INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA"
T I M I S O A R A
Facultatea de construcţii
Catedra de construcţii metalice

ING. MERCEA GHEORGHE

PROFILE AJURATE CU GOLURI CIRCULARE SI OVALE
(Un nou tip de profile ajurate)

CONTRIBUTII LA ALCATUIREA SI CALCULUL IN DOMENIUL ELASTIC A PROFILELOR AJURATE

Conducător ştiinţific :
Acad.Prof.emerit ing. DAN MATEESCU

- Timişoara 1975 -

CAPITOLUL 1

GENERALITATI.DEFINIREA NOTIUNII DE PROFIL AJURAT. DOMENII DE UTILIZARE.AVANTAJELE SI DEZAVANTAJELE PROFILELOR AJURATE

1.1. GENERALITATI

Dezvoltarea construcţiilor metalice,ca urmare a avantajelor pe care acestea le au faţă de celelalte materiale de construcţii,a avut loc în secolul nostru şi în special în ultimele 4-5 decenii.Ca urmare a acestei dezvoltări în faţa inginerilor constructori,care s-au preocupat de aceasta,s-au pus probleme tot mai numeroase şi cu implicaţii deosebite,legate de o evoluţie spectaculoasă a construcţiilor metalice pe plan mondial.

Una din problemele pe care şi le pun inginerii constructori în general şi cei care se ocupă de construcţii metalice în special, este aceea a realizării unor construcţii cu un cost cît mai scăzut, alături de celelalte calităţi şi condiţii care se pun referitor la rezistenţa,stabilitatea,rigiditatea şi estetica construcţiilor.

Costul construcţiilor metalice este funcţie de mai mulţi factori dintre care cei mai importanţi sînt costul materialului,costul manoperei de execuţie şi de montaj şi costul utilajelor folosite la uzinare şi montare pe şantier.Dintre aceşti trei factori,rolul cel mai important în determinarea costului construcţiilor metalice îl are costul materialelor folosite,deoarece acest cost are ponderea cea mai mare în stabilirea valorii totale a produselor rezultate.În general costul materialelor reprezintă 70-80 % din costul total al construcţiilor metalice,în timp ce costul manoperei şi a utilajelor folosite reprezintă doar 20-30 % din costul total,valoarea acestora fiind cu atît mai mică cu cît procesul de producţie este mai automatizat.În aceste condiţii o reducere a costului materialelor cu 10 %, înseamnă o reducere a costului total cu 7-8 %,în timp ce o creştere a manoperei cu 10 % reprezintă o majorare a costului total doar cu 2-3 %.

Reducerea costului materialelor se realizează pe seama mai multor factori,dintre aceştia cel mai important fiind reducerea consumului de oţel folosit la realizarea construcţiilor metalice.

Inginerul constructor care execută construcţii metalice dar în special cel care le proiectează,trebuie să aibă mereu în atenţie o serie de măsuri care să conducă la reducerea consumului de oţel.

Acest lucru se realizează pe de o parte prin alcătuirea cît mai raţională a secţiunilor,specifice fiecărui fel de solicitare şi pe de altă parte prin folosirea unor profile eficiente,cu caracteristici geometrice îmbunătăţite în comparaţie cu cele ale profilelor metalice laminate.

Pe cea de a doua direcţie a reducerii consumului de oţel prin folosirea unor profile eficiente se înscrie şi folosirea pentru realizarea grinzilor metalice solicitate preponderent la încovoiere,a grinzilor metalice ajurate avînd goluri în inimă de diferite forme şi care se obţin din profile laminate dublu T.

1.2. DEFINIREA DENUMIRII PROFILELOR AJURATE

Profilele metalice cu secţiune dublu T,avînd goluri de diferite forme în inimă,obţinute din profile laminate la cald dublu T poartă în general denumirea de "profile ajurate" sau "profile cu goluri în inimă".Forma golurilor din inimă la profilele ajurate cunoscute pînă în prezent pe plan mondial este dreptunghiulară,hexagonală sau octogonală în funcţie de modul de realizare al acestora. Forma golurilor hexagonală şi octogonală este cea mai utilizată datorită eficienţei economice sporite.

Pe linia realizării unor forme cît mai raţionale a golurilor la profilele ajurate,în vederea obţinerii unor elemente cu un consum cît mai redus de oţel se înscrie şi realizarea unui nou tip de "profile ajurate cu goluri circulare şi ovale în inimă" propus de Acad.Prof.Ing.D.Mateescu şi subsemnatul şi prezentat pentru prima oară cu ocazia Primei Conferinţe de Construcţii metalice Timişoara octombrie 1973.

Profilele cu goluri în inimă de formă dreptunghiulară,hexagonală,octogonală,circulară sau ovală,obţinute din profile laminate dublu T printr-o tăiere specială,poartă de fapt foarte multe denumiri în literatura tehnică de specialitate,din această multitudine,de denumiri în teza de doctorat ca şi în alte lucrări publicate sau comunicate cu diferite ocazii [4],[4],[5] am folosit denumirea de "profile ajurate" folosită şi în denumirile din publicaţiile străine.

Astfel în literatura franceză sînt folosite în mod frecvent două denumiri : "poutres ajourées" (grinzi ajurate)[9],[10],[23],[24],precum şi cea de "poutres a ame évidée" (grinzi cu inima cu goluri)[34],[48].

În literatura tehnică engleză este utilizată denumirea : "castellated beams" (grinzi castelate,crenelate,ajurate)[33],[43], în cea germană denumirea "wabenträger" (grinzi fagure)[68].iar în literatura de specialitate din limba rusă denumirea : "ajurnih prokatov" (grinzi ajurate).

De la aceste denumiri s-au încetăţenit şi în literatura tehnică de specialitate din ţara noastră denumirile : "grinzi ajurate" [1],[4],"grinzi din profile metalice cu goluri în inimă"[22],[3], "grinzi expandate","grinzi evazate" sau "grinzi fagure".

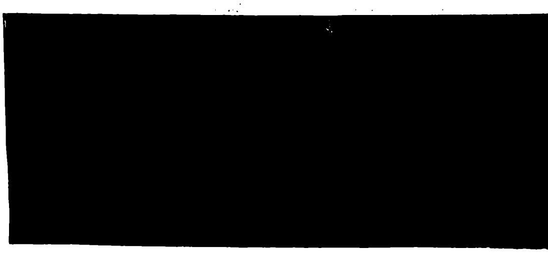
Atît în lucrările publicate anterior[1],[4]cît şi în această lucrare am optat pentru denumirea de "profile ajurate" care defineşte corect modul lor de obţinere prin ajurare (tăiere specială),denumirea de grinzi cu goluri în inimă putînd fi atribuită şi altor grinzi care au practicate goluri în inimă.

1.3. MODUL DE REALIZARE A PROFILELOR AJURATE

1.3.1. Profile ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale

Profilele ajurate obişnuite folosite pînă în prezent se obţin din profile laminate dublu T,printr-un procedeu de tăiere şi resudare a părţilor respective între ele.

Cel mai simplu mod de realizare a unor profile eficiente,asemănătoare celor ajurate,care au goluri dreptunghiulare sau pătrate,este acela de a tăia inima profilelor laminate dublu T de-a lungul axei lor şi de a intercala apoi între cele două jumătăţi din loc în loc,plăcuţe pătrate sau dreptunghiulare de care acestea se sudează,obţinînd în acest fel profile cu înălţime mai mare(fig.1.1).



Dacă plăcuţele care se intercalează între cele două jumătăţi au o formă trapezoidală,talpa superioară este înclinată faţă de cea inferioară,iar golurile sînt de forma unor trapeze dreptunghice şi pot fi folosite la realizarea grinzilor de acoperiş asigurînd panta acestuia (fig.1.2).

Profilele ajurate cu goluri hexagonale cunoscute şi folosite pe plan mondial se obţin din profile laminate dublu T,printr-o tăiere după o linie sinuoasă (fig.1.3.a) şi printr-o resudare a celor două părţi despărţite prin tăiere,pe porţiunile orizontale ale liniei sinuoase,după ce în prealabil una din cele două părţi se deplasează faţă de cealaltă cu o jumătate din pasul de tăiere.

Se obţin în acest fel profile cu înălţime mai mare,care au goluri hexagonale în inimă (fig.1.3.b) şi care poartă denumirea de profile ajurate.

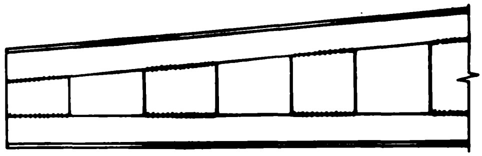


FIG. 1.2 Profile eficiente cu goluri trapezoidale.

Dacă la realizarea profilelor ajurate, înainte de resudarea celor două părţi se intercalează între ele plăcuţe intermediare de lăţime "c" egală cu lungimea de contact şi apoi este executată resudarea lor, se obţin profile ajurate cu goluri octogonale cu înălţimea mai mare şi cu caracteristici geometrice mai ridicate (fig.1.4).

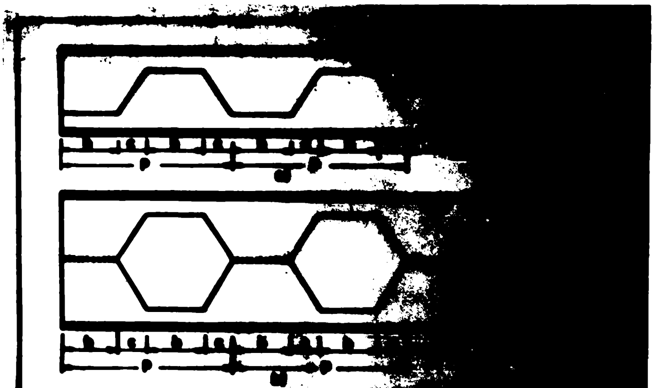


FIG. 1.3. Model de ...

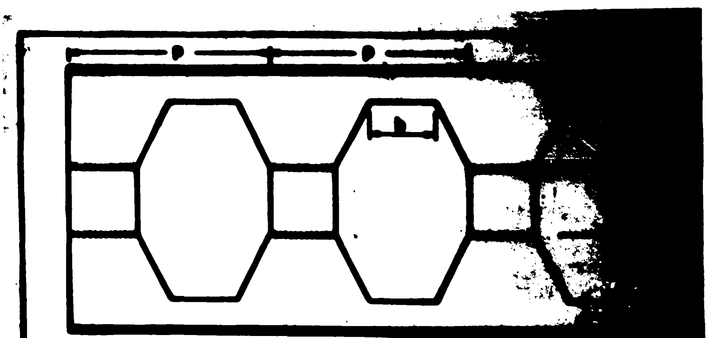


FIG. 1.4. Profile ajurate cu goluri octogonale.

1.3.2. Profile ajurate cu goluri circulare şi ovale

Noul tip de profile ajurate,cu goluri circulare şi ovale propus de Acad.prof.emerit ing.Dan Mateescu şi subsemnatul,a fost înaintat şi ca "PROPUNERE DE INVENŢIE" la O.S.I.M. Bucureşti,prin "Dosarul de invenţie înregistrat sub numărul 73287 din 15 octombrie 1973" deoarece reprezintă o noutate pe plan mondial şi are o serie de avantaje în comparaţie cu profilele ajurate obişnuite.

Pentru realizarea profilelor ajurate cu goluri circulare,din profile laminate dublu T se procedează în felul următor :

Pe inimile profilelor laminate dublu T se trasează un sistem format din patru linii orizontale paralele cu axa longitudinală a profilului laminat (fig.1.5.a).Liniile exterioare "1" definesc înălţimea profilelor P din dreptul golurilor,porţiunile din profilul laminat de deasupra şi de desubtul acestor linii având tocmai înălţimea "a" de decupare a profilului T.Liniile interioare "2" servesc pentru fixarea centrelor "C" a semicercurilor care se trasează în vederea obţinerii golurilor circulare.

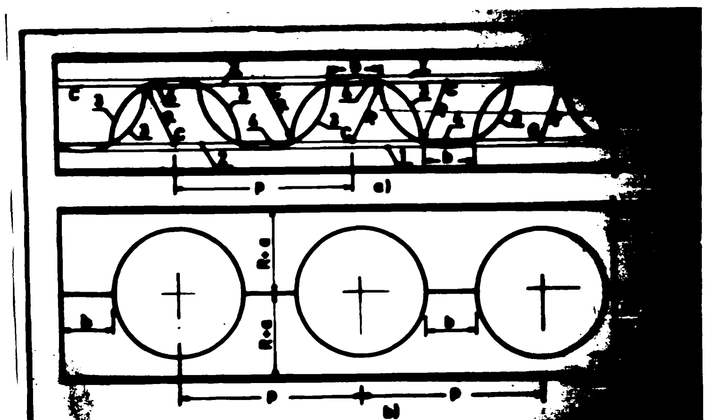


Fig.1.5 Modul de realizare a profilelor ajurate cu goluri ...

Centrele semicercurilor "C" dispuse alternativ pe cele două linii "2" de sus şi de jos sînt distanţate unele de altele,pe aceeaşi linie "2" la o distanţă egală cu pasul "p" al profilelor ajurate.

Distanţele dintre linia superioară "1" şi cea inferioară "2" precum şi dintre linia inferioară "1" şi cea superioară "2" sînt egale cu raza golurilor circulare care se obţin,liniile "1" fiind tangente la semicercuri.

După trasarea liniilor orizontale "1" şi "2" se trasează între acestea semicercurile "3", avînd alternativ centrele pe liniile orizontale "2" de sus și de jos și fiind tangente alternativ la liniile "1" de sus și de jos. Între punctele de început și sfîrșit a două semicercuri consecutive cu centrul pe aceeași linie "2" de sus sau de jos se formează coardele orizontale "4" care definesc lungimea de contact. Se taie după aceea inima profilelor dublu T, după semicercurile cu centrele pe liniile orizontale "2" de sus și de jos și după liniile orizontale "4" dintre punctele finale a două semicercuri cu centrul pe aceeași linie orizontală "2".

După ce se despică profilul laminat dublu T, după liniile 3 și 4 se deplasează partea superioară în raport cu cea inferioară cu o jumătate de pas "p" astfel încît porțiunile orizontale de lungime b (coarda "4") să ajungă în contact, după care cele două jumătăți se sudează pe lungimea de contact cu sudură cap la cap (fig.1.5.b), obținînd profilul ajurat cu goluri circulare.

Dacă între cele două părți tăiate așa cum s-a arătat în fig. 1.5 se introduc și în acest caz plăcuțe metalice intermediare și apoi se face resudarea celor două părți prin intermediul plăcuțelor se obțin profile ajurate cu goluri ovale (fig.1.6).

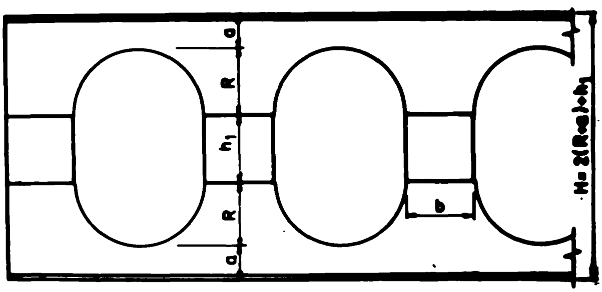


FIG. 1.6. Profile ajurate cu goluri ovale.

Plăcuțele intermediare care se intercalează între cele două părți au lungimea egală cu lungimea de contact b și înălțimea h_1.

Profilele ajurate se obțin cu un consum suplimentar relativ redus de manoperă însă conduc la o reducere importantă a consumului de oțel, datorită creșterii însemnate a caracteristicilor geometrice ale secțiunii transversale.

Tăierea profilelor laminate dublu T în vederea obținerii profilelor ajurate,după liniile indicate poate fi făcută cu ajutorul flăcării oxigaz sau prin ştanţare cu ajutorul preselor.Efectul economic al profilelor ajurate este cu atît mai ridicat cu cît procesul de execuţie este mai automatizat.Este cunoscut în acest sens procedeul Litzka de tăiere şi sudare automată cu maşini cu program, a profilelor ajurate obişnuite cu goluri hexagonale .

In aceste condiţii costul manoperei de fabricaţie este foarte redus,datorită productivităţii ridicate a instalaţiilor folosite, motiv pentru care reducerea consumului de oţel are un aport substanţial asupra costului construcţiilor metalice.

Pentru obţinerea profilelor metalice ajurate cu goluri circulare şi ovale,soluţia de ştanţare a inimii după liniile trasate, conduce la reducerea consumului de manoperă şi la sporirea eficienţei acestor profile.

1.4. DOMENII DE FOLOSIRE A PROFILELOR AJURATE

Profilele metalice ajurate sînt elemente,care asemănător cu profilele laminate dublu T,au o mare rigiditate la încovoiere motiv pentru care se folosesc în general la elemente ale construcţiilor metalice supuse la încovoiere precum şi la elemente supuse la solicitări combinate,la care însă preponderentă este solicitarea de încovoiere.Faţă de calităţile pe care le au profilele ajurate,domeniile în care folosirea lor este deosebit de avantajoasă sînt :

– 1. La alcătuirea grinzilor pentru planşeele clădirilor înalte cu multe etaje.In acest caz profilele ajurate pot fi folosite atît la realizarea grinzilor principale,care pot fi eventual şi rigle ale cadrelor,cît şi la realizarea grinzilor secundare.Folosirea lor la realizarea reţelei de grinzi a planşeelor (fig.1.7),pe care sînt dispuse elementele prefabricate ale acestora (de obicei metalice) este foarte raţională atît datorită avantajului economic de reducere a consumului de oţel în elementele planşeului cît şi datorită reducerii greutăţii moarte pentru stîlpii de susţinere a clădirii.

Realizarea grinzilor de planşeu din profile ajurate,permite şi înglobarea tuturor conductelor şi instalaţiilor aferente în grosimea planşeului.

– 2. La alcătuirea riglelor drepte,orizontale sau înclinate a cadrelor transversale a halelor industriale sau a altor construcţii metalice cu caracter industrial sau social (fig.1.8).

– 3. La executarea cadrelor transversale a halelor industriale le cu deschideri mici sau a cadrelor transversale folosite la realizarea unor construcţii agrozootehnice.Folosirea lor la realizarea unor cadre cu deschidere de 12-15 m şi la travei de 5-6 m, în

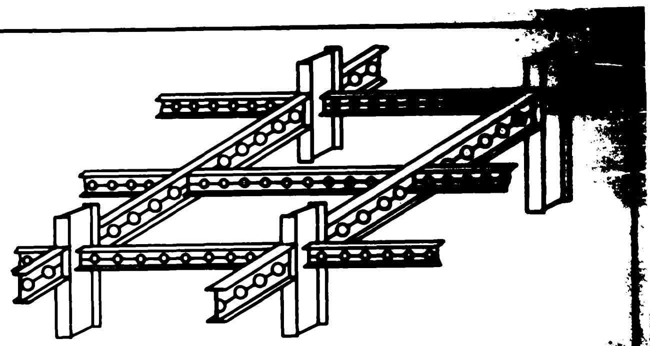


Fig. 1.7 Folosirea profilelor ajurate ca grinzi de planşee.

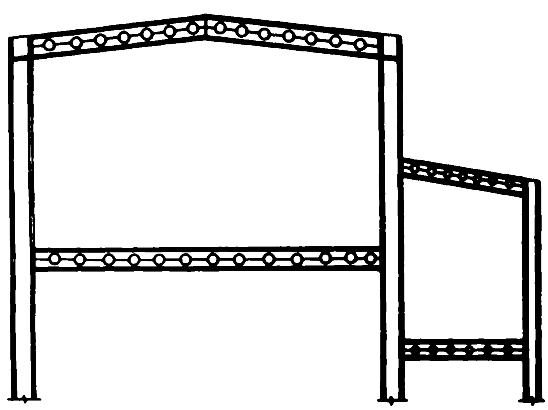


FIG. 1.8 Folosirea profilelor ajurate la riglele cadrelor.

care încărcările permanente nu sînt prea mari,este recomandabilă datorită greutăţii lor reduse. În aceste cazuri colţurile cadrelor se realizează pline, din tablă groasă deoarece în aceste colţuri sînt maxime atît momentul încovoietor cît şi forţele tăietoare şi axiale (fig.1.9).

- 4. Ca rigle curbe sub formă de arc (fig.1.10.a) sau sub formă de sheed (fig.1.10.b) la clădiri industriale în industria uşoară sau la clădiri cu caracter social cultural cu deschideri obişnuite.

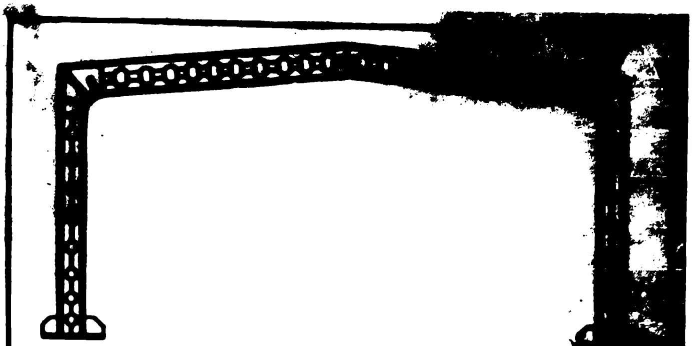


FIG. 1.9 Cadre transversale din profile ajurate.

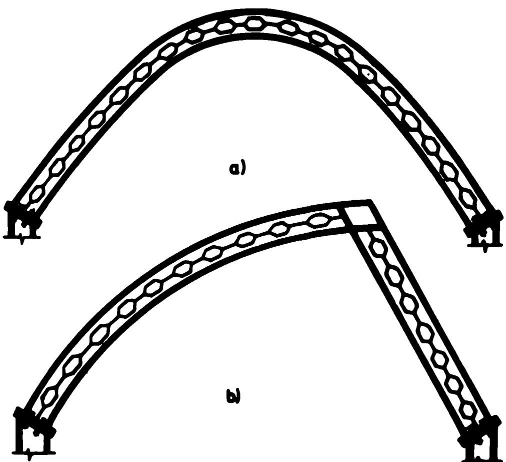


FIG. 1.10 Rigle curbe şi sheed din profile ajurate.

- 5. La executarea platformelor industriale, a pasarelelor de circulaţie între două clădiri industriale precum şi a pasarelelor de circulaţie peste alte căi de comunicaţie (şosele, străzi, căi ferate). Ţinînd cont că din profilul laminat dublu T cu înălţimea maximă I 40 pot fi realizate grinzi ajurate cu înălţimea de 500-700 mm fără plăcuţe intermediare sau de 800-1000 mm cînd se folosesc şi plăcuţe intermediare, înseamnă că aceste profile permit realizarea unor pasarele cu deschidere de 15-20 m la încărcările de 300-500 daN/m^2 cît se ia în mod obişnuit în calcul. Pasarelele executate în această soluţie cu profile ajurate permit în uzine şi trecerea unor eventuale instalaţii dispuse paralel cu calea de comunicaţie,prin golurile profilelor.

- 6. La realizarea panelor de acoperiş la hale industriale cînd se execută fie ca grinzi simplu rezemate fie ca grinzi continue,caz în care profilele sînt solicitate la încovoiere oblică. Întrucît prin ajurare nu cresc decît caracteristicile geometrice ale secţiunii faţă de axa "x" de inerţie maximă,cele faţă de axa "y" de inerţie minimă rămînînd aproximativ aceleaşi,înseamnă că folosirea lor la realizarea panelor de acoperiş solicitate la încovoiere oblică este raţională atunci cînd panta acoperişului este mică.Acest lucru este în general realizat cînd învelitoarea se execută din elemente prefabricate de beton armat acoperite cu izolaţie hidrofugă sau din tablă subţire îndoită la rece,cînd panta este (2-5) %.La pante mai mari sînt necesare susţineri cu tiranţi după panta acoperişului.

- 7. La executarea grinzilor mixte oţel beton folosite la alcătuirea planşeelor clădirilor civile sau industriale (fig.1.11).

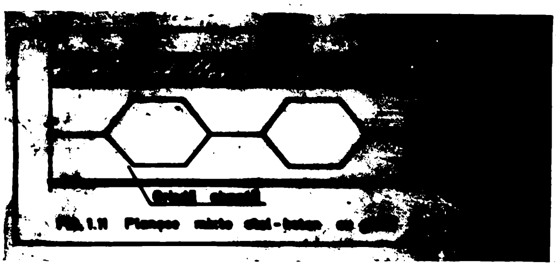


Fig.1.11 Planşee mixte oţel-beton cu [illegible]

- 8. Profilele ajurate se folosesc şi la realizarea unor construcţii uşoare de pe drumurile publice ; staţii de benzină,puncte alimentare,cabine pentru dirijarea circulaţiei,motele etc.,la care pe lîngă o greutate redusă asigură şi un aspect exterior reuşit deosebit de necesar la acest gen de construcţii inginereşti.

- 9. La executarea peroanelor acoperite dintre linii în staţiile de cale ferată,sau a peroanelor de aşteptare din staţiile de tramvai,sau de autobuze,cărora le asigură o supleţe şi un aspect arhitectural reuşit (fig.1.12).Pot sub forma unor stîlpi peron,profilele ajurate pot fi folosite şi la acoperirea pieţelor alimentare, sau la executarea unor parkinguri acoperite pentru autoturisme,motociclete sau biciclete în staţiunile de pe litoral sau la intrarea în marile uzine.Dacă plăcuţele intermediare nu se intercalează cu o formă trapezoidală,peroanele se pot realiza cu secţiune variabilă.

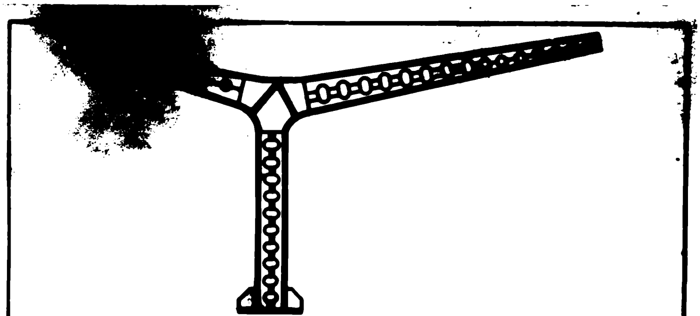


FIG. 1.12. Peroane din profile ajurate cu goluri circulare şi ovoidale.

- 10. Profilele ajurate pot fi utilizate şi la executarea unor grinzi de rulare cu deschideri mici,care au capacitate redusă de ridicare şi care lucrează în regim de lucru uşor.Folosirea grinzilor ajurate obişnuite,cu goluri hexagonale şi octogonale la alcătuirea grinzilor de rulare este restrînsă,datorită faptului că în colţurile golurilor unde se suprapune efectul momentului încovoietor şi al forţei tăietoare,sub efectul dinamic al încărcărilor se produc concentrări de eforturi,care pot duce la plasticizarea secţiunii.In schimb grinzile din profile ajurate cu goluri circulare sau ovale se pretează mai bine la alcătuirea grinzilor de rulare datorită faptului că efectul momentului şi al forţei tăietoare nu este maxim în aceeaşi secţiune curentă în jurul golului şi datorită lipsei colţurilor golurilor nu se mai produc vîrfuri de solicitare.

- 11. Profilele ajurate pot fi folosite şi la alcătuirea longeronilor şi antretoazelor podurilor metalice,în special cele cu goluri circulare care au o comportare mai bună la efectul dinamic. Folosirea profilelor ajurate este limitată însă la poduri de deschideri mici.

- 12. Profilele ajurate în special cele cu goluri circulare şi ovale pot fi folosite şi la alcătuirea estacadelor metalice din depozitele de materiale,unde funcţionează poduri rulante mici.

1.5. AVANTAJELE PROFILELOR METALICE AJURATE

Avantajele profilelor metalice ajurate pot fi puse în evidență dacă se compară cu alte profile metalice folosite în același scop.

Aceste avantaje pot fi scoase în evidență, în primul rînd dacă se compară cu profilele laminate dublu T, din care se obțin profilele ajurate și ele decurg din înălțimea sporită obținută prin ajurare precum și din existența golurilor în inima profilelor ajurate.

Pe de altă parte pot fi puse în evidență și avantajele pe care le au profilele ajurate cu goluri circulare față de cele cu goluri hexagonale.

1.5.1. Avantajele profilelor ajurate în comparație cu profilele laminate

Principalele avantaje ale profilelor ajurate în general, indiferent de forma golurilor, în comparație cu profilele laminate dublu T din care se execută sînt următoarele :

- 1. Principalul avantaj al profilelor ajurate este acela că la aceleași caracteristici geometrice cu ale profilelor metalice laminate - la același moment de inerție de exemplu - masa profilelor ajurate este mult mai mică decît a profilelor laminate.

Lucrul acesta este ilustrat în diagrama din figura 1.13 în care este trasată variația masei profilelor laminate și ajurate

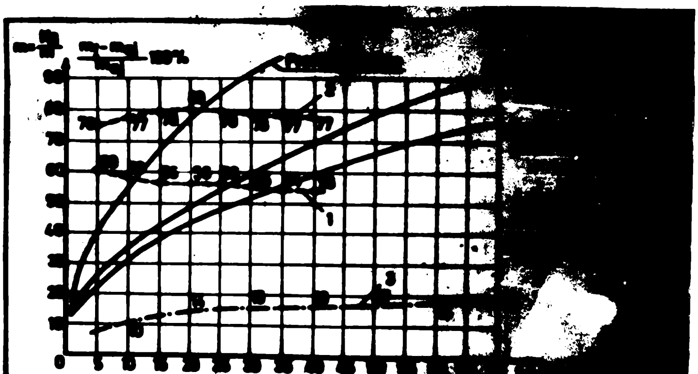


FIG. 1.13. Reducerea masei profilelor ajurate față de ...

funcție de momentele de inerție ale acestora. Pentru profilele ajurate au fost luate în considerare momentele de inerție medii între cele din dreptul golurilor şi cele din dreptul plinurilor. In diagramă este reprezentată şi scăderea procentuală a masei pe metru liniar la profilele ajurate faţă de cele laminate, la acelaşi moment de inerţie. Această reducere este de (53-60)% la profilele ajurate cu goluri hexagonale (curba punctată 1) şi de (76-80)% la cele cu goluri circulare (curba punctată 2). De asemenea la profilele ajurate cu goluri circulare se obţine o reducere de (10-18)% a masei în comparaţie cu profilele cu goluri hexagonale (curba linie punct 3).

- 2. Datorită reducerii masei profilelor ajurate în comparaţie cu cea a profilelor laminate dublu T folosirea profilelor ajurate duce şi la o reducere importantă a costului construcţiilor metalice. Reducerea costului construcţiilor metalice din profile ajurate faţă de cele din profile laminate, este mai mică decît reducerea masei profilelor, deoarece o parte din această reducere trebuie să acopere manopera de fabricare a profilelor ajurate. Această reducere a costului construcţiilor metalice din profile ajurate este cu atît mai mare cu cît este mai automatizat procesul de fabricare al acestora. In general reducerea costului construcţiilor metalice prin folosirea profilelor ajurate în locul celor laminate este de aproximativ (20-40)%.

- 3. Ca urmare a reducerii masei profilelor ajurate în comparaţie cu profilele dublu T, înseamnă că se reduce şi încărcarea din masa proprie a elementelor realizate din profile ajurate, ceea ce duce la reducerea solicitărilor - momente şi forţe axiale - în elementele de susţinere (stîlpi) şi deci şi la reducerea masei acestora.

Tot datorită aceluiaşi motiv se reduc şi încărcările pe fundaţii şi în consecinţă dimensiunile acestora. Reducerea masei elementelor realizate din astfel de profile ajurate, influenţează favorabil şi asupra cheltuielilor de transport şi manipulare a construcţiei metalice în uzină şi pe şantier precum şi între cele două unităţi, cheltuieli care se reduc simţitor.

- 4. Profilele ajurate permit realizarea unei mari posibilităţi de adaptare a înălţimii grinzilor la necesităţile construcţiei, prin faptul că forma şi dimensiunile golurilor pot fi foarte variate.

- 5. Datorită faptului că înălţimea profilelor ajurate este mai mare decît cea a profilelor laminate şi în consecinţă şi momentele de inerţie sînt mult mai mari, înseamnă că rigiditatea lor este mai mare, motiv pentru care săgeţile sînt mai reduse la elementele de profile ajurate. In figura 1.14 sînt reprezentate în funcţie de înălţimea profilelor laminate din care sînt obţinute profilele ajurate, săgeţile unor grinzi de aceeaşi deschidere, solicitate la încărcările admisibile determinate din condiţia de rezistenţă, pentru oţeluri obişnuite OL 37 cu rezistenţa admisibilă $\sigma_a = 1500$ daN/cm^2, precum şi reducerea procentuală a săgeţilor, la aceeaşi masă.

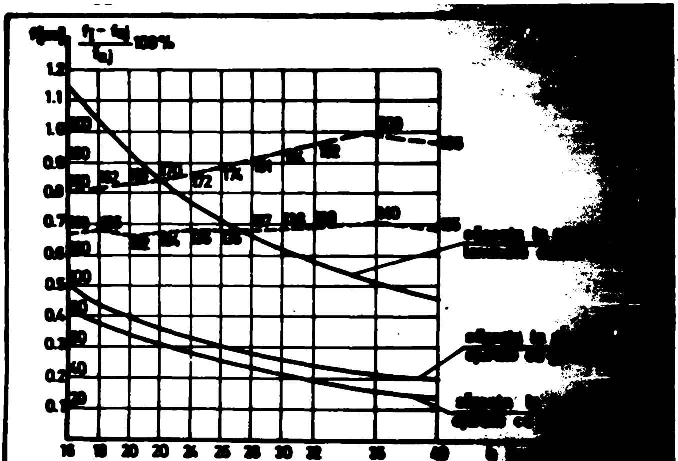


FIG. 1.14. Reducerea săgeţilor la profile ajurate

Se observă că reducerea săgeţilor este de pînă la 140 % la profile cu goluri hexagonale şi de pînă la 200 % la cele cu goluri circulare ceea ce scoate în evidenţă avantajul profilelor ajurate faţă de cele laminate la aceeaşi masă a profilelor.

- 6. Grinzile realizate din profile ajurate, datorită golurilor din inimă, permit trecerea prin aceste goluri a conductelor pentru instalaţii de orice fel. Aceasta asigură posibilitatea înglobării conductelor şi instalaţiilor în înălţimea profilului mărind spaţiul util şi asigurînd un aspect reuşit al încăperilor. Lucrul acesta este folosit la planşeele clădirilor înalte, la hale industriale sau agro-zootehnice.

- 7. La aceleaşi solicitări elementele din profile ajurate sînt mai zvelte decît cele din profile laminate dublu T, datorită caracteristicilor geometrice mai ridicate, ceea ce face ca elementele din profile ajurate să fie mult mai suple şi deci mai reuşite.

- 8. Datorită golurilor create în inimă prin ajurarea profilele ajurate au şi un aspect arhitectural deosebit de reuşit, cu efect favorabil la construcţiile aparente : pasarele, platforme industriale,cadrele halelor industriale și agrozootehnice precum și a construcțiilor de pe drumurile publice.

1.5.2. Avantajele profilelor ajurate cu goluri circulare și ovale în comparație cu profilele ajurate cu goluri hexagonale și octogonale

Noul tip de profile ajurate propus ca invenție,avînd golurile circulare sau ovale,prezintă ca urmare a formei mai raționale a golurilor o serie de avantaje în comparație cu cele cu goluri hexagonale sau octogonale.

Dintre aceste avantaje cele mai importante sînt următoarele :

- 1. La noul tip de profile ajurate cu goluri circulare și ovale, influența forței tăietoare asupra eforturilor unitare normale ce iau naștere în secțiunile din dreptul golurilor,este mult mai mică decît la profilele ajurate obișnuite.Acest lucru se datorește faptului,că pe măsură ce crește momentul local produs de forța tăietoare din axul golurilor,în raport cu o secțiune curentă a profilelor T de deasupra sau de desubtul golurilor,crește și secțiunea acestor profile prin creșterea înălțimii profilului T și odată cu aceasta și modulul de rezistență.

Creșterea înălțimii profilelor T,la profilele ajurate cu goluri circulare "a_c",față de cea a profilelor ajurate cu goluri hexagonale "a_h" este scoasă în evidență în fig.1.15 unde sînt suprapuse golurile la două profile cu aceiași înălțime realizată în cele două soluții.

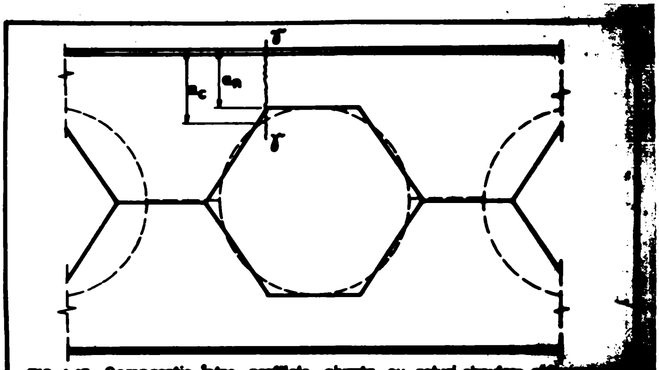


FIG. 1.15. Comparație între profilele ajurate cu goluri circulare ...

- 2. Datorită formei circulare a golurilor în locul celei hexagonale, noul tip de profile ajurate cu goluri circulare sau ovale, are o comportare mai bună la solicitări dinamice, datorită faptului că ne mai existînd colțurile golurilor cum este la profilele cu goluri hexagonale, lipsesc punctele slabe în care se produc vîrfuri de solicitare care pot duce la depășirea limitei de curgere. Datorită acestui fapt profilele ajurate cu goluri circulare sau ovale, pot fi folosite și la alcătuirea grinzilor de rulare a estacadelor metalice sau a halelor industriale, cu condiția unei dimensionări corespunzătoare.

- 3. Tot ca urmare a faptului că forma circulară a golurilor este mai rațională, prin faptul că reduce efectul forței tăietoare așa cum s-a arătat mai sus, înseamnă că profilele ajurate cu goluri circulare sau ovale se pretează mai bine la alcătuirea elementelor la care solicitările - momentul și forța tăietoare - sînt maxime în aceeași secțiune. Așa este cazul la grinzile încărcate cu forțe concentrate, pe reazimele grinzilor continue sau la colțurile cadrelor, care prezintă secțiuni în care cele două solicitări sînt maxime în aceeași secțiune.

Se poate spune deci că profilele ajurate cu goluri circulare și ovale se pot folosi cu mai multă eficiență la alcătuirea elementelor static nedeterminate - grinzi continue, cadre - datorită comportării mai raționale la forța tăietoare.

- 4. Profilele ajurate cu goluri circulare sau ovale, avînd o comportare mai bună la forța tăietoare, decît profilele ajurate obișnuite, datorită creșterii continue a modulului de rezistență a profilelor T din dreptul golurilor, înseamnă că înălțimea acestor profile T, în dreptul axului vertical al golurilor se poate lua mai mică decît la profilele ajurate cu goluri hexagonale. Acest lucru face ca înălțimea totală a profilelor ajurate cu goluri circulare și ovale este mai mare ca cea a profilelor ajurate obișnuite, ceea ce face ca noul tip de profile ajurate să aibă o rigiditate mai mare decît cele obișnuite, ceea ce înseamnă că săgețile acestora sînt mai reduse. Săgeata mai redusă se datorește și faptului că săgeata produsă de forța tăietoare este mai mică datorită creșterii rigidității tălpilor în jurul golurilor.

- 5. In cazul utilizării profilelor ajurate cu goluri circulare sau ovale la elemente static nedeterminate, cum sînt grinzile continue sau cadrele static nedeterminate, la care din cauza faptului că cele două solicitări momentul și forța tăietoare, sînt maxime

în aceeaşi secţiune, este necesar să se facă întărirea golurilor învecinate reazemelor grinzilor continue sau colţurilor de cadru, această întărire se poate face mult mai simplu, folosind pentru întărire cupoane de ţeavă cu diametrul ceva mai mic decît al golurilor circulare, care se sudează pe contur.

De asemenea dacă întărirea se face prin umplerea golurilor atunci tăierea şi sudarea peticelor de formă circulară sau ovală este mult mai simplă decît la cele hexagonale.

- 6. In cazul cînd prin grinzile ajurate trec conducte care se inglobează în înălţimea acestora, mărind spaţiul util, aşezarea acestor conducte este mai bună pe conturul golurilor ne fiind necesare măsuri de fixare.

- 7. Elementele realizate din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale prezintă în comparaţie cu profilele ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale şi avantajul unui aspect arhitectonic mai reuşit, tocmai datorită formei golurilor.

Acest lucru este favorabil mai ales la elementele construcţiilor metalice din profile ajurate care rămîn aparente cum este cazul pasarelelor metalice aeriene care traversează alte căi de comunicaţie, a platformelor din clădirile industriale, a platformelor de circulaţie dintre clădirile industriale, a cadrelor transversale la clădiri industriale sau agrozootehnice a grinzilor de rulare sau la elemente de tip peron de la peroane de cale ferată, staţii de tramvaie, pieţe alimentare sau parkinguri de autoturisme, motociclete sau biciclete.

1.6. DEZAVANTAJELE PROFILELOR AJURATE

Profilele ajurate au şi unele dezavantaje în comparaţie cu profilele laminate iar profilele ajurate cu goluri circulare şi ovale au unele dezavantaje în comparaţie cu cele cu goluri hexagonale.

1.6.1. Dezavantajele profilelor ajurate faţă de cele laminate

Dintre dezavantajele profilelor ajurate în general, în comparaţie cu cele ale profilelor laminate dublu T sînt de enumerat :

1. Profilele ajurate necesita un anumit consum de manoperă pentru fabricare, care este cu atît mai redus cu cît procesul de producţie este mai automatizat. El este însă compensat de avantajele arătate.

2. Grinzile realizate din profile ajurate au rezistenţă mai redusă la sarcini dinamice, în special la cele cu goluri hexagonale.

ceea ce face ca folosirea lor la elemente supuse la astfel de solicitări să fie mai restrînsă.

3. Rigiditatea profilelor ajurate față de axa verticală "y", rămîne aceeași ca a profilelor laminate din care se obțin, ea ne crescînd prin ajurare, motiv pentru care datorită încărcărilor mai mari pe care le preiau profilele ajurate, pericolul pierderii stabilității generale a profilelor ajurate este mai accentuat ca la cele laminate.

4. Tot datorită faptului că rigiditatea față de axa "y" rămîne aceeași, profilele ajurate solicitate la încovoiere oblică sînt recomandabile numai la unghiuri mici $2^{0}-5^{0}$ de înclinare, altfel avantajele obținute prin ajurare se pierd.

1.5.2. <u>Dezavantajele profilelor ajurate cu goluri circulare în comparație cu profilele ajurate cu goluri hexagonale</u>

Dintre dezavantajele profilelor ajurate cu goluri circulare sau ovale față de cele cu goluri obișnuite pot fi enumerate :

- 1. Consumul de manoperă pentru executarea profilelor ajurate cu goluri circulare este ceva mai ridicat ca la cele obișnuite, prin faptul că sînt mai multe linii de tăiere. Acest dezavantaj poate fi atenuat dacă se execută operația de tăiere prin ștanțare și se face automatizarea acestei operații.

- 2. Prin modul de tăiere a profilelor laminate în vederea obținerii profilelor ajurate cu goluri circulare se pierde din înălțimea profilului o fîșie de înălțime "n" (fig.1.5) pentru a obține porțiunile drepte de lungime "b" de contact între cele două părți. Înălțimea "n" este mică (4-8) mm și este compensată de faptul că înălțimea "a" a profilelor T din axul golurilor se poate lua mai mică, înălțimea totală rezultînd mai mare.

1.7. <u>ECONOMICITATEA PROFILELOR AJURATE</u>

Problema care se pune în cazul profilelor ajurate, este de a stabili economicitatea acestor profile în raport cu profilele laminate dublu T.

Unul din factorii care exprimă economicitatea profilelor ajurate este dat de raportul dintre modulul de rezistență și masa lor pe ml .

In diagrama din figura 1.16 este reprezentată variația raportului dintre modulul de rezistență și masa pe ml W_x/g (cm^3/kg/ml), în funcție de modulul de rezistență. Această variație este reprezentată pentru profilele laminate dublu T, pentru profilele ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale precum şi pentru cele cu goluri circulare şi ovale.

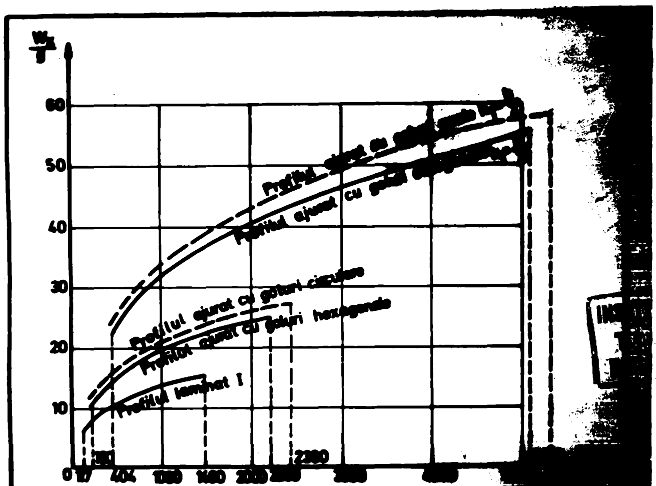


FIG. 1.16. Factorul de economicitate Wx/g

Diagrama din fig.1.16 arată că factorul de economicitate creşte mult la profilele ajurate faţă de cele laminate, creşterea fiind de (31-37)% pentru profilele cu goluri hexagonale, de (34-40)% la cele cu goluri circulare, ambele fiind fără plăcuţe intermediare. La cele cu plăcuţe intermediare creşterea este de (100-120)% la profilele cu goluri octogonale şi de (110-130)% la profilele ajurate cu goluri ovale.

Diagrama din această figură dă şi indicaţii asupra creşterii modulului de rezistenţă a profilelor ajurate faţă de cel al profilelor laminate dublu T creştere care este de aproximativ 55 % la profilele ajurate cu goluri hexagonale, 62 % la cele cu goluri circulare, de 250 % la cele cu goluri octogonale şi de 260 % la cele cu goluri ovale.

Un alt factor deosebit de important, care defineşte economicitatea profilelor ajurate este consumul de oţel la o anumită încărcare şi deschidere în cazul cînd se folosesc profile laminate sau profile ajurate de diferite forme.

In diagrama din figura 1.17 este reprezentată variaţia acestui consum de oţel prin masele profilului rezultat. Pentru a putea reprezenta această variaţie a maselor, au fost considerate grinzi cu deschideri diferite, pentru care au fost calculate momentele capabile pentru diferite înălţimi ale grinzilor ajurate cu plăcuţe intermediare de formă octogonală şi apoi la acelaşi moment au fost dimensionate grinzile din celelalte feluri de profile ajurate şi laminate,punînd în grafic variaţia maselor funcţie de înălţimea H a profilului ajurat cu goluri octogonale la care a fost determinat momentul capabil.

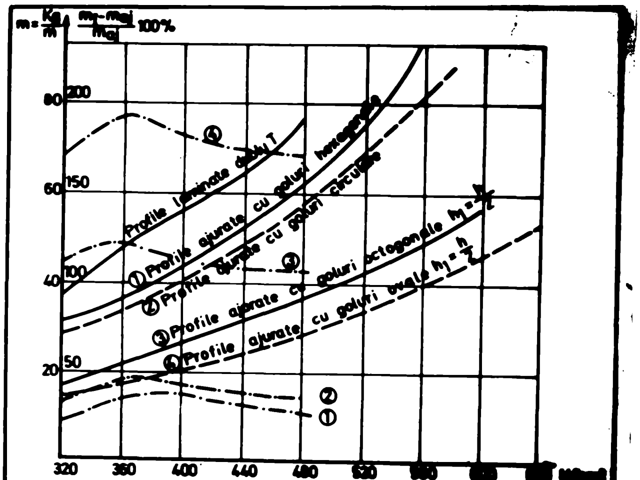


FIG.1.18 Reducerea consumului de oţel la grinzi ajurate.

Din diagramă rezultă că reducerea consumului de oţel prin folosirea profilelor ajurate în locul celor laminate dublu T este de (23-34)% la profilele ajurate cu goluri hexagonale,de (31-44)% la cele cu goluri circulare,ambele fără plăcuţe intermediare,de (105-119)% la cele cu goluri octogonale şi de (170-192)% la cele cu goluri ovale,ambele avînd plăcuţe intermediare cu $h_1 = h/2$,ceea ce scoate în evidenţă economicitatea profilelor ajurate.

CAPITOLUL 2
CARACTERISTICI GEOMETRICE ALE PROFILELOR AJURATE

Caracteristicile geometrice intervin la dimensionarea elementelor construcţiilor metalice şi la verificarea rezistenţei, stabilităţii şi deformaţiilor acestora.

In cazul profilelor ajurate intervin de asemenea o serie de caracteristici geometrice care definesc pe de o parte forma, geometria şi dimensiunile golurilor şi plinurilor şi pe de altă parte caracteristicile geometrice ale secţiunii.

2.1. PROFILE AJURATE CU GOLURI HEXAGONALE ŞI OCTOGONALE

2.1.1. Definirea caracteristicilor geometrice

Caracteristicile geometrice care definesc profilele ajurate pot fi grupate în două categorii :

- caracteristici geometrice dimensionale
- caracteristici geometrice ale secţiunii transversale

Problemele care se pun în general în cazul profilelor ajurate, sînt legate de alegerea formei, geometriei şi dimensiunilor golurilor care conduc la cea mai raţională secţiune, asigurînd consumul de oţel cel mai redus.

In literatura tehnică de specialitate [68], [70] sînt date unele recomandări privind alegerea acestor dimensiuni. Recomandările date sînt însă diferite în cele două lucrări şi ele dau aceleaşi valori indiferent de natura încărcărilor şi de sistemul static al elementelor de construcţie.

In cele ce urmează sînt date unele recomandări privind alegerea cît mai raţională a acestor dimensiuni aşa cum au fost date şi în "Instrucţiunile tehnice pentru proiectarea elementelor construcţiilor metalice alcătuite din profile cu goluri în inimă" întocmite în cadrul catedrei.

2.1.2. Caracteristici geometrice dimensionale ale profilelor ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale. Stabilirea formei şi dimensiunilor

Aceste caracteristici geometrice dimensionale se aleg în funcţie de înălţimea "h" a profilelor laminate dublu T din care se obţin profilele ajurate. Pentru aceste profile cele mai importante caracteristici geometrice dimensionale sînt următoarele (fig.2.1):

- 1. Inălţimea "a" a profilelor T de deasupra şi de desubtul golurilor este dată în revista Werkblatt [68] cu valoarea a = h/3 iar în stahloau [70] cu valoarea a = h/4, indiferent de natura încărcărilor și de sistemul static.

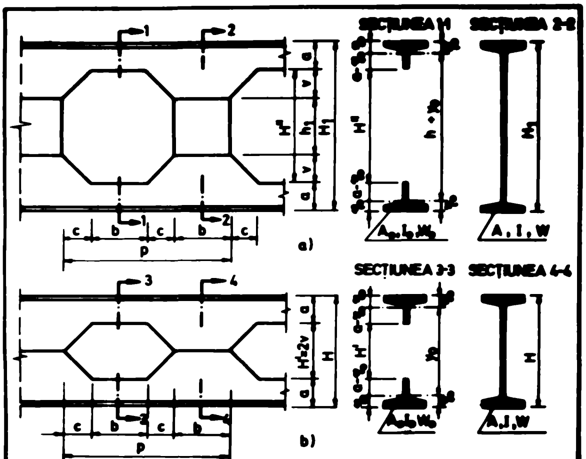


FIG. 2.1 Caracteristicile geometrice ale profilelor ajurate cu goluri octogonale și hexagonale

În realitate la alegerea acestei dimensiuni trebuie ținut seama de încărcările grinzilor și de sistemul lor static, deoarece la grinzile la care preponderentă este influența momentului încovoietor, cea a forței tăietoare fiind foarte mică, este recomandabilă folosirea unor profile ajurate cu înălțimea totală "H" și "H_1" cît mai mare, ceea ce înseamnă o înălțime mică "a" a profilelor T ce mărginesc golul.

Acest caz este întîlnit la grinzi simplu rezemate încărcate cu încărcări uniform distribuite la care în regiunea cu M_{max}, T = 0.

În schimb în cazul grinzilor la care influența forței tăietoare este mare, comparabilă cu cea a momentului încovoietor, cum este cazul grinzilor simplu rezemate cu forțe concentrate, sau a grinzilor continue și a cadrelor la care forța tăietoare și momentul sînt maxime în aceeași secțiune, este recomandabilă alegerea unei înălțimi "a" a profilelor T de deasupra și dedesubtul golurilor mai mare pentru a putea prelua momentul local produs de forța tăietoare.

În vederea stabilirii formei celei mai raționale a golurilor și deci a înălțimii "a" a profilelor T, poate fi arătat cum variază efortul unitar normal σ rezultat din însumarea efortului provenit din momentul încovoietor și din forța tăietoare, pentru două grinzi simplu rezemate de aceeași deschidere provenite din aceleași profile laminate dublu T luînd pentru "a" valorile :

$$(2.1) \qquad a = \frac{2h}{5} \; ; \qquad a = \frac{h}{3} \; ; \qquad a = \frac{h}{4}$$

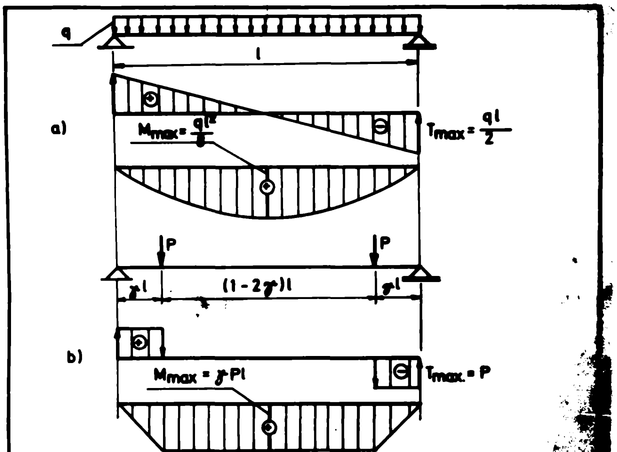
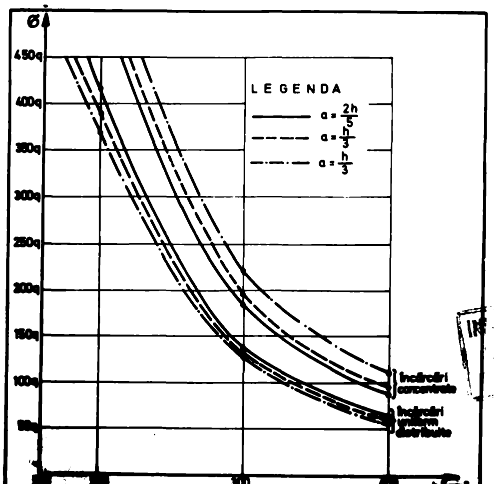


FIG. 2.2 Tipuri caracteristice de încărcări a profilelor ajurate.

Cele două grinzi sînt încărcate în primul caz cu încărcări uniform distribuite (fig.2.2.a) şi în al doilea cu două forţe concentrate egale aşezate la aceeaşi distanţă γl de reazime(fig.2.2b

Pentru comparaţie încărcările celor două grinzi se consideră în aşa fel alese ca să dea naştere la momente încovoietoare egale.



Variaţia efortului unitar σ pentru diferite valori ale lui

Variaţia efortului unitar normal σ însumat,din moment şi forţa tăietoare este dată în diagrama din figura 2.3, pentru cele trei valori ale dimensiunii "a" din relaţia 2.1,pentru lungimea de contact b = h/2.

Diagrama este trasată în funcţie de înălţimea "h" a profilelor laminate din care se obţin profilele ajurate. Din diagramă se observă că la grinzi ajurate cu încărcări uniform distribuite efortul σ este cu atît mai mic cu cît înălţimea "a" este mai mică, deci cu cît înălţimea totală a grinzii este mai mare, pe cînd la grinzile ajurate cu încărcări concentrate efortul σ este cu atît mai mic cu cît înălţimea "a" a profilelor T este mai mare. Aceasta explică faptul că la grinzi cu încărcări uniform distribuite sau alte încărcări, la care momentul şi forţa tăietoare nu sînt maxime în aceeaşi secţiune, influenţa forţei tăietoare este neglijabilă şi în acest caz pentru preluarea momentului este recomandabilă o grindă ajurată cu înălţime totală "H" mare şi deci cu "a" mic, pe cînd la grinzi cu încărcări la care momentul şi forţa tăietoare sînt maxime în aceeaşi secţiune, este necesară o înălţime "a" mai mare pentru ca profilul T să poată prelua şi efortul dat de momentul local din forţa tăietoare.

In aceste condiţii propun ca înălţimea "a" a profilelor T să se ia diferenţiat cu valorile următoare care duc la soluţia cea mai economică :

- a). pentru grinzi la care momentul şi forţa tăietoare nu sînt maxime în aceeaşi secţiune, "a" se va alege cu valorile :

(2.2) $$a = \frac{h}{4} \div \frac{h}{3}$$

- b). pentru grinzi la care momentul şi forţa tăietoare sînt maxime în aceeaşi secţiune pentru "a" se vor lua valorile :

(2.3) $$a = \frac{h}{3} \div \frac{2h}{3}$$

- 2. <u>Lungimea de contact "b"</u> dintre cele două părţi ale secţiunii pline, egală cu lungimea porţiunii de secţiune constantă a profilelor T se alege tot în funcţie de înălţimea "h" a profilelor laminate. Si pentru această lungime "b" sînt date recomandări. Astfel Stahlbau[70] recomandă lungimea b=h/2, iar revista Merkblatt [68] precum şi alţi autori ca Basile, Texier[10], Belenguer[24] recomandă ca lungimea "b" să se ia $b = p/3$ "p" fiind lungimea pasului, indiferent de natura încărcărilor. Cele două valori sînt apropiate ca mărime deoarece valoarea medie a pasului este $p = 1,5$ h.

Studiind variaţia eforturilor unitare normale σ, funcţie de lungimea "b" pentru diferite înălţimi "h" a profilelor laminate şi încărcările din fig.2.2, rezultă fig.2.4, trasată pentru două valori ale lungimii "b" :

(2.4) $$b = \frac{h}{2} \quad ; \quad b = \frac{h}{3}$$

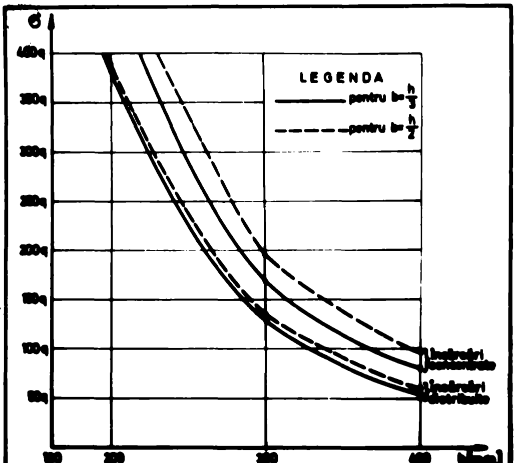


FIG. 2.4 Variaţia efortului unitar σ pentru diferite valori ale lui „b"

Analizînd variaţia efortului unitar însumat σ în funcţie de lungimea "b" se observă că în cazul încărcărilor distribuite influenţa diferitelor valori ale lui "b" este neînsemnată, lucru justificat de faptul că influenţa forţei tăietoare asupra efortului la calculul căruia intervine "b" este în acest caz foarte mică, pe cînd la încărcările concentrate sau la sistemele statice la care momentul şi forţa tăietoare sînt maxime în aceeaşi secţiune şi la care influenţa forţei tăietoare este comparabilă cu cea a momentului, influenţa lungimii "b" este însemnată conducînd la diferenţe de 15-20 %.

În această situaţie propun să se ia următoarele lungimi "b"

- a) pentru grinzi cu încărcări distribuite sau de altfel la care momentul şi forţa tăietoare sînt maxime în secţiuni diferite "b" se va lua :

$$(2.5) \qquad b = \frac{h}{3} \div \frac{h}{2}$$

- b) pentru grinzi la care cele două solicitări : momentul şi forţa tăietoare sînt maxime în aceeaşi secţiune "b" se va lua:

$$(2.6) \qquad b = \frac{h}{3,5} - \frac{h}{2,5}$$

- 3. <u>Pasul profilelor ajurate "p"</u> egal cu distanţa dintre axele verticale a două goluri sau plinuri consecutive, este dat în literatura tehnică cu valorile : p = 1,5 h în Stahlbau [70], p = = (1,4 - 1,8)h în [illegible] [68]. Alţi autori ca Bazilo şi Foxter au luat chiar şi valori p = (2 - 2,2)h [10]. Ţinînd cont de precizările făcute la stabilirea înălțimii "a" și a lungimii "b" propun să se ia pentru pasul profilelor ajurate cu goluri octogonale și hexagonale următoarele mărimi :

- a) pentru grinzi cu încărcări uniform distribuite, la care influența pasului asupra efortului însumat σ este redusă, și pentru cele la care forța tăietoare este redusă pe toată lungimea grinzii, pasul se poate lua cu valori mari :

(2.7) $p = (1,4 - 2,0)h$

- b) pentru grinzi cu încărcări concentrate, sau la care momentul încovoietor și forța tăietoare sînt maxime în aceeași secțiune, precum și la cele la care forțele tăietoare sînt foarte mari în anumite secțiuni se recomandă ca pasul să fie luat cu valori mai mici :

(2.8) $p = (1,2 - 1,6)h$

- 4. Înălțimea plăcuțelor intermediare "h_1", folosite la realizarea profilelor ajurate cu goluri octogonale, nu poate fi luată oricît de mare, deși la calculul de rezistență cu creșterea ei scade efortul unitar normal σ, deoarece la valori mari se înrăutățește stabilitatea montanților și se ia :

(2.9) $h_1 = \frac{h}{3} \div \frac{h}{2}$

- 5. Înălțimea totală "H_1" și "H" a profilelor ajurate cu goluri octogonale și hexagonale, rezultă conform fig.2.1 cu valorile :

(2.10) $H_1 = 2(h - a) + h_1$

(2.10.a) $H = 2(h - a)$

Celelalte dimensiuni c, v, H' și H" rezultă din figura 2.1.

În afara acestor caracteristici geometrice dimensionale care se aleg, există altele care se calculează în funcție de dimensiunile impuse așa cum a fost arătat. Acestea sînt (fig.2.1) următoarele :

- 6. Distanța η_o" de la fibrele exterioare a tălpilor profilului ajurat pînă la centrul de greutate al profilelor T ce mărginesc golurile, care este calculată funcție de dimensiunile profilului T și este dată în anexa 1.

- 7. Distanțele "$h_1 + y_o$" și "y_o" dintre centrele de greutate ale profilelor T, la grinzi ajurate cu goluri octogonale și hexagonale au valorile :

(2.11) "$h_1 + y_o$" $= h_1 + 2(h - a - \eta_o)$

(2.11.a) $y_o = 2(h - a - \eta_o)$

2.1.3. Caracteristici geometrice ale secţiunii transversale a profilelor ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale

Caracteristicile geometrice ale secţiunii transversale a profilelor ajurate pot fi calculate atît în dreptul axului golurilor cît şi în dreptul axului plinurilor.

Caracteristicile geometrice ale secţiunii transversale (secţiuni, momente de inerţie, module de rezistenţă) sînt calculate atît pentru profilele T ce mărginesc golurile, notate cu indicele 0(zero) cît şi pentru profilele întregi din axul golurilor notate cu 1(unu) şi din axul plinurilor notate fără indici. Cele mai importante caracteristici sînt următoarele :

– 1. Aria "A_0" a secţiunii profilelor T, din axul golurilor, calculată funcţie de dimensiunile impuse (înălţimea "a") dată în anexa 1.

– 2. Momentul de inerţie "I_0" al profilelor T din axul golurilor care se calculează funcţie de dimensiunile impuse, dat în anexa 1.

– 3. Modulele de rezistenţă "W_{0i}" şi "W_{0e}" ale profilelor T în raport cu fibrele din spre interiorul golurilor "i" şi din spre exterior "e".

$$(2.12)\qquad W_{oi}=\frac{I_o}{a-\eta_o}\qquad\qquad W_{oe}=\frac{I_o}{\eta_o}$$

– 4. Aria "A_1" a secţiunii profilelor ajurate întregi în axul golurilor :

$$(2.13)\qquad A_1 = 2\,A_0$$

– 5. Momentul de inerţie "I_1" al profilelor ajurate întregi din axa golurilor care se calculează cu relaţiile :

$$(2.14)\qquad I_1=2\left[I_o+A_o\left(\frac{h_1+y_o}{2}\right)^2\right]\qquad \text{profile cu goluri octogonale}$$

$$(2.14a)\qquad I_1=2\left[I_o+A_o\left(\frac{y_o}{2}\right)^2\right]\qquad \text{profile cu goluri hexagonale}$$

– 6. Modulul de rezistenţă "W_1" al profilelor întregi în axul golurilor

$$(2.15)\qquad W_1=\frac{2I_1}{H_1}=\frac{4}{2(h-a)+h_1}\left[I_o+A_o\left(\frac{h_1+y_o}{2}\right)^2\right]\qquad \text{goluri octogonal}$$

$$(2.15a)\qquad W_1=\frac{2I_1}{H}=\frac{4}{2(h-a)}\left[I_o+A_o\left(\frac{y_o}{2}\right)^2\right]\qquad \text{goluri hexagonale}$$

– 7. Aria "A" a secţiunii profilului dublu T întreg în dreptul plinurilor :

$$(2.16)\qquad A=2A_o+d\left[h_1+2(h-2a)\right]\qquad \text{la goluri octogonale}$$

$$(2.16a)\qquad A=2A_o+2d(h-2a)\qquad \text{la goluri hexagonale}$$

– 8. Momentul de inerție "I" al profilului întreg în dreptul plinurilor :

$$(2.17)\quad I=2\left[I_0+A_0\left(\frac{h_1+y_0}{2}\right)^2\right]+\frac{d[h_1+2(h-2a)]^3}{12}$$ la goluri octogonale

$$(2.17a)\quad I=2\left[I_0+A_0\left(\frac{y_0}{2}\right)^2\right]+\frac{2d(h-2a)^3}{3}$$ la goluri hexagonale

– 9. Modulul de rezistență "W" al profilului întreg în dreptul plinurilor :

$$(2.18)\quad W=\frac{2}{h_1+2(h-a)}\left\{2\left[I_0+A_0\left(\frac{h_1+y_0}{2}\right)^2\right]+\frac{d[h_1+2(h-2a)]}{12}\right\}$$ la goluri octogonale

$$(2.18a)\quad W=\frac{2}{h-a}\left\{\left[I_0+A_0\left(\frac{y_0}{2}\right)^2\right]+\frac{d(h-2a)^3}{3}\right\}$$ la goluri hexagonale

Toate caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale ale profilelor întregi sînt date în anexa 2.

2.2. PROFILE AJURATE CU GOLURI CIRCULARE ȘI OVALE

La fel ca și la profilele ajurate obișnuite și în cazul noului tip de profile ajurate pot fi definite caracteristici geometrice dimensionale și ale secțiunii transversale a profilelor.

2.2.1. Caracteristici geometrice dimensionale ale profilelor ajurate cu goluri circulare și ovale. Stabilirea dimensiunilor optime

Dimensiunile profilelor ajurate cu goluri circulare și ovale trebuie alese în așa fel încît să conducă la stabilirea mărimii optime a golurilor, care să pună în evidență eficiența acestor profile în comparație cu profilele laminate dublu T și în special cu cele ajurate cu goluri hexagonale și octogonale.

Cele mai importante caracteristici geometrice dimensionale indicate în figura 2.5, a profilelor ajurate cu goluri circulare și ovale sînt :

– 1. Înălțimea "a" a profilelor T din axul golurilor se alege și la aceste profile funcție de înălțimea "h" a profilelor laminate din care provin.

Datorită faptului că înălțimea T "a_φ" crește pe măsură ce crește unghiul φ și secțiunea se depărtează de axa golurilor, cresc și caracteristicile geometrice ale secțiunii acestor profile T, ceea ce face ca efectul forței tăietoare asupra efortului unitar normal σ să se reducă foarte mult chiar și în cazul cînd forța tăietoare este maximă în regiunea momentului încovoietor maxim.

În aceste condiții dacă se neglijează efectul forței tăietoare care în cazul încărcărilor distribuite sau apropiate de aceastea la grinzi simplu rezemate se poate face fără rezerve, atunci efortul unitar normal provine numai din momentul încovoietor maxim și are valoarea maximă în secțiunea din axul golului cel mai apropiat și este funcție de produsul $A_0 y_0$, fiind minim cînd acest produs este maxim așa cum se va vedea în capitolul 3.

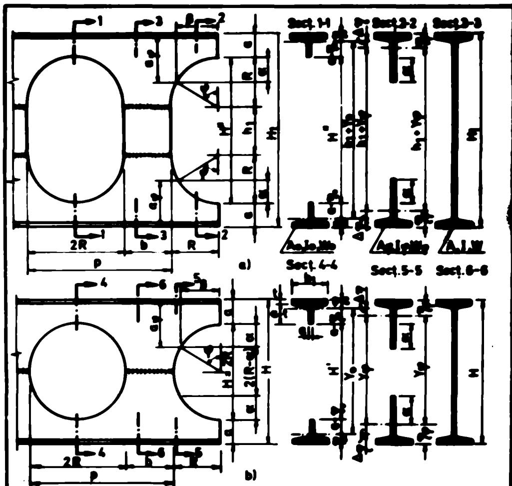


FIG. 2.5 Caracteristici geometrice ale profilelor ajurate cu goluri circulare

Pentru a determina dimensiunea optimă a înălțimii profilelor T din axul golurilor, care duce la σ_{min}, trebuie pusă condiția ca produsul $A_0 \cdot y_0$ să fie maxim. Intr-un calcul simplificat profilele T sînt considerate formate din dreptunghiuri. Produsul $A_0 \cdot y_0$ se poate determina dacă se exprimă următoarele mărimi, în funcție de dimensiunile profilului T (fig.2.5.b secțiunea 4-4) η_0, a, b_1, t, d și de înalțimea h a profilului inițial :

(2.19) $H = 2(a + R)$

(2.20) $R = h - (2a + n)$

Pentru "n" se poate lua o valoare aproximativă :

(2.21) $n = \frac{\eta_0}{2}$

cu care rezultă R care înlocuit în (2.19) dă înălțimea profilului :

(2.22) $H = 2h - 2a - \eta_0$

iar distanța y_0 are valoarea :

(2.23) $y_0 = H - 2\eta_0 = 2h - 2a - 3\eta_0$

Pentru a calcula pe y_0 funcție de dimensiunile profilelor T, se calculează distanța η_0 de la fibrele exterioare, la centrele acestora

(2.24) $$\eta_0 = \frac{b_1 t^2 + (a^2 - t^2)d}{2[b_1 t + (a - t)d]}$$

iar y_0 poate fi calculat cu relația :

(2.25) $$y_0 = \frac{4(b_1 ht + adh - dht - ab_1 t - a^2 d + adt) - 3(b_1 t^2 + a^2 d - dt^2)}{2[b_1 t + (a-t)d]}$$

Secțiunea profilului T poate fi scrisă sub forma :

(2.26) $$A_0 = b_1 t + (a - t)d$$

iar produsul $A_0 \cdot y_0$ ordonat după puterile lui "a" sub forma :

(2.27) $$A_0 y_0 = \frac{1}{2}\left[-7a^2 d + 4a(dh - bt + dt) + t(b - d)(4h - 3t)\right]$$

Mărimea variabilă fiind înălțimea "a" pentru a găsi valoarea ei optimă, se anulează derivata acesteia și rezultă :

(2.28) $$a = \frac{2}{7}\left(h + t - \frac{bt}{d}\right)$$

Ținînd cont de faptul că mărimile b, d, t sînt funcție de h, raportul lor fiind aproximativ constant indiferent de mărimea profilului laminat din care se execută profilele ajurate, înălțimea "a" a profilelor T, poate fi calculată înlocuind rapoartele lor și rezultă :

(2.29) $$a = \frac{h}{7} \div \frac{h}{8}$$

Această relație conduce la valori foarte mici ale înălțimii profilelor T, și ea a rezultat datorită neglijării efectului forței tăietoare, ceea ce face ca profilele T din axul golurilor să nu poată prelua efortul unitar tangențial, înălțimea inimei fiind foarte mică.

Pentru a putea prelua și efortul unitar tangențial în dreptul golurilor unde forța tăietoare este maximă, este necesar să se sporească înălțimea "a" cu aproximativ 50 % și rezultă relația :

(2.30) $$a = \frac{h}{4} \div \frac{h}{5}$$

Valorile mai mari ale lui a date de relația (2.30) se vor lua în cazul profilelor ajurate cu goluri circulare și ovale, folosite la grinzi la care iau naștere forțe tăietoare mari, iar valorile mici în cazul grinzilor la care apar forțe tăietoare mici.

Comparînd înălțimea profilelor T de la profilele cu goluri circulare cu cea de la cele cu goluri hexagonale, iese în evidență faptul că această înălțime este mult mai mică în cazul acelui tip de profile ajurate, față de cele obișnuite, diferența fiind de pînă la (50–60)%, ceea ce înseamnă că înălțimea profilelor ajurate cu goluri circulare este mai mare ca a celor cu goluri hexagonale pornind de la același profil laminat, ceea ce înseamnă caracteristici geometrice mai mari.

– 2. <u>Distanța "b" dintre liniile orizontale 1 și 2</u>(fig.1.5) care servesc la trasarea profilelor ajurate se alege din relația:

$$(2.31) \qquad n = \frac{h}{20} \div \frac{h}{40}$$

Valorile mai mari ale lui n (spre h/20) se aleg în cazul grinzilor cu forțe tăietoare mari, deoarece rezultă lungimi de contact "b" mai mari în acest caz, necesare pentru a prelua forța de lunecare în dreptul plinurilor.

