MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

ing. IOAN ADRIAN VIOREL

INFLUENTA FORMEI CRESTATURILOR,NUMARULUI CRESTATURILOR SI A REPARTITIEI INFASURARILOR ASUPRA PARAMETRILOR MASINII DE INDUCTIE SI CONSIDERAREA ACESTORA IN STUDIUL FUNCTIONARII MASINII

Teză de doctorat

CONDUCATOR STIINTIFIC
Prof.dr.ing. TOMA DORDEA

- 1978 -
TIMISOARA

C U P R I N S

LISTA PRINCIPALELOR NOTATII UTILIZATE

a - constantă în expresia ordinului de armonică ν a solenației produsă de curentul statoric de frecvența rețelei ($a=0, \pm 1, \ldots$).

${}^{\mu,\nu}a_{R(x_2',t)}$ - solenația rezultantă rotorică armonică de ordinul μ, produsă de curentul rotoric de ordinul ν, scrisă față de o axă fixă în rotor, $x_2' = 0$.

${}^{\mu,\nu}a_{(Z)}$ - solenația armonică de ordinul μ a ochiului (Z) rotoric, produsă de curentul rotoric de ordinul ν.

${}^{\mu,\nu}a_{S(x_1,t)}$ - solenația rezultantă statorică produsă de curentul de frecvența rețelei, scrisă față de o axă fixă în stator, $x_1=0$.

$\bar{A}$ - potențialul magnetic vector.

b - constantă în expresia ordinului de armonică μ a solenației produsă de curentul rotoric de ordinul ν ($b=0, \pm 1, \ldots$).

b_o, b_{o1}, b_{o2} - deschiderea de crestătură în general respectiv statoric rotorică în unitate de lungime

$\bar{B}$ - inducția magnetică.

${}^{\nu}b_{S(x_1,t)}$ - inducția magnetică rezultantă în întrefier produsă de solenația rezultantă statorică armonică de ordinul ν, scrisă față de o axă fixă în stator, $x_1=0$.

${}^{\nu}b_{R(x_2',t)}$ - inducția magnetică în întrefier produsă de solenația rezultantă rotorică armonică de ordinul ν, scrisă față de o axă fixă în rotor, $x_2'=0$.

c - constantă în expresia ordinului de armonică ε a solenației produse de curenții armonici statorici ($c=0, \pm 1, \ldots$)

d - constantă în expresia ordinului de armonică ξ a solenației produse de curenții rotorici de ordinul σ ($d=0, \pm 1, \ldots$).

D - diametrul mediu în întrefier.

${}^{\nu}e_{\lambda,\rho}$ - tensiunea electromotoare indusă în zona ρ a fazei λ statorică de cîmpul armonică de ordinul ν.

${}^{\nu}e_{(Z)}$ - tensiunea electromotoare indusă în ochiul Z rotoric de cîmpul armonică de ordinul ν.

H - intensitatea cîmpului magnetic.

i - curent variabil în general.

i_1, i_2 - înclinarea crestăturii statorice respectiv rotorice.

$^{-b}i_{\lambda,1}$ - curentul din prima zonă a fazei λ statorice armonică de ordinul -b.

$^{\nu}i_{(Z)}$ - curentul din ochiul Z rotoric armonică de ordinul ν

I_1 - valoarea eficace a curentului de fază statoric de frecvenţa reţelei.

$^{-b}I_{1\rho}$ - valoarea eficace a curentului statoric din zona ρ, armonică de ordinul -b.

$^{\nu}I_R$ - valoarea eficace a curentului de ochi rotoric armonică de ordinul ν.

$^{\nu'}I_2$ - valoarea eficace a curentului de fază rotoric armonică de ordinul ν'.

I_{1p} - valoarea eficace a curentului din înfăşurarea fictivă statorică pentru considerarea pierderilor în fier.

k, K - constante în general.

k_c, k_{c1}, k_{c2} - factorul lui Carter cînd se consideră crestături pe ambele armături, respectiv numai pe stator, rotor.

$^{\nu}k_{w1}$, $^{\nu}k_{w2}$ - factorul de înfăşurare statoric, respectiv rotoric, pentru armonica de ordinul ν.

$^{\nu}k_{q1}$, $^{\nu}k_{q2}$ - factorul de zonă statoric, respectiv rotoric, pentru armonica de ordinul ν.

$^{\nu}k_{y1}$, $^{\nu}k_{y2}$ - factorul de scurtare statoric, respectiv rotoric, pentru armonica de ordinul ν.

$^{\nu}k_{i1}$, $^{\nu}k_{i2}$ - factorul de înclinare statoric, respectiv rotoric, pentru armonica de ordinul ν.

$^{\nu}k_{f1}, {^{\nu}k_{f2}}$ - coeficientul de formă a solenaţiei statorice, respectiv rotorice pentru o armonică de ordinul ν.

$^{\nu}k_{DS}, {^{\nu}k_{DR}}$ - factorul de deschidere statoric, respectiv rotoric pentru o armonică de ordinul ν.

k_s, k_{sdc} - factorul de saturaţie pentru întrefier, respectiv deschiderea de crestătură.

L_{dc} - inductivitatea de dispersie a crestăturii în general.

L_{d1q}, L_{d2q} - inductivitatea de dispersie a unei zone statorice, respectiv rotorice.

L_{d1}, L_{d2} - inductivitatea de dispersie a unei faze statorice, respectiv rotorice.

$L_{d2\sigma}, L_{db}, L_{di}$ – inductivitatea de dispersie a unui ochi,respectiv bară,porţiune de inel din rotor.

L_{d1f}, L_{d2f} – inductivitatea de dispersie a părţii frontale a înfăşurării pentru o fază statorică,respectiv rotorică.

${}^{\nu}L'_{1\varrho}, {}^{\nu}L'_{2\varrho}$ – inductivitatea extinsă utilă a unei zone statorice respectiv rotorice,pentru o armonică de ordinul ν

${}^{\nu'}L'_{1}, {}^{\nu'}L'_{2}$ – inductivitatea extinsă utilă a unei faze statorice respectiv rotorice pentru o armonică de ordinul ν.

${}^{\nu}L_{R}$ – inductivitatea extinsă a unui ochi rotoric pentru o armonică de ordinul ν.

l – lungimea maşinii.

m_1, m_2 – numărul de faze statoric ,respectiv rotoric.

${}^{\nu}M'_{12}$ – inductivitatea de cuplaj extinsă stator-rotor corespunzătoare cîmpului armonică de ordinul ν.

${}^{\nu}M'_{21\varrho}$ – inductivitatea de cuplaj extinsă rotor-zonă statorică corespunzătoare cîmpului armonică de ordinul ν

M – cuplu electromagnetic, în general.

M_{as} – cuplul electromagnetic asincron rezultant.

M_{ν} – cuplul electromagnetic asincron datorat armonicii de ordinul ν.

M_{sin} – cuplul electromagnetic sincron.

p – numărul de perechi de poli.

p_{Fe1}, p_{Fe2} – pierderile în fierul statoric,respectiv rotoric.

q_1, q_2 – numărul de crestături pe pol şi fază a înfăşurări statorice,respectiv rotorice.

r – raza medie în întrefier.

R_{1q}, R_{2q} – rezistenţa unei zone statorice,respectiv rotorice.

R_1, R_2 – rezistenţa unei faze statorice,respectiv rotorice.

$R_{2\sigma}, R_{2b}, R_{2i}$ – rezistenţa unui ochi,respectiv bară,porţiune de inel din rotor.

R_{1pq} – rezistenţa unei zone a înfăşurării fictive statorice pentru considerarea pierderilor în fier.

s – alunecarea în general.

s_s – alunecarea corespunzătoare cîmpului rotoric de frecvenţa reţelei.

s_b – numărul de spire înseriate într-o bobină.

t_1, t_2	-pasul dentar statoric,respectiv rotoric .
U_1	-tensiunea de fază statorică.
Z_1, Z_2	-numărul de crestături statoric,respectiv rotoric .
Z	-numărul unui ochi rotoric în general.
x, x_1, x_S	-sisteme de coordonate cu axele fixe în stator.
x_2, x_2', x_R	-sisteme de coordonate cu axele fixe în rotor .
y, y_1, y_2	-pasul înfăşurării în general,respectiv statoric, rotoric,în număr de crestături .
w_1, w_2	-numărul de spire înseriate pe faza statorică,respectiv rotorică .
α_{c1}, α_{c2}	-deschiderea crestăturii statorice,respectiv rotorice în radiani .
β_S, β_R	-unghiuri între axele de coordonate în stator,respectiv rotor.
$\delta, \delta', \delta''$	-întrefierul real,respectiv mărit cu factorul lui Carter şi cu factorul de saturaţie .
η_1, η_2	-înclinarea raportată a crestăturii statorice,respectiv rotorice ($\pi/\eta_1 = i_1/D$).
$\nu, \mu, \varepsilon, \sigma, \xi$	-ordine de armonică .
$\lambda(x,t)$	-permeanţa echivalentă variabilă a întrefierului .
λ_1, λ_2	-coeficienţi în expresia permeanţei echivalente variabile a întrefierului .
λ_c	-permeanţa specifică a crestăturii .
${}^{\nu}\varphi_S, {}^{\nu}\varphi_R$	-defazajul dintre tensiunea electromotoare indusă şi curentul generat în elementul de bază statoric, respectiv rotoric.
${}^{\nu}\varphi_{(Z)}$	-fluxul prin ochiul Z rotoric,armonică de ordinul ν.
τ_1, τ_2	-pasul polar statoric,respectiv rotoric în număr de crestături.
ω_1	-pulsaţia mărimilor reţelei.

INTRODUCERE

Robustețea,siguranța în funcționare și simplitatea constructivă în comparație cu celelalte tipuri de mașini electrice, au făcut ca mașina de inducție să-și găsească o foarte largă răspîndire. Dezvoltarea teoriei mașinii de inducție este o urmare firească a necesității obținerii de performanțe tehnice și economice cît mai bune în condițiile creșterii continue și rapide a numărului și puterii mașinilor de inducție utilizate. Elaborarea unor metodici de proiectare și verificările experimentale au contribuit de asemenea la îmbunătățirea parametrilor funcționali. Saltul calitativ în teoria mașinii de inducție, care vizează considerarea cît mai exactă a armonicilor, saturației și a pierderilor în fier în funcționarea mașinii, a fost însă condiționat de dezvoltarea posibilităților de calcul. Evoluția calculatoarelor numerice care fac posibilă studierea unor modele matematice foarte complexe au favorizat tendința de elaborare a acestor modele și în cazul mașinii de inducție. De altfel utilizarea pe scară tot mai largă a alimentării mașinii de inducție cu tensiune de frecvență variabilă prin convertoare statice pune și problema cunoașterii cît mai precise a fenomenelor din mașină legate de armonici, saturație și pierderi.

Lucrări în acest domeniu, al determinării și considerării în primul rînd a armonicilor din mașină, au apărut încă de la începutul acestui secol. Rezultatele obținute în prima jumătate a secolului își găsesç loc în lucrările de sinteză publicate de R.Richter [72],[73], P.L.Alger [2] și alții ,[29] ,[67] ,[84], etc.

Cercetările moderne sînt dominate de activitatea și de rezultatele obținute de P.L.Alger [3],[5],[6], B.Heller [39],[40],[41], [42],[43],[44] și K.Oberretl [62],[63],[64],[65],[65],[66], la care se adaugă alte contribuții cum ar fi cele ale lui K.J.Binns [12], [13],[14],[15], B.J. Chalmers [21],[22],[23],[24], T.Dordea [32], [33] , M.Ivanes [47], W.Neuhaus ,R.Weppler [60], F.Taegen [79], L.V.Popov [69], J.F.Lindsay, T.H.Barton [53],[54], S.A.Nasar [58] et.

Din studiul rezultatelor obţinute în bibliografie au rezultat ca abordabile mai multe metode pentru studierea influenţei formei şi deschiderii crestăturilor, numărului crestăturilor şi a tipului înfăşurărilor asupra parametrilor maşinii de inducţie şi anume:

1.- considerarea deschiderilor de crestătură prin modificarea inductivităţilor [60],[79],[69]etc.,

2. - considerarea armonicilor de crestare prin introducerea unei permeanţe echivalente variabile a întrefierului [2],[39],[40],[44],[47]etc.

3. - considerarea armonicilor de repartiţie şi a celor datorate reacţiilor multiple prin calcularea iterativă a cîmpurilor [63],[64]etc.

4. - considerarea tuturor factorilor prin rezolvarea ecuaţiilor de cîmp cu ajutorul potenţialului magnetic vector [37],[51],[65]etc.

5. - considerarea influenţei tuturor factorilor prin intermediul unor parametrii globali determinaţi prin identificare din caracteristicile experimentale [53],[54].

Metoda prezentată la punctul 1 are avantajul simplităţii, dar conduce la un model matematic prea simplificat în care nu sînt considerate armonici de cîmp importante. Rezolvarea ecuaţiilor de cîmp nu se pot face pentru un caz general şi simplificările care sînt necesare reduc precizia de calcul. Metoda identificării nu este încă suficient conturată în ceea ce priveşte complexitatea modelului matematic şi a modului în care se leagă parametrii modelului propus cu parametrii reali ai maşinii. In aceste condiţii, analiza metodelor expuse a condus la concluzia că o combinaţie între metoda permeanţei echivalente variabile şi calculul iterativ al cîmpurilor în procesul reacţiilor oferă cele mai bune rezultate.

Astfel, în lucrarea de faţă, dezvoltînd metoda iterativă de calcul a cîmpurilor în procesul reacţiilor multiple şi considerînd armonicile de crestare prin intermediul permeanţei echivalente variabile se obţine o metodă de studiu eficientă.Modelul matematic rezultat pe această cale conţine toate armonicile iar expresiile inductivităţilor, care se determină prin calcul,înglobează prin factorii de deschidere şi coeficienţii de formă ai solenaţiei efectul deschiderilor reale de crestătură.

Pentru calculul efectiv al curenţilor şi cuplurilor s-a pus la punct un program în care modelul matematic obţinut a fost completat cu un proces iterativ prin care se consideră efectul saturaţiei asupra parametrilor, şi pierderilor în fier. Programul este alcătuit pentru cazul maşinii de inducţie cu rotor în colivie dar se poate aplica cu mici modificări la orice tip de maşină de inducţie.

Metoda de studiu elaborată în lucrare pentru maşina de inducţie se poate extinde la studiul oricărui tip de maşină electrică rotativă, oferind astfel un aparat de analiză cu caracter general.

Modelul matematic s-a obţinut pentru cazul alimentării maşinii cu un sistem simetric sinusoidal de tensiuni dar poate fi completat încît să permită studiul funcţionării maşinii alimentate cu un sistem nesimetric sau nesinusoidal de tensiuni.

Rezultatele obţinute au fost parţial aplicate în cadrul unui contract de cercetare încheiat cu Centrul Şcolar Metalotehnica Tîrgu-Mureş care a avut ca obiect îmbunătăţirea caracteristicilor unui motor cu două turaţii produs de beneficiar.

Lucrarea este alcătuită din cinci capitole, un capitol de concluzii şi cinci anexe.

In capitolul 1 este aplicată metoda de calcul al cîmpului elaborată la maşina cu rotor în colivie şi cu rotor bobinat, obţinîndu-se expresiile tensiunilor electromotoare induse în înfăşurările de pe cele două armături. Definirea permeanţei echivalente variabile a întrefierului şi calculul coeficienţilor acesteia se face tot în acest capitol.

Capitolul 2 se referă la inductivităţile de dispersie. In prima parte sînt comparate diverse relaţii pentru calculul permeanţelor specifice a crestăturii şi se studiază influenţa tipului de înfăşurare şi a formei crestăturii asupra dispersiei crestăturii. In partea a doua sînt discutate mai multe relaţii de calcul a inductivităţii de dispersie a părţii frontale a înfăşurării,alegîndu-se relaţia corespunzătoare în urma comparării valorilor calculate cu cele determinate experimental.

Capitolul 3 este alcătuit din două părţi distincte, în prima fiind stabilite ecuaţiile de tensiuni iar în cea de a doua fiind calculate cuplurile electromagnetice.

Capitolul 4 se referă la modul în care se iau în considerare saturaţia circuitului magnetic şi pierderile în fier.

In capitolul 5 este particularizat modelul matematic general şi se prezintă programul alcătuit pentru calculul caracteristicii mecanice şi a pierderilor în fier. Tot în acest capitol sînt comparate rezultatele obţinute prin calcul cu cele experimentale pentru două maşini de inducţie cu rotorul în colivie.

In încheiere, pe baza rezultatelor teoretice obţinute şi a verificării lor experimentale, sînt prezentate concluziile finale.

Elementele originale ale lucrării sînt următoarele:

1. Stabilirea unei metodici unitare de calcul a armonicilor de spaţiu şi de crestare

2. Considerarea influenţei deschiderilor de crestătură asupra inductivităţilor proprii şi de cuplaj prin introducerea factorilor de deschidere şi a coeficienţilor de formă ai solenaţiei.

3. Determinarea unor relaţii de calcul pentru permeanţa specifică a crestăturii şi discutarea domeniului de aplicabilitate a relaţiilor de calcul aproximative a permeanţelor specifice ale crestăturii.

4. Studiul influenţei formei crestăturii şi a tipului de înfăşurare asupra dispersiei de crestătură.

5. Calculul cuplurilor electromagnetice asincrone şi sincrone.

6. Considerarea influenţei saturaţiei şi a pierderilor în fier la calculul inductivităţilor, curenţilor şi cuplurilor.

7. Elaborarea unui program pentru calculul caracteristicii mecanice şi a pierderilor în fier la maşina de inducţie cu rotor în colivie.

Elaborarea tezei de doctorat a avut loc sub îndrumarea permanentă şi competentă a conducătorului ştiinţific prof.dr.ing. Toma Dordea căruia autorul îi exprimă recunoştiinţa sa şi îi mulţumeşte pe această cale.

CAPITOLUL 1

CIMPUL IN INTREFIER

Cunoaşterea expresiei cîmpului în întrefierul maşinii de inducţie permite determinarea tensiunilor electromotoare induse în înfăşurări şi a armonicilor de curenţi. Calculul cîmpului în întrefier porneşte de la solenaţia statorică produsă de curentul de frecvenţă reţelei, şi urmează un proces iterativ pentru considerarea reacţiilor multiple. Intrefierul de calcul este variabil conţinînd armonicile datorate deschiderilor de crestătură. Procesul iterativ de calcul se opreşte atunci cînd cîmpul produs de unul dintre armături nu mai induce tensiuni electromotoare de frecvenţe noi în înfăşurările celeilalte armături. Pentru calcul se consideră circuitul magnetic nesaturat cu permeabilitate infinită.

1.1. CALCULUL PERMEANTEI ECHIVALENTE A INTREFIERULUI

Calculul permeanţei echivalente variabile a întrefierului, $\lambda_{(x,t)}$, se face cu relaţia, [40],

$$\lambda_{(x,t)} = \lambda_{1(x)} \cdot \lambda_{2(x,t)} \cdot \delta \tag{1.1}$$

δ fiind mărimea reală a întrefierului, iar $\lambda_{1(x)}$ şi $\lambda_{2(x,t)}$, permeanţele echivalente variabile ale întrefierului calculate cu considerarea crestăturilor numai pe stator, respectiv numai pe rotor. Axa $x=0$ este fixă în stator, legătura dintre o coordonată statorică x_S şi una fixă faţă de rotor, x_R fiind dată de relaţia

$$x_S = x_R + \Omega t - \beta_R, \tag{1.2}$$

unde Ω este viteza unghiulară a rotorului iar β_R unghiul iniţial.

Considerînd permeabilitatea fierului infinită, pentru o tensiune magnetică unitară inducţia magnetică în întrefier este numeric egală cu permeanţa întrefierului ceea ce permite calculul permeanţelor echivalente $\lambda_{1(x)}$ şi $\lambda_{2(x)}$. Permeanţele echivalente $\lambda_{1(x)}$

şi $\lambda_{2(x)}$ se exprimă considerîndu-se numai prima armonică de creştare de ordinul Z_1, respectiv Z_2, adică

$$\lambda_{1(x_S)}=\frac{1}{k_{c1}\delta}(1+\lambda_1\cos Z_1 x_S)\ ,\ \lambda_{2(x_R)}=\frac{1}{k_{c2}\delta}(1+\lambda_2\cos Z_2 x_R)\ , \tag{1.3}$$

armonicile de ordin superior $(2k+1)Z_i$, $k=1,2,..,i=1,2$ avînd amplitudini mult mai mici [40]. Pentru calculul factorilor de întrefier k_{c1},k_{c2} şi a coeficienţilor λ_1, λ_2 trebuie exprimată analitic variaţia inducţiei pe un pas de crestătură. In vederea stabilirii expresiilor corespunzătoare pentru inducţie sînt considerate, comparativ cu măsurătorile pe model în cuva electrolitică, mai multe aproximări şi anume aproximarea propusă de Weber [40],

$$B_{(x)}=\left(1-2\beta\sin^{2q}\frac{Z}{2}x\right)B_{max}\ ,\ q=\frac{t-b_o}{b_o}\ , \tag{1.4}$$

cea indicată de Heller [40],

$$B_{(x')}=\left(1-\beta-\beta\cos\frac{\pi}{0{,}8\alpha_c}\cdot x'\right)B_{max}\ ,\ x'\in(0,\ 0{,}8\alpha_c)\ , \tag{1.5}$$

$$B_{(x')}=B_{max}\ ,\qquad x'\in(0{,}8\alpha_c\ ,\ \alpha/2)\ ,$$

unde $\alpha_c=2b_o\pi/tZ$, $\alpha=2\pi/Z$; aproximarea obţinută prin transformare conformă de Freeman [36]

$$B=\frac{(1-w)B_{max}}{[(a-w)(b-w)]^{1/2}}\ ,\ a=\frac{1}{b}\ ,\ \frac{b-1}{\sqrt{b}}=\frac{b_o}{\delta}\ ,\ \rho^2=\frac{b-w}{a-w}\ . \tag{1.6}$$

$$x=\frac{\delta}{\pi}\left[\ln\left|\frac{b+\rho}{b-\rho}\right|-\ln\left|\frac{1+\rho}{1-\rho}\right|+2b_o\frac{1}{\delta}\mathrm{arctg}\left(\frac{\rho}{\sqrt{b}}\right)\right]-0{,}5b_o$$

w fiind variabila independentă de transformare, aproximarea indicată în Richter [72],

$$B_{(x)}=B_{max}(1-\beta)\ ,\ x\in\left(-\frac{\alpha}{2},-\frac{\alpha}{2}+\frac{\alpha_c'}{2}\right)\cup\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\alpha_c'}{2},\frac{\alpha}{2}\right)\ , \tag{1.7}$$

$$B_{(x)}=B_{max}\ ,\ x\in\left(-\frac{\alpha}{2}+\frac{\alpha_c'}{2},\frac{\alpha}{2}-\frac{\alpha_c'}{2}\right)\ ,$$

unde $\alpha_c'=\gamma\delta/\beta$, γ şi β avînd expresiile obişnuite [72]; şi o aproximare derivată din aproximarea dată de Richter [87],

$$B_{(x)}=B_{max}(1-2\beta)\ ,\ x\in\left(-\frac{\alpha}{2},-\frac{\alpha}{2}+\frac{\alpha_c''}{2}\right)\cup\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\alpha_c''}{2},\frac{\alpha}{2}\right)\ , \tag{1.8}$$

$$B_{(x)}=B_{max}\ ,\ x\in\left(-\frac{\alpha}{2}+\frac{\alpha_c''}{2},\frac{\alpha}{2}-\frac{\alpha_c''}{2}\right)\ ,$$

unde $\alpha_c''=\gamma\delta/2\beta$.

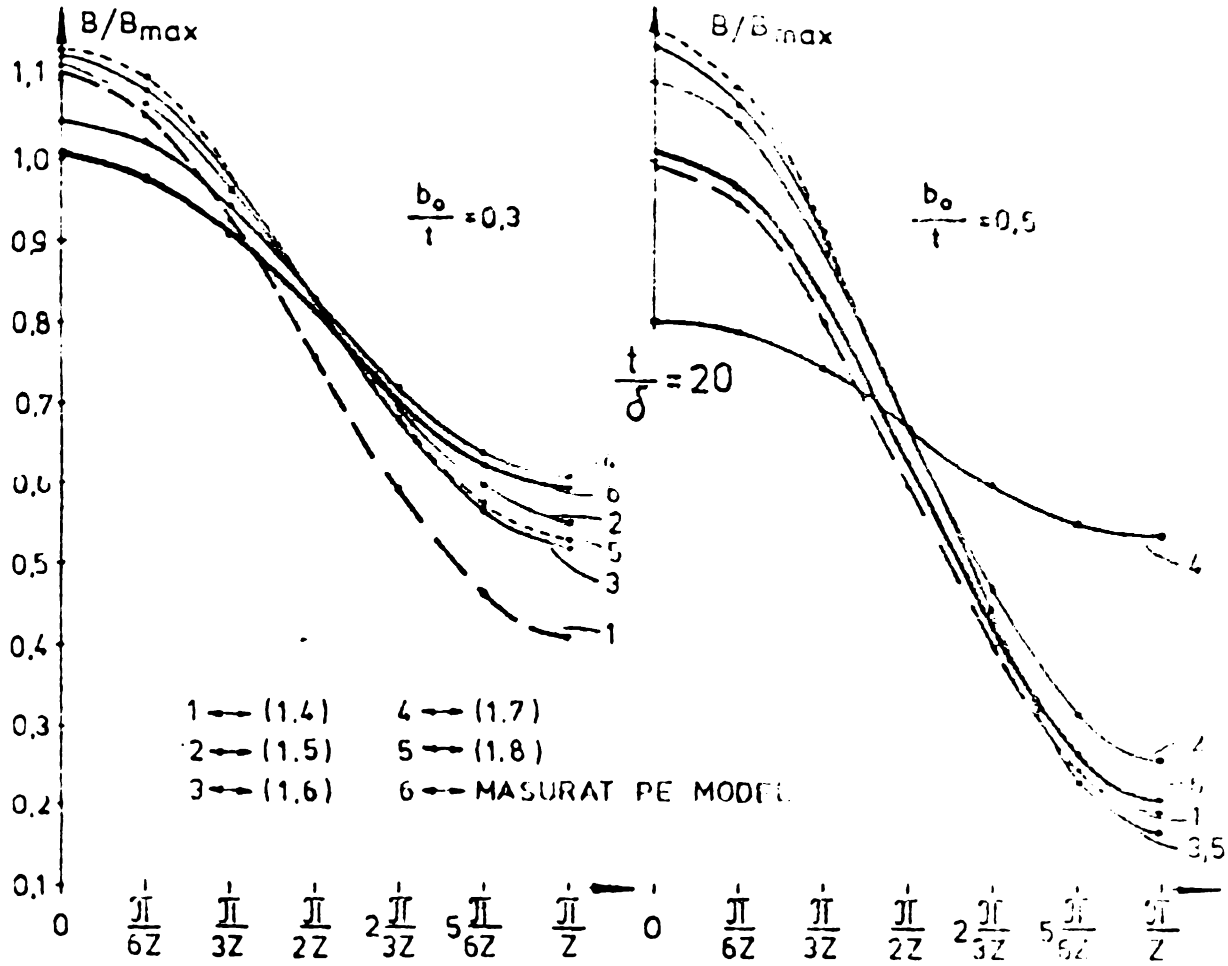


Fig.1.1.Variaţia inducţiei în întrefier calculată cu prima armonică din aproximările (1.4)-(1.8),curbele 1-5, şi din măsurători pe model în cuvă electrolitică,curba 6.

Din figura 1.1 se observă că pentru deschideri de crestătură pînă la $b_0/t=0,3$ inclusiv aproximarea indicată de Richter este corespunzătoare,iar pentru deschideri mai mari aproximarea indicată de Weber este cea mai apropiată de caracteristica determinată prin măsurători în cuva electrolitică.

Din configuraţia prezentată în figura 1.1 rezultă că coeficienţii λ_1 şi λ_2 din relaţiile (1.3) au semnul plus cînd axa x=0 este plasată în axa unui dinte şi minus cînd este plasată în axa unei crestături.

Dacă se introduc relaţiile (1.3) în relaţia (1.1) şi se ţine cont de relaţia (1.2) se obţine pentru permeanţa echivalentă $\lambda_{(x_S,t)}$ expresia:

$$\lambda_{(x_S,t)}=\frac{1}{\delta'}\Big\{1+\lambda_1\cos Z_1x_S+\lambda_2\cos Z_2(x_S-\Omega t+\beta_R)+ \tag{1.9}$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_2}{2}\Big[\cos\big((Z_1+Z_2)x_S-Z_2\Omega t+Z_2\beta_R\big)+\cos\big((Z_1-Z_2)x_S+Z_2\Omega t-Z_2\beta_R\big)\Big]\Big\},$$

unde coeficienţii λ_1 şi λ_2 sînt:

$$\lambda_i = \frac{2}{\pi}\beta_i k_{ci}\sin\left(\frac{\gamma_i}{\beta_i}\frac{\delta}{t_i}\pi\right)\ ,\quad k_{ci} = \frac{t_i}{t_i - \gamma_i\delta}\ ,\quad i = 1,2 \qquad (1.10\ a)$$

în cazul aproximării (1.7) care se utilizează în lucrare, şi

$$\lambda_i = \frac{\beta \cdot K_{1(q_i)}}{2^{q_i - 1} - \beta K_{(q_i)}}\ ,\quad k_{ci} = \frac{2^{q_i - 1}}{2^{q_i - 1} - \beta K_{(q_i)}}\ ,\quad q_i = \frac{t_i - b_{oi}}{b_{oi}}\ ,\ i = 1,2 \qquad (1.10.b)$$

în cazul aproximării (1.4), funcţiile $K_{1(g)}, K_{(g)}$ avînd expresiile:

$$K_{(q)} = 1 + \frac{q(q-1)}{4}\left\{1 + \frac{(q-2)(q-3)}{4}\left\{3 + \frac{(q-4)(q-5)}{15}\left[1 + \frac{(q-6)(q-7)}{32}\left(1 + \frac{2(q-8)(q-9)}{5.7.9}\right)\right]\right\}\right\}\ ,$$

$$K_{1(q)} = q\left\{1 + \frac{(q-1)(q-2)}{4}\left\{1 + \frac{(q-3)(q-4)}{30}\left[1 + \frac{(q-5)(q-6)}{24}\left(1 + \frac{(q-7)(q-8)}{4.7.9}\right)\right]\right\}\right\}\ .$$

1.2. CIMPUL PRODUS DE CURENTUL STATORIC DE FRECVENTA RETELEI

Pentru a se conferi relaţiilor ce se obţin un grad de generalitate se consideră pe stator o înfăşurare polifazată în dublu strat cu pas scurtat, cu zone de 60^o electrice şi cu un număr întreg de crestături pe pol şi fază, înfăşurare care are $1,2,\ldots,\lambda\ldots m_1$ faze, $1,2,\ldots,\rho,\ldots,2p$ zone pe fază şi $1,2,\ldots,\gamma,\ldots,q_1$ bobine pe zonă. Amplitudinea solenaţiei produse de prima bobină din prima zonă a primei faze, parcursă de curentul statoric de frecvenţa reţelei este

$$\Theta = s_b\sqrt{2}\ I_1 \sin\omega_1 t$$

unde cu s_b s-a notat numărul de spire înseriate din bobină. Variaţia spaţială a solenaţiei produse de această bobină este reprezentată în figura 1.2. Înălţimile h_1 şi h_2 avînd valorile:

$$h_1 = \Theta\left(1 - \frac{1}{p}\,\frac{y_1}{\tau_1}\,\frac{1}{2}\right),$$

$$h_2 = \Theta\,\frac{1}{p}\,\frac{y_1}{\tau_1}\,\frac{1}{2}\ ,$$

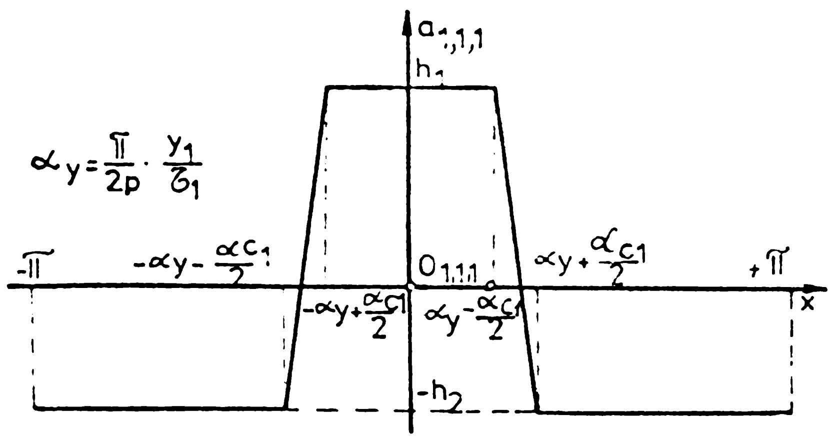


Fig.1.2. Variaţia spaţială a solenaţiei produse de prima bobină din prima zonă a primei faze statorice.

calculate din condiţia de egalitate a fluxurilor, y_1 fiind pasul înfăşurării iar τ_1 pasul polar, ambele exprimate în număr de crestături.

Dacă se descompune în serie Fourier variaţia spaţială a solenaţiei, reprezentată în figura 1.2, se obţine,

$$a_{1,1,1} = \frac{2}{\pi} \sqrt{2}\, I_1 s_b \sin \omega_1 t \sum_{\nu} \frac{1}{\nu} {}^{\nu}k_{f1} \cdot {}^{\nu}k_{y1} \cos \nu x \ , \tag{1.11}$$

unde ${}^{\nu}k_{f1}$ este coeficientul de formă a solenaţiei statorice iar ${}^{\nu}k_{y1}$ este factorul de scurtare statoric pentru armonica de ordinul ν, cu expresiile:

$${}^{\nu}k_{f1} = \frac{\sin(\nu \alpha_{c1}/2)}{\nu \alpha_{c1}/2} , \qquad {}^{\nu}k_{y1} = \sin\left(\frac{\nu}{p} \frac{y_1}{\tau_1} \frac{\pi}{2}\right),$$

α_{c1} fiind deschiderea crestăturii statorice în radiani geometrici. Coeficientul de formă a solenaţiei, ${}^{\nu}k_{f1}$, se introduce prin considerarea variaţiei solenaţiei în dreptul deschiderii crestăturii conform figurii 1.2. Dacă se neglijează deschiderea de crestătură, $\alpha_{c1} \rightarrow 0$, coeficientul de formă a solenaţiei este egal cu unitatea indiferent de valorile lui ν, obţinîndu-se expresia obişnuită pentru variaţia spaţială a solenaţiei ,[88].

Sistemul de coordonate în care s-a exprimat solenaţia $a_{1,1,1}$ are axa x=0 în axa primei bobine a primei zone a primei faze statorice, axa bobinei γ din zona impară ρ' a fazei λ fiind decalată cu unghiul

$$\alpha_{\lambda,\rho',\gamma} = (\gamma - 1) \frac{2\pi}{Z_1} + (\rho' - 1)\frac{2\pi}{2p} + (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1 p}, \tag{1.12}$$

exprimat în radiani geometrici. Ţinînd cont de defazajul $\alpha_{\lambda,\rho',\gamma}$, armonica ν a solenaţiei produse de bobina γ din zona ρ' a fazei λ este:

$${}^{\nu}a_{\lambda,\rho',\gamma} = \frac{2}{\pi}\sqrt{2}\, I_1 s_b \frac{{}^{\nu}k_{y1}\, {}^{\nu}k_{f1}}{\nu} \sin\left(\omega_1 t - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1}\right) \cos\left[\nu\left(x - (\gamma - 1)\frac{2\pi}{Z_1} - (\rho' - 1)\frac{2\pi}{2p} - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m_1 p}\right)\right] \tag{1.13}$$

unde s-a introdus şi defazajul temporar dintre curentul fazei λ şi curentul primei faze.

Solenaţia armonică de ordinul ν produsă de bobina γ a zonei pare următoare ρ'' a aceleaşi faze λ ,întrucît curenţii din zonele ρ' şi ρ'' sînt în opoziţie, este

$$^{\nu}a_{\lambda,\rho'',\gamma}=\frac{2}{\pi}\sqrt{2}\,I_1 s_b\frac{^{\nu}k_{y1}\,^{\nu}k_{s1}}{\nu}\sin(\omega_1 t-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-\pi)\cos[\nu(x-(\gamma-1)\frac{2\pi}{Z_1}-(\rho'-1)\frac{2\pi}{2p}-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1 p}-\frac{\pi}{p})]\ . \qquad (1.14)$$

Sumînd solenaţiile bobinelor din zona ρ' şi apoi solenaţiile tuturor zonelor impare ale fazei λ se obţine [8],

$$\sum_{\rho'=1,3,\dots}^{2p-1}\left(\sum_{\gamma=1}^{q_1}{}^{\nu}a_{\lambda,\rho',\gamma}\right)=\frac{2}{\pi}\sqrt{2}\,I_1\frac{pq_1s_b}{\nu}\,^{\nu}k_{w1}\,^{\nu}k_{s1}\sin(\omega_1 t-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1})\cos[\nu(x-\frac{q_1-1}{2}\frac{2\pi}{Z_1}-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1 p})]\ , \qquad (1.15)$$

unde $^{\nu}k_{w1}={}^{\nu}k_{q1}\,^{\nu}k_{y1}$ este factorul de înfăşurare iar $^{\nu}k_{q1}$ este factorul de zonă corespunzător armonicii de ordinul ν

$$^{\nu}k_{q1}=\frac{\sin(\nu q_1\pi/Z_1)}{q_1\sin(\nu\pi/Z_1)}\ .$$

Condiţia pentru ordinul de armonică rezultată din sumare este:

$$\frac{\nu}{p}=a\ , \qquad a=0,\pm 1,\dots \qquad (1.16)$$

Dacă se procedează în mod analog şi pentru zonele pare ale fazei λ , pornind de la relaţia (1.14), şi apoi se sumează solenaţiile armonică de ordinul ν rezultante ale zonelor pare şi impare ale fazei λ se obţine:

$$^{\nu}a_{\lambda}=\frac{2}{\pi}\sqrt{2}\,I_1 w_1\frac{^{\nu}k_{w1}\,^{\nu}k_{s1}}{\nu}\sin(\omega_1 t-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1})\cos[\nu(x_1-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1 p})]\ , \qquad (1.17)$$

unde s-a făcut translaţia de axă $x_1=x-\beta_s$, cu notaţia $\beta_s=(q_1-1)\pi/Z_1$ şi s-a introdus numărul de spire înseriate pe fază $w_1=2pq_1s_b$. Condiţia pentru ordinul de armonică rezultată din sumarea solenaţiilor rezultante ale zonelor pare şi impare ale unei faze este:

$$\frac{\nu}{p}=2a+1, \qquad a=0,\pm 1,. \qquad (1.18)$$

Descompunînd în sumă produsul de funcţii trigonometrice din relaţia (1.17) şi sumînd pentru cele m_1 faze statorice se obţine:

expresia solenaţiei rezultante statorice armonică de ordinul ν

$$^{\nu}a_{\lambda} = \sqrt{2} I_1 \frac{w_1 m_1}{\pi} \frac{^{\nu}k_{w1} {}^{\nu}k_{f1}}{\nu} \left[\sin(\omega_1 t - \nu x_1) + \sin(\omega_1 t + \nu x_1)\right] . \quad (1.19)$$

cu condiţia pentru ordinul de armonică .

$$\frac{\nu}{p} = m_1 a + 1 , \qquad a = 0, \pm 1, .. \quad (1.20)$$

Prin reunirea celor trei condiţii pentru ordinul de armonică, relaţiile (1.16),(1.18) şi (1.20), se obţine

$$\nu = p(2m_1 a + 1) , \; a = 0, \pm 1, .. \quad (1.21)$$

Pentru valoarea zero şi valorile pozitive ale lui a armonicile au sens direct iar pentru valorile negative ale lui a au sens invers. Intrucît pentru o valoare a lui a nu există decît o armonică de un anumit sens relaţia (1.19) se poate scrie

$$^{\nu}a_S = \sqrt{2}\, I_1 \frac{w_1 m_1}{\pi} \frac{^{\nu}k_{w1} {}^{\nu}k_{f1}}{\nu} \sin(\omega_1 t - \nu x_1) . \quad (1.19')$$

In cazul înfăşurărilor în simplu strat sau a înfăşurărilor în dublu strat cu zone de 120° electrice, neexistînd zone pare şi impare, condiţia pentru ordinul de armonică devine

$$\nu = p(m_1 a + 1) , \qquad a = 0, \pm 1, ... \quad (1.22)$$

iar numărul de spire înseriate pe fază este $w_1 = pq_1 s_b$.

Solenaţia rezultantă statorică se obţine prin sumarea solenaţiilor rezultante statorice armonice de ordinul ν ,date de relaţii de tipul (1.19'), pentru toate ordinele de armonică care rezultă din condiţia (1.21) sau (1.22),

$$a_{S(x_1,t)} = \sum_{\nu} {}^{\nu}a_S = \sqrt{2}\, I_1 \frac{m_1 w_1}{\pi} \sum_{\nu} \frac{1}{\nu} {}^{\nu}k_{w1} \cdot {}^{\nu}k_{f1} \cdot \sin(\omega_1 t - \nu x_1) . \quad (1.23)$$

Cunoscîndu-se expresia solenaţiei statorice rezultante se poate calcula tensiunea electromotoare indusă de cîmpul statoric într-o bobină din înfăşurarea statorică,

$$e_{\lambda,\rho,\gamma} = -\frac{d}{dt}\left[s_b l r \int_{x_1=\alpha-\alpha_y}^{x_1=\alpha+\alpha_y} \frac{\mu_0}{\delta'} a_{S(x_1,t)} dx_1 \right] \quad , \tag{1.24}$$

unde s-a notat

$$\alpha = (\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1 p} + (\rho-1)\frac{2\pi}{2p} + (\gamma-1)\frac{2\pi}{Z_1} - \beta_S \;,\; \alpha_y = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{y_1}{Z_1}\cdot\frac{1}{p} \quad ,$$

l fiind lungimea miezului iar r raza medie în întrefier.

Dacă se sumează acum tensiunile electromotoare induse în cele q_1 bobine ale unei zone oarecare se obține, după efectuarea calculelor, expresia tensiunii electromotoare induse rezultante pe o zonă a unei faze statorice:

$$e_{\lambda,\rho} = -\omega_1 \sqrt{2}\, I_1 \left(\sum {}^{\nu}L'_{1\rho}\right) \cos\left[\omega_1 t - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} - (\rho-1)\pi\right] \quad , \tag{1.25}$$

unde inductivitatea utilă a unei zone pentru o armonică ν , este:

$${}^{\nu}L'_{1\rho} = \frac{\mu_0}{\delta'}\frac{m_1 l r}{p\pi}\left(w_1 \frac{{}^{\nu}k_{w1}}{\nu}\right)^2 \cdot {}^{\nu}k_{f1} \quad , \tag{1.26}$$

și în condiția neglijării deschiderilor de crestătură, adică $\alpha_{c1}=0$ și ${}^{\nu}k_{f1}=1$, recapătă expresia obișnuită,[63].

Pentru a se calcula tensiunea electromotoare indusă de cîmpul statoric într-un ochi rotoric se calculează mai întîi inducția în întrefier produsă de cîmpul statoric,

$$b_{S(x_1,t)} = \mu_0 \lambda_{(x_1,t)} a_{S(x_1,t)} \tag{1.27}$$

$\lambda_{(x_1,t)}$ fiind permeanța echivalentă variabilă a întrefierului care se obține din relația (1.9) prin îlocuirea lui x_S cu x_1.

In cazul înfășurării considerate axa $x_1=0$ se găsește în axa unui dinte dacă q_1 și y_1 sînt ambii pari sau impari și în axa unei crestături dacă unul este par iar celălalt impar și semnele coeficienților λ_1, și λ_2 se stabilesc corespunzător.

Pentru scrierea relației (1.27) față de o axă fixă în rotor $x_2=0$, se înlocuiește x_1 în funcție de x'_2 conform figurii 1.3

$$x_1 = x'_2 + \frac{\omega_1}{p}(1-s)t - \beta_R,$$

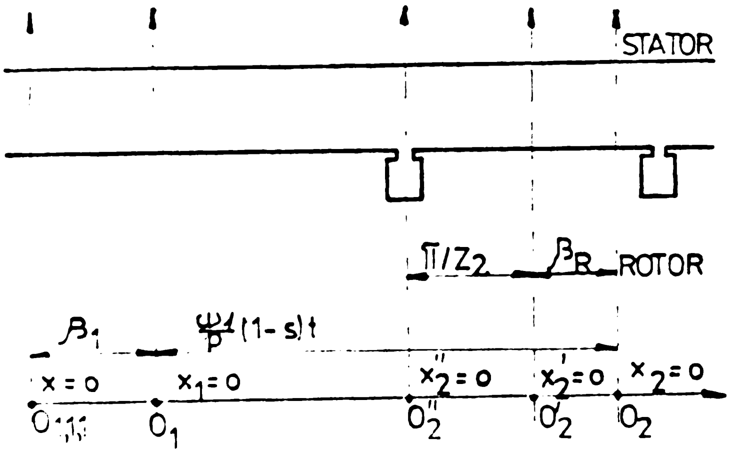


Fig.1.3. Sistemele de axe de coordonate.

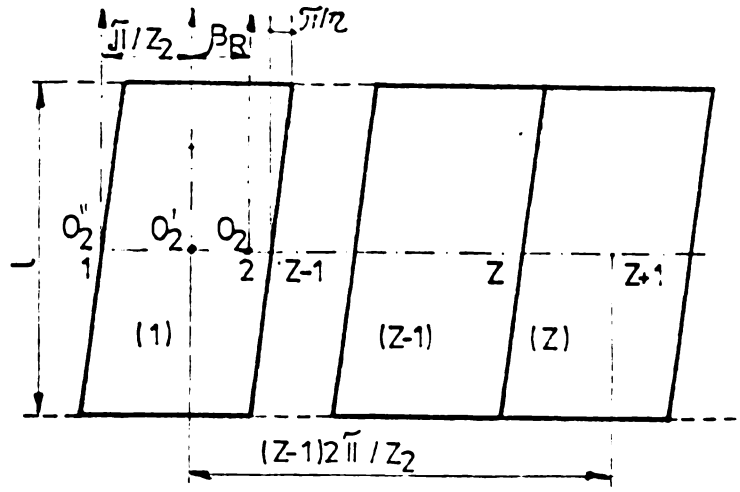


Fig.1.4. Notaţii şi axe de coordonate în rotor.

şi după efectuarea calculelor se obţine

$$
\begin{aligned}
{}^{\nu}b_{s(x_2',t)} = \frac{\mu_0}{\delta'} A_s \Big\{ & \sin({}^{\nu}s\omega_1 t - \nu x_2' + \nu\beta_R) + \frac{\lambda_1}{2}\Big[\sin({}^{\nu-Z_1}s\omega_1 t - (\nu - Z_1)x_2' + (\nu - Z_1)\beta_R) + \\
& + \sin({}^{\nu+Z_1}s\omega_1 t - (\nu+Z_1)x_2' + (\nu+Z_1)\beta_R)\Big] + \frac{\lambda_1\lambda_2}{4}\Big[\sin({}^{\nu-Z_1}s\omega_1 t - (\nu-Z_1-Z_2)x_2' + (\nu-Z_1)\beta_R) + \\
& + \sin({}^{\nu-Z_1}s\omega_1 t - (\nu-Z_1+Z_2)x_2' + (\nu-Z_1)\beta_R) + \sin({}^{\nu+Z_1}s\omega_1 t - (\nu+Z_1-Z_2)x_2' + (\nu+Z_1)\beta_R) + \\
& + \sin({}^{\nu+Z_1}s\omega_1 t - (\nu+Z_1+Z_2)x_2' + (\nu+Z_1)\beta_R)\Big] + \frac{\lambda_2}{2}\Big[\sin({}^{\nu}s\omega_1 t - (\nu-Z_2)x_2' + \nu\beta_R) + \\
& + \sin(s\omega_1 t - (\nu+Z_2)x_2' + \nu\beta_R)\Big]\Big\},
\end{aligned}
\tag{1.28}
$$

unde s-a notat cu ${}^{\nu}A_S$ amplitudinea solenaţiei rezultante statorice de ordinul ν şi s-au introdus alunecările:

$$
{}^{\nu}s = 1 - \frac{\nu}{p}(1-s), \quad {}^{\nu-Z_1}s = 1 - \frac{\nu - Z_1}{p}(1-s), \quad {}^{\nu+Z_1}s = 1 - \frac{\nu + Z_1}{p}(1-s). \tag{1.29}
$$

Fluxul printr-un ochi oarecare (Z) rotoric format din barele Z, Z+1 şi porţiunile de inel corespunzătoare, este

$$
{}^{\nu}\varphi_{(Z)} = r \int_{y=-l/2}^{y=l/2} \int_{x_2'=\alpha_1}^{x_2'=\alpha_2} b_{s(x_2',t)}\, dx_2'\, dy \quad ,
$$

unde $\alpha_1=(Z-1,5)2\pi/Z_2+2\pi\, y/(l\cdot\eta_2)$, $\alpha_2=(Z-0,5)2\pi/Z_2+2\pi y/(l\cdot\eta_2)$, semnificaţia notaţiilor fiind conformă figurii 1.4. După efectuarea calculelor, se obţin, pentru tensiunile electromotoare induse, expresiile:

$$
\begin{aligned}
{}^{\nu}e_{(Z)} &= -{}^{\nu}s\omega_1\, {}^{\nu,\nu}M'_{12}\sqrt{2}\, I_1 \cos\left[{}^{\nu}s\omega_1 t - \nu(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2} + \nu\beta_R\right], \\
{}^{\nu-Z_1}e_{(Z)} &= -{}^{\nu-Z_1}s\omega_1 \frac{\lambda_1}{2}\, {}^{\nu,\nu-Z_1}M'_{12}\sqrt{2}\, I_1 \cos\left[{}^{\nu-Z_1}s\omega_1 t - (\nu-Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2} + (\nu-Z_1)\beta_R\right], \quad (1.30) \\
{}^{\nu+Z_1}e_{(Z)} &= -{}^{\nu+Z_1}s\omega_1 \frac{\lambda_1}{2}\, {}^{\nu,\nu+Z_1}M'_{12}\sqrt{2}\, I_1 \cos\left[{}^{\nu+Z_1}s\omega_1 t - (\nu+Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2} + (\nu+Z_1)\beta_R\right],
\end{aligned}
$$

cu inductivităţile de cuplaj extinse:

$$
\begin{aligned}
{}^{\nu,\nu}M'_{12} &= 2m_1\tau l w_1 \frac{\mu_0}{\pi\delta'} \frac{{}^{\nu}k_{w1}\,{}^{\nu}k_{f1}}{\nu} \frac{{}^{\nu}k_{i2}\sin(\nu\pi/Z_2)}{\nu}\, {}^{\nu}k_{DR}, \\
{}^{\nu,\nu-Z_1}M'_{12} &= 2m_1\tau l w_1 \frac{\mu_0}{\pi\delta'} \frac{{}^{\nu}k_{w1}\,{}^{\nu}k_{f1}}{\nu} \frac{{}^{\nu-Z_1}k_{i2}\sin((\nu-Z_1)\pi/Z_2)}{\nu-Z_1}\, {}^{\nu-Z_1}k_{DR}, \quad (1.31) \\
{}^{\nu,\nu+Z_1}M'_{12} &= 2m_1\tau l w_1 \frac{\mu_0}{\pi\delta'} \frac{{}^{\nu}k_{w1}\,{}^{\nu}k_{f1}}{\nu} \frac{{}^{\nu+Z_1}k_{i2}\sin((\nu+Z_1)\pi/Z_2)}{\nu-Z_1}\, {}^{\nu+Z_1}k_{DR}
\end{aligned}
$$

In inductivităţile de cuplaj extinse, factorii de înclinare sînt:

$$
{}^{\nu}k_{i2} = \frac{\sin(\nu\pi/\eta_2)}{\nu\pi/\eta_2}, \quad {}^{\nu-Z_1}k_{i2} = \frac{\sin((\nu-Z_1)\pi/\eta_2)}{(\nu-Z_1)\pi/\eta_2}, \quad {}^{\nu+Z_1}k_{i2} = \frac{\sin((\nu+Z_1)\pi/\eta_2)}{(\nu+Z_1)\pi/\eta_2}, \quad (1.32)
$$

unde $\pi/\eta_2=i_2/D$, i_2 fiind înclinarea crestăturii măsurată pe periferia rotorului iar D diametrul exterior rotoric, aproximativ egal cu diametrul mediu în întrefier.

Factorii de deschidere rotorici, rezultaţi din sumarea tensiunilor electromotoare cu aceeaşi frecvenţă, au expresiile:

$$
{}^{\nu}k_{DR} = 1 - \frac{\lambda_2}{2}\frac{\nu}{{}^{\nu}k_{i2}}\left(\frac{{}^{\nu-Z_2}k_{i2}}{\nu-Z_2} + \frac{{}^{\nu+Z_2}k_{i2}}{\nu+Z_2}\right),
$$

$$^{\nu-Z_1}k_{DR}=1-\frac{\lambda_2}{2}\cdot\frac{\nu-Z_1}{^{\nu-Z_1}k_{i2}}\left(\frac{^{\nu-Z_1-Z_2}k_{i2}}{\nu-Z_1-Z_2}+\frac{^{\nu-Z_1+Z_2}k_{i2}}{\nu-Z_1+Z_2}\right), \qquad (1.33)$$

$$^{\nu+Z_1}k_{DR}=1-\frac{\lambda_2}{2}\cdot\frac{\nu+Z_1}{^{\nu+Z_1}k_{i2}}\left(\frac{^{\nu+Z_1-Z_2}k_{i2}}{\nu+Z_1-Z_2}+\frac{^{\nu+Z_1+Z_2}k_{i2}}{\nu+Z_1+Z_2}\right),$$

După cum se poate vedea, datorită considerării permeanţei echivalente variabile a întrefierului o armonică de spaţiu statorică de ordinul ν produsă de curentul de frecvenţa reţelei induce în ochiul rotoric tensiuni electromotoare de pulsaţiile $^{\nu}s\omega_1$, $^{\nu+Z_1}s\omega_1$, $^{\nu-Z_1}s\omega_1$. Dacă se neglijează deschiderile de crestătură rotorice atunci $\lambda_2=0$ şi factorii de deschidere rotorici sînt egali cu unitatea pentru orice armonică. Dacă se neglijează şi deschiderile de crestătură statorice, $\lambda_1=0$, şi tensiunile electromotoare induse în ochiul rotoric de pulsaţie $^{\nu-Z_1}s\omega_1$ şi $^{\nu+Z_1}s\omega_1$ sînt nule. In concluzie, cînd $\alpha_{c1}=\alpha_{c2}\to 0$, $\lambda_1=\lambda_2=0$, $^{\nu}k_{f1}=1$, tensiunea electromotoare indusă în ochiul rotoric de o armonică spaţială statorică de ordinul ν este

$$^{\nu}e_{(Z)}=-^{\nu}s\omega_1\,^{\nu}M_{12}\sqrt{2}\,I_1\cos(^{\nu}s\omega_1 t-\nu(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+\nu\beta_R),$$

inductivitatea de cuplaj $^{\nu}M_{12}$ avînd expresia obişnuită.

1.3. CIMPUL PRODUS DE ROTOR, REACTIA PRIMARA

Tensiunile electromotoare induse în ochiul rotoric, (Z), de cîmpul produs de curentul statoric de frecvenţa reţelei generează în acest ochi curenţi de contur cu aceeaşi componenţă de frecvenţe. Dacă se notează cu $^{\nu}I_R$, $^{\nu-Z_1}I_R$ şi respectiv $^{\nu+Z_1}I_R$ valorile eficace ale curenţilor din ochi generaţi şi cu $^{\nu}\varphi_R$, $^{\nu-Z_1}\varphi_R$ şi respectiv $^{\nu+Z_1}\varphi_R$ defazajele dintre curenţi şi tensiunile electromotoare induse de pulsaţie $^{\nu}s\omega_1$, $^{\nu-Z_1}s\omega_1$ şi $^{\nu+Z_1}s\omega_1$, care îi generează, expresiile curenţilor sînt:

$$^{\nu}i_{(Z)}=\sqrt{2}\,^{\nu}I_R\sin\left[^{\nu}s\omega_1 t-\nu(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+\nu\beta_R-^{\nu}\varphi_R\right],$$

$$^{\nu-Z_1}i_{(Z)}=\sqrt{2}\,^{\nu-Z_1}I_R\sin\left[^{\nu-Z_1}s\omega_1 t-(\nu-Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\nu-Z_1)\beta_R-^{\nu-Z_1}\varphi_R\right], \qquad (1.34)$$

$$i_{(Z)}=\sqrt{2}\;{}^{\nu+Z_1}I_R \sin\left[{}^{\nu+Z_1}s\,\omega_1 t-(\nu+Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\nu+Z_1)\beta_R-{}^{\nu+Z_1}\varphi_R\right].$$

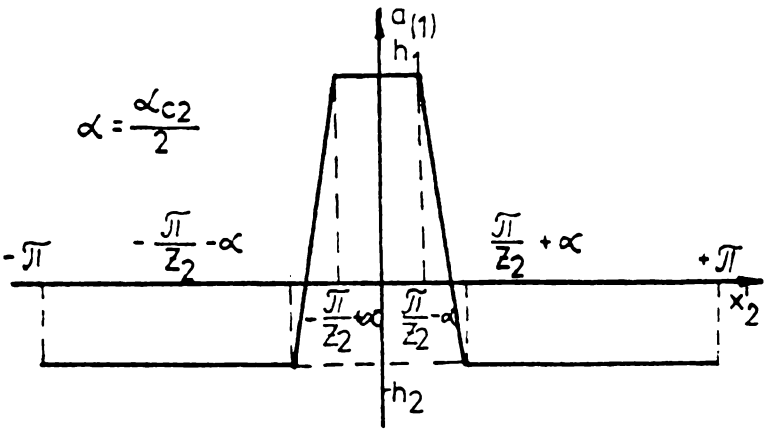


Fig.1.5. Variaţia spaţială de solenaţie produsă de ochiul (1) rotoric.

