MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

Ing.Viorel Trifa

SISTEME DE REGLARE A POZITIEI CU MOTOARE ELECTRICE PAS CU PAS

Teză de doctorat

CONDUCATOR STIINTIFIC
Prof.dr.ing.Eugen Seracin

Timişoara
-1978-

CUPRINS

Pag.

1. INTRODUCERE 3

2. STRUCTURA ELECTROMAGNETICA A MPP 8
   2.1. Clasificarea funcţională a MPP 8
   2.2. Cuplul static sincronizant al MPP 15
   2.3. Sistemul de comutaţie al MPP 17
   2.4. Calculul inductivităţilor MPP 21

3. METODE DE ANALIZA A SISTEMELOR DE ACTIONARE CU MPP 32
   3.1. Modelul liniar m-fazat al SAMPP 32
   3.2. Efectul saturaţiei magnetice 35
   3.3. Modelul transformat al SAMPP 37
      3.3.1. Modelul $\alpha\beta$ 38
      3.3.2. Modelul dq 42
      3.3.3. Normarea ecuaţiilor modelelor matematice 45
      3.3.4. Aplicaţie pentru MPP inductor cu autoexcitaţie. 47
   3.4. Modelul liniar operaţional al SAMPP 56
   3.5. Analiza SAMPP în planul fazelor 62
      3.5.1. Aplicaţie pentru MPP cu 4 faze 65

4. SISTEME DE POZITIONARE CU MPP IN CIRCUIT DESCHIS 70
   4.1. Stabilitatea în regim staţionar 72
   4.2. Stabilitatea în regim dinamic 73
      4.2.1. Stabilitatea în regimul de pornire 75
      4.2.2. Calculul caracteristicilor limită de pornire... 78
      4.2.3. Stabilitatea în regimul de oprire 83
      4.2.4. Calculul caracteristicilor limită de oprire.... 85
      4.2.5. Stabilitatea în regimul de reversare 88
      4.2.6. Calculul caracteristicilor limită de reversare. 91
   4.3. Regimul cvazistaţionar al SAMPP 93
      4.3.1. Stabilitatea în regim cvazistaţionar 95
      4.3.2. Calculul caracteristicilor limită de mers......101

5. SISTEME DE POZITIONARE CU MPP IN CIRCUIT INCHIS DE TIP HIBRID 104
   5.1. Identificarea SPMPP în CIH 105
   5.2. Analiza răspunsului SPMPP în CIH 107
   5.3. Stabilitatea SPMPP în CIH 113
      5.3.1. Deducerea funcţiei de descriere discretă.......115
      5.3.2. Deducerea funcţiei de transfer în z a părţii liniare 123
      5.3.3. Determinarea stabilităţii sistemului...........124

Pag.

6. SISTEME DE POZITIONARE CU MPP IN BUCLA MINORA 131
6.1. Sisteme de acţionare cu MPP în buclă minoră 132
6.1.1. Funcţionarea SAMPP în BM 132
6.1.2. Identificarea SAMPP în BM 136
6.1.3. Analiza SAMPP în BM 141
6.1.4. Caracteristici limită ale SAMPP în BM 143
6.2. Automatizarea SAMPP în BM 144
6.2.1. Comanda prin microprocesor a SAMPP în BM 145
6.2.2. Comanda prin regulator a SAMPP în BM 149
6.3. Analiza sistemului automat de reglare a vitezei MPP în BM 151
6.3.1. Graful sistemului automat 153
6.3.2. Analiza sistemului automat cu microprocesor ... 158
6.3.3. Sinteza sistemului automat cu regulator liniar. 160
6.4. Schema sistemului de poziţionare cu MPP în BM 165
7. SISTEME DE POZITIONARE CU MPP IN REGIM DE MICROPASIRE 168
7.1. Principiul funcţionării MPP în regim de micropăşire... 169
7.2. Schema SPMPP în μP 173
7.3. Calculul schemei de alimentare 175
7.4. Simularea numerică a funcţionării MPP în μP 177
8. CONSIDERATII ASUPRA PROIECTARII SPMPP. INCERCARI EXPERIMENTALE SI APLICATII INDUSTRIALE 182
8.1. Consideraţii asupra proiectării SPMPP 182
8.2. Incercări experimentale 187
8.3. Aplicaţii industriale 195
9. INCHEIERE 198
BIBLIOGRAFIA 201

LISTA ABREVIERILOR

MPP - motor electric pas cu pas;
SAMPP - sistem de acţionare cu motor electric pas cu pas;
SPMPP - sistem de poziţionare (sistem de reglare a poziţiei) cu motor electric pas cu pas;
CD - circuit deschis;
CI - circuit închis;
CIH - circuit închis, tip hibrid;
BM - buclă minoră;
μP - micropăşire;
CNA - convertor numeric-analog.

1. INTRODUCERE

In ultimul deceniu utilizarea motoarelor pas cu pas (MPP) ca mijloace de acţionare în sisteme de reglare a poziţiei, a luat o mare amploare. Argumentul esenţial care încurajează extinderea aplicării acestor motoare îl prezintă însăşi proprietatea lor definitorie - aceea de convertor impuls/deplasare - proprietate care se poate exploata din plin în sistemele de reglare a poziţiei. Printre performanţele lor, care le departajează de alte tipuri de motoare electrice, se pot aminti [4,52]:

- transpunerea directă în practică în modul cel mai simplu a principiului de poziţionare numerică, conform căruia, mărimea unei deplasări impuse se poate realiza prin comanda motorului cu un număr de impulsuri predeterminat;
- convertirea frecvenţei impulsurilor de comandă în număr de deplasări incrementale (paşi) pe unitatea de timp, constituie o rezolvare extrem de simplă a problemei vitezei de poziţionare;
- schimbarea sensului de distribuţie a impulsurilor aplicate fazelor motorului dă posibilitatea inversării sensului de rotaţie al motorului la oricare pas al acestuia;
- particularitatea MPP de a executa paşi mici oferă cel puţin două mari avantaje: posibilitatea obţinerii unei rezoluţii ridicate a mişcării de poziţionare şi simplificarea considerabilă a lanţului cinematic al transmisiei mecanice;
- regimul de pornire/oprire/reversare fără pierderi de paşi, simplifică caracteristica de viteză a poziţionării, eliminînd de multe ori necesitatea frînării înaintea poziţiei finale, sau "căutarea" acesteia;
- memorarea poziţiei prin blocarea electromecanică a rotorului la ultimul impuls de comandă aplicat, elimină dispozitivele auxiliare de blocare;
- caracterul univoc al conversiei impuls/deplasare oferă avantajul excepţional al realizării de sisteme de poziţionare în circuit deschis, foarte simple şi ieftine, în multe aplicaţii, de neconceput cu alte tipuri de motoare electrice;
- motorul pas cu pas fiind el însuşi un element de execuţie numeric, dă posibilitatea realizării de dispozitive pur numerice, foarte uşor de integrat în sisteme numerice de comandă, de cele mai multe ori fără să implice elemente de cuplare (convertoare).

Prin deceniile 6 şi 7, ţări foarte avansate, ca SUA, Japonia, URSS, începeau aplicarea la scară industrială a motoarelor pas cu pas în sisteme de poziţionare, creîndu-şi şcoli proprii de cercetare şi tehnologie. Beneficiind de progresele spectaculoase în tehnica numerică, aceste motoare au început să fie rapid asimilate de majoritatea ţărilor industrializate, fie prin cercetări proprii, fie pe bază de licenţă.

Printre fabricanţii mai importanţi de motoare pas cu pas se pot enumera: Superior Electric (motoarele SLO-SYN), IMC Magnetics Co (motoarele TORMAX), Warner Electric - în SUA; Philips, Siemens, Durham şi Berger - în Europa occidentală; ENIMS - în URSS; Fujitsu - în Japonia.

Aplicaţii foarte variate au solicitat motoare pas cu pas [8, 52,96,97,98] : maşinile unelte cu comandă numerică, echipamentele periferice ale calculatoarelor, servoreglări în industriile metalurgică, chimică şi textilă, tehnica filmării, aeronautică şi strategia militară. Anvergura acestor aplicaţii a deschis şi o serioasă dispută pe tărîmul cercetării ştiinţifice, care a început să fie deja cunoscută pe plan internaţional prin simpozioane cu tematică adecvată. Dintre acestea "Annual Symposium on Incremental Motion Control Systems and Devices" de la Univ. Urbana - SUA, sub conducerea prof. B.C.Kuo, "International Conference on Stepping Motors and Systems" de la Univ. Leeds - Anglia, şi "Trudî Moskovskovo Ordena Lenina Energeticeskii Institut" - URSS, sub conducerea prof.M.G.Cilikin, reprezintă manifestaţii ştiinţifice care atrag cel mai mulţi specialişti în domeniul motoarelor pas cu pas şi aplicaţiile acestora.

In ţara noastră, aflată încă în faza asimilării motoarelor pas cu pas, această nouă direcţie a reţinut atenţia unor specialişti care, printr-o serie de rezultate teoretice şi practice [11 ... 16, 38...52,89,92] au arătat că asimilarea motoarelor pas cu pas în industrie pe bază de cercetări proprii este posibilă şi oportună. In acest cadru şi în aceeaşi idee a apărut şi lucrarea de faţă, autorul încercînd să prezinte un tablou al posibilităţilor de utilizare a motoarelor pas cu pas pentru reglarea poziţiei. Beneficiind de o premiză favorabilă, tematica lucrării se înscrie pe o coordonată majoră a dezvoltării industriei româneşti, în spiritul de emulaţie creatoare care caracterizează o etapă revoluţionară din punct de vedere tehnico-ştiinţific.

Performanţele care recomandă motorul pas cu pas în dispozitive de poziţionare, limitele acestora, sistemele de reglare a poziţiei care pot fi concepute cu acest motor, metodologia de studiere a acestora precum şi criteriile de proiectare şi realizare de echipamente de poziţionare cu motoare pas cu pas, sînt problemele principale care alcătuiesc cadrul lucrării de doctorat.

In capitolul 2 este cuprins un material sintetizat de autor din literatura existentă asupra MPP ca maşini electrice, analizate în spiritul clasificării funcţionale a acestora, adică după modul cu are loc excitaţia. Această modalitate de prezentare este favorabilă includerii MPP în modele matematice unitare, care îmbină fenomene specifice maşinii electrice cu acelea ale dispozitivului de comandă şi alimentare cu impulsuri. Este definit cuplul static sincronizant, sînt arătate posibilităţile de alimentare a fazelor şi se prezintă calculul succint al inductivităţilor MPP pornind de la schemele echivalente ale circuitelor magnetice.

Capitolul 3 preia caracterizările făcute anterior asupra structurii electromagnetice a MPP, definind sistemele de acţionare cu MPP (SAMPP) şi mijloacele adecvate de analiză a acestora. Este dedus modelul matematic m-fazat al SAMPP cu indicaţii referitoare la includerea efectului saturaţiei. Din acest model se deduc modelele transformate exprimate în coordonate rectangulare $\alpha\beta$ şi dq, concluzionînd că aceste transformări nu sînt eficace pentru orice tip de MPP şi doar în cazul unor tensiuni de alimentare particulare. Modelul dq este aplicat pe un caz concret de MPP-inductor cu autoexcitaţie, cu 4 faze şi verificat apoi prin simulare numerică pe calculator.

O metodă de analiză adecvată interpretării MPP ca element automat în sisteme de reglare a poziţiei este bazată pe folosirea transformatei Laplace, domeniu în care autorul propune un model operaţional generalizat al MPP, din care se scoate o funcţie de transfer unghi/impuls, simplă şi comodă.

Metoda planului fazelor, care are ca obiect studiul dinamicii mişcării rotorului MPP, este extinsă pentru cercetarea influenţei caracterului cuplului rezistent asupra mişcării [41].

Modelele matematice, dezvoltate şi aplicate pe cazuri concrete de MPP de construcţie proprie, sînt exprimate în valori raportate, indicîndu-se şi relaţiile între mărimile de bază.

Capitolul 4 acordă un spaţiu important sistemelor de poziţionare cu MPP în circuit deschis (SPMPP în CD), avînd în vedere că acestea domină în prezent tehnica poziţionării punct cu punct. Sînt generalizate expresiile cuplului electromagnetic dependent de unghi şi constanta de timp electrică a MPP şi se cercetează stabilitatea mişcării în regimul dinamic şi cvazistaţionar, arătîndu-se metode numerice originale pentru determinarea limitelor funcţionării MPP în circuit deschis fără pierderi de paşi [41]. La regimul cvazistaţionar, interpretat într-o manieră nouă, bazată pe studiul echilibr lui energetic al acţionării [44], se defineşte pentru prima dată unghiul de comutaţie pentru funcţionarea în circuit deschis, parametru autoreglat, dependent de principalii factori ai acţionării.

Capitolul 5 tratează sistemele de poziţionare în care MPP, privit ca element automat discret, este inclus într-o buclă analogic de reglare a poziţiei, rezultînd SPMPP în circuit închis de tip hibrid. Aproape în întregime original, capitolul oferă metodele adecvate de abordare în spiritul teoriei reglării automate [43]. Este făcută identificarea ca sistem automat neliniar cu eşantionare, la care perioada de eşantionare este inversa frecvenţei de comandă a MPP. Analiza răspunsului sistemului automat se face aplicînd metoda grafurilor, iar cercetarea stabilităţii se face grafo-analitic, utilizînd planul atenuare-fază, transformata z şi funcţia de descriere discretă. Din studierea stabilităţii rezultă alegerea unei perioade de eşantionare care să satisfacă un comprimis între eroarea de poziţionare şi stabilitatea sistemului.

Capitolul 6 este dedicat sistemului de poziţionare cu MPP în buclă minoră (SPMPP în BM), sistem perfecţionat de comandă în funcţie de unghi a MPP, preferat în concepţia multor specialişti, dar insuficient tratat ca sistem automat. După o prezentare generală, definitorie, se face remarca performanţelor acestui nou mod de funcţionare a MPP, prin simulare numerică, pe un model matematic dedus la capitolul 3. Se face o generalizare a tehnicilor cunoscute de injectare/suprimare de impulsuri din bucla minoră, după care se propune un model matematic original pentru funcţionarea MPP în BM, acesta fiind definit ca element automat neliniar cu acţiune continuă în care variabilele au înţelesul de valori medii subordonate în timp mişcării rotorului. Se defineşte întîrzierea impulsurilor în bucla minoră ca mărime de intrare şi se trece la analiza funcţionării SAMPP în BM pe modelul propus, găsindu-se comportări statice şi dinamice similare funcţionării motorului de c.c. serie. Se dă o metodă originală de calcul al caracteristicilor statice cuplu/frecvenţă ale MPP în BM.

Se expun principiile de automatizare a SAMPP în BM avînd ca mărime de intrare întîrzierea impulsurilor pe bucla minoră, efectuînd aici şi convertirea unor algoritmuri de procesare discretă cu microprocesor a vitezei, în caracteristici de transfer neliniare continui. Se propune un nou mod de automatizare a SAMPP în BM printr-o buclă analogică de reglare a vitezei conţinînd un regulator liniar continuu.

Analiza sistemului automat cu MPP în BM identificat ca sistem neliniar cu acţiune continuă este făcută cu ajutorul algebrei grafurilor, exprimînd caracteristicile de transfer ale elementelor componente prin ecuaţii algebrice liniare, valabile la un moment de timp dat. Metoda de analiză este extinsă pentru sinteza sistemului automat, găsindu-se că un regulator PI este cel mai adecvat.

Capitolul 7 se ocupă cu sistemele bazate pe micropăşirea MPP - una din cele mai noi tehnici de comandă a MPP, de mare perspectivă prin performanţele sale şi aflată deocamdată în stadiu de elaborare. Avînd ca punct de plecare un dispozitiv original, autorul exprimă principiile de funcţionare a MPP în regim de micropăşire, deducînd legile de procesare a curenţilor în fazele motorului. Se propune o schemă de poziţionare cu compensarea deviaţiei MPP - pentru mărirea preciziei de poziţionare - şi se prezintă calculul convertoarelor numeric/analogice ale schemei de alimentare. In final se verifică performanţele micropăşirii prin simulare numerică pe un model matematic dedus anume pentru acest regim de funcţionare.

Partea practică - experimentală a lucrării este cuprinsă în capitolul 8, în care autorul propune criteriile proiectării SPMPP - ca rezultat aplicativ al capitolelor anterioare. Sînt arătate încercările experimentale efectuate pentru diferite sisteme de poziţionare la faza de laborator sau prototip pe echipamente şi dispozitive de concepţie proprie. Sînt marcate prin fotografii cîteva din realizările la faza industrială ale autorului, reflectînd aplicarea unor invenţii [46,47,48,49,50,51] şi care au fost produsul unor contracte de cercetare [100] în domenii ca: maşini unelte, echipamente periferice ale calculatoarelor, industria minieră. Aceste aplicaţii constituie, de altfel, rezultatul eforturilor depuse de autor în îndeplinirea deziderатului major al integrării cercetărilor în sfera productivă.

Doresc să exprim pe această cale mulţumiri alese conducătorului ştiinţific, tovarăşului profesor doctor inginer Seracin Eugen, care m-a îndrumat cu competenţă şi bunăvoinţă, atît pe parcursul pregătirii ca doctorand, cît şi la elaborarea prezentei lucrări, oferindu-mi şansa unor colaborări onorante.

Mulţumesc de asemenea colegilor de la laboratorul de Acţionări electrice din I.P.Cluj-Napoca care au contribuit la menţinerea unui climat propice cercetărilor şi realizărilor obţinute şi în mod special tovarăşului profesor doctor inginer Kelemen Arpad, căruia îi datorez în primul rînd orientarea mea profesională.

2. STRUCTURA ELECTROMAGNETICA A MPP

2.1. Clasificarea funcţională a MPP

Dacă din punct de vedere constructiv există o mare varietate de MPP, din punctul de vedere al transformărilor electromagnetice specifice, MPP se pot clasifica într-un număr mai restrîns de grupe funcţionale. Această nouă clasificare este preferată în studierea SAMPP întrucît se bazează pe modul de legare a bobinelor MPP şi pe tipul comenzii, conducînd la o tratare unitară a proceselor sale electromagnetice.

Criteriul care stă la baza clasificării funcţionale a MPP este modul cum are loc excitaţia. Existenţa unui sistem separat de excitaţie (cu magneţi permanenţi sau bobine de excitaţie separate) sau lipsa lui, a determinat nomenclatura frecvent utilizată de MPP active sau reactive. Această împărţire s-a impus numai pe considerentul existenţei fizice a unei excitaţii a MPP, neţinîndu-se seama că în anumite condiţii un MPP, aparent fără excitaţie separată, poate avea o excitaţie proprie provenită din modul de legare a înfăşurărilor sale de comandă.

Prezentarea noii clasificări a MPP, susţinută de unii autori [8,89], se va face în continuare atît cu scop de sinteză, cît şi pentru abordarea mai uşoară a modelelor matematice ce vor face obiectul capitolului următor.

In funcţie de modul de legare a înfăşurărilor şi de tipul comenzii prin impulsuri, MPP se împart în trei categorii: inductoare, reactive şi inductor-reactive.

MPP inductoare pot fi cu autoexcitaţie sau cu excitaţie independentă prin bobine sau magneţi permanenţi (MPP inductoare electromagnetice). MPP inductoare cu autoexcitaţie sînt MPP cu rotor pasiv, la care se poate separa un circuit fictiv de excitaţie generat de existenţa componentei homopolare directe a curentului în faze. In figura 2.1 se prezintă un exemplu de MPP inductor cu autoexcitaţie, care are m=4 faze, ℓ=8 proeminenţe polare [55]. Fiecare fază este constituită din legarea a două înfăşurări diametral opuse, rezultînd q=2 poli pe o fază. Polii statorici au o polaritate alternantă, asigurînd autoexcitarea motorului, dacă este comandat cu impulsuri de aceeaşi polaritate. Dacă s-ar alimenta cu impulsuri de polaritate alternantă, motorul nu ar avea excitaţie deoarece ar lipsi componenta homopolară directă.

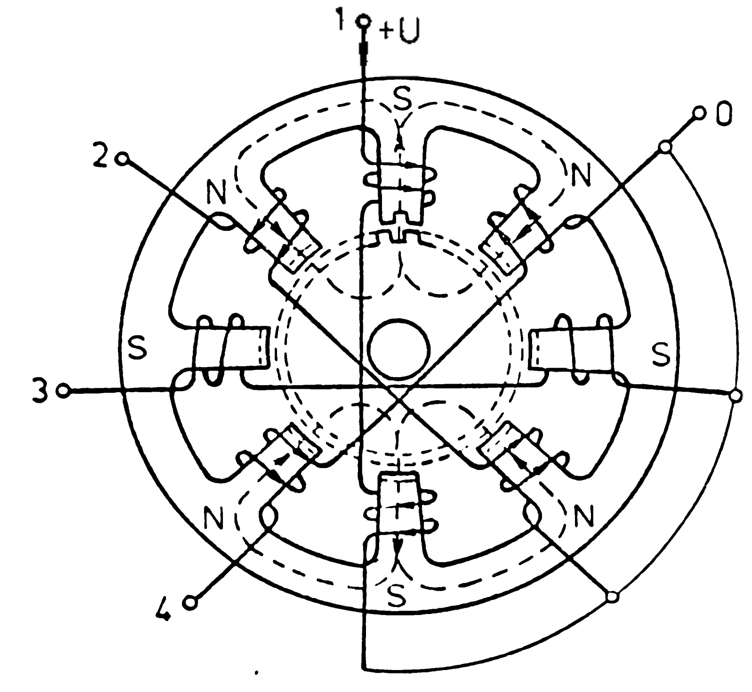


Fig.2.1. MPP inductor cu autoexcitaţie: m=4, ℓ =8, q=2.

Fluxul din întrefier are două componente: o componentă constantă produsă de componenta constantă a curentului, care creează excitaţia maşinii prin ℓ poli alternanţi şi o componentă rotitoare, cu un număr de poli egal cu numărul dinţilor rotorici z_r, determinată de componenta alternativă a curentului în faze.

Intrucît polii de excitaţie sînt întotdeauna perechi, rezultă că la acest tip de MPP numărul de faze este totdeauna par.

Fiind un motor des utilizat, se vor arăta în continuare cîteva date constructive.

Rotorul MPP inductoare cu autoexcitaţie este pasiv, avînd z_r dinţi. Pe fiecare pol statoric sînt z_s dinţi egali cu cei rotorici şi cu acelaşi pas dentar. Legătura între z_r, ℓ, m este [8] :

$$z_r = \frac{\ell}{m}(km \pm a) = q(km \pm a) \tag{2.1}$$

unde k=0,1,2,... este un număr întreg oarecare, iar $0 < a < \frac{m}{2}$, astfel ca m şi a să fie prime între ele. Valorile posibile pentru numărul a, ca şi pentru z_r sînt date în tabelul 2.1, pentru m=3...9.

Tabelul 2.1

m	3	4	5	6	7	8	9
a	1	1	1 2	1	1 2 3	1 3	1 2 4
z_r	$q(3k\pm1)$	$q(4k\pm1)$	$q(5k\pm1)$ $q(5k\pm2)$	$q(6k\pm1)$	$q(7k\pm1)$ $q(7k\pm2)$ $q(7k\pm3)$	$q(8k\pm1)$ $q(8k\pm3)$	$q(9k\pm1)$ $q(9k\pm2)$ $q(9k\pm4)$

Semnul din faţa lui a determină sensul de rotaţie a rotorului MPP faţă de sensul cîmpului învîrtitor statoric. Sensurile de rotaţie coincid pentru a pozitiv impar sau negativ par şi sînt inverse în cazurile celelalte.

Pentru a evita apariţia forţelor de atracţie unilaterale a rotorului în timpul funcţionării, pentru m > 4 se ia a maxim. In acest fel numărul a se poate interpreta ca fiind numărul de zone de fază aflate în cîmp pe durata dintre două tacturi de comandă.

La exemplul din figura 2.1, pentru ℓ = 8, m=4, q=2 rezultă $z_r = 8k \pm 2$.

MPP inductoare cu excitaţie independentă sînt MPP la care circuitul de excitaţie este separat fizic şi alimentat de la o sursă proprie de tensiune continuă. Fluxul constant de excitaţie nu mai este creat de componenta homopolară directă a curentului de fază, ca în cazul MPP inductoare cu autoexcitaţie şi prin urmare, motorul se va alimenta cu impulsuri de polaritate alternativă. Alimentarea cu impulsuri de aceeaşi polaritate ar satura inutil motorul, prin existenţa componentei homopolare directă a curentului.

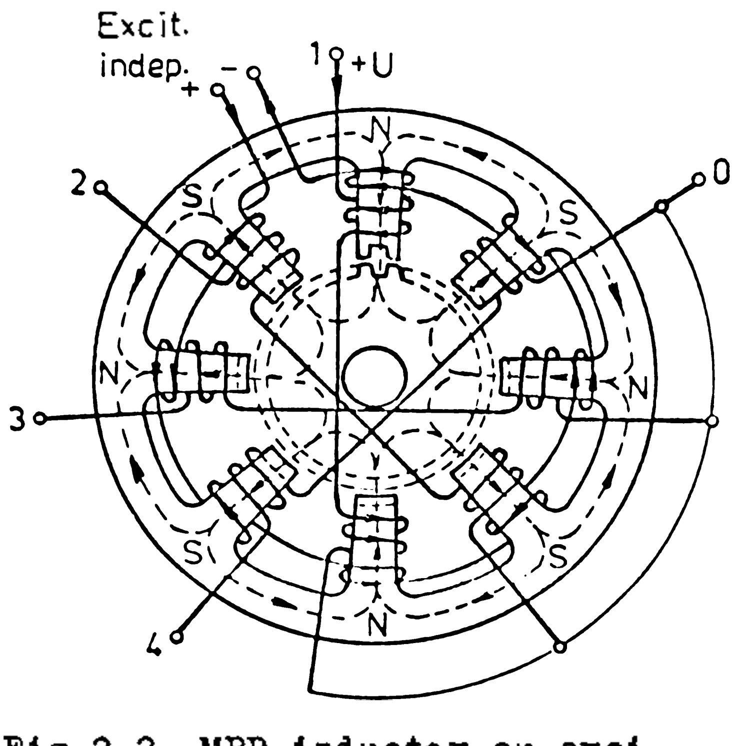


Fig.2.2. MPP inductor cu excitaţie independentă: m=4, ℓ=8, q=2.

In figura 2.2 este prezentată schiţa unui MPP inductor cu excitaţie independentă, obţinut din tipul cu autoexcitaţie din figura 2.1 [89].

Pentru a bloca apariţia fluxului de autoexcitaţie, trebuie evitat cuplajul magnetic între faze. Aceasta se face prin legarea a două înfăşurări pe o fază, corespunzătoare la permeanţe magnetice decalate cu $\pm\pi$ radiani electrici. In acest fel, după cum se va vedea ulterior, inductanţele mutuale sînt neglijabile.

In ceea ce priveşte consideraţiile constructive, configuraţia dentară este similară celei de la tipul cu autoexcitaţie. Construcţia statorului este mai complicată prin existenţa fizică a bobinelor de excitaţie. Cîştigul constă în aceea că energia de excitaţie nu se transmite motorului prin blocurile de alimentare cu impulsuri, ceea ce permite micşorarea puterii elementelor de comu taţie. In afară de aceasta, controlabilitatea independentă a curentului de excitaţie poate influenţa amortizarea mişcării rotorului şi prin aceasta, caracteristicile de lucru ale MPP [89].

MPP inductoare cu excitaţie independentă de la magneţi permanenţi (de tip electromagnetic) se obţin prin înlocuirea bobinelor înfăşurării de excitaţie cu magneţi permanenţi. In figura 2.3 este dat un exemplu de acest tip de MPP [8]. Fluxul de excitaţie constant al magneţilor permanenţi nu depinde de poziţia rotorului, datorită decalajului de $\pm\pi$ a permeanţei magnetice corespunzătoare la doi poli vecini, care formează o fază. Decalajul zonelor dinţate a doi poli separaţi de magnet este $\pm\pi/2$. Caracteristic pentru MPP cu magneţi permanenţi şi înfăşurări de comandă montate pe stator este faptul că zonele dinţate sînt saturate de fluxul total (magnet, componenta homopolară directă şi componenta variabilă a curentului în fază), ceea ce duce la micşorarea coeficientului de utilizare a magneţilor.

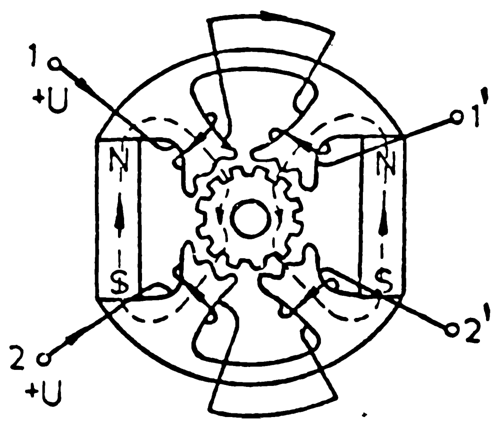


Fig.2.3. MPP inductor cu excitaţie de la magneţi permanenţi: m=2, q=2.

O variantă inversată a tipului prezentat este cea din figura 2.4 [8] la care magnetul permanent şi înfăşurările fazelor sînt pe rotor. Deşi rotorul are moment de inerţie ridicat, acest tip de MPP este avantajos prin posibilitatea efectuării unor paşi mici.

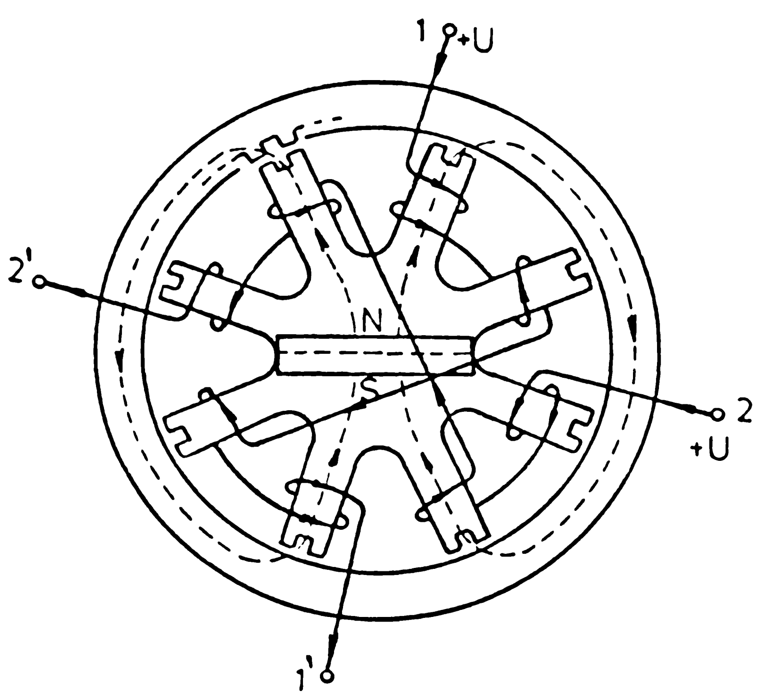


Fig.2.4. MPP inductor cu magnet în rotor: m=2, q=4.

La ambele variante prezentate alimentarea se face cu impulsuri de polaritate alternantă. Se poate observa că plasarea magnetului duce la stricarea simetriei circuitului magnetic şi implică greutăţi tehnologice. Din acest motiv s-a recurs la variante de motoare cu două statoare separate de magnet permanent şi rotor comun [8] . In exemplul din figura 2.5 cîmpul are o distribuţie radial-axială, datorită plasării axiale a magnetului permanent. Pasul este dat de decalajul 1/4 din pasul dentar, existent între cele două statoare.

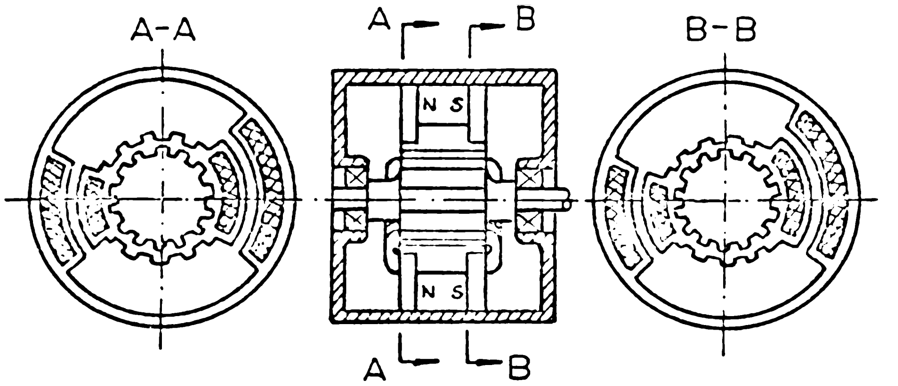


Fig.2.5. MPP inductor cu magnet permanent și 2 statoare.

Tot în categoria MP inductoare intră și MP cu rotor activ. Aceste motoare au excitația plasată pe poli rotori (bobine sau magneți permanenți), cu p perechi de poli și nu au o construcție dentară. Fluxul de excitație al rotorului nu conține componenta continuă, ceea ce este o deosebire față de MPP inductoare dințate. Motorul este mai rațional sub aspectul distribuției energiei magnetice, fapt care determină un randament superior față de alte tipuri de MPP. Aceste motoare sînt similare motoarelor sincrone cu poli aparenți și înfășurări de alimentare concentrate.

Există și tipuri combinate de MPP inductoare la care rotorul dințat este asociat cu un magnet permanent cilindric, așa cum se arată în exemplul din figura 2.6 [59]. Este o construcție mai bună sub aspectul distribuției energiei magnetice decît la MPP inductoare cu magneți pe stator. In literatură este cunoscut ca MPP hibrid și a fost elaborat de firma SUPERIOR ELECTRIC sub denumirea SLO-SYN [32,35,98].

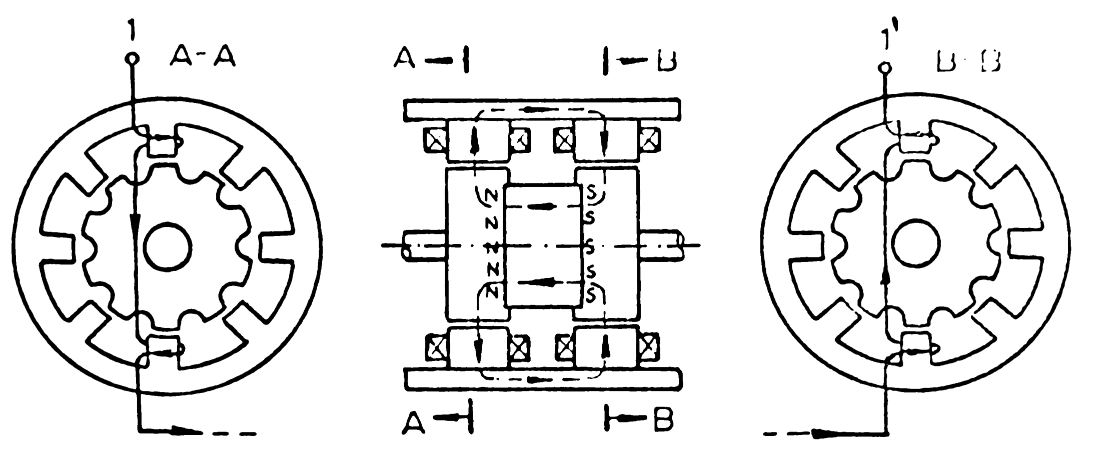


Fig.2.6. MPP inductor cu magnet permanent în rotor.

MPP reactive sînt MPP cu rotor pasiv dințat, și stator cu m= ℓ faze (q=1) dispuse pe poli cu tălpi dințate. Bobinele statorice sînt astfel legate încît să nu apară componenta homopolară directă a curentului (fluxului); altfel spus, nu există practic flux de excitaţie constant, deci motorul nu dezvoltă cuplu activ. In figura 2.7,a este dată schiţa unui MPP reactiv, obţinut prin transformarea legăturilor înfăşurărilor MPP din figura 2.1 [40], iar în figura 2.7,b un alt tip cu m=3 faze [17]. Cuplul se datorează principiului reluctanţei minime, deci are un caracter pur reactiv, ca în cazul motoarelor sincrone fără excitaţie. Nefiind necesară componenta homopolară directă a curentului în faze, se preferă alimentarea cu impulsuri de polaritate alternantă, iar nulul fazelor este suprimat. Alimentarea cu impulsuri de aceeaşi polaritate este posibilă, dar dă un randament mai slab prin prezenţa componentei continue a curentului - inutilizabilă.

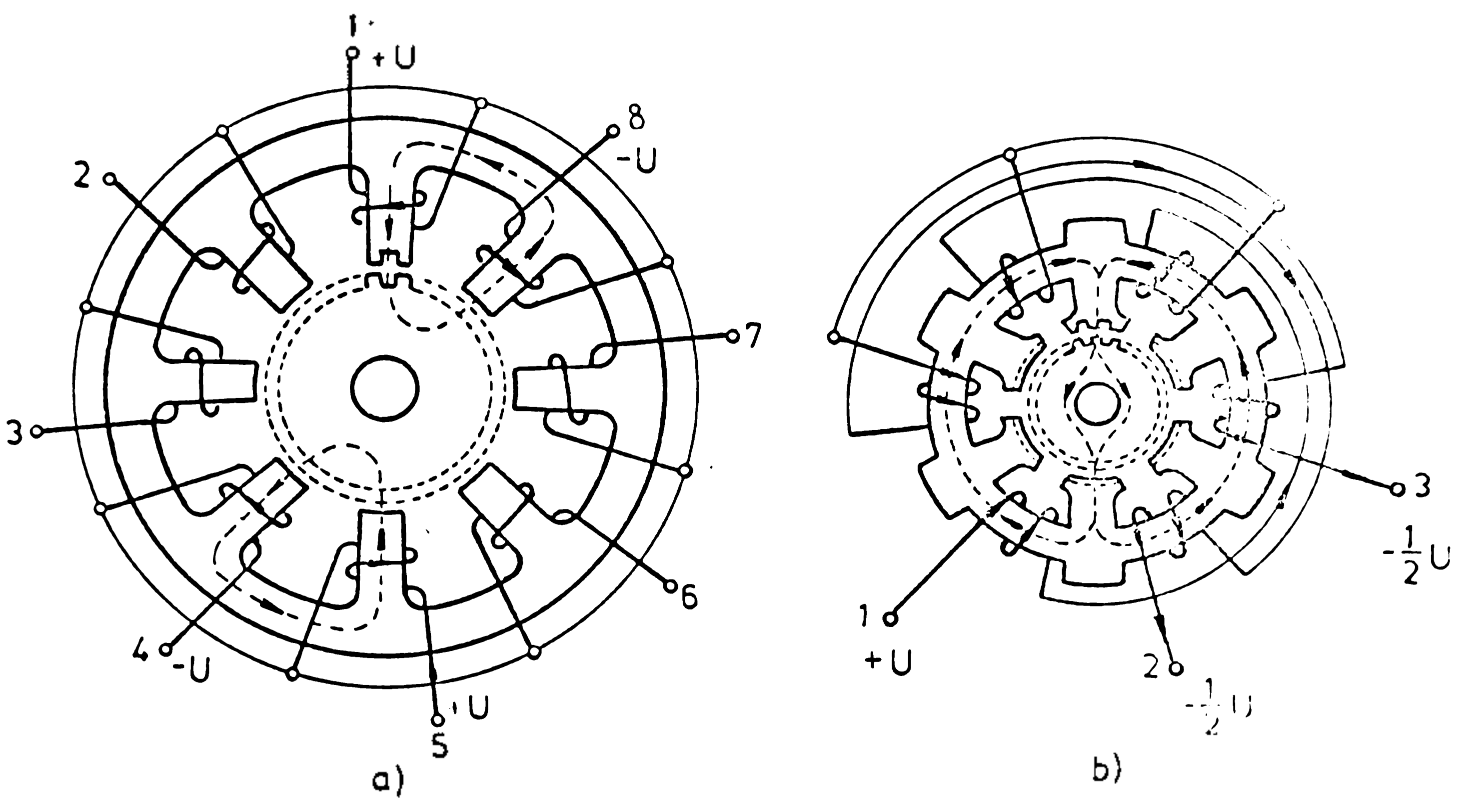


Fig.2.7. MPP reactive: a) m=8 faze; b) m=3 faze.

Cele mai frecvente construcţii sînt acelea cu 3 sau 6 faze legate în stea fără nul scos. Ele se mai numesc şi MPP reductoare [76].

<u>MPP inductor-reactive</u> sînt MPP cu rotor pasiv dinţat la care înfăşurările fazelor statorice sînt astfel legate încît să se elimine cuplajul magnetic între faze. La construcţiile monostatorice aceasta se realizează prin legarea a două bobine corespunzătoare la doi poli diametrali opuşi, cu permeanţe egale şi aceeaşi orientare magnetică. Un exemplu de MPP inductor-reactiv monostato-

este dat în figura 2.8 [100]. In cazul unei alimentări a fazelor cu impulsuri de aceeaşi polaritate, apare atît componenta homopolară directă cît şi cea inversă, ceea ce face ca motorul să dezvolte atît cuplu activ cît şi reactiv. In mod normal cele două cupluri acţionează contradictoriu, cel reactiv fiind mai mic. Pentru a mări mai mult cuplul activ se recomandă o secvenţă de alimentare monopolară cu mai multe faze alimentate simultan. Pentru m=4 faze se preferă alimentarea a 2 faze simultan cu impulsuri de aceeaşi polaritate. Se arată că în acest caz cuplul reactiv reprezintă 20% din cel activ [8].

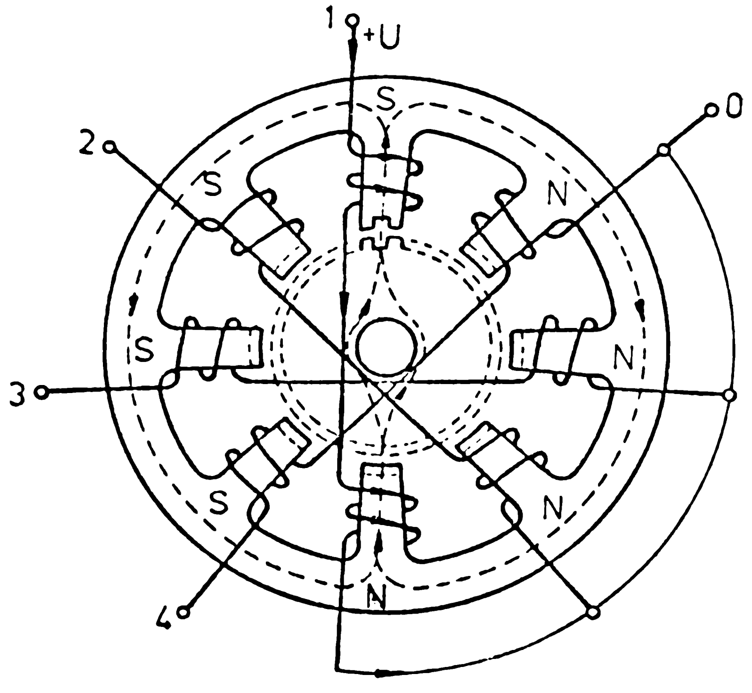


Fig.2.8. MPP inductor-reactiv: $m=4$, $\ell=8$, $q=2$.

La alimentarea cu impulsuri de polaritate alternantă, dispărînd componenta homopolară directă, dispare şi cuplul activ, motorul dezvoltînd numai cuplu reactiv, de valoare mai mică.

Din punct de vedere constructiv aceste MPP pot fi monostatorice sau polistatorice. La construcţiile monostatorice se ia $\ell=2m$ iar configuraţia dentară similară celei expuse la MPP inductoare. Lipsa cuplajului între faze le situează în aceeaşi clasă cu tipurile polistatorice. Un exemplu de MPP inductor-reactiv cu m=3 faze fiecare dispusă în întregime pe un stator, este dat în fig.2.9 [79].

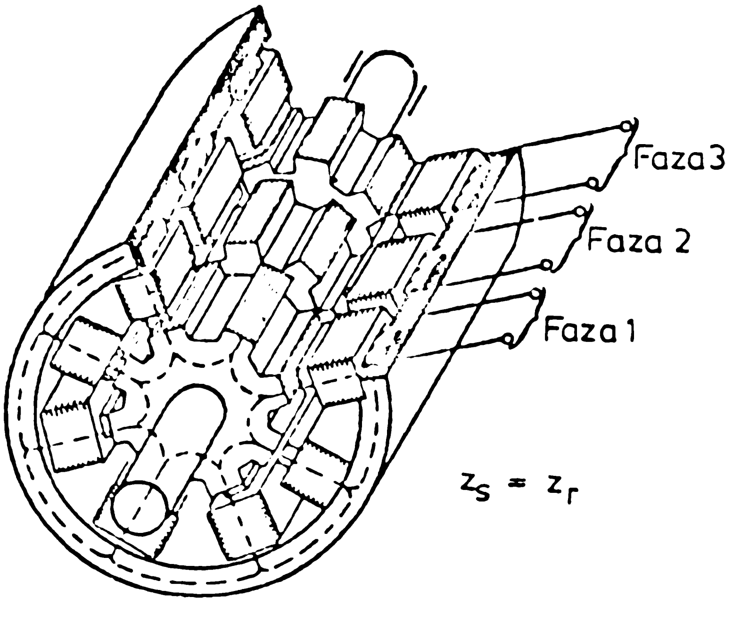


Fig.2.9. MPP inductor-reactiv cu trei statoare.

La acest tip numărul de dinţi rotorici este egal cu numărul de dinţi statorici. Pasul motorului este dat de decalajul dentar între pachetele rotorice, de 1/3 din pasul dentar, dinţii statorici nefiind decalaţi între statoare. Există şi situaţia inversă, la care pachetele rotorice sînt nedecalate, iar cele statorice decalate cu 1/3 din pasul dentar.

MPP polistatorice de acest tip au un cuplu mare comparativ cu celelalte MPP şi se utilizează în acţionarea mecanismelor de poziţionare ale maşinilor unelte. Firma FUJITSU Ltd-Japonia a asimilat MPP inductor-reactive cu 5 statoare, de tipurile EPM 109...110, pentru acţionarea maşinilor sale unelte cu comandă numerică [97] .

2.2. Cuplul static sincronizant al MPP [8]

Cuplul static sincronizant reprezintă dependenţa cuplului de unghiul de rotaţie, la curent constant prin înfăşurările MPP. Forma lui depinde atît de geometria circuitului magnetic cît şi de plasarea înfăşurărilor de excitaţie (sau a magneţilor permanenţi).

Cîmpul magnetic rezultant din întrefier, în ipoteza unui curent constant în înfăşurări, se poate considera ca fiind produs de o singură înfăşurare echivalentă (în cazul MPP fără excitaţie) plasată pe rotor sau pe stator, sau două înfăşurări (în cazul MPP cu excitaţie), una pe stator, alta pe rotor.

Neglijînd saturaţia circuitului magnetic, cuplul rezultant se poate exprima ca sumă de trei componente:

$$M(\theta) = \frac{dW}{d\theta_m} = \frac{1}{2}\, pI_s^2 \,\frac{dL_s(\theta)}{d\theta} + \frac{1}{2}\, pI_r^2 \,\frac{dL_r(\theta)}{d\theta} + pI_sI_r \,\frac{dL_{rs}(\theta)}{d\theta} \qquad (2.2)$$

în care:

I_s, I_r - valorile constante ale curenţilor din înfăşurările echivalente de pe stator sau rotor;

W - energia magnetică;

θ_m, θ - unghiul instantaneu mecanic, respectiv electric;

$L_s(\theta), L_r(\theta), L_{sr}(\theta)$ - inductivităţi proprii şi mutuale ale înfăşurărilor echivalente.

In cazul plasării înfăşurării echivalente numai de o parte a circuitului magnetic (stator sau rotor), cîmpul magnetic în întrefier se modulează cu unghiul de rotaţie fără a-şi schimba sensul, ceea ce înseamnă că energia magnetică are pulsaţii în jurul unei valori medii (fig.2.10,a). Valorile extreme ale energiei magnetice corespund valorilor extreme ale permeanţei magnetice, adică energia este maximă în poziţiile "dinte pe dinte" şi minimă în poziţiile "dinte pe crestătură". Aceste poziţii corespund pe curba cuplului punctelor stabile S, respectiv instabile NS, expresia cuplului fiind determinată de unul din primii doi termeni ai definiţiei (2.2).

Perioada modificării cîmpului în întrefier este egală cu pasul dentar, deci dintele şi crestătura sînt echivalente unei perechi de poli, adică $p=z_r$. De aici rezultă relaţia între unghiul electric şi mecanic:

$$\theta = z_r \theta_m . \tag{2.3}$$

Relaţia este valabilă pentru construcţiile obişnuite de MP. în care pasul dentar pe circumferinţa rotorului şi statorului este acelaşi. In cazul cînd numerele z_r şi z_s nu se divid între ele, se ia p egal cu cel mai mic multiplu comun al acestora, iar dacă sînt prime între ele atunci $p=z_r z_s$. Pentru majoritatea cazurilor este valabilă însă relaţia (2.3).

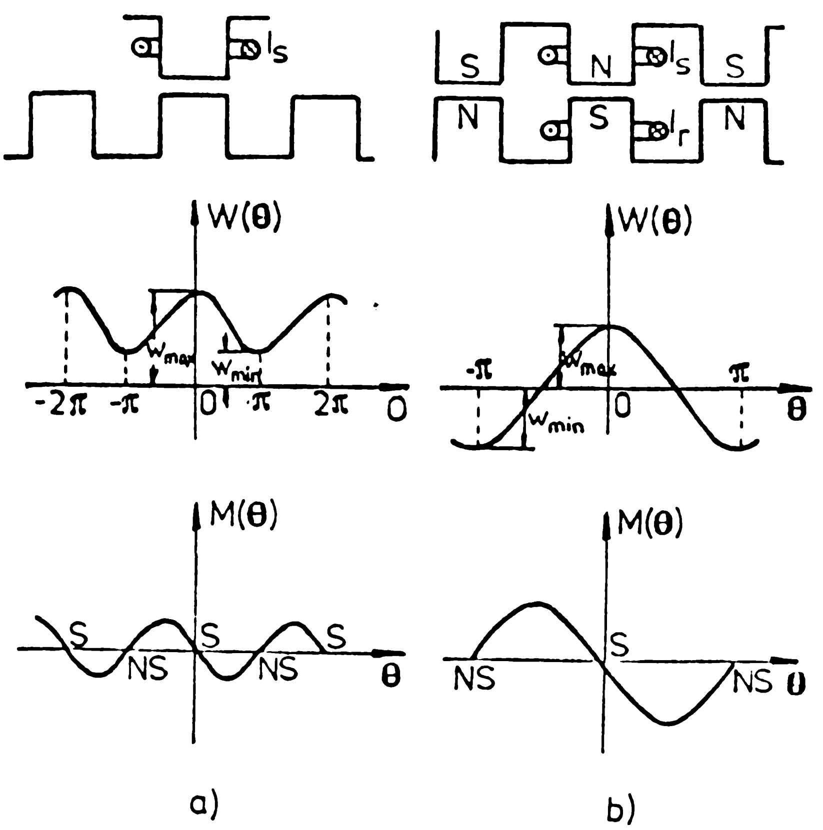


Fig.2.10. Cuplul static sincronizant la MPP: a) excitate pe o singură parte; b) excitate pe ambele părţi.

Pentru sistemul cu înfăşurări echivalente plasate atît pe stator cît şi pe rotor, energia magnetică variază ca mărime şi sens datorită cuplajului între cele două înfăşurări. Pentru aceeaşi configuraţie dentară, perioada de variaţie a energiei este dublă faţă de cazul sistemului cu o singură înfăşurare, iar valoarea medie a energiei este nulă (fig.2.10,b). Dacă dinţii au polaritate alternantă atunci numărul de perechi de poli este $p=z_r/2$ iar pasului polar îi corespunde π radiani electrici. In caz general $p=z_r/2y$, în care y este numărul de paşi dentari cuprinşi într-un pas polar. Cuplul are o perioadă dublă şi corespunde termenului al treilea din definiţia (2.2).

In realitate cuplurile de forma termenului al treilea din expresia (2.2) nu apar singure, din cauza configuraţiei întrefierului. Cuplul real este creat din suprapunerea celor două sau trei componente, caz în care componenta a treia este unda fundamentală, iar prima şi a doua dau armonici de ordin par multiplu.

2.3. Sistemul de comutaţie al MPP

Sistemul de comutaţie al MPP reprezintă posibilităţile de alimentare a înfăşurărilor sale cu tensiuni de diferite secvenţe şi polarităţi. De acest sistem depinde nu numai clasarea motorului în cele trei tipuri amintite, ci şi mărimea pasului şi numărul stărilor stabile ale sistemului.

Principial există trei variante de comenzi ale înfăşurărilor MPP [8] :

- comandă potenţială sau prin impulsuri;
- comandă monopolară sau bipolară;
- comandă simetrică sau nesimetrică.

Comanda potenţială se referă la durata alimentării unei faze în raport cu durata între două tacturi de comandă, 1/f, unde f este frecvenţa de comandă a MPP. Dacă durata alimentării unei faze este cel puţin egală cu 1/f, atunci este vorba de comandă potenţială. In acest caz durata aplicării tensiunii pe o fază variază invers proporţional cu frecvenţa. Dacă durata alimentării este constantă şi întotdeauna mai mică decît 1/f, atunci este vorba de o comandă prin impulsuri. Cele două comenzi se deosebesc şi prin aceea că după efectuarea unui pas rotorul este fixat, în cazul comenzii potenţiale şi nefixat, în cazul comenzii prin impulsuri. Deşi marea majoritate a schemelor de comutaţie ale MPP sînt cu comandă potenţială, s-a consacrat denumirea de comandă prin impulsur înţelegînd prin aceasta de fapt comanda cu tensiuni de durată 1/f.

Trebuie amintit că schemele de comutaţie bazate pe forţarea prin tensiune a pantei curentului în fazele MPP [42,96] efectuează de fapt o comandă combinată potenţială - prin impulsuri.

Comanda monopolară sau bipolară se referă la sensul tensiunii de alimentare pe o fază. Pentru un număr de faze mai mare de 3 schemele cu comandă bipolară devin din ce în ce mai complicate.

Comanda este simetrică dacă la un moment dat sînt alimentate acelaşi număr de faze şi nesimetrică dacă numărul fazelor alimentate simultan se schimbă alternativ la fiecare tact de comandă. Astfel, pot exista comenzi simetrice: simplă (1-2-3-...m), dublă sau pară (12-23-34...-m1), precum şi multiplă. Numărul maxim de faze alimentate simultan este m/2 pentru m par, sau (m+1)/2 pentru m impar. Comanda nesimetrică alternează, la fiecare tact de comandă, alimentarea unui număr par de faze cu unul impar;cele mai frecvente sînt 1-12-2-23-... sau 12-123-23-234-...

Cele mai simple scheme de comutaţie sînt cu comandă potenţială monopolară simetrică (simplă sau dublă), fapt pentru care acestea s-au extins.

O analiză mai amănunţită a posibilităţilor de comutaţie ale MPP se poate face prin introducerea vectorului reprezentativ $\overline{U}(\gamma)$, aşa cum este arătat în figura 2.11 [8]. Se consideră un model de motor cu m înfăşurări statorice identice şi simetrice pe circumferinţă. Unghiul dintre axele a două faze vecine, luate cu sens pozitiv este $2\pi/m$. Sensul tens.m.m., reprezentat prin sensul tensiunii de alimentare, asociat cu poziţia geometrică a fazei alimentate, dă interpretarea fizică vectorului reprezentativ $\overline{U}(\gamma)$, care ocupă poziţii discrete în cazul MPP. Astfel, în cazul unei comenzi monopolare simetrice simple, vectorul $\overline{U}$ poate ocupa m poziţii, formînd o stea cu m raze. Acestea se numesc stări electrice de bază a sistemului de comutaţie. In acest caz se defineşte pasul electric de bază:

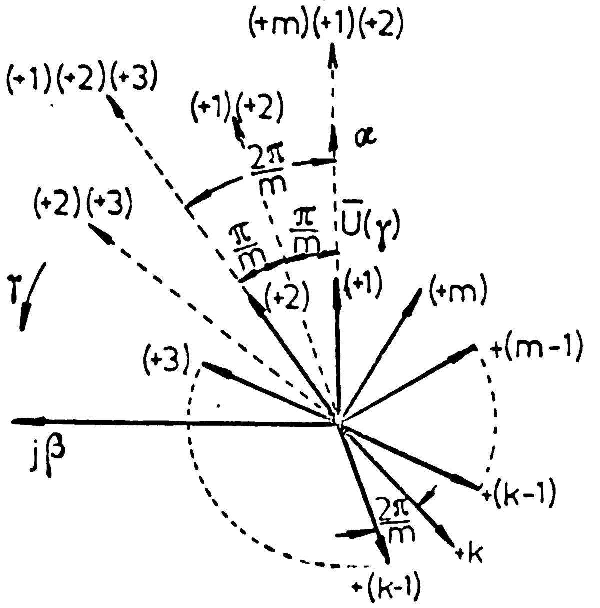


Fig.2.11. Vectorul reprezentativ al tensiunii de alimentare.

$$\theta_e = \frac{2\pi}{m} . \tag{2.4}$$

In cazul alimentării simultane a fazelor 1 şi 2, poziţia vectorului $\overline{U}$ se deplasează cu $\frac{\pi}{m}$, fiind suma geometrică a vectorilor corespunzători celor două faze vecine. Dacă starea electrică (+1) este urmată de starea (+1)(+2), pasul electric este înjumătăţit, adică devine π/m şi acesta se mai numeşte şi pas electric fracţionar. Se poate observa că dacă se succed stări simetrice pare: (+1)(+2), (+2)(+3),..., unghiul electric este acelaşi ca valoare cu pasul de bază dar poziţiile vectorului $\overline{U}$ sînt decalate cu π/m. Aceeaşi concluzie este valabilă şi pentru comutaţia simetrică multiplă.

Dependenţa pasului electric de tipul comutaţiei este arătată în tabelul 2.2, pentru comandă monopolară, iar în figura 2.12,a,b,c sînt reprezentate tensiunile pe faze pentru exemplul m=4 [42,92]. Dacă se unesc vîrfurile vectorului $\overline{U}$, corespunzătoare tuturor pozițiilor stărilor electrice, se obține un poligon regulat. In figura 2.13 sînt prezentate poligoanele secvențelor de alimentare pentru m=3 și m=4, comandă monopolară.

Tabelul 2.2

Tip comutație	Nr. tacturi pe ciclu (n)	Pasul electric (θ_e)	Poziția stărilor electrice
Simetrică simplă 1-2-3-...-m	n = m	$\frac{2\pi}{m}$	$N\frac{2\pi}{m}$ (N = 0,1,2,...,m-1)
Simetrică dublă 12-23-34-...-m1	n = m	$\frac{2\pi}{m}$	$\frac{\pi}{m} + N\frac{2\pi}{m}$ (N = 0,1,2,...,m-1)
Nesimetrică 1-12-2-23-...m1	n = 2m	$\frac{\pi}{m}$	$N\frac{\pi}{m}$ (N = 0,1,2,...,2m-1)

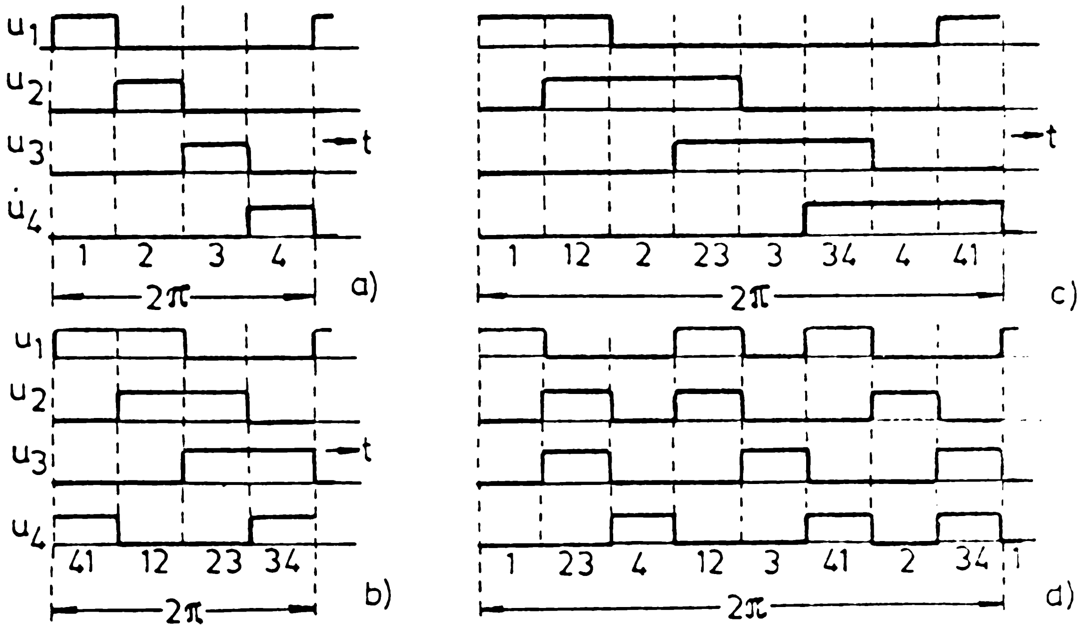


Fig.2.12. Comanda monopolară a MPP cu 4 faze: a) simetrică simplă; b) simetrică dublă; c) nesimetrică; d) cu salt.

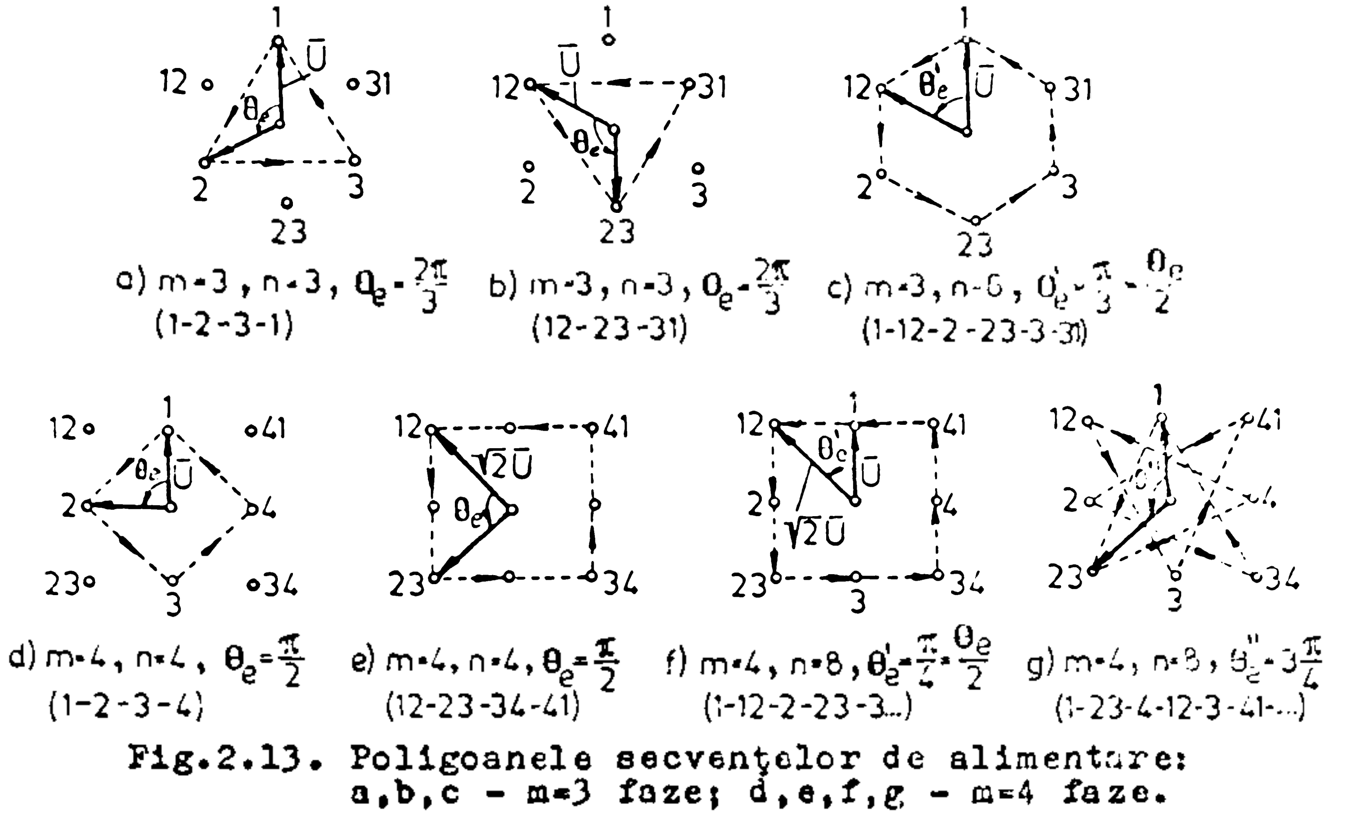


Fig.2.13. Poligoanele secvențelor de alimentare: a,b,c - m=3 faze; d,e,f,g - m=4 faze.

Se observă că pentru m=4 este posibilă o comutaţie deosebită, cu salt, care poate duce la mărirea pasului electric. In acest caz vectorul $\bar{U}$ sare de la poziţia corespunzătoare fazei 1 la poziţia mediană a fazelor 2 şi 3, realizînd un pas electric $\theta_e'' = 3\pi/4$. Pentru a ajunge la poziţia iniţială sînt necesare 8 tacturi şi două rotaţii complete ale vectorului $\bar{U}$.

Spectrul tensiunilor pe faze are un aspect relativ nesimetric şi este reprezentat în figura 2.12,d. Evident că acest mod de comutaţie duce la complicarea sistemului de alimentare a MPP.

In caz general [8] mărirea pasului electric este posibilă pentru $m \geq 4$ şi numărul posibilităţilor de mărire creşte cu numărul fazelor. In tabelul 2.3 sînt arătate condiţionările măririi pasului electric al MPP.

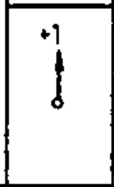
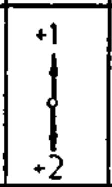
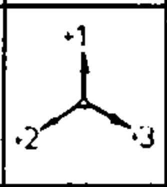
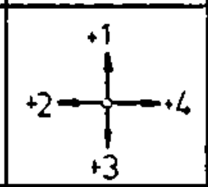
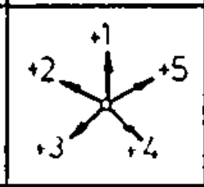
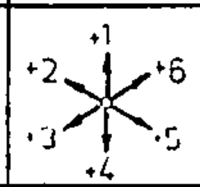
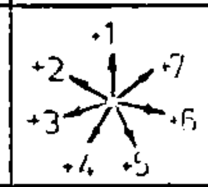
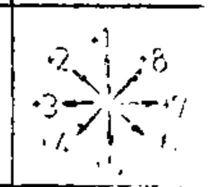
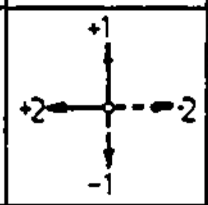
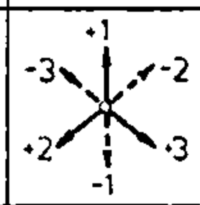
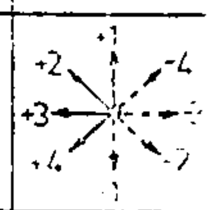
Tabelul 2.3

	Pas electric de bază ($2\pi/m$)	Pas electric fracţionar(π/m)	Observaţii
Pasul electric mărit (θ_e'')	$k\,\frac{2\pi}{m}$	$(2\ell-1)\,\frac{\pi}{m}$	$\left.\begin{array}{l} k=1,2,\ldots,\frac{m-2}{2} \\ \ell=1,2,\ldots, m/2 \end{array}\right\}$ m par $k,\ell=1,2,\ldots,\frac{m-1}{2}$; m impar
Număr de tacturi pe o rotaţie a vectorului $\bar{U}$ (n)	$\frac{m}{q}$	$\frac{2m}{q}$	q = c.m.m.m.c. al numerelor(k,m), respectiv($2\ell-1$,m)
Număr de rotaţii ale vectorului $\bar{U}$ pentru un ciclu complet de comunicaţie (s)	$\frac{k}{q}$	$\frac{2\ell-1}{q}$	I d e m

Relaţiile asupra pasului electric au fost date pentru cazul comutaţiei monopolare. Pentru comutaţia bipolară se păstrează în principiu aceleaşi relaţii, cu deosebirea că numărul de tacturi se dublează. Intr-adevăr, luînd cazul m=4 se obţin 4 stări electrice în secvenţă monopolară simplă, echivalente cu cele 4 stări electrice ale cazului m=2 comandat în secvenţa bipolară. Mai exact, secvenţa (+1)-(+2)-(+3)-(+4) pentru m=4 este echivalentă cu secvenţa (+1)-(+2)-(-1)-(-2) pentru m=2.

Comparaţia între comanda monopolară şi bipolară este arătată în tabelul 2.4, evidenţiind analogia între acestea. Stările corespunzătoare alimentării cu tensiune negativă sînt figurate cu semn minus şi punctat.

Tabelul 2.4

Comutaţie monopolară	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5	m = 6	m = 7	m = 8
								
Comutaţie bipolară	–	m = 1	–	m = 2	–	m = 3	–	m = 4
	–		–		–		–	
Nr. de stări electrice	2	2	3	4	5	6	7	8

2.4. Calculul inductivităţilor MPP

Variaţia inductivităţilor cu unghiul de rotaţie este o caracteristică de bază a majorităţii construcţiilor de MPP, fapt pentru care acestea se numesc şi MPP parametrice. Calculul inductivităţilor, util la stabilirea ecuaţiilor de funcţionare ale MPP, va fi prezentat în continuare ca o sinteză a unor studii cunoscute în lucrările [8,52,79]. De asemenea se va urmări prezentarea expresiilor inductivităţilor în concordanţă cu clasificarea funcţională dată anterior, definind cu această ocazie şi schemele echivalente ideale ale circuitelor magnetice pentru cele trei tipuri de MPP : inductor, reactiv şi inductor-reactiv.

Inductivităţile proprii L_{kk} şi mutuale L_{jk} ale diferitelor înfăşurări ale motorului se calculează cu ajutorul permeanţelor corespunzătoare, potrivit relaţiilor:

$$L_{kk}(\theta) = w_k^2 \Lambda_{kk}(\theta)$$

$$L_{jk}(\theta) = w_j w_k \Lambda_{jk}(\theta) \tag{2.5}$$

în care prin w_j, w_k s-au simbolizat numărul de spire ale înfăşurărilor j,k, iar prin Λ_j, Λ_k permeanţa proprie a înfăşurării k, respectiv mutuală a înfăşurărilor j,k.

In cazul configuraţiei dentare a întrefierului se lucrează de obicei cu permeanţa corespunzătoare unui pas dentar, raportată la unitatea de lungime a rotorului. Această permeanţă este o funcţie periodică de unghi şi se poate exprima printr-o serie armonică:

$$G(\theta) = \sum_{k=o}^{\infty} G_k \cos k\theta \qquad (2.6)$$

în care prin G s-a notat permeanţa specifică pentru un pas dentar, iar G_k amplitudinea armonicii k. Determinarea coeficienţilor G_k este limitată pentru scopurile practice la primele două componente:

$$G(\theta) \cong G_o + G_1 \cos \theta \qquad (2.7)$$

Valorile G_o şi G_1 se pot calcula prin diferite metode, dintre care metoda bazată pe aproximarea liniilor de cîmp prin cercuri şi linii drepte [52] oferă rezultate satisfăcătoare pentru cazurile practice. Astfel se cunosc curbele lui G_o şi G_1 în funcţie de configuraţia geometrică a dinţilor şi mărimea întrefierului.

Se consideră cazul unui MPP monostator cu m faze şi rotor dinţat pasiv, avînd poli aparenţi statorici decalaţi progresiv cu $2\pi/m$ radiani electrici faţă de axele dinţilor rotorici (exemplul din fig.2.7,a). Rotorul are z_r dinţi iar pe fiecare pol statoric sînt z_s dinţi. Motorul are m bobine concentrate pe cei m poli, fiecare avînd w spire. Acest caz de motor se poate considera ca reprezentativ prin simetria sa geometrică şi se va lua ca bază în calculul permeanţelor MPP.

Schema echivalentă a circuitului magnetic, cu neglijarea căderilor de tensiune magnetomotoare de-a lungul polilor, în juguri şi dinţi şi neglijarea fluxului de scăpări, se prezintă sub forma unei stele cu m ramuri, aşa ca în figura 2.14,a. In ramura k (k=1,2,...,m) există sursa de tensiune magnetomotoare $F_k = i_k w$ (i_k este curentul în faza k) şi permeanţa întrefierului Λ_k, dependentă de unghi, conform relaţiei:

$$\Lambda_k(\theta) = \Lambda_o + \Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (2.8)$$

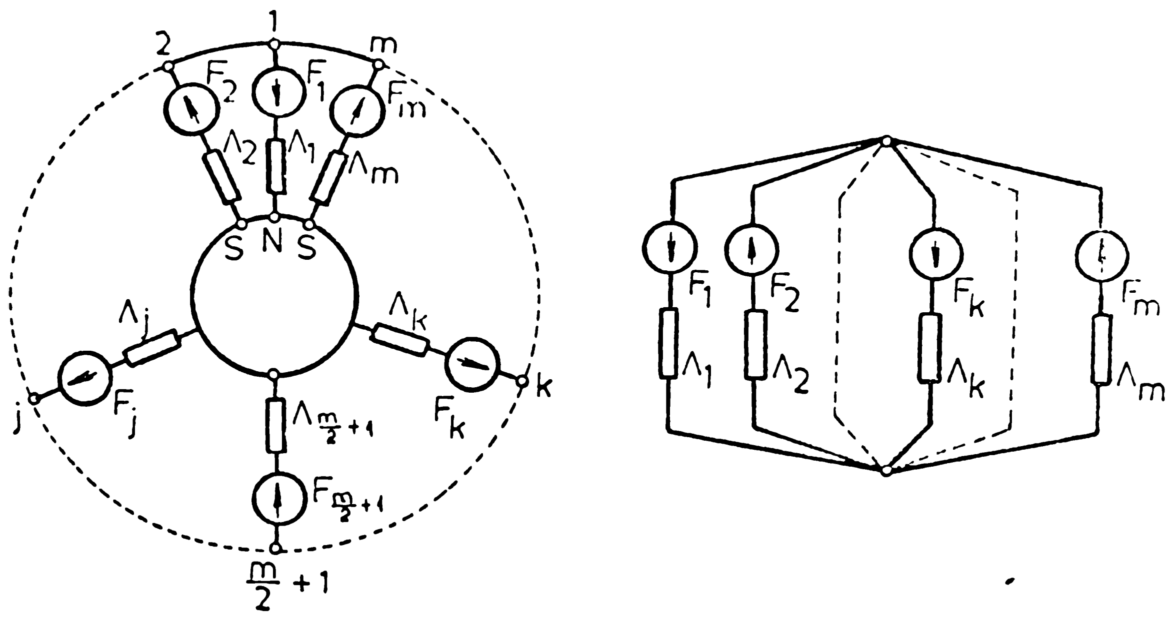
unde

$$\Lambda_o = z_s \, \ell_r \, G_o$$

$$\Lambda_1 = z_s \, \ell_r \, G_1$$

ℓ_r fiind lungimea rotorului. Relaţia (2.8) este valabilă în ipoteza admisă că toţi dinţii aflaţi în zona unui pol se găsesc sub acelaşi potenţial magnetic.

Pentru schema transformată din fig.2.14,b, permeanţele proprii Λ_{kk} şi mutuale Λ_{jk} se exprimă prin relaţii cunoscute [8]



a) b)

Fig.2.14. Schema echivalentă ideală a MPP cu rotor pasiv: a) Schema circuitului magnetic; b) Schema transformată.

$$\Lambda_{kk} = \Lambda_k(\theta) - \frac{\Lambda_k^2(\theta)}{\sum\limits_{k=1}^{m} \Lambda_k(\theta)}$$
$$\Lambda_{jk} = \pm \frac{\Lambda_j(\theta)\ \Lambda_k(\theta)}{\sum\limits_{k=1}^{m} \Lambda_k(\theta)} \tag{2.9}$$

Cunoscînd expresiile permeanţelor pentru un pol j sau k (2.8) şi că

$$\sum_{k=1}^{m} \Lambda_k(\theta) = m\,\Lambda_o = \text{const.},$$

rezultă, folosind relaţiile (2.9):

$$\Lambda_{kk}(\theta) = \frac{m-1}{m}\Lambda_o + \frac{m-2}{m}\Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$
$$\pm\,\Lambda_{jk}(\theta) = \frac{1}{m}\Lambda_o + \frac{2}{m}\Lambda_1 \cos\left[(j-k)\frac{\pi}{m}\right]\cos\left[\theta - (j+k-2)\frac{\pi}{m}\right] \tag{2.10}$$

Semnul permeanţei mutuale a ramurii j şi k depinde de sensul cuplării bobinelor elementare. De exemplu, dacă în circuitul închis format de ramurile j şi k tensiunile magnetomotoare F_j şi F_k au acelaşi sens atunci $\Lambda_{jk} > 0$, iar dacă au sensuri contrare, $\Lambda_{jk} < 0$.

Relaţiile (2.10), deşi aproximative prin neglijarea armonicelor superioare din dezvoltarea (2.6) şi prin admiterea ipotezelor amintite, sînt foarte utile în stabilirea permeanţelor proprii şi mutuale pentru toate tipurile de MPP. In [8] se dau expresii mai exacte pentru permeanţe, cu luarea în considerare a armonicilor de ordinul II şi a unor coeficienţi de corecţie pentru amplitudinile primelor două armonici ale permeanţelor.

In caz mai general, dacă MPP are m faze dispuse pe $\ell = qm$ poli, atunci fiecare zonă de fază se repetă de q ori, iar expresiile permeanţelor se obţin din (2.10) prin înlocuirea lui m cu $\ell = qm$ peste tot în afară de argumentele lui cosinus din parantezele drepte.

Schemele echivalente ale MPP care au excitaţie (magnet permanent sau bobină) trebuie completate cu ramurile corespunzătoare circuitului magnetic de excitaţie. In figura 2.15 sînt prezentate două scheme echivalente corespunzătoare tipurilor cu un stator şi excitaţie separată (a), respectiv cu două statoare şi excitaţie comună (b) [8]. Circuitul de excitaţie separată are tensiune magnetomotoare $F_e = w_e i_e$ (w_e-număr de spire, i_e-curent de excitaţie), permeanţa proprie (internă) Λ_e invariabilă cu unghiul şi permeanţa de scăpări $\Lambda_{e\sigma}$ (punctat), dacă se ia în considerare. Ambele permeanţe sînt legate în paralel cu blocul permeanţelor circuitului magnetic pasiv $\Sigma\Lambda$.

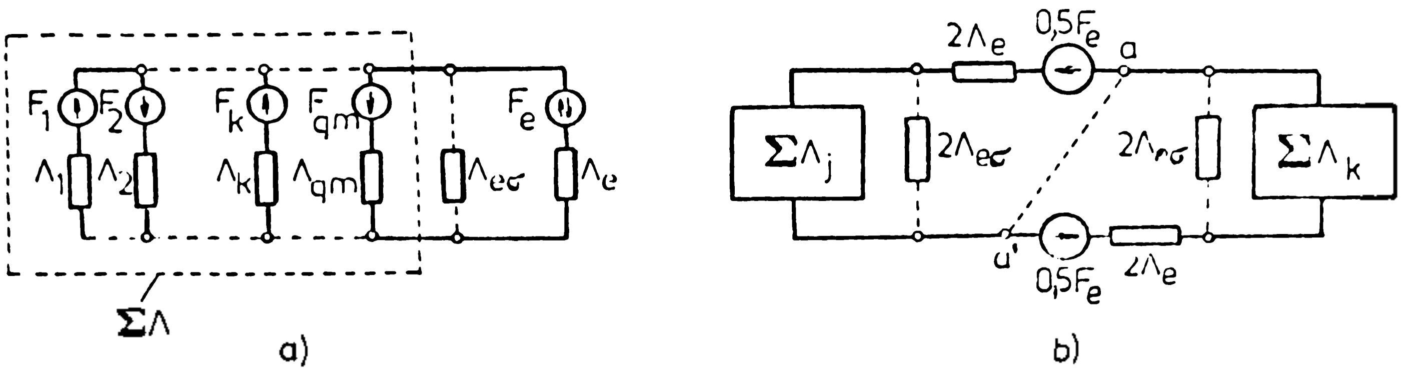


Fig.2.15. Schemele echivalente ale MPP cu excitaţie: a) monostator; b) două statoare cu excitaţie comună.

In cazul unui singur circuit de excitaţie axial-radial comun pentru două statoare (fig.2.15,b), el se desparte în două circuite de excitaţie echivalente, cîte unul pentru fiecare stator, avînd tensiunea magnetomotoare 0,5 F_e şi permeanţele dublate.

Dacă circuitul de excitaţie este un magnet permanent, atunci el se înlocuieşte cu un circuit de excitaţie echivalent format dintr-o bobină fără pierderi avînd tensiunea magnetomotoare F_M (rezultată din curba magnetului), parcursă de curentul fictiv:

$$I_M = F_M/w \tag{2.11}$$

unde w este numărul de spire a unei faze elementare.

Se mai ia în considerare şi permeanţa internă Λ_M şi de scăpări $\Lambda_{M\sigma}$ ale magnetului. In acest fel, în figura 2.15 mărimile F_e, Λ_e, $\Lambda_{e\sigma}$ se înlocuiesc respectiv cu F_M, Λ_M, $\Lambda_{M\sigma}$ caracteristice magnetului permanent.

Permeanţele proprii şi mutuale ale fazelor elementare precum şi permeanţa proprie a circuitului de excitaţie Λ_{ee} şi permeanţele mutuale ale excitaţiei cu fazele elementare Λ_{ek}, au expresiile [8]:

$$\begin{aligned} \Lambda_{kk} &= \frac{t'-1}{t'}\Lambda_o + \frac{t'-2}{t'}\Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right] \\ \pm \Lambda_{jk} &= \frac{1}{t'}\Lambda_o + \frac{2}{t'}\Lambda_1 \cos\left[(j-k)\frac{\pi}{m}\right]\cos\left[\theta - (j+k-2)\frac{\pi}{m}\right] \\ \Lambda_{ee} &= r'\Lambda_e = \text{const.} \\ \pm \Lambda_{ek} &= s'\Lambda_o + s'\Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right] \end{aligned} \qquad (2.12)$$

unde r', s', t' sînt coeficienţi de legătură:

$$\begin{aligned} r' &= \frac{qm\Lambda_o + \Lambda_{e\sigma}}{qm\Lambda_o + \Lambda_{e\sigma} + \Lambda_e} \\ s' &= \frac{\Lambda_e}{qm\Lambda_o + \Lambda_{e\sigma} + \Lambda_e} \\ t' &= \frac{qm\Lambda_o + \Lambda_{e\sigma} + \Lambda_e}{\Lambda_o} \end{aligned} \qquad (2.13)$$

S-au dat astfel expresiile permeanţelor pentru MPP cu circuit de excitaţie separată. Pentru MPP cu magnet permanent indicele e se înlocuieşte cu M. Se observă că primele două expresii din (2.12) se obţin din (2.10) înlocuind pe m cu t' peste tot în afara argumentelor funcţiei cosinus.

Expresiile permeanţelor fiind cunoscute, se pot calcula acum inductivităţile fazelor. Acestea depind de modul de legare a bobinelor elementare. Pentru cazul simplu cînd motorul are m ramuri, fiecare fiind înfăşurată cu o singură bobină concentrată(bobină elementară) atunci inductivităţile se calculează cu formulele (2.5) şi (2.9).

In multe cazuri fazele sînt constituite din mai multe bobine elementare legate în serie, care pot ocupa mai multe ramuri. Inductivităţile proprii şi mutuale se calculează cu formule similare celor amintite mai sus. Inductivitatea proprie a fazei a obţinută prin legarea în serie a bobinelor elementare $\alpha, \beta, \ldots$, fiecare avînd w spire, este:

$$L_{aa} = w^2 \sum_{\substack{j=\alpha,\beta,\dots \\ k=\alpha,\beta,\dots}} \Lambda_{jk} = w^2 \left[\sum_{k=\alpha,\beta,\dots} \Lambda_k \pm \frac{\sum\limits_{\substack{j=\alpha,\beta,\dots \\ k=\alpha,\beta,\dots}} \Lambda_j \Lambda_k}{\sum\limits_{k=1}^{\ell} \Lambda_k} \right] \tag{2.14}$$

Inductivitatea mutuală a fazelor a şi b care sînt alcătuite din legarea în serie a bobinelor $\alpha,\beta,\dots$, respectiv $x,y,\dots$, este:

$$L_{ab} = w^2 \sum_{\substack{j=\alpha,\beta,\dots \\ k=x,y,\dots}} \Lambda_{jk} = \pm w^2 \frac{\sum\limits_{\substack{j=\alpha,\beta,\dots \\ k=x,y,\dots}} \Lambda_j \Lambda_k}{\sum\limits_{k=1}^{\ell} \Lambda_k} \tag{2.15}$$

Pentru scrierea ecuaţiilor de funcţionare ale MPP interesează schemele echivalente şi inductivităţile corespunzătoare celor trei tipuri funcţionale de MPP. In conformitate cu caracteristicile tipurilor funcţionale arătate la cap.2.1 şi cu ajutorul schemelor echivalente ideale din fig.2.14 şi 2.15, schemele echivalente pentru diferite tipuri de MPP se reprezintă aşa ca în fig. 2.16. Ele vor fi descrise în continuare şi se vor indica inductivităţile corespunzătoare. Consideraţiile asupra circuitelor magnetice vor întregi tabloul caracteristicilor celor trei tipuri de MPP justificînd unele proprietăţi enunţate în cap.2.1.

a) MPP reactiv, reprezentat în fig.2.16,a, se caracterizează prin repartizarea unei bobine pentru fiecare fază (q=1), legarea lor electrică fiind în stea iar orientarea magnetică în acelaşi sens. Acest sistem de legare permite separarea fictivă a unei secţii a fiecărei bobine şi legarea tuturor secţiilor în serie, ceea ce duce la obţinerea conturului "O" (homopolar). Din cauza orientării bobinelor sale, acest contur nu produce flux util şi nu este legat inductiv de fazele motorului. Astfel, folosind şi relaţiile (2.10), (2.14) şi (2.15), inductivităţile rezultă:

$$L_{kk} = \frac{m-1}{m} w^2 \Lambda_o + \frac{m-2}{m} w^2 \Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$

$$L_{jk} = -\frac{1}{m} w^2 \Lambda_o - \frac{2}{m}\cos\left[(j-k)\frac{\pi}{m}\right] w^2 \Lambda_1 \cos\left[\theta - (j+k-2)\frac{\pi}{m}\right] \tag{2.16}$$

$$L_{oo} \cong 0, \quad L_{ok} \cong 0.$$

Nefiind productiv, conturul homopolar nu justifică realizarea lui fizică, iar motorul nu trebuie alimentat în secvenţă monopolară. Cuplul dezvoltat are caracter pur reactiv.

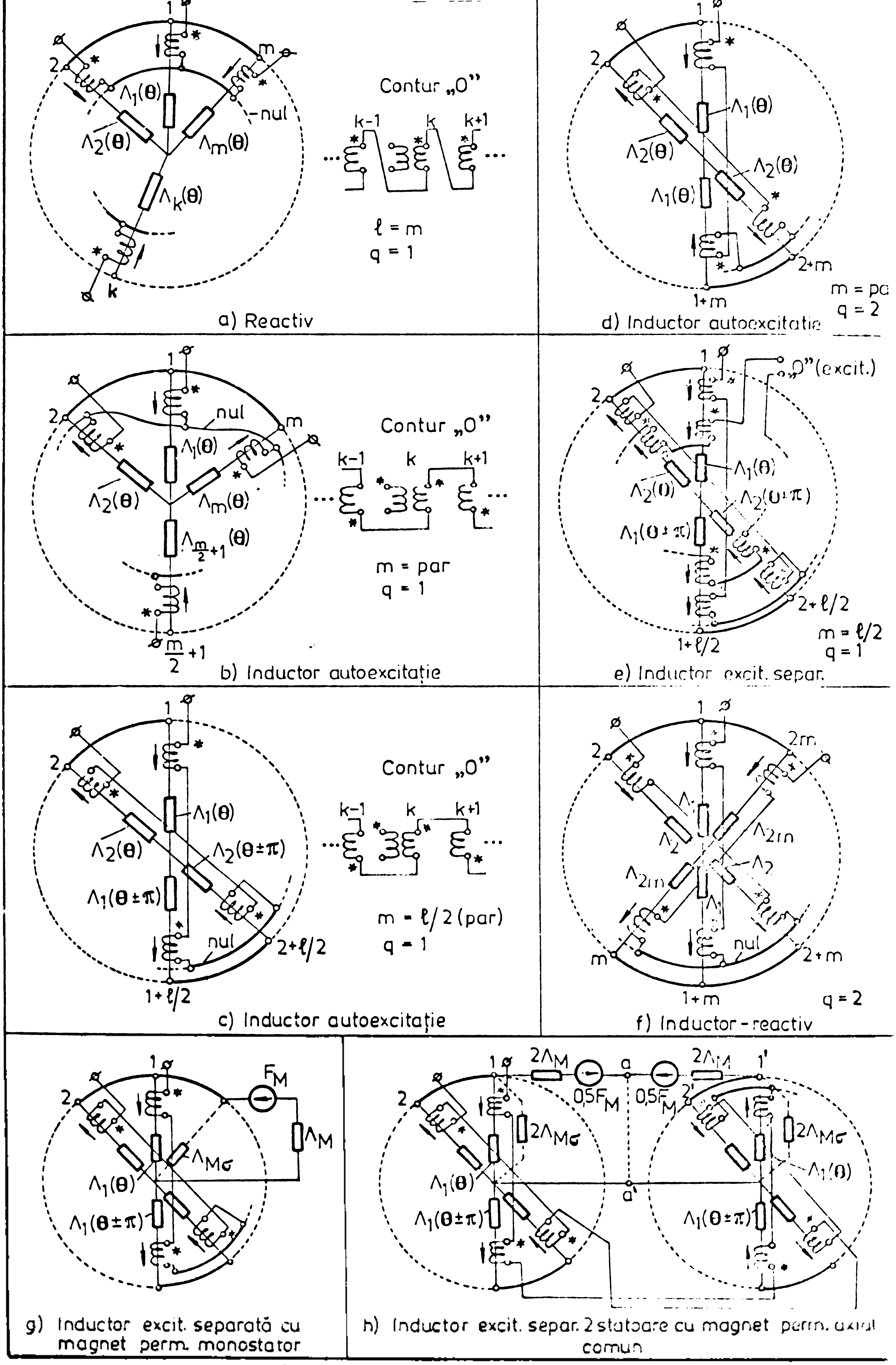


Fig.2.16. Schemele echivalente ale MPP.

b) MPP inductor cu autoexcitaţie,reprezentat în fig.2.16,b, se obţine prin legarea în stea a bobinelor orientate magnetic alternativ. Cazul de faţă este cu o bobină pentru fiecare fază(q=1). Conturul homopolar separat fictiv are polaritate alternantă,creează flux util de excitaţie şi este legat inductiv cu fazele motorului. Inductanţele se deduc similar şi sînt:

$$L_{kk} = \frac{m-1}{m} w^2 \Lambda_o + \frac{m-2}{m} w^2 \Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$

$$L_{jk} = \pm \frac{1}{m} w^2 \Lambda_o \pm \frac{2}{m}\cos\left[(j-k)\frac{\pi}{m}\right] w^2 \Lambda_1 \cos\left[\theta - (j+k-2)\frac{\pi}{m}\right] \quad (2.17)$$

$$L_{oo} = mw^2 \Lambda_o = \text{const.}$$

$$L_{ok} = \pm w^2 \Lambda_o \pm w^2 \Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$

Din cauza polarităţii alternante a bobinelor, semnul lui L_{jk} este pozitiv dacă j este par şi k impar, sau invers, respectiv negativ dacă j şi k sînt ambele pare sau ambele impare. L_{ok} este pozitiv în cazul cuplării în aceeaşi polaritate a bobinelor "0" şi k, respectiv negativ în caz contrar. Conturul homopolar cu bobinele cuplate alternativ asigură un flux de excitaţie util numai la alimentarea fazelor în secvenţă monopolară,rezultînd astfel cuplul activ.Alimentarea în secvenţă bipolară anulează componenta homopolară şi deci nu apare cuplu.Realizarea fizică a conturului homopolar este utilă şi astfel motorul se transformă în inductor cu excitaţie separată multipolară.Ar apărea în acest caz dezavantajul suprapunerii fluxului de excitaţie a circuitului separat cu fluxul creat de componenta homopolară, ceea ce ar duce la saturarea circuitului magnetic.

c) Tipul de MPP inductor cu autoexcitaţie mai utilizat în practică este cel reprezentat în fig.2.16,c, care se obţine din tipul b) dacă se leagă în serie două bobine diametral opuse corespunzătoare unor permeanţe decalate electric cu $\pm\pi$. In acest fel inductanţele depind neglijabil de unghi şi dacă se neglijează armonica a 2-a, acestea devin:

$$L_{kk} \cong 2w^2\Lambda_o = \text{const.}$$

$$L_{jk} \cong 0$$

$$L_{oo} = mw^2\Lambda_o = \text{const.} \quad (2.18)$$

$$L_{ok} = 2w^2\Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$

Conturul homopolar există şi creează flux util de excitaţie la alimentarea fazelor în secvenţa monopolară. Cu expresiile (2.18) pentru inductivităţi, acest tip de MPP se situează în categoria maşinilor sincrone fără poli aparenţi, cu magneţi permanenţi în rotor, iar cu luarea în considerare a dependenţei indictivităţilor de 2θ, MPP se plasează în categoria maşinilor sincrone cu poli aparenţi şi excitaţie rotorică [20].

d) Legînd în serie două bobine diametral opuse, orientate magnetic invers, dar corespunzătoare la permeanţe egale (q=2), se obţine altă variantă de MPP inductor cu autoexcitaţie, aşa cum este reprezentat în fig.2.16,d. Conturul homopolar nu se poate separa iar fluxul de excitaţie este dat de componenta continuă a curentului în faze (alimentare monopolară). Faţă de varianta b) numărul bobinelor pe o fază s-a dublat, astfel că se dublează şi inductivităţile. In general, pentru q bobine legate în serie:

$$L_{kk} = \frac{m-1}{m} qw^2 \Lambda_o + \frac{m-2}{m} qw^2 \Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$
$$L_{jk} = \pm \frac{1}{m} qw^2 \Lambda_o \pm \frac{2}{m}\cos\left[(j-k)\frac{\pi}{m}\right] qw^2 \Lambda_1 \cos\left[\theta - (j+k-2)\frac{\pi}{m}\right] \qquad (2.19)$$

Această variantă corespunde schemei de principiu din fig. 2.1 şi este frecvent folosită.

e) MPP inductor cu excitaţie separată multipolară se obţin practic din schema c) prin separarea fizică a conturului "O" (homopolar) şi alimentarea la o sursă de tensiune constantă. Fluxul de excitaţie este util şi creează cuplul activ, iar pentru eliminarea dezavantajului suprapunerii lui cu fluxul componentei continue a curentului din faze, se elimină cuplajul între faze prin legarea în serie a bobinelor diametral opuse cu permeanţe decalate electric cu $\pm\pi$. Inductivităţile au expresii similare cu 2.18. Varianta corespunde schemei din fig.2.2:

f) MPP inductor-reactiv se obţine prin legarea în serie a două bobine diametral opuse, cu aceeaşi orientare magentică şi permeanţe corespunzătoare egale (fig.2.16,f). Motorul este "înjumătăţit", adică pe o semicircumferinţă bobinele sînt orientate într-un fel, iar pe cealaltă altfel. Cuplajul magnetic între faze este eliminat iar conturul homopolar nu se poate separa. Inductivităţile sînt:

$$L_{kk} = 2w^2 \Lambda_o + 2w^2 \Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$
$$L_{jk} = 0. \qquad (2.20)$$

Varianta corespunde schemei din fig.2.8.

g) MPP inductor cu excitaţie separată cu magnet permanent, monostator, are schema echivalentă obţinută prin completarea MPP inductor cu autoexcitaţie, tipul c), cu circuitul magnetului (fig. 2.16,g), acesta din urmă fiind definit în schema 2.14,a. Inductivităţile se obţin din (2.10), (2.12) şi (2.18):

$$\begin{aligned} L_{kk} &\cong 2w^2 \frac{t'-1}{t'} \Lambda_o \\ L_{jk} &\cong 0 \\ L_{MM} &= w^2 r' \Lambda_M \\ L_{Mk} &= 2w^2 s' \Lambda_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{2\pi}{m}\right] \end{aligned} \qquad (2.21)$$

Conturul homopolar de la varianta c) s-a înlocuit astfel cu circuitul magnetului permanent. Cuplajul dintre faze fiind anulat, se elimină autoexcitarea motorului, acesta fiind alimentat în secvenţă monopolară. Dacă ar exista cuplaj între faze ($L_{jk} \neq 0$ prin nelegarea în serie a bobinelor cu permeanţe decalate cu π), atunci autoexcitarea se elimină prin alimentarea în secvenţa bipolară (schemele din fig.2.3 şi 2.4).

h) Pentru construcţiile cu 2 statoare şi magnet permanent comun schema echivalentă se obţine prin extinderea variantei g) şi folosind schema din fig.2.14,b. Circuitul magnetului este divizat în două secţii, astfel că apar 2 surse cu 0,5 F_M şi permeanţele magnetului dublate (fig.2.16,g). Expresiile inductivităţilor(2.21) rămîn valabile în acest caz dacă la calculul coeficienţilor r';s';t' se pun în loc de Λ_M, $\Lambda_{M\sigma}$ valorile lor duble, iar $L_{MM} = 0,5\, w^2 r' \Lambda_M$, deoarece fluxul de excitaţie este de două ori mai mic pentru fiecare secţie.