- 3. Raza golurilor "R" rezultă funcție de mărimile alese pentru "n" și "a" și de înălțimea "h" a profilului laminat (fig.1.5)

$$(2.32) \qquad R = h - (2a + n)$$

Dacă se înlocuiește "a" și "n" funcție de "h", poate fi exprimată și raza în funcție de înălțimea profilului laminat cu relația:

$$(2.33) \qquad R = \frac{h}{2,2} \div \frac{h}{1,5}$$

In cazul cînd se alege raza, cu această relație, se va căuta ca ea să fie apropiată de raza țevilor (mai mare cu unu-doi mm) pentru a putea face o eventuală întărire a golurilor celor mai solicitate cu un cupon de țeavă.

- 4. Lungimea de contact "b" dintre cele două părți ale profilelor ajurate egală cu distanța dintre goluri, se determină din relația:

$$(2.34) \qquad b = 2\sqrt{n(2R - n)}$$

și ea este funcție de mărimile alese, în special de distanța n, care trebuie aleasă cu grijă pentru ca lungimea "b" să asigure lungimea necesară de sudură, care să preia forța de lunecare pe lungimea pasului.

- 5. Pasul golurilor "p" egal cu distanța dintre axele a două goluri sau plinuri consecutive rezultă din relația:

$$(2.35) \qquad p = 2R + b$$

- 6. Inălțimile totale H_1 și H, a profilelor ajurate cu goluri ovale și circulare rezultă, cunoscînd mărimile alese:

$$(2.36) \qquad H_1 = h_1 + 2(R + a) \quad \text{la profile cu goluri ovale}$$

$$(2.36.a) \qquad H = 2(R + a) \quad \text{la profile cu goluri circulare}$$

- 7. Inălțimea "h_1" a plăcuțelor intermediare la profile cu goluri ovale este recomandabil să se ia:

$$(2.37) \qquad h_1 = \frac{h}{2} \div \frac{h}{3}$$

sau:

$$(2.38) \qquad h_1 = R + \frac{R}{1,5}$$

Există și în cazul acestor profile, unele mărimi care sînt determinate funcție de dimensiunile alese și anume

- 8. Distanța "η_0" de la fibrele exterioare la centrul de greutate al profilelor T de deasupra și de dedesubtul golurilor se calculează funcție de dimensiunile alese pentru aceste profile și este dată în anexa 1.

- 9. Distanțele „h_1+y_0" și „y_0" între centrele de greutate ale profilelor T ce mărginesc golurile rezultă :

(2.39) $h_1+y_0 = h_1 + 2(R + a - \eta_0)$ la profile cu goluri ovale

(2.39.a) $y_0 = 2(R + a - \eta_0)$ la profile cu goluri circulare

- 10. Unghiul "φ" care definește o secțiune curentă în jurul golurilor se măsoară între verticală și o rază curentă.(fig.2.5)

- 11. Abscisa "β" a unui punct curent de pe conturul golurilor, măsurat față de axa verticală a acestora poate fi calculată cu relația :

(2.40) $\beta = R \cdot \sin\varphi$

- 12. Ordonata "α" a aceluiași punct curent de pe conturul golurilor, măsurată față de marginea golului în axul său (fig.2.5):

(2.41) $\alpha = R(1 - \cos\varphi)$

- 13. Lățimea "a_φ" a profilului T, dintr-o secțiune curentă definită prin unghiul φ, poate fi calculată cu relația :

(2.42) $a_\varphi = a + R(1 - \cos\varphi)$

- 14. Distanța "$\Delta\eta$" dintre centrele de greutate ale profilelor T din axul golurilor poate fi calculată cu relația :

(2.43) $$\Delta\eta = \frac{\alpha d(\alpha + 2a - 2\eta_0)}{2(A_0 + \alpha d)}$$

în care dacă se înlocuiește α din (2.41) rezultă :

(2.44) $$\Delta\eta = \frac{dR(1-\cos\varphi)[R(1-\cos\varphi)+2(a-\eta_0)]}{2[A_0 + dR(1-\cos\varphi)]}$$

- 15. Distanța "η_φ" de la marginea exterioară a profilelor T, la centrul lor de greutate, într-o secțiune curentă exprimată prin unghiul φ :

(2.45) $$\eta_\varphi = \eta_0 + \Delta\eta = \frac{d\alpha^2 + 2ad\alpha + 2A_0\eta_0}{2(A_0 + d\alpha)}$$

sau cu valoarea lui α din (2.41)

(2.46) $$\eta_\varphi = \frac{dR^2(1-\cos\varphi)^2 + 2adR(1-\cos\varphi) + 2A_0\eta_0}{2[A_0 + dR(1-\cos\varphi)]}$$

- 16. Distanțele "$h_1 + y_\varphi$" dintre centrele de greutate ale profilelor T dintr-o secțiune curentă definită prin unghiul φ, se calculează în funcție de celelalte mărimi ale profilelor cu goluri circulare :

(2.47) $$h_1 + y_\varphi = h_1 + \frac{2A_0(R + a - \eta_0) + 2dR\alpha - d\alpha^2}{A_0 + d\alpha}$$

sau înlocuind pe α din (2.41) rezultă :

(2.48) $$h_1 + y_\varphi = h_1 + \frac{2A_0(R + a - \eta_0) + dR^2\sin^2\varphi}{A_0 + dR(1-\cos\varphi)}$$ la goluri ovale

și la fel :

(2.47a) $$y_\varphi = \frac{2A_0(R + a - \eta_0) + 2dR\alpha - d\alpha^2}{A_0 + d\alpha}$$

sau înlocuind pe α rezultă :

(2.48a) $$y_\varphi = \frac{2A_0(R + a - \eta_0) + dR^2\sin^2\varphi}{A_0 + dR(1-\cos\varphi)}$$ la goluri circulare

2.2.2. <u>Caracteristici geometrice ale secţiunii transversale ale profilelor ajurate cu goluri circulare şi ovale</u>

În profilele ajurate cu goluri circulare şi ovale, datorită faptului că secţiunea profilelor T ce mărginesc golurile este variabilă, trebuie calculate caracteristicile geometrice ale secţiunii din axul golurilor şi pentru o secţiune curentă definită prin unghiul φ şi acestea sînt :

- 1. <u>Aria "A_0", momentul de inerţie "I_0", modulele de rezistenţă W_{0i} şi W_{0e}</u>, ale secţiunii profilelor T din axul golurilor se calculează funcţie de înălţimea "a" a profilelor T şi sînt date în anexa 1.

- 2. <u>Aria "$A\varphi$" a secţiunii profilelor T dintr-o secţiune curentă</u> prin gol :

$$A\varphi = A_0 + d\alpha \qquad \text{sau :} \tag{2.49}$$

$$A\varphi = A_0 + d\,R(1 - \cos\varphi) \tag{2.50}$$

Relaţia (2.50) arată că aria $A\varphi$ creşte cu creşterea unghiului φ .

- 3. <u>Momentul de inerţie "$I\varphi$" a secţiunii profilelor T</u> din secţiunea curentă prin gol, în raport cu axa ce trece prin centrul de greutate $G\varphi$ al acestui profil aflat la distanţa $\eta\varphi$ de marginea exterioară :

$$(251)\quad I\varphi = I_0 + A_0\Delta\eta^2 + \frac{d\alpha^3}{12} + d\alpha\left(\frac{\alpha}{2} + a - \eta_0 - \Delta\eta\right)^2$$

Înlocuind valoarea lui $\Delta\eta$ din (2.45), făcînd operaţiile la termenul al patrulea, grupînd termenii, scoţînd factor şi simplificînd relaţia devine :

$$(252)\quad I\varphi = \frac{d^2\alpha^4 + 4A_0d\alpha^3 + 12A_0d(a-\eta_0)\alpha^2 + 12d[I_0 + A_0(a-\eta_0)^2]\alpha + 12A_0I_0}{12(A_0 + d\alpha)}$$

Dacă se înlocuieşte valoarea ordonatei α din (2.41) rezultă

$$(253)\quad I\varphi = \frac{d^2R^4(1-\cos\varphi)^4 + 4A_0dR^3(1-\cos\varphi)^3 + 12A_0d(a-\eta_0)R^2(1-\cos\varphi)^2}{12[A_0 + dR(1-\cos\varphi)]} + \frac{12d[I_0 + A_0(a-\eta_0)^2]R(1-\cos\varphi) + 12A_0I_0}{12[A_0 + dR(1-\cos\varphi)]}$$

- 4. <u>Modulele de rezistenţă "$W\varphi i$" şi "$W\varphi e$"</u> ale secţiunii curente în raport cu fibrele interioare şi exterioare pot fi determinate dacă sînt scrise distanţele de la centrul de greutate $G\varphi$ la aceste fibre :

$$(254)\quad y_{\varphi i} = \alpha + a - \eta_\varphi = \frac{d\alpha^2 + 2A_0\alpha + 2A_0(a-\eta_0)}{2(A_0 + d\alpha)}$$

$$(255)\quad y_{\varphi e} = \eta_\varphi = \frac{d\alpha^2 + 2ad\alpha + 2A_0\eta_0}{2(A_0 + d\alpha)}$$

Cu aceste distanţe rezultă modulele de rezistenţă ale profilului T din secţiunea curentă.

Pentru fibra interioară după operaţii şi simplificări rezultă :

$$(256)\quad W_{\varphi i} = \frac{I_\varphi}{y_{\varphi i}} = \frac{d^2\alpha^4 + 4A_0 d\alpha^3 + 12A_0 d(a-\eta_0)\alpha^2 + 12d[I_0 + A_0(a-\eta_0)^2]\alpha + 12A_0 I_0}{6[d\alpha^2 + 2A_0\alpha + 2A_0(a-\eta_0)]}$$

în care dacă este înlocuit α din (2.41) rezultă :

$$(257)\quad W_{\varphi i} = \frac{d^2R^4(1-\cos\varphi)^4 + 4A_0 dR^3(1-\cos\varphi)^3 + 12A_0 d(a-\eta_0)R^2(1-\cos\varphi)^2}{6[dR^2(1-\cos\varphi)^2 + 2A_0R(1-\cos\varphi) + 2A_0(a-\eta_0)]} +$$

$$+ \frac{12d[I_0 + A_0(a-\eta_0)^2]R(1-\cos\varphi) + 12A_0 I_0}{6[dR^2(1-\cos\varphi)^2 + 2A_0R(1-\cos\varphi) + 2A_0(a-\eta_0)]}$$

Pentru fibra exterioară rezultă următoarea relaţie:

$$(258)\quad W_{\varphi e} = \frac{I_\varphi}{y_{\varphi e}} = \frac{d^2\alpha^4 + 4dA_0\alpha^3 + 12A_0 d(a-\eta_0)\alpha^2 + 12d[I_0 + A_0(a-\eta_0)^2]\alpha + 12A_0 I_0}{6(d\alpha^2 + 2ad\alpha + 2A_0\eta_0)}$$

Inlocuind valoarea lui α din (2.41) funcţie de φ se ajunge la :

$$(259)\quad W_{\varphi e} = \frac{d^2R^4(1-\cos\varphi) + 4A_0 dR^3(1-\cos\varphi)^3 + 12A_0 d(a-\eta_0)R^2(1-\cos\varphi)^2}{6[dR^2(1-\cos\varphi)^2 + 2adR(1-\cos\varphi) + 2A_0\eta_0]} +$$

$$+ \frac{12dR[I_0 + A_0(a-\eta_0)^2](1-\cos\varphi) + 12A_0 I_0}{6[dR^2(1-\cos\varphi)^2 + 2adR(1-\cos\varphi) + 2A_0\eta_0]}$$

Din relaţiile (2.57) şi (2.59) se vede că modulele de rezistenţă cresc pe măsura ce creşte unghiul φ, adică pe măsură ce ne depărtăm de axul golurilor.

Caracteristicile geometrice ale secţiunii profilului ajurat întreg din axul golurilor, pot fi calculate şi în cazul profilelor ajurate cu goluri ovale şi circulare, cu aceleaşi relaţii ca şi pentru profilele ajurate cu goluri octogonale şi hexagonale – relaţiile (2.13), (2.14), (2.14.a), (2.15), (2.15.a) – cu precizarea că h_1 şi y_0 se iau aşa cum s-a arătat.

Caracteristicile geometrice de secţiunii plane a profilelor ajurate cu goluri circulare şi ovale pot fi calculate cu relaţiile:

– 5. Aria "A" a secţiunii întregi din axul plinurilor :

(2.60) $A = 2A_0 + d(h_1 + 2R)$ pentru profile cu goluri ovale

(2.60.a) $A = 2(A_0 + dR)$ pentru profile cu goluri circulare

– 6. Momentul de inerţie "I" al secţiunii întregi din axul plinurilor

$$(261)\quad I = \frac{1}{2}\left[4I_0 + A(h_1 + y_0)^2 + \frac{d(h_1+2R)^3}{6}\right] \qquad \text{la goluri ovale}$$

$$(261a)\quad I = \frac{1}{2}\left[4I_0 + A_0y_0^2 + \frac{4dR^3}{3}\right] \qquad \text{la goluri circulare}$$

– 7. Modulul de rezistenţă "W" al secţiunii întregi din axul plinurilor :

$$262\quad W = \frac{1}{H_1}\left[4I_0 + A_0(h_1 + y_0)^2 + \frac{d(h_1+2R)^3}{6}\right] \qquad \text{la goluri ovale}$$

$$262a\quad W = \frac{1}{H}\left[4I_0 + A_0y_0^2 + \frac{4dR^3}{3}\right] \qquad \text{la goluri circulare}$$

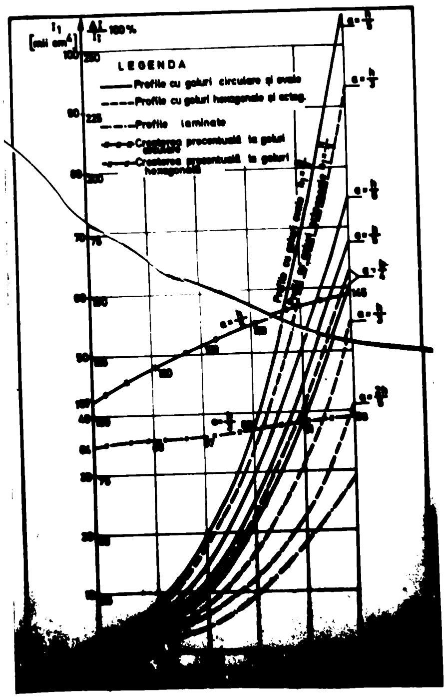
2.5. CO[illegible]
PROFILELOR AJURATE ŞI A PROFILELOR L[illegible]

Caracteristicile geometrice, – momentele de inerţie şi modulele de rezistenţă – ale profilelor ajurate întregi calculate în axul golurilor sau în axul plinurilor pot fi comparate cu cele ale profilelor laminate,această comparaţie scoţînd în evidenţă unele din avantajele profilelor ajurate în comparaţie cu cele laminate,precum şi a profilelor ajurate între ele.

Pentru a putea urmări aceste creşteri ale momentelor de inerţie şi ale modulelor de rezistenţă,se poate trasa în diagrame variaţia acestor caracteristici geometrice.

In diagrama din fig.2.6 este prezentată variaţia momentelor de inerţie ale profilelor laminate,precum şi a profilelor ajurate cu goluri hexagonale respectiv octogonale şi cu goluri circulare şi ovale.

Momentele de inerţie sînt reprezentate în funcţie de înălţimea "h" a profilelor laminate dublu T,din care sînt executate şi profilele ajurate,începînd cu profilul I 14 de la care în general se execută.Pentru profilele ajurate sînt trasate momentele de inerţie al secţiunii întregi din axul golurilor.

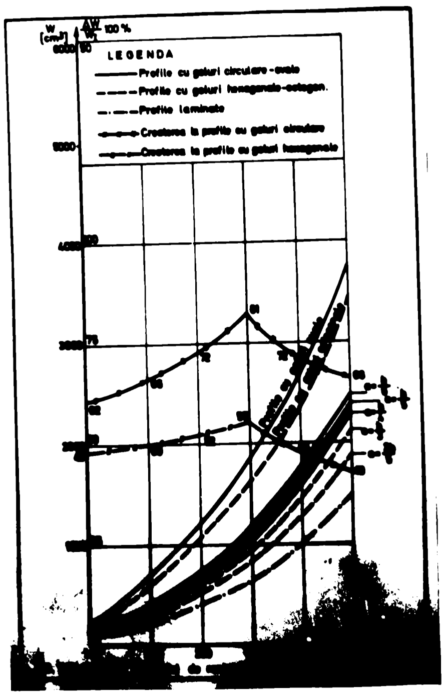


Din diagramă se observă o creştere medie ce variază între (84-93)% a momentelor de inerţie a întregii secţiuni din dreptul golurilor, la profilele ajurate cu goluri hexagonale şi de (107-145)% la cele cu goluri circulare în comparaţie cu profilele laminate dublu T din care provin. La profilele cu goluri octogonale şi ovale aceste creşteri ajung pînă la 210 % la cele cu goluri octogonale şi 260 % la cele cu goluri ovale.

În diagrama din fig.2.7 sînt trasate în acelaşi mod curbele de variaţie a modulelor de rezistenţă a profilelor ajurate cu goluri hexagonale şi circulare alături de cea a profilului laminat dublu T.

Creşterea medie a modulelor de rezistenţă la profile ajurate cu goluri hexagonale este de (43-55)%, iar la cele cu goluri circulare de (62-81)% faţă de profilele laminate (fig.2.7).

Diagramele arată şi o creştere a momentelor de inerţie respectiv a modulelor de rezistenţă la profilele cu goluri circulare faţă de cele cu goluri hexagonale.



CAPITOLUL 3

CALCULUL SIMPLIFICAT AL GRINZILOR DIN PROFILE AJURATE SOLICITATE LA INCOVOIERE DREAPTA

3.1. GENERALITATI

Grinzile realizate din profile ajurate, datorită formei lor şi a faptului că prin ajurare iau naştere golurile din inima profilelor, nu mai pot fi calculate la fel ca şi grinzile din profile dublu T cu inimă plină.

Datorită formei lor şi a comportării pe care o au la solicitările exterioare, grinzile din profile ajurate pot fi asimilate cu grinzile cu zăbrele cu noduri rigide de tip Vierendeel. Profilele T de deasupra şi de desubtul golurilor formează tălpile acestor grinzi, iar plinurile dintre goluri reprezintă montanţii, legaţi rigid de tălpi.

Grinzile din profile ajurate prezintă unele particularităţi faţă de grinzile Vierendeel, prin faptul că panourile fiind foarte dese distanţa dintre noduri este foarte mică, precum şi prin faptul că montanţii acestor grinzi au secţiune variabilă.

Pentru aceste motive în practica proiectării şi execuţiei, grinzile ajurate nu sînt calculate, cu un calcul exact ca grinzi Vierendeel, ci sînt folosite metode de calcul simplificat, care satisfac în general exigenţele cerute de practica de proiectare. Calculul simplificat pleacă de la considerentul că la grinzile cu zăbrele cu noduri rigide momentele din montanţi schimbă de semn, ceea ce permite să se considere că la mijlocul montanţilor este un punct de moment nul. Pe tălpile grinzii din forţe concentrate în noduri diagrama de momente schimbă de asemenea de semn, ceea ce dă posibilitatea să se admită că şi în axul vertical al golurilor există un punct de moment nul

3.2. GRINZI DIN PROFILE AJURATE CU GOLURI HEXAGONALE ŞI OCTOGONALE

Calculul simplificat al grinzilor din profile ajurate obişnuite este prezentat în mai multe lucrări [68],[27],[10],[24]. În lucrare este prezentată sinteza acestor aspecte ale problemei, insistînd asupra contribuţiilor personale.

3.2.1. Calculul de rezistenţă a tălpilor grinzilor ajurate obişnuite

3.2.1.1. Calculul şi verificarea eforturilor unitare normale în tălpi

Calculul de rezistenţă al tălpilor se face la cele două solicitări care iau naştere într-o secţiune oarecare în lungul grinzii : momentul încovoietor şi forţa tăietoare, în dreptul unui gol.

Solicitările din secţiunea curentă prin axul golului, sînt descompuse în solicitări ce acţionează în centrele de greutate ale profilelor T de deasupra şi de desubtul golurilor (fig.3.1).

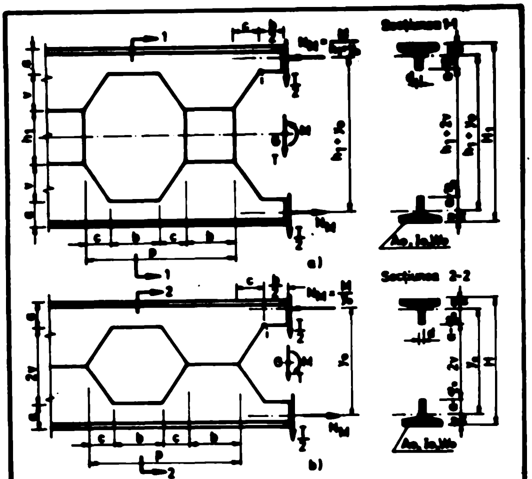


Fig. 3.1. Solicitările grinzilor din profile ajurate

Momentul încovoietor se descompune într-un cuplu de două forţe N_M acţionînd în centrul de greutate a profilelor T (fig.3.1), iar forţa tăietoare se repartizează egal la cele două profile. Forţele N_M produc eforturi unitare normale de compresiune în secţiunea profilului T de deasupra golului şi de întindere în cel de desubtul golului egale cu :

(3.1) $$\sigma_M = \frac{M}{(h_1 + y_0) A_0}$$ la profile cu goluri octogonale

(3.1a) $$\sigma_M = \frac{M}{y_0 A_0}$$ la profile cu goluri hexagonale

Aceste eforturi sînt constante pe toată lungimea "b" a golului.

Forţa tăietoare ce revine unui profil T produce faţă de secţiunea din colţul golului un moment local, care dă naştere unui efort unitar normal, care este maxim faţă de fibra de la interior (punctul 1 fig.3.1) :

(3.2) $$\sigma_T = \frac{T \cdot b}{4 W_{0i}}$$

Eforturile unitare normale provenite din moment şi forţa tăietoare se însumează în colţul "i" din stînga golului, la partea superioară fiind de compresiune iar la cea inferioară de întindere cu valorile :

$$(3.3)\quad \sigma = \frac{1}{(h_1+y_0)A_0}\left[M + \frac{b(h_1+y_0)A_0}{4\,W_{oi}}T\right] \text{ la goluri octogonale}$$

$$(3.3a)\quad \sigma = \frac{1}{y_0 A_0}\left[M + \frac{b\,y_0\,A_0}{4\,W_{oi}}T\right] \text{ la goluri hexagonale}$$

Cu notaţiile :

$$(3.4)\quad \alpha' = \frac{b(h_1+y_0)A_0}{4\,W_{oi}}\,[cm]$$

$$(3.4a)\quad \alpha'' = \frac{b\,y_0 A_0}{4\,W_{oi}}\,[cm]$$

relaţiile de verificare a efortului unitar normal pot fi scrise :

$$(3.5)\quad \sigma = \frac{1}{(h_1+y_0)A_0}(M+\alpha' T) \leq \sigma_a \qquad \text{pentru goluri octogonale}$$

$$(3.5a)\quad \sigma = \frac{1}{y_0 A_0}(M+\alpha'' T) \leq \sigma_a \qquad \text{pentru goluri hexagonale}$$

Notaţiile α', α'' exprimate în "cm" transformă efectul forţei tăietoare într-un efect de moment încovoietor şi ele sînt funcţie de caracteristicile geometrice ale secţiunii transversale. Pentru că la dimensionare nu se cunosc aceste dimensiuni şi ele trebuie alese şi eventual schimbate pe parcurs, pentru uşurarea calculului, aceste notaţii pot fi reprezentate grafic, ceea ce face să nu fie necesar să se calculeze de fiecare dată mai ales dacă nu se dispune de tabele cu caracteristicile geometrice.

Notaţiile α', α'' sînt funcţie de lungimea "b" a porţiunii de secţiune constantă a golurilor care poate fi luată conform relaţiilor (2.5) şi (2.6), şi de înălţimea "a" a profilului T prin A_0, z_0 şi w_{oi}, care se ia conform relaţiilor (2.2) şi (2.3).

In diagrama din figura 3.2 sînt reprezentate în funcţie de înălţimea "h" a profilelor laminate din care se obţin profilele ajurate, variaţiile lui α', α'', pentru b = h/3 şi pentru cele trei valori caracteristice ale înălţimii "a" a profilului T, iar în diagrama din fig.3.3 sînt reprezentate aceleaşi mărimi pentru b = h/2 şi pentru aceleaşi valori ale lui "a".

Variaţia efortului unitar normal σ_M este reprezentată în fig. 3.4 b, cea a lui σ_T în fig.3.4 c iar efortul unitar normal însumat în fig.3.4 d.

Intrucît efortul unitar normal însumat, calculat cu relaţiile (3.5) şi (3.5 a) are valoarea maximă doar în fibra interioară din colţul golurilor, în celelalte fibre ale acelei secţiuni fiind mai mic, în

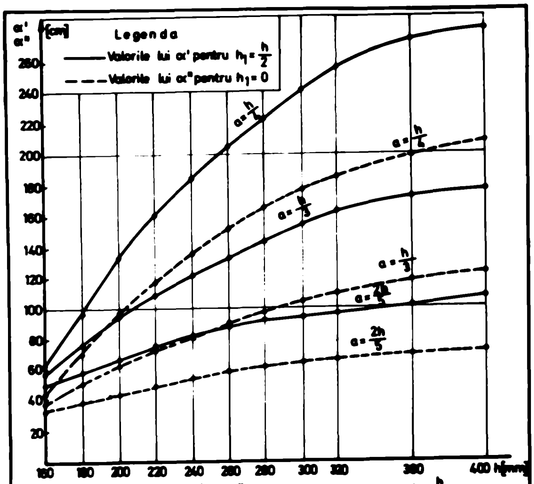


FIG. 3.2 Variația lui α' și α" pentru grinzile ajurate cu $b = \frac{h}{3}$

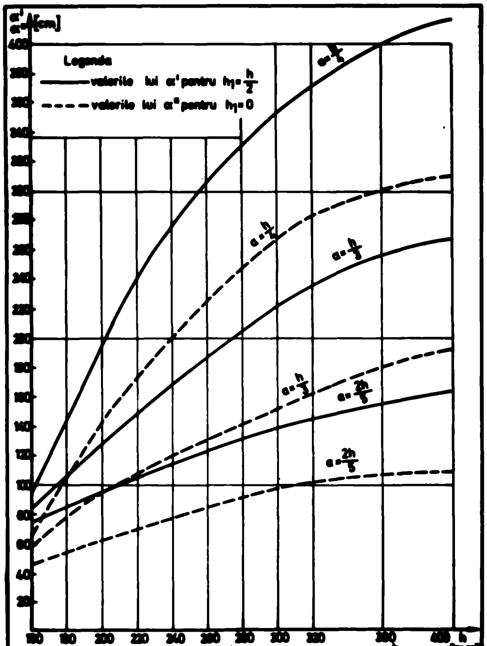


FIG. 3.3 Variația lui α' și α" pentru grinzile ajurate cu $b = \frac{h}{2}$

"Instrucțiunile tehnice pentru proiectarea construcțiilor metalice din profile cu goluri în inimă" s-a prevăzut la propunerea Prof.Dr. Ing.C.Dalban,însușită de comisia de avizare la M.C.Ind. în ședința din 15 septembrie 1973,o majorare a rezistenței admisibile,ceea ce presupune admiterea depășirii rezistenței admisibile în fibra din colțul golurilor.

Relațiile de verificare sînt scrise în acest caz sub forma :

$$(3.6)\quad \sigma = \frac{1}{(h_1+y_0)A_0}(M+\alpha' T) \leq \mu \sigma_a$$ pentru goluri octogonale

$$(3.6a)\quad \sigma = \frac{1}{y_0 A_0}(M+\alpha'' T) \leq \mu \sigma_a$$ pentru goluri hexagonale

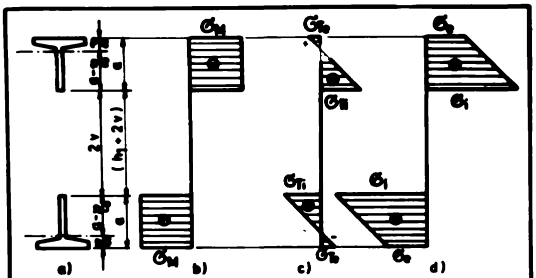


FIG. 3.4 Variația eforturilor unitare normale σ_M, σ_T și σ

Pentru coeficientul "μ" am propus în instrucțiuni valorile :

-a) Dacă lungimea "b" a porțiunii de secțiune constantă a golurilor are valori $b \leq p/4$ pentru μ se iau valorile :

μ = 1,15 - 1,20 pentru încărcări distribuite

μ = 1,10 - 1,15 pentru încărcări concentrate

-b) Dacă lungimea $b > p/4$ atunci pentru μ se ia valoarea μ = 1,0 indiferent de natura încărcărilor.

La verificarea efortului unitar normal σ, trebue avut în vedere că cele două solicitări M și T nu sînt în general maxime în aceiași secțiune.

In unele situații verificarea efortului unitar însumat se poate face ușor și anume cînd cele două solicitări M și T sînt maxime în aceiași secțiune din lungul grinzii cum este cazul la :

- a. grinzi în consolă la care M și T sînt maxime în încastrare ;

- b. grinzi simplu rezemate încărcate cu o forță concentrată la care M este maxim sub forță, iar T este constantă pe cele două porțiuni,

- c. grinzi simplu rezemate încărcate cu două forțe așezate simetric ;

- d. grinzi simplu rezemate încărcate cu un moment concentrat M ;

- e. grinzile continue indiferent de încărcări, la care M și T sînt maxime pe reazimele acestora,

- f. cadre, în colțurile acestora unde M și T sînt maxime.

In alte cazuri diferite de acestea, cînd cele două solicitări M și T nu sînt maxime în aceeași secțiune problema care se pune este de a determina secțiunea din lungul grinzii exprimată prin abscisa "z" în care efortul unitar normal însumat este maxim.

Problema se poate rezolva în cazul unor încărcări mai simple analitic, scriind momentul și forța tăietoare într-o secțiune curentă de abscisă "z" și înlocuindu-le în relațiile de calcul a efortului unitar σ, după care se anulează derivata acestei funcții, iar din ecuația ce rezultă poate fi scoasă abscisa z.

Pentru o grindă simplu rezemată cu o încărcare uniform distribuită de exemplu, solicitările M_z și T_z dintr-o secțiune curentă sînt :

$$T_z = \frac{ql}{2} - qz \tag{3.7}$$

$$M_z = \frac{ql}{2}z - \frac{qz^2}{2} \tag{3.7a}$$

Aceste mărimi înlocuite în relațiile (3.5) și (3.5 a) și scoțînd factori rezultă :

$$\sigma = \frac{q}{2(h_1+y_0)A_0}\left[lz - z^2 + \alpha'(l - 2z)\right] \tag{3.8}$$ pentru goluri octogonale

$$\sigma = \frac{q}{2\,y_0 A_0}\left[lz - z^2 + \alpha''(l - 2z)\right] \tag{3.8a}$$ pentru goluri hexagonale

Termenii din fața parantezelor sînt constante iar anularea derivatei :

$$\frac{d\sigma}{dz} = 0 \tag{3.9}$$

se reduce la anularea derivatei parantezelor mari, din care rezultă :

$$z = \frac{l}{2} - \alpha' \tag{3.10}$$ pentru goluri octogonale

$$z = \frac{l}{2} - \alpha'' \tag{3.10a}$$ pentru goluri hexagonale

Valorile lui z determinate introduse în (3.8) și (3.8 a) determină eforturile maxime :

$$\sigma = \frac{q}{2(h_1+y_0)A_0}\left(\frac{l^2}{4} + \alpha'^2\right) \tag{3.11}$$ pentru goluri octogonale

$$\sigma = \frac{q}{2\,y_0 A_0}\left(\frac{l^2}{4} + \alpha''^2\right) \tag{3.11a}$$ pentru goluri hexagonale

Trebuie menționat că în calculul practic, este bine ca abscisele "z" din (3.10) și (3.10 a) să fie corectate în axul golului cel mai apropiat și cu aceste valori să se calculeze M_z și T_z cu care apoi se verifică

Unii autori cum este Prof.Dr.ing.Faltus din Praga [27.], au dat pentru cîteva încărcări mai simple și pentru grinzi static determinate, tabele cu abscisele unde este efortul maxim și valoarea acestui efort maxim numai pentru grinzi cu goluri hexagonale (fără plăcuțe intermediare).

Pentru a ușura munca de proiectare, în lucrare este prezentat tabelul din anexa 3, cu abscisele unde eforturile sînt maxime și valoarea acestor eforturi pentru grinzi cu goluri octogonale și hexagonale, în care valorile luate din lucrarea Prof.Dr.ing.Faltus sînt însemnate cu steluță.

Rezolvarea acestei probleme a găsirii abscisei unde efortul unitar este maxim,pe cale analitică prin anularea derivatei este greu de făcut pentru grinzi cu mai multe tipuri de încărcări simultane,precum și pentru grinzi static nedeterminate.

In literatura tehnică este indicată de ing.Delesques[24] o metodă grafică de determinare a abscisei unde efortul unitar σ este maxim.

Pornind de la relațiile (3.5) și (3.5 a),se vede că efortul unitar σ este maxim,atunci cînd suma $M + \alpha' T$,respectiv $M + \alpha'' T$ este maximă,coeficienții din fața parantezelor fiind constante ce nu depind de abscisa x.

In aceste condiții se trasează diagrama de momente M,la o anumită scară,de o parte a liniei de referință paralelă cu axa grinzii și de cealaltă parte a acesteia se trasează diagrama de forțe tăietoare înmulțită cu coeficienții α' respectiv α'' la aceeași scară (fig.3.5 d).

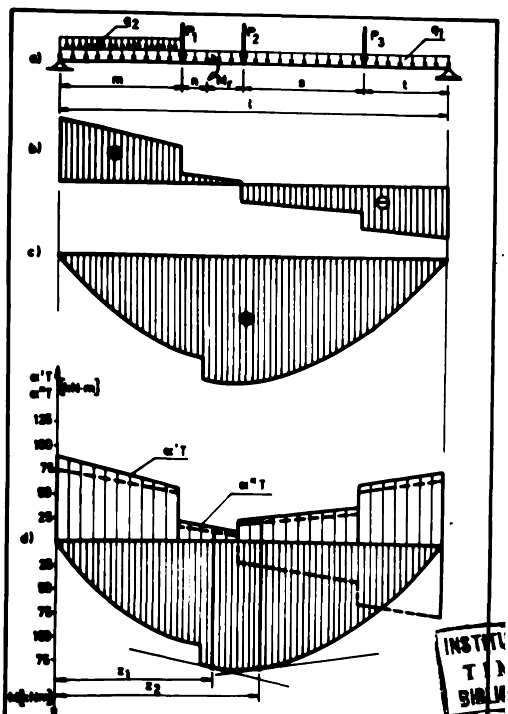


FIG. 3.5 Stabilirea grafică a secțiunii de efort σ_{max}

Pentru ca diagrama de forțe tăietoare să nu se suprapună peste cea de moment și pentru ca pantele acesteia să fie de același semn cu ale momentului încovoietor, diagrama de forțe tăietoare negative se trasează de aceeași parte cu cea a forțelor tăietoare pozitive (fig.3.5 d).

Suma $M + \alpha' T$ respectiv $M + \alpha'' T$, este maximă în punctele în care paralelele duse la segmentele de dreaptă ce mărginesc diagrama de forțe tăietoare sînt tangente la diagrama de momente.

Măsurînd apoi la scara lungimilor la care a fost reprezentată deschiderea grinzii, abscisele punctelor de tangență "z" se găsesc secțiunile în care efortul unitar însumat este maxim. Aceste abscise se corectează în axul golului cel mai apropiat, după care se calculează solicitările Mz și Tz și cu acestea se verifică efortul unitar normal σ.

3.2.1.2. <u>Calculul și verificarea eforturilor unitare tangențiale din tălpi</u>

Forța tăietoare T/2, care revine celor două profile din dreptul golurilor, produce în secțiunea acestora și eforturi unitare tangențiale care se calculează cu formula lui Juravski în secțiunea cu Tmax :

$$(3.12) \quad \tau = \frac{T\, S_x}{2d\, I_0} \leq \tau_a$$

în care mărimile au următoarele semnificații :

T - este forța tăietoare maximă calculată în axul golului apropiat ;

Sx - este momentul static al porțiunii care lunecă pînă la nivelul la care se calculează τ. Pentru τ max în axa neutră a profilului T :

$$(3.13) \quad S_x = d(a-\eta_0)\frac{a-\eta_0}{2} = \frac{d(a-\eta_0)^2}{2}$$

d - este grosimea inimii iar I_0 - momentul de inerție al profilului T ;

τ_a- rezistența admisibilă la forfecare a oțelului $\tau_a = 0,6\sigma_a$

Variația eforturilor unitare tangențiale este prezentată în fig.3.6.

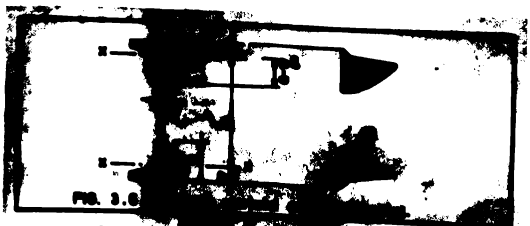


FIG. 3.6

3.2.1.3. <u>Verificarea eforturilor unitare echivalente</u>

In axa profilelor T ce mărginesc golurile efortul unitar normal σ_N din moment este maxim (fiind constant), efortul unitar normal σ_T din forţa tăietoare este nul (fig.3.4), iar efortul unitar tangenţial τ este maxim (fig.3.6). In aceste condiţii în afara verificării efortului unitar normal σ însumat cu relaţiile (3.5) şi (3.5 a), este necesar să se verifice şi efortul unitar echivalent cu relaţia :

$$(3.14) \qquad \sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_M^2 + 3\tau^2} \leq 1{,}1\,\sigma_a$$

Inlocuind eforturile σ_M şi τ rezultă condiţiile de verificare :

$$(3.15) \qquad \sigma_{ech} = \sqrt{\frac{M^2}{(h_1+y_0)^2 A_0^2} + 3\frac{T^2 S_x^2}{4d^2 I_0^2}} \leq 1{,}1\,\sigma_a \quad \text{la goluri octogonale}$$

$$(3.15a) \qquad \sigma_{ech} = \sqrt{\frac{M^2}{y_0^2 A_0^2} + 3\frac{T^2 S_x^2}{4d^2 I_0^2}} \leq 1{,}1\,\sigma_a \quad \text{la goluri hexagonale}$$

In aceste relaţii M şi T se iau din aceeaşi secţiune în lungul grinzii luînd momentul încovoietor maxim şi forţa tăietoare aferentă maximă şi invers.

3.2.2. <u>Calculul de rezistenţă al montanţilor grinzilor ajurate obişnuite</u>

Prin montanţii grinzilor ajurate se înţeleg porţiunile pline dintre două goluri consecutive pe înălţimea golurilor. Lăţimea montanţilor este constantă pe înălţimea "h_1" a plăcuţei intermediare şi variabila pe înălţimea 2V a golurilor.

Unele încercări experimentale ale lui Bazile şi Halleux [10], [34] au arătat că spre deosebire de profilele metalice laminate dublu T, la care grosimea inimii este mare în raport cu înălţimea, inima fiind şi continuă, la profilele ajurate unde înălţimea este mult mai mare în raport cu grosimea şi inima este discontinuă datorită golurilor se poate produce distrugerea acestora şi prin distrugerea montanţilor sub influenţa forţei tăietoare, care revine unor porţiuni mici de grindă.

In literatura tehnică Merkblatt şi Delesques [68] [24] sînt date indicaţii privind verificarea rezistenţei montanţilor. In baza acestor lucrări şi ţinînd seama de prevederile standardelor noastre, privind verificarea elementelor compuse, supuse la solicitări combinate în lucrare este prezentată verificarea montanţilor care a fost indicată şi în "Instrucţiunile tehnice de proiectare a construcţiilor metalice din profile cu goluri în inimă" întocmite în cadrul catedrei

Dacă se consideră un montant al grinzilor ajurate, sub acţiunea forţei tăietoare aferente T şi a rezultantei încărcărilor distribuite pe lungimea pasului "p" în axa orizontală a montantului iau naştere două eforturi : orizontal Hm şi vertical Vm, momentul fiind considerat nul în axul montantului cum s-a arătat la 3.1 (fig.3.7).

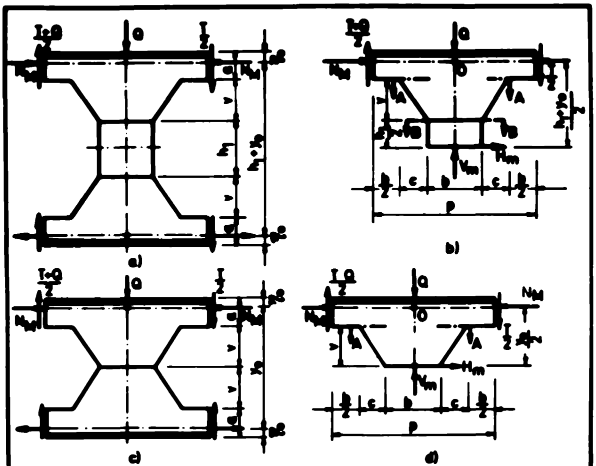


FIG. 3.7. Solicitările montanților grinzilor ajurate.

In cazul general cînd încărcările sînt distribuite, și forța tăietoare este variabilă (fig.3.7 a,3.7 c) pentru determinarea eforturilor Hm și Vm, se scriu condițiile de echilibru a jumătății montantului secționat, care constau într-o ecuație de proiecții pe verticală și o ecuație de momente în raport cu punctul O de intersecție al axei profilului T cu axa verticală a montantului (fig.3.7 b și 3.7 d).

Din aceste ecuații rezultă :

(3.16) $$V_m = \frac{Q}{2}$$ în care $Q = q \cdot p$

și :

(3.17) $$H_m = \frac{p}{2(h_1+y_0)}(2T+Q)$$ pentru goluri octogonale

(3.17a) $$H_m = \frac{p}{2y_0}(2T+Q)$$ pentru goluri hexagonale

Aceste eforturi se calculează în dreptul montanților unde $T = \max$.

Secțiunile în care trebuiesc verificate eforturile sînt secțiunile A-A și B-B (fig.3.7 b) la profile cu goluri octogonale și A-A (fig.3.7 d) la profile cu goluri hexagonale.

In secțiunea B-B a montanților cu plăcuțe intermediare a cărei secțiune și modul de rezistență sînt :

(3.18) $$A_{mB} = b \cdot d$$ și $$W_{mB} = \frac{d \cdot b^2}{6}$$

iau naștere eforturile unitare normale produse de Vm :

(3.19) $$\sigma_{VB} = \frac{V_m}{A_{mB}} = \frac{Q}{2bd}$$

și de momentul local dat de Hm, care ținînd seama de (3.18) au valoarea :

(3.20) $$\sigma_{HB} = \frac{H_m h_1}{2W_{mB}} = \frac{3h_1 p}{2d b^2 (h_1+y_0)}(2T+Q)$$

precum şi eforturile unitare tangenţiale produse de Hm egale cu :

$$(3.21)\qquad \tau_{HB} = \frac{3Hm}{2A_{mB}} = \frac{3p}{4bd(h_1+y_0)}(2T+Q)$$

Efortul echivalent rezultant se compară cu rezistenţa admisibilă a sudurii deoarece în secţiunea B-B este sudură şi condiţia de verificare este :

$$(3.22)\qquad \sigma_{echB} = \sqrt{\left[\frac{Q}{2bd} + \frac{3h_1 p}{2db^2(h_1+y_0)}(2T+Q)\right]^2 + \frac{27p^2}{16b^2d^2(h_1+y_0)^2}(2T+Q)^2} \le 0{,}65\,\sigma_a$$

În secţiunea A-A de la marginea golului unde aceasta se leagă de profilul ..., şi a cărei arie şi modul de rezistenţă sînt :

$$(3.23)\qquad A_{mA} = d(b+2c) \quad \text{şi} \quad W_{mA} = \frac{d(b+2c)^2}{6}$$

iau naştere eforturile unitare normale produse de Vm :

$$(3.24)\qquad \sigma_{VA} = \frac{Vm}{A_{mA}} = \frac{Q}{2d(b+2c)}$$

şi de momentul local produs de Hm, care au valoarea :

$$(3.25)\qquad \sigma_{HA} = \frac{Hm(h_1+2v)}{2W_{mA}} = \frac{3p(h_1+2v)}{2d(h_1+y_0)(b+2c)^2}(2T+Q)$$ pentru goluri octogonale

$$(3.25a)\qquad \sigma_{HA} = \frac{Hm\cdot v}{W_{mA}} = \frac{3p\,v}{d\,y_0(b+2c)^2}(2T+Q)$$ pentru goluri hexagonale

precum şi eforturile unitare tangenţiale produse de Hm egale cu :

$$(3.26)\qquad \tau_{HA} = \frac{3Hm}{2A_{mA}} = \frac{3p}{4d(h_1+y_0)(b+2c)}(2T+Q)$$ pentru goluri octogonale

$$(3.26a)\qquad \tau_{HA} = \frac{3Hm}{2A_{mA}} = \frac{3p}{4d\,y_0(b+2c)}(2T+Q)$$ pentru goluri hexagonale

Folosind aceeaşi condiţie de verificare a eforturilor echivalente rezultă condiţiile de verificare care se compară cu rezistenţa admisibilă a oţelului :

- pentru profile ajurate cu goluri octogonale :

$$(3.27)\qquad \sigma_{echA} = \sqrt{\left[\frac{Q}{2d(b+2c)} + \frac{3p(h_1+2v)}{2d(h_1+y_0)(b+2c)^2}(2T+Q)\right]^2 + \frac{27p^2}{16d^2(h_1+y_0)(b+2c)^2}(2T+Q)^2} \le 1{,}1\,\sigma_a$$

- pentru profile ajurate cu goluri hexagonale :

$$(3.27a)\qquad \sigma_{echA} = \sqrt{\left[\frac{Q}{2d(b+2c)} + \frac{3p\,v}{d\,y_0(b+2c)^2}(2T+Q)\right]^2 + \frac{27p^2}{16d^2y_0^2(b+2c)^2}(2T+Q)^2} \le 1{,}1\,\sigma_a$$

Dacă grinzile sînt încărcate cu forţe concentrate atunci Q=0 şi relaţiile de verificare (3.22),(3.27) şi (3.27 a) devin după ce se scoate factor :

$$(3.28)\qquad \sigma_{echB} = \frac{3pT}{bd(h_1+y_0)}\sqrt{\frac{h_1^2}{b^2} + \frac{3}{4}} \le 0{,}65\,\sigma_a$$ la goluri octogonale în secţiunea B

$$(3.29)\qquad \sigma_{echA} = \frac{3pT}{d(b+2c)(h_1+y_0)}\sqrt{\frac{(h_1+2v)^2}{(b+2c)^2} + \frac{3}{4}} \le 1{,}1\,\sigma_a$$ la goluri octogonale în secţiunea A

$$(3.29a)\qquad \sigma_{echA} = \frac{3pT}{d\,y_0(b+2c)}\sqrt{\frac{4v^2}{(b+2c)^2} + \frac{3}{4}} \le 1{,}1\,\sigma_a$$ la goluri hexagonale

In aceste relații mărimile d,o,c,v,p se iau conform fig.3.1.

Variația eforturilor unitare din montanți este indicată în fig.3.8.

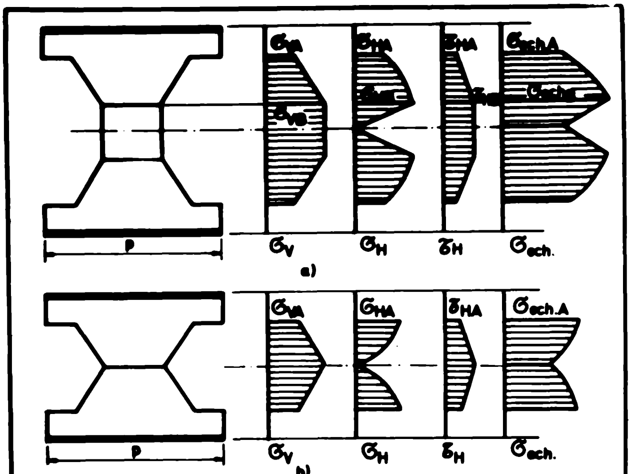


FIG. 3.8. Variația eforturilor pe înălțimea montanților.

3.2.3. Verificarea stabilității montanților grinzilor ajurate Boisquite

Incercările experimentale ale profilelor ajurate au arătat că la anumite rapoarte între înălțimea montanților și grosimea acestora, pierderea capacității de exploatare, a unei grinzi din profile ajurate se poate produce și prin pierderea stabilității montanților, în regiunea cu forțe tăietoare mari.

Problema care se pune, în acest caz ca de altfel în toate problemele de stabilitate este aceea a determinării forței tăietoare critice, care produce pierderea stabilității montanților. Pentru profilele cu goluri hexagonale și octogonale ea a fost prezentată de ing.Delesques[23]. In calculul forței tăietoare critice s-a considerat că montantul se răsucește simetric în raport cu mijlocul său, astfel încît una din fibre, înclinată cu unghiul θ față de axa verticală a montantului rămîne rectilinie în timp ce altă fibră înclinată cu același unghi θ, dar în sens invers, își pierde stabilitatea în afara planului montantului, rămînînd însă tangentă la planul median, în dreptul racordurilor cu tălpile profilului dublu T care au o mare rigiditate față de planul vertical (fig.3.9).

Axa verticală a montantului are o deformație ca a fibrei curente dar redusă la jumătate. Deformația montanților este considerată ca fiind produsă de o încovoiere și o răsucire, astfel ca un punct aflat la distanța y de axa orizontală a montantului are o deplasare laterală "u" și o rotire "ε".

Pentru determinarea forței tăietoare critice Delesques a scris ecuația energetică a egalității variației energiei interioare de deformație cu variația lucrului mecanic al forței exterioare Hm, ajungînd la relația de calcul următoare :

$$(3.30)\quad T_{cr} = 35600\,\frac{d^3}{(h_1+y_0)}\left[1+\left(1-2\frac{b}{p}\right)\left(1-1{,}6\frac{v}{h_1+y_0}-2\frac{h_1}{h_1+y_0}\right)\right]$$

relație în care toate dimensiunile trebuie introduse în mm.

Pentru verificarea stabilității montanților Delesques dă următoarele indicații :

Se calculează forța tăietoare Tcr cu relația (3.30), apoi se calculează o forță tăietoare elastică Te, determinată din condiția ca aceasta să fie forța tăietoare la care se produce plastificarea montanților datorită forfecării și încovoierii, înainte de a-și pierde stabilitatea.

Această forță tăietoare elastică are diferite valori funcție de h_1 :

$$(3.31)\quad T_e = d\,\frac{h_1+y_0}{2}\cdot\frac{(p-b)^2}{3p\left(\frac{h_1}{2}+v\right)}\,\sigma_e \qquad \text{la} \quad h_1 \le v\,\frac{3b-p}{p-2b}$$

$$(3.32)\quad T_e = d\,\frac{h_1+y_0}{2}\,\frac{4(p-b)\left[2bv-h_1(p-2b)\right]}{3p\,v^2}\,\sigma_e \qquad \text{la} \quad v\,\frac{3b-p}{p-2b} \le h_1 \le v\,\frac{p}{p-2b}$$

$$(3.33)\quad T_e = d\,\frac{h_1+y_0}{2}\,\frac{b^2}{3p\,\frac{h_1}{2}} \qquad \text{la} \quad h_1 \ge v\,\frac{p}{p-2b}$$

în care σ_e este limita de elasticitate considerată pentru OL 37 egală cu σ_e = 20 daN/mm^2. Condițiile de verificare sînt :

a) Cînd forța tăietoare din grindă schimbă de semn

$$(3.34)\quad T \le \frac{2}{3}T_{cr} \qquad \text{dacă} \quad T_{cr} \le T_e$$

$$(3.35)\quad T \le \frac{T_{cr}+T_e}{2} \qquad \text{dacă} \quad T_e \le T_{cr} \le 2T_e$$

$$(3.36)\quad T \le T_e \qquad \text{dacă} \quad T_{cr} \ge 2T_e$$

b) Cînd forța tăietoare nu schimbă de semn

$$(3.37)\quad T \le \frac{2}{3}T_{cr} \qquad \text{dacă} \quad T_{cr} \le 1{,}2T_e$$

$$(3.38)\quad T \le \frac{T_{cr}+1{,}2T_e}{2} \qquad \text{dacă} \quad 1{,}2T_e \le T_{cr} \le 2{,}4T$$

$$(3.39)\quad T \le 1{,}2T_e \qquad \text{dacă} \quad T_{cr} \ge 2{,}4T_e$$

Dacă condițiile (3.34) – (3.39) sînt îndeplinite stabilitatea montanților este asigurată în caz contrar, trebuie luate măsuri de rigidizare a montanţilor în regiunea forţelor tăietoare maxime.

3.2.4. Verificarea stabilităţii generale a grinzilor ajurate obişnuite

Grinzile realizate din profile ajurate, deşi se deosebesc de profilele laminate prin golurile pe care le au în inimă, au o comportare asemănătoare, de aceea este necesar să se facă unele verificări de la grinzile cu inimă plină. Una din aceste verificări este aceia referitoare la pierderea stabilităţii generale. Verificarea stabilităţii generale propun să se facă numai dacă distanţa dintre legăturile transversale ale tălpii comprimate a acestor grinzi este mai mare de 30 i_y , i_y fiind raza de giraţie a tălpii comprimate în raport cu axa verticală.

Distanţa dintre legăturile care asigură stabilitatea generală de 30 i_y, este mai mică decît la profile laminate 40 i_y, deoarece la profilele ajurate legătura inimii cu talpa nu este continuă datorită existenţei golurilor. Verificarea stabilităţii generale a grinzilor ajurate se face cu relaţia din STAS 763/1-7 pentru grinzile cu inimă plină :

$$\sigma = \frac{Mc}{\varphi_y W_{xmed}} \le \sigma_a \qquad (3.40)$$

în care : Mc - este momentul de calcul al grinzii care se ia după STAS 763/1-7 ;

φ_y - coeficientul de flambaj lateral al tălpii superioare, funcţie de :

$$\lambda_y = \frac{l_c}{i_y} \qquad (3.41)$$

l_c - lungimea de calcul care se ia din tabelul 17 ca şi Mc - STAS 763/1-71 ;

i_y - raza de giraţie a tălpii comprimate dată în anexa 1,

W_{xmed} - modulul de rezistenţă mediu al întregii secţiuni ;

$$W_{xmed} = \frac{2 \cdot I_{xmed}}{H} \qquad (3.42)$$

I_{xmed} - fiind media aritmetică a momentelor de inerţie I_1 şi I - anexa 2.

In cazul cînd condiţia (3.40) nu este satisfăcută, pentru toată deschiderea grinzii, trebuie să se asigure legături transversale.

Distanţa dintre aceste legături, se poate determina în aşa fel ca relaţia (3.40) să fie satisfăcută la limită, lungimea de calcul luîndu-se în acest caz egală cu distanţa dintre legături.

3.2.5. Calculul deformaţiilor grinzilor ajurate cu goluri hexagonale

Deformaţiile elementelor supuse la încovoiere sînt produse de momentul încovoietor şi de forţa tăietoare. In cazul grinzilor cu inimă plină, realizate din profile laminate sau compuse, la calculul deformaţiilor acestor grinzi se neglijează de obicei influenţa forței tăietoare, săgeata produsă de aceasta fiind sub 5 % din cea totală.

Acest mod de calcul este justificat de faptul că în cazul acestor grinzi inima fiind continuă influența forței tăietoare este redusă.

In cazul grinzilor din profile ajurate, spre deosebire de grinzile cu inimă plină, influența forței tăietoare asupra deformațiilor este mult mai mare datorită discontinuității inimii prin golurile create, care face ca porțiuni mici de inimă să preia forțe de lunecare de pe lungimi mari.

Săgeata totală a grinzilor din profile ajurate poate fi scrisă :

$$f = f_M + f_T \ [cm] \quad (3.43)$$

în care : f_M – este săgeata grinzilor ajurate produsă de moment ;

f_T – săgeata grinzilor ajurate produsă de forța tăietoare

3.2.5.1. <u>Săgeata produsă de momentul încovoietor</u>

Săgeata grinzilor realizate din profile ajurate, produsă de momentul încovoietor din grindă se calculează ca și săgeata grinzilor cu inimă plină. Relația de calcul este de formă :

$$f_M = \omega \frac{M_{max} \cdot l^2}{E\, I_{xmed}} \ [cm] \quad (3.44)$$

în care :

ω – este un coeficient numeric funcție de încărcare și sistemul static al grinzii. El este dat în diferite lucrări tehnice [3]

M_{max} – este momentul încovoietor maxim din cîmp [daN.cm];

l – este deschiderea grinzii [cm]

E – modulul de elasticitate longitudinal daN/cm^2

I_{xmed} – momentul de inerție mediu între I_1 și I dat în anexa 2.

3.2.5.2. <u>Săgeata produsă de forța tăietoare</u>

Săgeata produsă de forța tăietoare se calculează, determinînd săgeata medie a unui panou de lungime egală cu pasul, considerat la sfertul deschiderii unei grinzi.

Deformația totală se calculează însumînd deformațiile panourilor pe o jumătate din deschiderea grinzii. Unele indicații în acest sens au fost date în Merkblatt [68] și de către Bazile și Texier [10]

Deformația unui panou curent, datorită forței tăietoare ia naștere ca urmare a două acțiuni ale acesteia ; asupra tălpilor formate din profilele T ce mărginesc golurile, precum și asupra montanților grinzilor formați din plinurile dintre goluri. Efectul forței tăietoare din grindă asupra tălpilor și asupra montanților se manifestă atît prin efectul de încovoiere al acestora cît și prin cel de forfecare.

Săgeata totală verticală, a unui panou de lungime egală cu lungimea pasului "p" este f_4 (fig.3.1o) şi este datorată acţiunii

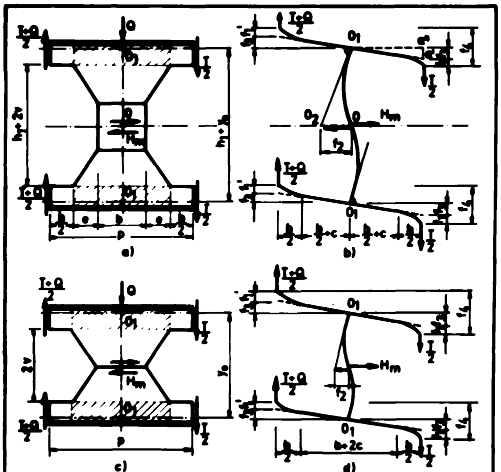


FIG. 3.10 Deformaţiile produse de forţa tăietoare

forţelor tăietoare $\frac{T+Q}{2}$ şi $\frac{T}{2}$, asupra tălpilor şi a montantului. Forţa tăietoare care se ia în acest calcul este cea de la sfertul deschiderii.

La calculul săgeţii se consideră că porţiunea haşurată a tălpilor în dreptul plinurilor, care este comună şi montanţilor, este nedeformabilă sub acţiunea forţei tăietoare, astfel că axa acestei porţiuni (fig.3.1o) suferă doar o înclinare faţă de orizontală fără a se deforma.

Săgeata totală f_4, provine din deformaţia tălpilor; f_1 şi f_1' şi din rotirea tălpilor ; 2 f_3 datorită deformării montantului sub influenţa lui Hm cu deplasarea f_2 a tangentei la axa deformată.

Din fig.3.1o b şi 3.1o d rezultă săgeata totală :

$$f_4 = f_1 + f_1' + 2f_3 \qquad (3.45)$$

Săgeţile f_1 şi f_1' nu sînt egale deoarece forţele tăietoare nu sînt egale în stînga şi dreapta panoului.

1. Săgeata f_1, f_1' provine din deformaţia porţiunii de talpă de lungime b/2 sub acţiunea forţei tăietoare T/2, considerată ca o consolă.

Ea rezultă din însumarea a două deformaţii : deformaţia din momentul local produs de forţa tăietoare şi cea din forfecare.

$$f_1 = f_{1m} + f_{1t} \qquad (3.46)$$

Săgeata din încovoiere şi forfecare a profilelor T rezultă ca la o consolă

$$f_{1m} = \frac{T}{2}\left(\frac{b}{2}\right)^3 \frac{1}{3EI_o} = \frac{Tb^3}{48EI_o} \qquad (3.47)$$

$$f_{1t} = \frac{T}{2}\;\frac{b}{2}\;\frac{1}{GA_o} = \frac{Tb}{4GA_o} \qquad (3.48)$$

în care A_o şi I_o au semnificaţiile din capitolul 2 şi relaţia pentru f_1 devine :

$$f_1 = \frac{Tb}{4}\left(\frac{b^2}{12EI_o} + \frac{1}{GA_o}\right) \qquad (3.49)$$

Săgeata f_1' a porţiunii din stînga a tălpii se calculează cu o relaţie identică în care T se înlocuieşte cu T+Q adică :

$$f_1' = \frac{(T+Q)b}{4}\left(\frac{b^2}{12EI_o} + \frac{1}{GA_o}\right) \qquad (3.50)$$

2. Săgeata f_3 este datorită rotirii porţiunii haşurate (fig. 3.10 a şi 3.10 c), ca urmare a deformaţiei montantului subacţiunea forţei Hm, şi rezultă din asemănarea triunghiurilor OO_1O_2 şi $O_1O'O''$

$$f_3 = f_2\frac{p}{h_1+y_o} \qquad (3.51)$$

Săgeata f_2 se calculează considerînd montantul ca o consolă de deschidere $\frac{h_1}{2}+v$, din încovoierea şi forfecarea produsă de Hm.

$$f_2 = f_{2m} + f_{2t} \qquad (3.52)$$

în care :

$$f_{2m} = \frac{Hm\left(\frac{h_1}{2}+v\right)^3}{3EI_{mp}} = \frac{p(h_1+2v)^3}{48\,EI_{mp}(h_1+y_o)}(2T+Q) \qquad (3.53)$$

Mărimile din aceste relaţii au semnificaţiile cunoscute, iar Imp este momentul de inerţie ponderat al montantului. El rezultă calculînd o lăţime medie ponderată a montantului, prin împărţirea suprafeţei montantului la înălţimea lui

$$l_{mp} = \frac{bh_1 + 2(b+c)\,v}{h_1+2v} \qquad (3.54)$$

iar momentul de inerţie ponderat al montantului este :

$$I_{mp} = \frac{d\,l_{mp}^3}{12} = \frac{d\,[bh_1+2(b+c)\,v]^3}{12(h_1+2v)^3} \qquad (3.55)$$

cu care poate fi scrisă valoarea lui f_{2m} :

$$f_{2m} = \frac{p(h_1+2v)^6}{4\,dE(h_1+y_o)[bh_1+2(b+c)\,v]^3}(2T+Q) \qquad (3.56)$$

iar f_{2t} are valoarea :

$$f_{2t} = \frac{Hm\left(\frac{h_1}{2}+v\right)}{G\,A_{mp}} = \frac{p(h_1+2v)}{4GA_{mp}(h_1+y_o)}(2T+Q) \qquad (3.57)$$

în care $A_{mp} = d\, l_{mp}$ este aria medie ponderată iar f_{2T} este :

$$(3.58)\quad f_{2t} = \frac{p(h_1+2v)^2}{4Gd(h_1+y_0)[bh_1+2(b+c)v]}(2T+Q)$$

Cu acestea f_2 este egal cu :

$$(3.59)\quad f_2 = \frac{p(h_1+2v)^2(2T+Q)}{4d(h_1+y_0)[bh_1+2(b+c)v]}\left\{\frac{(h_1+2v)^4}{E[bh_1+2(b+c)v]^2}+\frac{1}{G}\right\}$$

şi apoi înlocuit din (3.59) în (3.51) rezultă f_3 :

$$(3.60)\quad f_3 = \frac{p^2(h_1+2v)^2(2T+Q)}{4d(h_1+y_0)^2[bh_1+2(b+c)v]}\left\{\frac{(h_1+2v)^4}{E[bh_1+2(b+c)v]^2}+\frac{1}{G}\right\}$$

Insumînd pe f_1 din (3.49), f_1' din (3.50) şi f_3 din (3.60) conform relaţiei 3.45 rezultă săgeata totală f_4 a unui panou sub formă :

$$(3.61)\quad f_4 = \frac{(2T+Q)}{4}\left\{b\left(\frac{b^2}{12EI_0}+\frac{1}{GA_0}\right)+\frac{p^2(h_1+2v)^2}{d(h_1+y_0)^2[bh_1+2(b+c)v]}\left[\frac{(h_1+2v)^4}{E[bh_1+2(b+c)v]^2}+\frac{1}{G}\right]\right\}$$

Săgeata totală a grinzii,produsă de forţa tăietoare se calculează înmulţind pe f_4 cu numărul panourilor n_p de pe jumătatea deschiderii :

$$(3.62)\quad n_p = \frac{l}{2p}$$

$$(3.63)\quad f_T = \frac{(2T+Q)l}{8p}\left\{b\left(\frac{b^2}{12EI_0}+\frac{1}{GA_0}\right)+\frac{p^2(h_1+2v)^2}{d(h_1+y_0)^2[bh_1+2(b+c)v]}\left[\frac{(h_1+2v)^4}{E[bh_1+2(b+c)v]^2}+\frac{1}{G}\right]\right\}$$

Dacă se ţine seama că $E = 2,6\,G$ se poate înlocui G şi rezultă :

$$(3.64)\quad f_T = \frac{(2T+Q)l}{8pE}\left\{b\left(\frac{b^2}{12I_0}+\frac{2,6}{A_0}\right)+\frac{p^2(h_1+2v)^2}{d(h_1+y_0)^2[bh_1+2(b+c)v]}\left[\frac{(h_1+2v)^4}{[bh_1+2(b+c)v]^2}+2,6\right]\right\}$$

Aceasta este săgeata din forţa tăietoare pentru grinzi cu plăcuţe intermediare deci cu goluri octogonale.Pentru profile ajurate cu goluri hexagonale săgeata f_T rezultă din (3.64) făcînd $h_1=0$

$$(3.65)\quad f_T = \frac{(2T+Q)l}{8pE}\left\{b\left(\frac{b^2}{12I_0}+\frac{2,6}{A_0}\right)+\frac{2p^2v}{dy_0^2(b+c)}\left[\frac{4v^2}{(b+c)^2}+2,6\right]\right\}$$

Săgeata totală a grinzilor din profile ajurate rezultă însumînd pe f_M din relaţia (3.44) cu f_T din (3.64) şi (3.65) găsind relaţiile :

- pentru grinzi din profile cu goluri octogonale :

$$(3.66)\quad f = \omega\frac{M_{max}l^2}{EI_{xmed}}+\frac{(2T+Q)l}{8pE}\left\{b\left(\frac{b^2}{12I_0}+\frac{2,6}{A_0}\right)+\frac{p^2(h_1+2v)^2}{d(h_1+y_0)^2[bh_1+2(b+c)v]}\left[\frac{(h_1+2v)^4}{[bh_1+2(b+c)v]^2}+2,6\right]\right\}$$

- pentru grinzi din profile ajurate cu goluri hexagonale :

$$(3.67)\quad f = \omega\frac{M_{max}l^2}{EI_{xmed}}+\frac{(2T+Q)l}{8pE}\left\{b\left(\frac{b^2}{12I_0}+\frac{2,6}{A_0}\right)+\frac{2p^2v}{dy_0^2(b+c)}\left[\frac{4v^2}{(b+c)^2}+2,6\right]\right\}$$

Folosirea formulelor (3.66) şi (3.67) pentru calculul săgeţilor totale nu este atît de complicată,cît mai ales necesită un volum mare de calcul, motiv pentru care se pune problema calculului săgeţii totale cu o formulă simplificată. Ţinînd seama că săgeata grinzilor ajurate produsă de forţa tăietoare nu reprezintă mai mult de (3-10)% din cea totală pentru încărcări uniform distribuite şi de (8-20)% pentru încărcări concentrate, pentru calculul practic se poate folosi o formulă simplificată, care înmulţeşte săgeata din moment cu un coeficient :

$$f = K_f \cdot f_M = K_f \cdot \omega \frac{M_{max} \cdot l^2}{E I_{x\,med}} \leq f_a \tag{3.68}$$

Coeficientul K_f, ţine seama de aportul forţei tăietoare asupra săgeţii totale şi el este funcţie de natura încărcărilor, fiind mai mic la încărcări distribuite cînd forţa tăietoare la efort este mică şi mai mare la încărcări concentrate, precum şi de deschiderea grinzilor. La grinzi cu deschideri mici, momentele sînt mai mici şi forţele tăietoare mari şi deci săgeata din forţa tăietoare este mai mare iar coeficientul K_f scade pe măsură ce creşte deschiderea.

In baza unor calcule practice, au fost găsite valorile medii ale lui K_f funcţie de natura încărcărilor şi de deschidere date în tabelul 3.1.

COEFICIENTUL K_f — Tabelul 3.1

Nr. crt	Felul încărcărilor grinzilor ajurate	Limitele coeficient K_f	Coeficientul K_f funcţie de					
			4-6 m	6-8 m	8-10 m	10-12 m	12-14 m	>14 m
1	Incărcări uniform distribuite	1,10-1,03	1,10	1,09	1,08	1,06	1,04	1,03
2	Incărcări concentrate	1,20-1,08	1,20	1,18	1,16	1,14	1,11	1,08

In acest caz verificarea săgeţii grinzilor ajurate se face cu relaţia (3.68) luînd pe K_f din tabelul 3.2 iar săgeata admisă fa din STAS 763/1-71.

3.3. GRINZI DIN PROFILE AJURATE CU GOLURI CIRCULARE ŞI OVALE

Calculul simplificat al grinzilor ajurate cu goluri circulare şi ovale, la încovoiere dreaptă, se face în mod asemănător cu a celor cu goluri hexagonale sau octogonale, cu unele complicaţii, datorită formei golurilor, dar cu avantajele economice care decurg din aceasta.

Pentru calculul acestor profile se pleacă tot de la solicitările M şi T din axul golului cel mai solicitat, care se repartizează celor două profile T.

Momentul încovoietor "M" se descompune într-un cuplu de două forţe N_M din centrul de greutate al profilelor T din axul golurilor (fig.3.11) egale cu :

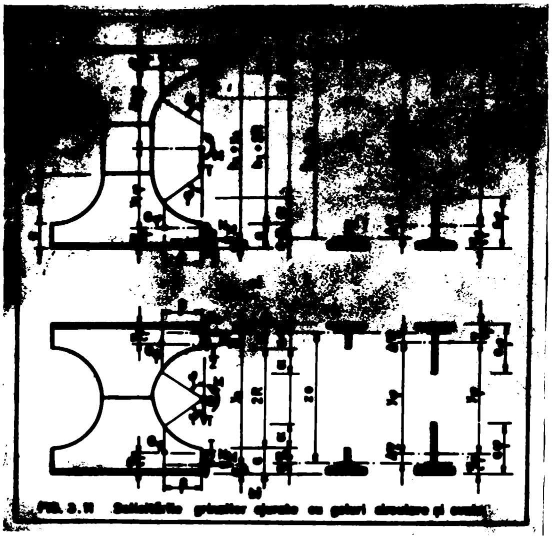


Fig. 3.11 Solicitările grinzilor ajurate cu goluri circulare şi ovale

(3.69) $$N_M = \frac{M}{h_1 + y_0}$$ pentru profile cu goluri ovale

(3.69a) $$N_M = \frac{M}{y_0}$$ pentru profile cu goluri circulare

Forţele N_M din centrul de greutate a profilelor T, produc eforturi de compresiune σ în unul din profile şi de întindere în celălalt.

Forţa tăietoare din centrul de greutate al golului se repartizează în mod egal la cele două profile (fig.3.11).

3.3.1. <u>Calculul de rezistenţă a tălpilor grinzilor ajurate cu goluri ovale şi circulare</u>

3.3.1.1. <u>Calculul eforturilor unitare normale în secţiunea din axul golurilor</u>

La grinzile din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale există două secţiuni semnificative unde trebuie verificate eforturile unitare normale în tălpi şi anume secţiunea din axul golului şi o secţiune curentă definită prin unghiul măsurat faţă de axa golului.

In secţiunea minimă a profilului T din axul golurilor, eforturile unitare normale, provin numai din forţa N_M iar condiţiile de verificare a acestor eforturi sînt :

(3.70) $$\sigma_o = \frac{M}{(h_1+y_o)\,A_o} \leq \sigma_a$$ pentru goluri ovale

(3.70a) $$\sigma_o = \frac{M}{y_o\,A_o} \leq \sigma_a$$ pentru goluri circulare

Eforturile din secțiunea profilelor T din axul golurilor sînt constante pe toată înălțimea secțiunii.

3.3.1.2. <u>Calculul și verificarea eforturilor unitare normale în secțiunea curentă</u>

Problema calculului eforturilor unitare normale, în secțiunea curentă definită prin unghiul φ, măsurat față de verticala din axul golurilor este mai complicată decît la profilele ajurate obișnuite cu goluri hexagonale, datorită variației înălțimii secțiunii pe măsură ce crește unghiul φ. Solicitările N_M și $T/2$ din centrul de greutate G_o al profilului T din axul golurilor, se reduc în raport cu centrul de greutate G_φ al profilului T din secțiunea curentă la două forțe egale cu acestea și la două momente locale produse de cele două forțe în raport cu acest punct (fig.3.12).

