită la mijloc și trecută încă o dată prin recipient (Fig.4.79. – stânga și mijloc). Dimensiunile ferofluidului au fost și aici $h_f = 5\text{mm}$ și $d_1 = 120\text{mm}$ respectiv $d_2 = 77\text{mm}$, denivelarea acestuia fiind de asemenea măsurată cu un catetometru.

Similar ca în cazul experimentului cu un conductor, și în cazul acestui experiment s-au efectuat măsurători ale curenților prin conductoare și ale denivelărilor corespunzătoare. Având în vedere însă faptul că denivelarea ferofluidului este puternic dependentă de intensitatea câmpului magnetic rezultantă produsă de cele două conductoare parcurse de curenți egali și de sensuri opuse, au fost măsurate doar valorile maxime ale denivelării. Aceste valori s-au obținut în punctele suprafețelor conductoarelor situate spre interiorul ansamblului, acolo unde și intensitatea câmpului magnetic rezultantă este maximă (Fig.4.78.). Determinând valoarea maximă a intensității câmpului magnetic rezultant cu expresia (4.83) pentru fiecare curent aplicat, s-a reprezentat grafic dependența dintre denivelarea h măsurată și intensitatea câmpului magnetic H calculată, pentru ambele raze ale conductoarelor (Fig.4.83. și Fig.4.84.).

Analizând cele două grafice se observă faptul că și aici, ca și în cazul experimentului cu un conductor, denivelarea devine tot mai pronunțată odată cu creșterea valorii curentului aplicat (a intensității câmpului magnetic), respectiv este mai pronunțată în cazul conductoarelor de rază mai mică ($a_2 = 3\text{mm}$) decât în cazul

celor cu rază mai mare ($a_1 = 5\text{ mm}$), explicația fiind similară cu cea formulată în cazul anterior.

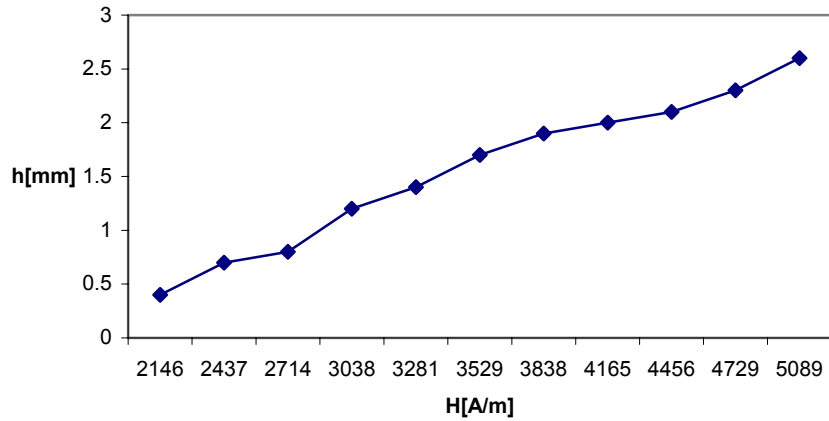


Fig.4.83. Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul a două conductoare cu rază $a_1 = 5\text{ mm}$ imersate în ferrofluid.

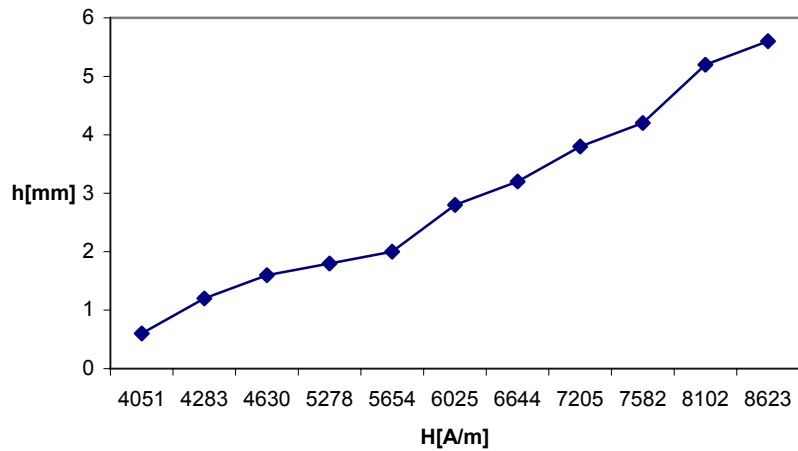


Fig.4.84. Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul a două conductoare cu rază $a_2 = 3\text{ mm}$ imersate în ferrofluid.

Din punct de vedere al forțelor specifice exercitate de câmpul magnetic în ferrofluid în cazul acestui experiment, intuitiv se pot face următoarele observații calitative:

- Forțele specifice de volum fiind dependente de ∇H^2 vor avea orientare spre zona de câmp mai intens (radială și spre conductor), exercitând o presiune asupra ferrofluidului care va produce denivelarea acestuia în lungul

conductoarelor, în pofida presiunii exercitate de forțele specifice de suprafață.

- Datorită faptului că între conductoare gradientii de câmp au valori mai mari decât în partea exterioară a lor, forțele specifice de volum vor avea aici valori mai mari decât în restul zonelor din ferrofluid, denivelarea acestuia fiind aici mai pronunțată.

Pentru a confirma observațiile formulate anterior, în Fig.4.85. sunt prezentate două instantanee ale ferrofluidului la valoare maximă a curentului aplicat și pentru cele două raze ale conductoarelor utilizate în experiment:



Fig.4.85. Denivelarea ferrofluidului la valoare maximă a curentului aplicat în cazul a două conductoare cu rază $a_1 = 5\text{mm}$ (stânga) și cu rază $a_2 = 3\text{mm}$ (dreapta).

În cazul ultimului experiment realizat, s-a analizat prin comparație cazul denivelării ferrofluidului în lungul unui singur conductor cu rază $a_2 = 3\text{mm}$ și parcurs de curent și cazul denivelării ferrofluidului în lungul a două conductoare paralele, având aceeași rază, parcurse de curenți egali dar de sensuri opuse și dispuse cât mai aproape unul de celălalt [41]. Din motive de siguranță, distanța dintre suprafețele celor două conductoare a fost fixată la 1 mm. Înălțimea inițială a ferrofluidului în recipient și a fost fixată la $h_i = 9\text{mm}$ pentru un diametru interior al recipientului $d_2 = 77\text{mm}$, denivelarea ferrofluidului în lungul conductoarelor fiind măsurată cu catetometrul pentru aceleași valori ale curenților fixați ca și în cazurile precedente. Determinând valorile intensității câmpului magnetic corespunzătoare acestor curenți din (4.50) și (4.83), valorile denivelărilor măsurate sunt prezentate în funcție de acestea sub formă grafică (Fig.4.86. și Fig.4.87.).

Analizând rezultatele obținute, se observă faptul că odată cu creșterea curentului prin conductoare crește și valoarea denivelării ferrofluidului în lungul acestora, prin apropierea celor două conductoare rezultând dublarea valorii acestei denivelări față de cazul unui singur conductor imersat în ferrofluid. Acest lucru se explică prin faptul că prin apropierea conductoarelor, intensitatea câmpului magnetic rezultat între conductoare își dublează valoarea față de cazul unui singur conductor, denivelarea h a ferrofluidului fiind direct proporțională cu pătratul acestei valori. Același este și motivul pentru care denivelarea este mai pronunțată între conductoare decât în punctele exterioare ale acestora. Intuitiv, se poate aprecia faptul că datorită gradientilor de câmp mult mai mari în cazul celor două conductoare apropiate față de cazul unui singur conductor, forțele specifice de volum având orientarea spre conductoare produc o presiune asupra ferrofluidului

mult mai mare și care conduce la denivelarea pronunțată a acestuia (Fig.4.88. - dreapta) față de denivelarea rezultată în cazul unui conductor.

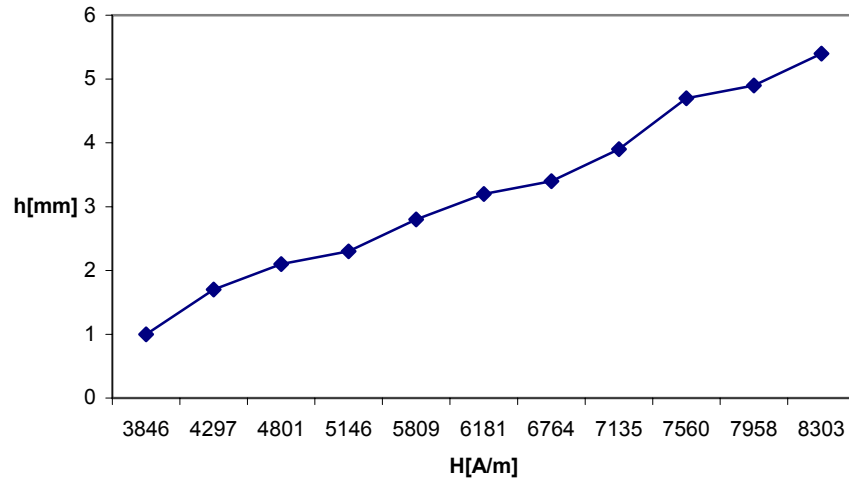


Fig.4.86. Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul unui conductor cu rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferofluid având $h_j = 9mm$.

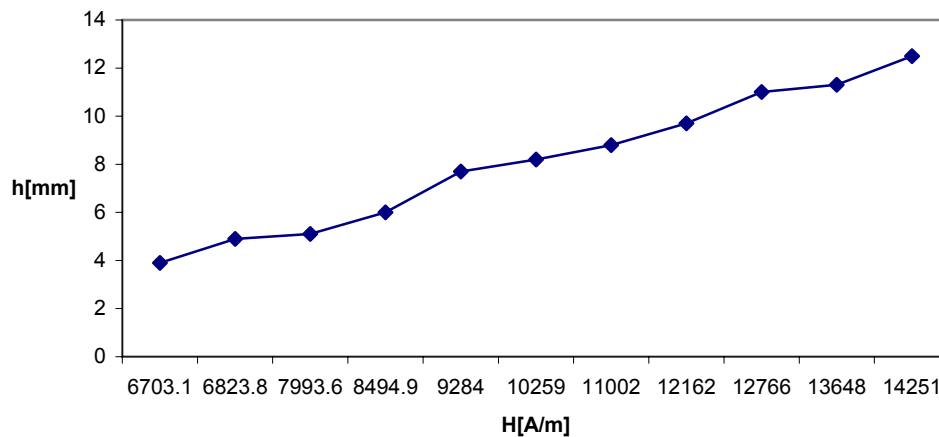


Fig.4.87. Dependența denivelării h de intensitatea câmpului magnetic H în cazul a două conductoare cu rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferofluid având $h_j = 9mm$.

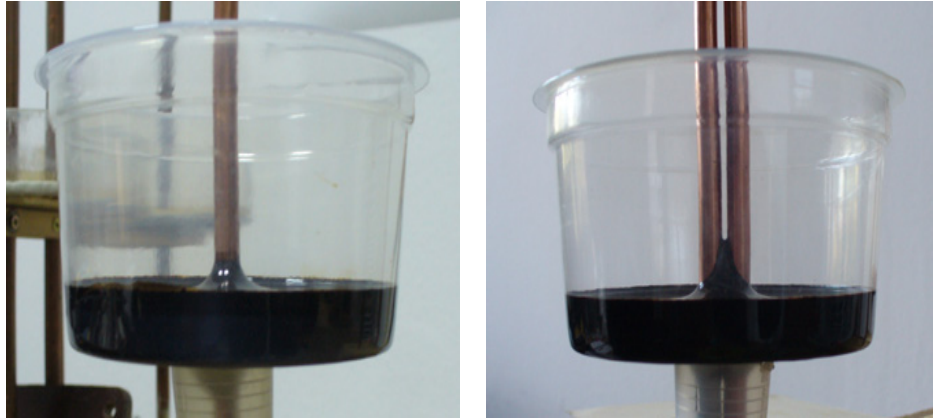


Fig.4.88. Denivelarea ferofluidului la valoare maximă a curentului aplicat în cazul unui conductor (stânga) și a două conductoare apropiate (dreapta) având razele $a_2 = 3mm$.

4.3.6. Calculul numeric al forțelor specifice folosind MEF. Interpretarea rezultatelor

Pentru a înțelege efectul forțelor specifice asupra ferofluidului în cazul efectului de menisc conic, forțe care nu au putut fi determinate pe cale experimentală, s-a realizat modelarea numerică a experimentelor prezentate în paragraful anterior. Utilizând programul Opera 13 al firmei Vector Fields bazat pe metoda elementelor finite (MEF-3D) [28], s-a determinat intensitatea câmpului magnetic în punctele ferofluidului în cazul celor șase experimente analizate anterior, calculul forțelor specifice de volum și de suprafață realizându-se în mediul de programare Matlab.

Prin fiecare model analizat, s-a încercat o reproducere la scară a ansamblului conductor - ferofluid utilizat la partea experimentală. În cazul tuturor modelelor analizate (cu unul sau două conductoare, respectiv cu $a_1 = 5mm$ sau $a_2 = 3mm$) conductorul a avut lungimea de 50 cm, ferofluidul considerat liniar cu permeabilitatea magnetică relativă $\mu_r = 2.4$ determinată din panta curbei de magnetizare (Fig.4.18.) având dimensiunile utilizate și la partea experimentală, înainte de producerea denivelării. Modelarea a fost realizată pentru fiecare din cei unsprezece curenți utilizați la partea experimentală, în cele ce urmează fiind prezentate doar rezultatele obținute pentru valoarea maximă a curentului aplicat în cazul fiecărui experiment.

Datorită simetriei modelelor și în vederea unui calcul cât mai eficient utilizând la maxim posibilitățile de discretizare ale programului, în momentul stabilirii frontierelor și a rețelei de discretizare s-a păstrat pentru calculul câmpului doar o optime din întregul model pentru modelul cu un conductor (Fig.4.89.) respectiv jumătate din întregul model pentru modelul cu două conductoare (Fig.4.90.). În aceste condiții a rezultat o rețea de discretizare cu elemente tetraedrale având în jur de 40000 de noduri, diferențele fiind determinate de modificarea dimensiunilor ferofluidului și de alegerea frontierelor domeniului de calcul.

Câmpul magnetic produs de conductoare satisface în cele două domenii (ferofluid respectiv aerul înconjurător) ale modelului următoarele ecuații:

- forma locală a legii fluxului magnetic: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$;
- forma locală a teoremei lui Ampère: $\nabla \times \vec{H} = 0$;
- legea legăturii dintre vectorii \vec{B} , \vec{H} și \vec{M} care împreună cu legea magnetizației temporare conduce la $\vec{B} = \mu_f \cdot \vec{H}$ în lichidul magnetic și la $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$ în aer.

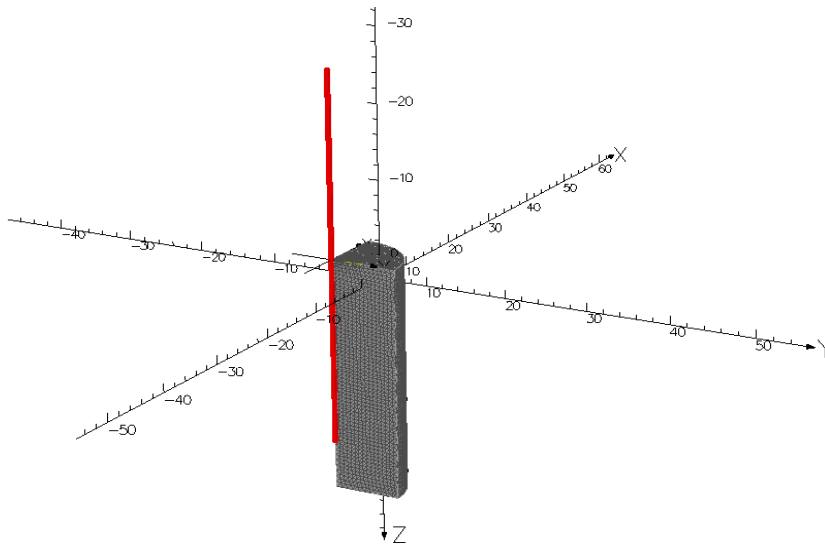


Fig.4.89. Frontierele modelului cu un conductor și rețeaua de discretizare.

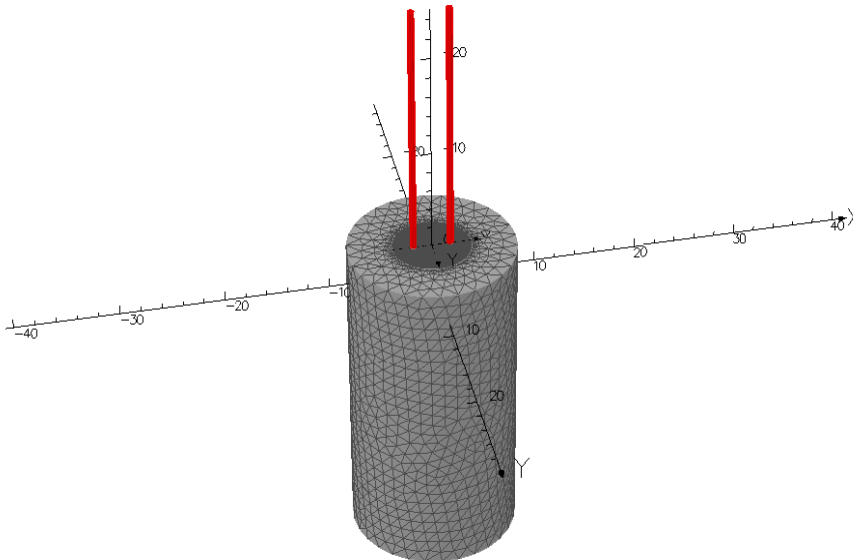


Fig.4.90. Frontierele modelului cu două conductoare și rețeaua de discretizare.

Deoarece în cele două medii nu avem magnetizație permanentă, iar permeabilitățile μ_0 și μ_l sunt constante, rezultă că potențialul magnetic vector satisface o ecuație de tip Laplace $\nabla^2 \bar{A} = 0$ în tot domeniul considerat. În aceste condiții, în cazul modelului cu un conductor, condițiile pe frontierele domeniului vor fi impuse astfel: cele două frontiere dispuse pe razele conductorului și paralele cu axa z sunt frontiere normale din punct de vedere magnetic ($\nabla \times \bar{A}) \times \bar{n} = 0$, restul frontierelor fiind considerate tangențiale din punct de vedere magnetic $\bar{A} \times \bar{n} = 0$. În cazul modelului cu două conductoare, s-a impus condiția ca toate frontierele să fie tangențiale din punct de vedere magnetic $\bar{A} \times \bar{n} = 0$.

Astfel, primul model analizat și pentru care s-a determinat intensitatea câmpului magnetic este cel al unui conductor imersat în ferofluid și având raza $a_1 = 5\text{mm}$ (Fig.4.91.):

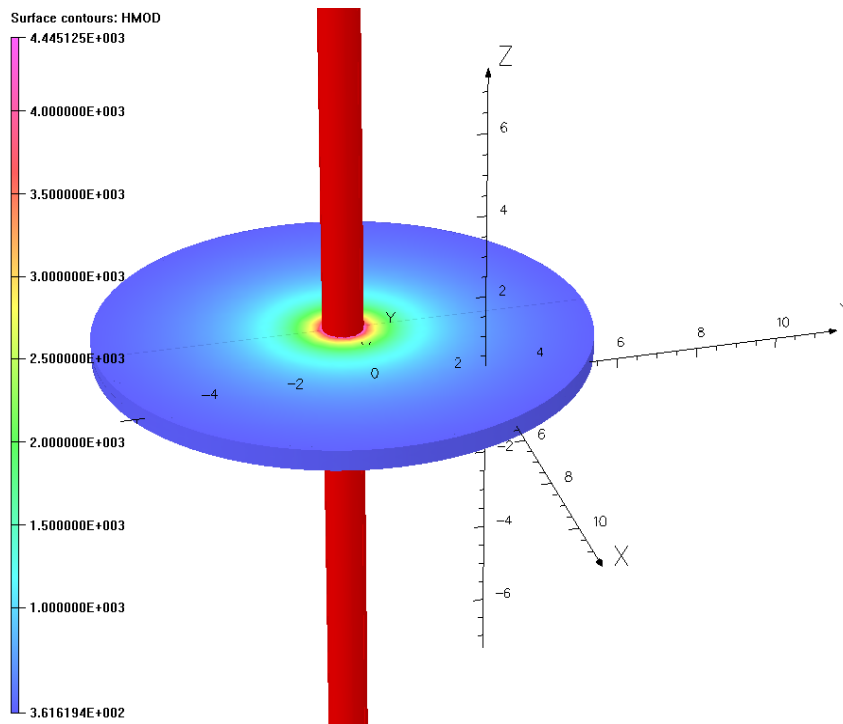


Fig.4.91. Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul unui conductor de rază $a_1 = 5\text{mm}$ imersat în ferofluid.

După cum se observă din Fig.4.91., intensitatea câmpului magnetic obține valori maxime în ferofluid lângă suprafața conductorului, valori care se reduc simțitor spre suprafața exterioară a ferofluidului care se sprijină pe pereții recipientului. Cunoscând aceste valori și utilizând programul din Anexa 3 realizat în Matlab, s-a determinat modulul forțelor specifice pe suprafața liberă a ferofluidului. Pentru calculul acestei forțe s-a utilizat relația (4.76) valabilă pentru lichide slab magnetizabile așa cum sunt ferofluidurile, semnul „-” din fața rezultatului oferind indicii asupra orientării. Astfel, analizând rezultatele obținute (Fig.4.92.), se observă

faptul că forța specifică de suprafață (fiind negativă) are orientare opusă normalei la suprafață producând o presiune asupra ferofluidului, presiune care are valori mari în zona conductorului și valori mici spre pereții recipientului.

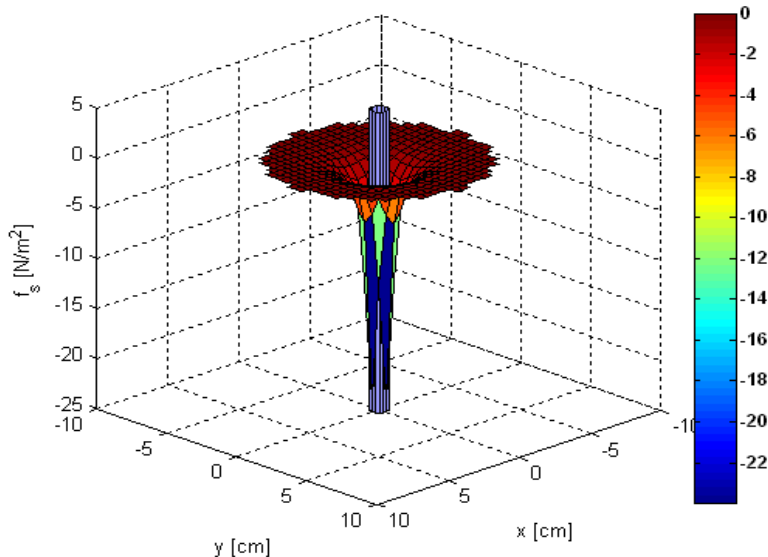


Fig.4.92. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului pentru cazul unui conductor de rază $a_1 = 5\text{ mm}$ imersat în ferofluid.

Utilizând programul din Anexa 4 realizat în Matlab, s-a determinat și modulul forțelor specifice de volum care acționează în punctele ferofluidului într-un plan de coordonată $y = 0\text{ cm}$, dispus vertical în ferofluid și paralel cu axa x (plan care trece prin axul conductorului). Pentru aceasta s-a utilizat expresia (4.73), lichidul magnetic fiind considerat omogen ($\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho = \text{const.}$). Forța specifică de volum

fiind funcție de ∇H^2 , pentru a stabili orientarea acesteia, s-a impus condiția ca modulul să ia semnul în funcție de orientarea componentei după axa x , rezultatele obținute fiind prezentate sub formă grafică (Fig.4.93.). Analizând aceste rezultate, se observă faptul că în partea din stânga planului care trece prin axul conductorului forța specifică de volum este pozitivă, în timp ce în partea din dreapta planului ea obține valori negative, cele două semne indicând faptul că această forță este orientată spre conductor producând o presiune asupra ferofluidului în acest sens. În plus, odată cu apropierea de conductor, forțele specifice de volum obțin valori tot mai mari, deci presiunea determinată în aceste puncte este suficient de mare încât să compenseze efectul presiunii produse de forțele specifice de suprafață. Având în vedere faptul că datorită simetriei, în toate planele verticale care trec prin axul conductorului forțele specifice de volum obțin aceleași valori ca și cele prezentate în Fig.4.93., efectul cumulat al presiunilor produse de forțele specifice de suprafață și forțele specifice de volum conduc la denivelarea ferofluidului în lungul conductorului.

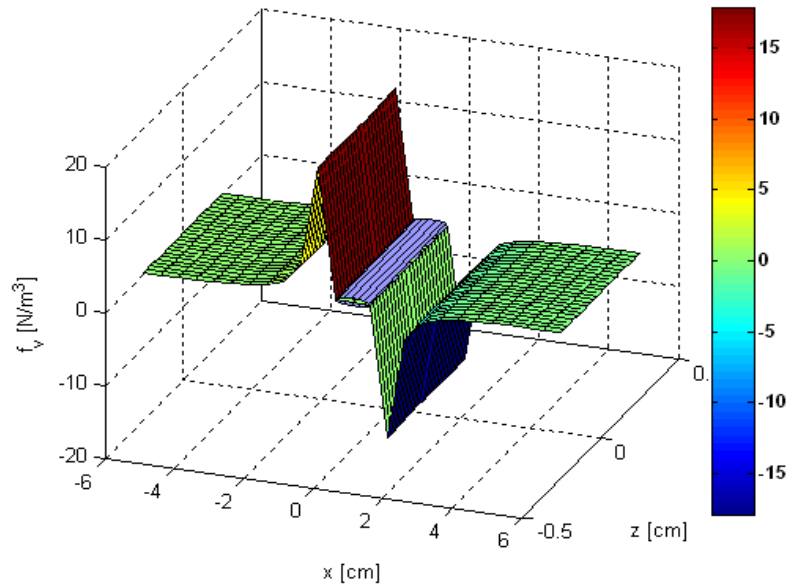


Fig.4.93. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0\text{cm}$ pentru cazul unui conductor de rază $a_1 = 5\text{mm}$ imersat în ferofluid.

