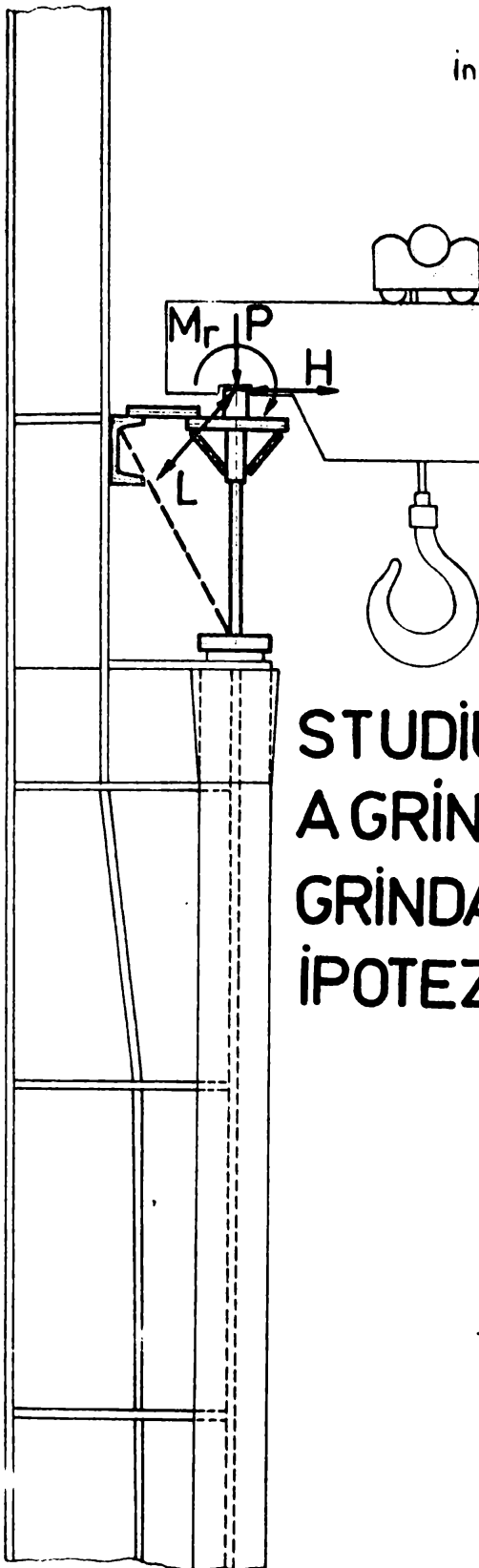


INSTITUTUL POLITEHNIC „TRAIAN VUIA” TIMIȘOARA
FACULTATEA DE CONSTRUCȚII

Ing. CARABA A. IOAN



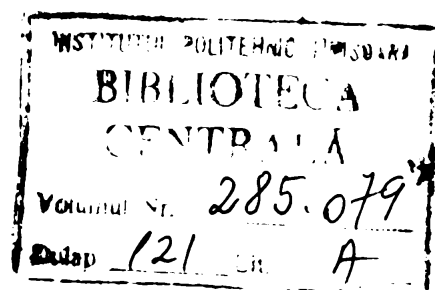
TEZA PENTRU OBTINEREA
TITLULUI DE DOCTOR ÎNGINER

STUDIUL CONLUCRĂRII SPAȚIALE A GRINZII CĂII DE RULARE CU GRINDA DE CONTRAFRÂNARE ÎN IPOTEZA CĂ AMBELE SÎNT CU ÎNIMĂ PLINĂ

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA „POLITEHNICA”
TIMIȘOARA

Conducător științific:
Academician DAN MATEESCU

1974



PREFATA	1
---------	---

PARTEA I

1. Starea actuală a grinzilor căilor de rulare privind înălțimile, alcătuirea, calculul și comportarea în exploatare	
1. CALCULUL ȘI ALCĂTUIREA GRINZILOR CĂILOR DE RULARE DUPĂ NORMELE ÎN VIGOARE	5
1.1. Notatii	5
1.2. Definiția denivelului	6
1.3. Înălțimile luate în considerare la proiecta- rea grinzilor căilor de rulare	6
1.4. Alcătuirea constructivă a grinzilor căilor de rulare	9
1.5. Metodele de calcul și de dimensionare folosite în prezent la proiectarea grinzilor căilor de rulare	12
2. COMPORTAREA GRINZILOR CĂILOR DE RULARE ÎN EXPLOATARE	21
2.1. Probleme generale în legătură cu exploatarea grinzilor căilor de rulare și defectele apă- rute.	21
2.2. Defecte apărute la grinda de rulare	22
2.3. Defecte apărute la grinda de frânare	26
2.4. Defecte apărute la legăturile dintre grinzi căilor de rulare și stâlpi	27
2.5. Defecte apărute la grinzi și la legăturile dintre grinzi și grinda de rulare	29
2.6. Cauzele care determină apariția defectelor la grinziile căilor de rulare.	30

2.7. Concluzii asupra solării actuale a grinzilor căilor de rulare	Pagina 7 36
---	-------------------

PARTEA a II-a

Studiul conductivității spațiale al ansamblului grinda
de rulare-grinda de înfișare, la preluarea efecte-
principale ale încălzirilor

3. ELEMENTE GENERALE	39
3.1. Sistemul de axe de referință utilizat	39
3.2. Convenția de semn	39
3.3. Ipoteze și principii fundamentale	43
3.3.1. Ipoteza de proveniența materialului	43
3.3.2. Ipoteza de linie	44
3.3.3. Ipoteza de suprafață subțire	44
3.3.4. Principii fundamentale	45
4. TEORIA ÎNCOVIERII CĂRILOR CU PEREȚI SUBȚIRI	46
4.1. Notății	46
4.2. Generalizări	47
4.3. Eforturi unitare din încovoiere	50
4.3.1. Caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale	50
4.3.2. Eforturi unitare normale din încovoiere	56
4.3.3. Eforturi unitare tangențiale produse de forțe tăietoare	60
4.3.3.1. Eforturi unitare tangențiale produse de forțe tăietoare la profile simplu conexe	61
4.3.3.2. Eforturi unitare tangențiale produse de for- țe tăietoare la profile dublu și multiplu conexe	67
A. Bare cu secțiune dublu conoxă	67
B. Bare cu secțiune multiplu conoxă	71
4.3.3.3. Eforturi unitare tangențiale produse de forțe tăietoare la profile compuse	74
4.4. Aplicații	76

5. TEORIA RĂSUCIRII LIBERE A BARELOR CU SECTIUNE NECONICULARĂ ȘI CU PEREȚI SUBȚIRI	85
5.1. Notații	85
5.2. Generalități	86
5.3. Răsucirea liberă a barelor cu secțiune ne- circulară	87
5.4. Răsucirea liberă a barelor cu pereți sub- țiri	93
5.4.1. Deplasarea secțiunii transversale	93
5.4.2. Eforturile unitare tangențiale produse de răsucirea liberă	98
5.4.2.1. Bare cu secțiune simplă conică	98
5.4.2.2. Bare cu secțiune dublu și multiplu conică	101
a) Bare cu secțiune dublu conică	101
b) Bare cu secțiune multiplu conică	105
5.4.2.3. Bare cu secțiune compusă alcătuită din elemente cu contur simplu conex și elemen- te cu contur dublu sau multiplu conex	112
5.5. Aplicații	114
6. TEORIA RĂSUCIRII ÎMPEDICATE A BARELOR CU PEREȚI SUBȚIRI CU PROFIL SIMPLU CONEX	117
6.1. Notații	117
6.2. Generalități	117
6.3. Prezentarea teoriei generale a răsucirii împedicate	119
6.3.1. Ipoteze și principii de calcul	119
6.3.2. Caracteristicile geometrice sectoriale	120
A. Calculul suprafeței sectoriale	120
a. Variația suprafeței sectoriale cu schimbarea razei vectoriale origine	121
b. Variația suprafeței sectoriale cu schimbarea polului	122
c. Determinarea punctului nul principal	123
d. Determinarea centrului de răsucire	123
B. Calculul momentului static sectorial	124
C. Calculul momentelor statice sectoriale inițiale	126
D. Calculul momentului de inerție sectorial	127

	Pagina
6.3.3. Starca de deformare și de eforturi unitare:	128
6.3.4. Ecuația diferențială a răsucirii împiedicate	133
6.3.5. Integrarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate	133
A. Calculul soluției generale a ecuației omogene	134
B. Calculul soluției particulare a ecuației inhomogene	136
a. Încăleșarea grinzii cu un moment de răsucire $m_2(\theta) = m_0$ uniform repartizat	137
b. Încăleșarea grinzii cu un moment de răsucire concentrat M_2	138
C. Calculul soluției totale	138
6.3.6. Eforturi unitare produse de răsucirea împiedicată	139
A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere	140
B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale	140
C. Eforturi unitare normale sectoriale	141
6.4. Aplicații	141
7. TEORIA RĂSUCIRII ÎMPIEDICATE A BARELOR CU PERETE SUBTIL CU PROFIL DUBLU ȘI MULTIPLU CONEX	146
7.1. Notații	146
7.2. Generalități	146
7.3. Prezentarea teoriei generale a răsucirii împiedicate	148
7.3.1. Ipoteze și principii de calcul	148
7.3.2. Caracteristici geometrice sectoriale	149
7.3.3. Starca de deformare și de eforturi unitare	150
7.3.4. Ecuația diferențială a răsucirii împiedicate și rezolvarea ei	154
7.3.5. Eforturi unitare produse de răsucirea împiedicată	159
7.3.5.1. Profile dublu conexe	159
A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere	159

	160
B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale	160
C. Eforturi unitare normale sectoriale	162
7.3.5.2. Profile multiplu conexe	162
A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere	162
B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale	163
C. Eforturi unitare normale sectoriale	164
8. TEORIA RĂSUCIRII ÎMPEDICATE A BARELOR CU PERECHI SIMPLU CU SECȚIUNE COMPUSĂ DIN PROFILE SIMPLU CONEXE ȘI DUBLU SAU MULTIPLU CONEXE	166
8.1. Notații	166
8.2. Generalități	166
8.3. Prezentarea teoriei generale a răsucirii împedicate	168
8.3.1. Ipoteze și principii de calcul	168
8.3.2. Caracteristicile geometrice sectoriale	170
8.3.3. Starea de deformare și de eforturi unitare	171
8.3.4. Ecuația diferențială a răsucirii împedicate	177
8.3.5. Rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împedicate	179
8.3.6. Eforturi unitare produse de răsucirea împie- dicată	184
8.3.6.1. Secțiuni compuse din profile simplu și dublu conexe	185
A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere	185
B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale	185
C. Eforturi unitare normale sectoriale	186
8.3.6.2. Secțiuni compuse din profile simplu conexe și multiplu conexe	187
A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere	187
B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale	188
C. Eforturi unitare normale sectoriale	189

PARTEA a III-a

Pagina

Studiuul conluerării spațiale al ansamblului grinda de rulare-grinda de frinare la preluarea efectelor secundare ale încălzirii	
9. PRESIUNEA LOCALĂ	190
9.1. Notății	190
9.2. Generalități	191
9.3. Transmiterea încălzirii locale la grindă	192
9.4. Ipoteze și principii de calcul	195
9.5. Calculul stării de eforturi unitare în ele- mentele grinzilor cūilor de rulare din pre- siune locală.	196
9.5.1. Calcul exact	196
9.5.2. Calcul aproximativ	204
10. RĂSUCIREA LOCALĂ	207
10.1. Notății	207
10.2. Generalități	208
10.3. Factori care determină solicitarea de răsuci- re locală	209
10.4. Influența răsucirii locale asupra ansamblu- lui grinda de rulare-grinda de frinare	211
10.5. Ipoteze și principii de calcul	214
10.6. Calculul stării de eforturi unitare în ele- mentele grinzilor cūilor de rulare produse de răsucirea locală.	215
10.6.1. Talpa superioară este alcătuită sub for- mă de secțiune plină simplă sau dublu sime- trică	215
10.6.2. Talpa superioară este alcătuită sub formă de secțiune plină monosimetrică	219
11. INCOVIEREA LOCALĂ TRANSVERSALA	226
11.1. Notății	226

11.2. Generalități	226
11.3. Transferența încălzirii locale la grinda căii de rulare	227
11.4. Calculul stării de eforturi unitare	228
12. INFLUENȚA REZISTENȚELOR ASUPRA STĂRII DE EFORTURI UNITARE DIN GRINDILE CĂILOR DE RULARE	229
12.1. Notății	229
12.2. Influența rezistențelor asupra stării de eforturi unitare din grindile căilor de ru- lare	229
12.3. Calculul solicitărilor suplimentare	230
PARTEA a IV-a	
Studiul experimental al conlucrării spațiale a an- samblului grinda de rulare - grinda de frinare la prolucrarea efectelor principale și secundare ale încălzirii.	
13. PREGĂTIREA PROGRAMULUI EXPERIMENTAL	233
13.1. Scopul încercărilor și programul experimen- tal	233
13.2. Descrierea modelelor	234
13.2.1. Alcătuirea modelelor	236
13.2.1.1. Modele din grupa I	236
13.2.1.2. Modele din grupa a II-a	238
13.2.2. Materiale folosite pentru confecționarea modelelor	241
13.2.3. Executarea modelelor pentru încercări	244
13.3. Dispozitive de încercare a modelelor	246
13.3.1. Modul de rezonanță	247
13.3.2. Modul de încălzire	249
14. EFECTUAREA ÎNCERCĂRILOR	255
14.1. Metode de încercare folosite	255

	Pagina
14.2. Pregătirea modelelor	256
14.3. Studiul repartiției eforturilor unitare pe cuprinsul și modelelor cu ajutorul moto- rului de lașurător cablat	258
14.4. Măsurarea alungirilor specifice	261
14.5. Măsurarea deformațiilor	266
15. PRELUCRAREA ȘI INTERPRETAREA REZULTATELOR	272
15.1. Prelucrarea statistică a rezultatelor experimentale	272
15.2. Analiza surșelor de erori care afectează măsurătorile experimentale	276
15.3. Calculul eforturilor unitare și a defor- mațiilor pe modelele încercate	287
15.3.1. Calculul grinzii cîi de rulare tip "A"	293
15.3.1.1. Calculul stării de eforturi unitare după SLS	295
15.3.1.2. Calculul stării de eforturi unitare pe baza teoriei prezentate	295
A. Calculul stării de eforturi unitare provenite din sollicitarea de încercare pe obiect cu câiere	295
B. Calculul stării de eforturi unitare provenite din sollicitarea de răsucire a ansamblului, pe secțiunea simplu concentrată	301
C. Calculul stării de eforturi unitare, provenite din sollicitarea de răsucire a ansamblului pe secțiunea compusă	314
15.3.1.3. Calculul stării de deformație	317
15.3.2. Calculul grinzii cîi de rulare tip "B"	318
15.3.3. Calculul grinzii cîi de rulare tip "C"	324
15.4. Calculul eforturilor unitare și a defor- mațiilor pe baza măsurătorilor experi- mentale	330
15.5. Compararea rezultatelor experimentale cu valorile calculate	331
16. SINTETA ȘI CONCLUZII	350
BIBLIOGRAFIE	358

P R E F A T A

Pentru asigurarea bună desfășurării a procesului tehnologic în diferite hale, depozite și estacade ale clădirilor industriale, unde producția reclamă transport atât pe orizontală cât și pe verticală și unde mijloacele de transport la sol cât și cele suspendate nu mai sînt economice ($Q > 50 \dots 100 \text{ kN}$), podurile rulante rîmîn, atât în prezent cât și în viitor principalul mijloc de transportat și ridicat. Din această cauză structura de rezistență a halilor industriale și a depozitelor trebuie să fie prevăzută cu elemente portante, numite grinzi ale căilor de rulare, care să fie capabile să preia și să transmită reacțiunile, încălzirile aduse de podurile rulante.

Grinzile căilor de rulare din halele industriale, depozite și estacadele descoperite reprezintă elemente de construcție importante, atât prin funcțiunile lor cât și prin cota-parte a cheltuielilor din valoarea totală a construcției. La halele industriale curente costul grinzilor căilor de rulare, după /43/, atinge (18-19) % din costul total al construcției, iar la estacadele descoperite ajunge la (45-55)% din valoarea totală. În privința consumului de oțel, grinzile căilor de rulare după /226/, dețin o cotă însemnată de (10-40)% din consumul total de oțel. Din punct de vedere funcțional este cunoscut faptul că de modul în care se comportă grinzile căilor de rulare depinde în bună măsură desfășurarea procesului tehnologic din halele sau de pe platformele estacadelor industriale.

Cele prezentate mai sus justifică preocuparea care există, în special în țările industrializate, /5/, /20/, /21/, /22/, /52/, /83/, /161/, /228/ etc, pentru calculul și alcătuirea cât mai corectă a grinzilor căilor de rulare.

Grinzile căilor de rulare care deserveșc poduri rulante de uz general (STAS 800-68) se alcătuișc de regulă, din grinda verticală destinată să preia încălzirile verticale și cele din frînarea podului și din grinda orizontală de frînare, destinată să preia forțele din frînarea căruciorului și care, pînă la lățimi de (1000 ... 1200)mm, se recomandă (/174/, /170/, /226/, /266/) să fie cu inimă plină.

Dezvoltarea rapidă a științei, tehnicii și mai ales a tehnologiei de fabricație, a dus ca procesul tehnologic din diferite hale și depozite să reclame greutăți de ridicat și viteze de depla-

sare sporite, ajungându-se în situația ca grinzile căilor de rulare care au fost proiectate pentru anumite încărcări și un anumit regim de lucru, să suporte poduri rulante cu capacități de ridicare și regimuri de lucru mult superioare. Această situație ar reprezenta una din cauzele ce conduc la apariția pretimpurie a defectelor în grinzile căilor de rulare/142/, /175/. Pe de altă parte, scurtarea duratei de exploatare a grinzilor căilor de rulare se datorește și faptului că metodele clasice de calcul, chiar în cazul podurilor rulante cu regim ușor și mediu, prind numai efectele principale ale încărcărilor ori efectele secundare (răsucire, răsucirea locală, presiunea locală etc) neluate în seamă, pot conduce la eforturi unitare care să depășească cu mult pe cele admise. Calculul grinzilor căilor de rulare după metodele clasice, oficializate prin numeroase norme de stat/237/ /59/ etc, nu dă posibilitatea cunoașterii stării de eforturi unitare în orice punct de pe secțiunea transversală a grinzii. Din acest motiv pe secțiunea transversală a grinzii pot apărea puncte în care eforturile unitare reale să le depășească pe cele de calcul și să reprezinte puncte de apariție a defectelor (ca de exemplu: zona superioară a inimii grinzii verticale, zona de prindere a inimii grinzii orizontale de talpa grinzii verticale etc). De aceea, se consideră necesar să se recurgă la un calcul spațial al grinzilor căilor de rulare, în care să se țină seama de conlucrarea grinzii verticale de rulare cu grinda orizontală de frinare la preluarea efectelor principale și secundare ale încărcărilor aduse de podurile rulante.

Calculul spațial al grinzilor căilor de rulare și al grinzilor podurilor rulante a preocupat, în ultimii 30-40 de ani, pe numeroși cercetători/4/, /10/, /39/, /191/, /261/. În privința grinzilor căilor de rulare, studiile și încercările experimentale întreprinse până în prezent, s-au referit la grinzi de tip cheson cu secțiune transversală dublu simetrică /77/, /122/, /129/, /236/, la grinzi cheson cu secțiune transversală mono-simetrică/63/, /65/ și la grinzi cu un singur perete la care grinda orizontală a fost cu zăbrele/35/.

În lucrarea de față ne propunem prezentarea unui calcul de conlucrare spațială al grinzilor căilor de rulare cu un singur perete, alcătuite din grinda verticală de rulare și grinda orizontală de frinare, în ipoteza că ambele sînt cu inimă plină, în diferite condiții de susținere a tălpii exterioare a grinzii orizontale și în diferite moduri de alcătuire al ansamblului tălpii superioare a grinzii verticale.

Dacă se are în vedere faptul că grinzile căilor de rulare sînt elemente de construcție zvelte, cu lungimi mari în raport cu dimensiunile secțiunii transversale, atunci cu bune rezultate se

poate aplica, pentru calculul spațial, teoria barelor cu pereți subțiri cu secțiune simplu conexă, dublu conexă sau compusă (formată din secțiuni simplu, dublu și multiplu conexe).

Construcțiile cu pereți subțiri cu secțiune simplu, dublu sau multiplu conexă, ori sub formă de secțiune compusă, sînt tot mai mult utilizate în tehnica modernă, sub forma grinzilor căilor de rulare, a stîlpilor halelor industriale, a grinzilor principale de poduri, a stăvililor și porților de ecluze etc, deoarece permit satisfacerea la maximum a condițiilor de dimensionare cu un consum minim de oțel /15/, /4/, /15/.

Realizarea unor construcții, sau părți de construcție, a căror structură de rezistență să fie cît mai judicios dimensionată și în același timp cît mai economică, asigurînd o exploatare în deplină siguranță, constituie o preocupare de prim ordin pentru inginerul constructor.

Necesitatea marea crescîndu a cunoașterii stării reale de eforturi unitare și de deformăție din elementele portante ale structurilor de rezistență, a dus la progresul neînterupt al Mecanicii construcțiilor. Această dezvoltare este facilitată în primul rînd de progresul pe care l-au înregistrat științele matematice, mai ales în domeniul automatizării calculului. Folosirea calculatoarelor electronice permite efectuarea cu mare rapiditate a calculului numeric laborios, dînd posibilitatea inginerului de a adopta scheme de calcul cu un grad mai mare de complexitate, care în schimb, să fie mult mai apropiate de schemele reale ale structurii de rezistență.

Prin lucrarea de față s-a urmărit studierea defectelor care determină scurtarea duratei de exploatare a grinzilor căilor de rulare, a cauzelor care le determină și pe baza concluziilor ce se desprind, îmbunătățirea metodelor de calcul și de alcătuire constructivă astfel ca să crească durata de exploatare a acestor tipuri de elemente de construcție.

Pentru a răspunde cît mai bine scopului urmărit, prezenta lucrare de doctorat este împărțită în patru părți:

În prima parte se trece în revistă, modul de alcătuire și de calcul al grinzilor căilor de rulare după normele în vigoare, se prezintă defectele care au apărut și se analizează cauzele care le-au determinat. Această parte se încheie cu concluzii, care constituie baza pentru dezvoltarea și tratarea următoarelor părți ale lucrării.

Partea a doua a lucrării cuprinde calculul de conlucrare spațială al ansamblului grinda de rulare-grinda de frinare la prelu-

rea efectelor principale ale încărcărilor aduse de podurile rulante. Această parte a lucrării cuprinde calculul de încovoiere cu tăiere a barelor cu pereți subțiri, calculul la răsucire liberă și împiedicată, ținând seama de modul de alcătuire a secțiunii transversale a barelor. Dacă în privința calculului spațial al grinzilor căilor de rulare, la preluarea solicitărilor de încovoiere ^{cu tăiere}, nu apar dificultăți deosebite, nu același lucru se poate afirma în problema calculului de răsucire împiedicată. În acest domeniu, folosirea calculatorului electronic poate constitui un instrument deosebit de util.

Teoria răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri nu este nouă, ea fiind cunoscută din /17/, /26/, /29/, /41/, /63/, /70/, /73/, /218/ etc, nou este faptul că se aplică pentru prima dată la calculul de calculare spațială a grinzii verticale de rulare cu grinda orizontală de frânare.

În partea a treia a lucrării, se prezintă efectele secundare ale încărcărilor aduse de podurile rulante și influența lor asupra stării de eforturi unitare din grinzile căilor de rulare.

Partea a patra a lucrării cuprinde programul experimental al cărui scop principal a fost să permită verificarea ipotezelor admise. Tot aici se prezintă rezumatul calculelor și compararea lor cu rezultatele experimentale.

Lucrarea se încheie cu concluzii generale care fixează principalele puncte ce vor contribui la prelungirea duratei de exploatare a grinzilor căilor de rulare.

În încheiere, doresc să exprim și pe această cale profunđa mea recunoștință conducătorului științific al lucrării, Academician Dan Mateescu, decanul Facultății de construcții de la Institutul politehnic "Traian Vuia" din Timișoara, pentru sprijinul și îndrumarea permanentă.

Timișoara, la 1 Mai 1974.

Ing. Caraba I.

INSTITUTUL POLITEHNIC
TIMISOARA
BIBLIOTECA CENTRALA

STAREA ACTUALA A GRINZELOR CAILOR DE RULARE PRIVIND
 INCARCAREA, ALGHEZUIREA, CALCULUL SI COMPORTAREA IN
 EMPLOIUNE

I

1. CALCULUL SI ALGHEZUIREA GRINZELOR CAILOR DE RULARE
 DUPA NORMELE IN VIGOARE

1.1. N o t a ț i e

- P, R, H, L - forțe concentrate anterioare, aduse de roțile podului rulant
- P_{max}, P_{min} - apăsarea maximă, respectiv minimă, a roților podului
- Q - încărcarea maximă la cârligul podului
- G - masa podului rulant
- q - masa dispozitivului de ridicat
- n - numărul roților de pe o parte a podului
- L_p, l_p - deschiderea podului rulant
- A - amplasamentul podului rulant
- d - traveea marelă (= deschiderea grinzii căii de rulare)
- γ, α - coeficienți dinamici supraunitari care multiplică forțele verticale și pe cele orizontale transversale
- T_t - forța orizontală transversală ce revine unei singure roți a podului rulant
- T_s - forța de strângere a podului rulant
- p - încărcarea uniformă repartizată pe grinda orizontală
- M_{max}^R, Q_{max}^R - eforturile maxime (moment încovoietor și forță tăietoare) produse de încărcările verticale
- M_{calc}^R, Q_{calc}^R - eforturile de calcul
- M_{max}^H - efortul maxim de încovoiere produs de forțele orizontale transversale
- $A_{gr.v}$ - aria secțiunii transversale a grinzii verticale

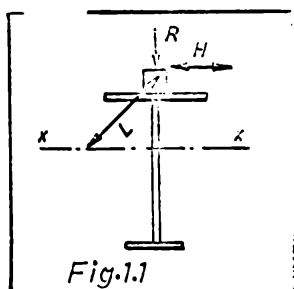
- I_x - momentul de inerție a grinzii verticale
- I_y - momentul de inerție a grinzii orizontale
- e - excentricitatea grinzii orizontale longitudinale
- σ - efortul unitar normal
- τ - efortul unitar tangențial
- σ_1 - efortul unitar normal local
- $\sigma_{ech.}$ - efortul unitar echivalent

1.2. Definierea domeniului

Grinzile căilor de rulare, din punct de vedere constructiv, reprezintă elemente portante care constituie partea intermediară dintre podurile rulante și structura de rezistență a halei. Ele au rolul principal de a prelua încărcările aduse de podurile rulante și a le transmite structurii portante de susținere.

1.3. Încărcările luate în considerare la proiectarea grinzilor căilor de rulare.

La proiectarea grinzilor căilor de rulare, după normele în vigoare (SNAS 4907-85), se ține seama că podurile rulante, prin



încărcându-le roților alergătoare, aduc încărcări care se descompun în: încărcări verticale (V), orizontale longitudinale (L) și orizontale transversale (H (Fig. 1.1)).

Încărcările verticale provin din greutatea proprie a podului rulant (G), greutatea căruciorului (C) și din greutatea corpului de ridicat (Q). În general, podurile rulante sînt astfel construite, încît roțile de pe aceeași parte se încarcă în mod egal.

În funcție de poziția căruciorului pe pod, roțile de pe o parte se pot încălzi mai mult, în timp ce roțile de pe partea opusă se încarcă mai puțin.

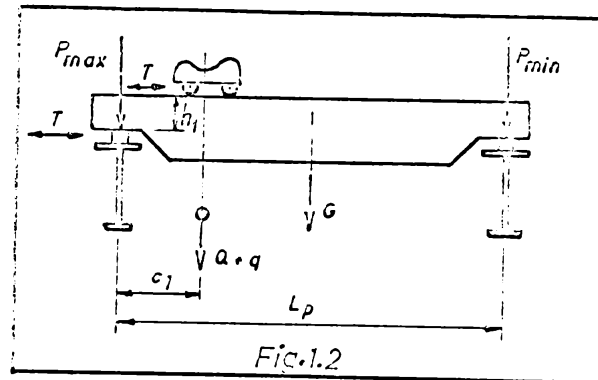
Cu notațiile din figura 1.2 se poate determina apăsarea maximă, respectiv minimă a roților, cu relațiile:

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \left[\frac{G+C}{2} (L_2 - e_1) + \frac{Q}{2} \right] \quad (1.1a)$$

$$P_{min} = \frac{1}{n} \left[\frac{Q+q}{L_p} c_1 + \frac{q}{2} \right] \quad (1.2 \text{ b})$$

unde: c_1 - distanța măsurată de la centrul de greutate al căruciorului până la axa grinzii verticale.

Greutatea dispozitivului de ridicare (a căruciorului) în cazul când nu se cunosc, se aproximează la $q=0,5 Q / L_p$.



În cazul când construcția podului duce la o altă repartitie a încărcărilor pe roțile de pe aceeași parte, care nu diferă cu mai mult de 10 %, în calcul se ia valoarea medie a acestor încărcări. În caz contrar, valorile încărcărilor se vor determina în mod exact.

Prociunile maxime și minime ale roților podurilor rulante pe șina de rulare, precum și caracteristicile podurilor rulante de uz general, sînt date de SINS 000-00.

De efectul dinamic al încărcărilor verticale aduse de podurile rulante, se ține seama prin intermediul coeficientului dinamic (Ψ) ce mărește prociunile maxime și minime aduse de roțile podului rulant.

Valorile coeficientului dinamic (Ψ) sînt date în SINS 4907-69 și STAS 763/1-74, în funcție de regimul de lucru al construcției.

Încărcările verticale aduse de podurile rulante la care se calculează grinzile cărucior de rulare și prinderile acestora de elementele structurii de susținere, sînt:

$$R_{max} = \Psi P_{max} \quad (1.2 \text{ a})$$

$$R_{min} = \Psi P_{min} \quad (1.2 \text{ b})$$

Încărcările orizontale longitudinale, provin din frînarea podului rulant și se dezvoltă în dreptul roților frînate. Valoarea maximă a forței orizontale longitudinale se determină cu relația:

$$L = \frac{1}{10} \sum R_{max} \quad (1.3)$$

în care:

P_{max} - reacțiunile aduse de pe roată
 \sum - suma orizontale asupra reacțiunilor aduse de roțile frînate.

În general, jumătate din roțile podurilor de pe o parte se consideră frânate.

Punctul de aplicație al forțelor orizontale longitudinale, se consideră punctul de contact dintre roată și gîna cîii de rulare.

La acest tip de încălzire nu se aplică coeficienții dinamici.

Încălzirile orizontale transversale se consideră ca un convoi mobil de forțe aplicate la nivelul feței superioare a gînelor de rulare. După normele românești (STAS 4907-69) cît și după cele străine (DIN 120; CEN-66; ENI-69, /52/), se admite că aceste forțe se transmit în întregime numai la una din grinzile cîii de rulare și se distribuie în mod egal între roțile podului rulant de pe aceeași grindă. Sensul lor poate fi către exterior sau către interior.

Mărimea forței orizontale transversale, transmisă de o singură roată se determină cu relația:

$$T_t = \frac{1}{n \mu} (Q + q) \frac{W_{max}}{W_{min}} \quad (1.4)$$

unde:

n - numărul de roți pe un pod de pe o cale

μ - coeficient de gîna scara de modul în care se face suspendarea scării și are valorile:

$\mu=5$ pentru poduri rulante cu suspensie rigidă;

$\mu=10$ pentru poduri rulante cu suspensie elastică;

n_{rf} - numărul roților frânate ale căruciorului

n_{rt} - numărul total al roților căruciorului

În general, raportul n_{rf}/n_{rt} , are valoarea 1/2 și dacă se ține seama de valorile coeficientului μ , relația (1.4), devine:

$$T_t = \frac{1}{10 n} (Q + q) \quad (\text{pentru suspensie rigidă}) \quad (1.4')$$

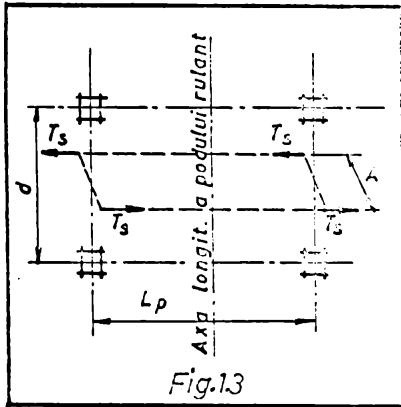
$$T_t = \frac{1}{20 n} (Q + q) \quad (\text{pentru suspensie elastică}) \quad (1.4'')$$

La calculul grinzilor cîilor de rulare, se ține seama de caracterul dinamic al forțelor orizontale transversale. În acest scop, forțele orizontale transversale determinate cu relațiile (1.4') și (1.4'') se multiplică cu coeficientul dinamic (α). Valorile coeficientului dinamic (α), sînt date în STAS 4907-69 și STAS 765/1-71, în funcție de regimul de lucru al podului, tipul suspensiei și capacitatea nominală a podului. Forțele orizontale de calcul, pe o roată, rezultă:

$$H = \alpha T_g \tag{1.5}$$

La podurile rulante cu patru roți și sveltețe ridicată ($L_p/d \gg 5$ și $L_p/\lambda \gg 5$ (Wagner)) apar forțe orizontale provenite din înțepenirea și deformarea podului rulant în planul orizontal al căii.

Forțele orizontale transversale acționează sub forma unui cuplu (fig.1.3), la fața superioară a ginei în dreptul roților.



Valoarea forței (T_g) a cuplului se determină cu relația:

$$T_g = \frac{L_p}{100} \left(\frac{G+Q+g}{\lambda} \right) \tag{1.6}$$

în care:

- L_p - deschiderea podului rulant
- λ - amplasamentul podului rulant

În calculul grinzilor căilor de rulare, în afara încălzirilor aduse de podurile rulante, se mai ia în considerare o încălzire uniform repartizată pe

suprafața grinzii orizontale de 200 kcal/m^2 /179/, /226/ (în cazul cînd nu se precizează prin altă încălzire). Prin această încălzire se ține seama de faptul că grinda orizontală servește și ca pasarelă de circulație și în unele cazuri ca platformă pentru eventualele lucrări de reparații la pod sau la calca de rulare.

După SMS 4907-69, încălzirile verticale și orizontale aduse de podurile rulante se consideră ca încălziri fundamentale. Ipotezele de încălzire cu convulsii de forțe verticale se stabilesc în concordanță cu funcționarea reală a podurilor rulante în timpul exploatării, considerîndu-se în orice caz cel puțin două poduri încărcate și restul descărcate. Forțele orizontale longitudinale și transversale se determină numai din acțiunea a cel mult două poduri rulante din aceeași deschidere și de la același nivel de rulare.

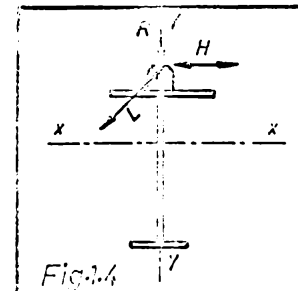
Indiferent de numărul podurilor rulante din deschidere și de numărul deschiderilor încărcate, efectul forțelor de strîmbare se consideră că provine numai de la un singur pod rulant.

Nu se ia în considerare acțiunea concomitentă a forțelor provenite din înțepenirea podului cu forțele orizontale transversale, provenite în bună parte din frînarea căruciorului.

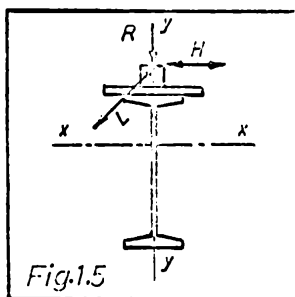
1.4. Alcătuiria constructivă a grinzilor căilor de rulare

Pentru prelucrarea încălzirilor verticale (R), aduse de podurile rulante, forma suggerată a grinzii ar fi aceea a unui profil

dublu T laminat sau compus (Fig.1.4). Forțele orizontale longitudinale (L) produc o solicitare de compresiune și încovoiere față de axa (x - x). Această solicitare este acoperită de forma de grindă adoptată pentru forțele (R). Pentru forțele orizontale transversale (H), care încercă grinda după axa minimă de inerție (y-y) și care, pe lângă solicitarea de încovoiere mai produc și o solicitare de răsucire, forma secțiunii grinzii din figura 1.4, nu este potrivită.

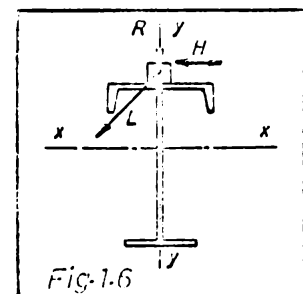


Pentru podurile rulante ușoare ($Q \leq 12,5$ tf, STAS 6911-67) și decolideri mici ($\leq 6,00$ m), se pot realiza grinzi de rulare din profile laminate, întărite eventual cu o platbandă la partea superioară (Fig.1.5) sau cu corniere



similare de talpă. În cazul când grinzile se realizează din dublu T compus se ajunge la o soluție convenabilă, dacă se folosește drept talpă superioară un profil U (Fig.1.6). În acest caz, centrul de greutate se ridică mult și încă rămân șansa că înălțimea ginei este mică, se poate admite cu bună aproximație că forțele orizontale (H), care în centrul de răsucire și solicită talpa superioară cu pre-

cădere la încovoiere cu tăiere. Această soluție prezintă dezavantaje din punct de vedere tehnologic. La o soluție mai bună se poate ajunge dacă oporin rigiditatea tălpilor superioare prin adăugarea unor corniere pe marginile tălpilor (Fig.1.7). Folosirea acestor tipuri de secțiuni este limitată, atât din considerente de rezistență cât și din considerente de exploatare și întreținere a căii.



De regulă, pentru proiectarea forțelor orizontale transversale și asigurarea stabilității generale a grinzii, se realizează la nivelul tălpilor superioare a grinzii verticale, o grindă orizontală, numită grinda de frânare (Fig.1.3). Din punct de vedere constructiv, această soluție permite realizarea unei platforme de circulație, asigurându-se astfel, accesul la podul rulant și la calea de rulare. Grinda orizontală se compune din talpa interioară, care este și talpă a grinzii de rulare, înimă până sau până și talpa exterioară, care se poate realiza din profile U sau oțel cornier.

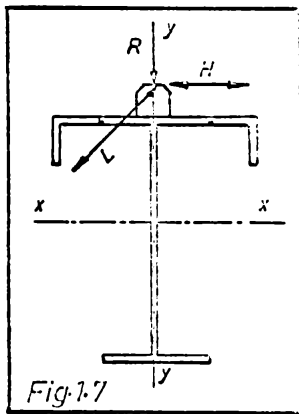


Fig.1.7

Pentru deservitori pînă la 6,0 m /194/ și poduri cu regim de lucru ușor și mediu, se admite ca talpa anterioară să fie alcătuită dintr-un profil laminat U (Fig.1.8). În aceste condiții grinda orizontală prezintă o rigiditate corespunzătoare în raport cu axa ($x_1 - x_1$). În cazul deservitorilor mai mari ale grinzilor cilindric de rulare, grinda orizontală (Fig.1.8) nu mai are o rigiditate suficient de mare față de axa ($x_1 - x_1$), fapt pentru care talpa anterioară, în deservitorii grinzii, trebuie să fie alungită.

Sustinerea de punct în punct din loc în loc cu contrafige (Fig.1.9).

Din punct de vedere constructiv soluția de susținere cu contrafige este de preferat, deoarece se poate realiza ușor și cu minimum de material. Această soluție, în schimb prezintă dezavantajul că, componenta orizontală (S_h) a efortului de compresie (S) din contrafige (Fig.1.9), are tendința de a scutura grinda verticală din punctul ei. Altă soluție ar fi, să folosim pentru susținere o grindă secundară care, în general, se execută ca grindă cu săbrele înălțate și care ca talpa anterioară a grinzii orizontale este și talpa superioară a grinzii secundare, atunci pentru realizarea acesteia, mai sunt necesare săbrele și talpa inferioară (Fig.1.10). Din loc în loc, cămpile inferioare ale grinzilor verticale,

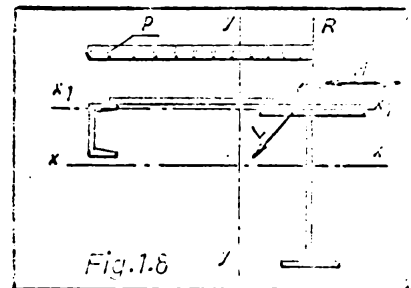


Fig.1.8

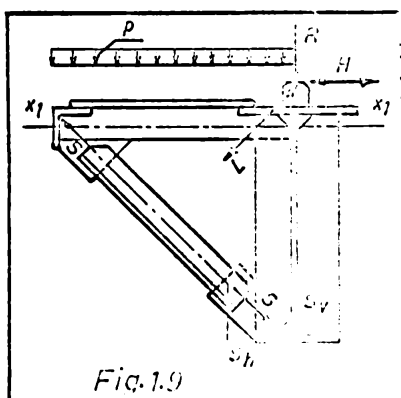


Fig.1.9

se leagă între ele cu montanți și se introduc și niște diagonale care asigură indeformabilitatea patruletului.

Prin această soluție, se asigură o bună stabilitate grinzii principale verticale.

În halele deservite de poduri rulante speciale ($Q > 50 \text{ t} = 500 \text{ kN}$), grinzilor de rulare se pot realiza ca un eleron (Fig.1.11). În general în hale deservite de poduri rulante de tip general ($Q \leq 500 \text{ kN}$), ansamblul grinzii

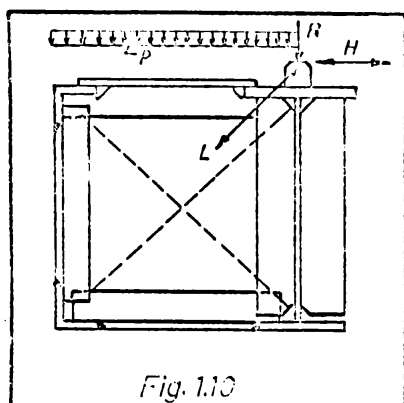


Fig. 1.10

căii de rulare se compune din grinda de rulare verticală și grinda de frinare orizontală. Grinda de rulare verticală se realizează ca grindă cu inimă plină și în cazuri cu totul izolate se realizează ca grindă cu zăbrele. Grinda orizontală de frinare se execută cu inimă plină sau cu zăbrele. Când înălțimea de sistem a grinzii orizontale este mai mare de (900 - 1000) mm, aceasta se realizează cu zăbrele /274/. La înălțime de sistem pînă la 1000 mm, în cazul balcilor cu regim de

lucru greu și foarte greu este recomandabil folosirea grinzilor de frinare cu inimă plină /296/.

În cazul balcilor cu mai multe deschideri alăturate, înălțimea de sistem a grinzilor orizontale de contraînfrînare, de pe girurile centrale de stâlpi, devine mare și realizarea acestora ca grinzii cu inimă plină ar fi nerăzională. În acest caz este indicat sistemul de grindă orizontală cu zăbrele.

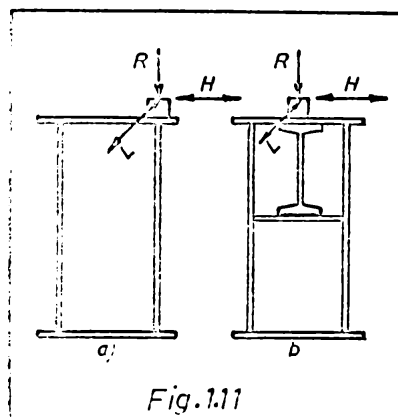


Fig. 1.11

Pentru a permite accesul la căile de rulare, în vederea lucrărilor curente de mentenanță și reparație, o parte centrală din înălțimea grinzii orizontale se amenajează ca pasarelă de circulație.

Grinzile căilor de rulare se pot realiza în soluție sudată sau în soluție nituită. În caz actuală, ținând seama de condițiile tehnologice din țara noastră, în majoritatea cazurilor se adoptă varianta sudată.

Folosirea sudurii la executarea și realizarea grinzilor căilor de rulare permite realizarea unui grad mai ridicat de automatizare a procesului de fabricație.

1.5. Metode de calcul și de dimensionare folosite în prezent la proiectarea grinzilor căilor de rulare.

Din punct de vedere static, grinzile căilor de rulare se realizează ca grindă simplu rezantă, grindă continuă și foarte rar ca grindă continuă cu articulații. Când grinda verticală (de rulare)

se execută ca grindă cu săbzoale, ca se calculează ca grindă simplu rezemată.

Grinda orizontală se execută întotdeauna ca grindă simplu rezemată.

Realizarea grinzii de rulare ca grindă simplu rezemată, prezintă o serie de avantaje în raport cu grinda continuă, cum ar fi:

- Tipizare ușoară, deoarece în toate panourile avem aceleași eforturi;

- Eforturile sînt de mare mărime doar pe deschiderea panoului, ceea ce determină apariția unui ciclu oscilant;

- Montaj mai simplu și mai rapid;

- Grinda simplu rezemată are o rigiditate mai mare decît grinda continuă, prin faptul că secțiunea ei este mai puternică.

Grinda continuă, față de grinda simplu rezemată, aduce mici economii de oțel.

În condițiile țării noastre, acest avantaj trebuie bine analizat și luat în seamă.

După normele românești în vigoare (SRAS 4907-69; STAS 6911-67, cât și după cele străine DIN 102) calculul ansamblului căilor de rulare se face relativ simplu, considerînd că încărcările verticale și orizontale longitudinale sînt preluate de grinda de rulare verticală, iar încărcările orizontale transversale sînt preluate numai de grinda orizontală de susținere.

În aceste condiții, grinzile căilor de rulare se încarcă cu convoaie mobile de forțe verticale și orizontale transversale. La partea superioară a ginei de rulare, se mai dezvoltă și o forță orizontală longitudinală. Poziția convoiului de forțe orizontale, este determinată de poziția convoiului de forțe verticale.

În funcție de sistemul static adoptat pentru grinzile căilor de rulare, se determină eforturile maxime (M_{max} , T_{max}). La grinzile simplu rezemate se determină momentul maxim maximelor și forțele tăietoare.

La grinzile continue, se folosesc linii de influență pentru determinarea eforturilor maxime în câmpuri și pe reazeme.

Pentru a ține seama de influența gravitațională proprie a grinzilor de rulare cât și de efectul scurării sale de pe grinda orizontală, eforturile maxime din grinda verticală determinate din încărcările verticale, se măresc cu coeficienți supraunitari, γ_1 și γ_2 /166/.

Eforturile

și

INSTITUTUL POLITEHNIC

DE CONSTRUCȚII

BUCHUREȘTI

$$M_{calc}^R = M_1 \frac{M^R}{M_{max}} \quad (1.7 a)$$

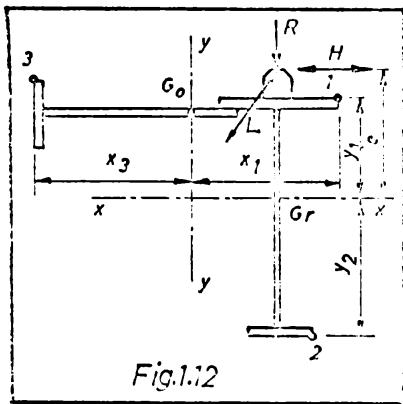
$$Q_{calc}^R = M_2 \frac{Q^R}{Q_{max}} \quad (1.7 b)$$

Cunoscând eforturile de calcul la grinzile de rulare, se poate trece la dimensionarea acestora.

Calculul de dimensionare se face pentru variantele de alcătuire a grinzilor de rulare cel mai des întâlnite:

- Grinda de rulare și grinda de susținere se realizează ca grinzi cu inimă plină (fig.1.12).

După alcătuirea secțiunii grinzii, se calculează caracteristicile geometrice necesare (aria, momentele statice și momentele de inerție ale grinzii verticale și orizontale).



Din încălzirile verticale, se determină eforturile unitare normale, în punctele 1 și 2 ale grinzii de rulare, astfel:

$$\sigma_1^R = \frac{M_{calc}^R}{I_z} \cdot y_1 \quad (1.8 a)$$

$$\sigma_2^R = \frac{M_{calc}^R}{I_z} \cdot y_2 \quad (1.8 b)$$

Într-o grinză verticală se verifică și la schimbarea cu relația:

$$\sigma = \frac{M_{calc}^R}{I_z} \cdot y \quad (1.9)$$

Încălzirile orizontale transversale, determină apariția eforturilor unitare normale în punctele 1 și 3 ale grinzii orizontale:

$$\sigma_1^H = \frac{M_{calc}^H}{I_y} \cdot y_1 \quad (1.10 a)$$

$$\sigma_3^H = \frac{M_{calc}^H}{I_y} \cdot y_3 \quad (1.10 b)$$

Forțele orizontale longitudinale, ce acționează în centrul de greutate a grinzii verticale la o distanță orizontală (L) și la un moment încovoietor ($M_y = L \cdot Q$), ca forțe aplicate, vor produce în grinda verticală eforturile unitare normale:

$$\sigma_1^L = \frac{M_{calc}^L}{I_z} \cdot y_1 \quad (1.11 a)$$

$$\sigma_2^L = \frac{R}{S_{1,2}^L} - \frac{H}{S_{1,2}^L} \cdot \frac{1}{2} \quad (1.11 \text{ b})$$

Condiția de rezistență se consideră satisfăcută dacă:

$$\sigma_1^R + \sigma_1^H + \sigma_1^L \leq \sigma_a$$

$$\sigma_2^R + \sigma_2^L \leq \sigma_a \quad (1.12 \text{ a, b, c})$$

$$\sigma_3^H \leq \sigma_a$$

și $\tau \leq \tau_a = 0,6 \sigma_a \quad (1.13)$

- Grinda de rulare se execută cu inimă plină și grinda de frinare cu zăbrele (fig.1.13). Eforturile unitare σ_1^R ; σ_2^R ; σ_1^L ; σ_2^L calculate cu relațiile (1.8), (1.9) și (1.11) în punctele 1 și 2 nu se schimbă. Din încercarea orizontală transversală, apar eforturi axiale de întindere sau de compresiune, în barele grinzii cu zăbrele. Dacă notăm cu σ_1^H efortul de compresiune din talpa, atunci în punctul 1 (fig.1.13 a) se obține:

$$\sigma_1^H = \frac{S_{1j}^H}{A_{ij}} \quad (1.14)$$

unde : A_{ij} - este aria secțiunii transversale a tălpii interioare în punctul i_j (fig.1.13 c).

Cînd forța (R), este aplicată noduri (fig.1.13 b), în talpă apare un efort de încovoiere ce se poate calcula, ținînd seama de continuitatea tălpii peste noduri, cu relația:

$$M_H = -\frac{R \cdot \lambda}{2} \quad (1.15)$$

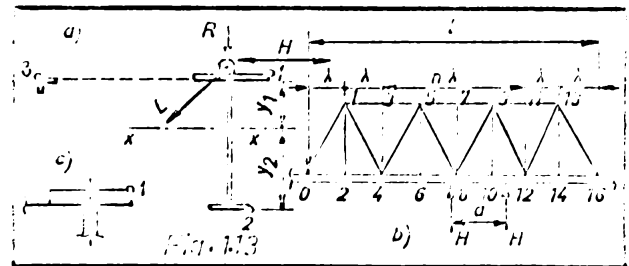
Din acțiunea încovoierei locale, în punctul 1, avem:

$$\sigma_1^{M_H} = \frac{M_H}{W_{yt}} \quad (1.16)$$

în care:

W_{yt} - modulul de rezistență a tălpii superioare față de axa (y-y) (fig.1.13 c),

La verificarea tălpii interioare, se ține seama și de in-



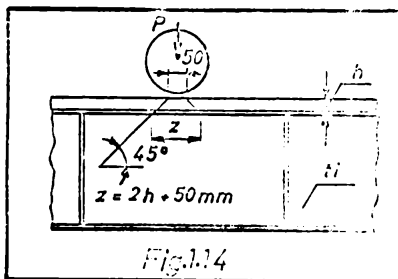
fluentea încov... locală, cauzată de încărcarea utilă de pe plat-
forma de circulație... greutatea proprie a acestora.

Condiția de rezistență se consideră satisfăcută dacă:

$$\begin{aligned} \sigma_1^R + \sigma_1^L + \sigma_1^H + \sigma_1^G &\leq \sigma_a \\ \sigma_2^R + \sigma_2^L &\leq \sigma_a \\ \sigma_3^H + \sigma_3^G &\leq \sigma_a \\ \tau &\leq \tau_a \end{aligned} \quad (1.17 \text{ a,b,c,d})$$

La grinzile cailor de rulare, în panourile dintre rigidizările transversale (Fig. 1.14) apar eforturile unitare locale, cauzate de forțele concentrate aduse la talpa superioară de roțile podurilor rulante, care se verifică cu formula:

$$\sigma_z = \frac{P}{z} \leq \sigma_a \quad (1.18)$$



lungimea z se ia conform figurii 1.14. După SMS 703/1-71, inimile grinzilor verticale se verifică și la eforturi unitare echivalente cu relațiile:

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq 1,1\sigma_a; \quad (1.19)$$

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_z^2 - \sigma\sigma_z + 3\tau^2} \leq 1,2\sigma_a \quad (1.20)$$

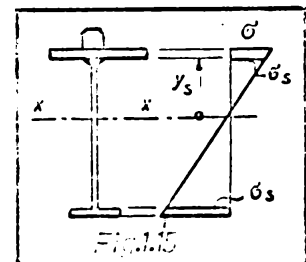
Dacă grinzile cailor de rulare se realizează în soluție sudată, prin faptul că sudurile dintre talpi și inimă reprezintă legături la fel de rigide ca și restul secțiunii, normele rămân ca și cele străine, prevăd verificarea eforturilor unitare din încovoiere și forfecare.

Din încovoiere, corbelele de sudură se vor încărca cu efort unitar normal σ_s (Fig. 1.15):

$$\sigma_s = \frac{M_{max}}{I_x} y_s \leq \sigma_{ac} \quad (1.21)$$

și un efort unitar tangențial de forfecare,

$$\tau_1 = \frac{Q_{max} S_x}{I_x (2a)} \leq \tau_{ac} \quad (1.22)$$



Din forțele concentrate aplicate pe talpa superioară, sudurile dintre talpi și inimă se mai încarcă cu un efort unitar tangențial:

$$\tau_2 = \frac{V}{A} \leq \tau_{ad} \quad (1.23)$$

Eforturile unitare tangențiale τ_1 și τ_2 sînt perpendiculare între ele și se calculează efortul unitar tangențial resultant, cu relația:

$$\tau_{rez} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \leq \tau_{ad} \quad (1.24)$$

Datorită stării complete de eforturi unitare ce ia naștere în coordonatele de sudură, normele românești cer să se verifice și efortul unitar echivalent cu formula (dată în vechiul STAS 763-66):

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_s^2 + 3(\tau_1^2 + \tau_2^2)} \leq \sigma_a \quad (1.25)$$

Dacă grinzile cailor de rulare se realizează în soluție nîtită, atunci nîturile de legătură dintre tălpi și inimă se verifică cu formula:

$$e \sqrt{\left(\frac{N_a}{A_n}\right)^2 + \left(\frac{P}{z}\right)^2} \leq R_a \quad (1.26)$$

în care:

- N_a - este efortul admis într-un nit
- e - distanța dintre nituri
- z - lungimea pe care se repartizează încărcarea (P).

Sudurile (sau nîturile) de legătură dintre elementele grinzii orizontale, de cele mai multe ori se dispun din condiții constructive, fără un calcul preliminar, pe considerentul că forțele orizontale transversale sînt mici în raport cu forțele verticale.

Verificarea la vîntare se face numai pentru inima grinzii verticale. În general se verifică două panouri; un panou central cu M_{max} și Q_{af} și un panou din zona reazemului cu Q_{max} și M_{af} .

Calculul la vîntare se conduce după STAS 763/1-71.

Pentru asigurarea stabilității locale a inimii grinzii, se prevăd rigidizări transversale, longitudinale și în unele cazuri rigidizări scurte.

Rigidizările de pe grinda orizontală (cînd această este cu inimă plină), se dispun în același secțiuni cu rigidizările de pe grinda verticală și se realizează întotdeauna ca rigidizări transversale unilaterale.

Grinzile cailor de rulare și anxele lor, pe lângă condițiile de rezistență trebuie să îndeplinească și condițiile de rigiditate. Normele românești cer ca deformarea maximă a grinzii de rulare, să

indeplinească cerința:

$$f_{\max} \leq f_a \quad (1.27)$$

unde:

f_{\max} - este deformația maximă a grinzii căii de rulare calculată după literatura de specialitate /166/, /266/. La calculul săgeții se iau în considerare numai forțele mobile fără coeficienți dinamici.

f_a - săgeata maximă admisă, dată de STAS 763/1-71.

La proiectarea grinzilor căilor de rulare, un rol important îl prezintă prinderea acestora de stâlpii halei sau ai estacadei.

Prinderea trebuie să transmită la stâlp reacțiunea verticală ce se poate dezvoltă din ipoteza cea mai defavorabilă de încălzire a celor două deschideri alăturate, cât și reacțiunea forțelor orizontale transversale din aceeași ipoteză de calcul.

Reacțiunile orizontale calculate, se multiplică prin coeficientul α , dat în SMS 4907-69 și în STAS 763/1-71.

Talpa inferioară a grinzii de rulare se prinde de stâlpi cu șuruburi brute. Grinda orizontală se prinde de stâlpi cu cordeane de sudură, nituri sau șuruburi. Pentru a fixa și talpa superioară a grinzii de rulare, în dreptul reazemelor se introduc niște diafragme verticale și orizontale între talpa stâlpului și partea superioară a inimii grinzii de rulare.

La o analiză atentă a modului în care se face azi proiectarea grinzilor căilor de rulare (elementele de bază, prinderile), chiar cu respectarea standardelor în vigoare, se constată că în prea mică măsură se ține seama de fenomenul de oboseală, cu toate că acest fenomen, apare chiar și la grinzile căilor de rulare simplu rezemate.

Pentru ca podurile rulate să poată funcționa, se amenajează la nivelul tălpilor superioare a grinzii verticale calea de rulare. Amenajarea căii de rulare constă în alegerea judicioasă a ginelor de rulare, rezolvarea prinderilor acestora de grinzile căilor de rulare și rezolvarea problemei rostogolilor dintre șine.

Șinele de rulare se realizează din oțel carbon (CZ 50, 60, 70) cu rezistențe la rupere $\sigma_r \geq 50 \text{ kgf/mm}^2$.

Ca formă a secțiunii transversale, ginele pot fi patrute dreptunghiulare, de cale ferată sau profil special (K.P).

Alegerea tipului de gină și a lățimii secțiunii transversale sau a ciupercii ginei se face în funcție de presiunea pe roată a podului rulant.

Pentru gurile rulante de uz general ($Q \leq 50$ tf), STAS 800-60 dă lățimea șinei în funcție de capacitatea de ridicare a podului (Q) și de regimul de lucru al acestuia.

Prinderea șinei de rulare de talpa grinzii de rulare se poate realiza în multe variante, însă toate soluțiile adoptate trebuie să asigure stabilitatea șinei, să permită îndreptarea în plan orizontal în timpul exploatării și să permită înlocuirea acesteia la nevoie.

La poduri ușoare ($Q \leq 5$ tf) și regim de lucru ușor sau mediu, șinele se pot suda direct de talpa grinzii căii de rulare. Pentru poduri mai grele cu regim de lucru ușor și mediu, se adoptă soluția de prindere din figura 1.16.

În cazul podurilor cu regim greu de lucru prinderea șinelor de formă patrată sau dreptunghiulară se realizează cu niște plăcuțe speciale (fig. 1.17 a), sau se pot crea niște aripioare din corniere sudate de șină ca în figura 1.17 b. În cazul când se folosesc șine de cale ferată, acestea se pot prinde cu garuburi cu tije îndoită, cu cice (fig. 1.18).

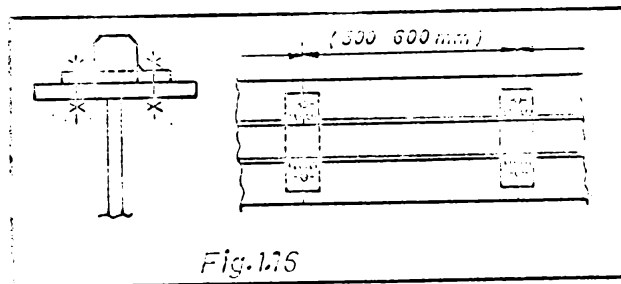


Fig. 1.16

Șinele cu profil special se pot prinde cu plăcuțe plane sau cu plăcuțe cu arcurire așa cum se vede în figura 1.19 a, b.

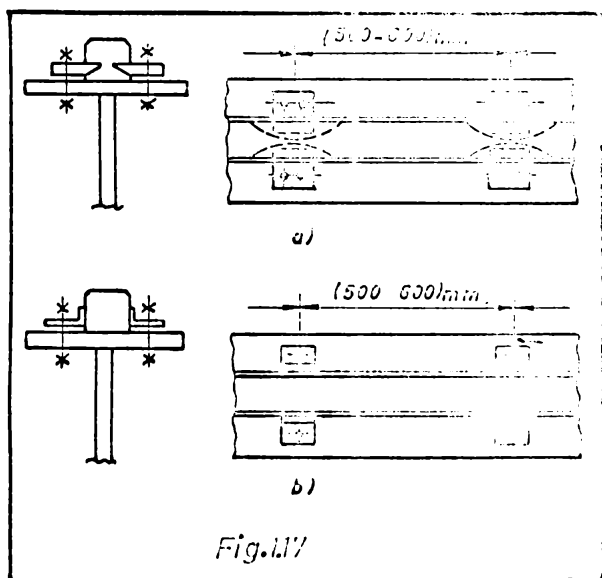
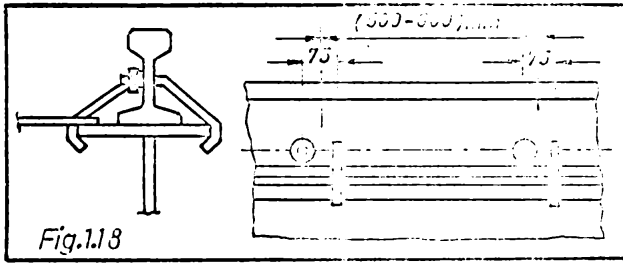


Fig. 1.17

Prinderea dintre șină și talpa grinzii de rulare, ce se poate realiza cu o gamă largă de dispozitive și elemente de prindere, variază de la o prindere perfect rigidă până la o prindere elastică.

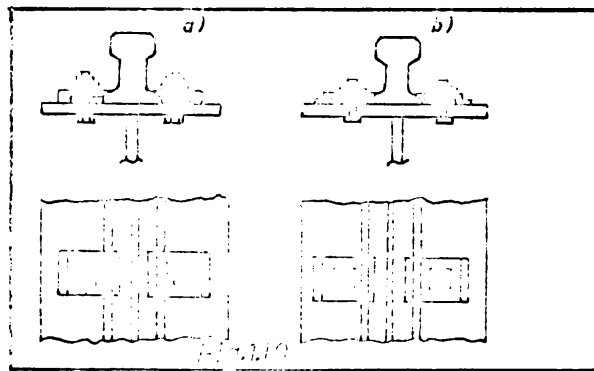
În metodele de calcul folosite, nu se ține seama de efectul prinderii șinei asupra stării de eforturi unitare din grindă și chiar din legături.

Șinele de rulare, în special cele patrate și dreptunghiulare se livrează în lungimi de (6-8) m motiv pentru care în

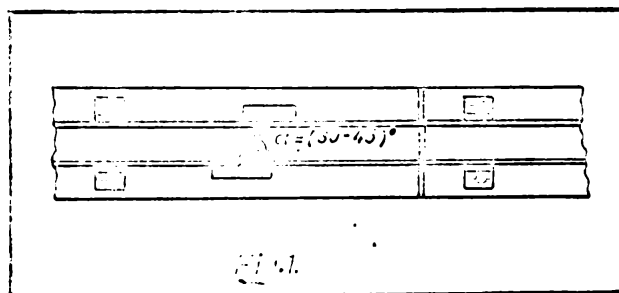


lungul căii trebuie să se realizeze resturi (joante) dese. Joantele șinelor de cale ferată sau a profilelor speciale (K.P), se rezolvă cu ajutorul ecliselor care se plasează lateral.

În cazul șinelor pătrate sau dreptunghiulare, joantele se realizează prin tăierea oblică a capetelor de șină (fig. 1.20), pentru a asigura o trecere lină a roții.



Joantele șinelor se dispun decalat față de joantele raiurilor. În dreptul joantei șinei, se prevede niște tacheși, realizați din plăcuțe late. Prinderea tacheșilor de capetele șinelor și de talpa superioară a grinzii căii de rulare, se face în așa fel încât să permită deplasările, provenite din dilatarea liniară, în dreptul joantelor.



2. COMPARAREA GRINZILOR CAILOR DE RULARE IN EXPLOATARE

2.1. Probleme generale in legătura cu exploatarea grinzilor cailor de rulare și defectele apărute.

Grinzile cailor de rulare din halele industriale, spre deosebire de alte tipuri de elemente de construcție, lucrează în condiții extrem de severe mai ales atunci când suportă poduri rulante cu regim greu și foarte greu de lucru. Aceasta se datorează în primul rând specificului încărcărilor aduse de podurile rulante, caracterului aplicării acestora precum și deosebirii esențiale dintre schema de calcul (grinda verticală proia încărcările verticale și cele din frânarea podului și grinda orizontală proia încărcările orizontale transversale) și schema reală (de conlucrare spațială a grinzii de rulare cu grinda de frânare) de preluare a încărcărilor. Aceste condiții, alături de altele, favorizează apariția defectelor /146/.

Este cunoscut faptul că dezvoltarea tehnologiei din ultimele decenii a făcut ca procesul de fabricație din diferite hale și depozite să reclame mase de ridicat și viteze de deplasare sporite, ajungându-se astfel în situația ca grinzile cailor de rulare care au fost proiectate pentru un anumit regim de lucru, să suporte poduri rulante cu regimuri de lucru mult superioare celor de proiectare. În felul acesta se ajunge în situația ca un număr tot mai mare de grinzi ale cailor de rulare să suporte încărcări aduse de podurile rulante cu regim de lucru greu și foarte greu a căror efecte să nu fie prinse în calculul în totalitatea lor /62/. Aceasta ar reprezenta una din cauzele ce conduc la apariția pretimpurie a defectelor în grinzile cailor de rulare.

O altă cauză este legată de modul de calcul. Din acest punct de vedere este cunoscut faptul că metodele clasice de calcul ale grinzilor cailor de rulare, chiar în cazul podurilor rulante cu regim ușor și mediu, prind numai efectele principale ale încărcărilor aduse de podurile rulante. De multe ori efectele secundare ale încărcării, neluate în calculul de dimensionare, ating valori însemnate care în unele cazuri pot duce la avarierea grinzilor cailor de rulare.

În timpul exploatării grinzilor cailor de rulare din hale cu regim greu și foarte greu de lucru, au apărut defecte atât la

grinda de rulare sînt și la grinda de frînare, precum și la elementele de prindere a acestora de stâlpi.

Defectele semnalate mai sus cît și în /175/ constau din fisuri la grinzile sudate și fisuri sau forfecări de nituri la grinzile nituite.

După defectele apărute la grinzile căilor de rulare în Franța, R.F. a Germaniei /20/, /176/ și în R.S.Cehoslovacia, Italia, Uniunea Sovietică /38/ se constată că sînt foarte periclitate grinzile de rulare relativ scurte, care au fost calculate considerînd un singur pod în deschidere, deci acele grinzi la care presupunerile calculului static sînt foarte des satisfăcute în timpul exploatării. Cu mult mai rezistente s-au dovedit grinzile căilor de rulare cu deschideri mai mari, pentru calculul cărora s-au considerat două sau mai multe poduri în deschidere și deci, presupunerile calculului static sînt mai rar satisfăcute. Rezultă așadar, că și ipotezele de calcul luate în considerare pot duce la apariția defectelor la grinzile căilor de rulare.

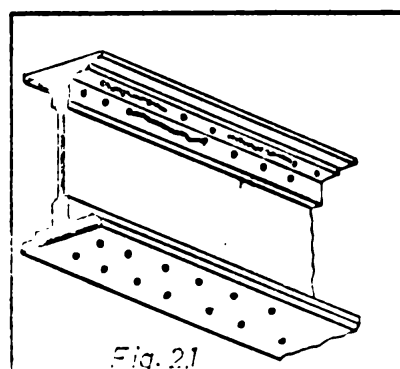
2.2. Defecte apărute la grinda de rulare

Din experiența exploatării halilor industriale cu regim de lucru greu /116/, /141/, /177/, /234/, /267/, a halilor siderurgice cu regim de lucru foarte greu /5/, /118/, /149/, /167/, /168/, /176/, se constată la primele că după patru pînă la șase ani, iar la ultimele după maximum trei ani de exploatare, în grinzile căilor de rulare apar defecte, cum ar fi: forfecări de nituri, fisuri locale care se dezvoltă rapid și în majoritatea cazurilor duc la scoaterea acestora din exploatare.

La grinzile căilor de rulare realizate în soluție nituită, apar fisuri în cornierole de prindere a tîlpilor superioare de inimă. Ele progresează de-a lungul liniei niturilor de cap, așa cum rezultă din figura 2.1.

Pe lîngă fisuri, la grinzile nituite apar defecte la elementele de îmbinare care constau din forfecarea niturilor în special a celor de cap /279/.

Cu toate acestea, grinzile căilor de rulare nituite se comportă mai bine în exploatare și defectele amintite apar cu mult mai tîrziu /152/, /227/ decît la grinzile sudate.



La grinzile sudate ale căilor de rulare apar în majoritatea cazurilor fisuri în zona superioară a grinzii. Fisurile por-nesc în general din cusătura de sudură ce leagă talpa superioară de inimă sau din zona influențată terasă /53/, /139/ și foarte adesea, aceste fisuri conțin în materialul de bază al inimii sau al tălpii grinzii ajungând uneori la lungimi de ordinul metrilor.

Aceste fisuri apar în panourile centrale ale grinzii, între nervurile de rigidizare, acolo unde solicitările ating valori maxime și sînt orientate vertical sau în majoritatea cazurilor orizontal,

după direcția longitudinală a grinzii. Fisurile din panourile grinzii (fig.2.2 a) conțin adesea pe sub rigidizări mai ales în cazul panourilor din zona racordurilor grinzilor continue (fig.2.2 b).

În inimile grinzilor sudate apar fisuri în zonele unde se termină rigidizările scurte (fig.2.3) cînd acestea nu merg pînă la rigidizările orizontale sau cînd acestea sînt lipsite.

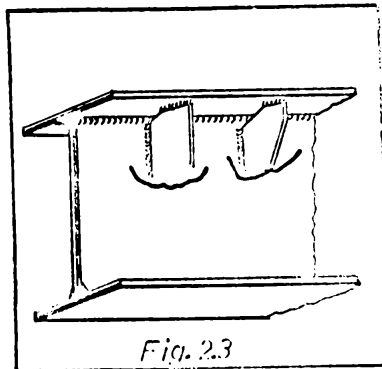


Fig.2.3

Deasemeni, apar fisuri și în tălpile superioare, mai ales atunci cînd ginele se prind de tălpi prin sudură. În figura 2.4 se arată, după /227/, o fisură în talpa superioară a grinzii în zona de prindere a ginei. Dacă talpa superioară se realizează din mai multe plătbenzi, atunci în mod frecvent apar fisuri în cusăturile de prindere dintre acestea (fig.2.5) /176/.

În cazul grinzilor căilor de rulare ușoare, realizate din profile laminat dublu T, cu talpa superioară întărită cu plătbenzi /125/ apar fisuri în zona superioară a inimii profilului, dacă lipsește grinda orizontală și în cusătura de sudură dintre plătbenzi și talpa profilului (fig.2.6).

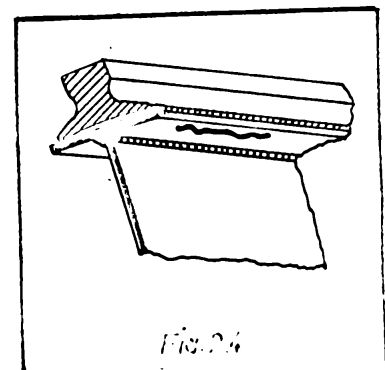


Fig.2.4

La grinzile căilor de rulare, la care s-a intercalat un cup între talpa superioară și înălțimea grinzii (fig.2.7), au apărut fisuri

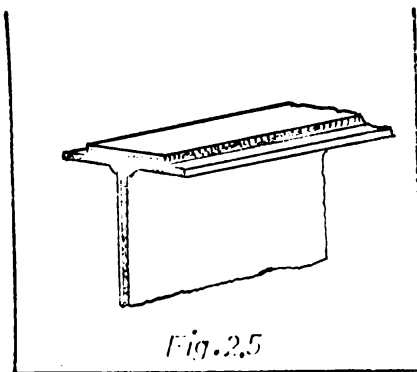


Fig.2.5

în zona de
de prinderea a
tălpii de cup.
Ca puncte de
plecare a fis-
surilor au
constituit
de multe ori
acele domenii
ale grinzii
în care rigi-

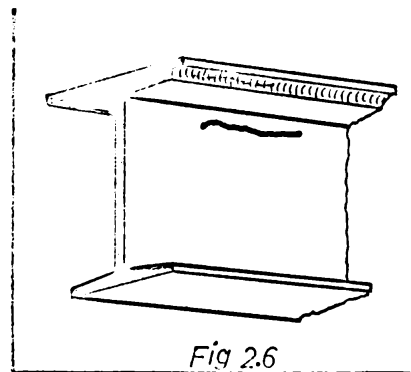


Fig 2.6

dizările verticale ating talpa superioară (fig.2.7 a) /20/. Sudarea

directă a rigidizărilor de talpa superioară s-a arătat ca foarte

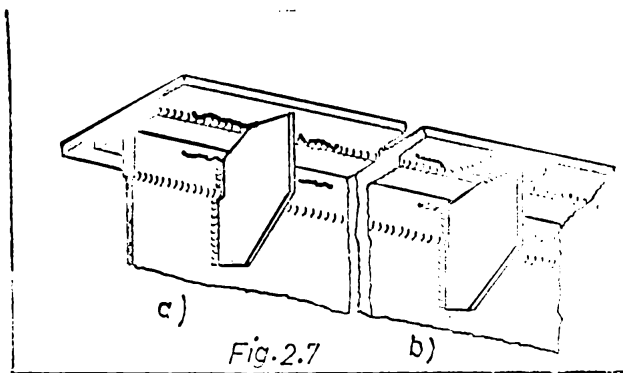


Fig.2.7

defavorabilă /8/, /146/, dar și folosirea penelor cu o sudare ușoară a acestora de talpa superioară, a condus în multe cazuri la formarea fisurilor (fig.2.7 b), care apoi au continuat în materialul de bază a tălpii superioare.

La grinzile de rulare mai puternic solicitate, a căror talpă superioară are o rigiditate mai mare la răsucire, defectele care apar sunt funcție de modul de alcătuire constructivă a tălpii.

În figura 2.8, este arătată o grindă care s-a intercalat o cornieră cu aripi egale între talpa superioară și înălțimea grinzii.

La această grindă au apărut fisuri în cerceanele de susdură dintre talpa superioară și aripile cornierei, care au continuat și în materialul de bază al cornierei. Fisuri au mai apărut și în talpa superioară sub câma căii de rulare

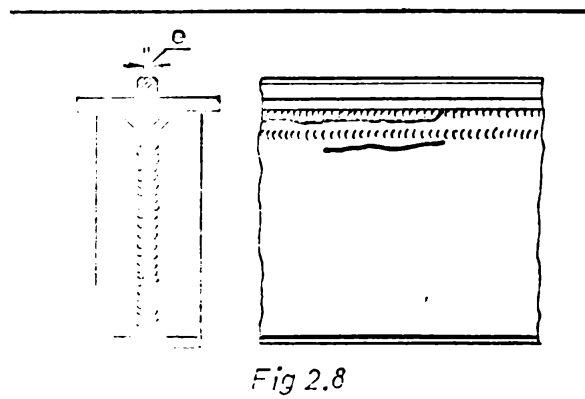
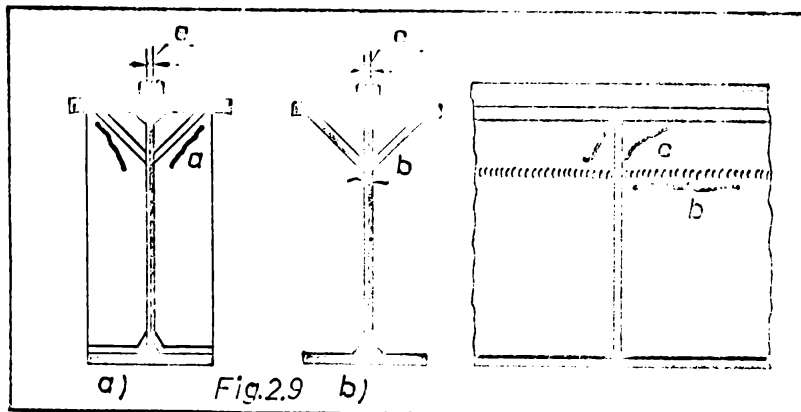


Fig 2.8

ca cum se vede

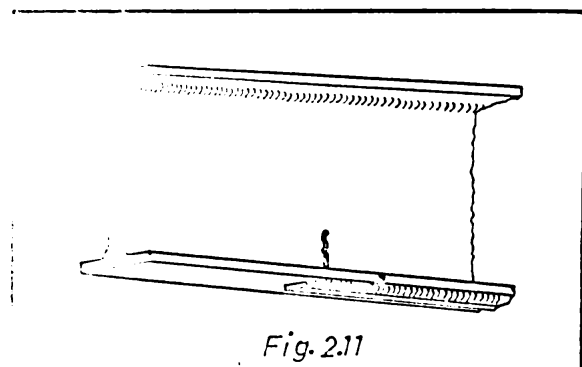
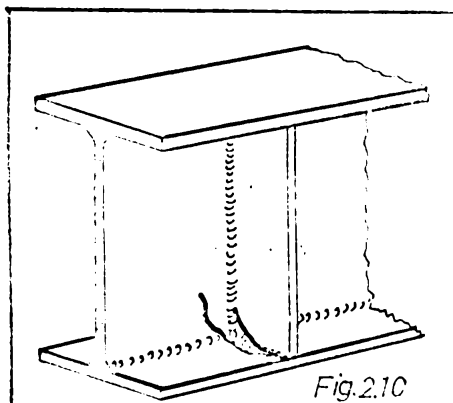
În figura 2.9. se prezintă o grindă la care talpa superioară a fost întărită cu plătbandă înclinată oblic. Acest tip de grindă se



comportă mai bine decât cele prezentate anterior /33/, mai ales din punctul de vedere al răscucirii locale /31/, /152/, însă și aici după 6-7 ani de exploatare, au apărut fisuri mai ales în rigidizările de reazor, în zona

de prindere a acestora de lăncelole înclinate (fig.2.9 a). Local au mai fost sesizate fisuri în inima grinzii în apropierea cordoanelor de sudură care prind lăncelolele înclinate de inima grinzii (fig.2.9 b). Defecte la grinda căii de rulare au apărut și în zona tălpii inferioare.

În figura 2.10 este prezentată o grindă de rulare la care rigidizările transversale au fost sudate și de talpa inferioară.



Din zona influențată tensie a pornit fisura care a progresat în materialul de bază a tălpii est și a inimii. Figura 2.11, prezintă o grindă de rulare consolidată cu o plătbandă la talpa inferioară. Din craterul incipient a cordonului de sudură, care fixează plătbanda de consolidare de talpa grinzii, a pornit fisura ca apoi să continue în talpă și în inima grinzii /302/.

La grinzile căilor de rulare cu un singur perete, mai apar defecte la elementele de rigidizare.

La grinzile realizate cu soluția de consolidare este recomandabil

tind epolarea acestora. Din cauza epolării, în cornierole de rigidizare apar fisuri, așa cum se vede în Figura 2.12.

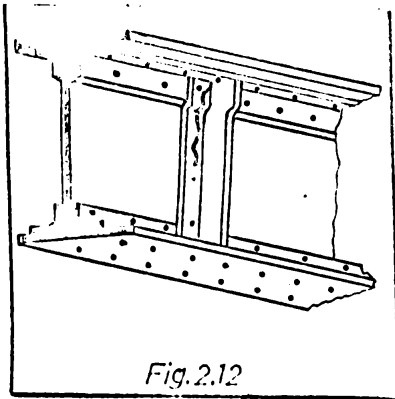


Fig.2.12

La peretele câș-
lor de culcuș
alinate cu secți-
une cheson, apar
defecte ca: fisuri
în cordoanele de
sudură dintre i-
niri și talpa
superioară, fi-
surii în talpa su-
perioară (Fig.

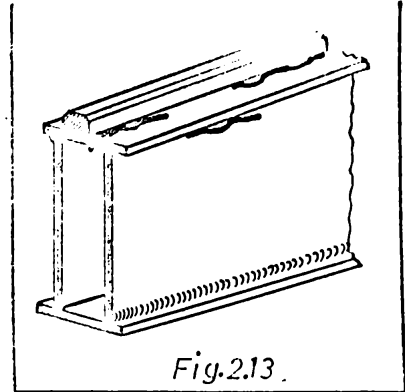


Fig.2.13.

2.13 și fig.2.14). În talpa superioară a grinzii cheson (fig.2.13) pot apare fisuri longitudinale, care să atingă lungimi de ordinul centrilor /144/, /147/.

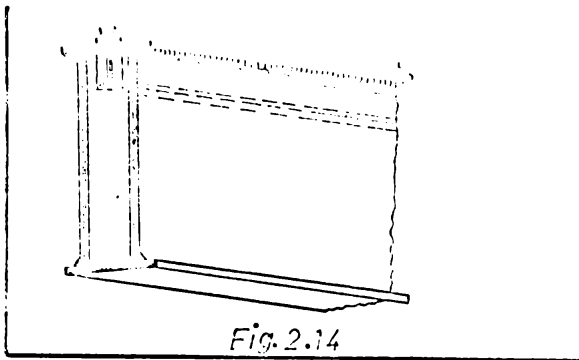


Fig.2.14

La grinzile cheson /66/, /68/, /89/, /100/, cusăturile de sudură cu care se prind căștagnele de talpa superioară, lucrează în condiții foarte grele și de aceea, foarte des se fisurează.

2.3. Defecte apărute la grinda de frânare

Principalele defecte ale grinzii de frânare, apar în zona de prindere a acesteia de talpa superioară a grinzii câii de

sulare, precum și în zona de prindere de stâlpi. În aceste zone la grinzile sudate apar fisuri în cordoanele de sudură (fig.2.15), iar la grinzile nituite fisurile pornesc de la slăbiciunile provocate de găurile de nit (fig.2.16). Adesea apar fisuri în talpa grinzii de frânare care este și talpă

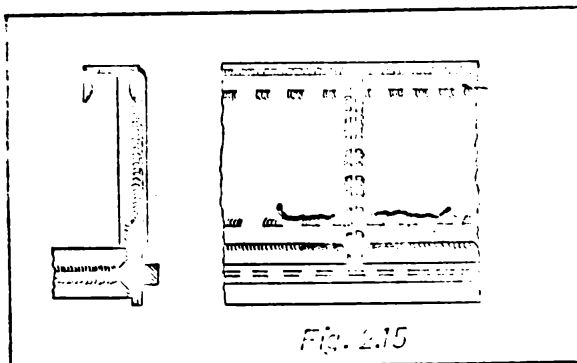


Fig. 2.15

a grinzii de rulare, fiind provocate de găurile de prindere a șinelor, iar în talpa exterioră fisurile sînt amorțate de găurile practicate în grinda de frinare pentru trecerea unor conducte cu scop tehnologic așa

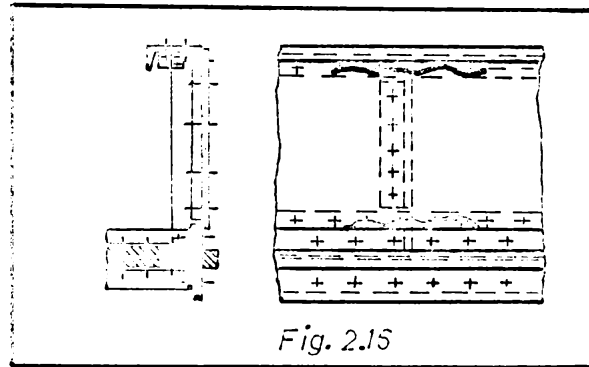


Fig. 2.15

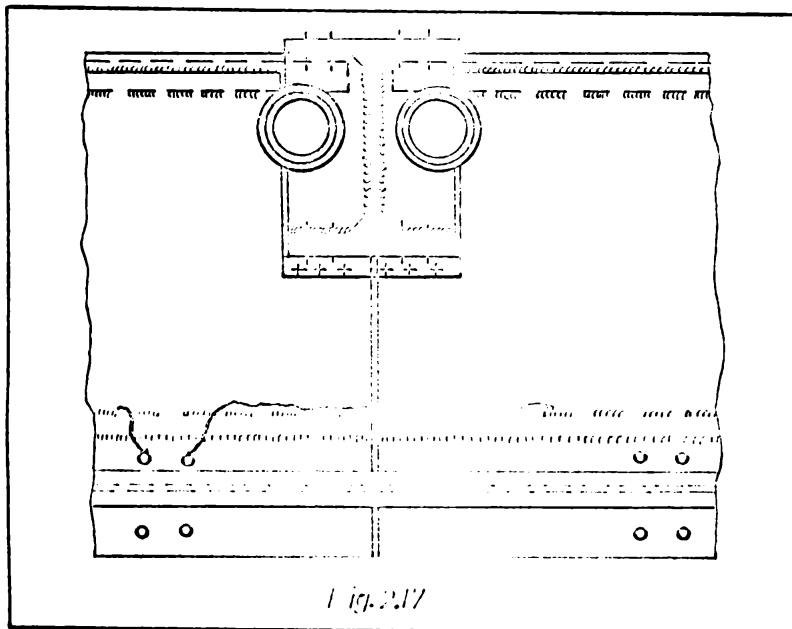


Fig. 2.17

cum se vede în figura 2.17.

În cazul cînd grinda de frinare este realizată ca grindă cu săbrele, defectele care apar, în majoritatea lor constau din fisuri în cordoanele de sudură sau forfecări de nituri, în nodurile dispuse pe talpa grinzii căii de rulare.

2.4. Defecte apărute la legăturile dintre grinzile căilor de rulare și stâlpi.

Prinderea grinzilor căilor de rulare și de frinare de stâlpi mai ales în cazul cînd grinda de rulare este simplu rezemată, este cea mai supusă deteriorărilor. Defecte apar atât la legăturile grinzilor sudate cît și a celor nituite. Prinderea de stâlpi a grinzilor rulare simplu rezemate se deservesc poduri de mică putere se face în general, așa cum se arată în figurile 2.17 și 2.18.

În prinderile de acest tip, în cursul exploatării, apar defecte cum ar fi: slăbirea niturilor, ovalizarea găurilor, ruperea capetelor de nit, fisurarea și distrugerea cordoanelor de sudură, fisurarea plăcuțelor de scaplotare (fig. 2.18) /19/, /234/, /268/.

În cazul grinzilor mai solicitate se obișnuiește să se folosească și diafragme verticale simple sau duble pentru prinderea lor de stâlpi.

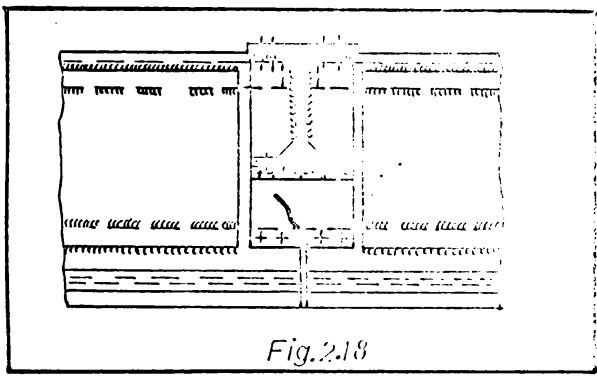


Fig. 2.18

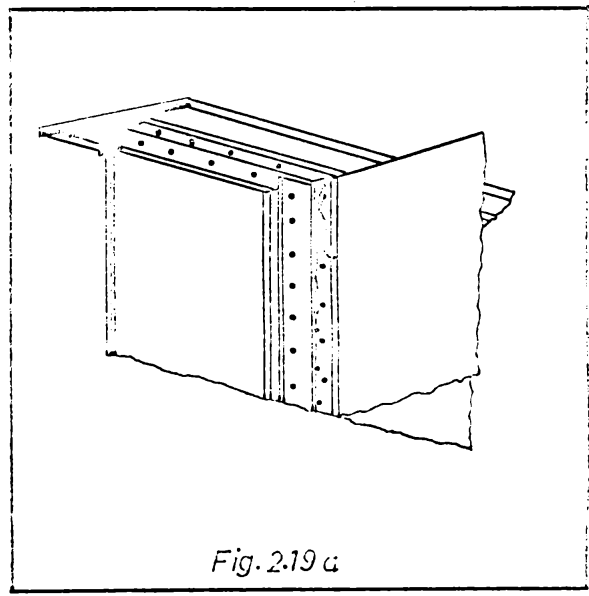


Fig. 2.19 a

La acest tip de prindere, se produc slăbiri de nituri, guruburi sau fisuri în cusăturile de sudură ce fixează diafragmele de înima grinzilor de rulare și de

stâlpi. Adesea, fisurile se propagă în cornierole de prindere a diaframelor, în diafragme, în talpa stâlpului sau în inima grinzii, așa cum se vede în figura 2.29 a, b, c. Dacă grinda de frinare este

cu inimă plină și se prinde rigid de stâlp, atunci foarte des apar fisuri în zona de prindere (fig. 2.2c).

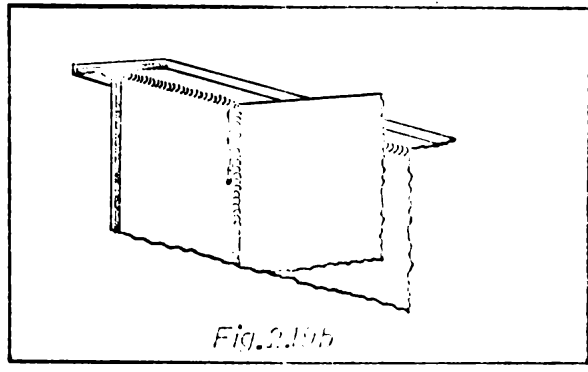


Fig. 2.19 b

În cazul când grinda de frinare este cu săbrele, pe lângă deteriorările care apar la diafragmele verticale, mai apar forfecări de nituri, guruburi sau fisuri /133/,

/234/, în cordoanelor de sudură

care realizează prinderea montanșilor de rezan de talpa grinzii de frinare (fig. 2.21).

Dacă grinda căii de rulare este continuă și grinda de frinare se prinde rigid de stâlpi, atunci apar defecte ca cele evidențiate în figura 2.20, iar dacă grinda de rulare se consideră simplă rezonanță, atunci apar fisuri în culmea, la crino-tale, defecte în elementele de prindere (guruburi, nituri, cordoane de sudură) a acestora de stâlpi.

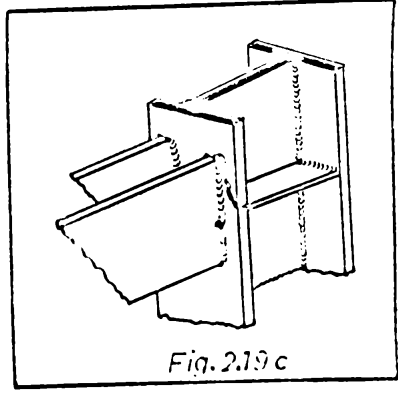
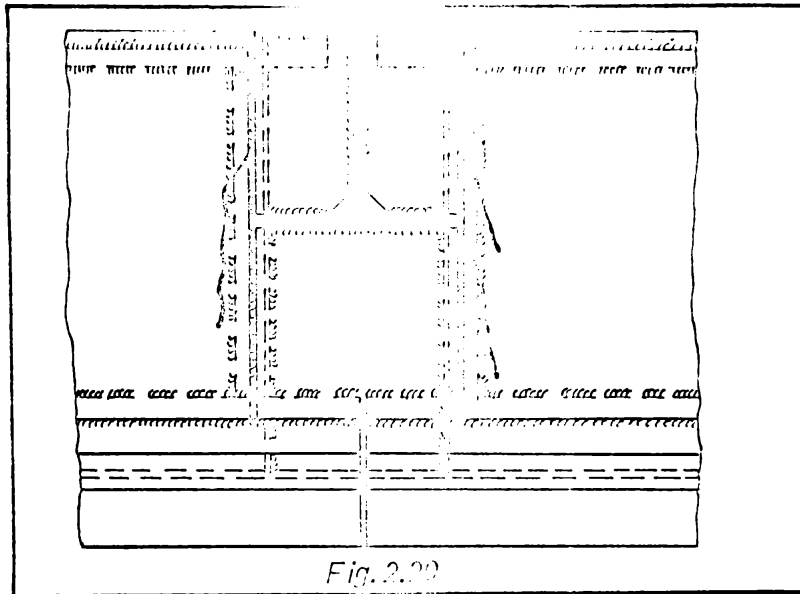


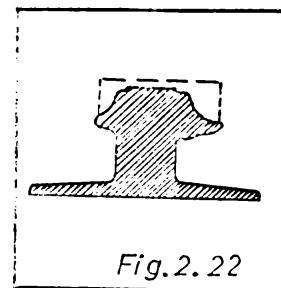
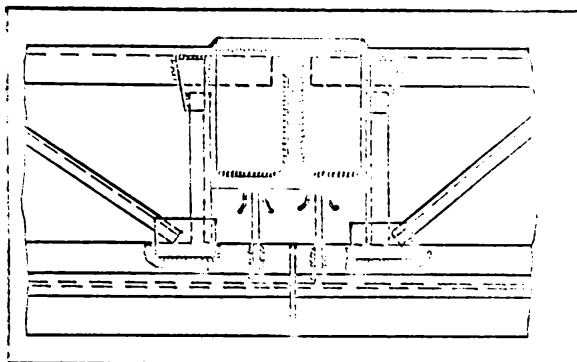
Fig. 2.19 c



2.5. Defecte apărute la girină și la legăturile dintre girină și grinda de rulare.

La ora actuală se cunoaște o gamă largă de dispozitive de fixare a girinelor de grinzile cărilor de rulare. Cu toate acestea alegerea și stabilirea dispozitivelor de prindere a girinei se face

arbitrar, fără a efectua un calcul care să țină seama de toate efectele încărcării



cît și de regimul de lucru al podului rulant. Uneori, numai erorile admise pot conduce la defectarea rapidă a elementelor de prindere, mai ales la podurile rulante cu regim de lucru greu și foarte greu.

Defectele cele mai frecvent întîlnite la girină constau din: uzura laterală a căpenei girinei (Fig. 2.20), distrugerea ca-

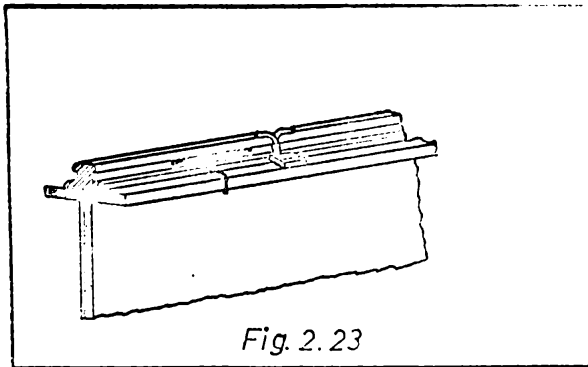


Fig. 2.23

petelor în îmbinări, fisuri în interiorul profilului de șină tip C.F. în zona găurilor de

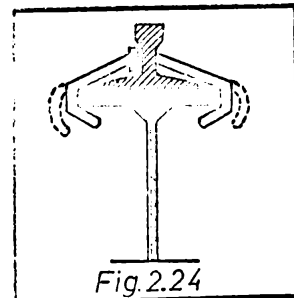


Fig.2.24

prindere cu cârlige de talpă (fig.2.23) /115/. Ca tipuri de elemente de prindere a șinelor de grinzile căilor de rulare se cunosc mai multe sisteme, începând cu gurburi îndoită terminate cu cioc, până la prinderea șinelor cu dispozitive speciale /115/.

Prinderea șinelor de grinzile căilor de rulare cu gurburi cu tije îndoită (fig.2.24) se defectează ușor, gurburile se îndreaptă, se alungesc și adesea se rup.

La prinderea șinelor cu plăcuțe plane sau cu plăcuțe cu arcuire, apar întinderi în gurburile de prindere, uneori se slăbesc

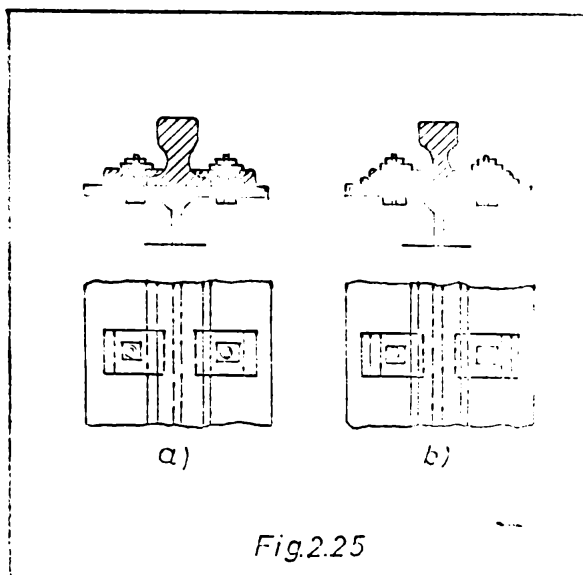


Fig.2.25

și se desface piulițele și se distruge filetul gurburilor de prindere (fig.2.25 a,b). În cazul podurilor de capacitate mică, unde șina se poate prinde direct de talpa grinzii căii de rulare prin cunțuri continue sau întreprinse de sudură, apar fisuri în aceste cusături, care uneori progresașă și în talpa grinzii.

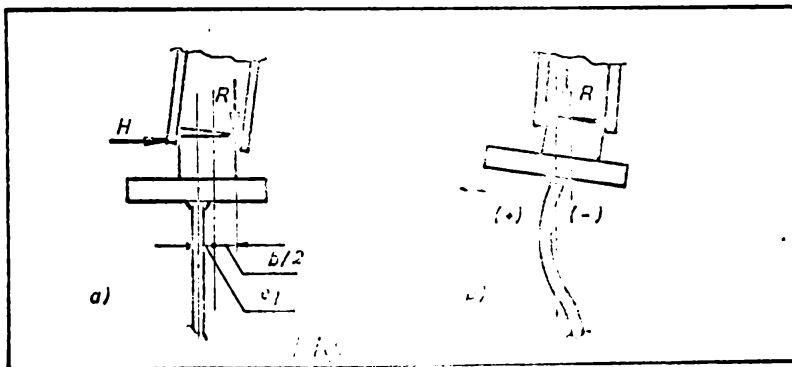
2.6. Cauzele care determină apariția defectelor la grinzile căilor de rulare

Analiza modului de comportare a grinzilor căilor de rulare în exploatare, a defectelor care au apărut sau au fost scoase în evidență în sarcinile pe care le-au suportat în timpul studiului, a

încărcărilor și metodelor de calcul care au stat la baza proiectării grinzilor căilor de rulare, permite să se scoată în evidență unele cauze care au dus la aceste defecte.

Majoritatea defectelor care au apărut la grinda de rulare au fost localizate în zona tălpii superioare, cum sunt: fisuri în cordoanele de sudură și în materialul de bază, atât în inima grinzii cât și în talpă (fig.2.1), fisuri în cornierole de prindere a tălpii de inimă, forfecări de nituri (fig.2.2) etc. La o analiză atentă a fisurilor /95/, /96/ s-a constatat că suprafața de rupere în majoritatea cazurilor este netedă, lustruită, fără deformații mari, iar cercetările metalografice au scos în evidență că linia de rupere (figura) nu a urmat conturul cristalelor ci le-a traversat pe acestea. Aceasta atestă că defectele care au apărut sînt o consecință a mai multor cauze /93/, /96/. În primul rînd, acțiunea continuă a forțelor verticale mari, aduse de podurile rulante, determină un regim de lucru greu și chiar foarte greu, ceea ce duce la oboseala materialului. Pe de altă parte, cu toate că în majoritatea cazurilor, forțele verticale aduse de podurile rulante se pot determina suficient de exact, totuși sînt cazuri cînd forțele luate în calcul sînt depășite cu mult de forțele reale aduse de roțile podului /170/. Aceasta se întîmplă în special la podurile cu zveltețe ridicată.

O altă cauză o constituie excentricitatea înădrișii utile, care se datorează fie poziției greșite a roții pe gîmă, fie răsămării defectuoase a gîmei pe grinda căii de rulare, fie prezenței forței transversale (H), existînd posibilitatea ca toate aceste acțiuni să apară simultan (fig.2.26 a). Forțele verticale se aplică



cu o excentricitate admisă de + 15 mm /252/ sau pînă la 1/4 din lățimea gîmei /52/ față de axa verticală a grinzii căii de rulare.

În realitate, mărirea excentricității reale, poate

atinge valori mult mai mari decît cele admise, ajungîndu-se la ± 40 mm. Pe de altă parte, așa cum rezultă din figura 2.26 a, încăr-

carea de pe roată nu cade exact pe axa gîncii de rulare iar aceasta din urmă poate fi și ea deplasată în raport cu axa grinzii ajungînd în final la o excentricitate relativă de $\pm (45 \dots 60)$ mm /101/. Din cauza excentricității cu care se transmit forțele verticale est și din cauza forțelor orizontale transversale /87/, grinda cîii de rulare este supusă la rîsucirea generală și la rîsucire locală între nervurile de rigidizare, ceea ce duce la apariția unor eforturi suplimentare. Rîsucirea generală a grinzii și mai ales cea locală a zonei superioare, constituie una din cauzele care determină apariția fisurilor în inima grinzii sau forfecarea niturilor de gît și de cap din zona superioară a grinzii (fig.2.1, 2.2, 2.3). Cu toate acestea, după metodele actuale de calcul nu se ține seama de efectul defavorabil al soldăturii la rîsucire asupra comportării grinzilor cîilor de rulare în exploatare. Sub influența încălzirii excentrice, inima grinzii de rulare poate fi considerată ca o placă rezemată elastic pe π în întins și încălzită la partea superioară cu un moment de inerție I_{00} /103/, /109/ variabil cu poziția forței concentrate și care va produce pe o față a inimei efort de întindere (fig.2.20 b) și pe cealaltă efort de compresie.

Peste această stare de eforturi unitare se mai suprapune starea de eforturi unitare din încălziri locale care poate atinge valori mari, mai ales în dreptul joantelor gînelor de rulare, în special dacă acestea prezintă găbituri (fig.2.23). Din această cauză pot apărea fisuri, ca rezultat al obosirii materialului, chiar și în grinzile cîilor de rulare simplu rezemate. Apariția fisurilor este favorizată și de prezența unor concentratori de eforturi (fig.2.3, 2.12). Avînd în vedere caracterul periodic al eforturilor unitare provenite din forțe concentrate mobile, care se suprapun peste starea generală de eforturi unitare din înovocire (σ) și tăiere (τ), fisurile care apar în zona superioară a grinzii, în inimă și în talpă, sînt o consecință a obosirii materialului.

Din cauza obosirii materialului est și din cauza înovocirii și rîsucirii locale, apar fisuri în cordoanele de sudură dintre platbansile tîlpii superioare (fig.2.5).

Pentru a preveni apariția defectelor protimpurii la grinzile cîilor de rulare, trebuie luat în considerare fenomenul de obosală atît în ce privește materialul de bază est mai ales elementele de prindere. După cum este cunoscut, sudurile de colț se comportă rău la obosală, mai ales atunci cînd nu se realizează o

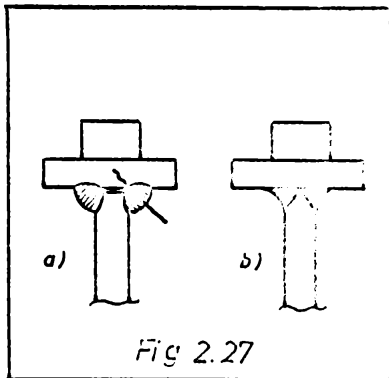


Fig 2.27

plănușare completă (fig.2.27 a) și de aceea se recomandă suduri în adâncime (fig.2.27b) sau prin alăturarea constructivă a grinzii să se evite cusătura de sudură într-o zonă mai puțin solicitată/105/100/.

Defectele arătate în figurile 2.6, 2.7, 2.8, se datorează stării complete de eforturi unitare ce dăunează în ansamblul tulpii superioare. Datorită concentrării de eforturi cât și obocelii materialului de îmbinare, s-a desprins platbanda de con-

solidare a grinzii căii de rulare, care în mod greșit a fost prinsă numai cu corzoane întortoche. Figura a pornit din eraterul incipient, mergând pe corzoanele de sudură până în secțiunea în care în grindă s-a atins capacitatea de rezistență, iar de acolo a înaintat în materialul de lemn al tulpii și inimii (fig.2.11).

Cu toate că grinzile cu doi porogi se comportă mai bine în exploatare, totuși și în ele apar defecte ca cele prezentate în figurile 2.13 și 2.14. Aceste defecte se datorează atât unei subdimensionări (inimile sînt prea subțiri) cât mai ales slabei execuții folosind suduri în relief executate pe o singură parte și nepătrunse suficient.

Complexul de cauze descrise mai sus, arată condițiile grele de lucru ale părții superioare a grinzii căii de rulare, care determină apariția defectelor. La grinzile sudate, în aceste condiții apar eforturi unitare permanente și concentrări de eforturi unitare din procesul de fabricație care se suprapun peste cele din încărcările exterioare și duc la apariția fisurilor și a defectelor în general.

Majoritatea defectelor care apar la grinzile orizontale de frînare (fig.2.15 și 2.16), se datorează faptului că nu se cunosc în măsură suficientă forțele orizontale care încercă aceste grinzi. Dacă forțele verticale din pedurile rulante se determină suficient de exact, atunci forțele orizontale se determină mult prea aproximativ. Forțele orizontale transversale care se predau de la pedul rulat la grinda de frînare se determină suficient de convențent, iar de caracterul lor dinamic (după normele românești) se ține seama printr-un coeficient dinamic (C_d) a cărui mărime variază de la 1,0 pînă la 2,5.

Dar, lângă forțele provocate de frînarea căruciorului, grinzilor de sus și de jos mai predau forțe provenite din denivelarea podului, din înșoponirea podului și mai ales forțele orizontale care apar la transportul răsii în diagonală /20/,/97/.

Mărimea acestor forțe depinde de construcția podului, de viteza de deplasare, de starea căii, rigiditatea podului, precum și de alți factori pe care coeficientul (C_3), pe lângă efectul dinamic, nu-i poate acoperi /97/. De aceea, determinarea convențională a forțelor transversale orizontale nu reflectă mărimea lor reală. Așa se ajunge ca de multe ori, forțele orizontale luate în considerare să fie în realitate depășite de cîteva ori, lucru ce duce la defecte și avarii. Nouastă afirmație, care pînă nu de mult era de domeniul prezumției s-a dovedit prin cercetări experimentale efectuate în S.U.A., R.F.G. Germaniei, URSS, etc /146/,/155/,/292/. Pe baza a numeroase cercetări experimentale efectuate pe un mare număr de poduri rulante /176/ s-a stabilit că forțele orizontale transversale (pe o roată a podului) ajung în medie la valori egale cu $1/10$ din reacțiunea verticală a răsii podului.

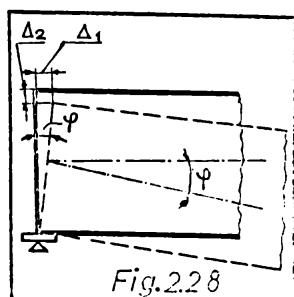
Alte cauze care favorizează apariția defectelor, mai ales în zona de îmbinare a grinzii orizontale cu talpa grinzii verticale, se datorează faptului că se neglijează eforturile unitare suplimentare provenite din contactarea celor două grinzi, precum și adesea slabei calități a execuției acestei îmbinări.

Unole defecte (fig.2.17) apar mai rar și ele se datorează slăbirilor practice făcute fie cu scop constructiv fie cu scop tehnologic.

Defectele care apar la prinderile grinzii de rulare și a celei de frînare de stîlpi (figs.2.18, 2.19), se datorează faptului că nu se ține seama de deformațiile acestor grinzi în dreptul secțiunii de rezan.

În cazul grinzii căii de rulare simplu rezemată, din în-covoiere în plan vertical, secțiunea de pe rezan se rotește cu unghiul (φ). Capetele cămășii superioare, din această cauză, se deplasează în direcție orizontală cu mărimea (Δ_1 (fig.2.20)).

În afară de aceasta, secțiunea de rezan a grinzii sub acțiunea reacțiunii verticale, se deformează elastic și talpa superioară a grinzii se deplasează pe verticală cu mărimea Δ_2 . Aceste deformații Δ_1 și Δ_2 pot introduce eforturi mari în dia-fragmele orizontale și verticale care să determine apariția defectelor de tipul celor arătate în figurile 2.18 și 2.19, a, b, c.



În calculele de proiectare grinda de frânare se consideră simplă rezemată, iar prin prinderea ei de stâlpi se realizează o încastrare parțială (fig.2.20). Din această cauză, eforturile unitare suplimentare datorită momentelor încovoietoare de pe reazem, duc la distrugerea prinderii.

Analiza distrugerii diferitelor prinderi și observarea dezvoltării lor, confirmă cele arătate mai sus și este în evidență necesitatea îmbunătățirii calculului prinderilor pe baza condițiilor reale de lucru ale grinzilor de rulare și de frânare.

Defectele ginelor de rulare și a prinderilor acestora de talpa grinzii de rulare, constatate de multe ori cauză unor defecte în grinda de rulare sau de frânare. De aceea trebuie analizate cauzele care produc defectele ginelor de rulare și a dispozitivelor de prindere. Uzura laterală a ciupercii ginei (fig.2.22) se produce ca urmare a unei prelucrări necorespunzătoare a ginei, a unor toleranțe de montaj depășite, cât și datorită jocului mare al roșilor podului rulant. Defecte ca: găuriri ale capetelor ginelor (fig. 2.23) sînt foarte frecvente și se datoresc jocului produs de roșile podului.

Prinderea ginelor (tip G.P.) cu ajutorul guruburilor cu tije îndoită sau a ginelor speciale de pod rulant (notate cu K.P. după lista sovietică de abrevieri) cu plăcuțe și guruburi, se deteriorează din cauză deșchiră repetată a forțelor orizontale. Tijele îndoite ale guruburilor se ucidă (fig.2.24), guruburile se alungesc se slăbesc piulițele și adesea se rup (fig.2.25).

Ruperea guruburilor se produce de obicei în zona slăbită prin filetare. În cazul când gina este sudată de talpa grinzii, din aceleași cauze apar fisuri în cordoanele de sudură.

Marea varietate a defectelor ce au apărut la elementele ansamblului grinzilor căilor de rulare se datoresc și faptului că metodele de calcul folosite nu au ținut seama de conlucrarea și comportarea reală ai ansamblului și nici nu au luat în considerare toate efectele înfrînării cauzate de pedurile rulante. Aceste efecte secundare, așa cum s-a văzut, pot reprezenta o parte însemnată din cauzole care determină apariția defectelor la grinzile căilor de rulare.

În unele cazuri defectele au fost cauzate și de alegerea necorespunzătoare a materialului de bază și de adăos. S-au folosit oțeluri necalzate pentru alinierea și realizarea în variantă sudată a grinzilor căilor de rulare, fapt ce a favorizat apariția defectelor în suduri sau în zonele influențate termic. Defecte ca: pori, incluziuni de aer, rugozități etc., reprezintă puncte de concentrare de eforturi și de amorțare a fisurilor. De aici rezultă importanța deosebită a aliniării judicioase a secțiunii grinzilor căilor de rulare, a stabilirii unei tehnologii adecvate de execuție, a calității sudurilor, în vederea prelungirii duratei de exploatare a grinzilor căilor de rulare.

2.7. Concluzii asupra stării actuale a grinzilor căilor de rulare

Pe baza analizei modului cum se stabilesc încluzările, se alcătuiască și se proiectează grinzile căilor de rulare, din analiza defectelor prezentate cât și a cauzelor care le-au generat, se pot trage concluzii importante pe baza cărora să se îmbunătățească metodele de calcul și tehnologia de execuție astfel ca să se poată ajunge la o creștere a duratei de exploatare și o îmbunătățire a siguranței în exploatare a grinzilor căilor de rulare:

a) Forțele verticale cauzate de roțile podurilor rulante se vor determina după STAS 600-60, iar în cazul unor poduri rulante speciale cu școltoare răsucite, la care ar putea avea loc o repartiție neuniformă a încluzărilor pe roți, se vor face determinări experimentale. Caracterul dinamic al forțelor verticale este acoperit de coeficienții dinamici a căror valori sînt date în STAS 765/1-71 și STAS 4907-69 și sînt comparabile cu valorile date de alte norme străine;

b) Avînd în vedere rezultatele unor cercetări recente /176/, se apreciază că forțele dinamice transversale din podurile rulante trebuie să se determine experimental, pînă cînd se vor stabili relații de calcul sau niște coeficienți cu ajutorul cărora să se poată obține niște forțe apropiate de cele reale.

c) Avînd în vedere comportarea reală al ansamblului grinda de rulare-grinda de călcare la producerea efectelor principale și secundare ale încluzărilor cauzate de podurile rulante, se consideră că este necesar ca în calculele de proiectare să se țină seama de conlucrarea celor două elemente.

Printr-un calcul spațial al ansamblului grinzilor căilor de rulare se poate cunoaște starea de eforturi unitare în orice punct din secțiunea transversală și în orice secțiune de pe lungimea grinzii și se poate interveni în mod corespunzător în alcătuirea grinzilor căilor de rulare.

Având în vedere dimensiunile mici (grosimea și laturile conturului) ale secțiunii transversale ale ansamblului în raport cu lungimea (mare) a grinzilor de rulare, se poate aplica teoria barelor cu pereți subțiri în calculul ansamblului grinzilor căilor de rulare /221/, /236/, /237/. Prin calculul ansamblului grinzilor căilor de rulare ca bare cu pereți subțiri /30/, /119/, /127/, /201/ cu secțiune simplă concavă, dublu și multiplu concavă /28/, /29/, /29a/, /172/, /206/, /236/, sau ca grinzi /35/, /38/, /142/, solicitate la încovoiere oblică cu răsucire, se poate determina starea de eforturi unitare în orice punct al secțiunii, cu relația cunoscută:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x + \frac{B}{I_\omega} \omega \quad (2.1)$$

și în consecință se pot lua măsurile necesare pentru evitarea unor defecte.

d) Pentru a putea prinde în calcul fenomenul de oboseală, care este cauza multor defecte, trebuie stabilit cât mai exact nivelul și mărimea eforturilor unitare (normale și tangențiale), deoarece acestea determină caracterul ciclului. În funcție de coeficientul de asimetrie al ciclului, se poate determina rezistența la oboseală a materialului de bază și de înbinare din zona superioară a grinzii de rulare. Calculul la oboseală al grinzilor căilor de rulare, după norme și standardele în vigoare, este depășit și nu reușește să pună în evidență în măsură suficientă fenomenul, motiv pentru care se cere să fie revizuit. În străinătate sînt întreprinse cercetări în acest sens /90/ și printr-o cooperare pe tărîm științific s-ar putea ajunge la o metodă de calcul, la oboseală, adecvată.

e) Pentru a evita defectele din zona prinderii grinzii orizontale de grinda căii de rulare, pe lângă eforturile unitare normale (σ), se vor calcula și eforturile unitare tangențiale, cu relația cunoscută de la bare cu pereți subțiri;

$$\tau = \frac{M_x S_x}{I_x} + \frac{M_y S_y}{I_y} + \frac{M_z t}{I_z} + \frac{M_{\text{rot}} S_\omega}{I_\omega} \quad (2.2)$$

Correspunzător stărilor de eforturi unitare cunoscute, se vor realiza cusăturile de sudură. Pentru o bună comportare la oboseală a prinderii, se recomandă folosirea unor cusături de sudură continue pe toată lungimea.

f) La proiectarea prinderilor ansamblului grinzilor căilor de rulare de stâlpi trebuie să se țină seama de comportarea lor reală. Pentru a nu se împiedica deformările care apar, este recomandabil ca aceste prinderi să fie elastice, sau dacă se realizează rigide, să se țină seama de calcule de eforturi care se dezvoltă în elementele de prindere.

g) Este necesar să se stabilească pe cale experimentală influența prinderii rigide sau elastice a gîncii asupra stării de eforturi unitare din inima grinzii căii de rulare.

h) Pentru a reduce nivelul eforturilor unitare locale, se recomandă ca între talpa gîncii și talpa grinzii căii de rulare să se introducă o bandă continuă dintr-un material cu modulul de elasticitate (E) mai mic decât al oțelului normal. În particular, se poate folosi și o bandă de oțel cu caracteristici elasto-plastice bune, cum ar fi OL 32; OL 34. De ce altă parte, din aceleași motive, se recomandă ca inima grinzii în zona superioară să se îngroașe cât se poate mai mult.

i) După importanță, evident nu pe ultimul loc /92/, trebuie studiată alegerea și forma constructivă al ansamblului grinzilor căilor de rulare care se prezintă cel mai bine pentru complexul solicitărilor care apar, precum și tipurile de rigidizări folosite și influența lor asupra stării de eforturi unitare.

X

X X

plecînd de la situația actuală a grinzilor căilor de rulare, care a făcut obiectul primei părți a lucrării de față și se încheie cu concluziile de mai sus, dezvoltarea în continuare a lucrării de doctorat va căuta să aducă contribuții în elucidarea unora dintre problemele ridicate în următorul paragraf.

STUDIUL CONLUCRĂRII SPAȚIALE AL ANSAMBLULUI
GRINDA DE RULARE - GRINDA DE FRÂNARE LA PRE-
LUAREA EFECTELOR PRINCIPALE ALE ÎNCĂRCĂRILOR*

III

3. ELEMENTE GENERALE

3.1. Sistemul de axe de referință utilizat

În lucrarea de față se va folosi ca sistem de referință, după /220/, un triedru triortogonal drept, având axa Oz în lungul barei și axele Ox și Oy în planul secțiunii transversale (Fig.3.1).

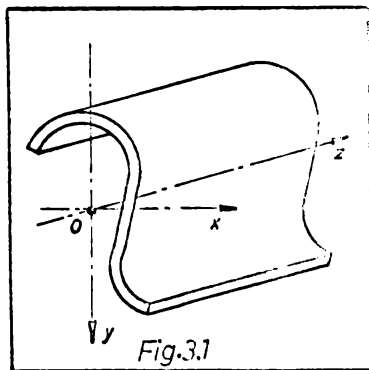


Fig.3.1

Pentru simplificarea scrierii și a reginerii cu ușurință a convenției de semn, s-a ales sistemul de referință cartezian drept.

La alegerea sistemului de axe s-a ținut seama și de prevederile standardelor de profile laminate (STAS 565-71, STAS 564-71, STAS 424-71, STAS 425-70 etc) după care, în planul secțiunii transversale s-au ales axele xOy . În felul acesta, axa Oz a devenit în mod

automat axa barei.

3.2. Convenția de semn

În cazul general al barelor cu pereți subțiri, sub efectul încărcărilor exterioare și a deplasărilor (liniare și rotații) din secțiunea transversală, într-o secțiune curentă ($z=ct$) a barei

*Această parte a lucrării (la rândul său), completată cu rezultatele experimentale aferente, a fost prezentată la Conferința de Construcții metalice de la Timișoara, din 15-17 octombrie 1973 cu tema: "Studii teoretice și experimentale asupra conlucrării spațiale a grinzii căii de rulare cu grinda orizontală de frânare".

pot apare următoarele componente ale eforturilor, numite: forța axială (N), forțe tăietoare (T_x, T_y), momente încovoietoare (M_x, M_y), moment de răsucire exterior (M_e), moment de răsucire interior (M_i), moment de încovoiere-răsucire (M_{ω}) și binoment de încovoiere-răsucire (B).

Pentru calculul acestor eforturi, pe fața din dreapta a secțiunii transversale, se adoptă următoarea convenție de semne și anume:

Efortul axial (N) este considerat pozitiv, atunci când este dirijat după normala exterioară la secțiune și reprezintă un efort de întindere (Fig.3.2.a). În caz contrar este considerat negativ și reprezintă un efort de compresie (Fig.3.2 b).

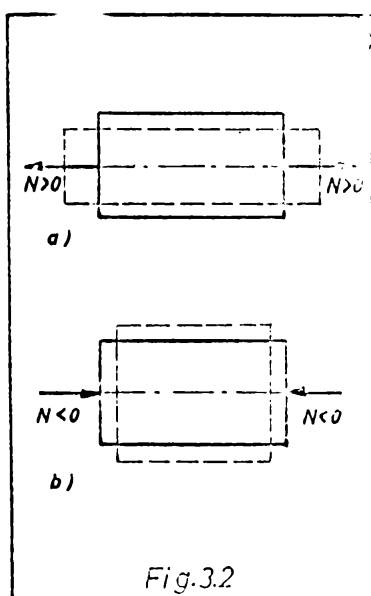


Fig.3.2

În raport de sistemul de axe adoptat, efortul axial (N) este

pozitiv când este dirijat în sens contrar sensului pozitiv al unei Oz (Fig.3.5). Forțele tăietoare se consideră pozitive, în mod convențional, atunci când produce asupra

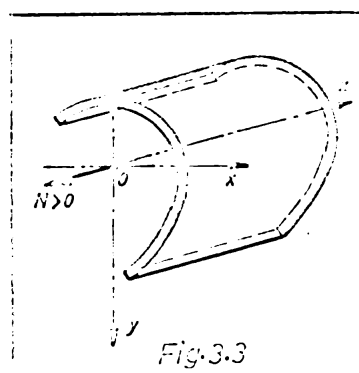


Fig.3.3

elementului de bară, o alunecare similară unei rotiri în sensul acelor unui ceasornic (Fig.3.4).

Pe lângă sistemul de axe, forțele tăietoare (T_y, T_x) se consideră pozitive când sînt di-

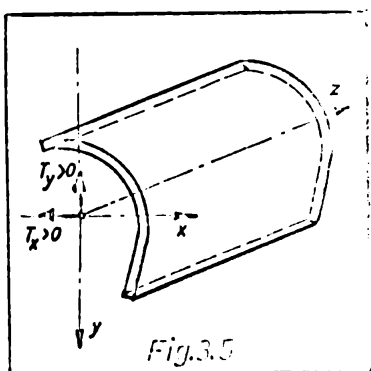


Fig.3.5

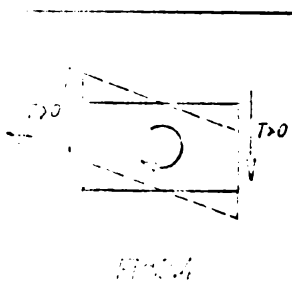


Fig.3.4

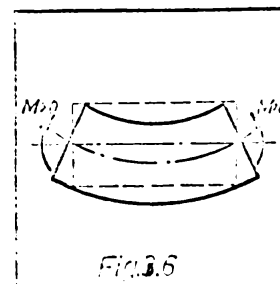


Fig.3.6

rijate în sens contrar sensului pozitiv ale axelor după care acționează (Fig.3.5).

Momentul încovoietor (M) se consideră pozitiv în mod convențional, când produce întinderea fibrelor părții inferioare a barei și comprimarea celor superioare (Fig.3.6).

În raport cu sistemul de axe ales, momentele încovoietoare (M_x, M_y), se consideră pozitive atunci când vectorii acestora (M_x, M_y) sînt dirijați astfel încît, dacă un observator privește în sensul pozitiv al axei $O_x(O_y)$, în partea dreaptă să aibă fibre întinse.

Prin urmare momentele încovoietoare (M_x, M_y) sînt pozitive atunci când vectorii lor (M_x, M_y) sînt dirijați în sens contrar sensului pozitiv al axelor din planul secțiunii transversale (fig.3.7)

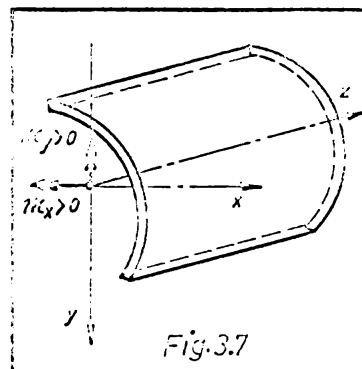


Fig.3.7

Momentul de răsucire exterior (M_r, m_r), convențional se consideră pozitiv /35/, atunci când rotește în sens orar dacă privim în sensul pozitiv al axei O_z .

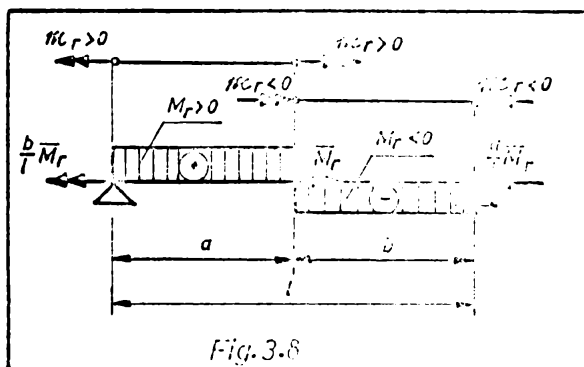


Fig.3.8

Momentul de răsucire interior total (M_r) se consideră pozitiv pe acea parte a barei la capetele căreia vectorii moment (M_r) sînt dirijați spre exterior (fig.3.8). Prin urmare, pe fața din dreapta momentul de răsucire interior (M_r) este pozitiv când rotește în sens

trigometric iar vectorul său este dirijat în sens invers sensu-

lui pozitiv al axei O_z (fig.3.9).