Tipurile din fig.2.5 şi 2.6 au de obicei scheme echivalente de forma 2.16,g.

Concluzii

1. Impărţirea MPP în trei tipuri funcţionale este avantajoasă atît pentru abordarea mai clară a transformărilor sale interne, cît şi pentru că duce la tratarea unitară a funcţionării sale. Criteriul de clasificare este modul cum are loc excitaţia şi caracterul cuplului dezvoltat de motor.

2. Consideraţiile făcute asupra cuplului static sincronizant, definit ca variaţia energiei magnetice cu unghiul de rotaţie, disting cele două cupluri - activ şi reactiv. Rămîne concluzia că în realitate toate tipurile de MPP cu configuraţie dentară a întrefierului dezvoltă cuplu reactiv în baza principiului reluctanţei minime.

3. Sistemul de comutaţie, descris cu ajutorul vectorului spaţial al tensiunii de alimentare, are influenţă asupra plasării motorului în unul din cele trei tipuri funcţionale, precum şi asupra valorii pasului. Din multitudinea secvenţelor de alimentare, este mai utilizată comanda potenţială monopolară simetrică, datorită realizării ei practice mai uşoare.

4. La calculul inductivităţilor neglijarea armonicelor de la ordinul II în sus din spectrul permeanţelor, ca şi neglijarea saturaţiei magnetice, conduc la expresii simple şi practice. Schemele echivalente din fig.2.16 şi formulele (2.16)-(2.21) definesc în general toate tipurile de MPP parametrice şi se pot folosi direct în stabilirea modelelor matematice ale MPP.

3. METODE DE ANALIZA A SISTEMELOR DE ACTIONARE CU MPP

Prin sistem de acţionare cu MPP (SAMPP) se înţelege ansamblul format din MPP, blocul său de alimentare cu impulsuri (indiferent de structura lui) şi sarcina mecanică de la arbore. Studierea acestui ansamblu, care implică corelarea fenomenelor de comutaţie electronică specifice blocului de alimentare cu transformările electromagnetice proprii motorului şi cu dinamica mişcării arborelui, se încadrează în concepţia acceptată în general în acţionări electrice, aceea de a considera sistem de acţionare electrică un sistem unitar de conversie a energiei electrice în energie mecanică [4,53]. De altfel abordarea SAMPP în această concepţie se justifică mai ales în cazul MPP, care nu are propriu-zis o reţea de alimentare directă şi deci este inseparabil de blocul său de alimentare cu impulsuri.

Scopul acestui capitol este de a prezenta metodologia de studiere a SAMPP în diferite regimuri de funcţionare şi de a aduce unele contribuţii originale în analiza acestora, pentru a o utiliza apoi la tratarea sistemelor de poziţionare cu MPP.

3.1. Modelul liniar m-fazat al SAMPP

Prin model liniar m-fazat se înţelege sistemul de ecuaţii care descriu transformările electromagnetice şi electromecanice ale SAMPP cu m faze, fără a lua în considerare unele neliniarităţi ca: saturaţia magnetică, caracteristicile reale ale contactoarelor statice, variaţia momentului de inerţie la arbore etc. şi a păstra neliniaritatea specifică MPP: variaţia parametrilor magnetici cu unghiul de rotaţie.

SAMPP este un sistem unitar de conversie caracterizat prin m+2 coordonate generalizate (sau grade de libertate): m curenţi în fazele MPP, curentul de excitaţie şi unghiul de rotaţie. Pentru descrierea lui sînt necesare tot atîtea ecuaţii de echilibru, adică m+1 ecuaţii de echilibru electric şi ecuaţia de mişcare (echilibrul dinamic al cuplurilor). Aceste ecuaţii, care formează modelul liniar m-fazat al MPP, are forma matriceală [13,15,16,52]:

$$\left[i_k\right]\left[R\right] + \frac{d}{dt}\left[\psi_k\right] = \left[u_k\right]$$
$$J\frac{d^2\theta_m}{dt^2} + B\frac{d\theta_m}{dt} + M_r = M_e \qquad (3.1)$$

în care:
$\left[i_k\right]$ - matricea coloană a curenţilor, cu m+1 linii, ultima fiind curentul de excitaţie real sau echivalent;
$\left[R\right]$ - matricea diagonală a rezistenţelor, de dimensiunile (m+1) x (m+1). Se consideră că toate fazele, inclusiv circuitul de excitaţie, au rezistenţa R;
$\left[\psi_k\right]$ - matricea coloană a fluxurilor totale, care se consideră aici funcţii liniare de curenţii din circuitele respective; are m+1 linii, ultima corespunzînd fluxului de excitaţie;
$\left[u_k\right]$ - matricea coloană a tensiunilor de alimentare a celor m faze şi tensiunea de excitaţie;
J - momentul de inerţie total redus la arborele MPP, considerat constant;
B - coeficientul frecării vîscoase, constant;
M_r - cuplul rezistent redus la arbore;
M_e - cuplul electromagnetic dezvoltat de motor;
θ_m - unghiul mecanic instantaneu al rotorului.

Matricele din sistemul (3.1) sînt aşadar:

$$\begin{aligned}\left[i_k\right] &= \left[i_1\ i_2\ \dots\ i_m\ i_e\right]' \\ \left[R\right] &= \mathrm{diag}\left[R\ R\ \dots\ R\ R\right] \\ \left[\psi_k\right] &= \left[\psi_1\ \psi_2\ \dots\ \psi_m\ \psi_e\right]' \\ \left[u_k\right] &= \left[u_1\ u_2\ \dots\ u_m\ u_e\right]'\end{aligned} \qquad (3.2)$$

Rezistenţa R este constantă dacă motorul este alimentat în secvenţă bipolară sau, în cazul secvenţei monopolare, dacă fazele sînt şuntate prin diode (diode supresoare). Dacă diodele lipsesc atunci rezistenţa R devine neliniară, fiind funcţie de starea contactorului pe faza respectivă. Pentru a nu complica tratarea este necesară o ipoteză artificială, aceea că comanda potenţială este completată cu o comandă prin impulsuri, adică la decuplarea unei faze tensiunea are un impuls negativ de scurtă durată [8]. Astfel se poate lua R = const.

Ultima linie din ecuaţia matriceală corespunde circuitului de excitaţie. Dacă excitaţia este cu magnet permanent, ea se reduce la I_M= const. şi modelul va avea m+1 ecuaţii diferenţiale.

Aceeaşi concluzie este valabilă şi pentru cazul excitaţiei separate alimentată de la o sursă de curent constant [89].

Dacă sursa de alimentare a fazelor este de curent constant, atunci primele m+1 ecuaţii devin i_k= const. (k=1,2,...,m+1), iar modelul (3.1) se reduce la ecuaţia de mişcare, în care cuplul electromagnetic depinde numai de poziţia unghiulară a rotorului. Cu toate că această situaţie corespunde unui caz ideal de alimentare, utilizarea ecuaţiei de mişcare ca instrument în tratarea sistemelor de poziţionare cu MPP duce la rezultate acceptabile în unele aplicaţii.

Admiţînd liniaritatea circuitului magnetic, fluxul total al fazei k se exprimă conform principiului superpoziţiei:

$$\psi_k(\theta,i) = \sum_{j=1}^{m+1} L_{jk}(\theta) i_j \tag{3.3}$$

în care unghiul electric θ se exprimă în funcţie de unghiul mecanic θ_m aşa cum s-a arătat în cap.2.2.

Cuplul electromagnetic reprezintă derivata în funcţie de unghi a coenergiei W_{co} a sistemului magnetic al MPP [15,16,52,76] şi se exprimă astfel:

$$M_e(\theta,i) = \left.\frac{dW_{co}}{d\theta_m}\right|_{i=\text{const.}} = \frac{p}{2} \sum_{j=1}^{m+1} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{dL_{jk}(\theta)}{d\theta} i_j i_k \tag{3.4}$$

Cu relaţiile (3.3) şi (3.4) sistemul (3.1) se scrie în extenso:

$$Ri_k + \sum_{j=1}^{m+1} L_{jk}(\theta) \frac{di_j}{dt} + \frac{d\theta}{dt} \sum_{j=1}^{m+1} i_j \frac{dL_{jk}}{d\theta} = u_k$$

$$(k=1,2,\ldots,m+1) \tag{3.5}$$

$$\frac{J}{p} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{B}{p} \frac{d\theta}{dt} + M_r = \frac{p}{2} \sum_{j=1}^{m+1} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{dL_{jk}(\theta)}{d\theta} i_j i_k$$

Scrierea sub această formă a modelului matematic m-fazat liniar scoate în evidenţă componentele tensiunii în conturul k : primul termen din prima ecuaţie este căderea ohmică, prima sumă determină tensiunea electromotoare de autoinducţie, iar a doua sumă este tensiunea electromotoare de rotaţie. Cuplul electromagnetic are termeni de tipul (2.2), adică poate avea componente active şi reactive.

Deşi are avantajul că exprimă legăturile între parametri şi coordonate reale ale SAMPP, modelul m-fazat este dificil de utilizat pentru m $\geq$ 4, chiar dacă se folosesc metode numerice de integrare [3,11,15]. Dificultatea constă în aceea că trebuie explicitate analitic derivatele variabilelor i_k,θ din sistemul (3.5),lucru extrem de laborios pentru $m \geqslant 4$. Integrarea se simplifică pentru unele tipuri de MPP la care nu există cuplaj magnetic între faze: $L_{jk}=0$ $(j\neq k)$, sau la care inductivitățile depind foarte puțin de unghiul θ. Uneori se admite simplificarea de a neglija inductivitățile mutuale în ecuațiile de tensiune și a le păstra în expresia cuplului, artificiu care poate fi compensat prin mărirea coeficientului frecării vîscoase din ecuația mișcării rotorului [16,79].

3.2. Efectul saturației magnetice

După dependența inductivităților de unghi, saturația magnetică este cea mai importantă neliniaritate a MPP, a cărei neglijare poate provoca devierea rezultatelor modelării de la realitate. Includerea saturației în modelul matematic m-fazat a preocupat pe mulți autori [6,8,16,35,52], urmărind obținerea atît a unor determinări cantitative cît și interpretări practice a efectului saturației asupra performanțelor SAMPP. Dificultatea principală constă în aceea că, deși curba de magnetizare, cunoscută de obicei din experimentări, se poate exprima analitic prin polinoame, segmente de dreaptă sau funcții exacte, exprimarea fluxului total pentru o fază nu se poate face decît grafo-analitic, deoarece este anulat principiul superpoziției (relația 3.3). In acest fel este imposibil de a obține un model matematic analitic explicitat cu luarea în considerare a saturației, valabil pentru cazul general a m faze

Din acest motiv s-au încercat diverse metode aproximative, de compromis, de a corecta sau completa modelul matematic liniar.

O metodă simplă de a exprima efectul saturației este introducerea în modelul m-fazat liniar a unor coeficienți de saturație [8]. Metoda se bazează pe observația că saturația se manifestă mai ales în dinții MPP și are ca efect atenuarea modulării cîmpului magnetic din întrefier cu unghiul.

Coeficientul de saturație σ_s este subunitar și se definește astfel:

$$\sigma_s = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_o + \Lambda_1} = \frac{G_1}{G_o + G_1} . \tag{3.6}$$

Acest coeficient atenuează amplitudinile permeanțelor din expresiile inductivităților, luîndu-se $\sigma_s \Lambda_o$ și $\sigma_s^2 \Lambda_1$ în loc de Λ_o și respectiv Λ_1.

Metoda, pe cît de simplă, este pe atît de aproximativă, dar are caracter practic, neafectînd complexitatea ecuaţiilor modelului. Pentru un motor bine proiectat coeficientul de saturaţie are valori $\sigma_s = 0,8 \ldots 0,9$ [8].

O altă posibilitate de a introduce saturaţia este de a căuta pentru fluxul total o exprimare analitică pe baza unor date experimentale. In lucrarea [11], luînd cazul cînd este alimentată o singură fază a MPP şi nu există cuplaj magnetic între faze, se propune exprimarea fluxului total al fazei printr-o suprafaţă de forma:

$$\psi(i,\theta) = A(i) + B(i)\cos\theta \qquad (3.7)$$

în care funcţiile A şi B arată dependenţa neliniară a fluxului de curentul fazei, iar $\cos\theta$ dependenţa sa periodică de unghi. Intersectînd suprafaţa ψ cu plane i=const. şi θ=const., se obţin curbe binecunoscute, sinusoidale, respectiv de magnetizare, reprezentate în figura 3.1.

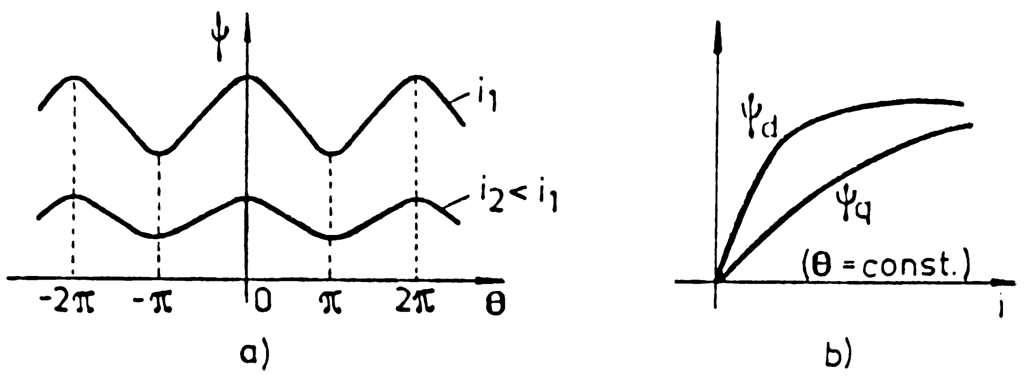


Fig.3.1. Variaţia fluxului total: a) în funcţie de θ, la i=const.; b) în funcţie de i, la θ=const.

Curbele de magnetizare obţinute pentru diferite unghiuri se pot încadra între două curbe extreme, notate ψ_d şi ψ_q, uşor de ridicat experimental [16]. Rezultă că funcţiile A şi B din (3.7) se pot exprima astfel:

$$\begin{aligned} A(i) &= \frac{1}{2}\left[\psi_d(i) + \psi_q(i)\right] \\ B(i) &= \frac{1}{2}\left[\psi_d(i) - \psi_q(i)\right]. \end{aligned} \qquad (3.8)$$

Curbele ψ_d şi ψ_q, ridicate experimental pentru poziţiile $\theta = 0$ şi $\theta = \pi/2$, se aproximează analitic prin polinoame după puterile impare ale lui i. In acest fel fluxul total al unei faze, în cazul alimentării ei exclusive, se poate exprima analitic în funcţie de θ şi i fie prin polinoame, fie prin funcţii exacte de tipul "clopotul lui Gauss" [11,14,52], cu care se poate apoi alcătui modelul matematic sub forma:

$$\begin{aligned} & Ri + \frac{\partial\psi}{\partial i}\frac{di}{dt} + \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\frac{d\theta}{dt} = u \\ & \frac{J}{p}\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{B}{p}\frac{d\theta}{dt} + M_r = \frac{p}{2}\frac{d}{d\theta}\left[\int_0^i \psi(i,\theta)\,di\right]_{i=\text{const.}} \end{aligned} \qquad (3.9)$$

în care integrala din ecuaţia mişcării este coenergia. Derivatele parţiale, ca şi cuplul electromagnetic devin funcţii analitice de θ şi i.

Este de menţionat că funcţia care exprimă curba de magnetizare poate fi de orice tip, dar, pentru o eventuală integrare numerică a sistemului (3.9), aceasta trebuie să fie o funcţie continuă. In [6] s-au luat pentru exprimarea saturaţiei funcţiile hiperbolice.

O concluzie interesantă se poate trage în legătură cu efectul saturaţiei asupra cuplului electromagnetic.

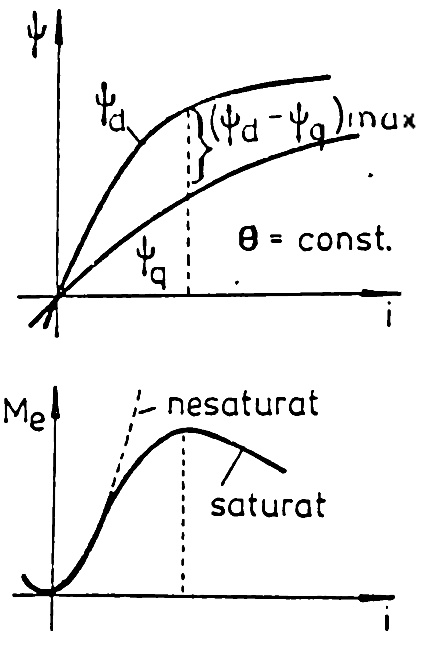


Fig.3.2. Efectul saturaţiei asupra cuplului electromagnetic.

Din definiţia (3.4) reiese că cuplul M_e creşte cu creşterea modulaţiei coenergiei cu unghiul, deci M_e este proporţional cu diferenţa $\psi_d - \psi_q$ pentru un curent şi un unghi date. Este cunoscut că curba ψ_d are o variaţie mai pronunţată cu i decît curba ψ_q. Rezultă că cuplul nu creşte infinit cu curentul ci are un maxim acolo unde diferenţa $\psi_d - \psi_q$ este maximă, apoi scade. Acest lucru este reprezentat în figura 3.2, unde se poate remarca maximul cuplului şi deosebirea faţă de cazul cînd se neglijează saturaţia.

Observaţia făcută aici are şi un caracter practic, indicînd valoarea curentului la care se obţine cuplul maxim pentru un motor dat [40].

Modelul (3.9) exprimă corect funcţionarea SAMPP cu luarea în considerare a saturaţiei, dar este condiţionat de alimentarea unei singure faze şi lipsa cuplajului magnetic între faze. El poate fi aplicat asupra MPP care nu au inductivităţi mutuale, cu alimentare în secvenţă monopolară simplă.

3.3. Modelul transformat al SAMPP

Dificultăţile de utilizare a modelului m-fazat au determinat modificarea acestuia prin efectuarea unor schimbări de variabile care să simplifice forma matematică a ecuaţiilor din sistemul m-fazat sau să le înlocuiască cu altele noi.

In general se urmăreşte transformarea sistemului celor m ecuaţii diferenţiale aferente curenţilor în faze (ecuaţii neliniare prin dependenţa inductivităţilor de unghi), păstrînd neschimbate ecuaţia de mişcare şi ecuaţia circuitului de excitaţie.

Metoda schimbării de variabile este cunoscută şi aplicată în teoria maşinilor sincrone [95] şi aplicarea ei duce la obţinerea unui sistem de m ecuaţii diferenţiale cu coeficienţi constanţi. Extinderea acestei metode în cazul MPP este limitată din următoarele considerente:

- suma elementelor pe fiecare linie din matricea inductivităţilor trebuie să nu depindă de unghiul θ. La MPP această condiţie se îndeplineşte numai pentru tipurile inductoare (relaţiile 2.21), eventual cu includerea armonicelor de ordinul II ale inductivităţilor;
- viteza unghiulară se consideră constantă, ceea ce în cazul MPP se poate accepta numai în domeniul frecvenţelor mari de comandă.

Transformări utile pentru SAMPP se obţin schimbînd cele m coordonate reale ale MPP cu alte m coordonate fictive ortogonale, transformare avantajoasă pentru cazul specific al alimentării cu impulsuri a MPP. Se vor prezenta aici două din transformările cunoscute: transformarea în coordonate simetrice Fortescue (modelul $\alpha\beta$) şi transformarea în coordonate ortogonale dq (modelul dq). In teoria maşinilor de curent alternativ ele se numesc metoda componentelor simetrice, respectiv metoda celor două reacţii [64].

3.3.1. Modelul $\alpha\beta$

Coordonatele x_k $(k=1,2,\ldots,m)$ ale modelului real m-fazat se înlocuiesc cu coordonate ortogonale fictive, potrivit relaţiei lui Fortescue [8]:

$$\bar{x}_n = x_{\alpha_n} + \bar{j}\, x_{\beta_n} = N \sum_{k=1}^{m} x_k(t) e^{\bar{j}\,\frac{2\pi n}{m}(k-1)} \tag{3.10}$$

în care:

$x_{\alpha_n}, x_{\beta_n}$ - componentele ortogonale ale modelului;

n - numărul de ordine al perechii de coordonate noi; $(n=0,1,\ldots,\rho$, iar $\rho = \frac{m-1}{2}$ pentru m impar şi $\rho = \frac{m}{2}$ pentru m par);

N - factor de scară ($N = \frac{1}{m}$ pentru cazurile cînd $x_{\beta_n} = 0$ şi $N = \frac{2}{m}$ pentru cazurile $x_{\beta_n} \neq 0$);

$\bar{j} = \sqrt{-1}$, spre a nu se confunda cu indicele j.

Pentru n=0 şi $n = \frac{m}{2}$ (dacă există), relaţia (3.10) dă variabile reale:

$$\overline{x}_o = x_{\alpha_o} = x_{o+} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} x_k(t) e^{\overline{j}o} = \frac{1}{m}(x_1 + x_2 + \ldots + x_m)$$
$$\overline{x}_{m/2} = x_{\alpha_{m/2}} = x_{o-} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} x_k(t) e^{\overline{j}\pi(k-1)} = \frac{1}{m}(x_1 - x_2 + \ldots - x_m) \qquad (3.11)$$

numite: x_{o+} coordonată homopolară directă, iar x_{o-} coordonată homopolară inversă.

Sistemul celor m coordonate reale s-a înlocuit cu un sistem format din $\frac{m-1}{2}$ coordonate complexe (perechi) şi una reală x_o, pentru m impar, respectiv $\frac{m-2}{2}$ coordonate complexe şi două reale (x_{o+} şi x_{o-}), pentru m par.

Trecerea de la coordonatele noi la cele vechi se efectuează printr-o transformare inversă de forma:

$$x_k = \mathrm{Re}\left\{ \sum_{n=o}^{p} \overline{x}_n \, e^{-\overline{j}\frac{2\pi n}{m}(k-1)} \right\}, \quad k=1,2,\ldots,m \qquad (3.12)$$

In legătură cu transformarea $\alpha\beta$ se pot face următoarele interpretări:

a) Infăşurările reale ale MPP se înlocuiesc cu perechile de înfăşurări ortogonale fictive α_1 şi β_1, α_2 şi β_2, ..., α_n şi β_n şi înfăşurările homopolare 0+ şi 0- (fig.3.3). Sistemul noilor înfăşurări se roteşte cu viteza

$$\Omega_n = (1-n)\Omega \qquad (3.11)$$

unde Ω este viteza rotorică. Valorificînd pe n se observă că înfăşurarea 0+ este legată de rotor (n=0), perechea de înfăşurări α_1, β_1 este fixă, legată de stator (n=1), iar celelalte înfăşurări sînt rotitoare în sens invers rotaţiei rotorului cu vitezele Ω_n ($n \geq 2$).

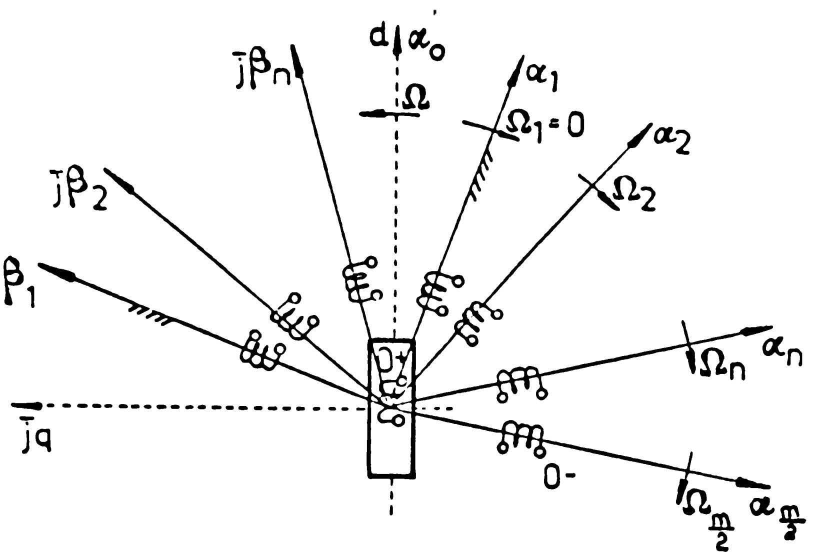


Fig.3.3. Infăşurările transformate ale MPP.

b) Considerînd că în sistemul vechilor coordonate fiecare variabilă corespunde unui vector spaţial decalat cu $2\pi(k-1)/m$, în noul sistem se obţin p grupe de vectori spaţiali corespunzători noilor variabile. Fiecare grupă are m vectori spaţiali decalaţi cu $2\pi n(k-1)/m$, unde n este numărul grupei, k numărul vectorului din grup. Pentru $n=0$ se obţine un grup de vectori coliniari orientaţi după axa reală α (axa fazei 1), ceea ce corespunde legării succesive în serie a fazelor cu aceeaşi polaritate de cuplaj. Acest mod de legare corespunde conturului homopolar direct. Pentru $n=1$ se obţine o stea de vectori decalaţi succesiv cu $2\pi/m$, orientaţi la fel ca vectorii originali, adică axa vectorului k coincide cu axa fazei k. Aceasta corespunde schemei de cuplare reale a fazelor. Pentru $n > 1$ se obţin grupe de vectori în stea, rotitori cu vitezele $\lambda_n < 0$, decalaţi între ei cu un multiplu de $2\pi/m$. Pentru $n = m/2$ (dacă există) se obţin doi vectori diametrali opuşi, ceea ce corespunde legării succesive în serie a fazelor cu polaritate de cuplaj alternativă, formînd conturul homopolar invers.

c) Motorul real se înlocuieşte cu unul fictiv avînd ρ conture fictive, conform precizărilor anterioare: conturul homopolar direct, conturul real, conturele stelare modificate şi conturul homopolar invers.

d) Dacă în înfăşurările reale ale motorului pot apărea toate componentele armonice ale variabilelor, în noile înfăşurări ortogonale α_n, β_n pot exista numai componentele armonice ale căror frecvenţe îndeplinesc condiţia [8]:

$$\nu_n = z\,m \pm n \tag{3.13}$$

unde $z=0,1,2,\ldots$ este un număr întreg. Aceasta înseamnă că dacă în conturele transformate există armonici ce nu apar în spectrul real, aceste conture se pot elimina.

Relaţia de transformare directă 3.10 se poate scrie şi matriceal astfel:

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_0 \\ \bar{x}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{x}_\rho \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} a^{(j-1)(k-1)} \\ \\ (j=1,\ldots,\rho+1) \\ (k=1,\ldots,m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_m \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

unde s-a notat $a = e^{\bar{j}\frac{2\pi}{m}}$, sau concentrat:

$$[\bar{x}_n] = [a_{jk}]\,[x_k] \tag{3.14,a}$$

In acest fel din m ecuaţii reale cu variabilele x_k se obţin ρ ecuaţii complexe cu variabile $\bar{x}_n$. Matricea complexă $[\bar{x}_n]$ cu dimensiunile $(\rho+1)\mathrm{x}1$ are ca echivalent în domeniul real matricea $[x_{\alpha\beta}]$ cu dimensiunile mx1, obţinută prin separarea părţilor reale şi imaginare a componentelor $\bar{x}_n$ şi aranjarea lor succesivă pe coloană. Operaţia se va simboliza prin SP (Separarea Părţilor), adică:

$$\left[\bar{x}_n\right]\Big|_{SP} = \left[x_{\alpha\beta}\right] \tag{3.15}$$

Matricea transformării directe $\left[a_{jk}\right]$ are dimensiunile $(\rho+1)\times m$, iar obţinerea ei este indicată chiar în relaţia (3.14).

Pentru transformarea inversă se foloseşte matricea transpusă conjugată a matricii $\left[a_{jk}\right]$, notată cu $\left[\overset{*}{a}_{kj}\right]$:

$$\left[x_k\right] = \mathrm{Re}\left\{\left[\overset{*}{a}_{kj}\right]\left[\bar{x}_n\right]\right\}, \tag{3.16}$$

în care matricea transformării inverse $\left[\overset{*}{a}_{kj}\right]$ are dimensiunile $m\times(\rho+1)$ şi este generată de termenul general $a^{-(k-1)(j-1)}$, unde $k=1,2,\ldots,m$, iar $j=1,2,\ldots,\rho+1$.

Relaţiile de transformare se aplică asupra curenţilor în faze, fluxurilor şi tensiunilor de alimentare a fazelor, iar rezistenţa R şi puterea sînt invarianţi. Ecuaţia matriceală din modelul m-fazat liniar (cu m ecuaţii) are ca echivalent în sistemul componentelor simetrice:

$$\left[R\right]\left[i_{\alpha\beta}\right] + \frac{d}{dt}\left[\psi_{\alpha\beta}\right] = \left[u_{\alpha\beta}\right] \tag{3.17}$$

unde matricele noilor variabile se obţin folosind transformarea (3.14,a) şi definiţia (3.15).

Matricea complexă a fluxurilor se poate scrie succesiv:

$$\left[\bar{\psi}_n\right] = N\left[a_{jk}\right]\left[\psi_k\right] = N\left[a_{jk}\right]\left[L_k\right]\left[i_k\right] = N\left[a_{jk}\right]\left[L_k\right]\left[\overset{*}{a}_{kj}\right]\left[\bar{i}_n\right] \tag{3.18}$$

care, după dezvoltare pentru un caz concret, dă componentele $\psi_{\alpha_n}, \psi_{\beta_n}$. Aranjînd pe coloană aceste componente în matricea $\left[\psi_{\alpha\beta}\right]$ se poate deduce că aceasta este produsul la stînga al matricii $\left[i_{\alpha\beta}\right]$ cu o matrice pătrată de dimensiuni mxm, care se numeşte matricea inductivităţilor transformate:

$$\left[\psi_{\alpha\beta}\right] = \left[L_{\alpha\beta}\right]\left[i_{\alpha\beta}\right] = \left[\bar{\psi}_n\right]\Big|_{SP} \tag{3.19}$$

Cu aceasta, ecuaţiile electrice ale modelului $\alpha\beta$ se scriu:

$$\left[R\right]\left[i_{\alpha\beta}\right] + \frac{d}{dt}\left\{\left[L_{\alpha\beta}\right]\left[i_{\alpha\beta}\right]\right\} = \left[u_{\alpha\beta}\right] \tag{3.20}$$

Coenergia magnetică se exprimă în noul sistem efectuînd produsele $\psi_k i_k$ în funcţie de corespondentele lor transformate cu (3.12):

$$W_{co} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m}\psi_k i_k =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{m}{2}\left(\psi_{\alpha_n} i_{\alpha_n} + \psi_{\beta_n} i_{\beta_n}\right) + m\left(\psi_{0+} i_{0+} + \psi_{0-} i_{0-}\right)\right] \tag{3.21}$$

Cu (3.18), (3.20) şi aplicînd definiţia cuplului electromagnetic (3.4), se poate scrie modelul $\alpha\beta$ (fără ecuaţia circuitului de excitaţie), cu m ecuaţii electrice şi ecuaţia de mişcare. Ecuaţia circuitului de excitaţie, dacă există, se ataşează la cele m+1 ecuaţii.

Interpretarea rezultatelor modelării în coordonate α_n, β_n se face revenind la variabilele iniţiale cu ajutorul transformării (3.16).

Utilizarea modelului $\alpha\beta$ nu este avantajoasă în cazul unor forme oarecare de variaţie a tensiunilor u_k deoarece ecuaţiile variabilelor transformate nu sînt mai simple ca cele ale variabilelor reale. In schimb, pentru forme particulare de tensiuni u_k (tip treaptă), se poate ajunge în modelul transformat la ecuaţii în care lipsesc unii termeni sau chiar la lipsa unor ecuaţii întregi. Acest lucru se explică prin aceea că în spectrul tensiunilor pot lipsi anumite componente, ceea ce duce la eliminarea ecuaţiilor contururilor respective.

3.3.2. Modelul dq

Un model derivat din modelul $\alpha\beta$ se obţine dacă fiecare pereche de coordonate α_n β_n se transformă într-o pereche corespunzătoare de coordonate sincrone d_n,q_n, utilizînd relaţia [8]:

$$[x_{dq}] = [C]\,[x_{\alpha\beta}] \tag{3.22}$$

în care [C] este matricea transformării directe, nesingulară, de dimensiuni mxm. Scrisă dezvoltat cu matricea [C], relaţia devine:

$$\begin{bmatrix} x_{0+} \\ x_{d_1} \\ x_{q_1} \\ \vdots \\ x_{d_n} \\ x_{q_n} \\ \vdots \\ x_{0-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \cos n\theta & \sin n\theta & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\sin n\theta & \cos n\theta & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{0+} \\ x_{\alpha_1} \\ x_{\beta_1} \\ \vdots \\ x_{\alpha_n} \\ x_{\beta_n} \\ \vdots \\ x_{0-} \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

In cazul cînd lipseşte coordonata homopolară inversă (m impar) se suprimă din (3.23) ultima linie şi ultima coloană a matricii [C].

Transformarea (3.23) nu afectează componentele homopolare directe şi inverse, care sînt prezente atît în modelul $\alpha\beta$ cît şi în modelul dq. Ea schimbă numai perechile de coordonate, referind fiecare pereche α_n, β_n la un sistem de axe rectangulare comun d,q, legat de rotor.

Legătura între cele două perechi de coordonate este sugerată şi în figura 3.4, unde s-a luat perechea n. De remarcat că toate perechile d_n, q_n $(n=0,1,\dots,p)$ sînt plasate pe aceleaşi axe d,q, solidar legate de rotor, de unde şi denumirea de sistem de coordonate sincrone.

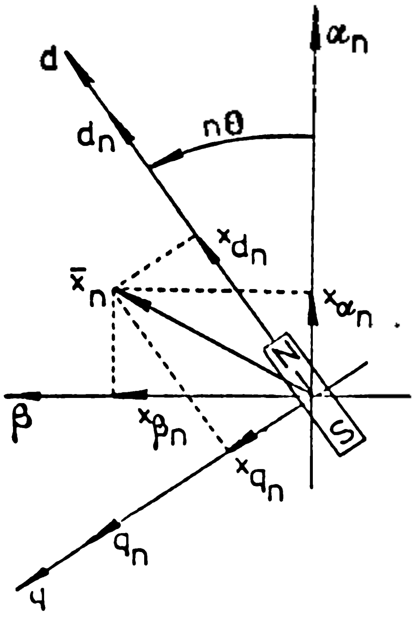


Fig.3.4. Transformarea coordonatelor α_n, β_n în coordonatele d_n, q_n.

Transformarea inversă, din coordonate d_n, q_n în coordonate α_n, β_n este definită de relaţia:

$$\left[x_{\alpha\beta}\right] = \left[C^{-1}\right]\left[x_{dq}\right] \tag{3.24}$$

unde s-a folosit inversa matricei $[C]$.

Deducerea modelului dq se face pornind de la ecuaţia matriceală (3.17) a modelului $\alpha\beta$, folosind pentru variabile relaţia (3.24):

$$[R]\left[C^{-1}\right]\left[i_{dq}\right] + \frac{d}{dt}\left\{\left[C^{-1}\right]\left[\psi_{dq}\right]\right\} = \left[C^{-1}\right]\left[u_{dq}\right] \tag{3.25}$$

în care apar matricele variabilelor transformate notate cu indicii dq. Inmulţind ecuaţia la stînga cu $[C]$ şi efectuînd produsul $[C][R]\left[C^{-1}\right]$, se obţine:

$$[R]\left[i_{dq}\right] + \left\{[C]\frac{d}{dt}\left[C^{-1}\right]\right\}\left[\psi_{dq}\right] + \frac{d}{dt}\left[\psi_{dq}\right] = \left[u_{dq}\right] \tag{3.26}$$

care este ecuaţia matriceală a mărimilor electrice aferentă modelului dq. Produsul $[C]\frac{d}{dt}\left[C^{-1}\right]$ se efectuează pentru un caz concret şi este o matrice constantă pentru $p=1$ şi $p=2$ (m=3 şi m=4).

Matricea fluxurilor transformate se scrie succesiv:

$$\begin{aligned}\left[\psi_{dq}\right] &= [C]\left[\psi_{\alpha\beta}\right] = [C]\left[L_{\alpha\beta}\right]\left[i_{\alpha\beta}\right] = \\ &= [C]\left[L_{\alpha\beta}\right]\left[C^{-1}\right]\left[i_{dq}\right] = \left[L_{dq}\right]\left[i_{dq}\right]\end{aligned} \tag{3.27}$$

în care, ultima egalitate introduce matricea $\left[L_{dq}\right]$ a inductivităţilor în sistemul dq:

$$\left[L_{dq}\right] = [C]\left[L_{\alpha\beta}\right]\left[C^{-1}\right] \tag{3.28}$$

avînd dimensiunile mxm.

Coenergia magnetică exprimată în sistemul dq are o exprimare similară cu aceea din sistemul $\alpha\beta$:

$$W_{co} = \frac{1}{2}\left[\frac{m}{2}\left(\psi_{d_n} i_{d_n} + \psi_{q_n} i_{q_n}\right) + m\left(\psi_{o+} i_{o+} + \psi_{o-} i_{o-}\right)\right]. \qquad (3.29)$$

Modelul dq se compune din ecuaţiile (3.26), ecuaţia de mişcare cu M_e calculat cu (3.4) şi (3.29) şi ecuaţia circuitului de excitaţie (dacă există). Utilizarea lui este practică numai pentru $m \leqslant 4$ şi în general pentru MPP cu excitaţie separată, ducînd la cele mai simple ecuaţii (cu parametri independenţi de unghi)[93].

Fiind acum prezentate componentele homopolare, se pot da definiţii mai sintetice celor 3 tipuri funcţionale de MPP:

a) MPP inductoare - circuitul real sau fictiv al componentei homopolare inverse o- nu există sau nu participă la crearea cuplului; pentru m impar nu există circuitul o-;

b) MPP reactive - circuitul real sau fictiv al componentei homopolare directe o+ nu există sau nu participă la crearea cuplului.

c) MPP inductor-reactive - există ambele circuite, reale sau fictive, ale componentelor o+ şi o- şi participă la crearea cuplului.

Pentru a rezuma cele arătate aici şi în capitolele anterioare despre tipurile funcţionale de MPP, se dă tabelul 3.1.

Tabelul 3.1

Tip MPP	Conexiunea bobinelor	Comp. homopol.	Alim. optimă	model $\alpha\beta$ (fără ec.mişcare)	model dq
Inductor autoexcit.	Fig.2.1 Schema 2.16,b,c,d	$i_{o+} \neq 0$ (fictiv) $i_{o-} = 0$	monopolar secven. multiple ($U_{o-} = 0$)	m-1 ec. (lipsă o-)	m-1 ec. (lipsă o-) pt.m=3,4 ⟹ ec.coef.ct.
Inductor excit. separată	Fig.2.2÷2.6 Schema 2.16,e,g,h	$i_{o+} \neq 0$ (real) $i_{o-} = 0$	bipolar ($U_{o+} = 0$)	excit.electr. m-1 ec. excit.magn. m-2 ec.	nepractic pt. m > 4
Reactiv	Fig.2.7 Schema 2.16,a	$i_{o-} \neq 0$ (fictiv) $i_{o+} = 0$	bipolar	m-1 ecuaţii (lipsă o+) Nepractic pentru $m \geqslant 4$	
Inductor reactiv	Fig.2.8 Schema 2.16,f	$i_{o+} \neq 0$ $i_{o-} \neq 0$ (ambele fictive) (pentru m par)	monopolar secven. multiple (i_{o-} dă cuplu mic)	m ecuaţii nepractice	

Avantajul modelelor transformate pentru studiul SAMPP constă nu numai în simplificările matematice care pot surveni în structura ecuaţiilor de tensiune şi a cuplului ci şi în faptul că, fiind legate de clasificarea funcţională a MPP, dau indicaţii asupra secvenţei optime de alimentare pentru fiecare tip de MPP. De asemenea modelele transformate sînt utile în studiul SAMPP la frecvenţe mari şi în special pentru MPP cu excitaţie separată sau rotor activ. Modelul dq, derivat din modelul $\alpha\beta$, este util numai pentru cazurile $m \leqslant 4$.

3.3.3. Normarea ecuaţiilor modelelor matematice

Normarea ecuaţiilor care descriu comportarea dinamică a SAMPP, adică transcrierea ecuaţiilor modelelor în mărimi adimensionale, are avantajul generalizării tratării şi evită dispersarea rezultatelor integrării. In afară de aceasta, în cazul SAMPP, este posibilă integrarea ecuaţiilor modelelor în mod unitar în raport cu multitudinea secvenţelor de alimentare a MPP.

Conform metodelor general acceptate în literatură [3,7,8, 52,79], se stabilesc mai întîi un set de mărimi de bază, notate cu indicele b, scrise în sistemul internaţional de unităţi şi legate între ele prin relaţii de bază. Ele sînt date în tabelul 3.2 împreună cu relaţiile corespunzătoare.

Coeficientul k_m depinde de tipul secvenţei de alimentare şi rezultă din relaţia de definiţie a tensiunii de bază [8]:

$$U_b = \frac{2}{m} \left| \sum_{k=a,b,\dots} \overline{U}_k(\gamma) \right| = \frac{2}{m} k_m U \qquad (3.30)$$

unde $\overline{U}_k(\gamma)$ este vectorul spaţial al tensiunii de fază ($\gamma = N \frac{2\pi}{m}$, sau $N \frac{\pi}{m}$ - vezi cap.2.3), a,b,... sînt numărul fazelor alimentate simultan, iar U este tensiunea cursei de curent continuu.

Pentru a putea utiliza aceleaşi ecuaţii normate la diferite secvenţe de alimentare, se ia ca referinţă una dintre acestea, pentru care U_{br} este tensiunea de bază (scoasă din 3.30) şi se introduce coeficientul secvenţei de alimentare:

$$k_b^x = \left(\frac{U_b}{U_{br}} \right)^x \qquad (3.31)$$

unde U_b este tensiunea de bază în secvenţa de alimentare diferită de aceea de referinţă (evident că în secvenţa de referinţă $k_b=1$), iar x este un exponent funcţie de dependenţa cuplului de curent (x=1 pentru MPP active şi x=2 pentru MPP fără excitaţie separată).

Tabelul 3.2.

Mărime de bază	Relații de bază	Observații
Tensiunea [V]	$U_b = \frac{2}{m} k_m U$	U-tensiunea sursei de c.c.
Rezistență [Ω]	$R_b = k_f R_f$	R_f-rezistența fazei; k_f-coeficientul rezistenței. De obicei $R_b = R$
Curent [A]	$I_b = U_b/R_b$	-
Cuplu [Nm]	$M_b = \frac{m}{2} p \psi_b I_b = M_{max}$	-
Frecvență [s^{-1}]	$f_b = \sqrt{\frac{pM_{max}}{J}}$	M_{max}-amplitudinea cuplului maxim sincronizant
Timp [s]	$T_b = 1/f_b$	-
Viteză unghiulară electrică [rad/s]	$\omega_b = f_b = \omega_o$	ω_o-pulsație proprie
Flux [Vs]	$\psi_b = \frac{2}{m} \frac{M_b}{pI_b} = \psi_{max}$	Amplitudinea fluxului unei faze
Inductivitate [H]	$L_b = R_b T_b$	-
Viteză unghiulară mecanică [rad/s]	$\Omega_{bm} = \frac{U_b}{p\psi_b}$	-
Putere electrică [W]	$P_b = \frac{m}{2} U_b I_b = \Omega_{bm} M_b$	-

Mărimile normate (raportate) sînt arătate în tabelul 3.3.

Tabelul 3.3.

Mărime normată	Relația de normare	Observații
1	2	3
Timp	$\tau = t/T_b = t \cdot \omega_b$	-
Frecvență	$f^* = f/\omega_b$	-
Tensiune	$u^*(\tau) = u(t)/U_b$	$\lvert u^*(\tau) \rvert \leq 1$
Curent	$i^*(\tau) = i(t)/I_b$	-
Rezistență	$r^* = R/R_b$	De obicei $r^* = 1$
Constantă de timp	$T^* = \frac{T}{T_b} = \omega_o \frac{L}{R} = \frac{L}{T_b R}$	T-ct.de timp reală; L-inductiv. reală
Inductivitate	$\ell^* = \frac{L}{L_b} = r^* T^*$	-
Cuplu	$\mu = M/M_b$	$\mu_r = M_r/M_b$, $\mu_e = M_e/M_b$ ($\mu < 1$)

Tabelul 3.3 (continuare)

1	2	3
Viteză unghiulară electrică	$\omega^* = \frac{d\theta}{d\tau} = \frac{\omega}{\omega_b} = \frac{1}{\omega_o}\frac{d\theta}{dt}$	Viteza de rotaţie a vectorului $\bar{U}(\gamma)$
Viteză unghiulară mecanică	$\omega_m^* = \Omega_m/\Omega_{bm}$	-
Factor de amortizare	$\zeta = \frac{B}{2J} T_b$	$\zeta = 0...1$
Putere electrică	$P^* = P/P_b$	-

3.3.4. Aplicaţie pentru MPP inductor cu autoexcitaţie

Pentru concretizarea prezentării generale a metodelor de analiză a SAMPP se va lua în continuare cazul unui MPP inductor cu autoexcitaţie proiectat şi realizat în Institutul politehnic Cluj-Napoca [4,101], prototip omologat, avînd datele arătate în tabelul 3.4.

Tabelul 3.4

Denumirea	Valoarea
Număr de faze	$m = 4$
Număr de poli pe o fază	$q = 2$
Număr de dinţi	$z_r = 34 (p = 34)$, $z_s = 4$
Rezistenţa fazei	$R_f = 2\,\Omega$
Inductivităţi măsurate	$2L_o = 0{,}055H$, $2L_1 = 0{,}017H$
calculate [76]	$2L_o = 0{,}069H$, $2L_1 = 0{,}02H$
Moment de inerţie rotoric	$J_{rot} = 1{,}38.10^{-4}$ kgm^2 (Nms^2)
Lungime rotor	$\ell_r = 60$ mm
Număr de spire pe fază	$w = 152$
Tensiunea de alimentare în schema cu rezistenţă de forţare	$U = 80$ V
Curent nominal	$I = 8$ A
Inerţia sarcinii redusă la arborele MPP	$J_{ext} = 2J_{rot} = 2{,}76.10^{-4}$ kgm^2
Moment de inerţie total	$J = J_{mot} + J_{ext} = 4{,}14.10^{-4}$ kgm^2

Inductivităţile calculate cu relaţiile (2.19) sînt:

$$L_{kk} = \frac{3}{2} L_o + L_1 \cos\left[\theta - (k-1)\frac{\pi}{2}\right],$$

$$L_{jk} = \pm \frac{1}{2} L_o \pm L_1 \cos\left[(j-k)\frac{\pi}{4}\right] \cos\left[\theta - (j+k-2)\frac{\pi}{4}\right] \qquad (3.32)$$

$$(L_o = w^2 \Lambda_o, \quad L_1 = w^2 \Lambda_1)$$

unde $j,k=1,2,3,4$, iar semnul lui L_{jk} este pozitiv pentru j,k de parităţi diferite, respectiv negativ pentru j,k de aceeaşi paritate ($L_{12} > 0$, $L_{13} < 0$, etc.). Se admite că $L_{jk} = L_{kj}$.

Modelul m-fazat sub forma extinsă (3.5) are 4 ecuaţii electrice cu cîte 9 termeni în fiecare şi ecuaţia de mişcare, în care cuplul este dat de 10 termeni. Explicitarea derivatelor este foarte laborioasă şi prin urmare modelul netransformat este nepractic, justificînd încercarea de a aborda alt model.

Modelul $\alpha\beta$ se obţine plecînd de la relaţia (3.18), care dă ($a = e^{\bar{j}\pi/2} = \bar{j}$):

$$\begin{bmatrix} \psi_{o+} \\ \psi_{\alpha_1} + \bar{j}\psi_{\beta_1} \\ \psi_{o-} \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} 8L_o & 4L_1 e^{-\bar{j}\theta} & 0 \\ 4L_1 e^{\bar{j}\theta} & 4L_o & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{o+} \\ i_\alpha + \bar{j} i_\beta \\ i_{o-} \end{bmatrix} \qquad (3.33)$$

După efectuarea separării părţilor, conform definiţiei (3.15) rezultă:

$$\begin{bmatrix} \psi_{o+} \\ \psi_{\alpha_1} \\ \psi_{\beta_1} \\ \psi_{o-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2L_o & L_1\cos\theta & L_1\sin\theta & 0 \\ 2L_1\cos\theta & 2L_o & 0 & 0 \\ 2L_1\sin\theta & 0 & 2L_o & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{o+} \\ i_{\alpha_1} \\ i_{\beta_1} \\ i_{o-} \end{bmatrix} \qquad (3.34)$$

Se poate trage o primă concluzie, aşteptată de altfel, că lipseşte componenta homopolară inversă a fluxului, fapt care reduce numărul ecuaţiilor electrice la 3. In continuare se va face abstracţie de notaţia o- iar o+, α_1, β_1 se vor transcrie respectiv o, α, β.

Cuplul electromagentic calculat cu relaţiile (3.21 şi 3.4) este:

$$M_e = p \frac{d}{d\theta} \left(\psi_\alpha i_\alpha + \psi_\beta i_\beta + 2\psi_o i_o \right)\Big|_{i=ct.} =$$

$$= 2p(2L_1) i_o (i_\beta \cos\theta - i_\alpha \sin\theta) \qquad (3.35)$$

şi are un caracter activ, prin prezenţa lui i_o în expresia sa.

Cu (3.22), (3.23) şi (3.20), modelul $\alpha\beta$ se scrie astfel:

$$\begin{bmatrix} R + 2L_0 \frac{d}{dt} & -\omega L_0 \sin\theta + L_1 \cos\theta \frac{d}{dt} & \omega L_1 \cos\theta + L_1 \sin\theta \frac{d}{dt} \\ -2\omega L_1 \sin\theta + 2L_1 \cos\theta \frac{d}{dt} & R + 2L_0 \frac{d}{dt} & 0 \\ 2\omega L_1 \cos\theta + 2L_1 \sin\theta \frac{d}{dt} & 0 & R + 2L_0 \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$$

$$\frac{J}{p} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{B}{p} \frac{d\theta}{dt} + M_r = 2p(2L_1)i_0(i_\beta \cos\theta - i_\alpha \sin\theta) \qquad (3.36)$$

unde $\omega = d\theta/dt$ iar d/dt este un operator de derivare ce se aplică curenţilor transformaţi.

In forma în care se prezintă, ecuaţiile (3.36) sînt deja mult mai simple ca în cazul modelului m-fazat, încă totuşi sînt neliniare prin prezenţa variabilei θ.

Folosind tabelele 3.2 şi 3.3, sistemul (3.36) se trece în mărimi raportate, obţinîndu-se modelul $\alpha\beta$ raportat:

$$\begin{bmatrix} r^* + 2\ell_0^* \frac{d}{d\tau} & -\omega^* \ell_0^* \sin\theta + \ell_1^* \cos\theta \frac{d}{d\tau} & \omega^* \ell_1^* \cos\theta + \ell_1^* \sin\theta \frac{d}{d\tau} \\ -2\omega^* \ell_1^* \sin\theta + 2\ell_1^* \cos\theta \frac{d}{d\tau} & r^* + 2\ell_0^* \frac{d}{d\tau} & 0 \\ 2\omega^* \ell_1^* \cos\theta + 2\ell_1^* \sin\theta \frac{d}{d\tau} & 0 & r^* + 2\ell_0^* \frac{d}{d\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0^* \\ i_\alpha^* \\ i_\beta^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0^* \\ u_\alpha^* \\ u_\beta^* \end{bmatrix}$$

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + 2\zeta \frac{d\theta}{d\tau} + \mu_r = \sqrt{2}\, k_b^2\, i_0^*(i_\beta^* \cos\theta - i_\alpha^* \sin\theta) \qquad (3.37)$$

Considerînd o comandă potenţială monopolară (fig.2.17,a,b,c tensiunile de alimentare în sistemul $\alpha\beta$ se obţin direct prin aplicarea transformatei (3.10). Se ia tensiunea sursei de c.c. U comună pentru cele trei secvenţe şi secvenţa simetrică dublă ca referinţă. Folosind formulele (3.30) şi (3.31) şi tabelul 2.2, se întocmeşte tabelul 3.5 al secvenţelor în sistemul $\alpha\beta$.

Tabelul 3.5

Secvenţa / Mărimea	Simetrică simplă (S_1)	Simetrică dublă (S_2)	Nesimetrică (S_3)
γ_o	0	$\frac{\pi}{4}$	0
$\gamma(N)$ N=o,1,...	$N\frac{\pi}{2}$	$N\frac{\pi}{2}$	$N\frac{\pi}{4}$
u_{o+}	$\frac{U}{4}$	$\frac{U}{2}$	$\frac{3}{8}U - \frac{U}{8}\cos 4\gamma$
u_{α}	$\frac{U}{2}\cos\gamma$	$\frac{U}{\sqrt{2}}\cos\gamma$	$\frac{U}{2}\,\mathrm{sign}(\cos\gamma)$
u_{β}	$\frac{U}{2}\sin\gamma$	$\frac{U}{\sqrt{2}}\sin\gamma$	$\frac{U}{2}\,\mathrm{sign}(\sin\gamma)$
u_{o-}	$\frac{U}{4}\cos 2\gamma$	0	$\frac{U}{4}\cos 2\gamma$
U_b	$\frac{U}{2}$	$\frac{U}{\sqrt{2}}$	$\frac{U}{2}$
k_m	1	$\sqrt{2}$	1
k_b	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

Efectuînd normarea tensiunilor se obţine (tabelul 3.6):

Tabelul 3.6

Secvenţă / Tensiune	S_1	S_2	S_3
u^*_{o+}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\cos 4\gamma$
u^*_{α}	$\cos\gamma$	$\cos\gamma$	$1.\mathrm{sign}(\cos\gamma)$
u^*_{β}	$\sin\gamma$	$\sin\gamma$	$1.\mathrm{sign}(\sin\gamma)$
u^*_{o-}	$\frac{1}{2}\cos 2\gamma$	0	$\frac{1}{2}\cos 2\gamma$

Modelul dq se scoate din ecuaţia (3.26), matricea (3.23) pentru n=1 şi matricea inductivităţilor din (3.34). Se calculează mai întîi matricea $\left[L_{dq}\right]$ cu relaţia (3.28):

$$\left[L_{dq}\right] = \left[C\right]\left[L_{\alpha\beta}\right]\left[C^{-1}\right] = \begin{bmatrix} 2L_o & L_1 & 0 \\ 2L_1 & 2L_1 & 0 \\ 0 & 0 & 2L_o \end{bmatrix} \qquad (3.38)$$

Produsul $\left[C\right]\frac{d}{dt}\left[C^{-1}\right]$ devine:

$$\left[C\right]\frac{d}{dt}\left[C^{-1}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.39)$$

Cuplul electromagnetic calculat cu (3.27), (3.29) şi (3.4) rezultă:

$$M_e = p\frac{d}{d\theta}(\psi_d i_d + \psi_q i_q + 2\psi_o i_o) = 2p(2L_1)i_o i_q \qquad (3.40)$$

cu acestea, ecuaţiile modelului dq se scriu astfel:

$$\begin{bmatrix} R+2L_o\frac{d}{dt} & L_1\frac{d}{dt} & 0 \\ 2L_1\frac{d}{dt} & R+2L_o\frac{d}{dt} & -2\omega L_o \\ 2\omega L_1 & 2\omega L_o & R+2L_o\frac{d}{dt} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_o \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix}$$

$$\frac{J}{p}\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{B}{p}\frac{d\theta}{dt} + M_r = 2p(2L_1)i_o i_q \qquad (3.41)$$

Modelul are cele mai simple ecuaţii, deoarece coeficienţii variabilelor sînt independenţi de θ iar cuplul electromagnetic are o exprimare redusă. Prin normarea ecuaţiilor se obţine:

$$\begin{bmatrix} r^* + 2\ell_o^*\frac{d}{d\tau} & \ell_1^*\frac{d}{d\tau} & 0 \\ 2\ell_1^*\frac{d}{d\tau} & r^* + 2\ell_o^*\frac{d}{d\tau} & -2\omega^*\ell_o^* \\ 2\omega^*\ell_1^* & 2\omega^*\ell_o^* & r^* + 2\ell_o^*\frac{d}{d\tau} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_o^* \\ i_d^* \\ i_q^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_o^* \\ u_d^* \\ u_q^* \end{bmatrix}$$

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + 2\zeta\frac{d\theta}{d\tau} + \mu_r = \sqrt{2}\,k_b^2\, i_o^* i_q^* \qquad (3.42)$$

Tensiunile de alimentare în sistemul dq se calculează folosind tabelul 3.6 şi transformarea (3.22), obţinîndu-se tabelul 3.7 (mărimile homopolare nu se modifică).

Tabelul 3.7

Secvenţa / Tensiune	S_1	S_2	S_3
u_d^*	$\cos(\gamma-\theta)$	$\cos(\gamma-\theta)$	$\cos\theta\ \mathrm{sign}(\cos\gamma) + \sin\theta\ \mathrm{sign}(\sin\gamma)$
u_q^*	$\sin(\gamma-\theta)$	$\sin(\gamma-\theta)$	$\cos\theta\ \mathrm{sign}(\sin\gamma) - \sin\theta\ \mathrm{sign}(\cos\gamma)$

Fiind cel mai simplu, modelul dq se utilizează în simularea numerică a funcţionării SAMPP. Pentru aceasta se explicitează derivatele din (3.42). Se ia $r^* = 1$ ($R=R_b$, $\ell_o^*=T_o^*$, $\ell_1^*=T_1^*$), iar pentru comoditate se va renunța la indicele (*), înțelegînd că este vorba de un sistem cu mărimi raportate în exclusivitate:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{di_o}{d\tau} \\ \dfrac{di_d}{d\tau} \\ \dfrac{di_q}{d\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{2T_o^2}{\Delta} & -\dfrac{T_oT_1}{\Delta} & 0 & -\dfrac{2T_o^2}{\Delta} & \dfrac{T_oT_1}{\Delta} & -\dfrac{2T_o^2T_1}{\Delta}\omega \\ -\dfrac{2T_oT_1}{\Delta} & \dfrac{2T_o^2}{\Delta} & 0 & \dfrac{2T_oT_1}{\Delta} & -\dfrac{2T_o^2}{\Delta} & \dfrac{4T_o^3}{\Delta}\omega \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{2T_o} & -\dfrac{T_1}{T_o}\omega & -\omega & -\dfrac{1}{2T_o} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_o \\ u_d \\ u_q \\ i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \omega$$

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \sqrt{2}\,k_b^2\, i_o i_q - 2\zeta\omega - \mu_r \qquad (3.43)$$

unde $\Delta = 2T_o(2T_o^2 - T_1^2)$.

Revenirea la variabilele netransformate interesează în cazul curenților (unghiul și viteza nu se transformă). Pentru aceasta se folosește relația (3.24), apoi se întocmește matricea $[\bar{i}_n]$, după care, aplicînd transformarea (3.12), se obțin curenții în faze:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{o+} + i_d\cos(\theta+\gamma_o) - i_q\sin(\theta+\gamma_o) + i_{o-} \\ i_2 &= i_{o+} + i_d\sin(\theta+\gamma_o) + i_q\cos(\theta+\gamma_o) - i_{o-} \\ i_3 &= i_{o+} - i_d\cos(\theta+\gamma_o) + i_q\sin(\theta+\gamma_o) + i_{o-} \\ i_4 &= i_{o+} - i_d\sin(\theta+\gamma_o) - i_q\cos(\theta+\gamma_o) - i_{o-} \end{aligned} \qquad (3.44)$$

în care γ_o are valoarea indicată în tabelul 3.5.

După cum s-a arătat, secvența simetrică dublă este cea mai indicată pentru MPP inductor cu autoexcitație cu m=4 faze, q=2, deoarece lipsește componenta u_{o-}, neproductivă. Dacă se alimentează în alte secvențe, $u_{o-} \neq 0$, dar curentul i_{o-} nu produce flux util (vezi rel.3.34), însă afectează curentul în faze (vezi rel.3.44), provocînd mărirea pierderilor ohmice. In acest fel ecuațiile modelelor $\alpha\beta$ și dq se vor completa cu relația statică:

$$u_{o-} = r\, i_{o-} \qquad (3.45)$$

unde i_{o-} se calculează la fel ca u_{o-} (tabelul 3.5).

Se trece în continuare la integrarea numerică a sistemului (3.4), folosind metoda Runge-Kutta de ordinul IV. Ținînd seama de datele motorului din tabelul 3.4 și de formulele indicate în tabelul 3.2, se întocmeşte tabelul mărimilor de bază şi raportate 3.8.

Tabelul 3.8

Mărime \ Secvenţă	S_1 1-2-3-4...	S_2 12-23-34...	S_3 1-12-2-23...
U_b (tab.3.5) [V]	40	56,6	40
$R_b = R$ [Ω]	10	10	10
$I_b = U_b/R_b$ [A]	4	5,66	4
$M_b = \sqrt{2}\, z_r (2L_1) I_b^2/k_b^2$ [Nm]	26,1	26,1	26,1
$f_b = \sqrt{pM_b/J}$ [s^{-1}]	1450	1450	1450
$T_b = 1/f_b$ [s]	$0{,}69.10^{-3}$	$0{,}69.10^{-3}$	$0{,}69.10^{-3}$
$L_b = T_b R_b$ [H]	$6{,}9.10^{-3}$	$6{,}9.10^{-3}$	$6{,}9.10^{-3}$
$T_o = L_o/L_b$	4	4	4
$T_1 = L_1/L_b$	1,23	1,23	1,23

Integrarea numerică s-a efectuat pentru secvenţa de alimentare S_2 şi o durată $\Delta\tau = 25$ între tacturile de comandă, ceea ce corespunde unei durate reale de $25.0{,}69.10^{-3} = 17{,}25$ ms, respectiv unei frecvenţe de comandă $f = 58$ imp/s.

Dintre rezultatele integrării sînt reprezentaţi curenţii transformaţi i_o, i_d, i_q şi cei netransformaţi (din relaţiile 3.44) $i_1 \div i_4$, în figura 3.5. S-a luat în considerare o tehnică de forţare a pantei curentului în fazele MPP, care reduce constantele de timp T_o, T_1 de trei ori. In figura 3.6 sînt reprezentate principalele mărimi mecanice ale SAMPP.

După cum se poate observa, modelarea numerică oferă un tablou larg al transformărilor electrice şi mecanice ale SAMPP. Prezintă interes următoarele remarcări:

- deşi frecvenţa de comandă este constantă, toate mărimile electrice şi mecanice sînt variabile în interiorul fiecărui pas;

- curenţii reali, ca şi viteza de răspuns (creşterea unghiului θ) sînt puternic influenţaţi de constantele de timp electrice şi foarte puţin afectaţi de variaţia inductivităţilor cu unghiul θ. Punctat s-au reprezentat curenţii $i_1 \div i_4$ şi unghiul θ pentru $T_o = 4$, $T_1 = 1{,}23$.

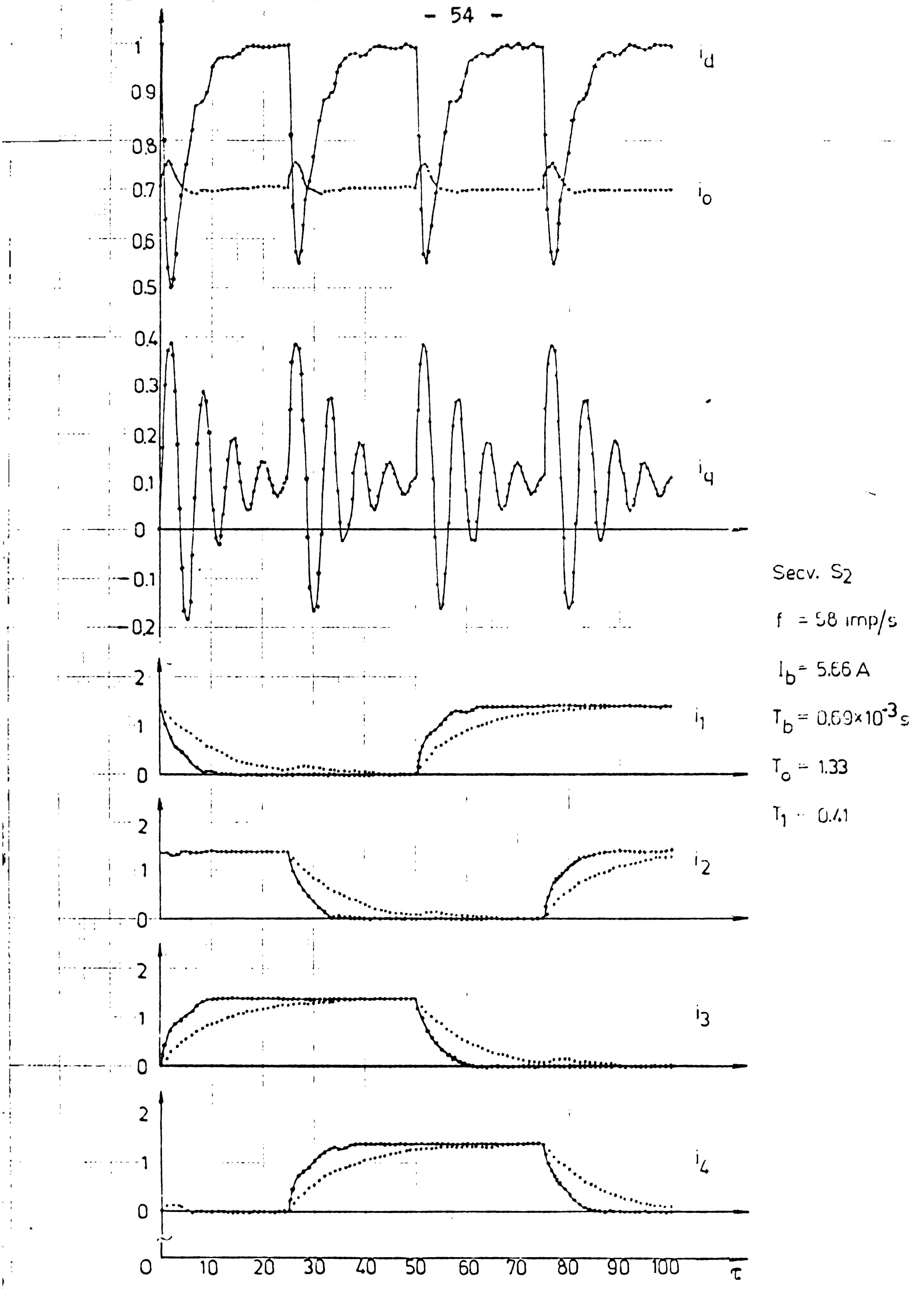


Fig.3.5. Variaţia mărimilor electrice.

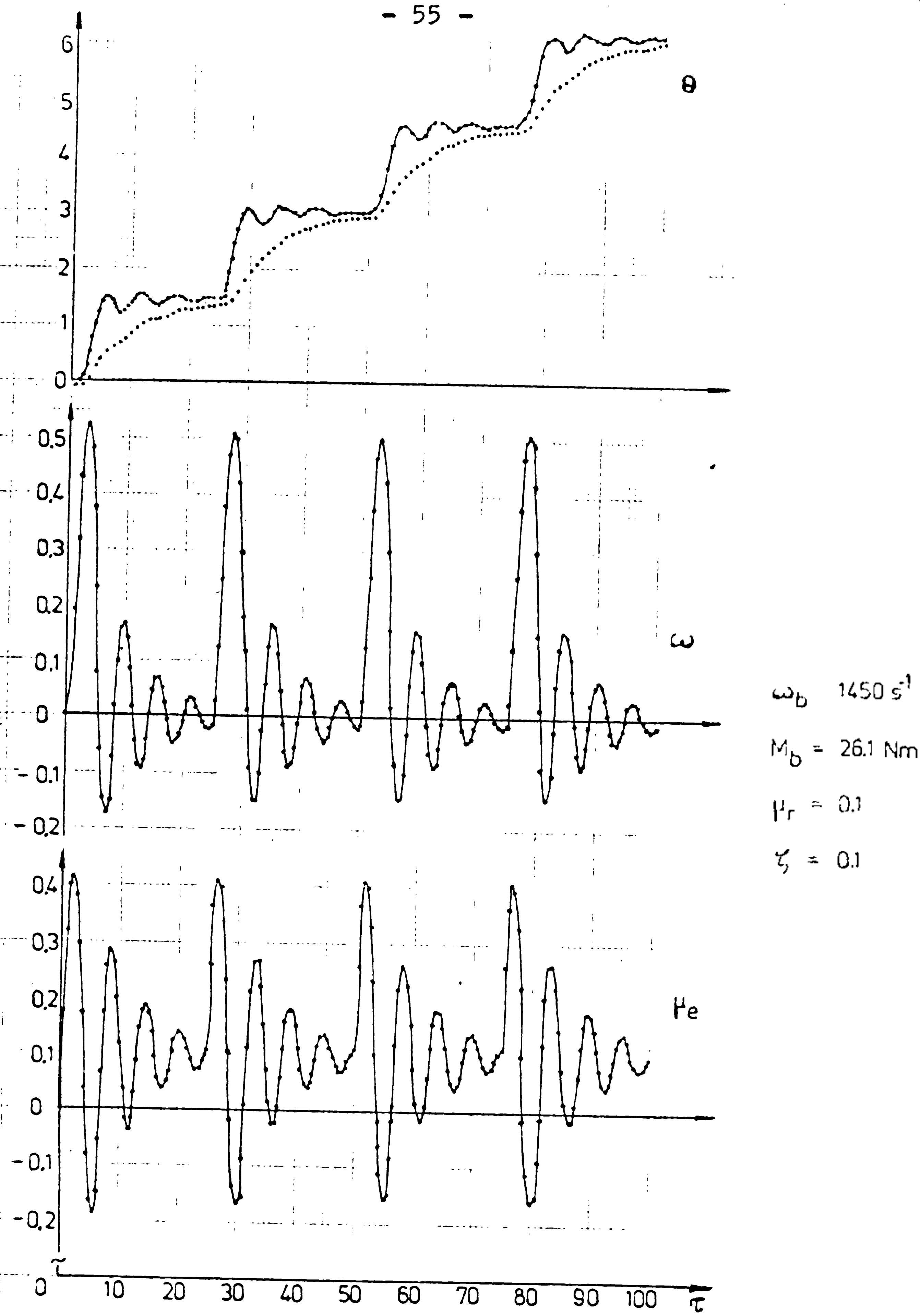


Fig.3.6. Variaţia mărimilor mecanice.

3.4. Modelul liniar operaţional al SAMPP

Analiza sistemelor automate cu MPP implică găsirea unui model operaţional, bazat pe transformata Laplace, al SAMPP. Deşi s-au elaborat modele matematice generalizate relativ complete în domeniul timp, în domeniul operaţional nu s-au abordat decît cazuri simple, idealizate de MPP [18,19,36,78].

Metoda transformatei Laplace se sprijină pe ideea că toate fenomenele interne ale SAMPP se repetă identic de la un pas la altul, prin urmare este suficient a găsi funcţii de transfer valabile pentru un singur pas efectuat. Mişcarea rotorului MPP în interiorul unui pas este studiată în sisteme de poziţionare fină [18], cazuri în care liniarizările impuse de aplicarea transformatei Laplace nu sînt prea severe.

In capitolul de faţă se propune un model liniar operaţional general, pentru SAMPP cu m faze necuplate inductiv (sau cu cuplaje neglijabile), plecînd chiar de la ecuaţiile modelului m-fazat. (In cazul MPP cu circuit de excitaţie, acesta se consideră constant, Modelul operaţional permite identificarea SAMPP ca elemente automate în sistemele de reglare a poziţiei.

Primele m ecuaţii şi ecuaţia de mişcare din sistemul (3.5), completate cu expresiile inductivităţilor proprii din (2.19) sînt:

$$
\begin{aligned}
& Ri_k + \left\{ \frac{m-1}{m}\, qL_o + \frac{m-2}{m}\, qL_1 \cos\left[\theta - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right]\right\} \frac{di_k}{dt} + \\
& + i_k \frac{d\theta}{dt}\left(-\frac{m-2}{m}\right) qL_1 \sin\left[\theta - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right] = u_k, \quad (k=1,2,\dots,m) \qquad (3.46)\\
& \frac{J}{p}\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{B}{p}\frac{d\theta}{dt} + M_r = \frac{p}{2}\,\frac{m-2}{m}\, qL_1 \sum_{k=1}^{m} \left\{ -\, i_k^2 \sin\left[\theta - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right]\right\}
\end{aligned}
$$

Sub forma (3.46) sistemul reprezintă SAMPP ca ansamblul a m circuite electrice necuplate magnetic dar legate de mişcarea rotorului MPP prin tensiunile electromotoare.

Se procedează la liniarizarea ecuaţiilor sistemului în jurul unui punct de funcţionare, substituind variabilele prin expresii de forma $x = X_o + \Delta x$, unde X_o este valoarea constantă în punctul de funcţionare, iar Δx o variaţie mică:

$$
\begin{aligned}
i_k &= I_{ko} + \Delta i_k \\
u_k &= U_{ko} + \Delta u_k \qquad (3.47)\\
\theta &= \theta_o + \Delta\theta \\
M_r &= M_{ro} + \Delta m_r
\end{aligned}
$$

După înlocuire în (3.46), dezvoltare, eliminarea produselor a două variaţii mici şi efectuarea simplificărilor uzuale:

$$\sin\Delta\theta \cong \Delta\theta, \quad \cos\Delta\theta \cong 1,$$

se obţine sistemul echivalent liniarizat. Se efectuează apoi reducerile reclamate de echilibrul staţionar al sistemului în punctul de funcţionare:

$$\begin{aligned} RI_{ko} &= U_{ko}, \quad (k=1,2,\ldots,m) \\ M_{ro} &= \frac{p}{2}\,\frac{m-2}{m}\,qL_1 \sum_{k=1}^{m} \left\{ -\,I_{ko}^2 \sin\left[\theta_o - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right]\right\} \end{aligned} \tag{3.48}$$

Sistemul care leagă micile variaţii este:

$$R\Delta i_k + \left\{\frac{m-1}{m}\,qL_o + \frac{m-2}{m}\,qL_1\cos\left[\theta_o - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right]\right\}\frac{d\Delta i_k}{dt} +$$

$$+ I_{ko}\sin\left[\theta_o - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right]\left(-\,\frac{m-2}{m}\,qL_1\right)\frac{d\Delta\theta}{dt} = \Delta u_k \tag{3.49}$$

$$(k=1,2,\ldots,m)$$

$$\frac{J}{p}\,\frac{d^2\Delta\theta}{dt^2} + \frac{B}{p}\,\frac{d\Delta\theta}{dt} + \frac{p}{2}\,\frac{m-2}{m}\,qL_1 \sum_{k=1}^{m} I_{ko}^2 \cos\left[\theta_o - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right]\Delta\theta =$$

$$= -\Delta m_r - p\,\frac{m-2}{m}\,qL_1 \sum_{k=1}^{m} I_{ko} \sin\left[\theta_o - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right]\Delta i_k .$$

Se aplică transformata Laplace asupra ecuaţiilor liniarizate ale sistemului cu condiţiile iniţiale specifice punctului de funcţionare luat ca referinţă. Se notează pentru comoditate:

$$\begin{aligned} L_{kko} &= \frac{m-1}{m}\,qL_o + \frac{m-2}{m}\,qL_1\cos\left[\theta_o - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right] \\ B_{ko} &= \frac{m-2}{m}\,qL_1 I_{ko}\sin\left[\theta_o - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right] \\ A_o &= \frac{p}{2}\,\frac{m-2}{m}\,qL_1 \sum_{k=1}^{m} I_{ko}^2 \cos\left[\theta_o - (k-1)\,\frac{2\pi}{m}\right] \end{aligned} \tag{3.50}$$

Sistemul transformatelor Laplace scris sub formă matriceală este:

$$\begin{bmatrix} R+sL_{11o} & 0 & \dots & 0 & -sB_{1o} \\ 0 & R+sL_{22o} & \dots & 0 & -sB_{2o} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & R+sL_{mmo} & -sB_{mo} \\ -pB_{1o} & -pB_{2o} & \dots & -pB_{mo} & A(s) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta i_1(s) \\ \Delta i_2(s) \\ \vdots \\ \Delta i_m(s) \\ \Delta \theta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta u_1(s)-C_{1o}(s) \\ \Delta u_2(s)-C_{2o}(s) \\ \vdots \\ \Delta u_m(s)-C_{mo}(s) \\ -\Delta m_r(s)-C_o(s) \end{bmatrix} \tag{3.51}$$

In sistem s-au notat:

$$A(s) = \frac{J}{p} s^2 + \frac{B}{p} s + A_o$$

$$\left.\begin{aligned} & C_{ko}(s) = B_{ko}\theta_o + L_{kko}I_{ko} \\ & \qquad (k=1,2,\dots,m) \\ & C_o(s) = \frac{J}{p}\,\theta_o s + \frac{J}{p}\,\dot{\theta}_o \end{aligned}\right\} \text{condiţii iniţiale} \tag{3.52}$$

unde $\dot{\theta}_o$ este viteza unghiulară electrică în punctul de funcţionare

S-a obţinut astfel modelul liniar operaţional al SAMPP caracterizat prin intrările $\Delta u_k(s)$ $(k=1,2,\dots,m)$, perturbaţia $\Delta m_r(s)$ şi ieşirile $\Delta i_k(s)$ $(k=1,2,\dots,m)$ şi $\Delta\theta(s)$. Sub formă concentrată el se scrie astfel:

$$[X_s]\,[E_s] = [I_s] \tag{3.53}$$

în care $[X_s]$ este matricea operaţională de transfer, $[I_s]$ matricea operaţională a intrărilor (matricea de intrare), iar $[E_s]$ matricea operaţională a ieşirilor (matricea de ieşire).

Modelul operaţional exprimă comportarea dinamică a SAMPP permiţînd noi interpretări ale diferitelor categorii de transformări interne, în termenii uzuali ai teoriei sistemelor automate[31]. Pe baza ecuaţiilor (3.51) se poate întocmi schema bloc operaţională a SAMPP, aşa cum este dată în figura 3.7.

Din examinarea schemei bloc şi a ecuaţiei (3.51) rezultă următoarele proprietăţi ale SAMPP:

- regimul stabilirii curenţilor în faze este supus unei comportări tip P_1 (proporţional,cu inerţie de ord.1) faţă de tensiunile pe faze;
- cuplul electromagnetic $\Delta m(s)$ se obţine prin însumarea acţiunii curenţilor în faze după dependenţe de tip P_o (proporţional) faţă de aceştia;
- unghiul electric al rotorului este supus acţiunii de tip P_2 (proporţional, cu inerţie de ord.2) faţă de echilibrul cuplurii-

lor, ceea ce duce practic la un răspuns oscilant-amortizat;

- tensiunile de alimentare pe faze sînt afectate de tensiunile electromotoare prin reacţia de poziţie internă cu caracter de viteză datorită comportării derivative a buclei de reacţie. Tensiunile electromotoare (de reacţie) sînt efectul modulării cîmpului în întrefier (coeficienţii B_{ko} depind direct de inductivitatea L_1);

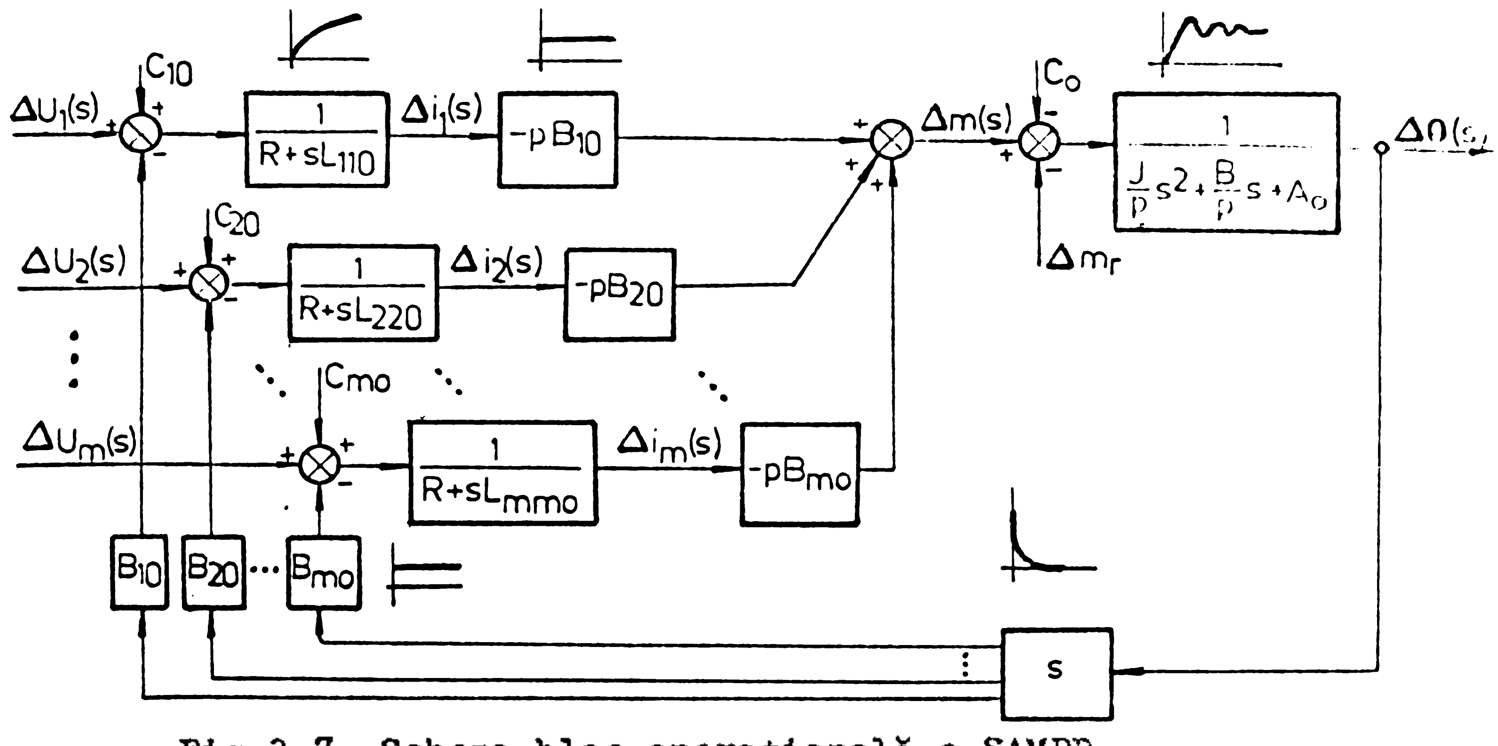


Fig.3.7. Schema bloc operaţională a SAMPP.

- efectul tensiunilor electromotoare, deşi prompt faţă de variaţiile unghiului, este întîrziat faţă de variaţiile curenţilor tocmai datorită inerţiei rotorului. In acest fel se poate considera că pantele curenţilor în faze sînt relativ puţin afectate de mişcarea rotorului.

Modelul operaţional (3.51) dezvăluie şi alte proprietăţi dacă se admite cazul specific MPP - alimentarea simultană a unui număr de faze mai mic ca m/2 (sau (m+1)/2). Pentru aceasta se consideră alimentarea în secvenţa monopolară simetrică simplă (comutaţia de la faza 1 la faza 2) şi, în conformitate cu ultima proprietate enunţată, se vor neglija efectele modulaţiei cîmpului asupra tensiunilor de alimentare. In acest fel, din ecuaţia (3.51) se iau primele două şi ultima linie, iar reacţia internă este suprimată (coeficienţii $B_{1o},\ldots,B_{mo}$ de pe ultima coloană din matricea de transfer sînt nuli). Practic, suprimarea reacţiei interne echivalează cu neglijarea inductivităţii L_1 în ecuaţiile de tensiune.

Modelul operaţional devine ($L_{11o} = L_{22o} = L$):

$$\begin{bmatrix} R+sL & 0 & 0 \\ 0 & R+sL & 0 \\ -pB_{1o} & -pB_{2o} & A(s) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta i_1(s) \\ \Delta i_2(s) \\ \Delta \theta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta u_1(s)-C_{1o}(s) \\ \Delta u_2(s)-C_{2o}(s) \\ -\Delta m_r(s)-C_o(s) \end{bmatrix} \tag{3.54}$$

din care, prin inversare, se pot explicita mărimile de ieşire:

$$\begin{bmatrix} \Delta i_1(s) \\ \Delta i_2(s) \\ \Delta \theta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R+sL} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R+sL} & 0 \\ \frac{pB_{1o}}{(R+sL)A(s)} & \frac{pB_{2o}}{(R+sL)A(s)} & \frac{1}{A(s)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta u_1(s)-C_{1o}(s) \\ \Delta u_2(s)-C_{2o}(s) \\ -\Delta m_r(s)-C_o(s) \end{bmatrix} \tag{3.55}$$

Variaţiile unghiului - cea mai importantă mărime de ieşire - au expresia:

$$\Delta \theta(s) = \frac{K_1 \Delta u_1(s) + K_2 \Delta u_2(s) - K_o(s)}{(R+sL)(\frac{J}{p} s^2 + \frac{B}{p} s + A_o)} \tag{3.56}$$

unde

$K_1 = pB_{1o}$, $K_2 = pB_{2o}$,

$K_o(s) = pB_{1o}C_{1o}(s) + pB_{2o}C_{2o}(s) + \left[\Delta m_r(s) + C_o(s)\right](R+sL)$

Se poate constata că viteza de răspuns a SAMPP depinde atît de inerţia electromagnetică cît şi de cea electromecanică, precum şi de condiţiile iniţiale.

Mergînd mai departe cu aproximările, se va lua L=0 şi particularizarea $\Delta u_1(s)=0$, $\Delta u_2(s)=\Delta u/s$ (semnal treaptă), $\Delta m_r(s)=0$ cu care, expresia (3.56) se poate scrie sub forma:

$$\Delta \theta(s) = \frac{pB_{2o} \frac{\Delta u}{R} - C_o(s)}{s(\frac{J}{p} s^2 + \frac{B}{p} s + A_o)} \tag{3.57}$$

unde $C_o(s)$ depinde de θ_o şi $\dot{\theta}_o$ şi are practic o influenţă redusă asupra formei de variaţie a unghiului şi în ultimă instanţă poate fi neglijat. Cu observaţia că A_o (exprimat în 3.50) este cuplul maxim sincronizant pentru o poziţie dată, făcînd cîteva transformări, expresia (3.57) se poate scrie astfel:

$$\Delta \theta(s) \cong \frac{1}{s} \frac{K_a}{\frac{s^2}{\omega_o^2} + \frac{2\zeta}{\omega_o} s + 1} \tag{3.58}$$

unde ζ şi ω_o corespund notaţiilor din tabelele 3.2 şi 3.3, iar K_a este un factor de amplificare.

Exprimarea (3.58) sugerează o nouă interpretare a SAMPP. Două particularităţi ale MPP sînt ajutătoare în acest sens:

- independenţa valorii pasului de amplitudinea şi durata impulsului de comandă;
- memorarea poziţiei la ultimul impuls de comandă primit.

Cu acestea funcţia (3.58) se scrie ca produsul altor două funcţii definite astfel:

$$\Delta\theta(s) = Y_1(s).Y_2(s)$$

$$Y_1(s) = \frac{\Delta\theta(s)}{I'(s)} = \frac{K_a}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0}s + 1} \qquad (3.59)$$

$$I'(s) = 1 \quad \text{(impuls unitar)}$$

$$Y_2(s) = \lim_{\tau_0 \to \infty} \frac{1 - e^{-s\tau_0}}{s} = \frac{1}{s}$$

adică SAMPP este echivalent inserierii unui element pondere tip P_2 (proporţional,cu inerţie de ord.2) cu un element extrapolator de ordinul 0 [58] cu timp de extrapolare τ_0 infinit. Această interpretare este exprimată şi în figura 3.8.

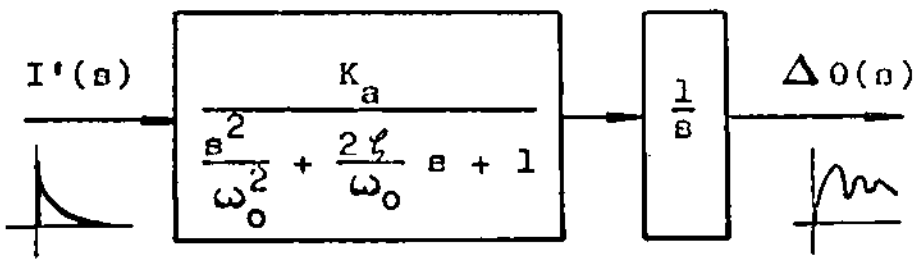


Fig.3.8. Schema bloc simplificată a SAMPP.

Rezultă că, într-o interpretare aproximativă, SAMPP poate fi privit ca un bloc atacat la intrare cu impulsuri unitare (Dirac) şi avînd la ieşire incrementi de unghi care se stabilesc după oscilaţii amortizate.

Desigur că modelul liniar operaţional şi în special ultimele reprezentări simplificate arătate nu pot satisface toate problemele întîlnite în calculul sistemelor automate. Forma simplificată (3.58) devine însă foarte utilă şi expeditivă în studierea dinamicii sistemelor automate cu MPP în circuit închis şi mai ales la determinarea stabilităţii acestora.

3.5. Analiza SAMPP în planul fazelor

Metoda planului fazelor este aplicabilă SAMPP cu condiţia ca acestea să fie reprezentate prin maxim două coordonate, ceea ce înseamnă operarea numai asupra ecuaţiei de mişcare din totalul ecuaţiilor modelelor matematice. Această restricţie impune luarea în considerare a alimentării MPP de la o sursă de curent constant, astfel că ecuaţiile echilibrului electric din modelul m-fazat se reduc la $i_k = I$ = const. $(k=1,2,...,m+1)$.

Ecuaţia de mişcare în mărimi raportate este:

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + 2\zeta\frac{d\theta}{d\tau} + \mu_r = \mu_e \tag{3.60}$$

în care cuplul electromagnetic e funcţie numai de unghiul θ. Pentru aplicarea metodei planului fazelor [28,29,78,88] se introduce viteza unghiulară raportată ω^* ca variabilă suplimentară, astfel încît ecuaţia diferenţială de ordinul doi (3.60) se transformă într-un sistem de ecuaţii diferenţiale de ordinul întîi:

$$\begin{aligned}\frac{d\theta}{d\tau} &= \omega^* \\ \frac{d\omega^*}{d\tau} &= \mu_e(\theta) - 2\zeta\omega^* - \mu_r\end{aligned} \tag{3.61}$$

Soluţiile acestui sistem în planul de coordonate ω^*, θ (planul fazelor) reprezintă traiectoria de fază $\omega^*(\theta)$. Obţinerea acesteia este posibilă prin metode analitice (integrare numerică), grafice (metoda Pell [28]), sau grafo-analitice.