Aceleași observații pot fi formulate și în cazul modelului cu un conductor de rază $a_2 = 3\text{mm}$ (Fig.4.94.):

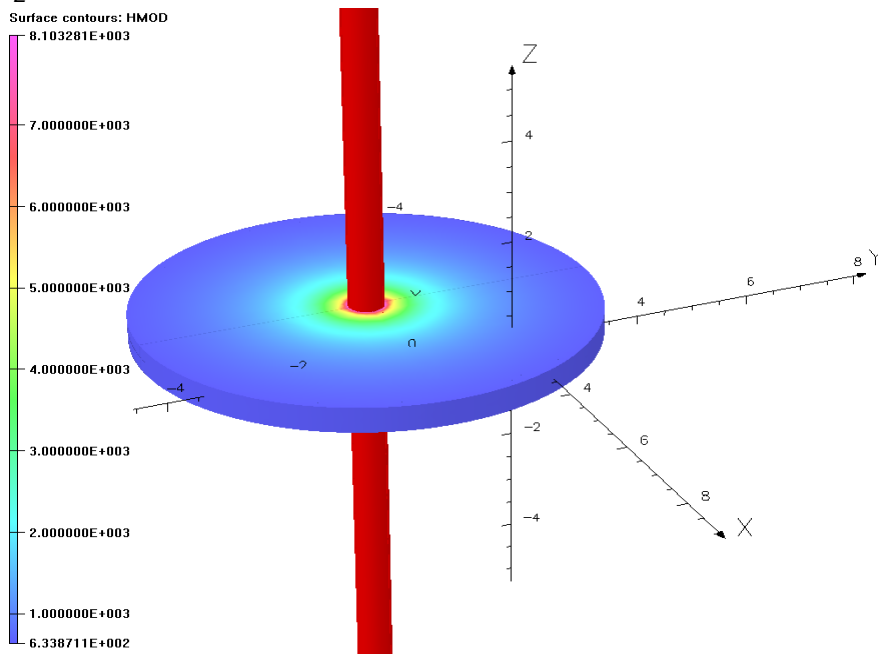


Fig.4.94. Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3\text{mm}$ imersat în ferofluid.

în acest caz însă, datorită valorilor mai mari ale intensității câmpului magnetic, efectele rezultante vor fi mai pronunțate (Fig.4.95. – Fig.4.96.), deci și denivelarea h a ferofluidului va fi mai pronunțată.

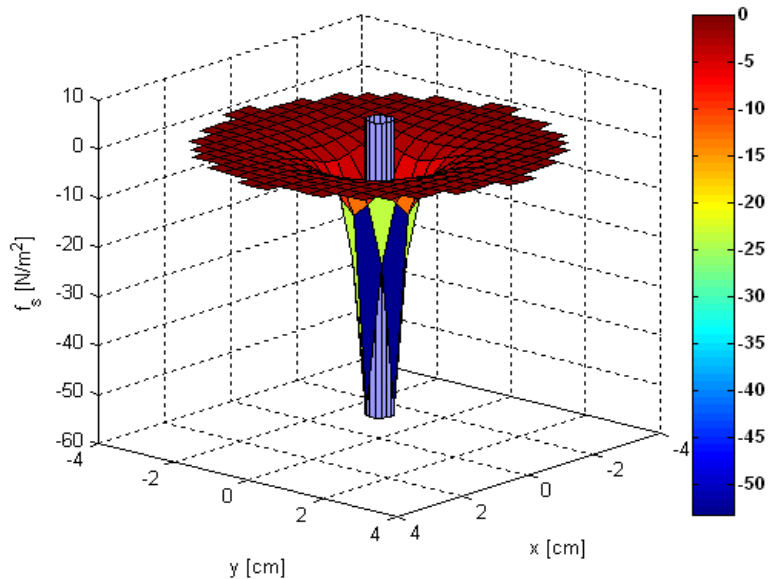


Fig.4.95. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferofluid.

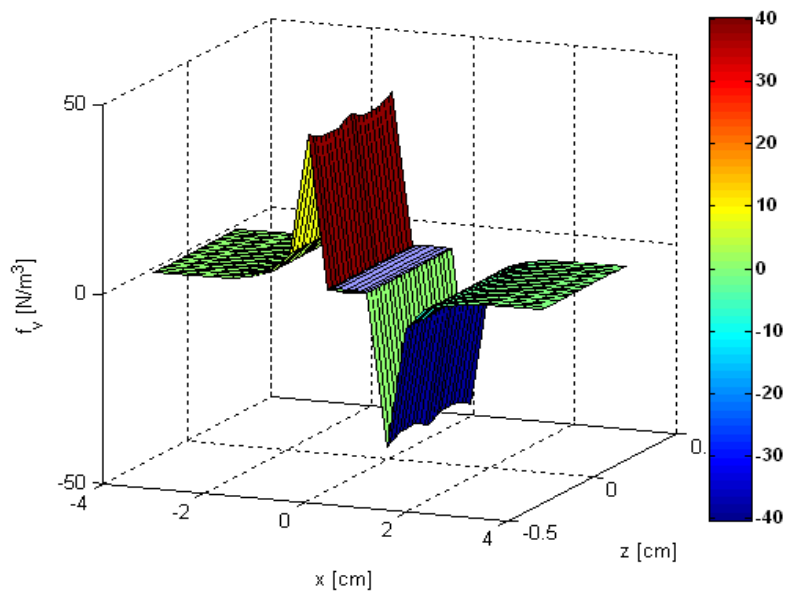


Fig.4.96. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0cm$ pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferofluid.

Analizând modelul cu două conductoare de rază $a_1 = 5\text{ mm}$, paralele, distanțate și parcurse de același curent având sensuri opuse, s-a constatat faptul că intensitatea câmpului magnetic obține de asemenea valori mari în zona din ferofluid dispusă lângă suprafața conductoarelor, neexistând însă simetrie în jurul acestora. Astfel, datorită faptului că intensitatea câmpului magnetic rezultantă se determină prin compunerea aditivă a intensităților câmpului magnetic produse de fiecare conductor în parte, aceasta va avea valori maxime pe suprafața conductoarelor spre interiorul ansamblului format din cele două, pe restul suprafeței rezultând valori ceva mai mici (Fig.4.97.):

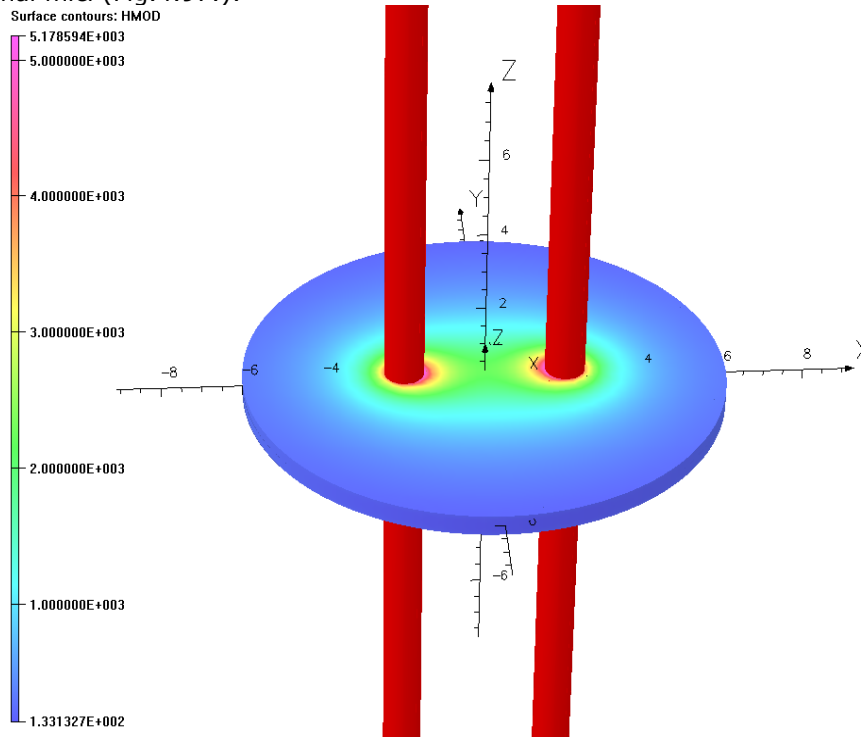


Fig.4.97. Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul a două conductoare paralele de rază $a_1 = 5\text{ mm}$ imersate în ferofluid.

Utilizând valorile intensității câmpului magnetic determinate prin modelare numerică în programul din Anexa 5 realizat în Matlab, cu ajutorul expresiei (4.76) s-au determinat valorile modulului forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului. Având în vedere faptul că această forță are orientare opusă normalei \bar{n}_{12} la suprafață rezultatul final este negativ, semnul „-” din fața modulului indicând sensul acestei forțe. Deci, forța specifică de suprafață exercită o compresiune asupra ferofluidului în punctele suprafeței libere a acestuia, având valori mai mari la suprafața conductoarelor, și în special pe partea interioară a ansamblului (Fig.4.98.):

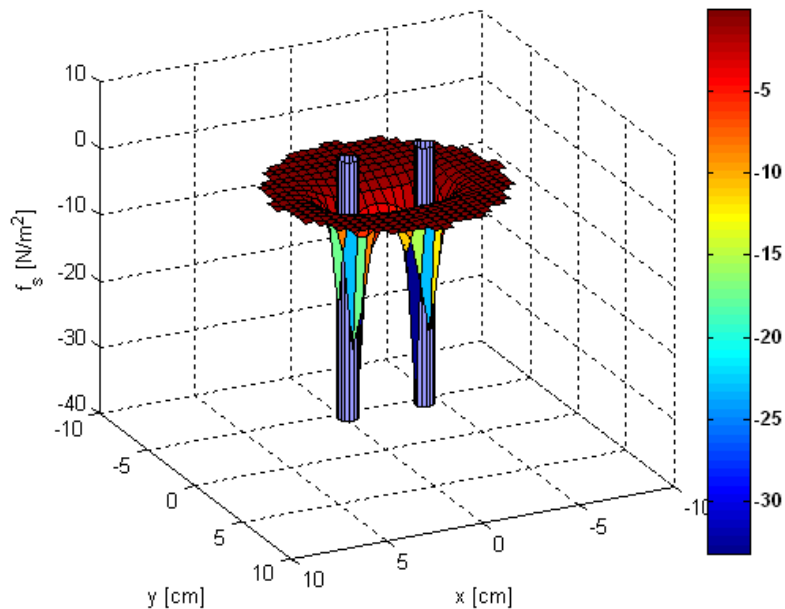


Fig.4.98. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului

pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_1 = 5\text{ mm}$ imersate în ferrofluid.

În ceea ce privește forțele specifice de volum exercitate de câmpul magnetic în cazul acestui model, acestea se calculează cu expresia (4.73) considerând ferrofluidul omogen și utilizând programul din Anexa 6 scris în Matlab. Pentru a înțelege efectul lor, forțele au fost determinate într-un plan vertical de coordonată $y = 0\text{ cm}$ ce trece prin axul celor două conductoare și paralel cu axa x , respectiv într-un plan vertical de coordonată $x = -2\text{ cm}$ ce trece prin axul conductorului din stânga și paralel cu axa y (în planul de coordonată $x = 2\text{ cm}$ rezultând aceleași valori).

Forța specifică de volum fiind funcție de ∇H^2 , pentru a stabili orientarea acesteia, s-a impus condiția ca modulul să ia semnul în funcție de orientarea componentei după axa x pentru planul de coordonată $y = 0\text{ cm}$ respectiv în funcție de orientarea componentei după axa y pentru planul de coordonată $x = -2\text{ cm}$, rezultatele obținute fiind prezentate sub formă grafică (Fig.4.99. – Fig.4.100.). Analizând aceste rezultate se observă faptul că în planul de coordonată $y = 0\text{ cm}$, forțele specifice de volum sunt pozitive în partea stângă a conductoarelor respectiv negative în partea dreaptă a lor, de unde, conform condiției impuse în program rezultă faptul că acestea au orientarea spre conductoare adică spre zona de câmp mai intens. În plus, între conductoare forțele specifice de volum obțin valori mai mari decât în exteriorul lor, deci presiunea exercitată de acestea în punctele ferrofluidului și având orientarea spre conductoare va fi aici mai mare decât în punctele exterioare. Analizând rezultatele obținute în cazul planului de coordonată $x = -2\text{ cm}$ se constată că și aici forțele specifice de volum sunt orientate spre conductor (semnul indicând sensul forțelor), valorile fiind similare cu cele obținute în

planul de coordonată $y = 0\text{cm}$ pe partea exterioră a suprafețelor celor două conductoare.

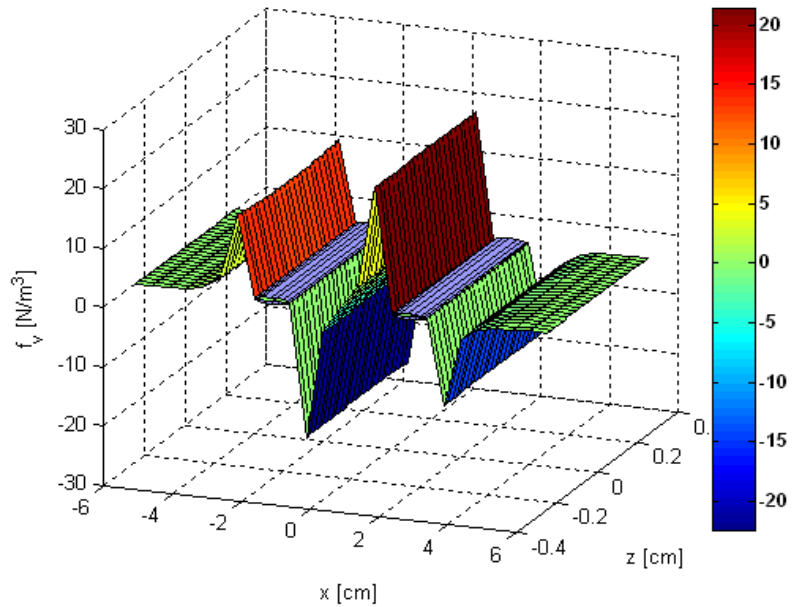


Fig.4.99. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0\text{cm}$ pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_1 = 5\text{mm}$ imersate în ferrofluid.

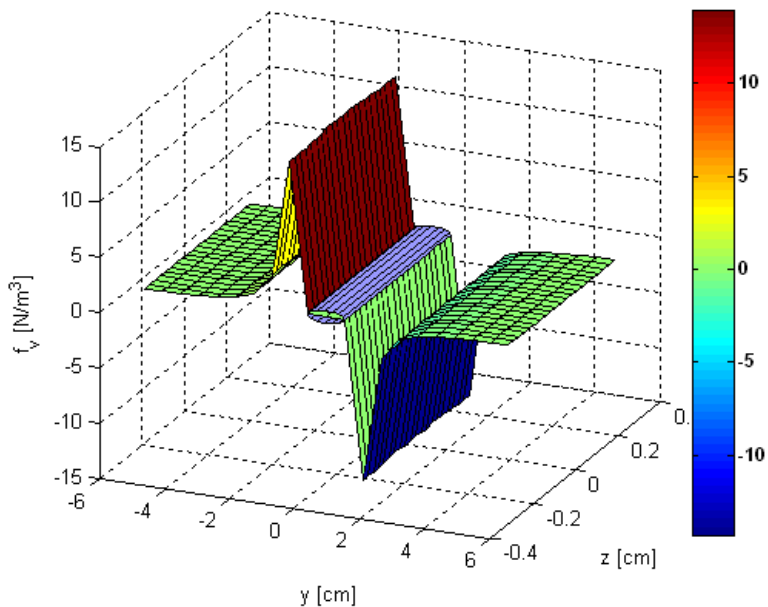


Fig.4.100. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = -2\text{cm}$ pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_1 = 5\text{mm}$ imersate în ferrofluid.

Deci, forțele specifice de volum exercită aceeași presiune în toate punctele ferofluidului dispuse simetric în jurul conductoarelor, excepție făcând zona dintre conductoare unde presiunea exercitată de aceste forțe este mai mare. Efectul combinat al presiunilor exercitate de forțele specifice de suprafață și de volum în ferofluid conduce în cazul acestui model la denivelarea ferofluidului în lungul conductoarelor, denivelare care este mai pronunțată pe suprafața dintre conductoare (Fig.4.85).

Aceleași observații pot fi formulate și în cazul modelului cu două conductoare de rază $a_2 = 3\text{mm}$, paralele, având aceeași distanță între ele ca și în cazul precedent și parcurse de curenți egali dar de sensuri opuse (Fig.4.101.):

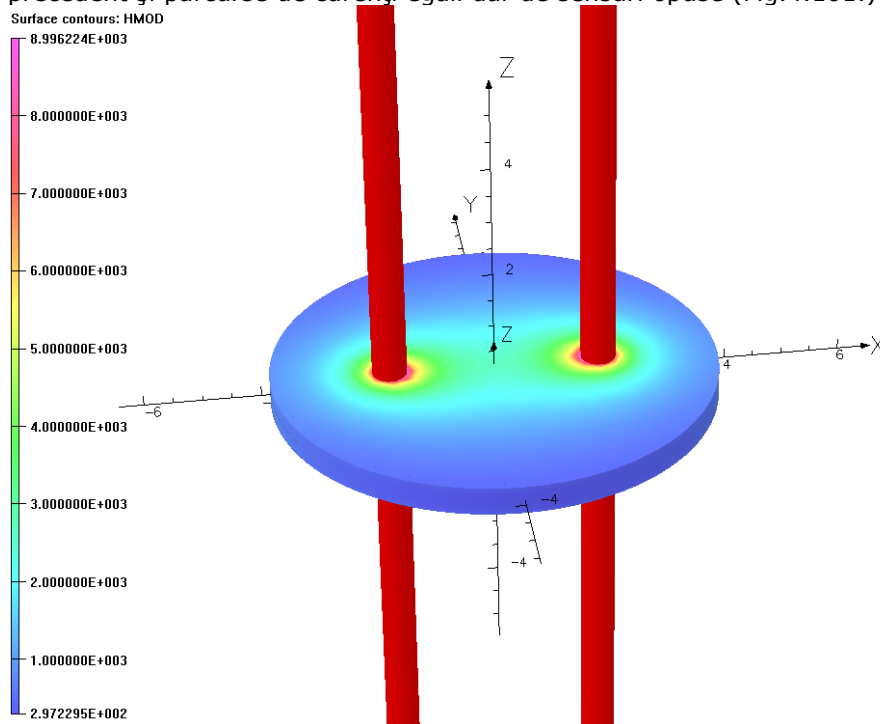


Fig.4.101. Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul

a două conductoare paralele de rază $a_2 = 3\text{mm}$ imersate în ferofluid. cu precizarea că aici efectele observate sunt mai pronunțate datorită valorilor mai mari ale intensității câmpului magnetic rezultat (Fig.4.102. – Fig.4.104.):

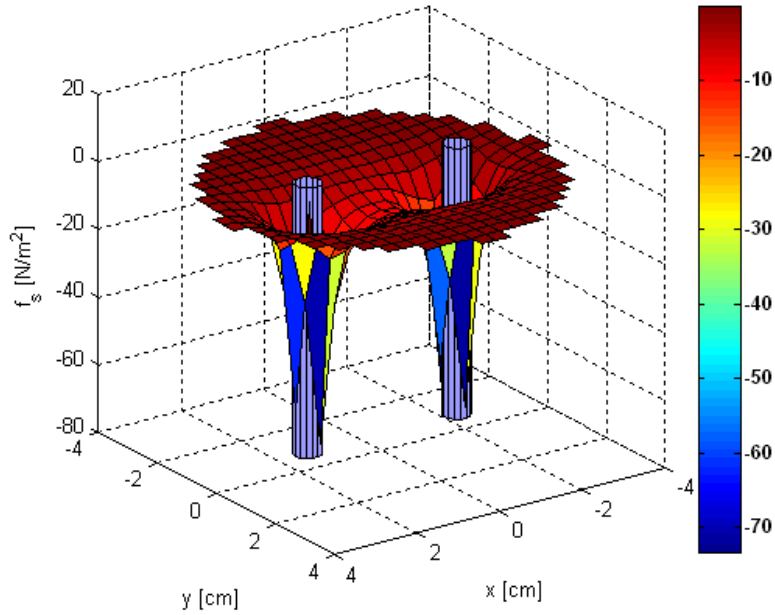


Fig.4.102. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid.

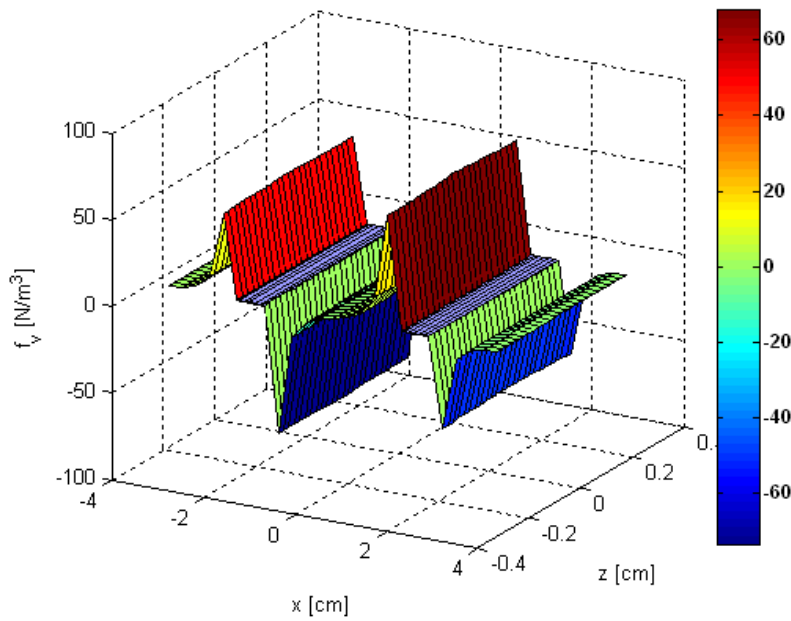


Fig.4.103. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0cm$ pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid.

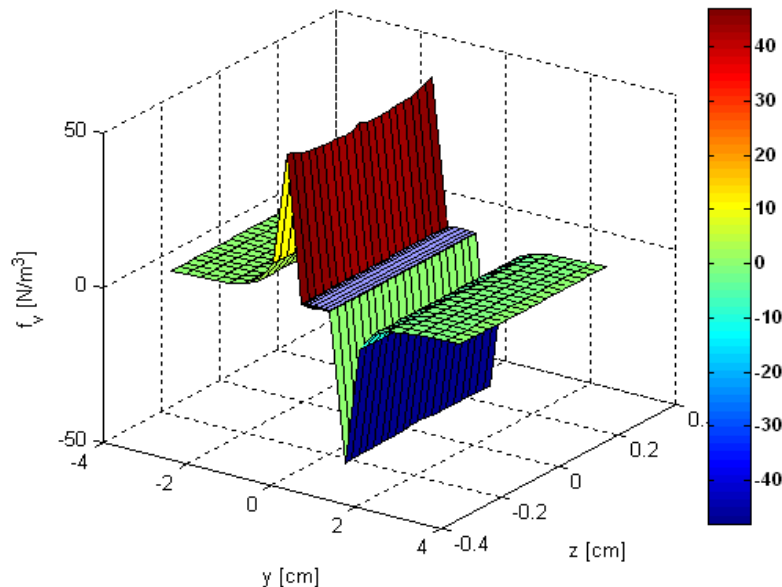


Fig.4.104. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = -1.8\text{ cm}$ pentru cazul a două conductoare distanțate de rază $a_2 = 3\text{ mm}$ imersate în ferrofluid.

Ultima analiză efectuată în acest subcapitol este de fapt un studiu comparativ între modelul cu un singur conductor de rază $a_2 = 3\text{ mm}$ și imersat în ferrofluid având înălțimea inițială $h_i = 9\text{ mm}$ și cel cu două conductoare, paralele, apropiate, având aceeași rază și imersate în ferrofluid cu aceeași înălțime inițială, parcurse de curenți egali (identici cu cel din cazul unui singur conductor) dar de sensuri opuse [41].

Utilizând valorile intensității câmpului magnetic determinate prin modelare pentru cazul unui singur conductor imersat în ferrofluid (Fig.4.105.) în programele din Anexele 3 și 4, s-au determinat valorile forțelor specifice de suprafață și de volum care acționează în ferrofluid. Analizând rezultatele obținute în cazul forțelor specifice de suprafață (Fig.4.106.) se observă faptul că acestea au și aici orientarea spre ferrofluid (semnul „-” din fața rezultatului indicând sensul acestor forțe), exercitând o compresiune asupra acestuia în punctele suprafeței libere. Această presiune va fi mai mare în punctele din apropierea conductorului decât pe restul suprafeței datorită faptului că în aceste puncte intensitatea câmpului magnetic are valori maxime iar forța specifică de suprafață este direct proporțională cu pătratul acestor valori. Analizând însă rezultatele obținute în cazul forțelor specifice de volum (Fig.4.107.) într-un plan vertical de coordonată $y = 0\text{ cm}$, paralel cu axa x și care trece prin axul conductorului, se observă faptul că acestea fiind dependente de ∇H^2 au orientarea spre conductor (spre zona de câmp mai intens), valorile pozitive din partea stângă a conductorului respectiv cele negative din partea dreaptă oferind indicii în acest sens. Aceste forțe au valori mari în apropierea conductorului și produc o presiune în punctele ferrofluid spre conductor. Datorită simetriei prezentate de aceste forțe în jurul conductorului (indiferent de poziția planului vertical în jurul acestuia), această presiune compensează efectul celei produse de forțele specifice

de suprafață conducând la denivelarea h a ferofluidului în lungul conductorului, denivelare care prezintă simetrie în jurul acestuia.

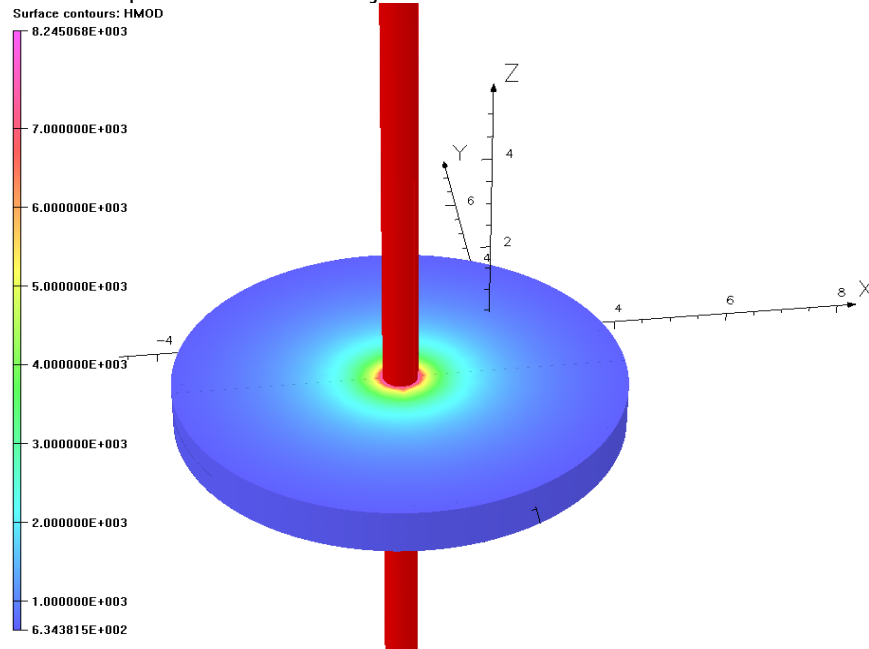


Fig.4.105. Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferofluid având înălțimea inițială $h_i = 9mm$.