Sensul de încovoierere-răsucire (B) ca și a momentului de încovoierere-răsucire (M_{ω}), ajută cum rezultă din /210/, /286/, depinde de:

- 1) Direcția forțelor exterioare (longitudinale, transversale)
- 2) Sensul de acționare a forțelor exterioare

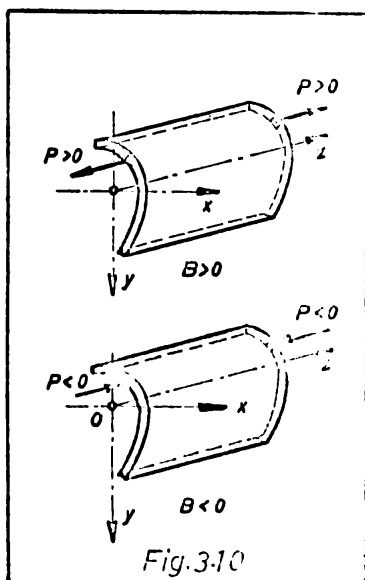


Fig.3.10

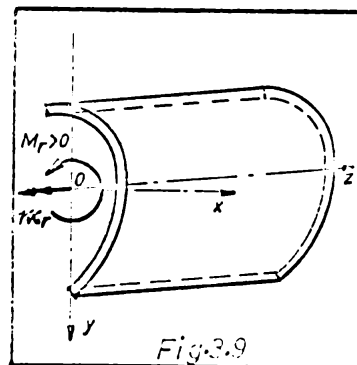
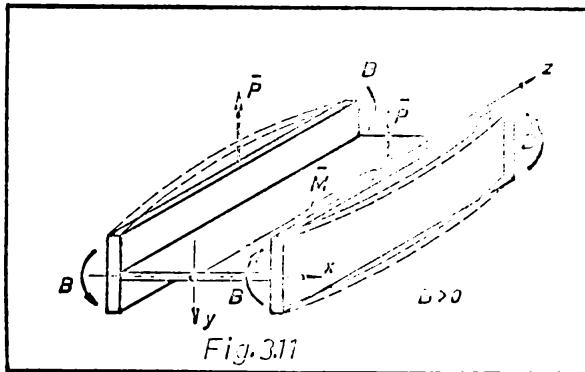


Fig.3.9

- 3) Semnul no exteriorare a secțiunii ($z = ct$), unde se aplică forța (P).
4. Semnul coordonatei sectoriale care corespunde cu a bimomentului.

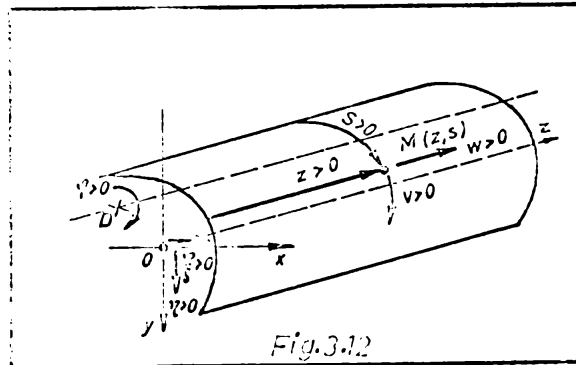


Normala exterioră se consideră pozitivă când este dirijată în sensul pozitiv al axei Oz .

În cazul când pe bară acționează forțe axiale și dacă coordonata sectorială (ω) este pozitivă, atunci bimomentul de încovoiere-răsucire are semnul forței axiale (fig. 3.10).

Dacă bara este încovoiată cu forțe transversale și dacă coordonata sectorială (ω) este pozitivă, atunci bimomentul de încovoiere-răsucire (B) este pozitiv dacă produce o deformație similară cu cea produsă de un cuplu de forțe fictive (\bar{P}) care rotește în sens orar și a cărui vector (\bar{M}) este dirijat în sensul pozitiv al axei Oz (fig. 3.11).

Deplasările unui punct (A) din planul secțiunii transversale (ξ), (η), (ζ) și (φ), după cum este cunoscut din literatura de specialitate, se consideră pozitive dacă direcțiile lor coincid cu direcțiile pozitive ale axelor x , y , z , respectiv dacă unghiul (φ)



rotește în sens orar atunci când privim în sensul pozitiv al axei Oz (fig. 3.12). Deplasările unui punct arbitrar $M(z, s)$ din suprafeței mediane $v(z, s)$ și $w(z, s)$, după tangenta (Mt) la linia mediană și după axa barei (Oz), se consideră pozitive dacă se produc în sensul pozitiv al coordonatei curbilinie (s), respectiv în sensul pozitiv al axei z (fig. 3.12).

Coordonata curbilinie (s) se consideră pozitivă, dacă este orientată în sens orar (fig. 3.13).

Coordonata sectorială ($\omega(s)$), se consideră pozitivă dacă

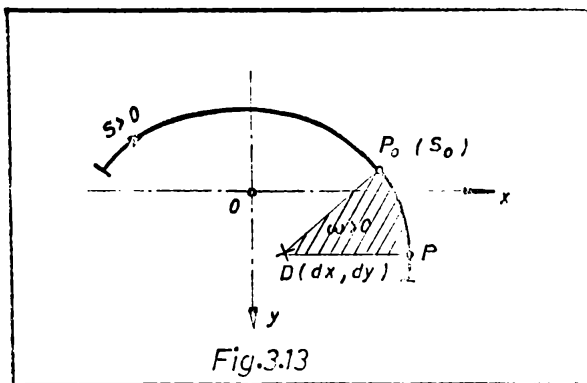


Fig.3.13

naza vectoare (DP) care o descrie rotete în sensul pozitiv al coordonatei curbilinii (s) (fig.3.13).

În acest paragraf s-a precizat convenția de semne pentru principalele mărimi care intră în calculul stării de eforturi unitare și de deformații urmînd ca în cazul în care, în unele părți ale lucrării de față se va apela și la alte mărimi, să se facă acolo precizările necesare.

3.3. Ipoteze și principii fundamentale

3.3.1. Ipoteze în privința materialului

În vederea stabilirii ecuațiilor de condiție, în Teoria elasticității /90/, /244/, /249/ și Rezistența materialelor /36/, /104/, /240/, /245/, se fac o serie de ipoteze asupra structurii materialelor și asupra comportării lor sub solicitări, cum sînt:

1) Ipoteza omogenității și izotropiei. Conform acestei ipoteze, corpurile au aceleași proprietăți fizico-mecanice în orice punct, respectiv după oricare direcție dusă într-un punct dat al materialului.

Elementele de construcție, care sînt corpuri reale, nu sînt perfect omogene și nici perfect izotrope. Ipoteza se aplică cu multă exactitate la calculul elementelor de construcție din oțel.

2) Ipoteza elasticității perfecte. Pînă la anumite valori ale eforturilor unitare, materialele studiate de Teoria elasticității (în special oțelul) se consideră perfect elastice. Deformațiile cauzate prin aplicarea forțelor, dispar odată cu anularea acestora și corpul revine la forma și dimensiunile inițiale. Pentru solicitările în domeniul elastic se consideră că între eforturi unitare și deformații există o relație liniară, legea lui Hooke. Ca o consecință a acestei relații, în problemele de Rezistența materialelor și Teoria elasticității se poate aplica principiul suprapunerii efectelor.

3) Ipoteza continuității structurii. Structura materiei din care este alcătuit corpul se consideră convențional continuă, cu toate că fizica modernă infirmă acest lucru. Admițând această ipoteză, avem posibilitatea să operăm cu funcții continue ceea ce este mult mai simplu și mai ușor în practică decât dacă am considera corpul ca un ansamblu de particule discrete, separate. Structura discontinuă cere pentru studierea sa un aparat matematic mai complicat.

4) Ipoteza micilor deformații. Conform acestei ipoteze, deformațiile corpurilor produse sub acțiunea solicitărilor sînt mici și neglijabile în comparație cu dimensiunile generale ale corpurilor. Aceasta face ca ecuațiile de echilibru din Mecanica construcțiilor să poată fi studiate pentru corpul deformat la fel ca pentru cel nedeformat. În felul acesta, deformațiile de ordin superior care apar în relațiile de calcul pot fi neglijate în raport cu deformațiile de bază (la puterea întâi).

5) Ipoteza secțiunilor plane (Ipoteza lui J. Bernoulli). Secțiunile plane și normale pe axa barei înainte de deformare rămîn plane și normale pe axa medie deformată a barei după deformare.

Ipoteza secțiunilor plane rămîne valabilă pentru deformațiile produse de eforturile unitare normale. Se neglijează efectul eforturilor unitare tangențiale.

3.3.2. Ipoteze de bară *)

6) Lungimea barei este mare în comparație cu dimensiunile secțiunii transversale.

7) Suprafața laterală a barei este neîncărcată. În consecință nu există eforturi unitare pe suprafața laterală, iar eforturile unitare tangențiale într-o secțiune transversală sînt dirijate după conturul acesteia.

8) Conturul secțiunii transversale nu se modifică sub încărcări. Se neglijează efectul contracției transversale și datorită ipotezei șapte, componenta efectului unitar normal perpendiculară pe planul suprafeței mediane este nulă.

3.3.3. Ipoteze de pereți subțiri

9) Grosimea peretelui barei este mică în raport cu dimensiunile secțiunii transversale.

*) Ipotezele de bară și de pereți subțiri s-au scris ținînd seamă de indicațiile bibliografice /2/, /226/, /221/, /286/.

10) Se poate neglija variația de direcție și mărime a eforturilor unitare normale și tangențiale pe grosimea peretelui. Excepție fac barele cu pereți subțiri cu profil simplu conex supuse la răsucire liberă, unde se admite că eforturile unitare tangențiale variază liniar pe grosimea peretelui.

11) La profilele deschise (simplu concxe) se neglijează efectul lunecării specifice pe linia mediană a secțiunii transversale în comparație cu efectul celorlalte deformații.

12) Se iau în considerație efectele deformațiilor produse de eforturile unitare tangențiale (τ) asupra repartiției eforturilor unitare normale (σ).

3.3.4. Principii fundamentale

Pe baza ipotezelor de calcul admise, se vor utiliza, în cele ce urmează, următoarele principii:

13) Principiul suprapunerii efectelor, conform căruia eforturile unitare, deformațiile și deplasările sînt funcții liniare de încărcări; efortul unitar, deformația specifică sau deplasarea produsă într-un punct al barei de un sistem de forțe se obține însumînd eforturile unitare, deformațiile sau deplasările produse în acel punct de fiecare forță în parte.

14) Principiul lui Barré de Saint-Venant după care, dacă se înlocuiesc forțele concentrate care acționează asupra unui element de suprafață al unui corp elastic printr-un alt sistem de forțe (distribuite), echivalent din punct de vedere static cu primul, noua distribuție a forțelor produce la locul de aplicare diferențe apreciabile față de prima, dar rămân fără efect sau cu efect neglijabil la distanțe (față de punctul de aplicare), ce depășește ordinul de mărime al dimensiunilor secțiunii transversale. De aici rezultă că forțele sau cuplurile aplicate pe o zonă mică a unui corp dau naștere în acel corp la eforturi unitare și deformații care, cu excepția unei zone mici din jurul punctelor de aplicație, depind numai de acțiunea lor rezultată și nu de modul lor de distribuție în zona de aplicare.

4. TEORIA INCOVOIERII BARELOR CU PERETI SUBTIRI

4.1. N o t a ț i i

- G - centrul de greutate al secțiunii transversale
 D - centrul de forfecare al secțiunii transversale
 \bar{x}, \bar{y} - coordonatele cartesiene în planul secțiunii transversale, cu originea (o) și direcțiile arbitrare
 \bar{x}, \bar{y} - coordonatele cartesiene în planul secțiunii transversale, cu originea (o) în centrul de greutate (G) și direcțiile arbitrare
 x, y - coordonatele cartesiene în planul secțiunii transversale, cu originea (o) în centrul de greutate (G) și direcțiile în sensul axelor principale de inerție
 \bar{z}, z - coordonatele în direcția axei longitudinale a barei
 l - lungimea barei
 s - coordonata curbilinie în direcția liniei mediane a secțiunii transversale
 S - lungimea totală a liniei mediane a secțiunii transversale
 δ - grosimea peretelui
 b_{ik} - lățimea plăcii drepte (ik) din centrul secțiunii transversale
 δ_{ik} - grosimea plăcii drepte (ik) din conturul secțiunii transversale
 $d(r)$ - distanța de la punctul de rotire (A) din planul secțiunii transversale până la dreapta-suport a forței de forfecare elementare (dL), tangentă la linia mediană a secțiunii transversale.
 A - aria secțiunii transversale
 A_i - aria secțiunii transversale a plăcii drepte (ik)
 A_m - aria secțiunii închise de linia mediană
 S_x, S_y - momentele statice în raport cu axele centrale
 I_x, I_y - momentele de inerție centrale
 $I_{x,y}$ - momentul de inerție centrifugal în raport cu axele centrale
 S_x, S_y - momentele statice în raport cu axele principale
 I_x, I_y - momentele de inerție axiale principale
 α - unghiul de rotire a axelor

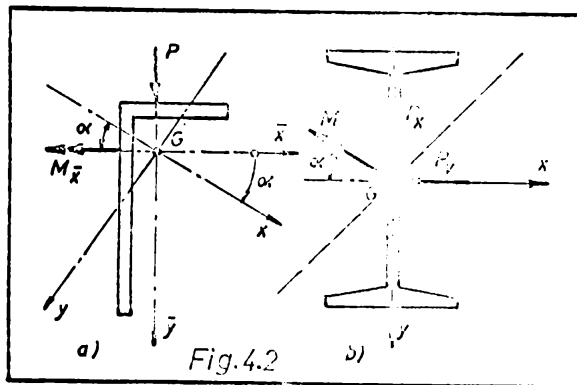
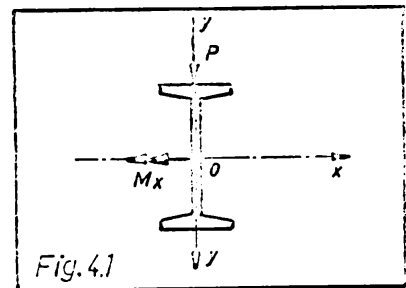
- N - efortul axial de întindere sau compresiune.
- $\left. \begin{matrix} T_{\bar{x}}, T_{\bar{y}} \\ T_x, T_y \end{matrix} \right\}$ - forțele tăietoare.
- $\left. \begin{matrix} M_{\bar{x}}, M_{\bar{y}} \\ M_x, M_y \end{matrix} \right\}$ - momentele încovoietoare.
- σ_z - efortul unitar normal din încovoiere.
- τ_T - efortul unitar tangențial din forțe tăietoare.
- t - fluxul de forfecare.
- L_{ik} - forța de forfecare pe lățimea plăcii drepte (ik) din contur, provenită din (t).
- t_T - fluxul de forfecare din forțe tăietoare
- L_{Tik} - forța de forfecare pe lățimea plăcii (ik) din contur, provenită din (t_T).
- t_T^o - fluxul de forfecare din forțe tăietoare la profile simplu conexe.
- $L_{T_{ik}^o}$ - forța de forfecare pe lățimea plăcii (ik) din contur, provenită din (t_T^o).
- t_T^i - fluxul de forfecare din forțe tăietoare la profile dublu conexe
- $L_{T_{ik}^i}$ - forța de forfecare pe lățimea plăcii (ik) din contur, provenită din (t_T^i)

4.2. Generalități

Încovoierea pură este solicitarea la care este supusă o bară, atunci când are în lungul ei un moment încovoiător constant și ca atare forța tăietoare este nulă în orice secțiune. În practică, o astfel de solicitare se întâlnește rar, în cazuri particulare de încărcare a barei. În general, încărcările ce solicită barele produc în secțiune forțe axiale, forțe tăietoare, momente încovoietoare, momente de răsucire etc. Când planul forțelor conține și una din axele principale de inerție ale secțiunii transversale (fig.4.1), spunem că încovoierea pură este dreaptă.

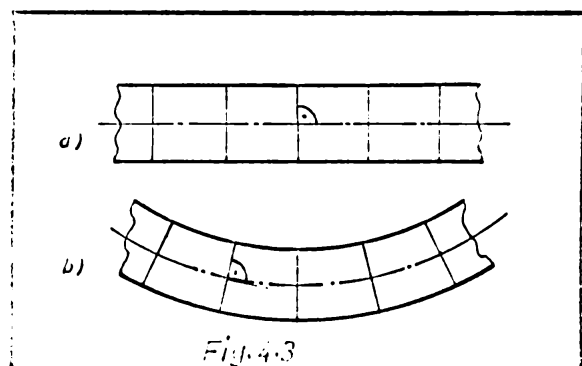
În cazul când forțele care solicită bara nu sînt cuprinse într-un plan principal de inerție sau există două linii de forțe perpendiculare între ele și care se confundă cu axele principale

de inerție, atunci vectorul moment încovoietor rezultat, perpendicular pe planul forțelor, nu se găsește pe nici una din axele principale de inerție (fig.4.2 a,b). În acest caz, în care vectorul moment încovoietor rezultat face un unghi oarecare (α) cu axele principale de inerție ale secțiunii transversale, spunem că bara este supusă la încovoiere oblică.



Toate considerațiile care se fac se referă la bare cu pereți subțiri cu secțiune simplă sau compusă, cu profil simplu, dublu, multiplu conex sau compus, care în stare neîncărcată sînt drepte și prismatice.

În general barele încărcate cu forțe transversale repartizate, concentrate sau repartizate și concentrate, sînt sollicitate la încovoiere cu tîdere. Aceasta face ca într-un punct oarecare al secțiunii transversale să existe, în afară de efortul unitar (σ) și un efort unitar tangențial (τ). Dacă încărcarea exterioară conduce la cazul particular al încovoierii pure, atunci ipoteza lui J. Bernoulli, conform căreia secțiunile transversale normale pe axa barei înainte de deformare (fig.4.3a) rămîn plane și normale pe axa barei deformată (fig.4.3 b), este întocmai satisfăcută. Existența eforturilor unitare tangențiale în secțiune determină apariția deformațiilor de alunecare. Din cauza alunecărilor care apar, secțiunea transversală nu mai poate rămîne normală pe axa curbată a barei, iar din cauza variației neuniforme a eforturilor unitare tangențiale pe secțiune, aceasta se deplanează (fig.4.4). Rezultă că deplanarea este mai accentuată în apropierea fieșii neutre a barei, unde eforturile unitare tangențiale au va-



lori maxime și este mai mică spre fibrele extreme ale secțiunii, unde eforturile unitare tangențiale tind spre zero.

Rezultă deci, că din cauza forței tăietoare, ipoteza lui Bernoulli nu mai este respectată întocmai și deci nici formula lui Navier nu mai este riguros exactă. Dar dacă bara este încărcată cu forțe concentrate, pe fiecare interval dintre două forțe consecutive, forța tăietoare este constantă, ceea ce determi-

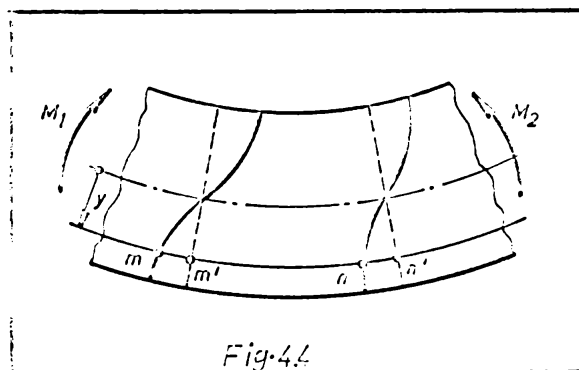


Fig. 4.4

nă aceeași repartiție a tensiunilor tangențiale și aceeași deformații în orice secțiune din intervalul considerat. În acest caz, rezultă că lungimea unei fibre curente (mm), cuprinsă între două secțiuni transversale vecine după deformație, este egală cu lungimea aceluiași element ($m'n'$) calculat după ipoteza secțiunilor plane (fig. 4.4). De aici se deduce că pentru bara încărcată cu forțe concentrate, în calculul de rezistență de ordinul I, se poate folosi ipoteza secțiunilor plane și deci aplicarea formulei lui Navier la determinarea repartiției efortului unitar normal (σ) pe secțiune.

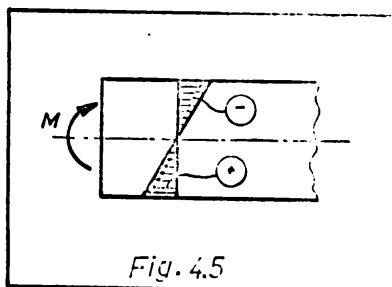


Fig. 4.5

După cum se cunoaște, solicitarea de încovoiere produce eforturi unitare normale (σ) care, după formula lui Navier, variază liniar pe înălțimea secțiunii transversale (fig. 4.5).

În cazul barelor încărcate cu forțe concentrate, supuse la încovoiere, eforturile unitare din vecinătatea punctelor de aplicare a forțelor concentrate nu se pot determina cu ajutorul teoriei elementare a încovoierii (teoriei de ordinul I) și această problemă va face obiectul unui alt capitol din lucrare. În orice caz, după principiul lui B. de Saint-Venant, la o anumită distanță de punctul de aplicare a forței concentrate, apare o stare de eforturi unitare ce poate fi determinată cu ajutorul teoriei de ordinul I. Această distanță de la punctul de aplicare a forței, este ordinul mărimii unei laturi a secțiunii transversale a barei.

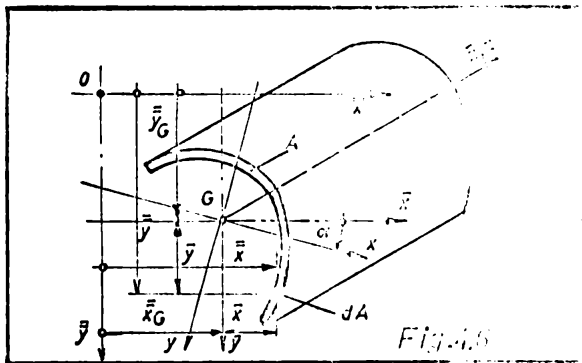
4.3. Eforturi unitare din încovoiere

Starea de eforturi unitare din încovoiere, se poate determina, dacă în prealabil se cunosc principalele caracteristici geometrice ale secțiunii transversale.

În acest scop, ținând seama de /157/, /241/, /242/ etc, se vor prezenta relațiile fundamentale legate de geometria secțiunii transversale a unei bare oarecare, relații ce definesc principalele caracteristici geometrice.

4.3.1. Caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale

Pentru calculul caracteristicilor geometrice se consideră o secțiune transversală oarecare (Fig.4.6) raportată la un sistem de axe cartezian. Centrul de greutate al unei suprafețe (A), se definește față de un sistem de axe arbitrar (\bar{x} o \bar{y}) prin coordonatele (\bar{x}_G, \bar{y}_G), (fig.4.6). Sistemul de axe de referință arbitrar (\bar{x} o \bar{y})



se folosește numai pentru determinarea poziției centrului de greutate. Coordonatele centrului de greutate (\bar{x}_G, \bar{y}_G) se determină cu ajutorul teoremei lui Varignon, considerând că toată aria (A) este concentrată în centrul de greutate (G) al secțiunii transversale, astfel:

$$\bar{x}_G A = \int_A \bar{x} dA \quad \text{și} \quad \bar{y}_G A = \int_A \bar{y} dA$$

de unde rezultă:

$$\bar{x}_G = \frac{\int_A \bar{x} dA}{A} \quad ; \quad \bar{y}_G = \frac{\int_A \bar{y} dA}{A} \quad (4.1 a, b)$$

În practică apar foarte des secțiuni compuse care se pot descompune în figuri geometrice simple (dreptunghiuri) de arie (A_i). În acest caz integralele de mai sus se pot înlocui cu sume finite care se extind asupra figurilor simple în care s-a descompus secțiunea (fig.4.7).

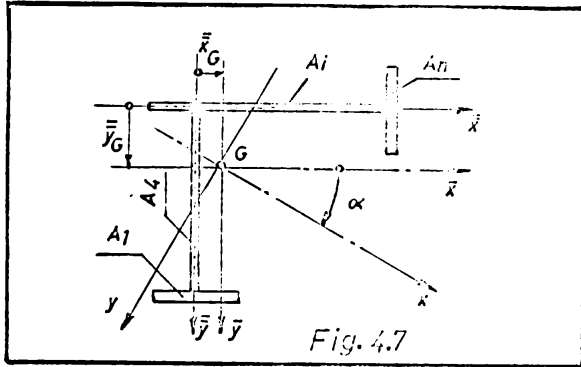


Fig. 4.7

Expresiile (4.1) devin:

$$\bar{x}_G = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_{Gi} A_i}{A} ;$$

$$\bar{y}_G = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_{Gi} A_i}{A} \quad (4.1'a, b)$$

Aici (\bar{x}_{Gi}) și (\bar{y}_{Gi}) reprezintă coordonatele centrului de greutate al plăcii drepte (A_i) din secțiunea compusă.

Momentul static al unei suprafețe (A) (fig.4.6) în raport cu o axă oarecare, caracterizează poziția relativă a secțiunii transversale în raport cu acea axă și se exprimă:

- Față de axe oarecare:

$$S_{\bar{x}} = \int_A \bar{y} \, dA \quad ; \quad S_{\bar{y}} = \int_A \bar{x} \, dA \quad (4.2' a, b)$$

- Față de axe centrale:

$$S_{\bar{x}} = \int_A \bar{y} \, dA \quad ; \quad S_{\bar{y}} = \int_A \bar{x} \, dA \quad (4.2'' a, b)$$

Momentul de inerție. Inerția secțiunii transversale (A) în mișcare de rotație față de o axă centrală sau principală este caracterizată prin momentul de inerție al secțiunii transversale față de acea axă. Matematic, momentele de inerție axiale se definesc prin relațiile:

- Față de axe centrale:

$$I_{\bar{x}} = \int_A \bar{y}^2 \, dA \quad ; \quad I_{\bar{y}} = \int_A \bar{x}^2 \, dA \quad (4.3, a, b)$$

- Față de axe principale:

$$I_x = \int_A y^2 \, dA \quad ; \quad I_y = \int_A x^2 \, dA \quad (4.3' a, b)$$

Momentul de inerție centrifugal exprimă orientarea axelor de coordonate față de secțiunea transversală și este definit prin relația:

$$I_{\bar{x}\bar{y}} = \int_A \bar{x} \bar{y} \, dA \quad (4.4)$$

Pentru determinarea axelor principale de inerție (x și y), trebuie să rotim sistemul de axe centrale (\bar{x} și \bar{y}) în jurul centrului de greutate (G) al secțiunii cu unghiul (α). Mărimea unghiului de rotație (α) al sistemului de axe centrale se determină din expresia:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 I_{\bar{x}\bar{y}}}{I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}}} \quad (4.5)$$

Sensul de rotație al axelor (Fig.4.8) se stabilește în funcție de semnul funcției trigonometrice (4.5).

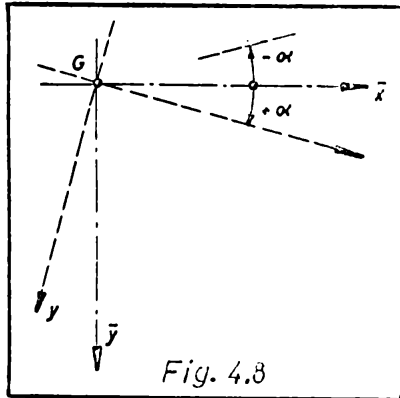


Fig. 4.8

Dacă $\operatorname{tg} 2\alpha > 0$, sistemul de axe centrale se rotește în sens orar cu unghiul ($+\alpha$), iar dacă $\operatorname{tg} 2\alpha < 0$, atunci se rotește în sens antiorar cu ($-\alpha$) (fig.4.8).

Coordonatele (\bar{x}, \bar{y}) ale unui punct arbitrar (P) din planul secțiunii transversale, se pot transforma prin relații geometrice simple în coordonate (x, y) ale aceluiași punct față de sistemul de

axe principale (fig.4.9). Cu notațiile din figura 4.9, rezultă:

$$\begin{aligned} x &= \bar{x} \cos\alpha + \bar{y} \sin\alpha \\ y &= -\bar{x} \sin\alpha + \bar{y} \cos\alpha \end{aligned} \quad (4.6 \text{ a, b})$$

În cazul particular al secțiunilor simplu sau dublu simetrice (profile laminate U și I), axele principale de inerție sînt determinate de axele de simetrie (în cel de al doilea caz), respectiv de o axă de simetrie și normala la aceasta ce trece prin centrul de greutate (în primul caz).

Momentele de inerție principale (4.3' a, b) pentru secțiuni compuse se pot calcula în funcție de momentele de inerție axiale și centrifugale raportate la sistemul de axe centrale, cu formula:

$$I_{x(y)} = \frac{I_{\bar{x}} + I_{\bar{y}}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{\bar{x}} - I_{\bar{y}})^2 + 4 I_{\bar{x}\bar{y}}^2} \quad (4.7)$$

Orientarea axelor principale de inerție cît și momentele de inerție principale, pot fi determinate și pe cale grafică cu ajutorul cercului de inerție a lui Land.

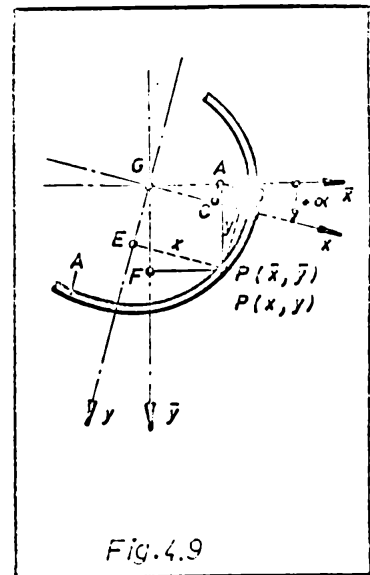


Fig.4.9

Pentru verificarea calculului analitice sau a determinărilor grafice, se pot folosi următoarea invarianți stabiliți între momentele de inerție principale și cele raportate la un sistem de axe centrale:

$$I_x + I_y = I_{\bar{x}} + I_{\bar{y}} \quad (4.8 \text{ a,b})$$

$$I_x I_y = I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2$$

Calculul caracteristicilor geometrice ale secțiunii transversale, după metodele clasice, este destul de laborios și anevoios mai ales în cazul unor secțiuni mai dificile. Însă acest calcul poate fi îmbunătățit dacă se ține seama de /56/, /74/ și se face observația că secțiunile compuse frecvent întâlnite în practică (fig.4.10 a) sînt alcătuite din elemente simple dreptunghiulare, de lățime (b_{ik}) și grosime (δ_{ik}), care pot fi raportate cu ușurință la orice sistem cartezian de axe de referință (fig.4.10 b). În acest caz, expresiile caracteristicilor geometrice se pot transforma în așa fel încît calculul lor să poată fi condus tabelar, pe baza coordonatelor cunoscute ale punctelor (i) și (k) ce delimitează o lamelă dreptunghiulară (fig.4.10 b).

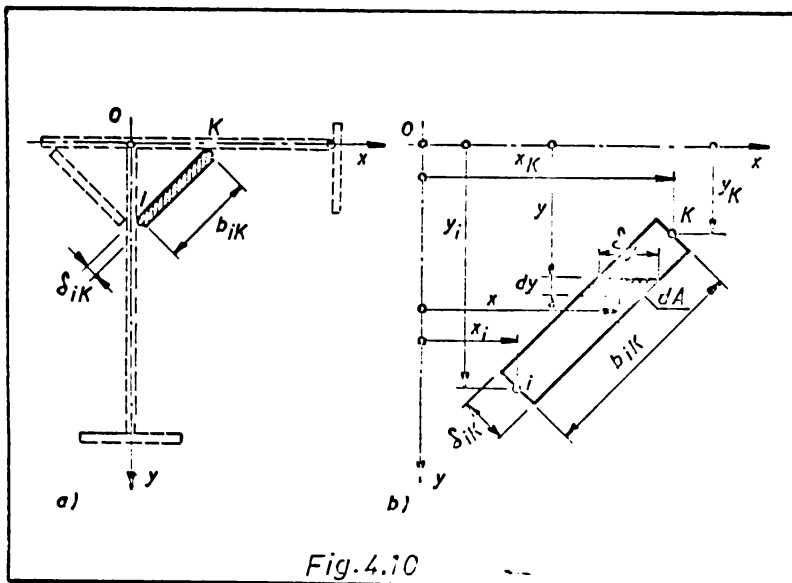


Fig.4.10

Organizarea calculului caracteristicilor geometrice sub formă tabelară permite o ușoară programare la calculatoare electronice.

Ținînd seama de notațiile din figura 4.10 b, caracteristicile geometrice devin:

- Momentele statice

$$S_x = \int_A y \, dA = \int_{y_k}^{y_i} y \frac{b_{ik} \delta_{ik}}{y_i - y_k} \, dy = \frac{\Lambda_i}{2} (y_i + y_k) \quad (4.2'' \text{ a})$$

$$dA = \delta_y d_y = \frac{b_{ik} \delta_{ik}}{y_i - y_k} dy ; A_i = b_{ik} \delta_{ik}$$

In mod analog se obtine:

$$S_y = \frac{A_i}{2} (x_i + x_k) \quad (4.2'' b)$$

- Momentele de inerție axiale:

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_{y_k}^{y_i} y^2 \frac{b_{ik} \delta_{ik}}{y_i - y_k} dy = \frac{A_i}{3} (y_i^2 + y_i y_k + y_k^2) \quad (4.3'' a)$$

Analog se ajunge la:

$$I_y = \frac{A_i}{3} (x_i^2 + x_i x_k + x_k^2) \quad (4.3'' b)$$

- Momentul de inerție centrifugal:

$$I_{xy} = \int_A x \cdot y dA \quad (4.4)$$

Variabila x de sub integrală se exprimă în funcție de y, din asemănarea triunghiurilor, astfel:

$$\frac{y - y_k}{y_i - y_k} = \frac{x - x_i}{x_k - x_i} ; x = x_i + (y - y_k) \frac{x_k - x_i}{y_i - y_k}$$

Integrala devine:

$$\begin{aligned} I_{xy} &= \int_{y_k}^{y_i} \left[x_i + (y - y_k) \frac{x_k - x_i}{y_i - y_k} \right] y \frac{b_{ik} \delta_{ik}}{y_i - y_k} dy = \\ &= \frac{A_i}{y_i - y_k} \left[x_i \frac{y_i^2 - y_k^2}{2} + \frac{y_i^3 - y_k^3}{3} \frac{x_k - x_i}{y_i - y_k} - y_k \frac{y_i^2 - y_k^2}{2} \frac{x_k - x_i}{y_i - y_k} \right] \end{aligned}$$

După efectuarea operațiilor algebrice, în final rezultă:

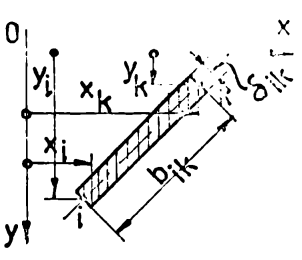
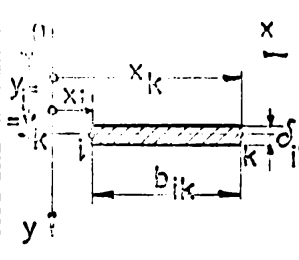
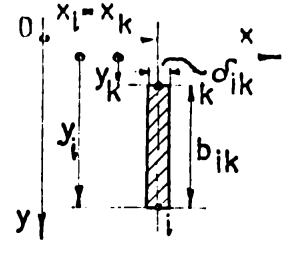
$$I_{xy} = \frac{A_i}{6} (2 x_i y_i + 2 x_k y_k + x_i y_k + x_k y_i) \quad (4.4')$$

Așa cum se vede din figura 4.10 a, lamelele dreptunghiulare pot fi dispuse orizontal, vertical și în unele cazuri înclinat.

Expresiile matematice ale caracteristicilor geometrice pentru primele două poziții ale lamelei se pot deduce prin particularizări corespunzătoare asupra cazului mai general (lamela înclina-

tă) tratat *. Rezultatele finale se dau sub formă de tabel (tabelul 4.1).

Relații de calcul ale caracteristicilor geometrice
Tabelul 4.1.

Poziția lamei dreptun- Caracte-ghiulare ristici geometrice				
Momente statice	$S_x = \int_A y dA$	$\frac{A_i}{2} (y_i + y_k)$	$A_i \cdot y_i$	$\frac{A_i}{2} (y_i + y_k)$
Momente de inertie centrif.	$S_y = \int_A x dA$	$\frac{A_i}{2} (x_i + x_k)$	$\frac{A_i}{2} (x_i + x_k)$	$A_i \cdot x_i$
Momente de inertie centrif.	$I_x = \int_A y^2 dA$	$\frac{A_i}{3} (y_i^2 + y_i y_k + y_k^2)$	$A_i \cdot y_i^2$	$\frac{A_i}{3} (y_i^2 + y_i y_k + y_k^2)$
Momente de inertie centrif.	$I_y = \int_A x^2 dA$	$\frac{A_i}{3} (x_i^2 + x_i x_k + x_k^2)$	$\frac{A_i}{3} (x_i^2 + x_i x_k + x_k^2)$	$A_i \cdot x_i^2$
Moment de inertie centrif.	$I_{xy} = \int_A xy dA$	$\frac{A_i}{6} (2x_i y_i + 2x_k y_k + x_k y_i + x_i y_k)$	$\frac{A_i}{2} (x_i y_i + x_k y_i)$	$\frac{A_i}{2} (x_i y_i + x_i y_k)$

* Acest mod de calcul a caracteristicilor geometrice completat cu cele sectoriale (v. capitolul 6) a făcut obiectul lucrării: "Contribuții la calculul caracteristicilor geometrice și sectoriale ale barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă" prezentată la Conferința de construcții metalice de la Timișoara din 15 - 17 Octombrie 1973.

4.3.2. Eforturi unitare normale din încovoiere

Pentru determinarea eforturilor unitare normale (σ) într-o secțiune curantă (z) a unei grinzii încărcate cu forțe oarecare (fig.4.11 a), se recurge la metoda secțiunilor și se izolează un element din grindă (fig.4.11 b). Pentru ca starea de solicitare

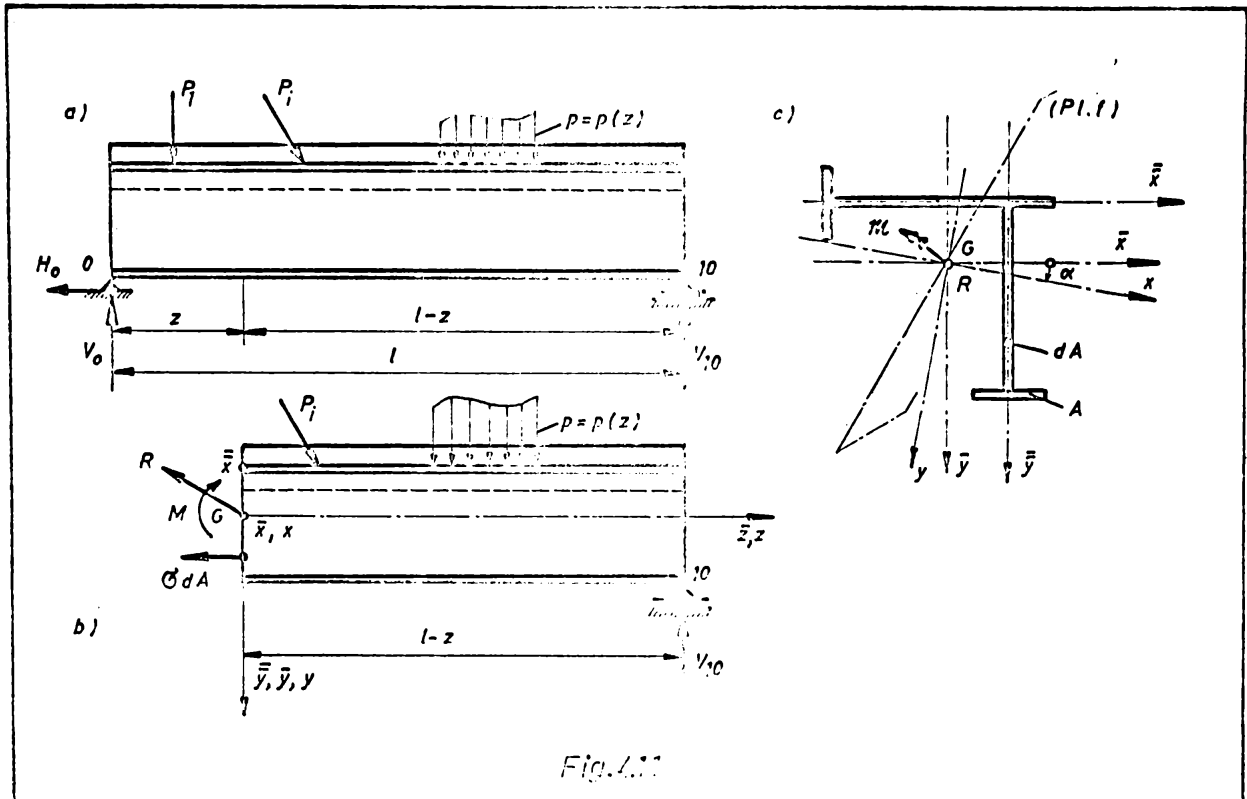


Fig.4.11

a porțiunii izolate ($l-z$) să corespundă cu starea reală din bara neseccionată, va trebui să introducem în secțiune eforturile rezultate din acțiunea părții înălțurate asupra părții de grindă în studiu. Eforturile exteriorizate sînt în general distribuite pe toată secțiunea transversală, după anumite legi ce depind de deformarea barei. Prin reducerea eforturilor în raport cu centrul de greutate (G) al secțiunii transversale, se obține pînă la urmă o forță resultantă (R) și un moment resultant (M) (fig.4.11 b) adică un torsesor resultant.

Forța resultantă (R) se descompune în două componente, una după normala la suprafața secțiunii barei, (N) și alta în planul secțiunii transversale a barei (T). Momentul resultant (M) și componenta normală (N) vor cauza eforturi unitare normale (σ), iar componenta tangențială (T), va cauza eforturi unitare tangențiale (τ).

Eforturile unitare normale (σ), se obțin din ecuațiile de echilibru static ce se pot scrie pentru elementul de bară izolat /210/, astfel :

$$\begin{aligned} \sum P_z^{dr} - \int_A \sigma dA &= 0 \\ \sum m_x^{dr} + \int_A \sigma y dA &= 0 \\ \sum m_y^{dr} - \int_A \sigma x dA &= 0 \end{aligned} \quad (4.9 \text{ a,b,c})$$

Dacă se introduc eforturile rezultante:

$$N_z = \sum P_z^{dr} ; \quad M_x = - \sum m_x^{dr} ; \quad M_y = - \sum m_y^{dr} , \text{ sistemul de ecuație (4.9) devine:}$$

$$\begin{aligned} \int_A \sigma dA - N_z &= 0 \\ \int_A \sigma y dA - M_x &= 0 \\ \int_A \sigma x dA + M_y &= 0 \end{aligned} \quad (4.9' \text{ a,b,c})$$

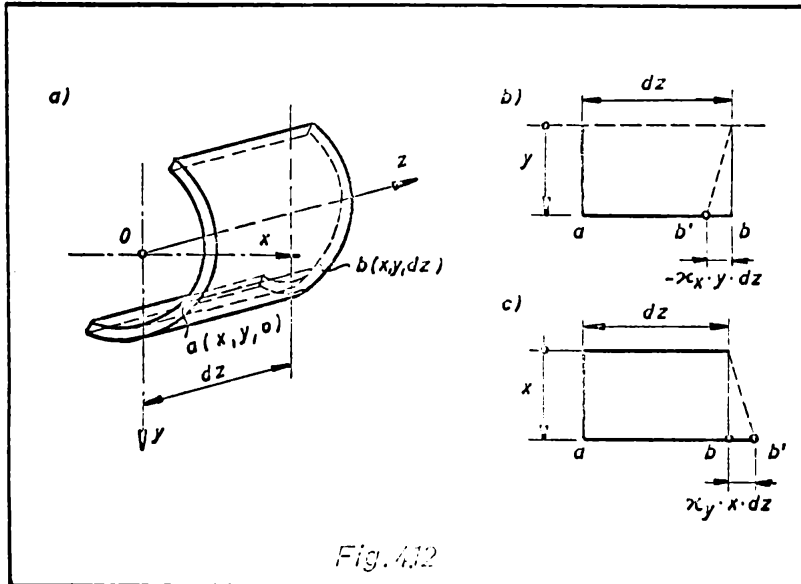
Pentru rezolvarea integralelor din sistemul de ecuații (4.9') trebuie să cunoaștem legea de variație a efortului unitar normal (σ) pe secțiunea transversală. În acest scop se recurge la ipoteza lui J. Bernoulli, cu ajutorul căreia se obține o imagine asupra stării deformate a barei și în consecință și asupra repartiției efortului unitar normal (σ) pe secțiunea transversală. De aceea să examinăm un element diferențial de lungime dz , delimitat prin două secțiuni transversale, dintr-o bară cu secțiune oarecare (fig.4.12).

Pentru aceasta fixăm prin coordonatele $a(x,y,0)$ și $b(x,y,dz)$ un segment (\overline{ab}) dintr-o fibră curentă din elementul de bară. Secțiunea din stânga se consideră fixă. Din cauza solicitării de încovoiere cu forțe axiale, elementul de bară se va deforma și secțiunea din dreapta (fig.4.12 a) se va deplasa în lungul axei z cu valoarea (edz), apoi se va roti în jurul axelor din planul secțiunii cu mărimile ($\chi_x dz$) respectiv ($\chi_y dz$). În urma translației segmentul (\overline{ab}) se alungește cu mărimea (edz), iar în urma rotirii în jurul axelor, punctul (b) se va deplasa cu ($-\chi_x y dz$) (fig.4.12b) respectiv cu ($\chi_y x dz$) (fig.4.12c). Alungirea totală a segmentului (\overline{ab}) este:

$$du = (-\kappa_x y + \kappa_y x + e) dz \quad (4.10)$$

Alungirea specifică a segmentului (ab) va fi:

$$\varepsilon = \frac{du}{dz} = (-\kappa_x y + \kappa_y x + e) \quad (4.11)$$



În ecuația (4.11) (κ_x) și (κ_y) reprezintă proiecțiile curburii axei deformată a barei pe planele de coordonate. Din ecuația (4.11) se vede că alungirea specifică a unei fibre curente este funcție liniară de coordonatele ei.

Pentru a face o legătură între

starea de eforturi unitare și starea de deformare a barei, se recurge la legea lui Hooke, conform căreia avem:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (4.12)$$

Înlocuind alungirea specifică (ε) din ecuația (4.11) cu valoarea dată de ecuația (4.12), se obține:

$$\sigma = E (-\kappa_x y + \kappa_y x + e) \quad (4.12')$$

Dacă introducem expresia efortului unitar normal (σ) în ecuațiile sistemului (4.9') și dacă ținem seama de expresiile caracteristicilor geometrice ale secțiunii transversale calculate față de un sistem de axe oarecare ((\bar{x}, \bar{y})) fig. 4.11 c), sistemul de ecuație (4.9') devine:

$$\begin{aligned} E(-\kappa_{\bar{x}} S_{\bar{x}} + \kappa_{\bar{y}} S_{\bar{y}} + e A) - N_z &= 0 \\ E(-\kappa_{\bar{x}} I_{\bar{x}\bar{x}} + \kappa_{\bar{y}} I_{\bar{y}\bar{y}} + e S_{\bar{x}}) - M_{\bar{x}} &= 0 \\ E(-\kappa_{\bar{x}} I_{\bar{x}\bar{y}} + \kappa_{\bar{y}} I_{\bar{y}\bar{y}} + e S_{\bar{y}}) + M_{\bar{y}} &= 0 \end{aligned} \quad (4.13 \text{ a, b, c})$$

Pînă în prezent, alegerea sistemului de coordonate a fost arbitrară, însă din structura formulelor (4.13) se vede că sistemul

de ecuații se simplifică dacă axele de coordonate sînt axe centrale. (Momentele statice față de axe centrale sînt nule).

Sistemul de ecuații (4.13), în acest caz, devine:

$$\begin{aligned} E A e &= N_z \\ E(-\chi_{\bar{x}} I_{\bar{x}} + \chi_{\bar{y}} I_{\bar{x}\bar{y}}) &= M_{\bar{x}} \\ E(-\chi_{\bar{x}} I_{\bar{x}\bar{y}} + \chi_{\bar{y}} I_{\bar{y}}) &= -M_{\bar{y}} \end{aligned} \quad (4.13' \text{ a,b,c})$$

Prima ecuație a devenit independentă, din care se poate obține necunoscuta (e):

$$e = \frac{N_z}{EA} \quad (4.14)$$

Prin rezolvarea sistemului de două ecuații cu două necunoscute ($\chi_{\bar{x}}$ și $\chi_{\bar{y}}$) rezultă:

$$\chi_{\bar{x}} = - \frac{M_{\bar{x}} I_{\bar{y}} + M_{\bar{y}} I_{\bar{x}\bar{y}}}{E(I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2)} ; \quad \chi_{\bar{y}} = - \frac{M_{\bar{y}} I_{\bar{x}} + M_{\bar{x}} I_{\bar{x}\bar{y}}}{E(I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2)} \quad (4.15 \text{ a,b})$$

Introducînd expresiile (4.14) și (4.15 a,b) în expresia (4.12'), obținem mărimea efortului unitar normal (σ) într-o fibră curentă, raportat la un sistem de axe de inerție centrale după cum urmează:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_{\bar{x}} I_{\bar{y}} + M_{\bar{y}} I_{\bar{x}\bar{y}}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2} \cdot \bar{y} - \frac{M_{\bar{y}} I_{\bar{x}} + M_{\bar{x}} I_{\bar{x}\bar{y}}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2} \cdot \bar{x} \quad (4.16)$$

$$\text{sau} \quad \sigma_z = \frac{N_z}{A} + M_{\bar{x}} \frac{I_{\bar{y}} \cdot \bar{y} - I_{\bar{x}\bar{y}} \cdot \bar{x}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2} - M_{\bar{y}} \frac{I_{\bar{x}} \cdot \bar{x} - I_{\bar{x}\bar{y}} \cdot \bar{y}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2} \quad (4.16')$$

Dacă sistemul de axe de coordonate la care raportăm secțiunea este un sistem de axe principale, față de care momentele de inerție centrifugale sînt nule, atunci efortul unitar normal devine:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_{\bar{x}}}{I_{\bar{x}}} y - \frac{M_{\bar{y}}}{I_{\bar{y}}} x \quad (4.17)$$

Coordonatele fibrei curente (x,y) în care se determină efortul unitar normal (σ), se raportează la sistemul de axe principale de inerție. Ele se pot deduce din coordonatele fibrei curente raportate la sistemul central de axe (\bar{x}, \bar{y}), folosind relațiile (4.6).

Efortul axial din formulele (4.16), (4.16') și (4.17) poate fi de întindere sau de compresiune.

În cazul solicitării simple sau a încovoierii drepte, formula (4.17) se poate particulariza în mod corespunzător.

Cu ajutorul relației (4.17) se poate determina starea de eforturi unitare în orice punct al secțiunii transversale a barei, față de un sistem de axe de inerție principale.

4.3.3. Eforturi unitare tangențiale produse de forțe tăietoare

Dacă o bară este supusă la încovoiere cu forțe transversale (fig.4.11) atunci eforturile unitare normale din încovoiere (σ_z) formează în general solicitarea principală. Eforturile unitare tangențiale (τ) din forțele tăietoare (T), în general sînt mici în raport cu primele și în cazul unor grinzi metalice cu inimă plină (compuse sau laminate) pot fi calculate cu suficientă aproximație ca valori medii, cu formula:

$$\tau_{yz} = \frac{T y}{A_i} \quad (4.18)$$

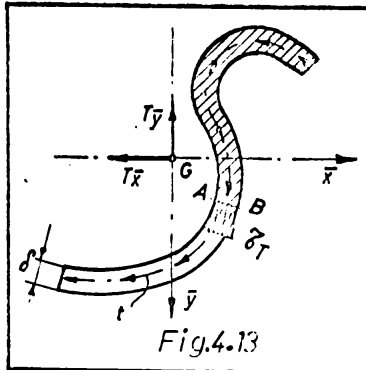
unde:

A_i - reprezintă aria secțiunii transversale a inimei grinzii.

În cazul barelor cu pereți subțiri nu se poate neglija cunoașterea exactă a repartizării eforturilor unitare tangențiale pe secțiune transversală a barei deoarece în astfel de bare eforturile unitare tangențiale pot atinge valori mari, ajungînd la același ordin de mărime cu eforturile unitare normale, ca urmare a formei secțiunii transversale a barei /277/. După cum se cunoaște, diagrama de momente încovoietoare din încărcările transversale variază în lungul barei. În baza relațiilor diferențiale ce există între momentele încovoietoare și forțele tăietoare, se admite că variației momentului încovoietor în lungul barei îi corespunde o diagramă de forțe tăietoare (T). Într-o secțiune curentă a barei, ea reprezintă forța rezultantă a eforturilor unitare tangențiale (τ_T) repartizate pe secțiunea transversală a barei.

Rezultă că pe secțiunea transversală a unei bare cu pereți subțiri, solicitată la încovoiere cu tăiere, vor apărea în general eforturi unitare normale și tangențiale constante pe grosimea peretelui (conform ipotezelor admise).

Eforturile unitare tangențiale (τ_T) constante pe grosimea peretelui, înmulțite cu grosimea acestuia (δ) constituie forțe repartizate pe linia mediană (fig.4.13).



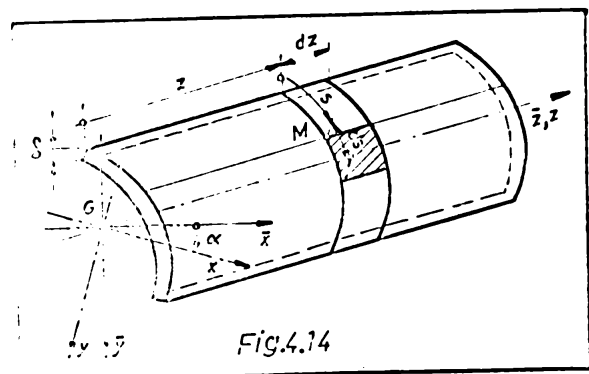
În multe cazuri, mai ales pentru calculul barelor cu pereți subțiri, se preferă să se utilizeze în calcule aceste forțe în locul eforturilor unitare tangențiale /211/. Forța tangențială repartizată pe unitatea de lungime a liniei mediane (fig.4.13) poartă numele de flux de forfecare (t).

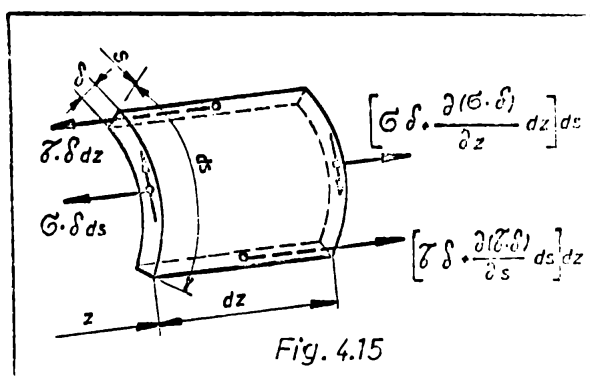
Fluxul de forfecare din forțe tăietoare (t_T) conform celor arătate mai sus, se calculează cu relația:

$$t_T = \tau_T \cdot \delta \quad (4.19)$$

4.3.3.1. Eforturi unitare tangențiale produse de forțe tăietoare la profilele simplu conexe

În cazul încărcării barelor cu pereți subțiri cu profil deschis (simplu conexe /262/) cu forțe transversale, peste starea de eforturi unitare normale din încovoiere, se suprapune starea de eforturi unitare tangențiale. Poziția unui punct arbitrar (M) de pe suprafața mediană a barei în care dorim să cunoaștem fluxul de forfecare (t_T) și apoi (cu ajutorul relației 4.19) efortul unitar tangențial (τ_T), se determină prin coordonatele z și s ; z măsoară distanța de la capătul barei în lungul generatoarei pînă în punctul considerat (M), iar s măsoară lungimea curbei directoare de la una din marginile profilului deschis pînă în același punct (fig.4.14). Pentru a determina fluxul de forfecare (t_T) din forțele tăietoare să examinăm echilibrul unui element diferențial de volum din bara cu pereți subțiri (fig.4.14), delimitat prin două generatoare infinit vecine ($s, s+ds$) și prin două secțiuni transversale ($z, z+dz$) (figura 4.15). Admitând că





Segelele sînt la de încărcări și neglijînd forțele masice, ecuația de echilibru se poate scrie:

$$\left[\sigma + \frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} dz \right] ds - \sigma \delta ds + \left[\tau \delta + \frac{\partial(\tau \delta)}{\partial s} ds \right] dz - \tau \delta dz = 0 \quad (4.20)$$

De unde se obține:

$$\frac{\partial(\sigma \delta)}{\partial z} + \frac{\partial(\tau \delta)}{\partial s} = 0 \quad (4.21)$$

Observînd că (δ) nu depinde de (z), ecuația (4.21) se poate integra în raport cu (s) și rezultă:

$$(\tau \delta) = t = - \int_0^s \frac{\partial}{\partial z} (\sigma \delta) ds \quad (4.22)$$

Tinînd seama de expresia lui (σ) 4.17) provenită numai din încovoiere, termenul de sub integrală capătă forma:

$$\frac{\partial}{\partial z} (\sigma \delta) = \frac{\delta \cdot y}{I_x} \cdot \frac{dM_x}{dz} - \frac{\delta \cdot x}{I_y} \cdot \frac{dM_y}{dz} \quad (a)$$

Avînd în vedere convenția de semne stabilită pentru forțe tăietoare și momente încovoietoare, relațiile diferențiale dintre acestea se pot exprima;

$$\frac{d M_x}{dz} = T_y ; \quad \frac{d M_y}{dz} = - T_x \quad (b)$$

Expresia (a) devine:

$$\frac{\partial}{\partial z} (\sigma \delta) = \frac{\delta \cdot y}{I_x} T_y + \frac{\delta \cdot x}{I_y} T_x \quad (a')$$

Inlocuind expresia (a') în relația (4.22) obținem formula fluxului de forfecare din forțe tăietoare:

$$t_T = - \left[\frac{T_y}{I_x} \int_0^s \delta \cdot y ds + \frac{T_x}{I_y} \int_0^s \delta \cdot x ds \right] \quad (4.23)$$

Tinînd seama că:

$$Sx_{(s)} = \int_0^s y \delta ds ; Sy_{(s)} = \int_0^s x \delta ds \quad (c)$$

reprezintă momentele statice ale suprafeței secțiunii transversale deasupra unui nivel curent (s), expresia fluxului de forfecare în raport cu axele principale de inerție ale unui profil simplu conex (fig.4.14) are forma:

$$t_T^0 = - \left[\frac{T_y \cdot Sx_{(s)}}{I_x} + \frac{T_x \cdot Sy_{(s)}}{I_y} \right] \quad (4.24)$$

Cele mai multe secțiuni transversale ale barelor cu pereți subțiri, întâlnite în practica construcțiilor, sînt poligonale cu grosimea peretelui (δ) constantă pe anumite porțiuni sau se poate înlocui cu aceasta, așa încît integralele (c) pot fi înlocuite cu sume. Expresiile integralelor (c) pot fi calculate cu ușurință cu ajutorul tabelului 4.1.

În unele calcule ar putea fi avantajos cunoașterea fluxului de forfecare (t_T^0) în raport cu un sistem de axe centrale de inerție (\bar{x}, \bar{y}). Pentru aceasta, se dă expresia finală a fluxului de forfecare (t_T^0) care are forma:

$$t_T^0 = - \left[T_{\bar{x}} \frac{I_{\bar{x}} \cdot S\bar{y} - I_{\bar{x}\bar{y}} \cdot S\bar{x}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2} + T_{\bar{y}} \frac{I_{\bar{y}} \cdot S\bar{x} - I_{\bar{x}\bar{y}} \cdot S\bar{y}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2} \right] \quad (4.25)$$

Fluxul de forfecare (t_T^0) se consideră ca flux reacțiune al forțelor tăietoare (T_x) și (T_y); adică suma forțelor de forfecare (L_T) și a forțelor tăietoare, pe secțiunea transversală a barei, trebuie să fie egală cu zero. Forțele tăietoare (L_T^0) se obțin prin însumarea fluxului de forfecare pe toată lungimea liniei mediane a secțiunii transversale:

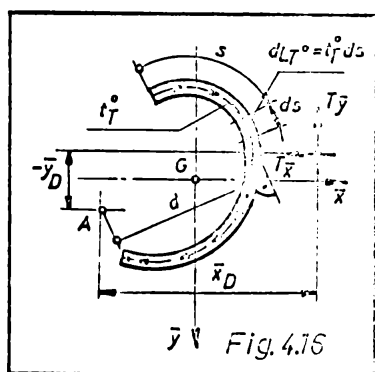
$$L_T^0 = \int_0^s t_T^0 ds \quad (4.26)$$

Rezolvarea integralei (4.26) pentru secțiuni transversale a căror linie mediană descrie curbe mai complicate, se poate face prin împărțirea acesteia în segmente egale și aplicînd metoda diferențelor finite /221/.

După determinarea fluxului de forfecare (t_T^0) se poate calcula efortul unitar tangențial (τ_T) cu ajutorul formulei (4.19). Așa cum se vede din figura 4.13, direcția eforturilor unitare tangențiale (τ_T) corespunde direcției fluxului de forfecare (t).

Pentru a avea siguranța că starea de eforturi unitare din bară este determinată numai de solicitarea de încovoiere cu forțe transversale, se poate adăuga la condiția de echilibru ce se poate scrie între forțele tăietoare (T_x, T_y) și forțele de forfecare (L_T). Condiția de echilibru a momentelor forțelor din planul secțiunii transversale în raport cu un punct arbitrar (A), va fi satisfăcută atunci când dreapta-suport, prin care trec planele forțelor tăietoare, va trece printr-un punct fix (D) din planul secțiunii transversale, numit centru de forfecare al secțiunii transversale. În acest caz, secțiunea barei este solicitată numai la încovoiere cu tăiere. Dacă dreapta-suport nu trece prin centrul de forfecare, atunci secțiunea barei este solicitată în plus și la răsucire. Poziția centrului de forfecare (D) se poate determina din condiția ca momentul de răsucire produs de forțele tăietoare să fie egal cu zero.

Pentru aceasta, având în vedere /201/ și /103/, se scrie echilibrul momentelor produse de componentele forțelor tăietoare și al forțelor de forfecare în raport cu un punct oarecare (A), convenabil ales (fig.4.16).



Pentru secțiunea transversală din figura 4.16, se pot scrie ecuațiile de momente, de forma:

$$T_y \cdot \bar{x}_D + \int_0^s \frac{T_y}{T_y} \frac{I_y S\bar{x}(s) - I_{xy} S\bar{y}(s)}{I_x I_y - I_{xy}^2} \cdot d \cdot ds = 0$$

$$T_x \cdot \bar{y}_D + \int_0^s \frac{T_x}{T_x} \frac{I_x S\bar{y}(s) - I_{xy} S\bar{x}(s)}{I_x I_y - I_{xy}^2} \cdot d \cdot ds = 0 \quad (4.27 \text{ a, b})$$

Din ecuațiile (4.27) se obțin coordonatele centrului de forfecare ((D) \bar{x}_D și \bar{y}_D) în raport cu un punct oarecare (A) din planul secțiunii transversale.

Dacă distanțele \bar{x}_D și \bar{y}_D , rezultă pozitive din ecuațiile (4.27) atunci poziția centrului de forfecare, aleasă arbitrar, se deplasează în sensul pozitiv al axelor de coordonate (\bar{x}, \bar{y}), în caz contrar se deplasează în sensul negativ al acestorași axe. Numai în timpul rotărilor, punctul de rotație (A) poate să se suprapună peste centrul de tăiere (D). Cum forțele tăietoare (T_x, T_y) sînt mărimi reale, diferite de zero, ele pot fi eliminate din ecuațiile (4.27) și rezultă astfel, că poziția centrului de forfecare (D) nu depinde de încărcări, ci numai de forma geometrică a secțiunii transversale a barei.

In cazurile practice, secțiunile transversale ale barelor cu pereți subțiri utilizate în construcții (fig.4.17) au forme poligonale, fiind alcătuite din mai multe dreptunghiuri înguste de lățime (b_{ik}) și grosime constantă (δ_{ik}).

In aceste cazuri pentru determinarea poziției centrului de forfecare (D), se calculează în prealabil for-

țele de forfecare aferente fiecărei porțiuni drepte (ik), cu relația:

$$L_{T_{ik}}^0 = \int_i^k t_T^0 ds \quad (4.28)$$

In cazul cînd expresia analitică a fluxului de forfecare (t_T^0) este mai complicată, integrala (4.28) se poate rezolva cu ușurință folosind metoda poligonului funicular al lui F.Stüssi /244/. Dacă fluxul de forfecare (t_T^0) are o variație parabolică între punctele (i) și (k) (fig.4.18), atunci se poate folosi cu bună aproximație, formula trapezului pentru calculul forței de forfecare (L_{ik}).

Astfel:

$$L_{ik} \approx \frac{b_{ik}}{6} (t_i + 4 t_{med} + t_k) \quad (4.29)$$

O variație liniară a fluxului de forfecare între punctele (i) și (k) (fig.4.18), duce la simplificarea formulei (4.29) și în același timp la o soluție exactă pentru forța de forfecare:

$$L_{ik} = \frac{b_{ik}}{2} (t_i + t_k) \quad (4.30)$$

Ținînd seama de notațiile din figura 4.19 și că forțele de forfecare ($L_{T_{ik}}^0$) sînt cauzate de forțele tăietoare (T_x și T_y), coordonatele centrului de forfecare (D) rez. din ecuațiile:

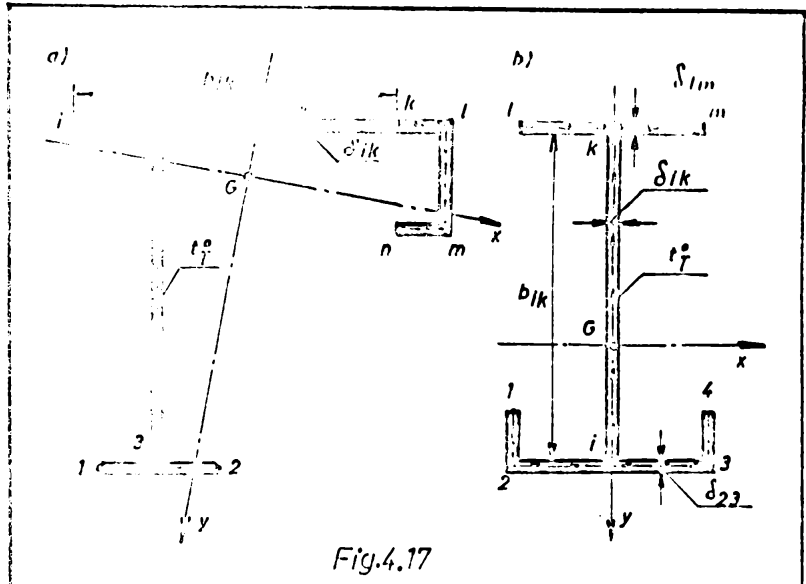


Fig.4.17

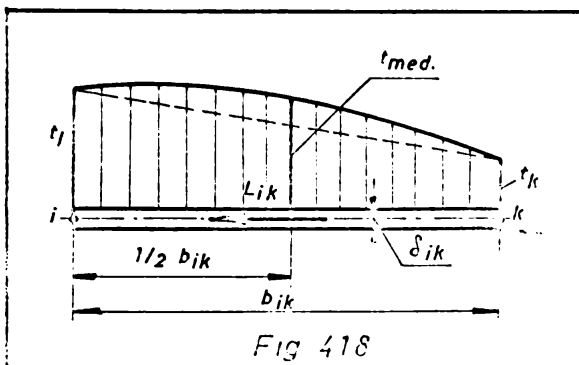


Fig 418

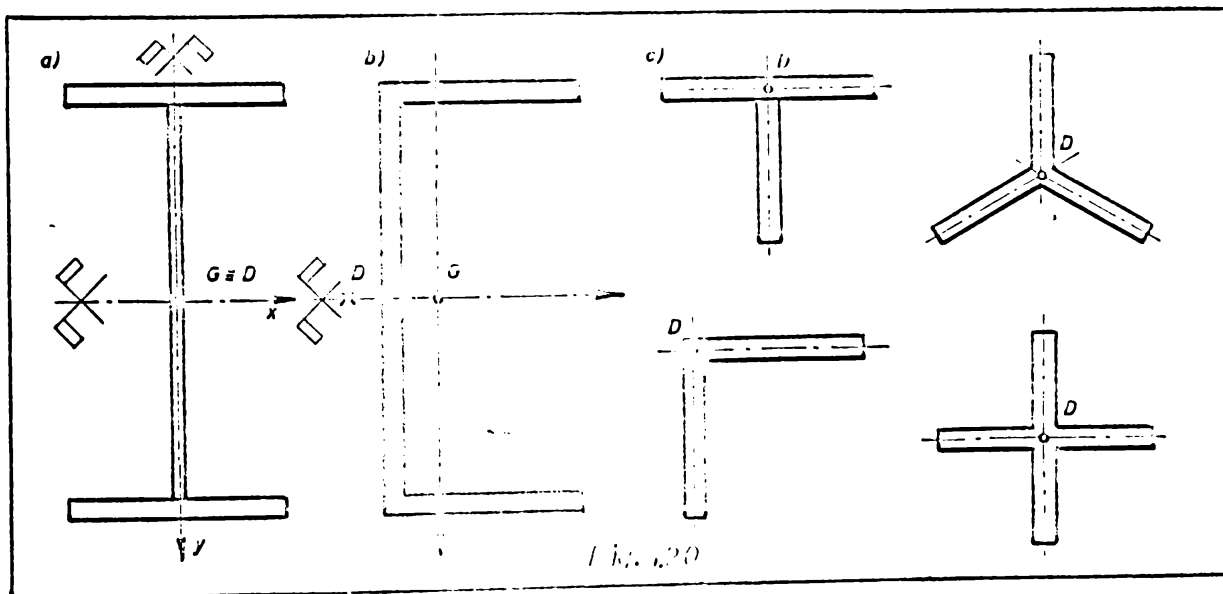
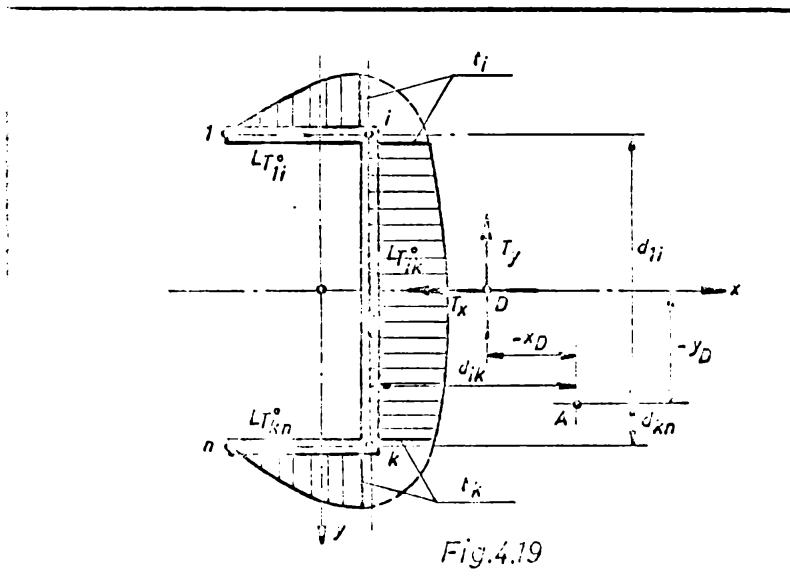
$$T_y \cdot x_D + \sum_1^n L_{T_{ik}}^0 \cdot d_{ik} = 0$$

$$T_x \cdot y_D + \sum_1^n L_{T_{ik}}^0 \cdot d_{ik} = 0 \quad (4.31 \text{ a, b})$$

In cazul unor secțiuni transversale ce prezintă particularități geometrice, centrul de forfecare (D) ocupă poziții bine determinate, astfel:

- La secțiuni dublu simetrice (fig.4.20 a), centrul de forfecare (D) se confundă cu centrul de greutate (G)

- La secțiuni monosimetrice (fig. 4.20 b), centrul de forfecare (D) se află pe axa de simetrie a secțiunii transversale.



- La secțiuni compuse din două sau mai multe dreptunghiuri înguste (fig.4.20 c), centrul de forfecare (D) se află la intersecția liniilor mediane a acestor dreptunghiuri.

3.3.2. Eforturi unitare tangențiale produse de forțe tăietoare la profile dublu și multiplu conexe

Barele cu pereți subțiri cu profil închis o singură dată sau de mai multe ori, spre deosebire de cele cu profil deschis, au conturul secțiunii transversale dublu sau multiplu conex/262/. Se poate ușor demonstra /2/ că, solicitările de întindere și încovoiere ce produc eforturi unitare normale, nu sînt afectate de faptul că profilul este închis sau deschis. Solicitățile de tăiere și răsucire ce produc fluxuri de forfecare respectiv eforturi unitare tangențiale, se manifestă diferit în profilele dublu conexe față de cele simplu conexe. Determinarea fluxurilor de forfecare la profilele dublu conexe spre deosebire de cele simplu conexe constituie o problemă static nedeterminată. Problema fluxurilor de forfecare, se rezolvă mai întîi pentru profile închise o singură dată (dublu conexe) și apoi pentru profile închise de mai multe ori (multiplu conexe).

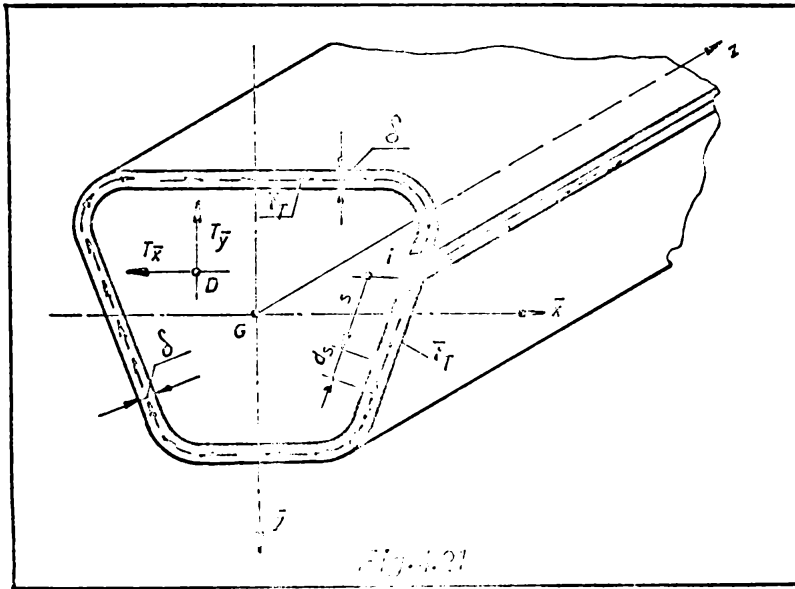
A. Bare cu secțiune dublu conexă

Pentru a cunoaște variația fluxurilor de forfecare respectiv a eforturilor unitare tangențiale din forțe tăietoare, în lungul liniei mediane a conturului secțiunii transversale, la bare cu pereți subțiri cu profil dublu conex, se face presupunerea, după /75/, /216/, că rezultanta forțelor transversale (a forțelor tăietoare) trece prin centrul de forfecare (D) și ca atare nu apar solicitări suplimentare (de răsucire).

Calculul eforturilor unitare tangențiale sau a fluxurilor de forfecare produse de forțe tăietoare se face utilizînd principiul suprapunerii efectelor. Mai întîi, se presupune conturul profilului tăiat într-un punct oarecare (i) (Fig. 4.21) astfel încît se obține un profil simplu conex pentru care problema calculului fluxului de forfecare este cunoscută.

Fluxul de forfecare a profilului simplu conex t_T^0 (formulele 4.24 respectiv 4.25) are valoarea zero în dreptul secțiunii (i) de pe contur, însă fluxul de forfecare a profilului dublu conex (t_T^i), în secțiunea respectivă, are o valoare diferită de zero și anume (\bar{t}_T).

Intr-un punct curent de pe linia mediană a profilului dublu conex, fluxul total de forfecare (t_T^0), conform principiului de mai



sus, se va compune din fluxul de forfecare a profilului simplu conex (t_T^0) și fluxul de forfecare suplimentar și constant (\bar{t}_T), conform relației:

$$t_T^i = t_T^0 + \bar{t}_T \quad (4.32)$$

Fluxul de forfecare (t_T^0) poate fi calculat

numai din condiția de echilibru, fără a lua în considerare mărimile de deformare, adică reprezentând o problemă static determinată.

Pentru un calcul complet este necesar a se cunoaște valoarea fluxului de forfecare suplimentar (\bar{t}_T) din secțiunea de origine. Determinarea acestei mărimi (\bar{t}_T) se realizează prin folosirea condițiilor de deformare /211/, /215/.

Problema determinării fluxului de forfecare suplimentar, se aseamănă cu o problemă de statică nedeterminată și ca atare, pentru rezolvare, se vor putea folosi metodele de calcul cunoscute din Statica construcțiilor /104/, /140/.

Din relația (4.32) se observă că între un profil dublu conex și un sistem static nedeterminat, există o analogie a formulilor de calcul. Profilul simplu conex, se poate considera ca un sistem de bază static determinat, iar fluxul de forfecare suplimentar (\bar{t}_T) poate fi considerat ca o mărime statică suplimentară (necunoscută). Dacă se notează cu (σ_1) deformația elastică totală a sistemului de bază în secțiunea (i) fig.4.21), în care acționează necunoscuta (\bar{t}_T) și folosind principiul suprapunerii efectelor, se poate scrie ecuația de condiție:

$$\sigma_1 = \sigma_{11} \cdot \bar{t}_T + \sigma_{10} = 0 \quad (4.33)$$

Coefficienții (σ_{11}) și (σ_{10}) din ecuația de mai sus, se determină din expresia generală a lui Maxwell-Mohr, astfel:

$$\sigma_{11} = \oint \frac{1}{G \cdot \delta} ds ; \quad \sigma_{10} = \oint \frac{t_T^0}{G \cdot \delta} ds \quad (4.34 \text{ a, b})$$

unde

G - este modulul de elasticitate transversal

Cu acestea, mărimea fluxului de forfecare suplimentar (\bar{t}_T), rezultă:

$$\bar{t}_T = - \frac{\oint \frac{t_T^0}{G \cdot \sigma} ds}{\oint \frac{1}{G \cdot \sigma} ds} \quad (4.35)$$

Tinând seama că majoritatea secțiunilor transversale se realizează dintr-un material omogen și că în cazul structurilor din oțel, modulul de elasticitate transversal (G) variază foarte puțin de la o marcă la alta de oțel, rezultă că în relația (4.35) se poate simplifica cu (G) și obținem:

$$\bar{t}_T = - \frac{\oint \frac{t_T^0}{\sigma} ds}{\oint \frac{1}{\sigma} ds} \quad (4.35')$$

În cazul unei secțiuni transversale poligonale, alcătuite din elemente plane de lățime (b_{ik}) și grosime constantă (σ_{ik}), integralele din relația (4.35') pot fi înlocuite prin sume și fluxul de forfecare suplimentar rezultă din:

$$\bar{t}_T = - \frac{\sum \frac{L_{Tik}^0}{\sigma_{ik}}}{\sum \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}}} \quad (4.35'')$$

în care:

$$\sum \frac{L_{Tik}^0}{\sigma_{ik}} = \sigma_{11} \text{ și } \sum \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} = \sigma_{10} \quad (4.34' \text{ a, b})$$

reprezintă coeficienții din ecuația (4.33) calculați pentru o secțiune transversală poligonală.

Forțele de forfecare (L_{Tik}^0) din elementul plan ($i-k$), se calculează cu expresiile (4.29)^{ik} sau (4.3c) după caz, ca la profilele simplu conexe.

După ce se cunoaște mărimea fluxului de forfecare suplimentar (\bar{t}_T) relațiile 4.35' respectiv 4.35''), înlocuind în formula (4.32), se obține fluxul de forfecare total (t_T^i) pentru un profil dublu conex, astfel:

$$t_T^i = t_T^0 - \frac{\oint \frac{t_T^0}{\sigma} ds}{\oint \frac{1}{\sigma} ds} \quad (4.36)$$

respectiv

$$t_T^i = t_T^o - \frac{\sum \frac{L_{Tm}^o}{\delta_{ik}}}{\sum \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}}} \quad (4.36')$$

Dacă secțiunea transversală și încărcarea exterioară prezintă unele particularități geometrice și respectiv mecanice, atunci determinarea fluxului de forfecare suplimentar se simplifică mult. De exemplu, la o secțiune transversală închisă monosimetrică, la care planul forțelor este cuprins în planul de simetrie, fluxul de forfecare din forțe tăietoare (t_m) este nul în punctele (m) și (n) de pe conturul secțiunii transversale, puncte prin care trece axa de simetrie (fig.4.22).

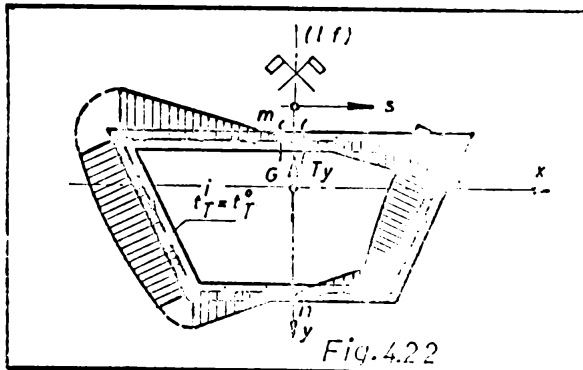


Fig.4.22

Fluxul de forfecare total (t_m^i) fiind nul în punctele (m) și (n) putem să ne imaginăm secțiunea transversală închisă tăiată în unul din aceste puncte și să tratăm problema ca în cazul unui profil simplu conex, cu condiția ca originea coordonatei curbilinii să fie în unul din punctele (m) sau (n) /209/.

În acest caz, fluxul de forfecare a profilului dublu conex este egal cu fluxul de forfecare a profilului simplu conex (deschis).

Deci:
$$t_T^i = t_T^o \quad (4.37)$$

Cunoscând fluxul de forfecare din forțele tăietoare (t_T), putem calcula în orice punct al secțiunii transversale efortul unitar tangențial (τ_m), cu ajutorul relației (4.19).

Fluxurile de forfecare se pot verifica prin condiția de echilibru ce trebuie să existe între forțele tăietoare (T) și forțele de forfecare (L_T).

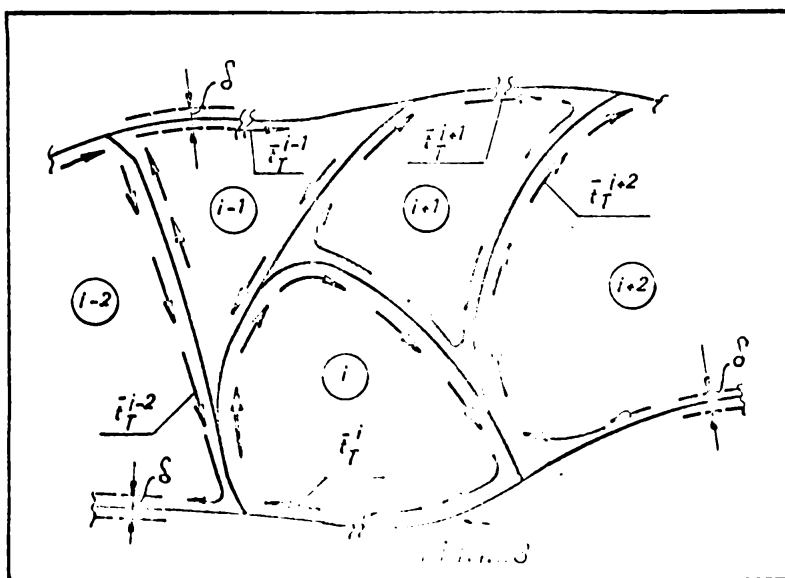
Determinarea centrului de forfecare (D) la profilele dublu conexe se face în mod analog cu ^{și la} profilele simplu conexe, cu observația că aici forțele de forfecare (L_T) se calculează pe baza fluxului de forfecare (t_T^i) corespunzător profilului închis o singură dată (simplu conex).

B. Bare cu secțiune multiplu conexă

Pentru calculul fluxurilor de forfecare din pereții celulelor unui profil multiplu conex, cauzate de forțele transversale, se mențin valabile considerațiile făcute în paragraful precedent, privitor la calculul fluxurilor de forfecare la profile dublu conexe.

Secțiunea transversală a unei bare cu pereți subțiri alcătuită din (n) celule poate prin analogie cu problemele staticii construcțiilor, de "n" ori static nedeterminată.

Aici, după /126/, /213/, /214/, mărimile statice suplimentare sînt reprezentate de fluxurile de forfecare suplimentare ($\bar{t}_T^{(n)}$) necunoscute. Pentru calculul fluxurilor de forfecare se pot folosi mai multe metode cum ar fi: metode bazate pe calculul deformațiilor cît și metoda energetică. În lucrarea de față se va folosi, prin analogie cu metoda forței din Statica construcțiilor, o metodă bazată pe calculul deformațiilor, metodă ce a fost folosită în paragraful precedent. Pentru aceasta, secțiunea transversală închisă de (n) ori (profil multiplu conex), se transformă într-un sistem de bază prin secționarea fiecărei celule într-un punct care să se găsească pe o latură necomună celulelor învecinate (fig.4.23). Se formează astfel o secțiune transversală simplu conexă pentru care se



pot calcula fluxurile de forfecare (t_T^0) cu relația (4.24) respectiv (4.25). Pentru aflarea necunoscutelor statice (fluxurile de forfecare suplimentare ($\bar{t}_T^{(n)}$)) pentru fiecare celulă în parte, se recurge la scrierea ecuațiilor de deformare elastică.

Pentru celula (i) (fig.4.23), ecuația are forma:

$$\oint_{ii} \bar{t}_T^{(i)} - \sum_{j=1}^i \bar{t}_T^{(j)} \cdot \oint_{ij} + \oint_{i0} = 0 \quad (4.38)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Coeficienții necunoscuților se calculează cu relațiile:

$$\delta_{ii} = \oint_{c_i} \frac{ds}{G\sigma} ; \quad \delta_{i0} = \oint_{c_i} \frac{t_T^0}{G} ds \quad (4.39 \text{ a,b})$$

$$\delta_{ij} = \int_{i,j} \frac{ds}{G\sigma} \quad (4.40)$$

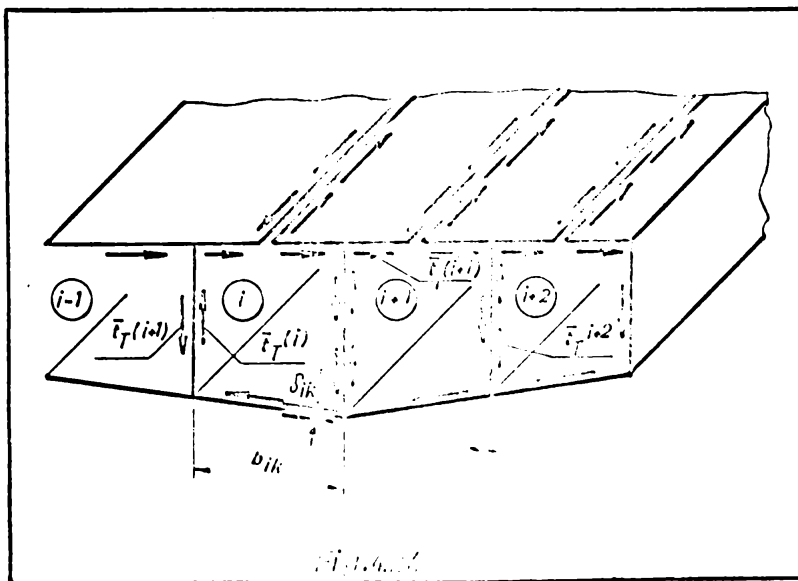
Integrala (4.40) se extinde asupra lungimii pereților comuni ai celulei (i) cu celulele învecinate. Înlocuind expresiile (4.39) și (4.40) în (4.38) se obține ecuația de deformare elastică pentru celula (i):

$$\bar{t}_T^{(i)} \oint_{c_i} \frac{ds}{G\sigma} - \sum_{j=1}^m \bar{t}_T^{(j)} \int_{i,j} \frac{ds}{G\sigma} + \oint_{c_i} \frac{t_T^0 ds}{G} = 0 \quad (4.38')$$

(m = 2, 3 ..., m - reprezintă numărul total de celule învecinate celulei (i)).

În cazul secțiunilor transversale realizate din materiale cu același mpdul de alunecare (G), în relația (4.38') se poate simplifica cu (G) și rezultă;

$$\bar{t}_T^{(i)} \oint_{c_i} \frac{ds}{\sigma} - \sum_{j=1}^m \bar{t}_T^{(j)} \int_{i,j} \frac{ds}{\sigma} + \oint_{c_i} \frac{t_T^0 ds}{\sigma} = 0 \quad (4.38'')$$



Pentru bare cu pereți subțiri cu secțiunea transversală alcătuită din celule poligonale (fig.4.24) integralele din ecuația (4.38'') pot fi înlocuite prin sume și rezultă:

$$\bar{t}_T^{(i)} \sum_{c_i} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} - \sum_{j=1}^m \bar{t}_T^{(j)} \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{i,j} + \sum_{c_i} \frac{L_{T0}^{ik}}{\sigma_{ik}} = 0 \quad (4.38''') *$$

*) (vezi pagina următoare)

unde:

$$\delta_{ii} = \sum_{c_i} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} ; \quad \delta_{i0} = \sum_{c_i} \frac{L_{T0}^{ik}}{\sigma_{ik}} \quad (4.39' \text{ a,b})$$

și

$$\delta_{ij} = \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{i,j} \quad (4.40')$$

Cîte o ecuație de forma (4.38', 4.38'', 4.38''') se poate scrie pentru fiecare celulă ce intră în alcătuirea profilului, obținînd astfel un sistem de (n) ecuații liniare, a cărui soluții ne dau fluxurile de forfecare suplimentare ($\bar{t}_T^{(n)}$). Dacă fluxurile de forfecare suplimentare rezultă cu semn negativ, atunci ele vor avea sens opus celui adoptat la începutul calculului (v.fig.4.23).

*) Termenii ce intră în ecuațiile (4.38), au următoarea semnificație:

$\bar{t}_T^{(i)}$ - fluxul de forfecare suplimentar al celulei "i"

$\bar{t}_T^{(j)}$ - fluxul de forfecare suplimentar din celulele învecinate celulei "i"

j - 1, 2, 3, ..., m.

$\sum_{c_i} \frac{L_{T0}^{ik}}{\sigma_{ik}}$ - suma raportului forțelor de forfecare către grosimea peretelui corespunzător, de-a lungul conturului închis al celulei "c_i"

$\sum_{c_i} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}}$ - suma raportului porțiunilor drepte (b_{ik}) către grosimea corespunzătoare (σ_{ik}) de-a lungul perimetrului celulei "c_i"

$\int_{i,j} \frac{ds}{\sigma} \cong \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{i,j}$ - raportul lungimilor către grosimile corespunzătoare a pereților intermediari dintre celula "i" și celulele învecinate.

După ce se cunosc fluxurile de forfecare suplimentare (t_T) pentru fiecare celulă în parte, cu ajutorul relației (4.32), se pot calcula fluxurile de forfecare totale. Într-un punct curent (n) de pe conturul celulei (c_i), fluxul de forfecare total va fi:

$$(c_i) \quad t_{T(n)}^i = t_{T(n)}^0 + \bar{t}_{T(c_i)} \quad (4.32')$$

Cu aceasta, se pot calcula forțele de forfecare cu relațiile (4.29;4.30) în fiecare perete al secțiunii închise, cu ajutorul cărora se poate verifica condiția de echilibru ce trebuie să existe între forțele de forfecare (L_m) și forțele tăietoare (T).

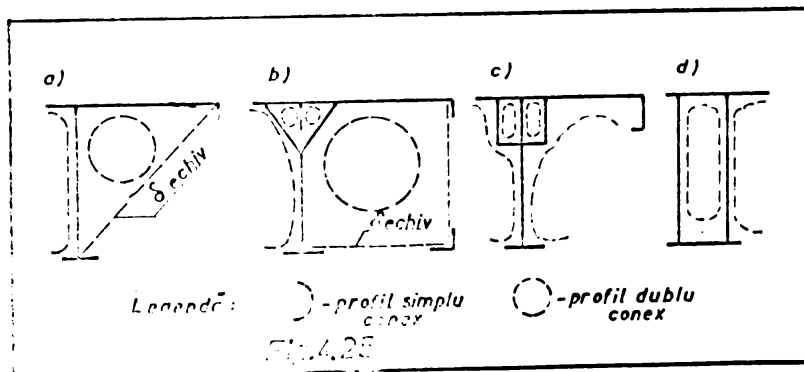
Poziția centrului de forfecare (D) pentru secțiunea transversală multiplu conexă se determină din ecuația de momente (4.31) scrisă pentru forțele de forfecare (L_m) și forțele tăietoare (T), în raport cu un punct arbitrar (A), din planul secțiunii transversale.

Cunoscînd fluxul de forfecare total (t_T^i), cu ajutorul ecuației (4.19) putem determina efortul unitar tangențial (τ) în orice punct de pe conturul secțiunii transversale a profilului multiplu conex.

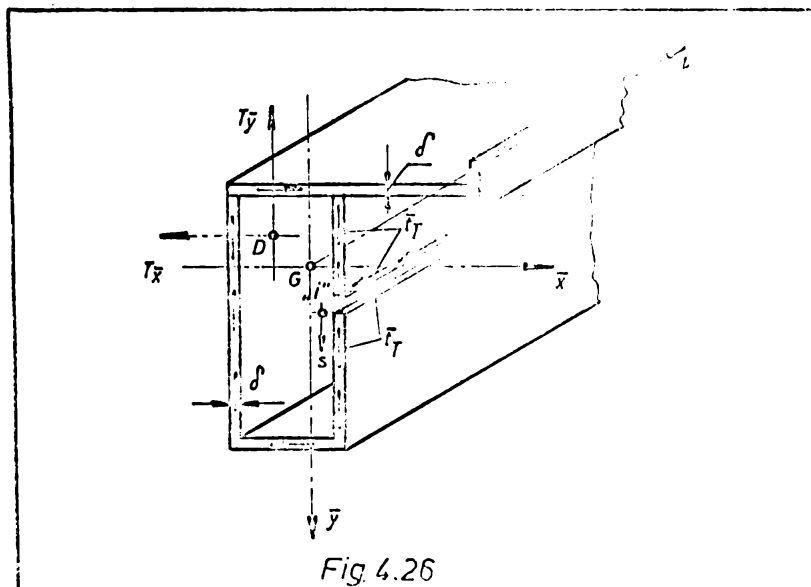
4.3.3.3. Eforturi unitare tangențiale produse de forțe tăietoare la profile compuse

În cele mai diverse domenii ale construcțiilor (industriale poduri, stăvile etc) se întîlnesc elemente de rezistență a căror secțiune transversală este realizată sub forma unor profile compuse (o parte a secțiunii are conturul simplu conex și o parte dublu sau multiplu conex). Grinzile căilor de rulare schițate în figura 4.25 a, b, c

reprezintă cazuri tipice de asemenea secțiuni. Calculul eforturilor unitare tangențiale produse de forțele tăietoare pe secțiuni compuse, se poate face pe baza principiilor arătate în



paragrafele precedente. Pentru aceasta ne folosim de secțiunea compusă (Fig.4.26) cu celula închisă secționată într-un punct oarecare (i) de pe contur, formând astfel o celulă deschisă. Pe această



secțiune transversală considerată ca secțiune de bază se poate calcula fluxul de forfecare (t_T^0) cu relația (4.25) în raport cu un sistem de axe centrale, sau cu relația (4.24) față de un sistem de axe principale. Valoarea fluxului de forfecare (t_T^0)

astfel determinată reprezintă valoarea finală pentru partea deschisă a profilului (simplu conex), deci $t_T = t_T^0$. Pentru partea închisă a profilului, trebuie să se determine fluxul de forfecare suplimentar constant (\bar{t}_T), care reprezintă o mărime suplimentară nedeterminată. Calculul acestei mărimi (\bar{t}_T) se face cu formula (4.35') respectiv (4.35'') dacă profilul este dublu conex (Fig.4.25 a,d), iar dacă profilul este multiplu conex (Fig.4.25 b,c), calculul se face cu relațiile (4.38') respectiv (4.38'') în cazul secțiunilor poligonale. Calculul termenilor ce intră în relațiile mai sus citate, se extinde numai asupra părții închise a profilului.

Valoarea fluxului de forfecare (\bar{t}_T) astfel determinat se suprapune peste valoarea fluxului de forfecare (t_T^0) obținând cu relația (4.32) fluxul de forfecare final (t_T^i) pentru profilul închis.

Cunoscând fluxul de forfecare (t_T) pe conturul secțiunii transversale compuse, cu relația (4.19) se pot determina eforturile unitare tangențiale produse de forțele tăietoare în orice punct de pe conturul liniei mediane a secțiunii transversale.

Pentru a evita greșelile ce s-ar putea strecura în calculul fluxului de forfecare (t_T) și în cazul de față este de dorit să se verifice echilibrul ce trebuie să existe între forțele de forfecare (L_T) și forțele tăietoare (T_x, T_y).

Poziția centrului de forfecare (D) se determină în mod analog ca la profilele simplu conexe, din ecuația de momente scrisă pentru forțele tăietoare (T) și forțele de forfecare (L_T) în raport cu un punct arbitrar (A) din planul secțiunii transversale.

4.4. Aplicații

Aplicația Nr.4.1

Să se determine fluxul de forfecare ($t_{\bar{x}}^i$) produs de forța tăietoare (T_y) pe secțiunea transversală dublu conexă, avînd dimensiunile din figura 4.27.

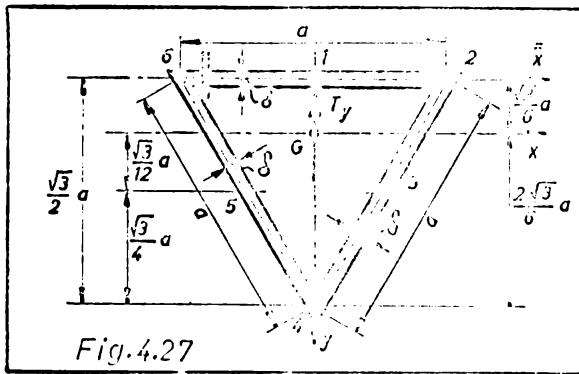


Fig.4.27

Pentru cunoașterea fluxului de forfecare ($t_{\bar{x}}^i$) dat de relația (4.32) trebuie să parcurse următoarele etape de calcul:

- Profilul dublu conex se transformă într-un profil simplu conex prin efectuarea unei secțiuni într-un punct oarecare de pe conturul profilului (de exemplu în punctul 6).

Pe secțiunea profilului simplu conex se calculează mărimile;

- Centrul de greutate al secțiunii transversale se determină cu relația (4.1');

$$\bar{y}_G = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_{Gi} \cdot A_i}{A} = \frac{2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a \int}{3 a \int} = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

- Momentele statice la diferite nivele ale secțiunii transversale, în raport cu axa $x-x$, se determină cu formula (4.2') sau cu relațiile din tabelul 4.1:

$$\begin{aligned} S_{x(1)} &= \frac{a}{2} \int \left(-\frac{\sqrt{3}}{6} a \right) = -\frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \\ S_{x(2)} &= a \cdot \int \left(-\frac{\sqrt{3}}{6} a \right) = -\frac{2\sqrt{3}}{12} a^2 \int \\ &\vdots \\ S_{x(6)} &= \frac{\sqrt{3}}{48} a^2 - \int \left(\frac{\sqrt{3}}{12} a - \frac{\sqrt{3}}{6} a \right) = 0 \end{aligned}$$

- Momentul de inerție al întregii secțiuni transversale, în raport cu axa $x - x$, se determină cu ajutorul tabelului 4.1:

$$I_x = a^3 \int \left(\frac{\sqrt{3}}{6} \right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{3} \int \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{6} a \right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{6} a + \frac{2\sqrt{3}}{6} a + \left(\frac{2\sqrt{3}}{6} a \right)^2 \right] = \frac{a^3 \int}{4}$$

- Fluxul de forfecare (t_T^0) în raport cu axa $x-x$, în punctele caracteristice ale secțiunii profilului simplu conex, se determină cu relația (4.24):

$$t_{T(1)}^0 = - \frac{T_y}{I_x} S_x(1) = - \frac{T_y}{I_x} \left(- \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \right) = \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x}$$

$$t_{T(2)}^0 = - \frac{T_y}{I_x} S_x(2) = - \frac{T_y}{I_x} \left(- \frac{2\sqrt{3}}{12} a^2 \int \right) = \frac{2\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x}$$

⋮

Variația fluxului de forfecare (t_T^0) în lungul liniei mediane a profilului simplu conex cât și valorile acestuia în punctele caracteristice, se arată în Figura 4.28.

Pentru determinarea fluxului de forfecare suplimentar (t_{T1}^0) se calculează coeficienții (δ_{11}^0) și (δ_{10}^0) cu relația (4.34') în funcție de forțele de forfecare.

- Forțele de forfecare (L_{Tik}^0) din fiecare element plan se calculează cu relațiile (4.29) respectiv (4.30);

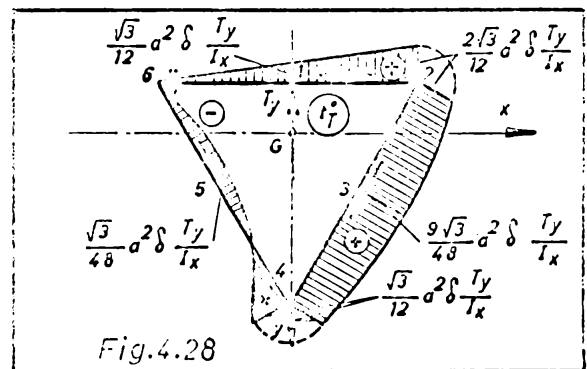


Fig.4.28

$$L_{T6-2}^0 = \frac{a}{2} \left(0 + \frac{2\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x} \right) = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \int \frac{T_y}{I_x}$$

$$L_{T2-4}^0 \approx \frac{a}{6} \left(\frac{2\sqrt{3}}{12} + 4 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{48} + \frac{\sqrt{3}}{12} \right) a^2 \int \frac{T_y}{I_x} = \frac{2\sqrt{3}}{12} a^3 \int \frac{T_y}{I_x}$$

$$L_{T4-6}^0 \approx \frac{a}{6} \left(\frac{\sqrt{3}}{12} - 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{48} + 0 \right) a^2 \int \frac{T_y}{I_x} = 0$$

- Coeficienții (δ_{11}^0) și (δ_{10}^0) (4.34') rezultă;

$$\delta_{11}^0 = \sum \frac{L_{Tik}^0}{\delta_{ik}} = \frac{3\sqrt{3}}{12} a^3 \int \frac{T_y}{I_x} \cdot \frac{1}{\int} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^3 \frac{T_y}{I_x}$$

$$\delta_{10}^0 = \sum \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} = \frac{1}{\int}$$

- Fluxul de forfecare suplimentar și constant se determină cu relația(4.35 "):

$$\bar{t}_T = - \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^3 \frac{T_y}{I_x}}{\frac{3a}{\int}} = - \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x}$$

- Fluxul de forfecare pe secțiunea profilului dublu conex se calculează cu formula (4.32) respectiv (4.36'):

$$t_{T(i)}^i = t_{T(i)}^0 + \bar{t}_T$$

$$t_{T(1)}^i = \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x} - \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x} = 0$$

$$t_{T(2)}^i = \frac{2\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x} - \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x} = \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x}$$

⋮

$$t_{T(6)}^i = 0 - \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x} = - \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \int \frac{T_y}{I_x}$$

Variația fluxului de forfecare (t_T^i) în lungul liniei mediane a profilului dublu conex precum și valorile acestuia în punctele caracteristice ale secțiunii, sînt prezentate în figura 4.29.

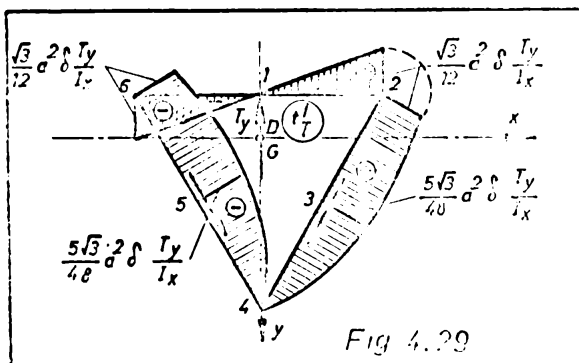


Fig. 4.29

Pentru a avea siguranța că nu s-a greșit la calculul fluxului de forfecare, se face verificarea echilibrului dintre forțele de forfecare și forțele tăietoare.

- Forțele de forfecare ($L_{T_{ik}}^i$) din fiecare element plan se calculează în funcție de fluxul de forfecare

(t_m^i) de pe secțiunea profilului dublu conex, cu formula (4.29) respectiv (4.30);

$$L_{T_{6-2}}^i = \frac{a}{2} \left(- \frac{\sqrt{3}}{12} + \frac{\sqrt{3}}{12} \right) a^2 \int \frac{T_y}{I_x} = 0$$

$$L_{T_{2-4}}^i \cong \frac{a}{6} \left(\frac{\sqrt{3}}{12} + 4 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{40} + 0 \right) a^2 \int \frac{T_y}{I_x} - \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \int \frac{T_y}{I_x}$$

$$L_{T_{4-6}}^i \approx \frac{a}{6} \left(0 - 4 \frac{2\sqrt{3}}{48} - \frac{\sqrt{3}}{12} \right) a^2 \int \frac{T_y}{I_x} = - \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \int \frac{T_y}{I_x}$$

Ținând seama de sensul forțelor de forfecare (fig.4.29), condiția de echilibru se exprimă:

$$\sum y = 0; \text{ sau } (L_{T_{24}}^i + L_{T_{64}}^i) \cos 30^\circ - T_y = 0$$

$$\text{Dar: } (L_{T_{24}}^i + L_{T_{64}}^i) \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \int \frac{T_y}{\frac{a^3 \delta}{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = T_y$$

Rezultă: $T_y - T_y = 0$

Deci condiția de echilibru este îndeplinită și pe baza acesteia, există dovada că fluxurile de forfecare sînt corect calculate.

- Poziția centrului de forfecare (D) se determină cu relația (4.31) scrisă în punctul 2 (fig.4.29).

$$T_y \cdot x_D = L_{T_{64}}^i \cdot a \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \int \frac{T_y}{\frac{a^3 \delta}{4}} a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

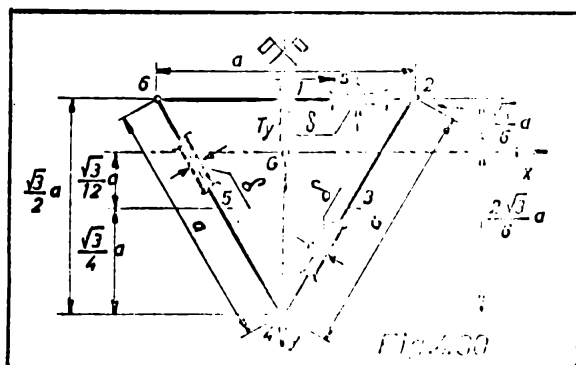
De unde, după simplificări se obține:

$$x_D = \frac{a}{2}$$

ceea ce se știa dinainte, deoarece axa y-y este axa de simetrie a figurii și centrul de forfecare se găsește pe această axă.

Aplicația Nr.4.2.

Să se determine fluxul de forfecare (t_T^i) produs de forța tăietoare (T_y) pe secțiunea transversală din aplicația precedentă ținând seama de particularitățile geometrice ale secțiunii și particularitățile mecanice ale încărcării (fig.4.30).



Secționînd profilul în unul din punctele în care axa de simetrie intersectează linia mediană ($n = 1$) se obține un profil deschis (simplu conex) pentru care se calculează caracteristicile geometrice ca în aplicația precedentă. Punînd condiția ca originea coordonatei curbilini (s) să se găsească pe

axa de simetrie (punctul 1), cu relația (4.24) se obțin valorile fluxului de forfecare (t_T^0) în punctele interesante;

$$t_{T(1)}^0 = - \frac{T_Y}{I_x} S_x(1) = 0$$

$$t_{T(2)}^0 = - \frac{T_Y}{I_x} S_x(2) = - \frac{T_Y}{I_x} \left(- \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \delta \right) = \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \delta \frac{T_Y}{I_x}$$

$$t_{T(3)}^0 = - \frac{T_Y}{I_x} S_x(3) = - \frac{T_Y}{I_x} \left(- \frac{5\sqrt{3}}{48} a^2 \delta \right) = \frac{5\sqrt{3}}{48} a^2 \delta \frac{T_Y}{I_x}$$

Variația fluxului de forfecare (t_T^0) cât și valorile acestuia în punctele interesante de pe contur, sînt arătate în figura 4.31.

În funcție de valorile fluxurilor de forfecare se determină forțele de forfecare ($L_{T_{ik}}^0$) necesare pentru calculul coeficienților din ecuația (4.32).

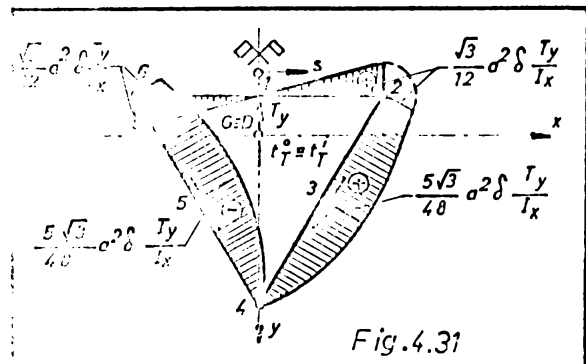


Fig.4.31

$$L_{T_{1-2}}^0 = \frac{1}{2} a \left(0 + \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \delta \frac{T_Y}{I_x} \right) = \frac{\sqrt{3}}{24} a^3 \delta \frac{T_Y}{I_x}$$

$$L_{T_{2-4}}^0 \approx \frac{a}{5} \left(\frac{\sqrt{3}}{12} + 4 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{48} + 0 \right) a^2 \delta \frac{T_Y}{I_x} = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \delta \frac{T_Y}{I_x}$$

$$L_{T_{4-6}}^0 \approx \frac{a}{5} \left(0 - 4 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{48} - \frac{\sqrt{3}}{12} \right) a^2 \delta \frac{T_Y}{I_x} = - \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \delta \frac{T_Y}{I_x}$$

$$L_{T_{6-1}}^0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \left(- \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \delta \frac{T_Y}{I_x} + 0 \right) = - \frac{\sqrt{3}}{48} a^3 \delta \frac{T_Y}{I_x}$$

Coeficienții (σ_{11}) și (σ_{10}) din (4.34') au valorile:

$$\sigma_{11} = \frac{\sum L_{T_{ik}}^0}{\sum \sigma_{ik}} = \frac{0}{\sigma} = 0 ; \quad \sigma_{10} = \frac{\sum \sigma_{ik}}{\sigma} = \frac{3a}{\sigma}$$

Din ecuația (4.35"), rezultă că:

$$t_T^0 = - \frac{\sigma_{11}}{\sigma_{10}} = \frac{0}{3a/\sigma} = 0$$

Inlocuind în ecuația (4.32) se obține fluxul de forfecare (t_T^i) pentru profilul dublu conex. Cum $\bar{t}_T = 0$, rezultă că în toate punctele de pe conturul secțiunii profilului $t_T^i = t_T^0$, rezultat la care se poate ajunge direct folosind relația (4.37). Figura 4.27 arată variația fluxului de forfecare (t_T^i) pentru profilul dublu conex (închis o singură dată).

În continuare, aplicația are aceeași rezolvare ca cea precedentă.

Analizând rezultatele obținute în cele două aplicații, se desprinde concluzia că în cazul profilelor dublu conexe și care prezintă particularități geometrice și mecanice, calculul fluxului de forfecare (t_T^i) se poate conduce ca la profilele simplu conexe (4.37) cu condiția ca originea coordonatei curbilini (s) să se afle într-un punct situat la intersecția liniei mediane a profilului cu axa de simetrie.

Aplicația Nr.4.3.

Să se determine fluxul de forfecare (t_T^i) produs de forța tăietoare (T_y) pe secțiunea transversală multiplu conexă (fig.4.32).

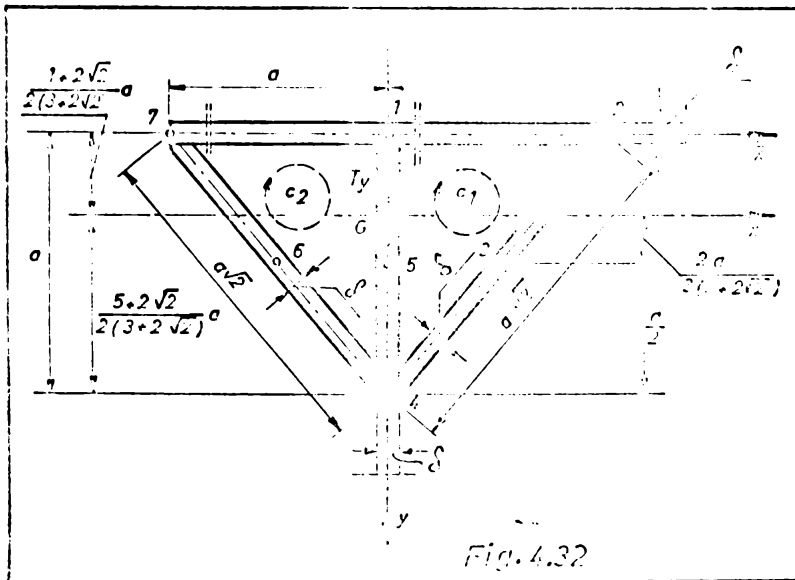


Fig.4.32

Pentru rezolvarea problemei, secțiunea închisă de două ori se transformă într-un sistem de bază prin secționarea celulelor ((c_1) în punctul 1) și ((c_2) în punctul 7) din figura 4.32. Calculul caracteristicilor geometrice și a fluxului de forfecare (t_T^0) pe

structura de bază, se face ca în cazul aplicației 4.1. Valorile fluxurilor de forfecare (t_T^0) în punctele caracteristice ale secțiunii transversale cât și variația acestora în lungul liniei mediane a secțiunii transversale, sînt arătate în figura 4.33.

- Forțele de forfecare ($L_{T_{ik}}^0$) din fiecare placă plană se calculează cu relația (4.29), respectiv (4.30) în funcție de fluxul de forfecare (t_T^0) (fig.4.33) și rezultă:

Celula c_1 :

$$L_{T_{1-2}}^0 = \frac{1+2\sqrt{2}}{4(3+2\sqrt{2})} a^3 \int \frac{m_y}{I_x}$$

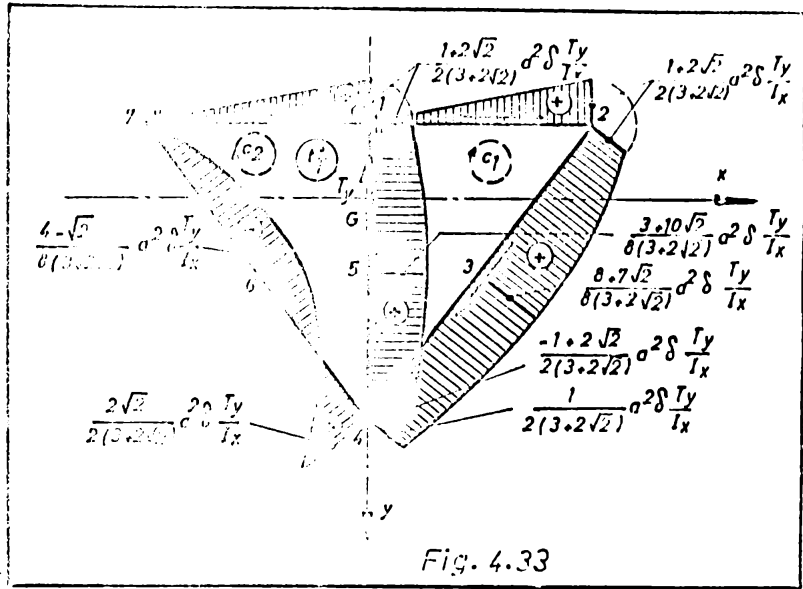


Fig. 4.33

$$L_{T_{2-4}}^0 = \frac{9 + 5\sqrt{2}}{6(3 + 2\sqrt{2})} a^3 \int \frac{m_y}{I_x}$$

$$L_{T_{4-1}}^0 = - \frac{3 + 14\sqrt{2}}{12(3 + 2\sqrt{2})} a^3 \int \frac{m_y}{I_x}$$

$$\sum_{c_1} \frac{L_{T_{ik}}^0}{\delta_{ik}} = \frac{9 + \sqrt{2}}{6(3+2\sqrt{2})} a^3 \int \frac{m_y}{I_x}$$

Celula c_2 :

$$L_{T_{7-1}}^0 = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{4(3 + 2\sqrt{2})} a^3 \int \frac{m_y}{I_x}$$

$$L_{T_{1-4}}^0 = \frac{3 + 14\sqrt{2}}{12(3 + 2\sqrt{2})} a^3 \int \frac{m_y}{I_x}$$

$$L_{T_{4-7}}^0 = \frac{6 - 4\sqrt{2}}{12(3 + 2\sqrt{2})} a^3 \int \frac{m_y}{I_x}$$

$$\sum_{c_2} \frac{L_{T_{ik}}^0}{\delta_{ik}} = \frac{6 + 8\sqrt{2}}{6(3+2\sqrt{2})} a^3 \int \frac{m_y}{I_x}$$

*) S-a luat semnul (-) deoarece forța de forfecare ($L_{T_{41}}^0$) are sens contrar sensului pozitiv al fluxului de pe celula c_1 (fig.4.33)

- Coef. și necunoscutele se calculează cu relațiile (4.39'a) și (4.40') și rezultă:

$$\delta_{11} = \sum_{c_1} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} = \frac{2a}{\sigma} + \frac{\sqrt{2}a}{\sigma} = (2 + \sqrt{2}) \frac{a}{\sigma}$$

$$\delta_{22} = \sum_{c_2} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} = (2 + \sqrt{2}) \frac{a}{\sigma}$$

$$\delta_{12} = \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{1,2} - \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{2,1} = \frac{a}{\sigma}$$

- Pentru aflarea necunoscutele suplimentare ($\bar{t}_T^{(1)}$ și $\bar{t}_T^{(2)}$) se recurge la un sistem de două ecuații cu două necunoscute ce se poate obține prin scrierea ecuației (4.38'') pentru fiecare din cele două celule, astfel:

$$\sum_{c_1} \frac{L_{Tik}^0}{\sigma_{ik}} + \bar{t}_T^{(1)} \sum_{c_1} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} - \bar{t}_T^{(2)} \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{1,2} = 0$$

$$\sum_{c_2} \frac{L_{Tik}^0}{\sigma_{ik}} + \bar{t}_T^{(2)} \sum_{c_2} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} - \bar{t}_T^{(1)} \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{2,1} = 0$$

Aducând valorile cunoscute ale coeficienților necunoscutele și termenii liberi, sistemul devine:

$$\begin{cases} \frac{9 + \sqrt{2}}{6(3+2\sqrt{2})} a^3 \sigma \frac{\partial v}{\partial x} + (2 + \sqrt{2}) a \bar{t}_T^{(1)} - a \bar{t}_T^{(2)} = 0 \\ \frac{6 + 8\sqrt{2}}{6(3+2\sqrt{2})} a^3 \sigma \frac{\partial v}{\partial x} - a \bar{t}_T^{(1)} + (2 + \sqrt{2}) a \bar{t}_T^{(2)} = 0 \end{cases}$$

După rezolvarea sistemului, rezultă valorile fluxurilor de forfecare suplimentare și constante:

$$\bar{t}_T^{(1)} = - \frac{25 + 15\sqrt{2}}{6(3+2\sqrt{2})} a^2 \sigma \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\bar{t}_T^{(2)} = - \frac{37 + 25\sqrt{2}}{6(3+2\sqrt{2})} a^2 \sigma \frac{\partial v}{\partial x}$$

- Calculul fluxurilor de forfecare (t_m^i) pe secțiunea transversală multiplu conexă se face cu relațiile (4.32) respectiv (4.32 ca de exemplu:

Celula c_1 :

$$t_{T(3)}^i = t_{T(3)}^o + \bar{t}_{T(c_1)}^{(1)} = \frac{8+7\sqrt{2}}{8(3+2\sqrt{2})} a^2 \delta \frac{T_y}{I_x} - \frac{26+19\sqrt{2}}{6(31+22\sqrt{2})} a^2 \delta \frac{T_y}{I_x} =$$

$$= \frac{184 + 125\sqrt{2}}{24(31+22\sqrt{2})} a^2 \delta \frac{T_y}{I_x}$$

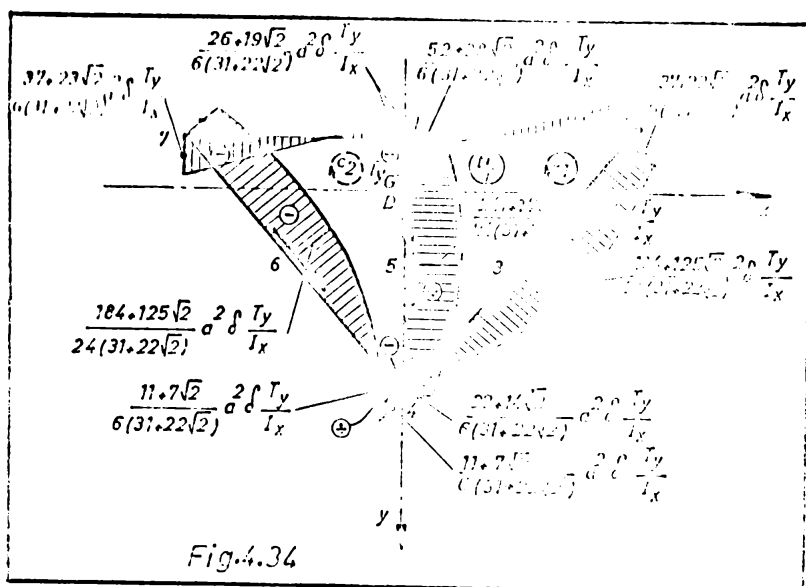
⋮

Celula c_2 :

⋮

$$t_{T(5)}^i = t_{T(5)}^o + \bar{t}_{T(c_2)}^{(2)} - \bar{t}_{T(c_1)}^{(1)} = \frac{3 + 10\sqrt{2}}{9(3+2\sqrt{2})} a^2 \delta \frac{T_y}{I_x} -$$

$$- \frac{37+23\sqrt{2}}{6(31+22\sqrt{2})} a^2 \delta \frac{T_y}{I_x} + \frac{26 + 19\sqrt{2}}{6(31+22\sqrt{2})} a^2 \delta \frac{T_y}{I_x} = \frac{241+178\sqrt{2}}{24(31+22\sqrt{2})} a^2 \delta \frac{T_y}{I_x}$$



In figura 4.34 se arată variația fluxurilor de forfecare (t_T^i) în lungul liniei mediane a fiecărei celule în parte precum și valorile finale ale acestora.

5. TEORIA ÎN SECȚIUNĂ A MEMBRULUI DE BARSĂ CU SECȚIUNE HOMOGENĂ ȘI CU ÎNCĂLZIRI

5.1. Notații

\bar{M}_R	- momentul de inerție concentrat exterior
M_R	- momentul de inerție uniform distribuit în lungul barei
M_x	- momentul de inerție interior
M_{R1}	- momentul de inerție liberă
M_z	- $\sum M_i \cdot \int_{S_i} m_i(z) dz$, reprezintă momentul de inerție total care acționează în secțiunea z
σ_{R1}	- forțele de la reacțiile din reacțiile libere
θ	- unghiul de rotație specifică
u	- modulul de elasticitate transversală
$F(x,y); u(x,y)$	- funcția de deplasare tangențială
ξ, η, ζ	- coordonatele unui punct arbitrar (x) din planul secțiunii transversale raport de secție după direcțiile x, y, z.
u, v, w	- deplasările unui punct arbitrar (x) din planul suprafeței laterale, după tangente (l.t), normale (l.n) la suprafața laterală și după axe barei (z) în cazul profilurilor simple conexe
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	- idem la profilele dublu și multiplu conexe
θ	- unghiul de rotație a secțiunii transversale
θ_s	- rotația specifică
θ_d	- suprafața factorizată de un profil simplu conexe
θ_m	- suprafața factorizată de un profil dublu și multiplu conexe
I_R	- momentul de inerție al secțiunii transversale a barei, la reacțiile libere
t_R	- fluxul de forțe din pereții rigidizărilor longitudinale
δ_R	- profilul de rigidizare
u_R	- tangența medie a secțiunii transversale a rigidizării
l_R	- tangența medie a secțiunii de calcul de la baza cooperitelor de rigidizare

- $A_{m,o}$ - aria secțiunii înclinată de linia mediană a celulei de bază
- $A_{m,r}$ - aria secțiunii înclinată de linia mediană a rigidizării
- n - un număr întreg și pozitiv

5.2. Generalități

O bară dreaptă cu secțiune constantă, încărcată cu forțe (distribuite după o lege oarecare sau concentrate), cuprinse într-un plan care nu trece prin axa centrului de greutate (în caz particular axa centrelor de greutate), este solicitată suplimentar și la răsucire. Solicitarea de răsucire apare frecvent în elementele construcțiilor de mașini (cabluri, șasiuri de autovehicule etc), în elementele construcțiilor industriale (grinzile căilor de rulare, stâlpii halelor și a estacadelor etc), a podurilor de șosea și cale ferată, construcția metalică a avioanelor etc.

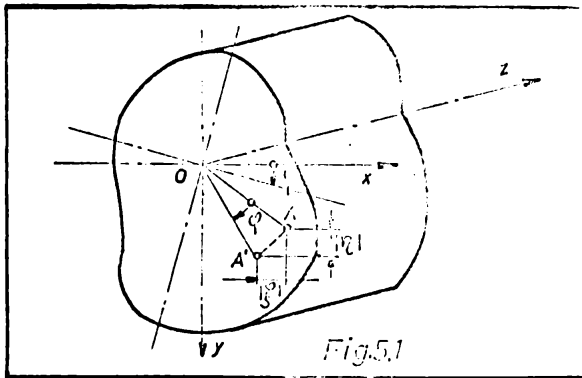
Dacă o bară cu secțiune constantă se încarcă în punctele de capăt cu două cupluri de forță egale și de sens contrar, situate în plane normale pe axa barei, bareta se va răsuci și fibrele longitudinale vor descrie niște tractoare eliceoidale rămânând de lungime inițială, iar secțiunile transversale (cu excepția celor circulare și înclinate) din direcția axei din lungul barei se vor deplina (deforma) din cauza deformațiilor longitudinale ce apar. Dacă condițiile de rezistență și de amorsare ale barei sînt de așa natură încît să nu crească obstacole în calea deplinderii libere a secțiunilor, atunci solicitarea poate fi considerată de răsucire liberă, uniformă sau răsucire pură. În cazul răsucirii libere, elementele care alăturare barei nu sînt cupuse și solicitării de încovoidare iar în secțiunile transversale a barei vor apare numai eforturi unitare tangențiale (τ).

Calculul relativ simplu al barelor se datorește faptului că în majoritatea cazurilor se poate folosi ipoteza secțiunilor plane a lui Bernoulli. Există unele cazuri în care metodele de calcul ale barelor, bazate pe ipoteza lui Bernoulli, se dovedesc insuficiente. Faptul că metodele de calcul după rezistența materialelor se dovedesc insuficiente, se datorește fie tipului de solicitare, fie geometriei barei, cum ar fi barele cu secțiune necirculară sau barele cu praguri de înălțime.