Considerînd ca element independent ochiul rotoric cu curentul său de contur, variaţia spaţială de solenaţie produsă, de ochiul (1) este dată în figura 1.5, înălţimile h_1 şi h_2 fiind pentru armonica de ordinul ν

$$h_1={}^{\nu}i_{(1)}\left(1-\frac{1}{Z_2}\right),$$

$$h_2={}^{\nu}i_{(1)}\frac{1}{Z_2}.$$

Dacă se descompune în serie Fourier variaţia spaţială de solenaţie, se obţine:

$${}^{\nu}a_{(1)}=\frac{2\,{}^{\nu}i_{(1)}}{\pi}\sum_{\mu}\frac{1}{\mu}\sin\left(\mu\frac{\pi}{Z_2}\right){}^{\mu}k_{f2}\cos(\mu x_2') \tag{1.35}$$

unde coeficientul de formă a solenaţiei, pentru o armonică de spaţiu μ, este:

$${}^{\mu}k_{f2}=\frac{\sin(\mu\alpha_{c2}/2)}{\mu\alpha_{c2}/2},$$

α_{c2} fiind deschiderea de crestătură rotorică în radiani geometrici.

Armonica de spaţiu de ordinul μ produsă de curentul armonic de ordinul ν din ochiul (Z) se obţine prin introducerea decalajului dintre axa ochiului (Z) şi cea a ochiului (1), figura 1.4, în termenul corespunzător din suma dată în relaţia (1.35),

$${}^{\mu,\nu}a_{(Z)}=\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\,{}^{\nu}I_R\frac{{}^{\mu}k_{f2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}\cos\mu\left(x_2'-(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}\right)\sin\left({}^{\nu}s\,\omega_1 t-\nu(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}-{}^{\nu}\varphi_R+\nu\beta_R\right), \tag{1.36}$$

şi dacă se sumează armonicile de spaţiu de ordinul μ produse de curenţii de ordinul ν din toate cele Z_2 ochiuri rotorice se obţine:

$$^{\mu,\nu}a_{(x_2',t)}=\frac{Z_2}{\pi}\sqrt{2}\,^{\nu}I_R\,\frac{^{\mu}k_{t2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z}\sin(^{\nu}s\omega_1 t-\mu x_2'-^{\nu}\varphi_R+\nu\beta_R) \qquad (1.37)$$

cu condiţia pentru ordinul de armonică

$$\mu= bZ_2 + \nu \quad , \qquad b= 0, \pm 1,.. \qquad (1.38)$$

Dacă se procedează în acelaşi mod şi pentru curenţii cu pulsaţiile $^{\nu-Z_1}s\omega_1$ şi respectiv $^{\nu+Z_1}s\omega_1$ se obţine:

$$^{\mu',\nu-Z_1}a_{R(x_2',t)}=\sqrt{2}\,^{\nu-Z_1}I_R\frac{Z_2}{\pi}\frac{^{\mu'}k_{t2}}{\mu'}\sin\mu'\frac{\pi}{Z_2}\sin(^{\nu-Z_1}s\omega_1 t-\mu' x_2'-^{\nu-Z_1}\varphi_R+(\nu-Z_1)\beta_R),$$

$$^{\mu'',\nu+Z_1}a_{R(x_2',t)}=\sqrt{2}\,^{\nu-Z_1}I_R\frac{Z_2}{\pi}\frac{^{\mu''}k_{t2}}{\mu''}\sin\mu''\frac{\pi}{Z_2}\sin(^{\nu+Z_1}s\omega_1 t-\mu'' x_2'-^{\nu+Z_1}\varphi_R+(\nu+Z_1)\beta_R), \qquad (1.39)$$

cu condiţiile pentru ordinele de armonică:

$$\mu' = bZ_2 + \nu -Z_1, \qquad b =0, \pm 1,..$$
$$\mu'' = bZ_2 + \nu +Z_1 \ , \qquad b =0, \pm 1,.. \qquad (1.40)$$

Solenaţia rezultantă rotorică produsă de curenţii de ochiuri de ordinul ν , de exemplu, este: .

$$^{\nu}a_{R(x_2',t)} =\sum_{\mu}{}^{\mu,\nu}a_{R(x_2',t)}$$

sumarea efectuîndu-se pentru toate valorile lui μ date de relaţia (1.38).

Cunoscîndu-se expresiile solenaţiilor rezultante rotorice se pot calcula tensiunile electromotoare induse în ochiul (Z) rotoric de către cîmpul propriu cu relaţii de tipul

$$^{\nu}e_{(Z)}=-\frac{d}{dt}\left[l\,r\frac{\mu_0}{\delta'}\int_{x_2'=\alpha_1}^{x_2'=\alpha_2}{}^{\nu}a_{R(x_2',t)}\,dx_2'\right]$$

unde $\alpha_1=(Z-1,5)2\pi/Z_2$, $\alpha_2=(Z-0,5)2\pi/Z_2$, şi după efectuarea calculelor se obţine:

$$
\begin{aligned}
&{}^{\nu}e_{(Z)} = -{}^{\nu}s\omega_1\sqrt{2}\,{}^{\nu}I_R\Big(\sum_{\mu}{}^{\mu}L'_R\Big)\cos\Big[{}^{\nu}s\omega_1 t - \nu(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2} - {}^{\nu}\varphi_R + \nu\beta_R\Big],\\
&{}^{\nu-Z_1}e_{(Z)} = -{}^{\nu-Z_1}s\omega_1\sqrt{2}\,{}^{\nu-Z_1}I_R\Big(\sum_{\mu'}{}^{\mu'}L'_R\Big)\cos\Big[{}^{\nu-Z_1}s\omega_1 t - (\nu-Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2} - {}^{\nu-Z_1}\varphi_R + (\nu-Z_1)\beta_R\Big],\\
&{}^{\nu+Z_1}e_{(Z)} = -{}^{\nu+Z_1}s\omega_1\sqrt{2}\,{}^{\nu+Z_1}I_R\Big(\sum_{\mu''}{}^{\mu''}L'_R\Big)\cos\Big[{}^{\nu+Z_1}s\omega_1 t - (\nu+Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2} - {}^{\nu-Z_1}\varphi_R + (\nu+Z_1)\beta_R\Big],
\end{aligned}
\tag{1.41}
$$

inductivitățile proprii extinse fiind:

$$
{}^{\mu}L'_R = 2rl\frac{Z_2}{\pi}\,\frac{\mu_0}{\delta'}\Big(\frac{\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}}{\mu}\Big)^2 \cdot {}^{\mu}k_{f2}
\tag{1.42}
$$

și similar pentru μ' și μ''.

Dacă se neglijează deschiderea de crestătură rotorică, atunci ${}^{\mu}k_{f2}=1$ și prin efectuarea sumei peste μ se obține:

$$
L_R = \sum_{\mu}{}^{\mu}L_R = 2rl\,\frac{\mu_0}{\delta'}\cdot\frac{\pi}{Z_2},
$$

unde s-a ținut cont de relația, [63],

$$
\sum_{\mu}\frac{1}{\mu^2} = \Big(\frac{\pi}{Z_2\sin\nu\frac{\pi}{Z_2}}\Big)^2,
$$

și de faptul că $\sin^2((\nu+bZ_2)\frac{\pi}{Z_2}) = \sin^2\nu\frac{\pi}{Z_2}$,

Pentru calculul inducției în întrefier produse de solenațiile rezultante rotorice se utilizează relații de tipul

$$
{}^{\mu,\nu}b_{R(x'_2,t)} = \mu_0\cdot\lambda(x'_2,t)\cdot{}^{\mu,\nu}a_{R(x'_2,t)}
$$

în care permeanța echivalentă variabilă a întrefierului scrisă față de axa fixă în rotor x'_2 se obține din relația (1.9).

Calculul tensiunilor electromotoare induse într-o bobină din stator se face cu relația

$$
{}^{\mu,\nu}e_{\lambda,\varsigma,\gamma} = -\frac{d}{dt}\Big[s_b r\int_{y=-l/2}^{y=l/2}\int_{x_1=\alpha_1-\alpha_y}^{x_1=\alpha_1+\alpha_y}{}^{\mu,\nu}b_{R(x_1,t)}\,dx_1\,dy\Big]
$$

unde inducţia produsă de rotor s-a scris faţă de o axă fixă în stator x_1 prin înlocuirea lui x'_2,

$$x'_2 = x_1 - \frac{\omega_1}{p}(1-s)t + \beta_R$$

şi s-a notat

$$\alpha_1 = (\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1 p} + (\rho-1)\frac{2\pi}{2p} + (\gamma-1)\frac{2\pi}{Z_1} - \beta_S + \frac{2\pi y}{l\eta_1}\ , \quad \alpha_y = \frac{\pi}{2}\,\frac{y_1}{\tau_1}\,\frac{1}{p}\ .$$

După efectuarea calculelor şi sumarea tensiunilor electromotoare din bobinele unei zone se obţin, pentru tensiunile electromotoare induse rezultante a zonei ρ, expresiile:

$$\begin{aligned}
{}^{-b}e_{\lambda,\rho} = -{}^{-bZ_2}s\omega_1\sqrt{2}\sum_{\nu}\Big\{ & {}^{\mu}M'^{\,\nu}_{21\rho} I_R \cos\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big) - bZ_2\beta_R - {}^{\nu}\varphi_R\Big] + \\
+ & {}^{\mu'}M'^{\,\nu-Z_1}_{21\rho} I_R \cos\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big) - bZ_2\beta_R - {}^{\nu-Z_1}\varphi_R\Big] + \\
+ & {}^{\mu''}M'^{\,\nu+Z_1}_{21\rho} I_R \cos\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big) - bZ_2\beta_R - {}^{\nu+Z_1}\varphi_R\Big]\Big\}\ ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{-(b-1)}e_{\lambda,\rho} = -{}^{-(b-1)Z_2}s\omega_1\sqrt{2}\sum_{\nu}\frac{\lambda_2}{2}\Big\{ & {}^{\mu,\mu-Z_2}M'^{\,\nu}_{21\rho} I_R \cos\Big[{}^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{(b-1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big) - (b-1)Z_2\beta_R - {}^{\nu}\varphi_R\Big] + \\
+ & {}^{\mu',\mu'-Z_2}M'^{\,\nu-Z_1}_{21\rho} I_R \cos\Big[{}^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{(b-1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big) - (b-1)Z_2\beta_R - {}^{\nu-Z_1}\varphi_R\Big] + \\
+ & {}^{\mu'',\mu''-Z_2}M'^{\,\nu+Z_1}_{21\rho} I_R \cos\Big[{}^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{(b-1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big) - (b-1)Z_2\beta_R - {}^{\nu+Z_1}\varphi_R\Big]\Big\}\ ,
\end{aligned} \tag{1.43}$$

$$\begin{aligned}
{}^{-(b+1)}e_{\lambda,\rho} = -{}^{-(b+1)Z_2}s\omega_1\sqrt{2}\sum_{\nu}\frac{\lambda_2}{2}\Big\{ & {}^{\mu,\mu+Z_2}M'^{\,\nu}_{21\rho} I_R \cos\Big[{}^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{(b+1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big) - (b+1)Z_2\beta_R - {}^{\nu}\varphi_R\Big] + \\
+ & {}^{\mu',\mu'+Z_2}M'^{\,\nu-Z_1}_{21\rho} I_R \cos\Big[{}^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{(b+1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big) - (b+1)Z_2\beta_R - {}^{\nu-Z_1}\varphi_R\Big] + \\
+ & {}^{\mu'',\mu''+Z_2}M'^{\,\nu+Z_1}_{21\rho} I_R \cos\Big[{}^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{(b+1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big) - (b+1)Z_2\beta_R - {}^{\nu+Z_1}\varphi_R\Big]\Big\}\ ,
\end{aligned}$$

unde s-au introdus alunecările:

$$^{-bZ_2}s = 1 + \frac{bZ_2}{p}(1-s)\,,\ ^{-(b-1)Z_2}s = 1+\frac{(b-1)Z_2}{p}(1-s)\,,\ ^{-(b+1)Z_2}s = 1+\frac{(b+1)Z_2}{p}(1-s)\,, \quad (1.44)$$

iar inductivitățile de cuplaj extinse rotor-zonă statorică sînt:

$$^{\mu}M'_{21\rho} = lr\frac{\mu_0}{\delta'}\,\frac{Z_2}{\pi}\,\frac{w_1}{p}\,\frac{^{\mu}k_{\mu 2}\sin(\mu\pi/Z_2)}{\mu}\,\frac{^{\mu}k_{w1}\,^{\mu}k_{i1}}{\mu}\cdot {^{\mu}k_{DS}}\,,$$

. . . . (1.45)

$$^{\mu,\mu-Z_2}M'_{21\rho} = lr\frac{\mu_0}{\delta'}\,\frac{Z_2}{\pi}\,\frac{w_1}{p}\,\frac{^{\mu}k_{\mu 2}\sin(\mu\pi/Z_2)}{\mu}\,\frac{^{\mu-Z_2}k_{w1}\,^{\mu-Z_2}k_{i1}}{\mu-Z_2}\cdot {^{\mu-Z_2}k_{DS}}\,,$$

. . . .

Factorii de înclinare din expresiile inductivităților de cuplaj extinse rotor zonă statorică sînt dați de relații de tipul (1.32) pentru ordinele de armonică corespunzătoare, înclinarea măsurată pe periferia statorului fiind i_1, deci $\pi/\eta_1 = i_1/D$, iar factorii de deschidere statorici sînt:

$$^{\mu}k_{DS} = 1 + \frac{\lambda_1}{2}\,\frac{\mu}{^{\mu}k_{i1}\,^{\mu}k_{w1}}\left(\frac{^{\mu-Z_1}k_{w1}\,^{\mu-Z_1}k_{i1}}{\mu-Z_1} + \frac{^{\mu+Z_1}k_{w1}\,^{\mu+Z_1}k_{i1}}{\mu+Z_1}\right)\,,$$

(1.46)

$$^{\mu'}k_{DS} = 1 + \frac{\lambda_1}{2}\,\frac{\mu'}{^{\mu'}k_{i1}\,^{\mu'}k_{w1}}\left(\frac{^{\mu'-Z_1}k_{w1}\,^{\mu'-Z_1}k_{i1}}{\mu'-Z_1} + \frac{^{\mu'+Z_1}k_{w1}\,^{\mu'+Z_1}k_{i1}}{\mu'+Z_1}\right)\,,$$

. . . .

Dacă crestăturile statorice nu sînt înclinate, factorii de înclinare statorici sînt egali cu unitatea pentru toate ordinele de armonică și factorii de deschidere devin:

$$^{\mu}k_{DS} = 1 + \frac{\lambda_1}{2}\,\frac{\mu}{^{\mu}k_{w1}}\left(\frac{^{\mu-Z_1}k_{w1}}{\mu-Z_1} + \frac{^{\mu+Z_1}k_{w1}}{\mu+Z_1}\right)\,,$$

. . . .

Analizînd tensiunile electromotoare induse rezultante pe o zonă statorică, relațiile (1.43) rezultă că:

- la toate pulsațiile care apar, $^{-bZ_2}s\omega_1$, $^{-(b-1)Z_2}s\omega_1$, $^{-(b+1)Z_2}s\omega_1$, participă toate cîmpurile rotorice,
- tensiunile electromotoare induse armonice de ordinul $-(b-1)$ și $-(b+1)$ sînt atenuate față de cea de ordinul $-b$ cu factorul $\lambda_2/2$,
- neglijînd deschiderile de crestătură rotorice, $\lambda_2=0$, și tensiunile electromotoare induse armonice de ordinul $-(b-1)$ și $-(b+1)$ se anulează.

Dacă se neglijează deschiderile de crestătură de pe ambele armături atunci coeficienţii de formă a solenaţiei devin egali cu unitatea, tensiunile electromotoare induse în ochiul rotoric armonice de ordinele $\nu - Z_1$ şi $\nu + Z_1$ se anulează ca şi curenţii generaţi de ele şi relaţiile (1.43) se reduc la:

$$^{-b}e_{\lambda,\rho(0)} = -{}^{-bZ_2}s\omega_1\sqrt{2}\sum_{\nu}\left\{{}^{\mu}M_{21\rho}\,{}^{\nu}I_R\cos\left[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t-\left(1+\frac{bZ_2}{p}\right)\left((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\right)-bZ_2\beta_R-{}^{\nu}\varphi_R\right]\right\},$$

expresia inductivităţii de cuplaj fiind cea obişnuită, şi pentru $b=0$, $\mu=\nu$ şi înclinarea nulă,

$$\frac{M_{12}}{M_{21}}=\frac{2m_1p}{Z_2}=\frac{m_1}{m_2}$$

unde $m_2=Z_2/2p$, q_2 fiind unitar întrucît s-a considerat ochiul rotoric ca element independent.

1.4. CIMPURI PRODUSE DE REACTIILE MULTIPLE

Conţinutul de armonici al cîmpurilor rezultate din procesul reacţiilor multiple depinde de modul în care sînt conectate între ele zonele fazelor statorice. Din acest motiv se vor trata separat cele trei tipuri uzuale de conectare a zonelor statorice şi anume, în paralel, în paralel cu legături de egalizare şi în serie.

1.4.1. Zone în paralel fără legături de egalizare

In cazul în care zonele unei faze statorice sînt conectate în paralel fără legături de egalizare, considerînd bornele fazei scurtcircuitate pentru frecvenţele diferite de frecvenţa reţelei, din configuraţia dată în figura 1.6 se poate alcătui schema echivalentă pentru o armonică de ordinul $-b$ din figura 1.7.

Din analize schemei echivalente se constată că prin fiecare ramură formată din două zone consecutive, una impară şi una pară, circulă un curent generat de diferenţa tensiunilor electromotoare induse în cele două zone. Dacă se calculează această diferenţă în cazul primelor două zone ale fazei λ, se obţine, pentru armonica de ordinul $-b$.

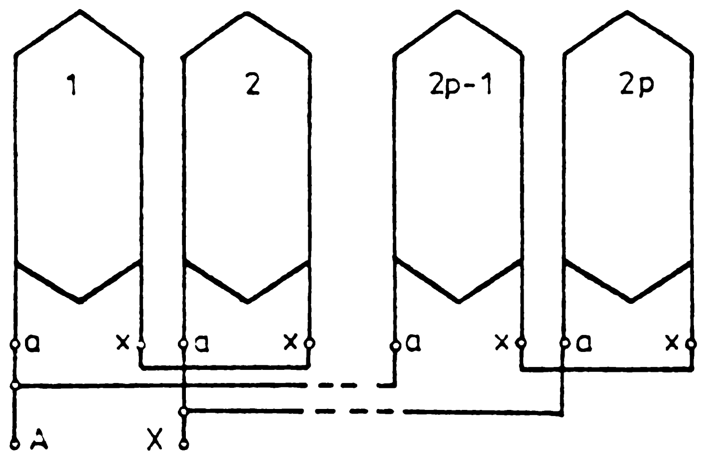


Fig.1.6. Faza statorică cu zone în paralel fără legături de egalizare.

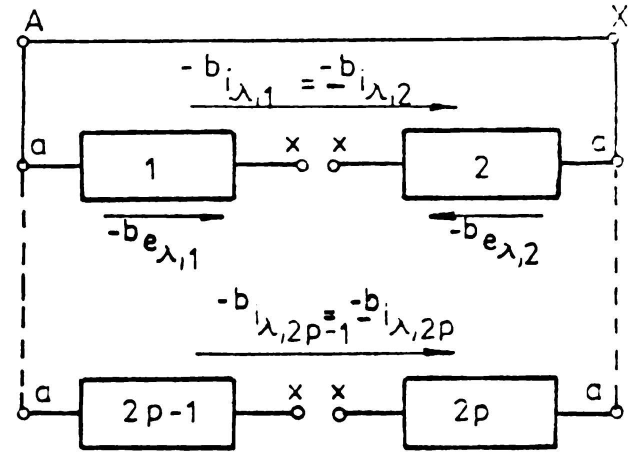


Fig.1.7. Schema echivalentă a unei faze cu zone în paralel fără legături de egalizare.

$$ {}^{-b}e_{\lambda,1-2} = {}^{-bZ_2}s\omega_1 2\sqrt{2}\cos\frac{bZ\pi}{2p}\sum\Big\{{}^{\mu}M'_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t-\Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-bZ_2\beta_R-\frac{bZ_2\pi}{2p}-{}^{\nu}\varphi_R\Big]+ $$

$$ +{}^{\mu'}M'_{21\rho}\,{}^{\nu-Z_1}I_R\cos\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t-\Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-bZ_2\beta_R-\frac{bZ_2\pi}{2p}-{}^{\nu-Z_1}\varphi_R\Big]+ $$

$$ +{}^{\mu''}M'_{21\rho}\,{}^{\nu+Z_1}I_R\cos\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t-\Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-bZ_2\beta_R-\frac{bZ_2\pi}{2p}-{}^{\nu+Z_1}\varphi_R\Big]\Big\}, $$

diferență de tensiuni electromotoare care generează curenții

$$ {}^{-b}i_{\lambda,1} = -{}^{-b}i_{\lambda,2} = \sqrt{2}\,{}^{-b}I_{1\rho}\sin\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t-\Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-bZ_2\beta_R-\frac{bZ_2\pi}{2p}-{}^{-b}\varphi_S\Big], $$

unde cu ${}^{-b}I_{1\rho}$ s-a notat valoarea eficace a curentului armonică de ordinul -b dintr-o zonă statorică, iar cu ${}^{-b}\varphi_S$ defazajul dintre tensiunea electromotoare care îl generează și curent.

Tensiunile electromotoare induse în primele două zone ale fazei λ de ordinele -(b-1) și +(b-1) generează curenții:

$$ {}^{-(b-1)}i_{\lambda,1} = -{}^{-(b-1)}i_{\lambda,2} = \sqrt{2}\,{}^{-(b-1)}I_{1\rho}\sin\Big[{}^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 t-\Big(1+\frac{(b-1)Z_2}{p}\Big)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-(b-1)Z_2\beta_R-\frac{(b-1)Z_2\pi}{2p}-{}^{-(b-1)}\varphi_S\Big], $$

$$^{-(b+1)}i_{\lambda,1}=-^{-(b+1)}i_{\lambda,2}=-\sqrt{2}\,^{-(b+1)}I_{1\rho}\sin\left[^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 t-\left(1+\frac{(b+1)Z_2}{p}\right)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-(b+1)Z_2\beta_R-\frac{(b+1)Z_2\pi}{2p}-{}^{-(b+1)}\varphi_S\right],$$

cu valorile eficace $^{-(b-1)}I_{1\rho}$,respectiv $^{-(b+1)}I_{1\rho}$ şi cu defazajele $^{-(b-1)}\varphi_S$ şi respectiv $^{-(b+1)}\varphi_S$.

Procedîndu-se în acelaşi mod ca şi în cazul curentului statoric de frecvenţa reţelei ,subcapitolul 1.2.,se obţine pentru solenaţia rezultantă statorică armonică de ordinul ε produsă de curentul armonic de ordinul -b.

$$^{\varepsilon,-b}a_{S(x_1,t)}=\frac{m_1w_1}{\pi}\sqrt{2}\,^{-b}I_{1\rho}\frac{^{\varepsilon}k_{w1}\,^{\varepsilon}k_{f1}}{\varepsilon}\sin\varepsilon\frac{\pi}{2p}\sin\left(^{-bZ_2}s\omega_1 t-\varepsilon x_1-bZ_2\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-b}\varphi_S\right),\quad(1.47)$$

cu condiţia pentru ordinul de armonică:

$$\varepsilon = pm_1c+bZ_2+p\ ;\qquad c=0,\pm1,..\qquad(1.48)$$

iar pentru curenţii armonici de ordinul -(b-1), -(b+1),

$$^{\varepsilon',-(b-1)}a_{S(x_1,t)}=\frac{m_1w_1}{\pi}\sqrt{2}\,^{-(b-1)}I_{1\rho}\frac{^{\varepsilon'}k_{w1}\,^{\varepsilon'}k_{f1}}{\varepsilon'}\sin\varepsilon'\frac{\pi}{2p}\sin\left(^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 t-\varepsilon' x_1-(b-1)Z_2\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-(b-1)}\varphi_S\right),$$

$$^{\varepsilon'',-(b+1)}a_{S(x_1,t)}=\frac{m_1w_1}{\pi}\sqrt{2}\,^{-(b+1)}I_{1\rho}\frac{^{\varepsilon''}k_{w1}\,^{\varepsilon''}k_{f1}}{\varepsilon''}\sin\varepsilon''\frac{\pi}{2p}\sin\left(^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 t-\varepsilon'' x_1-(b+1)Z_2\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-(b-1)}\varphi_S\right),\quad(1.49)$$

cu condiţiile pentru ordinele de armonică:

$$\varepsilon' = pm_1c+(b-1)Z_2+p\ ,\qquad c=0,\pm1,..$$
$$\varepsilon'' = pm_1c+(b+1)Z_2+p\ ,\qquad c=0,\pm1,..\qquad(1.50)$$

Tensiunile electromotoare induse rezultante, sumate pe primele două zone ale fazei λ ,calculate în acelaşi mod ca şi în subcapitolul 1.2, sînt:

$$^{-b}e_{\lambda,1-2}=-^{-bZ_2}s\omega_1 2\sqrt{2}\,^{-b}I_{1\rho}\left(\sum_{\varepsilon}{}^{\varepsilon}L_{1\rho}\sin^2\frac{\varepsilon\pi}{2p}\right)\cos\left(^{-bZ_2}s\omega_1 t-\left(1+\frac{bZ_2}{p}\right)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-\frac{bZ\pi}{2p}-bZ_2\beta_R-{}^{-b}\varphi_S\right),$$

$$^{-(b-1)}e_{\lambda,1-2}=-^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 2\sqrt{2}\,^{-(b-1)}I_{1\rho}\left(\sum_{\varepsilon}{}^{\varepsilon'}L_{1\rho}\sin^2\frac{\varepsilon'\pi}{2p}\right)\cos\left(^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 t-\left(1+\frac{(b-1)Z_2}{p}\right)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-(b-1)Z_2\beta_R-{}^{-(b-1)}\varphi_S-\frac{(b-1)\pi Z_2}{2p}\right),\quad(1.51)$$

$$ {}^{-(b+1)}e_{\lambda,1-2} = -{}^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 2\sqrt{2}\,{}^{-(b+1)}I_{1\rho}\left(\sum {}^{\varepsilon''}L'_{1\rho}\sin\frac{\varepsilon''\pi}{2p}\right)\cos\left({}^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 t-\left(1+\frac{(b+1)Z_2}{p}\right)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-\frac{(b+1)\pi Z_2}{2p}-(b+1)Z_2\beta_R-{}^{-(b+1)}\varphi_S\right), $$

unde inductivităţile proprii extinse se exprimă cu relaţii de tipul:

$$ {}^{\varepsilon}L'_{1\rho} = \frac{l\tau m_1\mu_0}{\pi\delta' p}\left(w_1\frac{{}^{\varepsilon}k_{w1}}{\varepsilon}\right)^2 \cdot {}^{\varepsilon}k_{f1} , $$

în care diferă numai ordinele de armonică.

Dacă se neglijează deschiderile de crestătură statorice atunci ${}^{\varepsilon}k_{f1}$ este egal cu unitatea pentru orice ordin de armonică şi se obţin pentru inductivităţile proprii expresiile obişnuite [63]. Dacă se neglijează şi deschiderile de crestătură rotorice atunci nu mai pot să apară curenţi armonică de ordinul -(b-1) şi -(b+1) şi rămîne numai tensiunea electromotoare de ordinul -b, în care inductivitatea proprie are expresia uzuală.

Tensiunile electromotoare induse de cîmpurile statorice produse de solenaţiile rezultante date de relaţiile (1.47) şi (1.49) în ochiul (Z) rotoric, calculate în acelaşi fel ca în subcapitolul 1.2, sînt:

$$ {}^{\sigma}e_{(Z)} = -{}^{\sigma}s\omega_1\sqrt{2}\sum_b\Big\{{}^{\varepsilon}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}\,{}^{-b}I_{1\rho}\cos\left({}^{\sigma}s\omega_1 t-\sigma(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+\sigma\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-b}\varphi_S\right)+ $$

$$ +{}^{\varepsilon'}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}\,{}^{-(b-1)}I_{1\rho}\cos\left({}^{\sigma}s\omega_1 t-\sigma(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+\sigma\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-(b-1)}\varphi_S\right)+ $$

$$ +{}^{\varepsilon''}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon''\pi}{2p}\,{}^{-(b+1)}I_{1\rho}\cos\left({}^{\sigma}s\omega_1 t-\sigma(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+\sigma\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-(b+1)}\varphi_S\right)\Big\} , $$

$$ {}^{\sigma-Z_1}e_{(Z)} = -{}^{\sigma-Z_1}s\omega_1\sqrt{2}\,\frac{\lambda_1}{2}\sum_b\Big\{{}^{\varepsilon,\varepsilon-Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}\,{}^{-b}I_{1\rho}\cos\left({}^{\sigma-Z_1}s\omega_1 t-(\sigma-Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\sigma-Z_1)\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-b}\varphi_S\right)+ $$

$$ +{}^{\varepsilon',\varepsilon'-Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}\,{}^{-(b-1)}I_{1\rho}\cos\left({}^{\sigma-Z_1}s\omega_1 t-(\sigma-Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\sigma-Z_1)\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-(b-1)}\varphi_S\right)+ \quad (1.52) $$

$$+{}^{\varepsilon',\varepsilon'-Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}\,{}^{-(b+1)}I_{1\rho}\cos\left({}^{\sigma-Z_1}s\omega_1 t-(\sigma-Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\sigma-Z_1)\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-(b+1)}\varphi_S\right)\Big\}\ ,$$

$${}^{\sigma+Z_1}e_{(Z)}=-{}^{\sigma+Z_1}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}\sqrt{2}\sum_b\Big\{{}^{\varepsilon,\varepsilon+Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}\,{}^{-b}I_{1\rho}\cos\left({}^{\sigma+Z_1}s\omega_1 t-(\sigma+Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\sigma+Z_1)\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-b}\varphi_S\right)+$$

$$+{}^{\varepsilon',\varepsilon'+Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}\,{}^{-(b-1)}I_{1\rho}\cos\left({}^{\sigma+Z_1}s\omega_1 t-(\sigma+Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\sigma+Z_1)\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-(b-1)}\varphi_S\right)+$$

$$+{}^{\varepsilon',\varepsilon'+Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}\,{}^{-(b+1)}I_{1\rho}\cos\left({}^{\sigma+Z_1}s\omega_1 t-(\sigma+Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\sigma+Z_1)\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-(b+1)}\varphi_S\right)\Big\}\ ,$$

cu expresiile pentru inductivităţile de cuplaj extinse

$${}^{\varepsilon}M'_{12}=\frac{2l\tau m_1 w_1\mu_0}{\pi\delta'}\,\frac{{}^{\varepsilon}k_{w1}\,{}^{\varepsilon}k_{\xi1}}{\varepsilon}\,\frac{{}^{\varepsilon}k_{i2}}{\varepsilon}\sin\varepsilon\frac{\pi}{Z_2}\cdot{}^{\varepsilon}k_{DR}\ ,$$

$$\cdots\cdots\cdots \qquad (1.53)$$

$${}^{\varepsilon,\varepsilon-Z_1}M'_{12}=\frac{2l\tau m_1 w_1\mu_0}{\pi\delta'}\,\frac{{}^{\varepsilon}k_{w1}\,{}^{\varepsilon}k_{\xi1}}{\varepsilon}\,\frac{{}^{\varepsilon-Z_1}k_{i2}}{\varepsilon-Z}\sin(\varepsilon-Z_1)\frac{\pi}{Z_2}\cdot{}^{\varepsilon-Z_1}k_{DR}\ ,$$

. . . .

unde s-a notat

$$\sigma = m_1pc + p \qquad (1.54)$$

s-au introdus alunecările:

$${}^{\sigma}s=1-\frac{\sigma}{p}(1-s)\ ,\quad {}^{\sigma-Z_1}s=1-\frac{\sigma-Z_1}{p}(1-s)\ ,\quad {}^{\sigma+Z_1}s=1-\frac{\sigma+Z_1}{p}(1-s)\ , \qquad (1.55)$$

iar factorii de deschidere rotorici sînt:

$${}^{\varepsilon}k_{DR}=1-\frac{\lambda_2}{2}\frac{\varepsilon}{{}^{\varepsilon}k_{i2}}\left(\frac{{}^{\varepsilon-Z_2}k_{i2}}{\varepsilon-Z_2}+\frac{{}^{\varepsilon+Z_2}k_{i2}}{\varepsilon+Z_2}\right)\ ,$$

$$\cdots\cdots\cdots \qquad (1.56)$$

$${}^{\varepsilon'}k_{DR}=1-\frac{\lambda_2}{2}\frac{\varepsilon'}{{}^{\varepsilon'}k_{i2}}\left(\frac{{}^{\varepsilon'-Z_2}k_{i2}}{\varepsilon'-Z_2}+\frac{{}^{\varepsilon'+Z_2}k_{i2}}{\varepsilon'+Z_2}\right)\ ,$$

. . . .

Pentru valoarea zero şi valorile pare ale lui c ordinele de armonică σ, relaţia (1.54), sînt identice cu ordinele de armonică. Deci în rotor se introduc tensiuni electromotoare de frecvenţe noi numai pentru valorile impare ale lui c şi aceste valori, notate cu c', vor fi considerate în continuare.

In cazul particular, cînd deschiderile de crestătură se neglijează în ochiul rotoric se induce tensiunea electromotoare:

$$ {}^{\sigma}e_{(Z)} = -{}^{\sigma}s\omega\sqrt{2}\sum_{b}\left\{{}^{\varepsilon}M_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}\,{}^{-b}I_{1S}\cos\left({}^{\sigma}s\omega_1 t-\sigma(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+\sigma\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{-b}\varphi_S\right)\right\}, $$

cu inductivităţile de cuplaj de tipul:

$$ {}^{\varepsilon}M_{12} = \frac{2\tau l m_1 w_1\mu_0}{\pi\delta'}\,\frac{{}^{\varepsilon}k_{w1}\,{}^{\varepsilon}k_{i2}}{\varepsilon^2}\cdot\sin\frac{\varepsilon\pi}{Z_2}, $$

relaţii care corespund celor cunoscute ,[63].

Tensiunile electromotoare induse în ochiul (Z) generează curenţii:

$$ {}^{\sigma}i_{(Z)} = \sqrt{2}\,{}^{\sigma}I_R\sin\left({}^{\sigma}s\omega_1 t-\sigma(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+\sigma\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma}\varphi_R\right), $$

$$ {}^{\sigma-Z_1}i_{(Z)} = \sqrt{2}\,{}^{\sigma-Z_1}I_R\sin\left({}^{\sigma-Z_1}s\omega_1 t-(\sigma-Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\sigma-Z_1)\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma-Z_1}\varphi_R\right), $$

$$ {}^{\sigma+Z_1}i_{(Z)} = \sqrt{2}\,{}^{\sigma+Z_1}I_R\sin\left({}^{\sigma+Z_1}s\omega_1 t-(\sigma+Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+(\sigma+Z_1)\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma+Z_1}\varphi_R\right), $$

unde cu ${}^{\sigma}I_R$, ${}^{\sigma-Z_1}I_R$ şi respectiv ${}^{\sigma+Z_1}I_R$ s-au notat valorile eficace ale curenţilor din ochiul rotoric iar cu ${}^{\sigma}\varphi_R$, ${}^{\sigma-Z_1}\varphi_R$ şi ${}^{\sigma+Z_1}\varphi_R$ defazajul între curenţi şi tensiunile electromotoare induse.

Procedîndu-se în acelaşi fel ca şi în cazul armonicilor de ordinele ν , $\nu - Z_1$ şi $\nu + Z_1$, subcapitolul 1.3, se obţin pentru solenaţiile rotorice rezultante expresiile:

$$ {}^{\xi,\sigma}a_{R(x_2',t)} = \sqrt{2}\,{}^{\sigma}I_R\frac{Z_2}{\pi}\frac{{}^{\xi}k_{i2}}{\xi}\sin\xi\frac{\pi}{Z_2}\sin\left({}^{\sigma}s\omega_1 t-\sigma x_2'+\sigma\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma}\varphi_R\right), $$

$$ {}^{\xi',\sigma-Z_1}a_{R(x_2',t)} = \sqrt{2}\,{}^{\sigma-Z_1}I_R\frac{Z_2}{\pi}\frac{{}^{\xi'}k_{i2}}{\xi'}\sin\xi'\frac{\pi}{Z_2}\sin\left({}^{\sigma-Z_1}s\omega_1 t-(\sigma-Z_1)(x_2'-\beta_R)+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma-Z_1}\varphi_R\right), \qquad (1.57) $$

$$ {}^{\xi',\sigma+Z_1}a_{R(x_2',t)} = \sqrt{2}\,{}^{\sigma+Z_1}I_R\frac{Z_2}{\pi}\frac{{}^{\xi'}k_{i2}}{\xi'}\sin\xi'\frac{\pi}{Z_2}\sin\left({}^{\sigma+Z_1}s\omega_1 t-(\sigma-Z_1)(x_2'-\beta_R)+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma-Z_1}\varphi_R\right), $$

cu condiţiile pentru ordinele de armonică:

$$\begin{aligned} \xi &= dZ_2 + \sigma , & d &= 0, \pm 1,\ldots \\ \xi' &= dZ_2 + \sigma - Z_1 , & d &= 0, \pm 1,\ldots \qquad (1.58) \\ \xi'' &= dZ_2 + \sigma + Z_1 , & d &= 0, \pm 1,\ldots \end{aligned}$$

Tensiunile electromotoare induse în ochiul (Z) rotoric de cîmpurile produse de solenaţiile rezultante rotorice date de relaţiile (1.57) sînt:

$${}^{\sigma}e_{(Z)} = -{}^{\sigma}s\omega_1\sqrt{2}\Big(\sum_d {}^{\xi}L'_R\Big)^{\sigma}I_R\cos\Big({}^{\sigma}s\omega_1 t - \sigma(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2} + \sigma\beta_R + m_1c'\frac{\pi}{2} - {}^{\sigma}\varphi_R\Big),$$

$${}^{\sigma-Z_1}e_{(Z)} = -{}^{\sigma-Z_1}s\omega_1\sqrt{2}\Big(\sum_d {}^{\xi'}L'_R\Big)^{\sigma-Z_1}I_R\cos\Big({}^{\sigma-Z_1}s\omega_1 t - (\sigma-Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2} + (\sigma-Z_1)\beta_R + m_1c'\frac{\pi}{2} - {}^{\sigma-Z_1}\varphi_R\Big), \qquad (1.59)$$

$${}^{\sigma+Z_1}e_{(Z)} = -{}^{\sigma+Z_1}s\omega_1\sqrt{2}\Big(\sum_d {}^{\xi''}L'_R\Big)^{\sigma+Z_1}I_R\cos\Big({}^{\sigma+Z_1}s\omega_1 t - (\sigma+Z_1)(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2} + (\sigma+Z_1)\beta_R + m_1c'\frac{\pi}{2} - {}^{\sigma+Z_1}\varphi_R\Big),$$

inductivităţile proprii avînd aceleaşi expresii ca şi în cazul armonicelor de ordinul μ, μ' şi μ'', subcapitolul 1.3, calculate însă pentru armonicile ξ, ξ', ξ''.

Pentru tensiunile electromotoare induse într-o zonă statorică ρ a unei faze λ, se obţine, după calcule similare cu cele făcute în subcapitolul 1.3,

$$\begin{aligned} {}^{-d}e_{\lambda,\rho} = -{}^{-dZ_2}s\omega_1\sqrt{2}\sum_{c'}\Big\{ & {}^{\xi}M'^{\,\sigma}_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-dZ_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{dZ_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} + (\rho-1)\pi\Big) - dZ_2\beta_R + m_1c'\frac{\pi}{2} - {}^{\sigma}\varphi_R\Big] + \\ & + {}^{\xi'}M'^{\,\sigma-Z_1}_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-dZ_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{dZ_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} + (\rho-1)\pi\Big) - dZ_2\beta_R + mc'\frac{\pi}{2} - {}^{\sigma-Z_1}\varphi_R\Big] + \\ & + {}^{\xi''}M'^{\,\sigma+Z_1}_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-dZ_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{dZ_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} + (\rho-1)\pi\Big) - dZ_2\beta_R + m_1c'\frac{\pi}{2} - {}^{\sigma+Z_1}\varphi_R\Big]\Big\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^{-(d-1)}e_{\lambda,\rho} = -{}^{-(d-1)Z_2}s\omega_1\frac{\lambda_2}{2}\sqrt{2}\sum_{c'}\Big\{ & {}^{\xi,\xi-Z_2}M'^{\,\sigma}_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-(d-1)Z_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{(d-1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} + (\rho-1)\pi\Big) - (d-1)Z_2\beta_R + m_1c'\frac{\pi}{2} - {}^{\sigma}\varphi_R\Big] + \\ & + {}^{\xi',\xi'-Z_2}M'^{\,\sigma-Z_1}_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-(d-1)Z_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{(d-1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} + (\rho-1)\pi\Big) - (d-1)Z_2\beta_R + m_1c'\frac{\pi}{2} - {}^{\sigma-Z_1}\varphi_R\Big] + \quad 1.6 \end{aligned}$$

$$+{}^{\xi'',\xi''-Z_2}M'^{\sigma+Z_1}_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-(d-1)Z_2}s\omega_1 t-\Big(1+\frac{(d-1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big)-(d-1)Z_2\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma+Z_1}\varphi_R\Big]\Big\},$$

$${}^{-(d+1)}e={}^{-(d+1)Z_2}s\omega_1\frac{\lambda_2}{2}\sqrt{2}\sum_{c'}\Big\{{}^{\xi,\xi+Z_2}M'_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-(d+1)Z_2}s\omega_1 t-\Big(1+\frac{(d+1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big)-(d+1)Z_2\beta_R+m_1c'\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma}\varphi_R\Big]+$$

$$+{}^{\xi',\xi'+Z_2}M'^{\sigma-Z_1}_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-(d+1)Z_2}s\omega_1 t-\Big(1+\frac{(d+1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big)-(d+1)Z_2\beta_R+m_1c'\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma-Z_1}\varphi_R\Big]+$$

$$+{}^{\xi'',\xi''+Z_2}M'^{\sigma+Z_1}_{21\rho}I_R\cos\Big[{}^{-(d+1)Z_2}s\omega_1 t-\Big(1+\frac{(d+1)Z_2}{p}\Big)\Big((\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}+(\rho-1)\pi\Big)-(d+1)Z_2\beta_R+m_1c'\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma+Z_1}\varphi_R\Big]\Big\},$$

unde s-au introdus alunecările

$${}^{-dZ_2}s=1+\frac{dZ_2}{p}(1-s),\quad {}^{-(d-1)Z_2}s=1+\frac{(d-1)Z_2}{p}(1-s),\quad {}^{-(d+1)Z_2}s=1+\frac{(d+1)Z_2}{p}(1-s),\tag{1.61}$$

iar inductivităţile de cuplaj extinse rotor-zonă statorică şi factorii de deschidere statorici se calculează cu relaţiile (1.45) şi (1.46), date în subcapitolul 1.3., înlocuind ordinele de armonică μ, μ', μ'' cu ξ, ξ', şi ξ''.

Tinînd cont de similitudinea care există între tensiunile electromotoare induse armonice de ordinele -d, -(d-1) şi -(d+1) şi cele tratate anterior în subcapitolul 1.3, de ordinele -b,-(b-1) şi -(b+1), toate consideraţiile care s-au făcut în subcapitolul 1.3 rămîn valabile.

Intrucît d parcurge aceleaşi valori ca şi b, tensiunile electromotoare induse în zona statorică nu mai conţin armonici noi. Deci procesul reacţiilor multiple se încheie aici în stator putînd exista numai armonici de ordinele -b,-(b-1) şi -(b+1), care s-au considerat deja.

1.4.2. Zone în paralel cu legături de egalizare

In cazul în care zonele unei faze sînt conectate în paralel cu legături de egalizare,se obţine o configuraţie similară cu cea prezentată în figura 1.6,punctele x comune la două zone consecutive fiind legate între ele. Schema echivalentă corespunzătoare armonicii de ordinul -b este dată în figura 1.8, bornele de intrare fiind considerate în scurtcircuit ca şi în cazul anterior.

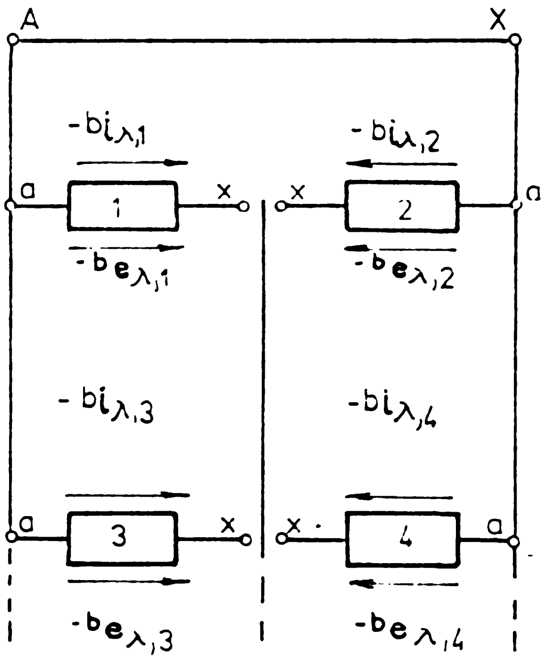


Fig.1.8. Schema echivalentă a unei faze cu zone în paralel cu legături de egalizare

Analizîndu-se schema echivalentă se observă că dacă :

$$\sum_{\rho=1}^{2p} {}^{-b}e_{\lambda,\rho} \neq 0 \qquad (1.62)$$

atunci tensiunile electromotoare din fiecare zonă sînt egale şi în fază, adică:

$${}^{-b}e_{\lambda,1} = {}^{-b}e_{\lambda,2} = \ldots = {}^{-b}e_{\lambda,2p} ,$$

şi rezultă imediat că toţi curenţii din zone sînt nuli.

Dacă suma tensiunilor electromotoare induse în cele 2p zone ale unei faze statorice este zero,

$$\sum_{\rho=1}^{2p} {}^{-b}e_{\lambda,\rho} = 0 , \qquad (1.63)$$

atunci curenţii din fiecare zonă sînt diferiţi de zero fiind generat de tensiunea electromotoare indusă în zona respectivă.

Efectuînd suma tensiunilor electromotoare induse în zonele unei faze statorice, pentru armonica de ordinul -b, rezultă că inegalitatea (1.62) este adevărată pentru toate valorile lui b care satisfac condiţia:

$$bZ_2/p = \pm 1, \pm 3, \ldots \qquad (1.64)$$

In toate cazurile cînd această condiţie nu este îndeplinită, egalitatea (1.63) devine adevărată şi atunci curentul din zona ρ a unei faze statorice λ este:

$${}^{-b}i_{\lambda,\rho} = \sqrt{2}\,{}^{-b}I_{1\rho} \sin\left[\tfrac{bZ_2}{p} s\omega_1 t - \left(1+\tfrac{bZ_2}{p}\right)\left((\lambda-1)\tfrac{2\pi}{m_1} + (\rho-1)\pi\right) - bZ_2\beta_R - {}^{-b}\varphi_S\right] ,$$

fiind generat de tensiunea electromotoare indusă în această zonă.

In rest rezultatele vor fi similare cu cele obţinute pentru cazul tratat anterior, al zonelor în paralel fără legături de egalizare. Deci singura deosebire între cele două cazuri de legare în paralel a zonelor, constă în faptul că la zonele în paralel cu legături de egalizare, existenţa condiţiei suplimentare (1.64) pentru ordinele de armonică superioare ale statorului, poate duce la anularea unora dintre acestea.

1.4.3. Zone în serie

Pentru cazul în care zonele fazelor statorice sînt conectate în serie se poate alcătui o schemă echivalentă conform celei din figura 1.9. Analizînd această schemă echivalentă se constată că prin toate zonele va trece un același curent generat de suma tensiunilor electromotoare induse.

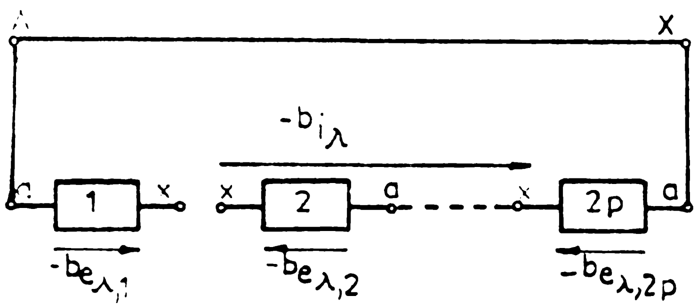


Fig.1.9. Schema echivalentă a unei faze cu zonele legate în serie.

Dacă se calculează această sumă pentru armonica de ordinul -b se obține:

$$
{}^{-b}e_{\lambda} = \sum_{\rho=1,3,\dots,2p-1} {}^{-b}e_{\lambda,\rho} - \sum_{\rho'=2,4,\dots,2p} {}^{-b}e_{\lambda,\rho'} = {}^{-bZ_2}s\omega_1 2p\sqrt{2}\sum\Big\{{}^{\mu}M_{21\rho}^{\prime\,\nu} I_R \cos\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} - bZ_2\beta_R - {}^{\nu}\varphi_R\Big] +
$$

$$
+ {}^{\mu'}M_{21\rho}^{\prime\,\nu-Z_1} I_R \cos\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} - bZ_2\beta_R - {}^{\nu-Z_1}\varphi_R\Big] + {}^{\mu''}M_{21\rho}^{\prime\,\nu+Z_1} I_R \cos\Big[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \Big(1+\frac{bZ_2}{p}\Big)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} - bZ_2\beta_R - {}^{\nu+Z_1}\varphi_R\Big]\Big\}, \quad (1.65)
$$

cu condiția pentru b

$$
\frac{bZ_2}{p} = 2K \;, \; K=0, \pm 1, \pm 2, \dots \qquad (1.66)
$$

Dacă 2K este multiplu de m_1 minus unu, adică

$$
2K = M(m_1)-1 \qquad (1.67)
$$

atunci:

$$
1+\frac{bZ_2}{p} = M(m_1) \qquad (1.68)
$$

și tensiunile electromotoare induse rezultante pe fazele statorice, armonice de ordinul -b, sînt în fază. In această situație reacția va fi nulă în cazul conexiunii fazelor în stea și homopolară în cazul conexiunii fazelor în triunghi, întrucît curenții de pe cele m_1 faze ale statorului sînt și ei în fază.

In cazul mașinilor de inducție uzuale, cînd m_1 =3, din condițiile (1.67) și (1.68) se obține:

$$bZ_2/2p = m_1k+1 \quad , \quad k= 0, \pm 1, \pm 2,.. \qquad (1.69)$$

Condiția (1.66) este îndeplinită pentru orice valoare a lui b cînd Z_2 este un multiplu de 2p, pentru valorile pare ale lui b cînd Z_2 este multiplu numai de p, și pentru valorile lui b multiplu de 2p atunci cînd Z_2 și p sînt numere prime între ele.

Curentul, armonică de ordinul -b, din faza λ statorică, generat de tensiunea electromotoare indusă rezultantă este:

$$^{-b}i_{\lambda} = \sqrt{2}\,{}^{-b}I_1 \sin\left[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \left(1+\frac{bZ_2}{p}\right)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} - bZ_2\beta_R - {}^{-b}\varphi_s'\right],$$

și procedîndu-se în același fel ca și pentru cazul curentului statoric de frecvența rețelei, subcapitolul 1.2, se obține pentru armonica ε a solenației statorice rezultante produsă de curenții armonică de ordinul -b:

$$^{\varepsilon,-b}a_{s(x_1,t)} = \frac{m_1 w_1}{\pi}\,\frac{^{\varepsilon}k_{w1}\,{}^{\varepsilon}k_{s1}}{\varepsilon}\sqrt{2}\,{}^{-b}I_1 \sin\left[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \varepsilon x_1 - bZ_2\beta_R - {}^{-b}\varphi_s'\right], \qquad (1.70)$$

cu condiția oentru ordinul de armonică:

$$\varepsilon = p(2m_1c+1)+bZ_2 \quad , \quad c=0, \pm 1, \pm 2,... \qquad (1.71)$$

Tensiunea electromotoare indusă, de cîmpul produs de solenațiile rezultante de tipul celei date în relația (1.70), într-o zonă statorică este:

$$^{-b}e_{\lambda,\rho} = -{}^{-bZ_2}s\omega_1\sqrt{2}\,{}^{-b}I_1\left(\sum{}^{\varepsilon}L_{1\rho}'\right)\cos\left[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \left(1+\frac{bZ_2}{p}\right)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} + (\rho-1)\pi\right) - bZ_2\beta_R - {}^{-b}\varphi_s'\right], \qquad (1.72)$$

inductivitatea proprie extinsă fiind similară cu cea scrisă pentru armonica de ordinul ν, subcapitolul 1.2.

Analizînd condiția pentru ordinul de armonică (1.71) se observă că în toate cazurile în care (1.69) nu este îndeplinită, ordinele de armonică ε parcurg aceleași valori ca și ordinele de armonică ν exprimate prin condiția (1.21) din subcapitolul 1.2. Deci, dacă fazele sînt conectate în stea reacțiile multiple se încheie aici, iar în cazul fazelor conectate în triunghi apar armonici noi numai pentru situația în care condiția (1.69) este indeplinită, adică numai în cazul unei circulaţii homopolare de curenţi în fazele statorice.

Calculîndu-se tensiunea electromotoare indusă în ochiul (Z) rotoric de cîmpurile produse de solenaţiile rezultante statorice date de relaţia (1.70) se obţine:

$$^{\sigma'}e_{(Z)}=-{}^{\sigma'}s\omega_1\sqrt{2}\sum_b\left\{{}^{-b}I_1\,{}^{\varepsilon}M'_{12}\cos\left[{}^{\sigma'}s\omega_1 t-\sigma'(Z-1)\frac{2\pi}{Z_2}+\sigma'\beta_R\right]\right\}, \qquad (1.73)$$

unde

$$\sigma' = p(2m_1c+1)\,, \qquad (1.74)$$

şi evident că valorile σ' sînt identice cu valorile ν date de (1.21), deci tensiunile electromotoare induse au aceeaşi frecvenţă şi fază ca şi tensiunile electromotoare induse de cîmpul statoric produs de curentul statoric de frecvenţa reţelei, cu care se adună, procesul de reacţie încheindu-se.

1.4.4. <u>Cazul particular cînd numărul de crestături rotorice este un multiplu al numărului de poli ($Z_2/2p$=întreg)</u>.

In cazul în care numărul de crestături rotorice este un multiplu al numărului de perechi de poli, între numărul de crestături statoric şi cel rotoric există relaţia:

$$|Z_1-Z_2| = 2Kp, \quad K=0, \pm 1,\ldots \qquad (1.75)$$

şi indiferent de modul în care sînt conectate între ele zonele statorice, înfăşurarea statorică se comportă faţă de tensiunile electromotoare induse în procesul reacţiei secundare ca şi cum ar avea zonele conectate în serie.

Pentru a justifica această afirmaţie trebuie reanalizată expresia tensiunilor electromotoare induse în zona statorică de cîmpul de reacţie rotorică.Retranscriind numai expresia pentru armonica de ordinul -b;

$$^{-b}e_{\lambda,\rho}=-{}^{-bZ_2}s\omega_1\sqrt{2}\sum_\nu\left\{{}^{\mu}M'_{21\rho}\,{}^{\nu}I_R\cos\left[{}^{-bZ_2}s\omega_1 t-\left(1+\frac{bZ_2}{p}\right)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1}-bZ_2\beta_R-{}^{\nu}\varphi_R-\left(1+\frac{bZ_2}{p}\right)(\rho-1)\pi\right]+\ldots\right\},$$

se observă imediat că întrucît $bZ_2/2p$ este întreg par $1+bZ_2/2p$ este întreg impar, adică

$$(1+bZ_2/p)(\rho-1)\pi = K \quad , \; K=0,\ \pm 1,\ \pm 2,..$$

şi atunci

$$\cos[\alpha - 2K'\pi] = \cos\alpha, \qquad K'=0,\ \pm 1,\ \pm 2,..$$

pentru zonele impare, şi

$$\cos[\alpha - K''\pi] = -\cos\alpha \; , \; K''=\pm 1,\ \pm 2,\ ...$$

pentru zonele pare, cu notaţia

$$\alpha = {}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \left(1+\frac{bZ_2}{p}\right)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} - bZ_2\beta_R - {}^{\nu}\varphi_R \quad .$$

In consecinţă tensiunile electromotoare induse în zonele fazei λ sînt în fază pentru toate zonele de acelaşi tip, ca şi cînd zonele ar fi conectate în serie.

Pentru a se opera, în acest caz, şi la zonele conectate în paralel cu relaţiile obţinute pentru zonele conectate în serie, numărul de spire înseriate pe fază trebuie calculat cu relaţiile:

$$W_1 = \frac{2pq_1 S_b}{a_1} \quad , \qquad W_1 = \frac{pq_1 S_b}{a_1}$$

a_1 fiind numărul de căi de curent în paralel, egal cu numărul de perechi de poli p.

1.4.5. <u>Cazul particular cînd numărul de crestături rotorice este un multiplu al numărului de poli (Z_2/p=întreg impar)</u>

Pentru valorile pare ale lui b acest caz este identic cu cel tratat anterior întrucît $1+bZ_2/p$ are valori impare.

Pentru valorile impare ale lui b, $1+bZ_2/p$ este un număr par şi tensiunile electromotoare induse în zonele unei faze statorice de cîmpul rotoric sînt în fază. In consecinţă, sumele tensiunilor electromotoare din zonele perechi devin nule ca şi curenţii generaţi. Deci, în acest caz, înfăşurarea cu zonele conectate în paralel se comportă ca şi cînd ar avea legături de egalizare, şi armonicile cu numere de ordine impare sînt eliminate.

