INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

Ing. SILVIA DOBRE

CONTRIBUTII LA STUDIUL GENERATORULUI HALL CA ELEMENT DE CIRCUIT

T e z ă d e d o c t o r a t

Conducător ştiinţific:

Prof.dr.ing.CONSTANTIN SORA

- 1 9 7 7 -

INTRODUCERE

Efectele galvanomagnetice ocupă un loc important în literatura de specialitate, atît în ceea ce priveşte cercetările cu caracter teoretic, cît şi aplicaţiile lor tehnice, sub formă de dispozitive galvanomagnetice. După cum se ştie, principalele efecte galvanomagnetice sînt efectul Hall şi efectul magnetorezistiv. Deşi efectele galvanomagnetice sînt cunoscute de foarte multă vreme (efectul Hall a fost descoperit în 1879 de către F.H.Hall), aplicaţiile tehnice ale acestor efecte au apărut de abia în urmă cu aproximativ 20-25 de ani, relevîndu-se în mod deosebit aplicaţiile din domeniul măsurilor şi în automatizări. Apariţia în tehnică a dispozitivelor galvanomagnetice a fost strîns legată de dezvoltarea cercetărilor în domeniul materialelor semiconductoare, respectiv realizarea de materiale semiconductoare, la care efectele galvanomagnetice sînt mult mai pronunţate decît la metale. De altfel, elaborarea de noi materiale semiconductoare cu proprietăţi superioare din punct de vedere al utilizării efectelor galvanomagnetice(cum sînt aliajele InSb, InAs, InAsP şi altele) a condus la o rapidă dezvoltare şi extindere a dispozitivelor galvanomagnetice.

Din punct de vedere al studiului generatorului Hall, problemele care se ridică se pot clasifica în două categorii mari, după cum se referă la cîmpul din placa semiconductoare sau la comportarea ca element de circuit. Este important însă să se sublinieze că, între cele două aspecte există o strînsă legătură, fiind evident faptul că la baza comportării ca element de circuit stau fenomenele ce se petrec în placă. Ca urmare, rezolvarea unora dintre problemele de circuit, necesită şi abordarea problemei cîmpului din placa Hall, sub aspectele ce interesează.

La considerarea generatorului Hall ca element de circuit se are în vedere structura sa cuadripolară, bornele de intrare fiind ale circuitului de comandă, iar bornele de ieşire ale circuitului Hall.O caracteristică importantă a generatorului Hall o constituie faptul că, deşi este un element de circuit cuadripolar pasiv, el este în general nereciproc, iar în anumite condiţii este antireciproc [135,145,148,1o4, 1o7] . Un circuit cuadripolar este antireciproc dacă impedanţele (rezistenţele) de transfer în gol sau în scurtcircuit sînt egale şi de semn contrar, spre deosebire de circuitele reciproce la care aceste impedanţe sînt egale şi de acelaşi semn. Circuitele antireciproce se numesc şi giratoare. Deoarece este vorba numai de semnul cu care intervin impedanţele de transfer, se vorbeşte şi de circuite cu nereciprocitate de fază. Se cunosc şi alte tipuri de circuite pasive care se comportă ca girator, funcţionarea acestora bazîndu-se pe utilizarea unor efecte , cum sînt efectul giromagnetic [119], efectul Faraday [48, 78] sau cu transformatoare electromecanice [94] . Trebuie menţionat faptul că există şi giratoare active, cu tranzistoare [27 ,1o5] . Noţiunea de girator a fost introdusă pentru prima dată în literatură de către Tellegen [151] . El s-a referit la giratorul ideal, respectiv fără pierderi. Giratoarele reale sînt desigur cu pierderi. Referindu-ne la giratoare, în general, se relevă interesul.

pe care-l prezintă în teoria circuitelor electrice, îndeosebi în probleme de sinteză [20 , 52 , 110 , 105]. Din punct de vedere aplicativ, se relevă aplicaţiile tehnice bazate pe proprietatea giratoarelor de inversare a impedanţelor [72, 83], în ultimul timp putîndu-se menţiona giratoarele realizate sub formă de circuite integrate active RC, pentru simularea inductivităţilor [105] . De asemenea, giratoarele pot constitui elemente componente de bază ale unor scheme unidirecţionale [94, 57, 154, 137, 142], posibilitate care va fi analizată detaliat şi în această lucrare pentru giratorul Hall.

In teza de doctorat autoarea şi-a propus să aducă unele contribuţii la studiul comportării generatorului Hall ca element de circuit. Principalele obiective urmărite în lucrare au fost următoarele:

- Stabilirea condiţiilor în care un generator Hall se comportă ca un element de circuit nereciproc, antireciproc sau reciproc. Criteriul stabilit, care permite încadrarea diferitelor cazuri ce pot interveni în practică, se bazează pe descompunerea parametrilor de transfer în cîte două componente, în funcţie de sensul inducţiei magnetice.

- Studiul sistematic al parametrilor cuadripolari care definesc comportarea generatorului Hall şi elaborarea unor noi scheme echivalente pe baza acestora.

- Aplicarea teoriei cuadripolului general în studiul generatorului Hall, în scopul rezolvării unor probleme mai complexe (scheme unidirecţionale).

- Rezolvarea unor probleme de cîmp din placa Hall, în legătură cu cunoaşterea comportării generatorului Hall.

- Studiul şi dimensionarea unor scheme unidirecţionale, avînd ca element component generatorul Hall.

Problemele abordate în lucrare se referă la aspecte mai puţin sau chiar de loc menţionate în literatura de specialitate. Studiul întreprins este susţinut şi de încercări experimentale sistematice, necesare verificării rezultatelor teoretice prezentate.

Problemele studiate în teza de doctorat sînt cuprinse în patru capitole principale.

In capitolul 1 se analizează comportarea generatorului Hall ca element de circuit nereciproc, antireciproc sau reciproc, în orice regim de funcţionare, pe baza studierii următorilor parametri cuadripolari mai reprezentativi: impedanţele (rezistenţele) de transfer în gol, admitanţele de transfer în scurtcircuit şi parametrii introduşi prin alimentarea pe la ambele perechi de borne. Acest deziderat şi-a găsit o rezolvare satisfăcătoare plecînd de la faptul demonstrat [145] că în tensiunile de ieşire ale generatorului Hall la mersul în gol sînt prezente în general două componente, separarea componentelor fiind făcută funcţie de dependenţa faţă de sensul inducţiei magnetice.

Pe baza constatării menţionate a fost posibil să se treacă la un studiu sistematic al comportării generatorului Hall, prin analiza teoretică şi experimentală efectuată asupra parametrilor de transfer şi componentelor acestora, pe baza cărora condiţia de nereciprocitate a fost formulată în modul cel mai general.

Avînd în vedere că, în general, în studiul comportării generatorului Hall ca element de circuit este necesar să se folosească scheme echivalente cu o structură corespunzătoare scopului urmărit, în cel de al doilea capitol se elaborează noi scheme echivalente ale generatorului Hall, în cadrul teoriei cuadripolului diport. Schemele echivalente prezentate corespund matricei impedanţă sau admitanţă şi au ca element caracteristic şi faptul că conţin explicit componentele parametrilor de transfer. Unele din aceste scheme echivalente se vor folosi la studiul şi dimensionarea schemelor unidirecţionale cu generator Hall (cap.3).

Dat fiind faptul că teoria cuadripolului diport nu dă rezultate corecte în cele mai generale condiţii de interconexiune ale unui element de circuit, la sugestia tovarăşului profesor Constantin Şora, în cel de al treilea capitol s-a aplicat pentru prima dată în literatura de specialitate teoria cuadripolului general [138] la studiul generatorului Hall.Astfel, a existat posibilitatea de a se elabora o schemă echivalentă a generatorului Hall în cadrul teoriei cuadripolului general şi care reprezintă cea mai generală schemă a acestui dispozitiv. După aplicarea şi dezvoltarea teoriei cuadripolului general la studiul generatorului Hall, se trece la analiza sistematică şi dimensionarea schemelor unidirecţionale care au în componenţa lor giratoare Hall.

Se precizează faptul că aplicarea teoriei cuadripolului general constituie singura metodă posibilă pentru soluţionarea problemelor cuprinse în cel de al treilea capitol.

In capitolul 4 se prezintă unele rezultate obţinute referitoare la cîmpul electric din plăcile Hall, rezultate importante pentru cunoaşterea comportării generatorului Hall ca element de circuit. In acest scop s-au aplicat următoarele două metode: o metodă experimentală şi anume metoda modelizării electrocinetice, iar ca metodă analitică, metoda reprezentărilor conforme.

Literatura de specialitate tratează problema potenţialului pe fețele libere ale plăcii Hall dreptunghiulare, prezentîndu-se numai soluții aproximative obținute atît prin metoda reprezentărilor conforme cît și prin metode de iterație rezolvate prin calcul numeric cu ajutorul calculatoarelor electronice [155, 63, 65, 69, 6, 7] .

In teza de doctorat, în cadrul celui de al patrulea capitol, se reușește să se stabilească soluția exactă a potențialului pe fețele libere ale unei plăci Hall dreptunghiulare,în regim staționar al mărimilor de comandă. Aceasta presupune deci și cunoașterea exactă a factorului tensiunii Hall pentru orice poziție a electrozilor Hall.

Soluția stabilită a permis calculul distribuției potențialului pe fețele libere ale unei plăci Hall dreptunghiulare , pentru mai multe valori ale raportului dintre laturi și la diferite unghiuri Hall. Rezultatele obținute s-au verificat cu metoda modelizării electrocinetice. Se menționează faptul că aceste rezultate sînt importante și pentru realizarea circuitelor unidirecționale din plăci Hall cu electrozii Hall deplasați.

X
X X

Doresc să aduc cele mai respectuoase mulțumiri tovarășului profesor dr.doc.ing.Constantin Șora, sub a cărui permanentă îndrumare și coordonare științifică mi-am desăvîrșit pregătirea, pentru sprijinul generos acordat la întocmirea acestei lucrări. Domniei-Sale îi datorez formarea și orientarea mea profesională, încadrată în Școala de prestigiu pe care a creat-o la Politehnica din Timișoara.

Mulțumesc, de asemenea, colectivului Catedrei de Bazele electrotehnicii care în diferite ocazii m-a sprijinit, sub diverse forme, pentru a putea duce la bun sfîrșit această lucrare.

CAPITOLUL 1

RELATII GENERALE PRIVIND COMPORTAREA GENERATORULUI HALL CA ELEMENT DE CIRCUIT PASIV NERECIPROC.

In acest capitol se face o analiză sistematică a situaţiilor în care generatorul Hall se comportă ca element de circuit nereciproc, reciproc sau antireciproc (girator). Placa Hall reprezentînd un mediu masiv parcurs de curent, este natural ca studiul să înceapă prin formularea condiţiei de nereciprocitate în formă locală, deci într-un punct din placă şi apoi să se stabilească relaţii privind comportarea globală a plăcii faţă de electrozi. O atenţie deosebită este acordată în continuare exprimării relaţiilor de bază cu ajutorul parametrilor cuadripolari: impedanţele(rezistenţele) de transfer în gol, admitanţele de transfer în scurtcircuit şi parametrii introduşi prin alimentarea plăcii Hall pe la ambele capete.

1.1. Forma locală şi integrală a condiţiei de nereciprocitate. Relaţii de bază.

Se consideră cazul general al unei plăci Hall de formă oarecare (fig.1.1). Materialul semiconductor al plăcii este presupus omogen, izotrop, iar placa de grosime constantă. Se consideră de asemenea că placa este plasată într-un cîmp magnetic transversal $\bar{B}$ uniform şi constant în timp. Acestea sînt de altfel ipoteze de studiu uzuale în studiul efectelor galvanomagnetice. [69, 142].

Din motive de simetrie în ceea ce priveşte relaţiile ce se scriu, pentru ambele perechi de borne s-a adoptat regula de asociaţie a sensurilor de referinţă de la receptoare.

Intr-un punct oarecare din placă şi la inducţii magnetice relativ mici, legea conducţiei electrice se scrie în forma [53]

$$\frac{\bar{J}}{\sigma(B)} = \bar{E} + C_H \cdot \bar{J} \times \bar{B} \qquad (1.1)$$

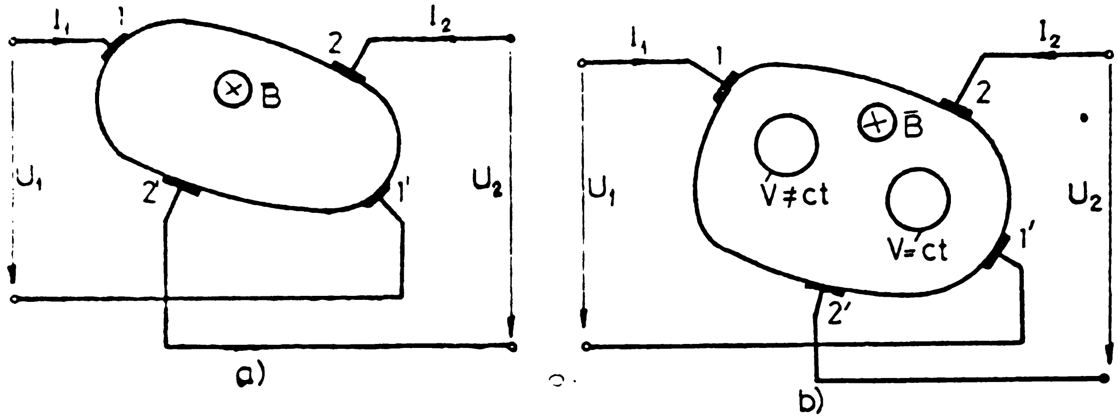


Fig.1.1 Placă Hall de formă oarecare
a) - corespunzătoare unui domeniu simplu conex
b) - corespunzătoare unui domeniu multiplu conex

unde: $\bar{J}$ - este densitatea de curent; $\bar{E}$ - intensitatea cîmpului electric; C_H - coeficientul Hall ; $\sigma(B)$ - conductivitatea electrică a materialului semiconductor la inducţia magnetică considerată.

Se presupune acum că în placă se stabilesc, la aceeaşi inducţie magnetică, două regimuri electrocinetice caracterizate într-un punct oarecare prin mărimile $\bar{E}'$, $\bar{J}'$ şi respectiv $\bar{E}''$,$\bar{J}''$.

Se ştie că într-un punct dintr-un mediu masiv în care nu există cîmp imprimat şi care se găseşte în regim electrocinetic este valabilă relaţia

$$\bar{E}' \cdot \bar{J}'' = \bar{E}'' \cdot \bar{J}' \qquad (1.2)$$

reprezentînd forma locală a teoremei reciprocităţii în medii conductoare masive.

Pentru placa Hall considerată se calculează expresiile

$$\bar{E}'\bar{J}'' = \frac{\bar{J}'.\bar{J}''}{\sigma(B)} - C_H.\bar{J}'x\bar{B}.\bar{J}'' = \frac{\bar{J}'.\bar{J}''}{\sigma(B)} + C_H.\bar{J}''x\bar{B}.\bar{J}'$$

$$\bar{E}''.\bar{J}' = \frac{\bar{J}'.\bar{J}''}{\sigma(B)} + C_H.\bar{J}'x\bar{B}.\bar{J}'' = \frac{\bar{J}'.\bar{J}''}{\sigma(B)} - C_h.\bar{J}''x\bar{B}.\bar{J}' \qquad (1.3)$$

Se observă din relaţiile (1.3) că, în general, în placa Hall în prezenţa cîmpului magnetic nu este îndeplinită condiţia de reciprocitate (1.2) şi deci

$$\bar{E}'(B)\bar{J}''(B) \neq \bar{E}''(B)\bar{J}'(B) \qquad (1.4)$$

reprezentînd forma locală a condiţiei de nereciprocitate pentru placa Hall (cazul general).

Se fac următoarele notaţii:

$$\bar{E}'_a = \frac{\bar{J}'}{\sigma(B)} \quad ; \quad \bar{E}'_b = C_H.\bar{J}'x\bar{B}$$

$$\bar{E}''_a = \frac{\bar{J}''}{\sigma(B)} \quad ; \quad \bar{E}''_b = C_H.\bar{J}''x\bar{B} \qquad (1.5)$$

Se poate observa că la schimbarea sensului inducţiei magnetice $\bar{B}$ se schimbă sensul componentelor $\bar{E}'_b$ şi $\bar{E}''_b$ în timp ce componentele $\bar{E}'_a$ şi $\bar{E}''_a$ rămîn neschimbate.

Cu aceste notaţii (rel.1.5), expresiile (1.3) devin

$$\bar{E}'.\bar{J}'' = \left\{\bar{E}'_a - \bar{E}'_b\right\}.\bar{J}'' = \left\{\bar{E}''_a + \bar{E}''_b\right\}.\bar{J}'$$

$$\bar{E}''.\bar{J}' = \left\{\bar{E}'_a + \bar{E}'_b\right\}.\bar{J}'' = \left\{\bar{E}''_a - \bar{E}''_b\right\}.\bar{J}' \qquad (1.6)$$

în care:

$$\bar{E}' = \bar{E}'_a - \bar{E}'_b$$

$$\bar{E}'' = \bar{E}''_a - \bar{E}''_b \qquad (1.7)$$

In condiţiile considerate şi anume: cîmp magnetic uniform şi cîmpul electrocinetic din placă staţionar şi plan-paralel, componentele cîmpurilor $\bar{E}'$ şi $\bar{E}''$ din relaţiile(1.7)corespund unor cîmpuri potenţiale. Se poate scrie deci:

$\bar{E}' = -\nabla V'$, $\bar{E}'' = -\nabla V''$, $\bar{E}'_a = -\nabla V'_a$, $\bar{E}'_b = -\nabla V'_b$, $\bar{E}''_a = -\nabla V''_a$

şi $\bar{E}''_b = -\nabla V''_b$.

Urmează că relaţiile(1.6) se pot scrie în forma

$$\begin{aligned} \nabla V' . \bar{J}'' &= \left\{ \nabla V'_a - \nabla V'_b \right\} . \bar{J}'' = \left\{ \nabla V''_a + \nabla V''_b \right\} . \bar{J}' \\ \nabla V'' . \bar{J}' &= \left\{ \nabla V'_a + \nabla V'_b \right\} . \bar{J}'' = \left\{ \nabla V''_a - \nabla V''_b \right\} . \bar{J}' \end{aligned} \tag{1.8}$$

Deoarece în regim staţionar $\nabla \bar{J}' = \nabla \bar{J}'' = 0$, relaţiile (1.8) devin :

$$\begin{aligned} \nabla(V'\bar{J}'') &= \nabla(V'_a\bar{J}'') - \nabla(V'_b\bar{J}'') = \nabla(V''_a\bar{J}') + \nabla(V''_b\bar{J}') \\ \nabla(V''\bar{J}') &= \nabla(V'_a\bar{J}'') + \nabla(V'_b\bar{J}'') = \nabla(V''_a\bar{J}') - \nabla(V''_b\bar{J}') \end{aligned} \tag{1.9}$$

Intrucît interesează comportarea plăcii faţă de electrozi se integrează ecuaţiile (1.9) pentru întregul volum al plăcii semiconductoare şi se obţine

$$\begin{aligned} \int V'\bar{J}''.\bar{ds} &= \int V'_a\bar{J}''.\bar{ds} - \int V'_b\bar{J}''.\bar{ds} = \int V''_a\bar{J}'.\bar{ds} + \int V''_b\bar{J}'.\bar{ds} \\ \int V''\bar{J}'.\bar{ds} &= \int V'_a\bar{J}''.\bar{ds} + \int V'_b\bar{J}''.\bar{ds} = \int V''_a\bar{J}'.\bar{ds} - \int V''_b\bar{J}'.\bar{ds} \end{aligned} \tag{1.10}$$

Desigur că integralele din relaţiile (1.10) se efectuează pe toate suprafeţele care mărginesc placa semiconductoare. Pe suprafeţele libere, respectiv neacoperite de electrozi parcurşi de curenţi, densitatea de curent avînd numai componentă tangenţială, integralele sînt nule.

Din acest motiv valorile integralelor (1.10) nu se schimbă chiar dacă placa corespunde unui domeniu multiplu conex avînd frontierele caracterizate prin V = const. sau V $\neq$ const.(fig.1.1b

Efectuînd integralele pentru suprafeţele acoperite de n electrozi (n = 4) parcurşi de curenţi se poate scrie

$$\sum_{i=1}^{n} V_i' I_i'' = \sum_{i=1}^{n} \left\{V_a' - V_b'\right\}_i I_i'' = \sum_{i=1}^{n} \left\{V_a'' + V_b''\right\}_i I_i'$$

$$\sum_{i=1}^{n} V_i'' I_i' = \sum_{i=1}^{n} \left\{V_a' + V_b'\right\}_i I_i'' = \sum_{i=1}^{n} \left\{V_a'' - V_b''\right\}_i I_i' \qquad (1.11)$$

Deoarece placa Hall are două perechi de borne, în relaţiile (1.11) se poate trece dela potenţialele electrozilor la tensiunile corespunzătoare celor două perechi de borne, astfel

$$\sum_{i=1}^{2} U_i' I_i'' = \sum_{i=1}^{2} \left\{U_a' - U_b'\right\}_i \cdot I_i'' = \sum_{i=1}^{2} \left\{U_a'' + U_b''\right\} \cdot I_i'$$

$$\sum_{i=1}^{2} U_i'' I_i' = \sum_{i=1}^{2} \left\{U_a' + U_b'\right\}_i \cdot I_i'' = \sum_{i=1}^{2} \left\{U_a'' - U_b''\right\} \cdot I_i' \qquad (1.12)$$

Relaţiile (1.12) se particularizează pentru regimurile de funcţionare în gol. Astfel, dacă alimentarea se face la bornele 1-1' (fig.1.1) se poate scrie : $U_1' = U_1$; $U_2' = U_{20}$; $I_1' = I_1$; $I_2' = 0$. Dacă alimentarea se face la bornele 2-2' rezultă: $U_2'' = U_2$; $U_1'' = U_{10}$; $I_2'' = I_2$; $I_1'' = 0$.

In acest fel relaţiile (1.12) devin

$$U_{20} \cdot I_2 = \left\{U_a' - U_b'\right\} I_2 = \left\{U_a'' + U_b''\right\} I_1$$

$$U_{10} I_1 = \left\{U_a' + U_b'\right\} I_2 = \left\{U_a'' - U_b''\right\} I_1 \qquad (1.13)$$

Este evident că analiza generatorului Hall se poate face în funcţie de componentele U_a' , U_b' sau de U_a'' , U_b'' , cele patru componente nefiind independente.

Din relaţiile (1.13) rezultă expresiile tensiunilor în gol.

$$\begin{cases} U_{2o} = U'_a - U'_b \\ U_{1o} \dfrac{I_1}{I_2} = U'_a + U'_b \end{cases} \qquad \begin{cases} U_{2o} \dfrac{I_2}{I_1} = U''_a + U''_b \\ U_{1o} = U''_a - U''_b \end{cases}$$

din care se pot obţine şi expresiile componentelor

$$\begin{cases} U'_a = \dfrac{1}{2} (U_{1o} \dfrac{I_1}{I_2} + U_{2o}) \\ U'_b = \dfrac{1}{2} (U_{1o} \dfrac{I_1}{I_2} - U_{2o}) \end{cases} \quad \text{şi} \quad \begin{cases} U''_a = \dfrac{1}{2} \dfrac{I_2}{I_1} (U_{1o}\dfrac{I_1}{I_2} + U_{2o}) \\ U''_b = \dfrac{1}{2} \dfrac{I_2}{I_1} (U_{2o} - U_{1o} \dfrac{I_1}{I_2}) \end{cases}$$

Dacă pentru simplicitate se consideră că la ambele regimuri de funcţionare în gol curenţii sînt egali, adică: $I_1 = I_2 = I$, rezultă

$$\begin{aligned} U'_a &= U''_a = U_a \\ U'_b &= - U''_b = U_b \end{aligned} \qquad (1.14)$$

Se remarcă faptul că la schimbarea sensului de alimentare, la acelaşi $\bar{B}$, se schimbă semnul componentei U_b.

In ipoteza precizată mai sus ($I_2 = I_1$) pentru un anumit sens al inducţiei magnetice $\bar{B}$ se obţin deci relaţiile :

$$\begin{aligned} U_{2o}(B) &= U_a(B) - U_b(B) \\ U_{1o}(B) &= U_a(B) + U_b(B) \end{aligned} \qquad (1.15)$$

din care rezultă:

$$\begin{aligned} U_a(B) &= \frac{1}{2} \left[U_{1o}(B) + U_{2o}(B)\right] \\ U_b(B) &= \frac{1}{2} \left[U_{1o}(B) - U_{2o}(B)\right] \end{aligned} \qquad (1.16)$$

Relaţiile (1.15) arată că în tensiunile de ieşire apare fie suma, fie diferenţa aceloraşi componente U_a şi U_b , aceasta depinzînd de sensul inducţiei magnetice, deoarece :

$$U_a(B) = U_a(-B) \qquad\qquad (1.17)$$

$$U_b(B) = -U_b(-B)$$

Componentele U_a şi U_b corespund componentelor $\bar{E}'_a$ şi $\bar{E}'_b$ ale cîmpului electric (relaţiile 1.5).

Ţinînd seama de relaţiile (1.17) se poate scrie

$$U_{2o}(B) = U_a(B) - U_b(B)$$

$$U_{2o}(-B) = U_a(B) + U_b(B)$$

din care rezultă

$$U_a(B) = \frac{1}{2}\left[U_{2o}(B) + U_{2o}(-B)\right] \qquad\qquad (1.18)$$

$$U_b(B) = \frac{1}{2}\left[U_{2o}(-B) - U_{2o}(B)\right]$$

Descompunerea tensiunilor de ieşire la mersul în gol U_{1o} şi U_{2o} în cele două componente este valabilă pentru plăci Hall de formă oarecare corespunzătoare unui domeniu simplu conex (fig.1.1a) sau multiplu conex (fig.1.1b) şi avînd electrozi de întindere arbitrară. Dimensiunile electrozilor pot fi oricît de mici, însă finite (electrozi practic punctiformi). Demonstraţia nu se referă şi la cazul unor electrozi teoretic punctiformi, care de fapt nici nu intervin în construcţiile reale.

Faptul că în tensiunile de ieşire la mersul în gol, U_{1o} şi U_{2o} , se identifică două componente U_a şi U_b, avînd caracteristicile menţionate, este elementul teoretic de bază pentru analiza comportării globale a generatorului Hall ca element de circuit [145, 148] . Această descompunere matematică prezintă un interes deosebit în întreg studiul efectuat. Plecînd de la acest rezultat se poate exprima convenabil condiţia de nereciprocitate, respectiv antireciprocitate în formă globală, în funcţie de diferite sisteme de parametri cuadripolari. Se mai poate de asemenea menţiona că descompunerea în componente se dovedeşte utilă în legătură şi cu alte aspecte, respectiv probleme privind efectele galvanomagnetice [147].

1.2. <u>Componentele impedanţelor (rezistenţelor) de transfer în gol, în funcţie de inducţia magnetică.</u>

Ecuaţiile cuadripolare ale generatorului Hall în sarcină, în funcţie de parametrii Z, se pot scrie în cazul general sub forma

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}\underline{I}_2$$
$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\underline{I}_2 \qquad (1.19)$$

Inducţia magnetică fiind presupusă constantă în timp, parametrii sînt de asemenea constanţi, respectiv generatorul Hall reprezintă în acest caz un cuadripol liniar. Ţinînd seama de faptul că parametrii generatorului Hall au un caracter rezistiv pînă la frecvenţe înalte [134] , în locul impedanţelor se pot considera rezistenţele respective. Ecuaţiile (1.19) se scriu sub forma

$$U_1 = R_{11}(B)I_1 + R_{12}(B)I_2$$
$$U_2 = R_{21}(B)I_1 + R_{22}(B)I_2 \qquad (1.2o)$$

corespunzătoare unei anumite inducţii magnetice. De sigur că aceste ecuaţii sînt valabile pentru o geometrie oarecare a plăcii Hall. Semnificaţia fizică a parametrilor cuadripolari care intervin în ecuaţiile (1.2o) este :

$R_{11} = R_{1o} = \left(\frac{U_1}{I_1}\right)_{I_2=o}$ - rezistenţa în gol corespunzătoare circuitului de comandă 11'

$R_{22} = R_{2o} = \left(\frac{U_2}{I_2}\right)_{I_1=o}$ - rezistenţa în gol corespunzătoare circuitului Hall 22'

$R_{21} = \left(\frac{U_2}{I_1}\right)_{I_2=o}$ - rezistenţa de transfer în gol, cu alimentare la bornele 11'

$R_{12} = \left(\frac{U_1}{I_2}\right)_{I_1=o}$ - rezistenţa de transfer în gol, cu alimentare la bornele 22'

Studiul comportării generatorului Hall presupune deci determinarea acestor parametri cuadripolari la o anumită inducţie magnetică, iar în cazul general în funcţie de inducţia magnetică. Parametrii cuadripolari depind de material, de geometria plăcii Hall şi a electrozilor şi de asemenea de inducţia magnetică. Se poate menţiona însă că, în timp ce rezistenţele proprii R_{11} şi R_{22} depind de inducţia magnetică datorită efectului magnetorezistiv fizic şi geometric, fiind independenţi de sensul inducţiei magnetice, rezistenţele de transfer depind şi de sensul inducţiei magnetice. Pentru o anumită valoare a inducţiei magnetice parametrii cuadripolari sînt constanţi.

Se ştie că, în general, generatorul Hall reprezintă un circuit pasiv nereciproc, întrucît rezistenţele de transfer în gol nu sînt egale, adică

$$R_{12}(B) \neq R_{21}(B) \qquad (1.21)$$

In anumite condiţii generatorul Hall se comportă ca un girator, în care caz rezistenţele de transfer în gol sînt egale şi de semn contrar.

$$R_{12}(B) = - R_{21}(B) \qquad (1.22)$$

In acest caz se spune că generatorul Hall este antireciproc, iar relaţia (1.22) reprezintă condiţia de antireciprocitate a unui girator.

In absenţa unui cîmp magnetic exterior, placa Hall satisface condiţia de reciprocitate exprimată prin relaţia

$$R_{12}(o) = R_{21}(o)$$

In toate cazurile însă, experienţa arată că sînt verificate relaţiile de reciprocitate ale lui Onsager-Casimir [21] şi anume:

$$\begin{aligned} R_{12}(B) &= R_{21}(-B) \\ R_{21}(B) &= R_{12}(-B) \end{aligned} \qquad (1.23)$$

Tinînd seama de semnificaţia fizică a rezistenţelor de transfer şi de relaţiile (1.15) se poate scrie

$$R_{21}(B) = \frac{U_{2o}(B)}{I_1} = \frac{U_a(B)-U_b(B)}{I}$$

$$R_{12}(B) = \frac{U_{1o}(B)}{I_2} = \frac{U_a(B)+U_b(B)}{I}$$

Dacă se notează

$$\begin{aligned} R_a(B) &= \frac{U_a(B)}{I} \\ R_b(B) &= \frac{U_b(B)}{I} \end{aligned} \qquad (1.24)$$

rezultă

$$\begin{aligned} R_{21}(B) &= R_a(B) - R_b(B) \\ R_{12}(B) &= R_a(B) + R_b(B) \end{aligned} \qquad (1.25)$$

Din relaţiile (1.17) şi (1.24) se obţine

$$R_a(B) = R_a(-B)$$
$$R_b(B) = - R_b(-B) \qquad (1.26)$$

Se observă deci că componenta R_a din expresiile rezistenţelor de transfer (1.25) nu se modifică cu sensul inducţiei magnetice, fiind deci o funcţie pară de B, spre deosebire de componenta R_b care îşi schimbă semnul atunci cînd se schimbă sensul inducţiei magnetice, fiind o funcţie impară de B.

Pe baza relaţiilor (1.25) şi (1.26) se poate scrie

$$R_{21}(-B) = R_a(B) + R_b(B)$$
$$R_{12}(-B) = R_a(B) - R_b(B) \qquad (1.27)$$

Relaţiile (1.25) şi (1.27) arată că rezistenţele de transfer ale plăcii Hall se pot descompune în două componente R_a şi R_b şi că în funcţie de sensul inducţiei magnetice dacă în una din cele două rezistenţe de transfer intervine suma celor două componente, în cealaltă intervine diferenţa lor. Acest rezultat este o consecinţă a relaţiilor generale (1.15)

Pe de altă parte relaţiile (1.25) şi (1.27) constituie implicit şi o demonstraţie pentru relaţiile de reciprocitate ale lui Onsager-Casimir (relaţiile 1.23)

Pentru componentele R_a şi R_b, din relaţiile (1.25) şi (1.27), se obţin expresiile :

$$R_a(B) = \frac{1}{2}\left[R_{21}(B) + R_{12}(B)\right]$$
$$R_b(B) = \frac{1}{2}\left[R_{12}(B) - R_{21}(B)\right] \qquad (1.28)$$

sau

$$R_a(B) = \frac{1}{2}\left[R_{21}(B) + R_{21}(-B)\right]$$
$$R_b(B) = \frac{1}{2}\left[R_{21}(-B) - R_{21}(B)\right] \qquad (1.29)$$

Descompunerea rezistențelor de transfer în două componente este semnificativă dacă ne referim la condiția de reciprocitate pe care nu o satisface generatorul Hall, și anume: $R_{21}(B) \neq R_{12}(B)$.

Urmează că dacă în rezistențele de transfer intervin ambele componente generatorul Hall este nereciproc.

Se pot distinge următoarele cazuri particulare, cînd în rezistențele de transfer intervine numai una din cele două componente:

a) Placă Hall în absența cîmpului magnetic.

Din relațiile (1.18) rezultă pentru B = o următoarele: $U_a(o) = U_{2o}(o)$; $U_b(o) = o$.

Componenta U_a pentru B = o corespunde tensiunii de zero a generatorului Hall.

Deoarece: $R_b(o) = o$ și $R_{21}(o) = R_{12}(o) = R_a(o)$ placa Hall în absența cîmpului magnetic este un circuit reciproc.

b) Placă Hall fără tensiune de zero.

In acest caz : $U_{2o}(o) = o$ și $U_{2o}(B) = - U_{2o}(-B)$.
Componentele U_a și U_b exprimate de relațiile (1.18) obțin valorile: $U_a(B) = o$; $U_b(B) = - U_{2o}(B) = U_{2o}(-B)$.

Deci : $R_a(B) = o$

$$R_{21}(B) = -R_b(B)$$

$$R_{12}(B) = R_b(B)$$

In această situație generatorul Hall se comportă ca un girator, fiind satisfăcută condiția de antireciprocitate: $R_{21}(B) = - R_{12}(B)$

c) Placă semiconductoare cuprinsă în întregime între electrozi (fig.1.2).

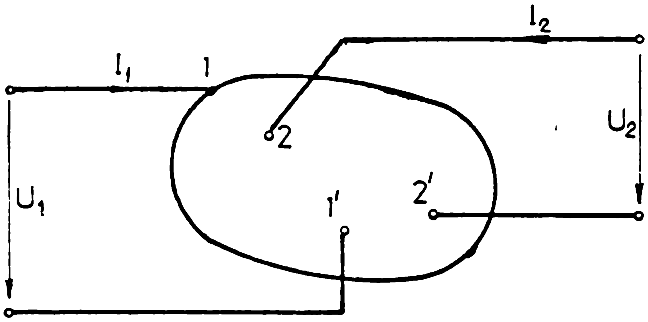


Fig.1.2 Placă semiconductoare cuprinsă în întregime între electrozi

Intrucît la asemenea plăci nu se modifică spectrul cîmpului electric cu sensul inducţiei magnetice, tensiunea de ieşire nu depinde de sensul cîmpului magnetic, deci: $U_{2o}(B) = U_{2o}(-B)$.

Din relaţiile (1.18) se obţine: $U_a(B) = U_{2o}(B)$ şi $U_b(B) = o$.

Deoarece: $R_b(B) = o$ şi $R_{21}(B) = R_{12}(B) = R_a(B)$ placa semiconductoare cuprinsă în întregime între electrozi este un circuit reciproc. Acest rezultat poate fi demonstrat şi pe altă cale [37].

1.3. Componentele admitanţelor de transfer în scurtcircuit, în funcţie de inducţia magnetică.

Comportarea generatorului Hall în sarcină se poate studia şi pe baza ecuaţiilor cuadripolare

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= Y_{11}(B)\, \underline{U}_1 + Y_{12}(B)\, \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 &= Y_{21}(B)\, \underline{U}_1 + Y_{22}(B)\, \underline{U}_2 \end{aligned} \qquad (1.30)$$

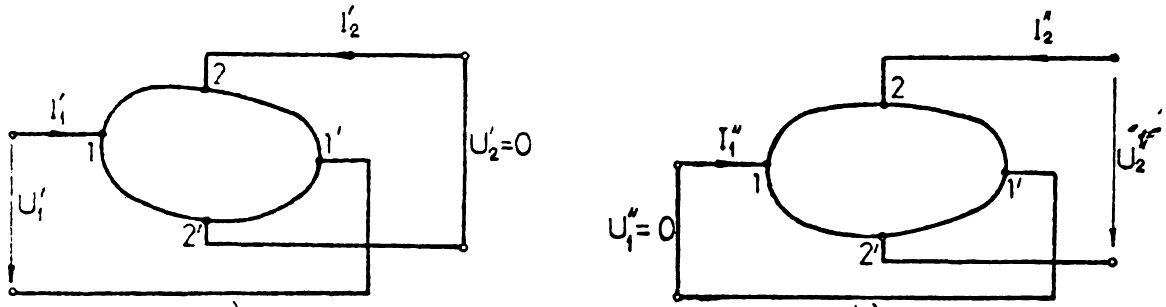
Semnificaţia fizică a parametrilor Y din ecuaţiile(1.30) rezultă din regimurile de scurtcircuit reprezentate în fig.1.3 şi este următoarea:

$Y_{11} = \left(\dfrac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}\right)_{\underline{U}_2=o} = Y_{1k}$ - admitanţa în scurtcircuit corespunzătoare circuitului de comandă 11'.

$$Y_{22} = \left(\frac{I_2''}{U_2''}\right)_{U_1''=0} = Y_{2k}$$ - admitanţa în scurtcircuit cînd alimentarea se face la bornele 22'

$$Y_{21} = \left(\frac{I_2'}{U_1'}\right)_{U_2'=0}$$ - admitanţa de transfer în scurtcircuit cu alimentare la bornele 11'

$$Y_{12} = \left(\frac{I_1''}{U_2''}\right)_{U_1''=0}$$ - admitanţa de transfer în scurtcircuit cu alimentare la bornele 22'



a) b)

Fig.1.3 Regimurile de funcţionare ale plăcii Hall care definesc parametrii Y

Pentru cele două regimuri considerate în fig.1.3, relaţiile (1.12) devin

$$U_1'I_1'' = (U_a - U_b)\,(\,I_1'' + I_2''\,)$$

$$U_2''I_2' = (U_a + U_b)\,(\,I_1'' + I_2''\,)$$

Dacă se consideră aceleaşi tensiuni de alimentare :

$$U_1' = U_2'' = U$$

pentru admitanţele de transfer în scurtcircuit rezultă expresiile:

$$Y_{12}(B) = \frac{I_1''}{U} = (\,U_a - U_b)\,\frac{I_1'' + I_2''}{U^2}$$

$$Y_{21}(B) = \frac{I_2'}{U} = (U_a + U_b)\,\frac{I_1'' + I_2''}{U^2}$$

Se fac următoarele notaţii :

$$Y_a(B) = \frac{I_1''+I_2''}{U^2} U_a(B) \quad ; \quad Y_b(B) = \frac{I_1''+I_2''}{U^2} U_b(B) \qquad (1.31)$$

Rezultă:

$$Y_{12}(B) = Y_a(B) - Y_b(B)$$
$$Y_{21}(B) = Y_a(B) + Y_b(B) \qquad (1.32)$$

Relaţiile (1.32) exprimă faptul că şi admitanţele de transfer în scurtcircuit se pot descompune în suma şi respectiv diferenţa aceloraşi componente, dintre care o componentă Y_a care nu se modifică cu sensul inducţiei magnetice şi o componentă Y_b care-şi schimbă semnul cu sensul inducţiei magnetice. Se poate scrie deci:

$$Y_a(B) = Y_a(-B)$$
$$Y_b(B) = -Y_b(-B) \qquad (1.33)$$

Dacă se schimbă sensul inducţiei magnetice admitanţele de transfer în scurtcircuit devin:

$$Y_{12}(-B) = Y_a(B) + Y_b(B)$$
$$Y_{21}(-B) = Y_a(B) - Y_b(B) \qquad (1.34)$$

Din relaţiile (1.32) şi (1.34) rezultă

$$Y_{12}(B) = Y_{21}(-B)$$
$$Y_{21}(B) = Y_{12}(-B) \qquad (1.35)$$

Intrucît componentele Y_a şi Y_b sînt exprimate funcţie de componentele U_a şi U_b, cazurile în care placa Hall se comportă ca un element de circuit nereciproc, antireciproc sau reciproc se pot analiza asemănător cu cele prezentate la punctul 1.2.

1.4. Studiul comportării generatorului Hall pe baza parametrilor introduşi prin alimentarea pe la ambele perechi de borne.

1.4.1. Sistemul de parametri considerat.

Comportarea generatorului Hall ca element de circuit se poate analiza şi cu ajutorul parametrilor definiţi pe baza alimentării pe la ambele capete[136,142,149]. După cum se va arăta aceşti parametri pot prezenta unele avantaje în scopurile urmărite.

Ecuaţiile cuadripolului alimentat pe la ambele capete, în funcţie de parametri Y sînt

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{Y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 &= \underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 \end{aligned} \qquad (1.36)$$

la ambele perechi de borne considerîndu-se regula de la receptoare, rezultînd semnificaţii corespunzătoare pentru parametri.

Folosind raportul tensiunilor de alimentare

$$\underline{k}_U = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = k_U e^{j\alpha}$$

se pot scrie admitanţele echivalente la cele două perechi de borne în forma

$$\underline{Y}_1 = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} = \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12}\,\underline{k}_U$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} = \underline{Y}_{22} + \underline{Y}_{21}\,\frac{1}{\underline{k}_U}$$

Dacă se notează prin $(\underline{Y}_1)_1$ şi $(\underline{Y}_2)_1$ - admitanţele echivalente la cele două perechi de borne, cînd se alimentează cu tensiuni egale şi în fază ($k_U = 1$, $\alpha = 0$) şi prin $(\underline{Y}_1)_{-1}$ şi $(\underline{Y}_2)_{-1}$ - admitanţele echivalente la cele două capete pentru tensiuni de alimentare egale şi în opoziţie ($k_U = 1$, $\alpha = \pi$), rezultă

$$
\begin{aligned}
(\underline{Y}_1)_1 &= \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12} \\
(\underline{Y}_2)_1 &= \underline{Y}_{22} + \underline{Y}_{21} \\
(\underline{Y}_1)_{-1} &= \underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{12} \\
(\underline{Y}_2)_{-1} &= \underline{Y}_{22} - \underline{Y}_{21}
\end{aligned}
\qquad (1.37)
$$

Din relaţiile (1.37) se pot exprima cu uşurinţă parametrii Y, astfel încît pentru matricele admitanţă şi impedanţă se obţin expresiile

$$
\|Y\| = \frac{1}{2} \begin{Vmatrix} (\underline{Y}_1)_1 + (\underline{Y}_1)_{-1} & (\underline{Y}_1)_1 - (\underline{Y}_1)_{-1} \\ (\underline{Y}_2)_1 - (\underline{Y}_2)_{-1} & (\underline{Y}_2)_1 + (\underline{Y}_2)_{-1} \end{Vmatrix} \qquad (1.38)
$$

$$
\|Z\| = \frac{1}{\underline{F}(Y)} \begin{Vmatrix} (\underline{Y}_2)_1 + (\underline{Y}_2)_{-1} & (\underline{Y}_1)_{-1} - (\underline{Y}_1)_1 \\ (\underline{Y}_2)_{-1} - (\underline{Y}_2)_1 & (\underline{Y}_1)_{-1} + (\underline{Y}_1)_{1} \end{Vmatrix} \qquad (1.39)
$$

în care:

$$
\underline{F}(Y) = (\underline{Y}_1)_1 (\underline{Y}_2)_{-1} + (\underline{Y}_1)_{-1} (\underline{Y}_2)_1
$$

Condiţia de reciprocitate pentru un circuit cuadripolar exprimată în funcţie de parametrii introduşi prin alimentarea la ambele capete rezultă din matricea (1.38) în forma

$$
(\underline{Y}_1)_1 - (\underline{Y}_1)_{-1} = (\underline{Y}_2)_1 - (\underline{Y}_2)_{-1} \qquad (1.40)
$$

iar condiţia de antireciprocitate a unui girator este

$$
(\underline{Y}_1)_1 - (\underline{Y}_1)_{-1} = (\underline{Y}_2)_{-1} - (\underline{Y}_2)_1 \qquad (1.41)
$$

Ţinînd seama de relaţiile (1.37), (1.40) şi (1.41) în fig. 1.4a s-au reprezentat locurile geometrice ale parametrilor cu alimentare la ambele capete pentru un cuadripol reciproc, iar în fig. 1.4b pentru un girator.

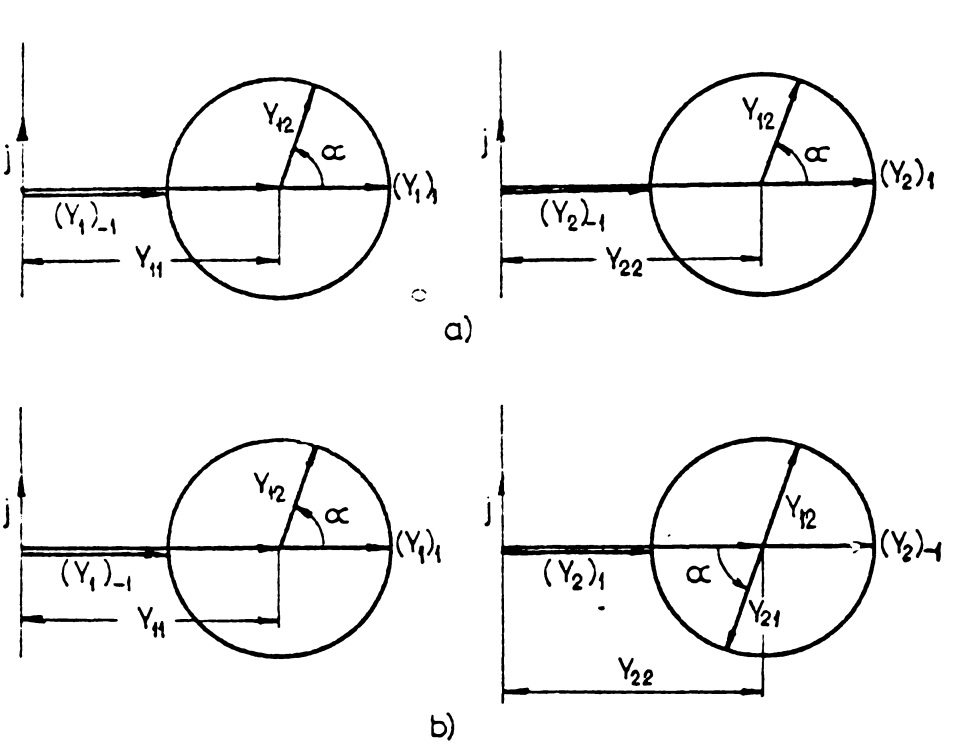


Fig.1.4 Locurile geometrice ale parametrilor cu alimentare la ambele capete.
a) - cuadripol reciproc; b) - girator

Pe baza relaţiilor (1.4o) şi (1.41) rezultă un criteriu simplu şi util de stabilire a reciprocităţii sau a antireciprocităţii unui circuit cuadripolar [142] şi anume :

In cazul unui circuit reciproc admitanţele corespondente la cele două perechi de borne $(Y_1)_1$, $(Y_2)_1$ şi respectiv $(Y_1)_{-1}$, $(Y_2)_{-1}$ trec prin valori extreme de acelaşi sens (fig.1.4a) în timp ce la un girator trec prin valori extreme de sens contrar (Fig.1.4b)

Avantajul acestui criteriu constă în faptul că identificarea unui cuadripol reciproc şi a unui girator se face pe baza valorilor numerice ale parametrilor consideraţi. Determinarea reciprocităţii sau a antireciprocităţii pe baza impedanţelor sau a admitanţelor de transfer presupune determinarea atît a modulelor cît şi a argumentelor parametrilor respectivi. Rezultatele experimentale privind studiul pe baza acestor parametri sînt cuprinse la partea experimentală (punctul 1.6).

1.4.2. Exprimarea sistemului de parametri considerat în funcţie de parametrii Y

Avînd în vedere relaţiile (1.32) şi (1.37) pentru parametrii introduşi prin alimentarea la ambele capete rezultă expresiile

$$
\begin{aligned}
(Y_1)_1 &= Y_{11} + (Y_a - Y_b)\\
(Y_1)_{-1} &= Y_{11} + (Y_a - Y_b)\\
(Y_2)_1 &= Y_{22} + (Y_a + Y_b)\\
(Y_2)_{-1} &= Y_{22} - (Y_a + Y_b)
\end{aligned}
\qquad (1.42)
$$

Relaţiile (1.42) se pot particulariza pentru următoarele cazuri:

a) Placă Hall în absenţa cîmpului magnetic.

Intrucît: $U_b(o) = 0$ şi $Y_b(o) = o$, iar $U_a(o)$ corespunde tensiunii de zero a generatorului Hall, relaţiile (1.42) devin

$$
\begin{aligned}
(Y_1)_1 &= Y_{11} + Y_a \\
(Y_1)_{-1} &= Y_{11} - Y_a
\end{aligned}
\quad ; \quad
\begin{aligned}
(Y_2)_1 &= Y_{22} + Y_a \\
(Y_2)_{-1} &= Y_{22} - Y_a
\end{aligned}
$$

verificîndu-se condiţia de reciprocitate (1.40).

b) Placă Hall fără tensiune de zero.