5.3. Torsunea liberă a barelor cu secțiune necirculară

Barele cu secțiune constantă necirculară solicitate la răsucire nu pot fi studiate pe baza ipotezei secțiunilor plane, deoarece în urma deformații barei prin răsucire liberă, secțiunea transversală se strîmbează, se deplasează. Aceasta categoric de bază a fost studiată de către D. de Saint-Venant, care a obținut soluția exactă a problemei pentru o serie de secțiuni importante în practica inginerască, cum ar fi dreptunghiul, triunghiul echilateral, elipsa etc.

Pentru prezentarea problemei răsucirii libere a unei bare cu secțiune necirculară (Fig. 5.1),



face presupunerea că deplasările unui punct (A) din planul secțiunii transversale (ξ și η) se determină cu formulele de bare cu secțiune circulară [17]:

$$\xi = -\varphi y; \eta = \varphi x \quad (5.1a, b)$$

unde:

$\varphi = \sigma \cdot z$ reprezintă unghiul de răsucire al secțiunii transversale curente (z) în raport

cu capătul barei (z=0). Deplasarea (ξ) în lungul barei datorită deplasării secțiunii transversale este diferită de zero, ea depinde de forma secțiunii, de coordonatele punctului considerat și se calculează cu formula:

$$\xi = \sigma \cdot \phi(x, y) \quad (5.1 c)$$

unde:

$\phi(x, y)$ este funcția lui Saint-Venant care se studiază în mod deosebit pentru răsucirea cea particulară de secțiune transversală în parte și trebuie să satisfacă ecuația lui Laplace;

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (5.2)$$

Calculul de răsucire liberă al barelor cu secțiune constantă necirculară, după teoria lui Saint-Venant, se face admițând ipoteze că secțiunile transversale ale barei nu se deformează în planul lor, ci numai în câmpurile lor de câmp. În acest caz se poate ușor demonstra ([17], [50]) că cele două componente ale eforturilor unitare sînt nule ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$), iar celele (τ_{xz} și τ_{yz}) pot fi alese în așa fel ca să satisfacă ecuația de echilibru, condițiile la limită

(ecuațiile pe contur) și condițiile de compatibilitate să fie satisfăcute.

Acste condiții pot fi satisfăcute introducând o funcție a eforturilor unitare (funcția de răsucire a lui Saint-Venant);

$$F = F(x, y) \tag{5.3}$$

eforturile unitare (τ_{zx} și τ_{zy}) se deduc din formulele:

$$\tau_{zx} = \frac{\partial F(x, y)}{\partial y}, \text{ și } \tau_{zy} = - \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} \tag{5.4a, b}$$

Pentru aceasta, funcția eforturilor $F(x, y)$, trebuie să satisfacă ecuația de compatibilitate a deformărilor, cunoscută sub numele de ecuația lui Poisson;

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} = - 2 G\theta \tag{5.5}$$

și să se anuleze în orice punct de pe lungimea conturului (c) a secțiunii transversale a barei;

$$\frac{\partial F(x, y)}{\partial n} = 0 \tag{5.6}$$

Ecuația de echilibru a momentelor de răsucire, ținând seama de funcția eforturilor, se poate scrie;

$$M_z = \int_A F(x, y) dx \cdot dy \tag{5.7}$$

Problema funcției libere a barelor se poate rezolva plecând de la funcția de eforturi unitare (c) a lui Prandtl, care se dovedește a fi mai ușor de manipulat din punct de vedere teoretic și cu semnificații mecanice mai simple decât funcțiile lui Saint-Venant;

$$F(x, y) = G\theta u(x, y) \tag{5.8}$$

Acastă funcție satisface în toate secțiunile barei condiția de compatibilitate ((5.5) ecuația lui Poisson);

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = - 2 \tag{5.9}$$

și condiția limită pe contur;

$$\left\{ \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} dy \right\}_{\text{cont.}} = du(x, y) = 0 \tag{5.10}$$

Deci, pe conturul secțiunii, funcția eforturilor unitare ($u(x, y)$) are o valoare constantă;

$$u(x, y)_{\text{cont.}} = \text{const} \tag{5.11}$$

În cazul barelor cu contur simplu convex, valoarea constantei nu prezintă importanță, deoarece eforturile unitare tangențiale depind numai de derivatele parțiale de ordinul întâi ale funcției de eforturi. De aceea se poate considera

$$U(x,y)_{\text{cont.}} = \theta \quad (5.11 \text{ a})$$

În acest caz, eforturile unitare tangențiale se calculează cu formulele:

$$\begin{aligned} \tau_{zx} &= G\theta \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} \\ \tau_{zy} &= -G\theta \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} \end{aligned} \quad (5.12 \text{ a, b})$$

Momentul de răsucire pe care îl prezintă secțiunea, se calculează cu formula:

$$M_x = 2 G\theta \iint_A U(x,y) dx dy \quad (5.13)$$

în care, dacă se introduce notația:

$$I_1 = 2 \iint_A U(x,y) dx dy \quad (5.14)$$

expresia (5.13), devine:

$$M_x = G\theta I_1 \quad (5.13 \text{ a})$$

Dacă se cunoaște momentul de răsucire (M_x), se poate determina unghiul de răsucire specific (θ) din formula (5.13 a), astfel:

$$\theta = \frac{M_x}{GI_1} \quad (5.15)$$

În felul acesta problema determinării stării de eforturi unitare sau a stării de deformare în cazul unei bare cu secțiune necirculară, solicitată la răsucire liberă, se reduce la găsirea funcției eforturilor, adică la integrarea ecuației diferențiale cu derivate parțiale (5.5 sau 5.9), cu condiția ca pe conturul secțiunii funcția eforturilor să fie nulă.

Dintre barele cu secțiune necirculară solicitate la răsucire liberă, barele cu secțiune dreptunghiulară sînt cele care prezintă importanță din punct de vedere practic. În cazul secțiunilor dreptunghiulare nu se poate găsi o expresie simplă pentru funcția eforturilor și în cele mai multe cazuri, așa cum se arată și în /36/, /197/, se ajunge la scrierea:

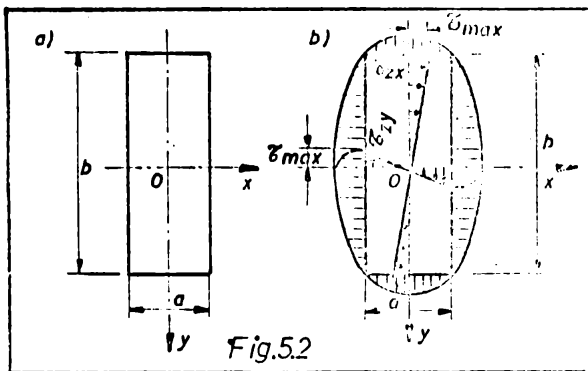
Se consideră o bară de secțiune dreptunghiulară, avînd laturile definite de ecuațiile: $x = \pm a/2$; $y = \pm b/2$ (fig.5.2 a) solicitată la răsucire liberă. Pentru rezolvarea problemei, se adoptă funcția eforturilor sub formă scrisă în matrice simple cu coeficienți variabili.

$$U(x,y) = \sum_{n=1,3,5,\dots} Y_n(y) \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (5.16)$$

Coeficienții variabili $Y_n(y)$ trebuie astfel aleși, încît funcția (5.16) să satisfacă atât ecuația diferențială (5.9) cît și condițiile la limită (5.10).

Dacă se introduce funcția (5.16) în ecuația (5.9), rezultă:

$$\sum_{n=1,3,5,\dots} \left[Y_n''(y) - \frac{n^2 \pi^2}{a^2} Y_n(y) \right] \cos \frac{n\pi x}{a} = -2 \quad (5.17)$$



Membrul stîng din expresia (5.17) poate fi considerat ca o dezvoltare în serie Fourier a unei funcții cu perioada (2a) care este egală cu -2 în intervalul $(-a/2 < x < a/2)$. În afara acestui interval se consideră că funcția se continuă. Din formula (5.17), rezultă valoarea coeficientului de ordinul (n) al dezvoltării:

$$C_n = Y_n''(y) - \frac{n^2 \pi^2}{a^2} Y_n(y), \quad (a)$$

iar din teoria seriilor trigonometrice [163] rezultă că acest coeficient trebuie să aibă valoarea:

$$C_n = \frac{2}{a} \int_{-a/2}^{a/2} (-2) \cos \frac{n\pi x}{a} dx = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{8}{\pi n} \quad (b)$$

Din egalarea expresiilor (a) și (b) se obține ecuația diferențială pe care trebuie s-o satisfacă funcția $(Y_n(y))$:

$$Y_n''(y) - \frac{n^2 \pi^2}{a^2} Y_n(y) = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{8}{\pi n} \quad (5.18)$$

Soluția generală a acestei ecuații diferențiale neomogene, va fi:

$$Y_n(y) = A_n \operatorname{ch} \frac{n\pi y}{a} + B_n \operatorname{sh} \frac{n\pi y}{a} + (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{8a^2}{\pi^3 n^3} \quad (5.19)$$

Constantele de integrare A_n și B_n se determină din condiția ca pentru $y = \pm b/2$, funcția $Y(y)$ și concomitent funcția eforturilor $U(x,y)$ să se anuleze. Din aceste condiții se obțin:

$$A_n = (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{8a^2}{\pi^3 n^3 \operatorname{ch} \frac{n\pi b}{a}} ; B_n = 0$$

iar funcția $(Y_n(y))$, are forma:

$$Y_n(y) = (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{1}{n^3} \left(\frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi y}{a}}{\operatorname{ch} \frac{n\pi b}{2a}} - 1 \right) \quad (5.19')$$

cu aceasta, funcția eforturilor are forma:

$$U(x,y) = \frac{8a^2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^3} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \left(\frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi y}{a}}{\operatorname{ch} \frac{n\pi b}{2a}} - 1 \right) \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (5.20)$$

Odată determinată funcția eforturilor, determinarea eforturilor unitare tangențiale, se face fără dificultate cu ajutorul relațiilor (5.12);

$$\tau_{zx} = G\theta \frac{\partial U}{\partial y} = G\theta \frac{8a^2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi y}{a}}{\operatorname{ch} \frac{n\pi b}{2a}} \cos \frac{n\pi x}{a}$$

$$\tau_{zy} = -G\theta \frac{\partial U}{\partial x} = G\theta \frac{8a^2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \left(\frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi y}{a}}{\operatorname{ch} \frac{n\pi b}{2a}} - 1 \right) \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (5.12'a, b)$$

Efectuând calculele rezultă că eforturile unitare tangențiale ating valori maxime $\left[\left(\tau_{zy} \right)_{\substack{x=0 \\ y=b/2}} \Rightarrow \tau_{\max}$ și $\left(\tau_{zy} \right)_{\substack{x=\pm a/2 \\ y=0}} \Rightarrow \tau_{\max} \right]$ la jumătatea laturilor și se anulează $\left[\left(\tau_{zx} \right)_{x=\pm a/2} = \tau_{zy} \substack{x=\pm a/2 \\ y=\pm b/2} = 0 \right]$ în

dreptul colțurilor (Fig. 5.2b).

Valoarea cea mai mare a efortului unitar tangențial se atinge la mijlocul laturilor lungi ale dreptunghiului, adică în punctul cel mai apropiat de centrul de greutate,

Tinând seama de figura 5.2b și de relațiile (5.12'b), după calcule intermediare, rezultă:

$$\tau_{\max} = \left(\tau_{zy} \right)_{\substack{x=\pm a/2 \\ y=0}} = G\theta a \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2 \operatorname{ch} \frac{n\pi b}{2a}} \right) \quad (5.12'c)$$

Momentul de inerență interior se determină cu formula (5.13);

$$M_I = 2 G\theta \iint_A U(x,y) dx dy = 16 G\theta \frac{a^2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^3} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi y}{a}}{\operatorname{ch} \frac{n\pi b}{2a}} - 1 \right) dy \int_{-a/2}^{a/2} \cos \frac{n\pi x}{a} dx \quad (5.13')$$

După efectuarea calculului elemente, rezultă;

$$M_r = G\theta \frac{a^3 b}{3} \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{a}{b} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^5} \operatorname{th} \frac{n\pi b}{2a} \right] \quad (5.13'')$$

Comparînd formulele (5.12'c) și (5.13''), se poate stabili în cazul secțiunii dreptunghiulare ($b \gg a$), ținînd seama și de (5.14), că;

$$I_r = \beta a^3 b \quad \text{și} \quad W_r = \alpha a^2 b \quad (5.21 \text{ a,b})$$

(W_r este modulul de rezistență la răsucire liberă a barelor necirculare) în care coeficienții (β) și (α) se identifică prin:

$$\beta = \frac{1}{3} \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{a}{b} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^5} \operatorname{th} \frac{n\pi b}{2a} \right] \quad (5.22, \text{a,b})$$

$$\alpha = \frac{\beta}{1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} \operatorname{th} \frac{n\pi b}{2a}}$$

Coeficienții (α) și (β) depind numai de raportul laturilor dreptunghiului (b/a) și se găsesc în literatură de specialitate /36/, /69/, /165/, /201/.

În cazul unui dreptunghi îngust ($\frac{b}{a} > 4$), relațiile (5.22 a,b) devin:

$$\alpha = \beta = \frac{1}{3} \left[1 - 0,63 \frac{a}{b} \right] \quad (5.22' \text{a,b})$$

iar pentru un dreptunghi foarte îngust ($\frac{b}{a} > 10$), se poate accepta cu bună aproximație, valoarea

$$\alpha = \beta \approx \frac{1}{3} \quad (5.22'' \text{a,b})$$

Dacă se cunoaște momentul de răsucire (M_r) și caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale a barei, rotirea specifică (θ) se calculează cu formula (5.15), iar efortul unitar tangențial maxim rezultă din:

$$\tau_{\max} = \frac{M_r}{I_r} \frac{a}{2} = \frac{M_r}{W_r} \quad (5.23)$$

Deplanarea secțiunii dreptunghiulare sub acțiunea răsucirii libere se determină cu formula (5.1 c). Analizînd formula (5.1 c) se constată că punctele situate pe axele de simetrie ale secțiunii (fig.5.3) nu se deplasează. deoarece;

$$\xi = \theta \cdot \rho (0,0) = 0 \quad (5.24)$$

Pentru punctele situate în contur ($x = \pm a/2$) cu excepția celor de pe axele de simetrie, funcția de răsucire $\phi (\pm a/2, y) = \frac{a}{2} y$ (pentru $-\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}$) poate fi prezentată ca dublul supra-

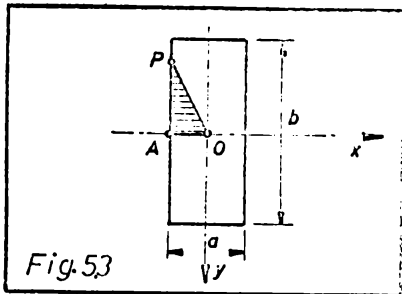


Fig.53

feței triunghiului (ΔOAP) determinat de raza vectoroare (OA). Această suprafață poartă denumirea de suprafața sectorială. Se poate vedea cu ușurință din expresia funcției de răsucire că fiecărui punct de pe contur (sau din planul secțiunii) îi corespunde o arie sectorială proprie. De aceea aria sectorială poate fi considerată ca o coordonată sectorială (ω) a

punctului respectiv. De aici rezultă că deplanarea secțiunii transversale este legată de coordonata sectorială și se calculează cu formula:

$$\zeta = \theta \omega = \theta \frac{a}{2} y \quad (5.25)$$

Se vede așadar că problema calculului barelor cu secțiune necirculară solicitate la răsucire liberă, este relativ simplă, iar seriile care intervin sînt rapid convergente și nu se ajunge la un calcul anevoios.

5.4. Răsucirea liberă a barelor cu pereți subțiri

5.4.1 Deplanarea secțiunii transversale

Studiul comportării barelor cu pereți subțiri cu secțiune constantă (cu contur simplu conex, multiplu conex sau compus), la solicitarea de răsucire liberă se face în ipoteza unor bare libere de acțiuni (forțe), cărora li se aplică starea de solicitare prin secțiunile de capăt precupuse normale pe axa acestora.

Dacă supunem barei cu pereți subțiri acțiunii a două momente de răsucire (\bar{M}_T) de aceeași mărime și de sensuri contrare, aplicate în secțiunile de capăt (fig.5.4)

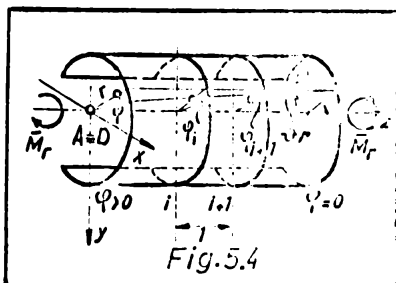


Fig.5.4

, atunci secțiunile transversale de la capete se vor roti una față de alta cu unghiul (ψ). Fibrele longitudinale descriu niște elice, care pentru valori mici ale unghiurilor de răsucire pot fi considerate drepte. Unghiul de răsucire

(φ) își are valoarea în lungul axei (Oz) a barei din secțiune în secțiune. Variația unghiului (φ) în raport cu variabila (z), matematic se poate exprima prin relația:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \varphi' \quad (5.26)$$

Considerând că derivata unghiului de răsucire (φ') reprezintă diferența dintre unghiurile de răsucire ($\varphi_i - \varphi_{i+1}$) din secțiunile transversale (i și $i+1$) distanțate cu unitatea, raportată la o lungime unitară, atunci se observă că (φ') reprezintă chiar unghiul de răsucire specifică (θ).

Adică;

$$\theta = \varphi' \quad (5.26')$$

În cazul răsucirii libere, unde unghiul de răsucire (φ) variază liniar în lungul barei (fig.5.4), unghiul de răsucire specifică (θ) se poate obține din relația:

$$\theta = \frac{\varphi}{L} \quad (5.26'')$$

Răsucirea fiecărei secțiuni transversale se produce în jurul unui punct de răsucire (A) din planul acesteia, iar dacă răsucirea nu este obligată din punct de vedere constructiv să se producă în jurul unui alt punct, atunci punctul (A) va fi chiar centrul de răsucire (D) al secțiunii transversale numit și centrul de forfecare /238/. Linia care unește centrele de răsucire (de forfecare) în general este paralelă cu axa (Oz) a barei și se numește axa de răsucire a barei. Poziția ei depinde numai de forma secțiunii transversale a barei. În timpul răsucirii barei, toate fibrele longitudinale, cu excepția celor din axa de răsucire a barei, sînt supuse unor deplasări longitudinale. Ca urmare a deplasărilor longitudinale (lungiri sau scurtări) diferite ale fibrelor, ceea ce depinde numai de poziția acestora în secțiunea transversală, secțiunile transversale ale barelor cu pereți subțiri nu mai rămîn plane, ele se strîmbă, se deplasează. Între răsucirea și deplanarea secțiunii transversale, există o legătură directă care poate fi stabilită din considerații geometrice ce se pot face asupra unei fibre longitudinale din bara solicitată.

Pentru a putea stabili o expresie matematică a deplanării secțiunii transversale, se va izola un element de lungime unitară (fig.5.5) din bara cu pereți subțiri solicitată la răsucire liberă (fig.5.4). În urma răsucirii elementului de bară cu unghiul (φ), o fibră curentă (m) (fig.5.5) din planul secțiunii transversale, va ajunge în punctul (m_1) determinînd apariția unor lunecări

în planurile xz și yx ceea ce va duce în final la deplasările

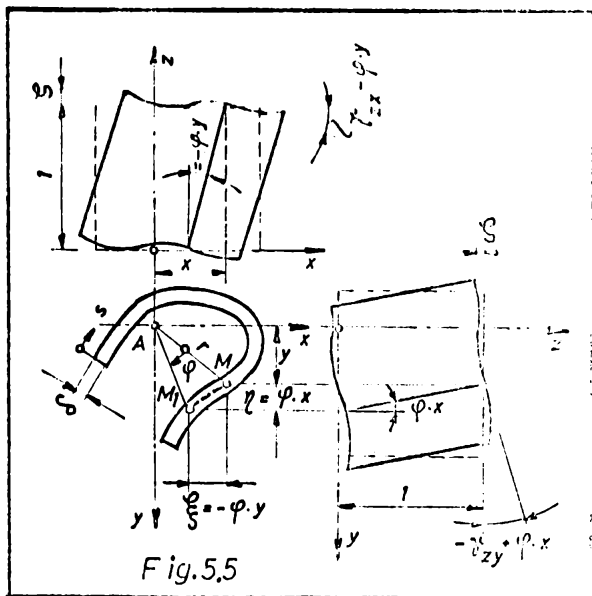


Fig.5.5

(ξ), (η) și (ζ) în lungul axelor de coordonate (Fig.5.5). Ținând seama de unghiul de răsucire a barei ($\varphi = \theta z$) dintr-o secțiune curentă, componentele deplasării axiale după /45/, /48/ și conform figurii 5.5, se pot scrie în final:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \gamma_{zx} + \theta y \quad (5.27)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \gamma_{zy} - \theta x$$

Înmulțind prima dintre aceste expresii cu (dx), iar a doua cu (dy) și adunându-le, obținem diferențială totală exactă:

$$d\xi = \frac{\partial \xi}{\partial x} dx + \frac{\partial \xi}{\partial y} dy = -\theta (x dy - y dx) + (\gamma_{zy} dy + \gamma_{zx} dx) \quad (5.28)$$

Integrând expresia (5.28) în lungul unei curbe oarecare (s) se găsește expresia matematică a deplasărilor axiale în lungul acestei curbe (reprezentată grafic în figura 5.5). După cum se vede din figura 5.6, proiecțiile elementului de arc (ds) pe axele de coordonate sînt:

$$dx = ds \cos \alpha ; dy = ds \sin \alpha \quad (a, b)$$

iar cele două paranteze din expresia (5.28) devin:

$$(x dy - y dx) = (x \sin \alpha - y \cos \alpha) ds = r \cdot ds \quad (c)$$

(r - reprezintă înălțimea în triunghiul curbiliniu (fig.5.6))

$$(\gamma_{zy} \sin \alpha + \gamma_{zx} \cos \alpha) ds = \gamma_t ds \quad (d)$$

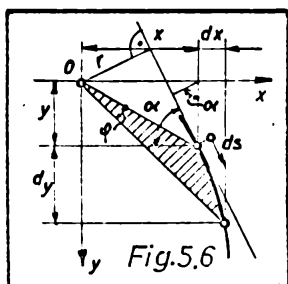


Fig.5.6

(γ_t - reprezintă proiecția lunoăării unghiulare totale pe direcția tangentei la arcul ds). După cum rezultă din expresia (c) și figura 5.6, factorul care înmulțește pe θ (5.28) reprezintă dublul ariei sectorului elementar limitat de elementul de arc (ds) și de razele duse din origine la extremitățile acestui element. Acest factor se numește suprafața sectorială elementară sau coordonata sectorială

elementară

Expresia (5.28) devine:

$$d\zeta = -\theta r ds + \gamma_t^* ds = (-\theta r + \gamma_t^*) ds \quad (5.28')$$

După integrare:

$$\zeta = \int_{s_0}^s (\gamma_t^* - \theta r) ds + \zeta_0 \quad (5.29)$$

se obține expresia matematică a deplanării secțiunii transversale. În expresia (5.29) (ζ_0) este o funcție arbitrară de (z) jucînd rolul constantei de integrare la integrarea în raport cu (s).

După cum se vede din figura 5.5 deplanarea secțiunii transversale variază nu numai în lungul coordonatei curbilinii (s), ci și pe grosimea peretelui (δ). Din cauza grosimii mici a peretelui (δ), la profilele cu pereți subțiri se poate admite cu bună aproximație ca deformația în lungul liniei mediane să reprezinte deformația, respectiv deplanarea, secțiunii transversale.

În acest caz, expresia (5.29) se va scrie corespunzător notației pentru un punct din planul suprafeței mediane a profilului;

$$W = \int_{s_0}^s (\gamma_t^* - \theta r) ds + W_0 \quad (5.29')$$

În baza ipotezelor admise (v. capitolul 3) eforturile unitare tangențiale, produse de solicitarea de răsucire liberă, variază liniar pe grosimea pereților profilelor simplu conexe (deschise). În acest caz la nivelul planului median al peretelui, eforturile ^{unitare} tangențiale sînt nule și în consecință și luncările din acest plan devin nule ($\int_{s_0}^s \gamma_t^* ds = 0$). Expresia matematică a deplanării devine:

$$W = W_0 - \int_{s_0}^s \theta r ds \quad (5.29'')$$

Dacă ținem seama că θ este o constantă pentru o secțiune dată, atunci putem scrie:

$$W = W_0 - \theta \int_{s_0}^s r ds \quad (5.29''')$$

Integrala din formula (5.29''') reprezintă întreaga suprafață sectorială, notată cu (ω) sau ordonată sectorială, în raport cu un pol arbitrar (A), măsurată de la originea arcului ($B(s_0)$) pînă într-un punct curent ($a(s)$)

$$\omega_{AB}(s) = \int_{s_0}^s r ds \quad (a)$$

După înlocuire, se obține legea de variație a deplanării

secțiunii transversale, care este dată de legea de variație a coordonatei sectoriale.

$$W(z,s) = W_0(z,s) - \theta(z)\omega(s) \quad (5.30)$$

În relația (5.30) funcția $W_0(z,s)$ are semnificația unei translații axiale a secțiunii transversale $z = ct$, care în cazul solicitării numai de răsucire are valoarea zero.

Dacă se particularizează expresia (5.29''), pentru cazul $\theta = -1$, raportat la un punct oarecare (A), se obține o nouă caracteristică geometrică, numită de obicei unitară a secțiunii transversale:

$$W_A = W_0 + \int_{S=0}^S r ds \quad (5.31)$$

În literatura sovietică [1/,/212/,/270/,/278/ etc] deplanarea unitară este cunoscută sub denumirea de coordonată sectorială în raport cu un pol arbitrar (A) și punctul de zero principal. În această formulare, expresia (5.31), schimbând schema de notația (a), devine:

$$\omega_A = \omega_0 + \omega_{AB} \quad (5.32)$$

ω_0 reprezintă corecția coordonatei sectoriale în raport cu punctul de zero principal și care se va da mai târziu în capitolele următoare.

În cazul barelor cu prizați, care au răsucire liberă (de tip Saint-Venant), așa cum s-a văzut și în paragraful 5.2, atunci când la capetele unei bare cu secțiune constantă acționează două momente de răsucire (\bar{M}_r) de aceeași mărime și de sensuri contrare, iar secțiunile de la capete se pot deforma liber. Deformarea liberă a secțiunilor de capăt este posibilă la capetele libere sau la rezemarea în "furcă" a barelor (Fig.5.7 a, b).

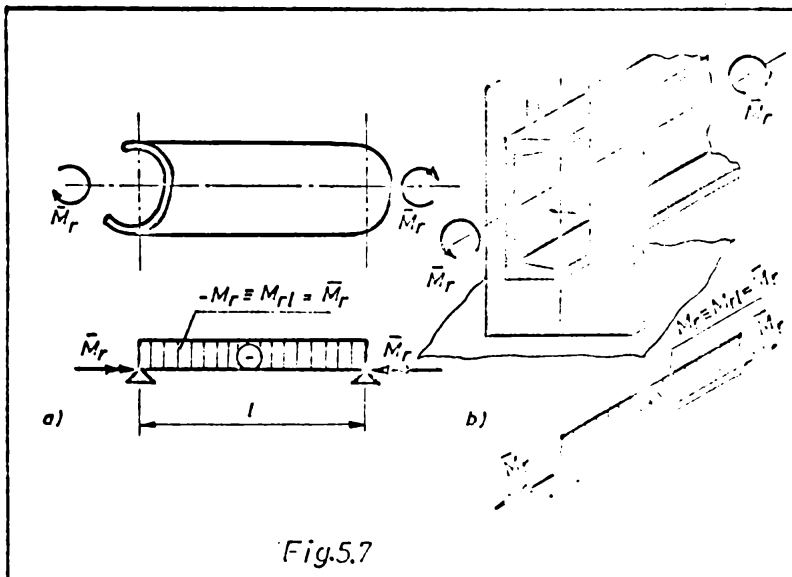


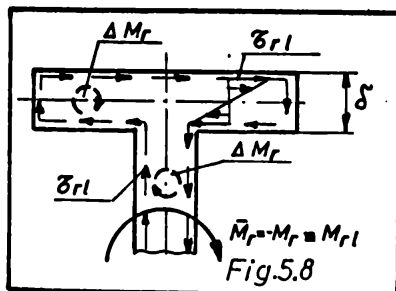
Fig.5.7

Momentul de răsucire interior (M_r), în cazul răsucirii libere, se notează cu M_{r1} și este constant în lungul barei și egal cu momentul de răsucire exterior (\bar{M}_r) fig.5.7).

5.4.2 Eforturi unitare tangențiale produse de răsucirea liberă

5.4.2.1. Bare cu secțiune simplu conexă

În cazul răsucirii libere a unei bare cu pereți subțiri cu secțiune simplu conexă, în secțiunea transversală apar în apropierea conturului eforturi unitare tangențiale dirijate în lungul acestuia. Pe laturile opuse ale conturului, ele sînt dirijate în sensuri opuse și sînt paralele la laturile conturului (fig.5.8). În acest caz, eforturile unitare tangențiale din răsucire liberă, se reduc la niște cupluri elementare ($\Delta M_r = \tau_{rl} \cdot 2\delta/3$) care se însumează dînd momentul forțelor interioare, numit moment de răsucire interior (M_r). Cu ușurință se poate observa din cele de mai sus, că din cauza grosimii mici a peretelui (δ), eforturile unitare tangențiale provenite din răsucirea liberă (τ_{rl}) au un braț de pînghie "interior" foarte mic, așa încît un moment de răsucire exterior \bar{M}_r ($\bar{M}_r = M_r = M_{rl}$) relativ mic, va produce eforturi unitare tangențiale foarte mari. De aici rezultă că barele cu profil simplu conex rezistă cu



atît mai puțin la solicitarea de răsucire

liberă cu cît au pereții mai subțiri. Din figura 5.8 se poate remarca că eforturile unitare tangențiale sînt dirijate în sensuri opuse avînd o variație liniară pe grosimea peretelui, iar pe linia mediană a profilului ele se anulează. Aceasta înseamnă că suprafața mediană, a barelor cu pereți subțiri solicitate la răsucire liberă, nu suferă deformații liniare sau unghiulare.

La barele cu pereți subțiri, legătura între momentul de răsucire interior ($M_r = M_{rl}$) și maximele care sînt funcție numai de secțiunea transversală și natura materialului se face cu relația (5.13 a) de la barele cu secțiune necirculară solicitate la răsucire liberă și anume:

$$M_{rl} = G I_p \theta \quad (5.13 a)$$

În cazul barelor cu pereți subțiri a căror contur se poate descompune în dreptunghiuri înguste de lățime (b_{ik}) și grosime (δ_{ik}), momentul de inerție la răsucire al unui dreptunghi se calculează pe baza relațiilor finale stabilite în paragraful 5.3.1, astfel;

- Pentru un dreptunghi îngust la care $b_{ik}/\delta_{ik} > 4$, momentul

de inerție la răsucire liberă (I_r) se calculează cu relația:

$$I_r \approx \frac{1}{3} b_{ik} \delta_{ik}^3 (1 - 0,63 \frac{\delta_{ik}}{b_{ik}}) \quad (5.33)$$

unde:

δ_{ik} - reprezintă întotdeauna latura mică a dreptunghiului și care să nu depășească valoarea $1/3 b_{ik}$

b_{ik} - reprezintă latura mare (lățimea) dreptunghiului

- Pentru un dreptunghi foarte îngust la care $b_{ik}/\delta_{ik} \gg 10$,

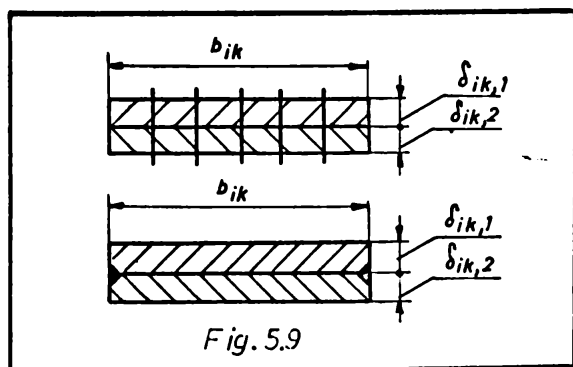
ceea ce este cazul barelor cu pereți subțiri, momentul de inerție la răsucire liberă se calculează cu relația:

$$I_r \approx \frac{1}{3} b_{ik} \delta_{ik}^3 \quad (5.34)$$

Pentru secțiuni compuse din mai multe elemente (dreptunghiuri înguste), analogia de membrană arată că în cazul răsucirii libere, funcția de eforturi unitare are același aspect ca și în cazul răsucirii independente a fiecărui element în parte. Influența reciprocă a elementelor duce la o ușoară schimbare a formei funcției de eforturi unitare, numai în zona punctelor de contact dintre acestea, ceea ce în cazul barelor cu pereți subțiri poate fi neglijat și se poate considera că diferitele elemente care alcătuiesc bara lucrează independent unul față de altul, răsucindu-se cu același unghi (θ). În acest caz momentul de inerție la răsucire liberă (I_r) se calculează ca o sumă a momentelor de inerție a dreptunghiurilor componente, astfel:

$$I_r = \frac{1}{3} \sum b_{ik} \delta_{ik}^3 \quad (5.35)$$

Dacă mai multe elemente suprapuse, de aceeași lățime îmbinate



cu șuruburi, nituri sau sudură (fig.5.9), alcătuiesc secțiunea barei ce urmează a fi solicitată la răsucire, atunci în cazul unei legături rigide, în expresia (5.35), după W.F.Bornscheuer/17/,/28/,/32/, se va introduce:

$$\delta_{ik} = \delta_{ik,1} + \delta_{ik,2} + \delta_{ik,3} + \dots \quad (2)$$

dar în cazul unei legături elas-

tice (care să permită eventuale alunecări), caracteristică geometrică la răsucire (I_r) se calculează mai dezavantajos, introducând în

expresia (5.35) pentru δ_{ik}^3 , valoarea:

$$\delta_{ik}^3 = \delta_{ik,1}^3 + \delta_{ik,2}^3 + \delta_{ik,3}^3 + \dots \quad (b)$$

În cazul elementelor suprapuse lăţimi diferite (de exemplu; tălpile grinzilor cu inimă plină sudate sau nituite, figura 5.10), calculul momentului de inerţie la răsucire se face cu relaţia (5.35) în care, după /126/, se introduce pentru (δ_{ik}^3):

- pînă la şirurile exterioare de nituri, respectiv pînă la cusăturile de sudură interioare, valoarea ce se obţine din expresia (a).
- în afara acestor zone, valoarea ce rezultă din expresia (b).

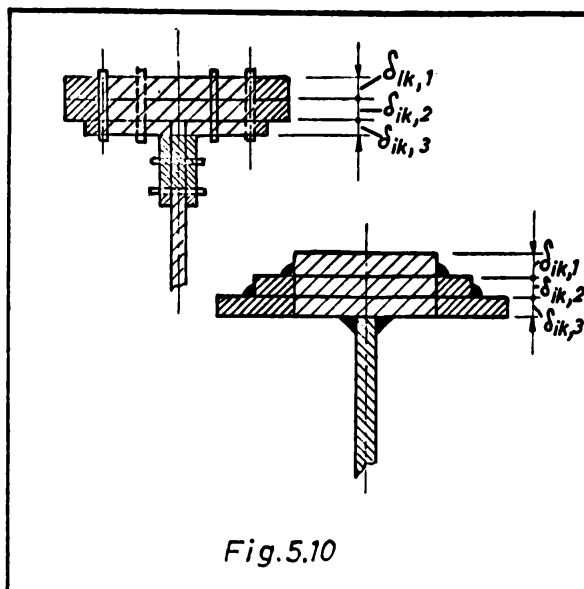


Fig. 5.10

Formulele de mai sus se referă la secţiuni pentru care fiecare element are o grosime constantă pe întreaga lungime. Dacă se întîlnesc elemente a căror grosime variază liniar, cum sînt tălpile profilelor laminate, atunci momentul de inerţie la răsucire liberă (I_x) se poate calcula cu relaţia /201/:

$$I_x = \frac{1}{3} \sum b_{ik} \delta_{ik,m}^3 \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{k \cdot b_{ik}}{\delta_{ik,m}} \right)^2 \right] \quad (5.36)$$

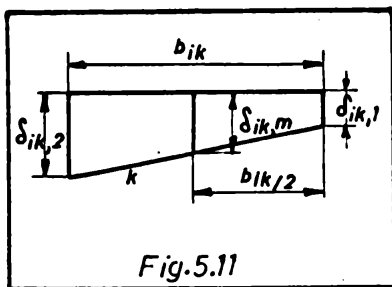


Fig. 5.11

Unde:

k - reprezintă panta tăpii profilului, iar celelalte notaţii suplimentare au semnificaţia din figura 5.11.

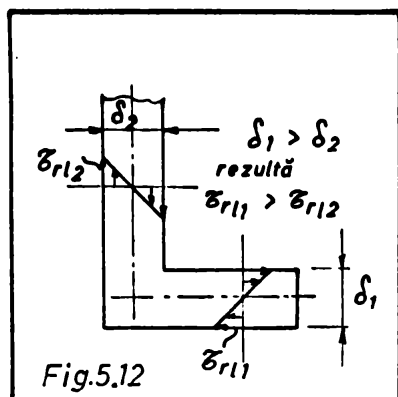
Rigiditatea foarte mică la răsucire a barelor cu pereţi subţiri cu contur simplu convex, este scoasă în evidenţă prin relaţiile (5.35) şi (5.36) unde grosimea (δ_{ik}) sau grosimea medie ($\delta_{ik,m}$) şi așa destul de mici, intră la puterea a 3-a, ceea ce duce la valori foarte mici pentru momentul de inerţie la răsucire liberă (I_x).

Relaţia de calcul a eforturilor unitare tangenţiale provenite din răsucirea liberă, similară cu (5.23) din paragraful precedent

este de forma relației pentru eforturi unitare normale provenite din încovoiere dreaptă și anume:

$$\tau_{r1} = \frac{M r_1}{I_x} \cdot \delta \quad (5.23 \text{ a})$$

Din relația (5.23a) reiese dependența liniară dintre eforturile unitare tangențiale (τ_{r1}) și grosimea peretelui (δ). Rezultă așadar, că întotdeauna vor apărea eforturi unitare tangențiale mai mari acolo unde grosimea peretelui este mai mare (fig.5.12).



5.4.2.2. Bare cu secțiune dublu și multiplu conexă

a. Bare cu secțiune dublu conexă

În practica construcțiilor, barele cu secțiune dublu conexă, (secțiunile chesonate) au o mare importanță, mai ales acelea la care pereții au grosimi foarte mici în raport cu celelalte dimensiuni ale secțiunii transversale (numite bare cu pereți subțiri).

Calculul barelor cu pereți subțiri cu profil dublu conex solicitate la răsucire liberă se bazează pe ipotezele fundamentale din capitolul 3, admitînd că;

- Eforturile unitare tangențiale (τ_{r1}) sînt uniform repartizate pe grosimea peretelui și au valoarea corespunzătoare nivelului liniei mediane a profilului (fig.5.13).

- Fluxul de forfecare (t) este orientat după tangenta la linia mediană a profilului (fig.5.13) și este constant în orice punct de pe conturul liniei mediane.

Admitînd prima ipoteză, eroarea ce apare din cauza abaterii efortului unitar tangențial ($\Delta \tau_{r1}$) față de valoarea medie (τ_{r1}) (fig. 5.13) este de ordinul de mărime determinat de raportul dintre grosimea pereților ($\delta(s)$) și celelalte dimensiuni ale secțiunii

transversale (a;b). In cazul barelor cu pereți subțiri această eroare poate fi neglijată fiind apreciată ca o eroare de ordin superior (infinit mic de ordin superior).

Prima parte a ipotezei a doua admise mai sus este evidentă, iar pentru a demonstra partea a doua se va izola un element diferențial (fig.5.14) dintr-o bară cu pereți subțiri solicitată la răsucire liberă a cărei secțiune transversală este arătată în figura 5.13.

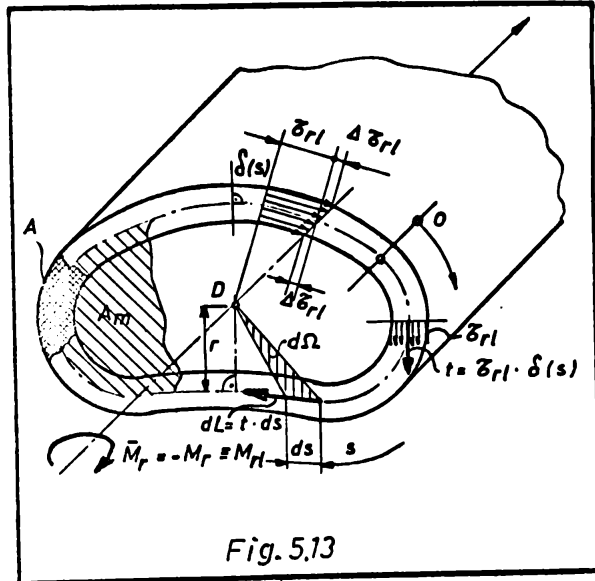


Fig. 5.13

Scriind suma proiecțiilor pe axa z a tuturor forțelor exteriorizate pe elementul diferențial decupat din bară

și ținând seama că în cazul răsucirii libere nu există eforturi unitare normale în secțiunile transversale, rezultă:

$$\tau_{rl,1} \delta_1 = \dots = \tau_{rl,i} \delta_i = \dots = \tau_{rl,n} \delta_n = ct \quad (5.37)$$

Relația (5.37) obținută ne arată că fluxul de forfecare ($t = \tau_{rl} \delta$), chiar în ipoteza că grosimea, peretelui ($\delta(s)$) variază în lungul coordonatei curbiliniei (s), este constant pe toată lungimea conturului secțiunii transversale și se poate calcula cu relația (4.19). De aici rezultă că forța de forfecare elementară (dL) cât și fluxul de forfecare (t) au direcția tangentă la linia mediană a profilului (fig.5.13).

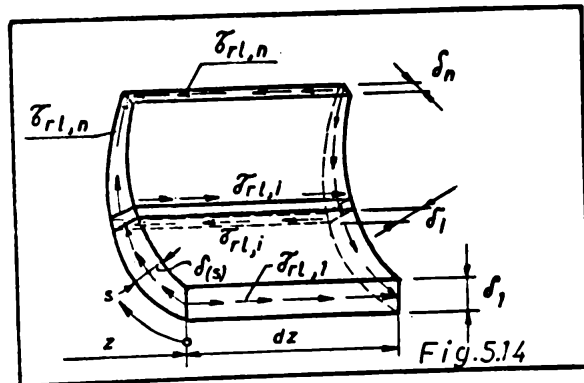


Fig. 5.14

Ținând seama de cele de mai sus, se poate stabili o relație între fluxul de forfecare (t) și momentul de răsucire interior (M_r). Momentul de răsucire interior (M_r) care în cazul răsucirii libere este egal cu momentul de răsucire exterior (\bar{M}_r), produce în secțiunea transversală închisă fluxul de forfecare (t) (fig.5.13). Așa cum se vede din figura 5.13, fluxul de forfecare, în raport cu un punct oarecare (D) din planul secțiunii transversale, produce un

moment de răsucire care este chiar momentul de răsucire interior (M_r).

Deci:

$$\oint t \cdot r \cdot ds = M_r \quad (5.38)$$

Dacă ținem seama de ipotezele de mai sus ($t = ct$), relația devine:

$$t \oint r ds = M_r \quad (5.38a)$$

Cantitatea de sub semnul integralei reprezintă suprafața sectorială elementală ($d\Omega$). Efectuînd integrala pe conturul închis, obținem suprafața sectorială (Ω) care este egală cu dublul suprafeței limitate de conturul liniei mediane a profilului.

Deci:

$$\Omega = \oint d\Omega = 2 A_m \quad (5.39)$$

Dacă explicităm pe (t) din relația (5.38a) și dacă ținem seama de (5.39), obținem relația de legătură între fluxul de forfecare și momentul de răsucire interior.

$$t = \frac{M_r}{2A_m} \quad (5.40)$$

Relația (5.40) este cunoscută în literatură sub denumirea de "prima formulă a lui Bredt". Cunoscînd fluxul de forfecare, putem calcula cu ajutorul relației (4.19) eforturile unitare tangențiale în orice punct de pe conturul secțiunii închise:

$$\tau_{r1} = \frac{t}{s} = \frac{M_r}{2 \cdot A_m \cdot s} \quad (5.41)$$

($M_{r1} = M_r$ în cazul răsucirii libere)

Din relația (5.41) rezultă că efortul unitar tangențial (τ_{r1}), în cazul răsucirii libere a profilelor închise, atinge valori maxime în acele puncte de pe coordonata curbilinie (s) în care grosimea peretelui ($\delta(s)$) are valoarea minimă. Rezultatele la care conduce expresia matematică (5.41) pot fi explicate pe baza uneia dintre următoarele analogii cu problema răsucirii; analogia hidrodinamică, analogia de membrană sau analogia de câmp magnetic.

Dacă liniile de câmp magnetic străbat o porțiune de bară cu secțiune variabilă (în lung), se știe că în punctele unde secțiunea este mai redusă, liniile de câmp se îndeasă, aici apare cea mai mare densitate a liniilor de câmp magnetic, care în problema răsucirii, corespund fluxului de forfecare maxim (fig.5.15)

În practica proiectării este obligator să se cunoască atât starea de eforturi unitare cât și starea de deformație. La barele

solicitare de răsucire, este necesar să se cunoască atât eforturile de răsucire tangențiale cât și unghiul de răsucire maxim (φ_{\max})

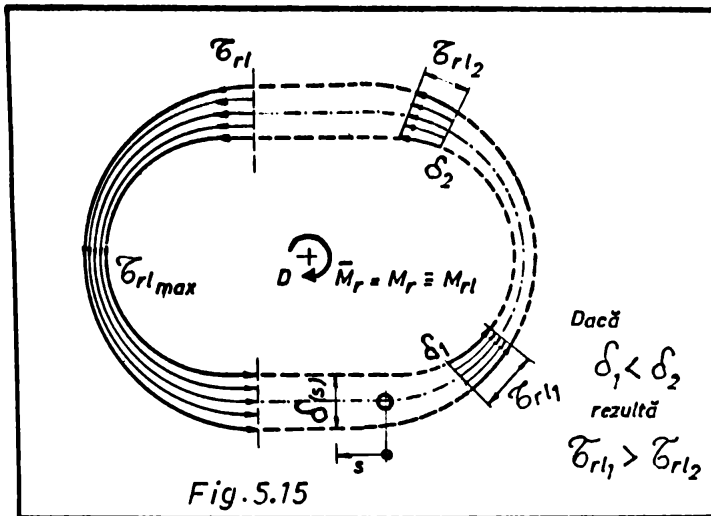


Fig. 5.15

Unghiul de răsucire (φ), pentru o bară de lungime (l) se poate calcula cu relația (5.26")

$$\varphi = \theta \cdot l. \quad (5.26'')$$

Unghiul de răsucire specifică (θ), constant în cazul răsucirii libere, se poate calcula cu relația (5.15):

$$\theta = \frac{M_r}{GI_r} \quad (5.15)$$

unde:

I_r este momentul de inerție

la răsucire liberă al secțiunii transversale dublu conexe. Momentul de inerție la răsucire (I_r) se determină din condiția ca, la barele cu pereți subțiri cu profil dublu conex solicitate la răsucire, sume deplanărilor (\bar{w}) tuturor punctelor de pe linia mediană, în orice secțiune transversală, să fie zero.

Deci:

$$\oint \bar{w} ds = 0 \quad (5.42)$$

Introducînd în (5.42) relația (5.29') transformată corespunzător profilelor dublu conexe (conform ipotezelor admise), avînd în vedere că:

$$\gamma = \frac{\tau_{rl}}{G} = \frac{t}{G \cdot \delta} \quad (5.43)$$

și ținînd seama de (5.39), rezultă:

$$2A_m \theta - t \oint \frac{ds}{G \delta} = 0 \quad (5.44)$$

De unde, dacă se ține seama de relația (5.40) se obține unghiul de răsucire specifică

$$\theta = \frac{M_r}{4A_m^2} \frac{ds}{G} \quad (5.45)$$

Dacă se egalează expresiile (5.15) și (5.45) și dacă admitem că avem același material pe toată lungimea conturului ($G=ct$), atunci se obține expresia momentului de inerție la răsucire pentru profile dublu conexe:

$$I_r = \frac{4A_m^2}{\oint \frac{ds}{\delta}} \quad (5.46)$$

Expresia (5.46) este cunoscută în literatură sub denumirea de "a doua formulă a lui Breda".

In cazul barelor cu pereți subțiri dublu conexe, cu contur poligonal format din plăci plane cu lățimea (b_{ik}) și grosime constantă (δ_{ik}), integrala pe contur închis din formula de mai sus se poate înlocui cu suma pe contur închis și expresia devine:

$$I_r = \frac{4A_m^2}{\sum \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}}} \quad (5.46')$$

Dacă grosimea peretelui este constantă pe toată lungimea conturului, atunci suma pe contur închis reprezintă perimetrul celulei închise (U) împărțită prin grosimea peretelui (δ). In acest caz (5.46') devine:

$$I_r = \frac{4A_m^2}{U} \delta \quad (5.46'')$$

Expresiile (5.46) și (5.46') de calcul ale momentului de inerție la răsucire a profilelor dublu conexe, pot fi scrise sub o formă mai simplă dacă se introduce notația:

$$\psi = \frac{2A_m}{\oint \frac{ds}{\delta}} \quad ; \quad \Psi = \frac{2A_m}{\sum \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}}} \quad (5.47a,b)$$

Astfel:

$$I_r = 2\Psi A_m \quad (5.48)$$

Unde (Ψ) poartă denumirea de funcție de răsucire și are valoare constantă pentru fiecare secțiune transversală dublu conexă în parte.

Dacă se compară expresiile momentelor de inerție la răsucire a profilelor simplu conexe (5.34) și a profilelor dublu conexe (5.48), rezultă că ultima relație conduce la valori mult mai mari decât prima, deci secțiunile închise (dublu conexe) se pretează cu mult mai bine la preluarea solicitării de răsucire decât secțiunile cu profil simplu conex (secțiuni deschise).

B. Bare cu secțiune multiplu conexă

Barele cu pereți subțiri cu secțiune multiplu conexă au secțiunea transversală formată din mai multe celule închise. Repartizarea celulelor în secțiunea transversală se poate face în mod succesiv după o direcție (fig.5.16) sau după două sau mai multe direcții (fig.5.17).

Practic, repartiția celulelor după o direcție în formă de bandă, poate duce la alcătuirea secțiunilor transversale cu largă aplicabilitate în construcția podurilor, stăvilor și porților de ecluză, a prizilor căilor de rulare, a aripilor de avion etc.

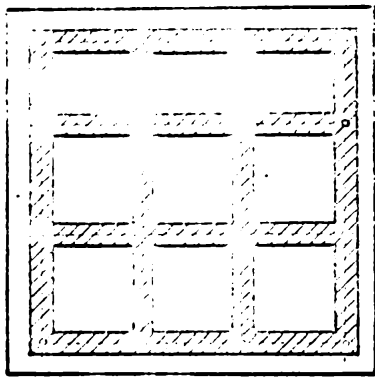
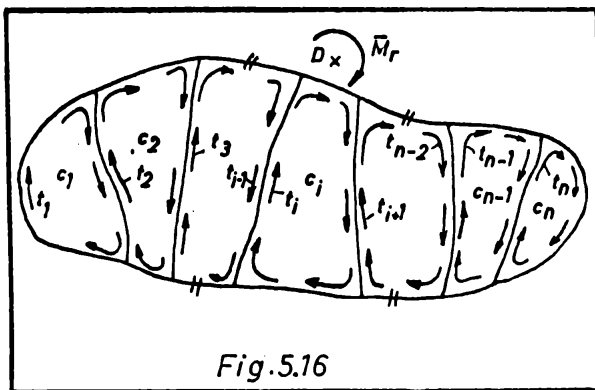


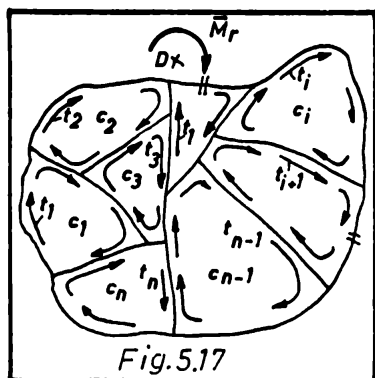
Fig.5.10

(fig.5.18). Repartiția celulelor după două direcții poate duce



la rețele patratiche sau circulare de celule (fig. 5.19) care să reprezinte scheletul de rezistență al silozurilor, buncărelor, blocurilor-turn etc. Problemele care se pun la barele cu pereți subțiri multiplu conexe sînt de a calcula repartiția și mărimea fluxurilor

de forfecare aferente fiecărei celule în parte provenite din răsucire liberă, eforturile unitare tangențiale în pereții celulelor, unghiul de răsucire specifică și momentul de inerție la răsucire al întregului ansamblu.



Calculul profilelor multiplu conexe supuse la răsucire liberă se bazează pe aceleași considerații și ipoteze ca și calculul profilelor dublu conexe.

În figura 5.20 sînt izolate un grup de trei celule curente dintr-o bandă de celule pe care sînt reprezentate fluxurile de forfecare și ariile limitate de liniile mediane ale fiecărei celule în parte. Relația (5.40) arată momentul de răsucire interior preluat de o celulă (profil dublu conex). Prin analogie cu aceasta, unei celule curente (C_i), din momentul de răsucire interior ($M_R = \bar{M}_R$), îi revine o anumită parte (M_{R,C_i}). Matematic, aceasta se exprimă astfel:

$$M_{R,C_i} = 2 A_{m,i} \cdot t_i \quad (5.49)$$

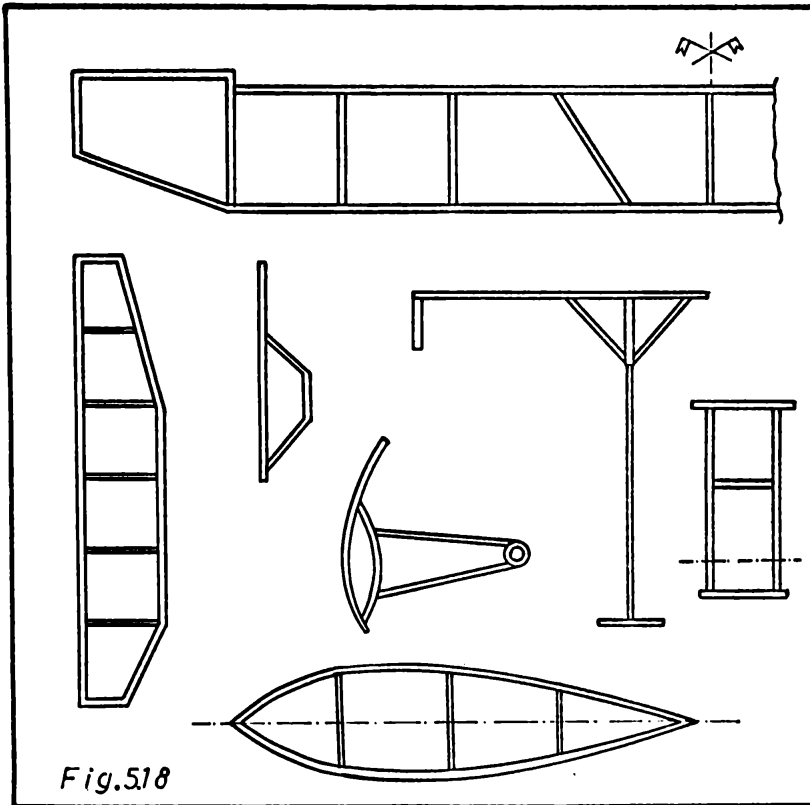
Suma acestor părți (ce revine fiecărei celule) trebuie să egaleze momentul de răsucire interior (M_R).

Deci:

$$M_R = \sum_{i=1}^n M_{R,C_i} = \sum_{i=1}^n 2 A_{m,i} t_i = 2 (A_{m,1} t_1 + A_{m,2} t_2 + \dots + A_{m,i} t_i + \dots + A_{m,n} t_n) \quad (5.50)$$

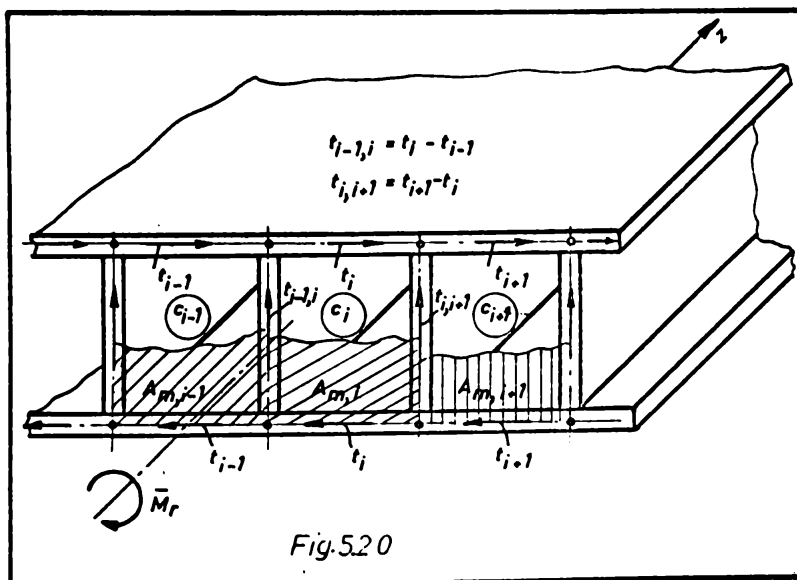
Direcția fluxurilor de forfecare este aceeași în toate

celulele (Fig.5.16), iar pe baza din dreapta a secțiunii, conform



convenției de semn, corespunde cu sensul de rotație a momentului de răsucire exterior. Din cauza aceluiași sens de parcurgere al fluxurilor de forfecare, în pereții intermediari (comuni a două celule alăturate) va acționa numai diferența acestor fluxuri (fig.5.20) fapt de care trebuie ținut seama la scrierea sistemului de ecuații.

Aplicarea momentului de răsucire va determina rotirea fiecărei secțiuni transversale a profilului cu același unghi (θ), deci



toate celulele profilului se vor roti în același timp cu unghiul (θ). Această condiție ne permite scrierea unui sistem de (n) ecuații pentru cele (n) celule ale secțiunii transversale din care să rezulte toate valorile fluxurilor de forfecare.

În cazul unei secțiuni transversale multiplu conexă, cu celulele așezate una lângă alta, în bandă (fig. 5.16 și 5.20), sistemul de (n) ecuații pentru determinarea celor (n) fluxuri de forfecare necunoscute, se stabilește plecând de la ecuația (5.44), care se scrie pentru:

- Celula C_1

$$2 A_{m,1} \theta = t_1 \oint_{C_1} \frac{ds}{G\delta} - t_2 \int_{1;2} \frac{ds}{G}$$

- Celula C_i

$$2 A_{m,i} \theta = -t_{i-1} \int_{i-1;i} \frac{ds}{G\delta} + t_i \oint_{C_i} \frac{ds}{G\delta} - t_{i+1} \int_{i;i+1} \frac{ds}{G\delta} \quad (5.51)$$

- Celula C_n

$$2 A_{m,n} \theta = -t_{n-1} \int_{n-1;n} \frac{ds}{G\delta} + t_n \oint_{C_n} \frac{ds}{G\delta}$$

În vederea calculului practic, este avantajos ca în locul fluxurilor de forfecare necunoscute, să se introducă mărimea:

$$x_i = \frac{t_i}{\theta} \quad (5.52)$$

Cu aceasta, sistemul de ecuații (5.51) scris pentru celula de ordinul ((i) C_i), admitând că avem același material ($G = ct$) devine:

$$2 A_{m,i} G = -x_{i-1} \int_{i-1;i} \frac{ds}{\delta} + x_i \oint_{C_i} \frac{ds}{\delta} - x_{i+1} \int_{i;i+1} \frac{ds}{\delta} \quad (5.53)$$

În cazul secțiunilor poligonale cu pereți cu grosime constantă, integralele din (5.53) pot fi înlocuite cu sume;

$$2 A_{m,i} G = -x_{i-1} \sum_{k=i-1}^{i-1} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} + x_i \oint_{C_i} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} - x_{i+1} \sum_{k=i}^{i+1} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} \quad (5.53')$$

Dacă în ecuațiile (5.53) respectiv (5.53') ținem seama că (i) reprezintă numărul de ordine al celulei și-i dăm valori: $i=1, 2, \dots, n$, obținem un sistem de (n) ecuații liniare, neomogene în x. Coeficienții necunoscutelor sînt integrale sau sume fără dimensiuni care se extind pe domeniul liniei mediane definit prin indicii de sub sume sau integrale. Necunoscutele x_1, x_2, \dots, x_n se determină prin rezolvarea sistemului de ecuații (5.53) sau (5.53'). Fluxurile de

forfecare (t_i) se determină în funcție de necunoscutele (x_i), dacă ținem seama de (5.50) și (5.52), cu relația:

$$t_i = \frac{M_r \cdot x_i}{2 \sum_{i=1}^n A_{m,i} x_i} \quad (5.54)$$

iar unghiul de răsucire specifică (θ), cu formula:

$$\theta = \frac{M_r}{2 \sum_{i=1}^n A_{m,i} x_i} \quad (5.55)$$

Momentul de inerție la răsucire liberă a profilului multiplu conex, se obține dacă egalăm expresia (5.15) cu (5.55)

Rezultă:

$$I_r = \frac{2}{G} \sum_{i=1}^n A_{m,i} x_i \quad (5.56)$$

Efortul unitar tangențial din răsucire liberă în oricare din pereții unei celule (să nu fie pereți comuni) se poate calcula cu formula (4.19): De exemplu, pentru celula C_i , rezultă:

$$\tau_{r1} = \frac{t_i}{\delta_{ik}} = \frac{M_r \cdot x_i}{2 \delta_{ik} \sum_{i=1}^n A_{m,i} x_i} \quad (5.57)$$

În pereții comuni a două celule învecinate (fig.5.20) efortul unitar tangențial se calculează cu relația:

$$\tau_{r1} = \frac{t_{i-1,i}}{\delta_{i-1,i}} \quad (5.57a)$$

Dacă celulele unei secțiuni transversale nu sînt așezate succesiv, în bandă (fig.5.16;5.18;5.20), atunci nici matricea coeficienților sistemului de ecuații (5.51; 5.53) nu mai este succesivă. În cazul secțiunilor transversale la care celulele sînt dispuse după mai multe direcții (fig.5.17;5.19 și 5.21), forma ecuației (cu trei termeni) scrisă pentru celula (C_i) 5.53;5.53' se pierde. În acest caz, "formula de celulă" se va scrie ținînd seama de toate fluxurile de forfecare din celulele învecinate. Pentru celula (C_i) din figura 5.21, rezultă:

$$2 A_{m,i} \theta = t_i \oint_{C_i} \frac{ds}{G\delta} - t_{i-1} \int_{i-1,i} \frac{ds}{G\delta} - t_k \int_{k,i} \frac{ds}{G\delta} - t_{i+1} \int_{i,i+1} \frac{ds}{G\delta} - t_m \int_{i,m} \frac{ds}{G\delta} \quad (5.51a)$$

sau:

$$2 A_{m,i} G \theta = x_i \sum_{C_i} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} - x_{i-1} \sum_{i-1,i} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} - x_k \sum_{k,i} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} - x_{i+1} \sum_{i,i+1} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} - x_m \sum_{i,m} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} \quad (5.53, a)$$

Scrierea sistemului de ecuații, rezolvarea și calculul mărimilor (θ) , (I_r) și (τ_{rl}) se face mai departe ca și în cazul celulelor dispuse în bandă.

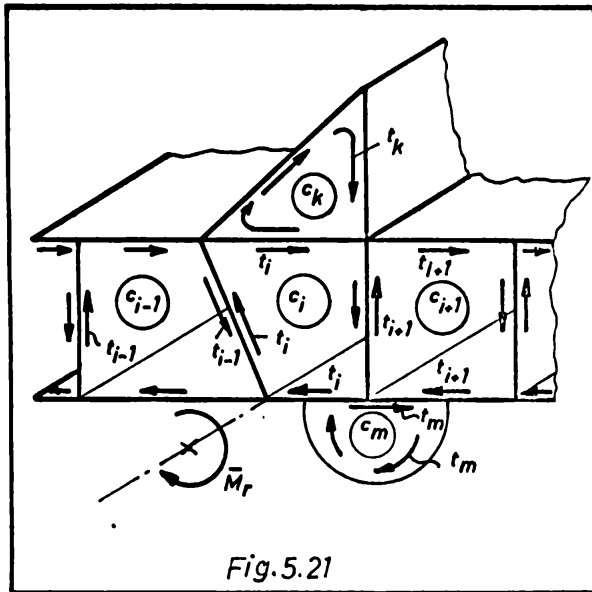


Fig.5.21

În practica construcțiilor se pot întâlni adesea elemente de construcții cheșonate, care să fie alcătuite din mai multe celule, din care una să fie celula de bază și să le cuprindă pe toate celelalte (n) celule secundare, care însă nu se ating între ele. Așa este cazul secțiunilor cheșonate prevăzute cu rigidizări longitudinale, care împreună cu peretele cheșonului să ducă la secțiuni dublu conexe cum ar fi;

grinzile podurilor rulante, grinzile căilor de rulare, stavile segment în formă de "burtă de pește", poduri de șosea sau cale ferată metalice etc.

(fig.5.22). Celulele secundare, așa cum se vede din figura 5.22, pot avea orice formă, poziție sau mărime, cu condiția ca între ele să nu formeze pereți comuni. În cazul acestor secțiuni, este interesant de cunoscut modul în care se face repartizarea fluxurilor de forfecare între celulele secundare

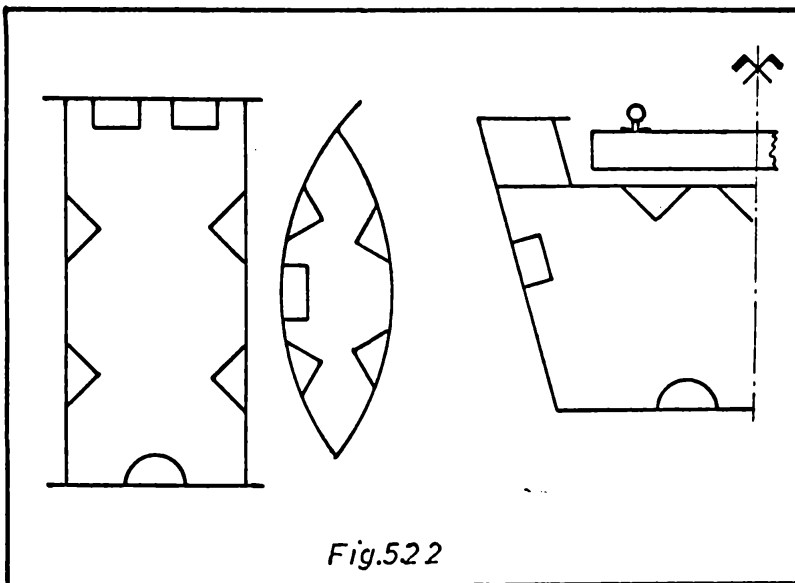


Fig.5.22

cât și între acestea și celula de bază, precum și aportul celulelor secundare asupra momentului de inerție la răsucire al celulei de bază.

Calculul repartizării fluxurilor de forfecare se face ple-

cînd de la ecuația (5.40), cu notațiile din figura 5.23, pentru celula secundară (C_i), rezultă:

$$2 A_{mr,i} \theta = t \int_{l_{r,i}} \frac{ds}{G\delta} + t_{r,i} \left(\int_{l_{r,i}} \frac{ds}{G\delta} + \int_{U_{r,i}} \frac{ds}{G\delta_r} \right) \quad (5.58)$$

Dacă avem (n) celule secundare și în ecuația de celulă de mai sus facem pe (i) să ia valori de la 1 la n , obținem un sistem de (n) ecuații (cîte celule avem) avînd ca necunoscute fluxurile de forfecare ($t_{r,i}$ ($i=1...n$)). Fluxul de forfecare al celulei de bază, se obține din relația:

$$2 \left(A_m - \sum_{i=1}^n A_{mr,i} \right) \theta = t \int_{U - \sum_{i=1}^n l_{r,i}} \frac{ds}{G\delta} - t_{r,i} \int_{U_{r,i}} \frac{ds}{G\delta_r} \quad (5.59)$$

În cazul particular cînd cele (n) celule secundare sînt egale între ele și sînt realizate din elemente drepte cu grosime constantă, dacă se introduce notația simplificatoare:

$$x = \frac{t}{\theta} \quad \text{și} \quad x_r = \frac{t_r}{\theta} \quad (5.52'a, b)$$

atunci ecuațiile (5.58) și (5.59) devin:

$$2 A_{mr} = x \frac{l_r}{G\delta} + x_r \left(\frac{l_r}{G\delta} + \frac{U_r}{G\delta_r} \right) \quad (5.58a)$$

$$2 (A_m - n \cdot A_{mr}) = x \frac{U - n \cdot l_r}{G\delta} - x_r \frac{n \cdot U_r}{G\delta_r} \quad (5.59a)$$

($n=1,2,3,...i$ reprezintă numărul celulelor secundare)

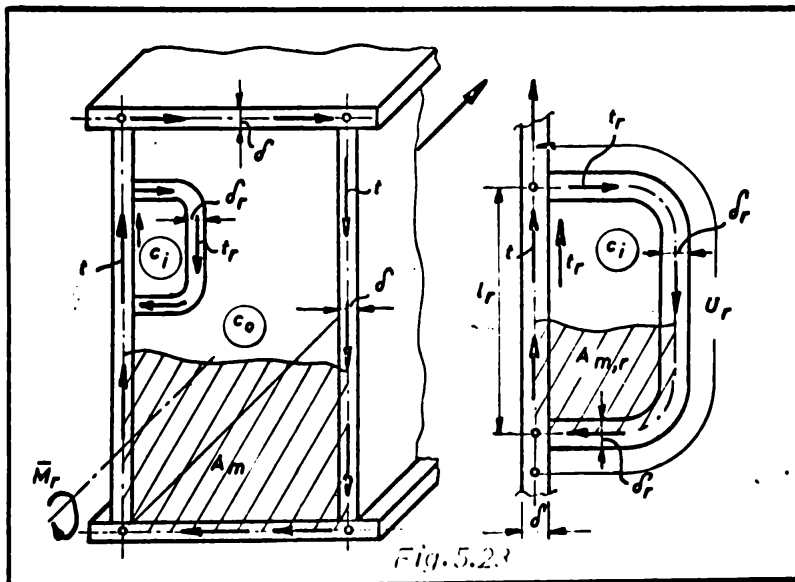


Fig. 5.23

Ecuațiile (5.58a) și (5.59a) formează un sistem de două ecuații liniare și neomogene în x și x_r . După determinarea necunoscutelor, fluxurile de forfecare rezultă din relații similare cu (5.54) și anume;

- Fluxul de forfecare pentru celula de bază:

$$t = \frac{n r \cdot x}{2(A_m \cdot x + n A_{mr} \cdot x_r)} \quad (5.60a)$$

- Fluxul de forfecare pentru celulele secundare (rigidizări):

$$t_r = \frac{M_r \cdot x_r}{2 (A_m \cdot x + n A_{m,r} \cdot x_r)} \quad (5.60b)$$

În pereții celulei de bază peste tot vom avea fluxul de forfecare (t) cu excepția zonelor de lungime (l_r) în care peste fluxul din celula de bază se suprapune fluxul de forfecare din celula secundară (t_r).

Unghiul de răsucire specifică (θ) pentru celula de bază rigidizată (deci conținând celule secundare), se calculează similar cu relația (5.55):

$$\theta = \frac{M_r}{2(A_m x + n \cdot A_{m,r} x_r)} \quad (5.61)$$

Egalînd relația (5.15) cu relația (5.61) obținem momentul de inerție la răsucire liberă a secțiunilor închise prevăzute cu rigidizări cu contur dublu conex:

$$I_r = \frac{2}{G} (A_m x + n A_{m,r} x_r) \quad (5.62)$$

Din relația (5.62) reiese că, cu cît este mai mică suprafața închisă de linia mediană a tuturor celulelor secundare ($n A_{m,r}$) în raport cu suprafața închisă de linia mediană a celulei de bază (A_m), cu atît este mai mică contribuția rigidizărilor asupra rigidității secțiunii la răsucire pură.

5.4.2.3. Bare cu secțiune compusă alcătuită din elementele cu contur simplu conex și elemente cu contur dublu sau multiplu conex.

Elementele de construcții folosite în practica inginerască de cele mai multe ori apar ca profile compuse alcătuite din porțiuni (celule) închise și porțiuni evazate (deschise) cum ar fi: grinzi cheson folosite în construcțiile industriale, poduri metalice de șosea sau

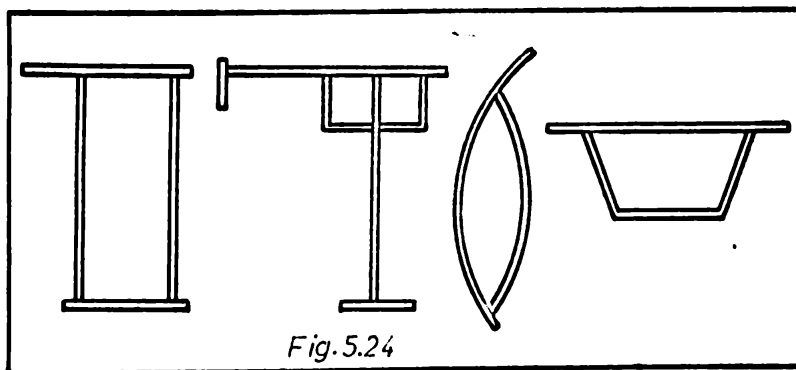


Fig. 5.24

ce de șosea sau cale ferată, stăvilile plane sau segment etc. (fig. 5.24). Calculul acestor tipuri de profile la solici-tarea de răsucire liberă, se face pe

baza rezultatelor obținute în paragrafele precedente. Așa cum s-a văzut, profilele multiplu conexe au o rigiditate la răsucire mult mai mare decât profilele simplu conexe. Prin urmare celulele închise din cadrul profilelor compuse vor avea ponderea cea mai mare în preluarea solicitării de răsucire.

Pentru bare cu profil compus alcătuite din elemente simplu și dublu conexe, momentul de inerție la răsucire rezultă din suprapunerea relațiilor (5.35) și (5.48);

$$I_r \approx \frac{1}{3} \sum b_{ik} \delta_{ik}^3 + 2\psi A_m \quad (5.63)$$

în care (ψ) rezultă din relațiile (5.47a) sau (5.47b)

Efortul unitar tangențial (τ_{r1}) pe conturul secțiunii dublu conexe se calculează cu relația (5.41) iar pe porțiunile simplu conexe cu (5.23a).

Dacă ținem seama de expresia momentului de inerție la răsucire în cazul profilelor compuse (5.63), atunci relația (5.23a) pentru părțile simplu conexe devine:

$$\tau_{r1} = \frac{M_{r1} \cdot \delta}{\frac{1}{3} \sum b_{ik} \delta_{ik}^3 + 2\psi A_m} \quad (5.64)$$

Unghiul de răsucire specifică (θ), în cazul barelor cu profil compus se obține plecând de la relația (5.15) și ținând seama de expresia momentului de inerție la răsucire (5.63);

$$\theta = \frac{M_{r1}}{G \left(\frac{1}{3} \sum b_{ik} \delta_{ik}^3 + 2\psi A_m \right)} \quad (5.65)$$

iar unghiul de răsucire (φ) al unei bare de lungime (l) se calculează cu relația (5.26") în care se introduce valoarea lui (θ) calculată cu (5.65).

În figura 5.25 se arată repartiția eforturilor unitare tangențiale pe porțiunea închisă și deschisă a secțiunii transversale compuse.

În cazul profilelor compuse alcătuite din secțiuni deschise și secțiuni multiplu închise (multiplu conexe), calculul fluxului de forfecare și a efortului unitar tangențial în pereții celulelor, se face cu relațiile (5.57);(5.57a) și (5.54) în care necunoscutele problemei ($x_{ij}; i=1,2,\dots$) se determină din (5.53) sau (5.53'). Momentul de inerție la răsucire liberă rezultă din însumarea relațiilor (5.35) și (5.55). Cu acest moment de inerție, folosindu-ne de expresia (5.23a), rezultă efortul unitar tangențial în

părțile de secțiune cu profil simplu conex. În cazul profilelor dublu conexe, multiplu conexe sau profilelor compuse, la care unul sau mai mulți pereți ai celulelor sînt din alt material decît oțelul

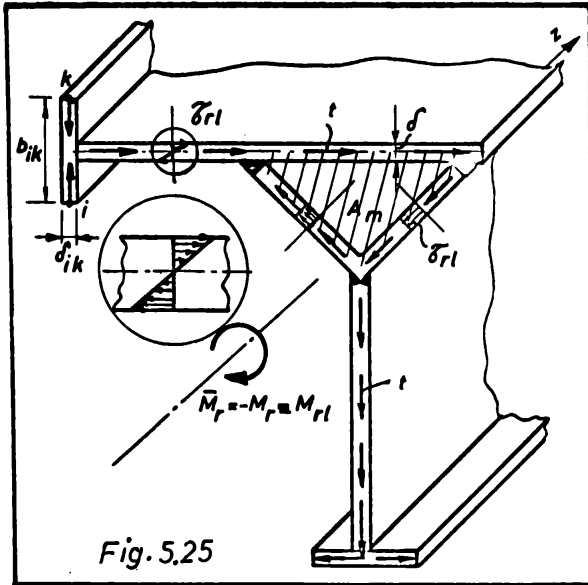


Fig. 5.25

(cu alt modul de elasticitate transversal), în relațiile de calcul stabilite în acest capitol se va ține seama de acesta prin introducerea unei grosimi fictive a acestor pereți (δ^*) care se va stabili după indicațiile din literatură [126]. În cazul cînd unii pereți ai celulelor sînt realizată din elemente discontinue (săbirele), în formulele de calcul se va introduce o grosime echivalentă (δ_{ech}) ce se poate calcula pe baza indica-

țiilor date în [49].

5.5. Aplicații

Aplicația nr. 5.1

Să se determine fluajele de forfecare ce apar în pereții profilului multiplu conex (cu trei celule) din figura 5.26, produse de solicitarea de răsucire liberă. Toți pereții au aceeași grosime ($\delta = ct$).

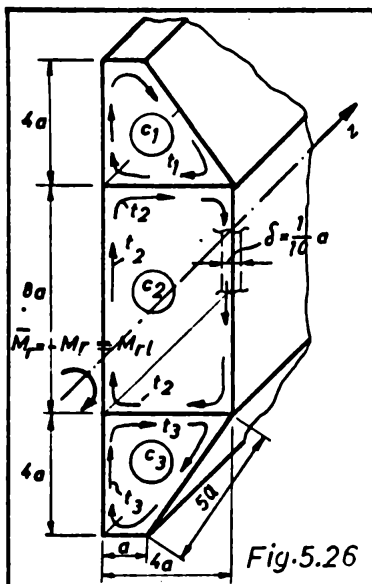


Fig. 5.26

Pentru aceasta, se aplică ecuațiile de calcul (5.53') în mod succesiv celor trei celule și rezultă sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} (c_1) & 2 \cdot m_1 \theta = 140 x_1 - 40 x_2 \\ (c_2) & 2 \cdot m_2 \theta = -40 x_1 + 240 x_2 - 40 x_3 \\ (c_3) & 2 \cdot m_3 \theta = 140 x_3 - 40 x_2 \end{cases}$$

Prin rezolvarea sistemului de trei ecuații liniare și ținînd seama că:

$$A_{m1} = A_{m2} = 10 a^2 ; A_{m3} = 32 a^2,$$

rezultă:

$$x_1 = x_3 = \frac{23}{95} a^2 G \text{ și } x_2 = \frac{33}{95} a^2 G$$

Pentru a accelera calculul, se determină mai întâi numitorul din ecuația (5.54)

$$2 \sum_{i=1}^{i=3} A_{m,i} x_i = 2 \left(\frac{23}{95} \cdot 10 + \frac{33}{95} \cdot 32 + \frac{23}{95} \cdot 10 \right) a^4 G = \frac{3032}{95} a^4 G$$

Fluxurile de forfecare în pereții celulelor, rezultă din ecuația (5.54):

$$t_1 = t_3 = \frac{Mr l}{2 \sum_{i=1}^{i=3} A_{m,i} x_i} x_1 = \frac{95 \cdot Mr l}{3032 a^4 G} \cdot \frac{23}{95} a^2 G = \frac{23}{3032} \cdot \frac{Mr l}{a^2}$$

$$t_2 = \frac{95 Mr l}{3032 a^4 G} \cdot \frac{33}{95} a^2 G = \frac{33}{3032} \cdot \frac{Mr l}{a^2}$$

Fluxurile de forfecare în pereții comuni celulelor, din motive de simetrie, vor fi egale între ele și egale cu:

$$t_{12} = t_{23} = t_2 - t_1 = \frac{10}{3032} \cdot \frac{Mr l}{a^2}$$

Unghiul de răsucire specifică (θ) se determină cu relația (5.55):

$$\theta = \frac{95}{3032} \cdot \frac{Mr l}{a^4 G}$$

Momentul de inerție la răsucire a profilului se determină cu relația (5.56):

$$I_r = \frac{3032}{95} a^4$$

Cunoscând fluxurile de forfecare și grosimile pereților, cu formulele (5.57) sau (5.57a) putem determina eforturile unitare tangențiale în orice punct de pe conturul liniilor mediane.

Aplicația Nr.5.2.

Să se calculeze fluxurile de forfecare în pereții unui oșeson (celula de bază) și în elementele de rigidizare (celule secundare) produse de o solicitare de răsucire liberă. Forma celulelor și dimensiunile acestora sînt arătate în figura 5.27. Toate rigidizările sînt egale între ele și au aceeași grosime ($\delta_r = ct$).

În cazul de față, se aplică simultan ecuațiile (5.58a)

și (5.59a) calculînd în prealabil valorile:

$$A_{mr} = 2\pi a^2 \approx 6a^2; A_m = 800 a^2; l_r = 2a; U_r = 2\pi a \approx 6a$$

$$\pi \approx 3,142 \approx 3,0; U = 120 a; n = 7$$

Rezultă sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} 5x + 35x_r = 12 a^2 G \\ 265x - 70x_r = 156 a^2 G \end{cases}$$

După rezolvare se obține valorile necunoscutelor:

$$x = \frac{252}{385} a^2 G; x_r = \frac{96}{385} a^2 G$$

Se calculează numitorii din relațiile (5.60 a, b);

$$2(A_m \cdot x + n A_{mr} \cdot x_r) = \frac{411264}{385} a^4 G$$

Aplicînd relațiile (5.60 a, b) rezultă:

$$t = \frac{Mr l \cdot 385}{411264 a^4 G} \cdot \frac{252}{385} a^2 G = \frac{63}{102816} \cdot \frac{Mr l}{a^2}$$

și

$$t_r = \frac{Mr l \cdot 385}{411264 a^4 G} \cdot \frac{96}{385} a^2 G = \frac{24}{102816} \cdot \frac{Mr l}{a^2}$$

Pe porțiunea de perete a celulei de bază din dreptul rigidizărilor, fluxurile de

forfecare se adună:

$$t + t_r = \frac{87}{102816} \cdot \frac{Mr l}{a^2}$$

Momentul de inerție la răsucire se calculează cu relația (5.62) și rezultă :

$$I_r = \frac{403200 + 8064}{385} \cdot a^4 = (1050 + 21) a^4$$

Din valoarea calculată a momentului de inerție la răsucire, rezultă că aportul celor șapte rigidizări asupra rigidității la răsucire este de oca 2%, deci neglijabil.

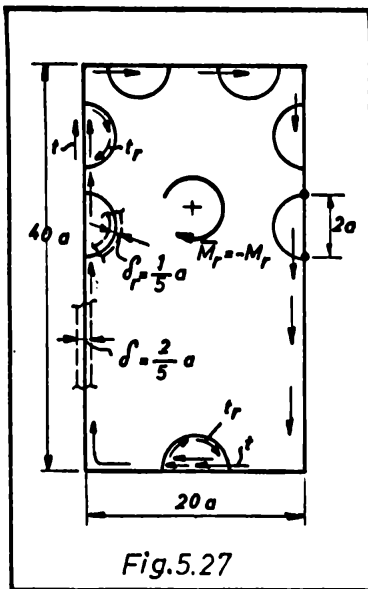


Fig. 5.27

6. TEORIA RĂSUCIRII ÎMPIEDICATE A BARELOR CU PEREȚI SUBȚIRI CU PROFIL SIMPLU CONEX

6.1. N o t a ț i i

$M_{r\bar{i}}$	- momentul de răsucire împiedicată
B	- bimomentul de încovoiere - răsucire
$\tau_{r\bar{i}}$	- efortul unitar tangențial produs de răsucirea împiedicată
σ_{ω}	- efortul unitar normal sectorial
S_{ω}	- momentul static sectorial
$S_{\bar{x}} ; S_{\bar{y}}$	- momentele statice liniare sectoriale raportate la axele centrale de inerție
$S_x ; S_y$	- momentele statice liniare sectoriale raportate la axele principale de inerție.
I_{ω}	- momentul de inerție sectorial
k	- caracteristica de încovoiere-răsucire
t_i°	- fluxul de forfecare din răsucirea împiedicată la profile simplu conexe

6.2. G e n e r a l i t ă ț i

După cum s-a arătat în capitolul 5, răsucirea barelor cu pereți subțiri este însoțită de deplanarea secțiunilor transversale datorită deplasărilor longitudinale ce apar. Dacă anumite secțiuni drepte ale barei nu se pot deplana liber și deplasările longitudinale ale diferitelor fibre din secțiunea transversală sînt împiedicate datorită condițiilor de rezemare, încărcare sau geometriei barei (fig.6.1), atunci deplanările în diverse secțiuni din lungul barei sînt diferite și apar deformații longitudinale însoțite de eforturi unitare normale repartizate neuniform pe secțiunea transversală a barei. Acest tip de solicitare poartă denumirea de răsucire neuniformă sau răsucire împiedicată. În cazul răsucirii împiedicate, momentul de răsucire interior ($M_r = M_z$) se descompune în două componente; o componentă corespunzătoare răsucirii libere a barei (M_{r1}) și o componentă corespunzătoare răsucirii împiedicate ($M_{r\bar{i}}$) care se datorește împiedicării deplanării secțiunii transversale a

a barei.

Deci:

$$M_r = M_{r1} + M_{r\hat{i}} \quad (6.1)$$

Barele cu secțiune plină, solicitate la răsucire, se deplă-

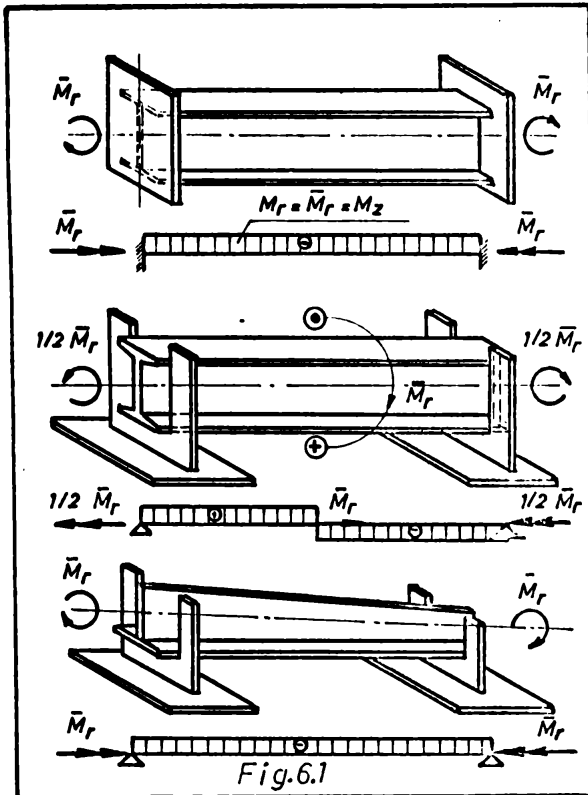


Fig.6.1

nează relativ puțin și participa-
rea momentului de răsucire
împiedicată ($M_{r\hat{i}}$) la preluarea
momentului de răsucire interio-
r (M_r) este mică astfel că
poate fi neglijată. La secțiu-
nile pline, solicitate la răsuci-
re împiedicată, nu se pregește
prea mult, după /50/ și /119/,
dacă se face aproximația că
 $M_r = M_{r1}$.

La barele cu pereți sub-
țiri solicitate la răsucire, sec-
țiunile transversale se deplănea-
ză cu mult mai puternic, astfel
că mai ales în cazul secțiuni-
lor cu profil simplu conex in-
fluența momentului de răsucire
împiedicată trebuie foarte bine
analizată.

Așa cum se vede din figura 6.1, în cazul solicitării de răsuci-
re împiedicată, unele elemente (tălpile) ale secțiunilor transver-
sale ale barelor sînt solicitate și la încovoire. În acest caz pe
secțiunile transversale ale barelor cu pereți subțiri apar în afara
eforturilor unitare tangențiale (τ_{11}) cauzate de răsucire liberă și
eforturi unitare suplimentare (tangențiale și normale) determinate
de răsucirea împiedicată, ca urmare a împiedicării deplanării sec-
țiunii transversale.

Eforturile unitare normale din răsucirea împiedicată, numi-
te și eforturi unitare normale sectoriale (σ_ω) fig.6.2b), sînt re-
partizate în lungul liniei mediere a profilului proporțional cu de-
planarea acestuia (w) respectiv cu coordonata sectorială (ω)
fig.6.2a). Avînd în vedere că pe bară nu avem alte solicitări în
afară de solicitarea de răsucire, eforturile unitare normale secto-
riale (σ_ω) trebuie să fie în echilibru pe secțiunea transversală
în orice punct din lungul barei, adică:

$$\Sigma X = \Sigma Y = 0; \Sigma Z = \int_A \sigma_{\omega} dA = 0 \quad (6.2a,b,c)$$

$$\Sigma M_x = \int_A \sigma_{\omega} y dA = 0; \Sigma M_y = \int_A \sigma_{\omega} x dA = 0; \Sigma M_z = M_{r1} + M_{r\hat{1}} \quad (6.3a,b,c)$$

Spre deosebire de cazul barelor solicitate la răsucire liberă, unde unghiul de răsucire specifică (θ) este constant în lungul barei, la barele solicitate la răsucire împiedicată unghiul de răsucire specifică (θ) variază în lungul barei, ceea ce face ca și

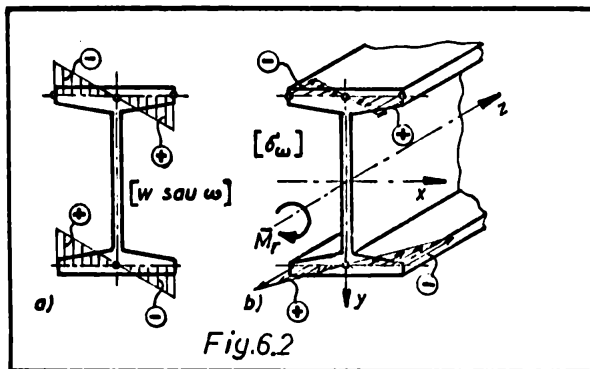


Fig.6.2

'deplanarea ($w = f(\theta)$) secțiunii transversale să varieze în lungul barei. Aceasta la rândul său face ca și eforturile unitare normale sectoriale (σ_{ω}) să fie funcție de coordonată (z) a barei. Variația eforturilor unitare normale sectoriale (σ_{ω}) în lungul barei determină, așa cum rezultă și din /85/, /95/, apari-

ția în secțiunile transversale a eforturilor unitare tangențiale ($\tau_{r\hat{1}}$) suplimentare.

Determinarea mărimilor eforturilor unitare cât și a deformațiilor care apar în cazul răsucirii împiedicate, se poate face numai prin rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate (/7/, /91/, /107/, /108/, /127/, /128/ etc.), ecuație ce stabilește legătura între mărimile deformației și mărimile încărcării.

Problema răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu profil simplu conex a fost legată de preocupările unor oameni de știință, dintre care amintim S.P. Timoshenko /265/, F.W. Mantsleben /283/, /289/, V.Z. Vlasov /276/, P. Stüssli /233/ iar în perfecționarea și aplicarea teoriei barelor cu pereți subțiri la calculul unor elemente din practica construcțiilor au merit deosebit 1-au avut: W.F. Bornscheuer /28/, /32/, C.F. Kollbruner /13/, /148/, /150/, I.K. Oxford /188/, /189/, R. Dzierwolski /63/, /65/, Léo de Loringhoven /152/ /156/, /158/ ș.a.

6.3. Prezentarea teoriei generale a răsucirii împiedicate

6.3.1. Ipoteze și principii de calcul

Calculul barelor cu ... cu profil simplu conex

solicitare la răsucire împiedicată se face admitând valabilitatea ipotezelor de calcul făcute în capitolul 3, completate cu ipoteze și principii de calcul caracteristice acestui capitol, după cum urmează:

- Conturul secțiunii transversale este indeformabil în planul său. Indeformabilitatea transversală a barelor este asigurată prin rigidizări transversale a căror mărime și poziție s-au determinat din calculul de stabilitate locală a peretelui.

- Secțiunea transversală are o rigiditate mare în planul său și se poate roti în jurul unui anumit punct (centru instantaneu de rotație) ca un rigid. În afara planului său, secțiunea transversală prezintă o rigiditate mică astfel încât în planul normal pe planul său (în lungul barei) pot apărea deformații și deplasări longitudinale.

- Punctul în jurul căruia se produce rotirea secțiunii transversale (numit și centru de răsucire) se confundă cu centrul de forfecare /238/.

6.3.2. Caracteristici geometrice sectoriale

Pentru a putea determina starea de eforturi unitare în barele cu pereți subțiri, pe lângă caracteristicile geometrice obișnuite, mai este necesar să se cunoască caracteristicile geometrice speciale legate de deplasarea secțiunii produsă de solicitarea de răsucire, numite caracteristici geometrice sectoriale.

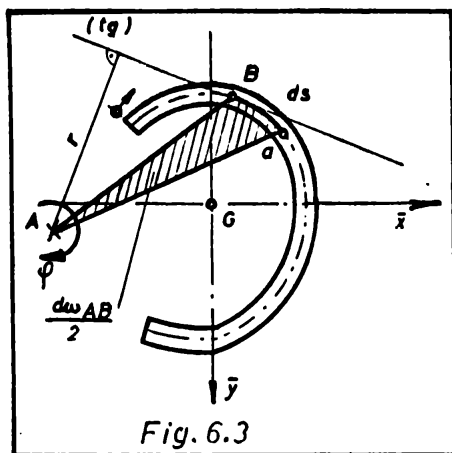
A. Calculul suprafeței sectoriale.

În capitolul precedent s-a definit suprafața sectorială în cazul răsucirii libere a unui dreptunghi îngust (relația 5.25), iar printr-o particularizare a expresiei deplanării barelor cu pereți subțiri simplu conexe s-a ajuns la formula de calcul a suprafeței sectoriale (5.32).

Pentru un punct curent (a) de pe linia mediană a secțiunii transversale a unei bare cu pereți subțiri (fig.6.3), suprafața sectorială în raport cu un punct arbitrar (A), este definită ca fiind dublul suprafeței conturului delimitat de raza vectorie origine (AB), raza vectorie mobilă (Aa) și porțiunea corespunzătoare a liniei mediane (Ba). Metodic, suprafața sectorială este dată de integrala din expresia (5.29^{''}), astfel:

$$\omega_{AB} = \int_{s_0}^s r ds \quad (6.4)$$

În figura 6.3, punctele (A) și (B) au semnificații importante, astfel:



- Punctul (A) reprezintă polul suprafeței sector (ω), iar în cazul când ajunge în centrul de răsucire al secțiunii transversale (D) poartă numele de pol principal sectorial.

- Punctul (B) este punctul de pe linia mediană a cărei suprafață sectorială este nulă. Pe linia mediană sînt mai multe asemenea puncte. Când se găsește în punctul nul cel mai apropiat de centrul de răsucire, poartă numele de punct nul principal.

În cazul unei secțiuni poligonale, formată din mai multe dreptunghiuri înguste de lățime (b_{ik}) și grosime (δ_{ik}), relația (6.4) se poate scrie sub forma:

$$\omega_{AB} = \sum d_{ik} \cdot b_{ik} \quad (6.4 \text{ a})$$

unde (d_{ik}) reprezintă distanța de la polul sectorial (A) arbitrar ales pînă la linia mediană a lamelei ((ik) i, k putînd lua orice valoare din mulțimea numerelor n).

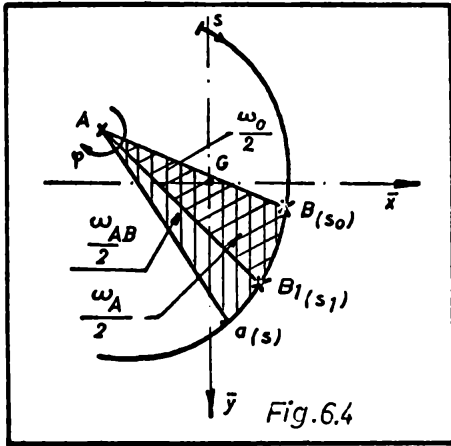
Suprafața sectorială calculată în raport cu centrul de răsucire (D) și punctul nul principal (B) poartă denumirea de suprafață sectorială principală. Această suprafață sectorială se folosește în continuare la calculul stării ^{de} eforturi unitere.

Pentru a putea calcula suprafața sectorială principală trebuie să se cunoască poziția centrului de răsucire precizat prin coordonatele carteziene (\bar{x}_D și \bar{y}_D) și poziția punctului nul principal determinat de corecția coordonatei sectoriale. Înainte de a calcula suprafața sectorială se va prezenta modul de variație al acesteia odată cu schimbarea punctelor (A) și (B).

a. Variația suprafeței sectoriale cu schimbarea razei vectoriale origine

Pentru a arăta modul de variație a suprafeței sectoriale, se admite că punctele principale (A) și (B) sînt necunoscute, iar pentru determinarea lor se mai iau alte puncte auxiliare, notate cu ($B(s_0)$, $B_1(s_1)$ fig.6.4) cu ajutorul cărora se poate afla poziția razei vectoriale origine. În figura 6.4, s-au luat două raze vectoriale origine, (AB_1) căreia îi corespunde suprafața sectorială (ω_{AB_1}) și (AB) căreia îi corespunde suprafața sectorială (ω_A). Dacă se

notează cu () suprafața sectorială a punctului (B_1) față de origine ($B(s_0)$), atunci pentru punctul curent (a) de pe linia mediană rezultă:



$$\omega_{AB} = \omega_A - \omega_0$$

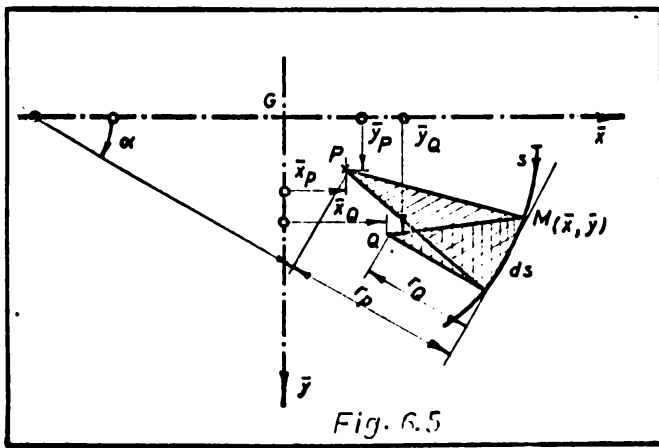
respectiv: (6.5)

$$\omega_A = \omega_{AB} + \omega_0$$

b. Variația suprafeței sectoriale cu schimbarea polului

Intr-un sistem de axe rectangulare (\bar{x}, \bar{y}) cu originea în centrul de greutate al secțiunii transversale a profilului, se ia un pol arbitrar (Q) fig.6.5) față de care se poate calcula ușor suprafața sectorială (ω_Q) și un al doilea pol (P) față de care se caută suprafața sectorială (ω_P) după /30/, /127/ și ținând seama de notațiile din figura 6.5, se poate scrie în final;

$$\omega_P = \omega_Q + (\bar{y}_P - \bar{y}_Q) \bar{x} - (\bar{x}_P - \bar{x}_Q) \bar{y} + C \quad (6.6)$$



Constanta de integrare (C) ține seama de faptul că nu a fost determinat în prealabil punctul nul principal. Relația (6.6) reprezintă translația suprafeței sectoriale din polul arbitrar (Q) în polul căutat (P). Dacă se notează distanțele dintre puncte cu;

$$\bar{y}_P - \bar{y}_Q = \bar{y}_{PQ}; \quad \bar{x}_P - \bar{x}_Q = \bar{x}_{PQ}$$

și se are în vedere că punctul nul principal a fost determinat în prealabil, relația (6.6) devine:

$$\omega_P = \omega_Q + \bar{y}_{PQ} \bar{x} - \bar{x}_{PQ} \bar{y} \quad (6.6')$$

Relația (6.6') permite ca suprafața sectorială calculată în raport cu un pol arbitrar (L) să fie translatată în centrul de greutate

(D) a secțiunii transversale (polul principal sectorial)

Astfel:

$$\omega_D = \omega_A + \bar{y}_{AD} \bar{x} - \bar{x}_{AD} \bar{y} \quad (6.6'')$$

Toate mărimile din ecuația (6.6'') se introduc cu semnele lor, iar distanțele dintre cei doi poli (A și D) \bar{x}_{AD} și \bar{y}_{AD} se consideră pozitive când deplasarea de la polul (A) spre polul (D) se face în sensul pozitiv al axelor de coordonate.

c. Determinarea punctului nul principal

Pentru determinarea punctului nul principal se face apel la ecuația de echilibru (6.2 c) care pentru ca să fie adevărată trebuie, așa cum se va arăta în continuare, ca momentul static sectorial să fie nul pe secțiunea transversală;

$$S_{\omega} = \int_A \omega \, dA = 0 \quad (6.7)$$

Această condiție este îndeplinită numai atunci când raza vectorie origine corespunde punctului nul principal notat cu (B) în figura 6.4. În cazul secțiunilor nesimetrice, poziția punctului nul principal este necunoscută și în acest caz se alege un punct nul arbitrar (B_1) față de care se calculează suprafața sectorială (ω_{AB}) care apoi se corectează pentru a obține poziția punctului nul principal (B).

Pentru această, se introduce relația (6.5) în expresia (6.7) și rezultă:

$$S_{\omega_A} = \int_A (\omega_{AB} + \omega_o) \, dA = \int_A \omega_{AB} \, dA + \int_A \omega_o \, dA = 0 \quad (6.7')$$

Dacă se ține seama de faptul că (ω_o) din ultima integrală este o constantă, reprezentând coordonata sectorială a punctului (B_1) în raport cu ((B) fig.6.4), se poate scrie:

$$\int_A \omega_{AB} \, dA + \omega_o \int_A dA = 0 \quad (6.7'')$$

de unde:

$$\omega_o = - \frac{\int_A \omega_{AB} \, dA}{A} = - \frac{S_{\omega_{AB}}}{A} \quad (6.8)$$

Cu această relație se află corecția suprafeței sectoriale raportată la un pol arbitrar (A) și punctul nul principal (B)

d. Determinarea centrului de răsucire

În cazul barelor cu pereți subțiri solicitate la răsucire împiedicată, rotirea unei secțiuni se produce în jurul centrului de răsucire (D) dacă nu este obligată din alte motive să se producă în jurul altui punct. Poziția centrului de răsucire nu se poate determina direct, inițial se stabilește un pol arbitrar (A) în funcție de care se calculează apoi poziția centrului de răsucire.

Poziția centrului de răsucire (D) se determină plecând de la ecuațiile de echilibru (6.3 a,b) care pentru ca să fie adevărate, trebuie ca momentele statice sectoriale liniare ($S_y \omega_D$ și

$S_x \omega_D$) să fie nule;

Adică;

$$S_y \omega_D = \int_A \bar{y} \omega_D dA = 0 ; \quad S_x \omega_D = \int_A \bar{x} \omega_D dA = 0 \quad (6.9a,b)$$

Introducînd ecuația (6.6") în relațiile (6.9 a,b) se obține:

$$\left. \begin{aligned} \int_A \bar{y} (\omega_A + \bar{y}_{AD} \bar{x} - \bar{x}_{AD} \bar{y}) dA &= 0 \\ \int_A \bar{x} (\omega_A + \bar{y}_{AD} \bar{x} - \bar{x}_{AD} \bar{y}) dA &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.9')$$

După efectuarea integralelor și ținînd seama de unele notații introduse în capitolele precedente, în final rezultă;

$$\begin{aligned} -\bar{x}_{AD} &= \frac{S_y \omega_A I_{\bar{y}} - S_x \omega_A I_{\bar{x}\bar{y}}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2} \\ -\bar{y}_{AD} &= \frac{S_y \omega_A I_{\bar{x}\bar{y}} - S_x \omega_A I_{\bar{x}}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I_{\bar{x}\bar{y}}^2} \end{aligned} \quad (6.10)$$

În unele cazuri este de preferat să se determine coordonatele centrului de răsucire față de un sistem de axe principale (x,y), față de care nu avem momente de inerție centrifugale;

$$I_{\bar{x}\bar{y}} \rightarrow I_{xy} = 0$$

În acest caz, relațiile (6.10) devin:

$$\bar{x}_{AD} = \frac{S_y \omega_A}{I_x} ; \quad \bar{y}_{AD} = - \frac{S_x \omega_A}{I_y} \quad (6.10')$$

Dacă se exprimă distanțele (\bar{x}_{AD}) și (\bar{y}_{AD}) în funcție de coordonatele polului arbitrar A (x_A, y_A) și centrului de răsucire D (x_D, y_D); expresiile (6.10') devin:

$$x_D = x_A + \frac{S_{y\omega_A}}{I_x} ; \quad y_D = y_A - \frac{S_{x\omega_A}}{I_y} \quad (6.10'')$$

Cu ajutorul relațiilor (6.10) și (6.10'') se pot determina coordonatele centrului de răsucire (D) în funcție de un pol arbitrar (A), raportate atât la axele centrale de inerție cât și la axele principale de inerție, pentru orice tip de secțiune transversală simplu conexă.

La secțiunile simplu și dublu simetrice, volumul de calcul pentru determinarea punctului nul principal și a polului sectorial principal (centru de răsucire) se reduce condecibil dacă polul arbitrar (A) se ia pe axa de simetrie, iar punctul nul (D) la intersecția axei de simetrie cu linia mediană a peretelui. Pentru a reduce și mai mult volumul de calcul se pot suprapune cele două puncte, astfel ca polul de rotire (I) și punctul nul (D) să se suprapună în punctul de intersecție al axei de simetrie cu linia mediană a peretelui.

Secțiunile transversale deschise formate din două dreptunghiuri înguste (oțel cornier) sau trei dreptunghiuri înguste (oțel I) au centrul de răsucire în punctul de intersecție al axelor lamelilor componente și ca urmare suprafața lor sectorială este nulă (v.fig. 4.20 c).

B. Calculul momentului static sectorial

Momentul static sectorial definit de relația;

$$S_{\omega} = \int_A \omega \, dA \quad (6.7)$$

se calculează pentru secțiuni transversale de o formă oarecare, efectuând integrala în lungul liniei mediane a secțiunii de la origine ($s_0 = 0$) pînă la un nivel oarecare (s). În practica construcțiilor apar însă secțiuni transversale de formă poligonală, alcătuite din mai multe dreptunghiuri înguste așa cum s-a arătat în paragraful 4.2.1, figura 4.10. În acest caz este avantajos ca și mărimile geometrice sectoriale să se calculeze tabelor în funcție de coordonatele punctelor (i) și (k) ce delimitează o lamelă dreptunghiulară din conturul poligonal al secțiunii transversale. Pentru aceasta, expresia (6.7) se transformă, ținînd seama că suprafața sectorială (ω) poate fi interpretată ca o coordonată a unui punct curent (ceea ce a patra coordonată a unui punct după /236/) cu aceleași proprie-

tăți ca și coordonatele carteziene (x,y).

Pentru lamela din figura 4.10 b, cu notațiile corespunzătoare în (ω), momentul static sectorial se calculează astfel:

$$S_{\omega} = \int_A \omega dA = \int_{\omega_i}^{\omega_k} \frac{b_{ik} \delta_{ik}}{\omega_k - \omega_i} d\omega = \frac{b_{ik} \cdot \delta_{ik}}{\omega_k - \omega_i} \int_{\omega_i}^{\omega_k} \omega d\omega = \frac{A_i}{2} (\omega_k + \omega_i) \quad (6.11)$$

Unde s-a introdus:

$$dA = \frac{b_{ik} \cdot \delta_{ik}}{\omega_k - \omega_i} d\omega; A_i = b_{ik} \cdot \delta_{ik}$$

Formula (6.11) care s-a stabilit pentru cazul general, lamela în poziție înclinată (fig.4.10b), poate fi particularizată cu ușurință pentru cazurile limită; lamela în poziție orizontală sau în poziție verticală.

C. Calculul momentelor statice sectoriale liniare

Momentele statice sectoriale liniare definite prin relațiile:

$$S_{x\omega} = \int_A x \omega dA; S_{y\omega} = \int_A y \omega dA \quad (6.9 \text{ a,b})$$

se pot calcula, dacă se construiesc diagramele de variație ale mărimilor (ω), (x) și (y), cu ajutorul regulii lui Veresceaghin. Metoda este avantajoasă în cazul unor secțiuni simple (oțel U, I etc) însă pentru secțiuni compuse de formă mai complicată, metoda este anevoioasă, calculul neputînd fi mecanizat. În aceste cazuri este de preferat să se conducă calculul sub formă tabelară, care poate fi ușor programat pentru rezolvare la calculatoare electronice. Pentru aceasta, pe baza observațiilor de la punctul B și ținînd

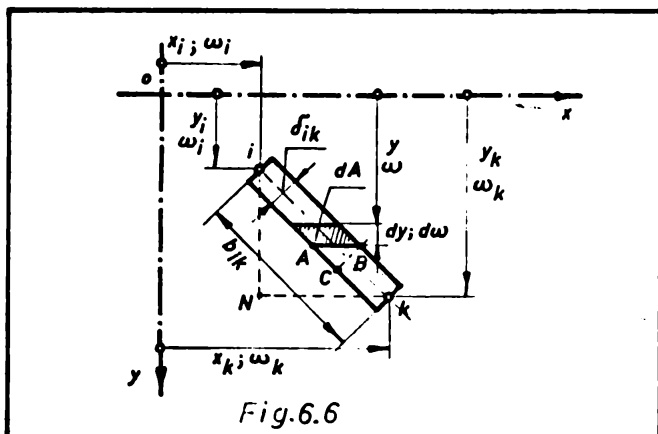


Fig.6.6

seama de notațiile din figura 6.6, integralele (6.9) se transformă astfel:

$$S_{x\omega} = \int_A x \omega dA \quad (6.9)$$

unde se introduce:

$$dA = \frac{b_{ik} \cdot \delta_{ik}}{\omega_k - \omega_i} d\omega; A_i = b_{ik} \delta_{ik}$$

Din ecuația dreptei (ik) rezultă:

$$x = x_k + (\omega - \omega_k) \frac{x_k - x_i}{\omega_k - \omega_i}$$

$$S_{x\omega} = \int_{\omega_i}^{\omega_k} \left[x_k + (\omega - \omega_k) \frac{x_k - x_i}{\omega_k - \omega_i} \right] \omega \frac{b_{ik} \cdot \delta_{ik}}{\omega_k - \omega_i} d\omega$$

După efectuarea calculelor intermediare și a integralelor se obține:

$$S_{x\omega} = \frac{A_i}{6} (2x_i \omega_i + 2x_k \omega_k + x_i \omega_k + x_k \omega_i) \dots \quad (6.12)$$

În mod analog se obține și:

$$S_{y\omega} = \frac{A_i}{6} (2y_i \omega_i + 2y_k \omega_k + y_i \omega_k + y_k \omega_i) \dots \quad (6.12')$$

D. Calculul momentului de inerție sectorial

Momentul de inerție sectorial definit de integrala

$$I_{\omega} = \int_A \omega^2 dA \quad (6.13)$$

poate fi calculat, în cazul unor secțiuni simple, cu metoda lui Veresceaghin, fiind vorba de produsul diagramei (ω) prin ea însăși. Pentru secțiuni compuse din mai multe dreptunghiuri înguste (secțiuni poligonale) este avantajos ca momentul de inerție sectorial să se calculeze în funcție de coordonatele sectoriale ale punctelor ce delimitează dreptunghiul îngust, sub formă tabelară.

În cazul general al unei lamele înguste în poziție înclinată (fig.6.6), elementul de aria (dA) poate fi scris:

$$dA = \frac{b_{ik} \cdot \delta_{ik}}{\omega_k - \omega_i} d\omega$$

Integrala (6.13) devine:

$$I_{\omega} = \int_{\omega_i}^{\omega_k} \omega^2 \frac{b_{ik} \delta_{ik}}{\omega_k - \omega_i} d\omega = \frac{b_{ik} \delta_{ik}}{\omega_k - \omega_i} \int_{\omega_i}^{\omega_k} \omega^2 d\omega$$

Tinând seama de notația; $A_i = b_{ik} \delta_{ik}$, după efectuarea integralei și a calculelor intermediare, în final rezultă:

$$I_{\omega} = \frac{A_i}{3} (\omega_k^2 + \omega_k \omega_i + \omega_i^2) \quad (6.14)$$

Formulele (6.12) și (6.14) s-au stabilit pentru cazul general (poziția înclinată a dreptunghiului îngust), așa cum s-a mai precizat, ele pot fi particularizate pentru cazurile limită. În tabelul 6.1, se prezintă formulele de calcul ale caracteristicilor geometrice sectoriale pentru cazul general și cazurile limită.

Relații de calcul ale caracteristicilor sectoriale

Tabelul 6.1

Poziția lamelei Caractere dreptun- ristice geo ghilare metrice sec- toriale.					
	Momentele statice sectoriale.	S_{ω}	$\frac{A_i}{2} (\omega_k + \omega_i)$	$\frac{A_i}{2} (\omega_k + \omega_i)$	$\frac{A_i}{2} (\omega_k + \omega_i)$
	Momentele statice sectoriale liniare.	$S_{x\omega}$	$\frac{A_i}{6} (2X_i\omega_i + 2X_k\omega_k + X_i\omega_k + X_k\omega_i)$	$\frac{A_i}{6} (2X_i\omega_i + 2X_k\omega_k + X_i\omega_k + X_k\omega_i)$	$\frac{A_i}{2} (X_i\omega_i + X_i\omega_k)$
		$S_{y\omega}$	$\frac{A_i}{6} (2Y_i\omega_i + 2Y_k\omega_k + Y_i\omega_k + Y_k\omega_i)$	$\frac{A_i}{2} (Y_i\omega_i + Y_i\omega_k)$	$\frac{A_i}{6} (2Y_i\omega_i + 2Y_k\omega_k + Y_i\omega_k + Y_k\omega_i)$
Momentele de inerție sectoriale.	I_{ω}	$\frac{A_i}{3} (\omega_k^2 + \omega_k\omega_i + \omega_i^2)$	$\frac{A_i}{3} (\omega_k^2 + \omega_k\omega_i + \omega_i^2)$	$\frac{A_i}{3} (\omega_k^2 + \omega_k\omega_i + \omega_i^2)$	

6.3.3. Starea de deformație și de eforturi unitare

Pentru a ilustra starea de deformație, să considerăm o bară cu pereți subțiri cu contur simplu conex încărcată în secțiunea de capăt cu un moment de răsucire exterior ((\bar{M}_r) fig.6.7). Sub efectul încărcării, secțiunea transversală se rotește în jurul unui punct instantaneu de rotație, care poate fi chiar centrul de răsucire (D). Prin rotirea secțiunii cu unghiul (φ), un punct curent (M)

de pe linia mediană ajunge în poziția (M_1), iar un dreptunghi elementar ABCD din planul median ajunge în poziția A'B'C'D' (fig.6.7). În baza ipotezelor admise, după care luncările în planul median

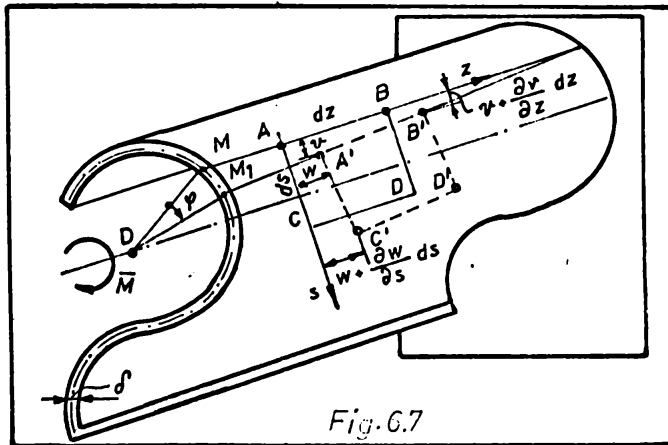


Fig. 6.7

sînt nule, deplasarea dreptunghiului elementar dintr-o poziție în alta s-a făcut fără ca unghiurile dintre laturile să se modifice și luncarea specifică din planul zAs , cu notațiile din figura 6.7 și ținînd seama de /127/, /143/, se poate exprima astfel:

$$\gamma_{sz} = \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (6.15)$$

Pentru a putea calcula expresia (6.15), se determină mai întîi componentele deplasării punctului ((A) fig.6.7) În urma rotirii secțiunii transversale cu unghiul (Ψ), curba (C)

care definește poziția liniei mediane a profilului ajunge în poziția (C'), iar punctul (A) în ((A') fig.6.8). Cu notațiile din figură, componenta deplasării (AA') după tangenta la linia mediană, rezultă:

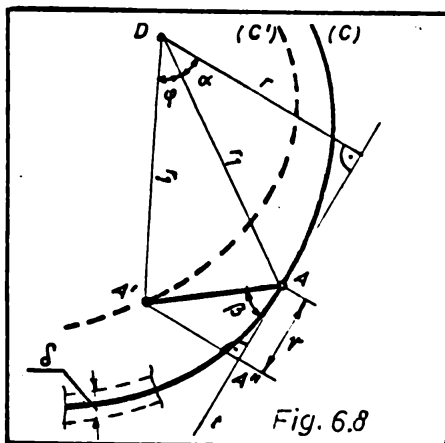


Fig. 6.8

$$V = \overline{AA''} = \overline{AA'} \cos \beta \quad (a)$$

Admițînd aproximația că:

$$\overline{AA'} \approx \widehat{AA'} = r_1 \Psi \quad (b)$$

și

$$\beta = \alpha + \frac{\Psi}{2} \approx \beta \quad (c)$$

relația (a) devine:

$$V = r_1 \Psi \cos \beta = \Psi r_1 \cos \beta = \Psi r \quad (6.16)$$

Ținînd seama că (Ψ) este o funcție de (z), iar (r) nu depinde de (z), relația (6.15) se poate scrie;

$$\frac{\partial w}{\partial s} + r \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad (6.15')$$

Integrînd această expresie în raport cu (s) și dacă se ține

seama de notația (5.26'), se obține o relație identică cu (5.29");

$$w = w_0 - \int_{s_0}^s \theta r ds \quad (5.29")$$

Cu semnificația termenilor cunoscută din capitolul precedent și ținând seama că (θ) este constant pentru o secțiune dată, din relația (5.29") se obține legea de variație a deplasărilor (w) pe secțiune în cazul solicitării numai de răsucire:

$$w = -\theta \omega = -\psi' \omega \quad (6.17)$$

Din formula (6.17) rezultă că deplasarea ($w(s, z)$) pe secțiunea transversală a barei este proporțională cu suprafața sectorială (ω)

Alungirea specifică în lungul axei barei, ținând seama că (ω) este independentă de (z), este egală cu :

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial(-\psi' \omega)}{\partial z} = -\psi'' \omega \quad (6.18)$$

Cu relațiile (6.16) și (6.17) starea de deformație poate fi determinată în orice punct din planul median al barei cu pereți subțiri.

Aplicând legea lui Hooke, din relația (6.18) se obține expresia efortului unitar normal sectorial (σ_ω);

$$\sigma_\omega = E \epsilon_z = -E \psi'' \omega \quad (6.19)$$

Dacă se amplifică ambii membri ai ecuației (6.19) cu mărimea (ωdA) și se integrează se obține o nouă mărime statică caracteristică răsucirii împiedicate;

$$\int_A \sigma_\omega \omega dA = -E \psi'' \int_A \omega^2 dA \quad (6.20)$$

*) În lucrarea de față se va folosi modul de elasticitate (E) necorectat, deoarece numărul secțiunilor influențate de prezenta rigidizărilor transversale pe bară (care împiedică contractia transversală motiv pentru care ar trebui introdus în calcul $E_1 = E/(1-\mu^2)$) este mic în raport cu numărul secțiunilor dintre rigidizări neinfluențate. Pe cale experimentală (v. partea a IV^a) s-a dovedit că efectul rigidizărilor se amortizează la o distanță mai mică de $l/10$ din distanța dintre două rigidizări consecutive. În acest caz, în conformitate cu principiul lui Barré de Saint-Venant sîntem îndreptățiți să lucrăm cu (E) și nu cu (E_1).

Prin definiție, noua mărime statică

$$B = \int_A \bar{\sigma}_\omega \omega dA \quad (6.21)$$

se numește bimoment de încovoiere - răsucire, iar mărimea

$$I_\omega = \int_A \omega^2 dA \quad (6.13)$$

reprezintă momentul de inerție sectorial, așa cum s-a mai precizat. Ținând seama de definițiile de mai sus, rezultă:

$$B = - E \varphi'' I_\omega = - EI_\omega \varphi'' \quad (6.20')$$

Din (6.19) se vede că legea de variație a efortului unitar normal sectorial pe secțiune, este dată de legea de variație a suprafețelor sectoriale (ω), iar în lungul barei de variația funcției (φ'' (z)). Variația lui ($\bar{\sigma}_\omega$) în lungul barei, așa cum s-a precizat anterior, dă naștere la eforturi unitare tangențiale suplimentare ($\tau_{r\hat{i}}$), care există atât în secțiunile transversale cât și în cele longitudinale. Pentru determinarea acestora, se izolează un element diferențial (din profil (fig.6.9) și se scrie o ecuație de

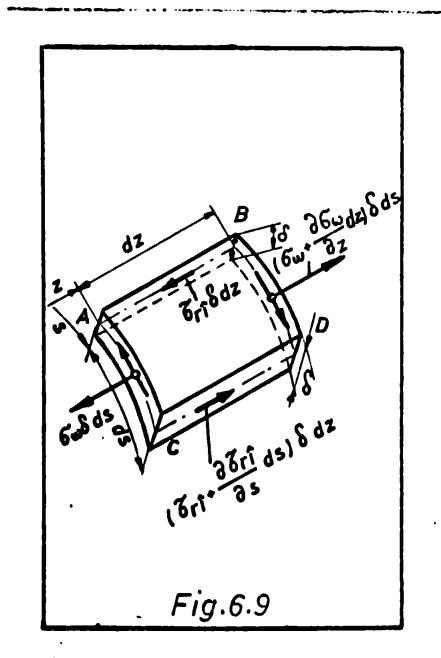


Fig.6.9

proiecție după axa barei, rezultând în final:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_\omega}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{r\hat{i}}}{\partial s} = 0 \quad (6.22)$$

După efectuarea calculelor intermediare și integrând în lungul liniei mediane de la (o) la nivelul de calcul (s), ținând seama că marginile profilului sînt libere de eforturi, se obține expresia efortului unitar tangențial produs de răsucirea împiedicată ($\tau_{r\hat{i}}^{xx}$)

$$\tau_{r\hat{i}} = \frac{E \varphi'''}{\sigma} \int_0^s \omega dA = \frac{E \varphi'''}{\sigma} S_\omega \quad (6.23)$$

unde:

$S_\omega = \int_0^s \omega dA$ reprezintă momentul static sectorial

al părții din secțiunea transversală de la (o) la nivelul curent de calcul (s).

xx) In literatura de specialitate (traduceri) se găsește și sub denumirea de efort unitar tangențial sectorial notat cu ($\tau_{\omega}/12/$, /81/).

Efortul unitar tangențial sectorial (6.23) variază în lungul coordonatei curbilinii (s) după legea de variație a momentului static sectorial pe secțiunea transversală, iar în lungul barei, după variația funcției $\psi''(z)$.

Din solicitarea de răsucire împiedicată a barelor cu pereți subțiri, în secțiunea acestora apar eforturi unitare tangențiale (τ) care în parte, se datoresc răsucirii împiedicate ($\tau_{r\hat{i}}$) și sînt constante pe grosimea peretelui și o altă parte provin din răsucirea liberă (τ_{r_l}) și variază liniar pe grosimea peretelui. Eforturile unitare tangențiale (τ_{r_l}) produse de partea de răsucire liberă se calculează cu relația cunoscută, stabilită în capitolul precedent;

$$\tau_{r_l} = \frac{M_{r_l}}{I_r} \quad (5.23 \text{ a}).$$

În figura 6.10 se arată distribuția eforturilor unitare tangențiale provenite din răsucirea împiedicată. Avînd în vedere

grosimea mică a peretelui barei, se observă că fluxurile de forfecare corespunzător părții de răsucire liberă se echivalează pe secțiune cu bună aproximație și nu produc moment de raport cu centrul de răsucire (D). Fluxul de forfecare ($\tau_{r\hat{i}} \delta$)

corespunzător părții de răsucire împiedicată, în raport cu centrul de răsucire (D) produce o altă mărime statică numită moment de răsucire împiedicat ($M_{r\hat{i}}$)^{x)} care se poate calcula cu relația:

$$M_{r\hat{i}} = \int_A (\tau_{r\hat{i}} \cdot dA) \cdot r = \int_A (\tau_{r\hat{i}} \cdot \delta \cdot ds) \cdot r = \int_A \tau_{r\hat{i}} \cdot \delta \cdot d\omega \quad (6.24)$$

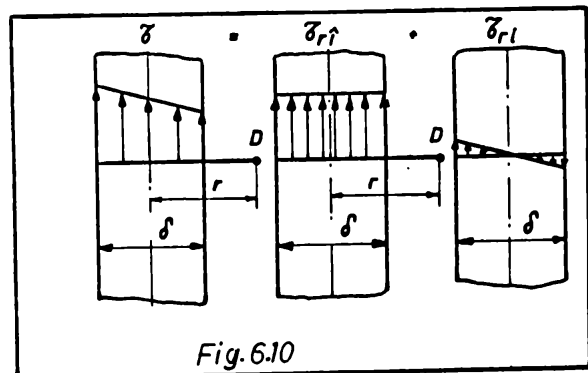
Dacă se introduce în (6.24) expresia (6.23) și se integrează prin părți, ținînd seama de notația (6.13), se obține:

$$M_{r\hat{i}} = -E \psi''' I_\omega = -EI_\omega \psi''' \quad (6.25)$$

Momentul de răsucire liberă (uniformă) se calculează cu relația cunoscută anterior.

$$M_{r_l} = GI_r \psi' \quad (5.13 \text{ a})$$

x) În unele tratate /81/ (traduceri) se mai numește și moment de încovoiere-răsucire și se notează cu (M_ω).