1.5. MASINA CU ROTOR BOBINAT

Pentru tratarea cazului în care rotorul mașinii este bobinat, se presupune o înfășurare rotorică, identică cu cea statorică, în dublu strat, cu pas scurtat, cu zone de 60° electrice avînd m_2 faze, 2p zone pe fază și q_2 bobine pe zonă. Pasul înfășurării este y_2 iar pasul polar este τ_2, ambele măsurate în număr de crestături.

Intrucît numărul de crestături rotorice, Z_2 este un multiplu ale numărului de perechi de poli, indiferent de modul în care sînt conectate zonele înfășurărilor statorice sau rotorice acestea se comportă în procesul reacțiilor multiple ca și cînd ar avea zonele conectate în serie.

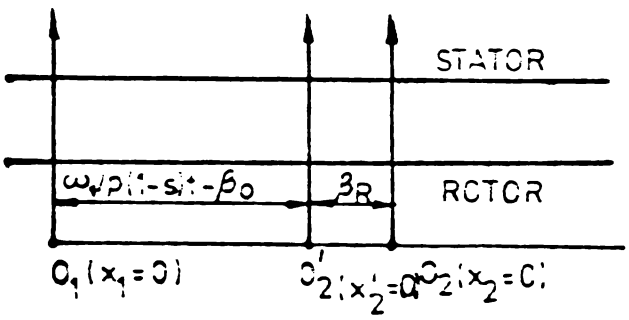


Fig.1.10. Sistemele de axe de coordonate pentru cazul rotorului bobinat.

Sistemele de axe de coordonate plasate în rotor sînt prezentate în figura 1.10, axa $x'_2=0$ fiind plasată în axa primei bobine a primei zone a primei faze rotorice, iar axa $x_2=0$ fiind plasată în axa primei zone a primei faze rotorice. Ținînd cont de poziția axelor $x_1=0$ și $x_2=0$, în axa unui dinte sau în axa unei crestături, semnele coeficienților permeanței echivalente variabile a întrefierului, λ_1 și λ_2 se iau corespunzător. Condiția pentru ca axa $x_2=0$ să fie plasată în axa unui dinte este y_2 și q_2 ambii pari sau impari.

In conformitate cu sistemele de axe adoptate, figura 1.10, între x_1 și x_2 există relația:

$$x_1 = x_2 + \frac{\omega_1}{p}(1-s)t + \beta_R - \beta_0 \qquad (1.76)$$

β_0 reprezentînd unghiul inițial, pentru t=0, între axele $x_1=0$ și $x'_2=0$.

Cum înfășurarea statorică s-a presupus identică cu cea din cazul tratat anterior al rotorului în colivie, subcapitolul 1.2., solenația rezultantă statorică, condițiile pentru ordinele de armonică și tensiunile electromotoare induse în zona statorică sînt date de expresii identice cu cele obținute în subcapitolul 1.2.

Expresia inducţiei rezultante statorice de ordinul ν scrisă faţă de axa x_2 rotorică se obţine din relaţia (1.28) înlocuind în aceasta pe x_2' cu x_2, pe β_R cu $\beta_R = \beta_0 - \beta_R$, şi ţinînd cont de semnele pe care le au coeficienţii λ_1 şi λ_2. Efectuînd calculele în continuare, se obţin pentru tensiunile electromotoare induse în zona rotorică, expresiile:

$$
\begin{aligned}
{}^{\nu}e_{\lambda_R,\varrho_R} &= -{}^{\nu}s\omega_1 {}^{\nu,\nu}M_{12\varrho}\sqrt{2}\, I_1 \cos\left[{}^{\nu}s\omega_1 t - \nu\left((\lambda_R-1)\frac{2\pi}{pm_2} + (\varrho_R-1)\frac{\pi}{p}\right) + \nu(\beta_0-\beta_R)\right], \\
{}^{\nu\pm Z_1}e_{\lambda_R,\varrho_R} &= -{}^{\nu\pm Z_1}s\omega_1 {}^{\nu,\nu\pm Z_1}M_{12\varrho}\sqrt{2}\, I_1 \cos\left[{}^{\nu\pm Z_1}s\omega_1 t - (\nu\pm Z_1)\left((\lambda_R-1)\frac{2\pi}{pm_2} + (\varrho_R-1)\frac{\pi}{p}\right) + (\nu\pm Z_1)(\beta_0-\beta_R)\right],
\end{aligned}
\tag{1.77}
$$

cu inductivităţile de cuplaj extinse:

$$
\begin{aligned}
{}^{\nu,\nu}M'_{12\varrho} &= m_1 r l w_1 \frac{\mu_0 w_2}{\pi\delta' p}\, \frac{{}^{\nu}k_{w1}\,{}^{\nu}k_{f1}}{\nu}\, \frac{{}^{\nu}k_{i2}\,{}^{\nu}k_{w2}}{\nu} \cdot {}^{\nu}k_{DR}, \\
{}^{\nu,\nu\pm Z_1}M'_{12\varrho} &= m_1 r l w_1 \frac{\mu_0 w_2}{\pi\delta' p}\, \frac{{}^{\nu}k_{w1}\,{}^{\nu}k_{f1}}{\nu}\, \frac{{}^{\nu\pm Z_1}k_{i2}\,{}^{\nu\pm Z_1}k_{w2}}{\nu\pm Z_1} \cdot {}^{\nu\pm Z_1}k_{DR},
\end{aligned}
\tag{1.78}
$$

unde numărul de spire înseriate pe faza rotorică este

$$w_2 = \frac{2pq_2 s_{b2}}{a_2}$$

a_2 fiind numărul de căi de curent în paralel, iar factorii de deschidere sînt:

$$
\begin{aligned}
{}^{\nu}k_{DR} &= 1 + \frac{\lambda_2}{2}\cdot\frac{\nu}{{}^{\nu}k_{i2}\,{}^{\nu}k_{w2}}\left(\frac{{}^{\nu-Z_2}k_{i2}\cdot{}^{\nu-Z_2}k_{w2}}{\nu-Z_2} + \frac{{}^{\nu+Z_2}k_{i2}\cdot{}^{\nu+Z_2}k_{w2}}{\nu+Z_2}\right) \\
{}^{\nu\pm Z_1}k_{DR} &= 1 + \frac{\lambda_2}{2}\cdot\frac{\nu\pm Z_1}{{}^{\nu\pm Z_1}k_{i2}\,{}^{\nu\pm Z_1}k_{w2}}\left(\frac{{}^{\nu\pm Z_1-Z_2}k_{i2}\cdot{}^{\nu\pm Z_1-Z_2}k_{w2}}{\nu\pm Z_1-Z_2} + \frac{{}^{\nu\pm Z_1+Z_2}k_{i2}\cdot{}^{\nu\pm Z_1+Z_2}k_{w2}}{\nu\pm Z_1+Z_2}\right)
\end{aligned}
\tag{1.79}
$$

alunecările ${}^{\nu}s$, ${}^{\nu\pm Z_1}s$ fiind date de relaţiile (1.29).

Calculîndu-se tensiunile electromotoare rezultante pe faza λ_R se obţine, pentru armonica de ordinul $\nu' = \nu, \nu-Z_1, \nu+Z_1$,

$$
{}^{\nu'}e_{\lambda_R} = -{}^{\nu'}s\omega_1 {}^{\nu,\nu'}M'_{12}\sqrt{2}\, I_1 \cos\left[{}^{\nu'}s\omega_1 t - \nu'(\lambda_R-1)\frac{2\pi}{pm_2} + \nu'(\beta_0-\beta_R)\right],
\tag{1.80}
$$

inductivităţile de cuplaj extinse pentru fază fiind legate de cele de zonă prin relaţia

$$^{\nu,\nu'}M'_{12} = 2p\,^{\nu,\nu'}M'_{12} \quad .$$

Condiţiile impuse de sumare, ν'/p = întreg, sînt îndeplinite pentru toate ordinele de armonică.

Dacă $^{\nu'}\varphi_R$ sînt defazajele între curenţii de fază rotorici şi tensiunile electromotoare induse care-i generează atunci

$$^{\nu'}i_{\lambda_R} = \sqrt{2}\,^{\nu'}I_2 \sin\left[^{\nu'}s\omega_1 t - \nu'(\lambda_\varepsilon - 1)\frac{2\pi}{pm_2} + \nu'(\beta_0 - \beta_R) - ^{\nu'}\varphi_R\right] ,$$

unde s-au notat cu $^{\nu'}I_2$ valorile eficace ale curenţilor de fază rotorici armonică de ordinul ν'.

Succesiunea tensiunilor electromotoare induse în faza rotorică este directă pentru toate ordinele de armonică care satisfac condiţia

$$\frac{\nu'}{p} = m_2\,k+1 \ , \qquad (1.81)$$

inversă, pentru ordinele de armonică care satisfac condiţia

$$\frac{\nu'}{p} = m_2 k-1 \qquad (1.82)$$

şi homopolară pentru ordinele de armonică care satisfac condiţia

$$\frac{\nu'}{p} = m_2 k \ . \qquad (1.83)$$

în cazul în care $m_1 \neq m_2$, constanta k fiind peste tot k=0, $\pm$1,...

Calculînd solenaţia rezultantă rotorică armonică de ordinul μ', produsă de curenţii armonică de ordinul ν' se obţine,procedînd similar ca în calculul solenaţiei rezultante statorice,subcapitolul 1.2,

$$^{\mu',\nu'}a_{R(x_2)} = \frac{\mu_0 m_2 w_2}{\pi \mu \delta'}\,^{\mu'}k_{w2}\,^{\mu'}k_{f2}\,^{\nu'}I_2 \sin\left[^{\nu'}s\omega_1 t - \mu x + \nu'(\beta_0 - \beta_R) - ^{\nu'}\varphi_R\right] , \qquad (1.84)$$

condiţia pentru ordinele de armonică μ' fiind:

$$\mu' = 2m_2 pb + \nu' \ , \quad b=0, \pm 1,.. \ , \ \nu' = \nu \ , \nu - Z_1, \nu + Z_1 . \qquad (1.85)$$

Tensiunile electromotoare induse în faza rotorică de cîmpul propriu, calculate similar cu cele induse în faza statorică de cîmpul statoric, subcapitolul 1.2, sînt:

$$ {}^{\nu'}e_{\lambda_R} = -{}^{\nu'}s\omega_1 \sum_{\mu'} {}^{\mu'}L'_2 \cos\left[{}^{\nu'}s\omega_1 t - \nu'(\lambda_R-1)\frac{2\pi}{pm_2} + \nu'(\beta_o-\beta_R) - {}^{\nu'}\varphi_R\right] \cdot {}^{\nu'}I_2 , \tag{1.86} $$

inductivitățile extinse ale fazei rotorice avînd expresia:

$$ {}^{\mu'}L'_2 = \frac{2\mu_o l\tau}{\pi\delta'}\left(w_2\frac{{}^{\mu'}k_{w2}}{\mu'}\right)^2 \cdot {}^{\mu'}k_{f2} . \tag{1.87} $$

Exprimînd cîmpul rezultant armonică μ', ν' rotoric și calculînd tensiunile electromotoare induse în faza statorică se obține pentru acestea expresia:

$$ {}^{-b'}e_{\lambda} = -{}^{-b'}s\omega_1 \sum_{\nu} {}^{\mu',\mu''}M'_{21}\, {}^{\nu'}I_2 \cos\left[{}^{-b'}s\omega_1 t - (2m_2 b'+1)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} - 2m_2 b' p(\beta_o-\beta_R) - {}^{\nu'}\varphi_R\right], \tag{1.88} $$

unde $b'=b$, $b-q_2$, $b+q_2$; $\mu''=\mu'$, $\mu'-Z_2$, $\mu'+Z_2$, inductivitățile de cuplaj rotor zonă statorică fiind:

$$ {}^{\mu',\mu''}M'_{21} = 2m_2\tau l w_2 \frac{\mu_o}{\pi\delta'}\frac{{}^{\mu'}k_{w2}\,{}^{\mu'}k_{f2}}{\mu'}\,\frac{{}^{\mu''}k_{w1}\,{}^{\mu''}k_{i1}}{\mu''}\,w_1\,{}^{\mu''}k_{DS} , \tag{1.89} $$

iar factorii de deschidere

$$ {}^{\mu''}k_{DS} = 1 + \frac{\lambda_1}{2}\frac{\mu''}{{}^{\mu''}k_{i1}\,{}^{\mu''}k_{w1}}\left(\frac{{}^{\mu''-Z_1}k_{i1}\,{}^{\mu''-Z_1}k_{w1}}{\mu''-Z} - \frac{{}^{\mu''+Z_1}k_{i1}\,{}^{\mu''+Z_1}k_{w1}}{\mu+Z}\right) . \tag{1.90} $$

In cazul în care crestătura statorică nu este înclinată atunci ${}^{\mu''}k_{i1} = {}^{\mu''-Z_1}k_{i1} = {}^{\mu''+Z_1}k_{i1} = 1$ și relațiile (1.89) și (1.90) se modifică corespunzător.

Expresiile alunecărilor ${}^{-b'}s$ sînt:

$$ {}^{-b'}s = 1 + \frac{2m_2 pb'}{p}(1-s) . \tag{1.91} $$

Deci ca și în cazul rotorului în colivie în stator apar armonici datorate reacției și crestării dar armonicele de crestare au ordi. mai mari și devin astfel mai neimportante.

Analizînd expresia tensiunii electromotoare induse într-o fază statorică de cîmpul rotoric, ${}^{-b'}e_{\lambda}$, se observă că se obține un sistem homopolar în cazul în care este îndeplinită condiția:

$$2m_2b' = km_1-1 \quad , \quad k=0, \pm 1,\ldots \tag{1.92}$$

şi atunci acest sistem se anulează la conexiunea stea, dînd un curent homopolar la conexiunea triunghi.

Dacă se notează cu ${}^{-b'}\varphi_S$ defazajul dintre curenţii armonici statorici şi tensiunile electromotoare care-i generează şi cu ${}^{-b'}I_1$ valoarea eficace a curentului de fază armonic de ordinul $-b'$, expresia curentului din faza λ statorică este, considerînd bornele fazei scurtcircuitate,

$${}^{-b'}i_\lambda = \sqrt{2}\,{}^{-b'}I_1 \sin\left[{}^{b'}s\omega_1 t - (2m_2b'+1)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} - 2m_2b'p(\beta_0-\beta_R) - {}^{\nu'}\varphi_R - {}^{-b'}\varphi_S\right],$$

şi calculul solenaţiei rezultante statorice armonică de ordinul ε' produsă de această armonică de curent duce la:

$${}^{\varepsilon',-b'}a_{S(x_1)} = \frac{\mu_0 m_1 w_1}{\pi\,\varepsilon'\,\delta'}\,{}^{\varepsilon'}k_{w1}\,{}^{\varepsilon'}k_{\xi 1}\,{}^{-b'}I_1 \sin\left[{}^{b'}s\omega_1 t - \varepsilon' x_1 - 2m_2b'p(\beta_0-\beta_R) - {}^{-b'}\varphi_S - {}^{\nu'}\varphi_R\right], \tag{1.93}$$

cu condiţia pentru ordinele de armonică

$$\varepsilon' = 2cm_1p + p(2m_2b'+1), \quad c=0, \pm 1, \pm 2,\ldots \tag{1.94}$$

Tensiunea electromotoare indusă în faza statorică de cîmpul propriu este, după efectuarea calculelor,:

$${}^{-b'}e_\lambda = -{}^{-b'}s\omega_1 \sum_{\varepsilon'} {}^{\varepsilon'}L_1'\sqrt{2}\,{}^{-b'}I_1 \cos\left[{}^{-b'}s\omega_1 t - (2m_2b+1)(\lambda-1)\frac{2\pi}{m_1} - 2m_2bp(\beta_0-\beta_R) - {}^{\nu'}\varphi_R - {}^{-b'}\varphi_S\right], \tag{1.95}$$

inductivităţile extinse ale fazei statorice ${}^{\varepsilon'}L_1'$ fiind date de relaţia

$${}^{\varepsilon'}L_1' = \frac{2\mu_0 l\tau}{\pi\delta'}\left(w_1\frac{{}^{\varepsilon'}k_{w1}}{\varepsilon'}\right)^2 \cdot {}^{\varepsilon'}k_{\xi 1} \quad , \tag{1.96}$$

Intrucît constanta c, care caracterizează ordinele de armonică ε', parcurge aceleaşi valori ca şi constanta a, care caracterizează ordinele de armonică ν, cîmpurile statorice armonice produse de solenaţiile armonice statorice de ordinul ε' nu produc frecvenţe noi în rotor. Astfel, tensiunile electromotoare induse de cîmpurile statorice armonice de ordinul ε' în faza rotorică sînt date de relaţiile:

$$^{\sigma'}e_{\lambda_R} = -^{\sigma'}s\,\omega_1\,^{\varepsilon',\varepsilon''}M'_{12}\sqrt{2}\,^{-b'}I_1\cos\left[^{\sigma'}s\,\omega_1 t - \sigma'(\lambda_R - 1)\frac{2\pi}{pm_2} + \sigma'(\beta_0 - \beta_R) - ^{-b'}\varphi_S - ^{\nu'}\varphi_R\right], \qquad (1.97)$$

unde ordinele de armonică σ' sînt:

$$\sigma' = p(2cm_1+1), \quad p(2cm_1+1)-Z_1, \quad p(2cm_1+1)+Z_1, \qquad (1.98)$$

identice cu ordinele ν' ,iar ordinele ε'' sînt:

$$\varepsilon'' = \varepsilon', \ \varepsilon' - Z_1, \ \varepsilon' + Z_1 \qquad (1.99)$$

Inductivitățile de cuplaj și factorii de deschidere rotorici se obțin cu relațiile (1.78) și (1.79) prin înlocuirea ordinelor ν și ν' cu ε' și ε' și introducerea factorului de înfășurare rotoric în locul factorului de ochi.

Procesul reacțiilor multiple în cazul rotorului bobinat se încheie odată cu prima reacție statorică, considerarea armonicilor de crestare neinfluențînd, ca și în cazul rotorului în colivie, numărul reacțiilor multiple care apar în mașină.

Alunecările care apar în expresiile tensiunilor electromotoare induse în faza rotorică, relația (1.97), sînt

$$^{\sigma'}s = 1 - \frac{\sigma'}{p}(1-s) \ , \qquad (1.100)$$

fiind identice cu alunecările $^{\nu'}s$. Deci tensiunile electromotoare induse armonice de ordinul σ' sînt de aceeași frecvență cu tensiunile electromotoare induse armonice de ordinul ν' , fiind defazate față de acestea în timp datorită decalajelor $^{-b'}\varphi_S$ și $^{\nu'}\varphi_R$ introduse de parametrii înfășurărilor statorice respectiv rotorice.

In cazul în care numărul de faze al înfășurării statorice este egal cu numărul de faze al înfășurării rotorice, $m_1=m_2$, nu pot să apară sisteme de tensiuni electromotoare induse de tip homopolar în nici una dintre armături și în consecință modul în care sînt conectate fazele înfășurărilor nu mai influențează ordinele de armonică.

1.6. AMPLITUDINEA SI ORDINUL ARMONICILOR

Amplitudinea armonicilor cîmpului de întrefier, a tensiunilor electromotoare induse și a curenților armonici depinde de valorile factorilor care intervin în expresiile inductivităților extinse.

Din acest motiv este important să se precizeze pentru ce ordine de armonică apar diferiţi factori, care sînt condiţiile de anulare ale acestora şi cum se poate acţiona în vederea atenuării unor armonice.

In tabelul 1.1. sînt prezentate toate combinaţiile de ordine de armonică care apar în cazul maşinii cu rotorul în colivie avînd zonele fazei statorice conectate în paralel fără legături de egalizare, cazul cel mai general, şi factorii din expresiile inductivităţilor care se calculează pentru aceste ordine. In tabel, la factorii consideraţi, s-a adoptat o notaţie generală φ pentru ordinele

Tabelul 1.1.

Factorii din inductivităţil / Ordinele de armonică	${}^{\varphi}k_{w1}$	${}^{\varphi}k_{f1}$	${}^{\varphi}k_{f2}$	$\sin\varphi\frac{\pi}{Z_2}$	${}^{\varphi}k_{i2}$	${}^{\varphi}k_{i1}$
ν	X	X		X	X	
$\nu \pm Z_1$	·			X	X	
μ, μ', μ''	X		X	X		X
$\mu \pm Z_2$, $\mu' \pm Z_2$, $\mu'' \pm Z_2$	X					X
$\mu' \pm Z_1$, $\mu'' \pm Z_1$	X					X
$\mu' \pm Z_1 \pm Z_2$, $\mu'' \pm Z_1 \pm Z_2$	X					X
ε, ε', ε''	X	X		X	X	
$\varepsilon \pm Z_1$, $\varepsilon' \pm Z_1$, $\varepsilon'' \pm Z_1$				X	X	
$\varepsilon' \pm Z_2$, $\varepsilon'' \pm Z_2$				X	X	
$\varepsilon' \pm Z_2 \pm Z_1$, $\varepsilon'' \pm Z_2 \pm Z_1$				X	X	
ξ, ξ', ξ''	X		X	X		X
$\xi \pm Z_2$, $\xi' \pm Z_2$, $\xi'' \pm Z_2$	X					X
$\xi' \pm Z_1$, $\xi'' \pm Z_1$	X					X
$\xi' \pm Z_1 \pm Z_2$, $\xi'' \pm Z_1 \pm Z_2$	X					X

de armonică, şi în coloana fiecărui factor s-a notat cu X ordinul de armonică la care se calculează.

Pentru ordinele de armonică datorate crestării se observă că

$$^{\varphi-Z_1}k_{w1}=-^{\varphi}k_{w1}\ ,\ ^{\varphi+Z_1}k_{w1}=-(-1)^{y_1+q_1}\cdot{}^{\varphi}k_{w1}\ ,\ \sin\frac{\varphi\pm Z_2}{Z_2}\pi=-\sin\frac{\varphi\pi}{Z_2}\ ,$$

deci armonicile datorate deschiderilor proprii de crestătură nu se reduc cu factorii de înfăşurare sau factorii de ochi rotoric.

Condiţiile pentru anularea factorilor de înfăşurare, de scurtare, de ochi rotoric şi ale coeficienţilor de formă ai solenaţiei, pentru un ordin de armonică φ sînt:

$$\begin{aligned}
&^{\varphi}k_{yi}=0 && ,\ \varphi/2p=K\tau_i/y_i\ ;\\
&^{\varphi}k_{qi}=0 && ,\ \varphi/2p=Km_i\ ,\ \varphi/2p\neq Kq_i m_i\ ;\\
&^{\varphi}k_{ii}=0 && ,\ \varphi=(2K'+1)\eta_i\ ;\\
&\sin\varphi\pi/Z_2=0 && ,\ \varphi=KZ_2\ ;\\
&^{\varphi}k_{fi}=0 && ,\ \varphi=(2K'+1)2\pi/\alpha_{ci}\ ;
\end{aligned}\qquad (1.101)$$

unde $K=\pm1,\ \pm2,\ldots$, $K'=0,\pm1,\ \pm2,\ldots$, şi $i=1,2$.

Factorii de deschidere, dacă crestăturile nu sînt înclinate pe nici una dintre armături şi $y_1+q_1=2K$, deci semnul lui λ_1 şi λ_2 este pozitiv, au expresiile:

$$\begin{aligned}
^{\varphi}k_{DS}&=1-\frac{\lambda_1}{2}\left(\frac{\varphi}{\varphi-Z_1}+\frac{\varphi}{\varphi+Z_1}\right)\ ,\\
^{\varphi}k_{DR}&=1-\frac{\lambda_2}{2}\left(\frac{\varphi}{\varphi-Z_2}+\frac{\varphi}{\varphi+Z_2}\right)\ ,
\end{aligned}\qquad (1.102)$$

şi după efectuarea calculelor se obţine:

$$^{\varphi}k_{DS}=1-\lambda_1\frac{\varphi^2}{\varphi^2-Z_1^2}\qquad ,\qquad ^{\varphi}k_{DR}=1-\lambda_2\frac{\varphi^2}{\varphi^2-Z_2^2}\ ,$$

evidenţiindu-se amplificarea pe care o realizează pentru armonicile de ordinul $p\pm Z_1$ şi respectiv $p\pm Z_2$, întrucît

$$\frac{(p\pm Z_1)^2}{p(p\pm 2Z_1)}>1\qquad ,\qquad \frac{(p\pm Z_2)^2}{p(p\pm 2Z_2)}>1\ .$$

In expresia tensiunilor electromotoare induse variază cu deschiderea de crestătură factorii de deschidere şi factorul lui Carter. Pentru a exemplifica influenţa acestora se consideră o maşină cu $Z_1=24$, $p=1$ şi fără crestături pe rotor. In tabelul 1.2 sînt prezentate valorile factorilor combinaţi k_{DS}/k_c pentru armonicile pînă la ordinul patru, la raportul t/δ =20 pentru diferite valori ale raportului b_0/t, coeficienţii λ_1 şi k_c fiind calculaţi cu relaţiile (1.10.b).

Tabelul 1.2.

b_0/t \ ν	1	-5	7	-11	13	-17	19	-23	25
0,1	0,91	0,92	0,92	0,96	0,98	1,09	1,22	2,99	-1,46
0,2	0,84	0,85	0,87	0,93	0,98	1,18	1,42	4,72	-3,57
0,3	0,76	0,78	0,80	0,86	0,91	1,12	1,36	4,74	-3,76
0,4	0,68	0,69	0,71	0,77	0,83	1,05	1,30	4,85	-4,05
0,5	0,60	0,62	0,64	0,71	0,77	1,00	1,27	5,12	-4,53
0,6	0,52	0,54	0,56	0,63	0,69	0,94	1,21	5,16	-4,73
0,7	0,44	0,46	0,48	0,54	0,60	0,82	1,07	4,69	-4,38
0,8	0,34	0,36	0,37	0,42	0,46	0,64	0,84	3,65	-3,41
0,9	0,23	0,24	0,24	0,27	0,30	0,39	0,51	2,09	-1,88
1,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10

Din analiza rezultatelor prezentate în tabelul 1.2 se evidenţiază concluziile importante:

-Factorii de deschidere produc o amplificare importantă a armonicilor din cîmp de ordinul $p-Z_1$, $p+Z_1$, respectiv -23 şi 25 în cazul considerat, amplificare care atinge valoarea maximă pentru deschideri raportate de crestătură în jurul valorilor b_0/t=0,5-0,6.

-Factorii de deschidere nu modifică practic fundamentala indiferent de deschiderea raportată a crestăturii, şi modifică neesenţial armonicile ale căror ordine au valori mult diferite de valoarea numărului de crestături. Armonicile cu numere de ordine apropiate de numărul de crestături, dar diferite de $p\pm Z_1$ sînt şi el amplificate uşor evidenţiindu-se şi în acest caz un efect uşor de redresare care apare însă pregnant la ordinele $p\pm Z_1$.

Coeficienţii de formă ai solenaţiei φk_f au asupra armonicilor ce apar în cîmp un efect opus factorilor de deschidere. Astfel din valorile prezentate în tabelul 1.3 pentru coeficientul de form

Tabelul 1.3.

b_0/t \ ν	1	-5	7	-11	13	-17	19	-23	25
0,1	1.00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,99	0,98
0,2	1,00	1.00	0,99	0,99	0,98	0,97	0,96	0,94	0,93
0,3	1,00	0,99	0,99	0,97	0,96	0,93	0,91	0,87	0,85
0,4	1,00	0,99	0,98	0,95	0,92	0,87	0,84	0,78	0,74
0,5	1,00	0,98	0,97	0,92	0,88	0,81	0,76	0,66	0,61
0,6	1,00	0,97	0,95	0,88	0,84	0,73	0,67	0,54	0,47
0,7	1,00	0,97	0,93	0,84	0,78	0,64	0,57	0,41	0,33
0,8	1,00	0,95	0,91	0,79	0,72	0,55	0,46	0,28	0,19
0,9	1,00	0,94	0,89	0,74	0,65	0,45	0,35	0,15	0,07
1,0	1,00	0,93	0,86	0,69	0,58	0,36	0,24	0,04	-0,04

al solenației statorice în cazul aceleași mașini cu $Z_1=24$, $p=1$ se observă că aceasta reduce amplitudinea armonicilor cu numere de ordine apropiate de Z_1 odată cu creșterea deschiderii raportate a crestăturii. Totuși această reducere de amplitudine nu compensează amplificarea foarte mare pe care o introduc factorii de deschidere.

Dacă crestăturile de pe cele două armături sînt înclinate valoarea factorilor de deschidere se reduce pentru armonicile cu numere de ordine $\nu \pm Z$, deci înclinarea permite o atenuare a armonicilor de crestătură.

CAPITOLUL 2

INDUCTIVITATILE DE DISPERSIE

Dispersia înfăşurărilor maşinii de inducţie constă în principal din dispersia părţii de înfăşurare plasată în crestături şi dispersia părţii frontale. Dispersia frontală este influenţată în primul rînd de geometria capetelor de bobine şi a circuitului magnetic înconjurător, iar dispersia crestăturii de forma crestăturii şi de tipul de înfăşurare. Tinînd cont de acestea, tratarea dispersiei de crestătură va fi mai aprofundată în timp ce pentru dispersia frontală se va urmări numai alegerea unei relaţii de calcul cît mai adecvate.

Peste tot, în acest capitol, permeabilitatea fierului se consideră infinită, efectele saturaţiei circuitului magnetic asupra dispersiei crestăturii urmînd să fie discutate în capitolul 4.

2.1. DISPERSIA PARTII DE INFASURARE PLASATA IN CRESTATURA

La maşina de inducţie, într-o crestătură, se găsesc conductoare aperţinînd unei laturi de bobină la înfăşurările în simplu strat, sau a două laturi de bobină la înfăşurările în dublu strat. Dacă se notează cu N numărul de conductoare înseriate într-o bobină, şi cu l lungimea miezului, pentru cazul unei singure laturi de bobină în crestătură, inductivitatea de dispersie a acesteia este:

$$L_d = \mu_0 l N^2 \lambda_c \qquad (2.1)$$

λ_c fiind permeanţa specifică a crestăturii considerate.

Pentru înfăşurările în simplu strat configuraţia fluxurilor de dispersie este aceaşi pentru toate crestăturile care conţin bobinele unei zone şi inductivitatea de dispersie corespunzătoare are expresia:

$$L_{dq} = \mu_0 l N^2 \lambda_q \qquad (2.2)$$

unde s-a introdus permeanţa specifică pentru o zonă

$$\lambda_q = 2q\lambda_c, \tag{2.3}$$

q fiind numărul de crestături pe pol şi fază.

In cazul înfăşurărilor în dublu strat fluxurile de dispersie pot să difere de la o crestătură la alta a zonei şi pentru determinarea inductivităţii de dispersie sorespunzătoare trebuie analizată întreaga zonă. Dacă se notează cu L_{da}, L_{db} inductivitatea de dispersie a unei laturi de bobină plasată în partea superioară, respectiv inferioară a crestăturii şi cu L_{dm} inductivitatea de cuplaj între laturile de bobină dintr-o crestătură, se obţine pentru bobinele unei zone:

$$L_{dq} = q(L_{da} + L_{db}) + L_{dm}\sum_{1}^{2q} \cos\theta_{xi} \tag{2.4}$$

unde θ_{xi} este defazajul dintre curentul din laturile de bobine ale zonei considerate şi curenţii din celelate laturi de bobină ce se găsesc în crestăturile zonei. Relaţia (2.4) se poate scrie şi pentru permeanţele specifice, adică:

$$\lambda_q = q(\lambda_a + \lambda_b) + \lambda_m\sum_{1}^{2q} \cos\theta_{xi} \tag{2.5}$$

unde λ_a, λ_b şi λ_m corespund inductivităţilor L_{da}, L_{db} şi L_{dm}.

Deci inductivitatea de dispersie pentru o zonă se calculează în cazul înfăşurărilor în dublu strat, cu relaţia (2.2) în care se introduce permeanţa specifică dată de relaţia (2.5).

2.1.1. Permeanţele specifice ale crestăturii

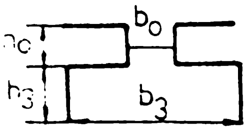
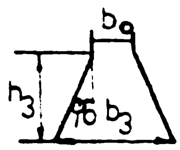
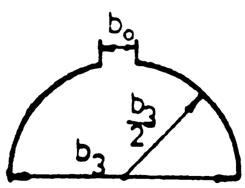
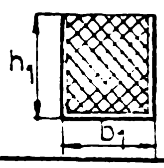
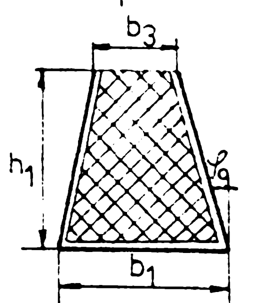
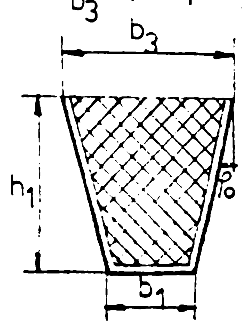
Permeanţa specifică a crestăturii se poate calcula din energia magnetică,

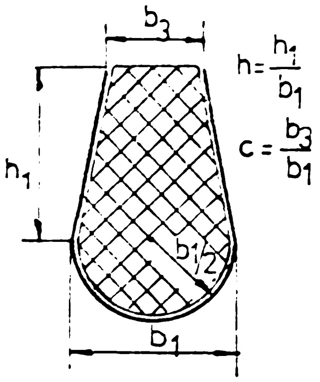
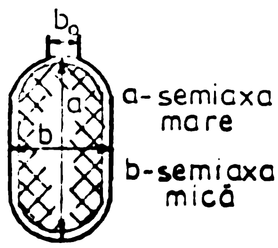
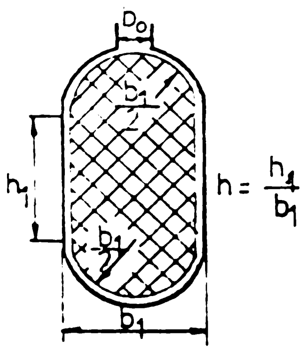
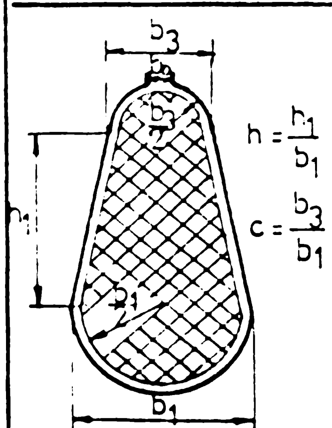
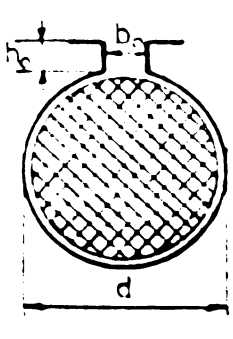
$$\lambda = \frac{2\,W_m}{\mu_0\, l\,(Ni)^2}, \tag{2.6}$$

i fiind curentul care parcurge spirelele din crestătură. Energia magnetică, W_m, înmagazinată în crestătură se exprimă cu relaţiile:

$$W_m = \frac{1}{2}\int_V \bar{B}\bar{H}dv = \frac{1}{2}\int_V \mathrm{rot}\bar{A}.\bar{H}dv = \frac{1}{2}\int_V \bar{A}\bar{J}dv + \frac{1}{2}\int_S (\bar{A}.\bar{H})\bar{n}.d\bar{s} \tag{2.7}$$

TABELUL 2.1.

FORMA ELEMENTULUI DE CRESTĂTURĂ ȘI NOTAȚIILE UTILIZATE	RELAȚIILE DE CALCUL PENTRU PERMEANȚELE SPECIFICE	OBSERVAȚII
	$\lambda = \frac{h_3}{b_3} + \frac{h_0}{b_0}$ (2.9)	*
 $\varphi_0 = \mathrm{arctg}\,\frac{b_3 - b_0}{2h_3}$	$\lambda = \frac{h_3}{b_3 - b_0} \ln\left(\frac{b_3}{b_0}\right)$ (2.10)	* După [73]
	$\lambda = \frac{1}{2\varphi_0} \ln\left(\frac{b_3}{b_0}\right)$ (2.11)	Anexa 2
	$\lambda = \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{1 - (b_0/b_3)^2}$ (2.12)	*
	$\lambda = \frac{1,2}{1 + 2\, b_0/b_3}$ (2.13)	Formulă aproximativă [78]
	$\lambda = \frac{h_1}{3b_1}$ (2.14)	*
$c = \frac{b_3}{b_1}$  $\varphi_0 = \mathrm{arctg}\,\frac{b_1 - b_3}{2h_1}$	$\lambda = \frac{h_1/b_1}{(1+c)^2}\left[1 + \frac{\ln(1/c)}{(1-c)^3} - \frac{1}{(1-c)^2} - \frac{1}{2(1-c)} - \frac{1-c}{4}\right]$ (2.15)	* [78]
	$\lambda = \frac{h_1}{3b_e}$, $b_e = b_3 + (b_1 - b_3)\left[\frac{4}{3}\,\frac{(1-c^2)^2}{(c^2-1)(3-c^2) - 4\ln c} - \frac{c}{1-c}\right]$ (2.16)	După [35]
	$\lambda = \frac{1}{2\varphi_0(1-c^2)^2}\left[\ln\frac{1}{c} - \frac{1}{2}(1-c^2)^2 - \frac{1}{4}(1-c^4)\right]$ (2.17)	Anexa 2
$c = \frac{b_1}{b_3}$; $c_1 = \frac{b_3}{b_1}$  $\varphi_0 = \mathrm{arctg}\,\frac{b_3 - b_1}{2h_1}$	$\lambda = \frac{h_1/b_1}{(1+c_1)^2}\left[1 + \frac{\ln(1/c_1)}{(1-c_1)^3} - \frac{1}{(1-c_1)^2} - \frac{1}{2(1-c_1)} - \frac{1-c_1}{4}\right]$ (2.18)	*
	$\lambda = \frac{h_1}{3b_e}$, $b_e = b_3 + (b_1 - b_3)\left[\frac{1}{1-c} - \frac{4}{3}\,\frac{(1-c^2)^2}{(1-c^2)(1-3c^2) - 4c^4 \ln c}\right]$ (2.19)	După [35]
	$\lambda = \frac{1}{2\varphi_0(1-c^2)^2}\left[c^4 \ln\frac{1}{c} + \frac{1}{2}(1-c^2)^2 - \frac{1}{4}(1-c^4)\right]$ (2.20)	Anexa 2

	$\lambda = \frac{1}{[\pi+4h(1+c)]^2}\left\{\frac{\pi^3}{12}-\frac{3\pi}{8}+16h^3\left[1+\frac{1}{(1-c)^3}\ln\frac{1}{c}-\frac{1}{(1-c)^2}-\frac{1}{2(1-c)}-\frac{1-c}{4}\right]+\frac{\pi h}{1-c}\left(\pi\ln\frac{1}{c}+\frac{8h}{1-c}\left(\ln\frac{1}{c}-8h\right)\right)\right\}$ (2.21)	*
	Prin echivalare cu un trapez cu parametrii $b'_3 = b_3;\ b'_1 = b_1 + \frac{b_1}{4h_1}(b_1-b_3);\ h'_1 = h_1 + \frac{b_1}{4};\ \varphi_0 = \mathrm{arctg}\,\frac{b'_1-b'_3}{2h'_1}$	
	$\lambda = \frac{1}{16\pi}\left(\frac{3a}{b}-\frac{b}{a}\right)+\varphi(\alpha_0,\beta_0)$ $\varphi(\alpha_0,\beta_0) = \frac{1}{\pi\beta_0^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3}\,\mathrm{cth}\,n\alpha_0;\ \alpha_0 = \frac{1}{2}\ln\frac{a+b}{a-b};\ \beta_0 = \frac{b_0}{2b}$ (2.22)	După [82]
	$\lambda = \frac{1}{(\pi+4h)^2}\left[\frac{11\pi^3}{48}+\frac{\pi}{32}+h\left(\frac{7\pi^2}{4}+2\right)+6\pi h^2+\frac{16}{3}h^3\right]$ (2.23)	*
	Prin echivalare cu o elipsă cu parametrii $a = \frac{1}{2}(h_1+b_1),\ b = \frac{b_1}{2},\ b'_0 = b_0$	
	$\lambda = \frac{1}{[\pi(1+c^2)+4h(1+c)]^2}\left\{\frac{\pi^3}{12}-\frac{3\pi}{8}+16h^3\left[1+\frac{1}{(1-c)^3}\ln\frac{1}{c}-\frac{1}{(1-c)^2}-\frac{1}{2(1-c)}-\frac{1-c}{4}\right]+\frac{\pi h}{1-c}\left(\pi\ln\frac{1}{c}+\frac{8h}{1-c}\ln\frac{1}{c}-8h\right)+\frac{\pi}{4}\left[\pi+4h(1+c)\right]^2+\left[\pi+4h(1+c)\right]c^2\left(\frac{\pi^2}{4}+1\right)+c^4\left(\frac{\pi^3}{12}+\frac{5\pi}{8}\right)\right\}$ (2.24)	*
	Prin echivalare cu o elipsa cu parametrii: $b = \frac{b_1+b_3}{4};\ a = \frac{1}{2}\,\frac{b_1^2+b_3^2}{b_1+b_3}+\frac{2}{\pi}h_1;\ b'_0 = b_0$	
	$\lambda = 0{,}624$ (2.25)	*
	$\lambda = 0{,}298 - \frac{1}{\pi}\ln\frac{b_0}{d}$ (2.26)	După [82]
	$\lambda = 0{,}47 + 0{,}066\,\frac{d}{b_0}$ (2.27)	Formula lui Rothert, după [82]

unde $\bar{B}$ este inducţia magnetică, $\bar{H}$ intensitatea cîmpului magnetic, $\bar{J}$ densitatea de curent, $\bar{A}$ potenţialul magnetic vector, dv elementul de volum, $d\bar{s}$ elementul de suprafaţă iar $\bar{n}$ este normala la suprafaţa de integrare. Pentru a calcula în acest fel permeanţa specifică trebuie rezolvate ecuaţiile de cîmp şi exprimaţi A şi H.

In cazul în care fluxul de dispersie din crestătură se presupune perpendicular pe planul median al crestăturii şi conductoarele sînt repartizate uniform în crestătură permeanţa specifică se poate calcula pentru diferite porţiuni ale crestăturii cu relaţia:

$$\lambda = \frac{1}{N^2} \int_0^h N_x^2 \frac{dx}{b_x} \tag{2.8}$$

unde N_x reprezintă numărul de conductoare din porţiunea elementară a crestăturii definită de înălţimea dx şi de lăţimea b_x, iar N reprezintă numărul total de conductoare din porţiunea de crestătură de înălţime totală h pentru care se face calculul.

In tabelul 2.1 sînt date relaţiile de calcul pentru permeanţele specifice pe porţiuni de crestătură ocupate sau neocupate de conductoare în cazul formelor celor mai întîlnite.

Toate relaţiile notate cu asterisc în tabelul 2.1 sînt obţinute cu metoda de calcul simplificată, relaţia (2.8), în Anexa 2 fiind dat ca exemplu calculul pentru obţinerea relaţiei (2.21), cazul crestăturii ovale trapezoidale.

Relaţiile (2.11),(2.17) şi (2.20) pentru forme trapezoidale de crestătură s-au obţinut prin rezolvarea ecuaţiilor de cîmp, calculele fiind date de Anexa 2

Tabelul 2.2

$\frac{b_3}{b_0}$	Permeanţa specifică pentru $\varphi_0 = \pi/3$			Permeanţa specifică pentru $\varphi_0 = \pi/4$		
	Cu (2.10)	Cu (2.11)	După [29]	Cu (2.10)	Cu (2.11)	După [29]
2	0,2009	0,3310	0,289	0,3466	0,4413	0,418
3	0,3171	0,5245	0,479	0,5493	0,6994	0,675
4	0,4002	0,6619	0,615	0,6932	0,8825	0,850
6	0,5172	0,8555	0,809	0,8959	1,1407	1,116
8	0,6003	0,9929	0,945	1,0397	1,3238	1,300
10	0,6647	1,0994	1,052	1,1513	1,4659	1,442

In tabelul 2.2 sînt date valorile permeanţelor specifice pentru locul de pană de formă trapezoidală calculate cu relaţiile (2.10),(2.11) şi indicate în literatură [29]. Luînd ca referinţă valorile date în [29] rezultă că relaţia (2.11) dă valori ceva mai mari, dar suficient de apropiate, deci ea este corespunzătoare.

Pentru locul de pană de formă semicirculară compararea valorilor calculate cu relaţiile (2.12),(2.13) cu valorile indicate în literatură [29] , tabelul 2.3, impune ca adecvată relaţia (2.13

Tabelul 2.3

b_3/b_0	2	3	4	6	8	10
Cu (2.12)	0,5236	0,6155	0,6591	0,7017	0,7227	0,7353
Cu (2.13)	0,600.	0,72	0,80	0,90	0,96	1,00
După [29]	0,63	0,78	0,87	1,00	1,10	1,17

Comparînd între ele relaţiile pentru calculul permeanţei specifice a crestăturii trapezoidale, (2.15),(2.16) şi (2.17) se poate observa din tabelul 2.4 că relaţia (2.17) dă valori cu ceva mai mari dar diferenţele nu sînt importante. In consecinţă, la calcul, se poate utiliza oricare dintre cele trei relaţii. Situaţia este aceeaşi şi în cazul trapezului inversat, astfel de exemplu pentru c=0,57 şi h=1,5 cu relaţiile (2.18),(2.19) şi (2.20) se obţin pentru permeanţa specifică valorile 0,4868, 0,4868 şi respectiv 0,4901.

Tabelul 2.4.

$h=h_4/b_1$	3				2			
$\frac{1}{c}=\frac{b_1}{b_3}$	1,25	1,67	2	2,5	1,25	1,67	2	2,5
(2.15)	1,2435	1,6191	1,8936	2,2668	0,8290	1,0794	1,2624	1,5112
(2.16)	1,2435	1,6191	1,8936	2,2668	0,8290	1,0794	1,2624	1,5112
(2.17)	1,2439	1,6215	1,8979	2.2743	0,8297	1,0830	1,2689	1,5225

Pentru crestăturile cu porţiuni de formă circulară, relaţiil de calcul a permeanţelor specifice, obţinute prin considerarea fluxului perpendicular pe planul median al crestăturii, dau erori destul de importante. Astfel pentru crestătura rotundă relaţiile (2.26) sau (2.27) dau valori mult diferite faţă de relaţia (2.25), de exemplu cu $b_0/d=0,25$ se obţine 0,739 şi 0,734 faţă de 0,624. De asemenea pentru crestătura ovală dreaptă pentru h=2 se obţine 1,46 iar prin echivalarea cu o elipsă, [82], se obţine 1,61. Pentru a evita aceste erori, ca şi pentru a se putea aplica rezultatele obţinute pentru înfăşurările în dublu strat date în Anexa 2, crestătura ovală trapezoidală se echivalează cu un trapez. Rezultatele comparative obţinute cu relaţia (2.21) şi echivalarea indicată în tabelul 2.1 sînt date în tabelul 2.5, valorile obţinute prin echivalare

Tabelul 2.5.

$h=h_1/b_1$	3				2			
$\frac{1}{c}=\frac{b_1}{b_3}$	1,25	1,67	2	2,5	1,25	1,67	2	2,25
Cu (2.21)	1,2178	1,5882	1,8586	2,2258	0,8238	1,0746	1,2571	1,5045
Cu trapez echiv.	1,3465	1,7496	2,0419	2,4365	0,9322	1,2110	1,4127	1,6843

fiind mai mari cu cca. 10% pentru cazul h=3, şi cu cca. 12% pentru cazul h=2, ceea ce coincide cu situaţia de la echivalarea crestăturii ovale drepte cu o elipsă, cînd permeanţa specifică a elipsei echivalente este mai mare cu 10%.

Tabelul 2.6.

$h=h_1/b_1$	3				2			
$\frac{1}{c}=\frac{b_1}{b_3}$	1,25	1,67	2	2,5	1,25	1,67	2	2,5
Cu (2.24)	1,7927	2,2021	2,4967	2,8917	1,4020	1,6920	1,8989	2,1740
Cu elipsă echiv.	2,7755	3,1469	3,3876	3,6798	2,0773	2,3445	2,5211	2,7387

In tabelul 2.6 sînt comparate valorile permeanţei specifice pentru crestătura ovală trapezoidală ocupată de conductoare, calculate cu relaţia (2.24) şi prin echivalarea cu o elipsă indicată în tabelul 2.1. Valorile obţinute prin echivalare sînt cu 25% pînă la 50% mai mari de cît cele calculate cu relaţia (2.24) dar pot fi considerate corespunzătoare pentru cazul în care $l/c \geqslant 1$. In cazul crestăturilor plasate în rotor cînd $l/c < 1$ valorile obţinute prin echivalare, [90], sînt mult mai mari de cît cele calculate cu relaţia (2.24) şi în această situaţie echivalarea nu mai este corespunzătoare.

Infăşurările în dublu strat sînt plasate în general în crestături de formă dreptunghiulară, trapezoidală sau ovală trapezoidală. Pentru cazul crestăturii de formă trapezoidală, deci şi pentru crestătura de formă ovală trapezoidală care se poate aproxima cu una trapezoidală, expresiile permeanţelor specifice sînt date în Anexa 2. La crestătura dreptunghiulară, păstrînd notaţiile din figura dată în tabelul 2.1 şi considerînd înălţimea ocupată de un strat egală cu jumătatea înălţimii totale a părţii din crestătură ocupată de conductoare, adică $h_1/2$, se obţine:

$$\lambda_a = \frac{h_1}{6b_1}\ ;\quad \lambda_b = \frac{h_1}{6b_1} + \frac{h_1}{2b_1}\ ;\quad \lambda_m = \frac{h_1}{4b_1} \tag{2.28}$$

unde indicele a corespunde laturii de bobină plasată în partea superioară a crestăturii, b laturii de bobină plasată în partea inferioară, iar λ_m este permeanţa specifică corespunzătoare inductivităţii mutuale a celor două laturi de bobină.

2.1.2. Influenţa tipului de înfăşurare asupra dispersiei crestăturii.

In cazul înfăşurărilor în simplu strat, permeanţa specifică a crestăturii se calculează direct, cu una dintre formulele date în tabelul 2.1, întrucît în crestătură există o singură latură de bobină. La înfăşurările în dublu strat, la calculul permeanţei specifice a crestăturii, trebuie să se ţină cont şi de defazajul dintre curenţii din cele două laturi de bobină din crestătură. Pentru înfăşurările trifazate obişnuite, cu număr întreg de crestături pe pol şi fază, defazajele între curenţii prin laturile de bobine poate fi 0, $\pm\pi/3$, $\pm 2\pi/3$.

Calculul permeanţei specifice a unei zone la înfăşurările în dublu strat se face cu relaţia (2.5). Pentru crestături de formă dreptunghiulară şi trapezoidală permeanţele specifice λ_a, λ_b şi λ_m sînt date de relaţiile (2.28) respectiv (A2.18), (A2.20) şi

(A2.21). Din analiza înfăşurărilor în dublu strat obişnuite, la care pot apărea numai defazaje 0, $\pm\pi/3$ şi $\pm 2\pi/3$ între curenţii dintr-o crestătură, rezultă că suma cosinusurilor unghiurilor de defazaj din relaţia (2.5) este:

$$\sum_{1}^{2q} \cos\Theta_{xi} = 2q - (\tau - y) \quad \text{pentru} \quad q \geq \tau - y \tag{2.29}$$

$$\sum_{1}^{2q} \cos\Theta_{xi} = q - 2k \quad \text{pentru} \quad \tau - y \geq q \geq y \tag{2.30}$$

unde

$k = 0$ pentru $y = \tau - q$;

$k = 1$ pentru $y = \tau - q - 1$; (2.31)

. . . .

$k = q$ pentru $y = q$.

Astfel valoarea maximă a sumei de cosinuşi se obţine pentru $\tau = y$ fiind $2q$ iar valoarea minimă pentru $y=q$ fiind $-q$.

Dacă se mai face observaţia că, neglijînd grosimea izolaţiei între laturile de bobină din crestătură, şi considerînd acelaşi număr de spire în fiecare strat N ca şi pentru o singură latură de bobină în crestătură, la crestăturile de formă dreptunghiulară şi trapezoidală există relaţia

$$\lambda_a + \lambda_b + 2\lambda_m = 4\lambda_c \tag{2.32}$$

relaţia (2.5) se poate retranscrie:

$$\lambda_q = q(\lambda_a + \lambda_b) + [2\lambda_c - 0,5(\lambda_a + \lambda_b)]\,F_{(\tau,y,q)} \tag{2.33}$$

unde

$$F_{(\tau,y,q)} = \begin{cases} 2q - (\tau - y)\,, & \tau - y \leq q \\ 3q - (\tau - y)\,, & 2q \geq \tau - y \geq q \end{cases} \tag{2.34}$$

condiţiile (2.31) fiind transformate în egalitatea adoua din egalităţile (2.34).

Pentru crestăturile de formă dreptunghiulară din relaţiile (2.28),(2.14) şi (2.23) rezultă:

$$\frac{\lambda_q}{4q\lambda_c} = \frac{5}{8} + \frac{3}{16q}\,F_{(\tau,y,q)}\;; \tag{2.35}$$

relaţie care exprimă valoarea raportată a permeanţei specifice pe zonă în funcţie de parametrii înfăşurării τ, y şi q. Valorile calculate cu această relaţie pentru cîteva înfăşurări cu τ, q dat şi y variabil sînt reprezentate în tabelul 2.7 unde s-a marcat trecerea de la $y < \tau - q$ la $y \geqslant \tau - q$ cînd are loc un salt în valoarea permeanţei specifice raportate a zonei. Din analiza valorilor din tabelul 2.7, rezultă, că scurtarea pasului are o influenţă mai mare pentru scurtări mai mari de cît q, valoarea minimă fiind aceeaşi pentru toate cazurile, şi mai mică de cît în cazul unei înfăşurări în simplu strat a cărei zonă ocupă acelaşi număr de crestături.

Tabelul 2.7

y		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
$\frac{\lambda_q}{4q\lambda_c}$	$\tau=6$, $q=2$	0,4375	0,625	0,8125	0,9063	1						
	$\tau=9$, $q=3$		0,4375	0,5625	0,6875	0,8125	0,8750	0,9375	1			
	$\tau=12$, $q=4$			0,4375	0,5313	0,625	0,7188	0,8125	0,8594	0,9063	0,9531	

Pentru crestături de formă trapezoidală din relaţiile (2.33) (A2.18),(A2.20),(A2.21) şi (2.17) se obţine:

$$\frac{\lambda_q}{4q\lambda_c} = \frac{1}{2}\left(1+f_{(c)}\right)+\frac{1}{4q}\left(1-f_{(c)}\right)F_{(\tau,y,q)} \tag{2.36}$$

unde

$$f_{(c)}=\frac{c^2\ln\frac{1}{c}+\frac{1}{2}(1-c^2)^2\ln\sqrt{\frac{1+c^2}{2c^2}}-\frac{1}{4}(1-c^4)}{\ln\frac{1}{c}-\frac{1}{2}(1-c^2)^2-\frac{1}{4}(1-c^4)} \tag{2.37}$$

şi calculul permeanţei specifice raportate a zonei se poate face pentru diferite valori ale lui c şi a parametrilor înfăşurării τ, y, q. In tabelul 2.8 sînt date valorile permeanţei specifice raportate a zonei, calculate cu relaţia (2.36) pentru $F_{(\tau,y,q)}=q$ şi $-q$, la diferite valori ale lui c, rezultînd valori mai mari de cît în cazul crestăturii de formă dreptunghiulară. Se poate observ de asemenea, din tabelul 2.8, că atunci cînd $c \rightarrow 1$ valorile permeanţei specifice raportate tind către cele obţinute în cazul formei dreptunghiulare, adică 0,8125 respectiv 0,4375, ele crescînd cu scăderea lui c.

Tabelul 2.8

c		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$\frac{\lambda_q}{4_q\lambda_c}$	$F_{(\varepsilon,y,q)}=q$	0,8237	0,8271	0,8313	0,8391	0,8456	0,8518	0,8576	0,8629	0,8675
	$F_{(\varepsilon,y,q)}=-q$	0,4492	0,4787	0,4959	0,5164	0,5366	0,5553	0,5728	0,5885	0,6022

2.1.3. Influenţa formei crestăturii asupra dispersiei crestăturii

Pentru calculul permeanţei specifice crestătura se divizează în trei părţi şi anume deschiderea, partea ocupată de pană şi partea ocupată de conductoare. Discutarea influenţei formei asupra dispersiei crestăturii se va face pentru fiecare porţiune separat.

Permeanţa specifică a deschiderii crestăturii este dată de raportul dintre înălţimea şi lăţimea părţii corespunzătoare, h_0/b_0, şi valoarea ei scade cu creşterea deschiderii b_0 sau cu scăderea înălţimii h_0. Deci o crestătură cu o deschidere mai mare are o permeanţă specifică corespunzătoare mai mică la aceaşi înălţime h_0.

Partea ocupată de pană este în general de formă trapezoidală sau semicirculară. In tabelul 2.9 sînt date comparativ valorile permeanţelor specifice pentru forma trapezoidală şi semicirculară, cu aceeaşi înălţime $h_3=b_3/2$, şi acelaşi raport $c=b_0/b_3$, notaţiile fiind identice cu cele de la figurile corespunzătoare date în tabelul 2.1.

Tabelul 2.9

	c	1/6	1/4	1/3	1/2
Formă trapezoidală	$\lambda = \frac{1}{2\mathrm{arctg}(1-c)} \ln \frac{1}{c}$	0,747	0,934	1,077	1,29
Formă semicirculară	$\lambda = \frac{1,2}{1 + 2c}$	0,60	0,72	0,80	0,90

Din analiza valorilor prezentate în tabelul 2.9 rezultă că la aceeaşi înălţime şi acelaşi raport c forma semicirculară este mai avantajoasă avînd o permeanță specifică mai mică.