In continuare autorul va prezenta o rezolvare grafo-analitică a sistemului (3.61) prin metoda izoclinelor [41]. Scopul acestei prezentări este de a preciza efectele cuplului rezistent, ca mărime şi caracter, asupra mişcării rotorului, cu implicaţii directe în funcţionarea SAMPP în circuit deschis.

Pentru precizare se va lua cazul MPP cu m=4 faze, la care se presupune o dependenţă sinusoidală a cuplului electromagnetic de unghi. Expresia cuplului depinde de tipul MPP şi felul comutaţiei. Luînd cazul uzual al comenzii potenţiale în secvenţele simetrice simple, duble şi nesimetrice, cuplul se calculează cu expresia(3.4) pentru $i,j=1,2$ şi $i_1 = i_2 = I$, rezultînd:

$$M_e(\theta) = \frac{p}{2} I^2\left(\frac{dL_{11}}{d\theta} + 2\frac{dL_{12}}{d\theta} + \frac{dL_{22}}{d\theta}\right) \tag{3.62}$$

Alimentarea monopolară corespunde de obicei la MPP inductoare cu autoexcitaţie sau inductor-reactive, fapt pentru care numai acestea vor fi luate în discuţie. Cu formula (3.62) şi expresiile inductivităţilor (2.19) şi (2.20), cuplul electromagnetic raportat are forma (s-a luat q=2):

$$\mu_e(\theta) = -k_M \sin(\theta - \gamma_o) \tag{3.63}$$

în care k_M este coeficientul cuplului maxim sincronizant iar γ_o argumentul originii cuplului. Aceştia sînt calculaţi pentru $M_b = pL_1I^2/2$ şi trecuţi în tabelul 3.9.

Tabelul 3.9

Tip MPP	Secvenţa de alimentare	k_M	γ_o
Inductor cu autoexcitaţie	S_1 (1-2-3-4...)	1	0
	S_2 (12-23-34...)	$2\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{4}$
	S_3 (1-12-2-23...)	$1,2\sqrt{2}$ alternativ	0 sau $\frac{\pi}{4}$
Inductor-reactiv	S_1 (1-2-3-4...)	2	0
	S_2 (1-2-3-4...)	$2\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{4}$
	S_3 (1-12-2-23...)	$2,2\sqrt{2}$ alternativ	0 sau $\frac{\pi}{4}$

Forma (3.63) a cuplului este generală deoarece prin coeficientul k_M se exprimă tipul secvenţei de alimentare iar γ_o indică originea curbei $\mu_e(\theta)$ corespunzătoare unei stări electrice stabile a MPP. Astfel, prin trecerea de la o stare electrică stabilă la alta, forma (3.63) se păstrează, schimbîndu-se numai originea curbei.

In continuare se va prezenta metoda izoclinelor făcînd abstracţie de unghiul γ_o. Prin împărţirea ecuaţiilor (3.61) se obţine raportul:

$$\frac{d\omega^*}{d\theta} = \frac{-k_M \sin\theta - 2\zeta\omega^* - \mu_r}{\omega^*} \tag{3.64}$$

care, pentru $d\omega^*/d\theta = g = \text{const.}$, dă ecuaţia familiei izoclinelor:

$$\omega_g^*(\theta) = \frac{-k_M \sin\theta - \mu_r}{2\zeta + g} \tag{3.65}$$

Pentru trasarea traiectoriei de fază $\omega^*(\theta)$ se va considera că MPP primeşte un impuls, ceea ce este echivalent cu a fixa condiţiile iniţiale:

$$\theta_i = -\frac{\pi}{2} \pm \arcsin\frac{\mu_r}{k_M} \qquad (3.66)$$
$$\omega_i^* = 0.$$

In tabelul 3.10 sînt indicate curbele particulare ale izoclinelor (3.65) pentru diferite valori ale pantelor g şi diferite tipuri de încărcări μ_r. Portretele de fază pentru cazurile arătate în tabelul 3.10 sînt reprezentate în figura 3.9,a,b,c,d.

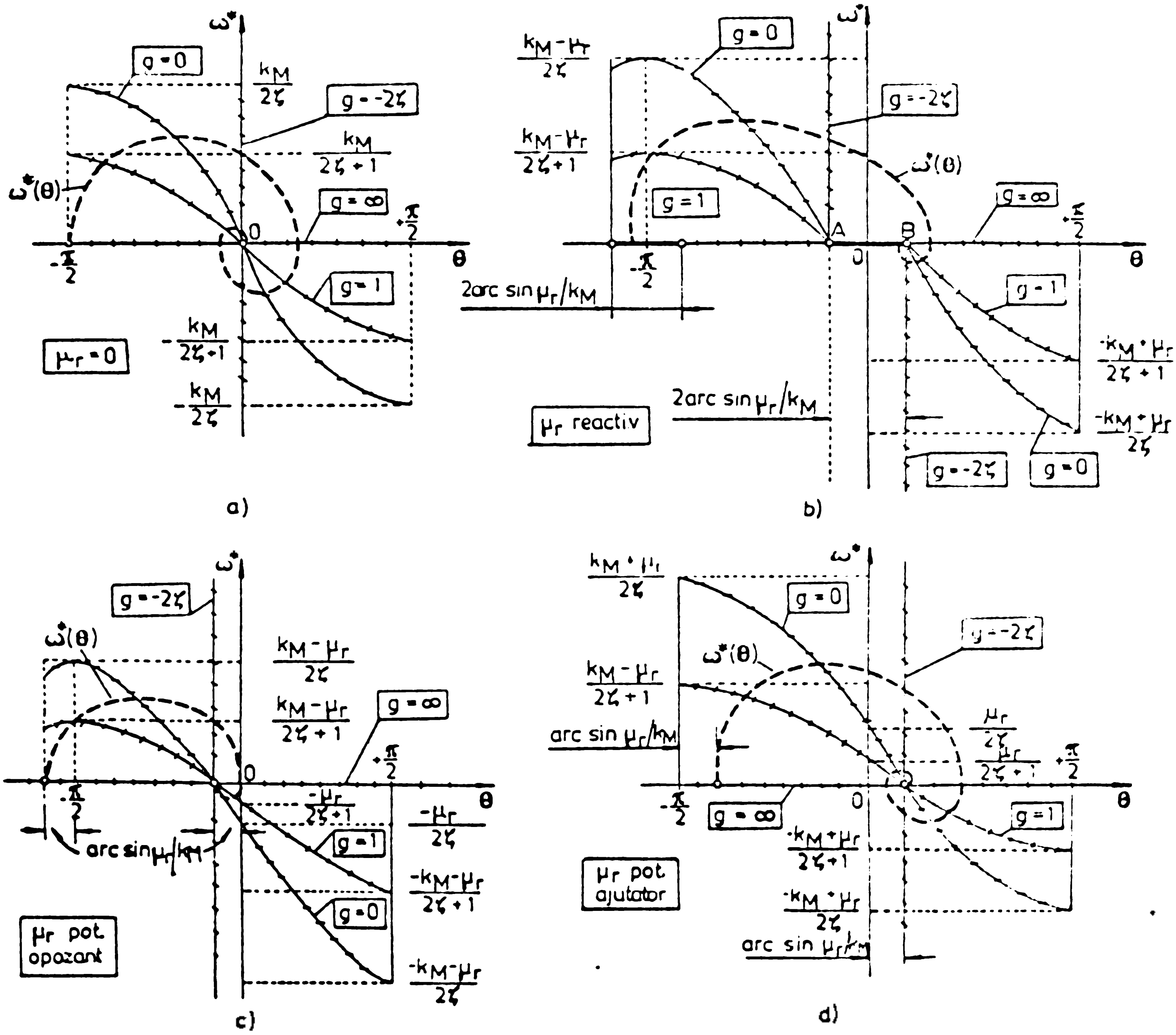


Fig.3.9. Traiectoriile de fază la diferite încărcări:
a) μ_r=0; b) μ_r potenţial opozant;
c) μ_r reactiv; d) μ_r potenţial ajutător.

Tabelul 3.10

Tipul încărcării MPP		Izocline $\omega_i^*(\theta)$				Condiţii iniţiale	
		$g=0$	$g=1$	$g=\infty$	$g=-2\zeta$	θ_i	ω_i^*
$\mu_r = 0$ mers în gol		$\frac{-k_M \sin\theta}{2\zeta}$	$\frac{-k_M \sin\theta}{2\zeta+1}$	0	$\theta = 0$	$-\frac{\pi}{2}$	0
μ_r reactiv	$\omega^* > 0$	$\frac{-k_M \sin\theta - \mu_r}{2\zeta}$	$\frac{-k_M \sin\theta - \mu_r}{2\zeta+1}$	0	$\theta = -\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	$-\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	0
	$\omega^* < 0$	$\frac{-k_M \sin\theta + \mu_r}{2\zeta}$	$\frac{-k_M \sin\theta + \mu_r}{2\zeta+1}$	0	$\theta = +\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$		
μ_r potenţial opozant		$\frac{-k_M \sin\theta - \mu_r}{2\zeta}$	$\frac{-k_M \sin\theta - \mu_r}{2\zeta+1}$	0	$\theta = -\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	$-\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	0
μ_r potenţial ajutător		$\frac{-k_M \sin\theta - \mu_r}{2\zeta}$	$\frac{-k_M \sin\theta - \mu_r}{2\zeta+1}$	0	$\theta = +\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	$-\frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	0

După cum se poate constata, portretele de fază ale SAMPP reprezintă focare stabile, la care factorul de amortizare ζ are un rol important. De asemenea valoarea cuplului rezistent μ_r şi caracterul acestuia influenţează traiectoria de fază. Cu creşterea lui μ_r în sens opus mişcării, amplitudinea oscilaţiilor scade, iar în sens ajutător, amplitudinea creşte. Dacă μ_r are caracter reactiv portretul de fază prezintă o zonă de insensibilitate A-B(fig.3.10,c), determinată de schimbarea sensului de acţiune al lui μ_r la inversarea sensului de mişcare.

Punctele finale ale traiectoriei de fază se obţin din ecuaţiile (3.61) prin anularea derivatelor.

Traiectoriile de fază în cazul secvenţei nesimetrice 1-12-2-23... nu diferă principial dacă se ia pentru k_M valori corespunzătoare comutaţiei (de la o fază alimentată la două sau invers) şi dacă condiţiile iniţiale (3.66) au în loc de $\pi/2$ unghiul $\pi/4$.

Este uşor de utilizat metoda planului fazelor şi pentru funcţionarea multipas alegînd condiţiile iniţiale egale cu valorile finale ale pasului anterior şi translatînd curba $M_e(\theta)$ la fiecare pas în sensul lui θ cu $\pi/2$ (sau $\pi/4$ în secvenţa nesimetrică). Această observaţie este utilă la calculul performanţelor de poziţionare în circuit deschis.

3.5.1. Aplicaţie pentru MPP cu 4 faze

Se dau în continuare exemple de traiectorii de fază obţinute prin integrarea numerică a sistemului (3.61), în care cuplul electromagnetic are expresia generală (3.63). Integrarea s-a făcut pe un calculator tip "Hewlett Packard-9820", care are în biblioteca sa un program de integrare prin metoda Runge-Kutta.

S-a luat ca model motorul ale cărui date sînt specificate în tabelul 3.4, pentru care s-a întocmit tabelul 3.11 al mărimilor de bază şi raportate. Se face aici precizarea că în reprezentarea netransformată, modelul m-fazat are aceleaşi mărimi de bază pentru toate secvenţele de alimentare. Prin urmare aceasta este valabil şi pentru modelul simplificat (3.61), care derivă din cel general m-fazat.

Se ia cazul unui cuplu rezistent potenţial opozant. Condiţiile iniţiale pentru θ şi expresiile cuplului sînt trecute în tabelul 3.12 ($\omega_i^* = 0$).

Tabelul 3.11

Mărimea	U_b [V]	R_b [Ω]	I_b [A]	M_b [Nm]	f_b [s^{-1}]	T_b [s]	$T^* = T_o^*$
Relaţia	U	R	I	$\frac{p}{2} L_1 I_b$	$\sqrt{\frac{pM_b}{J}}$	$\frac{1}{f_b}$	$\frac{L_o}{T_b R_b}$
Valoarea	80	10	8	9,25	870	$1,15.10^{-3}$	2,41

Tabelul 3.12

Secvenţa		θ_i	$\mu_e(\theta)$
S_1		$-\frac{\pi}{2} - \arcsin \mu_r$	$-\sin\theta$
S_2		$-\frac{\pi}{4} - \arcsin \frac{\mu_r}{2\sqrt{2}}$	$-2\sqrt{2}\sin(\theta - \frac{\pi}{4})$
S_3	I-II	$-\frac{\pi}{2} - \arcsin \mu_r$	$-2\sqrt{2}\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$
	II-I	$-\frac{\pi}{4} - \arcsin \frac{\mu_r}{2\sqrt{2}}$	$-\sin\theta$
	I-II	$-\arcsin \mu_r$	$-2\sqrt{2}\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$

In figura 3.10 sînt reprezentate traiectoriile de fază pentru secvenţele S_1 şi S_2, cu $\zeta = 0,25$ şi $\mu_r = 0,25$, obţinute prin integrare numerică cu pasul $\Delta\tau = 0,2$. Se observă efectul secvenţe asupra deviaţiei ($\varepsilon_1 > \varepsilon_2$), din care reiese avantajul alimentării în secvenţa dublă S_2.

In figura 3.11, sînt arătate traiectoriile de fază în cazul alimentării în secvenţa S_3. Mişcarea rotorului este nesimetrică de la un tact la altul şi în plus, unghiurile efectuate de rotor în stări electrice succesive diferă ca urmare a încărcării cu μ_r ($\theta_{II-I} < \theta_{I-II}$).

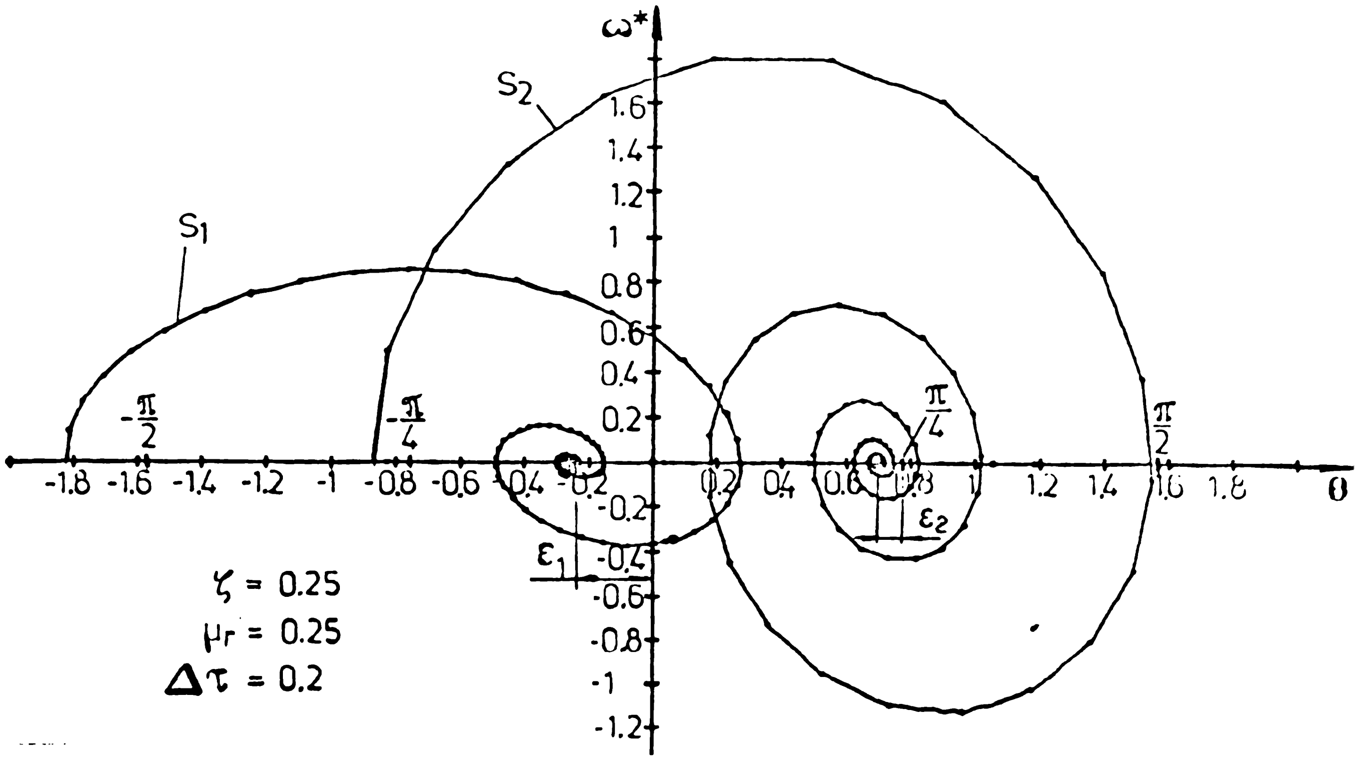


Fig.3.10. Traiectoriile de fază în secvențele S_1 şi S_2.

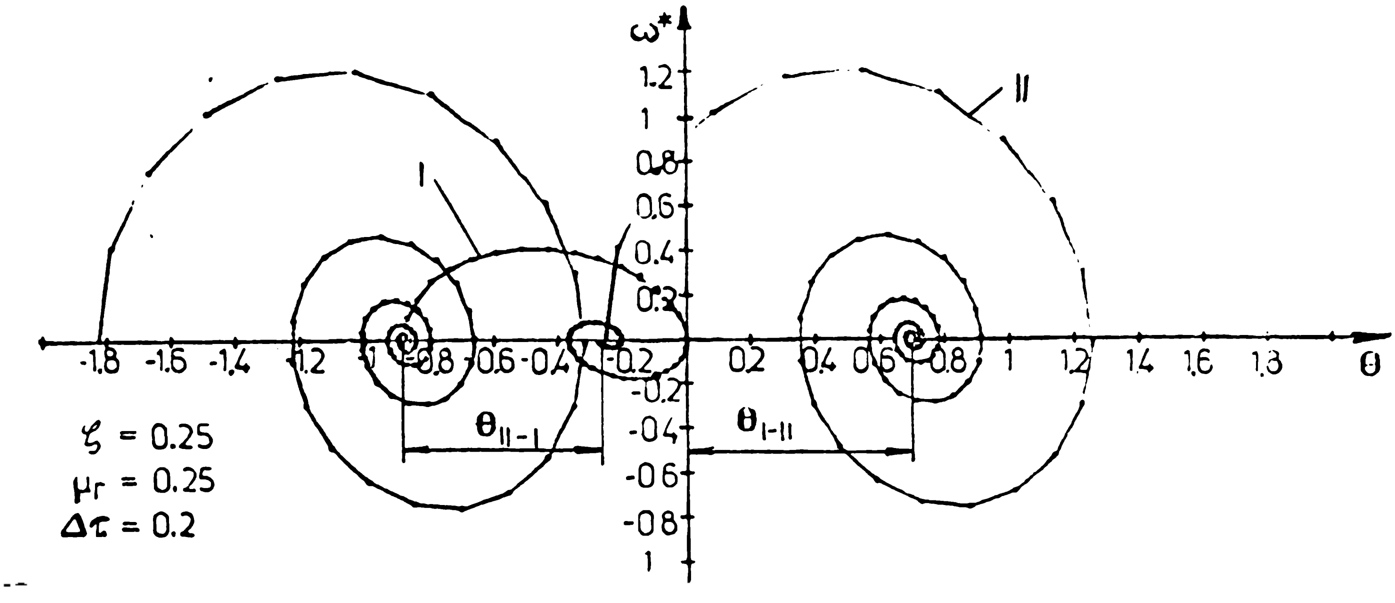


Fig.3.11. Traiectoria de fază în secvența S_3.

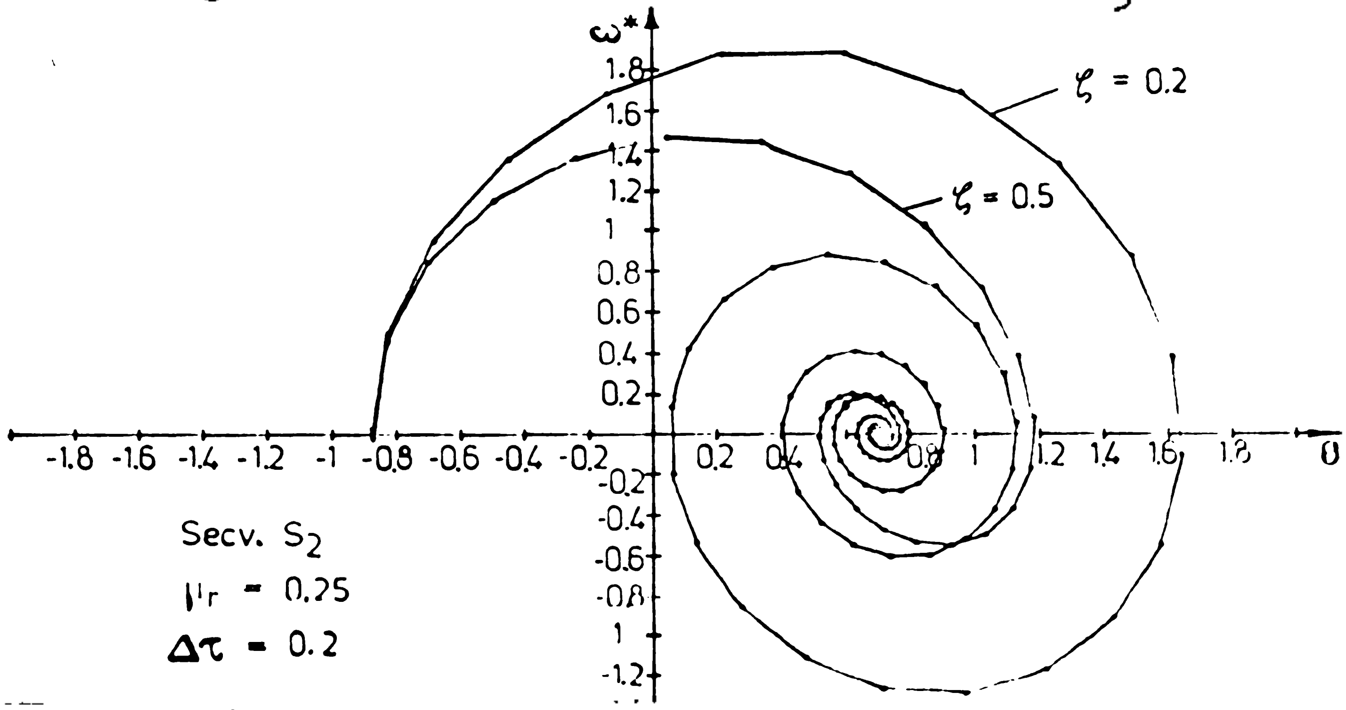


Fig.3.12. Influența factorului de amortizare.

Influenţa lui ζ este relevată în figura 3.12, unde apar traiectoriile de fază în cazul secvenţei S_2. Se constată amortizarea puternică a oscilaţiilor finale cu creşterea lui ζ.

Influenţa lui μ_r apare în figura 3.13 (secvenţa S_2), de unde reiese că mărirea cuplului rezistent are acelaşi efect de amortizare a oscilaţiilor rotorului în jurul poziţiei finale. De asemenea se modifică şi deviaţia finală.

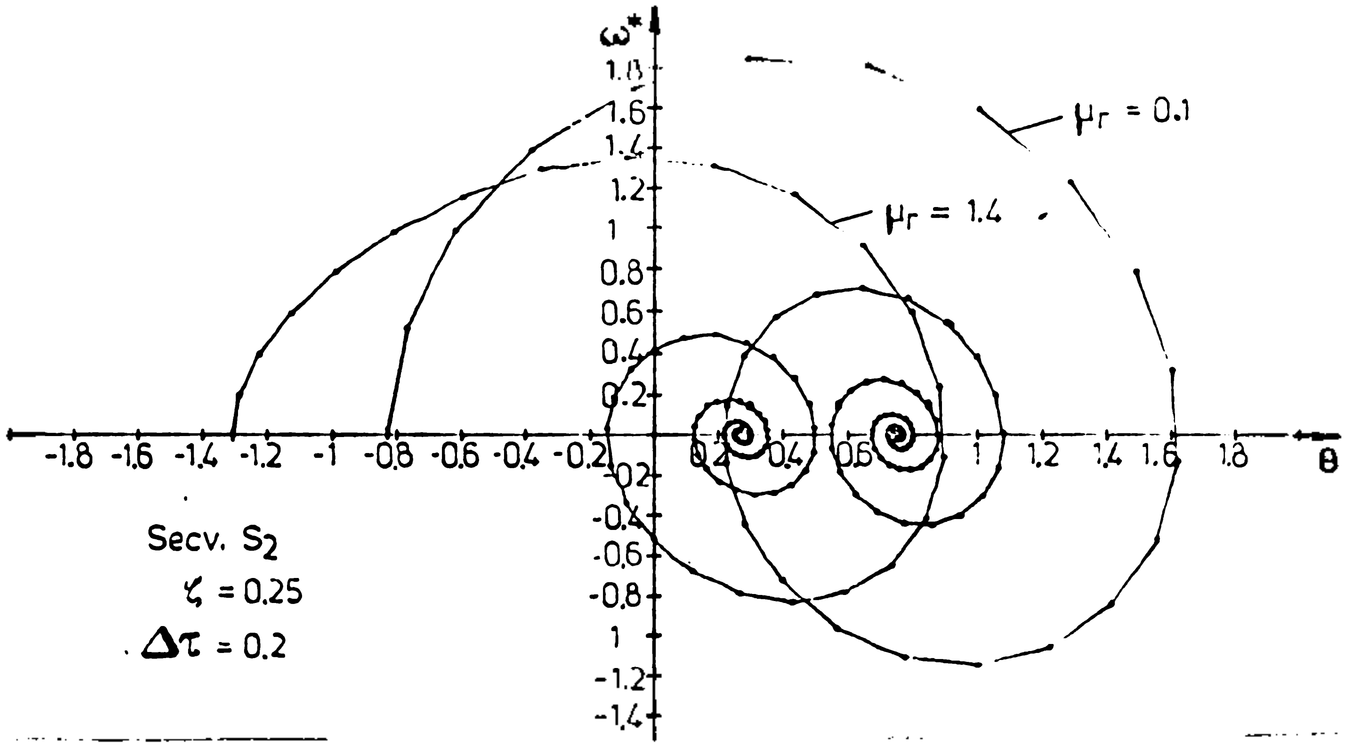


Fig.3.13. Influenţa cuplului rezistent.

<u>Concluzii asupra metodelor de analiză a SAMPP</u>

1. Modelul liniar m-fazat exprimă în mod direct transformările electromagnetice şi electromecanice ale SAMPP, dar este dificil de aplicat în practică pentru $m > 3$ din cauza numărului mare de termeni ai ecuaţiilor sale.

2. Includerea saturaţiei magnetice în modelul matematic m-fazat este imposibilă pentru cazul general, cu metode analitice, din cauza neviabilităţii principiului superpoziţiei. Cu anumite restricţii, ea poate fi inclusă sub forma unei funcţii exacte, operaţie care dezvăluie efectul defavorabil al saturaţiei asupra cuplului dezvoltat de motor.

3. Modelul transformat α,β simplifică forma ecuaţiilor dacă tensiunile de alimentare au forme particulare. Modelul dq, derivat din modelul α, β, este mai simplu ca acesta numai pentru $m \leq 4$, cînd duce la ecuaţii cu coeficienţi constanţi. Modelele transformat

oferă însă avantajul tratării unitare a SAMPP în spiritul clasificării funcționale a MPP și dă indicații asupra secvenței optime de alimentare.

4. Raportarea ecuațiilor modelelor se face cu scop de generalizare și pentru evitarea dispersării valorilor numerice ale variabilelor. In cazul modelelor transformate raportarea implică unele mărimi de bază diferite pentru diferite secvențe de alimentare - în schimb se ajunge la ecuații normate unice, valabile pentru orice secvențe. La modelul m-fazat se operează cu un singur set de mărimi de bază - dar operează cu coeficienți dependenți de secvență în ecuația de mișcare.

5. Aplicarea modelului dq pentru un caz concret de MPP și rezultatele integrării numerice a ecuațiilor sale relevă modul de variație a coordonatelor SAMPP. Din acestea reiese că funcționarea SAMPP este definită de un regim cvazistaționar în care nici o coordonată (curent, unghi, viteză) nu este constantă, chiar dacă frecvența de comandă este constantă.

6. Modelul operațional, bazat pe transformata Laplace, a fost dedus din modelul m-fazat și, după anumite simplificări, a condus la elaborarea unei funcții de transfer a SAMPP, cu aplicație în studiul sistemelor de poziționare cu MPP în termenii teoriei reglării automate.

7. Metoda de analiză în planul fazelor și varianta grafoanalitică bazată pe izocline permit evaluarea facilă a influenței unor parametri importanți ai SAMPP: factorul de amortizare, valoarea și caracterul cuplului rezistent.

4. SISTEME DE POZITIONARE CU MOTOARE PAS CU PAS IN CIRCUIT DESCHIS

Sistemele de poziţionare cu motoare pas cu pas în circuit deschis (SPMPP în CD) sînt sistemele de reglare a poziţiei bazate nemijlocit pe proprietatea MPP de a transforma univoc un impuls de comandă într-o deplasare determinată. Sînt sistemele de poziţionare cele mai simple, de neconceput cu alte tipuri de motoare electrice.

Cel mai simplu SPMPP în CD este chiar SAMPP, aşa cum a fost definit la cap.3, la care informaţia de intrare o constituie mărimea şi sensul cotei - reprezentate prin numărul predeterminat de impulsuri şi sensul de distribuţie. In figura 4.1 este reprezentat SPMPP în CD în logica integrată.

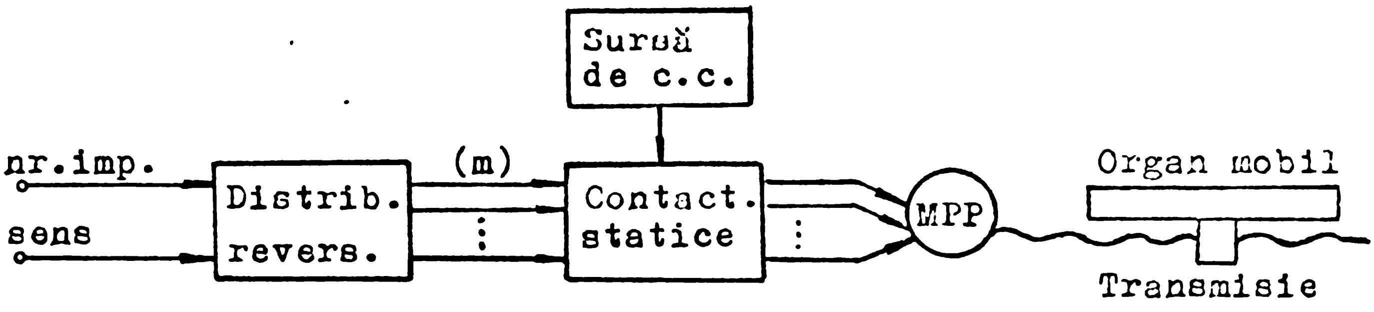


Fig.4.1. SPMPP în CD în logica integrată.

Un distribuitor reversibil trimite impulsurile spre fazele MPP într-o anumită secvenţă, impulsurile sînt amplificate într-un bloc de contactoare statice, iar MPP acţionează organul mobil printr-o transmisie. Sistemul nu dispune de o unitate de prelucrare şi are un caracter pur executor, iar comanda poziţionării se face din exterior (calculator sau microprocesor). Sistemul demonstrează compatibilitatea directă a SAMPP cu calculatoarele numerice, excluzînd necesitatea unor elemente de adaptare.

Un SPMPP în CD realizat în logica cablată este reprezentat în figura 4.2 [12,39,50,51, 100]. El dispune de o unitate de prelucrare proprie alcătuită dintr-un numărător cu preselecţie asociat cu un generator de impulsuri. Informaţia de intrare este constituită din informaţii de comutare (comenzi pornit, oprit, sens etc.) şi informaţii de cote (numărul de impulsuri codificat). In programarea manuală aceste informaţii se introduc prin panoul cu butoane, fişe, comutatoare decadice etc., iar în programarea automată, prin benzi perforate sau magnetice şi cititor de bandă.

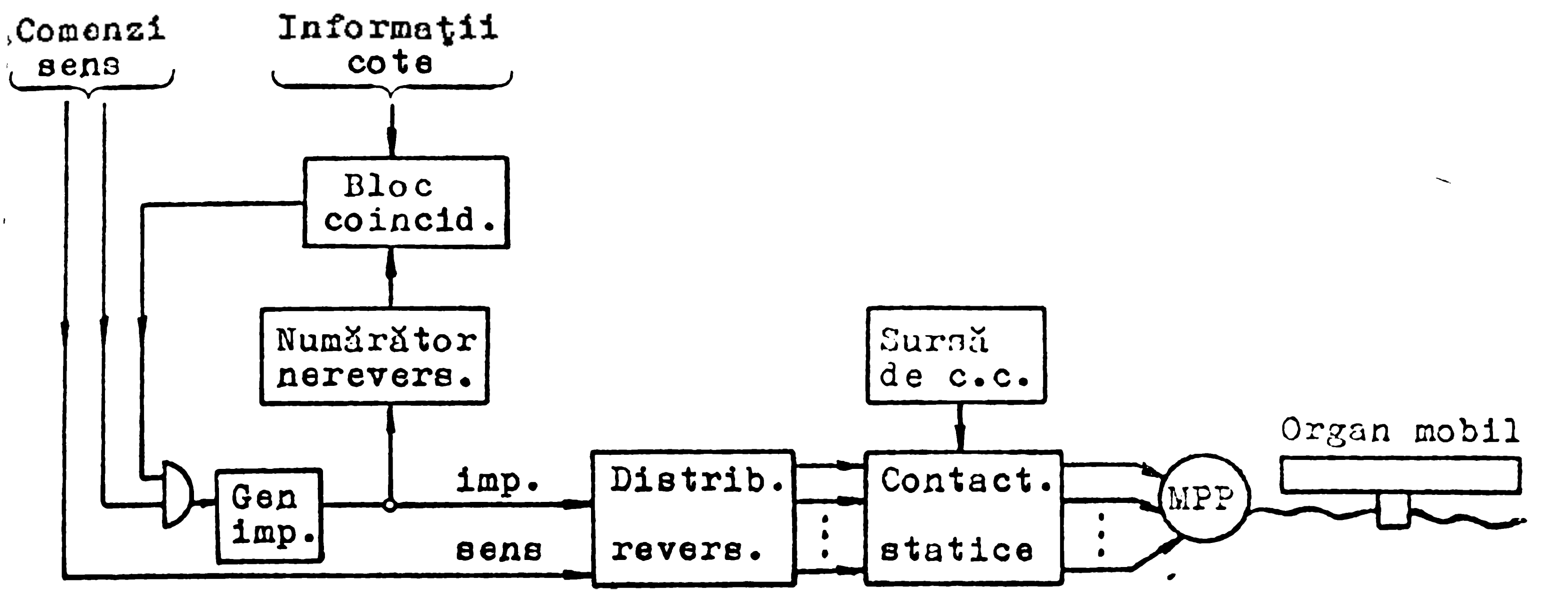


Fig.4.2. SPMPP în CD în logica cablată.

Impulsurile recepționate de MPP sînt contorizate într-un numărător nereversibil, al cărui conținut se compară cu cifra care exprimă cota impusă. La coincidență se blochează generatorul de impulsuri astfel încît se oprește și MPP.

Sistemul are o anumită autonomie prin existența în structura sa a unității de prelucrare. Dacă se contorizează direct pașii efectuați de MPP (aceasta impune un traductor de unghi), sistemul se numește semiînchis [97].

Avantajul SAMPP de a funcționa în circuit deschis, exploatat din plin în cazul SPMPP în CD, este însă limitat de performanțele MPP. Comanda cu impulsuri a MPP fără a ține seama de poziția rotorului, denumită și comanda funcție de timp, impune o funcționare corectă (fără pierderi de pași) în anumite limite, determinate de frecvența impulsurilor, mărimea și caracterul sarcinii la arbore, secvența de alimentare etc.

Capitolul de față are ca scop determinarea limitelor funcționării SAMPP fără pierderi de pași, cu aplicații directe în studiul și proiectarea SPMPP în CD. Se va lua ca bază teoretică studierea stabilității SAMPP în circuit deschis - criteriu fundamental de justificare a aplicării acestora în sisteme de poziționare.

Stabilitatea în circuit deschis înseamnă capacitatea MPP de a urmări frecvența de comandă, adică de a executa un pas la fiecare impuls de alimentare [41]. Pentru studierea stabilității se face apel la expresiile cuplului static sincronizant, presupus sinusoidal, și la metoda de analiză în planul fazelor. Se vor trata cazurile MPP fără excitație externă, cu m=4 faze alimentate monopolar (MPP inductor cu autoexcitație și inductor-reactiv), acestea fiind cele mai răspîndite.

Stabilitatea în circuit deschis se poate defini în diferite regimuri de funcţionare [16]. Există regimul de funcţionare staţionar, caracterizat prin aceea că MPP este în repaos, alimentat, regimul de funcţionare cvazistaţionar, care corespunde regimului de mers al MPP şi regimul dinamic care corespunde pornirii, opririi sau reversării mişcării MPP.

4.1. Stabilitatea în regim staţionar

In regimul staţionar punctul de echilibru stabil se poate situa între punctele A şi B pe curba cuplului static sincronizant $\mu_e(\theta)$, aşa cum este arătat în figura 4.3. La o încărcare nulă pe arbore cuplul dezvoltat este nul şi punctul de echilibru este în O. La încărcările $\pm\mu_r$ (depinde de caracterul sarcinii), apare o deplasare unghiulară OC', OD', numită deviaţie [88] şi care implică existenţa unui cuplu electromagnetic compensator. Punctul de echilibru stabil se mută în C sau D pe curba $\mu_e(\theta)$, producînd o derivaţie:

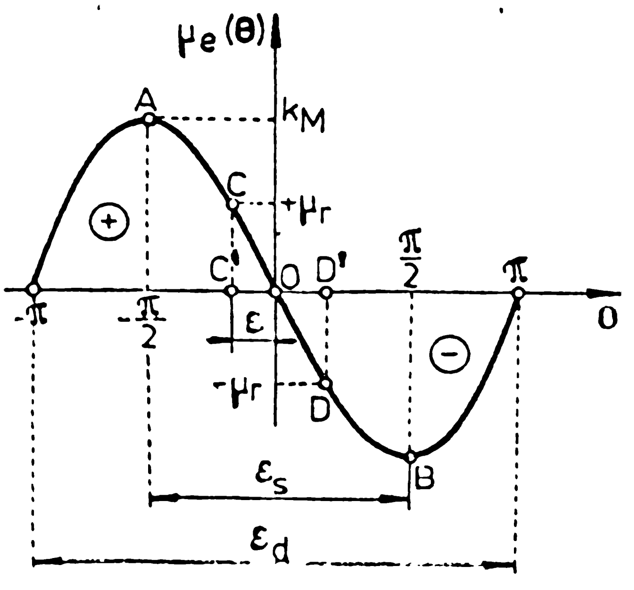


Fig.4.3. Stabilitatea statică.

$$\varepsilon = \arcsin \frac{\mu_r}{k_M} \qquad (4.1)$$

Deviaţia se poate interpreta ca o eroare de poziţie, contînd la stabilirea preciziei de poziţionare a SPMPP în CD. Mărimea ei depinde de cuplul rezistent şi secvenţa de alimentare a MPP şi nu poate fi influenţată de sistem. Se observă însă că deviaţia se micşorează în cazul secvenţelor simetrice multiple deoarece coeficientul cuplului maxim k_M este mai mare.

Se numeşte stabilitate statică proprietatea MPP de a reveni în punctul de echilibru iniţial, la o variaţie lentă a încărcării μ_r. Ea se reprezintă prin intervalul $\varepsilon_s \in [-\pi/2, +\pi/2]$ şi nu depinde de numărul fazelor.

Se numeşte stabilitate dinamică proprietatea MPP de a reveni în punctul de echilibru iniţial în urma unui şoc exterior care provoacă oscilaţii ale rotorului. Ea se reprezintă prin intervalul $\varepsilon_d \in [-\pi, +\pi]$, iar în caz general $\varepsilon_d \in [-m\theta_e/2, +m\theta_e/2]$ Mărimea ε_d delimitează amplitudinea maxim admisibilă a oscilaţiilor rotorului şi domeniul în care o deviaţie negativă este compensată de apariţia cuplului pozitiv şi invers.

4.2. Stabilitatea în regim dinamic

Regimurile de pornire, oprire, reversare, fără agățare, specifice numai MPP, se pot identifica prin definirea stabilității. Pentru aceasta se uzează de metoda planului fazelor, luînd sistemul raportat (3.61), completat cu dependența cuplului electromagnetic de curentul în faze. Concluziile extrase la modelul operațional al SAMPP au arătat că curentul în faze are o formă exponențială care se poate exprima astfel:

$$i^*(\tau) = e^{-\tau/T^*} \text{ - la deconectare}$$
$$i^*(\tau) = 1 - e^{-\tau/T^*} \text{ - la conectare} \qquad (4.2)$$

în care T^* este constanta de timp raportată a unei faze, considerată constantă. Aceste expresii corectează dependența cuplului de unghi (tabelul 3.9).

Utilizarea metodei planului fazelor în stabilirea frecvenței maxime de pornire a MPP fără pierderi de pași a fost făcută pentru cazuri particulare de MPP [16,88] . In capitolul de față, autorul va încerca extinderea metodei planului fazelor pentru toate regimurile dinamice (pornire, oprire, reversare) pentru o gamă largă de tipuri de MPP și secvențe de alimentare.

Se propune în continuare încorporarea exprimărilor (4.2) în sistemul (3.61) pentru funcționarea multipas.

Pentru secvențele S_1(1-2-3-4...), S_2(12-23-34...) și S_3(1-12-2-23...) se observă că în timpul unei comutații intră în discuție cel mult trei faze ale MPP. Se va considera ca referință faza 1 alimentată pentru S_1 și S_3, fazele 1 și 2 alimentate pentru S_2. Din figura 2.12 se observă că în secvența S_1 comutația are loc prin deconectarea fazei k-1 și conectarea fazei k; în secvența S_2 se deconectează faza k-1, rămîne alimentată faza k și se conectează faza k+1; în secvența S_3 se ivesc două situații:

- de la o fază la două alimentate simultan: faza k rămînînd alimentată, se conectează și faza k+1;
- de la două faze alimentate simultan la o singură fază: fazele k și k+1 fiind alimentate, se deconectează faza k.

Cunoscînd expresiile inductivităților (2.19) și (2.20) pentru m=4, precum și expresia cuplului (3.4), după raportare, se pot deduce funcțiile $\mu_e(\theta, \tau)$. Se va lua exemplul de calcul al MPP inductor cu autoexcitație alimentat în secvența S_1.

Cuplul electromagnetic este:

$$M_e(\theta,t) = \frac{p}{2}\left(\frac{dL_{11}}{d\theta}\, i_1^2 + 2\,\frac{dL_{12}}{d\theta}\, i_1 i_2 + \frac{dL_{22}}{d\theta}\, i_2^2\right) \tag{4.3}$$

Se efectuează raportarea şi se au în vedere exprimările (4.2), faza 1 fiind deconectată iar faza 2 conectată. Se obţine:

$$\mu_e(\theta,\tau) = -\sin\theta\; e^{-2\tau/T^*} + (\cos\theta - \sin\theta)e^{-\tau/T^*}(1 - e^{-\tau/T^*}) + $$
$$+ \cos\theta(1 - e^{-\tau/T^*})^2 \tag{4.4}$$

Funcţia se poate restrînge şi generaliza sub forma:

$$\mu_e(\theta,\tau) = e^{-\tau/T^*}\sin\theta_k + (1 - e^{-\tau/T^*})\cos\theta_k \tag{4.5}$$

unde

$$\theta_k = k\,\frac{\pi}{2} - \theta, \quad k=0,1,2,\ldots \tag{4.6}$$

Indicele k înregistrează fiecare comutaţie astfel: k=0 - comutaţia de la faza 1 la faza 2, k=1 - comutaţia de la faza 2 la faza 3 etc. In acest fel sistemul (3.61) completat cu (4.5),(4.6) descrie în planul fazelor comportarea SAMPP în funcţionarea multipas.

Pentru secvenţele S_2, S_3, ca şi pentru MPP inductor-reactiv calculul este similar, obţinîndu-se în final funcţiile $\mu_e(\theta,\tau)$ care interesează (tabelul 4.1).

Tabelul 4.1

Tip MPP	Secv.alim.		$\mu_e(\theta,\tau)$
Inductor cu autoexcit.	S_1		$e^{-\tau/T^*}\sin\theta_k+(1-e^{-\tau/T^*})\cos\theta_k$
	S_2		$(1+e^{-\tau/T^*})(e^{-\tau/T^*}\sin\theta_k+\cos\theta_k)$ + $+(1-e^{-\tau/T^*})\left[\sin\theta_{k+1}+(2-e^{-\tau/T^*})\cos\theta_{k+1}\right]$
	S_3	I-II	$(2-e^{-\tau/T^*})\left[\sin\theta_k+(1-e^{-\tau/T^*})\cos\theta_k\right]$
		II-I	$(1+e^{-\tau/T^*})(e^{-\tau/T^*}\sin\theta_k+\cos\theta_k)$
Inductor-reactiv	S_1		$2e^{-2\tau/T^*}\sin\theta_k + 2(1-e^{-\tau/T^*})^2\cos\theta_k$
	S_2		$2e^{-2\tau/T^*}\sin\theta_k+2\cos\theta_k+2(1-e^{-\tau/T^*})^2\cos\theta_{k+1}$
	S_3	I-II	$2\sin\theta_k + 2(1-e^{-\tau/T^*})^2\cos\theta_k$
		II-I	$2e^{-2\tau/T^*}\sin\theta_k + 2\cos\theta_k$

Notă: $\theta_k = k\,\frac{\pi}{2} - \theta$

$\theta_{k+1} = (k+1)\,\frac{\pi}{2} - \theta$ $\quad k=0,1,2,\ldots$

Este interesant de arătat că funcţia $\mu_e(\theta,\tau)$, care se translatează la fiecare comutaţie, îndeplineşte condiţia:

$$\lim_{\tau \to \infty} \mu_e(\theta_k) = \lim_{\tau \to 0} \mu_e(\theta_{k+1}) \qquad (4.7)$$

ceea ce semnifică faptul că timpul raportat are efect numai la începutul fiecărei comutaţii.

4.2.1. Stabilitatea în regimul de pornire

In timpul pornirii MPP, datorită inerţiei rotorului, unghiul efectuat de acesta între două impulsuri de comandă este mai mic decît unghiul de pas electric. Are loc o "rămînere în urmă" a rotorului faţă de stator, rămînere care se poate mări sau micşora în procesul pornirii. Se spune că MPP are stabilitate la pornire dacă diferenţele între paşii electrici şi paşii efectivi ai MPP sînt compensate, adică rămîn în interiorul zonei de stabilitate dinamică, aşa cum a fost definită în cap.4.1.

S-a arătat anterior că indiferent de tipul MPP, cuplul electromagnetic are o dependenţă sinusoidală de unghi, de forma(3.63), iar încorporarea timpului nu afectează, practic expresia cuplului înaintea unei comutaţii (v.rel.4.7). Din acest motiv este permis a se include influenţa timpului numai în determinarea traiectoriei de fază, prin integrarea sistemului:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{d\tau} &= \omega^* \\ \frac{d\omega^*}{d\tau} &= \mu_e(\theta,\tau) - 2\zeta\,\omega^* - \mu_r \end{aligned} \qquad (4.8)$$

unde $\mu_e(\theta,\tau)$ este calculat în tabelul 4.1, iar în determinarea limitelor stabilităţii, timpul poate fi eliminat. Se mai face observaţia că principial nu contează nici tipul comutaţiei, aceasta fiind reprezentată prin coeficientul k_M. In acest fel se va înlocui termenul de comutaţie a fazelor cu comutaţia de la o stare electrică stabilă la alta.

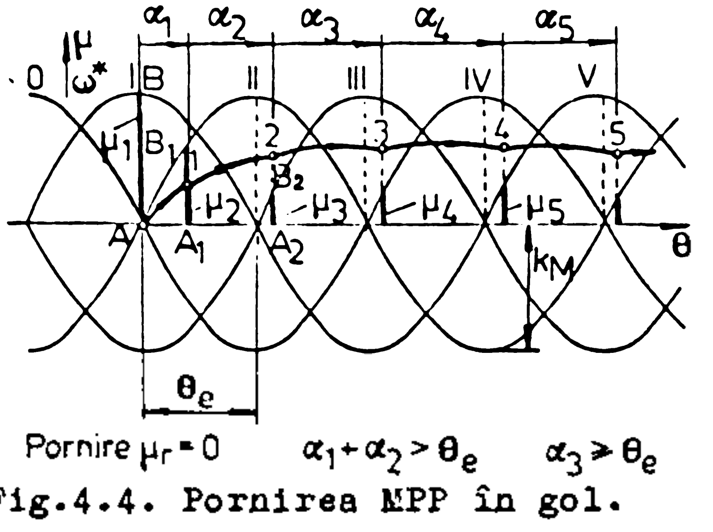


Fig.4.4. Pornirea MPP în gol.

In figura 4.4 se arată cazul pornirii MPP în gol (μ_r=0)din starea iniţială O. La primul impuls de comandă asupra rotorului acţionează cuplul dinamic AB, care îl va roti cu unghiul $\alpha_1 < \theta_e$ din cauza inerţiei. La aplicarea impulsului următor, asupra rotorului acţionează, cuplul dinamic A_1B_1 care îl va roti în continuare cu unghiul α_2. Condiţia ca rotorul să-şi continue mişcarea este ca în momentul aplicării impulsului al 3-lea, traiectoria de fază să depăşească valoarea pasului electric θ_e, adică asupra rotorului să acţioneze un cuplu dinamic pozitiv A_2B_2. Pînă la aplicarea impulsului următor, rotorul trebuie să efectueze un unghi cel puţin egal cu pasul electric.

Se observă că asupra rotorului acţionează în momentul comutaţiei cupluri dinamice din ce în ce mai mici, iar unghiurile efectuate α_k sînt din ce în ce mai apropiate ca valoare de pasul electric θ_e. Fenomenul tranzitoriu la pornire încetează, atunci cînd unghiurile α_k sînt egale cu θ_e, iar vitezele la începutul şi sfîrşitul fiecărui pas sînt egale, ceea ce corespunde, de altfel, regimului cvazistaţionar.

Condiţiile de stabilitate la pornire se pot exprima analitic astfel:

$$\alpha_1 + \alpha_2 > \theta_e, \quad \alpha_3 \geq \theta_e \qquad (4.9)$$

Dacă pe arborele MPP se aplică un cuplu rezistent, atunci condiţiile de pornire suferă modificări care depind de mărimea şi caracterul acestuia. In figurile 4.5, 4.6, a şi b sînt reprezentate traiectoriile de fază la pornirea MPP cu cuplu rezistent reactiv, potenţial opozant, respectiv ajutător.

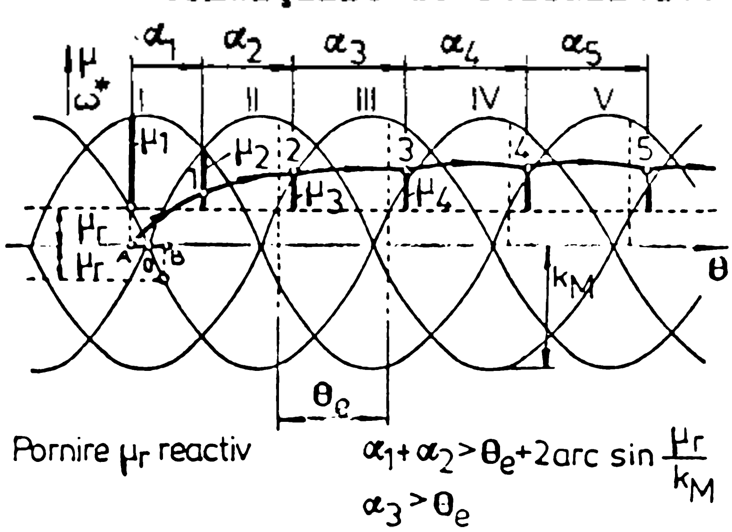


Fig.4.5. Pornirea cu μ_r reactiv.

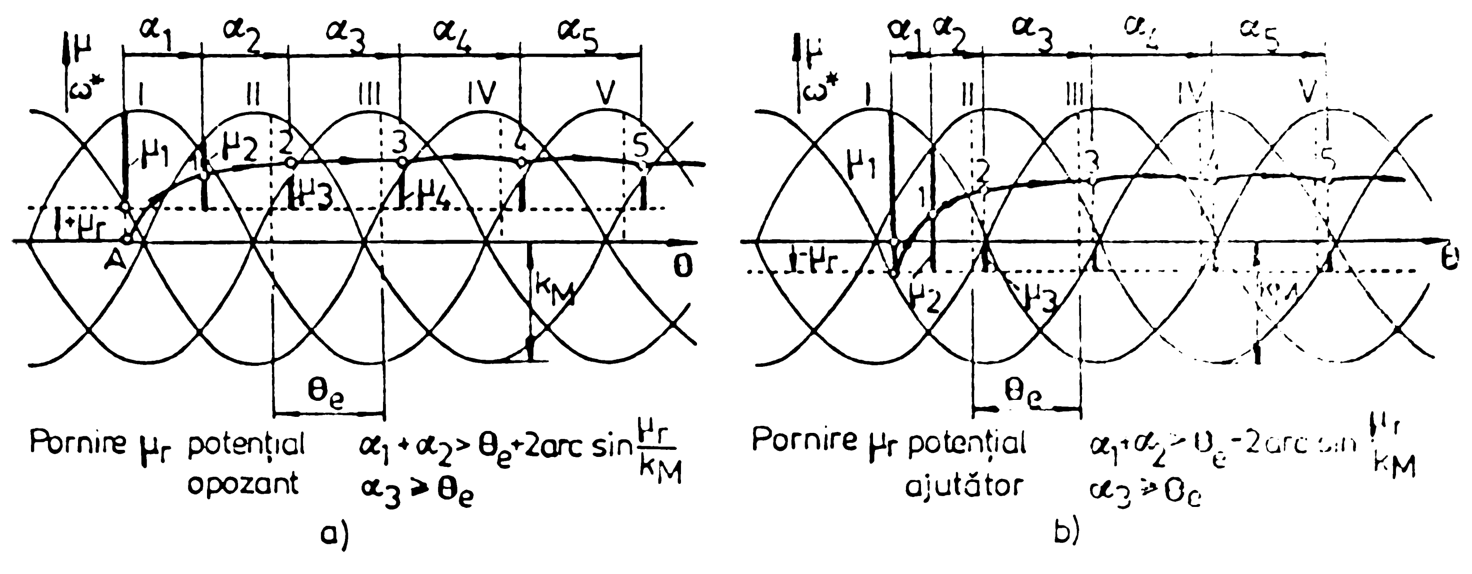


Fig.4.6. Pornire cu μ_r potenţial: a-opozant, b-ajutător.

In cazul pornirii cu μ_r reactiv punctul inițial al traiectoriei de fază se poate situa oriunde pe segmentul AB. S-a luat punctul inițial în A,deoarece este situația cea mai defavorabilă. Aceleași condiții de pornire apar și în cazul cuplului rezistent potențial opozant. La pornirea cu cuplu rezistent potențial ajutător, îndreptat în sensul mișcării, punctul inițial al traiectoriei de fază se află la intersecția curbei cuplului din starea electrică inițială cu dreapta $-\mu_r$. Pornirea este ușurată din cauza cuplurilor dinamice $\mu_1, \mu_2, \ldots$ mai mari decît în cazurile anterioare.

Condițiile de stabilitate la pornire sînt așadar sancționate de cuplul rezistent. In tabelul 4.2 sînt trecute aceste condiții, valabile în cazul secvențelor S_1 și S_2.

Tabelul 4.2

Tip μ_r	Condiții de stabilitate la pornire
mers în gol	$\alpha_1 + \alpha_2 > \theta_e, \quad \alpha_3 \geqslant \theta_e$
reactiv	$\alpha_1 + \alpha_2 > \theta_e + 2 \arcsin \frac{\mu_r}{k_M}, \quad \alpha_3 \geqslant \theta_e$
potențial opozant	$\alpha_1 + \alpha_2 > \theta_e + 2 \arcsin \frac{\mu_r}{k_M}, \quad \alpha_3 \geqslant \theta_e$
potențial ajutător	$\alpha_1 + \alpha_2 > \theta_e - 2 \arcsin \frac{\mu_r}{k_M}, \quad \alpha_3 \geqslant \theta_e$

In cazul secvenței nesimetrice S_3 cuplul electromagnetic prezintă salturi la trecerea de la o stare electrică la următoarea, iar pasul electric este înjumătățit. Principial, problema pornirii nu se modifică, însă, așa cum se arată în figura 4.7, condițiile de stabilitate devin:

$$\begin{aligned} &\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 > \theta_e' \\ &\alpha_5 \geqslant \theta_e' \end{aligned} \tag{4.10}$$

unde $\alpha_1, \ldots, \alpha_5$ sînt unghiurile corespunzătoare primelor 5 schimbări de stare electrică (primele 5 tacte de comandă), iar $\theta_e' = \theta_e/2$

Există două variante de pornire: din starea inițială cu o fază alimentată (fig.4.7,a) și din starea inițială cu 2 faze alimentate simultan (fig.4.7,b). La prima variantă unghiurile $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5, \ldots, \alpha_{2k+1}$ sînt efectuate sub acțiunea cuplului mai mare ($k_M'' > k_M'$), iar unghiurile $\alpha_2, \alpha_4, \ldots, \alpha_{2k}$ sub acțiunea cuplului mai mic; la a 2-a variantă situația se prezintă invers. Se poate constata că la pornirea în gol nu există practic diferențe între cele două variante.

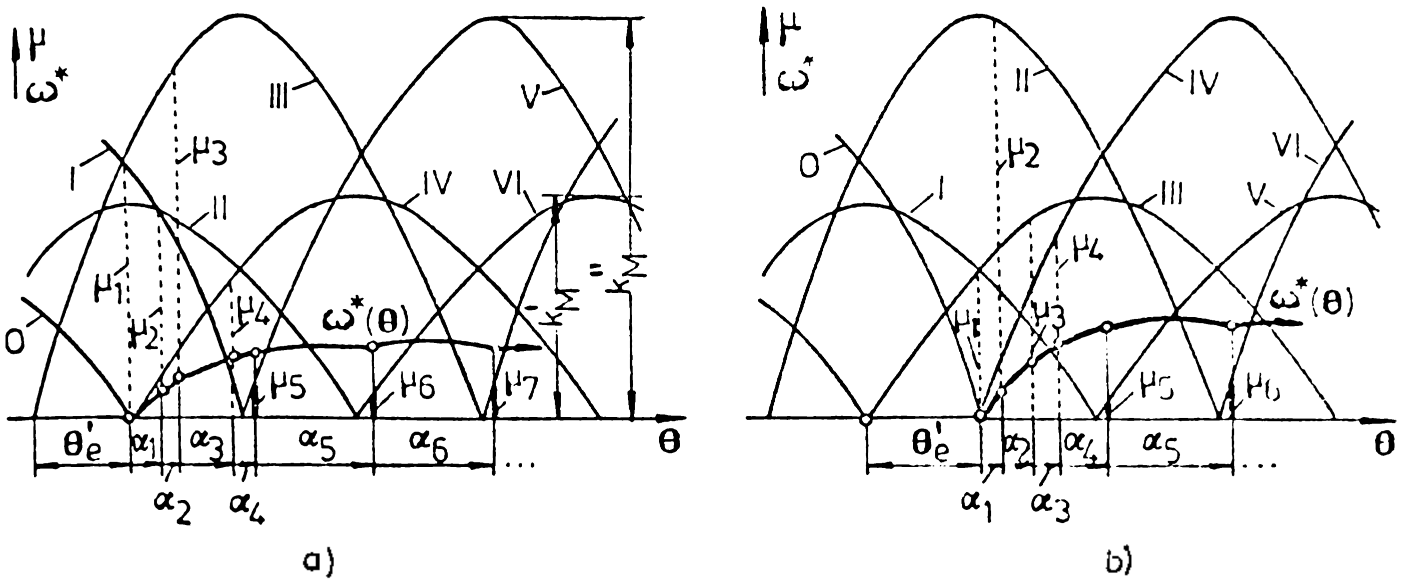


Fig.4.7. Pornirea în secvența S_3: a-inițial o singură fază alimentată; b-inițial 2 faze alimentate.

In prezența cuplului rezistent, condițiile de stabilitate suferă modificările arătate în tabelul 4.3.

Tabelul 4.3

Tip μ_r	Condiții de stabilitate la pornire
mers în gol	$\sum_{k=1}^{4} \alpha_k > \theta'_e$, $\alpha_5 \geq \theta'_e$
reactiv și potențial opozant	$\sum_{k=1}^{4} \alpha_k > \theta'_e + \arcsin \frac{\mu_r}{k'_M} + \arcsin \frac{\mu_r}{k''_M}$, $\alpha_5 \geq \theta'_e$
potențial ajutător	$\sum_{k=1}^{4} \alpha_k > \theta'_e - \arcsin \frac{\mu_r}{k'_M} - \arcsin \frac{\mu_r}{k''_M}$, $\alpha_5 \geq \theta'_e$

Notă: $k'_M = \min(k_M)$, $k''_M = \max(k_M)$.

Se poate constata că nici la pornirea în sarcină nu există practic deosebiri de condiții între cele două variante.

4.2.2. Calculul caracteristicilor limită de pornire

Prezentarea făcută asupra stabilității la pornire a MPP are ca importanță practică stabilirea unei metode de calcul a caracteristicilor limită de pornire, care va fi arătată în continuare [41].

Caracteristicile limită de pornire reprezintă dependența frecvenței maxime de pornire fără pierderi de pași - de cuplul rezistent aplicat la arborele MPP. Ele sînt determinante în proiectarea SPMPP în CD și de obicei firmele producătoare indică aceste caracteristici - ridicate experimental - pentru fiecare tip de MPP cu dispozitivul său de comandă.

Metoda de calcul constă în integrarea numerică a sistemului (4.8), folosind pentru cuplu expresiile din tabelul 4.1, ţinînd seama de condiţiile de stabilitate la pornire indicate în tabelul 4.2 şi 4.3. Se calculează ω^* în funcţie de μ_r, avînd ca parametri: ζ, T^*, tipul MPP, secvenţa de alimentare şi caracterul cuplului rezistent. In acest fel concurează la determinarea curbelor $f^*_{max}(\mu_r)$ principalii parametri electrici şi mecanici ai SPMPP.

Multitudinea de condiţii de integrare a sistemului (4.8), obligă la prezentarea unei scheme logice generale de calcul numeric, denumită CASTAR, arătată în figura 4.8. Pentru înţelegerea mai uşoară s-a renunţat la reprezentarea unor detalii de programare şi nu s-au plasat descriptori specifici limbajului de programare.

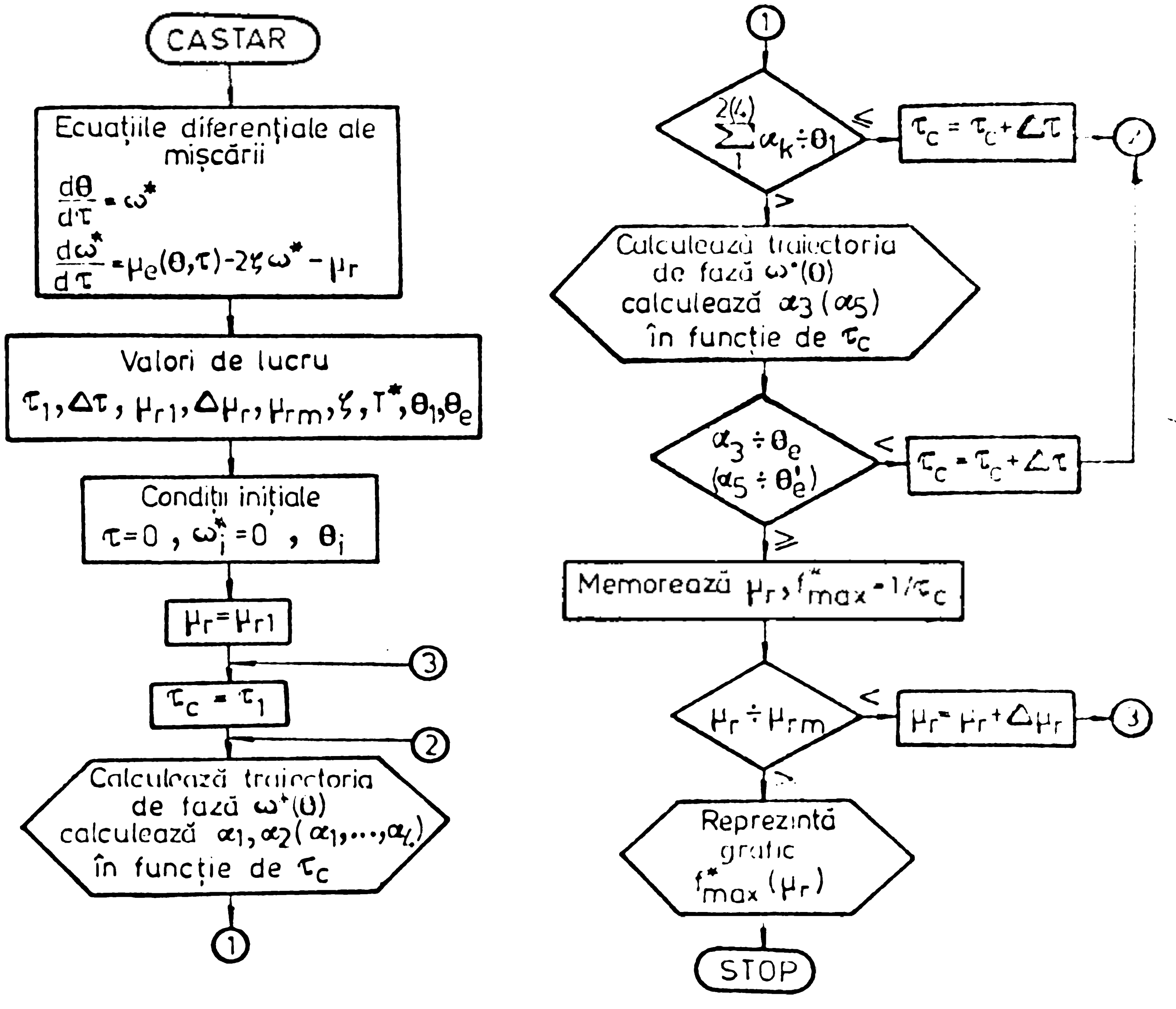


Fig.4.8. Organigrama de calcul a caracteristicilor limită de pornire.

Notaţiile noi care apar precum şi explicaţiile legate de mersul calculului, sînt următoarele (toate mărimile sînt raportate

τ_1 - durata minimă între două tacturi de comandă; este inversa frecvenței maxime f_{mm}, cea mai mare valoare a frecvenței de la care se încep iterațiile;

$\Delta\tau$ - creșterea duratei între două tacturi de comandă la o iterație;

μ_{r1} - cuplul rezistent minim;

$\Delta\mu_r$ - creșterea cuplului rezistent la aflarea primului punct al caracteristicii limită;

μ_{rm} - cuplul rezistent maxim luat;

θ_1 - unghiul minim obligatoriu total în momentul aplicării tactului al 3-lea (în secvențele S_1 și S_2) sau al 5-lea (în secvența S_3); se extrage din tabelele 4.2 și 4.3; în secvența S_2 se adaugă $\frac{\pi}{4}$;

τ_c - durata de calcul a traiectoriei de fază pentru un k dat (k de la θ_k în tabelul 4.1).

Condițiile inițiale pentru θ_i se pot scoate din figurile 4.4 ... 4.7 și sînt date în tabelul 4.4.

Tabelul 4.4

Tipul μ_r	Unghiul inițial θ_i			
	S_1	S_2	S_3(I-II)	S_3(II-I)
mers în gol	0	$\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$
reactiv și potențial opozant	$-\arcsin\frac{\mu_r}{k_M}$	$\frac{\pi}{4}-\arcsin\frac{\mu_r}{k_M}$	$-\arcsin\frac{\mu_r}{k'_M}$	$\frac{\pi}{4}-\arcsin\frac{\mu_r}{k''_M}$
potențial ajutător	$+\arcsin\frac{\mu_r}{k_M}$	$\frac{\pi}{4}+\arcsin\frac{\mu_r}{k_M}$	$+\arcsin\frac{\mu_r}{k'_M}$	$\frac{\pi}{4}+\arcsin\frac{\mu_r}{k''_M}$

Dintre rezultatele obținute pe calculator sînt arătate caracteristicile limită de pornire din figura 4.9, valabile pentru MPP inductor cu autoexcitație, μ_r reactiv, secvența S_2, $T^* = 0$. Influența constantei de timp este relevată în graficul din figura 4.10, iar din figura 4.11 se poate constata influența secvenței de alimentare.

Caracteristicile obținute prin calcul cu mărimi raportate se pot considera universale pentru MPP inductoare cu autoexcitație cu 4 faze. Aceasta permite obținerea caracteristicilor în mărimi naturale pentru un anumit MPP, folosind transformările inverse din tabelul 3.3, cu datele MPP respectiv.

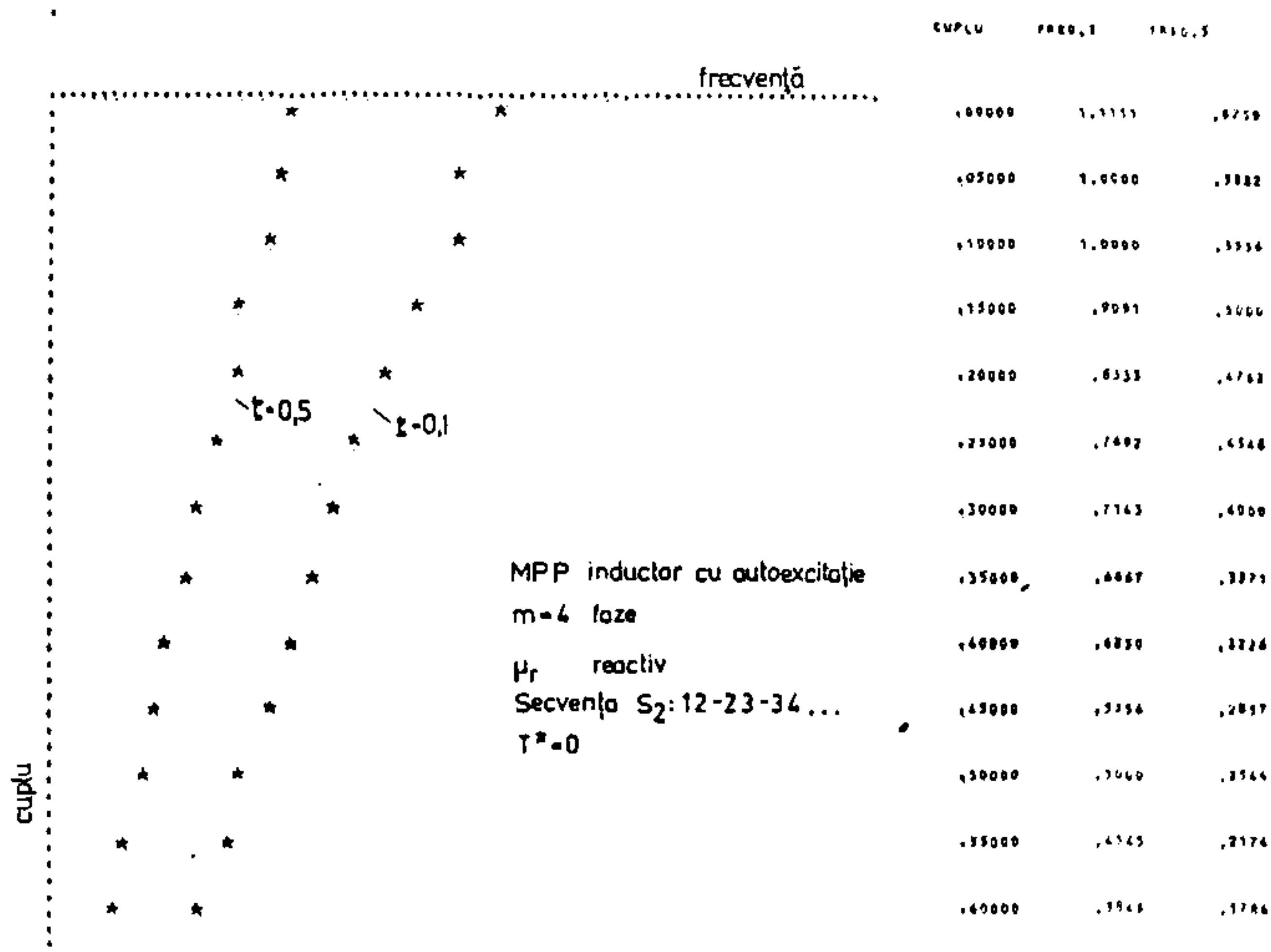


Fig.4.9. Caracteristici limită de pornire, μ_r reactiv.

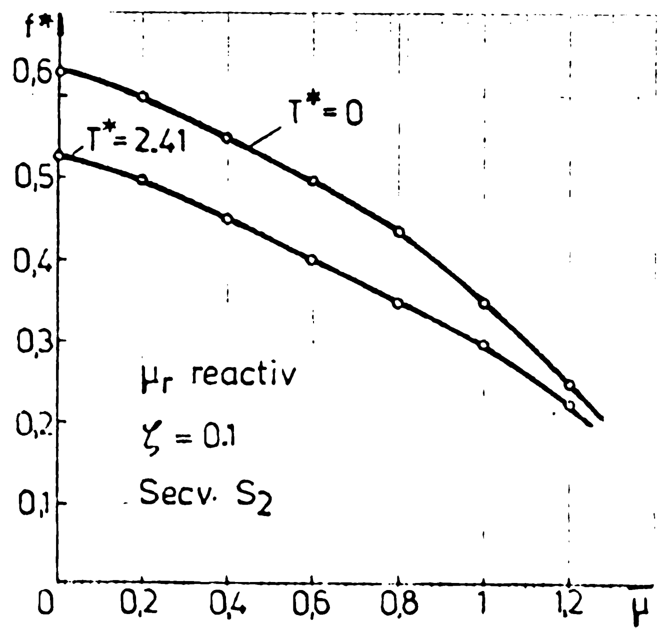


Fig.4.10. Caracteristici limită de pornire. Influența constantei de timp.

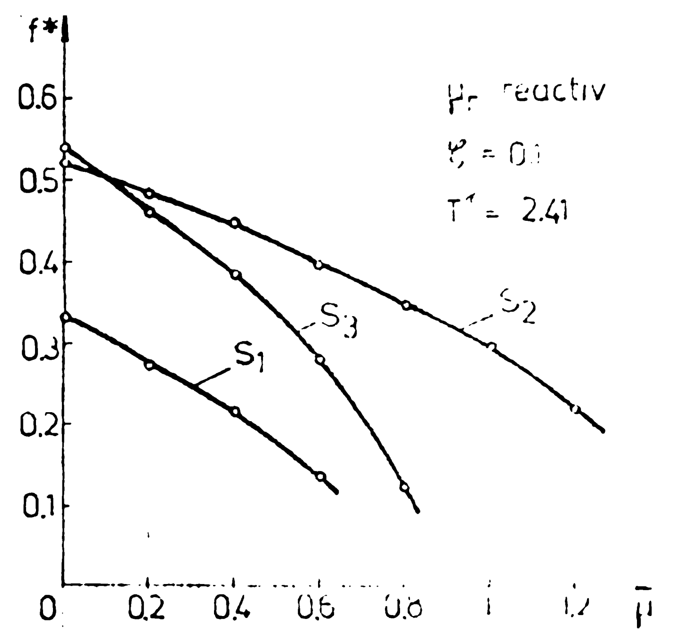


Fig.4.11. Caracteristici limită de pornire. Influența secvenței de alimentare.

Graficele au fost selecționate pentru a putea puncta concluziile mai importante asupra factorilor care influențează condițiile de pornire. Aceste concluzii sînt următoarele:

- Cu creșterea factorului de amortizare frecvența maximă de pornire scade (fig.4.9).

- Luarea în considerare a constantei de timp duce la reducerea frecvențelor maxime de pornire în proporție destul de însemnată (fig.4.10), în special la frecvențe mari.

- Alimentarea în secvența S_2 duce la o creștere a frecvenței maxime, în comparație cu secvența S_1 și mărește limita cuplului rezistent maxim (fig.4.11).

- Alimentarea în secvența nesimetrică S_3 permite frecvențe mari de pornire, explicabil dacă se are în vedere că pasul este înjumătățit. Limita cuplului maxim crește cu puțin față de cazul secvenței S_1.

- Influența momentului de inerție al sarcinii asupra pornirii, deși nu apare din metoda de calcul a caracteristicilor, se poate obține modificînd mărimea de bază T_b în funcție de valoarea schimbată a lui J, aceasta atrăgînd după sine obținerea altor valori ale frecvenței maxime, conform relației:

$$f' = \sqrt{\frac{J}{J'}}\, f \quad \left[imp/s\right] \qquad (4.11)$$

unde f' este frecvența maximă corespunzătoare momentului de inerție J'. In figura 4.12 este reprezentată caracteristica limită în cazul pornirii cu un moment de inerție de 2 ori mai mare față de cel luat în considerare la restul caracteristicilor. Mărimile de bază sînt aceleași cu cele din tabelul 3.11.

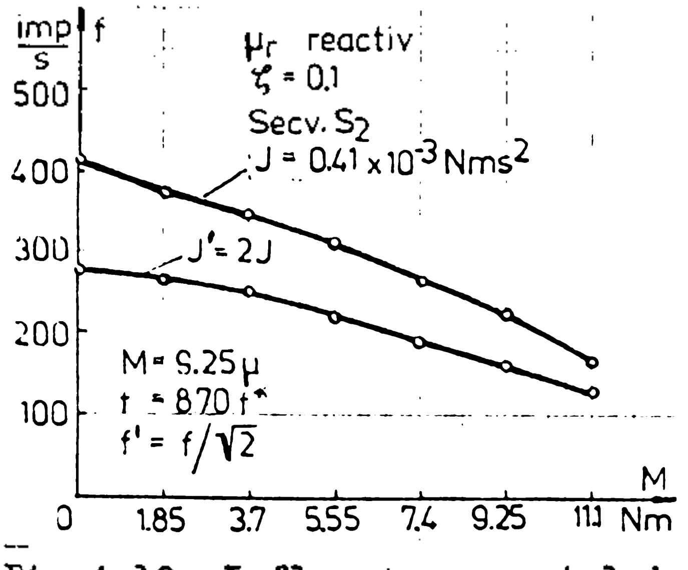


Fig.4.12. Influența momentului de inerție asupra pornirii.

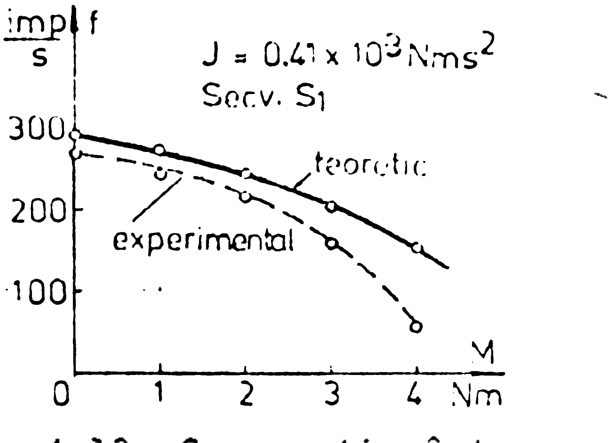


Fig.4.13. Comparație între caracteristica experimentală și cea calculată.

In figura 4.13 este dată o caracteristică calculată cu metoda planului fazelor în comparație cu caracteristica ridicată experimental pentru un MPP tip inductor cu autoexcitație avînd datele arătate la cap.3.3.4 [4,12,39]. Diferențe mai însemnate apar la frecvențe mai mici, în rest, apropierea între cele două caracteristici confirmă rezultatele calculate.

4.2.3. Stabilitatea în regimul de oprire

Stabilitatea SPMPP în CD la oprire înseamnă blocarea rotorului, după cîteva oscilaţii amortizate, la poziţia determinată de ultimul impuls de comandă al MPP. Condiţia este ca oscilaţiile din jurul poziţiei prescrise să nu depăşească zona de stabilitate dinamică (definită la cap.4.1) corespunzătoare ultimei stări electrice stabile comandate.

Studiul condiţiilor de oprire, care va fi făcut în continuare, se bazează tot pe metoda planului fazelor, folosind expresia generală a cuplului static sincronizant de forma (3.63).

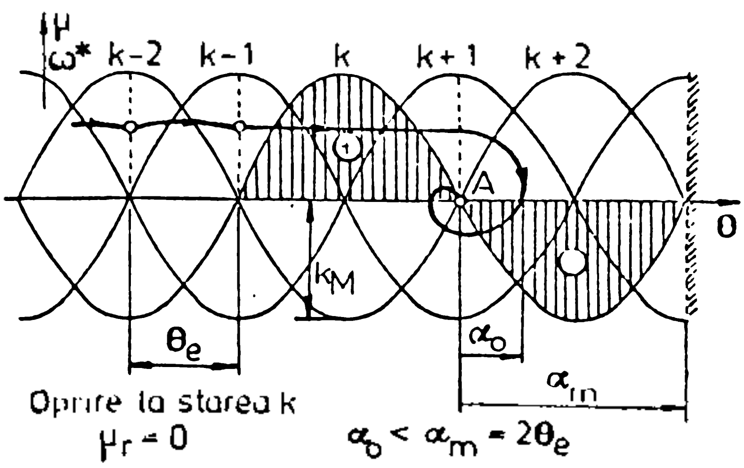


Fig.4.14. Oprirea MPP în gol.

In figura 4.14 este reprezentată oprirea pentru cazul mersului în gol ($\mu_r=0$), la ultima stare electrică programată k. Oprirea la starea k succede funcţionării MPP în regimul cvazistaţionar, corespunzător stărilor anterioare k-1, k-2,... Rolul hotărîtor în procesul de oprire îl au cuplurile determinate de starea k. Dacă traiectoria de fază depăşeşte poziţia prestabilită A, asupra rotorului acţionează un cuplu dinamic negativ şi mişcarea este frînată. Traiectoria "este întoarsă" la stînga lui A astfel încît asupra rotorului acţionează acum un cuplu dinamic pozitiv care va imprima din nou sensul pozitiv mişcării ş.a.m.d. pînă la fixarea rotorului în poziţia stabilă A. Condiţia de stabilitate se exprimă astfel:

$$\alpha_o < \alpha_m = 2\theta_e \qquad (4.12)$$

unde α_o este amplitudinea oscilaţiei maxime a rotorului în jurul poziţiei programate, iar α_m rezerva maximă de frînare, egală cu π. Deoarece aceasta nu depinde de numărul fazelor, rezultă condiţia de stabilitate în cazul general:

$$\alpha_o < \pi \qquad (4.13)$$

Dacă pe arborele MPP este aplicat un cuplu rezistent reactiv, poziţia corespunzătoare opririi se poate situa oriunde între punctele A şi B (fig.4.15), cuplul dinamic de frînare scade, însă

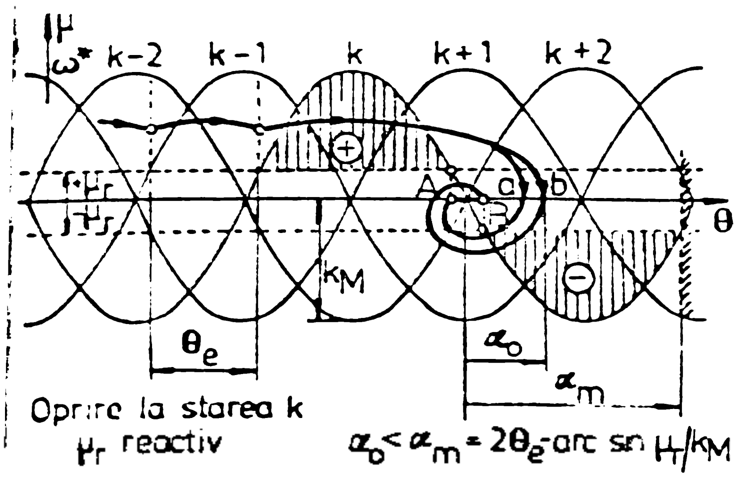


Fig.4.15. Oprirea MPP cu μ_r reactiv.

scade şi cel de accelerare la stînga lui A. Condiţia de stabilitate este:

$$\alpha_o < 2\theta_e - \arcsin\frac{\mu_r}{k_M} \quad (4.14)$$

In cazul cuplului rezistent potenţial opozant (fig.4.16,a) oprirea este uşurată datorită cuplului dinamic de frînare mai mare, iar condiţia de stabilitate este mai lejeră:

$$\alpha_o < 2\theta_e + 2\arcsin\frac{\mu_r}{k_M} \quad (4.15)$$

In cazul cuplului rezistent potenţial ajutător(fig.4.16,b) oprirea este cea mai dificilă, datorită cuplului dinamic de frînare mic. Condiţia de oprire este:

$$\alpha_o < 2\theta_e - 2\arcsin\frac{\mu_r}{k_M} \quad (4.16)$$

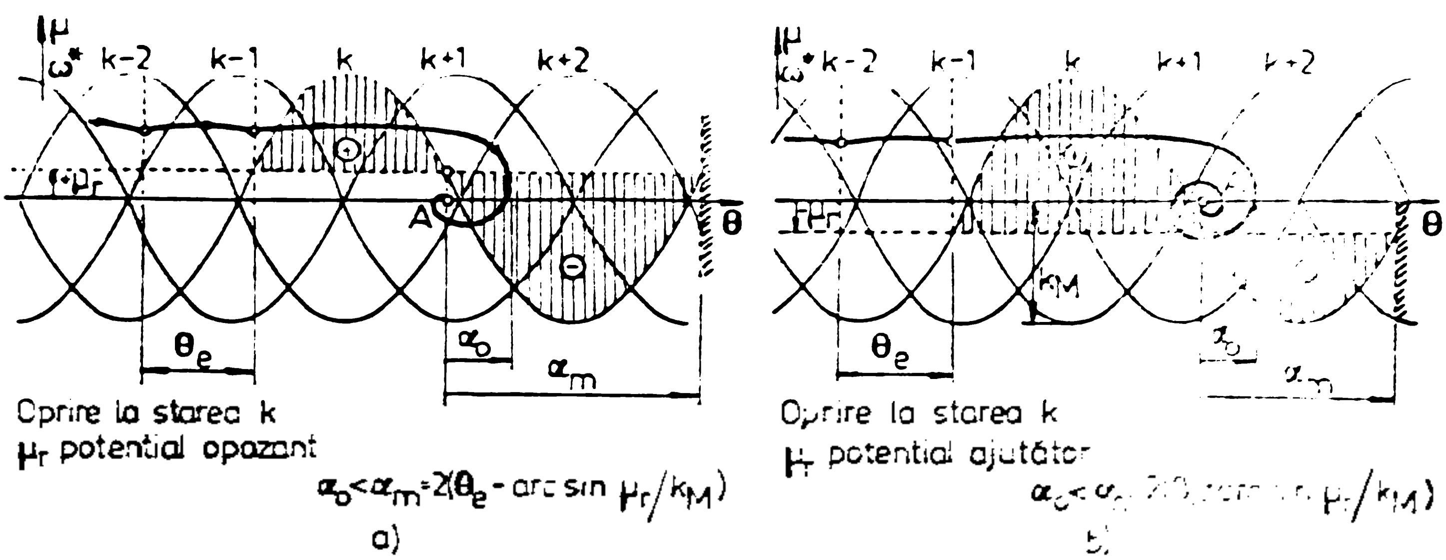


Fig.4.16. Oprirea cu cuplu rezistent potenţial: a-opozant; b-ajutător.

Inegalităţile care definesc stabilitatea la oprire sînt valabile pentru secvenţele S_1 şi S_2. Dacă MPP este alimentat în secvenţa S_3, condiţiile de oprire se păstrează dacă în locul lui k_M se pune valoarea mai mică k_M'. In acest fel s-a luat situaţia cea mai defavorabilă: oprirea se face la starea electrică corespunzătoare unei singure faze alimentate.

Luarea în considerare a constantei de timp raportate T^* afectează expresia cuplului (tabelul 4.1), însă, ca şi în cazul pornirii, nu influenţează condiţiile de stabilitate.

4.2.4. Calculul caracteristicilor limită de oprire

Poziţionarea la cota programată se efectuează în cazul SPMPP în CD prin blocarea impulsurilor de comandă a MPP. Caracteristicile limită de oprire, care vor fi calculate plecînd de la condiţiile de stabilitate arătate, determină în ce limite de frecvenţă şi cuplu această proprietate deosebită a MPP poate fi exploatată [41]. Pentru calcul se recurge din nou la integrarea numerică a sistemului ecuaţiilor de mişcare (4.8), în care cuplul are expresiile indicate în tabelul 4.1. Indicele k aferent ultimei stări electrice comandate a MPP trebuie aici particularizat. Luînd ca origine a unghiului θ chiar originea cuplului corespunzător ultimei stări electrice (fig.4.14 - 4.16), rezultă k=1.

Condiţiile iniţiale pentru integrarea ecuaţiilor mişcării se iau după cum urmează:

Viteza iniţială raportată corespunde regimului de mers cvazistaţionar, în care $\omega^* \cong$ const. Ea este legată de frecvenţa raportată prin relaţiile

$$\omega_i^* = \omega^* = 2\pi . n_r^* = 2\pi \frac{f^*}{m} = \theta_e . f^* = \theta_e \frac{1}{\tau_c} \qquad (4.17)$$

unde n_r^* este mărimea raportată a numărului de rotaţii electrice pe secundă.

Unghiul iniţial depinde de caracterul cuplului rezistent şi de tipul secvenţei de alimentare şi poate fi scos din figurile 4.14 - 4.16. Aici s-a luat cazul cel mai defavorabil, cînd poziţia iniţială este cea mai depărtată de punctul final al traiectoriei de fază (tabelul 4.5).

Tabelul 4.5

Tipul μ_r	Unghiul iniţial θ_i		
	S_1	S_2	S_3
mers în gol	$-2\theta_e$	$-2\theta_e + \frac{\pi}{4}$	$-2\theta_e'$
reactiv şi potenţial opozant	$-2\theta_e +$ $+\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	$-2\theta_e + \frac{\pi}{4} +$ $+\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	$-2\theta_e' +$ $+\arcsin \frac{\mu_r}{k_M'}$
potenţial ajutător	$-2\theta_e -$ $-\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	$-2\theta_e + \frac{\pi}{4} -$ $-\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$	$-2\theta_e' -$ $-\arcsin \frac{\mu_r}{k_M'}$

Organigrama pentru calculul caracteristicilor limită de oprire este reprezentată în figura 4.17 şi a fost denumită CASTOP.

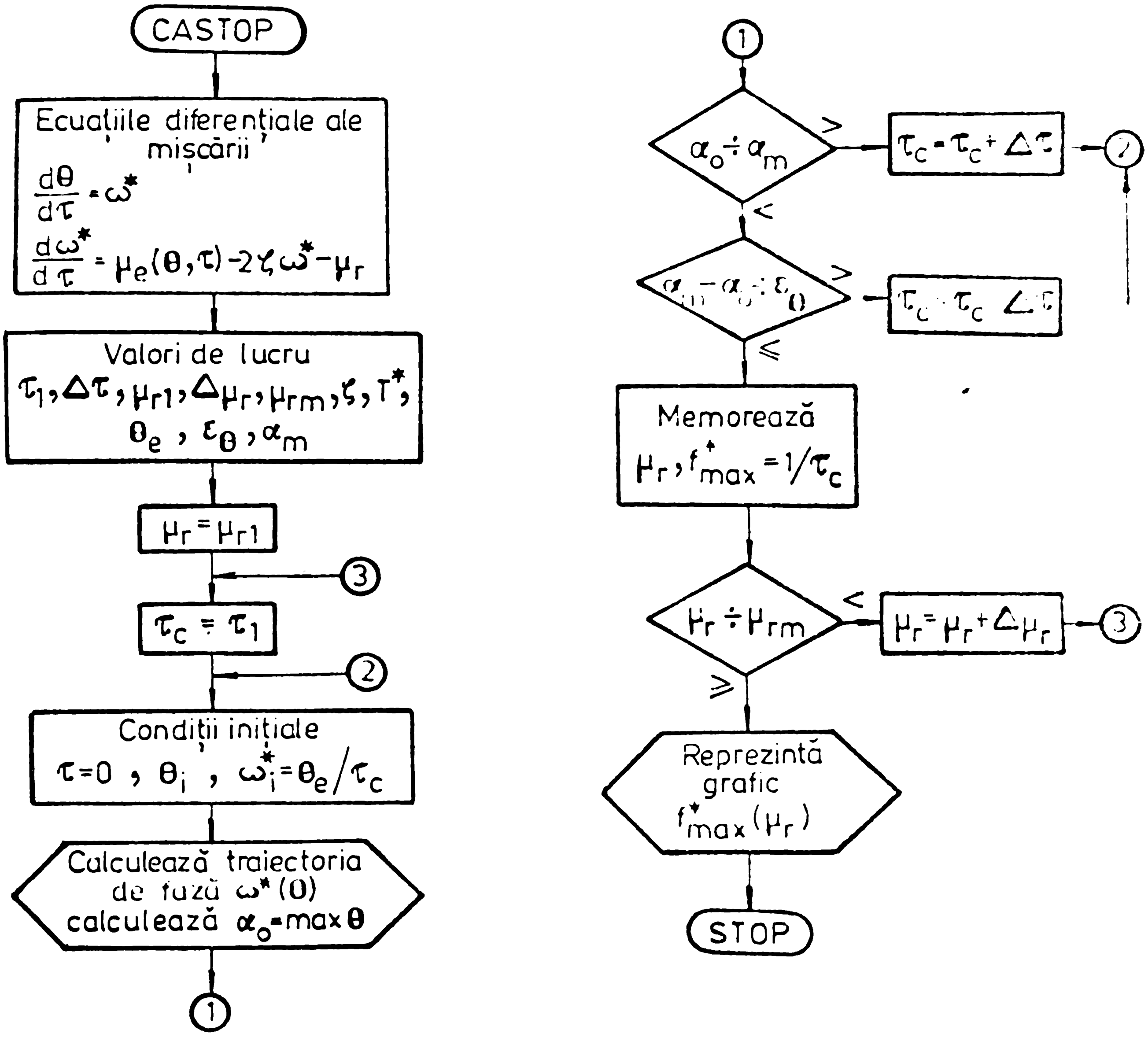


Fig.4.17. Organigrama de calcul a caracteristicilor limită de oprire.