6.3.4. Ecuația diferențială a răsucirii împiedicate

Relațiile stabilite pentru calculul eforturilor unitare (5.19), (6.23) și (5.23 a) nu pot fi folosite așa, deoarece nu se cunoaște funcția (ψ) și derivatele acesteia și cât din momentul de răsucire interior (M_r) este preluat prin răsucire împiedicată ($M_{r\hat{i}}$) și respectiv răsucire liberă (M_{r1}). Pentru a determina starea de eforturi unitare este necesar să se stabilească o ecuație care să cuprindă atât mărimile de deformație cât și noile mărimi statice (6.20') și (6.25) și prin rezolvarea ei să se obțină mărimile necesare ce intră în relațiile eforturilor unitare. Pentru a ajunge la o ecuație de legătură între mărimile de deformație și cele de încărcare se pleacă de la ipoteza că în orice secțiune a barei cu pereți subțiri, eforturile unitare (σ_ω), ($\tau_{r\hat{i}}$) și (τ_{r1}) trebuie să satisfacă cele 6 ecuații de echivalență (6.2 și 6.3).

Plecînd de la ecuația (6.3 c), în care se introduc ecuațiile (6.25) și (5.13 a) se obține ecuația diferențială a răsucirii împiedicate;

$$GI_r \psi' - EI_\omega \psi''' = -\sum M_z \quad (6.26)$$

Dacă se introduc notațiile simplificatoare;

$$k^2 = \frac{GI_r}{EI_\omega} ; \quad n = \frac{1}{EI_\omega} \quad (6.27, a, b)$$

și se ținea seama că $M_r = -\sum M_z$, ecuația diferențială a răsucirii împiedicate (6.26) a barelor cu pereți subțiri simplu conexe, devine:

$$\psi''' - k^2 \psi' = -n M_r \quad (6.26')$$

Derivînd în raport cu (z), se obține ecuația diferențială a răsucirii împiedicate în cazul încărcării cu un moment de răsucire uniform distribuit în lungul axei z .

$$\psi^{IV} - k^2 \psi'' = n m_r(z) \quad (6.26'')$$

unde:

$\frac{dM_r}{dz} = -m_r(z)$ reprezintă intensitatea momentului de răsucire uniform repartizat în lungul barei.

6.3.5. Integrarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate

În cazul barelor cu pereți subțiri cu contur simplu conex s-a ajuns la ecuația diferențială a răsucirii împiedicate,

$$\varphi^{IV} - k^2 \varphi'' = f(z) \quad (6.28)$$

unde:

$f(z) = n m_r(z)$ reprezintă termenul de încărcare.

Ecuatia (6.28) este o ecuație diferențială tip Euler de ordinul 4 cu coeficienți constanți, neomogenă (cu membru drept diferit de zero). Integrarea acestei ecuații se face, după /40/, /81/, /276/, folosind integrale particulare care satisfac condiția de matrice unitate a lui Cauchy. Pentru aceasta, soluția ecuației (6.28) se reprezintă ca sumă a două soluții;

$$\varphi = \varphi_g + \varphi_p \quad (6.29)$$

unde:

φ_g - este soluția generală a ecuației omogene pentru $f(z)=0$

φ_p - este soluția particulară a ecuației neomogene.

A. Calculul soluției generale a ecuației omogene.

Se scrie ecuația caracteristică a ecuației diferențiale omogene (6.28);

$$r^4 - k^2 r^2 = 0 \quad (6.30)$$

care admite soluțiile: $r_{1,2} = 0$ și $r_{3,4} = \pm k$, în funcție de care se obține soluția generală:

$$\varphi_g = C_1 + C_2 z + C_3 \operatorname{sh} kz + C_4 \operatorname{chk} z \quad (6.31)$$

unde:

C_1, C_2, C_3 și C_4 sunt constante de integrare care se determină din condițiile de margine și de continuitate.

Dacă se aplică metoda parametrilor inițial atunci constantele de integrare din (6.31) se înlocuiesc cu alte constante noi - parametri inițiali reprezentând valorile din origine ($z=0$) ale lui (φ) și derivatelor lui, respectiv $\varphi_0, \varphi'_0, \varphi''_0$ și φ'''_0 . Cu acestea, se calculează valorile lui (φ) și a primelor 3 derivate în origine ($z=0$) din expresia (6.31) și se obține:

$$C_1 = \varphi_0 - \frac{\varphi''_0}{k^2}; \quad C_2 = \varphi'_0 - \frac{\varphi'''_0}{k^2}; \quad C_3 = \frac{\varphi''_0}{k^3} \quad \text{și} \quad C_4 = \frac{\varphi'''_0}{k^2}$$

x) Această ecuație a fost obținută pentru prima dată de către Wagner /288/ și Timoshenko /265/.

Înlocuind constantele din (6.31) cu noile lor valori și după ordonare în raport cu (φ_0) și derivatele sale, obținem expresia lui (φ_g) și a primelor 3 derivate:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_g &= \varphi_0 + \varphi_0' z + \frac{\varphi_0''}{k^2} (\text{chkz} - 1) + \frac{\varphi_0'''}{k^3} (\text{shkz} - kz) \\ \varphi_g' &= \varphi_0' + \frac{\varphi_0''}{k} \text{shkz} + \frac{\varphi_0'''}{k^2} (\text{chkz} - 1) \\ \varphi_g'' &= \varphi_0'' \text{chkz} + \frac{\varphi_0'''}{k} \text{shkz} \\ \varphi_g''' &= \varphi_0''' \text{shkz} + \varphi_0'''' \text{chkz} \end{aligned} \right\} (6.32)$$

Exprimarea soluției generale (6.31) sub formă (6.32) prezintă avantajul că parametrii inițiali pot fi interpretați simplu geometric (φ_0 și φ_0' reprezintă rotirea și rotirea specifică) și mecanică ($-EI\omega \varphi_0'' = B_0$; $-EI\omega \varphi_0''' + GI_r \varphi_0' = M_{r0}$ reprezintă bimomentul de încovoiere - răsucire respectiv momentul de răsucire interior în origine).

Determinarea constantelor de integrare ($\varphi_0, \varphi_0', \varphi_0'', \varphi_0'''$) se face în funcție de condițiile de margine și de continuitate.

Condițiile de margine sînt:

- Reazem articulat (în furca v.figura 6.1) la care strîmbarea liniei mediane nu este împiedicată: $\varphi = 0$; $\varphi'' = 0$.
- Reazem încastrat (v.figura 6.1) la care deplanarea secțiunii transversale este împiedicată $\varphi = 0$ și $\varphi' = 0$.
- La capetele libere ale barei $\varphi'' = 0$ și $\varphi''' = 0$ sau în cazul cînd sînt bimomente sau momente de răsucire direct aplicate atunci au valorile lor (B_0 ; M_{r0}).

Condiția de continuitate se folosește în cazurile în care grinda are rigiditatea la răsucire liberă (GI_r) sau la răsucire împiedicată ($EI\omega$) variabilă în trepte (discontinuu), pentru secțiunile de grindă în care avem momente de răsucire (M_r) direct aplicate sau în cazul grinzilor continue cu unul sau mai multe reazeme intermediare /55/. În toate aceste cazuri, se impune ca în secțiunile precizate să avem:

$$\varphi_{stg} = \varphi_{dr}; \varphi_{stg}' = \varphi_{dr}' \text{ și } \varphi_{stg}'' = \varphi_{dr}''$$

Pe baza interpretării mecanice a parametrilor inițiali și

avînd în vedere notația (6.27 a), sistemul de ecuații (6.32) poate fi scris sub forma;

$$\left. \begin{aligned} \varphi_g &= \varphi_0 + \frac{\varphi'_0}{k} \operatorname{shkz} + \frac{B_0}{G I_r} (1 - \operatorname{chkz}) + M_{r0} \frac{kz - \operatorname{shkz}}{k G I_r} \\ \varphi'_g &= \varphi'_0 \operatorname{chkz} - \frac{B_0}{G I_r} k \operatorname{shkz} + \frac{M_{r0}}{G I_r} (1 - \operatorname{chkz}) \\ \varphi''_g &= \varphi'_0 k \operatorname{shkz} - \frac{B_0}{G I_r} k^2 \operatorname{chkz} - \frac{M_{r0}}{G I_r} k \operatorname{shkz} \\ \varphi'''_g &= \varphi'_0 k^2 \operatorname{chkz} - \frac{B_0}{G I_r} k^3 \operatorname{shkz} - \frac{M_{r0}}{G I_r} k^2 \operatorname{chkz} \end{aligned} \right\} (6.32')$$

B. Calculul soluției particulare a ecuației neomogene

Scrierea soluției generale (φ_g) sub forma (6.32) permite găsi-rea pe o cale foarte simplă a soluției particulare (φ_p) cu ajutorul metodei lui Cauchy-Krîlov /39/. Pentru aceasta soluția (φ_g) se scrie:

$$\varphi_g = \varphi_0 \varphi_1 + \varphi'_0 \varphi_2 + \varphi''_0 \varphi_3 + \varphi'''_0 \varphi_4 \quad (6.32'')$$

unde $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ sînt integrale particulare care au intrat în expresia (6.32). Dintre integralele particulare numai funcția

$$\varphi_4 = \frac{\operatorname{shkz} - kz}{k^3} \text{ satisface condiția Cauchy-Krîlov;}$$

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = \varphi''(0) = 0 \text{ și } \varphi'''(0) = 1$$

Cu aceasta, soluția particulară se poate scrie:

$$\varphi_p = \int_0^z \varphi_4(z) f(z) dz \quad (6.33)$$

În integrala (6.33) se face o schimbare de variabilă $z \hat{=} z - t$, unde din punct de vedere geometric (t) reprezintă o variabilă intermediară care se măsoară tot după axa barei.

În funcție de noua variabilă, rezultă:

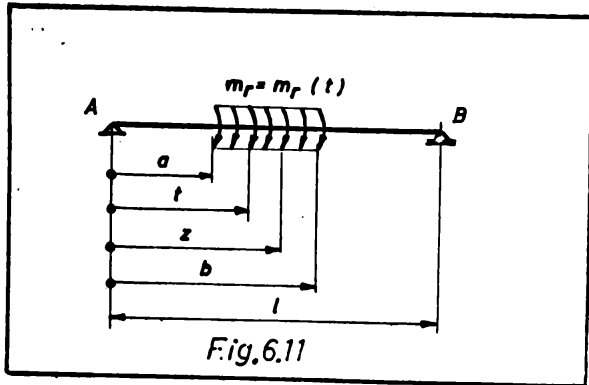
$$\varphi_4 = \frac{\operatorname{sh}(z-t) - k(z-t)}{k^3} \text{ și } f(t) = n m_r(t)$$

Înlocuind în (6.33), rezultă:

$$\varphi_p = \frac{n}{k^3} \int_0^z [\operatorname{shk}(z-t) - k(z-t)] m_r(t) dt \quad (6.34)$$

Valoarea integralei φ_p (6.34) se calculează separat pentru fiecare caz de încărcare a grinzii:

a. Incărcarea grinzii cu un moment de răsucire $m_r(t) = m_r$ uniform repartizat (fig.6.11)



- Pentru panoul de grindă $0 \leq z \leq a$, $m_r(t) = 0$ și $\varphi_p = 0$

- Pentru panoul încărcat $a \leq z \leq b$ și $0 \leq t \leq a$, $m_r(t) = 0$ și $\varphi_p = 0$, iar pentru $a \leq t \leq b$, $m_r(t) \neq 0$ și $\varphi_p \neq 0$.

Din (6.34) rezultă:

$$\begin{aligned} \varphi_p &= \int_0^a [\dots] m_r(t) dt + \int_0^b [\dots] m_r(t) dt = 0 + \frac{n \cdot m_r}{k^3} \int_a^z [\text{shk}(z-t) - k(z-t)] dt = \\ &= \frac{n \cdot m_r}{k^3} \left[-\frac{1}{k} \text{chk}(z-t) + k \frac{(z-t)^2}{2} \right]_a^z \end{aligned}$$

După efectuarea calculelor, rezultă:

$$\varphi_p = \frac{n \cdot m_r}{k^3} \left[\frac{1}{k} \text{chk}(z-a) - 1 - \frac{k}{2} (z-a)^2 \right] \quad (6.35 \text{ a})$$

- Pentru panoul $b \leq z \leq l$, $b \leq t \leq l$, $m_r(t) = 0$ și $\varphi_p = 0$

Soluția particulară (6.34) după efectuarea calculelor, rezultă:

$$\varphi_p = \frac{n}{k^3} \left\{ \int_0^a [\dots] m_r(t) dt + \int_a^b [\dots] m_r(t) dt + \int_b^l [\dots] m_r(t) dt \right\} = \frac{n}{k^3} \left\{ 0 + \int_a^b [\dots] \cdot m_r(t) dt + 0 \right\}$$

$$\varphi_p = \frac{n \cdot m_r}{k^3} \left[\frac{1}{k} \text{chk}(z-a) - \frac{1}{2} (z-a)^2 - \frac{1}{k} \text{chk}(z-b) + \frac{k}{2} (z-b)^2 \right] \quad (6.35 \text{ b})$$

sau

$$\varphi_p = \frac{m_r}{k^2 G I_r} \left[\text{chk}(z-a) - \text{chk}(z-b) - k^2 z (b-a) + \frac{k^2}{2} (b-a)^2 \right] \quad (6.35' \text{ b})$$

b. Încărcarea grinzii cu un moment de răsucire concentrat \bar{M}_r (fig.6.12)

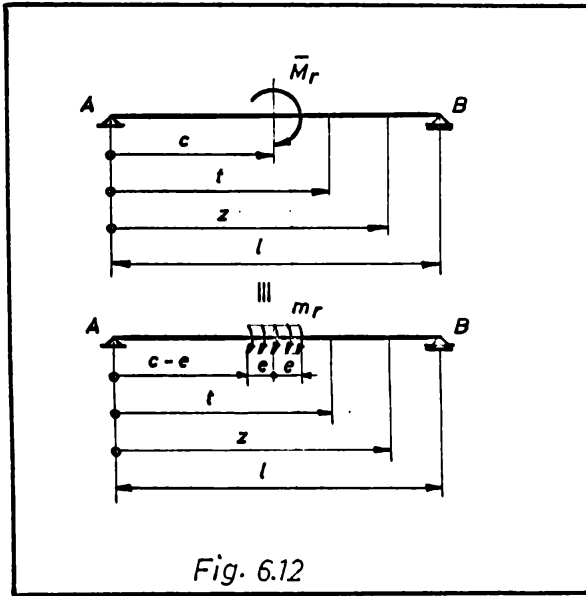


Fig. 6.12

- Pentru panoul de grindă $0 \leq z \leq c$, $\varphi_p = 0$

- Pentru panoul de grindă $c < z \leq l$, $\varphi_p \neq 0$

Pentru calculul soluției particulare (φ_p) în mod similar ca și în primul caz de încărcare, se poate considera că momentul de răsucire concentrat (\bar{M}_r) reprezintă cazul limită a unui moment de răsucire (m_r) distribuit pe o lungime de grindă ce tinde la zero.

Deci;

$$\bar{M}_r = \lim_{e \rightarrow 0} (m_r \cdot 2e) \tag{6.36}$$

Din (6.34) rezultă:

$$\varphi_p = \frac{n \cdot m_r}{k^4} \left[- \operatorname{ch}k(z-t) + \frac{k^2}{2}(z-t) \right]_{c-e}^{c+e} \tag{6.37}$$

După efectuarea calculelor intermediare, rezultă:

$$\varphi_p = \frac{n}{k^3} (m_r \cdot 2e) \left[\operatorname{sh}k(z-c) \frac{\operatorname{sh}ke}{kc} - k(z-c) \right] \tag{6.37 a}$$

Trecînd la limită;

$$\varphi_p = \lim_{e \rightarrow 0} \frac{n}{k^3} (m_r \cdot 2e) \left[\operatorname{sh}k(z-c) \frac{\operatorname{sh}ke}{ke} - k(z-c) \right] \tag{6.37 b}$$

Tinînd seama de (6.36), rezultă soluția particulară pentru cazul de încărcare din figura 6.12

$$\varphi_p = \frac{n}{k^3} \bar{M}_r \left[\operatorname{sh}k(z-c) - k(z-c) \right] \tag{6.37 c}$$

C. Calculul soluției totale

Soluția totală a ecuației diferențiale (6.28) se obține prin suprapunerea soluției generale ((φ_g) 6.32 sau 6.32') peste soluția particulară ((φ_p) 6.35b, 6.37c,...) determinată separat pentru fiecare caz de încărcare în parte.

Flecînd de la soluția generală scrisă sub formă (6.32') și folosindu-ne de forma generală a soluției particulare (6.34) rezultă:

$$\varphi = \varphi_g + \varphi_p = \varphi_0 + \frac{\varphi'_0}{k} \operatorname{shkz} + \frac{B_0}{GI_R} (1 - \operatorname{chkz}) + M_{r0} \frac{kz - \operatorname{shkz}}{k GI_R} + \varphi_p \quad (6.58)$$

Unde:

$$\varphi_p = \frac{n}{k^3} \int_0^z [\operatorname{shk}(z-t) - k(z-t)] m_r(t) dt \quad (6.34)$$

$$\varphi' = \varphi'_0 \operatorname{chkz} - \frac{B_0}{GI_R} k \operatorname{shkz} + \frac{M_{r0}}{GI_R} (1 - \operatorname{chkz}) + \varphi'_p \quad (6.39)$$

Unde:

$$\varphi'_p = \frac{n}{k^2} \int_0^z [\operatorname{chk}(z-t) - 1] m_r(t) dt \quad (6.40)$$

$$B = -EI_\omega \varphi'' = -\varphi'_0 GI_R \frac{\operatorname{shkz}}{k} + B_0 \operatorname{chkz} + M_{r0} \frac{\operatorname{shkz}}{k} - EI_\omega \varphi''_p \quad (6.41)$$

Unde:

$$EI_\omega \varphi''_p = \frac{1}{k} \int_0^z [\operatorname{chkz}(z-t)] m_r(t) dt \quad (6.42)$$

$$M_{r\hat{r}} = -EI_\omega \varphi''' = -\varphi'_0 GI_R \operatorname{chkz} + kB_0 \operatorname{shkz} + M_{r0} \operatorname{chkz} - EI_\omega \varphi'''_p \quad (6.43)$$

Unde:

$$EI_\omega \varphi'''_p = \int_0^z m_r(t) \operatorname{chk}(z-t) dt \quad (6.44)$$

Pentru cazurile de încărcare cu moment de răsucire uniform repartizat și moment de răsucire concentrat, pentru care a fost studiată soluția particulară, în paragraful 6.4 se va prezenta soluția totală a ecuației diferențiale (6.28) sub forma unor relații ce pot fi ușor întabelate. Pentru alte cazuri de încărcare și rezemare, în literatura de specialitate /6/, /10/, /28/, /86/, /95/, /127/ etc, se găsesc relații de calcul care pot fi făcute ușor aplicabile.

6.3.6. Eforturi unitare produse de răsucirea împiedicată

Prin rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate se obțin expresiile matematice ale momentelor de răsucire liberă (M_{r1}) și împiedicată ($M_{r\hat{r}}$) în funcție de modul de încărcare și rezemare a barei.

Momentele de răsucire (M_{r1}) și ($M_{r\hat{r}}$) produc pe secțiunea transversală a barei eforturi unitare tangențiale (τ_{r1}) și eforturi unitare suplimentare tangențiale sectoriale ($\tau_{r\hat{r}}$) și normale sectoriale (σ_ω).

A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere

Momentul de răsucire liberă (M_{r1}), care reprezintă o parte din momentul de răsucire interior total (M_r), produce eforturi unitare tangențiale (τ_{r1}) care se calculează ca și în cazul răsucirii libere (v. capitolul 5), cu relația:

$$\tau_{r1} = \frac{M_{r1}}{I_r} \delta \quad (5.23 \text{ a})$$

Termenii de relația de mai sus au semnificația cunoscută din capitolul 5, cu deosebirea că momentul de răsucire liberă se obține din rezolvarea ecuației diferențiale (6.23).

B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale

Partea de moment de răsucire împiedicată (M_{r1}) din momentul de răsucire interior total (M_r) reprezintă momentul resultant al eforturilor unitare tangențiale sectoriale (τ_{r1}) calculat în raport cu un punct din planul secțiunii transversale (centrul de răsucire (D)). Momentul de răsucire împiedicată (M_{r1}) rezultă din rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate.

Dacă se introduce relația (6.25) în (6.23) se obține relația de calcul a efortului unitar tangențial sectorial (τ_{r1}) în funcție de momentul de răsucire împiedicată și caracteristicile geometrice și sectoriale ale barei.

$$\tau_{r1} = \frac{M_{r1} S_w}{I_w} \delta \quad (6.45)$$

Relația (6.45) este asemănătoare cu relația lui Juravski pentru calculul eforturilor unitare tangențiale din încovoiere. Rezultă că între problema răsucirii împiedicate și problema încovoierii barelor drepte se poate găsi o analogie perfectă [2], [12], [102].

Eforturile unitare tangențiale din răsucire împiedicată sînt constante pe grosimea peretelui barei, astfel că se poate calcula cu ușurință fluxul de răsucire din răsucirea împiedicată:

$$t_{r1} = \tau_{r1} \delta = \frac{M_{r1} S_w}{I_w} \quad (6.46)$$

În cazul barelor cu pereți subțiri cu contur simplu conex, eforturile unitare tangențiale sectoriale provenite din răsucire împiedicată au valori mici în raport cu celelalte eforturi unitare (τ_{r1} și τ_w) ceea ce face posibil ca în calculele practice să fie neglijate.

C. Eforturi unitare normale sectoriale.

Eforturile unitare normale sectoriale (σ_ω) se determină în funcție de bimomentul de încovoiere-răsucire (B) și caracteristicile geometrice sectoriale ale secțiunii transversale a barei.

În cazul răsucirii împiedicate valoarea bimomentului de încovoiere-răsucire (B), se obține prin rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii pentru fiecare caz de încărcare și rezemare a barei în parte. Din ecuația diferențială (6.28) se poate obține (ψ'') și cu ajutorul relației (6.20') rezultă bimomentul de încovoiere - răsucire. Sau, rezolvând ecuația diferențială se pot obține expresii matematice directe pentru toate tipurile de solicitări ($M_{rl}; M_{rî}; B$) așa cum se vede în paragraful 6.4, iar pentru alte încărcări și moduri de rezemare în sursele bibliografice: /28/, /54/, /63/, /135/, /150/ etc.

Dacă se înlocuiește relația (6.20') în (6.19), rezultă

$$\sigma_\omega = \frac{B}{I_\omega} \omega \quad (6.47)$$

Caracteristicile sectoriale din relațiile (6.46) și (6.47) se calculează în raport cu centrul de răsucire (polul principal) și punctul nul principal, reprezentând caracteristici geometrice sectoriale principale.

Formula (6.47) este asemănătoare cu formula lui Navier de la încovoierea dreaptă din cauza analogiei dintre problema încovoierii drepte și a răsucirii împiedicate.

Eforturile unitare normale sectoriale (σ_ω) sînt în echilibru total pe secțiunea transversală a barei. Ele ating valori foarte mari în cazul barelor scurte simplu conexe și în unele puncte ale secțiunii transversale se suprapun peste eforturile unitare normale provenite din încovoiere.

6.4. A p l i c a ț i i

Aplicația Nr.6.1.

Pentru grinda solicitată la răsucire împiedicată încărcată și rezemată ca în figura 6.11, să se stabilească relațiile de calcul pentru mărimile de deformare (ψ) și mecanice ($M_{rl}, B, M_{rî}$).

Pentru rezolvarea problemei, se pleacă de la ecuația (6.38) în care pentru soluția particulară se introduce expresia (6.35'b);

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi'_0 \frac{\text{shkz}}{k} + \frac{B_0}{GI_r} (1 - \text{chkz}) + M_{ro} \frac{kz - \text{shkz}}{k GI_r} + \frac{mr}{k^2 GI_r} \left[\text{chk}(z-a) - \text{chk}(z-b) - k^2 z(b-a) + \frac{k^2}{2}(b-a) \right] \quad (6.38')$$

Utilizând condițiile de margine corespunzătoare rezemării la capete ale grinzii (pentru $z = 0$ și $z = l$ rezultă $\Psi = 0$ și $B = 0$), se obțin două ecuații independente din care rezultă necunoscuta (Ψ'_0).

$$\Psi'_0 \frac{\text{shkl}}{k} + M_{ro} \frac{k l - \text{shkl}}{k GI_r} + \frac{mr}{k^2 GI_r} \left[\text{chk}(l-a) - \text{chk}(l-b) - k^2 l(b-a) + \frac{k^2}{2}(b-a) \right] = 0 \quad (6.49)$$

$$\Psi'_0 k \text{shkl} - \frac{M_{ro}}{GI_r} k \text{shkl} + \frac{mr}{GI_r} \left[\text{chk}(l-a) - \text{chk}(l-b) \right] = 0$$

De unde:

$$\Psi'_0 = \frac{M_{ro}}{GI_r} - \frac{mr}{k GI_r} \frac{\text{chk}(l-a) - \text{chk}(l-b)}{\text{shkl}} \quad (6.49)$$

Unde:

M_{ro} este momentul de răsucire interior în dreptul secțiunilor de rezem și are valoarea:

$$M_{ro} = \bar{M}_{r(A)} = - \left(b - a - \frac{b^2 - a^2}{2l} \right) m_r \quad (6.50)$$

$$M_{ro} = \bar{M}_{r(B)} = - \frac{(b^2 - a^2)}{2l} m_r$$

Introducând expresia (6.49) în (6.38') și ordonând calculele, obținem relațiile propuse pe fiecare panou de grindă în parte:

- Panoul $0 \leq z \leq a$:

$$\left. \begin{aligned} EI_{\omega} \Psi &= \bar{M}_{r(A)} \frac{z}{k^2} - \frac{mr}{k^4} \frac{\text{chk}(l-b) - \text{chk}(l-a)}{\text{shkl}} \text{shkz} \\ M_{r1} &= k^2 EI_{\omega} \Psi' = \bar{M}_{r(A)} - \frac{mr}{k} \frac{\text{chk}(l-b) - \text{chk}(l-a)}{\text{shkl}} \text{chkz} \\ B &= - EI_{\omega} \Psi'' = \frac{mr}{k^2} \frac{\text{chk}(l-b) - \text{chk}(l-a)}{\text{shkl}} \text{shkz} \\ M_{r1} &= - EI_{\omega} \Psi''' = \frac{mr}{k} \frac{\text{chk}(l-b) - \text{chk}(l-a)}{\text{shkl}} \text{chkz} \end{aligned} \right\} \quad (6.51)$$

- Panoul $a \leq z \leq b$

$$\begin{aligned}
 EI\omega\psi &= \bar{M}_{r(A)} \frac{z}{k^2} - \frac{mr}{k^4} \frac{\operatorname{chk}(1-b) - \operatorname{chk}(1-a)}{\operatorname{shkl}} \operatorname{shkz} + \\
 &+ \frac{mr}{k^4} \left[\frac{k^2}{2} (z-a)^2 + 1 - \operatorname{chk}(z-a) \right] \\
 M_{r1} = k^2 EI\omega\psi' &= \bar{M}_{r(A)} - \frac{mr}{k} \frac{\operatorname{chk}(1-b) - \operatorname{chk}(1-a)}{\operatorname{shkl}} \operatorname{chkz} + \\
 &+ \frac{mr}{k} \left[k(z-a) - \operatorname{shk}(z-a) \right] \\
 B = -EI\omega\psi'' &= \frac{mr}{k^2} \frac{\operatorname{chk}(1-b) - \operatorname{chk}(1-a)}{\operatorname{shkl}} \operatorname{shkz} + \frac{mr}{k^2} \left[1 - \operatorname{chk}(z-a) \right] \\
 M_{r\hat{1}} = -EI\omega\psi''' &= \frac{mr}{k} \frac{\operatorname{chk}(1-b) - \operatorname{chk}(1-a)}{\operatorname{shkl}} \operatorname{chkz} - \frac{mr}{k} \operatorname{shk}(z-a)
 \end{aligned} \tag{6.52}$$

- Panoul $b \leq z \leq l$

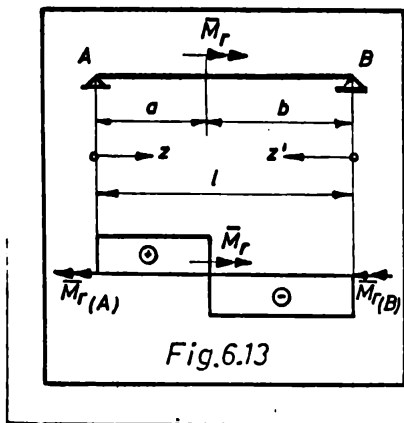
$$\begin{aligned}
 EI\omega\psi &= \bar{M}_{r(A)} \frac{z}{k^2} - \frac{mr}{k^4} \frac{\operatorname{chk}(1-b) - \operatorname{chk}(1-a)}{\operatorname{shkl}} \operatorname{shkz} + \frac{mr}{k^4} \left[k^2 z(b-a) - \right. \\
 &\left. - k^2 \frac{b^2 - a^2}{2} + \operatorname{chz}(z-b) - \operatorname{chk}(z-a) \right] \\
 M_{r1} = k^2 EI\omega\psi' &= \bar{M}_{r(A)} - \frac{mr}{k} \frac{\operatorname{chk}(1-b) - \operatorname{chk}(1-a)}{\operatorname{shkl}} \operatorname{chkz} + \\
 &+ \frac{mr}{k} \left[k(b-a) + \operatorname{shk}(z-b) - \operatorname{shk}(z-a) \right] \\
 B = -EI\omega\psi'' &= \frac{mr}{k^2} \frac{\operatorname{chk}(1-b) - \operatorname{chk}(1-a)}{\operatorname{shkl}} \operatorname{shkz} - \frac{mr}{k^2} \left[\operatorname{chk}(z-b) - \right. \\
 &\left. - \operatorname{chk}(z-a) \right] \\
 M_{r\hat{1}} = -EI\omega\psi''' &= \frac{mr}{k} \frac{\operatorname{chk}(1-b) - \operatorname{chk}(1-a)}{\operatorname{shkl}} \operatorname{chkz} - \frac{mr}{k} \left[\operatorname{shk}(z-b) - \right. \\
 &\left. - \operatorname{shk}(z-a) \right]
 \end{aligned} \tag{6.53}$$

Relațiile de calcul (6.51, 6.52 și 6.63) pot fi particularizate cu ușurință în funcție de panoul de grindă încărcat (încărcare pe sfert, jumătate, total etc.).

Aplicația Nr. 6.2.

Să se stabilească relațiile de calcul (ψ ; M_{r1} , B , $M_{r\hat{1}}$) pentru grinda solicitată la răsucire împiedicată din figura 6.13

Ca în cazul precedent, ne folosim de expresia (6.38) în care se introduce pentru soluția particulară relația (6.37c) corespunzătoare încărcării din figura alăturată;



$$\psi = \psi_0 + \psi'_0 \frac{\text{sh}kz}{k} + \frac{B_0}{GI_r}(1 - \text{ch}kz) + M_{ro}$$

$$\frac{kz - \text{sh}kz}{kGI_r} + \frac{\bar{M}_r}{kGI_r} [\text{sh}k(z-a) - k(z-a)] \quad (6.38'')$$

În cazul de rezemare considerat, secțiunile grinzii din dreptul reazemelor nu se pot roti și sînt libere să se deplaseze. În acest caz, condițiile de margine sînt; pentru $z=0$ și $z=l$, rezul-

tă $\psi = 0$ și $B = 0$ ($\psi'' = 0$).

Aplicînd condițiile de margine ecuației (6.38'') se obțin două ecuații independente ce conțin necunoscuta (ψ'_0)

Astfel:

$$\left. \begin{aligned} \psi'_0 \frac{\text{sh}kl}{k} + M_{ro} \frac{k l - \text{sh}kl}{k GI_r} + \frac{\bar{M}_r}{k GI_r} [\text{sh}k(l-a) - k(l-a)] &= 0 \\ \psi'_0 k \text{sh}kl - \frac{b}{l} \frac{\bar{M}_r}{GI_r} k \text{sh}kl + \frac{\bar{M}_r}{GI_r} \text{sh}kb &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.48')$$

De unde rezultă:

$$\psi'_0 = \frac{\bar{M}_r}{GI_r} \left(\frac{b}{l} - \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \right) \quad (6.49')$$

Unde s-au introdus mărimile:

$$M_{ro} = \bar{M}_r(A) = \frac{b}{l} \bar{M}_r; \quad M_{ro} = \bar{M}_r(B) = \frac{a}{l} \bar{M}_r \quad \text{și} \quad b = l - a \quad (6.54)$$

Cunoscînd valoarea lui (ψ'_0) se pot determina relațiile căutate atît pentru panoul de grindă din stînga cît și pentru cel din dreapta secțiunii de aplicare a momentului de răsucire exterior.

- Panoul $0 \leq z \leq a$

$$\left. \begin{aligned} EI_{\omega} \psi &= \frac{\bar{M}_r}{k^3} \left(\frac{b}{l} kz - \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{sh}kz \right) \\ M_{rl} &= k^2 EI_{\omega} \psi' = \bar{M}_r \left(\frac{b}{l} - \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{ch}kz \right) \\ B &= -EI_{\omega} \psi'' = \frac{\bar{M}_r}{k} \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{sh}kz \\ M_A &= -EI_{\omega} \psi''' = \bar{M}_r \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{sh}kz \end{aligned} \right\} \quad (6.55)$$

- Panoul $b \gg z' \gg 0$

$$EI_{\omega} \varphi = \frac{\bar{M}_r}{k^3} \left(\frac{a}{l} kz' - \frac{shka}{shkl} shkz' \right)$$

$$M_{r1} = k^2 EI_{\omega} \varphi' = \bar{M}_r \left(-\frac{a}{l} + \frac{shka}{shkl} chkz' \right)$$

$$B = -EI_{\omega} \varphi'' = \frac{\bar{M}_r}{k} \frac{shka}{shkl} shkz'$$

$$M_{r1}^{\cdot} = -EI_{\omega} \varphi''' = \bar{M}_r \left(-\frac{shka}{shkl} chkz' \right)$$

(6.56)

7. TEORIA RASUCIRII ÎMPIEDICATE A BARELOR CU PERETI SUBȚIRI CU PROFIL DUBLU SI MULTIPLU CONEX

7.1 N o t a ț i i

$f(z)$	- funcția de deplanare
ξ	- coeficientul de deformare
Ω	- suprafața sectorială
ψ	- funcția de răsucire
S_{Ω}	- momentul static sectorial
$S_{x\Omega} ; S_{y\Omega}$	- momentele statice sectoriale liniare
I_p	- momentul de inerție polar sau dirijat /2/
I_r	- momentul de inerție la răsucire liberă sau momentul de inerție polar fictiv.
S_0	- lungimea redusă a conturului secțiunii
B_{Ω}	- bimomentul de încovoiere-răsucire
t_{r1}^i	- fluxul de forfecare din răsucire liberă la profile dublu conexe
t_{r1}^i	- fluxul de forfecare din răsucire împiedicată la profile dublu conexe
t_{r1}^0	- fluxul de forfecare din răsucire împiedicată la profile simplu conexe
\bar{t}_{r1}^i	- fluxul de forfecare suplimentar necunoscut în punctul de secționare a celulei.
$L_{r1}^0(ik)$	- forța de forfecare pe lățimea plăcii (ik) provenită din (t_{r1}^0)
$\Lambda_{m,i}$	- suprafața închisă de linia mediană a celulei (ci).
$\bar{t}_{r1}^i(ci); \bar{t}_{r1}^i(cj)$	- fluxul de forfecare suplimentar al celulei (ci) și al celulelor ((cj)j=1,2,3,...,m) învecinate celulei (ci).

7.2. G e n e r a l i t ă ț i

În ultima perioadă de timp, barele cu pereți subțiri cu profil dublu și multiplu conex au cunoscut o largă și variată răspândire în domeniul construcțiilor. Ele se folosesc frecvent în construcția avioanelor, a podurilor de șosea, în construcții in-

INSTITUTUL POLITEHNIC
DE CONSTRUCȚII
BIBLIOTECA CENTRALĂ

dustriale ca stâlpi și grinzi ale căilor de rulare sau ca grinzi ale podurilor rulante.

Aceste tipuri de secțiuni se caracterizează printr-o rigiditate mare la răsucire, fapt ce permite ca să se comporte bine și în cazul încărcărilor excentrice față de centrul de răsucire. Datorită acestui avantaj, problema răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu profil dublu conex (grinzi cheeson) a preocupat pe mulți cercetători dintre care amintim pe: F.Reissner, H.Ebner /73/, A.A.Umanski /269/, H.Kirste, T.v.Kárman și N.B. Christensen /131/, L.Beskin /41/, V.Z.Vlasov, F.W. Bornscheuer /17/, R.Barbré/26/, R.Dabrowski /70/, C.F.Kollbruner și N.Hajdin /136/ ș.a.

În studiile și cercetărilor lor, autorii citați au dezvoltat și pus la punct o teorie aproximativă, bazată pe ipoteza indeformabilității conturului secțiunii transversale. Aceasta a permis inginerilor proiectanți să determine starea de eforturi unitare și de deformație cu o precizie suficientă pentru practica inginerescă. După A.A. Umanski /271/, ipoteza indeformabilității conturului în cazul răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu contur dublu conex, este valabilă numai dacă în lungul acestora se prevăd un număr suficient de mare de diafragme transversale rigide în planul lor.

O dezvoltare a teoriei de calcul a barelor cu pereți subțiri cu profil dublu conex, a constatat în utilizarea ipotezelor de la răsucirea împiedicată a profilelor simplu conexe (adică, efortul unitar normal sectorial este proporțional cu derivata a II-a a unghiului de răsucire).

În această situație, după mai mulți autori /17/, /37/, /40/, /70/, /136/, /271/, la calculul barelor cu pereți subțiri cu profil dublu și multiplu conex solicitate la răsucire împiedicată, se aplică ecuația diferențială a răsucirii împiedicate și soluțiile ei (în funcție de modul de încărcare și rezemare) de la răsucirea împiedicată a barelor cu profil simplu conex.

Teoria răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu contur dublu și multiplu conex a fost simțitor dezvoltată prin introducerea de către cercetătorul american S.U. Bencotter /29/ a funcției de deplanare ($f(z)$) în relațiile de calcul a eforturilor unitare. S.U. Bencotter a demonstrat că în cazul răsucirii împiedicate a profilelor închise, deplanările nu sînt proporționale cu răsucirea specifică așa cum este cazul profilelor simplu conexe. Aceasta se explică prin faptul că în cazul răsucirii

împiedicate profilelor dublu conexe, eforturile unitare tangențiale sectoriale sînt aproape de același ordin de mărime cu eforturile unitare tangențiale din răsucirea liberă și influențează mult valoarea deformațiilor. Ori, pentru a ține seama de acest lucru s-a introdus funcția de deplanare ce depinde de secțiunea curentă de pe lungimea barei și caracterizează intensitatea deplanării acestei secțiuni.

Funcția de deplanare se poate determina pe cale energetică folosind metode Ritz [81], [201] sau plecînd de la condiția de continuitate a deplasărilor axiale (W) pe conturul liniei mediane a profilului. Un sistem de două ecuații diferențiale leagă funcția de deplanare ($f(z)$), de unghiul de răsucire ($\psi(z)$) și de momentul de răsucire ($M_z = \bar{M}_r + \int_0^z m_r(z) dz$) și permit determinarea acestora.

Cunoscînd funcția de deplanare se pot calcula mărimile de deformație (ψ) și mecanice (M_{r1} , B_{Ω} , M_{r1}) și în final se poate cunoaște starea de eforturi unitare.

7.3. Prezentarea teoriei generale a răsucirii împiedicate

7.3.1 Ipoteze și principii de calcul

Teoria generală a răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu contur dublu conex se bazează pe ipotezele de calcul precizate în capitolul 3 al lucrării de față, completate cu ipoteze specifice prezentului capitol, după cum urmează:

- Conturul secțiunii transversale este indeformabil în planul său. Indeformabilitatea este realizată prin rigidizări transversale suficiente pe lungimea barei.

- Eforturile unitare normale sectoriale sînt proporționale cu coordonata sectorială și derivata a II-a a funcției de deplanare ($f(z)$).

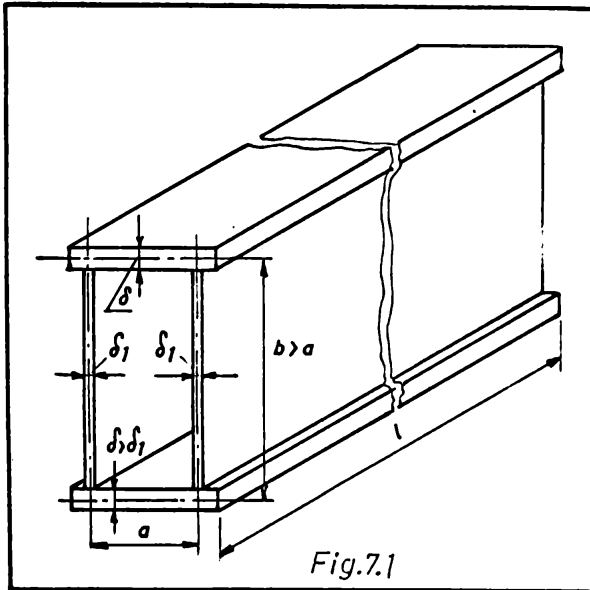
- Eforturile unitare tangențiale sectoriale sînt constante pe grosimea peretelui barei.

Aceste ipoteze sînt valabile numai dacă între mărimile geometrice ce definesc bara (fig.7.1) există următoarele rapoarte:

$$\frac{\delta}{a} \ll \frac{1}{10} ; \quad \frac{a}{l} \ll \frac{1}{10} \quad (7.1)$$

unde: a reprezintă latura mică a secțiunii transversale.

Calculul barelor cu pereți subțiri cu contur dublu și multiplu conex, solicitate la răsucire împiedicată, se poate face



admițând principiul de a extinde teoria răsucirii împiedicate de la profilele simplu conexe la profilele dublu conexe. Eroarea care apare în acest caz, după [136] și [271], rămâne în limitele acceptabile pentru calculele tehnice de proiectare. Pentru calcule mai exacte se va admite principiul de calcul propus de S.U.Benscoter [29], cu ajutorul căruia se prinde mai

bine în calcul starea reală de eforturi unitare din elementul cercetat.

În capitolul de față se va dezvolta teoria lui Benscoter, pentru calculul secțiunilor formate din profile dublu și multiplu conexe, solicitate la răsucire împiedicată.

7.3.2. Caracteristici geometrice sectoriale

La barele cu pereți subțiri cu profil dublu și multiplu conex, caracteristicile geometrice sectoriale se calculează ca și în cazul barelor cu profil simplu conex, cu deosebirea că relația care determină suprafața sectorială (6.4) pentru un punct curent (a) de pe linia mediană a profilului în raport cu un pol arbitrar (A), se transformă corespunzător profilelor dublu și multiplu conexe.

Deoarece eforturile unitare tangențiale din răsucire, în cazul profilelor dublu și multiplu conexe, sînt constante pe grosimea peretelui, suprafața mediană a secțiunii transversale suferă deformații unghiulare. Acest fapt face ca în relația de calcul a suprafeței sectoriale să apară un termen.

Astfel:

$$\Omega_{AB} = \int_{s_0}^s r ds - \psi \int_{s_0}^s \frac{ds}{\delta} \quad (7.2)$$

Unde; (ψ) reprezintă funcția de răsucire și care are relația cunoscută:

$$\psi = -\frac{\partial \Omega}{\partial s} \quad \text{sau} \quad \psi = \frac{\partial \Omega}{\partial s} \quad (5.47a, b)$$

Pentru **secțiuni** poligonale definite din **si multe dreptunghiuri înguste** (b_{ik}, δ_{ik}), relația (7.2) poate fi exprimată sub forma:

$$\Omega_{AB} = \sum \delta_{ik} \cdot b_{ik} - \psi \sum \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} \quad (7.2 a)$$

În cazul unui profil multiplu conex, formula pentru calculul suprafeței sectoriale, în raport cu un pol arbitrar (A) și punctul de zero principal (B), poate fi scrisă sub forma unei relații de recurență, plecând de la (7.2) sau (7.2 a). Astfel, pentru un punct curent de pe conturul celulei (n), rezultă:

$$(\Omega_{AB})_n = (\Omega_{AB})_{n-1} + \sum_{i=1}^n \delta_{ik} \cdot b_{ik} - \psi \sum_{i=1}^n \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} \quad (7.2 b)$$

Funcția (ψ) se calculează pentru fiecare celulă în parte cât și pentru pereții dintre două celule consecutive.

Cu aceste modificări aduse, caracteristicile geometrice sectoriale ale profilelor cu contur dublu și multiplu conex se calculează ca și în cazul profilelor simplu conexe.

Într-un caz concret, după ce s-a calculat suprafața sectorială (Ω_{AB}) cu relația (7.2) sau (7.2 a) în continuare se aplică relațiile (6.5), ..., (6.14) transcriere corespunzător notației adoptate pentru profilele dublu și multiplu conexe.

După cum se vede din structura relațiilor (7.2) sau (7.2a) sînt ușor de întabelat, iar pentru calculul celulei caracteristici geometrice sectoriale (Ω , $S_{\perp \Omega}$, $S_{\psi \Omega}$, I_{Ω}) se pot aplica formulele din tabelul 6.1, care permit efectuarea unui calcul tabelar precum și o ușoară programare pe mașina calculatoare electronice.

7.3.3. Starea de deforțare și de eforturi unitare

Pentru a studia starea de deforțare în cazul profilelor dublu și multiplu conex, să considerăm o bară cu pereți subțiri cu contur dublu conex (Fig. 7.2) încălcată cu un moment de răsucire exterior ($M_z = \bar{M}_r$) iar datorită condițiilor de rezonanță, bara este solicitată la răsucire în piedicată. În planul suprafeței mediane să considerăm un dreptunghi elementar ABCD. Datorită încălcării exterioare secțiunea transversală se rotește în jurul centrului de răsucire. La o rotație secțiunii transversale cu unghiul (φ), dreptunghiul elementar din poziția inițială ajunge în noua poziția A'B'C'D'. Din cauză că suprafața mediană nu este liberă de eforturi unitare, conform ipotezelor admise, deplasarea dreptunghiului elementar dintr-o poziție în alta s-a făcut cu modificarea unghiurilor inițiale dintre laturi. Deci în planul

median, lu sa specifică este diferită de zero. Cu notațiile

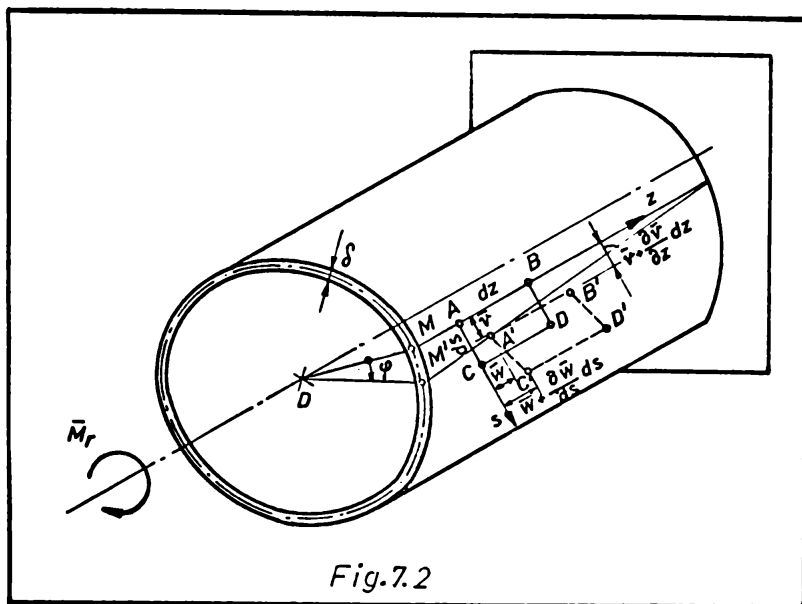


Fig.7.2

din figura 7.2
lunecarea speci-
fică rezultă:

$$\gamma_{sz} = \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (7.3)$$

Având în vedere
că fluxul de for-
fecare produs de
solicitarea de ră-
sucire este orien-
tat după tangenta
la linia mediană
a profilului, re-
zultă că proiecția

lunecării după direcția tangentei la linia mediană se confundă cu
lunecarea unghiulară totală.

Deci:

$$\gamma_{sz} = \gamma = \frac{t}{GJ} = \frac{\theta}{\phi} \quad (7.4)$$

Introducând relația (6.16) în (7.3) și ținând seama de
(7.4) după integrare în raport cu (s), rezultă:

$$\bar{w} = \int_{s_0}^s (\gamma - \theta r) ds = \int_{s_0}^s \left(\frac{t}{GJ} - \theta r \right) ds \quad (7.5)$$

Substituind în (7.5) relațiile (5.40) și (5.45), se obține:

$$\bar{w} = \int_{s_0}^s \left(\frac{2Am\theta}{GJ\phi} \frac{d\phi}{ds} - \theta r \right) ds \quad (7.6)$$

De unde, dacă se ține seama că elementele de construcție se
realizează din materiale cu același modul de elasticitate transver-
sal, se obține expresia simplificată a deplasărilor axiale pe lun-
gimea curbei ($\widehat{s_0 s}$) a liniei mediane în cazul profilelor dublu și
multiplu conexe.

$$\bar{w} = -\theta \left(\int_{s_0}^s r ds - \frac{2Am}{\phi} \int_{s_0}^s \frac{d\phi}{ds} \right) \quad (7.6')$$

Dacă se ține seama de notația (5.47a) introdusă pentru funcția de
răsucire, rezultă:

$$\bar{w} = -\theta \left(\int_{s_0}^s r ds - \psi \int_{s_0}^s \frac{d\psi}{ds} \right) \quad (7.6'')$$

Comparând relațiile (7.6'') și (7.2) se constată că paranteza din (7.6'') reprezintă suprafața sectorială în cazul profilelor dublu și multiplu conexe. Deplanarea secțiunii transversale (\bar{w}) a profilelor dublu și multiplu conexe poate fi exprimată sub formă:

$$\bar{w} = - \theta \Omega_{AB} \quad (7.6''')$$

Dacă se particularizează expresia (7.6''') pentru cazul $\theta = -1$, se obține deplanarea unitară în cazul profilelor dublu și multiplu conexe:

$$\bar{w} = \Omega_{AB} \quad (5.7)$$

Expresia (7.7) dovedește că deplanarea unitară și suprafața sectorială calculată în raport cu un pol arbitrar (I) și punctul de zero principal, reprezintă unul și același lucru, așa cum s-a arătat în capitolul 5.

După cum rezultă din relația (7.6'''), deplanarea secțiunii transversale este direct proporțională cu suprafața sectorială și cu unghiul de răsucire specifică ($\theta = \psi'$). S.B. Bencosker /29/ a demonstrat că această proporționalitate se menține numai în cazul răsucirii împiedicate a profilelor simplu conexe, iar în cazul profilelor dublu și multiplu conexe, funcția (ψ) nu-și menține forma inițială și nu are nici unghiul de răsucire. De aceea, Bencosker a introdus funcția de deplanare ($f(z)$) care să redea cât mai fidel intensitatea deplanării secțiunii transversale și să pună în evidență mai exact starea de deformare și de eforturi unitare.

În acest caz, deplanarea secțiunii transversale se exprimă prin:

$$\bar{w} = - f(z) \Omega \quad (7.8)$$

Alungirea specifică de-a lungul axei z , ținând seama că (Ω) nu depinde de (z), este:

$$\epsilon_z = \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = - \frac{df(z)}{dz} \Omega \quad (7.9)$$

Cu ajutorul legii lui Hooke se scrie expresia efortului unitar normal sectorial ca și în cazul barelor cu pereți subțiri cu profil simplu conex,

$$\sigma_{\Omega} = E \epsilon_z = - \frac{df(z)}{dz} \Omega \quad (7.10)$$

Efortul unitar normal sectorial (σ_{Ω}) variază pe secțiunea transversală

sală a barei în mod analog cu suprafața sectorială (Ω), iar mărimea acestuia depinde de derivata a doua a funcției de deplasare și de mărimea coordonatei sectoriale din punctul considerat. Efortul unitar normal sectorial (7.10) trebuie să satisfacă condițiile de echilibru pe secțiunea transversală în orice punct de pe lungimea barei:

$$\begin{aligned} \int \sigma_x dA &= 0 \\ \int \sigma_{xy} dA &= 0 \\ \int \sigma_{xz} dA &= 0 \end{aligned} \quad (7.11.a,b,c)$$

Introducând relația (7.10) în expresiile (7.11) se obțin formele de calcul ale momentului static sectorial și momentelor statice liniare sectoriale;

$$\begin{aligned} \int \Omega dA &= 0 \\ \int \Omega y dA &= 0 \\ \int \Omega x dA &= 0 \end{aligned} \quad (7.12 a,b,c)$$

Cu ajutorul acestor relații se determină poziția punctului nul principal (unde coordonata sectorială este nulă) (7.12 a) și a centrului de răsucire (de torfecare) (7.12 b,c). Expresiile de calcul sînt cele din capitolul precedent (6.10) respectiv (6.10'') cu deosebirea că se lucrează cu coordonata sectorială (Ω) determinată în cazul profilelor dublu conexe.

Înmulțind cu (ΩdA) ambii membri ai expresiei (7.10), integrînd și ținînd seama de notația (6.21) care se va transcrie corespunzător profilelor dublu și multiplu conexe, se ajunge la relația bimomentului de încovoială-răsucire;

$$E_{\Omega} = - E f''(z) \int \Omega^2 dA = - E I_{\Omega} f''(z) \quad (7.13)$$

unde:

$$I_{\Omega} = \int \Omega^2 dA \quad (7.14)$$

reprezintă momentul de inerție sectorial în cazul profilelor dublu și multiplu conexe.

Ecuația de echilibru a elementului de arie ($(dzds)$ fig. 7.3) din punctul (A) fig. 7.2, de grosime constantă (δ) în lungul conturului este:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial s} = 0 \quad (7.15)$$

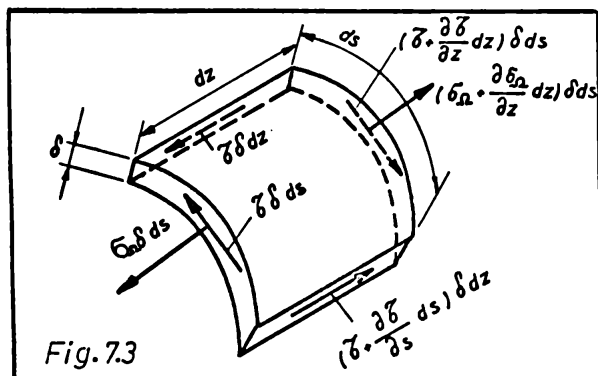
Integrînd în raport cu (s), după efectuarea calculelor intermediare, se obține efortul unitar tangențial suplimentar din răsucire împiedicată în cazul profilelor dublu

conexe /110/:

$$\bar{\tau}_{r1} = \bar{\tau}_{r1} + \frac{1}{\delta} \int_{s_0}^s \Omega \delta ds \quad (7.16)$$

unde:

$\bar{\tau}_{r1}$ reprezintă efortul unitar tangențial necunoscut în punctul inițial (în punctul în care s-a secționat linia mediană a conturului închis).



Pentru determinarea lui ($\bar{\tau}_{r1}$) se scrie ecuația de echilibru (de moment în raport cu centrul de forfecare) a forțelor de forfecare:

$$\oint \bar{\tau}_{r1} r ds = M_T (= \bar{M}_T) \quad (7.17)$$

de unde:

$$\bar{\tau}_{r1} = \frac{M_T}{\delta \Omega} - M_T'''(z) \frac{1}{\delta \Omega} \left(\int_{s_0}^s \Omega \delta ds \right) r ds \quad (7.18)$$

iar

$$\oint r ds = \Omega = 2A_{cm} \quad (5.39)$$

Efortul unitar tangențial total se obține introducând relația (7.18) în (7.16) și după efectuarea calculelor intermediere:

$$\bar{\tau} = \frac{M_T}{\delta \Omega} + \frac{1}{\delta} \frac{M_T'''(z) \bar{\Omega}}{\Omega} \quad (7.19)$$

Unde:

$$\bar{\Omega} = \int_{s_0}^s \Omega \delta ds - \frac{1}{2A_{cm}} \left(\int_{s_0}^s \Omega \delta ds \right) r ds \quad (7.20a)$$

sau;

$$\bar{\Omega} = \Omega - \frac{1}{2A_{cm}} \oint \Omega \delta \Omega \quad (7.20b)$$

reprezintă momentul static sectorial generalizat al secțiunii.

Distribuția efortului unitar tangențial pe secțiunea transversală, în cazul barelor cu profil dublu și multiplu conex, este mai complexă (v. relația 7.19) decât în cazul barelor cu profil simplu conex/112/. În cazul de față, așa cum rezultă din relația de mai sus, efortul unitar tangențial total se compune din mai mulți termeni care au legi de distribuție diferite.

7.3.4. Ecuația diferențială a reacțiilor împiedicate și rezolvarea ei

Pentru a stabili ecuația diferențială a reacțiilor împiedicate

cate în cazul barelor cu pereți subțiri cu contur dublu și multiplu conex, se pleacă de la expresia lunecării specifice scrisă într-un punct arbitrar (s, z) v. relația 7.3).

Introducând relația (7.4) în (7.3), rezultă:

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial s} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = \frac{\tau}{G} \quad (7.21)$$

de unde se poate explicita primul termen în funcție de ceilalți doi pentru care se are în vedere relațiile (6.16) și (7.19):

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial s} = \frac{1}{\Omega} \frac{dr}{ds} + \frac{1}{\Omega} \frac{\bar{a}}{G} r''(z) - r \psi'(z) \quad (7.22)$$

Folosind condiția de continuitate a deplasărilor axiale (funcție $w(z)$ fiind periodică) pe lungimea conturului, se poate scrie:

$$\oint \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} ds = 0 \quad (7.23)$$

Înlocuind expresia (7.22) în (7.23) rezultă:

$$\frac{1}{\Omega} \oint \frac{dr}{ds} + \frac{1}{\Omega} r''(z) \oint \frac{\bar{a}}{G} ds - \psi'(z) \oint r ds = 0 \quad (7.24)$$

Derivând în raport cu z și împărțind cu expresie:

$$\frac{1}{\Omega} \oint \frac{\bar{a}}{G} ds$$

se ajunge la ecuația diferențială:

$$r''(z) - \frac{1}{\Omega} \psi''(z) = - \frac{\oint \frac{dr}{ds}}{\oint \frac{\bar{a}}{G} ds} \cdot \frac{1}{\Omega} \frac{d \oint \frac{dr}{ds}}{dz} \quad (7.25)$$

Introducând notațiile:

$$m_r = \frac{d \oint \frac{dr}{ds}}{dz} ; \quad \Omega_0 = \oint \frac{\bar{a}}{G} ds \quad (7.26a, b)$$

și avînd în vedere că se poate demonstra matematic /47/, /51/, /173/ și ținînd seama de (7.26a), că integrala:

$$\oint \frac{\bar{a}}{G} ds = \frac{1}{\Omega} \Omega_0 \quad (7.27)$$

atunci ecuația diferențială (7.25) capătă forma:

$$r''(z) - \frac{\Omega_0}{\Omega_0 + \Omega} \frac{1}{\Omega} \psi''(z) = \frac{1}{\Omega_0 + \Omega} m_r \quad (7.28)$$

În ecuația diferențială (7.28) avem două necunoscute; funcția de deplanare ($r(z)$) și înălțimea de ridicare ($\psi(z)$). Pentru a putea determina funcțiile necunoscute, este necesar să se mai scrie încă o ecuație. În acest scop, relația (7.21) se transcrie sub forma:

$$\tau = G \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial s} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) \quad (7.21a)$$

Derivatele parțiale din paranteză, deci ținem seama de relațiile

(6.16), (7.8), (5.39), (7.26b) și (7.2), devin:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[r \psi(z) \right] = r \psi'(z) \quad (7.29)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial s} = -f'(z) \left(r - \frac{\Omega}{b_0 \sigma} \right) \quad (7.30)$$

Înlocuind (7.29) și (7.30) în relația (7.21 a), rezultă:

$$\sigma = G \left[-f'(z) \left(r - \frac{\Omega}{b_0 \sigma} \right) + r \psi'(z) \right] \quad (7.31)$$

Funând condiția ca eforturile unitare tangențiale astfel determinate (7.31) să echilibreze momentul de răsucire (M_r) din secțiune, rezultă:

$$M_r = \oint \sigma r \, dA = G \left\{ \psi'(z) \oint r^2 \, dA - f'(z) \oint \left[r - \frac{\Omega}{b_0 \sigma} \right] r \, dA \right\} \quad (7.32)$$

Dacă se ține seama de (5.39) și se introduc notațiile:

$$I_p = \oint r^2 \, dA; \quad I_x = \frac{\Omega^2}{b_0}; \quad \zeta = 1 - \frac{I_x}{I_p} \quad (7.33a,b,c)$$

expresia (7.32) primește forma ecuației suplimentare căutate:

$$\psi'(z) - \zeta f'(z) = \frac{M_r}{G I_p} \quad (7.34)$$

Deci, prin rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale format din ecuațiile (7.28) și (7.34) se pot determina cele două necunoscute (f și ψ) și derivatele lor.

Integrând în raport cu (z) ecuația (7.34), obținem unghiul de răsucire ($\psi(z)$);

$$\psi(z) = \int_0^z \frac{M_r}{G I_p} \, dz + \zeta f(z) \quad (7.35)$$

Diferențiind relația (7.34) în raport cu (z) și introducând valoarea lui ($\psi''(z)$) în ecuația (7.28), rezultă:

$$f''(z) - \frac{I_x}{I_p} \frac{G}{E} \zeta f''(z) = \frac{1}{E I_p} m_r - \frac{I_x}{I_p I_p E} m_r \quad (7.36)$$

După restrângerea membrului din ecuația (7.36) și introducând notațiile:

$$\frac{G}{E} = \frac{1-\mu}{2}; \quad k^2 = \frac{I_x}{I_p} \zeta; \quad n = \frac{1}{E I_p} \zeta \quad (7.37a,b,c)$$

se ajunge la forma definitivă a ecuației diferențiale a funcției de deplanare în cazul profilurilor dublu conexe:

$$f''(z) - k^2 f''(z) = n m_r \quad (7.38)$$

Ecuatia diferențială (7.38) este identică cu ecuația diferențială (6.26") de la răsucirea împiedicată a profilelor simplu conexe. Singurele diferențe constau în valorile coeficienților (k) și (n). Rezultă că integrarea acestei ecuații diferențiale (7.38) se face identic ca și în paragraful 6.3.5.

Soluția generală a ecuației omogene (7.38) este analoagă cu (6.32)

$$f_g = f_0 + f'_0 \frac{\operatorname{shkz}}{k} + f''_0 \frac{\operatorname{chkz}-1}{k^2} - M_{r0} n \frac{\operatorname{shkz}-kz}{k^3} \quad (7.39)$$

Constantele de integrare (f_0), (f'_0), (f''_0) și (M_{r0}) se determină în funcție de condițiile de margine și de **continuitate**. În cazul unei grinzi simplu rezemate la răsucire (rezemare în furcă) la care secțiunile de capăt nu se pot roti însă se pot strîmba (deplana) liber, rezultă:

$$\psi_0 = \psi_1 = 0 \text{ și } f''_0 = f''_1 = 0$$

Conform cu relația (7.35) se obține:

$$\text{Pentru } z = 0; \psi_0 = 0 \text{ avem } f_0 = 0$$

Pentru $z = 1; \psi_1 = 0$ și $\int_0^1 M_r dz = 0$ (din condiție de echilibru) de unde $f_1 = 0$.

În cazul unei grinzi încastrate la răsucire la care secțiunile de capăt sînt împiedicate să se rotească și să se depleneze, rezultă:

$$\text{Pentru } z = 0; \psi_0 = \psi'_0 = 0 \text{ și } f_0 = f'_0 = 0$$

$$\text{Pentru } z = 1; \psi_1 = \psi'_1 = 0 \text{ și } f_1 = f'_1 = 0$$

În toate secțiunile în care avem momente de răsucire direct aplicate, sau grinda își schimbă rigiditatea la răsucire liberă (GI_r) respectiv împiedicată ($2I_\Omega$) precum și în dreptul **rezemelor** intermediare, trebuie să avem:

$$f_{stg} = f_{dr}; f'_{stg} = f'_{dr} \text{ și } f''_{stg} = f''_{dr}$$

Soluția particulară (f_p) a ecuației diferențiale neomogene (7.38) se calculează la fel ca și în cazul răsucirii împiedicate a profilelor cu pereți subțiri cu contur simplu conex. În cazul general, soluția particulară (v. paragraful 6.3.5.B) este de forma:

$$f_p = \frac{n}{k^3} \int_0^z [\operatorname{shk}(z-t) - k(z-t)] m_r(t) dt \quad (7.40)$$

Integrala (7.40) are valori diferite pentru diferite cazuri de încărcare și rezemare a grindii.

Soluția totală a ecuației (7.38) rezultă prin suprapunerea soluției generale (f_g) peste soluția particulară (f_p), astfel:

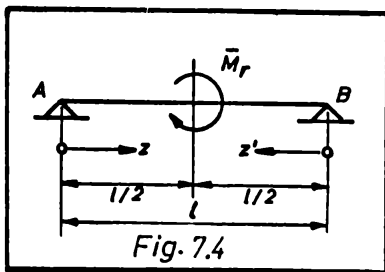
$$f = f_g + f_p \quad (7.41)$$

Rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate a barelor cu profil dublu conex (7.38) se face la fel ca și în cazul barelor cu profil simplu conex (paragraful 6.3.5). În cazul profilelor dublu conexe se determină funcția de deplanare ($f(z)$) și derivatele acesteia și cu ajutorul relației (7.35) se calculează unghiul de răsucire.

Pentru o grindă simplă rezemată din punct de vedere al răsucirii, încărcată în secțiunea $z = l/2$, cu un moment de răsucire

concentrat (fig.7.4), soluția totală (7.41) a ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate (7.38) și derivatele ei, se prezintă sub forma:

Pentru panoul AC: $0 \leq z \leq l/2$



$$\left. \begin{aligned} EI_{\alpha} f &= \zeta \frac{\bar{M}_r}{k^3} \left(\frac{1}{2} kz - \frac{\operatorname{sh}kz}{2\operatorname{ch}k \frac{1}{2}} \right) \\ M_{r1} &= k^2 EI_{\alpha} f' = \zeta \bar{M}_r \left(\frac{1}{2} - \frac{\operatorname{ch}kz}{2\operatorname{ch}k \frac{1}{2}} \right) \\ B_{\alpha} &= -EI_{\alpha} f'' = \zeta \frac{\bar{M}_r}{k} \cdot \frac{\operatorname{sh}kz}{2\operatorname{ch}k \frac{1}{2}} \\ M_{r1} &= -EI_{\alpha} f''' = \zeta \bar{M}_r \cdot \frac{\operatorname{ch}kz}{2\operatorname{ch}k \frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (7.42)$$

Pentru panoul CB: $0 \leq z' \leq l/2$

$$\left. \begin{aligned} EI_{\alpha} f &= \zeta \frac{\bar{M}_r}{k^3} \left(\frac{1}{2} kz' - \frac{\operatorname{ch}kz'}{2\operatorname{ch}k \frac{1}{2}} \right) \\ M_{r1} &= k^2 EI_{\alpha} f' = \zeta \bar{M}_r \left(\frac{1}{2} - \frac{\operatorname{ch}kz'}{2\operatorname{ch}k \frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} B_{\Omega} &= -EI_{\Omega} f'' = \zeta \bar{M}_r \cdot \frac{\operatorname{shkz}'}{2\operatorname{chk} \frac{l}{2}} \\ M_{r\hat{i}} &= -EI_{\Omega} f''' = \zeta \bar{M}_r \cdot \frac{\operatorname{chkz}'}{2\operatorname{chk} \frac{l}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (7.43)$$

Pentru o scriere mai comodă a mărimilor mecanice (M_{r1} , B_{Ω} și $M_{r\hat{i}}$) în raport cu derivatale funcției de deplanare, în formulele (7.42) și (7.43) s-a revenit asupra notației (7.37c)

Unghiul de răsucire ($\psi(z)$) rezultă din (7.35);

$$\psi(z) = \frac{\bar{M}_r}{GI_p} z + \zeta f(z). \quad (7.44)$$

7.3.5 Eforturi unitare produse de răsucirea împiedicată

Eforturile unitare normale și tangențiale ce apar în secțiunile barelor cu pereți subțiri cu contur dublu și multiplu conex, cauzate de răsucirea împiedicată, se pot determina cu relațiile (7.10) și (7.19) îndată ce se cunoaște funcția de deplanare ($f(z)$) și primele trei derivate ale acesteia. Relațiile sus citate, după unele transformări, pot fi puse sub forma unor relații de calcul operante, care să poată fi aplicate cu ușurință atât în cazul secțiunilor dublu conexe cât și în cazul secțiunilor multiplu conexe.

7.3.5.1 Profile dublu conexe

A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere

Rezolvînd ecuația diferențială a răsucirii împiedicate (7.38), se poate determina că din momentul de răsucire exterior este preluat de bară sub formă de moment de răsucire liberă (M_{r1}). În funcție de aceasta, cu o relație analogă cu (5.41) din paragraful 5.4.2.2.A, se poate calcula efortul unitar tangențial corespunzător răsucirii libere

$$\tau_{r1} = \frac{M_{r1}}{\delta} = \frac{M_{r1}}{\Omega \delta} \quad (7.45)$$

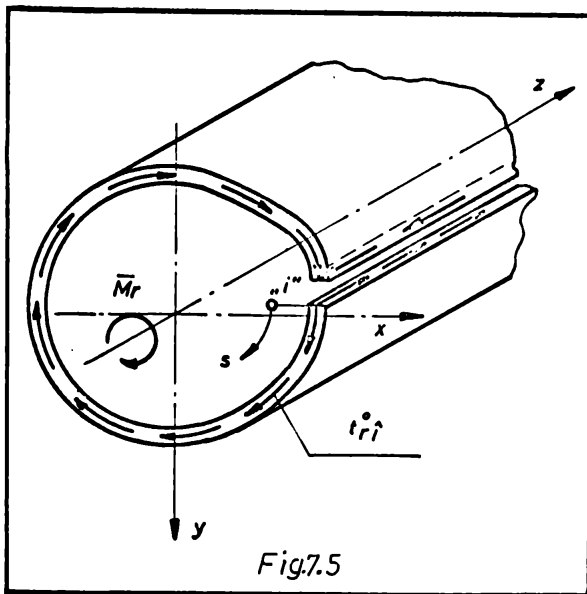
Tinînd seama că în conformitate cu ipotezele admise efortul unitar tangențial din răsucirea liberă (τ_{r1}) este constant pe grosimea peretelui (δ), din relația de mai sus se poate calcula fluxul de forfecare:

$$t_{i1}^i = \frac{M_{r1}}{\Omega} \quad (7.46)$$

B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale

Cunoscând funcția de deplanare ($f(z)$) și caracteristicile sectoriale ale barei (\bar{S}_a) se poate calcula efortul unitar tangențial sectorial din relația (7.19). Acest calcul este laborios și mai dificil pentru a putea cunoaște eforturile unitare tangențiale în oricare punct de pe conturul secțiunii transversale. De aceea se va folosi procedeul prezentat în capitolul 4, paragraful 4.2.3.2, cu ajutorul căruia se va calcula mai întâi fluxul de forfecare produs de răsucirea împiedicată, din care apoi se va determina efortul unitar tangențial sectorial în oricare punct de pe secțiunea transversală a barei.

La început se presupune conturul profilului secționat



într-un punct oarecare ((i) fig.7.5) astfel încât se obține un profil simplu conex. În acest caz, fluxul de forfecare total produs de răsucirea împiedicată ($t_{r\hat{i}}^i$) se compune din doi termeni; unul corespunzător profilului simplu conex ($t_{r\hat{i}}^o$) și fluxul de forfecare suplimentar și constant ($\bar{t}_{r\hat{i}}^i$), astfel:

$$t_{r\hat{i}}^i = t_{r\hat{i}}^o + \bar{t}_{r\hat{i}}^i \quad (7.47)$$

Fluxul de forfecare pentru profilul simplu conex se calculează cu o relație analoagă cu (6.46);

$$t_{r\hat{i}}^o = \frac{M_{r\hat{i}} \cdot s}{I_a} \quad (7.48)$$

Unde:

$M_{r\hat{i}}$ rezultă din ecuație (7.42) sau (7.43) sau altele similare în funcție de modul de încălzire și de rezemare a barei. Caracteristicile sectoriale (\bar{S}_a și I_a) ale secțiunii (deschise prin secționare) se calculează în raport cu centrul de răsucire.

Dacă se consideră fluxul de forfecare suplimentar ($\bar{t}_{r\hat{i}}^i$) ca o mărime ce face ca sistemul să fie odată static nedeterminat, atunci acesta se poate determina din condiția ca deformațiile în punctul secționat (i) să fie nule. Ecuația de condiție este:

$$\delta_i = \delta_{11} \bar{t}_{r\hat{i}}^i + \delta_{10} = 0 \quad (7.49)$$

Coeficienții din ecuația elastică (7.49) au expresiile:

$$\delta_{11} = \oint \frac{1}{G\delta} ds; \quad \delta_{10} = \oint \frac{t_{r\hat{i}}^0}{G\delta} ds \quad (7.50a,b)$$

Înlocuind coeficienții (7.50) în ecuația (7.49) și ținând seama că în general secțiunile transversale ale barelor sînt din același material, se obține fluxul de forfecare suplimentar:

$$\bar{t}_{r\hat{i}}^i = - \frac{\oint \frac{t_{r\hat{i}}^0}{\delta} ds}{\oint \frac{1}{\delta} ds} \quad (7.51)$$

În cazul secțiunilor poligonale, integralele pot fi înlocuite prin sume, astfel:

$$\bar{t}_{r\hat{i}}^i = - \frac{\sum \frac{L_{r\hat{i}}^0(ik)}{\delta_{ik}}}{\sum \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}}} \quad (7.51')$$

Porțile de forfecare ($L_{r\hat{i}}^0(ik)$) din elementul plan (i-k) se calculează în funcție de ($t_{r\hat{i}}^0$) cu relațiile (4.29) sau (4.30) după caz, ca la profilele deschise.

Fluxul de forfecare total provenit din răsucire împiedicată, este:

$$t_{r\hat{i}}^i = t_{r\hat{i}}^0 - \frac{\oint \frac{t_{r\hat{i}}^0}{\delta} ds}{\oint \frac{1}{\delta} ds} \quad (7.52)$$

respectiv;

$$t_{r\hat{i}}^i = t_{r\hat{i}}^0 - \frac{\sum \frac{L_{r\hat{i}}^0(ik)}{\delta_{ik}}}{\sum \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}}} \quad (7.52')$$

În cazul profilelor dublu conexe, care admit cel puțin o axă de simetrie, calculul fluxului de forfecare din răsucire împiedicată se face ca în cazul profilelor simplu conexe, dacă pentru calculul momentului static sectorial ($S_{\Omega_0} = \int_A \Omega_0 dA$) se ia ca origine unul din punctele de intersecție ale axei de simetrie cu linia mediană a peretelui profilului. În aceste puncte, rezultă că ($\bar{t}_{r\hat{i}}^i$) este egal cu zero și

$$t_{r\hat{i}}^i = t_{r\hat{i}}^0 \quad (7.53)$$

Cu acestea, se poate calcula efortul unitar tangențial sectorial, în orice punct din secțiunea transversală a profilului, cu relația:

$$\tau_{r\hat{i}}^i = \frac{t_{r\hat{i}}^i}{\delta} \quad (7.54)$$

C. Eforturi unitare normale sectoriale

Pentru ca relația (7.10) să devină o relație de calcul operantă, se procedează în mod analog ca în paragraful 6.3.3, ajungînd în final la o relație similară cu (6.47);

$$\sigma_{\Omega} = \frac{B_{\Omega}}{I_{\Omega}} \Omega \quad (7.55)$$

Caracteristicile sectoriale ale secțiunii transversale din relația (7.55), se calculează în raport cu centrul de răsucire (D). Bimomentul de încovoiere-răsucire (B_{Ω}) se determină din relații similare cu (7.42); (7.43) la care se ajunge prin rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate pentru fiecare caz de încărcare și rezemare în parte.

7.3.5.2. Profile multiplu conexe

A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere

Odată determinat momentul de răsucire liberă (M_{r1}) așa cum se arată în paragraful 7.3.4, fluxurile de forfecare și în final eforturile unitare tangențiale ce apar în pereții celulelor secțiunii multiplu conexe, se determină cu relații analoge celor stabilite în capitolul 5 paragraful 5.4.2.2. B. Toată teoria dezvoltată în paragraful citat își menține valabilitatea și în cazul de față cu deosebirea că, momentul de răsucire interior (M_r) din formulele capitolului 5 se înlocuiește în relațiile ce urmează cu momentul de răsucire liberă (M_{r1}).

Fluxul de forfecare, pentru o celulă oarecare (ci) se calculează cu relația:

$$t_{rl}^i(ci) = \frac{M_{r1} \cdot x_i}{2 \cdot A_{m,i} \cdot x_i} \quad (7.56)$$

Necunoascutele "de celulă" (x_i) se determină prin rezolvarea sistemului de ecuații de formă (5.53 respectiv 5.53') sau (5.53e respectiv 5.53'a) după cum celulele au o formă oarecare sau sînt de formă poligonală realizate din elemente plane și sînt dispuse după o direcție (fig.5.16;5.20) sau după mai multe direcții (fig.5.21).

Efortul unitar tangențial din răsucire liberă în pereții necomuni între două sau mai multe celule, se calculează cu relația:

$$\tau_{rl}(ci) = \frac{t_{rl}^i(ci)}{\sigma_{ik}} \quad (7.57)$$

În pereții comuni a două celule învecinate (fig.5.20), efortul unitar tangențial se calculează din diferența celor două fluxuri de forfecare;

$$\tau_{r1}^i = \frac{t_{r1}^i(c_i) - t_{r1}^i(c_{i+1})}{\delta_{i,i+1}} \quad (7.58)$$

În cazul unor secțiuni, la care celula de bază cuprinde mai multe celule secundare (fig.5.22) alcătuite din rigidizările aplicate pe celula de bază (elementul de construcție), fluxurile de forfecare se calculează cu relațiile:

- Pentru celula de bază:

$$t_{r1}^i = \frac{M_{r1} \cdot x}{2(A_{r1} + n \cdot A_{r2} \cdot x_1)} \quad (7.59)$$

- Pentru celulele secundare (rigidizări)

$$t_{r1}^i(x) = \frac{t_{r1} \cdot x_1}{2(A_{r1} + n \cdot A_{r2} \cdot x_1)} \quad (7.60)$$

Termenii din relațiile (7.59) și (7.60) au semnificațiile cunoscute din capitolul 5. Recunoșterile "de celulă" (x) și (x_1) se determină din sistemul de ecuații forțat de (5.58a) și (5.59 a).

În pereții celulei de bază, în afara rigidizărilor, avem fluxul de forfecare (7.59), iar în dreptul rigidizărilor cele două fluxuri (7.59) și (7.60) se însumează /109/, /235/.

Eforturile unitare tangențiale se calculează cu (7.57) în funcție de (7.59) respectiv (7.60) sau (7.59) însumat cu (7.60)

B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale

Calculul eforturilor unitare tangențiale sectoriale produse de răsucirea împiedicată se face cu ajutorul metodei prezentate în detaliu în capitolul 4, transcrisă corespunzător paragrafului prezent. Secțiunea transversală formată din (n) celule închise se transformă într-un sistem de bază prin secționarea fiecărei celule în parte rezultând o secțiune simplă conexă, pentru care, cunoscând momentul de răsucire împiedicată (M_{r1}), se poate calcula fluxul de forfecare cu relația:

$$t_{r1}^o = \frac{M_{r1} \cdot S_n}{I_n} \quad (7.48)$$

Pentru calculul fluxurilor de forfecare suplimentare pentru cele (n) celule, se recurge la scrierea ecuațiilor de deformare elastică, de forma:

$$\delta_{ii} \bar{t}_{r1}^i(c_i) - \sum_{j=1}^m \bar{t}_{r1}^i(c_j) \cdot \delta_{ij} + \delta_{io} = 0 \quad (7.61)$$

Coeficienții (δ_{ii}) și (δ_{ij}) se calculează cu relațiile (4.39a) și (4.40), iar

$$\delta_{i0} = \oint_{C_i} \frac{t_{r\hat{i}}^0}{G\delta} ds \quad (7.62)$$

Avînd în vedere că secțiunile curențe folosite în practică au în general celule de formă poligonală și că sînt realizate din același material ($G=ct$), ecuația (7.61) se poate aduce la forma:

$$\bar{t}_{r\hat{i}}^i(c_i) \sum_{C_i} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} - \sum_{j=1}^m \bar{t}_{r\hat{i}}^i(c_j) \left(\frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} \right)_{i,j} + \sum_{C_i} \frac{Lr\hat{i}(ik)}{\delta_{ik}} = 0 \quad (7.63)$$

Mărimile geometrice cît și rapoartele acestora din ecuația de mai sus, au semnificația precizată în paragraful 4.2.3.2.B.

Pentru fiecare celulă ce alcătuiește secțiunea transversală, se poate scrie cîte o ecuație de formă (7.63) ajungînd la un sistem de atîtea ecuații cîte celule (fluxuri de forfecare suplimentare, necunoscute) avem. Din rezolvarea sistemului de ecuații rezultă fluxurile de forfecare suplimentare căutate. Cu acestea, fluxul de forfecare total pentru celula (c_i), este:

$$t_{r\hat{i}}^i(c_i) = t_{r\hat{i}}^0 + \bar{t}_{r\hat{i}}^i(c_i) \quad (7.64)$$

Eforturile unitare tangențiale sectoriale, în orice punct de pe lungimea pereților comuni la două celule învecinate, se calculează cu relația:

$$\tau_{r\hat{i}}^i(c_i) = \frac{t_{r\hat{i}}^i(c_i)}{\delta_{ik}} \quad (7.65)$$

Pe lungimea pereților comuni, eforturile unitare tangențiale sectoriale, se calculează din diferența fluxurilor de forfecare din cele două celule despărțite de **peretele** comun:

$$\tau_{r\hat{i}}^i(i,j) = \frac{t_{r\hat{i}}^i(c_i) - t_{r\hat{i}}^i(c_j)}{\delta_{i,j}} \quad (7.66)$$

C. Eforturi unitare normale sectoriale.

Prin rezolvarea ecuației diferențiale (7.38) în funcție de modul de încărcare, de condițiile de margine și de continuitate, se determină bimomentul de încovoire-întorcire, în orice secțiune din lungul barei. În acest caz efortul unitar normal depinde de

caracteristicile sectoriale ale secțiunii transversale, și se calculează cu relația:

$$G_n = \frac{B_n}{I_n} - \Omega \quad (7.55)$$

Unde, mărimile Ω și I_n se calculează în raport cu centrul de răsuflare (polul principal).

8. TEORIA RĂSUCIRII ÎNTRINDICATE A BARELOR CU PROFILE SUBTIRI CU SECȚIUNĂ COMPUȘĂ DIN PROFILE SIMPLU CONEXE ȘI DUBLU SAU MULTIPLU CONEXE

8.1 N o t a ț i i

$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	- deplasările unui punct arbitrar (M) din planul secțiunii mediane, după tangenta (l.t), normala (l.n) la linia mediană și după axa barei (z) în cazul profilurilor compuse.
$\bar{\omega}$	- suprafața sectorială
$S_{\bar{\omega}}$	- momentul static sectorial
$S_{x\bar{\omega}} ; S_{y\bar{\omega}}$	- momentele statice sectoriale liniare
$I_{\bar{\omega}}$	- momentul de inerție sectorial
$D_{\bar{\omega}}$	- bimomentul de încovoiere-răsucire
$t_{r\hat{i}}^c$	- fluxul de forfecare din răsucire împiedicată la profilele compuse.
$t_{r\hat{i}}^o$	- fluxul de forfecare din răsucire împiedicată la profilele simplu conexe
$\bar{t}_{r\hat{i}}^i$	- fluxul de forfecare suplimentar necunoscut în punctele de secționare a celulei.
$D_{r\hat{i}}^o(ik)$	- forța de forfecare pe lățimea plăcii (ik) provenită din ($t_{r\hat{i}}^o$)
$\bar{t}_{r\hat{i}}^i$	- fluxul de forfecare din răsucire liberă la profilele multiplu conexe
δ_{ik}	- grosimea peretelui comun a celulei (ci)
$\delta_{i, i+1}$	- grosimea peretelui comun celulelor (ci) și (ci+1).
$\Lambda_{m, i}$	- suprafața închisă de linia mediană a celulei (ci)

8.2. G e n e r a l i t a ț i

În practica construcțiilor se folosesc adesea, cu bune rezultate, elemente de construcții sau chiar ansamble care, în secțiune transversală să apară ca secțiuni compuse, alcătuite din profile simplu conexe și profile dublu, triplu sau chiar multiplu conexe. Asemenea elemente pot fi întâlnite în construcțiile industriale ca grinzi ale căilor de rulare, grinzi ale podurilor rulante, stâlpi puternic solicitați etc, în construcții metalice hidrotehnice cum sînt stavilele plane sau segment, porțile de ecluză etc, poduri metalice cu placă ortotropă etc (fig.8.1).

Calculul barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă se poate

face în două moduri;

- Sub forma unui calcul aproximativ, aplicând teoria răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu contur simplu conex prezentată în capitolul 6, ca o soluție aproximativă la calculul barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă. În acest caz erorile care se fac în calculul efortu-

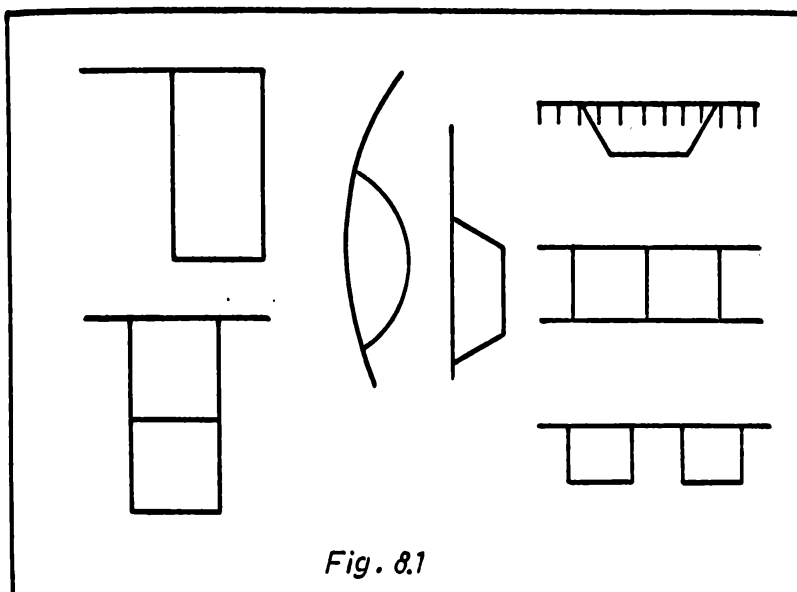


Fig. 8.1

rilor unitare, scad cu creșterea numărului părților cu profil simplu conex din secțiune. După A.B.Bornscheuer /17/, în cazul în care părțile deschise (simplu conexe) ale secțiunii se pot deforma liber după axa barei și reprezintă cel puțin jumătate din suprafața întregii sec-

țiuni transversale a barei, eroarea la care se ajunge în calculul eforturilor unitare este practic neglijabilă ($< 1\%$). În funcție de importanța elementului și de scopul urmărit, în cazul unei secțiuni compuse din profile simplu conexe și din mai multe contururi închise (celule) (fig.8.2 a) și dacă satisface condițiile de mai sus, calculul se poate simplifica,

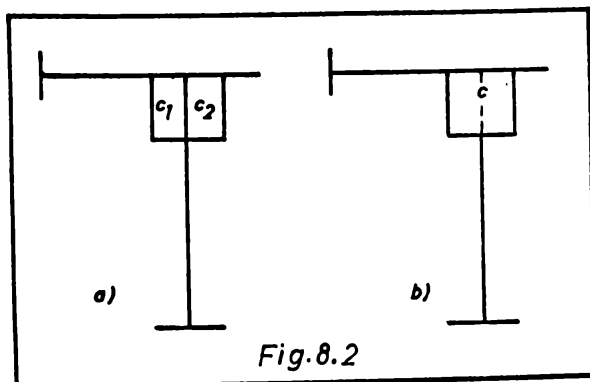


Fig.8.2

considerând în primă aproximație secțiunea barei ca fiind formată din părțile deschise și o singură celulă închisă care să le cuprindă pe toate (fig.8.2b). Cu această simplificare, eforturile unitare din răsucire împiedicată, din părțile deschise, vor fi influențate în mod nesemnificativ și numai eforturile unitare din pereții celulelor închise vor fi mai eronate ceea ce se poate admite dacă avem în vedere rigiditatea mare la răsucire a profilelor multiplu conexe.

- Sub forma unui calcul mai exact, extinzând teoria răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu profil dublu

și multiplu conex /29/ la calculul barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă.

Că uimare a răsucirii împiedicate, secțiunea transversală a barei se deformează, se strîmbă, se zice că se deplasează. Deplănarea secțiunii transversale ($\bar{\omega}$) a profilurilor compuse (din profile simple și multiplu conexe) se repartizează în lungul liniei mediane a acestora proporțional cu suprafața sectorială ($\bar{\omega}_D$). Și în cazul barelor cu secțiune compusă, eforturile unitare normale sectoriale ($\sigma_{\bar{\omega}}$), în orice punct de pe lungimea barei, trebuie să fie în echilibru pe secțiunea transversală, adică:

$$\sum x = \sum y = 0; \sum z = \int_A \sigma_{\bar{\omega}} dA = 0 \quad (8.1 \text{ a,b,c})$$

$$\sum M_x = \int_A \sigma_{\bar{\omega}} y dA = 0; \sum M_y = \int_A \sigma_{\bar{\omega}} x dA = 0; -\sum z = I_{r1} + I_{r2} \quad (8.2 \text{ a,b,c})$$

Așa cum s-a arătat în capitolele precedente, variația efortului unitar normal sectorial ($\sigma_{\bar{\omega}}$) determină apariția în secțiunea transversală a eforturilor unitare tangențiale suplimentare (τ_{r1}).

Calculul eforturilor unitare din răsucire împiedicată ($\sigma_{\bar{\omega}}, \tau_{r1}, \tau_{r2}$) cât și a deforșărilor (ψ), se poate face numai după cunoașterea funcției de deplănare ($\bar{\omega}(z)$) și a primelor trei derivate a acesteia. Pe cale energetică sau din condiția de continuitate a deplășărilor axiale ($\bar{\omega}$) pe conturul liniei mediane a profilului, se poate ajunge la ecuația diferențială a răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, din a cărei rezolvare rezultă funcția de deplănare ($\bar{\omega}(z)$).

Teoria răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, este relativ nouă, ea a fost dezvoltată prin studiile și cercetările întreprinse de către H.Bziewolski /65/, K.Heilig /100/, O.Steinhardt, U.Schulz /224/, V.F.Mandleben /235/ în domeniul grinzilor chevron necombinate (cu talpa superioară sau ambele tălpi scoase în comolă), de G.Bürgermeister /44/, A.Havranek, O.Steinhardt /99/, I.Konishi, S.Komatsu, Y.Fukumoto /142/, I.Pechar /198/, H.Bartler /243/ în domeniul podurilor metalice și de G.Wickert, G.Schmüsser /290/ în domeniul construcțiilor metalice hidrotehnice.

8.3. Prezentarea teoriei generale a răsucirii împiedicate

8.3.1. Ipoteze și principii de calcul

Barele cu pereți subțiri, cu secțiunea transversală compusă din elemente cu profil simplu conax și elemente cu profil dublu,

triplu sau multiplu conex, solicitate la răsucire împiedicată, se calculează admitînd valabilitatea ipotezelor generale de calcul prezentate în capitolul 3 cît și a celor speciale corespunzătoare părților de secțiune simplu conexă și dublu respectiv multiplu conexă prezentate în paragrafele 6.3.1 și 7.3.1. Ipotezele de calcul din paragrafele 6.3.1 și 7.3.1, se completează pentru tipul de secțiune care se tratează, astfel;

- Conturul secțiunii transversale format din părți de profil simplu conex și părți de profil multiplu conex este indeformabil în planul său. Indeformabilitatea barei este asigurată prin rigidizări transversale.

- În afara planului său, secțiunea transversală prezintă o rigiditate foarte mică, astfel că după axa barei pot apare deformații și deplasări longitudinale în orice punct de pe conturul secțiunii compuse.

- Eforturile unitare normale sectoriale ($\bar{\sigma}_s$) sînt repartizate în lungul coordonatei curbilinii (s) întocmai ca și coordonata sectorială ($\bar{\omega}_D$) a secțiunii compuse. Mărimea eforturilor unitare normale sectoriale depinde de coordonata sectorială din punctul considerat și de derivata a II-a a funcției de deplanare.

- Eforturile unitare tangențiale sectoriale ($\bar{\tau}_{T1}$) sînt constante pe grosimea peretelui, atît în porțiunile secțiunii transversale cu profil multiplu conex cît și în cele cu profil simplu conex.

Aceste ipoteze își mențin valabilitatea numai în condițiile respectării relațiilor (7.1) cu precizările din figura 7.1.

Ca principiu de calcul, așa cum s-a mai arătat, se poate aplica teoria lui Bornschener /17/ și a lui Umanski /271/ (capitolul 6) la calculul barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, ca o soluție aproximativă. În cazul particular al grinzilor căilor de rulare, care au talpa superioară realizată sub forma unor celule închise (fig.8.2), acest mod de calcul duce la rezultate satisfăcătoare pentru practica inginerescă.

În capitolul de față, se va adopta ca principiu de calcul teoria lui U.S.Benscoter /29/ dezvoltată pentru secțiuni compuse, formate din elemente cu profil simplu conex și elemente cu profil dublu și multiplu conex. Acest mod de calcul este mai exact și prin intermediul funcției de deplanare ($f(z)$) se poate prinde mai bine starea reală de eforturi unitare în elementul **cercetat**.

Modelele de grinzi de rulare studiate experimental se vor calcula după ambele principii de calcul.

8.3.2. Caracteristici geometrice sectoriale

Caracteristicile geometrice sectoriale, sînt măriri care depind numai de forma secțiunii transversale a barei. În cazul barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă (formată din profile simplu și multiplu conexe), solicitate la răsucire împiedicată, caracteristicile geometrice sectoriale se calculează cu relațiile din paragraful 6.3.2., cu excepția suprafeței sectoriale (a coordonatei sectoriale), care în cazul de față se compune din doi termeni; unul corespunzător părții de secțiune simplu conexă și altul, corespunzător părții de secțiune dublu sau multiplu conexă.

În cazul secțiunii compuse, formată din (m) contururi simplu conexe și (n) contururi dublu conexe, suprafața sectorială a secțiunii, scrisă în raport cu un pol arbitrar (A) și punctul de zero principal (B), sub formă cea mai generală poate fi exprimată:

În zona închisă:

$$\bar{\omega}_{AB} = (\Omega_{AB})_{n-1} + (\omega_{AB})_{m+1} - \gamma \int \frac{ds}{\sigma} \quad (8.3)$$

În zona deschisă (simplu conexă):

$$\bar{\omega}_{AB} = (\Omega_{AB})_{n-1} + (\omega_{AB})_m \quad (8.4)$$

Pentru secțiuni poligonale, alcătuite din lăbele dreptunghiulare, expresia (8.3) se poate scrie:

$$\bar{\omega}_{AB} = (\Omega_{AB})_{n-1} + \sum_1^{m+1} d_{ik} \cdot b_{ik} - \gamma \sum_{n-1}^n \frac{b_{ik}}{d_{ik}} \quad (8.3a)$$

Pentru calculul practic, se secționează ^{tu}conturile dublu conexe și se calculează suprafața sectorială pentru întreaga secțiune ca pentru o secțiune cu profil simplu conex (cu relația 6.4a), după care se aduce corecția necesară, prin ultimul termen din relația (8.3) sau (8.3a), ținînd astfel seama de faptul că s-au secționat ^{tu}conturile închise.

Constanta de răsucire (γ) numită și funcție de răsucire, se determină pentru fiecare celulă închisă în parte cît și pentru fiecare perete dintre două celule consecutive. În acest scop, după literatura de specialitate [251], se pleacă de la următoarea relație generală scrisă pentru (p) celule închise:

$$-\gamma_{p-1} \int_p^{p+1} \frac{ds}{\sigma} + \gamma_p \oint_p \frac{ds}{\sigma} - \gamma_{p+1} \int_p^{p+1} \frac{ds}{\sigma} = 2 A_{mp} \quad (8.5)$$

Din relația generală (8.5) se obține un sistem de atîtea ecuații cîte celule (respectiv necunoscute γ) avem.

În cazul unei secțiuni poligonale cu două celule (fig.8.3) se poate ajunge la următorul sistem de ecuații:

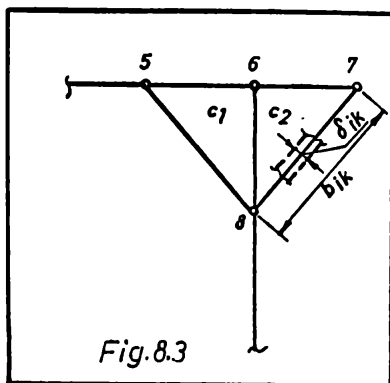


Fig.8.3

$$\left\{ \begin{aligned} \psi_{c_2} \sum_{c_1} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} - \psi_{c_2} \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{1,2} &= 2 A_{m,c_1} \\ \psi_{c_1} \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{2,1} + \psi_{c_2} \sum_{c_2} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} &= 2 A_{m,c_2} \end{aligned} \right. \quad (8.6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} -\psi_{c_1} \left(\frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} \right)_{2,1} + \psi_{c_2} \sum_{c_2} \frac{b_{ik}}{\sigma_{ik}} &= 2 A_{m,c_2} \end{aligned} \right. \quad (8.6)$$

După înlocuirea datelor numerice și rezolvarea sistemului, rezultă funcțiile de răsucire (ψ_{c_1}) și (ψ_{c_2}).

Funcția de răsucire (ψ_{c_1, c_2}) pentru peretele comun celulelor (c_1) și (c_2). (în figura 8.3, peretele 6-8), după /28/, /240/, /245/, se calculează cu relația:

$$\psi_{c_1, c_2} = \psi_{c_1} - \psi_{c_2} \quad (8.7)$$

Dacă pentru (ψ_{c_1, c_2}) se obține din calcul o valoare nulă, rezultă că peretele comun celor două celule nu participă la preluarea efectelor produse de solicitarea de răsucire. Calculele în continuare, din punct de vedere al caracteristicilor geometrice sectoriale, se conduc ca și în cazul secțiunii cu o singură celulă, obținută prin îndepărtarea "imaginară" a peretelui comun dintre cele două celule. Valoarea nulă a constantei (ψ_{c_1, c_2}), este determinată numai de geometria secțiunii transversale a celulelor învecinate.

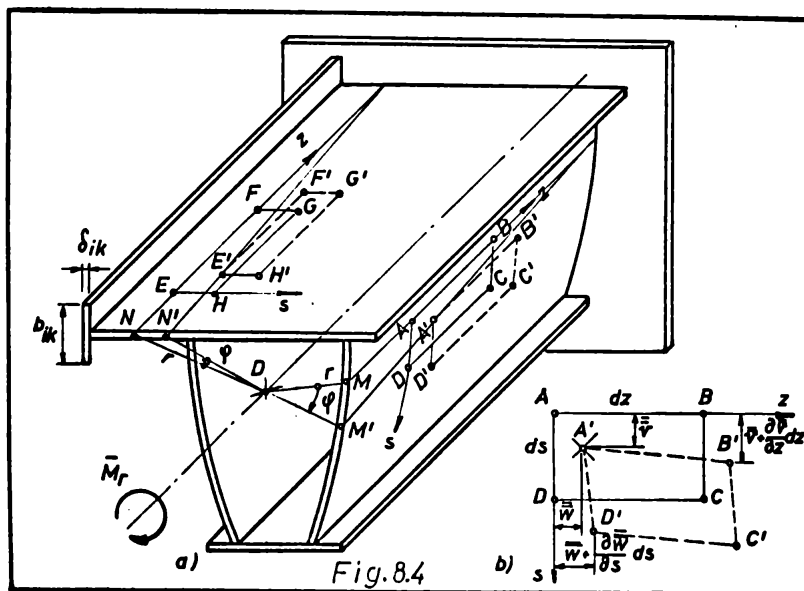
Pentru calculul caracteristicilor geometrice sectoriale în continuare, se aplică relațiile (6.5)...(6.14) stabilite în capitolul 6, transcrise corespunzător convenției de notare pentru prezentul capitol.

Calculul caracteristicilor geometrice sectoriale se poate conduce tabelar, lucru ce rezultă din analiza structurii relațiilor de calcul. În acest sens, se pot folosi relațiile din tabelul 6.1, relații care permit efectuarea calculului tabelar cu mașini de calcul de birou (sau în cazul unor secțiuni mai simple cu rigla de calcul), sau pe baza lor se pot întocmi cu ușurință ordinograme pentru calcul la calculatoare electronice.

8.3.3. Starea de deformație și de eforturi unitare.

Studiul stării de deformație și de eforturi unitare, în

cazul barelor cu pereți subțiri cu secțiune transversală compusă,



solicitare la răsucire împiedicată, este complex și constă din aplicarea simultană a studiilor de deformație și eforturi unitare de la secțiunile simplu conexe (v. capitolul 6.33) și de la secțiunile dublu și multiplu conexe (v. capitolul 7.33).

Pentru a ilustra

cele de mai sus, să considerăm o bară cu pereți subțiri cu secțiune compusă ca cea din figura 8.4, solicitată la răsucire împiedicată. Sub efectul încărcării exterioare, secțiunea transversală se va roti în jurul unui punct arbitrar de rotire, care poate fi chiar centrul de răsucire (D), cu unghiul (ψ). În urma acestei rotiri, un punct curent (M) de pe linia mediană a profilului dublu conex va ajunge în poziția (M'), iar dreptunghiul elementar ABCD din planul median (fig. 8.4) va ajunge în poziția A'B'C'D'. Această deplasare, conform ipotezelor admise, s-a făcut cu modificarea unghiurilor inițiale dintre laturi, ceea ce presupune că suprafața mediană nu este liberă de eforturi unitare. În această situație, cu notațiile din figura 8.4 b, rezultă:

$$\tau_{sz} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\tau}{G} \quad (8.8)$$

Din relația (8.8), urmînd indicațiile din paragraful 7.3.3, se ajunge la expresia matematică a deplasărilor axiale, valabilă pentru partea închisă a secțiunii din figura 8.4.a

$$w = -\theta \left(\int_0^s r ds - \psi \int_0^s \frac{ds}{\delta} \right) \quad (8.9)$$

unde, așa cum s-a demonstrat în capitolele anterioare, paranteza reprezintă suprafața sectorială sau coordonata sectorială pentru partea dublu conexă din secțiunea compusă.

Din aceeași rotire a secțiunii transversale a barei cu unghiul (ψ), un punct curent (M), de pe linia mediană a părții

deschise (simplu conexe) a secțiunii transversale, ajunge în punctul (N'), iar dreptunghiul elementar E F G H din secțiunea (z), se deplasează în poziția E'F'G'H' (fig.8.4 a). Această deplasare se face fără modificarea unghiurilor inițiale dintre laturi. Aceasta presupune, conform ipotezelor admise în capitolul 6, că suprafața mediană este liberă de eforturi unitare. În acest caz pentru partea simplu conexă din secțiunea transversală, lunecarea specifică din planul median este nulă, astfel:

$$\tau_{sz} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = 0 \quad (8.10)$$

Pe baza demonstrației din paragraful 6.3.3 plecând de la (8.10) se ajunge la expresia matematică a deplasărilor axiale, valabilă pentru partea deschisă a secțiunii transversale;

$$\bar{w} = \bar{w}_0 - \theta \int_{s_0}^s r ds \quad (8.11)$$

În relația (8.11) dacă se face $\theta = -1$, se ajunge la expresia coordonatei sectoriale a părții simplu conexe din secțiunea transversală.

Starea de deformăție a barei este definită de deplasările longitudinale (\bar{w}) și cele care apar după tangenta la curba ce definește conturul transversal al barei (\bar{v}), în punctele considerate (A') respectiv ((E') fig.8.4 a). Deplasarea după tangenta la coordonata curbilinie (s), așa cum s-a demonstrat în capitolul 6, depinde de raza vectoare (r) și de unghiul de rotație (φ). Ea este definită de relația (6.16)

$$\bar{v} = \varphi(z) r \quad (6.16)$$

În concluzie, pentru studiul deplanării secțiunii transversale (\bar{w}) a barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, se aplică pentru partea închisă, teoria, ipotezele și relațiile stabilite la bare cu secțiune dublu și multiplu conexă, iar la părțile deschise (simplu conexe) din secțiunea transversală, se aplică ipotezele, teoria și relațiile stabilite la bare cu secțiune simplu conexă.

În cazul barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, deplasările axiale, deci deplanarea secțiunii transversale nu mai este proporțională cu răsucirea specifică (θ) pe întreaga secțiune, fapt ce se datorește efectului eforturilor unitare tangențiale sectoriale care ating valori de ordinul de mărime a eforturilor unitare tangențiale din răsucirea liberă.

Pentru a prinde în calcul efectul defavorabil al eforturilor unitare tangențiale sectoriale asupra deformațiilor, în cazul

răsucirii împiedicate a profilelor compuse, unghiul de răsucire specifică (θ) se va înlocui în relațiile (8.9) respectiv (8.11), cu funcția de deplanare ($f(z)$) a lui S.U.Benscoter.

Deci, deplanarea secțiunii transversale se calculează:

$$\bar{w} = - f'(z) \bar{\omega} \quad (8.12)$$

iar suprafața sectorială ($\bar{\omega}$) se exprimă:

- Pentru partea multiplu conexă a profilului, cu relația (8.3), care în particular poate conduce și la (8.3a):

$$\bar{\omega} = \int_{s_0}^s r ds - \psi \int_{s_0}^s \frac{ds}{\rho} \quad (8.9 a)$$

- Pentru partea dublu conexă:

$$\bar{\omega} = \omega_0 + \int_{s_0}^s r ds \quad (8.11a)$$

Alungirea specifică în lungul barei, știind că ($\bar{\omega}$) nu depinde de coordonata (z), se obține:

$$\epsilon_z = \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = - \frac{d^2 f(z)}{dz^2} \bar{\omega} \quad (8.13)$$

În relația (8.13) suprafața sectorială ($\bar{\omega}$) este calculată în raport cu centrul de răsucire (D) și punctul sectorial de zero principal (B).

Cunoscând alungirea specifică (ϵ_z) și aplicând legea lui Hooke, se poate afla efortul unitar normal sectorial ($\sigma_{\bar{\omega}}$);

$$\sigma_{\bar{\omega}} = E \epsilon_z = - E \frac{d^2 f(z)}{dz^2} \bar{\omega} \quad (8.14)$$

Dacă se amplifică ambii membri ai ecuației (8.14) cu (dA) și se integrează pe întreaga secțiune transversală a barei, se obține:

$$\int_A \sigma_{\bar{\omega}} \bar{\omega} dA = - E f''(z) \int_A \bar{\omega}^2 dA \quad (8.15)$$

Ținând seama că semnificația și modul de definire a celor două integrale este cunoscută din capitolul 6, relația (8.15) se poate scrie sub forma:

$$B_{\bar{\omega}} = - f''(z) EI_{\bar{\omega}} \quad (8.15')$$

Relația (8.14) pe lângă faptul că permite să se ajungă la o nouă mărime de calcul (8.15') caracteristică răsucirii împiedicate, definește și modul de variație a efortului unitar normal sectorial ($\sigma_{\bar{\omega}}$) pe secțiunea transversală (prin coordonata sectorială $\bar{\omega}$) cât și în lungul barei (prin derivata a II-a a funcției

de deplanare ($f(z)$). Efortul unitar normal sectorial (8.14) trebuie să satisfacă condițiile de echilibru pe secțiunea transversală în orice punct de pe lungimea barei:

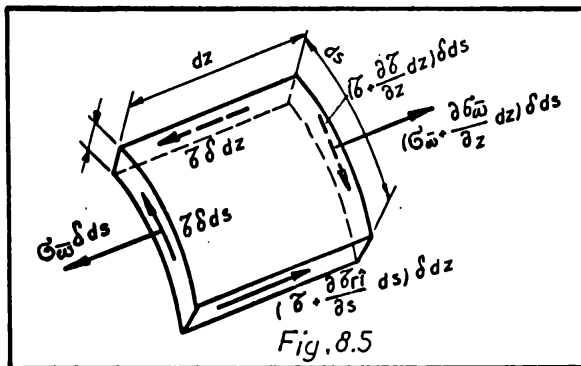
$$\int_A \sigma_{\bar{\omega}} dA = 0 ; \int_A \sigma_{\bar{\omega}y} dA = 0 ; \int_A \sigma_{\bar{\omega}x} da = 0 \quad (8.16 \text{ a,b,c})$$

Introducând expresia lui ($\sigma_{\bar{\omega}}$) din (8.15) în (8.16 a,b,c) se ajunge la expresiile:

$$\int_A \bar{\omega} dA = 0 ; \int_A \bar{\omega}y dA = 0 ; \int_A \bar{\omega}x dA = 0 \quad (8.17 \text{ a,b,c})$$

Condițiile (8.17) permit determinarea poziției punctului nul principal (8.17 a) și a centrului de răsucire (8.17 b,c).

Efortul unitar normal sectorial ($\sigma_{\bar{\omega}}$) variază în lungul



grinzii, fapt ce dă naștere la eforturi unitare tangențiale suplimentare (τ) atât în secțiunile longitudinale cât și în cele transversale. Pentru determinarea acestora (τ), se va scrie o ecuație de proiecție pe axa barei (Oz) a forțelor care acționează asupra unui element infinitesimal din peretele barei (fig.

8.5). Ținând seamă că lipsesc încărcările exterioare și că grosimea profilului (δ) nu variază în lungul axei (Oz) și nici cu coordonata curbiliniei (s), după efectuarea calculelor intermediare, rezultă:

$$\frac{\partial \sigma_{\bar{\omega}}}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial s} = 0 \quad (8.18)$$

Integrând ecuația (8.18) în raport cu (s) și ținând seama de condiția de echilibru a eforturilor unitare tangențiale în jurul centrului de forfecare (=răsucire), se determină efortul unitar tangențial suplimentar din răsucire împiedicată (v. capitolul 7).

- Pentru partea dublu și multiplu conexă;

$$\tau = \frac{1}{2\delta A_m} + \frac{E}{\delta} f'''(z) \bar{\omega}^* \quad (8.19)$$

- Pentru partea simplu conexă;

$$\tau = \frac{E}{\delta} f'''(z) \bar{\omega}^* \quad (8.20)$$

Unde \bar{S}_{ω}^* este momentul static sectorial generalizat al secțiunii transversale și se calculează în relațiile:

- Pentru partea dublu și multiplu conexă:

$$\bar{S}_{\omega}^* = \int_{s_0}^s \bar{\omega} \delta ds - \frac{1}{2A_m} \oint \left[\int_{s_0}^s \bar{\omega} \delta ds \right] r ds \quad (8.21)$$

- Pentru partea simplu conexă:

$$\bar{S}_{\omega}^* = S_{\omega} = \int_{s_0}^s \bar{\omega} \delta ds \quad (8.22)$$

Din relațiile (8.19) și (8.20) se observă că efortul unitar tangențial suplimentar în cazul secțiunilor compuse are legi de variație în lungul coordonatei curbilinii diferite, după cum punctul considerat se găsește în zona secțiunii simplu conexe sau dublu conexe. Pentru partea de secțiune simplu conexă din secțiunea totală, efortul unitar tangențial suplimentar variază în lungul coordonatei curbilinii (s) după aceeași lege ca și momentul static sectorial (8.22), iar în lungul axei barei, proporțional cu derivata a III-a a funcției de deplanare.

Pentru partea dublu și multiplu conexă a secțiunii transversale, efortul unitar tangențial suplimentar (8.19) se compune din doi termeni; efortul unitar tangențial corespunzător răsucirii libere determinat cu formule lui Bredt și efortul unitar tangențial sectorial care depinde de derivata a III-a a funcției de deplanare și de momentul static sectorial generalizat. Repartiția efortului unitar tangențial suplimentar pe secțiunea transversală depinde de legea de variație a momentului static sectorial generalizat în lungul coordonatei curbilinii. Această variație este mai complexă deoarece însăși relația de definiție a momentului static sectorial generalizat (8.21) de care depinde, este mai complexă.

În relațiile de calcul a efortului unitar tangențial suplimentar (8.19) și (8.20) nu este prins efortul unitar tangențial corespunzător răsucirii libere și repartizat neuniform pe grosimea peretelui.

Efortul unitar tangențial corespunzător răsucirii libere se calculează cu relațiile stabilite în capitolul 5.

- Pentru zona secțiunii transversale cu profil simplu conex;

$$\tau_{r1} = \frac{I_{r1}}{I_r} \sigma \quad (8.23 \text{ a})$$

- Pentru zona secțiunii transversale cu profil dublu conex;

$$\tau_{r1} = \frac{I_{r1}}{2A_m} \sigma \quad (8.23 \text{ b})$$

Având în vedere grosimea mică a peretelui barei, efortul unitar tangențial corespunzător răscucirii libere, cu bună aproximație, se echilibrează pe secțiunea transversală din zona profilului simplu conex, iar în zona profilului dublu și multiplu conex, în funcție de acesta se poate calcula fluxul de forfecare

8.3.4. Ecuația diferențială a răscucirii împiedicate

Stabilirea ecuației diferențiale a răscucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, se face în mod analog ca și în cazul barelor cu secțiune dublu și multiplu conexă. În acest scop se poate apela la două metode de calcul;

- Metoda energetică sau
- Metoda echilibrului deplasărilor axiale în zona dublu sau multiplu conexă.

În calculele ce urmează se va folosi metoda a doua, metodă care a fost folosită și în cazul secțiunilor dublu și multiplu conexe (v. capitolul 7).

În acest scop se utilizează condiția de continuitate a deplasărilor axiale pe lungimea conturului închis:

$$\oint \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} ds = 0 \quad (8.24)$$

Din relația (8.8) se explicitază $\frac{\partial \bar{v}}{\partial s}$ și dacă se ține seama de relațiile (6.16) și (8.19), rezultă:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial s} = \frac{1}{2\pi\mu} \frac{1}{\sigma} G + \frac{1}{\sigma} \frac{1}{G} r'''(z) - r\psi'(z) \quad (8.25)$$

Dacă introducem (8.25) în (8.24) și ținem seama de notația (5.39) se ajunge la expresia:

$$\frac{1}{2\mu} \oint \frac{ds}{\sigma} + \frac{1}{G} r'''(z) \oint \frac{1}{\sigma} ds - \psi'(z) \oint r ds = 0 \quad (8.26)$$

Derivând expresia (8.26) în raport cu (z) și împărțind cu mărimea:

$$\frac{1}{G} \oint \frac{1}{\sigma} ds$$

se ajunge la următoarea condiție diferențială:

$$r'''(z) - \frac{1}{\oint \frac{1}{\sigma} ds} \cdot \frac{1}{G} \psi''(z) = - \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{1}{\oint \frac{1}{\sigma} ds} \cdot \frac{d}{dz} \oint r ds \quad (8.27)$$

Introducând notațiile: $\mu_1 = - \frac{d}{dz} \oint r ds$; $S_0 = \oint \frac{1}{\sigma} ds$ (8.28 a, b)

și ținând seama de ecuațiile (8.17), se poate demonstra matematic /51/, /163/ (integrând prin părți), că integrala de la numitorul

membrului II, devine:

$$\oint \bar{\sigma}_z^* \frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{S_0}{\Omega} I_{\bar{\omega}} \quad (8.29)$$

Ecuatia diferențială (8.27) poate scrie:

$$f''''(z) - \frac{\Omega^2}{S_0 I_{\bar{\omega}}} \frac{G}{E} \varphi''(z) = \frac{1}{E I_{\bar{\omega}}} M_r \quad (8.27')$$

Deoarece ecuația diferențială (8.27') conține două necunoscute, mai trebuie stabilită o a doua ecuație diferențială care să lege, funcțiile necunoscute, între ele. Pentru aceasta, se pleacă de la condiția de echilibru dintre eforturile unitare tangențiale (τ) și momentul de răsucire din secțiune (M_r):

$$M_r = \oint \tau r dA \quad (8.30)$$

unde (τ) se scoate din relația (8.8), în funcție de deplasările (\bar{w}) și (\bar{v}):

- Pentru partea dublu conică:

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial s} = - \left(r - \frac{\Omega}{S_0} \frac{1}{\sigma} \right) \frac{df}{dz} \quad (8.31)$$

- Pentru partea simplă conică:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} = - r \frac{df}{dz} \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = r \frac{d\varphi}{dz} \end{cases} \quad (8.32a, b)$$

Substituind expresiile (8.31) și (8.32) în (8.8), ecuația (8.30) devine:

$$M_r = G \left[\left(- \int_A r^2 dA - \oint r^2 dA + \frac{\Omega}{S_0} \frac{1}{\sigma} \oint r dA \right) f'(z) + \varphi'(z) \int_A r^2 dA \right] \quad (8.33)$$

Dacă se introduc notațiile:

$$I_p = \int_A r^2 dA = \oint r^2 dA + \int_A r^2 dA \quad (8.34 a, b, c)$$

$$I_r = \frac{\Omega^2}{S_0}; \quad \zeta = 1 - \frac{I_r}{I_p}$$

ecuația (8.33) devine:

$$\varphi'(z) - \zeta f'(z) = \frac{M_r}{G I_p} \quad (8.35)$$

Integrând în raport cu (z), obținem expresia unghiului de răsucire ($\varphi(z)$):

$$\varphi(z) = \int_0^z \frac{M_r}{G I_p} dz + \zeta f(z) \quad (8.36)$$

Diferențierea ecuația (8.35) în raport cu (z) și valoarea lui ($\psi''(z)$) se introduce în (8.27'), rezultă:

$$f''''(z) - \frac{1r}{l\bar{\omega}} \frac{G}{E} \zeta f''(z) = \frac{1}{E l \bar{\omega}} m_r - \frac{1r}{E l_p \bar{\omega}} m_r \quad (8.37)$$

După restrîngerea membrului drept al ecuației (8.37) și introducerea notațiilor:

$$\frac{G}{E} = \frac{1-\nu^2}{2}; \quad k^2 = \frac{G}{E} \frac{1r}{l\bar{\omega}}; \quad n = \frac{1}{E l \bar{\omega}} \zeta \quad (8.38a,b,c)$$

se ajunge la forma finală a ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate:

$$f''''(z) - k^2 f''(z) = n m_r \quad (8.39)$$

Dacă se compară coeficienții (k^2) și (n) din formulele (7.38) și (8.39) se constată că sînt exprimați cu aceleași formule atît în cazul secțiunilor închise cît și în cazul secțiunilor compuse. Diferențele care apar la stabilirea ecuațiilor diferențiale corespunzătoare secțiunilor dublu și multiplu conexe și, secțiunile compuse, sînt determinate numai de coordonata sectorială ($\bar{\omega}$) care se calculează diferit în cele două cazuri.

8.3.5. Rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate.

Ecuația diferențială (8.39) a funcției de deplanare ($f(z)$) în cazul răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă este identică, ca formă, cu ecuația diferențială (6.26'') a unghiului de răsucire ($\varphi(z)$) stabilită în cazul răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu secțiune simplu conexă. Diferențele care există între cele două ecuații diferențiale sînt determinate de diferențele diferite ale coeficienților (k) și (n).

Rezolvarea ecuației diferențiale (8.39) se face în mod analog ca și în cazul barelor cu secțiune dublu și multiplu conexă solicitate la răsucire împiedicată.

Soluția totală a ecuației diferențiale neomogene (8.39), rezultă din însumarea soluției generale a ecuației diferențiale omogene (f_g) cu soluția particulară a ecuației neomogene (f_p), astfel:

$$f = f_g + f_p \quad (8.4c)$$

Integrala ecuației diferențiale omogene poate fi prezentată sub următoarea formă:

$$f_g = f_0 + f_0' \frac{\operatorname{sh}kz}{k} + f_0'' \frac{\operatorname{ch}kz - 1}{k^2} - M_{r0} n \frac{\operatorname{sh}kz - kz}{k^3} \quad (3.41)$$

Constantele de integrare (f_0, f_0', f_0'' și M_{r0}) exprimate sub formă parametrilor inițiali, se determină din condițiile de margine existente la cele două capete ale barei și din condiția de continuitate pe domeniul de definiție al barei.

În cazul unei grinzi simple rezemată la răsucire (rezemare în furcă) condițiile de margine care se pot scrie, sînt;

- Pentru $z = 0$; rezultă: $\varphi_0 = 0$ și $f_0 = f_0'' = 0$

- Pentru $z = l$; rezultă: $\varphi_l = 0$ și $f_l = f_l'' = 0$

În cazul unei grinzi rezemată încastat la răsucire, adică secțiunile din dreptul rezemelor nu se pot roti și nu se pot deplasa liber, avem;

- Pentru $z = 0$; rezultă: $\varphi_0 = 0$ și $f_0 = f_0' = 0$

- Pentru $z = l$; rezultă: $\varphi_l = 0$ și $f_l = f_l' = 0$

Condiția de continuitate se folosește pentru secțiunile în care avem momente de răsucire direct aplicate, grinda își schimbă rigiditatea (GI_r sau BI_{φ}) sau în dreptul rezemelor intermediare a grinzilor continue, unde trebuie să avem:

$$\varphi_{stg} = \varphi_{dr}; f_{stg} = f_{dr}; f'_{stg} = f'_{dr} \text{ și } f''_{stg} = f''_{dr}$$

Mărimea mecanică (M_{r0}) reprezintă valoarea momentului de răsucire reacțiune în dreptul rezemului, rezultat din încărcarea grinzii cu $M_z = \sum \bar{M}_r + \int_0^l m_r(z) dz$ și se determină întocmai ca forța tăietoare la grinda solicitată la încovoiere.

Pentru comoditatea calculului, soluția ecuației diferențiale omogene (3.41) și primele trei derivate ale acesteia pot fi aranjate sub forma unui tablou care să oglindască transformarea liniară a mărimilor fundamentale a răsucirii împiedicate. Tabloul rezultat (tabelul 3.1) se va numi matricea parametrilor inițiali:

Tabel .1

	f_0	f''_0	f''_0
$f(z)$	1	$\frac{ch kz - 1}{k^2}$	$-\frac{n ch kz - kz}{k^3}$
$f'(z)$	0	$ch kz$	$-\frac{n ch kz - 1}{k^2}$
$f''(z) = -\frac{P\delta}{EI\delta}$	0	$ksh kz$	$-\frac{n sh kz}{k}$
$f'''(z) = -\frac{Mr\delta}{EI\delta}$	0	$k^2 ch kz$	$-n ch kz$

După cum rezultă, elementele matricei depind de coordonata (z), care determină poziția secțiunii studiate de pe grindă și de mărimile (k,n) care caracterizează proprietățile elastice ale barei solicitate la răsucire împiedicată.

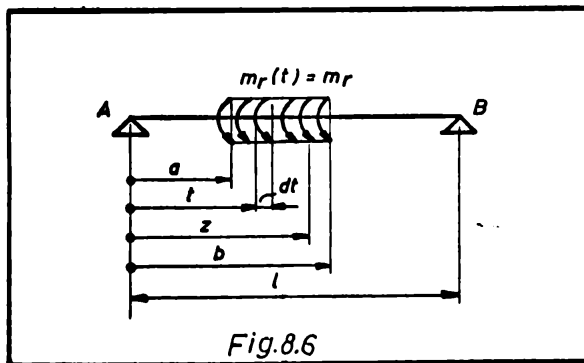
Soluția particulară a ecuației diferențiale neomogene (3.39) depinde de încărcarea și rezemarea grinzii și se poate exprima sub forma (v. și capitolul 6);

$$f_p = \frac{n}{k^3} \int_0^z [shk(z-t) - k(z-t)] m_r(t) dt \quad (3.42)$$

unde (t) reprezintă o variabilă intermediară care definește domeniul de încărcare a grinzii, iar geometric, se măsoară tot în lungul barei ca și variabila (z).

Integrala particulară (3.42) depinde de modul de încărcare și rezemare a grinzii și se determină separat pentru fiecare caz în parte;

- a. Incărcarea grinzii cu un moment de răsucire $m_r(t) = m_r$ uniform repartizat pe panoul b - a (fig. 3.6).



- Pentru panoul de grindă: $0 \leq z \leq a$, $m_r(t) = 0$ și $f_p = 0$
- Pentru panoul de grindă încărcat: $a \leq z \leq b$ și $a \leq t \leq b$, $m_r(t) \neq 0$ și $f_p \neq 0$ (v. și demonstrație din capitolul 6);

$$f_p = \frac{n}{k^3} \left[\frac{1}{k} (ch k(b-a) - 1) - \frac{k}{2} (z-a)^2 \right] m_r \quad (3.43 a)$$

- Pentru panoul din dreapta, neîncărcat; $b \leq z \leq l$ în finele se obține:

$$f_p = \frac{n}{k^4} \left[ch k(z-a) - ch k(z-b) - k^2 z(b-a) + \frac{k^2}{2} (b-a)^2 \right] \dots \quad (3.43 b)$$

b. Încărcarea grinzii simplu rezemată cu un moment de răsucire concentrat \bar{M}_r (fig. 8.7)

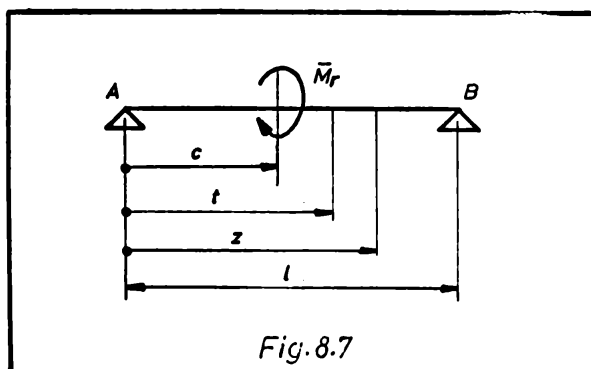


Fig. 8.7

- Pentru panoul de grindă: $0 \leq z \leq c$, rezultă $f_p = 0$.
- Pentru panoul de grindă: $c \leq z \leq l$, rezultă $f_p \neq 0$.

plecînd de la soluția particulară (8.42) și adoptînd același procedeu ca și în paragraful 8.3.5.B.b, se ajunge la relația:

$$f_p = \frac{n}{k^3} \bar{M}_r [\operatorname{shk}(z-c) - k(z-c)] \quad (8.44)$$

Soluția totală a ecuației diferențiale (8.39) se obține din suprapunerea soluțiilor ((f₀)8.41) și ((f_p)8.42) pentru fiecare caz de încărcare în parte.