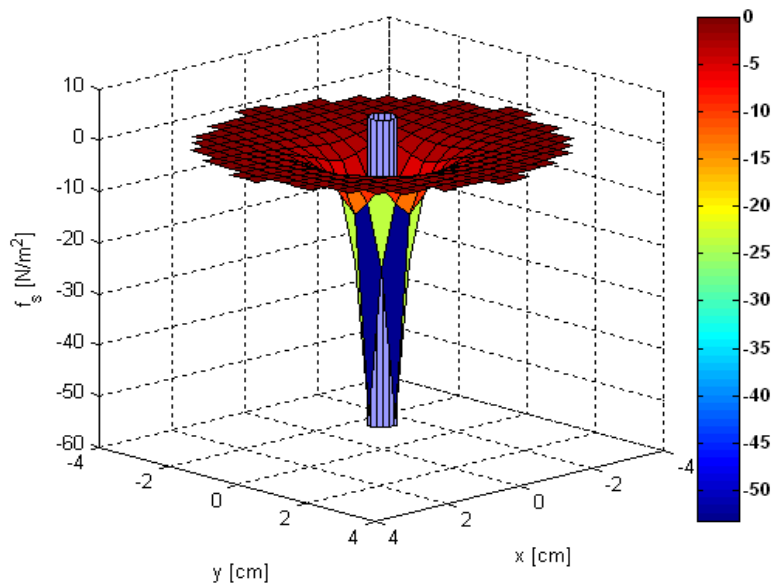


Fig.4.106. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferofluidului pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3mm$ imersat în ferofluid având $h_i = 9mm$.

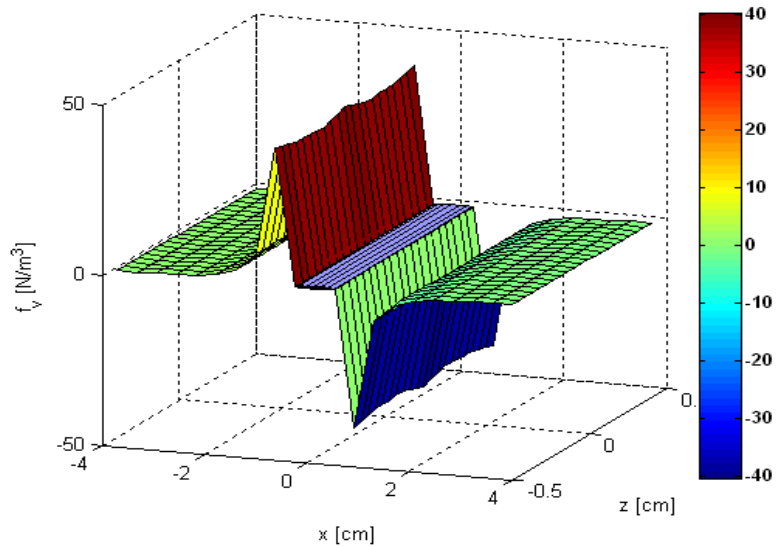


Fig.4.107. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0\text{cm}$ pentru cazul unui conductor de rază $a_2 = 3\text{mm}$ imersat în ferrofluid având $h_i = 9\text{mm}$.

Utilizând programele din Anexele 5 și 6 în care se introduc valorile intensității câmpului magnetic determinate prin modelare pentru cazul a două conductoare apropiate imersate în ferrofluid (Fig.4.108.):

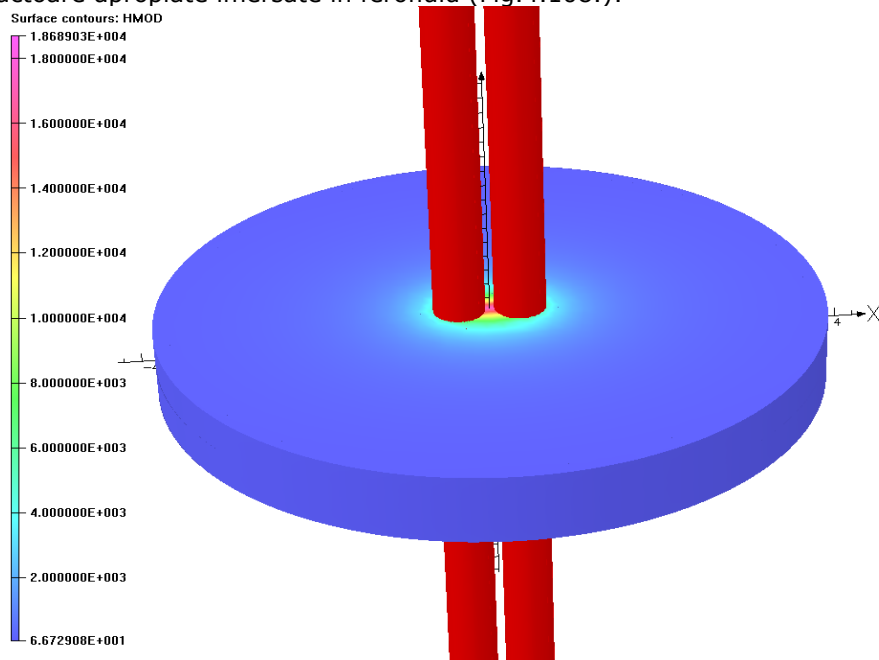


Fig.4.108. Distribuția intensității câmpului magnetic pentru cazul a două conductoare apropiate de rază $a_2 = 3\text{mm}$ imersate în ferrofluid având înălțimea inițială $h_i = 9\text{mm}$.

se determină și în acest caz valorile forțelor specifice de suprafață și de volum care acționează în ferrofluid. Analizând rezultatele obținute în cazul forțelor specifice de suprafață (Fig.4.109.) se observă faptul că și acestea exercită o compresiune în punctele suprafeței libere a ferrofluidului (semnul „-” din fața modulului indicând sensul acestor forțe). Această presiune va fi mai mare în punctele dintre conductoare decât pe restul suprafeței, aici intensitatea câmpului magnetic rezultantă produsă de cele două conductoare fiind maximă.

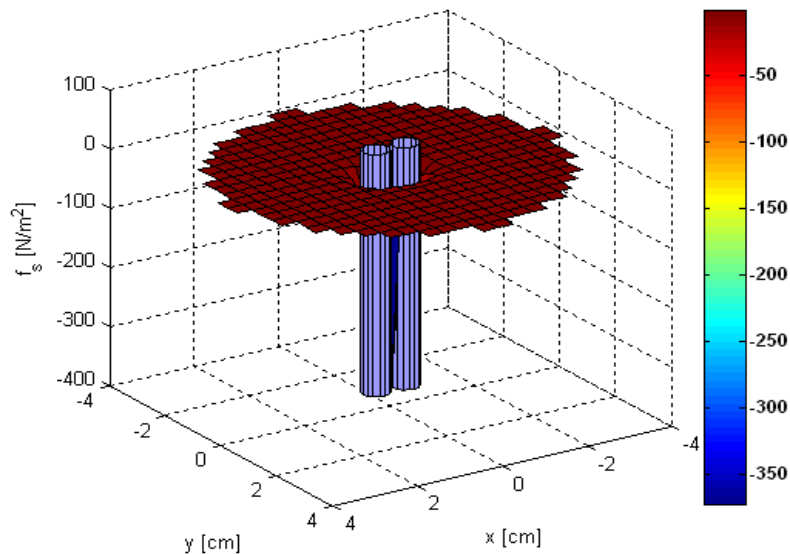


Fig.4.109. Distribuția forței specifice pe suprafața liberă a ferrofluidului pentru cazul a două conductoare apropiate de rază $a_2 = 3mm$ imersate în ferrofluid având $h_i = 9mm$.

În ceea ce privește valorile forțelor specifice de volum, acestea au fost determinate într-un plan vertical de coordonată $y = 0cm$, paralel cu axa x și care trece prin axele celor două conductoare (Fig.4.110.), într-un plan vertical de coordonată $x = -0.35cm$, paralel cu axa y și care trece prin axul unui conductor (Fig.4.111.) respectiv într-un plan vertical de coordonată $x = 0cm$, paralel cu axa y și care trece printre cele două conductoare (Fig.4.112.). Analizând aceste rezultate se observă faptul că și aici, indiferent de planul în care se calculează forțele, acestea vor avea orientarea spre conductoare, având valori foarte mari în zona dintre ele. Aceste forțe vor crea o presiune în ferrofluid pe direcție radială și orientată spre conductoare, presiune care va compensa efectul celei produse de forțele specifice de suprafață. Datorită faptului că distanța dintre conductoare este extrem de mică (1mm), iar presiunea exercitată spre această zonă de forțe specifice de volum (Fig.4.110. și Fig.4.112.) este foarte mare, ferrofluidul va fi denivelat în lungul conductoarelor, înălțimea h a denivelării obținând valoarea maximă între conductoare.

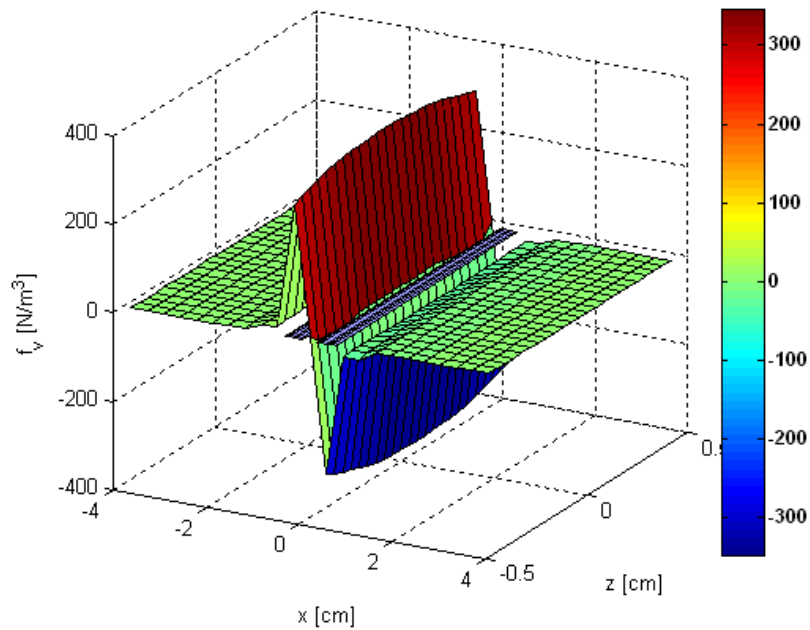


Fig.4.110. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 0$ cm pentru cazul a două conductoare de rază $a_2 = 3$ mm imersate în ferrofluid având $h_f = 9$ mm .

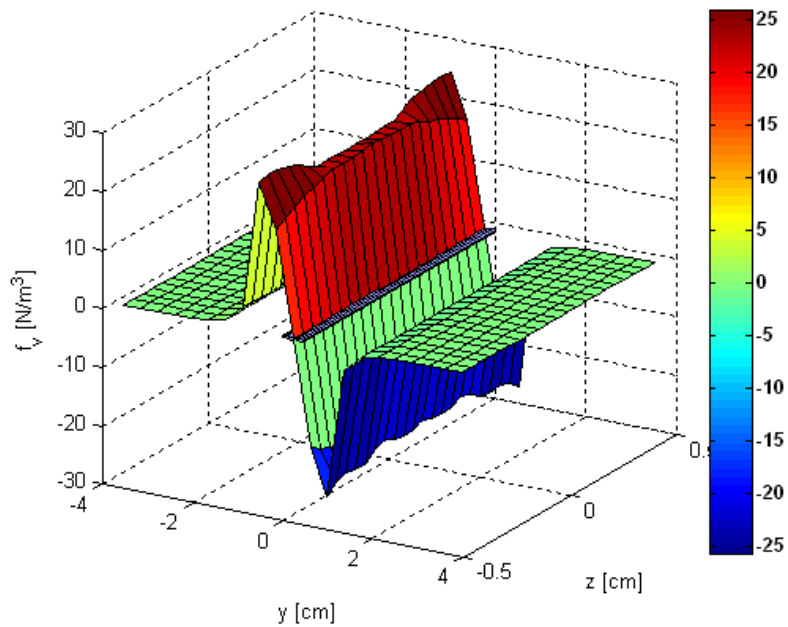


Fig.4.111. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = -0.35$ cm pentru cazul a două conductoare de rază $a_2 = 3$ mm imersate în ferrofluid având $h_f = 9$ mm .

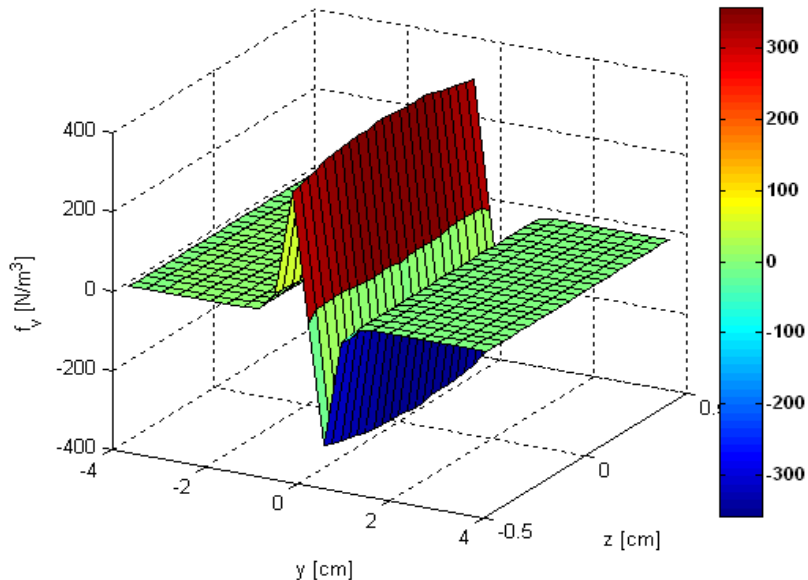


Fig.4.112. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $x = 0\text{cm}$ pentru cazul a două conductoare de rază $a_2 = 3\text{mm}$ imersate în ferrofluid având $h_i = 9\text{mm}$.

Comparând rezultatele obținute prin modelare pentru cazul unui conductor cu cele obținute pentru cazul celor două conductoare apropiate, rezultă faptul că datorită valorilor mult mai mari ale forțelor specifice de volum efectele câmpului magnetic sunt mai pronunțate în cel de-al doilea caz însă, nu se obțin informații precise și nu se pot face aprecieri exacte asupra valorii denivelării h a ferrofluidului.

4.4. Efectul asupra bulelor de gaz din lichide magnetice, respectiv asupra picăturilor de ferrofluid dispuse în aer și situate în câmp magnetic

Dinamica bulelor de gaz din lichide magnetice în prezența câmpului magnetic, respectiv a picăturilor de lichid magnetic dispuse în aer sau într-un fluid nemagnetic, este o problemă abordată tot mai des de literatura ultimelor trei decenii. Această problemă prezintă importanță în diverse procese cum sunt: fierberea, cavitația, condensarea, etc.

Problema picăturilor de ferrofluid dispuse într-un fluid nemagnetic respectiv a unei picături de fluid nemagnetic (bula de aer de exemplu) dispusă într-un ferrofluid, în prezența unui câmp magnetic uniform, a fost analizată numeric pentru prima dată de Tarapov (1974) [42], fenomenul fiind studiat ulterior analitic de Arkhipenko și colaboratorii (1978) [43]. Mai târziu, Ueno și colaboratorii (1995) [44] respectiv (1999) [45] fac un studiu analitic, respectiv o modelare numerică asupra deformării bulelor din ferrofluide sub influența unui câmp magnetic uniform și vertical. Instabilitatea bulelor de gaz din ferrofluide în prezența unui câmp magnetic uniform și orizontal a fost studiată experimental de Bashtovoi și colaboratorii (2005) [46], iar Korlie și colaboratorii (2008) [47] studiază experimental, respectiv prin modelare, deformarea bulelor din ferrofluid respectiv a picăturilor de ferrofluid dispuse

într-un câmp magnetic uniform și vertical. Toate aceste studii au condus la o singură idee general valabilă și anume că, în prezența câmpului magnetic aplicat, atât picătura de lichid magnetic dispusă într-un fluid nemagnetic cât și bula de gaz din ferrofluid, inițial având formă sferică, se alungesc în lungul liniilor de câmp magnetic.

Dinamica bulelor de gaz din lichide magnetice a fost studiată și de Pop și colaboratorii (2004) [48] respectiv de Stoian și colaboratorii (2009) [49]. Cercetările întreprinse asupra dinamicii unei bule de gaz din ferrofluid constă în analizarea frecvenței de ridicare a bulei și a volumului mediu la plecare, determinându-se efectele proprietăților magnetice ale ferrofluidului și a gradientului de câmp magnetic aplicat asupra acestora. În plus, s-a analizat și influența orientării gradientului de câmp aplicat față de gravitație asupra diametrului bulei la plecare. Toate aceste studii sunt importante în vederea utilizării ferrofluidelor ca fluide termice, aplicațiile posibile constând în utilizarea regimurilor de funcționare prin convecție și / sau schimb de fază ale transferului de căldură în condiții terestre și microgravitație.

4.4.1. Interpretări actuale ale efectului

Problema formei picăturilor de lichid magnetic dispuse în câmp magnetic a fost pentru prima dată formulată și rezolvată numeric de Tarapov [42]. Rezultatul studiului său este că în absența gravitației, o picătură sferică de ferrofluid se alungește în lungul liniilor de câmp.

Același rezultat a fost obținut analitic și în [43], unde, s-a analizat și cazul deformării unei picături sferice din material nemagnetic (bulă de gaz). În urma acestui studiu, s-a observat că picătura din material nemagnetic respectiv picătura de ferrofluid se modifică similar.

Conform acestui studiu, modificarea picăturii de ferrofluid dispusă într-un mediu nemagnetic (aer de exemplu), se datorează saltului de presiune

$$p_i - p_e = -\frac{1}{2}\mu_0 M_n^2$$

de pe interfața dintre cele două medii, datorat componentei

normale a vectorului magnetizație la suprafața de separație ferrofluid-aer. Astfel, în punctul superior și cel inferior ($z = \pm R$), unde câmpul H este normal la suprafață, presiunea din interiorul picăturii este redusă în comparație cu presiunea din punctele laterale ($x = \pm R$), unde componenta normală a câmpului se anulează. Această presiune din interiorul picăturii poate fi compensată doar prin creșterea curburii suprafeței în punctele de sus și jos și descreșterea în punctele laterale. Rezultă astfel alungirea picăturii pe direcția câmpului (Fig.4.113.):

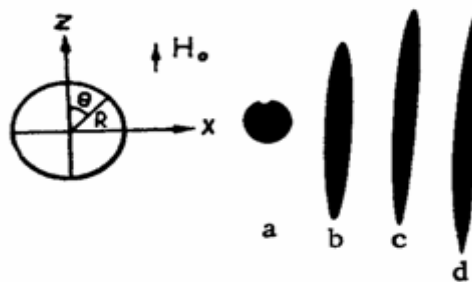


Fig.4.113. Forma unei picături de lichid magnetic având un diametru inițial $d_0 = 3.67\text{mm}$, pentru un câmp magnetic a) $H = 0\text{ kA/m}$; b) $H = 26.7\text{ kA/m}$; c) $H = 55.7\text{ kA/m}$; d) $H = 142.4\text{ kA/m}$.

În cazul picăturii din material nemagnetic (bulei) dispusă într-un mediu magnetizabil (ferofluid), același mecanism trebuie să comprime picătura pe direcție verticală, aceasta deformându-se însă mai rapid decât picătura de ferofluid datorită presiunii din interior. Aceeași concluzie se regăsește și în [42]. De asemenea, se observă faptul că în ambele cazuri, câmpul din interiorul picăturii / bulei este uniform.

Deformarea bulei de gaz din ferofluid a fost analizată câțiva ani mai târziu de K. Ueno și colaboratorii [44, 45], care au realizat inițial un studiu analitic al acestei probleme, iar ulterior au realizat o modelare numerică. În ambele cazuri s-a urmărit deformarea unei bule de gaz care urcă într-un lichid magnetic incompresibil, în absența gravitației și în prezența unui câmp magnetic uniform și vertical. În urma acestor analize s-au desprins următoarele concluzii: în cazul unui câmp magnetic slab sau în absența presiunii magnetice, presiunea dinamică conduce la turtirea bulei pe direcție verticală (Fig.4.114. a)), în timp ce în cazul unui câmp magnetic puternic, presiunea magnetică conduce la alungirea bulei pe verticală, adică pe direcția câmpului (Fig.4.114. b)).

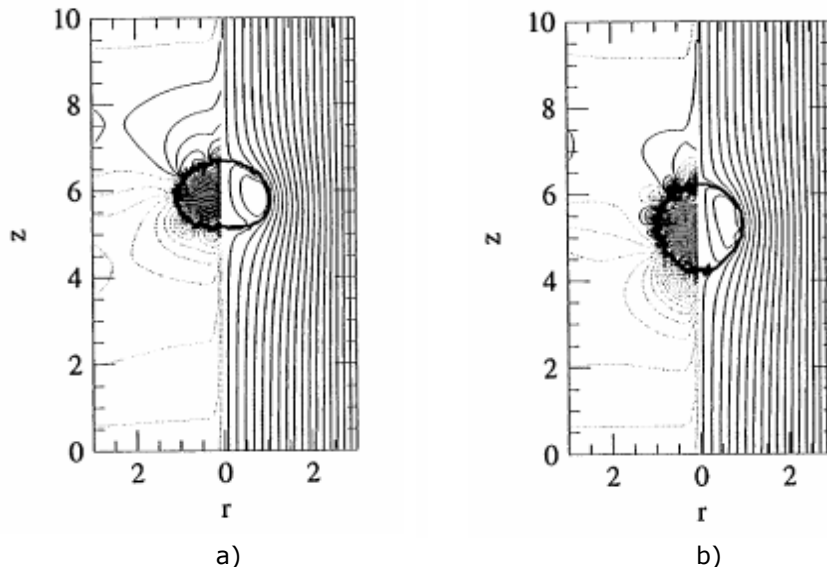


Fig.4.114. Forma unei bule care urcă în lichid magnetic:

a) în absența câmpului magnetic; b) în prezența câmpului magnetic.

O abordare experimentală a problemei instabilității bulelor de aer din lichide magnetice în prezența unui câmp magnetic uniform și orizontal este tratată de Bashtovoi și colaboratorii [46]. Astfel, s-a constatat că, în prezența câmpului magnetic aplicat, bulele din ferofluid se alungesc pe direcția câmpului având o comportare similară cu a unor dipoli magnetici. Această interacțiune dipol – dipol determină deplasarea bulelor prin ferofluid.

Experimentul constă în introducerea între doi pereți de sticlă paraleli a unui ferofluid, în care, printr-un orificiu situat în partea de jos se injectează bule de aer. Întregul ansamblu este dispus într-un câmp magnetic uniform direcționat perpendicular pe pereții de sticlă (orizontal). În urma studiului experimental s-au desprins următoarele trei concluzii. În absența câmpului magnetic aplicat, bulele de aer se ridică pe direcție verticală datorită forței Arhimede, formând un lanț de bule

(Fig.4.115. a). În prezența câmpului magnetic aplicat, apare repulsia dipol – dipol, ceea ce conduce la dezintegrarea lanțului de bule (Fig.4.115. b). Creșterea câmpului magnetic aplicat conduce la o dezintegrare tot mai pronunțată a lanțului de bule (Fig.4.115. c și d).

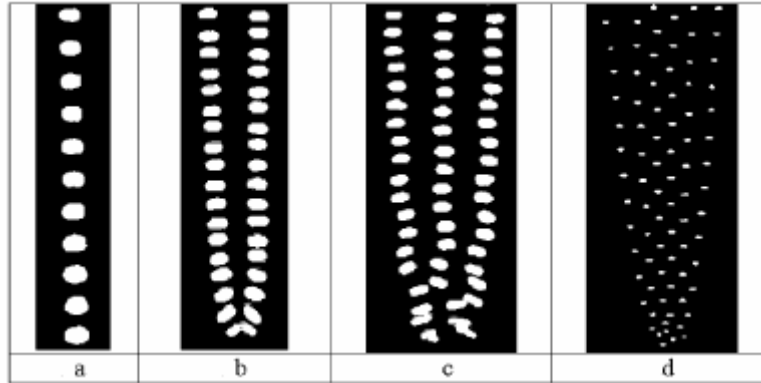


Fig.4.115. Dezintegrarea lanțului de bule care urcă în lichid magnetic

(vedere prin pereții de sticlă):

a) $H = 0 \text{ kA/m}$; b) $H = 13.4 \text{ kA/m}$; c) $H = 19.8 \text{ kA/m}$; d) $H = 22.1 \text{ kA/m}$.

Analizarea rezultatelor obținute pe cale experimentală și publicate în [46] impune câteva observații. Tratarea bulelor de aer sub forma unor dipoli magnetici nu este justificată, având în vedere faptul că aerul nu este un mediu magnetic. Deci, explicarea dezintegrării lanțului de bule cu ajutorul acestei teorii (repulsia dipol - dipol) ar putea fi revizuită. O explicație mai adecvată a acestui fenomen ar putea fi faptul că, odată cu creșterea câmpului magnetic aplicat crește și presiunea magnetică pe interfața bulă – ferofluid, aceasta fiind mai mare în punctele în care câmpul este tangent la suprafață (adică în punctele dispuse sus și jos pe interfață). Această presiune poate conduce la ruperea bulei de aer în aceste puncte odată cu creșterea câmpului magnetic, respectiv la dezintegrarea lanțului de bule.

Deformarea bulelor din ferofluid și a picăturilor de ferofluid dispuse într-un fluid nemagnetic a fost analizată și în [47] printr-o modelare numerică respectiv printr-o vizualizare experimentală cu ajutorul unei camere cu raze X. În ambele situații, ferofluidul este considerat liniar și incompresibil, câmpul magnetic aplicat fiind uniform și vertical. De asemenea, s-a neglijat efectul magnetostrictiv. S-a constatat că bulele și picăturile își schimbă forma similar în prezența câmpului magnetic, bulele fiind mai alungite decât picăturile pentru aceiași parametri.