Pentru partea de crestătură ocupată de conductoare, în tabelul 2.10, se face comparație între valorile permeanțelor specifice ale crestăturilor de formă trapezoidală și ovală trapezoidală la diferite valori ale rapoartelor $c=b_3/b_1$ și $h=h_1/b_1$, notațiile corespunzînd celor din tabelul 2.1. Calculul permeanței specifice a crestăturii este făcut cu relația (2.17) pentru forma trapezoidală și prin echivalarea cu un trapez, conform tabelului 2.1, pentru forma ovală trapezoidală. In tabel sînt date, pentru fiecare valoare a lui h și c, permeanțele specifice calculate pentru forma dreptunghiulară, care are lățimea egală cu semisuma lui b_1 și b_3, iar înălțimea rezultată din egalitatea ariilor. Din analiza valorilor rezultă

Tabelul 2.10

		1/c	1,11	1,25	1,67	2,0	2,5
TRAPEZOIDALĂ	$h=\frac{h_1}{b_1}=1$	Cu relația (2.17)	0,3703	0,4159	0,5468	0,6312	0,7777
		Dreptunghi echivalent	0,3509	0,3704	0,4167	0,4444	0,4762
	$h=\frac{h_1}{b_1}=2$	Cu relația (2.17)	0,7401	0,8297	1,0830	1,2689	1,5225
		Dreptunhi echivalent	0,7018	0,7407	0,8333	0,8889	0,9524
	$h=\frac{h_1}{b_1}=3$	Cu relația (2.17)	1,1098	1,2439	1,6215	1,8979	2,2743
		Dreptunghi echivalent	1,0526	1,1111	1,2500	1,3333	1,4286
OVALĂ TRAPEZOIDALĂ	$h=\frac{h_1}{b_1}=1$	Echivalare cu trapez	0,4625	0,5185	0,6751	0,7883	0,9400
		Dreptunghi echivalent	0,4329	0,4505	0,4902	0,5128	0,5376
	$h=\frac{h_1}{b_1}=2$	Echivalare cu trapez	0,8323	0,9322	1,2110	1,4127	1,6843
		Dreptunghi echivalent	0,7843	0,8219	0,9091	0,9600	1,0169
	$h=\frac{h_1}{b_1}=3$	Echivalare cu trapez	1,2022	1,3465	1,7496	2,0419	2,4365
		Dreptunghi echivalent	1,1354	1,1927	1,3265	1,4054	1,4943

că diferenţele între permeanţele specifice pentru formele trapezoidale şi ovale trapezoidale sînt minime. Pentru valori mai mici de 1,25 ale raportului l/c permeanţa specifică calculată pentru crestătura dreptunghiulară echivalentă este apropiată de permeanţele specifice ale crestăturilor de formă trapezoidală sau ovală trapezoidală. Pentru valori ale lui l/c mai mari de 1,25 diferenţa devine importantă şi este recomandabilă utilizarea unor crestături de formă dreptunghiulară. Un studiu similar făcut pentru crestăturile din rotor, cu l/c mai mic decît unitatea [90], arată că permeanţa specifică a crestăturilor de formă ovală trapezoidală şi trapezoidală este mult mai mică de cît a crestăturii dreptunghiulare echivalente cu cît l/c este mai mic. Deci, în rotor,este justificată utilizarea crestăturilor dreptunghiulare numai pentru cazul în care raportul l/c ar fi foarte aproape de unitate.

2.2. DISPERSIA PARTII FRONTALE A INFASURARII

Calculul dispersiei părţii frontale a înfăşurării este destul de aproximativ, datorită configuraţiei foarte complexe,precum şi datorită neconcordanţei dintre datele de proiectare cu care se calculează şi datele reale, corespunzătoare fiecărei maşini. Tinînd cont de acestea, se va urmări în continuare, prin compararea rezultatelor obţinute cu relaţii cu grade diferite de complexitate, stabilirea pentru cazurile concrete considerate a expresiilor de calcul cele mai adecvate.

In expresiile de calcul a inductivităţii de dispersie a părţii frontale a înfăşurării pentru o fază, pe lîngă notaţiile indicate în figura 2.1 se vor utiliza şi:

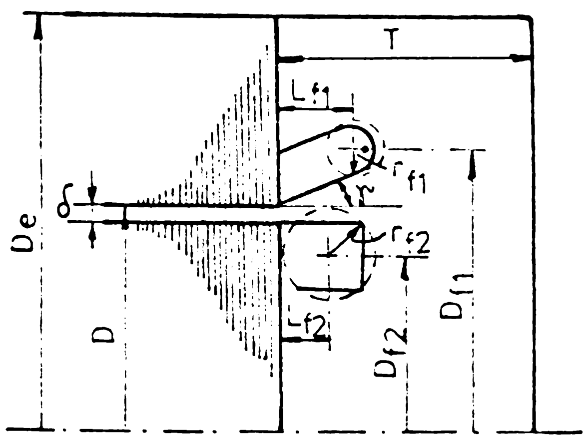


Fig.2.1. Configuraţia părţii frontale,notaţii

$\beta = \frac{y}{\tau}$ - pasul relativ al înfăşurării

τ_f - pasul polar frontal [m]

l_f - lungimea medie a semi - spirei din partea frontală a unei bobine [m]

α - unghiul pe care îl face latura de bobină cu miezul în partea frontală [radiani]

Pentru calcul s-au considerat relaţii de diferite grade de complexitate şi anume, grad redus de complexitate [20],

$$L_{df_1} = 4\cdot 10^{-7}\, l_{f_1}\cdot \frac{w_1^2}{p}\cdot \ln \frac{l_{f_1}}{2r_{f_1}} \tag{2.38}$$

grad mediu de complexitate [2]

$$L_{df_1} = \frac{m_1 w_1^2 k_{w_1}^2}{2\pi p^2 10^6}\Big\{2D_{f_1}\operatorname{tg}\alpha\Big(\frac{\beta\pi - \sin\beta\pi}{\pi}\Big)\Big[1-\Big(\frac{0{,}8D_{f_2}}{D_{f_1}}\Big)^p\Big] + 1{,}84k_{y_1}^2\Big(D_{f_1}\log\frac{0{,}695D_{f_1}}{r_{f_1}} - D\log\frac{0{,}541D}{R_f}\Big)\Big\} \tag{2.39}$$

unde

$$D = \sqrt{D_{f_1} D_{f_2}}\ ,\quad R_f = \sqrt{0{,}25(D_{f_1}-D_{f_2})^2 + (L_{f_1}-L_{f_2})^2}$$

grad ridicat de complexitate [29]

$$L_{df_1} = 8\times 10^{-5}\,\frac{(w_1 k_{w_1})^2}{p}\, m_1 \tau_{f_1} k_{fr} \tag{2.40}$$

unde:

$$K_{fr} = \frac{1}{\pi} k_{f\gamma} k_{flg}\Big\{k_{y_1}^2\frac{\tau_{f_1}}{\pi T} + \sum_{n=1}^{\infty}\Big\{\frac{2}{T\sqrt{\frac{\pi^2}{\tau_{f_1}^2}+\big(\frac{n\pi}{T}\big)^2}}\ \frac{1}{\big(\frac{4n^2L_{f_1}^2}{\beta^2T^2}-1\big)^2}\cdot$$

$$\cdot\Big[\Big(1+\frac{16n^2L_{f_1}^2}{\beta^2\tau_{f_1}^2T^2}\Big)k_{y_1}^2 + \frac{4L_{f_1}^2}{\beta^2}\Big(\frac{1}{\tau_{f_1}^2}+\frac{n^2}{T^2}\Big)\sin^2\frac{n\pi L_{f_1}}{T} - \frac{4nL_{f_1}}{\beta T}\Big(1+\frac{4L_{f_1}^2}{\beta^2\tau_{f_1}^2}\Big)k_{y_1}\sin\frac{n\pi L_{f_1}}{T}\Big]\Big\}\Big\}$$

$$K_{f\gamma} = 1 + 0{,}3\sin\gamma\ ,\quad K_{flg} = \frac{l_{f_1}}{2L_{f_1}\sqrt{1+(\beta\tau_{f_1}/2L_{f_1})^2}}$$

şi grad foarte ridicat de complexitate [45],

$$L_{df_1} = \frac{m_1\pi}{3{,}35}\Big(\frac{w_1}{2p}k_{\beta_1}k_{fl_1}k_{q_1}\Big)^2\cdot k_{m_1}k_{T_1}k_{fe_1}k_{hb_1}D_{f_1}\cdot 10^{-6} \tag{2.41}$$

unde se definesc:

factorul de scurtare extins $k_{\beta 1} = J_1(\frac{\pi}{2}\beta_1)\ /\ 0{,}567$,

factorul de lungime axială

$$k_{fl1} = \frac{1}{0{,}89}\sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{n^2}{n^2-0{,}25}J_{2n}\Big(\pi\frac{L_{f1}}{T}\Big)\Big)$$

factorul de inductivitate mutuală

$$k_{m_1} = 1 - \frac{D_{f2}I_p(\pi D_{f2}/2T)k_{\beta 2}k_{fl2}}{D_{f1}I_p(\pi D_{f1}/2T)k_{\beta 1}k_{fl1}}$$

$k_{\beta 2}$ şi k_{fl2} fiind factorii de scurtare extins respectiv lungime axială pentru rotor, factorul de capăt:

$$k_{T1} = -\frac{\pi D_{f1}}{2T} I'_p(\pi D_{f1}/2T) K'_p(\pi D_{f1}/2T) \quad ;$$

factorul de fier:

$$K_{fe_1} = 1 - \frac{K_p(\pi D_e/2T) I'_p(\pi D_{f1}/2T)}{K'_p(\pi D_{f1}/2T) I_p(\pi D_e/2T)} \quad ;$$

factorul de dimensiune a capătului de bobină:

$$K_{hb1} = \frac{2T}{\pi h_1}\left(1 - \frac{1 - e^{-\frac{\pi h_1}{T}}}{\frac{\pi h_1}{T}}\right)\left(\frac{2T}{pb_1} \sin \frac{pb_1}{2T}\right)^2$$

b_1 este lăţimea iar h_1 este înălţimea capătului de bobină statoric, iar definirea funcţiilor Bessel $J_{n(x)}, I_{n(x)}, K_{n(x)}$ şi derivatelor lor $I'_{n(x)}$ şi $K'_{n(x)}$ este dată în Anexa 2.

Valorile mărimilor utilizate la calculul dispersiei frontale, pentru cele de două maşini încercate, maşina 1 de 5,5 Kw şi cu p=2 şi maşina 2 de 2,2 Kw cu p=1 sînt date în tabelul 2.11, iar rezultatele calculelor în tabelul 2.12. In tabelul 2.13 sînt date valorile rezistenţei şi reactanţei de scurtcircuit calculate din încercările celor două maşini, indicate împreună cu datele con - structive principale în Anexa 1, precum şi factorul de raportare stator-rotor k_{12}, factorul de creştere a rezistenţei k_R şi factorul de reducere a reactanţei k_x, pentru alunecarea s=1. In tabelul 2.14 sînt calculate valorile permeanţelor specifice ale crestăturii, reactanţele de dispersie pentru partea de înfăşurare plasată în crestătură a unei faze statorice şi a unei bare rotorice.

Tabelul 2.11

	α	γ	l_{f_1}[m]	τ_{f_1}[m]	L_{f_1}[m]	L_{f_2}[m]	r_{f_1}[m]	D_{f_1}[m]	D_{f_2}[m]	T [m]	k_{q1}	β
Maşina 1	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	0,166	0,122	0,025	0,005	0,0071	0,1564	0,1108	0,08	0,9598	1
Maşina 2	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	0,105	0,1476	0,008	0,009	0,0058	0,089	0,0674	0,05	0,9577	1

Tabelul 2.12.

	Maşina 1		Maşina 2	
	L_{df1} [H]	X_{df1} [Ω]	L_{df1} [H]	X_{df1} [Ω]
Cu (2.38)	$1,8367 \cdot 10^{-3}$	0,577	$3,2702 \cdot 10^{-3}$	1,0274
Cu (2.39)	$1,5314 \cdot 10^{-3}$	0,4811	$3,1335 \cdot 10^{-3}$	0,9844
Cu (2.40)	$1,023 \cdot 10^{-3}$	0,3373	$3,8711 \cdot 10^{-3}$	1,2161
Cu (2.41)	$2,4987 \cdot 10^{-3}$	0,785	$4,7342 \cdot 10^{-3}$	1,4873

Tabelul 2.13

	Maşina 1	Maşina 2
$R_{sc}[\Omega]$	1,6486	5,1952
$X_{sc}[\Omega]$	2,2442	3,5341
k_R	1,6	1,1
k_X	0,83	0,97
k_{12}	$1,1257.10^{-4}$	$5,6559.10^{-5}$

Tabelul 2.14

	Maşina 1	Maşina 2
λ_{c1}	1,5531	1,2278
$X_{dc1}[\Omega]$	0,50584	0,7281
λ_{c2}	1,617	1,1840
$X_{db}[\Omega]$	$7,022.10^{-5}$	$3,973.10^{-5}$

Din analiza valorilor inductivităţilor de dispersie frontale, prezentate în tabelul 2.12, reiese că în cazul maşinii 2 care are p=1 toate formulele considerate dau valori destul de apropiate, cea mai mare obţinîndu-se cu relaţia (2.41). In cazul maşinii 1, unde p=2, diferenţele între valorile calculate cu diferite formule sînt importante, relaţia (2.41) dînd şi de această dată valoarea cea mai mare. După cum se va vedea din compararea valorilor calculate cu cele experimentale, care se va da în continuare, relaţia (2.41) este cea mai adecvată pentru cazurile considerate ea oferind rezultate corespunzătoare. Programul de calcul pentru determinarea dispersiei frontale cu ajutorul relaţiei (2.41) este dat în Anexa 2 împreună cu subrutina de calcul a funcţiilor Bessel necesare în program şi cu un tabel de echivalenţe între numele variabilelor folosite în program şi notaţiile utilizate.

Inductivitatea de dispersie a porţiunilor de inel corespunzătoare ochiului rotoric s-a luat egală cu cea a fazei statorice raportate, adică

$$L_{di} = L_{dlf} \cdot k_{12} \cdot 2\sin^2\frac{\pi}{Z_2} \qquad (2.42)$$

întrucît nu există o relaţie care să dea valori corespunzătoare.

In acest fel s-a obţinut $L_{di}=7,0537.10^{-9}$ pentru maşina 1 şi $L_{di}=1,0845.10^{-8}$ pentru maşina 2.

Calculînd reactanţele de scurtcircuit pentru cele două maşini cu relaţia:

$$X_{sc}=X_{dc1}+X_{df1}+\frac{1}{K_{12}}(k_X X_{db}+X_{di}/2\sin^2\frac{\pi}{Z_2}) \qquad (2.43)$$

se obţine:

$$X_{sc1}=0,50584+0,785+0,5177+0,785=2,5936\ \Omega$$

$$X_{sc2}=0,7281+1,4873+0,6814+1,4873=4,3841\ \Omega$$

ceea ce reprezintă 115,57% din valoarea determinată experimental pentru maşina 1 şi respectiv 124,05% pentru maşina 2. Corespondenţa valorilor calculate cu cele experimentale este bună probînd în acest fel valabilitatea relaţiilor utilizate la calculul inductivităţilor de dispersie. Diferenţele care apar se datoresc în mare parte aproximării grosiere pentru dispersia frontală rotorică.

In cazul armonicilor de curenţi din stator, datorate reacţiei rotorice, dispersia frontală se va calcula ţinînd cont de modificările intervenite în configuraţia cîmpului propriu pentru aceste armonici. Astfel, pentru armonica de ordinul $p+bZ_2$ de exemplu, inductivitatea de dispersie frontală a unei faze statorice este:

$$^{p+bZ_2}L_{df1}=\left(\frac{^{p+bZ_2}k_{w1}}{k_{w1}}\cdot\frac{p}{p+bZ_2}\right)^2\cdot L_{df1}\ , \qquad (2.44)$$

unde k_{w1} şi $^{p+bZ_2}k_{w1}$ sînt factorii de înfăşurare statorici corespunzători fundamentalei respectiv armonicii de ordinul $p+bZ_2$.

In rotor, în cazul rotorului bobinat, dispersia frontală pentru ordinele de armonică diferite de fundamentală, se va calcula cu o relaţie similară cu (2.44), iar în cazul rotorului în colivie relaţia nu va conţine factorii de înfăşurare, aceştia fiind egali cu unitatea.

CAPITOLUL 3

ECUATIILE DE TENSIUNI SI CUPLURILE ELECTROMAGNETICE

Calculul curenţilor din înfăşurările maşinii se face prin rezolvarea ecuaţiilor de tensiuni. Inductivităţile proprii,utile şi de dispersie care apar în ecuaţiile de tensiuni s-au determinat în capitolele 1 şi 2. Cuplul electromagnetic se determină cunoscînd curenţii şi parametrii maşinii. Obţinerea relaţiilor de calcul a cuplurilor electromagnetice de tip asincron se face pornind de la expresiile solenaţiei rezultante şi a inducţiei magnetice din întrefier. Pentru cuplurile electromagnetice de tip asincron se determină şi relaţiile de calcul bazate pe bilanţul puterilor. Si în acest capitol permeabilitatea fierului este considerată infinită, făcînd astfel posibilă aplicarea principiului superpoziţiei.

3.1. ECUATIILE DE TENSIUNI

Numărul şi ordinele armonicelor de curent care există la o maşină cu rotorul bobinat nu este influenţat de modul de conectare a zonelor fazelor celor două înfăşurări. Deci numărul ecuaţiilor de tensiuni şi componenţa acestora este generală. In cazul maşinii cu rotor în colivie conţinutul de armonici, deci şi sistemul de ecuaţii de tensiuni,este diferit pentru cele două moduri de conectare a zonelor.Din acest motiv ecuaţiile de tensiuni se scriu separat pentru cazul zonelor conectate în paralel şi în serie. Prezenţa legăturilor de egalizare la zonele conectate în paralel nu influenţează numărul şi forma ecuaţiilor,introducînd numai o condiţie restrictivă suplimentară pentru ordinele de armonică.

Elementul de bază pentru scrierea ecuaţiilor de tensiuni în stator este faza, la maşina cu zonele conectate în serie, ş i cu rotor bobinat și ansamblul format din două zone consecutive, una impară și una pară, la mașina cu zonele conectate în paralel și rotorul în colivie. Elementul de bază rotoric este ochiul, format din două bare consecutive și porțiunile de inel dintre ele, la mașina cu rotor în colivie și faza la mașina cu rotor bobinat.

Ecuațiile se scriu aplicînd teorema a doua a lui Kirchhoff pentru ochiuri de circuit, adoptînd sensul de receptor pentru elementul de bază statoric și de generator pentru cel rotoric.

Trecerea de la mărimile sinusoidale la fazori se face cu echivalențele:

$$a=A\cdot\sin(\omega\cdot t-\varphi)\Longleftrightarrow a=\mathrm{Im}[\underline{A}],$$
$$a=A\cdot\cos(\omega\cdot t-\varphi)\Longleftrightarrow a=\mathrm{Im}[j\underline{A}]\,, \tag{3.1}$$

deci o ecuație de forma:

$$\omega MB\cdot\cos(\omega\cdot t-\alpha-\varphi_B)+RA\cdot\sin(\omega\cdot t-\alpha-\varphi_A)+\omega L_d A\cdot\cos(\omega\cdot t-\alpha-\varphi_A)+$$
$$+\omega L_h A\cdot\cos(\omega\cdot t-\alpha-\varphi_A)=0,$$

devine, scrisă fazorial :

$$(R+j\omega L_d+j\omega L_h)\underline{A}+j\omega M\underline{B}=0.$$

Intrucît în calulul inductivităților de dispersie și al rezistențelor se consideră modificările datorate efectului de refulare, ordinul de armonică este indicat în notațiile utilizate în stînga sus ca și la curenți, inductivități proprii și de cuplaj.

Parametrii ochiului rotoric pentru o armonică de ordinul ν se definesc cu relațiile:

$${}^{\nu}L_{d2\sigma}=2\,{}^{\nu}L_{di}+4\,{}^{\nu}L_{db}\sin^2\nu\frac{\pi}{Z_2}\,,\quad {}^{\nu}R_{2\sigma}=2\,{}^{\nu}R_{2i}+4\,{}^{\nu}R_{2b}\sin^2\frac{\nu\pi}{Z_2},$$

${}^{\nu}L_{d2\sigma}$, ${}^{\nu}L_{di}$ și ${}^{\nu}L_{db}$ fiind inductivitățile de dispersie ale ochiului, porțiunii de inel și respectiv a barei iar ${}^{\nu}R_{2\sigma}$, ${}^{\nu}R_{2i}$ și ${}^{\nu}R_{2b}$ fiind rezistențele acelorași elemente, toate calculate pentru frecvența corespunzătoare ordinului de armonică ν.

Ecuațiile pentru elementul de bază al înfășurărilor bobinate sînt scrise în concordanță cu schemele echivalente date în subcapitolul 1.4, respectiv figura 1.7. pentru zone conectate în paralel și figura 1.9. pentru zone conectate în serie.

3.1.1. <u>Ecuaţiile de tensiuni la maşina cu rotor în colivie şi zonele înfăşurării statorice conectate în paralel.</u>

Ţinînd cont de expresiile tensiunilor electromotoare induse, a curenţilor şi a ordinelor de armonică, calculate în capitolul 1, şi notînd cu $\underline{U}_1$ fazorul corespunzător tensiunii de alimentare a fazei statorice, se obţin următoarele ecuaţii de tensiuni scrise sub formă fazorială.

$$\underline{U}_1=\Big[2R_{1q}+2j\omega_1 L_{d1q}+2j\omega_1\sum_{\nu}{}^{\nu}L'_{1\rho}\Big]\underline{I}_1+2j\omega_1\sum_{\nu}\Big\{{}^{\nu}M'^{\,\nu}_{21\rho}\,{}^{\nu}k_M\underline{I}_R+{}^{\nu-Z_1}M'^{\,\nu-Z_1}_{21\rho}\,{}^{\nu-Z_1}k_M\underline{I}_R+$$

$$+{}^{\nu+Z_1}M'^{\,\nu+Z_1}_{21\rho}\,{}^{\nu+Z_1}k_M\underline{I}_R\Big\}+2j\omega_1\sum_{\sigma}\Big\{{}^{\sigma}M'^{\,\sigma}_{21\rho}\,{}^{\sigma}k_M\underline{I}_R+{}^{\sigma-Z_1}M^{\sigma-Z_1}_{21\rho}\,{}^{\sigma-Z_1}k_M\underline{I}_R+{}^{\sigma+Z_1}M^{\sigma+Z_1}_{21\rho}\,{}^{\sigma+Z_1}k_M\underline{I}_R\Big\}_{c=\pm1,\pm3,\dots} \quad (3.2)$$

$$0=\Big[{}^{-b}R_{1q}+j^{-bZ_2}s\omega_1\Big({}^{-b}L_{d1q}+\sum_{\varepsilon}{}^{\varepsilon}L'_{1\rho}\sin^2\frac{\varepsilon\pi}{2p}\Big)\Big]{}^{-b}\underline{I}_{1\rho}+j^{-bZ_2}s\omega_1\cos\frac{bZ_2\pi}{2p}\sum_{\nu}\Big\{{}^{\mu}M'^{\,\nu}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\mu'}M'^{\,\nu-Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\mu''}M'^{\,\nu+Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R\Big\}$$

$$+j^{-dZ_2}s\omega_1\cos\frac{dZ_2\pi}{2p}\sum_{\sigma}\Big\{{}^{\xi}M'^{\,\sigma}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\xi'}M'^{\,\sigma-Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\xi''}M'^{\,\sigma+Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R\Big\}_{c=\pm1,\pm3,\dots;\,d=b} \quad (3.3)$$

$$0=\Big[{}^{-(b-1)}R_{1q}+j^{-(b-1)Z_2}s\omega_1\Big({}^{-(b-1)}L_{d1q}+\sum_{\varepsilon}{}^{\varepsilon'}L'_{1\rho}\sin^2\frac{\varepsilon'\pi}{2p}\Big)\Big]{}^{-(b-1)}\underline{I}_{1\rho}+$$

$$+j^{-(b-1)Z_2}s\omega_1\frac{\lambda_2}{2}\cos\frac{(b-1)Z_2\pi}{2p}\sum_{\nu}\Big\{{}^{\mu,\mu-Z_2}M'^{\,\nu}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\mu',\mu'-Z_2}M'^{\,\nu-Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\mu'',\mu''-Z_2}M'^{\,\nu+Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R\Big\}+$$

$$+j^{-(d-1)Z_2}s\omega_1\frac{\lambda_2}{2}\cos\frac{(d-1)Z_2\pi}{2p}\sum_{\sigma}\Big\{{}^{\xi,\xi-Z_2}M'^{\,\sigma}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\xi',\xi'-Z_2}M'^{\,\sigma-Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\xi'',\xi''-Z_2}M'^{\,\sigma+Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R\Big\}_{c=\pm1,\pm3,\dots,\,d=b} \quad (3.4)$$

$$0=\Big[{}^{-(b+1)}R+j^{-(b+1)Z_2}s\omega\Big({}^{-(b+1)}L_{d1q}+\sum_{\varepsilon}{}^{\varepsilon'}L'_{1\rho}\sin^2\frac{\varepsilon'\pi}{2p}\Big)\Big]{}^{-(b+1)}\underline{I}_{1\rho}+$$

$$+j^{-(b+1)Z_2}s\omega_1\frac{\lambda_2}{2}\cos\frac{(b+1)Z_2\pi}{2p}\sum_{\nu}\Big\{{}^{\mu,\mu+Z_2}M'^{\,\nu}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\mu',\mu'+Z_2}M'^{\,\nu-Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\mu'',\mu''+Z_2}M'^{\,\nu+Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R\Big\}+$$

$$+j^{-(d+1)Z_2}s\omega_1\frac{\lambda_2}{2}\cos\frac{(d+1)Z_2\pi}{2p}\sum_{\sigma}\Big\{{}^{\xi,\xi+Z_2}M'^{\,\sigma}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\xi',\xi'+Z_2}M'^{\,\sigma-Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R+{}^{\xi'',\xi''+Z_2}M'^{\,\sigma+Z_1}_{21\rho}\underline{I}_R\Big\}_{c=\pm1,\pm3,\dots;\,d=b} \quad (3.5)$$

$$0=\left[{}^{\nu}R_{2\sigma}+j^{\nu}s\omega_1\left({}^{\nu}L_{d2\sigma}+\sum_{b}{}^{\kappa}L'_R\right)\right]{}^{\nu}\underline{I}_R+j^{\nu}s\omega_1{}^{\nu,\nu}M'_{12}\underline{I}_1+j^{\sigma}s\omega_1\sum\left\{{}^{\varepsilon}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}{}^{-b}\underline{I}_{1\varrho}+\right.$$

$$\left.+{}^{\varepsilon'}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}{}^{-(b-1)}\underline{I}_{1\varrho}+{}^{\varepsilon''}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon''\pi}{2p}{}^{-(b+1)}\underline{I}_{1\varrho}\right\}_{c=0,\pm2,\ldots;\,\sigma=\nu} \qquad (3.6)$$

$$0=\left[{}^{\nu-Z_1}R_{2\sigma}+j^{\nu-Z_1}s\omega_1\left({}^{\nu-Z_1}L_{d2\sigma}+\sum_{b}{}^{\kappa'}L'_R\right)\right]{}^{\nu-Z_1}\underline{I}_R+j^{\nu-Z_1}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}{}^{\nu,\nu-Z_1}M'_{12}\underline{I}_1+j^{\sigma-Z_1}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}\sum\left\{{}^{\varepsilon,\varepsilon-Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}{}^{-b}\underline{I}_{1\varrho}+\right.$$

$$\left.+{}^{\varepsilon',\varepsilon'-Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}{}^{-(b-1)}\underline{I}_{1\varrho}+{}^{\varepsilon'',\varepsilon''-Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon''\pi}{2p}{}^{-(b+1)}\underline{I}_{1\varrho}\right\}_{c=0,\pm2,\ldots;\,\sigma=\nu} \qquad (3.7)$$

$$0=\left[{}^{\nu+Z_1}R_{2\sigma}+j^{\nu+Z_1}s\omega_1\left({}^{\nu+Z_1}L_{d2\sigma}+\sum_{b}{}^{\kappa''}L'_R\right)\right]{}^{\nu+Z_1}\underline{I}_R+j^{\nu+Z_1}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}{}^{\nu,\nu+Z_1}M'_{12}\underline{I}_1+j^{\sigma+Z_1}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}\sum\left\{{}^{\varepsilon,\varepsilon+Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}{}^{-b}\underline{I}_{1\varrho}+\right.$$

$$\left.+{}^{\varepsilon',\varepsilon'+Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}{}^{-(b-1)}\underline{I}_{1\varrho}+{}^{\varepsilon'',\varepsilon''+Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon''\pi}{2p}{}^{-(b+1)}\underline{I}_{1\varrho}\right\}_{c=0,\pm2,\ldots;\,\sigma=\nu} \qquad (3.8)$$

$$0=\left[{}^{\sigma}R_{2\sigma}+j^{\sigma}s\omega_1\left({}^{\sigma}L_{d2\sigma}+\sum_{d}{}^{\xi}L'_R\right)\right]{}^{\sigma}\underline{I}_R+j^{\sigma}s\omega_1\sum_{b}\left\{{}^{\varepsilon}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}{}^{-b}\underline{I}_{1\varrho}+\right.$$

$$\left.+{}^{\varepsilon'}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}{}^{-(b-1)}\underline{I}_{1\varrho}+{}^{\varepsilon''}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon''\pi}{2p}{}^{-(b+1)}\underline{I}_{1\varrho}\right\}_{c=\pm1,\pm3,\ldots} \qquad (3.9)$$

$$0=\left[{}^{\sigma-Z_1}R_{2\sigma}+j^{\sigma-Z_1}s\omega_1\left({}^{\sigma-Z_1}L_{d2\sigma}+\sum_{d}{}^{\xi'}L'_R\right)\right]{}^{\sigma-Z_1}\underline{I}_R+j^{\sigma-Z_1}s\omega_1\sum_{b}\frac{\lambda_1}{2}\left\{{}^{\varepsilon,\varepsilon-Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}{}^{-b}\underline{I}_{1\varrho}+\right.$$

$$\left.+{}^{\varepsilon',\varepsilon'-Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}{}^{-(b-1)}\underline{I}_{1\varrho}+{}^{\varepsilon'',\varepsilon''-Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon''\pi}{2p}{}^{-(b+1)}\underline{I}_{1\varrho}\right\}_{c=\pm1,\pm3,\ldots} \qquad (3.10)$$

$$0=\left[{}^{\sigma+Z_1}R_{2\sigma}+j^{\sigma+Z_1}s\omega_1\left({}^{\sigma+Z_1}L_{d2\sigma}+\sum_{d}{}^{\xi''}L'_R\right)\right]{}^{\sigma+Z_1}\underline{I}_R+j^{\sigma+Z_1}s\omega_1\sum_{b}\frac{\lambda_1}{2}\left\{{}^{\varepsilon,\varepsilon+Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon\pi}{2p}{}^{-b}\underline{I}_{1\varrho}+\right.$$

$$\left.+{}^{\varepsilon',\varepsilon'+Z_1}M'\sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p}{}^{-(b-1)}\underline{I}_{1\varrho}+{}^{\varepsilon'',\varepsilon''+Z_1}M'_{12}\sin\frac{\varepsilon''\pi}{2p}{}^{-(b+1)}\underline{I}_{1\varrho}\right\}_{c=\pm1,\pm3,\ldots} \qquad (3.11)$$

unde, în ecuaţia (3.2) s-au introdus notaţiile:

$$
\begin{aligned}
{}^{\nu}k_M &= 1 + \frac{\lambda_2}{2^{\nu} M'_{21\rho}}\left({}^{\nu,\nu-Z_2}M'_{21\rho} + {}^{\nu,\nu+Z_2}M'_{21\rho}\right) ,\\
{}^{\nu-Z_1}k_M &= 1 + \frac{\lambda_2}{2^{\nu-Z_1} M'_{21\rho}}\left({}^{\nu-Z_1,\nu-Z_1-Z_2}M'_{21\rho} + {}^{\nu-Z_1,\nu-Z_1+Z_2}M'_{21\rho}\right) ,\\
{}^{\nu+Z_1}k_M &= 1 + \frac{\lambda_2}{2^{\nu+Z_1} M'_{21\rho}}\left({}^{\nu+Z_1,\nu+Z_1-Z_2}M'_{21\rho} + {}^{\nu+Z_1,\nu+Z_1+Z_2}M'_{21\rho}\right) ,
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

şi la fel pentru armonicile de ordine σ ,

$$
\begin{aligned}
{}^{\sigma}k_M &= 1 + \frac{\lambda_2}{2^{\sigma} M'_{21\rho}}\left({}^{\sigma,\sigma-Z_2}M'_{21\rho} + {}^{\sigma,\sigma+Z_2}M'_{21\rho}\right) ,\\
{}^{\sigma-Z_1}k_M &= 1 + \frac{\lambda_2}{2^{\sigma-Z_1} M'_{21\rho}}\left({}^{\sigma-Z_1,\sigma-Z_1-Z_2}M'_{21\rho} + {}^{\sigma-Z_1,\sigma-Z_1+Z_2}M'_{21\rho}\right) ,\\
{}^{\sigma+Z_1}k_M &= 1 + \frac{\lambda_2}{2^{\sigma+Z_1} M'_{21\rho}}\left({}^{\sigma+Z_1,\sigma+Z_1-Z_2}M'_{21\rho} + {}^{\sigma+Z_1,\sigma+Z_1+Z_2}M'_{21\rho}\right) ,
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

toţi aceşti factori fiind egali cu unitatea pentru cazul în care se consideră numai valoarea zero pentru ordinele de armonică b şi d.

In sistemul de ecuaţii scris ecuaţia (3.2) este pentru curentul statoric de frecvenţa reţelei, ecuaţiile (3.3),(3.4) şi (3.5) sînt pentru armonicile superioare de curenţi din stator iar ecuaţiile (3.6)-(3.11) sînt pentru curenţii din rotor.

Numărul de ecuaţii de tensiuni depinde de numărul de armonic care se iau în considerare.Astfel,dacă se iau numai valorile 0 şi ± 1 pentru toate constantele din expresiile ordinelor de armonică, sistemul de ecuaţii este format dintr-o ecuaţie de tipul (3.2), două ecuaţii de tipul (3.3) cîte o ecuaţie de tipul (3.4) şi (3.5) cîte trei ecuaţii de tipul (3.6),(3.7) şi (3.8) şi cîte două ecuaţii de tipul (3.9),(3.10) şi (3.11).Deci, pentru acest caz particular cînd a=b=c=d=0,± 1,sistemul este format din 20 de ecuaţii. Pot fi considerate şi alte combinaţii de valori pentru constantele ordinelor de armonică,dar,în general, cea presupusă satisface, avînd în vedere că armonicile de ordin mai mare au amplitudini mul mai mici.

In sistemul general de ecuaţii prezentat,pentru cazurile concrete, pot apărea mai multe ecuaţii care cuprind curenţi de aceeaşi frecvenţă atît în stator pentru ecuaţiile de tipul (3.3)-(3.5), cît şi în rotor pentru ecuaţiile de tipul (3.6)-(3.11).In această situaţie, ecuaţiile cu aceeaşi frecvenţă se comasează prin sumarea într-o ecuaţie a tuturor termenilor distincţi de aceeaşi frecvenţă, în sistem rămînînd numai ecuaţii de frecvenţe diferite.

3.1.2. <u>Ecuaţiile de tensiuni la maşina cu rotor în colivie şi zonele înfăşurării statorice conectate în serie</u>.

Ecuaţiile de tensiuni se scriu,în acest caz,pentru faza statorică şi ochiul rotoric. Notaţiile sînt conforme cu cele din capitolul 1, iar modul de scriere este similar cu cel adoptat în paragraful anterior. Tinînd cont de expresiile tensiunilor electromotoare induse, ale curenţilor şi ale ordinelor de armonică,determinate în capitolul 1,ecuaţiile de tensiuni scrise sub formă fazorială sînt:

$$\underline{U}_1 = \left[R_1 + j\omega_1\left(L_{d1} + \sum_{\nu} {}^{\nu}L'_1\right)\right]\underline{\mathbf{I}}_1 + j\omega_1 \sum_{\nu}\Big\{ {}^{\nu}M'^{\,\nu}_{21}\,{}^{\nu}k_M\,{}^{\nu}\underline{\mathbf{I}}_R +$$

$$+ {}^{\nu-Z_1}M'^{\,\nu-Z_1}_{21}\,{}^{\nu-Z_1}k_M\,{}^{\nu-Z_1}\underline{\mathbf{I}}_R + {}^{\nu+Z_1}M'^{\,\nu+Z_1}_{21}\,{}^{\nu+Z_1}k_M\,{}^{\nu+Z_1}\underline{\mathbf{I}}_R\Big\} , \tag{3.14}$$

$$0 = \left[{}^{-b}R_1 + j^{-bZ_2}s\omega_1\left({}^{-b}L_{d1} + \sum_{\varepsilon} {}^{\varepsilon}L'_1\right)\right]{}^{-b}\underline{\mathbf{I}}_1 + j^{-bZ_2}s\omega_1 \sum_{\nu}\Big\{ {}^{\mu}M'^{\,\nu}_{21}\underline{\mathbf{I}}_R +$$

$$+ {}^{\mu'}M'^{\,\nu-Z_1}_{21}\underline{\mathbf{I}}_R + {}^{\mu''}M'^{\,\nu+Z_1}_{21}\underline{\mathbf{I}}_R\Big\} , \tag{3.15}$$

$$0 = \left[{}^{-(b-1)}R_1 + j^{-(b-1)Z_2}s\omega_1\left({}^{-(b-1)}L_{d1} + \sum_{\varepsilon'} {}^{\varepsilon'}L'_1\right)\right]{}^{-(b-1)}\underline{\mathbf{I}}_1 + j^{-(b-1)Z_2}s\omega_1\frac{\lambda_2}{2} \sum_{\nu}\Big\{ {}^{\mu,\mu-Z_2}M'^{\,\nu}_{21}\underline{\mathbf{I}}_R +$$

$$+ {}^{\mu',\mu'-Z_2}M'^{\,\nu-Z_1}_{21}\underline{\mathbf{I}}_R + {}^{\mu'',\mu''-Z_2}M'^{\,\nu+Z_1}_{21}\underline{\mathbf{I}}_R\Big\} , \tag{3.16}$$

$$0 = \left[{}^{-(b+1)}R_1 + j^{-(b+1)Z_2}s\omega_1\left({}^{-(b+1)}L_{d1} + \sum_{\varepsilon''} {}^{\varepsilon''}L'_1\right)\right]{}^{-(b+1)}\underline{\mathbf{I}}_1 + j^{-(b+1)Z_2}s\omega_1\frac{\lambda_2}{2} \sum_{\nu}\Big\{ {}^{\mu,\mu+Z_2}M'^{\,\nu}_{21}\underline{\mathbf{I}}_R +$$

$$+{}^{\mu',\mu'+Z_2}M'^{\,\nu+Z_1}_{21}\,\underline{\mathbf{I}}_R+{}^{\mu'',\mu''+Z_2}M'^{\,\nu+Z_1}_{21}\,\underline{\mathbf{I}}_R\Big\}\;, \tag{3.17}$$

$$0=\Big[{}^{\nu}R_{2\sigma}+j\,{}^{\nu}s\omega_1\Big({}^{\nu}L_{d2\sigma}+\sum_b{}^{\mu'}L'_R\Big)\Big]{}^{\nu}\underline{\mathbf{I}}_R+j\,{}^{\nu}s\omega_1{}^{\nu,\nu}M'_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1+$$

$$+j\,{}^{\sigma}s\omega_1\sum_b\Big\{{}^{\varepsilon}M'^{\,-b}_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1+{}^{\varepsilon'}M'^{\,-(b-1)}_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1+{}^{\varepsilon''}M'^{\,-(b+1)}_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1\Big\}\;, \tag{3.18}$$

$$0=\Big[{}^{\nu-Z_1}R_{2\sigma}+j\,{}^{\nu-Z_1}s\omega_1\Big({}^{\nu-Z_1}L_{d2\sigma}+\sum_b{}^{\mu'}L'_R\Big)\Big]{}^{\nu-Z_1}\underline{\mathbf{I}}_R+j\,{}^{\nu-Z_1}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}{}^{\nu,\nu-Z_1}M'_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1+$$

$$+j\,{}^{\sigma-Z_1}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}\sum_b\Big\{{}^{\varepsilon,\varepsilon-Z_1}M'^{\,-b}_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1+{}^{\varepsilon',\varepsilon'-Z_1}M'^{\,-(b-1)}_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1+{}^{\varepsilon'',\varepsilon''-Z_1}M'^{\,-(b+1)}_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1\Big\}\,. \tag{3.19}$$

$$0=\Big[{}^{\nu+Z_1}R_{2\sigma}+j\,{}^{\nu+Z_1}s\omega_1\Big({}^{\nu+Z_1}L_{d2\sigma}+\sum_b{}^{\mu'}L'_R\Big)\Big]{}^{\nu+Z_1}\underline{\mathbf{I}}_R+j\,{}^{\nu+Z_1}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}{}^{\nu,\nu+Z_1}M'_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1+$$

$$+j\,{}^{\sigma+Z_1}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}\sum_b\Big\{{}^{\varepsilon,\varepsilon+Z_1}M'^{\,-b}_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1+{}^{\varepsilon',\varepsilon'+Z_1}M'^{\,-(b-1)}_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1+{}^{\varepsilon'',\varepsilon''+Z_1}M'^{\,-(b+1)}_{12}\,\underline{\mathbf{I}}_1\Big\}\,, \tag{3.20}$$

unde ${}^{\nu}k_M$, ${}^{\nu-Z_1}k_M$ şi ${}^{\nu+Z_1}k_M$ sînt daţi de relaţii de tipul (3.12) scrise pentru inductivităţile de cuplaj rotor fază statorică, fiind egali cu unitatea în cazul în care se consideră numai valoarea zero pentru ordinul de armonică b.

Se poate observa imediat că sistemul de ecuaţii pentru cazul zonelor legate în serie conţine cu trei ecuaţii generale mai puţin de cît sistemul de ecuaţii scris pentru cazul zonelor în pararel fără legături de egalizare.Acest fapt era de aşteptat întrucît cîmpurile statorice produse de armonicile de curent nu induc frecvenţe noi în ochiul rotoric.

Pentru cazul particular considerat şi anterior la zonele legate în paralel,adică a=b=c=0,$\pm$ 1 se obţine un sistem de numai 14 ecuaţii,dispărînd cele 6 ecuaţii rotorice datorate reacţiei terţiare a statorului.

Observaţia făcută în paragraful anterior cu privire la comasarea ecuaţiilor statorice sau rotorice între ele cînd curenţii au aceeaşi frecvenţă rămîne valabilă şi aici.

3.1.3. <u>Ecuaţiile de tensiuni pentru cazul maşinii cu rotor bobinat</u>

In cazul maşinii cu rotor bobinat elementul pentru scrierea ecuaţiilor de tensiuni este faza statorică şi cea rotorică. Păstrînd aceleaşi convenţii ca în cazul rotorului în colivie, pe baza rezultatelor obţinute în subcapitolul 1.5, se obţin ecuaţiile:

$$\underline{U}_1=\left[R_1+j\omega_1\left(L_{d1}+\sum_{\nu}{}^{\nu}L'_1\right)\right]\underline{I}_1+j\omega_1\sum_{\nu}\sum_{\nu'}\left({}^{\nu'}M'_{21}\,{}^{\nu'}k_M\,{}^{\nu'}\underline{I}_2\right), \quad \nu'=\nu,\ \nu\pm Z_1 \tag{3.21}$$

$$0=\left[{}^{-b'}R_1+j^{-b'}s\omega_1\left({}^{-b'}L_{d1}+\sum_{\varepsilon'}{}^{\varepsilon'}L'_1\right)\right]{}^{-b'}\underline{I}_1+j^{-b'}s\omega_1\sum_{\nu}\sum_{\nu'}\left({}^{\mu',\mu''}M'^{\,\nu'}_{21}\underline{I}_2\right), \quad b'=b,\ b\pm q_2\neq 0 \tag{3.22}$$

$$0=\left[{}^{\nu'}R_2+j^{\nu'}s\omega_1\left({}^{\nu'}L_{d2}+\sum_{b}{}^{\mu'}L'_2\right)\right]{}^{\nu'}\underline{I}_2+j^{\nu'}s\omega_1^{\nu,\nu'}M'_{12}\underline{I}_1+j^{\sigma'}s\omega_1\sum_{b}\sum_{b'}\left({}^{\varepsilon',\varepsilon''}M'^{\,-b'}_{12}\underline{I}_1\right), \tag{3.23}$$

pentru o valoare a lui b existînd trei ecuaţii de tipul (3.22) iar pentru o valoare a lui ν trei ecuaţii de tipul (3.28).

Expresiile inductivităţilor proprii utile şi de cuplaj sînt date în subcapitolul 1.5 iar inductivităţile de scăpări se calculează pe fază cu relaţiile din capitolul 2. Factorii ${}^{\nu'}k_M$ se calculează cu relaţiile (3.12) în care inductivităţile de cuplaj au expresii corespunzătoare cazului rotorului bobinat.

In sistemul de ecuaţii (3.21)-(3.23) se elimină armonicile care dau succesiuni homopolare în stator sau în rotor cînd înfăşurările sînt conectate în stea, în rest armonicile fiind cele rezultate din condiţiile pentru ordinele de armonică obţinute în subcapitolul 1.5.

Dacă se consideră cazul particular cînd a=b=c=0,$\pm$ 1 se obţine un sistem cu 18 ecuaţii întrucît b' are 8 valori distincte cînd $q_2 > 2$. Pentru $q_2=2$, şi aceleaşi valori pentru a,b şi c sistemul are 16 ecuaţii iar pentru $q_2=1$, 14 ecuaţii ca şi în cazul maşinii cu rotor în colivie şi zone statorice conectate în serie.

Si în acest caz comasarea ecuaţiilor statorice sau rotorice de aceeaşi frecvenţă rămîne valabilă, sistemul fiind alcătuit numai din ecuaţii cu frecvenţe distincte.

3.2. CUPLURILE ELECTROMAGNETICE

Pentru calculul cuplurilor electromagnetice produse în mașină de fundamentală și de armonici se pot aplica mai multe metode, precizia lor fiind în funcție și de precizia de calcul a elementelor din formulele finale pentru cupluri. Fiecare metodă prezintă o serie de avantaje și de dezavantaje,alegerea metodei de lucru fiind pînă la urmă rezultatul unui compromis. Intrucît în capitolul 1 s-au determinat curenții, solenațiile,tensiunile electromotoare induse, inducția și fluxul în întrefier,se poate aplica oricare dintre metodele cunoscute. Opțiunea care s-a făcut este determinată de două motive și anume, o simplitate corespunzătoare și posibilitatea evidențierii valorilor pentru ordinele de armonică la care apar cuplurile de tip asincron și sincron.

Pentru obținerea formulei de calcul general al cuplurilor se pornește de la ecuația Biot-Savart-Laplace.

$$\Delta\bar{F} = i\cdot\Delta\bar{l}\times\bar{B},$$

scrisă pentru un conductor parcurs de curentul i care se găsește în cîmpul de inducție $\bar{B}$. Dacă lungimea conductorului este finită și inducția este perpendiculară pe conductor, cum este cazul mașinii de inducție cînd se consideră inducția normală în întrefier, atunci forța elementară este:

$$\bar{F} = ilB\bar{f}\ ,$$

cu direcția corespunzătoare stabilită de versorul de forță $\bar{f}$. Intrucît în mașină există o repartiție de curenți care parcurg un număr de conductoare și care produc fluxuri,deci care contribuie la inducția în întrefier,după sumări succesive se ajunge la relația

$$F = l\cdot\int_0^{2\pi} a_{(x_1,t)}b_{(x_1,t)}dx_1$$

din care se obține expresia cuplului

$$M = rl\cdot\int_0^{2\pi} a_{S(x_1,t)}b_{R(x_1,t)}dx_1 \qquad (3.24)$$

unde s-au eliminat componentele de pe aceeași armătură a căror produse nu dau cupluri întrucît sînt în fază*. Trebuie să se precizeze aici că obținerea relațiilor de calcul și a condițiilor pentru

*A se vedea condițiile rezultate din relația (3.27) ordinele de armonică se va face pentru cazul zonelor în paralel fără legături de egalizare, caz care poate fi uşor particularizat pentru obţinerea celorlalte cazuri tratate.

Solenaţia rezultantă statorică este, conform rezultatelor obţinute în capitolul 1,

$$a_{S(x_1,t)} = \sqrt{2}\, I_1 \frac{m_1 w_1}{\pi} \sum_{\nu} \left[\frac{{}^{\nu}k_{w1}\, {}^{\nu}k_{f1}}{\nu} \sin(\omega_1 t - \nu x_1) \right] +$$

$$+ \sum_{b \neq 0} \left\{ \sqrt{2}\, {}^{-b}I_{1\rho} \frac{m_1 w_1}{\pi} \sum_{\varepsilon} \left[\frac{{}^{\varepsilon}k_{w1}\, {}^{\varepsilon}k_{f1}}{\varepsilon} \sin\frac{\varepsilon\pi}{2p} \sin\left({}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \varepsilon x_1 - bZ_2\beta_R + m_1 c\frac{\pi}{2} - {}^{-b}\varphi_s \right) \right] \right\} +$$

$$+ \sum_{b-1 \neq b \neq 0} \left\{ \sqrt{2}\, {}^{-(b-1)}I_{1\rho} \frac{m_1 w_1}{\pi} \sum_{\varepsilon'} \left[\frac{{}^{\varepsilon'}k_{w1}\, {}^{\varepsilon'}k_{f1}}{\varepsilon} \sin\frac{\varepsilon'\pi}{2p} \sin\left({}^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 t - \varepsilon' x_1 - (b-1)Z_2\beta_R + m_1 c\frac{\pi}{2} - {}^{-(b-1)}\varphi_s \right) \right] \right\} +$$

$$+ \sum_{b+1 \neq b \neq 0} \left\{ \sqrt{2}\, {}^{-(b+1)}I_{1\rho} \frac{m_1 w_1}{\pi} \sum_{\varepsilon''} \left[\frac{{}^{\varepsilon''}k_{w1}\, {}^{\varepsilon''}k_{f1}}{\varepsilon} \sin\frac{\varepsilon''\pi}{2p} \sin\left({}^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 t - \varepsilon'' x_1 - (b+1)Z_2\beta_R + m_1 c\frac{\pi}{2} - {}^{-(b+1)}\varphi_s \right) \right] \right\}, \quad (3.25)$$

semnificaţia notaţiilor fiind aceeaşi ca şi în capitolul 1.

Inducţia în întrefier produsă de curenţii rotorici, se poate calcula imediat pornind de la expresiile solenaţiilor rezultante rotorice, exact cum s-a procedat de altfel şi în capitolul 1 cînd s-au calculat tensiunile electromotoare induse în înfăşurarea statorică de cîmpurile produse de către rotor. Avînd în vedere faptul că inducţia dată în întrefier de cîmpurile produse de curenţii rotorici, cînd crestătura rotorică este înclinată, se calculează în lungul maşinii după o axă înclinată şi ea cu unghiul de înclinare a barelor, se vor înmulţi rezultatele cu factorii de înclinare pentru a obţine valorile într-o axă identică cu axa crestăturii, deci şi a conductorilor statorici. Cu această observaţie inducţia rezultantă în întrefier produsă de cîmpurile date de curenţii rotorici este:

$$b_{R(x_1,t)} = \sum_{\nu} \left\{ \sqrt{2}\, {}^{\nu}I_R \frac{\mu_0}{\delta'} \frac{Z_2}{\pi} \sum_{b} \frac{{}^{\mu}k_{f2}\, {}^{\mu}k_{i2}}{\mu} \sin\mu\frac{\pi}{Z_2} \left\{ \sin\left({}^{-bZ_2}s\omega_1 t - \mu x_1 - bZ_2\beta_R - {}^{\nu}\varphi_R \right) + \right.\right.$$

$$+ \frac{\lambda_1}{2} \sin\left({}^{-bZ_2}s\omega_1 t - (\mu \pm Z_1)x_1 - bZ_2\beta_R - {}^{\nu}\varphi_R \right) + \frac{\lambda_2}{2}\left[\sin\left({}^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 t - (\mu - Z_2)x_1 - (b-1)Z_2\beta_R - {}^{\nu}\varphi_R \right) + \right.$$

$$+\frac{\lambda_1}{2}\sin\left({}^{-(b-1)Z_2}s\omega_1 t-(\mu-Z_2\pm Z_1)x_1-(b-1)Z_2\beta_R-{}^{\nu}\varphi_R\right)\Big] + \frac{\lambda_2}{2}\Big[\sin\left({}^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 t-(\mu+Z_2)x_1-(b+1)Z_2\beta_R-{}^{\nu}\varphi_R\right)+$$

$$+\frac{\lambda_1}{2}\sin\left({}^{-(b+1)Z_2}s\omega_1 t-(\mu+Z_2\pm Z_1)x_1-(b+1)Z_2\beta_R-{}^{\nu}\varphi_R\right)\Big]\Big\}+$$

$$+\sqrt{2}\,{}^{\nu-Z_1}I_R\frac{\mu_0}{\delta'}\frac{Z_2}{\pi}\sum_b\frac{{}^{\mu'}k_{f2}\,{}^{\mu'}k_{i2}}{\mu'}\sin\mu'\frac{\pi}{Z_2}\Big\{\sin\left({}^{-bZ_2}s\omega_1 t-\mu' x_1-bZ_2\beta_R-{}^{\nu-Z_1}\varphi_R\right)+$$

$$+\frac{\lambda_1}{2}\sin\left({}^{-bZ_2}s\omega_1 t-(\mu'\pm Z_1)x_1-bZ_2\beta_R-{}^{\nu-Z_1}\varphi_R\right)+\dots\Big\}+$$

$$+\sqrt{2}\,{}^{\nu+Z_1}I_R\frac{\mu_0}{\delta'}\frac{Z_2}{\pi}\sum_b\frac{{}^{\mu''}k_{f2}\,{}^{\mu''}k_{i2}}{\mu''}\sin\mu''\frac{\pi}{Z_2}\Big\{\sin\left({}^{-bZ_2}s\omega_1 t-\mu'' x_1-bZ_2\beta_R-{}^{\nu+Z_1}\varphi_R\right)+\dots\Big\}\Big\}+$$

$$+\sum_{\sigma,\;c=\pm1,\pm3,\dots}\Big\{\sqrt{2}\,{}^{\sigma}I_R\frac{\mu_0}{\delta'}\frac{Z_2}{\pi}\sum_d\frac{{}^{\xi}k_{f2}\,{}^{\xi}k_{i2}}{\xi}\sin\xi\frac{\pi}{Z_2}\Big\{\sin\left({}^{-dZ_2}s\omega_1 t-\xi x_1-dZ_2\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma}\varphi_R\right)+\dots\Big\}+$$

$$+\sqrt{2}\,{}^{\sigma-Z_1}I_R\frac{\mu_0}{\delta'}\frac{Z_2}{\pi}\sum_d\frac{{}^{\xi'}k_{f2}\,{}^{\xi'}k_{i2}}{\xi'}\sin\xi'\frac{\pi}{Z_2}\Big\{\sin\left({}^{-dZ_2}s\omega_1 t-\xi' x_1-dZ_2\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma-Z_1}\varphi_R\right)+\dots\Big\}+$$

$$+\sqrt{2}\,{}^{\sigma+Z_1}I_R\frac{\mu_0}{\delta'}\frac{Z_2}{\pi}\sum_d\frac{{}^{\xi''}k_{f2}\,{}^{\xi''}k_{i2}}{\xi''}\sin\xi''\frac{\pi}{Z_2}\Big\{\sin\left({}^{-dZ_2}s\omega_1 t-\xi'' x_1-dZ_2\beta_R+m_1c\frac{\pi}{2}-{}^{\sigma+Z_1}\varphi_R\right)+\dots\Big\}\Big\}, \qquad (3.26)$$

relaţie în care notaţiile au de asemenea aceeaşi semnificaţie ca şi în capitolul 1 unde s-au introdus.

Tinînd cont de expresiile solenaţiei rezultante statorice şi a inducţiei în întrefier produsă de curenţii rotorici,rezultă că expresia de calcul a cuplului electromagnetic va consta dintr-o sumă de integrale din produse de funcţii trigonometrice înmulţite cu termeni independenţi de x_1, adică va trebui rezolvată pentru fiecare cuplu o integrală de tipul:

$$\int_0^{2\pi}\sin(\omega_1 t-g_1x_1-\varphi_1)\sin(\omega_2 t-g_2x_1-\varphi_2)dx_1. \qquad (3.27)$$

Analizînd această integrală, din condiţia ca ea să fie diferită de zero rezultă observaţia importantă că produc cupluri numai armonicile de acelaşi ordin, adică armonicile cu acelaşi număr de ordine $g_1=g_2$. De asemenea este evident faptul că dau valori medii de cupluri numai armonicile care au aceeaşi pulsaţie,adică la care $\omega_1=\omega_2$,armonicile cu pulsaţii diferite dînd valori medii egale cu zero.

Dacă la aceste observaţii se mai adaugă aceea că cuplurile de tip asincron sînt produse prin interacţiunea unei armonici de solenaţie cu o armonică de cîmp rotoric, produsă de curenţi rotorici generaţi de aceeaşi armonică de solenaţie statorică, iar cuplurile de tip sincron sînt produse prin interacţiunea unei armonici de solenaţie statorică cu o armonică de cîmp rotoric, produsă de curenţi care au fost generaţi de altă armonică de solenaţie statorică şi apar numai la o anumită turaţie,există toate elementele necesare pentru a se trece la discutarea cuplurilor electromagnetice care apar în maşină.