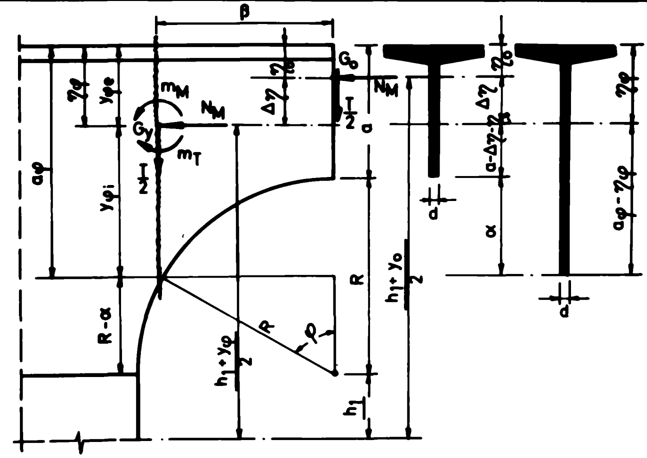


FIG. 3.12 Solicitările într-o secțiune curentă $A\varphi$

Momentul local produs de forța N_M (deci de momentul încovoietor) față de centrul de greutate G_φ al secțiunii curente are valoarea :

(3.71) $$m_{M\varphi} = N_M \cdot \Delta\eta$$

Dacă se înlocuiește N_M din (3.69) și (3.69 a) și $\Delta\eta$ din (2.43) sau (2.44) se obțin relațiile de calcul :

(3.72) $$m_{M\varphi} = \frac{M}{h_1+y_o} \cdot \frac{d\alpha(\alpha+2a-2\eta_o)}{2(A_o+d\alpha)}$$ pentru goluri ovale

(3.72a) $$m_{M\varphi} = \frac{M}{y_0} \cdot \frac{d\alpha(\alpha+2a-2\eta_0)}{2(A_0+d\alpha)}$$ pentru goluri circulare

sau cu valoarea lui α din (2.41)

(3.73) $$m_{M\varphi} = \frac{M}{h_1+y_0} \cdot \frac{dR(1-\cos\varphi)[R(1-\cos\varphi)+2(a-\eta_0)]}{2[A_0+dR(1-\cos\varphi)]}$$ goluri ovale

(3.73a) $$m_{M\varphi} = \frac{M}{y_0} \cdot \frac{dR(1-\cos\varphi)[R(1-\cos\varphi)+2(a-\eta_0)]}{2[A_0+dR(1-\cos\varphi)]}$$ goluri circulare

Momentul local produs de forţa tăietoare T/2, are acelaşi valoare indiferent de forma golurilor (cu valoarea lui β din 2.42)

(3.74) $$m_{T\varphi} = \frac{T}{2}\beta = \frac{T}{2} R \sin\varphi$$

In aceste condiţii eforturile unitare normale σ_φ dintr-o secţiune curentă definită prin unghiul φ, provin atît din momentul încovoietor prin forţa $N_{M\varphi} = N_M$ şi momentul local $m_{M\varphi}$, cît şi din forţa tăietoare prin $m_{T\varphi}$.

Efortul maxim rezultă şi în acest caz în fibra de la interior în care efectul $N_{M\varphi}$ şi a momentului $m_{T\varphi}$ se însumează şi unde acesta din urmă produce efortul cel mai mare.

Efortul unitar normal produs de momentul încovoietor este egal cu diferenţa dintre efortul produs de $N_{M\varphi}$ şi $m_{M\varphi}$:

(3.75) $$\sigma M_\varphi = \sigma N_M - \sigma m_M$$

Cele două eforturi din secţiunea curentă rezultă din relaţiile:

(3.76) $$\sigma N_M = \frac{N_M}{A_\varphi} = \frac{M}{A_\varphi(h_1+y_0)}$$ la goluri ovale

(3.76a) $$\sigma N_M = \frac{N_M}{A_\varphi} = \frac{M}{A_\varphi\, y_0}$$ la goluri circulare

(3.77) $$\sigma m_M = \frac{m M\varphi}{W\varphi_i} = \frac{M\cdot\Delta\eta}{W\varphi i(h_1+y_0)}$$ la goluri ovale

(3.77a) $$\sigma m_M = \frac{m M\varphi}{W\varphi i} = \frac{M\cdot\Delta\eta}{W\varphi i\; y_0}$$ la goluri circulare

care înlocuite în relaţia (3.75) conduc la:

(3.78) $$\sigma M\varphi = \frac{M}{(h_1+y_0)}\left(\frac{1}{A\varphi} - \frac{\Delta\eta}{W\varphi i}\right)$$ la goluri ovale

(3.78a) $$\sigma M\varphi = \frac{M}{y_0}\left(\frac{1}{A\varphi} - \frac{\Delta\eta}{W\varphi i}\right)$$ la goluri circulare

Dacă se face notaţia:

(3.79) $$\theta = \frac{1}{A\varphi} - \frac{\Delta\eta}{W\varphi i}$$

relaţiile se scriu

(3.80) $$\sigma M\varphi = \frac{M\cdot\theta}{h_1+y_0} \quad \text{şi} \quad \sigma M\varphi = \frac{M\cdot\theta}{y_0}$$

Relaţiile (3.80) arată că efortul σM_φ produs de moment într-o secțiune curentă, este maxim atunci cînd θ este maxim. Din relația (3.79) se vede că θ este maxim atunci cînd termenul al doilea este nul, lucru ce se întîmplă cînd $\Delta\eta = 0$, atunci cînd $\alpha = 0$ deci cînd unghiul $\varphi = 0$ adică în axul golurilor.

Pentru a cunoaște variația eforturilor $\sigma_{M\varphi}$, provenind din momentul încovoietor, trebuie cunoscută variația lui θ.

Relația pentru calculul lui θ rezultă dacă se introduce $\Delta\eta$ din (2.43) A_φ din (2.49) și $W_{\varphi i}$ din (2.56), care după simplificare conduce la :

$$(3.81)\qquad \theta = \frac{-2d^2\alpha^4 - 2d\left[A_0+3d(a-\eta_0)\right]\alpha^3 - 6A_0 d(a-\eta_0)\alpha^2 + 12dI_0\alpha + 12A_0I_0}{(A_0+d\alpha)\left\{d^2\alpha^4+4A_0d\alpha^3+12A_0d(a-\eta_0)\alpha^2+12d\left[I_0+A_0(a-\eta_0)^2\right]\alpha+12A_0I_0\right\}}$$

sau cu valoarea lui α din (2.41) rezultă :

$$(3.82)\qquad \theta = \frac{-2d^2R^4(1-\cos\varphi)^4 - 2d\left[A_0+3d(a-\eta_0)\right]R^3(1-\cos\varphi)^3 - 6A_0d(a-\eta_0)R^2(1-\cos\varphi)^2 + 12dI_0R(1-\cos\varphi) + 12A_0I_0}{\left[A_0+dR(1-\cos\varphi)\right]\left\{d^2R^4(1-\cos\varphi)^4+4A_0dR^3(1-\cos\varphi)^3+12A_0d(a-\eta_0)R^2(1-\cos\varphi)^2+12d\left[I_0+A_0(a-\eta_0)^2\right]R(1-\cos\varphi)+12A_0I_0\right\}}$$

Expresia (3.82) poate fi reprezentată grafic, pentru a defini variația efortului unitar $\sigma_{M\varphi}$. In diagrama din figura 3.13 sînt reprezentate curbele de variație a lui θ pentru valorile medii ale profilelor ajurate obținute din profilele dublu T 20 și 40.

Se constată că θ este cu atît mai mare cu cît este vorba de un profil mai mic, și că valoarea lui θ scade pe măsura creșterii unghiului φ .

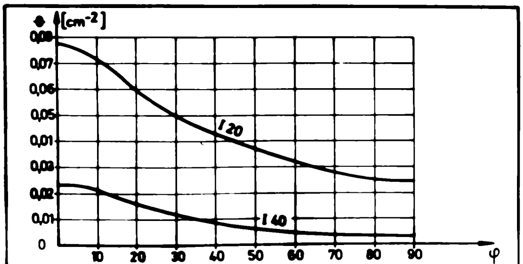


FIG. 3.13 Variația expresiei θ funcție de unghiul φ.

In baza variației lui θ în diagramele din figura 3.14 sînt trasate variațiile eforturilor $\sigma_{M\varphi}$ din moment la profilele cu goluri ovale (fig. 3.14 a) și la cele cu goluri circulare (fig. 3.14 b).

Datorită momentului local produs de forța tăietoare și exprimat prin relația (3.74), ia naștere un efort unitar normal $\sigma_{T\varphi}$ egal cu :

$$(3.83)\qquad \sigma_{T\varphi} = \frac{m_{T\varphi}}{W_{\varphi i}} = \frac{T\beta}{2W_{\varphi i}}$$

în care β este distanța de la axa golului la secțiunea curentă și poate fi exprimată tot în funcție de α, ținînd seama de fig. 3.12 sub forma :

$$(3.84)\qquad \beta = \sqrt{\alpha(2R-\alpha)}$$

Dacă se notează cu :

$$(3.85)\qquad \lambda = \frac{\beta}{2W_{\varphi i}}$$

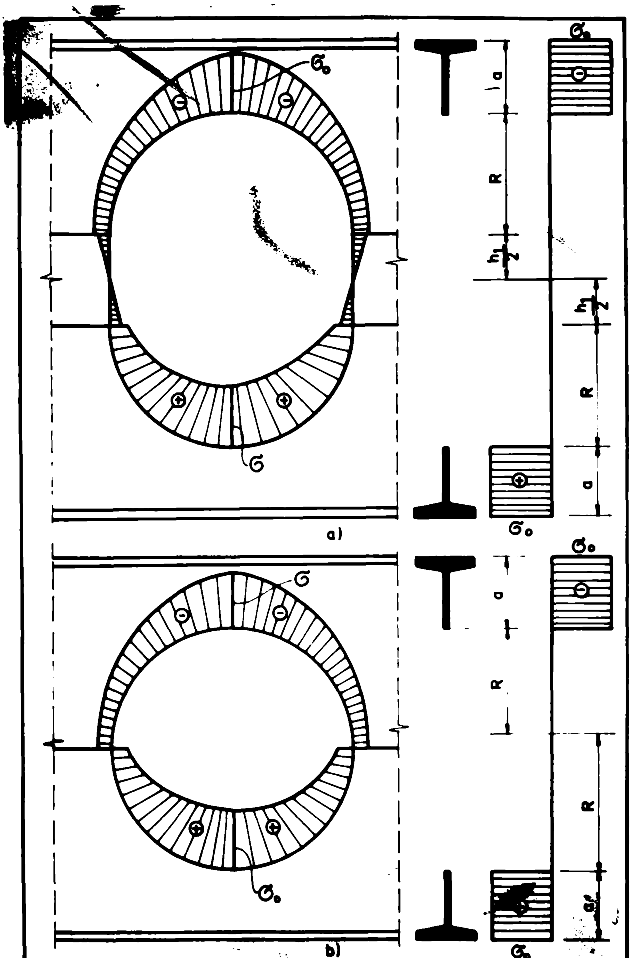


FIG. 3.14 Variaţia eforturilor unitare din moment $\sigma_{M\varphi}$

relaţia de calcul a efortului unitar normal din forţa tăietoare devine :

(3.86) $\sigma_{T\varphi} = T \cdot \lambda$

Pentru a studia variaţia efortului $\sigma_{T\varphi}$ funcţie de unghiul se pune problema ca şi la efortul $\sigma_{M\varphi}$, să se studieze variaţia lui λ deoarece forţa tăietoare fiind constantă, variaţia lui $\sigma_{T\varphi}$ depinde de λ.

Relaţia lui λ, poate fi exprimată funcţie de α respectiv de φ dacă se înlocuieşte β din (3.84) şi $W_{\varphi i}$ din (2.56) şi după simplificări se ajunge la expresia :

(3.87) $$\lambda = \frac{3\sqrt{\alpha(2R-\alpha)}\left[d\alpha^2 + 2A_0\alpha + 2A_0(a-\eta_0)\right]}{d^2\alpha^4 + 4A_0 d\alpha^3 + 12A_0 d(a-\eta_0)\alpha^2 + 12d\left[I_0 + A_0(a-\eta_0)^2\right]\alpha + 12A_0 I_0}$$

sau dacă se înlocuieşte α din relaţia (2.41) şi β din (2.42) rezultă

$$(3.88) \qquad \lambda = \frac{3R\sin\varphi\left[dR^2(1-\cos\varphi)^2+2A_oR(1-\cos\varphi)+2A_o(a-\eta_o)\right]}{d^2R^4(1-\cos\varphi)^4+4A_odR^3(1-\cos\varphi)^3+12A_od(a-\eta_o)R^2(1-\cos\varphi)^2+12d\left[I_o+A_o(a-\eta_o)^2\right]R(1-\cos\varphi)+12A_oI_o}$$

Expresia (3.88) a lui λ poate fi reprezentată ca şi θ în funcţie de unghiul φ, ceea ce ajută la o cunoaştere a variaţiei lui $\sigma_{T\varphi}$.

Pentru valorile uzuale medii ale caracteristicilor geometrice a profilelor ajurate, în diagrama din figura 3.15 este prezentată variaţia lui λ în funcţie de unghiul φ, pentru două profile caracteristice obţinute din profilele dublu T 20 şi 40

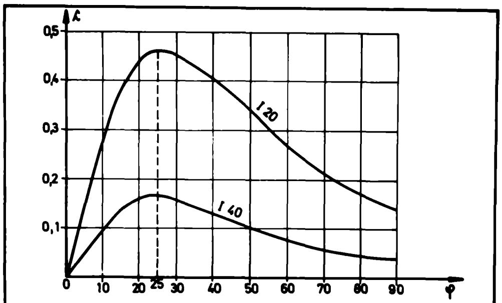


FIG. 3.15 Variația lui λ în funcție de unghiul φ

Expresia "λ" reprezentată în diagramă este maximă pentru unghiuri φ cuprinse între 20–30°. Creşterea rapidă a expresiei λ pentru unghiuri mici se datoreşte faptului că abscisa β se măreşte mai repede decît modulul de rezistenţă $W_{\varphi i}$ pentru astfel de unghiuri.

Eforturile din forţa tăietoare cresc deci de la valoarea zero la o valoare maximă pentru un unghi de 20–25° după care scad la o valoare minimă pentru $\varphi = 90°$. Variaţia eforturilor $\sigma_{T\varphi}$ este dată în fig.3.16.

Efortul unitar normal însumat din efectul momentului şi al forţei tăietoare σ_φ se obţine însumînd relaţiile (3.[illegible]) şi (3.86).

In acest fel condiţiile de verificare a efortului unitar normal dintr-o secţiune curentă a talpilor pot fi scrise sub forma :

$$(3.89) \qquad \sigma_\varphi = \frac{M}{h_1+y_o}\theta + T\lambda \leq \sigma_a \qquad \text{pentru goluri ovale}$$

$$(3.89a) \qquad \sigma_\varphi = \frac{M}{y_o}\theta + T\lambda \leq \sigma_a \qquad \text{pentru goluri circulare}$$

Problema care se pune şi în acest caz este de a stabili unde trebuie verificate eforturile în lungul grinzii astfel ca să fie maxime.

Pentru secţiunea minimă din axul golurilor, în care efortul unitar provine numai din momentul încovoietor şi se verifică cu relaţiile (3.70) şi (3.70 a), efortul se va verifica întotdeauna în secţiunea în care momentul încovoietor este maxim.

In ceea ce priveşte efortul unitar normal din secţiunea cu-

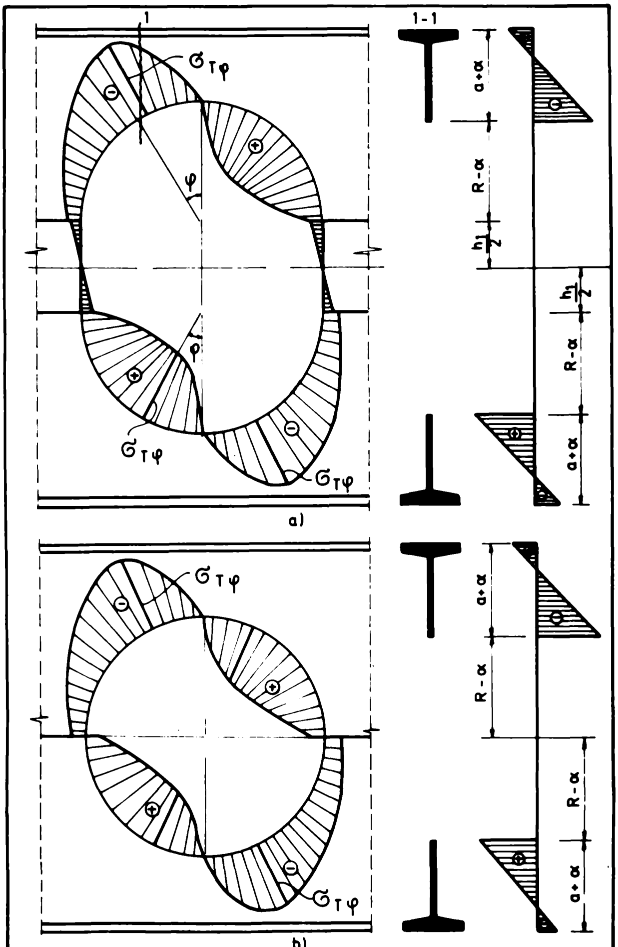


FIG. 3.16 Variaţia eforturilor unitare din forţa taietoare $\sigma_{T\varphi}$

rentă din jurul golurilor σ_φ, acesta nu poate fi precizat întotdeauna în ce secţiune din lungul grinzii trebuie calculat. Pentru unele încărcări şi sisteme statice cum sînt consolele, grinzile simplu rezemate încărcate cu o forţă concentrată sau cu două forţe aşezate simetric sau grinzile continui, la care momentele şi forţele tăietoare sînt maxime în aceeaşi secţiune, efortul se va verifica în dreptul golului cel mai apropiat de această secţiune. Pentru alte încărcări la care forţa tăietoare şi momentul sînt maxime în secţiuni diferite, rezolvarea problemei găsirii abscisei z în care efortul însumat este maxim se face pe cale analitică prin anularea derivatei, sau pe cale grafică cu metoda prezentată în fig.3.5, la care în diagramele din fig.3.5 d se reprezintă la scară în loc de

..., valoarea $\frac{M\theta}{h_1+y_0}$ sau $\frac{M\theta}{y_0}$ şi în loc de $\alpha' T$ sau $\alpha'' T$ se reprezintă λT.

Pe cale analitică se procedează ca şi la grinzile cu goluri hexagonale şi octogonale scriind în funcţie de momentul încovoietor şi forţa tăietoare dintr-o secţiune curentă definită prin abscisa z, efortul unitar σ_φ şi apoi se anulează derivata

$$\frac{d\,\sigma_\varphi}{dz} = 0 \tag{3.90}$$

Pentru o grindă simplu rezemată, cu o încărcare uniform distribuită efortul unitar σ_φ din relaţia (3.89) poate fi exprimat funcţie de momentul şi forţa tăietoare din secţiunea curentă z sub forma

$$\sigma_\varphi = \frac{\theta}{h_1+y_0}\cdot\frac{q}{2}(lz - z^2) + \lambda\frac{q}{2}(l-2z) \tag{3.91}$$

Derivata funcţiei este :

$$\frac{d\,\sigma_\varphi}{dz} = \frac{\theta}{h_1+y_0}\cdot\frac{q}{2}(l-2z) - 2\lambda\frac{q}{2} \tag{3.92}$$

Anulînd derivata rezultă z pentru profile cu goluri ovale şi circulare

$$z = \frac{l}{2} - \frac{\lambda}{\theta}(h_1+y_0) \qquad \text{pentru goluri ovale} \tag{3.93}$$

$$z = \frac{l}{2} - \frac{\lambda}{\theta}\,y_0 \qquad \text{pentru goluri circulare} \tag{3.93a}$$

Expresiile (3.93) şi (3.93 a), arată că efortul unitar maxim σ_φ, este funcţie de raportul λ/θ, pentru încărcări uniform distribuite.

Dacă se înlocuiesc valorile lui λ din (3.88) şi a lui θ din (3.82) după unele simplificări raportul λ/θ poate fi scris sub forma :

$$\frac{\lambda}{\theta} = -\frac{3R\sin\varphi\left[A_0 + dR(1-\cos\varphi)\right]\left[dR^2(1-\cos\varphi)^2 + 2A_0R(1-\cos\varphi) + 2A_0(a-\eta_0)\right]}{2d^2R^4(1-\cos\varphi)^4 + 2dR^3\left[A_0 + 3d(a-\eta_0)\right](1-\cos\varphi)^3 + 6A_0dR^2(a-\eta_0)(1-\cos\varphi)^2 - 12dI_0R(1-\cos\varphi) - 12A_0I_0} \tag{3.94}$$

Expresia (3.94), poate fi reprezentată grafic, diagrama obţinută dînd o imagine a modului cum variază abscisa z în lungul grinzii.

Pentru un profil I 20 cu valori medii rezultă diagrama din fig.3.17.

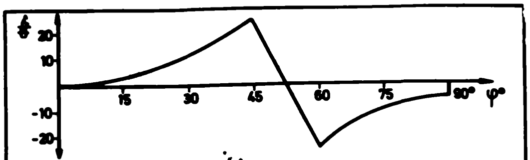


FIG. 3.17 Variaţia raportului $\frac{\lambda}{\theta}$ în funcţie de unghiul φ.

Diagrama din fig.3.17 arată că pentru $\varphi < 45^0$, abscisa z se măsoară înainte de mijlocul grinzii iar pentru $\varphi > 60^0$ după aceasta. La unghiuri φ apropiate de 0^0 şi de 90^0, la care influenţa lui T este mică, abscisa z tinde spre mijloc.

Pentru unele încărcări este dată în tabelul anexa 4, valoarea abscisei z unde efortul σ_{φ} este maxim, precum şi valoarea acestui efort maxim.

3.3.1.3. <u>Stabilirea unghiului φ pentru care efortul însumat σ_{φ} = max</u>

In cazul grinzilor alcătuite din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale, aşa cum rezultă din relaţiile (3.89) şi (3.89 a) efortul σ_{φ} variază pe conturul golurilor.

Efortul unitar normal însumat, provenit din forţa tăietoare şi momentul încovoietor într-o secţiune curentă din jurul golurilor depinde pe de o parte de secţiunea din lungul grinzii unde se calculează, de felul încărcării grinzii ajurate, de mărimea solicitărilor, de geometria golurilor, de deschiderea grinzii şi pe de altă parte de unghiul φ la care se calculează acest efort.

Se pune problema în acest caz a determinării secţiunii în care efortul σ_{φ} este maxim. Cum acest efort este funcţie atît de unghiul φ cît şi de abscisa "z" din lungul grinzii, iar relaţiile de calcul sînt deosebit de complicate datorită lui Θ şi λ, determinarea secţiunii în care efortul este maxim prin anularea a două ecuaţii cu derivate parţiale este deosebit de complicată şi aproape imposibil de rezolvat.

In aceste condiţii determinarea abscisei "z" unde efortul însumat σ_{φ} este maxim se face cum s-a arătat în paragraful 3.3.2 analitic sau grafic. Pentru determinarea unghiului φ care defineşte secţiunea în jurul golurilor în care efortul σ_{φ} este maxim, trebuie ţinut seama de variaţia acestui efort cu unghiul φ. In fig.3.14 şi 3.16 sînt reprezentate variaţiile eforturilor unitare normale produse de moment $\sigma_{M\varphi}$ şi de forţa tăietoare $\sigma_{T\varphi}$ în jurul golurilor. Aşa cum se vede din aceste diagrame şi din variaţiile lui Θ (fig.3.13) şi λ (fig.3.15) de care depind aceste eforturi, efortul $\sigma_{M\varphi}$ este maxim pentru φ = 0 deci în axul vertical al golurilor, iar $\sigma_{T\varphi}$ este maxim pentru un unghi $\varphi = 20^{0} - 25^{0}$ unghi la care parametrul λ are valoarea maximă.

Din suprapunerea celor două eforturi, rezultă că efortul însumat σ_{φ}, este maxim pentru un unghi φ cuprins între $0^{0} - 20^{0}$, în funcţie de aportul pe care-l au fiecare din cele două eforturi asupra efortului total. In aceste condiţii ţinînd seama că eforturile pot fi maxime în acest interval, de variaţie a lui φ, înseamnă că pentru uşurarea calculului efortului σ_{φ} cu relaţiile (3.89) şi (3.89 a) se pot trasa curbele de variaţie ale lui Θ şi λ pe intervalul $\varphi = 0^{0} - 20^{0}$, pentru fiecare profil ajurat provenind din profilele laminate de la I 14 pînă la I 40. În fig.3.18 sînt trasate curbele de variație ale lui θ pentru acest interval, iar în fig.3.19 curbele de variație ale lui λ pentru același interval funcție de φ.

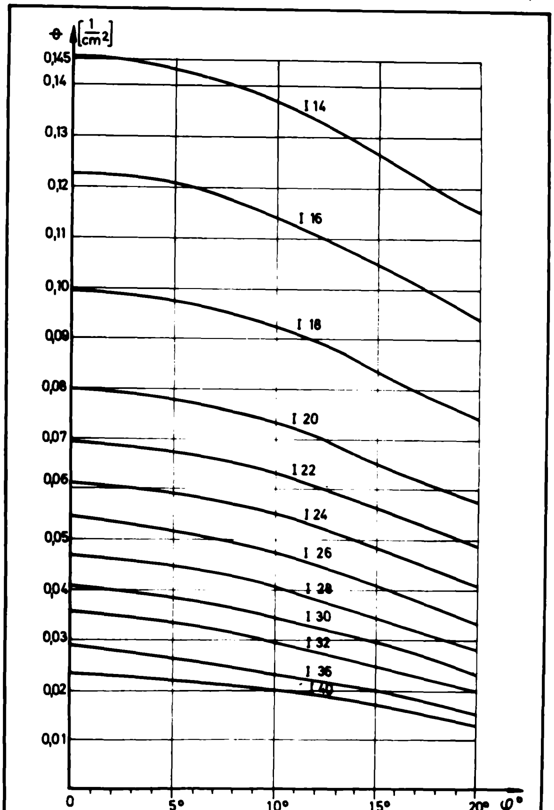


FIG. 3.18 Diagrama variației lui θ funcție de unghiul φ.

Notațiile θ și λ exprimate în $[cm^{-2}]$, sînt funcție așa cum este arătat de relațiile (3.62) și (3.63) numai de unghiul φ, de raza golurilor și de caracteristicile geometrice ale profilelor I de deasupra și de desubtul golurilor (a, η_o, d, A_o, I_o), ceea ce înseamnă că θ și λ nu depind de forma golurilor circulară sau ovală fiind aceleași pentru ambele tipuri de profile.

Pentru trasarea acestor curbe în calcul a fost considerată o geometrie a golurilor, luîndu-se valorile medii pentru dimensiunile profilului I și anume $a = h/5$ și $n = h/30$, în funcție de care au fost determinate razele golurilor. Pentru aceste dimensiuni au fost determinate caracteristicile geometrice ale secţiunii transversale a profilului T cu care au fost calculate valorile lui Θ şi λ din 5 în 5^0.

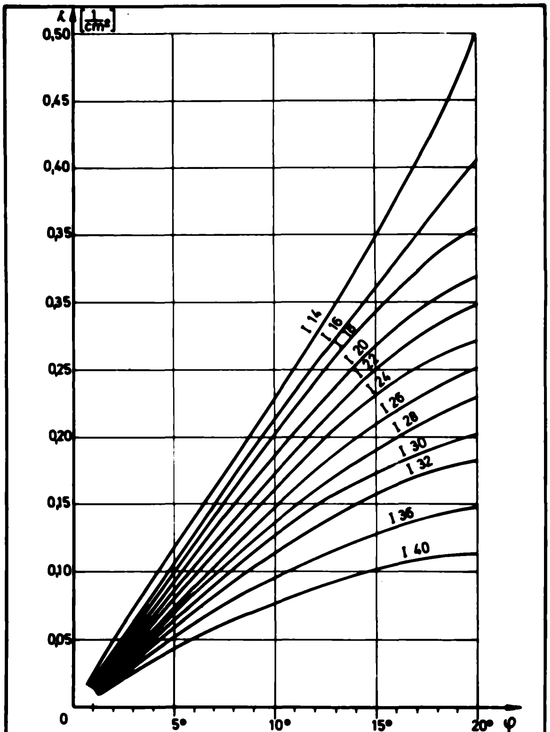


FIG. 3.19 Diagrama variaţiei lui λ funcţie de unghiul φ.

Trebuie menţionat că aceste curbe au aproximativ aceleaşi valori şi dacă se modifică geometria golurilor prin alegerea altor valori pentru dimensiunile "a" şi "c" cuprinsă în limitele indicate de relaţiile (2.30) şi (2.31), deoarece raza golurilor R care este funcţie de aceste dimensiuni, intră în relaţiile (3.82) a lui Θ şi (3.88) a lui λ atît la numărător cît şi la numitor, astfel că abaterile de la aceste curbe este sub (2–3) %.

Datorită calculului foarte laborios a lui "Θ" şi "λ", pentru verificarea efortului unitar normal σ_φ cu relaţiile (3.89) , (3.89 a) se pot folosi valorile acestor constante luate din diagramele din fig.3.18 şi 3.19.

De fapt pentru intervalul $\varphi = 0^0 - 20^0$ expresiile lui θ şi λ din (3.82) şi (3.88) pot fi foarte mult simplificate, ţinînd seama că pentru aceste valori ale lui φ termenii $(1 - \cos\varphi)$ sînt apropiaţi de zero, astfel încît termenii de gradul 3 şi 4 pot fi neglijaţi atît la numărător cît şi la numitor fiind infiniţi mici de ordin superior, astfel că în calcul se pot folosi următoarele relaţii mai simple, cu care se poate calcula θ şi λ .

$$(3.95)\quad \theta = \frac{2A_oI_o+2dI_oR(1-\cos\varphi)-A_o dR^2(a-\eta_o)(1-\cos\varphi)^2}{2\{A_o^2I_o+dA_oR[2I_o+A_o(a-\eta_o)^2](1-\cos\varphi)+d^2R^2[I_o+A_o(a-\eta_o)^2](1-\cos\varphi)^2\}}$$

$$(3.96)\quad \lambda = \frac{R\sin\varphi[A_oR(1-\cos\varphi)+A_o(a-\eta_o)]}{2\{A_odR^2(a-\eta_o)(1-\cos\varphi)^2+dR[I_o+A_o(a-\eta_o)^2](1-\cos\varphi)+A_oI_o}$$

Problema se pune de a stabili pentru care unghi cuprins între $0^0 - 20^0$ suma eforturilor este maximă. Efortul total σ_φ nu depinde numai de φ ci şi de moment şi forţa tăietoare, de aceea, efortul nu este maxim unde suma lui θ şi λ este maximă.

În aceste condiţii se poate face calcul lui σ_φ cu relaţiile (3.89) sau (3.89 a) luînd pe θ şi λ din figura 3.18 şi 3.19, pentru unghiuri cuprinse între $0^0 - 20^0$ din 5 în 5^0.

Se constată însă din calculul practic asupra grinzilor încercate experimental că efortul însumat σ_φ este maxim, pentru unghiuri cuprinse între $5-15^0$ funcţie de aportul momentului faţă de forţa tăietoare. Pentru calcul se vor lua următoarele unghiuri de calcul:

- pentru grinzi simplu rezemate cu încărcări distribuite $\varphi = 5^0$;
- pentru grinzi simplu rezemate cu încărcări concentrate la care M şi T nu sînt maxime în aceiaşi secţiune dar apropiate de aceasta $\varphi = 10^0$;
- pentru grinzi simplu rezemate cu forţe concentrate la care M şi T sînt maxime în aceiaşi secţiune sau la grinzi continue $\varphi = 15^0$.

În concluzie la verificarea eforturilor unitare normale în profilele T din dreptul golurilor, în secţiunea din axul golurilor şi într-o secţiune curentă trebuie parcurse următoarele etape de calcul :

- se stabileşte variaţia solicitărilor M şi T în lungul grinzii prin calcul static .
- Se determină apoi abscisa "z" măsurată în lungul grinzii în care eforturile însumate σ_φ din moment şi forţa tăietoare sînt maxime. Această abscisă poate fi determinată cu relaţii de tipul

(3.93) sau (3.93 a) sau a celor din tabelul anexa 4 precum şi cu metoda grafica descrisa in fig.3.5, iar in cazul grinzilor la care momentul incovoietor şi forţa taietoare sînt maxime în aceeaşi secţiune, verificarea se face în această secţiune.

Anexa 5

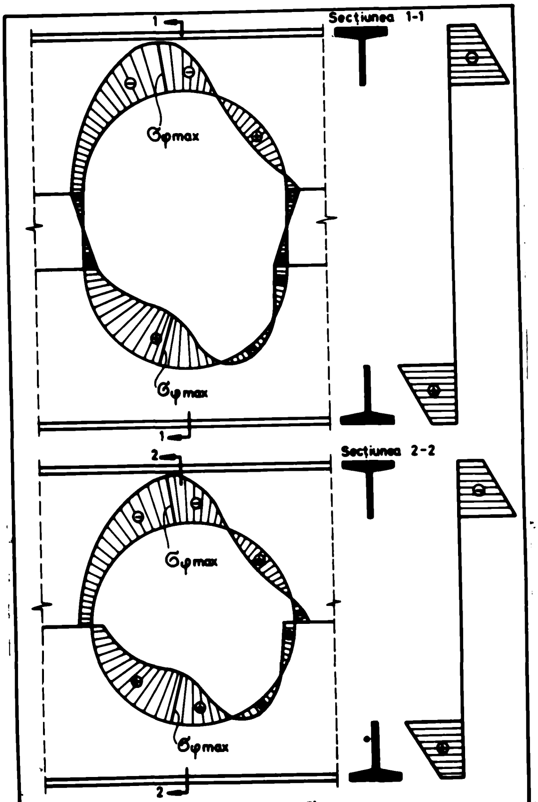


FIG. 3.20 Variaţia efortului unitar σφ pe conturul golurilor.

- După determinarea abscisei "z", urmează să fie calculate solicitările-moment şi forţa tăietoare-în secţiunea de abscisă "z" corectată în axul golului cel mai apropiat.

- Verificarea eforturilor unitare normale trebuie făcută în axul golului cel mai apropiat de secţiunea unde momentul încovoietor este maxim cînd se verifică σ_o, precum şi în secţiunea curentă a golului de abscisa "z" calculată, în care se verifică efortul unitar normal maxim $\sigma\varphi$.

- Pentru verificarea lui $\sigma\varphi$ se folosesc relaţiile (3.89) şi (3.89 a) în care mărimile ψ şi λ se iau din figura 3.18 şi 3.19.

pentru care unghiul φ se ia cu următoarele valori :

$\varphi = 5^\circ$ pentru încărcări dostribuite ;

$\varphi = 10^\circ$ pentru încărcări concentrate ;

$\varphi = 15^\circ$ pentru grinzi la care M şi T sînt maxime în aceeaşi secţiune.

Variaţia eforturilor unitare σ_φ însumate sînt date în figura 3.20.

3.3.1.4. Verificarea efortului unitar tangenţial în tălpi

Verificarea eforturilor unitare tangenţiale se face numai în axul golului din secţiunea forţei tăietoare maxime, aşa cum este arătat la 3.2.1.2.

3.3.1.5. Verificarea eforturilor unitare echivalente

Verificarea eforturilor unitare echivalente se face şi la profilele ajurate cu goluri circulare şi ovale în axul golului unde efectul lui M şi T sînt maxime ca şi la profilele ajurate obişnuite cu relaţiile din paragraful 3.2.1.3.

3.3.2. Calculul şi verificarea de rezistenţă a montanţilor grinzilor din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale

Montanţii grinzilor realizate din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale reprezintă porţiunile pline dintre goluri.

Lăţimea minimă a montanţilor este "b" în axul orizontal al golurilor şi maximă "b+2R" în dreptul racordurilor cu tălpile.

Aşa cum este arătat la grinzile din profile cu goluri hexagonale, distrugerea grinzilor poate avea loc prin pierderea capacităţii de rezistenţă a montanţilor, lucru ce se poate întîmpla în cazul grinzilor la care forţa tăietoare este foarte mare, deoarece efectul forţei tăietoare la grinzi din profile ajurate este mai mare ca la profile laminate atît datorită faptului că inima este mai înaltă cît şi datorită faptului că T se predă unor porţiuni mici de inimă cuprinse între goluri, de pe lungimi egale cu pasul p al grinzii.

Pentru calculul eforturilor se procedează ca şi în cazul profilelor ajurate cu goluri hexagonale. In secţiunea orizontală din axul montantului iau naştere solicitările din fig.3.21 b şi d, efortul orizontal Hm şi vertical Vm.

3.3.2.1. Calculul solicitărilor montanţilor

Forţa tăietoare T + Q din stînga montantului şi T din dreapta se repartizează în mod egal la cele două tălpi. Făcînd o secţiune prin axul orizontal al montantului, se exteriorizează eforturile interioare Hm şi Vm din montant, izolînd jumătatea montantului, fig.3.

21 b şi d, care se determină din condiţiile de echilibru ale acestei jumătăţi.

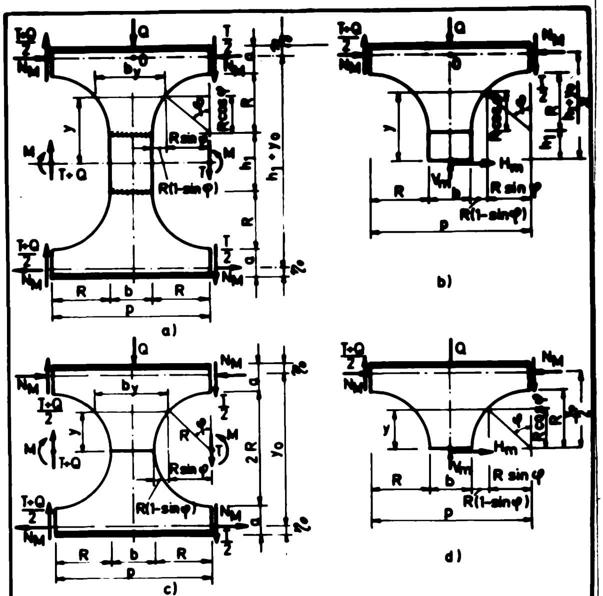


FIG. 3.21 Solicitările montanţilor grinzilor ajurate.

Din sumă de proiecţii pe verticală se găseşte efortul V_m :

(3.97) $$\Sigma V = 0 \qquad V_m + \frac{T+Q}{2} - Q - \frac{T}{2} = 0$$

(3.98) $$V_m = \frac{Q}{2}$$ unde $Q = q \cdot p$ [daN]

Din ecuaţia de momente în raport cu punctul "0" de intersecţie a axului profilelor T şi a montanţilor (fig.3.21 b) rezultă :

(3.99) $$(\Sigma M)_o = 0 \qquad H_m \frac{h_1+y_o}{2} - \frac{T+Q}{2} \cdot \frac{p}{2} - \frac{T}{2}\,\frac{p}{2} = 0$$ de unde :

(3.100) $$H_m = \frac{p}{2(h_1+y_o)}(2T+Q)$$ pentru goluri ovale şi

(3.100a) $$H_m = \frac{p}{2y_o}(2T+Q)$$ pentru goluri circulare

3.3.2.2. Calculul eforturilor unitare şi verificarea montanţilor

In cazul montanţilor profilelor cu goluri ovale, prevăzuţi şi cu plăcuţe intermediare este necesar ca să se facă o verificare a eforturilor în secţiunea minimă adică la marginea plăcuţei intermediare, precum şi în secţiunea curentă a porţiunii curbe a montantului unde efortul este maxim, deoarece la aceste profile efortul unitar nu mai este maxim la racordul montanţilor cu tălpile, lucru ce se datorește creșterii mai rapide a lățimii montantului decît solicitările.

In aceste condiții eforturile unitare se determină la un nivel "y" :

(3.101) $y = \frac{h_1}{2} R\cos\varphi$ la profile cu goluri ovale

(3.101a) $y = R\cos\varphi$ la profile cu goluri circulare

la care lățimea "b_m" a montantului este :

(3.102) $D_m = b + 2R(1-\sin\varphi)$

iar aria secțiunii "Am" și modulul de rezistență "Wm" a montantului sînt :

(3.103) $A_m = d[b+2R(1-\sin\varphi)]$

(3.104) $W_m = \frac{d[b+2R(1-\sin\varphi)]^2}{6}$

în care "d" este grosimea inimii "b" lățimea minimă a montanților "R" raza golurilor iar φ- unghiul ce definește secțiunea curentă.

Forțele de legătură "Hm" și "Vm" dau naștere în secțiunile montanților în care se face verificarea, unor eforturi unitare normale σ și unor eforturi unitare tangențiale τ .

Astfel din efortul vertical Vm (3.98) iau naștere, pe porțiunea de lățime constantă "b" eforturile unitare normale maxime :

(3.105) $\sigma_{V1} = \frac{Q}{2bd}$

iar în secțiunea curentă definită prin abscisa y(3.101) eforturile unitare :

(3.106) $\sigma_V = \frac{V_m}{A_m} = \frac{Q}{2d[b+2R(1-\sin\varphi)]}$

efort care este maxim pentru $\varphi = 90^0$ unde are valoarea din (9.105) și minim pentru $\varphi = 0^0$ la racordul cu talpa unde are valoarea :

(3.107) $\sigma_V = \frac{Q}{2d(b+2R)}$

Din forța de legătură orizontală "Hm" calculată în axul orizontal al montanților, iau naștere atît eforturi unitare normale din momentul pe care-l produce față de secțiunea curentă de ordonată y, cît și eforturi unitare tangențiale din forfecare τ_H

In cazul profilelor ajurate cu goluri ovale la ter...inea plăcuțelor intermediare iau naștere din Hm eforturile :

(3.108) $\sigma_{H1} = \frac{H_m \cdot h_1}{2 \cdot W_m} = \frac{3p \cdot h_1 (2T + Q)}{2b^2 d\,(h_1 + y_0)}$

(3.109) $\tau_{H1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{H_m}{A_m} = \frac{3p\,(2T + Q)}{4bd\,(h_1 + y_0)}$

iar la profilele ajurate cu goluri circulare $h_1 = 0$, în axul montanților $\sigma_{H1} = 0$ iar τ_{H1} are valoarea :

(3.109a) $\tau_{H1} = \frac{3p\,(2T + Q)}{4bdy_0}$

Intr-o secțiune curentă de la nivelul y la profilele ajurate cu goluri ovale iau naștere din Hm eforturile :

$$(3.110)\qquad \sigma_H = \frac{H_m \cdot y}{W_m} = \frac{3p(2T+Q)(h_1+2R\cos\varphi)}{2d(h_1+y_o)[b+2R(1-\sin\varphi)]^2}$$

$$(3.111)\qquad \tau_H = \frac{3}{2}\,\frac{H_m}{A_m} = \frac{3p(2T+Q)}{4d(h_1+y_o)[b+2R(1-\sin\varphi)]^2}$$

care la profilele ajurate cu goluri circulare devin :

$$(3.110\,a)\qquad \sigma_H = \frac{3p(2T+Q)R\cos\varphi}{dy_o[b+2R(1-\sin\varphi)]^2}$$

$$(3.111\,a)\qquad \tau_H = \frac{3p(2T+Q)}{4dy_o[b+2R(1-\sin\varphi)]^2}$$

Efortul σ_H dat de relaţiile (3.108),(3.110) şi (3.110 a) este variabil pe înălţimea montantului fiind egal cu 0 (zero) în axa montantului,crescînd apoi liniar pe înălţimea plăcuţei intermediare la profilele cu goluri ovale,după care pe porţiunile curbe ale montanţilor variază parabolic,avînd un maxim la un unghi φ,după care scade,fiind minim pentru $\varphi = 0$.

Pentru a determina unghiul φ ce defineşte nivelul y la care efortul unitar normal σ_H este maxim,se anulează derivata lui(3.110) în raport cu φ :

$$(3.112)\quad \frac{d\sigma_H}{d\varphi} = \frac{3p(2T+Q)}{2d(h_1+y_o)}\;\frac{2R(-\sin\varphi)[b+2R(1-\sin\varphi)]^2-2(h_1+2R\cos\varphi)[b+2R(1-\sin\varphi)](-2R\cos\varphi)}{[b+2R(1-\sin\varphi)]^4} = 0$$

Anulînd numărătorul şi scoţînd factor se ajunge la relaţia:

$$(3.113)\quad 2R[b+2R(1-\sin\varphi)]\{2\cos\varphi(h_1+2R\cos\varphi)-\sin\varphi[b+2R(1-\sin\varphi)]\} = 0$$

Primul termen al acestei ecuaţii are soluţia imposibilă :

$$(3.114)\qquad \sin\varphi = \frac{b}{2R}+1 > 1$$

Al doilea termen al ecuaţiei poate fi scris sub forma :

$$(3.115)\qquad 4R\cos^2\varphi + 2R\sin^2\varphi + 2h_1\cos\varphi-(b+2R)\sin\varphi = 0$$

O soluţie aproximativă a ecuaţiei (3.115),altfel greu de rezolvat datorită coeficienţilor literari se poate obţine dacă se exprimă b şi h_1 funcţie de R prin relaţiile :

$$(3.116)\qquad b = 0{,}8R \qquad h_1 = R$$

valori ce sînt apropiate de valorile uzuale medii şi se ajunge la:

$$(3.117)\qquad 4\cos^2\varphi + 2\sin^2\varphi - 2\cos\varphi - 2{,}8\sin\varphi = 0$$

care dacă este exprimată funcţie de $\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = t$ devine :

$$(3.118)\qquad t^4 - 2{,}8t^2 - 2{,}8t + 3 = 0$$

a cărei soluţie reală este :

$$(3.119)\qquad \frac{\varphi}{2} = 35^\circ \qquad \text{deci} \qquad \varphi = 70^\circ$$

Efortul unitar tangenţial τ_H este maxim pe înălţimea plăcuţei intermediare h_1 la profile cu goluri ovale,respectiv în axul golurilor la profilele cu goluri circulare,după care scade pe măsură ce creşte y respectiv scade φ ,fiind minim la partea superioară a montanţilor. Variaţia acestor eforturi este reprezentată în figura 3.22.

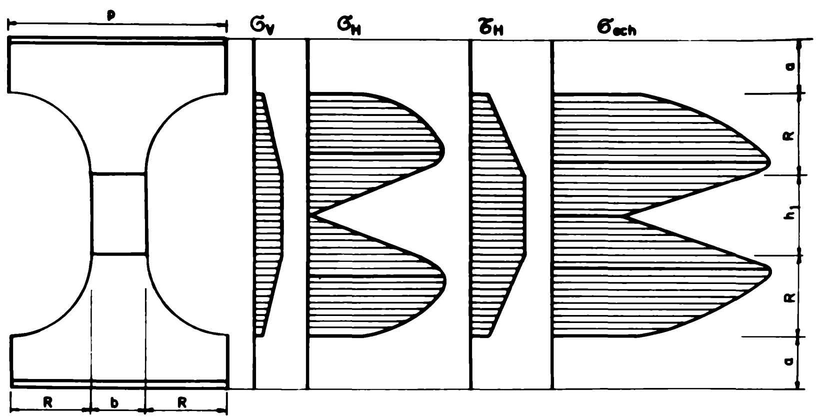


FIG. 3.22. Variaţia eforturilor unitare pe înalţimea montanţilor la grinzi ajurate cu goluri ovale.

Condiţiile de verificare a eforturilor unitare normale şi tangenţiale din secţiunea curentă a montanţilor pot fi scrise :

(3.120) $\sigma_V \leq \sigma_a \quad ; \quad \sigma_H \leq \sigma_a \; ; \quad \tau_H \leq 0{,}6\,\sigma_a$ şi

$$\sigma_{ech} = \sqrt{(\sigma_V + \sigma_H)^2 + 3\,\tau_H^2} \leq 1{,}1\,\sigma_a$$

Aceste condiţii pot fi scrise pentru secţiunea de la marginea plăcuţei intermediare, la profile ajurate cu goluri ovale sub forma:

(3.121) $$\sigma_{V1} = \frac{Q}{2bd} \leq \sigma_a$$

(3.122) $$\sigma_{H1} = \frac{3ph_1(2T+Q)}{2b^2d(h_1+y_0)} \leq \sigma_a$$

(3.123) $$\tau_{H1} = \frac{3p(2T+Q)}{4bd(h_1+y_0)} \leqslant 0{,}6\,\sigma_a$$

(3.124) $$\sigma_{ech\,1} = \frac{1}{2bd}\sqrt{\left[Q + \frac{3ph_1(2T+Q)}{b(h_1+y_0)}\right]^2 + \frac{27p^2(2T+Q)^2}{4(h_1+y_0)^2}} \leqslant \sigma_a$$

Pentru o secţiune curentă a montanţilor aflată la distanţa y de axă, verificarea eforturilor la profile cu goluri ovale se face cu relaţiile :

(3.125) $$\sigma_v = \frac{Q}{2d[b+2R(1-\sin\varphi)]} \leqslant \sigma_a$$

(3.126) $$\sigma_H = \frac{3p(2T+Q)(h_1+2R\cos\varphi)}{2d(h_1+y_0)[b+2R(1-\sin\varphi)]^2} \leqslant \sigma_a$$

(3.127) $$\tau_H = \frac{3p(2T+Q)}{4d(h_1+y_0)[b+2R(1-\sin\varphi)]} \leqslant 0{,}6\,\sigma_a$$

(3.128) $$\sigma_{ech} = \frac{1}{2d[b+2R(1-\sin\varphi)]}\sqrt{\left\{Q + \frac{3p(2T+Q)(h_1+2R\cos\varphi)}{(h_1+y_0)[b+2R(1-\sin\varphi)]}\right\}^2 + \frac{27p^2(2T+Q)^2}{4(h_1+z_0)^2}} \leqslant 1{,}1\,\sigma_a$$

Eforturile calculate cu relaţiile (3.121) - (3.128), pot fi reprezentate grafic şi conduc la diagramele din fig.3.22.

Verificarea eforturilor unitare într-o secţiune curentă definită prin ordonata "y" respectiv prin unghiul φ, cu relaţiile (3.125) la (3.128), întîmpină dificultăţi deoarece fiecare efort unitar este maxim pentru alte unghiuri φ şi deci ar trebui calculate eforturile la diferite unghiuri, pentru verificarea eforturilor independente şi a celui echivalent.

Pentru simplificarea calculului eforturilor unitare şi a verificării condiţiilor de rezistenţă, eforturile dintr-o secţiune curentă de ordonată y pot fi exprimate funcţie de eforturile de la marginea plăcuţei intermediare notate cu indicele 1. In acest caz relaţiile de verificare (3.125) - (3.128) pot fi scrise dacă se fac următoarele notaţii astfel :

(3.129) $$\xi_1 = \frac{b}{b+2R(1-\sin\varphi)}$$ relaţia (3.125) devine $\sigma_v = \xi_1\,\sigma_{v1} \leqslant \sigma_a$

şi relaţia (3.127) devine $\tau_H = \xi_1\,\tau_{H1} \leqslant 0{,}6\,\sigma_a$

(3.130) $$\xi_2 = \frac{b^2(h_1+2R\cos\varphi)}{h_1[b+2R(1-\sin\varphi)]^2}$$ relaţia (3.126) devine $\sigma_H = \xi_2\,\sigma_{H1} \leqslant \sigma_a$

(3.131) $$\xi_3 = \frac{b}{b+2R(1-\sin\varphi)}\sqrt{\left\{1 + \frac{b(h_1+2R\cos\varphi)}{h_1[b+2R(1-\sin\varphi)]}\right\}^2 + \frac{3}{b+2R(1-\sin\varphi)}}$$

relaţia (3.128) de verificare a efortului echivalent devine

$$\sigma_{ech} = \xi_3\,\sigma_{ech1} \leqslant 1{,}1\,\sigma_a$$

Coeficienţii adimensionali ξ_1, ξ_2 şi ξ_3 pot fi reprezentaţi în diagrame în funcţie de ordonata y respectiv de φ .

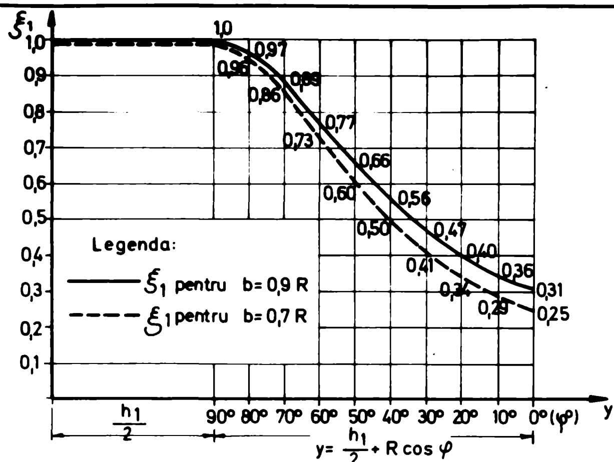


FIG. 3.23. Variația coeficientului ξ_1 funcție de ordonata y.

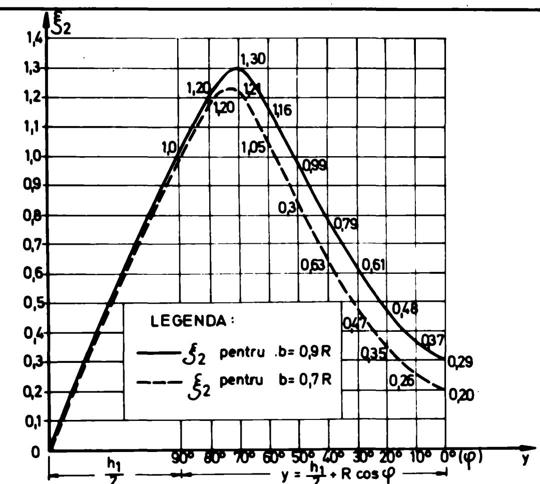


FIG. 3.24 Variația coeficientului ξ_2 funcție de ordonata y.

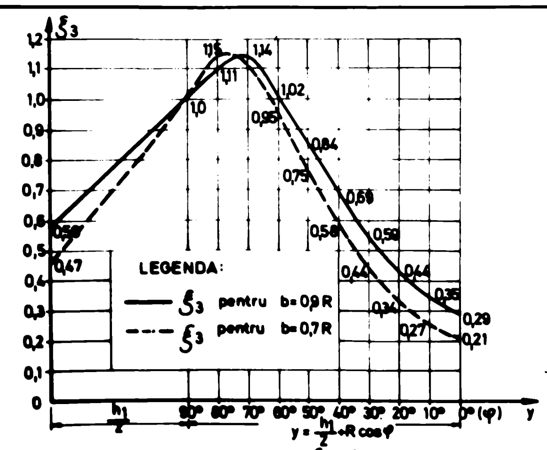


FIG. 3.25 Variația coeficicientului ξ_3 funcție de ordonata y.

Pentru reprezentare au fost considerate valorile uzuale pentru dimensiunile şi anume $h_1 = R$ iar pentru lăţimea b s-au luat două valori $b = 0,9\ R$ şi $b = 0,7\ R$, curbele fiind trasate pentru cele două valori ale lui b. Inlocuind pe h_1 şi b funcţie de R relaţiile (3.129) - (3.131) rămîn funcţie doar de unghiul φ şi au alura din figurile (3.23),(3.24) şi (3.25).

Diferenţa între valorile coeficienţilor calculaţi pentru cele două valori ale lui b este mică, iar pentru alte valori se interpolează liniar.

Avînd valorile coeficienţilor adimensionali ξ_1, ξ_2 şi ξ_3, se pot calcula foarte uşor eforturile unitare la ori ce unghi φ, în aşa fel ca să se obţină eforturile maxime, cu relaţiile (3.129), (3.130),(3.131).

Pentru profile ajurate cu goluri circulare eforturile în montanţi se calculează cu relaţii ce pot fi obţinute din relaţiile (3.125),(3.126),(3.127) şi (3.128), făcîndu-se $h_1 = 0$ şi rezultă relaţiile de verificare :

(3.132) $$\sigma_V = \frac{Q}{2d\left[b+2R(1-\sin\varphi)\right]} \leqslant \sigma_a$$

(3.133) $$\sigma_H = \frac{6pR(2T+Q)\cos\varphi}{2dy_o\left[b+2R(1-\sin\varphi)\right]} \leqslant \sigma_a$$

(3.134) $$\tau_H = \frac{3p(2T+Q)}{4py_o\left[b+2R(1-\sin\varphi)\right]} \leqslant 0,6\ \sigma_a$$

(3.135) $$\sigma_{ech} = \frac{1}{2d\left[b+2R(1-\sin\varphi)\right]}\sqrt{\left\{Q+\frac{6pR(2T+Q)\cos\varphi}{y_o\left[b+2R(1-\sin\varphi)\right]}\right\}^2+\frac{27p^2(2T+Q)^2}{4y_o^2}} \leqslant 1,1\ \sigma_a$$

Efortul σ_V este maxim pentru $\varphi = 90^o$ şi minim pentru $\varphi = 0^o$, iar efortul σ_H este maxim la un unghi φ care poate fi determinat anulînd derivata expresiei (3.133) care conduce la ecuaţia :

(3.136) $$2\sin^2\varphi + 3\sin\varphi - 4 = 0$$

a cărei soluţie este :

(3.137) $$\sin\varphi = \frac{-3+\sqrt{41}}{4} \cong 0,86 \qquad \text{cu} \qquad \varphi = 60^o$$

In aceste condiţii efortul σ_H care este hotărîtor în general în calcul se calculează pentru unghiul $\varphi = 60^o$. La verificarea cu (3.135) se ia acelaşi unghi φ pentru toate eforturile. τ_H este maxim în axa orizontală pentru $\varphi = 90^o$. Variaţia acestor eforturi este dată în fig.3.26.

3.3.3. Verificarea stabilităţii montanţilor

Solicitările interioare ale montanţilor sînt produse de forţa tăietoare.

Prin creşterea forţei tăietoare peste o anumită valoare, care poartă denumirea de forţă tăietoare critică, la anumite rapoarte dintre înălțimea montanților și lățimea respectiv grosimea lor se produce pierderea stabilității montanților.

Determinarea forței tăietoare critice se poate face considerînd materialul perfect elastic,folosind metoda energetică.

Așa cum este arătat și la profilele ajurate cu goluri hexagonale și octogonale,pierderea stabilității montanților se produce prin răsucirea simetrică a acestora în jurul axei lor,astfel încît o fibră înclinată cu unghiul B față de axă spre stînga sau dreapta (în figură spre stînga) rămîne dreaptă în planul vertical al montantului nedeformat,în timp ce altă fibră înclinată cu același unghi B dar în cealaltă parte (în figură spre dreapta),își pierde stabilitatea,rămînînd tangentă la planul inițial nedeformat,în dreptul racordului inimii cu talpa,racord care se consideră aproximativ în dreptul centrelor de greutate a profilelor T din dreptul golurilor (fig. 3.27)

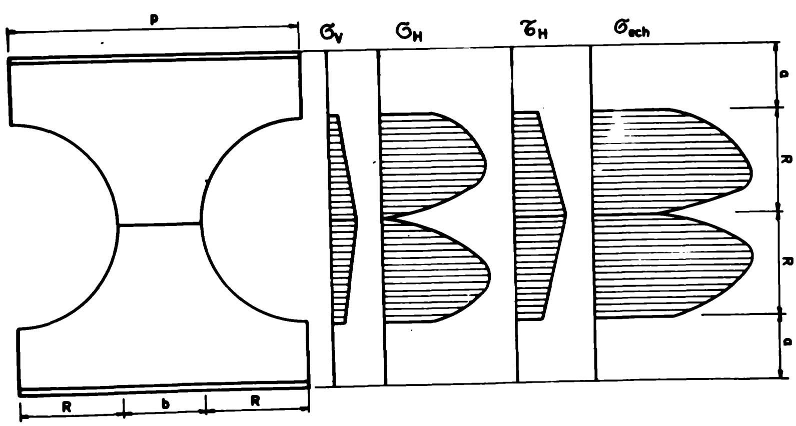


FIG. 3.26 Variația eforturilor unitare pe înălțimea montanților la grinzi ajurate cu goluri circulare.

Axa verticală a montantului are şi ea o deformaţie prin pierderea stabilităţii ca şi fibra înclinată, cu o amplitudine redusă la jumătate.

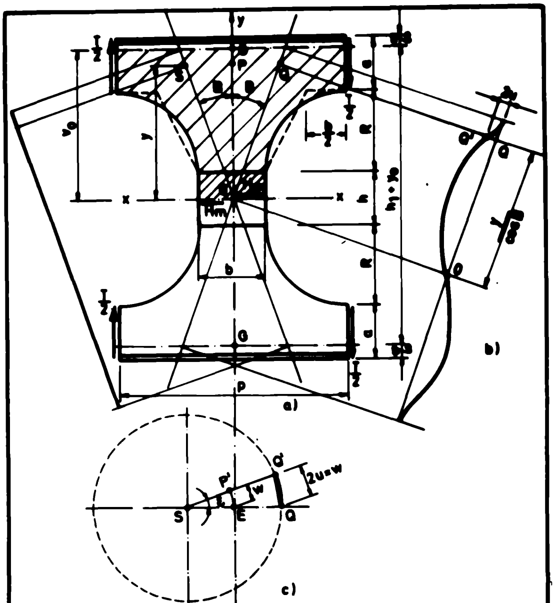


FIG. 3.27 Pierderea stabilităţii montanţilor.

Calculul forţei tăietoare critice este prezentat pentru profile ajurate cu goluri ovale şi apoi particularizat pentru cele cu goluri circulare.

Deformaţia unei fibre curente înclinată cu unghiul β, ca şi a axei montantului în raport cu planul iniţial al montantului este rezultatul suprapunerii a două deformaţii elementare din încovoiere şi răsucire. Un punct P de pe axă verticală, aflat la distanţa y de axa orizontală a acestuia, are o deplasare transversală "u" perpendiculară pe planul median şi o rotaţie datorită răsucirii cu unghiul "ε" ca în fig.3.27.

Din figura 3.27 pot fi exprimate următoarele segmente :

$PQ = PS = P'Q' = P'S' = y\,tg\,B$ din triunghiul OPQ (fig.3.27 a)

$SQ = 2PQ = 2y\,tg\,B$

(3.138) $QQ' = 2u$ din triunghiul SQQ' (fig.3.27 c)

$PP' = \frac{QQ'}{2} = u$

Rotaţia "ε" datorită răsucirii fibrei, poate fi determinată din triunghiul SQQ', considerînd coarda QQ' perpendiculară pe SQ deoarece ε este mic

(3.139) $$\varepsilon = tg\,\varepsilon = \frac{QQ'}{SQ} = \frac{u}{y\,tg\,B}$$

Ecuaţia energetică din care se determină forţa tăietoare critică se scrie egalînd energia interioară de deformaţie cu lucrul mecanic al forţelor exterioare

(3.140) $$\Delta W = \Delta L$$

Pentru scrierea acestor expresii se consideră că pe lăţimea montanţilor forţa tăietoare este constantă.

In acest caz forţa considerată exterioară care solicită montantul în secţiunea din axa orizontală (punctul 0 fig.3.27) este Hm

(3.141) $$H_m = \frac{T \cdot p}{2\, v_o}$$

v_o fiind distanţa între axele montantului şi tălpii iar p – pasul.

3.3.3.1. Calculul variaţiei energiei interioare de deformaţie

Variaţia energiei interioare de deformaţie se calculează ţinînd seama de încovoierea şi răsucirea fibrei curente.

Timosenko dă în teoria stabilităţii elastice [64] următoarea relaţie pentru calculul energiei de deformaţie a unei bare între punctele y_1 şi y_2.

(3.142) $$\Delta W = \frac{1}{2}\int_{y_1}^{y_2} EI\,(\frac{d^2u}{d\,y^2})^2\, dy + \frac{1}{2}\int_{x_o}^{x_1} G\,J\,(\frac{d\,\varepsilon}{d\,y})^2$$

în care : E şi G sînt modulii de elasticitate longitudinali şi transversali iar I şi J sînt momentele de inerţie la încovoiere şi răsucire egale cu :

(3.143) $$I = \frac{bm \cdot d^3}{12} \quad ; \quad J = \frac{b\,m \cdot d^3}{3}$$

Intre E şi G există legătura exprimată prin relaţia :

(3.144) $$G = \frac{E}{2{,}6}$$

Pentru calculul energiei interioare se alege o funcţie "$u_{(y)}$" care să satisfacă condiţiile de margine, impuse de cele două deformaţii încovoierea şi răsucirea fibrei şi anume :

– a) la mijlocul înălţimii montantului deformaţia este nulă;

(3.145) $$u = 0 \qquad \text{pentru} \qquad y=0$$

– b) deplasările sînt egale şi de semn contrar pentru puncte simetrice

(3.146) $$u = -u' \qquad \text{pentru} \qquad y=-y'$$

– c) la racordul montantului cu tălpile, deplasarea şi rotirea axei sînt nule

(3.147) $$u=0 \qquad \frac{du}{dy} = 0 \qquad \text{pentru} \qquad y = \frac{h_1 + y_o}{2} = v_o$$

Funcţia $u_{(y)}$, care satisface cel mai bine aceste condiţii este cea propusă de Delesques [23] care cu notaţiile din figura 3.27 este

(3.148) $$u_{(y)} = u_o\,(\frac{y}{v_o} - 2\frac{y^3}{v_o^3} + \frac{y^5}{v_o^5})$$

Relaţia de calcul a energiei interioare de deformaţie poate fi scrisă dacă se ţine seama de relaţiile (3.139), (3.143) şi (3.144) sub forma :

$$\Delta W = \frac{E d^3}{24}\int_{y_0}^{y_1} bm \left(\frac{d^2u}{dy^2}\right)^2 dy + \frac{E d^3}{15{,}6\, tg^2 B}\int_{y_0}^{y_1} bm \left[\frac{d\left(\frac{u}{y}\right)}{dy}\right]^2 dy \tag{3.149}$$

In relaţia (3.149) în afara funcţiei "u" şi lăţimea montantului "bm" este funcţie de ordonata y,pe porţiunea circulară a montanţilor.

Exprimarea lăţimii variabile "bm" pe porţiunea circulară a montantului în funcţie de ordonata y se face cu o relaţie complicată,care înmulţită cu derivatele funcţiei "u",duce la expresii ce nu pot fi integrate.

În aceste condiţii se face o simplificare,considerînd variaţia liniară a lăţimii montantului (liniile punctate din fig.3.27), diferenţa între cele două variaţii fiind mică,deoarece lăţimile se compensează.

Lăţimea montantului "bm" se ia în acest caz astfel :

$$bm = b \qquad \text{pentru } 0 \leq y \leq \frac{h_1}{2} \tag{3.150}$$

$$bm = \left(2 - \frac{b}{R}\right)y + \left(b - h_1 + \frac{d h_1}{2R}\right) \qquad \text{pentru } \frac{h_1}{2} \leq y \leq \frac{h_1}{2} + R \tag{3.151}$$

$$bm = b + 2R \qquad \text{pentru } \frac{h_1}{2} + R \leq y \leq v_0 \tag{3.152}$$

In relaţia (3.149) intervin derivatele funcţiei "u" şi "ε" care este funcţie de raportul u/y,la patrat care pot fi scrise sub forma :

$$\left[\frac{d^2u}{dy^2}\right]^2 = \left[\frac{4u_0}{v_0^3}\left(\frac{5y^3}{v_0^2} - 3y\right)\right]^2 = \frac{16 u_0^2}{v_0^6}\left(\frac{25 y^6}{v_0^4} - \frac{30 y^4}{v_0^2} + 9 y^2\right) \tag{3.153}$$

iar pentru u/y egal cu :

$$\frac{u}{y} = u_0\left(\frac{1}{v_0} - 2\frac{y}{v_0^3} + \frac{y^4}{v_0^5}\right) \tag{3.154}$$

pătratul derivatei este :

$$\left[\frac{d\left(\frac{u}{y}\right)}{dy}\right]^2 = \left[\frac{4u_0}{v_0^3}\left(\frac{y^3}{v_0^2} - y\right)\right]^2 = \frac{16 u_0^2}{v_0^6}\left(\frac{25 y^6}{v_0^4} - \frac{30 y^4}{v_0^2} + 9 y^2\right) \tag{3.155}$$

In calculul energiei cu relaţia (3.149) trebuie introduse două tipuri de integrale : din derivatele funcţiei (3.153) şi (3.155) şi din produsul acestora cu ordonata y care provine din lăţimea bm a montantului şi sînt :

$$\int_0^y \left(\frac{d^2u}{dy^2}\right)^2 dy = \frac{16 u_0^2}{v_0^3}\left(\frac{25}{7}\frac{y^7}{v_0^7} - 6\frac{y^5}{v_0^5} + 3\frac{y^3}{v_0^3}\right)\Bigg|_0^y \tag{3.156}$$

$$\int_0^y y\left(\frac{d^2u}{dy^2}\right)^2 dy = \frac{16 u_0^2}{v_0^3}\left(\frac{25}{8}\cdot\frac{y^8}{v_0^7} - 5\frac{y^6}{v_0^5} + \frac{9}{4}\cdot\frac{y^4}{v_0^3}\right)\Bigg|_0^y \tag{3.157}$$

$$\int_0^y \left[\frac{d\left(\frac{u}{y}\right)}{dy}\right]^2 dy = \frac{16 u_0^2}{v_0^3}\left(\frac{1}{7}\cdot\frac{y^7}{v_0^7} - \frac{2}{5}\cdot\frac{y^5}{v_0^5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{y^3}{v_0^3}\right)\Bigg|_0^y \tag{3.158}$$

$$\int_0^y y\left[\frac{d\left(\frac{u}{y}\right)}{dy}\right] dy = \frac{16 u_0^2}{v_0^3}\left(\frac{1}{8}\cdot\frac{y^8}{v_0^7} - \frac{1}{3}\cdot\frac{y^6}{v_0^5} + \frac{1}{4}\frac{y^4}{v_0^3}\right)\Bigg|_0^y \tag{3.159}$$

Cu aceste expresii introduse în relația (3.149) și ținînd seama de lățimea bm pe cele trei intervale rezultă energia interioară, dacă se înlocuiesc limitele de integrare și se fac unele simplificări scoțînd factori după cum urmează :

1. Pentru intervalul $0 \leqslant y \leqslant \frac{h_1}{2}$ unde bm = b

$$(3.160)\quad \Delta W_1 = \frac{2bd^3\mu_0^2E}{3v_0^3}\left[\left(\frac{25}{896}\cdot\frac{h_1^7}{v_0^7} - \frac{3}{16}\cdot\frac{h_1^5}{v_0^5} + \frac{3}{8}\cdot\frac{h_1^3}{v_0^3}\right)\right] + \frac{1}{0{,}65\,tg^2B}\left(\frac{1}{896}\cdot\frac{h_1^7}{v_0^7} - \frac{1}{80}\cdot\frac{h_1^5}{v_0^5} - \frac{1}{24}\cdot\frac{h_1^3}{v_0^3}\right)\Bigg]$$

2. Pentru intervalul $\frac{h_1}{2} \leqslant y \leqslant \frac{h_1}{2}+R$ unde $bm = (2-\frac{b}{R})y + (b - h_1 + \frac{bh_1}{2R})$

$$(3.161)\quad \Delta W_2 = \frac{2d^3u_0^2E}{3v_0^3}\Bigg\{\left(2-\frac{b}{R}\right)\left[\frac{25}{8v_0^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^8 - \frac{5}{v_0^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^6 + \frac{9}{4v_0^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^4\right] -$$

$$-\left(2-\frac{b}{R}\right)\left(\frac{25}{8v_0^7}\cdot\frac{h_1^8}{256} - \frac{5}{v_0^5}\cdot\frac{h_1^6}{64} + \frac{9}{4v}\cdot\frac{h_1^4}{16}\right) +$$

$$+\left(b-h_1+\frac{bh}{2R}\right)\left[\frac{25}{7v_0^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^7 - \frac{6}{v_0^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^5 + \frac{3}{v_0^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^3\right] -$$

$$-\left(b-h+\frac{bh}{2R}\right)\left(\frac{25}{7v_0^7}\cdot\frac{h_1^7}{128} - \frac{6}{v_0^5}\cdot\frac{h_1^5}{32} + \frac{3}{v_0^3}\cdot\frac{h_1^3}{8}\right) +$$

$$+\frac{1}{0{,}65\,tg^2B}\Bigg[\Bigg[\left(2-\frac{b}{R}\right)\left[\frac{1}{8v_0^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^8 - \frac{1}{3v_0^5}\left(\frac{h}{2}+R\right)^6 + \frac{1}{4v_0^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^4\right]$$

$$-\left(2-\frac{b}{R}\right)\left(\frac{1}{8v_0^7}\cdot\frac{h_1^8}{256} - \frac{1}{3v_0^5}\cdot\frac{h_1^6}{64} + \frac{1}{4v_0^3}\cdot\frac{h_1^4}{16}\right) +$$

$$+\left(b-h_1+\frac{bh_1}{2R}\right)\left[\frac{1}{7v_0^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^7 - \frac{2}{5v_0^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^5 + \frac{1}{3v_0^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^3\right]$$

$$-\left(b-h_1+\frac{bh_1}{2R}\right)\left(\frac{1}{7v_0^7}\cdot\frac{h_1^7}{128} - \frac{2}{5v_0^5}\cdot\frac{h_1^5}{32} + \frac{1}{3v_0^3}\cdot\frac{h_1^3}{8}\right)\Bigg]\Bigg]\Bigg\}$$

3. Pentru intervalul $\frac{h_1}{2}+R \leqslant y \leqslant v_0$ în care $bm = b+2R$

$$(3.162)\quad \Delta W_3 = \frac{2d^3u_0^2E}{3v_0^3}\Bigg\{(b+2R)\left(\frac{25}{7}\cdot\frac{v_0^7}{v_0^7} - 6\,\frac{v_0^5}{v_0^5} + 3\,\frac{v_0^3}{v_0^3}\right) -$$

$$-(b+2R)\left[\frac{25}{7v_0^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^7 - \frac{6}{v_0^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^5 + \frac{3}{v_0^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^3\right] +$$

$$+\frac{1}{0{,}65\,tg^2B}\Bigg[\Bigg[(b+2R)\left(\frac{1}{7}\cdot\frac{v_0^7}{v_0^7} - \frac{2}{5}\cdot\frac{v_0^5}{v_0^5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{v_0^3}{v_0^3}\right) -$$

$$-(b+2R)\left[\frac{1}{7v_0^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^7 - \frac{2}{5v_0^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^5 + \frac{1}{3v_0^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^3\right]\Bigg]\Bigg]\Bigg\}$$

Cu aceste valori variația energiei totale de deformație este

$$(3.163)\quad \Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3$$

Dacă după ce se reduc termenii asemenea din (3.163) se fac notațiile :

$$(3.164)\quad U_1 = b\left(\frac{25}{896}\cdot\frac{h_1^7}{v_0^7} - \frac{3}{16}\cdot\frac{h_1^5}{v_0^5} + \frac{3}{8}\cdot\frac{h_1^3}{v_0^3}\right) + \left(2-\frac{b}{R}\right)\left[\frac{25}{8v_0^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^8 -\right.$$

$$-\frac{5}{v_o^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^6+\frac{9}{4v_o^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^4-\frac{25}{2048}\cdot\frac{h_1^8}{v_o^7}+\frac{5}{64}\cdot\frac{h_1^6}{v_o^5}-\frac{9}{64}\cdot\frac{h_1^4}{v_o^3}\Bigg]+$$

$$+\left(b-h_1+\frac{bh_1}{2R}\right)\left[\frac{25}{7v_o^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^7-\frac{6}{v_o^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^5+\frac{3}{v_o^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^3-\frac{25}{896}\cdot\frac{h_1^7}{v_o^7}+\right.$$

$$\left.+\frac{3}{16}\cdot\frac{h_1^5}{v_o^5}-\frac{3}{8}\cdot\frac{h_1^3}{v_o^3}\right]+(b+2R)\left[\frac{4}{7}-\frac{25}{7v_o^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^7+\frac{6}{v_o^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^5-\frac{3}{v_o^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^3\right]$$

(3.165)
$$V_1=b\left(\frac{1}{896}\cdot\frac{h_1^7}{v_o^7}-\frac{1}{80}\cdot\frac{h_1^5}{v_o^5}+\frac{1}{24}\cdot\frac{h_1^3}{v_o^3}\right)+\left(2-\frac{b}{R}\right)\left[\frac{1}{8v_o^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^8-\right.$$

$$-\frac{1}{3v_o^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)+\frac{1}{4v_o^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^4-\frac{1}{2048}\cdot\frac{h_1^8}{v_o^7}+\frac{1}{192}\cdot\frac{h_1^6}{v_o^5}-\frac{1}{64}\cdot\frac{h_1^4}{v_o^3}\Bigg]+$$

$$+\left(b-h_1+\frac{bh_1}{2R}\right)\left[\frac{1}{7v_o^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^7-\frac{2}{5v_o^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^5+\frac{1}{3v_o^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^3-\frac{1}{896}\cdot\frac{h_1^7}{v_o^7}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{80}\cdot\frac{h_1^5}{v_o^5}-\frac{1}{24}\cdot\frac{h_1^3}{v_o^3}\right]+(b+2R)\left[\frac{8}{105}-\frac{1}{7v_o^7}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^7+\frac{2}{5v_o^5}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^5-\frac{1}{3v_o^3}\left(\frac{h_1}{2}+R\right)^3\right]$$

relaţia (3.163) poate fi scrisă sub forma :

(3.166)
$$\Delta W=\frac{2d^3u_o^2E}{3v_o^3}\left(U_1+\frac{V_1}{0{,}65\,tg^2 B}\right)$$

Relaţiile de calcul (3.164) şi (3.165) a notaţiilor U_1 şi V_1 necesită un volum mare de calcul de aceea pentru calculul practic ele se pot simplifica dacă se înlocuieşte h_1, z_o şi v_o funcţie de R şi anume :

(3.167) $h_1 \cong R$, $z_o \cong 4R$ şi $v_o \cong \frac{5R}{2}$

cînd aceste notaţii devin egale cu :

(3.168) $U_1 = 0{,}90R + 0{,}43\,b$

(3.169) $V_1 = 0{,}29R + 0{,}05\,b$

3.3.3.2. Calculul variaţiei lucrului mecanic al forţelor exterioare

Din triunghiul isoscel OSQ (fig.3.28) rezultă relaţiile :

(3.170) $x = \frac{y}{\cos B}$ şi $l_o = \frac{v_o}{\cos B}$

Făcînd raportul distanţelor x şi l_o, rezultă ordonata y.