Deoarece $U_a\ (B) = o$ şi $Y_a(B) = o$ relaţiile (1.42) obţin expresiile

$$
\begin{aligned}
(Y_1)_1 &= Y_{11} - Y_b \\
(Y_1)_{-1} &= Y_{11} + Y_b
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
(Y_2)_1 &= Y_{22} + Y_b \\
(Y_2)_{-1} &= Y_{22} - Y_b
\end{aligned}
$$

Se remarcă faptul că se verifică condiţia de antireciprocitate (1.41), iar dacă se ţine seama de relaţiile (1.33) se constată că parametrii introduşi prin alimentarea la ambele capete depind de sensul inducţiei magnetice, satisfăcînd în cazul unui girator următoarele relaţii

$$(Y_1)_1(B) = (Y_1)_{-1}(-B)$$

$$(Y_2)_1(B) = (Y_2)_{-1}(-B)$$

$$(Y_1)_{-1}(B) = (Y_1)_1\ (-B) \qquad (1.43)$$

$$(Y_2)_{-1}(B) = (Y_2)_1\ (-B)$$

c) Placă semiconductoare cuprinsă în întregime între electrozi.

Intrucît: $U_b(B) = o$ şi $Y_b = o$, placa semiconductoare în acest caz reprezintă un circuit reciproc.

1.5. Relaţii între componentele parametrilor de transfer şi diferitele sisteme de parametri ai cuadripolului.

Deoarece studiul generatorului Hall ca element de circuit cuadripolar se poate face cu ajutorul mai multor sisteme de parametri (parametrii Z, parametrii Y, parametrii introduşi prin alimentarea la ambele capete etc), între care există relaţii de legătură, în tabela 1.1 diferitele sisteme de parametri ai cuadripolului se exprimă în funcţie de componentele parametrilor de transfer (R_a, R_b şi Y_a, Y_b). Tabela 1.2 centralizează relaţiile de legătură între componentele parametrilor de transfer şi diferitele sisteme de parametri ai cuadripolului, precum şi relaţiile dintre componentele rezistenţelor de transfer în gol şi componentele admitanţelor de transfer în scurt - circuit.

Se remarcă faptul că dacă se consideră pozitiv sensul inducţiei magnetice pentru care componentele R_a şi R_b sînt de acelaşi semn, pentru acelaşi sens al inducţiei magnetice componentele Y_a şi Y_b rezultă de semne contrare şi invers. Aceeaşi observaţie va rezulta şi din datele experimentale (punctul 1.6).

Introducerea în studiu a celor două sisteme de componente ale parametrilor de transfer: R_a, R_b şi Y_a, Y_b pe lîngă

Tabela 1.1

		R_a, R_b	Y_a, Y_b
$\lVert Z \rVert$		$\begin{Vmatrix} R_{10} & R_a + R_b \\ R_a - R_b & R_{20} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} \dfrac{Y_{2K}}{Y_{1K} Y_{2K} - Y_a^2 + Y_b^2} & -\dfrac{Y_a - Y_b}{Y_{1K} Y_{2K} - Y_a^2 + Y_b^2} \\ -\dfrac{Y_a + Y_b}{Y_{1K} Y_{2K} - Y_a^2 + Y_b^2} & \dfrac{Y_{1K}}{Y_{1K} Y_{2K} - Y_a^2 + Y_b^2} \end{Vmatrix}$
$\lVert Y \rVert$		$\begin{Vmatrix} \dfrac{R_{20}}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2} & -\dfrac{R_a + R_b}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2} \\ -\dfrac{R_a - R_b}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2} & \dfrac{R_{10}}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} Y_{1K} & Y_a - Y_b \\ Y_a + Y_b & Y_{2K} \end{Vmatrix}$
Parametrii introdusi prin alimentarea ia ambele capete	$(Y_1)_1$	$\dfrac{R_{20} - R_a - R_b}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2}$	$Y_{1K} + Y_a - Y_b$
	$(Y_2)_1$	$\dfrac{R_{10} - R_a + R_b}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2}$	$Y_{2K} + Y_a + Y_b$
	$(Y_1)_{-1}$	$\dfrac{R_{20} + R_a + R_b}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2}$	$Y_{1K} - Y_a + Y_b$
	$(Y_2)_{-1}$	$\dfrac{R_{10} + R_a - R_b}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2}$	$Y_{2K} - Y_a - Y_b$

Tabela 1.2

	Parametrii Z	Parametrii Y	Parametrii introduși prin alimentarea la ambele capete	R_a , R_b	Y_a , Y_b
R_a	$\frac{1}{2}(R_{12} + R_{21})$	$-\frac{Y_{12} + Y_{21}}{2(Y_{1K}Y_{2K} - Y_{12}Y_{21})}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{(Y_1)_{-1} - (Y_1)_1 + (Y_2)_{-1} - (Y_2)_1}{(Y_1)_1 \cdot (Y_2)_{-1} + (Y_1)_{-1} \cdot (Y_2)_1}$	R_a	$-\frac{Y_a}{Y_{1K} Y_{2K} - Y_a^2 + Y_b^2}$
R_b	$\frac{1}{2}(R_{12} - R_{21})$	$\frac{Y_{21} - Y_{12}}{2(Y_{1K} Y_{2K} - Y_{12} Y_{21})}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{(Y_1)_{-1} - (Y_1)_1 - (Y_2)_{-1} + (Y_2)_1}{(Y_1)_1 \cdot (Y_2)_{-1} + (Y_1)_{-1} \cdot (Y_2)_1}$	R_b	$-\frac{Y_b}{Y_{1K} Y_{2K} - Y_a^2 + Y_b^2}$
Y_a	$-\frac{R_{12} + R_{21}}{2(R_{10} R_{20} - R_{12} R_{21})}$	$\frac{1}{2}(Y_{12} + Y_{21})$	$\frac{1}{4}\left[(Y_1)_1 - (Y_1)_{-1} + (Y_2)_1 - (Y_2)_{-1}\right]$	$-\frac{R_a}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2}$	Y_a
Y_b	$\frac{R_{12} - R_{21}}{2(R_{10} R_{20} - R_{12} R_{21})}$	$\frac{1}{2}(Y_{21} - Y_{12})$	$\frac{1}{4}\left[(Y_2)_1 - (Y_2)_{-1} - (Y_1)_1 + (Y_1)_{-1}\right]$	$\frac{R_b}{R_{10} R_{20} - R_a^2 + R_b^2}$	Y_b

faptul că lămurește pe deplin problema nereciprocității generatorului Hall, permite stabilirea unor scheme echivalente ale generatorului Hall utile în studiu (capitolul 2 și 3).

Situațiile în care cele două componente R_a și R_b, respectiv Y_a și Y_b sînt egale și de același semn, sau egale și de semne contrare stau la baza alcătuirii circuitelor unidirecționale într-un sens sau altul (cap.3). De asemenea, situațiile în care cele două componente R_a și R_b, respectiv Y_a și Y_b sînt de același semn sau de semne contrare pot determina circuite unidirecționale într-un anumit sens, alcătuite dintr-un generator Hall cu elemente de circuit suplimentare, în funcție de modul de conectare al rezistențelor suplimentare (cap.3).

1.6. Rezultate experimentale.

La acest punct se prezintă principalele încercări experimentale în legătură cu verificarea rezultatelor teoretice prezentate la cap.1. Aceste încercări se referă la determinarea componentelor rezistențelor de transfer în gol și componentelor admitanțelor de transfer în scurtcircuit, luînd în considerare diferitele sisteme de parametri ai cuadripolului. Se consideră de asemenea geometrii ale plăcii Hall și materiale semiconductoare diferite.

1.6.1. Rezistențele de transfer în gol și componentele acestora.

Pentru a obține rezistențele de transfer în gol au fost determinate în prealabil pe cale experimentală tensiunile Hall în gol. Au fost luate în considerare plăci Hall din materiale semiconductoare diferite avînd geometriile reprezentate schematic în fig.1.9.

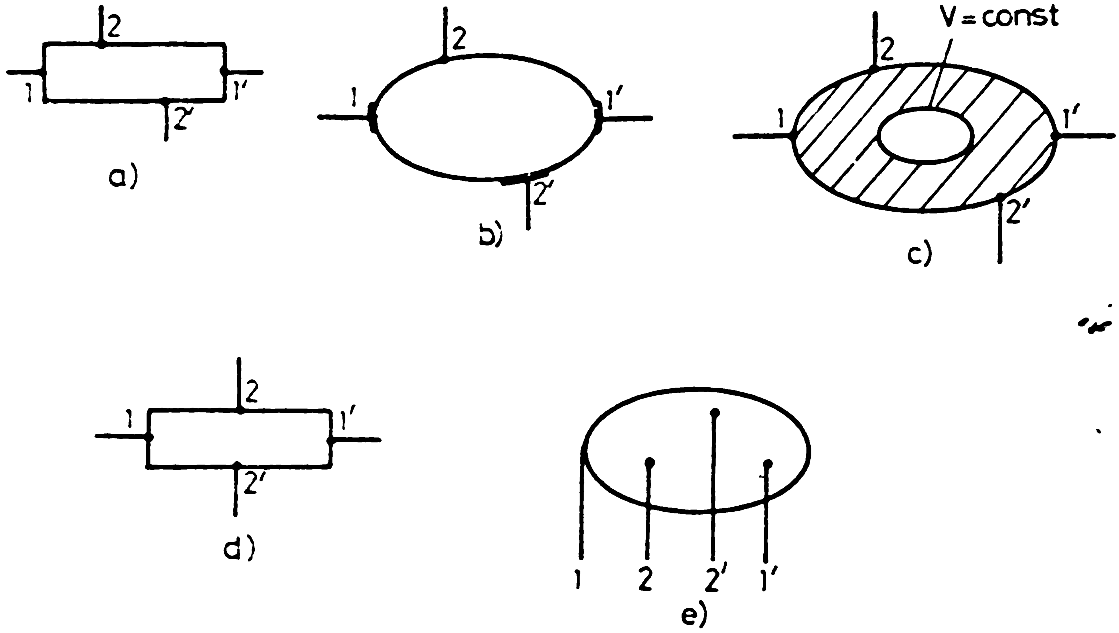


Fig.1.5. Plăci Hall de diferite forme
a - Placă dreptunghiulară cu tensiune de zero; b - placă de formă oarecare ; c - placă corespunzătoare unui domeniu dublu conex; d - placă dreptunghiulară fără tensiune de zero (girator); e- placă cuprinsă în întregime între electrozi.

Rezultatele experimentale obţinute sînt cuprinse în tabelele 1.3 - 1,8.

Tabela 1.3 se referă la o placă din germaniu dreptunghiulară cu electrozii practic punctiformi (fig.1.5a). Tabela 1.4 cuprinde rezultatele obţinute la o placă din InSb de formă oarecare cu electrozi de întindere arbitrară (fig.1.5b). Pentru aceeaşi placă alimentată însă la electrozi alăturaţi 1-2' şi respectiv 2-1' s-au obţinut rezultatele din tabela 1.5. In tabela 1.6 sînt trecute determinările experimentale pentru o placă din InSb avînd o formă corespunzînd unui domeniu dublu conex(fig.1.5 c) . Rezultatele din tabela 1.7 s-au obţinut la o placă din InSb de formă dreptunghiulară şi fără tensiune de zero (fig.1.5d), iar rezultatele din tabela 1.8 se referă la o placă din InSb cuprinsă în întregime între electrozi (fig.1.5e).

Avînd tensiunile Hall în gol s-au calculat rezistenţele de transfer în gol, iar pe baza relaţiilor(1.28) s-au determi-

Tabela 1.3.

B T	$U_{2o}(+B)$ mV	$U_{1o}(+B)$ mV	$U_{2o}(-B)$ mV	$U_{1o}(-B)$ mV	I mA
0	0,3	0,3	0,3	0,3	1
0,1	0,16	0,45	0,45	0,158	
0,2	-0,001	0,595	0,6	-0,001	
0,4	-0,285	0,88	0,885	-0,285	
0,6	-0,6	1,188	1,19	-0,595	
0,8	-0,915	1,485	1,485	-0,9	
1	-1,26	1,84	1,845	-1,25	
1,2	-1,615	2,185	2,195	-1,6	
1,4	-1,965	2,515	2,525	-1,95	

Tabela 1.4

B T	$U_{2o}(+B)$ mV	$U_{1o}(+B)$ mV	$U_{2o}(-B)$ mV	$U_{1o}(-B)$ mV	I mA
0	0,324	0,324	0,324	0,324	1o
0,2	-0,702	1,471	1,471	-0,702	
0,4	-1,822	2,619	2,619	-1,822	
0,6	-2,983	3,888	3,888	-2,97	
0,8	-4,131	5,13	5,116	-4,117	
1	-5,359	6,574	6,561	-5,346	
1,2	-6,574	7,938	7,911	-6,547	
1,4	-7,749	9,288	9,247	-7,708	
1,5	-8,235	9,99	9,95	-8,194	

Tabela 1.5

B T	U_{2o} (+B) mV	U_{1o}(+B) mV	U_{2o}(-B) mV	U_{1o}(-B) mV	I mA
0	0,84	0,84	0,84	0,84	2o
0,3	0,855	1,15	1,15	0,855	
0,5	0,94	1,335	1,34	0,94	
0,7	1,05	1,555	1,57	1,065	
0,9	1,225	1,865	1,89	1,25	
1	1,335	2,05	2,07	1,355	
1,2	1,595	2,455	2,505	1,655	
1,4	1,91	2,91	2,99	1,985	
1,5	2,05	3,15	3,215	2,14	

Tabela 1.6

B T	U_{2o}(+B) mV	U_{1o}(+B) mV	U_{2o}(-B) mV	U_{1o}(-B) mV	I mA
0	0,688	0,688	0,688	0,688	2o
0,2	-0,081	1,755	1,755	-0,081	
0,4	-0,877	2,808	2,794	-0,877	
0,6	-1,741	3,928	3,91	-1,728	
0,8	-2,524	5,049	4,942	-2,511	
1	-3,402	6,372	6,358	-3,388	
1,2	-4,225	7,608	7,627	-4,198	
1,4	-4,981	8,977	8,937	-4,954	
1,6	-5,629	10,26	10,206	-5,602	

Tabela 1.7

B T	$U_{2o}(+B)$ mV	$U_{1o}(+B)$ mV	$U_{2o}(-B)$ mV	$U_{1o}(-B)$ mV	I mA
0	0	0	0	0	15
0,2	-1,194	1,215	1,215	-1,188	
0,4	-2,376	2,43	2,43	-2,376	
0,6	-3,672	3,712	3,753	-3,658	
0,8	-4,914	4,995	5,028	-4,9	
1	-6,311	6,453	6,493	-6,304	
1,2	-7,762	7,83	7,87	-7,722	
1,4	-9,085	9,18	9,247	-9,045	
1,5	-9,693	9,888	9,949	-9,639	

Tabela 1.8

B T	$U_{2o}(\pm B)$ mV	$U_{1o}(\pm B)$ mV	I mA
0	0,81	0,81	150
0,2	1,161	1,242	
0,4	1,917	1,998	
0,6	2,9295	2,997	
0,8	4,131	4,185	
1	5,319	5,3595	
1,2	6,588	6,588	
1,4	7,5735	7,533	
1,6	8,37	8,2755	
1,7	8,7075	8,7075	

Tabela 1.9

B / T	Pentru +B				Pentru −B				Pentru +B		Pentru −B	
	$(Y_1)_1$ S	$(Y_2)_1$ S	$(Y_1)_{-1}$ S	$(Y_2)_{-1}$ S	$(Y_1)_1$ S	$(Y_2)_1$ S	$(Y_1)_{-1}$ S	$(Y_2)_{-1}$ S	$(Y_1)_1-(Y_1)_{-1}$	$(Y_2)_1-(Y_2)_{-1}$	$(Y_1)_1-(Y_1)_{-1}$	$(Y_2)_1-(Y_2)_{-1}$
0	1,092	1,006	1,179	1,086	1,092	1,006	1,179	1,086	-0,087	-0,08	-0,087	-0,08
0,5	0,824	0,932	1,129	0,824	1,029	0,728	0,918	1,03	-0,305	0,108	0,111	-0,302
1	0,604	0,833	1	0,635	0,907	0,54	0,703	0,928	-0,396	0,198	0,204	-0,388
1,5	0,45	0,734	0,87	0,512	0,771	0,38	0,555	0,783	-0,42	0,222	0,216	-0,403
1,7	0,407	0,648	0,814	0,435	0,722	0,339	0,506	0,746	-0,407	0,213	0,216	-0,407

B / T	Pentru +B				Pentru −B			
	R_{11} Ω	R_{12} Ω	R_{21} Ω	R_{22} Ω	R_{11} Ω	R_{12} Ω	R_{21} Ω	R_{22} Ω
0	0,8819	0,0366	0,0337	0,9574	0,8819	0,0366	0,0337	0,9574
0,5	1,0143	0,1761	-0,0623	1,1281	1,0173	-0,0642	0,1747	1,1266
1	1,2067	0,3255	-0,1627	1,3185	1,202	-0,167	0,3177	1,3183
1,5	1,4339	0,4833	-0,2554	1,5191	1,4278	-0,2651	0,4947	1,6279
1,7	1,5374	0,582	-0,3023	1,7333	1,5279	-0,3041	0,5731	1,7293

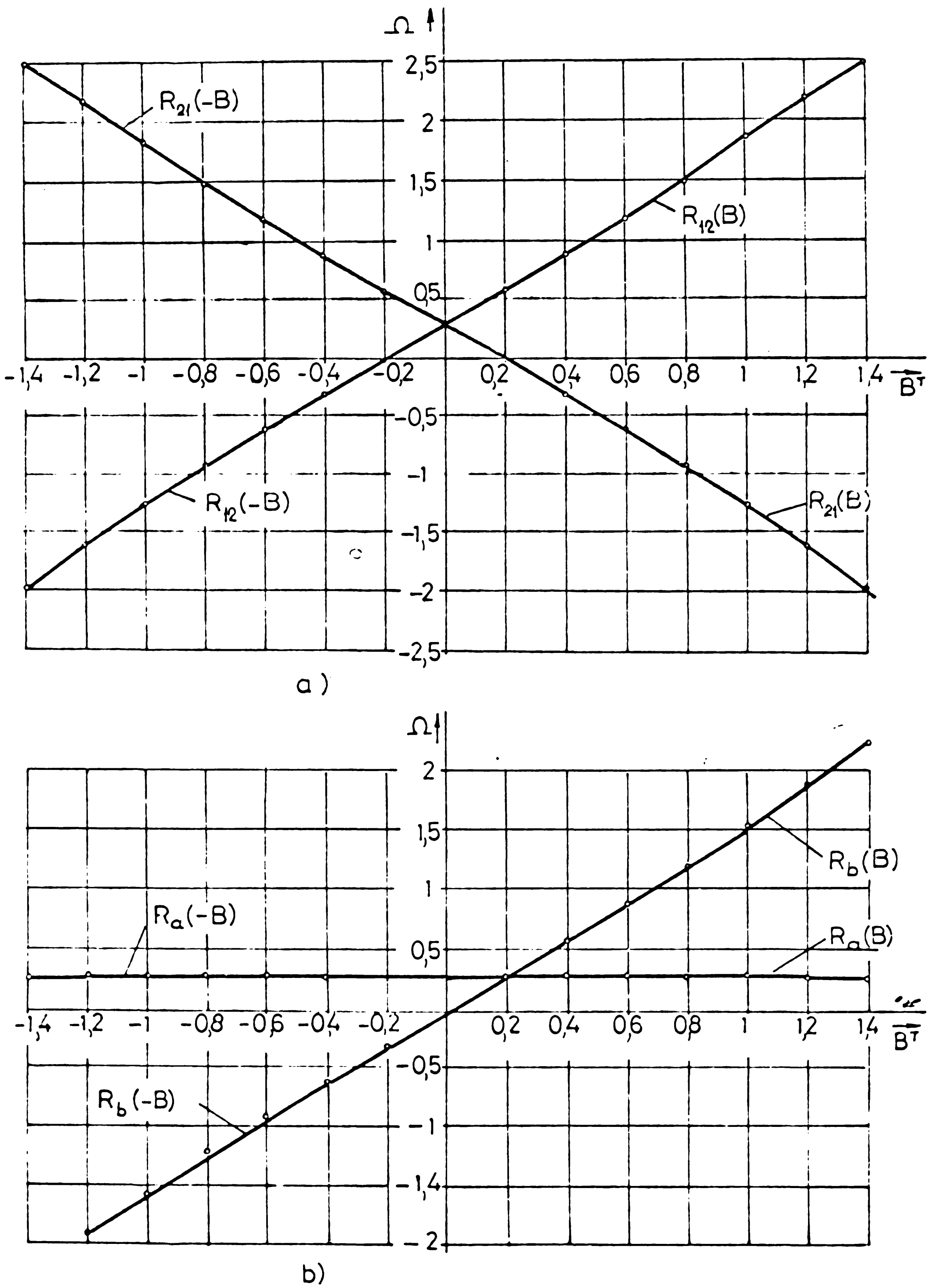


Fig.1.6. Variaţia rezistenţelor de transfer în gol şi componentelor acestora cu inducţia magnetică pentru o placă din germaniu reprezentată în fig.1.5a.

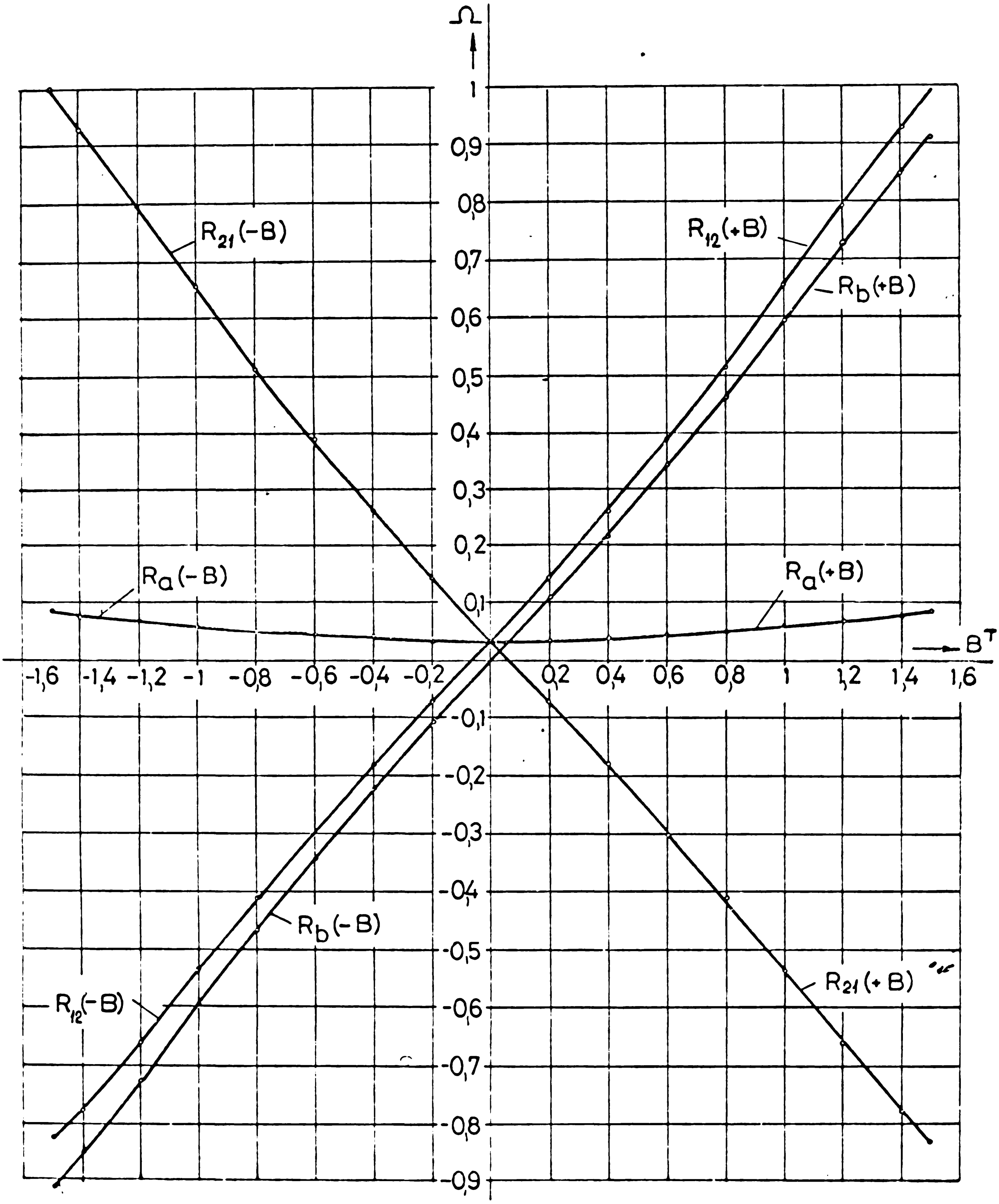


Fig.1.7. Variaţia rezistenţelor de transfer în gol şi componentelor acestora cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb reprezentată în fig. 1.5b.

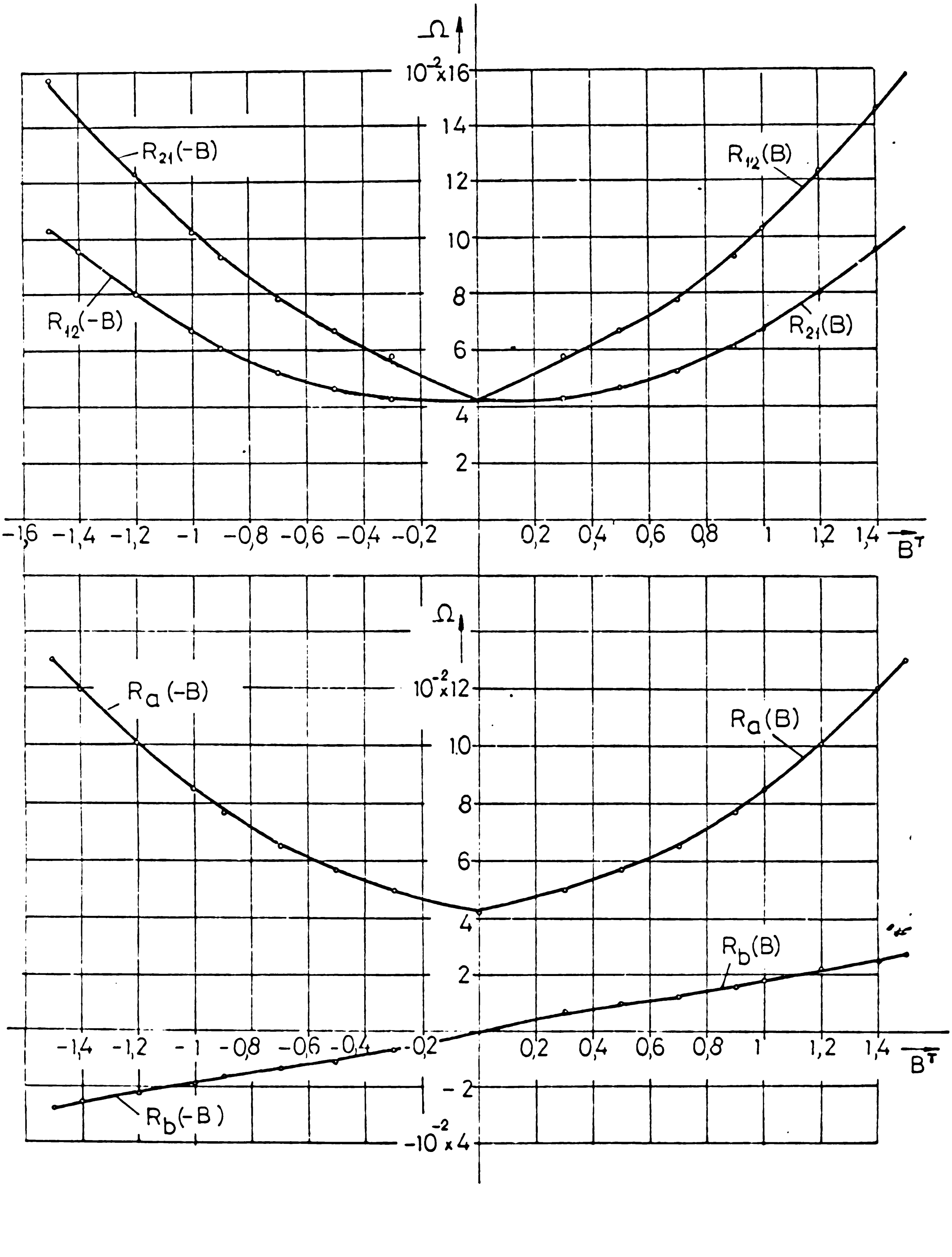


Fig.1.8. Variaţia rezistenţelor de transfer în gol şi componentelor acestora cu inducţia magnetică pentru placa din fig.1.5b alimentată la electrozi alăturaţi, bornele de intrare fiind 1-2', iar bornele de ieşire 2-1'.

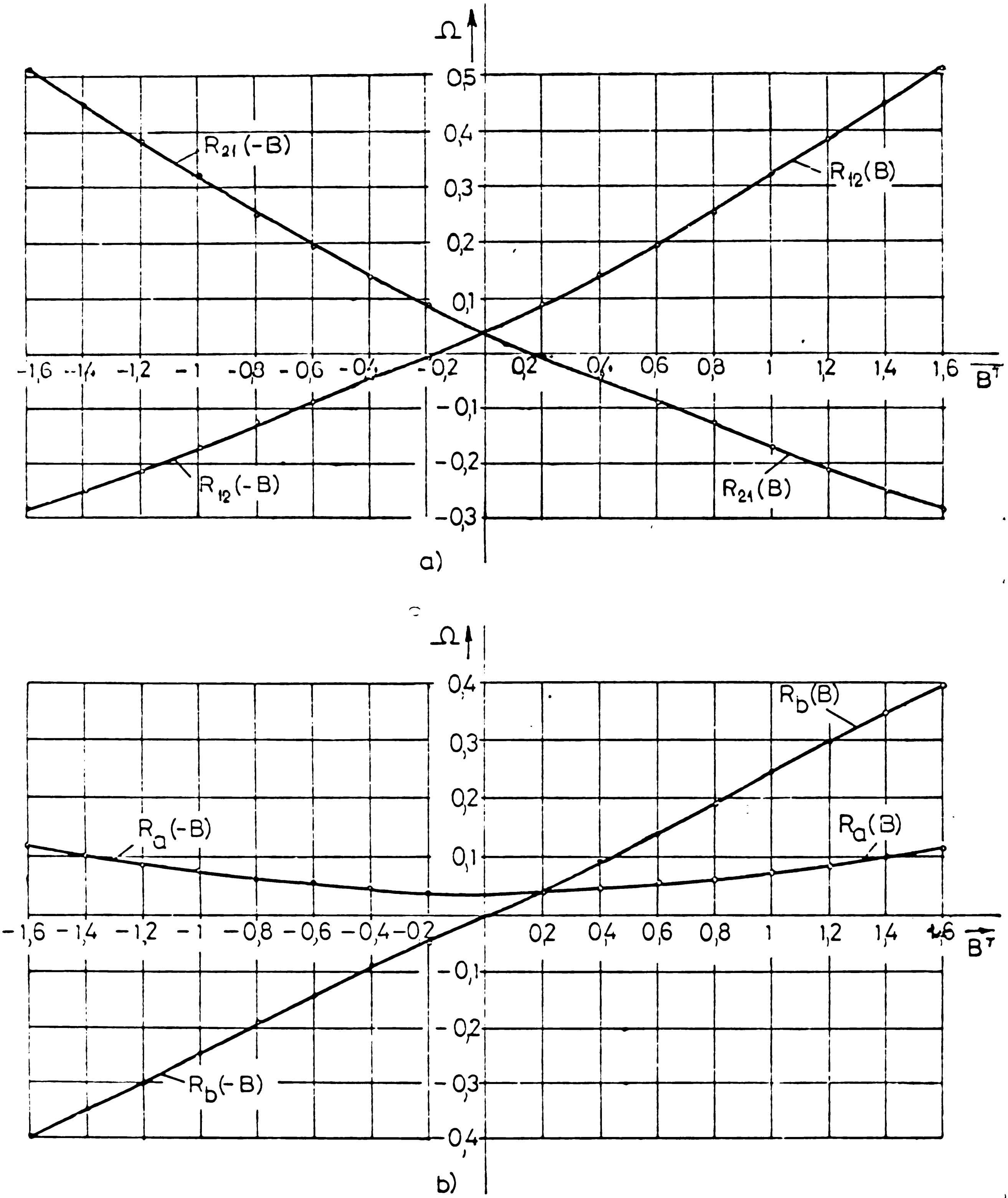


Fig.1.9. Variaţia rezistenţelor de transfer în gol(a) şi componentelor acestora(b) cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb reprezentată în fig.1.5c.

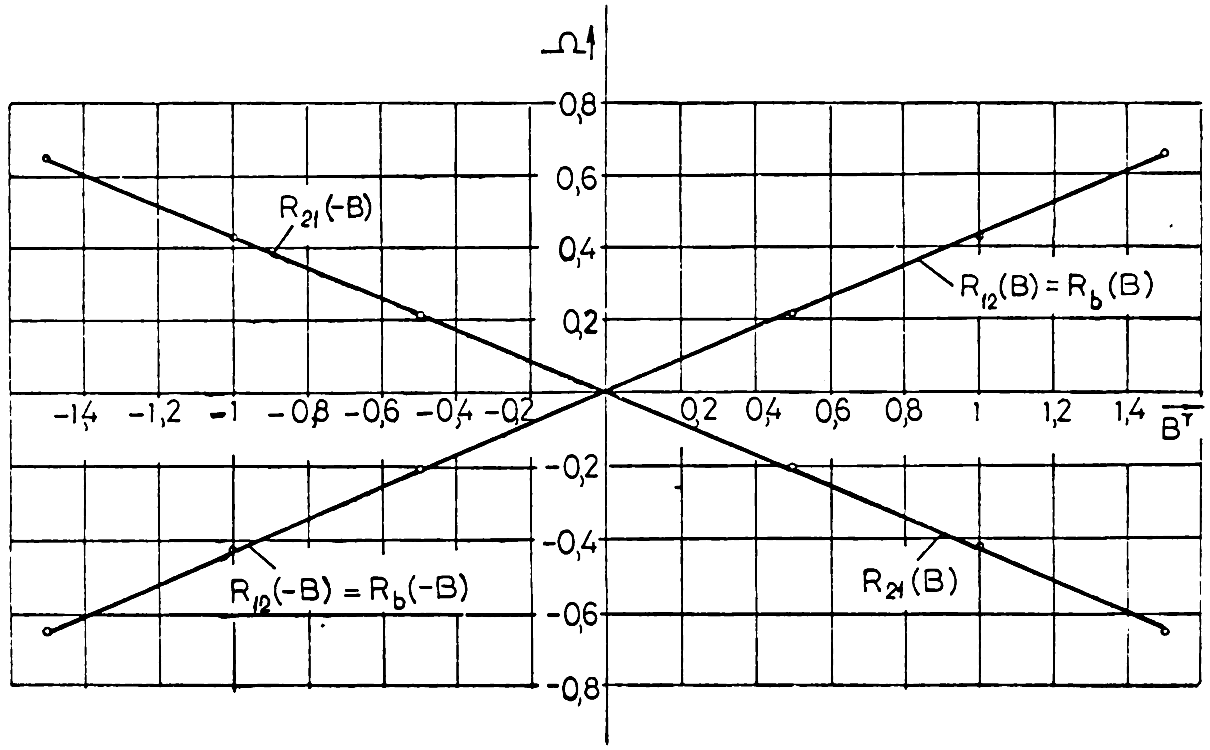


Fig.1.1o. Variaţia rezistenţelor de transfer în gol cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb fără tensiune de zero, reprezentată în fig.1.5d

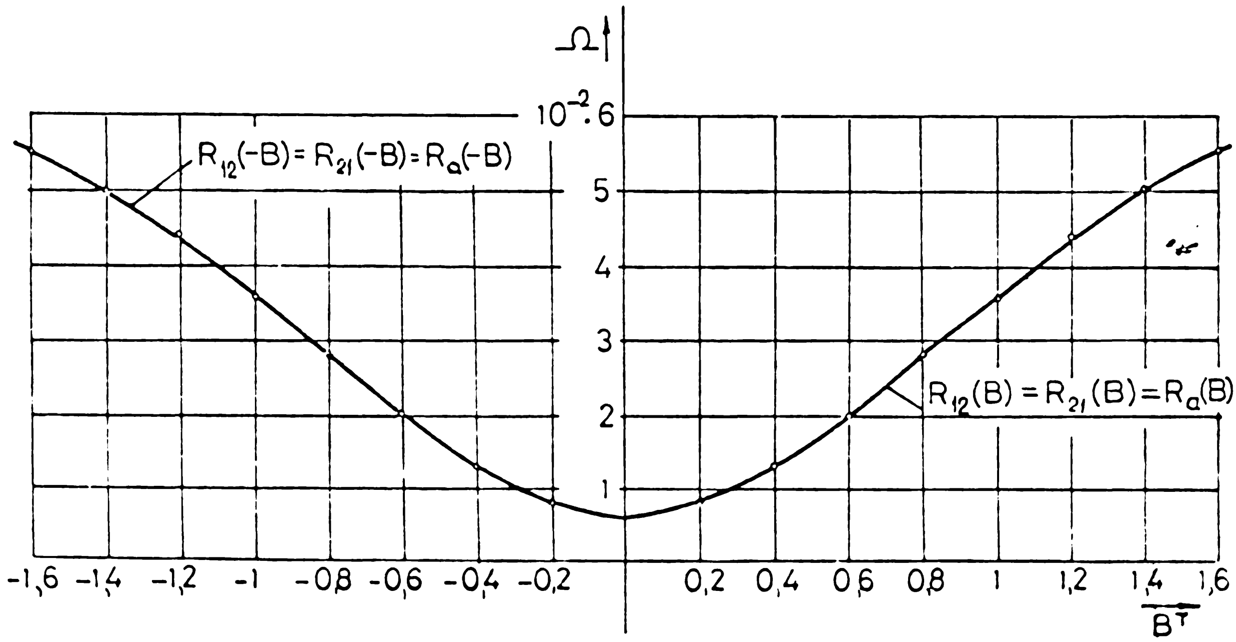


Fig.1.11. Variaţia rezistenţelor de transfer în gol cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb cuprinsă în întregime între electrozi şi reprezentată în fig.1.5e.

nat componentele acestora R_a şi R_b. Rezultatele obţinute sînt trecute în diagramele reprezentate în fig.1.6 - 1.11, confirmîndu-se consideraţiile teoretice prezentate pentru plăcile Hall de orice formă.

Astfel, în fig.1.6a s-a reprezentat variaţia rezistenţelor de transfer în gol cu inducţia magnetică pentru ambele sensuri ale acesteia, iar în fig.1.6b variaţia celor două componente R_a şi R_b pentru placa din fig.1.5a. Se constată o variaţie pronunţată a componentei R_b cu inducţia magnetică, în timp ce componenta R_a este aproape constantă. Acest fapt poate fi explicat prin aceea că electrozii fiind practic punctiformi efectul magnetorezistiv e neglijabil.

Pentru placa Hall din fig.1.5b s-au reprezentat în fig.1.7 variaţiile rezistenţelor de transfer în gol şi componentelor acestora cu inducţia magnetică. In acest caz datorită prezenţei efectului magnetorezistiv geometric componenta R_a are o variaţie importantă. Astfel, de exemplu, la inducţia de 1,5T creşterea este aproximativ de 2,7 ori faţă de valoarea acesteia în absenţa cîmpului magnetic.

Sînt interesante rezultatele obţinute pentru aceeaşi placă semiconductoare (fig.1.5b) alimentată la electrozi alăturaţi, bornele de intrare fiind 1-2', iar bornele de ieşire 2-1'. In fig.1.8 a şi b s-au reprezentat variaţiile rezistenţelor de transfer în gol şi componentelor acestora cu inducţia magnetică. Se constată că pentru acest caz de alimentare rezistenţele de transfer în gol nu-şi schimbă semnul la schimbarea sensului inducţiei magnetice întrucît $R_a > R_b$.

Curbele din fig.1.9 s-au determinat pentru placa Hall din fig.1.5c.

In cazul plăcii Hall din fig.1.5d la care nu există tensiune de zero curbele sînt redate în fig.1.1o. Se constată că valorile obţinute verifică condiţia de antireciprocitate.

Pentru placa semiconductoare cuprinsă în întregime între electrozi (fig.1.5e), curbele sînt reprezentate în fig.1.11. Se poate constata pe de o parte faptul că sistemul e reciproc, iar pe de altă parte se poate releva variaţia pronunţată a componentei R_a cu inducţia magnetică ca urmare a efectului magnetorezistiv.

1.6.2. Admitanţele de transfer în scurtcircuit şi componentele corespunzătoare.

Justeţea relaţiilor 1.32 - 1.35 a fost verificată experimental pe placa din fig.1.5c, pentru care admitanţele de transfer în scurtcircuit şi componentele acestora în funcţie de inducţia magnetică s-au reprezentat în fig.1.12.

Fig.1.13 se referă la o placă Hall fără tensiune de zero (fig.1.5d), verificîndu-se condiţia de antireciprocitate: $Y_{21}(B) = -Y_{12}(B)$, fiind prezentă în acest caz numai componenta Y_b.

Admitanţele de transfer în scurtcircuit funcţie de inducţia magnetică reprezentate în fig.1.14 corespund plăcii semiconductoare cuprinsă în întregime între electrozi (fig.1.5e). Egalitatea : $Y_{12}(B) = Y_{21}(B)$ datorită faptului că $Y_b = 0$, confirmă reciprocitatea în acest caz.

1.6.3. Parametrii determinaţi prin alimentarea pe la ambele perechi de borne.

In tabela 1.9 şi fig.1.15 s-au determinat parametrii $(Y_1)_1$, $(Y_2)_1$, $(Y_1)_{-1}$ şi $(Y_2)_{-1}$ pentru placa Hall cu tensiune de zero din fig.1.5c funcţie de inducţia magnetică şi sensul

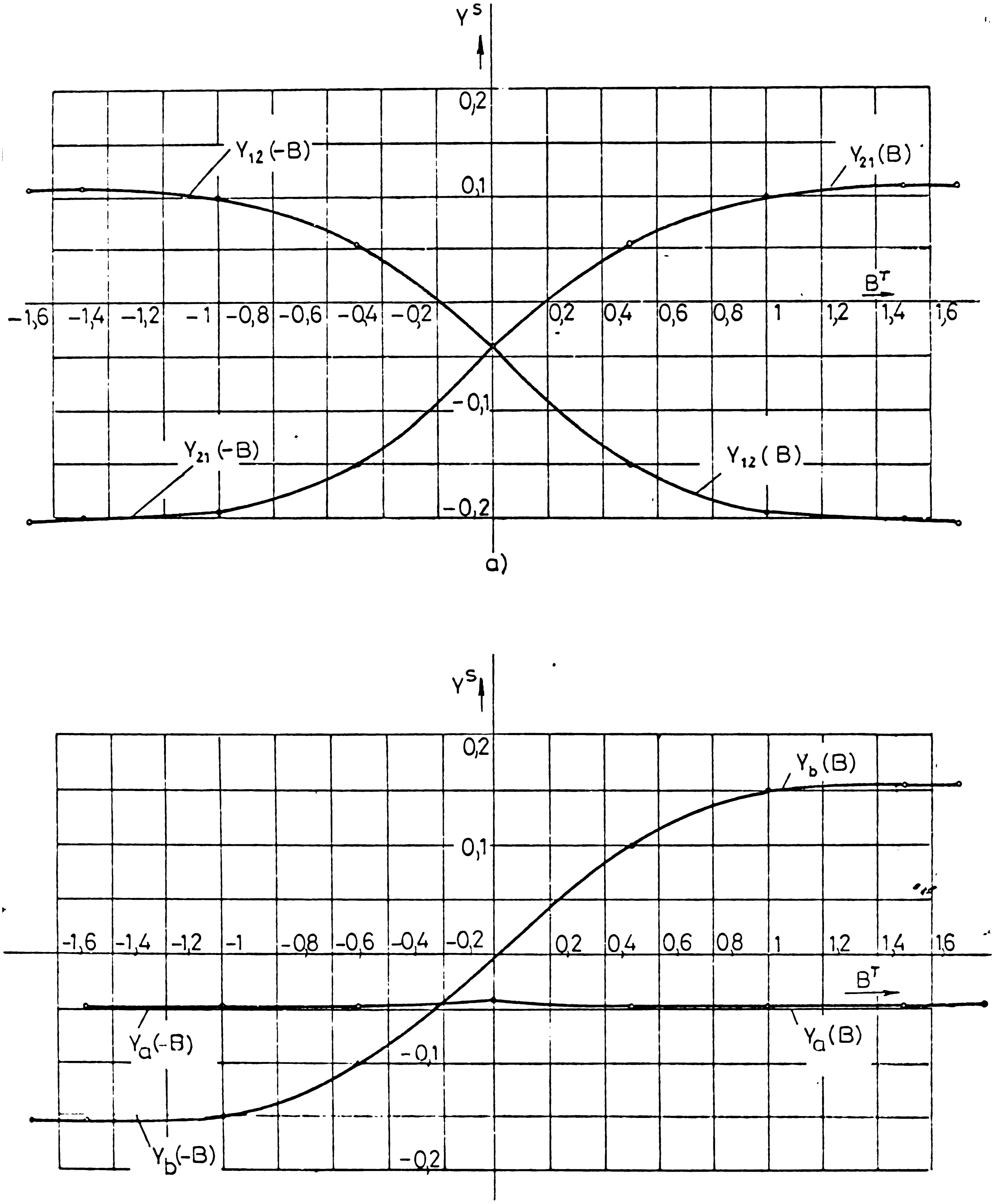


Fig.1.12. Variaţia admitanţelor de transfer în scurtcircuit şi componentelor acestora cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb reprezentată în fig.1.5c.

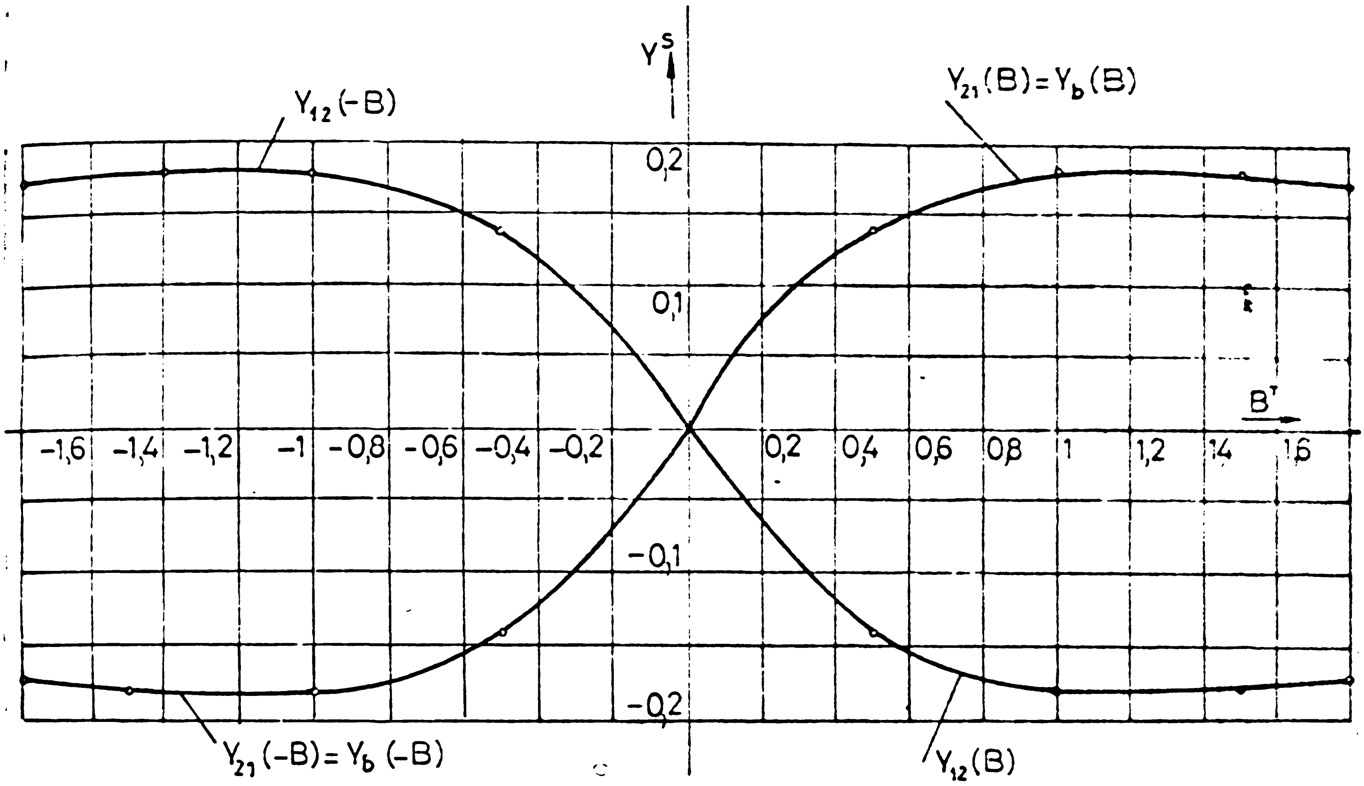


Fig.1.13. Variaţia admitanţelor de transfer în scurtcircuit cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb fără tensiune de zero, reprezentată în fig.1.5d.

