MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA"
T I M I S O A R A

Facultatea de construcţii

Catedra de construcţii hidrotehnice
şi îmbunătăţiri funciare

Ing. GHEORGHE POPA

"CONTRIBUTII LA CALCULUL CINTRELOR METALICE PLANE SI A IMBRACAMINTII GALERIILOR SUBTERANE"

- Teză de doctorat -

Conducător ştiinţific
Academician Dan Mateescu

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIŞOARA

- 1 9 7 4 -

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMISOARA
BIBLIOTECA
CENTRALĂ
Volumul Nr. 276.498
Dulap 263 Lit. G

BUPT

C U P R I N S

Pag

BUPT

BUPT

BUPT

Capitolul 1 - ASUPRA CALCULULUI CINTRELOR METALICE PLANE SI A IMBRACAMINTII GALERIILOR SUBTERANE

§ 1.1.- Introducere

BIBLIOTECA CENTRALĂ

Cerinţele din ce în ce mai mari ale economiei naţionale în domeniul energetic pun în faţa tehnicienilor probleme complexe ce se cer rezolvate cu maximum de operativitate. Indicarea soluţiei tehnice de realizare a unui obiect trebuie să fie precedată de un studiu tehnico-economic bine fundamentat. Aceasta presupune analizarea mai multor variante tehnic posibile, cunoaşterea caracteristicilor materialelor ce urmează a fi puse în operă precum şi un algoritm de calcul pentru toate variantele, astfel ca din analiza tuturor factorilor ce concură la alegerea soluţiei să rezulte în timp scurt toate datele necesare execuţiei.

Sistematizarea calculelor şi a alegerii soluţiei adecvate conduce la scurtarea timpului de execuţie şi punere în operă a obiectivelor economice.

In vederea instalării unor puteri hidroelectrice mari se urmăreşte concentrarea în puncte cît mai puţine atît a căderilor cît şi a debitelor de apă. Pentru aceasta se execută galerii de deviere a apelor din bazine învecinate într-un singur bazin prevăzut cu un lac a cărui volum poate prelua debitele învecinate. Lucrările de deviere a debitelor pentru amenajările hidrotehnice de pe rîul Argeş depăşesc 40 km în lungime şi au un volum de excavaţii de peste 2 miliarde m^3. Amenajările de pe rîul Lotru depăşesc 15o km galerii subterane.

Concentrarea puterii în puncte cît mai puţine presupune adesea realizarea unor centrale subterane de mare cădere. Realizarea galeriilor cu deschidere mare presupune o cunoaştere exactă a modului de lucru a îmbrăcămintii şi cintrelor metalice ce preiau în faza de execuţie şi exploatare încărcările din împingerea muntelui, a betonului şi a altor încărcări ce apar la asemenea lucrări. Cele de mai sus susţin îndeajuns necesitatea cunoaşterii încărcărilor, a posibilităţilor de alegere a secţiunilor celor mai adecvate precum şi importanţa sistematizării calculului astfel ca proiectarea să se facă rapid şi eficace. Sînt situaţii în care cunoaşterea parametrilor stîncii se face mai exact odată cu execuţia galeriei. In aceste situaţii proiectarea cintrelor metalice de susţinere precum şi a îmbrăcămintii trebuie făcută rapid, lucru posibil numai în ipoteza existenţei unor algoritme rapide de calcul.

Lucrarea de faţă îşi propune să studieze parametrii legaţi de forma secţiunii, a distribuţiei încărcărilor şi a calculului structurilor ce apar la execuţia galeriilor subterane prin intermediul unor scheme logice ce pot fi uşor rulate la un calculator.

§ 1.2.- Destinatia galeriilor subterane.Studii existente

Galeriile subterane se execută pentru complexele hidrotehnice /1,2,3,4,5/, tuneluri de cale ferată /6,7,8/, centrale hidroelectrice subterane /9,1o/ etc. In literatura de specialitate se tratează atît starea de eforturi unitare în roca din jurul galeriei /11,12,13,14,15/ cît şi eforturile ce iau naştere din conlucrarea cintrului metalic sau îmbrăcămintii cu roca, prin intermediul presiunii pasive /16,17,18,19,20,21/.

Paralel cu dezvoltarea teoriilor de calcul au apărut metode moderne de sprijinire a galeriilor /22,23,24,25,26,27/ precum şi utilaje ce permit execuţii rapide, în orice tip de rocă şi cu caracteristici tehnice superioare /28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36/.

Studiile existente privitoare la îmbrăcămintea galeriilor subterane se referă mai ales la secţiunea de formă circulară /37, 38, 39, 40/ şi bolţile centralelor subterane /41, 42, 43, 44/.

Teoria de calcul a bolţilor centralelor hidroelectrice subterane a fost impulsionată de existenţa unor studii asemănătoare pentru barajele în arc /45, 46, 47, 48, 49, 50/.

Realizarea nodurilor hidrotehnice cu galerii ce derivează apa din alte bazine precum şi galeriile de fugă ale centralelor subterane au condus la secţiuni de scurgere fără presiune sau cu presiune mică. Pentru galeriile fără presiune, împingerea muntelui devine încărcarea principală. Forma secţiunii se adaptează noilor condiţii de lucru a galeriei, devenind alungită cu pereţi laterali verticali sau curbaţi, radierul orizontal sau sub formă de boltă descendentă.

Lucrarea de faţă se ocupă mai ales de secţiunile de formă specială folosite tot mai des în execuţia galeriilor şi centralelor hidroelectrice. Avînd în vedere importanţa acestor galerii se calculează (în cap.8) liniile de influenţă ale solicitărilor principale.

In lucrare se analizează în cap.2 mărimile şi legile de distribuţie ale încărcărilor ce acţionează asupra tuturor tipurilor de secţiuni folosite la construcţia galeriilor.

BUPT

capitol se face un studiu amănunţit al formelor secţiunilor folosite la construcţia galeriilor. Capitolul 3 prezintă o metodă unitară, foarte generală, de calculul eforturilor şi deformaţiilor galeriilor.

In cadrul cap.4,5 se analizează eforturile în galeriile de formă specială şi mîner de coş folosite la galeriile de fugă (cu presiune mică) şi la centrale hidroelectrice subterane. Capitolul 6 este destinat studierii eforturilor la secţiunea de formă circulară folosită la tuneluri sub presiune. Capitolul 7 se referă la bolţile galeriilor centralelor subterane şi tunelurilor cu împingere laterală mică.

Capitolul 8 sintetizează calculul eforturilor la toate tipurile de secţiuni prin metoda liniilor de influenţă a eforturilor.

Concluziile scot în evidenţă importanţa conlucrării structurii (prin caracteristicile ei geometrice şi elastice) cu roca în care este forată galeria (prin caracteristicele fizice şi elastice) atît în ce priveşte marimea reacţiunii pasive cît şi a eforturilor ce iau naştere în structură.

Autorul rămîne recunoscutor celui ce a fost ilustrul său profesor, om de ştiinţă emerit Nicolau Pompiliu pentru aportul deosebit la formarea sa tehnică şi ştiinţifică.

Mulţumeşte pe această cale profesorului emerit academician ing.Dan Mateescu pentru înţelegerea şi sprijinul acordat la realizarea acestei lucrări. Autorul mulţumeşte de asemenea profesorului dr.ing.Mihai Bălă pentru îndrumările şi interesul manifestat faţă de această lucrare.

BUPT

Capitolul 2 - STUDIUL FORMEI ŞI A ÎNCĂRCĂRILOR GALERIILOR SUBTERANE

§ 2.1 - Studiul geometriei secţiunilor

1.- Generalităţi

Prezentul capitol analizează formele cele mai des folosite în practica construcţiilor subterane, atît sub aspectul formei liniei mediane cît şi sub aspectul variaţiei momentului de inerţie de alungul conturului /51/, /52/,/53/.

Se porneşte de la un contur trasat sub forma generalizată a unei linii curbe formată din mai multe arce de cerc, fiecare arc are definit centrul, unghiul la centru şi sensul de măsurare a acestui unghi (fig.2.1-1).

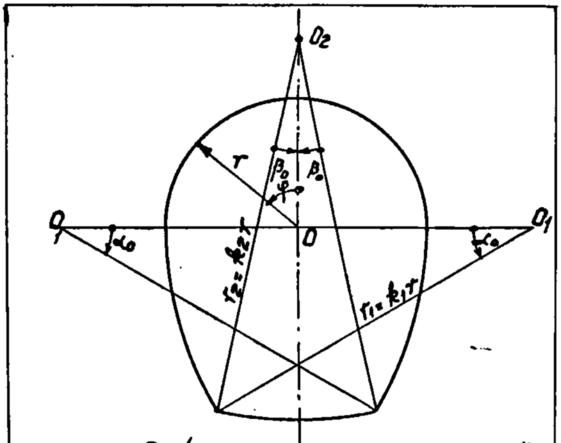


Fig.2.1-1 Secţiune transversală. forma generală

Se ia drept variabilă a problemei unghiul θ, acesta poate lua pe rînd notaţia φ, α sau β după zona în care se găseşte variabila.

Limitele de variaţie a acestui unghi sînt :

$\varphi \in (0,\varphi_0)$; $\alpha \in (0,\alpha_0)$

$\beta \in (0,\beta_0)$

BUPT

In practică se caută, pe cît posibil, ca două centre consecutive O_i, O_{i+1} să se găsească pe aceeaşi rază vectoare. In acest caz se înlătură discontinuităţile de tangentă ce apar la îmbinarea arcelor. Condiţiile constructive impun uneori, însă, ca aceste discontinuităţi să apară. In zonele de discontinuitate a tangentei se realizează o rigidizare suplimentară a construcţiei.

Prin studiul geometriei secţiunii se va înţelege, în cele de mai jos, determinarea dependenţei funcţionale dintre parametrii geometrici ai secţiunii, indicarea modului de variaţie a parametrilor ce apar în calculele statice şi de rezistenţă a acestor secţiuni. In acest mod se pune la îndemîna proiectanţilor un material concret de care se pot folosi cu minimum de timp consumat.

Toate secţiunile sînt construite avînd axa verticală drept axă de simetrie.

2.- Secţiunea de formă specială

In tunelurile hidrotehnice, de cale ferată etc., executată în terenuri cu împingeri mari atît la partea superioară cît şi la partea inferioară, se foloseşte raţional şi cu mult succes fig.2.1-2, avînd trei centre, dintre care două pe aceeaşi rază vectoare O, O_1 şi cu unghiul $\varphi_o - \frac{\pi}{2}$.

Secţiunea este caracterizată de următorii parametrii:

r - raza arcului de boltă, elementul geometric ce defineşte mărimea unei secţiuni dintr-un grup de secţiuni de aceeaşi formă dar mărimi diferite k_1, k_2 - coeficienţi ce definesc razele de trasare a arcelor ;

$\varphi_o - \frac{\pi}{2}$; α_o ; β_o - unghiurile maxime ale arcelor secţiunii.

Intre aceşti parametrii ce caracterizează secţiunea se poate scrie o singură relaţie de dependenţă, ea se poate obţine scriind că segmentul r se compune din valoarea h_0 și înălțimea segmentului arcului cu centrul în O_1 și de unghi α_0

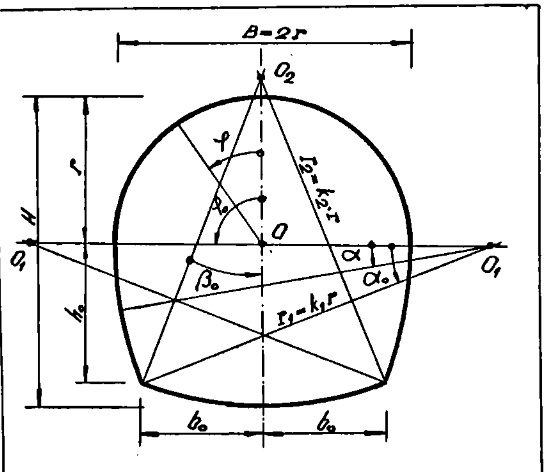


Fig.2.1-2 Secțiune transversală. Forma specială

Conform celor spuse mai sus se poate scrie :

$$r=h_0+k_1 r(1-\cos\alpha_0)$$

Pentru ca relația să devină adimensională se exprimă și valoarea h_0 sub forma :

$$h_0=k_2\cdot r\cdot \sin\beta_0$$

Reunind cele două relații se poate simplifica cu r și relația se pune sub forma :

$$\sin\beta_0=\frac{1-k_1}{k_2}+\frac{k_1}{k_2}\cos\alpha_0 \qquad (2.1-1)$$

Relația de mai sus leagă mărimile α_0 , β_0 , k_1 , k_2 ce caracterizează secțiunea. Numai trei dintre acestea sînt independente, ceea ce înseamnă că secțiunea este perfect determinată dacă se dau trei dintre aceste mărimi.

Calculele practice sînt ușurate de tabelul 2.1-1, unde sînt indicate valori discrete ale acestor variabile în interdependența dictată de relația 2.1-1.

Datele obținute, în puncte izolate, ale variabilelor pot fi trasate sub formă liniarizată dacă se adoptă un sistem de axe funcțional :

$$x=\cos\alpha_0 \qquad (2.1-2)$$
$$y=\sin\beta_0$$

Pentru determinarea rapidă, fără interpolări numerice, a unuia din cei patru parametrii s-au construit graficele din fig.2.1-3 ; 2.1-4 ; 2.1-5 2.1-6 ; 2.1-7 Pe ambele grafice au fost trasate unghiurile α_0 şi β_0 la scările funcţionale dictate de relaţiile 2.1-2 astfel că eventualele interpolări se vor efectua ţinînd cont de definiţiile scărilor.

Valorile $\sin\beta_0$ — Tabelul 2.1-1

k_1	k_2	Valorile α_0						
		0	15	30	45	60	75	90
1	1	1,000	0,970	0,866	0,707	0,500	0,259	0
	2	0,500	0,485	0,433	0,354	0,250	0,129	0
	3	0,333	0,320	0,286	0,236	0,165	0,088	0
	5	0,200	0,194	0,173	0,144	0,100	0,052	0
2	1	1,000	0,940	0,730	0,420	0	—	—
	2	0,500	0,470	0,366	0,207	0	—	—
	3	0,333	0,317	0,243	0,138	0	—	—
	5	0,200	0,188	0,146	0,082	0	—	—
3	1	1,000	0,910	0,600	0,130	—	—	—
	2	0,500	0,460	0,300	0,060	—	—	—
	3	0,333	0,310	0,206	0,041	—	—	—
	5	0,200	0,182	0,119	0,024	—	—	—
5	1	1,000	0,860	0,340	—	—	—	—
	2	0,500	0,430	0,170	—	—	—	—
	3	0,333	0,280	0,100	—	—	—	—
	5	0,200	0,170	0,066	—	—	—	—

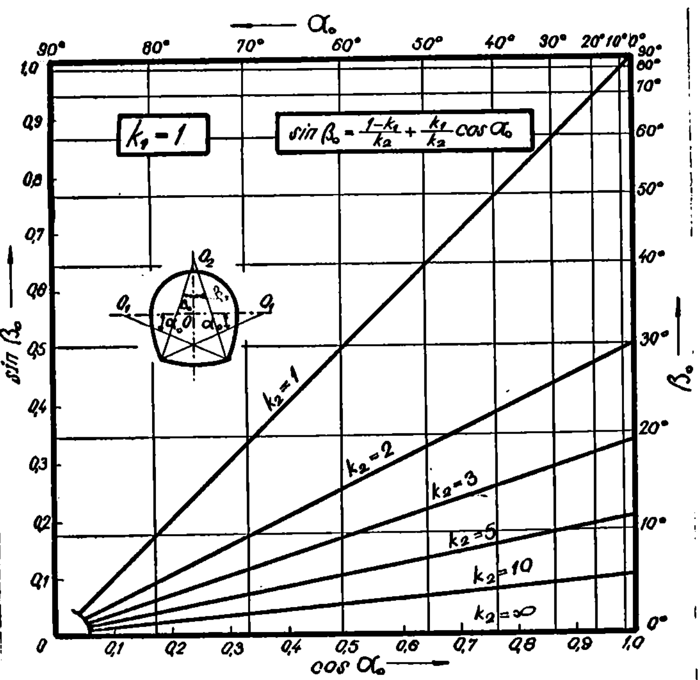


Fig.2.1-3 Diagramă pentru determinarea unghiului β_0

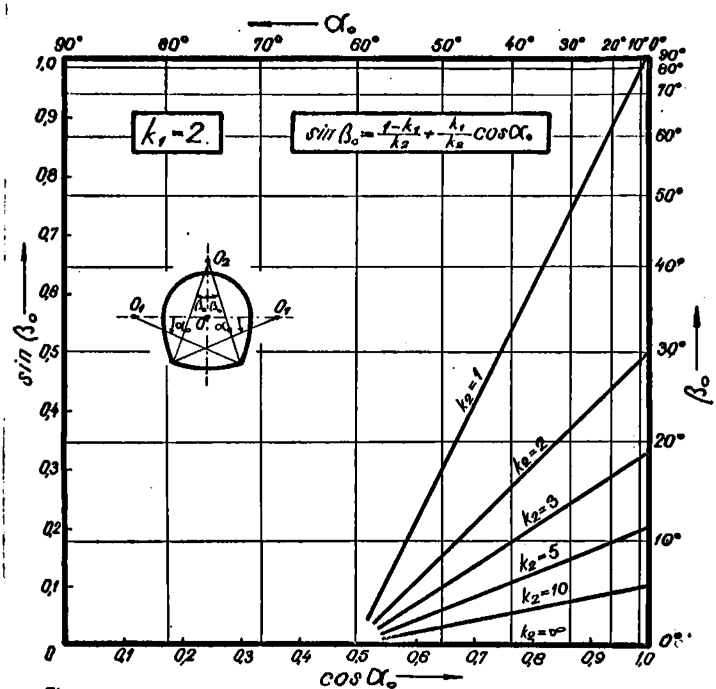


Fig.2.1-4 Diagramă pentru determinarea unghiului β_o

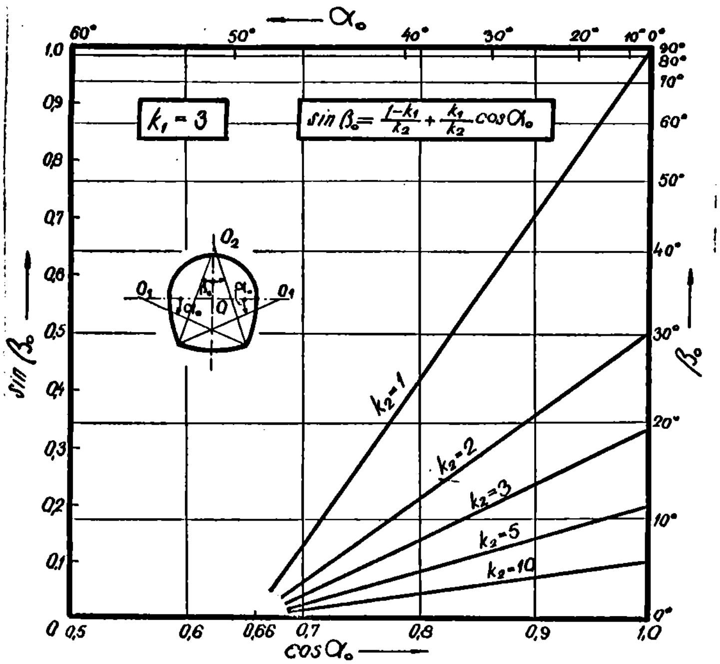


Fig.2.1-5 Diagramă pentru determinarea unghiului β_o

BUPT

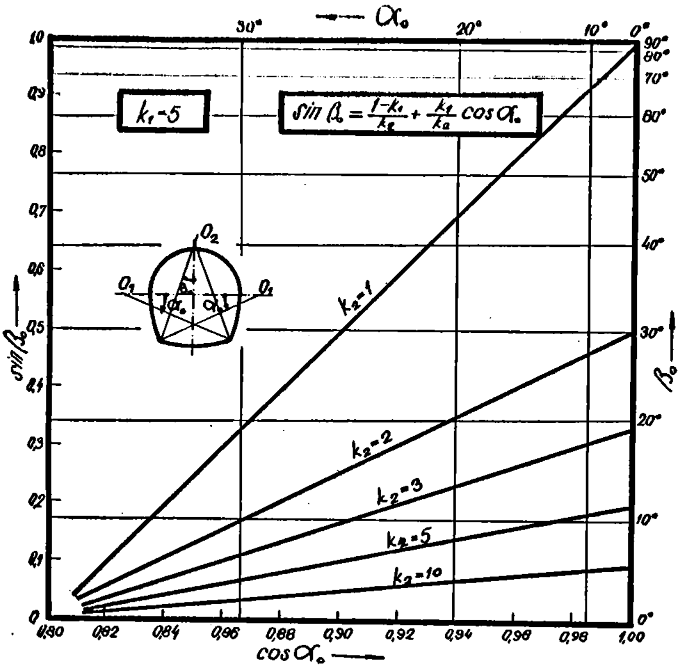


Fig. 2.1-6 Diagramă pentru determinarea unghiului β_0

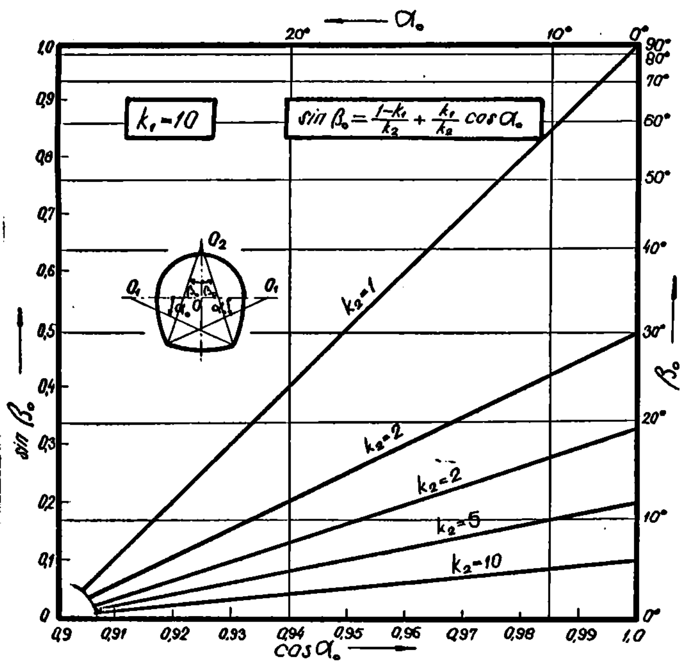


Fig. 2.1-7 Diagramă pentru determinarea unghiului β_0

BUPT

3.– Secţiunea de formă specială avînd centrul la cheia arcului

Această variantă a secţiunii speciale este des folosită pentru simplitatea trasării ei, în acest caz centrul O_2 fiind fixat la cheia arcului, fig.2.1-8, valorile β_0 şi k_2 sînt perfect determinate dacă se cunosc parametrii k_1 şi α_0. Pentru ca O_2 să coincidă cu vîrful bolţii se cere să fie îndeplinită condiţia :

$$r+h_0 = k_2 \cdot r \cdot \sin\beta_0$$

Relaţia poate fi scrisă sub formă adimensională, dacă se ţine cont că se poate scrie :

$$h_0 = k_1 \cdot r \sin\beta_0$$

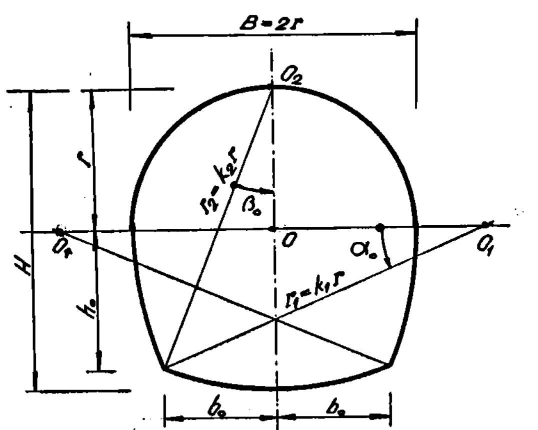


Fig.2.1-8 Secţiune specială. Centrul bolţii inferioare în cheia bolţii.

In acest fel, condiţionarea ca punctul O_2 să cadă în cheie se reduce la relaţia :

$$\cos\beta_0 = \frac{1}{k_2} + \frac{k_1}{k_2}\sin\alpha_0 \qquad (2.1\text{-}3)$$

Valorile β_0 şi k_2 se pot obţine reunind ecuaţiile 2.1-1 şi 2.1-3 sub forma unui sistem :

$$\begin{aligned} \sin\beta_0 &= \frac{1-k_1}{k_2} + \frac{k_1}{k_2}\cos\alpha_0 \\ \cos\beta_0 &= \frac{1}{k_2} + \frac{k_1}{k_2}\sin\alpha_0 \end{aligned} \qquad (2.1\text{-}4)$$

BUPT

Sistemul de mai sus dă posibilitatea explicitării celor două variabile dependente β_0 şi k_2 .

Unghiul β_0 se obţine din relaţia :

$$tg\beta_0 = \frac{k_1 \cdot \cos\alpha_0 - (k_1 - 1)}{1 + k_1 \cdot \sin\alpha_0} \qquad (2.1\text{-}5)$$

In tabelul 2.1-2 sînt calculate valorile $tg\beta_0$ pentru valorile uzuale ale variabilelor independente α_0 şi k_1

Valorile $tg\,\beta_0$ Tabel 2.1-2

K_1	α in grade sexazecimale									
	0°	10	20	30	40	50	60	70	80	90°
1	1.00	0.845	0.705	0.573	0.465	0.363	0.267	0.176	0.088	0
2	1.00	0.645	0.525	0.366	0.235	0.111	0.000	—	—	—
3	1.00	0.631	0.400	0.238	0.101	—	—	—	—	—
5	1.00	0.495	0.258	0.132	—	—	—	—	—	—
10	1.00	0.310	0.092	—	—	—	—	—	—	—

Reprezentarea grafică a acestor valori scoate în evidenţă că :

- pentru $\alpha_0 = 0$ $\quad tg\beta_0 = 1$, toate curbele pornesc din acelaş punct al axei verticale .

- Curbele intersectează axa absciselor în punctele în care $tg\beta_0 = 0$, aceste puncte sînt date de relaţia :

$$\cos\alpha_0 = \frac{k_1 - 1}{k_1} \implies \alpha_0 = \arccos\frac{k_1 - 1}{k_1} \qquad (2.1\text{-}6)$$

pentru :

$$k_1 = 1 \implies \alpha_0 = \arccos 0 = 90^\circ$$
$$k_1 = 2 \implies \alpha_0 = \arccos\frac{1}{2} = 60^\circ$$
$$k_1 = 3 \implies \alpha_0 = \arccos\frac{2}{3} = 48^\circ$$
$$k_1 = 5 \implies \alpha_0 = \arccos\frac{3}{4} = 65^\circ$$
$$k_1 = 10 \implies \alpha_0 = \arccos\frac{9}{10} = 23^\circ$$

BUPT

– Inclinarea curbelor se poate obţine calculînd :

$$\frac{d}{d\alpha_o}(tg\,\beta_o)=-\frac{k_1^2-k_1(k_1-1)\cos\alpha_o+k_1\sin\alpha_o}{(1+k_1\cdot\sin\alpha_o)^2}$$

La origine înclinarea curbelor se obţine făcînd $\alpha_o=0$

$$\left[\frac{d(tg\,\beta_o)}{d\alpha_o}\right]_{\alpha_o=0}=-k_1$$

Observaţiile de mai sus împreună cu datele din tabel permit trasarea graficului din fig.2.1-9 .

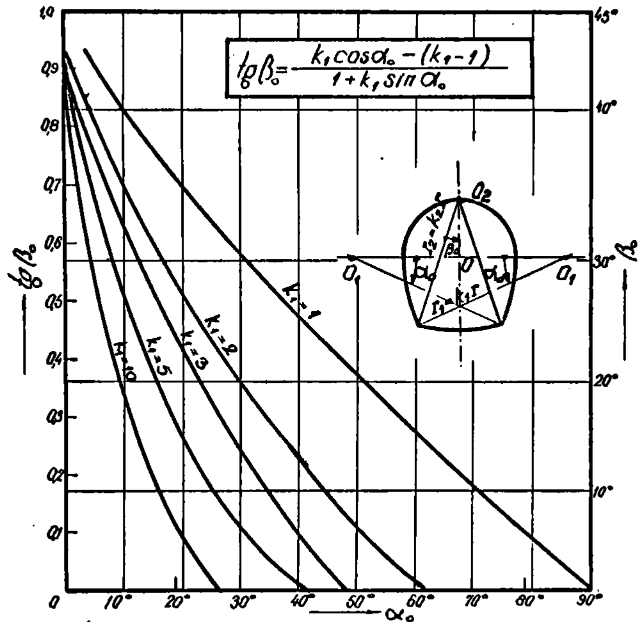


Fig.2.1.9 Secţiune specială. Valorile $tg\,\beta_o$

Valoarea k_2 ce determină mărimea razei r_2 se obţine, de asemenea, din sistemul 2.1-4 :

$$\frac{k_2^2}{2}=(k_1^2-k_1+1)+ +k_1(1-k_1)\cos\alpha_o+k_1\cdot\sin\alpha_o \qquad (2.1\text{-}7)$$

Expresia $\frac{k_2^2}{2}$ este calculată în tabela 2.1-3 pentru cîteva valori uzuale ale parametrilor k_1, α_o

Valorile $\frac{K_2^2}{2}$ Tabel 2.1-3

K_1	α_o în grade sexazecimale									
	0°	10	20	30	40	50	60	70	80	90°
1	1.00	1,174	1,342	1,500	1.645	1.766	1.866	1.940	1.985	2.000
2	1.00	1.377	1,805	2,268	2.754	3,346	3,732	4.195	4.623	5,000
3	1.00	1.611	2,388	3,304	4.332	5,440	6,598	7.767	8.913	10,000
5	1.00	2.170	3,916	6.180	8,894	11,965	15,330	18,858	22,452	26,000

BUPT

Reprezentarea grafică a relației 2.1-7 (fig.2.1-10) poate fi ușor făcută dacă se reprezintă valorile :

$$\frac{k_2}{\sqrt{2}} = \sqrt{(k_1^2 - k_1 + 1) + k_1(1-k_1)\cos\alpha_0 + k_1 \sin\alpha_0}$$

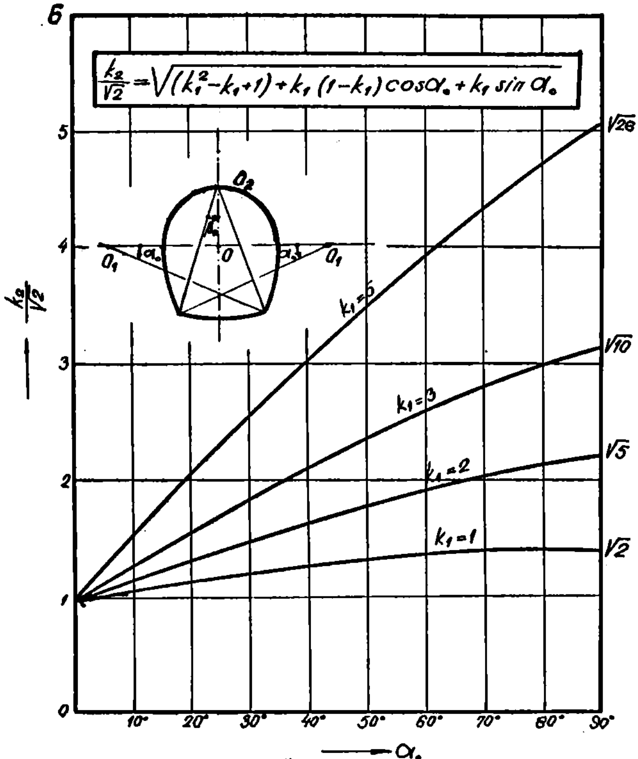


Fig. 2.1.10 Secțiune specială

Curba poate fi ușor reprezentată dacă se observă :

- Panta curbei este dată la expresia :

$$2k_2 \frac{d\left(\frac{k_2}{\sqrt{2}}\right)}{d\alpha_0} = k_1(k_1-1)\sin\alpha_0 + k_1 \cdot \cos\alpha_0$$

expresia este pozitivă pentru valori $\alpha_0 \in (0, \frac{\pi}{2})$ și curbele vor fi continuu crescătoare.

- Pentru : $\alpha_0 = 0$

$$\left[\frac{d\left(\frac{k_2}{\sqrt{2}}\right)}{d\alpha_0}\right]_{\alpha_0=0} = \frac{k_1}{2}$$

curbele pornesc cu o pantă egală cu valoarea k_1

- Pentru : $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$

$$\left[\frac{d\left(\frac{k_2}{\sqrt{2}}\right)}{d\alpha_0}\right]_{\alpha_0=\frac{\pi}{2}} = \frac{k_1(k_1-1)}{2\sqrt{1+k_1^2}}$$

- La extremități valorile funcției sînt :

$\alpha_0 = 0 \qquad \frac{k_2}{\sqrt{2}} = 1$

$\alpha_0 = \frac{\pi}{2} \qquad \frac{k_2}{\sqrt{2}} = \sqrt{1+k_1^2}$

BUPT

4.- Forma specială. Pereţi laterali verticali

Secţiunea cu pereţi laterali verticali se foloseşte la secţiunile galeriilor de cale ferată sau galeriile de fugă ale centralelor hidrotehnice, în acest caz radierul poate fi soluţionat sub forma unei bolţi descendente (fig.2.1-11 a) pentru un teren cu tendinţe de umflare sau sub forma unui radier orizontal (fig.2.1-11 b).

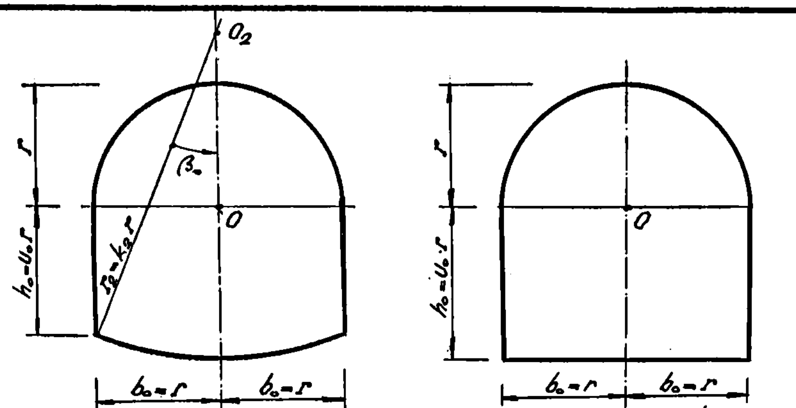


Fig. 2.1.11 Forma specială. Peretele lateral vertical

Secţiunea se obţine prin particularizarea :

$$\alpha_0 \to 0 \qquad k_1 \to \infty$$

$$k_1 \cdot \sin\alpha_0 \to u_0$$

In ambele cazuri, centrul O_2 al radierului poate fi ales oriunde, valoarea unghiului β_0 rezultă din relaţia :

$$\sin\beta_0 = \frac{1}{k_2} \qquad (2.1\text{-}8)$$

Secţiunea este determinată dacă se cunosc :

r - raza cercului de bază ;

$u_0 = \frac{h_0}{r}$ - coeficientul ce defineşte înălţimea pereţilor laterali ;

k_2 – coeficientul ce definește centrul bolții radierului .