(3.171.) $y = \frac{x\cdot v_o}{l_o}$

Ţinînd seama şi de figura 3.27 o se vede că :

(3.175) $w = 2\,u$

în care dacă este înlocuit u, rezultă deplasarea fibrei curente :

(3.176) $w = 2u_o\left(\frac{y}{v_o}-2\frac{y^3}{v_o^3}+\frac{y^5}{v_o^5}\right)$

sau dacă este înlocuit y din (3.171) în (3.176) rezultă :

(3.177) $w = 2u_o\left(\frac{x}{l_o}-2\frac{x^3}{l_o^3}+\frac{x^5}{l_o^5}\right)$

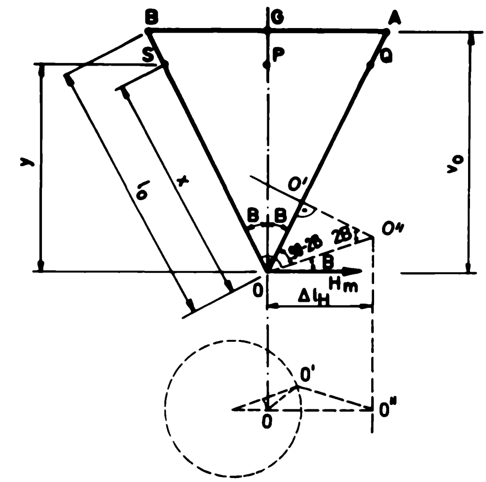


FIG. 3.28 Elemente geometrice de deformaţie.

Scurtarea fibrei OA înclinată cu unghiul β, care se deformează cu w în sens transversal poate fi calculată cu relaţia :

(3.178) $$\Delta l = \frac{1}{2}\int_0^{l_0}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$$

în care patratul derivatei lui w se poate scrie :

(3.179) $$\left(\frac{dw}{dx}\right) = \frac{4u_0^2}{l_0^2}\left(1-12\frac{x^2}{l_0^2}+46\frac{x^4}{l_0^4}-60\frac{x^6}{l_0^6}+25\frac{x^8}{l_0^8}\right)$$

iar prin integrare după înlocuirea limitelor de integrare rezultă scurtarea :

(3.180) $$\Delta l = \frac{256\, u_0^2}{315\, l_0}$$

ce nu este în planul vertical deoarece fibra OA este deformată cu U şi $\mathcal{E}$.

Pentru a scrie lucrul mecanic al efortului Hm considerat ca forţă exterioară, este necesar să se cunoască proiecţia scurtării din (3.180) pe direcţia orizontală a lui Hm.

Ţinînd cont de figura 3.28 în care Δl = OO' aflat într-un plan deformat, proiecţia scurtării în plan vertical este OO" :

(3.181) $$OO'' = \frac{OO'}{\sin 2B} = \frac{\Delta l}{\sin 2B} = \frac{\Delta l}{2\sin B\cos B}$$

iar proiecţia pe orizontală a mărimii OO" (fig.3.28) este :

(3.182) $$\Delta l_H = OO'\cos B = \frac{\Delta l}{2\sin B}$$

Inlocuind pe Δl din (3.180) şi apoi pe Δl_H din (3.170) rezultă Δl_H :

(3.183) $$\Delta l_H = \frac{128\, u_0^2}{315\, l_0 \sin B} = \frac{128\, u_0^2}{315\, v_0\, tg\, B}$$

Variaţia lucrului mecanic exterior poate fi scrisă :

(3.184) $$\Delta L = Hm \cdot \Delta l_H = \frac{64\, u_0^2\, p\, T}{315\, v_0^2\, tg\, B}$$

Introducînd pe ΔW din (3.166) şi pe ΔL din (3.184) ecuaţia (3.140) devine :

$$(3.185) \quad \frac{2d^3 u_o^2 E}{3 v_o^3}\left(U_1 + \frac{V_1}{0,65 \ tg^2 B}\right) = \frac{64 u_o^2 p \ T}{315 v_o^2 tg \ B}$$

Făcînd simplificările posibile din această ecuaţie rezultă forţa tăietoare :

$$(3.186) \quad T = \frac{105 d^3 E}{32 p \cdot v_o}\left(U_1 tg \ B + \frac{V_1}{0,65 tg \ B}\right)$$

Forţa tăietoare critică la care se produce pierderea stabilităţii montanţilor, este valoarea minimă a forţei tăietoare din (3.186) şi rezultă anulînd derivata lui T în raport cu B.

Termenul din faţă fiind constant derivata parantezei este :

$$(3.187) \quad \frac{dT}{dB} = \frac{U_1}{\cos^2 B} - \frac{V_1}{0,65 \sin^2 B} = U_1 tg^2 B - \frac{V_1}{0,65} = 0$$ şi

$$(3.188) \quad tg \ B = \sqrt{\frac{V}{0,65 \ U_1}}$$

care introdus în relaţia (3.186) conduce la :

$$(3.189) \quad T_{cr} = \frac{105 d^3 E}{32 p v_o}\left(U_1 \sqrt{\frac{V_1}{0,65 \ U_1}} + \frac{V_1}{0,65}\sqrt{\frac{0,65 \ U_1}{V_1}}\right)$$ sau la :

$$(3.190) \quad T_{cr} = \frac{105 d^3 E}{16\sqrt{0,65} \cdot p \cdot v_o}\sqrt{U_1 T_1}$$

în care dacă se înlocuieşte modulul de elasticitate $E = 2,1 \cdot 10^6 \cdot \frac{daN}{cm^2}$ rezultă :

$$(3.191) \quad T_{cr} = \frac{17 \cdot 10^6 d^3}{p v_o}\sqrt{U_1 V_1} \quad [da \ N]$$

In această relaţie dimensiunile profilului ajurat d, p, v_o se introduc în cm, iar U_1 şi V_1 sînt expresiile (3.164) şi (3.165).

O valoare aproximativă a forţei tăietoare critice rezultă dacă se folosesc valorile lui U_1 şi V_1 din (3.168 şi 3.169) în care se ia $b = 0,8 \ R$:

$$(3.192) \quad \sqrt{U_1 V_1} = 0,65 R$$ şi :

$$(3.193) \quad T_{cr} = \frac{11 \cdot 10^6 R \cdot d^3}{p \cdot v_o} \quad [da \ N]$$

Dacă se înlocuieşte $v_o = \frac{h_1 + y_o}{2}$ rezultă pentru profile cu goluri ovale :

$$(3.194) \quad T_{cr} = \frac{22 \cdot 10^6 R \cdot d^3}{p(h_1 + y_o)} \quad [da \ N]$$.

iar pentru profile ajurate cu goluri circulare cu $h_1 = 0$ rezultă:

$$(3.194 \ a) \quad T_{cr} = \frac{22 \cdot 10^6 R \cdot d^3}{p y_o} \quad [da \ N]$$

3.3.3.3. <u>Calculul forţei tăietoare admisibile elastice</u>

Pentru verificarea stabilităţii elastice a montanţilor se determină o forţă tăietoare admisibilă elastică şi se compară cu forţa tăietoare reală.

Din forţa de legătură Hm, considerînd T constant (Q=0) rezultă din 3.126 şi 3.127 :

$$(3.195) \quad \sigma_H = \frac{3 p T (h_1 + 2R \cos \varphi)}{d(h_1 + y_o)[b + 2R(1 - \sin\varphi)]^2}$$.

$$\tau_H = \frac{3pT}{2d(h_1+y_0)\left[b+2R(1-\sin\varphi)\right]} \qquad (3.196)$$

Efortul σ_H aşa cum s-a arătat este maxim pentru $\varphi = 70^0$ şi are valoarea :

$$\sigma_H = \frac{3pT(h_1+0{,}68R)}{d(h_1+y_0)(b+0{,}12R)^2} \qquad (3.197)$$

iar τ_H este maxim pentru $\varphi = 90^0$ cu valoarea :

$$\tau_H = \frac{3pT}{2b\cdot d(h_1+y_0)} \qquad (3.198)$$

Punînd condiţiile $\sigma_H = \sigma_c$ şi $\tau_H = 0{,}6\sigma_c$ rezultă forţa tăietoare admisibilă din încovoiere (din 3.197) şi din forfecare (din 3.198)

$$T_a^i = \frac{d(h_1+y_0)(b+0{,}12R)^2}{3p(h_1+0{,}68R)}\sigma_c \qquad (3.199)$$

$$T_a^f = \frac{0{,}4\,b\,d(h_1+y_0)}{p}\sigma_c \qquad (3.200)$$

Inlocuind $b = 0{,}8\,R$ şi $\sigma_c = 2400$ daN/cm^2 relaţiile (3.199) şi (3.200) devin :

$$T_a^i = \frac{d(h_1+y_0)R}{6p}\sigma_c = \frac{400\,d(h_1+y_0)R}{p} \qquad (3.201)$$

$$T_a^f = \frac{dR(h_1+y_0)}{3p}\sigma_c = \frac{800\,d(h_1+y_0)R}{p} \qquad (3.202)$$

Pentru profile cu goluri circulare în aceste relaţii se face $h_1 = 0$.

3.3.3.4. Condiţiile de verificare a stabilităţii montanţilor

Dacă se egalează forţa tăietoare critică cu valoarea maximă a forţei tăietoare admisibile din relaţia (3.202) rezultă :

$$\frac{22\cdot 10^6 R\cdot d^3}{p(h_1+y_0)} = \frac{800\,d(h_1+y_0)R}{p} \qquad (3.203)$$

din care poate fi scos raportul $\frac{h_1+y_0}{d}$ la care cele două sînt egale :

$$\frac{h_1+y_0}{d} = 166 \qquad (3.204)$$

Luînd un coeficient de siguranţă C = 1,6 dat în STAS 763/1.71 se poate scrie condiţia care exprimă raportul dintre dimensiunile inimii la care nu se produce pierderea stabilităţii :

$$\frac{h_1+y_0}{d} \leq 104 \qquad (3.204\,a)$$

Dacă această condiţie este îndeplinită nu este necesară verificarea stabilităţii montanţilor, aceasta fiind asigurată.

In caz că relaţia (3.204 a) nu este îndeplinită verificarea stabilităţii montanţilor propun să se facă cu relaţiile :

$$c\,T \leq T_a^i \qquad \text{dacă } T_{ai} \leq T_{cr} \qquad (3.205)$$

$$c\,T \leq T_{cr} \qquad \text{dacă } T_{cr} < T_{ai} \qquad (3.206)$$

unde Tai se ia din (3.201), Tcr din (3.194), T din calculul static şi C din STAS 763-71.

Dacă condiţia (3.206) nu este satisfăcută este necesar să se ia măsuri de rigidizare a montanţilor în zona forţei tăietoare maxime aşa cum este arătat în capitolul 8.

3.3.4. Calculul deformaţiilor grinzilor din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale

Săgeata se calculează şi în acest caz din moment şi forţa tăietoare :

(3.207) $$f = f_M + f_T \quad [cm]$$

3.3.4.1. Calculul săgeţii f_M produsă de momentul încovoietor

Pentru calculul săgeţii din moment, se folosesc formulele din statica construcţiilor deduse prin metoda Maxwell-Mohr scrise sub forma :

(3.208) $$f_M = \omega \cdot \frac{M_{max} \cdot l}{E I\ calc.} \quad [cm]$$

mărimile avînd semnificaţiile descrise la formula (3.44) iar Icalc este momentul de inerţie de calcul al profilelor ajurate cu goluri circulare şi ovale mai mare decît Imed din relaţia (3.44) şi se poate calcula cu relaţia :

(3.209) $$I_{calc} = K_I \cdot I_1$$

în care : K_I – este coeficientul de majorare a momentului de inerţie I_1 ;

I_1 – este momentul de inerţie al secţiunii întregi din axul golurilor.

Pentru determinarea coeficientului K_I se exprimă momentul de inerţie al secţiunii întregi într-o secţiune definită prin unghiul , care în baza figurii 3.11 a, poate fi scris pentru profile cu goluri ovale sub forma :

(3.210) $$I_{1\varphi} = I_1 + \frac{dR^3(1-\cos\varphi)^3}{12} + \frac{dR(1-\cos\varphi)}{2}\left[(h_1+y_0)-2(a-\eta_0)-R(1-\cos\varphi)\right]^2$$

şi pentru cele cu goluri circulare sub forma :

(3.210a) $$I_{1\varphi} = I_1 + \frac{dR^3(1-\cos\varphi)^3}{12} + \frac{dR(1-\cos\varphi)}{2}\left[y_0-2(a-\eta_0)-R(1-\cos\varphi)\right]^2$$

Momentele de inerţie $I_{1\varphi}$ din (3.210) şi (3.210 a) pot fi puse sub forma :

(3.211) $$I_{1\varphi} = K_1 \cdot I_1$$

Creşterea momentului de inerţie total $I_{1\varphi}$ a profilului în secţiunile curente definite prin φ este aproximativ aceeaşi la toate profilele ajurate pornind de la gama de profile laminate şi pentru valorile medii uzuale ale dimensiunilor rezultă valorile lui K_I din tabelul 3.2.

Dacă se reprezintă grafic aceste valori funcţie de distanţa $\beta(\varphi)$ dintre secţiunile definite prin unghiul φ , pe lungimea jumătăţii de pas rezultă diagrama din figura 3.29. Distanţa pe orizontală dintre secţiuni este β = R sin φ iar pe porţiunea plină b/2 s-au luat pentru b două valori b = 0,9 R şi b = 0,7 R rezultînd jumătatea pasului p/2 = 1,45 R şi p/2 = 1,35 R (fig.3.29). Linia plină din figură este pentru profile cu goluri ovale, iar cea punctată pentru goluri circulare.

COEFICIENTUL K_1 Tabelul 3.2

Tipul profilelor ajurate	K_1 în dreptul golurilor în funcţie de							K_1 în dreptul plinurilor	Obs.
	0^0	15^0	30^0	45^0	60^0	75^0	90^0		
cu goluri ovale	1,00	1,011	1,040	1,079	1,129	1,142	1,150	1,180	
cu goluri circulare	1,00	1,010	1,034	1,060	1,083	1,093	1,10	1,10	

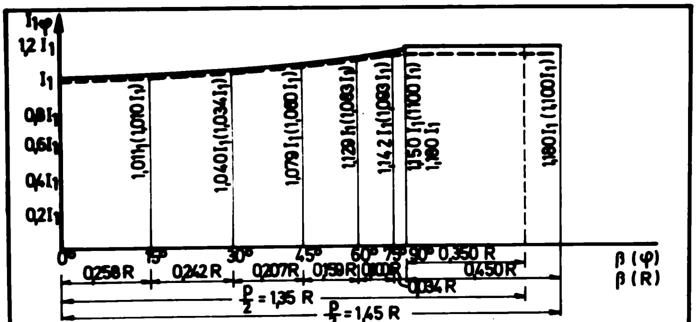


FIG. 3.29 Variaţia momentului de inerţie pe lungimea jumatăţii pasului.

Momentul de inerţie de calcul, rezultă ca raport al suprafeţei diagramei (fig.3.29) considerată liniară pe intervale şi lungimea ei.

$$I_{calc.} = \frac{\sum A_I}{p/2} = \frac{2\sum A_I}{p} \qquad (3.212)$$

Făcînd calculul rezultă valorile lui $K_I = \frac{I_{calc}}{I_1}$ din tabelul 3.3.

COEFICIENTUL K_I Tabelul 3.3

Nr. crt	Felul profilelor ajurate	h_1 egal cu	Valorile coeficientului K_I pentru :		
			b = 0,9 R	b = 0,7 R	Valoarea medie
1	Profile cu goluri ovale	R	1,100	1,094	1,097
2	Profile cu goluri circulare	0	1,062	1,060	1,061

In calcul pentru K_I se poate lua valoarea medie, iar Icalc rezultă din (3.209).

In ce priveşte coeficientul ω el este dat pentru unele încărcări în literatura tehnică [3]. In anexa 4 sînt daţi coeficienţii ω, şi pentru alte încărcări fiind calculaţi prin metoda Maxwell-Mohr.

3.3.4.2. Calculul săgeţii f_I produsă de forţa tăietoare

Săgeata produsă de forţa tăietoare la grinzile din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale, se obţine calculînd săgeata unui panou curent, de lungime egală cu cea a pasului "p" şi multiplicînd-o cu numărul panourilor de pe jumătatea deschiderii (fig. 3.30).

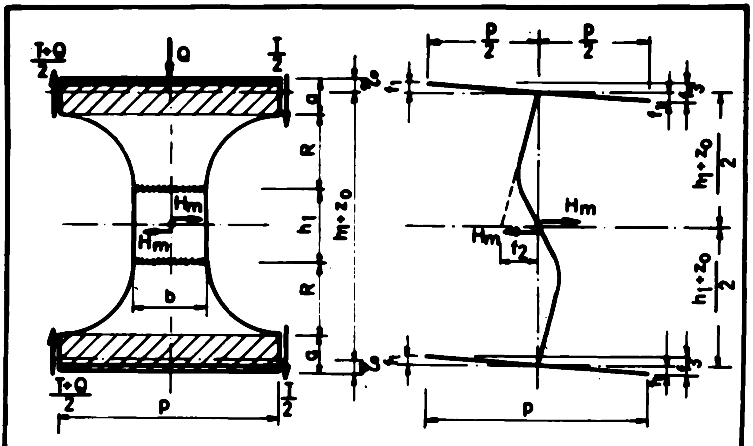


FIG. 3.30 Deformaţia unui panou a grinzii ajurate.

Dacă se admite că tălpile profilelor ajurate formate din profilele T, (porţiunile haşurate) nu se deformează, deoarece legătura dintre montanţi şi tălpi se face în acest caz prin racordul continu dintre cele două părţi, avînd doar rotiri în aşa fel ca axa lor să rămînă normală pe tangenta la axa deformată a montantului (fig. 3.30) care are deplasarea f_2, deformaţia totală a unui panou pe verticală este :

$$f_3 = 2f_1 \tag{3.213}$$

Deformaţia f_1 poate fi exprimată în funcţie de deformaţia f_2:

$$f_1 = \frac{p}{h_1 + y_o} f_2 \tag{3.214}$$

Pentru a calcula deplasarea f_2 a tangentei la deformata montantului, acesta se consideră o consolă avînd lungimea de calcul :

$$l_c = \frac{h_1}{2} + R = \frac{h_1 + 2R}{2} \tag{3.215}$$

considerînd montantul încastrat la marginea tălpii, iar săgeata lui rezultă pentru o consolă din efectul de încovoiere şi de forfecare:

$$f_2 = f_{2m} + f_{2t} \tag{3.216}$$

Ţinînd seama de valoarea lui Hm şi de dimensiunile consolei rezultă :

(3.217) $$f_{2m} = \frac{H_m \cdot l_c^3}{3EI_m} = \frac{p(h_1+2R)^3}{48(h_1+y_o)EI_m}(2T+Q)$$

în care Im este momentul de inerţie al montantului, calculat pentru o lăţime medie ponderată a montantului "bm", ce rezultă scriind suprafaţa montantului şi împărţind-o la înălţimea lui "h_1+2R"

(3.218) $$b_m = \frac{bh_1+2bR+2\frac{R^2(4-\pi)}{2}}{h_1+2R} = \frac{bh_1+2bR+0,86R^2}{h_1+2R}$$

cu care momentul de inerţie este :

(3.219) $$I_m = \frac{db_m^3}{12} = \frac{d(bh_1+2bR+0,86R^2)^3}{12(h_1+2R)^3}$$

iar săgeata f_{2m} din (3.217) devine :

(3.220) $$f_{2m} = \frac{p(h_1+2R)^6(2T+Q)}{4dE(h_1+y_o)(bh_1+2bR+0,86R^2)^3}$$

Săgeata f_{2t}, produsă prin efectul de tăiere al lui Hm este:

(3.221) $$f_{2t} = \frac{H_m \cdot l_c}{G \cdot A_m} = \frac{p(h_1+2R)^2(2T+Q)}{4dG(h_1+y_o)(bh_1+2bR+0,86R^2)}$$

în care s-a înlocuit :

(3.222) $$A_m = db_m = d(bh_1+2bR+0,86R^2)$$

Săgeata totală f_2 are în acest caz valoarea :

(3.223) $$f_2 = \frac{p(h_1+2R)^2(2T+Q)}{4d(h_1+y_o)(bh_1+2br+0,86R^2)}\left[\frac{(h_1+2R)^4}{E(bh_1+2bR+0,86R^2)^2}+\frac{1}{G}\right]$$

Ţinînd cont de relaţiile (3.213) şi (3.214) săgeata unui panou este :

(3.224) $$f_3 = \frac{p^2(h_1+2R)^2(2T+Q)}{2d(h_1+y_o)^2(bh_1+2bR+0,86R^2)}\left[\frac{(h_1+2R)^4}{E(bh_1+2bR+0,86R^2)^2}+\frac{1}{G}\right]$$

Inmulţind săgeata unui panou, cu numărul panourilor de pe o jumătate de deschidere dat de relaţia (3.62) rezultă dacă se ţine seama că F = 2,6 G relaţia de calcul a săgeţii din forţa tăietoare:

(3.225) $$f_T = \frac{pl(h_1+2R)^2(2T+Q)}{4dE(h_1+y_o)^2(bh_1+2bR+0,86R^2)}\left[\frac{(h_1+2R)^4}{(bh_1+2bR+0,86R^2)^2}+2,6\right]$$

In această relaţie forţa tăietoare T este cea medie de pe jumătatea deschiderii grinzii, iar dimensiunile profilelor ajurate se introduc în cm, modulul de elasticitate F = 2,1.10^6 daN/cm^2.

Pentru profilele cu goluri circulare, relaţia poate fi scrisă dacă este făcut $h_1 = 0$ şi rezultă :

(3.225a) $$f_T = \frac{pl\,R^2\,(2T+Q)}{dy_o^2\,E(2bR+0,86R^2)}\left[\frac{16R^4}{(2bR+0,86R^2)^2}+2,6\right]$$

3.3.4.3. <u>Calculul săgeţii totale</u>

Inlocuind pe f_M din (3.208) şi f_T din (3.225) rezultă săgeata totală :

- pentru grinzi din profile ajurate cu goluri ovale :

(3.226) $$f = \omega\frac{M \cdot l^2}{EI_{calc}} + \frac{pl(h_1+2R)^2(2T+Q)}{4dE(h_1+y_o)^2(bh_1+2bR+0,86R^2)}\left[\frac{(h_1+2R)^4}{(bh_1+2bR+0,86R^2)^2}+2,6\right]$$

- pentru grinzi din profile ajurate cu goluri circulare :

(3.226a) $$f = \omega\frac{Ml^2}{EI_{calc}} + \frac{pl\,R\,(2T+Q)}{dy_o\,E(2b+0,86R)}\left[\frac{16R^2}{(2b+0,86R)^2}+2,6\right]$$

Săgeata grinzilor din profile cu goluri circulare şi ovale, produsă de forţa tăietoare este mică în comparaţie cu cea produsă de moment, fiind cuprinsă între (3-15)% din săgeata totală.

Pentru acest motiv, dat fiind calculul deosebit de laborios al săgeții din forța tăietoare, pentru calculul practic poate fi folosită relația simplificată :

$$f = K_f\,\omega \cdot \frac{M \cdot l^2}{E\,I_{calc.}}\ [cm] \qquad (3.227)$$

Coeficientul K_f din (3.227) ține seama de aportul forței tăietoare la majorarea săgeții și variază în funcție de deschiderea grinzilor, fiind cu atît mai mare cu cît deschiderea este mai mică, deoarece în acest caz forțele tăietoare sînt mari în comparație cu momentul. Coeficientul K_f este funcție și de natura încărcărilor distribuite sau concentrate. El este mai mic pentru încărcări distribuite (fig.3.31), deoarece forța tăietoare medie este redusă și mai mare în cazul celor concentrate (fig.3.32) cînd forța tăietoare medie are valori mari.

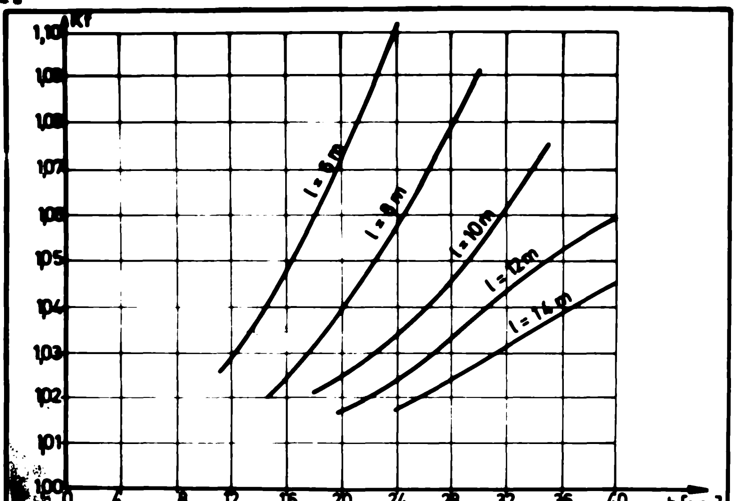


FIG. 3.31 Coeficienții K_f pentru încărcări uniform distribuite.

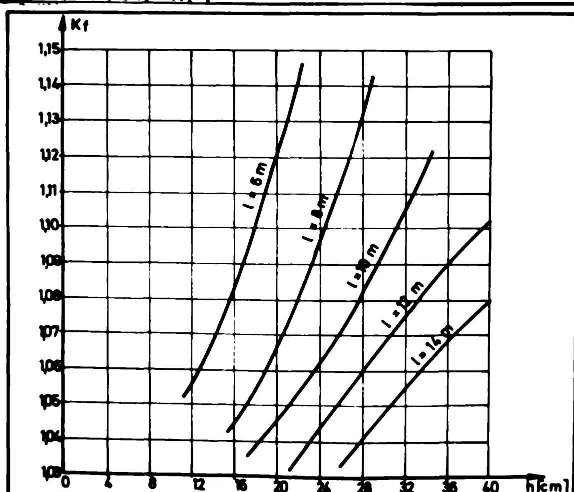


FIG. 3.32 Coeficienții K_f pentru încărcări concentrate.

Verificarea săgeţii se face în acest caz cu formula 3.227 în care K_f se ia din fig.3.31 şi 3.32, funcţie de înălţimea "h" a profilului laminat din care se obţin profilele ajurate.

Pentru calculul practic valorile lui K_f pot fi luate în tabelul 3.4.

COEFICIENTII K_f Tabelul 3.4

Nr. crt	Felul încărcărilor grinzilor ajurate	Limitele coef. K_f	Valorile lui K_f funcţie de deschid.					
			4-6 m	6-8 m	8-10 m	10-12 m	12-14 m	14m
1	Incărcări distribuite	1,08-1,03	1,08	1,07	1,06	1,05	1,04	1,03
2	Incărcări concentrate	1,15-1,04	1,15	1,12	1,10	1,08	1,06	1,04

3.4. CONCLUZII, COMPARATII INTRE COMPORTAREA LA INCOVOIERE A GRINZILOR DIN PROFILE AJURATE SI DIN PROFILE LAMINATE I

Elementele solicitate la încovoiere reprezintă domeniul cu cea mai largă utilizare a profilelor ajurate, ca urmare a rigidităţii sporite la astfel de solicitări, la aceeaşi greutate cu a profilelor laminate.

3.4.1. Comparaţii între profilele ajurate şi profilele laminate dublu T

Profilele ajurate, solicitate la încovoiere prezintă caracteristici geometrice mai ridicate decît profilele laminate dublu T faţă de care prezintă următoarele avantaje :

1. Profilele ajurate avînd caracteristici mult mai mari ca cele laminate, eforturile unitare normale cu care se face verificarea condiţiei de rezistenţă, sînt mult mai mici decît la profilele laminate dublu T, la aceleaşi încărcări şi la aceeaşi greutate.

2. Rigiditatea grinzilor solicitate la încovoiere realizate din profile ajurate este mult sporită, lucru ce se exprimă prin faptul că săgeţile acestor grinzi sînt mai mici decît la grinzi de aceeaşi deschidere cu aceeaşi încărcare şi la aceeaşi greutate realizate din profile laminate dublu T.

3. Aspectul exterior este mai reuşit la o grindă aparentă din profile ajurate faţă de o altă grindă din profile laminate.

4. Calculul simplificat al profilelor ajurate, satisface cerinţele impuse de necesităţile practice şi permite să se facă o dimensionare corespunzătoare a grinzilor din profile ajurate.

3.4.2. Comparaţii între profilele ajurate cu goluri circulare şi ovale, şi profilele ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale

Folosirea profilelor ajurate cu goluri circulare şi ovale la realizarea grinzilor solicitate la încovoiere, are o eficienţă sporită în reducerea consumului de oţel, prin avantajele pe care le au faţă de profilele ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale.

1. Influenţa forţei tăietoare asupra eforturilor unitare, fiind mai redusă datorită creşterii secţiunii pe măsura creşterii momentului local produs de forţa tăietoare într-o secţiune curentă, face ca efortul însumat să fie maxim în unele cazuri în axul golului din regiunea cu moment maxim sau într-o secţiune curentă definită printr-un unghi $\varphi = 5-15^{0}$ în dreptul golurilor unde momentul şi forţa tăietoare sînt mari.

În general efortul unitar total însumat $\sigma_M + \sigma_T$ nu depăşeşte cu mai mult de 5-10 % pe cel calculat numai din moment.

2. Eforturile unitare de dimensionare la profilele cu goluri circulare şi ovale sînt mai mici decît la cele cu goluri hexagonale diferenţa aceasta dintre eforturi fiind de 15-20 %.

3. Montanţii grinzilor ajurate cu goluri circulare şi ovale au o comportare mai raţională la solicitările din forţa tăietoare atît în ce priveşte condiţiile de rezistenţă cît şi cele de stabilitate, datorită formei lor mai eficiente, eforturile de verificare a condiţiilor de rezistenţă fiind mult mai mici, iar forţa tăietoare critică la care-şi pierd montanţii stabilitatea este mai mare.

4. Săgeata grinzilor ajurate cu goluri ovale şi circulare este mai mică decît în cazul grinzilor cu goluri hexagonale şi octogonale, deoarece coeficientul K_r este mai mic cu (3-5) % iar momentul de inerţie de calcul este mai mare în cazul profilelor cu goluri circulare sau ovale faţă de cele hexagonale.

CAPITOLUL 4
CALCULUL EXACT AL GRINZILOR DIN PROFILE AJURATE SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE

4.1. GENERALITĂŢI

Grinzile din profile ajurate solicitate la încovoiere pot fi calculate simplificat cum s-a arătat în capitolul 3, ceea ce asigură o suficientă precizie, necesară calculelor practice. Este posibil însă să se facă şi un calcul exact, ţinînd seama de asemănarea grinzilor din profile ajurate cu grinzile cu zăbrele cu noduri rigide de tip Vierendeel.

Indicaţii privind calculul profilelor ajurate, ca grinzi de tip Vierendeel au fost date în Merkblatt nr. 361 [68] în baza procedeului pus la punct de Herschfeld [38], care a făcut unele simplificări alegînd ca necunoscute static nedeterminate forţele orizontale Hm din axul orizontal al montanţilor.

In prezentul capitol este prezentat un calcul exact al grinzilor din profile ajurate, ţinînd cont de solicitările ce iau naştere în tălpi şi montanţi în toate panourile grinzii. Calculul exact al grinzilor ajurate se poate face cu metoda eforturilor.

In acest caz o grindă din profile ajurate considerate ca o grindă Vierendeel la care tălpile sînt formate din profilele T de deasupra şi de desubtul golurilor iar montanţii din plinurile dintre goluri, are un grad de nedeterminare statică interior foarte mare. Fiecare panou definit printr-un gol, formează un contur închis (fig. 4.1 a) care este de 3 ori static nedeterminat interior, astfel că o grindă din profile ajurate cu un număr de n panouri, deci de goluri este de 3n ori static nedeterminat interior. Gradul de nedeterminare statică poate să fie redus în cazul în care grinda prezintă simetrie geometrică şi de încărcare. In general simetria geometrică este satisfăcută şi în acest caz dacă încărcările sînt simetrice gradul de nedeterminare statică se reduce la jumătate. Astfel o grindă simplu rezemată dintr-un profil ajurat cu 20 de goluri este de 3x20=60 de ori static nedeterminată. Dacă însă încărcările sînt simetrice atunci gradul de nedeterminare se reduce la 30 (fig. 4.1) Pentru rezolvarea grinzii în metoda eforturilor se fac secţiuni în una din tălpile formate din

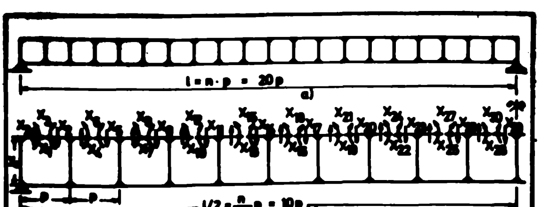


FIG. 4.1 Schema geometrică şi sistemul de bază a grinzii ajurate.

profilele T a grinzii și se introduc cele trei necunoscute:forța axială X_i,forța tăietoare X_j și momentul încovoietor X_k în fiecare panou al grinzii (fig.4.1 b).Scrierea ecuațiilor de condiție este în acest caz foarte mult simplificată deoarece cîmpurile fiind toate identice,coeficienții necunoscutelor se repetă la fiecare grup de trei ecuații corespunzătoare unui panou.Sistemul de bază a grinzii este cel din fig.4.1 b.

In calculul static se lucrează cu axele tălpilor și ale montanților (fig.4.1),astfel încît dimensiunile unui panou al grinzii ajurate sînt : lungimea panoului egală cu pasul "p" adică distanța dintre axele a doi montanți consecutivi și înălțimea panoului egală cu distanța y_o dintre axele centrelor de greutate a profilelor T de deasupra și de dedesubtul golurilor.

4.2. CALCULUL MOMENTELOR DE INERȚIE ȘI A ARIILOR

4.2.1. Momentele de inerție a tălpilor

Momentele de inerție a tălpilor formate din profilele T ce mărginesc golurile la partea lor superioară și inferioară se consideră constante pe toată lungimea grinzii și egale cu I_o trecut în anexa 1.

4.2.2. Momentele de inerție a montanților

Momentele de inerție a montanților alcătuiți din plinurile dintre două goluri consecutive,sînt variabile pe înălțimea montanților,fiind minime în dreptul axei orizontale a grinzii și maxime la racordul lor cu tălpile.

In calculul static exact trebuie lucrat cu un moment de inerție mediu ideal al montanților care,să țină seama cît mai fidel de variația secțiunii acestora.Deoarece calculul montanților de inerție mediu ideal este mai greu de efectuat,pentru fiecare grindă în parte,acesta depinzînd de geometria golurilor,se poate exprima momentul de inerție mediu ideal al montanților I_m,funcție de momentul de inerție minim al montanților I_{mo},calculat în axa orizontală a acestuia :

$$I_m = \theta_1 I_{mo} \qquad (4.1)$$

în care : θ este un coeficient numeric adimensional ce exprimă creșterea momentului de inerție mediu ideal față de cel minim.

Pentru a determina coeficientul θ_1 se consideră jumătatea montanților ca niște console,încărcate cu o forță orizontală $H_m = 1$ și se scrie deplasarea capătului consolei (a mijlocului montantului) sub influența acestei forțe,cu ajutorul formulei Maxwell-Mohr în două ipoteze : odată luînd în considerare momentul de inerție minim I_{mo}, odată cel ideal I_m

Deplasarea "δ_1" calculată cu momentul de inerție minim este :

$$(4.2)\quad \delta_1 = \int_0^1 \frac{Mm}{EI\,mo}\,dx$$

iar deplasarea "δ_2" calculată cu momentul de inerție mediu ideal este :

$$(4.3)\quad \delta_2 = \int_0^1 \frac{Mm}{EI\,n}\,dx = \frac{1}{\theta_1}\int_0^1 \frac{Mm}{EI\,mo}\,dx = \frac{\delta_1}{\theta_1}$$

Din relația 4.3 rezultă coeficientul

$$(4.4)\quad \theta = \frac{\delta_1}{\delta_2}$$

Pentru un calcul practic se adoptă o valoare unitară pentru lățimea minimă a montanților și se exprimă înălțimea și lățimea maximă funcție de aceasta (fig.4.2).Grosimea montanților fiind constantă ca și modulul de elasticitate,precum și 12 din momentul de inerție,nu se iau în considerare deoarece se simplifică.

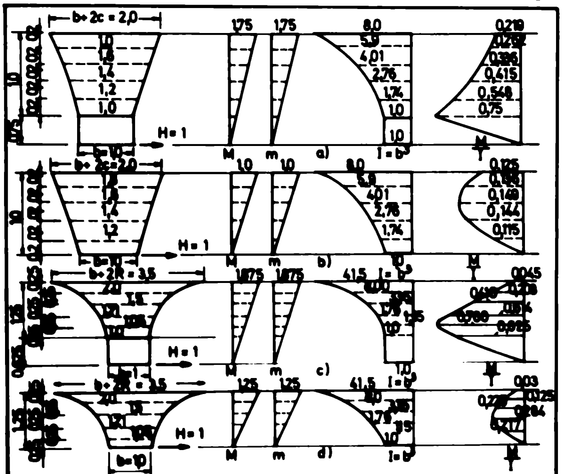


FIG. 4.2. Elemente de calcul a momentelor de inerție a montanților.

Pentru dimensiunile uzuale ale profilelor ajurate cu goluri hexagonale și octogonale,înălțimea porțiunii variabile a montanților este egală cu lățimea (v = h/3),iar înălțimea plăcuței intermediare se ia (h_1 = h/2) egală cu 1,5 b ceea ce duce la dimensiunile din figură.

In aceste condiții deplasarea δ_1 calculată cu momentul de inerție minim,are pentru cele patru tipuri de montanți din fig.4.2 următoarele valori calculate prin integrarea diagramelor M și m cu relația (4.2) :

(4.5)

$\delta_1 = \frac{1}{1}\cdot\frac{1}{3}\cdot 1{,}75^3 = 1{,}8$ pentru montantul din fig.4.2 a

$\delta_1 = \frac{1}{1}\cdot\frac{1}{3}\cdot 1^3 = 0{,}33$ pentru montantul din fig.4.2 b

$\delta_1 = \frac{1}{1}\cdot\frac{1}{3}\cdot 1{,}875^3 = 2{,}20$ pentru montantul din fig.4.2 c

$\delta_1 = \frac{1}{1}\cdot\frac{1}{3}\cdot 1{,}25^3 = 0{,}65$ pentru montantul din fig.4.2 d

Pentru a calcula deplasarea δ_2 a montanților,cu momentul de inerție mediu ideal se integrează diagrama "m" cu diagrama M/I (fig.4.2) pe porțiuni,înălțimea porțiunii variabile fiind împărțită în 5 părți egale, pe care se consideră variația liniară a lui .../I.

$$\delta_2 = \frac{1}{3}\cdot 0{,}75^3 + \frac{0{,}2}{6}\Big\{\big[(1{,}5 + 0{,}95)0{,}75 + (0{,}75 + 1{,}90)0{,}548\big] + \big[(1{,}90 + 1{,}15)0{,}548 + (0{,}95 + 2{,}30)0{,}415\big] + \big[(2{,}30 + 1{,}35)0{,}415 + (1{,}15 + 2{,}70)0{,}336\big] + \big[(2{,}70 + 1{,}55)0{,}336 + (1{,}35 + 3{,}10)0{,}262\big] + \big[(3{,}10 + 1{,}75)0{,}262 + (1{,}55 + 3{,}50)0{,}219\big]\Big\} = 0{,}61$$

pentru montantul din fig.4.2. a

$$\delta_2 = \frac{1}{3}\cdot 0{,}2^2\cdot 0{,}115 + \frac{0{,}2}{6}\Big\{\big[(0{,}4 + 0{,}4)0{,}115 + (0{,}2 + 0{,}8)0{,}144\big] + \big[(0{,}8 + 0{,}6)0{,}144 + (0{,}4 + 1{,}2)0{,}149\big] + \big[(1{,}2 + 0{,}8)0{,}149 + (0{,}6 + 1{,}6)0{,}136\big] + \big[(1{,}6 + 1)0{,}136 + (0{,}8 + 2)0{,}125\big]\Big\} = 0{,}067$$

(4.6) pentru montantul din fig.4.2 b

$$\delta_2 = \frac{1}{3}\cdot 0{,}625^3 + \frac{0{,}25}{6}\Big\{\big[(1{,}25 + 0{,}875)0{,}625 + (0{,}625 + 1{,}75)0{,}760\big] + \big[(1{,}75 + 1{,}125)0{,}760 + (0{,}875 + 2{,}25)0{,}640\big] + \big[(2{,}25 + 1{,}375)0{,}640 + (1{,}125 + 2{,}75)0{,}410\big] + \big[(2{,}75 + 1{,}625)0{,}410 + (1{,}375+3{,}25)0{,}203\big] + \big[(3{,}25 + 1{,}875)0{,}203 + (1{,}625 + 3{,}75)0{,}045\big]\Big\} = 0{,}73$$

pentru montantul din fig.4.2 c

$$\delta_2 = \frac{1}{3}\cdot 0{,}25^2\cdot 0{,}217 + \frac{0{,}25}{6}\Big\{\big[(0{,}5 + 0{,}5)0{,}217 + (0{,}25 + 1)0{,}284\big] + \big[(1{,}00 + 0{,}75)0{,}284 + (0{,}5 + 1{,}5)0{,}225\big] + \big[(1{,}5 + 1{,}0)0{,}225 + (0{,}75 + 2{,}0)0{,}125\big] + \big[(2{,}0 + 1{,}25)0{,}125 + (1{,}0 + 2{,}5)0{,}03\big]\Big\} = 0{,}126$$

pentru montantul din fig.4.2 d

Cu valorile din relațiile (4.5) și (4.6) introduse în relația (4.4) rezultă :

$\theta = \frac{1{,}8}{0{,}61} = 2{,}96$ pentru profile ajurate cu goluri octogonale(4.2a)

$\theta = \frac{0{,}33}{0{,}067} = 4{,}94$ pentru profile ajurate cu goluri hexagonale(4.2b)

(4.7) $\theta = \frac{2{,}20}{0{,}73} = 3{,}02$ pentru profile ajurate cu goluri ovale (4.2 c)

$\theta = \frac{0{,}65}{0{,}126} = 5{,}14$ pentru profile ajurate cu goluri circulare(4.2d)

În calculul practic pot fi luate valorile întregi următoare:

(4.8) $\theta = 3$ pentru profile cu goluri octogonale și ovale

$\theta = 5$ pentru profile cu goluri hexagonale și circulare

Momentele de inerție ideale ale montanților sînt în acest caz

(4.9) $I_m = \theta \frac{db^3}{12}$

4.2.3. Ariile tălpilor

Ariile tălpilor formate din profilele T de deasupra și de desubtul golurilor se consideră constante pe toată lungimea și egale cu Ao din anexa 1.

4.2.4. Ariile montanților

Ariile fiind variabile pentru montanți ca și momentele de inerție, în calcul static exact se ia în considerare, aria medie ideală a montantului exprimată funcție de aria minimă din axul montantului, cu relația :

(4.10) $A_m = \theta_A A_{mo}$

în care : θ_A este un coeficient numeric adimensional care exprimă creșterea ariei medii ideale față de cea minimă.

Pentru calculul coeficientului θ_A se scrie la fel deplasarea capătului montantului produs de forța tăietoare, odată luînd în considerare aria minimă :

$$(4.11)\quad \delta_1 = \int_0^\ell \frac{T\cdot t}{E\cdot A_{mo}}\,dx$$

și odată luînd în considerare aria medie ideală :

$$(4.12)\quad \delta_2 = \int_0^\ell \frac{T\cdot t}{E\,A_m}\,dx = \frac{1}{\theta_A}\int_0^\ell \frac{T\cdot t}{E\,A_{mo}}\,dx = \frac{\delta_1}{\theta_A}$$

rezultînd valoarea coeficientului θ_A

$$(4.13)\quad \theta_A = \frac{\delta_1}{\delta_2}$$

Pentru dimensiunile medii ale montanților luate ca și la calculul momentelor de inerție medii ideale (fig.4.2) se pot exprima forțele tăietoare și ariile ca în fig.4.3, cu care deplasarea δ_1, rezultă integrînd diagramele T și t și are valorile :

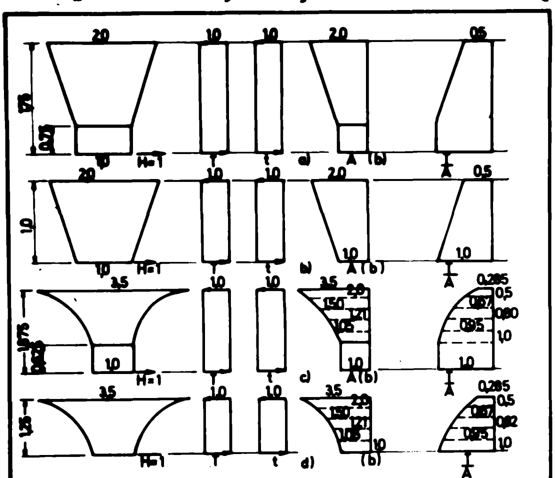


FIG. 4.3 Elemente de calcul a ariilor montanților.

(4.14)

$\delta_1 = \frac{1}{1}\cdot 1^2\cdot 1,75 = 1,75$ pentru montantul din fig.4.3 a

$\delta_1 = \frac{1}{1}\cdot 1^3 = 1,00$ pentru montantul din fig.4.3 b

$\delta_1 = \frac{1}{1}\cdot 1^2\cdot 1,875 = 1,875$ pentru montantul din fig.4.3 c

$\delta_1 = \frac{1}{1}\cdot 1^2\cdot 1,25 = 1,25$ pentru montantul din fig.4.3 d

iar pentru δ_2 se integrează diagrama "t" cu diagrama 1/A și rezultă:

(4.15)

$\delta_2 = \frac{1}{1}\cdot 1^2\cdot 0,75 + \frac{1}{2}\,1^2(1+0,5) = 1,5$ pentru montantul din fig.4.3 a

$\delta_2 = \frac{1}{2}\cdot 1^2(1+0,5) = 0,75$ pentru montantul din fig.4.3 b

$\delta_2 = \frac{1}{1}\cdot 1^2\cdot 0,625 + \frac{0,25}{2}\,1,0(1+2\cdot 0,95+2\cdot 0,82+2\cdot 0,67+2\cdot 0,5+0,282) = 1,52$ fig.4.3 c

$\delta_2 = \frac{0,25}{2}\cdot 1,0(1,0+2\cdot 0,95+2\cdot 0,82+2\cdot 0,67+2\cdot 0,5+0,282) = 0,90$ fig.4.3 d

Introducînd valorile lui δ_1 și δ_2 în relația 4.13 rezultă :

(4.16)

$\theta_A = \frac{1,75}{1,5} = 1,17$ pentru goluri octogonale (fig.4.3 a)

$\theta_A = \frac{1,00}{0,75} = 1,33$ pentru goluri hexagonale (fig.4.3 b)

$\theta_A = \frac{1,875}{1,525} = 1,21$ pentru goluri ovale (fig.4.3 c)

$\theta_A = \frac{1,25}{0,90} = 1,38$ pentru goluri circulare (fig.4.3 d)

Pentru calculele practice se pot lua valori egale pentru profilele cu goluri octogonale și ovale și pentru cele hexagonale și circulare :

(4.17) $\theta_A = \frac{6}{5}$ pentru profile cu goluri octogonale şi ovale

$\theta_A = \frac{4}{3}$ pentru profile cu goluri hexagonale şi circulare

Aria medie ideală a montanţilor este în acest caz egală cu:

(4.18) $$A_m = \theta_A \cdot b \cdot d$$

4.3. CALCULUL COEFICIENŢILOR NECUNOSCUTELOR

Calculul static exact al grinzilor din profile ajurate cu metoda eforturilor,pleacă de la sistemul de bază ales în fig.4.1, la care necunoscutele static nedeterminate,sînt momentul,forţa tăietoare şi axială din talpa secţionată.Pentru grinda ajurată din fig.4.1 simetrică geometric şi cu încărcări simetrice numărul necunoscutelor este 30.

Prezentarea calculului este făcută în cele ce urmează,pentru două încărcări:două forţe concentrate aşezate simetric şi pentru încărcarea uniform repartizată.

Pentru a calcula coeficienţii necunoscutelor static nedeterminate $X_1 \ldots X_{30}$ (deplasările δ_{ij}),se trasează diagramele de momente de forţe tăietoare şi forţe axiale din necunoscutele static nedeterminate (fig.4.4 şi 4.5).

Deplasările produse de necunoscutele static nedeterminate şi de încărcările exterioare,trebuie calculate din efectul momentelor a forţei tăietoare şi axiale trasate pe sistemul de bază.

Formulele de calcul sînt de forma :

(4.19) $$\delta_{ij} = \int_0^l \frac{m_i \cdot m_j}{EI} dx + \chi \int_0^l \frac{t_i \cdot t_j}{GA} dx + \int_0^l \frac{n_i \cdot n_j}{EA} dx$$

(4.20) $$\Delta_{io} = \int_0^l \frac{M_i \cdot m_i}{EI} dx + \chi \int_0^l \frac{T_i \cdot t_i}{G \cdot A} dx + \int_0^l \frac{N_i \cdot n_i}{E \cdot A} dx$$

Datorită faptului că toate cîmpurile sînt identice,iar diagramele de momente,forţe tăietoare şi forţe axiale produse de necunoscutele static nedeterminate sînt aceleaşi în toate panourile înseamnă că şi coeficienţii acestor necunoscute se repetă după 3 ecuaţii corespunzătoare unui gol al profilului ajurat.

Ecuaţiile sînt complete începînd de la ecuaţia a patra,adică de la al doilea panou şi pînă la ecuaţia 27 corespunzătoare penultimului panou.La primele trei ecuaţii lipsesc primii trei termeni deoarece necunoscutele X_1, X_2, X_3 nu mai au în faţa lor alte necunoscute iar la ultimele trei ecuaţii lipsesc ultimii trei termeni.

Ecuaţiile complete au 9 termeni,coeficienţii necunoscutelor provenind din integrarea diagramelor din panoul pentru care se scriu ecuaţiile,cu cele din panoul anterior,cu ele însăşi şi cu cele din panoul următor.

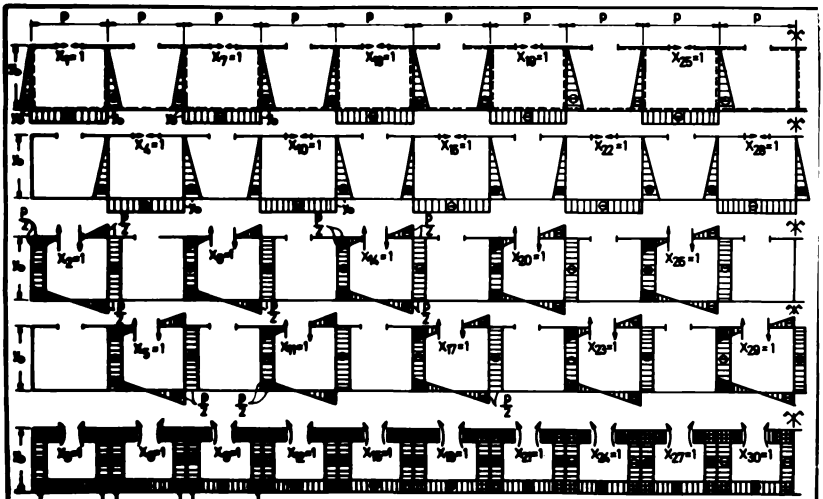


Fig. 4.6 Diagramele de momente din necunoscutele static nedeterminate pe sistemul de bază.

Pentru un grup de ecuaţii complete de rangul n-1,n;n+1 în care n = 5,8,11,14,17,20,23,26, coeficienţii necunoscutelor, rezultă integrînd după regula lui Vereşceaghin în baza relaţiei (4.19) diagramele ; din fig.4.4 şi 4.5. Dacă se scoate factor modulul de elasticitate E iar raportul E/G se înlocuieşte cu valoarea 13/5, coeficienţii pot fi scrişi sub forma :

a. <u>Coeficienţii necunoscutelor ecuaţiei n-1</u>

(4.21) $$\delta_{n-1,n-4} = -y_0\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{y_0^2}{I_m} + \frac{13}{5}\cdot\frac{\chi}{A_m}\right) = \delta_{n-1,n+2} = a$$

(4.22) $$\delta_{n-1,n-3} = -\frac{1}{4}\cdot\frac{p\cdot y_0^2}{I_m} = -\delta_{n-1,n+3} = b$$

(4.23) $$\delta_{n-1,n-2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{y_0^2}{I_m} = \delta_{n-1,n+4} = c$$

$$\delta_{n-1,n} = 0$$ (4.25)

(4.24) $$\delta_{n-1,n-1} = 2\left(\frac{1}{3}\,\frac{y_0^3}{I_m} + \frac{1}{2}\,\frac{p\,y_0^2}{I_0} + \frac{13}{5}\,\frac{\chi\cdot y_0}{A_m}\right) = d$$

$$\delta_{n-1,n+1} = -y_0\left(\frac{y_0}{I_m} + \frac{p}{I_0}\right) = e$$ (4.26)

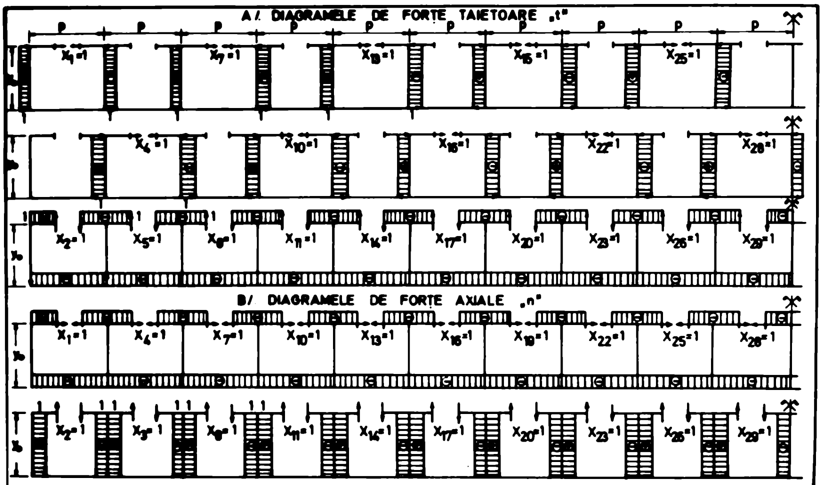


FIG. 4.5. Diagramele de forțe tăietoare și forțe axiale din necunoscutele static nedeterminate

d. Coeficienții necunoscutelor ecuației n

(4.27) $\delta_{n,n-4} = +\frac{1}{4}\frac{p\cdot y_0^2}{I_m} = -\delta_{n-1,n-3} = \delta_{n-1,n+3} = -b$

(4.28) $\delta_{n,n-3} = y_0\left(\frac{1}{4}\frac{p^2}{I_m} - \frac{1}{A_m}\right) = \delta_{n,n+3} = f$

(4.29) $\delta_{n,n-2} = -\frac{1}{2}\frac{p\cdot y_0}{I_m} = g$

(4.30) $\delta_{n,n-1} = \delta_{n-1,n} = 0$

(4.31) $\delta_{n,n} = 2\left(\frac{1}{4}\frac{p^2 y_0}{I_m} + \frac{1}{12}\cdot\frac{p^3}{I_0} + \frac{13}{5}\frac{\chi p}{A_0} + \frac{y_0}{A_m}\right) = h$

$\delta_{n,n+2} = -\frac{1}{4}\frac{p\cdot y_0^2}{I_m} = b$ (4.32)

$\delta_{n,n+4} = \frac{1}{2}\cdot\frac{p\, y_0}{I_m} = -g$ (4.33)

e. Coeficienții necunoscutelor ecuației n + 1

(4.34) $\delta_{n+1,n-4} = \frac{1}{2}\cdot\frac{y_0^2}{I_m} = \delta_{n+1,n+2} = c$

(4.35) $\delta_{n+1,n-3} = \frac{1}{2}\frac{p\, y_0}{I_m} = -g$

(4.36) $\delta_{n+1,n-2} = -\frac{y_0}{I_m} = \delta_{n+1,n+4} = i$

(4.37) $\delta_{n+1,n-1} = -y_0\left(\frac{y_0}{I_m} + \frac{p}{I_0}\right) = e$

(4.38) $\delta_{n+1,\,n} = 0$

(4.39) $\delta_{n+1,\,n+1} = 2\left(\frac{y_o}{I_m} + \frac{p}{I_o}\right) = j$

(4.40) $\delta_{n+1,\,n+3} = -\frac{1}{2}\,\frac{p \cdot y_o}{I_m} = g$

Aşa cum se vede din calculul coeficienţilor necunoscutelor static nedeterminate, unii coeficienţi sînt nuli, iar alţii sînt egali între ei chiar în cadrul grupului de ecuaţii aferente aceluiaşi panou, de aceea s-au notat cu aceeaşi literă.

4.4. CALCULUL TERMENILOR LIBERI AI ECUAŢIILOR DE CONDIŢIE

Termenii liberi ai ecuaţiilor de condiţie din metoda eforturilor, sînt diferiţi în funcţie de natura încărcărilor, în timp ce coeficienţii necunoscutelor determinaţi cu relaţiile (4.21)-(4.40) sînt constanţi pentru o anumită grindă, indiferent de natura încărcărilor.

4.4.1. Calculul termenilor liberi pentru încărcarea cu două forţe concentrate

Pentru încărcarea cu două forţe concentrate simetric dispuse faţă de mijlocul grinzii, la distanţă de 7p de reazim, în fig.4.6 a sînt trasate diagramele de momente şi de forţe tăietoare.

Integrînd diagramele de momente şi de forţe tăietoare din încărcarea exterioară cu cele din necunoscutele static nedeterminate rezultă termenii liberi :

(4.41) $\Delta_{10} = -\frac{1}{2}\,\frac{P p^2 \cdot y_o}{I_o}$

(4.42) $\Delta_{2.0} = -p \cdot P\left(\frac{1}{12} \cdot \frac{p^2}{I_o} - \frac{13}{5}\,\frac{x}{A_o}\right) = \Delta_{50} = \Delta_{80} = \Delta_{11.0} = \Delta_{140} = \Delta_{17.0} = \Delta_{20.0}$

(4.43) $\Delta_{3.0} = \frac{1}{2}\,\frac{p \cdot P}{I_o}$

(4.44) $\Delta_{4.0} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{P p^2 y_o}{I_o}$

(4.45) $\Delta_{6.0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{p^2 \cdot P}{I_o}$

(4.46) $\Delta_{70} = -\frac{5}{2} \cdot \frac{P \cdot p^2 y_o}{I_o}$

(4.47) $\Delta_{90} = \frac{5}{2}\,\frac{p^2 \cdot P}{I_o}$

(4.48) $\Delta_{100} = -\frac{7}{2}\,\frac{P \cdot p^2 y_o}{I_o}$

(4.49) $\Delta_{120} = \frac{7}{2}\,\frac{p^2 \cdot P}{I_o}$

(4.50) $\Delta_{130} = -\frac{9}{2} \cdot \frac{P p^2 y_o}{I_o}$

(4.51) $\Delta_{15.0} = \frac{9}{2}\,\frac{p^2 P}{I_o}$

(4.52) $\Delta_{16.0} = -\frac{11}{2}\,\frac{P p^2 \cdot y_o}{I_o}$

(4.53) $\Delta_{18.0} = \frac{11}{2}\,\frac{p^2 \cdot P}{I_o}$

(4.54) $\Delta_{19.0} = -\frac{13}{5}\,\frac{P \cdot p^2 y_o}{I_o}$

$\Delta_{21.0} = \frac{13}{2}\,\frac{p^2 \cdot P}{I_o}$ (4.55)

$\Delta_{22.0} = -7\,\frac{P \cdot p^2 y_o}{I_o} = \Delta_{25.0} = \Delta_{28.0}$ (4.56)

$\Delta_{23.0} = \Delta_{26.0} = \Delta_{29.0} = 0$ (4.57)

$\Delta_{24.0} = 7 \cdot \frac{p^2 \cdot P}{I_o} = \Delta_{27.0} = \Delta_{30.0}$ (4.58)

În cazul acestei încărcări unii coeficienţi sînt egali.

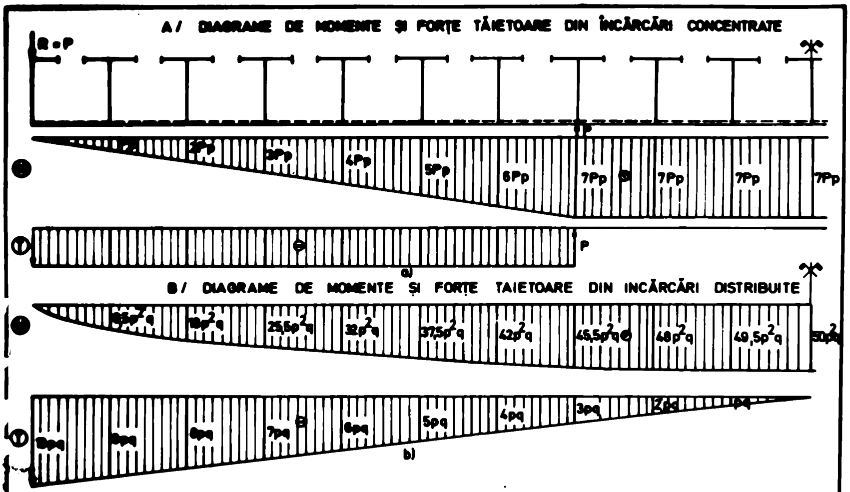


FIG. 4.6 Diagramele de momente şi forţe tăietoare din încărcările exterioare pe sistemul de bază.

4.4.2. Calculul termenilor liberi din încărcarea uniform distribuită

Diagramele de momente şi de forţe tăietoare din încărcarea uniform distribuită sînt cele din figura 4.6 b, iar termenii liberi rezultă din integrarea lor cu diagramele din necunoscutele static nedeterminate.

(4.59) $$\Delta_{1.0} = -\frac{19}{3}\,\frac{p^2 q y_0}{I_0}$$

(4.60) $$\Delta_{2.0} = -\frac{19}{3}p^2 q\left(\frac{1}{12}\cdot\frac{p^2}{I_0} - \frac{13}{5}\,\frac{x}{A_0}\right)$$

(4.61) $$\Delta_{3.0} = \frac{19}{3}\cdot\frac{p^3 q}{I_0}$$

(4.62) $$\Delta_{4.0} = -\frac{91}{6}\cdot\frac{p^3 q y_0}{I_0}$$

(4.63) $$\Delta_{5.0} = -\frac{17}{2}p^2 q\left(\frac{1}{12}\cdot\frac{p^2}{I_0} - \frac{13}{5}\,\frac{x}{A_0}\right)$$

(4.64) $\Delta_{60} = \frac{q_1}{6} \cdot \frac{p^3 q}{I_o}$

(4.65) $\Delta_{70} = -23 \frac{p^3 q \cdot y_o}{I_o}$

(4.66) $\Delta_{80} = -\frac{15}{2} p^2 q \left(\frac{1}{12} \cdot \frac{p^2}{I_o} - \frac{13}{5} \cdot \frac{\chi}{A_o}\right)$

(4.67) $\Delta_{90} = 23 \frac{p^3 q}{I_o}$

(4.68) $\Delta_{100} = -\frac{179}{6} \cdot \frac{p^3 q \cdot y_o}{I_o}$

(4.69) $\Delta_{110} = -\frac{13}{2} p^3 q \left(\frac{1}{12} \cdot \frac{p}{I_o} - \frac{13}{5} \cdot \frac{\chi}{A_o}\right)$

(4.70) $\Delta_{120} = -\frac{179}{6} \cdot \frac{p^3 \cdot q}{I_o}$

(4.71) $\Delta_{130} = -\frac{107}{3} \cdot \frac{p^3 \cdot q \cdot y_o}{I_o}$

(4.72) $\Delta_{140} = -\frac{11}{2} p^2 q \left(\frac{1}{12} \cdot \frac{p^2}{I_o} - \frac{13}{5} \cdot \frac{\chi}{A_o}\right)$

(4.73) $\Delta_{150} = +\frac{107}{3} \frac{p^3 \cdot q}{I_o}$

(4.74) $\Delta_{160} = -\frac{81}{2} \cdot \frac{p^3 q y_o}{I_o}$

(4.75) $\Delta_{170} = -\frac{9}{2} p^2 q \left(\frac{1}{12} \cdot \frac{p^2}{I_o} - \frac{13}{5} \frac{\chi}{A_o}\right)$

(4.76) $\Delta_{180} = +\frac{81}{2} \frac{p^3 q}{I_o}$

(4.77) $\Delta_{190} = -\frac{133}{3} \cdot \frac{p^3 q y_o}{I_o}$

(4.78) $\Delta_{200} = -\frac{7}{2} p^2 q \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{I_o} - \frac{13}{5} \cdot \frac{\chi}{A_o}\right)$

(4.79) $\Delta_{210} = +\frac{133}{3} \cdot \frac{p^3 q}{I_o}$

(4.80) $\Delta_{220} = -\frac{283}{6} \cdot \frac{p^3 q y_o}{I_o}$

(4.81) $\Delta_{230} = -\frac{5}{2} p^2 q \left(\frac{1}{12} \cdot \frac{p^2}{I_o} - \frac{13}{5} \cdot \frac{\chi}{A_o}\right)$

(4.82) $\Delta_{240} = \frac{283}{6} \frac{p^3 q}{I_o}$

(4.83) $\Delta_{250} = -49 \frac{p^3 q y_o}{I_o}$

(4.84) $\Delta_{260} = -\frac{3}{2} p^3 q \left(\frac{1}{12} \cdot \frac{p^2}{I_o} - \frac{13}{5} \cdot \frac{\chi}{A_o}\right)$

(4.85) $\Delta_{270} = 49 \frac{p^3 q}{I_o}$

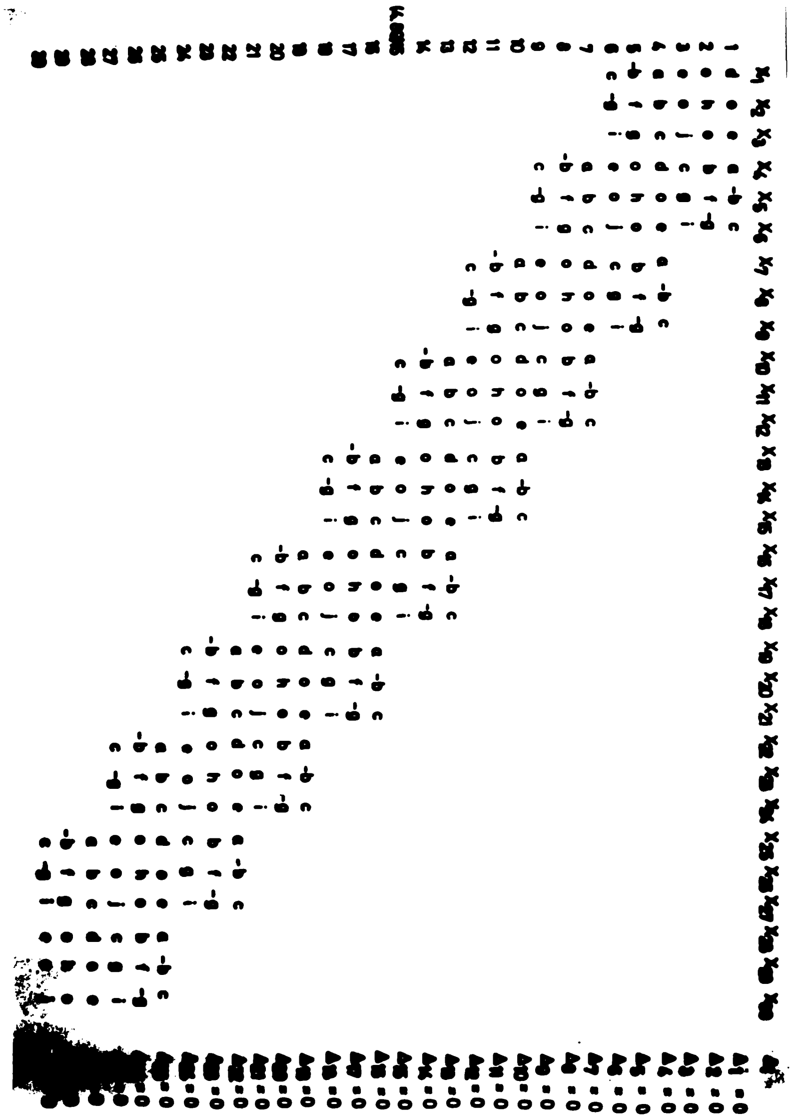
(4.86) $\Delta_{280} = -\frac{299}{6} \cdot \frac{p^3 q y_o}{I_o}$

(4.87) $\Delta_{290} = -\frac{1}{2} p^2 q \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{I_o} - \frac{13}{5} \cdot \frac{\chi}{A_o}\right)$

(4.88) $\Delta_{300} = \frac{299}{6} \cdot \frac{p^3 q}{I_o}$

4.5. [illegible]

Ținînd seama de faptul că mulți coeficienți ai necunoscutelor sînt egali între ei și că fiecare ecuație conține maximum 9 termeni, primele trei și ultimele trei avînd doar 5 termeni cu notațiile simplificate (4.21 – 4.40) ecuațiile pot fi puse sub forma (4.89).