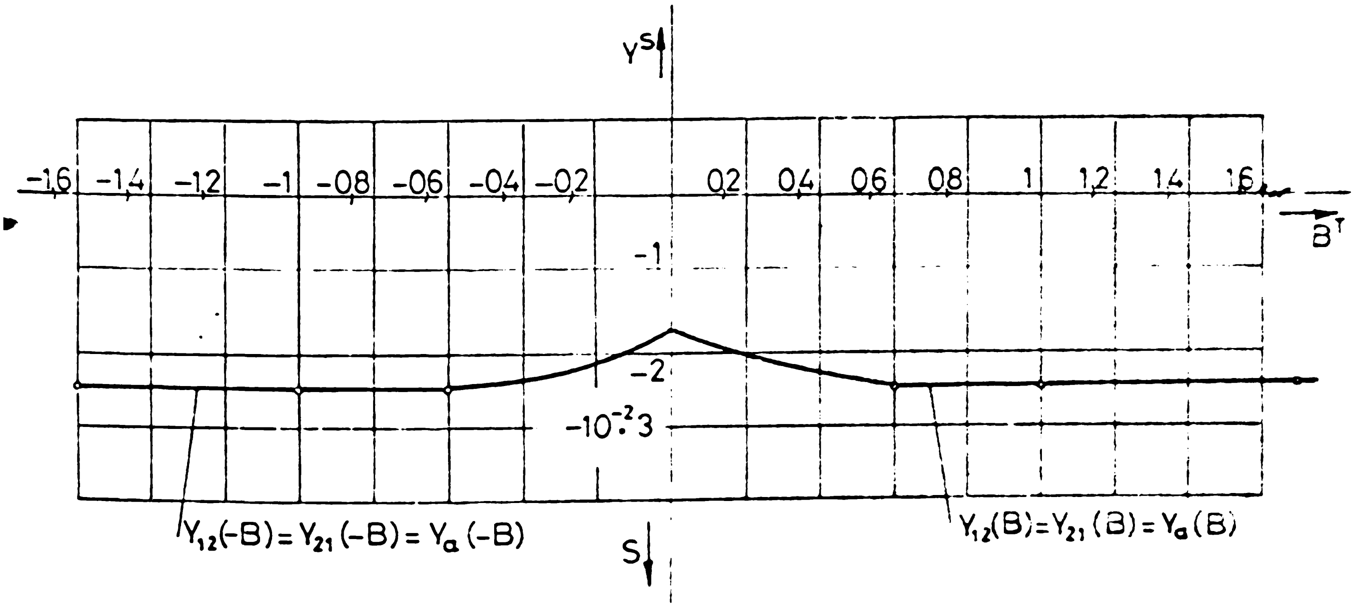


Fig.1.14. Variaţia admitanţelor de transfer în scurtcircuit cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb cuprinsă în întregime între electrozi şi reprezentată în fig.1.5e.

Tabela 1.1o

B / T	Pentru +B $(Y_1)_1$ S	Pentru +B $(Y_2)_1$ S	Pentru +B $(Y_1)_{-1}$ S	Pentru +B $(Y_2)_{-1}$ S	Pentru −B $(Y_1)_1$ S	Pentru −B $(Y_2)_1$ S	Pentru −B $(Y_1)_{-1}$ S	Pentru −B $(Y_2)_{-1}$ S	Pentru +B $(Y_1)_1-(Y_1)_{-1}$	Pentru +B $(Y_2)_1-(Y_2)_{-1}$	Pentru −B $(Y_1)_1-(Y_1)_{-1}$	Pentru −B $(Y_2)_1-(Y_2)_{-1}$
0	0,962	1,024	0,962	1,024	0,962	1,024	0,962	1,024	0	0	0	0
0,5	0,649	0,975	0,926	0,691	0,925	0,691	0,641	0,975	−0,277	0,284	0,284	−0,284
1	0,419	0,827	0,777	0,469	0,777	0,469	0,419	0,827	−0,358	0,358	0,358	−0,358
1,5	0,288	0,698	0,641	0,338	0,641	0,335	0,283	0,698	−0,353	0,36	0,358	−0,363
1,8	0,246	0,649	0,592	0,303					−0,346	0,346		

B / T	Pentru +B R_{11} Ω	Pentru +B R_{12} Ω	Pentru +B R_{21} Ω	Pentru +B R_{22} Ω	Pentru −B R_{11} Ω	Pentru −B R_{12} Ω	Pentru −B R_{21} Ω	Pentru −B R_{22} Ω
0	1,039	0	0	0,976	1,039	0	0	0,976
0,5	1,234	0,204	−0,21	1,165	1,234	−0,21	+0,21	1,16
1	1,544	0,426	−0,426	1,425	1,544	−0,426	0,426	1,425
1,5	1,904	0,648	−0,661	1,707	1,899	−0,658	0,667	1,698
1,8	2,0754	0,7543	−0,7543	1,8269				

Tabela 1.11

B T	$(Y_1)_1$ S	$(Y_2)_1$ S	$(Y_1)_{-1}$ S	$(Y_2)_{-1}$ S	$(Y_1)_{-1}-$ $-(Y_1)_1$	$(Y_2)_{-1}-$ $-(Y_2)_1$	R_{11} Ω	R_{12} Ω	R_{21} Ω	R_{22} Ω
0	1,9506	1,4888	1,9827	1,5259	0,0321	0,0371	0,5085	0,00054	0,0062	0,6634
0,6	1,3703	0,9432	1,4197	0,995	0,0494	0,0518	0,7172	0,0182	0,0191	1,0324
1	1,0123	0,6641	1,0617	0,71[illegible]	0,0494	0,0519	0,9652	0,0345	0,0362	1,4505
1,4	0,8222	0,5259	0,8641	0,5728	0,0419	0,0469	1,1873	0,0452	0,0506	1,8224
1,7	0,7407	0,4691	0,7901	0,5185	0,0494	0,0494	1,3087	0,0654	0,0654	2,0286

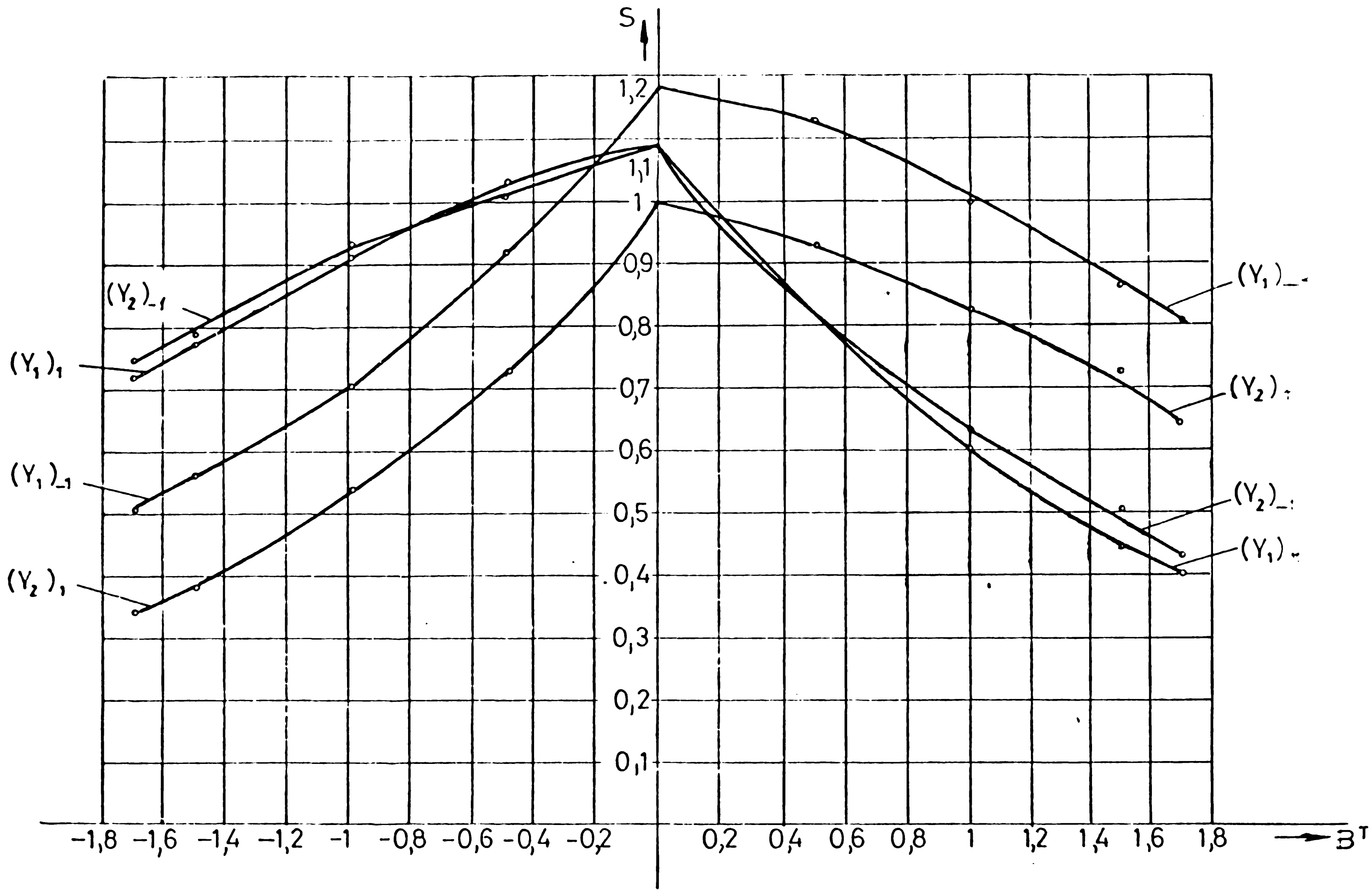


Fig.1.15. Variaţia parametrilor introduşi prin alimentarea pe la ambele perechi de borne cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb cu tensiune de zero, reprezentată în fig.1.5c.

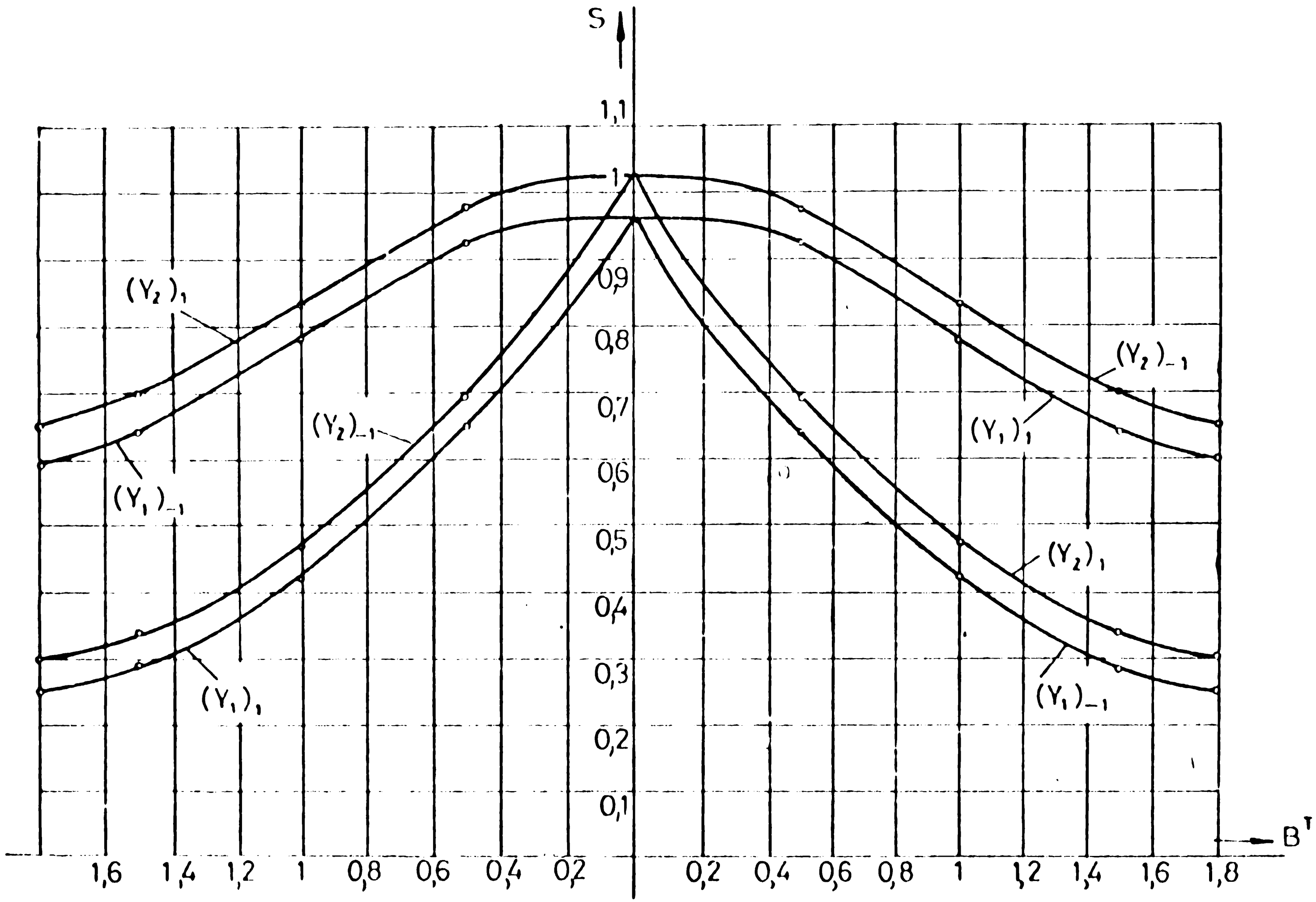


Fig.1.16. Variaţia parametrilor introduşi prin alimentarea pe la ambele perechi de borne cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb fără tensiune de zero şi reprezentată în fig.1.5d.

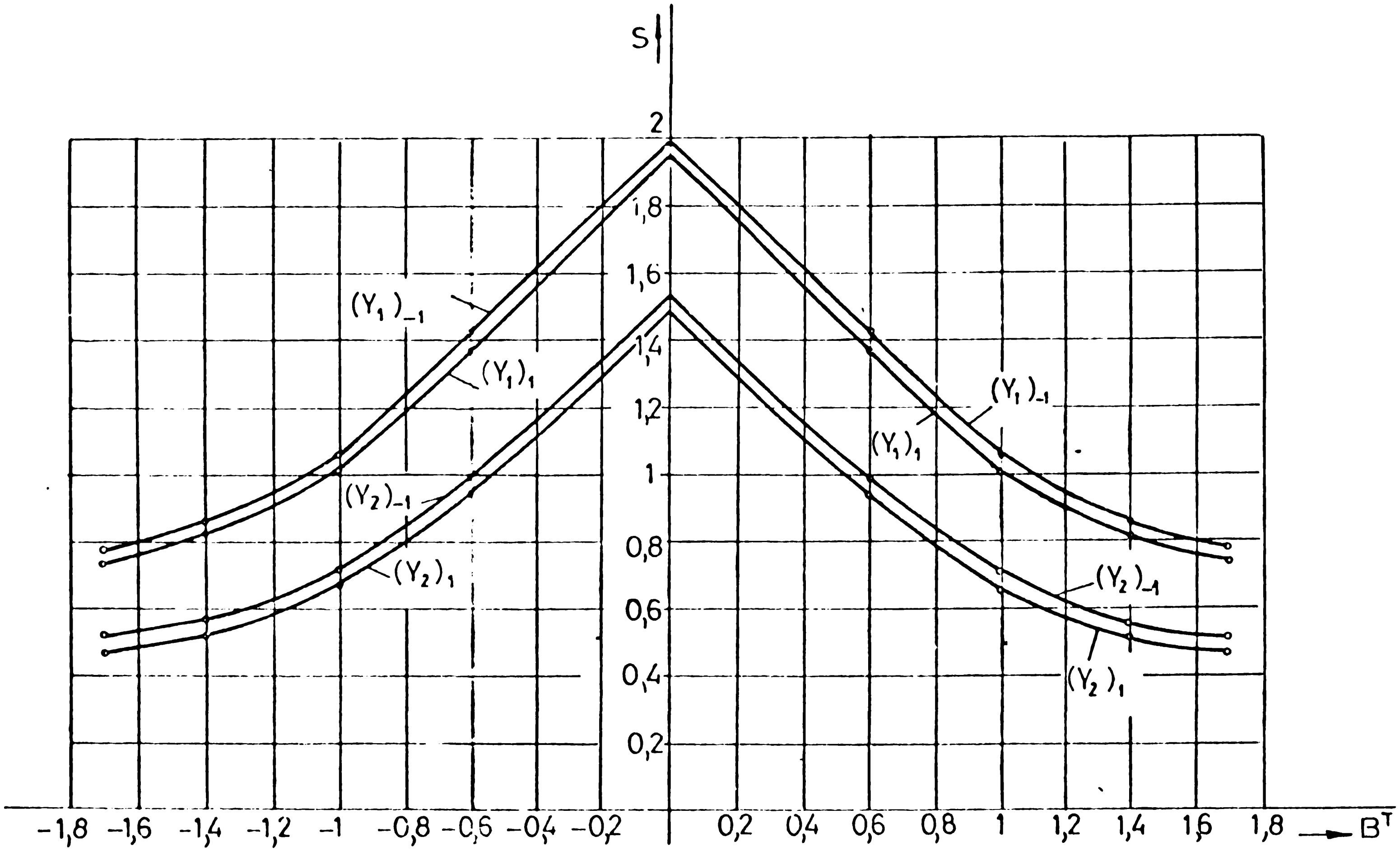


Fig.1.17. Variaţia parametrilor introduşi prin alimentarea pe la ambele perechi de borne cu inducţia magnetică pentru o placă din InSb cuprinsă în întregime între electrozi şi reprezentată în fig.1.5e.

acesteia. Se remarcă faptul că cei patru parametri sînt independenţi, placa Hall reprezentînd un circuit nereciproc.

Variaţia parametrilor menţionaţi cu inducţia magnetică pentru un generator Hall fără tensiune de zero (fig.1.5d) este redată în tabela 1.1o şi fig.1.16. Verificarea condiţiei de antireciprocitate (1.41) face ca numai trei parametri să fie independenţi.

Din punct de vedere teoretic şi practic prezintă importanţă modul în care parametrii studiaţi depind de sensul inducţiei magnetice. Din datele experimentale se observă verificarea relaţiilor (1.43).

In tabela 1.11 şi fig.1.17 s-a redat variaţia aceloraşi parametri cu inducţia magnetică pentru placa semiconductoare cuprinsă în întregime între electrozi. Verificarea relaţiei (1.4o) atestă reciprocitatea în acest caz.

In toate cele trei cazuri s-au determinat şi variaţiile parametrilor cuadripolari R_{11}, R_{12}, R_{21} , R_{22} cu inducţia magnetică cu ajutorul expresiei (1.39).

Se precizează faptul că s-a obţinut o concordanţă deplină între valorile parametrilor cuadripolari obţinuţi în acest fel şi valorile obţinute din regimurile de mers în gol(fig.1.9, 1.1o şi 1.11).

CAPITOLUL 2

NOI SCHEME ECHIVALENTE ALE GENERATORULUI HALL

După cum s-a văzut (cap.1) descompunerea rezistenţelor de transfer în gol şi a admitanţelor de transfer în scurtcircuit în cîte două componente (rel.1.25 şi 1.32) permite o mai bună analiză a comportării unei plăci Hall în funcţie de inducţia magnetică şi sensul acesteia. Pe baza descompunerii în componente a parametrilor de transfer se pot elabora noi scheme echivalente , faţa de cele cunoscute în literatură, care au avantajul că permit un studiu riguros al generatorului Hall ca element de circuit, a cărui funcţionare este dependentă de inducţia magnetică ca valoare şi sens. In acest scop, unele din schemele echivalente stabilite vor servi la analiza generală a posibilităţilor de realizare a schemelor unidirecţionale avînd ca element component generatorul Hall (cap.3). In continuare se prezintă aceste scheme.

2.1. <u>Scheme echivalente corespunzătoare matricei impedanţă.</u>

2.1.1. Matricea impedanţă a generatorului Hall, reprezentînd în cazul general un cuadripol nereciproc, se poate descompune într-o sumă de două matrice astfel

$$\|Z\| = \begin{Vmatrix} R_{1o} & R_a+R_b \\ R_a-R_b & R_{2o} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} R_{1o} & R_a+R_b \\ R_a+R_b & R_{2o} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} o & o \\ -2R_b & o \end{Vmatrix} \quad (2.1)$$

In acest fel schema echivalentă a generatorului Hall se obţine din conectarea în serie a doi cuadripoli. Prima matrice din relaţia (2.1) corespunde unui cuadripol reciproc în T. Celei de a doua matrice îi corespunde o sursă de tensiune comandată de curent avînd tensiunea electromotoare $2R_bI_1$. Se obţine astfel schema din fig.2.1.

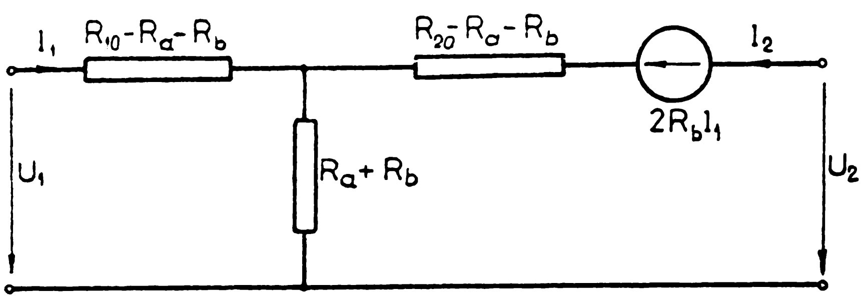
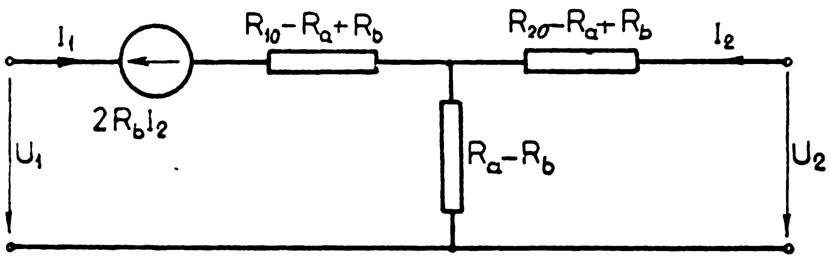


Fig.2.1. Schemă echivalentă corespunzătoare matricei impedanţă

2.1.2. Matricea impedanţă descompusă conform relaţiei (2.2) determină schema echivalentă din fig.2.2.

$$|Z| = \begin{vmatrix} R_{1o} & R_a-R_b \\ R_a-R_b & R_{2o} \end{vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & 2R_b \\ 0 & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.2)$$



Fi_.2.2 Schemă echivalentă corespunzătoare matricei impedanţă

2.1.3. O altă schemă echivalentă se obţine dacă matricea impedanţă se scrie în forma

$$|Z| = \begin{Vmatrix} R_{1o} & 0 \\ 0 & R_{2o} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & R_a+R_b \\ R_a-R_b & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.3)$$

Prima matrice din rel.(2.3) corespunde unui cuadripol reciproc în T cu ramură transversală de impedanţă nulă, iar cea de a doua matrice corespunde unui cuadripol la care tensiunea de intrare U_1' şi tensiunea de ieşire U_2' se obţine astfel

$$\begin{Vmatrix} U_1' \\ U_2' \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 & R_a+R_b \\ R_a-R_b & 0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} (R_a+R_b)\ I_2 & 0 \\ (R_a-R_b)\ I_1 & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.4)$$

Schema echivalentă care satisface relaţiile (2.3) şi (2.4) este redată în fig.2.3.

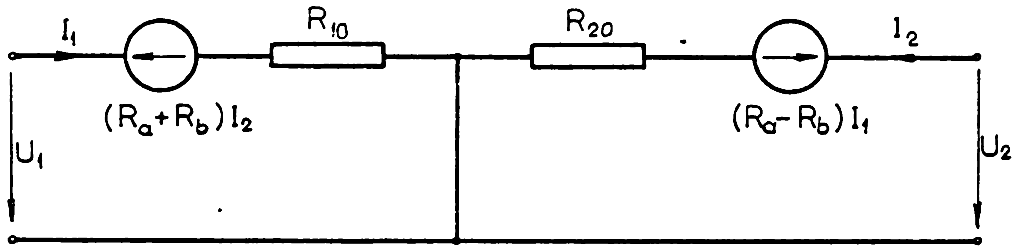


Fig.2.3. Schemă echivalentă corespunzătoare matricei impedanţă.

2.1.4. O schemă echivalentă care prezintă interes prin faptul că componenta R_b, care determină nereciprocitatea generatorului Hall, apare numai în valorile tensiunilor electromotoare ale surselor comandate, este obţinută pe baza relaţiei matriciale

$$\|Z\| = \begin{Vmatrix} R_{1o} & R_a \\ R_a & R_{2o} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & R_b \\ -R_b & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.5)$$

Relaţia (2.5) exprimă faptul că schema echivalentă se obţine din conectarea unui cuadripol reciproc în T în serie cu un cuadripol a cărui tensiune de intrare este R_bI_2 şi avînd tensiunea la ieşire $-R_bI_1$. Schema echivalentă corespunzătoare este reprezentată în fig.2.4.

2.1.5. Dacă matricea impedanţă se descompune conform relaţiei (2.6), se obţine schema echivalentă reprezentată în fig.2.5

$$\|Z\| = \begin{Vmatrix} R_{1o} & R_b \\ R_b & R_{2o} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & R_a \\ R_a-2R_b & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.6)$$

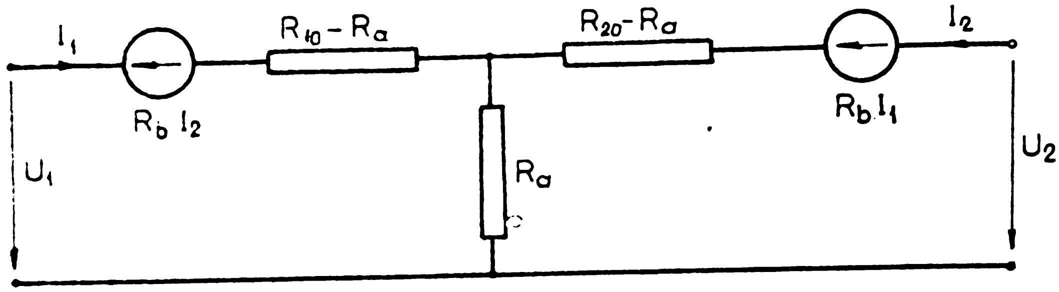


Fig.2.4. Schemă echivalentă corespunzătoare matricei impedanţă

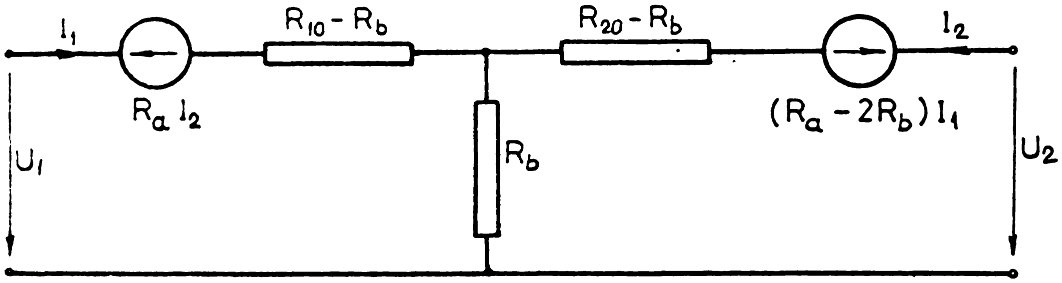


Fig.2.5. Schemă echivalentă corespunzătoare matricei impedanţă

2.2. Scheme echivalente corespunzătoare matricei admitanţă.

2.2.1. Matricea admitanţă a generatorului Hall se poate descompune într-o sumă de două matrice în felul următor

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_{1k} & Y_a-Y_b \\ Y_a+Y_b & Y_{2k} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} Y_{1k} & Y_a-Y_b \\ Y_a-Y_b & Y_{2k} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ 2Y_b & 0 \end{Vmatrix} \quad (2.7)$$

Relaţia matricială (2.7) arată că schema echivalentă se obţine din conectarea în paralel a doi cuadripoli. Prima matrice corespunde unui cuadripol reciproc în Π, iar a doua matrice corespunde unei surse de curent comandată de tensiune conectată la bornele de ieşire şi avînd curentul de scurtcircuit $I_k = Y_4 U_1$. Schemele echivalente corespunzătoare relaţiei (2.7) sînt reprezentate în fig.2.6 în care:

$$Y_1 = Y_{1k} + Y_a - Y_b \quad ; \quad Y_3 = Y_{2k} + Y_a - Y_b$$
$$Y_2 = -Y_a + Y_b \qquad\qquad Y_4 = 2Y_b \quad (2.8)$$

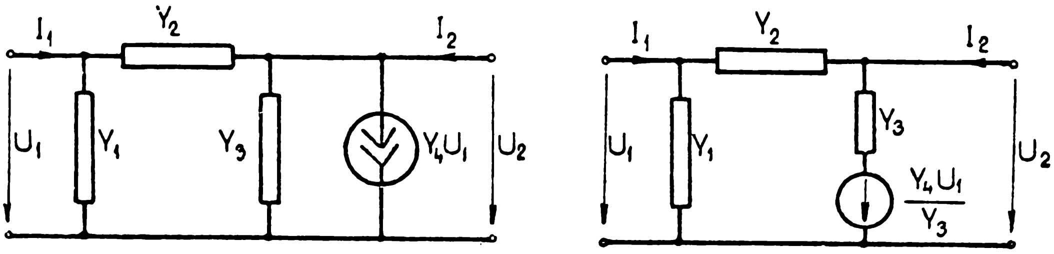


Fig.2.6 Schemă echivalentă corespunzătoare matricei admitanţă.

Admitanţele cuprinse în schemele echivalente din fig.2.6 pot fi exprimate şi în funcţie de parametrii introduşi prin alimentarea pe la ambele perechi de borne astfel:

$$Y_1 = (Y_1)_1 \quad ; \quad Y_2 = \frac{(Y_1)_{-1} - (Y_1)_1}{2}$$

$$Y_3 = \frac{(Y_2)_1 + (Y_2)_{-1}}{2} + \frac{(Y_1)_1 - (Y_1)_{-1}}{2} \qquad (2.9)$$

$$Y_4 = \frac{(Y_2)_1 - (Y_2)_{-1}}{2} - \frac{(Y_1)_1 - (Y_1)_{-1}}{2}$$

2.2.2. Pentru matricea admitanţă descompusă ca în relaţia (2.1o) se stabileşte schema echivalentă din fig.2.7.

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_{1k} & Y_a + Y_b \\ Y_a + Y_b & Y_{2k} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & -2Y_b \\ 0 & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.1o)$$

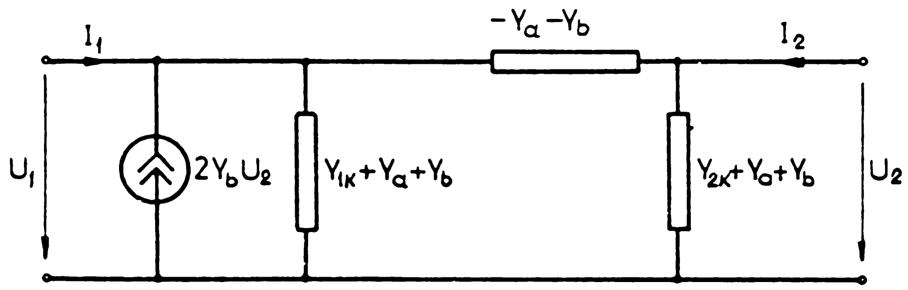


Fig.2.7 Schemă echivalentă corespunzătoare matricei admitanţă.

2.2.3. O altă schemă echivalentă a generatorului Hall se poate stabili dacă matricea admitanţă se descompune în felul următor

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_{1k} & 0 \\ 0 & Y_{2k} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & Y_a-Y_b \\ Y_a+Y_b & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.11)$$

Prima matrice din relaţia(2.11) corespunde unui cuadripol reciproc în π , cu ramura longitudinală avînd admitanţa nulă, iar a doua matrice corespunde unui cuadripol la care curentul de intrare I_1' şi curentul de ieşire I_2' se obţin din relaţia matricială

$$\begin{Vmatrix} I_1' \\ I_2' \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 & Y_a-Y_b \\ Y_a+Y_b & 0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} (Y_a-Y_b)U_2 & 0 \\ (Y_a+Y_b)U_1 & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.12)$$

Rezultă astfel schema echivalentă reprezentată în fig.2.8.

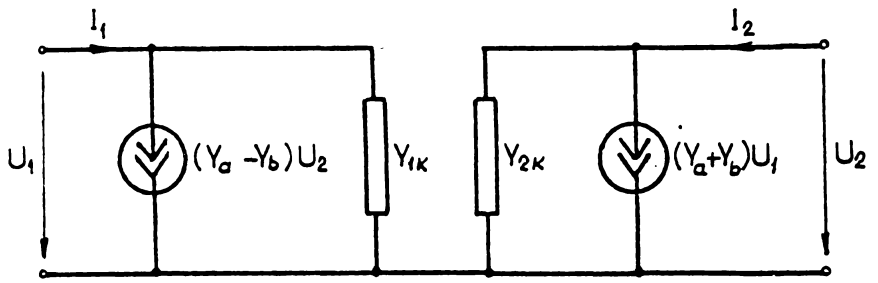


Fig.2.8 Schemă echivalentă corespunzătoare matricei admitanţă

2.2.4. O schemă echivalentă în care componenta Y_b, care determină nereciprocitatea generatorului Hall, intervine numai în expresiile curenţilor de scurtcircuit ale surselor de curent comandate (fig.2.9) se obţine descompunînd matricea admitanţă în felul următor

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_{1k} & Y_a \\ Y_a & Y_{2k} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & -Y_b \\ Y_b & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.13)$$

2.2.5. Pe baza relaţiei matriciale (2.14) rezultă schema echivalentă reprezentată în fig.(2.1o).

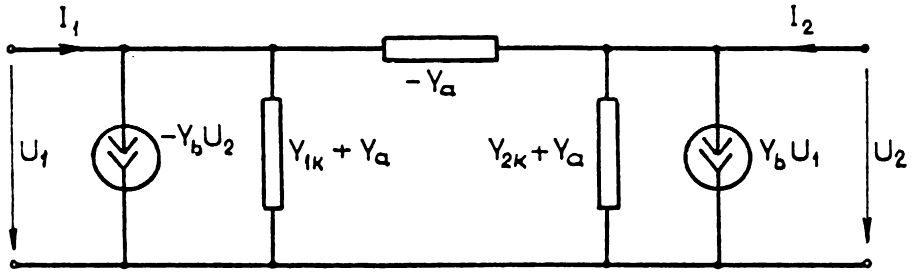


Fig.2.9 Schemă echivalentă corespunzătoare matricei admitanţă

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_{1k} & Y_b \\ Y_b & Y_{2k} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & Y_a-2Y_b \\ Y_a & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.14)$$

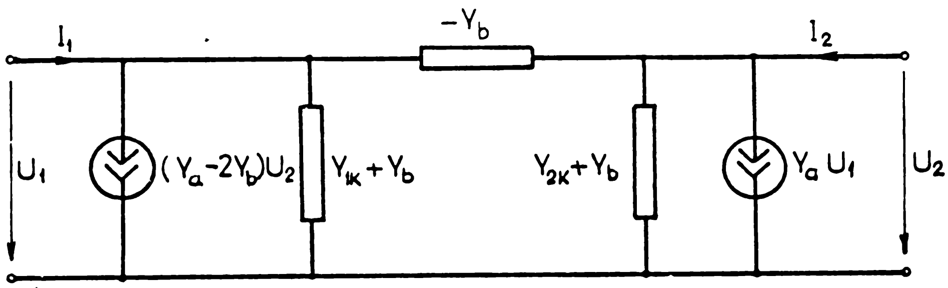


Fig.2.1o Schemă echivalentă corespunzătoare matricei admitanţă

2.2.6. Folosind matricea admitanţă a generatorului Hall se mai poate stabili o schemă echivalentă în punte avantajoasă în unele aplicaţii. In acest scop se face următoarea descompunere

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} \frac{Y_1+Y_2}{2} & \frac{Y_2-Y_1}{2} \\ \frac{Y_2-Y_1}{2} & \frac{Y_1+Y_2}{2} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Y_3 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ Y_4 & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.15)$$

în care s-au făcut notaţiile

$$Y_1 = Y_{1k} - Y_a + Y_b \quad ; \quad Y_3 = Y_{2k} - Y_{1k}$$
$$Y_2 = Y_{1k} + Y_a - Y_b \qquad\quad Y_4 = 2Y_b \qquad (2.16)$$

Relaţia matricială (2.15) exprimă faptul că generatorul Hall poate fi reprezentat printr-o schemă echivalentă realizată prin conectarea în paralel a trei cuadripoli şi anume :un cuadripol reciproc şi simetric în punte, o admitanţă Y_3 şi o sursă de curent comandată de tensiune avînd curentul de scurtcircuit Y_4U_1 conectate la bornele de ieşire (fig.2.11)

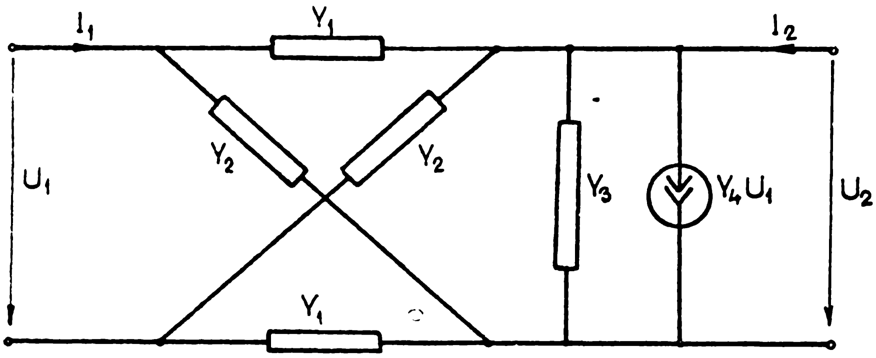


Fig.2.11 Schema echivalentă corespunzătoare matricei admitanţă

Expresiile admitanţelor din schema reprezentată în fig. 2.11 funcţie de parametrii introduşi prin alimentarea la ambele capete sînt următoarele

$$Y_1 = (Y_1)_{-1} \qquad ; \qquad Y_2 = (Y_1)_1$$

$$Y_3 = \frac{(Y_2)_1+(Y_2)_{-1}}{2} - \frac{(Y_1)_1+(Y_1)_{-1}}{2} \qquad (2.17)$$

$$Y_4 = \frac{(Y_1)_{-1}+(Y_2)_1}{2} - \frac{(Y_1)_1+(Y_2)_{-1}}{2}$$

2.2.7. O schemă echivalentă în punte la care sursa de curent comandată să fie la bornele de intrare (fig.2.12) se obţine prin descompunerea matricei admitanţă în felul următor

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} \frac{Y_1+Y_2}{2} & \frac{Y_2-Y_1}{2} \\ \frac{Y_2-Y_1}{2} & \frac{Y_1+Y_2}{2} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} Y_3 & 0 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & Y_4 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix} \qquad (2.18)$$

Admitanţele cuprinse în rel.(2.18) au expresiile

$$\begin{matrix} Y_1 = Y_{2k} - Y_a - Y_b \\ Y_2 = Y_{2k} + Y_a + Y_b \end{matrix} \quad ; \quad \begin{matrix} Y_3 = Y_{1k} - Y_{2k} \\ Y_4 = -2Y_b \end{matrix} \qquad (2.19)$$

sau

$$Y_1 = (Y_2)_{-1} \qquad ; \qquad Y_2 = (Y_2)_1$$

$$Y_3 = \frac{(Y_1)_1+(Y_1)_{-1}}{2} - \frac{(Y_2)_1+(Y_2)_{-1}}{2} \tag{2.20}$$

$$Y_4 = \frac{(Y_1)_1+(Y_2)_1}{2} - \frac{(Y_1)_{-1}+(Y_2)_1}{2}$$

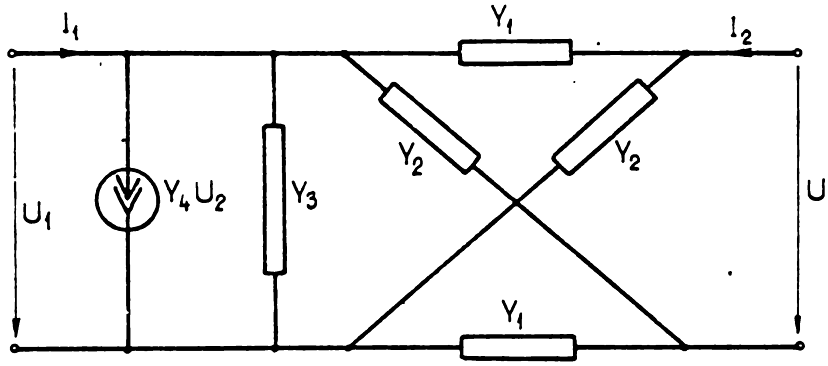


Fig.2.12 Schemă echivalentă corespunzătoare matricei admitanţă

2.2.8. O altă schemă echivalentă în punte rezultă dacă matricea admitanţă se scrie în forma

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_1 & 0 \\ 0 & Y_1 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & Y_3 \\ Y_4 & 0 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} Y_5 & 0 \\ 0 & Y_6 \end{Vmatrix} \tag{2.21}$$

în care s-au făcut notaţiile

$$Y_1 = Y_{1k} + Y_{2k} = \frac{1}{2}\left[(Y_1)_1 + (Y_1)_{-1} + (Y_2)_1 + (Y_2)_{-1}\right] \tag{2.22}$$

$$Y_3 = Y_a - Y_b = \frac{(Y_1)_1-(Y_1)_{-1}}{2}$$

$$Y_4 = Y_a + Y_b = \frac{(Y_2)_1-(Y_2)_{-1}}{2} \qquad ; \qquad Y_6 = -Y_{1k} = \frac{-(Y_1)_1-(Y_1)_{-1}}{2}$$

$$Y_5 = -Y_{2k} = -\frac{(Y_2)_1+(Y_2)_{-1}}{2}$$

Prima matrice din rel.(2.21) corespunde unui cuadripol reciproc şi simetric în punte. Cea de a doua şi a treia matrice corespund unor cuadripoli, în paralel cu cuadripolul reciproc în punte (fig.2.13), pentru care curenţii de intrare I_1' şi I_1'' şi curenţii de ieşire I_2' şi I_2'' rezultă din ecuaţiile matriciale

$$\begin{Vmatrix} I_1' \\ I_2' \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 & Y_3 \\ Y_4 & 0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} Y_3U_2 & 0 \\ Y_4U_1 & 0 \end{Vmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{Vmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} Y_5 & 0 \\ 0 & Y_6 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} Y_5U_1 & 0 \\ Y_6U_2 & 0 \end{Vmatrix} \quad (2.24)$$

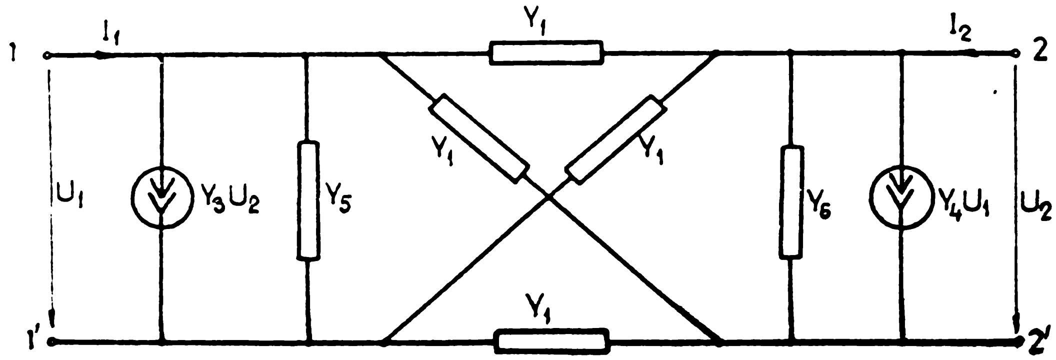


Fig.2.13 Schemă echivalentă corespunzătoare matricei admitanţă

Schema din fig.(2.13) prezintă interes prin faptul că cuadrilopul reciproc în punte nu are transfer de la bornele de intrare la bornele de ieşire, iar componenta Y_b, care determină caracterul nereciproc al generatorului Hall, intervine numai în curenţii de scurtcircuit ai surselor de curent.

Descompunerea matricei admitanţă pe baza rel.(2.21) permite şi stabilirea schemei echivalente reprezentată în fig.2.14.

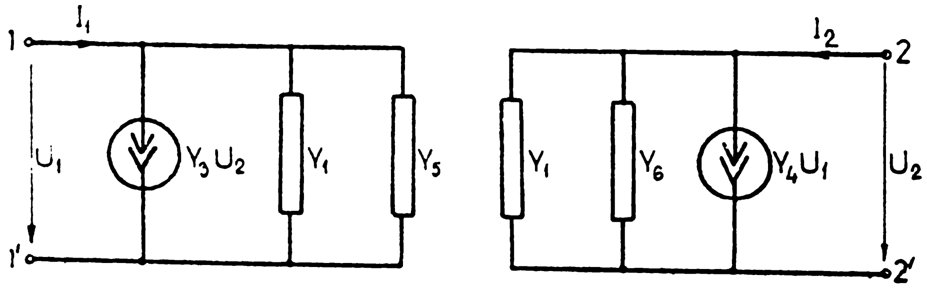


Fig.2.14 Schemă echivalentă corespunzătoare matricei admitanţă.

CAPITOLUL 3

STUDIUL SCHEMELOR UNIDIRECTIONALE CU GENERATOR HALL PE BAZA TEORIEI CUADRIPOLULUI GENERAL.

3.1. Unele consideraţii generale.

α. Circuitele cuadripolare la care transferul de energie are loc numai într-un singur sens, respectiv numai de la o pereche de borne spre cealaltă şi nu invers se numesc circuite unidirecţionale. O astfel de schemă se numeşte în literatură şi „izolator". Schemele unidirecţionale prezintă un interes deosebit mai ales în telecomunicaţii. Condiţia necesară pentru ca o schemă să fie unidirecţională este ca una dintre impedanţele de transfer în gol (sau admitanţa de transfer în scurtcircuit) să fie nulă. Dacă, spre exemplu, Z_{12} = o transferul de energie are loc de la poarta 1-1' la poarta 2-2', iar dacă Z_{21} = o transferul de energie are loc de la poarta 2-2' la poarta 1-1' a schemei. Simbolic, comportarea unei scheme unidirecţionale, în cele două situaţii, se poate exprima sub forma

$$1^{*} \rightarrow 2 \qquad\qquad 1 \leftarrow 2^{*}$$
$$1^{*} \not\rightarrow 2 \ (\text{pentru } Z_{12}=o) \quad \text{şi} \quad 1 \not\leftarrow 2^{*} \ (\text{pentru } Z_{21}=o)$$

asteriscul indicînd circuitul alimentat.

O caracteristică a schemelor unidirecţionale o constituie şi faptul că impedanţa de intrare nu depinde de mărimile de la ieşire. Este uşor de arătat că impedanţele în gol (Z_{1o}) şi în scurtcircuit (Z_{1k}) faţă de bornele de alimentare în sensul direct sînt egale între ele, deci Z_{1o} = Z_{1k}. In adevăr, referindu-ne de exemplu la expresia impedanţei de scurtcircuit a unui cuadripol, în cadrul teoriei cuadripolului diport

$$\underline{Z}_{1k} = \underline{Z}_{1o} + \frac{\underline{Z}_{12}\cdot\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{2o}}$$

cunoscută din literatura de specialitate [138], rezultă în mod simplu că dacă $Z_{12} = o$, se obţine $\underline{Z}_{1k} = \underline{Z}_{1o}$. Cunoaşterea acestui rezultat este importantă atît pentru verificarea diferitelor expresii stabilite , cît şi la încercările experimentale efectuate asupra schemelor unidirecţionale.

$\underline{\beta}$. Schemele unidirecţionale pasive au în componenţa lor giratoare. După tipul giratorului, se cunosc, de exemplu, scheme cu girator pe bază de efect Faraday [119 , 94] şi scheme cu girator pe bază de efect Hall. [104 ,57 ,94 , 154, 137, 142, 51]. Primele şi-au găsit deja aplicaţii tehnice interesante în domeniul microundelor. Schemele unidirecţionale cu giratoare Hall sînt de dată mai recentă atît ca studiu cît şi ca aplicaţii. Ele prezintă avantajul de a avea caracter rezistiv într-un domeniu larg de frecvenţă, fiind potrivite pentru o bandă largă de transmisie. Dezavantajul principal îl constituie randamentul scăzut al sistemului.Un progres important, în legătură cu acest aspect , s-a realizat prin aplicarea soluţiei cu electrozi de comandă şi Hall multipli, care conduce la un randament mărit[62, 63, 154, 4, 5] . O schemă cu proprietăţi interesante rezultă prin combinaţia dintre un izolator Hall şi un amplificator cu diode tunel. [89, 154]. O realizare importantă în acest domeniu este şi circulatorul Hall, constituit obişnuit dintr-o placă Hall simetrică cu trei porţi [155, 57, 70] , la care, pentru o anumită inducţie magnetică transmiterea semnalului se face într-un anumit sens.