Dacă se pune condiția :

$$k_2 \to \infty$$
$$\beta_0 \to 0$$

se obține secțiunea numită "miner de coș" (fig.2.1-11 b), folosită la tuneluri.

Impunînd punctului O_2 să coincidă cu cheia bolții se obține o secțiune a cărei caracteristici trebuie să satisfacă relația :

$$k_2 \cdot \cos\beta_0 = 1 + u_0 \qquad (2.1\text{-}9)$$

Relațiile 2.1-8 ; 2.1-9 determină valorile β_0 și k_2 sub forma :

$$tg\,\beta_0 = \frac{1}{1+u_0}$$
$$k_2 = \sqrt{(1+u)^2+1} \qquad (2.1\text{-}10)$$

Pentru a se manevra mai ușor, mărimile ce intră în relațiile 2.1-10 sînt reprezentate valorile $tg\,\beta_0$ și k_2 în fig.2.1-12.

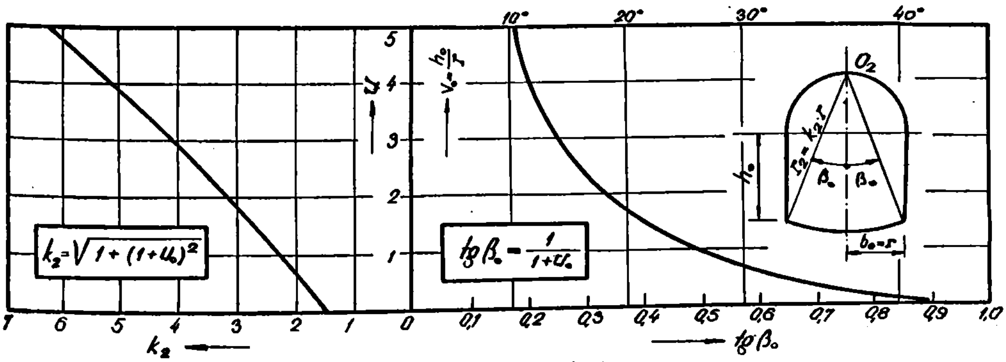


Fig. 2.1-12 Valorile $tg\,\beta_0$, k_2.

Graficele sînt ridicate în baza tabelului 2.1-4 dat mai jos :

BUPT

Valorile $tg\,\beta_0$; x_2 Tabel 2.1-4

u	0	1	2	3	4	5
$tg\,\beta_0$	1.00	0,50	0,33	0,25	0,20	0,17
x_2	1.41	2,23	3,16	4,12	5,09	6,08

Secţiunea reprezentată în fig.2.1-11 se foloseşte adesea şi cu particularizarea $u_0 \to 0$ fig.2.1-13, se obţine în acest mod secţiunea clopot, des utilizată în canalizări pentru transportul apelor meteorice.

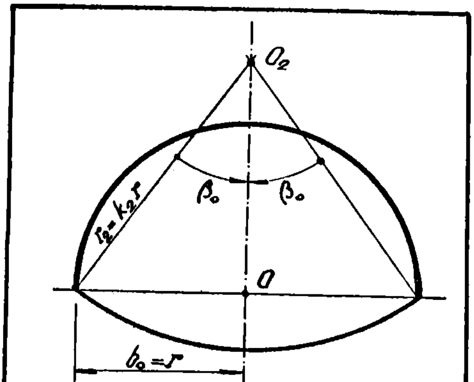


Fig. 2.1-13 Secţiune clopot

Intre parametrii secţiunii există relaţia :

$$\sin\beta_0 = \frac{1}{k_2}$$

5.- Forma specială.Radier orizontal

Impingerea laterală a terenului în rocile slabe se preconizează a fi preluată nu prin pereţi verticali, ci prin arce de cerc. In acest mod făcînd particularizarea :

$$k_2 \to \infty \quad ; \quad \beta_0 \to 0$$

se ajunge la secţiunea din fig.2.1-14. In acest caz trebuie să se ţină cont că :

$$k_2 \cdot \sin\beta_0 \to v_0$$

Secţiunea este determinată de parametrii : r, k_1, u_0, v_0 legaţi între ei prin relaţia :

$$v_0 = (1-k_1) + k_1 \cdot \cos\alpha_0 \qquad (2.1\text{-}11)$$

Valorile mai des folosite pentru α_0, k_1 au fost întabelate în tabela 2.1-5.

BUPT

Valorile V_0 Tabel 2.1-5

K_1	α_0 în grade sexazecimale									
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90°
1	1,000	0,985	0,940	0,866	0,766	0,643	0,500	0,342	0,174	0,000
2	1,000	0,970	0,880	0,732	0,532	0,286	0,002	—	—	—
3	1,000	0,954	0,819	0,598	0,298	—	—	—	—	—
5	1,000	0,924	0,698	0,33	—	—	—	—	—	—

Graficul valorilor ϑ_0 se face ţinînd cont că pentru $\alpha_0 = 0$ rezultă $\vartheta_0 = 1$. Intersecţia cu axa absciselor se obţine făcînd :

$$\vartheta_0 = 0 \rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{k_1 - 1}{k_1}$$

Derivata funcţiei :

$$\frac{d}{d\alpha_0}(\vartheta_0) = -k_1 \cdot \sin\alpha_0$$

arată că diagramele descresc şi pornesc orizontal, deoarece derivata se anulează în punctul $\alpha_0 = 0$ (fig.2.1-15).

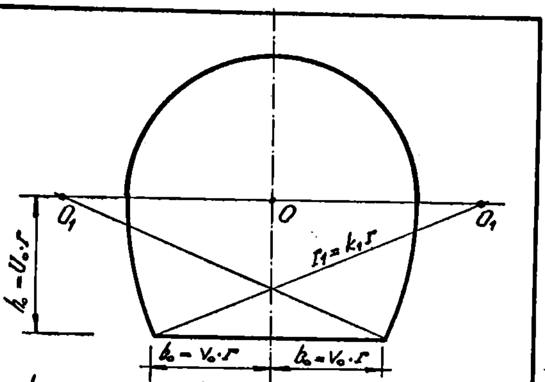


Fig. 2.1-14 Secţiune specială. Radier orizontal

Se poate ajunge şi în acest caz la secţiunea "mîner de coş" dacă se face

$k_1 \rightarrow \infty$

$\alpha_0 \rightarrow 0$

$k_1 \cdot \sin\alpha_0 \rightarrow u_0$

6.- <u>Secţiuni încastrate la capete</u>

Terenurile stîncoase nu necesită ca radier decît un beton de egalizare de mică grosime. In acest caz sînt folosite

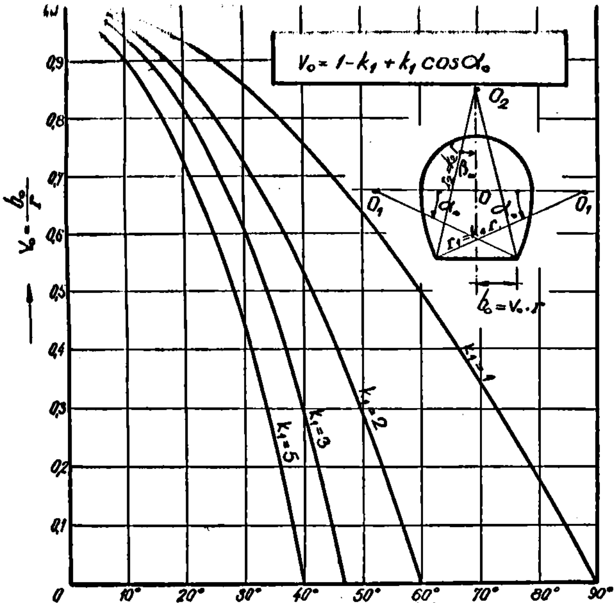


Fig. 2.1-15 Valorile $v_o = \frac{b_o}{r}$

[illegible] fig.2.1-16.

In toate cazurile descrise mai sus se face $v_o = 0$ şi astfel se neglijează toate efectele pe porţiunea radierului.

Secţiunea 2.1-16 c este folosită la bolţile centralelor hidroelectrice subterane sau la galerii în stîncă foarte bună, unde pereţii verticali se fac cu

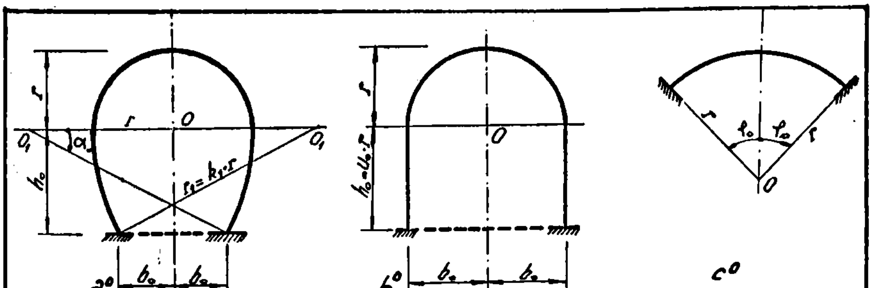


Fig. 2.1.-16 Secţiuni încastrate la capete

rigiditate foarte mică astfel încît se poate neglija în calcule efectul lor. Unghiul φ_o poate lua valori cuprinse între 0^0 şi 90^0.

Secţiunea de formă circulară fig.2.1-17 se poate obţine făcînd $\varphi_o = \pi$ şi anulînd toate celelalte variabile. Această formă se foloseşte aproape exclusiv în cazul tunelurilor ce transportă apă sub presiune sau la tunelurile de orice altă n[illegible]ră cu încărcări [illegible] mar[illegible]

In rezumat se dă un tabel sinoptic al secţiunilor folosite mai des în practica construirii galeriilor, împreună cu relaţiile ce intervin între parametrii ce caracterizează fiecare secţiune (tabela 2.1-6). Toate contururile sînt derivate dintr-unul singur definit sub formă generală şi numit "secţiune specială"

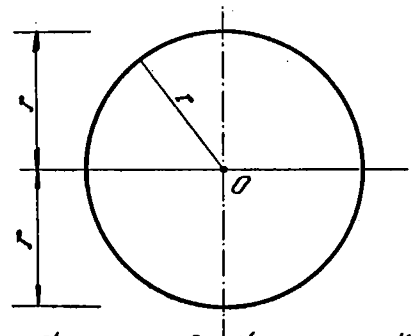
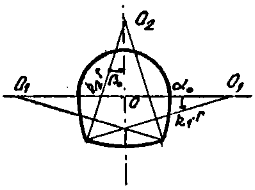
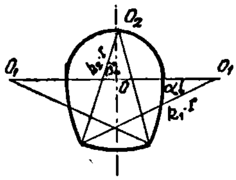
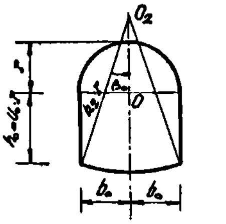
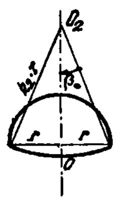
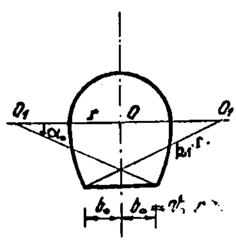
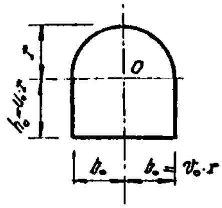
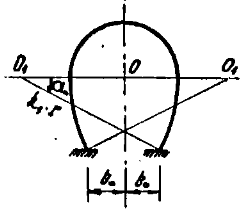
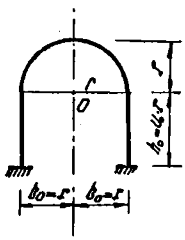
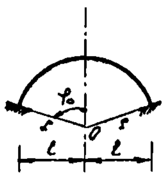
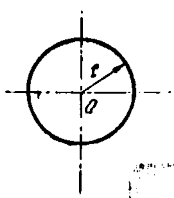


Fig. 2.1-17 Secţiune circulară

Tabel 2.1-6

Forma contururilor galeriilor subterane

Nr. crt	Forma geometrică a conturului	Parametrii caracteristici	Relații importante	Observații
1	2	3	4	5
1		r k_1 k_2 α_0 β_0	$\sin\beta_0 = \frac{1-k_1}{k_2} + \frac{k_1}{k_2}\cos\beta_0$	r, element ce definește mări-mea formei
2		r k_1 k_2 α_0 β_0	$\sin\beta_0 = \frac{1-k_1}{k_2} + \frac{k_1}{k_2}\cos\alpha_0$ $\cos\beta_0 = \frac{1}{k_2} + \frac{k_1}{k_2}\sin\alpha_0$	O_2, coincide cu cheia ar-cului
3		r u_0 k_2 β_0	$\alpha_0 \to 0$; $k_1 \to \infty$ $k_1 \sin\alpha_0 \to u_0$ $\sin\beta_0 = \frac{1}{k_2}$	pereți laterali verticali
4		r k_2 β_0	$\alpha_0 = 0$; $k_1 = 0$ $u_0 = 0$ $\sin\beta_0 = \frac{1}{k_2}$	secțiune ovoid folosită în ca-nalizări.
5		r k_1 α_0 v_0	$\beta_0 \to 0$ $k_2 \to \infty$ $k_2 \sin\beta_0 \to v_0$ $v_0 = (1-k_1) + k_1\cos\alpha_0$	secțiune cu radier orizon-tal

1	2	3	4	5
6		r u_0 v_0	$\alpha_0 \to 0 \quad k_1 \to \infty$ $k_1\cdot\sin\alpha_0 \to u_0$ $k_2\cdot\cos\beta_0 \to v_0$	secțiune „miner de coș"
7		r k_1 k_2	$v_0 = 0$	secțiune încastrată la margini.
8		r u_0	$k_1\to\infty$; $\alpha_0\to 0$ $k_1\cdot\sin\alpha_0 \to u_0$ $v_0 = 0$	secțiune cu pereți laterali verticali, încastrată la margini
9		r φ_0	$l = r\cdot\sin\varphi_0$	arc încastrat, se folosește la tuneluri pentru centrale subterane
10		r	$k_1=0$; $\alpha_0=0$ $k_2=0$; $\beta_0=0$ $\varphi_0=\pi$	secțiune circulară.

BUPT

In concluzie :

- Pornind de la definirea sub forma generală a unui tip de secțiune, de bază, se găsește o prezentare unitară a unei game mari de secțiuni ce pot satisface toate necesitățile practice de alcătuire a secțiunilor. Se studiază în detaliu parametrii ce caracterizează secțiunea.

- Prin descrierea tuturor secțiunilor pornind de la una generală se dă o metodă unitară de studiu a parametrilor geometriei, de încărcare și staticii.

- Diagramele și tabelele date în acest paragraf înlesnesc conducerea calculului și permit alegerea rapidă a parametrilor celor mai potriviți unei situații date.

§ 2.2.- <u>Variația momentelor de inerție</u>

Căptușeala tunelurilor trebuie să satisfacă următoarele deziderate /54/ :

- Inlăturarea posibilității surpării rocelor muntelui și preluarea presiunii lor.

- In rocele rezistente, unde excavația se menține fără armătură, înlăturarea posibilității căderii unor pietre separate.

- Egalizarea și uniformizarea suprafeței interioare a tunelului și micșorarea rugozității ei.

- Micșorarea posibilității de infiltrare a apei în rocele muntelui (pentru tunelele ce transportă apă) și pătrunderea apelor de infiltrație în galerie.

- Preluarea încărcărilor din presiunea muntelui, presiunea apei, etc.

Aceste condiţii determină grosimea căptuşeali pe fiecare porţiune în parte.

Variaţia momentelor de inerţie este funcţie de natura rocilor în care este construită galeria, destinaţia galeriei şi mărimea încarcărilor utile.

In studiul de faţă se vor lua în considerare următoarele tipuri de variaţie a momentelor de inerţie :

1.- Căptuşeală cu moment de inerţie constant,

este folosită la galeriile construite în roce rezistente. Impingerea muntelui fiind relativ mică, grosimea betonului se face pentru a micşora rugozitatea la tunelurile hidrotehnice, pentru a preîntîmpina căderea bolovanilor şi în ultimă instanţă pentru a prelua eforturile din încărcare (fig.2.2-1)

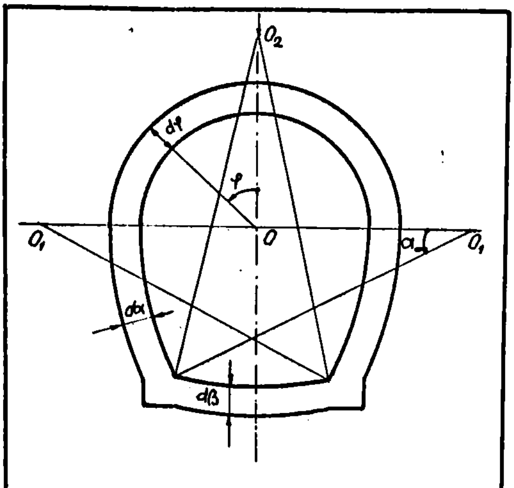


Fig.2.2-1 Secţiune cu grosime constantă.

Pentru aceste secţiuni, variaţia momentelor de inerţie se poate accepta sub forma :

$$i_\varphi = \frac{J_\varphi}{J_\varphi}\,;\quad i_\alpha = \frac{J_\varphi}{J_\alpha}\,;\quad i_\beta = \frac{J_\varphi}{J_\beta}$$

$$i_\varphi : i_\alpha : i_\beta = 1;\,1;\,1 \qquad (2.2\text{-}1)$$

In calcule statice se poate accepta grosimea pereţilor subţiri la arcele pentru care valoarea : $\lambda = \frac{r}{d}$

este mai mare decît 5.

Acest tip de căptuşeală se foloseşte şi la încărcări mijlocii cînd variaţia momentelor de inerţie este insensibilă în calcule statice sau cînd variaţia grosimilor ar conduce la complicaţii de execuţie.

De asemenea pentru secţiunile circulare ce transportă apă sub presiune, se adoptă grosime constantă pe întregul contur.

2.- Căptuşeală cu moment de inerţie variabil

In cazul cînd galeria traversează roci mai puţin rezistente, împingerile verticale şi laterale pot diferi ca valoare şi se manifestă diferit asupra căptuşelilor în funcţie de înălţimea şi lăţimea galeriei. Preluarea raţională a încărcărilor se poate face numai prin adoptarea unor grosimi diferite ale căptuşelii (fig.2.2-2).

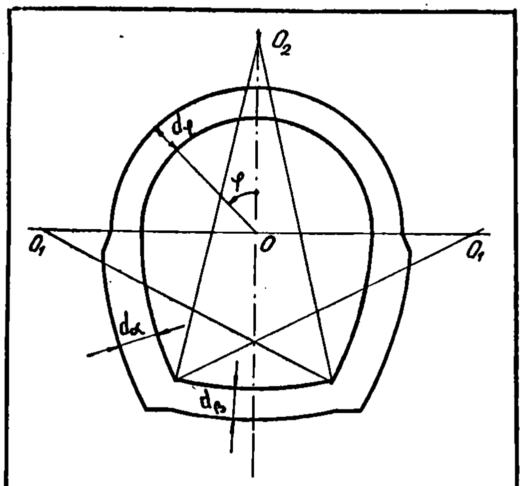


Fig. 2.2-2 Secţiune cu grosime variabilă

In calcule, se apreciază apriori raportul momentelor de inerţie. Calculele prezentului studiu sînt conduse pentru următoarele rapoarte ale momentelor de inerţie :

i_φ	i_α	i_β
1	5	5
1	5	0
1	1	1
1	1	0

Variaţiile de mai sus acoperă suficient de bine necesităţile de preluare a unor încărcări mari.

Pentru cazul secţiunilor de tip mîner de coş se indică aceeaşi notaţie simbolică : i_φ ; i_y ; i_x

In cele ce urmează se acceptă şi pentru aceste secţiuni, aceleiaşi variaţii ale momentelor de inerţie.

3.- Căptuşeală cu boltă avînd moment de inerţie variabil continuu

In cazul galeriilor avînd împingeri mari ale terenului precum şi în cazul centralelor subterane cu deschideri mari, este raţional să se varieze momentul de inerţie, de la cheie spre naşteri (fig.2.2-3) astfel încît să acopere momentele de încovoiere diferite ce iau naştere în cele două puncte extreme.

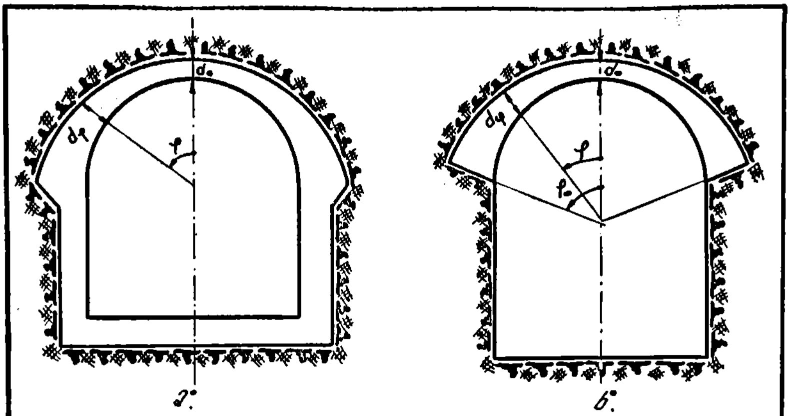


Fig. 2.2-3 Secţiuni cu boltă de grosime variabilă.

Creşterea eforturilor la naşteri, faţă de cheie poate fi acoperită cu o lege de forma :

$$d_\varphi' = \frac{d_0}{\cos a\cdot\varphi} \qquad (2.2\text{-}1)$$

unde :

d_φ' – grosimea curentă a bolţii într-o secţiune definită de unghiul φ

d_0 – grosimea la cheia bolţii ;

a – un parametru care defineşte într-o formă implicită raportul grosimilor la cheie şi naşteri.

Creşterea grosimii arcului poate fi impusă prin alegerea corespunzătoare a mărimii a . În tabelul 2.2.1 şi fig.2.2-4 sînt calculate valorile $\frac{d_{\varphi}}{d_0}$ la diferite valori ale parametrului a .

Valorile $\frac{d\varphi_0}{d_0}$ Tabel 2.2-1

φ_0	α în grade sexazecimale						
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,00	1,2
45	1.00	1.013	1.051	1.133	1.231	1.415	1.701
60	1.00	1.022	1.095	1.231	1.481	2.001	3,237
70	1.00	1.031	1.133	1.321	1.779	2,888	9,568
80	1.00	1.040	1.179	1.481	2,243	5,768	9,568
90	1.00	1.051	1.236	1.699	3,237	∞	3,237

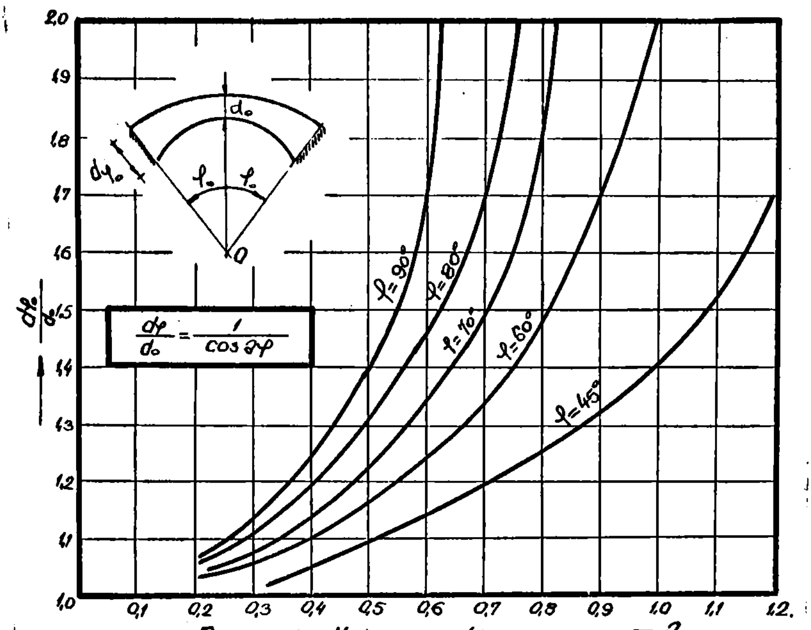


Fig 2.2-4 Valorile $\frac{d\varphi}{d_0}$

Elementele geometrice ce intră în calculele de rezistenţă pot fi scrise sub forma :

$$\frac{I_\varphi}{I_0} = \frac{1}{\cos^3 a\cdot\varphi} \qquad (2.2\text{-}2)$$

$$\frac{A_\varphi}{A_0} = \frac{1}{\cos a\cdot\varphi}$$

In tabela 2.2-2 şi diagrama 2.2.5 se dau valorile raportului momentelor de inerţie.

Valorile $\frac{I\varphi_0}{I_0}$ Tabel 2.2-2

φ_0	Valorile α în grade sexazecimale						
	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.00	1.2
45°	1.000	1.038	1.162	1.424	1.888	2.830	4.925
60°	1,000	1.093	1.312	1.889	3,338	8,004	33,91
70°	1.000	1.095	1,453	2,439	5,722	85,010	87,580
80°	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	—
90°	1,000	1.162	1,889	4,932	33,910	0,000	—

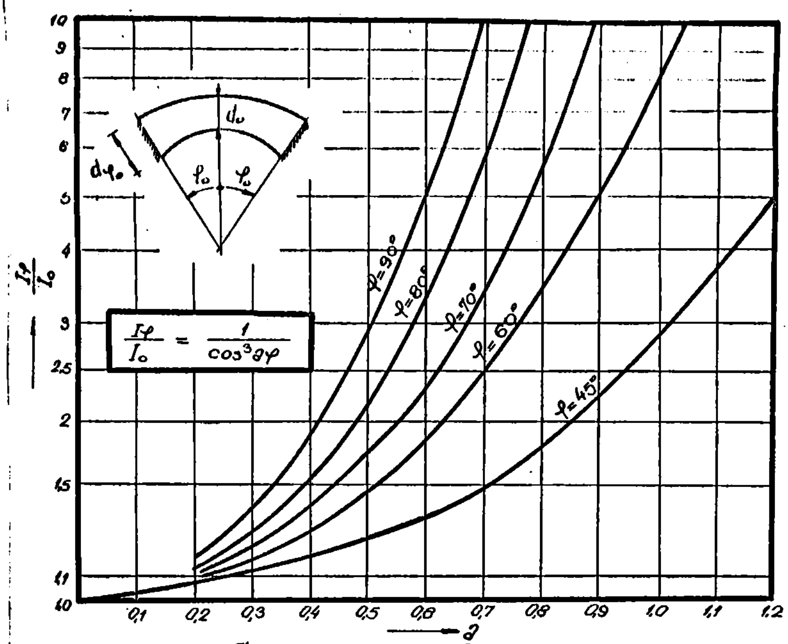


Fig. 2.2-5 Valorile $\frac{I_\varphi}{I_0}$

Valoarea parametrului „a" se determină după ce s-au impus valorile d_0 şi d_f din condiţia de rezistenţă la cheie şi naşteri. In acest fel arcul are aceeaşi condiţie de rezistenţă în cele două secţiuni caracteristice şi este mult mai raţional.

In concluzie :

- Pentru galerii în roci stîncoase precum şi la galeriile sub presiune de formă circulară se preconizează cămăşuoli cu grosime constantă.

- In rocile degradate, şistoase sau în rocile fără coeziune se preconizează cămăşuoli avînd grosimi cu variaţii discontinue.

- Galeriile centralelor hidroelectrice subterane şi bolţile tunelurilor cu mare deschidere se recomandă a fi executate cu variaţia continuă a grosimii bolţii.

§ 2.3.- Studiul încărcărilor galeriilor subterane

Pentru o judicioasă dimensionare a secţiunii lucrărilor subterane este absolut necesar să se cunoască mărimea şi modul de distribuţie a încărcărilor.

Incărcările ce acţionează asupra căptuşelii tunelurilor se împart, după caracterul lor şi condiţiile în care acţionează , în trei grupe /55/ , /56/ :

- încărcări fundamentale ;
- încărcări accidentale ;
- încărcări extraordinare.

Din grupa încărcărilor fundamentale fac parte :

- presiunea verticală a muntelui ;
- împingerea laterală a muntelui ;
- presiunea pasivă a muntelui asupra galeriei ;
- greutatea proprie a căptuşelii ;
- presiunea apei ;
- presiunea exercitată de injecţiile de lapte de ciment ;
- aderenţa betonului cu roca.

Din grupa încărcărilor accidentale fac parte :

- creşterea presiunilor peste cea hidrostatică datorită mişcării nepermanente intervenită în urma manevrelor de închidere sau deschidere a vanelor ;

- Variaţiile de temperatură a apei în galerie, contracţia şi curgerea betonului.

Din grupa încărcărilor extraordinare fac parte :

- cutremurele pe direcţiile de cea mai mică rigiditate
- eşirea din funcţiune a unui element de construcţie ;
- prăbuşiri de versanţi.

Ipotezele de verificare a secţiunii galeriei trebuie să corespundă ipotezelor celor mai defavorabile de combinaţie a încărcărilor, cu condiţia ca acea combinaţie să fie posibilă .

In cele ce urmează se expune modul de apreciere a diferitelor încărcări cu precizarea legii de distribuţie şi se dau tabele şi diagrame care să uşureze introducerea lor în calcul

1.- Incărcări provenite din împingerea muntelui

Forţele ce iau naştere într-o galerie, în urma deranjării echilibrului litologic, se manifestă sub forma unor presiuni dinspre exteriorul spre interiorul galeriei.

In afara cauzelor deranjării echilibrului litologic apar presiuni şi datorită altor factori ce intervin odată cu execuţia lucrărilor de forare :

- şocurile explozlilor provoacă dislocări şi fisuri în masiv ;

- curentul de aer ce pătrunde în galerie provoacă răcirea straturilor şi ca urmare apare fenomenul de contracţie a rocilor ;

- conlucrarea rocii cu căptuşeala provoacă deformaţia rocii şi apariţia unor presiuni pasive.

BUPT

Determinarea exactă a forțelor ce apar din împingerea muntelui a preocupat pe mulți cercetători /57/, /58/, /59/. Ipotezele teoretice au fost dublate de cercetări experimentale /60/, /61/, /62/ care s-au referit numai la anumite tipuri de roci având caracteristici fizico-mecanice bine stabilite.

In realitate terenurile nu se încadrează în scheme dinainte stabilite, astfel că în ultima vreme se contează cel mai mult pe datele experimentale culese la fața locului /63/, /64/, /65/ cu ajutorul unei aparaturi moderne. Proiectarea secțiunilor făcîndu-se în urma cercetărilor la fața locului este necesară o sistematizare maximă a calculului acestor galerii pentru ca proiectarea să se facă operativ şi în timp scurt. Acesta este unul din scopurile acestei lucrări .

Una dintre teoriile cele mai răspîndite /66/ presupune că rocile constituie corpuri care datorită fisurilor, ce apar în timpul execuției, pot fi considerate ca lipsite de coeziune pînă la un anumit grad, aplicîndu-le legile corpurilor friabile (granule fără coeziune). Coeziunea dintre particole se introduce indirect, astfel :

Pentru rocile care au numai frecare interioară tensiunile de forfecare au expresia :

$$\tau = \sigma \cdot tg\varphi = \sigma \cdot f$$

Pentru rocile care au frecare interioară şi coeziune se introduce expresia :

$$\tau = \sigma \cdot tg\varphi + C$$

Ultima relație poate fi scrisă sub forma :

$$\frac{\tau}{\sigma} = tg\varphi + \frac{c}{\sigma}$$

relație ce se poate scrie sub forma :

$$f_a = f + \frac{c}{\sigma} \qquad (2.3\text{-}1)$$

Relația 2.3-1 este foarte generală, putînd fi particularizată :

- pentru roci friabile cu coeziune neglijabilă :

$$f_a = f = tg\varphi$$

- pentru roci cu coeziune mare :

$$f_a = tg\varphi + \frac{c}{\sigma}$$

- pentru roci stîncoase şi semistîncoase se adoptă o formulă empirică :

$$f = \frac{\sigma_c}{100}$$

In relaţiile de mai sus s-au folosit următoarele semnificaţii :

f_a – coeficient de tărie a rocilor, caracterizează rocile din punct de vedere al presiunilor ce le predau galeriei ;

φ – unghiul de frecare interioară al materialului ;

σ_c – rezistenţa la rupere prin compresiune a rocii.

Coeficientul de tărie al rocilor este dat în tabelul de mai jos după datele propuse de Protodiaconov

Tabela 2.3-1

Coeficienţii de tărie ai rocilor

Grad de duritate	Denumirea rocilor	f_t
Roci extrem de dure	Cele mai dure cuarţite şi bazalturi	20
Roci foarte dure	Granit,porfir,cuarţitic,şisturi de cremene	15
Roci dure	Granit compact,gresia şi calcarele foarte dure, minereuri tari de fier, marmura dură,dolomita	8-10
Roci suficient de dure	Gresii obişnuite,şisturi nisipoase şi gresii şistoase	5-6
Roci cu duritate slabe,mijlocie	Şisturi argiloase dure,gresii şi calcare moi slabe, marne compacte	3-4

BUPT

Grad de duritate	Denumirea rocilor	f_t
Roci destul de slabe	Şisturi moi, creta, sarea gemă, gips, pămînt înghețat, gresii alterate, pămînt pietros, pietriş de carieră, cărbuni de piatră dură	1,5–2
Roci slabe	Argila compactă, aluviuni tari de pămînturi argiloase, argilă nisipoasă uşoară, loess, pietriş	o,8–1
Pămînturile	Pămînt negru, turba, argila nisipoasă umedă	o,6
Roci friabile	Nisipuri, pămînturi mărunte, pietriş mărunt	o,5
Roci îmbibate	Pămînturi mlăştinoase, loess rarefiat	o,1–o,3

Prin executarea unei galerii subterane se admite că deasupra tavanului se formează o boltă de echilibru natural a cărei formă şi mărime depinde de lăţimea galeriei, punînd condiţia ca în linia deasupra bolţii să nu existe decît compresiuni bolta se delimitează cu condiţia momentelor nule dealungul liniei (fig.2.3-1), mediane.