Prin analiza cuplurilor rezultate din interacţiunea a două armonici oarecare,de exemplu o armonică de ordinul ν din $a_{S(x_1,t)}$ şi o armonică de ordinul μ din $b_{R(x_1,t)}$ rezultă o serie de reguli care se vor aplica la celelalte produse. Aplicîndu-se relaţia (3.24) de calcul a cuplurilor pentru cele două armonici considerate se obţine:

$$M_{\nu,\mu}=(\sqrt{2}\,I_1)(\sqrt{2}\,{}^{\nu}I_R)\left(\frac{m_1 w_1}{\pi}\frac{{}^{\nu}k_{w1}\,{}^{\nu}k_{f1}}{\nu}\right)\left(\frac{\mu_0}{\delta'}\frac{Z_2}{\pi}\frac{{}^{\mu}k_{f2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}\right)\times$$

$$\times l\tau\int_0^{2\pi}\sin(\omega_1 t-\nu x_1)\sin({}^{-bZ_2}s\omega_1 t-\mu x_1-bZ_2\beta_R-{}^{\nu}\varphi_R)\,dx_1 \quad , \qquad (3.28)$$

şi conform precizărilor anterioare se produce un cuplu de tip asincron dacă b=0 şi cîmpul rotoric a fost produs de armonica ν de solenaţie statorică, deci $\mu=\nu$, întrucît $\mu=\nu+bZ_2$. Acest cuplu este:

$$M_{\nu}=l\tau Z_2\frac{\mu_0 w_1 m_1}{\pi\delta'}\frac{{}^{\nu}k_{w1}\,{}^{\nu}k_{f1}}{\nu}\frac{{}^{\nu}k_{f2}\,{}^{\nu}k_{i2}}{\nu}\sin\nu\frac{\pi}{Z_2}2\cdot I_1\cdot{}^{\nu}I_R\cdot\cos{}^{\nu}\varphi_R \;, \qquad (3.29)$$

şi introducînd în relaţie valoarea eficace a tensiunii electromotoare de ochi rotoric se obţine expresia uzuală pentru cuplul electromagnetic asincron produs de armonica de ordinul ν de spaţiu statorică:

$$M_{\nu}=\frac{\nu}{{}^{\nu}s\omega_1}\cdot Z_2\,{}^{\nu}E_R\,{}^{\nu}I_R\cos{}^{\nu}\varphi_R \quad , \qquad (3.30)$$

unde ${}^{\nu}\varphi_R$ reprezintă defazajul dintre tensiunea electromotoare indusă şi curentul de ochi generat de aceasta.

Din relaţia (3.28) rezultă cupluri sincrone dacă alunecarea este egală cu unitatea şi ordinele de armonică sînt egale, adică

$$-bZ_{2_{s}} = \pm 1 \quad , \quad \mu = \pm \nu \quad , \qquad (3.31)$$

condiţiile scrise explicit fiind:

$$\begin{aligned} -bZ_{2_{s=1}} &, \quad s=1 &, \quad \mu=\nu \\ -bZ_{2_{s=-1}} &, \quad s=1+2p/bZ_2 &, \quad \mu=-\nu \end{aligned} \qquad (3.32)$$

Deci cuplurile sincrone pot să apară la pornire în primul caz, în condiţia în care

$$\frac{bZ_2}{2p} = (a+a_1)m_1 \qquad (3.33)$$

a şi a_1 fiind ordinele pentru cele două armonici ν care participă la cuplu, şi în domeniul de alunecări $0 \div 1$ în al doilea caz dacă b este negativ şi este îndeplinită condiţia

$$\frac{bZ_2}{2p} = m_1(a+a_1)+1 \qquad (3.34)$$

în care b s-a considerat cu semnul minus.

Armonicile pentru care este îndeplinită condiţia

$$bZ_2/2p = m_1(a+a_1)-1 \qquad (3.35)$$

nu produc cupluri întrucît sînt componente de tip homopolar. Aceste componente nu există decît în cazul legăturii în triunghi a fazelor înfăşurării.

Calculîndu-se amplitudinea cuplului sincron pentru cazul în care acesta are loc la o alunecare diferită de unu se obţine din relaţia (3.28) cu condiţiile date mai sus, expresia:

$$M_{sin} = \sqrt{2} I_1 l r Z_2 \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{m_1 w_1}{\pi} \cdot \frac{{}^{\mu}k_{w1} \, {}^{\mu}k_{s1}}{\mu} \cdot \frac{{}^{\mu}k_{s2} \, {}^{\mu}k_{i2}}{\mu} \sin\mu\frac{\pi}{Z_2} \sqrt{2} \, {}^{\nu}I_R \cos({}^{\nu}\varphi_R + bZ_2\beta_R) \cdot \qquad (3.36)$$

Dacă se observă că

$$\frac{p}{\omega_1}{}^{-b}E_{\rho max}=\frac{\mu_0}{\delta'}\cdot\frac{l\tau w_1}{\pi}Z_2\frac{{}^{\mu}k_{w1}}{\mu}\cdot\frac{{}^{\mu}k_{i2}{}^{\mu}k_{\xi 2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}\cdot\sqrt{2}\cdot{}^{\nu}I_R$$

şi se consideră ${}^{\mu}k_{\xi 1}=1$, din relaţia (3.36) se obţine:

$$M_{sin}=\frac{2m_1p}{\omega_1}I_1{}^{-b}E_{\rho}\cdot\cos({}^{\nu}\varphi_R+bZ_2\beta_R)\ ,$$

şi dacă se neglijează rezistenţele atît în zona statorică cît şi în ochiul rotoric se obţine o expresie tipică pentru cuplul sincron:

$$M_{sin}=\frac{2m_1p}{\omega_1}\ \frac{U_1{}^{-b}E_{\rho}}{X}\ \sin bZ_2\beta_R \qquad (3.37)$$

unde reactanţa X reprezintă o reactanţă pentru care, în condiţiile neglijării rezistenţei statorice,există $I_1=U_1/X$,fiind similară unei reactanţe sincrone, iar unghiul $bZ_2\beta_R$ similar unghiului intern al maşinii sincrone. Semnul lui b s-a considerat negativ.

Condiţia (3.34) poate fi îndeplinită pentru mai multe combinaţii de valori ale constantelor a şi a_1, cînd $bZ_2/2p$ este un număr întreg. Astfel, pentru aceeaşi valoare a lui b, deci la o valoare a turaţiei stabilită de alunecarea calculată în al doilea rînd al relaţiilor (3.32) se pot suprapune mai multe cupluri sincrone. Spre exemplu,pentru o maşină cu $Z_1=24$, $Z_2=28$, $2p=4$ şi zone cu extindere de 60° electrice în stator, se obţine cînd $b=-1$, $bZ_2/2p=7$ şi combinaţiile de a şi a_1 care satisfac condiţia (3.31) sînt:

$$a=2,a_1=0;a=0,a_1=2;a=-1,a_1=3;$$

cărora le corespund valorile lui $\mu=-26,-2,10$.

Amplitudinile cuplurilor depind de mărimea curentului ${}^{\nu}I_R$ şi de valorile factorilor de înclinare şi de înfăşurare. Totuşi, se poate observa, că cele mai importante cupluri sînt produse de armonicile cu număr de ordine mai mic, întrucît pentru acestea amplitudinile curenţilor sînt mai importante şi de asemenea factorul μ^2 de la numitorul expresiei cuplului sincron are valori mai mici.

Ţinînd cont de concluziile care s-au desprins din analiza cuplurilor produse de doi termeni oarecare din cele două sume se poate trece mai departe la calcularea cuplurilor asincrone şi sincrone care pot să apară, utilizînd relaţii de tipul (3.29) şi respectiv (3.36) pentru calculul amplitudinilor. Relaţiile (3.30) şi (3.37) s-au dezvoltat numai pentru a demonstra că cele două cupluri sînt de tip asincron respectiv sincron.

3.2.1. Calculul cuplurilor asincrone

Analizîndu-se termenii care apar în urma efectuării calculelor implicate de produsul $a_{S(x_1,t)}\, b_{R(x_1,t)}$ şi ţinîndu-se cont de condiţiile în care pot să apară cupluri de tip asincron se obţine pentru cuplul electromagnetic asincron rezultant expresia:

$$M_{as}=\frac{m_1 w_1 l\tau}{\pi}\cdot\frac{\mu_0}{\delta''}\Big\{\sqrt{2}I_1\sum_{\nu}\Big\{\frac{{}^{\nu}k_{w1}\,{}^{\nu}k_{s1}}{\nu}\Big[\sqrt{2}^{\nu}I_R\frac{{}^{\nu}k_{i2}\,{}^{\nu}k_{s2}}{\nu}(1+\lambda_2)\sin\nu\frac{\pi}{Z_2}\cos{}^{\nu}\varphi_R+$$

$$+\sqrt{2}^{\nu-Z_1}I_R\frac{{}^{\nu-Z_1}k_{i2}\,{}^{\nu-Z_1}k_{s2}}{\nu-Z}\cdot\frac{\lambda_1}{2}(1+\lambda_2)\sin(\nu-Z_1)\frac{\pi}{Z_2}\cos{}^{\nu-Z_1}\varphi_R+\sqrt{2}^{\nu+Z_1}I_R\frac{{}^{\nu+Z_1}k_{i2}\,{}^{\nu+Z_1}k_{s2}}{\nu+Z_1}\cdot\frac{\lambda_1}{2}(1+\lambda_2)\sin(\nu+Z_1)\frac{\pi}{Z_2}\cos{}^{\nu+Z_1}\varphi_R\Big]\Big\}_{b=0,\,b-1=0,\,b-1=0}+$$

$$+\sum_{b\neq0,\,b-1\neq0,\,b+1\neq0}\Big\{\sqrt{2}^{-b}I_{1\varphi}\sum_{\varepsilon=\mu;(c=0,\pm2,\ldots)}\frac{{}^{\varepsilon}k_{w1}\,{}^{\varepsilon}k_{s1}}{\varepsilon}\Big[\sqrt{2}^{\nu}I_R\frac{{}^{\mu}k_{s2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}\cos({}^{-b}\varphi_S-{}^{\nu}\varphi_R)+\sqrt{2}^{\nu-Z_1}I\frac{{}^{\mu'}k_{s2}\,{}^{\mu'}k_{i2}}{\mu'}\sin\mu'\frac{\pi}{Z_2}\cdot\frac{\lambda_1}{2}\cos({}^{-b}\varphi_S-{}^{\nu-Z_1}\varphi_R)+$$

$$+\sqrt{2}^{\nu+Z_1}I_R\frac{{}^{\mu''}k_{s2}\,{}^{\mu''}k_{i2}}{\mu''}\sin\mu''\frac{\pi}{Z_2}\cdot\frac{\lambda_1}{2}\cos({}^{-b}\varphi_S-{}^{\nu+Z_1}\varphi_R)\Big]+\sqrt{2}^{-(b-1)}I_{\varphi}\frac{\lambda_2}{2}\sum_{\varepsilon=\mu;(c=0,\pm2,\ldots)}\frac{{}^{\varepsilon'}k_{w1}\,{}^{\varepsilon'}k_{s1}}{\varepsilon'}\Big[\sqrt{2}^{\nu}I_R\frac{{}^{\mu}k_{s2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}\cos({}^{-(b-1)}\varphi_S-{}^{\nu}\varphi_R)+$$

$$+\sqrt{2}^{\nu-Z_1}I_R\frac{{}^{\mu'}k_{s2}\,{}^{\mu'}k_{i2}}{\mu'}\sin\mu'\frac{\pi}{Z_2}\cdot\frac{\lambda_1}{2}\cos({}^{-(b-1)}\varphi_S-{}^{\nu-Z_1}\varphi_R)+\sqrt{2}^{\nu+Z_1}I_R\frac{{}^{\mu''}k_{s2}\,{}^{\mu''}k_{i2}}{\mu''}\sin\mu''\frac{\pi}{Z_2}\cdot\frac{\lambda_1}{2}\cos({}^{-(b-1)}\varphi_S-{}^{\nu+Z_1}\varphi_R)\Big]+$$

$$+\sqrt{2}^{-(b+1)}I_{\varphi}\frac{\lambda_2}{2}\sum_{\varepsilon=\mu;(c=0,\pm2,\ldots)}\frac{{}^{\varepsilon''}k_{w1}\,{}^{\varepsilon''}k_{s1}}{\varepsilon''}\Big[\sqrt{2}^{\nu}I_R\frac{{}^{\mu}k_{s2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}\cos({}^{-(b+1)}\varphi_S-{}^{\nu}\varphi_R)+\sqrt{2}^{\nu-Z_1}I_R\frac{{}^{\mu'}k_{s2}\,{}^{\mu'}k_{i2}}{\mu'}\sin\mu'\frac{\pi}{Z_2}\frac{\lambda_1}{2}\cos({}^{-(b+1)}\varphi_S-{}^{\nu-Z_1}\varphi_R)+$$

$$+\sqrt{2}^{\nu+Z_1}I_R\frac{{}^{\mu''}k_{s2}\,{}^{\mu''}k_{i2}}{\mu''}\sin\mu''\frac{\pi}{Z_2}\frac{\lambda_1}{2}\cos({}^{-(b+1)}\varphi_S-{}^{\nu+Z_1}\varphi_R)\Big]\Big\}+\sum_{\substack{b=d\neq0;\\ b-1=d-1\neq0;\,b+1=d+1\neq0}}\Big\{\sqrt{2}^{-b}I_{1\varphi}\sum_{\varepsilon=\xi;(c=\pm1,\pm3,\ldots)}\frac{{}^{\varepsilon}k_{w1}\,{}^{\varepsilon}k_{s1}}{\varepsilon}\Big[\sqrt{2}^{c}I_R\frac{{}^{\xi}k_{s2}\,{}^{\xi}k_{i2}}{\xi}\sin\xi\frac{\pi}{Z_2}\cos({}^{-b}\varphi_S-{}^{c}\varphi_R)+$$

$$+\sqrt{2}^{c-Z_1}I_R\frac{{}^{\xi'}k_{s2}\,{}^{\xi'}k_{i2}}{\xi'}\sin\xi'\frac{\pi}{Z_2}\frac{\lambda_1}{2}\cos({}^{-b}\varphi_S-{}^{c-Z_1}\varphi_R)+\sqrt{2}^{c+Z_1}I_R\frac{{}^{\xi''}k_{s2}\,{}^{\xi''}k_{i2}}{\xi''}\sin\xi''\frac{\pi}{Z_2}\cdot\frac{\lambda_1}{2}\cos({}^{-b}\varphi_S-{}^{c+Z_1}\varphi_R)\Big]+$$

$$+\sqrt{2}^{-(b-1)}I_{\varphi}\frac{\lambda_2}{2}\sum_{\varepsilon=\xi;(c=\pm1,\pm3,\ldots)}\frac{{}^{\varepsilon'}k_{w1}\,{}^{\varepsilon'}k_{s1}}{\varepsilon'}\Big[\sqrt{2}^{c}I_R\frac{{}^{\xi}k_{s2}\,{}^{\xi}k_{i2}}{\xi}\sin\xi\frac{\pi}{Z_2}\cos({}^{-(b-1)}\varphi_S-{}^{c}\varphi_R)+\sqrt{2}^{c-Z_1}I_R\frac{{}^{\xi'}k_{s2}\,{}^{\xi'}k_{i2}}{\xi'}\sin\xi'\frac{\pi}{Z_2}\frac{\lambda_1}{2}\cos({}^{-(b-1)}\varphi_S-{}^{c-Z_1}\varphi_R)$$

$$+\sqrt{2}^{\,\sigma+Z_1} I \frac{{}^{\xi''}k_{t2}\,{}^{\xi''}k_{i2}}{\xi''}\sin \xi''\frac{\pi}{Z_2}\frac{\lambda_1}{2}\cos\left({}^{-(b-1)}\varphi_S-{}^{\sigma+Z_1}\varphi_R\right)\Big]+\sqrt{2}^{\,-(b+1)} I_\varphi \frac{\lambda_2}{2}\sum_{\varepsilon=\xi;\,(c=\pm1,\pm3,\dots)}\frac{{}^{\varepsilon''}k_{w1}\,{}^{\varepsilon''}k_{f1}}{\varepsilon''}\Big[\sqrt{2}^{\,\sigma} I_R\frac{{}^{\xi}k_{t2}\,{}^{\xi}k_{i2}}{\xi}\sin\xi\frac{\pi}{Z_2}\cos\left({}^{-(b+1)}\varphi_S-{}^{\sigma}\varphi_R\right)+$$

$$+\sqrt{2}^{\,\sigma-Z_1} I_R\frac{{}^{\xi'}k_{t2}\,{}^{\xi'}k_{i2}}{\xi'}\sin\xi'\frac{\pi}{Z_2}\frac{\lambda_1}{2}\cos\left({}^{-(b+1)}\varphi_S-{}^{\sigma-Z_1}\varphi_R\right)+$$

$$+\sqrt{2}^{\,\sigma+Z_1} I_R\frac{{}^{\xi'}k_{t2}\,{}^{\xi''}k_{i2}}{\xi''}\sin\xi''\frac{\pi}{Z_2}\cdot\frac{\lambda_1}{2}\cos\left({}^{-(b+1)}\varphi_S-{}^{\sigma+Z_1}\varphi_R\right)\Big]\Big\}\Big\}. \qquad (3.38)$$

In expresia cuplului asincron rezultant, dată mai sus, s-au pus în evidenţă mai multe categorii de cupluri asincrone şi anume:

-cupluri asincrone rezultate din interacţiunea între curentul statoric de frecvenţa reţelei I_1 şi curenţii rotorici de ordinul ν, $\nu-Z_1$ şi $\nu+Z_1$, interacţiune care are loc atunci cînd b=0,b-1=0 şi b+1=0,

-cupluri asincrone rezultate din interacţiunea între curenţii armonici statorici de ordinul -b,-(b-1) şi -(b+1) şi curenţii rotorici de ordinul ν , $\nu-Z_1$, $\nu+Z_1$, interacţiune care are loc la alunecăril identice, adică ${}^{-bZ_2}s={}^{-bZ_2}s$,ş.a.m.d, şi atunci cînd $\varepsilon=\mu$ deci pentru valoarea zero şi valorile pare ale lui c (c=0, ±2,±4,,.),

-cupluri asincrone rezultate din interacţiunea între curenţii armonici statorici de ordinul -b, -(b-1), -(b+1) şi curenţii rotorici de ordinul σ , $\sigma-Z_1$, $\sigma+Z_1$, interacţiune care are loc la alunecări identice, adică ${}^{-bZ_2}s={}^{-dZ_2}s$,ş.a.m.d, deci cu b=d≠0, şi atunci cînd $\varepsilon=\xi$, deci pentru valorile impare ale lui c (c=±1,±3,.)

Defazajele dintre tensiunile electromotoare induse şi curenţii generaţi se exprimă în funcţie de parametrii circuitelor respective, care se calculează cu relaţiile date în capitolele 1 şi 2.

In cazul în care înfăşurarea statorică are zonele legate în serie, sau cînd numărul de crestături rotorice este un multiplu al numărului de perechi de poli,în rotor nu există decît curenţi de ordinul ν , $\nu-Z_1$, $\nu+Z_1$, şi deci cuplurile asincrone rezultate din interacţiunea între curenţii armonici statorici de ordinul -b, -(b-1), -(b±1) şi curenţii rotorici de ordinul σ , $\sigma-Z_1$, $\sigma+Z_1$ nu mai apar.

3.2.2. Calculul cuplurilor sincrone

Tinînd cont de concluziile care s-au tras la discutarea cuplului sincron rezultat din interacţiunea solenaţiei statorice de ordinul ν cu inducţia produsă de cîmpul rotoric al curentului rotoric armonică de ordinul ν, se pot exprima toate cuplurile sincrone, împreună cu condiţiile pentru ordinele de armonică şi cu valorile alunecărilor la care apar cuplurile sincrone. Intrucît interesează numai valorile maxime ale cuplurilor sincrone, care se adaugă cuplului asincron rezultant corespunzător alunecării la care apare cuplul sincron, se calculează în continuare tocmai aceste valori. Pentru simplificarea scrierii formulelor se introduce notaţia:

$$K = 2m_1 l \tau \frac{W_1 Z_2 \mu_0}{\pi \delta'} \tag{3.39}$$

Din produsele rezultate în urma înmulţirii primului termen general, din expresia solenaţiei rezultante statorice, cu prima sumă de termeni din expresia inducţiei în întrefier produsă de cîmpurile rotorice, se obţin cupluri sincrone pentru valorile de alunecare :

$$\begin{aligned}
&-bZ_2 s = \pm 1 \quad ; \quad \nu = \pm\mu \quad , \quad \nu = \pm(\mu \pm Z_1) \\
&-(b-1)Z_2 s = \pm 1 \quad ; \quad \nu = \pm(\mu - Z_2) \quad , \quad \nu = \pm(\mu - Z_2 \pm Z_1) \\
&-(b+1)Z_2 s = \pm 1 \quad ; \quad \nu = \pm(\mu + Z_2) \quad , \quad \nu = \pm(\mu + Z_2 \pm Z_1)
\end{aligned} \tag{3.40}$$

în dreptul fiecărei alunecări fiind date condiţiile care trebuie să le îndeplinească ordinele de armonică.

Pentru cuplurile sincrone care apar la pornire, s=1 condiţiile pentru ordinele de armonică sînt:

$$\begin{aligned}
&\frac{bZ_2}{2p} = (a+a_1)m_1 \quad , \quad \frac{bZ_2}{2p} = (a+a_1 \pm q_1)m_1 , \\
&\frac{(b-1)Z_2}{2p} = (a+a_1)m_1 \quad , \quad \frac{(b-1)Z_2}{2p} = (a+a_1+q_1)m_1 , \\
&\frac{(b+1)Z_2}{2p} = (a+a_1)m_1 \quad , \quad \frac{(b+1)Z_2}{2p} = (a+a_1+q_1)m_1 ,
\end{aligned} \tag{3.41}$$

identice cu cele care se vor exprima în continuare pentru cazul în care cuplurile sincrone apar la alunecări diferite de unu. Valorile alunecărilor, condiţiile pentru ordinele de armonică precum şi valorile maxime ale cuplurilor pentru acest caz se dau în tabelul 3.1.

Tabelul 3.1.

VALORILE ALUNECĂRILOR	CONDIŢIILE PENTRU ORDINELE DE ARMONICĂ	VALORILE MAXIME ALE CUPLURILOR
$^{-bZ_2}s=-1$	$\nu=-\mu$ $\frac{bZ_2}{2p}=(a+a_1)m_1+1$	$K\,{}^{\nu}I_1\,I_R\frac{{}^{\mu}k_{w1}\,{}^{\mu}k_{f1}}{\mu}\cdot\frac{{}^{\mu}k_{f2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}$
$s=1+\frac{2p}{bZ_2}$	$\nu=-(\mu\pm Z_1)$ $\frac{bZ_2}{2p}=(a+a_1\pm q_1)m_1+1$	$K\frac{\lambda_1}{2}\,{}^{\nu}I_1\,I_R\frac{{}^{\mu\pm Z_1}k_{w1}\,{}^{\mu\pm Z_1}k_{f1}}{\mu\pm Z}\cdot\frac{{}^{\mu}k_{f2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\cdot\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}$
$^{-(b-1)Z_2}s=-1$	$\nu=-(\mu-Z_2)$ $\frac{(b-1)Z_2}{2p}=(a+a_1)m_1+1$	$K\frac{\lambda_2}{2}\,{}^{\nu}I_1\,I_R\frac{{}^{\mu'}k_{w1}\,{}^{\mu'}k_{f1}}{\mu'}\cdot\frac{{}^{\mu}k_{f2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\cdot\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}$
$s=1+\frac{2p}{(b-1)Z_2}$	$\nu=-(\mu-Z_2\pm Z_1)$ $\frac{(b-1)Z_2}{2p}=(a+a_1\pm q_1)m_1+1$	$K\frac{\lambda_1\lambda_2}{4}\,{}^{\nu}I_1\,I_R\frac{{}^{\mu'\pm Z_1}k_{w1}\,{}^{\mu'\pm Z_1}k_{f1}}{\mu'}\cdot\frac{{}^{\mu}k_{f2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}$
$^{-(b+1)Z_2}s=-1$	$\nu=-(\mu+Z_2)$ $\frac{(b+1)Z_2}{2p}=(a+a_1)m_1+1$	$K\frac{\lambda_2}{2}\,{}^{\nu}I_1\,I_R\frac{{}^{\mu''}k_{w1}\,{}^{\mu'}k_{f1}}{\mu''}\cdot\frac{{}^{\mu}k_{f2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}$
$s=1+\frac{2p}{(b+1)Z_2}$	$\nu=-(\mu+Z_2\pm Z_1)$ $\frac{(b+1)Z_2}{2p}=(a+a_1\pm q_1)m_1+1$	$K\frac{\lambda_1\lambda_2}{4}\,{}^{\nu}I_1\,I_R\frac{{}^{\mu''\pm Z_1}k_{w1}\,{}^{\mu''\pm Z_1}k_{f1}}{\mu''}\cdot\frac{{}^{\mu}k_{f2}\,{}^{\mu}k_{i2}}{\mu}\sin\mu\frac{\pi}{Z_2}$

Interacţiunea dintre solenaţia corespunzătoare termenului de ordinul ν al solenaţiei rezultante statorice, cu inducţia corespunzătoare termenilor din expresia inducţiei datoraţi cîmpurilor rotorice produse de curenţii armonică de ordinul $\nu-Z_1$ $\nu+Z_1$ duce la apariţia unor cupluri sincrone la aceleaşi alunecări, condiţiile pentru ordinele de armonică obţinîndu-se din cele date în tabelul 3.1 prin înlocuirea lui μ cu μ' respectiv cu μ''. Valorile maxime ale cuplurilor se obţin din tabelul 3.1 prin schimbarea lui ${}^{\nu}I_R$ cu ${}^{\nu-Z_1}I_R$ respectiv cu ${}^{\nu+Z_1}I_R$ şi prin calcularea grupului de factori rotorici la armonicile μ' respectiv μ'' în loc de μ.

Interacţiunea dintre solenaţia corespunzătoare termenului de ordinul ν al solenaţiei rezultante statorice, cu inducţia corespunzătoare cîmpurilor rotorice produse de curenţii armonică de ordinul σ, $\sigma\pm Z_1$, duce la apariţia unor cupluri sincrone la aceleaşi alunecări, întrucît d parcurge valori similare cu b. Condiţiile pentru ordinele de armonică sînt la fel ca cele date în tabelul 3.1. Valorile maxime ale cuplurilor sincrone se obţin din cele date în tabelul 3.1 prin înlocuirea lui ${}^{\nu}I_R$ cu ${}^{\sigma}I_R$, ${}^{\sigma-Z_1}I_R$, respectiv ${}^{\sigma+Z_1}I_R$, calculînd grupul de factori rotorici la armonicile ξ, ξ' şi ξ'', şi factorii statorici pentru aceleaşi ordine de armonică.

In cazul în care înfăşurarea statorică are zonele legate în serie acest ultim grup de cupluri sincrone, calculate pentru $c=\pm 1, \pm 3, \ldots$, nu apare întrucît în rotor nu există decît curenţii de ordine de armonică ν, $\nu - Z_1$ şi $\nu + Z_1$.

Din toate cuplurile sincrone care apar la aceaşi turaţie, cel mai important este cel datorat primelor ordine de armonice ν, pentru care μ are valoarea minimă, celelalte cupluri avînd valori mult mai mici.

Faptul că Z_2 este un multiplu al numărului de poli favorizează apariţia de cupluri sincrone parazite, dar nu este suficientă numai această condiţie pentru ca aceste cupluri să apară în domeniul în care maşina funcţionează ca motor.

Pentru calculul cuplurilor sincrone trebuie să se rezolve ecuaţiile de tensiuni la alunecarea corespunzătoare determinîndu-se astfel valorile curenţilor care participă la cupluri. In rest, toate calculele sînt realizabile chiar şi cu mîna, relaţiile de calcul, date în formă finală în acest subcapitol, neprezentînd nici o dificultate.

3.2.3. Calculul cuplurilor asincrone din bilanţul puterilor

Valoarea medie a cuplului asincron rezultant la maşina de inducţie se poate calcula şi plecînd de la bilanţul puterilor cînd se neglijează pierderile în fierul rotoric. Fără a se mai relua demonstraţia dată de Oberretl [63], demonstraţie care se poate extinde pentru a cuprinde şi armonicile de crestături care nu erau considerate, se poate scrie pentru cuplul asincron rezultant mediu:

$$M_{as} = -\sum_{b\neq 0,\, b-1\neq 0,\, b+1\neq 0} \left\{ \frac{bZ_2}{-bZ_2 s\omega_1} \cdot {}^{-b}P_{cu1} + \frac{(b-1)Z_2}{-(b-1)Z_2 s\omega_1} \cdot {}^{-(b-1)}P_{cu1} + \frac{(b+1)Z_2}{-(b+1)Z_2 s\omega_1} \cdot {}^{-(b+1)}P_{cu1} \right\} +$$

$$+\sum_{\nu}\left\{\frac{\nu}{{}^{\nu}s\omega_1}{}^{\nu}P_{cu2}+\frac{\nu-Z_1}{{}^{\nu-Z_1}s\omega_1}{}^{\nu-Z_1}P_{cu2}+\frac{\nu+Z_1}{{}^{\nu+Z_1}s\omega_1}{}^{\nu+Z_1}P_{cu2}\right\}+$$

$$+\sum_{\sigma,\,c=\pm1,\pm3,\dots}\left\{\frac{\sigma}{{}^{\sigma}s\omega_1}{}^{\sigma}P_{cu2}+\frac{\sigma-Z_1}{{}^{\sigma-Z_1}s\omega_1}{}^{\sigma-Z_1}P_{cu2}+\frac{\sigma+Z_1}{{}^{\sigma+Z_1}s\omega_1}{}^{\sigma+Z_1}P_{cu2}\right\}, \qquad (3.42)$$

unde s-au introdus notaţiile obişnuite pentru pierderile în înfăşurări

$$\begin{aligned} &-{}^{g}P_{cu1}=m_1{}^{-g}I_1^2\,{}^{g}R , && g=b,\ b-1,\ b+1 , \\ &{}^{f}P_{cu2}=Z_2{}^{f}I_R^2\,{}^{f}R_2 , && f=\nu,\ \nu\pm Z_1,\ \sigma,\ \sigma\pm Z_1 . \end{aligned} \qquad (3.43)$$

In cazul înfăşurării statorice cu zonele fazei legate în serie sau pentru cazul cînd Z_2 este un multiplu al numărului de poli, ultima sumă din relaţia (3.42) dispare întrucît în rotor nu există ordine de armonică diferite de ν , $\nu-Z_1$ şi $\nu+Z_1$.

Expresia cuplului asincron calculat din bilanţul puterilor este identică cu cea calculată anterior cu relaţia generală (3.24). Astfel, de exemplu, pentru o armonică ν rotorică (3.30) dă acelaşi lucru ca şi termenul corespunzător din (3.42), adică

$$M = \frac{\nu}{{}^{\nu}s\omega}Z_2{}^{\nu}E_R{}^{\nu}I_R\cos{}^{\nu}\varphi_R = \frac{\nu}{{}^{\nu}s\omega}Z_2{}^{\nu}I_R^2\,{}^{\nu}R_{2\sigma} ,$$

pentrucă

$${}^{\nu}E_R\cos{}^{\nu}\varphi_R = {}^{\nu}I_R{}^{\nu}R_{2\sigma} .$$

La calculul cuplului asincron rezultant se pot utiliza oricare dintre cele două formule obţinute adică (3.38) sau (3.42) întrucît toate elementele componente se pot determina, relaţia dedusă din bilanţul puterilor, (3.42) prezentînd avantajul că nu necesită calcularea defazajelor dintre tensiunile electromotoare induse şi curenţii generaţi.

3.2.4. <u>Cazul maşinii cu rotor bobinat</u>

Rezultatele obţinute pentru rotorul în colivie rămîn valabile pentru rotorul bobinat cu următoarele observaţii:

- ne existînd armonice produse de reacţia statorică termenii corespunzători acestor armonice nu apar în expresiile cuplurilor,

-ordinele de armonică sînt stabilite prin condiţiile date în subcapitolul 1.5,

- expresiile cîmpului rotoric conţin numărul de spire rotoric şi factorul de înfăşurare rotoric în locul factorului de ochi,deci aceste mărimi apar şi în relaţiile de calcul a cuplurilor asincrone şi sincrone,

-peste tot se operează cu mărimi de fază atît pentru stator cît şi pentru rotor,

- pierderile în înfăşurarea rotorică se calculează în mod corespunzător adică ${}^{f}P_{cu2}=m_2{}^{f}I_2^2\,{}^{f}R_2$ unde ${}^{f}I_2$, ${}^{f}R_2$ sînt curentul respectiv rezistenţa unei faze rotorice pentru armonica $f=\nu$, $\nu-Z_1$, $\nu+Z_1$,

- condiţiile pentru cuplurile sincrone sînt:

$$-b'_{s=-1},\quad s=1\ ,\qquad b'=\frac{m_1(a_1-a')}{m_2} \tag{3.44}$$

$$-b'_{s=1},\quad s=1+\frac{1}{m_2 b'}\ ,\qquad b'=\frac{m_1(a_1+a')+1}{m_2} \tag{3.45}$$

unde $a'=a$, $a\pm q_1$ iar b' în condiţia (3.45) s-a considerat cu semnul său, adică minus pentru domeniul $0 \div 1$ de alunecări.

CAPITOLUL 4 .

CONSIDERAREA SATURATIEI SI A PIERDERILOR IN FIER

Saturaţia circuitului magnetic al maşinii afectează inductivităţile proprii, mutuale şi de dispersie ale înfăşurărilor, care s-au calculat anterior în capitolele 1 şi 2 în ipoteza simplificatoare a liniarităţii circuitului magnetic constituit din material feromagnetic cu permeabilitate infinită faţă de cea a aerului. Considerarea efectelor saturaţiei asupra inductivităţilor prezintă o sumă de dificultăţi datorate complexităţii circuitului magnetic al maşinii. Metodele propuse în diferite lucrări [9,21,23,26,27,31, 37,51,52,83] prezintă fiecare avantaje şi dezavantaje şi pornesc de la simplificări care vizează în general forma circuitului magnetic sau curba de magnetizare. Toate metodele amintite, considerate ca cele mai semnificative, sînt metode iterative, care nu stabilesc expresii analitice generale. Tinînd cont de acestea se adoptă un calcul iterativ pentru stabilirea valorilor saturate ale inductivităţilor, excepţie făcîndu-se cu inductivităţile de dispersie ale părţii frontale a înfăşurării, care se vor considera neafectate de saturaţia circuitului magnetic întrucît fluxurile de dispersie parcurg distanţe importante prin aer.

Pierderile în fier constituie o putere consumată în maşină, şi în consecinţă considerarea lor atrage după sine modificarea curentului absorbit de la reţea, acesta fiind mai mare de cît valoarea calculată prin rezolvarea ecuaţiilor de tensiune date în capitolul 3. Pentru calculul curentului absorbit de la reţea, care acoperă şi pierderile în fierul maşinii, se adoptă o metodă iterativă, pornind de la considerarea unor înfăşurări fictive în care se produc pierderi în înfăşurări egale tocmai cu pierderile în fier [31,32,33,34]. Pierderile în fierul celor două armături se vor calcula la fiecare iteraţie pe baza pierderilor specifice ale tolei, cunoscîndu-se inducţia în diferitele porţiuni ale circuitului magnetic.

Considerarea pierderilor în fier duce şi la modificarea cuplului electromagnetic al maşinii, modificare care se realizează prin adăugarea unor termeni suplimentari la expresiile calculate în capitolul 3. Aceşti termeni se calculează pe baza pierderilor în fier rezultate din procesul iterativ.

4.1. CONSIDERAREA SATURATIEI CIRCUITULUI MAGNETIC

După cum s-a precizat anterior, saturaţia circuitului magnetic se va considera prin efectele pe care le produce asupra inductivităţilor proprii, mutuale şi de dispersie ale crestăturii pentru înfăşurările de pe cele două armături ale maşinii.

Inductivităţile proprii şi mutuale se consideră afectate de saturaţie prin intermediul introducerii întrefierului echivalent mărit cu factorul de saturaţie, k_s, adică

$$\delta'' = k_s \cdot \delta' \tag{4.1}$$

calculul factorului de saturaţie făcîndu-se cu relaţia obişnuită,

$$k_s = 1 + \frac{U_{mFe}}{U_{m\delta}} \tag{4.2}$$

unde U_{mFe} este tensiunea magnetică în fierul maşinii iar $U_{m\delta}$ este tensiunea magnetică în întrefier.

Pentru calculul factorului de saturaţie se consideră numai cîmpul fundamental statoric şi cel rotoric, întrucît cîmpurile armonice, calculate în capitolul 1, nu se închid prin tot fierul maşinii contribuind în fapt numai la saturarea vîrfurilor dinţilor. Această contribuţie se poate neglija fără a afecta precizia de calcul. Cunoscîndu-se, în urma rezolvării ecuaţiilor de tensiuni scrise pentru curentul fundamental statoric şi rotoric, valorile acestor curenţi pentru cazul circuitului magnetic nesaturat deci cu δ' în expresiile inductivităţilor, se determină cîmpul în întrefier precum şi valorile inducţiilor în diferitele porţiuni ale circuitului magnetic. Din caracteristica de magnetizare se determină valorile intensităţilor de cîmp magnetic în porţiunile respective, şi apoi se calculează tensiunile magnetice corespunzătoare şi factorul de saturaţie. Acest proces iterativ se repetă pînă cînd diferenţa între doi factori de saturaţie calculaţi este mai mică de cît o valoare impusă, obţinîndu-se în final valoarea întrefierului mărit δ'' , care se va utiliza în calculul inductivităţilor proprii şi mutuale pentru fundamentală şi pentru armonici.

Blocul iterativ de stabilire a întrefierului schivalent cuplat cu blocul de stabilire a pierderilor în fier şi a deschiderilor echivalente de crestătură este prezentat în capitolul 5 în cadrul schemei logice date pentru calculul caracteristicilor mecanice.

Prin introducerea întrefierului echivalent δ'' nu se rezolvă problema modificării inductivităţilor de dispersie corespunzătoare părţii de înfăşurare aflată în crestături cu saturaţia şi , din acest motiv, această problemă va fi tratată separat. La deducerea expresiilor permeanţelor specifice pentru diferitele tipuri de crestături, capitolul 2, s-a presupus că fierul care înconjoară crestătura are permeabilitate infinită nefiind saturat, iar cîmpul produs de curenţii care parcurg spirele aflate în crestătură se închide prin miezul magnetic şi prin crestătură. După cum se observă la toate tipurile de crestătură deschiderea crestăturii are întrefierul cel mai mic şi deci dispersia corespunzătoare acestei părţi a crestăturii va fi afectată de saturarea miezului, şi în special de saturarea dinţilor.

Pentru a considera influenţa saturaţiei asupra dispersiei corespunzătoare deschiderilor de crestătură se introduce o deschidere echivalentă de crestătură, care se calculează, în acelaşi fel ca şi întrefierul echivalent mărit δ'', cu ajutorul unui factor de saturaţie k_{sdc}. In vederea stabilirii factorului de saturaţie k_{sdc} se adoptă un model simplificat, dat în figura 4.1, în care s-au neglijat fluxurile ce se închid prin crestătură ca şi cele care se închid prin întrefier şi s-au luat secţiuni egale pentru toate porţiunile prin care se închid fluxurile considerate. Pe baza modelului se poate alcătui o schemă echivalentă cu reluctanţe dată în figura 4.2.,în care s-au notat reluctanţele miezului magnetic cu $\mathcal{R}_1$ pentru armătura pe care s-a considerat crestătura şi cu $\mathcal{R}_2$ pentru cealaltă armătură, iar reluctanţele întrefierului, respectiv a deschiderii crestăturii cu $\mathcal{R}_\delta$ şi respectiv $\mathcal{R}_{dc}$ Calculîndu-se acum fluxul care se închide pe ramura corespunzătoare deschiderii de crestătură a circuitului magnetic se obţine:

$$\Phi_{dc} = \Theta \frac{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_\delta}{\mathcal{R}_{dc}(\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_\delta) + \mathcal{R}_1(\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_\delta) + \mathcal{R}_{dc}\mathcal{R}_1} \tag{4.3}$$

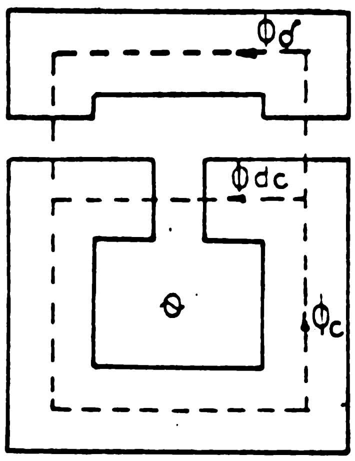


Fig.4.1.Model simplificat pentru calculul fluxului prin deschiderea crestăturii

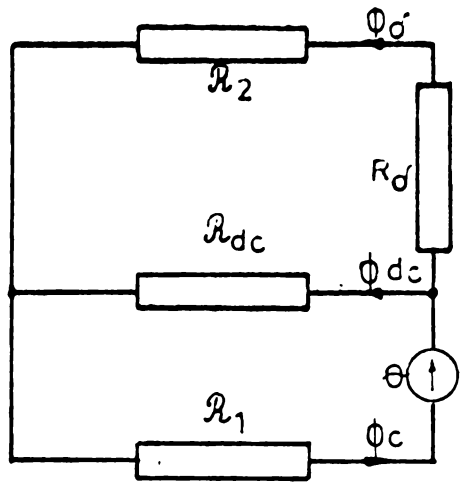


Fig.4.2.Schema echivalentă pentru modelul dat în figura 5.1.

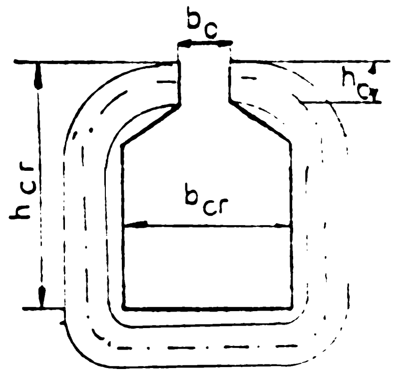


Fig.4.3.Tubul de flux considerat pentru calculul factorului de saturaţie

unde cu Θ s-a notat solenaţia totală a crestăturii şi grupînd corespunzător

$$\Phi_{dc} = \frac{\Theta}{\mathcal{R}_{dc}} \frac{1}{1 + \frac{\mathcal{R}_1}{\mathcal{R}_{dc}} + \frac{\mathcal{R}_1}{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_\delta}} \tag{4.4}$$

se obţine expresia factorului de saturaţie pentru deschiderea crestăturii

$$k_{sdc} = 1 + \frac{\mathcal{R}_1}{\mathcal{R}_{dc}} + \frac{\mathcal{R}_1}{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_\delta} \tag{4.5}$$

deci fluxul prin deschiderea crestăturii are expresia finală

$$\Phi_{dc} = \frac{\mu_0 \Theta}{t_0 \cdot k_{sdc}} \cdot h_0 \cdot l \tag{4.6}$$

l fiind lungimea modelului, considerată ca fiind egală tocmai cu lungimea maşinii.

In sfîrşit, ţinînd cont de faptul că porţiunea de circuit magnetic din armătura opusă crestăturii este mult mai complexă şi că din acest motiv $\mathcal{R}_2 > \mathcal{R}_1$, atunci termenul $\mathcal{R}_1/(\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_\delta)$ este mult mai mic decît unu şi se poate neglija. Atunci expresia lui k_{sdc} devine:

$$k_{sdc} = 1+ \mathcal{R}_1/\mathcal{R}_{dc}, \qquad (4.7)$$

expresie absolută similară cu cea a lui k_{sat} şi care se va calcula în acelaşi fel.

Pentru calculul lui $\mathcal{R}_1$ sau a tensiunii magnetice în fierul din jurul crestăturii se consideră un tub de flux care înconjoară crestătura avînd secţiunea egală cu secţiunea la deschiderea crestăturii, adică $h_o \cdot l$, şi cu o lungime egală cu de două ori înălţimea totală a crestăturii plus de două ori lăţimea cea mai mare a crestăturii, tub de flux care este dat în figura 4.3.

In calculul efectiv a factorului k_{sdc} trebuie să se ţină cont şi de inducţia în dinte pe care o produce solenaţia rezultantă, care s-a luat ca bază pentru calculul factorului de saturaţie al întrefierului k_{sat}. Astfel în blocul iterativ de calcul, dat în capitolul 5, se calculează inducţia în tubul de flux care înconjoară crestătura în cazul în care k_{sdc} este egal cu unitatea şi aceasta este comparată cu inducţia maximă obţinută în dinte în cazul calculului lui k_{sat}, mai departe urmînd să se utilizeze cea mai mare dintre cele două valori. Cu această valoare se determină intensitatea cîmpului magnetic din curba de magnetizare şi se calculează tensiunea magnetică în tubul de flux considerat. Calculul intensităţii cîmpului magnetic în deschiderea crestăturii se face cu relaţia:

$$H_{dc} = \frac{\Theta}{b_o} \qquad (4.8)$$

unde Θ este solenaţia rezultantă a armăturii care corespunde unei crestături, şi se obţine prin împărţirea solenaţiei rezultante a armăturii cu numărul de crestături.

Deschiderea echivalentă a crestăturii astfel obţinută,

$$b_o' = k_{sdc} b_o \qquad (4.9)$$

se utilizează în recalcularea coeficienţilor permeanţei echivalente variabile şi a întrefierului echivalent prin factorul lui Carter. Si în acest caz iteraţia se va încheia atunci cînd diferenţa între doi coeficienţi k_{sdc} calculaţi consecutiv va fi mai mică de cît o valoare impusă.

In cazul crestăturilor închise, pentru a se putea aplica această metodă de calcul a deschiderii echivalente se va adopta de la început o deschidere foarte mică, deschidere fictivă care nu va influenţa în mod important parametrii circuitului magnetic, iniţial, deschiderea echivalentă stabilizîndu-se după încheierea procesului de iteraţii.

4.2. CONSIDERAREA PIERDERILOR IN FIER

După cum s-a mai arătat pentru luarea în considerare a pierderilor în fier în miezurile magnetice ale celor două armături se introduce o înfăşurare auxiliară fictivă pe armătura statorică. Această înfăşurare, identică cu cea statorică este legată în scurtcircuit la borne. Curentul care se stabileşte în ea va produce pierderi în înfăşurare egale tocmai cu pierderile totale în fier. Infăşurarea de pierderi are acelaşi număr de spire şi aceeaşi configuraţie ca şi înfăşurarea statorică fiind cuplată cu aceasta şi cu înfăşurarea rotorică prin intermediul fluxului principal. Inductivitatea de dispersie şi inductivitatea proprie a înfăşurării auxiliare de pierderi sînt egale cu cele ale înfăşurării statorice iar rezistenţa înfăşurării auxiliare care este proporţională cu pierderile în fier urmează să se determine odată cu toţi curenţii în urma unui proces iterativ.

Intrucît pierderile în fier datorate armonicilor sînt mult mai mici şi se pot determina ca pierderi suplimentare, pentru calculul iterativ al curentului şi a rezistenţei de pierderi se consideră numai curenţii fundamentali din cele două înfăşurări, sistem de ecuaţii de tensiuni fiind, pentru cazul zonelor legate în para-

$$\underline{U}_1 = (2R_{1q} + 2j\omega_1 L_{d1q} + 2j\omega_1 L'_{1\varsigma})\underline{I}_{1\varsigma} + 2j\omega_1^{\nu\cdot p} M'_{21\varsigma}\underline{I}_R \;,$$

$$0 = [R_{2\sigma} + j^p s\omega_1 (L_{d2\sigma} + L'_R)]\underline{I}_R + j^p s\omega_1^{\nu\cdot p} M'_{12}\underline{I}_1 \;, \qquad (4.10)$$

$$0 = [R_{1pq} + j\omega_1 (L_{d1q} + L'_{1\varsigma})]\underline{I}_{1p} + j\omega_1 L_{1\varsigma}\underline{I}_1 + j\omega_1^{\nu\cdot p} M'_{21\varsigma}\underline{I}_R \;,$$

unde s-a notat cu I_{1p} curentul de pierderi din înfăşurarea auxiliară şi cu R_{1pq} rezistenţa unei zone a acestei înfăşurări.

Ecuaţiile pentru cazul zonelor legate în serie sînt similare şi se pot scrie imediat pe baza ecuaţiilor de tensiuni scrise în capitolul 3 în care se neglijează armonicile, cum s-a procedat în cazul zonelor legate în paralel.

La sistemul de ecuaţii de tensiuni (4.10) trebuie să se mai adaoge relaţia energetică de corespondenţă cu pierderile în fier,

$$2pm_1 R_{1pq} \cdot I_{1p}^2 = p_{Fe} \,, \tag{4.11}$$

unde p_{Fe} reprezintă pierderile totale în fierul maşinii fiind suma pierderilor în fierul statoric şi în fierul rotoric, adică

$$p_{Fe} = p_{Fe1} + p_{Fe2} \tag{4.12}$$

Pierderile în fier se vor calcula cu ajutorul pierderilor specifice în funcţie de inducţia determinată în dinţii şi jugurile celor două armături, întreg calculul fiind inclus în blocul iterativ de calcul şi a coeficienţilor de saturaţie. Relaţiile de calcul pentru pierderi sînt la juguri şi dinţi,

$$\begin{aligned} p_{Feji} &= 1{,}5 \cdot p_{ji} \cdot m_{ji} \\ p_{Fedi} &= 1{,}8 \cdot p_{di} \cdot m_{di} \end{aligned} \tag{4.13}$$

unde p_{Feji} reprezintă pierderile în fierul jugurilor iar p_{Fedi} sînt pierderile în fierul dinţilir, i fiind 1 pentru stator şi 2 pentru rotor. In relaţiile (4.13) s-au mai notat cu m_{ji} şi m_{di} masele jugurilor, respectiv dinţilor celor două armături iar cu p_{ji} şi p_{di} pierderile specifice funcţie de inducţie în juguri, respectiv dinţi. Caracteristica pierderilor specifice în funcţie de inducţie pentru tola din care sînt confecţionate miezurile se va aproxima, ca şi caracteristica de magnetizare, pe porţiuni cu polinoame Cebîşev de aproximare.

Considerarea pierderilor în fier afectează şi expresia cuplului electromagnetic dedus în urma bilanţului energetic în sensul măririi acestuia cu cuplul datorat pierderilor în fierul rotoric. Astfel, dacă p_{Fe2} sînt pierderile în fierul rotoric care rezultă din procesul iterativ, atunci cuplul electromagnetic asincron calculat în capitolul 3, se completează cu termenul corespunzător pierderilor în fier, adică

$$M'_{as} = M_{as} + p_{Fe2} \frac{p}{p_{s\omega_1}} \tag{4.14}$$

unde M_{as} este cuplul electromagnetic asincron fără pierderi calculate cu relaţia (3.42).

In ceea ce priveşte pierderile suplimentare în fier, pierderi cauzate de armonicile de cîmp din întrefier acestea pot fi determinate în final atunci cînd se cunosc, după rezolvarea sistemului de ecuaţii de tensiuni, toţi curenţii armonică din înfăşurările de pe cele două armături. Cunoscînd valorile curenţilor armonici se pot calcula solenaţiile rezultante statorice şi rotorice pentru armonici. Dacă se presupune acum că aceste solenaţii se găsesc repartizate în întrefier şi că fluxurile armonicilor de curenţi se închid prin capetele dinţilor pătrunzînd în dinţii celor două armături pînă la o adîncime egală cu înălţimea deschiderii de crestătură se poate calcula o valoare aproximativă a intensităţii cîmpului produs în capetele de dinţi cu relaţia

$$H_{arm} = \frac{\Theta_{arm}}{\tau_{med}} \qquad (4.15)$$

unde Θ_{arm} este suma solenaţiilor rezultante armonice statorice şi rotorice împărţită la media numărului de crestături iar τ_{med} este pasul dentar mediu a celor două armături.

Adăugînd acum acest H_{arm} calculat cu relaţia (4.15) la valoarea finală obţinută pentru intensităţile cîmpului magnetic în capetele dinţilor din procesul iterativ pentru determinarea factorilor de saturaţie şi a pierderilor în fier se obţin din caracteristica de magnetizare noi valori pentru inducţia în capetele dinţilor, valori cu care se pot calcula pierderile în capetele de dinţi. Dacă din aceste valori de pierderi în fierul capetelor de dinţi se scad pierderile în capetele de dinţi calculate anterior cu valorile de inducţii obţinute în finalul procesului iterativ se obţin pierderile în fier suplimentare datorate armonicilor.

Metoda propusă pentru determinarea pierderilor suplimentare în fier, deşi are la bază unele simplificări, este uşor de aplicat întrucît calculul lui Θ_{arm} se poate face pe baza expresiilor obţinute în capitolul 1 şi a curenţilor care rezultă prin rezolvarea sistemului de ecuaţii de tensiuni.

Pentru calculul factorilor de saturaţie şi a pierderilor în fier se utilizează caracteristica de magnetizare, prin intermediul căreia se determină valorile intensităţii cîmpului magnetic H în diferite porţiuni a circuitului magnetic, cînd se cunoaşte inducţia magnetică B , şi apoi se recalculează inducţia magnetică. Caracteristica de magnetizare s-a aproximat pe porţiuni cu polinoame de aproximare, aceste polinoame fiind introduse în program. Aproximarea adoptată este de precizie comparabilă cu alte tipuri de aproximări propuse în literatură [36,57,82] şi poate fi uşor utilizată pe calculatoare de mică capacitate ca HP 9820A pe care s-a rulat programul. In tabelul 4.1 sînt date pentru diferite valori ale lui H valorile aproximate ale inducţiei, notate B_a, în comparaţie cu valorile reale, notate B_r şi eroarea relativă. După cum se observă erorile sînt sub 2,5%, deci aproximarea este corespunzătoare.

Tabelul 4.1

H	B_a	B_r	$\frac{B_a - B_r}{B_r}100$	H	B_a	B_r	$\frac{B_a - B_r}{B_r}100$
Asp/m	T	T	%	Asp/m	T	T	%
0,35	0,295	0,3	-1,52	3,70	1,377	1,40	-1,632
0,5	0,395	0,4	-1,24	6,66	1,528	1,50	1,847
0,65	0,491	0,5	-1,82	8,50	1,559	1,525	2,223
0,8	0,583	0,6	-2,82	22,0	1,598	1,60	-0,108
1,0	0,700	0,7	0,014	37,0	1,644	1,65	-0,388
1,2	0,811	0,8	1,313	55,4	1,696	1,70	-0,265
1,4	0,914	0,9	1,584	74	1,744	1,75	-0,349
1,6	1,011	1,0	1,138	101	1,807	1,80	0,382
2,0	1,186	1,20	-1,192	155	1,907	1,90	0,362
2,1	1,244	1,225	1,527	250	1,999	2,00	-0,057
2,25	1,258	1,25	0,661	300	2,052	2,05	0,078
2,53	1,284	1,30	-1,267	345	2,099	2,10	-0,052

CAPITOLUL 5

REZULTATE DE CALCUL SI EXPERIMENTALE

Rezultatele teoretice obţinute în capitolele anterioare se verifică în cazul a două maşini de inducţie prin comparare cu rezultatele experimentale. Datele constructive şi caracteristicile experimentale ale celor două maşini încercate sînt prezentate în ANEXA 1 şi anume, în tabelele A1.1 şi A1.3. pentru maşina 1 de 5,5 Kw, 1500 rot/min, gabarit 132 S şi în tabelele A1.2 şi A1.4 pentru maşina 2 de 2,2 Kw, 3000 rot/min, gabarit 90L. Incercările celor două maşini s-au efectuat în laboratorul I.C.P.E utilizîndu-se aparatură de precizie adecvată.

Maşina 1 are o înfăşurare în simplu strat cu cîte două zone legate în paralel pe fază şi fazele legate în triunghi. Maşina 2 are înfăşurarea statorică cu o zonă pe fază, conexiunea fiind în stea. La ambele maşini raportul dintre numărul de crestături rotorice şi numărul de perechi de poli este un număr întreg,deci procesul reacţiilor se încheie cu reacţia rotorică primară în rotor neexistînd decît armonicele produse de cîmpurile statorice datorate curentului de frecvenţa reţelei. In cazul maşinii 2,care are conexiunea în stea, $Z_2/2p$ este 11, deci pentru ordinul de armonică b=-1 este îndeplinită condiţia ca tensiunile electromotoare induse în fazele statorice să fie de tip homopolar,-11=-12+1.* In concluzie la această maşină nu există în stator decît armonica de curent de ordinul b=1 care nu produce cîmpuri de ordine de armonică ε diferite de ordinele de armonică ν pe care le produc curentul de frecvenţa reţelei.

In cazul maşinii 1, conexiunea fiind în triunghi,există curenţi armonică de ordinul b=±1 în înfăşurarea statorică.Curenţ

---

* Paragraful 1.4.3,relaţia (1.69)

armonică de ordinul $b=+1$ îndeplineşte condiţia de homopolaritate adică $bZ_2/2p=\mathcal{M}(3)+1$, $7=6+1$, şi dă un cîmp statoric cu armonici de spaţiu de ordinul ε diferite de ordinele ν pe care le produce curentul statoric de frecvenţa reţelei. Acest cîmp induce în rotor tensiuni electromotoare de frecvenţe identice cu cele induse de cîmpurile armonice de ordinele ν, deci şi în acest caz reacţia se încheie la stator.

Infăşurările statorice fiind în simplu strat la ambele maşini, numărul de spire pe fază este $w_1=pqs_b/a_1$, a_1 fiind 2 la maşina 1 şi 1 la maşina 2. In expresiile inductivităţilor proprii şi de cuplaj, la ambele maşini apare coeficientul 2, întrucît în capitolul 1 aceste expresii s-au calculat în ipoteza unor înfăşurări în dublu strat şi acest coeficient este introdus în w_1.

Sistemul general de ecuaţii de tensiuni pentru maşina 1 conţine zece ecuaţii şi anume o ecuaţie pentru curentul statoric de frecvenţa reţelei, două ecuaţii pentru curenţii armonici statorici de ordinul $b=\pm 1$ şi şapte ecuaţii pentru rotor una pentru curentul de frecvenţa reţelei, $\nu'=p$, două pentru curenţii armonici datoraţi crestării, $\nu'=p\pm Z_1$, două pentru curenţii daţi de primele două armonici de spaţiu statorice $\nu=-5p$, $\nu=7p$. Ultimele două ecuaţii rotorice pot fi fie pentru armonici de crestare $\nu'=-5p+Z_1$, $\nu'=7p-Z_1$ fie pentru armonici de spaţiu $\nu=-11p$, $\nu=13p$ şi în calcule vor fi considerate ambele alternative.