Rezultatele obținute în urma acestei analize asupra deformării bulei care urcă în ferofluid relevă câteva aspecte importante. O bulă având densitate mai mică decât cea a mediului care o înconjoară se va ridica în pofida gravitației având o posibilă traiectorie complexă și o schimbare a formei (Fig.4.116. a)). Un câmp magnetic aplicat, chiar dacă este constant și uniform, poate modifica forma și traiectoria, bula alungindu-se pe direcția câmpului (Fig.4.116. b)). Această alungire a bulei conduce la o reducere a rezistenței la înaintare, ceea ce face ca bula să se ridice foarte repede. Acest efect poate fi examinat crescând câmpul și prelevând imagini instantanee la aceleași momente de timp (Fig.4.117.). Acest comportament a fost observat și în [44, 45].

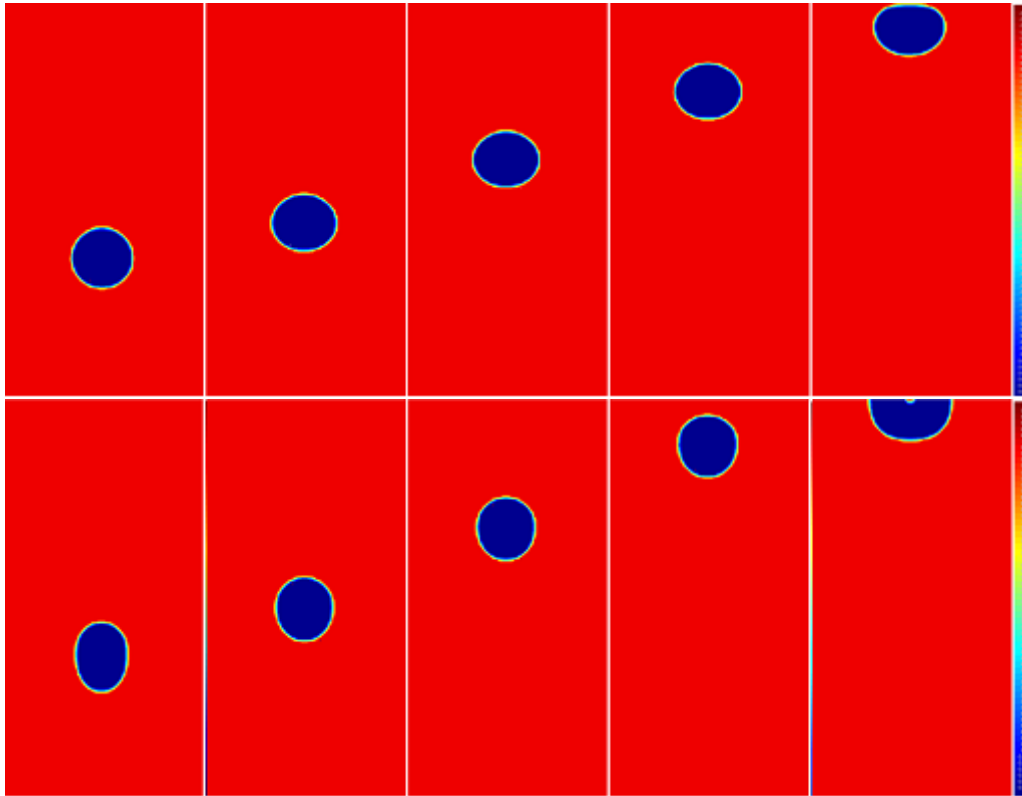


Fig.4.116. Forma unei bule care urcă în lichid magnetic:
 a) în absența câmpului magnetic (sus); b) în prezența câmpului magnetic (jos).

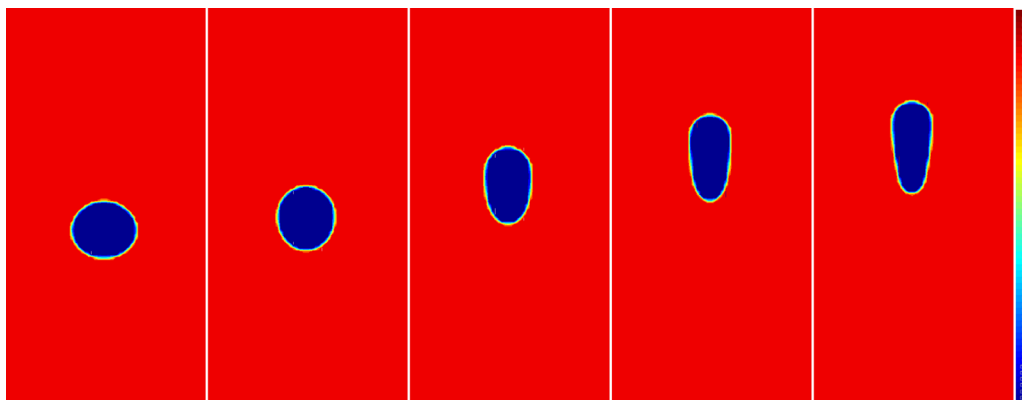


Fig.4.117. Efectul creșterii câmpului magnetic aplicat (de la stânga la dreapta).

Toate aceste analize furnizează soluții analitice și numerice respectiv date experimentale asupra deformării bulelor din ferrofluide respectiv a picăturilor de ferrofluid, fără a se face referire însă la mecanismul fizic al efectului din punct de

vedere al acțiunii forțelor câmpului magnetic. În cele ce urmează, se va analiza efectul de deformare a bulei / picăturii sub aspectul acțiunii forțelor datorate câmpului magnetic aplicat pentru diverse configurații ale câmpului, respectiv în condiții terestre și în microgravitație.

4.4.2. Forțe superficiale în prezența respectiv în absența magnetostricțiunii

Având în vedere faptul că în analizarea efectului de deformare a bulei / picăturii sub acțiunea câmpului magnetic avem o interfață lichid - aer, este important să cunoaștem expresia forței specifice de suprafață pentru diferite orientări ale acesteia și diferite condiții de mediu.

Așa cum s-a precizat în capitolul 2, forța specifică exercitată de câmpul magnetic în suprafața de separație dintre două fluide distincte, liniare și neconductive electric, are expresia [14, 17, 22]:

$$\bar{f}_{sm} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \left(\frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} + H_t^2 \right) \bar{n}_{12} + \frac{1}{2} \left(H_2^2 \frac{\partial \mu_2}{\partial \rho_2} \rho_2 - H_1^2 \frac{\partial \mu_1}{\partial \rho_1} \rho_1 \right) \bar{n}_{12} \quad (4.90)$$

care, în cazul suprafeței libere dintre un lichid magnetic și aer ($\mu_1 = \mu$ și $\mu_2 = \mu_0$) ia forma:

$$\bar{f}_{sm} = \frac{\mu - \mu_0}{2} \left(\frac{B_n^2}{\mu \mu_0} + H_t^2 \right) \bar{n}_{12} - \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \bar{n}_{12} \quad (4.91)$$

Această expresie obține forme mai simple în cazul unor orientări particulare ale suprafeței. Astfel, în cazul în care suprafața liberă S_{12} este suprafață de câmp ($B_n = 0$ și $H_t = H$) (Fig.4.118.):

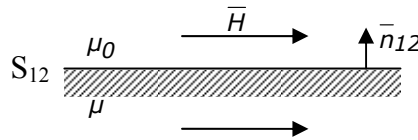


Fig.4.118. Suprafața de separație ca suprafață de câmp.

relația (4.91) devine:

$$\bar{f}_{smc} = \frac{1}{2} \left[(\mu - \mu_0) - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 \bar{n}_{12} \quad (4.92)$$

Dacă suprafața liberă S_{12} este suprafață echipotențială magnetic ($B_n = B$ și $H_t = 0$) (Fig.4.119.):

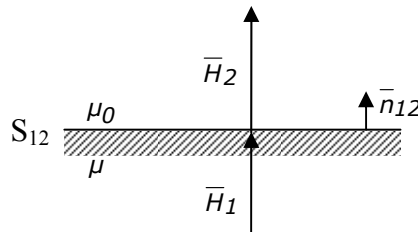


Fig.4.119. Suprafața de separație ca suprafață echipotențială magnetic.

relația (4.91) devine:

$$\bar{f}_{s_{me}} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu(\mu - \mu_0)}{\mu_0} - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 \bar{n}_{12} \quad (4.93)$$

Având în vedere faptul că lichidele magnetice sunt medii slab magnetizabile, pentru a deduce orientarea efectivă a densității \bar{f}_{s_m} se poate apela la relația de tip „Clausius - Mosotti” [14], de unde rezultă că $\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho = \chi_m \cdot \mu$. Cu această expresie, forța specifică de suprafață (4.92) pentru cazul suprafeței de câmp, ia forma:

$$\bar{f}_{s_{mc}} = -\frac{\chi_m(\mu - \mu_0)}{2} H^2 \bar{n}_{12}, \quad (4.94)$$

iar forța specifică de suprafață (4.93) pentru cazul suprafeței echipotențiale magnetic, devine:

$$\bar{f}_{s_{me}} = 0 \quad (4.95)$$

Se observă faptul că, datorită orientării opuse normalei \bar{n}_{12} la suprafață, forța superficială în cazul suprafeței de câmp exercită o compresiune asupra lichidului magnetic, în timp ce în suprafețele echipotențiale forța superficială se anulează.

Cum s-a amintit, în studiile uzuale lichidul magnetic este considerat practic incompresibil, $\mu(\rho) = const.$, acest fapt conducând la neglijarea termenului magnetostrictiv. De asemenea, lichidele magnetice fiind considerate medii omogene ($\mu = const.$), neglijarea termenului magnetostrictiv conduce la o localizare exclusiv superficială a forțelor [25, 50]. În aceste condiții, pentru forța care acționează în suprafața liberă a ferofluidului ca suprafață de câmp rezultă expresia:

$$\bar{f}_{s_{mc}} = \frac{\mu - \mu_0}{2} H^2 \bar{n}_{12} \quad (4.96)$$

iar pentru cazul suprafeței echipotențiale obținem:

$$\bar{f}_{s_{me}} = \frac{\mu(\mu - \mu_0)}{2\mu_0} H^2 \bar{n}_{12} \quad (4.97)$$

Din (4.96) și (4.97) rezultă că, în absența magnetostricțiunii forța pe suprafața echipotențială este mai mare în modul decât forța pe suprafața de câmp:

$$f_{s_{me}} = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot f_{s_{mc}} = \mu_r \cdot f_{s_{mc}} > f_{s_{mc}} \quad (4.98)$$

De asemenea, se observă faptul că cele două forțe sunt orientate după normala \bar{n}_{12} , adică spre aer, deci acestea exercită o tracțiune asupra lichidului indiferent dacă \bar{H} este tangent la suprafață sau ortogonal la ea (Fig.4.120. și Fig.4.121.):

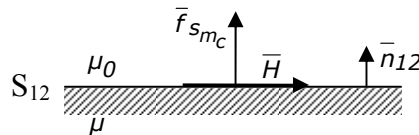


Fig.4.120. Forța specifică la suprafața de separație ca suprafață de câmp.

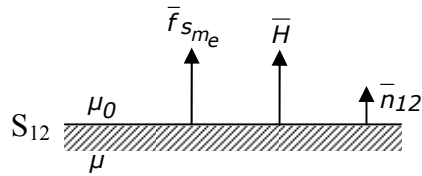


Fig.4.121. Forța specifică la suprafața de separație ca suprafață echipotențială magnetic.

Cu această concluzie se operează curent în literatură, deși lichidele nu suportă forțe de tracțiune, ci doar de compresiune. Expresiile obținute pentru lichidele slab magnetizabile sunt de fapt cele care se exercită asupra suprafeței de separație lichid – aer.

4.4.3. Modelul cubic al bulei sferice de gaz în câmp magnetic uniform și în absența magnetostricțiunii

Comportarea bulei de gaz imersate în ferofluid respectiv a picăturii de ferofluid dispusă în aer și situate în câmp magnetic uniform, poate fi studiată intuitiv pe modelul cubic echivalent, de același volum cu bula sferică (Fig.4.122.) [51], datorită faptului că toate fețele cubului sunt fie suprafețe de câmp, fie echipotențiale.

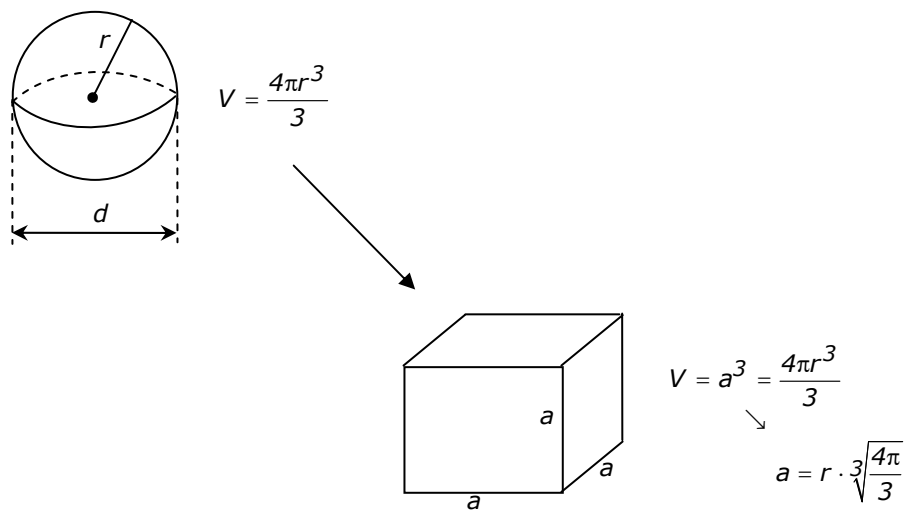
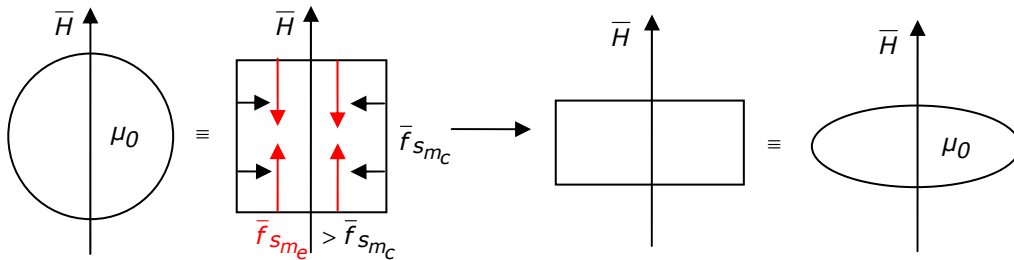


Fig.4.122. Modelul cubic echivalent al bulei / picăturii.

Cu ajutorul modelului cubic se va studia comportarea bulei de gaz în două cazuri particulare ale orientării câmpului magnetic – verticală și orizontală – respectiv în absența și în prezența gravitației. Având în vedere că analiza actuală se face în absența magnetostricțiunii, singurele forțe care se exercită asupra bulei sunt forțele magnetice de suprafață, care, pentru acest caz au expresiile (4.96) și (4.97).

Considerând cazul bulei de gaz din ferrofluid (inițial sferică, respectiv cubică), dispusă în câmp magnetic uniform, vertical și în absența gravitației, aceasta tinde să se deformeze după direcție ortogonală la câmp. Această deformare se justifică prin faptul că forțele superficiale în absența magnetostricțiunii sunt orientate spre aer, adică spre interiorul bulei, pe suprafețele orizontale – echipotențiale magnetic – acționând forța (4.97), iar pe suprafețele verticale – de câmp – acționând forța (4.96). Acțiunea conjugată a celor două forțe, face ca bula să se deformeze mai



mult pe direcție verticală deoarece $f_{sme} > f_{smc}$, conducând la aplatizarea (turtirea) acesteia (Fig.4.123.):

Fig.4.123. Deformarea bulei în câmp magnetic vertical în absența magnetostricțiunii și a gravitației.

Dacă bula "cubică" este dispusă în câmp magnetic uniform, orizontal și în absența gravitației, sub acțiunea compusă a forțelor de suprafață, aceasta se va deforma tot după direcție ortogonală la câmp, forma rezultantă fiind identică cu cea din cazul anterior dacă valoarea câmpului aplicat este aceeași (Fig.4.124.):

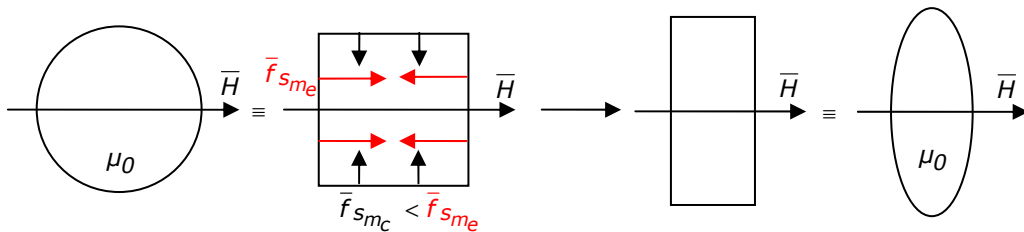


Fig.4.124. Deformarea bulei în câmp magnetic orizontal în absența magnetostricțiunii și a gravitației.

Deci, indiferent de direcția câmpului magnetic aplicat, în absența gravitației bula se deformează după direcție ortogonală la câmp, având forme identice pentru valori identice ale câmpului.

În prezența gravitației, comportarea bulei este însă diferită decât cea din absența gravitației, deoarece acum, asupra bulei se exercită și alte forțe decât cea de natură magnetică. În cele ce urmează, se va studia prin comparație, comportarea unei bule de gaz imersate într-un ferrofluid în absența respectiv în prezența gravitației, dar în absența câmpului magnetic aplicat ($\vec{H} = 0$).

Astfel, considerând o bulă de gaz introdusă într-un recipient cu lichid magnetic prin partea de jos a recipientului, în absența gravitației (sau în microgravitație) aceasta rămâne în poziția inițială și își păstrează forma sferică deoarece asupra ei nu se exercită forțe (Fig.4.125. a)). În prezența gravitației însă, asupra bulei se exercită atât forța gravitațională \bar{f}_g cât și forța arhimedică \bar{f}_A , acțiunea compusă a celor două forțe determinând în centrul bulei o forță având orientarea opusă gravitației, numită forță ascensională (Fig.4.125. b)):

$$\bar{f}_a = \bar{f}_g - \bar{f}_A = \frac{4\pi r^3}{3}(\rho_0 - \rho)\bar{g} = -\frac{4\pi r^3}{3}(\rho - \rho_0)\bar{g} \quad (4.99)$$

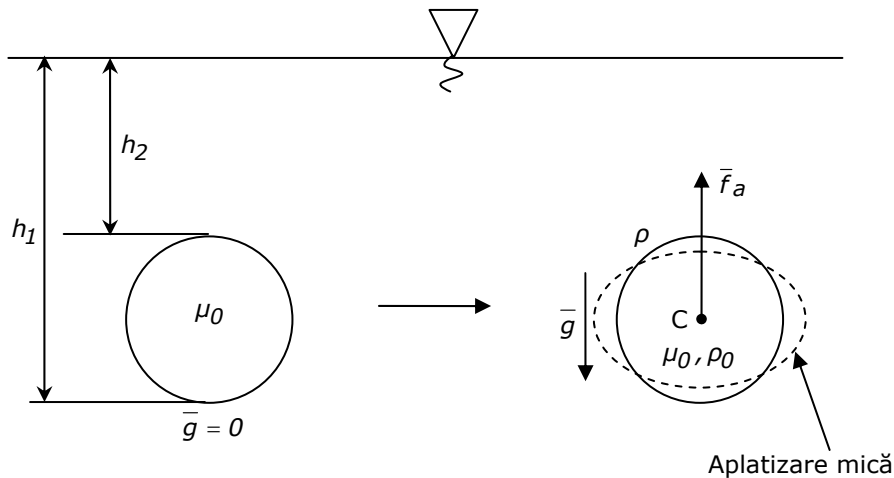


Fig.4.125. Bula în absența câmpului magnetic:

a) microgravitație (stânga); b) în prezența gravitației (dreapta).

Se remarcă faptul că în prezența gravitației bula de gaz își schimbă atât poziția inițială cât și forma, ea urcând în ferofluid iar, odată cu această deplasare, aplatizându-se ușor pe direcție verticală [46, 47]. Acest fapt se datorează forței ascensionale, care depinde de raza r a bulei, de densitatea ρ a ferofluidului și de densitatea ρ_0 a bulei.

Dacă asupra bulei "cubice" dispusă în câmp gravitațional acționează și un câmp magnetic uniform și vertical, sub acțiunea compusă a forțelor superficiale ale câmpului magnetic (4.96) și (4.97) pe toate fețele cubului și cu $f_{s_{me}} > f_{s_{mc}}$, bula se va aplatiza pe direcția câmpului, ajutată fiind și de gravitație (Fig.4.126.):

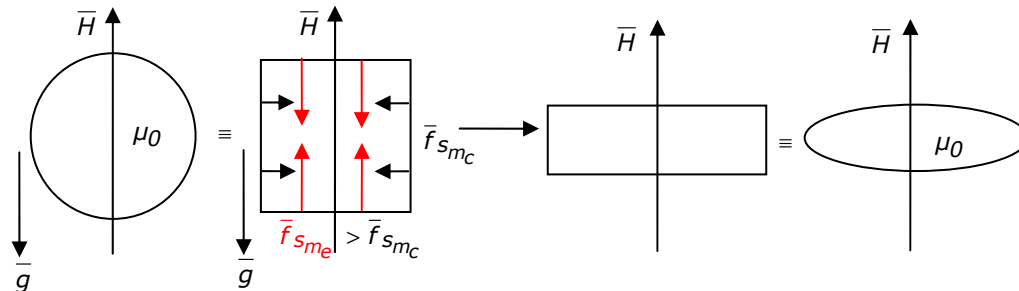


Fig.4.126. Deformarea bulei în câmp magnetic vertical

în absența magnetostricțiunii și în prezența gravitației.

Disponând bula "cubică" într-un câmp magnetic uniform, orizontal și în prezența gravitației, sub acțiunea forțelor câmpului magnetic pe toate fețele cubului în absența magnetostricțiunii, aceasta se va deforma tot după direcție ortogonală la câmp (pentru câmpuri magnetice intense), în pofida gravitației care tinde să o alungească pe direcția câmpului (Fig.4.127.):

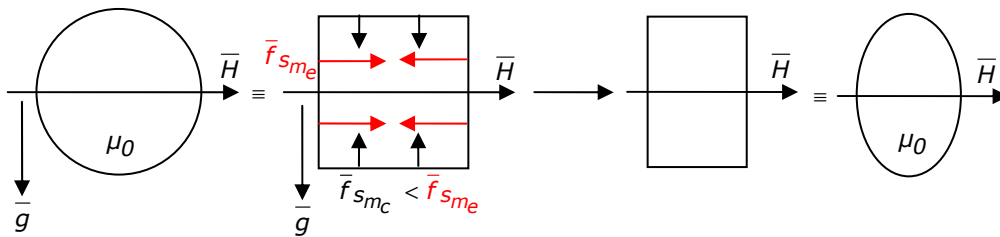


Fig.4.127. Deformarea bulei în câmp magnetic orizontal

în absența magnetostricțiunii și în prezența gravitației.

Dacă efectele câmpului magnetic și al câmpului gravitațional se compensează reciproc, în acest caz, bula poate rămâne chiar sferică.

Se remarcă faptul că bula de gaz din ferrofluid suferă același tip de deformare în prezența gravitației ca și în absența ei, adică ortogonală la direcția câmpului magnetic, dar aici, deformarea nu mai este identică pentru cele două tipuri de câmp aplicat datorită influenței gravitației. Astfel, datorită gravitației, în cazul câmpului magnetic vertical bula va avea o formă mai alungită decât în cazul câmpului magnetic orizontal, pentru aceeași valoare a câmpului aplicat.

4.4.4. Modelul cubic al bulei sferice de gaz în câmp magnetic uniform și în prezența magnetostricțiunii

Luând în considerare termenul magnetostrictiv în expresiile forțelor magnetice superficiale, și știind că lichidele magnetice sunt medii slab magnetizabile [14], singurele forțe care acționează asupra interfeței ferrofluid – aer în cazul bulei "cubice" sunt cele de pe suprafețele de câmp (4.94), pe suprafețele echipotențiale forțele superficiale fiind nule (4.95). În plus, orientarea acestor forțe fiind spre fluid (față de cazul studiat în subcapitolul precedent), este interesant de observat dacă acest fapt influențează semnificativ deformarea bulelor de gaz.

În cele ce urmează, cu modelul "cubic" al bulei sferice se va analiza modul în care se deformează aceasta în prezența unui câmp magnetic aplicat vertical respectiv orizontal, în absența respectiv în prezența gravitației.

Considerând bula "cubică" din ferrofluid dispusă într-un câmp magnetic uniform, vertical și în absența gravitației (în microgravitație), sub acțiunea forțelor superficiale care în prezența magnetostricțiunii acționează doar în suprafețele de câmp (aici suprafețele verticale), aceasta se va deforma după direcție ortogonală la câmp. Această deformare se datorează orientării forțelor superficiale care în acest caz este spre fluid, exercitând o compresiune asupra acestuia, deci alungind bula după direcția lor (Fig.4.128.) [51]:

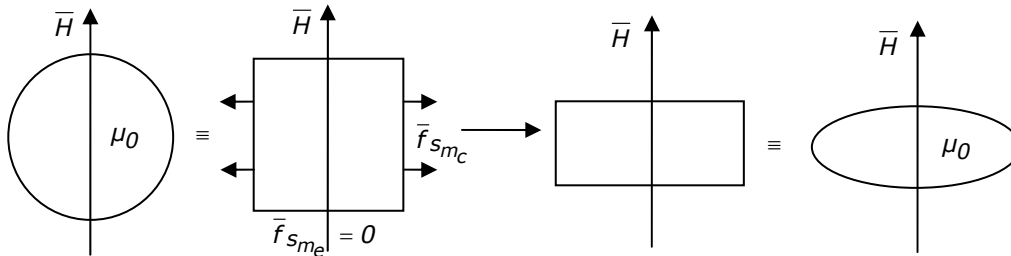


Fig.4.128. Deformarea bulei în câmp magnetic vertical în prezența magnetostricțiunii și în absența gravitației.