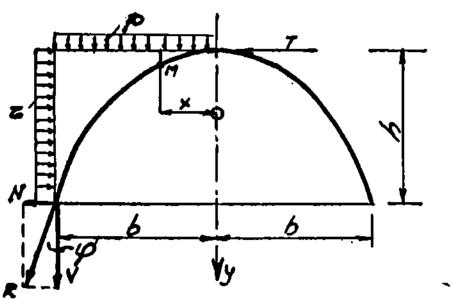


Fig. 2.3-1 Formarea bolţii de echilibru

Condiţia de moment nul conduce la forma curbei :

$$y = \frac{P}{2T} x^2$$

adică o parabolă avînd săgeata dată de relaţia

$$h = \frac{b}{tg\varphi} \qquad (2.3\text{-}2)$$

Incărcarea totală ce acţionează pe unitatea de lungime a galeriei va fi :

$$P = \frac{2}{3} \gamma_t \cdot 2b \cdot h = \frac{2}{3} \gamma_t \cdot 2b \frac{b}{tg\varphi}$$

BUPT

[illegible] :

$$P = \frac{4}{3} \gamma_t \frac{b^2}{f_a}$$

In calculele practice diagrama se poate lua sub formă parabolică (fig.2.3-2 a) . In acest caz :

$$q_0 = \gamma_t \frac{b}{tg\varphi} = \gamma_t \frac{b}{f_a} \qquad (2.3-3)$$

γ_t - greutatea volumetrică a rocii.

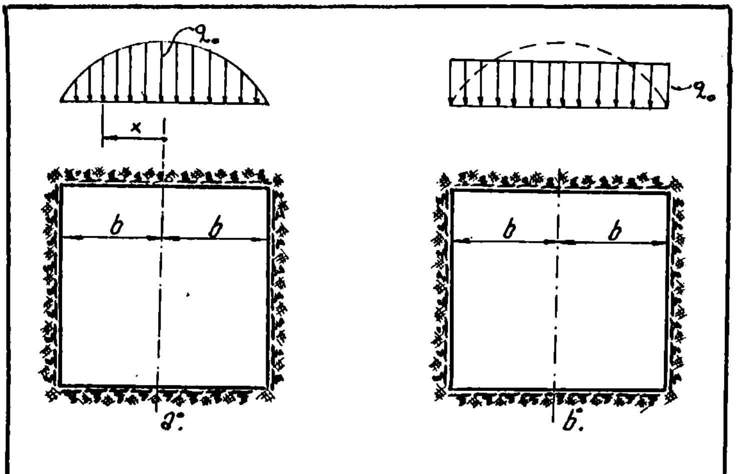


Fig. 2.3-2 Distribuţia presiunii muntelui

Valoarea curentă a încărcării într-o secţiune x va fi:

$$q_x = q_a \left[1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2\right] \qquad (2.3-4)$$

In cazul în care bolta are formă circulară, $\frac{x}{b} = \sin\varphi$ legea se scrie : $q_\varphi = q_0 \cos^2\varphi$

Sînt situaţii cînd diagrama parabolică se mediază pe lăţimea galeriei obţinîndu-se o diagramă cu o distribuţie uniformă. In acest caz (fig.2.3-2 b) :

$$\frac{P}{2b} = \frac{2}{3} \gamma_t \frac{b}{f_a}$$

sau cu aproximaţie :

$$q_0 = 0{,}7 \gamma_t \frac{b}{f_a} \qquad (2.3-5)$$

BUPT

[illegible] mi-

că de la suprafață nu mai există condiții favorabile pentru formarea bolții de echilibru natural. In acest caz, presiunea rocilor se poate accepta /67/ egală cu întreaga coloană a rocii aflată deasupra din care se scad forțele de frecare pe suprafețele de rupere considerate verticale (fig.2.3-3)

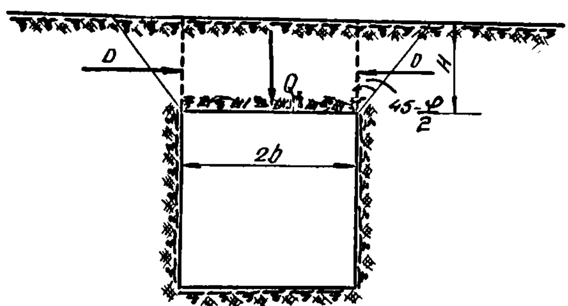


Fig. 2.3-3 Presiunea rocilor la adîncimi mici

Conform acestei presupuneri valoarea presiunii minime asupra tavanului este dată de relația :

$$P = Q - 2b\,tg\varphi$$

în care :

$$Q = 2\,\gamma_t \cdot b \cdot H$$

$$P = 2\,\gamma_t \cdot b \cdot H\left[1 - \frac{H}{2b}\,tg\varphi\,tg^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)\right]$$

Relațiile de mai sus permit determinarea încărcării uniform distribuite pe tavan :

$$q = \frac{P}{2b} \qquad (2.3\text{-}6)$$

precum și adîncimea de amplasare a lucrării subterane, pînă la care este valabilă această relație :

$$H = \frac{2b}{tg\varphi\,tg^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)} \qquad (2.3\text{-}7)$$

Practic H nu poate depăși 20 - 35 m.

Impingerea orizontală se apreciază considerînd că se formează o a doua boltă de surpare în momentul cînd peretele lateral [illegible](fig.2.3.4).

Mărimea supraîncărcării q_o se poate calcula considerînd că întreaga greutate a masivului dintre cele două bolţi se predă celor două porţiuni de mărime $L-b$

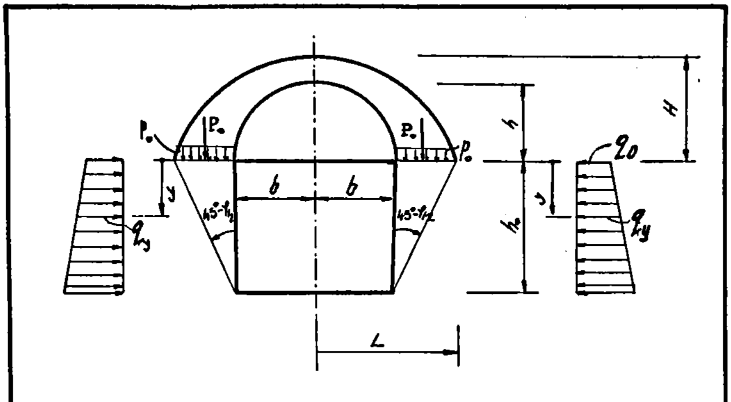


Fig. 2.3-4 Impingerea orizontală a muntelui.

Conform celor prezentate în relaţiile 2.3-2 se poate calcula :

$$L = b + h_o \cdot tg\left(46° - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$h = \frac{b}{f} \qquad H = \frac{L}{f}$$

Mărimea forţei P_o (fig.2.3-4) va fi :

$$P_o = \frac{1}{2}\,\frac{2}{3}\,(2LH - 2bh)$$

încărcarea distribuită la nivelul bolţii este :

$$p_o = \frac{P_o}{L-b} = \frac{2}{3f}\left[2b + h_o\, tg\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)\right]$$

Mărimea supraîncărcării la nivelul superior al bolţii va fi :

$$q_o = \gamma_t \cdot tg^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)\frac{2}{3f}\left[2b + h_o\, tg\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)\right] \qquad (2.3\text{-}8)$$

Intensitatea împingerii la un nivel curent y, măsurat de la nivelul superior al bolţii va avea valoarea :

$$q_y = q_o + \gamma_t \cdot y \cdot tg^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$q_y = q_o + \gamma_t \cdot y \cdot tg^2(45° - \frac{\varphi}{2}) \qquad (2.3\text{-}9)$$

Presiunea medie se obţine pentru :

$$q = \gamma_t \cdot h_o \cdot tg^2(45° - \frac{\varphi}{2}) \left\{ \frac{2}{3f}\left[\frac{2b}{h_o} + tg(45 - \frac{\varphi}{2})\right] + \frac{1}{2} \right\} \qquad (2.3\text{-}10)$$

Pentru roci stîncoase se apreciază că valoarea presiunii medii q este (1/2 - 1/5) din împingerea verticală medie a muntelui.

2.- Presiunea apei

Galeriile hidrotehnice au ca încărcare principală valoarea presiunii apei.

In cazul galeriilor sub presiune secţiunea se adoptă de formă circulară şi încărcarea este considerată uniform distribuită radial (fig.2.3-5).

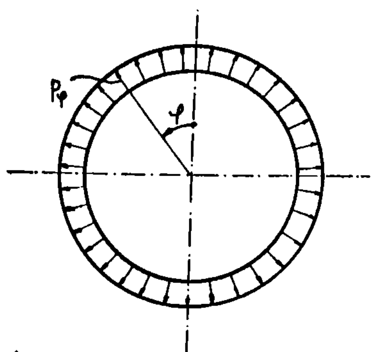


fig. 2.3-5 Incărcarea cu presiunea apei la galerii sub presiune

Legea de distribuţie a presiunii este :

$$p_\varphi = \gamma \cdot H = constant \qquad (2.3\text{-}11)$$

In cazul galeriilor de fugă ale centralelor hidrotehnice, nivelul apei nu depăşeşte cheia bolţii, nivelul maxim de scurgere fiind egal cu înălţimea galeriei. In acest caz presiunea este considerată distribuită normal pe axa galeriei, (fig.2.3-6) şi are următoarele legi de distribuţie :

BUPT

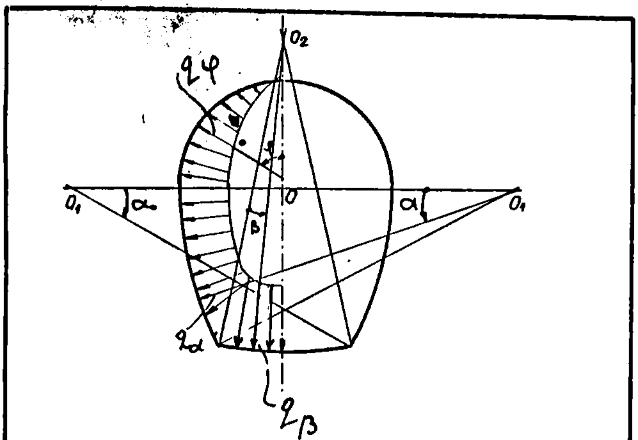


Fig.2.3-6 Distribuția presiunii apei care umple galeria

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$q_\varphi = q_o(1-\cos\varphi) \qquad (2.3\text{-}12)$$

- pentru $\alpha \in (0, \alpha_o)$

$$q_\alpha = q_o(1+k_1 \sin\alpha) \qquad (2.3\text{-}13)$$

- pentru $\beta \in (0, \beta_o)$

$$q_\beta = q_o\{1+k_1 \sin\alpha_o + k_2[\cos(\beta_o-\beta)-\cos\beta_o]\} \qquad (2.3\text{-}14)$$

In expresiile de mai sus s-a notat :

$$q_o = \gamma \cdot r \qquad (2.3\text{-}15)$$

Valorile q_φ , q_α , q_β pot fi luate în punctele extreme din diagramele A_φ , A_α , A_β dacă se schimbă semnul din minus în plus.

3.- <u>Greutatea proprie</u>

Se va admite în calcule sub forma unei încărcări distribuită de alungul liniei mediane a conturului, avînd direcția verticală (fig.2.3-7). Valorile încărcării au expresiile :

$$q_\varphi = \gamma_b \cdot d_\varphi \cdot 1$$

$$q_\alpha = \gamma_b \cdot d_\alpha \cdot 1$$

$$q_\beta = \gamma_b \cdot d_\beta \cdot 1$$

unde :

BUPT

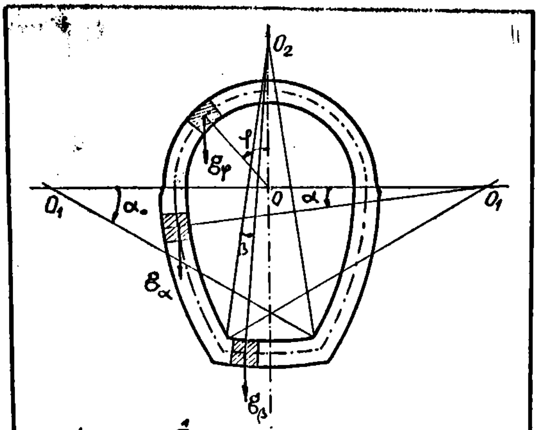


Fig.2.3.-7 Încărcarea din greutatea proprie

γ_b - greutatea specifică a betonului ;

d_φ ; d_α ; d_β - grosimea peretelui galeriei în porțiunile definite de unghiurile : φ; α; β

4.- Presiunea pasivă a rocii

Incărcarea apare datorită conlucrării peretelui de beton cu roca. Deformația datorită unei încărcări ce acționează pe perete se transmite rocii înconjurătoare, aceasta va fi împiedicată și în consecință apar presiuni. Mărimea presiunilor într-un punct este egală, conform ipotezei lui Winkler :

$$q = k \cdot \delta \tag{2.3-16}$$

unde :

k - coeficientul de pat al rocii ;

δ - deformația peretelui.

In practică se calculează deformația pe diametrul orizontal δ_H (fig.2.3-8). In acest caz presiunea pasivă pe diametrul orizontal dintr-o încărcare exterioară p , va fi :

$$q_o = k \cdot \delta_H^p \tag{2.3-17}$$

Distribuția încărcării presiunii pasive se acceptă ca în figura (2.3-8) cu următoarele valori :

BUPT

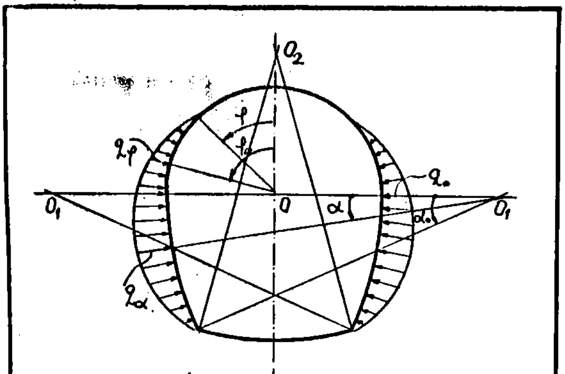


Fig. 2.3-8 Încărcarea din presiunea pasivă a rocii

– pentru $\varphi \in (\varphi_0, \frac{\pi}{2})$

$$q_\varphi = q_0 \frac{\sin\varphi - \sin\varphi_0}{1-\sin\varphi_0} = q_0\, n(\sin\varphi - \sin\varphi_0) \qquad (2.3\text{-}18)$$

unde : $n = \frac{1}{1-\sin\varphi_0}$

φ_0 – unghiul ce corespunde punctului de nul al deformaţiei, acesta se apreciază la $40^\circ - 50^\circ$. Prezenta lucrare admite $\varphi_0 = 46^\circ$

– pentru $\alpha \in (0, \alpha_0)$

$$q_\alpha = q_0 \frac{\cos\alpha - \cos\alpha_0}{1-\cos\alpha_0} = q_0 \cdot m \cdot (\cos\alpha - \cos\alpha_0) \qquad (2.3\text{-}19)$$

unde : $m = \frac{1}{1-\cos\alpha_0}$

Pentru secţiunea în formă "mîner de coş" se stabilesc două puncte de nul. Punctul superior este definit de $\varphi_0 \simeq 46^\circ$ Punctul inferior se află la $y = 0{,}75\,h_0$ (fig.2.3-9).

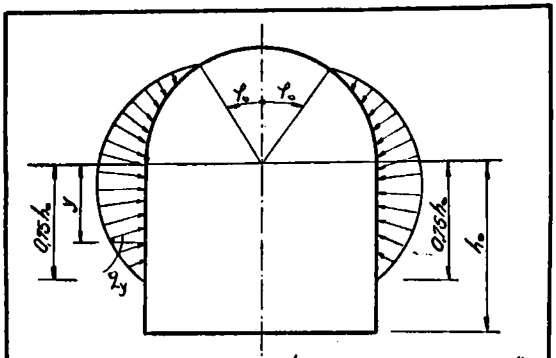


Fig. 2.3-9 Presiunea pasivă a rocii

Distribuţia încărcării pe prima porţiune corespunde relaţiei (2.3-18) pentru porţiunea verticală distribuţia încărcării se consideră parabolică :

$$q_y = q_o\left(1-\frac{y^2}{h_o^2}\right) \qquad (2.3\text{-}20)$$

In secţiunea de formă circulară se consideră încărcarea cu distribuţia de forma (2.3-18) şi are forma din fig.2.3-10.

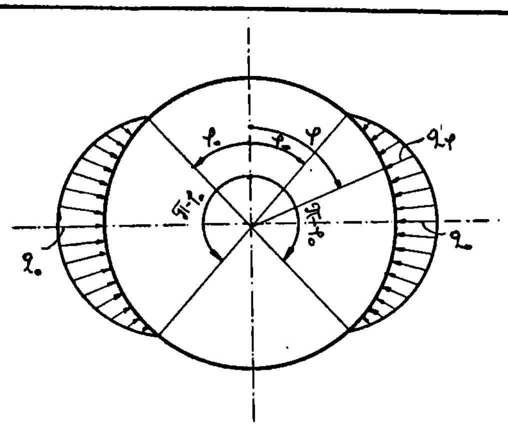


Fig.2.3-10. Presiunea pasivă la o secţiune circulară.

5.- Presiunea injecţiilor de umplutură

Practica execuţiei galeriilor impune ca după turnarea betonului în perete să se lase găuri în boltă pentru injectarea locurilor goale rămase între beton şi rocă. In acest mod se realizează o legătură intimă între beton şi rocă. Presiunile de injecţie se execută la o presiune nominală :

$$q_o = \gamma \cdot h \qquad (2.3\text{-}21)$$

unde :

h - este sarcina presiunii de injecţie.

Distribuţia încărcării datorită injecţiilor la presiunea q_o se va admite conform unei distribuţii de forma :

$$q_\varphi = q_o\left(1-\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_o}\right) \qquad (2.3\text{-}22)$$

unde s-a notat :

φ_0 - unghiul de influenţă a presiunii de injecţii ($\varphi_0 \approx 45°$)

q_0 - presiunea de injecţie.

6.- Aderenţa betonului cu roca

Prin întărirea mortarului, presiunea iniţială exercită pe căptuşeală, se micşorează, datorită contracţiei betonului, respectiv a deformaţiilor plastice ale betonului din căptuşeală şi datorită contracţiei rocii înconjurătoare. Lucrările de injectare în mod normal se execută pe întreg perimetrul , cînd s-a întărit căptuşeala îndeosebi în partea inferioară a arcului şi în două secţiuni dispuse sub un unghi de 45^0 de la axul vertical.

In calculul static al căptuşelii trebuie luate în considerare forţele de aderenţă a betonului cu roca.

La căptuşelile cu secţiune circulară forţa de aderenţă se va calcula pe părţile laterale ale conturului între secţiunea $\varphi = \frac{\pi}{4}$ şi $\varphi = \frac{3}{4}\pi$ (de la verticala ce trece prin cheie) fig.2.3-11 a şi are valoarea :

$$q_\varphi = q_0 \cdot \sin\varphi \qquad (2.3\text{-}23)$$

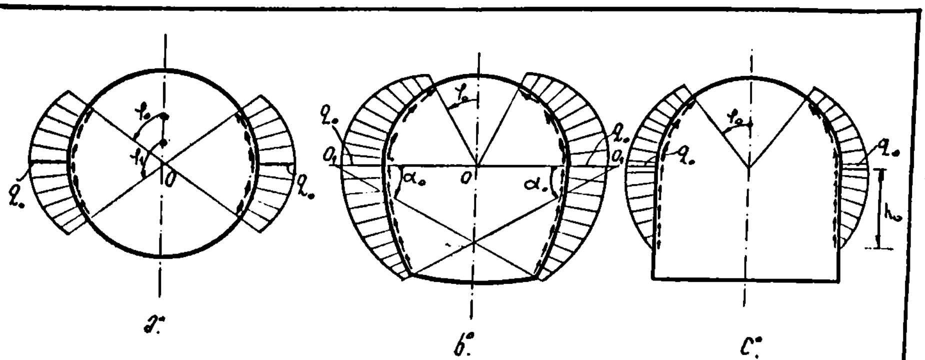


Fig. 2.3.-11. Incărcarea din aderenţa betonului cu roca.

Valoarea q_o se apreciază la (o,5 - o,7) din încărcarea presiunilor de injecție.

La secțiunea "specială" încărcarea are expresia (fig. 2.3-11 b).

- pentru $\varphi \in (\varphi_o, \frac{\pi}{2})$

$$q_\varphi = q_o \cdot \sin\varphi \qquad (2.3\text{-}24)$$

- pentru $\alpha \in (0, \alpha_o)$

$$q_\alpha = q_o \cdot \cos\alpha \qquad (2.3\text{-}25)$$

Secțiunea de formă "mîner de coș" se va considera asemănătoare celei speciale pînă la diametrul orizontal (fig.2.3-11 c) iar pe porțiunea dreaptă se consideră o încărcare parabolică după legea :

$$q_y = q_o \left[1 - \left(\frac{y}{h_o}\right)^2\right] \qquad (2.3\text{-}26)$$

Inălțimea h_o se adoptă : (o,5 - o,75 h) . Sensul încărcării este dat în fig.2.3-11.

g.- Reacțiunea terenului

Reacțiunea terenului se determină din condiția echilibrului global al tuturor încărcărilor. Distribuția reacțiunii este funcție de natura și forma radierului galeriei. Pentru galerii cu radier orizontal sau aproape orizontal, în terenuri stîncoase se poate accepta o distribuție constantă a încărcării. Dacă încărcarea verticală pe jumătatea secțiunii este P , se poate deduce valoarea reacțiunii :

$$q_o = \frac{P}{k_2 \cdot r \cdot \sin\beta_o} \qquad (2.3\text{-}27)$$

Pentru terenuri slabe sau nestîncoase distribuția încăr-

BUPT

cării se poate accepta după forma hiperbolei sau în alte cazuri după o distribuţie cosinusoidală.

Distribuţia cosinusoidală (fig.2.3-13) se accepta după legea :

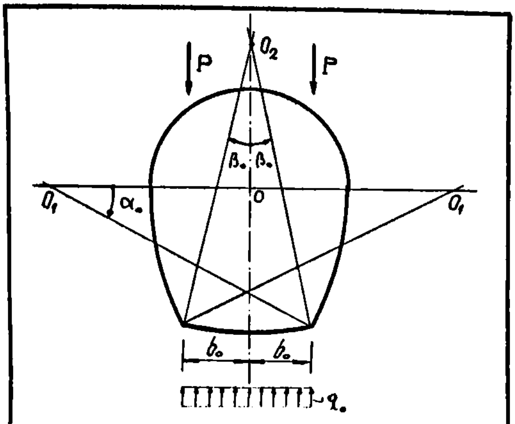


Fig. 2.3-12 [illegible]

$$q_\varphi = q_0 \frac{\cos\varphi_0 - \cos\varphi}{1+\cos\varphi_0} \qquad (2.3\text{-}28)$$

dacă secţiunea este de formă circulară şi sub forma :

$$q_\beta = q_0 \frac{\cos(\beta_0-\beta) - \cos\beta_0}{1-\cos\beta_0} \qquad (2.3\text{-}29)$$

pentru secţiunea de formă specială.

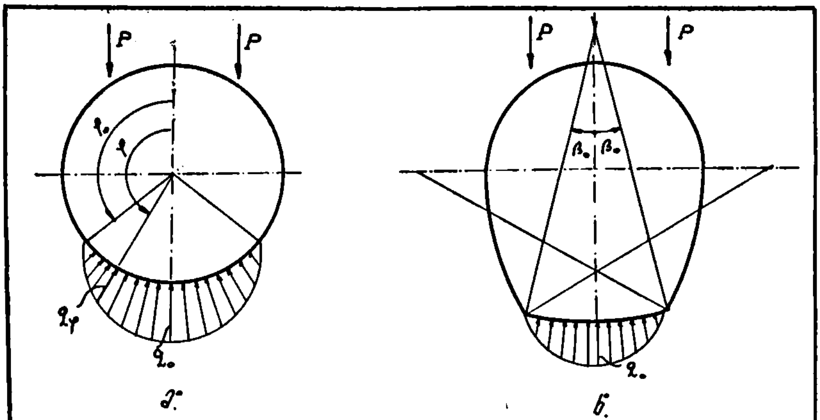


Fig.2.3-13 Distribuţia reacţiunii după lege cosinusoidală.

Pentru o încărcare verticală de mărime P pe jumătatea secţiunii se poate calcula valoarea q_0 după relaţia :

$$P = q_{0\varphi} \int_{\varphi_0}^{\pi} \frac{\cos\varphi_0 - \cos\varphi}{1+\cos\varphi_0} \cdot r \cdot d\varphi \qquad (2.3\text{-}30)$$

[illegible]

Efectuînd calculele se obține :

$$q_{0\gamma} = \frac{P}{r}\cdot\frac{1+\cos\gamma_0}{(\pi-\gamma_0)\cos\gamma_0+\sin\gamma_0}$$

$$q_{0\beta} = \frac{P}{r}\cdot\frac{1-\cos\beta_0}{\sin\beta_0-\beta_0\cos\beta_0} \qquad (2.3-31)$$

Distribuția de formă hiperbolică (fig.2.3-14) se definește sub forma :

$$q_x = q_0\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{b_0}\right)^2}} \qquad (2.3-32)$$

unde : q_0 se obține din relația :

$$P = q_0\cdot b_0\int_0^1\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{b_0}\right)^2}}\,d\left(\frac{x}{b_0}\right) \qquad (2.3-33)$$

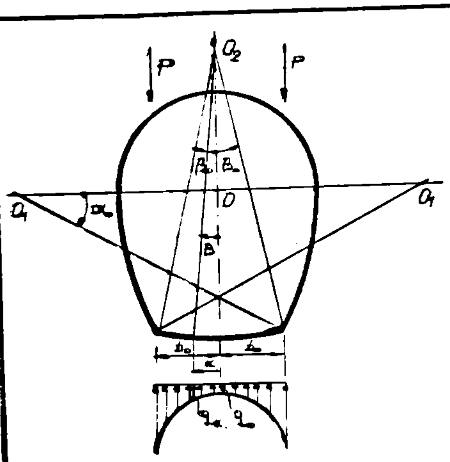


Fig.2.3-14. Reacțiune hiperbolică.

efectuînd calculele rezultă :

$$q_0 = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{P}{b_0} \qquad (2.3-34)$$

În afara încărcărilor descrise mai sus, sînt unele fenomene ce apar şi pot să influenţeze comportarea unui tunel sub presiune, fenomene de care în mod curent nu se ţine seama în calcule. Aceste fenomene sînt : fisuri suplimentare în rocă, variaţia de temperatură, neuniformitatea secţiunii căptuşelii, creşterea rezistenţelor betonului, diferenţa dintre grosimile teoretice ale căptuşelii şi cele reale, permeabilitatea căptuşelilor etc.

În cele ce urmează se analizează foarte pe scurt influenţa acestor fenomene.

Unul dintre factorii principali care stau la baza diferenţierii valorilor lui K_0 pe traseul tunelului este gradul de fisurare a rocii. $K_o = \frac{E_{rocă}}{r(1+m)}$; $m = \frac{1}{\mu_{rocă}}$

Pe traseul unui tunel sub presiune există motive să apară fisuri, deoarece ca urmare a executării tunelului, zona rocii din vecinătatea golului excavat este supusă la o serie de încărcări suplimentare. Astfel :

- din cauza executării excavaţiei apare o zonă de discontinuitate în masivul muntos, ceea ce duce la o concentrare a eforturilor produse de presiunea litostatică pe zona din vecinătatea tunelului ;
- excavarea făcîndu-se cu ajutorul exploziilor, şocurile provocate de acestea supun unei solicitări importante roca din vecinătate ;
- curentul de aer care apare în tunelul străpuns produce o răcire a intradosului excavaţiei, ceea ce are ca urmare apariţia unui fenomen de contracţie în rocă, deci implicit eforturi de întindere şi tendinţa apariţiei unor fisuri radiale ;
- după darea tunelului în funcţiune, din cauza apei reci care trece prin el, se răceşte suplimentar zona din vecinătate, ceea ce accentuează contracţia rocii.

Ca o ultimă cauză care contribuie la apariţia fisurilor în rocă este însăşi conlucrarea căptuşelii cu roca la preluarea eforturilor produse de presiunea apei.

Fisurile produse de fenomenele care apar înainte de darea tunelului în exploatare sînt închise prin lucrările de injecţii, cu condiţia ca injecţiile să se execute foarte corect şi ca roca să prezinte nu numai fisuri radiale, cum sînt cele cauzate de răcire, ci şi fisuri transversale.

Dacă fisurile radiale se întind pe o zonă corespunzătoare unei raze R se constată că valoarea coeficientului de rezistenţă elastică specifică scade de la valoarea iniţială K_o la valoarea K_o' funcţie de raportul între raza zonei pînă la care se întind fisurile şi raza excavaţiei.

Temperatura rocii în diferite puncte ale traseului unui tunel de aducţiune, dacă acesta este situat la suficientă depărtare de suprafaţa terenului, poate fi considerată practic constantă, în timp şi funcţie numai de aşa-numitul grad geotehnic.

In condiţiile climatice ale ţării noastre există premisa ca temperatura apei care curge prin tunel, după darea lui în exploatare, să difere sensibil faţă de temperatura rocii, mai ales iarna. Această situaţie va cauza apariţia unor deformaţii sau, dacă deformaţiile nu se pot dezvolta liber, apariţia unor eforturi în toate elementele care suferă o variaţie de temperatură, adică în căptuşeală şi în roca din vecinătatea tunelului. De exemplu, în caz că apa răceşte căptuşeala şi roca din jur, căptuşeala se contractă şi îşi micşorează raza extradosului ; roca presupusă fisurată se contractă şi ea, ceea ce are ca efect mărirea razei excavaţiei ; rezultatul final este apariţia unui spaţiu liber între căptuşeală şi rocă ; dacă acest spaţiu este mai mare decît valoarea deformaţiei extradosului căptuşelii produse de presiunea interioară a apei (

calculată presupunînd căptușeala ca un tub în aer liber), eforturile pe care le produce presiunea interioară în căptușeală se dezvoltă ca și cînd $K_0 = 0$. Situația mai des întîlnită în realitate arată că efectul răcirii duce la o micșorare a coeficientului K_0, analog ca în cazul apariției fisurilor.

Trebuie reținut, deci, că variațiile de temperatură și alte fenomene care apar la tunelurile sub presiune duc la sporirea importantă a eforturilor produse de presiunea interioară a apei, în special în cazul căptușelilor subțiri.

Alt aspect interesant de analizat este neuniformitatea grosimii căptușelii care apare datorită condițiilor în care se execută tunelul. Din cauza îngroșării, căptușeala nu mai lucrează ca un cilindru cu pereții de grosime constantă, cum se presupune în toate calculele, deoarece rigiditatea diferită a secțiunilor corespunzătoare diferitelor unghiuri la centru face ca deformațiile căptușelii să nu fie funcție numai de rază, ci și de unghiul la centru, ceea ce implicit duce la apariția unor momente încovoietoare și forțe tăietoare, respectiv la eforturi suplimentare. In roci dure, în care E_{roca} este sensibil egal cu E_{beton} efectul îngroșărilor în ceea ce privește eforturile produse de presiunea interioară încetează să se mai resimtă.

Un avantaj mare pe care îl are căptușeala unui tunel constă în faptul că microclimatul în care face priza și se întărește betonul din care este confecționată este foarte prielnic obținerii unor betoane rezistente. Ținînd seama de condițiile prielnice în care își face priza și se întărește betonul și de timpul de dare în funcțiune, se poate admite că, în acele cazuri cînd există deplină siguranță că eforturile maxime în căptușeală vor fi atinse la mai mult de 6 luni de la betonare, se iau rezistențele de rupere din norme sporite cu 25 %. Acest procedeu este utilizat în mai multe țări.

Un alt factor care contribuie la mărirea capacității de rezistență este faptul că în condițiile de lucru specifice excavațiilor subterane, volumul excavat real este sensibil mai mare decît cel teoretic, din cauză că se lucrează cu explozivi și din cauza sprijinirilor. Ingroșarea inerentă a căptușelii are ca efect o micșorare a eforturilor pe care le produc diferitele încărcări. Se calculează grosimea medie reală corespunzătoare, iar pe baza acestei noi grosimi se poate face verificarea rezistențelor. Trebuie ținut seama însă de influența pe care o are faptul că intradosul excavației prezintă multe neregularități.

Un alt factor care influențează rezistența căptușelii este permeabilitatea betonului. Căptușelile din beton simplu sau beton armat nu pot fi socotite practic impermeabile nici înainte de apariția fisurilor. Permeabilitatea căptușelilor se explică ținînd seama de condițiile în care se execută și de eforturile care apar în ele la punerea sub sarcină.

De o deosebit de mare importanță pentru etanșeitatea unui tunel este gradul de permeabilitate a rocilor pe care le străbate.

Un strat de torcret simplu bine executat care nu prezintă nici un fel de fisuri reduce simțitor permeabilitatea căptușelii. Apariția fisurilor în torcret duce practic la anihilarea efectului de etanșare.

Inainte de apariția fisurilor permeabilitatea torcretului este foarte mică. După apariția fisurilor, pierderile căptușelii cu torcret slab armat, chiar la presiuni mult mai mici decît cea care a produs fisurarea, sînt cu mult mai mari

BUPT

decît în situaţia căptuşelii nefisurate. Prezenţa unei armături puternice limitează foarte mult deschiderea fisurilor, ceea ce împiedică apariţia unor pierderi suplimentare importante.

In general vorbind, căptuşelile tunelurilor sub presiune nu sînt perfect etanşe, chiar şi cele cu torcret destul de gros în interior, datorită neuniformităţii execuţiei torcretului, umflării fisurilor capilare etc.

Această lipsă de etanşeitate a căptuşelilor, înainte chiar de apariţia fisurilor în beton, influenţează sensibil comportarea statică a căptuşelii, deoarece contribuie într-o măsură mai mult sau mai puţin accentuată la micşorarea eforturilor de întindere care apar în căptuşeală. Cu cît căptuşeala este mai permeabilă, cu atît raportul între presiunea interioară şi presiunea exterioară va fi mai apropiată de unitate şi deci, eforturile vor fi mai mici.

Concluziile asupra modului cum trebuie să fie tratată problema alegerii şi dimensionării căptuşelii tunelurilor sub presiune se pot rezuma după cum urmează .

In primul rînd, ca o observaţie generală, roca nu trebuie caracterizată numai prin caracteristicile sale clasice K_0, ci şi prin caracteristicile sale în ceea ce priveşte permeabilitatea şi felul cum se dezvoltă împingerea activă.

Se pot considera următoarele cazuri :

– Tunelul străbate, pe o bună parte a traseului, roci foarte dure, nefisurate, cu coeficientul $K_0 \geq 1\,000$ kgf/cm^3, practic impermeabile, cu coeficienţi de permeabilitate $k < (10^{-5} - 10^{-6})$ cm/s. In acest caz s-ar putea lăsa necăptuşit dacă n-ar interveni problema pierderilor de sarcină. Dacă se prevede căptuşeală, este indicat ca aceasta să se execute din beton simplu, marcă redusă (100 – 150) ; cît mai subţire, minimul constructiv, peste care se aplică tencuială torcretată, sau numai căptuşeală simplă de torcret aruncat direct pe rocă.