Sistemul de ecuații 4.89 poate fi scris sub formă matricia-lă :

$$(4.90)\quad [A]\{X\}+\{B\}=[0]$$

în care :

– $[A]$ – este o matrice bandă de lățime $\ell = 2m+1 = 9$, integrînd prin aceasta că numărul elementelor diferite de zero de pe fiecare linie și fiecare coloană este ℓ care poate fi scrisă sub forma :

$$(4.91)\ [A]=\begin{bmatrix}
a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 & a_1^4 & a_1^5 & a_1^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 & a_2^4 & a_2^5 & a_2^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 & a_3^4 & a_3^5 & a_3^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\
0 & 0 & 0 & a_{l-1}^{l-4} & a_{l-1}^{l-3} & a_{l-1}^{l-2} & a_{l-1}^{l-1} & a_{l-1}^{l} & a_{l-1}^{l+1} & a_{l-1}^{l+2} & a_{l-1}^{l+3} & a_{l-1}^{l+4} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & a_{l}^{l-4} & a_{l}^{l-3} & a_{l}^{l-2} & a_{l}^{l-1} & a_{l}^{l} & a_{l}^{l+1} & a_{l}^{l+2} & a_{l}^{l+3} & a_{l}^{l+4} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & a_{l+1}^{l-4} & a_{l+1}^{l-3} & a_{l+1}^{l-2} & a_{l+1}^{l-1} & a_{l+1}^{l} & a_{l+1}^{l+1} & a_{l+1}^{l+2} & a_{l+1}^{l+3} & a_{l+1}^{l+4} & 0 & 0 & 0\\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n-2}^{n-5} & a_{n-2}^{n-4} & a_{n-2}^{n-3} & a_{n-2}^{n-2} & a_{n-2}^{n-1} & a_{n-2}^{n}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n-1}^{n-5} & a_{n-1}^{n-4} & a_{n-1}^{n-3} & a_{n-1}^{n-2} & a_{n-1}^{n-1} & a_{n-1}^{n}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n}^{n-5} & a_{n}^{n-4} & a_{n}^{n-3} & a_{n}^{n-2} & a_{n}^{n-1} & a_{n}^{n}
\end{bmatrix}$$

– X – este matricea necunoscutelor sau vectorul necunoscutelor care se prezintă sub formă de matrice coloană (4.92), iar B este matricea coloană a termenilor liberi (4.93)

$$(4.92)\ \{X\}=\begin{Bmatrix} X_1\\ X_2\\ \vdots\\ X_l\\ \vdots\\ X_n\end{Bmatrix} \qquad\qquad (4.93)\ \{B\}=\begin{Bmatrix} \Delta_{10}\\ \Delta_{20}\\ \vdots\\ \Delta_{l0}\\ \vdots\\ \Delta_{n0}\end{Bmatrix}$$

In sistemul de ecuaţii (4.89) intră caracteristicile geometrice ale profilului ajurat, de aceea pentru calculul practic se poate face o predimensionare a profilelor ajurate cu metoda simplificată prezentată în capitolul 3 şi apoi cu caracteristicile geometrice respective se calculează coeficienţii δ_{ij} şi Δ_i şi se scrie sistemul de ecuaţii (4.89) care prin rezolvare conduce la găsirea necunoscutelor.

In cazul acestor profile folosirea rapoartelor momentelor de inerţie şi a ariilor tălpilor respectiv a montanţilor, nu este raţională deoarece şi aşa la scrierea coeficienţilor δ_{ij} a necunoscutelor şi a termenilor liberi, trebuie ţinut seama de caracteristici geometrice dimensionale ale profilelor ajurate prin y_0 şi p, ceea ce presupune alegerea unui profil anumit.

4.6. REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUAŢII

Sistemul de ecuaţii (4.89) este un sistem liniar, la care membrul întîi a acestor ecuaţii se repetă tot după trei ecuaţii. Rezolvarea numerică a sistemelor liniare de ecuaţii algebrice cu un număr mare de necunoscute prezintă deosebit interes în literatura ştiinţifică şi tehnică. Rezolvarea sistemelor liniare de ecuaţii algebrice este cunoscută din punct de vedere teoretic.

Cu ajutorul regulei lui Cramer, de exemplu se poate rezolva un sistem liniar de "n" ecuații algebrice cu "n" necunoscute, dacă se pot calcula valorile a "n+1" determinanți, care conțin $n!$ operații de înmulțire fiecare. Practic însă acest lucru este aproape imposibil de făcut în cazul cînd numărul "n" al ecuațiilor este foarte mare. Astfel pentru un sistem cu n = 30 de ecuații trebuie făcute $n!$ operații pentru fiecare determinant, adică aproximativ $2{,}9\cdot 10^{32}$ operații de înmulțire, ceea ce pentru un calculator obișnuit cu o viteză de $2{,}5\cdot 10^{6}$ operații pe secundă înseamnă că s-ar realiza în 10^{26} secunde adică în aproximativ $3\cdot 10^{18}$ ani, ceea ce este imposibil de realizat.

La grinzi din profile ajurate cu deschideri mari numărul golurilor este mult mai mare decît în cazul grinzilor considerate, ceea ce face ca numărul ecuațiilor să fie mai mare și deci rezolvarea să devină și mai dificilă. In acest caz rezolvarea sistemului de ecuații trebuie făcută cu alte metode care să reducă volumul de calcul.

Metodele de rezolvare a sistemelor liniare pot fi grupate în două categorii metode exacte care dau soluția exactă a sistemului, printr-un număr finit de operații făcînd abstracție de erorile de rotunjire și metode iterative care dau soluția ca limită a unui șir de soluții aproximative.

Metodele exacte pot fi directe cînd soluția se găsește fără a calcula inversa matricei sistemului, sau indirecte cînd soluția se calculează cu ajutorul inversei matricii. Metodele directe sînt echivalente, adică trebuie să conducă la aceeași soluție, deosebirea constînd doar în numărul de operații (înmulțiri, împărțiri, adunări și extrageri de radicali) care se efectuează și în ordinea lor la găsirea soluției.

1. Metoda directă a lui Gauss. Dacă majoritatea elementelor matricii A a sistemului sînt diferite de zero, și programul de rezolvare cu calculatorul folosește numai memoria principală a acestuia, atunci nu există un algoritm care să dea o soluție mai exactă și în timp mai scurt ca cea oferită de metoda lui Gauss.

In metoda Gauss numărul total de operații pentru rezolvarea unui sistem liniar cu n ecuații este de : $\frac{n(n-1)(2n+5)}{6}$ înmulțiri, tot atîtea adunări și $\frac{n(n+1)}{2}$ împărțiri.

In 1965 Klinev și Kokovkin-Cerbak au arătat că în cazul general al unui sistem de "n" ecuații algebrice liniare, rezolvarea acestuia nu se poate face cu un număr mai mic de operații decît cel din metoda eliminării a lui Gauss. In literatura matematică există mai multe variante echivalente algebric a metodei lui Gauss, ele diferind doar prin modul de păstrare a matricei în memorie, ordinea calculelor, modul de anunţare a erorilor şi modul de precizare a calculului soluţiei.

2. Metoda compactă a lui Gauss este o variantă a metodei eliminării a lui Gauss, care poate fi prezentată dacă se consideră un sistem care pentru uşurinţă se admite format din n = 4 ecuaţii.

$$
(4.94)\qquad
\begin{aligned}
a_{11}^{0}x_1 + a_{12}^{0}x_2 + a_{13}^{0}x_3 + a_{14}^{0}x_4 &= a_{15}^{0}\\
a_{21}^{0}x_1 + a_{22}^{0}x_2 + a_{23}^{0}x_3 + a_{24}^{0}x_4 &= a_{25}^{0}\\
a_{31}^{0}x_1 + a_{32}^{0}x_2 + a_{33}^{0}x_3 + a_{34}^{0}x_4 &= a_{35}^{0}\\
a_{41}^{0}x_1 + a_{42}^{0}x_2 + a_{43}^{0}x_3 + a_{44}^{0}x_4 &= a_{45}^{0}
\end{aligned}
$$

Coeficienţii iniţiali precum şi rezultatele intermediare şi finale se aşează sub forma următoare :

$$
(4.95)\qquad
\begin{array}{ccccc}
a_{11}^{0} & a_{12}^{0} & a_{13}^{0} & a_{14}^{0} & a_{15}^{0}\\
a_{21}^{0} & a_{22}^{0} & a_{23}^{0} & a_{24}^{0} & a_{25}^{0}\\
a_{31}^{0} & a_{32}^{0} & a_{33}^{0} & a_{34}^{0} & a_{35}^{0}\\
a_{41}^{0} & a_{42}^{0} & a_{43}^{0} & a_{44}^{0} & a_{45}^{0}\\
\hline
b_{11}^{1} & c_{12}^{2} & c_{13}^{2} & c_{14}^{2} & c_{15}^{2}\\
b_{21}^{1} & b_{22}^{3} & c_{23}^{4} & c_{24}^{4} & c_{25}^{4}\\
b_{31}^{1} & b_{32}^{3} & b_{33}^{5} & c_{34}^{6} & c_{35}^{6}\\
b_{41}^{1} & b_{42}^{3} & b_{43}^{5} & b_{44}^{7} & c_{45}^{8}\\
\hline
x_1^{12} & x_2^{11} & x_3^{10} & x_4^{9} &
\end{array}
$$

Prima jumătate a schemei (4.95), cuprinde coeficienţii şi termenii liberi ai sistemului iniţial, iar în jumătatea doua se trec rezultatele intermediare şi finale. Indicii superiori arată ordinea primirii rezultatelor. Coeficienţii b_{11}^{1} $(i = 1,2...4)$ coincid cu a_{11}^{0} iar coeficienţii c_{ij}^{2} se calculează din relaţia :

$$
(4.96)\qquad c_{ij}^{2} = \frac{a_{ij}^{0}}{b_{11}^{1}} \quad (j = 2,3,4,5)
$$

astfel încît prima ecuaţie devine :

$$
(4.97)\qquad x_1 + c_{12}^{2}x_2 + c_{13}^{2}x_3 + c_{14}^{2}x_4 = c_{15}^{2}
$$

Cu ajutorul acestei ecuaţii se poate elimina x_1 din celelalte trei ecuaţii dacă se scoate x_1 din (4.97) şi se înlocuieşte în celelalte ecuaţii din (4.94) iar coeficienţii b_{12}^{3} ai necunoscutei x_2 vor fi :

$$
(4.98)\qquad b_{i2}^{3} = a_{i2}^{0} - b_{i1}^{1}c_{12}^{2} \quad (i = 2,3,4)
$$

Făcînd ca în a doua ecuaţie, după eliminarea lui x_1, coeficientul lui x_2 să fie egal cu 1 ecuaţia devine :

$$
(4.99)\qquad x_2 + c_{23}^{4}x_3 + c_{24}^{4}x_4 = c_{25}^{4}
$$

în care :

$$
(4.100)\qquad c_{2j}^{4} = \frac{a_{2j}^{0} - b_{21}^{1}\cdot c_{1j}^{2}}{b_{22}^{3}} \quad (j = 3,4,5)
$$

Scoţînd pe x_2 din (4.99) şi înlocuindu-l alături de x_1 din (4.97) şi înlocuind în ecuaţiile a treia şi a patra din 4.94 rezultă coeficientul lui x_3

$$
(4.101)\qquad b_{i3}^{5} = a_{i3}^{0} - b_{i1}^{1}c_{13}^{2} - b_{i2}^{3}\cdot c_{23}^{4} \quad (i = 3,4)
$$

iar ecuația a 3-a devine dacă se împarte cu coeficientul lui x_3

(4.102) $x_3 + c_{34}^6 x_4 = c_{35}^6$

în care :

(4.103) $c_{3j}^6 = \frac{a_{3j}^0 - b_{31}^1 \cdot c_{1j}^2 - b_{32}^3 \cdot c_{2j}^4}{}$ $(j = 4, 5)$

și apoi eliminînd pe x_3 coeficientul lui x_4 devine :

(4.104) $b_{44}^7 = a_{44}^0 - b_{41}^1 \cdot c_{14}^2 - b_{42}^3 \cdot c_{24}^4 - b_{43}^5 \cdot c_{34}^6$

iar ecuația a 4-a dacă se împarte cu coeficientul lui x_4 devine :

(4.105) $x_4 = c_{45}^8$

în care :

(4.106) $c_{45}^8 = \frac{a_{45}^0 - b_{41}^1 \cdot c_{15}^2 - b_{42}^3 c_{25}^4}{b_{44}^7}$

În cazul general al unui număr n de ecuații cu tot atîtea necunoscute, se pot scrie coeficienții b_{ij}^{2j-1} și c_{jl}^{2j} sub forma :

(4.107) $b_{ij}^{2j-1} = a_{ij}^0 - \sum_{k=1}^{j-1} b_{ik}^{2k-1} c_{kj}^{2k}$ $(i = j, j+1 \ldots\ldots n)$

(4.108) $c_{jl}^{2j} = \frac{a_{jl}^0 - \sum_{k=1}^{j-1} b_{jk}^{2k-1} \cdot c_{kl}^{2k}}{b_{jj}^{2j-1}}$ $(l = j+1, j+2 \ldots\ldots n+1)$

iar necunoscutele $x_n, x_{n-1}, \ldots x_1$ rezultă succesiv din sistemul de ecuații :

(4.109) $x_i + \sum_{k=i+1}^{n} c_{ik}^{2i} x_k = c_{i,n+1}^{2i}$ $(i = n, n-1 \ldots\ldots 1)$

La metoda lui Gauss compactă numărul de operații este același ca la metoda obișnuită, dar ea este mai comodă deoarece numărul înregistrărilor în tabelă este mai mic, iar sumele care intră în coeficienții b_{ij}^{2j-1}, c_{jl}^{2j} se pot calcula ușor cu mașini de calcul simple. Metoda se complică la un număr mare de ecuații.

3. Metoda indirectă a descompunerii matricei în blocuri

Această metodă se bazează pe calculul inversei unei matrici cu ajutorul descompunerii sale în blocuri convenabile. Dacă A este o matrice pătrată nesingulară al cărui determinant atașat este diferit de zero ea se poate descompune în blocuri sau submatrici convenabile și anume :

(4.110) $[A] = \begin{bmatrix} A_{11}(r,r), A_{12}(r,s) \\ A_{21}(s,r), A_{22}(s,s) \end{bmatrix}$

În parantezele mici sînt scrise ordinele submatricelor din blocuri, prima literă indicînd numărul de linii iar a doua numărul de coloane, astfel că dacă n este ordinul matricei pătrate inițiale $[A]$ rezultă :

(4.111) $r + s = n$

În acest caz matricea inversă a matricei A este de forma:

(4.112) $[B] = [A^{-1}] = \begin{bmatrix} B_{11}(r,r) & B_{12}(r,s) \\ B_{21}(s,r) & B_{22}(s,s) \end{bmatrix}$

care satisface relația :

(4.113) $[B] \cdot [A] = [A^{-1}][A] = [U_n]$

în care $[U_n]$ este matricea unitate de ordinul n.

Dacă se fac înmulţirile celor două matrici rezultă ecuaţiile :

$$(4.114)\quad \begin{aligned} &B_{11}A_{11} + B_{12}A_{21} = U_r \\ &B_{11}A_{12} + B_{12}A_{22} = 0 \\ &B_{21}A_{11} + B_{22}A_{21} = 0 \\ &B_{21}A_{12} + B_{22}A_{22} = U_s \end{aligned}$$

Acest sistem de ecuaţii matriceală, trebuie rezolvat în raport cu matricele care intră în descompunerea ~~în~~ submatrici a matricei inverse $[B] [= A^{-1}]$ şi se obţine :

$$(4.115)\quad B_{11} = A_{11}^{-1} + X\Theta^{-1}Y \quad ; \quad B_{21} = -\Theta^{-1}Y$$
$$B_{12} = -X\Theta^{-1} \qquad B_{22} = \Theta^{-1}$$

în care :

$$X = A_{11}^{-1} A_{22}$$
$$(4.116)\quad \Theta = A_{22} - YA_{12} = A_{22} - A_{21}X$$

Aceste ecuaţii definesc matricea inversă $[B] = [A^{-1}]$ în cazul cînd există matricile inverse $[A_{11}^{-1}]$ şi $[\Theta^{-1}]$ deoarece dacă se cunoaşte matricea inversă A_{11}^{-1}, matricile X, I, se obţin prin înmulţirile (4.112).

In acest fel inversarea unei matrice de ordinul n, se reduce la inversarea unor matrici de ordin mai mic. Alegerea submatricilor din blocuri se face convenabil încît să conducă la matrici de tip A_{11} şi ale căror inverse se pot calcula mai simplu.

4. Metode de rezolvare a matricilor bandă. Matricile pătrate la care mai multe elemente sînt nule, iar elementele ne-nule sînt aşezate simetric faţă de diagonala principală poartă denumirea de matrici bandă. Lăţimea benzii în care sînt grupate elementele diferite de zero, în vecinătatea diagonalei principale este 2m+1, şi la care toţi termenii $a_{ij} = 0$ dacă $|i-j| > m$ în care $m = \frac{\ell - 1}{2}$, ℓ fiind numărul elementelor diferite de zero de pe o linie sau coloană.

Matricea coeficienţilor sistemului de ecuaţii, din (4.89) este o astfel de matrice bandă.

In acest caz dacă $[A]$ este matricea bandă, atunci se poate considera o matrice $[\bar{A}]$ formată din matricea $[A]$ prin eliminarea primelor "m" coloane şi a ultimelor "m" linii. Matricea $[\bar{A}]$ este inferior triunghiulară de mărime n-m, n fiind numărul liniilor şi coloanelor matricei $[A]$. Dacă se notează cu x vectorul :

$$(4.117)\quad \langle \bar{x} \rangle = \langle x_{m+1} \; \cdots\cdots\cdots \; x_n \rangle$$

şi cu $u_1, u_2, \ldots u_s$ coloanele matricei $[A]$ din care s-au eliminat ultimele m elemente, iar b este vectorul care se obţine din $[B]$ în acelaşi mod, atunci dacă nu sînt luate în considerare ultimele "m" ecuaţii se obţine :

$$(4.118) \quad [\bar{A}] < \bar{x} > = < \bar{b} > < x_1 \bar{U}_1 + \ldots\ldots\ldots\ldots + x_m \bar{U}_m >$$

Deoarece matricea A este triunghiulară, înseamnă că ea este şi inversabilă şi poate fi scrisă relaţia :

$$(4.119) \quad < \bar{x} > = < \bar{A}^{-1} b - x_1 \bar{A}^{-1} \bar{U}_1 \ldots\ldots\ldots\ldots - x_m A^{-1} \bar{U}_m >$$

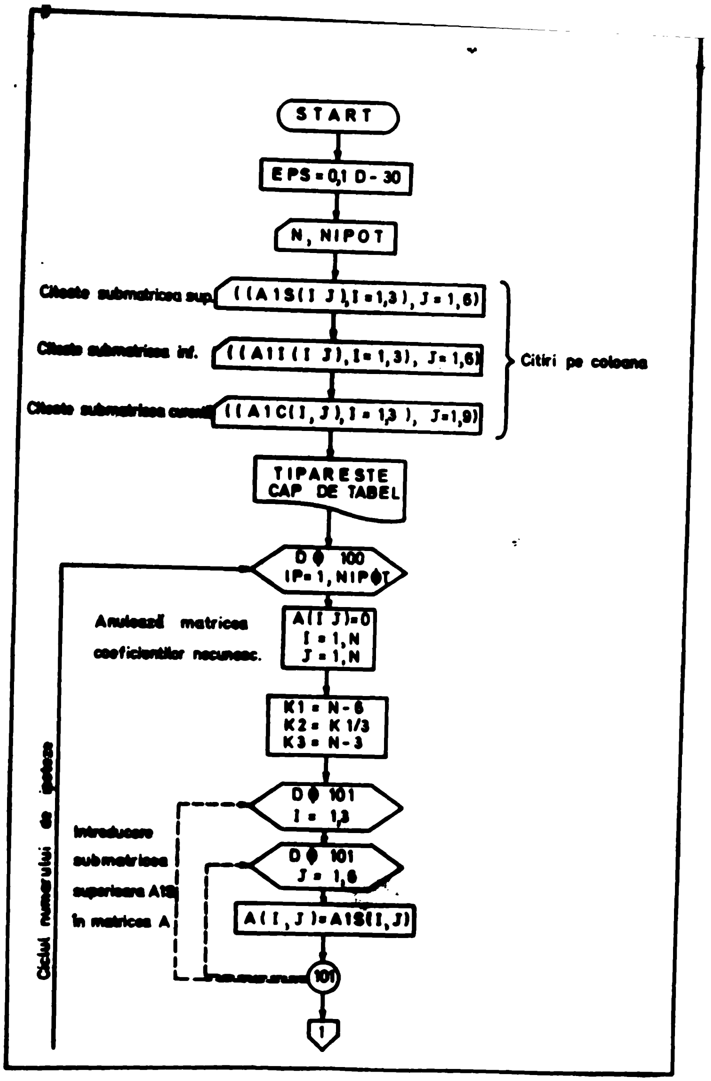
de unde rezultă necunoscutele x_{n+1} ..... x_n în funcţie de necunoscutele x_1 .... x_n. Rezolvînd apoi sistemul format din ultimele n ecuaţii, în care x_K cu K n se exprimă funcţie de $x_1 \ldots x_n$ şi deci sistemul va rămîne cu n ecuaţii cu n necunoscute, se obţin valorile acestor necunoscute $x_1 \ldots x_n$, care apoi înlocuite în 4.119 conduc la găsirea necunoscutelor $x_{n+1} \ldots x_n$. Acest mod de calcul permite reducerea volumului de lucru, deoarece rezolvarea unui sistem de "n" ecuaţii cu "n" necunoscute se reduce la rezolvarea unui sistem de "m" ecuaţii cu "m" necunoscute, care în cazul unui număr "n" mic de ecuaţii poate fi rezolvat cu o maşină de calcul obişnuită.

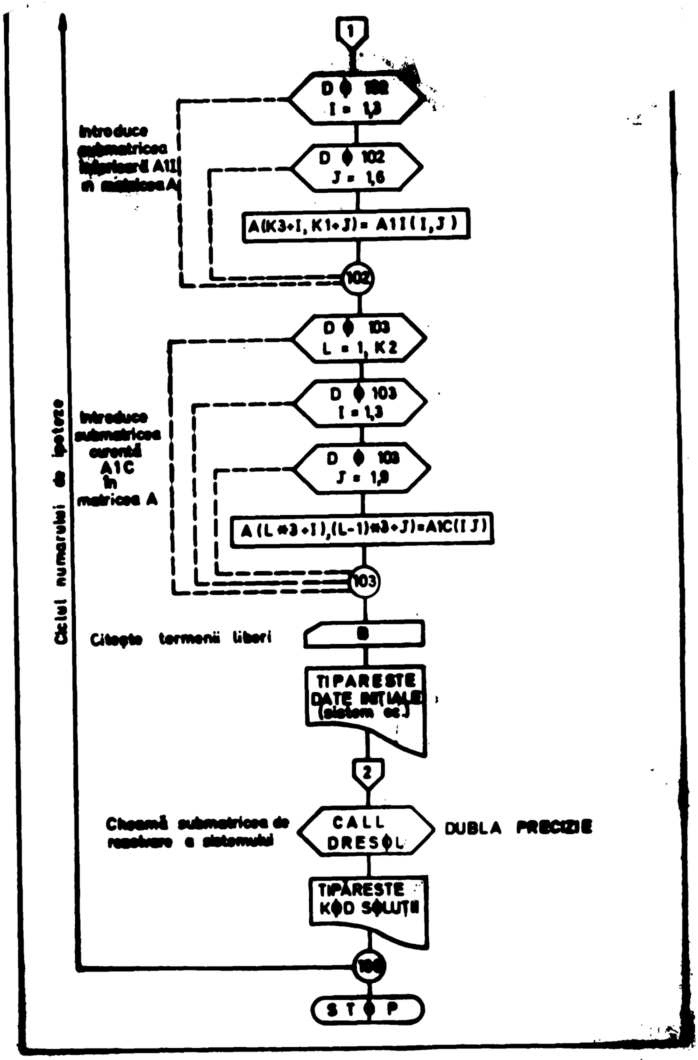
Toate aceste metode prezentate, devin incomode dacă numărul ecuaţiilor este mare, cum este cazul pentru grinzile ajurate cu deschideri mari şi care au deci un număr mare de goluri.

In acest caz rezolvarea acestui sistem de ecuaţii liniare trebuie făcută cu ajutorul calculatorului electronic.

Pentru matricea bandă, scrisă pentru profilele ajurate, care are unele particularităţi în sensul că are trei submatrici distincte prima ce conţine primele 3 ecuaţii notată cu A1S, a doua formată din ultimele trei ecuaţii A1I şi una curentă care se repetă de $\frac{N-6}{3}$ ori notată cu A1C, organigrama programului, pentru N ecuaţii, cu NIP ? - numărul de ipoteze, adică de vectori termeni liberi, poate fi scrisă sub forma :

....


START
EPS = 0,1 D - 30
N, NIPOT
Citeste submatricea sup.
((A1S(I J),I = 1,3), J = 1,6)
Citeste submatricea inf.
((A1I(I J),I = 1,3), J = 1,6)
Citeste submatricea curentă
((A1C(I, J),I = 1,3), J = 1,9)
Citiri pe coloana
TIPARESTE CAP DE TABEL
DØ 100 IP = 1, NIPØT
Anulează matricea coeficientilor necunosc.
A(I J) = 0 I = 1,N J = 1,N
K1 = N - 6
K2 = K 1/3
K3 = N - 3
DØ 101 I = 1,3
Introducere submatricea superioara A1S în matricea A
DØ 101 J = 1,6
A(I, J) = A1S(I, J)
101
1
Ciclul numarului de ipoteze



Pentru rezolvarea acestui sistem matricial se foloseşte,subprogramul DEKSOL cu dublă precizie,aflat în biblioteca Centrului teritorial de calcul Timişoara.

Pentru grinzile verificate şi încercate experimental s-a întocmit programul pe baza organigramei de mai sus,şi s-a rezolvat sistemul de 30 de ecuaţii cu 30 de necunoscute.

Acest program ca şi soluţiile sistemului de ecuaţii sînt redate în capitolul 9 atît pentru grinzi din profile cu goluri hexagonale cît şi pentru grinzi din profile cu goluri circulare,unde s-a făcut calculul grinzilor încercate experimental şi unde sînt prezentate comparaţii între calculul exact şi cel simplificat al grinzilor ajurate.

CAPITOLUL 5
CALCULUL SIMPLIFICAT AL ELEMENTELOR DIN PROFILE AJURATE SOLICITATE LA INCOVOIERE CU COMPRESIUNE

5.1. GENERALITATI

Profilele ajurate atît cele obişnuite,cît şi cele cu goluri circulare,pot fi folosite pe scară largă şi la elementele solicitate la încovoiere cu compresiune,întîlnite des în construcţii metalice.Din categoria acestor elemente fac parte următoarele :

- stîlpii metalici independenţi,sau stîlpii cadrelor transversale a halelor industriale cu deschideri mici,solicitaţi la încovoiere şi compresiune ;
- riglele cadrelor transversale ale halelor uşoare,realizate ca rigle drepte sau curbe solicitate de asemenea la încovoiere şi compresiune ;
- riglele cadrelor transversale ale clădirilor înalte ;
- stîlpii şi consolele cadrelor de tip peron.

5.2. CALCULUL ELEMENTELOR DIN PROFILE AJURATE CU GOLURI HEXAGONALE SI OCTOGONALE

Calculul elementelor din profile ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale supuse la încovoiere cu compresiune se face în mod simplificat suprapunînd peste efectul încovoierii şi pe cel produs de forţa axială de compresiune.

5.2.1. Calculul şi verificarea de rezistenţă a tălpilor profilelor ajurate

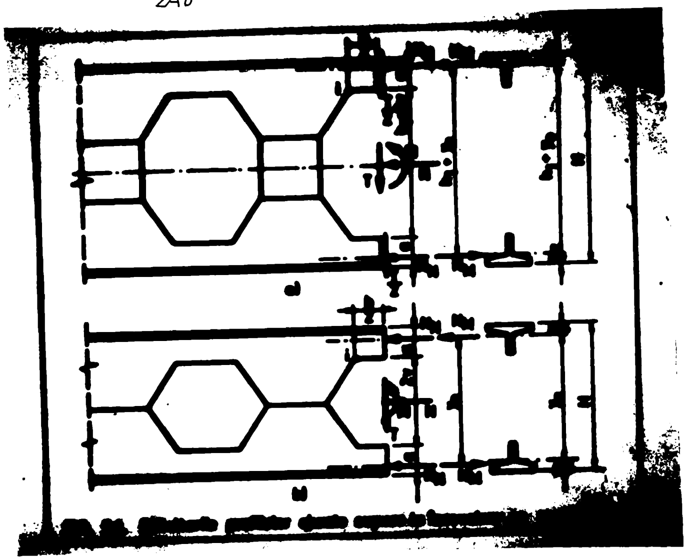
In elementele construcţiilor metalice supuse la solicitare de încovoiere cu forţă axială de compresiune, iau naştere într-o secţiune oarecare trei solicitări : momentul încovoietor M,forţa tăietoare T şi forţa axială N.

Pentru calculul profilelor ajurate solicitările se determină în dreptul axului golului în care efectul lor însumat este cel mai mare (fig.5.1).

Secţiunea în care se face verificarea eforturilor unitare normale este şi în acest caz secţiunea din colţul golurilor.

Solicitările din fig.5.1 dau naştere unor eforturi unitare normale şi tangenţiale.Pentru a determina eforturile unitare normale însumate se suprapune peste efortul unitar normal produs de moment şi forţa tăietoare determinat cu relaţia (3.5) efortul unitar normal σ_N produs de forţa axială de compresiune N care se consideră repartizată în mod egal la cele două profile T(N/2) şi care rezultă din relaţia :

$$\sigma_N = \frac{N}{2A_0} \qquad (5.1)$$



iar efortul însumat, respectiv condiţia de verificare poate fi scrisă sub forma următoare :

- pentru profile ajurate cu goluri octogonale :

$$\sigma = \frac{1}{(h_1+y_0)A_0}\left[\frac{N(h_1+y_0)}{2} + M + \alpha' T\right] \leq \sigma_a \qquad (5.2)$$

- pentru profile ajurate cu goluri hexagonale ($h_1=0$)

$$\sigma = \frac{1}{y_0 A_0}\left(\frac{N y_0}{2} + M + \alpha'' T\right) \leq \sigma_a \qquad (5.2\,a)$$

în care α' şi α'' sînt notaţiile (3.4) şi (3.4a).

Verificarea eforturilor unitare normale cu relaţiile (5.2) şi (5.2a) se face în secţiunea unde suma eforturilor este maximă. Ţinînd seama de faptul că forţa axială este în general constantă şi aportul ei la efortul însumat este redusă, secţiunea de calcul se stabileşte analitic sau grafic cum este arătat în paragraful 3.2.1.1 şi în figura 3.5 funcţie de moment şi forţa tăietoare.

Variaţia eforturilor unitare din cele trei solicitări este asemănătoare cu cea de la încovoiere cu deosebirea că se mai suprapun solicitări constante de compresiune, care fac ca unul din profilele T care este comprimat şi din încovoiere să fie mai solicitat.

Valorile coeficienţilor α' şi α'' se calculează sau se scot din fig.3.2 şi 3.3.

Eforturile unitare tangenţiale se calculează ca şi la elementele supuse numai la încovoiere cu relaţia (3.12).

În afară de verificarea eforturilor unitare normale şi tangenţiale este necesar să se facă şi verificarea eforturilor unitare echivalente. Verificarea eforturilor unitare echivalente se face în în secțiunea din axul golurilor mai solicitate, în dreptul axei profilelor T cu relația :

$$\sigma_{ech} = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_M)^2 + 3\tau^2} \leq 1,1\,\sigma_a \qquad (5.3)$$

Înlocuind eforturile σ_M, σ_N și τ calculate în aceeași secțiune rezultă relațiile de verificare :

- pentru profile ajurate cu goluri octogonale :

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\left[\frac{N}{2A_o} + \frac{M}{(h_1 + y_o)A_o}\right]^2 + 3\,\frac{T^2 S_x^2}{4d^2 I_o^2}} \leq 1,1\,\sigma_a \qquad (5.4)$$

- pentru profile ajurate cu goluri hexagonale :

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\left(\frac{N}{2A_o} + \frac{M}{y_o A_o}\right)^2 + 3\,\frac{T^2 S_x^2}{4d^2 I_o^2}} \leq 1,1\,\sigma_a \qquad (5.4a)$$

mărimile au semnificațiile arătate în capitolul 2 și 3.

5.2.2. Verificarea de rezistență și a stabilității montanților

Întrucît verificarea de rezistență și a stabilității montanților se face numai la acțiunea forței tăietoare, aceasta se face așa cum s-a arătat în paragrafele 3.2.2 și 3.2.3.

5.2.3. Verificarea stabilității elementelor supuse la încovoiere cu compresiune

Elementele realizate din profile ajurate, supuse la încovoiere cu compresiune (cazul stîlpilor), au tendința de a-și pierde stabilitatea datorită eforturilor de compresiune care iau naștere din forța axială și din momentul încovoietor. Pentru verificarea stabilității, profilele ajurate solicitate la încovoiere cu compresiune, pot fi asemănate cu barele alcătuite din elemente mult depărtate unul de altul și legate între ele cu plăcuțe.

Verificarea stabilității propusă în "Instrucțiunile tehnice de proiectare a elementelor construcțiilor metalice alcătuite din profile cu goluri în inimă [3] se face ca pentru barele depărtate (în acest caz profilele T) legate din loc în loc, cu plăcuțe (în cazul profilelor ajurate montanții) și comportă două verificări ; verificarea întregului profil și verificarea ramurei celei mai comprimate.

5.2.3.1. Verificarea stabilității întregului profil ajurat

Verificarea stabilității se face cu relațiile date de STAS 763/1-71

$$\sigma = \frac{N}{\varphi_{min} A_1} + \frac{M}{W_1} \leq \sigma_a \qquad (5.5)$$

în care A_1 și W_1 sînt caracteristicile geometrice ale întregii secțiuni în dreptul axului golurilor ;

φ_{min} - este coeficientul de flambaj minim al barei.

Coeficienții de flambaj se iau din tabelele 42 pentru OL 37 și 44 pentru oțelul OL 52 din STAS 763/1-71, funcție de zvelteţea maximă .

Coeficienţii de zvelteţe λ faţă de axele x şi y se calculează ţinînd seama că axa x nu taie materialul, iar axa y taie materialul secţiunii (profilele T) fig.5.2.

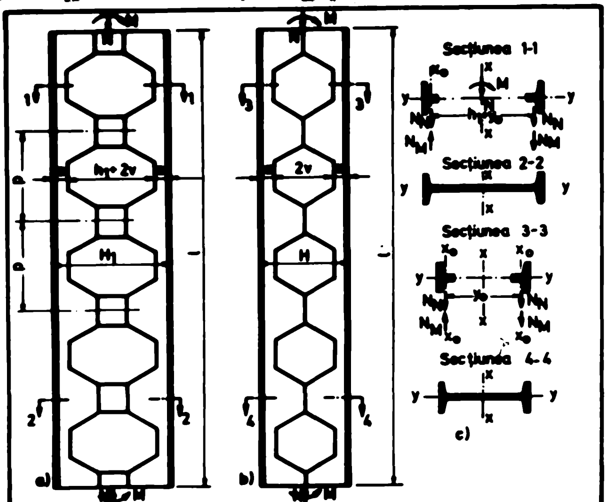


FIG. 5.2. Elemente din profile ajurate solicitate la încovoiere cu compr.

În aceste condiţii coeficientul de zvelteţe faţă de axa x care nu taie materialul este :

(5. 6) $\lambda_{x+r} = \sqrt{\lambda_x^2 + \lambda_o^2}$

în care λ_x - este coeficientul de zvelteţe al întregii secţiuni în raport cu axa x.

(5. 7) $\lambda_x = \frac{l_{fx}}{i_x}$

λ_o - este coeficientul de zvelteţe a unui singur profil T în raport cu axa x_o paralelă cu axa x (fig.5.2.c)

(5. 8) $\lambda_o = \frac{l_{fo}}{i_o} = \frac{P}{i_o}$

- este lungimea de flambaj a elementului realizat din profile ajurate în raport cu axa x ce nu taie materialul care se ia conform STAS 763/1-71 ;

i_x - este raza de giraţie a întregii secţiuni din dreptul golurilor

(5. 9) $i_x = i_1 = \sqrt{\frac{I_1}{A_1}}$

I_1 şi A_1 se iau din anexa 2 şi au semnificaţiile arătate în capitolul 2 ;

l_{fo} - este lungimea de flambaj a unui singur profil T egală cu : (5.10) $l_{fo} = P$

- este raza de giraţie a unui singur profil T

(5. 11) $i_o = \sqrt{\frac{I_o}{A_o}}$

I_o, A_o avînd semnificaţiile din cap.2 şi sînt date în anexa 1.

Coeficientul de zvelteţe faţă de axa y care taie materialul este :

(5. 12) $\lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y}$

în care : l_y - este lungimea de flambaj a profilului ajurat în raport cu axa y egală cu distanța dintre punctele de fixare în afara planului său de rigiditate maximă conform STAS 763/1-71 ;

i_y - este raza de girație a profilului întreg în raport cu axa y (anexa 2).

5.2.3.2. Verificarea stabilității ramurei celei mai comprimate

Datorită acțiunii simultane a forței axiale și a momentului încovoietor, una din ramurile formate din profilele T ale profilului ajurat este mai comprimată. Considerînd secțiunea formată din cele două profile T, forța axială ce revine ramurei celei mai comprimate, se obține împărțind forța axială N în mod egal la cele două profile T, iar momentul se descompune într-un cuplu (capitolul 3) și rezultă:

(5.13) $N_r = \frac{N}{2} + \frac{M}{h+y_0}$ pentru profile cu goluri octogonale

(5.13a) $N_r = \frac{N}{2} + \frac{M}{y_0}$ pentru profile cu goluri hexagonale

Stabilitatea ramurei celei mai comprimate se verifică cu relația :

(5.14) $\sigma_r = \frac{N}{\varphi_{rmin} A_0} \leq \sigma_a$

în care φ_{rmin} - este coeficientul de flambaj minim a ramurei celei mai comprimate care se scoate din tabele pentru zveltețea maximă dintre $\lambda_{xr} = \lambda_0$ din relația (5.8) și $\lambda_{yr} = \lambda_y$ din relația (5.12).

5.2.3.3. Verificarea rigidității profilelor ajurate

Elementele supuse la compresiune cu încovoiere, realizate din profile ajurate trebuie să aibă asigurată zveltețea necesară, verificată de relația :

(5.15) $\lambda_{max} \leq \lambda_a$

λ_{max} fiind valoarea maximă dintre λ_{xtr} și λ_y iar λ_a zveltețea admisă care este dată în STAS 763/1-71.

Săgeata elementelor supuse la compresiune cu încovoiere se calculează la fel ca și la elementele supuse la încovoiere.

5.3. CALCULUL ELEMENTELOR DIN PROFILE AJURATE CU GOLURI CIRCULARE ȘI OVALE

Considerînd elementele realizate din profile ajurate cu goluri circulare și ovale, supuse la încovoiere cu compresiune, ca niște bare formate din elemente depărtate și legate cu plăcuțe, condițiile de verificare se deduc suprapunînd peste eforturile calculate din încovoiere și pe cele din forța axială.

5.3.1. Calculul și verificarea de rezistență a tălpilor profilelor ajurate

Din cele trei solicitări care iau naștere ca și la profilele ajurate cu goluri hexagonale ; momentul M, forța tăietoare T și cea axială N, eforturile unitare normale se obțin suprapunînd peste eforturile din încovoiere determinate în cap.3 eforturile din forța axială (fig.5.3).

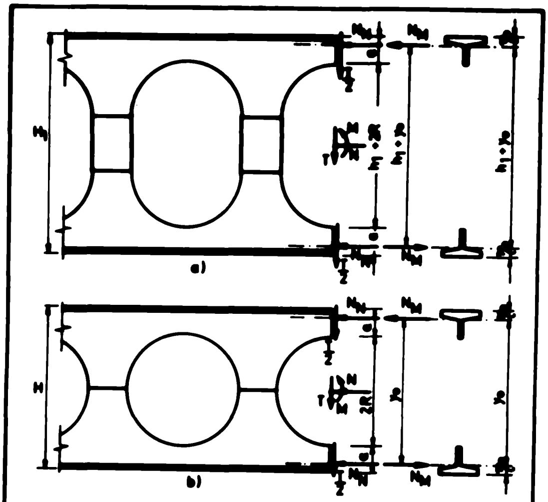


FIG. 5.3. Solicitările elementelor supuse la încovoiere cu compresiune.

Datorită formei golurilor, trebuie verificate eforturile în axul golurilor și în secțiunea curentă.

In secțiunea din axul golurilor iau naștere eforturi numai din forța axială N și din moment care se verifică cu relația :

$$(5.16)\quad \sigma_0 = \frac{1}{A_0}\left(\frac{N}{2} + \frac{M}{h_1+y_0}\right) \leq \sigma a \qquad \text{pentru goluri ovale}$$

$$(5.16a)\quad \sigma_0 = \frac{1}{A_0}\left(\frac{N}{2} + \frac{M}{y_0}\right) \leq \sigma a \qquad \text{pentru goluri circulare}$$

In secțiunea curentă definită prin unghiul φ, efortul însumat se obține suprapunînd peste efortul din moment și forța tăietoare dat de relațiile (3.89) și (3.89.a) și efortul produs de forța axială N care acționează prin efectul de forța axială și de moment local ca în fig.5.4 egal cu :

$$(5.17)\quad \sigma_N = \frac{N}{2A\varphi} - \frac{N\Delta\eta}{2W\varphi i} = \frac{N}{2}\left(\frac{1}{A\varphi} - \frac{\Delta\eta}{W\varphi i}\right) = \frac{N}{2}\theta$$

θ fiind notația din relația (3.79).

Insumînd eforturile din relațiile (3.89) și (3.89 a) și cel din relația (5.17) rezultă condițiile de verificare :

- pentru profile cu goluri ovale :

$$(5.18)\quad \sigma\varphi = \left(\frac{N}{2} + \frac{M}{h_1+y_0}\right)\theta + T\lambda \leq \sigma a$$

- pentru profile cu goluri circulare :

$$(5.18a)\quad \sigma\varphi = \left(\frac{N}{2} + \frac{M}{y_0}\right)\theta + T\lambda \leq \sigma a$$

Efortul $\sigma\varphi$ produs de forța axială N și de momentul încovoietor M sînt maxime în dreptul axului golurilor ($\varphi = 0$) și minime în dreptul axului orizontal ($\varphi = 90^0$) în timp ce efortul din forța tăietoare este nul pentru $\varphi = 0$ și este maxim pentru un unghi φ de

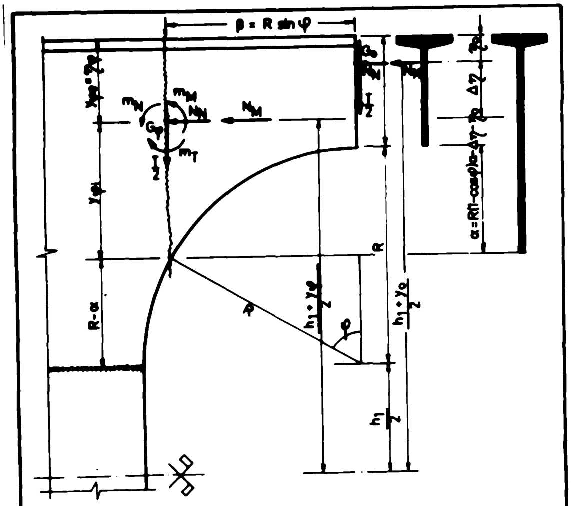


FIG. 5.4 Solicitările într-o secțiune curentă φ.

20–25°. Variația acestor eforturi și a efortului însumat exprimat prin condițiile (5.18) și (5.18 a) este arătată în fig. 5.5 și 5.6.

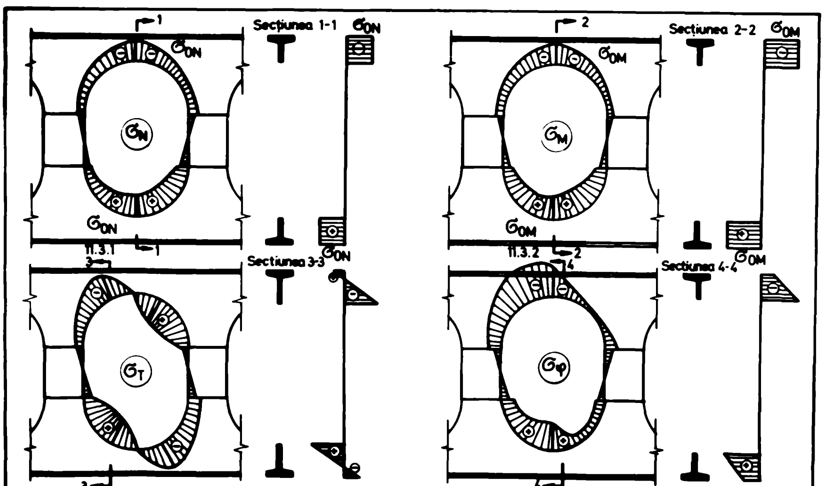


FIG. 5.5 Variația eforturilor σ_φ în jurul golurilor ovale.

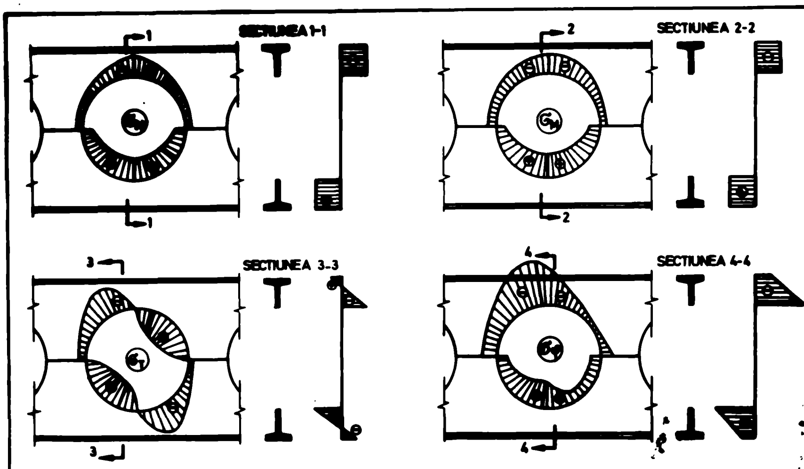


FIG. 5.6 Variaţia eforturilor σ_φ în jurul golurilor circulare.

Datorită faptului că forţa axială şi momentul conduc la eforturi maxime în axul vertical al golurilor, care scad cu creşterea unghiului φ, cu care creşte efortul produs de forţa tăietoare, efortul maxim ia naştere la un unghi cuprins în general între 0^0-10^0, dar acest efort nu diferă de cel calculat în axul vertical al golurilor cu mai mult de (2-5)% diferenţele de 5 % apărînd doar atunci cînd momentul şi forţa tăietoare sînt maxime în aceeaşi secţiune.

Pentru calculul practic, se poate calcula efortul în axul golurilor şi verificarea se face cu relaţiile (5.16) şi (5.16 a), mai ales în cazul elementelor la care momentul şi forţa axială nu sînt maxime în aceeaşi secţiune şi cînd diferenţa este de (0-2)% faţă de efortul maxim pentru $\varphi = (0-10^0)$.

Verificarea eforturilor tangenţiale se face cu relaţia(3.12)

Verificarea eforturilor unitare echivalente se face tot ca şi la profilele ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale cu relaţiile (5.4) şi (5.4 a), pentru secţiunea verticală din axul golurilor. Verificarea acestor eforturi se face în secţiunea din axul unui gol unde momentul este maxim, cu forţa tăietoare aferentă şi în secţiunea unde forţa tăietoare este maximă cu momentul aferent.

5.3.2. Verificarea stabilităţii elementelor supuse la încovoiere cu compresiune

Elementele solicitate la încovoiere cu compresiune, la care iau naştere eforturi mari de compresiune din acţiunea combinată a momentului încovoietor şi a forţei axiale, şi care sînt realizate din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale au tendinţa de a-şi pierde stabilitatea prin flambaj în aceleaşi condiţii ca şi profilele ajurate obişnuite. Considerînd şi în acest caz profilele ajurate ca fiind formate din două elemente legate cu plăcuţe, (fig.5.7) verificarea stabilităţii întregului profil se face cu relaţia 5.5 iar a ramurei celei mai comprimate cu relaţia (5.14). Verificarea zvelteţei şi a deformaţiilor se face ca şi în cazul profilelor cu goluri hexagonale şi octogonale.

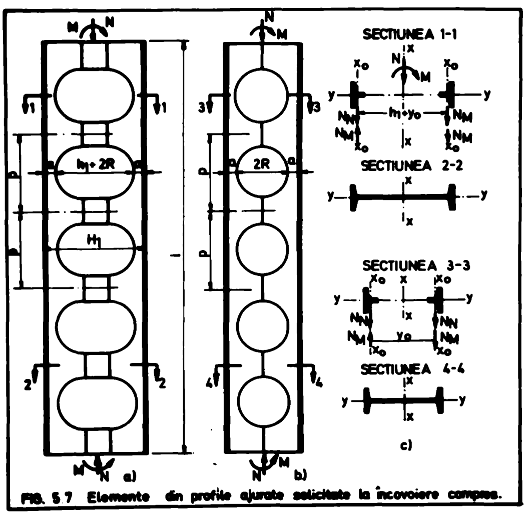


FIG. 5.7 Elemente din profile ajurate solicitate la încovoiere compres.

5.4. CONCLUZII [illegible] PROFILE LAMINATE DUBLU T [illegible] LA CO[illegible] CU ÎNCOVOIERE

Elementele solicitate la compresiune cu încovoiere realizate din profile ajurate, au o bună comportare la aceste solicitări, iar din punct de vedere economic ele sînt mai eficiente decît profilele laminate dublu T, datorită caracteristicilor geometrice mai ridicate.

Calculul profilelor ajurate se face cu relațiile indicate la paragrafele 5.2 și 5.3, pentru cele cu goluri hexagonale și octogonale verificarea făcîndu-se în secțiunea din colțul golurilor, iar la cele cu goluri circulare și ovale, verificarea se poate face în secțiunea din axul golurilor neglijînd efectul forței tăietoare, luînd în acest caz golul din apropierea secțiunii cu moment maxim, ceea ce simplifică calculul și sporește eficiența acestor profile.

În comparație cu profilele laminate profilele ajurate care alcătuiesc elemente solicitate la compresiune cu încovoiere, au avantajele :

- Greutatea profilelor ajurate la aceeași încărcare și la aceeași deschidere a elementului la care se folosesc este mai redusă.

- Săgețile acestor elemente sînt mai mici ceea ce înseamnă o mai bună comportare în exploatare.

- Elementele din profile ajurate au un aspect arhitectonic mai reușit decît dacă sînt realizate din profile laminate.

- Profilele ajurate cu goluri circulare și ovale prezintă în comparație cu profilele cu goluri hexagonale și octogonale aceleași avantaje ca și în cazul elementelor solicitate la încovoiere.

CAPITOLUL 6

CALCULUL ELEMENTELOR REALIZATE DIN PROFILE AJURATE SOLICITATE LA INCOVOIERE OBLICA

6.1. GENERALITATI

Elementele construcțiilor metalice, la care planul de acțiune al încărcărilor trece prin axa longitudinală a lor, dar nu coincide cu nici unul din planele de inerție principale ale secțiunii sînt solicitate la încovoiere oblică. Există anumite elemente realizate din profile ajurate, care sînt solicitate la încovoiere oblică, cum este cazul panelor de acoperiș, la care planul încărcărilor gravitaționale este vertical, iar axele de inerție principale sînt paralele și normale la panta acoperișului halelor. Calculul panelor și a altor elemente solicitate la încovoiere oblică, realizate din profile ajurate, se face ținînd seama de solicitările ce iau naștere într-o secțiune oarecare.

6.2. SOLICITARILE GRINZILOR SUPUSE LA INCOVOIERE OBLICA

Solicitările grinzilor realizate din profile ajurate, supuse la încovoiere oblică, rezultă din descompunerea efectului încărcărilor după cele două axe principale de inerție ale secțiunii transversale.

Astfel în axul unui gol oarecare iau naștere momentul încovoietor și forța tăietoare. Vectorii acestor două solicitări (fig. 6.1) nu coincid cu nici una din axele de inerție principale, deoarece planul încărcărilor (forțelor) are o direcție oarecare, definită prin unghiul α față de axa verticală y (fig. 6.1 b).

Incărcarea exterioară P din planul de acțiune al forțelor care poate fi concentrată sau distribuită se descompune în componentele Px și Py egale cu :

(6.1) $P_x = P \cdot \cos\alpha \qquad P_y = P \cdot \sin\alpha$

Vectorul forței tăietoare dispus în planul forțelor se descompune în două componente după cele două axe :

(6.2) $T_x = P_x = T\cos\alpha = P\cos\alpha \qquad T_y = P_y = T\sin\alpha = P\cdot\sin\alpha$

Vectorul momentului este normal la planul forțelor și se descompune în componentele :

(6.3) $M_x = M\cos\alpha = \mu P l \cdot \cos\alpha \qquad M_y = M\sin\alpha = \mu \cdot P l \cdot \sin\alpha$

în care μ – este un coeficient ce ține seama de felul încărcărilor și al rezemării (pentru încarcari uniform distribuite $\mu = 1/8$).

Calculul eforturilor și verificarea acestora se poate face sub forma unui calcul simplificat ca şi la încovoiere dreaptă.

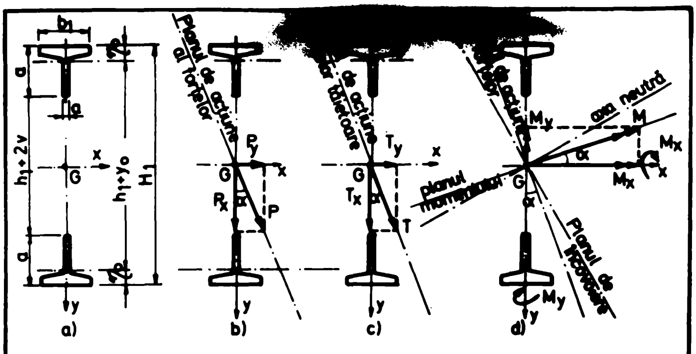


FIG. 6.1 Solicitările grinzilor supuse la încovoiere oblică.

6.3. CALCULUL ELEMENTELOR DIN PROFILE AJURATE CU GOLURI HEXAGONALE ŞI OCTOGONALE LA ÎNCOVOIERE OBLICĂ

6.3.1. Calculul şi verificarea de rezistenţă a profilelor ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale la încovoiere oblică

În tălpile profilelor ajurate formate din profilele T ce mărginesc golurile iau naştere eforturi unitare normale σ_x şi σ_y şi eforturi unitare tangenţiale τ_x şi τ_y.

6.3.1.1. Calculul şi verificarea eforturilor unitare normale

Ca şi la elementele solicitate la încovoiere dreaptă eforturile unitare normale sînt produse de momentul încovoietor şi de forţa tăietoare.

Din componentele Mx şi Tx, care acţionează în raport cu axa x se produc eforturi unitare normale care se calculează ca şi la încovoiere dreaptă cu relaţiile următoare la profilele cu goluri octogonale : (6.4) $\sigma_x^M = \frac{M_x}{(h_1+y_0)A_0}$

$$(6.5)\quad \sigma_{xe}^T = \frac{T_x \cdot b}{4\,W_e} \quad \text{şi} \quad \sigma_{xi}^T = \frac{T_x \cdot b}{4\,W_{oi}}$$

fiind în fibra din exterior iar σ_{xi}^T în fibra din interior spre gol.

Semnele şi variaţia eforturilor σ_x^M sînt arătate în fig.6.2a, iar eforturilor σ_x^T în fig.6.2b fiind de semne contrare pe secţiunile din stînga şi dreapta axului golurilor.

Componenta My a momentului se consideră simplificat că se repartizează în mod egal la cele două profile T, provocînd încovoierea acestor profile în raport cu axa y verticală. Efortul unitar normal σ_y^M produs de această componentă are variaţia din fig.6.2 c fiind maximă în punctele 1 şi 2 de la marginea tălpilor :

$$(6.6)\quad \sigma_{y_1}^{M} = -\sigma_{y_2}^{M} = \frac{M_y}{2\,W_{y_1}} = \frac{M_y b_1}{4\,I_{y_0}}$$

în care : b_1 - este lăţimea tălpilor profilelor T (fig.6.2), iar I_{yo} este momentul de inerţie al profilului T în raport cu axa verticală y, iar W_{y1} modulul de rezistenţă faţă de marginea tălpii profilului T.

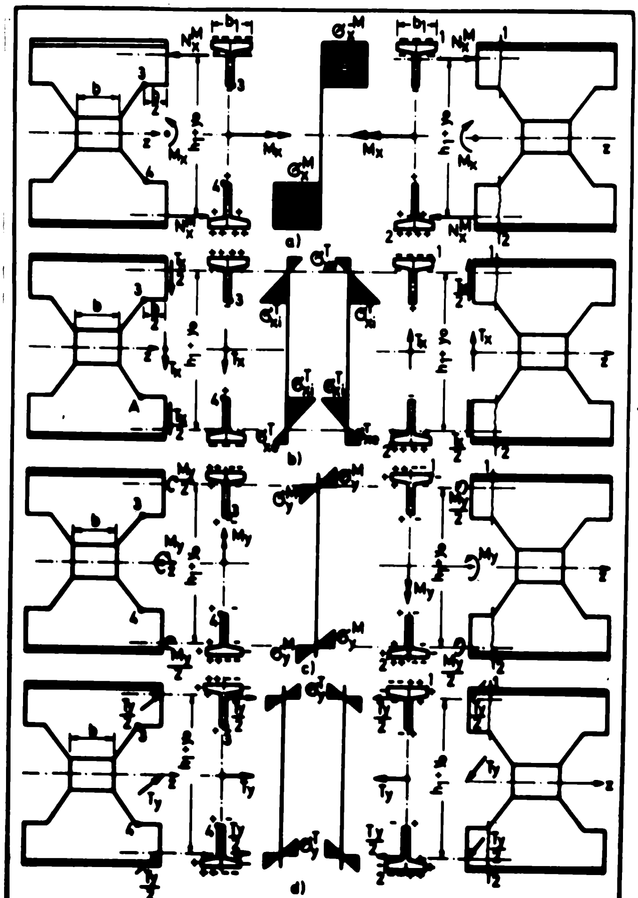


FIG. 6.2 Semnele şi variaţia eforturilor unitare normale.

În punctele 3 şi 4 de la marginea inimii în colţul golurilor iau naştere eforturi foarte mici dar a căror mărime este :

$$(6.7)\quad \sigma_{y_3}^{M} = -\sigma_{y_4}^{M} = \frac{M_y d}{4\,I_y}$$

Semnele acestor eforturi sînt cele din figura 6.2 c.

Componenta T_y, a forţei tăietoare care acţionează normal pe axa y în centrul de greutate al golului, poate fi considerată că se repartizează egal la cele două profile T, şi ele dau naştere faţă de secţiunea din colţul golurilor, la un efort unitar normal produs de momentul local dat de forţa tăietoare faţă de colţ

$$(6.8)\quad \sigma_{y_1}^T = -\sigma_{y_2}^T = \frac{M_y^T}{W_{y_1}} = \frac{T_y \cdot b}{4 W_{y_1}} = \frac{T_y\, b \cdot b_1}{8 I_y}$$

care este maxim în punctele 1 şi 2 de la marginea tălpilor, iar la marginea inimii, efortul are o valoare foarte mică şi anume :

$$(6.9)\quad \sigma_{y_3}^T = -\sigma_{y_4}^T = \frac{T_y \cdot b \cdot d}{8 \cdot I_y}$$

Semnele şi variaţia acestor eforturi este cea din fig.6.2 d

Pentru verificarea eforturilor unitare normale, trebuie însumate eforturile calculate cu relaţiile de la (6.4) la (6.9), în cele 4 puncte caracteristice ale secţiunii 1 şi 2 la marginea tălpilor profilelor T, respectiv 3 şi 4 pe cele două feţe ale inimii în colţul golurilor.

1. Verificarea eforturilor unitare normale în punctele 1 şi 2 din colţul tălpilor profilelor T (fig.6.2) rezultă însumînd algebric eforturile σ_x^M, σ_{xe}^T, $\sigma_{y_1}^M$, $\sigma_{y_1}^T$:

$$(6.10)\quad \sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{M_x}{(h_1+y_0)A_0} + \frac{T_x}{4 W_{oe}} + \frac{M_y\, b_1}{4 I_y} - \frac{T_y\, b \cdot b_1}{8 I_y}$$

iar condiţia de verificare la profile cu goluri octogonale este :

$$(6.11)\quad \sigma_e = \frac{1}{(h_1+y_0)A_0}(M_x+\beta' T) + \frac{b_1}{4 I_y}\left(M_y - \frac{b}{2} T_y\right) \le 1{,}1\,\sigma_a$$

în care β' este o notaţie asemănătoare cu α' din relaţia (3.4)

$$(6.12)\quad \beta' = \frac{b\,(h_1+y_0)A_0}{4 W_{oe}}$$

Pentru profile cu goluri hexagonale $h_1=0$ rezultă :

$$(6.11a)\quad \sigma_e = \frac{1}{y_0 A_0}(M_x+\beta'' T) + \frac{b}{4 I_y}\left(M_y - \frac{b}{2} T_y\right) \le 1{,}1\,\sigma_a$$

cu notaţia :

$$(6.12a)\quad \beta'' = \frac{b \cdot y_0 \cdot A_0}{4 W_{oe}}$$

σ_e - fiind efortul unitar normal în fibrele exterioare (punctul 1, 2).

2. Verificarea eforturilor unitare normale în punctele 3 şi 4 din colţul golurilor rezultă însumînd eforturile σ_x^M, σ_{xi}^T, $\sigma_{y_3}^M$, $\sigma_{y_3}^T$ (fig.6.2) :

$$(6.13)\quad \sigma_3 = -\sigma_4 = \frac{M_x}{(h_1+y_0)A_0} + \frac{T_x}{4 W_{oi}} - \frac{M_y\, d}{4 I_y} + \frac{T_y\, b \cdot d}{8 I_y}$$

iar condiţia de verificare poate fi scrisă ţinînd cont de notaţia α' (3.4) :

$$(6.14)\quad \sigma_i = \frac{1}{(h_1+y_0)A_0}(M_x+\alpha' T) + \frac{d}{4 I_y}\left(M_y + \frac{b}{2} T_y\right) \le 1{,}1\,\sigma_a$$

care pentru profile cu goluri hexagonale devine :

$$(6.14a)\quad \sigma_i = \frac{1}{y_0 A_0}(M_x+\alpha'' T) + \frac{d}{4 I_y}\left(M_y + \frac{b}{2} T_y\right) \le 1{,}1\,\sigma_a$$

σ_i - fiind efortul în fibrele interioare din colţul golurilor (punctul 3, 4).

La verificarea efortului unitar normal din încovoiere oblică, la profilele ajurate în general hotărîtoare este verificarea efortului σ_e din fibrele exterioare relaţiile (6.11) şi (6.11 a) deoarece rigiditatea la încovoiere faţă de axa y este redusă ea ne mărindu-se prin ajurare.

Verificarea efortului unitar normal σ_i din fibrele interioare cu relațiile (6.14) și (6.14 a) poate deveni hotărîtoare în cazul cînd unghiul α este foarte mic (în general sub 5°).

6.3.1.2. Calculul și verificarea eforturilor unitare tangențiale

Eforturile unitare tangențiale provin din cele două componente ale forței tăietoare Tx și Ty și sînt nule în fibrele exterioare și interioare (punctele 1,2 respectiv 3,4) și maxime în dreptul axei neutre. Ele se calculează în axul golului cel mai apropiat de secțiunea cu forță tăietoare maximă.

Efortul unitar tangențial din componenta Tx rezultă din relația :

$$(6.15) \quad \tau_x = \frac{T_x S_x}{2 d I_o}$$

Sx fiind momentul static al secțiunii profilului T dat de relația (3.13) iar efortul unitar tangențial din componenta Ty este :

$$(6.16) \quad \tau_y = \frac{T_y S_y}{2 t I_{yo}}$$

care este maxim la racordul tălpii cu inima unde grosimea tălpii se ia t ; Sy fiind momentul static al porțiunii care lunecă față de axa y :

$$(6.17) \quad S_y = \frac{t}{8}(b_1 - d)^2$$

Iyo – este momentul de inerție a profilului T față de axa y egal cu Iy/2 al profilului laminat.

Cele două eforturi unitare tangențiale sînt perpendiculare unul pe celălalt și sînt maxime aproape în aceeași secțiune la racordul inimii cu talpa, iar efortul rezultant se obține însumînd geometric cele două eforturi condiția de verificare fiind :

$$(6.17a) \quad \tau = \sqrt{\frac{T_x^2 (a - y_o)^4}{16 \cdot I_o^2} + \frac{T_y^2 \, (b_1 - d)^4}{256 \, I_{yo}^2}} \leq \tau_a = 0{,}6 \sigma_a$$

Tx și Ty sînt componentele forței tăietoare maxime.

6.3.1.3. Calculul și verificarea eforturilor unitare echivalente

In fibrele de la nivelul racordului tălpii cu inima profilului T există eforturi unitare tangențiale maxime și eforturi unitare normale constante din componenta Mx a momentului, care sînt cele mai mari eforturi unitare normale, precum și eforturi normale din My și Ty care însă fiind foarte mici pot fi neglijate. In aceste condiții efortul unitar echivalent poate fi scris sub forma :

$$(6.18) \quad \sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_x^{M2} + 3\tau^2} = \sqrt{\sigma_x^{M2} + 3(\tau_x^2 + \tau_y^2)} \leq \sigma_a$$

în care σ_x^M se înlocuiește din relația (6.4), iar τ_x și τ_y din relațiile (6.15) și (6.16) în care Tx și Ty sînt componentele forței tăietoare calculată în aceeași secțiune cu momentul încovoietor maxim cu care se calculează σ_x^M, făcînd şi o verificare cu componentele forţei tăietoare maxime, luînd momentul aferent din aceeaşi secţiune.

6.3.2. Calculul şi verificarea săgeţii profilelor ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale solicitate la încovoiere oblică

Calculul şi verificarea săgeţii se face ţinînd cont de componentele Mx şi My a momentului încovoietor şi de cele ale forţei tăietoare Tx, Ty. Pentru calcul se folosesc relaţii simplificate de tipul celor arătate la încovoiere dreaptă, în care de efectul forţei tăietoare se ţine seama prin coeficientul Kf.

Săgeţile după cele două axe de inerţie pot fi scrise sub forma:

$$(6.19)\quad f_x = K_f\,\omega \cdot \frac{M_{x\,max} \cdot l_x^2}{E I_{x\,med}}$$

$$(6.20)\quad f_x = K_f\,\omega \cdot \frac{M_{y\,max} \cdot l_y^2}{E I_{y\,med}}$$

în care l_x şi l_y sînt deschiderile după cele două direcţii, Iymed este momentul de inerţie mediu care se poate lua egal cu Iy al profilelor laminate I iar Ixmed = Imed din anexa 2.

Săgeata totală rezultă însumînd geometric pe fx şi fy şi condiţia de verificare a săgeţii se scrie:

$$(6.21)\quad f = \frac{K_f\,\omega}{E}\sqrt{\frac{M_{x\,max}^2\, l_x^4}{I_{x\,med}^2} + \frac{M_{y\,med}^2 \cdot l_y^4}{I_{y\,med}^2}} \leq f_a$$

în care fa - este săgeata admisă dată în STAS 763/1-71, Mxmax şi Mymax fiind componentele momentului maxim, Kf se ia din tabelul 3.2 iar ω din anexa 4.

6.4. CALCULUL ELEMENTELOR DIN PROFILE AJURATE CU GOLURI CIRCULARE SI OVALE SOLICITATE LA INCOVOIERE OBLICA

6.4.1. Calculul şi verificarea de rezistenţă a grinzilor din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale supuse la încovoiere oblică

In cazul grinzilor din profile cu goluri circulare datorită formei golurilor eforturile trebuie calculate atît în secţiunea din axul vertical al golurilor cît şi în secţiunea curentă definită prin unghiul φ.

Solicitările grinzilor ajurate cu goluri circulare şi ovale sînt cele calculate cu relaţiile (6.2) şi (6.3) şi ele sînt indicate în fig.6.3.

In secţiunea din axul golurilor iau naştere eforturi unitare normale din componentele Mx şi My care se calculează cu relaţiile (6.4),(6.6) şi (6.7) şi eforturi unitare tangenţiale ce rezultă din relaţiile (6.15) şi (6.16).

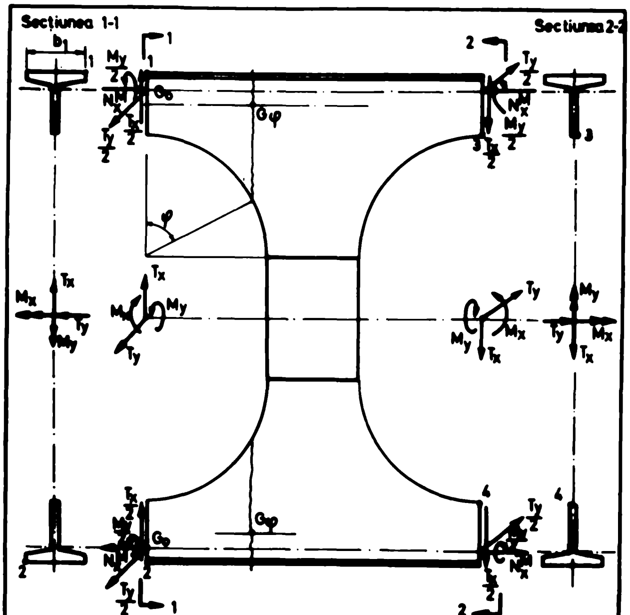


FIG. 6.3 Solicitările profilelor ajurate cu goluri ovale şi circulare.

6.4.1.1. <u>Verificarea eforturilor unitare în secţiunea din axul golurilor</u>

Relaţiile de verificare a eforturilor unitare normale în axul golurilor rezultă însumînd cele două eforturi, care pentru profile cu goluri ovale se scriu pentru fibrele exterioare sub forma :

$$(6.22)\quad \sigma e = \sigma_{x1}^M + \sigma_{y1}^M = -(\sigma_{x2}^M + \sigma_{y2}^M) = \frac{Mx}{(h_1+y_o)A_o} + \frac{My\,b_1}{4Iy} < 1{,}1\,\sigma a$$

iar pentru fibrele interioare din spre gol sub forma :

$$(6.23)\quad \sigma i = \sigma_{x3}^M + \sigma_{y3}^M = -(\sigma_{x4}^M + \sigma_{y4}^M) = \frac{Mx}{(h_1+y_o)A_o} + \frac{Myd}{4Iy} \leq 1{,}1\,\sigma a$$

pentru profilele cu goluri circulare ($a_1 = 0$) relaţiile devin :

$$(6.22a)\quad \sigma e = \frac{Mx}{y_o A_o} + \frac{My\cdot b_1}{4\cdot Iy} \leq 1{,}1\sigma a\ ;\quad \sigma i = \frac{Mx}{y_o A_o} + \frac{My\cdot d}{4Iy} \leq 1{,}1\sigma a \qquad (6.23a)$$

Eforturile unitare tangenţiale în secţiunea din axul golurilor se verifică cu relaţia de încovoiere (6.17), iar efortul unitar echivalent se verifică cu relaţia (6.18) adaptată pentru profilele ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale.

6.4.1.2. <u>Verificarea eforturilor unitare în secţiunea curentă a profilelor ajurate cu goluri circulare şi ovale</u>

In secţiunea curentă $A\varphi$ a profilelor T de deasupra sau de desubtul golurilor, toate cele patru componente ale solicitărilor Mx, My, Tx şi Ty, produc eforturi unitare normale şi tangenţiale. Solicitările Mx, My, Tx şi Ty din centrul de greutate al profilului T din axul golurilor, se reduc în raport cu centrul de greutate al profilului T din secţiunea curentă la solicitările indicate în figura 6.4 a, care produc eforturi unitare normale ai căror semne sînt indicate în figura 6.4 b.

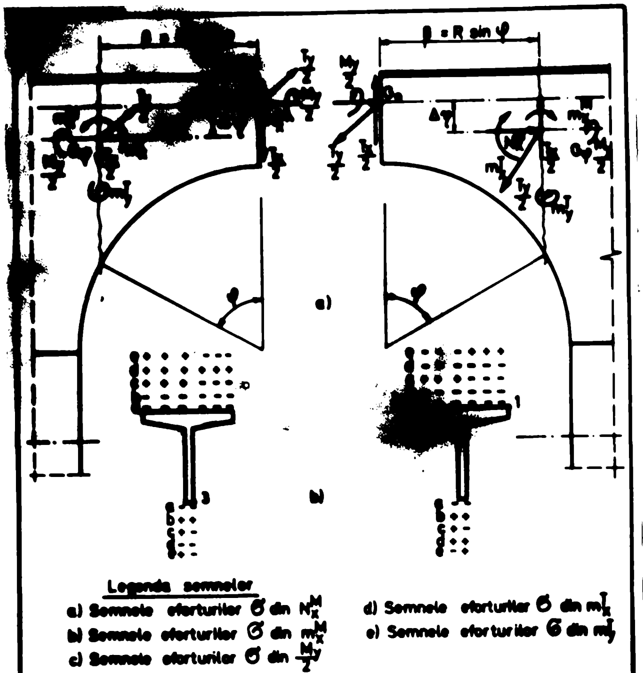


FIG. 6.4 Solicitări şi eforturi în secţiunea curentă.