Aplicând bulei "cubice" din ferrofluid un câmp magnetic uniform și orizontal în microgravitație, sub influența forțelor magnetice superficiale (aici acționând pe suprafețele orizontale), bula se va aplatiza pe direcția câmpului, rezultând o deformare identică a bulei cu cea din cazul câmpului vertical, pentru o valoare identică a câmpului magnetic aplicat (Fig.4.129.):

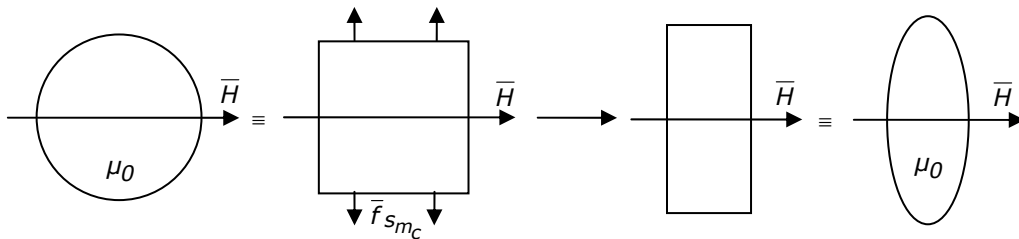


Fig.4.129. Deformarea bulei în câmp magnetic orizontal în prezența magnetostricțiunii și în absența gravitației.

Se observă faptul că deformarea bulei de gaz este similară cu cea din cazul neglijării magnetostricțiunii, doar ca aici avem o altă localizare a forțelor.

În prezența câmpului gravitațional, așa cum s-a discutat în subcapitolul precedent, deformarea bulei va fi influențată și de forța gravitațională care, va amplifica sau va diminua efectul forțelor magnetice. Astfel, luând în considerare bula din ferrofluid dispusă în câmp magnetic uniform, vertical și în prezența gravitației, sub acțiunea compusă a forțelor magnetice de pe suprafețele verticale și a forței gravitaționale bula se va aplatiza pe direcția câmpului magnetic, ajutată fiind de gravitație (Fig.4.130.):

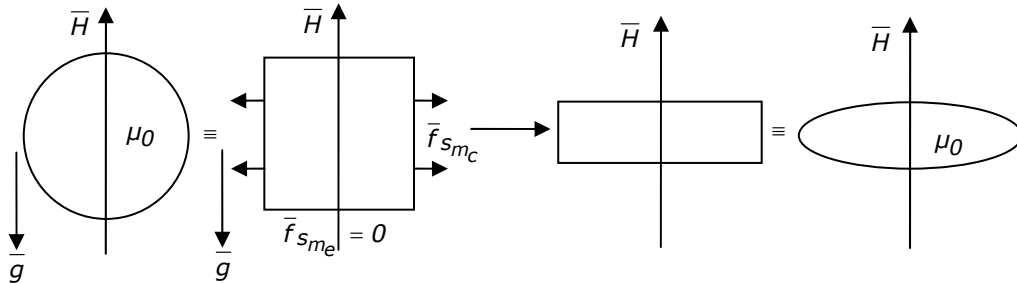


Fig.4.130. Deformarea bulei în câmp magnetic vertical în prezența magnetostricțiunii și a gravitației.

Dacă se consideră însă bula "cubică" din ferofluid dispusă în câmp magnetic uniform, orizontal și în prezența gravitației, sub acțiunea compusă a forțelor câmpului magnetic care aici acționează pe suprafețele orizontale și a forței gravitaționale, bula se va aplatiza tot pe direcția câmpului magnetic (la valori suficient de mari ale acestuia) în pofida gravitației (Fig.4.131.):

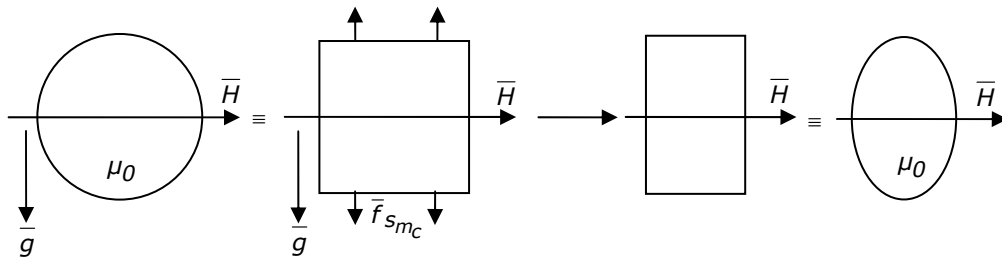


Fig.4.131. Deformarea bulei în câmp magnetic orizontal în prezența magnetostricțiunii și a gravitației.

Se observă faptul că în prezența gravitației, deformarea bulei este similară cu cea din cazul neglijării magnetostricțiunii, rezultând forme diferite ale bulelor pentru cele două direcții ale câmpului magnetic aplicat dar la valori identice ale acestuia. Acest aspect are justificarea în faptul că și gravitația are influență asupra deformării bulei, amplificând efectul câmpului magnetic vertical și diminuând efectul câmpului magnetic orizontal.

O altă observație constă în faptul că deformarea dedusă prin modelare în cazul bulei nu corespunde cu cea observată pe cale experimentală [46, 47], deși analizele teoretice au fost realizate pentru aceleași tipuri de mediu și câmpuri aplicate. Acest fapt se explică prin aceea că în ambele situații (teorie și experiment), forțele magnetice de volum nu au fost luate în considerare. În absența magnetostricțiunii, forțele magnetice de volum fiind nule ($\bar{f}_{vm} = 0$), nu au nicio influență asupra bulei, așa că neglijarea lor este justificată. În ceea ce privește analiza realizată în prezența magnetostricțiunii, forțele de volum \bar{f}_{vm} acționează însă în zonele de margine în care câmpul este neuniform, avînd o influență majoră asupra deformării bulei. Despre această influență se va discuta într-un subcapitol viitor.

Ca ultimă observație ar fi faptul că, asemănător bulei de gaz (μ_0) se comportă și o picătură nemiscibilă având $\mu < \mu_{ferofluid}$ și $\rho < \rho_{ferofluid}$.

4.4.5. Modelul cubic al picăturii sferice de lichid magnetic în gaz și câmp magnetic uniform

În urma analizei deformării bulei de gaz din ferofluid în prezența câmpului magnetic aplicat, se pune și problema analizei cazului reciproc: o picătură sferică de ferofluid în gaz. La fel ca în cazul analizei precedente, se vor studia toate situațiile posibile din punct de vedere al orientării câmpului, magnetostricțiunii și gravitației, utilizând modelul cubic al picăturii datorită avantajelor pe care acesta le prezintă.

Astfel, considerând cazul picăturii sferice / "cubice" de ferofluid din gaz sau fluid cu $\mu < \mu_{ferofluid}$, dispusă într-un câmp magnetic uniform, vertical, în absența magnetostricțiunii și a gravitației, asupra fețelor picăturii se vor exercita forțe magnetice superficiale având orientarea spre gaz (spre exteriorul picăturii), forțele de pe suprafețele echipotențiale (orizontale) fiind mai mari decât forțele de pe suprafețele de câmp (verticale) (vezi (4.98)). Acțiunea conjugată a acestor forțe va conduce la alungirea picăturii în lungul liniilor de câmp (Fig.4.132.):

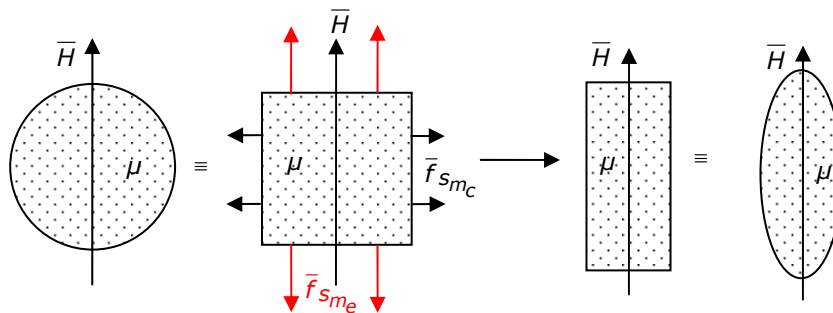


Fig.4.132. Deformarea picăturii în câmp magnetic vertical în absența magnetostricțiunii și a gravitației.

Dacă picătura "cubică" de ferofluid este dispusă într-un câmp magnetic uniform, orizontal, în absența magnetostricțiunii și a gravitației, forțele magnetice superficiale ce se exercită asupra fețelor acesteia vor conduce la o deformare similară cu cea din cazul anterior (alungire orizontală a picăturii pe direcția liniilor de câmp), rezultând forme identice ale picăturii la valori identice ale câmpului magnetic aplicat (Fig.4.133.):

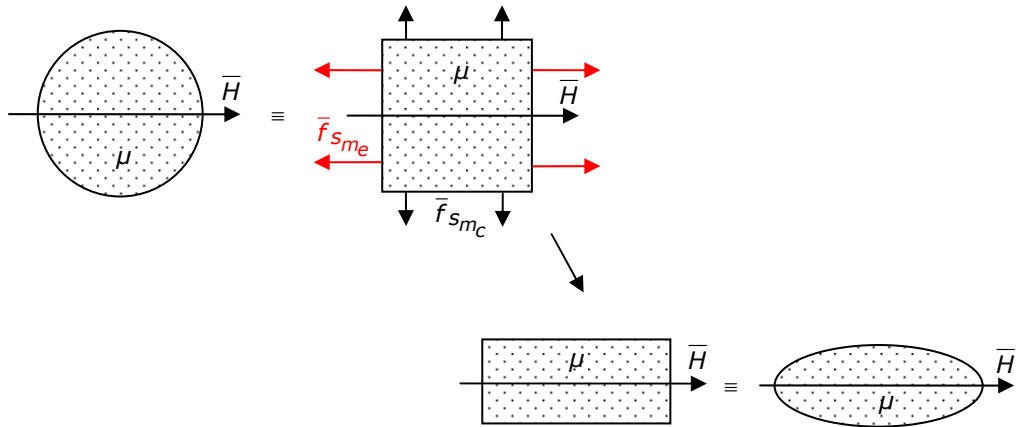


Fig.4.133. Deformarea picăturii în câmp magnetic orizontal
în absența magnetostricțiunii și a gravitației.

Considerând însă picătura "cubică" de ferrofluid dispusă într-un câmp magnetic uniform, vertical, în absența magnetostricțiunii dar în prezența gravitației, deformarea acesteia va fi influențată atât de forțele câmpului magnetic cât și de gravitație. Astfel, sub acțiunea forțelor superficiale ale câmpului magnetic ($f_{s_{m_e}} > f_{s_{m_c}}$) picătura are tendința de a se alungi pe direcția câmpului magnetic în pofida gravitației, iar dacă forța magnetică rezultantă și cea gravitațională sunt comparabile ca valoare, picătura poate rămâne chiar sferică (Fig.4.134.):

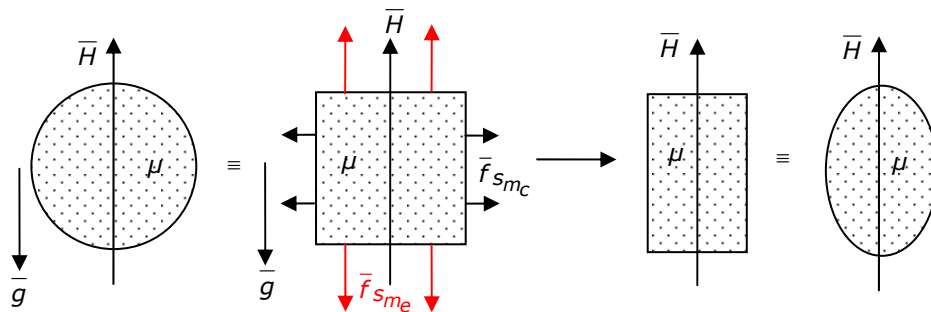


Fig.4.134. Deformarea picăturii în câmp magnetic vertical
în absența magnetostricțiunii și în prezența gravitației.

În cazul aplicării unui câmp magnetic uniform, orizontal, în absența magnetostricțiunii și în prezența gravitației, picătura sferică / "cubică" de ferrofluid se va alungi pe direcția câmpului magnetic atât sub acțiunea forțelor superficiale ale câmpului magnetic ($f_{s_{m_e}} > f_{s_{m_c}}$) cât și sub influența forței gravitaționale care, în această situație acționează aditiv (Fig.4.135.):

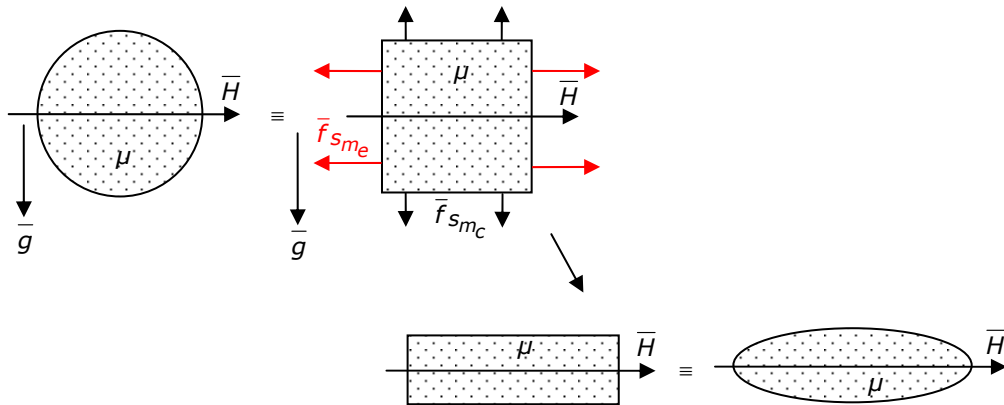


Fig.4.135. Deformarea picăturii în câmp magnetic orizontal în absența magnetostricțiunii și în prezența gravitației.

Se observă faptul că în prezența gravitației, formele picăturilor diferă pentru cele două orientări ale câmpului magnetic chiar pentru valori identice ale acestuia.

Considerarea termenului magnetostrictiv în expresia forțelor superficiale ale câmpului magnetic, conduce la o localizare a acestora doar pe suprafețele de câmp ale picăturii "cubice", forța pe suprafețele echipotențiale anulându-se pentru cazul ferofluidului slab magnetizabil (vezi (4.95)). În plus, orientarea forței (4.94) fiind spre ferofluid, aceasta va produce o compresie asupra picăturii.

Astfel, considerând picătura de ferofluid dispusă într-un câmp magnetic uniform, vertical respectiv orizontal, în prezența magnetostricțiunii și în absența gravitației, sub acțiunea forței superficiale de pe suprafețele de câmp (orizontale respectiv verticale), picătura se va alungi pe direcția câmpului magnetic (Fig.4.136. și Fig.4.137.), având forme identice pentru valori identice ale câmpului magnetic aplicat.

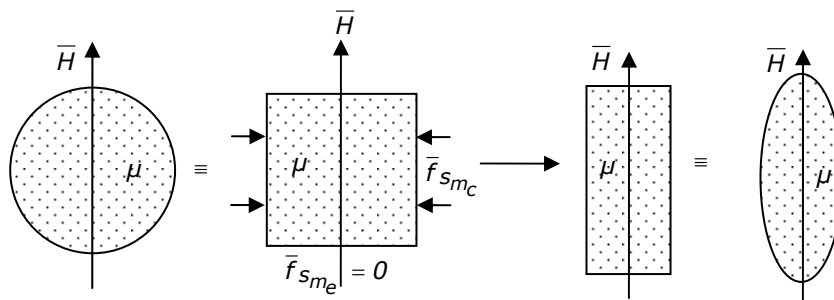


Fig.4.136. Deformarea picăturii în câmp magnetic vertical în prezența magnetostricțiunii și în absența gravitației.

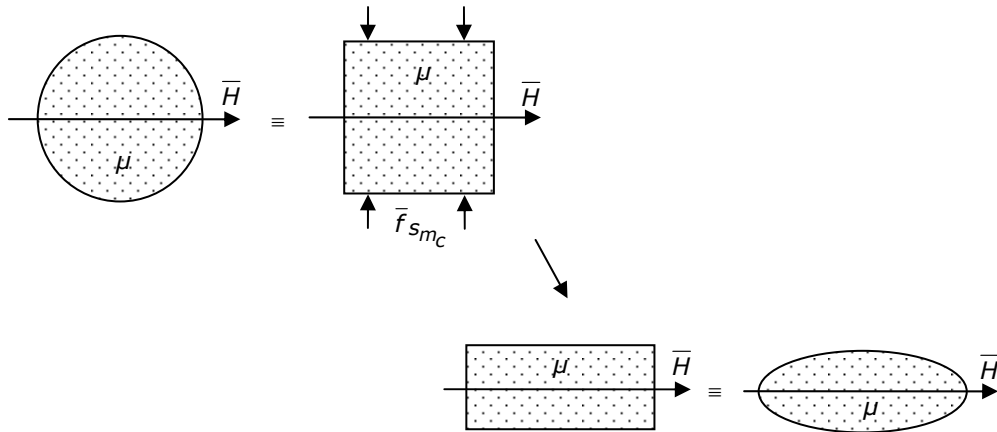


Fig.4.137. Deformarea picăturii în câmp magnetic orizontal
în prezența magnetostricțiunii și în absența gravitației.

În prezența gravitației, efectul de deformare a picăturii sferice / "cubice" de ferrofluid datorat câmpului magnetic va fi diminuat în cazul câmpului magnetic vertical, forțele superficiale acționând spre alungirea picăturii pe direcția câmpului magnetic în pofida gravitației care tinde să o aplatizeze pe direcția acestuia (Fig.4.138.):

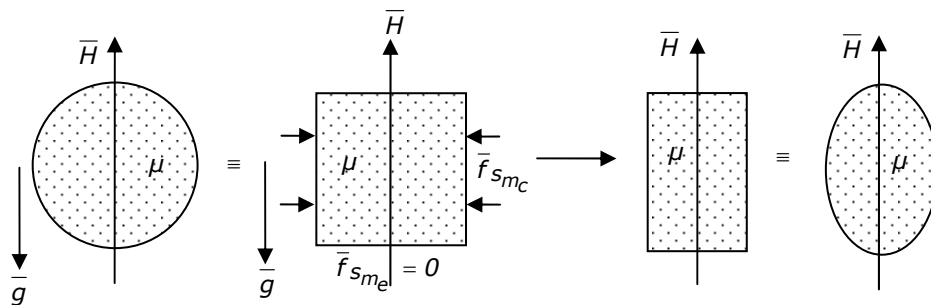


Fig.4.138. Deformarea picăturii în câmp magnetic vertical
în prezența magnetostricțiunii și a gravitației.

În același timp, deformarea picăturii de ferrofluid va fi amplificată de prezența gravitației pentru cazul câmpului magnetic orizontal, forțele superficiale care acționează pe suprafețele orizontale alungind picătura după direcția câmpului, accentuând efectul produs de gravitație (Fig.4.139.):

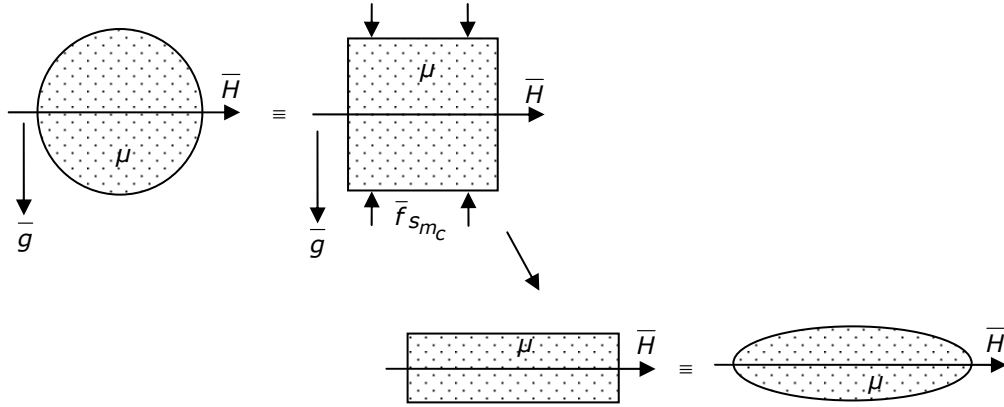


Fig.4.139. Deformarea picăturii în câmp magnetic orizontal

în prezența magnetostricțiunii și a gravitației.

Se observă faptul că deformarea picăturii în prezența magnetostricțiunii este similară cu cea din absența ei, doar ca aici avem o altă localizare a forțelor. De asemenea, prezența gravitației diminuează efectul câmpului magnetic vertical și amplifică efectul câmpului magnetic orizontal.

O ultimă observație ar fi faptul că, deși picătura de ferofluid are o comportare opusă bulei de gaz în prezența câmpului magnetic (comportare similară cu cea găsită în literatură [47]), forma ei este influențată și de forțele de volum care acționează în zonele de câmp neuniform în care este plasat fluidul de bază având $\mu < \mu_{ferofluid}$. În studiul analitic anterior, aceste forțe nu au fost luate în considerare, ele reprezentând obiectul de studiu al subcapitolului următor.

4.4.6. Mecanismul fizic real al dinamicii bulelor de gaz respectiv picăturilor de lichid magnetic

Din studiul analitic anterior se observă faptul că atât bulele de gaz cât și picăturile de ferofluid au o comportare similară în absența respectiv în prezența magnetostricțiunii și în microgravitație, doar localizarea forțelor superficiale este diferită în cele două situații. Acest lucru se explică prin faptul că, din punct de vedere al valorii forțelor, rezultatul este echivalent, căci în absența magnetostricțiunii:

$$\begin{aligned} f_{S_{me}} - f_{S_{mc}} &= \frac{\mu(\mu - \mu_0)}{2\mu_0} H^2 - \frac{\mu - \mu_0}{2} H^2 = \frac{\mu - \mu_0}{2} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) H^2 = \\ &= \frac{(\mu - \mu_0)^2}{2\mu_0} H^2 \end{aligned} \quad (4.100)$$

respectiv în prezența magnetostricțiunii rezultă:

$$\begin{aligned} f_{S_{mc}} &= \frac{\chi(\mu - \mu_0)}{2} H^2 = \frac{(\mu_r - 1)(\mu - \mu_0)}{2} H^2 = \frac{(\mu_r - 1)(\mu - \mu_0)}{2} H^2 \cdot \frac{\mu_0}{\mu_0} = \\ &= \frac{(\mu - \mu_0)^2}{2\mu_0} H^2 \end{aligned} \quad (4.101)$$

În plus, diferențele dintre forma bulei obținută pe cale analitică și cea obținută pe cale experimentală [46, 47], se justifică prin faptul că în studiul analitic nu s-a luat în considerare și efectul de "capăt", de obicei prezent în aranjamentele experimentale descrise în literatură. Astfel, dacă porțiuni ale lichidului de bază (ferofluid în cazul bulei respectiv fluid cu $\mu < \mu_{ferofluid}$ în cazul picăturii) sunt plasate și în câmp neuniform, evoluția geometriei bulei imersate poate fi cu totul diferită, chiar dacă bula este dispusă tot în câmp uniform [51]. Acest lucru se datorează acțiunii în aceste zone a forțelor de volum:

$$\bar{f}_{Vm} = \frac{1}{2} \rho \cdot \nabla \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (4.102)$$

orientate spre zona de câmp mai intens, adică spre zona de câmp uniform. Forțele \bar{f}_{Vm} conduc la o presiune magnetică suplimentară:

$$p_{m_v} = \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \quad (4.103)$$

identică în punctele zonei de câmp uniform, iar deformarea bulei rezultă ca efect al acțiunii combinate a forțelor magnetice de volum prin presiunea p_{m_v} și a forțelor de suprafață prin presiunea:

$$p_{m_s} = f_{sm} = \frac{1}{2} \left[(\mu - \mu_0) - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 \quad (4.104)$$

Se remarcă faptul că:

$$\begin{aligned} p_{m_v} - p_{m_s} &= \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho - \frac{1}{2} \left[(\mu - \mu_0) - \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho \right] H^2 = \left[\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho - \frac{1}{2} (\mu - \mu_0) \right] H^2 = \\ &= \left[\chi_m \cdot \mu - \frac{1}{2} (\mu - \mu_0) \right] H^2 = \frac{\chi_m (2\mu - \mu_0)}{2} H^2 > 0 \end{aligned} \quad (4.105)$$

prin urmare, presiunea magnetică p_{m_v} fiind mai mare decât cea datorată forței superficiale, deformarea bulei va avea loc după direcția câmpului magnetic (Fig.4.140.):

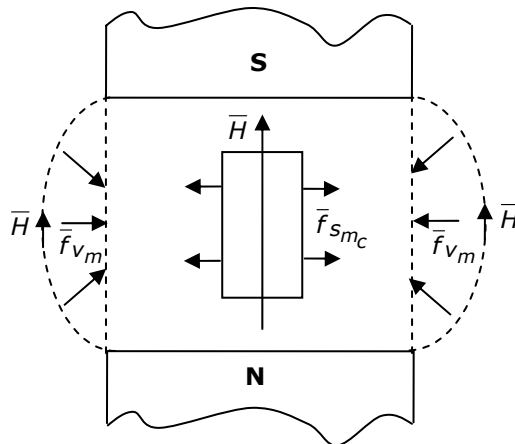


Fig.4.140. Deformarea bulei "cubice" în prezența efectului de capăt.

De asemenea, efectul de deformare crește odată cu valoarea câmpului magnetic, deoarece acțiunea combinată a celor două forțe depinde de H^2 :

$$p_{m_v} + p_{m_s} = \frac{1}{2}(\mu - \mu_0)H^2 \quad (4.106)$$

În final, se precizează ce se întâmplă cu bula / picătura dacă acestea sunt dispuse într-un câmp neuniform. Astfel, considerând o bulă de gaz imersată într-un ferofluid și dispusă într-un câmp neuniform, dipolii din ferofluid se orientează pe direcția câmpului. Pe pereții bulei sarcina magnetică pozitivă fiind dispusă în zona de câmp mai intens, forța rezultantă a câmpului asupra bulei:

$$\vec{F} = \oint_{\Sigma} \vec{f}_{sm} \cdot ds \quad (4.107)$$

va deplasa bula spre zona de câmp mai slab (Fig.4.141.):

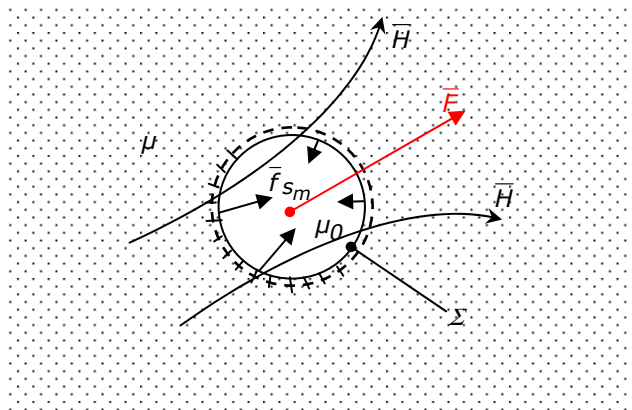


Fig.4.141. Forțele exercitate de un câmp magnetic neuniform asupra unei bule de gaz.