Fisurile care pot apărea în exploatare pe unele zone nu prezintă practic nici o importanţă, deoarece nu periclitează stabilitatea şi nu duc la mărirea pierderilor de apă.

- Tunelul străbate roci dure sau foarte dure ($K_o \geqslant 500$), fisurate, cu coeficientul de permeabilitate $k \geqslant (10^{-5} - 10^{-6})$ cm/s. In această situaţie, funcţia principală pe care trebuie s-o îndeplinească căptuşeala este micşorarea cît mai mult a pierderilor de apă în exploatare.

Tunelul străbate roci fisurate, cu coeficient de permeabilitate $k \geqslant 10^{-5} - 10^{-6}$, slabe ($k_o = 100 - 500$). In acest caz în afară de funcţia de reducere a permeabilităţii, căptuşeala are şi rol de sprijinire a muntelui.

Grosimea căptuşelii este indicat să se calculeze punînd condiţia clasică ca în exploatare să nu fisureze, iar armătura este necesar să fie dimensionată astfel încît să poată împiedica deschiderea fisurilor în cazul cînd ele totuşi s-ar produce. La dimensionarea grosimii căptuşelii se iau în consideraţie eforturile produse numai de presiunea interioară a apei, împingerea muntelui, greutatea proprie, luate după formule recomandate de diferiţi autori. Armătura se dimensionează punînd condiţia să preia, fără să depăşească rezistenţa admisibilă, forţa de întindere care ar produce fisurarea betonului.

Trebuie remarcat că, în cazul acestor roci puternic fisurate, cu toate măsurile care se iau, pierderile de apă în exploatare vor fi mai mari decît în cazul cînd tunelul străbate roci practic impermeabile. In ultimii ani, pentru astfel de situaţii, s-a trecut în unele ţări la aplicarea unui nou tip de căptuşeli - căptuşeli precomprimate.

- Galeria străbate roci cu caracter pronunţat plastic, roci care au, în general, un conţinut ridicat de material argilos, ceea ce face ca ele să intre în categoria rocilor impermeabile. Coeficientul de permeabilitate fiind mai mic ca 10^{-5} - 10^{-6} cm/s nu este necesară dimensionarea căptuşelii pe considerentul împiedicării fisurilor. Pe de altă parte, presiunile date de împingerea muntelui, curgerea lentă a betonului plus umflarea argilei pot atinge valori excepţional de mari, valori ce devin hotărîtoare pentru stabilirea grosimii. Ipoteza care dimensionează în mod normal căptuşeala va fi tunelul golit, iar pe extrados acţionează împingerea muntelui cu valoarea ei maximă probabilă. Valoarea ei, aşa cum s-a văzut, nu poate fi stabilită precis ca în cazul apei din interior. Presiunea exterioară a muntelui va fi introdusă în calcule sub forma unei presiuni medii uniforme pe contur. Deoarece vor apărea totuşi unele momente încovoietoare este remarcabil ca, în acestfel de cazuri, căptuşeala să fie prevăzută cu armarea minimă. Este necesar ca armarea să fie continuă pe tot conturul şi deoarece nu se cunosc semnele momentelor, deci zona care va fi întinsă, este bine ca armătura să fie dublă (la intrados şi extrados) ; situaţie care duce la dublarea coeficientului minim de armare.

In concluzie, încărcările ce solicită îmbrăcămintea tunelurilor sînt multiple. Introducerea în calcul a încărcărilor, trebuie să ţină cont de conlucrarea rocii cu îmbrăcămintea, în acest sens, determinarea presiunii pasive corespunzătoare fiecărei încărcări reprezintă un element de bază al calculului static.

Aprecierea coeficientului de pat, al modulului de elasticitate, a coeficientului împingerii active, etc., trebuie făcută cu atenţie deosebită. In cele mai multe situaţii, aceste caracteristicii se determină pe măsură ce se execută excavațiile. In funcție de aceste elemente calculele trebuie executate cu maximum de operativitate.

BUPT

Capitolul 3. CONTRIBUŢII LA CALCULUL CĂPTUŞELILOR GALERIILOR SUBTERANE

§ 3.1.- Sistematizarea calculului static a căptuşelilor galeriilor subterane

1.- Generalităţi

Realizarea nodurilor hidrotehnice mari presupune galerii lungi, necesitate de concentrarea în puncte cît mai puţine a debitelor. Execuţia lor [illegible] cere o sistematizare a calculelor statice şi de rezistenţă.

Dimensionarea rapidă şi eficientă a căptuşelilor galeriilor este impusă de faptul că sînt foarte dese cazurile cînd, pe măsura execuţiei galeriei, se determină parametrii caracteristici ai rocilor şi în funcţie de aceştia se dimensionează căptuşeala dîndu-se soluţie diferenţiată de armare şi betonare pe fiecare porţiune de galerie.

In ultimul timp în practica construcţiilor /68/ galeriilor s-a răspîndit foarte mult tipul de secţiune "specială" a cărei formă geometrică a fost prezentată şi studiată în cap.2. Secţiunea are avantajul de a putea fi adusă la oricare alt tip de secţiune, prin particularizări, aşa cum se poate vedea din tab.2.1.-6.

BUPT

2.- Ecuații de echilibru

Se definește o secțiune închisă fig.2.1-1 a cărei formă este determinată de ecuația :

$$\rho = r\, f\,(\theta)\,, \qquad (3.1\text{-}1)$$

unde :

- θ - unghiul curent, măsurat față de raza origine ;
- r - constanta de omotetie a secțiunilor de aceeași formă ;
- $f(\theta)$ - funcția ce definește forma secțiunii.

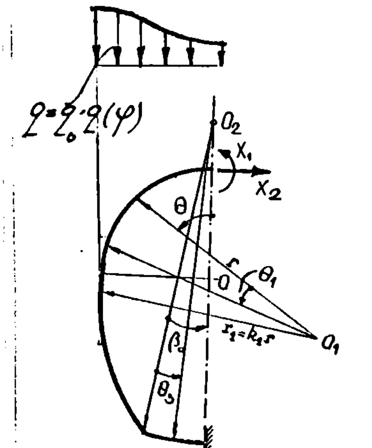


Fig. 3.1-1 Forma de bază

Secțiunea se acceptă a fi simetrică în raport cu o axă verticală și încărcată simetric. In acest caz, ridicarea nedeterminării se poate face printr-un sistem de bază tăiat după verticală. La unul din capete se consideră încastrare iar la cheie se introduc legăturile.

Conform ipotezei simetriei secțiunii și a încărcării, în secțiunea de la cheie sînt numai două necunoscute distincte (fig.3.1-1).

Solicitările create de necunoscutele unitare, pe sistemul de bază au valorile :

$$m_1 = 1 \quad ; \quad n_1 = 0 \quad ; \quad t_1 = 0$$

BUPT

$$m_2 = 1\ r\ f_1(\theta) \quad ; \quad n_2 = 1\ f_2(\theta) \quad ; \quad t_2 = 1\ f_3(\theta) \qquad (3.1\text{-}2)$$

Funcţiile $f_1(\theta)$; $f_2(\theta)$; $f_3(\theta)$ depind de forma secţiunii şi derivă din funcţia $f(\theta)$ ce defineşte secţiunea, ele pot fi calculate din funcţia $f(\theta)$ cunoscînd condiţiile geometrice ale secţiunii.

Sistemul ce ridică nedeterminarea, în metoda eforturilor, poate fi scris anulînd deplasările după necunoscutele X_1 şi X_2 /69/ în punctul de la cheia arcului :

$$\begin{vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Delta_{1q} \\ \Delta_{2q} \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.1\text{-}3)$$

unde :

δ_{ij} - invarianţii sistemului de bază ales, deplasările pe direcţiile necunoscutelor din efectul încărcărilor unitare a necunoscutelor ;

Δ_{ip} - deplasările pe direcţiile necunoscutelor datorită încărcărilor exterioare.

Conducerea calculelor sub această formă se dovedeşte a fi anevoioasă dacă numărul încărcărilor este mare. In lucrarea de faţă sistematizarea calculelor este condusă prin transformarea acestui sistem într-unul avînd mărimi adimensionale. Se va urmării de asemenea, scrierea şi a eforturilor sub formă adimensională. In acest fel conducerea calculelor în mod paralel, pentru mai multe încărcări este mult uşurată iar intabularea şi trasarea diagramelor de calcul se uşurează prin micşorarea numărului de parametrii ce variază independent.

Pentru a se ajunge la necunoscute adimensionale se calculează :

BUPT

$$\delta_{11}^{\circ}=\frac{EJ_o}{r}\delta_{11}=\int_{\theta}\left(\frac{J_o}{J_\theta}\right)f(\theta)\,d\theta$$

$$\delta_{12}^{\circ}=\frac{EJ_o}{r^2}\delta_{12}=\int_{\theta}\left(\frac{J_o}{J_\theta}\right)f_1(\theta)f(\theta)\,d\theta$$

$$\delta_{22}^{\circ}=\frac{EJ_o}{r^3}\delta_{22}=\int_{\theta}\left(\frac{J_o}{J_\theta}\right)f_1^2(\theta)f(\theta)\,d\theta+\int_{\theta}\left(\frac{J_o}{A_\theta\cdot r^2}\right)\left(\frac{J_o}{J_\theta}\right)f_2^2(\theta)\,d\theta \tag{3-1-4}$$

$$\Delta_{1q}^{\circ}=\frac{EJ_o}{q_o\cdot r^3}\Delta_{1q}=\int_{\theta}\left(\frac{J_o}{J_\theta}\right)\left(\frac{M_{oq}^{\circ}}{q_o\cdot r^2}\right)f(\theta)\cdot d\theta$$

$$\Delta_{dq}^{\circ}=\Delta_{2q}\frac{EJ_o}{q_o\cdot r^4}=\left[\int_{\theta}\left(\frac{J_o}{J_\theta}\right)\frac{M_{oq}}{q_o\cdot r^2}\cdot f_1(\theta)\cdot f(\theta)\cdot d\theta+\int_{\theta}\left(\frac{J_o}{A_\theta\cdot r^2}\right)\left(\frac{J_o}{J_\theta}\right)\left(\frac{N_{oq}^{\circ}}{q_o^2}\right)f_2(\theta)\cdot d\theta\right]$$

In relaţiile de mai sus s-a notat :

δ_{ij}° - invarianţii sistemului scrişi sub formă adimensională ;

Δ_{ij}° - deplasările adimensionale datorate încărcărilor ;

M_{oq}° N_{oq}° - solicitările din încărcările exterioare pe sistemul de bază.

In calcule se vor folosii notaţiile :

$$i_\theta=\frac{J_o}{J_\theta} \tag{3-1-5}$$

, coeficientul raportului momentelor de inerţie, de asemenea adimensional

$\eta_e = \frac{\mathcal{J}_e}{A_e \cdot r^2}$, coeficientul efectului forței axiale .

In ipoteza că, pe o anumită porțiune grosimea elementului nu variază continu valorile de mai sus se scriu :

$$i_e = \left(\frac{d_o}{d_e}\right)^3 = constant$$

$$\eta_e = \frac{1}{12\lambda^2} \qquad (3.1\text{-}6)$$

$\lambda = \frac{d_e}{r}$, grosimea relativă a căptușelii

Modul adimensional de scriere a acestor relații are un mare avantaj dacă se observă că :

– Valorile δ^o_{11} , δ^o_{12} ; δ^o_{22} , depind numai de forma secțiunii nu și de mărimea secțiunii (deci de dimensiunile efective ale secțiunii). Acest lucru are un avantaj pentru că valorile coeficienților odată calculați pentru o anumită formă a secțiunii vor fi aceeași pentru toate secțiunile omotetice unei forme date (dar de dimensiuni geometrice diferite).

– Valorile A^o_{1q} , A^o_{2q} depind numai de forma secțiunii și modul de distribuție al încărcării nu și de mărimea secțiunii sau a încărcării. Acest lucru înseamnă că : odată calculată pentru o anumită formă de încărcare și o anumită formă a secțiunii ei vor fi valabili pentru diferite mărimi de încărcări de aceeași distribuție și diferite mărimi ale secțiunii.

Se vede, de altfel, că mărimile :

$$\left(\frac{M^o_{eq}}{q_o \cdot r^2}\right) \qquad \left(\frac{N^o_{eq}}{q_o \cdot r}\right)$$

BIBLIOTECA

ce intră în relațiile de mai sus au formă adimensională. In calculele ele vor fi trecute în paranteză pentru a simboliza independența lor de mărimea încărcării (precizată prin q_o) și mărimea secțiunii (precizată prin r)

După acelaşi principiu se definesc și necunoscute adi-

BUPT

mensionale, conform relaţiilor de mai jos :

$$X_1^{\circ}=\left(\frac{X_1}{q_o\cdot r^2}\right)$$
$$X_2^{\circ}=\left(\frac{X_2}{q_o\cdot r}\right) \qquad (3.1-7)$$

Mărimile X_1° , X_2° depind de forma secţiunii şi modul de distribuţie al încărcării (nu şi de mărimea secţiunii şi a încărcării definite prin r şi q_o).

Sistemul de ecuaţii (3.1-3) poate fi adus la o formă convenabilă şi generală dacă se introduc mărimile definite de relaţiile (3.1-4) ; (3.1-7). In acest mod se obţine :

$$\begin{vmatrix} \frac{r}{EJ_o}\delta_{11}^{\circ} & \frac{r^2}{EJ_o}\delta_{12}^{\circ} \\ \frac{r^2}{EJ_o}\delta_{21}^{\circ} & \frac{r^3}{EJ_o}\delta_{22}^{\circ} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1^{\circ} q_o r^2 \\ X_2^{\circ} q_o r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{q_o\cdot r^3}{EJ_o}\Delta_{1q}^{\circ} \\ \frac{q_o\cdot r^4}{EJ_o}\Delta_{2q}^{\circ} \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.1-8)$$

prin împărţirea sistemului cu valorile $\frac{q_o\cdot r^3}{EJ_o}$ în linia întîia şi $\frac{q_o\cdot r^4}{EJ_o}$ în linia a doua se obţine sistemul de mai jos.

$$\begin{vmatrix} \delta_{11}^{\circ} & \delta_{12}^{\circ} \\ \delta_{21}^{\circ} & \delta_{22}^{\circ} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1^{\circ} \\ X_2^{\circ} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Delta_{1q}^{\circ} \\ \Delta_{2q}^{\circ} \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.1-9)$$

Sistemul 3.1-9 este complet adimensional şi are o generalitate mare pentru faptul că este unul şi acelaş pentru secţiuni de aceeaşi formă şi încărcări cu acelaş mod de distribuţie.

Rezolvarea sistemului este simplă, necunoscutele adimensionale au valorile :

$$X_1^{\circ}=\frac{\delta_{12}^{\circ}}{\Delta^{\circ}}\Delta_{2q}^{\circ}-\frac{\delta_{22}^{\circ}}{\Delta^{\circ}}\Delta_{1q}^{\circ} = K_{12}^{\circ}\Delta_{2q}^{\circ}-K_{22}^{\circ}\Delta_{1q}^{\circ} \qquad (3.1-10)$$

$$X_2^\circ = \frac{\delta_{12}^\circ}{\Delta^\circ}\Delta_{1q}^\circ - \frac{\delta_{11}^\circ}{\Delta^\circ}\Delta_{2q}^0 \quad = k_{12}^\circ\,\Delta_{1q}^\circ - k_{11}^\circ\,\Delta_{2q}^\circ$$

cu notaţiile :

$$k_{ij}^\circ = \frac{\delta_{ij}^\circ}{\Delta^\circ} \qquad (3.1\text{-}11)$$

$$\Delta^\circ = \delta_{11}^\circ\delta_{22}^\circ - (\delta_{12}^\circ)^2$$

3.- Scrierea eforturilor

Eforturile M_θ, N_θ, T_θ în lungul axei mediane a galeriei pot fi scrise sub o formă convenabilă. Pentru o secţiune curentă, definită de unghiul θ :

$$\left(\frac{M_\theta}{q_o \cdot r^2}\right) = \left(\frac{M_{q\theta}^\circ}{q_o\, r^2}\right) + X_1^\circ + X_2^\circ f_1(\theta) = F_M(\theta)$$

$$\left(\frac{N_\theta}{q_o \cdot r}\right) = \left(\frac{N_{q\theta}^\circ}{q_o \cdot r}\right) + X_2^\circ f_2(\theta) = F_N(\theta) \qquad (3.1\text{-}12)$$

$$\left(\frac{T_\theta}{q_o \cdot r}\right) = \left(\frac{T_{q\theta}^\circ}{q_o \cdot r}\right) + X_2^\circ f_3(\theta) = F_T(\theta)$$

Relaţiile de mai sus sînt scrise sub formă adimensională, membru din dreapta ecuaţiei nu depinde decît de forma secţiunii şi a distribuţiei încărcării prin constantele X_1°, X_2°.

Funcţiile variază numai cu unghiul curent θ şi pot fi intabulate sau reprezentate grafic dealungul conturului secţiunii sau pe desfăşurata secţiunii în raport cu unghiul curent fig.3.1-2.

<u>In concluzie</u> , ordinea de efectuare a calculelor este următoarea:

- calculul invarianţilor adimensionali δ_{11}° , δ_{12}° , δ_{22}° din expresiile (3.1-4) ;

- calculul mărimilor ce depind de forma încărcării :

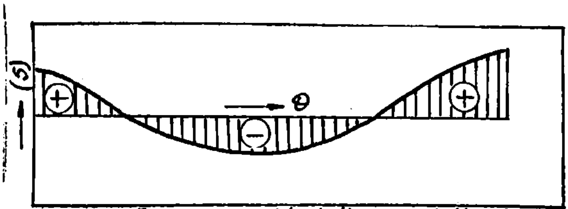


Fig. 3.1-2 Variația solicitărilor

Δ^{o}_{1q} , Δ^{o}_{2q} din relațiile (3.1-4) ;

- Se calculează x_1^o , x_2^o , din relațiile (3.1-10).

+ Se calculează expresiile solicitărilor din 3.1-12

$$
\begin{aligned}
M_\theta &= F_M(\theta)\, q_o r^2 \\
N_\theta &= F_N(\theta)\, q_o r \\
T_\theta &= F_T(\theta)\, q_o r
\end{aligned}
\qquad (3.1\text{-}13)
$$

Variația expresiilor de mai sus se poate obține prin intermediul unghiului θ . Calculul poate fi intabulat sau trecut în diagrame.

Schema logică de conducere a calculului la o mașină electronică este dată ~~mai jos~~ în fig 4.1-17 si fig. 4.1-18.

§ 3 - 2 Studiul efectului forței axiale în calculul static al galeriilor

Calculul deplasărilor pentru un contur dat se face ținînd cont de relația :

$$\Delta = \int_s \frac{M_i M_j}{EJ} ds + \int_s \frac{N_i N_j}{EA} ds + \int_s \frac{T_i T_j}{kEA} ds \qquad (3.2-1)$$

Este cunoscut faptul că, în general efectul forței tăietoare poate fi neglijat în calcule /70/,/71/, pentru contururi formate din elemente drepte sau contururi curbate avînd curbură mică.

Galeriile subterane se execută, în general, cu boltă superioară sub formă de arc de cerc, pereții laterali și radierul se execută drept sau avînd raze de trasare relativ mari așa după cum s-a văzut din studiile geometrice ale cap.2.

In cele ce urmează se va studia efectul luării în considerare a forței axiale în calculul deplasărilor, pentru cazul bolții superioare. Restul conturului galeriilor avînd curburi mici se poate neglija de la sine efectul forței axiale.

Se adoptă un contur de formă circulară avînd unghiul la centru $2\varphi_0$

In acest caz (fig.3.2-1) se pot scrie :

$$m_1 = 1 \qquad n_1 = 0 \qquad t_1 = 0$$
$$m_2 = -r(1-\cos\varphi) \qquad n_2 = \cos\varphi \qquad t_2 = \sin\varphi \qquad (3.2-2)$$

Efectul forței axiale apare în calculul valorilor δ_{22}°, Δ_{2q}° sub forma : (vezi 3.1-4)

$$\delta_{22}^{o} = \int_{\varphi} \frac{J_o}{J_{\varphi}} (1-\cos\varphi)^2 d\varphi + \int_{\varphi} \left(\frac{J_o}{J_{\varphi}}\right) \eta_{\theta} \cos^2\varphi \, d\varphi \tag{3.2-3}$$

Se limitează studiul, în acest paragraf, numai pentru cazul grosimii constante a căptuşelii, relaţia de mai sus se pune sub forma :

$$\delta_{22}^{o} = i_{\varphi} \int_{\varphi} (1-\cos\varphi)^2 d\varphi \,[1+\varepsilon_N]$$

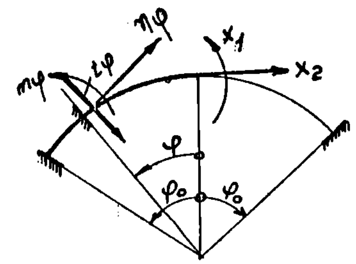


Fig. 3.2.-1 Forma de bază

cu notaţia :

$$\varepsilon_N = \eta_{\theta} \frac{\int_0^{\varphi_o} \cos^2\varphi \, d\varphi}{\int_0^{\varphi_o} (1-\cos\varphi)^2 d\varphi} \tag{3.2-4}$$

Formula (2.3-3) calculează valoarea ε_N , care dă semnificaţia procentuală a efectului forţei axiale în calculul valorii δ_{22}^{o} . Făcînd calculele se obţine :

$$\varepsilon_N = \frac{1}{12\lambda^2} \frac{\varphi_o + \sin\varphi_o \cos\varphi_o}{(2\varphi_o - \varphi_o \sin\varphi_o) + (\varphi_o + \sin\varphi_o \cos\varphi_o)} \tag{3.2-5}$$

Pentru valori curente ale unghiului $\varphi_o \in (60^\circ, 90^\circ)$ expresia de mai sus este :

$$\varepsilon_N \in \left(\frac{1}{12\lambda^2} 0{,}23 \; , \; \frac{1}{12\lambda^2} 0{,}18\right)$$

acceptînd o valoare medie a coeficienţilor 0,18 - 0,23, avînd în vedere că diferenţa între ei nu este mare, se poate scrie :

$$\varepsilon_N \% = \frac{1{,}66}{\lambda^2} \tag{3.2-6}$$

BUPT

Reprezentarea grafică a acestei relaţii arată ca în fig.3.2-2.

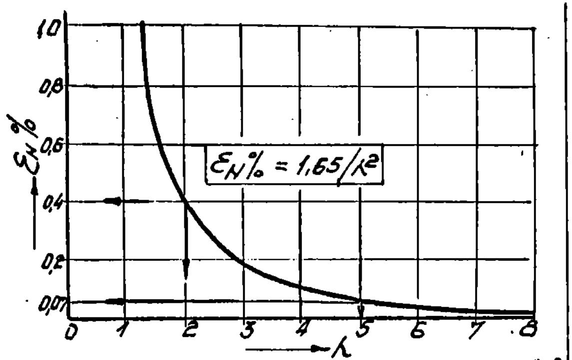


Fig. 3.2-2 Efectul forţei axiale în calculul valorii δ_{22}^{0}

Se vede că efectul forţei axiale nu depăşeşte, faţă de efectul momentului valoarea de 0,5 % pentru valori $\lambda > 2$

In concluzie, efectul forţei axiale se introduce în calculul valorilor δ_{22}^{0} numai pentru arce groase avînd $\lambda < 2$. Pentru arcele subţiri întîlnite cel mai des în calcule efectul forţei axiale este neglijabil.

Calculul valorii Δ_{2q}^{0} se face după relaţia (vezi 3.1-4

$$\Delta_{2q}^{0} = \int_{\varphi} -\frac{\mathcal{J}_0}{\mathcal{J}_\varphi}\left(\frac{M_\varphi^0}{q_0 \cdot r^2}\right)(1-\cos\varphi)\,d\varphi + \int_{\varphi}\frac{\mathcal{J}_0}{\mathcal{J}_\varphi}\eta_\varphi\left(\frac{N_\varphi^0}{q_0\cdot r}\right)\cos\varphi\,d\varphi \qquad (3.2\text{-}7)$$

In mod analog, relaţia de mai sus se scrie :

$$\Delta_{2q}^{0} = -\,i_\varphi\int_{\varphi}\frac{M_\varphi^0}{q_0\cdot r^2}(1-\cos\varphi)\,d\varphi\,[1-\varepsilon_N] \qquad (3.2\text{-}8)$$

Efectul forţei axiale în calculul acestui element este conţinut în raportul :

$$\varepsilon_N = \frac{\eta_\varphi\int_0^{\varphi_0}\left(\frac{N_\varphi^0}{q_0\cdot r}\right)\cos\varphi\,d\varphi}{\int_0^{\varphi_0}\left(\frac{M_\varphi^0}{q_0\cdot r^2}\right)(1-\cos\varphi)\,d\varphi} \qquad (3.2\text{-}9)$$

Se analizează valoarea ε_N pentru încărcarea uniform distribuită a împingerii muntelui, ce apare cel mai des la calculul galeriilor.

In acest caz (fig.3.2-3) se pot calcula expresiile :

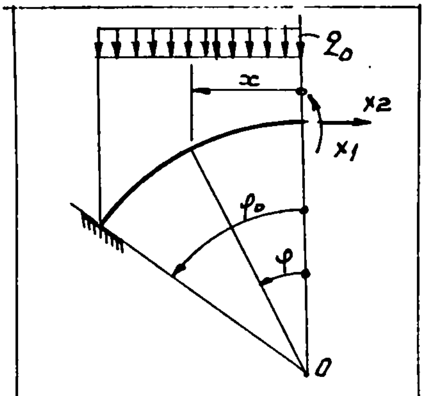


Fig. 3.2-3 Impingerea muntelui

$$\frac{M^0_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2}\sin^2\varphi$$

$$\frac{N^0_\varphi}{q_0 r} = -\frac{1}{2}\sin\varphi \qquad (3.2\text{-}10)$$

cu aceste valori se poate scrie :

$$\varepsilon_N = \frac{1}{12\lambda^2}\,\frac{\int_0^{\varphi_0}\sin\varphi\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi}{\int_0^{\varphi_0}\sin^2\varphi(1-\cos\varphi)\,d\varphi} = \frac{1}{12\lambda^2}\,\varepsilon_{\varphi_0} \qquad (3.2\text{-}11)$$

unde : $$\varepsilon_{\varphi_0} = \frac{\sin^2\varphi_0}{\varphi_0 - \sin\varphi_0\cos\varphi_0 + \frac{2}{3}\sin^2\varphi_0}$$

Valoarea $\varepsilon_{\varphi_0} \in (0{,}7 \cdots 0{,}6)$ pentru valori ale unghiului $\varphi_0 \in (60^\circ \cdots 90^\circ)$. Pe acest interval valorile ε_{φ_0} pot fi mediate deoarece diferenţa între ele este mică.

$$\varepsilon_{N\%} \simeq \frac{0{,}6}{12\lambda^2}\,100 = \frac{5}{\lambda^2}$$

Se vede din relaţia de mai sus şi fig.3.2-4 că pentru valori $\lambda > 3$ efectul forţei axiale este sub 1 % şi deci pentru

[illegible]ele ce apar cel [illegible] valorii efectul [illegible]

BUPT

poate fi neglijat în calculul valorii $\Delta^{o}_{2\varrho}$.

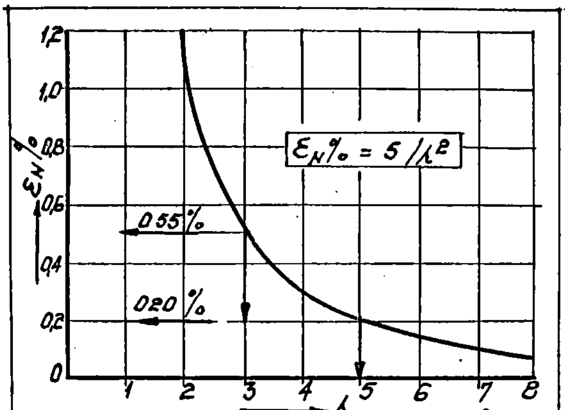


Fig. 3.2-4. Efectul N asupra $\Delta^{o}_{2\varrho}$

<u>În concluzie</u>, la galeriile ce apar curent în practică, cu valori ale deschiderii arcelor $\varphi_o \in (60^\circ \dots 90^\circ)$ și cu grosimi relative $\lambda = \frac{r}{d} > 3$ efectul forței axiale în calculul static poate fi neglijat în raport cu efectul momentului încovoietor.

Pentru alte distribuții ale încărcării, valoarea coeficientului ε_{φ_o} crește cu foarte puțin, elementul preponderent fiind factorul $\frac{1}{12\lambda^2}$. Rezultă că grosimea arcului este preponderentă în acest calcul, ori se vede că efectul grosimii arcului scade cu pătratul grosimii relative.

§ 3.3 - <u>Studiul efectului curburii în calculul galeriilor</u>

Efectul curburii în calculul static al galeriilor poate fi studiat în raport cu efectul momentului încovoietor /72/ dacă se scrie deplasarea luînd în considerare termenii ce țin cont de curbură :

$$\Delta_i = \int_s m_i M_i \frac{ds}{EJ} + \int_s n_i N_i \frac{ds}{EA} - \int_s \frac{n_i M_i}{E A r} ds - \int_s \frac{m_i N_i}{E A r} ds \qquad (3.3\text{-}1)$$

Scriind relaţia sub formă adimensională şi neglijînd termenul ce conţine forţa axială (neglijabil în raport cu efectul momentului, conform celor găsite în paragraful precedent), se obţine :

$$\Delta_i - \int_s m_i M_i \frac{ds}{EJ}(1-\varepsilon_\rho) \qquad (3.3\text{-}2)$$

Valoarea ε_ρ apare în calculul valorilor δ_{22}° şi Δ_{2q}°. Se va studia mărimea ε_ρ pentru fiecare caz în parte

1.- <u>Valoarea ε_ρ pentru calculul mărimii δ_{22}°</u>, poate fi uşor obţinută pentru forma circulară, avînd grosime constantă în lungul arcului :

$$\varepsilon_\rho = \eta_0 \frac{2\int_\varphi \left(\frac{m_i}{r}\right) n_i \, d\varphi}{\int \left(\frac{m_i}{r}\right)^2 d\varphi} \qquad (3.3\text{-}3)$$

introducînd relaţiile (3.2-2) se obţine :

$$\varepsilon_\rho = 2\frac{1}{12\lambda^2}\frac{\int_0^{\varphi_0}(1-\cos\varphi)\cos\varphi \, d\varphi}{\int_0^{\varphi_0}(1-\cos\varphi)^2 d\varphi} \qquad (3.3\text{-}4)$$

Efectuînd calculele impuse de relaţia (3.3-4) se găseşte

$$\varepsilon_\rho = 2\frac{1}{12\lambda^2}\varepsilon_{\varphi_0} \qquad (3.3\text{-}5)$$

$$\varepsilon_{\varphi_0} = \frac{4\sin\varphi_0 - 2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0}{6\varphi_0 + \sin 2\varphi_0 - 8\sin\varphi_0}$$

pentru $\varphi_0 = 60^{\circ}$ se găseşte $\varepsilon_\rho = 2,5$

In calculul arcelor cele mai des întîlnite $\varphi_0 \in (45^{\circ}, 90^{\circ})$ valoarea δ_{22}° va fi influenţată de efectul curburii cu valoarea

BUPT

$$\varepsilon_\rho\% = 2\frac{100}{12\lambda^2}2{,}5 = \frac{42}{\lambda^2} \qquad (3.3\text{-}6)$$

pentru $\lambda = 5$ $\varepsilon_\rho\% = 1{,}7\%$

– Pentru arce subţiri avînd $\lambda > 5$ se poate neglija, în calculul valorii δ°_{22}, efectul curburii.

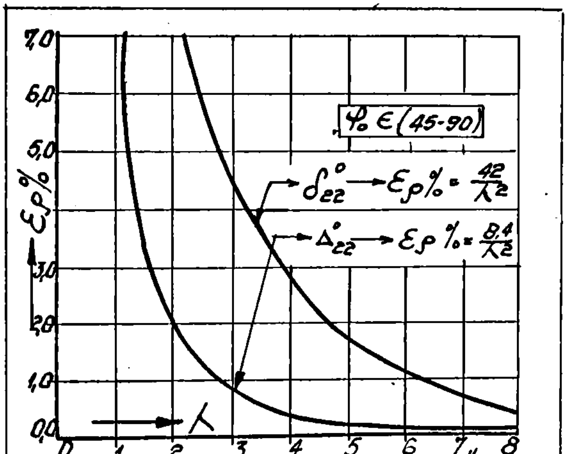


Fig. 3.3-1 Efectul curburii

2.– Valoarea ε_ρ în calculul valorii Δ°_{22}, va avea expresia :

$$\varepsilon_\rho = \eta\,\frac{\int_\varphi n_i\left(\frac{M_i}{q_0 r^2}\right)d\varphi + \int_\varphi\left(\frac{m_i}{r}\right)\left(\frac{N_i}{q_0 r}\right)d\varphi}{\int_\varphi\left(\frac{m_i}{r}\right)\left(\frac{M_i}{q_0 r^2}\right)d\varphi} \qquad (3.3\text{-}7)$$

în care se introduc valorile corespunzătoare unei secţiuni de formă circulară avînd deschiderea $2\varphi_0$ şi valorile eforturilor M_i, N_i corespunzătoare distribuţiei încărcării celei mai reprezentative, împingerea uniformă a rocii.

BUPT

Din relațiile (3.2-2), respectiv (3.2-1o) se scrie :

$m_i = -(1-\cos\varphi)$ $\qquad n_i = \cos\varphi$

$\frac{M_i}{q_o \cdot r^2} = -\frac{1}{2}\sin^2\varphi$ $\qquad N_i = -\frac{1}{2}\sin\varphi$

cu aceste valori relația (3.3-7) devine :

$$\varepsilon_p = \frac{1}{12\lambda^2}\,\frac{\int_\varphi -\frac{1}{2}\sin^2\varphi\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi + \int_\varphi \frac{1}{2}\sin\varphi(1-\cos\varphi)\,d\varphi}{\int_\varphi \frac{1}{2}(1-\cos\varphi)\sin^2\varphi\, d\varphi} \qquad (3.3\text{-}8)$$

Efectuînd integralele impuse de relația (3.3-8) se obține :

$$\varepsilon_p = \frac{1}{12\lambda^2}\,\varepsilon\varphi_o \qquad (3.3\text{-}9)$$

$$\varepsilon\varphi_o = \frac{-\frac{1}{3}\sin^3\varphi_o + 1 - \cos\varphi_o - \frac{1}{2}\sin^2\varphi_o}{\frac{1}{2}\varphi_o - \frac{1}{4}\sin 2\varphi_o - \frac{1}{3}\sin^3\varphi_o}$$

Pentru $\varphi_o = 60°$ se găsește $\varepsilon_{\varphi_o} = -1$

Efectul curburii în calculul termenului Δ^o_{2q} va fi adus de coeficientul :

$$\varepsilon_p\,\% = \frac{100}{12\lambda^2} = \frac{8{,}4}{\lambda^2} \qquad (3.3\text{-}1o)$$

Un arc avînd grosimea relativă $\lambda = 5$ va conduce la valoarea : $\varepsilon_p\% \simeq 0{,}3\%$

- Pentru arce subțiri, avînd $\lambda > 5$, se poate neglija în calculul valorii Δ^o_{2q} efectul curburii.