Astfel din solicitările Mx şi Tx eforturile unitare normale se calculează cu relaţiile stabilite la încovoiere dreaptă care pentru profilele ajurate cu goluri ovale pot fi scrise astfel :

– pentru fibrele exterioare (punctele 1 şi 2)

$$\sigma_{\varphi e}^{x} = \frac{M}{h_1 + y_0}\left(\frac{1}{A\varphi} + \frac{\Delta \eta}{W\varphi e}\right) + \frac{T_x \cdot \beta}{2 W\varphi e} \tag{6.24}$$

– pentru fibrele interioare de pe marginea golurilor (punctele 3 şi 4) :

$$\sigma_{\varphi i}^{x} \tag{6.25}$$

Componenta My repartizată ca şi la profilele cu goluri hexagonale în mod egal celor două profile T produce eforturi unitare normale care sînt maxime la marginea tălpii profilului T, iar componenta Ty prin momentul M_y^T la care se reduce în centrul de greutate $G\varphi$ dă naştere la eforturi σ de semn contrar cu celelalte eforturi în punctul 1 şi de acelaşi semn în punctul 3 pe conturul golurilor astfel ca rezultă :

– pentru fibrele exterioare (punctele 1 şi 2)

$$\sigma_{\varphi e}^{y} = \frac{M_x \cdot b_1}{4 I_y} - \frac{T_y \beta \cdot b_1}{4 I_y} = \frac{b_1}{4 I_y}(M_y - T_y\beta) \tag{6.26}$$

– pentru fibrele interioare (punctele 3 şi 4).

$$\sigma_{\varphi i}^{y} = \frac{M_y d}{4 I_y} + \frac{T_y \cdot \beta \cdot d}{4 \cdot I_y} = \frac{d}{4 I_y}(M_y + T_y\beta) \tag{6.27}$$

Verificarea eforturilor unitare normale înd... în fibrele exterioare şi interioare se face însumînd eforturile din componentele după direcţia x (6.24 şi 6.25) cu cele după direcţia y (6.26 şi 6.27).

Pentru profilele ajurate cu goluri ovale relaţia de verificare este :

- pentru fibrele exterioare (punctele 1 şi 2, fig.6.3)

$$(6.28)\quad \sigma_{\varphi e} = \frac{M_x}{(h_1+y_0)A_0}\left(\frac{1}{A\varphi} + \frac{\Delta\eta}{W\varphi e}\right) + \frac{T_x \beta}{2\,W\varphi e} + \frac{b_1}{4\cdot I_y}(M_y - T_y\beta) \leq 1{,}1\,\sigma_a$$

sau făcînd notaţiile :

$$(6.29)\quad \theta = \frac{1}{A\varphi} + \frac{\Delta\eta}{W\varphi e}\ ;\quad \lambda' = \frac{\beta}{2\,W\varphi e}\ ;\quad \psi' = \frac{b_1}{4\cdot I_y}$$

relaţia de verificare poate fi scrisă :

$$(6.30)\quad \sigma_{\varphi e} = \frac{M_x}{(h_1+y_0)A_0}\,\theta' + T_x\lambda' + \psi'(M_y - T_y\beta) \leq 1{,}1\,\sigma_a$$

- pentru fibrele interioare (punctele 3 şi 4 fig.6.3) :

$$(6.31)\quad \sigma_{\varphi i} = \frac{M_x}{(h_1+y_0)A_0}\left(\frac{1}{A\varphi} - \frac{\Delta\eta}{W\varphi i}\right) + \frac{T_x\beta}{2\,W\varphi i} + \frac{d}{4 I_y}(M_y + T_y\beta) \leq 1{,}1\,\sigma_a$$

care cu notaţiile θ din relaţia (3.79) şi λ (3.85) şi cu notaţia :

$$(6.32)\quad \psi'' = \frac{d}{4 I_y}$$

poate fi scris :

$$(6.33)\quad \sigma_{\varphi i} = \frac{M}{(h_1+y_0)A_0}\,\theta + T_x\lambda + \psi''(M_y + T_y\beta) \leq 1{,}1\,\sigma_a$$

Pentru profilele ajurate cu goluri circulare relaţiile sînt :

$$(6.30a)\quad \sigma_{\varphi e} = \frac{M_x}{y_0 A_0}\,\theta' + T_x\lambda' + \psi'(M_y - T_y\cdot\beta) \leq 1{,}1\,\sigma_a$$

$$(6.33a)\quad \sigma_{\varphi i} = \frac{M_x}{y_0 A_0}\,\theta + T_x\lambda + \psi''(M_y + T_y\beta) \leq 1{,}1\,\sigma_a$$

Eforturile unitare tangenţiale nu se verifică decît în axul golurilor.

6.4.2. Verificarea săgeţii grinzilor solicitate la încovoiere oblică realizate din profile ajurate cu goluri circulare şi ovale

Verificarea săgeţii se face şi în cazul grinzilor din profile ajurate cu goluri circulare tot cu relaţia (6.21) de la profile ajurate cu goluri exagonale în care Ixmed se înlocuieşte cu Ixcalcul stabilit cum s-a arătat în cap.3.

6.5. CONCLUZII

1. La grinzile realizate din profile ajurate, folosite la elemente solicitate la încovoiere oblică, spre deosebire de grinzile solicitate la încovoiere dreaptă, verificarea de rezistenţă se face atît în fibrele exterioare cît şi în cele interioare, relaţiile (6.11) (6.14), (6.30) şi (6.33).

2. Datorită faptului că prin ajurare nu creşte rigiditatea faţă de axa y, la unghiuri α de înclinare a liniei forţelor faţă de axele de inerţie mai mari de 5^0 hotărîtoare sînt în general relaţii-

le de verificare (6.11) şi (6.30) pentru fibrele exterioare, la care în punctele 1 şi 2 eforturile din componentele după axa y sînt mari, ceea ce înseamnă că la aceste unghiuri folosirea profilelor ajurate nu este eficientă.

3. Se recomandă deci ca profilele ajurate să fie folosite numai la elemente (cum sînt panele de acoperiş) a căror pante sînt mai mici de 5 % cînd verificarea se face pentru fibrele interioare, faţă de care modulul de rezistenţă este mult mai mare şi deci eforturile din ax care sînt cele mai importante, sînt mult mai reduse şi în consecinţă se pun în valoare avantajele profilelor ajurate.

Acest lucru se realizează în general la panele de acoperiş deoarece la învelitorile folosite, din tablă cutată sau din prefabricate de beton, panta acoperişurilor este cuprinsă între (2-4) %

4. In cazul profilelor ajurate cu goluri circulare şi ovale, pentru verificarea de rezistenţă se pot folosi şi relaţiile simplificate din axul vertical al golurilor, deoarece eforturile calculate cu relaţiile (6.30) şi (6.33) la un unghi $\varphi = 5^0-10^0$ nu depăşesc în general cu 2-5 % pe cele calculate în axul golurilor.

5. Eforturile unitare tangenţiale şi cele echivalente se verifică numai în axul golurilor unde sînt maxime.

CAPITOLUL 7

ÎMBINAREA GRINZILOR DIN PROFILE AJURATE

7.1. GENERALITĂŢI

Elementele realizate din profile ajurate necesită în primul rînd îmbinări pentru resudarea celor două părţi despicate prin tăiere şi ajurare şi în al doilea rînd pentru realizarea prelungirii, pentru a obţine profile mai lungi decît lungimea profilelor din care se obţin.

Aceste îmbinări se execută sudat sau cu şuruburi şi sînt prezentate în "Instrucţiunile tehnice de proiectare a profilelor cu goluri în inimă"

7.2. ALCĂTUIREA ŞI CALCULUL ÎMBINĂRII LONGITUDINALE A INIMII PE LUNGIMEA DE CONTACT A PROFILELOR AJURATE

7.2.1. Alcătuirea îmbinării longitudinale

După despicarea celor două părţi ale profilului laminat dublu T, după linia în zig-zag la profile cu goluri hexagonale sau după semicercuri şi linii drepte la profile ajurate cu goluri circulare, cele două părţi se asamblează din nou formînd profilul ajurat. Asamblarea celor două părţi se face prin sudură pe lungimea de contact "b" dintre ele. La profilele mici la care inimile au grosimea mică, sudarea celor două părţi se face fără prelucrarea marginilor. La profile mari la care grosimea inimii depăşeşte 10 mm (de la profile I 28 în sus), se recomandă o uşoară prelucrare a marginilor în formă de X şi sudarea pe ambele părţi a inimii ca în figura 7.1.

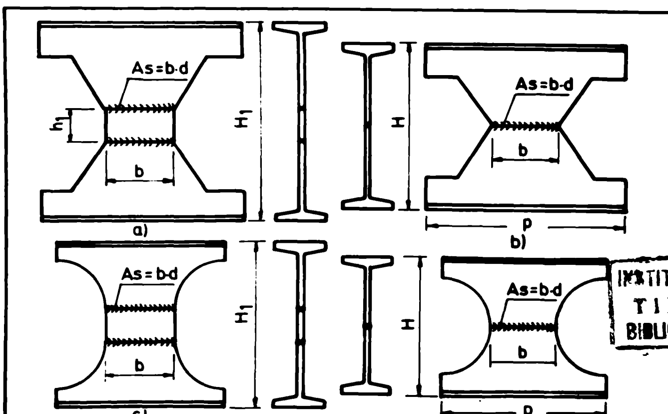


FIG. 7.1. Îmbinarea longitudinală a profilelor ajurate.

În cazul grinzilor din profile ajurate cu goluri octogonale şi ovale, la care între cele două părţi se introduc şi plăcuţe intermediare, se execută două suduri longitudinale.

Sudurile longitudinale de asamblare a celor două părţi ale profilului, pot fi executate cu sudura electrică manuală sau prin folosirea unor instalaţii automate de sudare cu program cum este procedeul Litzka.

Prelucrarea marginilor celor două părţi ce se sudează la grosimi ale inimii mai mari de 10 mm se face prin rabotare sau cu flăcără oxigaz.

Calculul îmbinării longitudinale a inimii profilelor ajurate se face la solicitările ce apar în montant din forţa tăietoare.

În capitolul 3, este arătat că în axul montantului ia naştere o forţă Hm orizontală şi una verticală Vm date de relaţiile (3.16), (3.17).

7.2.2. Calculul îmbinării longitudinale la profile cu goluri octogonale şi ovale

La profilele ajurate cu plăcuţe intermediare, avînd golurile octogonale sau ovale (fig.7.1 a,c), aceste două solicitări se reduc în raport cu centrul de greutate al sudurii la două forţe şi un moment aşa cum s-a arătat în capitolul 3, care produc eforturi unitare normale şi tangenţiale iar verificarea sudurii se face la efortul unitar echivalent

$$(7.1)\quad \sigma_{ech}=\sqrt{(\sigma_v+\sigma_H)^2+3\tau_H^2}=\frac{1}{2bd}\sqrt{\left[Q+\frac{3h_p(2T+Q)}{b(h_1+y_0)}\right]^2+\frac{27p^2(2T+Q)^2}{4(h_1+y_0)^2}}\le 0,65\,\sigma_a$$

în această relaţie secţiunea sudurii As s-a considerat egală cu a inimii pe lungimea b de contact, deoarece sudura se execută pe ambele feţe cu întoarcere la capete.

Dacă încărcările sînt concentrate Q = 0 şi relaţia devine :

$$(7.2)\quad \sigma_{ech}=\frac{3pT}{bd(h_1+y_0)}\sqrt{\frac{h_1}{b^2}+\frac{3}{4}}\le 0.65\,\sigma_a.$$

Pentru calculele practice relaţia poate fi simplificată dacă se consideră valorile uzuale ale lui p, b, şi h_1 funcţie de înălţimea "h" a profilului laminat din care se obţin şi anume pentru profile cu goluri octogonale :

$$(7.3)\quad p=1.5\,h\ ;\quad b=\frac{h}{3}\quad \text{şi}\quad b=\frac{h}{2}\quad ;\quad h_1=\frac{h}{2}$$

care înlocuite (h_1 se înlocuieşte numai sub radical) în (7.2) rezultă

$$(7.4)\quad \sigma_{ech}=\frac{13,5\sqrt{3}\,T}{d\,(h_1+y_0)}\le 0.65\,\sigma_a \qquad \text{pentru } b=\frac{h}{3}$$

$$(7.5)\quad \sigma_{ech}=\frac{4,5\sqrt{7}\,T}{d\,(h_1+y_0)}\le 0,65\,\sigma_a \qquad \text{pentru } b=\frac{h}{2}$$

Ţinînd seama de valoarea rezistenţei admisibile care se înlocuieşte din relaţiile (7.4) şi (7.5) poate fi determinată forţa tăietoare maximă pe care o poate prelua sudura; relaţie cu care se face verificarea :

(7.6) $T \leq 42d(h_1+y_0)$

(7.7) $T \leq 83d(h_1+y_0)$ pentru $b = \frac{h}{3}$

pentru $b = \frac{h}{2}$

mărimile din aceste relații înlocuindu-se în cm.

Pentru profile cu goluri ovale dacă se iau valorile uzuale ale dimensiunilor și anume :

(7.8) $b=0{,}7R$; $b = 0{,}9R$; $h_1=R$; $p = 2R+b$

dacă se fac înlocuirile și cu valoarea $\sigma_a = 1500$ daN/cm^2 rezultă :

(7.9) $T \leq 52\,d(h_1+y_0)$ pentru $b = 0{,}7R$

(7.10) $T \leq 74\,d(h_1+y_0)$ pentru $b = 0{,}9R$

7.2.3. Calculul îmbinării longitudinale la profile cu goluri hexagonale și circulare

In cazul profilelor cu goluri hexagonale și circulare (fig. 7.1 b,d) în sudură iau naștere doar eforturi tangențiale din forța Hm dată de relația (3.17a), care se verifică cu condiția :

(7.11) $\tau_s = \frac{Hm}{As} = \frac{p(2T+Q)}{2y_0 bd} \leq 0{,}65\sigma_a$

Inlocuind pe $\sigma_a = 1500$ daN/cm^2 și considerînd pe $Q = 0$ ca pentru încărcări concentrate relația poate fi scrisă :

(7.12) $T \leq \frac{1000\,y_0 b\,d}{p}$

Dacă se ia $b=h/2$ sau $b = h/3$ și $p = 1{,}5\,h$ pentru profile cu goluri hexagonale cît sînt valorile uzuale, relația (7.12) devine :

(7.13) $T \leq 225\,d\,y_0$ pentru $b = \frac{h}{3}$

(7.14) $T \leq 335\,d\,y_0$ pentru $b = \frac{h}{2}$

La profilele ajurate cu goluri circulare luînd $b = 0{,}7$ R sau $b = 0{,}9$ R și $p = 2$ R + b rezultă :

(7.15) $T \leq 260\,d\,y_0$ pentru $b = 0{,}7\,R$

(7.16) $T \leq 315\,d\,y_0$ pentru $b = 0{,}9\,R$

In relațiile (7.12 - 7.15) mărimile b, d, p, y_0 se introduc în cm.

7.3. ALCATUIREA SI CALCULUL IMBINARILOR DE PRELUNGIRE

7.3.1. Modul de alcătuire a îmbinărilor de prelungire la profile ajurate

La alcătuirea construcțiilor metalice din profile ajurate este necesar în unele situații să se folosească elemente cu lungimi mai mari decît lungimea de laminare a profilelor dublu T din care se execută profilele ajurate. In acest caz trebuie executate îmbinări de prelungire a profilelor ajurate. Imbinările de prelungire se execută totdeauna în dreptul plinurilor profilelor ajurate. Ele se realizează deobicei ca îmbinări sudate, putînd fi executate și cu ajutorul șuruburilor.

Imbinările sudate de prelungire pot fi realizate în două moduri.

Cel mai simplu mod de executare a îmbinării de prelungire este acela de sudare cu cusături cap la cap a tronsoanelor (fig. 7.2 a,c).

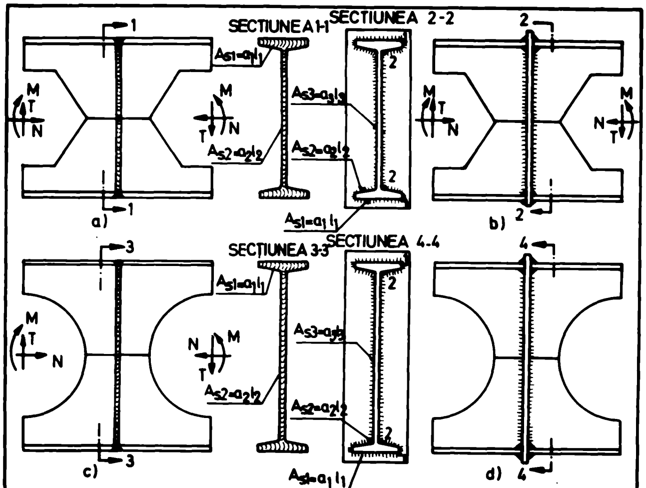


FIG. 7.2 Imbinarea de prelungire a profilelor ajurate.

In acest caz inima dar în special tălpile se prelucrează în X şi V pentru a se putea executa o îmbinare corespunzătoare.

Al doilea mod de executare a îmbinării de prelungire este acela de a intercala între cele două tronsoane o placă pe care acestea se sudează cu suduri de colţ.

Se recomandă ca pe cît posibil îmbinările de prelungire să nu se plaseze în regiunile cu solicitări M,N,T maxime,cînd în general se poate folosi îmbinarea cap la cap a tronsoanelor (fig.7.2a,c) în cazul cînd se execută în regiunea cu solicitări maxime este recomandabilă a doua soluţie de îmbinare (fig.7.2 b,d).

7.3.2. <u>Calculul îmbinării sudate cap la cap de prelungire</u>

Dacă în secţiunea curentă acţionează cele trei solicitări, momentul M,forţa axială N şi forţa tăietoare T,atunci în sudurile cap la cap iau naştere eforturi unitare normale : σ_s^M, σ_s^N din moment şi forţa axială şi eforturi unitare tangenţiale τ_s^T din forţa tăietoare.Verificarea sudurii se face cu relaţia :

(7.16) $$\sigma_{ech}=\sqrt{(\sigma_s^M+\sigma_s^N)^2+3\,\tau_s^{T2}} \le \sigma_a$$

sau înlocuind eforturile funcţie de solicitări rezultă :

(7.17) $$\sigma_{ech}=\sqrt{\left(\frac{M}{W_s}+\frac{N}{A_s}\right)^2 - 3\,\frac{T^2}{A_{s1}^2}} \le \sigma_a$$

în care : Ws este modulul de rezistenţă a sudurii egală cu :

(7.18) $$W=\frac{2I}{H}=\frac{2}{H}\left[2a_1l_1\left(\frac{l_2+a_1}{2}\right)^2 - \frac{a_2l_2^3}{12}\right]$$

a_1, l_1 fiind dimensiunile cordoanelor de sudură a tălpilor, iar a_2, l_2 cele ale cordoanelor inimii (fig.7.2 a,c),H înălţimea profilului.

As - este secţiunea totală a sudurii egală cu :

(7.19) $$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 2a_1l_1 + a_2l_2$$

Asi – este secţiunea sudurii inimii, care preia forţa tăietoare :

(7.20) $A_{s1} = A_{s2} = a_2 l_2$

Grosimea cordoanelor de sudură a_1, a_2 se ia egală cu grosimea tălpilor respectiv a inimii, iar lungimile l_1, l_2 egale cu lăţimea tălpilor şi înălţimea inimii.

7.3.3. Calculul îmbinării de prelungire cu suduri de colţ pe placă de legătură

In cazul prinderii celor două tronsoane prin suduri de colţ pe o placă de legătură (fig.7.2 b,d), din solicitările M,N,T iau naştere eforturi unitare normale σ_s^M din moment şi σ_s^N din forţa axială care sînt preluate de întreaga sudură şi eforturi tangenţiale τ_s^T preluate numai de sudurile de pe inimă.

Punctele caracteristice în care se verifică eforturile sînt punctul 1 la colţul exterior al tălpii şi punctul 2 de la racordul sudurilor de pe talpă şi inimă.

In punctul 1 verificarea se face cu relaţia :

(7.21) $$\sigma_s^1 = \sigma_{s1}^M + \sigma_{s1}^N = \frac{M}{W_{s1}} + \frac{N}{A_s} \leq \tau_{as} = 0{,}65\,\sigma_a$$

în care : Ws1 – este modulul de rezistenţă al sudurii întregi faţă de pct.1

(7.22) $$W_{s1} = \frac{2 I_s}{H} = \frac{2}{H}\left[2 a_1 l_1 \left(\frac{H+a}{2}\right)^2 + 4 a_2 l_2 \left(\frac{l_3+a}{2}\right)^2 + 2\,\frac{a_3 l_3^3}{12}\right]$$

H – fiind înălţimea profilului ajurat, $a_1 l_1$, $a_2 l_2$, $a_3 l_3$ fiind secţiunile cordoanelor de sudură de pe tălpi şi inimă (fig.7.2 b,d)

As – este secţiunea de sudură a tuturor cordoanelor

(7.23) $$A_s = 2(a_1 l_1 + 2 a_2 l_2 + a_3 l_3)$$

In punctul 2 iau naştere toate eforturile, iar verificarea se face însumîndu-le în efortul de comparaţie cu relaţia :

(7.24) $$\sigma_{ech} = \sqrt{(\sigma_{s2}^M + \sigma_{s2}^N) + 3\,\tau_{s2}^{T\,2}} = \sqrt{\left(\frac{M}{W_{s2}} + \frac{N}{A_s}\right) + 3\,\frac{T^2}{A_{si}^2}} \leq 0{,}65\,\sigma_a$$

în care : Ws2 – este modulul de rezistenţă al întregii suduri faţă de pct.2

(7.25) $$W = \frac{2 I_s}{l_3} = \frac{2}{l_3}\left[2 a_1 l_1 \left(\frac{H+a_1}{2}\right)^2 + 4 a_2 l_2 \left(\frac{l_3 a_2}{2}\right)^2 + 2\,\frac{a_3 l_3}{12}\right]$$

As – este secţiunea totală de sudură (7.23)

Asi – este secţiunea de sudură a inimii $A_{si} = 2\,a_3 l_3$

Pentru uşurinţa calculului şi mai ales a execuţiei îmbinării, este raţional ca toate sudurile de pe tălpi şi inimă să se realizeze cu aceeaşi grosime $a_1 = a_2 = a_3 = a$, grosime care trebuie să satisfacă condiţiile :

(7.26) $a \geq 3\,mm$; $a \leq 0{,}8\,t_{inimă}$

7.3.4. Alcătuirea şi calculul îmbinării de prelungire cu şuruburi

La executarea îmbinărilor de montaj a elementelor realizate din profile ajurate, în special cînd aceste îmbinări se execută la înălţime se pot folosi pentru îmbinările de prelungire şuruburile, sub formă de şuruburi pasuite sau ca şuruburi de înaltă rezistenţă.

Imbinarea se face în acest caz cu ajutorul eclisselor dispuse pe tălpi şi pe inimă (fig.7.3).

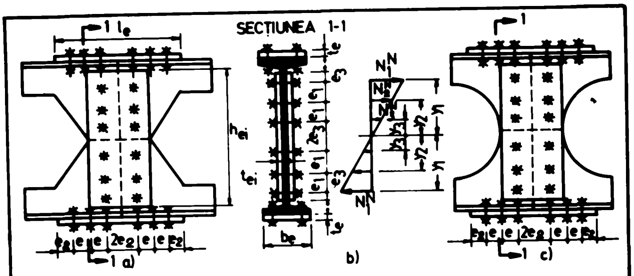


FIG. 7.3. Imbinarea de prelungire cu şuruburi.

Diametrul şuruburilor şi distanţele între şuruburi se iau conform STAS 763/1-71 şi STAS 565-63 referitor la profilele laminate dublu T.

Eclisele trebuie să îndeplinească următoarele condiţii :

(7.27) $I_e \geq I$ care înseamnă $2\,t_{ei} \geq d$ şi $t_e \geq t$

Ie fiind momentul de inerţie a ecliselor, t_{ei} şi t_e fiind grosimile ecliselor.

Pentru calculul şuruburilor de pe inimă aşezate la distanţa e_1 cuprinsă între distanţa minimă şi maximă se calculează momentul, forţa axială şi forţa tăietoare ce revin inimii.

(7.28) $M_{in} = M\dfrac{I_{in}}{I}$; $N_{in} = N\dfrac{A_{in}}{A}$; $T_{in} = T$

Considerînd eforturile din moment paralele cu axa grinzii şi variind liniar iar cele din forţa axială şi tăietoare egale condiţia de verificare este:

(7.29) $N_1 = \sqrt{(N_1^M + N_1^N) + N_1^{T2}} = \sqrt{\left(\dfrac{M_{in}y_1}{2\sum y_1^2} + \dfrac{N}{2n}\right)^2 + \left(\dfrac{T}{2n}\right)^2} \leq N_{amin}$

în care 2n - este numărul şuruburilor pe un şir, Namin - efortul admis minim dintre :

(7.30) $N_{ag} = 2d\sum t_{min}\sigma_a$; $N_{af} = 2\dfrac{\pi d^2}{4}\,0{,}8\,\sigma_a$

d fiind diametrul şuruburilor tmin grosimea minimă inimă sau eclisă

Numărul şuruburilor de prindere a ecliselor tălpii se determină ca să poată transmite efortul efectiv din talpă.:

(7.31) $N_{ef} = A_t\sigma_{ef}$

At - este aria tălpii -efortul efectiv din secţiunea îmbinării :

(7.32) $n = \dfrac{N}{N_{amin}} = \dfrac{A_t\sigma_{ef}}{N_{amin}}$

CAPITOLUL 8

ÎNTĂRIREA ŞI RIGIDIZAREA PROFILELOR AJURATE

8.1. GENERALITĂŢI

La alcătuirea elementelor construcţiilor metalice din profile ajurate se pune în anumite situaţii, problema întăririi unor goluri, pentru a putea prelua solicitările din secţiunea respectivă. Aşa este cazul în special atunci cînd profilele ajurate au înălţimea "a" a profilelor T ce mărginesc golurile, foarte mică, sau în cazul golurilor elementelor din profile ajurate situate în secţiunea în care cele două solicitări : momentul şi forţa tăietoare sînt maxime în aceeaşi secţiunea.

De asemenea datorită înălţimii mai mari a montanţilor dintre goluri în comparaţie cu înălţimea inimii profilelor laminate din care se scot în, se poate pune problema rigidizării montanţilor pentru a împiedica pierderea stabilităţii acestora.

Această rigidizare trebuie făcută întotdeauna la montanţii de reazim care transmit reacţiunile grinzilor.

8.2. ÎNTĂRIREA PROFILELOR AJURATE ÎN JURUL GOLURILOR

Întărirea golurilor la profilele ajurate este necesar să fie făcută în cazul cînd înălţimea golurilor este foarte mare, respectiv înălţimea "a" a profilelor T este mică, deoarece în acest caz profilele T au o rigiditate mică la încovoiere, motiv pentru care efectul forţei tăietoare este foarte mare, eforturile σ_T putînd chiar depăşi efectul momentului încovoietor, iar eforturile tangenţiale τ_T sînt de asemenea mari.

Întărirea golurilor se face şi în cazul golurilor aflate în regiunea cu forţe tăietoare şi momente maxime în aceeaşi secţiune.

8.2.1. Întărirea profilelor ajurate prin bordarea golurilor

Pentru întărirea profilelor ajurate în porţiunea cea mai solicitată din dreptul golurilor, soluţia cea mai simplă în cazul profilelor cu goluri hexagonale sau octogonale este de a suda de inima profilelor T de deasupra şi de desubtul golurilor o bandă de oţel cu lăţimea cît lăţimea tălpii profilelor T şi de lungime cît lungimea "b" a porţiunii de secţiune constantă (fig.8.1 a). La profilele ajurate cu goluri circulare şi ovale se poate realiza o întărire similară numai pe porţiunea definită printr-un unghi $\varphi = 2x15^{\circ}$ în care eforturile unitare sînt maxime, sudînd la fel o bandă de oţel (fig. 8.1 b).

Soluţia are avantajul unei execuţii simple şi puţin costisitoare avînd însă dezavantajul la profilele ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale că se opreşte tocmai în secţiunea unde eforturile însumate din moment şi forţa tăietoare sînt maxime. De aceea o soluţie îmbunătăţită poate fi realizată dacă banda de întărire se face de lungime mai mare ca lungimea "b" a secţiunii constante avînd tăiate la capete două fante pentru a se petrece peste inima profilului (fig.8.1 c) sau o altă soluţie este de a îndoi banda de întărire încît să se petreacă puţin şi pe marginea montantului(fig. 8.1 d). Aceste soluţii au dezavantajul unui consum mai mare de oţel şi de manoperă pentru prelucrarea benzii.

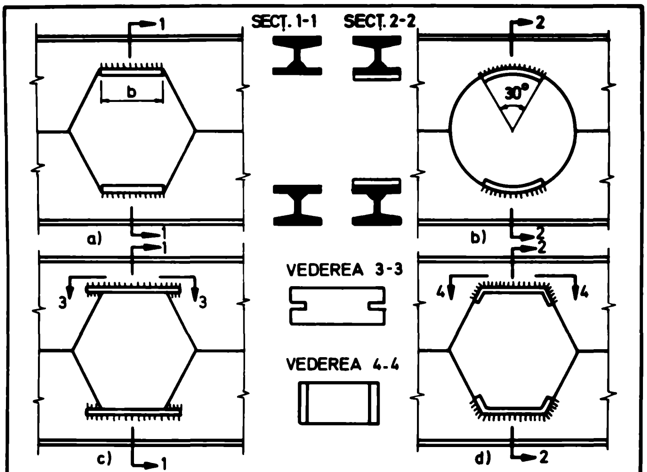


FIG. 8.1. Intărirea profilelor T în dreptul golurilor.

In cazul cînd solicitările sînt mari şi în special cînd forţa tăietoare este foarte mare, sau cînd cele două solicitări M şi T sînt maxime în aceeaşi secţiune se pune problema întăririi atît a profilelor T cît şi a montanţilor în jurul golurilor ~~ajurate~~ pt. a putea prelua eforturile unitare normale din forţa tăietoare.

Intărirea golurilor din regiunea solicitărilor maxime se face la profilele cu goluri hexagonale bordînd marginea golurilor cu o bandă de oţel îndoită şi sudată pe tot conturul (fig.8.2 a), iar la profilele ajurate cu goluri circulare, bordarea marginii golurilor se face cu ajutorul unui cupon de ţeavă (fig.8.2 b) care prezintă avantajele arătate în capitolul 1. In cazul profilelor cu goluri octogonale şi ovale bordarea marginilor golurilor se poate face numai pe porţiunea variabilă a montanţilor (fig.8.2 c,d), cu ajutorul unei platbande îndoite sau cu două jumătăţi de cupon de ţeavă, sau pe tot conturul golurilor (fig.8.2 d) completînd cu benzi de oţel şi pe înălţimea h_1 (fig.8.2 e,f).

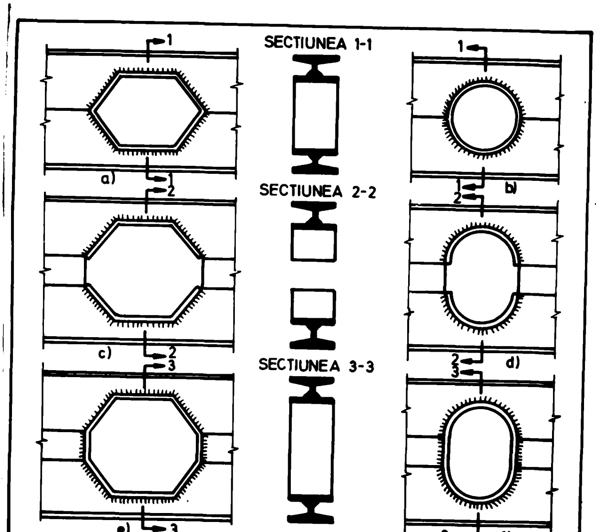


FIG. 8.2 Intărirea golurilor pe contur.

8.2.2. Intărirea profilelor ajurate prin umplerea golurilor

In cazul elementelor construcţiilor metalice alcătuite din profile ajurate la care solicitările M şi T sînt maxime în aceeaşi secţiune, întărirea profilelor ajurate se poate face cu bune rezultate, prin umplerea golurilor învecinate acestei secţiuni cu petice de forma golurilor şi de grosime egală cu grosimea inimii, care se sudează pe contur de inimă.

Astfel de situaţii se întîlnesc pe scară largă la golurile vecine reazemelor intermediare a grinzilor continue precum şi la colţurile de cadru (fig.8.3).

Cînd se umplu golurile calculul elementelor în regiunea secţiunii întărite se face ca la grinzile cu inimă plină. La profilele cu grosimi ale inimii mai mici decît 8 mm (I 22), peticul de umplere a golurilor se sudează fără prelucrare de inimă, iar la grosimi mai mari acesta se prelucrează în formă de X.

Intărirea golurilor la profilele ajurate cu goluri circulare sau ovale se face mult mai uşor decît la profilele ajurate obişnuite, cu ajutorul cupoanelor de ţeavă (fig.8.3 b) sau cu ajutorul peticelor circulare de umplere a golurilor (fig.8.3 b,d) soluţie care este mai puţin folosită.

BUPT

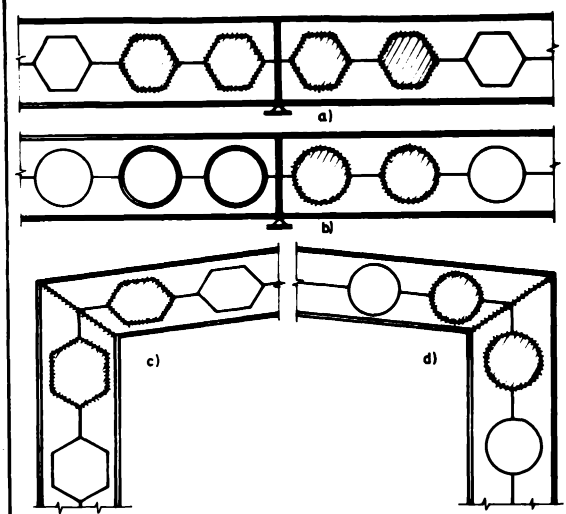


FIG. 8.3. Intărirea golurilor din regiunile puternic solicitate.

8.3. RIGIDIZAREA MONTANTILOR GRINZILOR AJURATE

La grinzile din profile ajurate,datorită creşterii foarte mari a înălţimii inimii în comparaţie cu profilele laminate dublu T,mai ales în cazul cînd acestea au şi plăcuţe intermediare,pericolul pierderii stabilităţii inimii în dreptul plăcuţelor este mai accentuată.Creşterea pericolului de pierdere a stabilităţii inimii la profilele ajurate rezultă dacă se face un studiu comparativ a raportului dintre grosimea inimii şi înălţimea ei fig.8.4.

In figura 8.5 este reprezentată variaţia raportului dintre grosimea şi înălţimea inimii,pentru profilele ajurate cu şi fără plăcuţe intermediare cu goluri hexagonale sau circulare,precum şi scăderea acestui raport prin ajurare.La trasarea diagramelor s-au considerat profilele laminate de la I 16 – I 40 şi profilele ce provin din acestea luînd valorile medii a dimensiunilor de ajurare astfel pentru profilele cu goluri hexagonale şi octogonale au fost luate $a = h/3$, $h_1 = h/2$ iar la cele cu goluri circulare şi ovale $a = h/4$, $h_1 = h/2$. In diagramă este prezentată de asemenea şi scăderea procentuală a raportului ki scădere care variază între 26 şi 33 % la profilele cu goluri hexagonale şi circulare ($h_1 = 0$) şi între 72 - 80 % la profilele cu goluri octogonale şi ovale cu plăcuţe intermediare.

Pentru a evita pericolul pierderii stabilităţii inimii este necesar să se facă rigidizarea montanţilor grinzilor ajurate, prin rigidizari ce se sudează de inima profilelor ajurate.

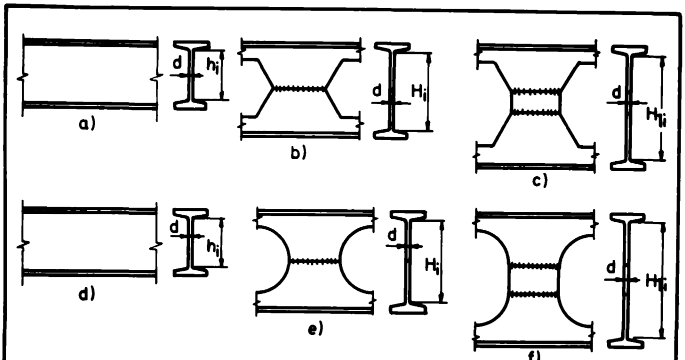


FIG. 8.4. Cresterea comparativă a înălțimii inimii prin ajurare.

Din punct de vedere constructiv rigidizările montanților pot fi realizate din oțel lat cu lățimea pînă la marginea lățimii tălpilor (fig.8.6 a), din profile T laminate, sau obținute prin tăierea profilelor dublu T în două (fig.8.6 b) sau din corniere (fig.8.6 c,d).

In general rigidizările profilelor ajurate sînt alcătuite din oțel lat pentru că înălțimea acestora nu este foarte mare. Rigidizările din oțel lat se execută cu o înălțime pînă la conjeul profi-

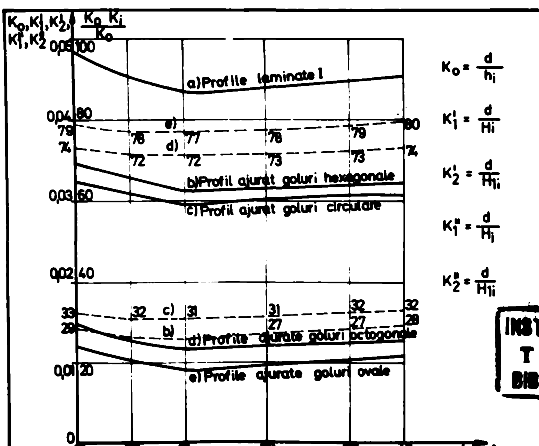


FIG. 8.5. Scăderea raportului dintre grosimea și înălțimea inimii.

lului ajurat dintre inimă şi tălpi şi se sudează numai de inimă

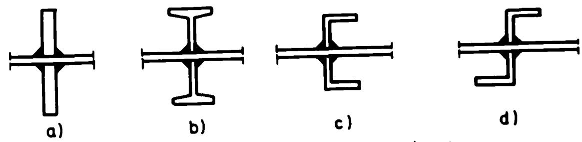


FIG. 8.6. Tipuri de rigidizări la profile ajurate.

(fig.8.7 a), sau cu o înălţime cît înălţimea inimii în care se prelucrează pentru a se suda de inimă şi tălpi (fig.8.7 b).La rigidizări de reazime,la grinzi din profile ajurate cu plăcuţe intermediare,la care înălţimea este mare şi reacţiunile sînt mari,rigidizările se pot executa din profile T sau corniere (fig.8.7 c,d)

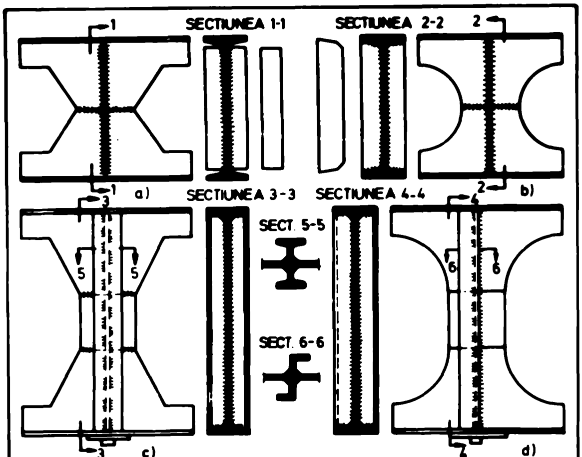


FIG. 8.7. Rigidizarea montanţilor profilelor ajurate.

Întrucît la folosirea profilelor T şi a cornierelor,pentru executarea rigidizărilor apar unele complicaţii la prelucrarea capetelor acestora pentru sudarea de tălpi, nu se recomandă executarea acestui tip de rigidizări decît în cazul profilelor ajurate cu înălţime foarte mare,realizate cu goluri octogonale şi ovale şi numai la montanţii în care acţionează forţe concentrate foarte mari.

În unele cazuri în care apar solicitări de încovoiere foarte mari însoţite de forţe concentrate mari,cum este cazul pe reazemele grinzilor continue se poate executa atît rigidizarea montanţilor respectivi cît şi întărirea golurilor învecinate acestuia (fig. 8.8 a,b).

Intărirea golurilor se face fie prin bordare cu platbande îndoite (fig.8.8 a) sau cu cupoane de țeavă (fig.8.8 b),fie prin umplerea golurilor (fig.8.8).

Tot pentru întărirea regiunii în care solicitările M,N,T sînt maxime în aceeași secțiune cum este cazul la colțurile cadrelor realizate din profile ajurate,se recomandă ca întărirea acestei regiuni să se facă prin executarea colțurilor de cadru cu inimă plină,care se îmbină cu sudură de stîlpii și riglele executate din profile ajurate (fig.8.9).

Colțurile de cadre se execută în acest caz deobicei curbe, pentru o mai bună urmărire a direcției liniilor de scurgere a eforturilor.

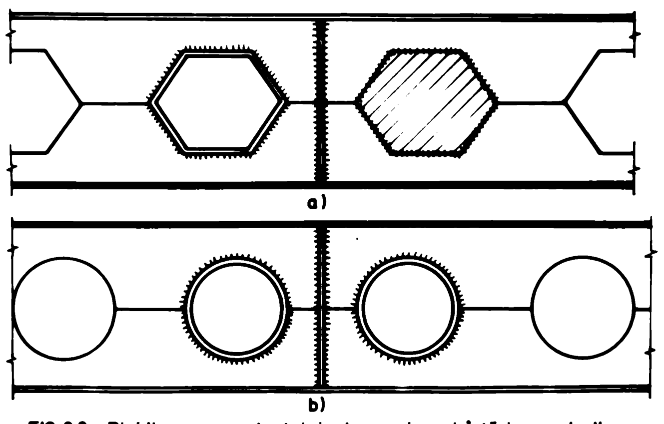


FIG.8.8. Rigidizarea montantului de reazim și intărirea golurilor.

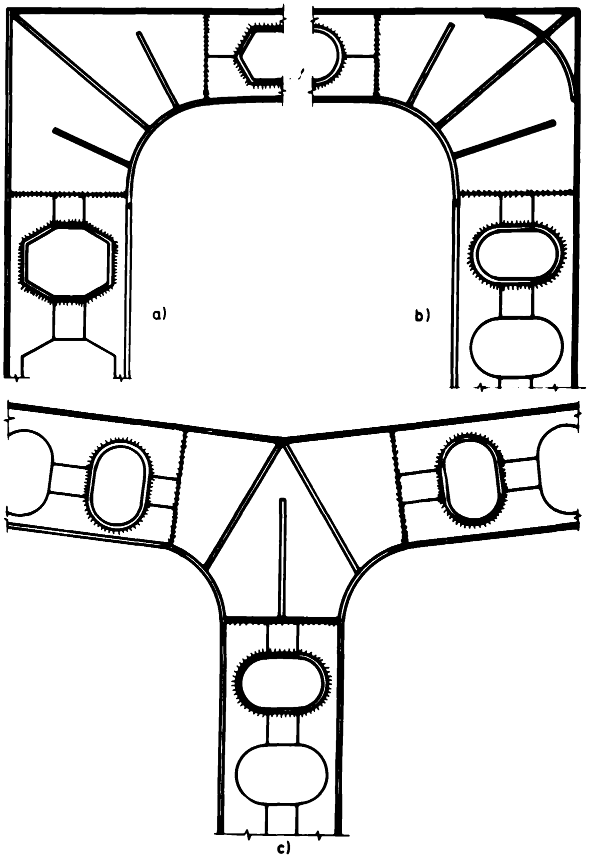


FIG. 8.9 Realizarea colțurilor de cadru cu inimă plină

CAPITOLUL 9

EXEMPLE DE CALCUL ŞI VERIFICAREA GRINZILOR AJURATE

Pentru verificarea calculului simplificat şi a celui exact şi mai ales pentru a face o comparaţie între modul de comportare a grinzilor realizate din profile ajurate obişnuite cu goluri hexagonale şi cele realizate din profile ajurate cu goluri circulare, a fost făcut calculul şi încercarea experimentală a două grinzi cu goluri hexagonale şi două cu goluri circulare.

9.1.- SISTEMUL STATIC DIMENSIUNILE ŞI SOLICITĂRILE GRINZILOR

9.1.1. Dimensiunile şi încărcările grinzilor ajurate

Grinzile alese pentru calcul şi încercate experimental, au fost realizate sub formă de grinzi simplu rezemate, avînd deschiderea de 5500 mm. Incărcarea la care au fost calculate este încărcarea cu două forţe concentrate dispuse în jurul treimilor grinzii (fig.9.1) avînd valoarea P = 1400 daN.

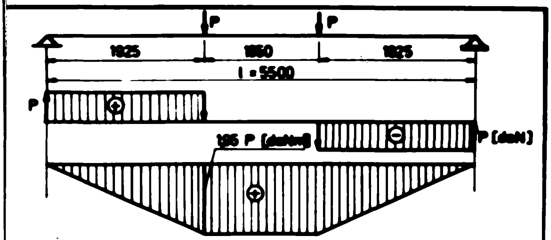


FIG. 9.1. Schema grinzilor calculate şi verificate experimental

Grinzile au fost confecţionate din profile dublu T 18, pe care catedra le avea la dispoziţie. In ce priveşte dimensiunile de ajurare a grinzilor, înălţimea profilelor T de deasupra şi de desubtul golurilor s-a luat pentru grinzile cu goluri hexagonale egală cu : a = h/4 = 180/4 = 45 mm conform recomandărilor date în lucrare şi în Stahlbau, iar pentru grinzile cu goluri circulare dimensiunea a s-a luat a = h/5 = 180/5 = 36 mm luîndu-se a = 35 mm care se încadrează la mijlocul intervalului recomandat în lucrare în capitolul 2.

Pentru celelalte dimensiuni : lungimea "b" de contact, pasul "p" a golurilor, raza R a golurilor circulare, au fost luate valori cuprinse în limitele indicate în lucrare şi care sînt date în fig.9.2

9.1.2. Calculul solicitărilor produse de forţele concentrate

Forţa tăietoare şi momentul încovoietor variază ca în diagramele din figura 9.1. Forţa tăietoare este constantă şi egală cu P = 1400 daN pe porţiunile laterale, şi nulă pe porţiunea dintre cele două forţe iar momentul încovoietor este maxim pe porţiunea centrală fiind egal cu M = 1,95 P = 1,95.2100 = 4100 daN.m.

Pentru calculul simplificat trebuie calculate solicitările în axul golului cel mai solicitat (golul nr.7) din stînga primei forțe, unde forța tăietoare este maximă iar momentul este apropiat de cel maxim și unde rezultă eforturile unitare normale maxime.

În axul golului 7 aceste solicitări au valoarea :

$$T = P = 1400 \text{ daN}$$

$M = 1,805\ P = 1,805.1400 = 2540$ daN pt.goluri hexagonale

$M = 1,787\ P = 1,787.1400 = 2520$ daNm pt.goluri circulare.

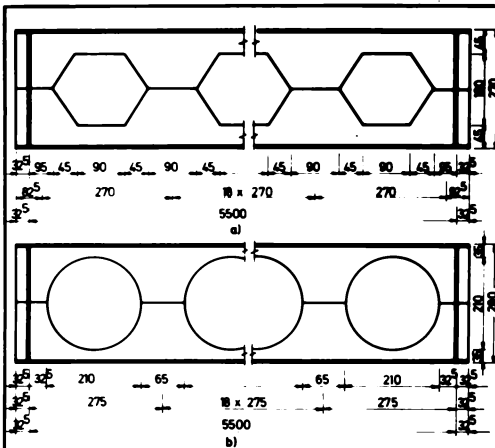


FIG. 9.2 Dimensiunile grinzilor verificate experimental.

9.2. CALCULUL SIMPLIFICAT AL GRINZILOR AJURATE

9.2.1. Grinda cu goluri hexagonale

9.2.1.1. Verificarea eforturilor unitare normale

Eforturile unitare normale din tălpile formate din cele două profile T, se calculează cu relația (3.5 a) și sînt maxime în colțul golurilor. Coeficientul α'' se calculează cu relația (3.4 a) sau se scoate din fig.3.3 rezultînd $\alpha'' = 103$, iar efortul este pentru y_o = 248,2 mm A_o = 11,07 cm^2.

$$\sigma = \frac{1}{24,82.11,07}(254000 + 103.1400) = 1470 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} < \sigma_a = 1500 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

9.2.1.2. Verificarea eforturilor unitare tangențiale

Eforturile unitare tangențiale se calculează cu relația(3.12) în care Sx se calculează cu relația (3.13) :

$$Sx = \frac{0,69(4,5 - 1,09)^2}{2} = 4,00 \text{ cm}^3$$

$$\tau = \frac{1400 \,.\, 4,0}{2.0,69.19,9} = 203 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} < \tau_a = 900 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

9.2.1.3.- Verificarea eforturilor unitare echivalente

Verificarea eforturilor unitare echivalente se face cu relația (3.15 a) :

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\left(\frac{254000}{24,82.11,87}\right)^2 + 3.203^2} = 980 \frac{daN}{cm^2} << 1,1\,\sigma_a = 1650 \frac{daN}{cm^2}$$

9.2.1.4. Verificarea condiției de rezistență a montanților

Verificarea condiției de rezistență a montanților se face cu relația (3.29a) luînd în considerare dimensiunile grinzii ajurate : $p = 270$ mm, $d = 6,9$ mm, $y_o = 248,2$ mm, $b = 90$ mm, $c = 45$ mm, $v = 90$ mm și rezultă :

$$\sigma_{ech} = \frac{3.27.1400}{0,69.24,82.18}\sqrt{\frac{4.9^2}{18^2} + \frac{3}{4}} = 370.1,32 = 495 \frac{daN}{cm^2} \ll 1,1 \;= 1650 \frac{daN}{cm^2}$$

9.2.1.5. Verificarea stabilității montanților

Pentru verificarea stabilității se calculează o forță tăietoare critică cu relația (3.30) în care se face $h_1 = 0$ ne avînd plăcuțe intermediare.

$$T_{cr} = 35600 \frac{d^3}{y_o}\left[1 + \left(1 - 2\frac{b}{p}\right)\left(1 - 1,6\frac{v}{y_o}\right)\right] \quad daN$$

în care dimensiunile se introduc în mm .

$$T_{cr} = 25600 \frac{6,9^3}{248,2}\left[1 + \left(1 - 2\frac{90}{270}\right)\left(1 - 1,6\frac{90}{248,2}\right)\right] = 54500 \quad daN$$

Se calculează valorile din relațiile (3.31) - (3.33) pentru a vedea în care se încadrează $(h_1 = 0)$ pentru a determina forța tăietoare elastică

$$v\frac{3b - p}{p - 2b} = 90\frac{270 - 270}{270 - 180} = 0$$

deci este primul caz $h_1 = 0 = v\frac{3b-p}{p-2b}$ și Te se ia din (3.31) :

$$Te = d\frac{y_o}{2}\frac{(p-b)^2}{3pv}\sigma_e = 6,9\frac{248,2}{2}\cdot\frac{(270-90)^2}{3.270.90}\,20 = 7600 \quad daN$$

Forța tăietoare schimbînd de semn, cum $T_{cr} = 54500 > 2$ Te $= 15200$ daN verificarea stabilității se face cu relația :

$$T < Te \quad ; \quad T = 1400 < Te = 7600 \quad daN$$

condiția fiind îndeplinită.

9.2.1.6. Verificarea stabilității generale

Formula de verificare a stabilității generale este (3.40), în care Me - se ia conform STAS 763/1-71 Me = Mmax = 2540 daNm iar $\ell_c = \ell_1 = 900$ mm, $i_y = 1,74$ cm cu care rezultă :

$\lambda_y = \frac{90}{1,74} = 52 \quad \varphi_y = 0,806$, iar Wxmed $= \frac{2\,Ixm}{H} = \frac{2.3646}{27} = 270$ cm^3

și $\quad \sigma = \frac{254000}{0,806.270} = 1170$ daN/cm^2 $< \sigma_a$

stabilitatea tălpii comprimate a fost realizată prin contravîntuirea dintre cele două grinzi.

9.2.1.7. Verificarea săgeții maxime

Săgeata maximă se verifică cu relația (3.68), în care K_f se ia din prima coloană a tabelului 3.2 pentru încărcări concentrate și are valoarea : $K_f = 1,20$, iar ω este dat în tabelul anex 4 și are valoarea funcţie de $\alpha = \frac{1,805}{5500} = 0,33$

$$\omega = \frac{3-4\alpha^2}{24} = \frac{3-4.0,33^2}{24} = \frac{2,56}{24} = 0,106 \quad \text{şi rezultă :}$$

$$f = 1,20.0,106.\frac{254000.550^2}{2,1.10^6.3646} = 1,32 \text{ cm} < fa = \frac{\ell}{300} = 1,82 \text{ cm}$$

9.2.2. <u>Grinda cu goluri circulare</u>

9.2.2.1. <u>Verificarea eforturilor unitare normale</u>

Eforturile unitare normale în axul golurilor sînt date de (3.70a) care cu y_o = 254,0 mm şi A_o = 10,37 cm^2 conduce la :

$$\sigma_o = \frac{252000}{26,40.10,37} = 950 \frac{daN}{cm^2} < \sigma_a = 1500 \ daN/cm^2$$

Verificarea eforturilor într-o secţiune curentă se face cu relaţia (3.89a), în care θ şi λ sînt funcţie de unghiul φ şi se scot din fig.3.18 şi 3.19.

Pentru a vedea unghiul φ la care efortul σ este maxim aceasta se calculează pentru unghiul φ = 0°, 5°, 10°, 15° şi 20°.

- $\varphi = 0°$ $\theta = 0,099$, $\lambda = 0$ $\sigma_\varphi = \frac{252000}{26,4} 0,099 = 950 \frac{daN}{cm^2} < \sigma_a$

- $\varphi = 5°$, $\theta = 0,097$, $\lambda = 0,101$, $\sigma = \frac{252000}{26,4} 1,097 + 1400.0,101 = 1080 \frac{daN}{cm^2} < \sigma_a$

- $\varphi = 10°$, $\theta = 0,092$, $\lambda = 0,20$, $\sigma = \frac{252000}{26,4} 0,092 + 1400.0,20 = 1160 \frac{daN}{cm^2} < \sigma_a$

- $\varphi = 15°$, $\theta = 0,084$, $\lambda = 0,295$, $\sigma = \frac{252000}{26,4} 0,084 + 1400.0,295 = 1225 \frac{daN}{cm^2} < \sigma_a$

- $\varphi = 20°$, $\theta = 0,075$, $\lambda = 0,36$, $\sigma = \frac{252000}{26,4} 0,075 + 1400.0,360 = 1215 \frac{daN}{cm^2} < \sigma_a$

Se vede că efortul este maxim pentru φ = 15° aşa cum este arătat în paragraful 3.3.1.3, dar acest efort este mult mai mic decît în cazul profilelor ajurate cu goluri hexagonale, ceea ce demonstrează avantajul acestui nou tip de profile ajurate.

Eficienţa exprimată prin scăderea eforturilor, la grinzile ajurate cu goluri circulare faţă de cele cu goluri hexagonale, calculate şi încercate experimental poate fi scrisă :

$$e = \frac{1470 - 1225}{1225} 100 = 19,9 \%$$

9.2.2.2. <u>Verificarea eforturilor unitare tangenţiale</u>

Se face cu relaţia (3.12) în care Sx - rezultă din relaţia (3.13)

$$Sx = \frac{0,69(3,5 - 0,83)^2}{2} = 2,5 \text{ cm}^3$$

$$\tau = \frac{1400.2,5}{2.0,69.8,5} = 300 \text{ daN/cm}^2 < \tau_a = 900 \text{ daN/cm}^2$$

9.2.2.3. <u>Verificarea eforturilor unitare echivalente</u>(r.3.15a)

$$\sigma_{ech} = \sqrt{920^2 + 3\cdot 300^2} = 1060 \text{ daN/cm}^2 < 1{,}1\,\sigma_a = 1650 \text{ daN/cm}^2$$

9.2.2.4. Verificarea condiţiei de rezistenţă a montanţilor

Verificarea condiţiei de rezistenţă a montanţilor se face cu relaţia (3.195) în care ω=0, pentru unghiul $\varphi = 60^0$ (3.197) şi rezultă :

$$\sigma_{ech} = \frac{27{,}5\cdot 1400}{2\cdot 0{,}69[6{,}5+2\cdot 10{,}5(1-0{,}86)]}\sqrt{\frac{144\cdot 10{,}5^2\cdot 0{,}5^2}{26{,}4^2\,[6{,}5+2\cdot 10{,}5(1-0{,}86)]^2}+\frac{1{,}8}{4\cdot 26{,}4^2}}$$

$$= 950 \text{ daN/cm}^2 < 1{,}1\,\sigma_a = 1650 \text{ daN/cm}^2$$

9.2.2.5. Verificarea stabilităţii montanţilor

Stabilitatea montanţilor se verifică calculînd forţa tăietoare critică cu relaţia (3.194a)

$$T_{cr} = \frac{22\cdot 10^6\cdot H\, d^3}{p\cdot J_g} = \frac{22\cdot 10^6\cdot 10{,}5\cdot 0{,}69^3}{27{,}5\cdot 26{,}4} = 105000 \text{ daN}$$

şi forţa tăietoare admisibilă elastică minimă din condiţia de încovoiere (3.201) :

$$T_a' = \frac{400\, d\, J_o\, H}{p} = \frac{400\cdot 0{,}69\cdot 26{,}4\cdot 10{,}5}{27{,}5} = 2800 \text{ daN}$$

Întrucît $T_a' < T_{cr}$ verificarea se face cu relaţia $CT < T_a'$ (3.205)

$1{,}6\cdot 1400 < 2800$ deci 2240 daN < 2800 daN

condiţia fiind îndeplinită.

9.2.2.6. Verificarea stabilităţii generale

se face cu aceeaşi relaţie (3.40), în care $M_o = M_{max} = 2500$ daNm, $l_c = l_1 = 900$ cm, $i_y = 1{,}75$ cm, $W_{xned} = \frac{2I_x}{H} = \frac{2\cdot 4120}{28} = 295$ cm^3

$\lambda_y = \frac{90}{1{,}75} = 51$, $\varphi_y = 0{,}816$.

$$\sigma = \frac{250000}{0{,}816\cdot 295} = 1070 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_a$$

şi în acest caz stabilitatea tălpii este asigurată de contravîntuirea tălpii.

9.2.2.7. Verificarea săgeţii maxime

Săgeata maximă se verifică cu relaţia (3.227)

K_f=1,15 din tabelul 3.7, $\omega = \frac{3-4\alpha^2}{24}$ din tabelul 3.8 care pentru $\alpha = \frac{1787}{5500} = 0{,}325$ are valoarea $\omega = \frac{3-4\cdot 0{,}325^2}{24} = 0{,}108$ iar momentul de inerţie $I_{calc} = K_I I_1$ în care $K_I = 1{,}060$ din tabelul 3.9 şi I_{calc} este $I_{calc} = 1{,}060\cdot 3.880 = 4120$ cm^4

$$f = 1{,}15\cdot 0{,}108\,\frac{250000\cdot 550^2}{2{,}1\cdot 10^6\cdot 4120} = 1{,}12 \text{ cm} < f_a = \frac{l}{300} = 1{,}82 \text{ cm}$$

9.3. CALCULUL EXACT AL GRINZILOR AJURATE

Grinzile ajurate luate în considerare în calcul sînt identice ca încărcare şi ca număr de goluri ca şi grinda prezentată în calcul în capitolul 4, ceea ce înseamnă că relaţiile de calcul scrise pentru coeficienţii δ_{ij} şi Δ_{ij} sînt valabili şi în acest caz şi ei re-

rezultă dacă se înlocuiesc valorile caracteristicilor geometrice ale secţiunii, calculate pentru dimensiunile alese ale profilelor ajurate în relaţiile (4.21) - (4.32)

9.3.1. Scrierea ecuaţiilor de condiţie

9.3.1.1. Grinzile ajurate cu goluri hexagonale

În calcul intervin caracteristicile secţiunii geometrice: $y_0=24,82$ cm, $p=27$ cm, $I_0=19,9$ cm^4, $A_0=11,07$ cm^2, $I_{m0}=\frac{2\cdot 6,3^3}{12}=41,6$ cm^4, $I_m=\theta_1 I_{m0}=4,93\cdot 41,6=205$ cm^4, $A_{m0}=0,69\cdot 9=6,21$ cm^2, $A_m=\theta_4 A_{m0}=1,33\cdot 6,21=8,3$ cm^2, $\varkappa=2,4$.

1. Calculul coeficienţilor necunoscutelor

$$a=\delta_{n-1,n-4}=\delta_{n-1,n+2}=-y_0\left(\frac{1}{3}\frac{y_0^2}{I_m}+\frac{13}{5}\frac{\varkappa}{A_m}\right)=$$

$$=-24,82\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{24,82^2}{205}+\frac{13}{5}\frac{2,4}{8,3}\right)=-43,44\ \text{cm}^{-1}$$

$$b=\delta_{n-1,n-3}=\delta_{n-1,n+3}=-\frac{1}{4}\frac{py_0^2}{I_m}=-\frac{1}{4}\cdot\frac{27\cdot 24,82^2}{205}=-20,32\ \text{cm}^{-1}$$

$$c=\delta_{n-1,n-2}=\delta_{n-1,n+4}=\frac{1}{2}\frac{y_0^2}{I_m}=\frac{1}{2}\cdot\frac{24,82^2}{205}=1,50\ \text{cm}^{-2}$$

$$d=\delta_{n-1,n-1}=2\left(\frac{1}{3}\frac{y_0^2}{I_m}+\frac{1}{2}\frac{py_0^2}{I_0}+\frac{13}{5}\cdot\frac{\varkappa y_0}{A_m}\right)=$$

$$=2\left(\frac{1}{3}\frac{24,82^2}{205}+\frac{1}{2}\frac{27\cdot 24,82^2}{19,9}+\frac{13}{5}\frac{2,4\cdot 24,82}{8,3}\right)=927,73\ \text{cm}^{-1}$$

$$e=\delta_{n-1,n+1}=-y_0\left(\frac{y_0}{I_m}+\frac{p}{I_0}\right)=-24,82\left(\frac{24,82}{205}+\frac{27}{19,9}\right)=-36,49\ \text{cm}^{-2}$$

$$f=\delta_{n,n-3}=\delta_{n,n+3}=y_0\left(\frac{1}{4}\frac{p^2}{I_m}-\frac{1}{A_m}\right)=24,82\left(\frac{1}{4}\frac{27^2}{205}-\frac{1}{8,3}\right)=19,11\ \text{cm}^{-1}$$

$$g=\delta_{n,n-2}=-\frac{1}{2}\frac{py_0}{I_m}=-\frac{1}{2}\frac{27\cdot 24,82}{205}=-1,64\ \text{cm}^{-2}$$

$$h=\delta_{n,n}=2\left(\frac{1}{4}\frac{p^2y_0}{I_m}+\frac{1}{12}\frac{p^3}{I_0}+\frac{13}{5}\frac{\varkappa p}{A_0}+\frac{y_0}{A_m}\right)=$$

$$=2\left(\frac{1}{4}\frac{27^2\cdot 24,82}{205}+\frac{1}{12}\frac{27^3}{19,9}+\frac{13}{5}\frac{2,4\cdot 27}{11,07}+\frac{24,82}{8,3}\right)=249,2\ \text{cm}^{-1}$$

$$i=\delta_{n+1,n-2}=\delta_{n+1,n+4}=-\frac{y_0}{I_m}=-\frac{24,82}{205}=-0,12\ \text{cm}^{-3}$$

$$j=\delta_{n+1,n+1}=2\left(\frac{y_0}{I_m}+\frac{p}{I_0}\right)=2\left(\frac{24,82}{205}+\frac{27}{19,9}\right)=2,96\ \text{cm}^{-3}$$

2. Calculul termenilor liberi

$$\Delta_{1p}=-\frac{1}{2}\frac{qp^2y_0}{I_0}=-\frac{1}{2}\frac{1420\cdot 27^2\cdot 24,82}{19,9}=-\ [illegible]\ \text{daN cm}^{-1}$$

$$\Delta_{20} = \Delta_{50} = \Delta_{80} = \Delta_{11.0} = \Delta_{14.0} = \Delta_{17.0} = \Delta_{20.0} =$$

$$= -\,pP\left(\frac{1}{12}\,\frac{p^2}{I_0} - \frac{13}{5}\,\frac{2c}{I_c} \right) = -27.1400\left(\frac{1}{12}\,\frac{27^2}{19,9} - \frac{13}{5}\,\frac{2,4}{11,07} \right) =$$

$$= -\,94084 \text{ daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{30} = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2P}{I_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{27^2 1400}{19,9} = 25643 \text{ daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{40} = -\frac{3}{2}\,\frac{Pp^2y_0}{I_0} = -\frac{3}{2}\,\frac{1400.27^2.24.82}{19,9} = 1909395 \text{ daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{60} = \frac{3}{2}\,\frac{p^2P}{I_0} = \frac{3}{2}\,\frac{27^2.1400}{19,9} = 76929 \text{ daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{70} = -\frac{5}{2}\,\frac{Pp^2y_0}{I_0} = -\frac{5}{2}\,\frac{1400.27^2.24.82}{19,9} = -\,3.182.325 \text{ daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{90} = +\frac{5}{2}\,\frac{p^2P}{I_0} = \frac{5}{2} \cdot \frac{27^2.1400}{19,9} = 128.215 \text{ daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{10.0} = -\frac{7}{2}\,\frac{Pp^2y_0}{I_0} = -\frac{7}{2} \cdot \frac{1400.27^2.24.82}{19,9} = -\,4.455.255 \text{ daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{12.0} = \frac{7}{2}\,\frac{p^2P}{I_0} = \frac{7}{2}\,\frac{27^2.1400}{19,9} = 179.501 \text{ daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{13.0} = -\frac{9}{2}\,\frac{Pp^2y_0}{I_0} = -\frac{9}{2}\,\frac{1400.27^2.24.82}{19,9} = -\,5.728.185 \text{ daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{15.0} = \frac{9}{2}\,\frac{p^2P}{I_0} = \frac{9}{2}\,\frac{27^2.1400}{19,9} = 230.787 \text{ daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{16.0} = -\frac{11}{2}\,\frac{Pp^2y_0}{I_0} = -\frac{11}{2}\,\frac{1400.27^2.24.82}{19,9} = -\,7.001.115 \text{ daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{18.0} = \frac{11}{2}\,\frac{p^2P}{I_0} = \frac{11}{2}\,\frac{27^2.1400}{19,9} = 282.073 \text{ daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{19.0} = -\frac{13}{2}\,\frac{Pp^2y_0}{I_0} = -\frac{13}{2}\,\frac{1400.27^2.24.82}{19,9} = -\,8.274.045 \text{ daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{21.0} = \frac{13}{2}\,\frac{p^2P}{I_0} = \frac{13}{2}\,\frac{27^2.1400}{19,9} = 333.359 \text{ daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{22.0} = \Delta_{25.0} = \Delta_{28.0} = -7\,\frac{Pp^2y_0}{I_0} = -7\,\frac{1400.27^2.24.82}{19,9} =$$

$$= -\,8.910.510 \text{ daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{23.0} = \Delta_{26.0} = \Delta_{29.0} = 0$$

$$\Delta_{24.0} = \Delta_{27.0} = \Delta_{30.0} = 7\,\frac{p^2 P}{I_5} = 7\,\frac{27^2 \cdot 1400}{19,9} = 359.002 \text{ daNcm}^{-2}$$

Cu acestea rezultă sistemul de ecuații :

SISTEMUL DE ECUAȚII PENTRU GRINZI CU GOLURI HEXAGONALE

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}	$= \Delta_i$
1	927,76	0	-36,49	-43,44	20,32	1,50																									= +636465
2	0	245,20	0	-20,32	19,11	1,64																									= +94084
3	-36,49	0	2,96	1,50	-1,64	-0,12																									= -25643
4	-43,44	-20,32	1,50	927,76	0	-36,49	-43,44	20,32	1,50																						= +1909395
5	20,32	19,11	-1,64	0	245,20	0	-20,32	19,11	1,64																						= +94084
6	1,50	1,64	-0,12	-36,49	0	2,96	1,50	-1,64	-0,12																						= -76929
7				-43,44	-20,32	1,50	927,76	0	-36,49	-43,44	20,32	1,50																			= +3182325
8				20,32	19,11	-1,64	0	245,20	0	-20,32	19,11	1,64																			= +94084
9				1,50	1,64	-0,12	-36,49	0	2,96	1,50	-1,64	-0,12																			= -128215
10							-43,44	-20,32	1,50	927,76	0	-36,49	-43,44	20,32	1,50																= +4455255
11							20,32	19,11	-1,64	0	245,20	0	-20,32	19,11	1,64																= +94084
12							1,50	1,64	-0,12	-36,49	0	2,96	1,50	-1,64	-0,12																= -179501
13										-43,44	-20,32	1,50	927,76	0	-36,49	-43,44	20,32	1,50													= +5728185
14										20,32	19,11	-1,64	0	245,20	0	-20,32	19,11	1,64													= +94084
15										1,50	1,64	-0,12	-36,49	0	2,96	1,50	-1,64	-0,12													= -230787
16													-43,44	-20,32	1,50	927,76	0	-36,49	-43,44	20,32	1,50										= +7001115
17													20,32	19,11	-1,64	0	245,20	0	-20,32	19,11	1,64										= +94084
18													1,50	1,64	-0,12	-36,49	0	2,96	1,50	-1,64	-0,12										= -282073
19																-43,44	-20,32	1,50	927,76	0	-36,49	-43,44	20,32	1,50							= +8274045
20																20,32	19,11	-1,64	0	245,20	0	-20,32	19,11	1,64							= +94084
21																1,50	1,64	-0,12	-36,49	0	2,96	1,50	-1,64	-0,12							= -333359
22																			-43,44	-20,32	1,50	927,76	0	-36,49	-43,44	20,32	1,50				= +8910610
23																			20,32	19,11	-1,64	0	245,20	0	-20,32	19,11	1,64				= 0
24																			1,50	1,64	-0,12	-36,49	0	2,96	1,50	-1,64	-0,12				= -359002
25																						-43,44	-20,32	1,50	927,76	0	-36,49	-43,44	20,32	1,50	= +8910610
26																						20,32	19,11	-1,64	0	245,20	0	-20,32	19,11	1,64	= 0
27																						1,50	1,64	-0,12	-36,49	0	2,96	1,50	-1,64	-0,12	= -359002
28																									-43,44	-20,32	1,50	927,76	0	-36,49	= +8910610
29																									20,32	19,11	-1,64	0	245,20	0	= 0
30																									1,50	1,64	-0,12	-36,49	0	2,96	= -359002

9.3.1.2. Grinzile ajurate cu goluri circulare

$y_0 = 264$ mm, $p = 275$, $I_0 = 6,4 \text{ cm}^4$, $A_0 = 10,37 \text{ cm}^2$, $I_{m0} = \frac{0,69 \cdot 6,5^3}{12} =$
$= 16 \text{ cm}^4$, $I_m = \Theta_I \cdot I_{m0} = 5,14 \cdot 16 = 82,5 \text{ cm}^4$, $A_{m0} = 0,69 \cdot 6,5 = 4,5 \text{ cm}^2$
$A_m = \Theta_A \cdot A_{m0} = 1,38 \cdot 4,5 = 6,2 \text{ cm}^2$, $\varkappa = 2,4$.