Considerând o picătură sferică de ferofluid dispusă într-un fluid având $\mu < \mu_{ferofluid}$ (sau gaz) și dispusă într-un câmp magnetic neuniform, dipolii din ferofluid se orientează pe direcția câmpului, pe pereții picăturii sarcina magnetică pozitivă fiind dispusă în zona de câmp mai slab forța rezultantă a câmpului asupra acesteia o va deplasa spre zona de câmp mai intens (Fig.4.142.):

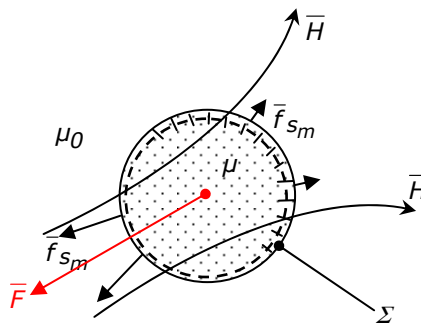


Fig.4.142. Forțele exercitate de un câmp magnetic neuniform asupra unei picături de ferofluid.

Analizând cele două situații, se remarcă faptul că de fapt nu bula este acționată de forțele câmpului, ci pereții săi, respectiv ai ferofluidului.

În urma analizei de mai sus se pot trage următoarele concluzii:

- în microgravitație, alungirea bulei este pe direcție perpendiculară pe liniile de câmp magnetic, iar alungirea picăturii este în lungul liniilor de câmp, indiferent de orientarea acestora;
- în prezența gravitației și la orientare verticală a câmpului magnetic, gravitația și câmpul magnetic au același efect de alungire a bulei pe direcție perpendiculară pe liniile de câmp, deci efectul este amplificat;
- în prezența gravitației și la orientare orizontală a câmpului magnetic, gravitația și câmpul magnetic au efecte opuse, deci bula se va alungi perpendicular pe câmp doar în cazul câmpurilor intense; ea poate rămâne chiar sferică la câmpuri magnetice slabe;
- în prezența efectului de capăt, deformarea bulei va avea loc în lungul liniilor de câmp indiferent de orientarea acestora;
- deformarea picăturii în prezența gravitației și la orientare verticală a câmpului magnetic, este diminuată datorită faptului că gravitația și câmpul magnetic au efecte opuse, deci picătura se va alungi pe direcția câmpului doar la câmpuri intense, la câmpuri slabe ea putând rămâne chiar sferică;
- deformarea picăturii în prezența gravitației și la orientare orizontală a câmpului magnetic, este amplificată de efectul celor două, picătura alungindu-se în lungul liniilor de câmp;
- în câmp neuniform, bula de gaz se va deplasa spre zona de câmp mai slab, iar picătura se va deplasa spre zona de câmp mai intens.

4.4.7. Calculul numeric al forțelor specifice folosind MEF. Interpretarea rezultatelor

Deoarece studiul experimental al efectului de deformare a bulelor de gaz din ferofluid a necesitat apelul la instalații și mijloace tehnice rafinate (surse de raze x, camere video de înaltă rezoluție, ș.a.), reproducerea lui în laborator nu a fost posibilă. Pentru a pune însă în evidență o parte din observațiile formulate anterior în studiul analitic al efectului, s-a realizat modelarea numerică a acestuia cu programul Vector Fields bazat pe metoda elementelor finite (MEF-3D) [28, 51]. Cu ajutorul acestui program s-au determinat valorile intensității câmpului magnetic din interiorul ferofluidului în prezența unei bule de gaz sferice având diametrul $d = 3\text{mm}$ dispusă în centrul probei de ferofluid. S-a presupus că proba de ferofluid în care s-a injectat bula de gaz este dispusă între polii electromagnetului Weiss utilizat și în cazul efectului de denivelare a ferofluidului între polii săi (efectul Quincke), având lungimea întrefierului $\delta = 3.3\text{cm}$ și bobinele alimentate cu un curent continuu de $I = 10.05\text{A}$, modelul analizat fiind o reproducere la scară a acestuia. Deoarece s-a dorit punerea în evidență a efectului de deformare a bulei atât în absența efectului de margine cât și în prezența lui și știind că electromagnetul are polii cilindrici de rază $r = 5\text{cm}$, proba de ferofluid va avea de asemenea forma unui cilindru dispus în întrefierul electromagnetului, cu bazele spre suprafețele polilor și având raza $r_1 = 1\text{cm}$ în absența efectului de margine și respectiv $r_2 = 7.8\text{cm}$ în prezența efectului de margine. Ferofluidul este considerat liniar, permeabilitatea magnetică relativă a acestuia $\mu_r = 2.4$ fiind determinată cu ajutorul pantei curbei de magnetizare.

Datorită simetriei modelului și în vederea unui calcul cât mai exact utilizând la maxim posibilitățile de discretizare ale programului, în momentul stabilirii frontierelor și a rețelei de discretizare s-a păstrat pentru calculul câmpului doar un sfert din întregul model, atât pentru modelul în absența efectului de margine (Fig.4.143.) cât și pentru modelul în prezența efectului de margine (Fig.4.144.). În aceste condiții a rezultat o rețea de discretizare cu elemente tetraedrale având în jur de 25000 de noduri, fiind ușor diferită pentru cele două modele.

Câmpul magnetic produs de cele două bobine ale electromagnetului satisface în cele trei domenii (miez feromagnetic, ferofluid, aer) ale modelului următoarele ecuații:

- forma locală a legii fluxului magnetic: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$;
- forma locală a teoremei lui Ampère: $\nabla \times \vec{H} = 0$;
- legea legăturii dintre vectorii \vec{B} , \vec{H} și \vec{M} care împreună cu legea magnetizației temporare conduce la $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ în miezul feromagnetic, la $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$ în aer și la $\vec{B} = \mu_l \cdot \vec{H}$ în lichidul magnetic.

Deoarece în cele trei medii nu avem magnetizație permanentă, iar permeabilitățile μ , μ_0 și μ_l sunt constante, rezultă că potențialul magnetic vector satisface o ecuație de tip Laplace $\nabla^2 \vec{A} = 0$ în tot domeniul considerat.

În ceea ce privește condițiile pe frontierele domeniului, acestea vor fi impuse astfel: frontiera care trece prin centrul întrefierului și paralelă cu suprafețele polilor este considerată frontieră normală din punct de vedere magnetic $(\nabla \times \vec{A}) \times \vec{n} = 0$, restul frontierelor fiind considerate tangențiale din punct de vedere magnetic $\vec{A} \times \vec{n} = 0$.

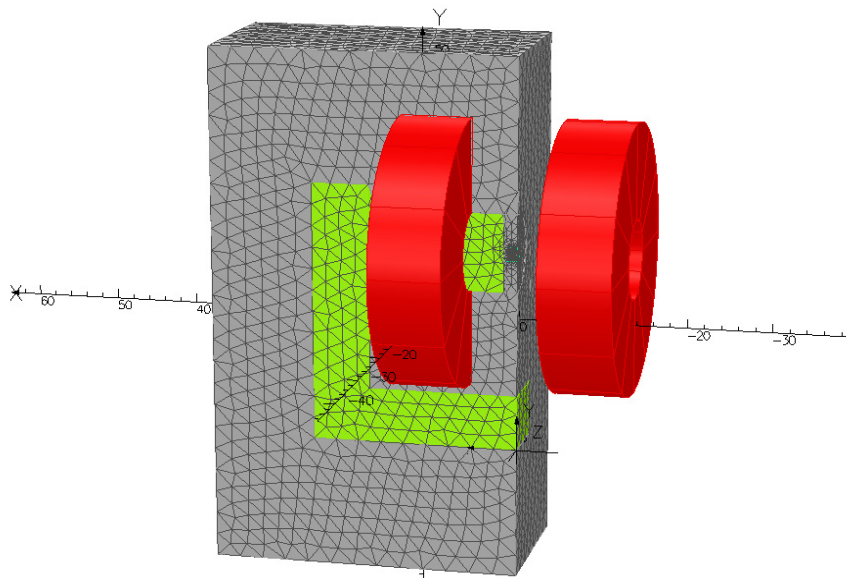


Fig.4.143. Frontierele modelului în absența efectului de margine și rețeaua de discretizare.

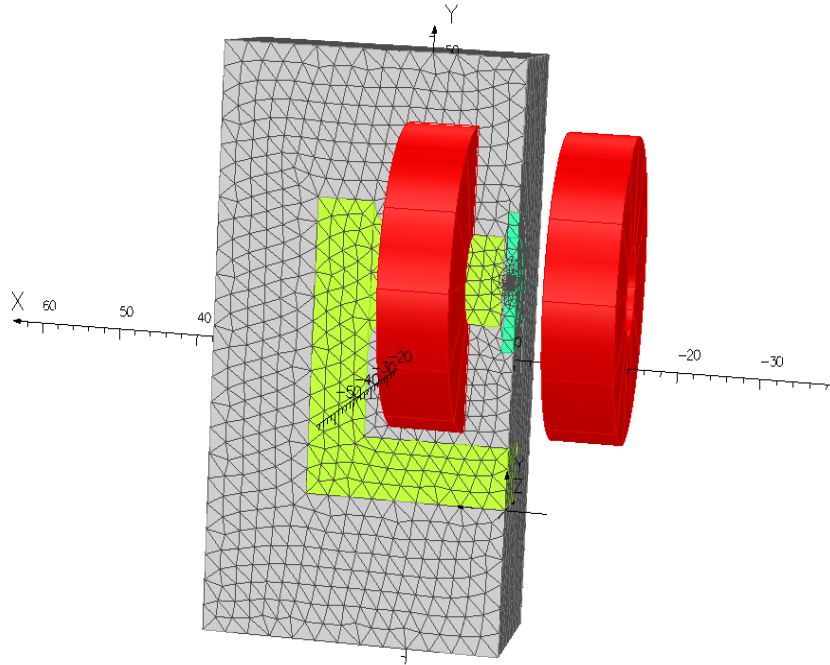


Fig.4.144. Frontierele modelului în prezența efectului de margine și rețeaua de discretizare.

Analizând valorile intensității câmpului magnetic obținute în cazul modelului în absența efectului de margine (Fig.4.145.):

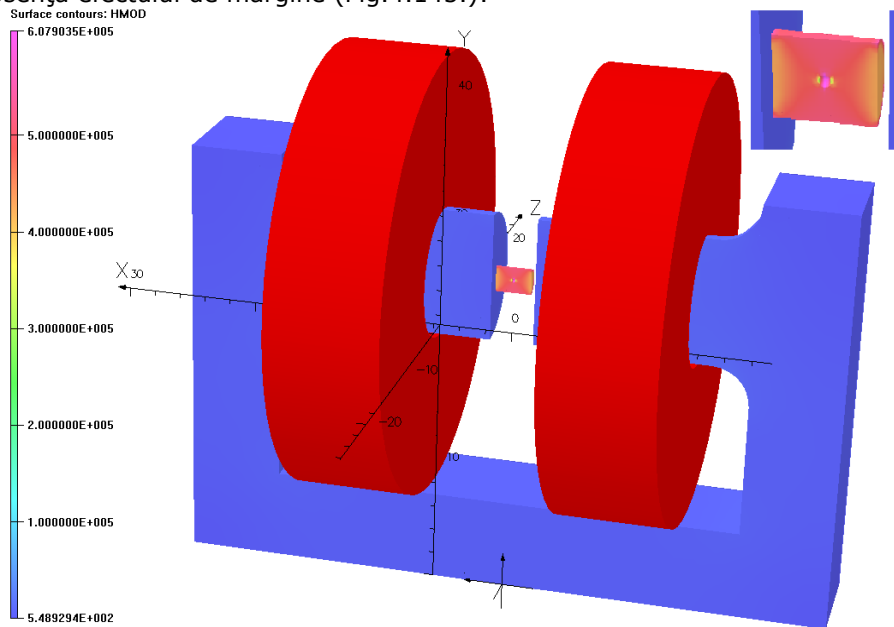


Fig.4.145. Distribuția intensității câmpului magnetic în cazul modelului în absența efectului de margine (model complet și detaliu).

se constată faptul că prin prezența bulei de gaz în mijlocul ferrofluidului câmpul nu mai are o distribuție uniformă în interiorul acestuia (deși este dispus integral în zona de câmp uniform dintre polii electromagnetului), pereții bulei fiind o suprafață de discontinuitate ale acestor valori. Astfel, în apropierea bulei, intensitatea câmpului magnetic obține valori mici la „polii” acesteia (vectorul intensitate a câmpului magnetic fiind normal în aceste puncte) și valori foarte mari la „ecuatorul” acesteia (vectorul intensitate a câmpului magnetic fiind tangențial în aceste puncte).

Utilizând valorile modului și ale componente tangențiale ale intensității câmpului magnetic, respectiv ale componente normale ale inducției magnetice extrase de pe jumătate din suprafața bulei (datorită simetriei), în programul realizat în Matlab și prezentat în Anexa 7, s-au determinat valorile forței specifice care acționează în punctele suprafeței de discontinuitate bulă de gaz – ferrofluid. Pentru calculul acestei forțe s-a utilizat expresia (4.91), rezultatele obținute fiind prezentate sub formă grafică (Fig.4.146.). Analizând aceste rezultate se constată faptul că forța specifică de suprafață are orientare opusă normalei \bar{n}_{12} , fiind orientată spre ferrofluid (semnul „-” din fața rezultatului oferind indicii asupra orientării). Deci, aceste forțe exercită o compresiune asupra ferrofluidului conducând la deformarea pereților bulei. Având în vedere faptul că forțele specifice de suprafață au valori maxime pe linia „ecuatorului”, valori ce scad spre „polii” unde devin nule, presiunea exercitată de acestea asupra ferrofluidului va fi maximă în punctele „ecuatorului” ceea ce conduce în aceste puncte la o deformare mai pronunțată a pereților bulei. Deci, sub acțiunea acestor forțe, bula va avea tendința să se aplatizeze pe direcție ortogonală la câmpul magnetic aplicat.

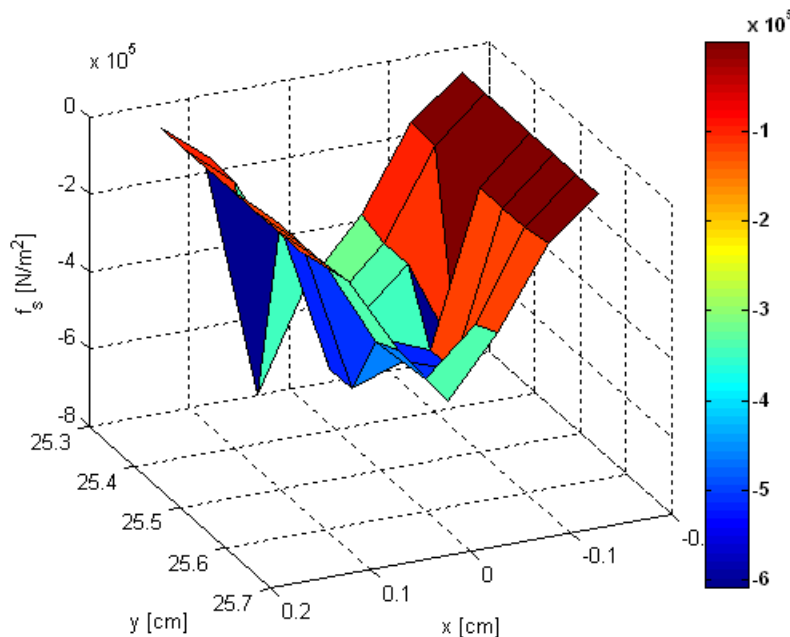


Fig.4.146. Distribuția forței specifice de suprafață în cazul modelului în absența efectului de margine.

Utilizând expresia (4.102) implementată în limbajul de programare Matlab (Anexa 8) și considerând ferrofluidul omogen ($\frac{\partial \mu}{\partial \rho} = \text{const.}$), s-au determinat și valorile forțelor specifice de volum care acționează în punctele unui plan vertical din ferrofluid, de coordonată $z = 0 \text{ cm}$ (Fig.4.147.), respectiv într-un plan orizontal din ferrofluid de coordonată $y = 25.5 \text{ cm}$ (Fig.4.148.). Analizând aceste rezultate se observă faptul că forțele specifice de volum acționează uniform în jurul bulei de gaz din ferrofluid indiferent de planul în care sunt determinate. În plus, forța specifică de volum fiind funcție de ∇H^2 , pentru a stabili orientarea acesteia față de forța specifică de suprafață, s-a impus condiția ca modulul să ia semnul în funcție de orientarea componentei după axa y în primul plan, respectiv să ia semnul în funcție de orientarea componentei după axa z în al doilea plan (componenta după axa x având în fiecare punct orientarea spre mijlocul planului, indiferent de planul considerat). În aceste condiții, forțele specifice de volum vor avea o astfel de orientare (semnul „-” din fața rezultatului oferind indicii asupra orientării acestor forțe) încât presiunea produsă de ele în ferrofluid va amplifica efectul presiunii produse de forțele specifice de suprafață.

Deci sub acțiunea combinată a presiunilor produse de cele două forțe specifice, în prezența magnetostricțiunii dar în absența efectului de margine (ferrofluidul fiind dispus integral în zona de câmp uniform produs de electromagnet), bula de gaz din ferrofluid se va aplatiza pe direcție ortogonală la câmpul magnetic aplicat orizontal. Aceste rezultate verifică observațiile formulate în cadrul studiului analitic din subcapitolele precedente.

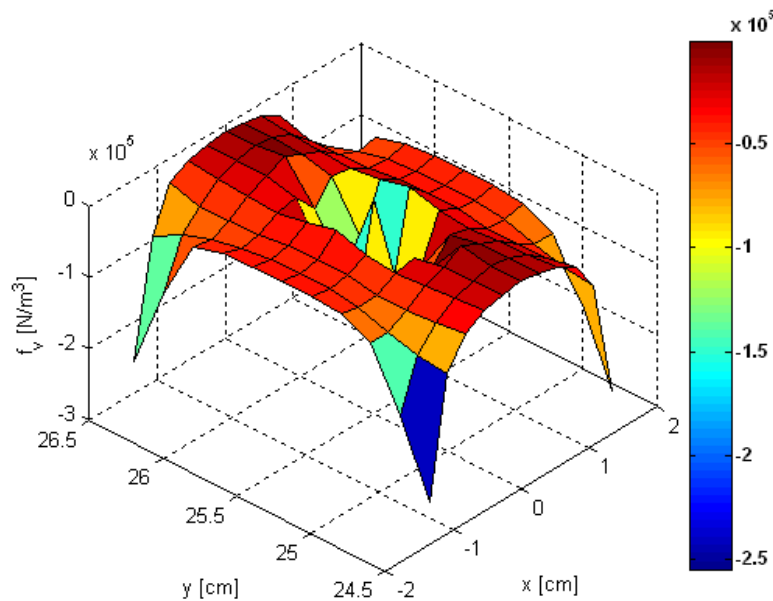


Fig.4.147. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0 \text{ cm}$ în cazul modelului în absența efectului de margine.

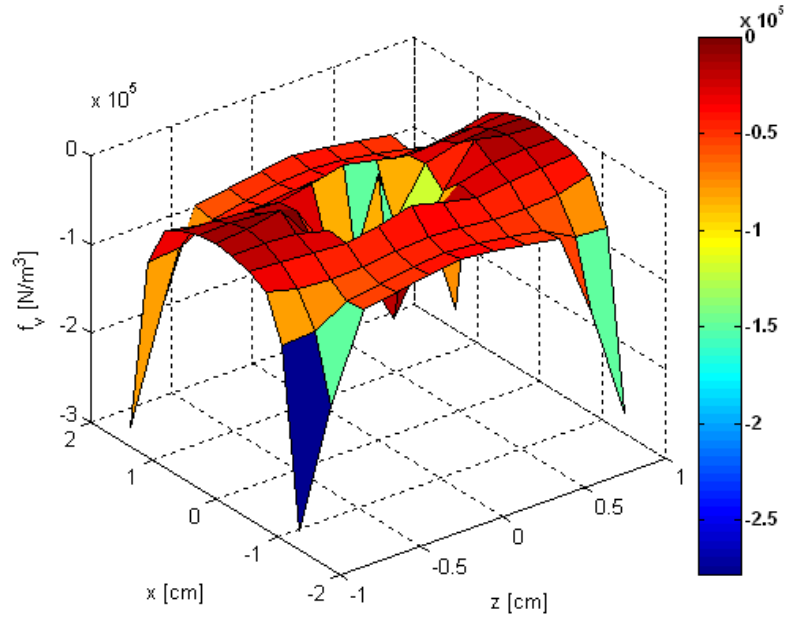


Fig.4.148. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 25.5\text{cm}$ în cazul modelului în absența efectului de margine.

Analizând și rezultatele obținute în cazul celui de-al doilea model, adică în prezența efectului de margine (Fig.4.149.):

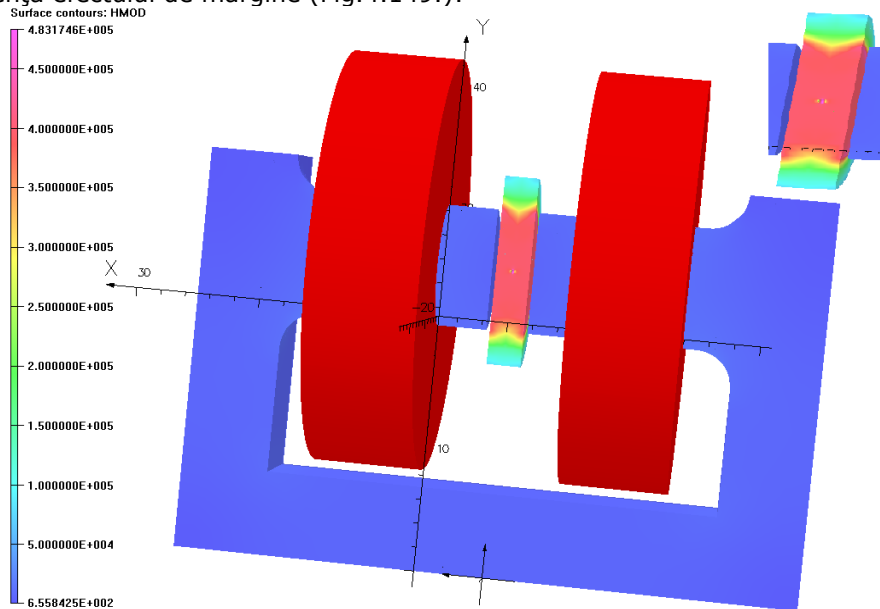


Fig.4.149. Distribuția intensității câmpului magnetic în cazul modelului în prezența efectului de margine (model complet și detaliu).

se constată faptul că intensitatea câmpului magnetic are o distribuție neuniformă în ferofluid, atât în zona bulei de gaz cât și în zona efectului de margine. În ceea ce privește distribuția câmpului magnetic în zona bulei, și aici ca și în cazul modelului în absența efectului de margine, intensitatea câmpului magnetic obține valori mici la „polii” acesteia (vectorul intensitate a câmpului magnetic fiind normal în aceste puncte) și valori foarte mari la „ecuatorul” acesteia (vectorul intensitate a câmpului magnetic fiind tangențial în aceste puncte).

Utilizând expresia (4.91) în care toate mărimile necesare calculului sunt deja cunoscute din modelarea numerică și programul realizat în Matlab (Anexa 7), s-au determinat valorile forței specifice care acționează în punctele suprafeței de discontinuitate bulă de gaz – ferofluid, rezultatele obținute fiind prezentate sub formă grafică (Fig.4.150.). Analizând aceste rezultate se constată faptul că și în prezența efectului de margine forțele specifice de suprafață au orientare opusă normalei \bar{n}_{12} , fiind orientate spre ferofluid (semnul „-” din fața rezultatului oferind indicii asupra orientării), aceste forțe exercitând o compresiune asupra ferofluidului conducând la deformarea pereților bulei. Având în vedere faptul că forțele specifice de suprafață au valori maxime pe linia „ecuatorului”, valori ce scad spre „polii” unde devin nule, presiunea exercitată de acestea asupra ferofluidului va fi maximă în punctele „ecuatorului” ceea ce conduce în aceste puncte la o deformare mai pronunțată a pereților bulei, adică sub acțiunea acestor forțe, bula va avea tendința să se aplatizeze pe direcție ortogonală la câmpul magnetic aplicat.

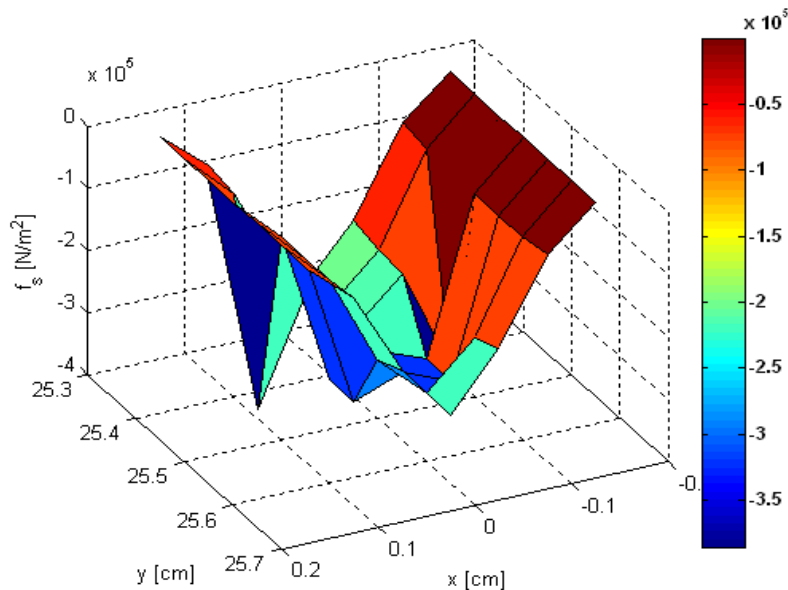


Fig.4.150. Distribuția forței specifice de suprafață în cazul modelului în prezența efectului de margine.

Utilizând valorile intensității câmpului magnetic obținute din modelare în expresia (4.102) implementată în programul din Anexa 8 și considerând ferofluidul omogen ($\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \rho = const.$), s-au determinat valorile forțelor specifice de volum care

acționează în punctele unui plan vertical din ferrofluid de coordonată $z = 0\text{cm}$ (Fig.4.151.), respectiv într-un plan orizontal din ferrofluid de coordonată $y = 25.5\text{cm}$ (Fig.4.152.). Analizând aceste rezultate se observă faptul că indiferent de planul în care se calculează aceste forțe, ele au o acțiune uniformă în jurul bulei de gaz din ferrofluid. În plus, forța specifică de volum fiind funcție de ∇H^2 , pentru a stabili orientarea acesteia față de forța specifică de suprafață, s-a impus condiția ca modulul să ia semnul în funcție de orientarea componentei după axa y în primul plan, respectiv a componentei după axa z în al doilea plan (componenta după axa x având în fiecare punct orientarea spre mijlocul planului, indiferent de planul considerat). În aceste condiții, forțele specifice de volum vor rezulta pozitive în toate punctele celor două plane, excepție făcând punctele din zona „polilor” bulei unde aceste forțe sunt negative. În plus, aceste forțe obțin valori foarte mari în zona efectului de margine fiind orientate spre zona de câmp mai intens (spre mijlocul celor două plane), producând în ferrofluid o presiune în acest sens. Deci, se constată faptul că forțele specifice de volum obțin valori și sunt orientate astfel încât să compenseze efectul forțelor specifice de pe suprafața bulei, excepție făcând punctele din zona „polilor” acesteia unde forțele specifice de volum amplifică efectul forțelor superficiale.