<u>In concluzie</u>, efectul curburii poate fi neglijat în calculele statice pentru arce subțiri $(\lambda = \frac{r}{t} > 5)$ deoarece :

- în calculul valorii $\delta_{22}^{\iota o}$ eroarea este sub 1,7 % ;
- în calculul valorii Δ_{2q}^{o} eroarea este sub 0,3 %.

Celelalte valori ce intră în ecuațiile de echilibru (3.1-9) nu sînt afectate de efectul curburii.

Concluziile paragrafelor 3.2-2 şi 3.2.3 permit o simplificare, în cele ce urmează, a calculelor. Pentru arcele întîlnite frecvent în construcția tunelurilor ($\lambda > 5$), calculele statice se pot conduce luînd în considerare numai efectul momentelor încovoietoare.

§ 3.4 - Calculul deformațiilor

Deformațiile îmbrăcăminților galeriilor subterane nu se pot manifesta liber. In condițiile în care galeria se găseşte în contact cu roca înconjurătoare, deformațiile proprii ale galeriei sînt în strînsă legătură cu caracteristicile elastice ale rocii. Impiedecarea deformării libere a îmbrăcămintii (sub acțiunea încărcării), creiază în jurul galeriei reacțiuni ale rocii. Incărcarea ce ia naştere în urma conlucrării elastice a rocii cu îmbrăcămintea se numeşte presiune pasivă fig.3.4-1 a muntelui. Ipoteza cea mai răspîndită /73/ presupune că într-un loc oarecare presiunea este proporțională cu deformația totală a îmbrăcămintii (ipoteza lui Winkler), conform relației

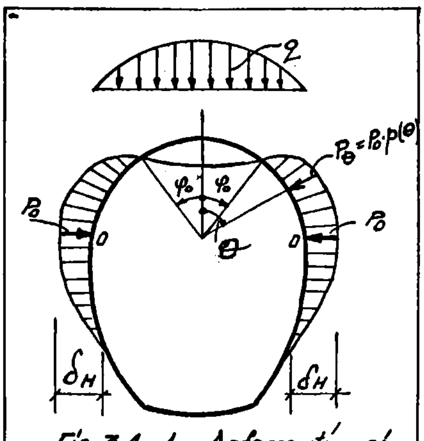


Fig. 3.4-1 Deformația şi împingerea pasivă

$$p = k \cdot \delta \qquad (3.4\text{-}1)$$

unde :

p - presiunea pasivă ;

k - coeficientul de pat la încărcări normale a rocii ;

δ - deplasarea normală a îmbrăcămintii.

Conform relației 3.4-1 încărcarea din presiunea pasivă s-ar obține după ce în prealabil s-au calculat toate deformațiile totale. Problema pusă sub această formă este static nedeterminată deoarece deformația totală δ include lucrarea în considerare a încărcării propriu zise și a încărcării datorită presiunii pasive, presupusă (apriori) cunoscută.

Pentru simplificarea calculelor, în literatură /44/ se admite ca presiunea pasivă să fie acceptată după o lege de variație dată (vezi cap.IV,V,VI).

Legea de variație este adoptată în funcție de deformația elastică cea mai caracteristică. In cele mai multe cazuri se acceptă deformația orizontală δ_H , drept cea mai semnificativă. Incărcarea din presiunea pasivă din acest punct se va nota :

$$p_0 = k\,\delta_H \qquad (3.4\text{-}2)$$

Distribuția încărcării pasive , va urmării forma deformației și va fi exprimată de o lege pusă sub forma :

$$p_\theta = p_0 \cdot f(\theta) \qquad (3.4\text{-}3)$$

Problema se reduce în acest mod la determinarea încărcării p_0 ,sau ceea ce este tot una, la determinarea deformației δ_H in punctul de pe axa orizontală.

Incărcarea p_0 va rezulta din ecuația :

$$\delta_H^{q}(q) + \delta_H^{p}(p_0) + \delta_H^{r}(q) = 2\frac{p_0}{k} \qquad (3.4\text{-}4)$$

unde :

δ_H^q, δ_H^r deformaţia în punctul O datorat încărcării exterioare q (cunoscută) şi a reacţiunii din această încărcare ;

δ_H^p - deformaţia în punctul O datorită încărcării p, ce poate fi determinată abstracţie făcînd de un factor p_o.

p_o - încărcarea necunoscută în punctul O ;

k - coeficientul de pat al rocii (după normală).

Relaţia 3.4-4 se poate scrie şi sub forma unor coeficienţi adimensionali ai deplasării

$$\frac{q \cdot r^4}{EJ_o}\delta_H^{oq}(q_o) + \frac{p_o \cdot r^4}{EJ_o}\delta_H^{op}(p_o) + \frac{q_{or} \cdot r^4}{EJ_o}\delta_H^{or}(q_{or}) = 2\frac{p_o}{k} \qquad (3.4\text{-}5)$$

unde :

$\delta_H^{oq}; \delta_H^{op}; \delta_H^{or}$ reprezintă deplasările adimensionale ale încărcării q_o, reacţiunii q_{or} şi ale presiunii pasive p_o

Necunoscuta problemei (p_o) se explicitează din ecuaţia :

$$p_o = q_o \frac{\delta_H^{oq} + \frac{q_{or}}{q_o}\delta_H^{or}}{2\frac{EJ_o}{k \cdot r^4} - \delta_H^{op}} \qquad (3.4\text{-}6)$$

Mărimea deformaţiei specifice δ_H^o se calculează cu metoda Mohr /75/ luînd în considerare numai efectul momentului încovoietor

$$\frac{EJ_o}{q_o \cdot r^4}\delta_H^q = \int_\theta i \frac{M_\theta}{q_o \cdot r^2} \cdot \frac{m_\theta}{r}\left(\frac{k_i \cdot r \cdot d\theta}{r}\right)$$

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIŞOARA BIBLIOTECA CENTRALĂ

unde :

- $i = \frac{J_o}{J_i}$, raportul momentelor de inerţie în porţiunea pe care se face integrarea ;

BUPT

+ $k_i = \frac{r_i}{r}$ raportul dintre raza arcului pe care se integrează şi raza faţă de care se raportează calculele ,

$$+\frac{M_\theta}{q_o r^2} = \frac{M_\theta^\circ}{q_o r^2} + m_1 X_1^\circ + m_2 X_2^\circ$$

$$+\frac{m_\theta}{r} = \frac{m_\theta^\circ}{r} + m_1 x_1^\circ + m_2 x_2^\circ \qquad (3.4\text{-}8)$$

+ M_θ° , momentul dat de încărcarea q pe schema de bază

+ $\frac{m^\circ}{r}$, momentul pe schema de bază, dat de o forţă $P = 1$, aplicată pe direcţia deformaţiei (fig.3.4-2).

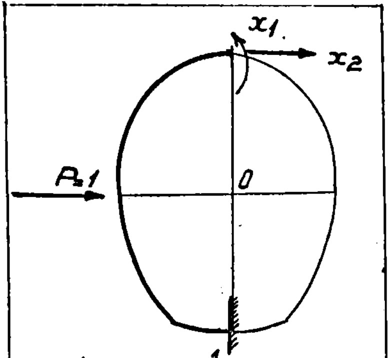


Fig. 3.4-2 Încărcarea P=1

Valorile necunoscutelor x_1; x_2; X_1 X_2 se obţin din sistemele :

$$\left[\delta_{ij}^\circ\right]\left[X_i^\circ\right] + \left[\Delta_{iq}^\circ\right] = 0 \qquad (3.4\text{-}9)$$

$$\left[\delta_{ij}^\circ\right]\left[x_i^\circ\right] + \left[\Delta_{ip}^\circ\right] = 0 \qquad (3.4\text{-}10)$$

Pentru efectuarea calculelor se introduc expresiile (3.4-8) în 3.4-7 şi se efectuează calculele aşezînd termenii într-o ordine convenabilă :

$$\delta_H^{oq} = \int_\theta i \frac{M_\theta^\circ}{q_o r^2}\frac{m_\theta^\circ}{r} k_i \, d\theta + X_1^\circ \int_\theta i\, m_1 \frac{m^\circ}{r} k_i \, d\theta + X_2^\circ \int_i m_2 \frac{m^\circ}{r} k_i \, d\theta + \qquad (3.4\text{-}11)$$

$$+(\delta_{11}^\circ X_1^\circ)x_1^\circ + (\delta_{12}^\circ X_2^\circ)x_1^\circ + (\Delta_{1q}^\circ)x_1^\circ + (\delta_{21}^\circ X_1^\circ)x_2^\circ + (\delta_{22} X_2^\circ)x_2^\circ + (\Delta_{2q}^\circ)x_2^\circ$$

După modul în care au fost aşezaţi termenii, se observă că ultimii şase reprezintă ecuaţiile de echilibru (3.4-9) multiplicate cu $\varkappa_1^\circ$ respectiv $\varkappa_2^\circ$. Acestea vor fi nule.

Făcînd notaţiile :

$$J_2 = \int_\theta i \frac{M_\theta^\circ}{q_o r^2} \cdot \frac{m_\theta^\circ}{r} k_i \cdot d\theta$$

$$\Delta_{1p}^\circ = \int_\theta i\, m_1 \frac{m_\theta^\circ}{r} k_i \cdot d\theta$$

$$\Delta_{2p}^\circ = \int_\theta i\, m_2 \frac{m_\theta^\circ}{r} k_i \cdot d\theta \qquad (3.4\text{-}12)$$

$$\delta_H^\circ = \frac{EJ_o}{q_o \cdot r^4} \delta_H$$

Se obţine

pentru deformaţia adimensională :

$$\delta_H^\circ = J_2 + X_1^\circ \Delta_{1p}^\circ + X_2^\circ \Delta_{2p}^\circ \qquad (3.4\text{-}13)$$

unde :

$-\Delta_{1p}^\circ$; Δ_{2p}° reprezintă deplasările elastice datorită încărcării P = 1 ;

$-m_1$; m_2 sînt momentele datorită necunoscutelor unitare $X_1 = 1$; $X_2 = 1$ aplicate în cheia bolţii.

<u>In concluzie</u> - Determinarea deformaţiei adimensionale în punctul O, pe diametrul orizontal al secţiunii se face printr-o

relaţie relativ simplă, ce poate fi uşor efectuată dacă se cunoaşte geometria secţiunii şi modul de distribuţie al încărcării q.

Mărimile Δ_{1p}°, Δ_{2p}° sînt invarianţi pentru un anumit punct de calcul al deformaţiei, pentru că încărcarea P = 1 este cunoscută şi acţionează în acelaş loc şi pe aceeaşi direcţie.

Încărcarea datorită presiunii pasive a muntelui se obţine printr-o distribuţie impusă (în funcţie de forma secţiunii) avînd ca factor mărimea încărcării, $p_0 = k \cdot \delta_H$ obţinută în punctul O pe diametrul orizontal.

Valorile δ_H vor fi calculate pentru fiecare secţiune şi formă de încărcare.

Capitolul 4 - SECŢIUNEA DE "FORMĂ SPECIALĂ"

§ 4.1.- Determinarea eforturilor şi deformaţiilor în cintrele şi căptuşelile galeriilor de "formă specială"

1.- Determinarea eforturilor

Secţiunea de formă specială fig.2.1-2 este des folosită în execuţia galeriilor. Ea foloseşte şi ca secţiune generală de la care prin trecere la limită se obţin alte tipuri de secţiuni : "mîner de coş" ; circulară ; ovoidală ; arc, etc. Condiţiile de trecere de la una la alta precum şi forma lor sînt prezentate în tabelul 2.1-6.

Secţiunea este definită de :

- r - raza cercului de boltă, caracterizează mărimea secţiunii ;
- α_0 ; β_0 ; k_1 ; k_2 - parametrii ce caracterizează forma secţiunii.

Parametrii de formă ai secţiunii sînt legaţi între ei prin relaţia (2.1-1) astfel că forma secţiunii este definită de trei din parametrii enumeraţi mai sus.

Calculul eforturilor se poate conduce pornind de la forma de bază fig.4.1-1 secţionată după axa verticală.

Solicitările unitare pe forma de bază în diferite domenii de variaţie ale unghiului θ au expresiile :

$$m_{1\varphi} = 1 \; ; \quad n_{1\varphi} = 0 \; ; \; t_{1\varphi} = 0 \; ;$$

$$m_{1\alpha} = 1 \; ; \quad n_{1\alpha} = 0 \; ; \; t_{1\alpha} = 0 \; ;$$

$$m_{1\beta} = 1 \; ; \quad n_{1\beta} = 0 \; ; \; t_{1\beta} = 0 \; ;$$

BUPT

$$m_{2\varphi} = -r(1-\cos\varphi); \quad n_{2\varphi} = \cos\varphi; \quad t_{2\varphi} = \sin\varphi;$$

$$m_{2\alpha} = -r(1+K_1\sin\alpha); \quad n_{2\alpha} = -\sin\alpha; \quad t_{2\alpha} = \cos\alpha$$

$$m_{2\beta} = -r\left\{1 + K_1\sin\alpha_o + K_2\left[\cos(\beta_o-\beta) - \cos\beta_o\right]\right\}$$

$$n_{2\beta} = -\cos(\beta_o-\beta); \quad t_{2\beta} = \sin(\beta_o-\beta) \qquad (4.1\text{-}1)$$

Invarianţii adimensionali ai sistemului pot fi calculaţi după modelul relaţiilor (3.1-4).

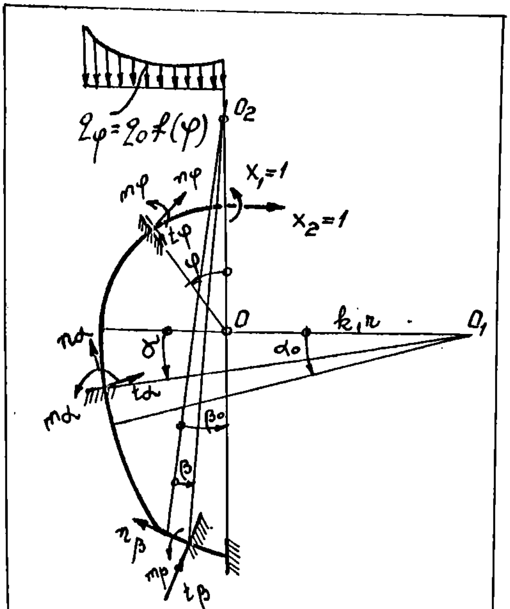


Fig. 4.1-1. Solicitările din încărcarea unitară

Cu ajutorul relaţiilor (4.1-1) se obţine :

$$\delta_{11}^{\circ} = \int_s i_s m_1^2 \frac{ds}{r}$$

$$\delta_{12}^{\circ} = \int_s i_s m_1\left(\frac{m_2}{r}\right)\frac{ds}{r} \qquad (4.1\text{-}2)$$

$$\delta_{22}^{\circ} = \int_s i_s\left(\frac{m_2}{r}\right)^2\frac{ds}{r}$$

Pentru secţiuni la care grosimile nu variază continuu, putînd varia discontinuu de la o zonă la alta, se obţin coeficienţii i_θ constanţi pe porţiunea φ , α , β .Luînd $J_o = J_\varphi$ se obţine :

$$i_\varphi = 1; \quad i_\alpha = \frac{J_\varphi}{J_\alpha}; \quad i_\beta = \frac{J_\varphi}{J_\beta} \qquad (4.1\text{-}3)$$

Expresiile 4.1-2 se pot scrie separînd efectul pe fiecare porţiune după cum urmează :

$$\delta_{11}^{\circ} = 1(\delta_{11}^{\circ})_\varphi + i_\alpha(\delta_{11}^{\circ})_\alpha + i_\beta(\delta_{11}^{\circ})_\beta \qquad (4.1\text{-}4)$$

BUPT

$$\delta_{12} = 1(\delta_{12}^{\circ})_{\varphi} + i_{\alpha}(\delta_{12}^{\circ})_{\alpha} + i_{\beta}(\delta_{12}^{\circ})_{\beta}$$

$$\delta_{22} = 1(\delta_{22}^{\circ})_{\varphi} + i_{\alpha}(\delta_{22}^{\circ})_{\alpha} + i_{\beta}(\delta_{22}^{\circ})_{\beta}$$

În cele ce urmează se explicitează coeficienții relațiilor (4.1-4) :

- Pentru calculul valorii δ_{11}° :

$$(\delta_{11}^{\circ})_{\varphi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$(\delta_{11}^{\circ})_{\alpha} = \int_0^{\alpha_0} K_1 d\alpha = K_1 \alpha_0 \qquad (4.1\text{-}5)$$

$$(\delta_{11}^{\circ})_{\beta} = \int_0^{\beta_0} K_2 d\beta = K_2 \beta_0$$

Insumînd efectele și ținînd cont de raportul momentelor de inerție, se obține :

$$\delta_{11}^{\circ} = \frac{\pi}{2} + i_{\alpha}(K_1 \alpha_0) + i_{\beta}(K_2 \beta_0) \qquad (4.1\text{-}6)$$

Valorile δ_{11}° pot fi calculate parțial conform relațiilor (4.1-5) sau global, conform relației (4.1-6). Pentru a ușura calculele se folosește tabelul 4.1.1 calculat pentru cîteva valori θ (α_0 sau β_0) sau a diagramei din fig.4.1-2.

Valorile $k\theta$ Tabel 4.1-1

k	θ în radiani				
	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
0	0	0	0	0	0
1	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
2	0	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	π
3	0	$\pi/2$	$3\pi/4$	π	$3\pi/2$
5	0	$5\pi/6$	$5\pi/4$	$5\pi/3$	$5\pi/2$

Valorile β_0 vor fi calculate în funcție de α_0, K_1, K_2.

Valoarea δ_{11}° poate fi calculată cu ajutorul diagramei de mai sus dacă este cunoscut raportul momentelor de inerție : $1 : i_{\alpha} : i_{\beta}$

Valoarea δ_{12}° se explicitează după cum urmează :

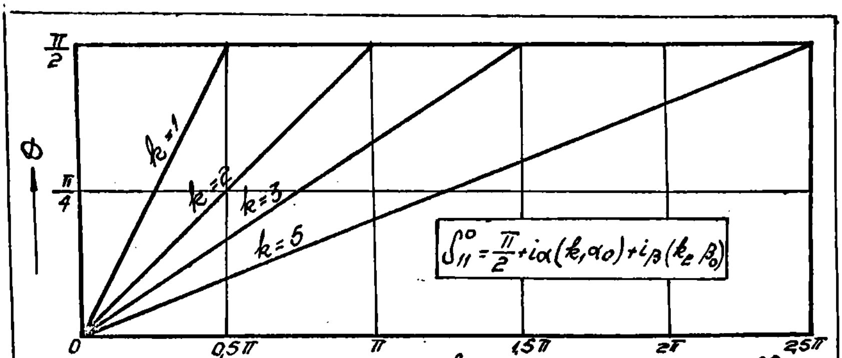


Fig. 4.1-2 Diagramă pentru calculul valorii $(\delta_{11}^{o})_\theta$

$$(\delta_{12}^{o})_\varphi=-\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos\varphi)\,d\varphi=-\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

$$(\delta_{12}^{o})_\alpha=-\int_0^{\alpha}(1+K_1\sin\alpha)K_1\,d\alpha=-K_1\left[\alpha_0+K_1(1-\cos\alpha_0)\right]$$

$$(\delta_{12}^{o})_\beta=-\int_0^{\beta_0}\left\{(1+K_1\sin\alpha_0)+K_2\left[\cos(\beta_0-\beta)-\cos\beta_0\right]\right\}K_2\,d\beta= \qquad (4.1\text{-}7)$$

$$=-K_2\left[(1+K_1\sin\alpha_0)\beta_0-K_2\,(\beta_0\cos\beta_0-\sin\beta_0)\right]$$

Prin însumarea relațiilor de mai sus multiplicate cu valorile $i_\varphi=1$; $i_\alpha=\frac{J_\varphi}{J_\alpha}$; $i_\beta=\frac{J_\varphi}{J_\beta}$ se obține δ_{12}^{o} pentru întregul contur :

$$\delta_{12}^{o}=i_\varphi(\delta_{12}^{o})_\varphi+i_\alpha(\delta_{12}^{o})_\alpha+i_\beta(\delta_{12}^{o})_\beta \qquad (4.1\text{-}7a)$$

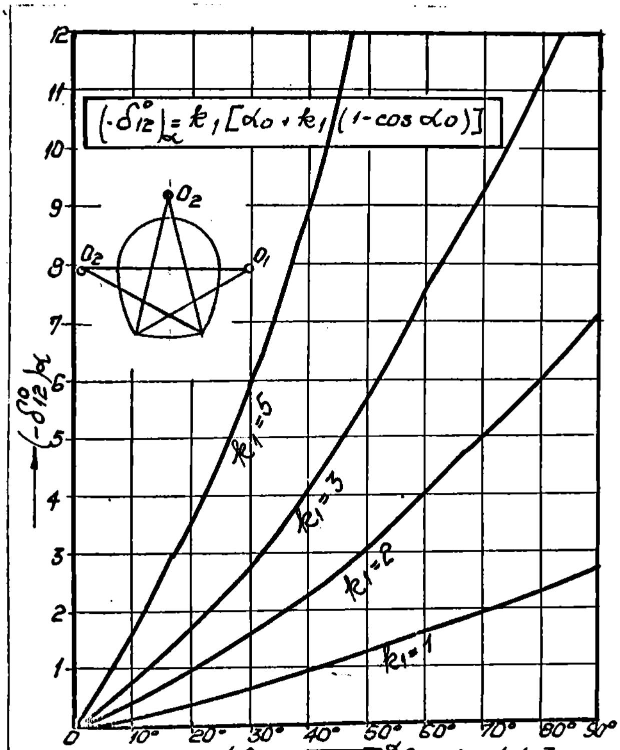
Expresiile $(\delta_{12}^{o})_\alpha$ și $(\delta_{12}^{o})_\beta$ sînt calculate în tabelele (4.1-2) ; (4.1-3) și sînt reprezentate grafic în diagramele din fig.4.1-3,4,5,6,7.

Valorile $(-\delta_{12}^{o})_\alpha$ Tabel 4.1-2

k_1	α^o în grade sexazecimale				
	0	30	45	60	90
1	0,000	0,658	1,078	1,547	2,570
2	0,000	1,584	2,742	4,094	7,140
3	0,000	2,778	4,992	7,631	13,710
5	0,000	5,970	11,250	[illegible]735	32,850

Valorile $(-\delta_{12}^{0})_\beta = k_2(1+k_1 \sin\alpha_0)\beta_0 - k_2^2(\beta_0 \cos\beta - \sin\beta_0)$ Tabel 4.1-3

k_1	k_2	0°	10°	20°	30°	40°	45°	60°	70°	80°	90°
1	1	2,570	2.375	2,100	1,910	1,609	1,490	1,022	0,690	0,347	0,000
	2	1,236	1,304	1,457	[illegible]	1.375	1.293	0,964	0,676	0,346	0,000
	3	1,143	1.298	1.383	1.395	1.324	1,263	1,002	0,675	0,346	0,000
	5	1,060	1.224	1.336	1.355	1,289	1,227	0,932	0,649	0,337	0,000
2	1	2.570	2,428	2.200	1.810	1,280	1,057	0,000	—	—	—
	2	1,236	1,536	1,658	1.568	1,257	1,021	0,000	—	—	—
	3	1,143	1,440	1,594	1,527	1,240	0,990	0,000	—	—	—
	5	1,060	1,405	1,530	1.500	1.221	0,998	0,000	—	—	—
3	1	2,570	2,497	2,217	1,681	0,894	0,381	—	—	—	—
	2	1,236	1,679	1,810	1,557	0,880	0.381	—	—	—	—
	3	1,143	1.566	1,730	1.527	0,870	0,375	—	—	—	—
	5	1,060	1,551	1.696	1,513	0,878	0.390	—	—	—	—
5	1	2,570	2,664	2,245	1,489	—	—	—	—	—	—
	2	1.236	2,066	1,998	1,164	—	—	—	—	—	—
	3	1,143	1,908	1.955	1,164	—	—	—	—	—	—
	5	1,060	1.828	2065	1,149	—	—	—	—	—	—



Variabile $(-\delta_{12}^{0})_\alpha$ Fig. 4.1-3

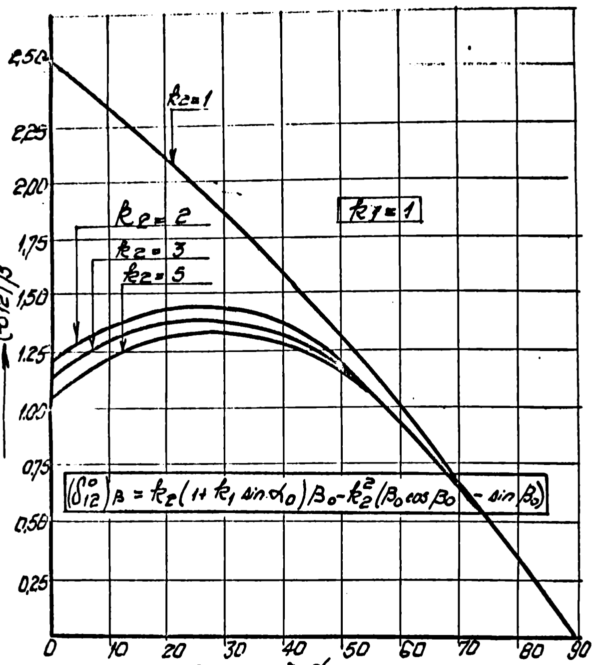
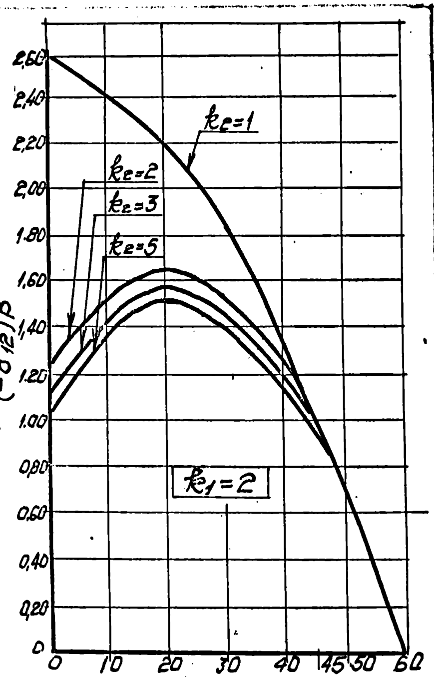


Diagrama $(-\delta_{12})_{\beta}$ Fig. 4.1-4



Diafragma $(-\delta_{12}^{o})_{\beta}$ Fig. 4.1-5

BUPT

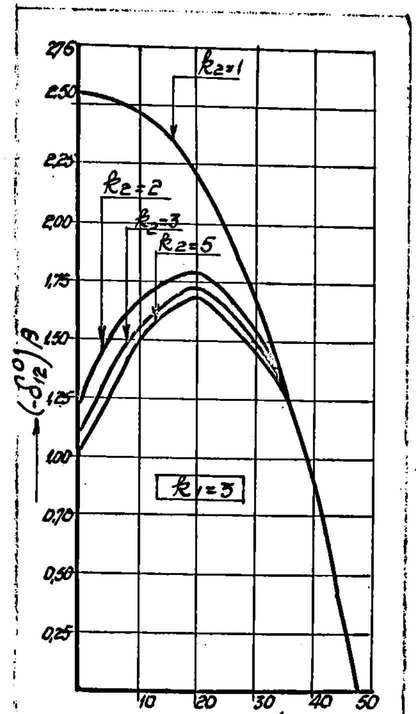
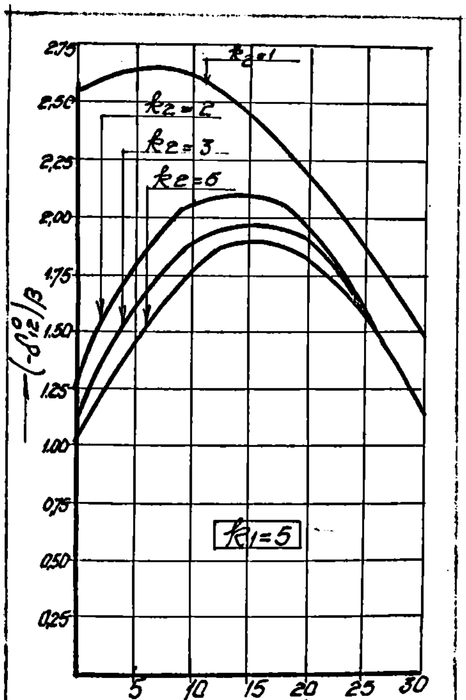


Diagrama $(-\delta_{12}^{o})_{\beta} \rightarrow \alpha_o$ Fig. 4.1-6



Diafragma $(-\delta_{12}^{o})_{\beta} \rightarrow \alpha_o$ Fig. 4.1-7

BUPT

Valoarea δ_{22}° va rezulta, în mod analog, pe porțiuni :

$$(\delta_{22}^{\circ})_{\varphi} = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos\varphi)^2 d\varphi = \frac{3\pi}{4} - 2$$

$$(\delta_{22}^{\circ})_{\alpha} = \int_{0}^{\alpha} (1+K_1 \sin\alpha)^2 K_1 d\alpha = K_1\left[\alpha_o\left(1+\tfrac{1}{2}K_1\right)+2K_1(1-\cos\alpha_o)-\tfrac{1}{4}K_1\sin 2\alpha_o\right]$$

$$(\delta_{22}^{\circ})_{\beta} = \int_{0}^{\beta} \left[1+K_1\sin\alpha_o - K_2\cos\beta_o + K_2\cos(\beta_o-\beta)\right]^2 K_2\, d\beta = \quad (4.1\text{-}8)$$

$$= K_2\left[(1+K_1\sin\alpha_o)^2\beta_o + 2K_2(1+K_1\sin\alpha_o)(\sin\beta_o - \beta_o\cos\beta_o) + \right.$$

$$\left. + K_2^2\left(\beta_o\cos^2\beta_o - \tfrac{3}{2}\sin\beta_o\cos\beta_o + \tfrac{1}{2}\beta_o\right)\right]$$

Calculul acestor elemente pentru cazuri particulare este făcut în tabelele 4.1-4.5. Diagramele de variație sînt reprezentate în fig.4.1-8,9,10,11,12. Folosind aceste diagrame se poate stabili cu suficientă exactitate valorile parțiale ale relației:

(4.1-8a)

$$\delta_{22}^{\circ} = i_{\varphi}(\delta_{22}^{\circ})_{\varphi} + i_{\alpha}(\delta_{22}^{\circ})_{\alpha} + i_{\beta}(\delta_{22}^{\circ})_{\beta}$$

Valorile $(\delta_{22}^{\circ})_{\alpha}$ Tabel 4.1-4

K_1	α_0 = 0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
1	0,000	0,331	0,838	1,513	2,354	3,319	4,356
2	0,000	0,784	2,298	3,784	7,322	10.660	14,284
3	0,000	1,372	4,387	7,911	14,553	22,023	29,782
5	0,000	2,942	10,442	22,137	37,912	56,815	77,492

Deplasările din încărcări pot fi puse sub forma :

$$\Delta_{1q}^{\circ} = (\Delta_{1q}^{\circ})_{\varphi} + K_1 i_{\alpha} (\Delta_{1q}^{\circ})_{\alpha} + K_2 i_{\beta} (\Delta_{1q}^{\circ})_{\beta} \quad (4.1\text{-}9)$$

$$\Delta_{2q}^{\circ} = (\Delta_{2q}^{\circ})_{\varphi} + K_1 i_{\alpha} (\Delta_{2q}^{\circ})_{\alpha} + K_2 i_{\beta} (\Delta_{2q}^{\circ})_{\beta}$$

BUPT

Valorile $(\delta_{22}^{0})_{\beta}$ Tabel 4.1-5

k_1	k_2	α_0 = 0°	30°	45°	60°	90°
1	1	4,358	3,436	2,842	2,004	0,000
	2	1,464	3,279	2,747	1,803	0,000
	3	1,271	2,245	2,236	1,784	0,000
	5	1,136	2,088	2,157	1,764	0,000
2	1	4,358	4,015	2,620	0,000	—
	2	1,464	3,285	2,496	0,000	—
	3	1,271	3,149	2,466	0,000	—
	5	1,136	3,043	2,467	0,000	—
3	1	4,358	4,444	1,192	—	—
	2	1,464	4,002	1,190	—	—
	3	1,271	3,857	1,169	—	—
	5	1,136	3,825	1,169	—	—
5	1	4,358	4,231	—	—	—
	2	1,464	4,109	—	—	—
	3	1,271	4,099	—	—	—
	5	1,136	4,115	—	—	—

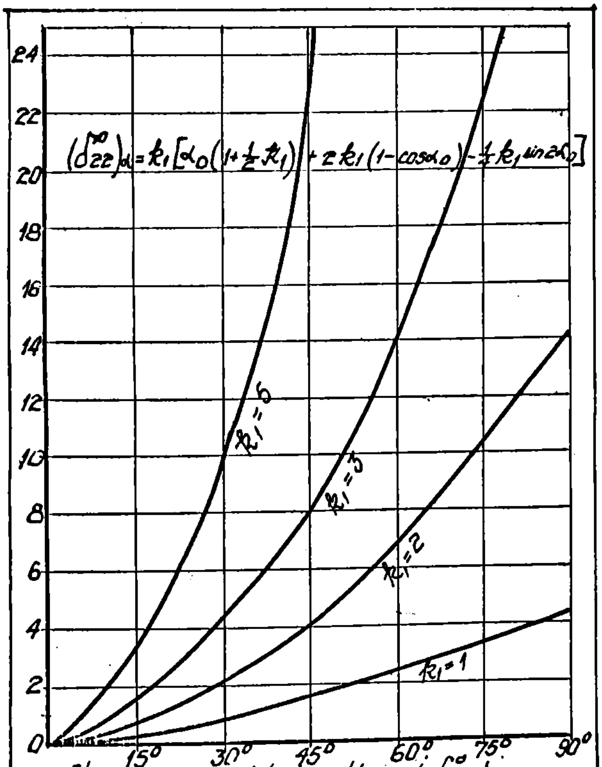
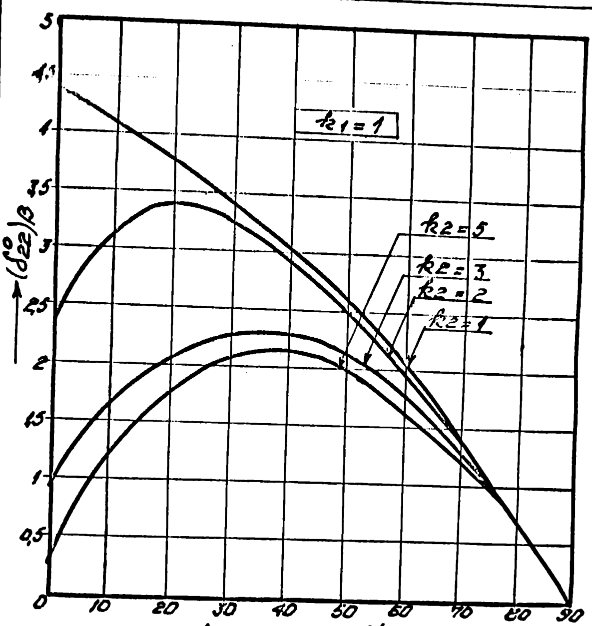
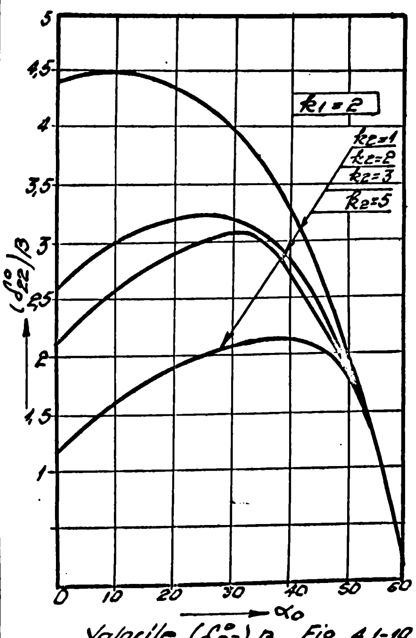