1. Calculul coeficienților necunoscutelor

$$a = -y_0\left(\frac{1}{3}\frac{y_0^2}{I_m} + \frac{12}{5}\frac{\varkappa}{A_m}\right) = -26,4\left(\frac{1}{3}\frac{26,4^2}{82,5} + \frac{12}{5}\frac{2,4}{6,2}\right) = -101,11 \text{ cm}^{-1}$$

$$b = -\frac{1}{4}\frac{p y_0^2}{I_m} = -\frac{1}{4}\frac{27,5 \cdot 26,4^2}{82,5} = -58,10 \text{ cm}^{-1}$$

$$c = \frac{1}{2}\frac{y_0^2}{I_m} = \frac{1}{2}\frac{26{,}4^2}{82{,}5} = 4{,}22\ cm^{-2}$$

$$d = 2\left(\frac{1}{3}\frac{y_0^3}{I_m} + \frac{1}{2}\frac{p y_0^2}{I_0} + \frac{13}{5}\frac{\varkappa y_0}{A_m}\right) = 2\left(\frac{1}{3}\frac{26{,}4^3}{82{,}5} + \frac{1}{2}\frac{27{,}5 \cdot 26{,}4^2}{8{,}0} +\right.$$

$$\left. + \frac{13}{5}\frac{2{,}4 \cdot 26{,}4}{6{,}2}\right) = 2603{,}10\ cm^{-1}$$

$$e = -y_0\left(\frac{y_0}{I_m} + \frac{p}{I_0}\right) = -26{,}4\left(\frac{26{,}4}{82{,}5} + \frac{27{,}5}{8{,}0}\right) = -99{,}25\ cm^{-2}$$

$$f = y_0\left(\frac{1}{4}\frac{p^2}{I_m} - \frac{1}{A_m}\right) = 26{,}4\left(\frac{1}{4}\frac{27{,}5^2}{82{,}5} - \frac{1}{6{,}2}\right) = 64{,}68\ cm^{-1}$$

$$g = -\frac{1}{2}\frac{p y_0}{I_m} = -\frac{1}{2}\frac{27{,}5 \cdot 26{,}4}{82{,}5} = -4{,}40\ cm^{-2}$$

$$h = 2\left(\frac{1}{4}\frac{p^2 y_0}{I_m} + \frac{1}{12}\frac{p^3}{I_0} + \frac{13}{5}\frac{\varkappa p}{A_0} + \frac{y_0}{A_m}\right) =$$

$$= 2\left(\frac{1}{4}\frac{27{,}5^2 \cdot 26{,}4}{82{,}5} + \frac{1}{12}\frac{27{,}5^3}{8{,}0} + \frac{13}{5}\frac{2{,}4 \cdot 27{,}5}{10{,}37} + \frac{26{,}4}{6{,}2}\right) = 595{,}80\ cm^{-1}$$

$$i = -\frac{y_0}{I_m} = -\frac{26{,}4}{82{,}5} = -0{,}32\ cm^{-3}$$

$$j = 2\left(\frac{y_0}{I_m} + \frac{p}{I_0}\right) = 2\left(\frac{26{,}4}{82{,}5} + \frac{27{,}5}{8}\right) = 7{,}52\ cm^{-3}$$

2. Calculul termenilor liberi

$$\Delta_1 = -\frac{1}{2}\frac{P p^2 y_0}{I_0} = -\frac{1}{2}\frac{1400 \cdot 27{,}5^2 \cdot 26{,}4}{8{,}0} = -1.746.914\ daNcm^{-1}$$

$$\Delta_2 = \Delta_5 = \Delta_8 = \Delta_{11} = \Delta_{14} = \Delta_{17} = \Delta_{20} = -pP\left(\frac{1}{12}\frac{p^2}{I_0} - \frac{13}{5}\frac{\varkappa}{A_0}\right) =$$

$$= -27{,}5 \cdot 1400\left(\frac{1}{12}\frac{27{,}5^2}{8} - \frac{13}{5}\frac{2{,}4}{10{,}37}\right) = -280.280\ daNcm^{-1}$$

$$\Delta_3 = \frac{1}{2}\frac{p^2 P}{I_0} = \frac{1}{2}\frac{27{,}5^2 \cdot 1400}{8{,}0} = 66.178\ daNcm^{-2}$$

$$\Delta_4 = -\frac{3}{2}\frac{P p^2 y_0}{I_0} = 3\Delta_1 = 3(-17{,}5 \cdot 10^5) = 5.240.742\ daNcm^{-1}$$

$$\Delta_6 = \frac{3}{2}\frac{p^2 P}{I_0} = 3\Delta_3 = 3 \cdot 0{,}66 \cdot 10^5 = 198.534\ daNcm^{-2}$$

$$\Delta_7 = -\frac{5}{2}\frac{P p^2 y_0}{I_0} = +5\Delta_1 = 5(-17{,}5 \cdot 10^5) = -8.734.570\ daNcm^{-1}$$

$$\Delta_9 = \frac{5}{2}\frac{p^2 P}{I_0} = 5\Delta_3 = 5 \cdot 0{,}66 \cdot 10^5 = 330.890\ daNcm^{-2}$$

$$\Delta_{10} = -\frac{7}{2}\frac{P p^2 y_0}{I_0} = 7\Delta_1 = 7(-17{,}5 \cdot 10^5) = -12.228.398\ daNcm^{-1}$$

$$\Delta_{12} = \frac{7}{2}\frac{p^2 P}{I_0} = 7\Delta_3 = 7 \cdot 0{,}66 \cdot 10^5 = 463.246\ daNcm^{-2}$$

$$\Delta_{13} = -\frac{9}{2}\,\frac{Pp^2y_0}{16} = +9\Delta_1 = 9(-17{,}5\cdot10^5) = -15.722.226\ \text{daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{15} = \frac{9}{2}\,\frac{p^2p}{16} = 9\Delta_3 = 9\cdot0{,}66\cdot10^5 = 595.602\ \text{daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{16} = -\frac{11}{2}\,\frac{Pp^2y_0}{16} = 11\Delta_1 = 11(-17{,}5\cdot10^5) = 19.216.054\ \text{daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{18,0} = \frac{11}{2}\,\frac{p^2p}{16} = 11\Delta_3 = 11\cdot0{,}66\cdot10^5 = 727.958\ \text{daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{19} = -\frac{13}{2}\,\frac{Pp^2y_0}{16} = +13\Delta_1 = 13(-17{,}5\cdot10^5) = -22.709.882\ \text{daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{21} = \frac{13}{2}\,\frac{p^2p}{16} = 13\Delta_3 = 13\cdot0{,}66\cdot10^5 = 860.314\ \text{daNcm}^{-2}$$

$$\Delta_{22} = \Delta_{25} = \Delta_{28} = -7\,\frac{2Pp^2y_0}{16} = 14(-17{,}5\cdot10^5) = -24.456.796\ \text{daNcm}^{-1}$$

$$\Delta_{23} = \Delta_{26} = \Delta_{29} = 0$$

$$\Delta_{24} = \Delta_{27,0} = \Delta_{30} = 7\,\frac{p^2p}{16} = 14\Delta_3 = 14\cdot0{,}66\cdot10^5 = 926.492\ \text{daNcm}^{-2}$$

Cu aceste valori rezultă sistemul :

SISTEMUL DE ECUATII PENTRU GRINZI CU GOLURI CIRCULARE

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}	= Δ_i
1	2603,10	0	-99,26	-101,11	58,10	4,22																									= +1746814
2	0	595,80	0	-58,10	64,68	4,40																									= + 280.280
3	-99,26	0	7,52	4,22	-4,40	-0,32																									= - 88178
4	-101,11	-58,10	4,22	2603,10	0	-99,26	-101,11	58,10	4,22																						= +5.240.742
5	58,10	64,68	-4,40	0	595,80	0	-58,10	64,68	4,40																						= + 280.280
6	4,22	4,40	-0,32	-99,26	0	7,52	4,22	-4,40	-0,32																						= - 188.534
7				-101,11	-58,10	4,22	2603,10	0	-99,26	-101,11	58,10	4,22																			= +8734.570
8				58,10	64,68	-4,40	0	595,80	0	-58,10	64,68	4,40																			= + 280.280
9				4,22	4,40	-0,32	-99,26	0	7,52	4,22	-4,40	-0,32																			= - 330880
10							-101,11	-58,10	4,22	2603,10	0	-99,26	-101,11	58,10	4,22																= +12228388
11							58,10	64,68	-4,40	0	595,80	0	-58,10	64,68	4,40																= + 280280
12							4,22	4,40	-0,32	-99,26	0	7,52	4,22	-4,40	-0,32																= - 463246
13										-101,11	-58,10	4,22	2603,10	0	-99,26	-101,11	58,10	4,22													= +15722226
14										58,10	64,68	-4,40	0	595,80	0	-58,10	64,68	4,40													= + 280280
15										4,22	4,40	-0,32	-99,26	0	7,52	4,22	-4,40	-0,32													= - 595602
16													-101,11	-58,10	4,22	2603,10	0	-99,26	-101,11	58,10	4,22										= +19216054
17													58,10	64,68	-4,40	0	595,80	0	-58,10	64,68	4,40										= + 280280
18													4,22	4,40	-0,32	-99,26	0	7,52	4,22	-4,40	-0,32										= - 727958
19																-101,11	-58,10	4,22	2603,10	0	-99,26	-101,11	58,10	4,22							= +22709882
20																58,10	64,68	-4,40	0	595,80	0	-58,10	64,68	4,40							= + 280280
21																4,22	4,40	-0,32	-99,26	0	7,52	4,22	-4,40	-0,32							= - 860314
22																			-101,11	-58,10	4,22	2603,10	0	-99,26	-101,11	58,10	4,22				= +24456796
23																			58,10	64,68	-4,40	0	595,80	0	-58,10	64,68	4,40				= + 0
24																			4,22	4,40	-0,32	-99,26	0	7,52	4,22	-4,40	-0,32				= - 926492
25																						-101,11	-58,10	4,22	2603,10	0	-99,26	-101,11	58,10	4,22	= +24456796
26																						58,10	64,68	-4,40	0	595,80	0	-58,10	64,68	4,40	= + 0
27																						4,22	4,40	-0,32	-99,26	0	7,52	4,22	-4,40	-0,32	= - 926492
28																									-101,11	-58,10	4,22	2603,10	0	-99,26	= +24456796
29																									58,10	64,68	-4,40	0	595,80	0	= + 0
30																									4,22	4,40	-0,32	-99,26	0	7,52	= - 926492

9.3.2. Rezolvarea sistemului de ecuații

In baza ecuațiilor scrise și a organigramei din capitolul 4 a fost întocmit programul pentru rezolvarea sistemului de 30 de ecuații cu 30 de necunoscute, program care a fost rezolvat la Centrul teritorial de calcul Timișoara cu calculatorul IRIS.

Programul a cuprins următoarele cartele :

```
JOB AJURA, AN:4060 MERCEA
STOP ROG MONTATI RD3-RD0046
COMPILE FORTRAN MAP,OBL
C PROGRAM PENTRU REZOLVAREA UNUI SISTEM LINIAR DE N ECUATII
C CU N NECUNOSCUTE AVIND N IPOT.VECTORI AI TERMENILOR LIBERI
C
C SISTEMUL AVIND O STRUCTURA SPECIFICA,MATRICEA COEFICIENTILOR
C NECUNOSCUTELOR SE ALCATUIESTE AUTOMAT
  DIMENSION PROBL (8)
  DOUBLE PRECISION A1S(3,6),A1I(3,6),A1C(3,9) A(30,30),B(30)
  EPS=0 , 1D-30
  READ (105,1000) N, NIPOT
  DO 1010 JJJ=1,2
  READ (105,1008) PROBL
  READ (105,1001) ((A1S(I,J),I = 1,3),J = 1,6)
  READ (105,1001) ((A1I(I,J),I = 1,3),J = 1,6)
  READ (105,1001) ((A1C(I,J),I = 1,3),J = 1,9)
  WRITE (108, 1002)
  WRITE (108, 1009) PROBL
  DO 100 IP = 1, NIPOT,
  DO 104 I = 1,N
  DO 104 J = 1,N
  104 A(I,J) = 0
  K1 = N-6
  K2 = K1/3
  K3 = N-3
  DO 101 I = 1,3
  DO 101 J = 1,6
  101 A(I,J) = A1S(I,J)
  DO 102 I = 1,3
  DO 102 J = 1,6
  102 A(K3+I, K1+J) = A1I(I,J)
  DO 103 L = 1 , K2
  DO 103 I = 1,3
  DO 103 J = 1,9
  103 A(Lx3+I,(L-1)x3+J) = A1C(I,J)
```

```
READ (105,1003)B
WRITE (108,1004) ((A(I,J),J = 1,N), I = 1,N)
WRITE (108,1005) B
CALL DIRSOL (A,B,N, KOD, EPS)
WRITE (108,1006) KOD
WRITE (108,1007)(I,B(I), I = 1,N)
100 CONTINUE
1010 CONTINUE
1000 FORMAT (2I5)
1001 FORMAT (9F8.2)
1002 FORMAT (  39 X,GRINDA AJURATA  39 X , XX SOLICIT
1 ARI XX     )
1003 FORMAT (8 F 10.0)
1004 FORMAT ( 10X.COEFICIENTII NECUNOSCUTELOR 10(4X,F8.2))
1005 FORMAT ( 10X.COEFICIENTII TERMENILOR LIBERI 10(2X,F10.0))
1006 FORMAT ( 10X.KOD = .I1 40X. SOLUTIILE SINT :  )
1007 FORMAT (45X, X(  I2 ) = F 11.5)
1008 FORMAT (8A4)
1009 FORMAT ( 35X, 8A4)
STOP
END
CARTELE DE DATE PT GRINDA CU GOLURI HEXAGONALE
CARTELE DE DATE PT GRINDA CU GOLURI CIRCULARE
```

In anexă la lucrare este prezentat programul în original într-un exemplar.

După rezolvarea sistemului de ecuații care a durat 17 min și 40" au rezultat următoarele valori ale necunoscutelor.

9.3.2.1. Grinda cu goluri hexagonale

$X_1 = +\ 787,51$	$X_{11} = +\ 551,52$	$X_{21} = -\ 3170,70$
$X_2 = +\ 530,92$	$X_{12} = -\ 1485,20$	$X_{22} = +\ 10436,0$
$X_3 = +\ 187,84$	$X_{13} = +\ 6735,90$	$X_{23} = +\ 22,28$
$X_4 = +\ 2247,40$	$X_{14} = +\ 551,48$	$X_{24} = -\ 3393,90$
$X_5 = +\ 552,56$	$X_{15} = +\ 1911,90$	$X_{25} = +\ 10448,0$
$X_6 = -\ 604,10$	$X_{16} = +\ 8230,80$	$X_{26} = +\ 32,20$
$X_7 = +\ 3742,30$	$X_{17} = +\ 552,64$	$X_{27} = -\ 3629,00$
$X_8 = +\ 551,49$	$X_{18} = -\ 2370,30$	$X_{28} = +\ 9929,6$
$X_9 = -\ 1060,50$	$X_{19} = +\ 9688,50$	$X_{29} = -\ 892,59$
$X_{10} = +\ 5239,1$	$X_{20} = +\ 528,45$	$X_{30} = -\ 4334,80$

9.3.2.2. Grinda cu goluri circulare

$X_1 = +\ 752,10$	$X_{11} = +\ 620,03$	$X_{21} = -\ 663,15$
$X_2 = +\ 613,28$	$X_{12} = -\ 195,37$	$X_{22} = +\ 10145,0$

$X_3 = + 263,12$	$X_{13} = 6539,0$	$X_{23} = - 0,25$
$X_4 = + 2180,60$	$X_{14} = 620,02$	$X_{24} = - 670,07$
$X_5 = + 620,10$	$X_{15} = - 251,47$	$X_{25} = + 10158,0$
$X_6 = - 71,58$	$X_{16} = 7991,20$	$X_{26} = + 67,76$
$X_7 = + 3632,80$	$X_{17} = 620,14$	$X_{27} = - 912,0$
$X_8 = + 620,03$	$X_{18} = - 319,61$	$X_{28} = 9814,1$
$X_9 = -139,10$	$X_{19} = 9418,80$	$X_{29} = - 1004,7$
$X_{10} = + 5085,90$	$X_{20} = 615,74$	$X_{30} = 558,27$

9.3.3. <u>Calculul solicitărilor</u>

Pe baza acestor necunoscute au fost calculate solicitările finale cu relațiile următoare :

$$M = M0 + m_{i-1} X_{i-1} + m_i X_i + m_{i+1} X_{i+1}$$

$$N = n_{i-1} X_{i-1} + n_i X_i$$

$$T = T0 + t_{i-1} X_{i-1} + t_i X_i$$

Solicitările au fost calculate în secțiunile de lîngă noduri (fig.9.3) atît în tălpi cît și în montanți.

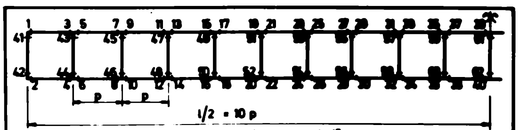


FIG. 9.3 Poziția secțiunilor pe grindă.

Solicitările rezultate din calcul în dreptul secțiunilor teoretice din dreptul nodurilor indicate în fig.9.3 sînt trecute în tabelele 9.1 și 9.2.

Întrucît momentele variază și deobicei schimbă de semn de la o secțiune la alta a unui panou de lungimea pasului, ele au fost reduse, fiind calculate la colțul golurilor, la grinzile cu goluri hexagonale și în axul golurilor respectiv la un unghi de 15° unde efortul este maxim (fig.9.4) la grinzi cu goluri circulare.

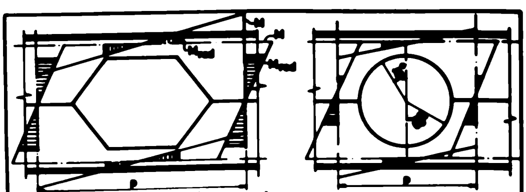


FIG. 9.4 Variația momentelor în jurul golurilor.

Forțele tăietoare și axiale fiind constante pe lungimea panoului nu trebuie reduse în secțiunile de calcul.

În tabelele 9.1 și 9.2 sînt prezentate valorile finale ale solicitărilor M,T,N însumate calculate cu relațiile de mai sus precum și valorile momentelor reduse M_{red}.

SOLICITĂRI DIN CALCULUL EXACT
LA GRINZI AJURATE CU GOLURI HEXAGONALE

Tabelul 9.1

Secţiunea	Momentul $M = M_o + X_1 m_1$ /daNcm/	Momentul redus la colţul golurilor M_{red} /daNcm/	Forţa axială $N = X_1 n_1$ /daN/	Forţa tăietoare $T = T_o + X_1 t_1$ /daN/
1	+ 7355,26	+ 2375,98	+ 787,51	– 530,92
2	– 12190,74	– 4359,03	– 787,51	– 869,08
3	– 6979,38	– 2201,30	+ 787,51	– 530,92
4	+ 11274,40	+ 3452,69	– 787,51	– 869,08
5	+ 6855,37	+ 1882,35	+ 2247,40	– 552,56
6	– 11124,33	– 3497,57	– 2247,40	– 847,44
7	– 8053,75	– 3090,71	+ 2247,40	– 552,56
8	+ 11755,25	+ 4129,29	– 2247,40	– 847,44
9	+ 6384,62	+ 1421,21	+ 3742,80	– 551,49
10	– 10899,27	– 3252,38	– 3742,80	– 848,51
11	– 8505,32	– 3542,21	– 3742,80	– 551,49
12	+ 12010,49	+ 4373,90	– 3742,80	– 848,51
13	+ 5959,32	+ 995,54	+ 5239,10	– 551,52
14	– 10575,14	– 3038,82	– 5239,10	– 848,48
15	– 8951,72	– 3968,04	+ 5239,10	– 551,52
16	+ 12233,82	+ 4597,50	– 5239,10	– 848,48
17	+ 5533,08	+ 569,76	+ 6735,90	– 551,43
18	– 10451,35	– 2815,64	– 6735,90	– 848,52
19	– 9356,80	– 4393,56	+ 6735,90	– 551,48
20	+ 12457,00	+ 4820,68	– 6735,90	– 848,52
21	+ 5090,34	+ 115,58	+ 8230,80	– 552,64
22	– 10198,12	– 2571,67	– 8230,80	– 847,35
23	– 9830,74	– 4857,18	+ 8230,80	– 552,64
24	+ 12680,64	+ 5354,32	– 8230,80	– 847,35
25	+ 3965,38	– 792,67	+ 9588,50	– 528,45
26	– 9705,19	– 1851,24	– 9588,50	– 871,55
27	– 10304,78	– 5548,73	+ 9588,50	– 528,45
28	+ 13826,65	+ 5982,70	– 9588,50	– 871,55
29	– 3091,62	– 3292,14	+ 10436,00	– 22,28
30	+ 2486,36	+ 2286,94	– 10436,00	– 22,28
31	– 3695,18	– 3492,66	+ 10436,00	– 22,28
32	+ 1385,30	+ 2365,82	– 10436,00	– 22,28
33	– 3194,30	– 3484,10	+ 10448,00	– 32,20
34	+ 2086,34	+ 1795,54	– 10448,00	– 32,20
35	– 4059,70	– 3773,90	+ 10448,00	– 32,20
36	+ 1216,94	+ 1505,74	– 10448,00	– 32,20

Tabelul 9.1(continuare)

37	- 14384,70	- 5173,20	+ 9929,60	+ 89,26
38	- 6237,37	+ 470,02	- 9929,60	+ 89,26
39	+ 5715,10	- 1001,30	+ 9929,60	+ 89,26
40	+ 13862,43	+ 4545,35	- 9929,60	+ 89,26
41	+ 7355,26	-	+ 530,92	+ 787,57
42	- 12190,74	- 9628,60	+ 530,92	+ 787,51
43	- 13834,95	-	+ 21,64	+ 1459,89
44	+ 22399,52	+ 17385,30	+ 21,64	+ 1459,89
45	+ 14448,94	-	- 1,07	+ 1494,90
46	- 22655,05	- 17605,42	- 1,07	+ 1494,90
47	- 14464,94	-	+ 0,03	+ 1496,80
48	+ 22685,63	+ 17609,58	+ 0,03	+ 1496,80
49	+ 14464,80	-	- 0,04	+ 1496,80
50	- 22685,78	- 17609,03	- 0,04	+ 1496,80
51	- 14447,22	-	+ 1,16	+ 1494,90
52	+ 22656,20	+ 17605,89	+ 1,16	+ 1494,90
53	+ 13794,32	-	- 24,19	+ 1457,70
54	- 22385,79	- 17364,25	- 24,19	+ 1457,70
55	- 7213,16	-	- 506,17	+ 747,50
56	+ 11339,78	+ 8789,20	- 506,17	+ 747,50
57	+ 498,88	+ 386,35	+ 9,92	+ 12,00
58	+ 201,04	-	+ 9,92	+ 12,00
59	+ 12321,07	+ 9500,00	- 121,46	- 518,40
60	- 565,62	-	- 121,46	- 518,40
61	0	-	0	0
62	0	-	0	0

SOLICITARI DIN CALCULUL EXACT LA GRINZI AJURATE CU GOLURI CIRCULARE

Tabelul 9.2

Secţiunea	Momentul încov. $M_i n_i$ /daNm/	Momentul redus în axul golurilor M_{red}/daNm/	Momentul redus în unghiul =15° /daNm/	Forţa axială N= $X_i n_i$ /daN/	Forţa tăietoare T=To+ $X_i t_i$ /daN/
1	+ 8736,97	+ 263,12	+ 1957,89	+ 752,10	- 616,28
2	- 11118,47	- 492,32	- 2647,61	- 752,10	- 783,72
3	- 8210,73	-	- 1431,65	+ 752,10	- 616,28
4	+ 10433,83	-	+ 2647,55	- 752,10	- 783,72
5	+ 8454,80	-	+ 1633,69	+ 2180,60	- 620,10
6	- 10613,04	-	- 2038,14	- 2180,60	- 779,90

Tabelul 9,2(continuare)

7	- 8597,96	- 71,58	- 1776,86	+ 2180,60	- 620,10
8	+ 10834,20	+ 110,58	+ 2255,30	- 2180,60	- 779,90
9	+ 8386,31	-	+ 1566,18	+ 3632,80	- 620,03
10	- 10519,61	-	- 1939,94	- 3632,80	- 779,99
11	- 8664,51	- 139,10	- 1844,18	+ 3632,80	- 620,03
12	+ 10929,57	+ 204,98	+ 2349,90	- 3632,80	- 779,97
13	+ 8330,04	-	+ 1509,71	+ 5085,90	- 620,03
14	- 10737,72	-	- 2038,05	- 5085,90	- 779,97
15	- 8720,78	- 195,37	- 1900,45	+ 5085,90	- 620,03
16	+ 11011,46	+ 136,87	+ 2311,79	- 5085,90	- 779,97
17	+ 8273,81	-	+ 1454,08	+ 6539,00	- 620,02
18	- 10355,79	-	- 1776,01	- 6539,00	- 779,98
19	- 8776,75	- 251,48	- 1956,54	+ 6539,00	- 620,02
20	+ 11093,65	+ 368,93	+ 2513,87	- 6539,00	- 779,98
21	+ 8207,32	-	+ 1385,93	+ 7991,20	- 620,14
22	- 10260,36	-	- 1681,90	- 7991,20	- 779,86
23	- 8846,54	- 319,61	- 2025,00	+ 7991,20	- 620,14
24	+ 11185,78	+ 462,71	+ 2607,32	- 7991,20	- 779,86
25	+ 7903,32	-	+ 1090,16	+ 9418,80	- 615,74
26	- 9853,04	-	- 1226,18	- 9418,80	- 784,26
27	- 9129,58	- 613,13	- 2316,42	+ 9418,80	- 615,74
28	+ 11714,10	+ 930,53	+ 3187,24	- 9418,80	- 784,76
29	- 673,44	-	- 546,02	+ 10145,00	+ 0,245
30	+ 998,56	-	+ 800,15	- 10145,00	+ 0,245
31	- 666,70	- 670,07	- 670,74	+ 10145,00	+ 0,245
32	+ 1005,30	+ 1001,93	+ 1002,60	- 10145,00	+ 0,245
33	+ 19,70	-	- 725,66	+ 10158,00	- 67,76
34	+ 1348,50	+ 416,80	+ 603,14	- 10158,00	- 67,76
35	- 1843,70	- 912,00	- 1098,34	+ 10158,00	- 67,76
36	- 514,90	-	+ 230,11	- 10158,00	- 67,76
37	- 13256,36	-	- 1204,55	+ 9814,10	- 1004,70
38	- 12848,60	-	- 766,89	+ 9814,10	+ 1004,70
39	+ 14372,90	+ 538,27	+ 3021,20	+ 9814,10	+ 1004,70
40	+ 14780,66	+ 906,03	+ 3028,96	+ 9814,10	+ 1004,70
41	+ 8736,97	-	-	+ 616,28	+ 752,10
42	- 11118,43	- 1190,73	- 3176,27	+ 616,28	+ 752,10
43	- 16665,53	-	-	+ 3,82	+ 1428,50
44	+ 21046,87	+ 2190,67	+ 5961,91	+ 3,82	+ 1428,50
45	+ 16984,27	-	-	- 0,07	+ 1452,20
46	- 21353,81	- 2184,77	- 6018,58	- 0,07	+ 1452,20

Tabelul 9.2(continuare)

47	- 16904,55	-	-	0	+ 1453,10
48	+ 21367,29	+ 2186,37	+ 6022,55	0	+ 1453,10
49	+ 16994,59	-	-	- 0,01	+ 1453,10
50	- 21367,25	- 2186,33	- 6022,51	- 0,01	+ 1453,10
51	- 16984,07	-	-	+ 0,12	+ 1452,20
52	+ 21354,07	+ 2185,00	+ 6018,81	+ 0,12	+ 1452,20
53	+ 16649,82	-	-	- 4,40	+ 1427,60
54	- 21038,82	- 2194,50	- 5963,36	- 4,40	+ 1427,60
55	- 8456,13	-	-	- 615,98	+ 726,20
56	+ 10715,55	+ 1129,71	+ 3046,88	- 615,98	+ 726,20
57	+ 686,33	+ 514,73	+ 549,05	+ 67,52	+ 13,00
58	+ 343,13	-	-	+ 67,52	+ 13,00
59	+ 12529,20	+ 3539,48	+ 5137,92	- 1072,46	- 343,90
60	+ 3450,24	-	-	- 1072,46	- 343,90
61	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	0

9.3.4. Verificarea secțiunilor

9.3.4.1. Grinzi cu goluri hexagonale

1. Verificarea tălpilor

Eforturile unitare normale provin din forța axială și din moment. In unele secțiuni cele două eforturi se însumează în fibrele interioare din colțurile golurilor, cînd cele două solicitări sînt de același semn iar în alte secțiuni în fibrele exterioare cînd solicitările M,N sînt de semne contrare. Secțiunile în care aceste solicitări conduc la eforturi maxime sînt :

- pentru efortul maxim în fibra interioară secțiunea 26
- pentru efortul maxim în fibra exterioară secțiunea 28

Semnele eforturilor sînt arătate în figura 9.5, iar solicitările M și N se iau din tabelul 9.1.

Efortul maxim din punctul 1 în colțul golului are valoarea :

$$\sigma_i = \sigma_N^{26} + \sigma_{Mi}^{26} = \frac{N^{26}}{A_0} + \frac{M_{red}^{26}}{W_{0i}} = \frac{9688,50}{11,07} + \frac{1861,24}{5,82} = 868+335 =$$

$$= 1203 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_a = 1500 \text{ daN/cm}^2$$

Efortul maxim din punctul 2 din fibra exterioară este :

$$\sigma_e = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N^{28}}{A_0} + \frac{M_{red}^{28}}{W_{0e}} = \frac{9688,50}{11,07} + \frac{5982,70}{18,35} =$$

$$= 868 + 324 = 1192 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_a = 1500 \text{ daN/cm}^2$$

Eforturile unitare tangențiale τ din tălpi au valoarea :

$$\tau = \frac{TS_x}{d I_5} = \frac{871{,}55.4{,}0}{0{,}69.19{,}90} = 252\ daN/cm^2 \qquad = 900\ daN/cm^2$$

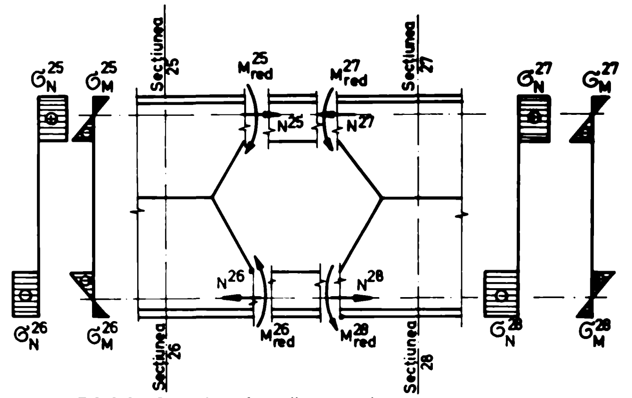


FIG. 9.5 Semnele eforturilor maxime.

Verificarea eforturilor unitare echivalente se face cu relaţia :

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_N + 3\tau^2} = \sqrt{861^2 + 3.252^2} = 965\ daN/cm^2 < 1{,}1\ \sigma_a$$

2. <u>Verificarea montanţilor</u>

Montanţii sînt solicitaţi la fel ca şi tălpile la forţa axială şi la moment, iar eforturile unitare normale au valorile maxime în secţiunea 44 unde momentele reduse la colţul golurilor sînt maxime forţa axială fiind mică :

$$\sigma = \sigma_N^{44} + \sigma_{Mi}^{44} = \frac{N^{44}}{Am} + \frac{M^{44}}{Wm} = \frac{21{,}64}{0{,}69x18} + \frac{17385{,}30}{\frac{0{,}69x18^2}{6}} = 1{,}80 + 475 =$$

$$= 476{,}80\ daN/cm^2 \ll \sigma_a = 1500\ daN/cm^2$$

9.3.4.2. <u>Grinzi cu goluri circulare</u>

1. <u>Verificarea tălpilor formate din profilele T</u>

Solicitările maxime de calcul sînt momentul şi forţa axială din secţiunile 26, pentru verificarea efortului unitar normal din fibrele interioare de pe conturul golurilor şi 28, pentru verificarea efortului unitar maxim din fibrele exterioare. La profilele ajurate cu goluri circulare se verifică eforturile maxime în axul golurilor şi la un unghi de 15°, ca şi la calculul simplificat.

Semnele eforturilor sînt indicate în figura 9.6 iar solicitările de calcul M şi N se iau din tabelul 9.2.

Efortul unitar normal maxim în axul golurilor în fibra exterioară are valoarea :

$$\sigma_{oe} = \sigma_N^o + \sigma_M^o = \frac{No}{Ao} + \frac{Mo}{Woe} = \frac{9418,80}{10,37} + \frac{930,53}{9,70} =$$

$$= 930 + 96 = 1026 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_a = 1500 \text{ daN/cm}^2$$

iar în fibra interioară efortul este mai mic și nu se verifică.

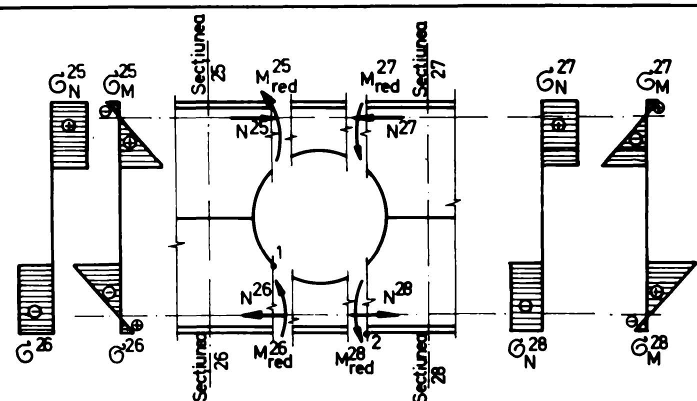


FIG. 9.6. Semnele eforturilor maxime.

Efortul maxim în fibra interioară din secțiunea curentă la unghiul $\varphi = 15^o$ calculate cu solicitările reduse din secțiunea 26 au valoarea :

$$\sigma_i = \sigma_N^{26} + \sigma_M^{26} = \frac{N^{26}}{Ao_{\varphi}} + \frac{M_{red}^{25}}{Woi_{\varphi}} = \frac{9418,80}{10,81} + \frac{1226,18}{3,92} =$$

$$= 865 + 312 = 1177 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_a = 1500 \text{ daN/cm}^2$$

Efortul maxim în fibra exterioară calculat cu solicitările reduse din secțiunea 28 au valoarea :

$$\sigma_e = \sigma_N^{28} + \sigma_M^{28} = \frac{N^{28}}{Ao} + \frac{M_{red}^{28}}{Woe} = \frac{9418,80}{10,81} + \frac{3187,24}{10,31} =$$

$$= 865 + 307 = 1172 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_a = 1500 \text{ daN/cm}^2$$

Eforturile unitare tangențiale τ din profilele T au valoarea :

$$\tau = \frac{TS_x}{d \cdot Io} = \frac{784 \times 2,5}{0,59 \cdot 8} = 355 \text{ daN/cm}^2 < \tau_a = 900 \text{ daN/cm}^2$$

Verificarea eforturilor unitare echivalente se face cu relația :

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_N^2 + 3\tau^2} = \sqrt{865^2 + 3 \cdot 355^2} = 1060 \text{ daN/cm}^2 < 1,1\,\sigma_a$$

2. Verificarea montanților

Verificarea montanților se face la un unghi $\varphi = 60^o$ unde acestea sînt maxime, cu solicitările maxime din secțiunea 48.

$$\sigma = \sigma_{N}^{48} + \sigma_{M}^{48} = 0 + \frac{M^{48}}{W_x} = \frac{6022,55}{\frac{0,69 \cdot 9,5^2}{6}} = 575 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_a$$

9.4. CONCLUZII PRIVIND EXEMPLELE DE CALCUL

Din calculul practic al celor două grinzi se desprind următoarele concluzii privind calculul lor şi valorile rezultate din calcul :

1. Eforturile unitare normale maxime din secţiunile cele mai solicitate în tălpile T ce mărginesc golurile, rezultate din calculul simplificat sînt mai mici în cazul profilelor ajurate cu goluri circulare, decît la cele cu goluri hexagonale la acelaşi consum de oţel cu 19,9 %, efortul unitar maxim la grinzile cu goluri hexagonale fiind 1470 daN/cm^2, iar la cele cu goluri circulare de 1225 daN/cm^2, la aceeaşi încărcare şi acelaşi profil.

2. Săgeţile calculate pentru grinzile ajurate cu goluri circulare sînt mai mici decît la cele cu goluri hexagonale cu 17,8 % fiind de 1,32 cm la grinzile cu goluri hexagonale şi de 1,12 cm la grinzile cu goluri circulare la aceeaşi încărcare şi acelaşi profil de bază.

3. Eforturile rezultate din calculul simplificat sînt mai mari decît cele calculate cu calculul exact, ceea ce înseamnă că pentru calculul practic în proiectare folosirea calculului simplificat este acoperitoare.

Faţă de 1470 daN/cm^2 cît este efortul unitar normal din calculul simplificat, cel din calculul exact este de 1203 daN/cm^2 la profilele cu goluri hexagonale şi faţă de 1225 daN/cm^2 cît este efortul din calculul simplificat, cel din calculul exact este de 1177 daN/cm^2 la profilele ajurate cu goluri circulare.

Rezultă că pe lîngă faptul că un calcul simplificat este acoperitor, el este şi mult mai simplu de efectuat şi se poate face cu mijloacele simple de care dispune orice proiectant.

CAPITOLUL 10

ÎNCERCAREA EXPERIMENTALĂ A GRINZILOR AJURATE

10.1. ORGANIZAREA ÎNCERCĂRILOR

Pentru efectuarea încercărilor experimentale făcute în laboratorul Catedrei de construcții metalice au fost confecționate două grinzi ajurate cu goluri hexagonale și două grinzi ajurate cu goluri circulare. Dimensiunile lor sînt cele prezentate în paragraful 9.1.1. Pentru a împiedica pierderea stabilității profilelor ajurate cele două grinzi au fost cuplate, și încercate simultan odată cele cu goluri hexagonale și apoi cele cu goluri circulare. Pentru aceasta ele au fost așezate la distanța de 1000 mm și legate la talpa comprimată cu o contravîntuire realizată din corniere și oțel rotund avînd diagonale încrucișate (fig.10.1 c,d). Cele două grinzi au fost încărcate simultan cu două prese hidraulice de 5 t fiecare dispuse la distanțele indicate în fig.9.1 și care au fost acționate de la pompa hidraulică de 10 t a mașinii universale de încercare la tracțiune.

Forța transmisă prin prese a fost controlată în permanență la cadranul mașinii de încercat la tracțiune. Pentru încercare, grinzile au fost fixate de cadrul standului de încercări, fiind rezemate la partea superioară pe rigla acestuia și avînd asigurate un reazim articulat și unul mobil cu role (fig.10.1 a,b).

Pentru măsurarea eforturilor s-a folosit metoda tensometriei electrice, iar pentru măsurarea deformațiilor s-au folosit microcomparatoare.

10.2. MĂSURAREA EFORTURILOR ȘI REZULTATELE OBȚINUTE

10.2.1. Măsurarea tensometrică

Măsurarea eforturilor s-a făcut pe cale tensometrică, fixînd pe grinzi în dreptul golurilor celor mai solicitate din stînga și din dreapta forțelor exercitate de prese asupra grinzilor, un număr de 32-42 de timbre tensometrice. Timbrele au fost dispuse atît pe tălpile profilelor ajurate cît și pe inimile acestora așa cum este arătat în fig.10.2 și în fotografiile din fig.10.3 a și b. La grinzile din profile ajurate cu goluri hexagonale timbrele au fost dispuse la ambele grinzi încercate pe tălpile profilelor T ce mărginesc golurile, la fibrele exterioare, precum și pe inimile acestor profile atît în ax cît și în secțiunea de la colțul golurilor.

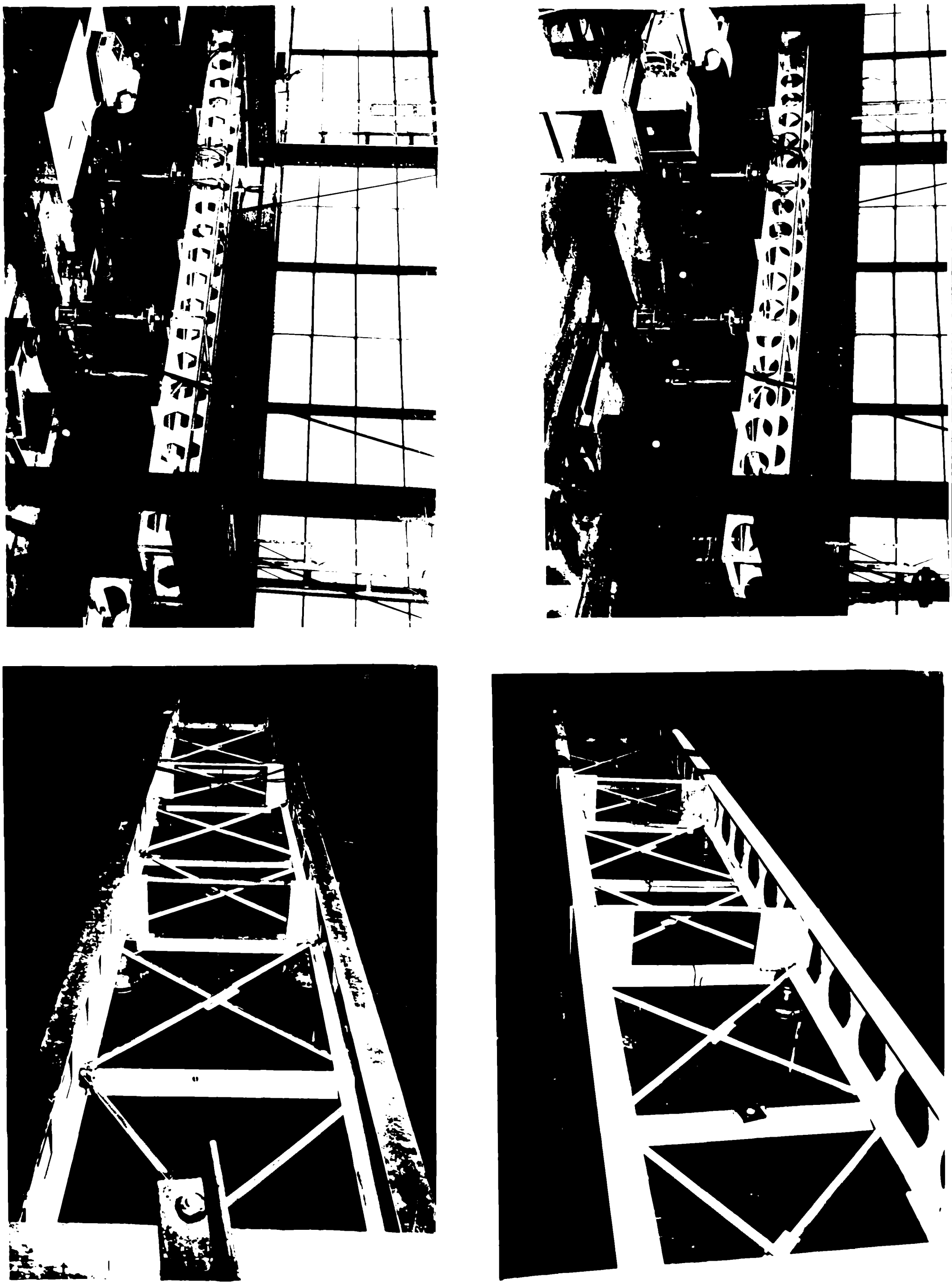
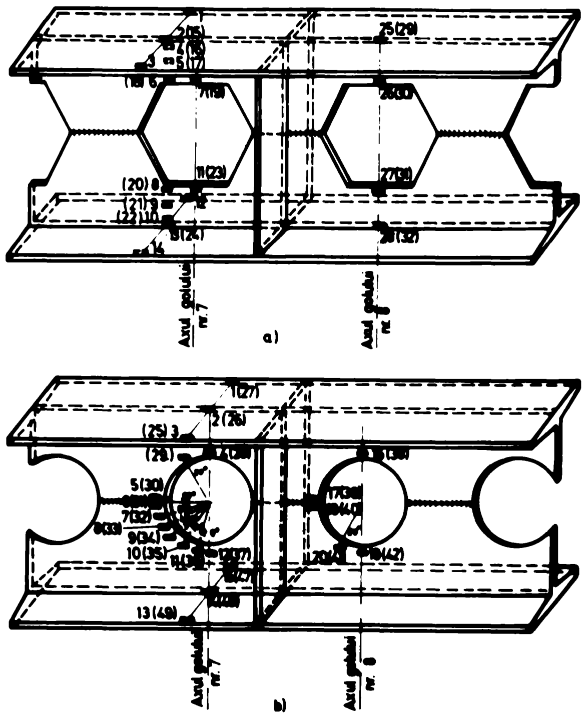


Fig 10.1.



Observatie: Numerele de ordine a timbrelor tensometrice fără paranteză se referă la grinda din faţă iar cu paranteză la cea din spate.

FIG. 10.2 Poziţia timbrelor tensometrice

In total la grinzile cu goluri hexagonale au fost prevăzute un număr de 32 de timbre dispuse ca în fig.10.2 a . La grinzile din profile ajurate cu goluri circulare,au fost prevăzute un număr mai mare de timbre - 42 - şi ele au fost fixate atît pe fibrele exterioare de pe tălpile profilelor T,cît şi pe inima grinzilor. Pentru a putea verifica variaţia eforturilor în jurul golurilor timbrele tensometrice au fost dispuse la unghiuri de 10-20° unul de altul pe conturul golurilor (fig.10.2 b),atît la grinda din faţă cît şi la cea din spate. Măsurarea eforturilor pe cale tensometrică s-a făcut cu ajutorul instalaţiei automate de înregistrare a alungirilor sau scurtărilor la maşina de scris (fig.10.3 c).

In urma măsurătorilor făcute au rezultat alungirile şi scurtările care sînt trecute în tabelele 10.1 şi 10.2,în baza cărora au

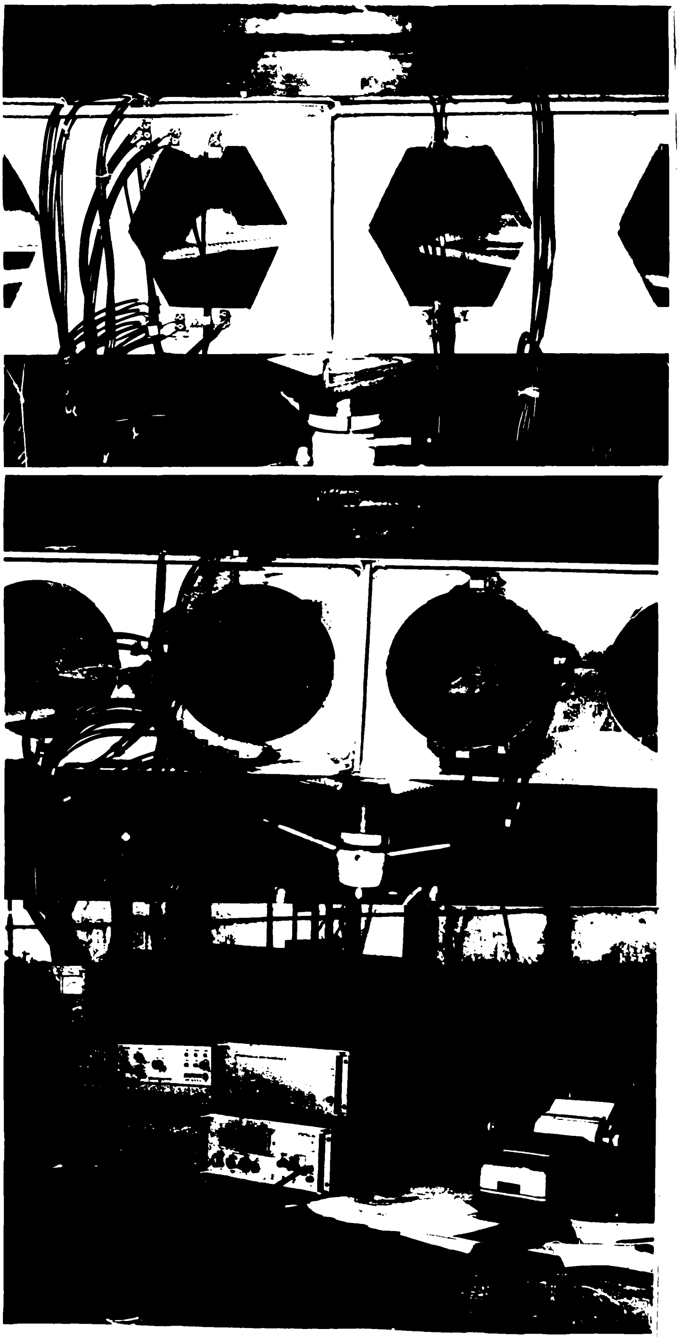


Fig. 10.3.

rezultat eforturile unitare normale σ, istabulate.

10.2.2. Calculul eforturilor

Pentru a verifica mai amănunțită a variației eforturilor încărcarea grinzilor s-a făcut în 8 trepte, urmate de descărcări pînă la 0 (zero) în domeniul elastic, treapta 4 și apoi fără descărcări pînă la plastificarea completă a secțiunilor transversale în dreptul golurilor 7.

Valoarea forțelor concentrate aplicate asupra grinzilor, în cele 8 trepte de încărcare a fost :

Treapta I	P = 1050 daN
Treapta II	P = 1400 daN
Treapta III	P = 1750 daN
Treapta IV	P = 2100 daN
Treapta V	P = 2450 daN
Treapta VI	P = 2800 daN
Treapta VII	P = 3150 daN
Treapta VIII	P = 3500 daN

Treapta a doua corespunde atingerii rezistenței admisibile în fibrele cele mai solicitate iar treapta a cincea atingerii limitei de curgere în fibrele cele mai solicitate.

Eforturile rezultate prin măsurători în cele 8 trepte sînt trecute în tabelele 10.1 pentru grinzile cu goluri hexagonale și 10.2 pentru cele cu goluri circulare iar variația eforturilor pe înălțimea secțiunii transversale a profilelor T ce mărginesc golurile și în jurul golurilor este dată în fig.10.4.

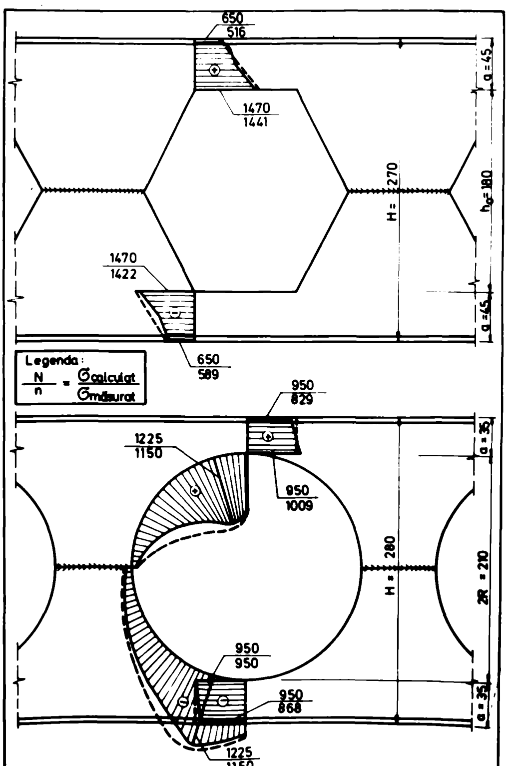


FIG. 10.4 Variația eforturilor calculate(-----) și măsurate (———)

10.3. MĂSURAREA DEFORMAŢIILOR ŞI REZULTATELE OBŢINUTE

10.3.1. Măsurători de deformaţii

Măsurarea deformaţiilor s-a făcut cu ajutorul unor flexi-metre cu precizia de măsurare de 10^{-2} mm. Pentru aceasta s-au fixat cinci fleximetre în poziţiile indicate în figura 10.5 în cîmp, şi două fleximetre la reazime pentru măsurarea tasării reazimelor.

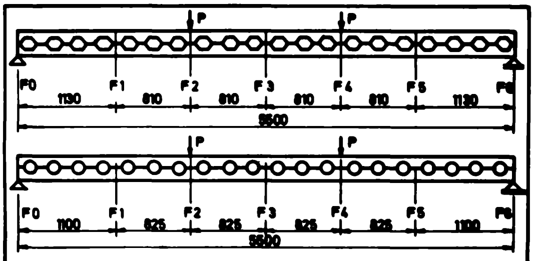


FIG. 10.5 Poziţia fleximetrelor pentru măsurarea deformaţiilor.

Citirea deformaţiilor s-a făcut la fiecare treaptă de încărcare a grinzilor şi s-au raportat la citirea de zero a fleximetrelor.

10.3.2. Calculul deformaţiilor

Pentru determinarea deformaţiilor reale în fiecare punct a s-a făcut diferenţa algebrică dintre citirea unei anumite trepte de încărcare şi citirea zero, din rezultatele obţinute scăzîndu-se tasarea reazimelor, pentru a ţine seama şi de translaţia în sus a grinzii pe reazime. Rezultatele măsurătorilor şi deformaţiile obţinute sînt trecute în tabelul 10.3 pentru grinzi din profile ajurate cu goluri hexagonale şi 10.4 pentru grinzi din profile ajurate cu goluri circulare. Variaţia deformaţiilor în lungul grinzii la cîteva trepte de încărcare este reprezentată în fig. 10.6.

Tabelul 10.1

EFORTURI MĂSURATE LA PROFILELE AJURATE CU GOLURI HEXAGONALE ÎN DREPTUL GOLULUI NR. 7

Poziția timbrelor	Numărul timbrelor *	Citirea 0 (zero)	Citirea treapta 1	Alungirea medie ε_{m1}	Efortul unitar mediu treapta 1 σ_1	Citirea treapta 2	Alungirea medie ε_{m2}	Efortul unitar mediu treapta 2 σ_2	Citirea treapta 3	Alungire medie ε_{m3}	Efortul unitar mediu treapta 3 σ_3	Citirea treapta 4	Alungirea medie ε_{m4}	Efortul unitar mediu treapta 4 σ_4	Citirea treapta 5	Alungirea medie ε_{m5}	Efortul unitar mediu treapta 5 σ_5	Citirea treapta 6	Alungirea medie ε_{m6}	Efortul unitar mediu treapta 6 σ_6	Citire treapta 8	Alungirea medie ε_{m8}	Efortul unitar mediu treapta 8 σ_8
	1-3	-6	+189	+188	+395	+243	+247	+516	+286	+291	+612	+347	+330	+692	+423	+405	+850	–	–	–	–	–	–
	(15)	+16	+197			+261			+306			+323			+387			–			–		
	4	+46	+353	+302	+633	+451	+403	+845	+554	+502	+1052	+618	+588	+1255	+788	+723	+1520	+1034	+927	+1941	+2302	+2285	+4790
	(16)	+67	+385			+468			+564			+652			+771			+934			+2291		
	5	+72	+419	+345	+721	+527	+457	+958	+652	+581	+1210	+771	+708	+1480	+859	+887	+1861	+1527	+1388	+2910	+3614	+2968	+6210
	(17)	+35	+378			+495			+617			+749			+922			+1355			+2425		
	6	+199	+702	+515	+1081	+872	+686	+1441	+1058	+870	+1827	+1242	+1063	+2240	+1686	+1422	+2999	+3058	+2501	+5250	+4102	+3917	+8230
	(18)	+177	+705			+883			+1056			+1280			+1532			+2330			+4109		
	8	-1108	-1569	-498	-1045	-1727	-675	-1422	-1880	-865	-1818	-2088	-1150	-2410	-2710	-1602	-3360	-3654	-2546	-5310	-3814	-2706	-5690
	(20)	-77	-613			-808			-1026			-1401			–			–			–		
	9	-154	-437	-319	-669	-523	-417	-855	-614	-520	-1088	-712	-630	-1311	-979	-888	-1822	-1527	-1297	+2720	-2280	+2958	-6200
	(21)	-177	-533			-642			-758			-679			-1098			-1398			-3981		
	10	-54	-319	-295	-618	-401	-385	-809	-484	-474	-996	-571	-571	-1202	-685	-698	-1465	-936	-898	-1890	-2884	-2824	-5910
	(22)	-34	-360			-458			-553			-659			-791			-949			-2850		
	12-14	-28	-248	-214	+445	-320	-282	+589	-392	-350	+732	-462	-418	+865	-523	-474	+992	-553	-508	+1061	–	–	–
	(24)	+20	-189			-252			-317			-382			-433			-471			–		

* Numerele timbrelor înscrise în paranteză, indică timbrele de pe grinda din spate, iar celelalte de pe grinda din față.

EFORTURI MĂSURATE LA **PROFILELE AJURATE CU GOLURI CIRCULARE IN AXUL GOLULUI NR.7** **TABELUL 10.2**

Poziția timbrelor	Unghiul φ	Numărul timbrelor	Citirea 0 (zero)	Citirea treapta 1	Alungirea medie ε_{m1}	Efortul unitar mediu treapta 1 σ_1	Citirea treapta 2	Alungirea medie ε_{m2}	Efortul unitar mediu treapta 2 σ_2	Citirea treapta 3	Alungirea medie ε_{m3}	Efortul unitar mediu treapta 3 σ_3	Citirea treapta 4	Alungirea medie ε_{m4}	Efortul unitar mediu treapta 4 σ_4	Citirea treapta 5	Alungirea medie ε_{m5}	Efortul unitar mediu treapta 5 σ_5	Citirea treapta 6	Alungirea medie ε_{m6}	Efortul unitar mediu treapta 6 σ_6	Citirea treapta 8	Alungirea medie ε_{m8}	Efortul unitar mediu treapta 8 σ_8
	–	1 3	+225	+633	+311	+656	+623	+394	+828	+703	+486	+1020	+802	+582	+1220	+890	+672	+1410	+974	+748	+1540	+1124	+940	+1980
		25-27	-4	+310			+386			+491			+584			[illegible]			+744			+876		
	0° sus	4	+137	+478	+341	+719	+618	+481	+1009	+761	+624	+1304	+910	+773	+1625	+1051	+914	+1919	+1200	+1063	+2242	+2132	+1985	+4190
		(28)	–	–																				
	90°	5-6	–	–	+25	±52	–	±37	±78	–	±47	±98	–	±54	±114	–	±58	±122	–	±62	±130	–	–	–
		(30-31)	±233	±258			±270			±280			±287			±291			±295			–		
	65°	7	+3	-61	-66	-139	-89	-96	-200	-112	-115	-242	-140	-146	-310	-163	-170	-360	-187	-198	-420	-283	-286	-601
		(32)	+5	-64			-94			-111			-144			-170			-202			–		
	45°	8	-6	-196	-275	-450	-256	-281	-590	-308	-344	-720	-377	-415	-870	-425	-476	-1001	-479	-521	-1102	-656	-631	-1321
		(33)	+1	-240			-311			-384			-459			-528			-588			-600		
	25°	9	+8	-286	-333	-700	-384	-443	-925	-477	-550	-1150	-575	-662	-1400	-671	-773	-1620	-760	-877	-1840	-935	-933	-1940
		(34)	-16	-388			-510			-632			-758			-884			-1002			-939		
	15°	10	-649	-1066	-417	-870	-120	-548	-1150	-1318	-672	-1420	-1470	-810	-1700	-1594	-936	-1960	-1710	-1049	-2190	-3849	-3850	-7500
		(35)	0	-418			-544			-675			-799			-928			-1039			-3800		
	10°	11	–	–	-386	-820	–	-504	-1060	–	-617	-1290	–	-729	-1540	–	-838	-1750	–	-957	-2000	–	-3820	-8000
		(36)	+10	-376			-494			-607			-719			-828			-947			-3810		
	0° jos	-12	-45	-400	-341	-719	-518	-456	-950	-633	-585	-1185	-754	-678	-1418	[illegible]	-790	-1659	-977	-895	-1878	-1122	-1077	-2256
		(37)	-8	-335			-446			-549			-658			-764			-868			–		
	–	13-15	-8	-319	-311	-656	-422	-414	-868	-511	-508	-1059	-624	-616	-1291	-723	-715	-1499	-823	-815	-1710	-1088	-1088	-2210
		–	–	–			–			–			–			–			–					

DEFORMAŢII MASURATE LA GRINZILE CU GOLURI HEXAGONALE mm Tabelul 10.3

Nr. flexia	Cit. zero	Treapta I		Treapta II		Treapta III		Treapta IV		Treapta V		Treapta VII		Treapta [illegible]	
		Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform
F0	0,3	0,70	0,4	0,88	0,58	1,10	0,80	1,32	1,02	1,54	1,24	1,80	1,50	1,90	1,60
F1	2,56	7,90	4,90	10,00	6,87	11,95	8,60	14,1	10,53	16,30	12,49	21,8	17,72	49,00	44,83
F2	4,20	12,35	7,69	15,35	10,38	18,45	13,46	21,8	16,59	25,11	19,66	33,7	27,98	82,00	76,19
F3	2,86	11,95	8,65	15,50	12,07	18,65	15,00	22,4	18,53	26,10	21,99	35,55	31,17	90,10	85,65
F4	0,50	9,00	8,06	12,24	11,17	15,10	13,81	18,46	16,95	21,91	20,16	30,45	28,43	80,5	78,39
F5	1,15	6,35	5,06	8,80	7,08	10,75	8,51	12,96	10,80	15,18	12,78	20,85	18,18	50,5	47,74
F6	0,5	0,98	0,48	1,06	0,56	1,28	0,78	1,50	1,00	1,76	1,26	2,04	1,54	2,12	1,62

DEFORMAŢII MASURATE LA GRINZILE CU GOLURI CIRCULARE mm Tabelul 10.4

Nr. flexia	Cit. zero	Treapta I		Treapta II		Treapta III		Treapta IV		Treapta V		Treapta VII		Treapta VIII	
		Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform	Citire	Deform
F0	0,1	0,62	0,52	0,78	0,68	1,06	0,96	1,19	1,09	1,50	1,40	1,80	1,70	-	-
F1	0,52	6,20	5,15	8,18	6,96	10,43	8,94	12,12	10,45	13,90	11,97	17,30	15,06	-	-
F2	1,65	9,46	7,27	12,62	10,27	15,65	13,03	18,75	15,96	21,89	18,83	28,0	24,63	-	-
F3	2,80	10,95	7,62	14,42	10,92	17,80	14,03	21,35	17,41	24,85	20,64	31,80	27,28	-	-
F4	1,98	9,80	7,29	12,89	10,21	15,90	12,95	18,97	15,85	22,05	19,66	28,20	24,50	-	-
F5	0,92	6,92	5,47	9,00	7,38	11,06	9,17	13,12	11,06	15,15	12,82	19,24	16,60	-	-
F6	0,2	0,74	0,54	0,92	0,72	1,18	0,98	1,39	1,19	1,62	1,42	1,94	1,74	-	-

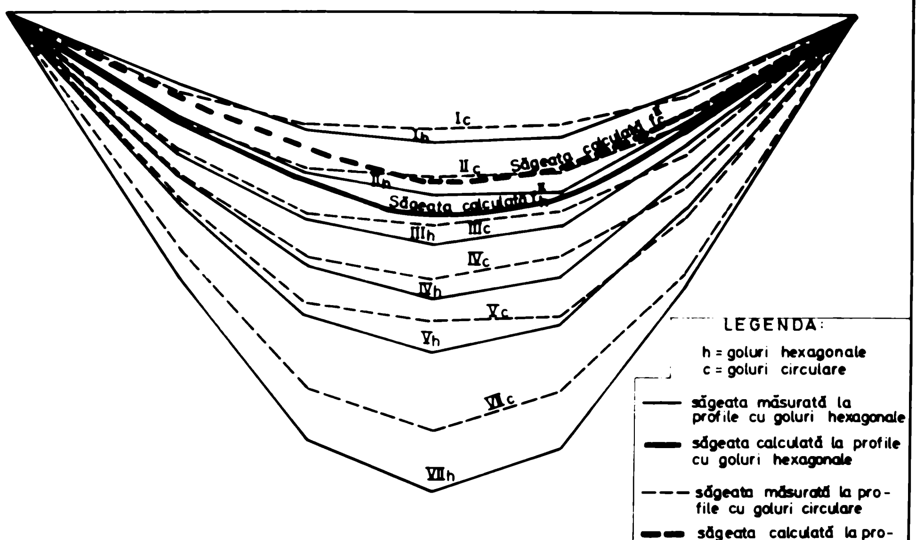


FIG. 10.6 Variația deformațiilor calculate și măsurate în cele 8 trepte.

10.4. CONCLUZII ASUPRA INCERCARILOR EXPERIMENTALE

Incercările experimentale efectuate asupra grinzilor au avut menirea să confirme pe de o parte, valabilitatea relaţiilor de verificare prezentate în celelalte capitole ale lucrării, şi pe de altă parte să confirmă avantajele pe care le au profilele ajurate cu goluri circulare, faţă de cele cu goluri hexagonale. Incercările experimentale au avut şi rolul de a arăta că aplicarea calculului simplificat este suficient de exact şi în orice caz acoperitor pentru practica de proiectare.

Din rezultatele măsurătorilor se desprind următoarele concluzii :

1. Relaţiile de verificare deduse şi prezentate în capitolele 3,4,5,6 sînt corecte, eforturile măsurate experimental fiind apropiate de cele calculate în capitolul 9 şi mai mici decît acestea cu cca. 2-7 %, ceea ce confirmă buna comportare şi rezervele de care dispun profilele ajurate.

2. Aşa cum arată calculul şi verificările făcute şi prezentate în capitolul 9, rezultatele experimentale confirmă avantajele economice ale profilelor ajurate cu goluri circulare faţă de cele cu goluri hexagonale. La profile provenite din acelaşi profil laminat dublu T 18, eforturile măsurate la profilele ajurate cu goluri hexagonale sînt de 1441 daN/cm^2 în comparaţie cu 1150 daN/cm^2 la cele cu goluri circulare, deci o reducere a eforturilor de cca 20 % cum a rezultat şi din calculul teoretic.

3. Din fig. 10.6 se vede de asemenea că săgeţile măsurate sînt mai mici decît cele calculate, atît la profile ajurate cu goluri hexagonale cît şi la cele cu goluri circulare.

4. Măsurătorile arată şi faptul că rezultatele calculului simplificat se apropie mult de valorile calculate atît în ce priveşte verificarea eforturilor cît şi a deformaţiilor, confirmînd justeţea relaţiilor deduse în lucrare.

CAPITOLUL 11

CONCLUZII FINALE

Lucrarea de față a căutat în primul rînd să aducă unele contribuții personale la alegerea dimensiunilor celor mai raționale și la calculul în domeniul elastic al profilelor ajurate cu goluri hexagonale și octogonale și în al doilea rînd să prezinte un nou tip de profile ajurate cu goluri circulare și ovale cu toată metodologia de fabricație și de calcul a acestora.

Lucrarea structurată pe cele 10 capitole, anterioare acestuia conține, indicații asupra domeniilor de folosire, asupra avantajelor profilelor ajurate, asupra metodelor de calcul simplificat și exact al profilelor ajurate precum și a măsurilor de întărire și rigidizare a acestora.

11.1. CONTRIBUTII PERSONALE LA CONTINUTUL TEZEI

In baza studiilor de lungă durată desfășurate în direcția problemei profilelor ajurate, care capătă o tot mai largă răspîndire în ultima vreme, și a literaturii tehnice studiate, s-au putut cristaliza unele contribuții personale la alcătuirea și calculul în domeniul elastic al profilelor ajurate, alături de prezentarea unui nou tip de profile ajurate, cele cu goluri circulare și ovale, care au fost propuse și pentru brevetarea ca invenție la O.S.I.M.

Principala contribuție personală la elaborarea lucrării este adusă prin prezentarea modului de alcătuire și de calcul al unui nou tip de profile ajurate, cu goluri circulare și ovale în inimă, care prezintă o noutate pe plan mondial în acest domeniu. Volumul afectat acestui nou tip de profile reprezintă marea majoritate a lucrării.

Pe capitole, contribuția personală constă în următoarele :

In capitolul 1 descrierea noului tip de profile ajurate cu goluri circulare și ovale și modul de obținere a acestora, sistematizarea domeniilor în care se utilizează profilele ajurate precum și descrierea avantajelor și a eficienței acestora în comparație cu profilele laminate dublu T și mai ales a avantajelor profilelor ajurate cu goluri circulare și ovale în comparație cu cele cu goluri hexagonale și octogonale.

In capitolul 2, stabilirea dimensiunilor optime pentru mărimea elementelor de ajurare (înălțimea profilelor T din dreptul golurilor, lungimea de contact etc.) în funcție de natura încărcărilor şi de sistemul static al grinzilor la profilele ajurate obişnuite cu goluri hexagonale,precum şi stabilirea dimensiunilor optime de tăiere a profilelor dublu T pentru obţinerea profilelor ajurate cu goluri circulare,dimensiuni rezultate din condiţia eficienţei maxime privind reducerea consumului de oţel,ca şi deducerea relaţiilor de calcul a caracteristicilor geometrice ale acestora.

In capitolul 3,la profilele ajurate obişnuite sistematizarea calculului simplificat cu trasarea unor diagrame din care pot fi deduşi coeficienţii folosiţi la verificarea eforturilor,stabilirea formulei simplificate de calcul a săgeţii cu deducerea coeficientului k_r,iar la noul tip de profile ajurate cu goluri circulare deducerea relaţiilor de calcul şi de verificare a tălpilor a montanţilor şi a săgeţii grinzii,cu trasarea unor diagrame pentru notaţiile θ, λ, ξ, şi a coeficientului k_r.

In capitolul 4,prezentarea modului de calcul exact al profilelor ajurate în general,este în întregime original,în literatura de specialitate fiind date doar unele indicaţii în acest sens.

In capitolele 5 şi 6 calculul profilelor ajurate,la solicitări compuse de încovoiere cu compresiune şi de încovoiere oblică sînt de asemenea o sinteză a suprapunerii efectelor solicitărilor simple pentru verificarea profilelor ajurate la solicitările compuse întîlnite frecvent.

In capitolul 7,deducerea relaţiilor simple de calcul pentru verificarea îmbinării pe lungimea de contact a celor două jumătăţi a profilelor ajurate,ca şi a îmbinărilor sudate şi cu şuruburi în vederea prelungirii profilelor ajurate,precum şi modul de alcătuire a acestor îmbinări,ca o sistematizare a indicaţiilor din literatura tehnică.

In capitolul 8,alături de sistematizarea modului de întărire a profilelor ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale este prezentat modul de întărire a golurilor în regiuni cu solicitări foarte mari la profilele cu goluri circulare şi ovale precum şi avantajul simplităţii noului tip de întărituri cu cupoane din ţeavă,faţă de celelalte soluţii folosite la profilele ajurate obişnuite.

In capitolul 9,calculul practic simplificat al profilelor ajurate cu goluri circulare încercate experimental şi calculul exact al acestora şi a celor obişnuite şi prezentarea unor comparaţii între cele două tipuri de profile ajurate,precum şi între cele două metode de calcul simplificat şi exact.

In capitolul 10 încercarea experimentală şi concluziile care decurg din aceasta cu privire la cele două tipuri de profile ajurate : cu goluri hexagonale şi circulare,precum şi comparaţii ale rezultatelor experimentale cu cele teoretice.

11.2. CONCLUZII PRIVIND CERCETARILE REFERITOARE LA CALCULUL ŞI COMPORTAREA IN DOMENIUL ELASTIC AL PROFILELOR AJURATE

11.2.1. Concluzii privind alcătuirea şi alegerea dimensiunilor optime ale profilelor ajurate şi a avantajelor acestora

Profilele ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale, obţinute din profilele laminate dublu T, printr-o tăiere specială, sînt folosite pe scară din ce în ce mai largă la alcătuirea elementelor construcţiilor metalice. Noul tip de profile ajurate cu goluri circulare şi ovale, propuse de conducătorul şi autorul tezei de doctorat pentru brevetare ca invenţie, urmează să fie folosite în viitor cu avantaje substanţial sporite faţă de cele obişnuite.

Ca urmare a cercetărilor intreprinse şi a încercărilor experimentale al căror rezultate sînt materializate în lucrarea de doctorat se desprind următoarele concluzii referitoare la alcătuirea şi alegerea dimensiunilor optime ale profilelor ajurate precum şi a avantajelor pe care le prezintă faţă de profilele laminate dublu T.

1. Realizarea profilelor ajurate din profile laminate dublu T se poate face pe cale manuală şi mecanică. Deoarece profilele ajurate conduc la reducerea consumului de oţel, prin creşterea caracteristicilor geometrice ale acestora, datorită ajurării, reducere care este însoţită de o uşoară sporire a manoperei este raţional ca operaţiile de executare a profilelor ajurate să fie făcute cu un consum minim de manoperă. Din acest punct de vedere automatizarea procesului de producţie constituie un important pas spre reducerea în ultimă instanţă a costului profilelor ajurate. In acest sens, proiectarea unei ştanţe mecanice cu care să se facă tăierea porţiunilor lenticulare după trasarea profilelor ajurate cu goluri circulare ar spori substanţial eficienţa acestui nou tip de profile.

2. Domeniile în care se utilizează profilele ajurate obişnuite cu goluri hexagonale, sînt în general domeniile în care încărcările sînt preponderent statice, motivul pentru care nu se recomandă folosirea profilelor ajurate obişnuite în cazul încărcărilor dinamice, este acela că în colţarile golurilor unde eforturile sînt maxime, pot apare ca urmare a efectului dinamic, vîrfuri de solicitare care să contribuie la depăşirea capacităţii portante a secţiunii portante a secţiunii profilului T din dreptul colţului golului cel mai solicitat.

3. Profilele ajurate cu goluri circulare şi ovale, datorită formei golurilor şi a lipsei colţurilor acestora pot fi folosite ca

mai bune rezultate și în cazul elementelor solicitate la încărcări dinamice cum sînt grinzile de rulare pentru poduri rulante de capacități mai mici, sau în cazul unor pasarele și platforme de circulație între clădiri industriale, sau peste artere de circulație, deoarece în acest caz nu mai există puncte în care să apară vîrfuri de solicitare, care ar putea duce la depășirea capacității de rezistență a profilelor.

4. La realizarea profilelor ajurate, din profile laminate dublu T, trebuie ținut seama că eficiența economică a acestora depinde în mare măsură de alegerea dimensiunilor optime de tăiere a profilelor laminate în vederea ajurării.

Dimensiunile optime de ajurare, sînt funcție de felul încărcării grinzilor și de sistemul static al acestora prin faptul că modul de variație a momentelor și a forțelor tăietoare și raportul dintre ele, influențează mărimea eforturilor unitare normale, care sînt funcție de dimensiunile profilelor.

În baza studiilor făcute am rezultat principalele dimensiuni optime de ajurare a profilelor dublu T în vederea obținerii profilelor ajurate, dimensiuni cuprinse în tabelul 11.1.

Tabelul 11.1

DIMENSIUNI OPTIME DE AJURARE

Dimensiunea de ajurare	Notația	Profile ajurate cu goluri hexagonale		Profile ajurate cu goluri circulare	
		M și T nu sînt maxime în aceeași secțiune	M și T sînt maxime în aceeași secțiune	M și T nu sînt maxime în aceeași secțiune	M și T sînt maxime în aceeași secțiune
Înălțimea profilelor T în dreptul golurilor	a	$\frac{h}{4}-\frac{h}{3}$	$\frac{h}{3}-\frac{h}{2,5}$	$\frac{h}{6}-\frac{h}{5}$	$\frac{h}{5}-\frac{h}{4}$
Lungimea de contact între jumătăți	b	$\frac{h}{3}-\frac{h}{2}$	$\frac{h}{3,5}-\frac{h}{2,5}$	2 m(2R-m)	
Distanța dintre liniile 1 și 2 (fig.1.5)	m	–	–	$\frac{h}{16}-\frac{h}{20}$	

Celelalte dimensiuni sînt funcție de acestea și rezultă din relațiile indicate în capitolul 2 al lucrării.