$\underline{\gamma}$. Posibilităţile cunoscute de a obţine scheme unidirecţionale, avînd ca element component generatorul Hall, sînt în principal următoarele:

- conectarea unor rezistenţe (r', r") în paralel cu generatorul Hall [10, 94, 57, 142] , aşa cum este arătat în fig.3.1a

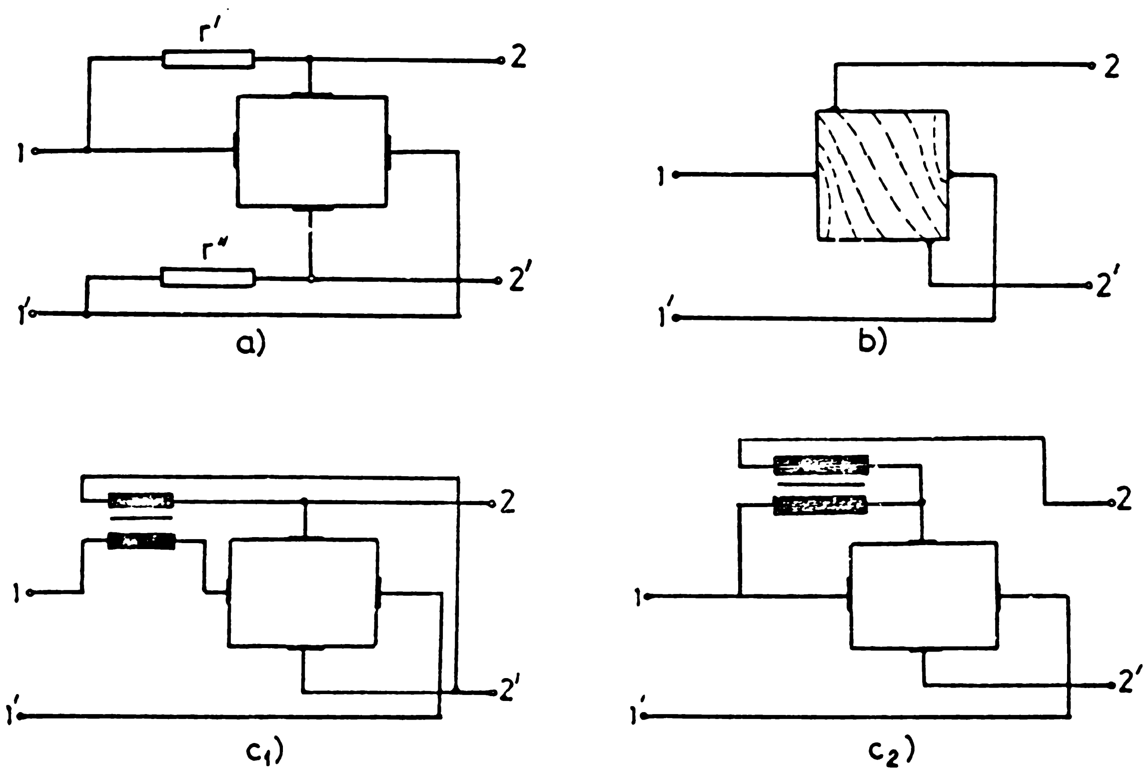


Fig.3.1 Scheme unidirecţionale avînd ca element component generatorul Hall: a - cu rezistenţe în paralel ; b - cu electrozi deplasaţi ; c_1-c_2- prin conectarea în serie paralel şi paralel serie a generatorului Hall şi transformatorului.

- aşezarea nesimetrică a electrozilor plăcii Hall, fără elemente de circuit suplimentare [155,57,142], cum este indicat de exemplu în fig.3.1b. Se poate considera şi o placă Hall în formă de paralelogram [155,63] .

- conectarea în serie-paralel sau paralel-serie a generatorului Hall cu un transformator [63,142, 154] , ca şi în fig.3.1 c_1,c_2.

Dacă se introduce şi transformator de decuplare a circuitelor de comandă şi Hall, se pot concepe şi alte scheme[63,142,154]

In acest capitol ne vom referi, în mod deosebit, la calculul schemei unidirecţionale cu rezistenţe conectate în paralel (fig.3.1a), care este printre cele mai des citate în literatura de specialitate. Unele probleme de cîmp în legătură cu schema unidirecţională cu electrozi deplasaţi (fig.3.1b), se vor prezenta în capitolul 4 al lucrării.

Referirile din literatura de specialitate privind calculul schemei unidirecţionale cu elemente suplimentare (fig.3.la) sînt puţine, incomplete şi se referă la cazuri particulare. Astfel, rezultatele cunoscute privind condiţia de unidirecţionalitate se referă numai pentru : plăci Hall simetrice, rezistenţe suplimentare egale (r' = r") şi absenţa tensiunii de zero la placa Hall, ceea ce în mod evident reprezintă o restrîngere a condiţiilor reale ce pot interveni în practică. Tinînd seama de această situaţie, în teza de doctorat mi-am propus să abordez calculul schemei unidirecţionale cu rezistenţe suplimentare (fig.3la) în condiţiile cele mai generale.

Posibilitatea rezolvării acestei probleme se bazează în principal pe aplicarea teoriei cuadripolului general, singura cale raţională de luat în considerare. Schema din fig.3.la corespunde de fapt conectării în paralel a giratorului Hall şi a cuadripolului constituit din cele două rezistenţe longitudinale r' şi r". In condiţiile mai generale de studiu, menţionate anterior, pentru calculul parametrilor schemei în ansamblu, nu se poate însă aplica teoria cuadripolului diport, pentrucă în schemă cuadripolii componenţi nu mai sînt diporţi. Aplicarea acestei teorii, în acest caz mai general, ar conduce la rezultate eronate. Datorită acestui fapt apare în mod evident, necesitatea aplicării teoriei cuadripolului general [138, 133]. Aplicarea teoriei cuadripolului diport la calculul schemei ar fi posibilă numai dacă s-ar introduce transformatoare de decuplare galvanică a celor doi cuadripoli. Atît aplicarea teoriei cuadripolului general cît şi rezultatele obţinute pentru cazul studiat sînt originale, ne fiind întîlnite în literatura de specialitate. Rezultatele cunoscute se pot obţine prin particularizarea expresiilor generale stabilite.

3.2. Ecuaţiile generatorului Hall şi schemele echivalente în cadrul teoriei cuadripolului general.

Cunoaşterea comportării generatorului Hall considerat ca un cuadripol general (fig.3.2) presupune determinarea parametrilor necesari scrierii ecuaţiilor cuadripolare şi stabilirii schemelor echivalente corespunzătoare.

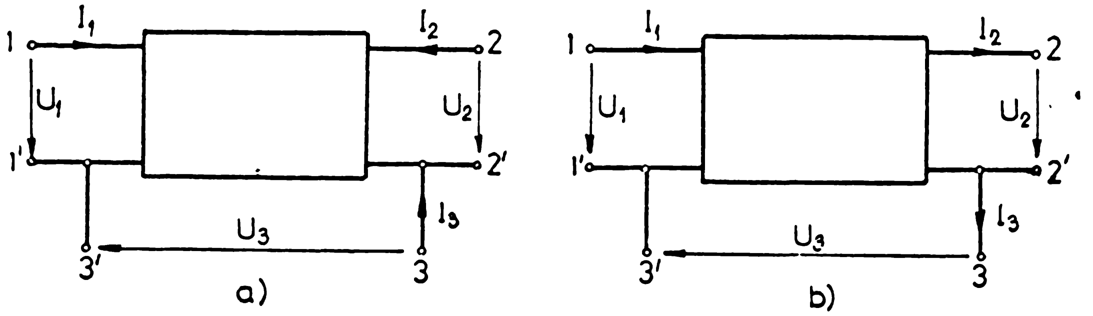


Fig.3.2 Cuadripoli generali

Din motive de simetrie, pentru cele trei perechi de borne 1-1', 2-2', 3-3' ale cuadripolului general se adoptă regula de asociere a sensurilor de referinţă de la receptoare (fig.3.2a). Uneori însă, pentru bornele de intrare 1-1' se poate considera regula de asociere a sensurilor de referinţă de la receptoare, iar pentru bornele 2-2' şi 3-3' regula de asociere a sensurilor de referinţă de la generatoare (fig.3.2b)

α. Ecuaţiile cuadripolare ale generatorului Hall, considerat un cuadripol general, pot fi scrise în următoarele forme care vor fi folosite în acest capitol:

$$\begin{Vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{Vmatrix} \qquad (3.1)$$

$$\begin{Vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Vmatrix} \quad (3.2)$$

Elementele matricei $\|Z\|$ din ecuaţiile (3.1) se determină cu uşurinţă experimental din regimurile particulare de mers în gol şi au următoarele semnificaţii, avînd în vedere caracterul rezistiv al generatorului Hall:

$$Z_{11} = R_{10} = \left(\frac{U_1}{I_1}\right)_{I_2=I_3=0} \quad ; \quad Z_{31} = R_{31} = \left(\frac{U_3}{I_1}\right)_{I_2=I_3=0}$$

$$Z_{21} = R_{21} = \left(\frac{U_2}{I_1}\right)_{I_2=I_3=0}$$

$$Z_{12} = R_{12} = \left(\frac{U_1}{I_2}\right)_{I_1=I_3=0} \quad ; \quad Z_{32} = R_{32} = \left(\frac{U_3}{I_2}\right)_{I_1=I_3=0}$$

$$Z_{22} = R_{20} = \left(\frac{U_2}{I_2}\right)_{I_1 = I_3 = 0} \qquad (3.3)$$

$$Z_{13} = R_{13} = \left(\frac{U_1}{I_3}\right)_{I_1 = I_2 = 0} \quad ; \quad Z_{33} = R_{30} = \left(\frac{U_3}{I_3}\right)_{I_1=I_2=0}$$

$$Z_{23} = R_{23} = \left(\frac{U_2}{I_3}\right)_{I_1=I_2=0}$$

Presupunînd parametrii Z ai cuadripolului general cunoscuţi, parametrii Y pot fi calculaţi rezolvînd sistemul de ecuaţii în raport cu curenţii I_1, I_2, I_3. Pentru matricea admitanţă $\|Y\|$ a generatorului Hall, în cadrul teoriei cuadripolului general, se obţine astfel expresia

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{Vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{|Z|} \begin{Vmatrix} \begin{vmatrix} R_{20} & R_{23} \\ R_{32} & R_{30} \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} R_{12} & R_{13} \\ R_{32} & R_{30} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} R_{12} & R_{13} \\ R_{20} & R_{23} \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} R_{21} & R_{23} \\ R_{31} & R_{30} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} R_{10} & R_{13} \\ R_{31} & R_{30} \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} R_{10} & R_{13} \\ R_{21} & R_{23} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} R_{21} & R_{20} \\ R_{31} & R_{32} \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} R_{10} & R_{12} \\ R_{31} & R_{32} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} R_{10} & R_{12} \\ R_{21} & R_{20} \end{vmatrix} \end{Vmatrix} \quad (3.4)$$

In scopul elaborării unei scheme echivalente valabilă în cadrul teoriei cuadripolului general, matricea admitanţă a generatorului Hall se descompune în felul următor:

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_1 & -Y_1 & -Y_1 \\ -Y_1 & Y_1 & Y_1 \\ -Y_1 & Y_1 & Y_1+Y_2 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} Y_3 & 0 & -Y_3 \\ 0 & Y_2 & Y_2 \\ -Y_3 & Y_2 & Y_2+Y_3 \end{Vmatrix} +$$

$$+ \begin{Vmatrix} Y_4 & 0 & 0 \\ 0 & Y_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & Y_6 & 0 \\ Y_7 & 0 & 0 \\ Y_8 & Y_9 & 0 \end{Vmatrix} \quad (3.5)$$

Primele trei matrice din relaţia matricială (3.5) corespund, în ordinea descompunerii, celor trei cuadripoli reprezentaţi în fig.3.3. Cea de a patra matrice din relaţia (3.5) corespunde unor surse de curent comandate de tensiune, conectate corespunzător la cele trei perechi de borne şi ai căror curenţi

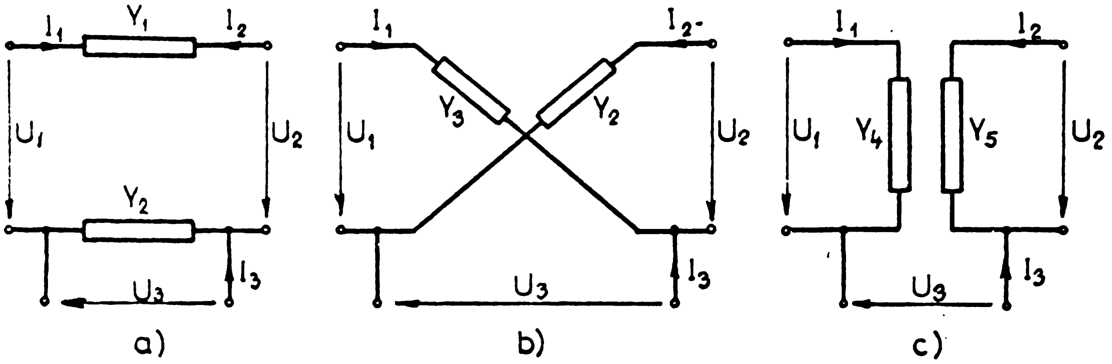


Fig.3.3 Cuadripoli componenţi corespunzători relaţiei matriciale (3.5)

de scurtcircuit I_{k1}, I_{k2} şi I_{k3} se obţin din următoarea relaţie matricială

$$\begin{Vmatrix} I_{k1} \\ I_{k2} \\ I_{k3} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 & Y_6 & 0 \\ Y_7 & 0 & 0 \\ Y_8 & Y_9 & 0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} Y_6U_2 \\ Y_7U_1 \\ Y_8U_1+Y_9U_2 \end{Vmatrix} \quad (3.6)$$

Schema echivalentă a generatorului Hall, considerat cuadripol general, pe baza relaţiilor (3.5) şi (3.6), s-a reprezentat în fig.3.4 în care s-au făcut notaţiile

$$Y_1 = \frac{1}{2}(2Y_{23} - Y_{13} - Y_{33}) \qquad Y_6 = Y_{12} + \frac{1}{2}(2Y_{23}-Y_{13}-Y_{33})$$

$$Y_2 = \frac{1}{2}(Y_{13}+Y_{33}) \qquad Y_7 = Y_{21} + \frac{1}{2}(2Y_{23}-Y_{13}-Y_{33})$$

$$Y_3 = \frac{1}{2}(Y_{33}-2Y_{23}-Y_{13}) \qquad Y_8 = Y_{31} - Y_{13}$$

$$Y_4 = Y_{11}+Y_{13} \qquad Y_9 = Y_{32} - Y_{23} \qquad (3.7)$$

$$Y_5 = Y_{22}-Y_{23}$$

Pentru verificarea rezultatului obţinut, plecînd dela schema echivalentă din fig.34 se determină parametrii Y ţinînd seama de semnificaţiile fizice ale acestora.Intr-adevăr, cei

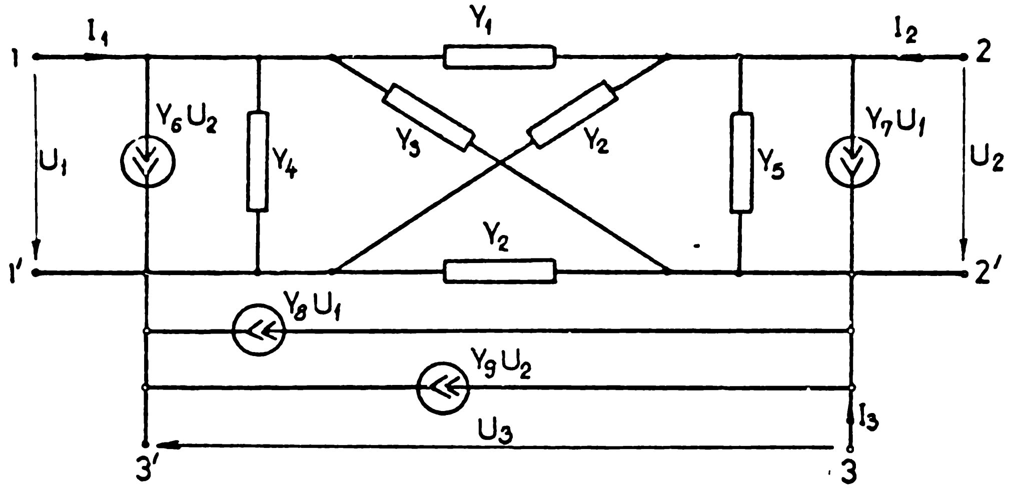


Fig.3.4 Schema echivalentă a generatorului Hall în cadrul teoriei cuadripolului general

nouă parametri Y definiţi din regimurile de funcţionare în scurtcircuit, reprezentate prin schemele din fig.3.5a,b şi c sînt

$$Y_{11} = \left(\frac{I_1}{U_1}\right)_{U_2=U_3=0} = Y_1+Y_3+Y_4 \qquad Y_{32} = \left(\frac{I_3}{U_2}\right)_{U_1=U_3=0} = Y_1+Y_2+Y_9$$

$$Y_{21} = \left(\frac{I_2}{U_1}\right)_{U_2=U_3=0} = -Y_1+Y_7 \qquad Y_{13} = \left(\frac{I_1}{U_3}\right)_{U_1=U_2=0} = -(Y_1+Y_3) \qquad (3.8)$$

$$Y_{31} = \left(\frac{I_3}{U_1}\right)_{U_2=U_3=0} = -Y_1-Y_3+Y_8 \qquad Y_{23} = \left(\frac{I_2}{U_3}\right)_{U_1=U_2=0} = Y_1+Y_2$$

$$Y_{12} = \left(\frac{I_1}{U_2}\right)_{U_1=U_3=0} = -Y_1+Y_6 \qquad Y_{33} = \left(\frac{I_3}{U_3}\right)_{U_1=U_2=0} = Y_1+2Y_2+Y_3$$

$$Y_{22} = \left(\frac{I_2}{U_2}\right)_{U_1=U_3=0} = Y_1+Y_2+Y_5$$

expresii care sînt în concordanţă cu relaţiile (3.7)

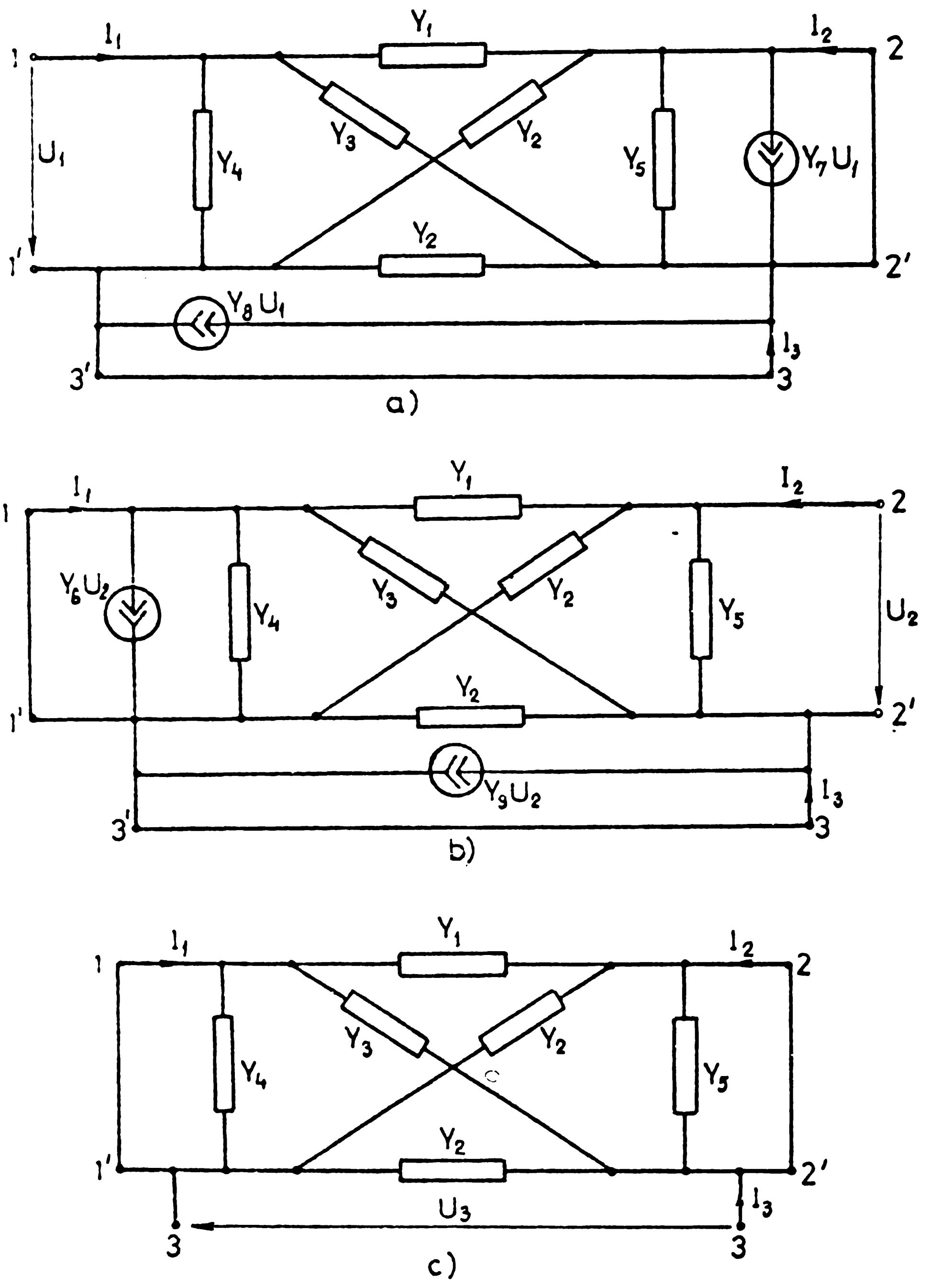


Fig.3.5 Regimurile de funcţionare care definesc cei nouă parametri ai cuadripolului general.

Schema echivalentă a generatorului Hall reprezentată în fig.3.4 şi caracterizată prin nouă parametri independenţi, este schema echivalentă cea mai generală a acestui dispozitiv. Schema este originală, nefiind întîlnită în literatura de specialitate. Pe baza acestei scheme echivalente se poate ţine seama de comportarea reală a generatorului Hall în cele mai generale condiţii de interconexiune, cum sînt cele în care el funcţionează ca un cuadripol general, deci are loc un schimb de energie cu exteriorul pe la cele trei porţi.

β. In unele situaţii de studiu prezintă interes şi anumite scheme echivalente ale generatorului Hall stabilite în cadrul teoriei cuadripolului diport, care necesită cunoaşterea a numai patru parametri ai generatorului Hall(punctul 3.5).

In fig.3.6 s-a reprezentat o schemă echivalentă a generatorului Hall, stabilită la capitolul 2. Admitanţele Y_1, Y_2, Y_3 şi Y_4 sînt date de relaţiile (2.16).

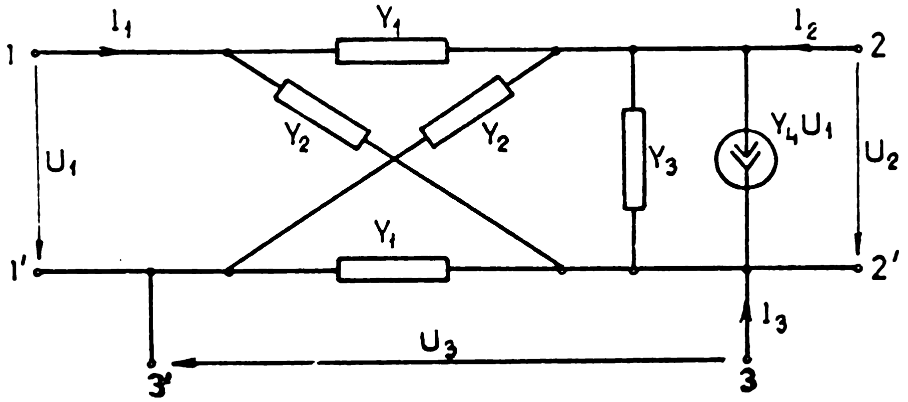


Fig.3.6 Schemă echivalentă a generatorului Hall obţinută în cadrul teoriei cuadripolului diport

Elementele matricei $\|Y\|$ în cadrul teoriei cuadripolului general se determină aplicînd schemei din fig.3.6 regimurile de scurtcircuit corespunzătoare. Astfel rezultă

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_1 & -(Y_1+Y_2) \\ Y_4 - Y_1 & Y_1+Y_2+Y_3 & Y_1+Y_2 \\ -(Y_1+Y_2) & Y_1+Y_2 & 2(Y_1+Y_2) \end{Vmatrix} \qquad (3.9)$$

Folosind rel.(2.16) şi tabelele 1.1 şi 1.2 pentru matricea admitanţă se mai poate scrie următoarea formă

$$\|Y\| = \frac{1}{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2}\begin{Vmatrix} 2R_{20} & -(R_{20}+R_a+R_b) & -2R_{20} \\ -(R_{20}+R_a-R_b) & R_{10}+R_{20} & 2R_{20} \\ -2R_{20} & 2R_{20} & 4R_{20} \end{Vmatrix} \quad (3.10)$$

Efectuînd trecerea de la matricea $\|Y\|$ (rel.3.10) la matricea $\|Z\|$ corespunzătoare schemei echivalente din fig.3.6, se obține

$$\|Z\| = \begin{Vmatrix} R_{10} & R_a+R_b & \frac{1}{2}(R_{10}-R_a-R_b) \\ R_a-R_b & R_{20} & -\frac{1}{2}(R_{20}-R_a+R_b) \\ \frac{1}{2}(R_{10}-R_a+R_b) & -\frac{1}{2}(R_{20}-R_a-R_b) & Z_{33} \end{Vmatrix} \quad (3.11)$$

în care: $Z_{33} = \frac{1}{2}(R_{10}-R_a) + \frac{R_{20}^2-R_a^2+R_b^2}{4R_{20}}$

Dacă pentru schema din fig.3.6 se consideră regula de asociație a sensurilor de referință ca în fig.3.2b, matricea admitanță are următoarea expresie

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y_1+Y_2 & -Y_1 & -(Y_1+Y_2) \\ Y_1+Y_4 & -(Y_1+Y_2+Y_3) & -(Y_1+Y_2) \\ Y_1+Y_2 & -(Y_1+Y_2) & -2(Y_1+Y_2) \end{Vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2}\begin{Vmatrix} 2R_{20} & -(R_{20}+R_a+R_b) & -2R_{20} \\ R_{20}+R_a-R_b & -(R_{10}+R_{20}) & -2R_{20} \\ 2R_{20} & -2R_{20} & -4R_{20} \end{Vmatrix} \quad (3.12)$$

In fig.3.7 s-a reprezentat o altă schemă echivalentă a generatorului Hall, stabilită la capitolul 2 și în care admitanțele Y_1, Y_3, Y_4, Y_5 și Y_6 sînt date de rel.(2.22).

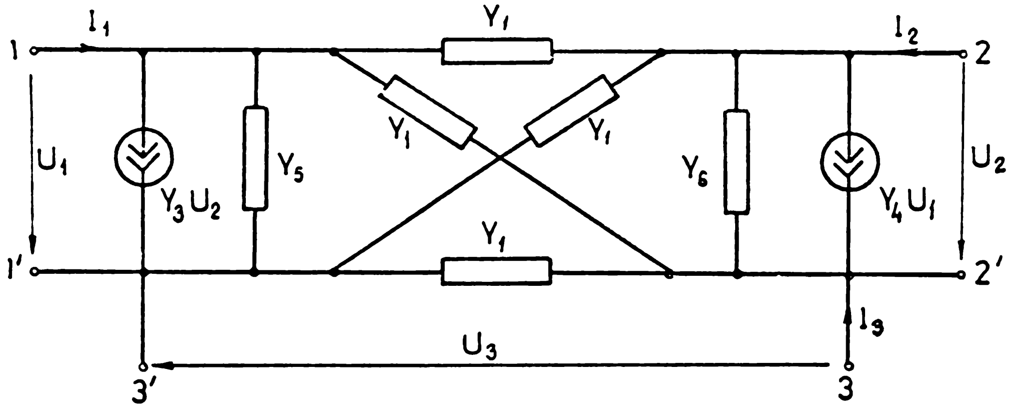


Fig.3.7 Schemă echivalentă a generatorului Hall

Matricea admitanță a generatorului Hall, considerat cuadripol general, pentru schema din fig.3.7 este

$$\|Y\| = \left\| \begin{matrix} 2Y_1+Y_5 & -Y_1+Y_3 & -2Y_1 \\ -Y_1+Y_4 & 2Y_1+Y_6 & 2Y_1 \\ -2Y_1 & 2Y_1 & 4Y_1 \end{matrix} \right\| = \qquad (3.13)$$

$$= \frac{1}{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2} \left\| \begin{matrix} R_{1o}+2R_{2o} & -(R_{1o}+R_{2o}+R_a+R_b) & -2(R_{1o}+R_{2o}) \\ -R_{1o}-R_{2o}+R_b-R_a & 2R_{1o}+R_{2o} & 2(R_{1o}+R_{2o}) \\ -2(R_{1o}+R_{2o}) & 2(R_{1o}+R_{2o}) & 4(R_{1o}+R_{2o}) \end{matrix} \right\|$$

Matricea impedanță corspunzătoare aceleiași scheme are expresia

$$\|Z\| = \left\| \begin{matrix} R_{1o} & R_a+R_b & \frac{1}{2}(R_{1o}-R_a-R_b) \\ R_a-R_b & R_{2o} & -\frac{1}{2}(R_{2o}-R_a+R_b) \\ \frac{1}{2}(R_{1o}-R_a+R_b) & -\frac{1}{2}(R_{2o}-R_a-R_b) & Z_{33} \end{matrix} \right\| \qquad (3.14)$$

în care:

$$Z_{33} = \frac{1}{4}(R_{1o}+R_{2o}-2R_a) + \frac{1}{4} \cdot \frac{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2}{R_{1o}+R_{2o}}$$

Dacă ne referim la una din schemele echivalente ale generatorului Hall corespunzătoare matricei impedanţă stabilită în capitolul 2, de exemplu cea din fig.2.1 şi care mai poate fi reprezentată şi ca în fig.3.8, pentru matricea impedanţă a generatorului Hall considerat cuadripol general se găseşte următoarea formă

$$\|Z\| = \begin{Vmatrix} R_{1o} & R_a+R_b & \frac{1}{2}(R_{1o}-R_a-R_b) \\ R_a-R_b & R_{2o} & -\frac{1}{2}(R_{2o}-R_a-R_b) \\ \frac{1}{2}(R_{1o}-R_a-R_b) & -\frac{1}{2}(R_{2o}-R_a-R_b) & \frac{1}{2}(R_{1o}+R_{2o}-2R_a-2R_b) \end{Vmatrix} \qquad (3.15)$$

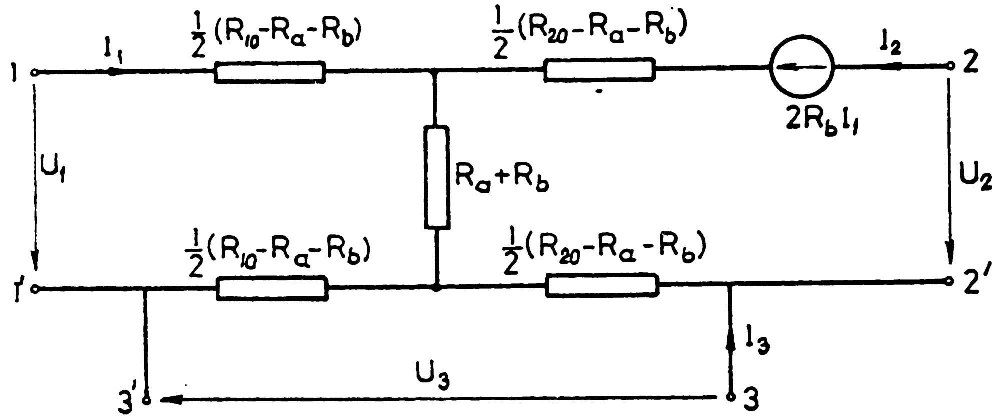


Fig.3.8 Schema echivalentă a generatorului Hall

Se constată faptul că valorile elementelor matricelor admitanţă ale schemelor prezentate sînt diferite deoarece valorile parametrilor Z care se referă la perechea de borne 3-3' şi anume: Z_{13}, Z_{23}, Z_{31}, Z_{32}, Z_{33} depind de schema echivalentă care s-a considerat pentru generatorul Hall (rel.3.11), (3.14 şi 3.15). Aceşti parametri calculaţi, pentru o anumită schemă echivalentă a generatorului Hall, nu au semnificaţia unor impedanţe respectiv admitanţe de transfer ale generatorului Hall faţă de bornele 3-3', la care se conectează alte elemente de circuit din schema mai complexă în care funcţionează acesta, ceea ce este evident întru cît schemele echivalente respective au fost stabilite în cadrul teoriei cuadripolului diport (cap.2), ci sînt numai elementele matricei impedanţă, respectiv admitanţă, corespunzătoare unei anumite scheme echivalente a generatorului Hall.

Introducerea în studiu a acestor matrice, ale căror elemente au semnificaţia precizată mai sus, este justificată în situaţiile particulare în care deşi generatorul Hall reprezintă un cuadripol general, schema echivalentă care s-a adoptat pentru acesta împreună cu elementele de circuit care se conectează la bornele 3-3' îndeplinesc condiţiile de interconectare ale cuadripolilor diporţi(punctul 3.5)

3.3. <u>Ecuaţiile giratorului Hall dreptunghiular cu electrozii Hall situaţi simetric faţă de electrozii de comandă, în cadrul teoriei cuadripolului general</u>.

Deoarece în practică multe plăci Hall au formă dreptunghiulară şi cu electrozii Hall aşezaţi simetric faţă de electrozii de comandă, pentru a se obţine tensiune Hall cît mai mare, prezintă interes determinarea ecuaţiilor cuadripolare în cadrul teoriei cuadripolului general, întrucît pentru acest caz ecuaţiile cuadripolare necesită determinarea a numai patru parametri.

Avînd în vedere că la un cuadripol general curenţii prin borne sînt diferiţi, ecuaţiile cuadripolare pentru placa Hall reprezentată în fig.3.9 sînt

$$V_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 + Z_{13}i_{1'}$$

$$V_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 + Z_{23}i_{1'} \qquad (3.16)$$

$$V_{1'} = Z_{31}i_1 + Z_{32}i_2 + Z_{33}i_{1'}$$

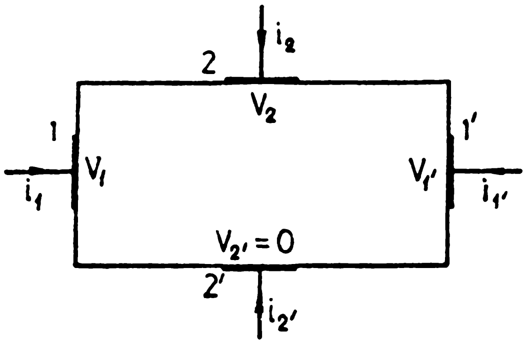


Fig.3.9 Giratorul Hall dreptunghiular

Cei patru parametri folosiţi pentru descrierea comportării plăcii Hall din fig.3.9 sînt următorii:

R_{1o} - rezistenţa între electrozii 1 şi 1', electrozii 2 şi 2' fiind în gol.

R_{2o} - rezistenţa între electrozii 2 şi 2' ,electrozii 1 şi 1' fiind în gol.

R_{3o} - rezistenţa între doi electrozi alăturaţi, ceilalţi electrozi fiind în gol.

R_{21} - Rezistenţa de transfer de la electrozii 2-2' la electrozii 1-1', ultimii fiind în gol(rezistenţa de transfer de la 1 - 1' la electrozii 2-2' care sînt în gol, pentru sensurile curenţilor considerate în fig.3.9 este $R_{12} = -R_{21}$)

Semnificaţia fizică a celor nouă parametri Z din ecuaţiile (3.16) este următoarea

$$Z_{11} = \left(\frac{V_1}{i_1}\right)_{i_2=i_{1'}=0} = \frac{V_1-V_{2'}}{i_1} = R_{3o}$$

$$Z_{21} = \left(\frac{V_2}{i_1}\right)_{i_2=i_{1'}=0} = \frac{V_2-V_{2'}}{i_1} = \frac{R_{2o}+R_{12}}{2}$$

$$Z_{31} = \left(\frac{V_{1'}}{i_1}\right)_{i_2=i_{1'}=0} = \frac{V_{1'}-V_1}{i_1} + \frac{V_1-V_{2'}}{i_1} = -\left(\frac{R_{1o}+R_{21}}{2}\right) + R_{3o}$$

$$Z_{12} = \left(\frac{V_1}{i_2}\right)_{i_1=i_{1'}=0} = \frac{R_{2o}+R_{21}}{2} \qquad (3.17)$$

$$Z_{22} = \left(\frac{V_2}{i_2}\right)_{i_1=i_{1'}=0} = R_{20}$$

$$Z_{32} = \left(\frac{V_{1'}}{i_2}\right)_{i_1=i_{1'}=0} = \frac{V_{1'}-V_1}{i_2} + \frac{V_1-V_{2'}}{i_2} = -R_{21} + \frac{R_{20}+R_{21}}{2} = \frac{R_{20}-R_{21}}{2}$$

$$Z_{13} = \left(\frac{V_1}{i_{1'}}\right)_{i_1=i_2=0} = \frac{V_1-V_{1'}}{i_{1'}} + \frac{V_{1'}-V_{2'}}{i_{1'}} = -\frac{R_{10}}{2} + \frac{R_{21}}{2} + R_{30}$$

$$Z_{23} = \left(\frac{V_2}{i_{1'}}\right)_{i_1=i_2=0} = \frac{R_{20}-R_{12}}{2}$$

$$Z_{33} = \left(\frac{V_{1'}}{i_{1'}}\right)_{i_1=i_2=0} = R_{30}$$

Dacă în ecuaţiile (3.16) se trece de la potenţialele electrice la cele trei tensiuni considerate pentru cuadripolul general (fig.3.2) şi anume: $U_1 = V_1 - V_{1'}$; $U_2 = V_2 - V_{2'}$ şi $U_3 = V_{2'} - V_{1'}$ se obţine:

$$\begin{aligned}
U_1 &= \frac{1}{2}(R_{10}+R_{21})i_1 + R_{21}i_2 + \frac{1}{2}(R_{21}-R_{10})i_{1'} \\
U_2 &= \frac{1}{2}(R_{20}+R_{12})i_1 + R_{20}i_2 + \frac{1}{2}(R_{20}-R_{12})i_{1'} \qquad (3.18) \\
U_3 &= \left(\frac{R_{10}+R_{21}}{2} - R_{30}\right)i_1 + \frac{1}{2}(R_{21}-R_{20})i_2 - R_{30}i_{1'}
\end{aligned}$$

Particularizînd relaţiile (3.18) pentru giratorul Hall considerat cuadripol diport la care $i_{1'} = i_1$ se obţin ecuaţiile cunoscute şi anume

$$U_1 = R_{10}i_1 + R_{21}i_2$$

$$U_2 = -R_{21}i_1 + R_{20}i_2$$

$$\|Y\| = \frac{1}{|Z|}\begin{Vmatrix} R_{20}R_{30} + \frac{1}{4}(R_{21}^2 - R_{20}^2) & \frac{1}{4}(R_{10}-R_{21})(R_{21}-R_{20}) - R_{21}R_{30} & -\frac{1}{2}(R_{10}R_{20}+R_{21}^2) \\ R_{21}R_{30} - \frac{1}{4}(R_{10}+R_{21})(R_{20}+R_{21}) & R_{10}R_{30} - \frac{1}{4}(R_{10}^2 - R_{21}^2) & \frac{1}{2}(R_{10}R_{20}+R_{21}^2) \\ -\frac{1}{2}(R_{10}R_{20}+R_{21}^2) & \frac{1}{2}(R_{10}R_{20}+R_{21}^2) & R_{10}R_{20}+R_{21}^2 \end{Vmatrix} \quad (3.20)$$

Dacă ne referim la sistemul de curenţi independenţi ai cuadripolului general i_1, i_2 şi $i_3 = -i_1 - i_1$, precum şi la sensurile de referinţă pentru tensiuni şi curenţi adoptate în fig.3.2a pentru matricea impedanţă a giratorului Hall considerat cuadripol general rezultă expresia

$$\|Z\| = \left\| \begin{matrix} R_{10} & R_{21} & \frac{1}{2}(R_{10}-R_{21}) \\ -R_{21} & R_{20} & -\frac{1}{2}(R_{20}+R_{21}) \\ \frac{1}{2}(R_{10}+R_{21}) & \frac{1}{2}(R_{21}-R_{20}) & R_{30} \end{matrix} \right\| \quad (3.19)$$

Pentru matricea admitanţă se obţine expresia (3.2o) în care

$$|Z| = (R_{10}R_{20} + R_{21}^2)(R_{30} - \frac{R_{10}+R_{20}}{4}) \quad (3.21)$$

O schemă echivalentă a giratorului Hall avînd electrozii Hall simetric aşezaţi faţă de electrozii de comandă poate fi cea din fig.3.7 în care

$$Y_1 = \frac{1}{4}(R_{10}R_{20}+R_{21}^2)$$

$$Y_3 = \frac{1}{4} R_{21}(R_{10}+R_{20}) - R_{21}R_{30}$$

$$Y_4 = R_{21}R_{30} - \frac{1}{4}(R_{10}+R_{20})R_{21} \quad (3.22)$$

$$Y_5 = R_{20}R_{30} - \frac{1}{4}(R_{21}^2+R_{20}^2) - \frac{1}{2}R_{10}R_{20}$$

$$Y_6 = R_{10}R_{30} - \frac{1}{4}(R_{21}^2+R_{10}^2) - \frac{1}{2}R_{10}R_{20}$$

3.4. Condiţia de unidirecţionalitate în cadrul teoriei cuadripolului general.

In cele ce urmează se determină condiţia pe care trebuie să o îndeplinească parametrii unui circuit cuadripolar în cadrul teoriei cuadripolului general, pentru ca acesta să permită transferul energiei electrice numai într-un singur sens. Se folosesc ecuaţiile cuadripolului general (fig.3.2a)în funcţie de parametrii Y şi anume

$$I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 + Y_{13}U_3 \qquad (3.23)$$

$$I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 + Y_{23}U_3 \qquad (3.24)$$

$$I_3 = Y_{31}U_1 + Y_{32}U_2 + Y_{33}U_3 \qquad (3.25)$$

Ne propunem să determinăm relaţia pe care trebuie să o îndeplinească parametrii Y ai cuadripolului general, alcătuit dintr-un element de circuit nereciproc şi elemente de circuit suplimentare corespunzător conectate, pentru ca transferul de putere să aibă loc numai de la bornele de intrare 1-1' la bornele de ieşire 2-2'. Aceasta presupune că tensiunea la bornele de intrare U_1 şi curentul I_1 să nu fie influenţate de variaţiile curentului I_2, deci să fie independente de impedanţa receptorului.Altfel spus, admitanţa de intrare trebuie să fie aceeaşi indiferent de regimul de funcţionare la bornele 2-2'.Pe de altă parte curentul prin bornele 3-3' trebuie să fie nul.Aceste condiţii se scriu astfel

$$Y_{1k} = Y_{1o} \qquad (3.26)$$

$$I_3 = o \qquad (3.27)$$

în care :

Y_{1k} = admitanţa de intrare pentru regimul de scurtcircuit la bornele 2-2'

$\bar{Y}_{1o}$ - admitanţa de intrare pentru mersul în gol la bornele 2-2'

Din relaţia (3.23) se obţine

$$Y_{1k} = \left(\frac{I_1}{U_1}\right)_{U_2=0} = Y_{11}+Y_{13}\left(\frac{U_3}{U_1}\right)_{U_2=0}$$

Din relaţia (3.25) rezultă

$$\left(\frac{U_3}{U_1}\right)_{U_2=0} = - \frac{Y_{31}}{Y_{33}}$$

Se obţine deci pentru admitanţa de intrare la scurtcircuit expresia

$$Y_{1k} = Y_{11} - Y_{13}\frac{Y_{31}}{Y_{33}} \tag{3.28}$$

Admitanţa de intrare la mersul în gol este

$$Y_{1o}= \left(\frac{I_1}{U_1}\right)_{I_2=0} = \frac{1}{U_1}\left[Y_{11}U_1 - Y_{12}\frac{Y_{21}U_1+Y_{23}U_3}{Y_{22}} + Y_{13}U_3\right] =$$

$$= Y_{11} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{Y_{22}} - \frac{Y_{12}Y_{23}}{Y_{22}}\left(\frac{U_3}{U_1}\right)_{I_2=0} + Y_{13}\left(\frac{U_3}{U_1}\right)_{I_2=0}$$

Valoarea raportului $\left(\frac{U_3}{U_1}\right)_{I_2=0}$ se obţine din rel.(3.25) şi (3.27) în felul următor

$$Y_{31}U_1 - Y_{32}\frac{Y_{21}U_1+Y_{23}U_3}{Y_{22}} + Y_{33}U_3 = 0$$

$$\left(\frac{U_3}{U_1}\right)_{I_2=0} = \frac{Y_{32}Y_{21}-Y_{31}Y_{22}}{Y_{22}Y_{33}-Y_{23}Y_{32}}$$

Pentru admitanţa de intrare la mersul în gol rezultă deci expresia

$$Y_{1o} = Y_{11} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{Y_{22}} + \frac{Y_{21}Y_{32}-Y_{22}Y_{31}}{Y_{22}Y_{33}-Y_{23}Y_{32}} \left(Y_{13} - \frac{Y_{12}Y_{23}}{Y_{22}}\right) \qquad (3.29)$$

Din relaţiile (3.26), (3.28) şi (3.29) se obţine relaţia pe care trebuie să o îndeplinească parametrii Y pentruca un circuit cuadripolar să devină unidirecţional şi anume

$$Y_{22}(Y_{13}Y_{32}- Y_{12}Y_{33})(Y_{23}Y_{31}-Y_{21}Y_{33}) = o \qquad (3.3o)$$

Relaţia (3.3o) presupune că la un circuit unidirecţional este satisfăcută una din următoarele condiţii

$$Y_{13}Y_{32} - Y_{12}Y_{33} = o \qquad (3.31)$$

pentru

$$Y_{23}Y_{31} - Y_{21}Y_{33} \neq o \quad \text{şi} \quad Y_{22} \neq o$$

sau

$$Y_{23}Y_{31} - Y_{21}Y_{33} = o \qquad (3.32)$$

pentru

$$Y_{13}Y_{32} - Y_{12}Y_{33} \neq o \quad \text{şi} \quad Y_{22} \neq o$$

3.5. Scheme unidirecţionale cu generator Hall.

3.5.1. Scheme unidirecţionale obţinute prin conectarea unor rezistenţe neegale în paralel cu generatorul Hall.

Aşa cum s-a menţionat (punctul 3.1), generatorul Hall avînd orice configuraţie pentru placa semiconductoare şi pentru cei patru electrozi permite să se realizeze scheme unidirecţionale, dacă în paralel cu acesta se conectează rezistenţele r' şi r", longitudinal sau în X, ca în fig.3.1oa şi b.

In continuare se determină relaţiile de legătură ce trebuie să existe între rezistenţele r' şi r" pentruca schema să devină unidirecţională, rezolvarea problemei nefiind posibilă decît în cadrul teoriei cuadripolului general.

Astfel generatorul Hall considerat cuadripol general şi reprezentat prin schema din fig.3.4 este în paralel cu cîte unul din

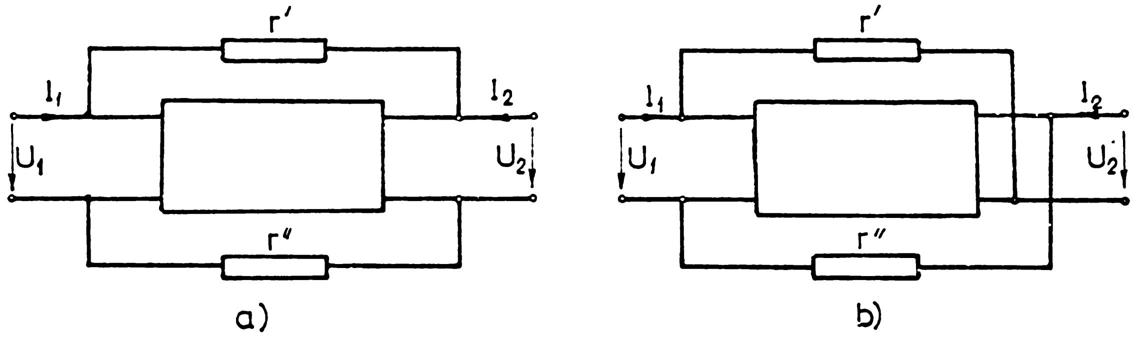


Fig.3.1o Scheme unidirecţionale
a) - prin conectarea rezistenţelor r',r"longitudinal în paralel cu generatorul Hall
b) - prin conectarea rezistenţelor r',r" în X în paralel cu generatorul Hall.

cuadripolii generali reprezentaţi în fig.3.11a sau 3.11b.

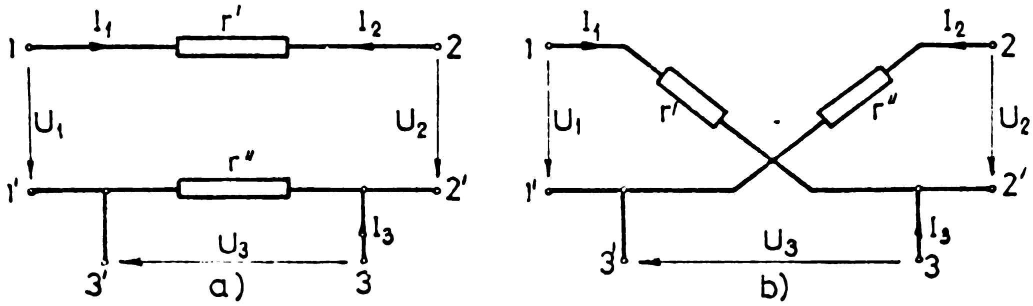


Fig.3.11 Cuadripolii generali care conectaţi în paralel cu generatorul Hall realizează scheme unidirecţionale.

Pentru cuadripolul din fig.3.11a la care s-a notat:

$Y' = \frac{1}{r'}$ şi $Y'' = \frac{1}{r''}$ matricea admitanţă este

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y' & -Y' & -Y' \\ -Y' & Y' & Y' \\ -Y' & Y' & Y'+Y'' \end{Vmatrix} \tag{3.33}$$

iar pentru cuadripolul din fig.3.11b se obţine pentru matricea admitanţă expresia

$$\|Y\| = \begin{Vmatrix} Y' & o & -Y' \\ o & Y'' & Y'' \\ -Y' & Y'' & Y'+Y'' \end{Vmatrix} \tag{3.34}$$

Matricea admitanţă echivalentă Y_e a schemei din fig.3.1oa se obţine din însumarea matricei admitanţă a generatorului Hall (rel.3.4) cu matricea dată de relaţia (3.33). Rezultă :

$$\|Y_e\| = \begin{Vmatrix} Y_{11}+Y' & Y_{12}-Y' & Y_{13}-Y' \\ Y_{21}-Y' & Y_{22}+Y' & Y_{23}+Y' \\ Y_{31}-Y' & Y_{32}+Y' & Y_{33}+Y'+Y'' \end{Vmatrix} \qquad (3.35)$$

Relaţia între admitanţele Y' şi Y'' pentru care schema din fig.3.1oa devine unidirecţională se obţine din condiţia(3.31)aplicată matricei admitanţei echivalente (3.35) şi este următoarea

$$Y'Y''+(Y_{13}-Y_{32}-Y_{12}+Y_{33})Y' - Y_{12}Y'' = Y_{12}Y_{33}- Y_{13}Y_{32} \qquad (3.36)$$

Se menţionează faptul că poziţia rezistenţelor r' şi r'' faţă de perechea de borne 3-3' este precizată prin fig.3.1oa.