Astfel, sub acțiunea combinată a presiunilor produse de cele două forțe specifice, în prezența magnetostricțiunii și a efectului de margine (ferrofluidul fiind dispus astfel încât o parte a sa este în zona de câmp neuniform), bula de gaz din ferrofluid se va alungi pe direcția câmpului magnetic aplicat orizontal.

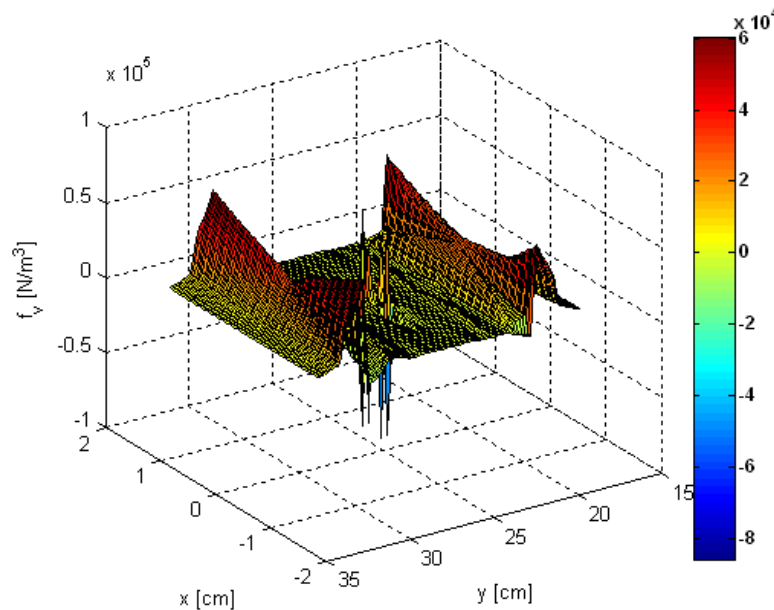


Fig.4.151. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $z = 0\text{cm}$ în cazul modelului în prezența efectului de margine .

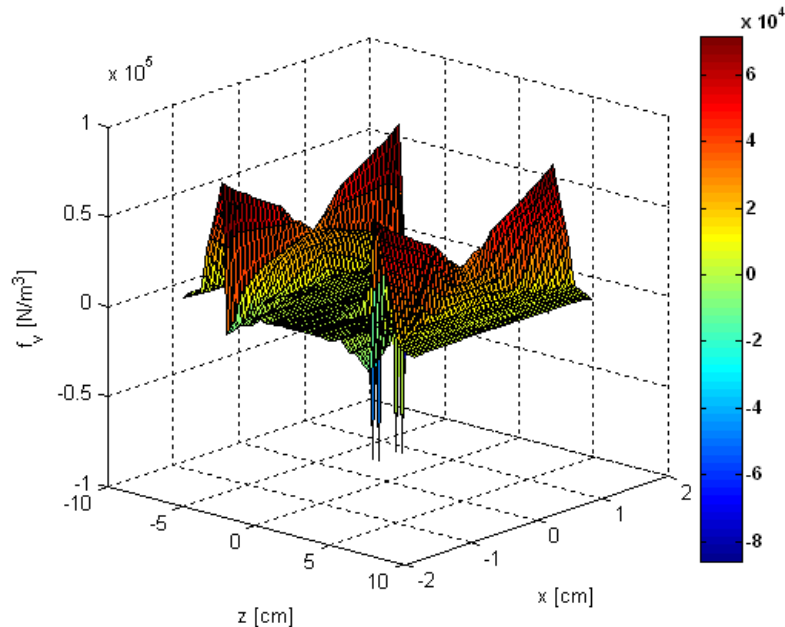


Fig.4.152. Distribuția forței specifice de volum în planul de coordonată $y = 25.5\text{cm}$ în cazul modelului în prezența efectului de margine .

4.5. Bibliografie selectivă

- [1] R.E. Rosensweig, *Ferrohydrodynamics*, Cambridge University Press, New York, 1985.
- [2] L.F. Bates, *Modern magnetism*, Cambridge University Press, New York, 1963.
- [3] T.B. Jones, *Theory and application of ferrofluid seals*. In *Thermomechanics of magnetic fluids*, B. Berkovsky, Ed. Hemisphere, Washington D.C., 1978, p.255-298.
- [4] B.M. Berkovsky, L.P. Orlov, Investigation of free-surface forms in magnetic liquids analogue of pinch effect, *Magneto hydrodynamics*, 4(9), 1973, p.468-473.
- [5] S. Maruno, K. Yubakami, S. Soga, Plain paper recording process using magnetic fluids, *J. Magn. Magn. Mater.*, 39(1,2), 1983, p.187-189.
- [6] R.E. Rosensweig, *Magnetic fluids*, *Int. Sci. Tech.*, 1966, p.48-56.
- [7] R. Kaiser, G. Miskolczy, Some applications of ferrofluid magnetic colloids, *IEEE Trans. Magnetics*, MAG-6(3), 1970, p.694-698.
- [8] R.E. Rosensweig, Buoyancy and stable levitation of a magnetic body immersed in a magnetizable fluid, *Nature*, London, 210(5036), 1966, p.613-614.
- [9] G. Quincke, *Wied. Ann.*, Bd.10, 1881, s.161-203.
- [10] J. B. Birks, J. Hart, *Progress in Dielectrics*, vol.6, Temple Press, London, 1965.
- [11] T.B. Jones, *Electromechanical interpretation of electrowetting and relationship to liquid dielectrophoresis*, Lecture Notes, August, 2007.
- [12] S. Odenbach, *Handbook of magnetic materials - Ferrofluids*, Elsevier B.V., Netherlands, vol.16, 2006, p.127-208.
- [13] J.R. Melcher, G.I. Taylor, *Electrohydrodynamics: a review of the role of interfacial shear stress*, *Annual review of fluid mechanics*, vol.1, 1969.

- [14] I.E. Tamm, Bazele teoriei electricității, Ed. Tehnică, 1952.
- [15] Z. Schlett, ș.a., Forțe de gradient și aplicații, Ed. Mirton, 1995.
- [16] T.B. Jones, D.A. Krueger, An experimental and theoretical investigations of the magnetization properties and basic electromechanics of ferrofluids, Office of Naval Research, Colorado, Contract No. 097-390/06-29-73/473, Final report, 1977.
- [17] E. Durand, Electrostatique et magnetostatique, Masson et C^{ie}, Paris 1953.
- [18] G4 Quincke's method, Department of Physics and Astronomy 2nd Year Laboratory, University of Sheffield, 2009.
- [19] I. De Sabata, Bazele electrotehnicii, vol.2, I.P. Timișoara, 1972-1974.
- [20] C.I. Mocanu, Teoria câmpului electromagnetic, E.D.P. București, 1981.
- [21] C. Șora, Bazele electrotehnicii, E.D.P. București, 1982.
- [22] J.A. Straton, Electromagnetic theory, McGraw-Hill Book Company, New York and London, 1941, retipărit de IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory, 2007.
- [23] D. Vesa, M. Greconici, About some raising effects of the magnetic liquids placed in a stationary field, Simpozionul Național de Electrotehnică Teoretică, București, 2010.
- [24] D. Vesa, D. Daba, M. Greconici, About the force localization exerted by the magnetic field on the ferrofluids. The Quincke's effect, Brazilian Journal of Physics, 2011, (under review).
- [25] M. Abraham, R. Becker, Theorie der elektrizität, Bd.1, Teubner - Verlag, Leipzig, 1932.
- [26] S.S. Hakim, J.B. Higham, An experimental Determination of the Excess Pressure produced in a Liquid Dielectric by an Electric Field, Proc. Phys. Soc. 80, 1962, p.190-198.
- [27] I. Brevik, Fluids in electric and magnetic fields: Pressure variation and stability, Canadian Journal of Physics, 60, 1982, p.449-455.
- [28] Opera 13, 3D-Reference manual, Vector Fields, 2009.
- [29] D. Vesa, FEM modelling of the magnetic field in the air gap of Weiss electromagnet, Buletinul Științific al U.P. Timișoara seria Matematică - Fizică, Tom 56(70), 2, 2011.
- [30] M. Greconici, Z. Cvetkovic, A. Mladenovic, S. Aleksic, D. Vesa, Analytical-numerical approach for levitation force calculation on a cylindrical bearing with permanent magnets used in an electrical meter, 12th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, Brașov, 2010, p.197-201.
- [31] J.L. Neuringer, R.E. Rosensweig, Ferrohydrodynamics, Phys. Fluids, 7(12), 1964, p.1927-1937.
- [32] D.A. Krueger, T.B. Jones, Hydrostatic profile of ferrofluid around a vertical current-carrying wire, Phys. Fluids, 17(10), 1974, p.1831-1833.
- [33] E. Luca, G. Călugăru et al., Ferrofluidele și aplicațiile lor în industrie, Ed. Tehnică București, 1978.
- [34] T. John, D. Rannacher, A. Engel, Influence of surface tension on the conical meniscus of a magnetic fluid in the field of a current-carrying wire, J. Magn. Magn. Mater., 309, 2007, p.31-35.
- [35] K. May, T. John, R. Stannarius, Experimental study on the meniscus of a ferrofluid around a vertical cylindrical wire carrying electric current, Annual General Meeting of the Chemical and Polymer Physics Division, 2011.
- [36] R.E. Rosensweig, S. Elborai, S.H. Lee, M. Zahn, Ferrofluid meniscus in a horizontal or vertical magnetic field, J. Magn. Magn. Mater., 289, 2005, p.192-195.
- [37] S. Elborai, Ferrofluid surface and volume flows in uniform rotating magnetic fields, Phd Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2006.

- [38] D. Mayer, Future of electrotechnics: ferrofluids, *Advances in Electrical and Electronic Engineering Journal*, 7(1,2), 2008, p.9-14.
- [39] B.T. Chu, Thermodynamics of electrically conducting fluids, *Phys. Fluids*, 2(5), 1959, p.473-484.
- [40] D. Vesa, M. Greconici, Physical Mechanism of the Magnetic Liquid Raising Around a Vertical Conductor with a Current Flow, *International PhD Seminar on Computational Electromagnetics and Optimization in Electrical Engineering*, Sofia, 2010, p.124-127.
- [41] D. Vesa, I. Şora, D. Daba, Some Raising Effects Of The Magnetic Liquids Around Vertical Conductors With A Current Flow, *Revue Roumaine des Sciences Techniques - Série Électrotechnique et Énergétique*, 2012, (under review).
- [42] I.E. Tarapov, Some problems of the hydrostatics of magnetized and polarized media, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Zhidk. Gaza*, No. 5, 1974, p.141-144.
- [43] V.I. Arkhipenko, Yu.D. Barkov, V.G. Bashtovoi, Shape of a drop of magnetized fluid in a homogeneous magnetic field, *Magneto hydrodynamics* 14(3), 1978, p.373-375.
- [44] K. Ueno, M. Higashitani, S. Kamiyama, Study on single bubbles rising in magnetic fluid for small Weber number, *J. Magn. Magn. Mater.*, 149, 1995, p.104-107.
- [45] K. Ueno, T. Nishita, S. Kamiyama, Numerical simulation of deformed single bubbles rising in magnetic fluid, *J. Magn. Magn. Mater.*, 201, 1999, p.281-284.
- [46] V. Bashtovoi, M. Kovalev, A. Reks, Instabilities of bubbles and droplets flows in magnetic fluids, *J. Magn. Magn. Mater.*, 289, 2005, p.350-352.
- [47] M.S. Korlie, et. al., Modeling bubbles and droplets in magnetic fluids, *J. Phys.: Condens. Matter*, 20, 2008.
- [48] G. Pop, L. Vekas, et. al., Studies on the dynamics of gas bubbles in magnetizable nanofluids, the 6th International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics, Timisoara, 2004, p.679-684.
- [49] F.D. Stoian, S. Holotescu, L. Vekas, Bubbles generation mechanism in magnetic fluid and its control by an applied magnetic field, *Physics Procedia*, 2009.
- [50] J. Jeans, *The mathematical theory of electricity and magnetism*, Cambridge, 1927.
- [51] D. Vesa, M. Greconici, Analytical Study and Numerical Modeling of Magnetic Forces which Act on Single Gas Bubble Rising in Magnetic Fluid, 13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, Braşov, 2012, (in press).

5. CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE

5.1. Concluzii

Prin lucrarea de față intitulată „Cercetări privind forțele exercitate de câmpul magnetic macroscopic asupra lichidelor magnetice”, autoarea încearcă să realizeze o analiză unitară a fenomenelor observate în lichidele magnetice în prezența câmpului magnetic macroscopic, sub aspectul forțelor exercitate de acesta. În baza considerațiilor dezvoltate pe parcursul lucrării, în cele ce urmează se prezintă principalele concluzii formulate pentru fiecare capitol în parte.

Capitolul 2:

- Deși literatura din domeniul operează frecvent cu expresia forței specifice de volum obținută din medierea microscopică, aceasta nu este general valabilă deci, utilizarea ei în explicarea efectelor câmpului magnetic în ferofluide este insuficientă.
- Datorită faptului că termenul maxwellian din expresia forței specifice de volum cunoscută din teoria clasică este mai redus decât termenul magnetostrictiv, neglijarea acestuia din urmă nu este în general justificată. Deși cele două expresii (cea obținută din medierea microscopică respectiv cea cunoscută din teoria clasică) sunt valabile în condiții de mediu și câmp diferite, literatura neglijează frecvent termenul magnetostrictiv, expresia rezultată fiind identificată cu cea obținută din medierea microscopică.
- Neglijarea termenului magnetostrictiv din expresia forței specifice de volum conduce la o localizare exclusiv superficială a forțelor și la o interpretare inadecvată a unor experimente clasice.
- Luând în considerare termenul magnetostrictiv în expresia forței specifice de suprafață, se constată faptul că în cazul lichidelor magnetice slab magnetizabile cum sunt ferofluidele, forțele superficiale în punctele suprafețelor libere ca suprafețe de câmp exercită o compresiune asupra lichidului și nu o tracțiune așa cum rezultă în absența termenului magnetostrictiv.

Capitolul 3:

- Pentru a face diferența între densitățile de forță care se exercită asupra punctelor din volumul mediului și cea echivalentă din punct de vedere al acțiunii rezultante asupra mediului, primele au fost numite densități efective de forță iar al doilea tip densități echivalente de forță. Mărimile numite densități echivalente de forță de volum și de suprafață sunt cele cu care operează literatura electrotehnică clasică.

- Forța specifică de volum a fost numită forță echivalentă datorită faptului că ea conține implicit și contribuția locală a stării de tensiune magnetică ce ia naștere în fluid sub acțiunea forțelor efectiv exercitate de câmp.
- Teoria elaborată asupra forțelor efective exercitate de câmpul magnetic macroscopic localizează corect termenul magnetostrictiv din expresia forței specifice, și anume nu în volum, ci pe suprafața care cuprinde porțiunea de corp considerată.

Capitolul 4:

- Deși termenii magnetostrictivi din expresiile forțelor specifice de volum și suprafață nu contribuie la valoarea forței totale exercitate de câmp, ei au un rol hotărâtor în localizarea spațială a acestor forțe și, implicit, în înțelegerea mecanismului fizic real al efectelor produse.
- Neglijarea termenului magnetostrictiv conduce la o localizare exclusiv superficială a forțelor, echivalentă doar sub raportul efectului global produs.
- În urma analizării efectului Quincke s-a observat faptul că deși în calculele uzuale efectul de margine (la extremitățile polilor) se poate neglija (câmpul neuniform fiind aici redus și ocupând o zonă spațială restrânsă în raport cu domeniul ocupat de câmpul uniform), în cazul forțelor exercitate de câmp acesta joacă un rol determinant.
- Rolul principal în producerea efectelor de denivelare în cazul efectului Quincke revine forțelor de volum ale câmpului, localizate în zonele de câmp neuniform (la extremitățile polilor) și având orientarea spre zonele de câmp mai intens (zona dintre poli).
- În cazul efectului de „menisc conic” rolul principal în producerea efectelor de denivelare revine forțelor de volum ale câmpului, localizate în zonele de câmp neuniform pe direcție radială față de conductoare și având orientarea spre zonele de câmp mai intens (spre conductoare).
- Prin utilizarea a două conductoare apropiate, parcurse de curenți egali dar de sensuri opuse se poate obține dublarea denivelării lichidului magnetic față de cazul denivelării în lungul unui singur conductor. Acest lucru se datorează forțelor de volum care își amplifică efectul asupra ferofluidului în prezența câmpului magnetic rezultat.
- În microgravitație, alungirea bulei de gaz imersată în ferofluid este pe direcție perpendiculară pe liniile de câmp magnetic indiferent de orientarea acestora.
- În prezența gravitației și la orientare verticală a câmpului magnetic, gravitația și câmpul magnetic au același efect de alungire a bulei pe direcție perpendiculară pe liniile de câmp, deci efectul este amplificat. La orientare orizontală a câmpului magnetic, gravitația și câmpul magnetic au efecte opuse, deci bula se va alungi perpendicular pe câmp doar în cazul

câmpurilor intense; ea poate rămâne chiar sferică la câmpuri magnetice slabe.

- În prezența efectului de capăt, deformarea bulei va avea loc în lungul liniilor de câmp indiferent de orientarea acestora.
- În câmp neuniform, bula de gaz se va deplasa spre zona de câmp mai slab.
- În microgravitație, alungirea picăturii de ferrofluid dispusă în aer este în lungul liniilor de câmp, indiferent de orientarea acestora.
- Deformarea picăturii în prezența gravitației și la orientare verticală a câmpului magnetic, este diminuată datorită faptului că gravitația și câmpul magnetic au efecte opuse, deci picătura se va alungi pe direcția câmpului doar la câmpuri intense, la câmpuri slabe ea putând rămâne chiar sferică. Deformarea picăturii în prezența gravitației și la orientare orizontală a câmpului magnetic, este amplificată de efectul celor două, picătura alungindu-se în lungul liniilor de câmp
- În câmp neuniform, picătura se va deplasa spre zona de câmp mai intens.

Concluziile și observațiile formulate mai sus contribuie la formarea unei imagini de ansamblu mai cuprinzătoare în problema efectelor produse de forțele exercitate de câmpul magnetic macroscopic asupra ferrofluidelor. Pe baza acestor interpretări se poate prevedea comportamentul ferrofluidului în condițiile unui experiment dat (etansarea cu ferrofluid ca rezultat al efectului Quincke, diverse procese de fierbere ca rezultat al efectului de deformare a bulei de gaz din ferrofluid) sau, se pot imagina și produce efecte noi. Important pentru fiecare experiment este cunoașterea spectrului câmpului magnetic, deoarece acesta permite înțelegerea modului în care acționează forțele specifice.

5.2. Contribuții personale

În urma elaborării acestei teze, s-au remarcat următoarele contribuții personale ale autoarei:

- S-a efectuat o analiză critică și riguroasă a expresiilor forțelor specifice de volum și suprafață punând în evidență importanța lor în înțelegerea efectelor câmpului magnetic asupra ferrofluidelor.
- Pornind de la expresia cunoscută a densității de volum efectiv exercitate de câmpul electromagnetic macroscopic în medii oarecare și utilizând un procedeu de trecere la limită, simplu și intuitiv în comparație cu procedeu clasic tensorial, s-a dedus expresia forței specifice de suprafață efectiv exercitată de câmpul magnetic macroscopic în fluide neparcurse de curenți de conducție, expresie care este exprimată și cu ajutorul gradientului superficial.
- Utilizând expresia stării de tensiune magnetică din punctele unei suprafețe din fluid definită pur geometric, s-a dedus forța ce se exercită datorită

acestei tensiuni în punctele de discontinuitate a proprietăților fizice locale ale fluidului.

- Pentru a se determina expresia densității superficiale efective a forței exercitate de câmpul magnetic în punctele suprafețelor de discontinuitate parcurse de curenți de conducție, s-a făcut apel la reducerea forțelor efective de volum la tensiuni mecanice fictive de suprafață. Pentru acesta s-a dedus tensorul stare de tensiune „efectiv” și componenta sa vectorială asociată normalei la suprafață.
- S-a realizat un studiu analitic al unor experimente clasice cunoscute din literatura aferentă lichidelor magnetice punând în evidență importanța considerării efectului magnetostrictiv în analizarea efectelor produse de câmpul magnetic microscopic.
- S-au efectuat determinări experimentale în cazul efectului Quincke și al efectului de „menisc conic” iar prin prelucrarea rezultatelor obținute s-au formulat concluzii.
- Utilizând programul de simulare cu element finit Opera13 au fost modelate experimentele practice realizate în laborator respectiv s-a calculat câmpul magnetic care conduce la deformarea bulei de gaz din lichidul magnetic și s-a pus în evidență distribuția forțelor specifice de volum și de suprafață.
- Datele obținute experimental sau prin modelări numerice au fost prelucrate utilizând medii de programare specializate prezentate în anexe, rezultatele obținute fiind redată sub formă grafică.

Datorită faptului că studiul efectuat în lucrare poate fi extins și pentru cazul altor efecte, pe viitor se dorește analizarea și explicarea efectului de punte de ferofluid obținută în absența respectiv în prezența gravitației, analizarea problemei forțelor exercitate de câmpul magnetic asupra microparticulelor feromagnetice imersate în lichidele magnetice, etc.

ANEXE

Anexa 1: % PROGRAM PENTRU CALCULUL FORȚEI DE SUPRAFAȚĂ ÎN CAZUL EFECTULUI QUINCKE

```
% Se citesc datele furnizate de programul Opera dintr-un fișier Excel
% Se construiește o matrice cu ajutorul acestor date
% Se calculează forța de suprafață
% Se afișează în 3 dimensiuni această forță

clc; % ștergere ecran
clear; % ștergere variabile

% parametri

ur=2.4; % permeabilitatea magnetică relativă a ferofluidului
u0=4*pi*1e-7; % permeabilitatea vidului
csim=ur-1; % susceptivitatea magnetică
u=ur*u0; % permeabilitatea magnetică absolută a ferofluidului

% încărcare date

colEs = xlsread('P1_d3.3_I8_s.xls',1,'E7:E127'); % încărcare date din fișierul Excel
hs=vec2mat(colEs,11); % formarea unei matrici cu 11 linii și 11 coloane din șirul
de date
hs=hs'; % transpusa matricii
hs2=hs.*hs; % pătratul matricii (element cu element)

% calculul forței

fs=-0.5*csim*(u-u0).*hs2; % forța de suprafață

% afișare grafic

f = figure
set(f,'name','P1_3.3_I8','numbertitle','off'); % definirea ferestrei de afișare
xs=(-1.35:0.27:1.35); % definirea valorilor pe axa x
zs=(-1.5:0.3:1.5); % definirea valorilor pe axa y
surf(xs,zs,fs) % afișarea graficului
xlabel('x [cm]'); % axa x
ylabel('z [cm]'); % axa y
zlabel('f_s [N/m^2]'); % axa z

% afișare valori pe axa z

min_fs=min(fs); % determinarea valorii minime a forței pe fiecare coloană
```

```

max_fs=max(fs); % determinarea valorii maxime a forței pe fiecare coloană
mins=min(min_fs); % determinarea valorii minime a forței
maxs=max(max_fs); % determinarea valorii maxime a forței
h = colorbar;
set(h,'YLim',[mins maxs],'FontName','Arial','FontSize',9,'FontWeight','bold'); %
afișare valori pe axa z

```

Anexa 2: % PROGRAM PENTRU CALCULUL FORȚEI DE VOLUM ÎN CAZUL EFECTULUI QUINCKE

```

% Se citesc datele furnizate de programul Opera dintr-un fișier Excel
% Se construiește o matrice cu ajutorul acestor date
% Se impun condițiile pentru stabilirea semnului forței de volum
% Se calculează forța de volum
% Se afișează în 3 dimensiuni această forță

clc; % ștergere ecran
clear; % ștergere variabile

%parametri

ur=2.4; % permeabilitatea magnetică relativă a ferofluidului
u0=4*pi*1e-7; % permeabilitatea vidului
csim=ur-1; % susceptivitatea magnetică
u=ur*u0; % permeabilitatea magnetică absolută a ferofluidului

% încărcare date

colEv = xlsread('P1_d3.3_I8_v.xls',1,'E7:E127'); % încărcare date din fișierul Excel
hv=vec2mat(colEv,11); % formarea unei matrici cu 11 linii și 11 coloane din șirul
de date
hv2=hv.*hv; % pătratul matricii (element cu element)
[dx,dy] = gradient(hv2); % calculul gradientului
dx2=dx.*dx;
dy2=dy.*dy;
% impunere condiții
for i=1:11
    for j=1:11
        if (dy(i,j)>0)
            modul(i,j)=sqrt(dx2(i,j)+dy2(i,j));
        else modul(i,j)=-sqrt(dx2(i,j)+dy2(i,j));
        end
    end
end
% calculul forței de volum

fv=0.5*csim*u*modul;

% afișare grafic

```

```

f = figure;
set(f,'name','Proba 1 d=3.3 x=0 - volum','numbertitle','off'); % definirea ferestrei
de afișare
yv=(17.7:0.535:23.05); % definirea valorilor pe axa x
zv=(-1.5:0.3:1.5); % definirea valorilor pe axa y
surf(zv,yv,fv) % afișarea graficului
xlabel('z [cm]'); % axa x
ylabel('y [cm]'); % axa y
zlabel('f_v [N/m^3]'); % axa z
% afișare valori pe axa z

min_fv=min(fv); % determinarea valorii minime a forței pe fiecare coloană
max_fv=max(fv); % determinarea valorii maxime a forței pe fiecare coloană
minv=min(min_fv); % determinarea valorii minime a forței
maxv=max(max_fv); % determinarea valorii maxime a forței
h = colorbar;
set(h,'YLim',[minv maxv],'FontName','Arial','FontSize',9,'FontWeight','bold'); %
afișare valori pe axa z