Faţă de notaţiile cunoscute, au mai intervenit:

α_m - limita de stabilitate la oprire (relaţiile 4.11-4.15);

ε_θ - eroarea admisă la calculul unui punct al caracteristicii limită.

In figura 4.18 sînt arătate caracteristicile limită de oprire obţinute pe calculator. Influenţa constantei de timp T^* la oprire este relevată în graficul din figura 4.19, iar în figura 4.20 este prezentată o comparaţie între cele trei secvenţe de alimentare. Similar metodei expuse la pornire, în figura 4.21 este redat efectul măririi momentului de inerţie.

Concluziile care se pot desprinde din examinarea rezultatelor obţinute pe calculator sînt următoarele:

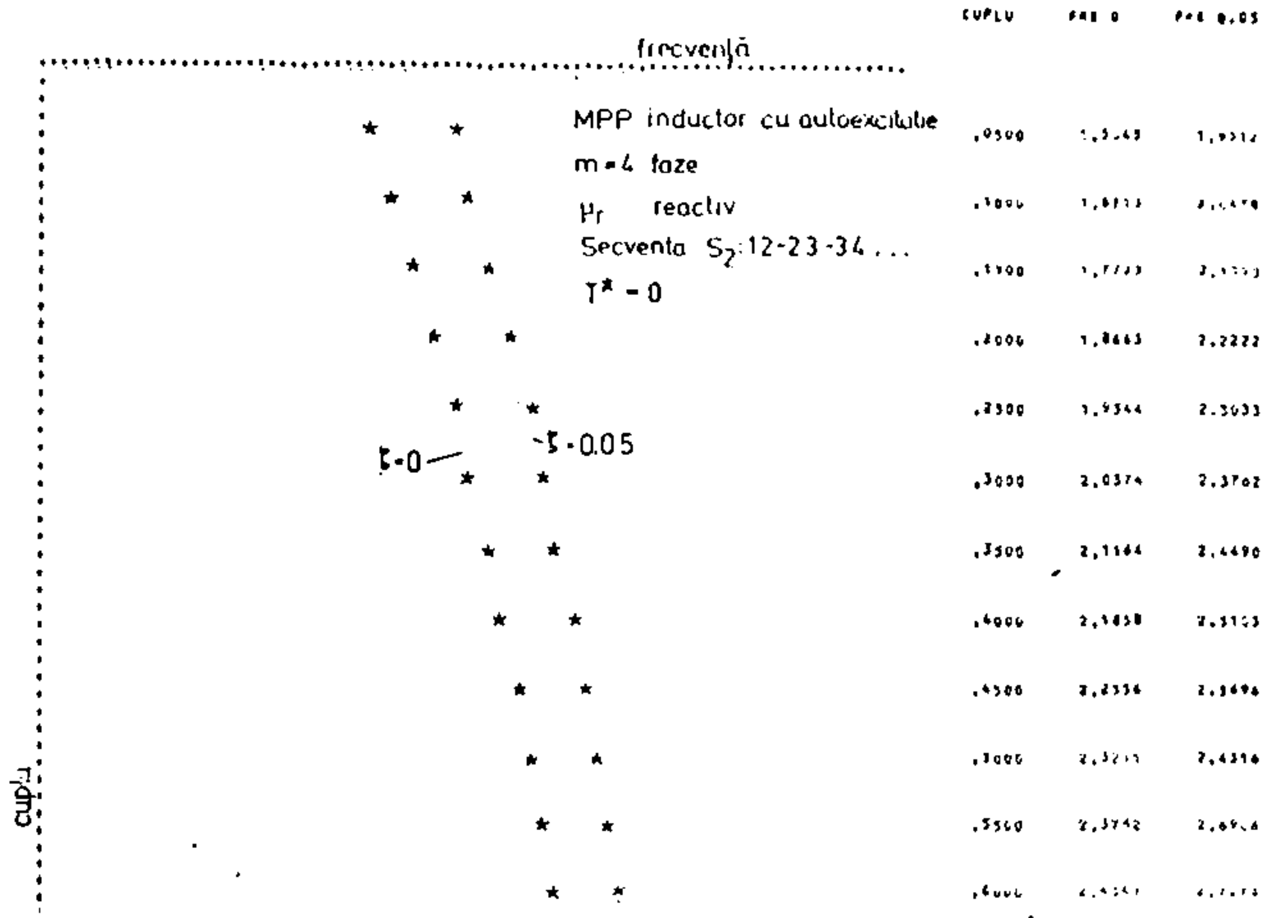


Fig.4.18. Caracteristici limită de oprire, μ_r reactiv

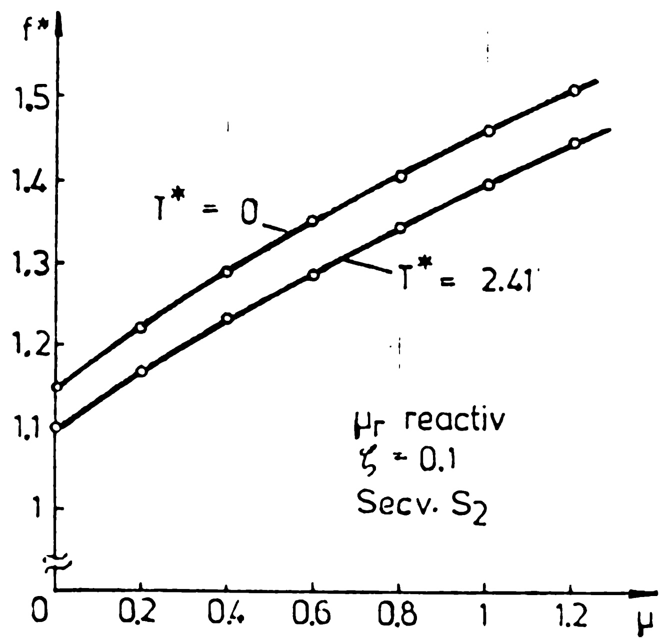


Fig.4.19. Caracteristici limită de oprire. Influenţa constantei de timp.

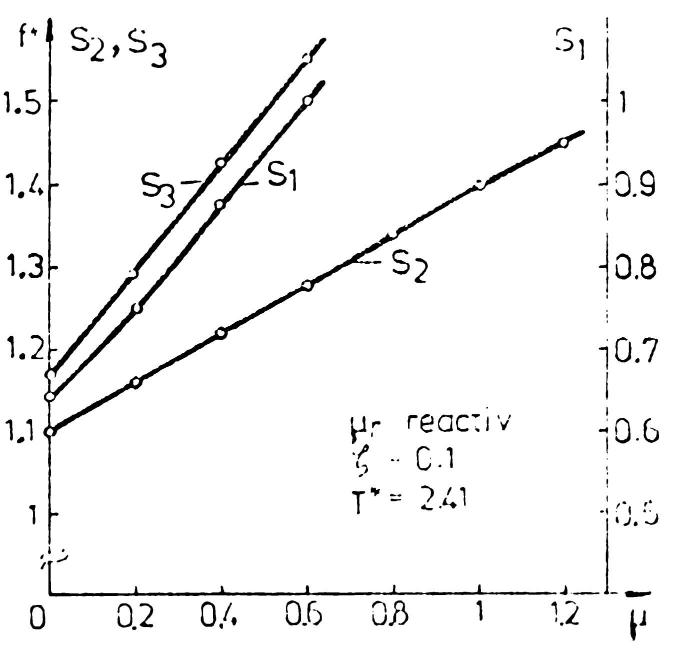


Fig.4.20. Caracteristici limită de oprire. Influenţa secvenţei de alimentare.

- In cazul cuplului rezistent reactiv (şi potenţial opozant) creşterea lui μ_r şi ζ au efect favorabil asupra opririi (fig.4.18). Acest rezultat justifică, în multe aplicaţii ale poziţionării punct cu punct, comanda opririi la cota programată prin suprimarea impulsurilor, fără necesitatea decelerării motorului.

- Influenţa constantei de timp T^* asupra opririi este mult mai redusă ca în cazul pornirii (fig.4.19).

- Secvenţele S_1 şi S_3 conduc, după cum s-a mai arătat, la aceleaşi rezultate la oprire. Frecvenţele maxime pentru S_3 sînt cam de două ori mai mari ca pentru S_1, din cauza înjumătăţirii pasului. Secvenţa S_2 permite cupluri maxime mai mari (fig.4.20).

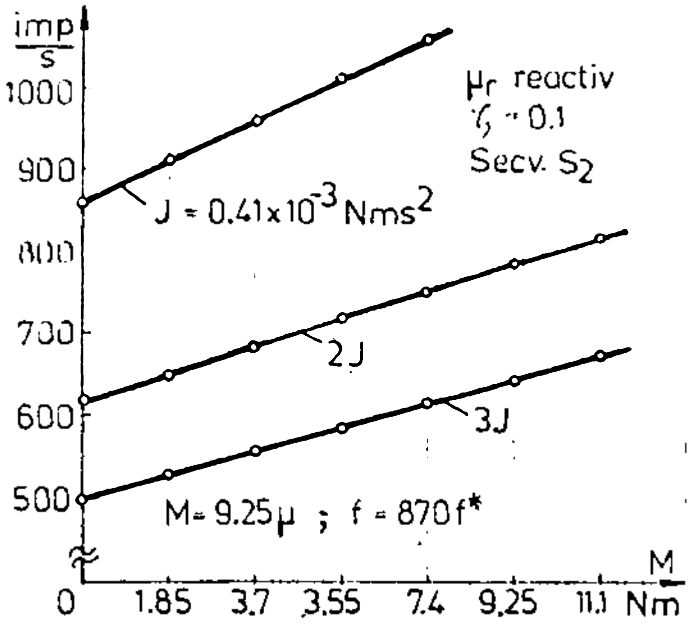


Fig.4.21. Influenţa momentului de inerţie asupra opririi.

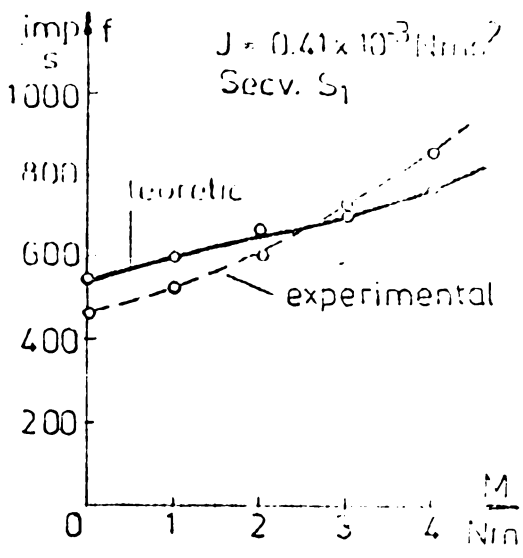


Fig.4.22. Comparaţie între caracteristica experimentală şi cea calculată.

- Mărirea momentului de inerţie este şi la oprire defavorabil, afectînd frecvenţa maximă de oprire. Caracteristicile din figura 4.21 s-au obţinut prin recalcularea datelor, conform relaţiei 4.11, cu valorile J' = 2J şi J" = 3J.

In figura 4.22 este reprezentată o caracteristică calculată şi una ridicată experimental pentru acelaş MPP luat şi la pornire. Rezultatele obţinute sînt satisfăcătoare.

4.2.5. Stabilitatea în regimul de reversare

Regimul de reversare se referă la inversarea mişcării rotorului la o frecvenţă dată, prin comanda de sens a MPP, fără modificarea comenzii de tact. Reversarea este mai grea decît oprirea deoarece, pe lîngă condiţia de oprire, se mai cere respectată şi condiţia de pornire în sens invers.

In figura 4.23 este reprezentată reversarea la starea electrică k, după un regim cvazistaţionar la mers în gol [41].

Sub acţiunea cuplului dinamic de frînare corespunzător stării electrice k, traiectoria de fază"este întoarsă" pînă în punctul 1, care trebuie să se situeze obligatoriu la stînga punctului B. Numai în acest fel cuplul dinamic, de astă dată pozitiv, creat prin revenirea la starea electrică anterioară k-1, va antrena rotorul în sens invers. Unghiul α_1 efectuat în starea electrică k-1 trebuie să aibă cel puţin valoarea θ_e, pentru ca rotorul să poată fi antrenat în continuare în starea electrică k-2. Condiţiile de stabilitate reunesc astfel pe cea de oprire cu cele de pornire în sens invers:

$$\alpha_o < 2\theta_e, \quad \alpha_r > \theta_e, \quad \alpha_1 \geq \theta_e \tag{4.18}$$

unde α_o este amplitudinea oscilaţiei maxime a poziţiei rotorului faţă de punctul de reversare A (originea cuplului stării electrice k), α_r este unghiul de întoarcere faţă de limita de stabilitate, iar α_1 este unghiul efectuat în prima stare electrică în inversare.

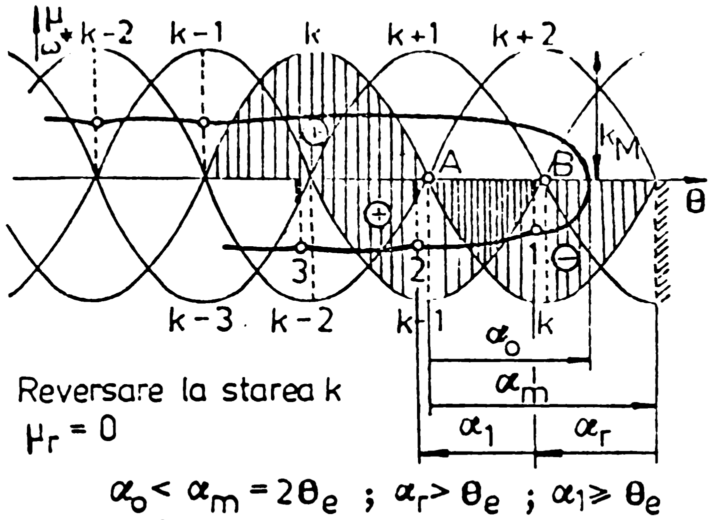


Fig.4.23. Revresarea la mers în gol.

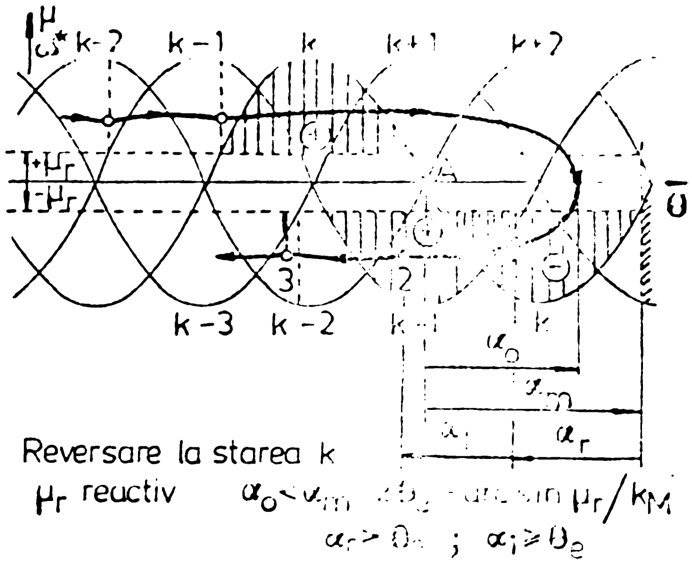


Fig.4.24. Reversarea cu μ_r reactiv.

In cazul cuplului rezistent reactiv procesul reversării este afectat de valoarea acestuia (fig.4.24).

In cazul cuplului rezistent potenţial opozant(fig.4.25,a) după reversare, cuplul rezistent devine ajutător astfel încît uşurează reversarea. Situaţia se prezintă exact invers în cazul cuplului potenţial ajutător(fig.4.25,b),reversarea fiind cea mai dificil

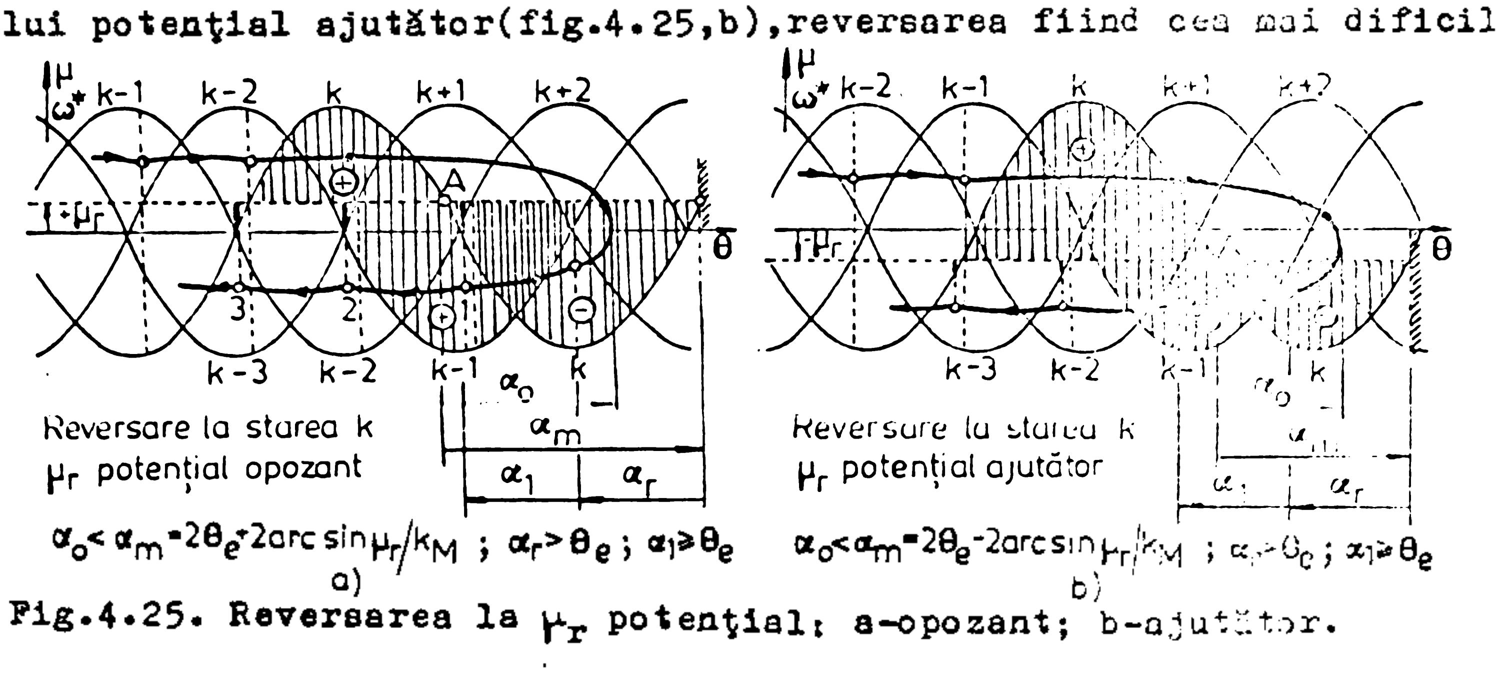


Fig.4.25. Reversarea la μ_r potenţial: a-opozant; b-ajutător.

Condiţiile de stabilitate la reversare se pot scoate din figurile 4.23-4.25 şi sînt de forma:

$$\alpha_o < \alpha_m, \quad \alpha_r > \theta_e, \quad \alpha_1 \geq \theta_e \qquad (4.19)$$

în care α_m depinde de cuplul rezistent şi se poate deduce din figurile 4.23-4.25. Aceste condiţii sînt valabile pentru secvenţele S_1 şi S_2, pentru care, în tabelul 4.6, se dau valorile lui α_m.

Tabelul 4.6

Tip μ_r	α_m
mers în gol	$2\theta_e$
reactiv	$2\theta_e - \arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$
potenţial opozant	$2\theta_e + 2\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$
potenţial ajutător	$2\theta_e - 2\arcsin \frac{\mu_r}{k_M}$

In cazul secvenţei nesimetrice S_3, ca şi la oprire, se ia în considerare cazul cel mai defavorabil: reversarea se face la o stare electrică corespunzătoare unei singure faze alimentate. In figura 4.26 este reprezentată reversarea la starea electrică k', la mersul în gol.

Condiţiile de stabilitate sînt similare celor din secvenţele S_1 şi S_2:

$$\alpha_o < \alpha_m = 4\theta_e', \quad \alpha_r > \theta_e', \quad \alpha_1 > \theta_e', \quad \alpha_2 \geq \theta_e' \qquad (4.20)$$

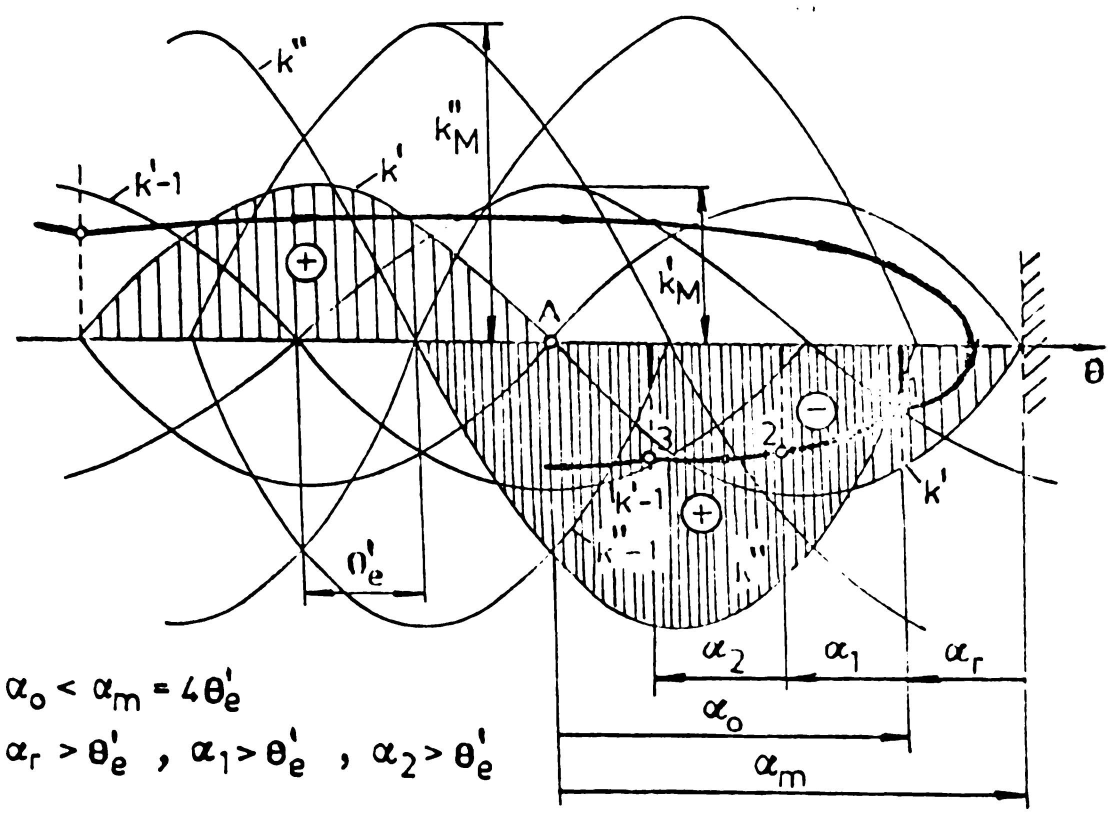


Fig.4.26. Reversarea în secvenţa nesimetrică S_3.

în care $\theta_e' = \frac{\theta_e}{2}$ iar α_1, α_2 unghiurile realizate la primele două tacturi după inversarea mişcării. Prezenţa unui cuplu rezistent pe arborele MPP sancţionează prima inegalitate din (4.19), în care α_m are valorile din tabelul 4.6, dacă în loc de θ_e apare θ_e', iar k_M are valoarea mai mică, k_M'.

4.2.6. Calculul caracteristicilor limită de reversare

Metoda de calcul este similară, luînd pentru k(k') o valoare particulară dictată de originea curbei cuplului stării electrice la care se face reversarea. Ca şi la oprire, se ia k=1.

Organigrama pentru calculul caracteristicilor este arătată în figura 4.27 şi este denumită CAREV.

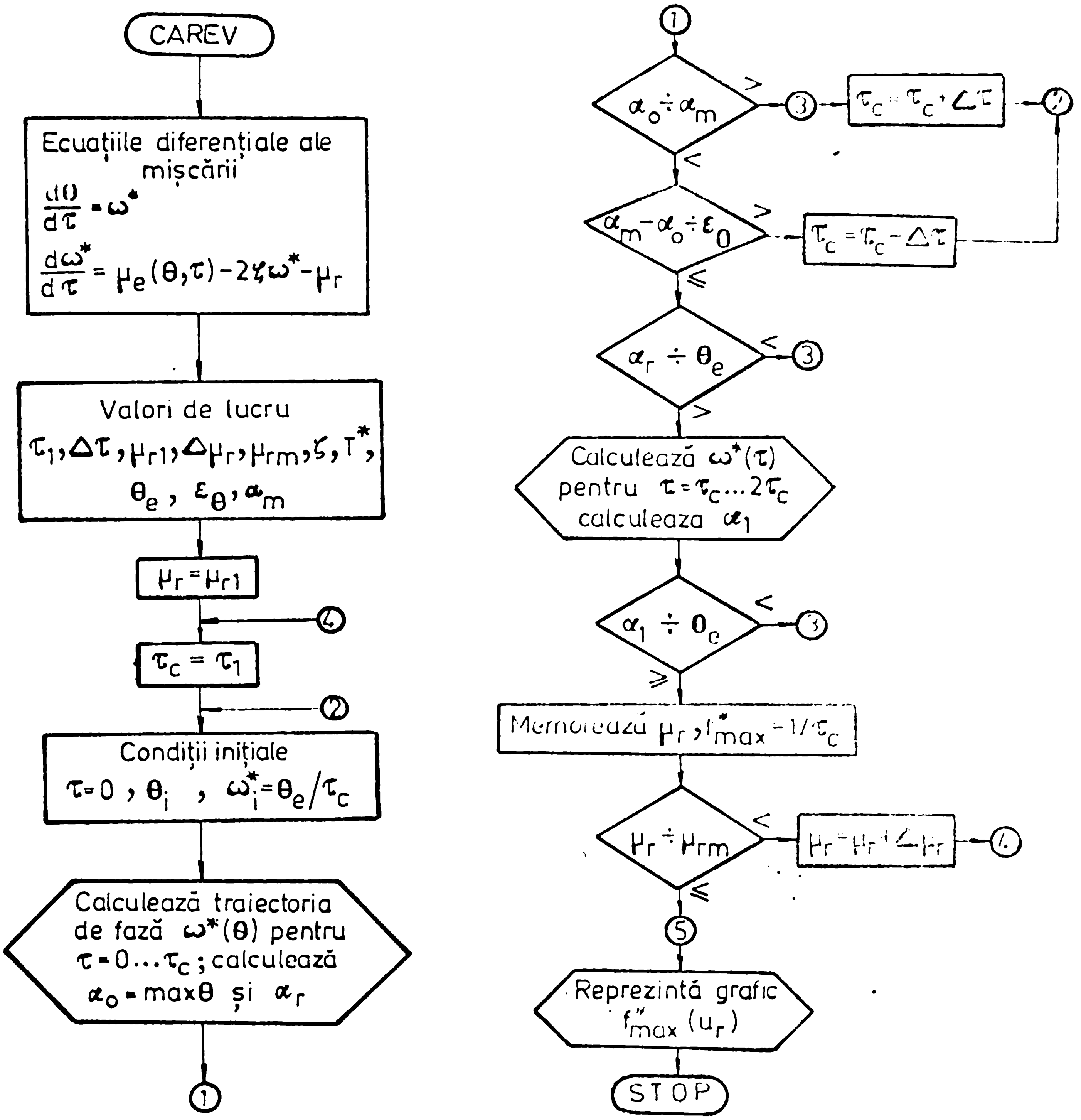


Fig.4.27. Organigrama de calcul a caracteristicilor limită de reversare.

Pentru secvenţa S_3 organigrama este similară, fiind necesară chemarea subrutinei de calcul a traiectoriei de fază pentru $\tau = 2\tau_c \ldots 3\tau_c$ şi compararea lui α_2. Condiţiile iniţiale sînt identice cazului opririi (tabelul 4.5).

Dintre rezultatele obţinute pe calculator, în figura 4.28 este arătată o caracteristică limită pentru μ_r reactiv, direct în mărimi naturale (mărimile de bază sînt cele din tabelul 3.11).

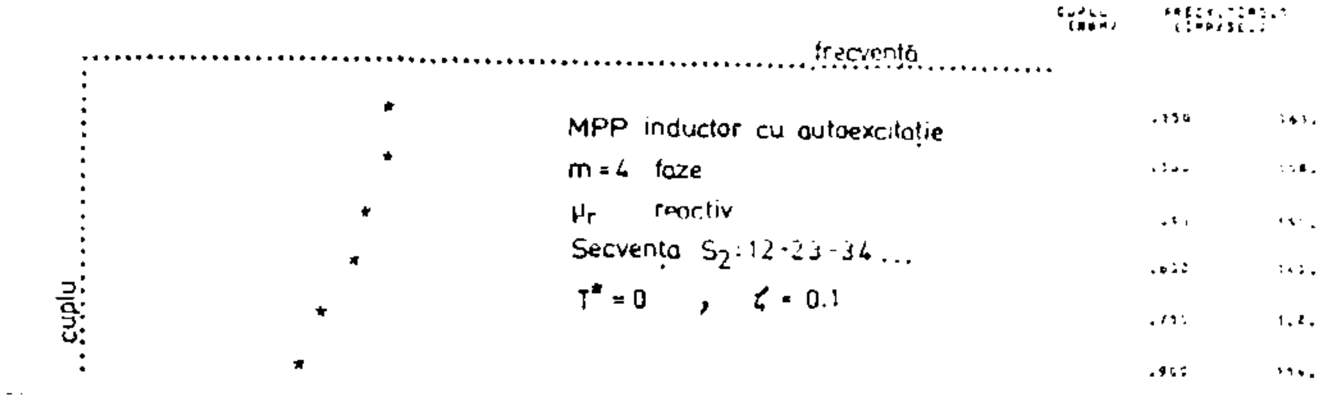


Fig.4.28. Caracteristica limită de reversare, μ_r reactiv.

Frecvenţele maxime sînt mai mici şi decît în cazul pornirii, confirmînd astfel că reversarea este cel mai greu regim al SAMPP. Performanţe ceva mai bune se obţin la cupluri potenţiale opozante (fig.4.29), cînd, la creşterea cuplului rezistent, creşte şi frecvenţa maximă de reversare, ceea ce era de aşteptat.

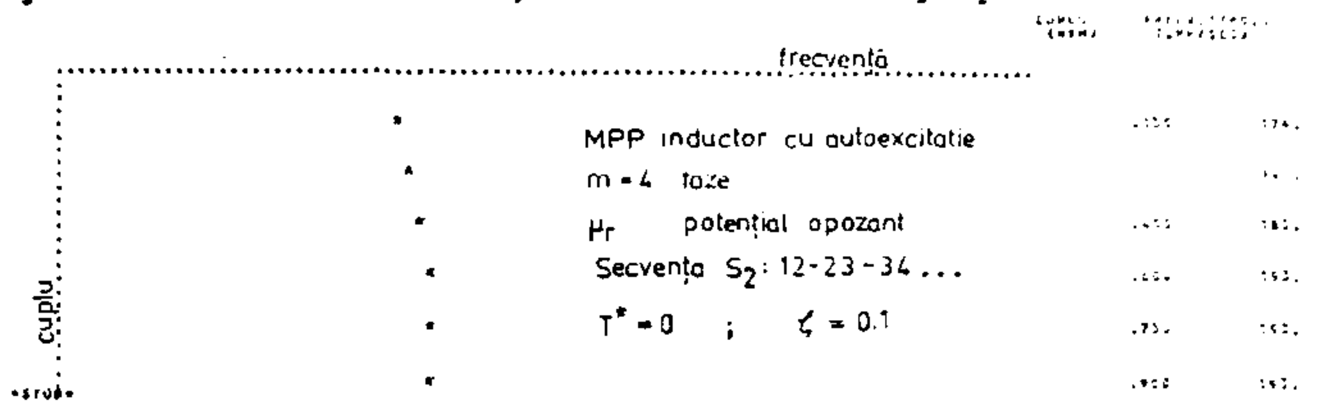


Fig.4.29. Caracteristica limită de reversare, μ_r potenţial opozant.

O comparaţie între caracteristicile de reversare corespunzătoare celor trei secvenţe se poate face analizînd figura 4.30.

Concluziile generale în legătură cu stabilitatea la reversare a SAMPP sînt următoarele:

- Frecvenţele maxime sînt mai mici decît la pornire, datorită în special condiţiilor severe de pornire în sens invers.
- Influenţele constantei de timp, a factorului de amortizare şi a secvenţei de alimentare sînt în general similare pornirii.
- Caracterul cuplului rezistent potenţial are efect contrar faţă de cazul pornirii, deoarece, pentru sensul invers de mişcare, cuplul opozant devine ajutător şi invers.
- Influenţa momentului de inerţie se poate găsi prin recalcularea punctelor caracteristicilor limită obţinute cu altă valoare a lui J, cu relaţia 4.11. Evident că mărirea lui J este defavorabilă reversării.

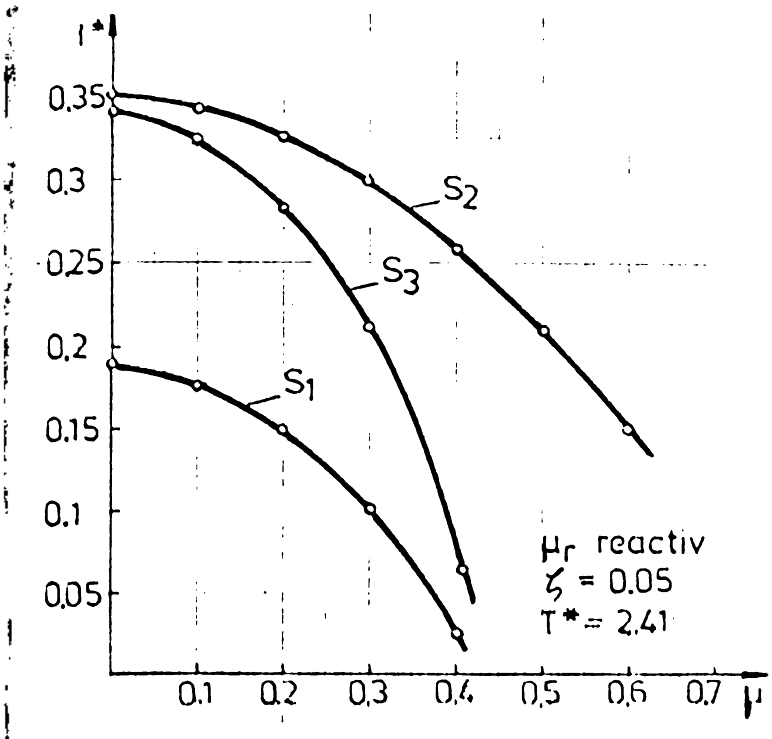


Fig.4.30. Caracteristici de reversare în secvențele S_1, S_2,S_3.

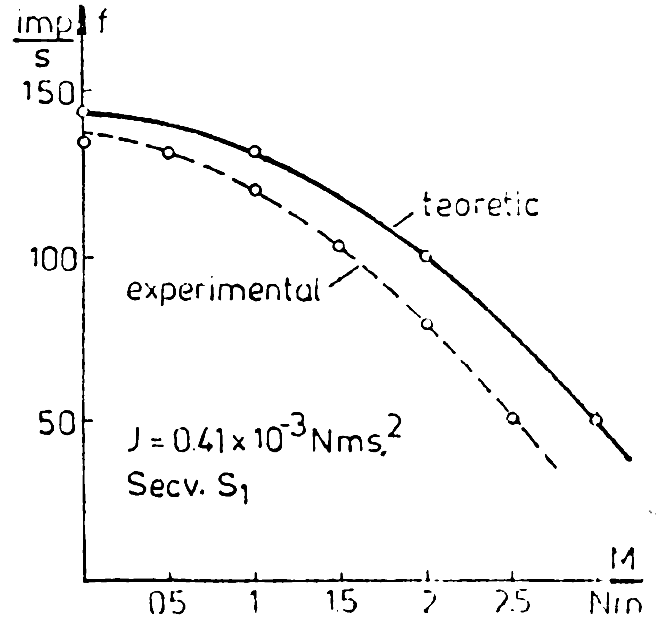


Fig.4.31. Comparație între caracteristica experimentală și cea calculată.

In figura 4.31 sînt date, spre comparație, o caracteristică experimentală și una calculată. Și în acest caz rezultatele calculate sînt suficient verificate experimental.

4.3. Regimul cvazistaționar al SAMPP

Regimul de funcționare cvazistaționar (sau de mers) se caracterizează prin aceea că viteza unghiulară a rotorului are aceeași valoare instantanee la începutul și sfîrșitul unui pas (delimitat de momentele aplicării a două impulsuri succesive). De asemenea deplasarea unghiulară a rotorului, la cuplu rezistent constant, este constantă la fiecare impuls [16]. Acest mod de funcționare, practic continuu, se întîlnește la frecvențe mari, fiind asemănător rotației mașinii sincrone.

La frecvențe de comandă intermediare definiția regimului cvazistaționar nu mai corespunde cu cea de la frecvențe înalte, deoarece mișcarea rotorului este puternic discontinuă, iar vitezele rotorului în momentele aplicării impulsurilor de comandă pot diferi.

La frecvențe de comandă foarte joase definirea mișcării cvazistaționare seamănă cu aceea de la frecvențe înalte, exceptînd caracterul discontinuu al creșterii unghiului.

Explicația definirii regimului cvazistaționar este sugerată în figura 4.32, unde se arată variația unghiului electric θ în timp (raportat) τ .

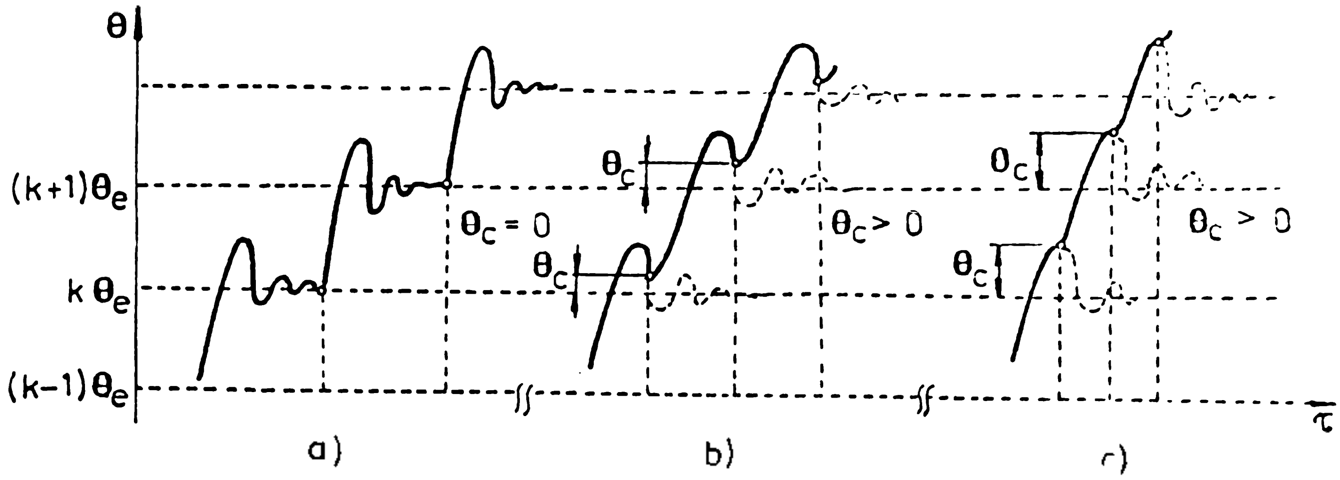


Fig.4.32. Definirea regimului cvazistaţionar: a-frecvenţe joase; b-frecvenţe medii; c-frecvenţe înalte.

La frecvenţe foarte mici rotorul are timp să se amortizeze între două tacturi de comandă, astfel că viteza lui este nulă în momentele aplicării tacturilor (fig.4.32,a), iar poziţiile rotorului în aceste momente coincid cu punctele de echilibru stabil de pe curba cuplului $\mu_e(\theta)$.

La frecvenţe medii momentele de comutaţie intervin cînd rotorul încă mai oscilează în jurul poziţiei stabile, fiind "prins" de tactul de comandă într-o poziţie oarecare, diferită de cea a echilibrului stabil (fig.4.32,b).

La frecvenţe înalte rotorul nu mai are timp să efectueze nici o oscilaţie, fiind atras imediat de starea electrică următoare. Mişcarea capătă un caracter lin, fără oscilaţii (fig.4.32,c), iar momentele de comutaţie intervin la diferite poziţii ale rotorului.

Se propune introducerea noţiunii de unghi de comutaţie pentru funcţionarea MPP în circuit deschis, noţiune consacrată în cazul funcţionării în circuit închis cu buclă minoră [56,39]. Unghiul de comutaţie reprezintă aici decalajul între poziţia reală a rotorului în momentul aplicării tactului de comandă şi poziţia corespunzătoare echilibrului stabil aferentă stării electrice existente pînă în acel moment. Dacă comutaţia se face de la starea electrică k-1 la starea k, unghiul de comutaţie este decalajul poziţiei rotorului în momentul comutaţiei faţă de poziţia $(k-1)\theta_e$.

In figura 4.33 se dau în planul fazelor unghiurile de comutaţie θ_c corespunzătoare regimurilor reprezentate în figura 4.32.

Se observă că la frecvenţe joase (fig.4.33,a) unghiul de comutaţie este nul, iar la frecvenţe medii (fig.4.33,b) şi înalte (fig.4.33,c) el apare diferit de zero, pozitiv. Se spune că în acest caz comutaţia se face cu întîrziere, după cum pentru $\theta_c < 0$ comutaţia se face cu avans.

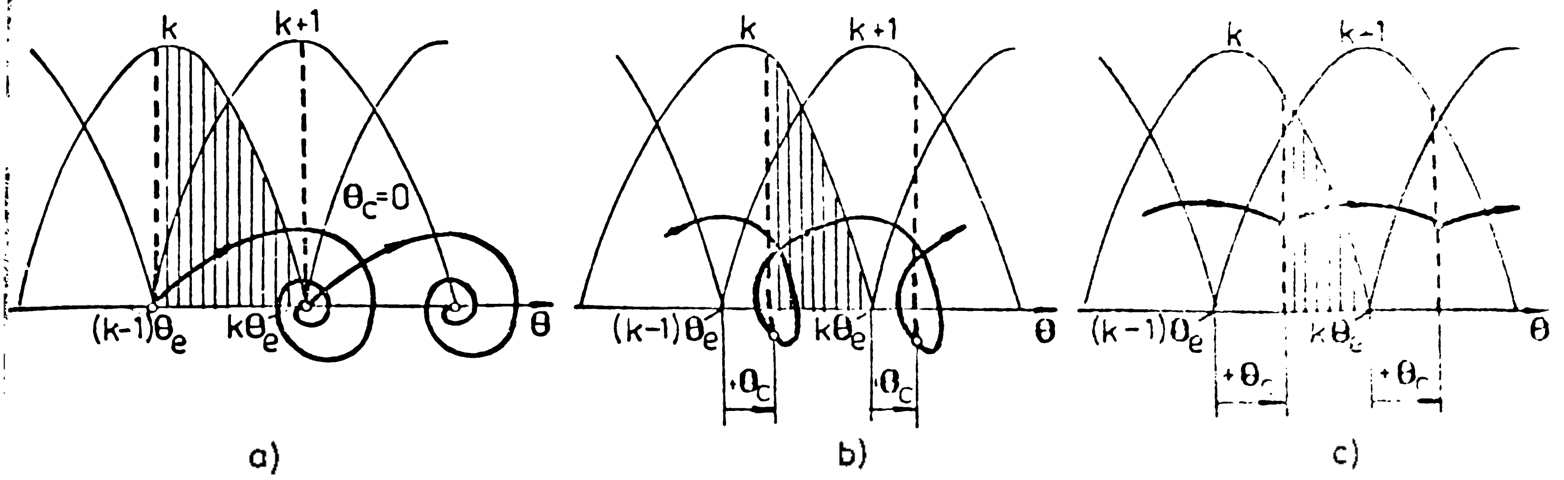


Fig.4.33. Unghiul de comutaţie în planul fazelor: a-frecvenţe joase; b-frecvenţe medii; c-frecvenţe înalte.

Din pucnt de vedere analitic, unghiul de comutaţie este:

$$\theta_c = \theta(\tau_k) - (k-1)\theta_e \tag{4.21}$$

unde τ_k este timpul scurs pînă la momentul comutării stării electrice k. Spre deosebire de cazul MPP în buclă minoră, unde unghiul θ_c este fix (sau reglabil), în cazul funcţionării în circuit deschis el variază în funcţie de parametrii acţionării: cuplul rezistent, frecvenţa de comandă, constanta de timp etc. Problema cea mai importantă în studiul regimului de mers în circuit deschis al SAMPP este de a determina acest unghi de comutaţie, cu implicaţii directe asupra calculului frecvenţelor limită de mers. Capitolul de faţă ne va ocupa tocmai cu acest subiect, dînd şi o nouă interpretare a funcţionării SAMPP în circuit deschis.

4.3.1. Stabilitatea în regim cvazistaţionar

Pentru regimul cvazistaţionar mişcarea rotorului este stabilă cînd unghiul de comutaţie este constant, sau variabil între anumite limite.

La frecvenţe de comandă joase, după cum s-a arătat la metoda planului fazelor cu ajutorul izoclinelor, traiectoriile de fază fiind focare stabile, mişcarea rotorului este considerată absolut stabilă.

La frecvenţe intermediare, perioada semnalelor de comandă a MPP devine comparabilă cu perioada oscilaţiilor proprii ale rotorului, putînd apărea fenomenul de rezonanţă de comutaţie şi pierderea sincronismului. Stabilitatea în acest caz este definită prin limitarea amplitudinii oscilaţiilor în domeniul $\varepsilon_d \in \left[-(\frac{m}{2}-1)\theta_e\right.$, $\left.(\frac{m}{2}+1)\theta_e\right]$, similar cu definiţia stabilităţii dinamice din regimul staţionar.

Existenţa rezonanţei de comutaţie este un handicap serios al SPMPP în CD, pentru a cărui compensare se folosesc o serie de mijloace, care vizează în principal amortizarea mai puternică a oscilaţiilor. Dintre aceste mijloace se pot aminti:

- funcţionarea MPP în sarcină constantă;
- mărirea factorului de amortizare prin metode electrice, electronice sau mecanice [55,61,62,85] ;
- evitarea funcţionării MPP la frecvenţele critice (de obicei determinate experimental) sau trecerea rapidă prin aceste frecvenţe la accelerare sau decelerare;

Studiul mişcării SAMPP în planul fazelor a arătat un fapt, verificat de altfel şi experimental [99,100],că cea mai comodă metodă de amortizare a oscilaţiilor rămîne existenţa unui cuplu rezistent apreciabil pe arborele MPP.

Trebuie menţionat că literatura se ocupă destul de puţin de regimul de mers al MPP în circuit deschis, confundîndu-l adesea cu mişcarea motorului sincron [8,37,57,89] . Mai mult, nici nu se ia în considerare că ar exista vreo legătură între poziţia instantanee a rotorului şi momentele aplicării impulsurilor de comandă a MPP. Autorul lucrării intenţionează să arate în continuare că în funcţionarea stabilă în circuit deschis poziţia rotorului este ordonată în raport cu momentele de comutaţie tocmai prin unghiul de comutaţie, parametru elastic al SPMPP în CD, dependent de principalii factori ai acţionării şi "autoreglat" prin legea echilibrului energetic la arborele MPP.

Se propune determinarea unghiului de comutaţie al MPP în circuit deschis, parametru definitoriu al stabilităţii în regimul cvazistaţionar [44]. In acest scop se reia o interpretare energetică a funcţionării MPP [16,37], care va fi supusă unei analize mai amănunţite.

Se pleacă de la ecuaţia de mişcare în mărimi raportate:

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} = \mu_e - \mu_r - 2\zeta\,\frac{d\theta}{d\tau} \qquad (4.22)$$

după care, introducînd viteza unghiulară raportată $\omega^* = d\theta/d\tau$ şi neglijînd pentru moment factorul de amortizare ζ , ecuaţia devine

$$\omega^*\,\frac{d\omega^*}{d\theta} = \mu_e - \mu_r \qquad (4.23)$$

Ea se mai scrie sub forma:

$$\omega^*\,\frac{d\omega^*}{d\theta} + \frac{dE}{d\theta} = 0 \qquad (4.24)$$

în care E are semnificaţia de energie potenţială a rotorului. Prin integrare rezultă ecuaţia echilibrului energetic:

$$\frac{\omega^{*2}}{2} + E(\theta) = h \qquad (4.25)$$

unde h este constanta energiei, iar $\omega^{*2}/2 = E_c$ este energia cinetică a rotorului. Energia potenţială a rotorului este:

$$E(\theta) = \int_0^\theta (-\mu_e + \mu_r)d\theta, \qquad (4.26)$$

care are două componente:

$$E_d(\theta) = \int_0^\theta (-\mu_e)d\theta \text{ - energia dezvoltată}$$

$$(4.27)$$

$$E_r(\theta) = \mu_r \cdot \theta \text{ - energia utilă.}$$

Cu ecuaţiile (4.25) şi (4.26), ecuaţia echilibrului energetic devine:

$$E_c + E_d + E_r = h \qquad (4.28)$$

Pentru a aplica această ecuaţie la studierea mişcării MPP se consideră forma generală a cuplului (3.63), adică, pentru moment, se neglijează şi constanta electrică de timp. Cu ajutorul definiţiei (4.27), ecuaţia (4.28) devine:

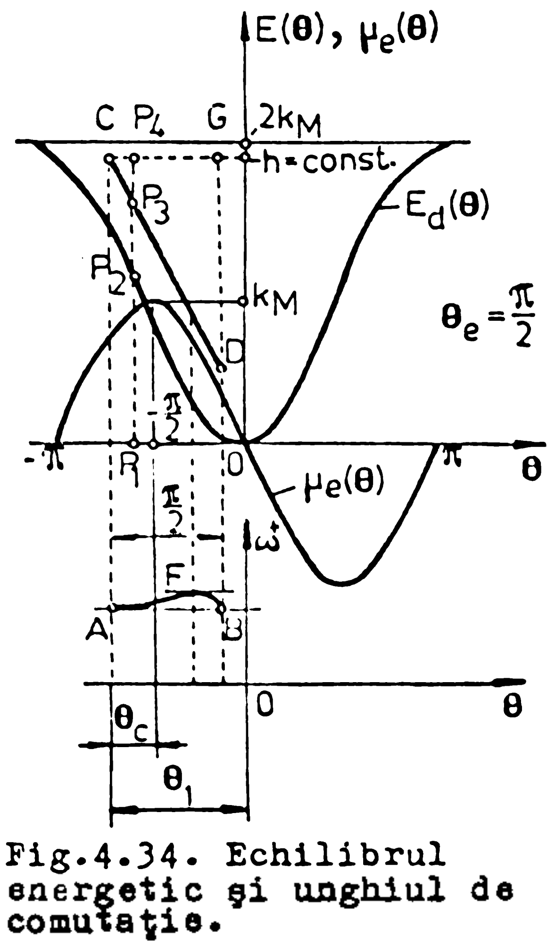


Fig.4.34. Echilibrul energetic şi unghiul de comutaţie.

$$\frac{\omega^{*2}}{2} + k_M(1 - \cos\theta) + \mu_r\theta = h \qquad (4.29)$$

In figura 4.34 este arătată interpretarea grafică a ecuaţiei echilibrului energetic. Dacă θ_1 este poziţia rotorului în momentul comutării stării electrice corespunzătoare lui $\mu_e(\theta)$, pentru o poziţie arbitrară $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_1 + \pi/2$, segmentele marcate de punctele P_1, P_2, P_3, P_4 indică:

$P_1P_2 = k_M(1-\cos\theta)$ - energia dezvoltată,

$P_2P_3 = \frac{\omega^{*2}}{2}$ - energia cinetică,

$P_3P_4 = \mu_r \cdot \theta$ - energia utilă.

Este evident că dacă μ_r = const., energia utilă va fi delimitată de distanţa pe verticală între segmentele CD şi

CG, iar valoarea lui μ_r este chiar panta segmentului CD în planul E,θ.

In regimul de mers al SAMPP viteza unghiulară medie este constantă, prin urmare energia cinetică este constantă la începutul și sfîrșitul efectuării pasului, adică:

$$E_c(\theta_1) = E_c(\theta_1 + \theta_e) \tag{4.30}$$

Intre θ_1 și $\theta_1+\theta_e$ viteza ω^* variază puțin, atingînd maximul F într-o poziție determinată de distanța maximă pe verticală între segmentul CD și curba $E_d(\theta)$, distanță care reprezintă energia cinetică.

Unghiul de comutație θ_c se măsoară față de poziția de echilibru a rotorului, corespunzătoare stării electrice dinaintea comutației (abscisa $-\pi/2$). Odată definit, este necesară acum introducerea constantei de timp electrice T^* în expresia cuplului. Expresiile din tabelul 4.1 ar conduce însă la o tratare greoaie, separată pentru fiecare funcție $\mu_e(\theta,\tau)$, prin urmare este de preferat o expresie general valabilă mai simplă de forma:

$$\mu_e(\theta,\tau) = -k_M(1-e^{-\tau/T^*})^2 \sin\theta \tag{4.31}$$

Această expresie încorporează două ipoteze simplificatoare: cuplul depinde de patratul curentului în faze și neglijarea constantei de timp electrice la deconectarea unei faze. Tot pentru simplificare, se va renunța la cazul secvenței S_3 care ar încurca tratarea, prin variația lui k_M între două valori la fiecare tact de comandă. Se neglijează de asemenea și micile variații ale vitezei unghiulare instantanee și, considerînd că θ_1 este poziția unghiulară a rotorului la momentul comutației ($\tau=0$), timpul se poate înlocui prin:

$$\tau = \frac{\theta - \theta_1}{\omega} \tag{4.34}$$

Energia dezvoltată de motor se calculează cu relațiile (4.27) și (4.33):

$$E_d(\theta) = \int_0^\theta \left[-\mu_e(\theta,\tau)\, d\theta\right] = k_M \int_0^\theta \left[1-e^{-(\theta-\theta_1)\sigma}\right]^2 \sin\theta\, d\theta =$$

$$= k_M\left[1-\cos\theta - \frac{2e^{\sigma\theta_1}}{1+\sigma^2} + \frac{2e^{-(\theta-\theta_1)\sigma}}{1+\sigma^2}(\cos\theta + \sigma\sin\theta) + \right.$$

$$\left. + \frac{2e^{\sigma\theta_1}}{1+4\sigma^2} - \frac{e^{-2(\theta-\theta_1)\sigma}}{1+4\sigma^2}(\cos\theta + 2\sigma\sin\theta)\right] \tag{4.35}$$

unde:

$$\sigma = \frac{1}{\omega^* T^*} \tag{4.36}$$

In concordanţă cu definiţia lui μ_r (fig.4.34), proiecţia segmentului CD pe abscisă are valoarea $\theta_e = \pi/2$, deci cu (4.28) şi (4.31), rezultă:

$$\mu_r(\theta_1) = \frac{1}{\theta_e}\left[E_d(\theta_1) - E_d(\theta_1 + \theta_e)\right] \tag{4.37}$$

iar după utilizarea relaţiei (4.35) se obţine:

$$\mu_r = \frac{2}{\pi} k_M(\sigma_1 \sin\theta_1 + \sigma_2 \cos\theta_1) \tag{4.38}$$

unde

$$\sigma_1 = \frac{-(1-\sigma)^2 + 2e^{-\pi\sigma/2}}{1+\sigma^2} - \frac{2\sigma + e^{-\pi\sigma}}{1+4\sigma^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{1-\sigma^2 - 2\sigma e^{-\pi\sigma/2}}{1+\sigma^2} - \frac{1 - 2\sigma e^{-\pi\sigma}}{1+4\sigma^2} \tag{4.39}$$

Este interesant de analizat cazul particular extrem: $T^* = 0$, μ_r = maxim. Rezultă $\sigma = \infty$, $\sigma_1 = \sigma_2 = -1$, iar μ_r devine maxim pentru $\theta_1 = -3\pi/4$ (relaţia 4.38), la care unghiul de comutaţie şi cuplul maxim sînt:

$$\theta_c = -\frac{\pi}{4} \tag{4.40}$$

$$\mu_{rm} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} k_M \approx 0,9\ k_M$$

Rezultă concluzia foarte importantă, că în regimul de mers la încărcare maximă, în ipoteza neglijării constantei de timp electrice, comutaţia se face cu avans, astfel încît θ_c să corespundă energiei utile maxime. Momentele comutaţiei (aplicarea tacturilor de comandă) găsesc rotorul în poziţia marcată de intersecţia a două curbe sinusoidale $\mu_e(\theta)$ consecutive, iar cuplul util maxim este tocmai cota acestui punct de intersecţie (fig.4.35).

Este de aşteptat ca la $T^* \neq 0$ avansul de comutaţie să crească, pentru a compensa timpul de creştere a curentului în fazele MPP.

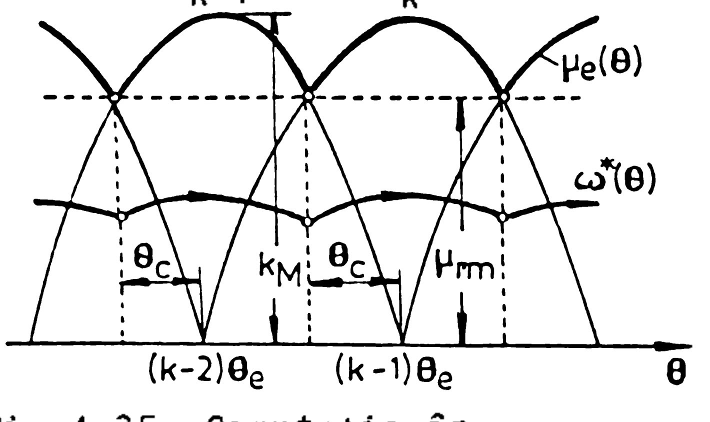


Fig.4.35. Comutaţia în regimul de mers la $T^*=0$ şi μ_r = maxim.

Cu definiţia dată unghiului de comutaţie din expresia (4.38) rezultă:

$$\theta_c = \frac{\pi}{2} + \theta_1 = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\pi\mu_r}{2k_M\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} - \mathrm{arctg}\,\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \qquad (4.41)$$

cu respectarea originii unghiului conform figurii 4.34.

Introducerea factorului de amortizare ζ se face ţinînd seama de ecuaţia 4.22, adică diminuînd pe μ_r cu valoarea $2\zeta\omega^*$. In acest fel se confirmă dependenţa unghiului de comutaţie de principalii parametri ai sistemului: secvenţa (k_M), cuplul rezistent(μ_r), factorul de amortizare (ζ), viteza şi constanta de timp electrică (în σ_1 şi σ_2).

Pentru valori date ale lui μ_r şi ω^*, θ_c are o valoare bine definită de echilibrul energetic al mişcării şi care se calculează cu formula dedusă (4.41). Variaţia unghiului de comutaţie cu viteza şi încărcarea pe arbore sînt arătate în figura 4.36.

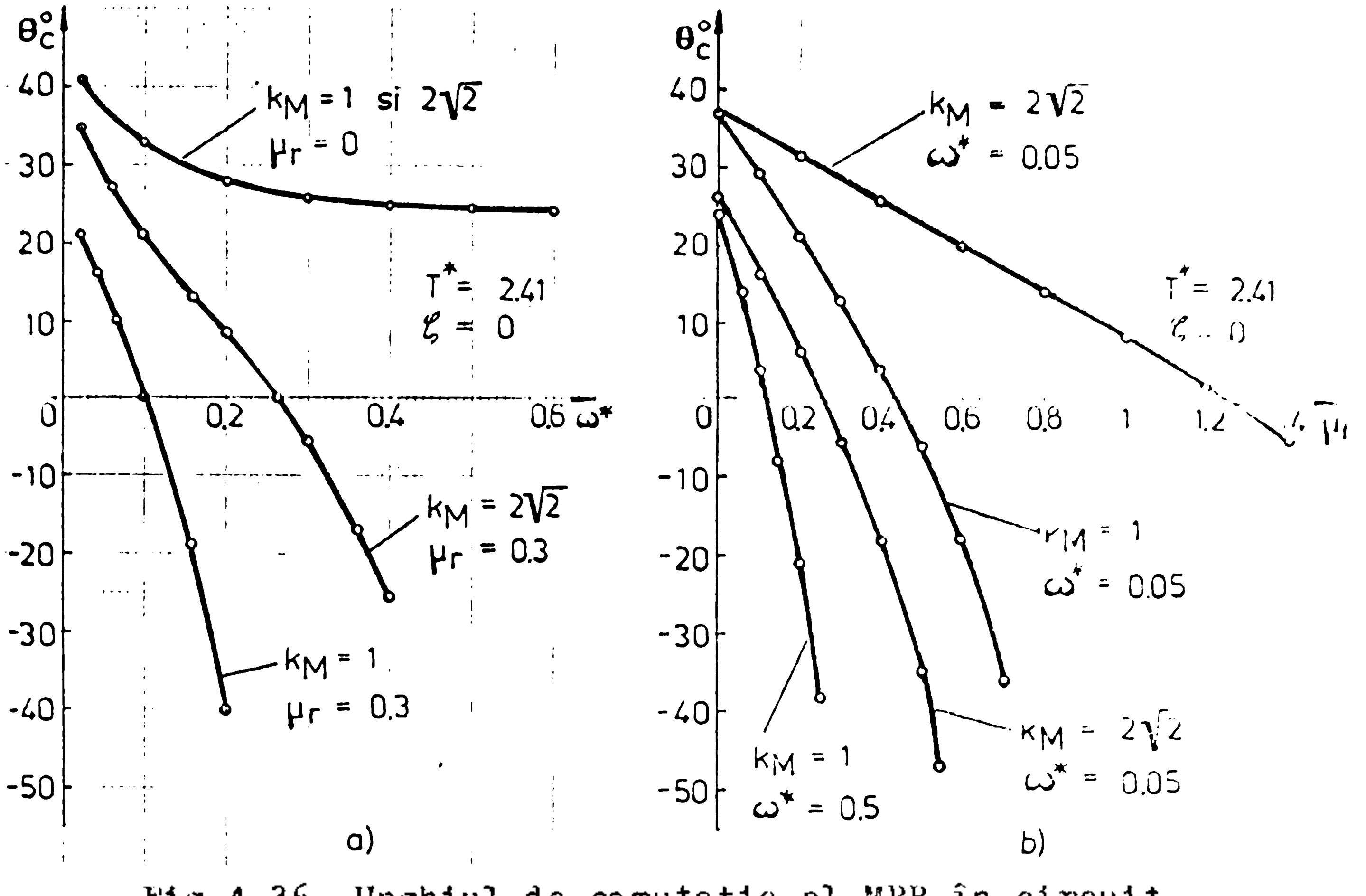


Fig.4.36. Unghiul de comutaţie al MPP în circuit deschis: a-la μ_r dat; b-la ω^* dat.

După cum se poate observa, comutaţia tinde să se facă cu avans, la creşterea vitezei şi a cuplului rezistent, ceea ce era de aşteptat. La cuplu rezistent nul schimbarea secvenţei de alimentare nu afectează unghiul de comutaţie.

4.3.2. Calculul caracteristicilor limită de mers

Interpretarea energetică a mişcării MPP şi consideraţiile asupra unghiului de comutaţie au ca importanţă practică determinarea limitelor de funcţionare a SAMPP în CD în regimul de mers. Caracteristica limită de mers reprezintă dependenţa frecvenţei maxime de comandă de cuplul rezistent, la o constantă de timp electrică dată.

Calculul caracteristicilor limită de mers în circuit deschis după metoda consacrată la motoarele sincrone, spre exemplu folosind modelul dq (ecuaţiile 3.42) cu anularea derivatelor curenţilor, nu dă rezultate satisfăcătoare din cauză că argumentele tensiunilor u_d şi u_q nu conţin unghiul θ_c, ci au o valoare medie constantă θ_e (sau $\theta_e/2$) [8]. Din acest motiv metoda bazată pe echilibrul energetic al mişcării şi pe unghiul de comutaţie, deşi introdusă prin mai multe simplificări, este totuşi preferată metodei bazată pe modelul dq.

In cazul ideal, cînd $T^* = 0$, MPP dezvoltă cuplul maxim $\mu_{rm} \approx 0,9\ k_M$ (relaţia 4.41) la orice frecvenţă de comandă, deci nu are sens o caracteristică limită de mers. In cazurile reale, însă, valoarea lui T^* joacă un rol esenţial la stabilirea frecvenţei maxime de mers a MPP.

Se pleacă de la expresia cuplului rezistent (4.38), în care se presupun date ω^*, T^*. Anulînd derivata lui $\mu_r(\theta_1)$ rezultă unghiul iniţial θ_1 la încărcarea maximă a MPP:

$$\theta_1 = \theta_{1m} = \operatorname{arctg} \frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \pi \qquad (4.42)$$

iar cuplul rezistent maxim rezultă:

$$\mu_r = \mu_{rm} = \frac{2}{\pi} k_M \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \qquad (4.43)$$

In figura 4.37 sînt arătate caracteristicile limită de mers calculate cu formula (4.43), avînd ca date T^* şi k_M. La o viteză dată, cuplul maxim în secvenţa S_2 este de $k_M = 2\sqrt{2}$ ori mai mare decît în secvenţa S_1.

Pînă acum în calculul caracteristicilor s-a luat $\zeta = 0$. Introducerea lui ζ este acum foarte simplă dacă se consideră $\omega^* =$ const. şi se înlocuieşte μ_r cu $\mu_r - 2\zeta\omega^*$ peste tot unde apare.

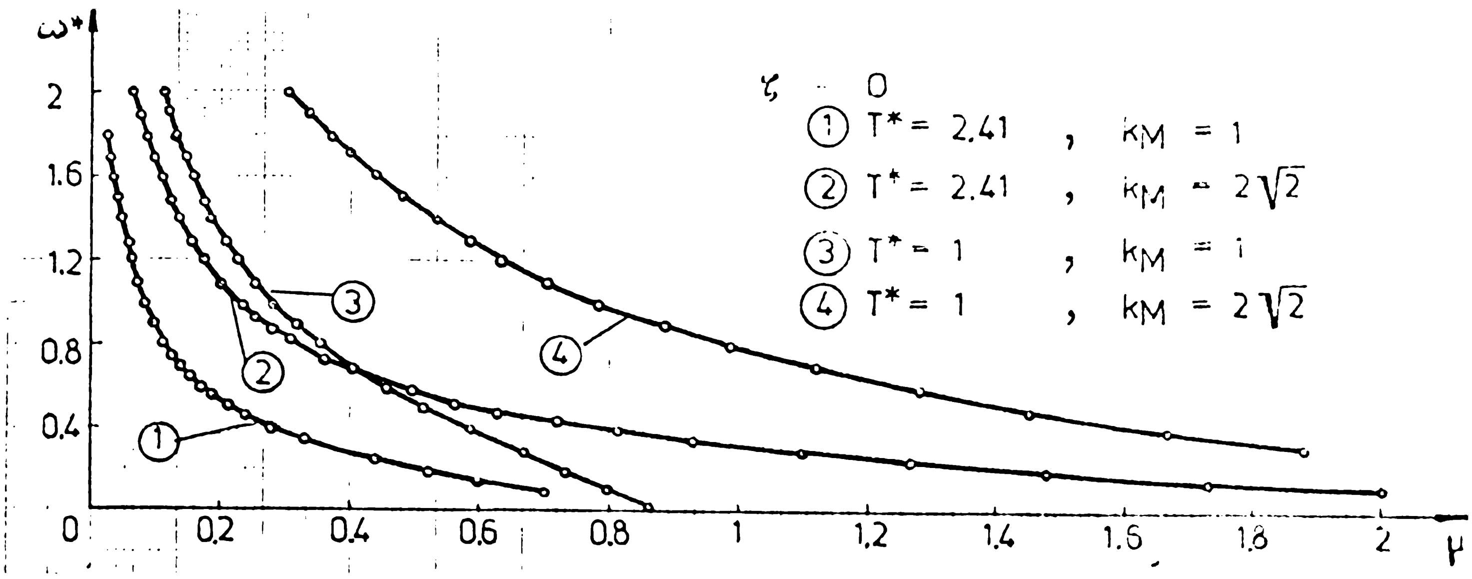


Fig.4.37. Caracteristicile limită de mers calculate.

Unghiul de comutaţie în regimul de mers la frecvenţa maximă este variabil, aşa cum rezultă din figura 4.38, ceea ce infirmă încă o dată aplicarea metodei de calcul bazată pe modelul dq, care presupune un unghi de comutaţie constant cu viteza. După cum era de aşteptat, avansul de comutaţie creşte cu viteza rotorului şi cu constanta de timp electrică.

O comparaţie între caracteristica ridicată experimental, pentru MPP avînd datele în tabelul 3.11, cu una calculată, este arătată în figura 4.39.

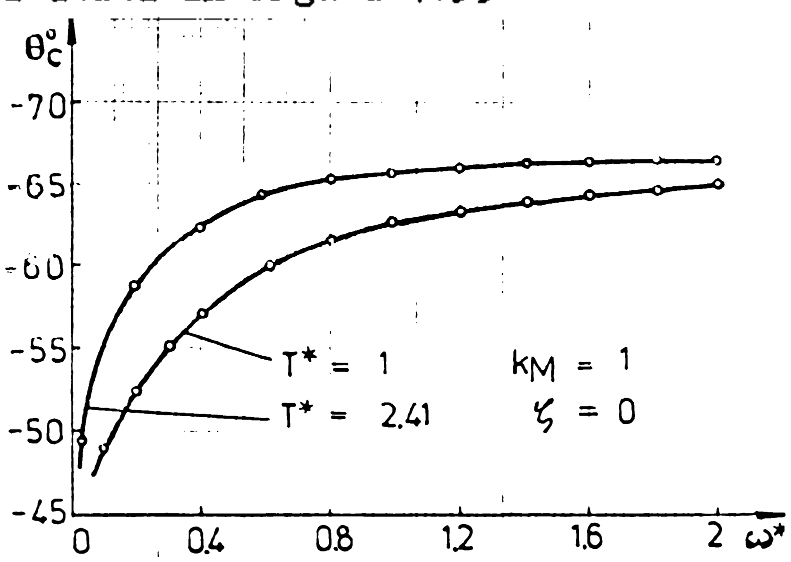


Fig.4.38. Variaţia unghiului de comutaţie pe caracteristica limită de mers.

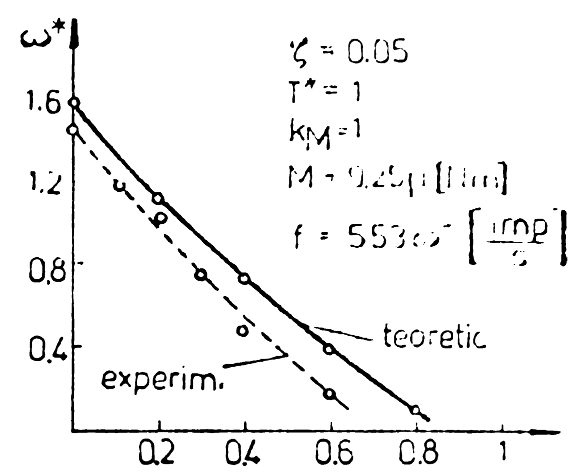


Fig.4.39. Comparaţie între caracteristica experimentală şi cea calculată.

Din examinarea rezultatelor obţinute, ca şi din prezentarea făcută, se pot extrage următoarele concluzii despre regimul cvazistaţionar:

- Poziţia rotorului MPP în regimul cvazistaţionar (de mers) este autoreglată prin echilibrul energetic al mişcării, în raport cu momentele aplicării tacturilor de comandă.

- Unghiul de comutaţie, care s-a introdus pentru funcţionarea în circuit deschis, este determinat de toţi parametrii importanţi ai SPMPP în CD: μ_r, ω^*, T^*, k_M, ζ, avînd un caracter elastic.

- Influenţa constantei de timp electrice T^* este mult mai importantă ca în regimul dinamic. Rezultatele calculate pentru un MPP cu o schemă de alimentare simplă, cu forţare prin rezistenţă, sînt relativ modeste, impunînd trecerea la scheme perfecţionate, bazate pe forţarea prin tensiune [42,44].

- Calculul caracteristicilor limită de mers pe baza unghiului de comutaţie este mai apropiat de realitate decît calculul pe baza modelului dq stabilizat, care nu conţine implicit valoarea acestui unghi.

Concluzii asupra SPMPP în CD

1. SPMPP în CD sînt cele mai simple sisteme de poziţionare, de neconceput cu alte tipuri de motoare electrice.

2. Precizia poziţionării în CD depinde în mare măsură de deviaţia MPP, cauzată de valoarea şi caracterul cuplului rezistent, şi secvenţa alimentării. Intrucît deviaţia nu poate fi controlată, trebuie admisă o eroare de poziţionare de principiu de pînă la 50% din valoarea unui pas, eroare necumulabilă.

3. Studierea stabilităţii mişcării în regimul dinamic (pornire-oprire-reversare) cît şi în regimul cvazistaţionar s-a efectuat cu ajutorul metodei planului fazelor, conducînd la calculul caracteristicilor limită ale SPMPP, universale şi determinante în proiectarea poziţionării în CD.

4. Regimul cvazistaţionar este guvernat de unghiul de comutaţie intern al MPP, autoreglat prin echilibrul energetic al acţionării; definirea acestui unghi în cazul funcţionării MPP în CD prefigurează un principiu de comandă în circuit închis al MPP.

5. Funcţionarea în CD este influenţată mult de constanta de timp electrică, mai ales la frecvenţe de comandă ridicate; pentru extinderea caracteristicilor limită cuplu/frecvenţă, cea mai eficace metodă este micşorarea constantei electrice de timp prin utilizarea unei tehnici de forţare.

5. SISTEME DE POZITIONARE CU MOTOARE PAS CU PAS IN CIRCUIT INCHIS DE TIP HIBRID

SPMPP în circuit închis de tip hibrid (SPMPP în CIH) sînt sistemele prevăzute cu bucle de reacţie de poziţie de tip analogic, în care traductorul de poziţie, valoarea impusă a cotei (mărimea de referinţă) şi elementul de comparare sînt analogice. In structura acestor sisteme intră şi un convertor analog - numeric care face legătura cu SAMPP, necesar deoarece acesta are caracter pur numeric.

In categoria SPMPP în CIH intră echipamentele de poziţionare punct cu punct şi paraxială cu traductor analogic de poziţie (potenţiometru) [33,56,91] precum şi echipamentele de copiere după şablon [100].

Schema structurală a unui SPMPP în CI cu traductor analogic de poziţie este indicată în figura 5.1 [34]. Organul mobil este o masă de poziţionare prevăzută cu traductor potenţiometric, element întîlnit şi pentru fixarea cotei impuse i. Cota impusă şi cea măsurată apar deci sub forma unor tensiuni continue. Elementul comparator, de tip analogic, furnizează abaterea a care deschide printr-o

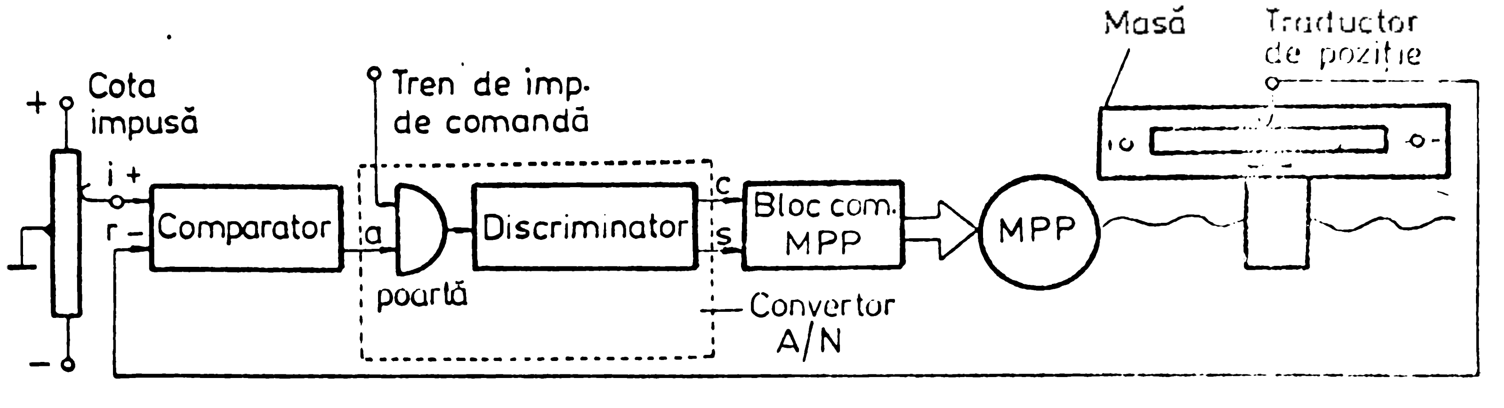


Fig.5.1. SPMPP în CIH cu traductor analogic.

poartă accesul impulsurilor de comandă a MPP. Un discriminator are funcţia de a trimite spre blocul de comandă al MPP (distribuitor, amplificator, contactoare statice) informaţia numerică constînd din trenul de impulsuri monopolare c şi un semnal de sens s în funcţie de semnul abaterii. Poarta împreună cu discriminatorul reprezintă convertorul analog-numeric al sistemului.

Principiul de poziţionare constă în trimiterea impulsurilor de comandă spre MPP atîta timp cît abaterea între mărimea impusă şi cea măsurată este mai mare decît o valoare dată.

In figura 5.2 este reprezentat un SPMPP în CIH adecvat copierii după şablon. Sistemul diferă numai prin blocul mărimii de referinţă şi cel al mărimii măsurate. Copierea după şablon se face prin combinarea avansului axial continuu, cu viteză constantă, cu avansul radial discontinuu, generat de mişcarea MPP. Traductorul de poziţie este prevăzut cu un palpator care urmăreşte forma şablonului antrenat în avansul axial. Abaterea a este condiţionată de precizia de urmărire dată sub forma unui semnal de referinţă i şi de poziţia palpatorului traductorului r.

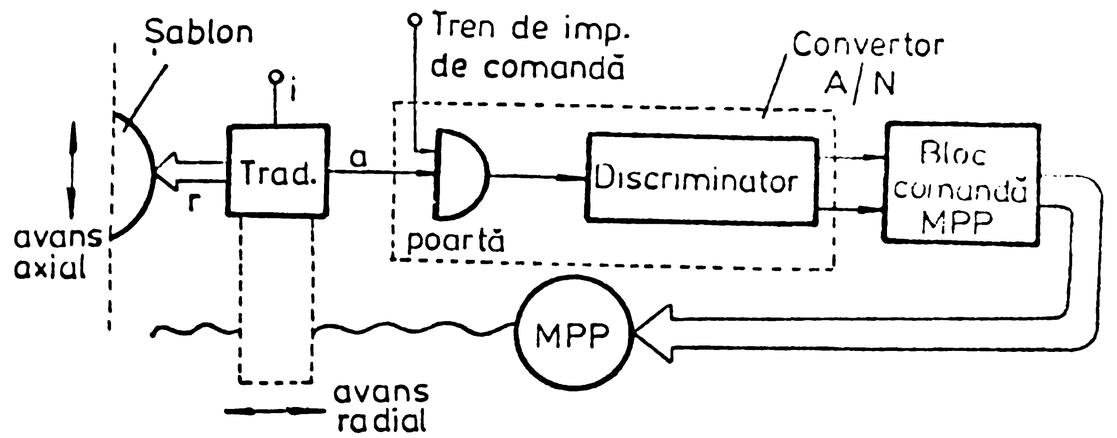


Fig.5.2. SPMPP în CIH cu copiere după şablon.

Principiul de copiere este similar - existenţa abaterii permite trecerea impulsurilor de comandă spre MPP, iar acesta readuce poziţia palpatorului în cîmpul de precizie impus, prin intermediul sistemului de avans radial.

In acest capitol autorul propune identificarea SPMPP în CIH în termenii teoriei reglării automate, elaborarea unei metode de studiu al acestuia şi cercetarea stabilităţii sistemului.

5.1. Identificarea SPMPP în CIH

Sistemele de poziţionare hibride din figurile 5.1 şi 5.2 conţin,în esenţă,o buclă de reacţie analogică pentru modularea impulsurilor de comandă a MPP în funcţie de eroarea între poziţia impusă şi cea măsurată. Pentru alcătuirea unei scheme structurale echivalente a sistemului, se fac următoarele consideraţii:

- amplitudinea şi durata impulsului de comandă nu influenţează valoarea unghiului de pas θ_e ;
- mişcarea rotorului MPP în limitele unui pas se exprimă suficient de precis prin ecuaţia de mişcare liniarizată;
- stabilirea curenţilor în fazele MPP are loc instantaneu, ceea ce presupune neglijarea constantei de timp electrice, lucru admis la frecvenţe joase de comandă şi în cazul alimentării cu forţare [42].

Aceste consideraţii au mai fost făcute şi la subcapitolul 3.4, unde s-a dedus o exprimare operaţională simplă a SAMPP.

După cum reiese din schemele descrise anterior, impulsurile de comandă ajung la MPP atîta timp cît abaterea furnizată de elementul comparator are o valoare superioară unei mărimi η, denumită prag de insensibilitate. Acest principiu de funcţionare, împreună cu considerațiile făcute, conduc la încadrarea sistemului în categoria sistemelor automate cu eşantionare de tip releu cu zonă de insensibilitate [58].

Partea liniară a sistemului automat este funcţia de transfer a SAMPP dedusă sub forma (3.58), care aici se va extinde pe un pas întreg:

$$G(s) = \frac{K_a}{s\left(\frac{s^2}{\omega_o^2} + \frac{2\zeta}{\omega_o} s + 1\right)} \tag{5.1}$$

unde $K_a = \theta_e$.

Din proprietatea MPP de a executa un pas la fiecare impuls primit, indiferent de amplitudinea acestuia, cu condiţia ca abaterea a să depăşească o valoare η, rezultă că în schema structurală trebuie introdus un element neliniar de tip releu tripoziţional cu zonă de insensibilitate $(-\eta, +\eta)$ definit prin:

$$m(a) = \begin{cases} +1 \text{ pentru } & a > +\eta \\ 0 \text{ pentru } & -\eta < a < +\eta \\ -1 \text{ pentru } & a < -\eta \end{cases} \tag{5.2}$$

m fiind mărimea sa de ieşire. Caracteristica releului este reprezentată în figura 5.3.

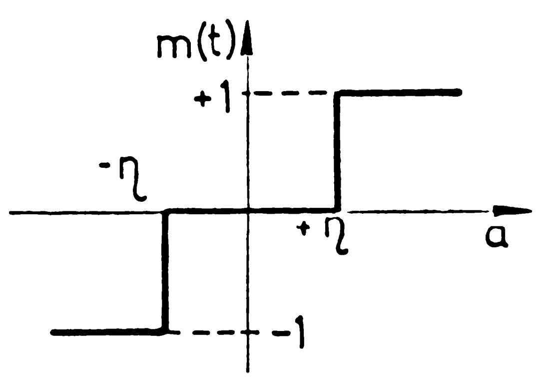


Fig.5.3. Caracteristica releului.

Prin introducerea funcţiei generatorului de impulsuri ca un element de eşantionare cu perioada T, identificarea SAMPP se poate reflecta în schema bloc rezultantă din figura 5.4 [43].

Elementul de eşantionare joacă rolul de cuantificator al abaterii, transformînd o mărime continuă în impulsuri de frecvenţă $f = 1/T$, modulate în amplitudine, iar releul limitează amplitudinea impulsuri-

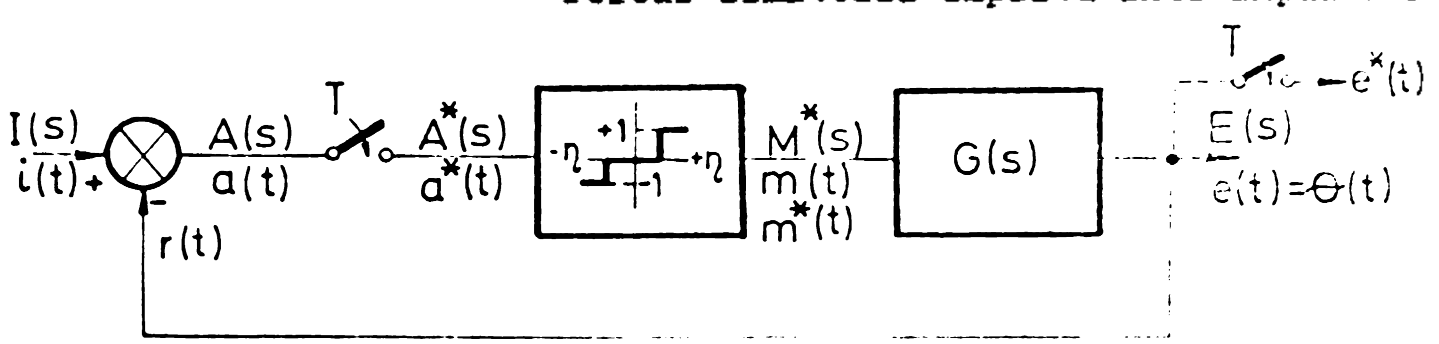


Fig.5.4. Schema bloc a SPMPP în CIH.

lor la o valoare constantă, satisfăcînd astfel independenţa mişcării rotorului MPP faţă de amplitudinea impulsurilor de comandă.

5.2. Analiza răspunsului SPMPP în CIH

Pentru analiza funcţionării în timp se consideră o comportare simplificată, ideală a MPP, bazată pe următoarele consideraţii:

- creşterea unghiului de rotaţie pe durata unui pas este liniară şi fără oscilaţii în jurul poziţiei finale a pasului;
- durata efectuării pasului este constantă şi mai mică decît perioada de eşantionare, adică MPP este comandat cu o frecvenţă sub limita maximă de pornire;
- impulsul aplicat "duce rotorul" numai pe durata de efectuare a pasului, după care poziţia acestuia rămîne fixă pînă la apariţia unui nou impuls.

Dacă se notează cu p durata efectuării unui pas, exprimarea matematică a eşantionării abaterii este:

$$a^*(t) = a(t).p(t),$$

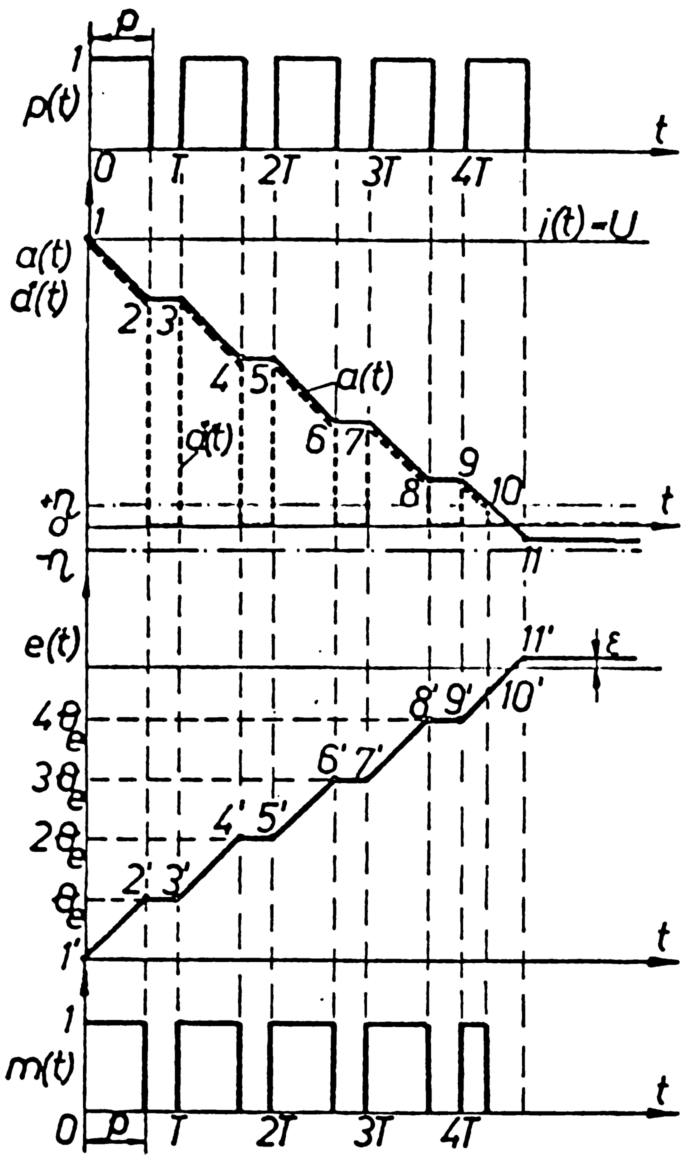
$$p(t) = 1 \quad \text{pentru} \quad 0 \leq t \leq p \qquad (5.3)$$

$$p(t) = 0 \quad \text{pentru} \quad p < t < T$$

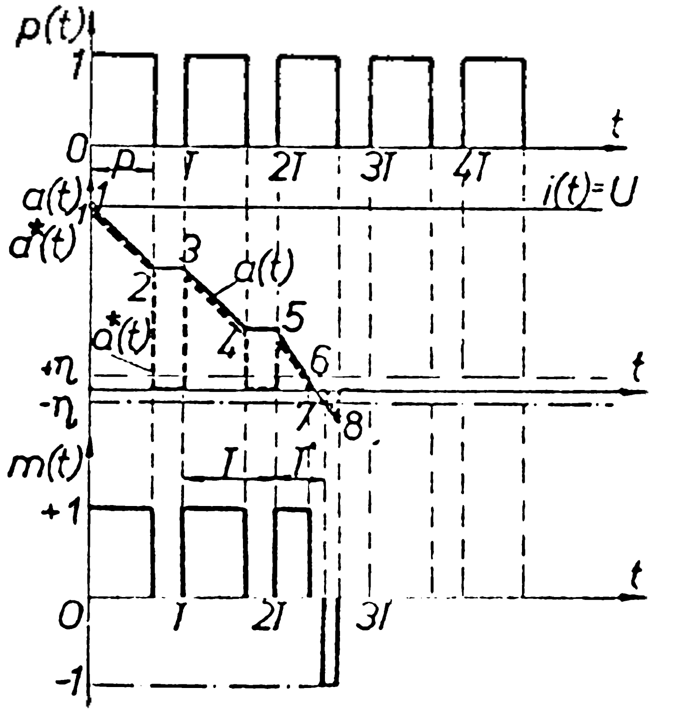
în care s-a definit funcţia p(t) ca purtătoare a trenului de impulsuri unitare.

Se aplică sistemului automat un semnal de intrare tip treaptă de tensiune i(t) = U. La început, deoarece semnalul de ieşire este nul, abaterea este maximă şi egală cu semnalul de intrare. Variaţia în timp a abaterii şi a mărimii de ieşire este reprezentată în figura 5.5,a.

In punctul 1, fiind îndeplinită condiţia $a^*(t) > \eta$, la ieşirea releului va exista semnalul m(t) = 1 de durată p, iar motorul va fi alimentat cu un impuls şi va deplasa rotorul pe distanţa unui pas θ_a. Mărimea de ieşire e(t) va avea o creştere liniară între punctele 1' - 2', iar abaterea a(t) = $a^*(t)$ va scădea liniar, cu aceeaşi pantă, între punctele 1 - 2. După intervalul de timp p, p(t) = 0, rezultă $a^*(t)$ = 0 şi m(t) = 0, iar e(t) se păstrează constant pînă la venirea unui nou impuls (punctele 2-3 şi 2'-3'). Din acest moment p(t) = 1, e(t) creşte liniar între punctele 3'-4', a(t) = $a^*(t)$ scade liniar între punctele 3-4 şi funcţionarea decurge mai departe similar pînă cînd $a^*(t) < \eta$ (cu p(t) = 1), corespunzător punctului 10. In acest moment are loc deschiderea releului şi motorul efectuează pasul corespunzător ultimului impuls primit, astfel că e(t) şi a(t) ajung în punctele 11' respectiv 11. Valoarea abaterii fiind cuprinsă în intervalul $[-\eta, +\eta]$, impulsurile la ieşirea releului încetează să apară, iar poziţia rotorului e(t) se stabilizează la o valoare finală, diferită de semnalul de intrare cu eroarea $\varepsilon(|\varepsilon| < \eta)$.



a)



b)

Fig.5.5. Funcţionarea în timp a SPMPP în CIH: a-stabilă; b-instabilă.

Abaterea fiind pozitivă, impulsurile m(t) sînt şi ele pozitive. In cazul abaterii negative releul emite impulsuri negative iar MPP va primi o secvenţă inversată. Comanda sensului de rotaţie este asigurată printr-un semnal de sens generat de convertorul A/N, în funcţie de semnul abaterii.