Sistemul de ecuaţii de tensiuni pentru maşina 1 este:

$$\underline{U}_1=\left[R_{1q}+j\omega_1\left(L_{d1q}+\sum_{\nu}{}^{\nu}L'_{1\rho}\right)\right]\underline{I}_{1\rho}+j\omega_1\sum_{\nu''=\nu,\nu'}{}^{\nu''}M'_{21\rho}\,{}^{\nu''}k_M\,{}^{\nu''}\underline{I}_R\quad, \tag{5.1}$$

$$0=j^{\nu}s\omega_1\,{}^{\nu,\nu}M'_{12}\underline{I}_{1\rho}+\left[{}^{\nu}R_{2\sigma}+j^{\nu}s\omega_1\left({}^{\nu}L_{d2\sigma}+\sum_{b=0,\pm1}{}^{\nu+bZ_2}L'_R\right)\right]{}^{\nu}\underline{I}_R+j^{\nu}s\omega_1\,{}^{\nu+Z_2}M'^{-Z_2}_{12}\underline{I}_{1\rho}\,,\quad \nu=p,-5p,7p,(-11p,13p) \tag{5.2}$$

$$0=j^{\nu'}s\omega_1\frac{\lambda_1}{2}{}^{\nu,\nu'}M'_{12}\underline{I}_{1\rho}+\left[{}^{\nu'}R_{2\sigma}+j^{\nu'}s\omega_1\left({}^{\nu'}L_{d2\sigma}+\sum_{b=0,\pm1}{}^{\nu'+bZ_2}L'_R\right)\right]{}^{\nu'}\underline{I}_R\quad,\quad \nu'=p-Z_1,p+Z_1,(-5p+Z_1,7p-Z_1) \tag{5.3}$$

$$0=j^{\pm Z_2}s\left(1+\frac{\lambda_2}{2}\right)\omega_1\sum_{\nu''=\nu,\nu'}\left({}^{\nu''\pm Z_2}M'_{21\rho}\,{}^{\nu''}\underline{I}_R\right)+\left[{}^{\pm Z_2}R_{1q}+j^{\pm Z_2}s\omega_1\left({}^{\pm Z_2}L_{d1q}+{}^{p\mp Z_2}L'_{1\rho}\right)\right]{}^{\pm Z_2}\underline{I}_{1\rho}\,, \tag{5.4}$$

conţinînd în cazul considerării a patru armonici de crestare în rotor trei ecuaţii de tipul (5.2) şi patru ecuaţii de tipul (5.3). In cazul considerării a patru armonici de spaţiu în rotor sistemul de ecuaţii de tensiuni conţine cinci ecuaţii de tipul (5.2) şi două ecuaţii de tipul (5.3). In ambele cazuri există o ecuaţie de tipul (5.1) şi două ecuaţii de tipul (5.4).

Pentru maşina 2 neexistînd în stator decît curentul armonic de ordinul b=1 ecuaţiile de tipul (5.2) şi (5.4) devin:

$$0 = j^{\nu} s \omega_1 {}^{\nu,\nu}M'_{12} \underline{\mathbf{I}}_{1\varrho} + \left[{}^{\nu}R_{2\sigma} + j^{\nu} s \omega_1 \left({}^{\nu}L_{d2\sigma} + \sum_{b=0,1} {}^{\nu+bZ_2}L'_{R} \right) \right] {}^{\nu}\underline{\mathbf{I}}_R \; , \tag{5.2'}$$

$$0 = j^{-Z_2} s \omega_1 \left(1 + \frac{\lambda_2}{2}\right) \sum_{\nu''} \left({}^{\nu+Z_2}M'_{21\varrho} {}^{\nu'}\underline{\mathbf{I}}_{R} \right) + \left[{}^{-Z_2}R_{1q} + {}^{-Z_2}s\omega_1 \left({}^{-Z_2}L_{d1q} + {}^{p+Z_2}L'_{1\varrho} \right) \right] {}^{-Z_2}\underline{\mathbf{I}}_{1\varrho} . \tag{5.4'}$$

conţinînd în ambele variante, cu patru armonici de crestare, sau numai cu două armonici de crestare, un total de nouă ecuaţii.In cazul maşinii 2 s-au păstrat notaţiile corespunzătoare zonei întrucît nu există decît o zonă pe fază, deci parametrii zonei şi a fazei se confundă.

Ecuaţiile de tensiuni constituie un element important al modelului matematic şi al programului alcătuit pentru calculul caracteristicilor maşinilor încercate.

5.1. MODELUL MATEMATIC ŞI PROGRAMUL DE CALCUL

Modelul matematic pentru programul de calcul este alcătuit pe baza rezultatelor teoretice obţinute în capitolele anterioare şi urmăreşte în primul rînd calculul caracteristicii mecanice şi a armonicilor de curent din stator şi rotor. De fapt verificarea cea mai importantă a unei bune părţi din rezultatele teoretice obţinute constă tocmai într-o bună concordanţă între caracteristicile mecanice calculate şi ridicate experimental.

Programul pentru calculator este divizat în două părţi mari. In prima parte se urmăreşte calculul şi definitivarea factorilor de saturaţie şi a pierderilor în fier iar în cea de a doua parte sînt calculaţi curenţii din stator şi rotor şi cuplurile electromagnetice. Cele două părţi mari ale programului pot funcţiona şi separat ele fiind independente între ele. Schema bloc a programului întreg pentru calculul caracteristicii mecanice şi a curenţilor este dată în figura 5.1. O variantă a programului în limba-

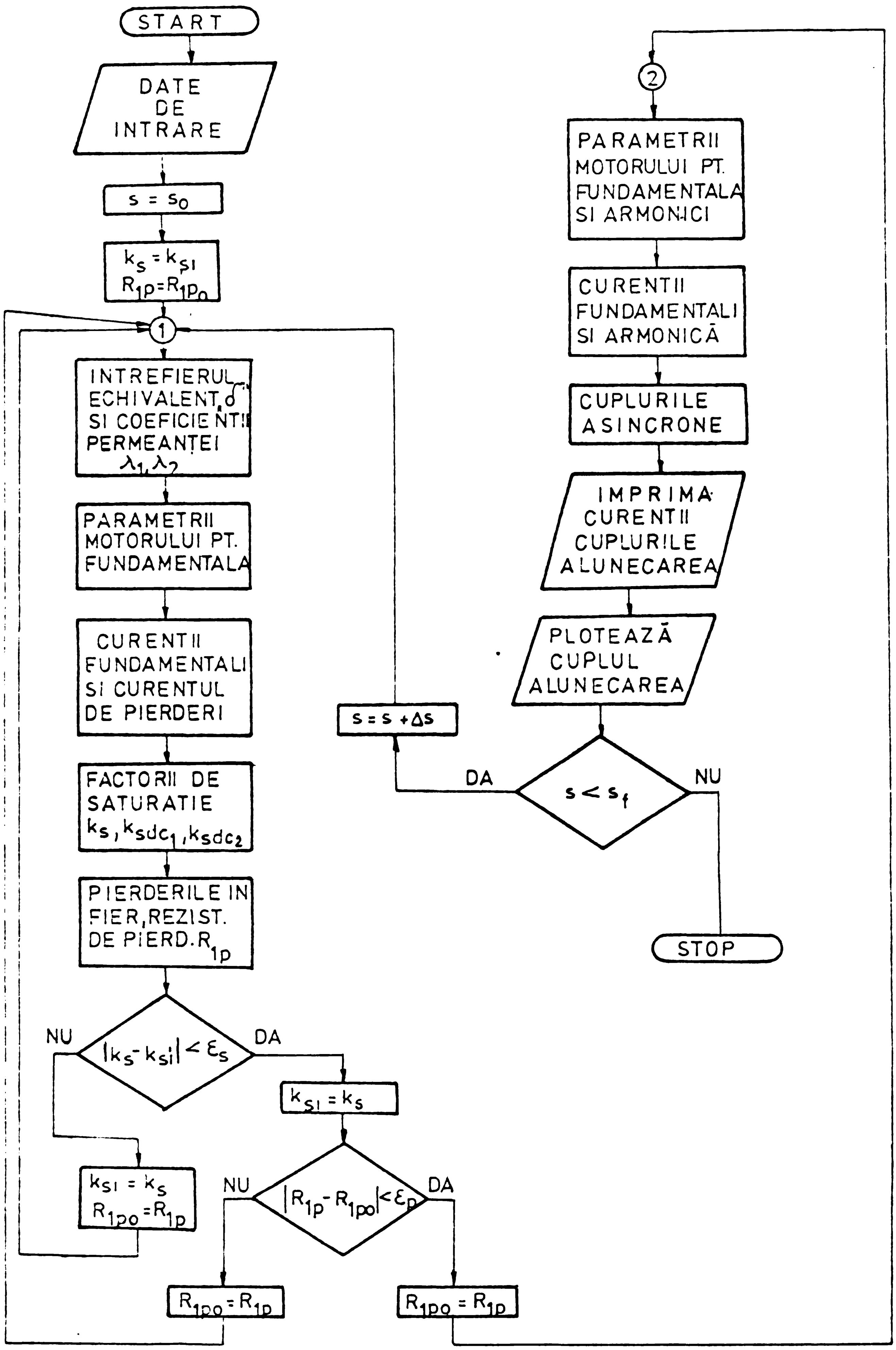


Fig.5.1. Schema logică a programului pentru calculul caracteristicii mecanice

jul calculatorului HP9820A utilizat este dată în ANEXA 3 care mai conţine schema bloc a subprogramului de rezolvare a sistemului de ecuaţii cu coeficienţi complecşi, o descriere amănunţită a programului, un tabel cu principalele mărimi din program şi cîteva elemente privind particularităţile de operare şi limbaj ale calculatorului.

Pentru prima parte a programului, blocul cuprins între punctele 1 şi 2 în schema bloc dată în figura 5.1, elementul central îl constituie rezolvarea ecuaţiilor de tensiuni de tipul ecuaţiilor (4.10) din capitolul 4. Pentru aceasta se calculează parametrii maşinii, care sînt coeficienţii ecuaţiilor, cu relaţiile date în capitolul 1. Iniţial factorii de saturaţie k_s şi k_{sdc} sînt luaţi egali cu unitatea şi în primul bloc din această parte a programului este calculat întrefierul echivalent δ''. Tot aici se calculează şi coeficienţii λ_1 şi λ_2 ai permeanţei echivalente variabile a întrefierului. După rezolvarea sistemului de ecuaţii de tensiuni se trece la calculul factorilor de saturaţie efectivi, a pierderilor în fier şi a rezistenţei echivalente de pierderi. Mersul de calcul este conform celui prezentat în capitolul 4. Calculul se reia de la început cu noile valori ale factorilor de saturaţie k_s, k_{sdc} şi ale rezistenţei echivalente de pierderi pînă cînd între două valori consecutive ale acestora există o diferenţă mai mică de cît valorile impuse ε_s şi ε_p. Această parte de program poate fi completată cu un bloc care să varieze tensiunea şi utilizată în acest fel pentru calculul caracteristicilor de mers în gol a maşinii $p_{Fe}=f(U_1)$, $P_{10}, I_{10}=f(U_1)$ etc. In această situaţie valoarea alunecării poate fi luată zero pentru mersul în gol ideal sau egală cu cea de mers în gol pentru mersul în gol uzual.

Dacă prima parte este conectată cu cea de a doua pentru calculul caracteristicii mecanice, ca în schema bloc din figura 5.1, atunci din ea rezultă valorile finale ale întrefierului echivalent şi ale coeficienţilor λ_1 şi λ_2 ai permeanţei echivalente variabile. Cu aceste valori se calculează în continuare inductivităţile proprii şi de cuplaj precum şi cele de dispersie care constituie coeficienţii sistemului de ecuaţii de tensiuni format din ecuaţiile (5.1),(5.2),(5.3) şi (5.4) la maşina 1 sau din ecuaţiile (5.1), (5.2'),(5.3) şi (5.4') la maşina 2. Programul de calcul din ANEXA 3 este scris pentru maşina 1 în varianta cu patru armonici de crestare, modificările necesare pentru cealaltă variantă ca şi pentru maşina 2 fiind prezentate în descrierea programului dată în aceeaşi anexă.

După rezolvarea sistemului de ecuaţii de tensiuni se obţin valorile curenţilor cu care se calculează cuplurile electromagnetice de tip asincron. Programul continuă pentru o nouă alunecare pînă cînd alunecarea are valoare mai mare de. cît s_f valoarea maximă de alunecare introdusă.

Dacă această parte a doua a programului este rulată separat rezultă curenţii şi cuplurile electromagnetice pentru maşina cu o saturaţie oarecare dată şi nu se mai poate introduce cuplul datorat pierderilor în fierul rotorului care se calcula în varianta anterioară.

Programul poate fi uşor adaptat pentru calculul altor caracteristici, cum ar fi cea de scurtcircuit, de exemplu.Acestea nu au fost introduse în lucrare întrucît nu sînt direct legate de subiect. S-a introdus, totuşi, calculul caracteristicii pierderilor în fier în funcţie de tensiune la mersul în gol pentru a se proba valabilitatea metodei de calcul a pierderilor în fier prezentată în capitolul 4.

Modelul matematic care stă la baza programului de calculator nu s-a dezvoltat mai mult întrucît el se bazează pe rezultatele obţinute în capitolele anterioare şi în ANEXA 3 este dată o descriere în detaliu a programului, fiind uşor de urmărit astfel şi modelul matematic.

Programul a fost scris pentru un calculator de mici dimensiuni, HP9820A , pentru că acesta este suficient în cazurile considerate şi se găseşte în dotarea laboratorului de calcul de la Institutul Politehnic Cluj. Acest program poate fi transcris pentru un calculator mare, diferenţele de limbaj nefiind importante.

5.2. REZULTATE DE CALCUL

Cu programul descris în capitolul anterior s-au calculat caracteristicile mecanice şi caracteristica pierderilor în fier în funcţie de tensiune la mersul în gol pentru cele două maşini considerate. Valorile mărimilor de intrare în program calculate din datele constructive sau determinate în capitolul 2 sînt date în tabelul A3.1 din ANEXA 3. Pentru fiecare maşină s-au considerat două variante de calcul a caracteristicii mecanice, una cu patru armonici de crestare şi alta cu patru armonici de spaţiu şi numai două de crestare.

5.2.1. Caracteristica mecanică

Caracteristica mecanică experimentală s-a ridicat prin puncte menţinîndu-se riguros tensiunea de alimentare pe un stand dotat cu aparatură de măsură de bună calitate. A fost preferată această metodă de ridicare experimentală întrucît ea oferă încă o precizie mai mare decît celelalte metode utilizate. Valorile obţinute sînt date în ANEXA 1, tabelul A1.3 pentru maşina 1 şi tabelul A1.4 pentru maşina 2.

In calcule rezistenţele zonei statorice s-au luat pentru temperatura de 75°C iar rezistenţele barei şi a inelului rotoric pentru temperatura de 120°C, ţinînd cont de modul în care s-a făcut ridicarea experimentală a caracteristicii mecanice.

Toate rezultatele obţinute sînt date în ANEXA 4. Caracteristicile mecanice calculate pentru maşina 1 sînt date în figura A4.1. pentru varianta cu patru armonici de crestare şi în figura A4.2 pentru varianta cu patru armonici de spaţiu. In ambele figuri caracteristicile calculate reprezentate cu puncte notate cu x unite între ele sînt comparate cu caracteristica experimentală reprezentată prin puncte notate cu + .Aceleaşi caracteristici reprezentate în acelaşi mod sînt date în figurile A4.5 şi A4.6 pentru maşina 2. Principalele cupluri parazite de tip asincron sînt reprezentate în figura A4.7 pentru maşina 2 şi în figurile A4.3 şi A4.4 pentru maşina 1 la care considerarea armonicilor de spaţiu de ordinele -11p şi 13p modifică cuplurile parazite datorate armonicilor de curent din stator.

Valorile curenţilor pentru cele două variante de calcul se dau în tabelele A4.1, A4.3 şi A4.5 şi A4.6 iar valorile cuplurilor în tabelele A4.3, A4.4 şi respectiv A4.7, A4.8 pentru cele două maşini, maşina 1 respectiv maşina 2.

In cazul maşinii 1 există şi un cuplu sincron care apare la alunecarea $s=0,857$, pentru armonica de curent din stator de ordin $b=-1$. Valoarea maximă a acestui cuplu are loc la

$$\beta_R = \pm \frac{\pi}{2Z_2} ,$$

rezultînd din interacţiunea curentului de frecvenţa reţelei din stator şi a curentului armonic de ordinul 13p din rotor, fiind dată de:

$$M_s = 2m_1 l\tau \frac{w_1 Z_2 \mu_0}{\pi \delta''} I_1^{13p} I_R \frac{{}^{-2}k_{w1}{}^{-2}k_{f1}}{-2} \cdot \frac{{}^{-2}k_{f2}{}^{-2}k_{i2}}{-2} \sin\left(-2\frac{\pi}{Z_2}\right)\Big|_{s=0,857}$$

unde μ =13p-28=-2, şi se obţine:

$$M_{sin\ max} = 5{,}9463\ \text{Nm}$$

Amplitudinile maxime ale cuplurilor parazite asincrone datorate armonicilor de spaţiu s-au calculat, raportat la cuplul de pornire, cu metoda indicată în Richter [73] , şi rezultatele sînt comparate cu cele obţinute în lucrare în tabelul 5.1 pentru maşina 1 şi maşina 2. Pentru maşina 1 s-a făcut calculul şi pentru cuplul sincron, compararea fiind dată tot în tabelul 5.1. Cuplurile de pornire, conform rezultatelor date în tabelele A4.4 şi A4.8 sînt 92,8 Nm pentru maşina 1 şi 16 Nm pentru maşina 2.

Tabelul 5.1

	Maşina 1					Maşina 2			
Ordinul de armonică	-10	14	-22	26	2/26	-5	7	-11	13
După [73]	$-4{,}0\times10^{-2}$	$0{,}9\times10^{-2}$	$-3{,}6\times10^{-4}$	$1{,}96\times10^{-5}$	$8{,}69\times10^{-2}$	-0,194	$5{,}94\times10^{-2}$	$-8{,}8\times10^{-3}$	$3{,}5\times10^{-3}$
Calculat	$-4{,}2\times10^{-2}$	$1{,}1\times10^{-2}$	$-4{,}9\times10^{-4}$	$2{,}82\times10^{-5}$	$6{,}41\times10^{-2}$	-0,1937	$6{,}41\times10^{-2}$	$-8{,}4\times10^{-3}$	$3{,}45\times10^{-3}$

După cum se observă din tabelul 5.1, între valorile maxime ale cuplurilor parazite, date de armonicile de spaţiu,calculate după Richter şi cu programul elaborat în lucrare există o concordanţă corespunzătoare. Aceasta dovedeşte că modelul matematic alcătuit este bun.

Analiza rezultatelor obţinute prin calculul caracteristicilor mecanice şi a curenţilor conduce la următoarele concluzii:

1.-Concordanţa între caracteristicile mecanice calculate şi cele ridicate experimental este bună

2.-Armonicile de spaţiu de ordinele -11p şi 13p ca şi armonicile de deschidere de ordinele $-5p+Z_1$ şi $7p-Z_1$ nu sînt importante, amplitudinile lor neafectînd caracteristica mecanică rezultantă.

3.-In cazul maşinii 1,considerarea armonicilor de spaţiu de ordinele -11p şi 13p în locul armonicilor de deschidere de ordinele $-5p+Z_1$, $7p-Z_1$, produce modificarea celor două cupluri parazite datorate armonicilor de curent statoric după cum se poate observa prin compararea figurilor A4.3 şi A4.4, dar global caracteristica mecanică rezultantă este practic nemodificată.

4.-Armonicile de deschidere de ordinele $p-Z_1$ şi $p+Z_1$ dau cupluri parazite de tip asincron de valori apropiate cuplurilor parazite produse de armonicile de repartiţie de ordinele -5p şi 7p, deci considerarea lor este necesară.

5.-Armonicile statorice datorate reacţiei rotorice dau cupluri parazite cu amplitudinile cele mai importante,contribuind decisiv la forma caracteristicii mecanice.

6.-Numărul de ordine de armonică considerate a fost suficient întrucît numai cîteva ordine de armonică au un aport mai important la caracteristica mecanică

7-Curenţii armonici statorici datoraţi reacţiei rotorice au valori destul de importante ceea ce deranjează reţeaua.

8.-Valorile factorilor de saturaţie ai deschiderilor de crestătură k_{sdc} au valori sub 1,1 astfel că influenţa lor asupra dispersiei crestăturii este redusă.

9.-Factorul de saturaţie k_s depăşeşte valoarea 2 la alunecări în jurul lui 1, ceea ce demonstrează oportunitatea considerării sale.

10.-Concordanţa între curenţii de scurtcircuit măsuraţi şi cei calculaţi în program la s=1 este corespunzătoare, obţinîndu-se pentru maşina 1, 75,5 A calculat, faţă de 80,8 A măsurat la 225 V, iar pentru maşina 2, 33,64 A calculat, faţă de 36 A măsurat la 226,2 V.

5.2.2. Calculul pierderilor în fier

Pentru o verificare a metodicii de calcul a pierderilor în fier şi implicit a cuplului electromagnetic de pierderi în fier, cu ajutorul primei părţi a programului s-au calculat pierderile în fier în funcţie de tensiunea la borne pentru mersul în gol ideal, s=0. Caracteristicile obţinute sînt date în figurile A5.1 şi A5.2 din ANEXA 5, pentru maşina 1 respectiv maşina 2, valorile calculate fiind prezentate în tabelul 5.2.

Tabelul 5.2

U [V]	220	210	200	190	180	170	160	150	140	130	120
maşina 1 P_{Fe} [W]	381,5	341,3	299,0	254,0	223,6	188,3	167,0	146,3	126,0	113,3	86,3
maşina 2 P_{Fe} [W]	236,0	205,9	180,6	157,3	136,4	117,9	100,9	85,9	72,9	61,8	52,7

Compararea acestor rezultate cu cele obţinute experimental pentru mersul în gol tehnic arată că pierderile în fier calculate au valori mai mari, dar de acelaşi ordin de mărime, obţinîndu-se în fond o caracteristică suficient de apropiată de cea experimentală. Diferenţele care apar se datorează în primul rînd modului destul de grosier în care se introduc coeficienţii ce ţin cont de prelucrarea tolelor în formulele de calcul a pierderilor.

C O N C L U Z I I

Rezultatele teoretice obținute în teză și confruntarea elementelor calculate cu cele experimentale conduc la următoarele concluzii generale:

1. Compararea valorilor inducției în întrefier, determinate experimental în cuva electrolitică, cu cele calculate în diferite aproximări arată că pentru $b_o/t \leq 0,3$ trebuie utilizată aproximarea lui Richter (1.7), iar pentru $b_o/t > 0,3$ aproximarea lui Weber (1.4).

2. Coeficientul de formă al solenației, care ține cont de deschiderea reală a crestăturii, permite evidențierea reducerii amplitudinii armonicilor din cîmp cu numere de ordine apropiate de numărul de crestături al armăturii care le produce odată cu creșterea deschiderii raportate a crestăturii (b_o/t).

3. Factorii de deschidere evidențiază teoretic efectul de redresare al armonicilor din cîmp de ordinul $p \pm Z$, care induc astfel t.e.m. amplificate în înfășurările armăturii a cărei număr de crestături satisface condiția de ordin. Deci crestarea poate amplifica armonici existente în cîmp dar nu este cauza inducerii unor tensiuni armonice de ordinul $p \pm Z$ proprii.

4. Amplificarea maximă a t.e.m. induse de armonicile din cîmp de ordinul $p \pm Z$, datorită deschiderilor proprii de crestături, are loc pentru valori de 0,5 - 0,6 ale raportului b_o/t.

5. Fundamentala și armonicile din cîmp cu numere de ordine mult diferite de numărul de crestături induc t.e.m. care scad cu creșterea raportului b_o/t, fiind practic neinfluențate de factorii de deschidere.

6. Pentru valori ale diferenței $|Z_1 - Z_2|$ apropiate de p se produce o amplificare a armonicii din cîmp de ordinul Z_2 de către crestarea statorică, rezultînd valori mari pentru curenții statorici armonică de ordinul $\pm Z_2$ și cuplurile produse de aceștia. Dintre cele două mașini încercate, la mașina 2 unde $Z_1 - Z_2 = 2p$, și factorul de deschidere statoric este $^{Z_2}k_{bS} = 1+5,26\lambda_1$, cuplul dat de armonica de curent statorică de ordinul Z_2 raportat la cuplul maxim este mult mai important decît la mașina 1 unde $Z_1 - Z_2 = 4p$ și $^{Z_2}k_{bS} = 1+1,53\lambda_1$.

7. Alegerea deschiderii crestăturii trebuie făcută ... în condițiile unei ... dispersii ... (h$_0$/b$_0$ ... amplificarea armonicilor de ordinul ... cît mai mic (... mic).

8. Forma crestăturii trebui ... simultan o ... permeanță cît mai mică și o solicitare ... convenabilă ... secțiunea dintelui, formele dreptunghiulare și trapezoidale ... făcînd cel mai bine aceste deziderate.

9. Conectarea zonelor este importantă influențînd conținutul ... armonici al cîmpului din întrefier. Conectarea ... fără legături de egalizare a zonelor dă cel mai ... armonici.

10. Modelul matematic obținut constituie un instrument ... analiză, valabilitatea sa fiind dovedită prin concordanța ... între calcule și rezultatele experimentale.

11. Metoda de studiu elaborată se poate extinde ... mașinile rotative cu întrefier constant alimentate cu si... sinusoidale sau nesinusoidale de tensiuni.

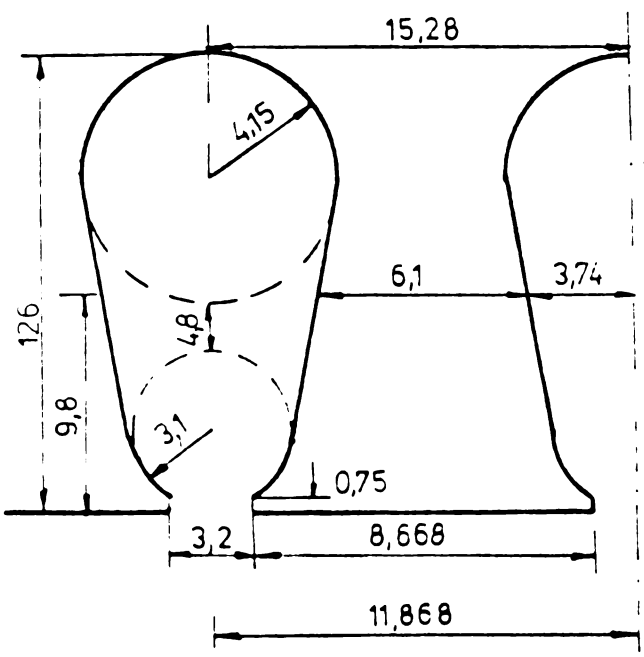
12. Programul alcătuit calculează caracteristica mecanică, curenții, armonicile de curenți, cuplul fundamental și cuplurile parazite pentru mașinile cu rotor în colivie. Din acest ... este indicată utilizarea sa în calculul de proiectare pentru verificarea caracteristicilor.

ANEXA 1

TABELUL A1.1.

DATE CONSTRUCTIVE PENTRU MOTORUL TIP 132S; 5,5; 1500				
Gabarit	Nr. de poli	Putere	Tens.de faz.	Conexiune
132S	2p = 4	5,5 Kw	220 V	TRIUNGH.
CIRCUIT MAGNETIC				
Dex = 212 mm Dint=136 mm	δ =0,35 mm Dax=50 mm	l=110 mm k_{Fe}=0,95	Z_1= 36 Z_2= 28	
INFASURAREA STATORICA				
Tipul înfăşurării	1 strat	Conductoare în paralel	a_c= 1	
Căi de curent	a_p = 2	Nr.de cond.în crest.	N_c=50	
Pasul înfăşurării	y = 9	Rezist.fazei la 20°	0,662	
INFASURAREA ROTORICA				
Suprafaţa barei	86,64 mm^2	Inălţimea inelului	23 mm	
Inclinarea crestăturii	11,9 mm	Grosimea inelului	10 mm	
DIMENSIUNILE CRESTATURII SI DINTELUI				

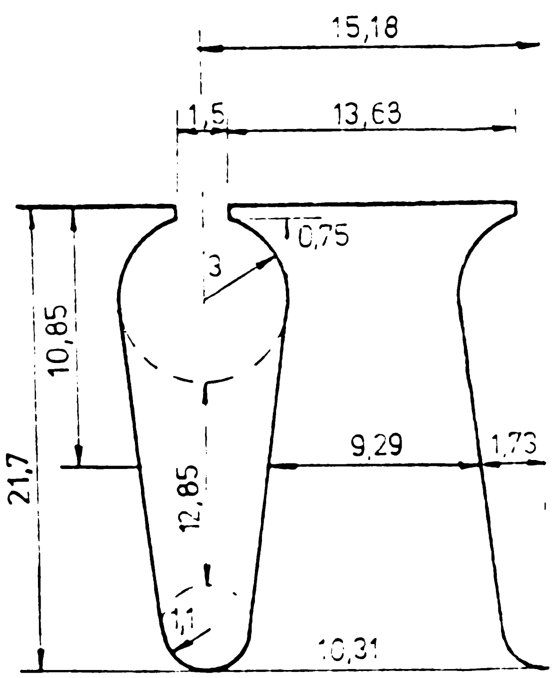
STATOR



VOLUM CAP DINTE $8 \times 10^{-7} m^3$

VOLUM DINTE $1,45 \times 10^{-5} m^3$

ROTOR



VOLUM CAP DINTE $1,13 \times 10^{-6} m^3$

VOLUM DINTE $2,09 \times 10^{-5} m^3$

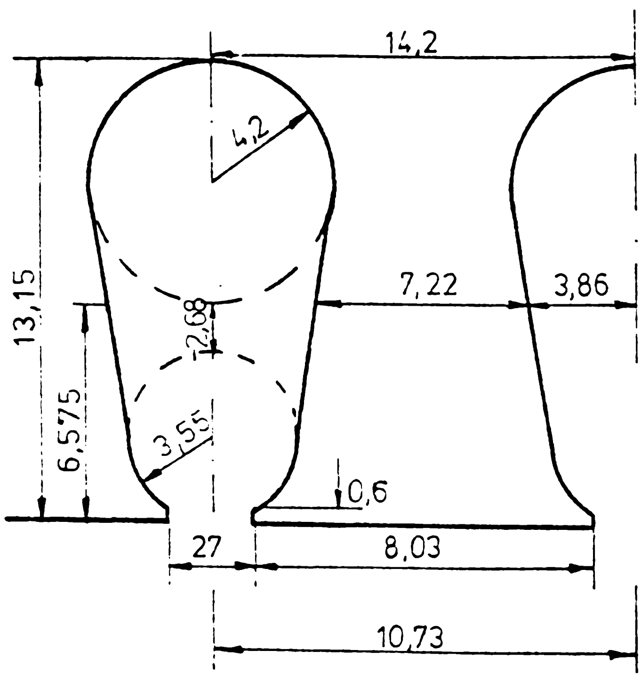
BUPT

ANEXA 1

TABELUL A1.2.

DATE CONSTRUCTIVE PENTRU MOTORUL TIP 90L; 2,2; 3000				
Gabarit	Nr.de poli	Putere	Tens.de faz.	Conexiune
90L	2p = 2	2,2 Kw	220 V	STEA
CIRCUIT MAGNETIC				
Dex = 143 mm Dint= 82 mm	δ = 0,3 mm Dax=32 mm	l = 85 mm k_{Fe} = 0,95	Z_1= 24 Z_2= 22	
INFASURAREA STATORICA				
Tipul înfăşurării 1 strat Căi de curent a_p= 1 Pasul înfăşurării y =12	Conductoare în paralel a_c=1 Nr.de cond.în crest. N_c=47 Rezist.fazei la 20° 2,23			
INFASURAREA ROTORICA				
Suprafaţa barei 49,92 mm² Inclinarea crestăturii 10,73 mm	Inălţimea inelului 18 mm Grosimea inelului 13 mm			
DIMENSIUNILE CRESTATURII SI DINTELUI				

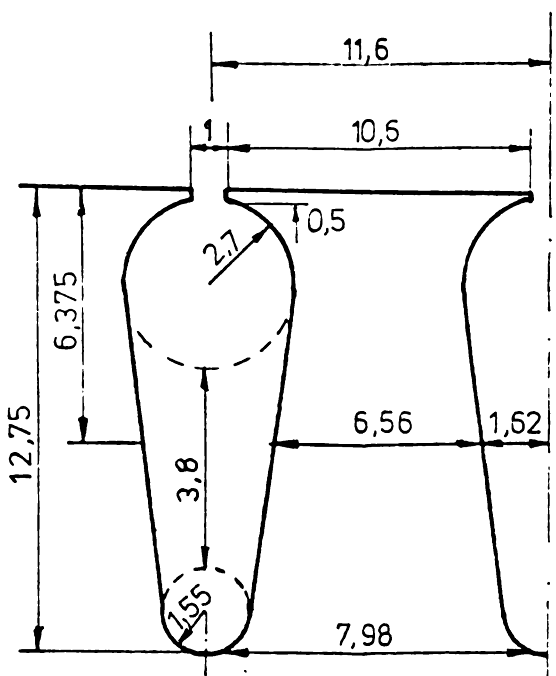
STATOR



VOLUM CAP DINTE $4,1\times10^{-7}$ m^3

VOLUM DINTE $6,32\times10^{-6}$ m^3

ROTOR



VOLUM CAP DINTE $4,51\times10^{-7}$ m^3

VOLUM DINTE $6,37\times10^{-6}$ m^3

Tabelul A 1.3

ÎNCERCĂRI PENTRU MOTORUL TIP 132S;5,5;1500

ÎNCERCAREA DE MERS ÎN GOL

U_f [V]	233	220	204	181,5	157	133	115	97
I_f [A]	6,2	5,2	4,4	3,6	2,9	2,3	2	1,7
P_o [W]	480	372	284	222	180	144	126	103
P_{Fe} [W]	338	254	183	136	103	74	58	38

ÎNCERCAREA DE SCURTCIRCUIT

U_f [V]	225	182	150,3	131	109	81	58,5	40
I_f [A]	80,8	60,6	47,3	39,3	30,8	21,2	14,6	9,8
P_{Sc} [W]	32.289	19.077	11.726	8244	5112	2425	1142	575,2

CARACTERISTICA MECANICĂ

M [Nm]	39	66	92	106	99	90,5	83	77	75	74	82	84	90	100	105	115	11[illegible]
n [rot/min]	1450	1370	1280	1180	960	690	500	420	210	150	0	-55	-80	-100	-160	-330	-8[illegible]

Tabelul A 1.4

INCERCĂRI PENTRU MOTORUL TIP 90L;2,2; 3000;

ÎNCERCAREA DE MERS ÎN GOL

U_f [V]	249	234	219,5	200	159,7	139,5	116,6	92,6
I_f [A]	3,6	2,87	2,32	1,76	1,07	0,88	0,71	0,576
P_o [W]	467	332	247,3	168	102	91,2	79	58,9
P_{Fe} [W]	320,7	219	155	92	40,8	32,5	22,5	13,5

ÎNCERCAREA DE SCURTCIRCUIT

U_f [V]	226,2	190	171	155	132	108	90	57
I_f [A]	36	27,3	24,3	21,5	18,3	14,7	12,3	7,6
P_{Sc} [W]	20.199	13.029	10.356	8264	5930	3815	2588	950

CARACTERISTICA MECANICĂ

M [Nm]	11,3	18,5	21,4	22,9	21,9	21	19	17,3	15,8	14,5	15,4	15,3	14,8	17,2	17,5	18	21[illegible]
n [rot/min]	2800	2500	2200	2000	1830	1570	1370	1050	780	560	380	220	170	110	30	0	-15

A N E X A 2

A2.1. CALCULUL PERMEANTELOR SPECIFICE LA CRESTATURI DE FORMA TRAPEZOIDALA

Calculele se efectuează în condiţiile următoarelor ipoteze:

- Miezul feromagnetic are permeabilitatea infinită ,
- Mediul conductor este liniar,
- Elementul de crestătură rezultă prin tăierea unui cilindru multistrat cu două plane axiale care formează între ele un unghi oarecare.
- Lungimea cilindrului conductor este infinită în comparaţie cu grosimea lui.

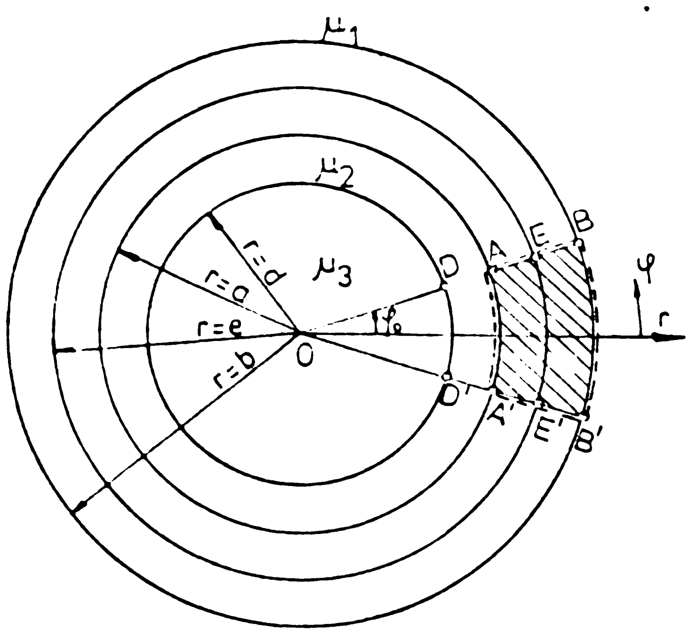


Fig.A2.1. Secţiune perpendiculară pe axă prin cilindrul considerat şi notaţiile corespunzătoare.

Sistemul de coordonate utilizat este cilindric cu coordonatele r,φ,z şi versorii corespunzători $\bar{a}_r$, $\bar{a}_\varphi$ şi $\bar{a}_z$ .Potenţialul magnetic vector se notează cu $\bar{A}$, A_z fiind componenta sa după direcţia z, intensitatea cîmpului magnetic se notează cu $\bar{H},H_r$,H_φ ,H_z fiind componentele sale după cele trei direcţii, iar densitatea de curent se notează cu J.

In figura A2.1. este prezentată secţiunea prin cilindrul multistrat considerat cu planele de tăiere OB' şi DB, notaţiile introduse şi originile pentru coordonatele plane r şi φ .

Cazul 1.(Element de crestătură statoric conţinînd conductoare de la o latură de bobină).Pentru acest caz se consideră $\mu_1=\infty$, $\mu_2=\mu_3=\mu_0$ şi densitatea uniformă de curent pe secţiunea ABB'A',

$$J = \frac{Ni}{(b^2-a^2)\varphi_0} \qquad (A2.1)$$

N fiind numărul de conductoare din crestătură, iar i curentul care le parcurge.

Potenţialul magnetic vector are numai componentă după direcţia z şi pentru porţiunea conductoare caracterizată de densitatea de curent J

$$\Delta A_z = -\mu J \ ,$$

sau, cum A_z este numai funcţie de r,

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dA_z}{dr}\right) = -\mu J \ , \qquad (A2.2)$$

ecuaţie diferenţială a cărei soluţie este:

$$A_z = -\mu J r^2/4 + C_1 \ln r + C_2 \qquad (A2.3)$$

constantele de integrare C_1 şi C_2 urmînd să se determine din condiţiile de contur.

Relaţia dintre $\bar{A}$ şi $\bar{H}$ este:

$$\mathrm{rot}\bar{A} = \mu\bar{H}$$

de unde, după efectuarea calculelor se obţine:

$$-\frac{\partial A_z}{\partial r}\bar{a}_\varphi = \mu\bar{H}_\varphi\cdot\bar{a}_\varphi \qquad (A2.4)$$

relaţia care permite exprimarea constantei C_1, întrucît

$$\oint_{A'B'BAA'} \bar{H}\,\bar{dl} = \int_{\varphi_0}^{-\varphi_0} H_\varphi r\,d\varphi = Ni \qquad (A2.5)$$

şi din relaţiile (A2.4) şi (A2.5) rezultă expresia lui C_1,

$$C_1 = \mu\left[\frac{Ni}{2\varphi_0} + J\frac{r^2}{2}\right]_{r=a} = \mu_0\left(\frac{Ni}{2\varphi_0} + J\frac{a^2}{2}\right), \qquad (A2.6)$$

Constanta C_2 se determină din condiţia

$$A_z\Big|_{r=b} = 0$$

şi expresia potenţialului magnetic vector devine:

$$A_z=\mu\frac{Ni}{4\varphi_o(b^2-a^2)}(b^2-r^2+2b^2\ln\frac{r}{b}) \qquad (A2.7)$$

Energia magnetică acumulată în crestătură este:

$$W_m=\frac{1}{2}\int_V \text{rot}\,\bar{A}.\bar{H}\cdot dv=\frac{1}{2}\int_V \bar{A}\bar{J}\cdot dv+\frac{1}{2}\int_S(\bar{A}.\bar{H})\bar{n}\cdot ds \qquad (A2.8)$$

n fiind normala la suprafaţa S exterioară volumului V, ds şi dv elementele de suprafaţă şi volum, dar întrucît cîmpul este plan paralel $\bar{A}\bar{J}=A_zJ$ iar

$$(\bar{A}x\bar{H})\bar{n}=-A_z(\bar{a}_\varphi H_r-\bar{a}_r H_\varphi)\bar{a}_r=A_zH_\varphi=-A_z\frac{\partial A_z}{\partial r}\frac{1}{\mu}\Big/_{r=a}$$

şi energia magnetică devine:

$$W_m=\frac{1}{2}\int_a^b\int_{-\varphi_o}^{\varphi_o}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\mu\left(\frac{Ni}{2\varphi_o(b^2-a^2)}\right)^2\left[b^2-r^2+2b^2\ln\frac{r}{b}\right]rd\varphi drdz -$$

$$-\frac{1}{2}\int_{-\varphi_o}^{\varphi_o}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\mu\left(\frac{Ni}{4\varphi(b^2-a^2)}\right)^2(b^2-r^2+2b^2\ln\frac{r}{b})(2b^2\frac{1}{r}-2r)rd\varphi dz\Big|_{r=a}$$

şi după efectuarea calculelor se obţine expresia permeanţei specifice

$$\lambda_d=\frac{2W_m}{\mu_o l(Ni)^2}=\frac{1}{2\varphi_o(b^2-a^2)^2}\left[-\frac{1}{4}(a^4-b^4)-\frac{1}{2}(b^2-a^2)^2-b^4\ln\frac{a}{b}\right].$$

(A2.9)

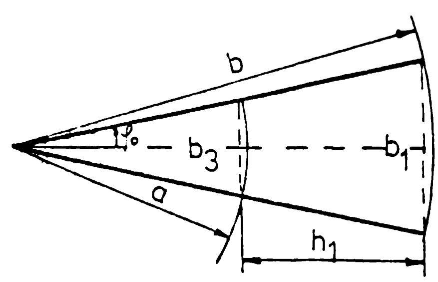


Fig.A2.2. Notaţii pentru Cazul 1.

Introducînd notaţia $c=a/b$ şi ţinînd cont de notaţiile din figura A2.2, adică $c=\frac{b_3}{b_1}$ şi $\varphi_o=\text{arctg}\frac{b_1-b_3}{2h_1}$ relaţia (A2.9) devine:

$$\lambda_d=\frac{1}{2\,\text{arctg}\left(\frac{b_1-b_3}{2h_1}\right)(1-c^2)}\cdot$$

$$\cdot\left[\ln\frac{1}{c}-\frac{1}{2}(1-c^2)^2-\frac{1}{4}(1-c^4)\right]. \qquad (A2.10)$$

Cazul 2.(Element de crestătură rotoric conţinînd conductoare de la o latură de bobină).

Pentru acest caz $\mu_1 = \mu_0$ şi $\mu_2 = \mu_3 = \infty$, densitatea de curent fiind definită tot cu relaţia (A2.1). Ecuaţia (A2.2) rămîne valabilă şi constantele de integrare pentru soluţie se determină în acelaşi fel dar C_1 pentru r=b şi C_2 pentru r=a. După efectuarea calculelor se obţine expresia potenţialului magnetic vector.

$$A_z = \frac{\mu_0 Ni}{4\varphi_0(b^2-a^2)}(a^2-r^2+2a^2\ln\frac{r}{a}) \qquad \text{(A2.11)}$$

şi cu aceleaşi notaţii ca în figura A2.2, permeanţa specifică este

$$\lambda_d = \frac{1}{2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{b_1-b_3}{2h_1}\right)(1-c^2)^2}\left[c^4\ln\frac{1}{c}+\frac{1}{2}(1-c^2)^2-\frac{1}{4}(1-c^4)\right], \qquad \text{(A2.12)}$$

unde $c=\frac{a}{b}=\frac{b_3}{b_1}$ ca şi în cazul anterior.

Cazul 3.(Loc de pană de formă trapezoidală).

Pentru acest caz se consideră $\mu_2 = \mu_0$, $\mu_3 = \mu_1 = \infty$, considerîndu-se crestătura închisă, iar în suprafaţa DAA'D'D densitatea de curent este nulă. In această condiţie ecuaţia (A2.2) devine:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dA_z}{dr}\right) = 0$$

cu soluţia:

$$A_z = C_1\ln r + C_2 .$$

Din condiţia $A_z = 0$ se determină C_2 iar din condiţia

$$-\left.\frac{dA_z}{dr}\right|_{r=a} = \mu H_\varphi\Big|_{r=a} = \frac{Ni}{2\varphi_0}$$

se determină C_1 obţinîndu-se pentru potenţialul magnetic vector expresia:

$$A_z = -\frac{Ni}{2\varphi_0}\ln\frac{r}{d}, \qquad \text{(A2.13)}$$

unde Ni reprezintă solenaţia cuprinsă în suprafaţa ABB'A'A.

Energia magnetică, în condiţia în care J=0, este:

$$W_m=\frac{1}{2}\int_S(\bar{A}\times\bar{H})\bar{n}\,ds=\frac{1}{2}\int_{-\varphi_0}^{\varphi_0}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\mu_0\left(\frac{Ni}{2\varphi_0}\right)^2\left(\ln\frac{r}{d}\cdot\frac{1}{r}\,r\,d\varphi\,dz\right)_{r=a}\;,$$

întrucît $(\bar{A}\times\bar{H})\bar{n}=-A_z\left.\frac{\partial A_z}{\partial r}\frac{1}{\mu_0}\right|_{r=a}$, şi permeanţa specifică rezultă:

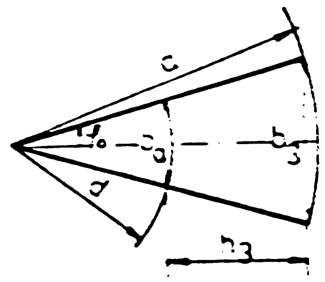


Fig.A2.3.Notaţii pentru cazul 3.

$$\lambda_d=\frac{1}{2\varphi_0}\ln\frac{a}{d}\;. \qquad (A2.14)$$

Ţinînd cont de notaţiile din figura A2.3 se obţine în final

$$\lambda=\frac{1}{2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{b_3-b_0}{2h_3}\right)}\cdot\ln\frac{b_3}{b_0} \qquad (A2.15)$$

Cazul 4. (Crestătură statorică conţinînd conductoare de la două laturi de bobină).

Se consideră $\mu_3=\mu_2=\mu_0$, $\mu_1=\infty$,suprafeţele AEE'A'A şi EE'B'BZ egale şi conţinînd cîte N conductoare parcurse de curentul i,definindu-se astfel două densităţi de curent J_a şi J_b date de relaţiile:

$$J_a=\frac{Ni}{\varphi_0(e^2-a^2)}\;,\qquad J_b=\frac{Ni}{\varphi_0(b^2-e^2)} \qquad (A2.16)$$

Pentru ambele porţiuni de crestătură rămîn valabile ecuaţiile stabilite în Cazul 1, adică relaţiile (A2.2) şi (A2.4), soluţia pentru A_z fiind dată de relaţia (A2.3).Pentru partea superioară, suprafaţa AEE'A'A, constanta C_1 se determină pentru r=a iar constanta C_2 pentru r=b obţinîndu-se:

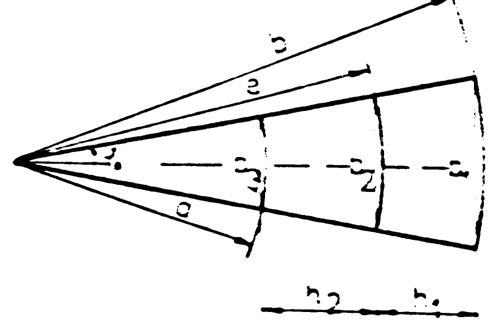


Fig.A2.4. Notaţii pentru cazul 4.

$$A_z=\frac{\mu_0 Ni}{4\varphi_0(e^2-a^2)^2}\cdot\left(b^2-r^2+2e^2\ln\frac{r}{b}\right) \qquad (A2.17)$$

Dacă se introduc notaţiile:

$$c=\frac{a}{b}\ ,\ c_b=\frac{e}{b}\ ,\ c_a=\frac{a}{e}\ ,\quad c=c_a c_b\ ,$$

se face legătura cu notaţiile pentru crestătură date în figura A2.4 şi se ţine cont de egalitatea celor două suprafeţe, $S_{AEE'A'A}$ $S_{EBB'E'E}$, adică

$$c=\frac{b_3}{b_1},\ c_b=\frac{b_2}{b_1},\ c_a=\frac{b_3}{b_2},\ c_a=\sqrt{\frac{2c^2}{1+c^2}}\ ,$$

$$c_b=\sqrt{\frac{1+c^2}{2}}\quad ,\quad \varphi=\mathrm{arctg}\,\frac{b_1-b_3}{2(h_1+h_2)}\ ,$$

se obţine în final, procedînd ca şi în primul caz tratat

$$\lambda_a=\frac{1}{2\varphi_0(1-c^2)^2}\left[(1+c^2)^2\ln c_b-(1+c^2)^2\ln c-\frac{1}{2}(1-c^2)^2-\frac{1}{4}(1-c^2)(1+3c^2)\right]\ .$$

Pentru stratul inferior, suprafaţa EBB'E'E în figura A2.1, constantele C_1 şi C_2 se determină tot pentru r=a, respectiv r=b şi expresia potenţialului magnetic vector devine:

$$A_z=\frac{\mu_0 Ni}{4\varphi_0(b-e)}\left[b^2-r^2+2(b^2-d^2+a^2)\ln\frac{r}{b}\right] \tag{A2.19}$$

şi se obţine permeanţa specifică:

$$\lambda_b=\frac{1}{2\varphi_0(1-c^2)^2}\left[(1-c^4)\ln\frac{1}{c}+(1+c^2)^2\ln\frac{1}{c_b}-\frac{1}{2}(1-c^2)^2-\frac{1}{4}(1-c^2)(c^2+3)\right]+\frac{1}{2\varphi_0}\ln\frac{1}{c_a} \tag{A2.20}$$

ultimul termen corespunzînd permeanţei calculate pe suprafaţa AEE'A'A în condiţiile considerării absenţei conductoarelor din această parte a crestăturii.

Pentru calculul permeanţei specifice corespunzătoare cuplajului dintre cele două laturi de bobină se consideră solenaţia Ni distribuită pe întreaga suprafaţă a crestăturii, suprafaţa ABB'A'A din figura A2.1, şi se obţine pentru potenţialul magnetic vector aceeaşi expresie ca şi în cazul 1, relaţia (A2.7). Cu acest potenţial magnetic vector echivalent se calculează energia magnetică acumulată în întreaga crestătură considerîndu-se că nu există curent în conductoare şi se obţine în final permeanţa specifică:

$$\lambda_m = \frac{1}{4\varphi_0(1-c^2)^2}\left[2(1-c^2)\ln\frac{1}{c} - (1-c^2)^2\right] - \frac{1}{2}\,\frac{1}{2\varphi_0}\cdot\ln\frac{1}{c_a} \quad (A2.21)$$

unde s-a scăzut jumătate din permeanţa calculată pentru suprafaţa AEE'A'A în absenţa conductoarelor în această parte a crestăturii.

Permeanţa totală a crestăturii este:

$$\lambda = \lambda_a + \lambda_b + 2\lambda_m = \frac{4}{2\varphi_0(1-c^2)^2}\left[\ln\frac{1}{c} - \frac{1}{2}(1-c^2)^2 - \frac{1}{4}(1-c^4)\right]. \quad (A2.22)$$

A2.2. CALCULUL PERMEANTEI SPECIFICE LA CRESTATURA OVALA

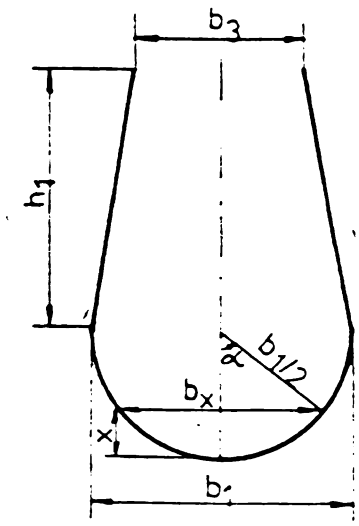


Fig.A2.5. Notaţii pentru crestătura ovală

Ipotezele de calcul sînt:

- Miezul feromagnetic are permeabilitatea infinită,
- Fluxul în crestătură este perpendicular pe planul median al crestăturii,
- Conductoarele din crestătură aparţin unei laturi de bobine şi sînt distribuite uniform, numărul lor într-o porţiune a crestăturii fiind proporţional cu suprafaţa porţiunii considerate.

In figura A2.5 sînt date notaţiile pentru mărimile caracteristice ale părţii din crestătură ocupate cu conductoare. Crestătura este împărţită, pentru calcul, în două porţiuni, porţiunea semicirculară şi cea trapezoidală. Pentru porţiunea semicirculară se obţine:

$$\lambda_{sc} = \frac{1}{N^2}\int_0^{b_1/2} N_x^2 \frac{dx}{b_x}, \quad (A2.23)$$

sau introducînd $b_x = b_1 \sin\alpha$, $dx = \frac{b_1}{2}\sin\alpha\, d\alpha$ şi $N_x = NA_x/A_{cr}$ unde A_{cr} este aria totală a crestăturii, $A_{cr} = \left[\pi b_1^2 + 4(b_1+b_3)h_1\right]\frac{1}{8}$ iar A_x este aria unui element din partea ovală,

$$A_x = \frac{b_1^2}{4}\left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}\right),$$

relaţia (A2.23) devine

$$\lambda_{sc} = \int_0^{\pi/2} \left[\frac{2b_1^2\left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}\right)}{\pi b_1^2 + 4(b_1 + b_3)h_1} \right]^2 \cdot \frac{d\alpha}{2} \quad .$$

Pentru porţiunea trapezoidală permeanţa specifică este:

$$\lambda_{tr} = \frac{1}{N^2} \int \left(N_{sc} + N_x\right)^2 \frac{dx}{b_x} \quad ,$$

şi introducînd $b_x = b_1 - \frac{x}{h_1}(b_1 - b_3)$, $N_x = N \frac{A_x}{A_{cr}}$, unde suprafaţa elementară $A_x = \frac{b_1 + b_x}{2}\, x$, iar numărul de conductoare din porţiunea semicirculară a crestăturii $N_{sc} = NA_{sc}/A_{cr}$, $A_{sc} = \pi b_1^2/8$, se obţine.

$$\lambda_{tr} = \int_0^{h_1} \left[\frac{\pi b_1^2 + 4(b_1 + b_x)x}{\pi b_1^2 + 4(b_1 + b_3)h_1} \right] \cdot \frac{dx}{b_x} \quad . \qquad (A2.25)$$

Permeanţa specifică a crestăturii considerate este suma celor două permeanţe specifice parţiale calculate;expresia ei fiind în final, după efectuarea calculelor şi introducerea notaţiilor $c = b_3/b_1$, $h = h_1/b_1$,

$$\lambda = \frac{1}{[\pi + 4h(1+c)]^2} \left\{ \frac{\pi^3}{12} - \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi h}{1-c}\left(\pi \ln\frac{1}{c} + \frac{8h}{1-c}\ln\frac{1}{c} - 8h\right) + \right. \qquad (A2.26)$$

$$\left. + 16h^3\left[1 + \frac{1}{(1-c)^3}\ln\frac{1}{c} - \frac{1}{(1-c)^2} - \frac{1}{2(1-c)} - \frac{1-c}{4}\right] \right\} \; .$$

A2.3. DEFINIREA FUNCTIILOR BESSEL $J_{n(x)}, I_{n(x)}, K_{n(x)}$, [26]

Funcţia Bessel ordinară de speţa întîi $J_{n(x)}$ este soluţia ecuaţiei diferenţiale

$$x^2 \frac{d^2y}{dt^2} + x\frac{dy}{dt} + (x^2 - \nu^2)\, y = 0$$

avînd expresia:

$$J_{n(x)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n}$$

ν fiind un întreg.

Funcţiile Bessel modificate de speţa întîi $I_{n(x)}$ şi de speţa a doua $K_{n(x)}$ sînt soluţiile ecuaţiei diferenţiale de tip Bessel modificate pentru cazul cînd n este un întreg ,

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{xdx} + \left(-1 - \frac{n^2}{x^2}\right) y = 0$$

şi au expresiile:

$$I_{n(x)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!(n+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n} ,$$

$$K_{n(x)} = \frac{\pi}{2} \frac{I_{-n(x)} - I_{n(x)}}{\sin n\pi} .$$

Derivatele funcţiilor Bessel modificate se obţin cu relaţiile de recurenţă:

$$I'_{n(x)} = I_{n-1(x)} - \frac{n}{x} I_{n(x)} ,$$

$$K'_{n(x)} = -K_{n-1(x)} - \frac{n}{x} K_{n(x)} .$$

Tabelul A2.1.