```

Anexa 3: % PROGRAM PENTRU CALCULUL FORȚEI DE SUPRAFAȚĂ ÎN CAZUL EFECTULUI DE MENISC CONIC LA UN CONDUCTOR

```

% Se citesc datele furnizate de programul Opera dintr-un fișier Excel
% Se construiește o matrice cu ajutorul acestor date
% Se calculează forța de suprafață
% Se afișează în 3 dimensiuni această forță

clc; % ștergere ecran
clear; % ștergere variabile

%parametri

ur=2.4; % permeabilitatea magnetică relativă a ferofluidului
u0=4*pi*1e-7; % permeabilitatea vidului
csim=ur-1; % susceptivitatea magnetică
u=ur*u0; % permeabilitatea magnetică absolută a ferofluidului

%încărcare date

colEs = xlsread('1 conductor_s-mas.xls',1,'E7:E631'); % încărcare date din fișierul
Excel
hs=vec2mat(colEs,25); % formarea unei matrici cu 25 linii și 25 coloane din șirul
de date
hs=hs'; % transpusa matricii
hs2=hs.*hs; % pătratul matricii (element cu element)

```

```

fs=-0.5*csim*(u-u0).*hs2; % calculul forței de suprafață

% afișare grafic

f = figure;
set(f,'name','1 conductor 10mm - suprafata','numbertitle','off'); % definirea
ferestrei de afișare
xs=(-6:0.5:6); % definirea valorilor pe axa x
ys=(-6:0.5:6); % definirea valorilor pe axa y
surf(xs,ys,fs) % afișarea graficului
xlabel('x [cm]'); % axa x
ylabel('y [cm]'); % axa y
zlabel('f_s [N/m^2]'); % axa z

% afișare valori pe axa z

min_fs=min(fs); % determinarea valorii minime a forței pe fiecare coloană
max_fs=max(fs); % determinarea valorii maxime a forței pe fiecare coloană
mins=min(min_fs); % determinarea valorii minime a forței
maxs=max(max_fs); % determinarea valorii maxime a forței
h = colorbar;
set(h,'YLim',[mins maxs],'FontName','Arial','FontSize',9,'FontWeight','bold'); %
afișare valori pe axa z

hold on % păstrare grafic pe ecran

% afișare conductor

Raza = 0.5;
Inaltime = 30;
Numar_fete = 15;
for i_ver=1:Numar_fete
    VertexData(i_ver,:) =
    [Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),0];
    VertexData(Numar_fete+i_ver,:) =
    [Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),Inaltime];
end
for i_pat=1:Numar_fete-1
    Index_Patch1(i_pat,:) =
    [i_pat,i_pat+1,i_pat+1+Numar_fete,i_pat+Numar_fete];
end
Index_Patch1(Numar_fete,:) = [Numar_fete,1,1+Numar_fete,2*Numar_fete];
for i_pat=1:Numar_fete
    PatchData1_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),1);
    PatchData1_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),2);
    PatchData1_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),3);
end
h1 = patch(PatchData1_X,PatchData1_Y,PatchData1_Z-25, [0.6 0.6 1]);
set(h1,'FaceLighting','phong','EdgeLighting','phong');
set(h1,'EraseMode','normal');

```

```

Index_Patch2(1,:) = [1:Numar_fete];
Index_Patch2(2,:) = [Numar_fete+1:2*Numar_fete];
for i_pat=1:2
    PatchData2_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),1);
    PatchData2_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),2);
    PatchData2_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),3);
end
view([-37.5,30]);

```

Anexa 4: % PROGRAM PENTRU CALCULUL FORȚEI DE VOLUM ÎN CAZUL EFECTULUI DE MENISC CONIC LA UN CONDUCTOR

```

% Se citesc datele furnizate de programul Opera dintr-un fișier Excel
% Se construiește o matrice cu ajutorul acestor date
% Se impun condițiile pentru stabilirea semnului forței de volum
% Se calculează forța de volum
% Se afișează în 3 dimensiuni această forță

clc; % ștergere ecran
clear; % ștergere variabile

%parametri

ur=2.4; % permeabilitatea magnetică relativă a ferofluidului
u0=4*pi*1e-7; % permeabilitatea vidului
csim=ur-1; % susceptivitatea magnetică
u=ur*u0; % permeabilitatea magnetică absolută a ferofluidului

% încărcare date

colEv = xlsread('1 conductor_v-mas.xls',1,'F7:F631'); % încărcare date din fișierul
Excel
hv=vec2mat(colEv,25); % formarea unei matrici cu 25 linii și 25 coloane din șirul
de date
hv2=hv.*hv; % pătratul matricii (element cu element)
[dx,dy] = gradient(hv2); % calculul gradientului
dx2=dx.*dx;
dy2=dy.*dy;
%impunere condiții
for i=1:25
    for j=1:25
        if (dx(i,j)>0)
            modul1(i,j)=sqrt(dx2(i,j)+dy2(i,j));
        else modul1(i,j)=-sqrt(dx2(i,j)+dy2(i,j));
        end
    end
end
end

```

```

fv=0.5*csim*u*modul1; % calculul forței de volum

% afișare grafic

f = figure;
set(f,'name','1 conductor 10mm volum','numbertitle','off'); % definirea ferestrei de
afișare
xv=(-6:0.5:6); % definirea valorilor pe axa x
zv=(-0.25:0.020833:0.25); % definirea valorilor pe axa y
surf(xv,zv,fv) % afișarea graficului
xlabel('x [cm]'); % axa x
ylabel('z [cm]'); % axa y
zlabel('f_v [N/m^3]'); % axa z

% afișare valori pe axa z

min_fv=min(fv); % determinarea valorii minime a forței pe fiecare coloană
max_fv=max(fv); % determinarea valorii maxime a forței pe fiecare coloană
minv=min(min_fv); % determinarea valorii minime a forței
maxv=max(max_fv); % determinarea valorii maxime a forței
h = colorbar;
set(h,'YLim',[minv maxv],'FontName','Arial','FontSize',9,'FontWeight','bold'); %
afișare valori pe axa z

hold on % păstrare grafic pe ecran

%afișare conductor

Raza = 0.5;
Inaltime = 0.5;
Numar_fete = 15;
for i_ver=1:Numar_fete
    VertexData(i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),0];
    VertexData(Numar_fete+i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),Inaltime];
end
for i_pat=1:Numar_fete-1
    Index_Patch1(i_pat,:) =
[i_pat,i_pat+1,i_pat+1+Numar_fete,i_pat+Numar_fete];
end
Index_Patch1(Numar_fete,:) = [Numar_fete,1,1+Numar_fete,2*Numar_fete];
for i_pat=1:Numar_fete
    PatchData1_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),1);
    PatchData1_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),2);
    PatchData1_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),3);
end
h1 = patch(PatchData1_X,PatchData1_Y,PatchData1_Z-0.25, [0.6 0.6 1]);
set(h1,'FaceLighting','phong','EdgeLighting','phong');
set(h1,'EraseMode','normal');

```

```

Index_Patch2(1,:) = [1:Numar_fete];
Index_Patch2(2,:) = [Numar_fete+1:2*Numar_fete];
for i_pat=1:2
    PatchData2_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),1);
    PatchData2_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),2);
    PatchData2_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),3);
end
view([-37.5,30]);
rotate(h1,[1 0 0],90);

```

Anexa 5: % PROGRAM PENTRU CALCULUL FORȚEI DE SUPRAFAȚĂ ÎN CAZUL EFECTULUI DE MENISC CONIC LA DOUĂ CONDUCTOARE

```

% Se citesc datele furnizate de programul Opera dintr-un fișier Excel
% Se construiește o matrice cu ajutorul acestor date
% Se calculează forța de suprafață
% Se afișează în 3 dimensiuni această forță

clc; % ștergere ecran
clear; % ștergere variabile

% parametri

ur=2.4; % permeabilitatea magnetică relativă a ferofluidului
u0=4*pi*1e-7; % permeabilitatea vidului
csim=ur-1; % susceptivitatea magnetică
u=ur*u0; % permeabilitatea magnetică absolută a ferofluidului

% încărcare date

colEs = xlsread('2 conductori_s-mas.xls',1,'E7:E631'); % încărcare date din fișierul
Excel
hs=vec2mat(colEs,25); % formarea unei matrici cu 25 linii și 25 coloane din șirul de
date
hs=hs'; % transpusa matricii
hs2=hs.*hs; % pătratul matricii (element cu element)

fs=-0.5*csim*(u-u0).*hs2; % calculul forței de suprafață

% afișare grafic

f = figure;
set(f,'name','2 conductori 10mm - suprafata','numbertitle','off'); % definirea
ferestrei de afișare
xs=(-6:0.5:6); % definirea valorilor pe axa x
ys=(-6:0.5:6); % definirea valorilor pe axa y
surf(xs,ys,fs) % afișarea graficului

```



```

xlabel('x [cm]'); % axa x
ylabel('y [cm]'); % axa y
zlabel('f_s [N/m^2]'); % axa z

% afișare valori pe axa z

min_fs=min(fs); % determinarea valorii minime a forței pe fiecare coloană
max_fs=max(fs); % determinarea valorii maxime a forței pe fiecare coloană
mins=min(min_fs); % determinarea valorii minime a forței
maxs=max(max_fs); % determinarea valorii maxime a forței
h = colorbar;
set(h,'YLim',[mins maxs],'FontName','Arial','FontSize',9,'FontWeight','bold'); %
afișare valori pe axa z

hold on % păstrare grafic pe ecran

% afișare conductoare

Raza = 0.5;
Inaltime = 39;
Numar_fete = 15;
for i_ver=1:Numar_fete
    VertexData(i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),0];
    VertexData(Numar_fete+i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),Inaltime];
end
for i_pat=1:Numar_fete-1
    Index_Patch1(i_pat,:) =
[i_pat,i_pat+1,i_pat+1+Numar_fete,i_pat+Numar_fete];
end
Index_Patch1(Numar_fete,:) = [Numar_fete,1,1+Numar_fete,2*Numar_fete];
for i_pat=1:Numar_fete
    PatchData1_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),1);
    PatchData1_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),2);
    PatchData1_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),3);
end
h1 = patch(PatchData1_X+2,PatchData1_Y,PatchData1_Z-34, [0.6 0.6 1]);
set(h1,'FaceLighting','phong','EdgeLighting','phong');
set(h1,'EraseMode','normal');
Index_Patch2(1,:) = [1:Numar_fete];
Index_Patch2(2,:) = [Numar_fete+1:2*Numar_fete];
for i_pat=1:2
    PatchData2_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),1);
    PatchData2_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),2);
    PatchData2_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),3);
end
view([-37.5,30]);

hold on

```

```

Raza = 0.5;
Inaltime = 39;
Numar_fete = 15;
for i_ver=1:Numar_fete
    VertexData(i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),0];
    VertexData(Numar_fete+i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),Inaltime];
end
for i_pat=1:Numar_fete-1
    Index_Patch1(i_pat,:) =
[i_pat,i_pat+1,i_pat+1+Numar_fete,i_pat+Numar_fete];
end
Index_Patch1(Numar_fete,:) = [Numar_fete,1,1+Numar_fete,2*Numar_fete];
for i_pat=1:Numar_fete
    PatchData1_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),1);
    PatchData1_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),2);
    PatchData1_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),3);
end
h1 = patch(PatchData1_X-2,PatchData1_Y,PatchData1_Z-34, [0.6 0.6 1]);
set(h1,'FaceLighting','phong','EdgeLighting','phong');
set(h1,'EraseMode','normal');
Index_Patch2(1,:) = [1:Numar_fete];
Index_Patch2(2,:) = [Numar_fete+1:2*Numar_fete];
for i_pat=1:2
    PatchData2_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),1);
    PatchData2_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),2);
    PatchData2_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),3);
end
view([-37.5,30]);

```

Anexa 6: % PROGRAM PENTRU CALCULUL FORȚEI DE VOLUM ÎN CAZUL EFECTULUI DE MENISC CONIC LA DOUĂ CONDUCTOARE

```

% Se citesc datele furnizate de programul Opera dintr-un fișier Excel
% Se construiește o matrice cu ajutorul acestor date
% Se impun condițiile pentru stabilirea semnului forței de volum
% Se calculează forța de volum
% Se afișează în 3 dimensiuni această forță

```

```

clc; % ștergere ecran
clear; % ștergere variabile

```

```

% parametri

```

```

ur=2.4; % permeabilitatea magnetică relativă a ferofluidului
u0=4*pi*1e-7; % permeabilitatea vidului

```

```

csim=ur-1; % susceptivitatea magnetică
u=ur*u0; % permeabilitatea magnetică absolută a ferofluidului

% încărcare date

colEv = xlsread('2 conductori_v-mas.xls',1,'E7:E631'); % încărcare date din fișierul
Excel
hv=vec2mat(colEv,25); % formarea unei matrici cu 25 linii și 25 coloane din șirul
de date
hv2=hv.*hv; % pătratul matricii (element cu element)
[dx,dy] = gradient(hv2); % calculul gradientului
dx2=dx.*dx;
dy2=dy.*dy;
%impunere condiții
for i=1:25
    for j=1:25
        if (dx(i,j)>0)
            modul1(i,j)=sqrt(dx2(i,j)+dy2(i,j));
        else modul1(i,j)=-sqrt(dx2(i,j)+dy2(i,j));
        end
    end
end
end

fv1=0.5*csim*u*modul1; % calculul forței de volum

% afișare grafic

f = figure;
set(f,'name','2 conductori 10mm - volum','numbertitle','off'); % definirea ferestrei
de afișare
xv=(-6:0.5:6); % definirea valorilor pe axa x
zv=(-0.25:0.020833:0.25); % definirea valorilor pe axa y
surf(xv,zv,fv1) % afișarea graficului
xlabel('x [cm]'); % axa x
ylabel('z [cm]'); % axa y
zlabel('f_v [N/m^3]'); % axa z

% afișare valori pe axa z

min_fv=min(fv1); % determinarea valorii minime a forței pe fiecare coloană
max_fv=max(fv1); % determinarea valorii maxime a forței pe fiecare coloană
minv=min(min_fv); % determinarea valorii minime a forței
maxv=max(max_fv); % determinarea valorii maxime a forței
h = colorbar;
set(h,'YLim',[minv maxv],'FontName','Arial','FontSize',9,'FontWeight','bold'); %
afișare valori pe axa z

hold on % păstrare grafic pe ecran

% afișare conductori

```

```

Raza = 0.5;
Inaltime = 0.5;
Numar_fete = 15;
for i_ver=1:Numar_fete
    VertexData(i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),0];
    VertexData(Numar_fete+i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),Inaltime];
end
for i_pat=1:Numar_fete-1
    Index_Patch1(i_pat,:) =
[i_pat,i_pat+1,i_pat+1+Numar_fete,i_pat+Numar_fete];
end
Index_Patch1(Numar_fete,:) = [Numar_fete,1,1+Numar_fete,2*Numar_fete];
for i_pat=1:Numar_fete
    PatchData1_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),1);
    PatchData1_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),2);
    PatchData1_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),3);
end
h1 = patch(PatchData1_X-2,PatchData1_Y,PatchData1_Z-0.25, [0.6 0.6 1]);
set(h1,'FaceLighting','phong','EdgeLighting','phong');
set(h1,'EraseMode','normal');
Index_Patch2(1,:) = [1:Numar_fete];
Index_Patch2(2,:) = [Numar_fete+1:2*Numar_fete];
for i_pat=1:2
    PatchData2_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),1);
    PatchData2_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),2);
    PatchData2_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),3);
end
view([-37.5,30]);
rotate(h1,[1 0 0],90);

hold on

Raza = 0.5;
Inaltime = 0.5;
Numar_fete = 15;
for i_ver=1:Numar_fete
    VertexData(i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),0];
    VertexData(Numar_fete+i_ver,:) =
[Raza*cos(2*pi/Numar_fete*i_ver),Raza*sin(2*pi/Numar_fete*i_ver),Inaltime];
end
for i_pat=1:Numar_fete-1
    Index_Patch1(i_pat,:) =
[i_pat,i_pat+1,i_pat+1+Numar_fete,i_pat+Numar_fete];
end
Index_Patch1(Numar_fete,:) = [Numar_fete,1,1+Numar_fete,2*Numar_fete];
for i_pat=1:Numar_fete

```

```

PatchData1_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),1);
PatchData1_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),2);
PatchData1_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch1(i_pat,:),3);
end
h1 = patch(PatchData1_X+2,PatchData1_Y,PatchData1_Z-0.25, [0.6 0.6 1]);
set(h1,'FaceLighting','phong','EdgeLighting','phong');
set(h1,'EraseMode','normal');
Index_Patch2(1,:) = [1:Numar_fete];
Index_Patch2(2,:) = [Numar_fete+1:2*Numar_fete];
for i_pat=1:2
    PatchData2_X(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),1);
    PatchData2_Y(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),2);
    PatchData2_Z(:,i_pat) = VertexData(Index_Patch2(i_pat,:),3);
end
view([-37.5,30]);
rotate(h1,[1 0 0],90);

```

Anexa 7: % PROGRAM PENTRU CALCULUL FORȚEI DE SUPRAFAȚĂ ÎN CAZUL BULEI IMERSATE ÎN FEROFUID DISPUS ÎN CÂMP UNIFORM / NEUNIFORM (CU EFECT DE MARGINE)

```

% Se citesc datele furnizate de programul Opera dintr-un fișier Excel
% Se calculează forța de suprafață pentru fiecare arc de cerc
% Se afișează în 3 dimensiuni această forță

clc; % ștergere ecran
clear; % ștergere variabile

% parametri

ur=2.4; % permeabilitatea magnetică relativă a ferofluidului
u0=4*pi*1e-7; % permeabilitatea vidului
csim=ur-1; % susceptivitatea magnetică
u=ur*u0; % permeabilitatea magnetică absolută a ferofluidului

% calculul forței de suprafață pentru primul arc de cerc ( $\varphi=0^\circ$ )

Bn0 = xlsread('Bula camp uniform.xls',3,'E7:E13'); % încărcarea componentei
normale din fișierul Excel
H0 = xlsread('Bula camp uniform.xls',3,'E24:E30'); % încărcarea modulului
intensității câmpului magnetic din fișierul Excel
Ht0 = xlsread('Bula camp uniform.xls',3,'E41:E47'); % încărcarea componentei
tangențiale din fișierul Excel
for i=1:7
    fs0(i)=0.5*(u-u0)*((Bn0(i)*Bn0(i))/(u*u0)+Ht0(i)*Ht0(i))-
    0.5*H0(i)*H0(i)*csim*u; % calculul forței de suprafață (vector)
end

```

```
% φ=30°

Bn1 = xlsread('Bula camp uniform.xls',4,'E7:E13');
H1 = xlsread('Bula camp uniform.xls',4,'E24:E30');
Ht1 = xlsread('Bula camp uniform.xls',4,'E41:E47');
for i=1:7
    fs1(i)=0.5*(u-u0)*((Bn1(i)*Bn1(i))/(u*u0)+Ht1(i)*Ht1(i))-
    0.5*H1(i)*H1(i)*csim*u;
end

% φ=60°

Bn2 = xlsread('Bula camp uniform.xls',5,'E7:E13');
H2 = xlsread('Bula camp uniform.xls',5,'E24:E30');
Ht2 = xlsread('Bula camp uniform.xls',5,'E41:E47');
for i=1:7
    fs2(i)=0.5*(u-u0)*((Bn2(i)*Bn2(i))/(u*u0)+Ht2(i)*Ht2(i))-
    0.5*H2(i)*H2(i)*csim*u;
end

% φ=90°

Bn3 = xlsread('Bula camp uniform.xls',6,'E7:E13');
H3 = xlsread('Bula camp uniform.xls',6,'E24:E30');
Ht3 = xlsread('Bula camp uniform.xls',6,'E41:E47');
for i=1:7
    fs3(i)=0.5*(u-u0)*((Bn3(i)*Bn3(i))/(u*u0)+Ht3(i)*Ht3(i))-
    0.5*H3(i)*H3(i)*csim*u;
end

% φ=120°

Bn4 = xlsread('Bula camp uniform.xls',7,'E7:E13');
H4 = xlsread('Bula camp uniform.xls',7,'E24:E30');
Ht4 = xlsread('Bula camp uniform.xls',7,'E41:E47');
for i=1:7
    fs4(i)=0.5*(u-u0)*((Bn4(i)*Bn4(i))/(u*u0)+Ht4(i)*Ht4(i))-
    0.5*H4(i)*H4(i)*csim*u;
end

% φ=150°

Bn5 = xlsread('Bula camp uniform.xls',8,'E7:E13');
H5 = xlsread('Bula camp uniform.xls',8,'E24:E30');
Ht5 = xlsread('Bula camp uniform.xls',8,'E41:E47');
for i=1:7
    fs5(i)=0.5*(u-u0)*((Bn5(i)*Bn5(i))/(u*u0)+Ht5(i)*Ht5(i))-
    0.5*H5(i)*H5(i)*csim*u;
end
```

```

%  $\varphi=180^\circ$ 

Bn6 = xlsread('Bula camp uniform.xls',9,'E7:E13');
H6 = xlsread('Bula camp uniform.xls',9,'E24:E30');
Ht6 = xlsread('Bula camp uniform.xls',9,'E41:E47');
for i=1:7
    fs6(i)=0.5*(u-u0)*((Bn6(i)*Bn6(i))/(u*u0)+Ht6(i)*Ht6(i))-
    0.5*H6(i)*H6(i)*csim*u;
end

fs=[fs0; fs1; fs2; fs3; fs4; fs5; fs6]; % matricea forței de suprafață

% afișare grafic

f = figure;
set(f,'name','Bula uniform - suprafata','numbertitle','off'); % definirea ferestrei de
afișare
xs=(-0.15:0.05:0.15); % definirea valorilor pe axa x
ys=(-0.15:0.05:0.15); % definirea valorilor pe axa y
surf(xs,ys,fs) % afișarea graficului
xlabel('x [cm]'); % axa x
ylabel('y [cm]'); % axa y
zlabel('f_s [N/m^2]'); % axa z

% afișarea valorilor pe axa z

min_fs=min(fs); % determinarea valorii minime a forței pe fiecare coloană
max_fs=max(fs); % determinarea valorii maxime a forței pe fiecare coloană
mins=min(min_fs); % determinarea valorii minime a forței
maxs=max(max_fs); % determinarea valorii maxime a forței
h = colorbar;
set(h,'YLim',[mins maxs],'FontName','Arial','FontSize',9,'FontWeight','bold'); %
afișare valori pe axa z

Anexa 8: % PROGRAM PENTRU CALCULUL FORȚEI DE
VOLUM ÎN CAZUL BULEI IMERSATE ÎN FEROFUID DISPUS ÎN
CÂMP UNIFORM / NEUNIFORM (CU EFECT DE MARGINE)

% Se citesc datele furnizate de programul Opera dintr-un fișier Excel
% Se impun condițiile pentru stabilirea semnului forței de volum
% Se calculează forța de volum
% Se afișează în 3 dimensiuni această forță

clc; % ștergere ecran
clear; % ștergere variabile

% parametri

ur=2.4; % permeabilitatea magnetică relativă a ferofluidului

```

```
u0=4*pi*1e-7; % permeabilitatea vidului
csim=ur-1; % susceptivitatea magnetică
u=ur*u0; % permeabilitatea magnetică absolută a ferofluidului

% încărcare date

colEv = xlsread('Bula camp uniform.xls',1,'F7:F127'); % încărcare date din fișierul
Excel
hv=vec2mat(colEv,11); % formarea unei matrici cu 11 linii și 11 coloane din șirul de
date
hv2=hv.*hv; % pătratul matricii (element cu element)
[dx,dy] = gradient(hv2); % calculul gradientului
dx2=dx.*dx;
dy2=dy.*dy;
modul=sqrt(dx2+dy2); % calcul modul
%impunere condiții
for i=1:11
    for j=1:11
        if (dy(i,j)>0)
            modul1(i,j)=-modul(i,j);
        else modul1(i,j)=modul(i,j);
        end
    end
end
end

fv=0.5*csim*u*modul1; % calculul forței de volum

% afișare grafic

f = figure;
set(f,'name','Bula uniform Z0 - volum','numbertitle','off'); % definirea ferestrei de
afișare
xv=(-1.35:0.27:1.35); % definirea valorilor pe axa x
yv=(24.5:0.2:26.5); % definirea valorilor pe axa y
surf(xv,yv,fv); % afișarea graficului
xlabel('x [cm]'); % axa x
ylabel('y [cm]'); % axa y
zlabel('f_v [N/m^3]'); % axa z

% afișarea valorilor pe axa z
min_fv=min(fv); % determinarea valorii minime a forței pe fiecare coloană
max_fv=max(fv); % determinarea valorii maxime a forței pe fiecare coloană
minv=min(min_fv); % determinarea valorii minime a forței
maxv=max(max_fv); % determinarea valorii maxime a forței
h = colorbar;
set(h,'YLim',[minv maxv],'FontName','Arial','FontSize',9,'FontWeight','bold'); %
afișare valori pe axa z
```


SINTEZA PRIVIND LUCRĂRILE PROPRII

1. D. Vesa, "The magnetic force deduction in the interface between ferrofluids using a limit process", *Buletinul Științific al U.P. Timișoara seria Matematică - Fizică*, Tom 55(69), 2, pp.82-85, 2010.
2. M. Greconici, Z. Cvetkovic, A. Mladenovic, S. Aleksic, D. Vesa, "Analytical numerical approach for levitation force calculation on a cylindrical bearing with permanent magnets used in an electrical meter", 12th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, pp.197-201, Brașov May 2010.
3. D. Vesa, M. Greconici, "Physical Mechanism of the Magnetic Liquid Raising Around a Vertical Conductor with a Current Flow", International PhD Seminar on Computational Electromagnetics and Optimization in Electrical Engineering, pp.124-127, Sofia September 2010.
4. D. Vesa, M. Greconici, "About some raising effects of the magnetic liquids placed in a stationary field", Simpozionul Național de Electrotehnică Teoretică, București, December 2010.
5. D. Vesa, D. Daba, M. Greconici, "About the force localization exerted by the magnetic field on the ferrofluids. The Quincke's effect", *Brazilian Journal of Physics*, March 2011, (under review).
6. D. Vesa, "The effective forces exerted by the macroscopic magnetic field in ferrofluid", *Zilele Academice Timișene - Simpozion Electrotehnică și Electroenergetică*, May 2011.
7. D. Vesa, "FEM modelling of the magnetic field in the air gap of Weiss electromagnet", *Buletinul Științific al U.P. Timișoara seria Matematică - Fizică*, Tom 56(70), 2, pp.89-95, 2011.
8. D. Vesa, I. Șora, D. Daba, "Some Raising Effects of the Magnetic Liquids Around Vertical Conductors with a Current Flow", *Revue Roumaine des Sciences Techniques - Série Électrotechnique et Énergétique*, January 2012, (under review).
9. D. Vesa, M. Greconici, "Analytical Study and Numerical Modeling of Magnetic Forces which Act on Single Gas Bubble Rising in Magnetic Fluid", 13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, Brașov May 2012, (in press).