In cazul giratorului dreptunghiular cu electrozii Hall aşezaţi simetric faţă de electrozii de comandă, deoarece elementele matricei admitanţă (3.2o) satisfac relaţia : $Y_{13}=-Y_{32} = -\dfrac{Y_{33}}{2}$ condiţia (3.36) pe care trebuie să o îndeplinească admitanţele Y' şi Y'' obţine forma

$$Y'Y'' - Y_{12}(Y'+Y'') = Y_{12}Y_{33}- Y_{13}Y_{32} \qquad (3.37)$$

In acest caz datorită simetriei este indiferentă aşezarea rezistenţelor r' şi r'' faţă de bornele 3-3', rezultat obţinut şi prin rel.(3.37).

Dacă ne referim la schema din fig.3.1ob, matricea admitanţă echivalentă corespunzătoare este

$$\|Y_e\| = \begin{Vmatrix} Y_{11}+Y' & Y_{12} & Y_{13}-Y' \\ Y_{21} & Y_{22}+Y'' & Y_{23}+Y'' \\ Y_{31}-Y' & Y_{32}+Y'' & Y_{33}+Y'+Y'' \end{Vmatrix} \qquad (3.38)$$

Aplicînd condiţia de unidirecţionalitate (3.31) matricei (3.38) se obţine următoarea relaţie între admitanţele Y' şi Y".

$$Y'Y'' + (Y_{12}+Y_{32})Y' + (Y_{12}-Y_{13})Y'' = Y_{13}Y_{32} - Y_{12}Y_{33} \quad (3.39)$$

Pentru cazul particular al giratorului dreptunghiular cu electrozii Hall simetric aşezaţi faţă de electrozii de comandă relaţia (3.39) devine:

$$Y'Y'' + (Y_{12}+Y_{32})\,(Y'+Y'') = Y_{13}Y_{32} - Y_{12}Y_{33} \quad (3.40)$$

3.5.2. <u>Scheme unidirecţionale obţinute prin conectarea unor rezistenţe egale în paralel cu generatorul Hall.</u>

Stabilirea relaţiilor de legătură între admitanţele Y' şi Y", care conectate în paralel cu generatorul Hall realizează scheme unidirecţionale, presupune cunoaşterea celor nouă parametri cuadripolari ai generatorului Hall, considerat cuadripol general. Dacă cele două admitanţe sînt egale (Y'=Y"=Y) nu este avantajos rezultatul obţinut prin particularizarea relaţiilor(3.36) sau (3.39), deoarece se arată în cele ce urmează că în acest caz valorile rezistenţelor r' = r" = r se pot obţine cunoscînd numai cei patru parametri cuadripolari ai generatorului Hall, considerat cuadripol diport.

Intr-adevăr, în această situaţie considerînd pentru generatorul Hall o schemă echivalentă în punte simetrică, de exemplu schema din fig.3.6 , prin conectarea acesteia în paralel cu rezistenţele suplimentare egale se îndeplineşte condiţia de interconectare în paralel a cuadripolilor diporţi şi anume, prin aplicarea unei tensiuni la bornele de intrare ale celor doi cuadripoli conectaţi în paralel, între bornele de ieşire ale cuadripolilor componenţi nu rezultă tensiune, în situaţia în care bornele de ieşire ale fiecărui cuadripol sînt în scurtcircuit(fig.3.12).

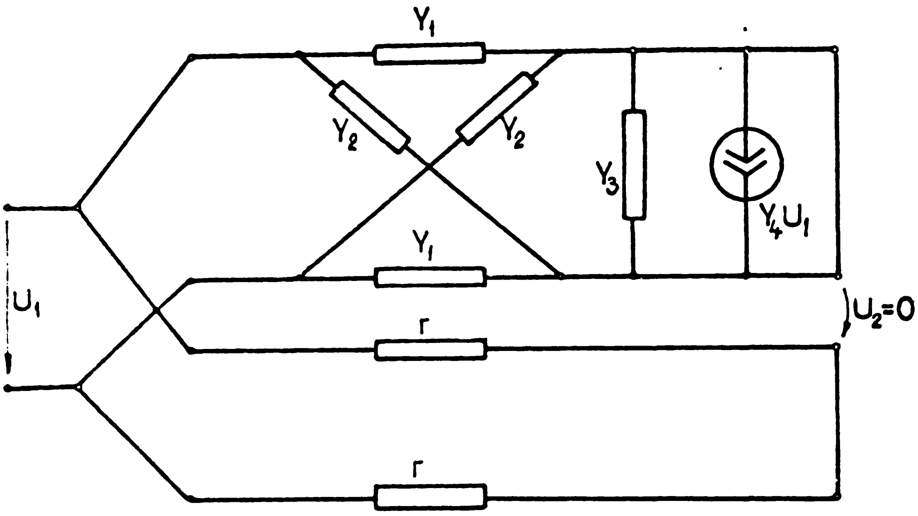


Fig.3.12 Condiţia de interconectare în paralel a doi cuadripoli diporţi

α. Cu toate că generatorul Hall reprezintă un cuadripol general atunci cînd se conectează în paralel cu acesta cele două rezistenţe longitudinale r pentru a obţine o schemă unidirecţională (fig.3.13), dacă se consideră pentru acesta o schemă echivalentă în punte simetrică (fig.3.6), în conformitate cu cele menţionate anterior, valorile rezistenţelor egale r se pot exprima numai în funcţie de cei patru parametri ai generatorului Hall considerat cuadripol diport.

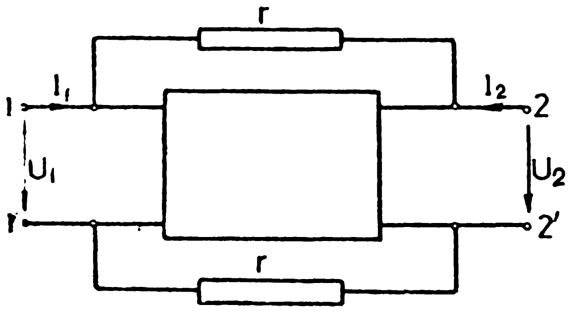


Fig.3.13 Schemă unidirecţională

Matricea admitanţă echivalentă $\|Y_e\|$ a schemei din fig.3.13 se obţine din însumarea matricei admitanţă a generatorului Hall reprezentat prin schema din fig.3.6 (rel.3.9) cu matricea (3.33) particularizată pentru acest caz, în care s-a notat: $Y = \frac{1}{r}$.

$$\|Y_e\| = \begin{Vmatrix} Y_1+Y_2+Y & -Y_1-Y & -(Y_1+Y_2+Y) \\ Y_4-Y_1-Y & Y_1+Y_2+Y_3+Y & Y_1+Y_2+Y \\ -(Y_1+Y_2+Y) & Y_1+Y_2+Y & 2(Y_1+Y_2+Y) \end{Vmatrix} \qquad (3.41)$$

Admitanţele care intervin în matricea (3.41), ţinînd seama de sensurile pozitive de referinţă adoptate, au următoarele valori

$$Y_1 = \frac{R_{2o}+R_a-R_b}{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2} \quad ; \quad Y_2 = \frac{R_{2o}-R_a+R_b}{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2}$$

$$Y_3 = \frac{R_{1o}-R_{2o}}{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2} \quad ; \quad Y_4 = -\frac{2R_b}{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2} \tag{3.42}$$

Aplicînd condiţia de unidirecţionalitate (3.31) matricei (3.41) se obţine pentru admitanţele respectiv rezistenţele longitudinale r expresiile următoare

$$Y = Y_2 - Y_1 \tag{3.43}$$

$$r = \frac{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2}{2(R_b - R_a)} \tag{3.44}$$

Dacă generatorul Hall nu are tensiune de zero: $R_a = o$ şi $R_b = S_oB$, S_o fiind sensibilitatea în gol a generatorului Hall, rel.(3.44) devine

$$r = \frac{R_{1o}R_{2o}+(S_oB)^2}{2(S_oB)} \tag{3.45}$$

Dacă placa Hall este simetrică ($R_{1o}= R_{2o}$) se obţine relaţia cunoscută

$$r = \frac{R_{1o}^2+(S_oB)^2}{2(S_oB)} \tag{3.46}$$

In literatură nu se fac referiri la cazul mai general cînd există tensiune de zero(rel.3.44).

Se precizează faptul că rezultatul stabilit prin rel(3.44) se obţine numai cu scheme echivalente ale generatorului Hall care respectă condiţiile de interconectare în paralel ale cuadripolilor diporţi(de ex.schema din fig.3.7)

Matricea admitanţă a schemei unidirecţionale din fig. 3.13 este

$$\|Y_e\| = \begin{Vmatrix} 2Y_2 & -Y_2 & -2Y_2 \\ Y_4-Y_2 & 2Y_2+Y_3 & 2Y_2 \\ -2Y_2 & 2Y_2 & 4Y_2 \end{Vmatrix} \qquad (3.47)$$

Matricele admitanţă şi impedanţă ale schemei unidirecţionale din fig.(3.13), considerată ca un cuadripol diport (I_3=o) au următoarele expresii

$$\|Y_e\| = \begin{Vmatrix} \dfrac{R_{2o}+R_b-R_a}{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2} & o \\ -\dfrac{2R_b}{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2} & \dfrac{R_{1o}+R_b-R_a}{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2} \end{Vmatrix} \qquad (3.48)$$

$$\|Z_e\| = \begin{Vmatrix} \dfrac{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2}{R_{2o}+R_b-R_a} & o \\ \dfrac{2R_b(R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2)}{(R_{1o}+R_b-R_a)(R_{2o}+R_b-R_a)} & \dfrac{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2}{R_{1o}+R_b-R_a} \end{Vmatrix} \qquad (3.49)$$

Se observă din matricele (3.48) şi (3.49) că impedanţele de intrare la mersul în gol şi la mersul în scurtcircuit sînt egale. Deoarece în matricele (3.48) şi (3.49) admitanţa de transfer în scurtcircuit Y_{12} şi impedanta de transfer în gol Z_{12} sînt nule, schema din fig.3.13 este unidirecţională, avînd următoarea comportare: dacă se alimentează circuitul la bornele 1-1' nu are loc transfer de energie în sens invers, adică mărimile de intrare nu depind de mărimile de ieşire.

Desigur că dacă alimentarea schemei se face la bornele

2-2', comportarea schemei este asemănătoare față de aceste borne de intrare.

Expresiile constantelor de atenuare ale schemei unidirecționale se scriu ținînd seama de relațiile date în teoria cuadripolului electric [138] și de semnele parametrilor Y la sensurile pozitive de referință pentru tensiuni și curenți considerate. Constantele de atenuare în sens direct g_{1c} și în sens invers g_{2c} sînt

$$g_{1c} = \ln \frac{2\sqrt{Y_{11}Y_{22}}}{-Y_{21}} = \ln \frac{\sqrt{(R_{1o}+R_b-R_a)(R_{2o}+R_b-R_a)}}{R_b} \qquad (3.50)$$

$$g_{2c} = \ln \frac{2\sqrt{Y_{11}Y_{22}}}{-Y_{12}} = \infty \qquad (3.51)$$

β. Dacă cele două rezistențe r se conectează în X în paralel la placa Hall (fig.3.14), matricea echivalentă a ansamblului format din placa Hall în paralel cu circuitul cuadripolar din fig.3.11b în care r'=r"=r are expresia (3.52), dacă se notează:

$$Y = \frac{1}{r}$$

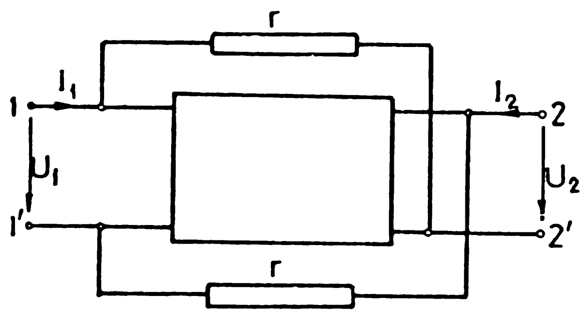


Fig.3.14 Schemă unidirecțională

$$\|Y_e\| = \begin{Vmatrix} Y_1+Y_2+Y & -Y_1 & -(Y_1+Y_2+Y) \\ Y_4-Y_1 & Y_1+Y_2+Y_3+Y & Y_1+Y_2+Y \\ -(Y_1+Y_2+Y) & Y_1+Y_2+Y & 2(Y_1+Y_2+Y) \end{Vmatrix} \qquad (3.52)$$

Ținînd seama de sensurile pozitive de referință considerate, admitanțele care intervin în matricea (3.52) au valorile următoare

$$Y_1 = \frac{R_{20}+R_a+R_b}{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2} \quad ; \quad Y_2 = \frac{R_{20}-R_a-R_b}{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2}$$

$$Y_3 = \frac{R_{10}-R_{20}}{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2} \quad ; \quad Y_4 = \frac{2R_b}{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2} \tag{3.53}$$

Schema din fig.3.14 devine unidirecţională pentru acea valoare a admitanţei Y, care se obţine din aplicarea condiţiei de unidirecţionalitate (3.31)matricei (3.52). Rezultă

$$Y = Y_1 - Y_2 \tag{3.54}$$

$$r = \frac{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2}{2(R_a+R_b)} \tag{3.55}$$

Dacă placa Hall nu are tensiune de zero, valoarea rezistenţei r devine

$$r = \frac{R_{10}R_{20}+(S_oB)^2}{2(S_oB)} \tag{3.56}$$

Matricea admitanţă a schemei unidirecţionale din fig.3.14 este deci

$$\|Y_e\| = \begin{Vmatrix} 2Y_1 & -Y_1 & -2Y_1 \\ Y_4-Y_1 & 2Y_1+Y_3 & 2Y_1 \\ -2Y_1 & 2Y_1 & 4Y_1 \end{Vmatrix} \tag{3.57}$$

Pentru schema unidirecţională din fig.3.14, considerată cuadripol diport, matricele admitanţă şi impedanţă sînt următoarele

$$\|Y_e\| = \begin{Vmatrix} \dfrac{R_{20}+R_a+R_b}{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2} & 0 \\ \dfrac{2R_b}{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2} & \dfrac{R_{10}+R_a+R_b}{R_{10}R_{20}-R_a^2+R_b^2} \end{Vmatrix} \tag{3.58}$$

$$\|Z_e\| = \left\| \begin{matrix} \dfrac{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2}{R_{2o}+R_a+R_b} & 0 \\ \\ -\dfrac{2R_b(R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2)}{(R_{1o}+R_a+R_b)(R_{2o}+R_a+R_b)} & \dfrac{R_{1o}R_{2o}-R_a^2+R_b^2}{R_{1o}+R_a+R_b} \end{matrix} \right\| \qquad (3.59)$$

Intr-adevăr, comportarea acestei scheme este asemănătoare cu cea din fig.3.13, parametrii sînt însă diferiţi şi determinaţi prin matricele (3.58) şi (3.59).

Pentru constantele de atenuare se utilizează relaţiile deduse în teoria cuadripolului [138] scrise însă corespunzător, avînd în vedere sensurile de referinţă pentru tensiuni şi curenţi adoptate, precum şi semnele parametrilor Y care rezultă din semnificaţia lor fizică.

Constantele de atenuare în sens direct g_{1c} şi în sens invers g_{2c} sînt

$$g_{1c} = \ln \frac{2\sqrt{Y_{11}Y_{22}}}{Y_{21}} = \ln \frac{\sqrt{(R_{1o}+R_a+R_b)(R_{2o}+R_a+R_b)}}{R_b} \qquad (3.60)$$

$$g_{2c} = \ln \frac{2\sqrt{Y_{11}Y_{22}}}{Y_{12}} = \infty \qquad (3.61)$$

3.5.3. <u>Circuit unidirecţional realizat dintr-o placă Hall avînd electrozii Hall corespunzător deplasaţi.</u>

α. Dacă electrozii Hall sînt astfel aşezaţi pe suprafaţa laterală a plăcii Hall încît la o anumită inducţie magnetică tensiunea de zero să fie egală cu tensiunea Hall, atunci: $R_a(+B) = R_b(+B)$, iar din rel.(3.44) rezultă: $r = \infty$

Plecînd de la rel.(3.10) matricea admitanţă în acest caz obţine forma

$$\|Y(+B)\| = \frac{1}{R_{10}R_{20}} \begin{Vmatrix} 2R_{20} & -(R_{20}+2R_a) & -2R_{20} \\ -R_{20} & R_{10}+R_{20} & 2R_{20} \\ -2R_{20} & 2R_{20} & 4R_{20} \end{Vmatrix} \qquad (3.62)$$

Se remarcă faptul că elementele matricei (3.62) satisfac condiţia de unidirecţionalitate (3.32).

Matricele admitanţă şi impedanţă ale plăcii Hall considerată ca un cuadripol diport sînt

$$\|Y(+B)\| = \begin{Vmatrix} \dfrac{1}{R_{10}} & -\dfrac{2R_a}{R_{10}R_{20}} \\ 0 & \dfrac{1}{R_{20}} \end{Vmatrix} \qquad (3.63)$$

$$\|Z\ (+B)\| = \begin{Vmatrix} R_{10} & 2R_a \\ 0 & R_{20} \end{Vmatrix} \qquad (3.64)$$

Matricele (3.62), (3.63) şi (3.64) arată că într-adevăr în acest caz placa Hall se comportă ca un circuit unidirecţional în următorul mod: dacă se alimentează placa Hall la bornele 2-2' are loc transfer de energie la bornele 1-1', nu însă şi în sens invers. Evident însă, că datorită dispoziţiei particulare a electrozilor Hall, dacă se alimentează placa Hall la bornele 1-1', pentru acest sens al inducţiei magnetice nu se obţine tensiune la bornele de ieşire 2-2'. Această comportare simbolic se reprezintă astfel

$$2^* \longrightarrow 1 \qquad \text{şi} \qquad 1^* \not\longrightarrow 2$$

$$2^* \not\longleftarrow 1$$

Constantele de atenuare în sens direct $g_{2c}(+B)$ şi în sens invers $g_{1c}(+B)$ sînt

$$g_{2c}\,(+B) = \ln \frac{2\sqrt{Y_{11}Y_{22}}}{-Y_{12}} = \ln \frac{\sqrt{R_{1o}R_{2o}}}{R_a} \qquad (3.65)$$

$$g_{1c}(+B) = \ln \frac{2\sqrt{Y_{11}Y_{22}}}{-Y_{21}} = \infty$$

β. Considerînd că electrozii Hall sînt astfel aşezaţi încît să se realizeze egalitatea : $R_a(-B) = -R_b(-B)$, adică tensiunea Hall să compenseze tensiunea de zero a plăcii, din rel.(3.55) rezultă: $r = \infty$

Matricea admitanţă a plăcii Hall în această situaţie se obţine din matricea (3.10) şi este

$$\|Y(-B)\| = \frac{1}{R_{1o}R_{2o}} \begin{Vmatrix} 2R_{2o} & -R_{2o} & -2R_{2o} \\ -(R_{2o}+2R_a) & R_{1o}+R_{2o} & 2R_{2o} \\ -2R_{2o} & 2R_{2o} & 4R_{2o} \end{Vmatrix} \qquad (3.66)$$

In acest caz elementele matricei (3.66) satisfac condiţia de unidirecţionalitate (3.31).

Pentru matricele admitanţă şi impedanţă ale plăcii Hall considerată ca un quadripol-diport se obţin expresiile

$$\|Y(-B)\| = \begin{Vmatrix} \frac{1}{R_{1o}} & 0 \\ -\frac{2R_a}{R_{1o}R_{2o}} & \frac{1}{R_{2o}} \end{Vmatrix} \qquad (3.67)$$

$$\|Z(-B)\| = \begin{Vmatrix} R_{1o} & 0 \\ 2R_a & R_{2o} \end{Vmatrix} \qquad (3.68)$$

Rezultă că la sensul inducției magnetice pentru care componentele R_a și R_b sînt egale și de semn contrar comportarea plăcii Hall se modifică față de cazul prezentat anterior, adică transferul de putere poate să se facă numai de la bornele 1-1' la bornele 2-2', comportare care se prezintă simbolic în felul următor

$$1^* \longrightarrow 2 \qquad \text{și} \qquad 2^* \nleftarrow 1$$

$$1^* \nleftarrow 2$$

Constantele de atenuare în sens direct $g_{1c}(-B)$ și în sens invers $g_{2c}(-B)$ sînt

$$g_{1c}(-B) = \ln \frac{2\sqrt{Y_{11}Y_{22}}}{Y_{21}} = \ln \frac{\sqrt{R_{1c}R_{2c}}}{R_a} \qquad (3-69)$$

$$g_{2c}(-B) = \infty$$

3.6. Rezultate experimentale

Rezultatele experimentale efectuate au avut ca scop, pe de o parte, determinarea celor nouă parametri ai generatorului Hall care descriu comportarea acestuia ca un cuadripol general și stabilirea relațiilor pe care aceștia le îndeplinesc la cele două sensuri ale inducției magnetice, iar pe de altă parte verificarea relațiilor demonstrate la punctul 3.5 pentru rezistențele care realizează scheme unidirecționale.

3.6.1. Placă Hall din InSb de formă oarecare cu tensiune de zero.

α. Păstrînd precizările făcute la capitolul 1 referitoare la cele două sensuri ale inducției magnetice (+B) și (-B), pentru un generator Hall cu tensiune de zero avînd o geometrie oarecare atît placa semiconductoare cît și electrozii s-au determinat experimental parametrii Z pe baza relațiilor (3.3) la inducția magnetică de 1 Tesla.

Matricea $\|Z\|$ pentru cele două sensuri ale inducţiei magnatice are formele următoare:

$$\|Z\ (+B)\| = \begin{Vmatrix} 1{,}836 & 0{,}694 & 0{,}618 \\ -0{,}566 & 1{,}876 & -1{,}147 \\ 1{,}199 & -0{,}548 & 1{,}73 \end{Vmatrix} \qquad (3.70)$$

$$\|Z\ (-B)\| = \begin{Vmatrix} 1{,}836 & -0{,}566 & 1{,}199 \\ 0{,}694 & 1{,}876 & -0{,}548 \\ 0{,}618 & -1{,}147 & 1{,}73 \end{Vmatrix} \qquad (3.71)$$

Se remarcă faptul că nu numai parametrii de transfer dintre perechile de borne 1-1' şi 2-2' ci şi parametrii de transfer care se referă la bornele 3-3' satisfac relaţii de reciprocitate la schimbarea sensului inducţiei magnetice şi anume

$$\begin{aligned} R_{13}(+B) &= R_{31}(-B) \\ R_{23}(+B) &= R_{32}(-B) \\ R_{31}(+B) &= R_{13}(-B) \\ R_{32}(+B) &= R_{23}(-B) \end{aligned} \qquad (3.72)$$

Existenţa relaţiilor (3.72) permite să se afirme că şi parametrii de transfer referitori la bornele 3-3' pot fi descompuşi într-o componentă care nu depinde de sensul inducţiei magnetice şi una dependentă de acesta.

Pentru matricea $\|Y\|$ se determină cu ajutorul rel.(3.4) următoarele forme la schimbarea sensului inducţiei magnetice

$$\|Y\ (+B)\| = \begin{Vmatrix} 0{,}786 & -0{,}462 & -0{,}587 \\ -0{,}119 & 0{,}731 & 0{,}527 \\ -0{,}582 & 0{,}552 & 1{,}152 \end{Vmatrix} \qquad (3.73)$$

$$\|Y(-B)\| = \begin{Vmatrix} 0{,}786 & -0{,}119 & -0{,}582 \\ -0{,}462 & 0{,}731 & 0{,}552 \\ -0{,}587 & 0{,}527 & 1{,}152 \end{Vmatrix} \qquad (3.74)$$

Se observă că egalităţi de forma relaţiilor (3.72) sînt valabile şi pentru parametrii Y .

β. Calculul dependenţei dintre rezistenţele r' şi r" (rel.3.36), care realizează schema unidirecţională din fig. 3.10a, s-a făcut pentru sensul inducţiei magnetice (-B), întrucît acesta corespunde sensurilor de referinţă pozitive (H_{21}>o). Această dependenţă s-a reprezentat în fig.3.15.

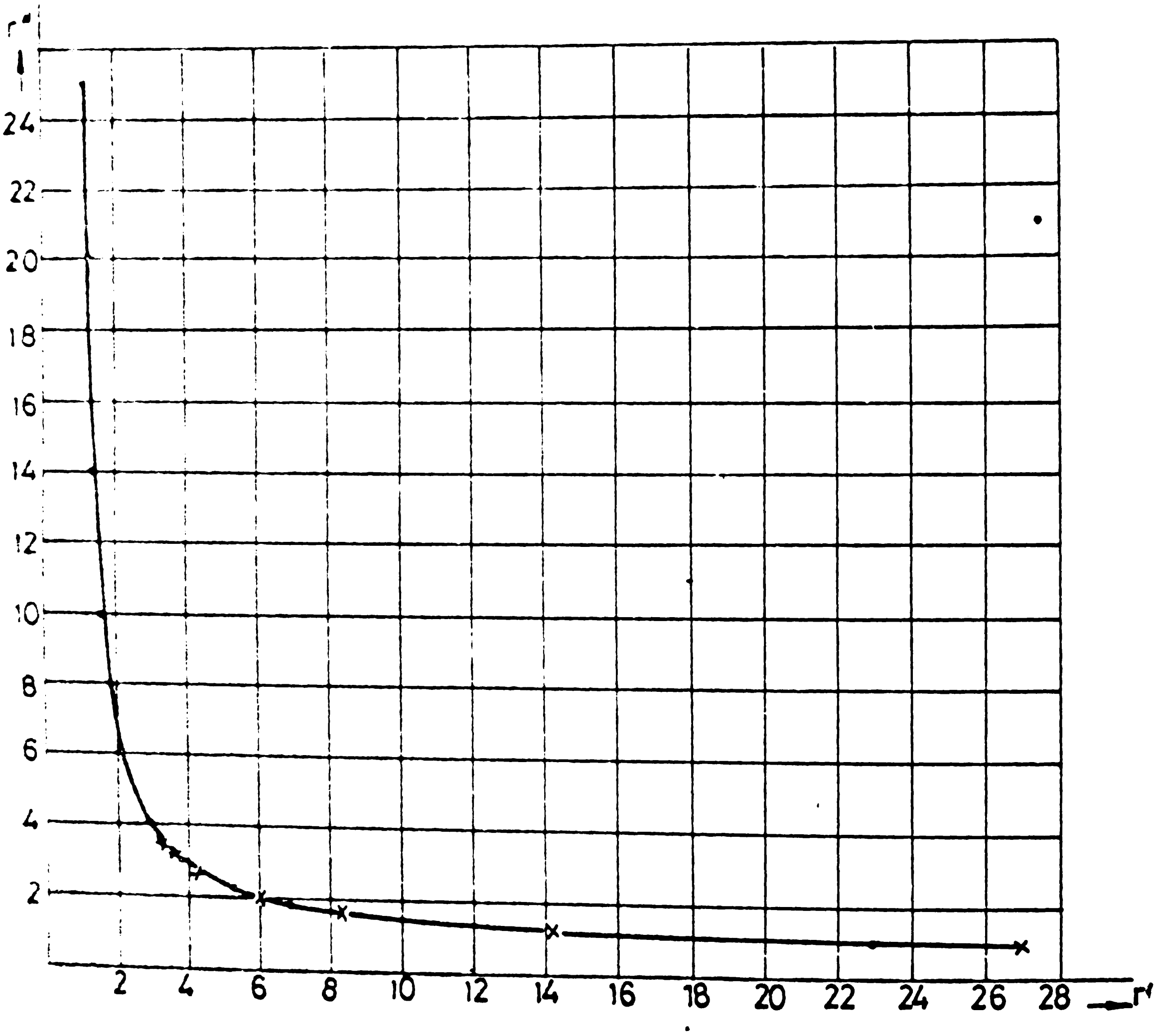


Fig.3.15 Dependenţa dintre rezistenţele r' şi r" ale schemei unidirecţionale din fig.3.10a, realizată cu o placă Hall cu tensiune de zero.

Determinarea experimentală a rezistenţelor r' şi r" pentru care schema cu generator Hall devine unidirecţională s-a făcut cu montajul reprezentat în fig.3.16.

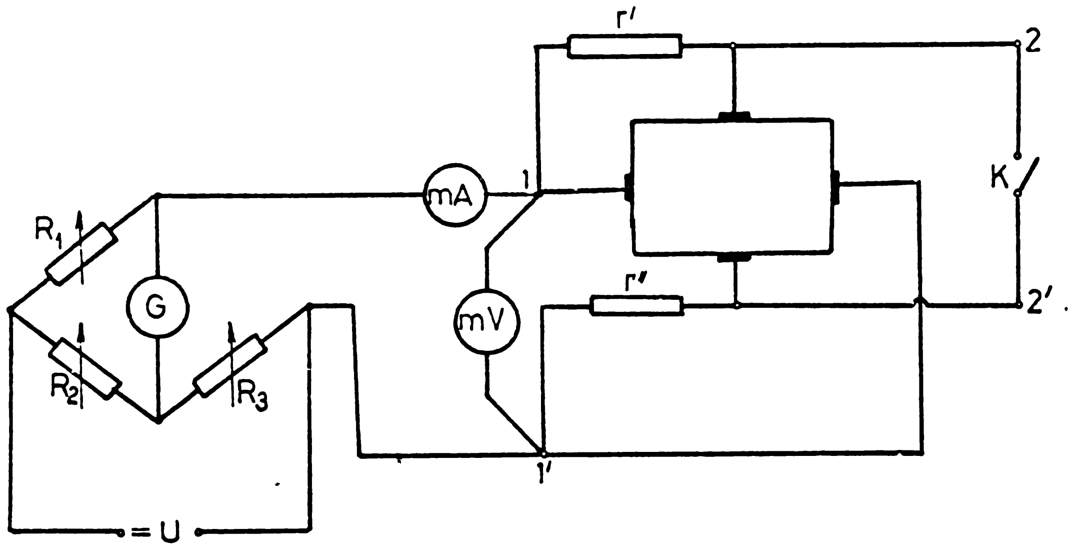


Fig.3.16 Schema electrică a montajului pentru determinarea rezistenţelor r' şi r" ale schemei unidirecţionale.

După cum se vede din fig.3.16 placa semiconductoare având conectate în paralel rezistenţele r' şi r" se alimentează cu ajutorul unui montaj în punte. Montajul în punte folosit, având mare sensibilitate(constanta galvanometrului fiind 2,8.10^{-7} A/div), a permis determinarea experimentală cu precizie a perechilor de rezistenţe r' şi r" pentru care puntea nu se dezechilibrează, adică impedanţa de intrare a schemei unidirecţionale rămîne constantă indiferent de regimul de la bornele de ieşire 2-2' (regim de mers în gol sau scurtcircuit). Perechile de rezistenţe r' şi r" determinate experimental cu montajul din fig.3.16 s-au reprezentat prin punctele notate cu (x) pe graficul din fig.3.15. Suprapunerea acestor puncte peste dependenţa dintre rezistenţele r' şi r" determinată pe baza rel.(3.36), confirmă atît valabilitatea relaţiei de calcul stabilite cît şi sensibilitatea montajului cu care s-a experimentat.

7. Pentru cazul în care cele două rezistenţe r' şi r" sînt egale (r' = r" = r) s-a verificat experimental valabilitatea

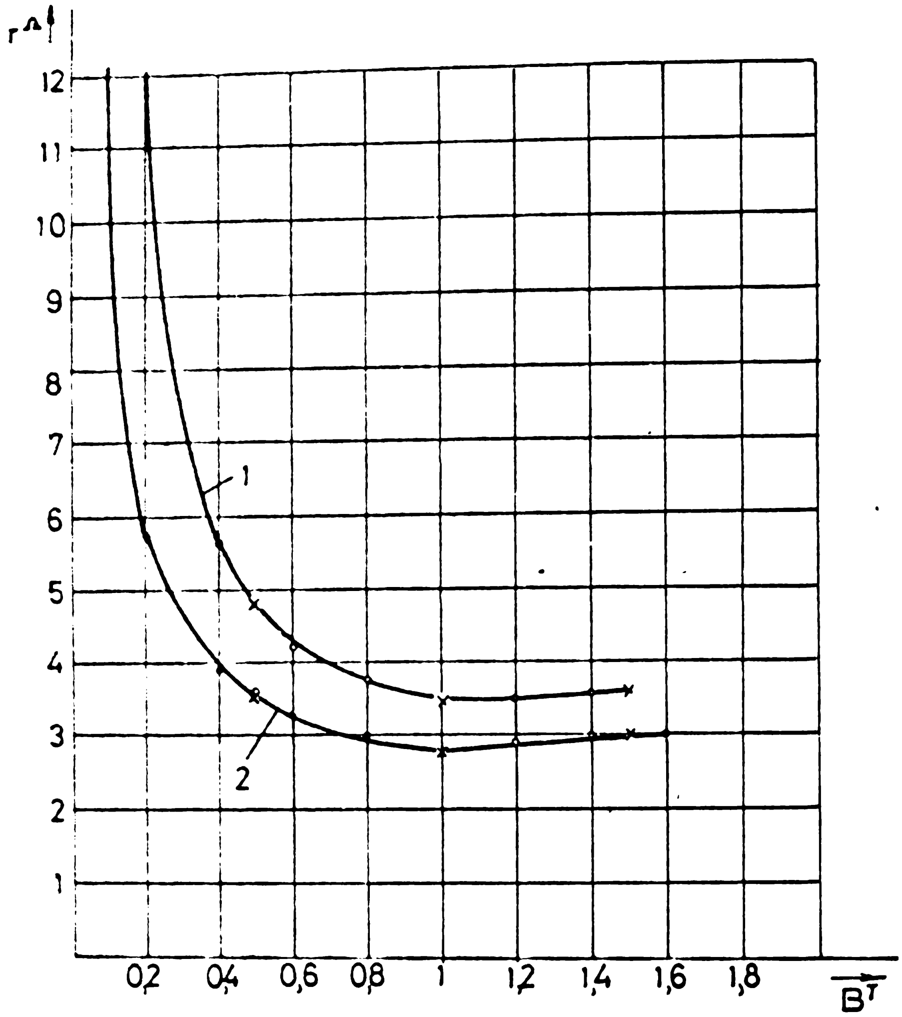


Fig.3.17 Variația rezistențelor r cu inducția magnetică în cazul unei plăci Hall cu tensiune de zero
1 - pentru schema unidirecțională din fig.3.13
2 - pentru schema unidirecțională din fig.3.14

relațiilor (3.44) și (3.55). Astfel, în fig.3.17 curba 1 reprezintă variația valorii rezistențelor r cu inducția magnetică (rel.3.44), rezistențe care realizează schema unidirecțională din fig.3.13, folosind o placă Hall pentru care s-a determinat dependența parametrilor Z cu inducția magnetică, precum și componentele rezistențelor de transfer în gol (fig.1.7). Curba 2 reprezintă variația valorii rezistențelor r cu inducția magnetică (rel.3.55), rezistențe care realizează schema unidirecțională din fig.3.14, folosind aceeași placă Hall. In această diagramă punctele notate cu (x) corespund valorilor rezistențelor obținute experimental cu montajul din fig.3.16.Intr-adevăr, valorile rezistenţelor suplimentare, care realizează schemă unidirecţională cu o placă Hall de formă oarecare şi cu tensiune de zero, obţinute experimental sînt în deplină concordanţă cu cele rezultate prin calcul pe baza relaţiilor stabilite.

Variaţia constantei de atenuare în sens direct cu inducţia magnetică pentru schema unidirecţională realizată ca în fig. 3-13 s-a reprezentat prin curba 1 din fig.3.18. Curba 2 din aceeaşi figură reprezintă variaţia constantei de atenuare în sens direct cu inducţia magnetică a schemei unidirecţionale realizată ca în fig.3.14.

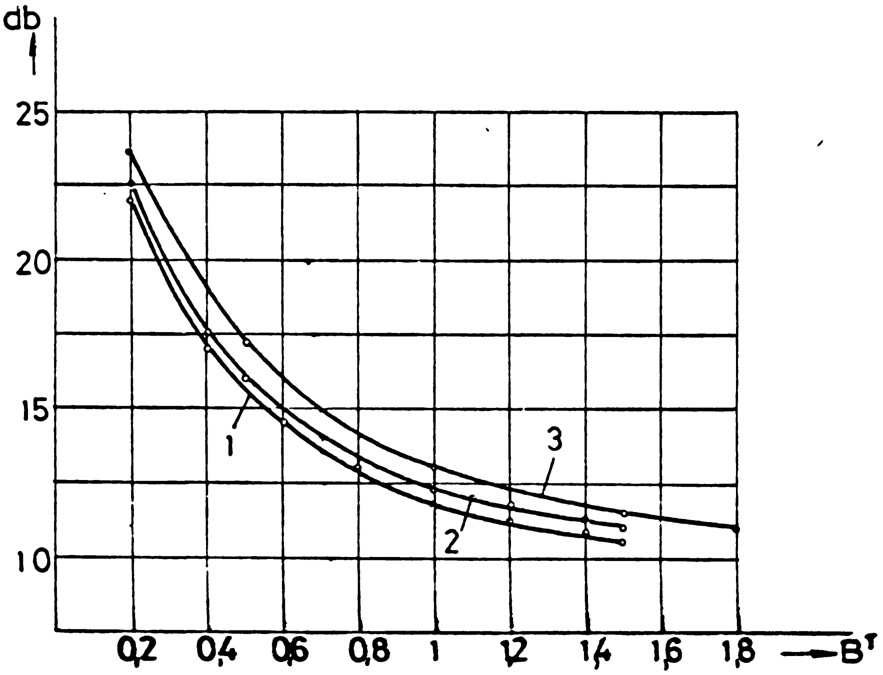


Fig.3.18 Variaţia constantei de atenuare în sens direct cu inducţia magnetică
1 - pentru schema unidirecţională din fig.3.13, realizată cu o placă Hall cu tensiune de zero
2 - pentru schema unidirecţională din fig.3.14, realizată cu aceeaşi placă Hall
3 - pentru o schemă unidirecţională realizată cu o placă Hall fără tensiune de zero.

3.6.2. <u>Placă Hall din InSb de formă dreptunghiulară fără tensiune de zero.</u>

<u>α</u>. La inducţia magnetică de 0,5T, pentru cele două sensuri

ale acesteia, matricea $\|Z\|$ are expresiile următoare

$$\|Z(+B)\| = \begin{Vmatrix} 1,234 & 0,21 & 0,503 \\ -0,21 & 1,16 & -0,63 \\ 0,679 & -0,437 & 1,466 \end{Vmatrix} \qquad (3.75)$$

$$\|Z(-B)\| = \begin{Vmatrix} 1,234 & -0,21 & 0,679 \\ 0,21 & 1,16 & -0,437 \\ 0,503 & -0,63 & 1,466 \end{Vmatrix} \qquad (3.76)$$

Si în acest caz se confirmă existenţa relaţiilor de reciprocitate (3.72) la schimbarea sensului inducţiei magnetice.

Matricele admitanţă corespunzătoare matricelor impedanţă (3.75) şi (3.76) sînt următoarele

$$\|Y\ (+B)\| = \begin{Vmatrix} 1,03 & -0,381 & -0,517 \\ -0,086 & 1,06 & 0,486 \\ -0,503 & 0,493 & 1,066 \end{Vmatrix} \qquad (3.77)$$

$$\|Y\ (-B)\| = \begin{Vmatrix} 1,03 & -0,086 & -0,503 \\ -0,381 & 1,06 & 0,493 \\ -0,517 & 0,486 & 1,066 \end{Vmatrix} \qquad (3.78)$$

Deoarece la această placă Hall electrozii Hall nu au fost aşezaţi cu precizie la aceeaşi distanţă faţă de electrozii de comandă, parametrii Y determinaţi prin matricea (3.78),corespund numai cu o anumită aproximaţie parametrilor Y daţi de matricea (3.20)

β. In acest caz, datorită simetriei plăcii Hall, cele două rezistenţe care realizează schemă unidirecţională şi a căror valoare este dată de rel.(3.45) pot fi conectate fie longitudinal (fig.3.13), fie în X în paralel la placa Hall (fig.3.14).

Dependenţa valorii celor două rezistenţe funcţie de inducţia magnetică pentru placa Hall ai cărei parametri s-au determinat la capitolul 1 (fig.1.10 şi tabela 1.10) este redată în fig.3.19. Evident şi în această situaţie s-a obţinut o concordanţă deplină între valorile rezistenţelor obţinute experimental cu montajul din fig.3.16 şi cele obţinute pe bază de calcul cunoscînd parametrii cuadripolari ai plăcii Hall.

Constanta de atenuare în sens direct în funcţie de inducţia magnetică pentru această schemă unidirecţională s-a reprezentat prin curba 3 din fig.3.18.

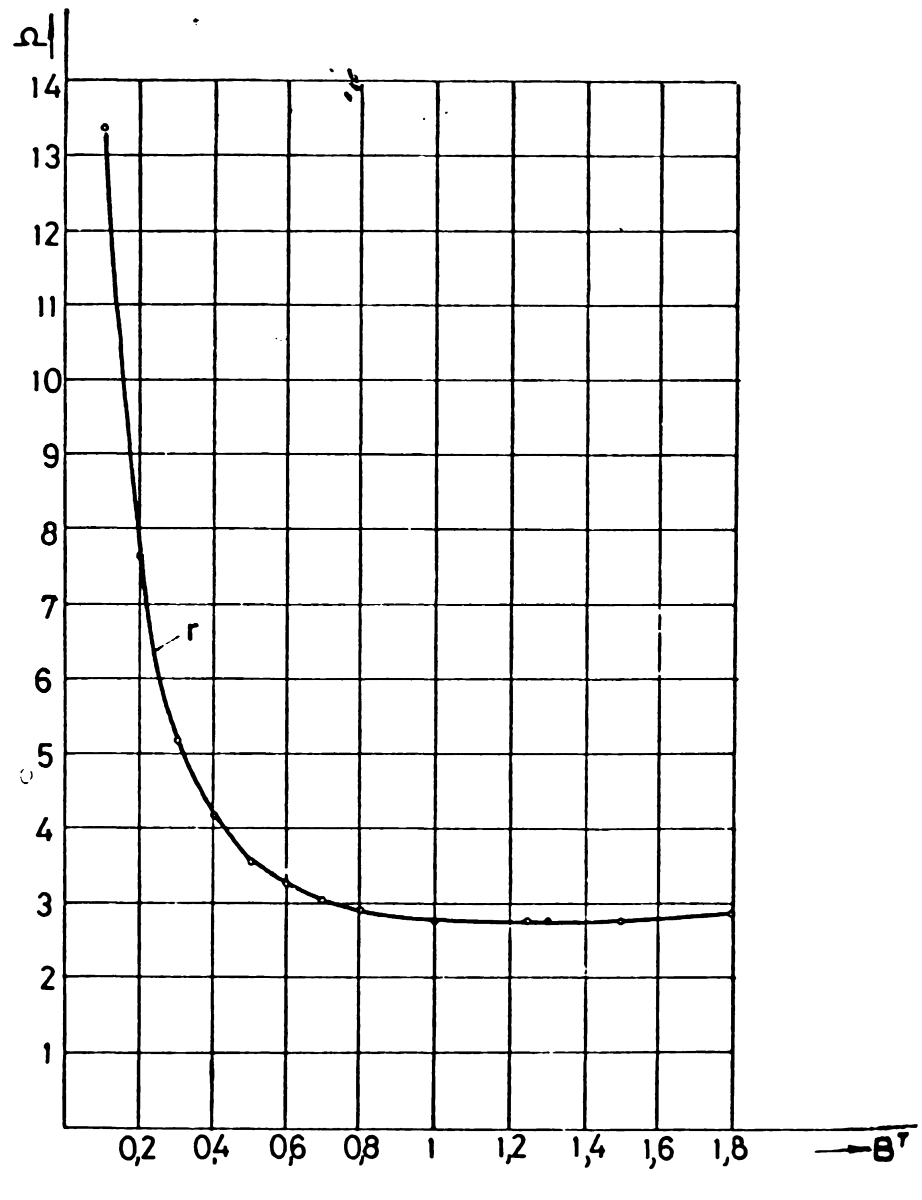


Fig.3.19 Variaţia rezistenţelor r cu inducţia magnetică în cazul unei scheme unidirecţionale realizată cu o placă Hall fără tensiune de zero.

CAPITOLUL 4

UNELE PROBLEME DE CIMP IN LEGATURA CU COMPORTAREA GENERATORULUI HALL CA ELEMENT DE CIRCUIT.

4.1. Aspecte generale

Comportarea generatorului Hall ca element de circuit este determinată în ultimă instanţă de cîmpul electric din placa Hall, iar cunoaşterea parametrilor cuadripolari ar presupune de fapt rezolvarea unor probleme de cîmp.

Se precizează însă faptul că rezolvarea problemelor de cîmp este dependentă atît de configuraţia plăcii semiconductoare şi a electrozilor, cît şi de regimul de funcţionare al generatorului Hall. Multe dintre probleme se rezolvă considerînd generatorul Hall în regimuri particulare, cum este şi regimul în gol. Se pot menţiona în acest sens următoarele: determinarea factorului de creştere al rezistenţei electrice a plăcii Hall în prezenţa cîmpului magnetic, determinarea factorului de corecţie al tensiunii Hall, care arată de cîte ori este mai mică tensiunea Hall pentru placa Hall considerată faţă de tensiunea Hall corespunzătoare unei plăci de lungime infinită. Cunoaşterea acestor două mărimi presupune deci determinarea parametrilor cuadripolari R_{11} şi R_{21}. De asemenea tot din considerarea regimului de funcţionare în gol al generatorului Hall se poate obţine variaţia potenţialului în lungul feţelor neacoperite de electrozi, în scopul realizării unor elemente de circuit unidirecţionale.(punctele 4.2.1 şi 4.3.3)

Referitor la rezolvarea problemelor de cîmp în funcţie de configuraţia plăcii semiconductoare şi a electrozilor, deci referitor la modificarea spectrului electric din plăcile semiconductoare în prezenţa cîmpului magnetic, se pot menţiona următoarele situații:

- modificarea spectrului cîmpului electric, spectrul densității de curent fiind neschimbat.
- modificarea spectrului densității curentului electric, spectrul cîmpului electric rămînînd neschimbat.
- modificarea simultană a spectrului cîmpului electric și spectrului densității curentului electric.

Primul caz se referă la plăcile Hall cu electrozi punctiformi și plăcile de lungime infinită. Al doilea caz se referă la plăcile semiconductoare cuprinse în întregime între electrozi. La plăcile Hall întîlnite în dispozitivele tehnice, a căror frontieră este formată atît din electrozi metalici de dimensiuni finite cît și din fețe libere, se modifică atît spectrul cîmpului electric cît și spectrul densității curentului electric, problema rezolvării cîmpului electric fiind suficient de complexă și dificilă.

Rezolvarea problemelor de cîmp are la bază legea conducției electrice, care într-un punct din placa semiconductoare în prezența cîmpului magnetic pentru cele mai multe probleme întîlnite în tehnică se scrie cu suficientă exactitate în forma [53]

$$\frac{\bar{J}}{\sigma} = \bar{E} + C_H \cdot \bar{J} \times \bar{B} \qquad (4.1)$$

Este evidentă necesitatea cunoașterii parametrilor fizici ai materialului semiconductor și anume: coeficientul Hall $C_H(B)$ și conductivitatea electrică $\sigma(B)$.

In cele ce urmează se fac următoarele ipoteze, de altfel uzuale în studiul efectelor galvanomagnetice:

- materialul semiconductor este omogen, liniar și izotrop
- placa semiconductoare are grosime constantă și foarte mică pentru a se considera cîmpul plan-paralel.

- electrozii au conductivitate electrică infinită
- placa semiconductoare se află într-un cîmp magnetic uniform de inducţie magnetică $\bar{B}$ perpendiculară pe suprafaţa plăcii.
- se consideră regimul staţionar pentru mărimile de comandă (curentul de comandă I_1 şi inducţia magnetică $\bar{B}$), în care caz cîmpul electric din placa Hall este laplacian.

In ipoteza unui cîmp laplacian şi plan-paralel metodele mai des folosite în studiu sînt: metoda reprezentării conforme, metoda modelării electrocinetice şi metode bazate pe rezolvarea ecuaţiei lui Laplace scrisă sub forma cu diferenţe finite.Alegerea uneia din aceste metode depinde de cazul considerat.

Metoda reprezentărilor conforme a fost folosită în literatura de specialitate pentru rezolvarea problemelor de cîmp în special la plăcile Hall dreptunghiulare [155, 99, 1oo, 66, 32, 68, 69, 129] . Analizarea mai amănunţită a plăcilor Hall dreptunghiulare este justificată prin faptul că în practică plăcile Hall cele mai folosite sînt de această formă. Metoda reprezentărilor conforme se poate însă aplica în general la plăcile cu contur poligonal,întrucît în acest caz funcţiile de reprezentare conformă se stabilesc cu ajutorul teoremei lui Christoffel-Schwarz. Folosirea metodei reprezentărilor conforme are avantajul că permite determinarea unor relaţii de calcul generale,care pot fi apoi particularizate în scopul soluţionării optime a problemelor puse. Această metodă însă nu se poate aplica la plăcile Hall de formă oarecare.