Soluția totală și primele trei derivate ale acesteia pot fi exprimate sub formă matricială prin vectorii inițiali. În tabelul 8.2 se prezintă matricea parametrilor inițiali, sub forma cea mai generală, pentru cazul de încărcare a grinzii simplu rezemată cu un moment de răsucire concentrat (\bar{M}_r);

Tabelul 8.2

	f_0	f'_0	f''_0	\bar{M}_r	\bar{M}_r
$f(z)$	1	$\frac{\operatorname{shkz}}{k}$	$\frac{\operatorname{chkz}-1}{k^2}$	$-n \frac{\operatorname{shkz}-kz}{k^3}$	$n \frac{\operatorname{shk}(z-c)-k(z-c)}{k^3}$
$f'(z)$	0	chkz	$\frac{1}{k} \operatorname{shkz}$	$-n \frac{\operatorname{chkz}-1}{k^2}$	$n \frac{\operatorname{chk}(z-c)-1}{k^2}$
$f''(z) = \frac{-1}{E I \Delta}$	0	$k \operatorname{shkz}$	chkz	$-n \frac{\operatorname{shkz}}{k}$	$n \frac{\operatorname{shk}(z-c)}{k}$
$f'''(z) = \frac{-1}{E I \Delta}$	0	$k^2 \operatorname{chkz}$	$k \operatorname{shkz}$	$-n \operatorname{chkz}$	$n \cdot \operatorname{chk}(z-c)$

Așa cum rezultă din cele precizate mai sus (paragraful b), pentru panoul de grindă $0 \leq z \leq c$ sînt valabile ecuațiile din tabelul 8.2 fără termenii din ultime coloane, iar pentru panoul de grindă $c \leq z \leq l$ se iau în considerare toți termenii ecuațiilor din tabelul de mai sus.

Constantele de integrare (parametrii inițiali) din tabelul 8.2 (f_0, f'_0, f''_0) se determină din condiții de margine așa cum s-a precizat mai sus. Pentru cazul unei grinzi simplu rezemată (la răsucire) încărcată cu un moment de răsucire concentrat (\bar{M}_r)

fig.8.8), ținând seama de condițiile de margine, pentru $z = 1$ rezultă: $f(1) = 0$ și $f'(1) = 0$.

Momentul de răuocire (reacție) pe rezeme, este:

$$M_{ro} = \bar{M}_{r(A)} = \frac{b}{l} \bar{M}_r ; \bar{M}_{r(B)} = \frac{a}{l} \bar{M}_r \quad (8.45 \text{ a,b})$$

Introducând expresia (8.45 a) în prima ecuație din tabelul 8.2 și ținând seama de condițiile de margine cât și de notațiile:

$$c = a \text{ și } b = l - a \quad (8.46 \text{ a,b})$$

rezultă:

$$f' = \bar{M}_r \frac{b}{k^2} \left(\frac{b}{l} - \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \right) \quad (8.47)$$

Cu aceste, plecând de la ecuațiile generale din tabelul 8.2, se pot determina relațiile de calcul căutate ($f, M_{r1}, \bar{\omega}, M_{r1}$, și ψ) pentru panourile grinzii. Pentru a scoate în evidență mai ușor legăturile care există între mărimile mecanice ($M_{r1}, \bar{\omega}, M_{r1}$) și derivatele funcției de deplasare ($f(z)$), se revine asupra notației (8.38 c) în formatele ce urmează:

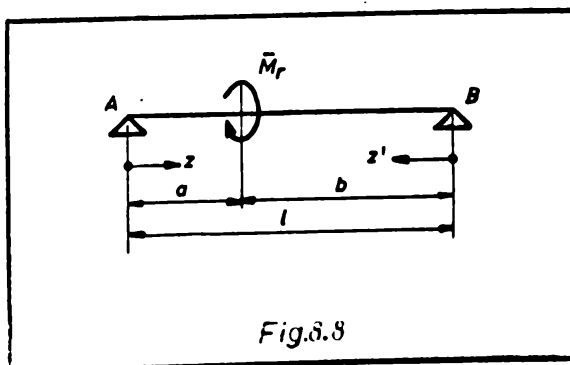
$$\left. \begin{aligned} \text{Panoul } 0 \leq z \leq a \\ EI \bar{\omega} f &= \zeta \frac{\bar{M}_r}{k^3} \left(\frac{b}{l} kz - \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{sh}kz \right) \\ M_{r1} &= k^2 EI \bar{\omega} f' = \zeta \bar{M}_r \left(\frac{b}{l} - \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{ch}kz \right) \\ B_{\bar{\omega}} &= -EI \bar{\omega} f'' = \zeta \frac{\bar{M}_r}{k} \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{sh}kz \\ M_{r1} &= -EI \bar{\omega} f''' = \zeta \bar{M}_r \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{ch}kz \end{aligned} \right\} \quad (8.48)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Panoul } a \leq z \leq l \\ EI \bar{\omega} f &= \zeta \frac{\bar{M}_r}{k^3} \left(\frac{b}{l} kz - \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{sh}kz \right) + \zeta \frac{\bar{M}_r}{k^3} \left[\text{sh}k(z-a) - k(z-a) \right] \\ M_{r1} &= k^2 EI \bar{\omega} f' = \zeta \bar{M}_r \left(\frac{b}{l} - \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{ch}kz \right) + \zeta \bar{M}_r \left[\text{ch}k(z-a) - 1 \right] \\ B_{\bar{\omega}} &= -EI \bar{\omega} f'' = \zeta \frac{\bar{M}_r}{k} \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{sh}kz - \zeta \frac{\bar{M}_r}{k} \text{sh}k(z-a) \\ M_{r1} &= -EI \bar{\omega} f''' = \zeta \bar{M}_r \frac{\text{sh}kb}{\text{sh}kl} \text{ch}kz - \zeta \bar{M}_r \text{ch}k(z-a) \end{aligned} \right\} \quad (8.49)$$

Relațiile (8.49) pot fi puse sub o formă mai simplă dacă pentru panoul din dreapta $a \leq z \leq l$

se pleacă de la rezemeul ((B)fig.8.8) și drept variabilă se introduce (z'), definită pe domeniul $b \geq z' \geq 0$.

În acest caz, plecând de la aceeași ecuație (prima ecuație din tabelul 8.2) se



și în cazul precedent, în care variabila (z) se înlocuiește cu (z') și admitând aceleași condiții de margine, se găsește:

$$f_0' = \bar{I}_r \frac{n}{k^2} \left(\frac{a}{l} - \frac{shka}{shkl} \right) \quad (8.47')$$

Cunoscînd pe (f₀) și dacă ținem seamă că pe domeniul de definiție a variabilei (z'), integrala particulară are valoarea zero (f_p=0), se pot obține relațiile de calcul căutate:

Panoul $b \gg z' \gg 0$ (fig.8.8).

$$\left. \begin{aligned} EI_{\omega} f &= \zeta \bar{I}_r \frac{a}{k^3} \left(\frac{a}{l} kz' - \frac{shka}{shkl} shkz' \right) \\ M_{r1} &= k^2 EI_{\omega} f' = \zeta \bar{I}_r \left(-\frac{a}{l} + \frac{shka}{shkl} chkz' \right) \\ B_{\omega} &= -EI_{\omega} f'' = \zeta \bar{I}_r \frac{shka}{shkl} shkz' \\ M_{r1} &= -EI_{\omega} f''' = +\zeta \bar{I}_r \frac{shka}{shkl} chkz' \end{aligned} \right\} \quad (8.49')$$

Pentru cazurile de încălzire și de rezemare curent întîlnite în practică, literatura de specialitate /23/, /40/, /65/, /135/, /136/, /271/ pune la dispoziție formule de calcul pentru măsurimile mecanice și de deformație.

8.3.6. Eforturi unitare produse de răsucirea împiedicată.

Eforturile unitare tangențiale și normale sînt determinate de părțile componente ale momentului de răsucire (I_r) din secțiune (M_{r1}) și (M_{r2}) și de binomental de încovoiere-răsucire (B_ω). Mărimile mecanice (M_{r1}, B_ω, M_{r2}) au legi de variație ce depind de natura încălzirii și de schema statică a grinzii din punctul de vedere al răsucirii. Rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicată (8.39) permite determinarea mărimilor mecanice sus citate pentru orice caz de încălzire și rezemare așa cum arată expresiile (8.48 și (8.49')) pentru un caz bine determinat.

În cazul barelor cu pereți subțiri, cu secțiune compusă, solicitate la răsucire împiedicată, eforturile unitare se pot determina cu relațiile stabilite în paragrafele anterioare; eforturile unitare normale sectoriale cu relația (8.14) și eforturile unitare tangențiale cu (8.19) respectiv (8.20). În aceste relații, pe lângă caracteristicile geometrice sectoriale întîi și derivate de ordinul doi respectiv trei ale funcției de deplasare fapt ce face ca aceste relații să nu fie ușor operabile. În baza teoriei prezentate, după unele transformări, se poate ajunge la relații simple, ușor de aplicat pentru calcul eforturilor unitare în fiecare caz de solicitare în parte.

8.6.1. Secțiuni compuse din profile simplu și dublu conexe.

A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere

Cunoscând momentul de răsucire liberă (M_{r1}) pentru un anumit caz de încărcare și rezemare (v. relațiile 8.48 respectiv 8.49'), se poate calcula efortul unitar tangențial corespunzător răsucirii libere cu relația (8.23) pentru partea simplu conexă a secțiunii:

$$\tau_{r1} = \frac{M_{r1}}{I_p} \quad (8.23 \text{ a})$$

în care momentul de inerție (I_p) pentru secțiuni compuse, se calculează cu relația (5.6).

Pentru partea dublu conexă a secțiunii, se aplică relația (7.45) sau (8.23 b):

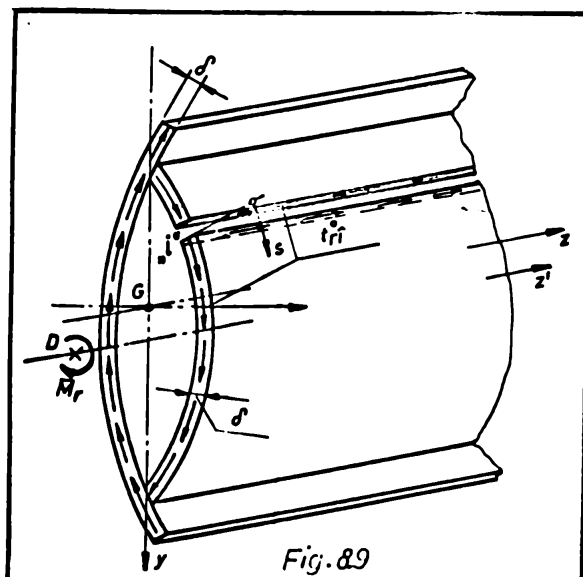
$$\tau_{r1} = \frac{M_{r1}}{\Omega \delta} \quad (7.45)$$

în care (Ω) se calculează cu (5.39) și reprezintă dublul suprafeței marginite de linia mediană a profilului închis.

Din relațiile de mai sus rezultă că efortul unitar tangențial corespunzător răsucirii libere variază liniar pe grosimea peretelui (δ) în zona deschisă (simplu conexă) a profilului și este constant pe grosimea peretelui în zona închisă (dublu conexă) a profilului.

B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale

Pentru calculul efortului unitar tangențial sectorial



produs de răsucirea împiedicată, se recurge la condiția de continuitate a fluxului de forfecare pe conturul închis al profilului, procedeu prezentat în paragraful 4.2.3.2 și aplicat și în capitolul 7. În acest scop, conturul închis al secțiunii compuse se secționează în punctul (i) de pe conturul liniei mediane și se obține o secțiune simplu conexă (fig.8.9) pentru care

se poate calcula fluxul de forfecare cu relația:

$$t_{r\hat{i}}^o = \frac{M_{r\hat{i}} S_{\bar{w}}}{I_{\bar{w}}} \quad (8.50)$$

Momentul de răsucire împiedicată ($M_{r\hat{i}}$) se obține prin rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate (pentru cazul precizat, cu relațiile 8.48 și 8.49'), iar caracteristicile sectoriale ale secțiunii, din relația de mai sus, se calculează în raport cu centrul de răsucire.

Pentru părțile secțiunii compuse, cu profil simplu conex, fluxul de forfecare din răsucire împiedicată, este:

$$t_{r\hat{i}}^c = t_{r\hat{i}}^o \quad (8.51)$$

Pentru părțile secțiunii compuse, cu profil dublu conex, fluxul de forfecare se obține din suprapunerea fluxului de forfecare calculat ca pentru un profil simplu conex (cu 8.50) peste fluxul de forfecare suplimentar și necunoscut din punctul de origine (de secționare) care este constant pe conturul profilului închis, după relația:

$$t_{r\hat{i}}^c = t_{r\hat{i}}^o + \bar{t}_{r\hat{i}}^i \quad (8.52)$$

Fluxul de forfecare suplimentar ($\bar{t}_{r\hat{i}}^i$) se determină cu relațiile (7.49)...(7.51') din condiția ca deformațiile elastice în punctul de secționare (i) fig.8.9, sub efectul fluxului de forfecare ($t_{r\hat{i}}$), să fie în echilibru.

Fluxul de forfecare total, conform cu (8.52) rezultă:

$$t_{r\hat{i}}^c = t_{r\hat{i}}^o - \frac{\oint \bar{t}_{r\hat{i}}^i ds}{\oint ds} \quad (8.53)$$

În cazul secțiunilor poligonale alcătuite din mai multe lamele de lățime (b_{ik}) și grosime (δ_{ik}); fluxul de forfecare total rezultă:

$$t_{r\hat{i}}^c = t_{r\hat{i}}^o - \frac{\sum \frac{M_{r\hat{i}}(ik)}{\delta_{ik}}}{\sum \delta_{ik}} \quad (8.54)$$

Cunoscând fluxul de forfecare ($t_{r\hat{i}}^c$) în orice punct de pe conturul profilului secțiunii compuse, se poate calcula efortul unitar tangențial din răsucire împiedicată, cu relația:

$$\tau_{r\hat{i}} = \frac{t_{r\hat{i}}^c}{\delta} \quad (8.55)$$

C. Eforturi unitare normale sectoriale

Efortul unitar normal sectorial ($\sigma_{\bar{w}}$) se poate calcula cu

relația (8.14) cu toate că aceasta este o relație de definiție. Pentru a ajunge la o relație operantă, de calcul, se elimină termenul $Ef''(z)$ între relațiile (8.14) și (8.15') și se ajunge la:

$$\sigma_{\omega} = \frac{E\omega}{I_{\omega}} \bar{\omega} \quad (8.56)$$

Caracteristicile sectoriale se calculează în raport cu centrul de răsucire (polul principal) al secțiunii transversale, iar bimomentul de încovoiere-răsucire (B_{ω}) se obține prin rezolvarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate pentru fiecare caz de încărcare și rezemare în parte.

8.3.6.2. Secțiuni compuse din profile simplu conexe și multiplu conexe

A. Eforturi unitare tangențiale corespunzătoare răsucirii libere

După ce se cunoaște momentul de răsucire liberă (M_{r1}), efortul unitar tangențial corespunzător părții de moment de răsucire liberă, se determină cu relații de calcul diferite în funcție de zona (simplu sau multiplu conexă) în care se găsește punctul de pe linia mediană la care se referă calculul;

- Pentru zona de secțiune cu profil simplu conex, se folosește relația (8.23 a)

$$\sigma_{r1} = \frac{M_{r1}}{I_r} \delta \quad (8.23 a)$$

- Pentru zona de secțiune cu profil multiplu conex, se calculează în prealabil fluxul de forfecare pentru o celulă arbitrară (c_i) cu relația:

$$t_{r1}^i(c_i) = \frac{M_{r1} \cdot x_i}{2 \sum_{n=1}^n n \cdot x_i} \quad (8.57)$$

după care se poate calcula efortul unitar tangențial din răsucire liberă, în pereții necomuni a două sau mai multe celule, cu relația:

$$\sigma_{r1}(c_i) = \frac{t_{r1}^i(c_i)}{\delta_{ik}} \quad (8.58)$$

Necunoscutele "de celulă" (x_i) se determină după indicațiile din capitolul 5.

Efortul unitar tangențial din răsucire liberă, în pereții comuni a două celule, se calculează cu relație:

$$\sigma_{r1} = \frac{t_{r1}^i(c_i) - t_{r1}^i(c_{i+1})}{\delta_{i, i+1}} \quad (8.59)$$

B. Eforturi unitare tangențiale sectoriale

Pentru a putea calcula efortul unitar tangențial sectorial, se secționează cele (n) celule ale secțiunii compuse și se obține astfel o secțiune simplă conexă, pentru care se poate calcula mai întâi fluxul de forfecare cu relația (8.50)

$$t_{r1}^o = \frac{T_{r1} E_{\bar{\sigma}}}{I_{\bar{\sigma}}} \quad (8.50)$$

Pentru părțile secțiunii compuse cu profil simplu conex, fluxul de forfecare din răsucire împiedicată este;

$$t_{r1}^c = t_{r1}^o \quad (8.60)$$

Pentru părțile secțiunii compuse, alcătuite din (n) celule închise fluxul de forfecare total (t_{r1}^c) se obține din suprapunerea fluxurilor de forfecare suplimentare (necunoscute) peste fluxul de forfecare calculat cu relația (8.50) ca în cazul secțiunii simplu conexe.

Astfel, pentru celula (ci) rezultă;

$$t_{r1}^c(ci) = t_{r1}^o + \bar{t}_{r1}^i(ci) \quad (8.61)$$

Fluxurile de forfecare suplimentare (\bar{t}_{r1}^i) se determină cu ajutorul ecuațiilor (7.61)...(7.63) pentru fiecare celulă în parte. Termenii care intră în relațiile amintite au semnificațiile cunoscute din capitoul precedent.

Cu acestea se poate calcula efortul unitar tangențial sectorial în orice punct de pe conturul liniei mediane a secțiunii compuse alcătuite din profile simplu conexe și multiplu conexe.

Astfel, în zone secțiunii formată din profile simplu conexe, efortul unitar tangențial sectorial se calculează cu relația:

$$\tau_{r1} = \frac{t_{r1}^c}{\delta_{ik}} \quad (8.62)$$

În zona pereților necomuni ai celulelor învecinate, efortul unitar tangențial se calculează cu relația:

$$\tau_{r1}(ci) = \frac{t_{r1}^c(ci)}{\delta_{ik}} \quad (8.63)$$

Pe lungimea pereților comuni a două celule învecinate (fig. 2.10), efortul unitar tangențial sectorial, se calculează cu relația:

$$\tau_{r1(i,j)} = \frac{t_{r1}^c(ci) - t_{r1}^c(cj)}{\delta_{i,j}} \quad (8.64)$$

Prin $(\delta_{i,j})$ s-a notat grosimea peretelui comun dintre celulele (c_i) și (c_j) fig.8.10).

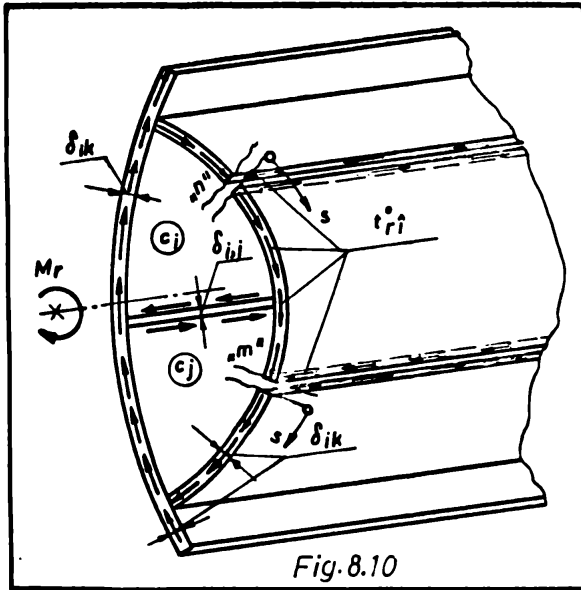


Fig.8.10

C. Eforturi unitare normale sectoriale

Bimomentul de încovoiere-răsucire (\bar{M}) se poate determina cu ajutorul soluției ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate, în orice secțiune de pe lungimea barei și în funcție de aceasta cât și de caracteristicile sectoriale ale secțiunii transversale la care ne referim, se pot determina eforturile unitare normale sectoriale ($\bar{\sigma}$) cu ajutorul

relației (8.56):

$$\bar{\sigma} = \frac{M_T \bar{\omega}}{I_{\omega}} \quad (8.56)$$

Caracteristicile sectoriale (I_{ω} și $\bar{\omega}$) se calculează în raport cu centrul de forfecare (D), care pentru bare cu secțiune constantă pe lungime coincide cu centrul de forfecare.

ȘTILU POLITEHNIC
 ÎMISIA RA
 BIBLIOTECA CENTRALĂ

STUDIUL CONLUCRĂRII SPATIALE AL ANSAMBLULUI
GRINDA DE RULARE - GRINDA DE FRINARE LA PRE-
LUAREA EFECTELOR SECUNDARE ALE INCARCĂRILOR*)

III

9. PRESIUNEA LOCALA

9.1. N o t a ț i i

- l - deschiderea grinzii
- h - înălțimea inimii grinzii
- t_i - grosimea inimii grinzii
- t_t - grosimea tălpii
- A_t - aria secțiunii transversale a tălpii
- I_t - momentul de inerție al secțiunii transversale a tălpii
- 2c - lungimea contactului dintre roată și șină
- $F(x,y)$ - funcția de eforturi unitare a lui Airy
- S - efortul axial în talpă
- T - forța tăietoare
- L - forța de lunecare între talpă și inimă
- \mathcal{E}_{zt} - alungirea specifică a tălpii
- η - deplasarea tălpii în sensul axei y
- I_s - momentul de inerție al secțiunii transversale a șinei
- l_s, l_i, z - lungimea de repartizare a presiunii locale
- P, p - încărcări exterioare
- p_{sim}^s, p_{sim}^i - încărcări exterioare simetrice pe grindă
- p_{asim}^s, p_{asim}^i - încărcări exterioare asimetrice pe grindă

*) Această parte a lucrării (în rezumat) completată cu rezultatele cercetării experimentale aforente, a făcut obiectul comunicării: "Efec-
tele solicitărilor secundare asupra stării de eforturi unitare din
grinzile căilor de rulare", prezentată la Conferința de construc-
ții metalice de la Timișoara din 15-17 Octombrie 1973.

- q - încărcarea transversală totală care acționează asupra tălpilor
- u, v, w - deplasările unui punct din planul secțiunii transversale a inimii după direcțiile axelor x, y, z .
- $\sigma_z, \sigma_y, \tau_{zy}, \tau_{yz}$ - eforturile unitare din inima grinzii
- n - numărul de ordine al termenilor din seria Fourier
- E, μ - caracteristici ale materialului (modulul de elasticitate și coeficientul lui Poisson).

9.2. Generalități

În inimile grinzilor căilor de rulare apar eforturi unitare normale (σ_y, σ_z) și tangențiale (τ_{zy}) din cauza încărcării concentrate aduse de roțile podurilor rulante. Presiunea locală din roțile podurilor se transmite muchiei superioare a inimii grinzii prin intermediul șinelor și tălpilor grinzilor. În calculele ce urmează, șinele de rulare împreună cu tălpile se vor considera ca niște grinzi pe mediu elastic (inima) solicitate la încovoiere.

Starea de eforturi unitare din inima grinzilor căilor de rulare este influențată în mare măsură de modul în care se face con-

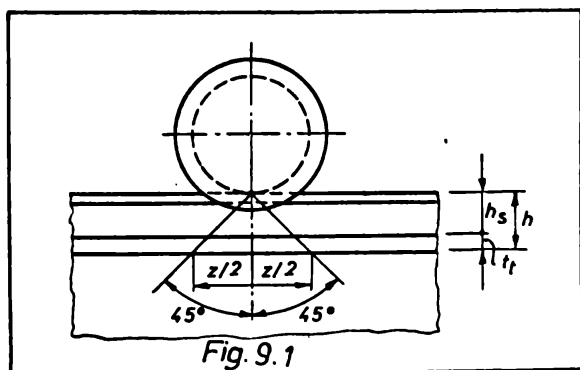


Fig. 9.1

tactul între roată și șină și de modul de rezemare a șinei pe talpa grinzii. În privința contactului dintre roată și șină, după unii cercetători /94/, /96/, /133/, /203/, /207/ se admite că se face după generatoarea cilindru-
lui roții (fig.9.1), caz foarte defavorabil de solici-

tare, iar după alte surse bibliografice /59/, /236/, /272/, cît și după normele românești /239/ se admite că suprafața de contact se extinde pe 5 cm. Contactul dintre talpa șinei și talpa grinzii este de regulă neuniform așa cum se vede din schematizarea dată în figura 9.2. Această discontinuitate a suprafeței de contact se datorește defectelor de laminare a șinei, deformațiilor tehnologice ale tălpilor, unor asperități care pot apărea. Lipsa unui contact intim pe toată suprafața de rezemare a șinelor cît și prezența

joantelor șinelor fac ca starea de eforturi unitare din presiune locală să crească și mai mult. Pentru a atenua aceste efecte defavorabile, în ultima vreme s-a încercat /20/, /176/ să se intercaleze între șină și talpa grinzii o bandă continuă de oțel (OL 00, OL 32), fapt ce a determinat o reducere importantă a virfurilor de sollicitări. Banda elastică sub șină are efecte cu atât mai favorabile cu cât are un modul de elasticitate mai mic. După /24/, /133/,

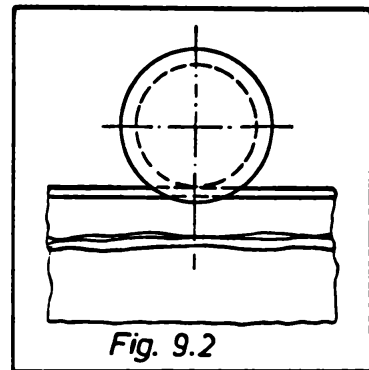


Fig. 9.2

platbenzile elastice se pot folosi cu bune rezultate; bandă de cauciuc cu inserții de pînză și metalice, rășini sintetice sau orice alt material a cărui modul de elasticitate nu depășește 10^4 daN/cm^2 .

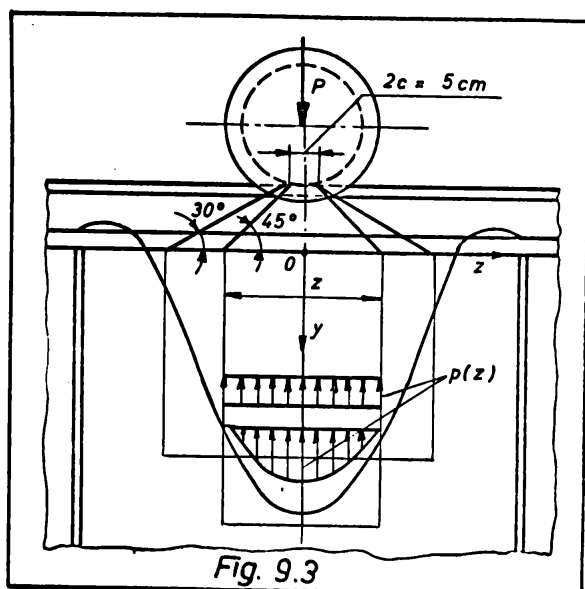
Starea de eforturi unitare din inima grinzii, produsă de presiunea locală mai este influențată de prezența nervurilor de rigidizare. În cazul general, când nervurile de rigidizare merg pe inimă pînă la talpa superioară și se sudează de aceasta, simetria distribuției presiunii locale la nivelul muchiei superioare a inimii se strică, atunci când roata podului se apropie de secțiunea în care există rigidizarea. Datorită rigidității locale mai mari pe porțiunea de talpă dintre roată și nervura de rigidizare de pe grindă se produc concentrări de eforturi care nu sînt încă studiate în măsură suficientă. Acest neajuns poate fi înlăturat dacă rigidizările transversale se opresc la o anumită distanță de talpa superioară /188/. Cazul particular în care roata podului calcă deasupra rigidizării a fost studiat de K.Klöppel și K.H.Liu /132/ arătînd că distribuția încărcării devine din nou simetrică față de axa rigidizării. Avînd în vedere că rigidizările transversale se plasează la o distanță între ele mai mare decît înălțimea inimii grinzii, acestea nu limitează zona de extindere a presiunii locale în lungul grinzii, cînd forța concentrată calcă în centrul panoului rigidizat.

9.3. Transmiterea încărcării locale la grindă

Forța concentrată adusă de roata podului rulant se transmite prin intermediul șinei de rulare și a tălpii superioare la muchia superioară a inimii grinzii sub forma unei încărcări distribuite după o lege oarecare. Cunoașterea acestei încărcări și a modului

ei de repartizare este necesară pentru dimensionarea elementelor de prindere a tălpii superioare de inimă cît și pentru calculul de valoare a inimii grinzii.

Pe baza a numeroase studii teoretice /181/,/282/ și cercetări experimentale /183/,/184/, în mai multe țări europene s-a admis prin norme /59/,/239/ că suprafața de contact dintre roată și șină se extinde pe o lungime $2c = 5$ cm. Plecînd de la limitele zonei de contact dintre roată și șină, forța concentrată se transmite, pînă la nivelul muchiei inimii sau a elementelor de prindere (nituri), sub un anumit unghi (fig.9.3) și în interiorul acestei lungimi (z)



presiunea locală se consideră uniform repartizată sau repartizată după o parabolă /24/. Transmiterea încărcării sub unghiul de 45° acoperă mai bine vârful de solicitare, fapt subliniat în literatura românească și reținut de norme în vigoare /239/. După normele germane /59/,/60/, pentru a accepta o transmitere a încărcării sub 45° se pretinde ca inima să fie prelucrată astfel ca să se asigure un contact intim între aceas-

ta și talpă pe toată lungimea grinzii.

Pentru studiul stării de eforturi unitare din încărcări locale, cele două presupuneri legate de modul de repartizare a presiunii locale în lungul muchiei superioare a inimii sînt nesatisfăcătoare. În vederea unui calcul exact ne putem imagina șina și talpa superioară ca o grindă de lungime infinită rezemată pe mediu elastic (inima grinzii căii de rulare) și încărcată cu o forță concentrată (P). Dacă se egalezază expresiile săgeților grinzii (șina și talpa) și reazemului elastic (inima grinzii de rulare), atunci se obține după /114/, expresia matematică a repartizării încărcării concentrate în lungul muchiei inimii grinzii:

$$p(z) = \frac{P}{2} e^{-|z/\lambda|} (\cos |z/\lambda| + \sin |z/\lambda|) \quad (9.1)$$

unde:
$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{4 I'_x h}{t_i}} ; \quad I'_x = I_t + I_s \quad (9.2, a, b)$$

In vederea unui calcul simplificat al stării de eforturi unitare din inima grinzii, se admite că forța concentrată (P) se repartizează pe fața superioară a tălpii pe o lungime ($2 l_s$), iar pe fața inferioară (în lungul liniei de contact dintre talpă și inimă), pe o lungime ($2 l_i$) /188/. Ambele diagrame de presiuni sînt triunghiulare (fig9.4).

Lungimile pe care se repartizează forța concentrată se calculează cu relațiile:

$$l_s = 2 h_s + 5 \text{ cm} \quad (9.3)$$

$$l_i = \frac{1}{0,3055} \sqrt[3]{\frac{I'_x}{t_i}} \quad (9.4)$$

Lungimea (l_s) se calculează și cu relația (9.4) în care se introduce $I'_x = I_s$ ($I_x = 0$ din 9.2 b) și se adoptă valoarea cea mai mică din cele două. După cercetările lui Broude /27/ lungimea de repartiție (z) se calculează cu relația:

$$z = 3,26 \sqrt[4]{1+1,13 \frac{E}{k_0}} \sqrt[3]{\frac{t_i^4}{I'_x}} \sqrt[3]{\frac{I'_x}{t_i}} \quad (9.5)$$

unde: (k_0) și (E) sînt caracteristicile elastice ale mediului

Pentru cazurile practice lungimea de repartiție se poate calcula cu relația:

$$z = c \sqrt[3]{\frac{I'_x}{t_i}} \quad (9.6)$$

unde (c) este un coeficient ce ține seama de tehnologia de execuție folosită (c = 3,75 pentru grinzi nituite și c = 3,25 pentru grinzi sudate).

După normele românești, lungimea pe care se repartizează forța concentrată (P) se calculează cu relația simplă:

$$z = 5 \text{ cm} + 2 h \quad (9.7)$$

unde: h (cm) se măsoară de la fața superioară a ginei pînă la nivelul la care dorim să calculăm efortul unitar de compresiune (σ_y). Ultimele trei relații presupun distribuție uniformă a presiunii.

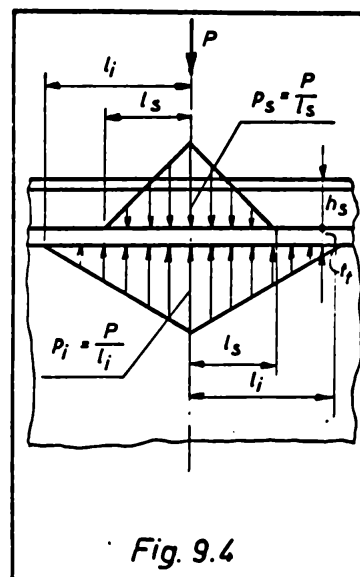


Fig. 9.4

În cazul repartitiei triunghiulare a presiunii, momentul încovoietor atinge valoarea maximă în dreptul forței, iar forța tăietoare la distanța (z_0), în stînga și în dreapta forței (P), unde:

$$z_0 = \frac{l_s \cdot l_i}{l_s + l_i} \quad (9.8)$$

Unele relații de calcul a lungimii prin care se transmite forța concentrată la inimă, operează cu momentul de inerție al tălpii. Aceasta, presupune că întreaga secțiune a tălpii este activă și se încarcă în mod uniform cu efort din presiune locală. Această ipoteză este valabilă numai în cazul unor tălpi înguste. În cazul grinzilor căilor de rulare cu tălpi late, realizate dintr-o singură platbandă sau din mai multe platbenzi suprapuse, solidarizate numai cu cordoane de sudură marginale, se pune problema de a determina lățimea activă a acestor platbenzi și cu aceasta să se conducă calculele în continuare.

9.4. Ipoteze și principii de calcul

Calculul grinzilor căilor de rulare la presiune locală se face cu respectarea ipotezelor și principiilor fundamentale precizate în partea a doua a lucrării privitor la materiale, cu observația că ipoteza secțiunilor plane (J. Bernoulli) în cazul de față, se înlocuiește după cum urmează:

- continuitatea materialului înainte de deformarea elementului se păstrează și după deformare.

Cu toate că ansamblul grinda de rulare - grinda de frinare se comportă ca o structură spațială la preluarea efectelor principale ale încărcării, în cazul efectelor secundare ale acesteia (presiunea locală) este greu de apreciat contribuția grinzii de frinare. De aceea se admite ipoteza că:

- Presiunea locală se distribuie prin intermediul șinei de rulare numai grinzii verticale. Avînd în vedere poziția șinei de rulare pe ansamblul grinda de rulare - grinda de frinare, ipoteza admisă mai sus este acoperitoare și prinde cu bună aproximație starea reală de eforturi unitare din presiunea locală.

În vederea unui calcul exact la presiune locală, după H.G.Vögele /272/, se admite ca tălpile să se calculeze după teoria clasică a încovoierii, iar inima după teoria șaibelor. Inima grinzii se va considera ca o gaibă dreptunghiulară, simplu rezemată în secțiunile de capăt $z = 0$ și $z = 1$ și încărcată pe laturile lungi (de

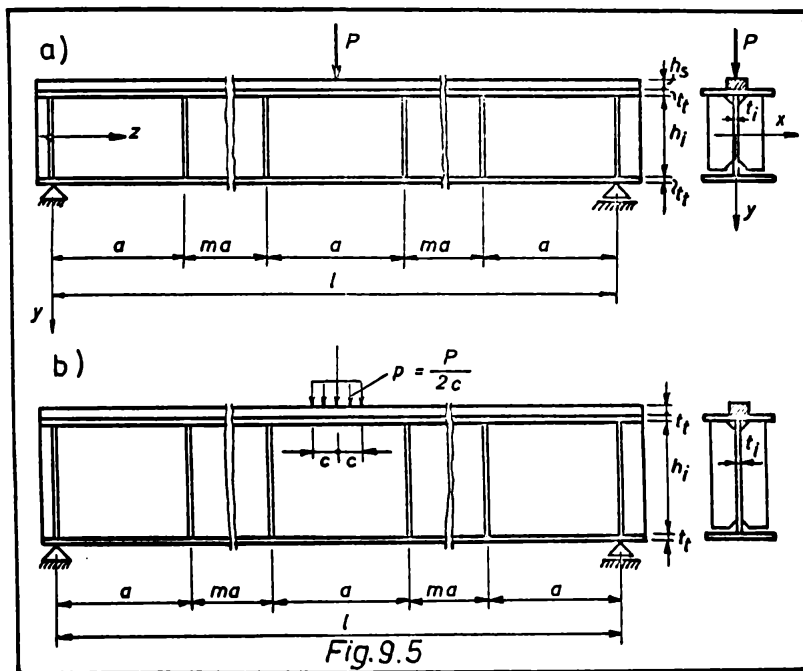
la $y = \pm h/2$) cu forțe normale și de alunecare.

9.5. Calculul stării de eforturi unitare în elementele grinzilor căilor de rulare din presiune locală

Forțele concentrate aduse de roțile podurilor rulante, în ipoteza că se transmit inimii fără excentricități, conduc la presiuni locale mari pe suprafața de contact dintre talpa superioară și inimă. Aceste presiuni locale ^{sau} conduc la o stare de eforturi unitare în elementele grinzii de rulare, care nu poate fi de loc neglijată și care a constituit, în decursul timpului, preocuparea a numeroși cercetători /27/, /180/, /207/, /225/, /272/ și alții. După unele studii și cercetări /113/, /134/, /227/ etc s-a ajuns, pe baza unor ipoteze simplificatoare, la relații simple cu ajutorul cărora se poate calcula starea de eforturi unitare numai la nivelul muchiei superioare a inimii (pe linia de contact dintre talpă și inimă). O asemenea rezolvare a problemei a contribuit la calculul corect al elementelor de prindere a tălpii de inimă (cordoane de sudură sau nituri de gît /247/ și la explicarea defectelor care au apărut în aceste elemente. Pentru calculul la obosală sau la stabilitate locală a inimii grinzii, în unele cazuri, este absolut necesar să se cunoască starea de eforturi unitare din presiunea locală la orice nivel de pe înălțimea inimii grinzii. Aceasta a condus, în baza unor ipoteze mai cuprinzătoare, la un calcul exact al stării de eforturi unitare din presiune locală folosind teoria matematică a gaibelor, care va fi prezentat în continuare.

9.5.1. Calcul exact

Pentru calculul exact al stării de eforturi unitare în elementele grinzilor de rulare, din presiune locală, trebuie să se recurgă la teoria gaibelor, deoarece încărcările concentrate sau distribuite local la nivelul tălpiilor (fig.9.5), fac ca ipoteza secțiunilor plane să nu fie respectată în aceste zone și ca atare, să nu poată fi aplicate relațiile de calcul din teoria clasică a încovierii. Relațiile de calcul pentru eforturile unitare se vor deduce după /88/, /272/ printr-o descompunere în serie trigonometrică simplă a funcției de eforturi unitare (Airy) pentru gaibe și se va ține seama de alungirea specifică a tălpii considerată ca bară. În felul acesta relațiile de calcul pot pune în evidență starea de



eforturi unitare în orice punct și la orice nivel al inimii grinzii.

Încărcarea adusă de roata podului (fig.9.5) pe coroana șinei, uniform re-partizată pe lungimea \$(2c)\$, se dezvoltă în serie simplă Fourier:

$$p(z) = \frac{4p}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin \frac{n\pi}{2} \sin \alpha_n z \quad (9.9)$$

unde s-a făcut notația $\alpha_n = \frac{n\pi}{l}$

Pentru comoditatea calculelor este avantajos ca încărcarea din figura 9.5 b, să fie descompusă în două grupe de încărcări; una simetrică și una nesimetrică, ca în figura 9.6. Cu aceasta, din relația (9.9) se obține cazul general de încărcare:

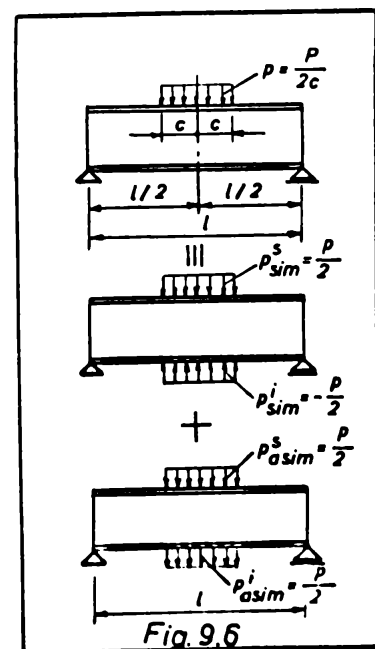
$$p(z)_{sim}^s = \frac{2p}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi c}{l} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \alpha_n z \quad (9.10 a)$$

$$p(z)_{sim}^i = \frac{-2p}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi c}{l} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \alpha_n z \quad (9.10 b)$$

$$p(z)_{asim}^s = \frac{2p}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi c}{l} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \alpha_n z \quad (9.11 a)$$

$$p(z)_{asim}^i = \frac{-2p}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi c}{l} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \alpha_n z \quad (9.11 b)$$

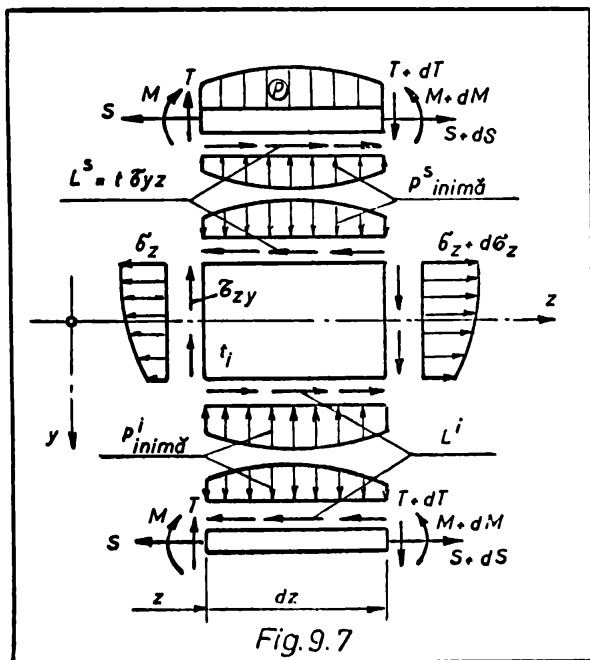
În vederea stabilirii formulelor de calcul a stării de eforturi unitare pentru cazul general, fiecare element component al grinzii se încarcă cu forțe exterioare și cu forțe de legătură,



aşa cum se vede din figura 9.7.

Pentru funcția de eforturi unitare din șaibă se alege următoarea expresie:

$$F(z,y) = \sum_{n=1,2,3,\dots}^n \frac{1}{\alpha_n^2} \left[C_{1n} \operatorname{ch} \alpha_n y + \alpha_n y C_{2n} \operatorname{sh} \alpha_n y + C_{3n} \operatorname{sh} \alpha_n y + \alpha_n y C_{4n} \operatorname{ch} \alpha_n y \right] \sin \alpha_n z \quad (9.12)$$



Dacă se ține seama de faptul că grinda admite, în raport cu axa verticală de la $z=1/2$ atât simetrie geometrică cât și simetrie mecanică (de încărcare), atunci termenii cu indice par din expresia funcției Airy de mai sus dispar și rezultă:

$$F(z,y) = \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{\alpha_n^2} \left[C_{1n} \operatorname{ch} \alpha_n y + \alpha_n y C_{2n} \operatorname{sh} \alpha_n y + C_{3n} \operatorname{sh} \alpha_n y + \alpha_n y C_{4n} \operatorname{ch} \alpha_n y \right] \sin \alpha_n z \quad (9.13)$$

Eforturile unitare din șaibă se obțin cu ajutorul relațiilor cunoscute din Teoria elasticității:

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F(z,y)}{\partial y^2} ; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F(z,y)}{\partial z^2} ; \quad \tau_{yz} = - \frac{\partial^2 F(z,y)}{\partial z \cdot \partial y} \quad (9.14.a,b,c)$$

Deplasările unui punct de pe inima grinzii se exprimă cu relațiile:

$$w(z,y) = \frac{1}{E} \left[\int \frac{\partial^2 F(z,y)}{\partial y^2} dz - \mu \frac{\partial F(z,y)}{\partial z} + \Gamma_1(y) \right] \quad (9.15a)$$

$$v(z,y) = \frac{1}{E} \left[\int \frac{\partial^2 F(z,y)}{\partial z^2} dy - \mu \frac{\partial F(z,y)}{\partial y} + \Gamma_2(z) \right] \quad (9.15 b)$$

Unde: $\Gamma_1(y)$ și $\Gamma_2(z)$ sînt niște funcții care îndeplinesc rolul constantelor de integrare și se determină din condiții de margine. Ținînd seama de forma funcției de eforturi unitare pentru șaiba dreptunghiulară (9.12), rezultă niște funcții liniare de forma:

$$\begin{cases} \Gamma_1(y) = K_0 + K_1 y \\ \Gamma_2(z) = K_2 - K_1 z \end{cases} \quad (9.16. a,b)$$

Efortul axial (S) din talpa superioară, se obține din relația cunoscută a lui Euler:

$$S = EA_t \varepsilon_{zt} \quad (9.17)$$

Încărcarea totală transversală care acționează asupra tălpii superioare (fig.9.7) este:

$$q = p - P_{in}^s \quad (9.18)$$

Din condiții de echilibru scrise pentru elementul de talpă de lungime elementară (dz) fig.9.7) rezultă:

$$q = E I_t \eta^{IV} \quad (9.18 a)$$

și

$$L^s = - \frac{dS}{dz} \quad (9.19)$$

ținând seama că:

$$\varepsilon_{zt} = (w')_y = - \frac{h_i}{2} \quad \text{și} \quad \eta = (v)_y = - \frac{h_i}{2} \quad (9.20 a,b)$$

din relațiile (9.17) și (9.19) rezultă:

$$L^s = - EA_t (w'')_y = - \frac{h_i}{2} \quad (9.21)$$

În mod analog, din relațiile (9.18), (9.18 a) și (9.20 b) se obține:

$$p - P_{in}^s = EI_t (v^{IV})_y = - \frac{h_i}{2} \quad (9.22)$$

Pentru talpa inferioară (fig.9.7) se pun aceleași condiții ca și pentru talpa superioară și în final se pot scrie relațiile pentru forța de alunecare și încărcare transversală de la nivelul $y = \frac{h_i}{2}$;

$$L^i = EA_t (w'')_y = \frac{h_i}{2} \quad (9.23)$$

$$P_{in}^i = EI_t (v^{IV})_y = \frac{h_i}{2} \quad (9.24)$$

Forța de alunecare și încărcarea verticală de la nivelul $y = \pm h_i/2$, pot fi exprimate în funcție de grosimea inimii, de eforturile unitare din inimă astfel:

$$L^s = t_i (\bar{\sigma}_{yz})_{y=-hi/2}; \quad L^i = t_i (\bar{\sigma}_{yz})_{y=hi/2} \quad (9.25 \text{ a,b})$$

$$si \quad p_{in}^s = -t_i (\bar{\sigma}_y)_{y=-h_i/2}; \quad p_{in}^i = -t_i (\bar{\sigma}_y)_{y=h_i/2} \quad (9.26 \text{ a,b})$$

Sub efectul solicitărilor din tălpi și șaibă (inimă) acestea trebuie să rămână în echilibru. În cazul acesta, din relațiile (9.21) (9.22) și (9.25 a), (9.26 a), se poate scrie:

$$t_i (\bar{\sigma}_{yz})_{y=-hi/2} + EA_t (w'')_{y=-hi/2} = 0 \quad (9.27)$$

$$-t_i (\bar{\sigma}_y)_{y=-hi/2} + ET_t (v^{IV})_{y=-hi/2} = p \quad (9.28)$$

La nivelul tălpii inferioare se obține în mod analog din relațiile (9.23), (9.24) și (9.25 b), (9.26 b):

$$t_i (\bar{\sigma}_{yz})_{y=h/2} - EA_t (w'')_{y=h/2} = 0 \quad (9.29)$$

$$t_i (\bar{\sigma}_{yz})_{y=h/2} + EI_t (v^{IV})_{y=h/2} = 0 \quad (9.30)$$

Cu ajutorul relațiilor (9.14) și (9.15) și ținând seama că funcțiile $\Gamma_{1,2}$ (9.16) sînt liniare în raport cu (y) și (z), din relațiile (9.27, ..., 9.30) se obține:

$$t_i \left(\frac{\partial^2 F(z,y)}{\partial z \partial y} \right)_{y=-hi/2} - A_t \left[\int \frac{\partial^4 F(z,y)}{\partial z^2 \partial y^2} dz - \mu \frac{\partial^3 F(z,y)}{\partial z^3} \right]_{y=-hi/2} = 0 \quad (9.31)$$

$$t_i \left(\frac{\partial^2 F(z,y)}{\partial z \partial y} \right)_{y=-hi/2} - I_t \left[\int \frac{\partial^6 F(z,y)}{\partial z^6} dy - \mu \frac{\partial^5 F(z,y)}{\partial z^4 \partial y} \right]_{y=-hi/2} = -p \quad (9.32)$$

$$t_i \left(\frac{\partial^2 F(z,y)}{\partial z \partial y} \right)_{y=hi/2} + A_t \left[\int \frac{\partial^4 F(z,y)}{\partial z^2 \partial y^2} dz - \mu \frac{\partial^3 F(z,y)}{\partial z^3} \right]_{y=hi/2} = 0 \quad (9.33)$$

$$t_i \left(\frac{\partial^2 F(z,y)}{\partial z^2} \right)_{y=hi/2} + I_t \left[\int \frac{\partial^6 F(z,y)}{\partial z^6} dy - \right. \\ \left. - \mu \frac{\partial^5 F(z,y)}{\partial z^4 \partial y} \right]_{y=hi/2} = 0 \quad (9.34)$$

In aceste patru relații (9.31,...,9.34), ținând seama că încărcarea exterioară este dezvoltată în serie trigonometrică simplă (9.9,...9.11), sînt cuprinse în exclusivitate expresii de forma $\sum_{1,3,5} Z_n Y_k$. Deoarece toți termenii de rangul $n = k$, în baza relațiilor de definiție a funcției Airy, sînt mărimi afine și fiecare al (n-lea) termen din expresiile (9.9) și (9.12) verifică ecuația diferențială a gaubei:

$$\Delta \Delta F(z,y) = 0 \quad (9.35)$$

rezultă că ecuațiile (9.31, ... 9,34) vor fi satisfăcute numai pentru termenii de rangul $n = k$. In felul acesta se ajunge la o formulă de recurență pentru constantele C_{1n}, \dots, C_{4n} , de unde după efectuarea calculelor intermediare, rezultă ;

- Pentru încărcări simetrice:

$$C_{1n} = \frac{Q_{1n} K_{1n}}{A_n B_n - D_n E_n} \quad ; \quad C_{2n} = \frac{Q_{2n} K_{2n}}{A_n B_n - D_n E_n} \quad ; \quad C_{3n} = C_{4n} = 0 \quad (9.36)$$

- Pentru încărcări nesimetrice

$$C_{1n} = C_{2n} = 0 \\ C_{3n} = \frac{Q_{3n} K_{3n}}{A'_n B'_n - D'_n E'_n} \quad ; \quad C_{4n} = \frac{Q_{4n} K_{4n}}{A'_n B'_n - D'_n E'_n} \quad (9.37)$$

Unde: termenii de încărcare (Q_{1n}, \dots, Q_{4n}) se calculează din relația:

$$Q_{1n} = Q_{4n} = -Q_{2n} = -Q_{3n} = -\frac{2}{\pi} p \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi c}{1} \sin \frac{n\pi}{2} \quad (9.38)$$

iar coeficientul (K_{1n}, \dots, K_{4n}), (A_n, B_n, D_n, E_n) și A'_n, B'_n, D'_n, E'_n) se dau în anexa 9.1.

Pentru cazul de încărcare cu forță concentrată aplicată punctual (fig.9.5 a), relațiile de calcul a constantelor C_{1n}, \dots, C_{4n} (9.36;9.37) se păstrează, cu deosebirea că termenii de încărcare (Q_{1n}, \dots, Q_{4n}) se transformă astfel: relațiile (9.38) se amplifică cu raportul cl/cl și se ține seama că $P = 2cp$ (fig.9.5 b), iar după trecere la limită cînd $c \rightarrow 0$, rezultă:

$$Q_{1n} = Q_{4n} = - Q_{2n} = - Q_{3n} = - \frac{P}{l} \sin \frac{n\pi}{2} \quad (9.38 \text{ a})$$

După determinarea constantelor ($C_{1n} \dots, C_{4n}$), din condiții de echilibru între talpă și inimă pentru diferite cazuri de încărcare (fig.9.5) se pot scrie, după efectuarea calculelor intermediare pe baza relațiilor (9.13) și (9.14), expresiile de calcul ale eforturilor unitare, valabile în orice punct de pe inima grinzii;

$$\begin{aligned} \sigma_z = \sum_{1,3,5,\dots} \left[\frac{Q_{1n} K_{1n} + 2Q_{2n} K_{2n}}{A_n B_n - D_n E_n} \operatorname{ch} \alpha_{ny} + \frac{Q_{2n} K_{2n}}{A_n B_n - D_n E_n} \alpha_{ny} \operatorname{sh} \alpha_{ny} + \right. \\ \left. + \frac{Q_{3n} K_{3n} + 2Q_{4n} K_{4n}}{A'_n B'_n - D'_n E'_n} \operatorname{sh} \alpha_{ny} + \frac{Q_{4n} K_{4n}}{A'_n B'_n - D'_n E'_n} \alpha_{ny} \operatorname{ch} \alpha_{ny} \right] \sin \alpha_n z \end{aligned}$$

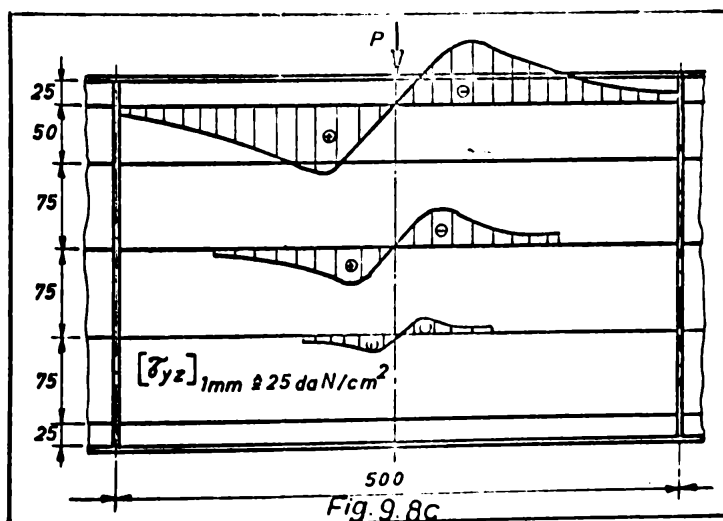
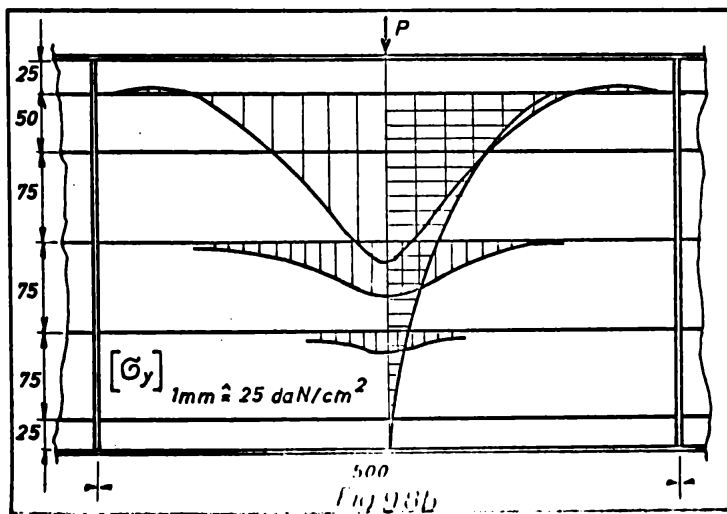
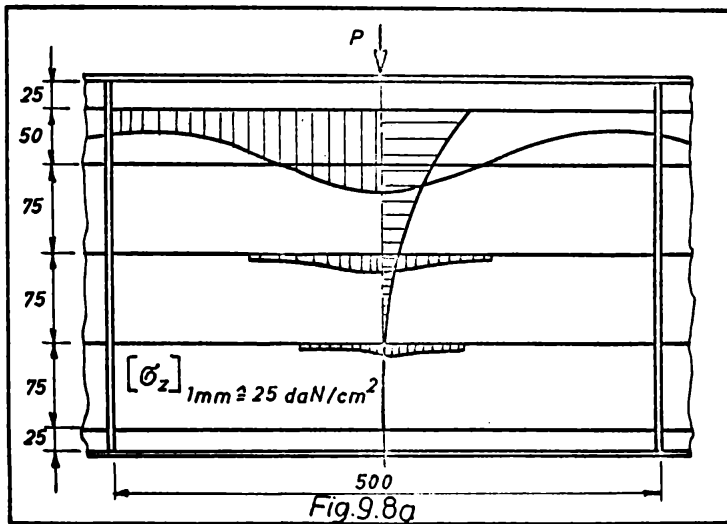
$$\begin{aligned} \sigma_y = - \sum_{1,3,5,\dots} \left[\frac{Q_{1n} K_{1n}}{A_n B_n - D_n E_n} \operatorname{ch} \alpha_{ny} + \frac{Q_{2n} K_{2n}}{A_n B_n - D_n E_n} \alpha_{ny} \operatorname{sh} \alpha_{ny} + \right. \\ \left. + \frac{Q_{3n} K_{3n}}{A'_n B'_n - D'_n E'_n} \operatorname{sh} \alpha_{ny} + \frac{Q_{4n} K_{4n}}{A'_n B'_n - D'_n E'_n} \alpha_{ny} \operatorname{ch} \alpha_{ny} \right] \sin \alpha_n z \quad (9.39 \text{ a, b,}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{yz} = - \sum_{1,3,5,\dots} \left[\frac{Q_{1n} K_{1n} + Q_{2n} K_{2n}}{A_n B_n - D_n E_n} \operatorname{sh} \alpha_{ny} + \frac{Q_{2n} K_{2n}}{A_n B_n - D_n E_n} \alpha_{ny} \operatorname{ch} \alpha_{ny} + \right. \\ \left. + \frac{Q_{3n} K_{3n} + Q_{4n} K_{4n}}{A'_n B'_n - D'_n E'_n} \operatorname{ch} \alpha_{ny} + \frac{Q_{4n} K_{4n}}{A'_n B'_n - D'_n E'_n} \alpha_{ny} \operatorname{sh} \alpha_{ny} \right] \cos \alpha_n z \end{aligned}$$

Relațiile (9.39) sînt aplicabile atît pentru încărcări distribuite, cînd termenii de încărcare se calculează cu relațiile (9.38) cît și pentru încărcări concentrate aplicate punctual, cînd termenii de încărcare se calculează cu expresiile (9.38 a).

În zonele de aplicare a încărcărilor (p, P), pe linia de contact dintre talpa superioară și muchia inimii grinzii, se ating valori mari ale eforturilor unitare fapt ce determină o slabă convergență a expresiilor (9.39) mai ales dacă s-a considerat că lungimea semiperioadei (l) este egală cu lungimea grinzii. Calculul stării de eforturi unitare în felul acesta prezintă avantajul că formula (9.39 a) conduce la efortul unitar normal (σ_z) total, atît din presiune locală cît și din încovoiere generală în raport cu axa $x-x$.

Convergența relațiilor (9.39) crește pe măsură ce ne depărtăm de muchia superioară a inimii și vîrfurile de eforturi unitare se atenuează precum și odată cu reducerea lungimii semiperioadei (l).



Conform ipotezelor și principiilor de calcul admise, așa cum s-a mai arătat, încărcarea concentrată creează o stare de eforturi unitare care se extinde pe o lungime ce nu depășește înălțimea grinzii. Dacă se ține seama că rigidizările transversale pe inima grinzii se plasează la distanța $a \gg h_i$, atunci drept lungime a semiperioadei (1) se poate lua distanța dintre rigidizările transversale (a). În felul acesta convergența crește foarte mult, conducând la un calcul exact, chiar în ipoteza folosirii unui număr mic de termeni.

Pentru o forță concentrată ($P = 1$), repartizată uniform pe lungimea ($2c$), cu datele geometrice ale grinzii de tip "A" (vezi

partea a IV-a), s-au efectuat calculele iar în figura 9.8 sînt prezentate diagramele de variație a eforturilor unitare, la trei nivele diferite ale inimii grinzii, corectate cu încărcarea reală de pe model.

9.5.2. Calculul aproximativ

Calculul stării de eforturi unitare în inima grinzii căii de rulare, provenite din încărcări concentrate aduse de roțile podurilor rulante, în condițiile unor ipoteze de calcul mai puțin cuprinzătoare, mai simpliste, a condus la relații finale simple, care în general se pot aplica numai în lungul liniei de contact dintre talpă și inimă în care caz se obțin rezultate comparabile cu cele obținute prin calculul exact.

Calculul stării de eforturi unitare, după K.Girkmann /88/ și K.Eckinger /72/ se face în ipoteza neglijării influenței eforturilor tangențiale, care apar între talpă și inimă, asupra eforturilor unitare normale (σ_y). Pentru calcul se admite că încărcarea de pe grindă se descompune în serie trigonometrică simplă (9.9), iar pentru funcția de eforturi unitare se admite relația de forma (9.13). Constantele din funcția Airy (C_{1n}, \dots, C_{4n}) se determină din condiții de margine, admitînd aproximația că:

$$\begin{aligned} \text{pentru } y = -\frac{h_i}{2}, \quad \sigma_y &= -\frac{p(z)}{t_i} \quad \text{și} \quad \tau_{zy} = 0 \\ \text{pentru } y = \frac{h_i}{2}, \quad \sigma_y &= 0 \quad \text{și} \quad \tau_{zy} = 0 \end{aligned} \quad (9.40)$$

După efectuarea calculelor din (9.14) și ținînd seama de (9.40) rezultă:

$$\begin{aligned} C_{1n} &= 0 \\ C_{2n} &= \frac{p}{t_i} \frac{\alpha_n h_i \operatorname{sh} \alpha_n h_i}{\operatorname{sh}^2 \alpha_n h_i - \alpha_n^2 h_i^2} \\ C_{3n} = -C_{4n} &= \frac{p}{t_i} \frac{\operatorname{sh} \alpha_n h_i + \alpha_n h_i \operatorname{ch} \alpha_n h_i}{\operatorname{sh}^2 \alpha_n h_i - \alpha_n^2 h_i^2} \end{aligned} \quad (9.41 \text{ a,b,c,d})$$

Cu acestea, eforturile unitare (9.14) se pot exprima astfel:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{p}{t_i} \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \alpha_n h_i - \alpha_n^2 h_i^2} \left[\alpha_n h_i \operatorname{sh} \alpha_n h_i (2 \operatorname{ch} \alpha_n y + \alpha_n y \operatorname{sh} \alpha_n y) - \right. \\ &\quad \left. - (\operatorname{sh} \alpha_n h_i + \alpha_n h_i \operatorname{ch} \alpha_n h_i) (\operatorname{sh} \alpha_n y + \alpha_n y \operatorname{ch} \alpha_n y) \right] \sin \alpha_n z \\ \sigma_y &= \frac{-p}{t_i} \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \alpha_n h_i - \alpha_n^2 h_i^2} \left[\alpha_n h_i \operatorname{sh} \alpha_n h_i (\alpha_n y \operatorname{sh} \alpha_n y) + \right. \\ &\quad \left. + (\operatorname{sh} \alpha_n h_i + \alpha_n h_i \operatorname{ch} \alpha_n h_i) (\operatorname{sh} \alpha_n y - \alpha_n y \operatorname{ch} \alpha_n y) \right] \sin \alpha_n z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zy} = \frac{-p}{t_i} \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \alpha_n h_i - \alpha_n^2 h_i^2} & \left[\alpha_n h_i \operatorname{sh} \alpha_n h_i (\operatorname{sh} \alpha_n y + \alpha_n y \operatorname{ch} \alpha_n y) - \right. \\ & \left. - \alpha_n y \operatorname{sh} \alpha_n y (\operatorname{sh} \alpha_n h_i + \alpha_n h_i \operatorname{ch} \alpha_n h_i) \right] \cos \alpha_n z \quad (9.43 \text{ a,b,c}) \end{aligned}$$

Cu ajutorul relațiilor de mai sus se poate pune în evidență starea de eforturi unitare în orice punct de pe inima grinzii, cauzată de încărcarea $p = P/2c$, cu o anumită aproximație determinată de ipoteza admisă în calcul.

Pentru cazul particular în care rigiditatea axială a tălpii grinzii se neglijează ($EA_t = 0$) efortul unitar local de compresiune (σ_y), în punctul de sub forța concentrată ((P) fig.9.5 a) la nivelul liniei de contact dintre talpă și inimă, se calculează cu bună aproximație, cu relația stabilită în /88/:

$$\sigma_y = - 0,3055 \frac{P}{t_i} \sqrt[3]{\frac{t_i}{I_t}} \quad (9.44)$$

Pe baza cercetărilor lui J.Rieve /207/,/208/, în ipoteza că rigiditatea axială a tălpii este infinită ($EA_t = \infty$), s-a ajuns la o relație similară cu (9.44) pentru același caz de încărcare:

$$\sigma_y = - 0,3176 \frac{P}{t_i} \sqrt[3]{\frac{t_i}{I_t}} \quad (9.45)$$

Pentru același caz de încărcare ca mai sus, starea de eforturi unitare pe marginea superioară a inimii, sub forța concentrată, după /94/,/227/,/230/, se determină cu relațiile:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{0,16 P}{\sqrt[3]{t_t t_i I_s}} \left(1 + 0,07 \sqrt[3]{\frac{t_t^4}{I_s}} \right) \\ \sigma_y &= \frac{0,4 P}{\sqrt[3]{t_i^2 I_s}} \left(1 - 0,32 \sqrt[3]{\frac{t_t^4}{I_s}} \right) \\ \sigma_{zy} &= \frac{0,4 P}{\sqrt[3]{t_i^2 I_s}} \left(1 - 0,70 \sqrt[3]{\frac{t_t^4}{I_s}} \right) \end{aligned} \quad (9.46 \text{ a,b,c})$$

După normele românești /239/ și după /191/,/226/,/237/, efortul unitar normal din presiune locală ($\sigma_y \approx \sigma_1$) se calculează cu relația simplă:

$$\sigma_y = \frac{P}{z t_i} \quad (9.47)$$

unde: z se calculează cu relația (9.7) respectiv (9.6).

Calculul stării de eforturi unitare cu relațiile (9.44,..., 9.47), pe lângă avantajul care îl au, prezintă dezavantajul că nu conduc la nici o informare legată de modul de variație a eforturilor unitare în lungul grinzii (lucru important mai ales pentru fenomenul de oboseală) și nici pe înălțimea acesteia.

Anexa 9.1.

Relații auxiliare de calcul

- Coeficienții K_{in} ($i = 1, 2, 3, 4$):

$$K_{1n} = \frac{1}{\text{sh } \omega_n} \left[t_i (1 + \omega_n \text{cth } \omega_n) + A_t \alpha_n (2 \text{cth } \omega_n + (1 + \mu) \omega_n) \right]$$

$$K_{2n} = \frac{1}{\text{sh } \omega_n} \left[t_i + A_t \alpha_n (1 + \mu) \text{cth } \omega_n \right]$$

$$K_{3n} = \frac{1}{\text{ch } \omega_n} \left[t_i (1 + \omega_n \text{th } \omega_n) + A_t \alpha_n (2 \text{th } \omega_n + (1 + \mu) \omega_n) \right]$$

$$K_{4n} = \frac{1}{\text{ch } \omega_n} \left[t_i + A_t \alpha_n (1 + \mu) \text{th } \omega_n \right]$$

- Coeficienții A_n, B_n, D_n, E_n , pentru încărcări simetrice:

$$A_n = K_{2n} \text{sh } \omega_n$$

$$B_n = \left[t_i \omega_n + I_t \alpha_n^3 \left\{ (1 + \mu) \omega_n \text{cth } \omega_n - (1 - \mu) \right\} \right]$$

$$D_n = \left[t_i \text{cth } \omega_n + I_t \alpha_n^3 (1 + \mu) \right]$$

$$E_n = K_{1n} \text{sh } \omega_n$$

- Coeficienții A'_n, B'_n, D'_n, E'_n pentru încărcări asimetrice:

$$A'_n = K_{4n} \text{ch } \omega_n$$

$$B'_n = \left[t_i \omega_n + I_t \alpha_n^3 \left\{ (1 + \mu) \omega_n \text{th } \omega_n - (1 - \mu) \right\} \right]$$

$$D'_n = \left[t_i \text{th } \omega_n + I_t \alpha_n^3 (1 + \mu) \right]$$

$$E'_n = K_{3n} \text{ch } \omega_n$$

unde: $\omega_n = \alpha_n \frac{h_i}{2}$

10. RASUCIREA LOCALA

10.1. N o t a ț i i

- x, y - coordonatele carteziene în planul secțiunii transversale
 z - coordonata longitudinală a grinzii
 a - distanța între două rigidizări transversale consecutive
 \bar{M}_R - momentul de răsucire concentrat exterior
 $f(x, y)$ - funcția deplasărilor axiale
 M_R - momentul de răsucire interior
 $\varphi(z)$ - unghiul de răsucire a unei secțiuni curente
 $m_R(z)$ - intensitatea momentului de răsucire pe unitatea de lungime
 $\bar{m}_R(z)$ - intensitatea momentului de răsucire rezistent de la marginea superioară a inimii
 h_i - înălțimea inimii grinzii
 h_{ir} - înălțimea redusă a inimii
 t_i - grosimea inimii
 E - modulul de elasticitate (longitudinal)
 G - modulul de elasticitate transversal
 μ - coeficientul contracției transversale (a lui Poisson)
 I_x, I_y - momentele de inerție principale
 $I_{x^2y} = \iint_A x^2y \, dx \, dy$
 $I_{x^2y^2} = \iint_A x^2y^2 \, dx \, dy$
 $I_{\omega c} = I_{x^2y^2} - \frac{(I_{x^2y})^2}{I_y}$
 $I_{rc} = \frac{4I_x I_y}{I_x + I_y}$
 $D = \frac{1}{I_x + I_y} - \frac{1}{I_{rc}}$
- mărimi geometrice speciale
 - eroarea de inerție
- M_R^A, M_R^B - momentele de răsucire reacțiune în reazemele (A) și (B)
 u, v, w - deplasările unui punct din planul secțiunii transversale după direcțiile axelor x, y și z .

- $w_2(z)$ - deplasarea unui punct din planul secțiunii transversale în lungul axei (Oz) datorită încovoierii
- $w_4(z)$ - funcția ce caracterizează deplanarea secțiunii transversale datorită solicitării de răsucire
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ - eforturile unitare normale, orientate în lungul axelor (x,y,z) datorită deplanării împiedicate.
- τ_{xz}, τ_{yz} - eforturi unitare tangențiale datorită solicitării de răsucire

10.2. Generalități

În grinziile căilor de rulare, datorită încărcărilor aduse de podurile rulante, apare o stare complexă de eforturi unitare care după normele în vigoare cât și după teoriile clasice din Rezistența materialelor, nu poate fi prinsă în calcul în totalitatea ei. Metodele clasice de calcul se limitează la determinarea stării de eforturi unitare din efectele principale ale încărcărilor (momente încovoietoare și forțe tăietoare) și a stării de deformație. Ele nu țin seama de unele efecte principale (răsucirea generală) și mai ales de efectele secundare ale încărcărilor (presiunea locală, răsucirea locală, încovoierea transversală a tălpilor direct încărcate etc), ori după cum s-a arătat în prima parte a lucrării de față, aceste efecte constituie cauza multor defecte apărute la grinziile căilor de rulare. Efectele secundare ale încărcărilor sînt cu atît mai importante cu cît dimensiunile grinzilor căilor de rulare și încărcările pe care acestea le preiau, sînt mai mari. De aici rezultă că, normele în vigoare și metodele clasice de calcul a grinzilor căilor de rulare nu au ținut pas cu dezvoltarea rapidă a tehnicii și noile condiții de exploatare a acestora. Pentru aceasta este necesar o dezvoltare a metodelor de calcul și o îmbunătățire a normelor în vigoare, astfel ca să poată fi prinse în calcul toate efectele încărcărilor aduse de podurile rulante.

În categoria solicitărilor secundare, răsucirea ocupă un loc important. Răsucirea poate fi generală, producînd o stare de eforturi unitare în toate elementele ansamblului grinda de rulare - grinda de frînare (tratată în capitolele anterioare) și locală care poate apărea oriunde la nivelul tălpii superioare, în domeniul limitat de rigidizările transversale de pe inima grinzii verticale. În funcție de modul de alcătuire a tălpii superioare a grinzii căii de rulare, starea de eforturi unitare poate fi determinată cu ajutorul teoriei elasticității /154/, /160/, a teoriei barelor cu pe-

reți subțiri/85/,/253/,/254/ sau cu teoria barelor cu pereți subțiri adaptată pentru secțiuni pline necirculare /287/.

Eforturile unitare din răsucire locală se suprapun peste eforturile unitare produse de efectele principale ale încărcării la nivelul tălpii superioare a grinzii.

10.3. Factori care determină solicitarea de răsucire

În cazul general al grinzilor căilor de rulare, rezultanta încărcărilor aduse de podurile rulante nu trece prin centrul de răsucire (forfecare) al secțiunii transversale, și ca urmare, pe lângă solicitarea de încovoiere cu forță tăietoare mai apare și solicitarea de răsucire. Rezultă așadar, că încărcările verticale, orizontale transversale aduse de podurile rulante și cele uniforme repartizate de pe grinda orizontală (pasarela de circulație) se transmit grinzilor căilor de rulare cu o anumită excentricitate. Având în vedere că încărcările orizontale transversale pot acționa în ambele sensuri pe grindă, rezultă că în anumite condiții momentele de răsucire din încărcările verticale se pot cumula cu cele date de încărcările orizontale. Mărimea momentului de răsucire depinde de mărimea încărcărilor verticale și orizontale, de excentricitatea cu care acestea se aplică, de modul în care se realizează contactul între suprafața de rulare a roții și suprafața șinei etc. La calculul momentului de răsucire, încărcările verticale sînt preponderente în raport cu încărcările orizontale transversale, însă acestea din urmă se aplică de regulă cu o excentricitate mai mare, mai ales în cazul cînd pentru răsucirea locală, din ansamblul grinzii căii de rulare, se ia în considerare numai grinda verticală.

Încărcările verticale și orizontale transversale, aduse de podurile rulante, care se iau în considerare la calculul momentului de răsucire, sînt cele prevăzute în standardele oficiale de Stat. Mărimea încărcărilor verticale se abate de la valorile standardizate în limite acceptabile, însă mărimea încărcărilor orizontale transversale, care în situația actuală se determină suficient de aproximativ, variază în limite largi depinzînd în bună măsură de modul în care se face ghidarea podurilor rulante : cu roți cu bandaje duble (fig. 10.1 a), cînd pot apărea forțe orizontale foarte mari la șerpuirea podului și la variația distanțelor dintre axele grinzilor de rulare; cu role de ghidaj montate pe ambele părți ale podurilor (fig. 10.1 b),

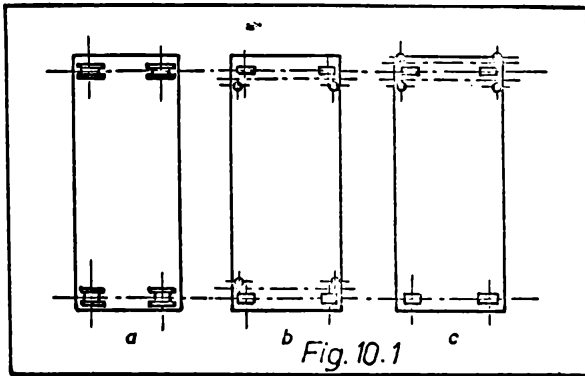


Fig. 10.1

cînd pot apărea forțe orizontale mari la modificarea distanței dintre grinzi; cu role de ghidaj duble montate pe o singură parte a podului (fig. 10.1 c) cînd nu mai pot apărea forțe orizontale transversale mari.

Excentricitatea încărcărilor aduse de podurile rulante poate crește și în consecință

crește și momentul de răsucire, ca

urmare a:

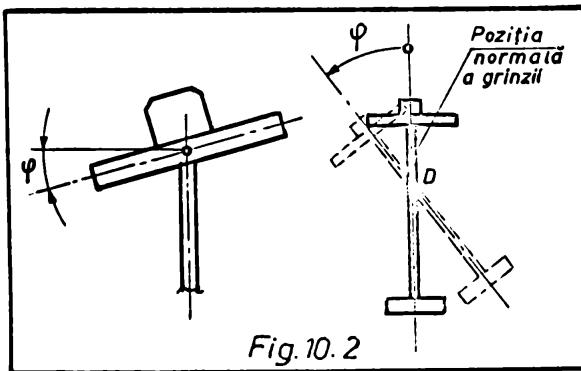


Fig. 10.2

- imperfecțiunilor de alcătuire și montaj a grinzilor verticale (fig. 10.2)

- unui contact lateral între șina de rulare și roata podului (fig. 10.3 a)

- excentricității de montaj a tălpilor pe inimă (e_1) și a șinei pe talpa grinzii verticale (e_0) (fig. 10.3b).

- uzurii inegale a șinelor de

rulare și a roților provocată de mersul șerpuit al podurilor.

- slăbirii șuruburilor de strîns sau jocului (e) prea mare între tălpile șinelor și plăcuțele sau opritorii de fixare a acestora (fig. 10.4)

- jocului ce depășește toleranțele admise la montarea roților în grinzi de capăt ale podurilor rulante (fig. 10.5)/117/și altele.

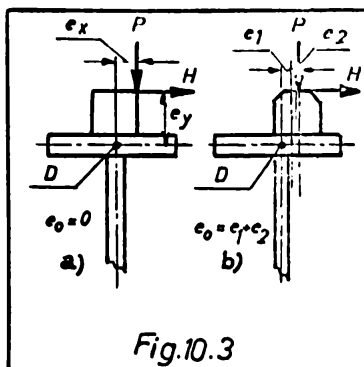
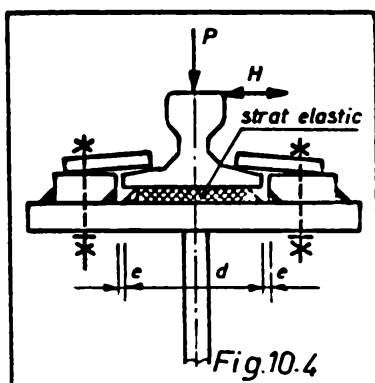


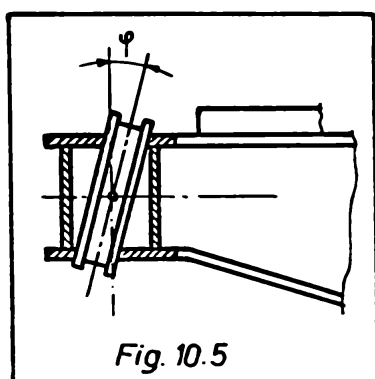
Fig. 10.3

Cu toate că factorii care conduc la creșterea excentricității forțelor verticale sînt limitați prin norme la valori acceptabile (± 15 mm /237/), totuși măsurători efectuate pe construcții existente au arătat că, după o perioadă de cîțiva ani de exploatare s-a ajuns la excentricități mari mergînd pînă la 40-50 mm /21/, /152/, /187/, /267/.

Problema contactului dintre suprafața de rulare a roții și fața superioară a șinei de rulare cît și influența ei asupra mărimii



momentului de răsucire locală, este prezentată pe larg în /35/ după publicațiile lui J.K.Oxford /188/, /189/. În acest sens, se arată în /35/, că solicitarea de răsucire locală a tălpii superioare depinde, în mare măsură de faptul dacă există sau nu, un contact pe toată lățimea șinei între aceasta și suprafața de rulare a roții cât și de rigiditatea la răsucire a tălpii superioare a grinzii de rulare.



Având în vedere numeroșii factori care concurează la determinarea solicitării de răsucire dintre care cei mai importanți au fost prezentați mai sus, cât și faptul că majoritatea dintre ei sînt greu de apreciat și de prins în calcul, pe baza /152/, /164/ se apreciază că excentricitatea maximă, pentru calculul momentului de răsucire locală din încărcări verticale, poate a-

junge pînă la jumătate din lățimea ciupercii șinei.

10.4. Influența răsucirii locale asupra ansamblului grinda de rulare - grinda de frînare

În secțiunile grinzilor căilor de rulare în care calcă roțile podurilor rulante se aplică, așa după cum rezultă din cele arătate anterior, momentele de răsucire. Odată cu deplasarea podurilor rulante (convoiul de forțe mobile) se deplasează și momentele de răsucire în lungul grinzilor căilor de rulare. Rezultă așadar, că momentele de răsucire concentrate exterioare (\bar{M}_p) pot călca, atât în secțiunile în care sînt aplicate rigidizări și diafragme pe ansamblul grinda de rulare-grinda de frînare cînd produc numai solicitarea de răsucire generală, cât și în secțiunile dintre două rigidizări sau diafragme consecutive (fig.10.6) cînd produc pe lângă răsucirea generală a ansamblului, răsucirea locală a tălpii superioare a grinzii și a porțiunilor aferente din inimile celor două grinzi (grinda verticală și grinda orizontală. Deci, momentul de răsucire locală solicită la răsucire ansamblul tălpii

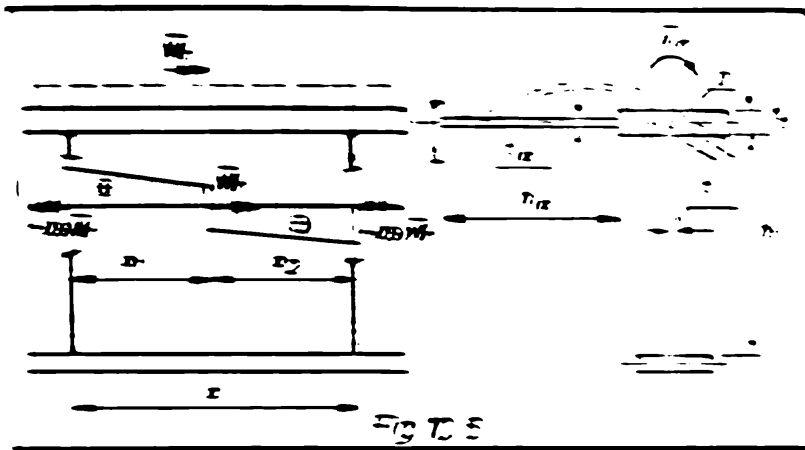
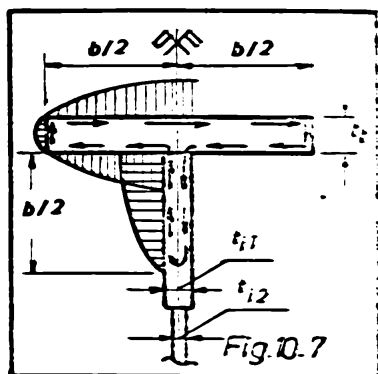


Fig. 7.5

superioare și la încovoiere în plan transversal cele două inimi ale grinzilor și rigidizările de pe acestea. În majoritatea cazurilor inima grinzii orizontale este foarte zveltă ($t_{10}/h_{10} \leq 1/150$), permițând o rotire a ansamblului tălpii superioare între două

rigidizări consecutive, aducând un aport neglijabil în preluarea solicitării de răsucire locale. De aceea în calcule, se consideră că la preluarea momentului de răsucire locală este activă numai partea superioară a grinzii verticale; în studii teoretice [189] susținând că talpa superioară lucrează la răsucire și o parte din inima grinzii verticale lucrează la încovoiere transversală, iar în calculele practice, datorită rigidității la încovoiere transversală a inimii grinzii reduse, se admite cu bună aproximație [195], [208] că legătura dintre talpă și inima grinzii este o articulație și momentul de răsucire locală este preluat numai de talpa superioară a grinzii verticale pe porțiunea dintre două rigidizări consecutive. Ipoteza aceasta este adevărată mai ales în cazul grinzilor căilor de rulare situate unde legătura dintre talpă și inimă este mai flexibilă sau în cazul grinzilor căilor de rulare sudate la care inima grinzii verticale este realizată dintr-o tablă cu aceeași grosime pe toată înălțimea ei. Însă la grinzile importante ale căilor de rulare realizate în soluție sudată se interzice de regulă în planul inimii, între talpa superioară și restul grinzii, o platbenă cu o grosime mai mare pentru a îmbunătăți comportarea grinzii la stabilitate locală. În acest caz, datorită durabilității deformărilor, o parte a inimii (a platbenzii) din vecinătatea tălpii superioare participă alături de aceasta la preluarea unei părți importante din momentul de răsucire locală (fig. 7.6). Dealtă parte din momentul de răsucire este preluată de restul inimii verticale care lucrează la încovoiere transversală. Deci în cazul acesta se creează în zona tălpii superioare a grinzii verticale un T (fig. 7.6) convențional, care se apropie într-o măsură mai mare de configurația reală a grinzii care este acti-



vă la preluarea momentului de răsucire locală. În acest mod s-a creat posibilitatea de a se calcula concentrațiile de eforturi unitare ce apar în unghiurile înfrînte, ce se formează între talpă și inimă, lucru deosebit de important pentru explicarea defectelor din cordoanele de sudură. Lățimea părții de inimă care intră în alcătuirea T-ului (fig. 10.7) se ia convențional, deoarece aportul ei nu are o influență mare asupra rigidității la răsucire a tălpilor

și șinei căii de rulare. De aceea, este indicat /170/ ca lățimea inimii T-ului să nu depășească jumătate din lățimea tălpilor.

La grinzile căilor de rulare, care au talpa superioară cu secțiune simplă sau dublu simetrică realizată din una sau mai multe platbenzi, partea influențată de solicitarea de răsucire locală se reduce cel mult la T-ul format din elementele tălpilor superioare și o porțiune redusă din lățimea inimii.

La grinzile căilor de rulare, la care ansamblul tălpilor superioare este alcătuit din una sau mai multe celule închise (fig. 10.8) cu o mare rigiditate la răsucire, partea influențată de mo-

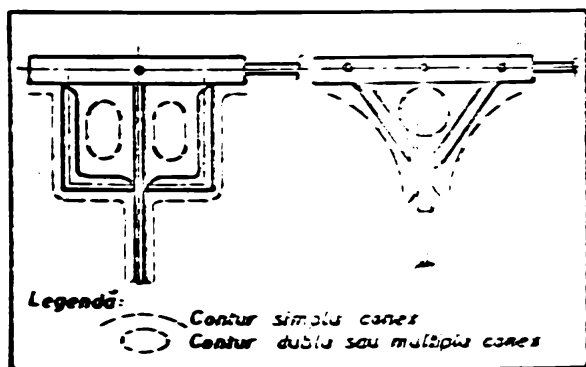


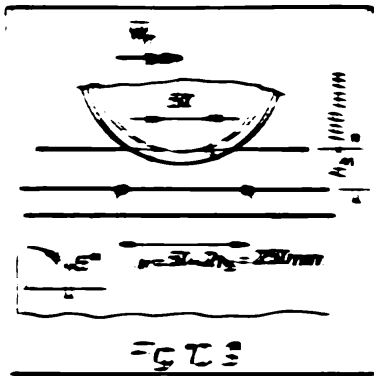
Fig. 10.8

mentul de răsucire locală se reduce la secțiunea compusă alcătuită din părțile simple conexe și părțile dublu sau multiplu conexe ale ansamblului tălpilor (fig. 10.8). Avînd în vedere diferența mare între rigiditatea la răsucire a ansamblului tălpilor superioare și rigiditatea la încovoiere transversală a ini-

mii grinzii, legătura dintre acestea poate fi asimilată cu o articulație.

Momentul de răsucire locală se transmite tălpilor superioare (părți active) a grinzii de rulare prin intermediul șinelor de rulare. Șina căii de rulare, avînd o secțiune transversală care în general se pretează la solicitarea de răsucire, poate prelua o parte din momentul de răsucire locală în funcție de gradul de fixare al acesteia de talpa superioară a grinzii.

Momentul de răsucire locală este produs, așa cum s-a arătat, de aplicarea excentrică a forțelor din axele de roțile podurilor rulante. Dacă se admite că forțarea axelor de roată se transmite elementelor grinzii de rulare ca presiune locală uniform repartizată sub un unghi de 45° , atunci se poate admite că și momentul de răsucire locală este uniform repartizat, la nivelul tălpii superioare,



pe o lungime care poate ajunge în multe cazuri la 250 mm (fig.10.9). Lungimea reală pe care se repartizează momentul de răsucire locală nu se poate determina numai pe baza unor considerații teoretice și de aceea sînt necesare studii și cercetări experimentale în acest domeniu.

În viitorul se urmează se va lucra cu momentul de răsucire locală concentrat, aplicat în planul unei secțiuni bine determinate. Iacobăi ipoteză apropiată și unele virfuri de solicitări care ar putea apărea.

10.5. Ipoteze și principii de calcul

Pentru calculul stării de eforturi unitare în elementele asamblării tălpii superioare a grinzii axei de rulare produse de răsucirea locală, se admit ipotezele referitoare la material și principiile de calcul prezentate la capitolul 3 a lucrării, completate după cum urmează:

- Se face ipoteza că la nivelul tălpii superioare, într-o secțiune există cuprinsă între două rigidizări consecutive, se aplică un moment de răsucire concentrat care se află într-un plan perpendicular pe axa grinzii.

- Momentul de răsucire locală influențează numai panoul direct, cuprins între două rigidizări verticale consecutive.

- Rigidizările transversale de pe linia grinzii verticale sînt prinse rigid de talpa superioară astfel că rotirile acestora în dreptul rigidizărilor sînt impiedicate.

- În cazul secțiunilor elice, ipoteza anulării înecărilor pe suprafața mediană și ipoteza proporționalității dintre deplasarile secțiunilor transversale și suprafața rectorială își pierde sensul.

- Pentru studiul virfurilor secțiunilor elice se admite ipoteza că deplasarea secțiunilor transversale este proporțională cu

funcția deplasărilor axiale definită de o lege hiperbolică, de forma:

$$\Gamma(x,y) = x y + Ax \quad (10.1)$$

unde : A este o constantă care se determină în funcție de forma secțiunii transversale.

10.6. Calculul stării de eforturi unitare în elementele grinzilor căilor de rulare produse de răsucirea locală

Determinarea stării de eforturi unitare în ansamblul tălpii superioare al grinzilor căilor de rulare se face diferit, în funcție de modul de alcătuire al tălpii superioare.

În cazul când talpa superioară este alcătuită sub forma unei secțiuni pline, simplu sau dublu simetrice, nu se poate aplica teoria barelor cu pereți subțiri, dezvoltată în capitolele anterioare, deoarece suprafața sectorială calculată în raport cu polul principal (centru de răsucire) este zero pentru orice punct de pe linia mediană. În acest caz, fie că se recurge la aplicarea unor relații din Teoria elasticității (calcul aproximativ care se încadrează în limitele cerute de problemele practice), fie că se recurge la Teoria barelor cu pereți subțiri aplicată la secțiuni pline cu ajutorul căreia se pot prinde în calcul și eforturile unitare normale sectoriale (convenționale).

În cazul când talpa superioară a grinzii căii de rulare este alcătuită astfel ca să formeze o secțiune compusă formată din profile simplu conexe și profile dublu și multiplu conexe (fig.10.8), se poate aplica teoria barelor cu pereți subțiri solicitate la răsucire, dezvoltată în capitolul 8 (partea a II-a) și adaptată pentru noile condiții de încărcare și rezemare.

10.6.1. Talpa superioară este alcătuită sub formă de secțiune plină simplu sau dublu simetrică.

Pentru calculul stării de eforturi unitare în talpa superioară și în partea superioară a inimii grinzii solicitată de momentul de răsucire locală, se apelează la ecuația diferențială a răsucirii împiedicate (6.26), care se va particulariza corespunzător cazului în studiu:

$$M_r = G I_r \varphi' - E I_{\omega} \varphi''' \quad (10.2)$$

Avînd în vedere că momentul de răsucire interioară (M_r) variază pe lungimea panoului considerat, el poate fi exprimat în funcție de intensitatea momentului de răsucire distribuit în lungul tălpii superioare ($m_r(z)$), rezultat din momentul de răsucire locală direct aplicat. Pentru aceasta se izolează un element diferențial din an-

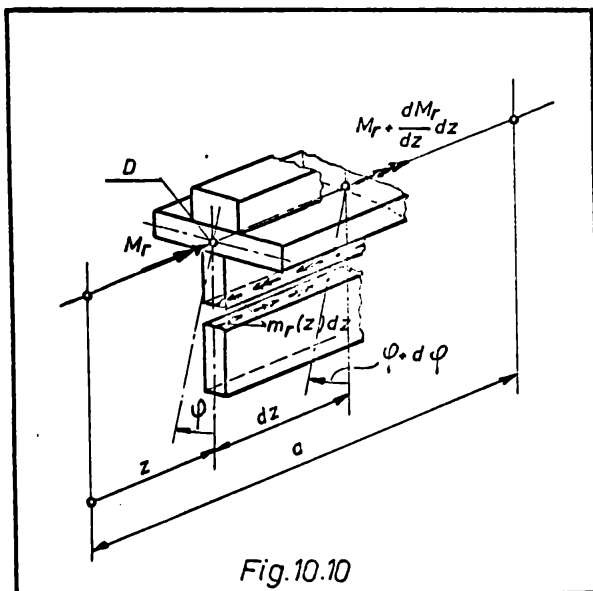


Fig.10.10

samblul tălpii superioare (fig.10.10) cuprins între două rigidizări transversale consecutive. Din ecuația de proiecție ce se poate scrie după axa barei, rezultă:

$$\frac{dM_r}{dz} - m_r(z) = 0 \quad (10.3)$$

Momentul de răsucire ($m_r(z)$) poate fi exprimat în funcție de momentul de răsucire reacțiune ce ia naștere în urma răsucirii cu unghiul (φ) a unei fîșii din inimă de lă-

țime unitară. Deci:

$$m_r(z) = \varphi \bar{m}_r(z) \quad (10.4)$$

Tinînd seama de rigiditatea la încovoiere transversală a plăcii și de înălțimea activă a plăcii (inimii grinzii) (fig.10.11), după [188] momentul de răsucire reacțiunea pe unitatea de lungime ($m_r(z)$) se poate calcula cu relația:

$$m_r(z) = \frac{1}{h_{ir}} \frac{3E I_{\omega} t_i}{12(1-\mu^2)} \quad (10.5)$$

Înălțimea redusă a inimii grinzii (h_{ir}) se stabilește în funcție de mărimea panoului dintre două rigidizări consecutive. În cazul general al grinzilor căilor de rulare la care forma panoului dintre două rigidizări transversale consecutive se apropie de un dreptunghi și deformația inimii grinzii la mijlocul panoului se apropie de cea din figura 10.11, înălțimea redusă a inimii poate ajunge pînă la:

$$h_{ir} \leq \frac{3}{4} h_i \quad (10.6)$$

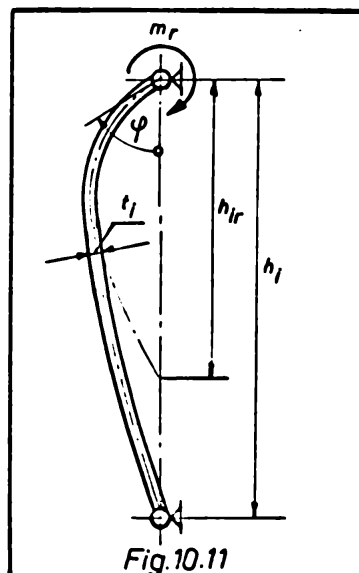


Fig.10.11

La calculul momentului de răsucire rezistent ($\bar{m}_r(z)$) cu relația (10.5), dacă nu se face un calcul la presiune locală, trebuie să se țină seama de influența forțelor axiale care pot apărea în inimă, deoarece relația (10.5) este stabilită pe baza calculului de ordinul II și prezența forțelor axiale reduc rigiditatea la răsucire locală a plăcilor.

Dacă se diferențiază în raport cu (z) relația (10.2) și se ține seama de (10.3) și (10.4), se ajunge la ecuația diferențială a răsucirii locale:

$$E I_{\omega} \varphi^{IV} - G I_r \varphi'' + m_r(z) \varphi = 0 \quad (10.7)$$

Pe baza ipotezelor de calcul admise, momentul de inerție sectorial (I_{ω}) și în același timp și rigiditatea la deplanare, devine zero sau neglijabilă, ecuația diferențială (10.7), devine:

$$G I_r \varphi'' - \bar{m}_r(z) \varphi = 0 \quad (10.8)$$

Aici trebuie amintit că atât rigiditatea la răsucire (GI_r) cât și momentul de răsucire reacțiune ($\bar{m}_r(z)$) variază pe lungimea grinzii odată cu modificarea dimensiunilor secțiunii transversale a tălpii superioare și a inimii grinzii verticale. În limitele unui panou, mărimile amintite pot fi considerate constante.

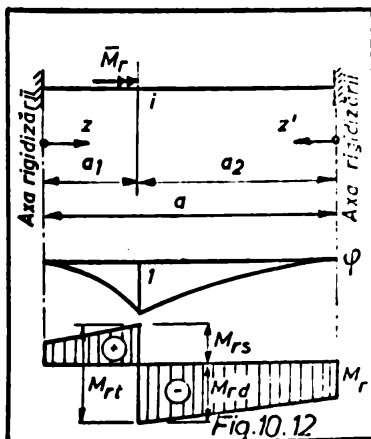
Dacă se introduce notația :

$$\bar{k}^2 = \frac{\bar{m}_r}{GI_r} \quad (10.9)$$

atunci soluția ecuației diferențiale omogene, este:

$$\varphi = C_1 \operatorname{sh} \bar{k} z + C_2 \operatorname{ch} \bar{k} z \quad (10.10)$$

Constantele de integrare se determină din condiția de margine (fig.10.12) știind că răsucirea tălpii superioare în secțiunile



în care sînt aplicate rigidizări este

nulă, iar în secțiunea de aplicare a momentului de răsucire concentrat (\bar{M}_r)

este egală cu o valoare fictivă unitară.

Deci, pentru:

$$\begin{aligned} z=0, \quad \varphi &= 0 \quad \text{și} \\ z=a_1, \quad \varphi &= 1 \end{aligned} \quad (10.11)$$

În aceste condiții, soluția ecuației diferențiale (10.10), rezultă:

$$\varphi = \frac{\operatorname{sh} \bar{k} z}{\operatorname{sh} \bar{k} a_1} \quad (10.12)$$

Cu aceasta, din (10.2) rezultă legea de variație a momentului de

răsucire interioară pe domeniul din stînga punctului de aplicare a momentului exterior ($0 - a_1$):

$$M_{rs} = G I_r \bar{k} \frac{\text{ch } \bar{k} z}{\text{sh } \bar{k} a_1} \quad (10.13)$$

Valoarea maximă se atinge pentru $z = a_1$:

$$M_{rs} = G I_r \bar{k} \text{ctg h } \bar{k} a_1 \quad (10.14)$$

În mod analog se găsește și pentru domeniul din dreapta ($0 - a_2$), legea de variație a momentului de răsucire interior:

$$M_{rd} = G I_r \bar{k} \frac{\text{ch } \bar{k} z'}{\text{sh } \bar{k} a_2} \quad (10.15)$$

și valoarea maximă pentru $z' = a_2$:

$$M_{rd} = G I_r \bar{k} \text{ctg h } \bar{k} a_2 \quad (10.16)$$

Momentul de răsucire interior (rezistent) total (M_{rt}), în punctul (i) de aplicare a momentului de răsucire exterior (fig.10.12), produs de rotirea secțiunii tălpii grinzii cu unghiul ($\varphi = 1$) este:

$$M_{rt} = |M_{rs}| + |M_{rd}| \quad (10.17)$$

sau după înlocuire:

$$M_{rt} = G I_r \bar{k} (\text{ctgh } \bar{k} a_1 + \text{ctgh } \bar{k} a_2) \quad (10.17')$$

Pentru cazul particular cînd momentul de răsucire locală calcă în secțiunea: $a_1 = a_2 = a/2$, relația (10.17') devine:

$$M_{rt} = 2 G I_r \bar{k} \text{ctg h } \bar{k} \cdot \frac{a}{2} \quad (10.17'')$$

Cu aceasta, se poate calcula unghiul de rotire a secțiunii ansamblului tălpii (φ) ce apare datorită momentului de răsucire exterior (\bar{M}_r), știind că:

$$\bar{M}_r = \varphi M_{rt} \quad (10.18)$$

De unde :

$$\varphi = \frac{\bar{M}_r}{M_{rt}} \quad (10.19)$$

Momentul de inerție la răsucire liberă (I_r) care intervine în calcule, se poate determina pe baza indicațiilor din capitolul 5 partea a II-a, cu relația (5.35) în cazul cînd talpa este alcătuită dintr-o singură platbandă, sau cu relația (5.63) cînd secțiunea tălpii este alcătuită din mai multe platbenzi suprapuse și sudate între ele pe toată lungimea lor.

Datorită solicitării de răsucire locală, în talpa superioară apar eforturi unitare tangențiale care se pot calcula, pe baza relațiilor din capitolul 5 partea a II-a, astfel:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{r1}}{I_r} t_t \quad (10.20)$$

unde : M_{r1} poate ajunge, conform relațiilor anterioare, la valoarea maximă de $\pm 0,5 \bar{M}_r$.

În partea superioară a inimii solicitată la încovoiere transversală, datorită răsucirii locale apar eforturi unitare normale care se pot calcula cu relația:

$$\sigma = \pm \frac{6 m_r(z)}{1 \cdot t_i^2} = \pm 1,5 \varphi \frac{E \cdot t_i}{h_{j,r}(1 - \mu^2)} \quad (10.21)$$

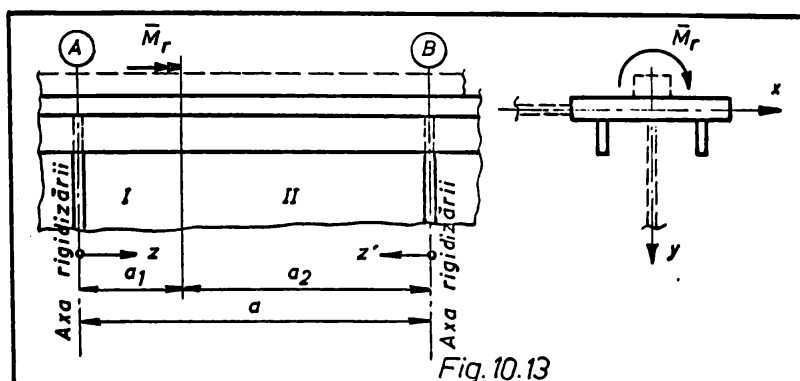
în care, pentru (φ) se introduce valoarea calculată cu (10.19).

Calculul stării de eforturi unitare prezentat mai sus este aproximativ, deoarece în talpa superioară mai apar și alte eforturi unitare decât cele calculate cu (10.20) și care nu pot fi prinse în calcul datorită condițiilor de margine admise. Ipoteza că deplanarea secțiunii tălpii, în dreptul rigidizărilor transversale este liberă, se pare a fi prea descoperitoare, motiv pentru care trebuie recurs la un calcul mai exact pentru astfel de secțiuni ale tălpii grinzii.

10.6.2. Talpa superioară este alcătuită sub formă de secțiune plină monosimetrică

Pentru a se putea cunoaște cât mai exact starea de eforturi unitare produsă de răsucirea locală în elementele ansamblului tălpii superioare a grinzilor căilor de rulare, cât și pentru a înălătura neajunsurile calculului prezentat în paragraful precedent, se recurge la adaptarea teoriei barelor cu pereți subțiri, calculului la solicitarea de răsucire a secțiunilor pline, /152/. În acest scop se va considera un panou curent, dintr-o grindă verticală de rulare, cuprins între două rigidizări transversale consecutive (fig.10.13) solicitat la răsucire locală. Talpa superioară a grinzii, așa cum se vede din figura alăturată, este alcătuită sub formă de secțiune monosimetrică.

Sub efectul momentului de răsucire exterior (\bar{M}_r) un punct arbitrar (A) din planul secțiunii transversale suferă deplasări după direcțiile axelor din planul secțiunii și în lungul barei cât



și rotații în jurul axei barei (dacă este și axă de rotație). După W.S. Wlassow se dau expresiile deplasărilor și a relațiilor dintre deplasări și rotiri pentru secțiunea monosimetrică:

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= u(z) - \varphi(z)y \\ v(x,y,z) &= \varphi(z)x \\ w(x,y,z) &= w_2(z) \cdot x + w_4(z) \cdot \Gamma(x,y) \end{aligned} \quad (10.22 \text{ a,b,c})$$

Funcția de deplasări (Γ) care caracterizează repartiția deplanării pe secțiunea transversală este definită de relația (10.1), în care constanta (A) se determină pentru secțiunea monosimetrică ținând seama de ortogonalitatea funcției (Γ) în raport cu variabila (x) și rezultă;

$$A = - \frac{I_{x^2y}}{I_y} \quad (10.23)$$

După înlocuire, funcția de deplasări (10.1) devine:

$$\Gamma(x,y) = xy - \frac{I_{x^2y}}{I_y} x \quad (10.1')$$

Cu aceasta, se pot scrie componentele deformației care sînt legate prin relații neliniare cu derivatele parțiale ale componentelor deplasării, astfel:

$$\left. \begin{aligned} e_{xx} &= \frac{\partial u(x,y,z)}{\partial x} = 0; & e_{yy} &= \frac{\partial v(x,y,z)}{\partial y} = 0; \\ e_{xy} &= \frac{\partial u(x,y,z)}{\partial y} + \frac{\partial v(x,y,z)}{\partial x} = 0 \\ e_{zz} &= \frac{\partial w(x,y,z)}{\partial z} = w_2'(z)x + w_4'(z) \Gamma(x,y) \\ e_{xz} &= \frac{\partial u(x,y,z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x,y,z)}{\partial x} = u'(z) + w_2(z) - \varphi'(z)y + w_4(z) \frac{\partial \Gamma(x,y)}{\partial x} \\ e_{yz} &= \frac{\partial v(x,y,z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x,y,z)}{\partial y} = \varphi'(z)x + w_4(z) \frac{\partial \Gamma(x,y)}{\partial y} \end{aligned} \right\} (10.24)$$

Cunoscând componentele deformațiilor, pe baza relațiilor din Teoria elasticității, se pot obține expresiile eforturilor unitare:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_z; \sigma_y = \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_z; \sigma_z = E e_{zz} = E w_4'(z) \Gamma(x,y) \\ \tau_{xz} &= G e_{xz} = G \left[u'(z) - \varphi'(z)y + w_4(z) \frac{\partial \Gamma(x,y)}{\partial x} \right] \\ \tau_{yz} &= G e_{yz} = G \left[\varphi'(z)x + w_4(z) \frac{\partial \Gamma(x,y)}{\partial y} \right] \end{aligned} \right\} (10.25)$$

În expresiile eforturilor unitare (10.25) s-a ținut seama că bara este solicitată la răsucire și componenta deplasării axiale ($w_2(z)$) corespunzător solicitării la încovoiere este nulă. Deasemeni, funcția de deplasări ($\Gamma(x,y)$) și derivatele ei parțiale pot fi înlocuite cu (10.1'), respectiv:

$$\frac{\partial \Gamma(x,y)}{\partial x} = y - \frac{I_{x^2y}}{I_y}; \quad \frac{\partial \Gamma(x,y)}{\partial y} = x \quad (10.26)$$

Pentru calculul unghiului de răsucire ($\varphi(z)$) și a derivatelor sale care intră în expresiile eforturilor unitare, se folosește ecuația diferențială a răsucirii împiedicate (10.2) transcrisă corespunzător notațiilor făcute:

$$E I_{\omega c} \varphi''' - G I_{rc} \varphi = - M_r \quad (10.27)$$

Împărțind ecuația (10.27) cu ($E I_{\omega c}$) și introducând notația

$$k^2 = \frac{G I_{rc}}{E I_{\omega c}} \quad (10.28)$$

rezultă:

$$\varphi''' - k^2 \varphi = - \frac{M_r}{E I_c} \quad (10.29)$$

Integrând ecuația diferențială neomogenă (10.29) și introducând notația:

$$n = \frac{1}{G I_{rc}} \quad (10.30)$$

se obține soluția generală de forma:

$$\varphi = C_1 + C_2 \operatorname{sh} kz + C_3 \operatorname{chk} z + n M_r z \quad (10.31)$$

Constantele de integrare se determină din condiții de margine și de continuitate, admițând după /152/, /154/ că:

$$\left. \begin{aligned} & - \text{Pentru } z = 0, \text{ rezultă } \varphi_A = 0 \text{ și } w_{4A} = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} - \text{ Pentru } z' = 0, \text{ rezultă } \varphi_B = 0 \text{ și } w_{4B} = 0 \\ - \text{ Pentru } z = a_1 \text{ și } z' = a_2, \text{ rezultă } \varphi_{stg} = \varphi_{dr} \\ \sigma_z \text{ stg} = \sigma_{zdr} \\ w_4 \text{ stg} = w_{4dr} \end{aligned} \right\} (10.32)$$

Soluția ecuației diferențiale (10.31) poate fi scrisă pentru cele două tronsoane ale grinzii, cu condiția ca momentul de răsucire interior (M_r) să fie înlocuit cu momentele de răsucire ce apar în dreptul reazemelor apropiate tronsonului respectiv:

Tronsonul I: $0 \leq z \leq a_1$

$$\varphi = C_{1I} + C_{2I} \text{shkz} + C_{3I} \text{chkz} + n M_r^A z \quad (10.31 \text{ a})$$

Tronsonul II: $0 \leq z' \leq a_2$

$$\varphi = C_{1II} + C_{2II} \text{shkz}' + C_{3II} \text{chkz}' + n M_r^B z' \quad (10.31 \text{ b})$$

În baza condițiilor limită și ținând seama de notațiile din figura 10.13, după efectuarea calculelor intermediare, rezultă constantele de integrare și momentele de răsucire din dreptul reazemelor:

$$\left. \begin{aligned} C_{1I} = - C_{3I} \quad ; \quad C_{1II} = - C_{3II} \\ C_{2I} = \frac{M_r^A}{Gk} D \quad ; \quad C_{2II} = \frac{M_r^B}{Gk} D \\ C_{3I} = \frac{n(M_r^A a - \bar{M}_r a_2) \text{shka}_2}{\text{shka}_1 + \text{shka}_2} + \frac{nD [M_r^A (\text{chka}_2 - \text{chka}_1) + \bar{M}_r (1 - \text{chka}_2)]}{\text{shka}_1 + \text{shka}_2} \\ C_{3II} = \frac{n(M_r^B a - \bar{M}_r a_1) \text{shka}_1}{\text{shka}_1 + \text{shka}_2} + \frac{nD [M_r^B (\text{chka}_1 - \text{chka}_2) + \bar{M}_r (1 - \text{chka}_1)]}{\text{shka}_1 + \text{shka}_2} \\ M_r^A = \frac{\bar{M}_r \left[\frac{ka_2}{I_{rc}} + \frac{D(\text{chka} + \text{chka}_2 - \text{chka}_1 - 1)}{\text{shka}} \right]}{\frac{ka}{I_{rc}} + \frac{2D(\text{chka} - 1)}{\text{shka}}} \\ M_r^B = \frac{M_r \left[\frac{ka_1}{I_{rc}} + \frac{D(\text{chka} + \text{chka}_1 - \text{chka}_2 - 1)}{\text{shka}} \right]}{\frac{ka}{I_{rc}} + \frac{2D(\text{chka} - 1)}{\text{shka}}} \end{aligned} \right\} (10.33)$$

Cu acestea, se poate determina variația unghiului (φ) și a derivatelor sale pe ambele domenii ale panoului încărcat.

Pentru calculul celei de a doua mărimi care intră în expresiile eforturilor unitare (10.25), se folosește ecuația diferențială stabilită de /287/ pentru secțiuni pline monosimetrice:

$$w_2'(z) = 0 = -u''(z) + \frac{I_x 2y (I_x + I_y)}{I_y (I_x - I_y)} \varphi''(z) \quad (10.34)$$

Prin integrare se obține soluția:

$$u(z) = \frac{I_x 2y (I_x + I_y)}{I_y (I_x - I_y)} \varphi(z) + A_1 z + A_2 \quad (10.35)$$

Constantele de integrare rezultă din considerații simple făcute asupra deplasărilor posibile și anume: $A_2 \neq 0$ ar corespunde unei translații în sensul axei (Ox) a întregului panou, lucru imposibil deoarece avem numai solicitare de răsucire și $A_1 z = 0$ deoarece termenul nu conține unghiul de răsucire și ansamblul tălpii superioare este solicitat numai la răsucire locală.

Deci soluția ecuației diferențiale, devine:

$$u(z) = \frac{I_x 2y (I_x + I_y)}{I_y (I_x - I_y)} \varphi(z) = a_y \varphi(z) \quad (10.35')$$

unde:

$$a_y = \frac{I_x 2y (I_x + I_y)}{I_y (I_x - I_y)}$$

reprezintă ordonata centrului de răsucire (centrului de tăiere).

În vederea determinării funcției ($w_4(z)$) care caracterizează intensitatea deplanării secțiunii transversale și a derivatelor sale, se pleacă de la relația lui S.P.Timoshenko/265/, după care:

$$M_r = \iint_A (\tau_{yz} x - \tau_{xz} y) dx dy \quad (10.36)$$

Înlocuind eforturile unitare tangențiale cu expresiile de mai sus (10.25) și ținând seama că axele (xOy) sînt axe principale de inerție, față de care:

$$\begin{aligned} \int_A y dx dy = S_x = 0; \quad \int_A y^2 dx dy = I_x; \quad \int_A x^2 dx dy = I_y \\ \int_A xy dx dy = I_{xy} = 0 \end{aligned} \quad (10.37)$$

După efectuarea calculelor intermediare, rezultă:

$$\frac{M_r}{G} = (I_x + I_y) \varphi'(z) - (I_x - I_y) w_4(z) \quad (10.38)$$

Diferențiind relația (10.38) în raport cu variabila (z) și ținînd seama că momentul de răsucire (M_r) nu variază cu (z), rezultă:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{M_r}{G} \right) = 0 = (I_x + I_y) \varphi''(z) - (I_x - I_y) w_4'(z) \quad (10.39)$$

de unde: $w_4'(z) = \frac{I_x + I_y}{I_x - I_y} \varphi''(z)$ (10.40)

Dacă integrăm ecuația diferențială (10.40), rezultă:

$$w_4(z) = \frac{I_x + I_y}{I_x - I_y} \varphi'(z) + C \quad (10.41)$$

Introducem expresia găsită (10.41) în relația (10.38) și după efectuarea calculelor, obținem:

$$M_r = G (I_y - I_x) C \quad (10.42)$$

Această expresie este valabilă oriunde pe intervalul panoului considerat, inclusiv în secțiunile de reazem pentru care:

$$M_r^A = G (I_y - I_x) C_A \quad (10.43 \text{ a,b})$$

$$M_r^B = G (I_y - I_x) C_B$$

De aici, rezultă cele două constante (C_A) și (C_B) corespunzătoare reazemelor ((A) și (B) (vezi fig.10.13));

$$C_A = \frac{M_r^A}{G(I_y - I_x)} ; \quad C_B = \frac{M_r^B}{G(I_y - I_x)} \quad (10.44 \text{ a,b})$$

Dacă înlocuim aceste valori în (10.41), obținem legea de variație a funcției ($w_4(z)$) pentru fiecare tronson al panoului considerat:

Tronsonul I : $0 \leq z \leq a_1$;

$$w_4(z) = \frac{I_x + I_y}{I_x - I_y} \varphi'(z) + \frac{M_r^A}{G(I_y - I_x)} \quad (10.45 \text{ a})$$

Tronsonul II: $0 \leq z' \leq a_2$

$$w_4(z') = \frac{I_x + I_y}{I_x - I_y} \varphi'(z') + \frac{M_r^B}{G(I_y - I_x)} \quad (10.45 \text{ b})$$

Cu ajutorul relațiilor (10.45), ținând seama de condițiile de margine (10.32) se mai pot determina:

$$\left[\varphi'(z) \right]_{z=0} = \frac{M_r^A}{G(I_x + I_y)} \quad ; \quad \left[\varphi'(z') \right]_{z'=0} = \frac{M_r^B}{G(I_x + I_y)} \quad (10.46 \text{ a,b})$$

relații absolut necesare pentru calculul stării de eforturi unitare în secțiunile de reazem.

Cunoscând expresiile tuturor termenilor care intră în formulele (10.25), se poate determina starea de eforturi unitare în ansamblul tălpii superioare din panoul considerat.

11. INCOVOIEREA LOCALA TRANSVERSALA

11.1. N o t a ț i i

- x, y, z - coordonatele carteziene; x, y în planul secțiunii transversale a tălpii, z în lungul tălpii
- P - forța concentrată adusă de roata podului
- M_t - momentul de încovoiere transversal
- t_i - grosimea inimii grinzii căii de rulare
- t_t - grosimea tălpii grinzii căii de rulare.
- $b_s, h_s,$ - lățimea și înălțimea șinei de rulare
- I_s - momentele de inerție a secțiunii transversale a șinei
- I_t - momentul de inerție al secțiunii transversale a tălpii
- K - rigiditatea combinată a tălpii și a șinei (coeficient de tasare relativă /227/ între talpă și șină (daN/cm^2))
- σ_x - efortul unitar normal în talpă superioară din încovoiere transversală.

11.2. Generalități

În elementele ansamblului tălpii superioare al grinzilor căii de rulare apar eforturi unitare, în afara celor discutate anterior, din solicitarea de încovoiere locală transversală. Aceste eforturi unitare se datoresc, în primul rând defectelor din laminare a șinelor de rulare cât și a celor tehnologice legate de execuția grinzii căii de rulare sudată. Din cauza acestor defecte nu este asigurat un contact intim între talpa superioară a grinzii căii de rulare și talpa șinei pe toată lățimea acesteia.

Eforturi unitare normale din încovoierea transversală a tălpii apar în secțiunile longitudinale, în care, pe lângă eforturi unitare determinate de alte tipuri de solicitări, există eforturi unitare remanente datorită cordoanelor de sudură prin care se prinde talpa superioară de inimă. În felul acesta eforturile unitare din încovoierea transversală a tălpii, atunci când există, pot avea un efect foarte defavorabil asupra stării și duratei de exploatare a grinzilor căilor de rulare.

11.3. Transmiterea încărcării locale la grinda căii de rulare

Așa cum s-a mai arătat în capitolele precedente, încărcarea adusă de roțile podurilor rulante se transmite la grinzile căilor de rulare prin intermediul șinelor de rulare. În funcție de importanța și mărimea podurilor rulante cât și de posibilitățile de procurare, șinele de pe grinzile căilor de rulare se pot realiza din profile de șine pentru poduri rulante, special laminate, din șine de cale ferată, din oțel patrat sau dreptunghiular. În toate cazurile, din laminarea acestor profile pot apărea defecte cum ar fi: concavitata suprafeței inferioare (fig.11.1), răsucire în lung

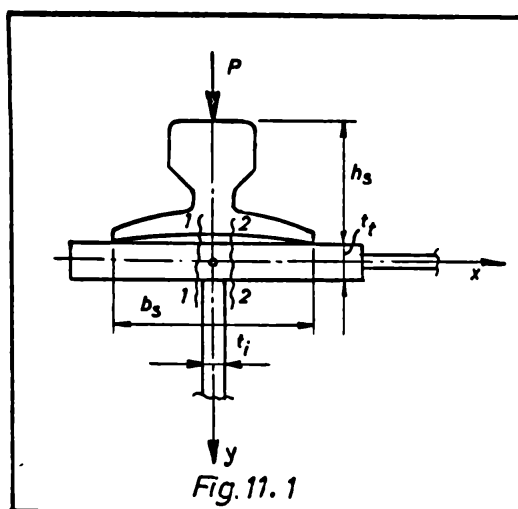


Fig. 11.1

a profilelor patrute sau dreptunghiulare etc, la care se mai adaugă defectele de execuție ale grinzii; deformații neuniforme din sudură și altele. Toate acestea fac ca în unele locuri, contactul dintre talpa șinei și talpa grinzii căii de rulare să nu se facă pe toată suprafața, ci doar de-a lungul a două linii paralele /18/, /227/, care în unele porțiuni pot degenera în puncte de contact. Pe alte

porțiuni ale grinzii, dimpotrivă, contactul se poate face numai deasupra inimii grinzii. Din aceste cauze, transmiterea încărcării de la șină la talpa grinzii, va putea determina o stare de eforturi unitare suplimentare în talpa grinzii.

Pentru a îmbunătăți transmiterea încărcării de la șină la talpa grinzii și reducerea vîrfurilor de solicitări, în /228/ se prezintă preocupări în legătură cu diferitele materiale elastice, care sub formă de bandă continuă, să se introducă între șină și talpa grinzii așa cum se arată în figura 10.4. În felul acesta s-ar putea asigura un contact între cele două elemente atât în sens transversal cât și în sens longitudinal, fapt ce ar permite reducerea simțitor a eforturilor unitare din încovoiere transversală cât și a celor din presiune locală. După /133/, /145/, materialele din care se confecționează banda de intercalat, trebuie să aibă un modul de elasticitate de cel mult 10^4 daN/cm², putînd fi cauciuc, mase plastice etc. După cercetări întreprinse de /20/, /188/, /189/, s-a constatat că se obțin rezultate multumitoare privind siguranța asigurării

contactului între şină şi talpa grinzii cât şi a transducerii încărcării la grindă, dacă se introduce sub talpa şinei o bandă de oţel (OL 00) cu grosimea de 8-10 mm şi cu o lăţime mai mică cu 15-20 mm decât lăţimea tălpii şinei.

11.4. Calculul stării de eforturi unitare

Datorită cauzelor analizate, în paragrafele precedente, în talpa superioară a grinzii căii de rulare (fig.11.1) apare o stare de solicitare de încovoiere. Momentul încovoietor (M_t) pe unitatea de lungime, în secţiunea de încastrare a tălpii în inimă (1-1, respectiv 2-2, fig.11.1) după /227/, se calculează cu relaţia:

$$M_t = \frac{P \cdot \beta}{8} (b_s - t_i) \left[1 - \frac{\beta (b_s - t_i)}{6,9} \right] \quad (11.1)$$

Unde, s-a introdus notaţia:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K}{4EI_s}} \quad (11.2)$$

Cu aceasta, efortul unitar normal maxim, rezultă:

$$\sigma_x = \frac{6 \cdot M_t}{1 \cdot t_t^2} = \frac{0,75 \beta (b_s - t_i)}{t_t^2} \left[1 - \frac{\beta (b_s - t_i)}{6,9} \right] \quad (11.3)$$

Dacă liniile de contact degenează în două puncte, relaţia (11.3) devine:

$$\sigma_x = \frac{1,5 P}{t_t^2} \quad (11.4)$$

Relaţia de calcul (11.4) verificată experimental, se apropie foarte mult de relaţia:

$$\sigma_x = \frac{1,6 P}{t_t^2}$$

dată de /239/ pentru calculul grinzilor rulante realizate din profile I pe a căror talpă inferioară circulă cărucioare sau palane.

12. INFLUENTA RIGIDIZARILOR ASUPRA STĂRII DE EFORTURI UNITARE DIN GRINZILE CĂILOR DE RULARE

12.1. N o t a ț i i

- $x, y, z,$ - coordonatele carteziene
- a - distanța dintre două rigidizări consecutive
- h, b_0 - înălțimea și lățimea convențională a rigidizării
- t_r - grosimea rigidizării
- ω_r - suprafața sectorială convențională a rigidizării cu profil simplu conex
- Ω_r - suprafața sectorială convențională a rigidizării cu profil dublu conex
- $\varphi(z)$ - unghiul de răsucire
- I_{rr} - momentul de inerție la răsucire liberă a rigidizării
- \bar{I}_{rr} - momentul de inerție la răsucire liberă a secțiunii cu profil dublu conex
- $I_{\omega r}$ - momentul de inerție sectorial al rigidizării cu profil simplu conex
- k_r - constanta de încovoiere-răsucire a secțiunii rigidizării
- $E, G,$ - caracteristicile materialului
- B_r - bimomentul de încovoiere-răsucire determinat de prezența rigidizării transversale.

12,2. Influența rigidizărilor asupra stării de eforturi unitare din grinzile căilor de rulare

Grinzile căilor de rulare, pe lângă alte solicitări principale, sînt supuse și solicitării de răsucire, care poate fi atît generală cît și locală. Calculul grinzilor căilor de rulare, la răsucire, pe baza teoriei barelor cu pereți subțiri, se face, așa cum s-a arătat în partea a doua a lucrării de față, în ipoteza indeformabilității conturului secțiunii transversale al ansamblului grinda de rulare-grinda de frînare. Această ipoteză este satisfăcută numai dacă există rigidizări transversale atît pe grinda de rulare cît și pe grinda de frînare, suficient de dese și care sînt legate între ele cu contrafige, formînd veritabile diafragme transversale. Rigidizările transversale și diafragmele sporesc considerabil de mult rigiditatea la

răsucire a grinzilor căilor de rulare. Prezența rigidizărilor împiedică deformarea secțiunii transversale în secțiunile în care sînt aplicate și determină apariția unor bimomente concentrate. După W.S. Vlassow /286/, /287/, prezența unei rigidizări transversale pe grindă în secțiunea curentă $z=z_i$, este echivalentă cu aplicarea în acea secțiune a unui bimoment concentrat (B_r). De aici rezultă că prezența rigidizărilor, dispuse din loc în loc în lungul grinzilor căilor de rulare, echivalează cu o încărcare suplimentară dată prin bimomente de încovoiere-răsucire concentrate, aplicate în dreptul punctelor de prindere a rigidizărilor de bara cu pereți subțiri (grinda căii de rulare).