5. Profilele ajurate în general prezintă importante avantaje în comparație cu profilele laminate dublu T din care se obțin, avantaje care provin din creșterea prin ajurare a caracteristicilor geometrice a profilelor ajurate față de cele ale profilelor dublu T.

Dintre aceste avantaje cele mai importante sînt :

- a) La aceeaşi deschidere a grinzilor şi la aceeaşi încărcare a acestora, masa profilelor ajurate din care se alcătuiesc grinzile este mai mică decît a profilelor dublu T folosite în acelaşi scop, cu aproximativ 30 % la profilele cu goluri hexagonale şi cu aproximativ 40 % la profilele cu goluri circulare.

- b) Datorită reducerii masei profilelor ajurate faţă de cele laminate se reduce şi costul construcţiei metalice alcătuită din profile ajurate. Dacă se ţine seama de costul manoperei consumată pentru realizarea profilelor ajurate din profile laminate, se poate spune că reducerea costului construcţiei metalice alcătuită din profile ajurate, faţă de aceeaşi construcţie din profile laminate dublu T este de (20-25)% la profilele cu goluri hexagonale şi de (30-35)% la cele cu goluri circulare. Reducerea costului construcţiei metalice este cu atît mai mare cu cît mai automatizată este fabricaţia profilelor ajurate.

- c) Tot ca urmare a caracteristicilor geometrice (momente de inerţie) sporite a profilelor ajurate faţă de cele laminate, săgeţile grinzilor ajurate sînt mai mici decît a celor din profile dublu T.

Reducerea procentuală a săgeţilor este de aproximativ 130 % la profile cu goluri hexagonale şi de 170 % la cele cu goluri circulare faţă de profilele laminate dublu T.

- d) Golurile din inimă asigură posibilitatea de trecere prin acestea a unor conducte, care permit înglobarea pe înălţimea planşeelor a tuturor instalaţiilor, precum şi un aspect arhitectural mai reuşit.

In ceea ce priveşte comparaţia între profilele ajurate cu goluri circulare şi cele cu goluri hexagonale se poate arăta că studiile teoretice şi cele experimentale, cuprinse în teza de doctorat, atestă că noul tip de profile cu goluri circulare prezintă importante avantaje faţă de profilele cu goluri hexagonale, dintre care cele mai importante sînt :

a) Datorită creşterii înălţimii profilelor T din dreptul golurilor, pe măsura creşterii momentului din forţa tăietoare, efectul acesteia este mult mai redus decît la profilele cu goluri hexagonale, ceea ce înseamnă că eforturile unitare normale σ din profilele T este mai mică la profilele cu goluri circulare faţă de cele cu goluri hexagonale la aceeaşi încărcare. Acest lucru este dovedit atît de calculul teoretic, cît şi de măsurătorile experimentale iar rezultatele acestora sînt cuprinse în tabelul 11.2.

EFORTURI DE CALCUL ŞI MĂSURATE EXPERIMENTAL Tabelul 11.2				
Felul grinzii ajurate	Eforturi unitare normale max.		Reducerea procentuală	
	calculate	măsurate	Ef.calculate	Ef.măsurate
cu goluri hexagonale	1.470	1.441	-	-
cu goluri circulare	1.225	1.150	20 %	26 %

b) Forma avantajoasă a golurilor care reduce influenţa forţei tăietoare asupra eforturilor, face ca grinzile din profile ajurate cu goluri circulare, să se preteze mai bine la alcătuirea elementelor construcţiilor metalice, la care solicitările : momentul şi forţa tăietoare sînt maxime în aceeaşi secţiune, cum este cazul cadrelor şi a grinzilor continue, în comparaţie cu grinzile cu goluri hexagonale.

c) Datorită creşterii continue a modulului de rezistenţă a profilelor T din dreptul golurilor pe măsura creşterii momentului local din forţa tăietoare, înălţimea "a" a profilelor T în axul golurilor se poate lua în cazul profilelor ajurate cu goluri circulare mai mică decît în cele cu goluri hexagonale. Aceasta conduce la o înălţime totală H, a profilelor ajurate cu goluri circulare mai mare ca la profilele cu goluri hexagonale, ceea ce face ca săgeata celor dintîi să fie mai mică decît la celelalte, deoarece cu cît înălţimea este mai mare cu atît creşte şi momentul de inerţie a profilului.

d) În cazul în care momentul şi forţa tăietoare sînt maxime în aceeaşi secţiune, cum este cazul pe reazemele grinzilor continue sau la colţurile cadrelor şi este necesară întărirea golurilor învecinate acestei secţiuni, atunci în cazul profilelor ajurate cu goluri circulare, întărirea se face mult mai uşor cu cupoane din ţeavă, decît la profilele cu goluri hexagonale.

Desigur că aceste avantaje, ca şi eficienţa sporită din punct de vedere al reducerii consumului de oţel şi a costului construcţiilor metalice, a profilelor ajurate cu goluri circulare şi ovale în comparaţie cu cele cu goluri hexagonale, este pusă cu mai multă pregnanţă în valoare, dacă se realizează un proces de producţie pentru realizarea acestor profile, cît mai automatizat, care să reducă la minimum costul manoperei de fabricaţie.

11.2.2. <u>Concluzii privind modul de comportare şi de calcul în domeniul elastic al profilelor ajurate, la diferite solicitări</u>

Din studiile şi cercetările efectuate cu privire la modul de comportare şi de calcul în domeniul elastic al profilelor ajurate şi al căror rezultate sînt prezentate în lucrarea de faţă se desprind o serie de concluzii care fixează principalele direcţii în care aceste profile au o comportare cît mai raţională şi cu cele mai bune rezultate din punct de vedere al eficienţei tehnico-economice.

Dintre cele mai importante concluzii care au rezultat în urma cercetărilor întreprinse pot fi enumerate următoarele :

1. Profilele ajurate în general,sînt recomandate a se folosi la alcătuirea elementelor construcţiilor metalice solicitate la încovoiere în raport cu axa de inerţie maximă.Acest lucru este justificat de faptul că prin operaţia de ajurare cresc foarte mult caracteristicile geometrice (momentul de inerţie şi modulul de rezistenţă) în raport cu axa de inerţie maximă,care contribuie la creşterea eficienţei acestor profile faţă de profilele laminate dublu T. Astfel de elemente solicitate la încovoiere sînt : grinzile de planşee,grinzile platformelor şi a pasarelelor de circulaţie precum şi grinzile de rulare.

2. Profilele ajurate pot fi folosite cu aceeaşi eficienţă la elementele de construcţii metalice solicitate la încovoiere cu compresiune,cum sînt riglele şi stîlpii cadrelor transversale,arcele şi alte elemente,deoarece forţa axială care apare în plus faţă de solicitarea de încovoiere acţionează pe toată secţiunea grinzii.

3. Folosirea profilelor ajurate la alcătuirea elementelor solicitate la încovoiere oblică,cum este cazul panelor aşezate normal pe suprafaţa acoperişului,nu este recomandată,decît în cazul unghiurilor de înclinaţie foarte mici,deoarece prin ajurare nu se modifică caracteristicile geometrice faţă de axa de inerţie minimă y-y.

In aceste condiţii solicitările după axa de inerţie minimă y. pot să conducă la eforturi şi deformaţii mai mari decît cele după axa de inerţie maximă,ceea ce diminuează avantajele economice pe care le prezintă profilele ajurate.

Pentru ca profilele ajurate să poată fi folosite şi în cazul unor pante ceva mai mari,la alcătuirea elementelor solicitate la încovoiere oblică,este necesar să se ia măsuri de a introduce, legături între pane prin intermediul unor tiranţi,care se dispun cu atît mai deşi cu cît panta este mai mare. In aceste condiţii folosirea acestor tiranţi,prin consumul suplimentar pe care-l reprezintă ar contribui la scăderea eficienţei profilelor ajurate.

4. Utilizarea grinzilor din profile ajurate cu goluri hexagonale şi circulare la elementele solicitate la încovoiere,conduce

în comparație cu profilele laminate dublu T la deformații mult mai mici, datorită faptului că momentele de inerție ale profilelor ajurate sînt mult mai mari decît cele ale profilelor laminate.

Ca urmare grinzile din profile ajurate sînt mai rigide decît cele din profile laminate, la aceeași greutate a profilului.

5. Profilele ajurate cu goluri circulare au o comportare mai bună la încovoiere decît cele cu goluri hexagonale, datorită faptului că pe măsura creșterii efectului forței tăietoare, crește și modulul de rezistență a profilelor T din dreptul golurilor. De aceea eforturile unitare normale σ, în profilele T ce mărginesc golurile circulare sau ovale ale acestor profile, sînt maxime pentru un unghi $\varphi = 5^0-15^0$ măsurat, față de axul vertical al golurilor, după care aceste eforturi scad. In cazul grinzilor încărcate uniform distribuit sau cu alte încărcări care nu dau naștere la momente și forțe tăietoare maxime în aceeași secțiune, acest efort maxim calculat la unghiul $\varphi = 5^0-15^0$, față de axul vertical nu diferă cu mai mult de 2-5 % față de cel calculat numai din momentul încovoietor în axul golurilor.

In aceste condiții, cel puțin în primul calcul de dimensionare a profilelor cu goluri circulare, se poate lua în considerare numai efectul momentului încovoietor în secțiunea din axul golurilor, urmînd ca după alegerea profilului ajurat să se facă verificarea acestuia cu relațiile deduse pentru σ_φ.

6. Forma mai rațională a profilelor ajurate cu goluri circulare și ovale asigură și o rigiditate sporită a acestor profile, față de profilele cu goluri hexagonale și octogonale. Lucrul acesta este ilustrat de coeficientul K_f care ține seama de aportul forței tăietoare, la producerea săgeții. Dacă pentru profilele ajurate cu goluri hexagonale și octogonale coeficientul K_f este în medie 1,10-1,20 și pentru profilele cu goluri circulare K_f este de 1,03-1,12, ceea ce înseamnă o reducere a deformațiilor de 5-10 %.

7. In ceea ce privește modul de calcul al profilelor ajurate, cu calculul simplificat și cu cel exact se poate spune că pentru nevoile curente ale proiectării construcțiilor metalice din profile ajurate, se poate folosi cu foarte bune rezultate calculul simplificat în locul celui exact datorită următoarelor motive :

- a) Calculul simplificat se rezolvă mult mai ușor cu relații simple și care folosesc pentru rezolvare rigla de calcul sau mașina de calculat de birou, în timp ce calculul exact prezentat în lucrare este mult mai laborios necesitînd un volum foarte mare de muncă, volum care este cu atît mai mare cu cît deschiderea grinzilor respectiv numărul golurilor este mai mare. In plus rezolvarea sistemului de ecuații scrise pentru calculul exact,nu poate fi făcută decît cu ajutorul calculatorului electronic.

- b) Calculul simplificat nu comportă cunoașterea momentelor de inerție a profilelor T și a montanților,ca și calculul exact iar alegerea profilelor ajurate se poate face după una sau două încercări,ceea ce ușurează proiectarea.

In unele cazuri mai pretențioase cum este la unele cadre puternic solicitate,sau la grinzi continue din profile ajurate se poate face pentru predimensionare un calcul simplificat și apoi o verificare cu ajutorul calculului exact.

- c) Calculul simplificat al profilelor ajurate este acoperitor față de calculul exact,eforturile rezultate din calculul exact fiind mai mici decît cele din calculul simplificat.Aceasta înseamnă că prin folosirea calculului simplificat rezultă o siguranță în plus pentru elementele realizate din profile ajurate.

8. Incercările experimentale efectuate asupra unor grinzi din profile ajurate realizate cu goluri hexagonale și cu goluri circulare,care au fost și calculate atît prin metoda de calcul simplificat cît și prin calculul exact,atestă o bună concordanță între rezultatele obținute prin calcul și cele măsurate experimental pe cale tensometrică.Astfel dacă se iau drept termeni de comparație eforturile unitare normale σ din fibrele cele mai solicitate ale profilelor T ce mărginesc golurile,rezultate din calculul simplificat,din cel exact și din măsurătorile experimentale rezultă datele din tabelul 11.3

EFORTURI REZULTATE DIN CALCUL ȘI MĂSURATE EXPERIMENTAL

Tabelul 11.3

Felul grinzii ajurate	Eforturi unitare normale calculate și măsurate		
	Calcul simplificat	Calcul exact	Măsurate
Grinzi cu goluri hexagonale	1.470	1.203	1.441
Grinzi cu goluri circulare	1.225	1.197	1.150

Din analiza tabelului 11.3 se observă că eforturile determinate prin cele trei metode sînt apropiate ca valoare,cea mai bună concordanță existînd la profilele cu goluri circulare.

De asemenea datele din tabel arată că eforturile rezultate din calculul exact ca și cele măsurate experimental sînt mai mici decît cele determinate în baza calculului simplificat în domeniul elastic,ceea ce confirmă avantajele pe care le are calculul simplificat față de cel exact.

9. Dacă se face şi o comparaţie între deformaţiile determinate prin calcul teoretic şi cele determinate pe cale experimentală se obţine Tabelul 11.4

SAGETI REZULTATE DIN CALCUL SI MASURATE EXPERIMENTAL Tabelul 11.4

Felul grinzii ajurate	Săgeţi calculate şi măsurate	
	Calculate /cm/	Măsurate /cm/
Grinzi cu goluri hexagonale	1,32	1,207
Grinzi cu goluri circulare	1,12	1,092

Cifrele înscrise în tabel indică pe de o parte o diferenţă de (11-18)% între săgeţile grinzilor din profile ajurate cu goluri hexagonale şi cu goluri circulare la aceeaşi deschidere, la acelaşi profil laminat de plecare şi la aceeaşi încărcare şi pe de altă parte o bună concordanţă între săgeţile rezultate din calcul şi cele măsurate experimental. Diferenţa între săgeţile celor două tipuri de grinzi ajurate este în favoarea celor cu goluri circulare, a căror săgeţi sînt mai mici, ceea ce confirmă influenţa favorabilă a formei circulare a golurilor asupra săgeţilor.

10. Rezultatele calculului şi ale încercărilor experimentale au confirmat valabilitatea formulelor de calcul, a graficelor de lucru şi a tabelelor cu valorile coeficienţilor, folosiţi la verificările de rigoare.

Din analiza întregii lucrări se desprinde concluzia generală că folosirea profilelor ajurate cu goluri hexagonale şi octogonale la realizarea elementelor construcţiilor metalice, reprezintă un pas important pe linia reducerii consumului de oţel, iar această reducere este cu atît mai mare cu cît execuţia este mai mecanizată.

Tot ca o concluzie generală rezultă şi faptul că folosirea profilelor ajurate cu goluri circulare şi ovale la realizarea elementelor construcţiilor metalice, va reprezenta un al doilea pas pe calea reducerii consumului de oţel, problemă de mare importanţă la ora actuală pentru ţara noastră.

Folosirea profilelor ajurate în locul celor laminate dublu T, asigură pe lîngă o reducere a consumului de oţel şi un aspect arhitectural mai reuşit, atît datorită faptului că elementele realizate din aceste profile sînt mai svelte cît şi datorită existenţei golurilor în inima profilelor.

BIBLIOGRAFIE

I.- Lucrări elaborate de conducător și autor

1. Mateescu D. și Mercea Gh. Calculul și încercarea experimentală a grinzilor metalice ajurate. Revista construcțiilor 3/1966
2. Mateescu D., Mercea Gh. Studii și cercetări privind întocmirea "Instrucțiunilor tehnice pentru proiectarea construcțiilor metalice din profile cu goluri în inimă". Buletinul științific și tehnic al IPT Tom.18(32)1/1973
3. Mateescu D., Mercea Gh. Instrucțiuni tehnice pentru proiectarea construcțiilor metalice din profile cu goluri în inimă". Buletinul construcțiilor nr.6/1974 ordinul 17/26.02.1974
4. Mateescu D., Mercea Gh. Profile ajurate cu goluri circulare în inimă. Buletinul Conferinței de construcții metalice Timișoara 1973
5. Mateescu D., Mercea Gh. Un nou tip de profile eficiente. Profile ajurate cu goluri circulare. Comunic. la sesiunea jubiliară IPT dedicată celei de a 30-a aniv. a elib. patriei.

II.- Lucrări bibliografice

6. Aglan A.A. Redwood Web buckling in castellated beams
7. Absi E. Application du calcul électronique a la construction metallique. Construction métallique 4/1966
8. Baker John Sir and Heyman J. Plastic Design of Frames Cambridge 1969
9. Bazile A. Etude de la resistance des poutrelles ajourees. Construction metallique nr.3/1964
10. Bazile A, Texier J. Essais de poutres ajourees. Construction metallique 3/1968
11. Beckenbach E. Modern mathematics for the engeneer, Mc Graw-Hill 1956
12. Bela J. Rezolvarea numerică a sistemelor de ecuații liniare. Ed. Acad. RPR 1961
13. Belea C. Programarea la mașini electronice de calcul Ed. mil.
14. Belesev . Rezistența materialelor. Traducere din l. rusă.
15. Berezin I.S. ș.a. Metodi v ecgislenii. Moskva 1962
16. Boyer I.P. Castellated Beams : New Developments Engineering Journal 3/1964
17. Brodka J., Lubinski M. Lekkie konstrukcje stalowe. Arkady Budownictwo sztuka Architektura Warszawa 1961

18. Byszynski T.ş.a. Badanie napresen w azurowej belce podsuwnicowej Nowoczesne konstr.metalowe w budownictwie V.konferencja naukowa techniczna "konstrukcje-metalowe" Warszawa 1974

19. Chronie : Verwendung von Wabenträgern in Belgien Acier Stahl Steel 12/1962

20. Castache ş.a. [illegible] Edit.tehnică 1971

21. C.F.AL. Utilizarea calculatoarelor electronice la rezolvarea problemelor de calcul a structurilor de rezistenţa 1971

22. Dalban C. şa. Comportarea în domeniul elastic-plastic a grinzilor continue cu goluri în inimă.Revista construcţiilor 5-6/1966

23. Delesques R : Stabilite des montants de poutres ajourees Constructions metalliques nr.3/1968

24. Delesques R. Le calcul des poutres ajourees.Construction metallique nr.4/1969

25. Dimă Petre . Programarea in Fortran Edit.did.pedag.1971

26. Faltus F. Neuere vollständig geschweiste Stahlkonstruktionen Stahlbau 1932

27. Faltus F. Construction au calcul des poutres a ames evidees Acier Stahl Steel nr.5/1966

28. Forsythe G. Solving linear equations can be interesting.Proc. Amer Soc. 4/1953

29. Forsythe G, Moler K . Computer solution of linear algebraic systems.Prentice Hall Inc 1967

30. Fox L, An introduction to numerical linear algebra.Clarendon Press Oxford 1964

31. Gheorghiu A. Statica construcţiilor.Editura tehnică 1965

32. Gheorghiu A. Statica construcţiilor.Editura tehnică 1974

33. Gibson J.E. and Jenkins W.M. An investigation of the stresses and deflections in castellated beams the structural engineer 12/1957

34. Halleux P. Etude experimentale et technique du comportement elastique des poutres metalliques a ame evidee. Revue francaise de mecanique 18-19/1966

35. Halleux P. Analyse limite des poutres metaliques a ame evidee Acier Stahl Steel nr.3/1967

36. Hamming R.W. Numerical methodes for scientists and engeneers mc.Grow-Hill 1962

37. Hettich W : L'emploi des poutres d'un tipe special a permis de realiser une economie de 200.000 dollars.Acier Stahl Steel nr.9/1960

38. Hirschfeld : Baustatik. Der Vierendeel Träger II. Die Berechnung unter Einführung der Pfostenkräfte als statisch überzählige Springer-Verlag 1959

39. Hosain M.U., Speirs W.G. Deficience de poutres metaliques a ame evidee due a la rupture de joints soudes

40. Householder A. Principles of numerical analysis Mc.Grow-Hill 1953

41. Kates L. The cutting outs of open beams. Civil Engineering USA 1964

42. Kliuev ş.a. O minimizatii gisla arifmeticeskih operatii pri resenii lineinîh algebraigeskih sistem urabnenii JVMMF 5/1965

43. Kolosowski J. Stresses and deflexions in castellated beams. The structural engineer nr.1/1964

44. Lambert R. Fabrication rationelle de poutres ajourees en Espahne Acier Stahl Steel nr.11/1961

45. Lanczos C. Applied analyses Prentice Hall 1956

46. Larnach and Park : The behaviour under load of six castellated composite T-beams. Civil Engineering and Public Works Review 3/1964

47. Lavend'homme R. Le nouvel immeuble des services tehniques du Hainaut a Mons. Acier Stahl Steel nr.10/1963

48. Litzka H : La production automatique des poutres a ame evidee de tous types et de toutes dimensions. Acier Stahl Steel nr.11/1960

49. Loringhoven L. Utilisation des ordinateurs de faible capacite Construction metallique Paris 1968

50. Mendel J.A. et al. Stress distribution in castellated beams I. Struct Div. Am. Soc. Civil Engrs. 1971

51. Mateescu ş.a. Exemple de calcul de construcţii metalice Editura didactică şi pedagogică 1972

52. Mateescu D., Merce a Gh. ş.a. Construcţii metalice curs subingineri Iaşi 1971

53. Mazilu P. Statica construcţiilor Editura tehnică 1959

54. Munteanu I. Calculul structurilor spaţiale în formulare matriceală Iaşi 1973

55. Pelegrin M. Calculatoare analogice şi cifrice trad. franceză Edit. tehn. 1966

56. Popescu V. Construcţii metalice Editura tehnică 1963

57. Remond : Les Halles a marchandises de Paris. L'amăture metallique 1949

58. Rybak M. Wyniki analizy pracy przesel stosonych ze wzmocnionych stalowych belek azurowych. Nowoczesne konstrukcje metalowe w budownictwie v konferencja naukowo-Techniczna konstr.-metalour 1974

59. Scarlat A. Statica construcțiilor

60. Scarlat A. Stabilitatea și calculul de ordinul II al structurilor

61. Scarlat A. Rezolvarea în formă matricială a structurilor static nedeterminate Constr.Buc.1970

62. Schneider-Burger Stahlbau Profile Verlag Stahleisen Düsseldorf 1963

63. Shoukry Z. Elastic flexural stress distribution in webs of castellated steel beams Welding Journal 5/1965

64. Timosenko St.Gere J. Teoria stabilității elastice Ed.tehn.1967

65. Vorsi G. Quelques applications interesantes des poutres evidées Acier Stahl Steel nr.3/1957

66. Wilhelms J. Düseldorf-Oberkassel : Merkblat und Tafeln statischer Werte über Wabenträger

67. x x Manual pentru calculul construcțiilor Editura tehnică 1959

68. x x Merkblatt Stahl.Wabenträger nr.361/1965

69. x x Programmes des centres de calcul electronique Construction metalliques 1965

70. x x Stahlbau

71. x x STAS 763/1-71

72. x x STAS 565-63

CUPRINSUL

CAPITOLUL 5

CALCULUL SIMPLIFICAT AL ELEMENTELOR DIN PROFILE AJURATE SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE CU COMPRESIUNE

CAPITOLUL 6

CALCULUL ELEMENTELOR REALIZATE DIN PROFILE AJURATE SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE OBLICĂ

CAPITOLUL 10

ÎNCERCAREA EXPERIMENTALĂ A GRINZILOR AJURATE

CAPITOLUL 11

CONCLUZII FINALE

PROFILE AJURATE.

Profil laminat dublu T STAS 565-63	PROFILE METALICE AJURATE I_g Dimensiuni, mărimi statice	Lungimi 6 ÷ 12 m.	Calitatea OL 37	Exemplu de notare pentru un profil cu goluri obținut din I 30 și având H = 450 mm, a = 75 mm și L = 5500 mm. I_g 30/45 x 75 – 5500.

a = înălțimea profilului T din dreptul golurilor

η_o = distanța de la fața exterioară la axa x_o

A_o = secțiunea profilului T

$W_{oi} = \frac{I_o}{a-\eta_o}$ modulul de rezistență față de fibra interioară a profilului T

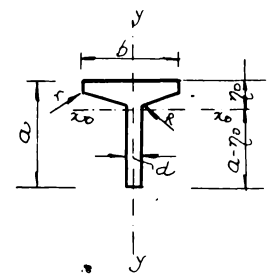
$W_{oe} = \frac{I_o}{\eta_o}$ modulul de rezistență față de fibra exterioară a profilului T

I_o = momentul de inerție a profilului T față de axa x_o

$i_o = \sqrt{\frac{I_o}{A_o}}$ raza de girație a profilului T față de axa x_o

I_y = momentul de inerție a profilului T față de axa y

$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_o}}$ raza de girație a profilului T față de axa y



Profilul dublu T din care se obține	Înălțimea profilului T în dreptul golurilor a (mm)	Distanța de la fața exterioară la axa η_o (mm)	Secțiunea profilului T A_o (cm²)	Caracteristici geometrice: I_o (cm⁴)	W_{oi} (cm³)	W_{oe} (cm³)	i_o (cm)	I_y (cm⁴)	i_y (cm)	Observații
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
14	50	1,189	8,010	14,359	3,767	12,076	1,330	17,592	1,482	
	40	0,935	7,440	7,580	2,473	8,106	1,009	17,577	1,537	
	30	0,722	6,870	3,472	1,568	4,808	0,710	17,562	1,599	
	25	0,634	6,585	2,251	1,206	3,550	0,583	17,554	1,633	
	20	0,561	6,300	1,454	1,101	2,591	0,480	17,546	1,669	
	15	0,505	6,015	1,034	1,039	2,047	0,414	17,539	1,707	
16	60	1,427	10,160	36,562	7,995	25,621	1,897	27,234	1,637	
	50	1,158	9,530	25,370	6,603	21,908	1,647	27,213	1,690	
	40	0,921	8,900	17,752	5,765	19,274	1,412	27,192	1,747	

Anexa 1. (continuare).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
16	30	0,725	8,273	9,802	4,255	13,501	1,080	27,171	1,812	
	20	0,579	7,645	3,950	2,723	6,907	0,802	27,150	1,885	
18	70	1,665	12,790	50,253	9,406	30,241	2,022	41,557	1,452	
	60	1,392	12,125	33,542	7,302	27,419	1,678	41,530	1,469	
	50	1,141	11,413	24,507	6,293	21,582	1,481	41,503	1,472	
	40	0,925	10,721	16,352	5,181	17,823	1,225	41,476	1,477	
	30	0,748	10,032	8,215	3,518	10,807	0,910	41,449	1,481	
	25	0,676	9,685	5,215	2,901	7,857	0,732	41,435	1,482	
20	80	1,919	15,175	74,708	12,285	38,930	2,191	58,166	1,958	
	70	1,629	14,425	50,057	9,319	30,728	1,852	58,131	2,007	
	60	1,362	13,675	31,227	6,732	22,927	1,552	58,096	2,061	
	50	1,121	12,925	21,820	5,964	19,682	1,301	58,061	2,120	
	40	0,913	12,175	13,653	4,412	15,863	1,280	58,026	2,183	
	30	0,743	11,425	8,213	3,821	11,002	0,861	57,991	2,253	
	25	0,676	11,050	5,553	3,006	8,350	0,712	57,943	2,290	
22	80	1,885	17,285	85,218	13,935	45,208	2,221	81,692	2,174	
	70	1,608	16,475	58,357	10,822	35,291	1,883	81,647	2,226	
	60	1,356	15,665	37,909	8,163	27,956	1,555	81,603	2,283	
	50	1,130	14,855	23,171	5,987	20,505	1,248	81,539	2,343	
	40	0,935	14,045	13,376	4,364	14,305	0,976	81,515	2,409	
	30	0,778	13,235	7,663	3,448	9,848	0,760	81,470	2,481	
24	90	2,147	20,425	130,141	18,993	60,598	2,524	110,314	2,324	
	80	1,865	19,565	93,383	15,221	50,071	2,185	110,259	2,374	
	70	1,602	18,685	64,385	11,929	40,175	1,855	110,204	2,428	
	60	1,363	17,815	42,457	9,156	31,138	1,544	110,149	2,486	
	50	1,157	16,945	26,705	6,938	23,199	1,255	110,094	2,548	
	40	0,970	16,075	16,378	5,405	16,886	1,009	110,039	2,616	

Anexa 1 (continuare).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
24	30	0,825	15,205	10,405	4,784	12,612	0,827	109,985	2,690	
26	90	2,136	22,940	137,663	20,055	64,449	2,452	143,031	2,496	
	80	1,864	22,000	97,886	15,952	52,514	2,109	142,961	2,550	
	70	1,612	21,060	66,617	12,364	41,325	1,738	142,892	2,605	
	60	1,366	20,120	43,043	9,288	31,510	1,463	142,823	2,664	
	50	1,182	19,180	27,031	7,153	23,012	1,216	142,754	2,728	
	40	1,010	18,240	17,459	5,890	17,401	0,981	142,685	2,797	
	30	0,875	17,300	11,210	5,132	13,254	0,752	142,616	2,872	
28	100	2,385	26,450	195,408	25,661	81,932	2,718	181,712	2,622	
	90	2,103	25,440	159,306	22,924	75,125	2,516	181,626	2,672	
	80	1,839	24,430	113,052	18,426	63,057	2,210	181,540	2,726	
	70	1,594	23,420	70,219	13,020	44,507	1,731	181,454	2,783	
	60	1,373	22,410	48,200	9,510	37,210	1,492	181,368	2,845	
	50	1,178	21,400	29,920	7,852	25,430	1,281	181,283	2,911	
	40	1,014	20,390	18,320	6,257	18,261	0,995	181,197	2,981	
30	120	2,988	31,300	366,054	40,618	122,508	3,420	224,425	2,678	
	100	2,395	29,140	216,432	28,459	90,368	2,725	224,215	2,774	
	80	1,866	26,980	113,935	18,514	61,058	2,055	224,005	2,882	
	60	1,419	24,820	51,333	11,205	36,175	1,439	223,795	3,003	
	50	1,234	23,740	32,441	8,614	26,289	1,169	223,690	3,070	
	40	1,078	22,660	20,280	6,940	18,812	0,946	223,585	3,141	
32	120	2,948	34,225	385,742	42,618	130,804	3,357	276,909	2,844	
	100	2,369	31,925	225,165	29,506	95,046	2,656	276,655	2,944	
	80	1,854	29,625	115,023	18,715	62,040	1,971	276,402	3,054	
	60	1,421	27,325	57,259	12,635	40,421	1,452	276,148	3,179	
	50	1,242	26,175	39,302	10,300	31,242	1,210	276,022	3,247	
	40	1,092	25,025	23,20	7,654	21,420	1,020	275,895	3,320	

Anexa 1 (continuare).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11.
36	150	3,908	44,600	875,894	78,966	224,128	4,432	407,887	3,024	
	120	2,989	40,705	479,820	53,248	160,528	3,434	407,338	3,163	
	90	2,194	36,800	233,877	34,363	106,598	2,521	406,789	3,325	
	70	1,752	34,200	138,421	27,205	79,007	2,012	406,423	3,447	
	50	1,403	31,600	46,290	13,296	35,821	1,637	406,056	3,584	
40	160	4,098	53,105	1122,704	94,329	273,964	4,598	577,023	3,296	
	130	3,177	48,780	610,845	62,185	192,271	3,539	576,277	3,437	
	100	2,368	44,462	309,426	40,246	133,216	2,685	575,530	3,598	
	80	1,909	41,580	198,205	32,416	104,160	2,205	575,032	3,719	
	70	1,748	40,142	145,320	26,912	83,205	1,980	574,784	3,784	
	60	1,530	38,700	98,205	21,219	64,218	1,873	574,335	3,853	
	50	1,376	37,263	54,216	15,205	39,824	1,712	574,286	3,929	

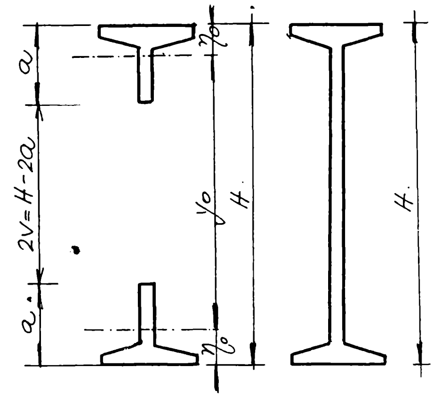
BUPT

Anexa 2.

PROFILE AJURATE.

Profil laminat dublu T STAS 565-63.	PROFILE METALICE AJURATE I_g Dimensiuni, mărimi statice.	Lungimi 6 ÷ 12 m	Calitatea OL 37.	Exemplu de notare pentru un profil cu goluri obținut din I30 și având H=450 mm, a=75 mm și L=5500 mm. I_g 30/45x75-5500.

a = înălțimea profilului T din dreptul golului
H = înălțimea totală a profilului ajurat
v = jumătatea înălțimii golului.
y_0 = distanța dintre centrele de greutate ale profilelor T
A_1 = aria secțiunii întregi în dreptul golurilor.
I_1 = momentul de inerție a secțiunii întregi în dreptul golurilor
W_1 = modulul de rezistență al acestei secțiuni
i_1 = raza de girație a secțiunii cu gol
A = aria secțiunii întregi în dreptul plinurilor
I = momentul de inerție a secțiunii întregi în dreptul plinurilor
W = modulul de rezistență al acestei secțiuni.
i = raza de girație a secțiunii pline
Imed = momentul de inerție mediu între goluri și plinuri.



Profilul I din care se obține	Înălțimea profilului T în dreptul golului a (mm)	Înălțimea totală a profilului H (mm)	Jumătatea înălțimii golurilor v (mm)	Distanța dintre centrele de greutate y_0 (mm)	Caracteristici geometrice ale secțiunii întregi prin goluri: A_1 cm^2	I_1 cm^4	W_1 cm^3	i_1 cm	Caracteristici geometrice ale secțiunii întregi prin plinuri: A cm^2	I cm^4	W cm^3	i cm	Momentul de inerție mediu Imed cm^4	Obs.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
14	50	180	40	156,22	16,02	1006,12	111,79	7,91	20,58	1030,43	114,43	7,07	1018,29	
	40	200	60	181,30	14,88	1237,91	123,79	9,12	21,72	1319,99	132,00	7,68	1278,95	
	30	220	80	205,56	13,74	1458,400	132,52	10,30	22,96	1652,96	150,27	8,50	1555,68	
	25	230	90	217,32	13,17	1559,48	135,60	10,88	23,43	1836,50	159,69	8,85	1697,99	
	20	240	100	228,78	12,60	1651,62	137,63	11,45	24,00	2031,63	169,30	9,20	1841,63	
	15	250	110	239,90	12,03	1732,94	138,64	12,002	24,57	2238,72	179,09	9,56	1985,83	

BUPT

Anexa2 (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11.	12	13	14	15.
16.	60	200	40	171,46	20,32	1566,67	156,65	8,78	25,36	1593,45	159,34	7,98	1580,00	
	50	220	60	196,84	19,06	1896,99	172,45	9,98	26,62	1987,71	180,77	8,64	1942,35	
	40	240	80	221,58	17,80	2220,35	185,03	11,17	27,88	2435,40	202,95	9,34	2327,87	
	30	260	100	245,50	16,54	2518,60	193,74	12,34	29,14	2938,61	226,05	10,04	2728,60	
	20	280	120	268,42	15,28	2774,31	198,16	13,47	30,40	3500,07	250,00	10,73	3137,20	
18.	70	220	40	186,76	25,58	2314,68	210,42	9,51	31,10	2344,12	213,10	8,68	2329,40	
	60	240	60	212,20	24,20	2785,62	232,13	10,69	32,48	2884,98	240,41	9,42	2835,30	
	50	260	80	237,18	22,82	3245,86	249,68	11,92	33,85	3481,80	267,80	10,14	3363,62	
	40	280	100	261,50	21,44	3685,15	263,22	13,12	35,24	4145,15	296,08	10,85	3915,15	
	30	300	120	285,04	20,06	4084,53	272,30	14,26	36,62	4879,40	325,29	11,54	4481,96	
	25	320	140	306,48	19,37	4263,69	274,81	14,83	38,69	5525,94	375,37	11,95	4894,52	
20.	80	240	40	201,62	30,35	3233,78	269,48	10,32	36,35	3265,78	272,15	9,48	3249,78	
	70	260	60	227,42	28,85	3830,41	296,64	11,52	37,85	3938,42	302,95	10,20	3884,41	
	60	280	80	252,76	27,35	4430,77	316,48	12,70	39,35	4686,77	334,77	10,91	4558,77	
	50	300	100	277,58	25,85	5014,55	334,30	13,92	40,85	5514,56	367,64	11,62	5264,56	
	40	320	120	301,72	24,35	5559,36	347,46	14,83	42,35	6423,28	401,45	12,31	5991,32	
	30	340	140	325,14	22,85	6045,11	355,60	16,26	43,85	7417,11	436,30	13,06	6731,11	
	25	350	160	336,48	22,10	6258,28	357,62	16,83	44,60	7945,78	454,04	13,54	7102,03	
22	80	280	60	242,30	34,57	5244,39	374,60	12,32	44,29	5361,03	382,93	11,04	5302,70	
	70	300	80	267,84	32,95	6020,19	401,74	13,53	45,91	6302,64	420,175	11,46	6164,40	
	60	320	100	292,88	31,33	6794,43	424,65	14,43	47,53	7334,43	458,40	12,42	7064,44	
	50	340	120	317,40	29,71	7529,01	442,88	15,91	49,15	8462,13	[illegible]	13,12	7995,57	
	40	360	140	341,30	28,09	8206,96	455,94	17,13	[illegible]	[illegible]	538,26	13,79	8947,40	
	30	380	160	364,44	26,47	8804,45	463,39	18,23	52,39	11016,29	579,80	14,50	[illegible]	
24.	90	300	60	257,05	40,85	7008,16	467,21	13,10	51,29	7133,44	475,56	11,82	7070,80	
	80	320	80	282,70	39,11	8000,87	500,05	14,30	53,03	8297,84	518,86	12,50	8149,35	
	70	340	100	307,95	37,37	8988,56	528,73	15,49	54,77	9568,56	562,85	13,20	9278,56	

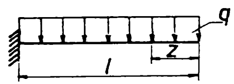
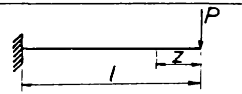
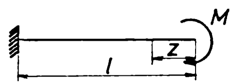
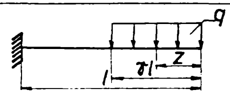
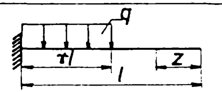
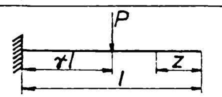
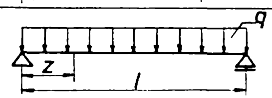
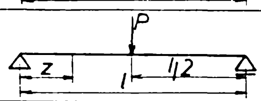
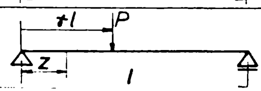
Anexa 2 (continuare).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
24	60	360	120	332,74	36,63	9946,34	562,57	16,69	56,51	10748,58	605,35	13,92	10447,46	
	50	380	140	367,00	33,50	10550,31	571,07	17,89	58,26	12441,84	664,83	14,61	11646,07	
	40	400	160	380,60	32,16	[illegible]	583,[illegible]	19,040	59,99	14051,37	702,56	15,31	12863,43	
	30	420	180	409,10	30,41	[illegible]	590,41	[illegible]	[illegible]	15781,17	751,48	16,99	14089,90	
26	90	340	80	292,50	46,55	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	10732,83	631,36	13,27	10572,42	
	80	360	100	322,77	47,00	[illegible]	647,30	[illegible]	62,50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	70	380	120	[illegible]	42,12	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	13409,34	
	60	400	140	372,68	[illegible]	[illegible]	[illegible]	15,60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	50	420	160	396,36	38,36	10418,62	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	40	440	180	[illegible]	36,45	[illegible]	531,58	[illegible]	[illegible]	[illegible]	545,00	16,16	[illegible]	
	30	460	200	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
28	100	360	80	312,30	52,20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	90	380	100	[illegible]	50,55	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	80	400	120	[illegible]	45,50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	70	420	140	385,12	46,50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	60	440	160	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	50	460	180	[illegible]	[illegible]	[illegible]	558,62	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	40	480	200	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1123,03	[illegible]	[illegible]	
30	120	360	60	300,24	[illegible]	[illegible]	824,42	[illegible]	[illegible]	[illegible]	883,00	[illegible]	[illegible]	
	100	400	100	362,10	58,25	[illegible]	924,70	17,81	72,55	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	80	440	140	402,61	53,90	22102,80	1004,62	20,24	84,20	[illegible]	1090,44	16,91	23059,90	
	60	480	180	451,62	49,60	28216,18	1055,92	22,63	88,52	[illegible]	1233,55	[illegible]	27513,7[illegible]	
	50	500	200	[illegible]	47,45	26522,6[illegible]	1075,30	23,79	90,65	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	40	520	220	[illegible]	45,31	[illegible]	[illegible]	[illegible]	92,84	[illegible]	[illegible]	18,65	32022,37	
32	120	400	80	341,02	68,45	[illegible]	1033,62	[illegible]	86,85	[illegible]	[illegible]	15,57	20868,50	
	100	420	120	392,62	63,55	25956,57	[illegible]	[illegible]	[illegible]	26380,25	1199,10	16,98	25718,42	
	[illegible]	450	[illegible]	442,92	59,25	[illegible]	[illegible]	22,23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	18,37	30857,70	

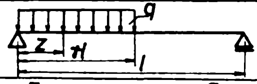
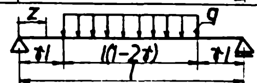
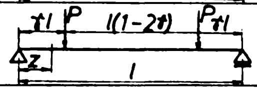
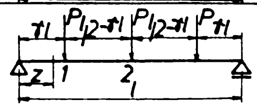
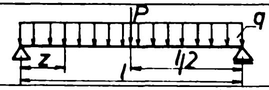
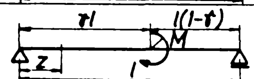
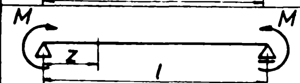
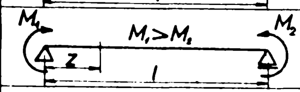
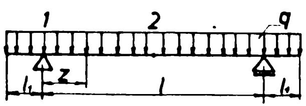
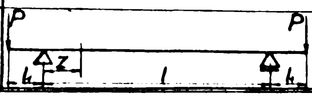
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
32	60	520	200	491,580	54,650	33113,030	1273,578	24,615	100,650	39241,030	1509,270	19,745	36177,030	
	50	540	220	515,160	52,350	34790,037	1288,519	25,779	102,950	42946,405	1590,607	20,432	38868,221	
	40	560	240	538,160	50,050	36269,645	1293,344	26,920	105,250	46858,829	1673,529	21,100	41564,237	
36	150	420	60	341,840	89,200	27810,360	1324,302	17,657	104,800	27997,416	1333,210	16,345	27903,888	
	120	480	120	428,224	81,400	36894,656	1537,277	21,290	112,600	38391,104	1599,629	18,465	37642,880	
	90	540	180	496,120	73,600	43756,604	1694,689	24,934	120,400	50807,116	1881,745	20,542	48281,860	
	70	580	220	544,960	68,400	51060,661	1760,712	27,322	125,600	60281,829	2078,683	21,908	55671,245	
	50	620	260	591,940	63,200	55535,654	1791,472	29,643	130,800	70756,470	2282,466	23,258	63146,062	
40	160	480	80	398,040	106,200	44310,123	1846,255	20,426	129,240	44801,643	1866,735	18,618	44555,883	
	130	540	140	476,460	97,560	56590,438	2095,942	24,084	137,880	59224,676	2193,506	20,725	57907,556	
	100	600	200	552,640	88,920	68451,820	2281,724	27,746	146,520	76131,820	2537,727	22,795	72291,820	
	80	640	240	601,820	83,160	75584,634	2362,019	30,148	152,280	88855,670	2776,739	24,156	82220,152	
	70	660	260	625,040	80,280	78602,276	2381,887	31,291	155,160	95475,236	2893,189	24,806	87038,756	
	60	680	280	649,400	77,400	81725,985	2403,705	32,494	158,040	102799,905	3032,526	25,504	92262,945	
	30	700	300	672,480	74,520	84324,052	2409,258	33,639	160,920	110244,052	3149,830	26,174	97284,052	

VALORILE ABSCISELOR „Z' ŞI ALE EFORTURILOR UNITARE σ_{max} ÎN LUNGUL GRINZILOR

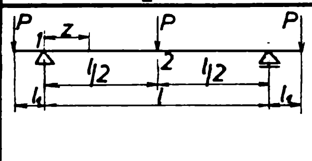
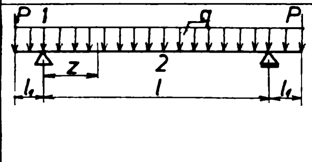
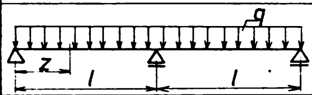
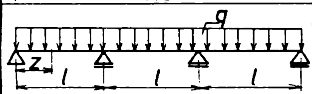
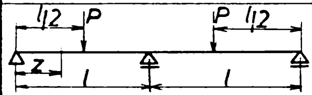
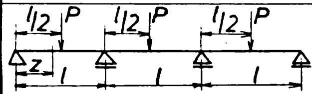
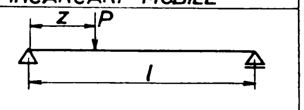
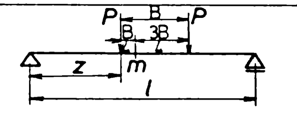
Anexa 3

Nr. crt.	SCHEMA STATICA SI DE INCARCARI	Valorile absciselor „z' unde $\sigma=\sigma_M+\sigma_T=max$		Valorile eforturilor unitare normale însumate σ_{max}		Observaţii
		grinzi ajurate cu plăcute intermediare	grinzi ajurate fără plăcute intermediare	grinzi ajurate cu plăcute intermediare	grinzi ajurate fără plăcute intermediare	
1	2	3	4	5	6	7
1		$z=l$	$z=l$	$\sigma=\frac{ql}{2(h_1+y_0)A_0}(1+2\alpha')$	$\sigma=\frac{ql}{2y_0A_0}(1+2\alpha'')$*	
2		$z=l$	$z=l$	$\sigma=\frac{P}{(h_1+y_0)A_0}(1+\alpha')$	$\sigma=\frac{P}{y_0A_0}(1+\alpha'')$	
3		$z=0\div l$	$z=0\div l$	$\sigma=\frac{M}{(h_1+y_0)A_0}$	$\sigma=\frac{M}{y_0A_0}$	
4		$z=l$	$z=l$	$\sigma=\frac{\gamma ql^2}{(h_1+y_0)A_0}\left(1-\frac{\gamma}{2}+\frac{\alpha'}{l}\right)$	$\sigma=\frac{\gamma ql^2}{y_0A_0}\left(1-\frac{\gamma}{2}+\frac{\alpha''}{l}\right)$	
5		$z=l$	$z=l$	$\sigma=\frac{\gamma ql}{(h_1+y_0)A_0}\left(\frac{\gamma l}{2}+\alpha'\right)$	$\sigma=\frac{\gamma ql}{y_0A_0}\left(\frac{\gamma l}{2}+\alpha''\right)$	pentru $z<l(1-\gamma)$ $\sigma=0$
6		$z=l$	$z=l$	$\sigma=\frac{P}{(h_1+y_0)A_0}(\gamma l+\alpha')$	$\sigma=\frac{P}{A_0}(\gamma l+\alpha'')$	pentru $z<l(1-\gamma)$ $\sigma=0$
7		$z=\frac{l}{2}-\alpha'$	$z=\frac{l}{2}-\alpha''$	$\sigma=\frac{q}{2(h_1+y_0)A_0}\left(\frac{l^2}{4}+\alpha'\right)$	$\sigma=\frac{q}{2y_0A_0}\left(\frac{l^2}{4}+\alpha''^2\right)$*	
8		$z=\frac{l}{2}$	$z=\frac{l}{2}$	$\sigma=\frac{P}{4(h_1+y_0)A_0}(1+2\alpha')$	$\sigma=\frac{P}{4y_0A_0}(1+2\alpha'')$*	
9		$z=\gamma l$	$z=\gamma l$	$\sigma=\frac{P(1-\gamma)}{(h_1+y_0)A_0}(\gamma l+\alpha')$	$\sigma=\frac{P(1-\gamma)}{y_0A_0}(\gamma l+\alpha'')$*	

Anexa 3 (Continuare)

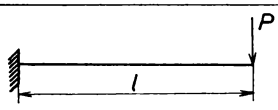
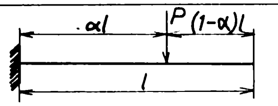
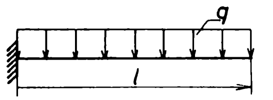
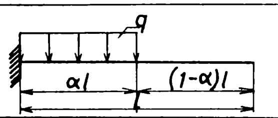
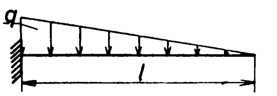
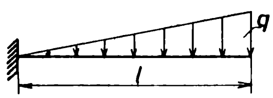
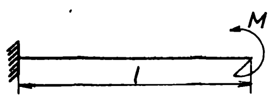
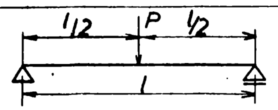
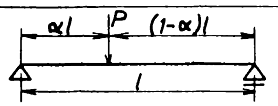
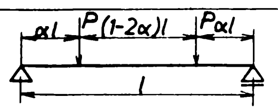
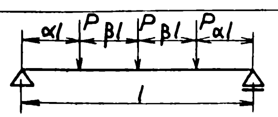
1	2	3	4	5	6	7
10		$z=\frac{\tau l(2-\tau)}{2}-\alpha'$	$z=\frac{\tau l(2-\tau)}{2}-\alpha''$	$\sigma=\frac{q}{8(h_1+y_0)A_0}\left[\tau^2 l^2(2-\tau)^2+4\alpha'^2\right]$	$\sigma=\frac{q}{8y_0A_0}\left[\tau^2 l^2(2-\tau)^2+4\alpha''^2\right]$*	$x<\frac{\tau l(2-\tau)}{2}$
11		$z=\frac{l}{2}-\alpha'$	$z=\frac{l}{2}-\alpha''$	$\sigma=\frac{q}{8(h_1+y_0)A_0}\left[l^2(1-4\tau^2)+4\alpha'^2\right]$	$\sigma=\frac{q}{8y_0A_0}\left[l^2(1-4\tau^2)+4\alpha''^2\right]$*	
12		$z=\tau l$	$z=\tau l$	$\sigma=\frac{P}{(h_1+y_0)A_0}(\tau l+\alpha')$	$\sigma=\frac{P}{y_0A_0}(\tau l+\alpha'')$	
13		$z_1=\tau l$ $z_2=\frac{l}{2}$	$z_1=\tau l$ $z_2=\frac{l}{2}$	$\sigma_1=\frac{3P}{2(h_1+y_0)A_0}(\tau l+\alpha')$ $\sigma_2=\frac{P}{4(h_1+y_0)A_0}(l+4\tau l+2\alpha')$	$\sigma_1=\frac{3P}{2y_0A_0}(\tau l+\alpha'')$ $\sigma_2=\frac{P}{4y_0A_0}(l+4\tau+2\alpha'')$	$\sigma_1=\sigma_2$ dacă $\tau=1-\frac{4\alpha}{l}$
14		$z=\frac{P}{2q}+\frac{l}{2}-\alpha'$	$z=\frac{P}{2q}+\frac{l}{2}-\alpha''$	$\sigma=\frac{1}{(h_1+y_0)A_0}\left[\frac{q}{2}\left(\frac{l^2}{4}+\alpha'^2\right)+\frac{P}{4}\left(l+\frac{P}{2q}\right)\right]$	$\sigma=\frac{1}{y_0A_0}\left[\frac{q}{2}\left(\frac{l^2}{4}+\alpha''^2\right)+\frac{P}{4}\left(l+\frac{P}{2q}\right)\right]$	
15		$z=\tau l$	$z=\tau l$	$\sigma=\frac{M}{(h_1+y_0)A_0}\left(\tau+\frac{\alpha'}{l}\right)$	$\sigma=\frac{M}{y_0A_0}\left(\tau+\frac{\alpha''}{l}\right)$	
16		$z=0\div l$	$z=0\div l$	$\sigma=\frac{M}{(h_1+y_0)A_0}$	$\sigma=\frac{M}{y_0A_0}$	
17		$z=0$	$z=0$	$\sigma=\frac{1}{(h_1+y_0)A_0}\left[M_1+\frac{\alpha'}{l}(M_1-M_2)\right]$	$\sigma=\frac{1}{y_0A_0}\left[M_1+\frac{\alpha''}{l}(M_1-M_2)\right]$	
18		Secțiunea de reazem $z_1=0$ Secțiunea de cîmp $z_2=\frac{l}{2}-\alpha'$	$z_1=0$ $z_2=\frac{l}{2}-\alpha''$	$\sigma_1=\frac{ql_1}{2(h_1+y_0)A_0}(l_1+2\alpha)$ dacă $l_1>\frac{l}{2}$ $\sigma_1=\frac{q}{2(h_1+y_0)A_0}(l_1^2+2\alpha)$ dacă $l_1<\frac{l}{2}$ $\sigma_2=\frac{q}{2(h_1+y_0)A_0}\left(\frac{l^2}{4}-l+\alpha'^2\right)$	$\sigma_1=\frac{ql_1}{2y_0A_0}(l_1+2\alpha)$* dacă $l_1>\frac{l}{2}$ $\sigma_1=\frac{q}{2y_0A_0}(l_1^2+\alpha l)$ dacă $l_1<\frac{l}{2}$ $\sigma_2=\frac{q}{2y_0A_0}\left(\frac{l^2}{4}-l_1+\alpha''^2\right)$*	
19		$z=0$	$z=0$	$\sigma=\frac{q}{(h_1+y_0)A_0}(l_1+\alpha)$	$\sigma=\frac{q}{y_0A_0}(l_1+\alpha)$	

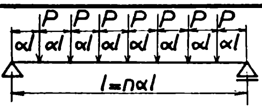
Anexa 3 (Continuare)

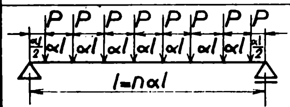
1	2	3	4	5	6	7
20		Sectiunea de reazem $z_1=0$ Sectiunea de cîmp $z_2=\frac{l}{2}$	 $z_1=0$ $z_2=\frac{l}{2}$	$\sigma_1=\frac{P}{(h_1+y_0)A_0}(l_1+\alpha)$ $\sigma_2=\frac{P}{2(h_1+y_0)A_0}(\frac{l}{2}-2l_1+\alpha')$	$\sigma_1=\frac{P}{y_0A_0}(l_1+\alpha)$ $\sigma_2=\frac{P}{2y_0A_0}(\frac{l}{2}-2l_1+\alpha'')$	
21		Sectiunea de reazem $z_1=0$ Sectiunea de cîmp $z_2=\frac{l}{2}-\alpha'$	 $z_1=0$ $z_2=\frac{l}{2}-\alpha''$	$\sigma_1=\frac{1}{(h_1+y_0)A_0}\left[P(l_1+\alpha')-ql_1(\frac{l}{2}-\alpha')\right]$ $\sigma_2=\frac{1}{2(h_1+y_0)A_0}\left[q(\frac{l^2}{4}-l_1^2)-Pl\right]$	$\sigma_1=\frac{1}{y_0A_0}\left[P(l_1+\alpha'')-ql(\frac{l}{2}-\alpha'')\right]$ $\sigma_2=\frac{1}{2y_0A_0}\left[q(\frac{l^2}{4}-l_1^2)-Pl\right]$	
22		$z=l$	$z=l$	$\sigma=\frac{5ql}{8(h_1+y_0)A_0}(\frac{l}{5}+\alpha')$	$\sigma=\frac{5ql}{8y_0A_0}(\frac{l}{5}+\alpha'')$	
23		$z=l$	$z=l$	$\sigma=\frac{ql}{5(h_1+y_0)A_0}(\frac{l}{2}-3\alpha')$	$\sigma=\frac{ql}{5y_0A_0}(\frac{l}{2}+3\alpha'')$	
24		$z=l$	$z=l$	$\sigma=\frac{P}{125(h_1+y_0)A_0}(\frac{47l}{2}+86\alpha')$	$\sigma=\frac{P}{125y_0A_0}(\frac{47l}{2}+86\alpha'')$	
25		$z=l$	$z=l$	$\sigma=\frac{P}{20(h_1+y_0)A_0}(3l+13\alpha')$	$\sigma=\frac{P}{20y_0A_0}(3l+13\alpha'')$	
	INCĂRCĂRI MOBILE					
26		$z=\frac{l-\alpha'}{2}$	$z=\frac{l-\alpha''}{2}$	$\sigma=\frac{P}{4l(h_1+y_0)A_0}(l+\alpha')^2$	$\sigma=\frac{P}{4ly_0A_0}(l+\alpha'')^2$ *	
27		$z=\frac{1}{2}(l-\alpha'-\frac{A}{2})$	$z=\frac{1}{2}(l-\alpha''-\frac{A}{2})$	$\sigma=\frac{P}{2l(h_1+y_0)A_0}\left[(l+\alpha')^2-B(l+\alpha-\frac{B}{4})\right]$	$\sigma=\frac{P}{2ly_0A_0}\left[(l+\alpha'')^2-B(l+\alpha-\frac{B}{4})\right]$	m- mijlocul grinzii

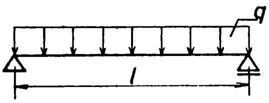
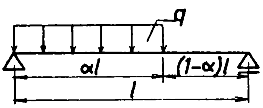
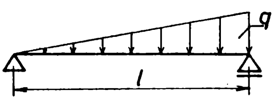
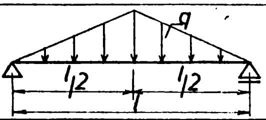
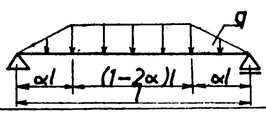
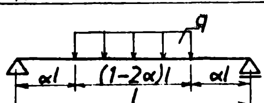
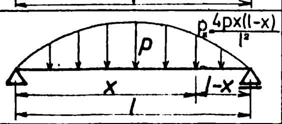
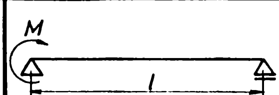
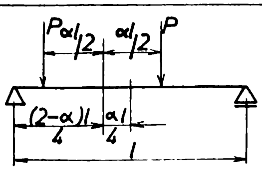
VALORILE COEFICIENTILOR ω PENTRU CALCULUL SĂGEȚII f_M

Anexa 4.

Nr. crt.	Schema statica si de încarcare a grinzii	Momente maxime	Săgeata maximă	Coeficientul ω
1	2	3	4	5
	GRINZI CONSOLĂ			
1		$M_m = Pl$	$f_m = \frac{M_m l^2}{3EI}$	$\frac{1}{3}$
2		$M_m = \alpha Pl$	$f_m = \frac{\alpha(3-\alpha)M_m l^2}{6EI}$	$\frac{\alpha(3-\alpha)}{6}$
3		$M_m = \frac{ql^2}{2}$	$f_m = \frac{M_m l^2}{4EI}$	$\frac{1}{4}$
4		$M_m = \frac{\alpha^2 ql^2}{2}$	$f_m = \frac{\alpha(4-\alpha)M_m l^2}{12EI}$	$\frac{\alpha(4-\alpha)}{12}$
5		$M_m = \frac{ql^2}{6}$	$f_m = \frac{M_m l^2}{5EI}$	$\frac{1}{5}$
6		$M_m = \frac{ql^2}{3}$	$f_m = \frac{11 M_m l^2}{40EI}$	$\frac{11}{40}$
7		$M_m = M$	$f_m = \frac{M_m l^2}{2EI}$	$\frac{1}{2}$
	GRINZI SIMPLU REZEMATE			
8		$M_m = \frac{Pl}{4}$	$f_m = \frac{M_m l^2}{12EI}$	$\frac{1}{12}$
9		$M_m = \alpha(1-\alpha)Pl$	$f_m = \frac{\alpha(1-\alpha)M_m l^2}{3EI}$	$\frac{\alpha(1-\alpha)}{3}$
10		$M_m = \alpha Pl$	$f_m = \frac{(3-4\alpha^2)M_m l^2}{24EI}$	$\frac{3-4\alpha^2}{24}$
11		$M_m = \frac{(3\alpha+\beta)Pl}{2}$	$f_m = \frac{\alpha(12\alpha^2+18\alpha\beta+4\beta^2+9\beta)M_m l^2}{24(3\alpha+\beta)EI}$	$\frac{\alpha(12\alpha^2+18\alpha\beta+4\beta^2+9\beta)}{24(3\alpha+\beta)}$

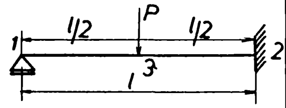
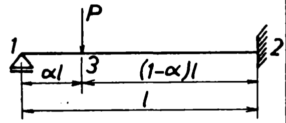
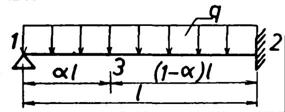
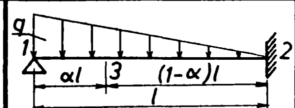
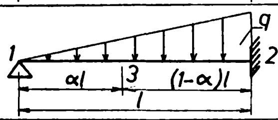
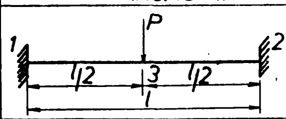
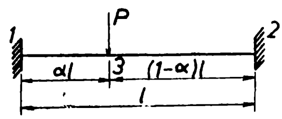
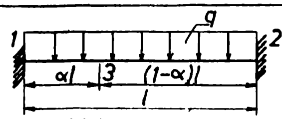
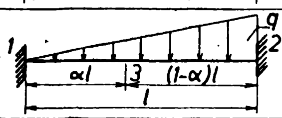
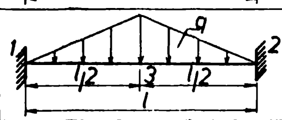
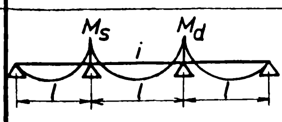
<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr>
<tr><td>12</td><td>

(n-1) forțe</td><td colspan="3">$M_m = \frac{Pl}{\eta_M}$ $f_m = \frac{M_m l^2}{\eta_f EI}$ $\omega = \frac{1}{\eta_f}$
<table>
<tr><td>n</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>η_M</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1.66</td><td>1.33</td><td>1.16</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>η_f</td><td>12</td><td>9.39</td><td>10.11</td><td>9.52</td><td>9.81</td><td>9.56</td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>13</td><td>

n forțe</td><td colspan="3">$M_m = \frac{Pl}{\eta_M}$ $f_m = \frac{M_m l^2}{\eta_f EI}$ $\omega = \frac{1}{\eta_f}$
<table>
<tr><td>n</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>η_M</td><td>4</td><td>4</td><td>2.4</td><td>2</td><td>1.538</td><td>1.333</td><td>1.12</td><td></td></tr>
<tr><td>η_f</td><td>12</td><td>8.72</td><td>10.19</td><td>9.52</td><td>9.82</td><td>9.49</td><td>9.72</td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>14</td><td>
</td><td>$M_m = \frac{ql^2}{8}$</td><td>$f_m = \frac{5M_m l^2}{48EI}$</td><td>$\frac{5}{48}$</td></tr>
<tr><td>15</td><td>
</td><td>$M_m = \frac{\alpha^2(1-\alpha)ql^2}{2}$</td><td>$f_m = \frac{\alpha(1-\alpha)(5+\alpha)M_m l^2}{15EI}$</td><td>$\frac{\alpha(1-\alpha)(5+\alpha)}{15}$</td></tr>
<tr><td>16</td><td>
</td><td>$M_m = \frac{ql^2}{9\sqrt{3}}$</td><td>$f_m = \frac{13M_m l^2}{125EI}$</td><td>$\frac{13}{125}$</td></tr>
<tr><td>17</td><td>
</td><td>$M_m = \frac{ql^2}{12}$</td><td>$f_m = \frac{M_m l^2}{10EI}$</td><td>$\frac{1}{10}$</td></tr>
<tr><td>18</td><td>
</td><td>$M_m = \frac{(3-4\alpha^2)ql^2}{24}$</td><td>$f_m = \frac{(5-4\alpha^2)^2 M_m l^2}{80(3-4\alpha^2)EI}$</td><td>$\frac{(5-4\alpha^2)^2}{80(3-4\alpha^2)}$</td></tr>
<tr><td>19</td><td>
</td><td>$M_m = \frac{(1-4\alpha^2)ql^2}{8}$</td><td>$f_m = \frac{(5+10\alpha-4\alpha^2-8\alpha^3)M_m l^2}{48(1+2\alpha)EI}$</td><td>$\frac{5+10\alpha-4\alpha^2-8\alpha^3}{48(1+2\alpha)}$</td></tr>
<tr><td>20</td><td>
</td><td>$M_m = \frac{5pl^2}{48}$</td><td>$f_m = \frac{M_m l^2}{9.84EI}$</td><td>$\frac{1}{9.84}$</td></tr>
<tr><td>21</td><td>
</td><td>$M_m = M$</td><td>$f_m = \frac{Ml^2}{9\sqrt{3}EI}$</td><td>$\frac{1}{9\sqrt{3}}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">22</td><td rowspan="2">

P–forțe mobile</td><td rowspan="2">$M_m = \frac{(2-\alpha)^2 Pl}{8}$</td><td>cînd $\alpha \leq 0.65$
$f_m = \frac{(1-\alpha)(2+2\alpha-\alpha^2)M_m l^2}{6(2-\alpha)^2 EI}$</td><td>$\frac{(1-\alpha)(2+2\alpha-\alpha^2)}{6(2-\alpha)^2}$</td></tr>
<tr><td>cînd $\alpha > 0.65$
$f_m = \frac{M_m l^2}{8(2-\alpha)^2 EI}$</td><td>$\frac{1}{8(2-\alpha)^2}$</td></tr>
</table>

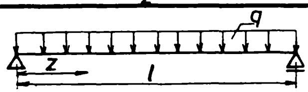
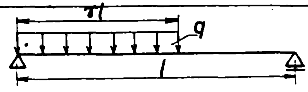
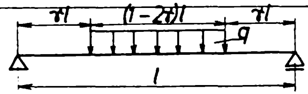
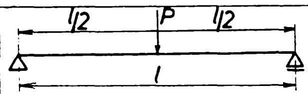
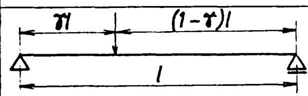
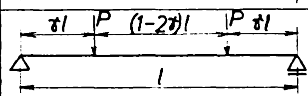
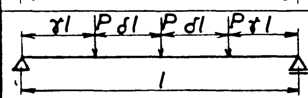
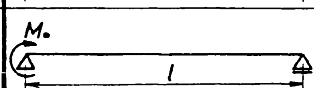
Anexa 4 (Continuare)

1	2	3	4	5
	GRINZI INCASTRATE REZEMATE			
23		$M_3=\frac{5Pl}{32}$ $M_2=\frac{3Pl}{16}$	$f_m=\frac{M_3 l^2}{16.7EI}$	$\frac{1}{16.7}$
24		$M_3=\frac{\alpha(1-\alpha)^2(2+\alpha)Pl}{2}$ $M_2=\frac{\alpha(1-\alpha^2)^2Pl}{2}$	cînd $\alpha\leq 0.414$ $f_m=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{\alpha}{(2+\alpha)^3}}\,\frac{M_3 l^2}{EI}$ cînd $\alpha>0.414$ $f_m=\frac{2(1-\alpha^2)M_3 l^2}{3(2+\alpha)(3-\alpha^2)^2EI}$	$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{\alpha}{(2+\alpha)^3}}$ $\frac{2(1-\alpha^2)}{3(2+\alpha)(3-\alpha^2)^2}$
25		$M_3=\frac{9}{128}ql^2$ pt $\alpha=\frac{3}{8}$ $M_2=-\frac{ql^2}{8}$	$f_m=\frac{M_3 l^2}{12.97EI}$	$\frac{1}{12.97}$
26		$M_3=\frac{423ql^2}{10.000}$	$f_m=\frac{M_3 l^2}{13.9EI}$ pt $\alpha=0.402$	$\frac{1}{13.9}$
27		$M_3=\frac{3}{100}ql^2$ $M_2=\frac{ql^2}{15}$	$f_m=\frac{M_3 l^2}{12.6EI}$ pt $\alpha=0.447$	$\frac{1}{12.6}$
	GRINZI DUBLU INCASTRATE			
28		$M_3=\frac{Pl}{8}$ $M_1=M_2=-\frac{Pl}{8}$	$f_m=\frac{M_3 l^2}{24EI}$	$\frac{1}{24}$
29		$M_3=2\alpha^2(1-\alpha)^2Pl$	$f_m=\frac{\alpha M_3 l^2}{3(1+2\alpha)^2EI}$ la $x=\frac{2\alpha}{1+2\alpha}l$ pt $>\frac{1}{2}$ $f_m=\frac{(1-\alpha)M_3 l^2}{3(1+2\alpha)^2EI}$ la $x=\frac{2-\alpha}{4-3\alpha}l$ pt $\alpha<\frac{1}{2}$	$\frac{\alpha}{3(1+2\alpha)^2}$ $\frac{1-\alpha}{3(1+2\alpha)^2}$
30		$M_3=\frac{ql^2}{24}$ pt $\alpha=\frac{1}{2}$ $M_1=M_2=-\frac{ql^2}{12}$	$f_m=\frac{M_3 l^2}{16EI}$	$\frac{1}{16}$
31		$M_3=\frac{ql^2}{46.6}$ pt $\alpha=0.548$ $M_1=-\frac{ql^2}{30}$ $M_2=-\frac{ql^2}{20}$	$f_m=\frac{M_3 l^2}{16.4EI}$	$\frac{1}{16.4}$
32		$M_3=\frac{ql^2}{32}$ $M_1=M_2=-\frac{5ql^2}{96}$	$f_m=\frac{7M_3 l^2}{120EI}$	$\frac{7}{120}$
	GRINZI CONTINUE			
33		M_s, M_d-calculate ca la grinzi continue -se iau cu semnul lor negativ	$f_{max}=f_0-f_r$ f_0-este de la grinda simplu rezemată vezi 8–22 $f_r=\frac{(M_s+M_d)l^2}{16EI}$	ω

BUPT

ABSCISELE SECTIUNILOR SI VALOAREA EFORTULUI UNITAR MAXIM $\sigma_{\varphi max}$

Anexa 5

Nr. crt	Schema statica si de încărcare a grinzii	Abscisa Z unde σ_{φ}-este max	Forta taietoare în secțiunea, Z'	Momentul încovoitor în sectiunea, Z'	Efortul unitar normal maxim $\sigma_{\varphi max}$
1	2	3	4	5	6
1		$z=\frac{l}{2}-\frac{\lambda}{\theta}(h_1+y_0)$	$T=\frac{q\lambda}{\theta}(h_1+y_0)$	$M=\frac{q}{2}\left[\frac{l^2}{4}-\frac{\lambda^2}{\theta^2}(h_1+y_0)^2\right]$	$\sigma_{\varphi}=\frac{q}{2}\left[\frac{\theta l^2}{4(h_1+y_0)}+\frac{\lambda^2(h_1+y_0)}{\theta^2}\right]$
2		$z=\frac{\gamma(2-\gamma)l}{2}-\frac{\lambda}{\theta}(h_1+y_0)$	$T=\frac{q\lambda}{\theta}(h_1+y_0)$	$M=\frac{q}{8}\left[\gamma^2 l^2(2-\gamma)^2-8\frac{\lambda^2}{\theta^2}(h_1+y_0)^2\right]$	$\sigma_{\varphi}=\frac{q\theta\gamma^2 l^2}{8(h_1+y_0)}(2-\gamma)^2$
3		$z=\frac{l}{2}-\frac{\lambda}{\theta}(h_1+y_0)$	$T=\frac{q\lambda}{\theta}(h_1+y_0)$	$M=\frac{q}{2}\left[\frac{l^2}{4}(1-4\gamma^2)-\frac{\lambda^2}{\theta^2}(h_1+y_0)^2\right]$	$\sigma_{\varphi}=\frac{q}{2}\left[\frac{\theta l^2(1-4\alpha^2)}{4(h_1+y_0)}+\frac{\lambda^2(h_1+y_0)}{\theta}\right]$
4		$z=\frac{l}{2}$	$T=\frac{P}{2}$	$M=\frac{Pl}{4}$	$\sigma_{\varphi}=\frac{P}{2}\left[\frac{\theta l}{2(h_1+y_0)}+\lambda\right]$
5		$z=\gamma l$	$T=P(1-\gamma)$	$M=P\gamma(1-\gamma)l$	$\sigma_{\varphi}=P(1-\gamma)\left[\frac{\gamma\theta l}{(h_1+y_0)}+\lambda\right]$
6		$z=\gamma l$	$T=P$	$M=P\gamma l$	$\sigma_{\varphi}=P\left[\frac{\gamma\theta l}{(h_1+y_0)}+\lambda\right]$
7		$z=\frac{l}{2}$	$T=\frac{P}{2}$	$M=\frac{Pl}{4}(3-4\delta)$	$\sigma_{\varphi}=\frac{P}{2}\left[\frac{\theta l}{2(h_1+y_0)}(3-4\delta)+\lambda\right]$
8		$z=0$	$T=\frac{M_0}{l}$	$M=M_0$	$\sigma_{\varphi}=M_0\left[\frac{\theta}{(h_1+y_0)}+\frac{\lambda}{l}\right]$

OBSERVATIE: Abscisele Z' pînă la secțiunea în care σ_{φ}-este maxim se corectează la axul golului cel mai apropiat. Relațiile sînt valabile pentru profile cu goluri ovale, iar pentru cele cu goluri circulare în aceste relații trebuie făcut $h_1=0$