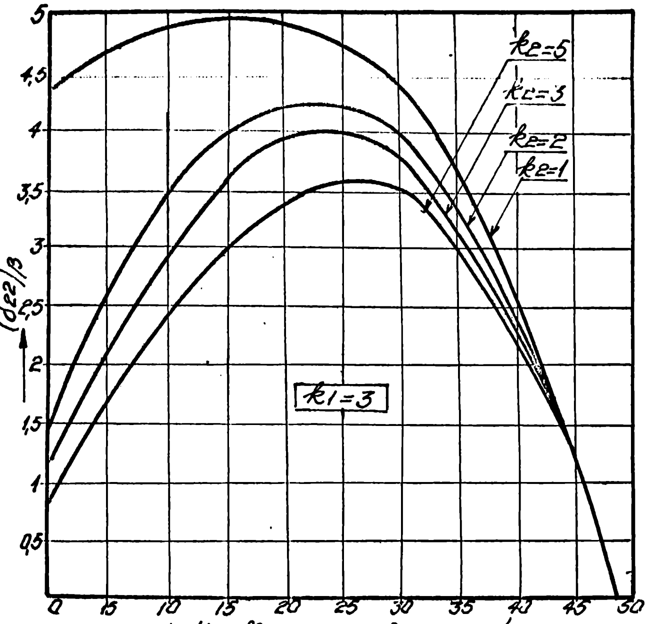
Fig. 4.1-8 Valorile $(\delta_{22}^{0})_{\alpha}$



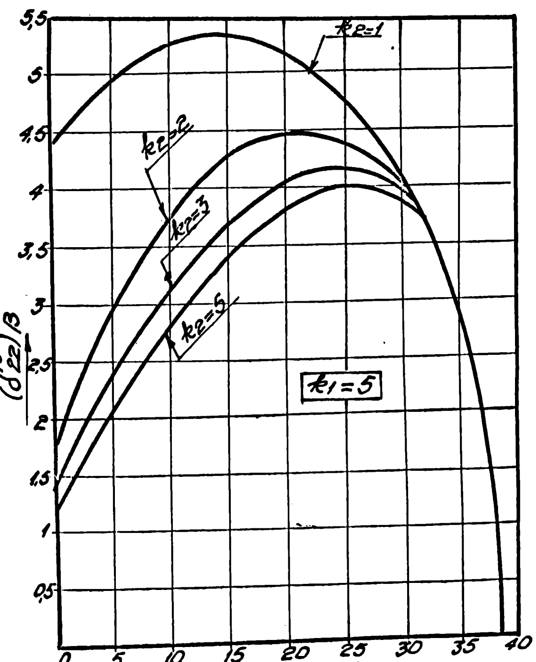
Valorile $(\delta^{o}_{22})_\beta$ Fig. 4.1-9



Valorile $(\delta^{o}_{22})_\beta$ Fig. 4.1-10



Valorile $(\delta^{o}_{22})_\beta$ Fig. 4.1-11



Valorile $(\delta^{o}_{22})_\beta$ Fig 4.1-12

Expresiile parțiele ale deplasărilor se pot exprime după cum urmează :

$$(\Delta_{1q}^{o})_{\varphi} = I_{1\varphi}\,; \quad (\Delta_{1q}^{o})_{\alpha} = I_{1\alpha}\,; \quad (\Delta_{1q}^{o})_{\beta} = I_{1\beta}\,;$$

$$(\Delta_{2q}^{o})_{\varphi} = -I_{1\varphi} + I_{2\varphi}$$

$$(\Delta_{2q}^{o})_{\alpha} = -I_{1\alpha} - K_1 I_{2\alpha} \qquad (4.1\text{-}10)$$

$$(\Delta_{2q}^{o})_{\beta} = -I_{1\beta} - (K_1 \sin\alpha_o - K_2 \cos\beta_o) I_{1\beta} - K_2 I_{2\beta}$$

unde s-au folosit notațiile :

$$I_{1\varphi} = \int_{\varphi} \frac{M_{\varphi}^{o}}{q_o r^2} d\varphi\,; \quad I_{1\alpha} = \int_{\alpha} \frac{M_{\alpha}^{o}}{q_o r^2} d\alpha\,; \quad I_{1\beta} = \int_{\beta} \frac{M_{\beta}^{o}}{q_o r^2} d\beta$$

$$(4\text{-}1\text{-}11)$$

$$I_{2\varphi} = \int_{\varphi} \frac{M_{\varphi}^{o}}{q_o r^2} \cos\varphi\, d\varphi\,; \quad I_{2\alpha} = \int_{\alpha} \frac{M_{\alpha}^{o}}{q_o r^2} \sin\alpha\, d\alpha\,; \quad I_{2\beta} = \int_{\beta} \frac{M_{\beta}^{o}}{q_o r^2} \cos(\beta_o - \beta)\, d\beta$$

Relațiile (4.1-9) permit rezolvarea sistemului (3.1-9) și în final scrierea expresiilor eforturilor.

Mărimile M_{Θ}^{o} cu $\Theta = \varphi; \alpha; \beta$, reprezintă eforturile pe sistemul de bază, provenite din încărcările exterioare. Eforturile pe porțiunea $\alpha; \beta$ pot fi scrise și în funcție de eforturile la limita intervalului după cum urmează :

- pentru $\alpha \in (0, \alpha_o)$

$$N_{\alpha}^{o} = N_{\frac{\pi}{2}}^{o} \cdot \cos\alpha - T_{\frac{\pi}{2}}^{o} \sin\alpha + N_{\alpha q}^{o}$$

$$M_{\alpha}^{o} = M_{\frac{\pi}{2}}^{o} - N_{\frac{\pi}{2}}^{o} \cdot K_1 \cdot r (1-\cos\alpha) - T_{\frac{\pi}{2}}^{o} \cdot K_1 \cdot r \cdot \sin\alpha + M_{\alpha q}^{o} \qquad (4.1\text{-}12)$$

$$T_{\alpha}^{o} = N_{\frac{\pi}{2}}^{o} \cdot \sin\alpha + T_{\frac{\pi}{2}}^{o} \cos\alpha + T_{\alpha q}^{o}$$

unde :

- $N_{\frac{\pi}{2}}^{o}; M_{\frac{\pi}{2}}^{o}; T_{\frac{\pi}{2}}^{o}$ reprezintă eforturile la limita primului interval
- $N_{\alpha q}^{o}; M_{\alpha q}^{o}; T_{\alpha q}^{o}$ efortul adus de încărcarea din porțiu-

nea $\alpha \in (0,\alpha_o)$

- pentru $\beta \in (0, \beta_o)$

$$N^{\circ}_{\beta} = N^{\circ}_{\alpha_o}\sin(\alpha_o+\beta_o-\beta) - T^{\circ}_{\alpha_o}\cos(\alpha_o+\beta_o-\beta) + N^{\circ}_{\beta q}$$

$$T^{\circ}_{\beta} = N^{\circ}_{\alpha_o}\cos(\alpha_o+\beta_o-\beta) + T^{\circ}_{\alpha_o}\sin(\alpha_o+\beta_o-\beta) + T^{\circ}_{\beta q}$$

$$M^{\circ}_{\beta} = M^{\circ}_{\alpha_o} - N^{\circ}_{\alpha_o} K_2 \cdot r\,[\sin(\alpha_o+\beta_o) - \sin(\alpha_o+\beta_o-\beta)] - T^{\circ}_{\alpha_o} K_2 \cdot r\,[\cos(\alpha_o+\beta_o-\beta) - \cos(\alpha_o+\beta_o)] + M^{\circ}_{\beta q} \tag{4.1-13}$$

unde :

- $N^{\circ}_{\alpha_o}; M^{\circ}_{\alpha_o}; T^{\circ}_{\alpha_o}$ reprezintă eforturile la limită intervalului,
- $N^{\circ}_{\beta q}; M^{\circ}_{\beta q}; T^{\circ}_{\beta q}$ eforturile provenite din încărcarea de pe porțiunea $\beta \in (0,\beta_o)$

Pentru o secțiune curentă eforturile finale sînt :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M\varphi}{q_o r^2} = \frac{M^{\circ}_{\varphi}}{q_o r^2} + X^{\circ}_1 - X_2(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N\varphi}{r q_o} = \frac{N^{\circ}_{\varphi}}{q_o r} + X^{\circ}_2 \cos\varphi \tag{4.1-14}$$

$$\frac{T\varphi}{q_o r} = \frac{T^{\circ}_{\varphi}}{q_o r} + X^{\circ}_2 \sin\varphi$$

- pentru $\alpha \in (0, \alpha_o)$

$$\frac{M\alpha}{q_o r^2} = \frac{M^{\circ}_{\alpha}}{q_o r^2} + X^{\circ}_1 - X^{\circ}_2(1 + K_1 \sin\alpha)$$

$$\frac{N\alpha}{q_o r} = \frac{N^{\circ}_{\alpha}}{q_o r} - X^{\circ}_2 \sin\alpha \tag{4.1-15}$$

$$\frac{T\alpha}{q_o r} = \frac{T^{\circ}_{\alpha}}{q_o r} + X_2 \cos\alpha$$

- pentru $\beta \in (0;\beta_o)$

BUPT

$$\frac{M_\beta}{q_o r^2}=\frac{M^o_\beta}{q_o r^2}+X^o_1-X_2\left\{(1+k_1\sin\alpha_o)+k_2\left[\cos(\beta_o-\beta)-\cos\beta_o\right]\right\}$$

$$\frac{N_\beta}{q_o r}=\frac{N^o_\beta}{q_o r}-X^o_2\cos(\beta_o-\beta)$$

$$\frac{T_\beta}{q_o r}=\frac{T^o_\beta}{q_o r}+X^o_2\sin(\beta_o-\beta) \qquad (4.1\text{-}16)$$

In general, partea dreaptă a relaţiilor (4.1-14,15,16) sînt funcţii numai de poziţia punctului definit de un unghi de-a lungul curbei.

Se vede că relaţiile au forma generală :

$$\frac{M}{q_o r^2}=\frac{M^o}{q_o r^2}+X^o_1+X^o_2\,A(\theta)$$

$$\frac{N}{q_o r}=\frac{N^o}{q_o r}+X^o_2\,B(\theta) \qquad (4.1\text{-}17)$$

$$\frac{T}{q_o r}=\frac{T^o}{q_o r}+X^o_2\,C(\theta)$$

Valorile A,B,C sînt funcţii de-a lungul variabilelor φ, α, β şi pot fi întabulate (vezi tab.4.1-6,7)sau trecute în diagrama fig.4.1-13,14,15. Valorile A_β pot fi obţinute prin combinaţii ale celorlalte variabile.

Valorile A_φ, B_φ; C_φ Tabel 4.1-6

	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°
A_φ	0,000	-0,030	-0,134	0.293	-0,500	-0,741	-1,000	-1,259	-1,500	-1,707	-1,866	-1,970	-2,000
B_φ	1,000	0,970	0,866	0,707	0,500	0,259	0,000	-0,259	-0,500	-0,707	-0,866	-0,970	-1,000
C_φ	0,000	0.259	0,500	0,707	0,866	0,970	1,000	0,970	0,866	0,707	0,500	0,259	0,000

Valorile M^o, N^o, T^o sînt eforturi pe arcul de bază şi pot fi calculate prin integrarea efectului încărcării pînă în secţiunea curentă.

Forma integralelor depinde de modul de distribuţie al încărcării.

Relaţiile finale ale eforturilor pot fi uşor întabulate pentru diferite tipuri de încărcări sub formă adimensională,ast-

BUPT

Valorile A_α, B_α, C_α

Tabelul 4.1-7

K_1		α° in grade						
		0	15°	30°	45°	60°	75°	90°
1	A_α	-1,000	-1,259	1,500	-1,707	-1,866	-1,970	-2,000
	B_α	0,000	-0,259	-0,500	-0,707	-0,866	-0,970	-1,000
	C_α	1.000	0,970	0,866	0,707	0,500	0,259	0,000
2	A_α	-1,000	-1,518	-2,000	-2,414	-2,732	-2,940	-3,000
	B_α	0,000	-0,259	-0,500	-0,707	-0,866	-0,970	-1,000
	C_α	1,000	0,970	0,866	0,707	0,500	0,259	0,000
3	A_α	-1,000	-1,777	-2,500	-3,121	-3,598	-3,910	-4,000
	B_α	0,000	-0,259	-0,500	-0,707	-0,866	-0,970	-1,000
	C_α	1,000	0,970	0,866	0,707	0,500	0,259	0,000
5	A_α	-1,000	-2,295	-3,500	-4,535	-5,330	-5,850	-6,000
	B_α	0,000	-0,259	-0,500	-0,707	-0,866	-0,970	-1,000
	C_α	1,000	0,970	0,866	0,707	0,500	0,259	0,000

Valorile B_β ; C_β Tabelul 4.1-8

β_0	β	B	C
0	0	1,000	0,000
5	0	-0,996	0,087
	5	-1,000	0,000
10	0	-0,984	0,173
	5	-0,996	0,087
	10	-1,000	0,000
15	0	-0,965	0,258
	5	-0,984	0,173
	10	-0,996	0,087
	15	-1,000	0,000
30	0	-0,866	0,500
	10	-0,939	0,342
	30	-1,000	0,000
45	0	-0,707	0,707
	15	-0,866	0,500
	30	-0,965	0,258
	45	-1,000	0,000
60	0	-0,500	0,866
	20	-0,766	0,642
	30	-0,866	0,500
	40	-0,939	0,342
	60	-1,000	0,000

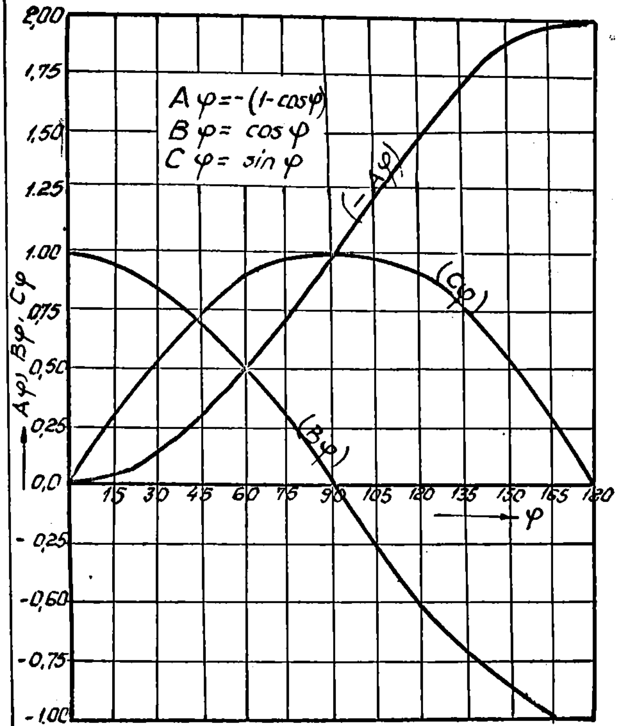


Fig. 4.1-13 Valorile Aφ, Bφ, Cφ

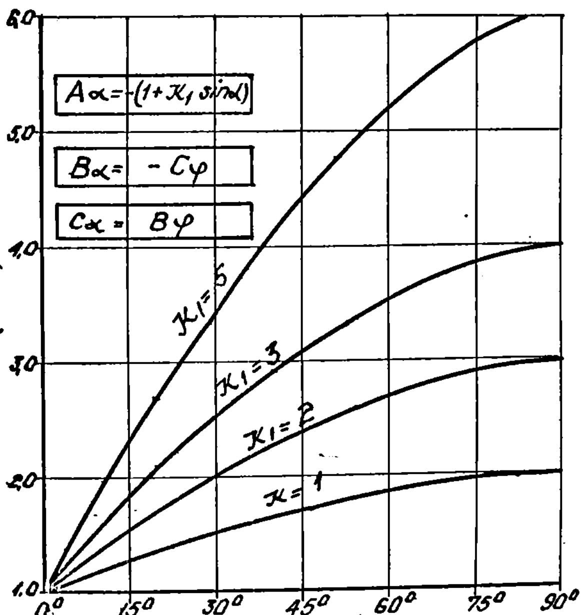


Fig. 4.1-14 Valorile Aα

BUPT

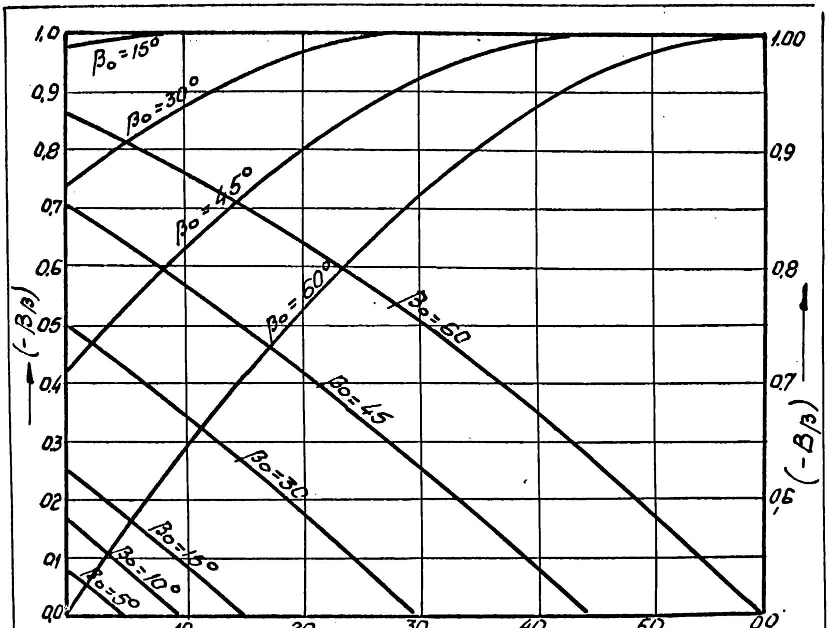


Fig. 4.1-15 Valorile $(-B_\beta)$: C_β

fel că ele pot fi valabile pentru întreaga serie de secţiuni de acelaşi tip şi pentru încărcări de aceeaşi distribuţie dar de mărimi diferite.

In practica construcţiei tunelurilor se foloseşte o secţiune care nu se depărtează prea mult de secţiunea unui patrat. Analiza lucrărilor executate în acest domeniu /31/,/32/,/33/,/34/ conduce la o secţiune optimă avînd următoarele date :

$$K_1=3;\quad K_2=3;\quad K_1 \sin\alpha_0 = 1;\quad \alpha_0 = 19°25';\quad \alpha_0 = 0,3388$$

Secţiunea poate fi mărită sau micşorată (ţinînd cont de dimensiunile impuse de condiţii hidraulice) păstrînd acelaş raportul dimensiunilor (fig.4.1-16)

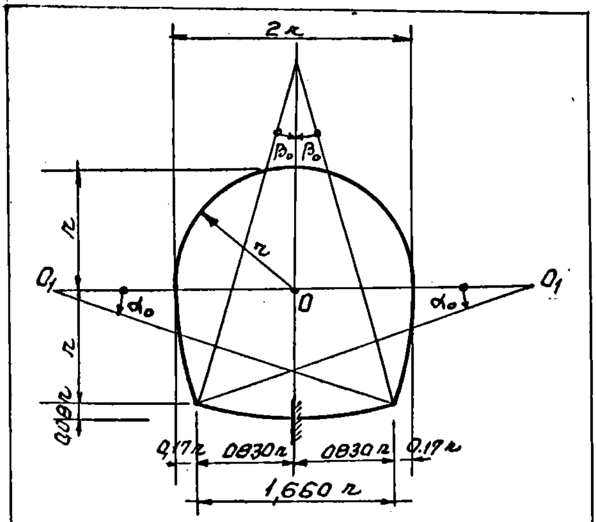


Fig. 4.1-16 Elemente geometrice

Se calculează :

$$\sin\beta_0 = \frac{1-K_1}{K_2} + \frac{K_1}{K_2}\cos\alpha_0$$

Rezultă :

$$\beta_0 = 16°2'$$

$$\beta_0 = 0,280$$

Tabelele şi diagramele date în acest capitol permit scrierea deplasărilor sub forma :

$$\delta_{11}^{\circ} = 1,571\, i_\varphi + 1,016\, i_\alpha + 0,840\, i_\beta$$

$$\delta_{12}^{\circ} = -0,571\, i_\varphi - 1,530\, i_\alpha - 1,720\, i_\beta \qquad (4.1\text{-}18)$$

$$\delta_{22}^{\circ} = 0,355\, i_\varphi + 2,300\, i_\alpha + 3,855\, i_\beta$$

Pentru determinarea necunoscutelor adimensionale în diferite situaţii de încărcări se calculează valorile K_{ij}° la diferite rapoarte ale momentelor de inerție $i_\varphi : i_\alpha : i_\beta$

Valorile k_{ij}' Tabel 4.1-9

$i_\varphi:i_\alpha:i_\beta$	k^o_{11}	k^o_{12}	k^o_{22}
1:1:1	0,444	-0,495	0,844
1:1:0	1,053	-0,855	1,081
1:5:5	0,198	-0,307	0,561
1:5:0	0,592	-0,732	1,055

Se obține în acest fel tabelul 4.1-9.

Schema logică de calcul a datelor preliminare este dată în fig.4.1-17.

Această schemă permite calculul secțiunii în mai multe ipoteze de variație a momentelor de inerție astfel că în final se poate alege varianta optimă în funcție de situația încărcărilor pe porțiunea respectivă de tunel.

Programul prevede următoarele operații:

2 Alegerea datelor inițiale $K_1; K_2; \alpha_o$

3 4 5 Calculul valorii $\sin\beta_o$, programul prevede o testare a valorii $\sin\beta_o$. In ipoteza că datele K_1 , K_2 , α_o nu sînt bine alese mașina tipărește mesajul "Problemă imposibilă" și se oprește urmînd a se alege altă combinație a valorilor inițiale.

7 Calculul deplasărilor $(\delta^o_{ij})_{\varphi,\alpha}$ după relațiile 4.1-5 ; 4.1-7 ; 4.1-8 .

8 Se adoptă mai multe variante ale variației momentelor de inerție numerotate de la 1 la n

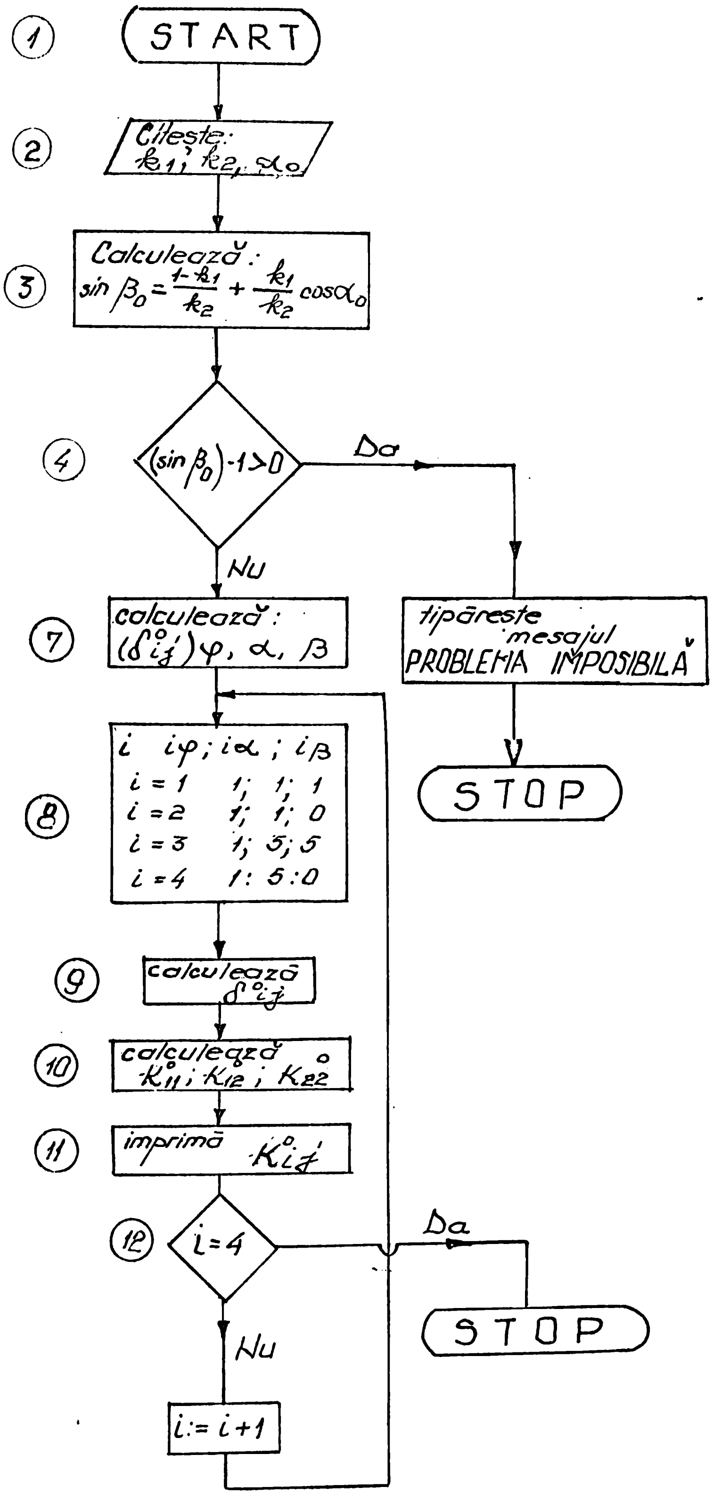
9 Calculul valorilor δ_{ij} după relațiile 4.1-6 ; 4.1-7a ; 4.1-8a .

10 11 Calculul coeficienților K_{ij} și imprimarea lor

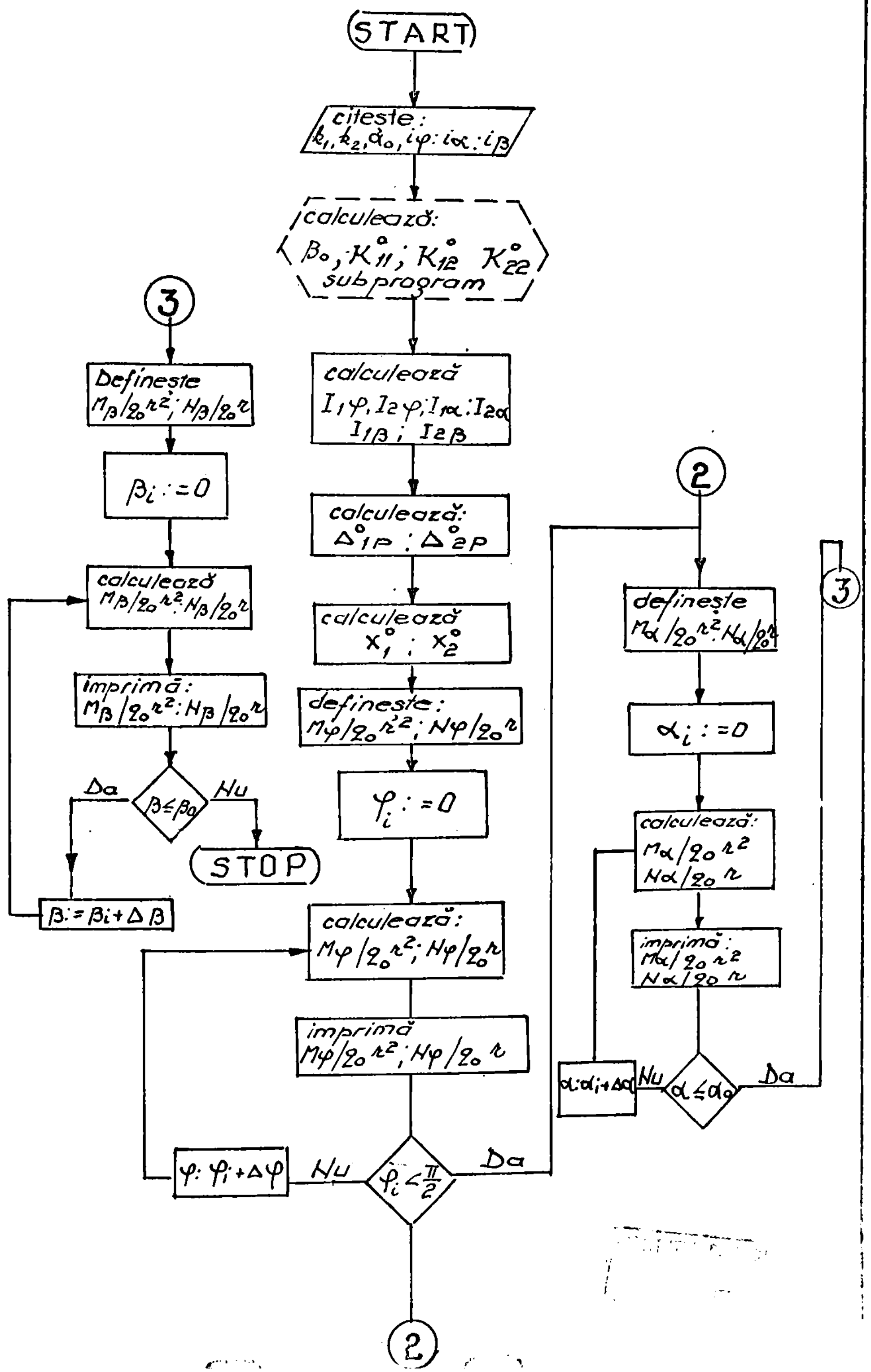
11 Numărător de ture, pentru a testa dacă toate variantele propuse inițial au fost calculate.

Schema logică pentru calculul eforturilor în secțiunile $\varphi\in(0;\frac{\pi}{2})$; $\alpha\in(0;\alpha_o)$ și $\beta\in(0;\beta_o)$ este dată în fig.4.1-17, schema conține programul anterior ca pe un subprogram.

BUPT


1
START
2
Citeste:
k1; k2; α0
3
Calculează:
sin β0 = (1-k1)/k2 + (k1/k2) cos α0
4
(sin β0)-1>0
Da
Nu
5
tipăreste mesajul
PROBLEMA IMPOSIBILĂ
STOP
7
calculează:
(δ°ij)φ, α, β
8
i iφ; iα; iβ
i = 1 1; 1; 1
i = 2 1; 1; 0
i = 3 1; 5; 5
i = 4 1: 5:0
9
calculează δ°ij
10
calculează K°11; K°12; K°22
11
imprimă K°ij
12
i=4
Da
STOP
Nu
i:= i+1

BUPT


START
citeste: $k_1, k_2, \alpha_0, i\varphi : i\alpha : i\beta$
calculează: $\beta_0 ; K^{\circ}_{11} ; K^{\circ}_{12} \; K^{\circ}_{22}$ subprogram
calculează $I_1\varphi, I_2\varphi ; I_1\alpha : I_2\alpha \; I_1\beta ; I_2\beta$
calculează: $\Delta^{\circ}_{1P} ; \Delta^{\circ}_{2P}$
calculează $x^{\circ}_1 ; x^{\circ}_2$
definește: $M\varphi/\varrho_0 r^2 ; N\varphi/\varrho_0 r$
$\varphi_i := 0$
calculează: $M\varphi/\varrho_0 r^2 ; N\varphi/\varrho_0 r$
imprimă $M\varphi/\varrho_0 r^2 ; N\varphi/\varrho_0 r$
$\varphi_i < \frac{\pi}{2}$
Nu
Da
$\varphi : \varphi_i + \Delta\varphi$
2
2
definește $M\alpha/\varrho_0 r^2 ; N\alpha/\varrho_0 r$
$\alpha_i := 0$
calculează: $M\alpha/\varrho_0 r^2$ $N\alpha/\varrho_0 r$
imprimă: $M\alpha/\varrho_0 r^2$ $N\alpha/\varrho_0 r$
$\alpha \leq \alpha_0$
Nu
Da
$\alpha : \alpha_i + \Delta\alpha$
3
3
Definește $M\beta/\varrho_0 r^2 ; N\beta/\varrho_0 r$
$\beta_i := 0$
calculează $M\beta/\varrho_0 r^2 ; N\beta/\varrho_0 r$
imprimă: $M\beta/\varrho_0 r^2 : N\beta/\varrho_0 r$
$\beta \leq \beta_0$
Da
Nu
$\beta : = \beta_i + \Delta\beta$
STOP

BUPT

Ţinînd cont de parametrii secţiunii optime propuse se pot face calcule preliminare, valabile pentru toate tipurile de încărcări. Astfel se pot explicita după relaţiilor (4.1-12) valorile eforturilor la limita intervalului :

- pentru $\alpha = \alpha_o$ se obţine :

$$\left(\frac{M^{o}_{\alpha_o}}{q_o r^2}\right) = \left(\frac{M^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r^2}\right) - 0{,}171\left(\frac{N^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) - \left(\frac{T^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) + \left(\frac{M^{o}_{\alpha q}}{q_o r^2}\right)$$

$$\left(\frac{N_{\alpha_o}}{q_o r}\right) = 0{,}943\left(\frac{N^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) - 0{,}333\left(\frac{T^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) + \left(\frac{N_{\alpha_o q}}{q_o r}\right) \tag{4.1-19}$$

$$\left(\frac{T^{o}_{\alpha_o}}{q_o r}\right) = 0{,}333\left(\frac{N^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) + 0{,}943\left(\frac{T_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) + \left(\frac{T_{\alpha_o q}}{q_o r}\right)$$

În mod analog se pot calcula coeficienţii numerici ai relaţiilor 4.1-11 :

$$I_{1\alpha} = 0{,}339\left(\frac{M^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r^2}\right) - 0{,}016\left(\frac{N^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) - 0{,}171\left(\frac{T^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) + \int_0^{\alpha_o}\left(\frac{M_{\alpha q}}{q_o r^2}\right) d\alpha$$

$$I_{2\alpha} = 0{,}057\left(\frac{M^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r^2}\right) - 0{,}004\left(\frac{N^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) - 0{,}037\left(\frac{T^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) + \int_0^{\alpha_o}\left(\frac{M^{o}_{\alpha q}}{q_o r^2}\right) \sin\alpha \, d\alpha$$

$$I_{1\beta} = 0{,}280\left(\frac{M_{\alpha_o}}{q_o r^2}\right) - 0{,}102\left(\frac{N^{o}_{\alpha_o}}{q_o r}\right) - 0{,}057\left(\frac{T^{o}_{\alpha_o}}{q_o r}\right) + \int_0^{\beta_o}\left(\frac{M_{\beta q}}{q_o r^2}\right) d\beta$$

$$I_{2\beta} = 0{,}277\left(\frac{M_{\alpha_o}}{q_o r^2}\right) - 0{,}101\left(\frac{N^{o}_{\alpha_o}}{q_o r}\right) - 0{,}054\left(\frac{T^{o}_{\alpha_o}}{q_o r}\right) + \int_0^{\beta}\left(\frac{M_{\beta q}}{q_o r^2}\right) \cos(\beta_o - \beta)\, d\beta \tag{4.1-20}$$

Deplasările adimensionale se vor scrie :

$$\Delta^{o}_{1q} = I_{1\varphi} i_{\varphi} + 3I_{1\alpha} i_{\alpha} + 3I_{1\beta} i_{\beta}$$

$$\Delta^{o}_{2q} = -(I_{1\varphi} - I_{2\varphi}) i_{\varphi} - (3I_{1\alpha} + 9I_{2\alpha}) i_{\alpha} - (-2{,}649 I_{1\beta} + 9I_{2\beta}) i_{\beta} \tag{4.1-21}$$

unde :

$$3I_{1\alpha} + 9I_{2\alpha} = 1{,}530\left(\frac{M^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o \ldots}\right) \ldots 85\left(\frac{N_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right) - 0{,}8 \ldots \quad (3I_{1\alpha q} + 9I_{2\alpha q})$$

$$-2{,}649 I_{1\beta} + 9 I_{2\beta} = 1{,}751\left(\frac{M^0_{\alpha_0}}{q_0 r^2}\right) - 0{,}639\left(\frac{N^0_{\alpha_0}}{q_0 r}\right) - 0{,}335\left(\frac{T_{\alpha_0}}{q_0 r}\right) + \left(-2{,}649 I_{1\beta q} + 9 I_{2\beta q}\right)$$

Valorile necunoscutelor se vor calcula cu relațiile :

$$X_1^0 = K_{12}^0 \Delta_{2q}^0 - K_{22}^0 \Delta_{1q}^0$$

$$X_2^0 = K_{12}^0 \Delta_{1q}^0 - K_{11}^0 \Delta_{2q}$$

Diagramele de eforturi se pot trasa ținînd cont de relațiile :

$$\left(\frac{M}{q_0 r^2}\right) = \left(\frac{M^0}{q_0 r}\right) + X_1^0 + A X_2^0 \;; \quad \left(\frac{N}{q_0 r}\right) = \left(\frac{N^0}{q_0 r}\right) + B X_2^0$$

Valorile A,B sînt calculate în tabelul 4.1-10.