Deci, eforturile unitare produse de răsucirea împiedicată a grinzilor căilor de rulare se vor modifica, datorită încărcării suplimentare cu aceste bimomente (B_r).

Mărimea bimomentelor suplimentare depinde, așa cum se va vedea în continuare, de deplanarea secțiunii transversale a grinzii și de dimensiunile și forma rigidizărilor transversale /13/, /16/.

12.3. Calculul solicitărilor suplimentare

În lungul grinzii căii de rulare, în secțiunile în care sînt plasate rigidizări transversale (fig.12.1) apar bimomente concentrate, care după /286/, se pot determina cu relația:

$$B_r(z_i) = \frac{E t_r^3 \omega_r}{12(1+\mu)} \varphi'(z_i) \quad (12.1)$$

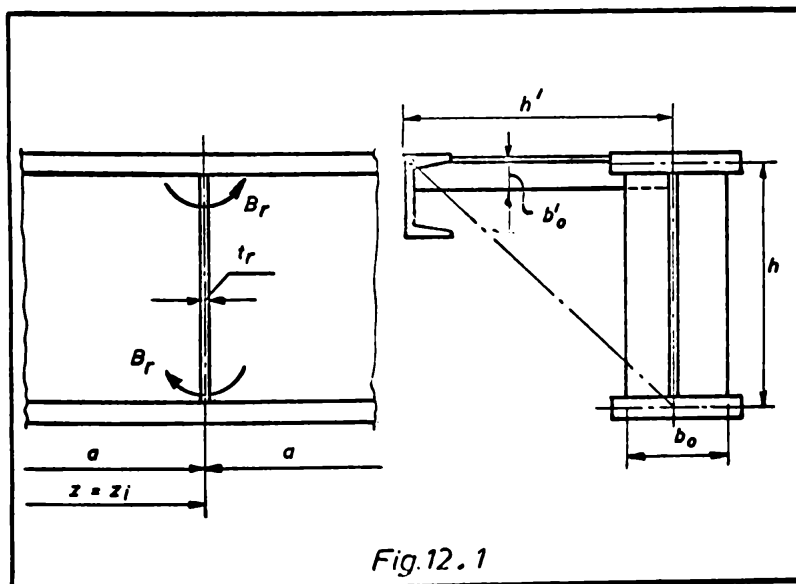


Fig.12.1

unde (ω_r) în cazul rigidizărilor simplu conexe se calculează cu relația:

$$\omega_r \approx 2(b_0 h + b'_0 h') \quad (12.2)$$

Bimomentul concentrat ce acționează în dreptul unei rigidizări, se poate admite, cu bună aproximație, că se repartizează panoului de lungime (a)

dintre două rigidizări consecutive. Adică:

$$\frac{dB_r(z)}{dz} \approx \frac{B_r(z_i)}{a} = \frac{E t_r^3 \omega_r}{12(1+\mu)a} \varphi'(z) \quad (12.3)$$

În cazul cînd asupra grinzii se aplică momente de răsucire uniform repartizate și bimomenta exterioare, ecuația diferențială a răsucirii împiedicate (6.27") sau (7.38), se poate scrie:

$$E I_{\omega} \varphi^{IV} - G I_r \varphi'' = m_r(z) + B_r''(z) \quad (12.4)$$

Ținînd seama de expresia (12.3), ecuația diferențială a răsucirii împiedicate (12.4) devine:

$$E I_{\omega} \varphi^{IV} - \left[G I_r + \frac{E t_r^3 \omega_r}{12(1+\mu)a} \right] \varphi'' = m_r(z) \quad (12.5)$$

Dacă se introduce notația:

$$I_{rr} = \frac{1}{G} \frac{E t_r^3 \omega_r}{12(1+\mu)a} = \frac{t_r^3 \omega_r}{6a} \quad (12.6)$$

se ajunge la ecuația diferențială de forma:

$$E I_{\omega} \varphi^{IV} - G(I_r + I_{rr}) \varphi'' = m_r(z) \quad (12.7)$$

Analizînd forma ecuației diferențiale (12.7) se constată că barele cu pereți subțiri cu rigidizări transversale se pot calcula cu aceleași relații ca și barele cu pereți subțiri fără rigidizări cu condiția ca la momentul de inerție la răsucire liberă (I_r) să se adauge momentul de inerție la răsucire al rigidizării calculat cu relația (12.6).

În cazul cînd rigidizările se realizează din profile U sau oțel cornier cu aripi egale dispuse cu gura spre înimă grinzii formînd secțiuni cu profil dublu conex, momentul de inerție al rigidizării (I_{rr}) se calculează după /13/, /16/, cu relația:

$$I_{rr} = \bar{I}_{rr} \cdot \frac{h}{a} \quad (12.8)$$

unde, momentul de inerție (\bar{I}_{rr}) se calculează cu relația (5.46) sau (5.48) din capitolul 5, partea a II-a a lucrării.

Dacă rigidizările transversale sînt realizate cu profil dublu conex și au rigiditate la deplasare diferită de zero ($I_{\omega_r} \neq 0$), atunci bimomentele care apar în dreptul acestor rigidizări au valori mai mari decît cele obținute cu relația (12.7) de sporul acestor

bimomente se poate ține seama printr-un coeficient subunitar ($\eta \leq 1$), așa cum s-a demonstrat în /35/, care corectează momentul de inerție al rigidizării:

Deci:

$$I_{rr} = \frac{1}{\eta} \bar{I}_{rr} \frac{h}{a} \quad (12.9)$$

După /35/, pentru (η) s-ar putea introduce, cu bune rezultate, valoarea 0,75.

Cu aceasta, se poate ține seama în calculul la răsucire a grinzilor căilor de rulare de efectele rigidizărilor transversale.

STUDIUL EXPERIMENTAL DE CONTOCINARI SPAȚIALE A
ANSAMBLULUI GRINDA DE RULARE - GRINDA DE FRINARE
LA PRELUAREA EFECTELOR PRIMARE ȘI SECUNDARE
LA ÎNCĂRCĂRI

IV

13. PREGĂTIRIA PROGRAMULUI EXPERIMENTAL

13.1 Scopul încercărilor și programul experimental

Calculul spațial al grinzilor cailor de rulare a urmărit să se scoată în evidență starea de eforturi unitare în orice punct de pe secțiunea transversală cât și în orice secțiune din lungul grinzii, produsă atât de efectele principale cât și de cele secundare ale încărcărilor, pentru a putea explica unele din cauzele care conduc la apariția defectelor și scurtarea duratei de exploatare a acestor tipuri de clemente de construcție.

În acest context, încercările experimentale au avut o importanță deosebită; în primul rând s-a urmărit ca pe bază de experiment să se verifice metodele de calcul precum și ipotezele de calcul admise, iar în al doilea rând s-a clarificat să se vadă dacă în unele puncte de pe secțiunea transversală nu apar vârfuri de eforturi unitare care să depășească pe cele rezultate din calcul.

Întru calculul spațial al ansamblului grinda de rulare - grinda de frinare, a fost necesar să se cunoască lățimea activă a grinzii de frinare, lucru ce a fost determinat pe baza indicațiilor din literatura de specialitate [1/4/], [1/5/] cât și pe cale experimentală. Deasemeni, s-a urmărit pe cale experimentală comportarea diferitelor tipuri de secțiuni de grinzii ale cailor de rulare, la preluarea încărcărilor aduse de podurile rulante.

Programul experimental pentru studiul conlucrării spațiale a ansamblului grinda de rulare-grinda de frinare a cuprins două grupe de modele:

- modelele din grupul I, realizate la scară mică (coeficientul de scară $n = 10$), au servit la determinarea direcțiilor principale ale alungirilor specifice. Din această grupă de modele s-au

realizat două tipuri de grinzi, care se va vedea în continuare.

- Modelele din grupa a II-a, realizate la scară mai mare (coeficientul de scară $n = 4$), au cuprins trei tipuri fundamentale de grinzi ale căilor de rulare și mai multe tipuri derivate din ele fundamentale ale celor secțiunii transversale sînt arătate în figura 13.1. La stabilirea tipurilor fundamentale de grinzi s-a avut în vedere atît forma clasică a secțiunii transversale cît și forme de secțiuni transversale care sînt preluate la preluarea efectelor primare și secundare ale înclinațiilor aduse de podurile rulante. Tipurile de grinzi derivate, care sînt rezultate și din figura alăturată, rezultă prin completarea tipurilor fundamentale cu contrașige plate în planul rigidizărilor, contrașige și diagonale, grinda secundară, contravînturine orizontale și grinzi cu sîbrele înclinate, grinda secundară, contrașige și montanți din loc în loc la nivelul tîlpii inferioare.

Programul experimental pentru modelele din grupa a II-a a cuprins trei categorii de încercări diferite pentru fiecare tip de grindă după cum înclinația verticală, în raport cu axa de simetrie a grinzii verticale, s-a aplicat pozitiv sau cu excentricitate pozitivă sau negativă. Încercările sînt referite la deforțări (sîgeți) și alungiri specifice.

13.2 Concluzii modelelor

Studiile experimentale au fost efectuate pe modele care prezintă grinzi ale căilor de rulare cu deschideri de 9,0 și 12,0 ce deservesc mai multe poduri rulante de 500/125 kN - $B = 20,75... 23,50$ m, cu suspendare la înclinații, avînd regim greu de funcționare.

Modelele încercate sînt cu simetrie completă, deoarece dimensiunile geometrice ale modelelor (L^m) s-au obținut din dimensiunile reale ale grinzilor (L^R) cu coeficientul de scară (n). Pentru un cuplaj simetric s-au folosit două grupuri de modele care au diferit între ele, numai prin valoarea de scară, modelul de execuție și de execuție. Astfel, pe un grup s-au folosit copiii principale ale eforturilor unitare și grupul alături de grinzile corecte s-au folosit modele din grupul cu coeficientul de scară avut în vedere $n = 10$, iar pe celălalt grup s-au folosit modele și de scară unitare cu ajutorul tehnicii electrice ($n = 1$) în trei direcții s-au folosit modele din grupul cu coeficientul de scară ($n = 10$) la care coeficientul de scară este $n = 4$.

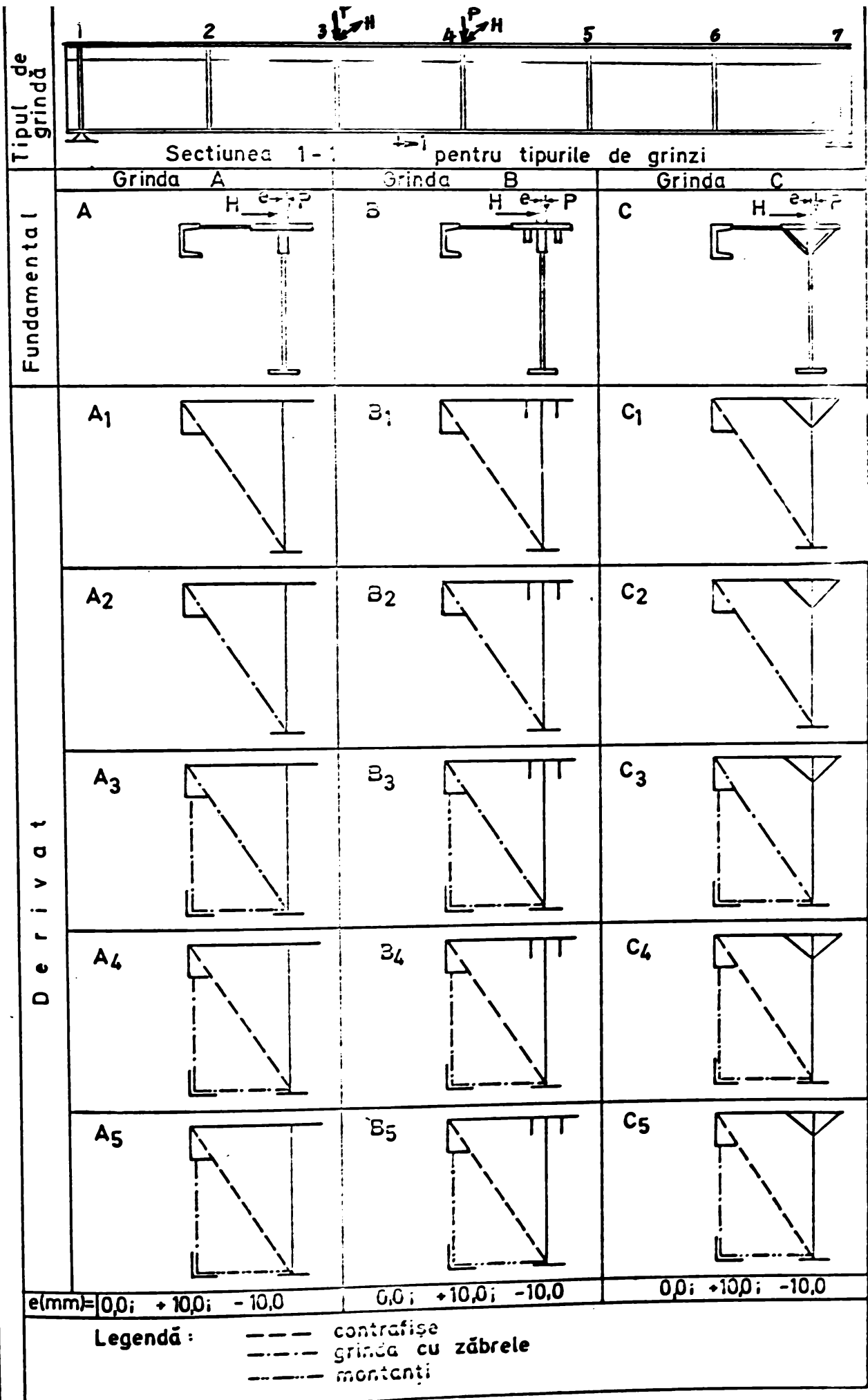


Fig. 13.1.

Modelele din grupa I au reprezentat două grinzi ale oșilor de rulare din care una a fost alcătuită numai din grinda verticală, iar a doua, din grinda verticală, grinda orizontală, grinda secundară și montajii în planul rigidizării transversale la nivelul tălpii inferioare.

Modelele din grupa II au reprezentat grinzi de rulare de tipul $A, A_1, \dots, A_5; B, B_1, \dots, B_5$ și C, C_1, \dots, C_5 , arătate în figura 13.1

13.2.1 Alcătuirea modelelor

13.2.1.1 Modele din grupa I

Pentru a studia spectrul liniilor eforturilor unitare ca și rezultatul metodei lacurilor care este cât și pentru a determina zona în care există de prezența rigidizării, s-au alcătuit modele cu dimensiuni mici care să poată fi ușor de manevrat și de încercat. Modelele confecționate au reprezentat grinzi ale oșilor de rulare cu deschiderea de 9,0m alcătuite în variată măsură (fig.13.2).

Prinul model a reprezentat grinda de rulare verticală alcătuită din; inimă realizată din tablă subțire de 1 x 100 (mm), talpa superioară realizată din bandă de 2 x 10 (mm), talpa inferioară realizată din bandă de oțel de 2 x 25 () și coniere cu aripi egale de 10 x 10 x 1. Profilele coniere s-au confecționat din tablă subțire de oțel prin presare la rece, operație executată la laboratorul catedrei de Construcții metalice prin adaptarea unui dispozitiv de îndoire la mașina universală de încercări mecanice. Ansamblarea elementelor grinzii s-a făcut cu ajutorul șuruburilor, punctele de sudură fiind emulitate cu nituri.

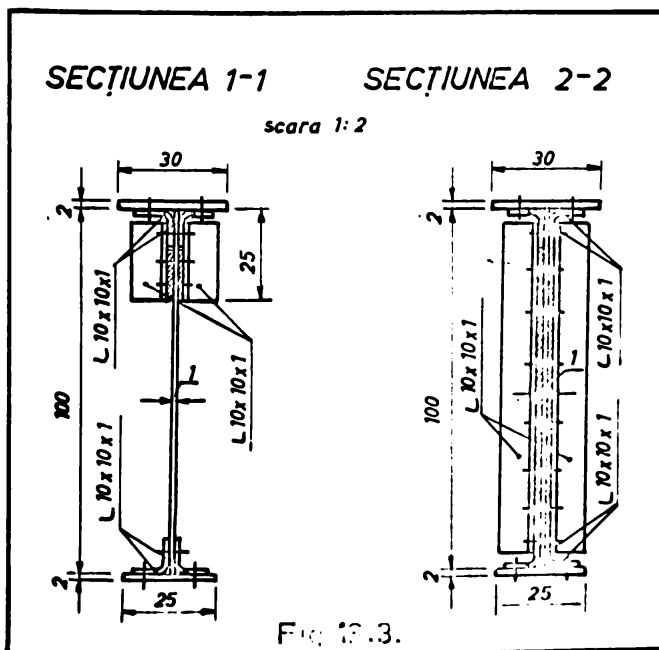
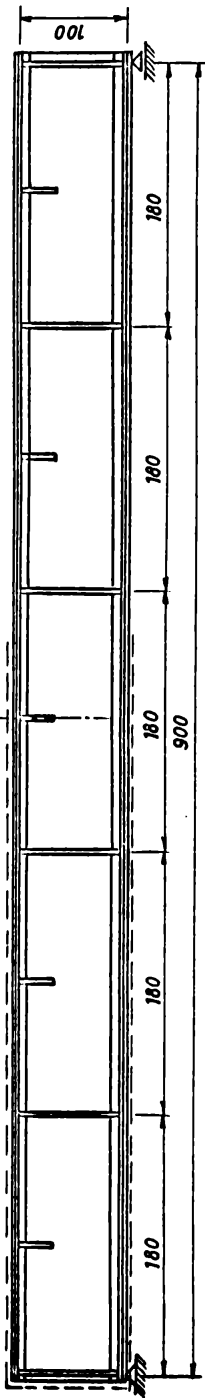


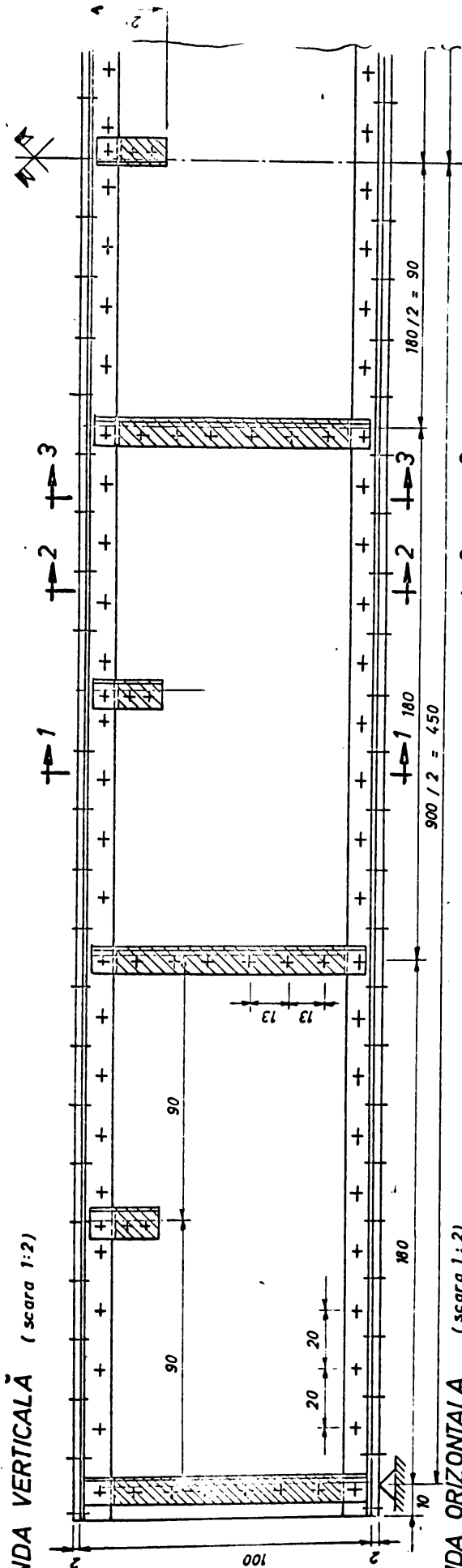
Fig. 13.3.

Pe grinda s-au prevăzut rigidizări transversale și rigidizări scurte. În figura 13.2 este prezentat ansamblul grinzii și grinda verticală cu toate cotele după care s-a confecționat modelul, iar în figura 13.3 sînt arătate secțiunile 1-1 și 2-2. Cotele grinzii de rulare verticală (Fig.13.3) sînt în toate rigidizările scurte iar cotele în

GRINDA CĂII DE RULARE-ANSAMBLU (scara 1:5)



GRINDA VERTICALĂ (scara 1:2)



GRINDA ORIZONTALA (scara 1:2)

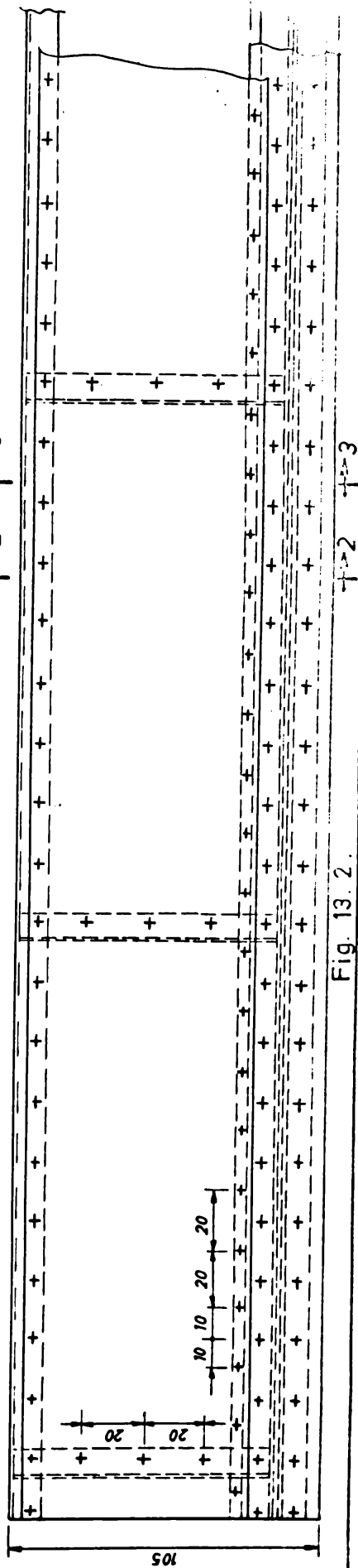
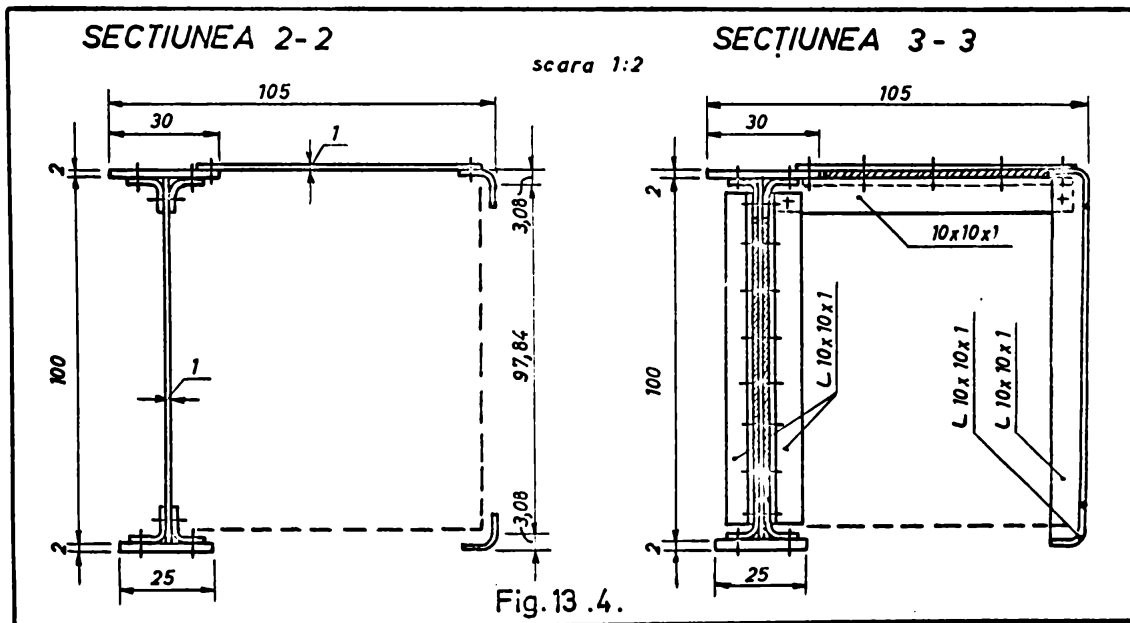


Fig. 13.2.

fața rigidizărilor transversale. Cel de al doilea model din grup 1 a reprezentat grinda cîi de rulare alcătuită din grinda verticală, descrisă mai sus, grinda orizontală realizată din tabla subțire de oțel de $l \times 76$ (mm), grinda secundară cu zăbrele și montanți în planul rigidizărilor transversale la nivelul tălpii inferioare (fi. 13.2 și 13.4). Grinda secundară cu zăbrele cu tălpi paralele are montanți și diagonale alternativate. Grinda este realizată din oțel, cornier cu aripi eroale (l la l la l) obținut prin presare la rece.



Ansamblarea grinzii secundare - a fost cu cusături de sudură în capete. Pe grinda orizontală ca măsură suplimentară s-a prevăzut rigidizări care au fost dispuse pe cele două părți ale cîi ca să existe asemenea rigidizări și pe grinda verticală. Rigidizările de pe cele două grinzi au fost prinse între ele cu probe de sudură. În felul acesta s-a obținut o structură sprijinită a grinzii cîi de rulare. În figura 13.2 se vede ansamblul grinzii cîi de rulare, grinda verticală și grinda orizontală cu toate dimensiunile după care s-a confecționat modelul, iar în figura 13.4 s-a prezentat secțiunile transversale 2-2 și 3-3 prin ansamblul (fi. 13.2) și dimensiunile aferente.

13.2.1.2 Modelul din grupa 11-a

În vederea realizării, pe cele experimentale, a stării de deformare și de eforturi unitare care apar în grinzile cîilor de rulare datorită înclinărilor cauze de poșturile rulante s-au proiectat și executat modelele din grupul 11-a, care reprezintă grinzi ale cîilor de rulare cu zăbrele de l la l la l , oțel, alcătuite în soluție

sudată. După modul de alcătuire și secțiunii transversale a grinzilor căilor de rulare, se deosebesc trei tipuri fundamentale de grinzi (tipul „A”, „B” și „C” (fig. 13.1)), care diferă între ele prin modul de alcătuire a ansamblului tălpii superioare, prin lățimea grinzii orizontale de frânare și prin lungimea efectiv realizată.

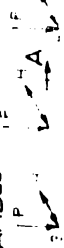
Grinda de tip „A” este alcătuită din grinda verticală de rulare cu înălțimea $H=335$ mm și grinda orizontală de frânare cu lățimea $b=212,5$ mm, având lungimea de $l=3000$ mm. Grinda verticală este alcătuită din inimă și două tălpi, cu secțiune monocentrică. Inima grinzii este realizată cu două table de oțel; în vecinătatea tălpii superioare, pe o înălțime de 50 mm, s-a folosit oțel lat de 50×5 (mm) iar în rest pe înălțimea de 275 mm, s-a folosit banda de oțel de 275×4 (mm). Cele două table care formează inima au fost asamblate cu cusătură automată de sudură în capete. Talpa superioară s-a realizat din oțel lat de $135,5 \times 5$ (mm), iar talpa inferioară s-a debitat din oțel lat la dimensiunea de 75×5 (mm). Pe grinda verticală s-au prevăzut rigidizări transversale la distanțe de 500 mm. Rigidizările transversale curente s-au realizat din bandă de oțel de 25×2 (mm), iar cele de rezervă din bandă de oțel de 50×4 (mm).

Grinda orizontală este alcătuită din talpa interioară (care este în același timp și talpa superioară a grinzii verticale), inima grinzii debitată din banda de oțel la dimensiunea de $135,5 \times 2$ (mm) și talpa exterioră realizată din profil Uo,5. Pe grinda orizontală s-au plăcut rigidizări transversale, realizate din banda de oțel de 50×2 (mm), care vor asigura în toate circumstanțele poziția rigidizărilor de pe grinda verticală. Talpa exterioră a grinzii orizontale, poate să nu fie susținută intermediar pe lungimea travesei sau să fie susținută cu contra-fișe, grinzi cu ștrebele înclinată etc. rezultând tipurile derivate de grinzi A_1, A_2, \dots, A_n așa cum se vede în figura 13.1.

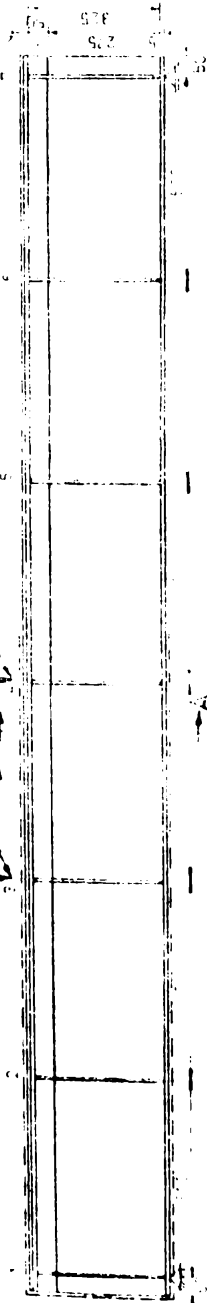
În figura 13.5 este arătată grinda tip „A” și „A₁”, când talpa exterioră este susținută intermediar cu contra-fișe, cu toate dimensiunile necesare execuției șefului. Tot pe aceeași figură este arătată și dispoziția taburilor și a șuruburilor tensionate în vederea efectuării lucrărilor.

Grinda de tip „B” este alcătuită din grinda verticală cu înălțimea $H=335$ mm și grinda orizontală cu inimă plină cu lățimea $b=200$ mm, având lungimea de $l=3000$ mm. Grinda de tip „B” este alcătuită în mod similar cu grinda de tip „A” cu deosebirea că ansamblul tălpii superioare este alcătuit din două

GRINDA CĂI DE RULARE - ANSAMBLU
(scara 1:10)

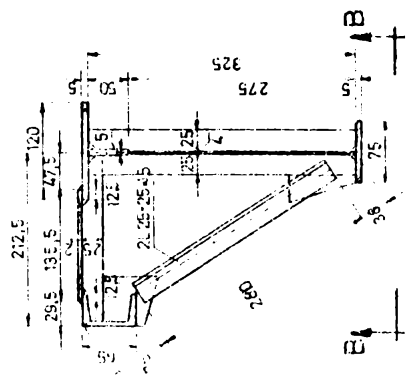


GRINDA TIP "A"

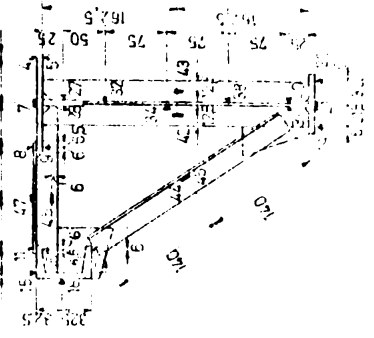


SECȚIUNEA A-A (scara 1:5)

Dimensiuni geometrice

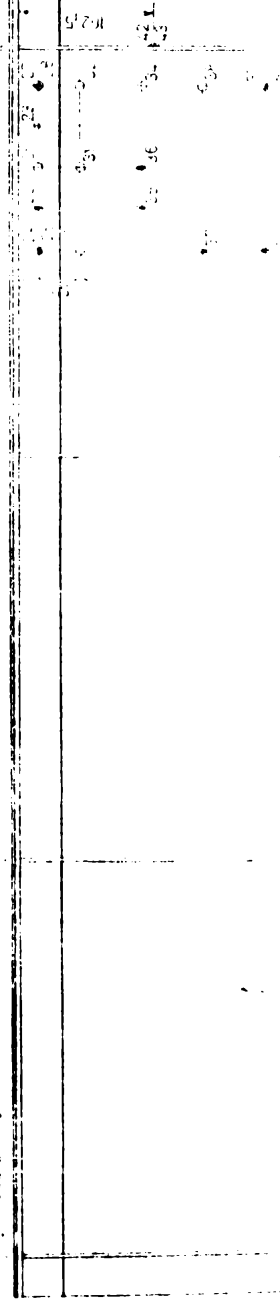


Dispozitie timbre or tensometrice
6, 30, 5, 25, 6, 125, 5, 4, 54, 6

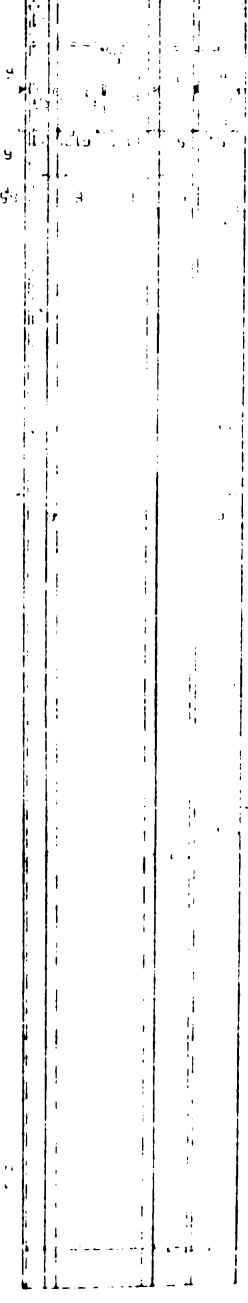


DISPOZITIA TIMBRELOR TENSOMETRICE

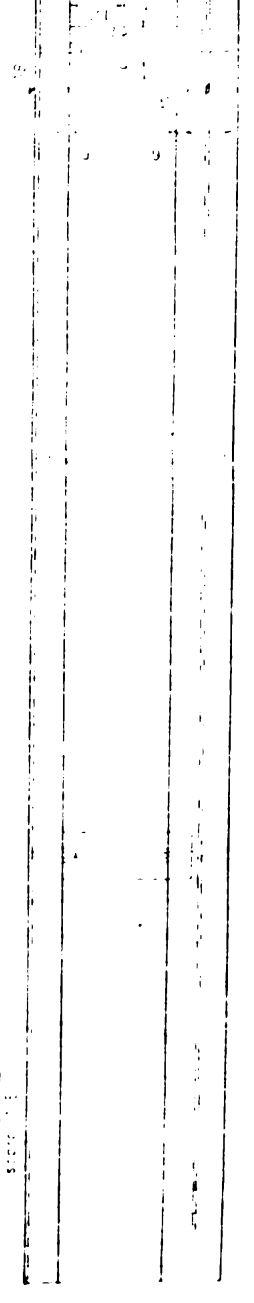
GRINDA VERTICALĂ



GRINDA ORIZONTALĂ

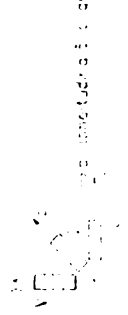


VEDEREA B-B



LEGENDA:

- Timbru geometric normal
- Timbre tensometrice în rotație
- Rolăți cubică
- Rolăți în formă de trapez
- ▼ Rolăți reprezentată pe secțiunea grindii
- Dispozitie timbreor în rotație



benzi de oțel de 35 x 3 (mm) dispuse în poziție verticală de oțel și alta a inimii grinzii verticale, la distanța de 25 mm față de aceasta.

La grinda de tip "B" panourile de lângă reazeme, cuprinse între rigidizările transversale consecutive, au lungimea de câte 400 mm, iar restul panourilor intermedii are de câte 500 mm.

În figura 13.6 este prezentată grinda tip "B" în ansamblu, elevație, vederi și secțiuni cu toate dimensiunile necesare execuției modelului.

Grinda de tip "C" are lungimea de $l = 5000$ mm și diferă ca mod de alcătuire față de primele două tipuri de grinzi ("A") și ("B"), prin faptul că are înălțimea grinzii orizontale de $b = 225$ mm, iar ansamblul tălpii superioare este întărit cu două lamele oblice, cum rezultă din figura 13.7. Prin întărirea acestor două lamele oblice se formează în zona tălpii superioare două contururi dublu concave, secțiune deosebit de avantajoasă pentru preluarea solicitărilor secundare aduse de înclinările podurilor răsucite (ex. răsucire locală). În figura 13.7 se prezintă grinda tip "C" cu toate dimensiunile geometrice.

Fiecând de la tipurile fundamentale de grinzi ("A", "B", "C") s-au dezvoltat mai multe tipuri derivate de grinzi ("A₁", "B₁", "C₁"...) care diferă între ele prin modul în care s-a realizat susținerea tălpii exterioare a grinzii orizontale, cu contrafișe, grinzi cu zăbrele etc. (fig. 13.1). Pentru alcătuirea contrafișelor și a grinzilor secundare cu zăbrele, s-a folosit oțel cornier (25x25x1,5) produs de Uzina Metalurgică Iași.

13.2.2 Materialul folosit pentru confecționarea modelelor

Pentru confecționarea modelelor s-au folosit oțeluri de uz general pentru construcții (SMB 437-67) sub formă de table subțiri, benzi de oțel și oțel lat. Oțelul folosit (OL 37.2k) având compoziția chimică și caracteristicile mecanice, conform SMB 500-60, a fost bun sudabil, în orice condiții și poziție. În vederea efectuării calculelor de rezistență, valorile caracteristicilor materialului (E, G și μ) s-au admis cele standardizate și prescrise și în fișa producătorului, astfel:

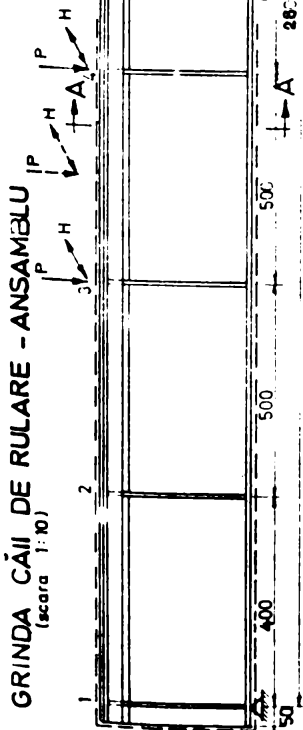
$$E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2$$

$$G = 0,81 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2$$

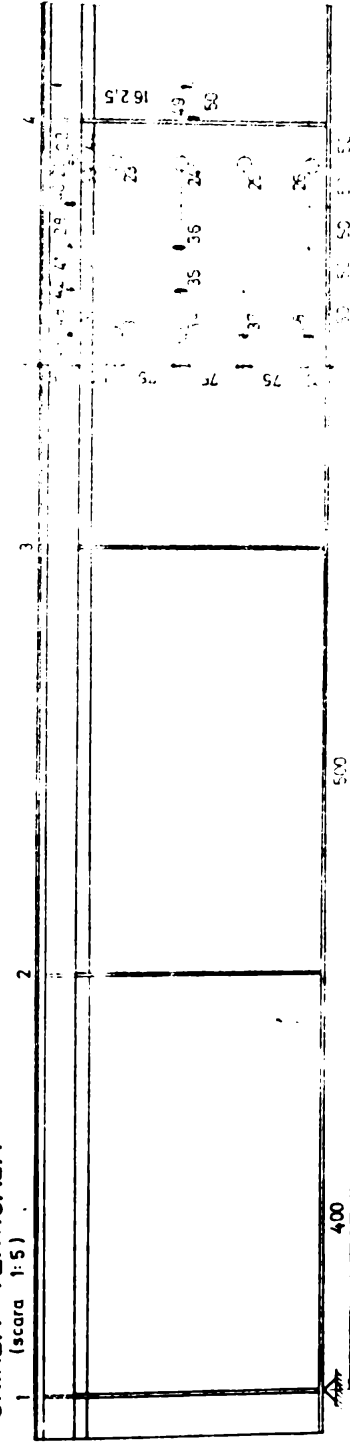
$$\mu = 0,30$$

Ca materiale de adăug s-au folosit, pentru sudura manuală, electrozi EB 38 T fabricași la Ciampic Turzii și electrozi

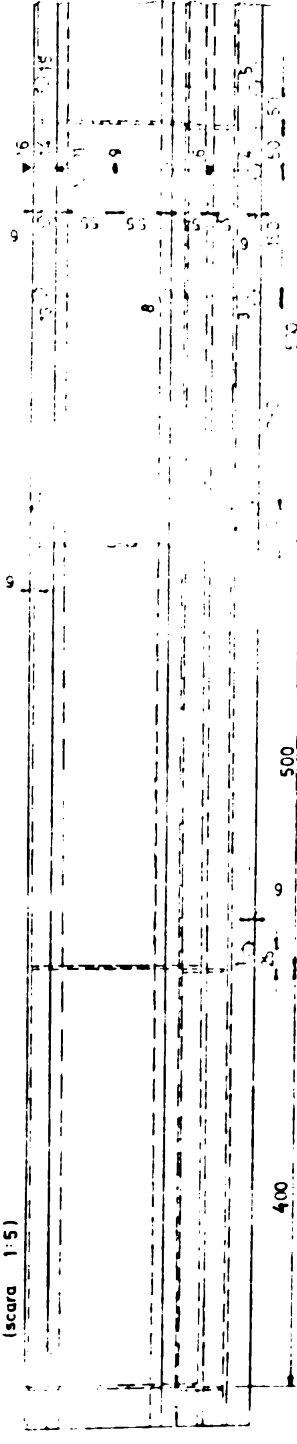
GRINDA TIP "B"



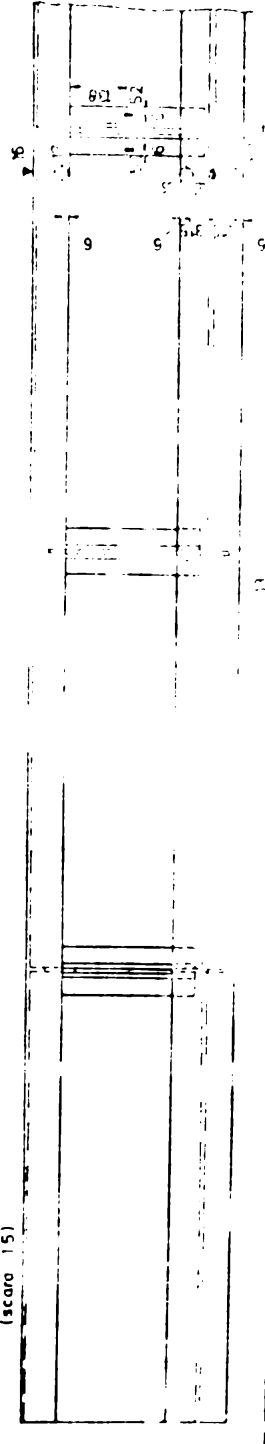
GRINDA VERTICALĂ



GRINDA ORIZONTALĂ

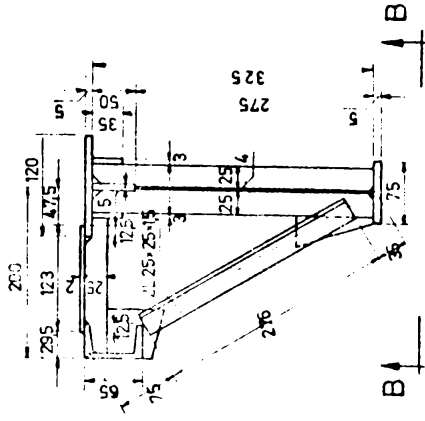


VEDEREA B - B

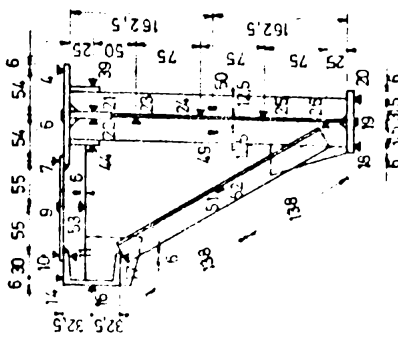


SECTIUNEA A-A

Dimensiuni geometrice



Dispozitia timbrelor tensometrice



LEGENDA:

- Timbru tensometric normal
- Timbre tensometrice in rozet
- Rozetă șchiță
- Rozetă pe fata nevăzută
- ▼ Rozetă reprezentată pe secțiunea grinzii
- Dispozitia timbrelor în rozet

Superbaz fabricați la Uzina, iar pentru sudura electrică automată, sub strat de flux, s-a folosit câșmă de sudare S.10 X.

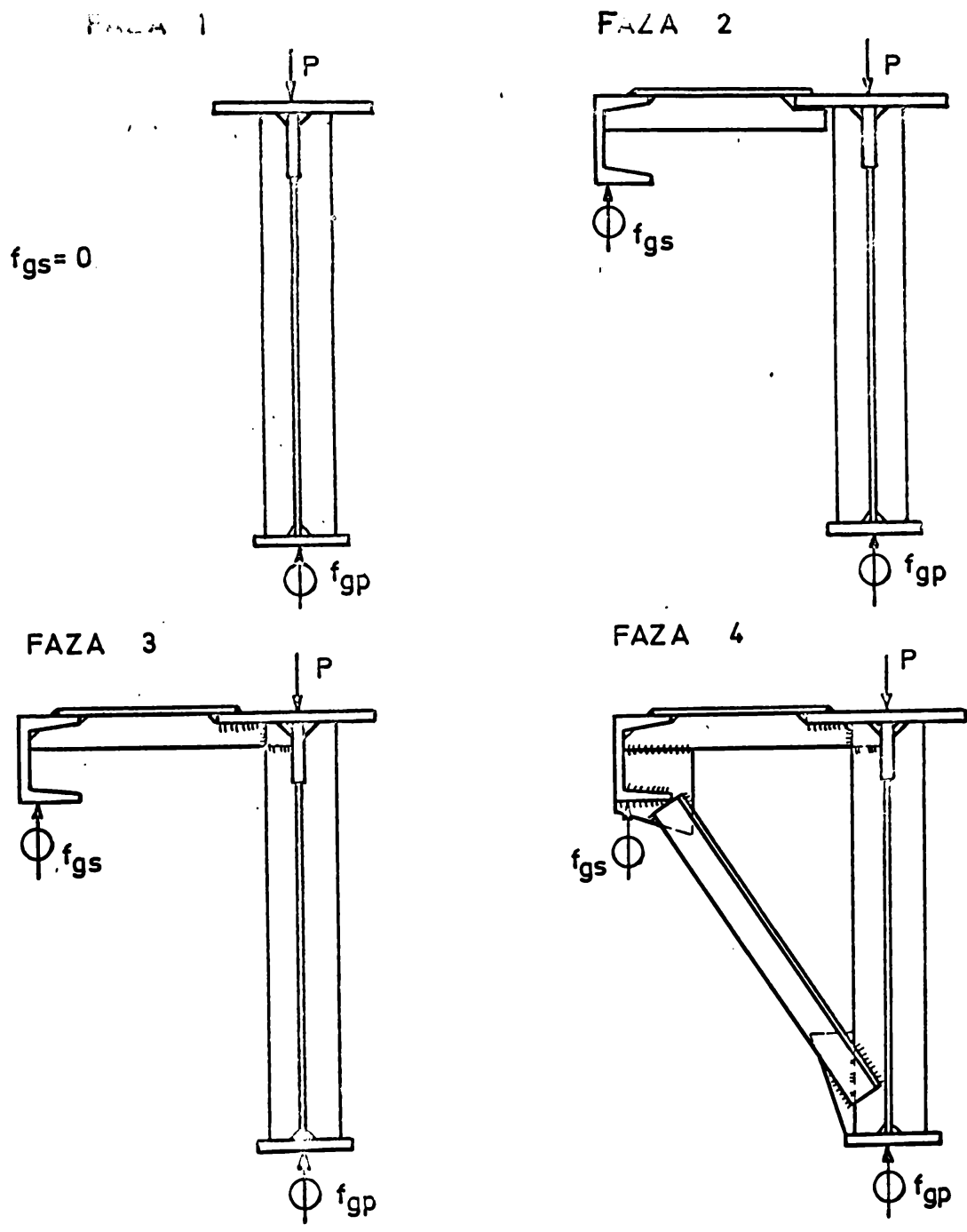
13.2.3 Execuția modelelor pentru încercări

Modelele pe care s-au făcut observații și măsurători experimentale s-au executat pe bază de proiect de execuție, astfel ca acestea să reprezinte la o anumită scară, așa cum s-a precizat mai sus, grinzi ale căilor de rulare.

Modelele din grupa I s-au confecționat în cadrul laboratorului Catedrei de construcții metalice a Institutului politehnic "Traian Vuia" din Timișoara, folosind o mașină electrică de sudat prin puncte. S-au confecționat grinzile verticale, apoi grinda orizontală pentru al doilea model și după aceea s-au ansamblat. Funcțiile de sudură s-au asimilat cu nituri ajungând la două modele de grinzi din grupa I (fig.13.2;13.3;13.4) realizate în soluție nituită.

Modelele din grupa a II-a s-au confecționat în soluție sudată în mai multe faze consecutive, urmate de încercări, până s-a ajuns la tipurile fundamentale de grinzi, apoi la cele derivate (fig.13.1) Grinzile verticale cu inimă plină au fost confecționate la Uzina de construcții metalice din Boaga - Jūd. Caraș-Severin, iar grinzile orizontale de frânare cu inimă plină au fost confecționate în cadrul laboratorului Catedrei de construcții metalice din Timișoara. Ansamblarea grinzilor verticale cu cele orizontale s-a făcut în cadrul laboratorului de construcții metalice, în mai multe faze succesive, așa cum rezultă din figura 13.3, fiecare fază fiind urmată de un set de măsurători de deformații.

Faza 1, s-a montat grinda verticală pe stand și la anumite trepte de încărcare s-au măsurat deformațiile (f_p). Faza 2, s-a sudat inima grinzii orizontale de talpa superioară a grinzii verticale fără ca rigidizările să se sudeze între ele. Pentru aceleași trepte de încărcare s-au măsurat din nou deformațiile (f_p și f_g). Faza 3, s-au sudat rigidizările de pe grinda orizontală de cele de pe grinda verticală și din nou s-au efectuat măsurători de deformații (f_p și f_g). Faza 4, s-au montat contrafișe în planul rigidizărilor transversale după care s-au efectuat măsurători de deformații (f_p și f_g). În faza 4 s-a ajuns la tipul fundamental de grindă completată cu contrafișe. În felul acesta s-au confecționat și modelele grinzilor tip "B" și tip "C". Restul barelor care formează grinzi cu zăbrele și conduc la tipurile derivate de grinzi s-au montat cu șuruburi obișnuite. Acest procedeu a permis ca, plecând de la tipul fundamental de grindă să se poată obține oricare tip derivat



LEGENDA:

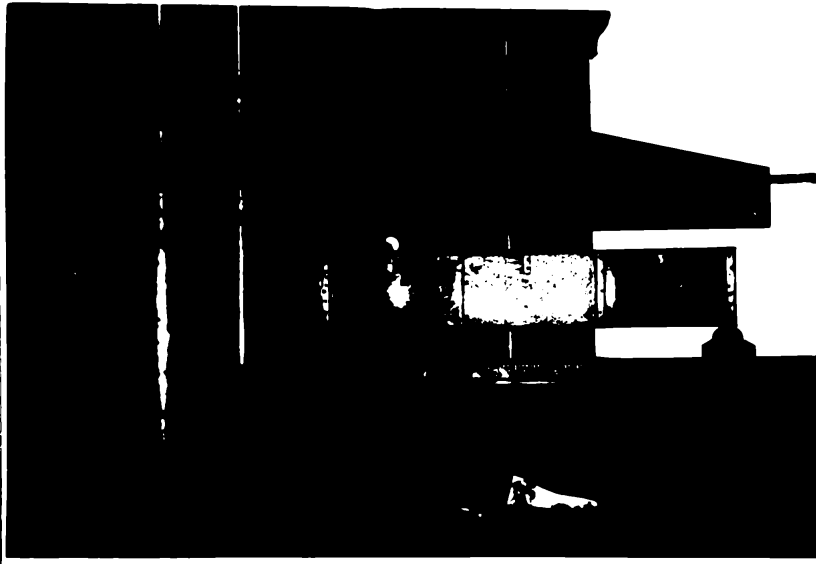
- ⊕ - Microcomparatoare pentru măsurarea săgeților corespunzător treptelor de încărcare și descărcare
- f_{gs} - Săgeți pe grinda secundară
- f_{gp} - Săgeți pe grinda principală

Fig. 13.3.

de grindă (fig.13.1) prin sigla ... t ... de ... a unor ele-
mente.

13.3 Dispozitive de încercare a modelelor

La alegerea dispozitivelor de încercare a modelelor s-a avut în vedere dimensiunile acestora și locul unitat cu fiecare grup de modele. În funcție de acestea, pentru modelele din grupa I, a



celor dimensiuni s-au de pastotăp au fost reduse de zece ori și cu ajutorul cărora s-a unitat numai calitativ distribuția spectrală de eforturi unitare, drept dispozitiv de încercare s-a ales o mașină universală de încercări mecanice din cadrul laboratorului de Construcții metalice. Așa cum se vede din

Fig.13.9

Figura 13.9, cu ajutorul ... și ... s-a realizat convenabil atât sistemul ... și sistemul de încercare În cazul acesta s-au putut ... și ... treptele de încercare ... , ... și ... pentru

Pentru încercarea ... din grupa a II-a, a celor dimensiuni sînt de ordinul ... și ... unitat strict de ... , a fost necesar să se realizeze un dispozitiv ... pentru ... încercări.

Dispozitivul de încercare ... , "atendul mic" al laboratorului ... (fig.13.10), este alcătuit dintr-un sistem de ... și ... și lagăte între ele prin sigla ... și sigla ... la nevoie. În sigla metalice cu ... și ...

foarte rigidă, dispusă longitudinal, pe care se sprijină dispozitivele de încărcare a grinzilor-model.

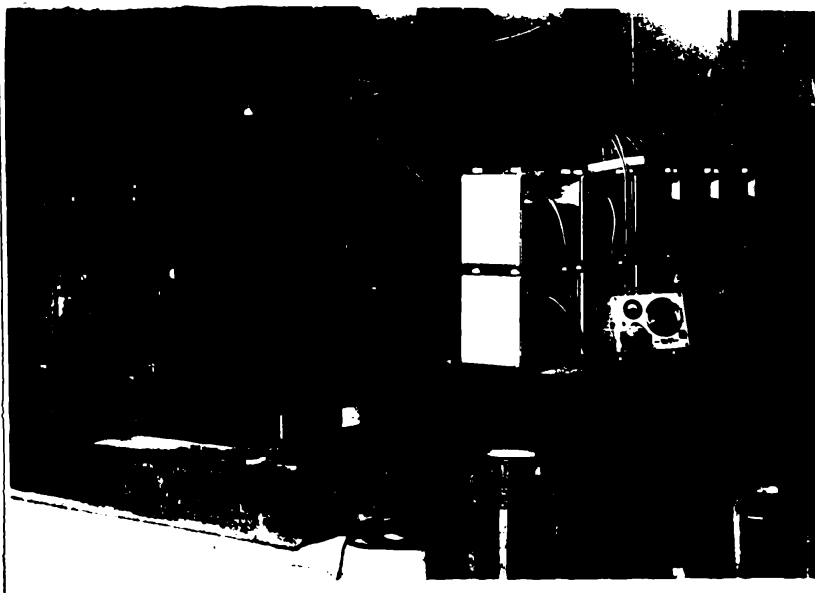


Fig.13.10

teoretic, s-a ales o soluție de rezemare care să apropie cazul cât mai mult de ipotezele teoretice admise. În acest sens, pentru rezemarea modelelor pe stand, în secțiunile de capăt s-au prevăzut niște cadre metalice rigide echipate cu dispozitive de rezemare, fixă și mobilă, a grinzilor verticale și cu câte o pereche de șuruburi speciale, prevăzute cu câte o bilă de rulment care se putea roti liber (fig.13.11). Șuruburile au fost dispuse în partea superioară a cadrului cu scopul de a putea prelua reacțiunile orizontale. Fiecare cadru, așa cum se vede din figura 13.11, a fost fixat pe câte o traversă rigidă ancorată la rîndul ei de blocul de fundație.

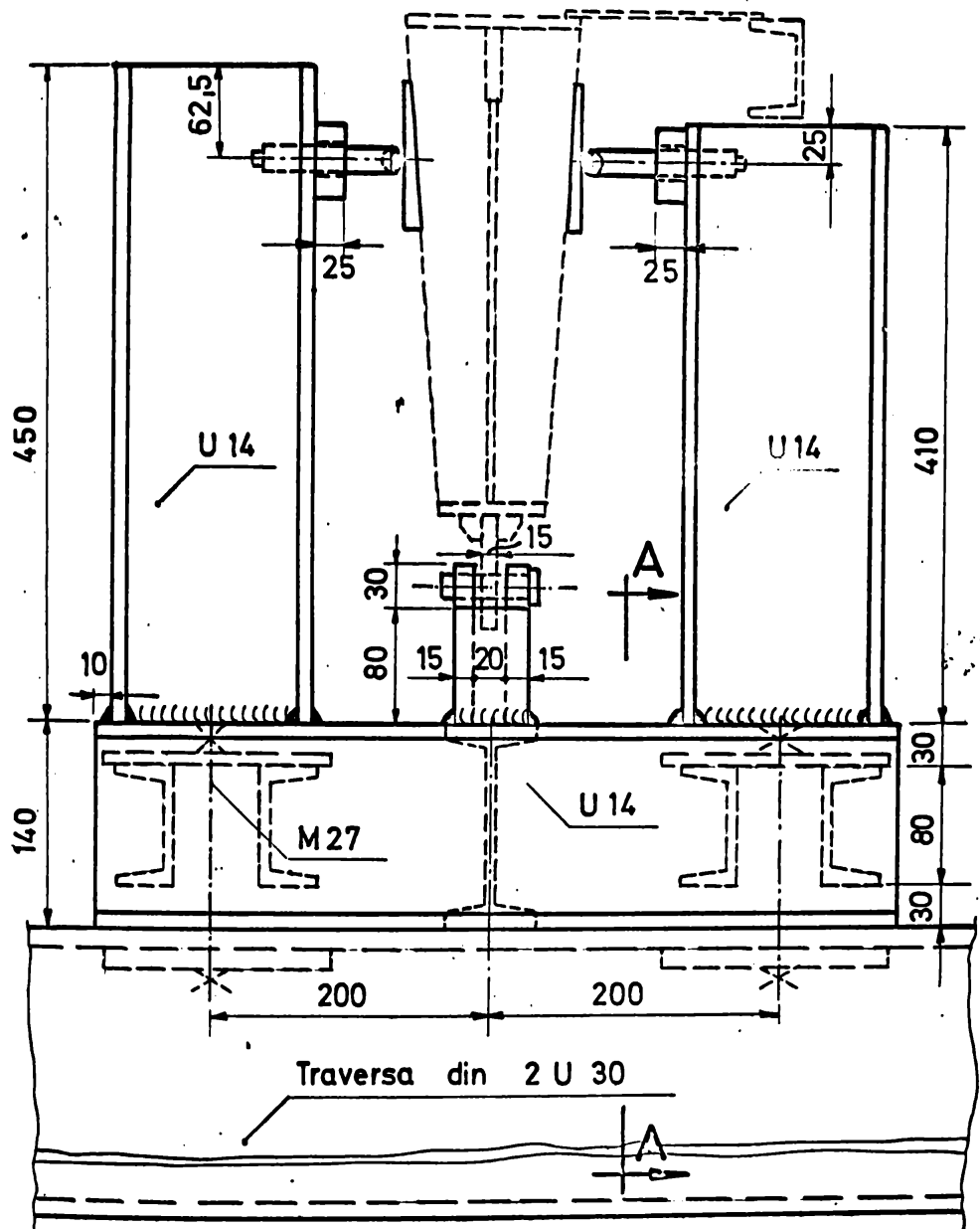
Pentru a putea realiza rezemarea dorită, la nivelul tălpilor inferioare a grinzilor, în secțiunile de rezemare, s-au sudat niște urechi în care au fost date găuri în prealabil, permițînd introducerea unor bolțuri de articulație. În felul acesta s-a realizat rezemarea grinzii pe cadrele de la cele două capete. Prinderea s-a făcut direct în cazul rezemelor fixe (fig.13.11) și prin intermediul unui pendul, pentru rezemele mobile (fig.13.11.Detalii). La grinzile verticale, pe rigidizările de reazem s-au sudat două plăcuțe din oțel tratat termic, pe care s-au montat cele două șuruburi prevăzute la cadrele de capăt (fig.13.12). Prin intermediul plăcilor filetate, sudate de cadrul de capăt, așa cum se vede din figura 13.12, s-a realizat transmiterea reacțiunilor orizontale la cadrele de rezemare.

Soluția de rezemare adoptată, pentru grinzile din grupa a doua de modele, permite prinderea și transmiterea forțelor vertica-

13.3.1 Modul de rezemare.

Avînd în vedere că pe modelele din grupa a II-a s-a urmărit să se determine pe cale experimentală starea de deformație și de eforturi unitare și apoi să se compare cu rezultatele calculului

DISPOZITIV DE REZEMARE A GRINZII
 REAZEMUL FIX ȘI MOBIL (scara 1:5)



SECTIUNEA A - A

DETALIU DE REAZEM MOBIL

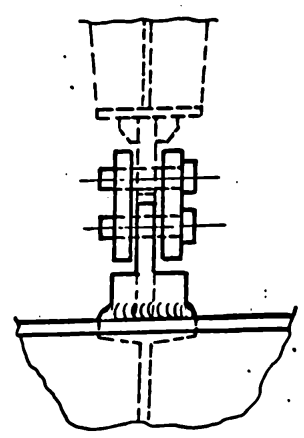
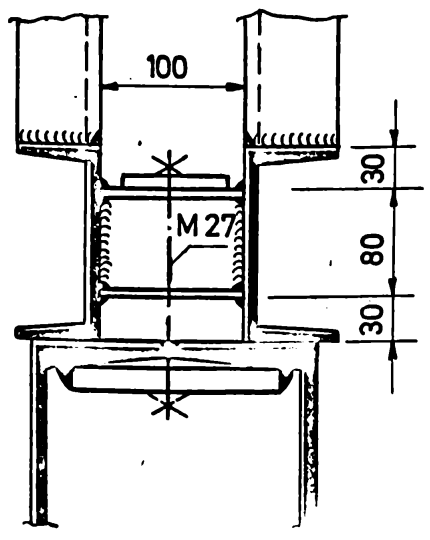


Fig. 13.11

le și orizontale transversale precum și a momentelor de răsucire în
ră a împiedica rotirile și de-
planările secțiunilor de reazem
datorită solicitării de încova-
iere și răsucire.



Fig. 13.12

13.3.2. Modul de încărcare.

Pentru a stabili modul cel mai
adekvat de încărcare a modelelor,
trebuie ținut seama de mărimea
și dispoziția forțelor care au-
mează să încarce modelele și de
scopul urmărit cu fiecare grup
de modele în parte.

Modelele din grupa I reprezintă,
așa cum s-a mai arătat, grinzi
ale căilor de rulare cu deschide-
rea de 9,0 m destinate să deserv-
vească poduri rulante de 200 kN-
L=20,75...23,50 m, iar modelele

din grupa a II-a reprezintă grinzi ale căilor de rulare cu deschide-
rea de 12,0 m proiectate pentru poduri rulante de 500/125 kN-L =
= 20,75...23,50 m. În ambele cazuri s-au considerat poduri rulante
cu suspensie elastică cu regim greu de funcționare. După STAS 800-
68 /239/, în primul caz, presiunile maxime pe roți sînt de 194 kN
(19,4 tf) și masa căruciorului de 4,4 t iar în al doilea caz, presi-
unile verticale maxime sînt de 412 kN (41,2 tf) și masa căruciorului
de 12,5 t. Forțele orizontale rezultate din frînarea căruciorului se
calculează, conform STAS 4907-69, în funcție de masa căruciorului și
masa corpului de ridicat. Pentru a prinde efectul dinamic al forțe-
lor verticale și orizontale aduse de podurile rulante, acestea se ma-
jorează în ambele cazuri, după STAS 763/1-71, cu coeficienți dinami-
ci $\gamma = 1,3$ (pentru forțele verticale) și $\alpha = 1,8$ în primul caz, res-
pectiv $\alpha = 1,5$ în al doilea caz (pentru forțele orizontale).

Pentru a realiza similitudinea completă (atît geometrică
cît și mecanică) forțele care se aplică pe modelele grinziilor căilor
de rulare (P^m) se obțin din forțele reale aduse de roțile podurilor
rulante majorate cu coeficienții dinamici (P^r), reduse cu patratul
coeficientului de scară (n^2), astfel:

$$P^m = P^r : n^2 \quad (13.1)$$

În acest caz, pentru modelele din grupa I, rezultă forțe

verticale de 2,52 kN (0,252 tf) și forțe horizontale de 0,11 kN (0,011 tf), iar pentru modelele din grupa a II-a se obțin forțe verticale de 33,475 kN (3,3475 tf) și forțe horizontale de 1,46 kN (0,146 tf). Ținând seama că încercările s-au făcut în domeniul elastic, nu a fost obligator să se respecte cu exactitate mărimile forțelor de mai sus. De aceea, forțele de mai sus care au încărcat modelele s-au rotunjit la valori convenabile, sub valorile obținute prin calcul.

Convoiul de forțe s-a stabilit în funcție de lățimea și ampatamentul fiecărui pod în parte. În cazul ambelor grupe de modele, convoiul de forțe a fost format numai din două forțe, deoarece una din celelalte forțe ar fi călcat în secțiunea de reazem și una în afara domeniului grinzii.

Având în vedere că modelele din grupa I au servit pentru determinarea spectrului liniilor eforturilor unitare principale cât și faptul că forțele aferente au atins valori mici, încărcarea modelelor s-a făcut, așa cum se vede din figura 13.9, cu ajutorul mașinii universale de încercări mecanice ZDM-50 to/215/59/7 WEB de la Laboratorul de Construcții metalice a Institutului politehnic Timișoara. În acest scop, la capul cadrului transversal al mașinii, s-a atașat un element foarte rigid (fig.13.9) cu ajutorul căruia s-au putut aplica forțele concentrate în orice punct de pe model. Pentru scopul urmărit, acela de a determina în mod calitativ distribuția și direcția liniilor eforturilor unitare principale cu ajutorul lacurilor casante, modelele s-au încărcat odată cu un convoi de două forțe concentrate aplicate în dreptul rigidizărilor transversale (fig.13.9 a), iar apoi cu o forță concentrată aplicată în câmp, în secțiunea cu o rigidizare scurtă sau o rigidizare scurtă care merge pînă la rigidizarea orizontală longitudinală (fig.13.9 b).

Încărcarea modelelor din grupa I cu ajutorul mașinii universale de încercări mecanice a permis controlul vitezei de aplicare a forțelor și menținerea acestora la valoarea constantă atunci cînd s-a atins "pragul de sensibilitate" la fisurare a lacului casant.

Încărcarea modelelor din grupa a II-a s-a făcut pe standul de încercări folosind o instalație hidraulică pentru realizarea forțelor verticale. Forțele verticale au fost aplicate de sus în jos, cu ajutorul unor prese hidraulice construite în laboratorul de construcții metalice al Facultății de Construcții din Timișoara. Presele au fost legate la pompa hidraulică echipată cu un rezervor tampon pentru uniformizarea presiunii, prevăzut cu manometru tip UMF București gradat pînă la 100 atmosfere (fig.13.12). Instalația

hidraulică din figura 13.13 a fost etalonată de Institutul de metro-



Fig. 13.13

logie secția Timișoara și omologată pentru clasa de precizie 3 cu eroare maximă de $\pm 3\%$.

Pentru a putea obține eforturi unitare care să provină numai din efectele principale ale încălzirilor, poziția convoiului din figura 13.13 nu este în mod riguros o poziție de moment maxim maximorum

dar, însă poziția foștelor coincide cu poziția rigidizărilor transversale de pe grindă.

Pentru a cunoaște valorile maxime ale eforturilor unitare (în acestea fiind cuprinse și o parte din eforturile unitare produse de efectele secundare ale încălzirilor), grinzile (modelele din grupa a II-a) au fost încălzite cu convoi de două forțe dispuse în poziția de moment maxim maximorum (fig.13.14)



Fig. 13.14

În acest caz forțele concentrate erau între rigidizările verticale.

Cu scopul de a evita apariția unor componente ale forțelor verticale, transmiterea acestora către grinzii căii de rulare s-a

făcut printr-o bilă de oțel călit și o piesă rigidă dispuse la

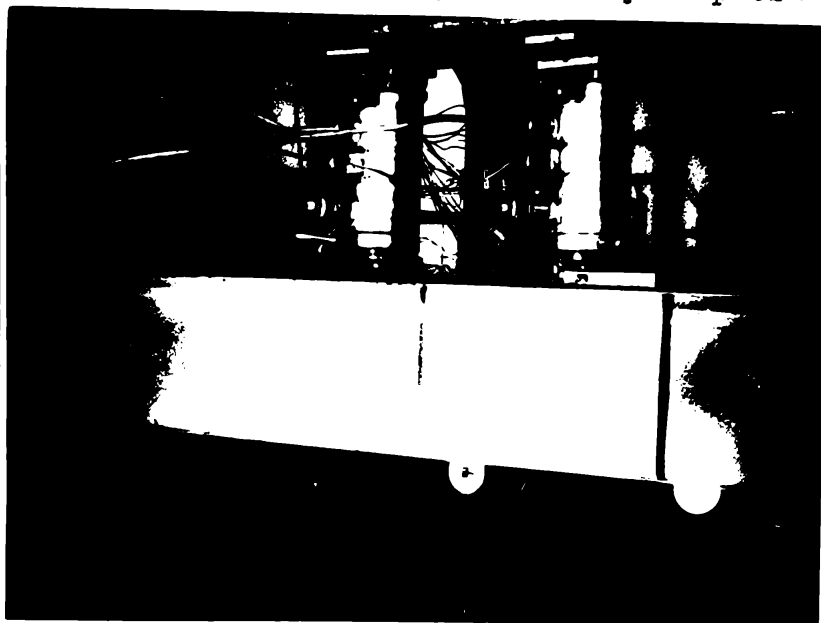


Fig. 13.15

partea inferioară (fig.13.15). La partea superioară a fiecărei prese, așa cum se vede din figura 13.15, s-a atașat câte un dispozitiv cu role, care să permită deplasări transversale libere. Pentru a putea ține constantă încărcarea realizată cu prese, acestea sînt prevăzute cu piulițe cu mîner (fig. 13.15) cu ajutorul cărora se pot bloca presele la orice treaptă de presiune realizată. După timpul considerat (necesar pentru uniformizarea stării de solicitare și citirea la aparate) se deblochează piulițele și se descarcă presele.

Forțele orizontale transversale, provenite din frînarea căruciorului, s-au aplicat asupra modelului grinzii căii de rulare cu ajutorul unor dinamometre cu buclă (fig.13.16), confecționate și etalona-



Fig. 13.16

nate la Filiala INCERC din Timișoara. Incercările s-au realizat prin întinderea unor tije filetate prevăzute cu mufe, care au fost filetate atît pe stînga cît și pe dreapta. Prin rotirea mufelor, în tije s-a introdus efort care s-a transmis mai departe la grindă prin intermediul dinamometrelor. Forțele

orizontale s-au aplicat în secțiunile de pe grindă în care s-au aplicat și forțele verticale. Pentru a ne apropia cît mai mult de situația reală, cînd forțele orizontale se transmit la fața superi-

oară a șinei, forțele horizontale s-au transmis la model prin intermediul unei piese metalice, la nivelul de 25 mm deasupra tălpii modelului ceea ce corespunde, pentru grinda reală, unei înălțimi de șină de 100 mm. Mărima forțelor horizontale s-a controlat cu ajutorul unor microcomparatoare cu tije de tip UMF București, montate pe dinamometre, avînd o precizie de măsurare de 0,01 mm.

Pentru a putea determina pe cale experimentală influența efectelor secundare ale încărcărilor asupra grinzilor căilor de rulare, modelele din grupa a II-a au fost încărcate cu forțe verticale, cu forțe verticale și forțe horizontale în secțiunea de la mijlocul unui panou cuprins între două rigidizări transversale consecutive (fig.13.17). În toate încercările făcute pe modele, încărcările horizontale nu s-au aplicat concomitent cu încărcările verticale. Ele s-au aplicat în mod distinct, prima dată cele verticale apoi cele horizontale, pentru a putea urmări în mod separat influența lor.



Fig. 13.17

Pentru a cunoaște modul în care se comportă modelele din grupa a II-a, atât pentru preluarea efectelor principale cât și a celor secundare ale încărcărilor, s-au făcut următoarele considerații în privința aplicării forțelor (respectiv forței) verticale:

- 1). - Forțele verticale ($P=3300$ daN) se aplică centric ($e=0$), în raport cu axa inimii grinzii verticale.
- 2). - Forțele verticale ($P=3300$ daN) se aplică cu excentricitate pozitivă ($e=10$ mm).
- 3). - Forțele verticale ($P=3300$ daN) se aplică cu excentricitate negativă ($e=-10$ mm).

În privința forțelor horizontale, atunci cînd s-au luat în considerare ($H \neq 0$), s-a avut în vedere sensul de acțiune a acestora corespunzător cazului care duce la creșterea momentului de răsucire exterior (\bar{M}_r).

In acest caz, pentru atingerea scopului urmărit, au rezultat următoarele ipoteze de încărcare:

Ipoteza I a : $P = 3300 \text{ daN}$; $e = 0$; $H = 0$

I b : $P = 3300 \text{ daN}$; $e = 0$; $H = 146 \text{ daN}$

Ipoteza IIa : $P = 3300 \text{ daN}$; $e = 10 \text{ mm}$; $H = 0$

IIb : $P = 3300 \text{ daN}$; $e = 10 \text{ mm}$; $H = 146 \text{ daN}$

Ipoteza III a: $P = 3300 \text{ daN}$; $e = -10 \text{ mm}$; $H = 0$

III b: $P = 3300 \text{ daN}$; $e = -10 \text{ mm}$; $H = 146 \text{ daN}$

14. EFECTUAREA ÎNCERCĂRILOR

14.1 Metode de încercare folosite

Cu scopul de a verifica ipotezele calculului și de a face să crească și mai mult siguranța în timpul execuției și explozării diferitelor elemente și structuri de construcție, încercările efectuate pe modele și elemente în mărime naturală capătă o importanță din ce în ce mai mare. Încercările au drept scop cunoașterea anumitor parametri ce caracterizează comportarea reală, în ansamblu sau local, a elementului sau structurii de rezistență.

În funcție de parametrii ce urmează a fi determinați și de scopul urmărit, se folosesc diferite metode de încercare și aparatura aferentă.

Așa cum rezultă din paragraful 13.1, unde este prezentat programul experimental și scopul urmărit, modelele din grupa I s-au confecționat cu scopul de a determina calitativ starea de eforturi unitare de pe suprafața acestora în condițiile de rezemare și încercare prezentate anterior. În acest scop s-a folosit metoda lacurilor casante. Cu ajutorul acestei metode, care se bazează pe proprietatea lacurilor casante de a fisura (sau expolia) ușor după direcții perpendiculare pe direcția alungirilor (sau scurtărilor) maxime (eforturilor unitare maxime), s-au putut face observații asupra modului de distribuție a eforturilor unitare pe suprafața modelului, prin evidențierea punctelor și a zonelor de solicitare maximă datorită deplasării liniilor de fisurare. Tot pe această cale s-au putut determina direcțiile principale ale eforturilor unitare, știind că liniile de fisurare sînt orientate perpendicular pe direcția efortului unitar maxim de întindere.

Modelele din grupa a II-a s-au confecționat cu scopul de a determina cantitativ starea de eforturi unitare și de deformație. În acest scop, dintre metodele de analiză experimentală a stării de eforturi unitare și de deformație, s-a ales metoda tensometriei electrice rezistive. Metoda tensiometriei electrice rezistive face parte din grupa metodelor de măsurare a deformațiilor pe căile indirecte. Principiul metodei constă în solidarizarea cu elementul de încercat a unui traductor, care deformîndu-se odată cu modelul, provoacă variația unui anumit parametru electric (de exemplu rezistența electrică a firului traductorului), iar această variație este măsu-

rată de instrumentele electrice de măsură. Prin urmare aparatul minim necesar, în metoda tensometriei electrice, trebuie să cuprindă în mod obligator două părți: traductorul (timbru tensometric) care preia deformația piesei și aparatele de măsură. Cele mai răspândite aparate electronice de măsurat sînt punțile tensometrice. Cu ajutorul metodei tensometriei electrice s-au putut face observații și măsurători succesive cu precizie în mai multe puncte de pe model. Folosind metoda tensometriei electrice s-a putut determina starea de eforturi unitare, pe mai multe tipuri de modele din grupa a II-a, provenită dintr-o solicitare complexă (încovoierea oblică, tăiere, răsucire generală etc) precum și direcțiile eforturilor unitare principale în punctele în care s-au făcut măsurători.

14.2 Pregătirea modelelor

În vederea efectuării încercărilor experimentale, fiecare grupă de modele a trebuit să fie pregătită corespunzător metodei de încercare adoptate. Astfel, pentru modelele din grupa I s-a pregătit lacul casant care urma să fie aplicat, determinînd în prealabil, sensibilitatea la fisurare a acestuia pe epruvete mici. S-au încercat două categorii de lacuri; un lac preparat, după o rețetă a INCERC Filiala Iași pe baza procedurii IMAS(URSS), din rezinat de bariu și sulfură de carbon și aplicat la rece și un alt lac, produs de firmă "Bayer, G.m.b.H, Leverkusen" din R.F. a Germaniei sub denumirea comercială de "MAYBACH", preparat pe bază de colofonin și balsam de Canada /137/ și care se aplică la cald. Sensibilitatea la fisurare a acestui lac a fost garantată de firmă producătoare la valoarea de $5,5 \cdot 10^{-4}$ mm/mm în condiții de temperatură de $(14...22)^{\circ}\text{C}$ și umiditate de $(70...80)\%$ ceea ce corespunde foarte bine experimentărilor făcute pe elemente de oțel în condiții de laborator.

Prima categorie de lac, amintită mai sus, cu toate că prezenta avantajul aplicării la rece nu a putut fi folosită, deoarece nici după 24 ore nu prezenta o sensibilitate corespunzătoare care să permită, ca în domeniul deformațiilor elastice ale modelului, să apară fisuri pe suprafața lacului.

În vederea aplicării lacului "Maybach" pe fețele modelelor, acestea au trebuit bine curățate de urme de rugină apoi degresate în mai multe reprize, cu Tricloretilenă, Acetat de etil, Toluen și în final cu Tetraclorură de carbon. Modelul astfel pregătit se încălzește treptat și uniform pînă la temperatura de 100°C , tempera-

tară la care batonul de lac de protecție și se întinde pe fața dorită a modelului, apoi se ridică temperatura pînă la 150°C pentru ca lacul să se uniformizeze primind un laciu metalic. Operațiile de curățire și degresare s-au făcut în laboratorul Catedrei de Construcții metalice din Timișoara, iar încălzirea modelelor și aplicarea lacului casant s-a făcut la captoarele cu gaz de la Uzinele mecanice din Timișoara. Treptele de temperatură, în perioada de încălzire și uniformizare a lacului, au fost riguros controlate cu creioane "THERMOGRON". După uniformizarea lacului casant s-a redus temperatura în timp, în mod treptat, pînă s-a ajuns aproape de temperatura mediului ambiant, după care modelele au fost sublate corespunzător pentru a se menține temperatura și umiditatea constantă și s-au dus la Laboratorul Catedrei de Construcții metalice pentru încercări.

Pregătirea modelelor din grupa a II-a a început cu stabilirea numărului de traductoare (timbre tensometrice) necesare pentru fiecare model în parte, precizarea punctelor în care să fie aplicate acestea sub formă de timbre simple sau rozete precum și stabilirea tehnologiei de aplicare și alegerea a devizului corespunzător. Stabilirea numărului de timbre și a punctelor de măsurare s-a făcut ținînd seama de comportarea spațială a grinzilor căilor de rulare cît și pe baza observațiilor și concluziilor desprinse din încercarea modelelor din grupa I, unde s-a folosit metoda lacurilor casante. Dispoziția timbrilor și a rozetelor pe cele trei tipuri de modele din grupa a II-a se poate vedea în figurile 13.5; 13.6 și 13.7. Astfel, pe grinda de tip "A" (fig. 13.5) s-au dispus în total 115 timbre, din care 42 de fabricație germană, cu baza de 6 mm și constanta $K=1,75$, realizînd 13 rozete și 3 timbre simple și 73 de timbre de fabricație maghiară, cu baza 30 mm și constanta $K=0,17$, realizînd 21 de rozete și 10 timbre simple. Pe grinda de tip "B" (fig. 13.6) s-au lipit în total 191 de timbre, din care 41 de fabricație românească (B.A.C.-ROTRON) avînd baza de 12,0 mm și constanta $K=0,05$ dispuse în 11 rozete și 8 timbre simple; 62 de fabricație maghiară, avînd caracteristicile de mai sus fiind dispuse în 17 rozete și 11 timbre simple; 13 timbre de fabricație germană, avînd caracteristicile arătate la grinda "A" și fiind dispuse în 6 rozete. Pe grinda de tip "C" (fig. 13.7) s-au dispus 130 de timbre, de fabricație maghiară și germană, avînd caracteristicile celor prezentate mai sus, cu ajutorul cărora s-au realizat 35 de rozete și 15 timbre simple.

Deoarece pe toate cele trei tipuri de modele au fost montate timbre tensometrice cu caracteristici diferite (K), a fost necesar ca la fiecare model să se monteze cîte un timbru "mertor" (de control) pentru fiecare grupă de timbre cu o anumită constantă K .

Precizia măsurării deformațiilor, cu ajutorul metodei tensometriei electrice rezistive, depinde în mare măsură de calitatea adezivului, de modul în care se curăță și se degresează locul pe care se aplică traducătorul și, în general de modul în care se realizează lipirea traducătorului. La modelele încercate, locul de aplicare a timbrilor și rozetelor a fost polizat, curățat și degresat. Soluțiile chimice folosite pentru tratarea locurilor în care urmau să fie dispuse timbrele tensometrice cât și adezivul folosit au constituit setul complet cunoscut sub denumirea comercială de "EASTMAN 910", produs de firma "Tennessee Eastman" din S.U.A. În privința tehnologiei de aplicare a timbrilor tensometrice, s-au respectat cu strictețe indicațiile precizate în prospectul firmei producătoare și care a însoțit produsul "EASTMAN 910".

Cu toate că s-au luat măsuri severe, în respectarea tehnologiei ei de lipire la toate timbrele aplicate, precum și măsuri de supraveghere pe toată durata efectuării încercărilor, totuși indicațiile furnizate de (10...15)% din totalul timbrilor tensometrice dispuse pe fiecare model, nu au putut fi luate în considerare.

14.3 Studiul repartiției eforturilor unitare pe suprafața modelelor cu ajutorul metodei lacurile casante

Cu ajutorul modelelor din grupa I, folosind metoda lacurilor casante, s-a urmărit și studiat modul de repartiție al eforturilor unitare pe suprafața acestora. Studiul stării de eforturi unitare și determinarea spectrului liniilor izostatice, s-a făcut pe două

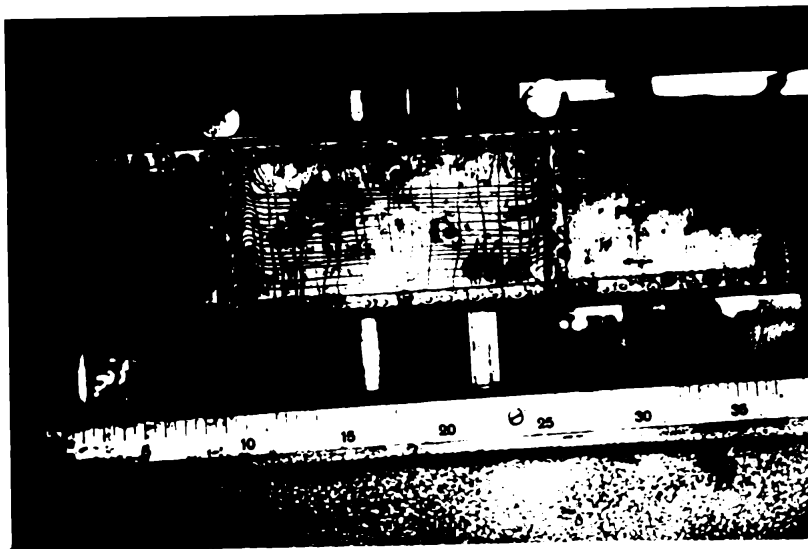


Fig.14.1

tipuri de modele din grupa I, care au fost pregătite și încărcate diferit, în mod succesiv. Pe modelul de grindă tip "G.I.A." (fig.14.1) s-au făcut trei determinări diferite în funcție de modul de încărcare și de secțiunea de pe grindă în care calcă forța. În figura 14.1 este arătat spectrul liniilor izostatice obți-

nut, în panoul cuprins între două rigidizări transversale consecutive, când modelul a fost încărcat cu două forțe concentrate. Pe suprafața panoului cuprins între cele două forțe, datorită particularității geometrice a secțiunii grinzii cât și a influenței reduse a forței tăietoare, liniile de efort unitar sînt aproape paralele cu axa barei și uniform distribuite pe o lungime de cea (90... 95)% din lungimea panoului. Prezența rigidizărilor transversale produce o perturbare a liniilor de efort unitar, perturbare care se extinde pe o zonă de lungime de cea (5...10)% din lungimea panoului. În zona rigidizărilor și a punctelor de fixare a acestora de înima grinzii, liniile de forță pe lângă faptul că sînt deviate se și îndeosează ceea ce arată prezența unor vîrfuri de eforturi unitare.

În figura 14.2 se prezintă spectrul liniilor izostatice când o forță concentrată calcă în secțiunea în care este plasată

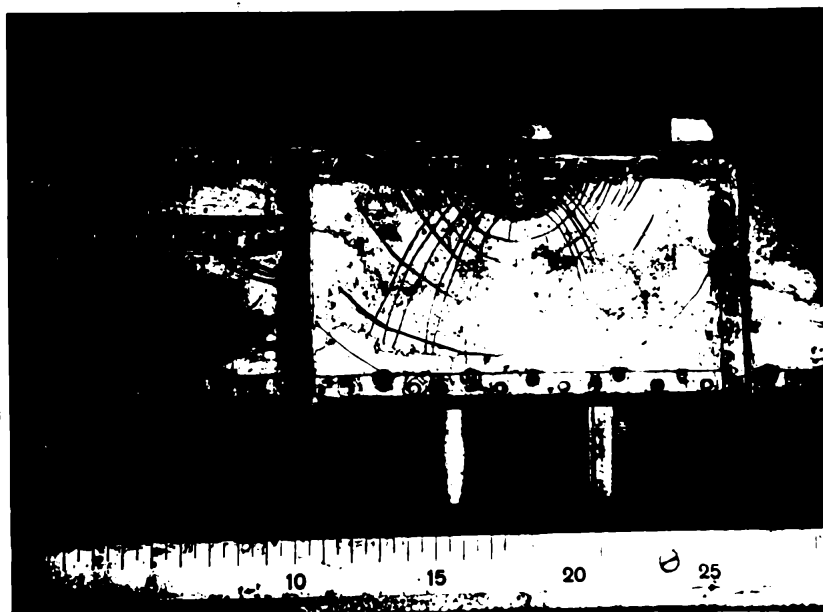


Fig. 14.2

o rigidizare scurtă. Din figura alăturată se poate deduce că, imediat sub talpa superioară, eforturile unitare ating valori mari, lucru ce se explică prin deosebita mare a liniilor spectrului. Pe măsură ce ne depărtăm de talpa superioară, liniile de efort unitar devin mai rare ceea ce explică o scădere a efortului unitar provenit din presiune locală. Pe figura 14.2 se mai vede că în jurul punctelor de sudură de pe rigidizarea scurtă și mai ales a celui de jos există o aglomerare mare de linii, ceea ce arată prezența unor vîrfuri mari de eforturi unitare, care pot constitui cauza apariției fisurilor în inima grinzii, în această zonă. Tot pe acest model s-a căutat să se determine influența pe care o are prezența unei rigidizări longitudinale la transmiterea presiunii locale (fig.14.3). După cum se poate vedea din figura 14.3, în cazul când rigidizarea scurtă merge pînă la rigidizarea longitudinală, aceasta din urmă are rolul de a redistribui eforturile unitare întregii zone a panoului. Aplicînd încărcarea rezultată din calculul de similitudine,

au apărut fisuri, sub rigidizarea longitudinală, numai în zona de

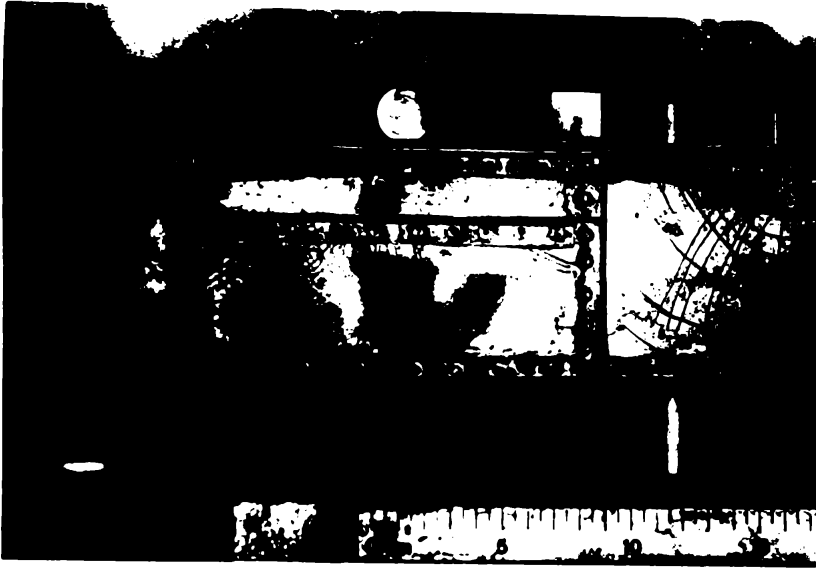


Fig. 14.3

sub rigidizarea scurtă. Mărinđ încărcarea, au apărut linii izostatice pe întreg panoul. Modelul de grindă tip "G.I.B" reprezintă o grindă a căii de rulare (fig.14.4) care a fost încărcată cu forțe verticale și forțe orizontale. În figura 14.4 se arată modul de aplicare a

direcțiile eforturilor unitare principale. Datorită solicitărilor complexe (încovoiere oblică cu tăiere și răsucire), direcțiile eforturilor principale sînt înclinate în raport cu axa grinzii. Din cauza răsucirii neuniforme pe lungimea panoului studiat (fig.14.4), înclinarea liniilor de efort unitar este mai mare spre extremitățile panoului delimitate de rigidizările transversale. Si în cazul de față, spectrul liniilor izostatice este perturbat de prezența rigidizărilor transversale. Zona de perturbare a liniilor izostatice se extinde pe cîte o fîșie îngustă în lungul rigidizărilor transversale a cărei lățime nu depășește $1/10$ din lungimea panoului. Datorită acestei observații s-a putut stabili, pentru modelele din grupa a

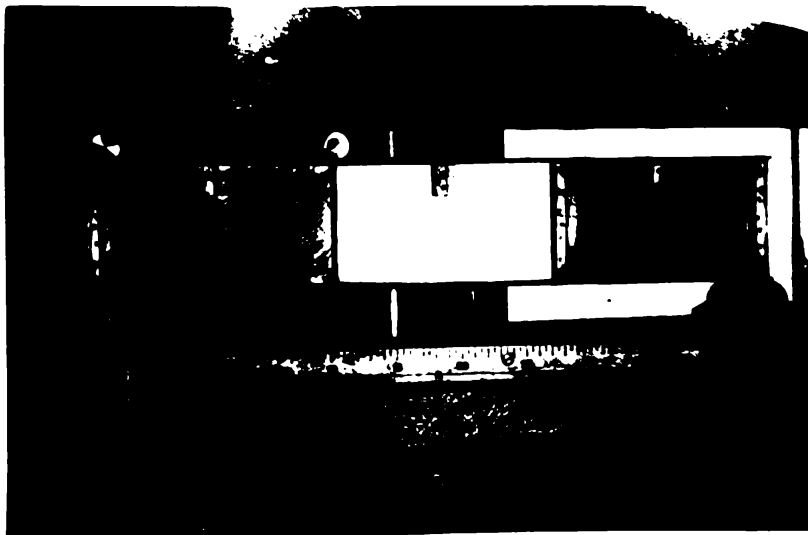


Fig. 14.4

forțelor, spectrul și

II-a cît de aproape de rigidizările transversale pot fi plesate liniile pe care să fie dispuse timbrele tensiometrice, astfel ca acestea să nu fie influențate de vîrfurile de solicitări. În figura 14.5 se prezintă spectrul liniilor eforturilor unitare principale proiectate dintr-o încărcare

care locală (forță verticală și forță orizontală) aplicată în dreptul rigidizării scurte. Spre deosebire de spectrul liniilor izostatice prezentate în figura 14.2, spectrul de linii izostatice din figura 14.5 este modificat ca urmare a suprapunerii solicitării de răsucire locală peste solicitarea de presiune locală. Distribuția liniilor și înclinarea lor pe lungimea panoului scot în evidență caracterul complex al solicitărilor care determină

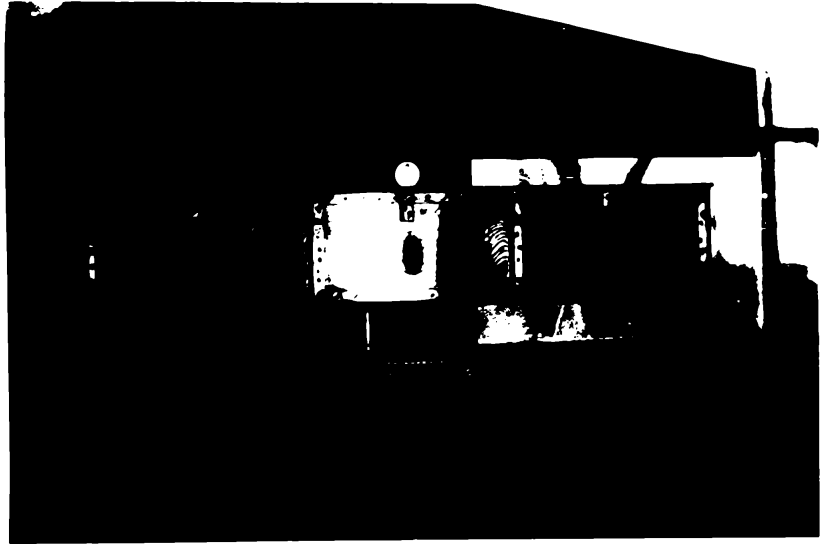


Fig. 14.5

apariția și orientarea eforturilor unitare principale. Spectrul liniilor de forță din figurile 14.1, ... 14.5 este alcătuit atât din linii ale efortului unitar de compresiune cât și de întindere. Dacă cum s-a mai arătat anterior, lacul casant, după direcții normale la direcția eforturilor unitare de compresiune, expoliază iar după direcții normale la direcția eforturilor unitare principale de întindere, fisurează. La o urmărire atentă a figurilor mai sus citate, se observă și mici zone în care lacul casant a expoliat.

Din studiile experimentale realizate cu ajutorul metodei lacurilor casante s-au desprins mai multe concluzii deosebit de importante, unele dintre ele fiind aplicate chiar la pregătirea și încercarea modelelor din grupa a II-a,

Astfel, s-a stabilit limita zonei până la care vîrfurile de eforturi unitare determinate de prezența rigidizărilor se atenuază; s-a explicat una din cauzele care pot determina apariția fisurilor în materialul de bază în jurul rigidizărilor scurte; s-a obținut o informație importantă asupra direcțiilor principale ale eforturilor unitare și a modului în care acestea sînt influențate atât de geometria structurii cât și de starea de încărcare a acesteia; s-au putut obține informații asupra unora dintre punctele în care apar vîrfuri de eforturi unitare ș.a.

14.4 Măsurarea alungirilor specifice

Metodele din grupa a II-a au fost folosite pentru cercetări

experimentale efectuate cu ajutorul metodei tensometriei electrice. Fiecare model (grinda "A", "B" și "C") gata pregătit a fost montat pe "standul mic" de încercări, iar apoi s-a trecut la legarea tuturor timbrelor și rozetelor la cutiile de comutație (fig.14.6). Înainte de a se efectua încercările, pentru fiecare etapă de măsurare,

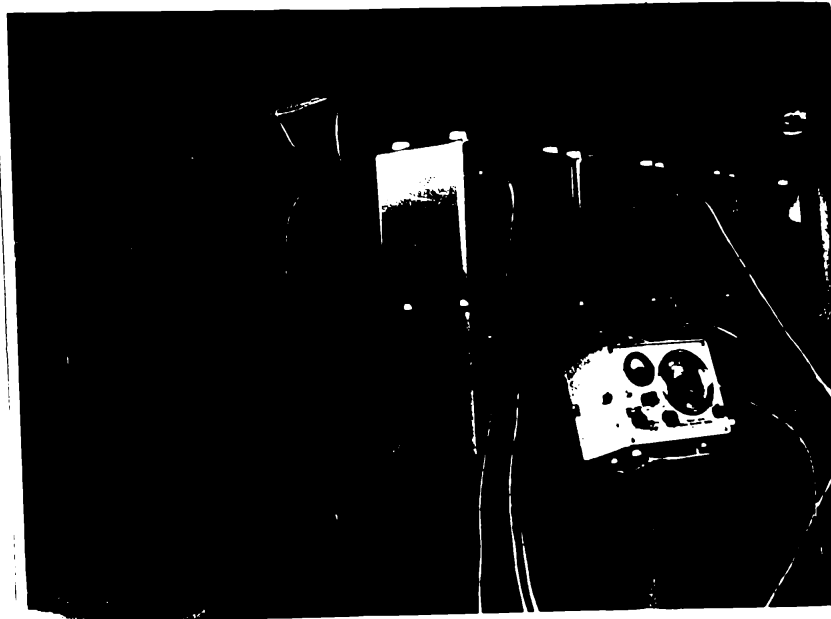


Fig. 14.6

re, de la fiecare tip de grindă, s-au creat condiții optime de confort termic în laborator, condiții care au fost menținute la valori constante. Pentru a asigura o temperatură uniformă în hala laboratorului cu cel puțin două ore înainte de începerea măsurărilor au fost pornite aerotermele care pe timp rece (de iarnă) au introdus

aer cald, iar pe timp de vară au introdus aer rece. Pe perioada efectuării măsurărilor, aerotermele erau oprite pentru a nu crea curenți de aer în jurul modelelor care puteau influența rezultatele citirilor de la puntea tensometrică. Datorită poziției "standului mic" în hala laboratorului, a fost exclusă posibilitatea ca razele solare să cadă direct asupra modelelor și să poată influența rezultatele măsurărilor.

În vederea efectuării măsurărilor tensometrice, s-au folosit cutii de comutație de tip "ORION EMG-2352" de fabricație maghiară și puntea tensometrică ORION EMG-2355 (fig.14.6). Legăturile de la timbre la cutiile de comutație s-au realizat cu cable ecranate. Toată instalația de măsurare folosită a fost complet tranzistorizată.

Înainte de a se începe măsurătorile propriu-zise, înainte de fiecare fază din programul experimental, s-au efectuat câte șase încărcări-descărcări cu scopul de a se consuma deformațiile plastice ale timbrelor, care în parte, se pot datora atât stratului suport al timbrului cât și peliculei de adeziv ce a servit la lipirea acestuia pe model. Nivelul maxim al acestor încărcări a ajuns până la (50...60)% din valoarea încărcării de serviciu.

Pe toate cele trei tipuri de modele (Grinda tip "A", Grinda tip "B", Grinda tip "C" prezentate în figurile 13.5,...,13.7) s-a urmărit să se determine, pe cale experimentală, starea de eforturi unitare cauzată atât de efectele principale cât și de cele secundare ale încărcărilor aduse de roțile podurilor rulante. În acest sens, se va arăta modul de încărcare realizat în cele două situații distincte și detalii privind dispoziția timbrelor pe panoul cel mai solicitat, detalii realizate în timpul măsurărilor, după ansamblele date în figurile 13.5;13.6, și 13.7. Astfel, în figura 14.7 se vede modul de încărcare

al ansamblului cu două forțe verticale aplicate în planele celor două rigidizări transversale, precum și dispoziția timbrelor pe fața principală a inimii verticale a grinzii și pe o rigidizare transversală. Din figura 14.8 rezultă modul de încărcare

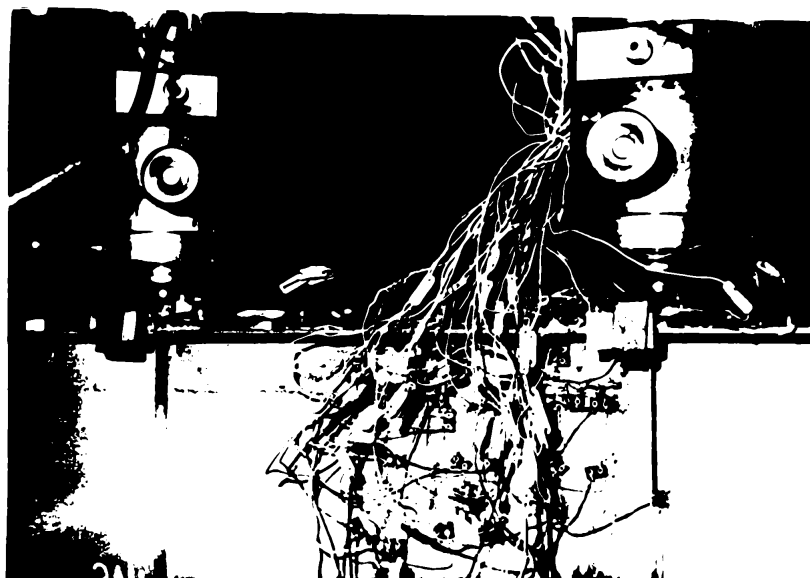


Fig. 14.7

și dispoziția timbrelor tensometrice pe fața posterioară a grinzii verticale. Așa cum se vede din figurile 14.7;14.8 și 14.9, ansamblul grinzii căii de rulare în această ipoteză, a fost încărcat numai cu forțe verticale aplicate în axa grinzii verticale. În figura 14.9 se vede dispoziția timbrelor pe grinda orizontală și pe profilul U de susținere a marginii exterioare a grinzii orizontale. Pentru a putea determina starea de eforturi unitare în modelele grinzilor căilor de rulare, produsă de efectele principale ale încărcărilor, s-au făcut mai multe ipoteze de încărcare, așa cum s-a mai arătat, cu scopul de a prinde atât în calcul cât și în încercările experimentale cât mai multe din situațiile în care s-ar putea afla grinzile căilor de rulare în timpul exploatării. De aceea modelele au fost încărcate în mod succesiv (conform ipotezelor de încărcare) cu forțe verticale aplicate centric (în axa grinzii verticale), cu forțe verticale aplicate excentric (cu excentricitate pozitivă și negativă) și forțe orizontale.

roste citirile, în cazul tuturor ipotezelor de încălzire, s-au înregistrat pe foile de înregistrare care s-a făcut ulterior prelucrarea rezultatelor.



Fig. 14.12

pentru determinarea experimentală a deformațiilor. Măsurarea deformațiilor s-a efectuat cu ajutorul unor comparatoare cu tije de tip UMF București (fig.14.13), având o precizie de 0,01 mm. Pentru a

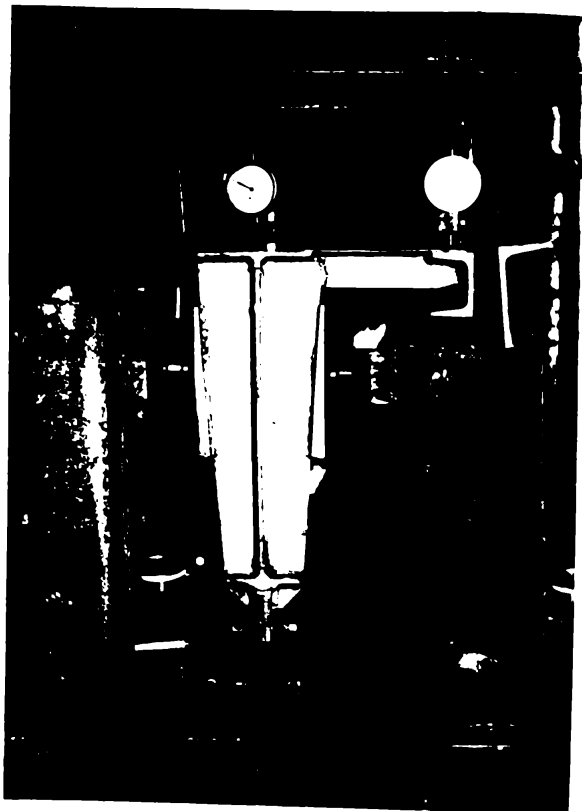


Fig. 14.13

Pentru exemplificare, în continuare se prezintă un extras din foile de înregistrare a măsurătorilor efectuate, în ipoteza I_b de încălzire, pe cele trei tipuri de modele din grupa a III-a (grinda "A", grinda "B" și grinda "C").

14.5 Măsurarea deformațiilor

Pe modelele din grupa a III-a, în paralel cu măsurătorile tensometrice, s-au efectuat și măsurători pen-

tru a determina cât mai reală a măsurii de deformație s-au dispus dispozitivele de măsurare atât pe dispozitivele de măsurare cât și pe modelul de grindă cupus încercărilor. Fiecare model, pe lungime, este împărțit în zone panouri prin intermediul rigidizărilor transversale și a centurajelor. Microcomparatoarele s-au plasat în toate secțiunile de pe grindă în care au existat rigidizări, inclusiv în secțiunile de rez. em. În figura 13.14 se arată dispoziția microcomparatorilor în secțiunea de rez. em. a grinzii.

Cu scopul de a putea determina pe cale experimentală notarea grinzii, s-au dispus microcomparatoarele pe grinda verticală cât

FOAIE DE MĂSURĂTORI TENSIOMETRICE (c x tras)

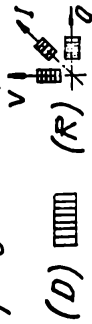
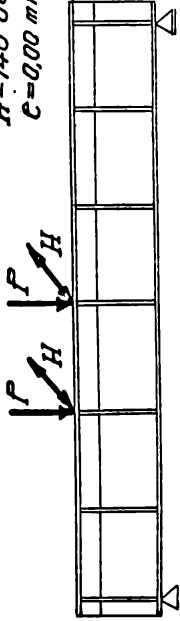
Înălțimea de încărcare : 16

$F = 3300 \text{ daN} \approx 42 \text{ t/m}$

$H = 146 \text{ daN}$

$C = 0,00 \text{ mm}$

Grinda A Măsurători tensiometrice pe ansamblu
Data încercării: 4.5.6 XI 1970
Timbre: dreptunghiulare (D) și rozete (R)

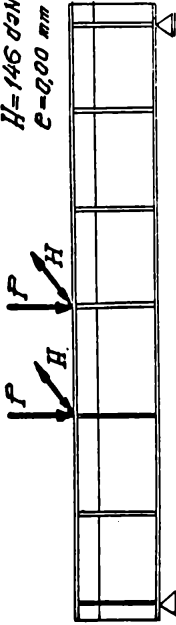


Cămin de Carbură	Rozeta	Timp Timp Timp	Rezultatele citirilor corespunzătoare treptelor de încărcare:																											
			I		II		III		IV		V		VI		VII															
			0	42	0'	ε	0	42	0'	ε	0	42	0'	ε	0	42	0'	ε	0	42	0'	ε								
$C_1 (K=2,17)$	R ₁	1 0	13000	12650	13020	-315	5000	4700	4990	-295	5000	4660	4970	-325	5000	4590	5000	-310	5000	4700	5000	5000	-305	5000	4655	5010	-320			
		2 1	10750	10350	10200	-155	19000	13350	19000	-150	19000	13350	19000	-150	19000	13350	19000	-155	19000	13350	19000	-160	19000	13350	19000	-155	19000	13350		
		3 V	13000	13115	13000	115	13000	13105	13010	100	13000	13085	13000	85	13000	13105	13000	105	13000	13110	13000	110	13000	13100	13000	110	13000	13100	5	
$C_1 (K=2,17)$	R ₂	10 0	13000	12180	13000	-820	13000	12120	13010	-815	13000	12180	13010	-825	13000	12170	13000	-830	13000	12200	13010	-805	13000	12190	13000	-812	13000	12175	13000	825
		11 I	13000	12730	12990	-265	13000	12740	13000	-260	13000	12740	13020	-270	13000	12750	13000	-250	13000	12745	13000	-255	13000	12745	13000	-260	13000	12735	13000	825
		12 V	13000	13180	13010	175	13000	13180	13000	180	13000	13200	13020	190	13000	13200	13000	190	13000	13170	13000	170	13000	13170	13000	165	13000	13190	13000	185
$C_1 (K=1,75)$	R ₃	55 0	13000	13770	13000	770	13000	13775	13010	770	13000	13750	12990	755	13000	13770	13000	770	13000	13760	13020	750	13000	13760	13000	750	13000	13760	13000	760
		56 I	13000	13330	13010	325	13000	13330	13000	330	13000	13320	13000	320	13000	13330	13010	325	13000	13325	13000	325	13000	13325	13000	325	13000	13330	13000	330
		57 V	13000	12790	13000	-210	13000	12790	12990	-208	13000	12795	13000	-205	13000	12800	13000	-200	13000	12790	12990	-215	13000	12775	13000	-225	13000	12790	13000	-20
$C_2 (K=1,75)$	61 0	13000	13910	12980	830	13000	13800	12960	820	13000	13810	13020	830	13000	13790	12990	810	13000	13835	13000	835	13000	13830	13000	835	13000	13830	13000	8	

FOAIE DE MĂSURĂTORI TENSIOMETRICE (extres)

Ipoteza de încărcare: 1b

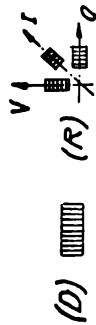
$F = 3300 \text{ daN} = 42 \text{ ttn}$
 $H = 146 \text{ daN}$
 $e = 0,00 \text{ mm}$



Grinda „B” Măsurători tensiometrice pe ansamblu

Data încercării: 4.5.6 XII 1970

Timbre: diraptinghiulare (D) și razete (R)



Căuța de Contoare	Razeta	Vrepte de înc.	Rezultatele citirilor corespunzătoare treptelor de încărcare:																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
			I		II		III		IV		V		VI		VII																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
			0	42	0'	ε	0	42	0'	ε	0	42	0'	ε	0	42	0'	ε	0	42	0'	ε	0	42	0'	ε																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
A	1	0	13000/12745/13000	-255	13000	12775	13000	-245	13000	12750	13000	-230	13000	12730	13000	-215	13000	12710	13000	-200	13000	12690	13000	-185	13000	12670	13000	-170	13000	12650	13000	-155	13000	12630	13000	-140	13000	12610	13000	-125	13000	12590	13000	-110	13000	12570	13000	-95	13000	12550	13000	-80	13000	12530	13000	-65	13000	12510	13000	-50	13000	12490	13000	-35	13000	12470	13000	-20	13000	12450	13000	-5	13000	12430	13000	10	13000	12410	13000	25	13000	12390	13000	40	13000	12370	13000	55	13000	12350	13000	70	13000	12330	13000	85	13000	12310	13000	100	13000	12290	13000	115	13000	12270	13000	130	13000	12250	13000	145	13000	12230	13000	160	13000	12210	13000	175	13000	12190	13000	190	13000	12170	13000	205	13000	12150	13000	220	13000	12130	13000	235	13000	12110	13000	250	13000	12090	13000	265	13000	12070	13000	280	13000	12050	13000	295	13000	12030	13000	310	13000	12010	13000	325	13000	11990	13000	340	13000	11970	13000	355	13000	11950	13000	370	13000	11930	13000	385	13000	11910	13000	400	13000	11890	13000	415	13000	11870	13000	430	13000	11850	13000	445	13000	11830	13000	460	13000	11810	13000	475	13000	11790	13000	490	13000	11770	13000	505	13000	11750	13000	520	13000	11730	13000	535	13000	11710	13000	550	13000	11690	13000	565	13000	11670	13000	580	13000	11650	13000	595	13000	11630	13000	610	13000	11610	13000	625	13000	11590	13000	640	13000	11570	13000	655	13000	11550	13000	670	13000	11530	13000	685	13000	11510	13000	700	13000	11490	13000	715	13000	11470	13000	730	13000	11450	13000	745	13000	11430	13000	760	13000	11410	13000	775	13000	11390	13000	790	13000	11370	13000	805	13000	11350	13000	820	13000	11330	13000	835	13000	11310	13000	850	13000	11290	13000	865	13000	11270	13000	880	13000	11250	13000	895	13000	11230	13000	910	13000	11210	13000	925	13000	11190	13000	940	13000	11170	13000	955	13000	11150	13000	970	13000	11130	13000	985	13000	11110	13000	1000	13000	11090	13000	1015	13000	11070	13000	1030	13000	11050	13000	1045	13000	11030	13000	1060	13000	11010	13000	1075	13000	10990	13000	1090	13000	10970	13000	1105	13000	10950	13000	1120	13000	10930	13000	1135	13000	10910	13000	1150	13000	10890	13000	1165	13000	10870	13000	1180	13000	10850	13000	1195	13000	10830	13000	1210	13000	10810	13000	1225	13000	10790	13000	1240	13000	10770	13000	1255	13000	10750	13000	1270	13000	10730	13000	1285	13000	10710	13000	1300	13000	10690	13000	1315	13000	10670	13000	1330	13000	10650	13000	1345	13000	10630	13000	1360	13000	10610	13000	1375	13000	10590	13000	1390	13000	10570	13000	1405	13000	10550	13000	1420	13000	10530	13000	1435	13000	10510	13000	1450	13000	10490	13000	1465	13000	10470	13000	1480	13000	10450	13000	1495	13000	10430	13000	1510	13000	10410	13000	1525	13000	10390	13000	1540	13000	10370	13000	1555	13000	10350	13000	1570	13000	10330	13000	1585	13000	10310	13000	1600	13000	10290	13000	1615	13000	10270	13000	1630	13000	10250	13000	1645	13000	10230	13000	1660	13000	10210	13000	1675	13000	10190	13000	1690	13000	10170	13000	1705	13000	10150	13000	1720	13000	10130	13000	1735	13000	10110	13000	1750	13000	10090	13000	1765	13000	10070	13000	1780	13000	10050	13000	1795	13000	10030	13000	1810	13000	10010	13000	1825	13000	9990	13000	1840	13000	9970	13000	1855	13000	9950	13000	1870	13000	9930	13000	1885	13000	9910	13000	1900	13000	9890	13000	1915	13000	9870	13000	1930	13000	9850	13000	1945	13000	9830	13000	1960	13000	9810	13000	1975	13000	9790	13000	1990	13000	9770	13000	2005	13000	9750	13000	2020	13000	9730	13000	2035	13000	9710	13000	2050	13000	9690	13000	2065	13000	9670	13000	2080	13000	9650	13000	2095	13000	9630	13000	2110	13000	9610	13000	2125	13000	9590	13000	2140	13000	9570	13000	2155	13000	9550	13000	2170	13000	9530	13000	2185	13000	9510	13000	2200	13000	9490	13000	2215	13000	9470	13000	2230	13000	9450	13000	2245	13000	9430	13000	2260	13000	9410	13000	2275	13000	9390	13000	2290	13000	9370	13000	2305	13000	9350	13000	2320	13000	9330	13000	2335	13000	9310	13000	2350	13000	9290	13000	2365	13000	9270	13000	2380	13000	9250	13000	2395	13000	9230	13000	2410	13000	9210	13000	2425	13000	9190	13000	2440	13000	9170	13000	2455	13000	9150	13000	2470	13000	9130	13000	2485	13000	9110	13000	2500	13000	9090	13000	2515	13000	9070	13000	2530	13000	9050	13000	2545	13000	9030	13000	2560	13000	9010	13000	2575	13000	8990	13000	2590	13000	8970	13000	2605	13000	8950	13000	2620	13000	8930	13000	2635	13000	8910	13000	2650	13000	8890	13000	2665	13000	8870	13000	2680	13000	8850	13000	2695	13000	8830	13000	2710	13000	8810	13000	2725	13000	8790	13000	2740	13000	8770	13000	2755	13000	8750	13000	2770	13000	8730	13000	2785	13000	8710	13000	2800	13000	8690	13000	2815	13000	8670	13000	2830	13000	8650	13000	2845	13000	8630	13000	2860	13000	8610	13000	2875	13000	8590	13000	2890	13000	8570	13000	2905	13000	8550	13000	2920	13000	8530	13000	2935	13000	8510	13000	2950	13000	8490	13000	2965	13000	8470	13000	2980	13000	8450	13000	2995	13000	8430	13000	3010	13000	8410	13000	3025	13000	8390	13000	3040	13000	8370	13000	3055	13000	8350	13000	3070	13000	8330	13000	3085	13000	8310	13000	3100	13000	8290	13000	3115	13000	8270	13000	3130	13000	8250	13000	3145	13000	8230	13000	3160	13000	8210	13000	3175	13000	8190	13000	3190	13000	8170	13000	3205	13000	8150	13000	3220	13000	8130	13000	3235	13000	8110	13000	3250	13000	8090	13000	3265	13000	8070	13000	3280	13000	8050	13000	3295	13000	8030	13000	3310	13000	8010	13000	3325	13000	7990	13000	3340	13000	7970	13000	3355	13000	7950	13000	3370	13000	7930	13000	3385	13000	7910	13000	3400	13000	7890	13000	3415	13000	7870	13000	3430	13000	7850	13000	3445	13000	7830	13000	3460	13000	7810	13000	3475	13000	7790	13000	3490	13000	7770	13000	3505	13000	7750	13000	3520	13000	7730	13000	3535	13000	7710	13000	3550	13000	7690	13000	3565	13000	7670	13000	3580	13000	7650	13000	3595	13000	7630	13000	3610	13000	7610	13000	3625	13000	7590	13000	3640	13000	7570	13000	3655	13000	7550	13000	3670	13000	7530	13000	3685	13000	7510	13000	3700	13000	7490	13000	3715	13000	7470	13000	3730	13000	7450	13000	3745	13000	7430	13000	3760	13000	7410	13000	3775	13000	7390	13000	3790	13000	7370	13000	3805	13000

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Handwritten text in the upper middle section, appearing to be a list or set of instructions.

Handwritten text in the middle section, continuing the list or instructions.

Handwritten text in the lower middle section, possibly a continuation of the list.

Handwritten text on the left side, possibly a note or signature.

Handwritten text in the center, possibly a title or section header.

Handwritten text at the bottom left, possibly a signature or date.

Handwritten text at the bottom center, possibly a signature or date.

și pe cea orizontală a ansamblului grinzii căii de rulare. În figura 14.14, se arată relevul microcomparatorilor de unde se poate vedea că în toate secțiunile în care există rășchizări transversale au fost dispuse microcomparatoare cu ajutorul cărora s-au putut măsura deplasările verticale (V) și cele orizontale (H). Pentru a mări gradul de precizie al măsurătorilor, toate punctele în care tijele microcomparatorilor au atins elementele grinzii au fost lipite în prealabil, plăcuțe de sticlă. În acest mod s-au putut determina, pe bază de măsurători experimentale, deformațiile relative ale grinzii atât în plan vertical cât și în plan orizontal, precum și rotirea secțiunilor grinzii. Deformațiile (rășchizările) nodurilor încercate (din grupa a II-a) au fost măsurate în toate ipotezele de încărcare pentru care s-au efectuat măsurători topometrice. În afară de acestea, s-au executat măsurători de deformații în cazul aplicării forțelor verticale în mod treptat (cares următor pasului la manometru din 6 în 6 atmosfere) până la valoarea maximă a încălzirii, rezultată din calculul de similitudine și echivalent cu presiunea citită la manometru de 42 atm. În acest caz s-au putut urmări, studiind deformațiile, comportarea spațială a structurii grinzii căii de rulare.

RELEVEUL MICROCOMPARATIUNELOR

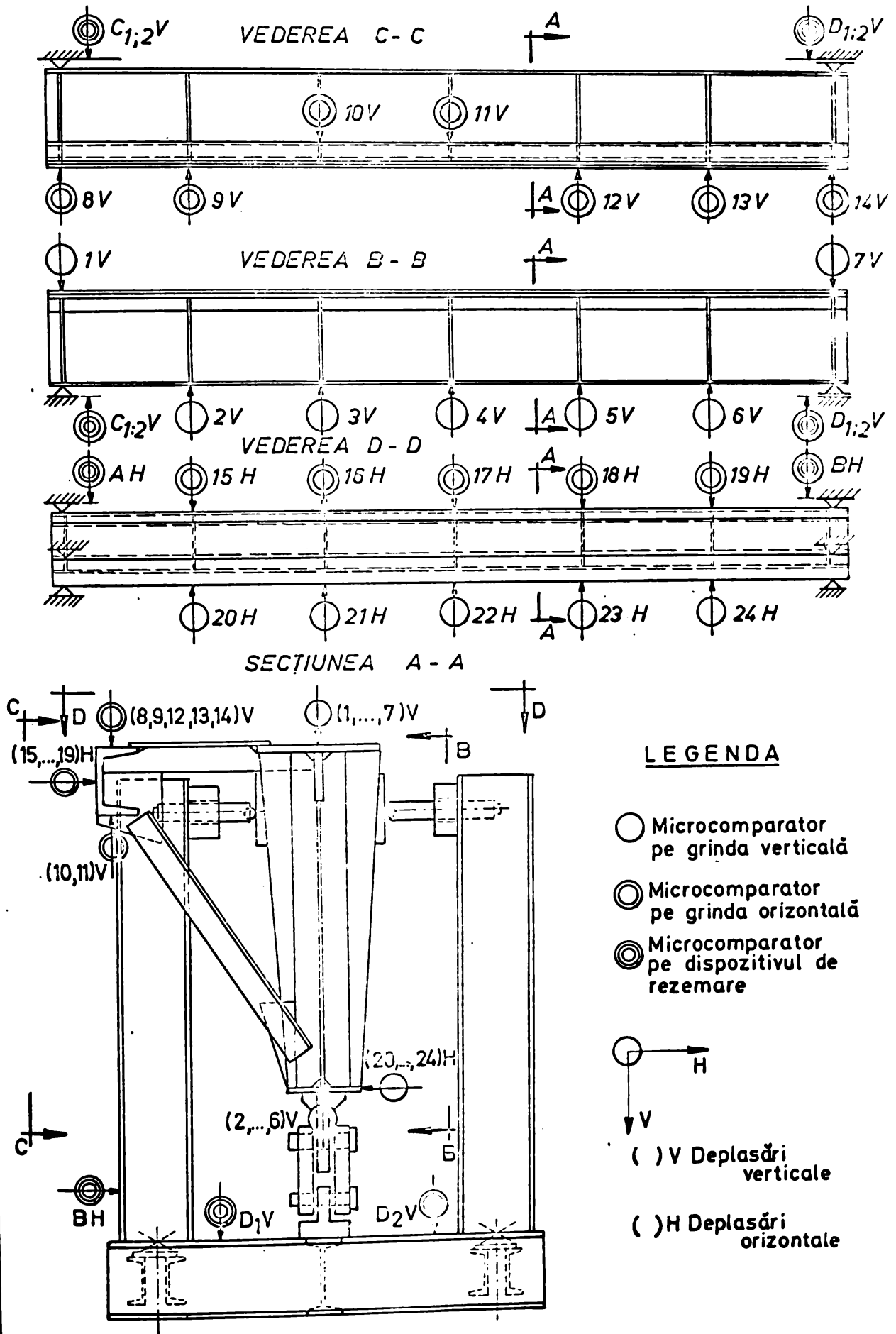


Fig. 14.14

15. PRELUCRAREA SI INTERPRETAREA REZULTATELOR

15.1 Prelucrarea statistică a rezultatelor experimentale.

Pentru ca starea de eforturi unitare determinată pe cale experimentală să se apropie cât mai mult de starea reală de eforturi unitare existentă în grinzile căilor de rulare, corespunzător ficelrei ipoteze de încărcare în parte, s-au făcut câte șapte observații (determinări de alungiri specifice) pentru fiecare punct de pe ansamblul grinzii căii de rulare, în care au fost dispuse timbre tensometrice. În cadrul aceleiași ipoteze de încărcare, pentru fiecare dintre modelele încercate (grinde tip "A", grinde tip "B" și grinde tip "C") cele șapte determinări (observații) s-au făcut în aceleași condiții de laborator și cu bună aproximație au avut același grad de precizie.

Cu toate măsurile care s-au luat în laborator pentru a realiza condiții similare de confort (temperatură, grad de adăpostire, de umbrire, de mișcări de curenți de aer, de vibrație etc) pe toată durata efectuării celor șapte seturi de citiri (observații), rezultatele finale (alungirile în același punct) nici pe de parte nu au fost toate egale între ele. De aici se poate deduce că distribuția valorilor experimentale este afectată de erori în raport cu distribuția reală a mărimii măsurate. În aceste condiții, pentru a putea determina starea de eforturi unitare (pe cale experimentală) care să fie cea mai apropiată de starea reală, din cele șapte observații (determinări de alungiri specifice) trebuie aproximată valoarea care este cea mai apropiată de valoarea reală a alungirii specifice din punctul respectiv. După /281/, pe baza studiilor lui Gauss, determinarea valorii reale se face plecând de la ipoteza că cea mai bună aproximare a valorii adevărate a unei mărimi, asupra căreia s-au făcut mai multe determinări cu același grad de precizie, este media aritmetică a acestor determinări. Această ipoteză este exprimată și în alte lucrări de specialitate /111/, /169/, după care valoarea reală cea mai probabilă a (n) observații de aceeași precizie; x_1, x_2, \dots, x_n , este media aritmetică a acestor observații. Aproximarea valorii reale a mărimilor asupra cărora s-au făcut măsurători, prin media aritmetică a acestora, este foarte utilă în aplicațiile tehnice /11/. Cu toate acestea, trebuie să știm, valoarea mediei aritmetice, prin ea înșăși este numai reprezentativă dacă nu se cunoaște gradul de împrăștiere al valorilor ce au dus la determinarea sa.

Dacă mărimile măsurate sînt pu-
nic împrăștiate, astfel încît nu
se poate contura nici o tendință centrală,
atunci media aritmetică nu are nici o
semnificație. Încă, cu cît tendința de
centralizare a mărimilor măsurate este
mai mare, cu atît media aritmetică a
acestor mărimi va fi mai semnificativă
și aproximarea valorii reale prin
aceasta, mai corectă.