Pragul de insensibilitate η are o influenţă mare asupra performanţelor sistemului. O valoare η prea mare duce la o eroare staţionară ε ridicată, care afectează precizia poziţionării. Micşorarea valorii η afectează, după cum se va constata, stabilitatea sistemului, aşa încît alegerea corectă a pragului de insensibilitate a releului trebuie să răspundă unei situaţii de compromis între stabilitatea şi precizia staţionară a sistemului.

Cazul unei valori η prea mici, care provoacă instabilitatea sistemului, este prezentat în figura 5.5,b. Pînă în punctul 6 sistemul are o funcţionare stabilă. Din punctul 6 abaterea scade sub valoarea pragului η, m(t) = 0. Pasul nefiind încă complet efectuat, abaterea scade în continuare. Ipoteza făcută la început, că nu există oscilaţii în jurul poziţiei finale a pasului, valabilă pentru cazul cînd $a \gg \eta$, nu poate fi acum acceptată din cauza valorii mici a abaterii. Din acest motiv oscilaţia abaterii (din cauza mărimii de ieşire), care depăşeşte ca amplitudine pragul de insensibilitate (punctele 8-9), provoacă un impuls negativ la ieşirea releului într-un moment $T' < T$ faţă de impulsul anterior. Cum acest impuls este aplicat înaintea efectuării pasului comandat de impulsul anterior, rotorul MPP poate ieşi din sincronism, ceea ce înseamnă pierderea stabilităţii sistemului.

Autorul propune în continuare aplicarea metodei grafurilor de semnal pentru analiza răspunsului SPMMP în CIH. Graful de semnal se obţine respectînd trei etape [58]:

a) Se determină graful de transfer al părţii liniare a sistemului, separînd mai întîi funcţia de memorare din funcţia de transfer a SAMPP. Rezultă:

$$G_1(s) = \frac{K_a}{\frac{s^2}{\omega_o^2} + \frac{2\zeta}{\omega_o} s + 1} = \frac{K_a \omega_o^2 s^{-2}}{1 + 2\zeta\omega_o s^{-1} + \omega_o^2 s^{-2}} \qquad (5.4)$$

Prin identificare cu formula lui Mason pentru calculul unui graf fără bucle disjuncte [27] se obţine graful de transfer al părţii liniare (5.4), aşa cum se arată în figura 5.6.

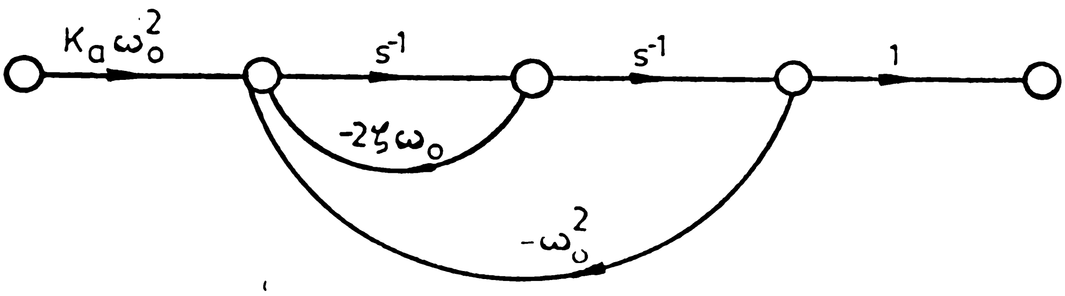


Fig.5.6. Graful de transfer asociat funcţiei $G_1(s)$.

b) Partea de memorare (extrapolatorul) împreună cu eşantionatorul se consideră că efectuează o operaţie unică combinată, deci că semnalul de ieşire al elementului eşantionator-extrapolator este o funcţie treaptă. Dacă intrarea şi ieşir elementului eşantionator-extrapolator sînt x(t), respectiv y(t), atunci:

$$y(kT^+) = x(kT) \qquad (5.5)$$

unde kT^+ înseamnă $kT + \tau\,(0 < \tau < T)$, T fiind perioada de eşantionare iar k=0,1,2,...

c) Elementul neliniar (releul) se reprezintă în graf printr-un amplificator cu coeficient de amplificare variabil [58]:

$$K_k = K(kT) = \frac{m(kT^+)}{a(kT^+)} \qquad (5.6)$$

unde $a(kT^+)$ şi $m(kT^+)$ sînt respectiv mărimea de intrare şi ieşire a releului.

Prin compunerea grafurilor asociate celor trei elemente: motor, eşantionator-extrapolator şi releu şi aplicînd condiţiile iniţiale $\theta(kT)$, $\omega(kT)$ la nodurile variabilelor de regim, se obţine graful de transfer al SPMPP în CIH. El este reprezentat în figura 5.7

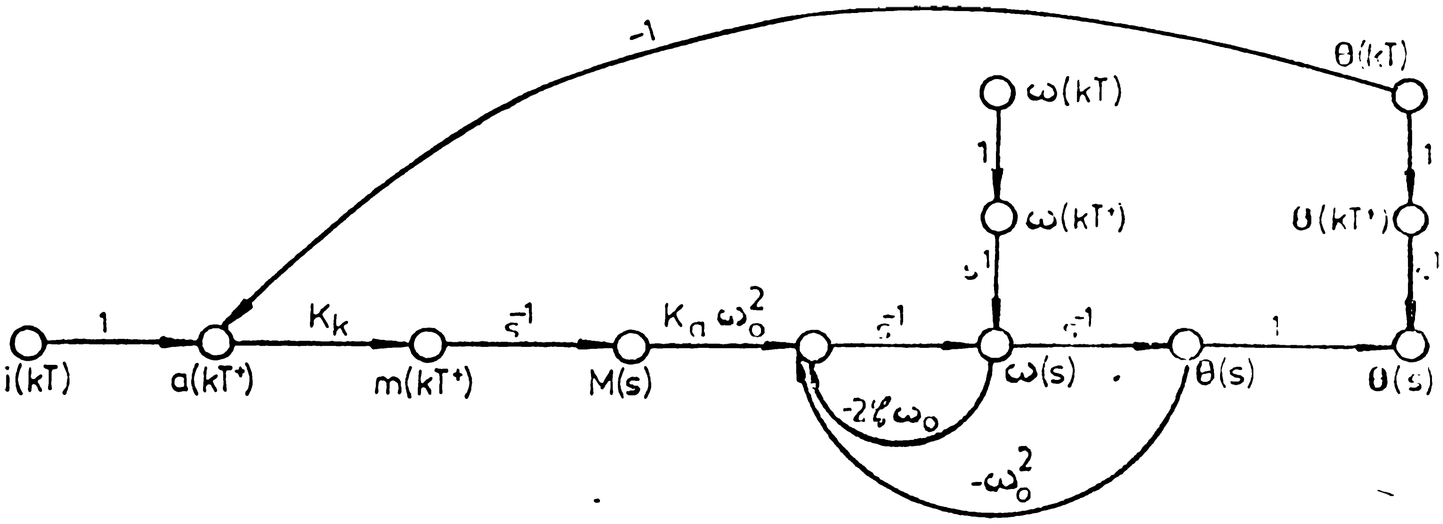


Fig.5.7. Graful de transfer al SPMPP în CIH.

Variabilele de regim sînt unghiul electric instantaneu $\theta(t)$ şi viteza unghiulară electrică instantanee $\omega(t)$. Graful are trei noduri sursă: $i(kT)$, $\theta(kT)$ şi $\omega(kT)$, i fiind mărimea de intrare de referinţă. Transformata Laplace a variabilelor de regim se obţine prin suprapunerea efectelor celor trei noduri-sursă. Prin aplicarea formulei lui Mason [27] rezultă:

$$\theta(s) = \theta(kT)\left(s^{-1} - \frac{K_kK_a\omega_o^2 s^{-3}}{1+2\zeta\omega_o s^{-1}+\omega_o^2 s^{-2}}\right) +$$

$$+\ \omega(kT)\left(\frac{s^{-2}}{1+2\zeta\omega_o s^{-1}+\omega_o^2 s^{-2}}\right) + i(kT)\left(\frac{K_kK_a\omega_o^2 s^{-3}}{1+2\zeta\omega_o s^{-1}+\omega_o^2 s^{-2}}\right),$$

$$\omega(s) = \theta(kT)\left(\frac{-K_kK_a\omega_o^2 s^{-2}}{1+2\zeta\omega_o s^{-1}+\omega_o^2 s^{-2}}\right) + \tag{5.7}$$

$$+\ \omega(kT)\left(\frac{s^{-1}}{1+2\zeta\omega_o s^{-1}+\omega_o^2 s^{-2}}\right) + i(kT)\left(\frac{K_kK_a\omega_o^2 s^{-2}}{1+2\zeta\omega_o s^{-1}+\omega_o^2 s^{-2}}\right)$$

Răspunsul în timp al SPMPP se obţine aplicînd transformarea Laplace inversă asupra expresiilor (5.7):

$$\theta\left[(k+1)T\right] = \theta(kT)\left\{1 - K_kK_a\left[1 - \frac{e^{-\alpha T}}{\cos\varphi}\cos(\beta T-\delta)\right]\right\} +$$

$$+\ \omega(kT)\left\{\frac{e^{-\beta T}\sin\beta T}{\beta}\right\} + i(kT)\left\{K_kK_a\left[1 - \frac{e^{-\alpha T}}{\cos\delta}\cos(\beta T-\delta)\right]\right\},$$

$$\omega[(k+1)T] = \theta(kT)\left\{-\frac{K_k K_a \omega_o^2}{\beta} e^{-\alpha T} \sin\beta T\right\} + \tag{5.8}$$
$$+ \omega(kT)\left\{\frac{e^{-\alpha T} \cos(\beta T+\delta)}{\cos\delta}\right\} + i(kT)\left\{\frac{K_k K_a \omega_o^2}{\beta} e^{-\alpha T} \sin\beta T\right\}$$

în care s-au notat:

$$\alpha = \zeta\omega_o$$
$$\beta = \omega_o\sqrt{1-\zeta^2} \tag{5.9}$$
$$\delta = \mathrm{arctg}\,\frac{\alpha}{\beta}$$

In funcţia de amplificare variabilă a releului (5.6) mărimea de ieşire $m(kT^+)$ este dependentă de caracteristica releului şi se determină după ce $a(kT^+)$ este cunoscută:

$$K_k = \frac{m(kT^+)}{i(kT) - \theta(kT)} \tag{5.10}$$

Expresiile (5.8) reprezintă răspunsul SPMPP în momentele de eşantionare. In figura 5.8 este arătată organigrama pentru calculul răspunsului sistemului pe baza expresiilor (5.8) şi a principiului de funcţionare explicat anterior.

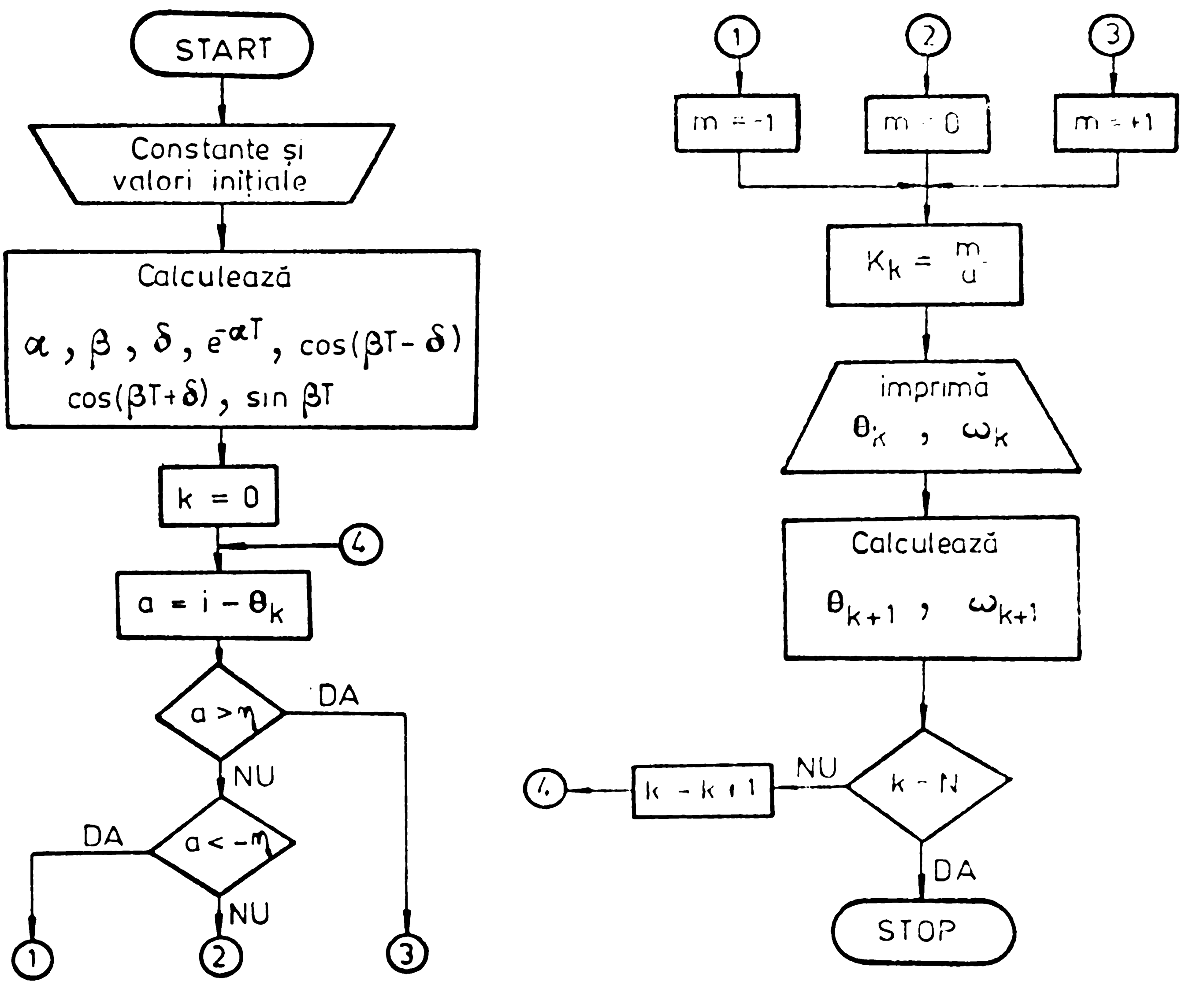
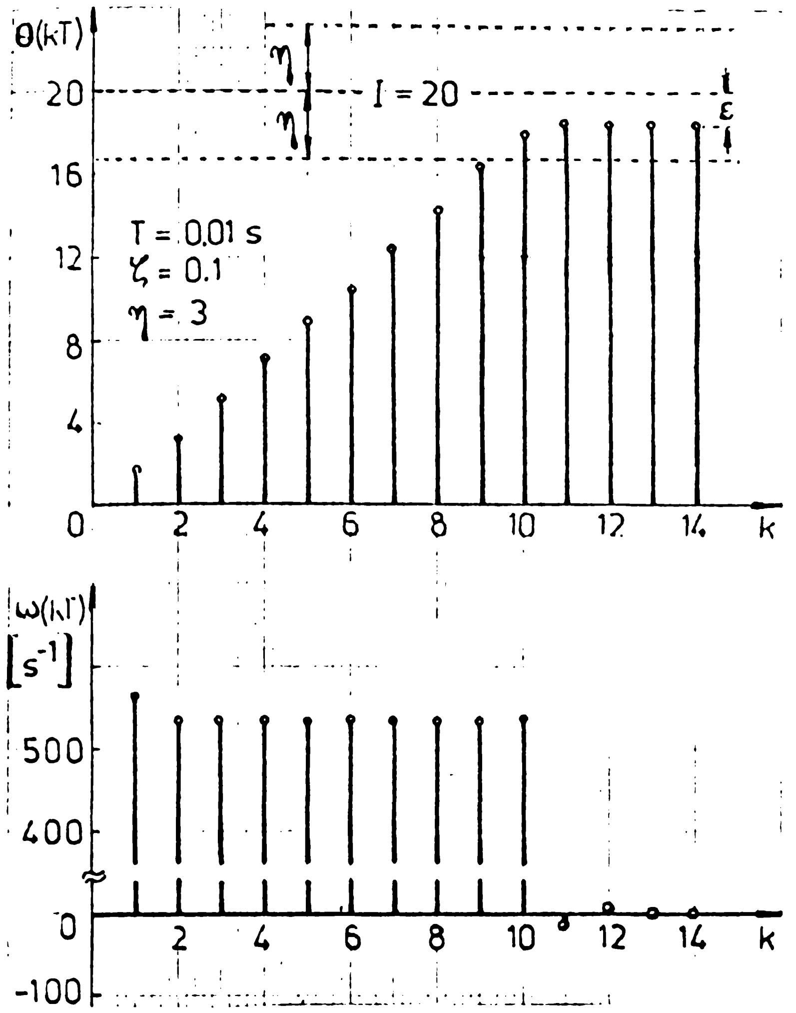
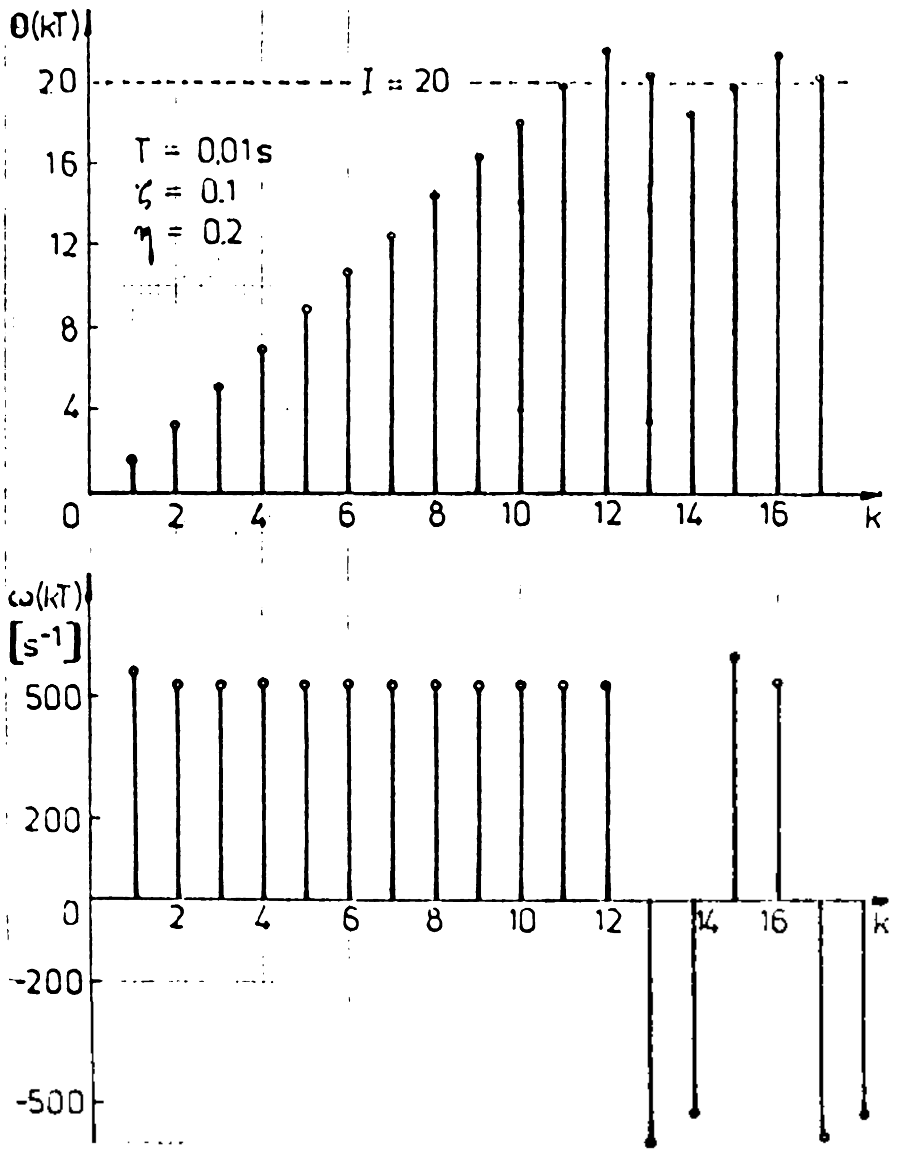


Fig.5.8. Organigrama de calcul a răspunsului SPMPP (cu θ_k şi ω_k s-au notat $\theta(kT)$, respectiv $\omega(kT)$).



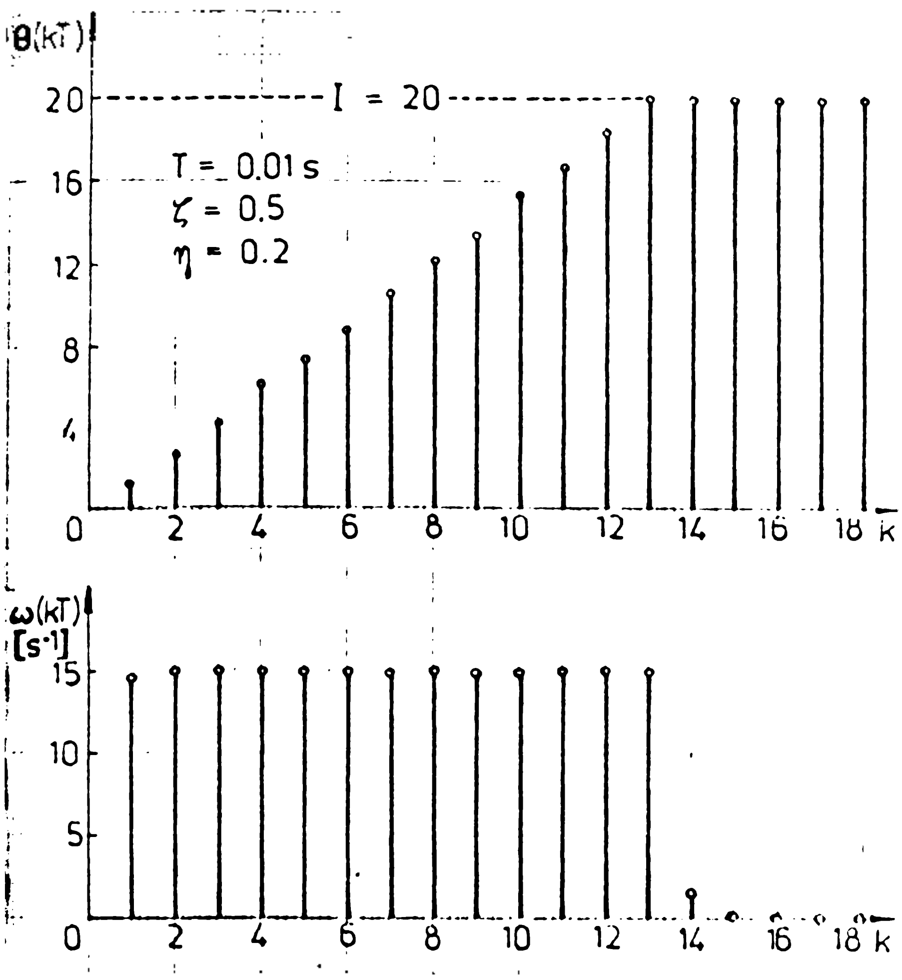
kT	θ(kT)	ω(kT)	m(kT)
0.000	0.000	0.000	1.000
.010	1.518	566.130	1.000
.020	3.361	533.619	1.000
.030	5.186	535.486	1.000
.040	7.012	535.379	1.000
.050	8.837	535.385	1.000
.060	10.663	535.385	1.000
.070	12.489	535.385	1.000
.080	14.314	535.385	1.000
.090	16.140	535.385	1.000
.100	17.966	535.385	0.000
.110	18.273	-30.745	0.000
.120	18.256	1.766	0.000
.130	18.257	-.101	0.000
.140	18.257	.006	0.000
.150	18.257	-.000	0.000
.160	18.257	.000	0.000
.170	18.257	.000	0.000
.180	18.257	.000	0.000
.190	18.257	.000	0.000
.200	18.257	.000	0.000
.210	18.257	.000	0.000

a)



kT	θ(kT)	ω(kT)	m(kT)
0.000	0.000	0.000	1.000
.010	1.518	566.130	1.000
.020	3.361	533.619	1.000
.030	5.186	535.486	1.000
.040	7.012	535.379	1.000
.050	8.837	535.385	1.000
.060	10.663	535.385	1.000
.070	12.489	535.385	1.000
.080	14.314	535.385	1.000
.090	16.140	535.385	1.000
.100	17.966	535.385	1.000
.110	19.791	535.385	1.000
.120	21.617	535.385	-1.000
.130	20.407	-596.874	-1.000
.140	18.546	-531.854	1.000
.150	19.758	596.672	1.000
.160	21.619	531.865	-1.000
.170	20.406	-596.672	-1.000
.180	18.546	-531.865	1.000
.190	19.758	596.672	1.000
.200	21.619	531.865	-1.000
.210	20.406	-596.672	-1.000

b)



kT	θ(kT)	ω(kT)	m(kT)
0.000	0.000	0.000	1.000
.010	1.536	14.910	1.000
.020	3.073	15.059	1.000
.030	4.609	15.060	1.000
.040	6.145	15.060	1.000
.050	7.682	15.060	1.000
.060	9.219	15.060	1.000
.070	10.755	15.060	1.000
.080	12.292	15.060	1.000
.090	13.828	15.060	1.000
.100	15.365	15.060	1.000
.110	16.901	15.060	1.000
.120	18.438	15.060	1.000
.130	19.974	15.060	0.000
.140	19.974	.151	0.000
.150	19.974	.002	0.000
.160	19.974	.000	0.000
.170	19.974	.000	0.000
.180	19.974	.000	0.000
.190	19.974	.000	0.000
.200	19.974	.000	0.000
.210	19.974	.000	0.000

c)

Fig.5.9. Răspunsul SPMPP în CIH: a,c-stabil; b-instabil.

Calculul răspunsului s-a efectuat pentru MPP cu datele din tabelul 3.11, adică s-au luat:

$K_a = \pi/2$, $\omega_o = 870\ s^{-1}$, $i = I = 20 \cong 12{,}73$ paşi electrici,
$T = 0{,}01\ s$ ($f = 100$ imp/s), $\theta(0) = \omega(0) = 0$,
$N = 20$ (număr de impulsuri de comandă).

Rezultatele obţinute sînt trasate în figura 5.9,a,b,c - cu indicaţiile respective pentru parametrii ζ şi η.

Se constată că valoarea finală a unghiului electric este diferită de mărimea impusă cu o eroare $|\varepsilon| < \eta$ (fig.5.9,a). Dacă se reduce pragul η, sistemul poate deveni instabil (fig.5.9,b), caz în care unghiul şi viteza prezintă oscilaţii întreţinute în jurul valorilor finale. Viteza instantanee prezintă oscilaţii mai pronunţate decît în cazul sistemului stabil. Dacă se măreşte factorul de amortizare ζ sistemul se poate readuce în stare stabilă, chiar şi pentru valori mici ale pragului η (fig.5.9,c).

5.3. Stabilitatea SPMPP în CIH

Din analiza răspunsului sistemului s-a putut constata că la anumite valori ale parametrilor ce definesc comportarea sa, sistemul devine instabil. Autorul lucrării va prezenta în continuare o metodă originală de studiu a stabilității SPMPP în CIH identificat anterior [43].

Din examinarea schemei bloc a SAMPP în circuit închis din figura 5.4 reiese că în componența ei intră un singur element neliniar-regulatorul de tip releu, precedat de eșantionatorul ideal. Sistemul a fost încadrat în categoria sistemelor automate cu eșantionare neliniare de tip releu. B.C.Kuo [58] a arătat despre stabilitatea acestor sisteme că dacă sistemul are ca răspuns o oscilație întreținută după anularea mărimii de referință i(t), atunci sistemul este instabil. Astfel, cu acest criteriu pentru studiul stabilității, se vor căuta autooscilațiile sistemului cînd i(t) = 0, și abaterea devine:

$$a(t) = i(t) - e(t) = - e(t) \tag{5.11}$$

Elementul neliniar este descris de funcția de descriere discretă [58], a cărei deducere se bazează pe ipoteza că semnalul de intrare în elementul neliniar $a^*(t)$ constă dintr-un tren de impulsuri modulate sinusoidal. De aici rezultă că abaterea a(t) trebuie să fie sinusoidală și, conform relației (5.11), și e(t) trebuie să fie sinusoidală, de aceeași perioadă. Admițînd că autooscilațiile de la ieșirea sistemului, în caz de instabilitate, au regim sinusoidal, de perioadă T_c, rezultă că și abaterea are același regim și deducerea funcției de descriere discretă a releului este posibilă.

Conform [58], funcția de descriere discretă reprezintă raportul dintre transformata z a mărimii de ieșire discrete $m^*(t)$ și transformata z a mărimii de intrare $a^*(t)$ presupusă modulată sinusoidal:

$$N(z) = \frac{M(z)}{A(z)} \tag{5.12}$$

Mărimea de intrare în eșantionatorul ideal, în cazul studierii stabilității, va fi sinusoidală:

$$a(t) = A\cos(\omega_c t + \varphi) \tag{5.13}$$

în care A este amplitudinea, φ este faza iar $\omega_c = 2\pi/T_c$ este pulsația oscilației întreținute de perioadă T_c. Această perioadă poate avea diferite valori, dar ea trebuie corelată cu perioada de eșantionare T. Dacă abaterea este sinusoidală de perioadă T_c, atunci între cele două perioade există relația:

$$T_c = nT \tag{5.14}$$

în care n este un număr întreg pozitiv, care, conform teoremei eșantionării [58], trebuie să fie cel puțin egal cu 2. Așadar:

$$n=2,3,4,\ldots \tag{5.15}$$

Considerînd cunoscute funcţia de descriere discretă N(z) şi funcţia de transfer în z a părţii liniare G(z), funcţia de transfer a sistemului în circuit închis este:

$$Y(z) = \frac{E(z)}{I(z)} = \frac{N(z) \cdot G(z)}{1 + N(z) \cdot G(z)} \qquad (5.16)$$

în care E(z), I(z) sînt transformatele z a semnalului de ieşire, respectiv intrare.

Studiul stabilităţii sistemului cu eşantionare neliniar se reduce la cercetarea numitorului funcţiei Y(z), adică a ecuaţiei:

$$G(z) = -\frac{1}{N(z)} \qquad (5.17)$$

care dă perioadele T de instabilitate a SPMPP pentru valori date ale parametrilor: ω_o, ζ, η, K_a.

5.3.1. Deducerea funcţiei de descriere discretă

Deoarece perioada oscilaţiei întreţinute T_c este un multiplu întreg al perioadei de eşantionare T, în deducerea lui N(z) se iau în considerare numai perioadele T.

Funcţia A(z) se obţine aplicînd transformata z asupra expresiei lui a(t), scrisă sub forma:

$$a(t) = A(\cos \omega_c t \cos\varphi - \sin \omega_c t \sin\varphi) \qquad (5.18)$$

rezultînd expresia:

$$A(z) = \frac{A \cdot z}{z^2 - 2z \cos \omega_c T + 1}\left[(z - \cos \omega_c T)\cos\varphi - \sin \omega_c T \sin\varphi\right] \qquad (5.19)$$

unde $\omega_c = 2\pi/nT$, (n=2,3,...).

Durata eşantionării p fiind infinitezimală, rezultă că mărimea de ieşire a releului m(t) va fi un tren de impulsuri unitare avînd o distribuţie în timp dependentă de valoarea lui n.

Se vor lua pe rînd valorile n = 2,3,4,6,8 şi se vor deduce pentru fiecare funcţiile Q(z) = - 1/N(z) necesare studierii stabilităţii.

a) Cazul $T_c = 2T$

In figura 5.10 sînt reprezentate variaţiile mărimilor de intrare şi ieşire a releului. Pentru simplificare s-a renunţat la plasarea pe desen a pragului η.

Impulsurile m(t) apar cînd p(t) = 1 şi $|a(t)| > \eta$. In funcţie de defazajul φ, distribuţia periodică în timp a impulsurilor la ieşirea releului poate fi modificată. In [58] se arată că domeniul de variaţie a lui φ, semnificativ pentru distribuţia impulsurilor m(t) este:

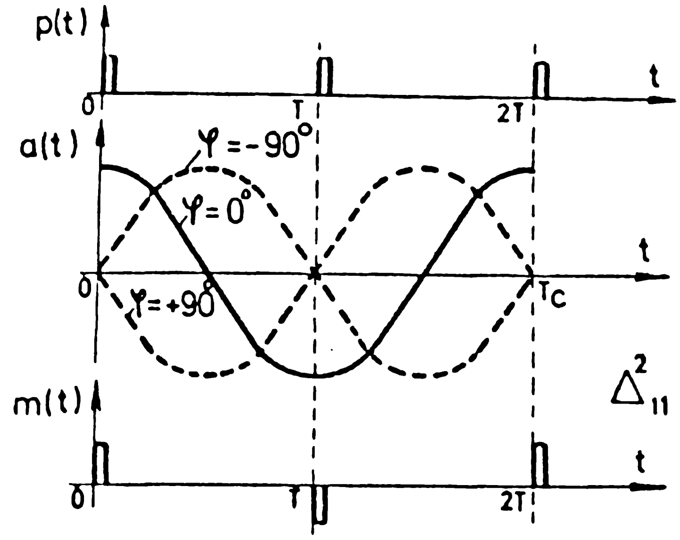


Fig.5.10. Autooscilaţiile în cazul $T_c = 2T$.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{n} \text{ (pentru n par)}$$
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{n} \text{ (pentru n impar)} \qquad (5.20)$$

De asemenea, pentru o distribuţie m(t) dată, amplitudinea A se încadrează între două limite, ceea ce arată că în locul unei singure funcţii Q(z), va exista o familie delimitată de valoarea lui $A(A_{min} \leq A \leq A_{max})$. Domeniul plan cuprins între aceste limite se numeşte regiune critică.

Conform celor arătate, pentru $T_c = 2T$, $\Delta\varphi = \pi(-90^\circ ... +90^\circ)$. Pentru ca la t=0 să existe impuls la ieşire trebuie ca:

$$A\cos(\omega_c t + \varphi) = A\cos\varphi > \eta$$

de unde rezultă:

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}, \; -90^\circ \leq \eta \leq +90^\circ \qquad (5.21)$$

iar valoarea maximă a amplitudinii poate fi oricît de mare:

$$A_{max} = \infty \qquad (5.22)$$

Trenul de impulsuri de la ieşirea releului este descris de funcţia:

$$m(t) = m^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \delta(t-kT) \qquad (5.23)$$

$\delta(t-kT)$ fiind impulsuri unitare (Dirac). Rezultă:

$$M^*(s) = \frac{1}{1 + e^{-sT}} \qquad (5.24)$$

şi după înlocuirea $z = e^{sT}$ rezultă:

$$M(z) = \frac{z}{z + 1} \qquad (5.25)$$

Cunoscînd că $\omega_c T = 2\pi/T_c \cdot T_c/2 = \pi$, expresia (5.19) devine:

$$A(z) = \frac{A \cdot z \cdot \cos\varphi}{z + 1} \qquad (5.26)$$

Cu expresiile (5.25) şi (5.26) rezultă inversa negativă a funcţiei de descriere discretă:

$$Q(z) = -\frac{1}{N(z)} = -\frac{A(z)}{M(z)} = -A\cos\varphi \qquad (5.27)$$

expresie care nu depinde de z, prin urmare faza $\emptyset$ a funcţiei Q(z) este constantă şi egală cu -180°. Prin combinarea relaţiilor (5.21), (5.22) cu (5.27) rezultă expresiile definitorii ale regiunilor critice pentru cazul $T_c = 2T$:

$$Q(z)\Big|_{min} = -\eta$$
$$Q(z)\Big|_{max} = -\infty \qquad (5.28)$$
$$\Phi = -180^\circ$$

Se adoptă în continuare pentru acest caz simbolul Δ^2_{11}, indicii 11 de jos arătînd că în m(t) un impuls pozitiv alternează cu un impuls negativ, iar indicele 2 de sus, că n=2.

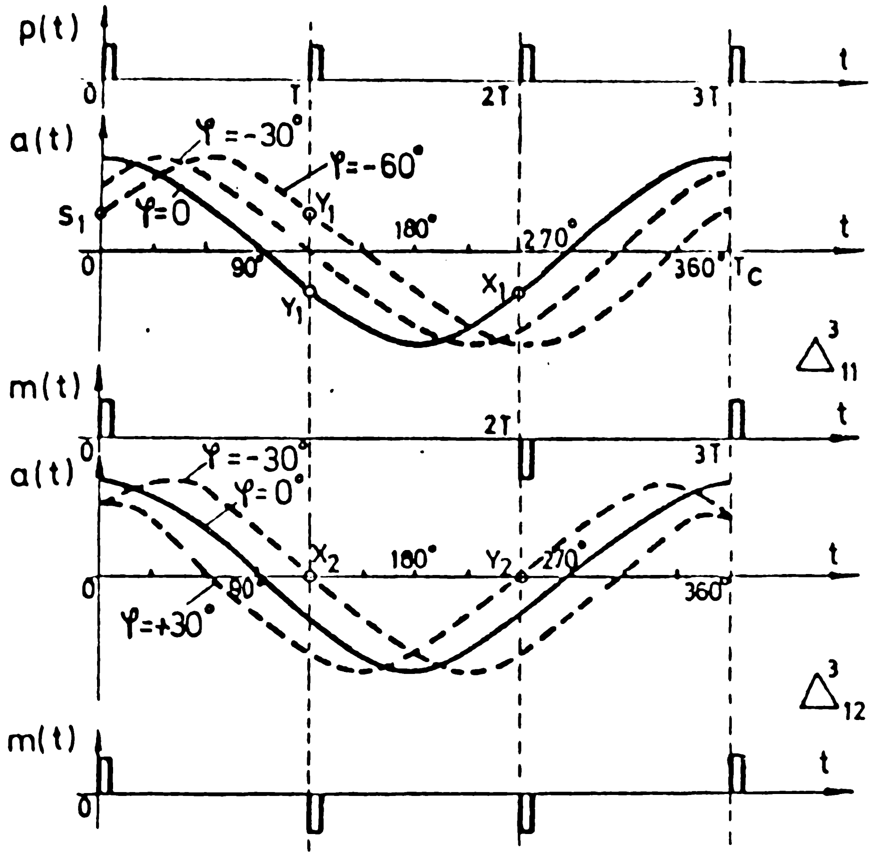


Fig.5.11. Autooscilaţiile sistemului pentru cazul T_c=3T.

b) Cazul $T_c = 3T$

Pot apărea două variante de distribuţii de impulsuri la ieşirea releului:

Δ^3_{11} - un impuls pozitiv alternativ cu unul negativ;

Δ^3_{12} - un impuls pozitiv alternativ cu două negative.

Din motive de periodicitate varianta Δ^3_{21} este identică cu Δ^3_{12}.

Varianta Δ^3_{11} este reprezentată în figura 5.11.

In acest caz $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$ ($-60^\circ \ldots 0^\circ$), iar limitele amplitudinii sînt:

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}\,, \quad \varphi = -60^\circ \ldots -30^\circ \ \text{(punctul } S_1\text{)} \qquad (5.29)$$

$$A_{min} = \frac{\eta}{|\cos(240^\circ+\varphi)|}\,, \quad \varphi = -30^\circ \ldots 0^\circ \ \text{(punctul } X_1\text{)}$$

$$A_{max} = \frac{\eta}{|\cos(120^\circ+\varphi)|}\,, \quad \varphi = -60^\circ \ldots 0^\circ \ \text{(punctele } Y_1\text{)}$$

Transformata Laplace discretă a funcţiei m(t) este suma funcţiilor corespunzătoare trenurilor de impulsuri pozitive şi negative:

$$S_1 = 1 + e^{-3sT} + e^{-6sT} + \ldots = \frac{1}{1 - e^{-3sT}}$$

$$S_2 = -e^{-2sT} - e^{-5sT} - \ldots = \frac{-e^{-2sT}}{1 - e^{-3sT}}$$

de unde:

$$M^*(s) = S_1 + S_2 = \frac{1 + e^{-sT}}{1 + e^{-sT} + e^{-2sT}} \qquad (5.30)$$

şi după înlocuirea $z = e^{sT}$ rezultă:

$$M(z) = \frac{z(z+1)}{z^2 + z + 1} \qquad (5.31)$$

Calculînd expresia A(z) pentru $\omega_c T = 120^o$ şi înlocuind în (5.19) rezultă:

$$Q(z) = -\frac{A}{z+1}\left[(z + \tfrac{1}{2})\cos\varphi - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\varphi\right] \qquad (5.32)$$

Inlocuind $z = e^{\bar{j}\omega_c T} = e^{\bar{j}120^o} = -\frac{1}{2} + \bar{j}\,\frac{\sqrt{3}}{2}$, se obţine:

$$Q(z) = \frac{\sqrt{3}}{2}\, A e^{\bar{j}(-150^o+\varphi)} \qquad (5.33)$$

Cu ajutorul limitărilor (5.29) se pot scrie pentru varianta Δ_{11}^3 expresiile aferente regiunilor critice:

$$|Q(z)|_{min} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{\eta}{\cos\varphi}, \qquad \varphi = -60^o \ldots -30^o$$

$$|Q(z)|_{min} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{\eta}{|\cos(240^o + \varphi)|}, \qquad \varphi = -30^o \ldots 0^o \qquad (5.34)$$

$$|Q(z)|_{max} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{\eta}{|\cos(120^o + \varphi)|}, \qquad \varphi = -60^o \ldots 0^o$$

$$\Phi_{\Delta_{11}^3} = -150^o + \varphi, \qquad \varphi = -60^o \ldots 0^o$$

Varianta Δ_{12}^3 este reprezentată tot în figura 5.11. Limitările amplitudinii A sînt:

$$A_{min} = \frac{\eta}{|\cos(240^o + \varphi)|}, \quad \varphi = 0^o \ldots +30^o \quad (\text{punctul } Y_2)$$

$$A_{min} = \frac{\eta}{|\cos(120^o + \varphi)|}, \quad \varphi = -30^o \ldots 0^o \quad (\text{punctul } X_2) \qquad (5.35)$$

$$A_{max} = \infty$$

Funcţia $M^*(s)$ se obţine similar:

$$M^*(s) = \frac{1 - e^{-sT} - e^{-2sT}}{1 - e^{-3sT}} \qquad (5.36)$$

din care se obţine M(z) prin înlocuirea $z = e^{sT}$:

$$M(z) = \frac{z(z^2 - z - 1)}{z^3 - 1} \qquad (5.37)$$

Corespunzător se exprimă:

$$Q(z) = \frac{3}{4}\, A e^{\bar{j}(-180^\circ + \varphi)} \tag{5.38}$$

Varianta $\Delta_{12}^{3} \equiv \Delta_{21}^{3}$ se poate exprima aşadar prin relaţiile:

$$|Q(z)|_{min} = \frac{3}{4}\,\frac{\eta}{|\cos(120^\circ + \varphi)|}\,, \quad \varphi = -30^\circ \ldots 0^\circ$$

$$|Q(z)|_{min} = \frac{3}{4}\,\frac{\eta}{|\cos(240^\circ + \varphi)|}\,, \quad \varphi = 0^\circ \ldots +30^\circ \tag{5.39}$$

$$|Q(z)|_{max} = \infty$$

$$\Phi_{\Delta_{12}^{3}} = -180^\circ + \varphi\,, \qquad \varphi = -30^\circ \ldots +30^\circ$$

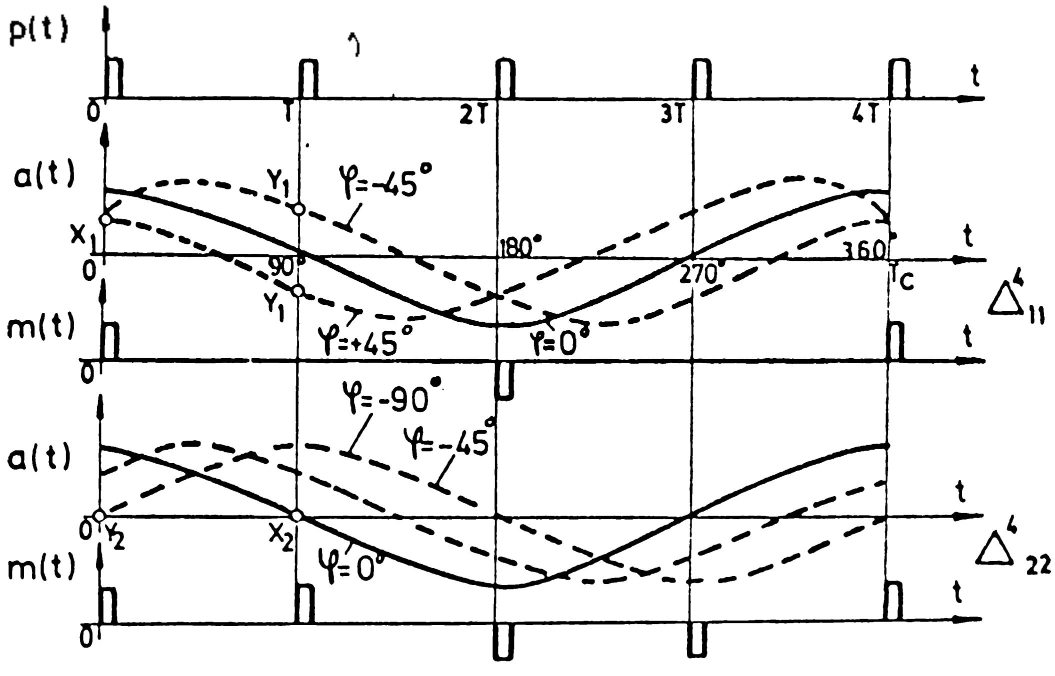


Fig.5.12. Autooscilaţiile în cazul T_c=4T.

Dată fiind cunoscută metodologia de obţinere a inversei negative a funcţiei de descriere discrete Q(z), pentru cazurile următoare (n = 4,6,8) se vor prezenta direct rezultatele.

c) Cazul T_c = 4T (fig.5.12)

Varianta Δ_{11}^{4}

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}\,, \quad \varphi = -45^\circ \ldots +45^\circ \quad \text{(punctul } X_1\text{)} \tag{5.40}$$

$$A_{max} = \frac{\eta}{|\cos(90^\circ + \varphi)|} = \frac{\eta}{|\sin\varphi|}\,, \quad \varphi = -45^\circ \ldots +45^\circ \quad \text{(punctul } Y$$

$$M^*(s) = \frac{1}{1 + e^{-2sT}} \tag{5.41}$$

$$M(z) = \frac{z^2}{z^2 + 1} \tag{5.42}$$

iar cu $\omega_c T = 90^\circ$ şi $z = e^{\bar{j}\omega_c T} = +\bar{j}$, rezultă:

$$Q(z) = Ae^{\bar{j}(-180^\circ+\varphi)} \qquad (5.43)$$

Varianta Δ^{4}_{22}

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}, \qquad \varphi = -90^\circ \ldots -45^\circ \quad (\text{punctul } Y_2)$$

$$A_{min} = \frac{\eta}{|\sin\varphi|}, \qquad \varphi = -45^\circ \ldots 0^\circ \quad (\text{punctul } X_2) \qquad (5.44)$$

$$A_{max} = \infty$$

$$M^*(s) = \frac{1 + e^{-sT}}{1 + e^{-2sT}} \qquad (5.45)$$

$$M(z) = \frac{z(z + 1)}{z^2 + 1} \qquad (5.46)$$

$$Q(z) = \sqrt{2}\, Ae^{\bar{j}(-135^\circ+\varphi)} \qquad (5.47)$$

d) Cazul T_c=6T (fig.5.13)

Varianta Δ^{6}_{11}

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}, \qquad \varphi = -30^\circ \ldots +30^\circ \quad (\text{punctul } X_1)$$

$$A_{max} = \frac{\eta}{\cos(60^\circ + \varphi)}, \qquad \varphi = -30^\circ \ldots 0^\circ \quad (\text{punctul } S_1) \qquad (5.48)$$

$$A_{max} = \frac{\eta}{|\cos(120^\circ + \varphi)|}, \qquad \varphi = 0^\circ \ldots +30^\circ \quad (\text{punctul } Y_1)$$

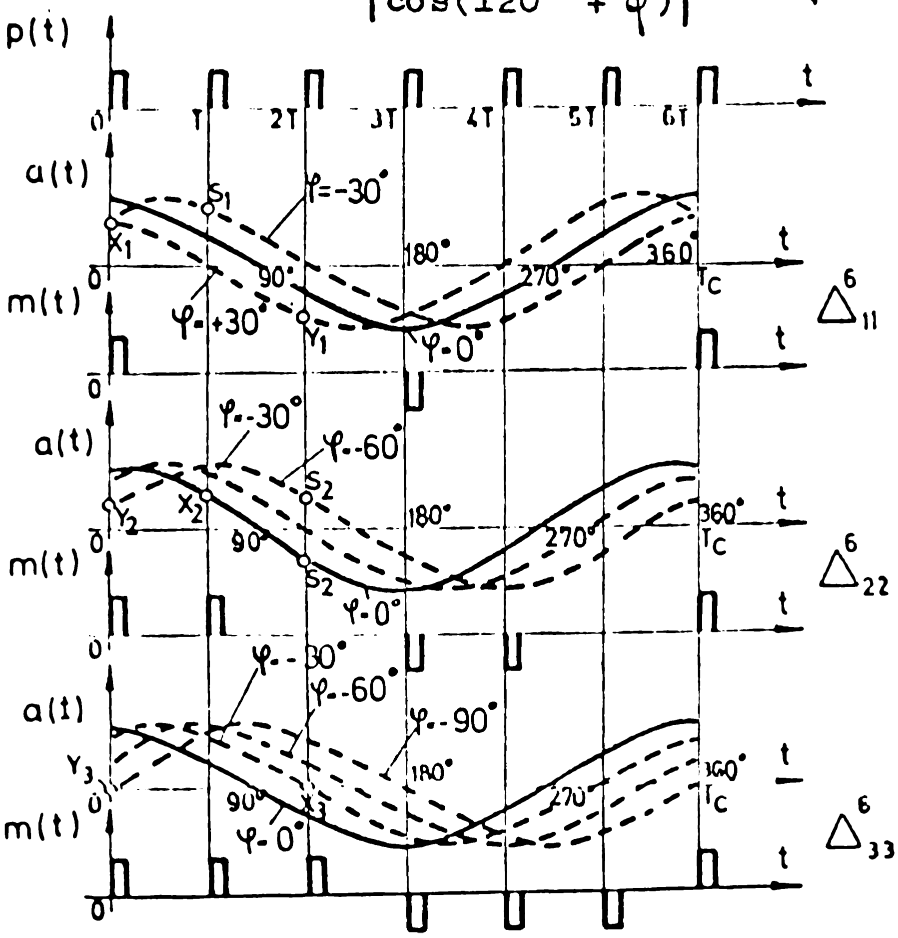


Fig.5.13.Autooscilaţiile în cazul T_c=6T.

$$M^*(s) = \frac{1}{1+e^{-3sT}} \qquad (5.49)$$

$$M(z) = \frac{z^3}{z^3 + 1} \qquad (5.50)$$

$$\omega_c T = 60^\circ,$$

$$z = e^{\bar{j}60^\circ} = \frac{1}{2} + \bar{j}\,\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$Q(z) = \frac{3}{2}\, Ae^{\bar{j}(-180^\circ+\varphi)} \qquad (5.51)$$

Varianta Δ_{22}^{6}

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}, \qquad \varphi = -60^\circ \ldots -30^\circ \text{ (punctul } Y_2\text{)}$$

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos(60^\circ + \varphi)}, \qquad \varphi = -30^\circ \ldots 0^\circ \text{ (punctul } X_2\text{)} \tag{5.52}$$

$$A_{max} = \frac{\eta}{|\cos(120^\circ + \varphi)|}, \qquad \varphi = -60^\circ \ldots 0^\circ \text{ (punctele } S_2\text{)}$$

$$M^*(s) = \frac{1 + e^{-sT}}{1 + e^{-4sT}} \tag{5.53}$$

$$M(z) = \frac{z^3(z+1)}{z^4 + 1} \tag{5.54}$$

$$Q(z) = \frac{\sqrt{3}}{2} A e^{j(-150^\circ + \varphi)} \tag{5.55}$$

Varianta Δ_{33}^{6}

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}, \qquad \varphi = -90^\circ \ldots -60^\circ \text{ (punctul } Y_3\text{)}$$

$$A_{min} = \frac{\eta}{|\cos(120^\circ + \varphi)|}, \qquad \varphi = -60^\circ \ldots -30^\circ \text{ (punctul } X_3\text{)}$$

$$A_{max} = \infty \tag{5.56}$$

$$M^*(s) = \frac{1 + e^{-sT} + e^{-2sT}}{1 + e^{-3sT}} \tag{5.57}$$

$$M(z) = \frac{z(z^2 + z + 1)}{z^3 + 1} \tag{5.58}$$

$$Q(z) = \frac{3}{4} A e^{j(-120^\circ + \varphi)} \tag{5.59}$$

e) Cazul $T_c = 8T$ (fig.5.14)

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}, \qquad \varphi = -22{,}5^\circ \ldots +22{,}5^\circ \text{ (punctul } X_1\text{)}$$

$$A_{max} = \frac{\eta}{\cos(45^\circ + \varphi)}, \qquad \varphi = -22{,}5^\circ \ldots 0^\circ \text{ (punctul } Y_1\text{)} \tag{5.60}$$

$$A_{max} = \frac{\eta}{|\cos(135^\circ + \varphi)|}, \qquad \varphi = 0^\circ \ldots +22{,}5^\circ \text{ (punctul } S_1\text{)}$$

$$M^*(s) = \frac{1}{1 + e^{-4sT}} \tag{5.61}$$

$$M(z) = \frac{z^4}{z^4 + 1} \tag{5.62}$$

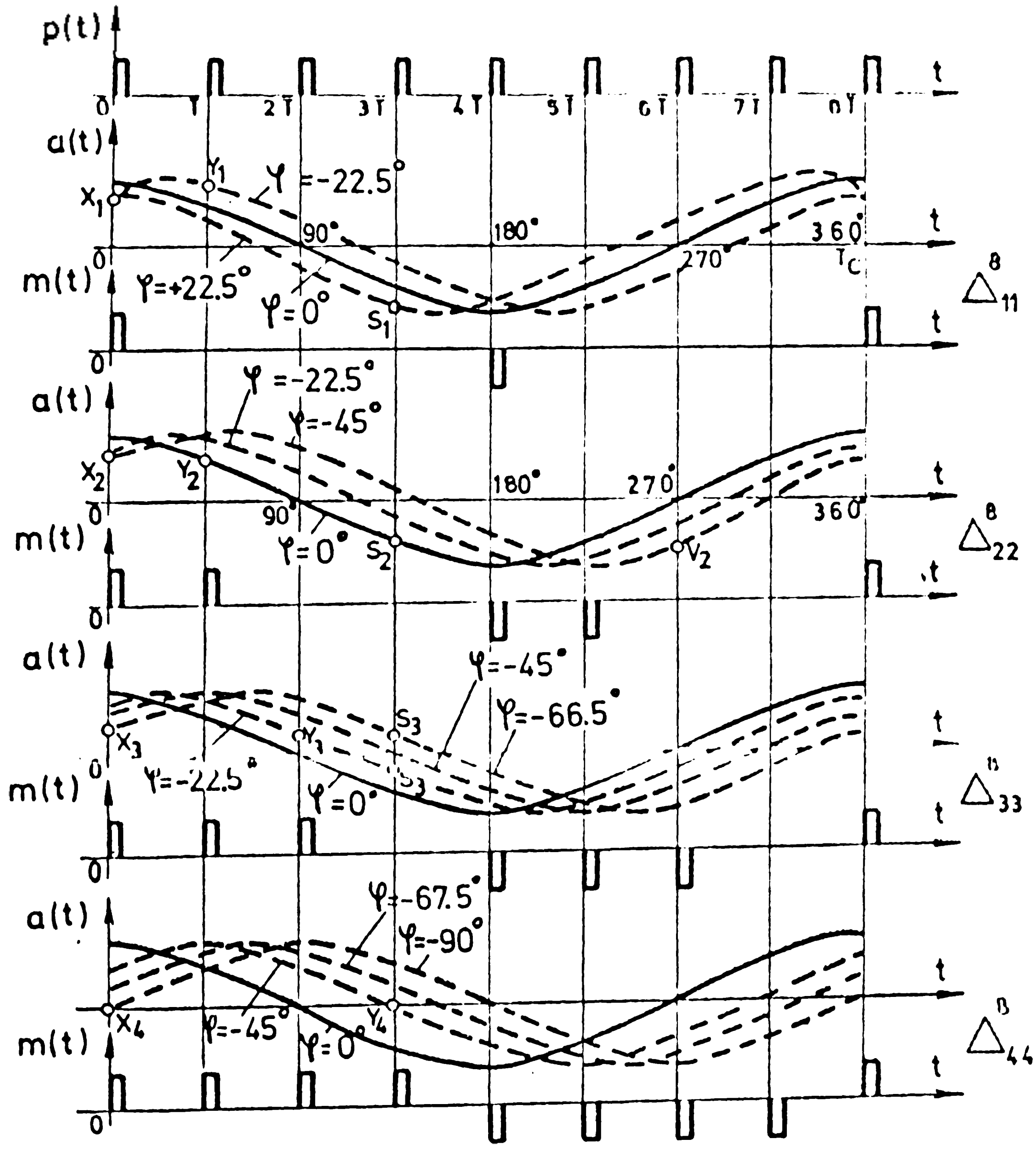


Fig.5.14. Autooscilaţiile în cazul $T_c = 8T$.

Pentru cazul T_c=8T: $\omega_c T = 45^o$, $z = e^{j45^o} = \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$Q(z) = Ae^{j(-180^o+\varphi)} \qquad (5.63)$$

Varianta Δ_{22}^{8}

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}, \qquad \varphi = -45^o \ldots -22,5^o \text{(punctul } X_2\text{)}$$

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos(45^o+\varphi)}, \qquad \varphi = -22,5^o \ldots 0^o \text{(punctul } Y_2\text{)} \quad (5.64)$$

$$A_{max} = \frac{\eta}{|\cos(135^o+\varphi)|}, \qquad \varphi = -22,5^o \ldots 0^o \text{(punctul } S_2\text{)}$$

$$A_{max} = \frac{\eta}{|\cos(270^o+\varphi)|}, \qquad \varphi = -45^o \ldots -22,5^o \text{(punctul } V_2\text{)}$$

$$M^*(s) = \frac{1 + e^{-sT}}{1 + e^{-4sT}} \qquad (5.65)$$

$$M(z) = \frac{z^3(z+1)}{z^4+1} \tag{5.66}$$

$$Q(z) = \frac{A}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}\, e^{\bar{j}(-157,5^\circ+\varphi)} \tag{5.67}$$

Varianta Δ^{8}_{33}

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}, \quad \varphi = -67,5^\circ \ldots -45^\circ \text{ (punctul } X_3)$$

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos(90^\circ+\varphi)}, \quad \varphi = -45^\circ \ldots -22,5^\circ \text{(punctul } Y_3) \tag{5.68}$$

$$A_{max} = \frac{}{|\cos(135^\circ+\varphi)|}, \quad \varphi = -67,5^\circ \ldots -22,5^\circ \text{(punctul } S_3)$$

$$M^*(s) = \frac{1+e^{-sT}+e^{-2sT}}{1+e^{-4sT}} \tag{5.69}$$

$$M(z) = \frac{z^2(z^2+z+1)}{z^4+1} \tag{5.70}$$

$$Q(z) = \frac{A}{1+\sqrt{2}}\, e^{\bar{j}(-135^\circ+\varphi)} \tag{5.71}$$

Varianta Δ^{8}_{44}

$$A_{min} = \frac{\eta}{\cos\varphi}, \quad \varphi = -90^\circ \ldots -67,5^\circ \text{ (punctul } X_4)$$

$$A_{min} = \frac{\eta}{|\cos(135^\circ+\varphi)|}, \quad \varphi = -67,5^\circ \ldots -45^\circ \text{(punctul } Y_4)$$

$$A_{max} = \infty \tag{5.72}$$

$$M^*(s) = \frac{1+e^{-sT}+e^{-2sT}+e^{-3sT}}{1+e^{-4sT}} \tag{5.73}$$

$$M(z) = \frac{z(z^3+z^2+z+1)}{z^4+1} \tag{5.74}$$

$$Q(z) = \frac{A}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}\, e^{\bar{j}(-112,5^\circ+\varphi)} \tag{5.75}$$

5.3.2. Deducerea funcţiei de transfer în z a părţii liniare

Funcţia de transfer în s a părţii liniare a sistemului automat, avînd expresia (5.1), se mai poate scrie:

$$G(s) = \frac{K_a\,\omega_o^2}{s(s^2+2\zeta\omega_o s+\omega_o^2)} = \frac{K_a\,\omega_o^2}{s\left[(s+\alpha)^2+\beta^2\right]} \tag{5.76}$$

Din tabelul transformatelor z [58] se deduce:

$$G(z) = \frac{K_a\omega_o^2}{\alpha^2+\beta^2}\left[\frac{z}{z-1} - \frac{z^2 - ze^{-\alpha T}\sec\delta\cos(\beta T+\delta)}{z^2 - 2ze^{-\alpha T}\cos\beta T + e^{-2\alpha T}}\right] =$$

$$= K_a\left[\frac{z}{z-1} - \frac{z^2 - ze^{-\alpha T}\sec\delta\cos(\beta T+\delta)}{z^2 - 2ze^{-\alpha T}\cos\beta T + e^{-2\alpha T}}\right] \qquad (5.77)$$

în care α, β şi δ s-au definit în (5.9).

In expresia (5.77) $z = e^{\bar{j}\omega_c T}$, deci poate lua valorile indicate în tabelul 5.1.

Tabelul 5.1

n	2	3	4	6	8
$\omega_c T$	180°	120°	90°	60°	45°
$z = x + \bar{j}y$	$-1+\bar{j}0$	$-\frac{1}{2} + \bar{j}\frac{\sqrt{3}}{2}$	$0+\bar{j}1$	$\frac{1}{2} + \bar{j}\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} + \bar{j}\frac{\sqrt{2}}{2}$

Pentru a fi practică, în expresia G(z) trebuie despărţite partea reală de partea imaginară. Efectuînd calculele asupra expresiei (5.77) se obţin:

$$\mathrm{Re}\,G = K_a\left[\frac{x(x-1)+y^2}{(x-1)^2+y^2} - \frac{ac+bd}{c^2+d^2}\right]$$

$$\mathrm{Im}\,G = K_a\left[\frac{-y}{(x-1)^2+y^2} - \frac{bc-ad}{c^2+d^2}\right] \qquad (5.78)$$

în care x, y, a, b, c, d au semnificaţiile:

$$z = x + \bar{j}y$$

$$a = x^2 - y^2 - x\,\frac{e^{-\alpha T}\cos(\beta T+\delta)}{\cos\delta}$$

$$b = 2xy - y\,\frac{e^{-\alpha T}\cos(\beta T+\delta)}{\cos\delta} \qquad (5.79)$$

$$c = x^2 - y^2 - 2xe^{-\alpha T}\cos\beta T + e^{-2\alpha T}$$

$$d = 2xy - 2ye^{-\alpha T}\cos\beta T.$$

5.3.3. Determinarea stabilităţii sistemului

Consideraţiile făcute anterior asupra stabilităţii s-au rezumat la cercetarea ecuaţiei (5.17). Rezolvarea acestei ecuaţii pentru T = 0 ... ∞ se va face pe cale grafică, utilizînd planul atenuare-fază. Punctele de intersecţie între curbele G(z) şi Q(z) vor da perioadele T la care sistemul automat este instabil.

Funcţia complexă G(z) este reprezentată în planul atenuare-fază prin funcţiile:

$$G^{dB} = 10 \log \left[(\mathrm{Re}\ G)^2 + (\mathrm{Im}\ G)^2\right] \qquad (5.80)$$

$$\Phi_G = \mathrm{arctg}\, \frac{\mathrm{Im}\ G}{\mathrm{Re}\ G} \qquad (5.81)$$

şi au ca parametru perioada de eşantionare T cuprinsă între 0 şi ∞.

Inversa negativă a funcţiei de descriere discretă Q(z) nu depinde de T, ci de faza φ a oscilaţiilor de la intrarea în eşantionatorul ideal. In planul atenuare-fază regiunile critice se definesc prin funcţii de forma:

$$Q^{dB} = 20 \log \frac{v_1 \eta}{|\cos(\gamma_1 + \varphi)|} \qquad (5.82)$$

$$\Phi_Q = \tau_1 + \varphi \qquad (5.83)$$

în care φ variază între două valori dependente de varianta de distribuţie în timp a impulsurilor la ieşirea releului (notată cu Δ^n_{ij}) iar v_1, γ_1 şi τ_1 depind de asemenea de varianta Δ^n_{ij}.

Ţinînd seama de limitările amplitudinii A, se scriu funcţiile de forma (5.82) şi (5.83) reprezentative pentru cazurile tratate $T_c = nT$ (n=2,3,4,6,8), redate în tabelul 5.2.

Valoarea pragului de insensibilitate η, pentru toate cazurile, se va lua egală cu unitatea, ceea ce corespunde la $2/\pi \cdot 100\% = 63{,}7\%$ din pasul electric al MPP.

Calculul şi trasarea curbelor G^{dB} şi Q^{dB} în planul atenuare-fază s-a făcut cu ajutorul unui calculator tip Hewlett Packard 9820. Un exemplu de interpretare a rezultatelor se prezintă în figura 5.15 pentru $T_c = 4T$ şi $\zeta = 0{,}1$.

Se observă că G^{dB} intersectează regiunile critice Q^{dB} pentru diferite valori ale perioadei de eşantionare T: 1,2 ... 1,35 ms, 3,6 ... 4 ms, 5,75 ... 6,3 ms, care corespund unor frecvenţe de comandă a MPP, f, respectiv: 833 ... 742 imp/s, 278 ... 250 imp/s, 174 ... 159 imp/s, la care sistemul automat este instabil. In aceste cazuri în răspunsul sistemului apar oscilaţii întreţinute de perioadă $T_c = 4T$.

Dacă regiunile critice s-ar situa mai sus cu distanţa CD = = 14 dB, sistemul ar fi absolut stabil pentru orice T, pentru $\zeta = 0{,}1$. Cu ajutorul relaţiei (5.82) rezultă valoarea optimă a pragului de insensibilitate:

Tabelul 5.2

n	Δ_{11}^{n}	Q_{min}^{dB}	Q_{max}^{dB}	φ^{rad}
2	Δ_{11}^{2}	$20\log\eta$	∞	$-\pi$
3	Δ_{11}^{3}	$20\log\frac{\sqrt{3}\,\eta}{2\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{3}\dots-\frac{\pi}{6})$	$20\log\frac{\sqrt{3}\,\eta}{2\lvert\cos(\frac{2\pi}{3}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{3}\dots 0)$	$-\frac{5\pi}{6}+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{3}\dots 0)$
		$20\log\frac{\sqrt{3}\,\eta}{2\lvert\cos(\frac{2\pi}{3}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{6}\dots 0)$		
	Δ_{12}^{3}	$20\log\frac{3\eta}{4\lvert\cos(\frac{2\pi}{3}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{6}\dots 0)$	∞	$-\pi+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{6}\dots+\frac{\pi}{6})$
		$20\log\frac{3\eta}{4\lvert\cos(\frac{4\pi}{3}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=0\dots+\frac{\pi}{6})$		
4	Δ_{11}^{4}	$20\log\frac{\eta}{\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{4}\dots+\frac{\pi}{4})$	$20\log\frac{\eta}{\lvert\sin\varphi\rvert}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{4}\dots+\frac{\pi}{4})$	$-\pi+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{4}\dots+\frac{\pi}{4})$
	Δ_{22}^{4}	$20\log\frac{\sqrt{2}\,\eta}{\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{2}\dots-\frac{\pi}{4})$	∞	$-\frac{3\pi}{4}+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{2}\dots 0)$
		$20\log\frac{\sqrt{2}\,\eta}{\lvert\sin\varphi\rvert}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{4}\dots 0)$		
6	Δ_{11}^{6}	$20\log\frac{3\eta}{2\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{6}\dots+\frac{\pi}{6})$	$20\log\frac{3\eta}{2\cos(\frac{\pi}{3}+\varphi)}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{6}\dots 0)$	$-\pi+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{6}\dots+\frac{\pi}{6})$
			$20\log\frac{3\eta}{2\lvert\cos(\frac{5\pi}{3}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=0\dots+\frac{\pi}{6})$	
	Δ_{22}^{6}	$20\log\frac{\sqrt{3}\,\eta}{2\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{2}\dots-\frac{\pi}{3})$	$20\log\frac{\sqrt{3}\,\eta}{2\lvert\cos(\frac{2\pi}{3}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{3}\dots 0)$	$-\frac{5\pi}{6}+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{3}\dots 0)$
		$20\log\frac{\sqrt{3}\,\eta}{2\cos(\frac{\pi}{3}+\varphi)}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{3}\dots 0)$		

Tabelul 5.2
(continuare)

n	Δ_{ii}^{n}	Q_{min}^{dB}	Q_{max}^{dB}	φ^{rad}
	Δ_{33}^{6}	$20\log\frac{3\eta}{4\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{2}\dots-\frac{\pi}{3})$	∞	$-\frac{2\pi}{3}+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{2}\dots-\frac{\pi}{6})$
		$20\log\frac{3\eta}{4\lvert\cos(\frac{2\pi}{3}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{3}\dots-\frac{\pi}{6})$		
8	Δ_{11}^{8}	$20\log\frac{\eta}{\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{8}\dots+\frac{\pi}{8})$	$20\log\frac{\eta}{\cos(\frac{\pi}{4}+\varphi)}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{8}\dots 0)$	$-\pi+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{8}\dots+\frac{\pi}{8})$
			$20\log\frac{\eta}{\lvert\cos(\frac{3\pi}{4}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=0\dots+\frac{\pi}{8})$	
	Δ_{22}^{8}	$20\log\frac{\eta}{\sqrt{2+\sqrt{2}}\,\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{4}\dots-\frac{\pi}{8})$	$20\log\frac{\eta}{\sqrt{2-\sqrt{2}}\,\lvert\cos(\frac{3\pi}{2}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{4}\dots-\frac{\pi}{8})$	$-\frac{7\pi}{8}+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{4}\dots 0)$
		$20\log\frac{\eta}{\sqrt{2+\sqrt{2}}\,\cos(\frac{\pi}{4}+\varphi)}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{8}\dots 0)$	$20\log\frac{\eta}{\sqrt{2-\sqrt{2}}\,\lvert\cos(\frac{3\pi}{4}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{8}\dots 0)$	
	Δ_{33}^{8}	$20\log\frac{\eta}{(1+\sqrt{2})\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{3\pi}{8}\dots-\frac{\pi}{4})$	$20\log\frac{\eta}{(1+\sqrt{2})\lvert\cos(\frac{3\pi}{4}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=-\frac{3\pi}{8}\dots-\frac{\pi}{8})$	$-\frac{3\pi}{4}+\varphi$ $(\varphi=-\frac{3\pi}{8}\dots-\frac{\pi}{8})$
		$20\log\frac{\eta}{(1+\sqrt{2})\cos(\frac{\pi}{4}+\varphi)}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{4}\dots-\frac{\pi}{8})$		
	Δ_{44}^{8}	$20\log\frac{\eta}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}\,\cos\varphi}$ $(\varphi=-\frac{\pi}{2}\dots-\frac{3\pi}{8})$	∞	$-\frac{5\pi}{8}+\varphi$ $(\varphi=-\frac{\pi}{2}\dots-\frac{\pi}{4})$
		$20\log\frac{\eta}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}\,\lvert\cos(\frac{3\pi}{4}+\varphi)\rvert}$ $(\varphi=-\frac{3\pi}{8}\dots-\frac{\pi}{4})$		

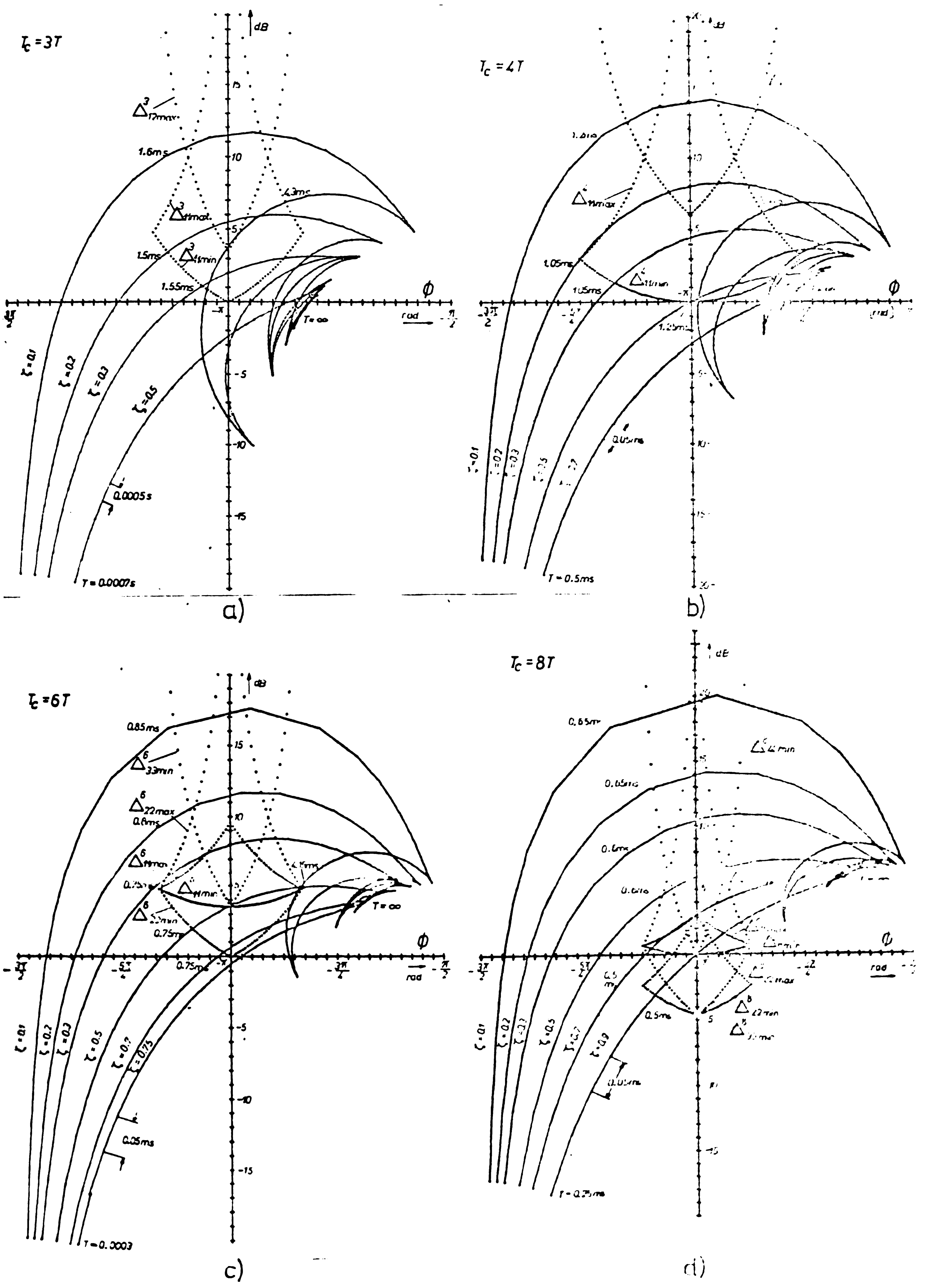


Fig.5.17. Planul atenuare-fază pentru: a- T_c=3T; b- T_c=4T; c- T_c=6T; d- T_c=8T.

Tabelul [illegible]

n / ζ	2			3			4			6			8		
	Z.instab. τ[ms]	CD [dB]	$\frac{\eta_{opt}}{\theta_e}$	Z.instab. τ[ms]	CD [dB]	$\frac{\eta_{opt}}{\theta_e}$	Z.instab. τ[ms]	CD [dB]	$\frac{\eta_{opt}}{\theta_e}$	Z.instab. τ[ms]	CD [dB]	$\frac{\eta_{opt}}{\theta_e}$	Z.instab. τ[ms]	CD [dB]	$\frac{\eta_{opt}}{\theta_e}$
0,1	2...3 6,5...7,8 11,4...13	13	2,85	1,6 ...1,75 4,3 ...4,65	11,5	2,4	1,2 ...1,35 3,6 ...4 5,75...6	14	3,19	0,85...0,95 4,15...4,2	17,4	4,6	0,65...0,75	24,3	10,4
0,2	2...3,2 6,8...7,7	6,8	1,39	1,5 ...1,85	5,5	1,2	1,05...1,4 3,65...4,15	8	1,6	0,8 ...0,95	11,5	2,4	0,65...0,75	18,6	5,4
0,3	2...3,4	4,7	1,1	1,55...1,85	2	0,8	1,05...1,55	4,7	1,1	0,75...1	8	1,6	0,6 ...0,75	15	3,58
0,5	2,4...3,3	0,8	0,7	-	abs.st.		1,25...1,75	1	0,71	0,75...1,15	3,4	0,96	0,6 ...0,8	10,6	2,16
0,7	-	abs.st.		-	abs.st.		-	abs.st.		0,75...1,05	0,8	0,7	0,55...0,8	7,6	1,55
0,75	-	abs.st.		-	abs.st.		-	abs.st.		-	abs.st.				
0,9	-	abs.st.		-	abs.st.		-	abs.st.		-	abs.st.		0,5 ...0,85	5	1,11

Concluzii

1. Intre valoarea pragului de insensibilitate η şi precizia staţionară a sistemului ε trebuie făcut un compromis. Crescînd η se măreşte stabilitatea sistemului dar scade precizia staţionară.

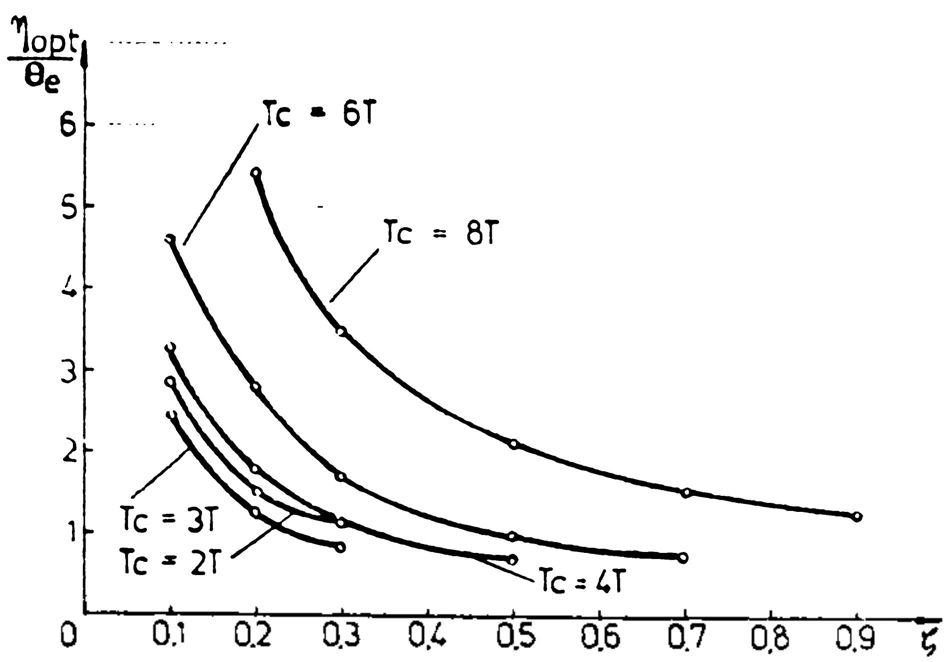


Fig.5.18. Alegerea pragului de insensibilitate optim.

2. Factorul de amortizare ζ are o mare influenţă asupra stabilităţii. In figura 5.18 se dă variaţia pragului optim de insensibilitate (raportat la pasul electric) cu creşterea factorului de amortizare. Pentru un factor η dat, rezultă cît trebuie luat pragul η_{opt} pentru a nu apărea autooscilaţii în sistem la nici o frecvenţă de comandă.

3. In calculul stabilităţii s-au luat valorile $n=2,3,4,6,8$, dar se puteau lua şi valorile $n > 8$, calculele fiind similare. Limi-

tarea la valoarea n=8 s-a făcut din considerentul că, cu creşterea lui n, regiunile critice se îngustează şi intersectează locul G^{dB} o singură dată, pentru o perioadă de eşantionare T tot mai mică. Cum T reprezintă chiar perioada impulsurilor de comandă a MPP, rezultă că pentru n mai mare, valoarea lui T la care apar autooscilaţii iese din cazurile practice. Cazurile n=5 sau n=7 dau rezultate uşor de obţinut prin interpolare.

4. Pentru un sistem dat, cu valori cunoscute pentru ω_0, ζ, K_a, alegerea pragului η se va face după diagrama din figura 5.16, neglijînd cazurile n > 8, conform concluziei anterioare; dacă şi η este impus, atunci cu ajutorul diagramelor atenuare-fază sau tabelul 5.3, se pot stabili perioadele T, respectiv frecvenţele de comandă a MPP, 1/T, care trebuie evitate.

5. La studiul stabilităţii s-a lucrat cu mărimea relativă a pasului MPP (pasul electric) ceea ce a dus la simplificarea expresiilor de calcul şi la generalizarea metodei pentru orice tip de MPP şi orice mecanism de transmisie de la arborele MPP. De asemenea traductorul şi blocul care dă mărimea de referinţă nu au intrat în studiu. Rezultatele obţinute se pot transpune cu uşurinţă pentru mărimi reale, avînd în vedere că [100] :

$$\frac{\eta_{opt}}{\theta_e} = \frac{\varepsilon_r}{\tau_r} \qquad (5.84)$$

unde ε_r este eroarea de poziţionare maxim admisă iar τ_r incrementul liniar al mişcării organului mobil la un pas al MPP.

6. SISTEME DE POZITIONARE CU MPP IN BUCLA MINORA

Proprietatea de univocitate a conversiei impulsului de comandă în deplasare, specifică MPP, stă la baza celor mai simple sisteme de poziționare -în circuit deschis- de neconceput cu alte tipuri de motoare electrice. Deși este o proprietate excepțională, univocitatea conversiei impuls/deplasare este limitată ca performanță din următoarele cauze:

- nu există certitudinea că deplasarea finală reflectă exact numărul impulsurilor de comandă prestabilit. Pierderea accidentată a pașilor se poate datora unei cauze exterioare (șoc mecanic) sau interioare (rezonanța de comutație);
- caracterul puternic oscilant al unghiului și vitezei unghiulare (v.fig.3.6) influențează negativ traiectoria de poziționare;
- frecvențele maxime de pornire, oprire, reversare și mers sînt relativ mici;
- trecerea de la regimul de accelerare la cel de mers și apoi la decelerare și oprire impune o lege de variație a frecvenței de comandă [67,68].

Din ideea de a stabili o relație biunivocă între informația numerică de comandă și deplasarea efectuată, s-a născut principiul comenzii în funcție de unghi a MPP, închizînd o buclă numerică, denumită buclă minoră [22,23,24], între rotorul MPP și dispozitivul său de comandă. Bucla minoră conține un traductor incremental de poziție montat pe arborele MPP și care generează un impuls la fiecare pas efectuat de MPP. Impulsurile generate de traductor fiind chiar impulsuri de comandă a MPP, se poate spune că MPP se comandă singur, se "autosincronizează".

Bucla minoră are caracter de reacție de poziție, însă trebuie înțeleasă diferit de o buclă de reacție specifică sistemelor automate (feedback). Rolul ei nu este de a furniza date asupra mărimii reglate pentru a fi comparate cu mărimea de referință, ci constituie o parte intrinsecă a SAMPP, fiind tocmai elementul său de comandă.

Pentru precizarea nomenclaturii se va numi, în continuare, ansamblul motor - buclă minoră - sarcină drept sistem de acționare cu MPP în buclă minoră, notat SAMPP în BM, iar sistemele de poziţionare cu MPP în buclă minoră se vor nota SPMPP în BM.

6.1. Sisteme de acţionare cu MPP în buclă minoră

Impulsurile care vin pe bucla minoră nu sînt sincronizate pe poziţiile de echilibru stabil ale rotorului, ci sînt decalate în avans faţă de acestea cu un unghi fixat mecanic. Din acest motiv motorul nu porneşte singur, fiind necesar un prim impuls de start care să scoată rotorul din poziţia de echilibru iniţială. Motorul se accelerează singur pînă la o viteză care depinde de principalii factori ai acţionării: constante de timp, cuplu rezistent, factor de amortizare, precum şi de unghiul de comutaţie al traductorului.

La studierea regimului cvazistaţionar de la cap.4 s-a arătat că unghiul de comutaţie la funcţionarea în circuit deschis a MPP se autoreglează prin legea echilibrului energetic al mişcării, devenind tot mai negativ (avans de comutaţie) cu creşterea vitezei. Rezultă că la o viteză şi o sarcină dată unghiul de comutaţie are o valoare bine determinată, fapt care impune ajustarea lui în funcţie de acestea. In cazul funcţionării în buclă minoră ajustarea unghiului de comutaţie se face prin întîrzierea impulsurilor de la traductor, întîrziere care modifică unghiul de comutaţie echivalent al MPP.

6.1.1. Funcţionarea SAMPP în BM

Structura SAMPP în BM este arătată în figura 6.1,a iar în figurile 6.1,b,c este prezentat principiul traductorului de poziţie [56]. Impulsurile de la traductor sînt aplicate în avans faţă de poziţiile de echilibru $E_1, E_2, \dots$ (fig.6.1,d) cu unghiul de decalaj θ_{Rp} (raportat: $\theta_R = z_r\theta_{Rp}$). Un bloc de întîrziere reglabil aplică o întîrziere Δt impulsurilor pe reacţie, astfel că unghiul de comutaţie echivalent devine $\theta_{Rp}-\omega_m\Delta t$, ω_m fiind viteza medie unghiulară mecanică a rotorului. Existenţa întîrzierii rezolvă problema ajustării vitezei de regim a SAMPP în BM.

Traductorul, de tip fotoelectric, are un disc cu un număr de fante egal cu $360^{\circ}/\theta_p$ sau un multiplu al acestuia, precum şi doi sensori A şi B decalaţi faţă de poziţiile de echilibru stabil cu θ_{Rp}, cîte unul pentru fiecare sens al rotaţiei. Rezultă că prin validarea unuia dintre cele două semnale, A sau B, de către semnalul de sens (fig.6.1,c), se obţine acelaşi unghi de comutaţie pentru ambele sensuri de rotaţie. Unghiul de decalaj θ_{Rp} se ia cît mai apropiat de θ_p, pentru a asigura o rezervă maximă de ajustare a unghiului echivalent prin întîrzierea Δt.

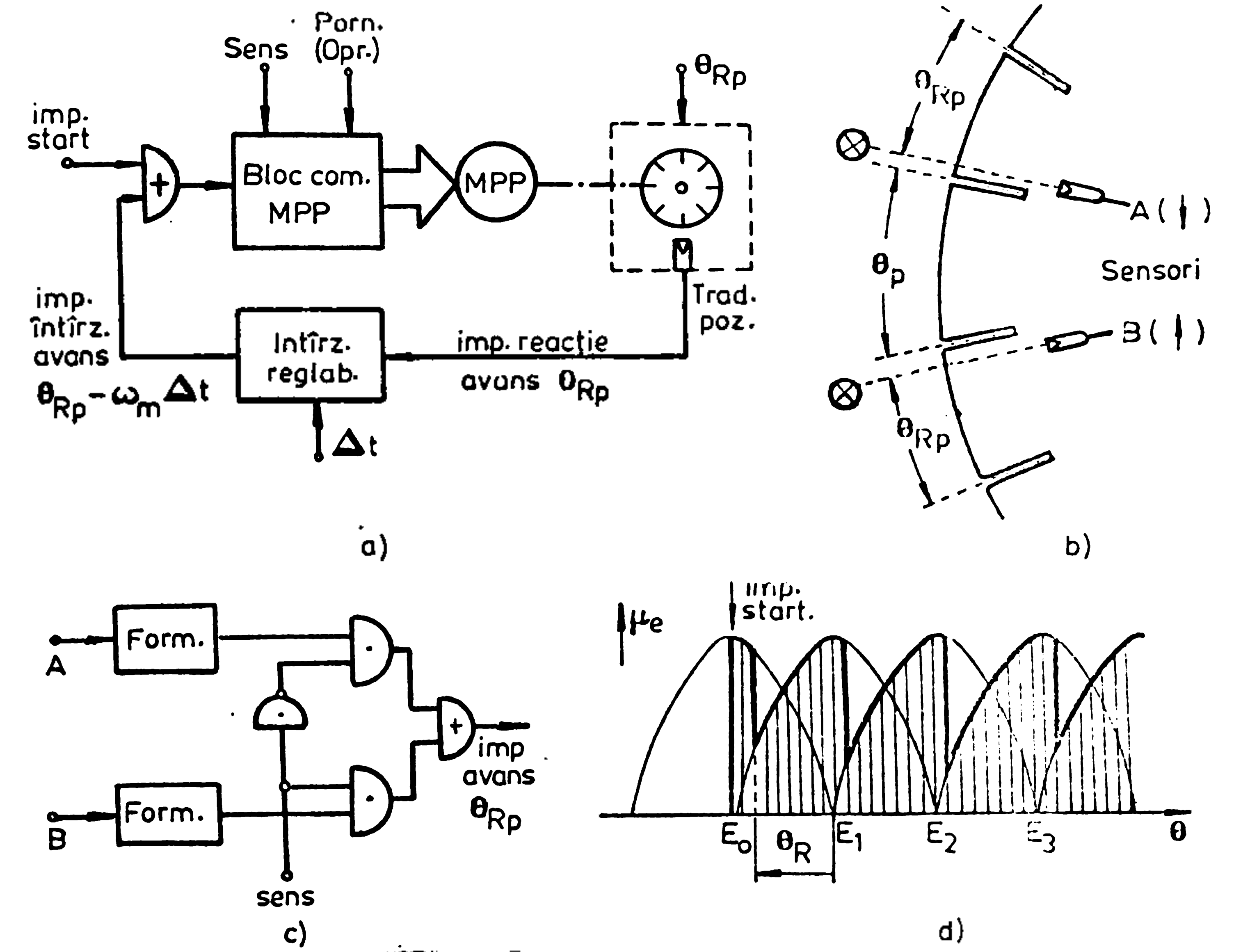


Fig.6.1. Structura SAMPP în BM: a-schema bloc; b-principiul traductorului; c-logica de cuplare a traductorului cu blocul de comandă a MPP; d-planul cuplu - unghi în mărimi raportate.

Trebuie remarcat că impulsurile de comandă sînt distribuite aici electronic pe fazele MPP, existînd şi varianta (mai veche) a distribuirii lor optice chiar din traductor [24,89]. În acest caz este necesar, însă, un număr de sensori egal cu numărul fazelor.

Comanda în buclă minoră a MPP se deosebeşte de comanda clasică nu numai ca structură fizică, ci şi ca performanţe. Pentru a cerceta funcţionarea SAMPP în BM se va recurge la simularea numerică, utilizînd ca exemplu modelul dq scris pentru un MPP inductor cu autoexcitaţie (tabelul 3.4 şi ecuaţiile 3.4.3). Schimbarea poziţiei vectorului reprezentativ $\overline{U}(\gamma)$ este comandată de condiţia ca unghiul instantaneu în interiorul unui pas să depăşească valoarea $\pi/2 + \theta_c$, θ_c fiind unghiul echivalent de comutaţie ($\theta_c = 0 \ldots -\pi/2$ = avans). Unghiul γ va avea valoarea:

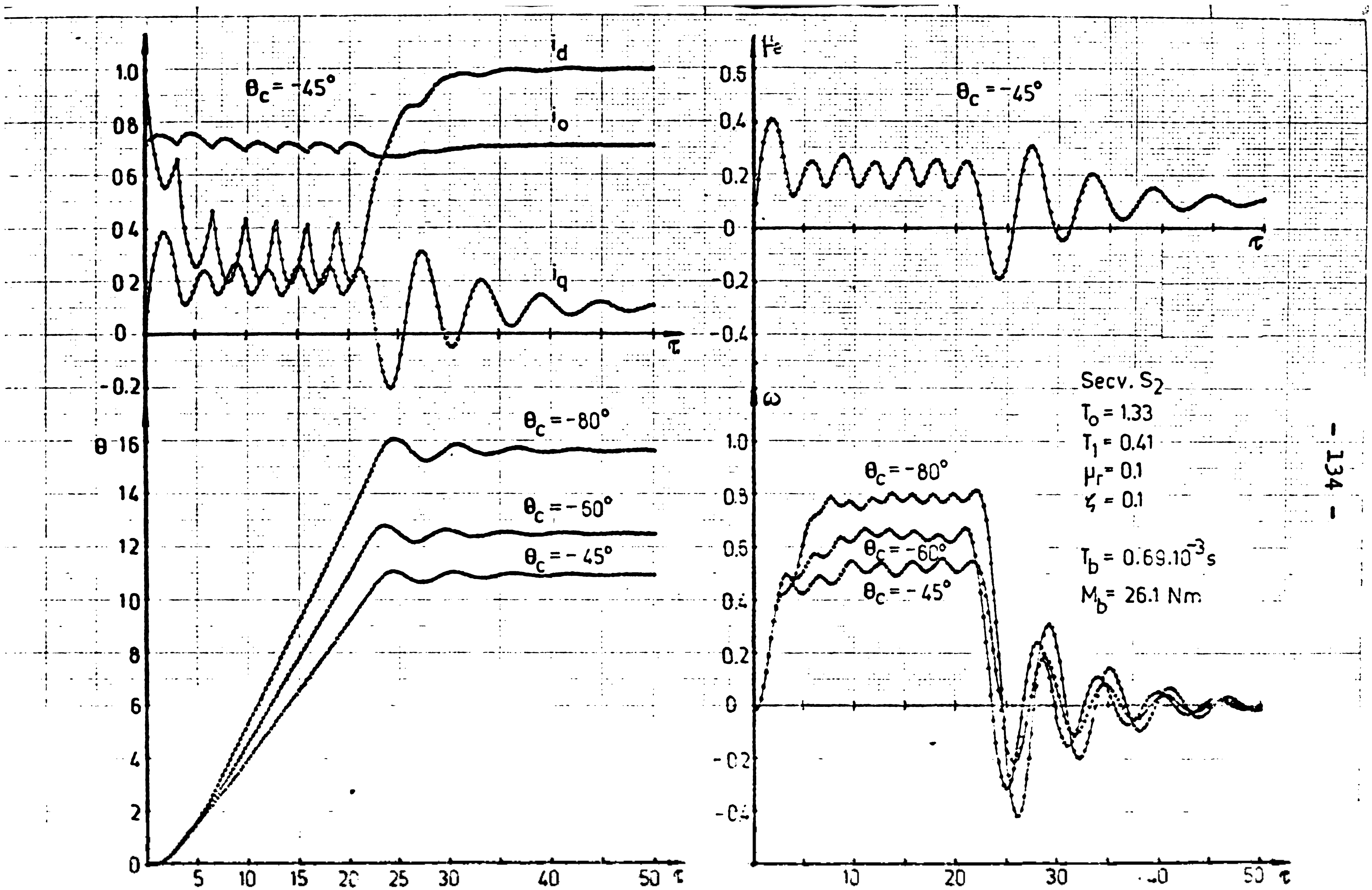


Fig. 6.2. Simularea numerică a funcţionării SAMPF în BM.

$$\gamma = \mathrm{Int}\left\{(\theta + \theta_c)\,\frac{2}{\pi}\right\}\frac{\pi}{2} \qquad (6.1)$$

în care "Int" reprezintă "partea întreagă". S-a recurs la un calculator "Hewlett Packard-9820" cu bibliotecă de programe. Programul de integrare numerică prin metoda Runge-Kutta de ordinul IV a fost completat cu instrucţiuni de sistare a comenzii (blocarea lui γ) după un timp raportat egal cu 20.