Coeficienți necunoscutelor — Tabel 4.1-10

A,B	φ în grade							α în grade					β în grade			
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	0°	5°	10°	15°	19°26'	0°	5°	10°	16°2'
$A_{\varphi,\alpha,\beta}$	0,000	-0,034	-0,134	-0,293	-0,500	-0,741	-1,00	-1,00	-1,261	-1,521	-1,778	-2,000	-2,00	-2,060	-2,099	-2,117
$B_{\varphi,\alpha,\beta}$	1,000	+0,966	0,866	0,707	0,500	0,259	0,000	0,00	-0,087	-0,173	-0,259	-0,333	-0,961	-0,981	-0,994	-1,003

2.- <u>Determinarea deformațiilor</u>

In calculul deformațiilor interesează în primul rînd deplasarea pe direcția razei în punctul $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = 0$. In funcție de această deplasare se pot exprima deplasările celorlalte puncte datorită unei combinații de încărcări.

Aproximarea diagramei deplasărilor revine la a admite o anumită formă a încărcării pasive. Deplasarea δ_H^0 se va exprima, conform celor obținute în capitolul 3, sub forma :

$$\delta_H^0 = J_q + X_1^0 \Delta_{1P}^0 + X_2^0 \Delta_{2P}^0 \qquad (4.1\text{-}22)$$

unde :

$$J_q = \int_{\alpha,\beta} \left(\frac{M_{\alpha;\beta}}{q \cdot r^2}\right)\left(\frac{m_p^0}{p r}\right)\left(\frac{ds}{r}\right)$$

reprezintă deplasarea adimensională datorită încărcărilor exterioare pe structura de bază ;

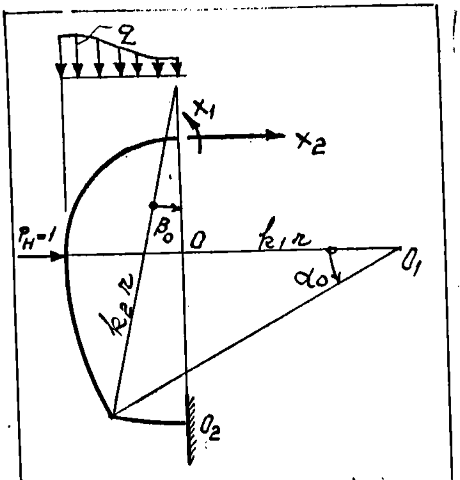


Fig. 4.1-19 Calculul deplasării

– $\Delta_{1P}^0, \Delta_{2P}^0$ reprezintă deplasările pe direcția H datorită încărcărilor unitare $X_1^0=1$, $X_2^0=1$ pe arcul de bază.

Valorile lor pot fi explicitate (fig.4.1-19) ținînd cont de semnificația lor statică.

Eforturile din încărcarea $P_H=1$ pe direcția de calcul a deformației sînt :

- pentru $\alpha \in (0; \alpha_0)$

$$\left(\frac{m^0}{r}P\right)_\alpha = -k_1 \sin\alpha$$

- pentru $\beta \in (0; \beta_0)$

$$\left(\frac{m_P^0}{r}\right)_\beta = -\left[(k_1 \sin\alpha_0 - k_2\cos\beta_0) + k_2\cos(\beta_0-\beta)\right]$$

Cu aceste valori se pot calcula :

$$J_q = \int_0^{\alpha_0} i_\alpha \left(\frac{M_\alpha^0}{q_0 r^2}\right)(-k_1 \sin\alpha) k_1 d\alpha + \int_0^{\beta_0} i_\beta \left(\frac{M_\beta^0}{q_0 r^2}\right)\left[-k_1\sin\alpha_0 + k_2\cos\beta_0 - k_2\cos(\beta_0-\beta)\right] k_2 d\beta$$

$$\Delta_{1P}^0 = \int_0^{\alpha_0} \left(\frac{m_P^0}{r}\right)_\alpha (m_1) k_1 d\alpha + \int_0 i_\beta \left(\frac{m_P^0}{r}\right)_\beta (m_1) k_2 d\beta$$

$$\Delta_{2P}^0 = \int_0^{\alpha_0} i_\alpha \left(\frac{m_P^0}{r}\right)\left(\frac{m_2}{r}\right) k_1 d\alpha + \int_0^{\beta_0} i_\beta \left(\frac{m_P^0}{r}\right)_\beta \left(\frac{m_2}{r}\right) k_2 d\beta \qquad (4.1\text{-}23)$$

Efectuînd calculele se obține :

$$J_q = \left[(\Delta_{1q}^0)_\alpha + (\Delta_{2q}^0)_\alpha\right] i_\alpha + \left[(\Delta_{1q}^0)_\beta + (\Delta_{2q}^0)_\beta\right] i_\beta$$

BUPT

$$\Delta^\circ_{1P} = [(\delta^\circ_{11})_\alpha + (\delta^\circ_{12})_\alpha] i_\alpha + [(\delta_{11})_\beta + (\delta^\circ_{12})_\beta] i_\beta$$

$$\Delta^\circ_{2P} = [(\delta^\circ_{12})_\alpha + (\delta^\circ_{22})_\alpha] i_\alpha + [(\delta^\circ_{12})_\beta + (\delta^\circ_{22})_\beta] i_\beta$$

(4.1-24)

Relaţiile 4.1-24 se pot pune sub forma, (efectuînd anumite calcule impuse de definiţiile simbolurilor ce formează aceste expresii) :

$$J_\varphi = \Delta^\circ_{1\varphi} + \Delta^\circ_{2\varphi} - J_{2\varphi}$$
$$\Delta_{1P} = \delta^\circ_{11} + \delta^\circ_{12} - (\delta^\circ_{11})_\varphi - (\delta^\circ_{12})_\varphi \qquad (4.1\text{-}25)$$
$$\Delta_{2P} = \delta^\circ_{12} + \delta^\circ_{22} - (\delta^\circ_{12})_\varphi - (\delta^\circ_{22})_\varphi$$

Dacă se ţine cont de valorile deplasărilor pe porţiunea $\varphi \in (0; \frac{\pi}{4})$ se găseşte :

$$J_\varphi = \Delta^\circ_{1\varphi} + \Delta^\circ_{2\varphi} - I_{2\varphi}$$
$$\Delta^\circ_{1P} = \delta^\circ_{11} + \delta^\circ_{12} - 1 \qquad (4.1\text{-}26)$$
$$\Delta^\circ_{2P} = \delta^\circ_{12} + \delta^\circ_{22} + 1 - \frac{\pi}{4}$$

Substituind relaţiile 4.1-26 în 4.1-22 se obţine :

$$\delta^\circ_H = \Delta_{1\varphi} + \Delta_{2\varphi} - I_{2\varphi} + X^\circ_1(\delta^\circ_{11} + \delta^\circ_{12}) - X^\circ_1 + X^\circ_2(\delta^\circ_{12} + \delta^\circ_{22}) + (1 - \frac{\pi}{4})X^\circ_2$$

(4.1-27)

Ordonînd convenabil relaţia de mai sus şi ţinînd cont de ecuaţiile de echilibru static se obţine în final :

$$\delta^\circ_H = -I_{2\varphi} + 0{,}215 X^\circ_2 - X^\circ_1 \qquad (4.1\text{-}28)$$

BUPT

§ 4.2.- Încărcări curente

1.- Reacţiunea terenului uniform distribuită

Pentru o încărcare a cărei componentă verticală este 2 P şi un teren afînat rezultă, pentru reacţiune, relaţia (fig.4.2-1) :

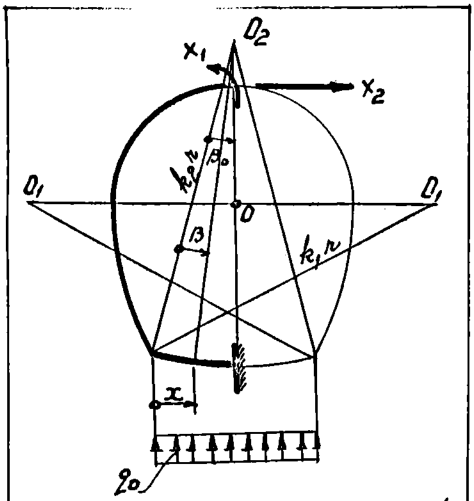


Fig. 4.2-1 Reacţiunea terenului uniform distribuită

$$q_0 = \frac{P}{K_2 r \sin\beta_0} \qquad (4.2\text{-}1)$$

Eforturile pe structura static determinate sînt :

$$\frac{M^0_\beta}{q_0 r^2} = -\frac{1}{2} K_2^2 \left[\sin\beta_0 - \sin(\beta_0 - \beta)\right]^2$$

$$(4.2\text{-}2)$$

$$\frac{N^0_\beta}{q_0 r} = K_2 \left[\sin\beta_0 - \sin(\beta_0 - \beta)\right] \sin(\beta_0 - \beta)$$

$$\frac{T^0_\beta}{q_0 r} = K_2 \left[\sin\beta_0 - \sin(\beta_0 - \beta)\right] \cos(\beta_0 - \beta)$$

Integralele definite în 4.1-11 au expresiile :

$$I_{1\varphi} = 0;\; I_{2\varphi} = 0;\; I_{1\alpha} = 0;\; I_{2\alpha} = 0$$

$$I_{1\beta} = \int_0^\beta \frac{M^0_\beta}{q_0 r^2} = -\frac{1}{2} K_2^2 \left(\frac{1}{2}\beta_0 + \beta_0 \sin^2\beta_0 - 2\sin\beta_0 + \frac{3}{2}\sin\beta_0 \cos\beta_0\right)$$

$$(4.2\text{-}3)$$

$$I_{2\beta} = \int_0^\beta \left(\frac{M_\beta}{q_0 r^2}\right) \cos(\beta_0 - \beta)\, d\beta = -\frac{1}{2} K_2^2 \cdot \frac{1}{3} \sin^3\beta_0$$

BUPT

Deplasările adimensionale se calculează după relațiile 4.1-9 și au expresiile :

$$\Delta^{\circ}_{1\varphi} = K_2 I_{1\beta}\, i_\beta$$

$$\Delta^{\circ}_{2\varphi} = -K_2\left[(1 + K_1 \sin\alpha_0 - K_2\cos\beta_0) I_{1\beta} - K_2 I_{2\beta}\right] i_\beta \qquad (4.2\text{-}4)$$

Necunoscutele adimensionale sînt :

$$X^{\circ}_1 = K^{\circ}_{12}\Delta^{\circ}_{2\varphi} - K^{\circ}_{22}\Delta^{\circ}_{1\varphi}$$

$$X^{\circ}_2 = K^{\circ}_{12}\Delta^{\circ}_{1\varphi} - K^{\circ}_{11}\Delta^{\circ}_{2\varphi} \qquad (4.2\text{-}5)$$

Pentru cazul unei secțiuni cu parametrii $K_1 = K_2 = 3;\ k_1 \sin\alpha_0 =$ se găsesc necunoscutele $X^{\circ}_1;\ X^{\circ}_2$ și deplasarea δ°_H :

- pentru $i_\varphi : i_\alpha : i_\beta \Rightarrow 1:1:1$

  $X^{\circ}_1 = -0{,}015\ ;\quad X^{\circ}_2 = -0{,}038$

  $\delta^{\circ}_H = 0{,}215 X^{\circ}_2 - X^{\circ}_1 = 0{,}0068$

- pentru $i_\varphi : i_\alpha : i_\beta \Rightarrow 1:5:5$

  $X^{\circ}_1 = -0{,}025\ ;\ X^{\circ}_2 = -0{,}045$

  $\delta^{\circ}_H = 0{,}0153$

Variația eforturilor este calculată în tabelul 4.2.1 și reprezentate grafic pentru cazul momentelor de inerție constante, în figura 4.2-2.

Valorile eforturilor M, H. Reacțiune uniform distribuită Tabel 4.2-1

$i_\varphi:i_\alpha:i_\beta$		φ în grade							α în grade					β în grade			
		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	0°	5°	10°	15°	19°25'	0°	5°	10°	16°2'
1:1	M/q_0r^2	-0,015	-0,014	-0,010	-0,004	0,004	+0,013	+0,023	0,023	+0,033	0,043	0,052	0,061	0,061	0,030	-0,068	-0,280
	N/q_0r	-0,038	-0,037	-0,033	-0,027	-0,019	-0,010	0,000	0,000	0,033	0,007	0,010	0,013	0,037	0,086	0,092	0,038
5:5	M/q_0r^2	-0,025	-0,024	-0,019	-0,012	-0,003	0,008	0,020	0,020	0,032	0,043	0,055	0,065	0,065	0,035	-0,064	-0,275
	N/q_0r	-0,045	-0,043	-0,039	-0,032	-0,022	-0,012	0,000	0,000	0,004	0,005	0,01[illegible]	0,015	0,043	0,093	0,099	0,045

BUPT

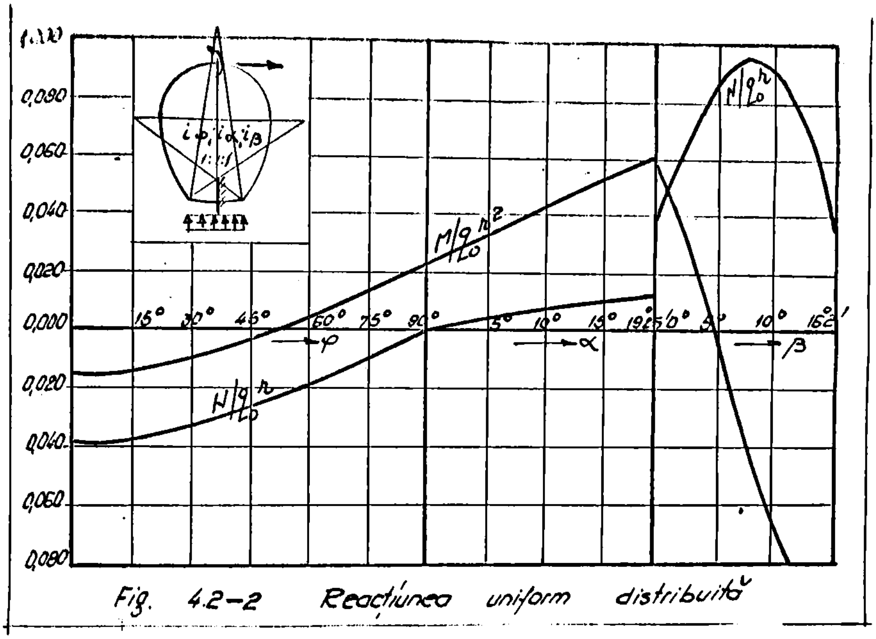


Fig. 4.2–2 Reacțiunea uniform distribuită

2.- Împingerea verticală, uniform distribuită a muntelui

In cazul galeriilor săpate în roci dure, împingerea muntelui se poate aproxima sub forma unei încărcări uniform distribuite (Fig.4.2-3).

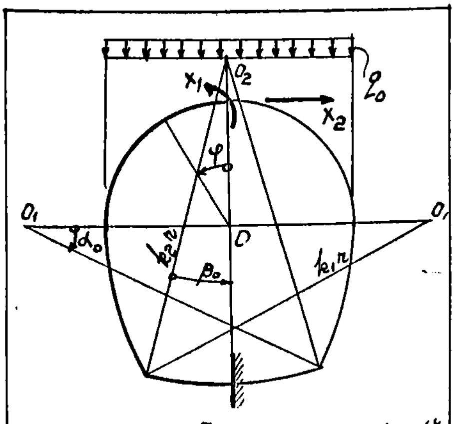


Fig. 4.2–3 Împingerea verticală a muntelui

Eforturile pe structura static determinată sînt :

- pentru $\varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{M_\varphi^o}{q_o r^2} = -\frac{1}{2}\sin^2\varphi$$

$$\frac{N_\varphi^o}{q_o r} = -\sin^2\varphi \qquad (4.2-6)$$

$$\frac{T_\varphi^o}{q_o r} = \sin\varphi\cos\varphi$$

la limita intervalului, pentru $\varphi=\frac{\pi}{2}$ rezultă :

$$\frac{M^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r^2}=-0{,}500\ ;\ \frac{N^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}=-1{,}00\ ;\ \frac{T^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}=0{,}000 \qquad (4.2-7)$$

- pentru $\alpha\in(0;\alpha_o)$ relaţiile eforturilor sînt analoage cu forma celor din 4.1-2.
- pentru $\beta\in(0,\beta_o)$ eforturile se scriu după relaţiile 4.1-13.

Ridicarea nedeterminării se face calculînd succesiv după relaţiile (4.1-20,21) valorile deplasărilor adimensionale din încărcarea exterioară.

$$\Delta^{o}_{1q}=-0{,}3925\,i_\varphi-0{,}459\,i_\alpha+0{,}022\,i_\beta$$
$$\Delta^{o}_{2q}=0{,}226\,i_\varphi+0{,}680\,i_\alpha-0{,}139\,i_\beta \qquad (4.2-8)$$

Necunoscutele se vor calcula cu ajutorul 4.2-5 pentru diferite valori ale rapoartelor momentelor de inerţie.

Valorile necunoscutelor sînt date în tabelul 4.2-2.

Tabel 4.2-2

Valorile $x_1^o;\ x_2^o,\ \delta_H^o$

$i_\varphi:i_\alpha:i_\beta$	x_1^o	x_2^o	δ_H^o
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Expresiile eforturilor totale se scriu prin suprapunerea efectelor, după relaţiile (4.1-14,15,16).

Valorile acestor eforturi sînt calculate, pentru diferite valori ale variabilelor, în tabelul 4.2-3 şi reprezentate grafic pentru cazul momentelor de inerţie constante, în fig.4.2-4.

Tabel 4.2-3

Valorile eforturilor totale

$i_\varphi:i_\alpha:i_\beta$	M/N	φ 0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	α 0°	5°	10°	15°	19°25'	β 0°	5°	10°	[illegible]
1:1:1	M/q_or^2	0,321	0,285	0,187	0,050	-0,089	-0,198	-0,249	-0,249	-0,258	-0,240	-0,201	-0,148	-0,148	+0,103	0,355	0,575
	N/q_or	0,070	0,001	-0,189	-0,451	-0,735	-0,915	-1,000	-1,000	-1,020	-0,997	-0,904	-0,965	-0,346	-0,260	-0,174	-0,07[illegible]
1:1:0	M/q_or^2	0,146	0,120	0,051	-0,038	-0,116	-0,154	-0,128	-0,129	-0,060	+0,035	0,149	0,269	—	—	—	—
	N/q_or	-0,226	-0,293	-0,448	-0,660	-0,863	-0,992	-1,000	-1,000	-0,916	-0,946	-0,907	-0,868	—	—	—	—
1:5:5	M/q_or^2	0,546	0,505	0,393	0,234	0,065	-0,077	-0,165	-0,165	-0,211	-0,230	-0,227	-0,205	-0,205	+0,037	0,287	0,595
	N/q_or	0,211	0,137	-0,067	-0,351	-0,644	-0,878	-1,000	-1,000	-1,014	-1,022	-1,020	-1,013	-0,488	-0,398	-0,314	-0,211
1:5:0	M/q_or^2	[illegible]181	0,153	0,080	-0,016	-0,104	-0,153	-0,139	-0,1[illegible]	-0,083	0,000	0,103	0,212	—	—	—	—
	N/q_or	[illegible]90	-0,241	-0,406	-0,627	-0,840		1,000		[illegible]980	-0,954	-0,919	-0,883	—			

BUPT

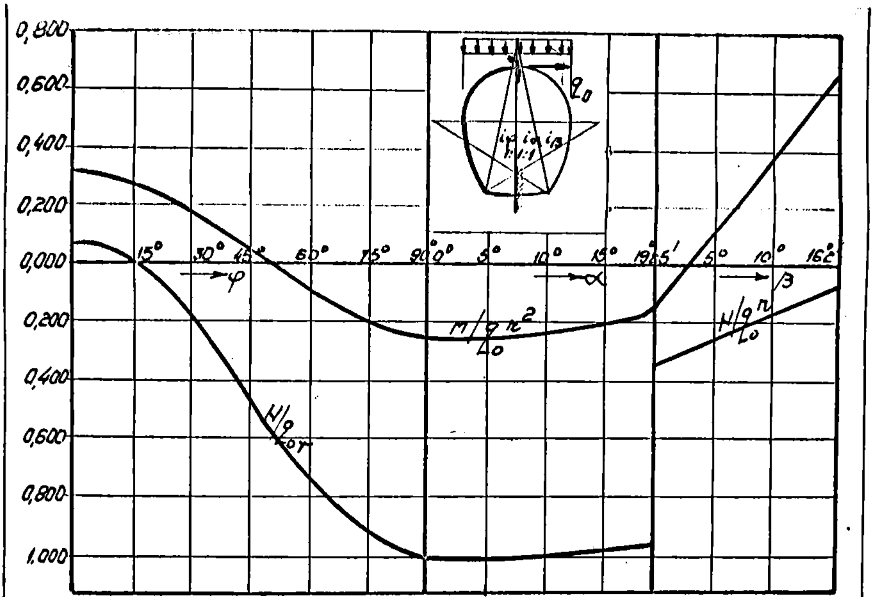


Fig. 4.2-4 Eforturile din împingerea verticală a muntelui

Deplasările adimensionale se calculează după (4.1-28) şi sînt trecute în tabelul 4.2-2.

3.- Presiunea pasivă a muntelui

Această încărcare apare ca urmare a rezistenţei pasive a rocii sub acţiunea celorlalte încărcări direct aplicate. Distribuţia încărcării (fig.4.2-5) este dată pe porţiuni de următoarele legi :

- pentru $\varphi \in (\varphi_0 ; \frac{\pi}{2})$

$$\frac{q_\varphi}{q_0} = m(\sin\varphi - \sin\varphi_0) \qquad (4.2-3)$$

unde : $m = \frac{1}{1-\sin\varphi_0}$

- pentru $\alpha \in (0, \alpha_0)$

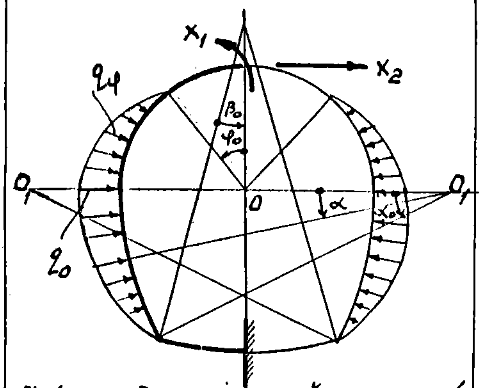


Fig.4.2 5 Presiunea pasivă a muntelui

$$\frac{q_\alpha}{q_o}=n(\cos\varphi-\cos\varphi_o) \qquad (4.2\text{-}10)$$

unde : $n=\dfrac{1}{1-\cos\varphi_o}$

Solicitările pe arcul determinat se obțin prin integrări asupra unei variabile intermediare θ după cum urmează :

- pentru $\varphi\in(\varphi_o;\frac{\pi}{2})$

$$\frac{M^o_\varphi}{q_o r^2}=-\int_{\varphi_o}^{\varphi} m(\sin\theta-\sin\varphi_o)\sin(\varphi-\theta)\,d\theta\,; \qquad \frac{N^o_\varphi}{q_o r^2}=\frac{M^o_\varphi}{q_o r^2}$$

$$\frac{T^o_\varphi}{q_o r}=\int_{\varphi_o}^{\varphi} m(\sin\theta-\sin\varphi_o)\cos(\varphi-\theta)\,d\theta \qquad (4.2\text{-}11)$$

prin integrare între limitele φ_o și φ rezultă :

$$\frac{M^o_\varphi}{q_o r^2}=-m\left[-\frac{1}{2}(\varphi-\varphi_o)\cos\varphi+\frac{1}{2}\sin\varphi-\sin\varphi_o+\frac{1}{2}\sin\varphi_o\cos(\varphi-\varphi_o)\right]$$

$$\frac{N^o_\varphi}{q_o r}=\frac{M^o_\varphi}{q_o r^2}\,;\quad \frac{T^o_\varphi}{q_o r}=\frac{1}{2}m\left[(\varphi-\varphi_o)\sin\varphi-\sin\varphi_o\sin(\varphi-\varphi_o)\right] \qquad (4.2\text{-}12)$$

- pentru $\alpha\in(0,\alpha_o)$, rezultă :

$$\left(\frac{M^o_\alpha}{q_o r^2}\right)=\left(\frac{M^o_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r^2}\right)-\left(\frac{N^o_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right)k_1(1-\cos\alpha)-\left(\frac{T^o_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right)k_1\sin\alpha+\left(\frac{M^o_{\alpha q_o}}{q_o r^2}\right)$$

$$\left(\frac{N^o_\alpha}{q_o r}\right)=\left(\frac{N^o_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right)\cos\alpha-\left(\frac{T^o_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right)\sin\alpha+\left(\frac{N^o_{\alpha q}}{q_o r}\right) \qquad (4.2\text{-}13)$$

$$\left(\frac{T^o_\alpha}{q_o r}\right)=\left(\frac{N^o_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right)\sin\alpha+\left(\frac{T^o_{\frac{\pi}{2}}}{q_o r}\right)\cos\alpha+\left(\frac{T^o_{\alpha q}}{q_o r}\right)$$

unde : $M^o_{\frac{\pi}{2}}$; $N^o_{\frac{\pi}{2}}$; $T^o_{\frac{\pi}{2}}$ reprezintă eforturile în punctul $\varphi=\frac{\pi}{2}$

$M^o_{\alpha q_o}$; $N^o_{\alpha q_o}$; $T^o_{\alpha q_o}$ sînt eforturile pe porțiunea $\alpha\in(0,\alpha_o)$

venite din încăr... ce ... ează această zon...

ţin prin integrare în raport cu o variabilă intermediară

$$\left(\frac{M^o_\alpha q}{q_o r^2}\right) = \int_0^\alpha -n(\cos\theta - \cos\alpha_o)\, K_1^2 \sin(\alpha-\theta)\, d\theta$$

$$\left(\frac{N_\alpha q}{q_o r^2}\right) = \frac{1}{K_1}\left(\frac{M_\alpha q}{q_o r^2}\right) \qquad (4.2\text{-}14)$$

$$\left(\frac{T^o_\alpha q}{q_o r}\right) = \int_0^{\alpha_o} n k_1(\cos\theta - \cos\alpha_o)\cos(\alpha-\theta)\, d\theta$$

Efectuînd operaţiile, se obţine :

$$\left(\frac{M_\alpha q_o}{q_o r^2}\right) = -n K_1^2\left[\frac{1}{2}\alpha \sin\alpha - \cos\alpha_o(1-\cos\alpha_o)\right]$$

$$\left(\frac{N^o_\alpha q_o}{q_o r}\right) = -n k_1\left[\frac{1}{2}\alpha \sin\alpha - \cos\alpha_o(1-\cos\alpha_o)\right]$$

$$\left(\frac{T^o_\alpha q_o}{q_o r}\right) = n k_1\left[\frac{1}{2}\alpha\sin\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha_o\right] \qquad (4.2\text{-}15)$$

– pentru $\beta \in (0;\beta_o)$ solicitările se calculează după relaţiile 4.1-15 după ce în prealabil s-au calculat valorile solicitărilor la limita intervalului precedent pentru $\alpha = \alpha_o$

Se va ţine cont că pe acest interval nefiind încărcare eforturile $M^o_\beta q_o$; $N^o_\beta q_o$; $T_\beta q_o$ vor fi nule.

Pentru ridicarea nedeterminării, considerînd $\varphi_o = \frac{\pi}{4}$ se calculează :

$$(\Delta^o_{1q})_\varphi = \int_{\varphi_o}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M\varphi}{q_o r^2}\right) d\varphi = -0{,}031$$

$$(\Delta^o_{2q})_\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\left(\frac{M\varphi}{q_o r^2}\right)(1-\cos\varphi)\, d\varphi = 0{,}024 \qquad (4.2\text{-}16)$$

celelalte deplasări se calculează după relaţiile 4.1-10 respectiv 4.1-21 pentru un caz particular.

Se calculează în prealabil :

$$I_{1\alpha\varphi_0}=\int_0^{\alpha}\left(\frac{M_{\alpha\varphi_0}}{\varphi_0 r^2}\right)d\alpha=-n\,K_1^2\,\frac{1}{2}\left[\sin\alpha_0-\alpha_0\cos\alpha_0-2\cos\alpha_0(\alpha_0-\sin\alpha_0)\right]$$

$$I_{2\alpha\varphi_0}=\int_0^{\alpha_0}\frac{M_{\alpha\varphi_0}}{\varphi_0 r^2}\sin\alpha\,d\alpha=-nK_1^2\left[\frac{1}{4}(\alpha_0^2+\sin^2\alpha_0)-\frac{1}{2}\alpha_0\sin\alpha_0\cos\alpha_0-\right.$$

$$\left.-\cos\alpha_0(1-\cos\alpha_0)+\frac{1}{2}\cos\alpha_0\sin^2\alpha_0\right] \qquad (4.2\text{-}17)$$

In cazul particular $K_1=K_2=3$; $K_1\sin\alpha_0=1$ rezultă , după relaţiile 4.1-21 :

$$\Delta^\circ_{1\varphi}=-0{,}031\,i\varphi-1{,}200\,i\alpha-0{,}912\,i\beta$$

$$\Delta^\circ_{2\varphi}=0{,}024\,i\varphi+2{,}200\,i\alpha+1{,}868\,i\beta \qquad (4.2\text{-}18)$$

Valorile necunoscutelor sînt calculate în tabelul 4.2-4 împreună cu deplasările δ_H° . Valorile eforturilor totale sînt calculate în tabelul 4.2-5 şi reprezentate pentru unul din cazuri în fig.4.2-6.

Pentru alte tipuri de încărcări calculul se conduce la fel.