Rezultatele măsurătorilor tensometrice,
în cazul modelelor încercate (grinda tip
"A", grinda tip "B" și grinda tip "C"),
su prezentat o tendință de centralizare
fapt ce a permis ca valoarea alur-
girilor specifice să fie aproximată ca
medie aritmetică a celor șapte
măsurători distincte, astfel:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad (i = 1, 2, \dots, 7) \quad (15.1)$$

Pentru a cunoaște măsura în care datele
experimentale se abat de la tendința
generală de centralizare, s-au calculat
următoarele mărimi caracteristice:

- Abaterea medie pătratică (standard),
cu relația:

$$S' = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}}; \quad (i = 1, 2, \dots, 7) \quad (15.2)$$

- Abaterea medie pătratică corectată,
cu relația:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}; \quad (i = 1, 2, \dots, 7) \quad (15.3)$$

- Valoarea maximă a domeniului:

$$V_{\max} = \bar{X} + S' \quad (15.4)$$

- Valoarea minimă a domeniului:

$$V_{\min} = \bar{X} - S' \quad (15.5)$$

Pe lângă cunoașterea tendinței de
centralizare a datelor măsurate în
jurul valorii medii, lucru ce rezultă
din relațiile (15.2), ..., (15.5), în
multe cazuri este sugestivă utiliza-
rea unei măsuri a variabilității, a
împrăștierei datelor. Cunoașterea
gradului de împrăștiere a datelor
conduce la indicații asupra preciziei
măsurătorilor. Coeficientul de
împrăștiere a măsurătorilor (obser-
vațiilor), se calculează cu relația:

$$C_1(\%) = 100 \frac{S}{\bar{X}} \quad (15.6)$$

PROGRAM DE CALCUL: Prelucrarea statistică a datelor experimentale

ORDINOGRAMA

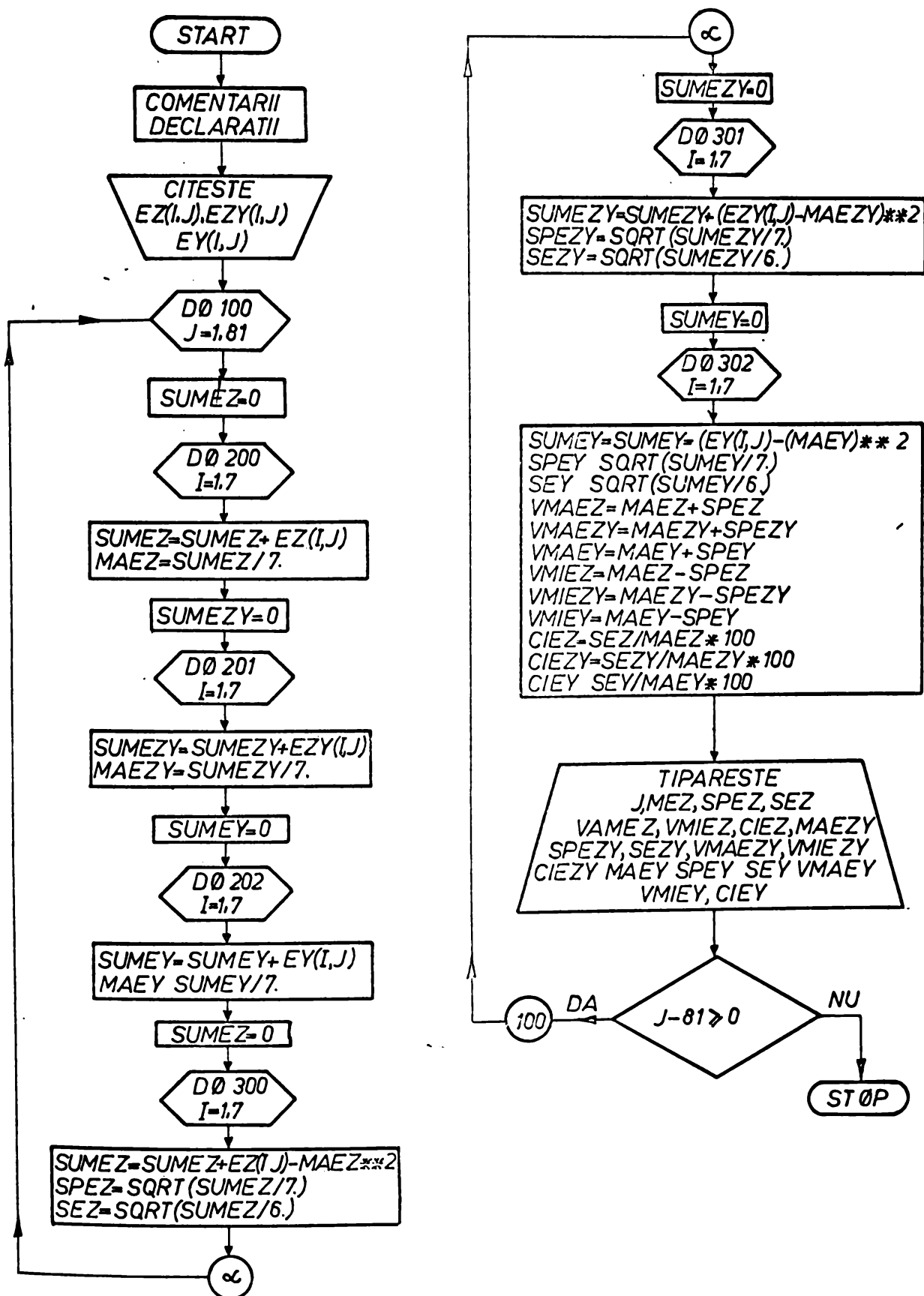


Fig. 15.1

Rezultatele măsurătorilor experimentale, obținute pe cele trei tipuri de modele de grinzi, au fost prelucrate statistic cu ajutorul relațiilor de mai sus. Având în vedere numărul relativ mare de date experimentale, câte 7 seturi de valori pentru cele 81 de timbre tensometrice de pe fiecare grindă (grinda tip "A", grinda tip "B" și grinda tip "C") în cele 6 ipoteze de încărcare pentru ansamblu, s-a recurs la ajutorul calculatorului electronic. În acest sens s-a întocmit un program pentru calculatorul IBIS-50 de la Centrul Teritorial de Calcul Electronic din Timișoara, a cărui ordinogramă este prezentată în figura 15.1.

Programul de calcul: "Prelucrarea statistică a datelor experimentale", a cuprins:

A. Date de intrare;

EZ(I,J) - alungirea specifică (ϵ_z) după axa barei

EZY(I,J) - alungirea specifică (ϵ_{zy}) măsurată după direcția înclinată la 45° față de axa barei

EY(I,J) - alungirea specifică (ϵ_y) după direcția normală la axa barei.

I(=1,...,7) - numărul de ordine al citirii (al observației)

J(=1,2,...,81) numărul punctelor (timbrelor tensometrice) luate în considerare.

B. Date de ieșire de la calculator;

MAEZ, MAEZY, MAEY - medie aritmetică calculată în fiecare punct pentru alungirile specifice ($\epsilon_z, \epsilon_{zy}, \epsilon_y$).

SPEZ, SPEZY, SPEY - abaterea medie patratică (standard)

SEZ, SEZY, SEY - abaterea medie patratică corectată

VMAEZ, VMIEZY, VMIEY - valoarea maximă a domeniului

VMIEZ, VMIEZY, VMIEY - valoarea minimă a domeniului

CIEZ, CIEZY, CIEY - coeficientul de înprăștiere exprimat în procente.

Cunoscând semnificația datelor de intrare cât mai ales a celor de ieșire de la calculator, se pot urmări în continuare rezultatele calculelor. Aceste rezultate ale calculelor statistice, pentru toate punctele în care s-au făcut măsurători pe cele trei tipuri de modele și în toate cele șase ipoteze de încărcare, se extind pe un număr foarte mare de grinzi, se vor prezenta în continuare extrase cuprinzând rezultatele calculelor corectanzător măsurătorilor efectuate cu câte trei timbre (3 x 3 timbre tensometrice) pe

fiecare nod. În cazul în care înțelegem de înălțare. Într-o vedere că rezultatele (h_1), (h_2) și (h_3) sunt cuprinse în extrasele de pe foile de măsurători ale celor trei niveluri de noduri, extrasele și rezultatele calculului de înălțare se vor prezenta pentru aceste puncte, cu scopul de a se realiza o legătură directă între observațiile înregistrate (măsurători) și rezultatele calculului.

Analizând rezultatele calculului statistic se poate observa că marea majoritate a coeficienților (coeficienții de înălțare) prezintă o mare tendință de centralizare și un coeficient de înălțare mic. În unele puncte, în care s-au măsurat valori absolute mici ale alungirilor specifice, coeficientul de înălțare ajunge la valori ceva mai mari ($C_p > 10$), ceea ce arată că amplitudina de variație nu a fost suficient de mare și în aceste puncte. În unele puncte în care s-au măsurat valori mici, coeficientul de înălțare este foarte mare, reprezentând o înălțare de unde se poate trage concluzia că în general precizia măsurătorilor a fost bună.

15.2 Analiza concluziilor de eroare care afectează măsurătorile și rezultatele.

Cu toate măsurările, de ordin tehnic și organizatoric, care se fac în vederea efectuării măsurătorilor experimentale cu un înalt grad de precizie, totuși acestea sînt afectate de erori. Într-o măsurare luată erorile nu se pot elimina, ele pot fi numai reduse la valori acceptabile pentru scopul măsurării. Cu cât măsurările sunt mai precise, cu atât erorile vor fi mai mici și efectul lor asupra măsurătorilor experimentale va fi mai puțin semnificativ.

Faptul că măsurătorile sînt afectate de erori și gradul de precizie al acestora sînt mici, se poate evidenția printr-o lucrare statică adecvată, așa cum s-a vădit în paragraful precedent.

Analizînd rezultatele calculului statistic, din care s-au extras extrase pentru fiecare nivel de noduri, se observă că măsurătorile experimentale au fost afectate de erori, lucru evidențiat prin faptul că diferențele dintre rezultatele de înălțare. Unele din valorile coeficienților de înălțare în diferite puncte, se constată că acestea diferă foarte mult și că nivelul erorii nu rămîne constant pentru toate punctele (într-o măsurare). De aici se deduce concluzia că măsurările de înălțare care afectează măsurătorile sînt mai multe. Astfel, erorile pot proveni din:

- 1) erori de măsurare în direcțiile verticale și orizontale, cum sînt;

Grinda tip. A.
Rozeta R₁

RESULTATE CALCULI 6R

J	AMEZ ****	SPYZ ****	SE7 ***	VMAE7 ****	VMIF7 ****	CI7Z *** 8/8
i	-312.6	9.4	10.1	-505.2	-322.0	-3.2
J	MAEZ ****	SPZY ****	SEZY ****	VMAF7Y ****	VMIEZY ****	CI7EZY *** 8/8
i	-157.1	-0.5	4.3	-152.6	-161.7	-3.1
J	AMEY ****	SPZY ****	SEY **	VMAEY ****	VMIEY ****	CI7EY *** 8/8
i	102.1	10.3	11.1	112.4	91.8	10.9

Grinda tip „A”
Rozeta R4.

REZULTATELE CALCULUI ER

J	MAEZ	SPZ	SE7	VMAE7	VMIE7	CIEZ
4	1618.9	8.1	8.7	10.8	226.9	1.1
J	MAEZY	SEZY	SEZY	VMAEZY	VMIEZY	CIEZY
4	20.7	8.8	6.7	254.5	266.9	2.6
J	MAEY	SEY	SEY	VMAEY	VMIEY	CIFY
4	177.9	8.0	8.6	185.8	169.9	4.8

Grinda tip „A”
 Rozeta R19 *)

REZULTATELE CALCULUI ER

J	MAE7	SPZ	SE7	VMAE7	VMIE7	CIE7
***	***	***	***	***	***	***
25	752.1	7.5	8.1	769.6	754.7	6/8
						1.1
J	MAEZY	SPEZY	SEZY	VMAEZY	VMIEZY	CIEZY
***	***	***	***	***	***	***
25	327.1	4.8	4.9	331.7	322.6	6/8
						1.5
J	MAEY	SPEY	SEY	VMAEY	VMIEY	CIEY
***	***	***	***	***	***	***
25	-209.0	3.2	8.9	-200.8	-217.2	6/8
						-4.2

*) Rozeta R19 are o pozitie echivalenta cu
 rozetele R18 de pe grinzile tip „B” si „C”.

*Grinde tip „B”
Rozeia R1.*

REZULTATELE CALCULUI NR

J	MAEZ	SEFZ	SE7	VMAE7	VMIE7	CIE7	
***	***	***	***	***	***	***	
26	-244.0	7.0	8.7	-236.0	-252.0	-3.6	1
J	MAZY	SEZY	SEZY	VMAFZY	VMIEZY	CIEZY	
***	***	***	***	***	***	***	
28	-129.3	9.1	9.4	-120.3	-135.3	-7.5	0
J	MAEY	SEY	SEY	VMAEY	VMIEY	CIEY	
***	***	***	***	***	***	***	
28	79.3	6.2	8.9	87.5	71.1	11.2	1

Grinda tip „B”
Rozeta R4.

REZULTATELE CALCULUI ER

J	MAEZ	SPEZ	SF7	VMAF7	VMIE7	CIE7
***	***	***	***	***	***	***
31	-627.1	22.0	23.8	-615.1	-659.2	-3.7
J	MAEZY	SPEZY	SEZY	VMAFZY	VMIEZY	CIEZY
***	***	***	***	***	***	***
31	-202.1	9.9	10.7	-192.2	-212.1	-5.3
J	MAEY	SPEY	SEY	VMAEY	VMIEY	CIEY
***	***	***	***	***	***	***
31	140.0	10.0	10.8	150.0	135.0	7.7

Grinda tip "B".
 Rozeta R10.

REZULTATELE CALCULUI OR

J	MAEZ	SPEZ	SFZ	VMAF7	VMIE7	CIEZ
43	762.9	5.9	6.4	762.7	757.0	0.8
J	MAEZY	SPEZY	SFZY	VMAEZY	VMIEZY	CIEZY
***	*****	*****	*****	*****	*****	*****
43	255.0	3.8	4.1	258.8	251.2	1.6
J	MAEV	SPEV	SEV	VMAEV	VMIEV	CIEV
***	*****	*****	***	*****	*****	*****
43	162.1	7.0	7.6	155.1	169.1	4.7
						3/8

Grinda tip. C.
 Rozeta R1

REZULTATELE CALCULUI SR

J	MAE7	SPEZ	SE7	VMAE7	VMIE7	CIFZ
***	***	***	***	***	***	***
55	-257.1	11.3	12.2	-245.8	-268.4	3/8
						4.7
J	MAZY	SPEZY	SEZY	VMAZY	VMIEZY	CIFZY
***	***	***	***	***	***	***
55	-117.9	3.6	3.9	-114.2	-121.5	6/8
						3.3
J	MAEY	SPEY	SEY	VMAEY	VMIEY	CIFEY
***	***	***	***	***	***	***
55	151.4	12.5	13.5	163.9	139.0	8/8
						8.9

Grinda tip .C.
 Rozeta R4.

REZULTATELE CAI CUI EI ER

J	MAE7	SPEZ	SE7	VMAE7	VMIE7	CIEZ
***	***	***	***	***	***	***
56	-574.3	9.4	70.2	-364.9	-583.7	1.8
J	MAZY	SPEZY	SEZY	VMAEZY	VMIEZY	CIEZY
***	***	***	***	***	***	***
56	-26.7	11.2	12.7	-248.9	-272.5	0/9
J	MAEY	SPEY	SEY	VMAEY	VMIEY	CIFY
***	***	***	***	***	***	***
58	101.4	0.9	7.5	108.4	94.5	7.4

Grinda tip „C”
 Rozeta R10.

REZULTATELE CALCULIEIUR
 +*****+

J	MAFZ	SPFZ	SE7	VMAF7	VMIE7	CIEZ	
***	****	****	***	****	****	****	0/8
71	811.4	10.9	11.8	812.4	796.5	1.5	
J	MAZY	SPZY	SEZY	VMAFY	VMIEZY	CIEZY	
***	****	****	****	****	****	****	5/3
71	735.7	3.2	3.5	785.9	782.5	1.2	
J	MAEY	SPEY	SEY	VMAEY	VMIEY	CIEY	
***	****	****	***	****	****	****	3/8
71	-222.9	9.6	10.4	-215.3	-232.4	-4.6	

I 205 I

- Eroarea instalației hidraulice cu ajutorul căreia s-au realizat forțele verticale ($\pm 3\%$)
- Eroarea manometrului de 100 atmosfere ($\pm 1 \text{ kgf/cm}^2$)
- Eroarea datorită pierderii de presiune până în momentul blocării preselor ($\pm 2\%$).
- Eroarea datorită pierderii de presiune din cauza filetelui grosier de la piulițele de blocare ($\pm 1\%$).
- Eroarea dinamometrului cu buclă și a microcomparatorului anexă ($\pm 1,5\%$).

2) Erori cauzate de tipul timbrei tensometrice folosite, cum ar fi;

- Erori datorită variației coeficientului de sensibilitate (K) a timbrei, în funcție de materialul suport, care pot ajunge la:
 - (3-4)% în cazul timbrei pe suport de hârtie
 - (1-2)% în cazul timbrei pe suport din fibre de sticlă
- Erori datorită contracției transversale a firului metalic a timbrului tensometric (0,5-1,0)%
- Erori datorită variației constantei (K) din cauza pierderilor de presiune (2-3)%

3) Erori din cauza tehnologiei de lipire și a duratei mari de timp în care se fac măsurătorile;

- Erori datorită comportării plastice a stratului de adeziv atunci când pelicula este prea proaspă.
 - Erori datorită înălbățirii și peliculei de adeziv.
- 4) Erori datorită instalației de măsurare, cum sînt:
- Eroare de măsurare a punții tensometrice ORION-PMG(2-3)%
 - Eroare din cauza cutiilor de comutație (2-3)%
 - Erori cauzate de uzura fizică a instalației de măsurare.

În afara acestor surse de erori, se pot exista și altele a căror cunoaștere este posibilă numai pe baza unei îndelungate activități de investigație experimentale.

15.3 Calculul eforturilor unitare și a deformațiilor pe modelul în întregime

Starea de eforturi unitare și de deformare, din cele trei tipuri de modele din tablă de beton, corespunzător fiecărei ipoteze de încărcare, s-a calculat atât după metoda și standardele în vigoare cât și după teoria prezentată în lucrarea de față. În aceleași condiții, starea de eforturi unitare și de deformare s-a determinat și pe cale experimentală.

Pentru a nu ocupa spațiu mult prea mare, din cele trei volume de calcule corespunzător celor trei tipuri de panouri, se vor prezenta în rezumat calculările din tipul "A" în ipoteza de încărcare Ib ($P=3300 \text{ daN}; H=146 \text{ daN}, e=0,3 \text{ m}$), iar pentru grinzile tip "B" și tip "C" se vor afla numai valorile maxime ale eforturilor unitare și deformațiilor.

Ținând seama de complexitatea calculului în cazul barelor cu perechi subțiri, care se deplasează în jurul axei de înclinare (situație în porțiuni de secțiune din jurul cozii și porțiuni de secțiune din jurul capului concel), solicitarea în răsucire împiedicată, s-a întocmit un program de calcul automat pentru determinarea maximilor eforturi (M_{r1}, B, M_{r2}) și de deformare (φ). În rezultatul cuprins în anexă sunt toate cele trei tipuri de panouri, efectuate pe baza ipotezelor de încărcare stabilite anterior. Calculările necesare s-au efectuat la Centrul Teritorial de Calcul Electronic din Iași pe baza de program, a cărui prăsină numerică este prezentată în figura 15.2.

Programul de calcul "Calculul stării de eforturi unitare și de deformare," a cuprins:

A. Date de intrare;

- MFB(I) - momentul de răsucire exterior (M_p)
- KAPA(J) - constanta de încovoiere-răsucire (k)
- A(X) - abscisa punctului de aplicare a momentului de răsucire (a)
- B(Y) - abscisa punctului de aplicare a momentului de răsucire (b)
- L - lungimea barei (l)
- EI φ - rigiditatea barei la încovoiere-răsucire (EI_{φ})
- DZ - mărimea pasului ($=l/n=300/120=2,5 \text{ cm}$)

B. Date de ieșire de la calculator

1). Pentru panoul din stânga

- FIS - unghiul de răsucire (φ)
- MRLS - momentul de răsucire liberă (M_{r1})
- BIS - bimomentul de încovoiere-răsucire (B)

ORDINOGRAMA

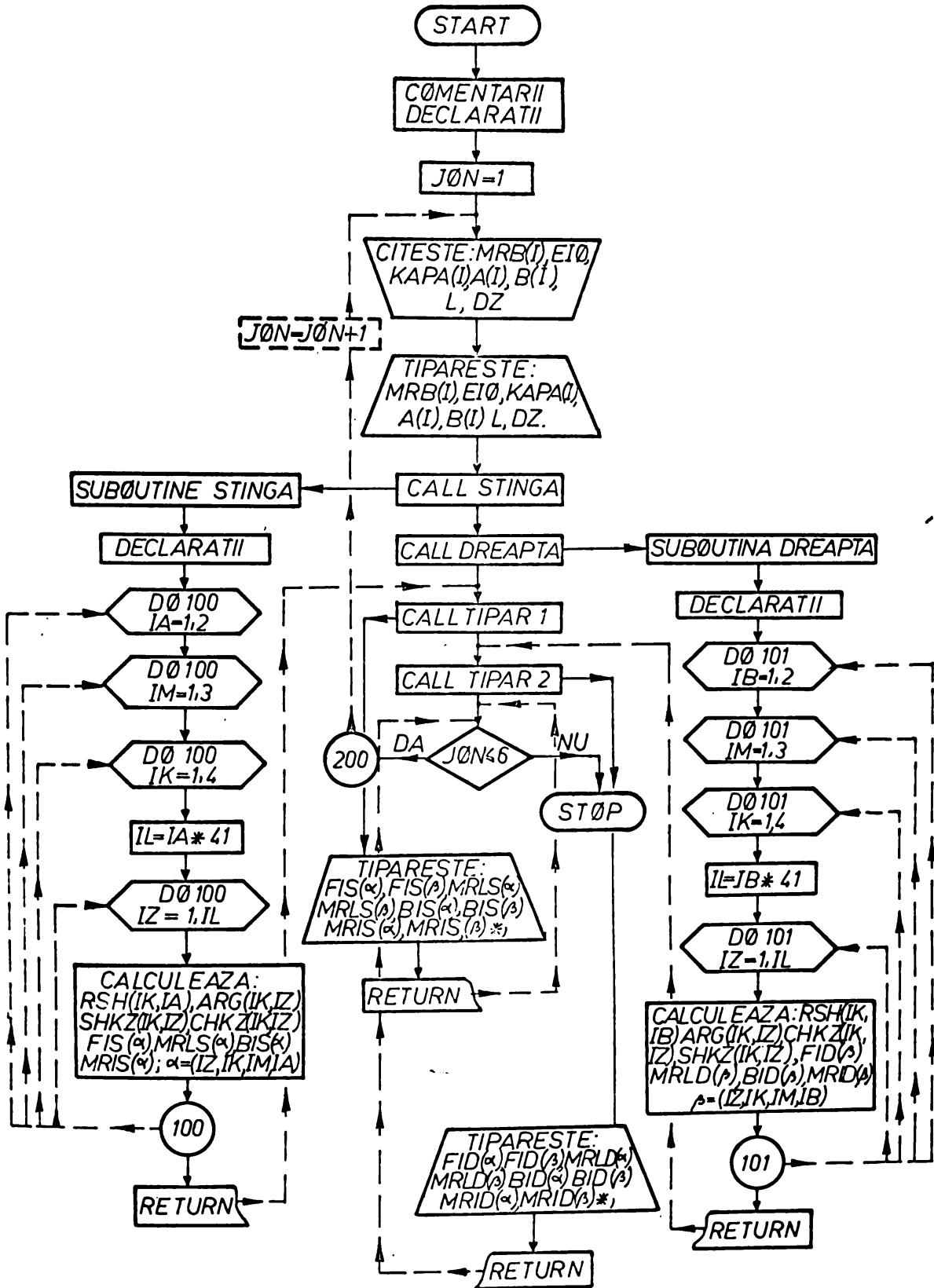


Fig. 15.2

MRIS - momentul răsucire-încovoiere ($M_{rî}$)

2). Pentru panoul din dreapta

FID, MRFD, BID și MRBD, cu semnificațiile de la punctul 1, cu deosebirea că se referă la panoul din dreapta.

C. Subprograme folosite

- SUBROUTINE STINGA - subprogram pentru calculul tuturor mărimilor în panoul din stînga
- SUBROUTINE DREAPTA - subprogram pentru efectuarea calculului în panoul din dreapta.
- SUBROUTINE TIPAR 1 - subprogram de tipărire a mărimilor calculate în panoul din stînga.
- SUBROUTINE TIPAR 2 - subprogram de tipărire a mărimilor calculate în panoul din dreapta.

D. Segmentarea programului

- Segmentul PP - programul principal care cuprinde date comune.
- Segmentul CALC.1 - programul cu variabile locale pentru panoul din stînga.
- Segmentul CALC.2 - programul cu variabile locale pentru panoul din dreapta.
- Segmentul TIPAR 1.2 - programul de tipărire

E. Arborele programului, este prezentat în figura 15.3

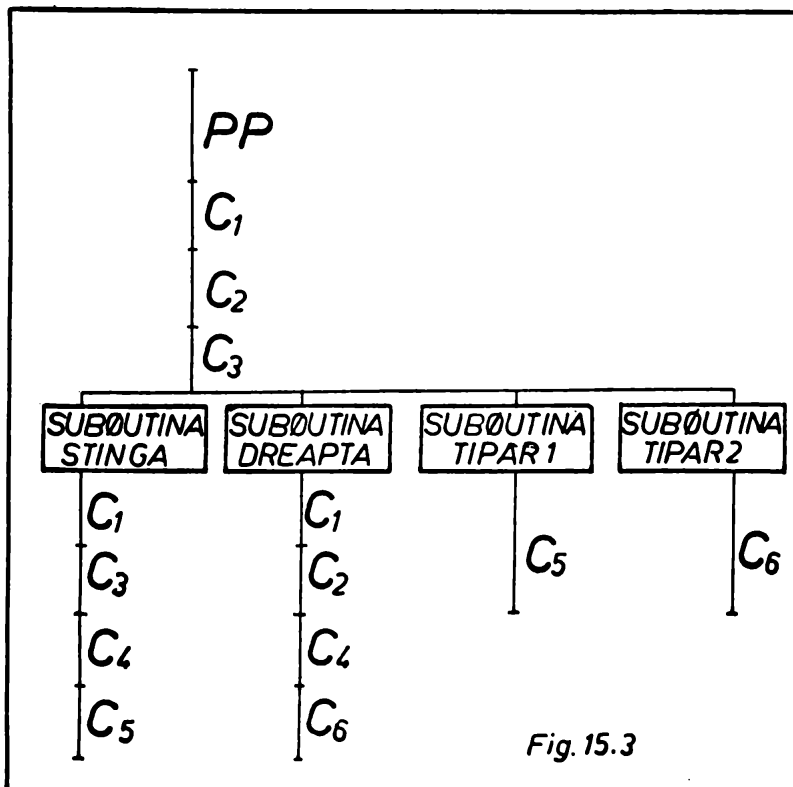


Fig. 15.3

În continuare se prezintă un extras din programul de calcul automat, folosit.

Pe baza rezultatelor obținute de la calculator s-a calculat starea de eforturi unitare pentru toate tipurile de grinzi și rezultatele finale se vor prezenta în paragraful 15.5.

JOB EX7,AN:4073,PN:MCARI 009

*
* CALCULUL SPATIAL AL GRINZILOR CAILOR DE RULARE
*
SEG FRINC
*
* COMPIL FORTRAN

PGG00011
PGG00012
PGG00013
PGG00014
20

```
1 * SEGMENT C1,C2,C3
2 REAL MRB,KAPA
3 COMMON /C1/MRB(3),EI0,KAPA(4),L,DZ/C2/A(2)/C3/B(2)
4 I0N=1
5 200 READ(105,800)(MRB(I),I=1,3),EI0
6 READ(105,800)(KAPA(I),I=1,4)
7 READ(105,801)(A(I),I=1,2),(B(I),I=1,2),L,DZ
8 800 FORMAT(4E12.6)
9 801 FORMAT(6F10.0)
10 WRITE(108,900)(MRB(I),I=1,3),(KAPA(I),I=1,4),(A(I),I=1,2),(B(I),I=
11 -1,2),L,EI0,DZ
12 900 FORMAT(//50X,DATELE INITIALE'/20X,MRB(3)='3(E12.6,10X)/20X,'KA
13 -PA(4)='4(E12.6,10X)/20X,'A(2)='2(E12.6,10X)/20X,'B(2)='2(E12.6,
14 -10X)/20X,'L='F6.1/20X,'EI0='E12.6,10X/20X,'DZ='F4.1)
15 CALL STINGA
16 CALL DREAPTA
17 CALL TIPAR1
18 CALL TIPAR2
19 I0N=I0N+1
20 IF(I0N.LE.6) GO TO 200
21 STOP
22 END
```

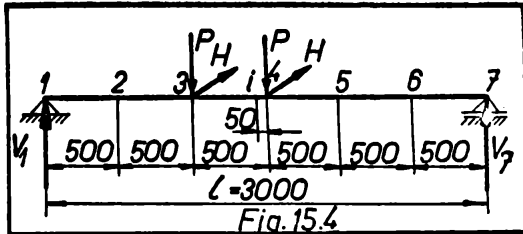
PGG00021
PGG00022
PGG00023
61
70
80
90
100
10
20
30
40
50
60
PGG00161
PGG00162
PGG00163
PGG00163
51
52
90
1000

***** FIN DE COMPILATION (PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE = 0)
*
* SEG CALCUL1
* COMPIL FORTRAN

13.10.14
PGG00168
PGG00169

15.3.1. Calculul grinzii căii de rulare tip "A"

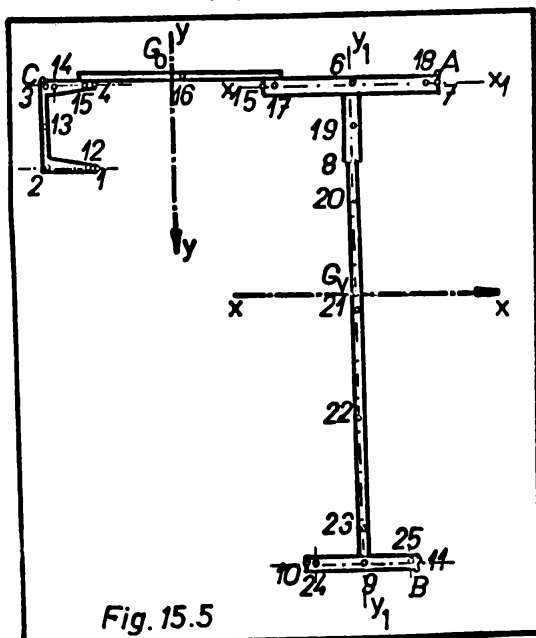
Modelul grinzii căii de rulare tip "A" este arătat în figura 15.4, iar în figura 15.4 se prezintă schema statică și de încărcare.



Solicitările (M și T) produse de încărcările verticale și cele orizontale s-au calculat în secțiunea (1) de pe grindă din motivele arătate în paragrafele precedente.

15.3.1.1. Calculul stării de eforturi unitare după STAS.

Calculul grinzilor căilor de rulare, după standardele în vigoare, se face simplificat admitând ipoteza că grinda verticală prezintă numai încărcările verticale iar grinda orizontală, de frinare, numai pe cele orizontale. În aceste condiții, determinând în prealabil caracteristicile geometrice pentru dimensiunile secțiunii transversale din figura 13.5, s-au calculat eforturile unitare normale și cele tangențiale în toate punctele marcate în figura 15.5. În tabelele ce urmează se prezintă eforturile unitare normale și cele tangențiale produse de forțele verticale și orizontale de pe grinda căii de rulare.



Calculul eforturilor unitare normale σ_z

Tabelul 15.1

Punctul	Grinda verticală		Punctul	Grinda orizontală		$\sigma_z = 2/+5/$ (daN/cm ²)
	y (cm)	$\sigma_z = 107,4 \cdot y$ (daN/cm ²)		x (cm)	$\sigma_z = 11,865 \cdot x$ (daN/cm ²)	
	1	2	3	4	5	6
1	-14,85	-1588	1	17,85	-208	-1804
7	-14,80	-1588	7	17,85	-208	-1777
18	-14,80	-1588	18	17,25	-201	-1770
6	-14,80	-1588	6	11,85	-138	-1707
17	-14,80	-1588	17	6,45	-75	-1655
5	-14,80	-1588	5	5,85	-68	-1637
19	-11,85	-1274	19	0,825	-4	
8	-9,35	-1005	4	-5,200	61	
20	-5,85	-736	15	-5,80	68	
21	0,85	70	14	-5,80	103	
11	8,25	878	3	-5,125	106	
23	15,85	1688	23	-5,125	106	
3	18,40	1978	2	-5,125	106	
14	18,40	1978	2	-5,20	61	
25	18,40	1978	0	-5,4	110	
2	18,85	2005	12	-5,8	68	

Calculul eforturilor unitare tangențiale τ

Tabelul 15.2

Punctul	Grinda verticală (σ_{xz})				Punctul	Grinda orizontală (σ_{yz})			
	S_y (cm ³)	δ (cm)	$\frac{S_y \cdot \delta}{I_x}$ (cm ²)	$\sigma_{xz} = 2743 \cdot \delta$ (daN/cm ²)		S_y (cm ³)	δ (cm)	$\frac{S_y \cdot \delta}{I_x}$ (cm ²)	$\sigma_{yz} = 4781 \cdot \delta$ (daN/cm ²)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	44,28	12,0	3,68	0,53	18	5,26	0,5	10,53	0,16
19	103,98	0,5	207,96	30,82	6	44,55	0,5	89,10	1,38
7	217,23	0,4	293,06	42,29	17	69,26	0,5	138,51	2,15
20	225,32	0,4	313,32	45,22	5	71,10	0,2	355,50	5,51
21	134,80	0,4	337,00	48,64	16	75,69	0,2	378,45	5,86
22	121,60	0,4	304,00	43,87	4	72,06	0,2	360,30	5,58
23	85,90	0,4	224,75	30,89					
3	34,73	7,5	4,63	0,67					

15.3.1.2 Calculul stării de eforturi unitare pe baza teoriei prezentate.

În vederea efectuării calculului, plecând de la forma reală a secțiunii transversale (fig.13.5), s-au studiat trei variante și s-a adoptat o secțiune transversală simplificată, astfel ca să se asigure continuitatea liniei mediane în lungul tuturor elementelor componente ale grinzii verticale și celei orizontale. În acest sens înălțimea grinzii orizontale, care în realitate reazemă pe talpa superioară a grinzii verticale (fig.15.5), s-a considerat că este dispusă la nivelul liniei mediane a tălpii grinzii verticale, așa cum se va vedea în continuare, din figura 15.6. Eroarea care se face în acest caz, în privința poziției centrului de greutate, față de secțiunea transversală reală, nu depășește 1%.

Introducerea acestei simplificări, în alcătuirea secțiunii transversale, a fost necesară în vederea efectuării unor integrale de-a lungul liniei mediane.

A. Calculul stării de eforturi unitare provenite din solicitarea de încovoiere oblică cu tăiere.

Pentru secțiunea transversală a modelului grinzii căii de rulare de tip "A" (fig.15.6), cu ajutorul relațiilor din tabelul 4.1

(v. partea a II-a, capitolul 4) s-au calculat toate caracteristicile geometrice. Având în vedere structura relațiilor de calcul ale caracteristicilor geometrice, în cazul

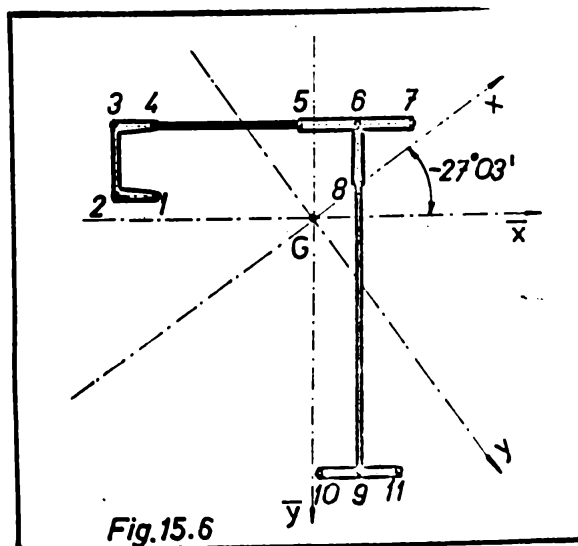


Fig.15.6

unor secțiuni transversale mai complicate, alcătuite dintr-un număr mare de dreptunghiuri înguste, se poate recurge la ajutorul Calculatoarei electronice, deoarece forma relațiilor de calcul permite întocmirea cu multă ușurință a unui program de calcul automat. Calculul caracteristicilor geometrice s-a organizat sub formă tabelară, folosind mașini de calcul de birou. Pentru calcul, s-a ales un sistem de axe de referință arbitrar $(\bar{x}\bar{O}\bar{y})$ cu originea în punctul 9

de pe figura 15.6, avînd axa orizontală orientată după linia mediană 10-11, iar axa verticală după linia mediană 6-9. În raport cu acest sistem de axe, au rezultat coordonatele centrului de greutate al secțiunii transversale:

$$\bar{x}_G = - 5,866 \text{ cm}; \quad \bar{y}_G = - 22,376 \text{ cm}.$$

În raport cu sistemul de axe central (($\bar{x}_G\bar{y}_G$) fig.15.4), s-au calculat caracteristicile;

$$I_{\bar{x}\bar{y}} = 1697 \text{ cm}^4; \quad I_{\bar{x}} = 5197 \text{ cm}^4 \quad \text{și} \quad I_{\bar{y}} = 2739 \text{ cm}^4,$$

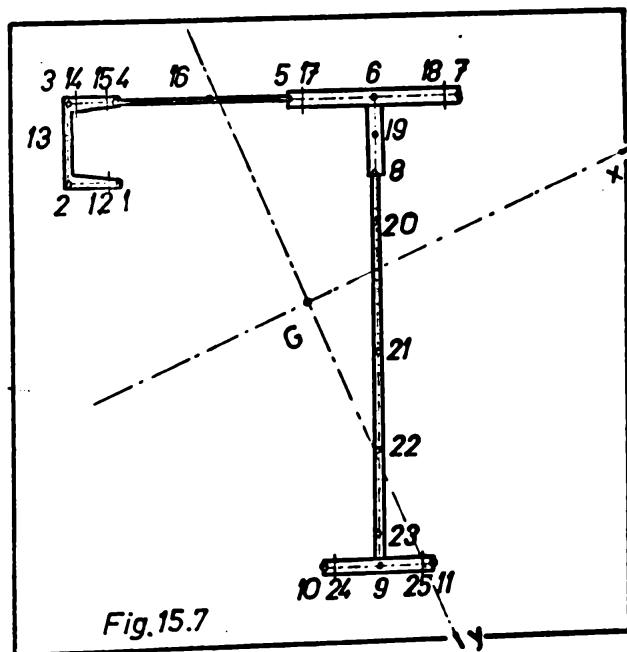
în funcție de care s-a putut stabili orientarea axelor principale de inerție, cu relația (4.5);

$$\operatorname{tg} 2\alpha = - 1,3810, \text{ de unde } \alpha = - 27^{\circ}03'$$

precum și momentele de inerție principale:

$$I_x = 6063 \text{ cm}^4; \quad I_y = 1873 \text{ cm}^4$$

Pentru toate punctele semnificative de pe secțiunea transversală (fig.15.7) s-au calculat coordonatele principale cu ajutorul relațiilor (4.6 a,b). În funcție de acestea, la nivelul fiecărui punct de pe secțiunea transversală, s-au calculat momentele statice cu ajutorul relațiilor din tabelul 4.1.



Calculul momentelor statice S_x

Tabelul 15.3

Elementul i...k	$\frac{A_i}{2}$ (cm ²)	y_i (cm)	y_k (cm)	y_i+y_k (cm)	$S_x = \frac{1}{4}$ (cm ³)	S_x (co- rectat) (cm ³)
0	1	2	3	4	5	6
1... 2	1,4720	- 9,407	-11,193	-20,600	-30,323	-30,323
2...13	0,7905	-11,193	-13,763	-24,956	-19,728	-19,729
13... 3	0,7905	-13,763	-16,334	-30,097	-23,792	-23,792
3... 4	1,4720	-16,334	-14,548	-30,882	-45,458	-45,458
4...16	0,5525	-14,548	-12,036	-26,584	-14,688	-14,688
16... 5	0,5525	-12,036	- 9,523	-21,559	-11,911	-11,911
5... 6	1,5000	- 9,523	- 6,794	-16,317	-24,476	-24,480
6... 7	1,5000	- 6,794	- 4,065	-10,859	-16,289	-16,289
6...19	0,6875	- 6,794	- 4,345	-11,139	- 7,658	- 7,658
19... 8	0,6250	- 4,345	- 2,118	- 6,463	- 4,039	- 4,039
8...20	0,5000	- 2,118	0,108	- 2,010	- 1,005	- 1,005
20...21	1,5000	0,108	6,788	6,896	10,344	10,344
21...22	1,5000	6,788	13,469	20,257	30,386	30,386
22...23	1,5000	13,469	20,147	33,616	50,424	50,412
23... 9	0,5500	20,147	22,596	42,743	23,509	23,509
10... 9	0,9375	20,890	22,596	43,486	40,768	40,760
9...11	0,9375	22,596	24,310	46,906	43,974	43,961
$\Sigma = - 199,367 + 199,405 = +0,038; 0,000$						

Calculul momentelor statice S_y

Tabelul 15.4

Elementul i...k	$\frac{A_i}{2}$ (cm ²)	x_i (cm)	x_k (cm)	x_i+x_k (cm)	$S_y = /1./4/$ (cm ³)	S_y (corec- tat) (cm ³)
0	1	2	3	4	5	6
1... 2	1,4720	- 7,753	-11,249	-19,002	-27,971	-27,971
2...13	0,7905	-11,249	- 9,937	-21,186	-16,748	-16,748
13... 3	0,7905	- 9,937	- 8,624	-18,561	-14,672	-14,672
3... 4	1,4720	- 8,624	- 5,128	-13,752	-20,243	-20,243
4...16	0,5525	- 5,128	- 0,208	- 5,336	- 2,948	- 2,948
16... 5	0,5525	- 0,208	4,713	4,505	2,489	2,489
5... 6	1,5000	4,713	10,056	14,769	22,154	22,152
6... 7	1,5000	10,056	15,400	25,456	38,184	38,180
6...19	0,6875	10,056	8,805	18,861	12,967	12,967
19... 8	0,6250	8,805	7,668	16,473	10,296	10,296
8...20	0,5000	7,668	6,531	14,199	7,100	7,100
20...21	1,5000	6,531	3,120	9,651	14,477	14,477
21...22	1,5000	3,120	-0,291	2,829	4,244	4,244
22...23	1,5000	-0,291	-3,702	-3,993	- 5,990	- 5,990
23... 9	0,5500	-3,702	-4,953	-8,655	- 4,760	- 4,760
10... 9	0,9375	-8,292	-4,953	-13,245	-12,417	-12,417
9...11	0,9375	-4,953	-1,613	-6,566	- 6,156	- 6,156
$\Sigma = - 111,905 + 111,911 = +0,006$						0,000

Pentru a putea determina starea de eforturi unitare, se calculează în prealabil solicitările în secțiunea (i) de pe grindă, provenite din încărcările verticale și cele orizontale, raportate la axele principale de inerție. In cazul ipotezei de încărcare Ib, după efectuarea calculelor intermediare, solicitările finale sînt:

$$M_x = 356620 \text{ daN.cm}; M_y = 202416 \text{ daN.cm}$$

$$T_x = -271 \text{ daN} ; T_y = 479 \text{ daN}$$

In funcție de acestea, în tabelele următoare se prezintă calculul și mărimea eforturilor unitare în punctele caracteristice de pe secțiunea transversală a modelului.

- Calculul eforturilor unitare normale (σ_z) din încovoiere

oblică, se face cu relația (4,17):

$$\sigma_z = \frac{I_x}{I_y} y - \frac{I_{xy}}{I_y} x = \frac{355680}{8883} y - \frac{207416}{1579} x = 58,82 y - 108,07 x$$

Calculul eforturilor normale σ_z

Tabelul 15.5

Punctul	y (cm)	58,82.y (daN/cm ²)	x (cm)	-108,07.x (daN/cm ²)	$\sigma_z = I_x/I_y y - I_{xy}/I_y x$ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5
1	- 9,407	- 553,3	- 7,753	837,9	284,6
2	-11,193	- 658,4	- 11,240	1115,7	457,3
3	-16,334	- 958,8	- 2,614	282,0	- 28,8
4	-14,548	- 855,7	- 5,120	554,2	- 301,5
5	- 9,523	- 568,1	- 4,713	- 569,3	-1069,4
6	- 6,794	- 399,6	10,056	-1086,3	-1486,4
7	- 4,065	- 239,1	15,400	-1654,3	-1903,4
8	- 2,113	- 124,6	- 7,860	- 838,7	- 953,3
9	22,596	1321,1	- 4,953	535,3	1856,4
10	20,090	1188,7	- 3,207	376,2	1564,8
11	24,310	1429,9	- 1,523	175,3	1605,2
12	- 9,680	- 568,4	- 3,860	425,7	326,3
13	-13,763	- 809,5	- 1,937	2074,0	264,5
14	-16,186	- 958,1	- 3,335	360,8	- 51,3
15	-14,821	- 871,8	- 5,663	612,0	- 259,8
16	-12,036	- 708,0	- 3,100	32,5	- 685,5
17	- 9,250	- 544,1	- 5,227	- 567,0	-1111,1
18	- 4,338	- 255,2	14,865	-1606,5	-1861,7
19	- 4,345	- 255,6	- 8,805	- 951,6	-1207,2
20	0,108	6,4	- 6,331	- 705,8	- 699,4
21	6,788	398,3	- 3,100	- 337,2	62,1
22	13,469	787,2	- 3,221	31,4	823,6
23	20,147	1185,0	- 3,780	400,00	1585,0
24	21,183	1244,8	- 7,750	838,4	2083,2
25	24,028	1413,3	- 5,247	592,0	1645,3

- Calculul fluxurilor de forfecare și a eforturilor unitare tangențiale, la un nivel curent (a) de pe linia mediană, se

calculează cu relațiile (4.24) și (4.19);

$$t_T^0 = - \left[\frac{T_x S_y(s)}{I_y} + \frac{T_y S_x(s)}{I_x} \right] = \frac{272}{1573} S_y(s) - \frac{479}{6063} S_x(s) =$$

$$= 0,144 S_y(s) - 0,079 S_x(s)$$

$$\tau_T^0 = t_T^0 / \delta$$

Calculul eforturilor unitare tangențiale din forțe tăietoare

Tabelul 15.6

Punctul	δ (cm)	$S_y(s)$ (cm ³)	$0,1447 S_y$ (daN/cm)	$S_x(s)$ (cm ³)	$-0,079 S_x$ (daN/cm)	$t_T^0 = 3 + 5 $ (daN/cm)	$\tau_T^0 = t_T^0 / \delta$ (daN/cm ²)
o	1	2	3	4	5	6	7
1	0,75	0	0	0	0	0	0
2a	0,75	-27,971	-4,05	-30,323	2,40	-1,65	-2,20
2b	0,55						-3,00
13	0,55	-44,719	-6,47	-50,052	3,95	-2,52	-4,58
3a	0,55						-5,07
3b	0,75	-59,391	-8,59	-73,844	5,83	-2,76	-3,68
4a	0,75						-2,80
4b	0,20	-79,634	-11,52	-119,302	9,42	-2,10	-10,50
16	0,20	-82,582	-11,95	-133,990	10,59	-1,36	-6,80
5a	0,20						-0,35
5b	0,50	-80,093	-11,60	-145,901	11,53	-0,07	-0,14
6a	0,50	-57,941	-8,38	-170,331	13,46	5,08	10,16
7	0,50	0	0	0	0	0	0
6b	0,50	38,180	5,52	-16,289	1,29	6,81	13,62
6c	0,50	-19,761	-2,86	-186,670	14,75	11,89	23,78
19	0,50	-6,794	-0,98	-194,328	15,35	14,37	28,74
8a	0,50						32,36
8b	0,40	3,502	0,51	-198,367	15,67	16,18	40,45
20	0,40	10,602	1,53	-199,372	15,75	17,28	43,20
21	0,40	25,079	3,63	-189,028	14,93	18,56	46,40
22	0,40	29,323	4,24	-158,642	12,53	16,77	41,93
23	0,40	23,333	3,38	-108,230	8,55	11,93	29,83
9b	0,40	18,573	2,69	-84,721	6,69	9,38	23,45
10	0,50	0	0	0	0	0	0
9a	0,50	-12,417	-1,80	40,760	-3,22	-5,02	-10,04
9c	0,50	6,156	0,89	-43,961	3,47	4,36	8,72
11	0,50	0	0	0	0	0	0

B. Calculul stării de eforturi unitare, provenite din solicitarea de răsucire a ansamblului, pe secțiunea simplu conexă.

Având în vedere că rapoartele dintre dimensiunile principale ale grinzilor căilor de rulare, deci și ale modelelor studiate, se încadrează în ipotezele de calcul prezentate în partea II-a a lucrării de față, calculul stării de eforturi unitare se va face pe baza teoriei Barelor cu pereți subțiri cu secțiune simplu conexă (v. capitolele 4,5 și 6).

În vederea calculului, pe lângă caracteristicile geometrice trebuiesc cunoscute și caracteristicile sectoriale ale secțiunii transversale.

Calculul caracteristicilor sectoriale se face cu ajutorul relațiilor din tabelul 6.1 (v. partea a II-a). Cu toate că relațiile de calcul permit o ușoară programare pentru calculator, calculul caracteristicilor sectoriale s-a organizat sub formă tabelară folosind mașini de calcul de birou. Operațiunea se începe, prin calculul coordonatelor sectoriale pe secțiunea transversală, în raport cu un pol arbitrar (A) și un punct de zero arbitrar (B), după cum urmează:

Calculul coordonatelor sectoriale ω_{AB}

Tabelul 15.7

Elementul i...k	d_{ik} (cm)	b_{ik} (cm)	$d_{ik} \cdot b_{ik}$ (cm ²)	$\omega_{AB} = \sum d_{ik} \cdot b_{ik}$ (cm ²)	OBS.
0	1	2	3	4	5
6≡B	5,25	-	0	0	
6...7	5,25	6,00	+ 31,50	+ 31,50	
6...5	5,25	6,00	- 31,50	- 31,50	
5...4	5,25	11,05	- 58,01	- 89,51	
4...3	5,25	3,925	- 20,61	- 110,12	
3...2	20,975	5,772	-121,07	- 231,19	
2...1	0,522	3,925	- 2,05	- 233,24	
6...8=A	0	5,25	0	0	
8...9	0	27,75	0	0	
9...10	27,75	3,75	104,04	104,06	
9...11	27,75	3,75	-104,06	- 104,06	

În funcție de coordonatele sectoriale (tabelul 15.7) se

calculează momentul static sectorial;

$$S \omega_{AB} = -1651 \text{ cm}^4$$

cu ajutorul căruia, se determină corecția coordonatelor sectoriale în raport cu punctul de zero principal, folosind relația (6.8)

$$\omega_o = 47,54 \text{ cm}^2$$

Cu acestea, se pot calcula coordonatele sectoriale (ω_A) în raport cu un pol arbitrar (A), și punctul de zero principal, astfel:

Calculul coordonatelor sectoriale ω_A

Tabelul 15.8

Punctul	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\omega_A = \omega_{AB} + \omega_o$ (cm^2)	-105,70	-155,65	-99,59	-42,97	16,04	47,54	9,04	47,54	47,54	151,60	-56,52

Cunoscînd coordonatele sectoriale (ω_A) și coordonatele carteziene, față de sistemul de axe central, ale tuturor punctelor care delimitează elementele componente ale secțiunii transversale, cu relațiile din tabelul 6.1; se calculează momentele statice sectoriale liniare;

$$S \omega_{A\bar{y}} = 11850 \text{ cm}^5; S \omega_{A\bar{x}} = 21810 \text{ cm}^5$$

Cu ajutorul relațiilor (6.10), în funcție de datele de mai sus precum și de caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale, se determină poziția centrului de răsucire (D) față de polul arbitrar (A) și raportat la axele centrale de inerție;

$$\bar{x}_{AD} = -0,40 \text{ cm}; \bar{y}_{AD} = -8,21 \text{ cm}$$

În continuare, se prezintă în tabelul 15.8' modul de calcul ale coordonatelor sectoriale (ω_D) atunci cînd se cunoaște poziția centrului de răsucire.

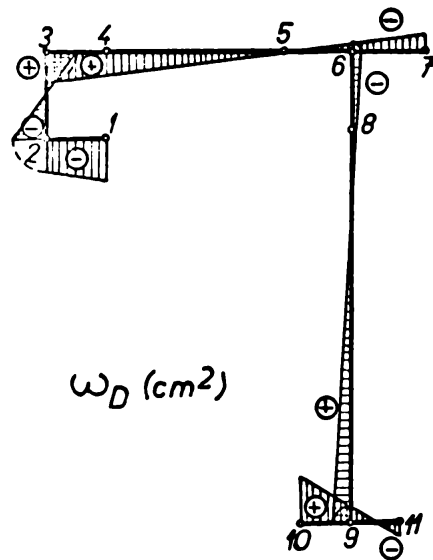
Calculul coordonatelor sectoriale în raport cu centrul de răsucire (D), considerat ca pol principal, se face cu relația:

$$\omega_D = \omega_A + \bar{y}_{AD} \cdot \bar{x} - \bar{x}_{AD} \cdot \bar{y} = \omega_A - 8,21 \cdot \bar{x} + 0,40 \cdot \bar{y}$$

Calculul coordonatelor sectoriale ω_D

Tabelul 15.8'

Punctul	ω_A (cm ²)	$-8,21\bar{x}$ (cm ²)	$0,40\bar{y}$ (cm ²)	$\omega_D = \omega_A + 2\omega_2 + 3\omega_3$ (cm ²)	Obs.
o	1	2	3	4	5
1	-185,70	91,82	- 1,94	- 95,82	
2	-183,65	124,04	- 1,94	- 61,55	
3	- 62,58	124,04	- 4,25	57,21	
4	- 41,97	91,82	- 4,25	45,60	
5	16,04	1,10	- 4,25	12,89	
6	47,54	- 48,16	- 4,25	- 4,87	
7	79,04	- 97,42	- 4,25	- 22,63	
8	47,54	- 48,16	- 2,15	- 2,77	
9	47,54	- 48,16	8,95	8,33	
10	151,60	- 17,37	8,95	143,18	
11	- 56,52	- 78,95	8,95	-126,52	
12	-185,4	96,75	- 1,94	- 90,59	
13	-121,40	124,04	- 3,10	- 0,46	
14	- 60,87	121,38	- 4,25	56,26	
15	- 45,12	96,75	- 4,25	47,38	
16	- 12,97	46,46	- 4,25	29,24	
17	18,19	- 3,83	- 4,25	10,11	
18	75,89	- 92,49	- 4,25	- 20,85	
19	47,54	- 48,16	- 3,15	- 3,77	
20	47,54	- 48,16	- 1,15	- 1,77	
21	47,54	- 48,16	1,85	1,23	
22	47,54	- 48,16	4,85	4,23	
23	47,54	- 48,16	7,85	7,23	
24	134,95	- 22,30	8,95	121,60	
25	- 39,87	- 74,02	8,95	-104,94	



Pentru a evita continuarea unui calcul eronat, cu noile valori ale coordonatelor sectoriale, calculate în raport cu polul principal (centrul de răsucire (D)) și punctul de zero principal, se verifică condițiile exprimate prin relațiile (4.2c;4.3 a,b). Pe baza acestor relații s-au calculat mărimile:

$$S_{\omega_D} = -400,9 + 400,9 = 0; S_{\omega_D^2} = 3798,9 - 3828,0 = -29,1 \approx 0; S_{\omega_D^3} =$$

$$= 14806,3 - 4784,4 = 21,9 \approx 0$$

Leoarece verificările sînt satisfăcute, se calculează în continuare, momentul de inerție sectorial al secțiunii transversale

Calculul momentului de inerție sectorial I_{ω}

Tabelul 15.9

Elementul i...k	$\frac{A_i}{3}$ (cm ²)	ω_{Di}^2 (cm ⁴)	$\omega_{Di} \omega_{Dk}$ (cm ⁴)	ω_{Dk}^2 (cm ⁴)	$\sum 2...4$ (cm ⁴)	$I_{\omega} = 1/5!$ (cm ⁶)
0	1	2	3	4	5	6
1...2	0,982	3798,40	5897,70	9181,47	18867,59	18528,0
2...3	1,054	3798,40	-3521,28	3272,98	3540,10	3731,3
3...4	0,932	3272,98	2608,78	2079,36	7961,12	7917,8
4...5	0,736	2079,36	507,78	166,15	2333,29	2085,3
5...6	1,000	166,15	- 69,77	23,72	127,10	127,1
6...7	1,000	23,72	110,61	581,12	655,05	655,0
6...8	0,876	23,72	12,49	7,67	44,88	39,3
8...9	3,700	7,67	- 22,07	69,40	54,00	199,8
10...9	0,625	20500,51	1192,69	69,40	21762,60	13601,6
9...11	0,625	69,40	-1052,81	16007,31	15022,3	9289,2
$I = 56174,4 \text{ cm}^6 \approx 56175 \text{ cm}^6$						

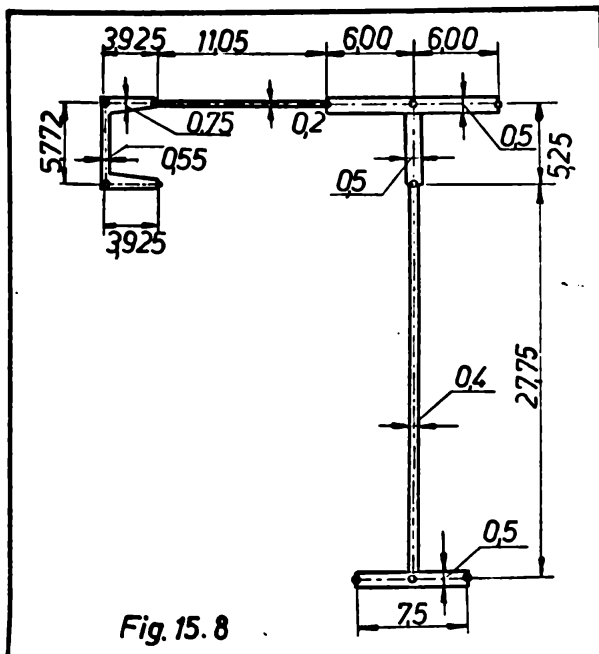


Fig. 15.8

și momentul static sectorial la nivelul tuturor punctelor importante de pe linia mediană secțiunii transversale a elementului (fig.15.7).

Cu ajutorul relației (5.35) se calculează, pentru secțiunea transversală (fig. 15.8) momentul de inerție la răznoare liberă;

$$I_x = 3,08 \text{ cm}^4$$

Calculul momentelor statice sectoriale S_{ω_D}

Tabelul 15.10

Elementul i...k	$\frac{A_i}{2}$ (cm ²)	ω_{Di} (cm ²)	ω_{Dk} (cm ²)	$\omega_{Di} + \omega_{Dk}$ (cm ²)	$S_{\omega_D} = i \cdot k $ (cm ³)	S_{ω_D} (Corectat) (cm ³)
0	1	2	3	4	5	6
1...2	1,4720	-95,82	-61,55	-157,37	-231,65	-232,00
2...13	0,7905	-61,55	- 0,46	- 62,01	- 49,02	- 49,10
13...3	0,7905	- 0,46	57,21	56,75	44,86	44,70
3...4	1,4720	57,21	45,60	102,81	151,34	150,10
4...16	0,5525	45,60	29,24	74,84	41,35	41,30
16...5	0,5525	29,24	12,89	42,13	23,28	23,20
5...6	1,5000	12,89	- 4,87	8,02	12,03	12,00
6...7	1,5000	- 4,87	-22,63	- 27,50	- 41,25	- 41,30
6...19	0,6875	- 4,89	- 3,77	- 8,66	- 5,95	- 6,00
19...8	0,6250	- 3,77	- 2,77	- 6,54	- 4,09	- 4,10
8...20	0,5000	- 2,77	- 1,77	- 4,54	- 2,27	- 2,30
20...21	1,5000	- 1,77	1,23	- 0,54	- 0,81	- 0,80
21...22	1,5000	1,23	4,23	5,46	8,19	8,20
22...23	1,5000	4,23	7,23	11,46	17,19	17,20
23...9	0,5500	7,23	8,33	15,56	8,56	8,50
10...9	0,9375	143,18	8,33	151,51	142,04	141,20
9...11	0,9375	8,33	-126,52	-118,19	-110,80	-110,80
$S_{\omega_D} = -445,84 + 448,84 = 3,00$						0,00

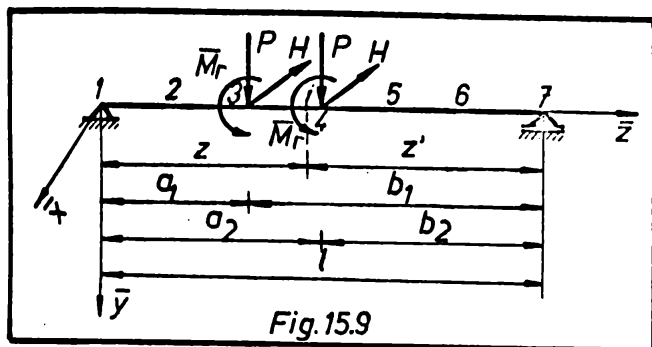
Cunoscînd caracteristicile fizico-mecanice ale materialului și pe baza mărimilor geometrice (I_x) și sectoriale (I_{ω}) determinate, se calculează constanta de încovoiere-răsucire, cu relația (6.27a);

$$k = 4,59 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

În continuare, se calculează momentele de răsucire exterioare (\bar{M}_x) corespunzătoare ipotezei de încărcare Ib. În acest sens, în figura 15.9 se arată; modul de încărcare al grinzii, abscisele care definesc pozițiile momentelor de răsucire exterioare în lungul grinzii și secțiunea (i) în care urmează să se suprapună efectele încovoierii oblice cu cele ale răsucirii împiedicate.

Cunoscînd coordonatele centrului de răsucire (D) se pot stabili excentricitățile forțelor (P) și (H) în raport cu acesta

(fig.15.10), astfel:



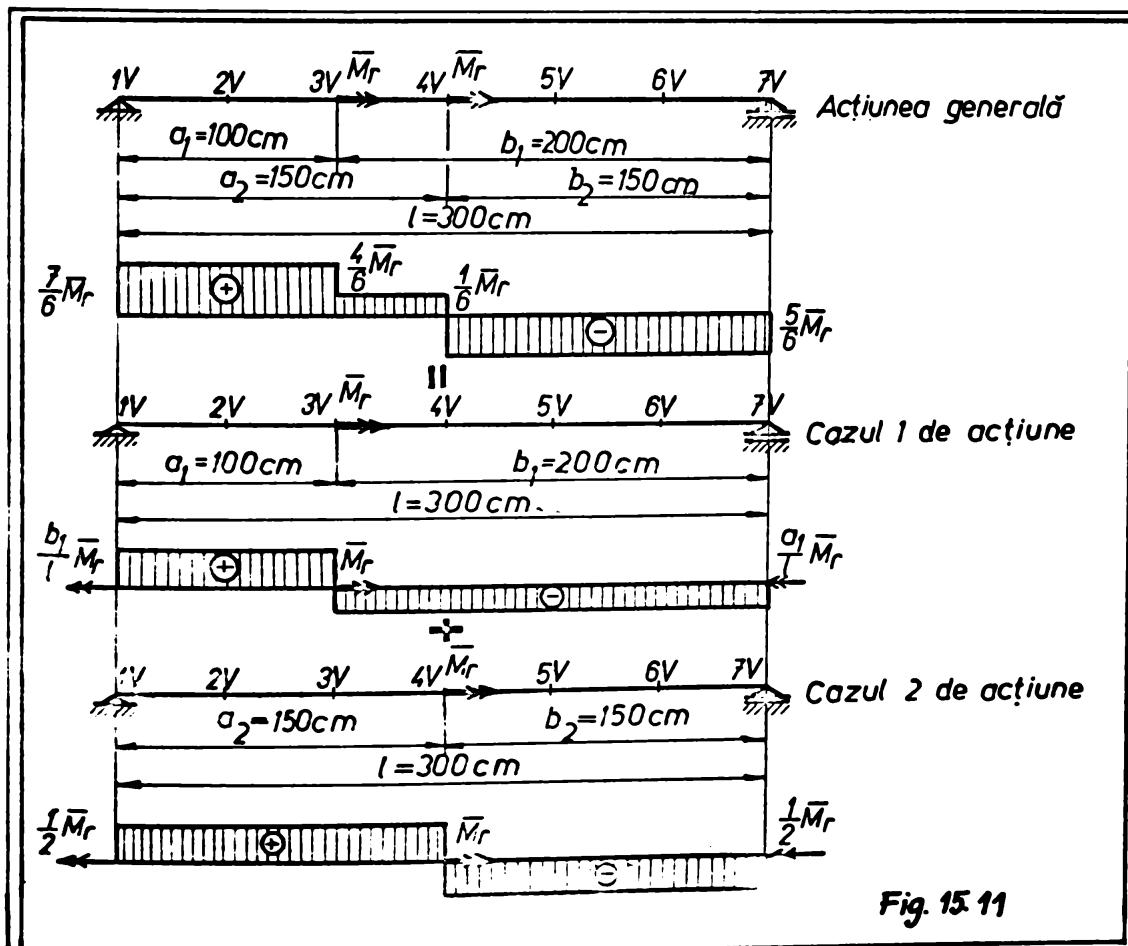
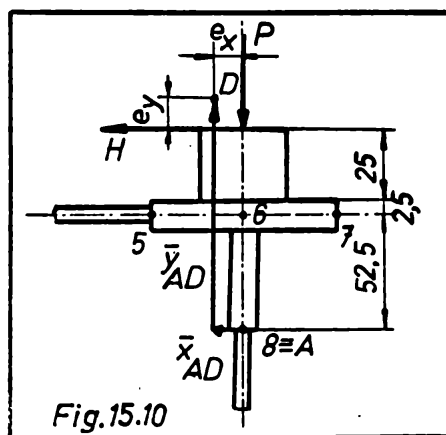
$$e_x = 0,40 \text{ cm}; e_y = 0,21 \text{ cm}$$

Cu acestea, valoarea momentului de răsucire exterior rezultă:
 $\bar{M}_r = 1355 \text{ daN.cm.}$

În funcție de modul de încărcare și rezemare (fig.15.9) grinda căii de rulare ^{este} pusă,

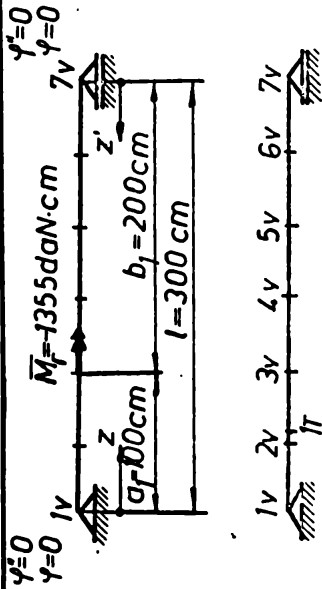
pe lângă alte solicitări și răsucirii împiedicate. Pentru a putea calcula mărimile mecanice și de deformare caracteristice răsucirii împiedicate (ψ, M_{r1}, B, M_{r1}), folosind sistemul de ecuații (6.55 și 6.56), acțiunea generală a celor două momente de răsucire se descompune în două cazuri simple de acțiune, așa cum se arată în figura 15.11.

Calculul mărimilor (ψ), (M_{r1}), (B) și (M_{r1}) se conduce în tabele, separat pentru fiecare caz de acțiune în parte, iar în final se vor suprapune efectele corespunzător cazului general de acțiune.



Tabelul 15.11a

Calculul mărimitor φ , M_{rl} , B , M_{rl} .



$$EI_{\omega} \varphi = \frac{M_r (b_1 k z - \frac{shkb_1}{shkl} shkz)}{k^3 (l - \frac{shkb_1}{shkl})} \quad (daNcm^4)$$

$$M_{rl} = k^2 EI_{\omega} \varphi = \bar{M}_r \left(\frac{b_1}{l} - \frac{shkb_1}{shkl} \right) \quad (daNcm)$$

$$B = -EI_{\omega} \varphi'' = \frac{\bar{M}_r}{k} \cdot \frac{shkb_1}{shkl} shkz \quad (daNcm^2)$$

$$M_{rl} - EI_{\omega} \varphi''' = \bar{M}_r \frac{shkb_1}{shkl} chkz \quad (daNcm)$$

Cazul 1a
 $0 \leq z \leq a_1$

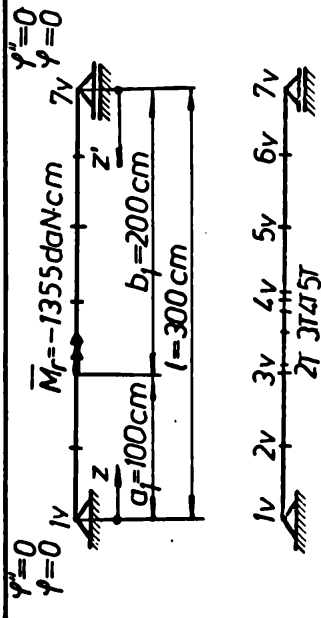
$$\varphi = 0 \quad \text{at } 1V$$

$$\varphi = 0 \quad \text{at } 7V$$

Punctul	z (cm)	k (cm ³)	$\frac{M_r}{k}$	$\frac{M_r}{k^3}$	$\frac{b_1}{l}$	shk b ₁	shkz	chkz	(5)·(9)	(8)·(10)	(12)·(13)	EL _ω ·φ·10 ⁴	(8)·(11)	(5)·(16)	M _{rl} =(2)·(3)·(17)	B=(3)·(13)	M _{rl} ² =(2)·(3)·(16)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1V	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2V	50	459·10 ³	-295207·10 ³	-1401197·10 ⁹	0,66667	105539	0,23203	102658	0,15300	0,13154	0,02146	300,6969	0,58198	0,08469	11475	388315	78853
3V	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4V	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5V	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6V	250	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7V	300	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 15.12a

Calculul m̄rimilor ϕ, Mr̄l, B, Mr̄i



Cazul 1b:
 $0 \leq z' \leq b_1$

$$EI\omega\varphi = \frac{\bar{M}_r}{k^3} \left(a_1 k z' - \frac{shka_1}{shkl} \cdot shkz' \right); \quad (daNcm^4)$$

$$Mr_l = k^2 EI\omega\varphi = \bar{M}_r \left(a_1 - \frac{shka_1}{shkl} + \frac{shka_1}{shkl} ch kz' \right); \quad (daNcm)$$

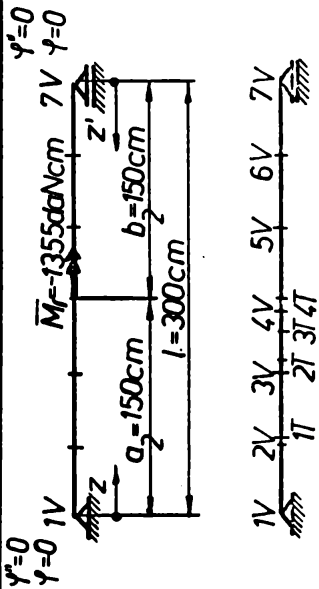
$$B = -EI\omega\varphi'' = \frac{\bar{M}_r}{k} \frac{shka_1}{shkl} shkz'; \quad (daNcm^2)$$

$$Mr_i = -EI\omega\varphi''' = \bar{M}_r \left(-\frac{shka_1}{shkl} ch kz' \right); \quad (daNcm)$$

Punctul	z' (cm)	k (cm ⁻¹)	$\frac{\bar{M}_r}{k}$ (daNcm ²)	$\frac{\bar{M}_r}{k^3}$ (daNcm ³)	$\frac{a_1}{l}$	shka ₁	shkl	$\frac{shka_1}{shkl}$	kz'	shkz'	ch kz'	(5)-(9)	(8)-(10)	(12)-(13)	$EI\omega\varphi \cdot 10^{-7} = (4) \cdot (14)$	(8) \cdot (11)	(16)-(5)	M _r =(2)-(3) \cdot (17)	B=(3) \cdot (13)	M _r =(2)(3) \cdot (16)
0	1	2																		
3V	200								0,9180	1,05539	1,45390	0,30601	0,27008	0,03594	-50,35902	0,37205	0,03872	-52,47	-79729,5	504,13
2T	195								0,8951	1,01938	1,42799	0,29837	0,26086	0,03751	-52,55890	0,36542	0,03208	-43,47	-77007,1	495,
3T	170								0,7803	0,86153	1,31994	0,26011	0,22047	0,03964	-55,4345	0,33777	0,00443	-6,00	-65084,3	45768
4T	155								0,7114	0,77117	1,26282	0,23714	0,19734	0,03980	-55,76764	0,32316	-0,01018	13,79	-58256,1	43788
4V	150								0,6885	0,74607	1,24765	0,22950	0,19092	0,03858	-54,05818	0,31927	-0,01407	19,06	-56360,9	432,61
5T	145								0,6656	0,72126	1,23297	0,22187	0,18457	0,03730	-52,26465	0,31552	-0,01782	24,15	-54486,4	427,53
5V	100								0,4590	0,47640	1,10768	0,15300	0,12191	0,03109	-43,56321	0,28346	-0,04988	67,59	-35988,7	384,09
6V	50								0,2295	0,23203	1,02658	0,07650	0,05938	0,01712	-23,98849	0,26270	-0,07064	95,72	-17529,4	335,5
7V	0								0	0,00000	1,00000	0	0	0	0	0,25590	-0,07744	104,93	0	346,7

Tabela 15.11b

Calculul mărimilor $\varphi, Mrl, B, Mr\bar{r}$.



Căzul 2a
 $0 \leq z \leq a_2$

$$E\omega \cdot \varphi = \frac{M\bar{r}}{k^3} k z - \frac{shk b_2}{shkl} shk z \quad ; \quad (daNcm^4)$$

$$Mr l = k^2 E \omega \varphi \cdot \bar{M} r \left(\frac{b_2}{l} - \frac{shk b_2}{shkl} chk z \right) ; \quad (daNcm)$$

$$B = -E \omega \varphi \cdot \frac{M\bar{r}}{k} \cdot \frac{shk b_2}{shkl} shk z ; \quad (daNcm^2)$$

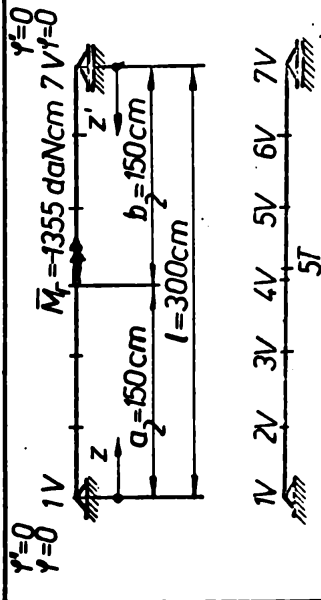
$$Mr \bar{r} = -E \omega \varphi \cdot \bar{M} r \frac{shk b_2}{shkl} chk z ; \quad (daNcm)$$

Punctul	z (cm)	k (cm ³)	$\frac{M\bar{r}}{k}$ (daN ² × cm ³)	$\frac{M\bar{r}}{k^3}$ (daN ² × cm ³)	$\frac{b_2}{l}$	shk b ₂	shkz	chkz	(5)·(9)	(6)·(10)	(12)·(13)	$E\omega \varphi \cdot 10^{-7} =$ $= (7) \cdot (14)$	(8)·(11)	(5)·(16)	M _l = (2)·(3)·(17)	B = (3)·(13)	M _r = (2)·(3)·(16)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1V	0	0	0	0	0	0	0,00000	1,00000	0	0	0	0	0,40076	0,09924	-134,47	0	-543,0
2V	50,0	0,2295	0,23203	1,02658	0,11475	0,09299	0,2295	1,02658	0,11475	0,09299	0,02176	-30,49005	0,41141	0,08859	-120,04	-27451,3	-557,46
1T	52,5	0,2410	0,24231	1,02894	0,12050	0,09711	0,2410	1,02894	0,12050	0,09711	0,02339	-32,77400	0,41236	0,08764	-118,75	-28667,6	-558,75
3V	100,0	0,4590	0,47640	1,10768	0,22950	0,19092	0,4590	1,10768	0,22950	0,19092	0,03858	-54,05818	0,44391	0,05609	-76,00	-56360,9	-601,50
2T	105,0	0,4820	0,49865	1,11743	0,24100	0,19984	0,4820	1,11743	0,24100	0,19984	0,04116	-57,67327	0,44782	0,05218	-70,70	-58994,2	-606,80
3T	130	0,5967	0,63665	1,18547	0,29835	0,25514	0,5967	1,18547	0,29835	0,25514	0,04321	-60,54572	0,47509	0,02491	-33,75	-75319,1	-643,75
4T	145	0,6656	0,72126	1,23297	0,33280	0,28905	0,6656	1,23297	0,33280	0,28905	0,04375	-61,30237	0,49413	0,00587	-7,95	-85329,6	-669,55
1V	150	0,6885	0,74607	1,24765	0,34425	0,29899	0,6885	1,24765	0,34425	0,29899	0,04526	-63,41818	0,50000	0	0	-88263,9	-677,50

BIBLIOTECA CENTRALA

Tabela 15.12b

Calculul mărimilor $\varphi, M, B, M\ddot{r}$.



$$E I \omega \varphi = \frac{\bar{M} r}{k^3} \left(\frac{a_2}{l} k z' - \frac{sh k a_2}{sh k l} sh k z' \right); \quad (daNcm^4)$$

$$M \ddot{r} = k^2 E I \omega \varphi = \bar{M} r \left(-\frac{a_2}{l} + \frac{sh k a_2}{sh k l} ch k z' \right); \quad (daNcm)$$

$$B = -E I \omega \varphi'' = \frac{\bar{M} r}{k} \frac{sh k a_2}{sh k l} sh k z'; \quad (daNcm^2)$$

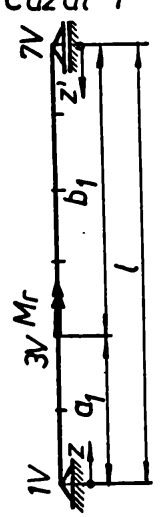
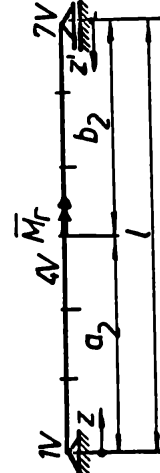
$$M \ddot{r} = -E I \omega \varphi''' = \left(-\frac{sh k a_2}{sh k l} ch k z' \right); \quad (daNcm)$$

Cazul 2b:
0 < z' < b/2

Punctul	z' (cm)	k (cm ³)	$\frac{\bar{M} r}{k}$ (daN _x / cm ³)	$\frac{\bar{M} r}{k^3}$ (daN _x / cm ⁶)	$\frac{a_2}{l}$	shkz'	chkz'	(5)·(9)	(8)·(10)	(12)·(13)	$E I \cdot 10^{-7}$	(7)·(14)	(8)·(11)	(16)·(5)	M \ddot{r} =(2)(3)(17)	B=(3)(13)	M \ddot{r} =(2)(3)(-16)	
0	1																	
4V	150					0,74607	1,24765	0,34425	0,29899	0,04526	-63,41818	0,50000	0	0	0	-88263,9	677,50	
5T	145					0,72126	1,23297	0,33280	0,28905	0,04375	-61,30237	0,49413	-0,00587	7,95	-85329,6	669,55		
5V	100					0,47640	1,10768	0,22950	0,19092	0,03858	-54,05818	0,44391	-0,05609	76,00	-56360,9	601,50		
6V	50					0,23203	1,02658	0,11475	0,09299	0,02176	-30,49005	0,41141	-0,08859	120,04	-27451,3	557,46		
7V	0	0	0,00000	0,00000	0	0,00000	1,00000	0	0	0	0	0,40076	-0,09924	134,47	0	543,03		

Calculul mărimilor finale φ , M_{rl} , B , $M_{r\hat{i}}$

Tabelul 15.13

Cazul de acționare / Solicitări	Punctul	z (cm) ($z=1-z$)	φ (radiani)	M_{rl} (daN.cm)	B (daN.cm ²)	$M_{r\hat{i}}$ (daNcm)
Cazul 1 	1V	0,00	0,00000	-135,17	0,00	-768,16
	2V	50,00	-0,00255	-114,75	-38831,50	-788,58
	1T	52,50	-0,00277	-112,94	-40552,60	-790,40
	3V _{stg.} dr.	100,00	-0,00427	-52,47	-79729,50	-850,87 +504,13
	2T	105,00	-0,00446	-43,47	-77007,10	495,14
	3T	130,00	-0,00471	-6,00	-68084,30	457,68
	4T	145,00	-0,00473	13,79	-58256,10	437,88
	4V	150,00	-0,00458	19,06	-56360,90	432,61
	5T	155,00	-0,00443	24,15	-54486,40	427,52
	5V	200,00	-0,00369	67,59	-35988,70	384,09
6V	250,00	-0,00203	95,72	-17529,40	355,96	
7V	300,00	0,00000	104,93	0,00	346,74	
Cazul 2 	1V	0,00	0,00000	-134,47	0,00	-543,03
	2V	50,00	-0,00258	-120,04	-27451,30	-557,46
	1T	52,50	-0,00278	-118,75	-28667,60	-558,75
	3V	100,00	-0,00458	-76,00	-56360,90	-601,50
	2T	105,00	-0,00489	-70,70	-58994,2	-606,80
	3T	130,00	-0,00513	-33,75	-75319,10	-643,75
	4T	145,00	-0,00520	-7,95	-85329,60	-669,55
	4V _{stg.} dr.	150,00	-0,00538	0,00	-88263,90	-677,50 +677,50
	5T	155,00	-0,00520	7,95	-85329,60	669,55
	5V	200,00	-0,00458	76,00	-56360,90	601,50
6V	250,00	-0,00258	120,04	-27451,30	557,46	
7V	300,00	0,00000	134,47	0,00	543,03	
Cazul general (Cazul 1 + Cazul 2)	1V	0,00	0,00000	-269,64	0,00	-1311,19
	2V	50,00	-0,00513	-234,79	-66282,80	-1346,04
	1T	52,50	-0,00555	-231,69	-69220,20	-1349,15
	3V _{stg.} dr.	100,00	-0,00885	-128,47	-136090,40	-1452,37 -97,37
	2T	105,00	-0,00935	-114,17	-136001,30	-111,66
	3T	130,00	-0,00984	-39,75	-143403,34	-186,07
	4T	145,00	-0,00993	5,84	-143585,70	-231,67
	4V _{stg.} dr.	150,00	-0,00996	19,06	-144624,80	-244,89 +1110,11

Tabelul 15.13 (continuare)

Solicitari Cazul de acționare	Punctul	z	φ	V_{rl}	D	V_{rf}
		(cm) ($z=1-z$)	(radiani)	(daN.cm)	(daN.cm ²)	(daN.cm)
0	1	2	3	4	5	6
	5U	155,00	-0,00953	32,10	-139316,00	1097,08
	5V	200,00	-0,00827	143,59	-92349,60	985,39
	6V	250,00	-0,00461	215,76	-44990,70	913,42
	7V	300,00	0,00000	339,40	0,00	339,77

Cu acestea, sînt determinate toate mărimile necesare pentru a putea calcula starea de eforturi unitare produsă de solicitarea de răsucire împiedicată, astfel:

- Calculul eforturilor unitare normale sectoriale (σ_ω), se face cu relația (6.47):

$$\sigma_\omega = \frac{D}{I_\omega} \omega_D = - \frac{143526}{95175} \omega_D = - 2,556 \omega_D$$

În tabelul 15.14 se prezintă calculul efortului unitar normal sectorial (σ_ω), în fiecare punct semnificativ de pe linia mediană a secțiunii transversale (i) din lungul modelului.

Calculul eforturilor unitare normale sectoriale σ_ω

Tabelul 15.14

Punctul	ω_D (cm ²)	$\sigma_\omega = -2,556 \omega_D$ (daN/cm ²)	Punctul	ω_D (cm ²)	$\sigma_\omega = -2,556 \omega_D$	Punctul	ω_D (cm ²)	$\sigma_\omega = -2,556 \omega_D$
0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-95,82	244,8	20	143,20	-366,0	19	- 3,77	9,6
2	-61,35	157,3	11	-203,10	520,4	20	- 1,77	4,5
3	57,81	-146,8	12	- 90,3	231,6	21	1,83	- 4,7
4	45,60	-116,3	13	- 2,10	5,3	22	4,83	-12,3
5	12,89	- 32,9	14	13,00	-33,8	23	7,23	-18,5
6	- 4,87	12,4	15	47,90	-121,1	24	121,60	-310,0
7	-22,63	57,8	16	81,01	- 207,7	25	-104,94	268,0
8	- 2,77	7,1	17	13,21	- 33,8			
9	8,33	- 21,3		- 60,15	153,3			

Calculul eforturilor unitare normale σ

Tabelul 15.15

Punctul	σ_z (daN/cm ²)	σ_ω (daN/cm ²)	$\sigma = \sigma_z + \sigma_\omega$ (daN/cm ²)	Punctul	σ_z (daN/cm ²)	σ_ω (daN/cm ²)	$\sigma = \sigma_z + \sigma_\omega$ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5	6	7
1	284,6	244,9	530	14	- 51,3	- 143,8	- 195
2	557,3	157,3	715	15	-259,8	- 121,1	- 381
3	- 28,8	-146,2	- 175	16	-685,5	- 74,7	- 760
4	- 301,5	-116,6	- 418	17	-1111,1	- 25,8	-1137
5	-1069,4	- 32,9	- 1102	18	-1861,7	53,3	-1808
6	-1486,4	12,4	- 1474	19	-1207,2	9,6	-1198
7	-1903,4	57,8	- 1846	20	- 699,4	4,5	- 695
8	- 953,3	7,1	- 946	21	62,1	- 3,1	59
9	1856,4	- 21,3	1835	22	823,6	- 10,8	813
10	2124,8	-366,0	1759	23	1585,0	- 18,5	1567
11	1605,2	323,4	1929	24	2083,2	- 310,8	1772
12	326,3	231,6	558	25	1645,3	268,2	1914
13	264,5	1,2	266				

- Calculul fluxurilor de forfecare și a eforturilor unitare tangențiale produse de răsucirea împiedicată, se face cu relațiile (6.45 și 6.46);

$$t_{r\hat{i}}^{\circ} = \frac{Mr\hat{i}}{I_{\omega}} \cdot S_{\omega D} = \frac{-231,67}{56175} S_{\omega D} = -0,004124 \cdot S_{\omega D}$$

$$\tau_{r\hat{i}}^{\circ} = \frac{1}{\delta} \cdot t_{r\hat{i}}^{\circ}$$

Calculul eforturilor unitare tangențiale din răsucire împiedicată

Tabelul 15.16

Punctul	δ (cm)	$S_{\omega D}$ (cm ⁴)	$t_{r\hat{i}}^{\circ}$ (daN/cm)	$\tau_{r\hat{i}}^{\circ} = t_{r\hat{i}}^{\circ} / \delta$ (daN/cm ²)	Punctul	δ (cm)	$S_{\omega D}$ (cm ⁴)	$t_{r\hat{i}}^{\circ}$ (daN/cm)	$\tau_{r\hat{i}}^{\circ} = t_{r\hat{i}}^{\circ} / \delta$ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
1	0,75	0	0	0	6c	0,50	-51,1	0,21	0,42
2a	0,75	-232,0	0,96	1,28	19	0,50	-57,1	0,24	0,48
2b	0,55			1,75	8a	0,50			0,52
13	0,55	-281,1	1,16	2,11	8b	0,40	-61,2	0,26	0,65

Tabelul 15.16 (continuare)

Punctul	δ (cm)	S_{ω_0} (cm ⁴)	t_{ri}^0 (daN/cm)	$\tau_{ri}^0 = t_{ri}^0 / \delta$ (daN/cm ²)	Punctul	δ (cm)	S_{ω_0} (cm ⁴)	t_{ri} (daN/cm)	$\tau_{ri}^0 = t_{ri}^0 / \delta$ (daN/cm ²)
o	1	2	3	4	o	1	2	3	4
3a	0,55	-236,4	0,97	1,76	20	0,40	-63,5	0,26	0,65
3b	0,75			1,29	21	0,40	-64,3	0,27	0,67
4a	0,75	-86,3	0,36	0,48	22	0,40	-56,1	0,23	0,64
4b	0,20			1,80	23	0,40	-38,9	0,16	0,40
16	0,20	-45,0	0,19	0,95	9b	0,40	-30,4	0,13	0,35
5a	0,20	-21,8	0,09	0,45	10	0,50	0	0	0
5b	0,50			0,18	9a	0,50	141,2	-0,58	-1,16
6a	0,50	-9,8	0,04	0,08	9c	0,50	110,8	-0,46	-0,92
7	0,50	0	0	0	11	0,50	0	0	0
6b	0,50	-41,3	0,17	0,34					

- Calculul eforturilor unitare tangențiale provenite din răsucirea liberă, se face cu relația (5.23a);

$$\tau_{r1} = \frac{M r_1}{I_r} \delta = \frac{5,84}{3,08} \delta = 1,896 \delta$$

Calculul eforturilor unitare tangențiale din răsucire liberă

Tabelul 15.17

Punctul	δ (cm)	τ_{r1} (daN/cm ²)	Punctul	δ (cm)	τ_{r1} (daN/cm ²)	Punctul	δ (cm)	τ_{r1} (daN/cm ²)
o	1	2	o	1	2	o	1	2
12	0,75	1,42	18	0,50	0,95	24	0,50	0,95
13	0,55	1,04	19	0,50	0,95	9	0,50	0,95
14	0,75	1,42	20	0,40	0,76	25	0,50	0,95
16	0,20	0,38	21	0,40	0,76	10	0,50	0,95
17	0,50	0,95	22	0,40	0,76	11	0,50	0,95
6	0,50	0,95	23	0,40	0,76			

C. Calculul stării de eforturi unitare, provenite din solicitarea de răsucire a ansamblului, pe secțiunea compusă.

Secțiunea transversală de bază a grinzii căii de rulare tip "A" (fig.13.5) este prevăzută cu contrafișe care au rolul, așa cum s-a arătat în capitolul 13, de-a susține talpa exterioară a grinzii orizontale. Într-o altă variantă de calcul a grinzii la răsucire, s-a ținut seama de prezența contrafișelor. În funcție de mărimile geome-

trice caracteristice, în calculele ce urmează, contrafișele s-au înlocuit cu un perete continuu, dispus în planul înclinat al contrafișelor. Grosimea echivalentă a peretelui, s-a calculat avînd în vedere /49,/89/,/126/,/198/,/278/, cu relația:

$$\delta_{ech} = \frac{E}{G} \cdot \frac{aA_m}{l_m^2} = 0,1204 \text{ cm} \approx 1,2 \text{ mm}$$

Unde:

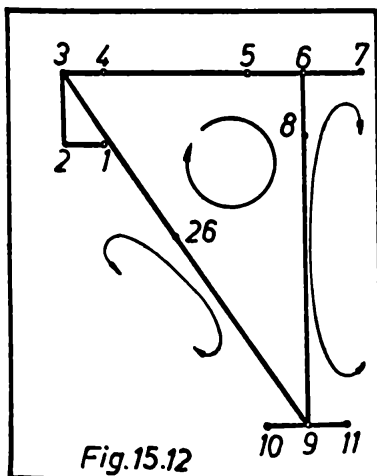
$a = 50 \text{ cm}$ reprezintă distanța măsurată în lungul grinzii între doi montanți (contrafișe) consecutivi.

$l_m = 39,1 \text{ cm}$ lungimea unui montant

$A_m = 1,42 \text{ cm}^2$ aria secțiunii transversale a unui montant.

Cu aceasta, secțiunea reală a grinzii s-a transformat într-o secțiune idealizată, formată din părți cu contur simplu conex și părți cu contur dublu conex, alcătuiind în ansamblu o secțiune compusă (fig.15.12).

Pentru secțiunea transversală compusă, pe baza teoriei prezenta-



te în capitolul 8, în mod similar celor arătate în paragraful precedent, s-au calculat caracteristicile geometrice și sectoriale, mărimile mecanice și de deformație corespunzător răsucirii împiedicate (în ipoteza de încărcare Ib) și în final starea de eforturi unitare în secțiunea (i) de pe lungimea grinzii.

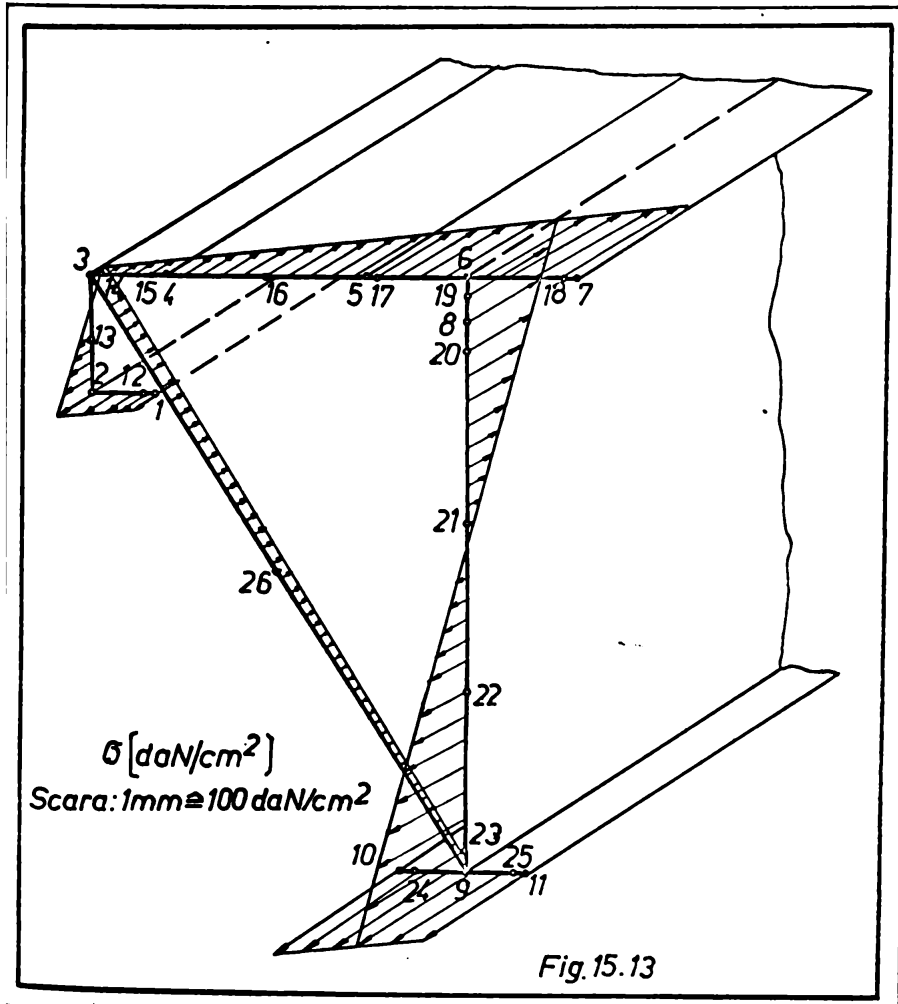
Calculul eforturilor unitare normale ($\bar{\sigma}_b$) se face, în tabelul 15.18, cu relația (8.56):

$$\bar{\sigma}_b = \frac{B \bar{\omega}_b}{I_{\bar{\omega}_b}} \bar{\omega}_b = - \frac{36833}{39832} \bar{\omega}_b = - 0,924 \bar{\omega}_b$$

Calculul eforturilor unitare normale sectoriale σ_w

Tabelul 15.18

Punctul	$\bar{\omega}_D$ (cm ²)	$\sigma_w = -0,89\bar{\omega}_D$ (daN/cm ²)	Punctul	$\bar{\omega}_D$ (cm ²)	$\sigma_w = -0,89\bar{\omega}_D$ (daN/cm ²)	Punctul	$\bar{\omega}_D$ (cm ²)	$\sigma_w = -0,89\bar{\omega}_D$ (daN/cm ²)
1	-73,45	67,9	10	120,24	-111,1	19	- 6,15	5,6
2	-56,95	52,6	11	-115,52	106,7	20	- 4,74	4,4
3	41,57	-38,4	12	- 70,93	65,5	21	- 2,63	2,4
4	32,50	-30,0	13	- 7,69	7,1	22	- 0,52	0,48
5	6,95	- 6,4	14	40,82	- 37,7	23	1,59	- 1,5
6	- 6,92	6,4	15	33,88	- 31,3	24	101,38	-93,7
7	2,49	- 2,3	16	19,72	- 18,2	25	-96,66	89,3
8	- 5,44	5,0	17	5,56	- 5,1	26	21,97	20,3
9	2,36	- 2,3	18	1,55	- 1,4			



In tabelul 15.19 și în figura 15.13 se prezintă calculul și modul de variație a eforturilor unitare normale (σ) pe secțiunea transversală a barei cu contur compus (din profile simplu și dublu conexe).

Calculul eforturilor unitare normale σ

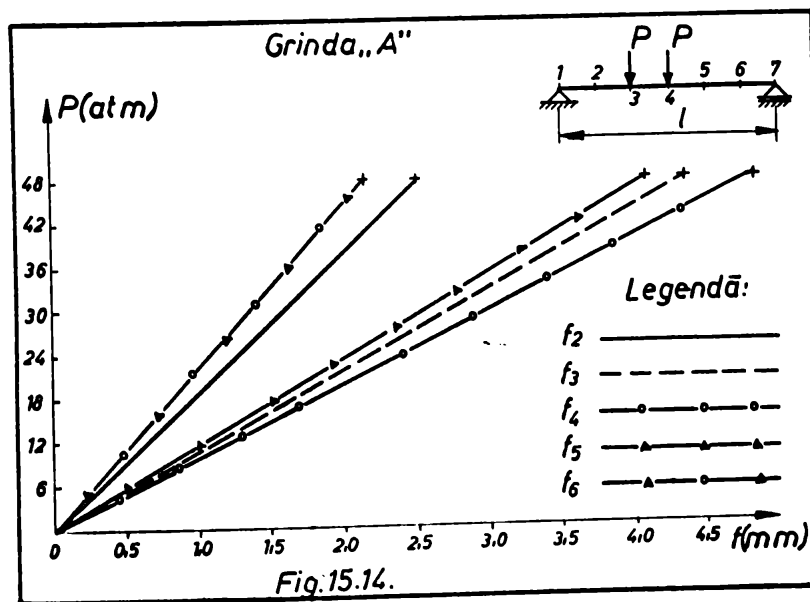
Tabelul 15.19

Punctul	σ_z (daN/cm ²)	$\sigma_{\bar{\omega}}$ (daN/cm ²)	$\sigma = \sigma_z + \sigma_{\bar{\omega}}$ (daN/cm ²)	Punctul	σ_z (daN/cm ²)	$\sigma_{\bar{\omega}}$ (daN/cm ²)	$\sigma = \sigma_z + \sigma_{\bar{\omega}}$ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5	6	7
1	284,6	67,9	353	14	- 51,3	-37,7	- 89
2	557,3	52,6	611	15	- 259,8	-31,3	- 291
3	- 28,8	-38,4	- 67	16	- 685,5	-18,2	- 704
4	-301,5	-30,0	- 332	17	-1111,1	- 5,1	-1116
5	-1069,4	- 6,4	-1076	18	-1861,7	- 1,4	-1863
6	-1486,4	6,4	-1480	19	-1207,2	5,6	-1202
7	-1903,4	- 2,3	-1906	20	- 699,4	4,4	- 695
8	- 953,3	5,0	- 948	21	62,1	2,4	65
9	1856,4	- 2,3	1854	22	823,6	0,5	824
10	2124,8	111,1	2014	23	1585,0	- 1,5	1584
11	1605,2	106,7	1712	24	2083,2	-93,7	1990
12	326,3	65,5	392	25	1645,3	89,3	1735
13	264,5	7,1	272	26	-	20,3	20

15.3.1.3 Calculul stării de deformație

Pentru a cunoaște starea de deformație a modelului grinzii

căii de rulare tip "A", s-au calculat săgețile în cinci secțiuni diferite. Săgețile s-au calculat, în domeniul de comportare elastică a barei, cu formula lui Maxwell-Mohr. În figura 15.14 se prezintă variația deformațiilor în cele cinci secțiuni,



calculat în ipoteza de încărcare la, iar în tabelul 15.20 se prezintă

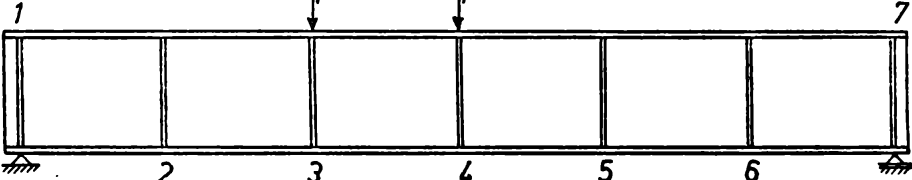
tă modul de calcul a acestor deformații pentru diferite trepte de încărcare.

Rotirea secțiunii în lungul grinzii (ψ), s-a calculat în tabelele 15.11;15.12 din paragraful precedent.

Calculul deformațiilor

Grinda tip "A"

Tabelul 15.20

Trepțe de încărcare		Săgeata f (mm) calculată pentru secțiunile:				
P (atm)	P (daN)					
		f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
6	471,3	0,315	0,544	0,607	0,511	0,284
12	942,6	0,630	1,089	1,215	1,022	0,569
18	1413,9	0,945	1,634	1,823	1,533	0,853
24	1885,2	1,260	2,178	2,430	2,044	1,138
30	2356,5	1,575	2,723	3,038	2,556	1,422
36	2827,8	1,889	3,267	3,645	3,067	1,706
42	3299,1	2,204	3,812	4,253	3,578	1,991
48	3770,4	2,519	4,356	4,860	4,089	2,275
Expresia de calcul a săgeții.		$6,6818 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$11,5539 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$12,8907 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$10,8452 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$6,0346 \cdot 10^{-4} \cdot P$

15.3.2 Calculul grinzii de rulare tip "B"

Calculul eforturilor unitare după normele în vigoare, pe mo-

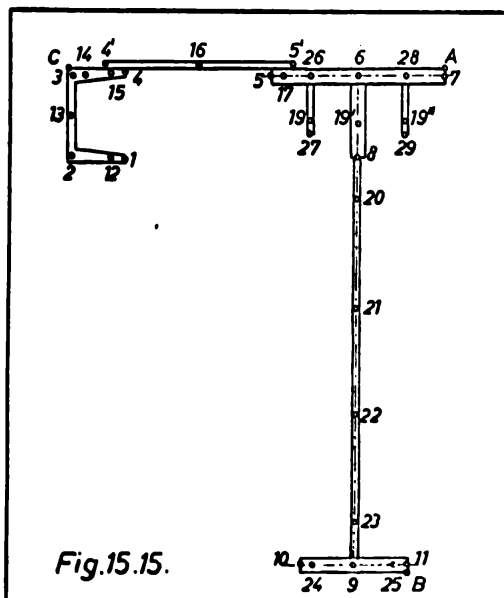


Fig.15.15.

delul grinzii căii de rulare tip "B" (fig.13.6), se conduce tabelar. În fe-
lul acesta se pot calcula cu ușurință eforturile unitare în toate punctele semnificative de pe secțiunea transversală (fig.15.15), puncte în care (în majoritate) au fost dispuse timbre te-
sometrice. În tabelele următoare se prezintă calculul eforturilor unitare normale și tangențiale produse de for-
țele verticale și cele orizontale (ipoteza de încărcare I_b) aplicate asupra grinzii căii de rulare.

Calculul eforturilor unitare normale σ_z

Tabelul 15.21

Punctul	Grinda verticală		Punctul	Grinda orizontală		$\sigma_z = 2 + 5 $ (daN/cm ²)
	y (cm)	$\sigma_z^P = 0,139y$ (daN/cm ²)		x (cm)	$\sigma_z^H = -10,62x$ (daN/cm ²)	
o	1	2	3	4	5	6
A	-13,81	-1262	A	15,93	-169	-1431
7	-13,56	-1240	7	15,93	-169	-1408
18	-13,56	-1240	18	15,33	-163	-1403
6	-13,56	-1240	6	9,93	-105	-1345
17	-13,56	-1240	17	4,53	-48	-1288
5	-13,56	-1240	5	3,93	-42	-1282
13; 19'; 19"	-10,81	-988	16	-0,97	10	
8	-8,31	-760	4; 1	-5,87	62	
20	-5,81	-531	15; 12	-6,47	69	
21	1,69	154	14	-9,47	101	
22	9,19	840	2; 3; 13	-9,79	104	
23	16,69	1525	C	-10,07	107	
9	19,44	1776				
24; 25	19,44	1776				
B	19,69	1799				

Calculul eforturilor unitare tangențiale τ

Tabelul 15.22

Punctul	Grinda verticală (τ_{yz})				Punctul	Grinda orizontală (τ_{xz})			
	S_x (cm ³)	δ (cm)	S_x/δ (cm ²)	$\tau_{yz} = 0,143 \cdot 13l$ (daN/cm ²)		S_y (cm ³)	δ (cm)	S_y/δ (cm ²)	$\tau_{xz} = 0,0188 \cdot 18l$ (daN/cm ²)
o	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	41,06	12,0	3,42	0,49	18	4,69	0,5	9,38	0,16
19	114,55	0,5	229,10	32,76	6	52,26	0,5	104,52	1,74
8	132,69	0,4	331,74	47,44	17	79,16	0,5	158,32	2,63
20	139,76	0,4	349,39	49,96	5	80,43	0,2	402,15	6,68
21	145,95	0,4	364,87	52,18	16	83,02	0,2	415,10	6,39
22	129,64	0,4	324,08	46,34	4	78,11	0,2	390,55	6,48
23	90,82	0,4	227,06	32,47					
9	36,68	7,5	49,04	7,01					

Calculul stării de eforturi unitare, din elementele componente ale grinzii căii de rulare tip "B" (fig.13.6), pe baza teoriei prezentate în partea a II-a a lucrării de față, se face pe o schemă simplificată a secțiunii transversale, în mod similar calculului prezentat în paragraful 15.3.1.2 A și B. Simplificarea, ca și în cazul grinzii tip A", constă în aducerea liniei mediane a inimii grinzii orizontale în continuarea liniei mediane a tălpii superioare a grinzii verticale. În acest caz, punctele 4' și 5' se confundă cu punctele 4 și 5 (fig.15.15). În tabelele următoare, se vor prezenta calculele finale ale eforturilor unitare pentru toate punctele de pe secțiunea transversală indicată în figura 15.15, ținând seama de observația de mai sus.

Calculul eforturilor unitare normale σ

Tabelul 15.23

Punctul	σ_z (daN/cm ²)	σ_ω (daN/cm ²)	$\sigma = \sigma_z + \sigma_\omega$ (daN/cm ²)	Punctul	σ_z (daN/cm ²)	σ_ω (daN/cm ²)	$\sigma = \sigma_z + \sigma_\omega$ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5	6	7
1	225,3	148,4	374	17	- 874,6	-21,2	- 396
2	449,6	94,0	544	18	-1491,7	28,3	-1463
3	- 56,1	- 86,8	-143	19	- 942,2	2,5	- 940
4	-280,4	- 68,8	-349	19'	- 776,5	2,1	- 774
5	-840,3	- 23,9	-864	19''	-1103,0	3,0	-1105
6	-1183,1	3,6	-1180	20	- 504,1	0,4	- 504
7	-1526,0	31,1	-1495	21	153,0	- 2,6	150
8	- 723,7	1,5	- 722	22	810,2	- 5,6	805
9	1703,3	- 9,8	1699	23	1467,3	- 8,7	1459
10	1922,4	-226,9	1698	24	1888,3	-176,1	1712
11	1494,0	207,3	1701	25	1528,3	172,5	1701
12	259,5	140,1	400	26	-1017,4	- 9,7	-1027
13	196,8	3,6	200	27	- 689,1	6,3	- 683
14	- 74,6	- 87,3	- 162	28	-1373,4	18,6	-1360
15	- 246,2	- 71,9	- 318	29	-1020,6	- 0,4	-1021
16	- 560,4	- 46,4	- 607				

Pentru a putea calcula mai comod eforturile unitare tangențiale produse de răsucirea împiedicată, se calculează mai întâi fluxurile de forfecare, cu relația (6.46). În tabelul 15.24 se prezintă modul de calcul al eforturilor unitare tangențiale din răsucire împiedicată, în tabelul 15.25 se arată calculul eforturilor unitare tangențiale provenit din răsucirea liberă a barei.

Calculul eforturilor unitare tangențiale din răsucire împiedicată

Tabelul 15.24

Punctul	δ (cm)	$S_{\omega 0}$ (cm ⁴)	$t_{r1}^{\circ} = \frac{0,00298}{121}$ (daN/cm)	$\tau_{r1}^{\circ} = \frac{131}{171}$ (daN/cm ²)	Punctul	δ (cm)	$S_{\omega 0}$ (cm ⁴)	$t_{r1}^{\circ} = \frac{0,00298}{171}$ (daN/cm)	$\tau_{r1}^{\circ} = \frac{181}{161}$ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,75	0,0	0,00	0,00	29	0,30	0,0	0,00	0,00
2b	0,75	-221,0	0,66	0,88	19"	0,30	-0,2	0,00	0,00
2a	0,55	-221,0	0,66	1,20	28c	0,30	-5,8	0,02	0,07
13	0,55	-269,0	0,80	1,45	28a	0,50	-29,7	0,09	0,13
3a	0,55	-228,0	0,68	1,24	6b	0,50	-39,7	0,12	0,24
3b	0,75	-228,0	0,68	0,91	6c	0,50	-48,0	0,14	0,28
4a	0,75	-85,0	0,25	0,33	19	0,50	-50,6	0,15	0,30
4b	0,20	-85,0	0,25	1,25	8c	0,50	-52,1	0,16	0,32
16	0,20	-49,9	0,15	0,75	8b	0,40	-52,1	0,16	0,40
5a	0,20	-28,5	0,08	0,40	20	0,40	-52,7	0,16	0,40
5b	0,50	-28,5	0,08	0,16	21	0,40	-50,6	0,15	0,38
26a	0,50	-12,3	0,04	0,08	22	0,40	-42,9	0,13	0,33
27	0,30	0,0	0,00	0,00	23	0,40	-29,5	0,09	0,23
19'	0,30	-0,8	0,00	0,00	9b	0,40	-23,1	0,07	0,18
26c	0,30	1,2	-0,00	-0,01	10	0,50	0,0	0,0	0,00
26b	0,50	-11,1	0,03	0,06	9a	0,50	138,1	-0,41	-0,82
6a	0,50	-8,3	0,02	0,04	9c	0,50	115,0	-0,34	-0,68
7	0,50	0,0	0,00	0,00	11	0,50	0,0	0,00	0,00
28b	0,50	-23,9	0,07	0,14					

Calculul eforturilor unitare tangențiale din răsucirea liberă

Tabelul 15.25

Punctul	δ (cm)	$\tau_{r1} = 0,65\delta$ (daN/cm ²)	Punctul	δ (cm)	$\tau_{r1} = 0,65\delta$ (daN/cm ²)	Punctul	δ (cm)	$\tau_{r1} = 0,65\delta$ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5	6	7	8
12	0,75	0,49	27	0,30	0,19	21	0,40	0,26
13	0,55	0,36	6	0,50	0,32	22	0,40	0,26
14	0,75	0,49	28	-	-	23	0,40	0,26
15	0,75	0,49	19"	0,30	0,19	24	0,50	0,32
16	0,20	0,13	29	0,30	0,19	9	0,50	0,32
17	0,50	0,32	18	0,50	0,32	25	0,50	0,32
26	-	-	19	0,50	0,32	10	0,50	0,32
19'	0,30	0,19	20	0,40	0,26	11	0,50	0,32

Calculul fluxurilor de forfecare și a eforturilor unitare tangențiale provenite din forțele tăietoare, se face cu relațiile (4.24, 4.19);

Calculul eforturilor unitare tangențiale din forțe tăietoare

Tabelul 15.26

Punctul	δ (cm)	$S_{y(s)}$ (cm ³)	$0,1359S_{y(s)}$ (daN/cm)	$S_{x(s)}$ (cm ³)	$-0,0911S_{x(s)}$ (daN/cm)	$t_T^0 = 3 + 5 $ (daN/cm)	$\tau_T^0 = t_T^0/\delta$ (daN/cm ²)
o	1	2	3	4	5	6	7
1	0,75	0	0	0	0	0	0
2b	0,75	-29,14	-3,96	-26,49	2,41	-1,55	-2,07
2a	0,55	-46,76	-6,35	-44,04	4,01	-2,34	-2,82
13	0,55	-62,59	-8,51	-65,80	5,99	-2,52	-4,25
3a	0,55	-85,06	-11,56	-107,92	9,83	-1,73	-4,58
3b	0,75	-83,56	-12,04	-120,24	10,95	-1,09	-3,36
4a	0,75	-87,65	-11,91	-130,67	11,90	-0,01	-2,31
4b	0,20	-80,50	-10,94	-144,74	13,19	2,25	-3,65
16	0,20	0	0	0	0	0	-5,45
5a	0,20	1,43	0,19	-1,64	0,15	0,34	-0,05
5b	0,50	5,97	0,81	-7,60	0,69	1,50	-0,02
26a	0,50	-74,53	-10,13	-152,34	13,88	3,75	4,50
27	0,30	-63,85	-8,68	-163,80	14,92	6,24	12,48
19'	0,30	0	0	0	0	0	0
26c	0,30	19,84	2,70	-8,66	0,79	3,49	6,98
26b	0,50	0	0	0	0	0	0
6a	0,50	3,03	0,41	-0,97	0,09	0,50	1,67
7	0,50	11,98	1,63	-5,04	0,46	2,09	6,97
28b	0,50	31,82	4,32	-13,70	1,25	5,57	11,14
28c	0,30	46,33	6,30	-23,51	2,14	8,44	16,88
6b	0,50	-17,47	-2,37	-167,31	17,06	14,69	29,38
6c	0,50	-6,29	-0,85	-195,64	17,82	16,97	33,94
19	0,50	2,67	0,36	-200,21	18,24	18,60	37,20
3a	0,50	8,82	1,20	-201,57	18,36	19,56	46,5
3b	0,40	21,39	2,91	-191,34	17,43	20,39	48,9
20	0,40	25,14	3,41	-161,42	14,71	18,12	50,93
21	0,40	20,02	2,72	-110,30	10,05	12,77	45,30
22	0,40						31,93
23	0,40						

Fig. 15.15 (continuare)

Punctul	δ (cm)	$S_y(z)$ (cm ²)	$0,1359 S_y(z)$ (cm ²)	$x(z)$ (cm)	$-0,0911 S_{xys}$ (cm ³)	$t_T^0 = 3 + 5 $ (cm/cm)	$\sigma_T^0 = t_T^0 / \delta$ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5	6	7
9b	0,40	15,84	2,17	-12,33	7,57	12,04	25,10
10	0,50	0	0	0	0	0	0
9a	0,50	-13,90	-1,90	11,1	-3,31	-3,33	-10,66
9c	0,50	+4,74	0,65	-44,56	4,36	4,70	9,40
11	0,50	0	0	0	0	0	0

Calculul defor-
gărilor se realizează
prin metoda
Mant, ca și în
regula 17.3.1.3,
la calculul deforma-
rilor la sarcini
de încălzire la
temperaturi de
calcul de 200
grade Celsius.
Se va lua în
calcul deforma-
rea elastică și
deformația
plastică la
calculul deforma-
rilor totale.

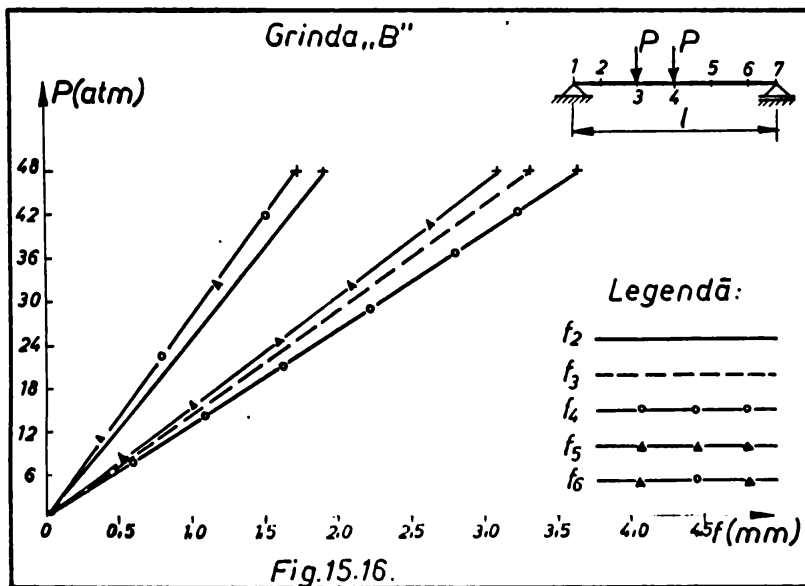


Fig. 15.16. Grinda "B''

Calculul deforma-

Grinda tip "B"

Fig. 15.17

Date de calcul		Calculul deformațiilor la sarcini de încălzire la temperaturi de calcul de 200 grade Celsius						
p (atm)	P (daN)	1	2	3	4	5	6	7
6	471,3	0,237	0,410	0,457	0,364	0,214	0,42	0,642
12	942,6	0,474	0,819	0,914	0,728	0,428	0,84	1,284
18	1413,9	0,711	1,228	1,371	1,092	0,642	1,26	1,926

Tabelul 15.27(continuare)

Trepte de încărcare		Săgeți f (mm) calculat. pentru secțiunile:				
p (atm)	P (daN)	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
24	1885,2	0,947	1,634	1,868	1,538	0,858
30	2356,5	1,184	2,042	2,274	1,922	1,069
36	2827,8	1,421	2,457	2,742	2,306	1,283
42	3299,1	1,658	2,867	3,211	2,591	1,497
48	3770,4	1,895	3,271	3,605	2,975	1,711
Expresia de calcul a săgeții		$5,0251 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$1,01 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$3,043 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$7,1558 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$4,094 \cdot 10^{-4} \cdot P$

Înghiuniile de la extremitățile și în lungul șurubului sunt cu măriri mici, deoarece șurubul este înclinat față de verticală și nu este înclinat față de orizontală.

15.3.3. Calculul

de rezistență la tracțiune

Se determină rezistența la tracțiune a șurubului în funcție de încărcările verticale.

Se determină rezistența la tracțiune a șurubului în funcție de încărcările verticale.

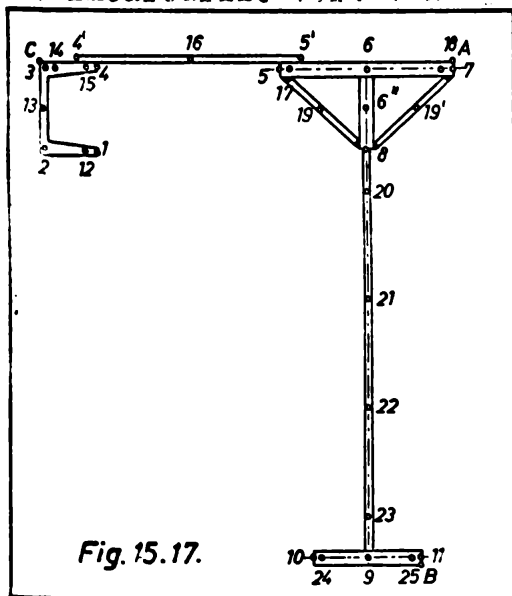


Fig. 15.17.

Se determină rezistența la tracțiune a șurubului în funcție de încărcările verticale. Se consideră că încărcările verticale sunt produse numai de greutatea verticală a rularii iar rezistențele la tracțiune sunt numai la nivelul șurubului. Se determină rezistența la tracțiune a șurubului în funcție de încărcările verticale.

Calculul eforturilor unitare normale σ_z

Tabelul 15.28

Punctul	Grinda verticală		Punctul	Grinda orizontală		
	y (cm)	$\sigma_z^P = 95,03y$ (daN/cm ²)		x (cm)	$\sigma_z^H = -10,32x$ (daN/cm ²)	$\sigma_z = 2 + 5 $ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5	6
A	-13,01	-1235	1	18,58	- 192	-1427
7	-12,76	-1210	7	18,58	- 192	-1402
18	-12,76	-1210	18	17,98	- 186	-1396
6	-12,76	-1210	6	12,58	- 130	-1340
17	-12,76	-1210	17	7,18	- 74	-1284
5	-12,76	-1210	5	6,58	- 68	-1278
19;6;19	-11,64	-1105	16	0,43	- 5	
8	- 7,51	- 713	4	-5,72	59	
20	- 5,01	- 475	15	-6,32	65	
21	2,49	236	14	-9,32	96	
22	9,99	949	3	-9,645	100	
23	17,49	1560	13	-9,645	100	
9	20,24	1920	2	-9,645	100	
24	20,24	1920	1	-5,72	59	
25	20,24	1920	0	-2,92	102	
B	20,49	1945	12	-6,32	65	

Calculul eforturilor unitare tangențiale τ

Tabelul 15.29

Punctul	Grinda verticală (τ_{yz})				Punctul	Grinda orizontală (τ_{xz})			
	S_x (cm ³)	δ (cm)	S_x/δ (cm ²)	$\tau_{yz} = 0,128/13 $ (daN/cm ²)		S_y (cm ³)	δ (cm)	S_y/δ (cm ²)	$\tau_{xz} = 0,014/18 $ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	40,18	12,0	3,34	0,42	18	5,50	0,5	11,00	0,15
19;6;19	38,85	1,35	65,75	8,41	6	46,75	0,5	93,50	1,28
8	143,68	0,4	359,00	46,00	17	73,40	0,5	146,80	2,05
20	149,94	0,4	374,00	47,90	5	75,50	0,2	378,00	5,18
21	153,72	0,4	384,50	49,20	16	61,00	0,2	405,00	5,55
22	135,00	0,4	337,50	43,20	4	76,60	0,2	383,00	5,25
23	93,78	0,4	234,50	30,00					
9	39,73	7,5	4,63	0,59					

Avînd în vedere că modelul grinzii căii de rulare tip "C" (fig.13.7) îndeplinește toate condițiile pentru a putea fi asimilat cu o bară cu pereți subțiri cu secțiune compusă (alcătuită din profile simplu conexe și profile dublu conexe), calculul stării de eforturi unitare se face, după teoria prezentată în capitolele 4;6 și 8, asemănător calculului prezentat în paragraful 15.3.1.2 A și C. În vederea calculului caracteristicilor geometrice și sectoriale, se adoptă o secțiune transversală simplificată, astfel că linia mediană a inimii grinzii orizontale se aduce în prelungirea liniei mediane a tălpii superioare a grinzii verticale. În acest caz, punctele 4' și 5' se vor confunda cu punctele 4 și 5 de pe linia mediană (fig.15.17).

Pentru toate punctele semnificative de pe linia mediană (fig. 15.17) se calculează, în tabelul 15.30, eforturile unitare nominale finale. Datorită formei secțiunii barei, care prezintă o rigiditate mare la răsucire liberă ($I_{\text{r}} = 105 \text{ cm}^4$), precum și valoarea relativ mică a momentului de răsucire liberă ($M_{\text{rl}} = 01,53 \text{ daN.cm}$), eforturile unitare tangențiale maxime provenite din răsucirea liberă nu depășesc $0,4 \text{ daN/cm}^2$.

Calculul eforturilor unitare normale σ

Tabelul 15.30

Punctul	σ_z (daN/cm ²)	σ_{ω} (daN/cm ²)	$\sigma = \sigma_z + \sigma_{\omega}$ (daN/cm ²)	Punctul	σ_z (daN/cm ²)	σ_{ω} (daN/cm ²)	$\sigma = \sigma_z + \sigma_{\omega}$ (daN/cm ²)
0	1	2	3	4	5	6	7
1	233,1	23,7	257	14	- 118,9	-23,7	- 143
2	409,0	16,3	425	15	- 253,4	-20,1	- 274
3	-104,4	-13,6	-118	16	- 556,0	-12,0	- 568
4	-280,3	-11,6	-292	17	- 358,5	- 3,8	- 362
5	-831,6	- 5,2	-837	18	-1242,6	9,2	-1333
6	-1100,7	0,4	-1101	19	- 709,4	- 7,4	- 797
7	-1369,6	5,6	-1364	19'	-1012,6	7,9	-1205
8	- 633,8	- 0,1	- 634	20	- 411,5	- 0,4	- 412
9	1333,9	- 2,9	1331	21	256	- 1,1	255
10	2002,0	-32,7	1969	22	922,4	- 1,9	921
11	1665,8	29,5	1695	23	1539,3	- 2,6	1537
12	260,0	40,1	300	24	1975,8	-54,1	1922
13	152,2	2,4	155	25	1692,7	33,8	1732

Pentru toate punctele calculate eforturile unitare tangențiale pro-

venite din răsucire împiedicată, secțiunea compusă se transformă într-o secțiune simplu conexă pentru care se calculează fluxurile de forfecare ($t_{rî}^o$), cu relația (6.50). În funcție de acestea, cu relația (4.29), se calculează forțele de forfecare ($L_{trî}^o$), care servesc la determinarea fluxului de forfecare necunoscut ($t_{rî}^{(n)}$), care este constant pe lungimea linie mediane a celulei închise.