Corespondenţa dintre notaţiile utilizate şi numele variabilelor din programul pentru calculul dispersiei frontale a înfăşurării

Notaţia	p	w_1	Z_1	ζ_1	y_1	m_1	Z_2	T	L_{f1}
Variabila	P	C	ZS	Z1	Z2	MS	MR	D	D1S
Notaţia	L_{f2}	D_e	D_{f1}	D_{f2}	h_{1f}	b_{1f}	h_i	b_i	D
Variabila	D1R	H	E	G	AS	BS	AR	BR	DI

```
C          CALCULUL INDUCTIVITATII DE SCAPARI FRONTALE
C
           REAL KI1ZS,KI2ZR,KB,LS1,LR1,KS
           INTEGER P,Q,Z2,ZS,Z1
           DIMENSION STAT(6),ROT(6)
           COMMON N,X,BJ,BI,BK
           DATA EX,PI,KS/1.E-5,3.1415,1.9/
           READ(105,1) P,Q,ZS,Z1,Z2,AS,AR,D,DIS,DIR,H,E,G,AS,ES,AR,BR
         1 FORMAT(2I5/3I5/7F7.3)
           WRITE(108,111)P,Q,ZS,Z1,Z2,AS,AR,D,DIS,DIR,H,E,G,AS,BS,AR,B
       111 FORMAT(5I10//5F10.4//)
           WRITE(108,20)
        20 FORMAT(10X,'COEFICIENTII PENTRU',15X,'STATOR',14X,'ROTOR'//
C
C          CALCULUL FACTORULUI DE INFASURARE EXTINS
           RO=Z1/Z2
           NR=1
           X=PI*RO/2.
           N=1
           CALL BESSEL
           STAT(1)=BJ/0.567
           X=PI/2.
           CALL BESSEL
           ROT(1)=BJ/0.567
           WRITE(108,30)STAT(1),ROT(1)
        30 FORMAT(25X,'K00',10X,F10.5,10X,F10.5//)
C
C          CALCULUL FACTORILOR DE CONFIGURATIE
           X=PI*DIS/D
         4 S=0.
           DO 2 I=1,5
           N=2*I
           CALL BESSEL
           S=S+(I**2)*BJ/((I**2)-0.25)
         2 CONTINUE
           IF(NP.EQ.2) GO TO 3
           STAT(2)=S/0.87
           NP=2
           X=PI*DIR/D
           GO TO 4
         3 ROT(2)=S/0.87
           WRITE(108,31)STAT(2),ROT(2)
        31 FORMAT(25X,'KZ',11X,F10.5,10X,F10.5//)
C
C         CALCULUL FACTORILOR DE CAPAT SI CUPLAJ
           NR=1
           X=PI*G/D
         6 N=P-1
           CALL BESSEL
           BI1=BI
           BK1=BK
           N=P
           CALL BESSEL
           BIO=BI1-N*BI/X
           BKO=-BK1-N*BK/X
           IF(NR.EQ.3) GO TO 70
           IF(NR.EQ.2) GO TO 5
           BIOS=BIO
           BKOS=BKO
           STAT(3)=-PI*G*BIOS*BKOS/D
           GO TO 100
        70 NR=2
           X=PI*G/D
           GO TO 6
         5 BIOR=BIO
           BKOR=BKO
           ROT(3)=-PI*G*BIOR*BKOR/D
           NR=1
           X=PI*E/D
           GO TO 6
       100 WRITE(108,32)STAT(3),ROT(3)
        32 FORMAT(25X,'KI',11X,F10.5,10X,F10.5//)
           STAT(4)=1.-G*BIOR*ROT(1)*ROT(2)/(BIOS*STAT(1)*STAT(2)*E)
           ROT(4)=1.-E*BIOS*STAT(1)*STAT(2)/(BIOR*ROT(1)*ROT(2)*G)
           WRITE(108,33)STAT(4),ROT(4)
        33 FORMAT(25X,'KCU',11X,F10.5,10X,F10.5//)
C
C          CALCULUL FACTORILOR DE FIER SI DE DISPERSIE A BOBINELOR
           X=PI*H/D
           CALL BESSEL
           STAT(5)=1-BK*BIOS/(BI*BKOS)
           ROT(5)=1-BK*BIOR/(BI*BKOR)
           WRITE(108,34)STAT(5),ROT(5)
        34 FORMAT(25X,'KF',11X,F10.5,10X,F10.5//)
```

```
      XS=AS/D
      STAT(6)=2./(PI*XS)*(1.-(1.-EXP(PI*XS))/XS)*(D*SIN(P*AS/D)/(P*
     1AS))**2
      XR=AR/D
      ROT(6)=2./(PI*XR)*(1.-(1.-EXP(PI*XR))/XR)*(D*SIN(P*AR/D)/(P*A
     2R))**2
      WRITE(108,55)STAT(6),ROT(6)
   55 FORMAT(25X,'KC',11X,F10.5,10X,F10.5///)
C
C     CALCULUL INDUCTIVITATILOR
      KIC2S=STAT(1)*STAT(2)
      KQ=SIN(PI/(2*MS))/((Z5/(2*P*MS))*SIN(PI*P/Z5))
      LS1=EX*PI/3.4*(C*KIC2S*KQ/(2*P))**2*STAT(3)*STAT(4)*STAT(5)*S/(6
     0)*E*MS
      WRITE(108,25)LS1
   25 FORMAT(10X,'INDUCT. STATOR',10X,'LS1=',E12.5)
      STOP
      END
      C        SUBPROGRAM PENTRU CALCULUL FUNCTIILOR BESSEL
      C
               SUBROUTINE BESSEL
               COMMON N,X,BJ,BI,BK
               REAL MF
               DATA E/0.5772/
               M=101
               Z=(X/2.)**N
               Y=(X/2.)**2
               I=1
               A=Z
               IF(N.EQ.0) GO TO 2
             3 A=A/I
               IF(I.EQ.N) GO TO 2
               I=I+1
               GO TO 3
             2 A1=A
               S=A
               S1=A1
               A=-A*Y/(N+1)
               A1=A1*Y/(N+1)
               K=1
             5 S=S+A
               S1=S1+A1
               K=K+1
               A=-A*Y/(K*(N+K))
               A1=A1*Y/(K*(N+K))
               IF(K.EQ.M) GO TO 4
               GO TO 5
             4 BJ=S
               BI=S1
               MF=1.
               D=0.
               S1=0.
               IF(N.LE.1) GO TO 7
               DO 6 J=1,N
               MF=MF*J
               D=D+1./J
             6 CONTINUE
               Z1=(2./X)**N
               K=1
               A=MF/N
               S1=A
             8 IF(K.EQ.(N-1)) GO TO 7
               A=-A*Y/(K*(N-K-1))
               S1=S1+A
               K=K+1
               GO TO 8
             7 C=0.
               IF(N.EQ.1) GO TO 51
               GO TO 50
            51 D=1.
               S1=1./X
            50 B1=1./NF
               B=B1*(C+D)
               S2=B
               DO 9 K=1,M
               B1=B1/(K*(N+K))*Y
               DO 21 KK=1,K
               C=C+1./KK
            21 D=D+1./(KK+N)
               B=B1*(C+D)
             9 S2=S2+B
               S1=S1*Z1/2.
               S2=((-1)**N)*S2*Z/2
               BK=((-1)**(N+1))*BI*(ALOG(X/2)+E)+S1+S2
               RETURN
               END
```

A N E X A   3

A3.1. PROGRAM PENTRU CALCULUL CARACTERISTICII MECANICE

FISIER 0

```
0: 220 → A ⊢
1: A+1 → A;ENT R(A);JMP A=238 ⊢
2: SCL 0,(s_f),0,(M_M);AXE 0,0,(u_s),(u_M) ⊢
3: (S_o) → R247;(k_si) → R243;(2R_2i) → R246;(2X_2i) → R248;TBL2 ⊢
4: (k_sdi) → R244 → R245;(R_po) → R250;(X_d1c) → R249;0 → R0 ⊢
5: "A";R0+1 → R0;GTO 6; LDF R0;GTO "B" ⊢
6: END ⊢
```

FISIER 1

```
0: GTO "B" ⊢
1: "I";X/2R228 → X;√(1+XX) → A;X+A → Z ⊢
2: (1-Z)↑2/2(1+ZZ) → B;4(XATN(X)-LN(A))/π → X ⊢
3: 2π R233/Y → Y;Y/(Y-XR228) → A ⊢
4: 2AB•SIN(π XR228/BY) → B;RET ⊢
5: "R";(h_b) → R40;(ρ_AL) → R41;1-A(1-R247)/R223 → R42 ⊢
6: 50R42 → R48;R40 √ABS(π R48R237/R41) → X;EXP(2X) → Y;
   (Y-1/Y)/2 → R43 ⊢
7: (Y+1/Y)/2 → R44;X(R43+SIN(2X)) → R45;R45/(R44-COS(2X)) → R45;
   R43-SIN(2X) → R46 ⊢
8: 3R46/2X(R44-COS(2X)) → R46;4SIN(π A/R222)↑2 → R47;R45R47R231 → B ⊢
9: R46R47R232+R248 → C;B+R246 → B;RET ⊢
10: "B";R244R225 → X;R221 → Y;GSB "I" ⊢
11: AR228 → R240;B → R241;R226R245 → X;R222 → Y;GSB "I" ⊢
12: AR243R240 → R240;B → R242;SIN(π R223/R222) → R29 ⊢
13: IF R247=0; GTO+3 ⊢
14: R223 → A; GSB "R" ⊢
15: C → R18;B → R6; GTO+2 ⊢
16: R246+4R231R29↑2 → R6;R248+4R232R29↑2 → R18 ⊢
17: GTO "A" ⊢
18: END ⊢
```

FISIER 2

```
0:  "B";R237R233R234/π R240→C;R225/R233→R27;R226/R233→R28 ⊢
1:  2SIN(R223R27/2)/R223R27→R27;2SIN(R223R28/2)/R223R28→R28⊢
2:  SIN(π R223R236/R221)/R236SIN(π R223/R221)→R30⊢
3:  3C(R235R30/R223)↑2*R27/R223→R31⊢
4:  2CR22(R29/R223)↑2*R28→R32⊢
5:  6CR235R30R27R29/R223↑2→R33⊢
6:  CR222R235R28R29R30/R223↑3→R34⊢
7:  R238→R4;R229→R1;200π→B;BR31+R230+R249→R13;BR34→R14⊢
8:  B/2→R2;R247R2R33→R17;R247(R18+R2R32)→R18⊢
9:  R14→R22;R13→R23;BR31→R21;R250→R11⊢
10: 0→R2→R3→R5→R7→R8→R9→R10→R12⊢
11: 0→R15→R16→R19→R20→R24;4→A⊢
12: GTO "A"⊢
13: END⊢
```

FISIER 3

REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUATII CU COEFICIENTI COMPLECSI, n=3. (SCHEMA LOGICA DATA IN FIG.A3.1).

FISIER 4

```
0:  "B";√(R4↑2+R16↑2)→R1;√(R8↑2+R20↑2)→R2;
     (R12↑2+R24↑2)→R3⊢
1:  R8/R2→R76;√2R2R222R29R28/π R223→R5⊢
2:  3√2(R1+R3)R235R27R30/π R223→R4⊢
3:  R237(R4+R5R76)/π R240→R6;R223R4/R221→R7;R223R5/R222→R8⊢
4:  (b_d1v)→R10;(b_d1m)→R11;(b_d1f)→R12;(b_d2v)→R13;(b_d2m)→R14;
    (b_d2f)→R15⊢
5:  (D_e)→R16;(d_ax)→R17;(h_cr1)→R18;(h_cr2)→R19;(b_cr1max)→R20;
    (b_cr2max)→R21⊢
6:  (1/k_Fe)→A;(ρ_mOL)→B;(Vol.d.1)→R70;(Vol.d.2)→R71⊢
7:  (R16-2R233)/2-R18→R22;(2R233-R17)/2-R19→R23⊢
8:  π(R16-R22)/2R223+R22→R24⊢
9:  π(R17+R23)/2R223+R23→R25⊢
10: π(R16/2+R233+R18)R22R234→R26⊢
11: π(R233-R19)R23R234→R27⊢
12: 2π R233/R221→R28;2π R233/R222→R29⊢
```

```
13: GTO "A"⊢
14: END ⊢
```

FISIER 5

```
 0: GTO "B"⊢
 1: "H"⊢
 2: IF X≤1,2;.2964X↑3+.99374XX+.906294X-.00586→Y;RET⊢
 3: IF X≤1.58;349.1X↑3-1340.44XX+1720X-735.03→Y;RET⊢
 4: IF X≤1.79;378.93X-585.62→Y;RET⊢
 5: IF X≤2.05;796X-1331.8→Y;RET⊢
 6: 6000X-12000 →Y;RET⊢
 7: "BB"⊢
 8: IF X≤2;4.85E-2+.7346X-8.3E-2*XX→Y;RET⊢
 9: IF X≤10.45;1.015+.124X-7.06E-3*XX→Y;RET⊢
10: IF X≤250;1.527+3.37E-3*X-5.93E-6*XX→Y;RET⊢
11: IF X≤700;1.736+1.052E-3*X→Y;RET⊢
12: 2.5 →Y;RET⊢
13: "B"⊢
14: 10→ Z⊢
15: AR28R6/R(Z) → R(Z+20);R(Z+20)→ X;GSB "H"⊢
16: Y→R(Z+30);Z+1→ Z;IF X≤12;GTO-1 ⊢
17: 13→ Z⊢
18: AR29R6/R(Z) → R(Z+20);R(Z+20)→X; GSB "H"⊢
19: Y→ R(Z+30); Z+1→Z;IF X≤15;GTO-1 ⊢
20: (R40+4R41+R42)/6 → R36→X; GSB "BB"⊢
21: Y → R37;(R43+4R44+R45)/6 → R38→X;GSB "BB"⊢
22: Y → R39;(-.1R243+1.1)AR221R28R6/4R22R223 →R46→X;GSB "H"⊢
23: Y → R47;(-11R243+1.1)AR222R29R6/4R23R223 → R48→X;GSB "H"⊢
24: Y→R49;2(R18R36+R19R38)+R47R24+R49R25 →R50⊢
25: 1+R50R237/2R6R240 →R50;R237R7/R225 → R51⊢
26: IF R51 ≤ R37;R37 → R51⊢
27: R51→ X;GSB "H"⊢
28: Y →R52;1+2R52(R18+R20)/R7→R53;R237R8/R226→R54⊢
29: IF R54 ≤ R39;R39 →R54⊢
30: R54 →X;GSB "H"⊢
31: Y→R55;1+2R55(R19+R21)/R8 → R56⊢
32: GTO "A"⊢
33: END⊢
```

FISIER 6

```
0: GTO "B"⊢
1: "P";IF X>1;1.51113636XX-2.3982575X+1,3575→Y;RET⊢
2: .3406X→Y;RET⊢
3: "B";R37→X;GSB "P"⊢
4: 1.8YBR70R221→R57;R39→X;GSB "P"⊢
5: 1.8YBR71R222→R58;R46→X;GSB "P"⊢
6: 1.5YBR26→R59;R48→X;GSB "P"⊢
7: 1.5YBR27→R60;R57+R58+R59+R60→R61;R58+R60→R63→R239⊢
8: IF R53>(t1/2b01);(t1/2b01)→R244; GTO+2⊢
9: R53→R244⊢
10: IF R56>(t2/2b02);(t2/2b02)→R245;GTO+2⊢
11: R56→R245⊢
12: R61/3R223R3↑2→R65⊢
13: IF ABS(R243-R50)<(ε set);R50→R243;GTO "1"⊢
14: R50→R243;R65→R250; 0→R0;GTO "2"⊢
15: "1";IF ABS(R250-R65)<(ε p);R65→R250;GTO+2⊢
16: R50→R243;R65→R250;0→R0;GTO "2"⊢
17: PRT R61,R63,R250,SPC;PRT R1,R2,R3,R6,R243,R76;SPC⊢
18: "2";GTO "A"⊢
19: END⊢
```

FISIER 7

```
0: GTO "B"⊢
1: "M21";2R234R233R235R237R222/π R223R240→A→B→C;
   X→R10;GSB "A1"⊢
2: Y→R2;R8→R3;AR2→A;X-R222→X;GSB "A1"⊢
3: Y→R4;R8→R5;BR4R5→B;R10+R222→X;GSB "A1"⊢
4: Y→R6;R8→R7;CR6R7→C;(R3+R242(R5+R7)/2)A100π→A⊢
5: 100π(1+R242/2)COS(π R222/R223)→R8⊢
6: R222(1-R247)/R223→R9;R8(1-R9)B→B;R8(1+R9)C→C;RET⊢
7: "A1";2R233SIN(XR226/2R233)/XR226→Y;YSIN(Xπ/R222)/X→Y⊢
8: IF(X-R221)(X+R221)=0;1→Z;GTO+2⊢
9: SIN((X-R221)R236π/R221)SIN((X-R221)π/2R223)/(X-R221)
   SIN((X-R221)π/R221)→Z⊢
10: Z+SIN(X+R221)R236π/R221)SIN((X+R221)π/2R223)/(X+R221)
    SIN((X+R221)π/R221)→Z⊢
```

```
11:  SIN(XπR236/R221)SIN(Xπ/2R223)/R236XSIN(Xπ/R221)+
     ZR241/2R236→R8;RET ⊢
12:  "B";0→Z ⊢
13:  Z+1→Z;0→RZ;JMP Z=220 ⊢
14:  R223→X;GSB "M21" ⊢
15:  A→R112;B→R200;C→R211;-5R223→X;GSB "M21" ⊢
16:  A→R113;B→R201;C→R212;7R223→X;GSB "M21" ⊢
17:  A→R114;B→R202;C→R213;R223-R221→X;GSB "M21"⊢
18:  A→R115;B→R203;C→R214;R223+R221→X;GSB "M21"⊢
19:  A→R116;B→R204;C→R215;R221-5R223→X;GSB "M21"⊢
20:  A→R117;B→R205;C→R216;7R223-R221→X;GSB "M21"⊢
21:  A→R118;B→R206;C→R217;GTO "A"⊢
22:  END ⊢
```

FISIER 8

```
 0: GTO "B"⊢
 1:  "M12";6R237R233R234R235/πR240→R9;X→R10;GSB "A2"⊢
 2:  C→R2;R2Y→A;X-R221→X;GSB "A2"⊢
 3:  R2Y→B;R10+R221→X;GSB "A2"⊢
 4:  R2Y→C;50π→Y;2R9AY→A;R9R241BY→B;R9R241CY→C;RET ⊢
 5:  "A2";2R233SIN(XR225/2R233)/XR225→Z ⊢
 6:  ZSIN(πXR236/R221)SIN(πX/2R223)/XR236SIN(πX/R221)→C⊢
 7:  IF (X-R222)(X+R222)=0;0→Y;GTO+2 ⊢
 8:  SIN(π(X-R222)/R227)/π(X-R222)↑2+
     SIN(π(X+R222)/R227)/π(X+R222)↑2→Y ⊢
 9:  R227(SIN(πX/R227)/πXX-R242Y/2)SIN(Xπ/R222)→Y;RET ⊢
10:  "B";R223→X;(X-R221)/X→R7;(X+R221)/X→R8;GSB "M12"⊢
11:  R247A→R122;1-R247→A;1-AR7→R7;1-AR8→R8;BR7→R155;
     CR8→R166⊢
12:  R223-R222→X;GSB "M12"⊢
13:  AR247→R130;BR7→R163;CR8→R174⊢
14:  R223+R222→X;GSB "M12"⊢
15:  AR247→R131;BR7→R164;CR8→R175;-5R223→X⊢
16:  6-5R247→R8;(R221+X)/R223→R7;GSB "M12" ⊢
17:  1-R7(1-R247)→R7;AR8→R133;CR7→R177⊢
18:  7R223→X;(R221-X)/R223→R7;GSB "M12"⊢
19:  1+R7(1-R247)→R7;7R247-6→R8;AR8→R144;BR7→R188⊢
20:  0→R130→R163→R174;GTO "A"⊢
21:  END⊢
```

FISIER 9

```
 0: GTO "B"⊢
 1: "A3";2R238SIN(XR225/2R233)/XR225 → A;SIN(Xπ/2R223) → B⊢
 2: B SIN(XπR236/R221)/XR236SIN(Xπ/R221) → B;RET ⊢
 3: "B";6R237R233R234/π R223R240 → R2;R223 → X;GSB "A3"⊢
 4: (R235B)↑2*A → R3;B→R6;-5R223 → X;GSB "A3"⊢
 5: (R235B)↑2*A+R3→R3;7R223 → X;GSB "A3"⊢
 6: (R235B)↑2*A+R3 → R3;100π R2R3+R230+R249 → R111;R223-R222 → X⊢
 7: 1-R222(1-R247)/R223 → R5;GSB "A3"⊢
 8: R5(100π R2A(R235B) ↑ 2+R230(B/R6) ↑ 2+R249)→R207 ⊢
 9: 1+R222(1-R247)/R223 → R7;R223+R222 → X;GSB "A3" ⊢
10: R7(100π R2A(R235B) ↑ 2+R230(B/R6) ↑ 2+R249)→R219 ⊢
11: R229→R1→R97→R109;GTO "A"⊢
12: END⊢
```

FISIER 10

```
 0: GTO "B"
 1: "R";..⊢*
 5: ... RET⊢
 6: "LR";2R222 R233R234R237/π R240→R10;A→Y;GSB "A4" ⊢
 7: X → R2;A-R222 → Y;GSB "A4" ⊢
 8: X+R2→R2;A+R222→Y;GSB "A4"⊢
 9: X+R2→ R2; R2R10*100 π → R10;RET ⊢
10: "A4";2R233*SIN(YR226/2R233)SIN(Yπ/R222) ↑ 2/YR226 → X;RET⊢
11: "B",R223 → A;GSB "R"⊢
12: B → R13;C → R123;GSB "LR"⊢
13: R42(R123+R10)→R123;-5R223 → A;GSB "R"⊢
14: B → R25;C → R135;GSB "LR" ⊢
15: R42(R135+R10) → R135;7R223 → A;GSB "R" ⊢
16: B → R37;C →R147;GSB "LR"⊢
17: R42(R147+R10)→R147;R223-R221 → A;GSB "R"⊢
18: B → R49;C → R159;GSB "LR"⊢
19: R42(R159+R10) → R159;R223+R221 → A;GSB "R"⊢
20: B → R61;C → R171;GSB "LR"⊢
21: R42(R171+R10) → R171;R221-5R223 → A;GSB "R"⊢
22: B → R73;C → R183;GSB "LR" ⊢
```

---

* Pentru subrutina "R" a se vedea FISIER 1

```
23: R42(R183+R10)→R183;7R223-R221 →A;GSB "R"⊢
24: B→ R85;C → R195;GSB "LR"⊢
25: R42(R195+R10) → R195;R238→R11;2 →Z ⊢
26: 0 →R(Z) → R(Z+38); Z+1→Z ⊢
27: IF Z ≤ 10;GTO-1⊢
28: 11→ A;GTO "A" ⊢
29: END⊢
```

FISIER 11

REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUATII CU COEFICIENTI COMPLECSI, n=10. (SCHEMA LOGICA DATA IN FIG.A3.1).

FISIER 12

```
 0: GTO "B"⊢
 1: "R".....*
 5: .......RET ⊢
 6: "B";101 →Z;1 →X ⊢
 7: √(R(X+10)↑2+R(X+120)↑2)→R(Z);X+11→ X;Z+1 → Z ⊢
 8: IF Z ≤ 110; GTO-1⊢
 9: R223→ A;R222/100π → R11;GSB "R"⊢
10: R11ABR102 ↑ 2/R42 →R112;-5R223 →A;GSB "R" ⊢
11: R11ABR103 ↑ 2/R42 →R113;7R223 →A;GSB "R"⊢
12: R11ABR104 ↑ 2/R42→R114;R223-R221→A;GSB "R"⊢
13: R11ABR105 ↑ 2/R42 →R115;R221+R223 →A;GSB "R"⊢
14: R11ABR106 ↑ 2/R42 →R116;R221-5R223 →A;GSB "R"⊢
15: R11ABR107 ↑ 2/R42 →R117;7R223-R221 →A;GSB "R"⊢
16: R11ABR108 ↑ 2/R42 →R118;3R11R229 →R11;1-R247 →Y⊢
17: 1-R222Y/R223 →X;1+R222Y/R223 →Y
18: R11R223R109 ↑ 2/X→R119;-R11R223R110 ↑ 2/Y→R120;0→X;112 →Z ⊢
19: X+R(Z) → X;Z+1 → Z ⊢
20: IF Z ≤ 120;GTO-1 ⊢
21: R239R223/100π R247 →R122;X+R122 → R121⊢
22: GTO "A"⊢
23: END ⊢
```

* Pentru subrutina "R" a se vedea FISIER 1

FISIER 13

```
0: "B"; PRT R101,R102,R103,R104,R105,R106,R107,R108,R109,R110; SPC1⊢
1: PRT R121,R122,R112,R113,R114,R115,R116,R117,R118,R119,R120,
   R247; SPC2⊢
3: LTR R247,R122;PLT"X"; PNP ⊢
4: R247+(△ s)→R247; IF R247<(sf); 0→R0; GTO"A"⊢
5: END⊢
```

A3.2. DESCRIEREA PROGRAMULUI

Impărţirea programului pe fişiere s-a făcut urmărindu-se gruparea elementelor comune de calcul care folosesc aceleaşi subrutine. Intrucît pentru matricea sistemului de 10 ecuaţii cu coeficienţi complecşi trebuiesc rezervate 220 de registre iar datele de intrare principale şi valorile ce se calculează şi se folosesc ocupă 30 de registre lungimea maximă a unui fişier poate fi de 136 de registre, 6 registre fiind ocupate de ROM uri şi 25 de registre de programul principal care rămîne tot timpul în memoria operativă a calculatorului. Pentru a nu complica foarte mult programul prin reducerea fişierelor, datele care sînt necesare numai în anumite etape de calcul se introduc în fişierul corespunzător, iar anumite elemente comune sînt repetate în mai multe fişiere ca de exemplu subrutina "R".

Fişierul 0 conţine programul principal prin care se introduc datele de intrare principale, se fac iniţializările şi se apelează celelalte fişiere, linia de apelare fiind linia 5 din program. Tot aici se fac comenzile pentru ploter, la linia 2, stabilindu-se mărimea domeniului, adică a scărilor cu instrucţiunea SCL şi trasîndu-se axele cu instrucţiunea AXE. Linia 1 care se încheie cu o instrucţiune JMP permite introducerea datelor de intrare în ordine în registrele R221÷R238. Semnificaţia registrelor care conţin date de intrare precum şi valorile datelor de intrare este prezentată în Tabelul A3.1.

Atît în Fişierul 0 cît şi în celelalte toate notaţiile introduse în paranteză reprezintă valori, astfel $(s_f)\rightarrow 1,5$, $(u_s)\rightarrow 1$, ş.a.m.d.

Fişierul 1 conţine două subrutine, subrutina de calcul a factorului lui Carter şi a coeficienţilor permeanţei echivalente variabile a întrefierului, λ_1 şi λ_2, notată cu "I" şi subrutina

TABELUL A 3.1

NR. CRT.	SEMNIFICAȚIA MĂRIMII	NOTAȚIA UTILIZATĂ	REGISTRUL	FIȘIERUL DE INTROD.	VALOAREA MAȘINA 1	VALOAREA MAȘINA 2
	MARIMI DE INTRARE PRINCIPALE					
1	Numărul de crestături statoric	Z_1	R 221	0	36	24
2	Numărul de crestături rotoric	Z_2	R 222	0	28	22
3	Numărul de perechi de poli	p	R 223	0	2	1
4	Pasul inf. raportat la pasul polar	y_1/τ_1	R 224	0	1	1
5	Deschiderea crestăturii statorice	b_{01}	R 225	0	32×15^{-4} m	27×15^{-4} m
6	Deschiderea crestăturii rotorice	b_{02}	R 226	0	15×10^{-4} m	10^{-3} m
7	Inclinarea raportată	γ_2	R 227	0	35,9	23,83
8	Intrefierul real	δ_0	R 228	0	$3{,}5\times10^{-4}$ m	3×10^{-4} m
9	Rezistența zonei statorice	R_{12}	R 229	0	1,63 Ω	2,8 Ω
10	Reactanța dispersie frontală	X_{d1f}	R 230	0	1,57 Ω	1,4873 Ω
11	Rezistența barei rotorice	R_{2b}	R 231	0	$4{,}72\times10^{-5}$ Ω	$7{,}95\times10^{-5}$ Ω
12	Reactanța de disper. a crest. rotor.	X_{2b}	R 232	0	$7{,}022\times10^{-5}$ Ω	$3{,}973\times10^{-5}$ Ω
13	Raza medie de intrefier	r	R 233	0	0,067825 m	0,04085 m
14	Lungimea miezului	l	R 234	0	0,11 m	0,085 m
15	Numărul de spire	W_1	R 235	0	300	188
16	Numarul de crest. pe pol si fază	q_1	R 236	0	3	4
17	Permeabilitatea vidului	μ_0	R 237	0	12566×10^{-10}	12566×10^{-10}
18	Tensiunea pe fază	U_1	R238	0	220 V	220 V
19	Rezistența porțiunilor de inel	$2R_{2i}$	R 246	0	$4{,}09\times10^{-6}$ Ω	$3{,}9\times10^{-6}$ Ω
20	Reactanța de dispersie a port. inel	$2X_{2i}$	R 248	0	$2{,}216\times10^{-6}$ Ω	$3{,}407\times10^{-6}$ Ω
21	Reac. de disp. pe crest. a zonei stat.	X_{d1q}	R 249	0	1,01168 Ω	0,7281 Ω
	MARIMI CE SE PASTREAZA IN PROGRAM					
22	Pierderile în fierul rotoric	p_{Fe2}	R 239	6	–	–
23	Intrefierul echivalent	δ''	R 240	1	–	–
24	Coef. permeanței echiv. var. a intref.	λ_1, λ_2	R241, R242	1	–	–
25	Factorul de saturație global	K_s	R 243	5	–	–
26	Fact. de satur. pe crest. statorică	k_{sdc1}	R 244	5	–	–
27	Fact. de saturație pe crest. rotor.	k_{sdc2}	R 245	5	–	–
28	Alunecarea	s	R 247	13	–	–
29	Rezistența echival. de pierderi	R_p	R 250	6	–	–
	MARIMI DE INTRARE SUPLIMENTARE					
30	Inălțimea barei rotorice	h_b	R 40	1,10,12	21×10^{-3} m	$12{,}3\times10^{-3}$ m
31	Rezistivitatea aluminiului	ρ_{Al}	R 41	1,10,12	$0{,}031\times10^{-6}$ Ωm	$0{,}031\times10^{-6}$ Ωm
32	Lățimea dintelui stato. la vîrf	b_{d1v}	R 10	4	$8{,}67\times10^{-3}$ m	$8{,}03\times10^{-3}$ m
33	Lățimea dintelui statoric la mijloc	b_{d1m}	R 11	4	$6{,}1\times10^{-3}$ m	$7{,}22\times10^{-3}$ m
34	Lățimea dintelui statoric la fund	b_{d1f}	R 12	4	$15{,}3\times10^{-3}$ m	$14{,}2\times10^{-3}$ m
35	Lățimea dintelui rotoric la vîrf	b_{d2v}	R 13	4	$13{,}7\times10^{-3}$ m	$10{,}5\times10^{-3}$ m
36	Lățimea dintelui rotoric la mijloc	b_{d2m}	R 14	4	$9{,}3\times10^{-3}$ m	$6{,}55\times10^{-3}$ m
37	Lățimea dintelui rotoric la fund	b_{d2f}	R 15	4	$10{,}3\times10^{-3}$ m	$7{,}95\times10^{-3}$ m
38	Diametrul exterior	D_e	R 16	4	0,212 m	0,143 m
39	Diametrul axului	d_{ax}	R 17	4	0,05 m	0,032 m
40	Inălțimea crestăturii statorice	h_{cr1}	R 18	4	$19{,}6\times10^{-3}$ m	$13{,}15\times10^{-3}$ m
41	Inălțimea crestăturii rotorice	h_{cr2}	R 19	4	$21{,}7\times10^{-3}$ m	$12{,}75\times10^{-3}$ m
42	Lățimea maximă a crestăt. stator.	$b_{cr1max.}$	R 20	4	$8{,}3\times10^{-3}$ m	$8{,}4\times10^{-3}$ m
43	Lățimea maximă a crestat. rotorice	$b_{cr2max.}$	R 21	4	5×10^{-3} m	$5{,}4\times10^{-3}$ m
44	Inversul factorului de fier	$1/k_{Fe}$	A	4	1/0,95	1/0,95
45	Densitatea de masa a oțelului	ρ_{mOL}	B	4	7850 kg/m³	7850 kg/m³
46	Volumul dintelui statoric	vol d_1	R 70	4	$14{,}8\times10^{-6}$ m³	$6{,}32\times10^{-6}$ m³
47	Volumul dintelui rotoric	vol d_2	R 71	4	$20{,}9\times10^{-6}$ m³	$5{,}37\times10^{-5}$ m³

de calcul a rezistenţei şi reactanţei ochiului rotoric ţinînd cont de efectul de refulare notată cu "R". Utilizînd aceste două subrutine în fişier se calculează întrefierul echivalent, coeficienţii λ_1 şi λ_2 ai permeanţei echivalente şi parametrii ochiului rotoric. Pentru a se putea calcula şi la alunecarea s=0 există un IF la linia 13 care permite evitarea subrutinei "R" în care apare în această situaţie o înpărţire cu zero.

In fişierul 2 sînt calculaţi coeficienţii sistemului de trei ecuaţii care conţine ca necunoscute curenţii fundamentali statoric şi rotoric şi curentul echivalent pierderilor în fier, sistem dat de ecuaţiile (4.10). Particularitatea plasării coeficienţilor se datoreşte modului de operare a calculatorului în care matricile trebuiesc introduse linie după linie în continuare. Modul de indexare a coeficienţilor este dat în Tabelul A3.2. observîndu-se că părţile reale şi părţile imaginare sînt scrise în cîte un registru separat. Astfel pentru un sistem de 3 ecuaţii sînt necesare 24 de registre pentru coeficienţi, registre numerotate de la 1 la 24 conform Tabelului A3.2 în care la fiecare registru se indică în paranteză şi valoarea care trebuie introdusă.

Tabelul A3.2.

I	$^{p}I_{R}$	I_{1p}	Termenul liber	Observaţii
R1 (R_{1q})	R2 (0)	R3 (0)	R4 (U_1)	partea reală
R13 (X_{1q})	R14 (X_{21})	R15 (0)	R16 (0)	partea imaginară
R5 (0)	R6 $(^{\rho}R_{2\sigma})$	R7 (0)	R8 (0)	partea reală
R17 $(s\cdot{}^{\rho}X_{12})$	R18 $(s\cdot{}^{\rho}X_{2\sigma})$	R19 (0)	R20 (0)	partea imaginară
R9 (0)	R10 (0)	R11 (R_{1pq})	R12 (0)	partea reală
R21 (X_{1q})	R22 (X_{21})	R23 (X_{1q})	R24 (0)	partea imaginară

Fişierul 3 conţine subprogramul pentru rezolvarea sistemului de ecuaţii cu coeficienţi complecşi a cărui schemă logică se dă în figura A3.1. Numărul de ecuaţii este n=3 şi se stabileşte în fişierul anterior. In schema logică din figura A3.1 s-a notat cu a_{ij} coeficientul complex cu c_i termenul liber de pe linia i iar

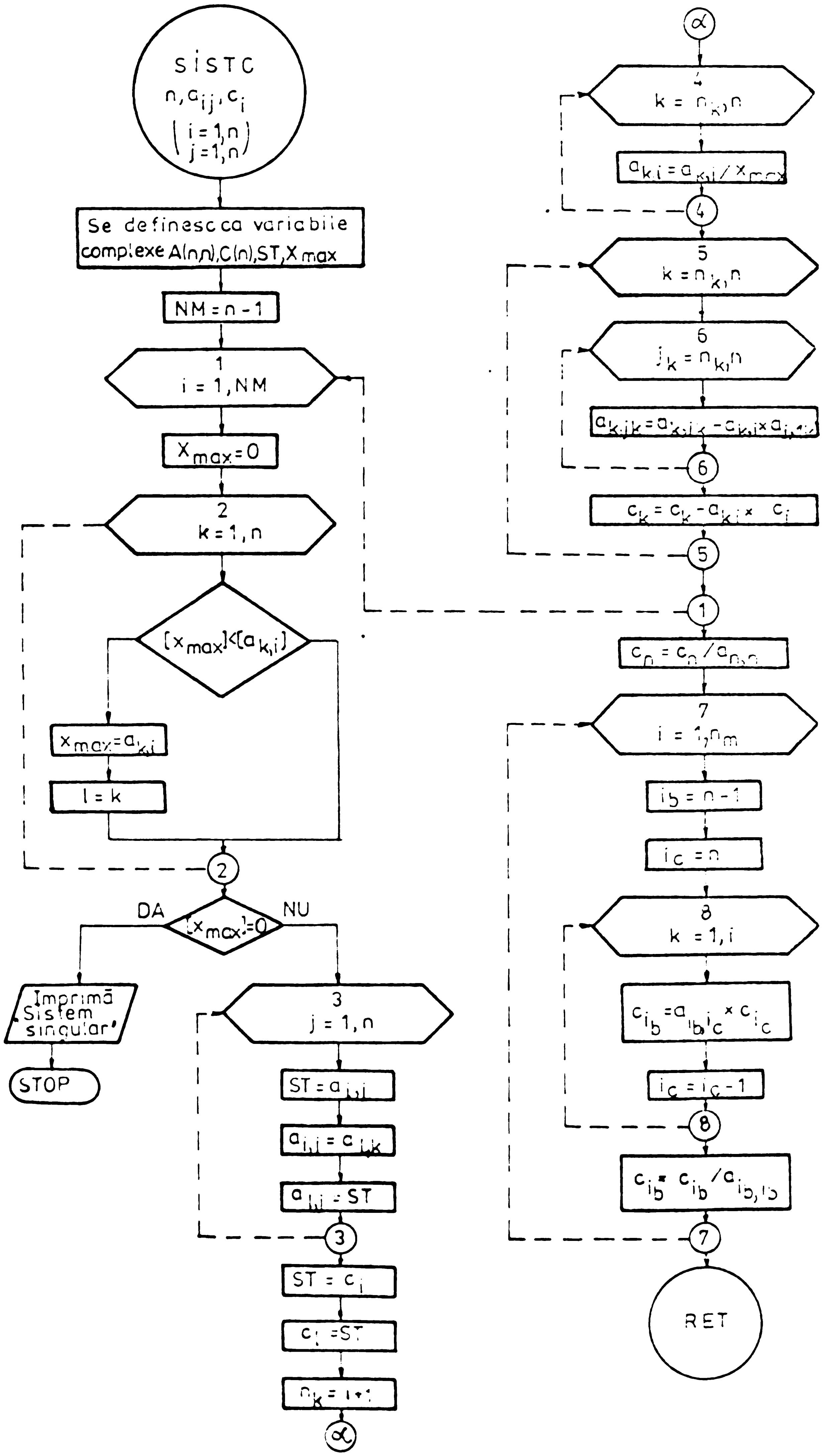


Fig.A3.1.Schema logică pentru rezolvarea sistemului de ecuaţii cu coeficienţi complecşi.

notaţia $[X_{max}]$ de exemplu se referă la modulul numărului complex X_{max}. In procesul de rezolvare a sistemului valorile coeficienţilor se distrug rezultatele fiind introduse în registrele aferente termenilor liberi cu partea reală în partea reală a termenului liber iar cu partea imaginară în partea imaginară a termenului liber corespunzător.

In fişierul 4 se calculează valorile eficace ale curenţilor, solenaţiile rezultante statorice şi rotorice şi inducţia în întrefier. De asemenea în acest fişier sînt introduse datele necesare calculului factorilor de saturaţie şi pierderilor în fier şi se calculează o serie de mărimi geometrice ale maşinii cum ar fi lungimile şi înălţimile jugurilor, volumele jugurilor, etc.

La calculul solenaţiei rezultante, solenaţia rotorică este înmulţită cu $\cos(\varphi_2)$, unghiul φ_2 calculîndu-se din partea reală şi din modulul curentului de ochi rotoric şi reprezentînd defazajul dintre tensiunea electromotoare indusă în ochiul rotoric şi curentul de ochi generat de aceasta.

Fişierul 5 conţine calculul factorilor de saturaţie pentru maşină şi pentru crestăturile statorice şi rotorice. Acest calcul se efectuează conform principiului expus în subcapitolul 4.1. Subrutinele "H" şi "BB" utilizate reprezintă aproximările pentru caracteristicile H=f(B) respectiv B=f(H). Aproximarea pentru curba de magnetizare făcută pe porţiuni este dată în tabelul 4.1 din subcapitolul 4.2., polinoamele de aproximare fiind scrise în program. Valoarea de saturaţie a fost luată la B=2,5 T, avîndu-se în vedere faptul că în calculul factorilor de saturaţie nu se ţine cont de fluxurile prin crestătură şi de scăpările de flux.

In fişierul 6 se calculează pierderile în fier şi se fac testările pentru factorul de saturaţie şi rezistenţa echivalentă pierderilor în fier. Nu s-au verificat şi factorii de saturaţie pentru deschiderile de crestătură întrucît aceştia se stabilizează singuri odată cu stabilizarea prin iterare a factorului de saturaţie

In subrutina "P" este dată aproximarea curbei pierderilor specifice în fier în funcţie de valoarea inducţiei. Aproximarea s-a făcut cu un polinom de gradul 1 pe domeniul $B \in (0,1)$,

$$p_{sp} = 0,3406\ B$$

şi cu un polinom de gradul 2 pentru valorile lui $B > 1T$,

$$p_{sp} = 1,51113636B^2-2,3982575B + 1,3575 ,$$

Fişierul 7 conţine calculul inductivităţilor de cuplaj rotor zonă statorică pentru fundamentală şi armonici, precum şi repartizarea acestora în registrele corespunzătoare din tabloul de 220 de registre care conţin coeficienţii sistemului de 10 ecuaţii cu coeficienţii complecşi . Acest tablou se construieşte pe acelaşi principiu ca şi tabloul pentru sistemul cu trei ecuaţii dat în tabelul A3.2. De asemenea la începutul fişierului 7 se face iniţializarea pentru toate cele 220 de registre în liniile 12 şi 13. Fişierul conţine două subrutine "M21" pentru calculul inductivităţilor şi "A1" pentru calculul factorilor de înfăşurare şi de deschidere.

In fişierul 8 sînt calculate şi repartizate în registrele corespunzătoare inductivităţile de cuplaj stator-ochi rotoric. Fişierul conţine subrutinele "M12" pentru calculul inductivităţilor şi "A2" pentru calculul factorilor de înfăşurare şi de deschidere.

Fişierul 9 conţine calculul şi repartizarea pe registre a inductivităţilor proprii zonei statorice avînd o subrutină "A3" pentru determinarea factorilor de înfăşurare.

In fişierul 10 se calculează şi se repartizează pe registre rezistenţele şi reactanţele ochiului rotoric. Fişierul conţine trei subrutine şi anume "R", "LR" pentru calculul inductivităţii proprii a ochiului şi "A4" pentru calculul factorilor de înfăşurare. La sfîrşitul acestui fişier se fac reiniţializări pentru registrele folosite la calcule intermediare şi care au valoarea zero în tabloul sistemului şi se introduce valoarea numărului de ecuaţii pentru subprogramul de rezolvare care este conţinut în fişieru 11.

In fişierul 12 se calculează valorile efective ale curenţilo valorile cuplurilor asincrone şi se obţine cuplul rezultant.Pentru calculul cuplurilor asincrone se utilizează relaţia obţinută pe baza bilanţului energetic,rezistenţele reaclculîndu-se în fişier cu ajutorul subrutinei "R".

Fişierul 13 conţine instrucţiuni de imprimare şi plotare a curenţilor şi cuplurilor şi testarea alunecării faţă de valoarea maximă considerată comandînd reluarea ciclului cu o nouă valoare de alunecare sau încheierea procesului dacă alunecarea a depăşit valoarea maximă.

Calculul unui punct pentru o valoare a alunecării durează pînă la 7', depinzînd de numărul de iteraţii necesare pentru stabilirea factorului de saturaţie şi a rezistenţei de pierderi.

Programul prezentat este scris pentru varianta cu patru armonici de crestare în cazul maşinii 1. Pentru calculul caracteristicii mecanice la maşina 1 în cazul cînd se consideră primele patru armonici de spaţiu ale solenaţiei statorice şi numai două armonici de crestare se introduc în program următoarele modificări.

1. In Fişierul 7 se înlocuieşte pe linia 19, R221-5R223 → X cu -11R223 → X şi pe linia 20, 7R223-R221 → X cu 13R223 → X,

2. In Fişierul 8 între liniile 19 şi 20 se introduc liniile:
- 11R223 → X;12-11R247 → R8; GSB"M12" ⊢
R8A → R177; 13R223 → X; 13R247-12 → R8;GSB"M12" -
R8A → R188 ⊢

3. In Fişierul 9 între liniile 5 şi 6 se introduc liniile
R3+A(R235B) ↑ 2 → R3; -11R223 → X;GSB"A3" ⊢
R3+A(R235B) ↑ 2 → R3; 13R223 → X; GSB"A3" ⊢

4. In Fişierul 10 se înlocuieşte pe linia 21,R221-5R223 → A, cu -11R223 → A, şi pe linia 23, 7R223-R221 → A cu 13R223 → A,

5. In fişierul 12 se înlocuieşte pe linia 14,R221-5R223 → A, cu -11R223 → A, şi pe linia 15, 7R223-R221 → A cu 13R223 → A.

In urma acestor modificări curenţii şi cuplurile datorate armonicilor de ordinele -11R223 şi 13R223 iau locul celor datorate armonicilor de ordinele R221-5R223 şi respectiv 7R223-R221.

Pentru maşina 2 programul, în cele două variante, este similar, urmînd să se anuleze în fişierele 7 şi 8 registrele ocupate de termenii corespunzători armonicii de ordinul b=-1, care nu există la această maşină.

La calculul pierderilor în fier nu se utilizează decît primele 6 fişiere .In fişierul 6 se introduce o linie în care se variază valoarea tensiunii şi se readuce programul la început dacă valoarea tensiunii este mai mare decît valoarea minimă introdusă. Se poate introduce de asemenea o instrucţiune pentru plotarea pierderilor în fier în funcţie de tensiune modificînd în acest caz, în mod corespunzător mărimile din instrucţiunile SCL şi AXE plasate pe linia a 2-a în Fişierul 0.

A3.3. PARTICULARITATI DE OPERARE SI LIMBAJ ALE CALCULATORULUI HP9820A

Calculatorul HP9820A are o memorie operativă de 429 de registre, fiecare registru avînd o capacitate de 8 caractere. El este prevăzut cu trei memorii cablate de tip ROM (read only memory) care ocupă maximum 26 de registre din memoria operativă. Fiecare registru al memoriei este definit de litera R urmată de un număr cuprins între 0 şi 403. In afara acestei memorii operative există şase registre suplimentare numite A,B,C,X,Y şi Z. Valorile cu care se operează sînt cuprinse între 10^{-99} şi 10^{99} precizia de calcul fiind ridicată.

Calculatorul HP9820A este prevăzut cu o unitate de memorie externă pe bandă magnetică avînd o capacitate de 6000 de registre echivalente pe o casetă, cu o maşină de scris şi un înregistrator în coordonate xy (ploter).Controlul terminalelor şi a memoriei externe se face de către unitatea centrală prin memoriile cablate ROM

Instrucţiunile calculatorului care s-au utilizat în program sînt date în tabelul A3.3.

Tabelul A3.3.

Nr.crt.	Instrucţiunea	Simbol	Exemplu
0.	1.	2.	3.
1.	Adunare	+	A+B;R1+R2
2.	Scădere	-	A-B;R1-R2
3.	Inmulţire	*	A*B;R1*R2
4.	Inmulţire implicită	nu are	AB;R1R2
5.	Impărţire	/	A/B;R1/R2
6.	Ridicare la putere	↑	A↑2;R1↑ R2
7.	Rădăcina patrată	√	√A; √(AB)
8.	Funcţie exponenţială	EXP	EXP(A);EXP(R1R2)
9.	Logaritm natural	LN	LN(A);LN(R1+R2)
10.	Logaritm zecimal	LOG	LOG(A/B)
11.	Antilogaritm zecimal	TN↑	TN ↑ (A/B)
12.	Sinus	SIN	SIN(R1);SIN(A/R1)
13.	Cosinus	COS	COS(R1);COS(A/R1)
14.	Tangentă	TAN	TAN(R1);TAN(A/R1)
15.	Arcsinus	ASN	ASN(A)
16.	Arccosinus	ACS	ACS(A)

17.	Arctangentă	ATN	ATN(A)
18.	Valoarea absolută	ABS	ABS(R1-R2)
19.	Selecţia radianilor	TBL2	
2o.	Valoarea lui π	π	
21.	Atribuire	→	R1*A+B → R2
22.	Operatori relaţionali	=; ≠; >; ≤	(A=B)≠(X >Y); (A≤ B)(X=Y)→R1
	Instrucţiuni de salt:		
	-absolut	GTO n.	GTO 10;GTO"A"
23.	-relativ	GTO± n.	GTO-2;GTO+5
	-la subrutină	GSB	GSB"R"
	-salt din linia de origine la începutul rîndului de destinaţie	JMP expre-sie...	JMP(A+B);JMP(A > 30)
24.	Compararea logică	IF	IF(A≤B);GTO"1"
25.	Intoarcerea din subrutină în programul principal	RET	
26.	Oprirea programului	STP	
27.	Citirea datelor	ENT	ENT A,B;ENT"N",A
28.	Scrierea datelor la imprimantă	PRT	PRT A,B;PRT"S=",A
29.	Tipărirea datelor	TYP	TYP R1,R2,A,R1R2
30.	Formatul de tipărire	FMT	FMT 10X,FXD3,4FLT6
31.	Tipărirea datelor în virgulă fixă	FXD	FXD3
32.	Tipărirea datelor în virgulă mobilă	FLT	FLT6
33.	Mărimile scării la plotter	SCL X_{min},X_{max}, Y_{min},Y_{max}	SCL-10,10,-5,20
34.	Trasarea axelor la plotter	AXE X_o,Y_o, unitx,unity	AXE 0,0,1,0.5
35.	Plotare	PLT	PLT X,Y,PLT"A"
36.	Indicarea poziţiei de plotare a literelor	LTR X,Y, abc a=1..9, b=1..9 c=1..4	LTR X,Y,111
37.	Spaţierea rîndurilor la imprimantă	SPC	SPC2
38.	Incărcarea unui fişier în memoria operativă	LDF	LDF 10;LDF R0
39.	Memorarea instrucţiunilor	⊢	
40.	Pornirea programului	RUN	

ANEXA 4

Tabelul A4.1.

s	I_1	$^{2}I_R$	$^{-1o}I_R$	$^{14}I_R$	$^{-34}I_R$	$^{38}I_R$	$^{26}I_R$	$^{-22}I_R$	$^{-28}I_1$	$^{28}I_1$
	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
0,1	14,75	1980	68,79	28,83	6,19	17,98	0,98	1,36	3,57	5,18
0,2	22,30	3006	103,78	43,37	9,08	27,17	1,48	2,06	5,51	7,99
0,3	27,14	3649	123,21	50,85	12,89	33,25	1,85	2,54	5,36	7,88
0,4	30,92	4138	134,40	54,12	18,08	39,92	2,30	3,10	4,58	6,88
0,5	32,75	4378	140,25	55,84	36,47	56,06	3,20	3,68	5,11	5,26
0,6	34,38	4590	142,88	54,68	37,63	56,56	3,33	3,82	4,80	5,19
0,7	35,31	4717	143,78	52,35	37,93	55,94	3,39	3,89	4,62	5,35
0,8	36,50	4870	141,98	44,17	35,35	50,52	3,32	3,85	3,54	5,34
0,9	36,91	4931	139,51	41,46	38,52	45,73	3,47	3,90	1,18	4,90
1,0	37,91	5059	133,64	52,85	38,83	46,32	3,58	3,79	2,57	3,24
1,1	38,03	5084	124,82	58,25	39,27	54,96	3,60	2,52	4,49	1,67
1,199	38,63	5158	3,21	61,00	39,44	58,46	3,67	3,88	5,77	5,08
1,299	39,00	5217	127,02	65,08	39,83	61,58	3,69	4,11	5,44	5,66
1,399	39,50	5284	139,61	67,40	40,58	63,44	3,74	4,24	5,35	5,76

Tabelul A4.2.

s	I_1	${}^{2}I_R$	${}^{-10}I_R$	${}^{14}I_R$	${}^{-34}I_R$	${}^{38}I_R$	${}^{-22}I_R$	${}^{26}I_R$	${}^{-28}I_1$	${}^{28}I_1$
	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
0,1	14,72	1976	68,66	28,78	6,81	17,94	5,62	2,38	4,76	4,40
0,2	22,21	2994	103,37	43,19	10,01	27,04	8,48	3,60	7,32	6,79
0,3	27,02	3633	122,67	50,62	13,79	33,10	10,24	4,39	7,09	6,72
0,4	30,80	4121	133,87	53,91	18,84	39,75	11,56	5,04	5,96	5,92
0,5	32,62	4361	139,71	55,63	37,25	55,83	13,60	6,95	6,88	4,21
0,6	34,25	4573	142,33	54,47	38,33	56,33	14,06	7,20	6,44	4,21
0,7	35,17	4698	143,20	52,14	38,59	55,70	14,26	7,32	6,19	4,37
0,8	36,35	4851	141,42	43,99	35,87	50,31	14,14	7,16	4,73	4,48
0,9	36,76	4910	138,92	41,29	38,87	45,54	14,26	7,47	1,59	4,11
1,0	37,75	5038	133,07	52,62	38,79	46,13	13,88	7,71	3,44	2,78
1,1	37,86	5061	124,27	58,00	39,02	54,72	9,21	7,73	5,91	1,58
1,199	38,49	5139	0,32	60,80	39,61	58,26	14,19	7,88	7,26	4,46
1,299	38,85	5197	126,69	64,84	40,31	61,34	15,00	7,07	7,07	4,83
1,399	39,34	5264	139,13	67,15	41,18	63,19	15,49	8,03	7,00	4,86

Tabelul A4.3.

s	M_{as}	M_{Fe}	M_2	M_{-10}	M_{14}	M_{-34}	M_{38}	M_{-26}	M_{-22}	M_{-28}	M_{28}
	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm
0,1	93,1	2,0	94,4	-0,48	-0,15	-0,004	-0,073	-12.10^{-6}	-14.10^{-5}	-0,96	-1,72
0,2	105,9	4,1	110,6	-1,15	-0,36	-0,008	-0,177	-29.10^{-6}	-34.10^{-5}	-2,59	-4,56
0,3	104,7	3,7	111,5	-1,71	-0,54	-0,018	-0,285	-49.10^{-6}	-55.10^{-5}	-2,84	-5,01
0,4	104,4	3,4	111,2	-2,16	-0,67	-0,038	-0,446	-83.10^{-6}	-88.10^{-5}	-2,47	-4,39
0,5	96,3	4,0	103,6	-2,52	-0,81	-0,168	-0,974	-18.10^{-5}	-13.10^{-4}	-3,80	-3,01
0,6	90,4	4,2	99,1	-2,82	-0,90	-0,197	-1,126	-23.10^{-5}	-16.10^{-4}	-4,36	-3,56
0,7	83,6	5,9	93,9	-3,12	-1,00	-0,227	-1,308	-29.10^{-5}	-18.10^{-4}	-5,81	-4,79
0,8	78,4	5,5	91,8	-3,37	-1,31	-0,233	-1,387	-38.10^{-5}	-21.10^{-4}	-6,07	-6,54
0,9	77,0	5,5	87,6	-3,66	1,47	-0,355	-1,852	-13.10^{-4}	-26.10^{-4}	-3,01	-8,73
1,0	86,6	4,8	86,9	-3,97	1,07	-0,555	1,811	57.10^{-5}	-34.10^{-4}	5,74	-9,14
1,1	99,9	5,0	83,3	-5,15	1,04	0,682	1,613	37.10^{-5}	97.10^{-4}	7,33	6,08
1,199	109,0	4,3	81,9	-0,29	0,99	0,395	1,416	30.10^{-5}	33.10^{-4}	7,67	12,57
1,299	106,7	4,5	80,5	5,38	0,98	0,308	1,326	26.10^{-5}	28.10^{-4}	4,96	8,75
1,399	100,7	4,3	79,5	4,34	0,96	0,267	1,241	23.10^{-5}	25.10^{-4}	3,79	6,31

Tabelul A4.4.

s	M_{as}	M_{Fe}	M_2	M_{-10}	M_{14}	M_{-34}	M_{38}	M_{-22}	M_{26}	M_{-28}	M_{+28}
	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm
0,1	92,4	2,0	94,1	-0,48	-0,15	-0,004	-0,072	-0,002	-7.10^{-5}	-1,70	-1,24
0,2	104,3	4,1	109,7	-1,14	-0,36	-0,011	-0,175	-0,006	-2.10^{-4}	-4,58	-3,29
0,3	103	3,7	110,5	-1,69	-0,53	-0,021	-0,282	-0,009	-3.10^{-4}	-4,98	-3,64
0,4	103	3,4	110,3	-2,14	-0,67	-0,044	-0,442	-0,012	-4.10^{-4}	-4,19	-3,25
0,5	93,6	4,0	102,8	-2,50	-0,80	-0,175	-0,966	-0,018	-9.10^{-4}	-6,87	-1,93
0,6	87,4	4,2	98,4	-2,80	-0,89	-0,205	-1,117	-0,021	-1.10^{-3}	-7,85	-2,34
0,7	79,8	5,9	93,2	-3,10	-0,99	-0,235	-1,297	-0,025	-1.10^{-3}	-10,42	-3,20
0,8	74,9	5,5	91,1	-3,34	-1,30	-0,240	-1,375	-0,028	-2.10^{-3}	-10,82	-4,60
0,9	76,4	5,5	86,9	-3,63	1,46	-0,362	-1,836	-0,035	-6.10^{-3}	-5,51	-6,14
1,0	92,8	4,8	86,1	-3,93	1,06	-0,554	1,795	-0,046	3.10^{-3}	10,29	-6,76
1,1	104,0	5,0	82,5	-5,11	1,04	0,673	1,599	0,130	2.10^{-3}	12,70	5,46
1,199	110,1	4,3	81,3	-0,03	0,98	0,397	1,404	0,044	1.10^{-3}	12,11	9,66
1,299	107,0	4,5	79,8	5,31	0,97	0,315	1,314	0,038	1.10^{-3}	8,37	6,35
1,399	100,9	4,3	78,9	4,30	0,95	0,275	1,230	0,033	1.10^{-3}	6,48	4,48