Rezultatele integrării sînt plotate în figura 6.2. S-a considerat un regim de forţare a alimentării fazelor MPP echivalent reducerii constantelor de timp T_o şi T_1 de 3 ori.

Formele de undă obţinute trebuie interpretate comparativ cu cele rezultate la funcţionarea în circuit deschis (fig.3.5 şi 3.6). Se remarcă următoarele:

- mărimile electrice şi mecanice, puternic oscilante la funcţionarea în circuit deschis, sînt aici uşor variabile în jurul unor valori medii;
- creşterea unghiului este liniară iar viteza de regim prezintă mici variaţii în jurul unei curbe cu alură exponenţială. Această alură se poate intui şi în cazul valorilor medii ale mărimilor i_d, i_q, μ_e ;
- acceleraţia mişcării este foarte rapidă, atingerea vitezei finale făcîndu-se, în condiţiile arătate (μ_r = 0,1, ζ = 0,1), după un timp raportat de cca 3 ... 8 (2 ... 5,5 ms);
- viteza finală atinsă are valori mari şi aceasta creşte cu mărirea avansului la comutaţie;
- oprirea prin suprimarea impulsurilor de comandă, fără decelerare, devine tot mai grea cu creşterea avansului de comutaţie fiind caracterizată prin oscilaţii mari în jurul poziţiei finale.

In legătură cu oprirea SAMPP în BM, se cunosc mai multe tehnici utilizate [56,94]. In figura 6.3 este prezentat principiul decelerării MPP prin <u>suprimarea unui impuls</u> din trenul impulsurilor de pe bucla minoră [80]. Pînă la starea k impulsurile au un avans egal cu $\theta_c < \theta_e = \pi/2$, fapt care imprimă motorului cupluri şi viteze mari. Suprimarea impulsului corespunzător stării k se poate echivala cu modificarea unghiului de comutaţie de la valoarea θ_c în avans la valoarea $\theta_e - \theta_c$ în întîrziere, ceea ce duce la obţinerea unor cupluri mai mici şi implicit la reducerea vitezei motorului.

Dacă se mai suprimă un impuls se obţine un cuplu mediu negativ, iar suprimînd în continuare impulsuri, se pot realiza cicluri complete de accelerare-decelerare.

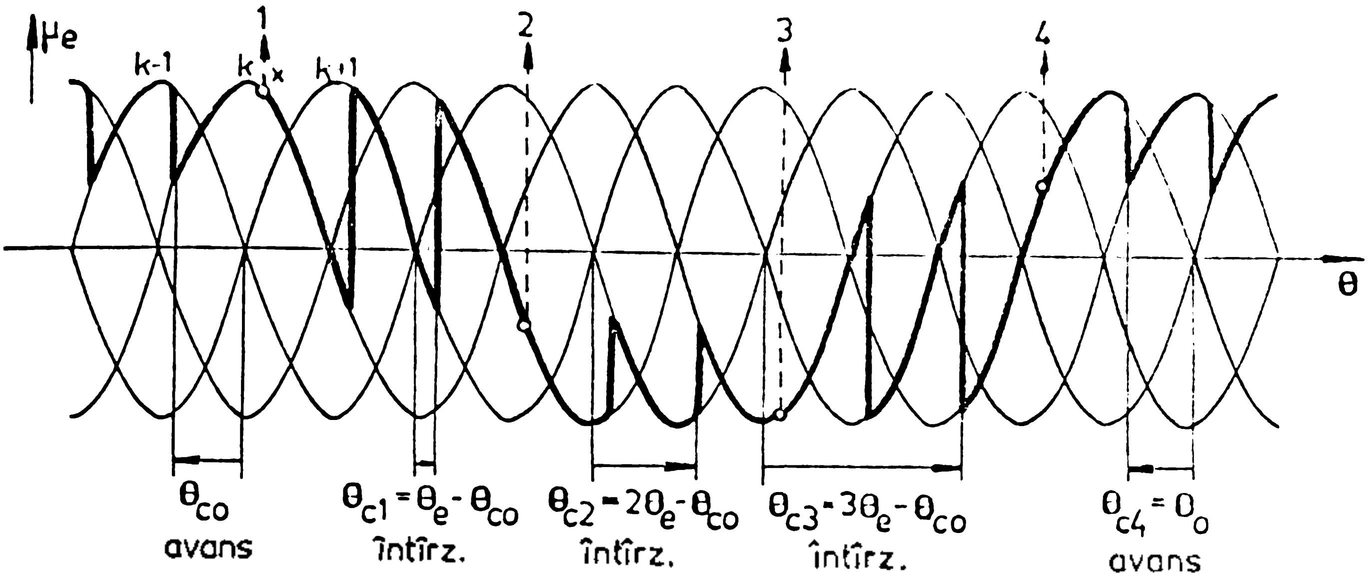


Fig.6.3. Principiul decelerării prin suprimarea unui impuls.

Principiul decelerării motorului prin tehnica suprimării unui impuls este verificată şi prin simulare numerică, aşa cum se arată în figura 6.4. S-a luat un caz limită corespunzător la μ_r = 0,01, ζ = 0,01 şi θ_c = -89^o (avans), ceea ce duce la o viteză de regim foarte ridicată. La momentul τ = 20 se dă o comandă de oprire prin blocarea impulsurilor pe reacţie, fapt care provoacă pierderea stabilităţii dinamice a motorului (curbele a). Faţă de poziţia impusă $\gamma = 19.\pi/2 = 29{,}845$, poziţia finală reală a rotorului este $\theta = 42$, ceea ce înseamnă pierderea a unui număr de paşi egal cu $\mathrm{Int}\left\{(42 - 29{,}845)\,\frac{2}{\pi}\right\} = 7$, situaţie care nu poate fi acceptată.

In locul comenzii de blocare, la τ = 20 se dă comanda de suprimare a unui impuls (X), fapt care provoacă decelerarea motorului pînă la o viteză de regim relativ joasă (curbele b), după care, la τ = 40 se dă comanda de blocare a impulsurilor pentru oprire. Poziţia impusă fiind $\gamma = 28.\pi/2 = 43{,}982$, iar cea finală reală $\theta = 44$, reiese că oprirea s-a făcut fără pierderi de paşi.

Din figura 6.4 se mai pot vedea pe curbele $N = 2\theta/\pi$ (numărul tactului de comandă) duratele stărilor electrice succesive, adică ale " efectuării paşilor ", observînd totodată că acestea au legi de variaţie exponenţiale.

6.1.2. Identificarea SAMPP în BM

Simularea numerică a funcţionării SAMPP în BM a relevat forme de undă mai puţin oscilante pentru mărimile mecano-electrice ale sistemului decît în cazul funcţionării SAMPP în CD. Aceasta conduce la ideea identificării SAMPP în BM prin mărimi continue, anulînd derivatele în sistemul de ecuaţii electrice ale modelului matematic, păstrînd doar derivata vitezei în ecuaţia de mişcare.

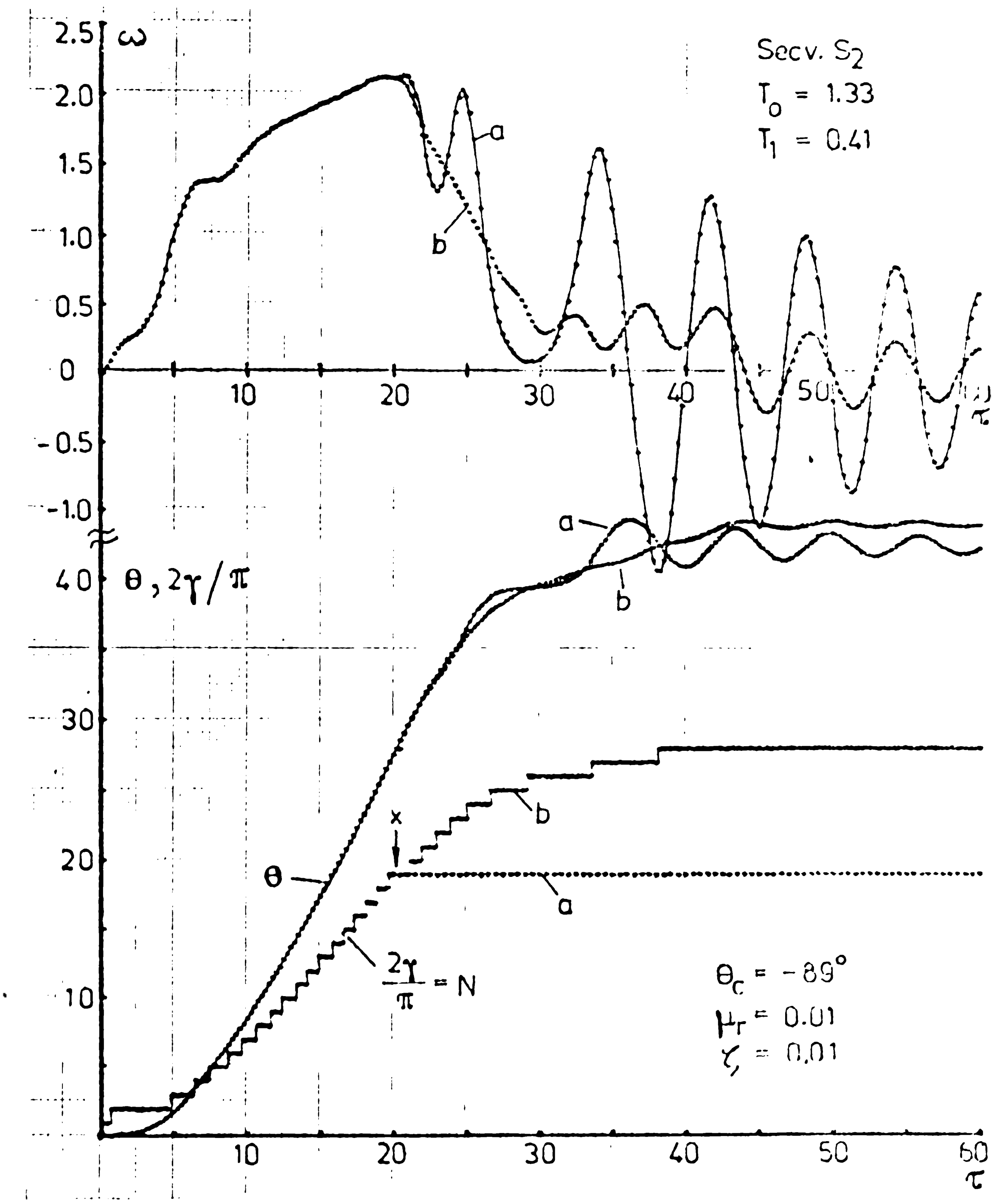


Fig.6.4. Simularea numerică a decelerării: curbele a-fără suprimare de impuls; curbele b-cu suprimarea unui impuls.

Principial se poate pleca de la orice model matematic. In cazul de față se ia modelul dq (sistemul 3.42) scris pentru MPP inductor cu autoexcitație alimentat în secvența S_2(12-23-34-...). Eliminînd derivatele din ecuațiile electrice și luînd $\ell_o^* = T_o^*$, $\ell_1^* = T_1^*$ (se renunță, în continuare, la indicele "*"), se obține modelul continuu al SAMPP:

$$\begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & -2\omega T_o \\ 2\omega T_1 & 2\omega T_o & r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_o \\ I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_o \\ U_d \\ U_q \end{bmatrix} \qquad (6.2)$$

$$\frac{d\omega}{d\tau} + 2\zeta\omega + \mu_r = \mu_e = \sqrt{2}\, k_b^2 I_o I_q$$

în care $I_o, I_d, I_q, U_o, U_d, U_q$ au aici sensul de valori raportate medii. Noile variabile $I_o, I_d, I_q, \mu_e, \omega, \theta$ sînt supuse numai legii echilibrului dinamic al mişcării, tensiunile de alimentare fiind înlocuite prin valori medii constante.

Explicitînd curenţii I_o, I_q din primele trei ecuaţii se obţine expresia cuplului electromagnetic:

$$\mu_e(\omega) = \frac{\sqrt{2}\, k_b^2 U_o}{1 + 4\omega^2 T_o^2} (U_q - 2\omega T_o U_d - 2\omega T_1 U_o) \qquad (6.3)$$

Tensiunile U_o, U_d, U_q au expresiile (tabelul 3.7):

$$U_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \;;\quad U_d = \cos(\gamma-\theta)_{med} \;;\quad U_q = \sin(\gamma-\theta)_{med} \qquad (6.4)$$

Argumentele medii ale lui U_d şi U_q se găsesc din reprezentarea funcţiei discrete $\gamma - \theta$ (fig.6.5).

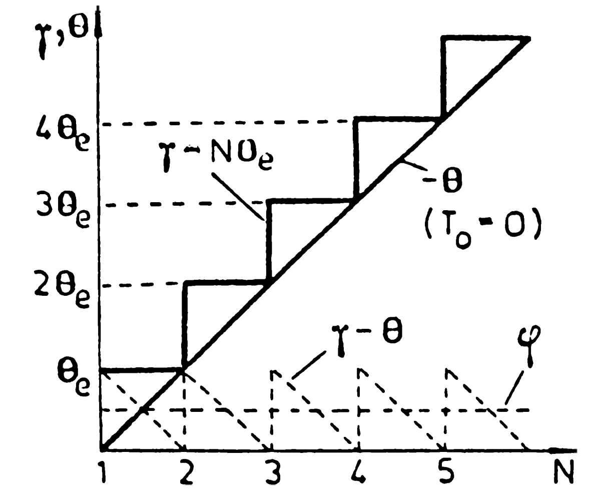


Fig.6.5. Valoarea medie a argumentului $\gamma - \theta$.

In ipoteza unei constante de timp $T_o = 0$, unghiul θ creşte liniar, iar argumentul mediu al funcţiilor U_d, U_q este:

$$\varphi = (\gamma-\theta)_{med} = \frac{\pi}{4} \qquad (6.5)$$

Conform definiţiei unghiului de comutaţie de la capitolul 4, rezultă în acest caz $\theta_c = 0$, lucru remarcat şi în figura 6.6. Pentru a obţine viteze mari şi pentru a compensa timpul de creştere a curentului în faze, este necesar să se facă un avans de comutaţie θ_c (avans = în sensul negativ al axei θ).

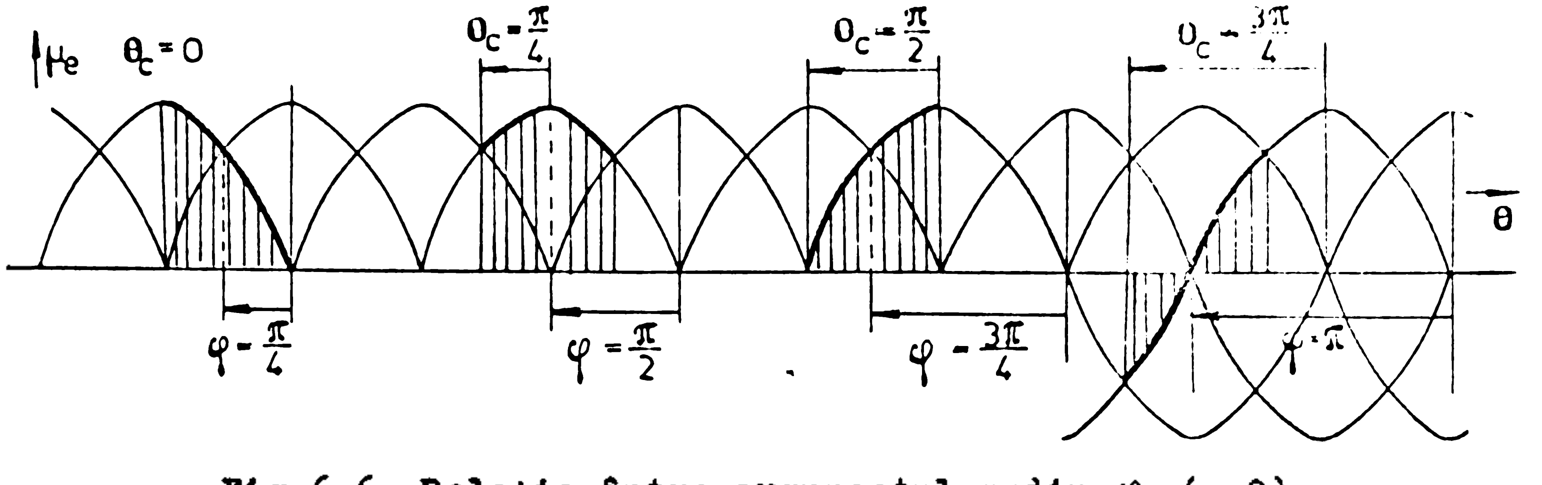


Fig.6.6. Relaţia între argumentul mediu $\varphi = (\gamma-\theta)_{med}$ şi unghiul de comutaţie θ_c.

Pentru a stabili limitele unghiului de comutaţie se cercetează maximul cuplului în funcţie de argumentul φ (relaţia 6.3), găsindu-se:

$$\varphi = \varphi_M = \pi - \mathrm{arctg}\,\frac{1}{2\omega T_o} \qquad (6.6)$$

Reprezentarea grafică a funcţiilor $\varphi_M(\omega)$ şi $\varphi_M(T_o)$ este dată în figura 6.7, remarcînd că unghiul mediu φ_M corespunde cuplului maxim al motorului. Este interesant de arătat că pentru $\omega = 0$ sau $T_o = 0$ se obţine $\varphi_M = \frac{\pi}{2}$, rezultînd $\theta_c = \frac{\pi}{4}$ (v.fig.6.6).

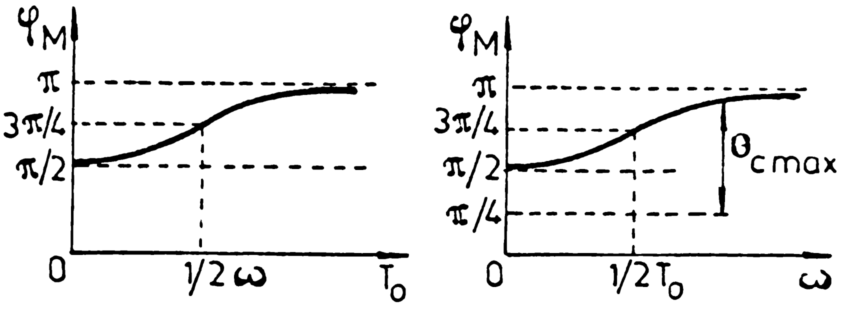


Fig.6.7. Dependenţa unghiului φ_M de T_o şi ω la cuplu maxim.

Aceasta înseamnă efectuarea comutaţiei în poziţiile corespunzătoare intersectării curbelor cuplurilor a două stări electrice succesive, rezultat constatat şi la funcţionarea în circuit deschis (cap.4).

Cu creşterea lui T_o sau ω, pentru a realiza cuplu maxim trebuie mărit avansul la comutaţie, aşa cum indică figura 6.7. In situaţiile limită $T_o = \infty$ sau $\omega = \infty$ rezultă $\varphi_M = \pi$, sau $\theta_{cM} = 3\pi/4$. Pentru valori oarecare ale lui T_o şi ω rezultă pentru θ_c valoarea:

$$\theta_c = \varphi - \frac{\pi}{4} = -\varphi_M - \frac{\pi}{4} \ldots \varphi_M - \frac{\pi}{4} \qquad (6.7)$$

De remarcat că dacă se impune pentru θ_c o lege de variaţie conform (6.6), se obţine o accelerare maximă a MPP [89].

In expresia argumentului mediu φ trebuie inclus acum unghiul θ_R al traductorului, care în general este apropiat de $\pi/2$, precum şi întîrzierea pe bucla de reacţie, care reduce avansul echivalent de comutaţie. Utilizînd relaţia (6.7) şi introducînd unghiul de întîrziere $\omega.\Delta\tau$, rezultă:

$$\varphi = \theta_R + \frac{\pi}{4} - \omega.\Delta\tau \qquad (6.8)$$

unghi care poate fi modificat prin $\Delta\tau$ şi are limita superioară $\varphi_{max} = \theta_R + \frac{\pi}{4}$ $(\theta_{cmax} = \theta_R)$.

Rezultă că avansul maxim de comutaţie nu poate depăşi valoarea θ_R. Pentru a elimina acest neajuns se utilizează <u>tehnica injectării de impulsuri</u> [58]. In figura 6.8 este dat un exemplu din care se constată efectul injectării unui impuls exterior în bucla de reacţie. Dacă în poziţia X se aplică un impuls suplimentar care realizează comutaţia rapidă de la starea B la starea C, impulsul următor de pe bucla de reacţie va găsi rotorul în avans mărit cu $\pi/2$. Rezultă concluzii importante asupra celor două tehnici - suprimare şi injectare de impulsuri în bucla de reacţie:

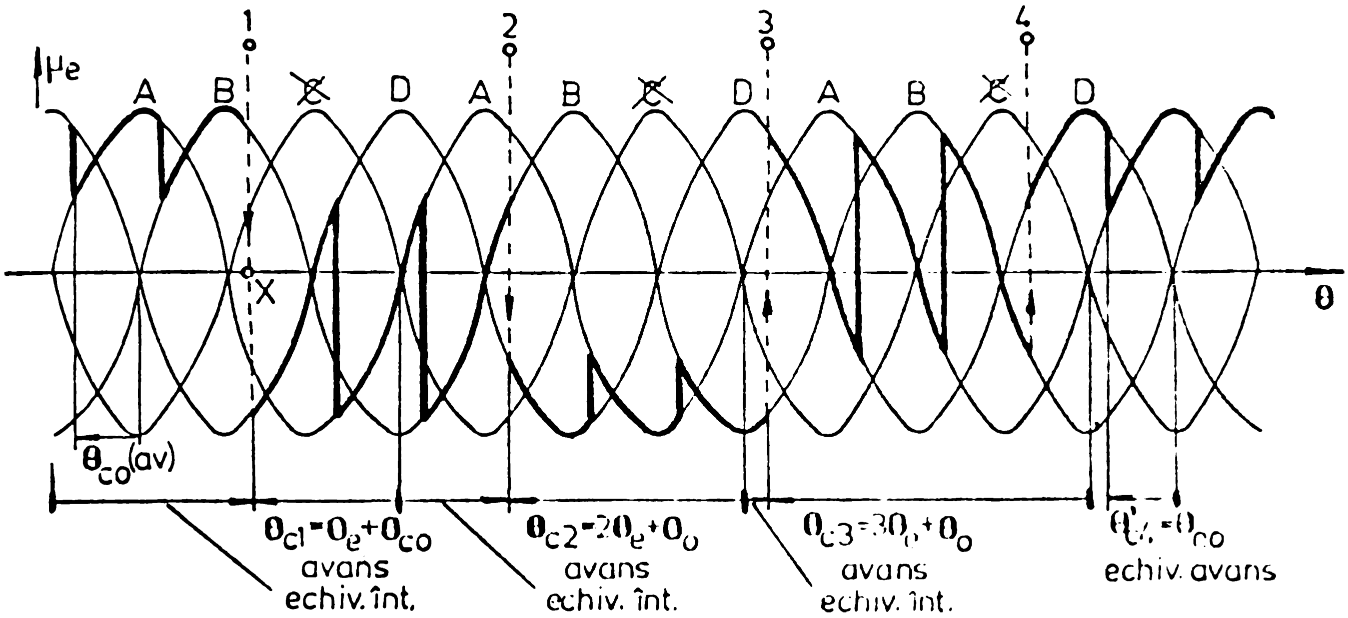


Fig.6.8. Efectul injectării unui impuls.

- prin suprimarea unui impuls, unghiul de comutaţie este întîrziat cu $\theta_e = \pi/2$ şi în continuare fiecare suprimare aduce o nouă decalare în urmă a comutaţiei cu $\pi/2$ (v.fig.6.3);

- prin injectarea unui impuls în bucla de reacţie,unghiul de comutaţie creşte în avans cu $\theta_e = \pi/2$ (v.fig.6.8), iar prin injectări repetate avansul creşte (teoretic), devenind întîrziere dacă valoarea sa teoretică depăşeşte unghiul π. Situaţia prezintă o simetrie faţă de cazul suprimării de impulsuri.

Dacă motorul are 4 paşi electrici pe o perioadă, rezultă că unghiul de comutaţie la suprimarea unui impuls $\theta_{cs(1)}$ este complementul faţă de 2π al unghiului de comutaţie corespunzător injectării a 3 impulsuri $\theta_{ci(3)}$, adică:

$$\theta_{ce(k)} = \theta_{ci(4-k)} \tag{6.9}$$

indicele k arătînd al cîtelea impuls este suprimat sau injectat.

Revenind la ecuaţiile (6.2), se pot scrie acum ecuaţiile modelului continuu al SAMPP-BM:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \omega$$

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\sqrt{2}\ k_b^2 U_o}{1 + 4\omega^2 T_o^2}\left(\sin\varphi - 2\omega T_o \cos\varphi - 2\omega T_1 U_o\right) - 2\zeta\omega - \mu_r \tag{6.10}$$

unde φ are exprimarea (6.8) în cazul comenzii fără injectare sau suprimare de impulsuri. Corespunzător ecuaţiilor (6.10) rezultă şi schema bloc a SAMPP-BM, reprezentată în figura 6.9. In forma în care a apărut, schema bloc este asemănătoare cu aceea a motorului de curent continuu comandat pe indus [31]. Mărimea de intrare este întîrzierea $\Delta\tau$ pe bucla de reacţie, mărimea perturbatoare -cuplu rezistent la arbore μ_r, iar mărimea de ieşire - viteza unghiulară ω.

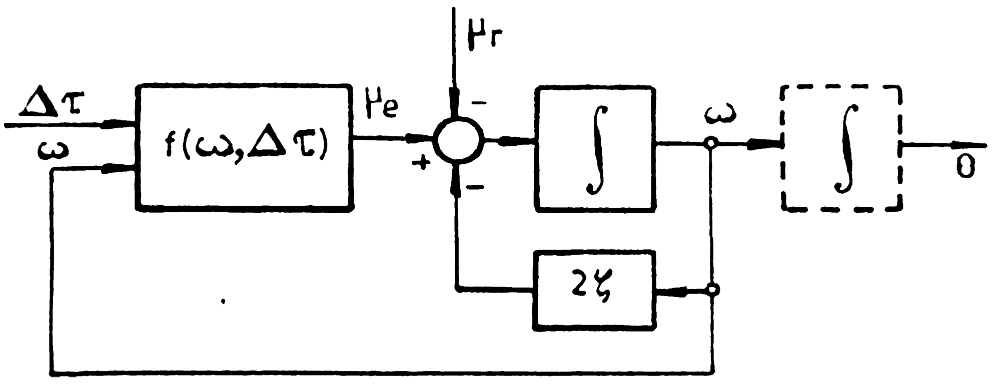


Fig.6.9. Schema bloc a SAMPP-BM.

Dependenţa neliniară a cuplului electromagnetic de $\Delta\tau$ şi ω (relaţia 6.4) plasează schema bloc a SAMPP în BM în categoria sistemelor neliniare continue.

Se face observaţia că schema bloc a SAMPP în BM aşa cum e dată în figura 6.9 este generală pentru orice MPP, schimbîndu-se doar forma funcţiei implicite $\mu_e = f(\omega, \Delta\tau)$, în conformitate cu expresiile ecuaţiilor modelului matematic dq al MPP respectiv.

6.1.3. Analiza SAMPP în BM

Determinarea modului de variaţie a vitezei, unghiului şi cuplului electromagnetic în funcţie de mărimea de intrare $\Delta\tau$ şi mărimea perturbatoare μ_r se face prin simulare numerică, integrînd ecuaţiile modelului continuu (6.10) pe un calculator "Hewlett Packard 9820".

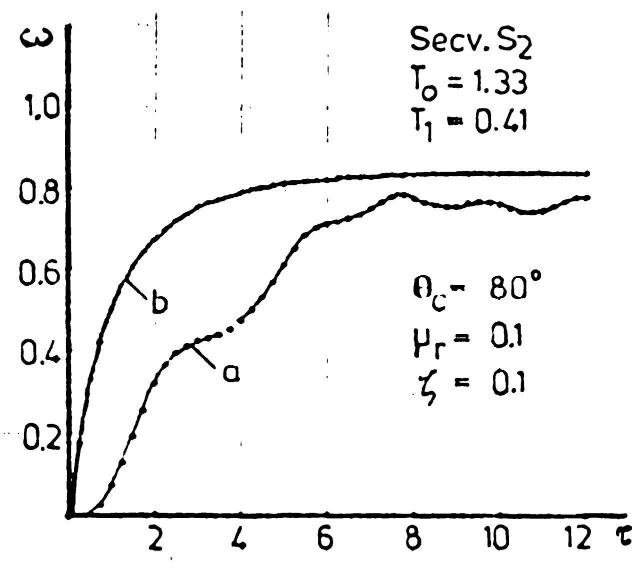


Fig.6.10. Comparaţie între modelarea exactă şi cea aproximativă: curba a-modelul dq exact; curba b-modelul continuu.

Mai întîi se face o comparaţie între rezultatele simulării numerice pe modelul exact (ecuaţiile 3.43) şi rezultatele corespunzătoare pe modelul continuu (ecuaţiile 6.10), derivat din primul. In figura 6.10 este reprezentată variaţia unghiului în cele două situaţii, la pornire.

Se constată că aproximarea funcţionării SAMPP în BM prin modelul continuu este acceptabilă, erorile de aproximare fiind de cca 40% în regimul dinamic de pornire şi de numai 5% în regimul cvazistaţionar.

In figura 6.11,a este arătat efectul modificării în treaptă a mărimii de intrare $\Delta\tau$. Se observă caracterul exponenţial al variaţiilor vitezei şi cuplului, precum şi modificarea valorii staţionare a vitezei cu modificarea mărimii de comandă $\Delta\tau$, în momentul (raportat) $\tau = 7,5$. Unghiul de comutaţie, obţinut din (6.7) şi (6.8):

$$\theta_c = \theta_R - \Delta\tau . \omega \tag{6.11}$$

este variabil cu viteza, la un $\Delta\tau$ dat (In figură apare o mărime corectată θ_c' cu ajutorul unor coeficienţi pentru aranjarea convenabilă a curbelor pe acelaş grafic).

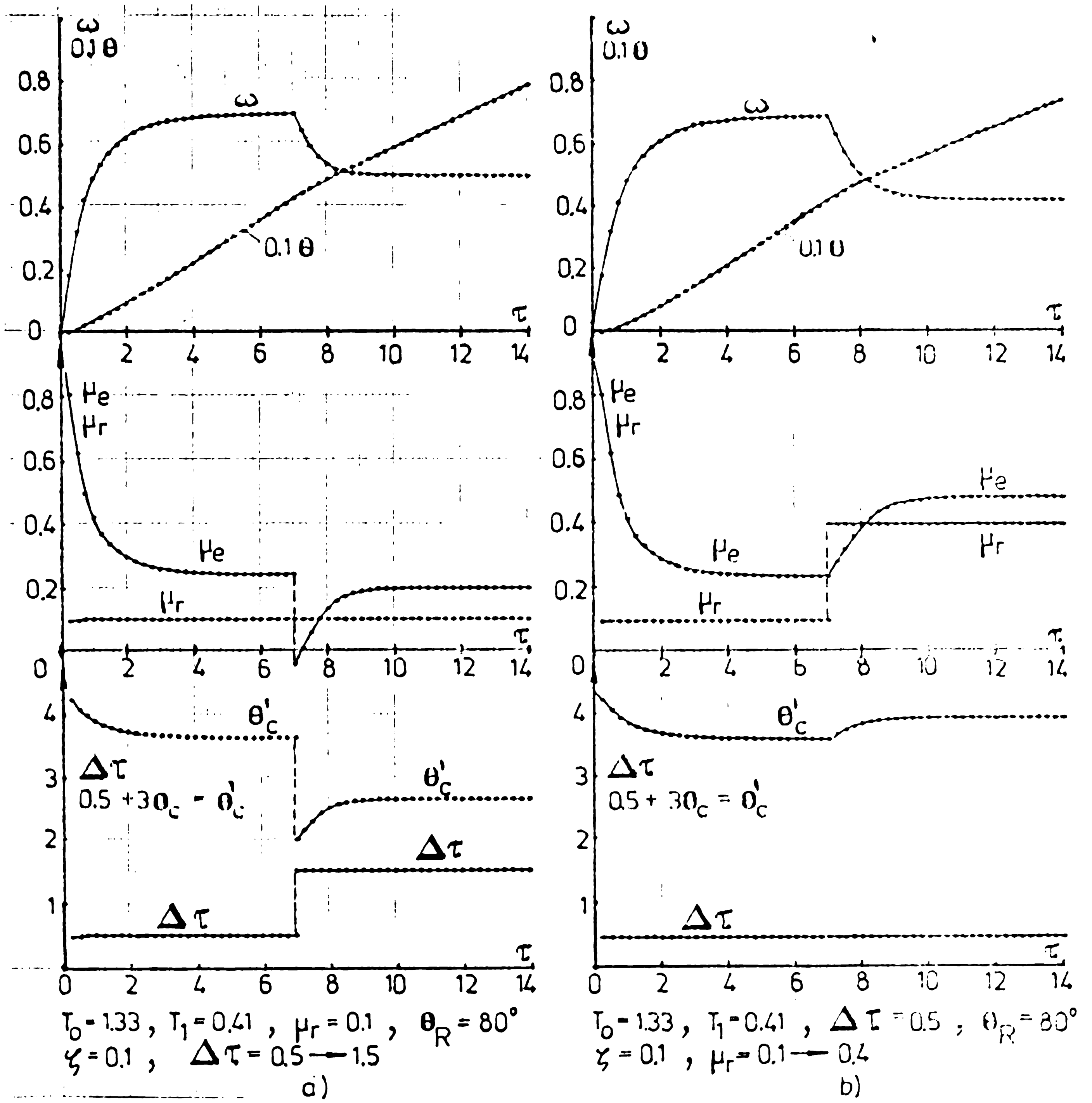


Fig.6.11. Analiza răspunsului SAMPP în BM: a-modificarea în treaptă a mărimii de intrare $\Delta\tau$; b-modificarea în treaptă a mărimii perturbatoare μ_r.

Cu creşterea întîrzierii $\Delta\tau$, scade unghiul de avans la comutaţie θ_c, deci scade şi viteza unghiulară, sub acţiunea unui cuplu dinamic negativ ($\mu_e < \mu_r$), ajungîndu-se la un nou echilibru staţionar.

Comportări similare se constată şi la modificarea în treaptă a mărimii perturbatoare μ_r, la momentul $\tau = 7,5$ cu o mărime de intrare $\Delta\tau = 0,5$ nemodificată în timp (fig.6.11,b). La creşterea cuplului rezistent, se strică echilibrul staţionar al mişcării, apare un cuplu dinamic de frînare ($\mu_r > \mu_e$), care micşorează viteza pînă la o valoare corespunzătoare noului echilibru staţionar al sistemului. Se schimbă puţin şi unghiul de comutaţie echivalent, crescut datorită scăderii vitezei.

Rezultă concluzia importantă că regimul staţionar al SAMPP în BM este definit de o combinaţie strict determinată între mărimile sale caracteristice: $\Delta\tau, \omega, \mu_r, \zeta, \theta_R, T_o, T_1$ şi secvenţa alimentării. Modificarea uneia dintre acestea impune corectarea celorlalte mărimi, iar impunerea unei viteze de regim printr-o valoare dată lui $\Delta\tau$, trebuie să ţină seama şi de celelalte mărimi.

6.1.4. <u>Caracteristici limită ale SAMPP în BM</u>

Dacă în cazul funcţionării în circuit deschis caracteristicile limită marcau domeniul în care MPP funcţionează fără pierderi de paşi, în cazul SAMPP în BM sensul acestora este diferit.

Caracteristica statică $\omega(\mu_r)$ în acest caz nu este o dreaptă orizontală pînă la caracteristica limită, ci reprezintă o curbă cu rigiditate redusă, asemănătoare aceleia de la motorul de curent continuu cu excitaţie în serie. Caracteristica limită a SAMPP în BM reprezintă caracteristica statică $\omega(\mu_r)$ corespunzătoare întîrzierii $\Delta\tau = 0$, pentru valori date lui $T_o, T_1, \mu_r, \zeta, \theta_R$. Este limita superioară a vitezei de regim, ajustarea ei prin întîrzierea pe reacţie $\Delta\tau$ putîndu-se efectua numai în sens coborîtor ($\Delta\tau$ nu poate fi negativ).

Expresia analitică a caracteristicii statice a SAMPP în BM se obţine din modelul neliniar continuu 6.10, avînd forma:

$$\begin{aligned}\mu_r(\omega) = \frac{\sqrt{2}\, k_b^2 U_o}{1 + 4\,\omega^2 T_o^2}\Big[&\sin(\theta_R + \frac{\pi}{4} - \Delta\tau\cdot\omega) - \\ &- 2\omega T_o \cos(\theta_R + \frac{\pi}{4} - \Delta\tau\cdot\omega) - \\ &- 2\omega T_1 U_o\Big] - 2\zeta\omega .\end{aligned} \tag{6.12}$$

unde k_b şi U_o depind de secvenţa de alimentare. Este o caracteristică tip serie în care apar toţi parametrii sistemului.

Caracteristicile statice sînt trasate în figura 6.12, corespunzător secvenţei de alimentare S_2(12-23-34-...). Familia de curbe din figura 6.12,a reprezintă şi caracteristici limită întrucît mărimea de intrare $\Delta\tau = 0$. Cu mărimea avansului de comutaţie fix al traductorului θ_R, creşte şi viteza de regim.

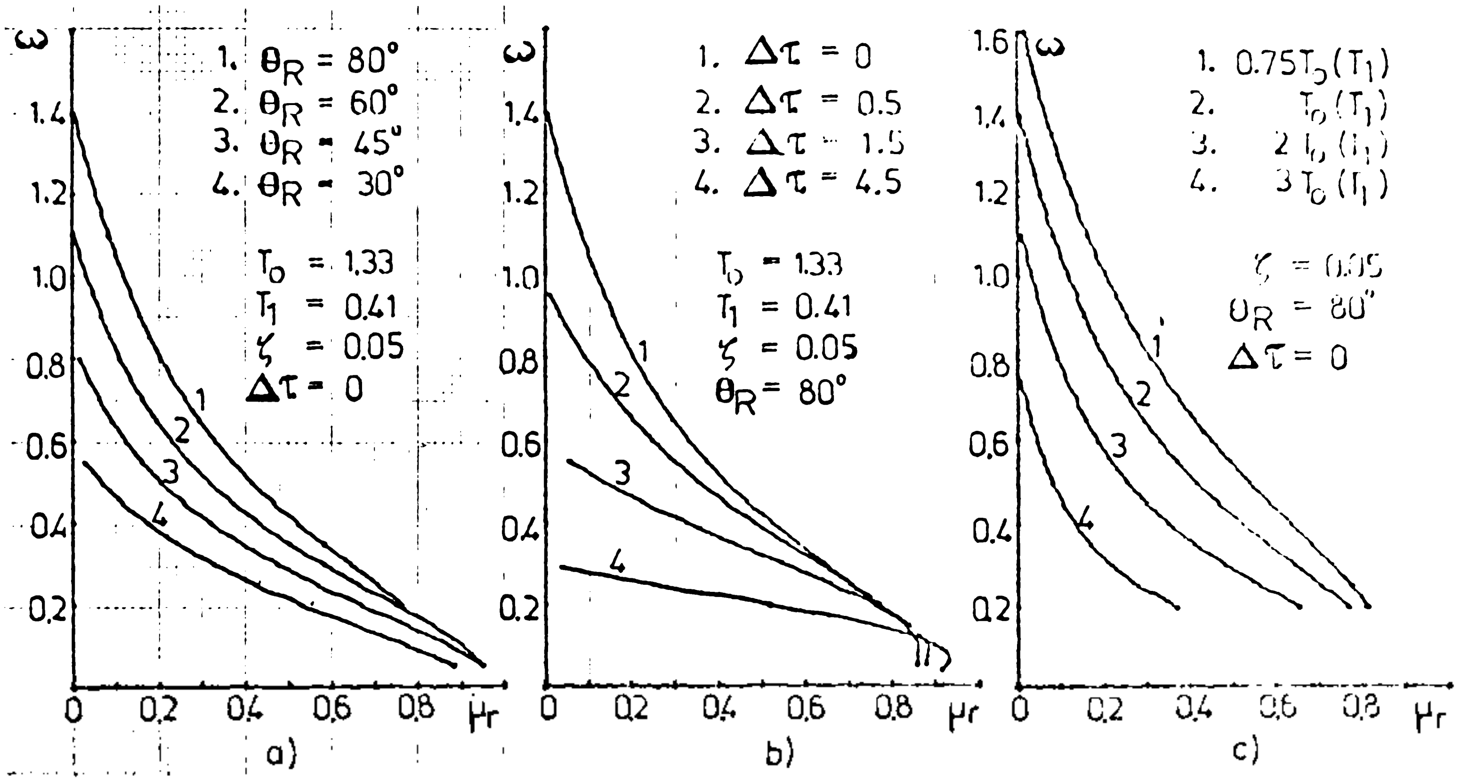


Fig.6.12. Caracteristicile statice ale SAMPP în BM: a-caracteristica limită pentru diferite valori θ_R; b-caracteristica prin modificarea întîrzierii $\Delta\tau$; c-caracteristica limită pentru diferite valori $T_o(T_1)$.

In figura 6.12,b apar caracteristicile statice obţinute prin modificarea întîrzierii $\Delta\tau$. Caracteristica 1, corespunzătoare la $\Delta\tau = 0$, este o caracteristică limită. Se observă influenţa mare pe care o are întîrzierea pe reacţie asupra vitezei de regim.

Modificarea constantelor electrice de timp T_o şi T_1 sau a valorilor echivalente ale acestora, în cazul utilizării unei tehnici de forţare [38,42,44], afectează viteza de regim, după cum se constată din figura 6.12,c; şi aceste caracteristici statice sînt limită.

6.2. Automatizarea SAMPP în BM

Pentru a putea fi incluse în sisteme de poziţionare, SAMPP în BM trebuie controlate în raport cu viteza de rotaţie ca mărime de ieşire. In acest fel reglajul vitezei trebuie să fie subordonat reglajului poziţiei, aceasta conducînd la necesitatea unei bucle de reglare a vitezei în structura sistemului de poziţionare.

După cum s-a arătat, viteza MPP poate fi influenţată prin întîrzierea impulsurilor pe bucla minoră, aceasta fiind luată ca mărime de comandă a SAMPP în BM. Ea poate fi o mărime continuă sau discretă şi trebuie astfel ajustată încît să se realizeze două scopuri majore:

- obţinerea unei viteze a MPP corelată cu o valoare impusă din exterior (mărime de referinţă);

- compensarea variaţiilor vitezei MPP cu variaţiile sarcinii pe arbore, aceasta fiind luată ca mărime perturbatoare.

Identificarea SAMPP în BM ca sistem neliniar cu acţiune continuă permite abordarea unitară a reglajului automat al vitezei MPP indiferent de natura semnalului de comandă. In această idee autorul va prezenta în continuare funcţionarea unor sisteme de reglare a vitezei MPP echipate cu buclă minoră, sisteme realizate în tehnologia modernă a procesoarelor şi microprocesoarelor.

Trebuie arătat că mai există şi o tehnică simplificată de ajustare a vitezei de regim a MPP în buclă minoră [54], tehnică bazată pe un procesor care impune o frecvenţă a impulsurilor de comandă în regimul de mers conform funcţiei:

$$f = \min(f_{ext}, f_{BM}) \tag{6.13}$$

unde f_{ext} este frecvenţa impulsurilor de comandă din exterior, iar f_{BM} corespunde frecvenţei de lucru în buclă minoră. Această tehnică prezintă însă dezavantajul că, dacă $f_{ext} > f_{BM}$, motorul funcţionează în buclă minoră, lipsit de controlabilitatea vitezei sale.

6.2.1. Comanda prin microprocesor a SAMPP în BM

Avîntul deosebit al dezvoltării calculatoarelor de proces a impus implementarea tehnicii numerice programabile şi pentru comanda MPP. In nomenclatura consacrată, de microprocesor, acesta se poate adapta cel mai uşor în cazul SAMPP, tocmai datorită structurii numerice a acestuia.

Autorul va prezenta un sistem de comandă cu microprocesor a SAMPP în BM [94], arătînd cum se converteşte algoritmul de lucru în caracteristica de transfer a microprocesorului, luat ca element automat. In figura 6.13 este reprezentată schema de comandă cu microprocesorul INTEL 8080 pentru un MPP fabricat de Warner Electric Co.

Microprocesorul are un ciclu de 2μs, memoria RAM cu 1 k-biţi, trei intrări, trei ieşiri, cu cîte 8 biţi fiecare.

Comanda se distinge prin algoritmuri separate pentru patru funcţiuni: accelerare,decelerare,mers la viteză constantă,amortizare la oprire. Nu se va insista asupra rutinelor de calcul al diferitelor funcţiuni, arătîndu-se doar că se operează asupra întîrzierii impulsurilor provenite din traductorul numeric.

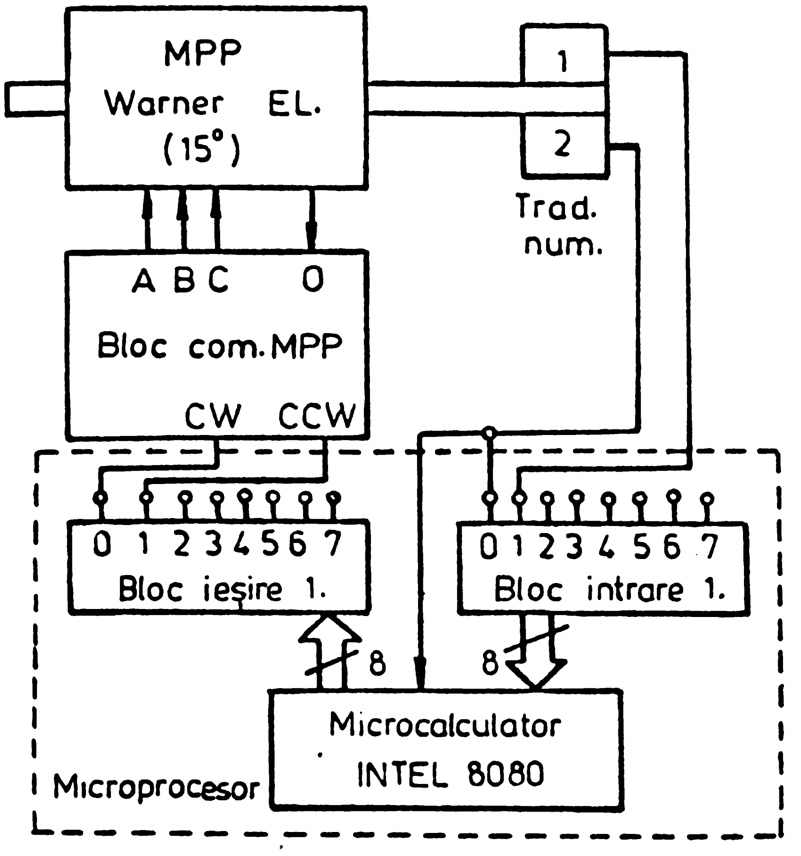


Fig.6.13. Schema principială de comandă cu microprocesor a MPP.

Dintre algoritmurile microprocesorului, cele pentru accelerare şi mers la viteză constantă interesează mai mult.

In cazul accelerării, rutina microprocesului se bazează pe algoritmul [94]:

$$T_{k+1} = T_k + \alpha(T_k - T_{k-1})$$
$$\Delta\tau_{k+1} = \beta T_{k+1} \qquad (6.14)$$

unde prin T s-au notat duratele efectuării paşilor (k-1, k, k+1), $\Delta\tau_{k+1}$ fiind întîrzierea calculată a pasului k+1, iar α, β constante subunitare. Relaţiile (6.14) explică rutina la accelerarea MPP:

- după efectuarea pasului k, se prezice durata pasului următor k+1, cunoscînd duratele paşilor k şi k-1;

- durata prezisă T_{k+1} se înmulţeşte cu un factor $\beta < 1$, rezultînd întîrzierea $\Delta\tau_{k+1}$ aplicată impulsului următor.

Deşi sînt operaţii foarte simple, timpul necesar efectuării lor trebuie să se încadreze în durata minimă a efectuării unui pas. Se mai observă că algoritmul este nedeterminat pentru primii doi paşi (plus impulsul de start), fapt care a dus la alegerea iniţială a mărimii de comandă $\Delta\tau_0 = \Delta\tau_1 = \Delta\tau_2 = 0$, urmînd ca abia pentru k=3 să intre în lucru algoritmul ($\Delta\tau_0$ este întîrzierea corespunzătoare impulsului de start). Autorul citat [94] menţionează că rutina lucrează pînă cînd $\Delta\tau_{k+1} = \Delta\tau_d$, înţelegînd prin aceasta o valoare nominală dorită, pentru întîrziere, corespunzătoare echilibrului staţionar al acţionării.

Faptul de remarcat este că valoarea finală a mărimii de comandă trebuie ajustată (pe baza unor instrucţiuni prealabile) în raport cu parametrii acţionării (ν_r, ζ, valoarea impusă a vitezei ω_d).

Scriind relaţia (6.14) astfel:

$$\Delta\tau_{k+1} = \beta\left[T_k + \alpha(T_k - T_{k-1})\right] \qquad (6.15)$$

şi dînd valorile k=3,4,...,n+1, se observă că: $T_2-\alpha T_1=T_3-\alpha T_2=\ldots$ $\ldots=T_k-\alpha T_{k-1}=\ldots=T_d-\alpha T_n$, unde $T_d=T_{n+1}$ reprezintă perioada de pas dorită. Se poate scrie că şi $T_n\cong T_d$, astfel încît relaţia (6.15) devine:

$$\begin{aligned}\Delta\tau_{k+1}&=\beta T_{k+1}=\beta(T_k+\alpha T_k-\alpha T_{k-1})=\beta(T_d-\alpha T_d+\alpha T_k)\\&=\alpha\beta T_k+\beta(T_d-\alpha T_d)=\alpha\beta(T_k-T_d)+\beta T_d\end{aligned}\tag{6.16}$$

Stiind că în mărimi raportate, relaţiile 6.14-6.16, sînt neschimbate şi că $T_k=1/\omega_k=1/\omega$ (ω- viteza instantanee medie raportată, conform interpretării date la modelul continuu al SAMPP -6.10), iar $T_d=1/\omega_d$ (ω_d - mărimea impusă a vitezei), rezultă algoritmul transpus în mărimi continui:

$$\Delta\tau=\frac{\alpha\beta}{\omega_d}\cdot\frac{\omega_d-\omega}{\omega}+\frac{\beta}{\omega_d}\tag{6.17}$$

Funcţia $\Delta\tau(\omega_d,\omega)$ reprezintă caracteristica de transfer a microprocesorului ca element automat cu acţiune continuă, în regim de accelerare. Este o caracteristică statică, neliniară, nedefinită în $\omega=0$, ceea ce era de aşteptat, deoarece ea intră în lucru după ce motorul face primii trei paşi fără întîrziere pe bucla de reacţie.

Se fac în continuare notaţiile obişnuite în teoria reglării automate [31]:

$i=\omega_d$ - mărimea de intrare = viteza impusă;
$c=\Delta\tau$ - mărimea de comandă - întîrzierea impulsurilor pe bucla minoră;
$m=\mu_e$ - mărimea de execuţie = cuplul electromagnetic;
$p=\mu_r$ - mărimea perturbatoare = cuplul rezistent;
$e=\omega$ - mărimea de ieşire = viteza MPP;
$a=i-e$ - abaterea.

Cu schema bloc din figura 6.9 şi caracteristica (6.17) se poate întocmi schema bloc structurală a sistemului de comandă cu microprocesor a SAMPP în BM, reprezentată în figura 6.14.

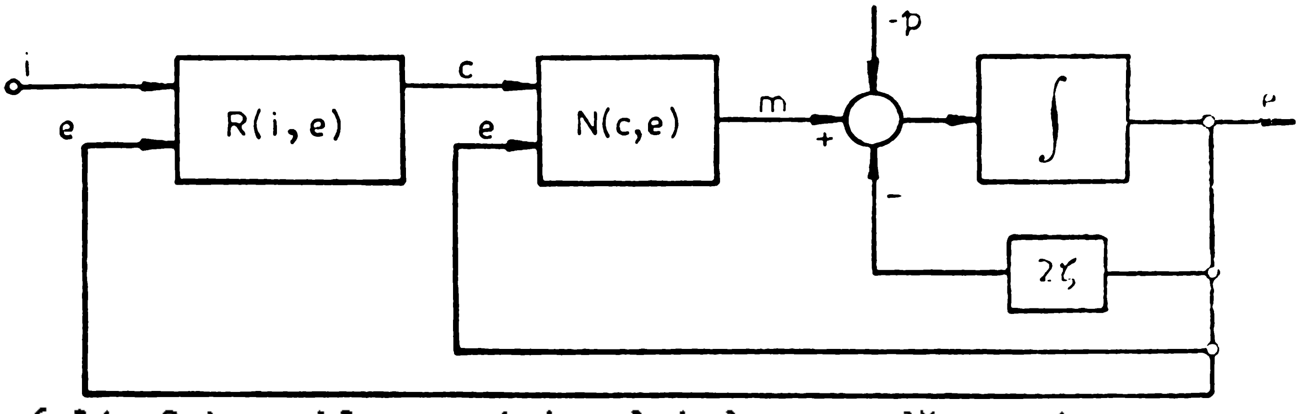


Fig.6.14. Schema bloc a sistemului de comandă cu microprocesor a SAMPP în BM.

In această schemă s-a notat (v. rel.6.17)

$$R(i,e) = \frac{\alpha\beta}{i} \cdot \frac{i-e}{e} + \frac{\beta}{i} \qquad (6.18)$$

iar N(c,e) este expresia cuplului electromagnetic, specifică MPP. Se va lua, ca şi pînă acum, acelaş tip de MPP - inductor cu autoexcitaţie, alimentat în secvenţa dublă, astfel că se deduce (v.rel. 6.12):

$$N(c,e) = \frac{1}{1+7{,}08e^2}\left[\sin(\theta_u - ce) - 2{,}66e\cos(\theta_u - ce) - 0{,}58e\right] \qquad (6.19)$$

unde $\theta_u = \theta_c + \pi/4$.

De îndată ce $\omega = \omega_d$ (i=e), rezultă $\Delta\tau = \beta/\omega_d = \Delta\tau_d$, adică întîrzierea dorită (nominală), extrasă din echilibrul staţionar al acţionării. Algoritmul de accelerare încetează şi intră rutina cu algoritmul de mers la viteză constantă [94]:

$$\Delta\tau_{k+2} - \Delta\tau_d = \alpha(T_d - T_k). \qquad (6.20)$$

din care se deduce caracteristica de transfer de tipul:

$$R(i,e) = x_1 - \alpha\frac{i-e}{ie} \qquad (6.21)$$

unde $x_1 = \Delta\tau_d = \beta/i$. Rezultă că rutina de mers la viteză constantă operează în sensul reducerii la minim a erorii staţionare i-e (de exemplu, mărindu-se p, scade e, scade şi c, compensînd eroarea i-e).

Prin factorul β se stabileşte întîrzierea nominală, iar factorul α ajustează timpul de răspuns al sistemului, în cazul algoritmului de accelerare, respectiv asigură o bună compensare în cazul mersului la viteză constantă.

Funcţiunea de decelerare se realizează prin suprimarea a unuia sau a două impulsuri, urmată apoi de sistarea impulsurilor şi amortizarea electronică a mişcării rotorului.

O caracteristică de transfer similară se obţine şi în cazul sistemului de comandă cu procesor cablat propus de B.C.Kuo [56]. In acest fel s-a arătat că un sistem cu acţiune discretă la toate nivelele, poate fi identificat, în cazul funcţionării în buclă minoră, cu un sistem neliniar cu acţiune continuă. Pornind de la această ultimă idee, autorul propune şi alte sisteme de comandă, bazate pe acţiunea continuă la nivelul prelucrării, cercetînd posibilitatea comenzii prin regulator liniar continuu a SAMPP în BM.

6.2.2. Comanda prin regulator a SAMPP în BM

Ideea de a comanda SAMPP în BM prin regulator liniar continuu are, în afara avantajului simplităţii, suportul eliminării unor dezavantaje ale comenzii discrete prin microprocesor sau procesor cablat. Dezavantajele ce se urmăresc a se elimina sînt:

- utilizarea unui algoritm unitar pentru accelerare şi mers la viteză constantă;
- obţinerea unei viteze de prelucrare nelimitată de durata efectuării unui pas.

Principiul comenzii prin regulator are aici caracter analogic şi înseamnă intervenţia în bucla minoră prin introducerea unei întîrzieri reglabile, produs al unei noi bucle de reglare automată. Acest principiu se reflectă şi în schema bloc din fig.6.15.

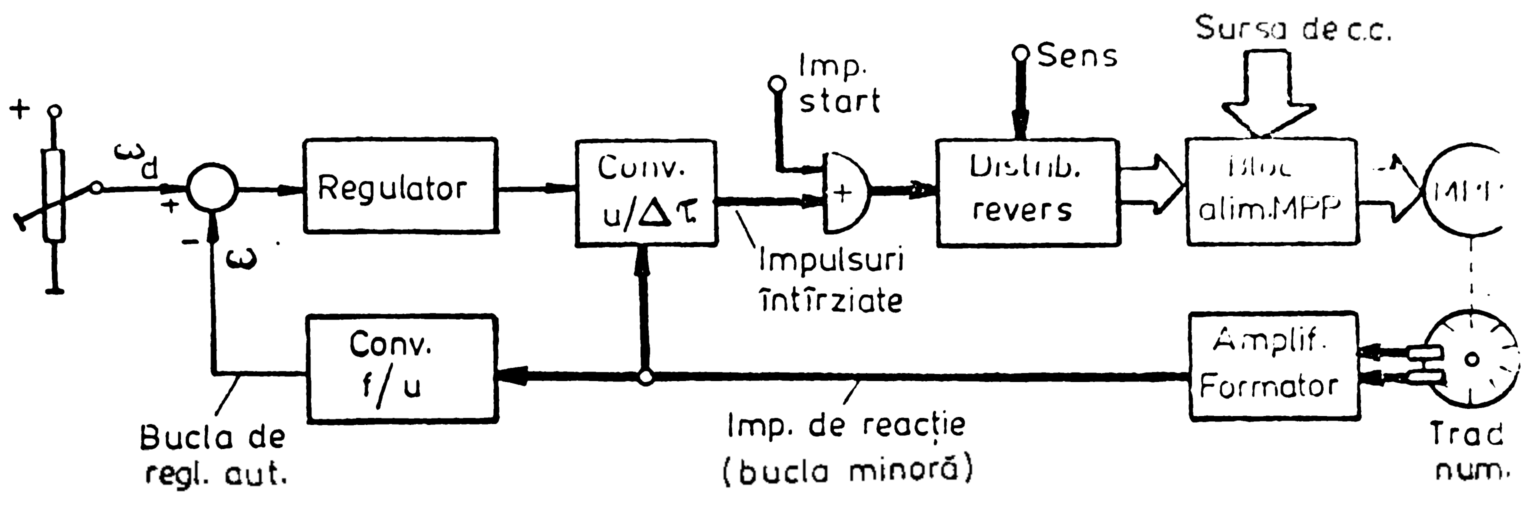


Fig.6.15. Schema de comandă analogică a SAMPP în BM.

Frecvenţa impulsurilor din bucla minoră este convertită în tensiune continuă, apoi comparată cu o tensiune de referinţă. Mărimea de comandă continuă a regulatorului acţionează printr-un convertor tensiune/durată (monostabil comandat prin tensiune) asupra impulsurilor, introducînd întîrzierea necesară. In schema de comandă s-a reprezentat cu linii groase partea cu semnale discrete a sistemului - SAMPP în BM, iar cu linii subţiri bucla de reglare analogică.

Partea discretă fiind identificată în domeniul continuu, schema bloc a sistemului automat se poate reprezenta ca în figura 6.16. Bucla interioară cu amortizarea s-a eliminat prin includerea acesteia într-un element liniar L, a cărui caracteristică de transfer este dată de echilibrul cuplurilor. Sistemul are o parte neliniară N, de forma (6.19) şi un regulator liniar R, a cărui caracteristică nu este precizată deocamdată.

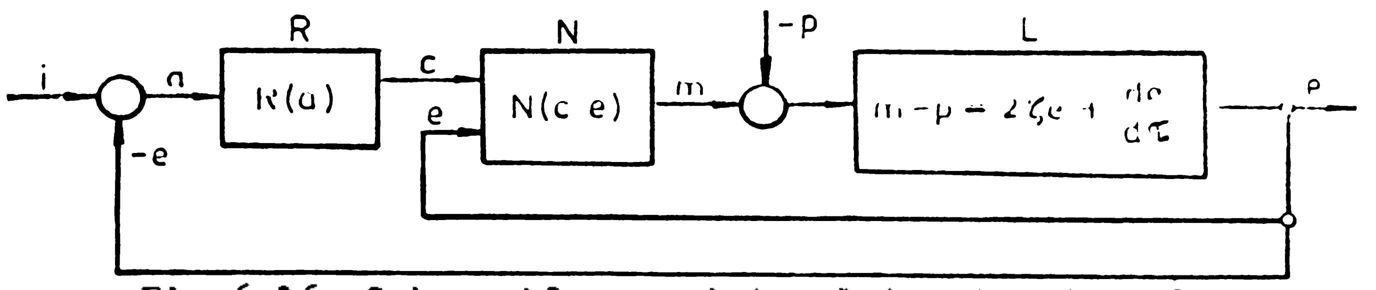


Fig.6.16. Schema bloc a sistemului automat analogic.

Pentru a studia efectul şi limitele acţiunii mărimii de comandă c asupra SAMPP în BM, este necesară o cercetare mai amănunţită a funcţiei N(c,e). In figura 6.17 este dată reprezentarea acestei funcţii în trei coordonate, pentru c > 0 (întîrzierea negativă nu are sens).

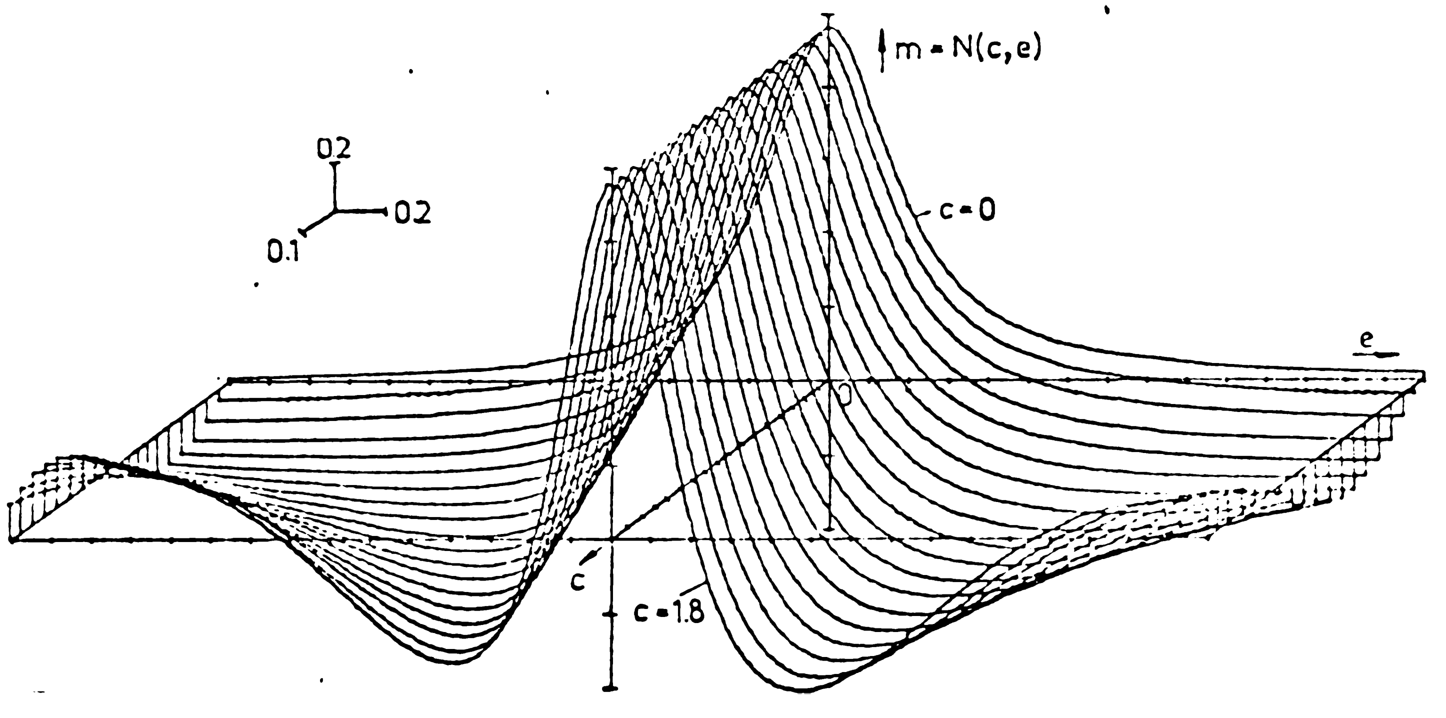


Fig.6.17. Suprafaţa m = N(c,e).

Se constată că neliniaritatea este pronunţată la viteze mici şi de asemenea la valori mai mari ale întîrzierii $c = \Delta\tau$. Suprafaţa N(c,e) este continuă şi univocă în sensul că pentru o pereche de valori c,e rezultă o singură valoare pentru m. Crescînd mărimea de comandă c, la o mărime de ieşire e dată, scade mărimea de execuţie m, la fel şi la o valoare m dată, scade e. Se mai observă că suprafaţa este simetrică faţă de planul m,c, ceea ce arată simetria mişcării motorului în ambele sensuri. In fine, este clar că o liniarizare a variaţiei m = N(c,e), fie chiar parţială, este destul de riscantă.

Caracteristica şi tipul regulatorului nu se pot determina fără o prealabilă analiză a sistemului automat, dar pentru început se ia provizoriu un regulator P, avînd caracteristica:

$$c = R(a) = x_1 - x_2 a \qquad (6.22)$$

Alegerea acestei caracteristici este intuitivă, avînd în vedere efectul lui c arătat anterior şi că în regim staţionar, cînd $\alpha = 0$, mărimea de comandă $c = x_1$ corespunde întîrzierii nominale, determinată de echilibrul acţionării.

6.3. Analiza sistemului automat de reglare a vitezei MPP în buclă minoră

Pentru analiza sistemului automat propus, se va folosi o algebră de aproximare a sistemelor formate din elemente avînd o mărime de intrare i şi una de ieşire e [9,10], descrise de ecuaţia diferenţială:

$$\sum_{\nu=0}^{m} F_{i\nu}(i,e,\tau)\,\frac{d^{\nu} i}{d\tau^{\nu}} = \sum_{\nu=0}^{n} F_{e\nu}(i,e,\tau)\,\frac{d^{\nu} e}{d\tau^{\nu}} \qquad (6.23)$$

Funcţiile $F_{i\nu}$ şi $F_{e\nu}$ trebuie să fie continue în raport cu i, e, τ, condiţie satisfăcută de sistemul automat propus.

Esenţa metodei de analiză este de a liniariza caracteristica fiecărui element al sistemului, în jurul unui punct definit la un moment dat şi reprezentarea lui printr-o ecuaţie algebrică de forma:

$$e_k = g_k i_k + h_k \qquad (6.24)$$

unde g_k este transmitanţa elementului analizat iar h_k coeficientul condiţiilor anterioare; indicele k se referă la momentul τ_k. Pentru a ajunge la forma algebrică (6.24) se utilizează operaţii de derivare numerică şi aproximări prin serii Taylor, care conduc la aproximarea unei derivate de ordinul ν astfel [1,70,71,72,86]:

$$\left.\frac{d^{\nu} x}{d\tau^{\nu}}\right|_{k-1} = \alpha_{\nu} x_k + \beta_{\nu} x_{k-1} + \gamma_{\nu} x_{k-2} + \dots \qquad (6.25)$$

Coeficienţii α_{ν}, β_{ν}, γ_{ν}, ... sînt constanţi pentru un pas de derivare constant şi depind de numărul termenilor luaţi din seria Taylor precum şi de momentul în care se face derivarea.

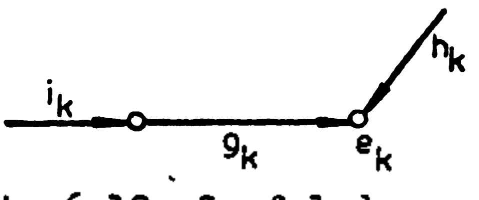


Fig.6.18. Graful de transfer asociat unui element automat.

Cu expresii algebrice de forma (6.24) se reprezintă fiecare element, la un moment dat τ_k, printr-un graf de transfer asociat aşa ca în figura 6.18. In acest fel, sistemul automat în ansamblu se compune din grafurile asociate fiecărui element, rezultînd graful de transfer al sistemului, exprimînd legături simple, valabile la momentul τ_k. Aflarea desfăşurării în timp a tuturor variabilelor sistemului în raport cu o variaţie dată intrărilor, se realizează pe calculator.

Dificultatea metodei constă în precauţiunile care trebuie luate în operaţiunea de derivare numerică după formula (6.25). După o serie de încercări ale autorului, a reieşit că pentru neliniarităţi pronunţate, care prin derivare devin tot mai neliniare, utilizarea a mai mult de trei termeni în derivarea (6.25) duce la instabilitate numerică, chiar în cazul unor diferenţe centrate. Din acest motiv s-a adoptat aproximarea derivatei cu trei termeni şi pas constant foarte mic, rezultatele obţinute fiind satisfăcătoare.

In structura sistemului intră şi un element neliniar cu două intrări, motiv pentru care se propune extinderea metodei de analiză şi pentru elemente cu caracteristică de transfer funcţie de două variabile.

Fie o funcţie $z = F(x,y,\tau)$ continuă împreună cu toate derivatele sale pînă la orice ordin şi în orice moment τ. Se face dezvoltarea în serie Taylor în momentul τ_k, limitată la primii termeni:

$$z_k = F(x_{k-1},y_{k-1}) + (x_k - x_{k-1})F'_x(x_{k-1},y_{k-1}) + \\ + (y_k - y_{k-1})F'_y(x_{k-1},y_{k-1}) \tag{6.26}$$

La fel se efectuează dezvoltarea şi în momentul τ_{k-1}, rezultînd:

$$z_k = z_{k-2} + (x_{k-1} - x_{k-2})F'_{x,k-2} + (y_{k-1} - y_{k-2})F'_{y,k-2} + \\ + (x_k - x_{k-1})F'_{x,k-1} + (y_k - y_{k-1})F'_{y,k-1} \tag{6.26,a}$$

unde $F'_{x,k-2} = F'_x(x_{k-2},y_{k-2})$, $F'_{x,k-1} = F'_x(x_{k-1},y_{k-1})$ etc.

Pentru a obţine o aproximare mai bună se efectuează o corecţie, gen predictor-corector [71], autorul încercînd cu succes corecţia:

$$F'_{x,k-2} \longrightarrow \frac{1}{2}(F'_{x,k-2} + F'_{x,k-1}) \tag{6.27}$$

şi o relaţie similară pentru $F'_{y,k-2}$ (săgeata indică "înlocuit cu"). Inlocuind în 6.26 rezultă, după calcule, o expresie algebrică de forma:

$$z_k = g_{x,k}x_k + g_{y,k}y_k + h_{z,k} \tag{6.28}$$

unde:

$$g_{x,k} = F'_{x,k-1}$$
$$g_{y,k} = F'_{y,k-1}$$

$$h_{z,k} = z_{k-2} + \frac{1}{2}(x_{k-1} - x_{k-2})F'_{x,k-2} - \frac{1}{2}(x_{k-1} + x_{k-2})F'_{x,k-1} +$$
$$+ \frac{1}{2}(y_{k-1} - y_{k-2})F'_{y,k-2} - \frac{1}{2}(y_{k-1} + y_{k-2})F'_{y,k-1} \qquad (6.28,a)$$

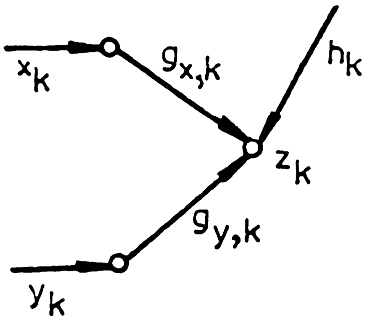


Fig.6.19. Graful de transfer asociat unui element cu două intrări.

Graful elementului cu două intrări x,y şi o ieşire z, arată, după expresia (6.28), ca în figura 6.19.

Cu acestea se poate acum trece la elaborarea grafului sistemului automat.

6.3.1. Graful sistemului automat

Elementul liniar L se reprezintă prin ecuaţia:

$$m-p = 2\zeta e + \frac{de}{d\tau} \qquad (6.29)$$

ecuaţie care se scrie în momentul τ_{k-1}, iar derivata se aproximează cu formula (6.25), redusă la primii trei termeni. Rezultă:

$$e_k = g_{L,k}(m_k - p_k) + h_{L,k} \qquad (6.30)$$

unde:

$$g_{L,k} = 0$$
$$h_{L,k} = \frac{1}{\alpha_1}\left[m_{k-1} - p_{k-1} - (\beta_1 + 2\zeta)e_{k-1} - \gamma_1 e_{k-2}\right] \qquad (6.30,a)$$

Coeficienţii α_1, β_1, γ_1 sînt: $\alpha_1 = -\gamma_1 = 1/2\delta$, $\beta_1 = 0$ [70], unde δ este pasul de derivare, constant ($\delta = \delta_k = \tau_k - \tau_{k-1} = \tau_{k-1} - \tau_{k-2} = \ldots$).

Elementul neliniar N se aproximează conform formulelor(6.28) şi (6.28,a):

$$m_k = g_{Nc,k}x_k + g_{Ne,k}e_k + h_{N,k} \qquad (6.31)$$

unde:

$$g_{Nc,k} = N'_{c,k-1} = \frac{1}{1+7{,}08e^2}\left[-e\cos(\theta_u - ce) - 2{,}66e^2\sin(\theta_u - ce)\right]\Big|_{k-1}$$

$$g_{Ne,k} = N'_{e,k-1} = \frac{-14{,}16e}{(1+7{,}08e^2)^2}\left[\sin(\theta_u - ce) - 2{,}66e\cos(\theta_u - ce) - 0{,}58c\right]\Big|_{k-1}$$
$$+ \frac{1}{1+7{,}08e^2}\left[(-c-2{,}66)\cos(\theta_u - ce) - 2{,}66ce\sin(\theta_u - ce) - 0{,}58\right]\Big|_{k-1}$$

$$h_{N,k} = m_{k-2} + \frac{1}{2}(c_{k-1} - c_{k-2})N'_{c,k-2} - \frac{1}{2}(c_{k-1} + c_{k-2})N'_{c,k-1} +$$
$$+ \frac{1}{2}(e_{k-1} - e_{k-2})N'_{e,k-2} - \frac{1}{2}(e_{k-1} + e_{k-2})N'_{e,k-1} \quad (6.31,a$$

Regulatorul R avînd caracteristica (6.22) se reprezintă pri ecuaţia:

$$c_k = g_{R,k}a_k + h_{R,k} \quad (6.32)$$

unde:

$$g_{R,k} = -x_2,\ h_{R,k} = x_1 \quad (6.32,$$

Graful sistemului se alcătuieşte pornind de la ecuaţiile (6.30), (6.31) şi (6.32), el rezultînd aşa ca în figura 6.20.

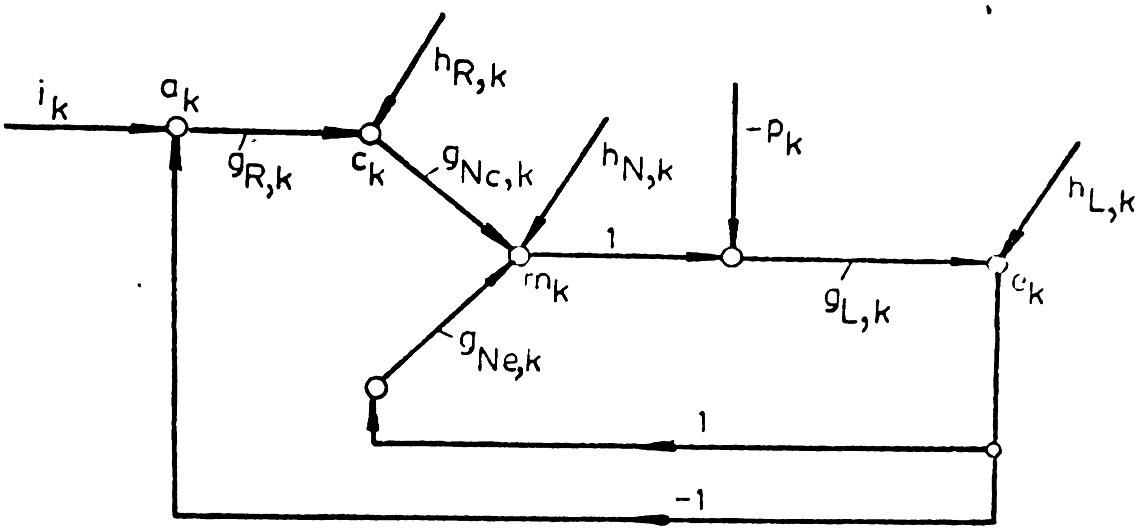


Fig.6.20. Graful de transfer al sistemului automat.

Din graful sistemului se extrage sistemul ecuaţiilor algebrice, în forma primitivă:

$$\begin{aligned} c_k &= g_{R,k}a_k + h_{R,k} \\ m_k &= g_{Nc,k}c_k + g_{Ne,k}e_k + h_{N,k} \\ e_k &= g_{L,k}(m_k - p_k) + h_{L,k} \\ a_k &= i_k - e_k \end{aligned} \quad (6.33)$$

Acest sistem se explicitează în raport cu variabilele de intrare i_k şi p_k, rezultînd sistemul ecuaţiilor în formă canonică, de forma:

$$\begin{aligned} e_k &= G_{ie,k}i_k + G_{pe,k}p_k + H_{e,k} \\ c_k &= G_{ic,k}i_k + G_{pc,k}p_k + H_{c,k} \\ m_k &= G_{im,k}i_k + G_{pm,k}p_k + H_{m,k} \\ a_k &= G_{ia,k}a_k + G_{pa,k}a_k + H_{a,k} \end{aligned} \quad (6.34)$$

Transmitanţele echivalente şi noii coeficienţi ai condiţiilc anterioare se obţin operînd în sistemul (6.33), rezultînd:

$$G_{ie,k} = \frac{g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$G_{pe,k} = \frac{-g_{L,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$H_{e,k} = \frac{g_{L,k}g_{Nc,k}h_{R,k} + g_{L,k}h_{N,k} + h_{L,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$G_{ic,k} = \frac{(1-g_{L,k}g_{Ne,k})g_{R,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$G_{pc,k} = \frac{g_{R,k}\, g_{L,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$H_{c,k} = \frac{h_{R,k}(1-g_{L,k}g_{Ne,k}) - g_{R,k}(h_{L,k}+g_{L,k}h_{N,k})}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$G_{im,k} = \frac{g_{Nc,k}g_{R,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$G_{pm,k} = \frac{g_{Nc,k}g_{R,k}g_{L,k} - g_{Ne,k}g_{L,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$H_{m,k} = \frac{g_{Nc,k}h_{R,k} - g_{Nc,k}g_{R,k}h_{L,k} + g_{Ne,k}h_{L,k} + h_{N,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$G_{ia,k} = \frac{1 - g_{L,k}g_{Ne,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$G_{pa,k} = \frac{g_{L,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}}$$

$$H_{a,k} = -\frac{g_{L,k}g_{Nc,k}h_{R,k} + g_{L,k}h_{N,k} + h_{L,k}}{1 + g_{L,k}g_{Nc,k}g_{R,k} - g_{L,k}g_{Ne,k}} \qquad (6.35)$$

După înlocuirea termenilor g şi h în expresiile (6.35) se obţin valorile variabilelor în momentul τ_k, în funcţie de intrările i_k, p_k :

$$e_k = h_{L,k}$$

$$c_k = g_{R,k}i_k + h_{R,k} - g_{R,k}h_{L,k}$$

$$m_k = g_{Nc,k}g_{R,k}i_k + g_{Nc,k}h_{R,k} - g_{Nc,k}g_{R,k}h_{L,k} + g_{Ne,k}h_{L,k} + h_{N,k}$$

$$a_k = i_k - h_{L,k} \qquad (6.36)$$

Influenţa perturbaţiei apare în expresia lui $h_{L,k}$, prin urmare afectează toate variabilele sistemului. Cu forma (6.30) şi valorile cunoscute ale termenilor g şi h (relaţiile 6.30,a, 6.31,a, 6.32,a), se pot determina valorile variabilelor în diferite momente, dînd cunoscute valorile lui i şi p.

O organigramă foarte simplă pentru analiza sistemului automat este reprezentată în figura 6.21.

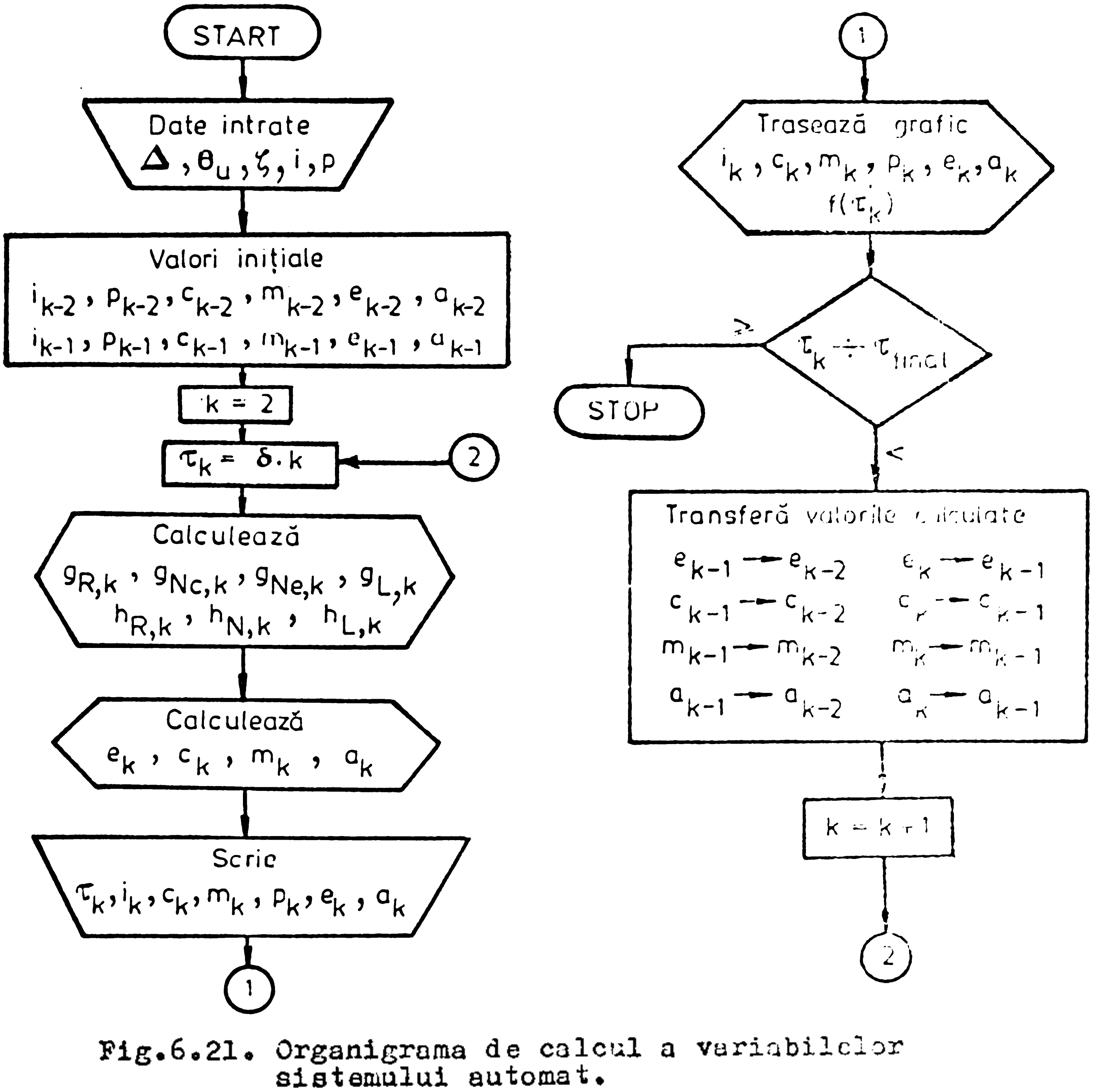


Fig.6.21. Organigrama de calcul a variabilelor sistemului automat.

Precauţiuni trebuie luate la fixarea condiţiilor iniţiale (în τ_0 şi τ_1). Valorile corespunzătoare momentului iniţial τ_0 se iau din expresiile caracteristicilor statice ($e_0 = 0$, $a_0 = 1$, $c_0 = R(a_0)$ etc.), iar cele din momentul τ_1 e bine să se ia din integrarea numerică (metoda Runge-Kutta) a ecuaţiilor modelului matematic al întregului sistem).

Pentru exemplificare, s-a luat $x_1 = 0,75$, $x_2 = 0,5$ şi s-a făcut analiza răspunsului sistemului la un semnal treaptă $i=0,5$, iar la un moment dat ($\tau = 4$) s-a introdus o treaptă de perturbaţie $p = 0,3 - 0,1$. De asemenea s-au luat $\theta_u = 7\pi/12$ ($\theta_c = \pi/3$), $\zeta = 0,1$.

In tabelul 6.1 sînt arătate o parte din rezultatele listate ale rulării calculatorului "Hewlett Packard 9820", cu un pas de derivare $\delta = 0,0005$ constant. S-au utilizat relaţiile 6.36, cu condiţiile iniţiale observabile în tabelul 6.1. Spre comparaţie sînt arătate alăturat rezultatele obţinute prin integrare numerică Runge-Kutta cu pasul $\delta = 0,1$.

Se constată că s-a obţinut o aproximare suficient de bună a caracteristicilor elementelor sistemului, diferenţele faţă de metoda Runge-Kutta (eroarea de ordinul lui δ^4) fiind nesemnificative.

Tabelul 6.1

τ_k	i_k	c_k	m_k	p_k	e_k
0.000000	.500000	.499113	.965926	.100000	0.000000
.000500	.500000	.499322	.966025	.100000	.000416
.100000	.500000	.541510	.923801	.100000	.034793
.200000	.500000	.579072	.816949	.100000	.159917
.300000	.500000	.608929	.696132	.100000	.221632
.400000	.500000	.634628	.594577	.100000	.271029
.500000	.500000	.654372	.515236	.100000	.310518
.600000	.500000	.670270	.454099	.100000	.342313
.700000	.500000	.683184	.406709	.100000	.368141
.800000	.500000	.693763	.369550	.100000	.389299
.900000	.500000	.702492	.340053	.100000	.406757
1.000000	.500000	.709739	.316372	.100000	.421251
1.100000	.300000	.715786	.297172	.100000	.433345
1.200000	.500000	.720863	.281472	.100000	.443179
1.300000	.500000	.725114	.268612	.100000	[illegible]
1.400000	.500000	.728707	.257830	.100000	.459107
1.500000	.500000	.731745	.248909	.100000	.465263
1.600000	.500000	.734318	.241440	.100000	[illegible]
1.700000	.500000	.736502	.235136	.100000	.474776
1.800000	.500000	.738357	.229914	.100000	.478487
1.900000	.500000	.739936	.225464	.100000	.481644
2.000000	.500000	.741280	.221701	.100000	.484333
2.100000	.500000	.742425	.218511	.100000	.486624
2.200000	.500000	.743402	.215805	.100000	.488578
2.300000	.500000	.744236	.213505	.100000	.490245
2.400000	.500000	.744947	.211549	.100000	.491668
2.500000	.500000	.745555	.209885	.100000	.492882
2.600000	.500000	.746073	.208468	.100000	.493919
2.700000	.500000	.746515	.207261	.100000	.494804
2.800000	.500000	.746893	.206232	.100000	.495559
2.900000	.500000	.747215	.205357	.100000	.496203
3.000000	.500000	.747489	.204612	.100000	.496750
3.100000	.500000	.747721	.203978	.100000	.497216
3.200000	.500000	.747919	.203440	.100000	.497611
3.300000	.500000	.748085	.202984	.100000	.497944
3.400000	.500000	.748225	.202598	.100000	.498224
3.500000	.500000	.748342	.202273	.100000	.498457
3.600000	.500000	.748438	.202000	.100000	.498649
3.700000	.500000	.748515	.201771	.100000	.498805
3.800000	.500000	.748576	.201579	.100000	.498925
3.900000	.500000	.748621	.201419	.100000	.499015
4.000000	.500000	.748651	.201284	.100000	.499075
4.100000	.500000	.748667	.201168	.100000	.499107
4.200000	.500000	.748668	.201065	.100000	.499103

Aproximare algebrică

τ_k	c_k	m_k	p_k	e_k
.100000	.541750	.928138	.100000	.084784
.200000	.579273	.816039	.100000	[illegible]
.300000	.610081	.695326	.100000	.221586
.400000	.634728	.593579	.100000	[illegible]
.500000	.654431	.514811	.100000	[illegible]
.600000	.670298	[illegible]	.100000	[illegible]
.700000	.683191	.406477	.100000	[illegible]
.800000	.693755	[illegible]	[illegible]	[illegible]
.900000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.000000	.709711	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.100000	.715752	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.200000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.300000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.400000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.500000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.600000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.700000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.800000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.900000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.000000	.741224	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.100000	.742369	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.200000	.743347	[illegible]	.100000	[illegible]
2.300000	.744181	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.400000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.500000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.600000	.746023	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.700000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.800000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2.900000	.747174	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.000000	.747453	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.100000	.747691	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.200000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.300000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.400000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.500000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.600000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.700000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.800000	.748632	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3.900000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4.000000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4.100000	.748811	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4.200000	[illegible]	[illegible]	.100000	[illegible]

Integrare Runge-Kutta

Variaţiile principalelor mărimi sînt reprezentate în figura 6.22, fiind obţinute la plotterul calculatorului.

Se constată caracterul exponenţial al curbelor e,m,c, precum şi existenţa erorii staţionare după aplicarea treptei de perturbaţie. Micşorarea lui c la apariţia erorii (abaterii) pozitive, arată o posibilitate de a reduce eroarea staţionară, principiu aplicat şi în cazul comenzii cu microprocesor. Compensarea completă a erorii staţionare nu este însă posibilă.

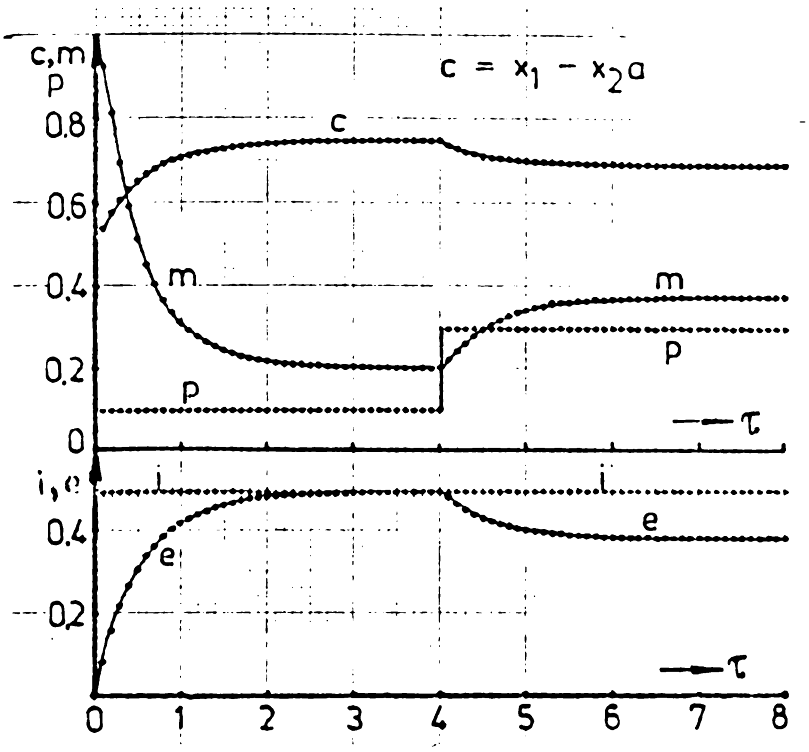


Fig.6.22. Variaţiile mărimilor sistemului automat cu regulator P.