In cazul plăcilor semiconductoare de formă oarecare este potrivită pentru studiu metoda modelizării electrocinetice [9, 127, 128, 141, 143, 144] , care permite să se aplice principiul reprezentării conforme prin determinarea pe cale experimentală a unor familii de curbe în domeniile care corespund reprezentării conforme, eliminîndu-se astfel necesitatea cunoașterii explicite a funcțiilor de reprezentare conformă. Metoda modelizării electrocinetice nu permite însă stabilirea unor relații de calcul generale, aplicîndu-se separat pentru fiecare caz.

Din metodele bazate pe rezolvarea ecuației lui Laplace în forma cu diferențe finite, este cunoscută metoda de iterație sau relaxare care rezolvă ecuația lui Laplace în forma cu diferențe finite prin calcul numeric cu ajutorul calculatoarelor electronice [112, 63, 65] , precum și o metodă experimentală prin care ecuația cu diferențe finite se modelează prin rețele electrice numite rețele analizoare [111, 17, 6, 7] .

Studiul problemelor legate de cîmpul electric din plăcile Hall se referă în primul rînd la cunoașterea următoarelor mărimi: factorul de creștere al rezistenței electrice a plăcii Hall în prezența cîmpului magnetic și factorul de corecție al tensiunii Hall. Cele două mărimi depind atît de unghiul Hall dintre vectorii $\bar{E}$ și $\bar{J}$ cît și de geometria plăcii.

Referitor la determinarea celor două mărimi, în cazul plăcilor Hall dreptunghiulare cu electrozi de comandă lipiți pe întreaga lățime, pe bază de calcul fără să fie necesară trasarea prealabilă a spectrului cîmpului electric, stadiul actual în literatura de specialitate este următorul: pentru factorul de creștere al rezistenței electrice se determină soluția exactă [69], însă pentru factorul tensiunii Hall rezolvarea se face numai prin metode de aproximare [69] .

In lucrare la punctul 4.3.4 se dă soluția exactă pentru factorul tensiunii Hall indiferent de poziția electrozilor Hall față de electrozii de comandă. Desigur că aceasta a presupus determinarea exactă a variației potențialului electric în lungul fețelor neacoperite de electrozi, problemă importantă și din punctul de vedere al realizării unor elemente de circuit unidirecționale.(punctul 4.3.3)

In continuare se prezintă unele rezultate obținute de autor, în legătură cu rezolvarea unor probleme de cîmp la plăcile Hall, prin aplicarea metodei modelizării electrocinetice (punctul 4.2) și metodei reprezentărilor conforme (punctul 4.3)

4.2. Aplicarea metodei modelizării electrocinetice.

4.2.1. Plăci de formă oarecare și dreptunghiulare

Metoda se bazează pe principiul reprezentărilor conforme, prin care cîmpul dintr-un domeniu mărginit de un contur cu condiții pe frontieră date se studiază pe un domeniu echivalent mai simplu, cu aceleași condiții de frontieră.[127, 128, 141, 142, 143, 144] . Prin modelizare electrocinetică se determină experimental familiile de curbe din domeniile care corespund reprezentării conforme. Aceste curbe se trasează pe modele din hîrtie electroconductoare în regim electrocinetic, deci în absența cîmpului magnetic. Cunoscînd cele două familii de curbe se poate trasa grafic spectrul cîmpului electric din placa Hall.

$\underline{\alpha}$. In fig.4.1a s-a reprezentat o placă Hall de o formă oarecare, avînd electrozii de comandă de lungime finită și electrozii Hall punctiformi. Se consideră cunoscuți parametrii fizici ai materialului semiconductor: coeficientul Hall C_H și rezistivitatea electrică a materialului semiconductor ρ . In planul complex $\underline{z} = x + jy$ placa considerată are frontiera alcătuită din două linii echipotențiale care corespund electrozilor de comandă și două linii ale cîmpului densității curentului

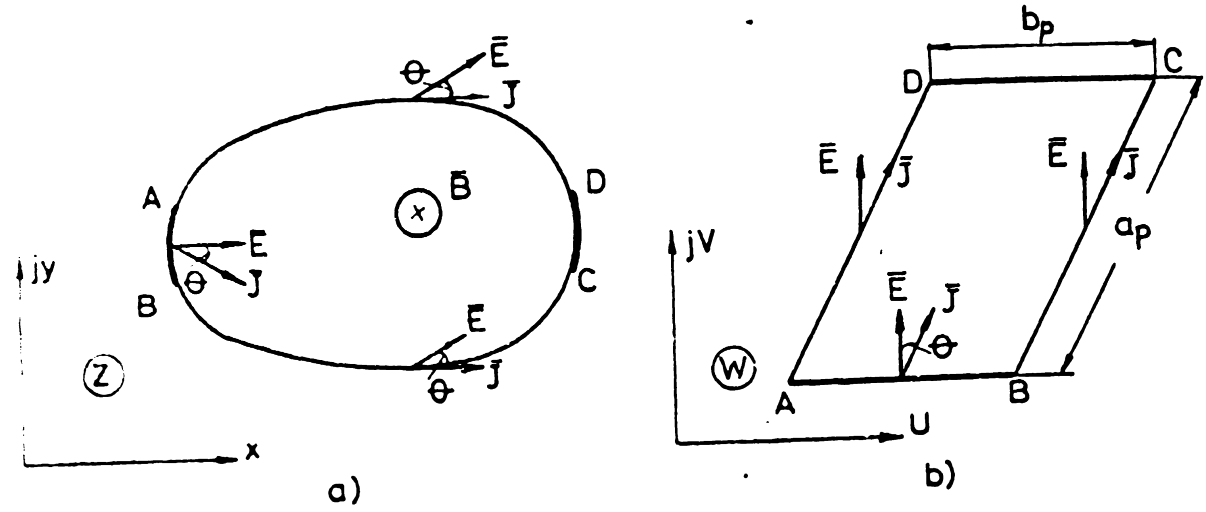


Fig.4.1 Reprezentarea conformă a unei plăci de formă oarecare
a - planul variabilei indepedente z
b - planul W

electric care corespund fețelor libere.

In fig.4.1 s-au reprezentat și condițiile pe suprafețele de frontieră ale domeniului pentru vectorii $\bar{E}$ și $\bar{J}$ în prezența unui cîmp magnetic de inducție $\bar{B}$ perpendiculară pe suprafața plăcii cu sensul indicat în figură. Astfel vectorul $\bar{E}$ este perpendicular pe suprafețele electrozilor de comandă, iar vectorul $\bar{J}$ este tangent la fețele libere care sînt linii ale cîmpului densității curentului electric $\bar{J}$. Intre vectorii $\bar{E}$ și $\bar{J}$ în orice punct din placă există un unghi θ , numit unghi Hall, definit pe baza relației: $tg\,\theta = C_H \sigma B$, în care σ este conductivitatea electrică.

Avînd în vedere principiul metodei reprezentărilor conforme, domeniul plăcii Hall din planul Z cu electrozi de comandă de o lungime oarecare, deci cu patru puncte pe frontieră se poate reprezenta conform pe un alt plan complex $W = U + jV$ printr-un paralelogram numit în literatură „paralelogramul Hall", cu aceleași condiții pe frontieră pentru vectorii $\bar{E}$ și $\bar{J}$. Dacă în noul plan complex se consideră U = const. rezultă liniile cîmpului electric, iar dacă se consideră V = const., rezultă liniile echipotențiale. Pe baza relației : $tg\,\theta = C_H \sigma B$ și proprietății conservării unghiurilor la reprezentarea conformă, liniile curentului electric sînt drepte înclinate cu unghiul θ faţă de axa imaginară. Intr-adevăr s-a obţinut în planul W un spectru electric foarte simplu.

Pentru o anumită valoare a inducţiei magnetice, deci pentru un anumit unghi Hall θ, paralelogramul Hall este determinat dacă se cunoaşte cîtul dintre laturile sale: $\lambda_p = \frac{a_p}{b_p}$. Acest cît se determină cu uşurinţă experimental (prin modelizare electrocinetică) dacă se ţine seama că domeniile care corespund reprezentării conforme au aceeaşi rezistenţă electrică. Se precizează faptul că paralelogramul Hall rezultă ca în fig.4.1.b pentru electrozi Hall punctiformi. In cazul electrozilor Hall de dimensiuni finite conturul paralelogramului se complică. De altfel pentru problemele care se vor prezenta în continuare, interesează cazul electrozilor Hall punctiformi.

Pentru o placă Hall avînd o formă oarecare, în fig.4.2 s-a realizat din hîrtie electroconductoare modelul plăcii Hall, iar în fig.4.3 modelul paralelogramului Hall pentru un unghi Hall $\theta = 20^0$ şi un anumit sens al inducţiei magnetice.

Experimental s-au trasat în cele două modele într-un regim electrocinetic, în absenţa cîmpului magnetic, liniile echipotenţiale $V' =$ const. Cunoscînd în paralelogramul Hall spectrul liniilor echipotenţiale în prezenţa inducţiei magnetice ($V =$ const), pe baza corespondenţei dintre familiile de curbe din cele două domenii se pot trasa liniile echipotenţiale în modelul plăcii Hall în prezenţa cîmpului magnetic, pentru sensul considerat al inducţiei magnetice(fig.4.4).

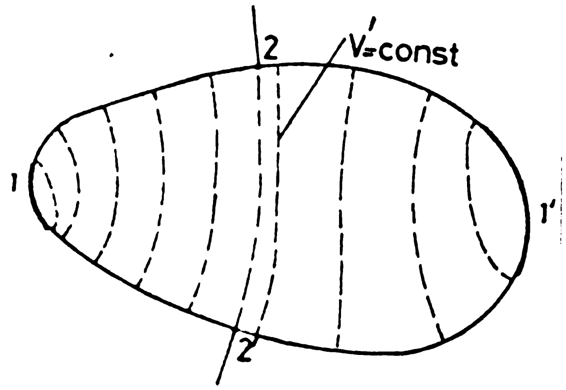


Fig.4.2 Placă Hall de formă oarecare cu electrozi Hall 2-2' punctiformi

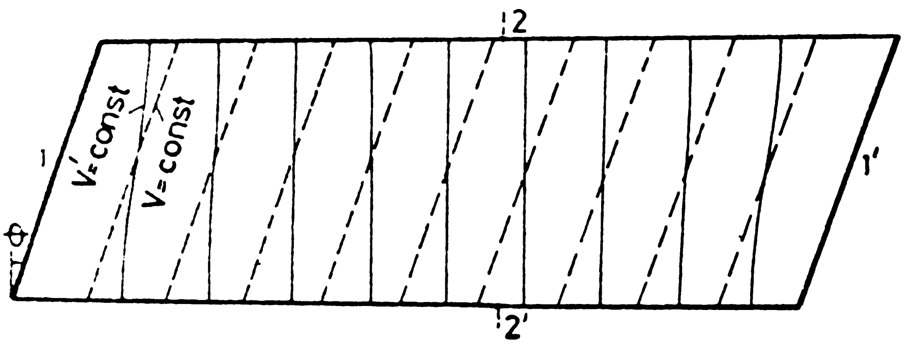


Fig.4.3 Modelul paralelogramului Hall corespunzător plăcii Hall din fig.4.2 la unghiul Hall $\theta = 20^{0}$

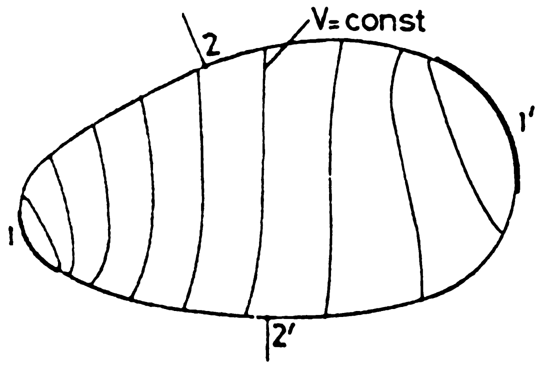


Fig.4.4 Liniile echipotenţiale (V = const.)în placa Hall, la $\theta = 20^{0}$.

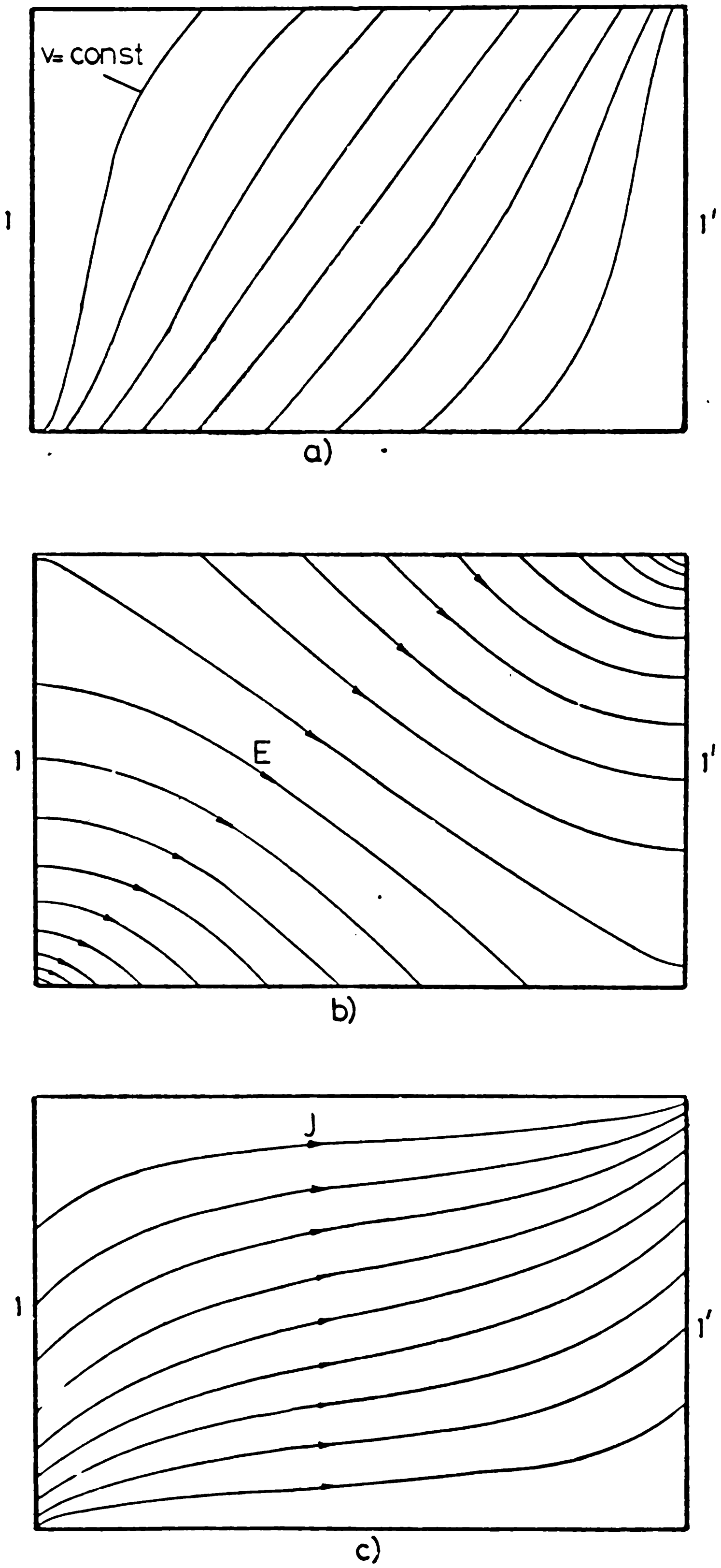


Fig.4.6. Spectrul electric din placa Hall dreptunghiulară avînd $\lambda = 1,5$, la $\theta = 45^0$
a)- liniile echipotenţiale; b)- liniile intensităţii cîmpului electric; c)- liniile densităţii de curent.

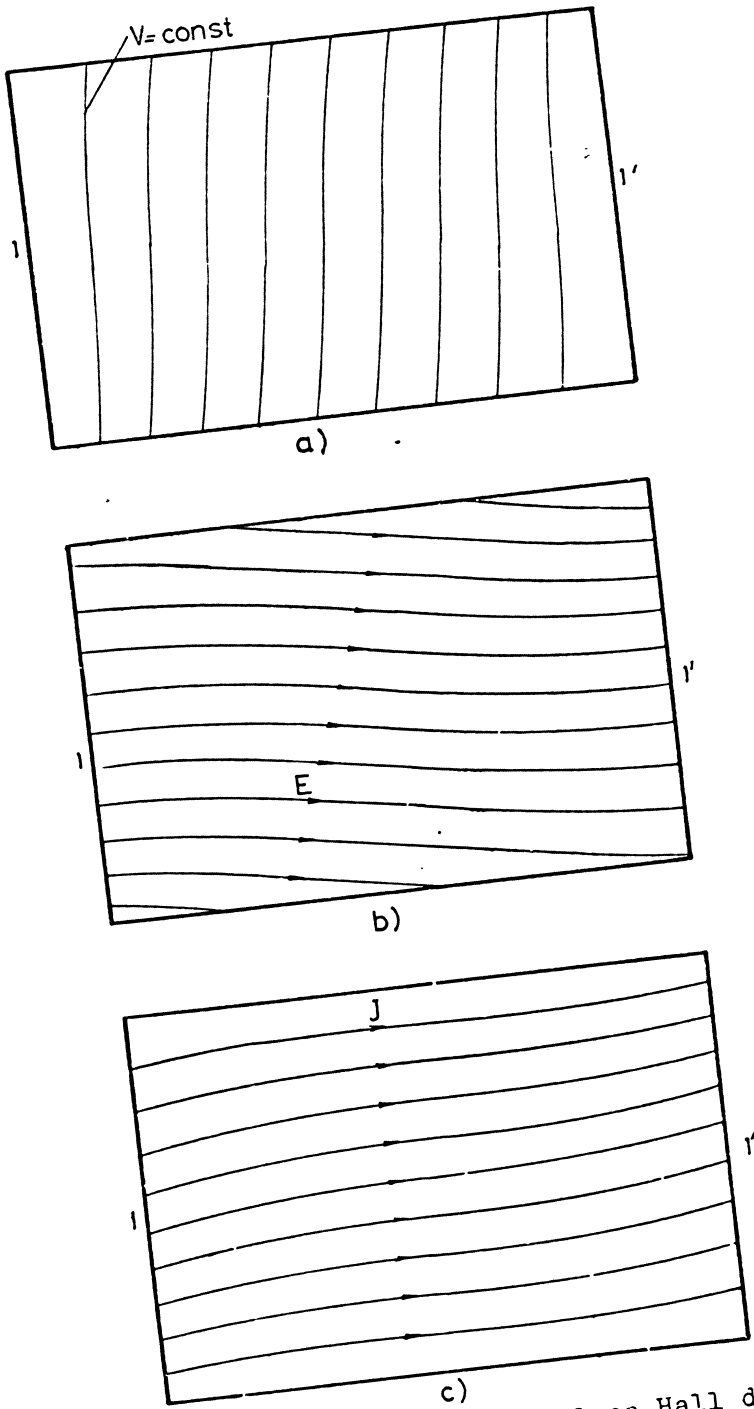


Fig.4.7. Spectrul electric din placa Hall dreptunghiulară avînd $\lambda = 1,5$, la $\theta = 10^{o}$
a)- liniile echipotenţiale; b)- liniile intensităţii cîmpului electric; c)-liniile densităţii de curent.

β. Metoda modelizării electrocinetice s-a folosit şi pentru o placă Hall dreptunghiulară pentru a determina variaţia potenţialului în lungul feţelor libere în scopul verificării soluţiilor analitice obţinute prin metoda reprezentărilor conforme la punctul 4.3.3.

Astfel, pentru o placă Hall dreptunghiulară cu electrozi Hall punctiformi şi avînd raportul laturilor $\lambda = \frac{a}{b} = 1,5$ la unghiul Hall $\theta = \frac{\pi}{4}$ s-a stabilit experimental raportul laturilor paralelogramului Hall $\lambda_p = \frac{a_p}{b_p} = 1,4$. Pe modelul avînd conturul paralelogramului Hall s-au determinat experimental în regim electrocinetic liniile echipotenţiale V'=const. şi familia de linii ortogonale acestora (fig.4.5).

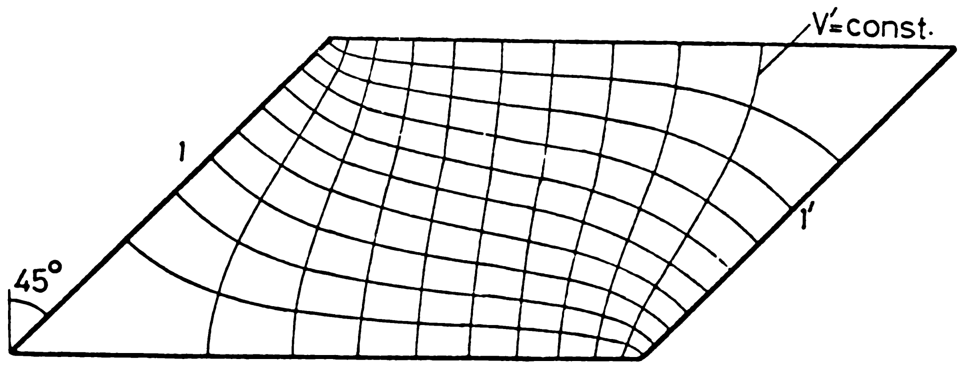


Fig.4.5 Familiile de curbe ortogonale determinate pe cale experimentală pentru modelul paralelogramului Hall, corespunzător unei plăci Hall dreptunghiulare cu $\lambda = 1,5$, la $\theta = \pi/4$.

In fig.4.6 a,b,c s-a trasat spectrul liniilor echipotenţiale, liniilor intensităţii cîmpului electric şi liniilor densităţii de curent. Pentru aceeaşi placă Hall la $\theta = 10^o$ s-a determinat spectrul electric reprezentat în fig.4.7 a,b,c. Se constată că la unghiuri Hall mai mici deformaţia spectrului electric este mai mică, iar densitatea de curent $\bar{J}$ este mai uniform repartizată la suprafaţa electrozilor de comandă.

4.2.2. Componentele rezistenţelor de transfer în gol deduse din spectrul de cîmp.

In cele ce urmează se arată că, cele două componente din rezistenţele de transfer în gol se identifică şi în spectrul cîmpului electric din placa Hall. Pentru exemplificare s-a considerat cazul unei plăci Hall dreptunghiulare cu tensiune de zero, avînd raportul laturilor $\lambda = \frac{a}{b} = 1,5$ (fig.4.8)

In fig.4.8 s-au reprezentat liniile echipotenţiale în absenţa cîmpului magnetic şi poziţia electrozilor Hall 2 şi 2'

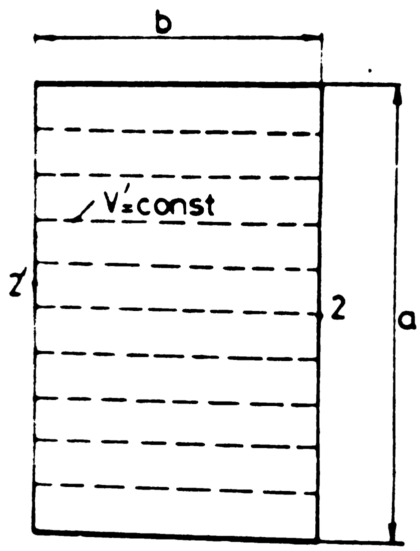


Fig.4.8 Liniile echipotenţiale în absenţa cîmpului magnetic într-o placă Hall.

In fig.4.9 şi 4.10 s-a reprezentat paralelogramul Hall corespunzător unui unghiu Hall $\theta = \frac{\pi}{4}$ obţinut prin modelizare electrocinetică pentru cele două sensuri ale inducţiei magnetice şi avînd raportul laturilor $\lambda_p = \frac{a_p}{b_p} = 1,4$

Intr-un regim electrocinetic în absenţa cîmpului magnetic s-au trasat liniile echipotenţiale (V'=const.), precizîndu-se poziţia punctelor 2 şi 2' care corespund electrozilor Hall.

Ţinînd seama că liniile echipotenţiale în prezenţa cîmpului magnetic în modelul paralelogramului Hall sînt dreptele paralele cu electrozii de comandă (V = const), componenta R_b din rezistenţa de transfer în gol care corespunde tensiunii Hall se exprimă prin relaţia cunoscută [142]

$$R_b = \frac{1}{\sigma(B)h.\cos\theta} \cdot \frac{m}{b_p} \qquad (4.2)$$

in care h este grosimea plăcii, iar $m = \overline{AB} = \overline{A'B'}$.

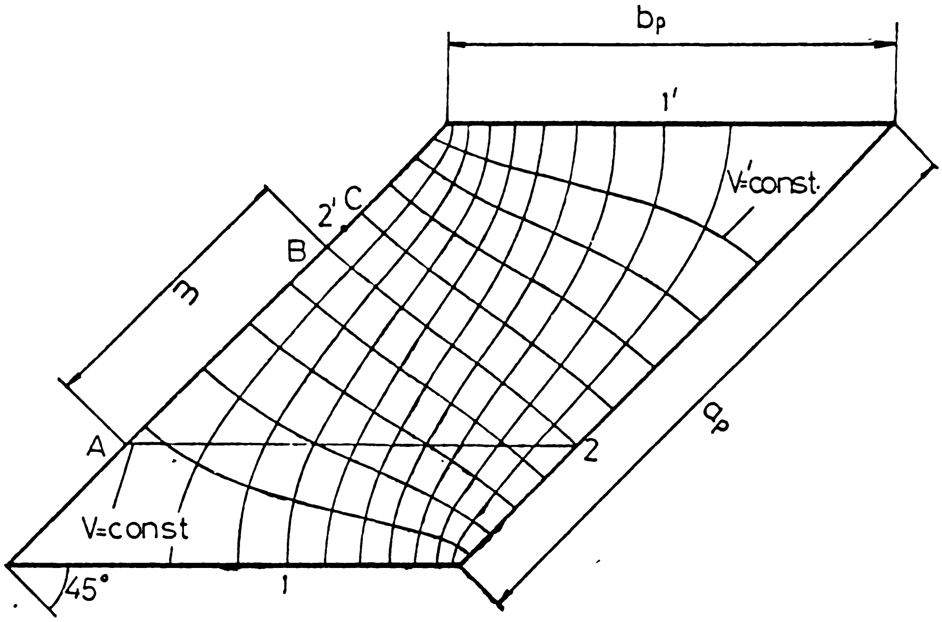


Fig.4.9. Identificarea celor două componente din rezistenţele de transfer în gol în spectrul de cîmp, pentru sensul inducţiei magnetice (+B).

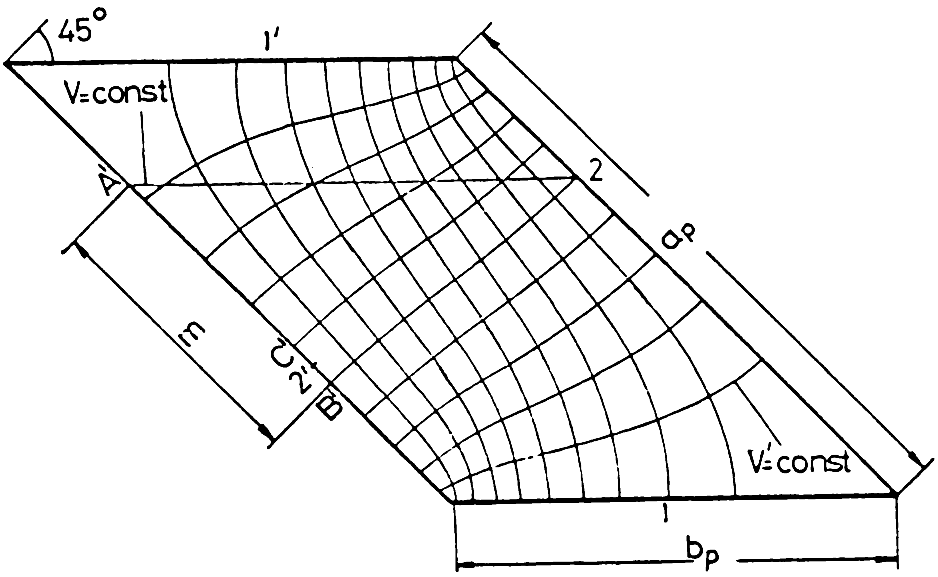


Fig.4.1o. Identificarea celor două componente din rezistenţele de transfer în gol în spectrul de cîmp, pentru sensul inducţiei magnetice (-B).

Se observă din spectrul electric trasat în paralelogramul Hall(fig.4.9) că segmentul $n = \overline{B2'}$ corespunde tensiunii de zero, deci componentei U_a din tensiunea de ieşire în gol a generatorului Hall.

Dacă U_1 este tensiunea aplicată electrozilor de comandă, iar ν - numărul liniilor echipotenţiale (V' =const) se poate scrie

$$\frac{U_1}{(\nu+1)U_a} = \frac{l}{n}$$

în care segmentul $l = \overline{BC}$. Se obţine deci

$$\frac{R_{11}}{(\nu+1)R_a} = \frac{l}{n}$$

Rezultă pentru componenta R_a oglindită în cîmpul din paralelogramul Hall expresia

$$R_a(+B) = \frac{1}{\sigma(B).h\cos\theta} \cdot \frac{a_p}{b_p} \cdot \frac{1}{\nu+1} \cdot \frac{n}{l} \qquad (4.3)$$

în care s-a ţinut seama de relaţia cunoscută pentru parametrul R_{11} şi anume [142]

$$R_{11} = \frac{1}{\sigma(B).h\cos\theta} \cdot \lambda_p$$

Dacă ne referim la paralelogramul Hall din fig.4.1o pentru componenta R_a se obţine

$$R_a(-B) = \frac{1}{\sigma(B).h\cos\theta} \cdot \frac{a_p}{b_p} \cdot \frac{1}{\nu+1} \cdot \frac{n'}{l'} \qquad (4.4)$$

în care: $n' = \overline{2'B'}$ şi $l' = \overline{B'C'}$

Este evidentă egalitatea

$$\frac{n}{l} = \frac{n'}{l'}$$

Se remarcă faptul că în spectrul electric din fig.4.1o componenta R_b intervine în tensiunea de ieşire cu semn schimbat, scăzîndu-se din componenta R_a, faţă de spectrul din fig.4.9 în care cele două componente se însumează.

Valabilitatea relaţiilor : $R_a(B) = R_a(-B)$ şi $R_b(B) = -R_b(-B)$ este verificată şi în spectrul cîmpului electric.

Pentru rezistenţele de transfer în gol exprimate în funcţie de mărimi determinate din modelul paralelogramului Hall se obţin deci expresiile

$$R_{21}(B) = \frac{1}{\sigma(B)h\cos\theta} \cdot \frac{1}{b_p}\left(\frac{a_p}{\nu+1} \cdot \frac{n}{l} + m\right) \qquad (4.5)$$

$$R_{12}(B) = R_{21}(-B) = \frac{1}{\sigma(B).h\cos\theta} \cdot \frac{1}{b_p}\left(\frac{a_p}{\nu+1} \cdot \frac{n}{l} - m\right) \qquad (4.6)$$

4.3. Aplicarea metodei reprezentărilor conforme.

4.3.1 Unele consideraţii generale

Metoda reprezentărilor conforme permite studierea cîmpului electric laplacian dintr-un domeniu mărginit de un contur pe care se cunosc condiţiile de frontieră, cu ajutorul unui cîmp uniform stabilit într-un domeniu echivalent cu aceleaşi condiţii pe frontieră. Metoda este bine cunoscută în literatură [1,2,88,142].

Reprezentarea conformă se face cu ajutorul unei funcţii analitice W(z), care este o funcţie de variabilă complexă $z = x + jy$, avînd forma

$$W(z) = U(x,y) + jV(x,y)$$

Se ştie că la o funcţie analitică partea reală şi partea imaginară satisfac ecuaţia lui Laplace, iar curbele $U(x,y) = \text{const.}$ şi $V(x,y) = \text{const.}$, în planul variabilei independente z, reprezintă familii de curbe ortogonale. Dacă se consideră că liniile echipotenţiale corespund curbelor $V(x,y) = \text{const.}$, atunci liniile de cîmp vor corespunde curbelor $U(x,y)=\text{const.}$, iar intensitatea cîmpului electric este dată de relaţia

$$\underline{E} = \left(j\,\frac{dW}{dz}\right)^{*} \tag{4.7}$$

asteriscul arătînd că mărimea din paranteză este complex conjugată

Se consideră cazul plăcilor Hall dreptunghiulare avînd raportul laturilor $\lambda = \frac{a}{b}$, cu electrozi de comandă pe toată lăţimea b a plăcii şi electrozi Hall punctiformi, care sînt şi cele mai des folosite în practică.

In fig.4.11a s-a considerat placa Hall în planul complex al variabilei independente z. Dacă se aplică electrozilor de comandă tensiunea U_1, în cazul unui cîmp plan-paralel stabilit în placă, s-au reprezentat în fig.4.11 şi condiţiile pe frontieră referitoare la intensitatea cîmpului electric $\bar{E}$ şi densitatea de curent $\bar{J}$ pentru o anumită inducţie magnetică $\bar{B}$, deci pentru un anumit unghi Hall θ.

S-a ţinut seama că suprafeţele electrozilor de comandă sînt echipotenţiale, iar feţele libere reprezintă linii ale densităţii de curent.

In acest caz condiţiile de frontieră se scriu astfel

$$V(x,o) = U_1 \quad ; \quad V(x,a) = 0$$

$$-\left(\frac{E_x}{E_y}\right)_{x=\pm\frac{b}{2}} = -\left(\frac{\frac{\partial V}{\partial x}}{\frac{\partial V}{\partial y}}\right)_{x=\pm\frac{b}{2}} = \mathrm{tg}\,\theta \tag{4.8}$$

Interesează determinarea potenţialului $V(\frac{b}{2},y)$ şi $V(-\frac{b}{2},y)$ care satisface ecuaţia lui Laplace $\nabla^2 V = o$ şi condiţiile de frontieră exprimate prin relaţiile (4.8).

Pentru rezolvarea acestei probleme se foloseşte în afară de planul complex al variabilei independente z şi planul complex

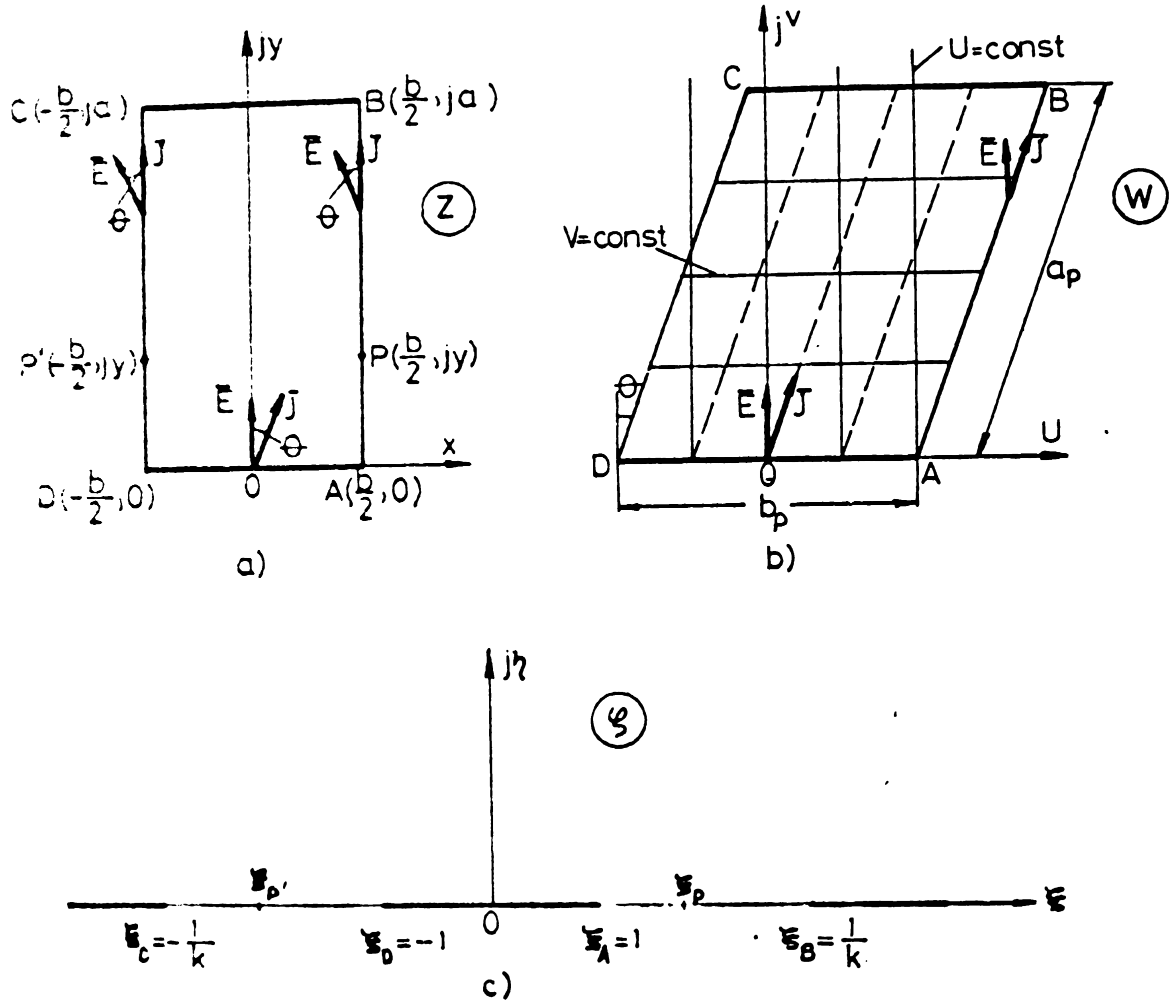


Fig.4.11 Reprezentarea conformă a plăcii Hall dreptunghiulare cu electrozi de comandă plini şi electrozi Hall punctiformi; a - planul variabilei z; b - planul W c - planul ζ.

al funcţiei de variabilă complexă W(z), reprezentat în fig.4.11b, un plan complex intermediar $\zeta = \xi + j\eta$, reprezentat în fig.4.11c.

Prin aplicarea teoremei lui Christoffel -Schwarz se obţine funcţia care transformă conform interiorul dreptunghiului din planul z pe semiplanul superior al planului ζ, cu următoarea formă [142]

$$z(\zeta) = C_1 k \int_0^{\zeta} \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k^2\zeta^2)}} \qquad (4.9)$$

Transformarea conformă s-a făcut astfel încît să existe o corespondenţă între punctele z_A, z_B, z_C, z_D şi $\xi_A = 1$, $\xi_B = \frac{1}{k}$,

$\xi_C = -\frac{1}{k}$, $\xi_D = -1$, iar originile sistemelor de coordonate din cele două plane complexe să coincidă. Din condiţiile de corespondenţă se determină constantele C_1 şi k. Se obţine astfel

$$C_1 = \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{k \cdot K(k)} \qquad (4.1o)$$

în care

$$K(k) = \int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{(1-\xi^2)(1-k^2\xi^2)}}$$

este integrala eliptică completă de speţa întîi şi de modul k.

Pentru raportul laturilor plăcii Hall se obţine expresia

$$\lambda = \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \qquad (4.11)$$

în care $k' = \sqrt{1-k^2}$ este modulul complementar

Pe baza relaţiei (4.11) care stabileşte legătura dintre raportul laturilor plăcii Hall şi modulul k care s-a introdus în planul ξ, s-a stabilit corespondenţa dintre contururile din cele două plane complexe z şi ξ.

In planul complex $W = U+jV$ (fig.4.11b) placa Hall se reprezintă prin „ paralelogramul Hall" , pentru aceleaşi condiţii de frontieră obţinîndu-se în acest plan un cîmp electric uniform. Domeniul corespunzător interiorului paralelogramului din planul W se transformă conform în semiplanul superior al planului ξ cu ajutorul funcţiei [142]

$$W(\xi) = C_2 \int_0^{\xi} \frac{d\xi}{\left[(\xi-1)(\xi+\frac{1}{k})\right]^{(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi})} \cdot \left[(\xi+1)(\xi-\frac{1}{k})\right]^{(\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi})}} \qquad (4.12)$$

evident transformarea conformă s-a făcut pe baza corespondenţei dintre punctele W_A, W_B, W_C, W_D şi punctele ξ_A, ξ_B, ξ_C, ξ_D

Constanta C_2 se determină din expresia curentului de comandă i_1 scrisă în planul ξ şi anume

$$i_1 = h\int_{-1}^{1} J\cos\theta . d\xi \tag{4.13}$$

h - fiind grosimea plăcii.

Dacă se ţine seama de legea conducţiei electrice: $J = \sigma(B).E\cos\theta$, curentul de comandă devine

$$i_1 = \sigma(B).h\cos^2\theta \int_{-1}^{1} E\, d\xi \tag{4.14}$$

Un rezultat important la rezolvarea unor probleme de cîmp s-a obţinut în [69] prin folosirea seriei hipergeometrice $F(\alpha;\beta;\gamma;z)$ definită prin expresia

$$F(\alpha;\beta;\gamma;z) = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma} z + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1).1.2} z^2 + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2).1.2.3} z^3 + \ldots\ldots \tag{4.15}$$

Astfel în [69] se obţine pentru laturile paralelogramului hall din planul W (fig.4.11b) a_p şi b_p, expresiile

$$a_p = \int_{1}^{1/k} \left[(\xi-1)(\xi+\frac{1}{k})\right]^{-(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi})} \cdot \left[(\xi+1)(\frac{1}{k}-\xi)\right]^{-(\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi})} .d\xi = \frac{k}{1+k}\cdot\frac{\pi}{\cos\theta}\cdot F\left[\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi};\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi};1;\left(\frac{1-k}{1+k}\right)^2\right] \tag{4.16}$$

$$b_p = \int_{-1}^{1} \left[(\xi-1)(\xi+\frac{1}{k})\right]^{-(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi})} \cdot \left[(\xi+1)(\frac{1}{k}-\xi)\right]^{-(\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi})} . d\xi$$

$$= \frac{k}{1+k} \cdot \frac{\pi}{\cos\theta} F\left[\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi} ; \frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi} ; 1 ; \left(\frac{2\sqrt{k}}{1+k}\right)^2\right] \qquad (4.17)$$

Pe baza rel(4.7), (4.12) şi (4.17) pentru curentul de comandă i_1 rezultă

$$i_1 = C_2\, \sigma(B).h\, b_p.\cos^2\theta \qquad (4.18)$$

Pe de altă parte, curentul de comandă i_1 se poate exprima în funcţie de rezistenţa electrică a plăcii Hall în prezenţa cîmpului magnetic, R (λ, θ) şi care este egală cu rezistenţa electrică a „paralelogramului Hall" din planul complex W (fig.4.11b), avînd în vedere că domeniile care corespund reprezentărilor conforme au aceeaşi rezistenţă electrică.Se obţine

$$i_1 = \frac{U_1}{R(\lambda,\theta)} = \sigma(B).h \cdot \frac{b_p}{a_p} \cdot \cos\theta . U_1 \qquad (4.19)$$

In acest fel, constanta C_2 se determină din ultimele două relaţii şi are următoarea valoare

$$C_2 = \frac{(1+k)\, U_1}{\pi k\, F\left[\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi} ; \frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi} ; 1 ; \left(\frac{1-k}{1+k}\right)^2\right]} \qquad (4.2o)$$

4.3.2. <u>Relaţia de corespondenţă dintre punctele frontierelor neacoperite de electrozi situate în planele z şi ζ.</u>

<u>α</u>. Pentru a determina corespondenţa dintre punctele $P(\frac{b}{2}, jy)$ din planul z şi abscisele corespunzătoare ξ_p din planul ζ se scrie rel.(4.9) pentru un punct oarecare P, obţinîndu-se

$$y = C_1 k \int_1^{\xi_P} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2-1)(1-k^2\xi^2)}}$$

Ţinînd seama de rel.(4.10) se obţine

$$y = \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{k\,K(k)} \cdot I \qquad (4.21)$$

sau

$$\frac{y}{a} = \frac{1}{2\lambda} \cdot \frac{1}{k\,K(k)} \cdot I \qquad (4.22)$$

în care s-a făcut notaţia

$$I = \int_1^{\xi_p} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2-1)\left(\frac{1}{k^2}-\xi^2\right)}} \qquad (4.23)$$

Calculul integralei I exprimată prin rel(4.23) se face plecînd de la integrala cunoscută [124]

$$\int_\beta^u \frac{dx}{\sqrt{(\alpha-x)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{(\alpha-\gamma)(\beta-\delta)}}\, F\,(\text{arc sin } A,\ B) \qquad (4.24)$$

pentru: $\delta < \gamma < \beta < \alpha$; $\alpha > u > \beta$

şi în care:

$$A = \sqrt{\frac{(\alpha-\gamma)(u-\beta)}{(\alpha-\beta)(u-\gamma)}} \quad ; \qquad B = \sqrt{\frac{(\alpha-\beta)(\gamma-\delta)}{(\alpha-\gamma)(\beta-\delta)}}$$

F (arc sin A , B) - fiind integrală eliptică de speţa întîi.

Avînd în vedere inegalităţile impuse pentru integrala (4.24) se consideră

$$\alpha = \frac{1}{k} \ ; \beta = 1 \quad ; \quad \gamma = -1 \quad ; \quad \delta = -\frac{1}{k} \quad ; \quad u = \xi_p$$

Se obţine

$$I = \int_1^{\xi_p} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2-1)\left(\frac{1}{k^2}-\xi^2\right)}} =$$

$$= \frac{2k}{1+k} F\left(\arcsin\sqrt{\frac{(1+k)(\xi_p-1)}{(1-k)(\xi_p+1)}}\ ,\ \frac{1-k}{1+k}\right) \qquad (4.25)$$

Cu ajutorul relaţiilor (4.22) şi (4.25) se determină relaţia de corespondenţă dintre punctele P($\frac{b}{2}$, jy) de pe faţa liberă a plăcii din planul z şi punctele de pe axa reală a planului ζ , în următoarea formă

$$\frac{y}{a} = \frac{1}{\lambda(1+k)} \cdot \frac{1}{K(k)} F\left(\arcsin\sqrt{\frac{(1+k)(\xi_p-1)}{(1-k)(\xi_p+1)}}\ ,\ \frac{1-k}{1+k}\right) \qquad (4.26)$$

β. Determinarea corespondenţei dintre punctele P'(- $\frac{b}{2}$, jy) din planul z şi absisele corespunzătoare ξ_p, din planul ζ se face prin scrierea rel.(4.9) pentru un punct oarecare P', rezultînd

$$\frac{y}{a} = \frac{1}{2\lambda} \cdot \frac{1}{k\,K(k)} I' \qquad (4.27)$$

în care

$$I' = \int_{\xi_{p'}}^{-1} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2-1)\left(\frac{1}{k^2}-\xi^2\right)}} \qquad (4.28)$$

Rezolvarea integralei I' se face folosind următoarea integrală [124]

$$\int_u^{\gamma} \frac{dx}{\sqrt{(\alpha-x)(\beta-x)(\gamma-x)(x-\delta)}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{(\alpha-\gamma)(\beta-\delta)}} F(\arcsin A'\ ,\ B') \qquad (4.29)$$

pentru: $\delta<\gamma<\beta<\alpha$; $\delta<u<\gamma$

şi în care:

$$A' = \sqrt{\frac{(\beta-\delta)(\gamma-u)}{(\gamma-\delta)(\beta-u)}} \quad ; \quad B' = \sqrt{\frac{(\alpha-\beta)(\gamma-\delta)}{(\alpha-\gamma)(\beta-\delta)}}$$

Dacă se consideră

$$\alpha = \frac{1}{k} \;;\quad \beta = 1 \quad;\; \gamma = -1 \quad;\; \delta = -\frac{1}{k} \;;\; u = \xi_{p'}$$

se obține

$$I' = \frac{2k}{1+k}\, F\left(\arcsin\sqrt{\frac{(1+k)(\xi_{p'}+1)}{(1-k)(\xi_{p'}-1)}}\,,\; \frac{1-k}{1+k}\right) \qquad (4.30)$$

Pentru: $\xi_p = -\xi_{p'}$ se obține

$$\int_{\xi_{p'}}^{-1} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2-1)(\frac{1}{k^2}-\xi^2)}} = \int_{1}^{\xi_p} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2-1)(\frac{1}{k^2}-\xi^2)}}$$

Rezultă că aceeași corespondență se găsește și între punctele $P'(-\frac{b}{2}, jy)$ din planul z și punctele $\xi_{p'}$ din planul ζ.

Stabilirea relației de corespondență (4.26) va permite în continuare determinarea soluțiilor exacte pentru unele mărimi care definesc comportarea generatorului Hall ca element de circuit, soluții necunoscute în literatura de specialitate. In acest sens se va determina variația potențialului pe fețele libere ale unei plăci Hall, rezultat care permite determinarea punctelor avînd același potențial, de pe cele două fețe libere ale plăcii, în scopul realizării elementelor de circuit unidirecționale, precum și determinarea exactă a factorului tensiunii Hall pentru orice poziție a electrozilor Hall considerați punctiformi.