Tabelul A4.5.

s	I_1	^1I_R	$^{-5}I_R$	^7I_R	$^{-27}I_R$	$^{29}I_R$	$^{23}I_R$	$^{21}I_R$	$^{22}I_1$
	A	A	A	A	A	A	A	A	A
0,1	8,61	1456	54,7	25,77	6,98	8,36	0,643	0,647	5,03
0,2	14,97	2545	95,3	44,90	12,14	14,55	1,118	1,126	9,22
0,3	19,67	3347	125,0	58,64	15,95	19,11	1,468	1,477	12,08
0,4	23,35	3965	145,6	67,06	18,93	22,60	1,735	1,733	11,86
0,5	26,12	4434	161,4	73,44	21,17	25,21	1,935	1,926	12,47
0,6	28,36	4809	172,6	76,85	22,98	27,25	2,089	2,065	12,14
0,7	30,17	5110	180,7	77,18	24,42	28,78	2,204	2,162	11,63
0,8	31,64	5353	185,9	60,30	25,59	29,84	2,284	2,216	10,56
0,9	32,65	5522	189,2	52,28	26,41	30,40	2,324	2,235	8,87
1,0	33,71	5697	188,7	80,15	27,22	31,06	2,391	2,180	3,67
1,1	34,38	5812	176,1	86,83	28,03	32,50	2,485	2,156	4,42
1,199	35,00	5914	0,373	89,95	28,70	33,51	2,555	2,362	9,07
1,299	36,32	6132	179,9	93,76	29,68	34,80	2,657	2,488	10,29
1,399	36,86	6226	203,4	97,15	30,69	36,02	2,735	2,591	10,87

BUPT

Tabelul A4.6.

s	I_1	^1I_R	$^{-5}I_R$	^7I_R	$^{-27}I_R$	$^{29}I_R$	$^{-11}I_R$	$^{13}I_R$	$^{22}I_1$
	A	A	A	A	A	A	A	A	A
0,1	8,61	1456	54,7	25,76	6,97	8,36	8,41	4,99	4,98
0,2	14,95	2542	95,2	44,85	12,12	14,54	14,66	8,69	9,12
0,3	19,64	3342	124,8	58,55	15,92	19,08	19,16	11,34	11,94
0,4	23,31	3959	145,4	66,95	18,90	22,56	21,90	12,96	11,73
0,5	26,08	4426	161,2	73,31	21,13	25,17	23,97	14,14	12,34
0,6	28,31	4800	172,3	76,70	22,94	27,20	25,08	14,71	12,02
0,7	30,11	5100	180,3	77,03	24,37	28,72	25,56	14,85	11,51
0,8	31,57	5342	185,5	60,18	25,54	29,78	25,38	14,37	10,46
0,9	32,58	5511	188,7	52,17	26,36	30,33	24,93	7,98	8,80
1,0	33,64	5684	188,3	79,96	27,16	30,99	22,29	13,68	3,65
1,1	34,30	5798	175,6	86,63	27,96	32,42	4,69	15,71	4,43
1,199	34,93	5902	0,4	89,77	28,65	33,45	23,83	16,58	9,02
1,299	36,25	6120	179,5	93,58	29,62	34,73	26,47	17,51	10,21
1,399	36,79	6213	203,0	96,96	30,63	35,95	28,28	18,37	10,78

Tabelul A4.7.

s	M_{as}	M_{Fe}	M_1	M_{-5}	M_7	M_{-27}	M_{29}	M_{23}	M_{21}	M_{22}
	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm
0,1	14,82	0,26	15,37	-0,062	-0,032	-12.10^{-5}	-15.10^{-4}	-78.10^{-7}	-17.10^{-6}	- 0,72
0,2	20,68	0,18	23,50	-0,196	-0,103	-40.10^{-5}	-48.10^{-4}	-25.10^{-6}	-55.10^{-6}	- 2,69
0,3	21,68	0,28	27,18	-0,352	-0,188	-74.10^{-5}	-89.10^{-4}	-47.10^{-6}	-10.10^{-5}	- 5,23
0,4	22,37	0,25	28,73	-0,501	-0,266	-11.10^{-4}	-14.10^{-3}	-71.10^{-6}	-15.10^{-5}	- 5,83
0,5	20,47	0,23	28,90	-0,649	-0,357	-15.10^{-4}	-19.10^{-3}	-98.10^{-6}	-20.10^{-5}	- 7,63
0,6	18,60	0,23	28,51	-0,791	-0,468	-21.10^{-4}	-25.10^{-3}	-13.10^{-5}	-26.10^{-5}	- 8,85
0,7	15,91	0,23	27,70	-0,942	-0,674	-27.10^{-4}	-33.10^{-3}	-17.10^{-5}	-32.10^{-5}	-10,46
0,8	12,79	0,22	26,91	-1,123	-1,035	-36.10^{-4}	-43.10^{-3}	-22.10^{-5}	-38.10^{-5}	-12,14
0,9	11,04	0,27	25,70	-1,398	1,031	-51.10^{-4}	-75.10^{-3}	-50.10^{-5}	-47.10^{-5}	-14,47
1,0	16,14	0,24	24,86	-1,907	0,787	-13.10^{-3}	0,108	49.10^{-5}	-87.10^{-5}	- 7,95
1,1	31,21	0,28	23,78	-3,115	0,620	11.10^{-3}	54.10^{-3}	26.10^{-5}	12.10^{-4}	9,58
1,199	37,97	0,29	22,83	-0,014	0,546	58.10^{-4}	46.10^{-3}	22.10^{-5}	56.10^{-5}	-14,26
1,299	38,16	0,26	22,94	3,256	0,528	47.10^{-4}	42.10^{-3}	21.10^{-5}	49.10^{-5}	11,13
1,399	34,23	0,29	22,24	2,216	0,522	42.10^{-4}	39.10^{-3}	19.10^{-5}	46.10^{-5}	8,92

Tabelul A4.8.

s	M_{as}	M_{Fe}	M_1	M_{-5}	M_7	M_{-27}	M_{29}	M_{-11}	M_{13}	M_{22}
	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm	Nm
0,1	14,82	0,26	15,36	-0,062	-0,032	-12.10^{-5}	-15.10^{-4}	-54.10^{-4}	-21.10^{-4}	- 0,70
0,2	20,67	0,18	23,46	-0,196	-0,103	-40.10^{-5}	-48.10^{-4}	-17.10^{-3}	-63.10^{-4}	- 2,63
0,3	21,68	0,28	27,10	-0,351	-0,188	-74.10^{-5}	-89.10^{-4}	-31.10^{-3}	-12.10^{-3}	- 5,11
0,4	22,35	0,25	28,64	-0,499	-0,266	-11.10^{-4}	-14.10^{-3}	-44.10^{-3}	-18.10^{-3}	- 5,70
0,5	20,46	0,23	28,80	-0,646	-0,356	-15.10^{-4}	-18.10^{-3}	-56.10^{-3}	-23.10^{-3}	- 7,46
0,6	18,60	0,23	28,40	-0,788	-0,467	-21.10^{-4}	-25.10^{-3}	-67.10^{-3}	-28.10^{-3}	- 8,67
0,7	15,90	0,23	27,68	-0,938	-0,672	-27.10^{-4}	-32.10^{-3}	-76.10^{-3}	-33.10^{-3}	-10,30
0,8	12,79	0,22	26,80	-1,118	-1,032	-36.10^{-4}	-43.10^{-3}	-85.10^{-3}	-43.10^{-3}	-11,90
0,9	11,03	0,27	25,59	-1,393	1,027	-51.10^{-4}	-75.10^{-3}	-99.10^{-3}	-58.10^{-3}	-14,26
1,0	16,06	0,24	24,75	-1,898	0,783	-13.10^{-3}	0,107	-0,134	55.10^{-3}	- 7,84
1,1	31,24	0,29	23,67	-3,101	0,617	11.10^{-3}	54.10^{-3}	$5,5.10^{-2}$	41.10^{-3}	9,61
1,199	37,86	0,29	22,74	-0,014	0,544	58.10^{-4}	46.10^{-3}	0,133	37.10^{-3}	14,08
1,299	38,03	0,26	22,85	3,243	0,526	47.10^{-4}	42.10^{-3}	0,107	37.10^{-3}	10,96
1,399	34,12	0,29	22,15	2,208	0,520	42.10^{-4}	39.10^{-3}	0,102	36.10^{-3}	8,77

ANEXA 4

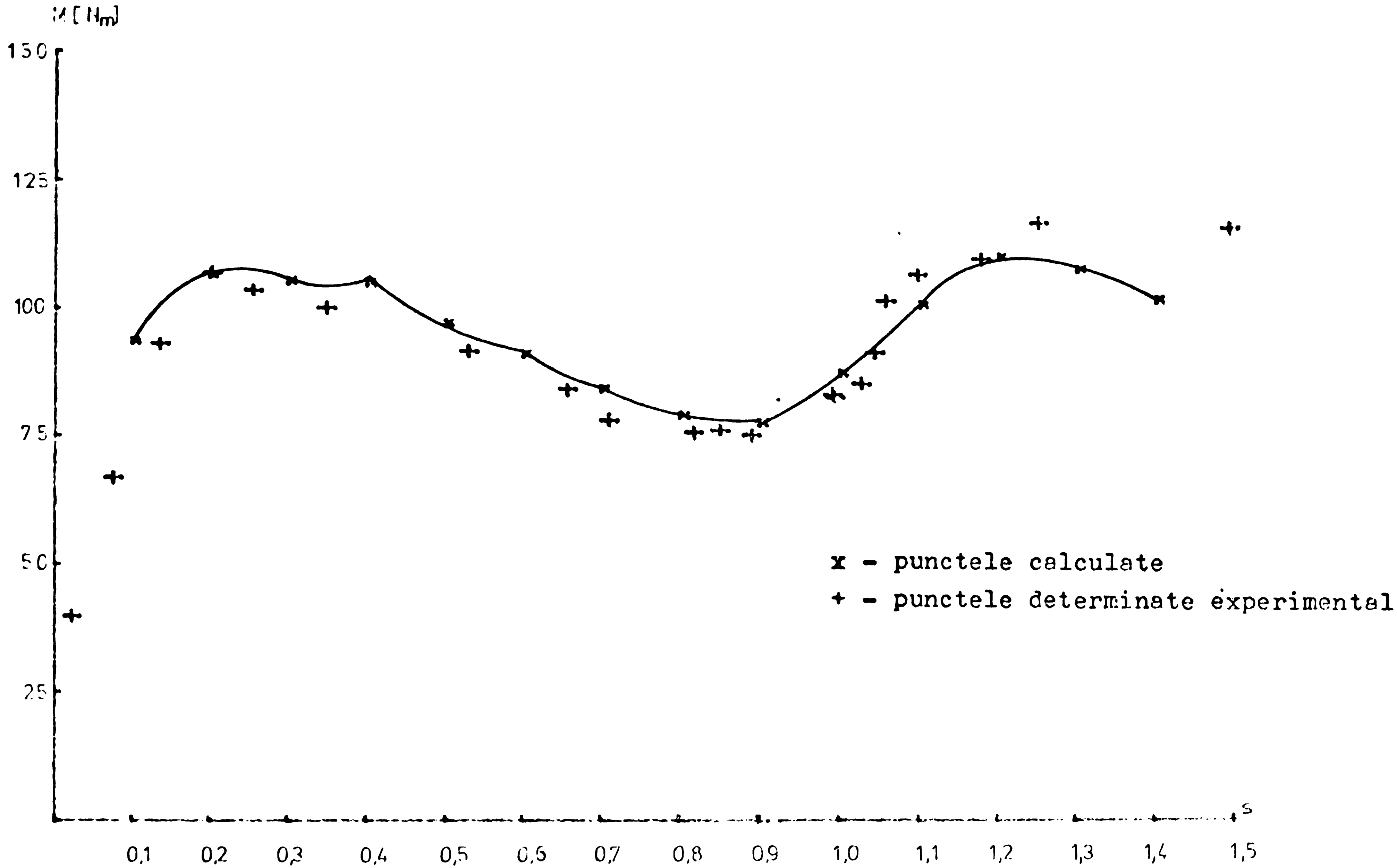


Fig.A4.1. Caracteristica mecanică calculată la mașina 1 pentru varianta cu patru armonici de crestare

ANEXA 4

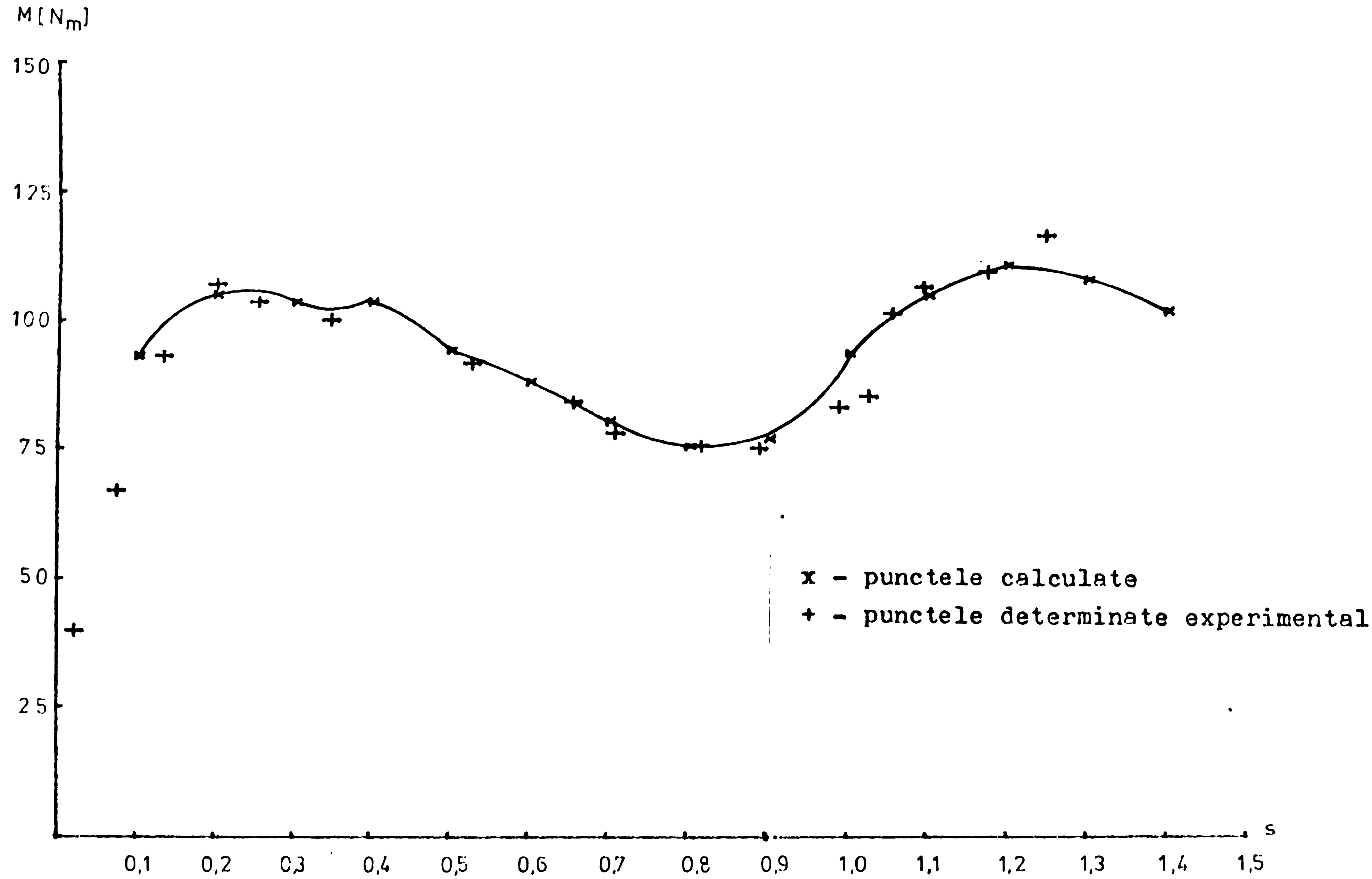


Fig.A4.2. Caracteristica mecanică calculată la maşina 1 pentru varianta cu patru armonici de spaţiu

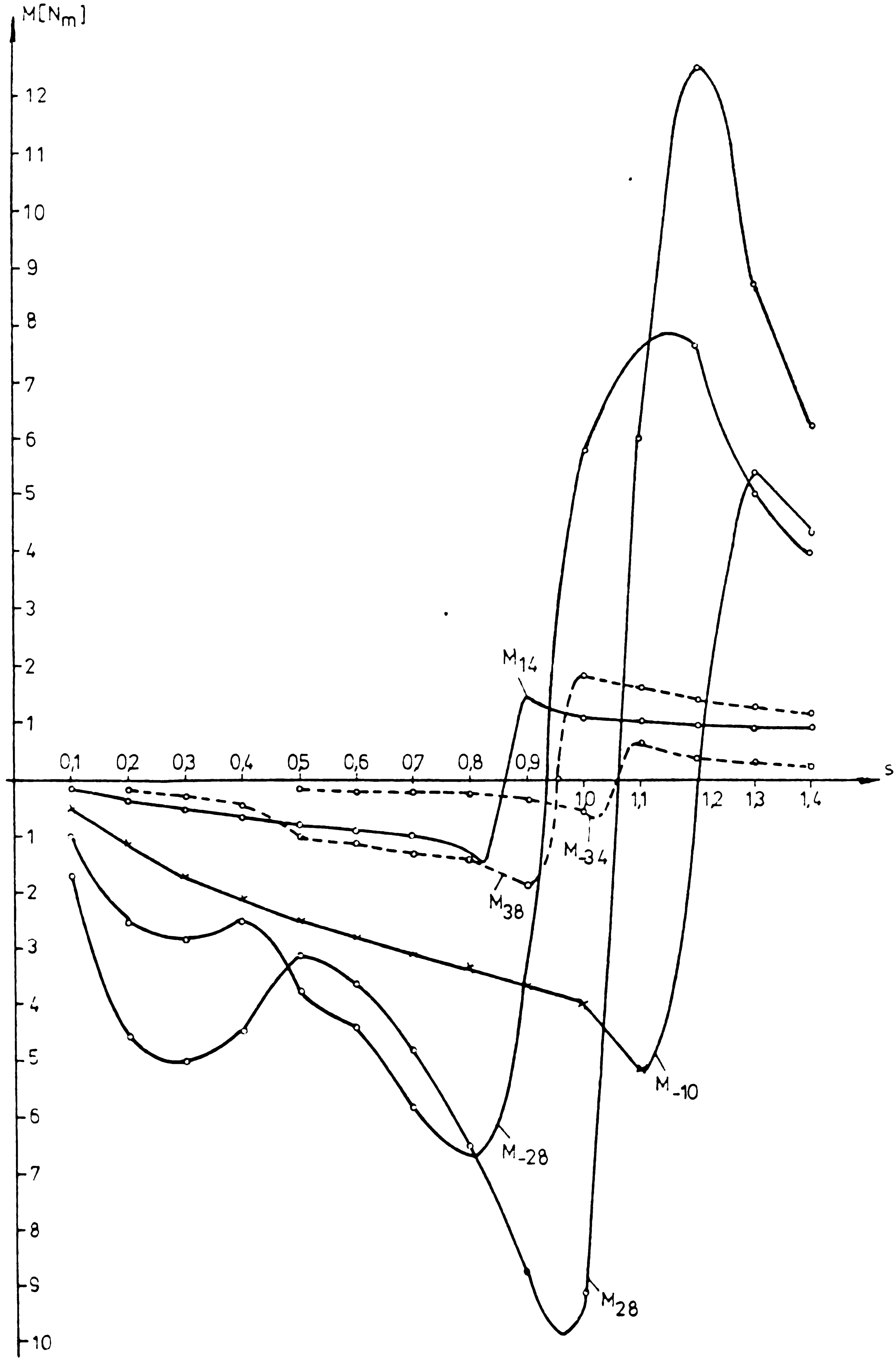


Fig.A4.3. Principalele cupluri parazite de tip asincron la mașina 1 în varianta cu patru armonici de crestare

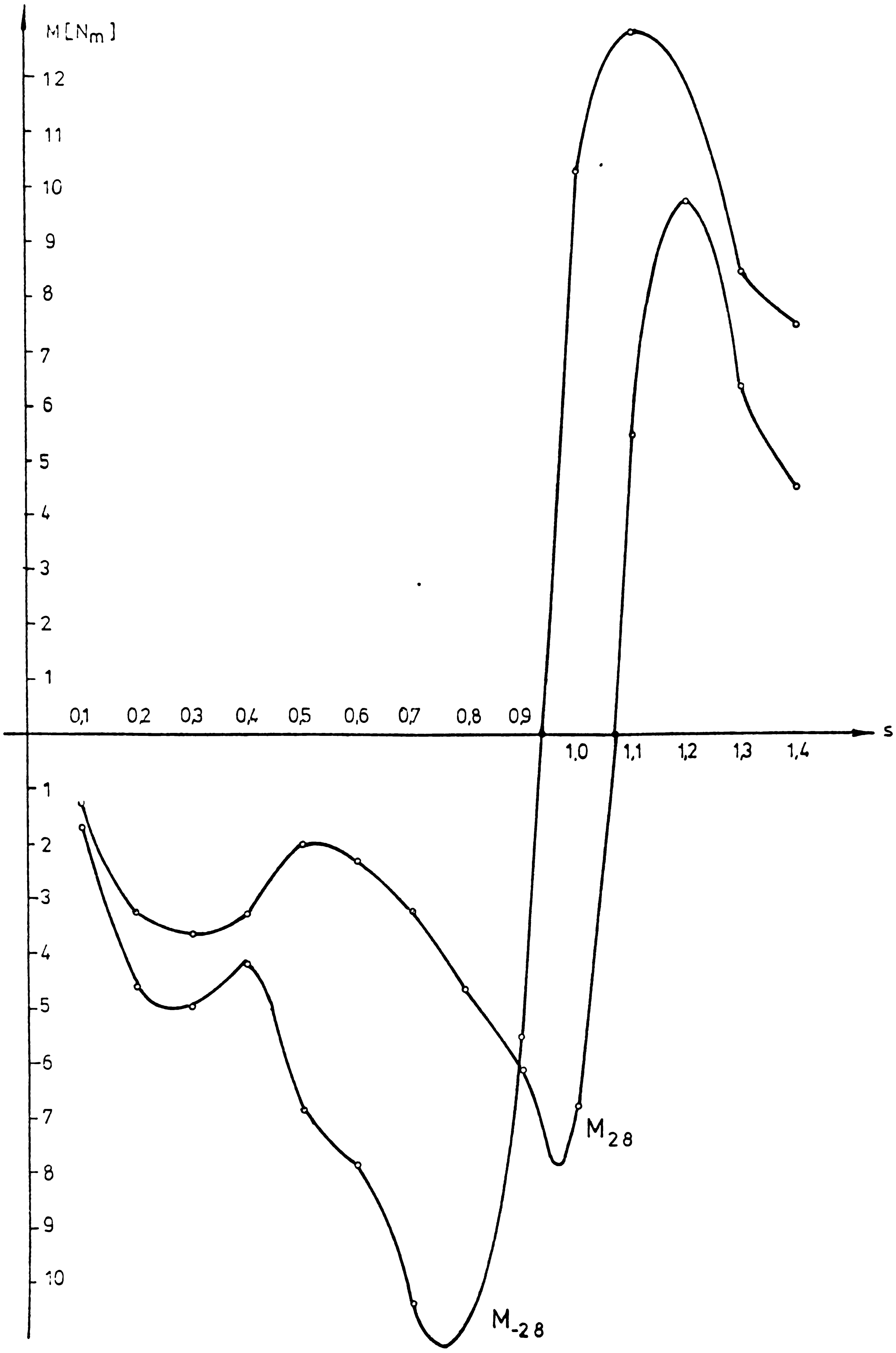


Fig.A4.4. Cuplurile parazite de tip asincron datorate curenţilor armonici statorici la maşina 1 în varianta cu patru armonici de spaţiu.

ANEXA 4

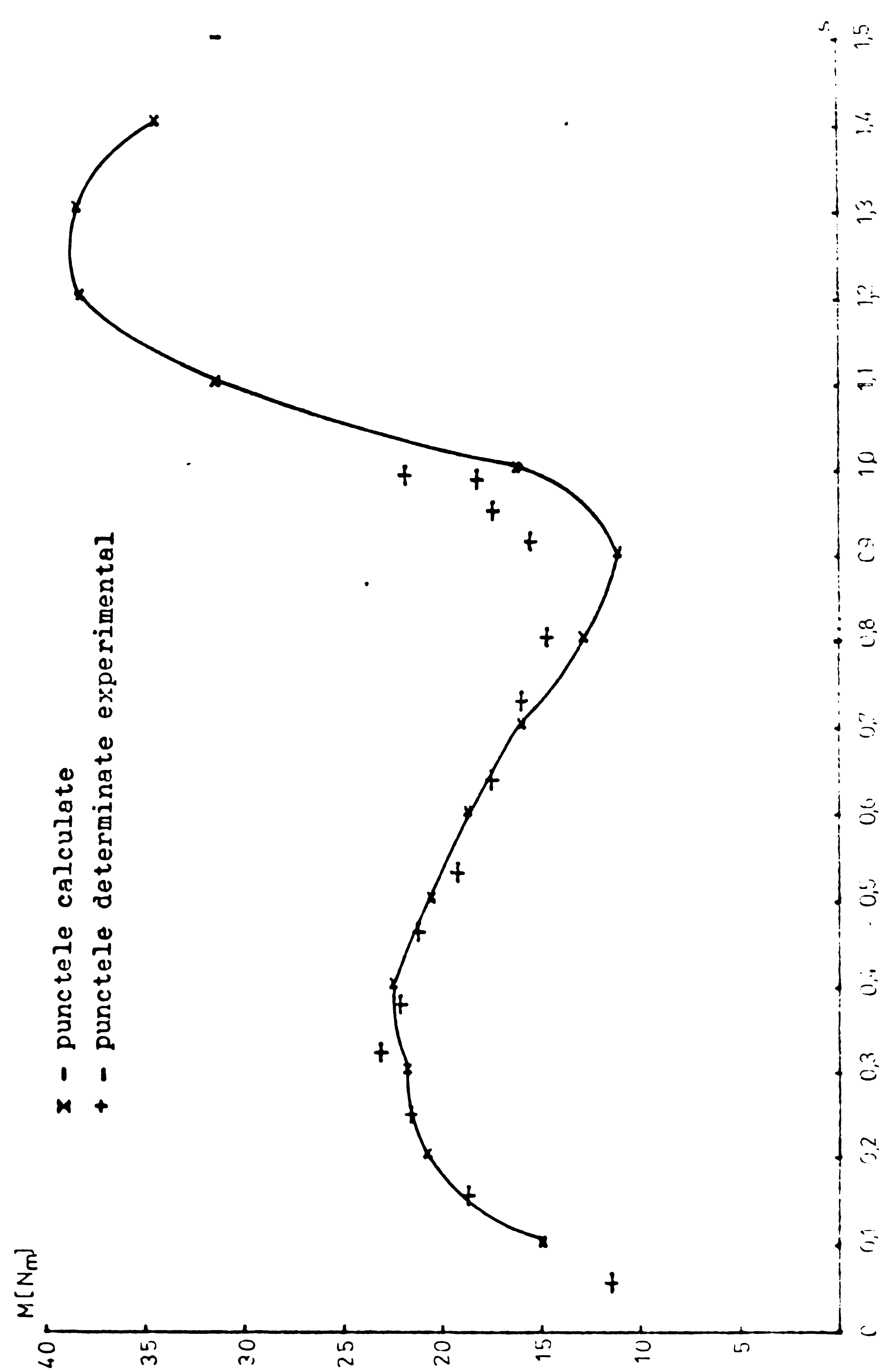


Fig.A4.5. Caracteristica mecanică calculată la mașina 2 pentru varianta cu patru armonici de crestare

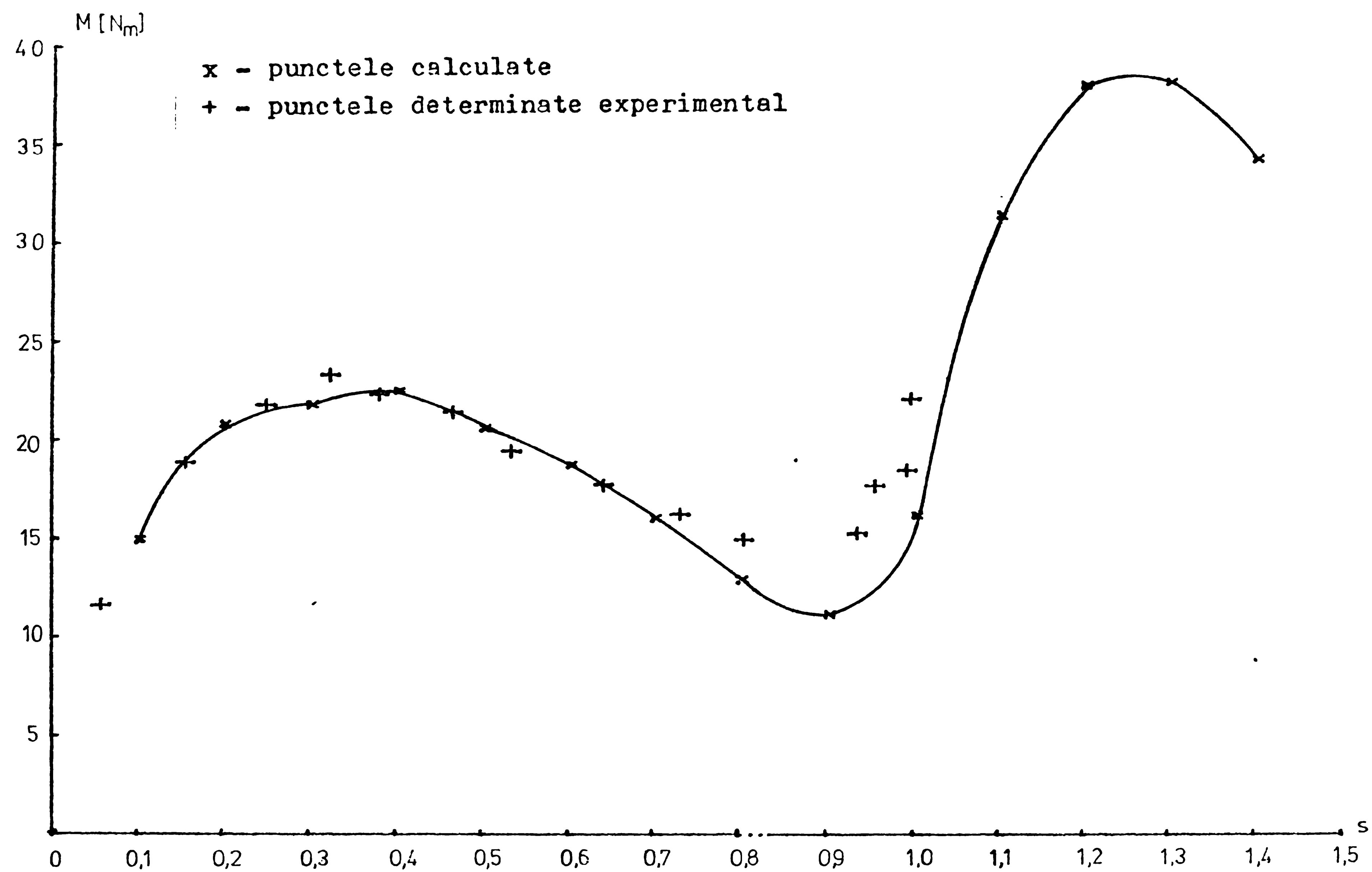


Fig.A4.6. Caracteristica mecanică calculată la maşina 2 pentru varianta cu patru armonici de spaţiu

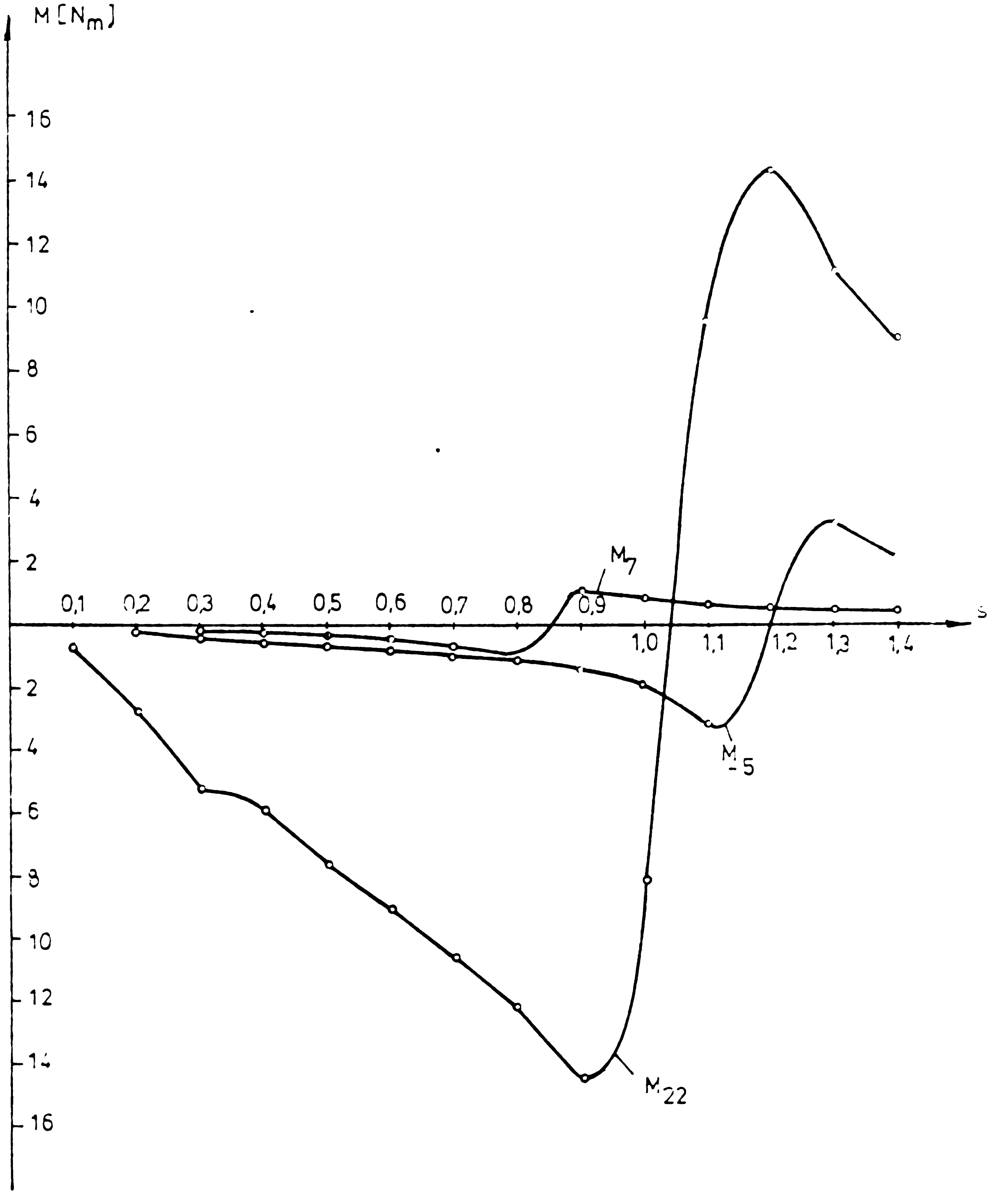


Fig.A4.7. Principalele cupluri parazite de tip asincron la mașina

ANEXA 5

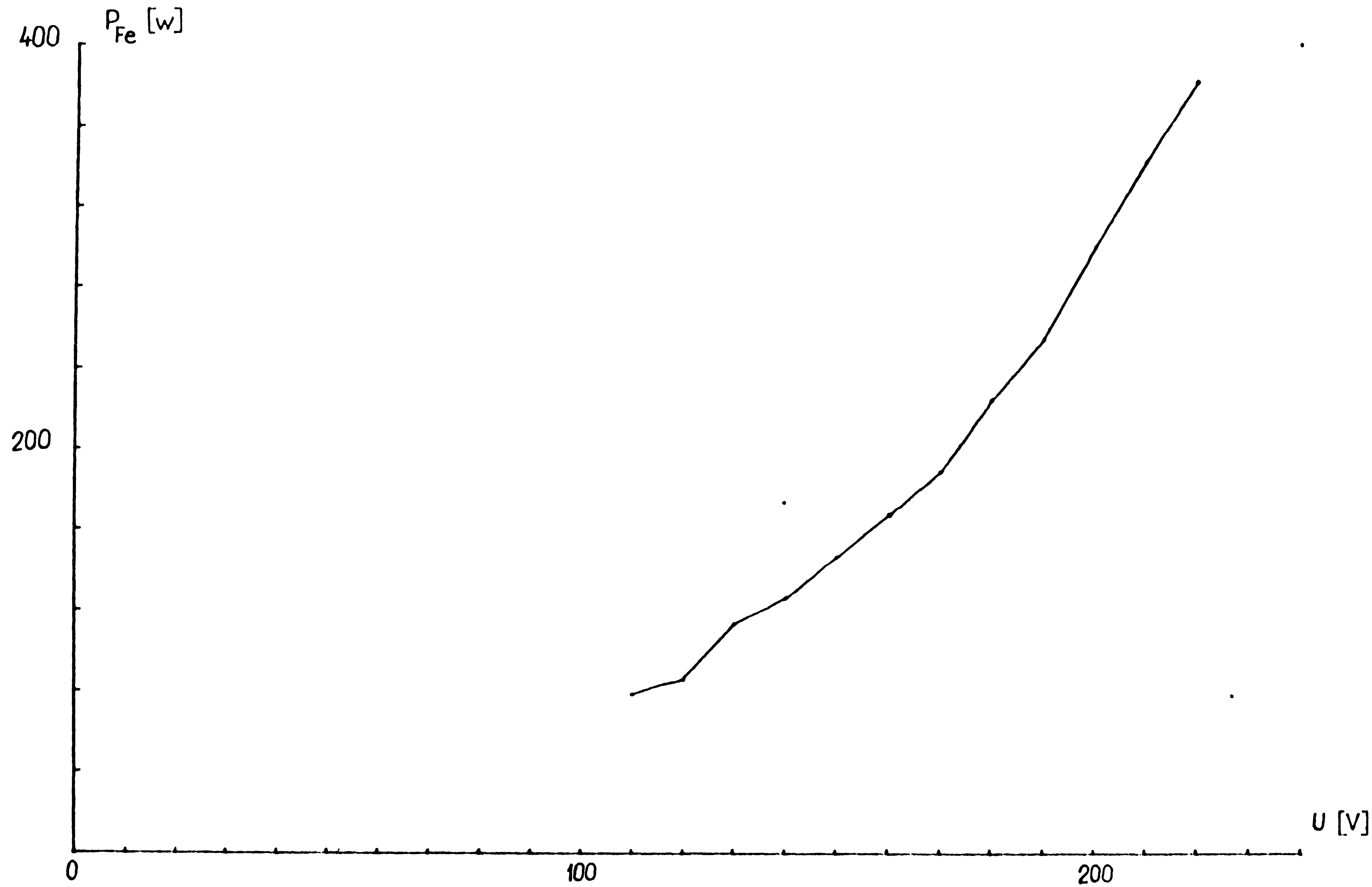


Fig.A5.1. Pierderile în fier în funcţie de tensiunea la borne la maşina 1, pentru alunecare zero.

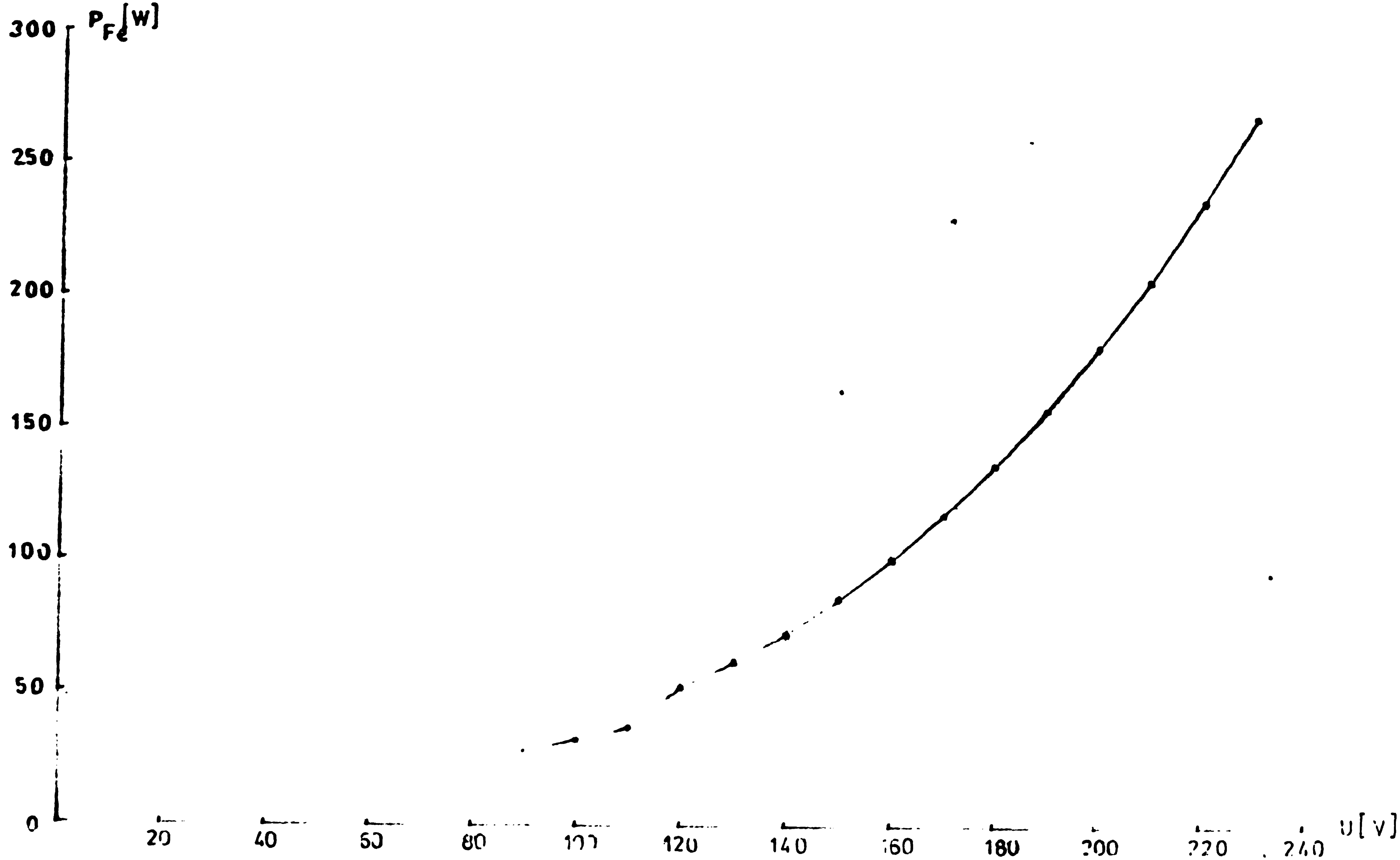


Fig.A5.2. Pierderile în fier în funcţie de tensiunea la borne la maşina 2,pentru alunecare zero.

B I B L I O G R A F I E

1 Agarwal, P.D. — Equivalent circuits and performance calculations of canned motors. AIEE Trans, PAS, 196o, p.635-642.

2 Alger, P.L. — Induction machines. Their behaviour and uses. Second edition, Gordon and Breach Science Publishers, 197o.

3 Alger, P.L. — Induced high-frequency currents in squirrel-cage windings. AIEE Trans, PAS, 1957, p.724-729.

4 Alger, P.L., West, H.R. — The air gap reactance of polyphase machines. AIEE Trans, 1947, p.1331-1343.

5 Alger, P.L., Hamata, V. — Subsynchronous motors. Acta Technica CSAV, 1972, p.3o7-316.

6 Alger, P.L., Angst, G., Davies, E.J. — Stray-load losses in polyphase induction machines. AIEE Trans, PAS, Pt.III, 1959, p.349-355.

7 Ancel, J., Ivanès, M., Poloujadoff, M. — Nature de la résistance de contact entre les barreaux et la tôlerie d'une cage en aluminium coulé. R.G.E., 1968, p.158-161.

8 Angot, A. — Complemente matematice pentru ingineri. E.T. Bucureşti, 1964.

9 Angst, G. — Saturation factors for leakage reactance of induction motors with skewed rotors. IEEE Trans, PAS, 1963, p.716-725.

1o Barton, T.H., Dunfield, J.C. — MMF harmonic effects in induction motors with phase-wound rotors. Proc. IEE, 1969, p.965-971.

11 Binns, K.J., Lawrenson, P.J. — Analysis and computation of electric and magnetic field problems. Second edition, Pergamon Press, 1973.

12 Binns, K.J. — Calculation of some basic flux quantities in induction and other doubly-slotted electrical machines. Proc. IEE, 1964, p.1847-1858.

13 Binns, K.J., Dye, M. — Identification of principal factors causing unbalanced magnetic pull in cage induction motors. Proc. IEE, 1974, p.349-354.

14 Binns, K.J., Rowland-Rees, G. — Simple rules for the elimination of cogging torques in squirrel-cage induction motors. Proc. IEE, 1974, p.63-67.

15 Binns, K.J., Hindmarsh, R., Short, B.P. — Effects of skewing slots on flux distribution in induction machines. Proc. IEE, 1971, p.543-549.

16 Birch, T.S., Butler, O.I. — Permeance of closed-slot bridges and its effect on induction-motor-current computation. Proc. IEE, 1971, p.169-172.

17 Bird, B.M. — Measurement of stray load losses in squirrel cage induction motors. Proc. IEE, 1964, p.1697-1705.

18 Burbidge, R.F., Fryett, M.L. — Synchronous and asynchronous torques in squirrel-cage induction motors. Proc. IEE, 1967, p.1665-1673.

19 Cahen, F. — Electrotechnique. Tome 4. Machines tournantes à courants alternatifs. Gauthier Villars Paris, 1964.

20 Carpenter, C.J. — The application of the method of images to machine end-winding fields. Proc. IEE, 4, 1960, p.487-493.

21 Chalmers, B.J., Dodgson, R. — Saturated leakage reactances of cage induction motors. Proc. IEE, 1969, p.13[illegible].

22 Chalmers, B.J. — A.C. Machine windings with reduced harmonic content. Proc. IEE, 1964, p.1859-1863.

23 Chalmers, B.J., Dodgson, R. — Waveshapes of flux density in polyphase induction motors under saturated conditions. IEEE Trans, PAS, 1971.

24 Chalmers, B.J., Narain, C.K. — High-frequency no-load losses of cage induction motors. IEEE Trans, PAS, 1970, p.[illegible]-1049.

25 Chavernoz, R. Étude expérimental des harmoniques dans les gros moteurs asynchrones. R.G.E., 1968, p.147-152.

26 Ciganeck, L. Graphical solution of the locked-rotor magnetizing curve of the saturated induction motor. Acta Technica CSAV, 1973, p.402-417.

27 Ciganek, L. Air gap field under the saturated tooth of an induction motor. IEEE Trans, PAS, 1968, p.1918-1924.

28 Crişan, A., Biró, K., Viorel, I.A. Curs de maşini electrice. Partea II. Maşini rotative fără colector. Litografia I.P.Cluj-Napoca, 1973.

29 Danilevici, IA.B., Dombrovski, V.V., Kazovski, E. Parametrii maşinilor de curent alternativ. E.T. Bucureşti, 1968.

30 Das Gupta, A.K., Dash, P.K. Derivation of the basic constants of three-phase inductor alternators in terms of winding parameters. IEEE Trans, PAS, 1969, p.566-574.

31 Dordea, T. Maşini electrice. E.D.P. Bucureşti, 1970.

32 Dordea, T. Beitrag zur Zweiachsentheorie der elektrischen Maschinen. A.f.E., 1966, p.362-371.

33 Dordea, T. Asupra cuplului electromagnetic al maşinilor electrice. "Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică", 1968, p.131-146.

34 Dordea, T., Novac, I. Considerarea pierderilor în fier în parametrii operaţionali ai maşinii sincrone. A doua conferinţă a electricienilor, Bucureşti, sept. 1969.

35 Dordea, T. Influenţa efectului de refulare asupra parametrilor conductoarelor în formă de pană plasate în crestături. A III-a Conferinţă a electricienilor, secţia VI, Bucureşti, 21-23 sept. 1972.

36 Freeman, E.M. — The calculation of harmonics, due to slotting, in the flux-density waveform of a dynamo-electric machine. Proc. IEE, 1962, p. 581-588.

37 Fuchs, E.F. — Numerical determination of synchronous, transient and subtransient reactances of a synchronous machine. PH.D.Thesis, U. of Colorado, 1970.

38 Gheorghiu, I.S., Fransua, A.S. — Tratat de masini electrice. Vol.III. ... asincrone. Editura Academiei RSR, ...

39 Heller, B. — Der Einfluss der Nutung auf den Drehmoment-verlauf des käfigankermotors. Acta Technica CSAV, 1964, p.517-541.

40 Heller, B., Hamata, V. — Dopolnitelnîie polia momentî i poteri mognosti v asinkronnîh maşinah. Energhia, Moscova, 1964.

41 Heller, B., Jokl, A.L. — Tangential forces in squirrel-cage induction motors. IEEE Trans, PAS, 1969, p.484-492.

42 Heller, B., Jokl, A.L. — Losses in squirrel-cage motors due to rotor skew. IEEE Trans, PAS, 1971, p.556-563.

43 Heller, B., Klima, V. — Die sekundäre Ankerrückwirkung in Käfig-ankermotoren bei Anordnung von parallelen Zweigen in der Statorwicklung. Acta Technica CSAV, 1970, p.321-330.

44 Heller, B., Klima, V. — Die sekundäre Ankerrückwirkung im Käfig-ankermotor. Acta Technica CSAV, 196., p.369.

45 Honsinger, B. — Theory of end-winding leakage reactance. AIEE Trans, Part III, 1959, p.417-4..

46 Ishizaki, A., Hirayama, K. — Determination of equivalent circuit parameters for performance calculation of polyphase induction machines. Elect. Eng. Japan, 1967, p.71-79.

47 Ivanes, M. — Influence de la forme du champ magnétique dans l'entrefer et la résistance de contact des cages sur les pertes supplémentaires des machines à induction. R.G.E., 1968, p.368-376.

48 Jayawant, B.V. — Induction machines. Mc.Graw-Hill, 1968.

49 Klima, V., Keller, B. — Regeln zur Vermeidung von Ausgleichströmen im Dreieck, bzw. in parallelen Zweigen. Acta Technica CSAV, 197o, p.1-14.

5o Kostenko, M., Piotrovski, L. — Machines électriques. Tome II. Machines à courant alternatif. Éditions Mir, 1969.

51 Kreisinger, V., Adam, J. — Computing of currents in windings of feromagnetic circuits. Acta Technica CSAV, 1973, p.3o3-326.

52 Lengyel, Z. — Aszinkrón gép szórási reaktánciája áramfüggésének számítása. Elektrotechnika, 1972, p.294-3o2.

53 Lindsay, J.F., Barton, T.H. — Parameter identification for squirrel cage induction machines. IEEE Trans, PAS, 1973, p.1287-1292.

54 Lindsay, J.F., Barton, T.H. — A modern approach to induction machine parameter identification. IEEE Trans, PAS, 1972, p.1493-1499.

55 Liwschitz, M.M. — Leakage reactance of the squirrel cage rotor with respect to the stator harmonics and the equivalent circuit of the induction motor. AIEE Trans, 1947, p.14o7-14o8.

56 Liwschitz, M.M., Fornhals, W.H. — Some phases of calculation of leakage reactance of induction motors. AIEE Trans, 1947, p.14o9-1413.

57 Macfadyen, W.K., Simpson, R.R.S., Slater, R.D., Wood, W.S. — Representation of magnetisation curves by exponential series. Proc. IEE, 1973, p.9o2.

58 Nasar, S.A. — Electromechanical energy conversion in n-winding double cylindrical structures in presence of space harmonics. IEEE Trans, 1968, p.1o99-11o6.

59 Nasar, S.A. — Electromagnetic energy conversion. Devices and systems. Prentice-Hall, 197o.

6o Neuhaus, W., Weppler, R. — Der Einfluss der Nutöffnungen auf den ...momentverlauf von Drehstrom-Asynchron... mit Käfigläufer. ETZ-A, 1969, p.186-1.1.

61 Nicolaide, A. — Maşini electrice. Vol.I şi II. Ed. Scrisul Românesc, Craiova, 1975.

62 Oberretl, K. — Über Sättigungsoberfelder in Induktions-maschinen. E.u.M., 1961, p.285-294.

63 Oberretl, K. — Die Oberfeldtheorie des Käfigmotors unter Berücksichtigung der durch die Ankerrück-wirkung verursachten Statoroberströme und der parallelen Wicklungszweige. A.f.E., 1965, p.343-364.

64 Oberretl, K. — Field-harmonic theory of slip-ring motor taking multiple armature reaction into account. Proc. IEE, 197o, p.1667-1674.

65 Oberretl, K. — Das zweidimensionale Luftspaltfeld einer Drehstromwicklung mit offen Nuten. A.f.E., 197o, p.371-381.

66 Oberretl, K. — To the calculation of forces from the mag-netic energy by virtual displacement. Acta Technica CSAV, 1976, p.184-196.

67 Odok, A.M. — Stray-load losses and stray torques in induction machines. AIEE Trans, PAS, 195., p.43-53.

68 Ozawa, A. — Analysis of slot gaps by Schwarz-Christoffel transformation. Elect.Engng., Japan, 1967, p.8-18.

69 Popow, L.W. — Die Theorie der Asynchronmaschine mit Käfigläufer unter Berücksichtigung der Ständer-und Läufernutung. Elektrie, 1971, p.344-345.

7o Pasdeloup, M. — Calcul et mésure des pertes supplé... dans les moteurs asynchrones. ..., p.144-146.

71 Răduleţ, R. Bazele electrotehnicii. Probleme. Vol.I. E.D.P. Bucureşti, 197o.

72 Richter, R. Maşini electrice. Vol.I. E.T.Bucureşti, 1958.

73 Richter, R. Maşini electrice. Vol.IV. E.T.Bucureşti, 196o.

74 Richter, R. Infăşurările maşinilor electrice. E.T. Bucureşti, 1958.

75 Simonyi, K. Electrotehnică teoretică. E.T.Bucureşti, 1974.

76 Stoia, D. Studiul cîmpului magnetic caracteristic turbogeneratoarelor sincrone. Rezumatul tezei de doctorat. I.P.Bucureşti, 1973.

77 Stuart, R.D. Introducere în analiza Fourier cu aplicaţii în tehnică. E.T.Bucureşti, 1971.

78 Schuisky, W. Rascet electriceskih maşin. Energhia 1968.

79 Taegen, F., Hommes, E. Die Theorie des Käfigläufermotors unter Berücksichtigung der Ständer-und Läufernutung. A.f.E., 1974, p.331-339.

8o Timotin, A., Hortopan, V. Lecţii de bazele electrotehnicii. Vol.I. E.D.P. Bucureşti, 1962.

81 Trutt, F.C., Erdélyi, E.A., Hopkins, R.E. Representation of the magnetization characteristic of DC machines for computer use. IEEE Trans, PAS, 1968, p.665-669.

82 Tugulea, A. Reactanţa de dispersie şi rezistenţa în curent alternativ a laturilor de bobină situate în crestături eliptice. Studii şi cercetări de Energetică şi Electrotehnică Tom 16, nr. 2, 1966, p.221-235.

83 Vasilievici, A. Influenţa saturaţiei asupra reactanţelor de dispersie la maşini de inducţie. A doua conferinţă a electricienilor. Bucureşti, sept. 1969.

84 Veinott, C.G. Theory and design of small induction motors. Mc.Graw-Hill, 1959.

85 Veinott, C.G. Spatial harmonic magnetomotive forces in irregular windings and special connections of polyphase windings. IEEE Trans, PAS, 1964, p.1244-1253.

86 Wylie, C.R.Jr. Advanced engineering mathematics. Mc.Graw-Hill, 196o.

87 Viorel, I.A. Asupra calculului permeanţei echivalente variabile a întrefierului maşinii de inducţie. Buletinul ştiinţific I.P.C., 18, 1975, p.52-54.

88 Viorel, I.A. Cîmpul în întrefierul maşinii de inducţie cu considerarea deschiderilor crestăturilor. Buletinul ştiinţific I.P.C.N., 19, 1976, p.49-5o.

89 Viorel, I.A., Ignat, I. Calculul curenţilor şi a cuplurilor parazite la maşina de inducţie. Probleme actuale de informatică şi conducere.Comunicările selective ale celui de al III-lea Simpozion de informatică, 11-18 mai 1977, Cluj-Napoca şi Satu-Mare, Ed.Dacia 1977, p.34o-345.

9o Viorel, I.A. Asupra calculului inductivităţii de dispersie a părţii de înfăşurare plasată în crestătură la maşina de inducţie. Al IV-lea Simpozion de Informatică şi Conducere Cluj-Napoca, 1o-13 mai 1978.