6.3.2. Analiza sistemului automat cu microprocesor

Din schema bloc a sistemului de comandă cu microprocesor, dată în figura 6.14, reiese că, caracteristica regulatorului, preluată de microprocesor, este o funcţie implicită de i şi e, abaterea a nefiind propriu-zis o variabilă unică a acestuia. Prin urmare este necesar să se modifice graful sistemului aşa cum s-a dat în figura 6.19, pentru a ţine seama că regulatorul are aici două mărimi de intrare.

Se procedează cu funcţia R(i,e) întocmai ca şi cu funcţia N(c,e). Se introduce întîrzierea nominală $\Delta\tau_d = \beta / i = x_1$, astfel că relaţia (6.18) devine:

$$R(i,e) = x_1 + \alpha x_1 \frac{i-e}{e} \qquad (6.37)$$

Se procedează acum ca şi în cazul funcţiei N(c,e), rezultînd ecuaţia algebrică a regulatorului, de forma (6.28):

$$c_k = g_{Ri,k} i_k + g_{Re,k} e_k + h_{R,k} \qquad (6.38)$$

unde

$$g_{Ri,k} = R'_{i,k-1} = - x_1/e_{k-1}$$

$$g_{Re,k} = R'_{e,k-1} = - x_1 i_{k-1}/e^2_{k-1}$$

$$h_{R,k} = c_{k-2} + \frac{1}{2}(i_{k-1} - i_{k-2})R'_{i,k-2} - \frac{1}{2}(i_{k-1} + i_{k-2})R'_{i,k-1} +$$

$$+ \frac{1}{2}(e_{k-1} - e_{k-2})R'_{e,k-2} - \frac{1}{2}(e_{k-1} + e_{k-2})R'_{e,k-1} \qquad (6.38,a)$$

Cu acestea, graful sistemului automat cu microprocesor poate fi alcătuit ca în figura 6.23.

Forma primitivă a sistemului de ecuaţii algebrice în momentul τ_k este similară cu cea indicată în (6.33), substituind prima ecuaţie cu ecuaţia(6.38). Forma canonică (6.34) are termeni cu puţin diferiţi faţă de (6.35), iar în final, după efectuarea calculelor rezultă:

$$e_k = h_{L,k}$$

$$c_k = g_{Ri,k} i_k + g_{Re,k} h_{L,k} + h_{R,k} \qquad (6.39)$$

$$m_k = g_{Nc,k} g_{Ri,k} i_k + g_{Nc,k} g_{Re,k} h_{L,k} + g_{Ne,k} h_{L,k} + g_{Nc,k} h_{R,k} + h_{N,k}$$

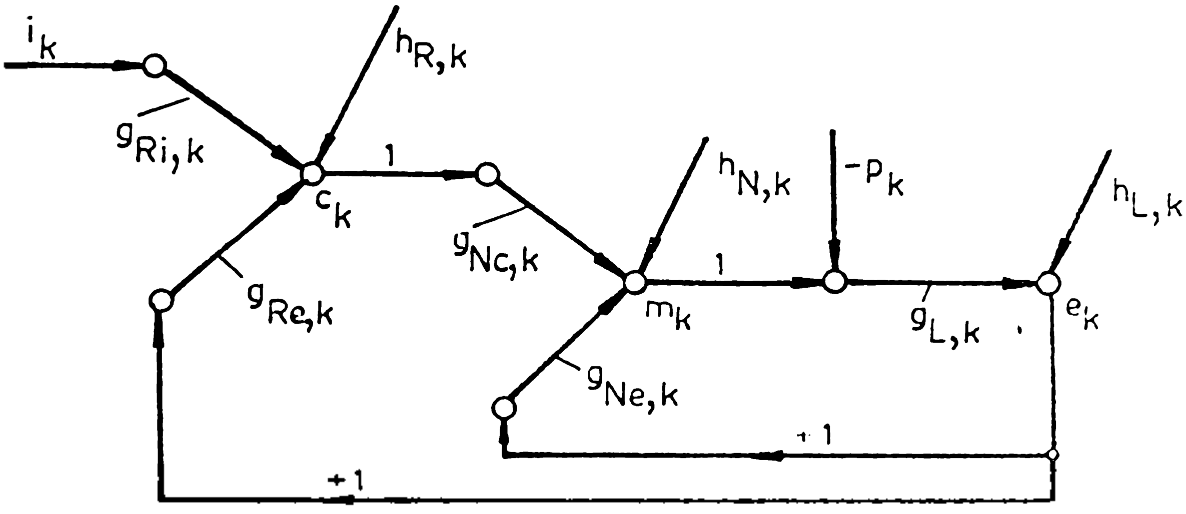


Fig.6.23. Graful de transfer al sistemului automat cu microprocesor.

La analiza funcţionării sistemului automat se va urmări şi aici răspunsul acestuia la o treaptă de intrare i=0,5, pentru $p = 0{,}1$, $\zeta = 0{,}1$ şi $\theta_c = \pi/3$ ($\theta_u = 7\pi/12$).

Organigrama de calcul a variabilelor sistemului este valabilă în esenţă şi aici, cu deosebirea că trebuie incluse nişte instrucţiuni pentru a face $c_k = 0$ între $\tau_0 = 0$ şi momentul cînd e_k ajunge la o valoare corespunzătoare efectuării primilor 3 paşi ai MPP fără întîrziere. Această valoare a lui e poate fi extrasă din integrarea numerică a modelului SAMPP în BM pentru $\theta_c = \pi/3$ şi $\Delta\tau = 0$ (ecuaţiile 6.10).

In figura 6.24 sînt reprezentate curbele trasate ale variabilelor sistemului, obţinute de la calculatorul "Hewlett Packard 9820", iar în figura 6.25 răspunsul sistemului pentru diferite valori ale factorului α. Se poate observa forma aperiodică a răspunsului şi de asemenea saltul mărimii c la intrarea în lucru a rutinei de accelerare a microprocesorului, fapt care reduce acceleraţia motorului. Intrucît factorul $x_1 = \beta/i$ a fost ajustat în conformitate cu echilibrul staţionar al acţionării, abaterea staţionară este nulă. Regulatorul avînd o caracteristică statică, rezultă că la modificarea unuia din parametri acţionării: i, p, ζ, trebuie reajustat corespunzător factorul x_1 pentru a nu avea eroare staţionară.

Ajustarea întîrzierii nominale x_1, ca factor determinant în obţinerea unei abateri staţionare nule, în mod automat cu variaţia lui i,p, sau ζ, deci un reglaj adaptiv, nu ar fi justificată deoarece ar necesita bucle suplimentare cu traductoare speciale (de exemplu de cuplu rezistent). Aceste bucle sînt dificil de realizat practic, iar reprezentarea unor mărimi ca μ_r sau ζ prin echivalente ar fi la fel de dificilă şi ineficace.

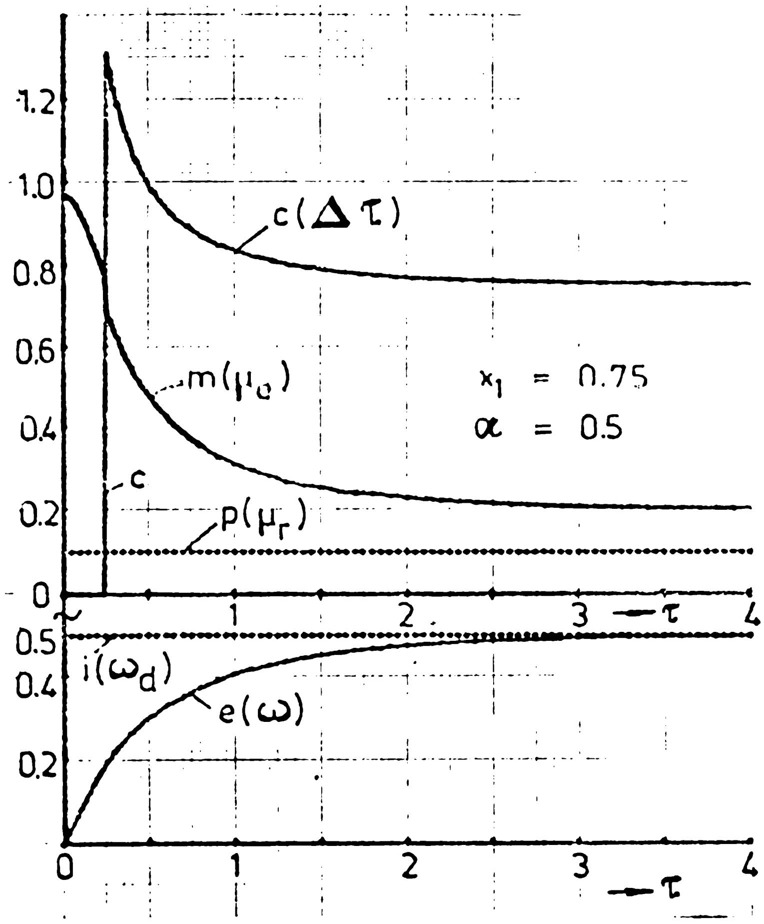


Fig.6.24. Curbele variabilelor sistemului cu microprocesor.

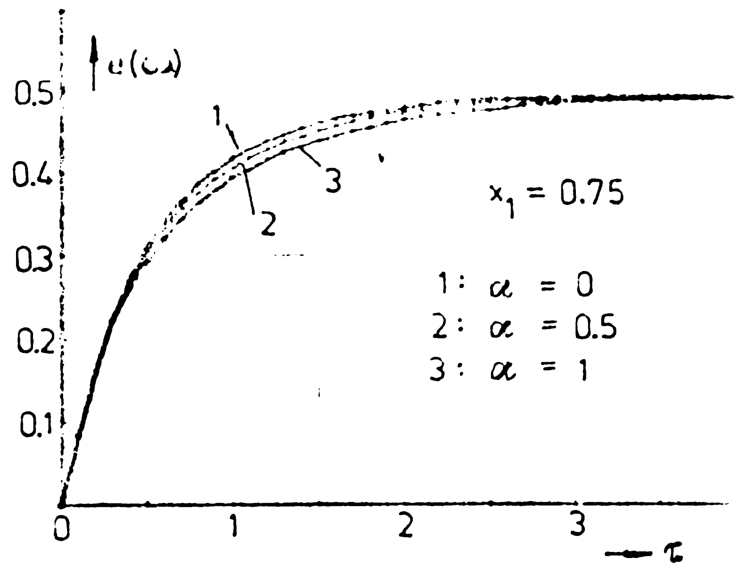


Fig.6.25. Analiza factorului α asupra formei răspunsului.

Pe de altă parte, includerea unor componente I sau D în regulator (tip numeric-microprocesor) ar mări mult volumul calculelor în rutină, necesitînd astfel un timp care ar depăşi durata minimă a efectuării unui pas al MPP.

Prin urmare, sistemul bazat pe microprocesor are performanţe limitate, desigur tocmai datorită faptului că ajustarea numerică a vitezei este subordonată duratei minime a efectuării unui pas al MPP.

6.3.3. Sinteza sistemului automat cu regulator liniar

După ce s-a analizat sistemul cu microprocesor, ideea unui regulator continuu se poate relua acum cu scopul de a găsi caracteristica sa de transfer care satisface cel mai bine condiţiile impuse sistemului automat. Se consideră o caracteristică generală PID cu coeficienţi încă nedeterminaţi:

$$c = R(a) = x_1 - x_2 a - x_3 \frac{da}{d\tau} - x_4 \int a \, d\tau \qquad (6.40)$$

Pentru a ajunge la ecuaţia algebrică de aproximare în momentul τ_k, se efectuează derivata funcţiei R(a) în raport cu timpul, în momentul τ_{k-1}:

$$\left.\frac{dc}{d\tau}\right|_{k-1} = - x_2 \left.\frac{da}{d\tau}\right|_{k-1} - x_3 \left.\frac{d^2a}{d\tau^2}\right|_{k-1} - x_4 a_{k-1} \qquad (6.41)$$

în care derivatele se aproximează astfel:

$$\left.\frac{dc}{d\tau}\right|_{k-1} = \alpha_1 c_k + \beta_1 c_{k-1} + \gamma_1 c_{k-2}$$
$$\left.\frac{da}{d\tau}\right|_{k-1} = \alpha_1 a_k + \beta_1 a_{k-1} + \gamma_1 a_{k-2} \qquad (6.42)$$
$$\left.\frac{d^2a}{d\tau^2}\right|_{k-1} = \alpha_2 a_k + \beta_2 a_{k-1} + \gamma_2 a_{k-2}$$

Coeficienţii de aproximare sînt [70,71,72] : $\alpha_1 = -\gamma_1 = 1/2\delta$ $\beta_1 = 0$; $\alpha_2 = \gamma_2 = 1/\delta^2$, $\beta_2 = -2/\delta^2$, corespunzînd aproximării derivatelor cu trei termeni şi diferenţe centrate.

După efectuarea calculelor se ajunge la forma (6.32), în care:

$$g_{R,k} = - x_2 - 2x_3/\delta$$
$$h_{R,k} = (2x_3/\delta - 2\delta x_4)a_{k-1} + (x_2 - 2x_3/\delta)a_{k-2} + c_{k-2}/2\delta \qquad (6.43)$$

Aceste expresii, împreună cu coeficienţii g şi h ai blocurilor L şi N (6.30,a, 6.31,a), se introduc în sistemul ecuaţiilor algebrice (6.36), din care se scot, pe calculator, variaţiile mărimilor sistemului automat. Se va urmări efectul parametrilor x_1, x_2, x_3, x_4 asupra răspunsului sistemului, coordonat de următoarele criterii:

- în regimul dinamic: un timp de răspuns minim, corespunzător unei suprareglări minime faţă de o treaptă de intrare dată; eroarea dinamică minimă la o treaptă de perturbaţie;
- în regimul staţionar: eroare (abatere) staţionară nulă în raport cu o treaptă de intrare dată, la orice valoare a perturbaţiei.

Existenţa neliniarităţii importante în structura sistemului automat face imposibilă sinteza regulatorului după metode cunoscute în teoria sistemelor liniare [31]. Autorul va încerca, pe baza metodei de analiză pusă la punct, să evalueze influenţa celor patru parametri $x_1,\ldots,x_4$ ai regulatorului asupra răspunsului sistemului la diferite trepte de intrare şi de perturbaţie.

Se încearcă efectul componentelor P, I şi D ale regulatorului asupra răspunsului sistemului. In figura 6.26 sînt reprezentate variaţiile mărimilor caracteristice ale sistemului în cazul unui regulator PI. Componenta integratoare face ca răspunsul să fie mai rapid, dar cu suprareglare. In schimb are efect favorabil la variaţia perturbaţiei, realizîndu-se o compensare completă a erorii staţionare.

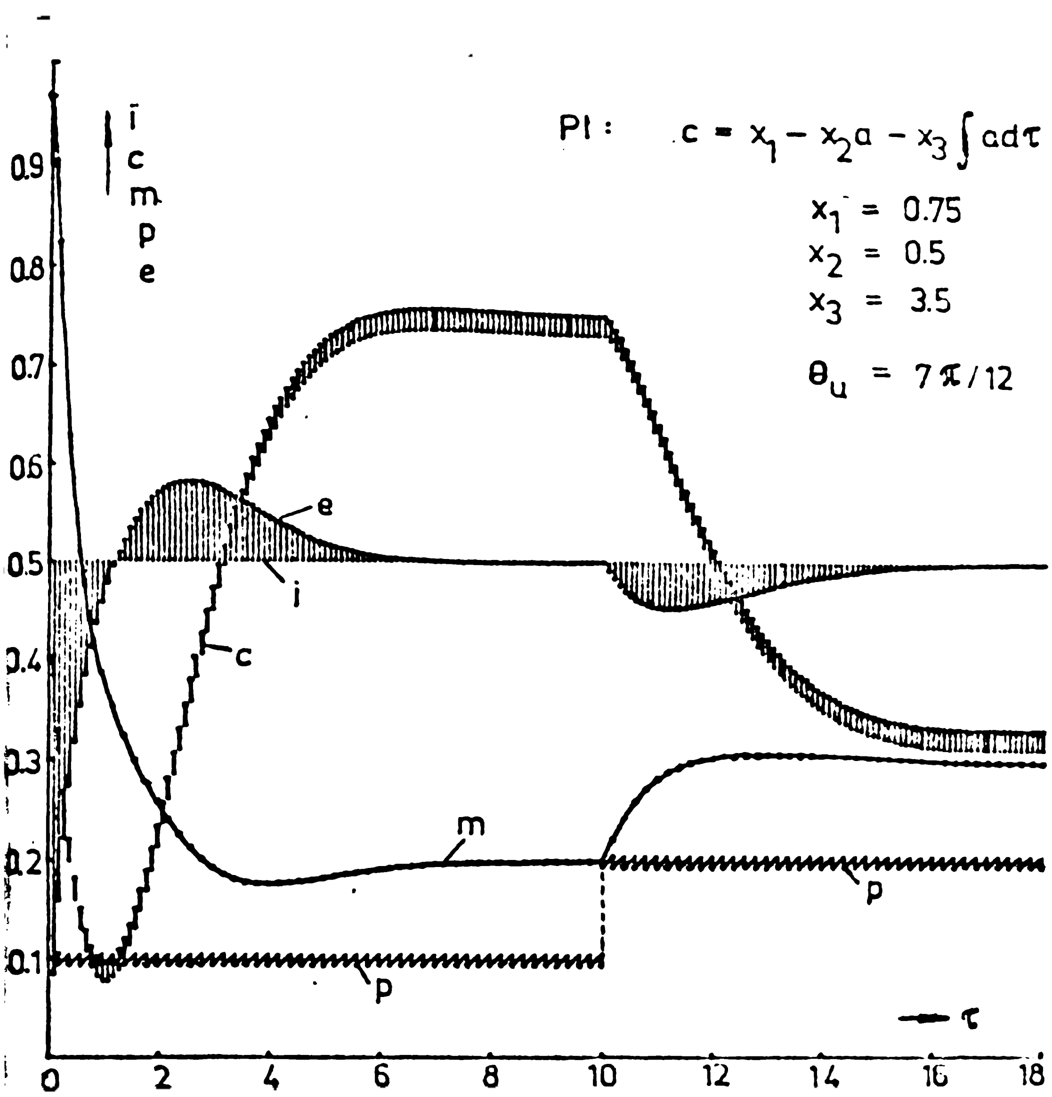


Fig.6.26. Comportarea sistemului cu regulator PI.

In figura 6.27 este reprezentat răspunsul sistemului cu regulator de diferite tipuri. Se constată în plus că includerea unei componente D în caracteristica regulatorului nu are efect favorabil (curba 3), mărind suprareglarea. Cu creşterea componentei I (scăderea constantei de timp de integrare $1/x_4$) răspunsul sistemului devine mai rapid (curbele 2 şi 4).

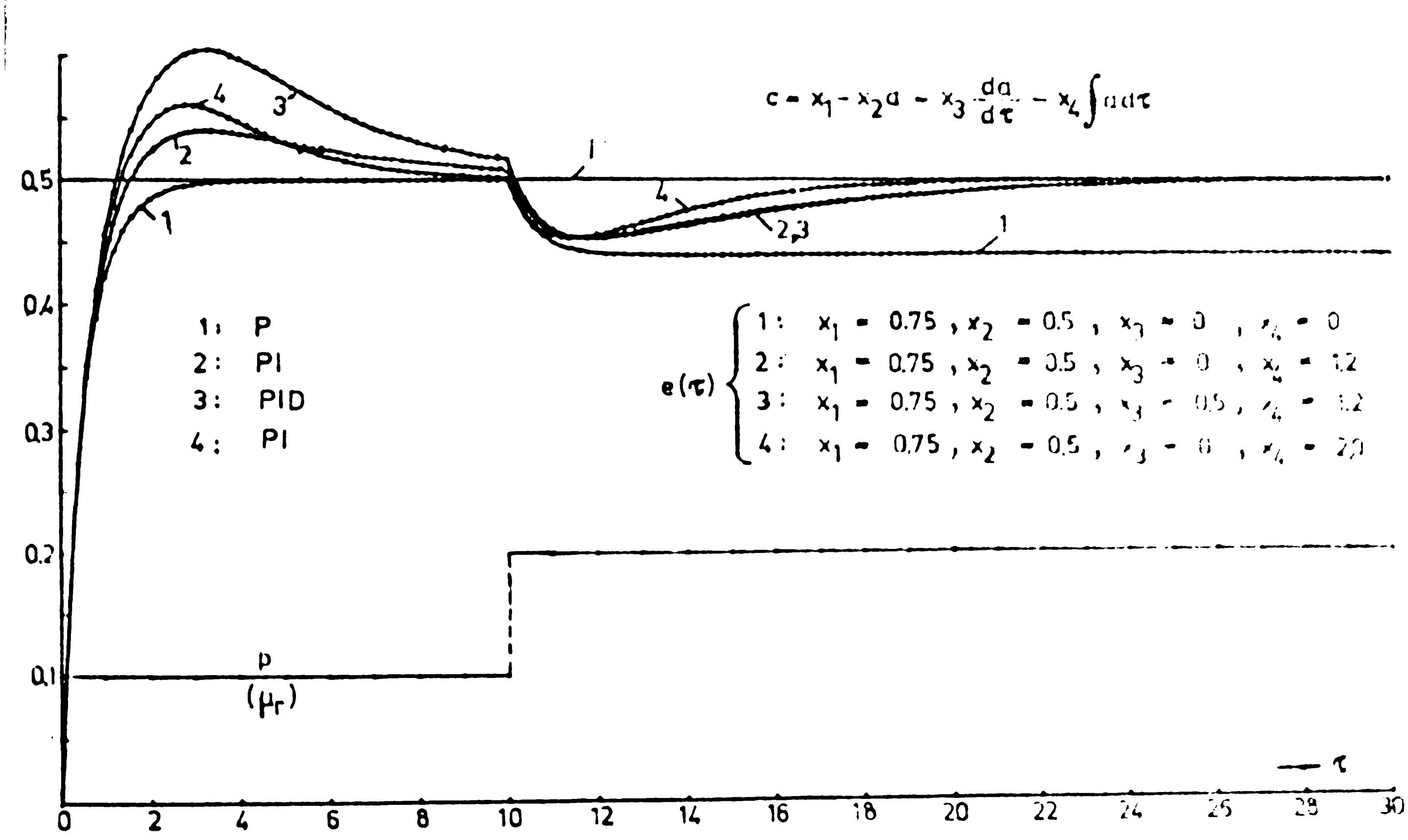


Fig.6.27. Răspunsul sistemului cu regulator P,PI,PID.

Exploatînd efectul favorabil al componentei integratoare a regulatorului în figura 6.28 sînt încercate diferite valori ale constantei de timp de integrare. Cu scăderea acesteia răspunsul devine mai rapid dar crește suprareglarea, putînd apărea și caracter oscilant (curba 3).

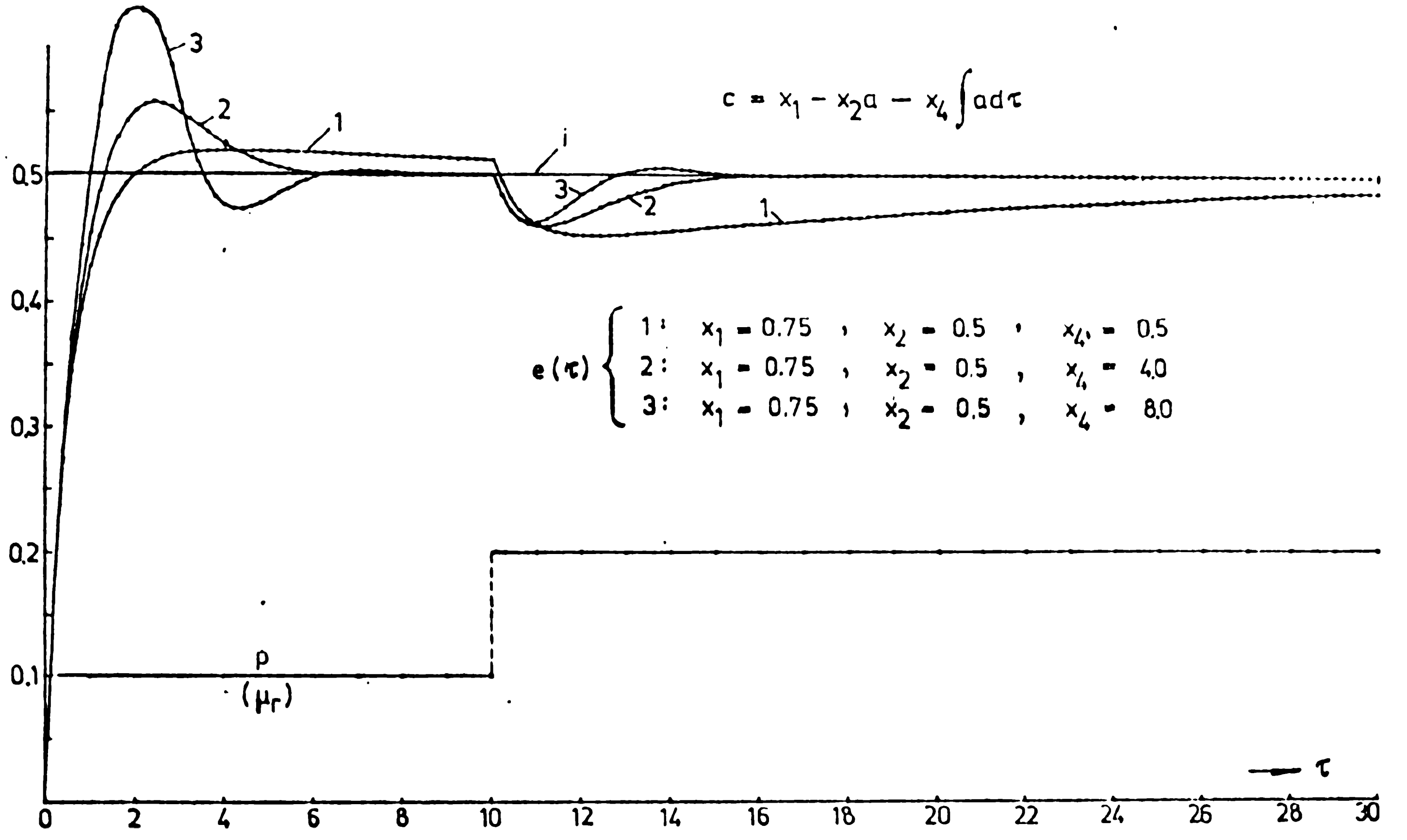


Fig.6.28. Răspunsul sistemului cu regulator PI.

Referitor la comanda cu regulator a sistemului automat trebuie făcută o precizare importantă. Teoretic mărimea de comandă c ar putea rezulta din regulator negativă, dar acest lucru nu are o interpretare practică. Din acest motiv trebuie limitată la zero valoarea minimă a lui c, fapt care se poate interpreta prin existența caracteristicilor limită de mers ale SAMPP în BM. Concret, dacă mărimea de intrare (viteza impusă), la valori date pentru p și ζ, depășește valoarea maximă corespunzătoare de pe caracteristica limită de mers (definită pentru c=0), nu se mai poate pretinde sistemului automat să răspundă corect. Aceeași situație se întîmplă și în cazul creșterii lui p sau în regimul de mers peste anumite limite, cînd sistemul nu va putea compensa eroarea staționară.

In figura 6.29 este reprezentat domeniul de variație pentru m și p, în funcție de mărimea de comandă c, la diferite mărimi de ieșire. Curbele sînt trasate pentru $\zeta = 0,1$ și $\theta_u = 7\pi/12$. Dacă, de exemplu, se impune i=0,5, sistemul nu va putea răspunde fără eroare dacă p > 0,268.

Din cele arătate rezultă necesitatea blocării acţiunii regulatorului la c=0, ori de cîte ori această mărime ar deveni negativă, artificiu care s-a inclus şi în programul de calcul pentru analiza sistemului.

e (c=0)	m_{max}	p_{max}
.000000	.965926	.965926
.100000	.912189	.892189
.200000	.769652	.729652
.300000	.609860	.549860
.400000	.473232	.393232
.500000	.368287	.268287
.600000	.290521	.170521
.700000	.233117	.093117
.800000	.190319	.030319

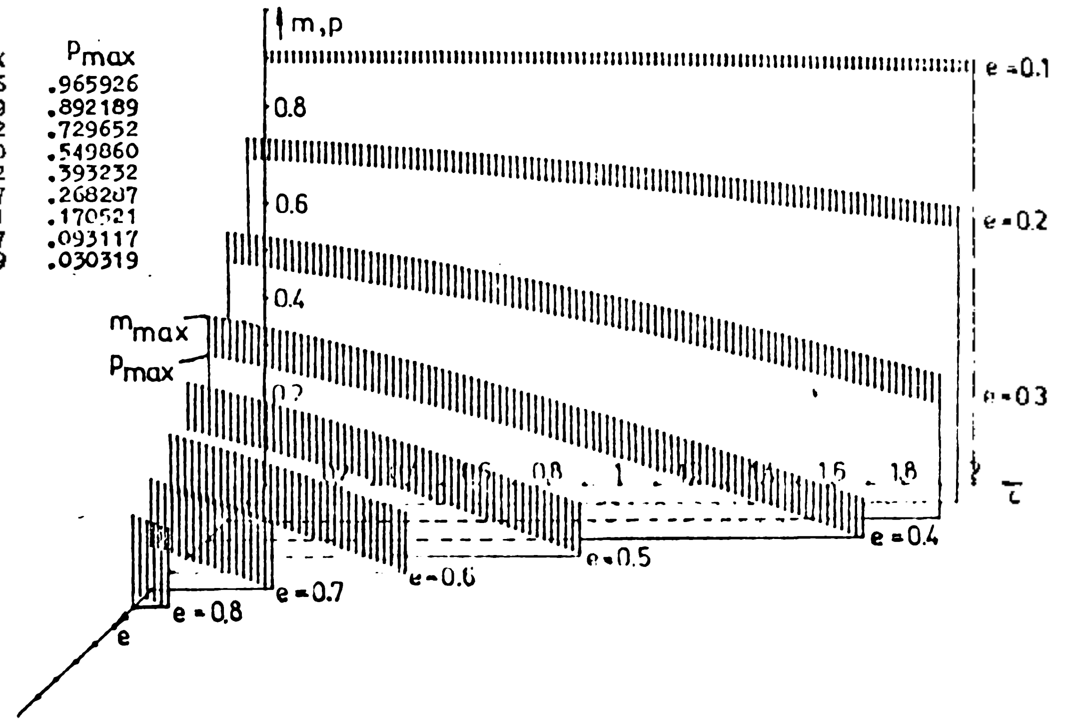


Fig.6.29. Domeniul de variaţie m(c,e), la $\theta_u = 7\pi/12$.

Exemple de cazuri cînd intervine blocarea regulatorului sînt reprezentate în figura 6.30, în care sînt impuse mărimi de intrare diferite de 0,5 (pentru care s-a ajustat termenul x_1 al regulatorului). Dacă mărimea de intrare este mai mică, de exemplu i=0,4, sistemul lucrează fără eroare staţionară, cu condiţia ca (v.fig.6.30) perturbaţia să nu depăşească, pentru ζ = 0,1, valoarea 0,393. Regulatorul nu este niciodată blocat, mărimea de comandă (c_3) nu devine zero. Dacă mărimea de intrare este mai mare decît 0,5, de exemplu i=0,6, răspunsul sistemului se obţine fără eroare (curbele e_1, e_2), chiar dacă pentru x_4 mai mare, regulatorul se blochează o scurtă perioadă de timp (curba c_2), în schimb, la o perturbaţie p=0,2 (mai mare ca 0,17 - în fig.6.29), sistemul prezintă o eroare staţionară ε, datorită blocării regulatorului.

In fine, se pot acum da cîteva aprecieri generale privind sinteza sistemului automat cu regulator liniar continuu:

- un regulator PI este cel mai indicat;

- ajustarea termenului x_1 al regulatorului în funcţie de i, p sau ζ se face o singură dată, nefiind necesară schimbarea lui cu variaţia unuia din cei 3 parametri;

- ajustarea lui x_2 este mai puţin importantă, din cauza existenţei componentei I a regulatorului. Practic o valoare $0 < x_2 < 1$ este satisfăcătoare;

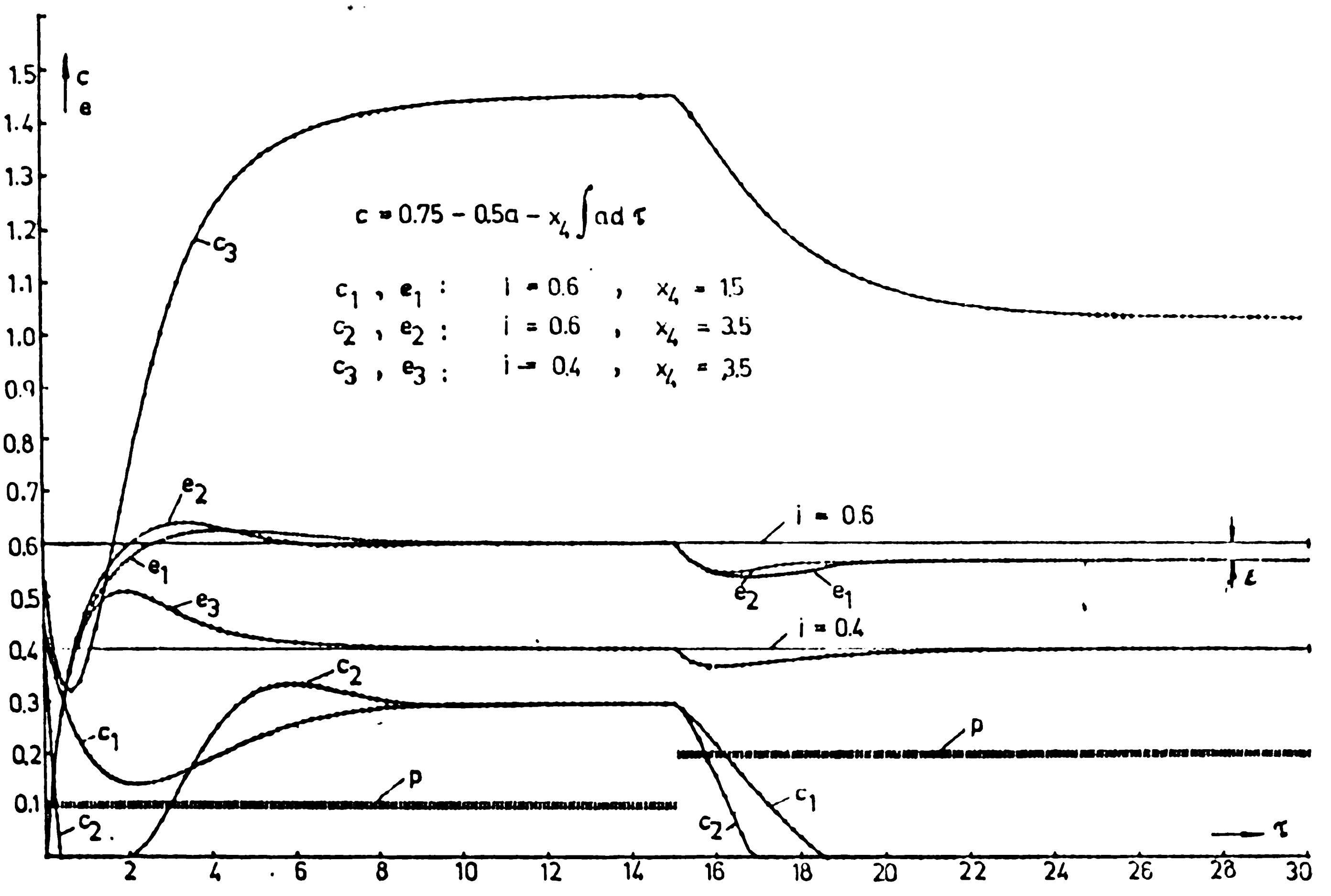


Fig.6.30. Comportarea sistemului în cazul blocării acţiunii regulatorului PI.

- ajustarea lui x_4 rezultă din analiza sistemului, pentru domeniul maxim de variaţie a lui i şi p, în un ζ dat. Pentru a limita blocarea parţială a regulatorului, coeficientul x_4 trebuie să scadă cu creşterea lui i şi invers. Valori $0,5 < x_4 < 4$ sînt satisfăcătoare;

- reglajul automat fără blocarea acţiunii regulatorului la c=0 nu este posibil decît sub caracteristica limită de mers a SAMPP în BM, care, din păcate, închide un domeniu tot mai mic cu creşterea vitezei impuse. Prin urmare cîmpul de acţionare a regulatorului se îngustează cu creşterea lui i sau p.

6.4. Schema sistemului de poziţionare cu motor pas cu pas în buclă minoră

In conformitate cu ideea de a comanda cu semnale continue SAMPP în BM, în figura 6.31 este arătată o schemă propusă de autor pentru poziţionarea cu MPP în BM.

Schema se distinge prin comenzi de sens (nivel 1 sau 0), viteză (frecvenţa impulsurilor) şi de poziţie (numărul impulsurilor). Bucla vitezei operează cu semnal continuu asupra întîrzierii impulsurilor pe bucla minoră (v. schema din fig.6.15), fiind interconectat în sistem cu mărimea de referinţă şi cu mărimea de reacţie - ambele cu caracter discret - prin intermediul convertoarelor N/A.

Bucla minoră conţine şi un bloc de decelerare-oprire care aplică injectarea sau suprimarea de impulsuri pe bucla minoră atunci cînd este atinsă poziţia impusă.

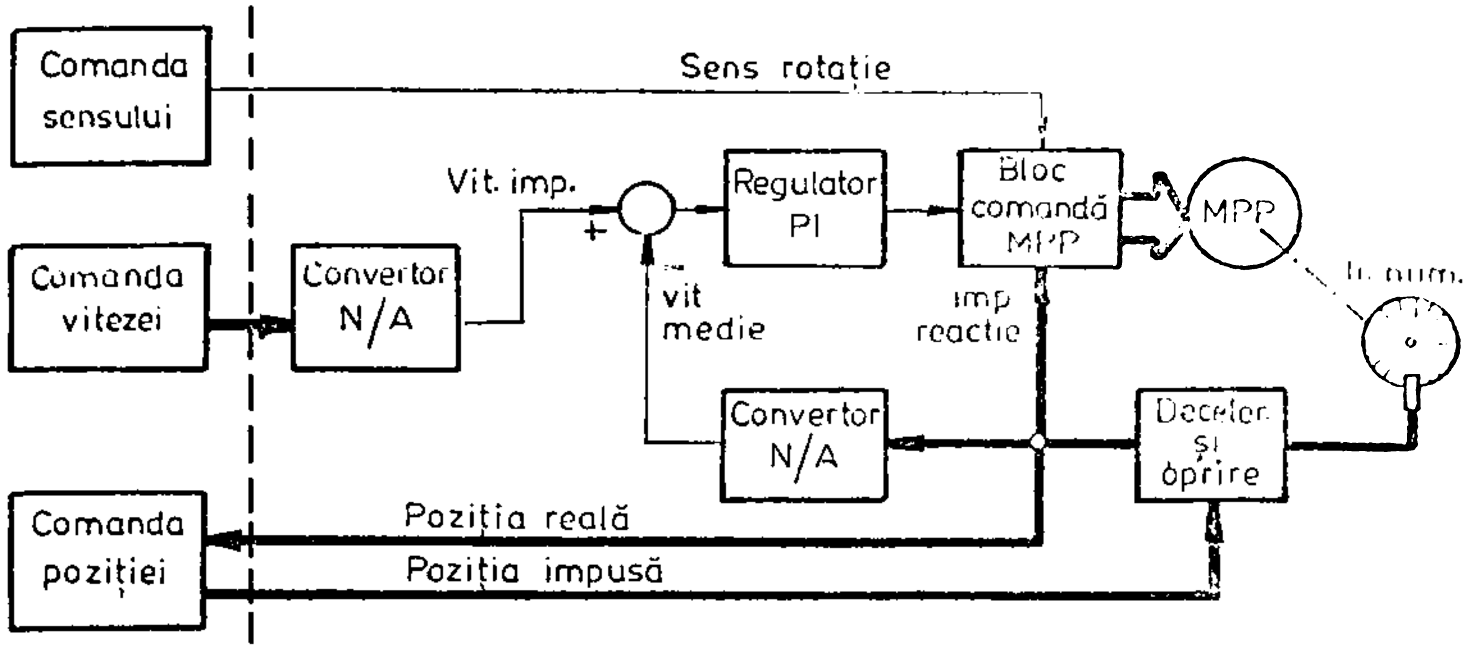


Fig.6.31. Schema SPMPP în BM.

Avantajele SPMPP în BM comandat prin semnale continue sînt, pe lîngă cele de principiu, definitorii pentru funcţionarea MPP în buclă minoră, şi acelea legate de faptul că bucla minoră oferă suplimentar o informaţie exactă asupra poziţiei reale a rotorului în orice moment. Există totuşi şi posibilitatea comenzii în buclă minoră a MPP, la care traductorul de poziţie este înlocuit cu traductoare de curent [21]. In acest caz, însă, se pierde informaţia exactă asupra poziţiei reale a rotorului MPP.

Concluzii

1. MPP în buclă minoră oferă avantaje mari faţă de funcţionarea în circuit deschis, cele mai importante fiind vitezele de mers ridicate şi supleţea deosebită faţă de variaţiile bruşte ale sarcinii pe arbore.

2. Simularea numerică a funcţionării SAMPP în BM a relevat forme de undă mult mai aplatisate pentru variabilele sistemului decît în cazul funcţionării în circuit deschis. Aceasta a condus spre elaborarea unui model continuu al SAMPP în BM, în care toate variabilele sînt supuse legii echilibrului mişcării.

3. Includerea unghiului de comutaţie în ecuaţiile modelului continuu a permis definirea întîrzierii impulsurilor pe bucla minoră ca mărime de comandă a SAMPP în BM şi care, compusă cu valoarea medie a vitezei motorului, dă un unghi echivalent de comutaţie ajustabil întotdeauna în sensul decalării în urmă a comutaţiei.

4. Consideraţiile făcute asupra injectării şi suprimării de impulsuri în/din bucla minoră au arătat că acestea au efecte similare şi pot schimba regimul MPP (accelerare-mers-decelerare).

5. Din analiza SAMPP în BM efectuată pe modelul continuu au reieşit comportări similare motorului de c.c. serie, faţă de mărimea de comandă şi faţă de sarcina pe arbore. S-au calculat caracteristicile statice cuplu/viteză ale MPP, cu sens diferit de acelea corespunzătoare funcţionării în circuit deschis.

6. Automatizarea SAMPP în BM presupune includerea unei bucle de reglare a vitezei, subordonată buclei de reglare a poziţiei. Comanda cu microprocesor rezolvă foarte comod problema ajustării vitezei motorului, dar operează cu algoritmuri prea simple, dictate de necesitatea reducerii timpului afectat ciclului de calcul sub durata efectuării unui pas. Ideea unei automatizări cu regulator continuu poate pleca de la avantajul lipsei constrîngerii de timp în prelucrarea abaterii.

7. Metoda de analiză pe baza liniarizării caracteristicilor de transfer ale elementelor la un moment de timp dat, conduce spre calcularea facilă a răspunsului sistemului într-o gamă variată de parametri şi semnale, şi poate fi extinsă şi pentru sinteza regulatorului. S-a dedus că un regulator PI cu limitarea mărimii sale de ieşire la valori pozitive satisface cerinţele automatizării SAMPP în BM.

8. Schema propusă pentru SPMPP în BM lucrează la nivelul buclei de poziţie cu mărimi discrete iar în bucla de viteză cu mărimi continui, beneficiind în plus de avantajul existenţei unei informaţii sigure asupra poziţiei rotorului.

7. SISTEME DE POZITIONARE CU MPP IN REGIM DE MICROPASIRE

Funcţionarea clasică a MPP se bazează pe alimentarea succesivă cu impulsuri (comandă potenţială) a fazelor sale, astfel încît rotorul ocupă poziţii determinate de axele fazelor alimentate. In regim de micropăşire, alimentarea obişnuită cu impulsuri succesive este înlocuită cu alimentarea combinată a două faze alăturate în aşa fel încît poziţia rotorului să se poată situa în mai multe puncte dintre axele fazelor respective. In acest fel pasul mare al MPP este divizat în paşi mai mici (micropaşi sau minipaşi), numărul acestora depinzînd de totalitatea combinaţiilor de alimentare a două faze alăturate.

Tehnica micropăşirii este cunoscută abia în ultimii ani, prin urmare multe aspecte teoretice şi practice ale acesteia sînt în curs de elaborare. Cîteva lucrări, deocamdată informative [25,60, 69,73,74], vin să susţină avantajul micropăşirii faţă de funcţionarea clasică a MPP. Se pot arăta următoarele calităţi ale funcţionării în regim de micropăşire a MPP:

- micşorarea pasului, deci mărirea rezoluţiei mişcării,cu implicaţii extrem de favorabile în tehnica poziţionării;
- o mişcare foarte lină, cu oscilaţii mici, proprietate care rezolvă problema calităţii traseului de poziţionare;
- o stabilitate a mişcării mult mai bună, datorită eliminării aproape complete a pericolului rezonanţei de comutaţie;
- posibilitatea reducerii considerabile a deviaţiei MPP, care constituie un factor esenţial, în stabilirea preciziei de poziţionare;
- cuplul maxim şi viteza de rotaţie în general nu sînt diminuate, faţă de cazul funcţionării clasice.

Pornind de la aceste consideraţii cu caracter informativ, autorul va prezenta un studiu al sistemelor de poziţionare cu MPP în regim de micropăşire (SPMPP în μP), pe baza unor realizări de concepţie proprie. Anumite inovaţii legate de nomenclatura utilizată în acest capitol ar putea fi încă discutate, dat fiindcă pînă în prezent în literatura tehnică română nu au apărut lucrări din tematica abordată.

7.1. Principiul funcţionării MPP în regim de micropăşire

Pentru a diviza pasul mare al MPP, trebuie efectuată o alimentare combinată a două faze vecine, necesitînd convertoare numeric-analogice de putere. In figura 7.1 este arătată o schemă de principiu a alimentării unui MPP cu patru faze [25], adaptată MPP cu rotor pasiv (inductoare cu autoexcitaţie sau inductor-reactive).

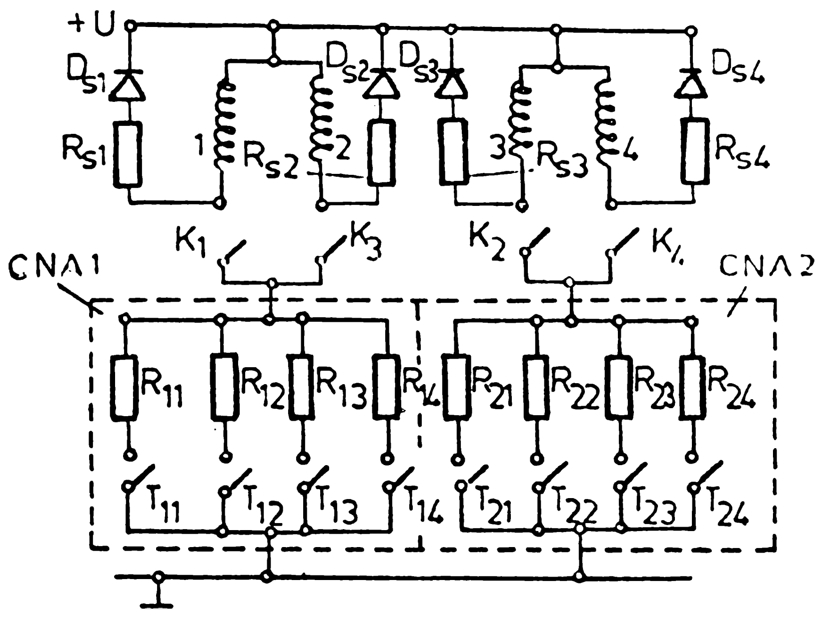


Fig.7.1. Schema de principiu a alimentării MPP cu P.

Schema permite divizarea pasului mare al MPP în 4, adică:

$$\theta_{\mu e} = \frac{\theta_e}{K_\nu} = \frac{2\pi}{K_\nu m} = \frac{\pi}{8} \quad (7.1)$$

unde $\theta_{\mu e}$ reprezintă pasul electric divizat ("micropasul"), K_ν factorul de divizare ($K_\nu=4$), iar m numărul fazelor. Două convertoare numeric-analogice CNA 1 şi CNA 2 realizate cu rezistenţele $R_{11},\dots,R_{24}$ şi contactele $T_{11},\dots,T_{24}$ asigură patru posibilităţi de alimentare a fazelor vecine (1-2,2-3 etc.). Secvenţa închiderii contactelor este ilustrată în tabelul 7.1, unde apar codurile de comandă a convertoarelor şi a contactelor principale $K_1,\dots,K_4$. Numărul de micropaşi pe perioadă este $K_\nu m$, deci există 16 combinaţii de alimentare a fazelor MPP.

Problema esenţială este de a calcula curenţii necesari în faze pentru fiecare microtact ν astfel încît să se obţină un cuplu maxim constant la fiecare microstare electrică şi de asemenea puncte de echilibru stabil echidistante.

In figura 7.2 sînt reprezentate curbele M(θ) corespunzătoare fazelor 1 şi 2 alimentate, care îmbrăţişează curbele cuplurilor aferente microstărilor electrice intermediare 11,12,13. Se caută legea de variaţie a curenţilor $I_{1\nu}$ şi $I_{2\nu}$ care să satisfacă condiţiile arătate mai sus, luîndu-se în discuţie cazul

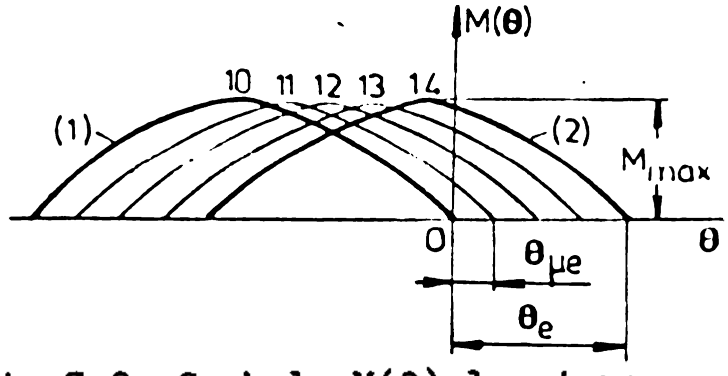


Fig.7.2. Curbele M(θ) la micropăşire.

MPP inductoare cu autoexcitaţie şi inductor-reactive cu patru faze.

Tabelul 7.1

ν	T_{11}	T_{12}	T_{13}	T_{14}	T_{21}	T_{22}	T_{23}	T_{24}	K_1	K_2	K_3	K_4
0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0
2	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
4	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0
5	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0
8	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1
10	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
11	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
12	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
13	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
14	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
15	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
16	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0

a) MPP inductor cu autoexcitaţie

Din expresia cuplului electromagnetic (3.4) se iau numai termenii cu indicii 1 şi 2 şi se egalează expresia sa cu expresia cuplului echivalent microstării electrice ν :

$$M_e = \frac{p}{2}\left(i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\theta} + 2i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta} + i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\theta}\right) = \tag{7.2}$$

$$= \frac{p}{2} I^2 L_1 k_M \sin(\theta - \theta_{\mu e})$$

în care I este curentul corespunzător alimentării unei singure faze iar k_M este coeficientul cuplului maxim (tabelul 3.9), egal aici cu 1. Inductivităţile sînt, conform relaţiilor 2.19:

$$L_{11} = \frac{3}{2} L_o + L_1 \cos\theta$$

$$L_{12} = \frac{1}{2} L_o + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\theta - \frac{\pi}{4}) \tag{7.3}$$

$$L_{22} = \frac{3}{2} L_o + L_1 \sin\theta$$

Introducînd inductivităţile în egalitatea (7.2) se obţine:

$$i_1^2(1 + \frac{i_2}{i_1})(\sin\theta - \frac{i_2}{i_1}\cos\theta) = I^2\sin(\theta - \nu\theta_{\mu e}) \qquad (7.4)$$

Notînd $tg\lambda = i_2/i_1$, după calcule, se obţine:

$$\lambda = \nu\theta_{\mu e}$$
$$i_1^2 \frac{1 + tg\lambda}{\cos\lambda} = I^2 \qquad (7.5)$$

sistem care, după rezolvare, dă relaţia necesară între curenţi:

$$(i_1 + i_2)\sqrt{i_1^2 + i_2^2} = I^2 \qquad (7.6)$$

şi de asemenea expresiile curenţilor:

Tabelul 7.2

ν	0	1	2	3	4
$\lambda = \nu\theta_{\mu e}$	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$
$I_{1\nu}/I$	1	0,808	0,595	0,335	0
$I_{2\nu}/I$	0	0,335	0,595	0,808	1

$$i_1 = I_{1\nu} = I\frac{\cos\lambda}{\sqrt{\sin\lambda + \cos\lambda}};$$
$$i_2 = I_{2\nu} = I\frac{\sin\lambda}{\sqrt{\sin\lambda + \cos\lambda}} \qquad (7.7)$$

unde $\lambda = \nu\theta_{\mu e}(\lambda = 0, \ldots, \pi/2)$. Dînd valori lui ν, se obţin curenţii microstărilor electrice, aşa cum se arată în tabelul 7.2.

b) MPP inductor-reactiv

Egalitatea (7.2) se păstrează, pentru $L_{12} = 0$ şi $k_M = 2$, iar inductivităţile sînt scoase din relaţiile (2.20):

$$L_{11} = 2L_o + 2L_1\cos\theta$$
$$L_{22} = 2L_o + 2L_1\sin\theta \qquad (7.8)$$

Se obţine egalitatea echivalentă cu (7.4):

$$i_1^2\left[\sin\theta - (\frac{i_2}{i_1})^2\cos\theta\right] = I^2\sin(\theta - \nu\theta_{\mu e}) \qquad (7.9)$$

Analog, notînd de astă dată $tg\lambda = (i_2/i_1)^2$, se ajunge la sistemul:

$$\lambda = \nu\theta_{\mu e}$$
$$\frac{i_1^2}{\cos\lambda} = I^2 \qquad (7.10)$$

sistema care, după rezolvare, conduce la relaţia între curenţi:

$$i_1^4 + i_2^4 = I^4 \qquad (7.11)$$

şi de asemenea la expresiile lor:

$$i_1 = I_{1\nu} = I\sqrt{\cos\lambda}\ ; \quad i_2 = I_{2\nu} = I\sqrt{\sin\lambda} \qquad (7.12)$$

în care $\lambda = \nu\theta_{\mu e}$ ($\lambda = 0, \ldots, \pi/2$). Pentru diferite valori ale microtactului ν, rezultă valorile curenţilor, date în tabelul 7.3.

Tabelul 7.3

ν	0	1	2	3	4
$\lambda = \nu\theta_{\mu e}$	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$
$I_{1\nu}/I$	1	0,961	0,840	0,619	0
$I_{2\nu}/I$	0	0,619	0,840	0,961	1

Pentru alte tipuri de MPP trebuie calculate expresii corespunzătoare, metoda rămînînd aceeaşi. De exemplu, pentru MPP inductoare bifilare cu rotor activ cu magneţi permanenţi, relaţia curenţilor este [25]:

$$i_1^2 + i_2^2 = 2I^2 \qquad (7.13)$$

Trebuie precizat că regimul de micropăşire derivă din secvenţa de alimentare simetrică simplă (1-2-3-4...), trecînd treptat de la o stare electrică la alta prin stări intermediare(microstări). Rezultă că regimul micropăşirii nu poate deriva din secvenţa simetrică dublă, de exemplu trecînd treptat din starea 12 în starea 23, deoarece stările 1 şi 3 sînt în opoziţie. Pentru număr de faze $m > 4$ regimul micropăşirii între stări aferente secvenţelor multiple este însă posibil.

Pentru MPP cu 4 faze micropăşirea se aplică cel mai eficient în cazul MPP inductor-reactiv, care are cuplul cel mai mare în secvenţa de alimentare simplă ($k_M = 2$). Se remarcă de asemenea complicarea schemei de alimentare a MPP cu mărirea numărului de micropaşi pe o perioadă (K_ν).

O observaţie foarte interesantă se poate face în situaţia limită cînd $K_\nu \to \infty$. In figura 7.3 este reprezentată variaţia lui $I_{1\nu}/I$ cu unghiul de rotaţie pe o perioadă. Rezultă că forma curentului necesar pentru a deplasa rotorul uniform sub acţiunea unui cuplu maxim constant reprezintă

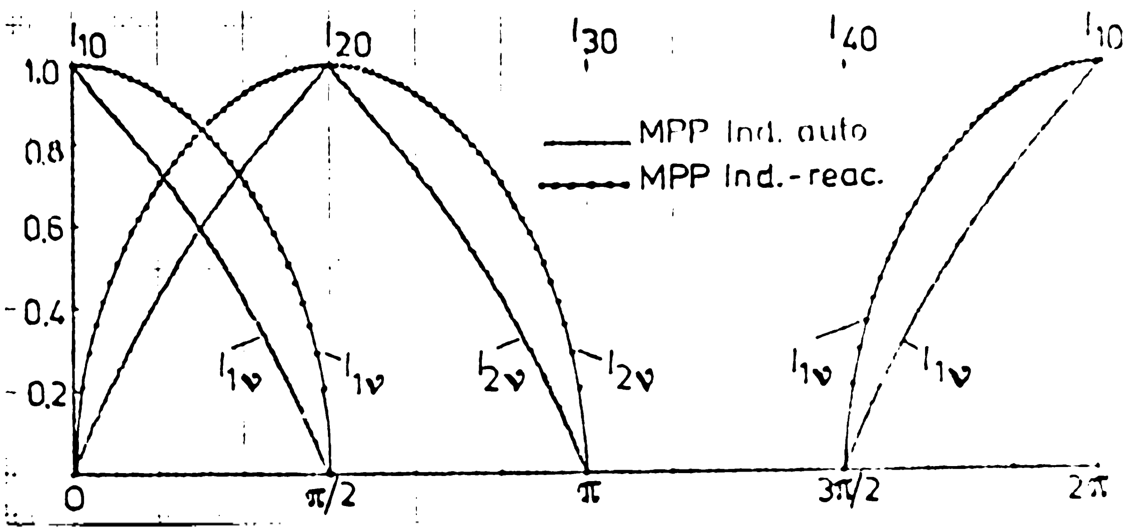


Fig.7.3. Variaţia curenţilor în fazele 1 şi 2 cu unghiul de rotaţie.

arce mai mult sau mai puţin turtite de sinusoide (depinzînd de variaţia cuplului cu unghiul).

Prin extrapolare, se poate deduce că în cazul unui MPP reactiv, care se poate alimenta în secvenţă bipolară, forma curentului în faze depinde sinusoidal (exact sau turtit) de unghi. In acest mod se prefigurează principiul cunoscut de comandă a motoarelor sincrone cu reluctanţă variabilă alimentate de la reţeaua de c.a.

7.2. Schema SPMPP în μP

Preluînd o serie de scheme de poziţionare elaborate pentru MPP cu funcţionare clasică [30,42,46,47,48,49,51,92] şi dezvoltînd schema de alimentare din figura 7.1, autorul propune o schemă a SPMPP în μP, cu posibilitatea funcţionării atît în circuit deschis cît şi în circuit închis. In figura 7.4 este redată această schemă, în care un comutator separă cele două moduri de comandă a MPP.

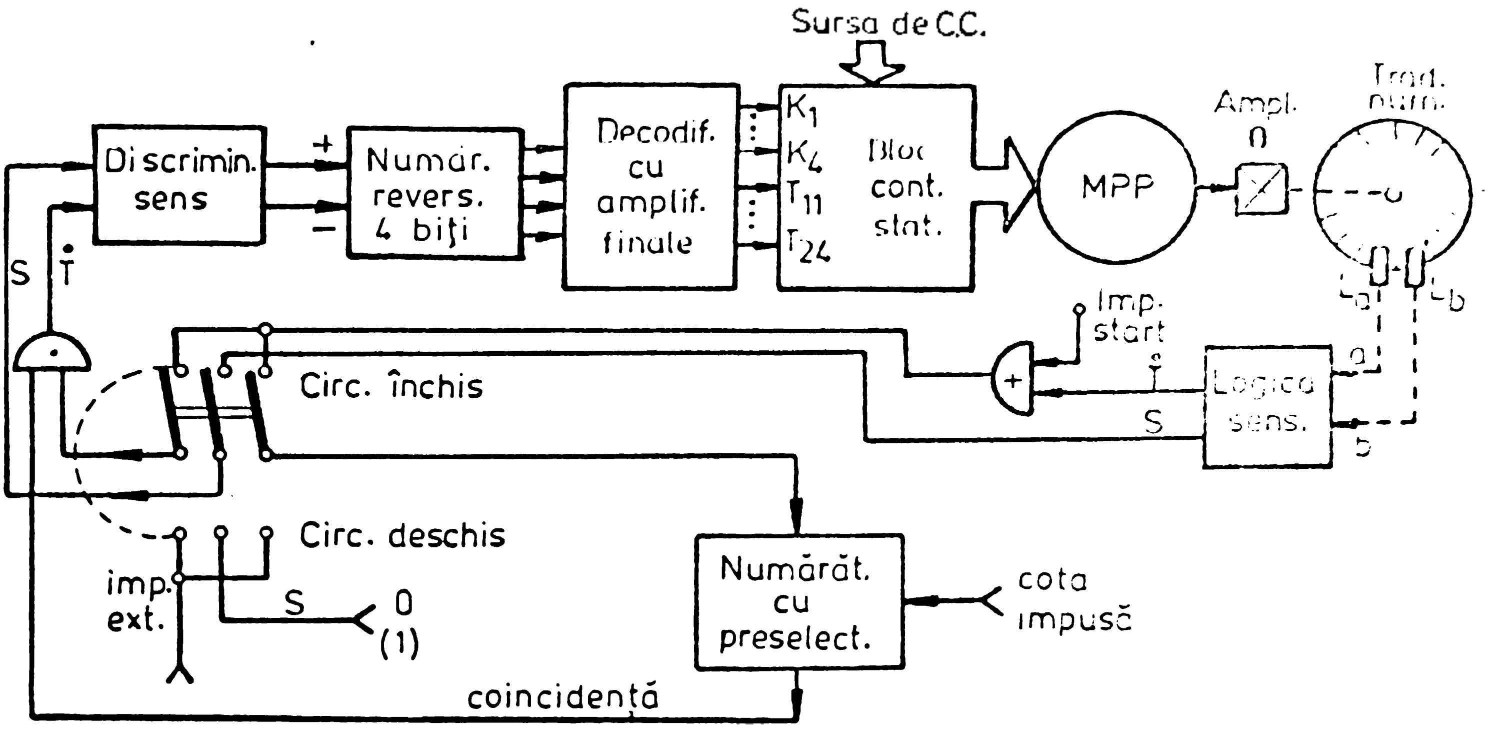


Fig.7.4. Schema bloc a SPMPP în μP.

Elementul central este un numărător reversibil cu 4 biţi care dă cele 16 combinaţii posibile, necesare pentru 4 micropaşi cuprinşi într-un pas mare al MPP. Ieşirile numărătorului sînt prelucrate într-un decodificator cu 12 ieşiri, spre $K_1,\ldots,K_4$ şi $T_{11},\ldots,T_{24}$, din schema de alimentare a MPP (fig.7.1). Secvenţele ieşirilor decodificatorului sînt arătate în tabelul 7.1.

In circuit deschis poziţionarea se realizează prin atacarea numărătorului cu preselectare cu impulsurile de comandă din exterior. La coincidenţă se emite un semnal de blocare a căii de tact din bucla directă.

La funcţionarea în circuit închis, motorul trebuie să se comande singur, similar cazului buclei minore. Pentru aceasta este cuplat la arbore cu un traductor numeric cu doi senzori L_a, L_b, sensibil la sensul de rotaţie. Traductorul trebuie să măsoare micropaşii, deci trebuie să aibă 360 K_ν/θ_p fante, iar dacă acest număr este prea mare, atunci se intercalează între motor şi traductor un amplificator de unghi (de exemplu un reductor cu raportul de amplificare $K_\nu = 4$, iar discul traductorului să aibă $360/\theta_p$ fante.

Existenţa unui traductor sensibil la sensul rotaţiei rezidă din necesitatea compensării deviaţiei MPP, aşa

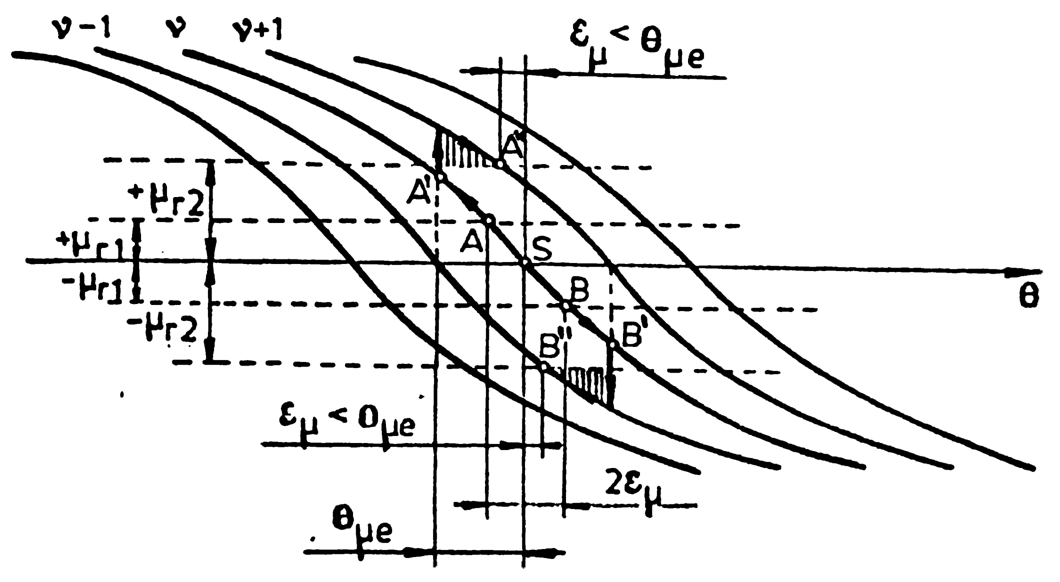


Fig.7.5. Compensarea deviaţiei în circuit închis.

cum reiese din figura 7.5. S-a arătat că deviaţia MPP în funcţionarea cu paşi mari (întregi) este deplasarea rotorului de la poziţia iniţială de echilibru ca urmare a acţiunii cuplului rezistent pe arbore. Deviaţia MPP este de $\pm\ \theta_e = \pi/2$ (relaţia 4.1) şi determină în cea mai mare parte precizia de poziţionare. In regim de micropăşire, la microstarea electrică ν şi cuplul rezistent + μ_{r1}, deviaţia ε_μ este mai mică decît $\theta_{\mu e}$. La creşterea cuplului rezistent peste o anumită limită, deviaţia crescînd din A în A', aici apare un impuls pe reacţie care întoarce MPP la micro-starea electrică ν+1 (traseul A-A'-A"), deviaţia fiind în final mai mică decît $\theta_{\mu e}$. Exact invers se petrec lucrurile la acţiunea unui cuplu rezistent $-\mu_{r1}$.

Se poate spune astfel că în regim de micropăşire deviaţia MPP se reduce de K_ν ori, adică se situează în intervalul:

$$\varepsilon_\mu \in \left[-\frac{\theta_e}{K_\nu},\ +\frac{\theta_e}{K_\nu} \right] \tag{7.14}$$

Detaliile asupra traductorului sensibil,la sensul de rotaţie sînt prezentate în figura 7.6 [47,82].

Principiul de funcţionare constă în implementarea funcţiilor logice $m=a.\overset{\circ}{b}$ şi $n=a.\overset{\circ}{\bar{b}}$ (indicele "o" se referă la impulsul format). La primul impuls negativ m apare semnalul de sens S, iar la primul impuls negativ n, sensul $\bar{S}$. Alături de semnalul S, traductorul furnizează şi impulsuri de tcat T.

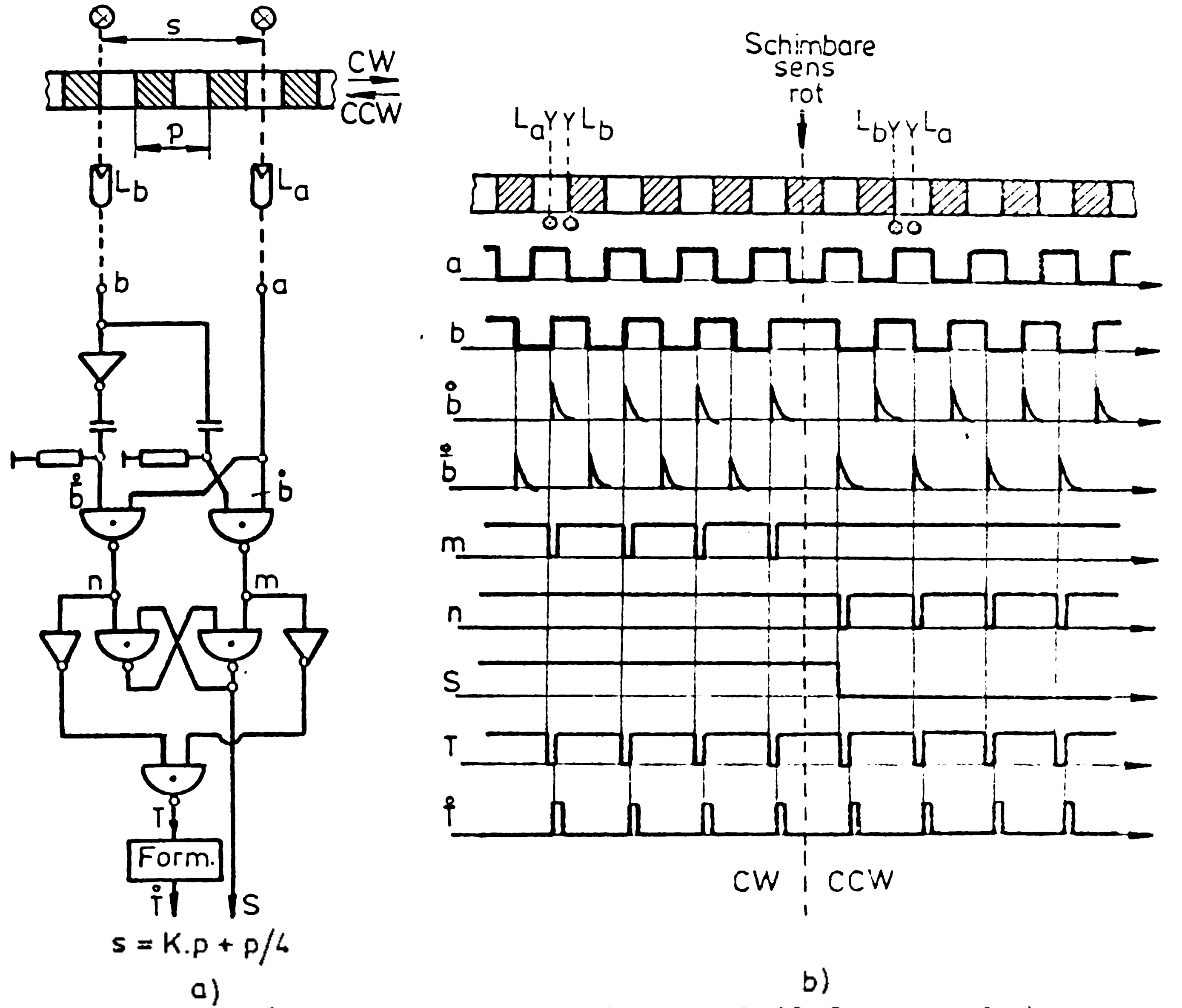


Fig.7.6. Traductor numeric sensibil la sensul de rotaţie: a-schema de principiu; b-diagrama de impulsuri.

7.3. Calculul schemei de alimentare

Se ia cazul concret al unui MPP inductor cu autoexcitaţie, cu patru faze, avînd datele din tabelul 3.4, modificate astfel:

$U = 60V$, $I = 8A$, $R_f = 2,5\,\Omega$ (s-au inclus rez. $T_{11},\ldots,T_{14}$)

Modificarea curentului în faze, conform tabelului 7.2, se face prin dimensionarea adecvată a rezistenţelor din convertoarele numeric-analogice CNA1 şi CNA2, conţinute în schema din figura 7.1.

Rezistenţa echivalentă a CNA1 în microstarea ν, presupunînd că sînt în conducţie fazele 1 şi 2, este:

$$R_{1\nu\,ech} = \frac{U}{I_{1\nu}} - R_f \tag{7.15}$$

Cu datele cunoscute, se completează tabelul 7.4, al rezistenţelor echivalente ale CNA1 şi CNA2.

Tabelul 7.4

ν	0	1	2	3	4
I_1 [A]	8	6,47	4,75	2,68	0
I_2 [A]	0	2,68	4,75	6,47	8
$R_{1\nu\,ech}$ [Ω]	5	6,78	10,15	20	∞
$R_{2\nu\,ech}$ [Ω]	∞	20	10,15	6,78	5

Cunoscînd secvenţa închiderii contactelor $T_{11},\dots,T_{14}$ şi $T_{21},\dots,T_{24}$, rezultă expresiile rezistenţelor echivalente ale convertoarelor:

$$\begin{aligned} R_{10ech} &= R_{11} \parallel R_{12} \parallel R_{13} \parallel R_{14} \\ R_{11ech} &= R_{12} \parallel R_{13} \parallel R_{14} \\ R_{12ech} &= R_{13} \parallel R_{14} \\ R_{13ech} &= R_{14} \\ R_{14ech} &= R_{20ech} = \infty \end{aligned} \qquad (7.16)$$

iar pentru $R_{20},\dots,R_{24}$ se schimbă numai primul indice 1 cu 2. Rezolvînd sistemul (7.16) se obţin:

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_{24} = 19{,}05\,\Omega \; ; \quad R_{13} = R_{22} = 20{,}6\,\Omega \\ R_{12} &= R_{23} = 20{,}5\,\Omega \; ; \quad R_{14} = R_{21} = 20\,\Omega \end{aligned} \qquad (7.17)$$

Practic se poate lua $R_{11} = \dots = R_{14} = 20\,\Omega$, erorile faţă de valorile calculate fiind nesemnificative. Aceeaşi valoare, de $20\,\Omega$ se montează şi în bucla de supresare, de la CNA la bara +U, deci $R_{s1} = R_{s2} = 20\,\Omega$.

Regimul curenţilor în comutatoarele statice ale schemei se poate calcula cunoscînd acum rezistenţele convertoarelor. Printr-un calcul de rutină, cu $R_{11} = \dots = R_{14} = 20\,\Omega$, s-au obţinut valorile lor, plasate în tabelul 7.5. Valorile practice diferă cu puţin de cele teoretice. Se observă că toate comutatoarele $T_{11},\dots,T_{14}$ sînt solicitate la curenţi puţin diferiţi de la o microstare la alta, avantaj legat de tipul MPP.

Tabelul 7.5

ν	0	1	2	3	4
I_{11} [A]	2	0	0	0	0
I_{12} [A]	2	2,18	0	0	0
I_{13} [A]	2	2,18	2,4	0	0
I_{14} [A]	2	2,18	2,4	2,67	0
ΣI [A]	8	6,54	4,8	2,67	0
I ideal	8	6,47	4,75	2,68	0

Practic comutatoarele $T_{11},\dots,T_{14}$ şi $T_{21},\dots,T_{24}$ pot fi tranzistoare de comutaţie iar $K_1,\dots,K_4$, tiristoare, fără circuite de stingere, stingerea efectuîndu-se prin ruperea curentului în CNA.

7.4. Simularea numerică a funcţionării MPP în regim de micropăşire

O abordare mai profundă a micropăşirii se poate face cercetînd transformările magneto-şi mecano-electrice interne ale MPP încadrat într-un sistem de acţionare. Ca model matematic se utilizează sistemul m-fazat (3.5) în care se iau numai 2 ecuaţii de tensiuni şi ecuaţia de mişcare. Luînd i,j = 1,2 şi m=4, rezultă sistemul:

$$R_1 i_1 + L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt} + \frac{d\theta}{dt}\left(i_1\frac{dL_{11}}{d\theta} + i_2\frac{dL_{12}}{d\theta}\right) = u_1$$

$$R_2 i_2 + L_{12}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt} + \frac{d\theta}{dt}\left(i_1\frac{dL_{12}}{d\theta} + i_2\frac{dL_{22}}{d\theta}\right) = u_2$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \qquad (7.18)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{2}\left(i_1^2\frac{dL_{11}}{d\theta} + 2i_1 i_2\frac{dL_{12}}{d\theta} + i_2^2\frac{dL_{22}}{d\theta}\right) - \frac{B}{p}\frac{d\theta}{dt} - M_r$$

In formă matriceală, ecuaţiile de tensiuni se scriu:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 - R_1 i_1 - X_1\omega \\ u_2 - R_2 i_2 - X_2\omega \end{bmatrix} \qquad (7.19)$$

unde s-au notat:

$$D_1 = \frac{di_1}{dt}, \quad D_2 = \frac{di_2}{dt}$$

$$X_1 = i_1\frac{dL_{11}}{d\theta} + i_2\frac{dL_{12}}{d\theta} \qquad (7.20)$$

$$X_2 = i_1\frac{dL_{12}}{d\theta} + i_2\frac{dL_{22}}{d\theta}$$

Sistemul (7.19) se explicitează în raport cu D_1 şi D_2, obţinînd:

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det L}\begin{bmatrix} L_{22} & -L_{12} \\ -L_{12} & L_{11} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 - R_1 i_1 - X_1\omega \\ u_2 - R_2 i_2 - X_2\omega \end{bmatrix} \qquad (7.21)$$

unde $\det L = L_{11}L_{22} - L_{12}^2$.

Se normează ecuaţiile alegînd şi calculînd mărimile de bază (v.tabelul 3.2):

$$U_b = 60V,\quad I_b = 8A,\quad R_b = 7{,}5\,\Omega,\quad L_b = L_1 = 0{,}0085H, \qquad (7.22)$$
$$M_b = 9{,}25\ Nm,\quad T_b = 1{,}15.10^{-3}\ s.$$

In cazul MPP inductor cu autoexcitaţie, inductivităţile au expresiile (7.3). Efectuînd normarea ecuaţiilor, se obţine sistemul cu mărimi raportate:

$$\frac{di_1}{d\tau} = \frac{1}{\det \ell}\left[\ell_{22}(u_1 - r_1 i_1 - x_1\omega) - \ell_{12}(u_2 - r_2 i_2 - x_2\omega)\right]$$
$$\frac{di_2}{d\tau} = \frac{1}{\det \ell}\left[-\ell_{12}(u_1 - r_1 i_1 - x_1\omega) + \ell_{11}(u_2 - r_2 i_1 - x_2\omega)\right]$$
$$\frac{d\theta}{d\tau} = \omega \tag{7.23}$$
$$\frac{d\omega}{d\tau} = i_1^2\frac{d\ell_{11}}{d\theta} + 2i_1 i_2\frac{d\ell_{12}}{d\theta} + i_2^2\frac{d\ell_{22}}{d\theta} - 2\zeta\omega - \mu_r$$

în care:

$$\ell_{11} = 4{,}83 + \cos\theta$$
$$\ell_{12} = 1{,}61 + 0{,}707\cos(\theta - \pi/4) \tag{7.24}$$
$$\ell_{22} = 4{,}83 + \sin\theta$$
$$r_1 = \frac{R_{1\nu ech} + R_f}{R_b}, \quad r_2 = \frac{R_{2\nu ech} + R_f}{R_b}$$

iar $\det \ell = \det L/L_b$, x_1 şi x_2 corespund la X_1, X_2. S-a luat $\zeta = 0{,}2$ $\mu_r = 0{,}1$ şi o durată între două microtacturi d=12, ceea ce înseamnă schimbarea lui ν la multiplii timpului raportat egal cu 12, deci frecvenţa de microtact $f_\nu = 1/d = 0{,}083$ (96 microtacturi/sec.).

Pentru integrarea numerică a sistemului 7.23 pe lungimea unui pas mare al MPP, s-a recurs la calculatorul "Hewlett Packard 9820" dotat cu subprogram Runge-Kutta. La schimbarea lui ν s-au inclus instrucţiuni pentru modificarea lui r_1, r_2, u_1 şi u_2, aşa cum se arată în tabelul 7.6, folosind relaţiile (7.24) şi tabelul 7.1.

Tabelul 7.6

ν	0	1	2	3	4
r_1	1	1,22	1,66	3	3*
r_2	3*	3	1,66	1,22	1
u_1	1	1	1	1	0
u_2	0	1	1	1	1

Valorile notate cu * corespund situaţiilor cînd unul din CNA este blocat, curentul scurgîndu-se prin bucla suprasoare R_s,D_s.

Drept condiţii iniţiale s-au luat valorile corespunzătoare alimentării fazei 1 (CNA2 blocat), adică s-au luat (v. coloana 1 în tabelul 7.6, pentru $\nu = 0$):

$$i_{1(o)} = 1, \quad i_{2(o)} = 0, \quad \theta_{(o)} = -\arcsin \mu_r, \quad \omega_{(o)} = 0. \tag{7.25}$$

Rezultatele plotate ale integrării numerice sînt arătate în figura 7.7. Se poate distinge variaţia discretă în salturi mici a curenţilor şi unghiului de rotaţie.

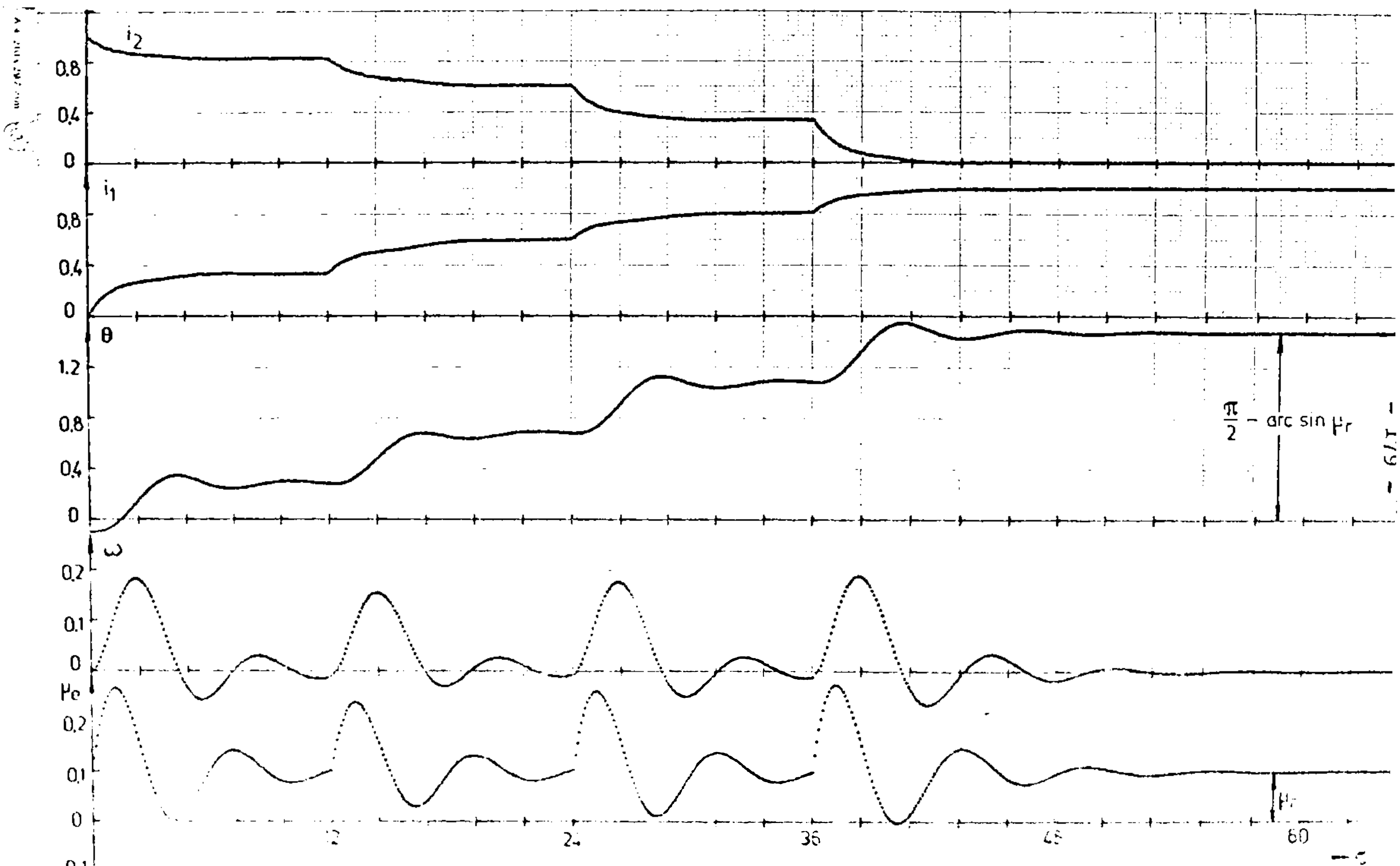


Fig.7.7. Simularea numerică a micropășirii.

Mişcarea fiind descompusă în micro-paşi, are un aspect destul de apropiat de cea liniară, demonstrînd aici rezoluţia superioară a MPP în regim de micropăşire.

Modelul (7.23) se poate extinde şi pentru pasul mare următor, dacă se înlocuieşte ℓ_{11} cu ℓ_{33} şi ℓ_{12} cu ℓ_{23}, noile inductivităţi fiind determinate de modificarea poziţiei rotorice după un pas mare al MPP. Acestea se obţin din relaţiile (2.19):

$$L_{23} = \frac{1}{2} L_o + \frac{\sqrt{2}}{2} L_1 \cos(\theta - 3\pi/4)$$
$$L_{33} = \frac{3}{2} L_o - L_1 \cos\theta \qquad (7.26)$$

Rezistenţele variază analog cu cazul mişcării în interiorul primului pas mare, dar în sens invers celui arătat în tabelul 7.6.

In figura 7.8 sînt arătate, spre comparaţie, variaţiile unghiului la micropăşire (punctual) şi la funcţionare clasică. Se constată clar că în regim de micropăşire mişcarea rotorului este mult mai lină decît în regim de funcţionare clasic, adică în paşi mari. De asemenea, oscilaţiile finale ale rotorului sînt mult mai mici în cazul micropăşirii.

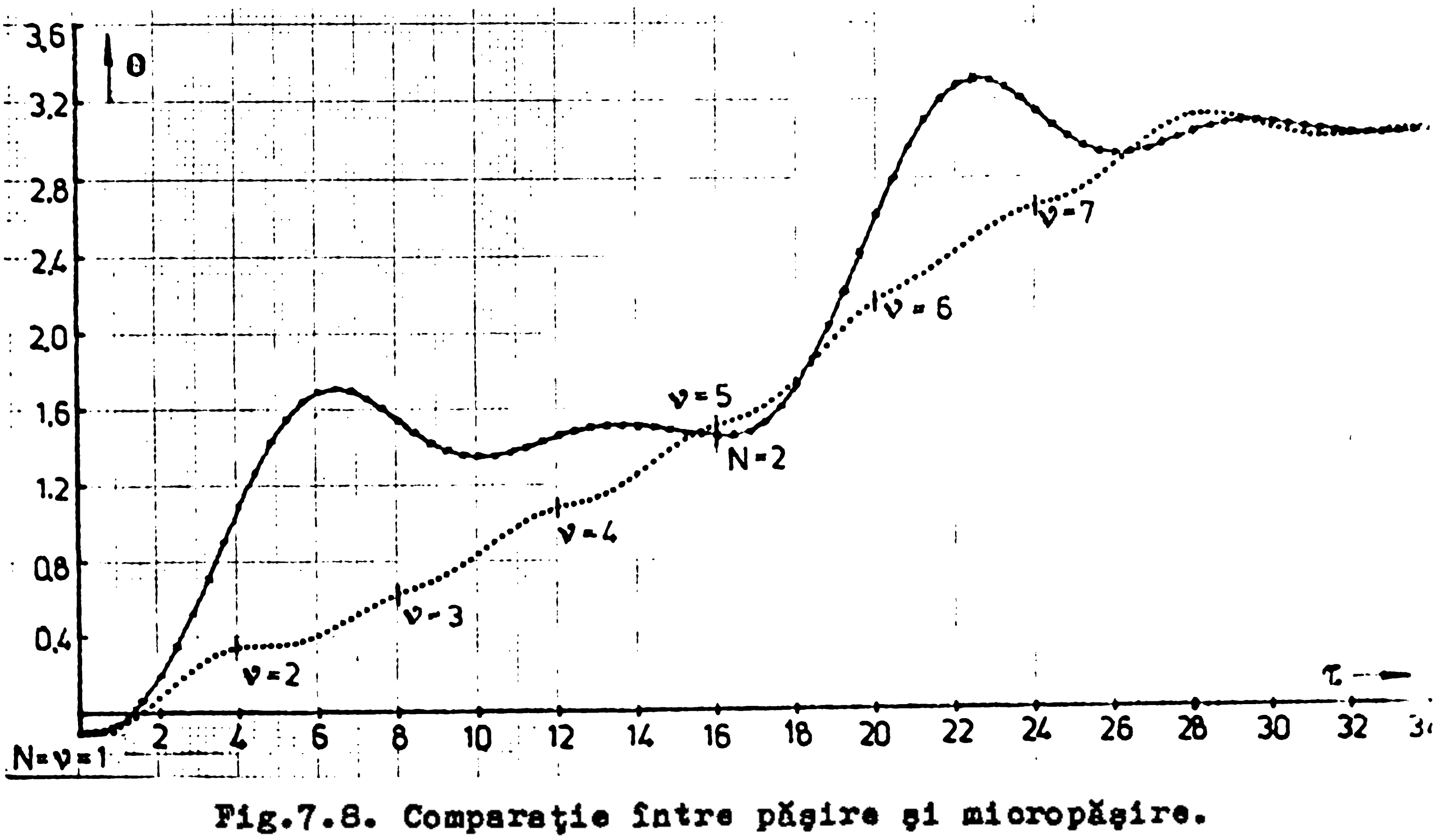


Fig.7.8. Comparaţie între păşire şi micropăşire.

Frecvenţa de micro-tact este, evident, de K_ν ori mai mare decît frecvenţa de tact şi de acest lucru trebuie ţinut seama la calculul frecvenţei de comandă a MPP în regim de micropăşire.

Concluzii

1. Avantajele SPMPP în μP constau în principal în mărirea rezoluției și creșterea stabilității mișcării.

2. Schema de alimentare a MPP devine complicată cu mărirea factorului de divizare K_ν, dar rămîne competitivă pentru $K_\nu = 4 \div 8$, dacă în practică se cer rezoluții mari.

3. Funcționarea stabilă impune o lege de legătură între curenții în faze, dependentă de tipul MPP și de K_ν .

4. La funcționarea în circuit deschis, micropășirea este puternic influențată de valoarea cuplului rezistent. In circuit închis, cu buclă minoră și traductor sensibil la sensul de rotație, apare posibilitatea excepțională de compensare a deviației în limite inferioare unui micropas.

5. Schema de alimentare cu convertoare numeric-analogice formate din rezistențe este cea mai simplă și ușor de implementat, dat fiindcă regimul curenților în fiecare comutator static este relativ ușor.

6. Simularea numerică a micropășirii a confirmat avantajele esențiale ale acestei noi tehnici de comandă a MPP.

8. CONSIDERATII ASUPRA PROIECTARII SPMPP. INCERCARI EXPERIMENTALE SI APLICATII INDUSTRIALE

Conţinutul acestui capitol, predominant aplicativ, are la bază experienţa practică de proiectare-execuţie a autorului în domeniul sistemelor de poziţionare cu motoare pas cu pas. Sînt arătate aici aspectele specifice ale proiectării SPMPP, dezvăluind scopul aplicativ al capitolelor anterioare, verificînd totodată şi unele idei originale ale lucrării. In final sînt prezentate prin fotografii unele realizări în fază industrială cu MPP, cu contribuţia directă a autorului.

8.1. Consideraţii asupra proiectării SPMPP

MPP a cucerit un loc determinant în sisteme de poziţionare, satisfăcînd prin performanţele sale o mare parte din cerinţele reglării poziţiei. Un concurent important al MPP este motorul de curent continuu (MCC), fapt pentru care se impune o departajare a calităţilor acestora în ce priveşte reglarea poziţiei (tabelul 8.1) [2,4,53,81].

Tabelul 8.1

Motor	Viteze	Cupluri	Randament	Schema de comandă	Traductoare	Siguranţă în funcţionare	Sensibilitate la mediu	Parte mecanică (transmisii)	[illegible]	Preţ de cost
MPP	mici	mici	mediu	simplă	pot lipsi	bună	mică	simplă	f.bună	medie
MCC	mari	mari	mare	complexă	poziţie viteză curent	medie	mare	complexă	medie	mare

Se constată că, cu excepţia parametrilor care definesc motorul ca mijloc de acţionare, MPP are mari avantaje, fiind cel mai adecvat reglării poziţiei.

In proiectarea SPMPP trebuie luate în vedere următoarele criterii:

- alegerea tipului de MPP;
- alegerea sistemului de alimentare al MPP;
- alegerea sistemului de poziționare.

Referitor la alegerea tipului de MPP în tabelul 8.2 este arătată o comparație, cu scop orientativ, între tipurile constructive mai răspîndite de MPP [4,5,8,55,62,80].

Tabelul 8.2

Caract. / tip MPP	Unghi de pas	Raport cuplu/inerție	Frecv. maximă de com.	Stabilit. mișcării	Randament	Preț de cost	Robustețe	Gama de cupluri și viteze
cu rotor pasiv	mic	mare	mare	medie	slab	mic	bună	f.mare
cu rotor activ	mare	mic	mică	bună	bun	mediu	slabă	mică
hibride	mic	mediu	medie	medie	f.bun	mare	slabă	medie

Sistemul de alimentare se referă la tehnica aplicării impulsurilor de curent în fazele MPP, aceasta determinînd structura blocului contactoarelor statice. In figura 8.1 s-au reprezentat posibilitățile de alimentare a unei faze a MPP în secvențe monopolare, împreună cu formele de undă ideale ale tensiunii și curentului în fază [42,44,80,96].

S-au utilizat notațiile uzuale: R_m, L_m - rezistența și inductanța medie a fazei, R_f- rezistența înseriată (de forțare), R_s,D_s rezistența și dioda supresoare, T_1,T_2- tranzistoare de comutație.