Calculul fluxurilor de forfecare și a eforturilor unitare tangențiale, pe secțiunea compusă, provenite din răsucire împiedicată, se face cu relațiile (6.51; 6.54 și 6.55);

Pe secțiunea simplu conexă: $t_{rî}^{(c)} = t_{rî}^o$ (daN/cm²)

Pe secțiunea dublu conexă; $t_{rî}^{(c)} = t_{rî}^o + t_{rî}^{(n)}$;

Efortul unitar tangențial: $\tau_{rî}^{(c)} = t_{rî}^{(c)} / \delta_{ik}$ (daN/cm²)

Calculul eforturilor unitare tangențiale din răsucire împiedicată

Tabelul 15.31

Punctul	$t_{rî}^o$	$t_{rî}^{(n)}$	$t_{rî}^{(c)}$	δ	$\tau_{rî}^{(c)}$	Punctul	$t_{rî}^o$	$t_{rî}^{(n)}$	$t_{rî}^{(c)}$	δ	$\tau_{rî}^{(c)}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	0,00	-	0,00	0,75	0	7 ^o	0,07	-0,05	0,02	0,30	0,07
2a	0,36	-	0,36	0,75	0,48	10 ^o	0,03	-0,05	0,03	0,30	0,10
2b	0,36	-	0,36	0,55	0,65	8 ^o	0,10	-0,05	0,05	0,30	1,67
13	0,44	-	0,44	0,55	0,80	9 ^o	0,10	-0,05	0,05	0,30	1,83
3c	0,39	-	0,39	0,55	0,71	6 ^o	-0,03	-0,05	0,07	0,30	-0,24
3b	0,39	-	0,39	0,75	0,50	7a	-0,05	-0,05	0,075	0,30	-0,25
4a	0,12	-	0,12	0,75	0,24	10 ^o	0,03	-	0,03	0,40	0,20
4b	0,12	-	0,12	0,70	0,20	9 ^o	0,03	-	0,03	0,40	0,20
16	0,12	-	0,12	0,70	0,60	21	0,07	-	0,07	0,40	0,18
5a	0,00	-	0,00	0,20	0,40	22	0,06	-	0,06	0,40	0,15
19	0,00	-0,05	-0,05	0,20	-0,17	23	0,03	-	0,03	0,40	0,08
5 ^o	0,006	-0,05	-0,06	0,20	-0,20	2b	0,025	-	0,025	0,40	0,06
5c	0,013	-0,05	-0,06	0,20	-0,20	10 ^o	0,00	-	0,00	0,50	0
5b	0,06	-0,05	-0,01	0,50	0,08	6 ^o	0,13	-	0,13	0,50	0,36
5 ^o	0,03	-0,05	-0,02	0,50	0,04	9c	0,15	-	0,15	0,50	0,30
6	0,03	-0,05	-0,02	0,50	0,06	11 ^o	0,00	-	0,00	0,50	0
7 ^o	0,03	-0,05	-0,02	0,50	0,04						
7a	0,07	-0,05	-0,02	0,50	0,04						
7b	0,07	-0,05	-0,02	0,20	0,07						

Calculul fluxurilor de forfecare și a eforturilor unitare tangențiale pe secțiunea compusă, provenite din forțe tăietoare,

se calculează cu relațiile (4.19 și 4.32):

Pe secțiunea deschisă: t_T^0 ; $\tau_T^0 = \tau_T^{(c)}$; (daN/cm²)

Pe secțiunea închisă: $t_T^{(c)} = t_T^0 + \bar{t}_T^{(1)} + \bar{t}_T^{(2)}$; (daN/cm)

Efortul unitar tangențial: $\tau_T^{(c)} = t_T^{(c)} \cdot \sigma_{ik}$; (daN/cm²)

Calculul eforturilor unitare tangențiale din forțe tăietoare

Tabelul 15.32

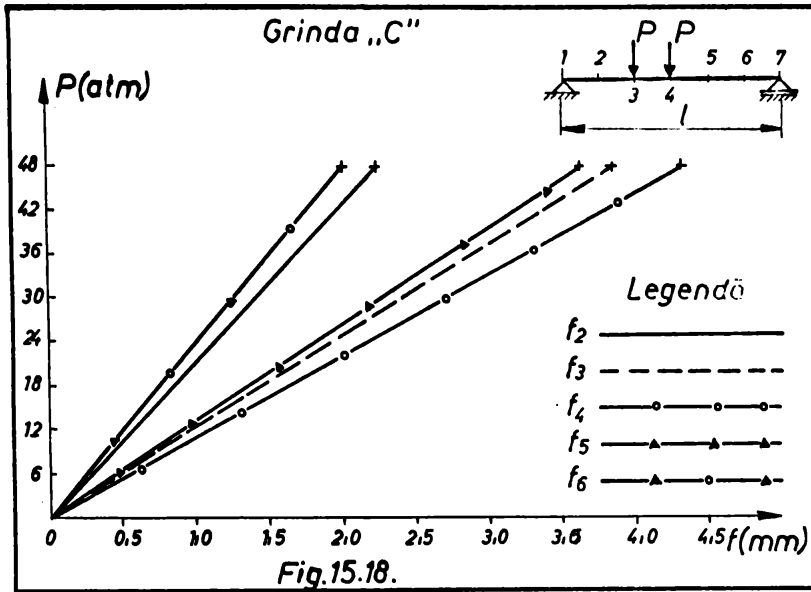
Punctul	t_T^0	$\bar{t}_T^{(1)}$	$\bar{t}_T^{(2)}$	$t_T^{(c)}$	$\tau_T^{(c)}$	Punctul	t_T^0	$\bar{t}_T^{(1)}$	$\bar{t}_T^{(2)}$	$t_T^{(c)}$	$\tau_T^{(c)}$
c	1	2	3	4	5	c	7	8	9	10	11
1	0	0	0	0	0	2b	5,61	-	1,09	6,70	13,40
2a	-1,26	-	-	-1,26	-1,68	6c	11,21	-1,19	-1,09	8,93	17,95
2b	-1,26	-	-	-1,26	-1,29	6'	12,99	-1,19	-1,09	10,61	21,99
3	-1,87	-	-	-1,87	-3,40	7b	14,17	-1,19	-1,09	11,89	23,79
3a	-1,92	-	-	-1,92	-3,49	8'	0,97	1,19	-	2,16	7,20
3b	-1,92	-	-	-1,92	-3,50	8c	1,24	1,19	-	3,03	10,10
4a	-0,83	-	-	-0,83	-1,10	10''	0	-	1,09	1,09	3,63
4b	-0,83	-	-	-0,83	-4,15	10'	1,33	-	1,09	2,42	3,95
16	0,00	-	-	0,00	0,00	2c	2,31	-	1,09	3,40	11,30
5a	1,14	-	-	1,14	5,70	3a	13,53	-	-	13,53	46,20
19	0	1,19	-	1,19	3,97	3c	19,02	-	-	19,02	47,60
5''	0,24	1,19	-	1,43	4,76	31	19,24	-	-	19,24	48,10
5c	0,50	1,19	-	1,69	5,64	32	16,35	-	-	16,35	42,15
5b	1,64	1,19	-	2,83	5,66	33	11,79	-	-	11,79	29,45
5'	3,53	1,19	-	4,72	6,50	34	6,66	-	-	6,66	23,15
6c	5,59	1,19	-	6,78	12,50	1c	0	0	0	0	0
19'	0	-	1,09	1,09	3,63	3c	-4,36	-	-	-4,36	-9,72
7''	1,27	-	1,09	2,36	7,26	3c	4,41	-	-	4,41	8,82
7b	0,79	-	1,09	1,88	6,25	11		0	0	0	0
7a	0,79	-	1,09	1,88	3,76						
7'	3,32	-	1,09	4,41	3,22						

Deformațiile modelului primăii căii de rulare tip "C", s-au calculat în domeniul elastic cu ajutorul formulei lui Maxwell-Mohr. Calculul deformațiilor s-a condus tabelar (tabelul 15.33) pentru ipoteza de încercare Ia.

Săgețile calculate pe trei cinci secțiuni semnificative, de pe lungimea barei, sânt reprezentate în figura 15.13.

Valoarea coeficientului de transmisibilitate ale barei, s-au calculat

odată cu mărimile mecanice caracteristice solicitării de răsucire împiedicată.



Calculul deforșărilor

Grinda tip "C"

Tabelul 15.33

Trepte de încărcare		Săgețe f (mm) calculată pentru secțiunile:						
p	P	1	2	3	4	5	6	7
(atm)	(daN)	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8
6	471,3	0,279	0,432	0,538	0,453	0,252		
12	942,6	0,558	0,865	1,076	0,906	0,504		
18	1413,9	0,837	1,447	1,615	1,359	0,756		
24	1885,2	1,116	1,920	2,153	1,811	1,008		
30	2356,5	1,395	2,412	2,692	2,264	1,360		
36	2827,8	1,674	2,895	3,220	2,717	1,512		
42	3299,1	1,953	3,377	3,753	3,170	1,764		
48	3770,4	2,232	3,860	4,310	3,623	2,016		
Expresie de calcul a săgeții		$5,9201 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$10,2368 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$11,4217 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$9,6088 \cdot 10^{-4} \cdot P$	$5,2466 \cdot 10^{-4} \cdot P$		

15.4 Calculul eforturilor unitare și a deformațiilor pe baza măsurătorilor experimentale

Pentru a putea determina starea de eforturi unitare, pe cale experimentală, în elementele componente ale modelelor grinzilor că-ilor de rulare încercate, s-au efectuat măsurători tensometrice după trei direcții. Dispoziția timbrelor tensometrice și a rozetelor, pentru fiecare tip de grindă, este arătată în figurile 13.5;13.6 și 13.7.

Dată ce se cunosc valorile medii ale alungirilor specifice, ca urmare a prelucrării statistice a măsurătorilor experimentale (v. paragraful 15.1), calculul stării de eforturi unitare se face, plecând de la expresia matematică a legii lui Hooke generalizate.

În conformitate cu Teoria elasticității și Rezistența materialelor /30/, /34/, /47/, /206/, /249/, /265/, ținând seama de forma și dispoziția timbrelor tensometrice în rozete, s-au folosit următoarele relații de calcul:

- Pentru eforturile unitare normale și tangențiale;

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_z + \mu \epsilon_y); \sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_y + \mu \epsilon_z); \tau_{zy} = G \cdot \gamma_{zy} \quad (15.7a, b, c)$$

Unde:

$$\gamma_{zy} = 2 \epsilon_{zy} - (\epsilon_z + \epsilon_y) \text{ pentru } \alpha = \frac{\pi}{4} \quad (15.8a)$$

$$\gamma_{zy} = -2 \epsilon_{zy} + (\epsilon_z + \epsilon_y) \text{ pentru } \alpha = \frac{3\pi}{4} \quad (15.8b)$$

α - este unghiul pe care îl face direcția timbrului tensometric înclinat cu direcția timbrului tensometric dispus după axa barei.

- Pentru eforturile unitare principale;

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{2} \left[\frac{\epsilon_z + \epsilon_y}{1-\mu} \pm \frac{1}{1+\mu} \sqrt{(\epsilon_z - \epsilon_y)^2 + (2\epsilon_{zy} - \epsilon_z - \epsilon_y)^2} \right] \quad (15.9)$$

- Pentru efortul unitar tangențial maxim;

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2} \quad (15.10)$$

- Unghiul dintre direcția efortului unitar principal și direcția timbrului tensometric ϵ_z (direcția barei);

$$\operatorname{tg} 2\psi_1 = \frac{2 \epsilon_{zy} - (\epsilon_z + \epsilon_y)}{\epsilon_z - \epsilon_y} \quad (15.11)$$

Datorită volumului mare de date experimentale, eforturile unitare și direcțiile principale definite cu relațiile de mai sus, s-au determinat cu ajutorul calculatorului IRIS-50 de la C.T.C.E. Timișoara. În acest scop s-a întocmit un program de calcul automat a cărui ordinogramă este prezentată în figura 15.19.

Programul de calcul: "Calculul stării de eforturi unitare în grinziile căilor de rulare pe baza măsurărilor experimentale", a cuprins:

A. Date de intrare;

$EZ(M); EZY(M), EY(M)$ - alungirile specifice după trei direcții.

$M = 1, 2, 3, \dots, N$ - număr de ordine al observației (al alungirii specifice).

B. Date de ieșire de la calculator;

$D(M)$ - un parametru intermediar

σ_1, σ_2 - eforturile unitare principale

τ_1, τ_{zy} - eforturile unitare tangențiale

φ - unghiul care arată direcția eforturilor principale în punctele în care s-au făcut măsurători.

Cu acestea, se pot urmări rezultatele calculelor obținute de la calculatorul electronic. În continuare, se va prezenta un extras din rezultatele calculelor efectuate pentru cele trei tipuri de grinzi, cu scopul de a nu ocupa prea mult spațiu. La alegerea punctelor în care s-au efectuat calculele și care să fie cuprinse în extras, s-a ținut seama de prevederile paragrafului 15.1.

Pentru determinarea săgeților și rotirilor pe cele trei tipuri de grinzi, pe cale experimentală, s-au făcut măsurători de deformații, așa cum s-a arătat în paragrafele precedente, pentru fiecare treaptă de încărcare, cât și pentru treapta de încărcare (presiunea la prese de 42 atm.) corespunzător căreia s-au făcut și citiri tensometrice. La calculul deformațiilor s-a ținut seama de deplasările secțiunilor din dreptul reazemelor. În paragraful următor se vor prezenta, sub formă de diagrame, deformațiile obținute pe cale experimentală.

15.5 Compararea rezultatelor experimentale cu valorile calculate.

Calculele comparative între rezultatele teoretice, la care s-a ajuns pe diferite căi, precum și între rezultatele teoretice și cele experimentale, se prezintă pentru secțiunea "i" de pe

PROGRAM DE CALCUL: Calculul stării de eforturi unitare în grinzile căilor de rulare pe baza măsurătorilor experimentale

ORDINOGRAMA

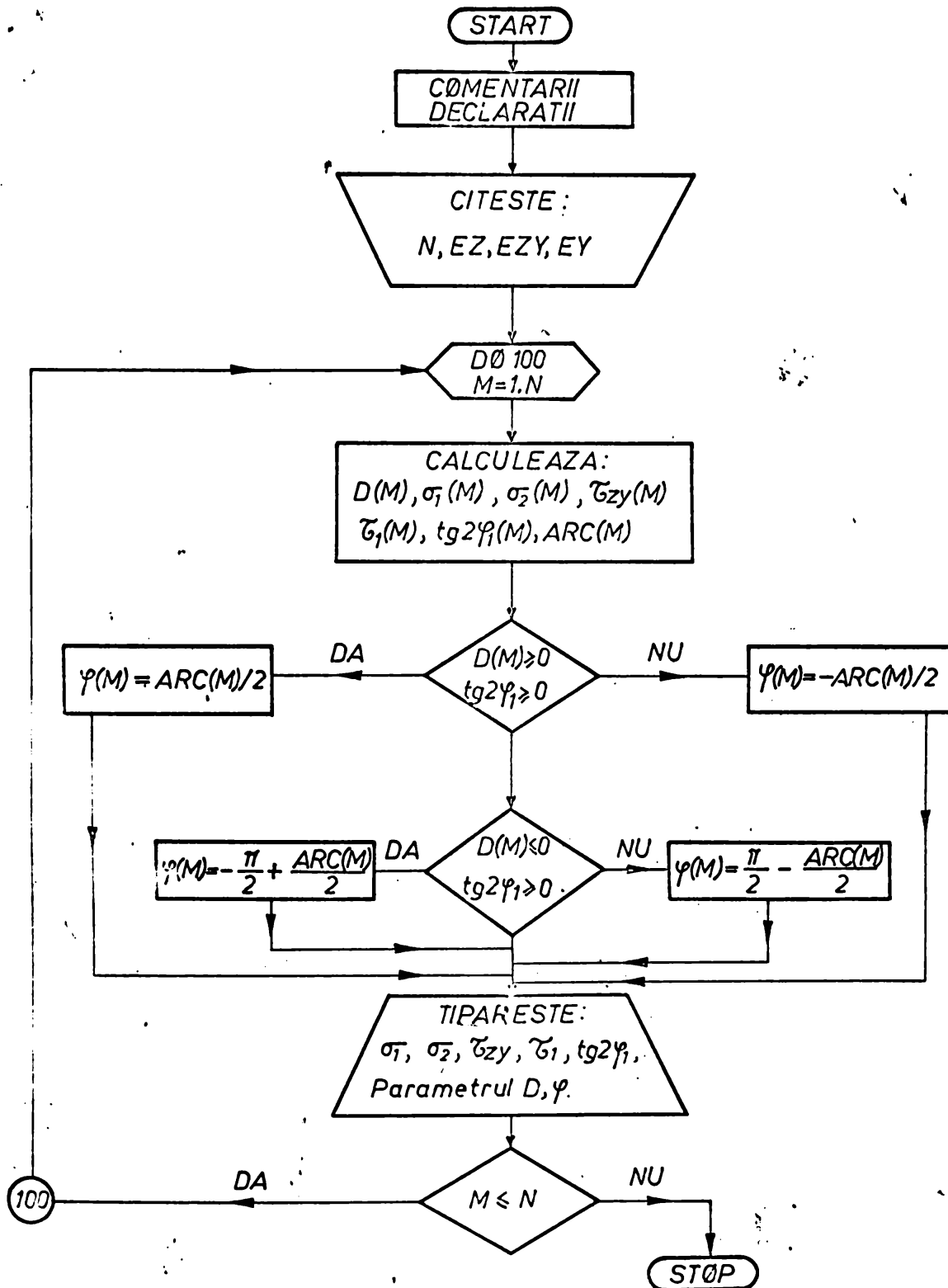


Fig. 15. 19

Grinda tip "A"

ROZETA	SIGMA1	SIGMA2	TAUZY	TAU1	REZULTATELE CALCULELOR *****	TANG2FI1	PARAMETRUL D	UNGHIU DE ROTATIE F RADIANI	UNGHIU DE ROTATIE F GRADE
R ₁	29.5	-661.0	-84.0	345.3	REZULTATELE CALCULELOR *****	0.2500593	-103.6998596	-1.4432784	82 53
R ₂	-15.0	-1031.7	-44.8	500.3	REZULTATELE CALCULELOR *****	0.0821200	-55.3000488	-1.5263040	87 28
R ₃	-15.5	-1235.3	-63.5	634.9	REZULTATELE CALCULELOR *****	0.1002303	-78.4001007	-1.5208473	87 8
R ₄	-150.0	-1772.0	90.0	811.9	REZULTATELE CALCULELOR *****	-0.1109040	119.6000061	1.5110893	86 34

Grinda tip „B”

Rozet

REZULTATELE CALCULELOR

SIGMA1	SIGMA2	TAUZY	TAU1	TANG2FI1	PARAMETRUL D	UNGHIU DE ROTATIE FI RADIANI	81	54
R ₁ 24.9	-510.0	-76.1	271.9	0.2904426	-93.9001007	-1.4294634	81	54

REZULTATELE CALCULELOR

SIGMA1	SIGMA2	TAUZY	TAU1	TANG2FI1	PARAMETRUL D	UNGHIU DE ROTATIE FI RADIANI	86	59
R ₂ 5.4	-316.7	-42.5	404.5	0.1054007	-52.5000000	-1.5182096	86	59

334

REZULTATELE CALCULELOR

SIGMA1	SIGMA2	TAUZY	TAU1	TANG2FI1	PARAMETRUL D	UNGHIU DE ROTATIE FI RADIANI	87	41
R ₃ -22.6	-1027.4	-40.5	502.4	0.0806451	-50.0000000	-1.5305605	87	41

REZULTATELE CALCULELOR

SIGMA1	SIGMA2	TAUZY	TAU1	TANG2FI1	PARAMETRUL D	UNGHIU DE ROTATIE FI RADIANI	86	35
R ₄ -112.5	-1377.3	75.2	632.1	-0.1195472	92.9001465	1.5113049	86	35

Grinda tip. C"

Roxeta

REZULTATELE CALCULELOR

SIGMA1	SIGMA2	TAUZY	TAU1	TANG2FI1	PARAMETRUL D	UNGHIU DE ROTATIE F RADIANI	UNGHIU DE ROTATIE FI GRADE
R1	187.7	-504.8	-105.4	346.3	0.3184829	-130.0998340	-1.4166336 81 10

REZULTATELE CALCULELOR

SIGMA1	SIGMA2	TAUZY	TAU1	TANG2FI1	PARAMETRUL D	UNGHIU DE ROTATIE F RADIANI	UNGHIU DE ROTATIE FI GRADE
R2	94.1	-691.1	-66.7	399.6	0.1720243	-82.3999023	-1.4856176 85 7 1

REZULTATELE CALCULELOR

SIGMA1	SIGMA2	TAUZY	TAU1	TANG2FI1	PARAMETRUL D	UNGHIU DE ROTATIE F RADIANI	UNGHIU DE ROTATIE FI GRADE
R3	-12.6	-952.7	-162.3	471.5	0.3611974	-197.8999939	-1.3974886 80 4 1

REZULTATELE CALCULELOR

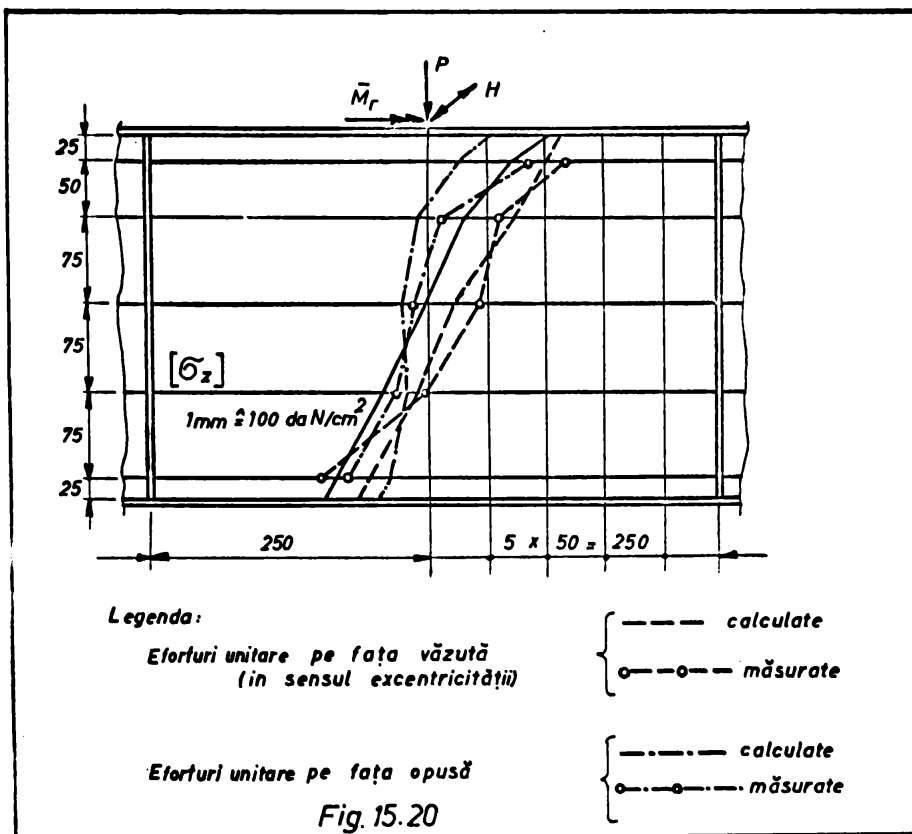
SIGMA1	SIGMA2	TAUZY	TAU1	TANG2FI1	PARAMETRUL D	UNGHIU DE ROTATIE F RADIANI	UNGHIU DE ROTATIE FI GRADE
R4	-162.2	-1254.5	-39.3	547.2	0.0717772	-48.4998474	-1.5349684 87 56

fiecare tip de grindă ($z = 1450$ mm la grinzile tip "A" și "C" (fig.13.5 și 13.7) și $z = 1350$ mm la grinda tip "B" (fig.13.6) și în punctele semnificative de pe linia mediană a secțiunii transversale (puncte în care s-au făcut măsurători experimentale).

În tabelele 15.34, ..., 15.38 se prezintă valorile eforturilor unitare normale sectoriale calculate, pentru diferite ipoteze de încărcare, cu ajutorul teoriei răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri, în diferite moduri de alcătuire a secțiunii transversale (cu secțiune simplu conexă și compusă). Calculul s-a condus în toate cazurile cu luarea în seamă și neglijarea influenței rigidizărilor transversale asupra stării de eforturi unitare.

În tabelele 15.39, ..., 15.41 se prezintă comparativ, rezul-

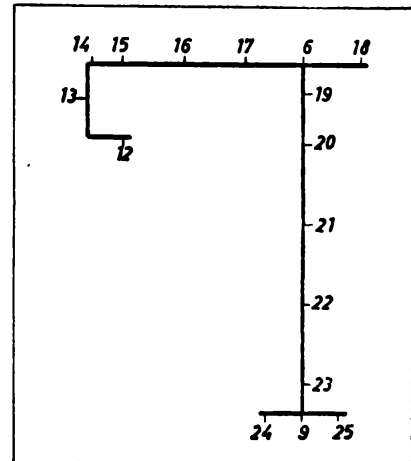
tatele teoretice la care s-a ajuns pe baza normelor și standardelor în vigoare, pe baza teoriei prezentată în partea a II-a a lucrării, ținând seama de conlucrarea spațială, precum și rezultatele cercetării experimentale.



Starea de eforturi unitare cauzată de efectele secundare ale încărcărilor, s-a determinat analitic pe baza teoriei prezentată în partea a III-a a lucrării de față cât și pe cale experimentală așa cum s-a văzut din programul experimental (partea a IV-a). În figura 15.20 se prezintă diagramele de eforturi unitare la care s-a ajuns, pe cale analitică și experimentală, în ipoteza de încărcare I_b .

Grinda "A"

Calculul eforturilor unitare normale sectoriale, pe secțiune simplu conexă, s-a condus pe baza teoriei din capitolul 6.



Eforturile unitare normale sectoriale σ_w (daN/cm²)

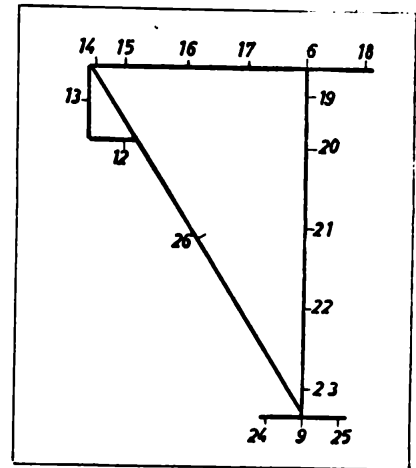
Tabelul 15.34

Punctul	Ipoteza de încălzire					
	Ib		IIb		IIIb	
	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾
o	1	2	3	4	5	6
6	12,5	12,4	-18,5	-18,5	42,8	42,7
9	-21,3	-21,3	31,6	31,6	-73,2	-73,0
12	231,9	231,6	-344,0	-343,3	795,6	794,0
13	1,2	1,2	- 1,7	- 1,7	4,1	4,0
14	-144,0	- 143,8	213,6	213,2	- 494,1	- 493,1
15	-121,3	- 121,1	179,9	179,6	- 416,1	- 415,3
16	- 74,9	- 74,7	111,2	111,0	- 256,8	- 256,3
17	- 25,9	- 25,8	38,4	38,3	- 88,8	- 88,6
18	53,4	53,3	- 79,2	- 79,0	183,1	182,8
19	9,7	9,6	- 14,3	- 14,3	33,1	33,0
19'						
19''						
20	4,5	4,5	- 6,7	- 6,7	15,5	15,5
21	- 3,1	3,1	- 4,7	4,7	- 10,8	- 10,8
22	- 10,8	10,8	16,1	16,0	- 37,2	- 37,0
23	- 18,5	18,5	27,5	27,4	- 63,5	- 63,4
24	-311,3	310,8	461,7	460,9	- 1068,0	-1065,8
25	268,6	268,2	- 398,5	- 397,7	921,7	919,8
2b						

1) Nu s-a ținut, respectiv 2) s-a ținut seama, de influența rigidizărilor transversale asupra stării de eforturi unitare,

Grinda "A"

Calculul eforturilor unitare normale sectoriale pe secțiunea compusă s-a condus pe baza teoriei din capitolul 6.



Eforturile unitare normale sectoriale σ_{ω} (daN/cm²)

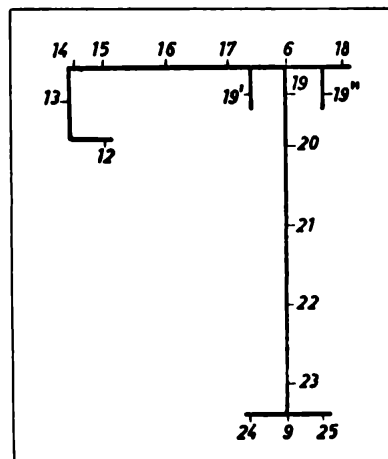
Tabelul 15.35

Punctul	Ipoteza de încălzire					
	Ib		IIb		IIIb	
	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾
o	1	2	3	4	5	6
6	6,4	6,4	5,3	5,3	8,8	8,8
9	-2,3	-2,3	1,8	1,8	-3,0	-3,0
12	65,5	65,4	-54,6	-54,5	69,9	69,7
13	7,1	7,1	-5,9	-5,9	9,2	9,0
14	-37,7	-37,6	31,4	31,3	-51,8	-51,7
15	-31,2	-31,2	26,0	25,9	-43,0	-42,8
16	-13,2	-13,2	15,2	15,2	-25,0	-24,9
17	-5,1	-5,1	4,3	4,3	-7,0	-7,0
18	-1,4	-1,4	1,2	1,2	-2,0	-2,0
19	5,6	5,6	-4,7	-4,7	7,8	7,8
19'						
19''						
20	4,4	4,4	-3,7	-3,7	6,0	6,0
21	2,4	2,4	-2,0	-2,0	3,3	3,3
22	0,5	0,5	-0,5	-0,4	0,7	0,7
23	-1,5	-1,5	1,2	1,2	-2,0	-2,0
24	-93,7	-93,5	73,1	73,0	-123,6	-123,4
25	89,3	89,2	-74,4	-74,3	122,6	122,4
26	-20,3	-20,2	16,9	16,8	-27,9	-27,8

1) Nu s-a ținut, respectiv 2) s-a ținut seama de influența rigidităților transversale asupra stării de eforturi unitare,

Grinda "B"

Calculul eforturilor unitare normale sectoriale, pe secțiunea simplă conexă s-a condus pe baza teoriei din capitolul 6.



Eforturile unitare normale sectoriale σ_w (daN/cm²)

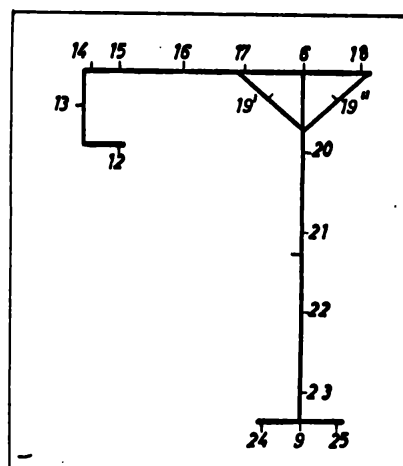
Tabelul 15.36

Punctul	Izoterm de încălzire					
	I _b		I _{bb}		II _b	
	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾
o	1	2	3	4	5	6
6	3,6	3,5	-10,2	-10,0	17,1	16,8
9	-9,8	-9,6	28,1	27,6	-46,9	-46,1
12	140,1	137,4	-401,4	-393,9	670,4	657,9
13	3,6	3,5	-10,2	-10,0	17,1	16,8
14	-87,6	-85,6	250,2	245,5	-417,8	-410,0
15	-71,9	-70,5	206,1	202,2	-344,2	-337,7
16	-46,4	-45,5	138,9	130,4	-221,9	-217,8
17	-21,2	-20,8	60,7	59,6	-101,4	-99,5
18	28,3	27,2	-81,1	-79,6	135,5	133,0
19	2,5	2,5	-7,2	-7,0	12,0	11,8
19'	2,1	2,0	-5,2	-5,3	9,8	9,7
19''	3,0	2,9	-8,5	-8,3	14,2	13,9
20	0,4	0,4	-1,2	-1,2	2,1	2,0
21	-2,6	-2,6	7,5	7,4	-12,5	-12,3
22	-5,6	-5,5	16,2	15,9	-27,0	-26,5
23	-8,7	-8,5	24,9	24,4	-41,6	-40,2
24	-176,1	-172,6	504,4	495,0	-842,5	-826,7
25	172,5	169,2	-494,3	-485,1	825,6	810,2
26						

1) Nu s-a ținut, respectiv 2) s-a ținut seama, de influența rigidităților transversale asupra stării de eforturi unitare.

Grinda "C"

Calculul eforturilor unitare normale sectoriale, pe secțiunea compusă s-a condus pe baza teoriei din capitolul 6.



Eforturile unitare normale sectoriale σ_w (daN/cm²)

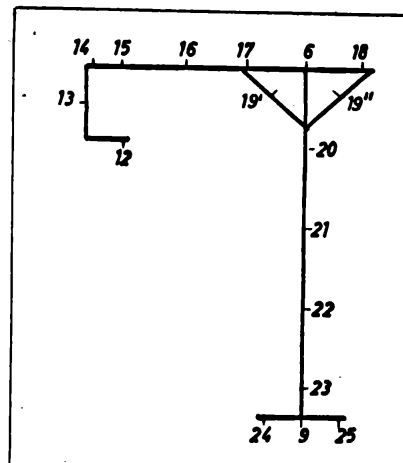
Tabelul 15.37

Punctul	Ipoteza de încărcare					
	Ib		IIb		IIIb	
	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾
o	1	2	3	4	5	6
6	0,4	0,3	- 1,3	- 1,3	2,1	2,1
9	- 2,8	- 2,8	10,6	10,5	-16,9	- 16,8
12	39,3	39,2	-148,1	- 148,0	235,9	235,8
13	2,4	2,4	- 8,9	- 8,9	14,2	14,2
14	-23,1	-23,1	87,5	87,4	-139,3	-139,2
15	-19,6	-19,6	74,1	74,0	-118,1	-118,0
16	-11,8	-11,7	44,4	44,3	- 70,7	- 70,7
17	- 3,7	- 3,7	13,9	13,9	- 22,2	- 22,2
18	9,1	9,1	-34,2	-34,1	54,5	54,4
19						
19'	- 7,3	- 7,2	27,4	27,4	- 43,6	- 43,5
19''	7,8	7,7	- 29,2	- 29,1	46,6	46,6
20	- 0,4	- 0,4	0,8	0,8	- 2,3	- 2,3
21	- 1,1	- 1,1	4,2	4,2	- 6,6	- 6,6
22	- 1,8	- 1,8	6,9	6,9	- 11,0	- 11,0
23	- 2,6	- 2,5	9,6	9,6	- 15,3	- 15,2
24	-52,9	-52,8	199,6	199,4	-318,0	-317,8
25	38,0	37,9	-143,4	-143,3	228,4	228,3
26						

1) Nu s-a ținut, respectiv 2) s-a ținut seama, de influența rigidităților transversale asupra stării de eforturi unitare.

Grinda "C"

Calculul eforturilor unitare normale sectoriale, pe secțiunea compusă s-a condus pe baza teoriei din capitolul 8.



Eforturile unitare normale sectoriale σ_{ω} (daN/cm²)

Tabelul 15.38

Punctul	Ipoteza de încărcare					
	Ib		IIb		IIIb	
	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾	$I_{rr}=0$ ¹⁾	$I_{rr}\neq 0$ ²⁾
o	1	2	3	4	5	6
6	0,4	0,4	- 1,3	- 1,3	2,1	2,1
9	- 2,9	- 2,9	10,3	10,8	-17,3	-17,2
12	40,1	40,0	-151,2	-151,0	240,8	240,6
13	2,4	2,4	- 9,1	- 9,1	14,5	14,5
14	-23,7	-23,7	89,3	89,3	-142,2	-142,1
15	-20,1	-20,1	75,7	75,6	-120,5	-120,3
16	-12,0	-12,0	45,4	45,3	- 72,2	- 72,1
17	- 3,8	- 3,8	14,2	14,2	- 22,7	- 22,6
18	9,3	9,3	-34,9	-34,8	55,6	55,5
19						
19'	- 7,4	- 7,4	28,0	27,9	- 44,5	- 44,3
19''	7,9	7,9	-29,9	-29,9	47,6	47,5
20	- 0,4	- 0,4	1,5	1,5	- 2,4	- 2,4
21	- 1,1	- 1,1	4,3	4,3	- 6,8	- 6,8
22	- 1,9	- 1,9	7,0	7,0	- 11,2	- 11,2
23	- 2,6	- 2,6	9,8	9,8	- 15,6	- 15,5
24	-54,1	-54,0	203,9	203,8	-324,6	-324,5
25	38,8	38,8	-146,4	-146,5	233,1	233,0
26						

1) Nu s-a ținut, respectiv 2) s-a ținut seama, de influența rigidizărilor transversale asupra stării de eforturi unitare.

Grinda "A"

Compararea rezultatelor

Tabelul 15.39

Punctul	Ipoteza de încărcare	Efortul unitar normal calculat ($\sigma_{calc.}$ (daN/cm ²))				σ_{exp} (daN/cm ²)
		după normele în vi- goare	ținând seama de conlucrarea spațială pe			
			secțiunea sim- plu conexă, conf.cap.4 și 6.	secțiunea compusă		
0	1	2	3	conform cap. 4 și 6	conform cap. 4 și 8	6
6		-1707	-1474	-1480	-1370	-1404
9		1979	1835	1854	1776	1683
12		68	558	392	386	398
13		106	266	272	239	218
14		103	- 195	- 89	- 221	- 320
15		68	- 381	- 291	- 388	- 394
16		- 4	- 760	- 704	- 722	- 738
17		-1644	-1137	-1116	-1106	-1084
18	Ib	-1770	-1808	-1863	-1763	-1770
19		-1274	-1198	-1202	-1172	-1099
20		- 736	- 695	- 695	- 690	- 690
21		70	59	65	60	52
22		876	813	824	723	598
23		1682	1567	1584	1544	1449
24		1978	1772	1990	1898	1618
25		1978	1914	1735	1726	1743
26		-	-	-120	-118	-302
6		-1707	-1505	-1492	-1361	-1415
9		1979	1888	1858	1808	1801
12		68	- 18	272	377	383
13		106	263	269	251	225
14		103	162	- 20	- 123	- 165
15	IIb	68	- 80	- 234	- 336	- 301
16		- 4	- 574	- 670	- 692	- 718
17		-1644	-1073	-1107	-1101	-1153
18		-1770	-1941	-1861	-1795	-1810
19		-1274	-1212	-1202	-1212	-1205
20		- 736	- 706	- 703	- 713	- 728
21		70	69	63	68	105
22		876	840	823	823	789

Grinda "A"

Compararea rezultatelor

Tabelul 15.39(continuare)

0	1	2	3	4	5	6
23		1682	1613	1586	1586	1572
24	IIb	1978	2545	2161	2104	1907
25		1978	1247	1571	1678	1704
26		-	-	117	115	135
6		-1707	-1444	-1478	-1376	-1420
9		1979	1783	1853	1793	1817
12		68	1022	410	378	469
13		106	269	274	273	272
14		103	- 545	- 103	- 198	- 218
15		68	- 676	- 303	- 399	- 413
16		- 4	- 942	- 711	- 708	- 815
17		-1644	-1200	-1118	-1173	-1153
18	IIIb	-1770	-1679	-1864	-1764	-1747
19		-1274	-1174	-1200	-1180	-1184
20		- 736	- 684	= 693	- 694	- 702
21		70	51	59	65	- 14
22		876	786	823	884	834
23		1682	1522	1583	1683	1580
24		1978	1015	1955	1967	1893
25		1978	2567	1768	1776	1767
26		-	-	-128	-125	-294

Grinda "B"

Compararea rezultatelor

Tabelul 15.4o

Punctul	Ipoteza de încărcare.	Efortul unitar normal calculat ($\sigma_{calc.} (daN/cm^2)$)				$\sigma_{exp.} (daN/cm^2)$	
		după norme în vigoare	ținând seama de conlucrarea spațială, pe secțiunea simplă concasă, conf. cap. 4 și 6.		secțiunea compusă		
			conform cap. 4 și 6	conform cap. 4 și 6	conform cap. 4 și 8		conform cap. 4 și 8
o	1	2	3	4	5	6	
6	Ib	-1345	-1180	-1168	-1074	-1077	
9		1776	1699	1703	1639	1630	
12		69	400	362	298	370	
13		104	200	189	169	133	
14		101	- 162	- 85	- 170	- 173	
15		69	- 318	- 283	- 315	- 290	
16		10	- 607	- 613	- 618	- 569	
17		-1288	- 896	- 847	- 825	- 754	
18		-1403	-1463	-1425	-1413	-1370	
19		- 988	- 940	- 940	- 927	- 913	
19'		- 988	- 774	- 776	- 737	- 688	
19''		- 988	-1105	-1098	-1105	-1083	
20		- 531	- 504	- 504	- 501	- 503	
21		154	150	151	150	152	
22		340	305	779	765	766	
23		1525	1459	1442	1436	1463	
24		1776	1712	1746	1733	1651	
25		1776	1701	1671	1694	1615	
6		IIb	-1345	-1193	-1153	-1107	-1083
9			1776	1736	1712	1690	1645
12			69	- 158	272	315	382
13			104	187	169	153	147
14			101	176	- 16	- 119	- 151
15			69	- 40	-238	- 262	- 278
16			10	- 428	-479	- 499	- 543
17	-1288		- 814	-765	- 712	- 715	
18	-1403		-1573	-1407	-1320	-1308	
19	- 988		- 949	- 931	- 916	- 896	
19'	- 988	- 782	- 770	- 763	- 700		

Grinda "B"

Compararea rezultatelor

Tabelul 15.40(continuare)

0	1	2	3	4	5	6
19"		- 988	-1117	-1204	-1175	-1104
20		- 531	- 505	- 503	- 500	- 502
21	IIb	154	161	108	164	149
22		840	826	798	787	758
23		1525	1492	1476	1452	1461
24		1776	2393	2161	1905	1867
25		1776	1034	1347	1683	1593
6			-1345	-1166	-1105	-1097
9		1776	1661	1619	1599	1510
12		69	940	916	866	853
13		104	214	186	145	178
14		101	- 492	- 458	- 473	- 502
15		69	- 590	- 577	- 568	- 595
16		10	- 782	- 793	- 762	- 789
17	IIIb	-1283	- 976	- 940	- 936	- 941
18		-1403	-1356	-1302	-1269	-1264
19		- 988	- 930	- 925	- 911	- 900
19'		- 988	- 766	- 754	- 753	- 748
19"		- 988	-1094	-1100	-1108	-1076
20		- 531	- 502	- 506	- 512	- 509
21		154	140	138	133	150
22		840	787	761	757	723
23		1525	1427	1419	1407	1430
24		1776	1046	1391	1442	1617
25	1776	2354	1888	1859	1724	

Grinda "C"

Compararea rezultatelor

Tabelul 15.41

Punctul	Ipoteza de încărcare	Efortul unitar normal calculat ($\sigma_{calc.} (daN/cm^2)$)				$\sigma_{exp.}$ (daN/cm^2)	
		după norme în vigoare	ținând seama de conlucrarea spațială, pe secțiunea sim- plu conexă		secțiunea compusă		
			conf. cap. 4 și 6.	conform cap. 4 și 6			conform cap. 4 și 8
0	1	2	3	4	5	6	
6	Ib	-1340		-1100	-1107	-1094	
9		1920		1831	1791	1683	
12		65		299	285	270	
13		100		165	155	165	
14		96		- 142	- 143	- 118	
15		65		- 273	- 294	- 302	
16		- 5		- 568	- 576	- 438	
17		-1284		- 861	- 852	- 802	
18		-1396		-1384	-1333	-1257	
19'		-1105		- 793	- 757	- 744	
19''		-1105		-1285	-1209	-1212	
20		- 475		- 412	- 407	- 410	
21		236		255	246	244	
22		949		921	873	838	
23		1660		1587	1553	1560	
24		1920		1923	1872	1695	
25		1920		1751	1732	1671	
6		IIb	-1340		-1102	-1068	-1051
9			1920		1844	1809	1798
12			65		112	109	153
13			100		143	156	148
14			96		- 31	- 80	- 96
15			65		- 179	- 198	- 207
16			- 5		- 512	- 531	- 605
17			-1284		- 845	- 840	- 799
18	-1396			-1377	-1369	-1310	
19'	-1105			- 762	- 761	- 735	
19''	-1105			-1242	-1233	-1206	
20	- 475			- 411	- 408	- 392	

Grinda "C"

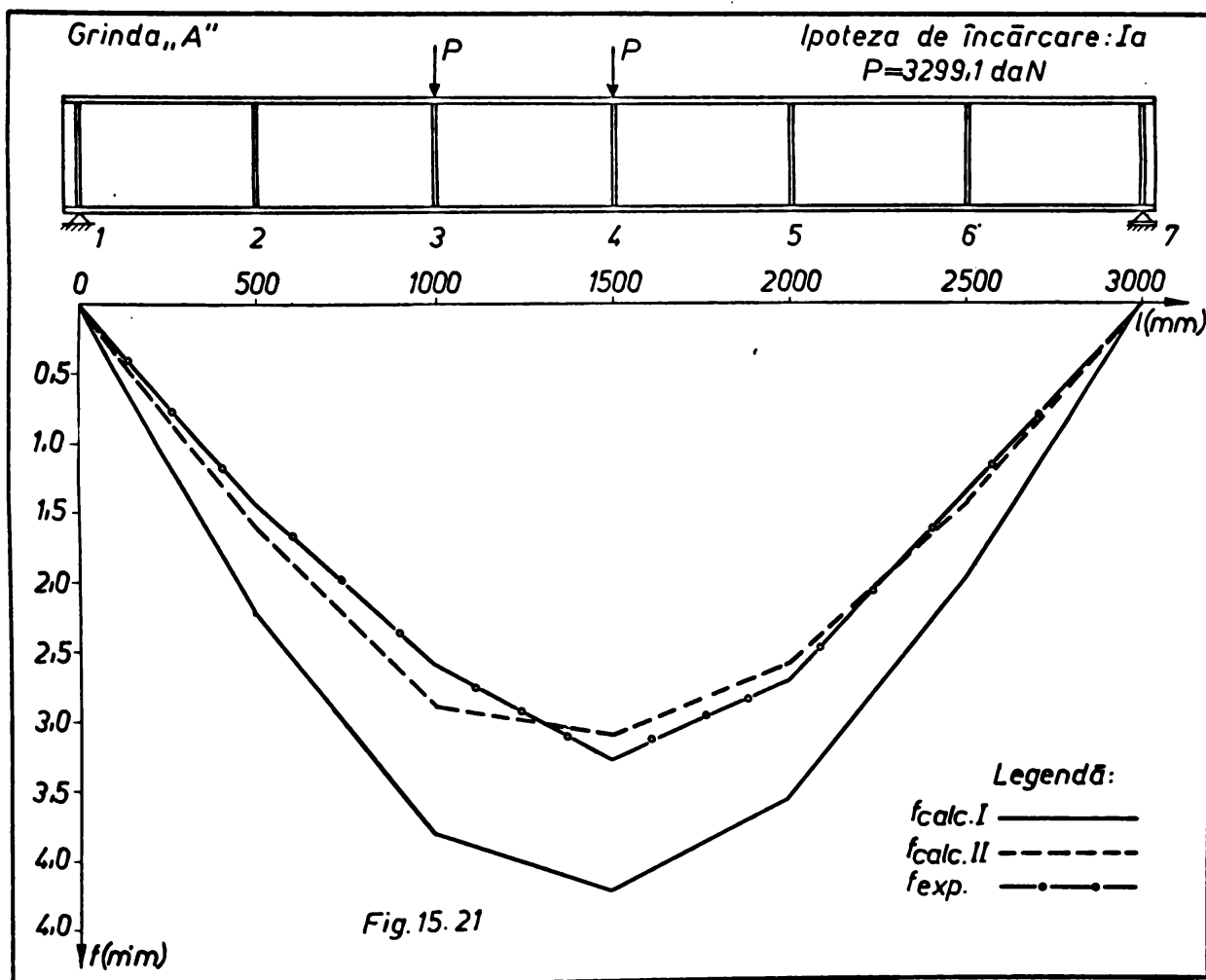
Compararea rezultatelor

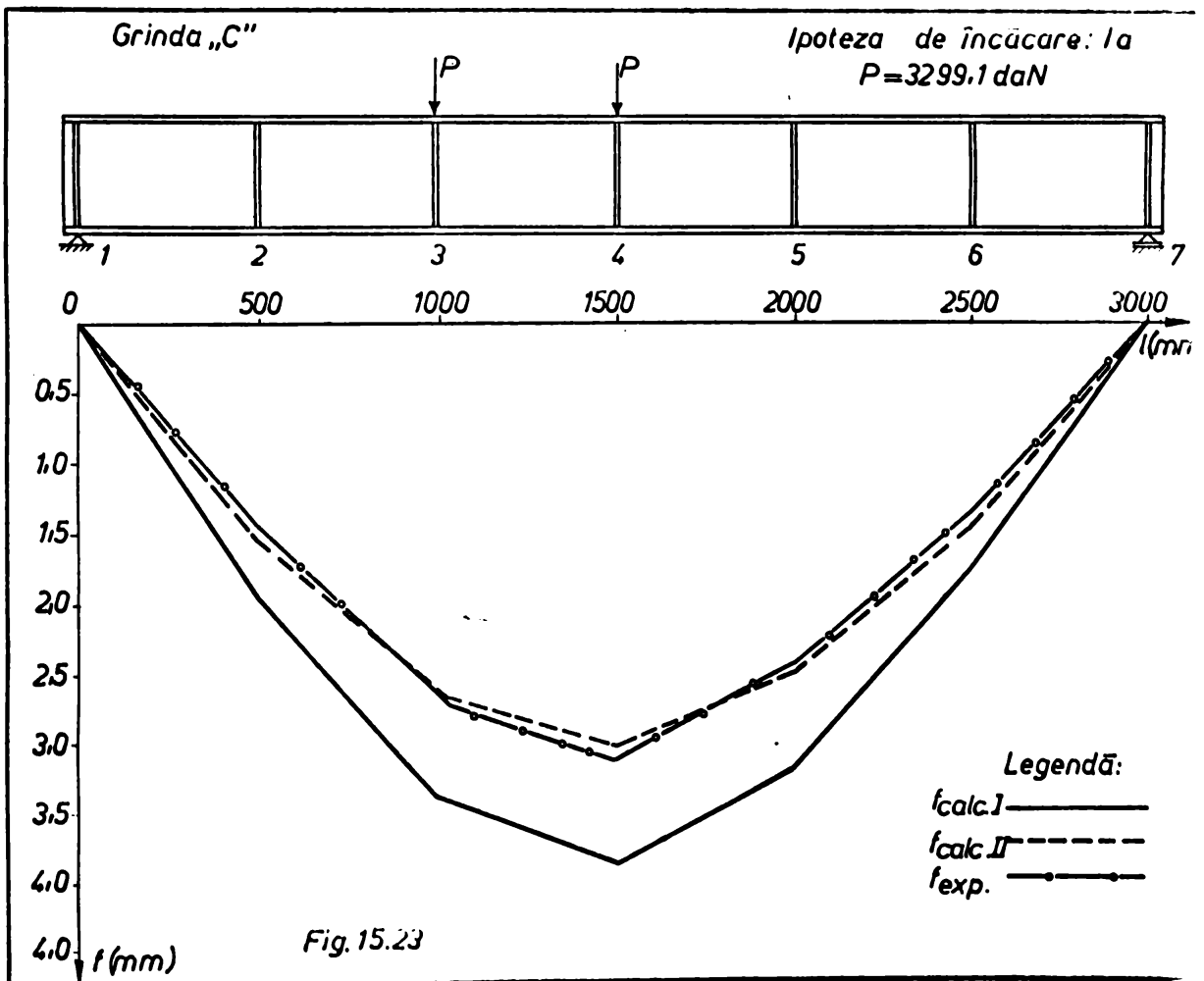
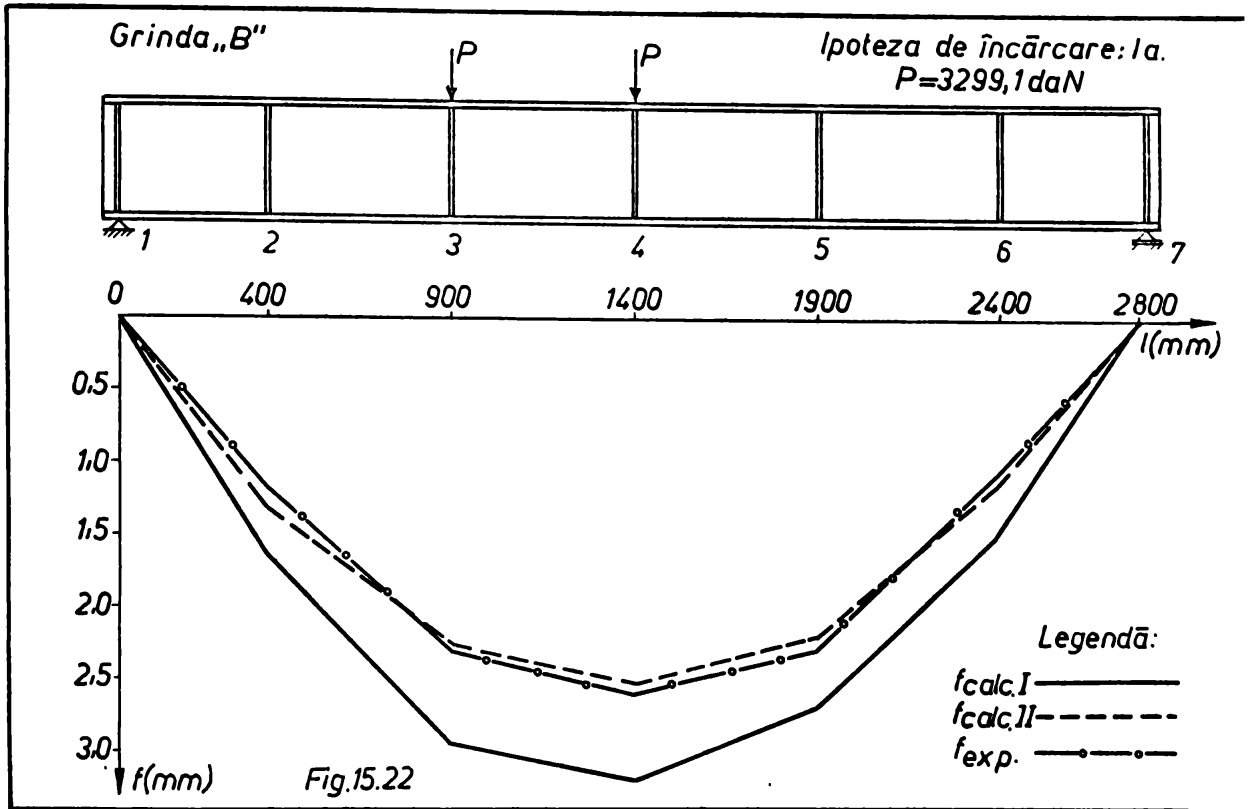
Tabelul 15.41(continuare)

0	1	2	3	4	5	6
21		236		260	254	248
22		949		929	919	853
23	IIb	1660		1599	1583	1567
24		1920		2175	2189	1937
25		1920		1599	1546	1673
6		-1340		-1098	-1109	-1075
9		1920		1217	1797	1723
12		65		496	501	379
13		100		166	168	152
14		96		- 258	-261	- 240
15		65		- 372	-374	- 403
16		- 5		- 627	-628	- 651
17	IIIb	-1284		- 876	-881	- 815
18		-1396		-1288	-1299	-1315
19'		-1105		- 833	- 804	- 809
19''		-1105		-1166	-1097	-1056
20		- 475		- 414	- 408	- 387
21		236		249	250	253
22		949		911	890	838
23		1660		1574	1565	1532
24		1920		1658	1631	1577
25		1920		1937	1903	1730

În figurile 15.21,...,15.23 se arată comparativ, variația deformațiilor (săgeților), pe lungimea grinzilor, la care s-a ajuns pe cale analitică și pe bază de măsurători experimentale.

Din figurile alăturate se vede că săgețile calculate în ipoteza conlucrării spațiale a grinzilor căilor de rulare ($f_{calc.II}$) se apropie foarte mult de valorile săgeților obținute pe cale experimentală ($f_{exp.}$), iar săgețile calculate fără a lua în considerare conlucrarea spațială ($f_{calc.I}$) sînt cu (25,...,30)% mai mari de cît cele experimentale. După cum rezultă din figurile 15.21,...,15.23, săgețile calculate ($f_{calc.II}$) aproape că se suprapun peste săgețile determinate pe cale experimentală ($f_{exp.}$) pe toată lungimea grinzilor și în general prezintă o curbă înfășurătoare a săgeților măsurate ($f_{exp.}$). Micile diferențe care apar și care nu depășesc (2,...,3)% sînt determinate de inerția grinzilor la deformare și la revenire.





16. SINTEZA SI CONCLUZII

Problema conlucrării spațiale a elementelor componente ale structurilor de rezistență, grinzi ale căilor de rulare, grinzi ale podurilor rulante, poduri metalice, stavile plane și segment, etc. a constituit o preocupare a specialiștilor în acest domeniu, mai cu seamă în ultima perioadă de timp când în știință și tehnologie s-au înregistrat progrese deosebit de importante.

Cu toate acestea tehnica de calcul în proiectare, bazată pe normele și standardele în vigoare, a mers pînă în etapa actuală pe ideea descompunerii structurilor spațiale în elemente plane, efectuîndu-se calculul și dimensionarea fiecărui element în parte, făcîndu-se a ține seama de efectul conlucrării dintre elementele componente ale structurii.

În etapa actuală, o serie de factori importanți au condus la realizarea unui salt calitativ în domeniul Mecanicii construcțiilor: al calculului spațial al structurilor de rezistență și anume:

- Dezvoltarea și completarea metodelor clasice de calcul din Mecanica construcțiilor ca urmare a noilor cuceriri ale științei și tehnicii de calcul.

- Dezvoltarea impetuasă a metodelor de investigație directă a modului de comportare a structurii la scară naturală sau pe modele executate în laborator. Metodele experimentale permit confruntarea calculului teoretic cu situația reală de distribuție a eforturilor unitare în elementele structurii. Acest fapt conduce la continuă perfecționare a ipotezelor admise și a schemei de calcul.

- Automatizarea calculelor, ca urmare a existenței la ora actuală a calculatoarelor electronice, favorizează adaptarea unor scheme și ipoteze de calcul mai complexe, introducerea metodelor numerice de rezolvare a calculelor laborioase.

Chiar și în aceste condiții, preocuparea pentru introducerea și răspîndirea calculului spațial al structurilor de rezistență este încă limitată și se face numai în cazuri izolate, fiind impus de:

- Concurența la care este supus oțelul din partea celorlalte materiale de construcție. În aceste condiții, pentru a se ajunge prin proiectare la secțiuni raționale și economice, se recurge la

calculul de conlucrare spațială a elementelor componente ale structurilor de rezistență.

- Apariția a numeroase defecte și avarii la elementele componente ale structurii de rezistență. După cum s-a prezentat pe larg în lucrare, în cazul grinzilor căilor de rulare, cauzele defectelor și avariilor sînt legate, atît de schimbarea procesului de fabricație din hale, de creșterea încărcărilor, modificarea regimului de lucru etc, ca urmare a progresului înregistrat în domeniul tehnologiei, cît și de metodele clasice de calcul folosite, care nu dau posibilitatea să se cunoască starea reală de eforturi unitare în toate elementele componente ale structurii.

Lucrarea de față a fost realizată în condițiile aplicării unui vast program de studii și cercetări experimentale efectuate pe diferite tipuri de modele ale grinzilor căilor de rulare.

Pe baza unui bogat material documentar și a unor îndelungate cercetări experimentale s-a formulat o teorie unitară de calcul spațial al grinzilor căilor de rulare (în ipoteza că ambele sînt cu inimă plină), cu ajutorul căreia se poate cunoaște starea de eforturi unitare în orice punct de pe secțiunea transversală și în orice secțiune de pe lungimea grinzii căii de rulare. Numai în condițiile cunoașterii stării reale de eforturi unitare, în elementele componente ale grinzilor căilor de rulare, se poate trece la adoptarea unor soluții de alcătuire constructivă care să conducă la prelungirea duratei de exploatare a acestora. Aspectul economic (soluții economice de grinzi ale căilor de rulare) cît și aspectul securității și siguranței structurii pot fi realizate numai prin conjugarea și confruntarea unor ipoteze teoretice, admise în calculul de conlucrare spațială pentru diferite tipuri de secțiuni transversale, cu rezultatele cercetării experimentale.

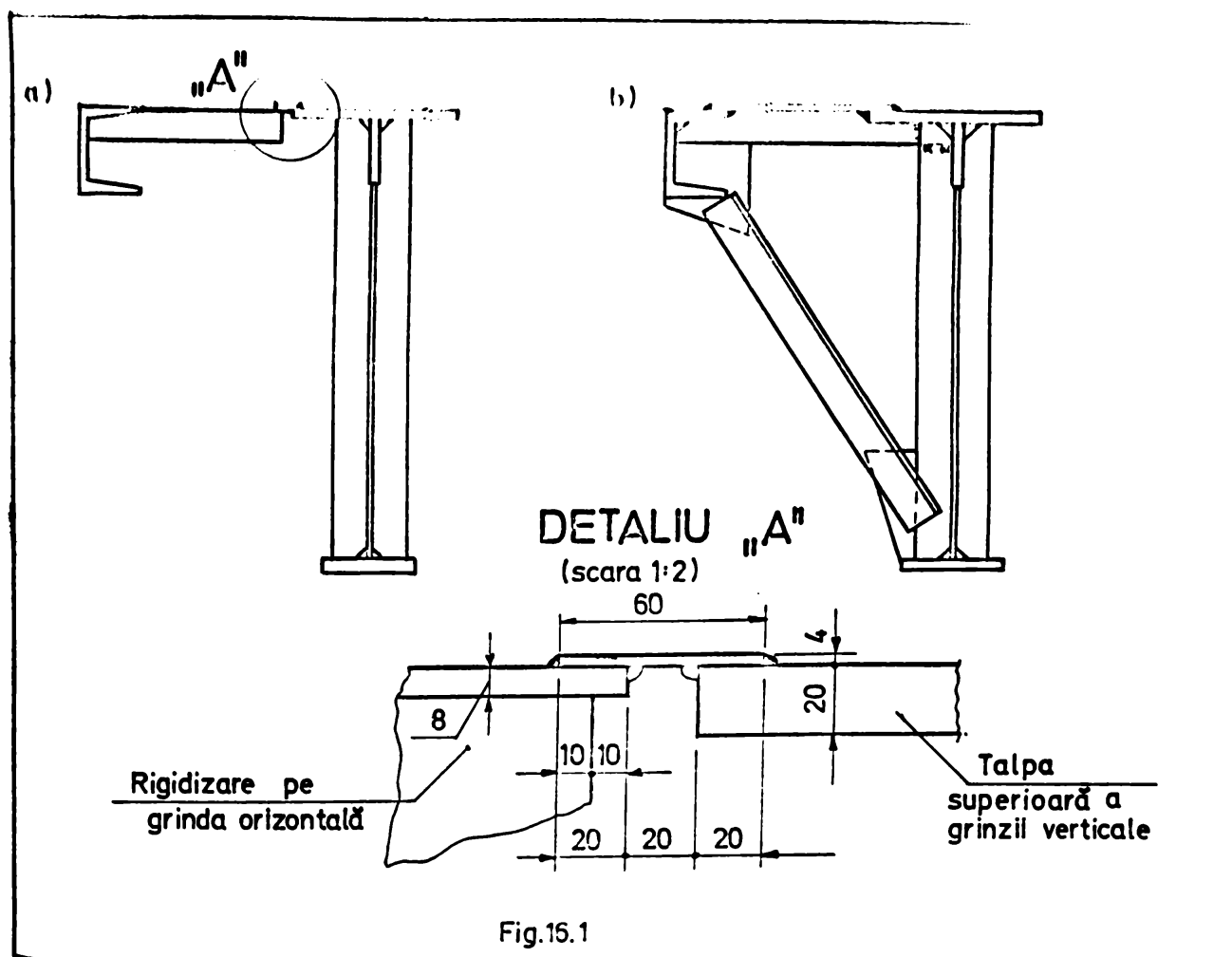
Lucrarea prezentată a urmărit să pună în evidență sub aspect teoretic și experimental, starea de deformație și de eforturi unitare care apar în grinzile căilor de rulare sub efectul încărcărilor aduse de poșurile rulante și să explice unele din cauzele care au condus la defectele înregistrate pînă în prezent.

Dacă se compară starea de eforturi unitare, determinată pe baza normelor și standardelor în vigoare (vezi partea I), cu starea reală de eforturi unitare din grinzile căilor de rulare determinată pe cale experimentală (vezi partea a IV-a, tabelele 15.39, ... 15.41), se constată că în multe puncte de pe secțiunea transversală nu există o concordanță nici măcar aproximativă între valorile calculate și cele măsurate. Acest lucru arată că între elementele componente ale ansamblului grinzii căii de rulare (grinda verticală

și grinda orizontală, ambele cu inimă plină) există o conlucrare spațială pentru preluarea efectelor principale și secundare ale încărcărilor aduse de podurile rulante. Gradul de participare a grinzii orizontale la preluarea încărcărilor verticale și a grinzii verticale la preluarea forțelor orizontale depinde în mare măsură de modul în care se realizează legătura dintre cele două grinzi.

Pentru a asigura o comportare independentă a celor două grinzi la preluarea încărcărilor ce le revin, așa cum admit normele în vigoare, legătura dintre grinda orizontală și grinda verticală trebuie să se apropie de o articulație.

În cazul podurilor rulante cu regim ușor și mediu și travei relativ mici ($d \leq 9,0$ m), grinzile căilor de rulare se pot alcătui ca în figura 16.1 a. Legătura grinzii orizontale cu grinda verticală, propusă a se face ca în detaliul "A", permite deformarea independentă a grinzii verticale și în consecință, o comportare a grinzilor căilor de rulare așa cum este considerată după normele oficiale.



Soluția este valabilă numai dacă talpa exterioară a grinzii orizontale, nu este legată de talpa inferioară a grinzii verticale. În caz contrar încărcările verticale, care acționează în planul grinzii căii de rulare vor antrena și grinda orizontală.

În cazul podurilor rulante cu regim greu și foarte greu și travei mari ($d > 9,0$ m), când sînt necesare cel puțin contrafișe pentru susținerea tălpii exterioare a grinzii orizontale, este indicat să se asigure o conlucrare spațială a ansamblului grinda căii de rulare - grinda de frînare, ca în figura 16.1.b și să se țină seama de aceasta în calculele de proiectare. La această concluzie s-a ajuns pe baza a numeroase studii și încercări experimentale în funcție de care s-a determinat lățimea activă a inimii grinzii orizontale și influența diferitelor moduri de prindere a grinzii orizontale de grinda verticală (vezi capitolul 13, fig.13.8), asupra gradului de conlucrare spațială.

Starea de eforturi unitare, produsă de efectele principale ale încărcărilor aduse de podurile rulante, determinată pe baza teoriei prezentată în partea a II-a a lucrării de față, este foarte bine confirmată de rezultatele experimentale (v. tabelele 15,39 ..., 15,41) obținute pe modelele grinzilor căilor de rulare, la care legătura dintre cele două grinzi (grinda verticală și cea orizontală) s-a realizat așa cum se arată în figura 16.1 b.

Calculul spațial al grinzilor căilor de rulare, pe baza teoriei prezentate în partea a II-a a lucrării, a fost verificată experimental pe două grupe de modele. Cu prima grupă de modele, folosind metoda lacurilor casante, s-a obținut o informare calitativă (prin sprectrul liniilor eforturilor principale) asupra comportării reale a elementelor componente ale structurii spațiale, iar cu ajutorul modelelor din grupa a II-a, folosind metoda tensometriei electrice după trei direcții, s-au obținut informații cantitative asupra stării reale de eforturi unitare și de deformație.

Comparînd rezultatele calculelor teoretice (tabelele 15.34, ..., 15,38) se constată că extinderea teoriei răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu secțiune simplu conexă, la calculul barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, conduce la eforturi unitare ce nu depășesc cu mai mult de 5 % eforturile unitare calculate pe baza teoriei exacte, prezentată în capitolul 8. De aici se desprinde concluzia că în calculele inginerești, de proiectare a barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, atunci cînd aria secțiunii părții simplu conexe depășește cu cel puțin 50 % aria secțiunii transversale a părții dublu sau multiplu conexe, se poate accepta cu bune rezultate calculul stării de eforturi unitare după teoria

prezentază, în capitolele 4 și 6. Calculul stării de eforturi unitare pe baza teoriei din capitolele 4 și 8 este un calcul mai exact și se apropie cel mai mult de starea reală de eforturi unitare.

Calculul de conlucrare spațială a grinzii căii de rulare cu grinda de frinare, deși este laborios, datorită relațiilor de calcul la care, s-a ajuns în lucrare (vezi tabelele 4.1, 6.1, 15.11, ..., 15.13), poate fi organizat tabelar și însușit cu ușurință chiar de către persoane cu calificare medie. Relațiile de calcul, atât cele ale caracteristicilor geometrice și sectoriale cât și cele ale mărimilor mecanice și de deformație (tabelele 8.1, 8.2, 15.11 și 15.12) pot fi programate cu ușurință la un calculator electronic, așa cum s-a procedat în lucrarea de față.

În cazul general al grinzilor căilor de rulare, rigidizările transversale se realizează din oțel lat, formînd împreună cu inima grinzii verticale secțiuni simplu conexe. În acest caz, modificarea stării de eforturi unitare din răsucirea împiedicată a ansamblului, ca urmare a prezenței rigidizărilor, este nesemnificativă (vezi tabelele 15,34, ... 15,38) și efectul acestora poate fi neglijat în calcule.

În cazuri speciale ale unor grinzi importante, puternic solicitate cînd rigidizările transversale (și cele longitudinale) se realizează din profile laminate formînd împreună cu inima grinzii secțiunii dublu sau chiar multiplu conexe, în calculul spațial trebuie să se țină seama de efectul acestor rigidizări.

Prezența rigidizărilor transversale produce o concentrare de eforturi unitare, lucru ce s-a constatat pe cale experimentală cu ajutorul metodei lacurilor casante (vezi paragraful 14.3). Vîrfurile de eforturi unitare și atenuază repede și zona pe care se extinde perturbarea stării de eforturi unitare, din cauza rigidizărilor transversale, este relativ mică și nu depășește 10 % din lungimea unui panou.

Dacă în alcătuirea grinzilor căilor de rulare intră contrafige sau grinzi cu zăbrele în plan înclinat pentru susținerea tălpii exterioare a grinzii orizontale sau sînt prevăzute grinzi secundare cu zăbrele și contravînturi orizontale, atunci este recomandabil ca în calculul spațial să se țină seama de existența acestor elemente. Calculele teoretice și încercările experimentale au arătat că prezența contrafigelor în structură au condus la o distribuție mai uniformă a eforturilor unitare normale pe secțiunea transversală (vezi

tabelul 15.39) și la reducerea acestora.

Modelele grinzilor căilor de rulare (vezi partea a IV-a, grinzilr tip "A", "B" și "C") au fost calculate și încercate experimental pentru șase ipoteze de încărcare. Rezultatele teoretice, confirmate de cele experimentale au scos în evidență faptul că aplicarea încărcărilor verticale cu o excentricitate la care se ajunge frecvent, în cazul podurilor rulante cu regim greu și foarte greu de funcționare, conduce la eforturi unitare care le depășesc cu mult pe cele admise. Din această cauză cresc atât efectele principale ale încărcărilor (răsucirea generală) cât și efectele secundare ale acestora (răsucirea locală) și se ajunge la o stare de eforturi unitare, la care materialul cedează și apar defecte atât în elementele de bază cât și în cele de prindere.

Analizând forma secțiunii transversale a celor trei tipuri de modele (grinda "A", grinda "B" și grinda "C") prin prisma rezultatelor la care s-a ajuns atât pe cale teoretică cât și pe cale experimentală, se desprinde concluzia că forma de secțiune cea mai rațională este aceea care are talpa superioară mai dezvoltată. În cazul de față la grinda "A" diferența dintre eforturile unitare normale, calculate în axa grinzii verticale, reprezintă 16,7 %, la grinda "B" 29,4 % iar la grinda "C" 38,8 %, ceea ce arată că la ultimele două tipuri de grinzi, rezerva de rezistență la nivelul tălpii superioare este mai mare și se pretează mai bine la preluarea efectelor principale și secundare ale încărcărilor aduse de podurile rulante. Dintre grinzile "B" și "C" este de preferat ultimul tip, deoarece ansamblul tălpii superioare este realizat sub forma unei secțiuni multiplu conexe și se pretează mai bine la preluarea efectelor secundare ale încărcărilor (răsucirea locală și presiunea locală).

Analiza rezultatelor teoretice și experimentale arată că în zona tălpii superioare a grinzii căii de rulare există o stare complexă de eforturi unitare, creată atât de efectele principale ale încărcărilor cât și de cele secundare și care diferă considerabil de starea de eforturi unitare determinată după normele în vigoare. Datorită efectelor secundare ale încărcărilor podurilor rulante, în special răsucirii locale, pe una din fețele inimii grinzii verticale apar eforturi normale de compresiune mici sau chiar schimbă de semn în timp ce pe cealaltă față apar eforturi unitare de compresiune mari.

Datorită efectelor secundare ale încărcărilor, în special a presiunii locale, în zona de prindere a inimii de talpa superioară apar eforturi unitare normale și tangențiale mari. Eforturile unitare tangențiale mari, cu semne diferite de o parte și alta a forței concentrate, se deplasează odată cu forța concentrată. Prin aceasta se crează condiții pentru favorizarea fenomenului de oboseală. Datorită efectelor secundare ale încărcărilor aduse de podurile rulante (presiune locală, încovoiere locală transversală, răsucire locală etc), în zona tălpii superioare apar microfisuri care se dezvoltă și pot constitui cauza multor defecte apărute la grinziile căilor de rulare (v.paragraful 2.6).

Analizând rezultatele calculelor teoretice și a măsurătorilor experimentale privind deformațiile grinzilor căilor de rulare (v. figurile 15.21, ..., 15.23), se constată că săgețile calculate, pe toate cele trei tipuri de modele, cu luarea în considerare a comportării spațiale a grinzilor ($f_{\text{calc,II}}$) sînt foarte bine confirmate de rezultatele măsurătorilor experimentale ($f_{\text{exp.}}$). Săgețile calculate fără a ține seama de conlucrarea spațială a grinzii verticale de rulare cu grinda orizontală de frînare ($f_{\text{calc.I}}$) depășesc cu (25, ..., 30)% valorile săgeților determinate experimental. De aici se desprinde concluzia, că alături de studiul stării de eforturi unitare și studiul deformațiilor (a săgeților) confirmă foarte bine conlucrarea spațială a grinzii verticale de rulare cu grinda orizontală de frînare.

B I B L I O G R A F I E

- /1/ Artemov, P. Ia., Liubosiț, M. M., Rudițin, M. N. Răscet tonkostenih sterjnei ot-kritovo profila. Pod obșcei ređ. M. N. Rudițina. Izd. B. P. I., im. "I. V. Stalin", Minsk, 1959.
- /2/ Atanasiu, M., Petre, A. Bare cu pereți subțiri. E. T. București, 1958
- /3/ Agent, R. Metoda aproximațiilor succesive. E. S. P. A. C. București, 1955.
- /4/ Apalko, A. A., Napriajennoe sostoianie stenok svarnih podkranovih balok. Biulleteni tehničkoi informacii. Nr. 8(25). Giprolespram, 1957.
- /5/ * * A. I. S. S. - S. U. A. Standard Nr. 6 Nr. 13.
- /6/ Arutiunian, H. N., Abramian, A. B. Krucenie uprugih tel. Gosud. Izd. Fizmat. Lit., Moskva, 1963.
- /7/ Anheuser, L. Beitrag zur Berechnung des Kreisträgers mit dünnwandigen offenem Profil. Dissertation, T. H. Stuttgart, 1964.
- /8/ Apalko, A. A. Napriajennoe sostoianie stenok svarnih podkranovih balok pod deistviem mestnih statičeskih na-gruzka. Kandidatskaia dissertacija. M. I. S. I., Moskva, 1960.
- /9/ Arcan, M., Nicolau, Ed., Grigorescu, Gh. Incercarea fermelor metalice de la sala Palatului RPR, Rev. Construcții și a Mater. de Constr. Nr. 5, 1960, p. 234...238.
- /10/ Avram, N. C., Caracostea, D. A., Mihăilescu, M. ș. a. Manual pentru calculul construcțiilor. E. T. București, 1959, p. 796...809.

- /11/ Bălan, St., Arcan, M. Incercarea construcțiilor. E.T. Eucurești, 1965
- /12/ Beleaev, M.N. Rezistența materialelor (traducere din limba rusă) vol. II, E.T. Eucurești, 1956, p.665-729.
- /13/ Brézina, V., Vzpěrná únosnost kovových prutu a nosníku. Naklad. Československé Akademie, VĚD, Praha, 1962.
- /14/ Beleg, A., Soare, M. Probleme de instabilitate elastică în construcții metalice. Standardizarea, Nr. 10, 1958.
- /15/ Beer, H., Considerations sur le calcul et l'exécution des constructions légères en acier. Construction Métallique, Nr. 1, 1965.
- /16/ Brézina, V., Vzpěrná pevnost prutů kovových konstrukcí. Statní Naklad. Techn. Literatury, Praha, 1963.
- /17/ Bornscheuer, F.W., Systematische Darstellung des Biege- und Verdrehvorganges unter besonderer Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion. Der Stahlbau, H. 1, 1952, p. 1-9, H. 3, 1953, p. 33-44.
- /18/ Buchanan, D., Tyler, R., Structural Design of Steelworks Electric Querhead Travelling Crane. Journal of the Iron and Steel Institute-IV. 1958, vol 188, p. 371-378.
- /19/ Boguslavski, P.E., Metallicheskie konstrukcii gruzopodionnih magazin i sooruzenie. Maghiz, Moskva, 1961.
- /20/ Bierett, G., Berechnung und Gestaltung der Kranbanen. Stahl und Eisen (86), Nr. 1, Januar, 1966, p. 22-33.
- /21/ Baldin, V.A., O pricinah prejdevenennovo vihođa izstraia podkranovih balok i vopros ulucigenia ih konstrukcii. Promislenoe stroitelstvo, Nr. 10, 1966, p. 20-22.

- /22/ Burnett, N., Johnson, G.L.,
Morris, J.L., Randall, L.A.,
Thompson, P.O., Plastic Desing. Steel British
Constructional Steelwork Associa-
tion, Nr.28, 1965, p.24-26.
- /23/ Bezicovici, I.S. Calcule aproximative (traducere
din limba rusă). E.T. București, 1955
p.255 - 259.
- /24/ Broude, B.M., Predelnie sostoiania stalnih be-
lok. Izdat. Lit. po Stroiti. i Archi-
tecture. Moskva, 1953.
- /25/ Bereuter, R., Experimentelle Untersuchungen
über Spannungsverteilungen in frei auf-
liegenden Balken. Dissertation, 1946,
Zürich, 1946.
- /26/ Barbré, R., Bericht über Torsion Zusammenge-
setzter Träger. Der Bauingenieur
H.3, 1953, p.98-102.
- /27/ Broude, B.M., Raspredelenie sosredotocennovo
naprjazdenija v metallicheskih balok.
Stroiizdat, 1950.
- /28/ Bornscheuer, F.W., Beispiel und Formelsammlung zur
Spannungsberechnung dünnwandiger
Stäbe mit wölbbehindertem Quer-
schnitt. Der Stahlbau, H.12, 1953,
p.225-232, H.2, 1953, p.32-44.
- /29/ Benscoter, U.S., A Theory of Torsion Bending for
Multicell Beams. Journal of Appl
Mechanics, March, 1954, p.25-34.
- /30/ Buzdugan, Gh., Rezistența materialelor. Ediția
9-a. E.T. București, 1970, p.173-
541-577, 644-662.
- /31/ Beedle, S.L., s.a. Structural steel design. The Ron
Press New York, 1964, p.194 și p
510.
- /32/ Bornscheuer, F.W., Schweissanschlüsse Torsionbeanspru-
chter Träger mit I, [und Z Quer-
schnitten. Schweissen und Scheid
H.3, 1961, p.89-96.
- /33/ Bresler, B., Lin, T.Y.,
Scalzi J.B. Design of Steel Structures. Seco
Edition. John Wiley & Sons, inc.
New York-London-Sydney, 1968,
p. 285-351.

- /34/ Buzdugan, Gh., Blumenfeld, M., Tensometrie electrică rezistivă. E.T. București, 1966.
- /35/ Băluț, N., Contribuții la studiul grinziilor de rulare metalice. Grinda principală cu inimă plină, grinzi de frinare cu zăbrele. Teză de doctorat. Institutul Politehnic Timișoara, 1970.
- /36/ Beles, A.A., Voinea, P.R. Rezistența materialelor. Vol. III. E.T. București, 1958, p.55-69, 156-208.
- /37/ Bartelletti, Raffaello, Contributo allo studio della torsione non uniforme. Atti dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni dell'Università di Padova Nr.125, 1969.
- /38/ Behul, Voitec., Incrinature per fatica nelle gomme delle viedi corsa per gru. Costruzioni Metalliche, Nr.1, 1970, p.20-23.
- /39/ Bfcikov, V.D., Mrogcinskii, K.A. Krucenie metallicheskih balok. Stroizdat, 1944.
- /40/ Bfcikov, V.D., Stroitelnaia mehanika sterjnostonkostennih konstrukcij. Gosudarstvennoe izdatelstvo literatury po stroitelstvu, arhitectur i stroitelnim materialam, Moskva, 1962.
- /41/ Beskin, L., Warping and Shear Lag in Closed Cylindrical Shells. Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 15, Aprilie, 1948.
- /42/ Bay, H., Die Schubkräfte im randversteiften wandartigen Träger. Der Bauingenieur, H.5, 1964.
- /43/ Bucur, N., Proiectarea rațională a căilor de rulare pentru momente încovoietoare între 15 și 50 tfm. Rev. Constr. și a Mater. de Constr. Nr.3 1960, p.139 ... 147.

- /44/ Bürgermeister, G., s.a. Stahlbrückenbau. H.18. Teil 2. Entwurf und Ausführung. T.U.Dresden 1971, p.513-546.
- /45/ Csellár, Ö, Halasz, O., Reti, V., Vékonyfalú acélszerkezetek. Műszaki könyvkiadó, Budapest, 1965.
- /46/ Coles, V., Georgescu, D., Montarea constructiilor metalice E.T.Bucuresti, 1965.
- /47/ Courbon, J., Résistance des Matériaux. Tome 2, Ed. Dunod, Paris, 1965, p.462-503.
- /48/ Courbon, J., Cours de Résistance des Matériaux, Ed. Dunod, Paris, 1955.
- /49/ Cozzi, Y., Calcul pratique du déversement. Construction Métallique, Nr.4, 1965 p,24-44.
- /50/ Craemar, H., Der Einfluss von Querschotten auf die Beanspruchung geschlossener Faltwerke. Schweizerische Bauzeitung, 69(1951), Nr.44, p.613-614
- /51/ Ciorănescu, N., Analiză matematică. E.T.Bucuresti 1956.
- /52/ C.T.I.C.M.-Bezile, M.M. Cholous Corneille, Deshé Forestier, Rey Wateau, Léo de Loringhoven. Sfintesco D., Recomandations pour le calcul et l'exécution des chemins de roulement de ponts roulants. Construction Métallique, Nr.3, 1967, p.52-61; Construction Métallique, Nr.1 1973, p.73-78.
- /53/ Courbon, J., Calcul des structures. Ed. Dunod, Paris, 1972.
- /54/ Cwinski, Z., Torsion des dünnwandigen Stäbe mit veränderlichem, einfach symmetrischem, offenem Querschnitt. Der Stahlbau, H.10, 1964, p.301-307.
- /55/ Courbon, J., Torsion des poutres continues dont la section est un profil minces ouvert. Annales des Ponts et Chaussées. Nr.III, (141), 1971, p.113-123.
- /56/ Dragnea, O., Geometria maselor E.D.P., Bucuresti 1972.

- /57/ Dovjenko, A.S. Povijenie vibraçionnoi procine
ti svarnih podkranovih balok pu-
tem usovergenstvovaniia konstru-
tivnoi formi. Materiali po metal-
ceskim konstrukcijam. Nr. 2. 1958.
- /58/ Dobovišek, B., Berechnung prismatischer Schalen.
Der Bauingenieur, H. 11, 1972,
p. 393-409.
- /59/ * * DIN 120. Berechnungsgrundlagen
für Stahlbauteile von Kranen und
Kranbahnen.
- /60/ * * DIN 15018 Blatt 1. Krane. Stahl-
werke. Berechnungsgrundsätze.
Entwurf. Februar, 1967.
- /61/ Dabrowski, R., Zur Berechnung von gekrümmten
dünnwandigen Trägern mit offener
Profil. Der Stahlbau, H. 12. 1964,
p. 364-372.
- /62/ Dalban, C., Grinzile metalice ale căilor de
rulare pentru poduri rulante cu
regim de lucru greu. Construcții
și Materiale de Construcții, Nr.
1970, p. 8-14.
- /63/ Dzielowski, R., Etude théorique et expérimentale
d'une poutre en caisson asym-
étrique avec deux appendices. Asso-
ciation internationale des Ponts et
Charpentes, Septième Congrès, Rio
de Janeiro, Brasil, 10-16 août
1964, p. 131-137.
- /64/ Dzielowski, R., Coefficient de repartition trans-
versale dans les ponts. Construction
Métallique, Nr. 2, 1965, p. 18-32.
- /65/ Dzielowski, R., Torsion non uniforme des poutres
à parois minces, et à profils com-
posés d'éléments fermés et ouverts.
Construction Métallique. Nr. 2, 1964,
p. 21-34.
- /66/ Dabrowski, R., Der Schunverformungseinfluss auf
die Wölbkrafttorsion der Kasten-
träger mit verformbaren biegestei-

- /67/ Dinno, S.K., Merchant, W.,
fer Profil. Der Stahlbau, H.12, 1966.
A procedure for calculating the plastic collapse of I-sections under bending and torsion. The structural Engineer, July, 1965, Nr.7. Vol.43, p.219-221.
- /68/ Dabrowschi, R.,
Der schubverformungseinfluss auf Wölbkrafttorsion der Kastenträger mit verformbarem biege-steifem Profil. Der Bauingenieur, Nr.11, 1965, p.444-449.
- /69/ Dubas, P.,
Calcul numerique des plaques et des parois minces. Public, Inst. de Statique appliquee, E.T.H. Zürich, Nr. 27, 1955.
- /70/ Dabrowski, R.,
Skrecanie mostowych i hydrotechnicznych konstrukcji cienkosciennych o przekroju zamknietym. Rozprawy Inzynierskie, T.VI.2, 1958.
- /71/ Dimo, P.,
Programarea FORTRAN, E.D.P., Bucuresti, 1971.
- /72/ Eckinger, K.,
Entwicklungsgrundlage für Kranenbau. Stahl und Eisen. H.1. 1957.
- /73/ Ebner, H.,
Spannungszustand durch Drillung in dünnwandigen Kastenträgern bei verhinderten Endwölbung. Zeitschrift für Angewante Mathematic und Mechanic, Band.14, H.6, 1934, p.352-353.
- /74/ Egle, J., Eidamshaus, P., s.a.
Kaltprofile. 2 Auflage. Verlag Stahleisen M.B.H. Düsseldorf, 1969.
- /75/ Esslinger, M.,
Deformationen und Spannungen eines torsionbeanspruchter Kastenträgers der an den Krafteinleitungsstellen keine Querschnitte hat. Der Stahlbau, H.7, 1956, p.164-166.
- /76/ Flüge, W.,
Statik und Dynamik der Schalen. 3 Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 1962.

- /77/ von Franqué, Otto, Untersuchung eines dünnwandigen Kastentrügers mit Versteifungen und Luken bei reiner Verdrehung. Dissertation. T.H. der Freien Stadt Danzig, 1930.
- /78/ Forestier, R., Calcul des amortisseurs de poutres des roulement. Construction Métallique, Nr.2, 1965, p.33-37.
- /79/ Federation Europeenne de la manutention Section I ... IV, Krane und schwere hebezeuge. 2 Ausgabe, Dezember 1970, Paris.
- /80/ Feiertag, Rainer., Die Formsteifigkeit von dünnwandigen Bauelementen der Feinwerktechnik. Dissertation, T.H. Karlsruhe 1967.
- /81/ Filonenco, M.M., Borodici, ș.a. Curs de rezistența materialelor. Partea a II-a (traducere din limba rusă) E.T. București, 1952.
- /82/ Faltus František., Prvky ocelových konstrukcí, III vydání. Nakladatelství Československé Akademie VĚD. Praha, 1962.
- /83/ Flint Ray Anthony, Kerensky Alexis Owen, Brown Chr. William. The basis for design of beams and plate girders in the revised British standard 153. Proceedings of the institution of civil engineers, Part. III. Aug. 1956, Nr. 2, p. 396-461.
- /84/ Fine, M., Williams, D., Effect of End Constraint on Thin-Walled Cylinders Subject to Torque. Aeronautical Research Council, Mai 1945.
- /85/ Flüge, W., Marguerre, K., Wölbkräfte in dünnwandigen Profilstäben. Ingenieur Archiv, vol. XVIII H.1, 1950, p. 23-38.
- /86/ Faltus František Plnostěnné ocelové mosty tramové. Naklad Československé Akademie VĚD Praha, 1965, p. 427-446, 526-531.
- /87/ Forestier, R., Commentaires sur le calcul des efforts horizontaux dus aux ponts roulants. Construction Métallique Nr. 1, 1973, p. 35-49.

- /88/ Girkmann, K.,
Flächentragwerke. 6 Auflage. Springer-Verlag, Wien, 1963, p.63
- /89/ Gohberg, M.M.,
Metallicheskie konstruktii podemno-transportnih magin. Maginostroenie Moskva, Leningrad, 1964.
- /90/ Georg, P.,
Über die Ausgefähigkeit von Dauer-
versuchen mit Prüfkörpern aus Bau-
stahl, St.37 und St.52. Der Stahl-
bau, H.3, 1963, p.36-42.
- /91/ Gere, M.I.,
Torsional Vibrations of Beams of
Thin-Walled Open Section. Journal
of Applied Mechanics, vol.21, Nr.4
December, 1954, p.381-387.
- /92/ Grinter, Linton, E.,
Design of modern steel structures
Second edition. The Macmillan Com-
pany, New York, 1960.
- /93/ Grengg, H., Pelikan, W.,
Reinitzhuber, F.,
Stahlbau und Baustatik. Aktuelle
Probleme. Springer-Verlag, Wien-
New York, 1965.
- /94/ Gurney, T.R.,
The basis of the revised fatigue
clause for B.S.153. Proc. Inst. Civil
Eng. vol.24, April, 1963.
- /95/ Grasse, W.,
Wülbkrafttortion dünnwandiger pris-
matischer Stäbe beliebigen Quer-
schnitts. Ingenieur Archiv, H.5,
1965, p.330 - 338.
- /96/ Gen, B.T., Cooper, P.B.,
Fatigue tests of welded plate gir-
ders. Wilding Journal Nr.6, vol.42,
1963, p.210-263.
- /97/ Götzlinger, J., Johnsson, S.,
Dynamic Forces in Cranes. Acta Poly-
technica, Stokholm 175(1955) Me-
chanical Engineering Series, vol.
3, Nr.7..
- /98/ Gill, S.S., Boucher, G.K. jr.
An experimental investigation of
plastique collapse of structural
members under combined bending
and torsion. The structural Engi-
neer, Nr.1, 1957, p.1... 13.

- /99/ Havranek, A., Steinhardt, O., Theorie und Berechnung der Stahlbrücken. Springer-Verlag, Berlin Göttingen, Heidelberg, 1958, p. 43, 209-232.
- /100/ Heilig, R., Beitrag zur Theorie der Kasten-träger beliebiger Querschnitt. Der Stahlbau, H.11.1961, p.335-348.
- /101/ Haiutin, L.J., O nedostatkah podkranovih balok. Promislennoe Stroitelstvo, Nr.9 1966, p.13...15.
- /102/ Heilig, R., Der Verbundträger mit beliebig offener Profilform. Der Stahlbau H.10, 1952, p.186-189.
- /103/ Hlaváček, V., Toháček, M., Předpate ocelové jeřabové drá. Stavební Č.V.U.T. v. Prage, 1965.
- /104/ Hirschfeld, K., Baustatik, Theorie und Beispiele. Dritte Auflage in 2 Bänden, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1969.
- /105/ Hüser, K.H., Kranlauf und Fahrwiderstände an verschiedenen Laufrad-Arten. St und Eisen(75) 1955, H.8, p.480.
- /106/ Hildebrand, P., Ein Beitrag zum Biege-Torsions-Problem dünnwandiger Balken mit beliebigem offenem Querschnitt nach Theorie II Ordnung. Der Stahlbau, H.6, 1972, p.171-181.
- /107/ Heilig, R., Verbundbrücken unter Torsionsbelastung. Der Stahlbau. H.2, 1954, p. 33.
- /108/ Heilig, R., Der Schubverformungseinfluss auf die Wölbkrafttorsion von Stäben mit offenen Profil. Der Stahlbau H.4, 1961, p.97-103.
- /109/ Hapel, H.K., Zum Problem der Biegetorsion von dünnwandigen Stäben mit geschlossenen Profilen bei Berücksichtigung der Wölbschubverformung. Der Stahlbau, H.8, 1972, p.234-240.

- /110/ Hees, G., Querschnittsverformung des einseitigen Kastenträgers mit vier Wänden in einer Wölbkrafttorsion analoge Darstellung. Die Bautechnik, H.12, 1972, p.21-28.
- /111/ * * HUTTE, Manualul inginerului. Vol. E.T. Bucuresti, 1949, p.190-193. Poduri industriale din beton armat. E.T. Bucuresti, 1967, p.24-38.
- /111 a/ Hangan, M.,
- /112/ Hees, G., Bornscheuer, W.F., Querschnittsverformung des einseitigen Kastenträgers mit vier Wänden in einer zur Wölbkrafttorsion analogen Darstellung. Die Bautechnik, H.11, 1971, p.370-377.
- /113/ Hees, G., Theorie der Wölbkrafttorsion unter Berücksichtigung der sekundären Schubverformungen. Der Stahlbau, H.12, 1969, p.383-384.
- /114/ Hayashi, K., Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage. Springer-Verlag, Berlin, 1921.
- /115/ Iacusev, M.A., Kreplenia relsov pod kranom s tijelom rezhimom raboti. Promisleno Stroitelstvo, Nr.10.1966, p.25.
- /116/ * * Issledovanie silovih vozdeistvii mostovih kranov tehov mashinostroitel'no zavoda i defectov, vyzvannih ih vlianiem constructii. Otcet M.I.S.I., im. "Kuibisheva", 1963.
- /117/ Inspectoratul de stat pentru cazane și instalații de ridicat. Indrumător pentru construcția și exploatarea macaralelor. E.T. Bucuresti, 1965, p.257-278.
- /118/ Izosimov, V.J., Fugarovski, V.A., Piciunahin, F.S., Vali, N.V., Issledovannie silovih vozdeistvii ot mostovih kranov. Metalicheskaia Konstruktsiia, Izd. Lit. po Stroitel'stvo, Moskva, 1966.
- /119/ Jagn, J.I., Biege- und Torsionsverformungen dünnwandiger Stäbe mit offenem Profil. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1957.

- /120/ Kollbrunner, F.C., Meister, M., Kniken, Biegedrillkniken, Kippen. 2 Auflage, Springer-Verlag, Berlin 1961.
- /121/ Klöppel, K., Gladischefski, H., Odenhausen, H., Zessler, G., Handbuch für die Berechnung von Bauteilen aus Kaltengeformtem dünnwandigem Stahlblech. Handbuch und Kommentar nach Amerikanische Normen. Verlag Stahleisen M.B.H. Düsseldorf, 1964.
- /122/ Kubitzki, H.H., Schubmittelpunkt und Biegespannungen eines Kastenträgers geringer Schlankheit. Der Bauingenieur H.8, 1960, p.281-285.
- /123/ Kármán, Th., v, Chien, W.Z., Torsion with Variable Twist. Journal of the Aeronautical Sciences Nr.10, 1946, p.503-510.
- /124/ Kuzmin, N.A., Lucas, P.A., Mileikovski, J.E., Rascet konstrukcii iz tonkostennih sterjnej i oblocek. Gosstroizdat Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstvu Architecture i Stroitelnim, Moskva 1960.
- /125/ Kocergova, E.E. Puti povigenia dolgovecinosti podkranovih balok. Promislenoe stroitelstvo, Nr.9, 1966, p.18-21.
- /126/ Kollbrunner, F.C., Basler, K., Torsionskonstanten und Schubspannungen bei St.Venantschen Torsion. M.T.K., Heft 23, Juli 1962. Verlag Schweizer Stahlbau-Vereinigung, 8034 Zürich.
- /127/ Kollbrunner, F.C., Hajdin, M. Wölbkrafttorsion dünnwandiger Stäbe mit offenem Profil. Teil I M.T.K. Heft 29, Okt. 1964. Verlag Schweizer Stahlbau-Vereinigung 8064 Zürich.
- /128/ Kollbrunner, F.C., Hajdin, M., Wölbkrafttorsion dünnwandiger Stäbe mit offenem Profil. Teil II M.T.K. Heft 30, März, 1965. Verlag Schweizer Stahlbau-Vereinigung 8034 Zürich.

- /129/ Kubitzki, Hans-Hening., Biege- und Verdrehbeanspruchung unsymmetrischer Kastenträger. Dissertation, T.H.Karlsruhe, 1959.
- /130/ Klöppel, K., Vorlesungen an der Technischen Hochschule Darmstadt. Im Stahl im Hochbau. 13. Auflage, Verlag Stahleisen M.B.H., Düsseldorf, 1967, p.1082-1094.
- /131/ Kármán, Th.v., Biot, M., Mathematical Methods in Engineering. New York, McGraw Hill, 1940.
- /132/ Klöppel, K., Lie, K.H., Beanspruchung querbelasteter Trägerflansche. Der Stahlbau, H.11, 1962, p.201.
- /133/ Kudigin, U.Iu., Uprughie prokladki pod relsami podkranovih metallicheskih balok. Promislenoe Stroitelstvo, Nr.9, 1966, p.23-24.
- /134/ Korenev, B.G., Voprosi rasčeta balok iplit na uprugom osnovanii. Gostroizdat, Moskva, 1954.
- /135/ Kollbrunner, F.C., Basler, K. Statik der Wölb torsion und der gemischten Torsion. M.T.K., Heft 31, Mai 1965. Verlag Schweizer Stahlbau-Vereinigung, 8034 Zürich.
- /136/ Kollbrunner, F.C., Hajdin, N. Wölbkrafttorsion dünnwandiger Stübe mit geschlossenem Profil. M.T.K., Heft 32, Juni 1966. Verlag Schweizer Stahlbau-Vereinigung, 8034, Zürich.
- /137/ Kloth, W., Atlas der Spannungsfelder in technischen Bauteilen. Verlag Stahleisen M.B.H., Düsseldorf, 1961.
- /138/ Klöppel, K., Schmied, R., Die traglast mittig und aussermittig gedrückter dünnwandiger Kastenträger unter Verwendung der nichtlinearen Beultheorie. Der Stahlbau H.11, 1966, p.321-337.
- /139/ Korgunov, A.A., Kikin, A.Z., Udovenko, M.S., Epstein, S.Ia., Otkritie kranovie estakadfi na neravnomenno deformiruemih osnovanijah. Promislenoe Stroitelstvo nr.9, 1969, p.40-41.

- /140/ Klöppel, K., Beiträge aus Statik und Stahlbau
Stahlbau-Verlag G.m.b.H.Köln, 1961.
- /141/ Kikin, J.A., Vasiliev, A.A., Issledovanie deistvitelnoi raboti
metallicheskih podkranovih konstruk-
tšii v zdaniiah s tiaželim rejimom
raboti. Metallicheskii Konstrukčii.
Izd.Lit.po Stroiteli.Moskva, 1966.
- /142/ Konishi, I., Komatsu, S., Teoretical and Experimental Resear-
Fukumoto, Y., ches on Continuos Box Girder Bridges.
International Association for Bridge
and Structural Engineering, Zürich
1959.
- /143/ Kan, N.S., Stroitelinafa mehanika obolocek.
Maginostroenie, Moskva, 1966.
- /144/ Kikin, I.A., Vasilikov, V.F., K rascetu stalnih podkranovih balok
Kuzin, Ia., I., no vtoroniu predelinomu sostoia-
nuiu. Promislennoe Stroitelstvo,
Nr.2, 1973, p.32-34.
- /145/ Kunin, Iu, C., Kuzin, N.Ia., O nagruzkah pri rascete jestkosti
podkranovih balok. Promislennoe
Stroitelstvo, Nr.6, 1972
- /146/ Kikin, A.I.s.a. Povigenie dolgovecinosti konstrukčii
promislennih zdanii. Izd.Lit.po
Stroit.Moskva, 1969.
- /147/ Kikin, I.A., Mitiugov, A.E., O povigenii nadejnosti stenok dvu-
tavrovih podkranovih balok. Promis-
lennoe Stroitelstvo. Nr.11, 1971
p.35-36.
- /148/ Kollbrunner, F.C., Hajdin, N., Beitrag zur Theorie dünnwandiger
Stäbe mit gekrümmter Achse. Verlag
Leemann, Zürich(8), 1969.
- /149/ Kocergova, E.E., Defecti v podkranovih balkak i
meropriiatia po povigeniu ih
dolgovecinosti. Stroitelnaia Pro-
mislenosti, Nr.4, 1958, p.21-28.
- /150/ Kollbrunner, F.C., Hajdin, N., Dünnwandige Stäbe. Band 1. Stäbe
mit undeformierbaren Querschnitten.
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg,
New-York, 1972.

- /151/ Lightfoot, E., Jackson, N., Static Stresses in Overhead Travelling Crane Girders. The Structural Engineer, vol. XXXV, Nr. 1, January, 1957. p. 1-13
- /152/ Loringhoven Léo de Torsion local des membrures supérieures de chemins de roulement. Construction Métallique. Nr. 1, p. 13-18, Nr. 2, 1964, p. 35-41.
- /153/ * * Discussion on the Paper by E. Lightfoot and N. Jackson. The Structural Engineer, vol. XXXV, Nr. 7, July, 1957, p. 261-266.
- /154/ Lamisi, B.B., Napriajenja v stenkah pri poprečnih nagruzkah. Izvestia V. Uč. Stroitelstvo i arhitectura Nr. 2, 1964.
- /155/ Lamisi, B.B., Napriajenja v dlinnoi palose o kasatel'nyh sil na ee kromke. Inženernij žurnal, tom V. Nr. 1, 1965.
- /156/ Loringhoven Léo de., Poutres de chemins de roulement. Sollicitations et classification des contraintes. Construction Métallique, nr. 2, 1967, p. 9-25.
- /157/ Loringhoven Léo de., Methode de calcul des moments d'inertie equivalents. Construction Métallique, Nr. 4, 1964, p. 25-28.
- /158/ Loringhoven Léo de., Comparation des théories de torsion des tiges selon Saint-Venant et Vlasov. Construction Métallique Nr. 2, 1965, p. 3-17.
- /159/ Lindenberger, H., Vergleich und Analogiebetrachtung der Lösungen für biegebeanspruchte und verdrehungsbeanspruchte Stabwerke. Der Stahlbau, H. 1, 1953, p. 19, H. 3, 1953, p. 64-67.
- /160/ Landau, L., Lifchitz, E., Théorie de l'élasticité. Editions Mir Moscou, 1967.
- /161/ Lacher, G., Zur Berechnung des Einflusses der Querschnittsverformung auf die Spannungsverteilung bei durch elastische oder starren Querschnitten

- /161/ versteiften Tragwerken mit prismatischen, offenem oder geschlossenem biegesteifem Querschnitt unter Querlast. Der Stahlbau, H.10,1962, p.299-308, H.11,1962, p.325-335.
- /162/ Longbottom, E., Heyman, J., Experimental verification of the strengths of plate girders designed in accordance with the revised British Standard 153: Tests on Full-size and on model plate girders. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Part.III.Aug.1956 Nr.2, p.462-521.
- /163/ Luzin, N.N., Calculul integral (traducere din limba rusă). E.T. București, 1955.
- /164/ Lochschmidt, O., Excentriche Belastung der Laufarmaturen und Schienen von Rollschützen. Der Stahlbau, H.3, 1961, p.83.
- /165/ Laredo, M., Résistance des matériaux. Calcul des structures par le potentiel et les ordinateurs. Ed. Dunod, Paris, 1970.
- /166/ Mateescu, D., Rogu, D., Caraba, I., Construcții metalice, Exemple de calcul. E.D.P. București, 1972.
- /167/ Moskalev, N.S., Issledovanie raboti svarnih sterzjevih balok pod dinamičeskoj nagruzkoi. Dizertația na soiskanie ucenoj stepeni: kandidata tehničeskih nauk. M.I.S.I., Moskva, 1965.
- /168/ Maljškina, N.I., Issledovannie napriajennovo sostoianija podkranovih balok. Promisl. Stroitelstvo. N.10.1966, p.29-32.
- /169/ Mihoc Gh., Ciucu, G., Craiu, V., Teoria probabilităților și statistică Matematică. E.D.P. București, 1970.
- /169 a/ Mateescu, D., Băluț, N., Efforts sur les poutres de roulement Poutres o ame pleine et contreventement horizontal a treillis. Construction Métallique, Nr.2, 1967, p.24-37.

- /170/ Maligkina, N.I., Nekotorie voprosi precinosti svarnih podkranovih balok. Metallicheskie konstrukcii "Tentralni-naucno-issledovateliskii institut stroitelnih konstrukcii im"V.D.Kucerenko", Moskva, 1968, p.128-143.
- /171/ Mitiugov, A.E., Ispitanie podkranovoi balki na krucenie verhnevo poiaaa. Promislenoe Stroitelstvo nr.5.1969, p.33-35.
- /172/ Massányi, Károly., Acélszerkezetű daruk es Darupályák számítása. Tankönyvkiadó, Budapest, 1964.
- /173/ Mioc, V., Analiză Matematică, Ed.I.P.Timigoara, 1969.
- /174/ Mateescu, D., Construcții metalice, vol.II.Ed. I.P.Timigoara, 1950.
- /175/ Mateescu, D., Caraba, I., Asupra unor factori care determină scoaterea pretimpurie din exploatare a grinzilor căilor de rulare. Revista Construcțiilor, Nr.10.1969.
- /176/ Maas, G., Investigations Concerning Craneway Girders. Iron and Steel Engineer, March, 1972, p.49-58.
- /177/ M.I.S.I. im"V.V.Kuibigeva" Proiektalikonstrukcija, T.N.J.I.S.K., im"V.A.Kucerenko". Metallicheskie konstrukcii. Rabota skolfi professora N.S.Streletkii. Izd.Lit.po Stroiteli., Moskva, 1966 p.156-210.
- /178/ Muhanov, K.K., Metallicheskie Konstrukcii.Osnovi proiectirovania. Gosud.Izdat.Lit. po Stroit.Arhit.i Stroiteli.Materialam, Moskva, 1963.
- /179/ * * Normativ condiționat pentru calculul construcțiilor la stări limită. Vol.IV.E.T., București, 1963.
- /180/ Neugebauer, R., Dynamische Kräfte in Laufkranen beim Anheben und Abbremsen Last. Der Stahlbau, H.4, 1957, p.16-21.
- /181/ * * Règles de calcul des constructions en acier. Paris, Société de diffusion des techniques du bâtiment 1966.

- /182/ Nulina, M.S., Rascet tonkostennih dvutavrovih balok na ustojivuiu procinostiu. Promisl.Stroitelstvo, Nr.4, 1958.
- /183/ Neuber, H., Schubmittelpunkt und Querschnittsverwölbung dünnwandiger Träger unterhalb der Beulgrenze. Zeitschr. Angew. Mechanik und Mathematik, Band.21, 1941, p.91-95.
- /184/ Nachtergal, C., Charpentes Métalliques, Calculs de construction, 6^e Edition. Maissonnet, édition A.de Boeck, Bruxelles, 1950, p.555-645.
- /185/ Nicolaev, A.G., Construcții sudate (traducere din limba rusă). E.T. București, 1955.
- /186/ Neuman, A., Schweißtechnisches Handbuch für Konstrukteure, Band I und II, VEB Verlag Technik, Berlin, 1960.
- /187/ Otreško, A.I., Krucenie podkranovih balok i mehanizma umenšenia evo vrednovo vlijanija. Stroitel. i arhitekt. Nr.8, 1966, p.10-12.
- /188/ Oxfort, K.I., Zur Beanspruchung der Obergurte vollwandiger Kranbahnträger durch Torsionsmomente und durch Querkrümmung unter dem örtlichen Radlastangriff. Der Stahlbau, H.12, 1963, p.360-367.
- /189/ Oxfort, K.I., Beitrag zum exzentrischen Lastangriff an Kranbahnträgern. Der Stahlbau, H.7, 1963, p.213-216.
- /190/ Oxfort, K.I., Über die Begrenzung der Traglast eines statisch unbestimmten biegesteifen Stabwerkes aus Baustahl durch das Instabilwerden des Gleichgewichts. Dissertation. T.H. Darmstadt, 1960.
- /191/ Otresco, S.A., Construcții metalice (traducere din limba rusă), OPEL, București, 1950.
- /192/ Odin, I.M., Rascet napriajenii v liste verhnovo poiasa balok kranovih mostov. Promisl.Stroitelstvo, Nr.3, 1962, p.58-60.

- /193/ Pilder, A.,
Conlucrarea spațială în tablaci
rele metalice independente de că
ferate. Rev.Căilor Ferate Române
Nr.9, 1966.
- /194/ Popescu, V.,
Construcții metalice industriale
E.T.București, 1961.
- /195/ Popescu, V.,
Construcții Metalice. Partea I.
Ediția a 2-a. E.T. București, 1963
- /196/ Popescu, V.,
Construcții metalice industriale
Ediția 2-a E.T. București, 1967.
- /197/ Panovko, G.I., Kahn, N.S.,
Elemente de mecanică pentru cons
trucții cu pereți subțiri (traduc
din limba rusă). I.D.T. București,
1954.
- /198/ Pechar, J.,
Výpočet mostů s uzavřeným tenko
těnným průřezem namáhaných krouc
Sborník vycokkej školy dopravněj
Žilina. Fakulta npevádzky a ekon
ky dopravy. Zväzok, 4, 1965
- /199/ Pechar, J.,
Ausgewählte Kapitel aus der Theo
der torsionssteifen Brücken. Inte
nationale Stahlbautagung, T.U. Dra
1967.
- /200/ Popp, H.P.
Photostress ein neues Verfahren z
zur Messung von Spannung und Dol
am belastete Objekt. Archiv Techn
Messen. H.6, Juni, 1964.
- /201/ Ponomariov, D.S., ș.a.
Calculul de rezistență în construc
ții de mașini. Vol. I (traducere
limba rusă). E.T. București, 1960,
p.79-89, 93-95, 115-148, 157-191,
395-401, 425-570.
- /202/ Podolski, S.G.,
O rasceta podkranovih balok bis
metricinovo secenia na kosoi i
ghib s krucemem. Stroitelnaia Ma
nika i rascet soorujeni, Nr.4,
Moskva, 1970.
- /203/ Parkes, E.W.,
The Stress Distribution near Low
Point in a Uniform Flanged Beam.
Phil. Trans. Roy. Coc. London. Series
Vol.244, 1951/1952.

- /204/ Patrikeev, B.A., O mekanisme razrugenia vernih uciastkov stalnih podkranovih balkon. Promisl. Stroiteli. Nr.5, 1971 p.38-43.
- /205/ Pitlink, D.A., Ispitannie stroitelnih konstrukcii na modelah. Stroizdat, Leningrad, 1971.
- /206/ Rusu, O., Gall, T., Probleme moderne ale rezistenței materialelor. E.T. București, 1970
- /207/ Rieve, I., Die Spannungsverteilung zwischen Gurt und Stegblech unter der örtlichen Lasteinleitungen beim I Querschnitt. Zeitschr. Angew. Mat. und Mech. H.7/8, 1948, p.210.
- /208/ Rieve I., Stabilität I formiger Querschnitt unter der örtlichen Lasteinleitung. Bautechnik Archiv, H.7, 1953.
- /209/ Resinger, F., Einfache Ermittlung der Wölbquerschnittswerte von Kastenträgern. Der Stahlbau, H.8, 1957, p.217-220.
- /210/ Rabotov, N.Iu., Soprotivlenie materialov. Cosudarstvennoe izdatelstvo Fiziko-Matematicheskoi Literaturi, Moskva, 1962 p.275-300.
- /211/ Roth, R., Griesshaber, J., Praktische Berechnung auf Biegung und Torsion beanspruchter Stäbe mit dünnwandiger Querschnitt. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1966.
- /212/ Rjaniĭn, R.A., *tanĭkostennih uprugih sterĭnei* Raschet stupenciatov peremennogo seccia. Issledovaniia po teorii soorujenii, Moskva, 1951.
- /213/ Radaj, D., Dünnwandige Stäbe und Stabsysteme mit allgemeiner Systemlinie und wölbbelastischer Lagerung. Der Stahlbau, H.1, 1971, p.27-31.
- /214/ Rüdiger, D., Wölbkrafttorsion dünnwandiger Hohlquerschnitte. Ingenieur-Archiv, H.5 1964, p.346-350.

- /215/ Roik, K., Sedlacek, G., Theorie der Wölbkrafttorsion unter Berücksichtigung der sekundären Schubverformungen. Der Stahlbau H, 2, 1966, p. 43-52.
- /216/ Roik, C.L., Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe, Verlag von Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1972.
- /217/ Schade, D., Zur Wölbkrafttorsion von Stäben mit dünnwandigen Querschnitt. Ingenieur-Archiv, H. 1, 1969, p. 25-34.
- /218/ Sedlacek, G., Systematische Darstellung des Biege- und Verdrehvorgangs für prismatische Stäbe mit dünnwandigem Querschnitt. Dissertation, T.U., Berlin, 1968.
- *
/219/* * Stahlbau, Ein handbuch für Studium und Praxis, Bd. 1, Deutschen Stahlbau Verband, Köln, 1964, p. 93-103.
- /220/ Stoenescu, A., Silag, Gh., Curs de mecanică teoretică, Ediția a II-a E.T. București, 1959, p. 27-38, 466-479.
- /221/ Soare, M., Aplicarea ecuațiilor cu diferențe finite la calculul plăcilor curbe subțiri, E. Acad. RSR, 1968, p. 435-519.
- /222/ Stüssi, F., Der dünnwandige schlanke Stahlstab mit Kastenquerschnitt. Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Bd. XI, Zürich 1951, p. 375.
- /223/ Schardt, R., Ein Erweiterung der technischen Biegelehre für die Berechnung biegesteifer prismatischer Faltwerke. Der Stahlbau, H. 6, 1966, p. 161-171.
- /224/ Steinhardt, O., Schulz, U., Zur örtlichen Stegbeanspruchung zentrisch belasteter Kranbahnträger bei Verwendung elastisch geboteter Kranschinen. Der Bauingenieur, H. 8, 1962, p. 293-296,

- /225/ Schindler, O., Untersuchungen an geschweißten Hüttenkranen. Ein Beitrag zur Beanspruchung dünnwandiger Hohlkästen. Dissertation, Technische Hochschule, Hannover, 1959.
- /226/ Streletski, N.S., Geniev, A.N., Metallicheskie konstrukcii, izdanie Belenia, E.J., Baldin, V.A., Lessig, E.N., 3-o. Gosudarstvennoe Izdatelstvo, Literaturf po Stroitelstvu, Arhitektura i Stroitelnim Materialam, Moskva, 1961.
- /227/ Senior, G.A., Gurney, R.T., The Design and Service Life of the Upper Part of Welded Crane Girder. The Structural Engineer, vol.42, no.10, oct, 1963, p.301-312.
- /228/ Senior, G.A., Gurney, R.T., Discussion on the Paper by A.G. Senior and T.R. Gurney. The Structural Engineer, vol.42., Nr.3, March 1964, p.87-93.
- /229/ Shapiro, G.A., Deistvitel'naya rabota stal'nykh konstrukcii promyshlennykh zheleznykh mostov. Stroitel'naya mehanika i raschet sooruzhenii. Nr.10, 1959, p.29-35.
- /230/ Senior, G.A., New Methods of Mounting Crane Runways on Overhead Runways. Iron and Steel Engineer, July, 1961, p.132-134.
- /231/ Steinhardt, O., Untersuchungen über die Beanspruchung von unmittelbar belasteten Gurtungen von Fachwerkartigen Kranbrücken. Die Bautechnik, H.5, 1949, p.137-140.
- /232/ * * Stahl im Hochbau. 12. Auflage, 1959, 2. ergänzter Nachdruck, 1959, Verlag Stahleisen, M.B.H., Düsseldorf.
- /233/ Svenson, O., Schwoer, W., Ermittlung der Betriebsbedingungen für Hüttenkrane und Überprüfung der Bemessungsgrundlage. Stahl und Eisen, Nr.2, 1960, p.79-90.
- /234/ Simonov, J.V., Pricyni povrezhdenia kreplenii podkranovnykh balok k kolonnam. Promyshlennyye Stroiteli., Nr.10, 1966, p.22-24.

- /235/ Schreiber, J., Griesshabor, J. Ein vereinfachtes Verfahren zur Berechnung tordierter Stäbe mit dünnwandigen Querschnitten. Hebezeuge und Fördermittel, H.12, 1962, p.358-364.
- /236/ Schindler Otto., Untersuchungen an geschweißten Hüttenkranen, der Kastenträgerbau- rat. Bericht 285 d, Stahl und Eisen (79), 1959, H.26, p.1924-1932.
- *
/237/ * * SNiP II-B-3-62. Stalnf konstrukții Normi proektirovaniia. Gostroizdat, 1962.
- /238/ Stüssi, F., Schubmittelpunkt und Torsion. Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Ed. XII. Zürich, 1952, p.259-267, 375-289.
- /239/ STASURI privitoare la construcții metalice și poduri rulante
- STAS 763/1-71 Construcții Civile Industriale și Agricole. Prescripții pentru proiectarea construcțiilor metalice.
- STAS 4907-69 Prescripții de calcul a elementelor de construcții la acțiunea sarcinilor date de podurile rulante.
- STAS 800-68 Poduri rulante de uz general. Poduri rulante electrice cu cîrlige pentru sarcini de la 5 pînă la 50 tf. Caracteristici și dimensiuni principale.
- STAS 6919-70 Poduri rulante electrice monogrindă pentru sarcini pînă la 5 tf. Caracteristici și dimensiuni principale.
- STAS 6911-67 Construcții industriale. Căi de rulare și opritori pentru poduri rulante și macarale.
- STAS 6879-66 Poduri rulante acționate manual. Tipizare
- STAS 8290-72 Instalații de ridicat. Principii de calcul pentru construcția metalică.

- /240/ Schapitz, E., Festigkeitslehre für den Leichtbau. 2.Auflage, V.D.I.Verlag, Düsseldorf,1963.
- /241/ Soare, S., Curs de rezistența materialelor și statica construcțiilor. E.D.P. București, 1962.
- /242/ Stan., A.D., Rezistența materialelor. E.D.P. București, 1967.
- /243/ Šertler, H., Vliv krauticiko zatiženina přímo-pojlžďdné mostní konstrukce s horní mostovkou. Inženýrské stavby, Nr.2, 1969, p.60.
- /244/ Stüssi, F., Entwurf und Berechnung von Stahlbauten. Erster Band. Grundlagen des Stahlbaues. Springer-Verlag, Berlin Göttingen, Heidelberg, 1958. p.227-261.
- /245/ Schlechte, E., Festigkeitslehre für Bauingenieure VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1967.
- /246/ Steinbach, W., Die Theorie 2.Ordnung für den räumlich belasteten Stab mit dünnwandigem offenem Querschnitt. Aktuelle Probleme im Stahlbau und Baustatik. Springer-Verlag, 1965, Wien, New-York, p.292-344.
- /247/ Steinhardt, O., Über die konstruktiven Funktionen der Schweißnaht im Metalbau. Schweißen und Schneiden. H,1.1965, p.2-3.
- /248/ STASURI cu caracter general
- STAS 1964 - 64 Rezistența materialelor. Terminologie.
- STAS 7122 - 71 Statistică matematică în tehnică. Reprezentarea și prelucrarea datelor experimentale și de observații bazate pe o singură caracteristică.
- STAS 2631 - 71 Statistică matematică în tehnică. Terminologie.
- STAS 2872 - 59 Erori de măsurare. Terminologie și simboluri.

- STAS 2933 - 60
- /249/ Solomon, L.,
Mijloace de măsurare. Terminologie
Elasticitate liniară. Introducere
matematică în statica solidului
elastic. Ed. Acad. RSR. București,
1969.
- /250/ Steinbach, W.,
Zum Tragsicherheitsnachweis
auf Druck und Biegung beanspruchter
Stäbe. Der Bauingenieur, H.12,
1967, p.439-444.
- /251/ Sattler, K.,
Lehrbuch der Statik. Theorie und
ihre Anwendung. Erster Band. Teil
A p.68-82 und Teile B p.33-46. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg,
New-York, 1969.
- /252/ * *
SNIP.III-B-5-62. Metalliceskii
struktiv. Pravila izgotovlenija
taja i priemki. Gosstroizdat, 1962.
- /253/ Stafford, S.,
Taranath, B.,
The analysis of tall cores and
structures subject to torsion. Inst. Civil Eng. vol 53, Sept. 1971
p.173-187.
- /254/ Stein, P.,
Systematische Abteilung der Differentialgleichungen der Wölbkruemmung
torsion des frei beweglichen, elastisch gebetteten und des stütze
gelagerten dünnwandigen Stäbes
offenem, formtreuem Profil unter
besonderer Berücksichtigung einer
freien, elastischen oder starren
Längsbolung. Der Bauingenieur, H.12,
1972, p.303-315.
- /255/ Schineis, M.,
Zur Biegung und Torsion von U-
profilen nach Theorie II. Ordnung. Der
Bauingenieur, H.7, 1972, p.241-246.
- /256/ * *
SNIP.II-A-11-62. Nagruzki i voz-
deistvia. Normy proektirovanija.
Gostroizdat, 1962.
- /257/ Sterian, D.,
Elemente de construcții metalice
și poduri metalice. Partea I-a. Elemente
generale. Lit. și Tipo. Inv. București,
1958.

- /258/ Savi, I.M., Maslennikov, P.E., Puti ulucisenia raboti podkranovih konstruktsii. Stroitel'stvo. Promisl. Nr.5, 1958, p.37-38.
- /259/ Stüssi, F., Dubas, P., Grundlagen des Stahlbaues. Zweite neubearbeitete Auflage. Springer-Verlag Berlin-Heidelberg-New York, 1971, p.263-299.
- /260/ Tyler, R.G., The Plane-frame Method of Analysis for Lattice Girders. Journal of the Iron and Steel Institute, vol.190 part.4, oct.1958, p.187-196.
- /261/ Terrington, S.J., Behaviour of built-up girders under torsion. Engineering. vol.9. Nov. 1956, p.872-875.
- /262/ Teodorescu, P.P., Probleme plane in teoria elasticității, vol.I. Ed. Acad. RPR, București 1961.
- /263/ Timoshenko, P.St., Gere, M.J., Teoria stabilității elastice. (traducere după ediția a II-a în limba engleză). E.T. București, 1967.
- /264/ Tarnopolski, A.A., ș.a. O rabote glavnihi balok strippernih kranov. Promisl. Stroitel'stvo Nr.9, 1966, p.15-17.
- /265/ Timoshenko, P.St., Goodier, N.I. Theory of Elasticity. New York, Toronto, London, McGraw Hill, Book Company, Inc. 1951, p.258-341.
- /266/ Tubin, S.M., Stalnic konstruktsii odnoetajnih promislennih zdanii. Gosud. Izd. Lit. Str. Arhit. Moskva, 1952.
- /267/ Uvarov, Iu., B., Egleskaln, S. Iu., K voprosu uceta vliianiia smeschenia podkranovobo relsa s osi balki. Promislennoe Stroitel'stvo. Nr.10. 1966, p.28-29.
- /268/ Utin, A.I., Vostanovlenie profilia podkranovih putei s pomosno podkladak. Promislennoe Stroitel'stvo, Nr.9., 1966, p.22-27.
- /269/ Umanski, A.A., Kruccnie i izghib tonkostennih aviakonstruktsii. Oborongiz, 1939.

- /270/ Umanski, A.A., Sbornik zadaci po rascetu tonkostennih konstrukcij. Oboronghiz 1941.
- /271/ Umanski, A.A., Stroitelnaia mehanika samoleta. Gosud. Naucino- Techniceskoe izdatelstvo. Oboronghiz, Moskva, 1961.
- /272/ Vögele, G.H. Ermittlung der Spannungen im Steg von I- Trägern im Lasteinleitungsbereich bei Lastangriff an den Gurten. Der Stahlbau, H.8, 1972, p.225-231.
- /273/ Vasiliev, A.A., Osobennosti raboti podkranovih konstrukcij i povigenie spoka ih slujba. Promislennoe Stroitelstvo. Nr.7, 1965, p.18-21.
- /274/ Vilcovici, V., Bălan, St. Voinea, R., Mecanică Teoretică, E.T. București, 1963.
- /275/ Vaida, Dr., Programarea calculatoarelor electronice. Ed. Academiei RSR, București, 1967.
- /276/ Vlasov, Z.V., Tonkostennie uprugie sterjni. Gosudarstvennoe izdatelstvo Fiziko-Matematicheskoi Literaturi, Moskva, 1959.
- /277/ Valalas, D., Systèmes a deformations d'effort tranchant non négligeables. Ed. Dunod Paris, 1964.
- /278/ Vlassov, Z.V., Pièces longues en voiles minces. Deuxième édition remaniée et complétée. Éditions Eyrolles. Paris, 1962.
- /279/ Val, F.V., Egleskain, S.Iu, Vliianie defectov podkranovih putei na silovoe vozdeistvie mostovih kranov. Promisl. Stroitel. Nr.4, 1969 p.36-38.
- /280/ Vasiliev, V.G., Torsionea structurilor elastice cu pereți subțiri. Ed. Acad. RSR, București, 1970.
- /281/ Worthing, G.A., Geffner, I., Prelucrarea datelor experimentale. (traducere din limba engleză). E.T. București, 1959, p.72-75; 236-297.

- /282/ Witt, H.P., Stählerne Kranbahnen für Hüttenwerke, Stahl und Eisen, H.22, 1950, p.1337-1354.
- /283/ Wansleben, F.W., Die Theorie der Drehfestigkeit von Stahlbauteilen. Abhandlungen aus dem Stahlbau, H.3, Bremen-Horn, 1948.
- /284/ Wilkesmann, F.W., Stegblechbeulung bei Längsrandbelastung. Der Stahlbau, H.10, 1951, p.321-330.
- /285/ Wansleben, F.W., Die Theorie der Drillfestigkeit von Stahlbauteilen. Forschungsheft, Stahlbau-Verlag, G.m.b.H., Köln, 1956.
- /286/ Wlasow, S.W., Dünnwandige elastische Stäbe. Band II, Zweite überarbeitete und ergänzte Auflage. Verlag für Bauwesen, Berlin, 1964.
- /287/ Wlassow, S.W., Dünnwandige elastische Stäbe. Band I, Zweite überarbeitete und ergänzte Auflage. Verlag für Bauwesen, Berlin, 1965.
- /288/ Wagner, H., Verdrehung und Knickung von offnen Profilen. Festschrift 25 Jahre Danzig, 1929, p.329-344.
- /289/ Wansleben, F., Die Berechnung drehfester gekrümmter Stahlbrücken. Der Stahlbau, H.4, 1952, p.53-58.
- /290/ Wickert, G., Schmausser, G., Stahlwasserbau. Theorie. Konstruktionen. Spezielle Probleme. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1971, p.167-196, 233-250, 394-400.
- /291/ Zander, W., Sätzen und Formeln der Mechanik. Mathematische Hilfsmittel des Ingenieurs, Teil IV. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1970.
- /292/ Zurbano, U.M.I., Le ponts roulant comme élément de liaison hyperstatique dans les usines industrielles. A.S.S. nr.11, 1963, p.503-504.
- /293/ Zucker, O., Bau der Eisenbahnbrücke über die Autobahn in Wuppertal-Ost. Der Stahlbau, H.4, 1973.