4.3.3. Soluția exactă a potențialului pe fețele libere ale unei plăci Hall dreptunghiulare.

α. Calculul se efectuează în planul ζ în care intensitatea cîmpului electric se determină din relația

$$\underline{E} = \left(j\,\frac{dW}{d\xi}\right)^{*} \qquad (4.31)$$

Tensiunea electrică între electrodul de comandă AD și punctul P se determină ţinînd seama de rel.(4.12).Se obţine

$$U_{AP} = \int_1^{\xi_P} E \cos\theta . d\xi = C_2 \cos\theta . I_1 \qquad (4.32)$$

în care s-a notat prin I_1 următoarea integrală

$$I_1 = \int_1^{\xi_P} \left[(\xi - 1)(\xi + \frac{1}{k})\right]^{-(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi})} . \left[(\xi + 1)(\frac{1}{k} - \xi)\right]^{-(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi})} . d\xi \qquad (4.33)$$

Pentru calculul integralei I_1 se face substituţia

$$u = \frac{(\xi - \xi_P)(1 + k)}{k(1 - \xi_P)(\xi + \frac{1}{k})} \qquad (4.34)$$

din care rezultă

$$\xi = \frac{u(\xi_P - 1) - \xi_P(1+k)}{ku(1 - \xi_P) - (1+k)} \qquad (4.35)$$

şi

$$d\xi = \frac{(1 - \xi_P)(1+k)(1+k\xi_P)}{\left[ku(1 - \xi_P) - (1+k)\right]^2} du \qquad (4.36)$$

Factorii din integrala (4.33) obţin următoarele expresii

$$\xi - 1 = \frac{(1+k)(1 - \xi_P)}{ku(1 - \xi_P) - (1+k)} (1 - u)$$

$$\xi + \frac{1}{k} = - \frac{(1+k)(1+k\xi_P)}{k\left[ku(1 - \xi_P) - (1+k)\right]}$$

$$\xi + 1 = - \frac{(1+k)(1+\xi_P)}{ku(1 - \xi_P) - (1+k)} \left[1 - \frac{(1-k)(\xi_P - 1)}{(1+k)(\xi_P + 1)} u\right]$$

$$\frac{1}{k} - \xi = - \frac{2k(\xi_p - 1)}{k\left[ku(1-\xi_p)-(1+k)\right]} \left[u + \frac{(1+k)(1-k\xi_p)}{2k(\xi_p - 1)} \right]$$

Integrala I_1 rezultă de următoarea formă

$$I_1 = kC \int_0^1 (1-u)^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1 - zu)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (u+a)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot du \tag{4.37}$$

în care :

$$C = (1+k\xi_p) \left[(1+k)(1+k\xi_p)\right]^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot \left[2k(1+\xi_p)\right]^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \tag{4.38}$$

$$z = \frac{(1-k)(\xi_p - 1)}{(1+k)(\xi_p + 1)} \tag{4.39}$$

$$a = \frac{(1+k)(1-k\xi_p)}{2k(\xi_p - 1)} \tag{4.40}$$

Factorul $(u + a)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)}$ se dezvoltă în serie Maclaurin astfel

$$(u+a)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} = a^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} - \frac{u}{1!}\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right) a^{-\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} +$$

$$+ \frac{u^2}{2!}\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right) a^{-\left(\frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} -$$

$$- \frac{u^3}{3!}\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right) a^{-\left(\frac{7}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} + \ldots\ldots$$

sau

$$(u + a)^{-(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi})} = a^{-(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi})} + (-1)^n \frac{u^n}{n!} \prod_{1}^{n} (\frac{2n-1}{2} + \frac{\theta}{\pi}).a^{-(\frac{1+2n}{2} + \frac{\theta}{\pi})}$$

$$n \in N \qquad (4.41)$$

Dezvoltarea în serie dată de (4.41) permite descompunerea integralei I_1 într-o sumă de integrale de forma

$$\int_0^1 t^{\beta-1}.(1-t)^{\gamma-\beta-1}.(1-zt)^{-\alpha} dt$$

care are următoarea valoare [124]

$$\int_0^1 t^{\beta-1}.(1-t)^{\gamma-\beta-1}.(1-zt)^{-\alpha} dt = \beta(\beta, \gamma-\beta).F(\alpha ;\beta ;\gamma ; \quad z) =$$

$$= \frac{\Gamma(\beta).\Gamma(\gamma-\beta)}{\Gamma(\gamma)} . F(\alpha ;\beta ;\gamma ; z) \qquad (4.42)$$

In (4.42) s-a ţinut seama de relaţia funcţională [124] între funcţiile beta şi gama.

$$\beta(x,y) = \frac{\Gamma(x).\Gamma(y)}{\Gamma(x + y)}$$

Din cele de mai sus rezultă că integrala I_1 exprimată prin rel.(4.37) poate fi scrisă în forma

$$I_1 = kC (I_{11} + I_{12} + I_{13} + I_{14} + \ldots\ldots) \qquad (4.43)$$

In cele ce urmează se calculează fiecare din integralele componente din rel.(4.43)

a) $$I_{11} = a^{-(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi})} \int_0^1 u^0.(1 - u)^{-(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi})}.(1 -zu)^{-(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi})}.du$$

Rezultă:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \qquad \beta = 1 \quad ; \quad \gamma = \frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}$$

Deci: $\Gamma(\beta) = 1$

$$\Gamma(\gamma - \beta) = \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)$$

$$\Gamma(\gamma) = \Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)$$

La scrierea ultimei relații s-a ținut seama de relația cunoscută [2] : $\Gamma(x + 1) = x\,\Gamma(x)$

Utilizînd integrala (4.42), pentru integrala I_{11} se obține deci următoarea soluție

$$I_{11} = \frac{a^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)}}{\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}} F\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \; 1 \; ; \frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \; z\right)$$

b) $$I_{12} = -\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right) a^{-\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \int_0^1 u(1-u)^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1-zu)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} du$$

pentru care:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \quad \beta = 2 \quad ; \quad \gamma = \frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi}$$

$$\Gamma(\beta) = 1$$

$$\Gamma(\gamma) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)$$

$$\Gamma(\gamma - \beta) = \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)$$

Deci

$$I_{12} = -\frac{a^{-\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)}}{\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}} F\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \; 2 \; ; \; \frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \; z\right)$$

c) $I_{13} =$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right) a^{-\left(\frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \int_0^1 u^2 (1-u)^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1-zu)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot du$$

Se obţin succesiv următoarele rezultate

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \qquad \beta = 3 \qquad ; \; \gamma = \frac{7}{2} + \frac{\theta}{\pi}$$

$$\Gamma(\beta) = 2$$

$$\Gamma(\gamma - \beta) = \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)$$

$$\Gamma(\gamma) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)$$

$$I_{13} = \frac{a^{-\left(\frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)}}{\frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi}} \; F\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \; 3 \; ; \; \frac{7}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \; z\right)$$

d) $I_{14} = -A \, a^{-\left(\frac{7}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \int_0^1 u^3 (1-u)^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1-zu)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot du$

în care

$$A = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)$$

In acest caz: $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi} \; ; \qquad \beta = 4 \quad ; \; \gamma = \frac{9}{2} + \frac{\theta}{\pi}$

$$\Gamma(\beta) = 6$$

$$\Gamma(\gamma - \beta) = \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)$$

$$\Gamma(\gamma) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{5}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{7}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)$$

$$I_{14} = - \frac{a^{-(\frac{7}{2} + \frac{\theta}{\pi})}}{\frac{7}{2} + \frac{\theta}{\pi}} F\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi} \quad ; \quad 4 \quad ; \quad \frac{9}{2} + \frac{\theta}{\pi} \quad ; \quad z\right)$$

Valoarea integralei (4.37) este următoarea

$$I_1 = kC \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{a^{-(\frac{2n-1}{2} + \frac{\theta}{\pi})}}{\frac{2n-1}{2} + \frac{\theta}{\pi}} F\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}; n ; \frac{2n+1}{2} + \frac{\theta}{\pi} ; z\right)$$

$$n \in N \qquad (4.44)$$

Tensiunea electrică dintre electrodul de comandă AD şi punctul P' ($-\frac{b}{2}$, jy) de pe cealaltă faţă liberă a plăcii Hall este

$$U_{DP'} = \int_{-1}^{-\xi_{p'}} \delta \cos\theta \,.\, d\xi = C_2 \cos\theta \,.I_2 \qquad (4.45)$$

în care prin I_2 s-a notat integrala următoare

$$I_2 = \int_{-1}^{-\xi_{p'}} \left[(\xi - 1)(\xi + \frac{1}{k})\right]^{-(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi})} \cdot \left[(\xi + 1)(\frac{1}{k} - \xi)\right]^{-(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi})} d\xi \qquad (4.46)$$

Pentru rezolvarea integralei I_2 se face substituţia

$$u = \frac{(\xi_{p'} + \xi)(1 + k)}{(\xi_{p'} - 1)(1 - k\xi)} \qquad (4.47)$$

Rezultă

$$\xi = \frac{u(1 - \xi_{p'}) + \xi_{p'}(1+k)}{ku(1 - \xi_{p'}) - (1 + k)} \quad ;$$

$$d\xi = \frac{(1+k)(\xi_{p'} - 1)(1 + k\xi_{p'})}{\left[ku\,(1 - \xi_{p'}) - (1+k)\right]^2} du$$

Pentru factorii din integrala I_2 rezultă expresiile următoare

$$\xi - 1 = \frac{(1+k)(1+\xi_{p'})}{ku(1-\xi_{p'})-(1+k)}\left[1 - \frac{(1-k)(\xi_{p'}-1)}{(1+k)(\xi_{p'}+1)}\, u\right]$$

$$\xi + \frac{1}{k} = - \frac{2k(\xi_{p'}-1)}{k\left[ku(1-\xi_{p'})-(1+k)\right]}\left[u + \frac{(1+k)(1-k\xi_{p'})}{2k(\xi_{p'}-1)}\right]$$

$$\xi + 1 = \frac{(1+k)(\xi_{p'}-1)}{ku(1-\xi_{p'})-(1+k)}\left[1 - u\right]$$

$$\frac{1}{k} - \xi = - \frac{(1+k)(1+k\xi_{p'})}{k\left[ku(1-\xi_{p'})-(1+k)\right]}$$

Integrala I_2 devine

$$I_2 = k\, C' \int_0^1 (1-u)^{-\left(\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1-zu)^{-\left(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (u+a)^{-\left(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi}\right)} du \tag{4.48}$$

în care s-au făcut următoarele notații

$$C' = (1+k\xi_{p'})\left[2k(\xi_{p'}+1)\right]^{-\left(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot \left[(1+k)(1+k\xi_{p'})\right]^{-\left(\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi}\right)} \tag{4.49}$$

$$z = \frac{(1-k)(\xi_{p'}-1)}{(1+k)(\xi_{p'}+1)} \tag{4.50}$$

$$a = \frac{(1+k)(1-k\xi_{p'})}{2k(\xi_{p'}-1)} \tag{4.51}$$

Factorul $(u+a)^{-(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi})}$ dezvoltat în serie Maclaurin obține următoarea expresie generală

$$(u+a)^{-(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi})} = a^{-(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi})} + (-1)^n \frac{u^n}{n!} \prod_{1}^{n} \left(\frac{2n-1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right) . a^{-(\frac{1+2n}{2}-\frac{\theta}{\pi})}$$

$$n \in N \qquad (4.52)$$

Prin dezvoltarea în serie (4.52), integrala I_2 se descompune într-o sumă de integrale de forma (4.42) în felul următor

$$I_2 = kC' \,(I_{21} + I_{22} + I_{23} + I_{24} + \ldots\ldots) \qquad (4.53)$$

Pentru exemplificare se calculează prima integrală din (4.53) și anume

$$I_{21} = a^{-(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi})} \int_0^1 u^0 \,(1-u)^{-(\frac{1}{2}+\frac{\theta}{\pi})} \,(1-zu)^{-(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi})} du$$

Deoarece: $\alpha = \frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}$; $\beta = 1$; $\gamma = \frac{3}{2} - \frac{\theta}{\pi}$

se obține:

$$\Gamma(\beta) = 1$$

$$\Gamma(\gamma) = \left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right).\Gamma\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)$$

$$\Gamma(\gamma-\beta) = \Gamma\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)$$

$$I_{21} = \frac{a^{-(\frac{1}{2}-\frac{\theta}{\pi})}}{\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}} F\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi} \;;\; 1 \;;\; \frac{3}{2} - \frac{\theta}{\pi} \;;\; z \right)$$

Efectuînd și calculul celorlalte integrale din (4.53), pentru integrala I_2 se obține următoarea valoare

$$I_2 = kC' \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{a^{-\left(\frac{2n-1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)}}{\frac{2n-1}{2} - \frac{\theta}{\pi}} F\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi};\ n\ ;\ \frac{2n+1}{2} - \frac{\theta}{\pi}; z\right) \qquad (4.54)$$

Cu alte cuvinte, valorile integralelor I_1 şi I_2 date prin rel.(4.44) şi (4.54) exprimă variaţiile pozenţialelor electrice în lungul feţelor libere ale plăcii Hall. Se remarcă faptul că soluţiile integralelor I_1 şi I_2 sînt convergente numai pentru $a>1$, motiv pentru care se pot determina aceste valori numai pentru jumătate din frontiera liberă a plăcii Hall. De altfel, aceste valori sînt suficiente datorită simetriei pe care o prezintă distribuţia potenţialului pe cele două feţe libere.

β. Valorile integralelor I_1 şi I_2 trebuie să corespundă valorii obţinute prin rel.(4.16), pentru cazul limită în care $\xi_p = \frac{1}{k}$, respectiv $-\xi_{p'} = -\frac{1}{k}$.

Intr-adevăr, în acest caz rezultă următoarele:

$$a = 0 \quad ; \quad z = \left(\frac{1-k}{1+k}\right)^2 \quad ; \quad C = C' = \frac{1}{1+k}$$

$$I_1 = \frac{k}{1+k} \int_0^1 u^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1-u)^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1-zu)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot du$$

$$I_2 = \frac{k}{1+k} \int_0^1 u^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1-u)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1-zu)^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot du$$

Dacă se ţine seama de relaţia între seriile hipergeometrice: $F(\alpha;\beta;\gamma;\ z) = F(\beta;\alpha;\gamma;\ z)$ este evident următorul rezultat în concordanţa cu rel.(4.16)

$$\left(I_1\right)_{\xi_p = \frac{1}{k}} = \left(I_2\right)_{-\xi_{p'} = -\frac{1}{k}} = I \qquad (4.55)$$

în care:

$$I = \frac{k}{1+k} \cdot \frac{\pi}{\cos\theta} \cdot F\left[\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\ ;\ \frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\ ;\ 1\ ;\ \left(\frac{1-k}{1+k}\right)\right]^2 = a_p \qquad (4.56)$$

7. Se precizează faptul că datorită simetriei pe care o prezintă spectrul cîmpului electric față de cele două fețe libere ale plăcii Hall, în punctele de la mijlocul plăcii, adică pentru $y = \frac{a}{2}$ şi cărora le corespunde în planul ζ punctele $\xi_p = \frac{1}{\sqrt{k}}$ şi $-\xi_{p'} = -\frac{1}{\sqrt{k}}$, trebuie să se verifice următoarea egalitate între valorile integralelor I_1, I_2 şi valoarea laturii a_p a paralelogramului Hall, adică

$$\left(I_1\right)_{\xi_p = \frac{1}{\sqrt{k}}} + \left(I_2\right)_{-\xi_{p'} = -\frac{1}{\sqrt{k}}} = I \qquad (4.57)$$

I - fiind dat de rel.(4.56).

4.3.4. <u>Determinarea factorului tensiunii Hall în cazul unei plăci de formă dreptunghiulară, pentru orice poziție a electrozilor Hall considerați punctiformi.</u>

Tensiunea Hall între două puncte oarecare P şi P' de pe fețele libere ale plăcii, este

$$\left(U_H\right)_{PP'} = C_2 \cos\theta . (I_2 - I_1) \qquad (4.58)$$

Ştiind că tensiunea Hall în cazul plăcii de lungime infinită are valoarea

$$U_{H\infty} = C_H \frac{i_1 B}{h} = \frac{i_1 \operatorname{tg}\theta}{\sigma(B) . h} \qquad (4.59)$$

şi înlocuind constanta C_2 în funcție de curentul de comandă i_1 din rel.(4.18), pentru factorul tensiunii Hall $F(\lambda, \theta)$ rezultă expresia

$$F(\lambda, \theta) = \frac{\left(U_H\right)_{PP'}}{U_{H\infty}} = \frac{I_2 - I_1}{b_p . \sin\theta} \qquad (4.60)$$

Dacă electrozii Hall sînt situaţi la mijlocul distanţei dintre electrozii de comandă ($\xi_P = \frac{1}{\sqrt{k}}$), factorul tensiunii Hall avînd în acest caz cea mai mare valoare, pentru constantele care intervin în expresiile integralelor I_1 şi I_2 se obţin valorile

$$a = \frac{1+k}{2\sqrt{k}} \quad ; \quad z = \frac{(1-k)(1-\sqrt{k})}{(1+k)(1+\sqrt{k})}$$

$$C = (1+k)^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (2\sqrt{k})^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)}$$

$$C' = (2\sqrt{k})^{-\left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{\pi}\right)} \cdot (1+k)^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}\right)}$$

4.3.5. Aplicaţii numerice. Rezultate experimentale.

Determinarea corespondenţei dintre conturul plăcii Hall situată în planul z şi caracterizată prin raportul λ al celor două laturi şi conturul domeniului obţinut prin reprezentare conformă în planul ζ se face prin stabilirea legăturii dintre raportul λ şi modulul k pe baza rel.(4.11). Rezultatele obţinute sînt prezentate în tabela 4.1.

Tabelele 4.2, 4.3 şi 4.4 cuprind determinarea corespondenţei dintre punctele P($\frac{b}{2}$,jy) de pe frontiera liberă a plăcii Hall şi punctele corespunzătoare ξ_P din planul ζ pe baza relaţiei de corespondenţă (4.26), pentru următoarele valori ale raportului λ dintre laturile plăcii Hall: 1 ; 1,5 ; 2 .

S-au considerat în planul z, pe prima jumătate a frontierei libere AB, zece puncte P ($\frac{b}{2}$, jy) echidistante. Valoarea integralei I exprimată prin rel.(4.25) s-a determinat pe baza rel.(4.22). Cunoscînd pe bază de calcul valoarea integralei eliptice de speţa întîi F (arc sinA , B) şi folosind tabelele de integrale eliptice [80] pentru a calcula mărimea A, punctele ξ_P din planul ξ se determină cu următoarea relaţie

$$\xi_P = \frac{(1+k) + A^2(1-k)}{(1+k) - A^2(1-k)} \qquad (4.61)$$

Tabelele 4.2 - 4.4 cuprind şi valorile constantelor a şi z date de rel.(4.39) şi (4.40) necesare pentru determinarea variaţiei potenţialului în lungul frontierelor libere ale plăcii Hall. Aceste valori permit să se aprecieze numărul de termeni necesari pentru un calcul corespunzător, atît în suma din care este exprimată valoarea integralei I_1, respectiv I_2, cît şi numărul de termeni al seriei hipergeometrice.

In continuare se prezintă schema logică şi programul în limbaj FORTRAN pentru calculul valorilor soluţiilor integralelor I_1 şi I_2(rel.4.44 şi 4.54). In scop de verificare (rel.4.57) s-a calculat şi expresia I (rel.4.56). In sumele conţinute în expresiile (4.44)şi(4.54) s-au luat în considerare primii zece termeni.

Tabelele 4.5 - 4.10 cuprind valorile integralelor I_1 şi I_2 pentru valorile precizate mai sus ale raportului λ şi pentru următoarele unghiuri Hall: 10°, 20°, 30°, 40°, 45°, 50°, 60° şi 75°. Diagramele din fig.4.12 -4.14 exprimă variaţia potenţialului electric pe cele două feţe libere ale plăcilor Hall dreptunghiulare considerate în calcul. Această variaţie s-a stabilit prin determinarea rapoartelor tensiunilor U_{AP}/U_1 şi $U_{AP'}/U_1$, U_1 fiind tensiunea aplicată electrozilor de comandă, iar U_{AP} şi $U_{AP'}$ fiind definite prin rel.(4.32) şi (4.45). Diagramele permit stabilirea punctelor de acelaşi potenţial electric de pe cele două feţe libere, la diferite unghiuri Hall, în scopul realizării elementelor de circuit unidirecţionale.

Tabela 4.1 Dependenţa dintre raportul laturilor plăcii Hall λ şi modulul k

λ	k	λ	k
∞	0	1,38	0,0522
2,2421	0,0045	1,3401	0,0596
2,113	0,006	1,3046	0,0669
2,0213	0,0075	1,258	0,077
1,9504	0,009	1,205	0,09
1,8924	0,01	1,1592	0,1045
1,8433	0,0118	1,11	0,1218
1,8008	0,0148	1,0674	0,1391
1,7633	0,016	1,0298	0,1564
1,7298	0,017	1,0023	0,1707
1,6718	0,02	0,9513	0,1993
1,6226	0,024	0,866	0,2588
1,5802	0,0275	0,8162	0,3007
1,5426	0,0317	0,7275	0,3907
1,5091	0,0349	0,6396	0,5
1,4965	0,0363	0,5686	0,6018
1,4789	0,0376	0,5	0,7071
1,4513	0,042	0,4396	0,7986
1,4256	0,045	0,3638	0,8987
1,4018	0,0494	0	1

Tabela 4.2. Determinarea corespondenţei dintre punctele frontierelor neacoperite de electrozi situate în planele z şi ζ, pentru $\lambda = 1$

y/a	I	F(arcsinA ,B)	B	A	ξ_p	a	z
0,05	0,027	0,09258	0,70838	0,09295	1,0122	232,5	0,0043
0,1	0,054	0,18517	0,70838	0,18224	1,048	58,65	0,0166
0,15	0,08105	0,2779	0,70838	0,27564	1,1137	24,42	0,0381
0,2	0,10807	0,3705	0,70838	0,35837	1,2	13,63	0,0644
0,25	0,13509	0,4632	0,70838	0,43837	1,315	8,442	0,0963
0,3	0,16211	0,5558	0,70838	0,51504	1,4625	5,563	0,133
0,35	0,18912	0,6485	0,70838	0,58779	1,648	3,803	0,1733
0,4	0,21614	0,74119	0,70838	0,65606	1,877	2,657	0,2159
0,45	0,24316	0,8338	0,70838	0,71325	2,1264	1,939	0,2552
0,5	0,27018	0,92647	0,70838	0,76604	2,4225	1,4137	0,2944

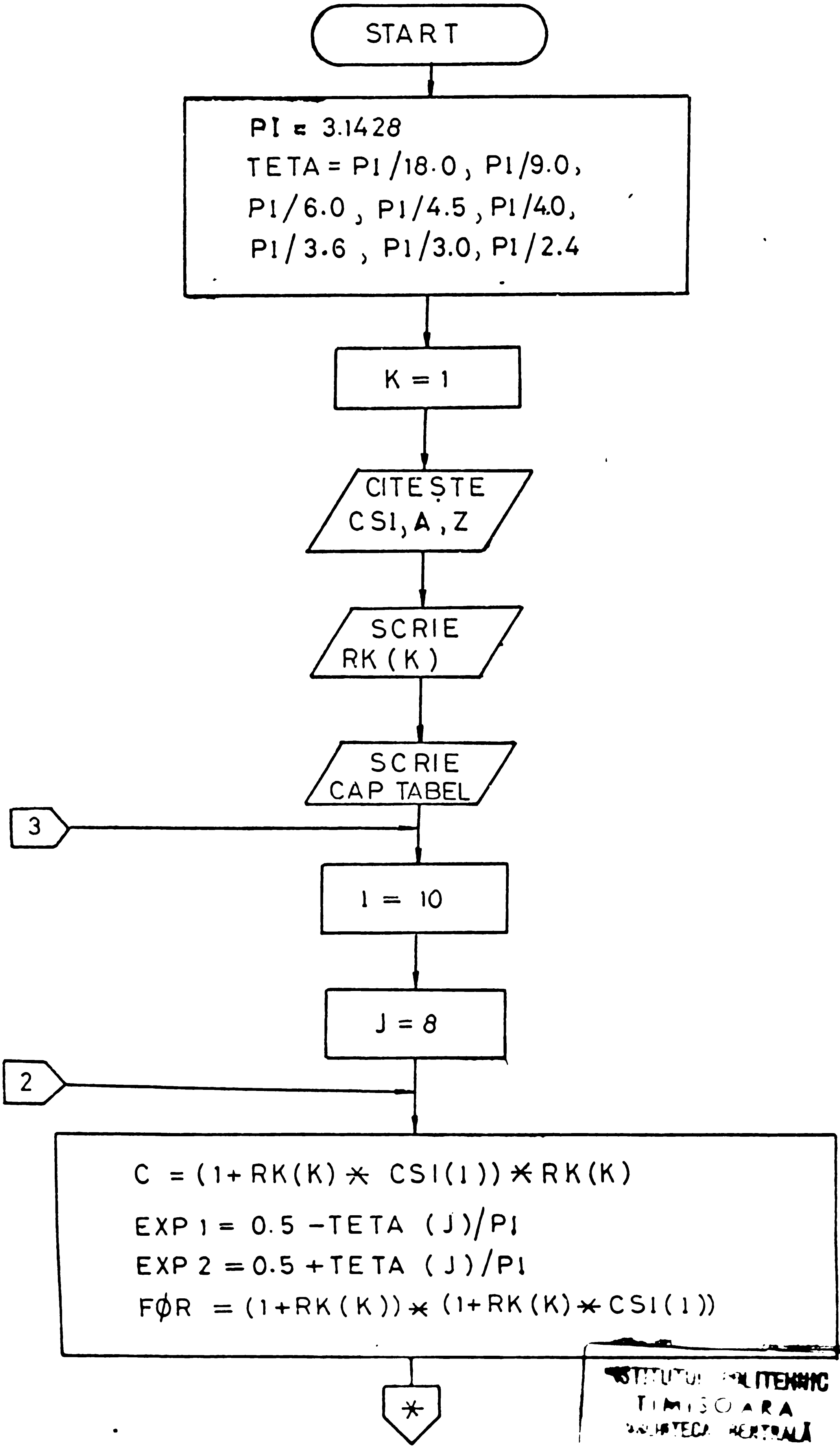
Tabela 4.3. Determinarea corespondenţei dintre punctele frontierelor neacoperite de electrozi situate în planele z şi ζ , pentru λ =1,5.

y/a	I	F(arcsinA,B)	B	A	ξ_p	a	z
0,05	0,00855	0,1222	0,9299	0,12187	1,0279	492,52	0,0128
0,1	0,01711	0,2444	0,9299	0,24192	1,1151	118,99	0,0506
0,15	0,02566	0,3665	0,9299	0,35021	1,2574	52,92	0,106
0,2	0,03422	0,4888	0,9299	0,45399	1,474	28,5	0,1781
0,25	0,04277	0,611	0,9299	0,548	1,775	17,23	0,2597
0,3	0,05133	0,7332	0,9299	0,62932	2,166	11,279	0,3424
0,35	0,05988	0,8554	0,9299	0,7009	2,682	7,66	0,4248
0,4	0,06844	0,9777	0,9299	0,76041	3,326	5,395	0,4999
0,45	0,077	1,1	0,9299	0,81412	4,213	3,763	0,5731
0,5	0,08555	1,2221	0,9299	0,85416	5,22	2,741	0,6308

Tabela 4.4. Determinarea corespondenţei dintre punctele frontierelor neacoperite de electrozi situate în planele z şi ξ, pentru $\lambda = 2$.

y/a	I	F(arcsina,B)	B	A	ξ_p	a	z
0,05	0,00235	0,1582	0,9851	0,15643	1,0494	1348,9	0,0237
0,1	0,00471	0,3163	0,9851	0,30902	1,207	321,53	0,0923
0,15	0,00707	0,4747	0,9851	0,43837	1,467	142,24	0,1864
0,2	0,00942	0,6330	0,9851	0,55919	1,89	74,397	0,3033
0,25	0,01178	0,7912	0,9851	0,66262	2,524	43,237	0,426
0,3	0,01413	0,9495	0,9851	0,74314	3,386	27,435	0,5359
0,35	0,01649	1,1078	0,9851	0,80902	4,63	17,86	0,6351
0,4	0,01885	1,2660	0,9851	0,85717	6,24	12,218	0,713
0,45	0,02120	1,4243	0,9851	0,89493	8,477	8,411	0,7772
0,5	0,02356	1,5826	0,9851	0,92388	11,566	5,805	0,8283

SCHEMA LOGICA PENTRU CALCULUL INTEGRALELOR I_1 ȘI I_2



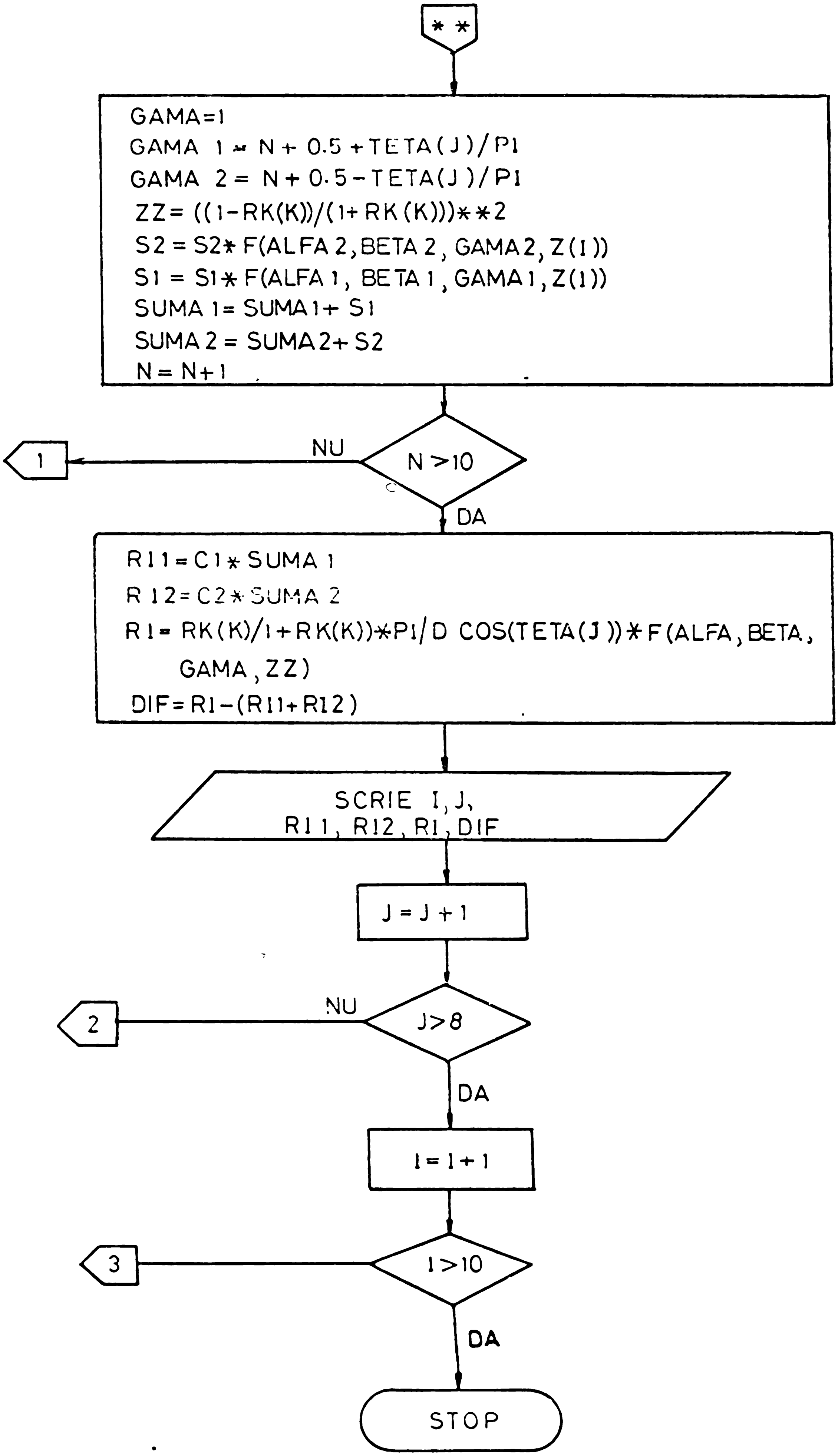
*

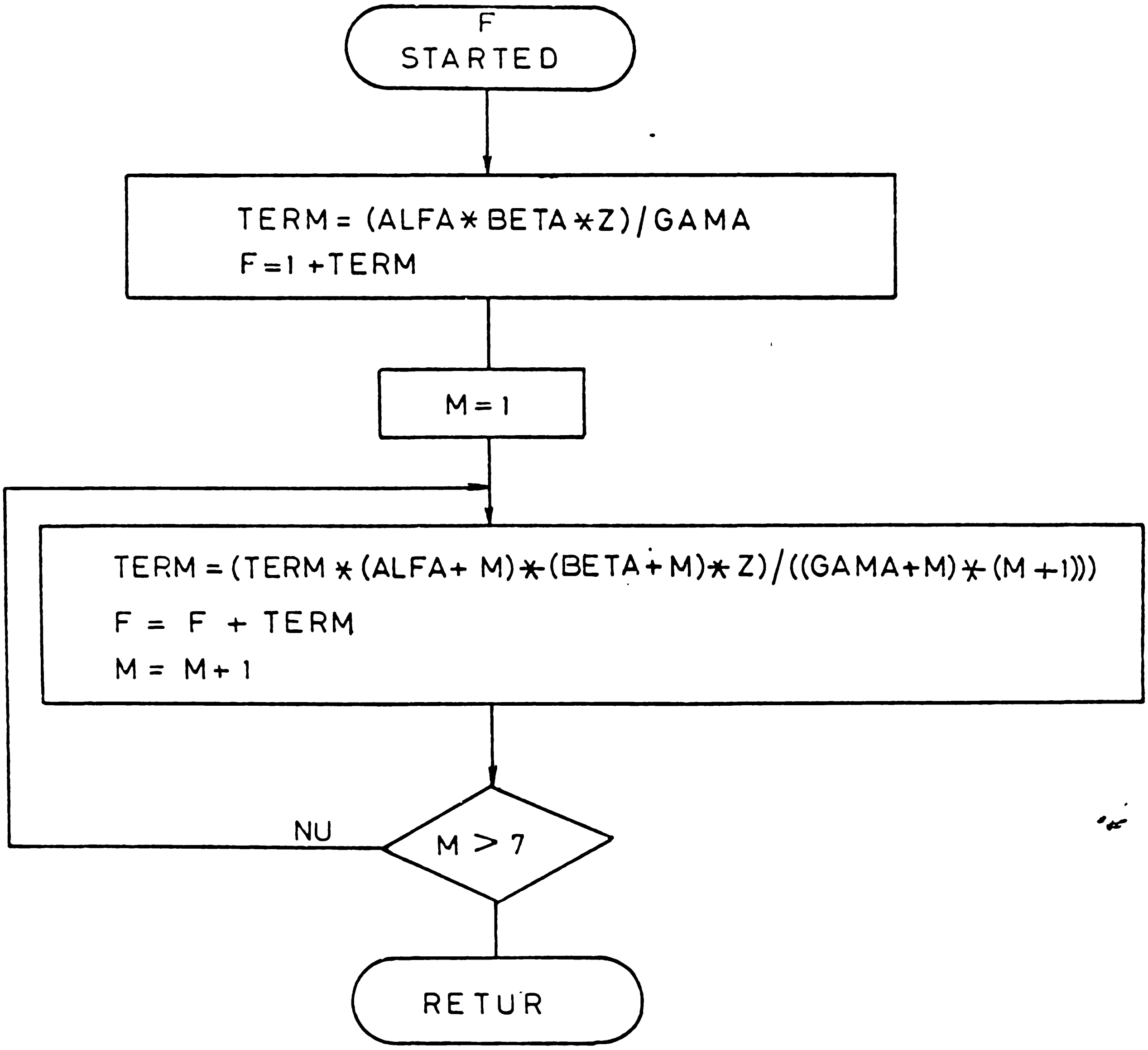
```
FØR 1 = FØR * * EXP 1
FOR 2 = FØR * * EXP 2
C1 = C /FØR 1
C2 = C / FØR 2
FØR = (2*RK (K)* (1+CSI(I)))
FØR 1 = FØR * * EXP2
FØR 2 = FOR * * EXP 1
C 1 = C1/ FØR1
C2 = C2 /FØR 2
SUMA 1 = 0.0
SUMA 2 = 0.0
N = 1
```

1

```
S 1 = ( - 1) * * (N+1)
S 2 = S1
EXP3=N- 0.5+TETA ( J )/PI
EXP4= N- 0.5 - TETA(J )/ PI
FØR1 = 1 / (A(I) * * EXP 3 * EXP 3)
FØR 2 = 1/A(I) * * EXP4 * EXP4)
S 1 = S1 * FØR 1
S2 = S2 * FØR 2
ALFA=EXP 2
ALFA 1= EXP 2
ALFA 2= EXP 1
BETA 1= N
BETA 2=N
BETA = EXP 1
```

**


**
GAMA=1
GAMA 1 = N + 0.5 + TETA(J)/PI
GAMA 2 = N + 0.5 - TETA(J)/PI
ZZ= ((1-RK(K))/(1+RK(K)))**2
S2 = S2* F(ALFA 2, BETA 2, GAMA 2, Z(I))
S1 = S1* F(ALFA 1, BETA 1, GAMA 1, Z(I))
SUMA 1 = SUMA 1 + S1
SUMA 2 = SUMA 2 + S2
N = N+1
NU
1
N >10
DA
R11 = C1 * SUMA 1
R12 = C2 * SUMA 2
R1 = RK(K)/1+RK(K))*PI/D COS(TETA(J))*F(ALFA, BETA, GAMA, ZZ)
DIF = R1-(R11+R12)
SCRIE I, J, R11, R12, R1, DIF
J = J + 1
NU
2
J>8
DA
I = I + 1
3
I>10
DA
STOP


F
STARTED
TERM = (ALFA * BETA * Z)/GAMA
F = 1 + TERM
M = 1
TERM = (TERM * (ALFA + M) * (BETA + M) * Z)/((GAMA + M) * (M + 1))
F = F + TERM
M = M + 1
NU
M > 7
RETUR

```
.             JOB SILVA,AN:C570,PR:DOBRE
.             COMPILE FORTRAN,MAP,ODL
C      ***********************************************************************
C      *     PROGRAMUL SILVA-HALL EFECTUEAZA CALCULUL VARIATIILOR           *
C      *     POTENTIALELOR PE FETELE LIBERE ALE UNEI  PLACI  HALL           *
C      *     DREPTUNGHIULARE.                                               *
C      *                                                                    *
C      *     VARIABILELE UTILIZATE :                                        *
C      *                                                                    *
C      *     RK     - MODULUL INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE                  *
C      *     CSI    - PUNCTUL CORESPONDENT IN PLANUL  ZETA  UNUI            *
C      *                PUNCT DE PE FATA LIBERA A PLACII  HALL              *
C      *     A      - REZULTATUL EXPRESIEI (4.40)                           *
C      *     Z      - REZULTATUL EXPRESIEI (4.39)                           *
C      *     I1,I2 - SOLUTIILE INTEGRALELOR CARE EXPRIMA VARIATIILE         *
C      *                POTENTIALELOR PE FETELE LIBERE ALE UNEI PLACI       *
C      *                HALL DREPTUNGHIULARE                                *
C      *                                                                    *
C      ***********************************************************************
       IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C
C      DEFINIREA DATELOR
C
       DIMENSION CSI(10),A(10),Z(10),TETA(8),RK(4)
       DATA RK/0.0075,0.0363,0.1707,0.7071/
   100 FORMAT(' ',///,11X,' I',1X,' J',11X,'I1',20X,'I2')
   101 FORMAT(8F10.5)
   102 FORMAT (' ','***SOLUTIILE INTEGRALELOR PENTRU K=',F9.6)
   103 FORMAT(' ',10X,I2,1X,I2,2X,2(E17.10,2X))
   104 FORMAT (10X,I2,1X,I2,2X,2(E17.10,2X))
       PI=3.1428
       TETA(1)=PI/18.0
       TETA(2)=PI/9.0
       TETA(3)=PI/6.0
       TETA(4)=PI/4.5
       TETA(5)=PI/4.0
       TETA(6)=PI/3.6
       TETA(7)=PI/3.0
       TETA(8)=PI/2.4
C
C      INITIALIZARE PENTRU PATRU VALORI DIFERITE ALE PARAMETRULUI
C
       DO 5 K=1,4
       READ 101,CSI,A,Z
       PRINT 102,RK(K)
       PRINT 100
C
C      CALCULUL VARIATIILOR POTENTIALELOR PENTRU PATRU VALORI DI
C      ALE PARAMETRULUI RK
C
       DO 4 I=1,10
       DO 3 J=1,8
       C=(1+RK(K)*CSI(I))*RK(K)
       EXP1=0.5-TETA(J)/PI
       EXP2=0.5+TETA(J)/PI
       FOR=(1+RK(K))*(1+RK(K)*CSI(I))
```

```
      FOP1=FOP**EXP2
      FOP2=FOP**EXP1
      C1=C1/FOP1
      C2=C2/FOP2
      SUMA1=0.0
      SUMA2=0.0
      DO 2 N=1,10
      S1=(-1)**(N+1)
      S2=S1
      EXP3=N-0.5+TETA(J)/PI
      EXP4=N-0.5-TETA(J)/PI
      FOP1=1/(A(I)**EXP3*EXP3)
      FOP2=1/(A(I)**EXP4*EXP4)
      S1=S1*FOP1
      S2=S2*FOP2
      ALFA1=EXP2
      ALFA2=EXP1
      BETA=N
      GAMA1=N+0.5+TETA(J)/PI
      GAMA2=N+0.5-TETA(J)/PI
      TERM1=(ALFA1*BETA*Z(I))/GAMA1
      TERM2=(ALFA2*BETA*Z(I))/GAMA2
      F1=1+TERM1
      F2=1+TERM2
      DO 1 M=1,7
      TERM1=(TERM1*(ALFA1+M)*(BETA+M)*Z(I))/((GAMA1+M)*(M+1))
      TERM2=(TERM2*(ALFA2+M)*(BETA+M)*Z(I))/((GAMA2+M)*(M+1))
      F1=F1+TERM1
      F2=F2+TERM2
    1 CONTINUE
      S1=S1*F1
      S2=S2*F2
      SUMA1=SUMA1+S1
      SUMA2=SUMA2+S2
    2 CONTINUE
      RI1=C1*SUMA1
      RI2=C2*SUMA2
C
C     TIPARIREA REZULTATELOR
C
      WRITE (108,103)I,J,RI1,RI2
    3 CONTINUE
    4 CONTINUE
    5 CONTINUE
      STOP
      END
```

LINK

RUN TIME:99,UD:CP,NL:65536

1.0494	1.207	1.467	1.89	2.524	3.386	4.63	6.24
8.477	11.566	1348.9	321.53	142.24	74.397	43.237	27.435
17.86	12.218	8.411	5.805	0.0237	0.0923	0.1864	0.3033
0.426	0.5359	0.6351	0.713	0.7772	0.8283		
1.0279	1.1151	1.2574	1.474	1.775	2.166	2.682	3.326
4.213	5.22	492.52	118.99	52.92	28.5	17.23	11.279
7.66	5.395	3.763	2.741	0.0128	0.0506	0.106	0.1781
0.2597	0.3424	0.4248	0.4999	0.5731	0.6308		
1.0122	1.048	1.1137	1.2	1.315	1.4625	1.648	1.877
2.1264	2.4225	232.5	58.65	24.42	13.63	8.442	5.563
3.803	2.657	1.939	1.4137	0.0043	0.0166	0.0381	0.0644
0.0963	0.133	0.1733	0.2159	0.2552	0.2944		
1.00211	1.00842	1.01887	1.0333	1.05154	1.0733	1.10124	1.12602
1.15946	1.18767	166.71	41.137	17.883	9.763	6.006	3.969
2.638	1.952	1.363	1.0304	1.00018	0.00072	0.0016	0.0028
0.0043	0.006	0.0082	0.0101	0.0126	0.0147		

EOJ

Tabela 4.5. Valorile integralei I_1, exprimată prin rel.(4.44), pentru o placă Hall dreptunghiulară avînd $\lambda = 1$

y/a	I_1							
	$\theta = \pi/18$	$\theta = \pi/9$	$\theta = \pi/6$	$\theta = \pi/4,5$	$\theta = \pi/4$	$\theta = \pi/3,6$	$\theta = \pi/3$	$\theta = \pi/2,4$
0,05	0,01868	0,01304	0,00917	0,00650	0,00548	0,00463	0,00332	0,00203
0,1	0,03987	0,03002	0,02279	0,01742	0,01527	0,01340	0,01036	0,00710
0,15	0,06405	0,05057	0,04026	0,03227	0,02896	0,02603	0,02109	0,01552
0,2	0,08710	0,07091	0,05821	0,04813	0,04586	0,04002	0,03345	0,02578
0,25	0,11116	0,09275	0,07803	0,06611	0,06099	0,05634	0,04826	0,03858
0,3	0,13625	0,11603	0,09964	0,08616	0,08031	0,07495	0,06554	0,05403
0,35	0,16245	0,14083	0,12311	0,10837	0,10192	0,09598	0,08544	0,07236
0,4	0,18970	0,16713	0,14844	0,13278	0,12587	0,11949	0,10809	0,09377
0,45	0,21538	0,19220	0,17297	0,15679	0,14962	0,14298	0,13108	0,11605
0,5	0,24178	0,21841	0,19899	0,18262	0,17535	0,16862	0,15653	0,14121

Tabela 4.6. Valorile integralei I_2, exprimată prin rel.(4.54), pentru p placă Hall dreptunghiulară avînd $\lambda = 1$

y/a	I_2							
	$\theta = \pi/18$	$\theta = \pi/9$	$\theta = \pi/6$	$\theta = \pi/4{,}5$	$\theta = \pi/4$	$\theta = \pi/3{,}6$	$\theta = \pi/3$	$\theta = \pi/2{,}4$
0,05	0,03961	0,05897	0,08960	0,14005	0,17759	0,22801	0,39596	1,17714
0,1	0,07266	0,10025	0,14122	0,20460	0,24980	0,30879	0,49709	1,31892
0,15	0,10616	0,13970	0,18767	0,25931	0,30918	0,37324	0,57303	1,47608
0,2	0,13574	0,17321	0,22565	0,30235	0,35500	0,42202	0,62832	1,48281
0,25	0,16498	0,20545	0,26118	0,34153	0,39613	0,46521	0,67594	1,53794
0,3	0,19411	0,23684	0,29501	0,37799	0,43398	0,50451	0,71829	1,58534
0,35	0,22336	0,26776	0,32768	0,41251	0,46947	0,54099	0,75685	1,62723
0,4	0,25279	0,29831	0,35940	0,44545	0,50303	0,57518	0,79236	1,66480
0,45	0,27955	0,32565	0,38735	0,47401	0,53191	0,60438	0,82219	1,69563
0,5	0,30635	0,35265	0,41455	0,50141	0,55941	0,63198	0,85001	1,72376

Tabela 4.7. Valorile integralei I_1, exprimată prin rel.(4.44), pentru o placă Hall dreptunghiulară avînd $\lambda = 1,5$.

y/a	I_1							
	$\theta = \pi/18$	$\theta = \pi/9$	$\theta = \pi/6$	$\theta = \pi/4,5$	$\theta = \pi/4$	$\theta = \pi/3,6$	$\theta = \pi/3$	$\theta = \pi/2,4$
0,05	0,00609	0,00438	0,00318	0,00232	0,00199	0,00171	0,00126	0,00080
0,1	0,01329	0,01033	0,00810	0,00639	0,00569	0,00507	0,00405	0,00291
0,15	0,02051	0,01665	0,01362	0,01122	0,01021	0,00930	0,00774	0,00593
0,2	0,02827	0,02367	0,01997	0,01697	0,01568	0,01450	0,01245	0,00999
0,25	0,03628	0,03111	0,02688	0,02338	0,02186	0,02046	0,01798	0,01494
0,3	0,04427	0,03866	0,03404	0,03016	0,02845	0,02687	0,02405	0,02053
0,35	0,05250	0,04658	0,04165	0,03747	0,03562	0,03390	0,03082	0,02690
0,4	0,06062	0,05448	0,04954	0,04497	0,04301	0,04120	0,03792	0,03375
0,45	0,06944	0,06317	0,05790	0,05340	0,05138	0,04950	0,04610	0,04172
0,5	0,07741	0,07110	0,06579	0,06125	0,05922	0,05732	0,05388	0,04945

Tabela 4.8. Valorile integralei I_2, exprimată prin rel.(4.54), pentru o placă Hall dreptunghiulară avînd $\lambda = 1,5$.

y/a	I_2							
	$\theta = \pi/18$	$\theta = \pi/9$	$\theta = \pi/6$	$\theta = \pi/4,5$	$\theta = \pi/4$	$\theta = \pi/3,6$	$\theta = \pi/3$	$\theta = \pi/2,4$
0,05	0,01216	0,01756	0,02588	0,03923	0,04899	0,06195	0,10433	0,29617
0,1	0,02270	0,03033	0,04135	0,05799	0,06966	0,08471	0,13195	0,33314
0,15	0,03217	0,04116	0,05376	0,07220	0,08486	0,10097	0,15058	0,35598
0,2	0,04164	0,05163	0,06533	0,08499	0,09830	0,11511	0,16621	0,37415
0,25	0,05093	0,06164	0,07611	0,09660	0,11036	0,12762	0,17969	0,38923
0,3	0,05984	0,07106	0,08606	0,10711	0,12116	0,13873	0,19142	0,40197
0,35	0,06876	0,08033	0,09570	0,11715	0,13140	0,14917	0,20228	0,41350
0,4	0,07732	0,08912	0,10474	0,12642	0,14080	0,15869	0,21207	0,42368
0,45	0,08642	0,09836	0,11412	0,13595	0,15039	0,16836	0,22189	0,43373
0,5	0,09446	0,10644	0,12224	0,14411	0,15858	0,17657	0,2301	0,44203

Tabela 4.9. Valorile integralei I_1, exprimată prin rel.(4.44), pentru o placă Hall dreptunghiulară avînd $\lambda = 2$.

y/a	I_1							
	$\theta = \pi/18$	$\theta = \pi/9$	$\theta = \pi/6$	$\theta = \pi/4,5$	$\theta = \pi/4$	$\theta = \pi/3,6$	$\theta = \pi/3$	$\theta = \pi/2,4$
0,05	0,001720	0,0012873	0,000950	0,000714	0,000620	0,000539	0,000410	0,000273
0,1	0,0003757	0,003004	0,002421	0,001965	0,001774	0,001604	0,001316	0,000986
0,15	0,005770	0,004809	0,004040	0,003417	0,003149	0,002906	0,002484	0,001978
0,2	0,007984	0,006600	0,005940	0,005176	0,004843	0,004536	0,003995	0,003326
0,25	0,010304	0,009058	0,008023	0,007152	0,006766	0,006409	0,005769	0,004964
0,3	0,012562	0,011234	0,010119	0,009171	0,008748	0,008354	0,007645	0,006736
0,35	0,014908	0,013520	0,012348	0,011344	0,010893	0,010472	0,009708	0,008723
0,4	0,017086	0,015[illegible]	0,014456	0,013417	0,012950	0,012512	0,011715	0,010681
0,45	0,019228	0,017785	0,016559	0,015502	0,015025	0,014578	0,013762	0,012701
0,5	0,0[illegible]1260	0,019814	0,018[illegible]83	0,017522	0,017043	0,016594	0,015774	0,014706