Alegerea unui tip de contactor static este rezultatul unui compromis între frecvența maximă impusă (indicată orientativ în figura 8.1) și complexitatea circuitelor electronice. Trebuie remarcat că tranzistoarele oferă posibilități largi de modelare a formei de undă a curentului în fazele MPP în schimb sînt limitate ca putere de comutație pînă la circa 80V, 4A. Pentru puteri de comutație mai mari se folosesc tiristoare [16,30,42,52,65,92], cu posibilități mai reduse de modelare a curentului. In orice caz, complexitatea blocului contactoarelor statice crește cu numărul fazelor, secvența alimentării, tehnica de forțare a pantei curentului și puterea de comutație.

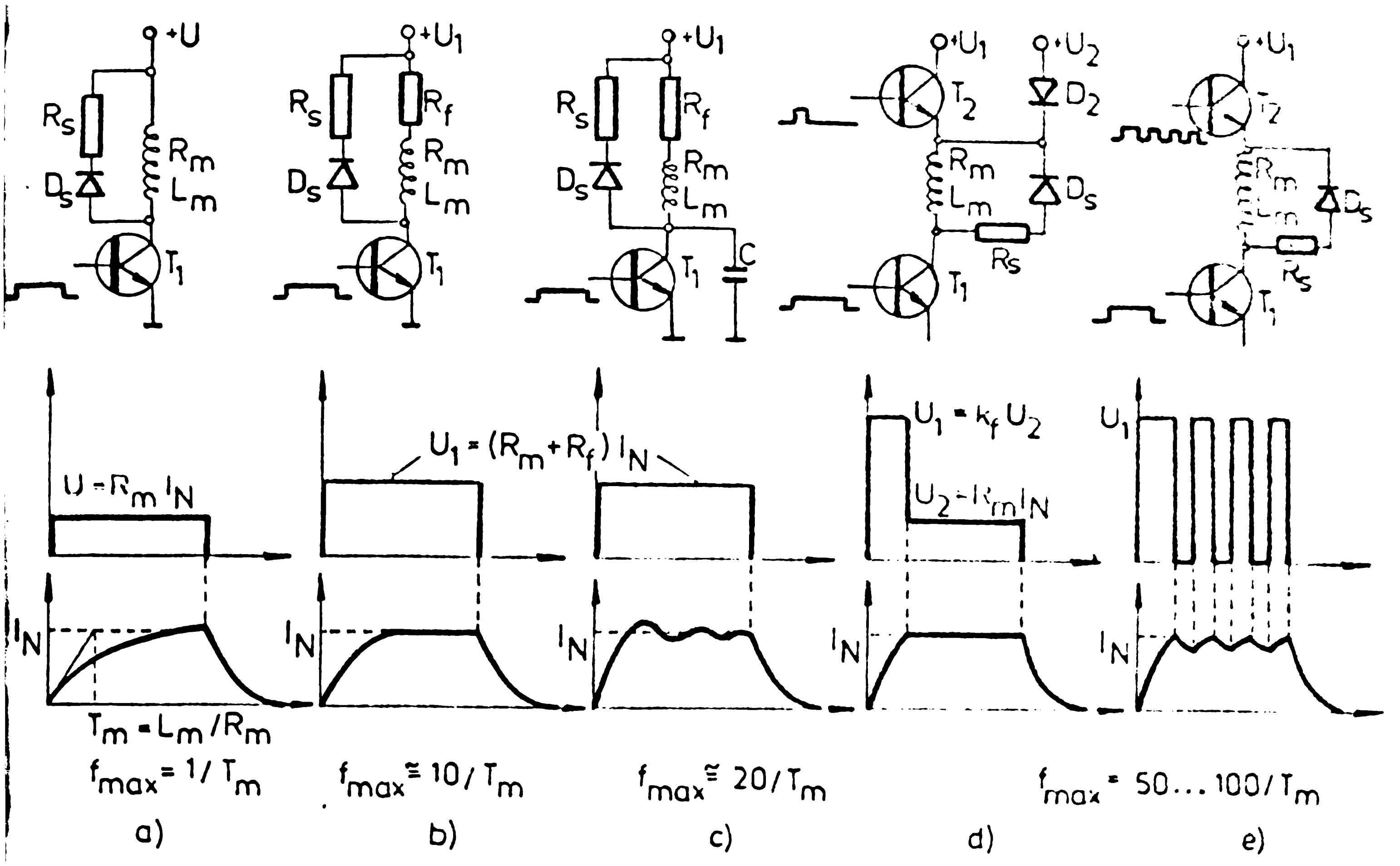


Fig.8.1. Contactoare statice pentru MPP: a-alimentare fără forţare; b-forţare R; c-forţare RC; d-alimentare prin două tensiuni; e-alimentare tip "Chopper"

Pentru alegerea sistemului de poziţionare se ţine seama în principal de modul de poziţionare şi calitatea mişcării [4,45,97, 98,100]. Cele arătate în tabelul 8.3 pot recomanda alegerea sistemului.

Tabolul 8.3

SPMPP în CD	SPMPP în CIH	SPMPP în BM	SPMPP în μP
- majoritatea aplicaţiilor simple, la M_r = ct. - poziţionarea punct cu punct	- sisteme de urmărire - sisteme de copiere după şablon	- poziţionarea prin conturare - aplicaţii cu M_r variabil - sisteme de mare siguranţă	- poziţionare punct cu punct foarte fină - mişcări line la viteze mici

Etapele mai importante în proiectarea SPMPP depind de tipul sistemului, însă punctul de plecare este acelaş - datele MPP. In tabelul 8.4 sînt indicate datele principale ale unui MPP, strict necesare pentru proiectarea unui sistem de poziţionare [96,101]. Spre deosebire de motoarele electrice convenţionale, la MPP datele maşinii electrice se completeazǎ cu acelea ale sistemului de alimen-

Tabelul 8.4

Datele MPP
- tipul
- numărul fazelor
- unghiul de pas
- rezistenţa fazei
- inductivitatea medie a fazei
- tensiune şi curent nominal
- caracteristicile limită cuplu/frecvenţă
- cuplul maxim sincronizant

tare cu impulsuri. Ultimele două date din tabelul 8.4 sînt funcţie de valoarea şi forma curentului în fazele motorului.

Se mai remarcă faptul că la MPP nu se defineşte o putere utilă, iar prin curent nominal se înţelege amplitudinea impulsului de curent în fazele motorului, valoare neafectată de sarcina la arbore sau viteză. Din acest motiv alegerea MPP diferă mult de cazul altui motor electric.

La proiectarea SPMPP în circuit deschis se ia cazul poziţionării punct cu punct [2,81,82,98], aceasta fiind cea mai frecventă aplicaţie a MPP. Avînd la dispoziţie datele motorului şi cele ale sarcinii, reduse la arbore: cuplul rezistent şi caracterul acestuia, moment de inerţie, factor de amortizare, se va determina caracteristica de viteză a poziţionării [67,68,98], aşa cum se arată în figura 8.2.

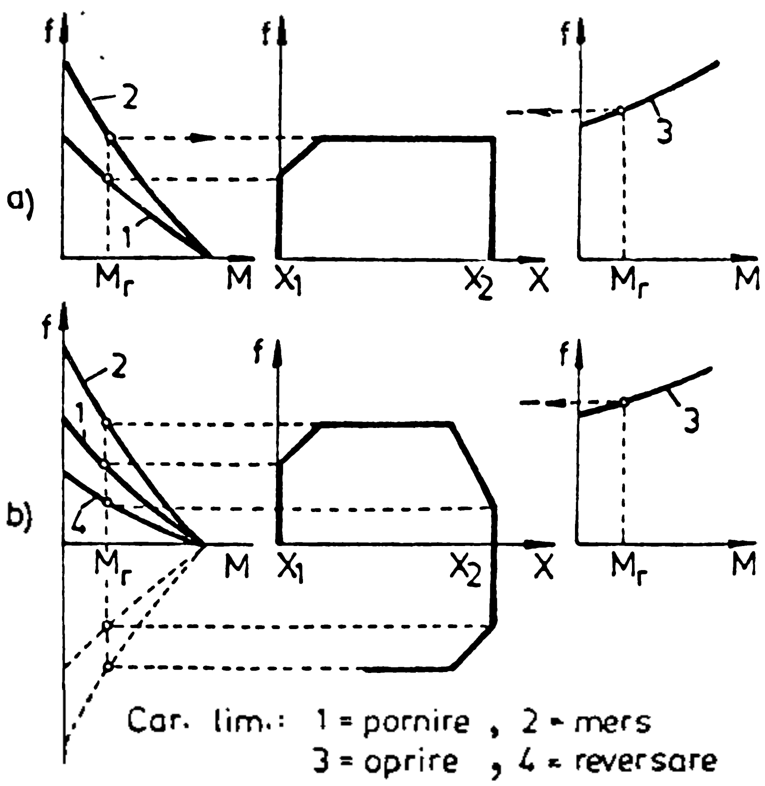


Fig.8.2. Determinarea caracteristicii de viteză a poziţionării: a-fără întoarcere; b-cu întoarcere.

Fiind dată distanţa X_2-X_1 se pune problema modului de variaţie a frecvenţei de comandă a MPP astfel încît să nu apară pierderi de paşi. Se obţine un profil al vitezei, care închide în el frecvenţele posibile de comandă a MPP la pornire, mers, oprire sau reversare, profil obţinut direct din caracteristicile limită respective. S-a luat cazul unui cuplu rezistent reactiv, deci oprirea se poate face fără pierderi de paşi chiar de la frecvenţa maximă de mers.

O problemă importantă este stabilirea accelerării şi decelerării MPP, care se pot determina prin încercări experimentale [67,68,100].

In practică se recomandă alegerea unor frecvenţe mai mici (75%) din cele maxime rezultate de pe caracteristica de viteză [100].

Pentru proiectarea SPMPP în CIH se face uz de caracteristica limită de pornire a MPP şi de studiul stabilităţii sistemului în CIH. In tabelul 8.5 sînt indicate principalele etape ale proiectării.

Tabelul 8.5

Date necesare	Calcule	Cercetarea stabilităţii	Rezultate
datele motorului datele sarcinii M_r, J, ζ rezoluţia mişcării la un pas τ_r eroare de poziţionare admisă ε_r	$\eta_{min} = \theta_e \dfrac{\varepsilon_r}{\tau_r}$ (rel.5.86) $f_{max} = f(M_r, J, \zeta)$ (caracteristica limită la pornire)	Tabelul 5.3 Figura 5.18	Frecvenţa de comandă a MPP ($f < f_{max}$)

In cazul SPMPP în BM există, pe lîngă bucla de poziţie, bucla de viteză. Caracteristicile limită se definesc la întîrzierea $\Delta\tau = 0$ a impulsurilor pe bucla minoră şi au sens diferit de cazul funcţionării MPP în CD. In figura 8.3 sînt arătate limitările impuse în bucla de reglare a vitezei din cauza existenţei caracteristicilor limită.

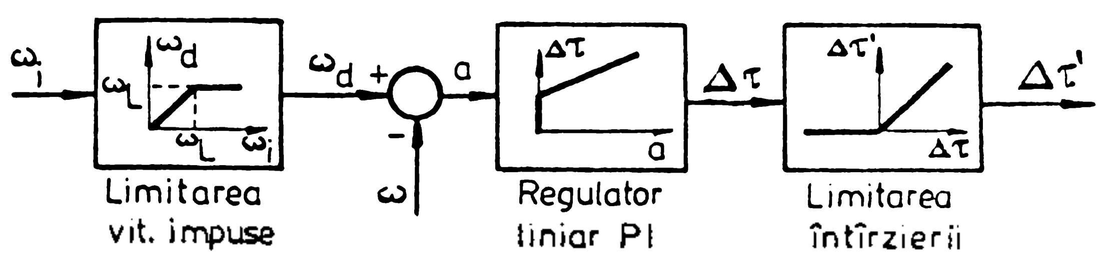


Fig.8.3. Limitări în bucla de reglare a vitezei MPP în BM

Etapele importante de proiectare sînt indicate în tabelul 8.6.

Tabelul 8.6

Date necesare	Operaţii	Rezultate
-datele motorului -datele sarcinii -unghi de avans la traductor θ_R -domeniu de variaţie al vitezei	-calculul caracteristicii limită (rel.6.12) -analiza buclei de viteză cu regulator PI (rel.6.36)	-viteza impusă limită ω_L -domeniul de variaţie al întîrzierii $\Delta\tau$.

Pentru proiectarea SPMPP în μP se indică orientativ în tabelul 8.7 etapele mai importante.

Tabelul 8.7

Date necesare	Calcule	Rezultate
-datele MPP -factor de divizare al pasului K_ν(rel.7.1)	-distribuţia curenţilor (rel.7.7 sau 7.12) -rezistenţele convertoarelor N/A	-structura convertoarelor N/A -alegerea contactoarelor statice

8.2. Incercări experimentale

Dispozitivele pe care sînt verificate sistemele de poziţionare propuse în capitolele 4,5,6,7, realizate de autor într-o concepţie originală, au ca obiect un MPP tip inductor cu autoexcitaţie cu datele specificate în tabelul 3.4.

Sistemul în circuit deschis

Schema generală din figura 4.2, pentru poziţionarea punct cu punct a unei mese în coordonate rectangulare, este redată detaliat în figura 8.4, pentru o singură axă de coordonate [4,12,39,50, 51,100].

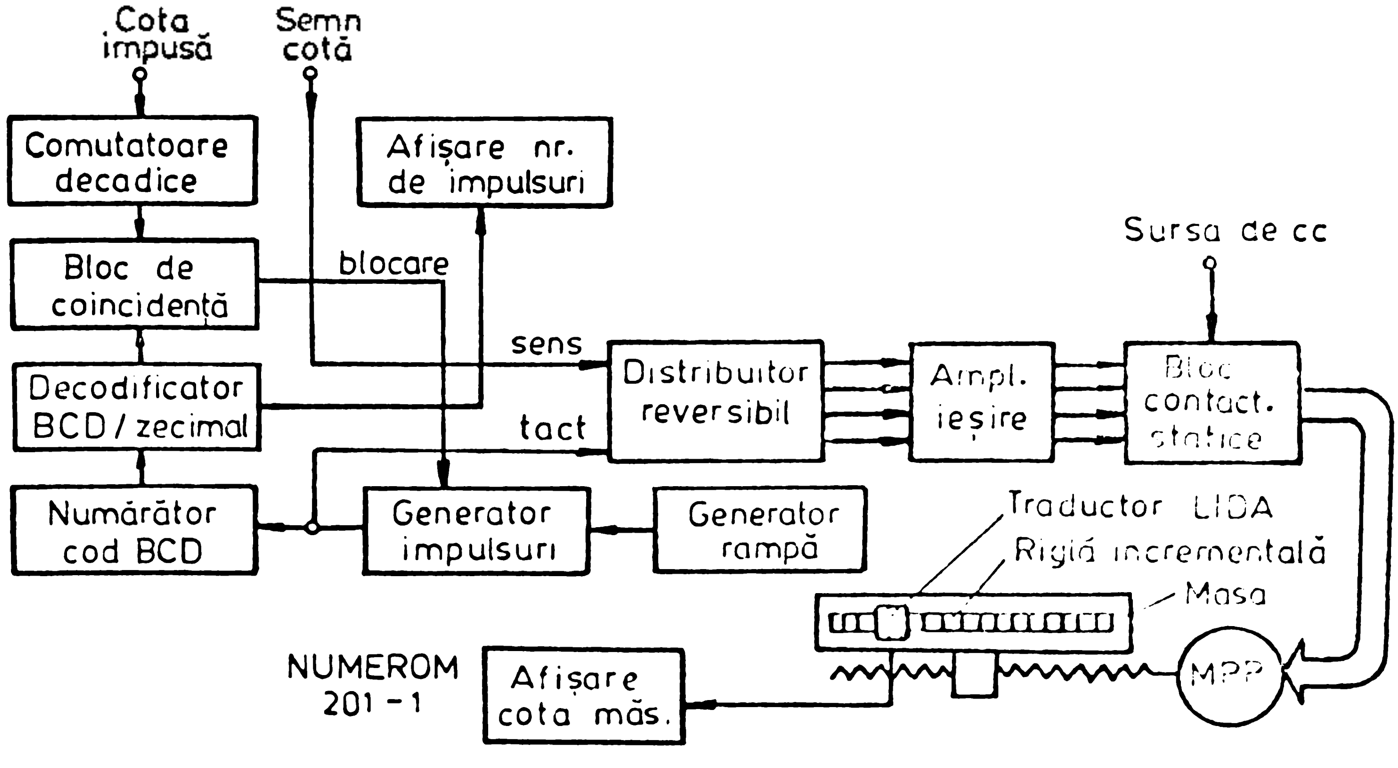


Fig.8.4. Schema bloc a SPMPP în CD pentru o masă de poziţionare punct cu punct.

Principiul poziţionării se bazează pe sesizarea coincidenței între numărul impulsurilor de comandă a MPP = numărul pașilor efectuați și numărul care exprimă cota impusă, comensurabilă cu rezoluția mesei.

Schemele distribuitorului reversibil și a blocului contactoarelor statice sînt arătate în figura 8.5,a și respectiv b [42],

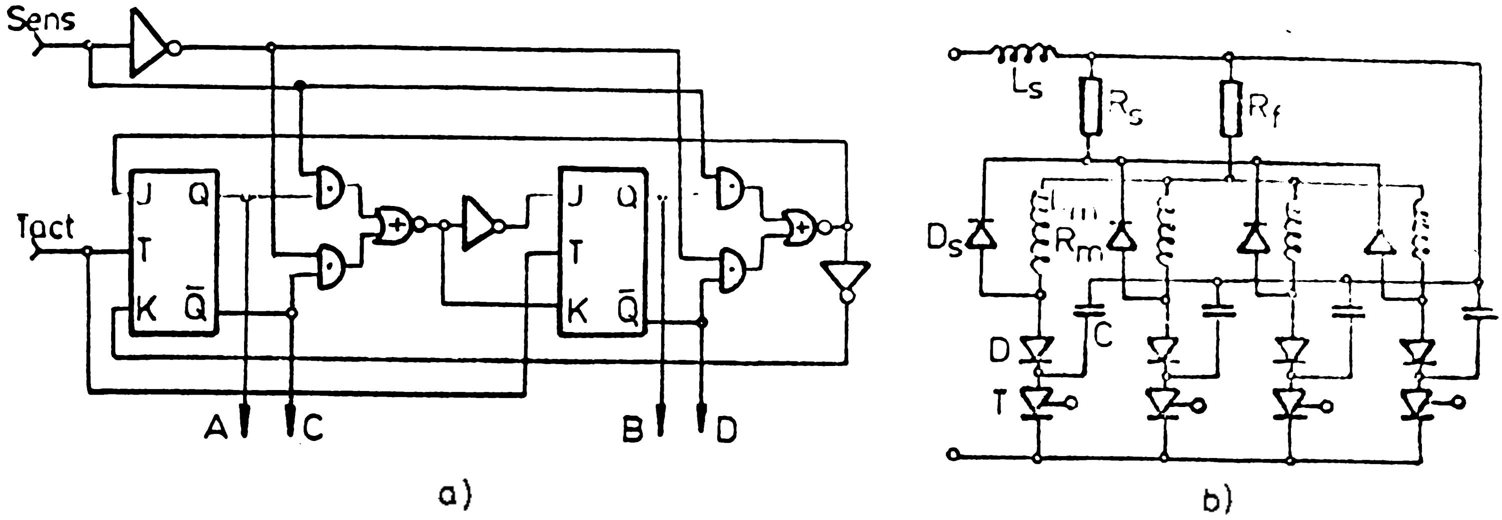


Fig.8.5. Distribuitorul reversibil (a) și blocul contactoarelor statice (b).

evidențiind realizarea cu circuite integrate a părții de comandă și cu tiristoare în montaj cu forțare RC a părții de forță. S-au notat: R_f - rezistența de forțare, D_s, R_S - dioda și rezistența supresoare, L_m, R_m - inductivitatea medie și rezistența fazei, L_s - bobină de șoc, D - diodă de formare, T - tiristor, C - condensator de forțare și stingere. Schema asigură alimentarea în secvență simplă (1-2-3-...) a fazelor MPP.

După cum s-a arătat anterior, la poziționarea punct cu punct trebuie asigurată o caracteristică de viteză fără pierderi de pași (fig.8.2), impunînd o lege de variație a frecvenței între caracteristica limită de pornire și cea de mers. Dispozitivul realizat după schema din figura 8.4 realizează accelerarea după o lege aproximativ exponențială, prin comanda unui generator de impulsuri cu un generator rampă, așa cum se arată în figura 8.6.

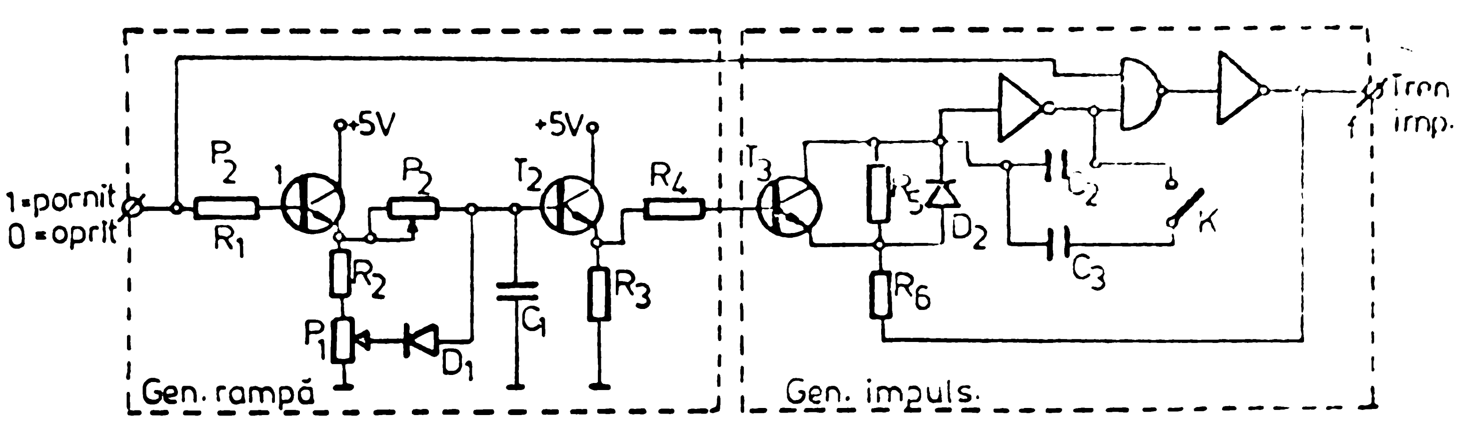


Fig.8.6. Realizarea accelerării motorului prin procesarea exponențială a frecvenței de comandă.

Potențiometrul P_1 reglează frecvența maximă (de mers) a MPP, frecvența minimă (de pornire) rezultînd din valoarea$(R_5+R_6)C_5$ sau $(R_5+R_6)C_3$, tranzistorul T_3 fiind în acest caz blocat. Potențiometrul P_2 cu condensatorul C_1 dau timpul de accelerare între cele două frecvențe iar prin întrerupătorul K se stabilește gama de frecvențe (joase sau înalte, după valoarea lui C_2 și C_3).

Realizarea practică a sistemului de poziționare este arătată în fotografia 8.1, în care, alături de dispozitivul DIGIPAS-201 apare și standul de încercări. Se disting: masa de poziționare acționată cu MPP, greutățile pentru încărcarea mesei, sistemul de măsurare a cotei -NUMERON 201-L cu traductor liniar incremental LIDA 55, aparatul de măsurat deplasările incrementale ale mesei, traductorul de pași montat pe arborele conducător și numărătorul de pași efectuați.

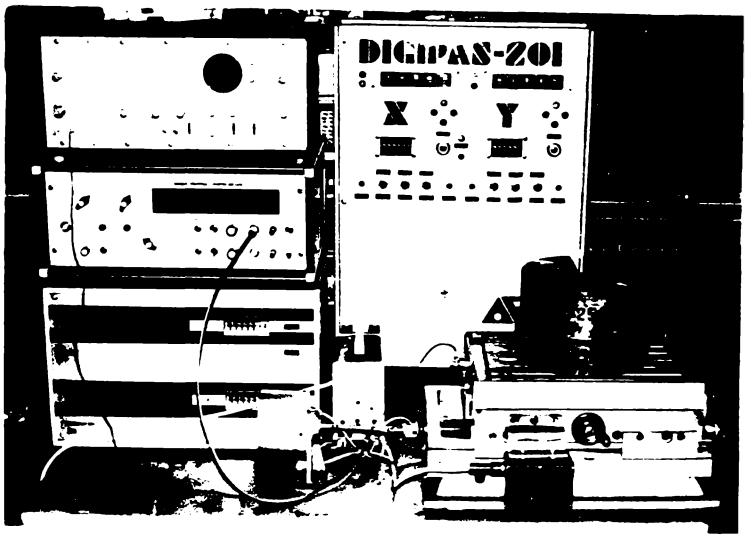


Foto 8.1. Standul SPMPP în CD

S-au ridicat caracteristicile de poziționare frecvență/deplasare, cu o constantă de timp de accelerare de 1,5 s, la diferite încărcări ale mesei. In figura 8.7 sînt trasate aceste caracteristici, pentru o distanță impusă de 20 mm. Rezoluția mesei fiind 0,005 mm la un impuls al MPP, rezultă cifra de cotă N = 20/0,005= = 4000 impulsuri (pași). Caracteristica de viteză se definește ca variația frecvenței de comandă a MPP cu deplasarea mesei și se obține din caracteristicile limită trasate ale MPP (figurile 4.13, 4.22, 4.31 și 4.39). Incercările relevă influența relativ redusă a sarcinilor verticale ale mesei (m) asupra frecvenței limită de mers. Variația exponențială a frecvenței este favorabilă la accelerare a motorului, iar la oprire nu este necesară decelerarea mișcării datorită efectului de frînare al cuplului rezistent.

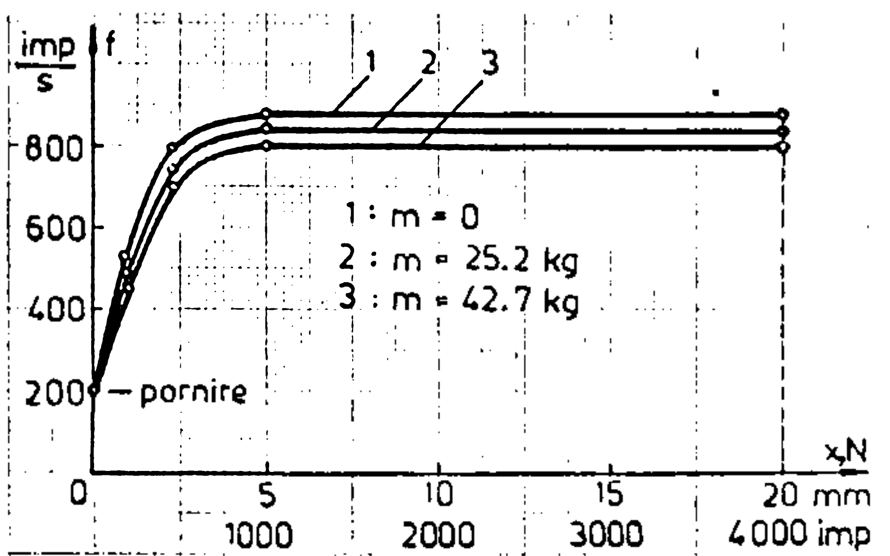


Fig.8.7. Caracteristica de viteză a poziționării

Oscilograma din figura 8.8 scoate în evidenţă formele curenţilor în faze în secvenţă simplă şi variaţia unghiului la fiecare tact de comandă T.

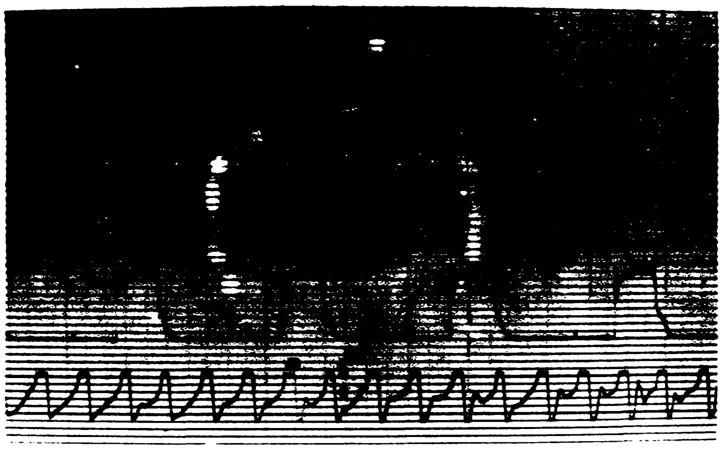


Fig.8.8. Oscilogramele curenţilor şi unghiului în cazul SPMPP în CD

Mişcarea este amortizată datorită lanţului cinematic al mesei, care îi asigură stabilitatea necesară.

Sistemul în circuit închis tip hibrid

In figura 8.9 se dă schema bloc a SPMPP în CIH pentru copierea după şablon, conform principiului expus la capitolul 5 şi figura 5.2. Sistemul reglează poziţia saniei mesei prin comanda cu impulsuri a MPP atîta timp cît poziţia palpatorului traductorului de deplasare sesizează o eroare mai mare

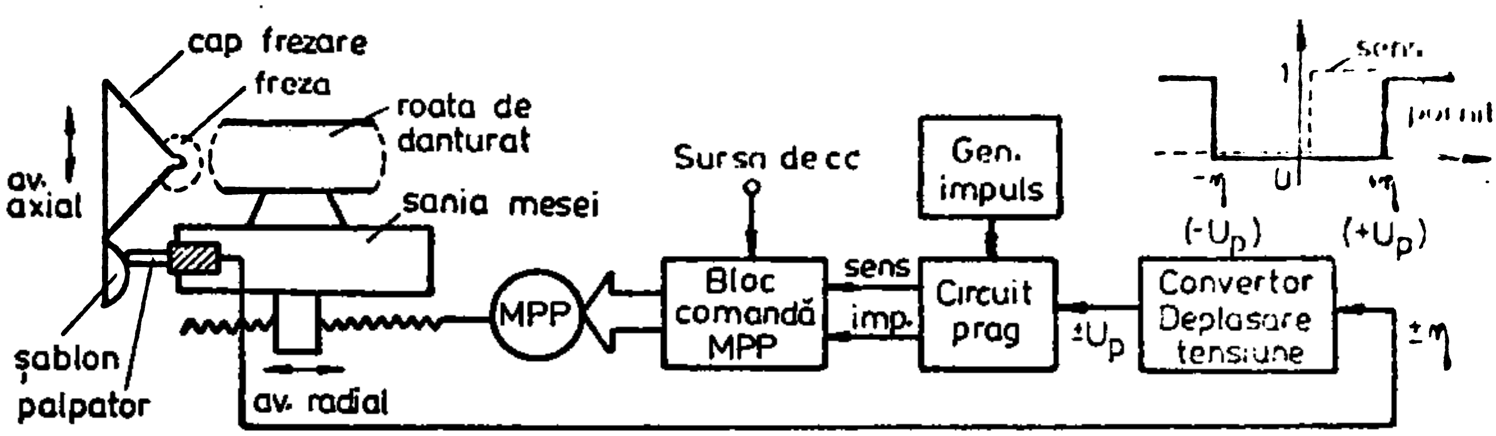


Fig.8.9. Schema bloc a SPMPP în CIH cu copiere după şablon

decît o valoare dată $\pm\eta$, interpretată ca prag de insensibilitate. Caracteristica de releu a ansamblului convertor deplasare/tensiune şi circuit prag, arătată în figura 8.9, are ca intrare poziţia saniei mesei, iar ca ieşire semnale logice de pornire şi sens, mărimea intermediară fiind o tensiune de prag $\pm U_p$.

Incercările experimentale s-au făcut direct pe maşina de frezat FD 400 de fabricaţie IM Cugir [100], utilizînd un MPP inductor cu autoexcitaţie cu 4 faze, 2,65° In fotografia 8.2 este arătat standul pentru verificarea şi încercarea soluţiei de poziţionare, iar în figurile 8.10,a şi b sînt date rezultatele înre-

Foto 8.2. Stand pentru încercat motorul şi sistemul de poziţionare în CIH.

gistrate pe maşina unealtă la nivelul mişcării saniei mesei.

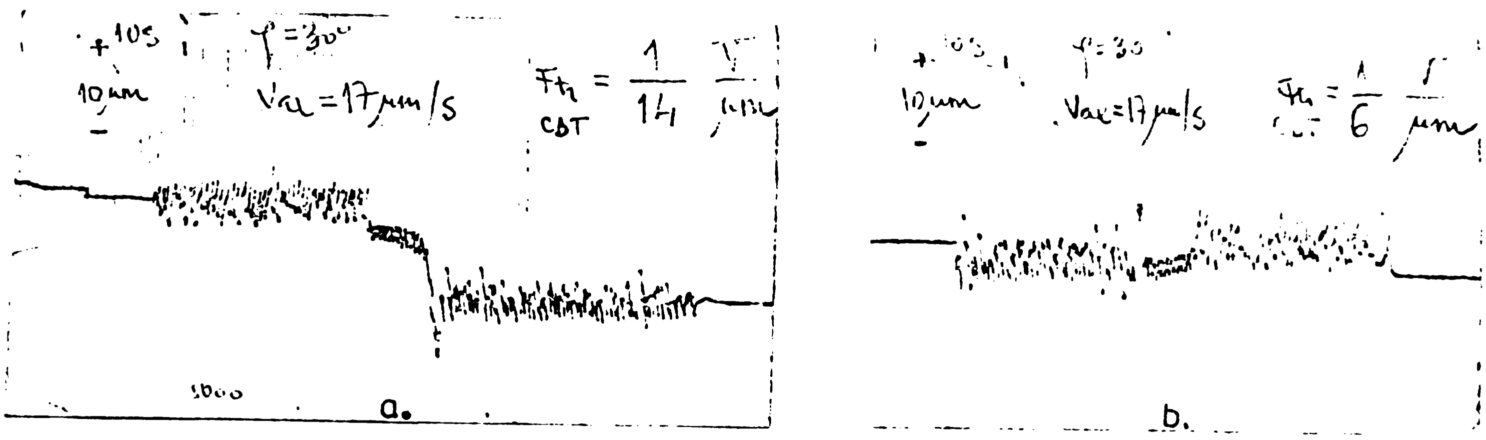


Fig.8.10. Inregistrarea deplasărilor mesei:
a) $\eta = 7\mu m$, b) $\eta = 3\mu m$

Verificarea preciziei de copiere s-a făcut pentru o porţiune a şablonului înclinată cu $\varphi = 30^{o}$, o viteză de avans axial $v_{ax} = 17\mu m/s$ şi un factor de transfer al convertorului deplasare/tensiune de 1V/14μm, respectiv 1V/6μm. La un moment dat se inversează polaritatea semnalului traductorului, pentru a verifica copierea în celălalt sens al avansului axial (sau schimbarea pantei şablonului la $\varphi = -30^{o}$). Avansul radial rămîne blocat pînă la creşterea erorii din jurul valorii $+\eta$ la valoarea $-\eta$. Tinînd seama că tensiunea de prag este $U_p = \pm 0,5V$, rezultă $\eta = 7\mu m$, respectiv $\eta = 3\mu m$, acesta din urmă găsindu-se optim pentru o frecvenţă de comandă a generatorului de 60 imp./s., în condiţiile unor vibraţii proprii ale mesei de 2μm.

Sistemul cu buclă minoră

Incercările s-au efectuat pe un dispozitiv realizat după schema bloc din figura 6.1,a. Detaliile asupra structurii buclei minore, adică lanţul elementelor de pe traseul arborele motor-distribuitor de impulsuri, sînt indicate în figura 8.11. Traductorul de unghi, cu doi senzori fotoelectrici, este prevăzut cu un amplificator local al semnalelor emise de fototranzistoare, din motive de imunitate la paraziţi. Impulsurile sînt convertite în semnale TTL şi apoi combinate logic cu semnalul de sens şi de start, după principiul expus la capitolul 6. Semnalul de tact T este întîrziat reglabil într-un monostabil, iar, după formare, se aplică distribuitorului de impulsuri, acesta avînd schema indicată în figura 8.5,a. Blocul contactoarelor statice este format din tranzistoare de putere în montaj cu forţare prin rezistenţă (fig.8.1,b).

In fotografia 8.3 se arată standul de încercări pentru SAMPI în BM, în care se disting: motorul cu traductorul de unghi montat pe arbore, o frînă cu pulbere magnetică, dispozitivul de comandă cu afişarea fazelor comandate ale MPP, blocul contactoarelor statice şi aparatele de măsură şi înregistrare.

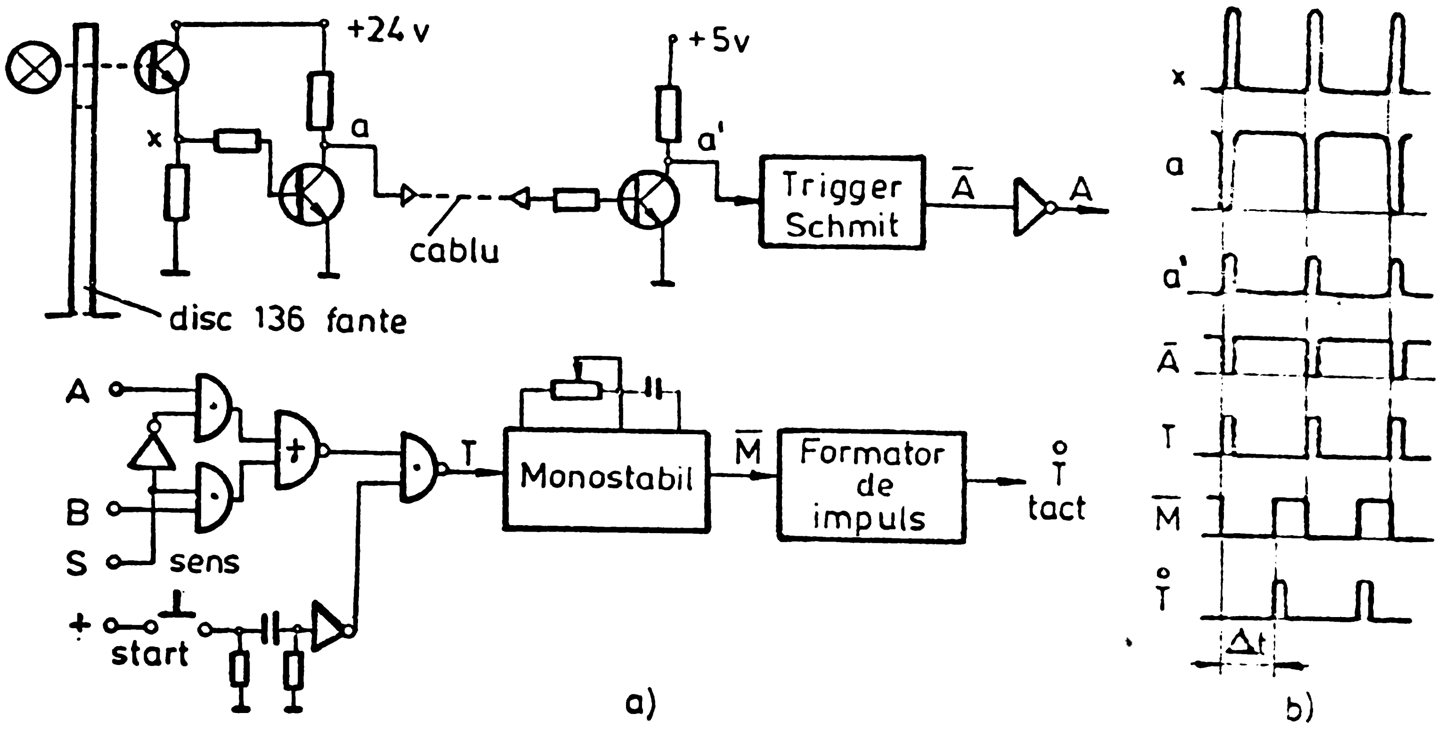


Fig.8.11. Structura buclei minore: a-schema bloc; b-semnalele caracteristice din buclă.

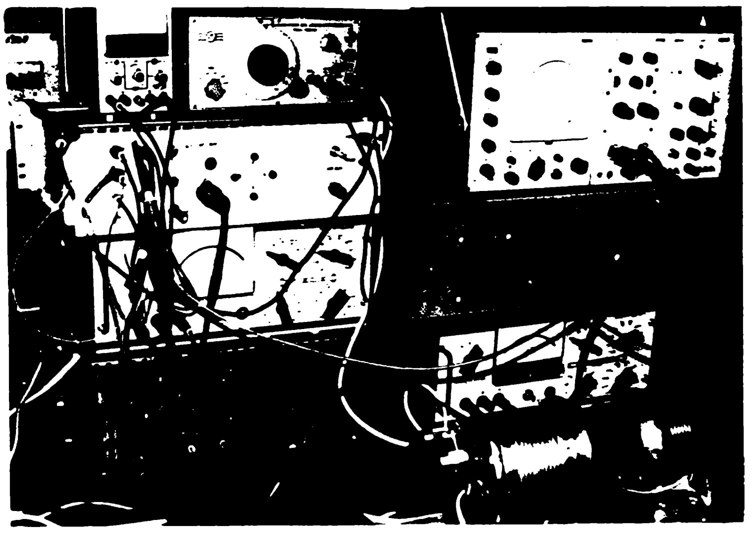


Foto 8.3. Stand pentru încercarea SAMPP în BM.

In figura 8.12 se arată caracteristicile statice cuplu-frecvenţă ridicate pentru MPP în BM, avînd ca parametru întîrzierea furnizată de monostabil, întîrziere măsurată pe osciloscop. Se remarcă forme similare ale caracteristicilor cu acelea ale motorului de curent continuu serie. Se observă că modificarea vitezei prin schimbarea întîrzierii este mai eficace la sarcini mici. Inregistrarea principalelor mărimi s-a făcut pe un oscilograf cu bucle tip H 115 - URSS, de la care sînt arătate în continuare cîteva oscilograme.

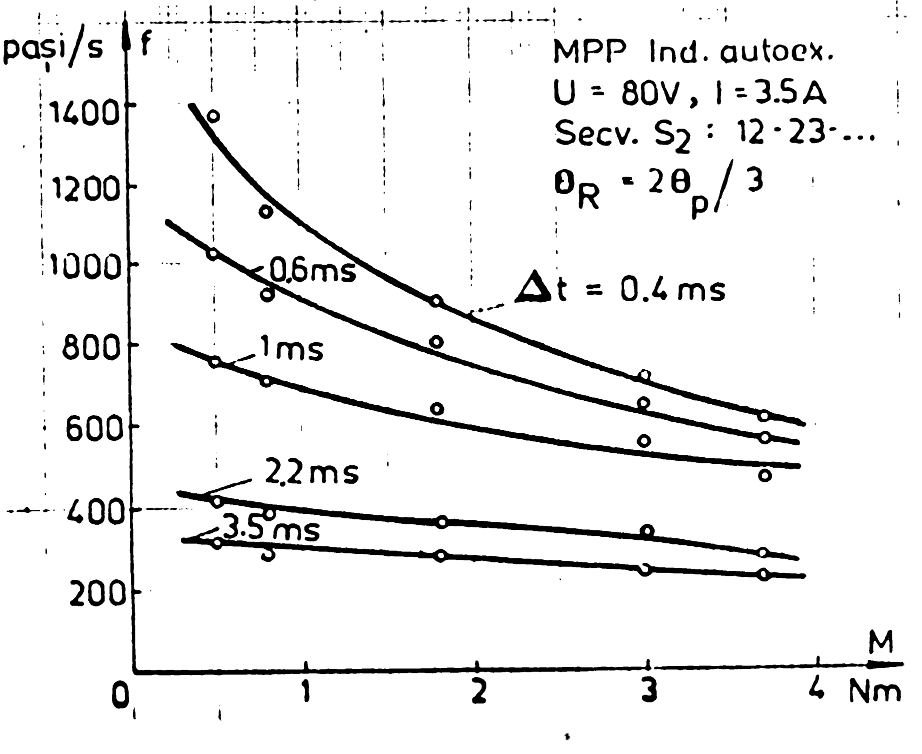
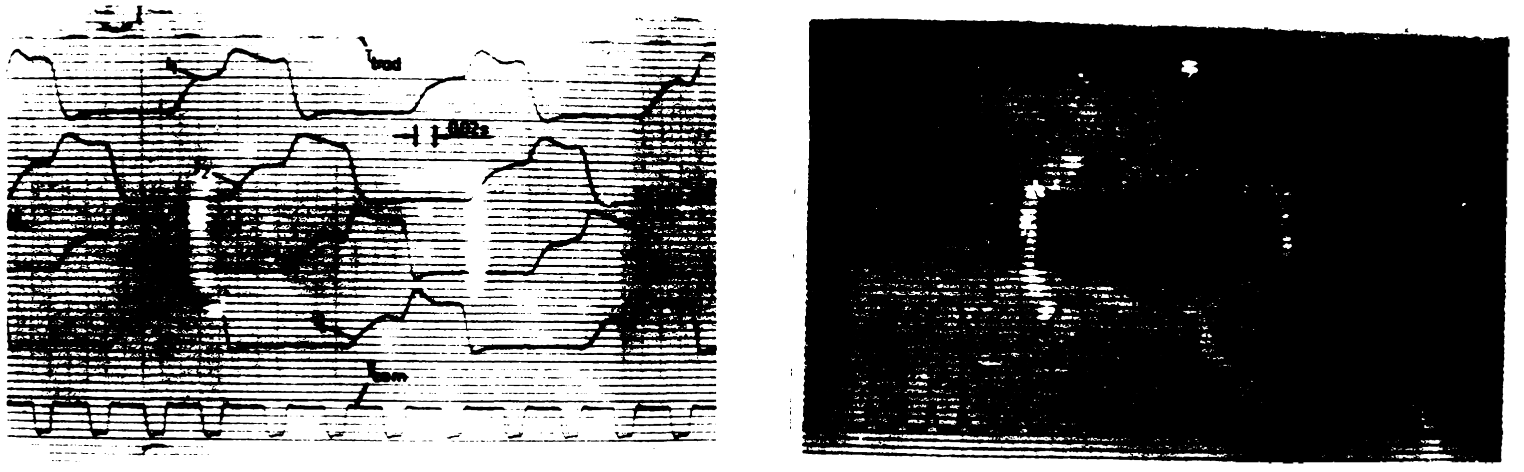


Fig.8.12. Caracteristicile statice ale MPP în BM.

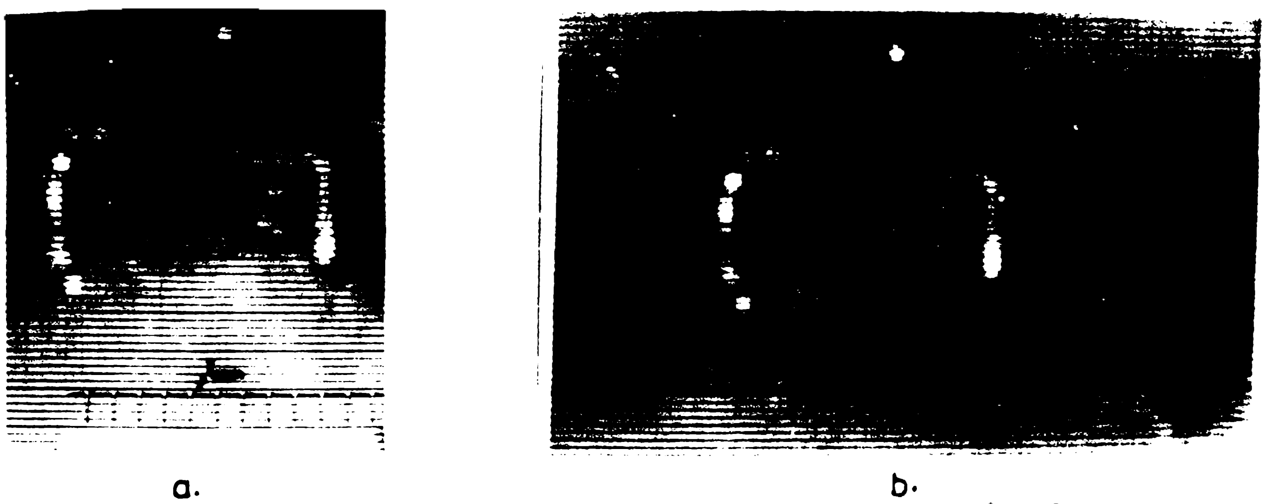
In figura 8.13,a şi b sînt prezentate variaţiile curenţilor în fazele MPP şi impulsurile din bucla minoră T_{trad}, respectiv impulsurile întîrziate în monostabil T_{com}, trimise spre distribuitorul de impulsuri. Curenţii în faze au amplitudinea de 3,5A, în secvenţă de alimentare dublă (12-23-...).



a. b.

Fig.8.13. Oscilogramele curenţilor în fazele motorului:
a) întîrziere Δt=2 ms, M_r = 3,5 Nm;
b) întîrziere Δt=1,8 ms, M_r = 0,5 Nm.

In figurile 8.14,a şi b sînt arătate comparativ variaţia unghiului de rotaţie în cazul funcţionării MPP în buclă minoră, respectiv în circuit deschis. Se constată că mişcarea în primul caz este mult mai lină. Amplitudinea maximă (suprareglarea) în cazul funcţionării în buclă minoră, măsurată cu aceeaşi amplificare a buclei de înregistrare a unghiului, este de circa 3 ori mai mică decît în cazul funcţionării MPP în circuit deschis.



a. b.

Fig.8.14. Oscilogramele variaţiei unghiului de rotaţie.
a) la funcţionarea MPP în BM cu Δt=6,5 ms, M_r = 3 Nm;
b) la funcţionarea MPP în CD la frecvenţa de 10 imp/s, M_r = 3 Nm.

<u>Sistemul cu micropăşire</u>

Dispozitivul de comandă a MPP în regim de micropăşire, conceput după schema bloc din figura 7.4, este realizat în circuit deschis, pentru acelaşi MPP. Blocul contactoarelor statice este conceput cu tiristoare fără circuite de stingere, ca întrerupătoare principale și cu tranzistoare și rezistențe la nivelul convertoarelor numeric-analogice. In figura 8.15 este prezentată schema contactoarelor statice, comandate conform tabelului stărilor 7.1.

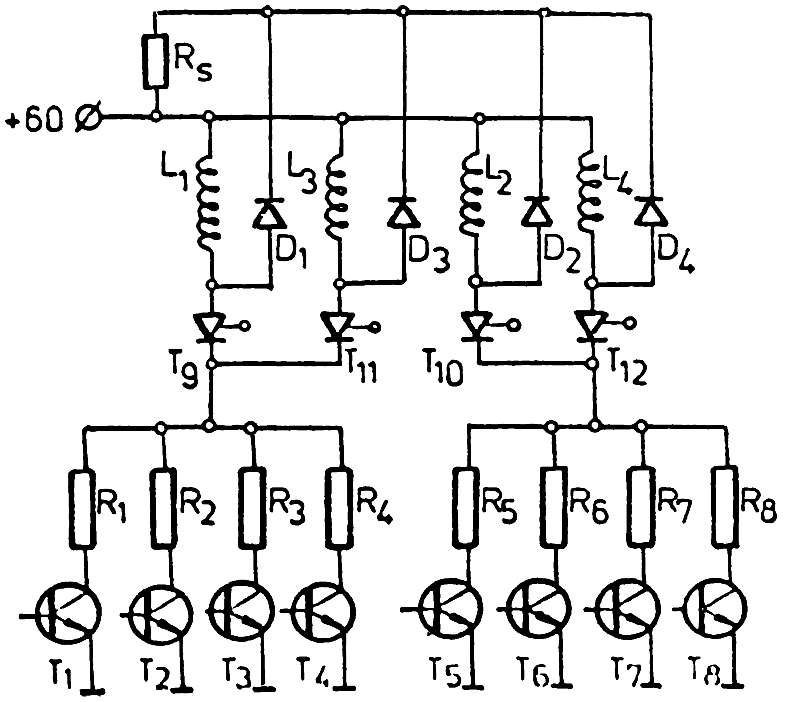


Fig.8.15. Schema blocului contactoarelor statice

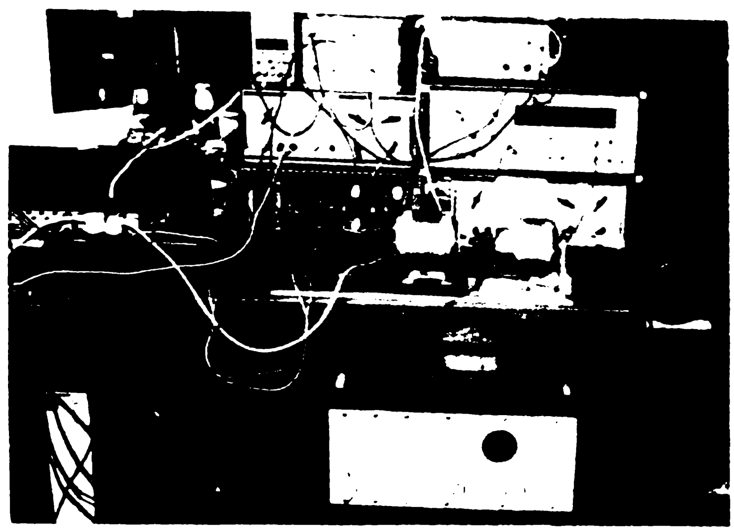


Foto 8.4. Stand pentru încercat MPP în μP.

Incercările s-au efectuat pe un stand așa cum este ilustrat în fotografia 8.4. Se pot distinge: blocul de comandă a micropășirii blocul contactoarelor statice, MPP cuplat cu o frînă cu pulbere magnetică, aparatele de măsură și înregistrare.

S-au ridicat caracteristicile limită de pornire, mers și reversare, reprezentate în figura 8.16.

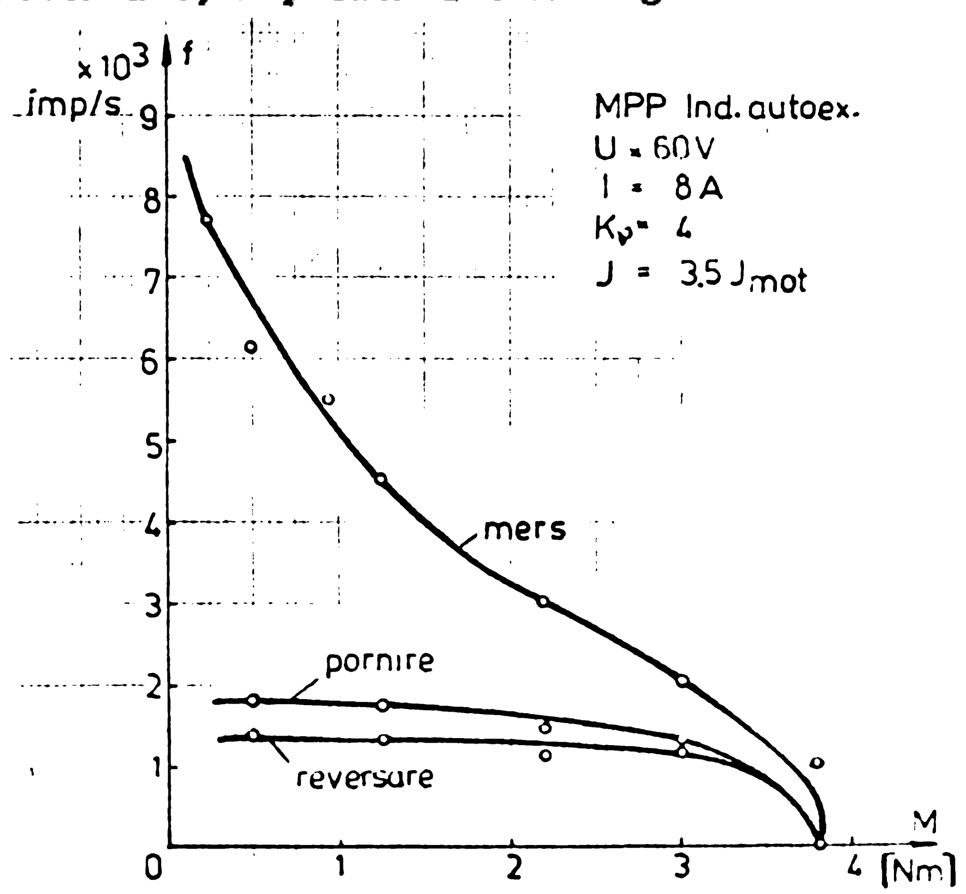
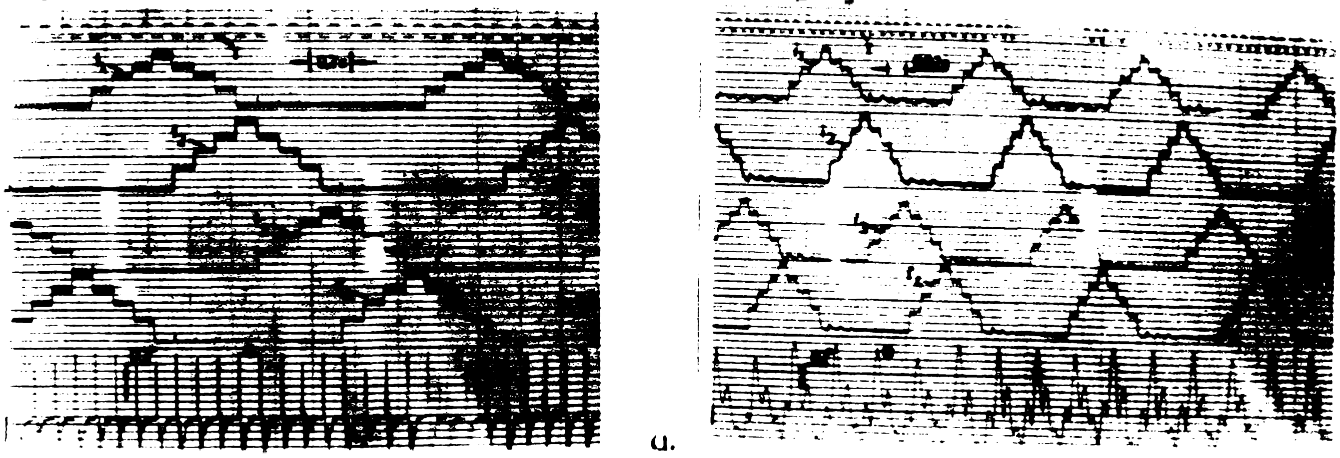


Fig.8.16. Caracteristicile limită ale MPP în μP.

Pe ordonată apare frecvența micropașilor (un pas mare al MPP este divizat în $K_\nu = 4$ micropași). Comparativ cu caracteristicile limită ridicate pentru funcționarea în pași mari (capitolul 4), domeniul închis de caracteristicile micropășirii diferă cu puțin, confirmînd faptul că, deși frecvența de comutație crește de $K_\nu = 4$ ori, caracteristicile echivalente cuplu-viteză ale micropăşirii sînt similare celor de la funcţionarea clasică.

Dintre variabilele mai importante s-au înregistrat curenţii în faze şi unghiul de rotaţie. In figurile 8.17,a şi b sînt relevate formele de undă în trepte ale curenţilor în faze, după legile de procesare deduse la capitolul 7. In partea de sus a figurilor este înregistrat tactul de comandă al micropăşirii T.



a. b.

Fig.8.17. Oscilogramele micropăşirii: a-la frecvenţa de 10 imp/s; b-la frecvenţa de 100 imp/s.

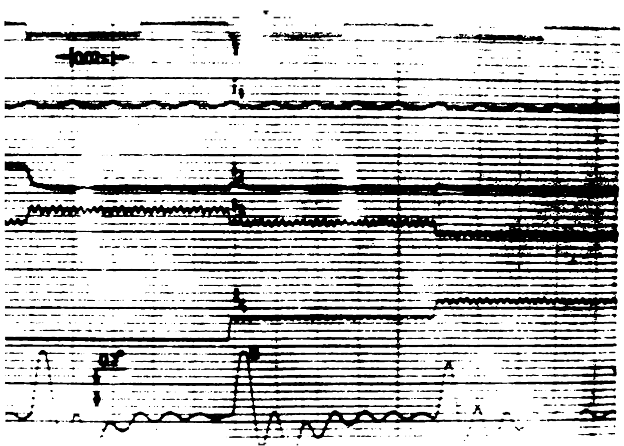


Fig.8.18. Oscilograma detaliată a variaţiei unghiului de rotaţie.

In figura 8.18 este redată la o scară mai mare variaţia unghiului de rotaţie între două tacturi de comandă. Se constată că suprareglarea, în cazul unui cuplu rezistent $M_r = 2,5$ Nm, este de circa $1,8^o - 0^o_p/4 = 1,8^o - 0,66^o =$ $\cong 1,1^o$, ceea ce, prin comparaţie cu funcţionarea în paşi mari (fig.8.14,b) corespunde unei reduceri de circa 4 ori.

8.3. Aplicaţii industriale

In cele ce urmează se prezintă prin fotografii cîteva din realizările mai importante în domeniul aplicării motoarelor pas cu pas în echipamente de poziţionare, realizări cu contribuţia autorului atît în fazele de cercetare-proiectare, cît şi în cea de execuţie.

In fotografia 8.5 sînt arătate cîteva prototipuri de motoare electrice pas cu pas [101]. Primul din dreapta este omologat şi a servit ca obiect al încercărilor efectuate în cadrul acestei lucrări de doctorat.

Prototipul experimental al echipamentului de poziţionare punct cu punct în două coordonate rectangulare DIGIPAS-201 este

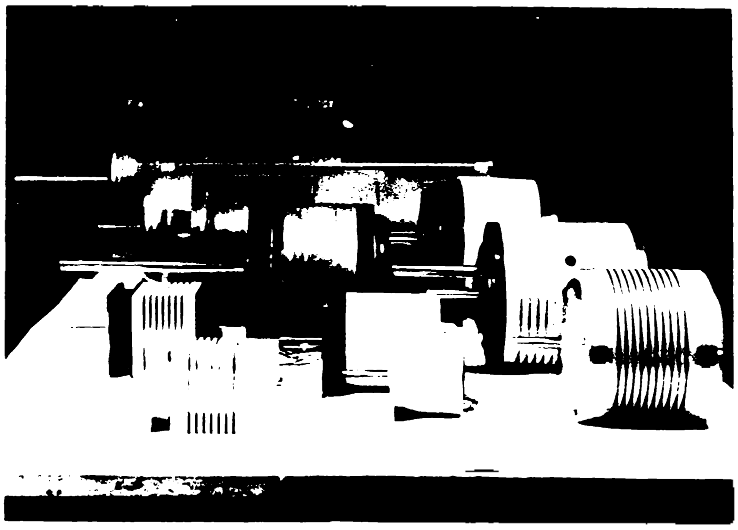


Foto 8.5. Cîteva prototipuri de MPP

arătat în fotografia 8.6,a, iar în 8.6,b un detaliu relativ la interiorul dulapului de comandă. Echipamentul este adaptat unei mese de poziţionare [12] cu acţionare independentă pe cele două axe cu MPP cu unghi de pas de 2,65°, realizînd o rezoluţie de 0,005 mm. S-a adoptat sistemul de poziţionare în circuit deschis, cu afişarea numărului impulsurilor primite de fiecare MPP.

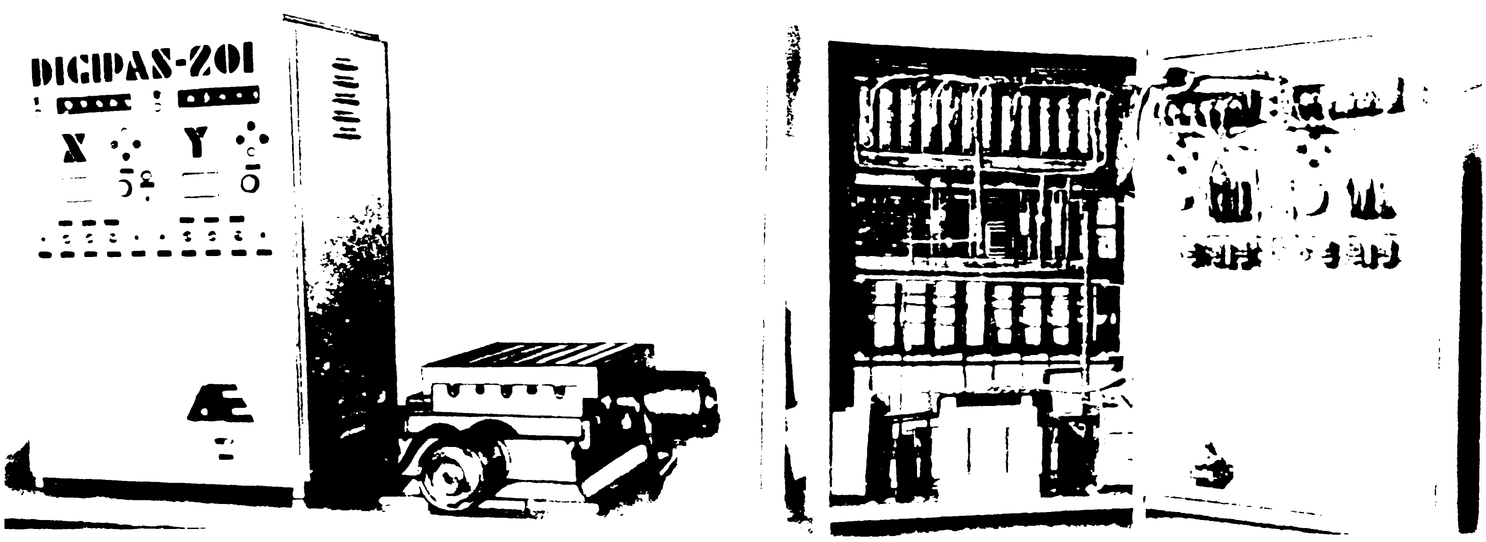


Foto 8.6. Echipamentul de poziţionare punct cu punct în două coordonate DIGIPAS-201 - prototip experimental: a-vedere generală; b-interiorul dulapului

In fotografia 8.7 este arătată o variantă perfecţionată a echipamentului de poziţionare în circuit deschis, servind ca accesoriu la maşini de frezat, aplicat la IM Cugir [100,102], variantă care se distinge de cea anterioară printr-o integrare mai avansată a părţii de comandă cu circuite integrate.

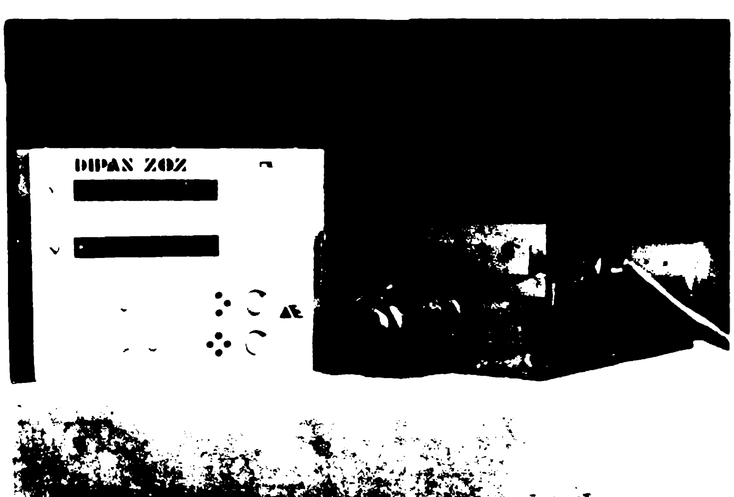


Foto 8.7. Echipamentul de poziţionare DIPAS-202

Mergînd în continuare pe linia integrării circuitelor de comandă, în fotografia 8.8 este arătat un echipament de poziţionare rotativă DIPAS-101R adaptat unei mese rotative fabricate de

"Infrăţirea" Oradea. Traductorul incremental de pe masă are aici rol numai de observare vizuală, întrucît poziţionarea se face în circuit deschis.

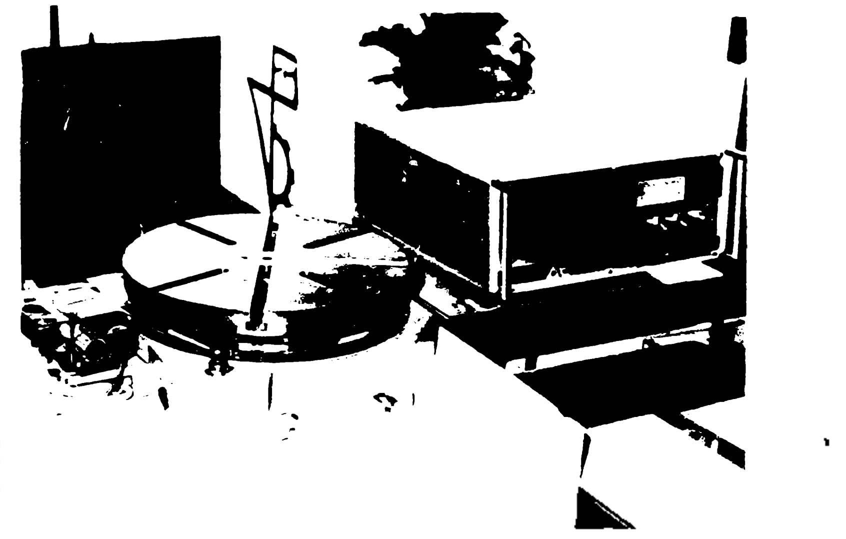


Foto 8.8. Echipament de poziţionare rotativă DIPAS-101R

9. I N C H E I E R E

Ideile mai importante ale lucrării, care vor fi prezentate în continuare, marchează contribuţiile principale ale autorului, atît în ce priveşte aprofundarea metodelor de analiză a sistemelor de acţionare cu motoare pas cu pas, cît şi elaborarea unor metode adecvate de studiu şi proiectare a sistemelor de poziţionare cu motoare pas cu pas.

1. Clasificarea MPP după modul cum are loc excitaţia distinge trei tipuri funcţionale: inductor (cu autoexcitaţie sau cu excitaţie independentă), inductor-reactiv şi reactiv. Această împărţire este avantajoasă tratării unitare a fenomenelor electromagnetice specifice unei foarte largi game de tipuri constructive şi conduce la elaborarea de modele matematice generale pentru MPP.

2. S-a definit sistemul de acţionare cu MPP (SAMPP) ca element convertor al informaţiei numerice (constînd din impulsuri de tact şi nivel de sens) în deplasare mecanică unghiulară. Această definiţie se sprijină pe concepţia că performanţele unui MPP sînt rezultanta corelării fenomenelor electromagnetice şi electromecanice ale maşinii electrice cu cele ale dispozitivului de alimentare cu impulsuri şi sarcina la arbore.

3. Modelul matematic m-fazat care a fost generalizat fără luarea în considerare a saturaţiei, este descris de ecuaţii diferenţiale neliniare, a căror rezolvare, chiar şi prin metode numerice, este dificilă de la un număr de faze $m \geq 4$. Modelele transformate $\alpha\beta$ şi dq, prezentate sintetizat şi apoi aplicate pe un caz concret de MPP, conduc la simplificarea modelelor matematice, dar nu pentru toate tipurile de MPP şi numai în condiţiile alimentării fazelor cu tensiuni de formă particulară (impulsuri).

4. Modelul operaţional, bazat pe transformata Laplace, conceput pentru un caz general de MPP, permite evidenţierea unor noi caracterizări ale SAMPP, oferind astfel posibilitatea studierii acestuia ca element automat.

5. Generalizarea metodei de analiză în planul fazelor a mişcării rotorului permite determinarea comodă a influenţei valorii şi caracterului cuplului rezistent asupra stabilităţii mişcării MPP.

6. Aprofundînd studiul stabilităţii mişcării rotorului în regimurile dinamice de pornire, oprire şi reversare, au rezultat metode de calcul al caracteristicilor limită cuplu/frecvenţă, ţinînd seama de principalii parametri ai acţionării: caracterul cuplului rezistent, amortizarea, secvenţa de alimentare, constanta de timp electrică a motorului.

7. Studiul regimului cvazistaţionar (de mers) al MPP pe baza unei noi interpretări a dinamicii mişcării cvazicontinue a rotorului, supusă echilibrului energiilor, evidenţiază un nou parametru al SAMPP - unghiul de comutaţie. Acest parametru, definit pînă acum numai pentru funcţionarea MPP în circuit închis, este introdus pentru prima oară şi pentru funcţionarea în circuit deschis, avînd în acest caz un caracter elastic, autoreglat prin echilibrul energetic al mişcării rotorului. Definirea acestui parametru a condus la o metodă nouă de calcul a caracteristicilor limită cuplu-frecvenţă de mers ale MPP, care, ca şi cele calculate pentru regimurile dinamice de pornire, oprire şi reversare, au un caracter universal, servind ca bază în proiectarea sistemelor de poziţionare în circuit deschis.

8. Sistemul de poziţionare în circuit închis, la care MPP este comandat cu impulsuri de frecvenţă constantă atîta timp cît abaterea între mărimea de referinţă şi cea măsurată a poziţiei, ambele analogice, este mai mare decît o valoare dată, a fost definit ca sistem automat neliniar cu eşantionare de tip releu cu prag de insensibilitate. Analiza efectuată cu metoda grafurilor de transfer, ca şi studiul stabilităţii sistemului automat cu ajutorul transformatei z, a funcţiei de descriere discrete şi a planului atenuare-fază,au avut ca rezultate determinarea frecvenţei optime de comandă a MPP şi a pragului de insensibilitate optim. Aceste rezultate sînt direct aplicabile în proiectarea sistemelor de urmărire şi de copiere după şablon cu MPP.

9. Comanda în circuit închis, în buclă minoră, a MPP corespunde realizării corespondenţei biunivoce impuls-deplasare unghiulară, cu efecte favorabile asupra performanţelor MPP în ce priveşte viteza, stabilitatea şi controlabilitatea mişcării rotorului. Din observaţia că la funcţionarea în buclă minoră mărimile caracteristice ale motorului variază relativ puţin, s-a elaborat un nou model matematic adecvat acestei funcţionări. Acest model, obţinut prin adaptarea modelului transformat dq, a condus la definirea sis-

temului de acţionare cu MPP în buclă minoră; acesta este identifica ca element automat neliniar cu acţiune continuă avînd ca intrare întîrzierea aplicată impulsurilor pe bucla de reacţie, ca ieşire viteza unghiulară, iar ca perturbaţie cuplul rezistent.

10. Avînd în vedere că la funcţionarea MPP în buclă minoră viteza variază cu sarcina, se impune adăugarea unei noi bucle pentru reglarea vitezei ca mărime de ieşire. Analiza sistemului automat neliniar de reglare a vitezei prin metoda algebrei grafurilor, aplicată pentru prima dată în cazul MPP, a condus la concluzia că un regulator liniar PI satisface cerinţele reglării.

11. Tehnica micropăşirii MPP, prin avantajele sale esenţiale: creşterea puterii de rezoluţie, mărirea stabilităţii mişcării, posibilitatea compensării deviaţiei, fără diminuarea performanţelor cuplu/viteză, se situează printre ultimele direcţii de cercetare în domeniul MPP. Legile de procesare a curenţilor în fazele motorului, deduse cu această ocazie pentru prima dată, implică un nou sistem de comandă a motorului atît la nivelul semnalelor cît şi la cel al alimentării fazelor. Dispozitivul conceput şi construit de autor permite divizarea prin 4 a pasului motorului, recomandîndu-se prin performanţele sale unor aplicaţii specifice poziţionărilor de mare precizie.

12. Prezentarea unor metode de proiectare a sistemelor de poziţionare cu MPP, rezultate din studierea acestora, a avut ca scop principal umplerea unui gol în literatura de specialitate, anumite criterii de proiectare fiind totodată şi rodul experienţei practice a autorului.

13. Prototipurile realizate, ca şi modelele experimentale construite într-o concepţie originală, au verificat cele patru sisteme de poziţionare abordate: în circuit deschis, în circuit închis de tip hibrid, cu buclă minoră şi cu micropăşire, oferindu-se şi o bogată gamă de posibilităţi de alegere între acestea.

BIBLIOGRAFIE

1. Bucur,C.,M., - Metode numerice. Ed.Facla, Timişoara, 1973.

2. Bézier,P., - Numerical Control. Mathematics and Applications, John Willey and Sons,London-New-York-Sydney-Toronto,1970.

3. Bîcicov,V.,P.,etc. - Ucebnîe posovie po proiektirovaniiu i rascetu avtomatizirovannovo elektroprivoda, Iz.MEI,Moskva, 1967, pag.52-64.

4. Braşovan,M., Seracin,E., Bogoevici,M., Kelemen,A., Trifa,V., Acţionări electrice. Aplicaţii industriale. Ed.Tehnică, Bucureşti, 1977.

5. Claudio de Sa e Silva, - What Size Stepper?, Machine Design (SUA). Dec.14.1972.pag.136-143.

6. Chai,H.,D., - A simple model for representing saturation effects in stepping motors. Proceedings, 5th Ann.Symp.on Incr.Mot. Contr.Syst.and Dev.,Univ.of Illinois,SUA, 1976,poz.G1-G8.

7. Cilikin,M.,G., - Trudî Moskovskovo Ordena Lenina Energheticescovo instituta,Vîpusk LXVII Elektromehanica,Iz.MEI,1966, pag. 5-52.

8. Cilikin,M.,G., - Diskretnîi elektroprivod s şagovîmi dvigateliami. Iz.Energhiia,Moskva,1971.

9. Cologi,T., - Algebră de aproximare a sistemelor cu elemente liniare şi neliniare. A.M.C.,Nr.25,1978,pag.121-141.

10. Cologi,T., - Näherungsalgebra für Systeme mit linearen und nicht linearen Elementen. Regelungstechnick und Prozessdatenverarbeitung, apare în 1978.

11. Crivii,M., Trifa,V., Ecuaţiile de funcţionare ale motorului pas cu pas considerînd circuitul magnetic saturat. Intervenţie SACTA, Bucureşti, mai 1973.

12. Crivii,M., Trifa,V., Szekely,A., Lazăr,R., - Masă de poziţionare în două coordonate cu comandă numerică, acţionată cu motoare pas cu pas, Buletinul ştiinţific al Inst.Politehn. Cluj-Napoca, nr.16, 1973, pag.54-56.

13. Crivii,M., Trifa,V., - Simularea numerică a funcţionării motorului pas cu pas reactiv. Comunicare la I.P.Cluj-Napoca, febr.1974.

14. Crivii,M., Trifa,V., Baloga,S., Verestay,E., - Simularea numerică a schemelor de comutaţie cu tiristoare pentru alimentarea motoarelor pas cu pas. Buletinul ştiinţific al Inst. Politehn.Cluj-Napoca, nr.17, 1974, pag.54-56.

15. Crivii,M., Trifa,V., - Studiul funcţionării motorului pas cu pas reactiv prin modelare numerică. Electrotehnica, Electronica şi automatica, nr.2,febr. 1975, pag.53-56.

16. Crivii,M., - Studii privind acţionările electrice cu motoare pas cu pas. Teză de doctorat, Inst.Politehn.Iaşi, 1974.

17. Dehnz,H.,J., - Aufbau und Wirkungsweise von Schrittmotoren, Der Elektro-Praktiker, H.5,1967, pag.145-149.

18. Delgado,M.,A., - Mathematical Model of a Stepping Motor operating as a Fine Positioner Around a Given Step. IEEE Transaction on Automatic Control,aug.1969, pag.394-397.

19. Dondik,E.,M., - Ekvivalentnîe shemî şagovovo dvigatelia v impulsnîh avtomaticeskih sistemah. Priborostroenie, nr.3, 1965, pag. 70-75.

20. El-Serafi,A.,M.,etc. - Equivalent two-phase representation of an n-m phase salient-pole machine. IEEE Trans.on Ind.El. and C.I.,ian.1975, pag.18-26.

21. Femling,D.,V., - Use MSI to Control Stepping Motor. Control Engineering (SUA),sept.1969, pag.76-80.

22. Fredriksen,T.,R., - Direct digital processor control of stepping motors, IBM Journal 11, Nr.2, 1967, pag.179-188.

23. Fredriksen,T.,R., - The closed loop motor-an ideal actuator for process control,IBM Journal 12,Nr.12,1968,pag.243-245.

24. Fredriksen,T.,R., - Closed - loop Stepping Motor Application, IBM Journal,iun.1966, poz.C1-C9.

25. Fredriksen,T.,R., - Micro-stepping - a new control concept for rotary step motors. Proceedings, 4th Ann.Symp.on Incr.Mot. Contr.Syst.and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1975,poz.HH1-HH6.

26. Frus,J.,R., Kuo,B.,C., - Closed-loop control of Step Motors without feedback Encoders. Proceedings, 5th Ann.Symp. on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1976, poz. CC1-CC11.

27. Ghircoiaşiu,N.,V., Miron,C., - Grafuri de fluenţă şi aplicaţii în tehnică, Ed.Tehnică, Bucureşti, 1974.

28. Gibson,J.,E., - Sisteme automate neliniare. Traducere din limba engleză,SUA, Ed.Tehnică, Bucureşti,1967.

29. Grossetete,M., - Moteurs à réluctance variable. Automatisme, vol.XV,nr.7-8,iul.-aug.,1970,pag.359-364.

30. Haberstich,W., Croymans,J.,J., - Schrittmotoren für Steuerungs- und Regelungsaufgaben, Technica, Elveţia,nr.24,1970, pag.2384-2388.

31. Hăngănuţ,M., - Automatizări,Ed.Did.şi Ped.,Bucureşti,197

32. Heine,G., - A five-phase PM Stepping Motor for maximum range in resolution and response, 5th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr. Syst.and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1976,poz.K1-K18.

33. Hughes,O., - Dynamics of incremental motion devices associated with planetary exploration spacecraft. 4th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev,,Univ.of Illinois,SUA, 1975, poz.BB1-BB8.

34. Ismailov,S.,I., - Avtomaticeskie sistemî i priborî s şagovîmi dvigateliami. Iz.Energhiia,Moskva,1968.

35. Johnson,R.,C.,- Equivalent circuit model for a stepping motor. 4th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1975,poz.A1-A22.

36. Johnson,R.,C., Justice,M., - Mathematical model of a hibrid stepper motor and drive circuit, 4th Ann.Symp.on Incr.Mot. Contr.Syst.and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1975,poz.K1-K14.

37. Julovian,V.,V., Lodengolit,I.,F., - K rascetu ciastotnîh harakteristik reaktivnîh şagovîh elektrodvigatelei. Elektrotehnika, nr.2, 1964, pag.41-43.

38. Kelemen,A., Crivii,M., Trifa,V., - Dispozitive de comutaţie cu tiristoare pentru alimentarea cu impulsuri a motoarelor de inducţie, Buletin IPA,Bucureşti,1972,pag.276-289.

39. Kelemen,A., Crivii,M., Trifa,V., Szekely,A., - Dispozitiv de poziţionare numerică în două coordonate a unei mese de lucru adaptabilă maşinilor unelte, acţionată cu motoare pas cu pas,Electrotehnica,Electronica şi Automatica, Nr.4, 1975, pag. 173-176.

40. Kelemen,A., Trifa,V., Szekely,A., - Metode de proiectare a motoarelor pas cu pas reactive cu patru faze. Buletin ICPE, Bucureşti, 1976, poz. 193 B II 27.

41. Kelemen,A., Trifa,V., - Consideraţii privind utilizarea motoarelor electrice pas cu pas în sisteme de reglare a poziţiei. Electrotehnica-Electronica-Automatica, Nr.2,1977,pag.75-81.

42. Kelemen,A., Trifa,V., - Scheme electronice de comandă şi alimentare pentru motoare pas cu pas. Manuscris predat redacţiei revistei EEA, Bucureşti, 1977.

43. Kelemen,A., Trifa,V., - The stability of a hybrid-type closed-loop stepping motor control system. Proceedings, 6th Ann. Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev.,Univ.of Illinois, SUA, 1977.

44. Kelemen,A., Trifa,V., - The influence of drive circuit parameters on the performances of stepping motors. IFAC,Symposium, Düsseldorf, RFG, 1977.

45. Kelemen,A., Crivii,M., Trifa,V., - Sisteme de reglare a poziţiei cu motoare pas cu pas. Comunicare la Simpozionul Creativităţii Tehnico-ştiinţifice,Cluj-Napoca, 1977.

46. Kelemen,A., Crecan,I., Trifa,V., Szekely,A., - Procedeu şi dispozitiv pentru reglarea şi poziţionarea avansului vertical la maşini de rectificat plan-orizontal. Dosar OSIM 81523.

47. Kelemen,A., Crecan,I., Trifa,V., Szekely,A., - Procedeu şi dispozitiv pentru diamantarea pietrei maşinilor de rectificat. Dosar OSIM 81856.

48. Kelemen,A., Agud,S.,N., Trifa,V., Forrai,St., - Procedeu şi dispozitiv pentru acţionarea şi poziţionarea meselor de lucru rotative. Dosar OSIM 86075.

49. Kelemen,A., Crecan,I., Trifa,V., - Procedeu şi dispozitiv pentru acţionarea avansului transversal la maşini de rectificat. Dosar OSIM 82340.

50. Kelemen,A., Trifa,V., Szekely,A., - Procedeu şi dispozitiv pentru poziţionarea în două coordonate. Dosar OSIM 82083.

51. Kelemen,A., Caşin,C., Trifa,V., Lupşe,R., - Dispozitiv de poziţionare în două coordonate pentru maşini de frezat. Dosar OSIM 84623.

52. Kelemen,A., Crivii,M., - Motoare electrice pas cu pas. Ed.Tehnică, Bucureşti, 1975.

53. Kelemen,A., - Acţionări electrice. Ed.Did.şi Ped.,Bucureşti,197[illegible]

54. Kent,A.,J., - A step motor controller for closed-loop investigation. Proceedings, 4th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst. and Dev., Univ.of Illinois,SUA,1975,poz.G1-G15.

55. Kordik,K.,S., - The Step Motor - what it is and does. Proceedings, 3rd Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev.,Univ. of Illinois,SUA,1977, poz.A1-A49.

56. Kuo,B.,C., Singh,G., - Closed-loop and speed control of step motors. Proceedings, 3rd Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst. and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1974. poz.C1-C32.

57. Kuo,B.,C., - Calculation of torque-speed performance characteristics of closed-loop control of permanent magnet step motors. Proceedings, 5th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst. and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1976,poz.L1-L22.

58. Kuo,B.,C., - Sisteme automate cu eşantionare.Analiza şi sinteza. Traducere din engleză(SUA)după ediţia din 1965,Ed.Tehnică, Bucureşti, 1967.

59. Lacroux,G., - Moteurs pas à pas. Principe - Construction - Exemples d'applications. L'électricien,apr.1971,pag.81-84.

60. Layer,H.,P., - Digital Sine-Cosine Mini-Stepping Motor Drive. Proceedings, 6th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev., Univ.of Illinois,SUA, 1977, poz.

61. Lenny,Ch., - Damping techniques for stepper motors. Electromechanical design (SUA), dec. 1968, pag.38-39.

62. McNaught,D., Waloff,D., - A revew of Stepper motors and recent developments in high response units. Instrument Practice, apr. 1968, pag. 315-322.

63. McSparran,R.,M., - Digital closed-loop phase-locked stepper motor control. Proceedings, 5th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr. Syst. and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1976,poz.01-09.

64. Nedelcu,N.,V., - Regimurile de funcționare ale mașinilor de curent alternativ, Ed.Tehnică,București, 1968.

65. Neundorf,H., - Impulsverteiler und Leistungsverstärker zur Steuerung von Schrittmotoren. Elektrie, nr.25,1971,H.6, pag.218-219.

66. Neundorf,H., - Die Steuerung von Shrittmotoren beim Ubergang zu Shrittfrequenzen oberhalb der Grezkurve der Start-frequenz, Elektrie, Nr.25, (1971, H.10,pag. 392-394.

67. Page,W.,D., Singh,G., Kuo,B.,C., - Application of a computer control to study of open-loop acceleration of step motors. IEEE, Trans. on Ind.Electr. and Contr.Instrum.,vol.22, Nr.2, mai,1975, pag.178-186.

68. Page,W.,D., - Automatic computer testing of open-loop step motor velocity profiles. Proceedings, 4th Ann.Symp.on Incr. Mot.Conr.Syst. and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1975,poz. H1-H10.

69. Patterson,M.,L., - A Microstepped XY controller with adjustable phase current waveforms. Proceedings, 6th Ann.Symp.on Incr. Mot.Contr.Syst. and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1977,poz.

70. Demidovitch,B., Maron,I., - Eléments de calcul numerique. Ed. Mir, Moscou, 1973.

71. Dorn,W.,S., McCracken,D.,D., - Metode numerice cu programe în FORTRAN IV. Trad.din engleză,Ed.Tehnică,București,1976.

72. Coțiu,A., - Elemente de analiză numerică,vol.6. Litografia Instit.Politehn.Cluj-Napoca,1973.

73. Pritchard,E.,K., - Mini-stepping motor drives. Proceedings,5th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev.,Univ.of Illinois, SUA,1976, poz.Q1-Q11.

74. Pritchard,E.,K., - Mini-stepping observations on stepping motors. Proceedings, 6th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev., Univ.of Illinois,SUA,1977,poz.

75. Radway,T.,D., - A Standardized Approach to interfacing Stepping Motors to Computers. Proceedings, 4th Ann.Symp.on Incr. Mot.Contr.Syst.and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1975,poz-I1l-I16.

76. Ratmirov,V.,A., Ivobotenko,B.,A., - Sagovîe dvigateli dliu sistem avtomaticescovo upravleniia, Iz.GEI,Moskva,1962.

77. Ratmirov,V.,A.,etc. - Sistemî s șagovîmi dvigateliami,Iz.Energhiia, Moskva, 1964.

78. Robinson,D.,J., Taft,C.,K., - A dynamic analysis of magnetic stepping motors. IEEE Trans.on Ind.Electr.and Contr. Instr. sept.1969, pag. 111-125.

79. Rubţov,V.,P., etc. - Sistemî s silovîmi şagovîmi dvigateliami dlia metallurghiceskoi promîşlennosti. Iz.Energhiia, Moskva, 1967.

80. Saunier,C., - Les moteurs pas à pas et leurs techniques de commandes, EMI 172, 1-5, 1973, pag.59-68.

81. Seracin,E., - Utilajul electromecanic al întreprinderilor industriale, Ed. Did. şi Ped.,Bucureşti, 1973.

82. Simon,W., - Conducerea numerică a maşinilor unelte, Traducere din germană, Ed.Tehnică,Bucureşti, 1967.

83. Singh,G., Kuo,B.,C., Marion,R., - Dynamic Modeling of Permanent Magnet Step Motors. Proceedings, 4th Ann.Symp.on Incr.Mot. Contr.Syst. and Dev.,Univ.of Illinois,1975,poz.E1-E12.

84. Singh,G., Kuo,B.,C., - Modeling and simulation of variable - reluctance step motors with application to a high - performance printer system. IEEE Trans.on Ind.Appplic.vol. IA-11, nr.4, iul/aug., 1975, pag. 373-383.

85. Singh,G., Leenhouts,A.,C., Mosel,E.,F., - Electromagnet resonance in permanent magnet step motors. Proceedings, 5th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev.,Univ.of Illinois, SUA,1976,poz. J1-J10.

86. Salvadori,M.,G., Baron,M.,L., - Metode numerice în tehnică. Trad.din engleză, Ed.Tehnică,Bucureşti, 1972.

87. Tal,J., - Microprocessor - controlled incremental motion servo-system. Proceedings, 6th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst. and Dev.,Univ.of Illinois,SUA,1977, poz.

88. Tatenkin,V.,K., Ivobotenko,B.,A., - K dinamike şagovîh electrodvigatelei. Elektricestvo, Nr.9,1962, pag.67-72.

89. Toacse,Gh., - Comanda motorului pas cu pas tip inductor cu excitaţie electromagentică. Teză de doctorat, Univ.Braşov, 1976.

90. Tobshy,E., - Trägheitsarmer Reluktanzschrittmotor. Elektrie, Nr.25, 1971, H.6, pag. 219-221.

91. Tolivar,A.,F., Hughes,R.,O., - Science platform pointing control law, for a planetary exploration spacecraft. Proceedings, 5th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst.and Dev.,Univ. of Illinois,SUA,1976,poz.AA1-AA12.

92. Trifa,V., Maier,V., - Dispozitiv de alimentare secvenţial pentru motoare pas cu pas cu patru înfăşurări de comandă. Buletinul ştiinţific al Instit.Politehn. Cluj-Napoca,nr.16, 1973, pag. 56-58.

93. Venkataratnam,B.,E., etc. - Stability of a stepping motor. Proceedings, IEEE, vol.118, Nr.6, iun.1971, pag.805-812.

94. Wells,B.,H., - Microprocessor control of stepping motor. Proceedings, 5th Ann.Symp.on Incr.Mot.Contr.Syst. and Dev., Univ. of Illinois,SUA,1976, poz. S1-S9.

95. Willems,J.,L., - A system theory approach to unified electrical machine analysis. Int. J.Control,1972,vol.15, Nr.3, pag. 401-408.

* * Sigma. Stepping motor handbook. Ed.E.M.E. Zurich, Elveţia, 1974.

* * Fujitsu pulse motors. Prospect Fujitsu Ltd, Japonia, 1970.

* * Slo-Syn synchronous, stepping motors and motor controls. Catalog MD 174 E Superior Electric Netherland, N.V., 1975.

* * S.T.E. privind aplicarea motorului pas cu pas şi a dispozitivului de corectare automată a pietrei pe maşinile de rectificat tip RPO şi RPV. Intocmit de A.Kelemen, V.Trifa şi I.Crecan, la F.M.R. Cluj-Napoca, 1976.

* * Documentaţia de protocol la contractele Nr. 102/1975 şi Nr.109/1977 cu I.M.Cugir, Nr.2/1975 cu M.Ap.N., Nr.155/1976 cu I.P.Timişoara, în tematica aplicării MPP în industrie. Existentă la Cat. de Electrotehnică din I.P. Cluj-Napoca.

* * Motoare electrice pas cu pas. Prospect al I.P.Cluj-Napoca, Laboratorul de Acţionări electrice.

* * DIPAS 202 - Echipament de poziţionare numerică în două coordonate cu motoare pas cu pas. Prospect al I.P. Cluj-Napoca, Laboratorul de Acţionări electrice.