Tabela 4.1o Valorile integralei I_2, exprimată prin rel.(4.54), pentru o placă Hall dreptunghiulară avînd $\lambda = 2$.

y/a	I_2							
	$\theta = \pi/18$	$\theta = \pi/9$	$\theta = \pi/6$	$\theta = \pi/4,5$	$\theta = \pi/4$	$\theta = \pi/3,6$	$\theta = \pi/3$	$\theta = \pi/2,4$
0,05	0,003243	0,004552	0,006522	0,009611	0,011833	0,014752	0,024149	0,065693
0,1	0,006069	0,007882	0,010448	0,014243	0,016865	0,020218	0,030603	0,073982
0,15	0,008575	0,010678	0,013569	0,017725	0,020544	0,024105	0,034943	0,079102
0,2	0,011155	0,013465	0,016578	0,020975	0,023921	0,027614	0,038733	0,083357
0,25	0,013737	0,016189	0,019452	0,024008	0,027036	0,030815	0,042110	0,087018
0,3	0,016171	0,018716	0,022075	0,026731	0,029811	0,033642	0,045045	0,090123
0,35	0,018639	0,021248	0,024673	0,029396	0,032510	0,036376	0,047850	0,093037
0,4	0,020890	0,023536	0,026999	0,031760	0,034895	0,038780	0,050294	0,095542
0,45	0,023071	0,025736	0,029219	0,034001	0,037145	0,041040	0,052575	0,097854
0,5	0,025111	0,027781	0,031268	0,036053	0,039199	0,043097	0,054635	0,099920

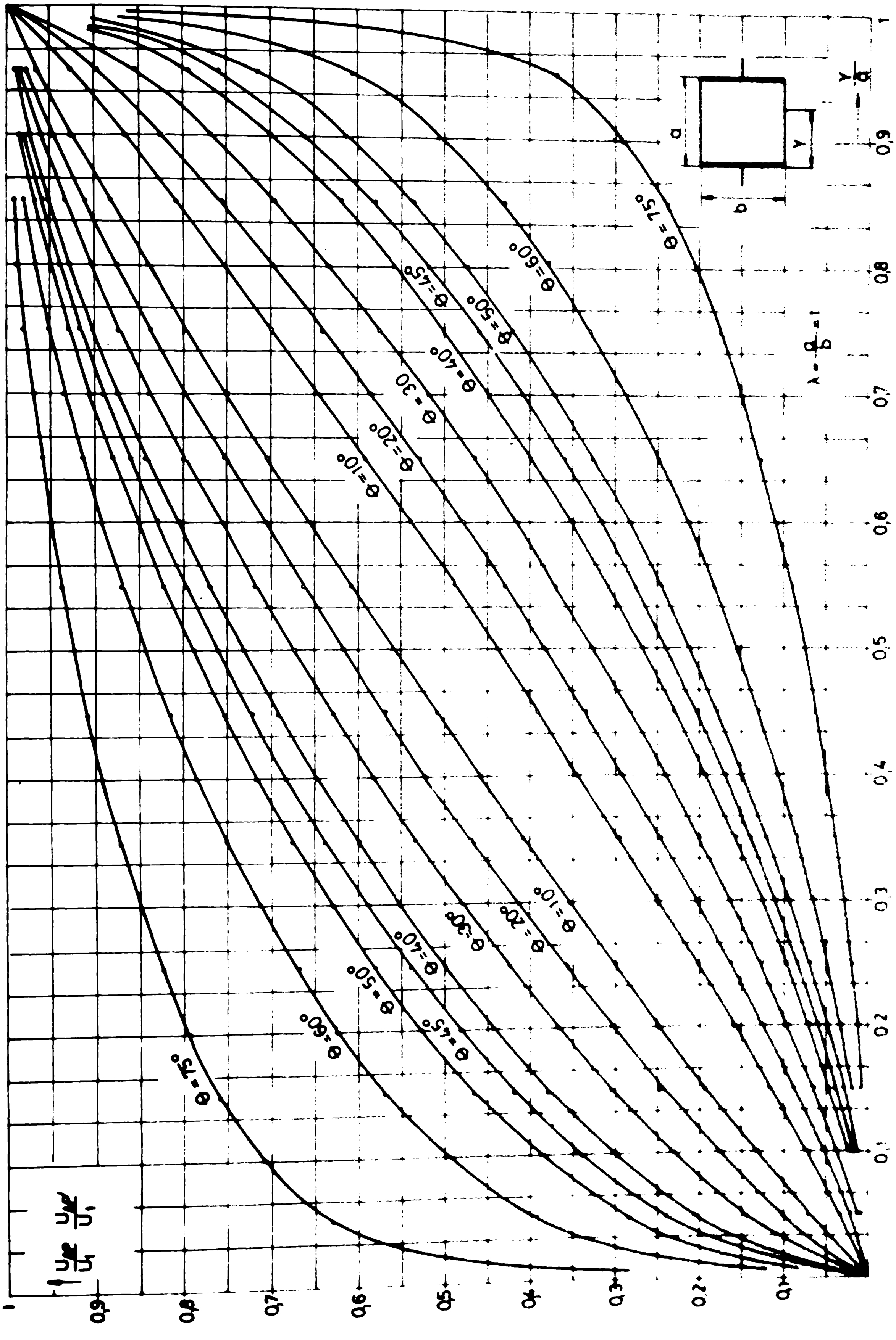


Fig.4.12 Distribuţia potenţialului electric pe feţele libere ale unei plăci mari dreptunghiulare avînd $\lambda = 1$

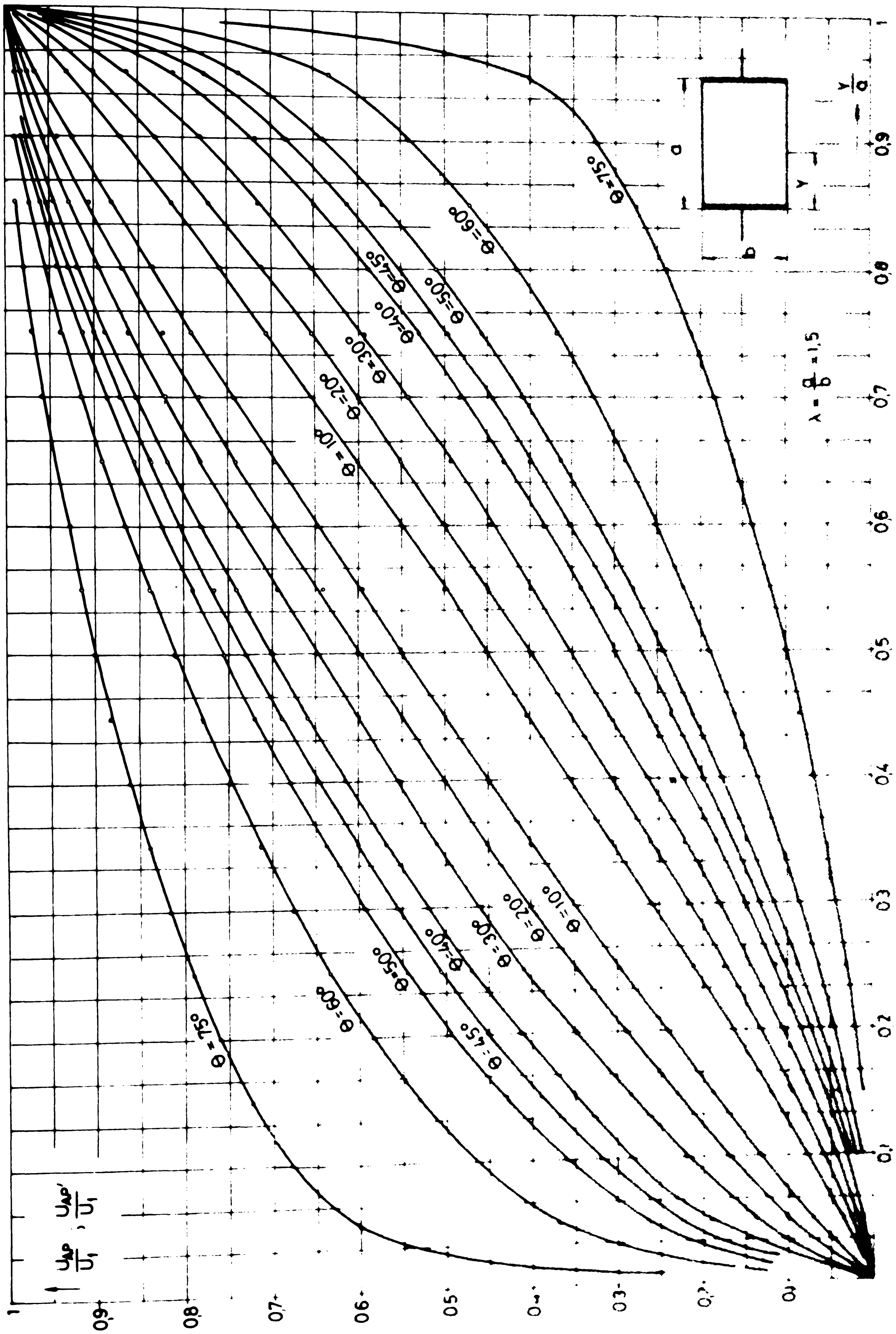


Fig.4.13. Distribuţia potenţialului electric pe feţele libere ale unei plăci Hall dreptunghiulare avînd $\lambda = 1,5$

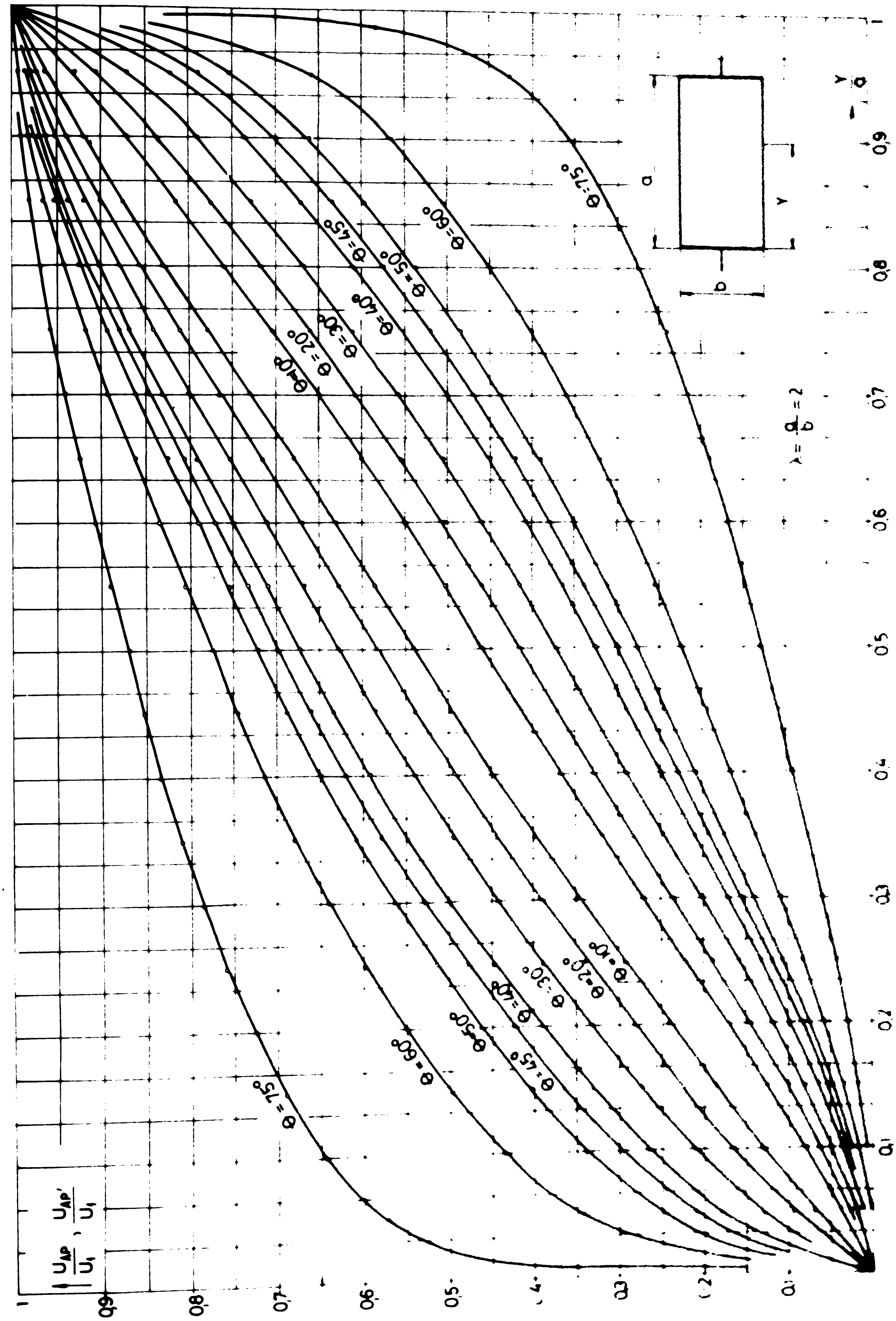


Fig.4.14. Distribuţia potenţialului electric pe feţele libere ale unei plăci Hall dreptunghiulare avînd λ = 2

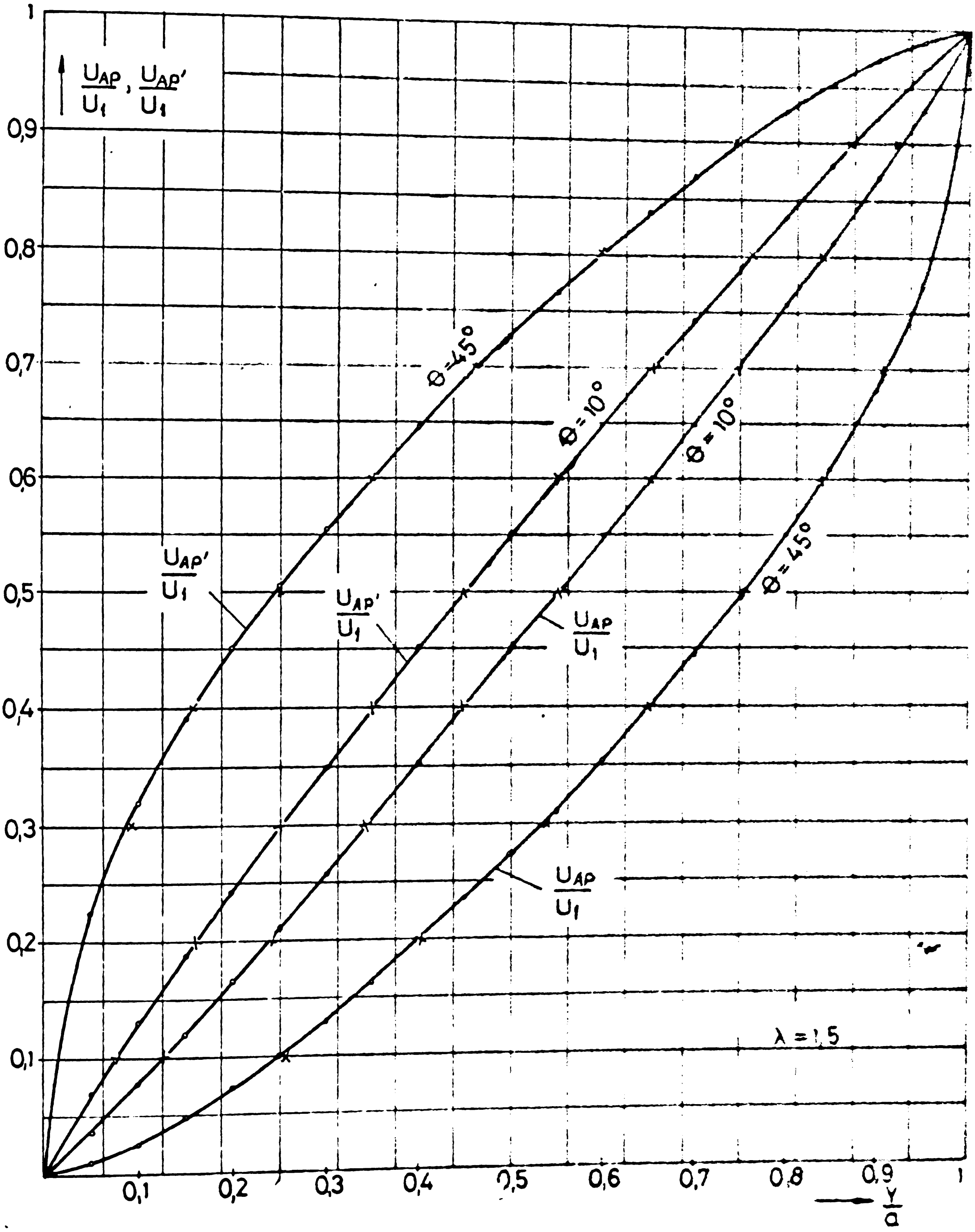


Fig.4.15. Distribuţia potenţialului electric pe feţele libere ale unei plăci Hall dreptunghiulare avînd $\lambda = 1,5$, la $\theta = 10^o$ şi $\theta = 45^o$; (o)- valori obţinute prin calcul;(x)- valori obţinute prin modelizare electrocinetică.

Verificarea rezultatelor stabilite pentru integralele I_1 şi I_2 s-a făcut prin calcul în punctele egal depărtate faţă de electrozii de comandă unde este valabilă rel.(4.57). Valorile obţinute în acest scop sînt trecute în tabela 4.11. In aceeaşi tabelă s-a trecut şi eroarea relativă exprimată în procente referitoare la cele două rezultate obţinute şi definită prin expresia

$$\Delta_r = \frac{(I_1+I_2)_{y/a\,=\,0,5} - I}{(I_1+I_2)_{y/a\,=0,5}} \cdot 100 \qquad (\%)$$

Se constată că erorile relative sînt neglijabile în cazul plăcilor dreptunghiulare avînd $\lambda = 1$ şi $\lambda = 1,5$ verificîndu-se astfel exactitatea soluţiilor obţinute pentru integralele I_1, I_2. Erorile cresc însă pentru valorile obţinute în cazul plăcilor dreptunghiulare avînd $\lambda = 2$, deoarece ar fi trebuit să se considere în calcul mai mulţi termeni din sumele conţinute în (4.44), (4.54) şi (4,56). Intr-adevăr, în acest caz parametrul z avînd valori mai mari (tabela 4.4) seria hipergeometrică nu este atît de rapid convergentă.

Verificarea rezultatelor obţinute pentru potenţialul electric în punctele de pe feţele libere ale plăcii Hall s-a făcut şi experimental prin modelizare electrocinetică pentru o placă Hall dreptunghiulară avînd $\lambda = 1,5$ la unghiul Hall $\theta = 10^0$ şi $\theta = 45^0$ pentru care s-a trasat spectrul liniilor echipotenţiale în fig.4.6 şi 4.7.

In diagramele din fig.4.15, care exprimă variaţia potenţialului electric pe feţele libere ale plăcii Hall menţionate, s-au notat prin (o) valorile obţinute prin calculul expresiilor(4.44) şi (4.54) şi prin (x) valorile rezultate din spectrul electric trasat prin modelizare electrocinetică. Concordanţa obţinută între calcul şi experiment verifică exactitatea rezultatelor stabilite.

Tabelu 4.11 Verificarea rezultatelor stabilite pentru integralele I_1 şi I_2 pe baza rel.(4.57)

	θ	$\pi/18$	$\pi/9$	$\pi/6$	$\pi/4,5$	$\pi/4$	$\pi/3,6$	$\pi/3$	$\pi/2,4$
$\lambda = 1$	$(I_1+I_2)_{y/a\,=\,0,5}$	0,54813	0,57106	0,61355	0,68403	0,73477	0,80061	1,00654	1,86497
	I	0,54855	0,57151	0,61406	0,68465	0,73548	0,80144	1,00783	1,86940
	Δ_r %	0,07	0,07	0,08	0,09	0,09	0,1	0,1	0,2
$\lambda = 1,5$	$(I_1+I_2)_{y/a\,=\,0,5}$	0,17188	0,17755	0,18804	0,20536	0,21780	0,23389	0,28401	0,49149
	I	0,16746	0,17314	0,18364	0,20099	0,21344	0,22956	0,27979	0,48804
	Δ_r %	2,5	2,4	2,3	2,1	2	1,8	1,4	0,7
$\lambda = 2$	$(I_1+I_2)_{y/a\,=\,0,5}$	0,046372	0,047595	0,049851	0,053575	0,056242	0,059691	0,070409	0,114626
	I	0,039952	0,041174	0,043429	0,047151	0,049818	0,053268	0,064001	0,108369
	Δ_r %	13,8	13,4	12,8	11,9	11,4	10,7	9,1	5,4

CONCLUZII

Lucrarea conţine în principal rezultatele noi obţinute de autoare în legătură cu problemele abordate.

Principalele contribuţii originale cuprinse în lucrare sînt:

1. Dezvoltarea teoretică a posibilităţilor de descompunere în componente a parametrilor de transfer ai generatorului Hall, sub următoarele aspecte:

- Descompunerea în componente, în funcţie de sensul inducţiei magnetice, a rezistenţelor de transfer în gol, admitanţelor de transfer în scurtcircuit şi a parametrilor corespunzători alimentării pe la ambele perechi de borne.

- Stabilirea relaţiilor de legătură între fiecare sistem de parametri şi componentele respective.

- Stabilirea relaţiilor de legătură între componentele diferitelor sisteme de parametri.

- Formularea condiţiilor în care un generator Hall este nereciproc, antireciproc sau reciproc în funcţie de componentele sistemelor de parametri menţionaţi, specificîndu-se şi situaţiile concrete care corespund fiecărui caz.

Se menţionează că s-au efectuat verificări experimentale pentru diferitele rezultate teoretice privind descompunerea în componente în funcţie de sensul inducţiei magnetice şi pentru condiţia de nereciprocitate.

2. Contribuţii la studiul comportării generatorului Hall ca element de circuit pe bază de scheme echivalente.

- Elaborarea de noi scheme echivalente corespunzatoare matricei impedanţă, respectiv admitanţă în cadrul teoriei cudripolului diport, o caracteristică a acestora fiind şi faptul că conţin componentele parametrilor de transfer.

- Elaborarea unei scheme echivalente în cadrul teoriei cuadripolului general prin care se poate ţine seama de cele mai generale condiţii de interconexiune ale generatorului Hall.

3. Aplicarea şi dezvoltarea teoriei cuadripolului general la studiul generatorului Hall.

Importanţa acestei probleme consistă în faptul că în situaţiile în care generatorul Hall se comportă ca un cuadripol general, deci schimbul de putere are loc pe la trei perechi de borne, cum este cazul la unele scheme unidirecţionale, aplicarea teoriei cuadripolului general este singura metodă posibilă.

4. Studiul şi dimensionarea schemelor unidirecţionale,avînd ca element component generatorul Hall.

- Stabilirea condiţiei de unidirecţionalitate în cadrul teoriei cuadripolului general în funcţie de parametrii admitanţă, valabilă în orice situaţie.

- Stabilirea relaţiei de legătură între parametrii cuadripolari şi rezistenţele adiţionale la schemele unidirecţionale cu rezistenţe longitudinale. Considerarea şi cazului cînd rezistenţele adiţionale sînt în X.

- Stabilirea condiţiilor de unidirecţionalitate pentru schema cu rezistenţe longitudinale sau în X de valori egale, în funcţie de parametrii cuadripolari şi componentele parametrilor de transfer. Expresiile stabilite sînt valabile pentru generatorul Hall nesimetric şi cu tensiune de zero. Prin particularizarea expresiilor pentru generatorul Hall simetric şi fără tensiune de zero rezultă relaţia cunoscută, singura menţionată în literatura de specialitate.

- Incadrarea în studiul prezentat a circuitului unidirecţional realizat cu o placă Hall avînd electrozii Hall deplasaţi.

Se precizează faptul că pentru principalele cazuri considerate s-a constatat o concordanţă foarte bună între rezultatele teoretice şi experimentale privind condiţia de unidirecţionalitate.

5. Rezolvarea unor probleme de cîmp în legătură cu comportarea generatorului Hall ca element de circuit.

- Aplicarea metodei modelizării electrocinetice la plăcile dreptunghiulare şi de formă oarecare pentru determinarea spectrului electric. Identificarea celor două componente din rezistenţele de transfer în gol în spectrul cîmpului.

- Stabilirea soluţiei exacte a potenţialului pe feţele libere ale unei plăci Hall dreptunghiulare, aplicînd metoda reprezentărilor conforme.

- Determinarea expresiei factorului tensiunii Hall pentru o poziţie arbitrară a electrozilor Hall.

- Calculul distribuţiei potenţialului electric pe feţele libere, folosind calculatorul electronic, în cazul plăcilor Hall dreptunghiulare, pentru diferite valori ale raportului dintre laturi şi unghiului Hall.

Pentru verificarea valorilor calculate, acestea s-au comparat cu cele obţinute pe cale experimentală prin metoda modelizării electrocinetice, găsindu-se o concordanţă satisfăcătoare.

BIBLIOGRAFIE

1. AHIEZER,N.I., Elementî teorii ellipticeskih funkţii, Moskva, 197o.

2. ANGOT,A., Complemente de matematici pentru inginerii din electrotehnică şi din telecomunicaţii (traducere din l.franceză),1965.

3. ANTONIU,I.S., Calculul matricial şi tensorial în electrotehnică, Bucureşti, Edit.tehnică,1962.

4. ARTL,G., Hall-Effekt- Vierpole mit hohem Wirkungsgrad, Solid-State Electronics,1,75 (196o).

5. ARTL,G., Efficiency and linearity of Multicontact Hall Plates , International Solid-State Circuits, Conference, Philadelphia, 1971.

6. BECQUEVORT, J.L., Etude analogique des distributions de potentiel dans différents milieux. Cas particulier des semi-conducteurs àfort coefficient de Hall, RGE 76,3,375 (1967).

7. BECQUEVORT,J.L., Dispositif analogique automatique pour la détermination du potentiel dans les éléments à effet Hall, Solid-State Electronics,11,1,147 (1968).

8. BEER,A.C., The Hall effect and related phenomena, Solid-State Electronics, 9, 339,(1966).

9. BLAJKEVICI,B.I., Rojankovski, R.V., Modelirovanie elektriceskovo polia v datcikah Holla na provodiaşcei bumaghe, Avtomaticeskii kontrol i izmeritelnaia tehnika, AN SSSR, Kiev ,8, 36 (1964).

1o. BOGOMOLOV, V.N., Ustroistva s datcikami Holla i datcikami magnitosoprotivlenia, Moskva, Gosenergoizdat,1961.

11. BONNEFILLE,R., QUICHAUD,G., Multipôles non réciproques, gyrateurs et moteurs à effet Hall, R.G.E,76,6, 656 (1967).

12. BROUDY, R.M., Galvanomagnetic coefficients for arbitrary geometry, J.appl.Phys; 29, 7,833 (1958).

13. BRUNNER,J., The Hall effect in an inhomogeneous magnetic field, Solid-State Electronics, 1,3,172 (1960).

14. BUEHLER, M.C., PEARSON, G.L., Magnetoconductive correction factors for an isotropic Hall plate with point sources, Solid-State Electronics,9,395 (1966).

15. BULLIS, W.M., Galvanomagnetic effects in oriented single crystals of n-type germanium,Phys.Rev.,1o9,2,2o2 (1958).

16. BURCKHARDT,C.B., Beiträge zür Ermittlung der Felder in stromdurchflossenen Halbleiterplatten unter dem Einfluss eines transversalen statischen Magnetfeldes. Diss. E.T.H. Zürich,1963.

17. BURCKHARDT,C.B., STRUTT,M.J.O., Ermittlung der magnetischen Widerstandsänderung und der Hallspannung mittels eines Widerstandsnetzwerkes, Z.f.Naturforschg., 18 a, 44, (1963).

18. CALLEN,H.B., Application on Onsager's reciprocal to thermomagnetic and galvanomagnetic effects, Phys.Rev., 73, 1349 (1948).

19. CAMBI,E., Nonreciprocal quadripoles and the gyrator,Ricerca sci, 26, 7, (1956).

2o. CARLIN, H.J., GIORDANO,A.B., Network theory. An introduction to reciprocal and nonreciprocal circuits, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1964.

21. CASIMIR, H.B.G., On Onsager's principle of microscopic reversibility.Rev.Mod.Phys.,17,343 (1945).

22. CHAMPLIN,K.S., Hall field relaxation in semiconductors at hight frequency,J.appl.Phys.,31,1o,177o (196o).

23. CHRISTOPH,V., MUTH,P., Bestimmung der Stromverteilung und der Hallspannung in einem kreisringförmigen Hallplättchen,Wiss.Zeitschrift der Hochschule Dresden, 14,3,667 (1967).

24. Clawson, A.R., Wieder,H.H., Bibliography on the Hall effect theory and applications, Solid-State Electronics, 7, 387 (1964).

25. CONDREA,S., Circuite nereciproce şi elemente pasive şi active, Bul.Inst.politehnic Bucureşti,XIX,3-4,319, 1957.

26. CONDREA,S., Bazele telecomunicaţiilor pe fir, Ed.Didactică, Bucureşti, 1963.

27. CONDREA,S., Reţele şi sisteme de telecomunicaţii.O introducere în teoria modernă a circuitelor, Ed.Tehnică, Bucureşti,1972.

28. DATTA,S.K.,DAW,A.N., The Hall side resistance of a Hall generator. Z.f.Naturforschg, 19 a,3,392 (1964).

29. DE MEY,G., Field calculations in Hall samples, Solid-State Electronics, 16, 955-957 (1973).

3o. DE MEY,G., Determination of the electric field in a Hall generator under influence of an alternatiøng magnetic field, Solid-State Electronics, 17, 9, 977-979 (1974).

31. DE MEY,G., The finite element method for potential calculations in a Hall plate, Radio and Electron.Eng. 45, 9, 472-474 (1975)

32. DE SABATA,I., Cîmpul electric din transductoare Hall în regim cvasistaţionar, Dis.Inst.politehnic Timişoara, 1966.

33. DE SABATA,I., HELER,A, Le comportement du transducteur Hall dans des champs magnétiques non homogènes, R.G.E., 75, 5, 733 (1966).

34. DE SABATA ,I., Cîmpul electric din transductoare Hall plasate în cîmpuri magnetice variabile, Electrotehnica, 15, 1, 33 (1967).

35. De Sabata,I., Heler,A., Der Widerstand eines rechteckförmigen Halbleiterplättchens mit einem vollen Steuerkontakt im homogenen Magnetfeld, ETZ,A, 89, H.12,283 (1968).

36. DE SABATA,I., LAPUSAN,V., Consideraţii asupra tensiunii traductoarelor Hall şi a rezistenţei electrice a traductoarelor magnetorezistive, Electrotehnica, 8, 315 (1968).

37. DE SABATA, I., LAPUSAN,V., Teorema superpoziţiei şi reciprocităţii în cîmpuri Hall din sonde plasate transversal în cîmpuri magnetice omogene şi invariabile, Bul.I.P.Timişoara, 14 (28), 1969.

38. DICKERSON,J.A., Field mapper uses Hall-effect device,Elec. Des.News,7, 12, 88 (1962).

39. DOBRE,S., Unele scheme echivalente ale generatorului Hall, Bul. Inst.politehnic Timişoara, 21(35),70(1976).

40. DOBRE,S., Analiza schemelor unidirecţionale avînd ca element component generatorul Hall.Comunicare la Sesiunea ştiinţifică a Facult.de Electrotehnică Craiova, Nov.1976.

41. DOBRE,S., Schema echivalentă a generatorului Hall în cadrul teoriei cuadripolului general. Lucrările Sesiunii ştiinţifice a Inst.politehnic Timişoara, Mai 1977.

42. DOBRE,S., Soluţia exactă a potenţialului pe feţele libere ale unei plăci Hall dreptunghiulare.Lucrările Sesiunii ştiinţifice a Inst.politehnic Timişoara, mai 1977.

43. DOEBKE,W., Bemerkungen zum Gyrator-Problem,AEÜ,5,197(1954)

44. DOROSEVICI,M.N., Ekivalentnaia shema zamescenia datcika e.d.s. Holla, Energhetika, 12, 24 (1964).

45. ENDSLEY,D.L., Grannemann,W.W., Rosier,L.L., Fourterminal analysis of the Hall generator, Trans.I.R.E.,ED-8, 220 (1961).

BUPT

46. EPSTEIN,M.,SACHS,H., GREENSTEIN,L., Multiple element Hall -effect sensor, Proc.IRE, 47, 2o14(1957)

47. FISCHER,F., Transformatoren und Gyratoren in Mechanik und Elektrizität, AEU, 8, 1, 25 (1954)

48. FOX,A.G., HILLER,S.E., WEISS,T., Behaviour and application of ferrites in the microwave region, Bell Syst.techn.-Journal, 34, 5 (1955)

49. FRANK,V., HOGGARD,H., Note on the reciprocity theorem for electrical systems, Appl.Sc.Research (B), 7, 2, 145 (1958)

50. FRÄNKEL,D.,DE SABATA ,I., Generatorul Hall, Bucureşti, Edit.tehnică, 1968.

51. FRÄNKEL,D., Traductoare galvanomagnetice, Edit.Facla, 1973

52. GARG,J.M., CARLIN,H.J., Network theory of semiconductor Hall-plate circuits, IEEE , Transactions on circuit theory, 59, 1965.

53. GODEFROY,L., TAVERNIER,J., Effects magnetoélectriques et thermomagnétoélectriques dans les semiconducteurs, Journ.de Physique et le radium,21, 249, 544 (196o).

54. GIBBONS,J.F., Hall effect in high electric fields, Proc. IRE, 47, 1o2 (1959).

55. GOLDBERG,C.,DAVIS,R.E., New galvanomagnetic effect,Phys. New, 94, 114 (1954).

56. GRANCOIN,B., Les générateurs à effect Hall de précision, Electron.industr.,112,2o3 (1968)

57. GRUBBS,W.J., Hall effect devices, Bell Syst.Techn.J., XXXVII, 3, 853 (1959)

58. GRUBBS,W.J., The Hall effect circulator- a passive transmission device, Proc.IRE, 47, 528 (1959)

59. GRÜN,U., Halleffekt in einer unendlich langen,stromdurchflossenen Halbleiterplate in einem homogenen Magnetfeld mit beliebiger Ausrichtung zum Stromdichte vektor J, Solid-State Electronics, 13, 1375 (197o).

60. GRÜN,U., Der belastete Hallgenerator mit punktförmigen Steuer und Hallkontakten, Revue Roumaine des Sciences techniques, Serie Electrotechnique et energetique, 15, 197o.

61. GRÜN,U., Generatorul Hall în sarcină în regim de funcţionare staţionar, Dis.I.P.Timişoara, 1971.

62. GRÜTZMANN,S., Hall-effect gyrators, isolators and circulators with high efficiency,Proc.of the EEE, 51, 1584 (1963).

63. GRÜTZMANN,S., Untersuchungen an Hall-Effekt-Gyratoren, Izolatoren und Zirkulatoren, Diss, TH Stuttgard, 1965.

64. GRÜTZMANN,S.,Klirrfaktor von Hallmodulatoren, Frequenz,19, 2, 41 (1965)

65. GRÜTZMANN,S.,The application of the relaxation method to the calculation of the potential distribution of the Hall plates, Solid-State Electronics, 9, 409 (1966)

66. HAEUSLER,J., Der Wiederstand und das Feld eines rechteckigen Hallplättchens, Z.f.Naturforschg.,17 a, 506 (1962).

67. HAEUSLER,J., Nichtreziprozität, Spannungsübersetzung und maximaler Wirkungsgrad symmetrischer Hallproben mit drei und vier Elektroden.AEU, 20,4,201(1966).

68. HAEUSLER,J., Exacte Lösungen von Potentialproblemen beim Halleffekt durch konforme Abbildung, Solid-State Electronics, 9, 417 (1966).

69. HAEUSLER,J., Die Untersuchung von Potentialproblement bei tensorieller Leitfähigkeit der Halbleiter und Plasmen im transversalen Magnetfeld, Diss. TH Stuttgart, 1967.

70. HAEUSLER, J., Ein Zirkulator aus zwei dreielektrodigen Hallproben, AEU 21, 1 (1967).

71. HAEUSLER, J., LIPPMANN, H.J., Hallgeneratoren mit kleinem Linearisierungsfehler Solid-State Electronics,11, 173 (1968).

72. HAEUSLER,J., Zum Halleffekt-Reaktanzkonverter mit vier Elektroden, AEU 22, 5, 258 (1968).

73. HALL,E.H., New action of the magnet on electric currents. American Journ. of Mathem., 2, 287 (1879).

74. HARTEL,W., Propriétés et applications du générateur Hall, AIM 1, 1 (1961).

75. HEINRIHSEN , E., Analis raboti nagrujennogo datcika e.d.s. Holla, Trudi Tallinskogo Pol.Inst., seria A,213, 37; (1964).

76. HILSUM, C., Galvanomagnetic effects and their applications, Brit.J. Appl.Phys., 12, 3, 85 (1961).

77. HLASNIK, I., KOKAVEC,J., Hall generator in inhomogenous field and dipole notion of the Hall effect,Solid-State Electronics, 9, 583 (1966).

78. HOGAN, C.L. ,The ferromagnetic Faraday effect at microwave frequencies and its application, Bell Syst.Techn. J., 31 (1952).

79. HOMERIKI, O.K., Primenenie galvanomagnitnîh datcikov v ustroistvah avtomatiki i izmerenii, Moskva, 1971.

80. JAHNKE, E., Emde,F., Funktionentafeln mit Formeln und Kurven, 1928.

81. JOHNSON,V.A., Whitesele,W.I., Theory of the magnetoresistive effect in semiconductors, Phys.Rev., 89, 941 (1953)

82. JUZE,V.P., Tehniceskie primeneniia effecta Holla. Poluprovodniki v nauke i tehnike, tom.I, Izd.Akad.Nauk, SSSR, 1957.

83. KATAOKA,S., HASHIZUME,N.,Variable impedance device using galvanomagnetic effects in semiconductors,Proc. Inst.Electr.Electron.Engrs., 53, 2138 (1965).

84. KOBUS,A., TUSINSKII,I., Datciki Holla i magnitorezistorî, Moskva, 1971.

85. KOCH,L.,LAMBERT,G., L'effet Hall dans les semiconducteurs et ses possibilités d'application, L'onde électrique 382, 32 (1959).

86. KOKAVEC,J., Hallov generator v nehomogennom magnetickom poli, Dis., Bratislava, 1965.

87. KONCIT,I.K., Effekt asimmetrii elektrodov i evo ispolzovanie v poluprovodnikovoi tehnike, Electricestvo, lo, 84 (1962).

88. KOPPENFELS,W., Stallmann,F., Praxis der konformen Abbildung, Springer-Verlag, 1959.

89. KROEMER, H., On the theory of Hall effect isolators for tunnel diode amplifiers, Solid-State Electronics, 7, 5, 291 (1964).

90. KUHRT, F., Eigenschaften der Hallgeneratoren, Siemens-Z., 28, 7, 37o (1954).

91. KUHRT,F., HARTEL,W., Der Hallgenerator als Vierpol,AfE, 43, 11, (1957).

92. KUHRT,F., LIPPMANN,H.J., WIEHL,K., Über das Frequenzverhalten von Hallgeneratoren, AEU, 13, 8, 341 (1959)

93. KUHRT,F., Grundlagen und Eigenschaften der Hallgeneratoren, VDE Buchreihe, 7, 185, (1961).

94. KUHRT,F., LIPPMANN,H.J., Hallgeneratoren. Eigenschaften und Anwendungen, Springer - Verlag, Berlin,1968.

95. KUKK,V., ROSS,H., O konfiguraţii datcika Holla, Trudî Tallinskogo Pol.Inst., seria A, 22o (1965).

96. KUKK,V., ROSS, H., Schema zameşcenia datcika Holla,Trudî Tallinskogo Pol.Inst., seria A, 22o, 27 (1965).

97. LIHNITKI, M.I.,Perspektivî primenenia datcikov e.d.s. Holla, Vetnik AN, SSSR, 6, 53, (1963).

98. LINDBERG,O. Hall Effekt, Proc.IRE,40,1414(1952)

99. LIPPMANN,H.J., KUHRT,F., Der Geometrieeinfluss auf den transversalen magnetischen Widerstandseffekt bei rechteckförmigen Halbleiterplatten, Z.f.Naturforschg., 13 a, 462 (1958).

1oo. LIPPMANN, H.J., KUHRT,F., Der Geometrieeinfluss auf den Hall-Effekt bei rechteckigen Halbleiterplatten, Z.f. Naturforschg., 13 a, 474 (1958).

1o1. LONGHINOV, V.V., LOHCVA, G.P., SOLOVIEV, A.K., Analiz datcicov Holla s ucistom raspredelenija konțentrații neravnovesnih nositelei zariada, Tr. Mosk.energ. in-ta, 219, 123-129 (1975).

1o2. MADELUNG, O., Zur Theorie der Magnetischen Effekte in isotropen Halbleitern hoher Beweglichkeit, Z.f.Naturforsch., 8 a, 781 (1953).

1o3. MADELUNG, O., Zur Theorie der Leitfähigkeit in isotropen Halbleitern, Z.f. Natur forschg., 9a, 667 (1954).

1o4. MASON, W.P., HEWITT, W.H., WICK, R.F., Hall effect modulators and gyrators employing magnetic field independent orientation in germanium, J.Appl.Phys., 24, 2, 166 (1953).

1o5. MATEESCU, A., Analiza şi sinteza circuitelor electrice.Ed. did.şi ped. , Bucureşti, 1975.

1o6. MC MILLAN, E., Violation of the reciprocity theorem in linear passive electromechanical systems. J.Acoust.Soc. America, 18, 2, 344 (1946)

1o7. MC MILLAN, E.M., Gyrator. J.Acoust.Soc.America, 19, 1, 922 (1947)

1o8. MIDGLEY,D., Current distribution in a Hall plate, Industr. Electron. 1, 383 (1963).

1o9. MIDGLEY,D., Recent advances in the Hall effect: research and application, Adv. Electron.and Electron Phys., New York, 36, 153 - 194 (1974).

11o. MITRA, S.K., Analysis and Synthesis of linear Active Networks, John Wiley, New York, 1969.

111. NEWSOME,J.P., Hall-effect analogues, Solid-State Electronics, 1o, 183 (1957).

112. NEWSOME,J.P., Determination of the electrical characteristics. of Hall plates, Proc. IEE, 11o, 4,653(1963)

113. OBERHETTINGER,F., MAGNUS, W., Anwendung der elliptischen Funktionen in Physik und Technik, Springer-Verlag, 1949.

114. ONSAGER, L, Reciprocal relations in irreversible processes, Phys. Rev., 37, 4o5 (1931); 38, 2265 (1931).

115. OSWALD, J. , Note sur la matrice de répartition d'un gyrateur, Cables et Transmission, 11, 1, 84 (1957).

116. OVCEARENKO,N.I., Galvanomagnitnîe iavlenia v poluprovodnikah i ih tehniceskoe ispolzovanie, Moskva, Gos. izd. „ Vîsşaia şcola", 1961.

117. OVCEARENCO,N.I., DOROGUNTEV, V.G., BASS,E.I., BUDKIN,V.V. Primenenie galvanômagnitnîh elementov v releinoi zaşcite i avtomatike, Moskva,1966.

118. PINSKER,A.P., Primeneniia poluprovodnikovîh generatorov Holla v avtomatike, Kiev, 1961.

119. PEACHE, P.M., Strctures granulaires ferromagnétiques, Cables et Transmission, 11, 1, 32 (1957).

12o. PRUDHOM,M., Gyrateurs et systèmes à sens unique, Cables et Transmission, 11, 1, 84 (1957).

121. PUTLEY,E.H., The Hall effect and related phenomena, London, Butterworth, 196o.

122. PUTLEY,E.H., The Hall effect and its applications,Contemp, Phys., 16, 2, 1o1-126 (1975).

123. RADULET,R., TUGULEA,A., Asupra regulilor de asociaţie a sensurilor de referinţă în electrotehnică, Electrotehnica, 9, 319, (1959).

124. RÎJIC,I.M., Gradstein, I.S., Tabele de integrale, sume, serii şi produse (trad.din l.rusă), Bucureşti, Edit.tehnică, 1955.

125. RODOT,M., VERIE,C., COHEN-SOLAL, G., Effet Hall des semiconducteurs homogènes dans des champs magnétiques non uniformes et de couches minces non homogènes dans les champs uniformes, Solid-State Electronics, 9, 389 (1966).

126. ROJANKOVSKI,R.V., Elektriceskoe pole v datcikah Holla.Avtomaticeskii kontrol i izmeritelnaia tehnika, Kiev, 7, 47, (1963)

127. ROJANKOVSKI,R.V., Opredelenie parametrov datcika Holla metodom elektriceskovo modeliroraniia, Avtomaticeskii kontrol i izmeritelnaia tehnika, Kiev, 8, 46, (1964).

128. ROJANKOVSKI,R.V., Modelirovanie elektroceskovo polea datcika Holla, Matematiceskoe modelirovanie i elektriceskie ţepi, Kiev, 253 (1966).

129. ROSS, H., KUKK,V., Rasciotnoe opredelenie nekotorîh parametrov datçika Holla. Trudî Tallinskovo Pol.Inst., seria A, 213, 13 (1964).

130. SAINT-MLEUX,M., Amplificateur à effet Hall et diode à effet tunnel, thèse, Paris, 1965.

131. SAVENKO,V., Primenenie effekta Holla v tehnike sveazi, Sveazizdat, Moskva, 1963.

132. SCHWAIBOLD,E., Der Halleffekt und seine technische Anwendung, ATM, 246, 153, (1956).

133. SIGORSKII,V.P., Obşceaia teoria cetîrehpoliusnika,USSR, 1955.

134. STRUTT,M.J.O., WILLISEN, F.K., Berechnung der Frequenzabhängigkeit der magnetischen Widerstnadesänderung, Scientiia electrica, 6, 153 (1960).

135. SORA,C., Despre nereciprocitatea generatorului Hall, Bul. Inst. politehnic Timişoara,5(19),1-2, 129 (1960).

136. SORA,C., Admitanţele echivalente ale cuadripolilor alimentaţi pe la ambele capete. Dis.1961.

137. SORA,C., Despre Scheme cuadripolare unidirecţionale folosind generatorul Hall, Bul.Inst.politehnic Timişoara, 7(21), 1, 170 (1962).

138. SORA,C., Cuadripolul electric, Bucureşti, Edit.tehnică, 1964.

139. SORA,C., Despre condiţiile de putere maximă şi randament maxim la generatorul Hall, Bul.Inst.politehnic Timişoara, 9 (23), 1, 207 (1964).

140. SORA,C., Asupra calculului unor mărimi referitoare la plăcile Hall dreptunghiulare plecînd de la spectrul cîmpului electric, Electrotehnica, 10,384 (1967).

141. SORA,C., DOBRE,S., WAGNER,E, DABA,D., Determinarea factorului de corecţie al tensiunii Hall la plăcile semiconductoare dreptunghiulare pe bază de modelare, Bul.Inst.politehnic Timişoara, 12/26, 553 (1967).

142. SORA,C., Introducere în studiul generatorului Hall, Ed. Acad.RSR, Bucureşti, 1969.

143. SORA,C., Untersuchung des elektrischen Feldes in einem rechteckigen Hallplättchen mittels eines elektrokinetischen Modells, ETZ-A, 90, 1, 17 (1969).

144. SORA,C., DOBRE,S., Studiul cîmpului electric din plăci Hall avînd o formă oarecare cu ajutorul unei modelări electrocinetice, Electrotehnica, 1 (1969).

145. SORA,C., Über die Antireziprozitätsbedingung bei Hallplättchen beliebiger Geometrie, Rev.Roum.Sci.Techn. - Electrotechnique et Energétique , 16, 4, 679 (1971).

146. SOEA,C., Über die Widerstandserhohung bei halbleiterplatten als folge des geometrichen magnetwiderstandseffekt, Solid-State Electronics, 14, 445 (1971).

147. SOEA,C., VETRES,I., Unele considerații privind determinarea rezistivității și coeficientului Hall la materiale semiconductoare prin metoda Van der Pauw, Bul.Inst.politehnic Timișoara 19 (33), 131 (1974).

148. SOEA,C., DOBRE,S., On transfer resistances of a Hall Plate, Bul.Inst.politehnic Timișoara, 19(33),139 (1974).

149. SOEA,C., DOBRE,S., Study on the Hall generator behaviour on the basis of parameters introduced by supply through both terminal pairs, Bul.Inst.politehnic Timișoara, 2o(34), 183 (1975).

15o. SOEA,C.,DOBRE,S., Contribuții privind aplicarea teoriei cuadripolului general la studiul generatorului Hall. Lucrările sesiunii științifice a Inst. politehnic Timișoara, mai 1977.

151. TELLEGEN,B.D.H., The gyrator a new electric network element. Phylips Res.Rep., 3, 8 (1948).

152. VALLESE,L.M., Under standing the gyrator,Proc.IRE,43, 4, 483 (1955).

153. WEISS,H., Der Hallgenerator und seine Anwendung, Solid-State Electronics, 7, 279 (1964).

154. WEISS,H., Physik und Anwendung galvanomagneticher Bauelemente. Braunschweig, Vieweg, 1969.

155. WICK,R.F., Solution of the field problem of the germanium gyrator,J.Appl.Phys,25,6, 741 (1954).

156. VON WILLISEN, F.K., Über den Einfluss statischer transversaler Magnetfelder auf die Stromverdrängung in Halbleitern hoher Trägerbeweglichkeit.Diss.,ETH Zurich, 196o.

C U P R I N S