Valorile x_1°; x_2°; δ_H°

Tabel 4.2-4

$i\varphi:i\alpha:i\beta$	x_1°	x_2°	δ_H°
1:1:1	-0,217	-0,756	0,273
1:1:0	-0,571	-1,289	0,287
1:5:5	-0,304	-0,778	0,130
1:5:0	-1,707	-2,111	1,246

BUPT

Valorile eforturilor $M/q_0 r^2$; $N/q_0 r$; $T/q_0 r$ Tabel 4.2-5

		φ							α					β			
		0	15	30	45	60	75	90	0	5	10	15	19°26'	0	6	10	16°2'
1:1:1	$M/q_0 r^2$	-0,217	-0,191	-0,116	0,005	0,154	0,292	0,392	0,392	0,430	0,411	0,349	0,261	0,261	0,256	0,259	0,276
	$N/q_0 r$	-0,756	-0,730	-0,655	-0,534	-0,385	-0,247	-0,147	-0,147	-0,135	-0,141	-0,161	-0,191	-0,377	-0,380	-0,379	-0,374
	$T/q_0 r$	0,000	-0,196	-0,378	-0,534	-0,580	-0,471	-0,270	-0,270	-0,071	+0,184	0,280	0,326	0,035	0,003	-0,030	-0,071
1:1:0	$M/q_0 r^2$	-0,571	-0,527	-0,398	-0,193	0,062	0,333	0,571	0,571	0,749	0,868	0,941	0,973	—	—	—	—
	$N/q_0 r$	-1,289	-1,245	-1,116	-0,911	-0,652	-0,385	-0,147	-0,147	-0,088	-0,048	-0,023	-0,013	—	—	—	—
	$T/q_0 r$	0,000	-0,334	-0,645	-0,911	-1,041	-0,986	-0,803	-0,803	-0,602	-0,345	-0,235	-0,175	—	—	—	—
1:5:5	$M/q_0 r^2$	-0,304	-0,278	-0,200	-0,076	0,078	0,221	0,327	0,327	0,371	0,357	0,301	0,218	0,218	0,214	0,218	0,236
	$N/q_0 r$	-0,778	-0,752	-0,647	-0,550	-0,396	-0,253	-0,147	-0,147	-0,132	-0,137	-0,156	-0,184	-0,356	-0,358	-0,367	-0,362
	$T/q_0 r$	0,000	-0,202	-0,389	-0,550	-0,599	-0,493	-0,292	-0,292	-0,093	0,161	0,258	0,307	0,029	-0,002	-0,033	-0,071
1:5:0	$M/q_0 r^2$	-1,707	-1,635	-1,424	-1,088	-0,658	-0,194	0,257	0,257	0,650	0,982	1,265	1,481	—	—	—	—
	$N/q_0 r$	-2,111	-2,039	-1,828	-1,492	-1,063	-0,598	-0,147	-0,147	-0,016	0,095	0,189	0,261	—	—	—	—
	$T/q_0 r$	0,000	-0,547	-1,056	-1,492	-1,753	-1,780	-1,625	-1,625	-1,421	-1,152	-1,209	-0,950	—	—	—	—

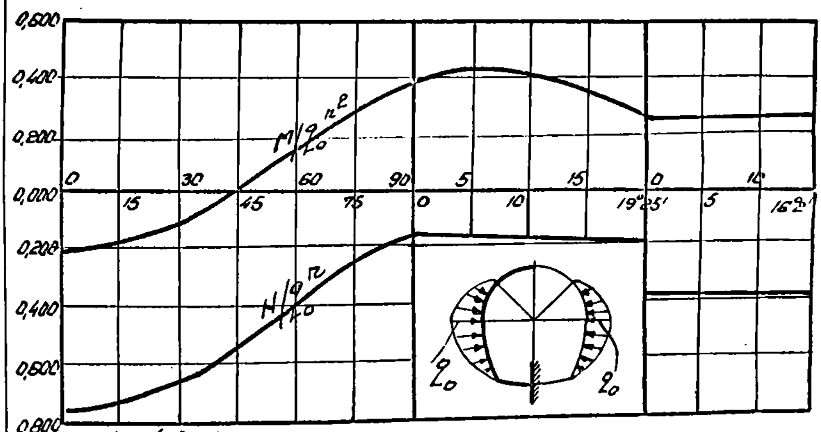


Fig. 4.2-6 Eforturile din împingerea pasivă a muntelui

BUPT

Capitolul 5 - Căptuşeli de formă "mîner de coş"

§ 5.1.- Eforturile şi deplasările pentru o încărcare oarecare

1.- Determinarea eforturilor

Secţiunea de formă "mîner de coş" se poate obţine din cea de formă specială (fig.2.1-11 b) punînd condiţiile :

$$\alpha \to 0 \qquad k_1 \cdot \sin\alpha_0 \to u_0$$
$$k_1 \to \infty \qquad k_2 \cdot \cos\beta_0 \to v_0 \qquad (5.1\text{-}1)$$

Parametrii ce caracterizează secţiunea sînt :

- r - defineşte mărimea secţiunii din grupul secţiunilor de aceeaşi formă ;
- $u_0 = \frac{h_0}{r}$ - defineşte înălţimea porţiunii drepte ;
- $v_0 = 1$ - defineşte mărimea radierului.

Secţiunea este perfect definită dacă se dau valorile r , u_0 .

Un punct de pe circumferinţă este determinat de variabilele φ ; $y = u\,h_0$; $x = v\,r$, avînd originea şi sensul de măsurare aşa cum se vede în fig.5.1-1 . Domeniile de variaţie a variabilelor sînt :

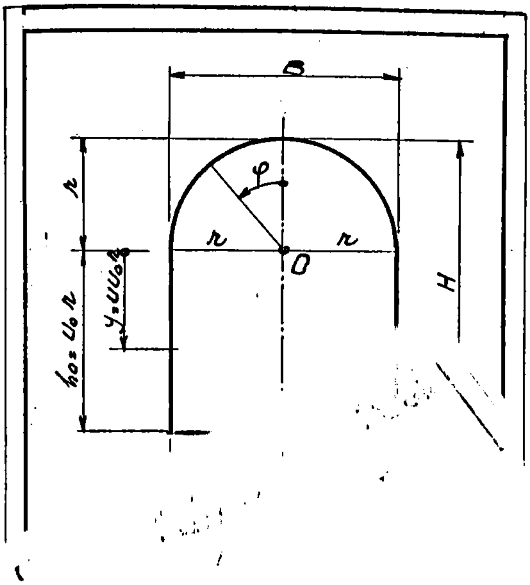
$$\varphi \in (0, \varphi_0) \qquad u \in (0, 1) \qquad v \in (0, 1)$$

cu notaţiile :

$$y = u \cdot u_0 \cdot r \qquad x = v \cdot r \qquad h_0 = u_0 \cdot r$$

Calculul eforturilor se poate face pornind de la secţiunea de bază tăiată după verticală.

Solicitările unitare /%/ pe forma de bază, în diferite domenii de variaţie ale variabilelor au expresiile :



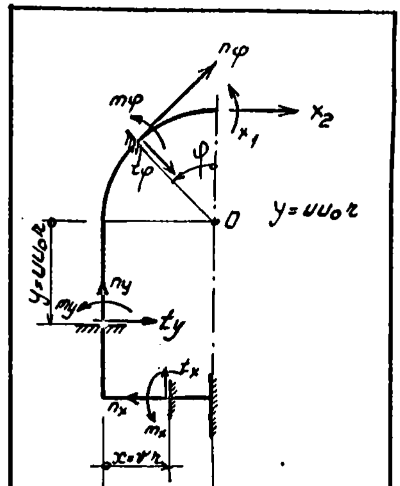


Fig. 5.1-2 Eforturi pe secţiunea de bază

$$m_{1\varphi} = 1 \qquad n_{1\varphi} = 0 \qquad t_{1\varphi} = 0$$

$$m_{1y} = 1 \qquad n_{1y} = 0 \qquad t_{1y} = 0 \qquad (5.1\text{-}2)$$

$$m_{1x} = 1 \qquad n_{1x} = 0 \qquad t_{1x} = 0$$

$$m_{2\varphi} = -r(1-\cos\varphi) \qquad n_{2\varphi} = \cos\varphi \qquad t_{2\varphi} = \sin\varphi$$

$$m_{2y} = -(1+u\cdot u_0)r \qquad n_{2y} = 0 \qquad t_{2y} = 1$$

$$m_{2x} = -(1+u_0)\cdot r \qquad n_{2x} = -1 \qquad t_{2x} = 0 \qquad (5.1\text{-}3)$$

Invarianţii adimensionali ai sistemului pot fi calculaţi după modelul relaţiilor (3.1-4). Se ajunge la următoarea formă:

$$\delta_{11}^{\circ}=\int_S i_s\, m_1^2\left(\frac{ds}{r}\right)=\left(\delta_{11}^{\circ}\right)_{\varphi}\cdot i_{\varphi}+i_y\left(\delta_{11}^{\circ}\right)_y+i_x\left(\delta_{11}^{\circ}\right)_x$$

$$\delta_{12}^{\circ}=\int_S i_s\cdot m_1\left(\frac{m_2}{r}\right)\left(\frac{ds}{r}\right)=i_{\varphi}\left(\delta_{12}^{\circ}\right)+i_y\left(\delta_{12}^{\circ}\right)_y+i_x\left(\delta_{12}^{\circ}\right)_x$$

$$\delta_{22}^{\circ}=\int_S i_s\left(\frac{m_2}{r}\right)^2\left(\frac{ds}{r}\right)=i_{\varphi}\left(\delta_{22}^{\circ}\right)+i_y\left(\delta_{22}^{\circ}\right)_y+i_x\left(\delta_{22}^{\circ}\right)_x \qquad (5.1\text{-}3)$$

Pentru secţiunile la care momentele de inerţie sînt constante (pe porţiuni) se va folosi notaţia : i_{φ} ; i_y ; i_x cu semnificaţia :

$$i_{\varphi}=\frac{J_{\varphi}}{J_{\varphi}} \qquad i_y=\frac{J_{\varphi}}{J_y} \qquad i_x=\frac{J_{\varphi}}{J_x} \qquad (5.1\text{-}4)$$

Dezvoltînd relaţia (5.1-3) pe porţiuni se găseşte :

- pentru δ_{11}°

$$\left(\delta_{11}^{\circ}\right)_{\varphi}=\int_0^{\pi/2}1\cdot d\varphi=\frac{\pi}{2}$$

$$\left(\delta_{11}^{\circ}\right)_y=\int_0^1 1\cdot u_0\cdot du=u_0 \qquad (5.1\text{-}5)$$

$$\left(\delta_{11}^{\circ}\right)_x=\int_0^1 1\cdot dv=1$$

Valoarea deplasării adimensionale δ_{11}° totale :

$$\delta_{11}^{\circ}=i_{\varphi}\frac{\pi}{2}+i_y\cdot u_0+i_x\cdot 1 \qquad (5.1\text{-}6)$$

- pentru δ_{12}°

$$\left(\delta_{12}^{\circ}\right)_{\varphi}=\int_0^{\pi/2}-1\left(1-\cos\varphi\right)d\varphi=-\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

$$\left(\delta_{12}^{\circ}\right)_y=\int_0^1-1\left(1+u\cdot u_0\right)u_0\cdot du=-\left(\frac{u_0^2}{2}+u_0\right) \qquad (5.1\text{-}7)$$

$$\left(\delta_{12}^{\circ}\right)_x=\int_0^1-1\left(1+u_0\right)dv=-\left(1+u_0\right)$$

BUPT

Valoarea deplasării δ_{12}° pe întregul contur va fi :

$$\delta_{12}^{\circ}=-\left[i_{\varphi}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)+i_{y}\left(\frac{1}{2}u_{o}^{2}+u_{o}\right)+i_{x}\left(1+u_{o}\right)\right] \qquad (5.1\text{-}8)$$

- pentru δ_{22}°

$$\left(\delta_{22}^{\circ}\right)_{\varphi}=\int_{0}^{\pi/2}(1-\cos\varphi)^{2}d\varphi=\frac{3\pi}{4}-2$$

$$\left(\delta_{22}^{\circ}\right)_{y}=\int_{0}^{1}(1+u\cdot u_{o})^{2}u_{o}\cdot du=u_{o}\left(\frac{1}{3}u_{o}^{2}+u_{o}+1\right) \qquad (5.1\text{-}9)$$

$$\left(\delta_{22}^{\circ}\right)_{x}=\int_{0}^{1}(1+u_{o})^{2}dv=(1+u_{o})^{2}$$

Valoarea totală a deplasării are expresia :

$$\delta_{22}^{\circ}=i_{\varphi}\left(\frac{3\pi}{4}-2\right)+i_{y}\cdot u_{o}\left(\frac{1}{3}u_{o}^{2}+u_{o}+1\right)+i_{x}\cdot(1+u_{o})^{2} \qquad (5.1\text{-}10)$$

Expresiile invarianţilor adimensionali sînt calculaţi în tabelul 5.1-1 pentru cele mai frecvente cazuri.

Diagramele din fig.5.1-3 permit calculul valorilor :

$$\delta_{ij}^{\circ}=\left(\delta_{ij}^{\circ}\right)_{\varphi}\cdot i_{\varphi}+\left(\delta_{ij}^{\circ}\right)_{y}\cdot i_{y}+\left(\delta_{ij}^{\circ}\right)_{x}\cdot i_{x} \qquad (5.1\text{-}11)$$

pentru orice valoare u_o şi oricare raport (i_{φ} : i_y : i_x) al momentelor de inerţie.

Valorile numerice ale invarianţilor Tabel 5.1-1

u_o	$i_{\varphi}:i_y:i_x$	δ_{11}^{o}	δ_{12}^{o}	δ_{22}^{o}	Δ^{o}	$\varkappa_{11}^{o}$	$\varkappa_{12}^{o}$	$\varkappa_{22}^{o}$
1,5	1:1:1	4,07	-5,695	11,48	14,29	0,285	-0,398	0,803
	1:1:0	3,07	-3,195	5,23	5,85	0,525	-0,546	0,894
	1:5:5	14,07	-26,195	55,98	101,44	0,139	-0,258	0,552
	1:5:0	9,07	-13,695	24,730	36,75	0,247	-0,373	0,673
3	1:1:1	6,571	-12,071	37,355	62,396	0,089	-0,193	0,598
	1:1:0	4,571	-8,071	21,355	32,47	0,141	-0,248	0,660
	1:5:5	21,571	-58,071	185,355	626,05	0,034	-0,093	0,296
	1:5:0	16,371	-38,071	105,355	296,44	0,056	-0,128	0,355

BUPT

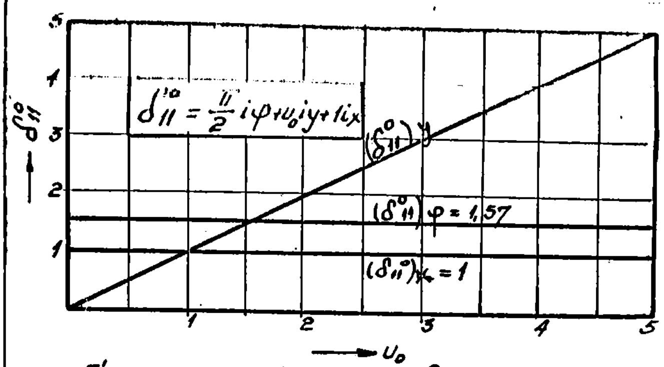


Fig 5.1-3a Valorile δ_{11}

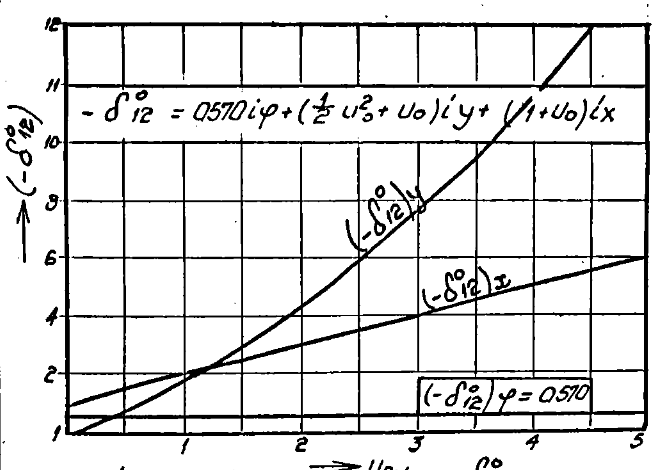


Fig 5.1-3b Valorile δ_{12}^{o}

Se poate ușor observa că făcînd $i_x = 0$ se obține o secțiune a cărei radier (fig.5.1-4) nu este rigid legat de pereții laterali.

Deplasările din încărcările exterioare pe arcul de bază se pun sub forma adimensională :

$$\Delta_{1q}^{o} = (\Delta_{1q}^{o})_{\varphi} + i_y (\Delta_{1q}^{o})_y + i_x (\Delta_{1q}^{o})_x \tag{5.1-12}$$

$$\Delta_{2q}^{o} = (\Delta_{2q}^{o})_{\varphi} + i_y (\Delta_{2q}^{o})_y + i_x (\Delta_{2q}^{o})_x$$

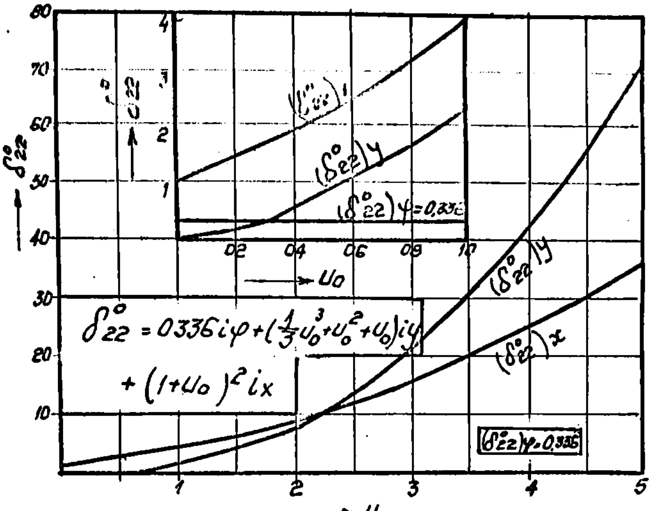


Fig. 5.1-3c. Valorile δ^o_{22}

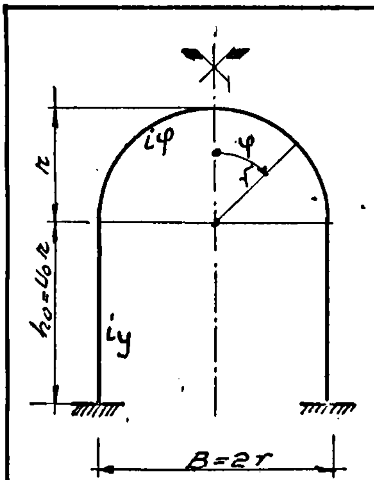


Fig. 5.1-4 Secțiune cu stîlpi încastrați

Integralele parțiale ale deplasărilor au valorile :

$$(\Delta^o_{1q})_\varphi = I_{1\varphi} = \int_0^{\pi/2} \frac{M^o_\varphi}{q_0 \cdot r^2}\, d\varphi$$

$$(\Delta^o_{1q})_y = I_{1y} = \int_0^1 \frac{M^o_y}{q_0 \cdot r^2} \cdot 1 \cdot u_0 \cdot du$$

$$(\Delta^o_{1q})_x = I_{1x} = \int_0^1 1 \frac{M^o_x}{q_0 \cdot r^2}\, dv$$

$$(\Delta^o_{2q})_\varphi = \int_0^{\pi/2} -1 \frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2}(1-\cos\varphi)\, d\varphi = -I_{1\varphi} + \int_0^{\pi/2} \frac{M^o_\varphi}{q_0 \cdot r^2} \cos\varphi \cdot d\varphi = -I_{1\varphi} + I_{2\varphi}$$

$$(\Delta^\circ_{2q})_y = \int_0^1 -\frac{M_y^\circ}{q_o \cdot r^2}(1+u\cdot u_o)\,u_o\,du = -I_{1y} - \int_0^1 u\cdot u_o^2 \frac{M_y^\circ}{q_o\cdot r^2}\,du = -I_{1y} - I_{2y}$$

$$(\Delta^\circ_{2q})_x = \int_0^1 -\left(\frac{M_x^\circ}{q_o\cdot r^2}\right)(1+u_o)\,dv = -I_{1x} - \int_0^1 \frac{M_x^\circ}{q_o\cdot r^2}\,u_o\,dv = -I_{1x} - I_{2x} = -(1+u_o)\,I_{1x}$$

S-au făcut următoarele notații :

$$I_{1\varphi} = \int_0^{\pi/2} \frac{M_\varphi^\circ}{q_o\cdot r^2}\,d\varphi \qquad I_{2\varphi} = \int_0^{\pi/2} \frac{M_\varphi^\circ}{q_o\cdot r^2}\cos\varphi\,d\varphi$$

$$I_{1y} = \int_0^1 u_o \frac{M_y^\circ}{q_o\cdot r^2}\,du \qquad I_{2y} = \int_0^1 u_o^2 \frac{M_y^\circ}{q_o\cdot r^2}\,u\cdot du \tag{5.1-13}$$

$$I_{1x} = \int_0^1 \frac{M_x^\circ}{q_o\cdot r^2}\,dv \qquad I_{2x} = \int u_o \frac{M_x^\circ}{q_o\cdot r^2}\,dv.$$

Se vede că există identitatea $I_{2x} = I_{1x}\,u_o$.

Mărimile (5.1-3) și (5.1-12) permit determinarea valorilor X_1^o , X_2^o , conform relațiilor de mai jos.

$$\begin{aligned} X_1^\circ &= k_{12}^\circ\,\Delta^\circ_{2q} - k_{22}^\circ\cdot\Delta^\circ_{1q} \\ X_2^\circ &= k_{12}^\circ\,\Delta^\circ_{1q} - k_{11}^\circ\,\Delta^\circ_{2q} \end{aligned} \tag{5.1-14}$$

In expresiile de mai sus s-au folosit următoarele notații :

$$\Delta^\circ = \delta_{11}^\circ\cdot\delta_{22}^\circ - (\delta_{12}^\circ)^2$$

$$K_{11}^\circ = \frac{\delta_{11}^\circ}{\Delta^\circ} \qquad K_{12}^\circ = \frac{\delta_{12}^\circ}{\Delta^\circ} \qquad k_{22}^\circ = \frac{\delta_{22}^\circ}{\Delta^\circ} \tag{5.1-14'}$$

Eforturile într-o secțiune curentă, definită pe intervalele φ , u , v se pot scrie după cum urmează :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$ se obțin expresiile :

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M_\varphi^0}{q_0 \cdot r^2} + X_1^0 - X_2^0 (1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{N_\varphi^0}{q_0 \cdot r} + X_2^0 \cdot \cos\varphi$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{T_\varphi^0}{q_0 \cdot r} + X_2^0 \cdot \sin\varphi \qquad (5.1\text{-}15)$$

- pentru $U \in (0,1)$

$$\frac{M_y}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M_y^0}{q_0 \cdot r^2} + X_1^0 - X_2^0 (1 + u \cdot u_0)$$

$$\frac{N_y}{q_0 \cdot r} = \frac{N_y^0}{q_0 \cdot r} \qquad (5.1\text{-}16)$$

$$\frac{T_y}{q_0 \cdot r} = \frac{T_y^0}{q_0 \cdot r} + X_2^0$$

- pentru $\vartheta \in (0,1)$

$$\frac{M_x}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M_x^0}{q_0 \cdot r^2} + X_1^0 - (1 + u_0) X_2^0$$

$$\frac{N_x}{q_0 \cdot r} = \frac{N_x^0}{q_0 \cdot r} - X_2^0 \qquad \frac{T_x}{q_0 \cdot r} = \frac{T_x^0}{q_0 \cdot r} \qquad (5.1\text{-}17)$$

Relațiile de mai sus au următoarea formă generală :

$$\frac{M_\theta}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M_\theta^0}{q_0 \cdot r^2} + X_1^0 + A_\theta \cdot X_2^0$$

$$\frac{N_\theta}{q_0 \cdot r} = \frac{N_\theta^0}{q_0 \cdot r} + X_2^0 \cdot B_\theta \qquad (5.1\text{-}18)$$

$$\frac{T_\theta}{q_0 \cdot r} = \frac{T_\theta^0}{q_0 \cdot r} + X_2^0 \cdot C_\theta$$

Expresiile M_θ^0, N_θ^0, C_θ^0 sînt eforturi din încărcarea exterioară pe schema de bază. Valorile eforturilor pe schema de bază în intervalul $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$ se obțin prin integrarea încărcării pe porțiunea $\theta \in (0, \varphi)$. Eforturile pe schema de bază, din încărcarea exterioară, pe celelalte intervale se obțin după relațiile de mai jos :

- pentru $y \in (0, h_0)$

$$M_y^o = M_{\frac{\pi}{2}}^o - T_{\frac{\pi}{2}}^o \cdot U \cdot U_o \cdot r + M_{qy}^o$$

$$N_y^o = N_{\pi/2}^o + N_{qy}^o \;;\quad T_y^o = T_{\pi/2}^o + T_{qy}^o \qquad (5.1\text{-}19)$$

în care : M_{qy}^o , N_{qy}^o , T_{qy}^o sînt eforturile obținute în această zonă cu încărcarea numai de pe această porțiune. Efectul încărcării superioare a fost totalizat în secțiunea $\varphi = \frac{\pi}{2}$

- pentru $x \in (0, r)$

$$M_x^o = M_{U_o}^o - T_{U_o} \cdot x$$

$$N_x^o = N_{U_o}^o + N_{qx}^o \qquad (5.1\text{-}20)$$

$$T_x^o = T_{U_o}^o + T_{qx}^o$$

Valorile $M_{U_o}^o$, $N_{U_o}^o$, $T_{U_o}^o$ reprezintă eforturile la limita $y = h_0$ a intervalului y .

Coeficienții ce intră în relația (5.1-18) au expresiile:

$$\theta = \varphi \Rightarrow A_\varphi = -(1-\cos\varphi);\quad B_\varphi = \cos\varphi \quad C_\varphi = \sin\varphi$$

$$\theta = y \Rightarrow A_y = -(1 + U_o \cdot U);\quad B_y = 0 \quad C_y = 1 \qquad (5.1\text{-}21)$$

$$\theta = x \Rightarrow A_x = -(1 + U_o);\quad B_x = -1 \quad C_x = 0$$

Valorile A_φ , B_φ , C_φ au fost intabulate, celelalte valori sînt constante sau se pot determina rapid din relațiile de definiție.

In rezumat, determinarea eforturilor la secțiunile de tipul "mîner de coș", pentru un anumit tip de încărcare, se face respectînd următoarea ordine de calcul, conform unei scheme logice generale (vezi cap.3) :

- Pregătirea datelor inițiale :

  r ; u_o ; f ; i_y : i_x.

- Calculul invarianților adimensionali

$$\delta_{ij}^{o} \qquad \begin{matrix} i = 1,2 \\ j = 1,2 \end{matrix}$$

- Calculul eforturilor pe schema de bază M_θ^o ; N_θ^o ; T_θ^o în diferite domenii $\theta = \varphi, y, x$

- Determinarea necunoscutelor X_1^o ; X_2^o

- Calculul eforturilor M_θ ; N_θ ; T_θ.

2.- Determinarea deformațiilor

Determinarea deformațiilor corespunzător diferitelor încărcări se va conduce pentru secțiunea $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Deplasarea pe orizontală δ_H^o va interesa, în primul rînd, pentru determinarea încărcării din împingerea pasivă a muntelui.

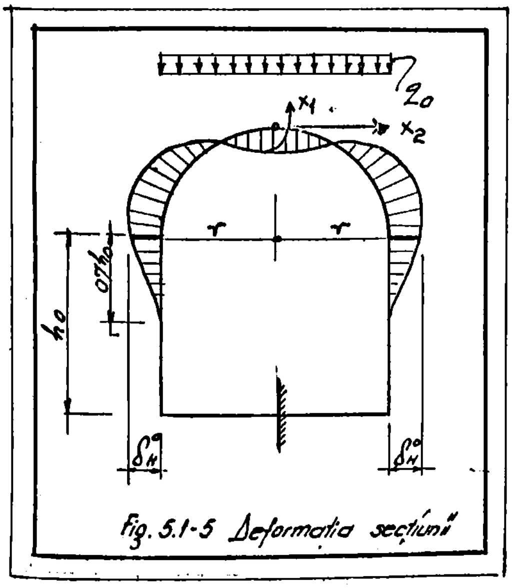


Fig. 5.1-5 Deformația secțiunii

Pentru determinarea deformației δ_H^o (fig.5.1-5) se aplică pe direcția H o forță P = 1 . Conform relației Mohr - Maxwell se poate scrie :

$$\delta_H^o = \int_s \frac{M}{q_o \cdot r^2} \frac{m}{r} \frac{ds}{r} \qquad (5.1-22)$$

unde :

$$\delta_H = \delta_H^o \frac{q_o \cdot r^4}{E J_\varphi}$$

Integrala din (5.1-22) se poate efectua ținînd cont că:

BUPT

- momentul "M" se scrie sub forma :

$$\frac{M}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M^\circ}{q_0 \cdot r^2} + X_1^\circ + A \cdot X_2^\circ \qquad (5.1\text{-}23)$$

şi are expresii diferite dealungul variabilelor $\varphi ; y ; x$ în conformitate cu relaţiile (5.1-15 , 16 , 17)

- Momentul "m" are pe diferite domenii expresia :

$$\frac{m}{r} = \frac{m^\circ}{r} + X_1^\circ + X_2^\circ A \qquad (5.1\text{-}24)$$

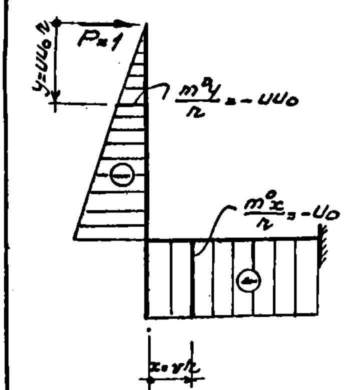
Ţinînd cont de cele obţinute în cap.3, relaţia 5.1-22 se poate simplifica şi aduce la forma :

$$\delta_H^\circ = \int_s \frac{M}{q_0 \cdot r^2} \, \frac{m^\circ}{r} \, \frac{ds}{r} + \Delta_{1p}^\circ X_1^\circ + \Delta_{2p}^\circ X_2^\circ \qquad (5.1\text{-}25)$$

In cele ce urmează, relaţia 5.1-25 se pune sub forma :

$$\delta_H^\circ = J + X_1^\circ \Delta_{1p}^\circ + X_2^\circ \cdot \Delta_{2p} \qquad (5.1\text{-}26)$$

constantele din relaţia de mai sus se pot calcula avînd în vedere fig.5.1-6.



5.1-6 Diagrama efortului $\frac{m^\circ}{r}$

$$J = \int_0^1 i_y \frac{M_y}{q_0 \cdot r^2} (-u \cdot u_0) u_0 \, du + \int_0^1 i_x \frac{M_x^\circ}{q_0 \cdot r^2} (-u_0) \, dv \qquad (5.1\text{-}27)$$

$$\Delta_{1p}^\circ = i_y \int_0^1 (-u \cdot u_0) u_0 \cdot du + i_x \int_0^1 (-u_0) \, dv$$

$$\Delta_{2p}^\circ = i_y \int_0^1 (-u \cdot u_0)(-1 - u \cdot u_0) u_0 \cdot du + i_x \int_0^1 (-u_0)(-1 - u_0) \, dv$$

BUPT

Efectuînd calculele, se obține :

$$J=-(i_y I_{2y}+i_x I_{2x})$$

$$\Delta^{\circ}_{1p}=-\left(\frac{1}{2}u_o^2 i_y+u_o\cdot i_x\right) \qquad \Delta^{\circ}_{2p}=\left(\frac{1}{2}u_o^2+\frac{1}{3}u_o^3\right)i_y+(u_o^2+u_o)\cdot i_x \tag{5.1-28}$$

Relația finală pentru calculul deplasării se obține din (5.1-26) cu substituțiile impuse de relațiile (5.1-28).

$$\delta^{\circ}_H=-(i_y I_{2y}+i_x I_{2x})-\left(\frac{1}{2}u_o^2 i_y+u_o\cdot i_x\right)X_1^{\circ}+\left[\left(\frac{1}{2}u_o^2+\frac{1}{3}u_o^3\right)i_y+(u_o^2+u_o)i_x\right]X_2^{\circ} \tag{5.1-29}$$

In tabelul 5.1-2 sînt calculate cîteva valori uzuale ale mărimilor Δ°_{1p} ; Δ°_{2p}

$$\delta^{\circ}_H=J_2+\Delta^{\circ}_{1p}X_1^{\circ}+\Delta^{\circ}_{2p}X_2^{\circ}$$

Tabel 5.1-2

u_o	$i_\varphi:i_y:i_x$	Δ°_{1p}	Δ°_{2p}
1,5	1:1:1	-3,62	6,000
	1:1:0	-1,12	2,250
	1:5:5	-18,12	30,00
	1:5:0	-5,62	11,250
3,0	1:1:1	-7,500	25,500
	1:1:0	-4,500	13,500
	1:5:5	-37,500	127,500
	1:5:0	-22,500	67,500

$$J_2=-(i_y I_{2y}+i_x I_{2x})$$

§ 5.2.- Incărcări din reacțiunea terenului

1.- Reacțiunea terenului uniform distribuită

Se consideră ...iunea " ...ner de coș" (fig. ...

încărcarea q_0, provenită dintr-o încărcare oarecare a cărei proiecție verticală este 2 P. Rezultă reacțiunea q_0 din relația:

$$q_0 = \frac{P}{r} \tag{5.2-1}$$

Solicitările pe arcul de bază, provenite din această încărcare pe diferite domenii au expresiile:

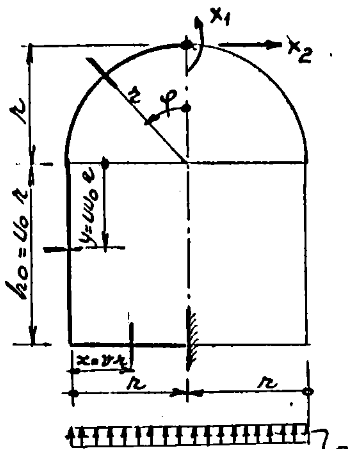


Fig. 5.2-1 Reacțiunea uniform distribuită

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$M_\varphi^0 = 0 \quad N_\varphi^0 = 0 \quad T_\varphi^0 = 0 \tag{5.2.2}$$

- pentru $y \in (0, h_0) \Rightarrow u \in (0,1)$

$$M_y^0 = 0 \quad N_y^0 = 0 \quad T_y^0 = 0 \tag{5.2-3}$$

- pentru $x \in (0, r) \Rightarrow v \in (0,1)$

$$\frac{M_x^0}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2} v^2 \qquad \frac{N_x^0}{q_0 \cdot r} = 0 \qquad \frac{T_x^0}{q_0 \cdot r} = 0 \tag{5.2-4}$$

Ridicarea nedeterminării se face după ce se calculează în prealabil, deplasările adimensionale. Deoarece momentul este diferit de zero numai pe porțiunea $x \in (0, r)$ se pot scrie deplasările sub forma:

$$\Delta_{1q}^0 = (\Delta_{1q}^0)_x = \int_0^1 \frac{M_x^0}{q_0 \cdot r^2} dv = \int_0^1 \left(-\frac{1}{2} v^2\right) dv = -\frac{1}{6} \tag{5.2-5}$$

$$\Delta_{2q}^0 = (\Delta_{2q}^0)_x = \int_0^1 -\left(\frac{M_x^0}{q_0 \cdot r^2}\right)(1+u_0)\, dv = \int_0^1 -\left(-\frac{1}{2} v^2\right)(1+u_0)\, dv = \frac{1}{6}(u_0+1)$$

Expresiile necunoscutelor adimensionale se obțin din relațiile:

BUPT

$$X_1^\circ = k_{12}^\circ \Delta_{2q}^\circ - k_{22}^\circ \Delta_{1q}^\circ$$

$$X_2^\circ = k_{12}^\circ \Delta_{1q}^\circ - k_{11}^\circ \Delta_{2q}^\circ \qquad (5.2\text{-}6)$$

Valorile X_1°, X_2° pentru cîteva cazuri des utilizate în practică sînt calculate ţinînd cont de tabelul 5.1-1 şi sînt trecute în tabelul 5.2-1.

Valorile necunoscutelor şi deformaţiei δ_H° Tabel 5.2-1

u_0	$i_\varphi : i_y : i_x$	x_1°	x_2°	δ_H°
1,5	1:1:1	-0,032	-0,053	+1,090
	1:1:0	—	—	—
	1:5:5	-0,077	-0,075	+0,395
	1:5:0	—	—	—
3,0	1:1:1	-0,029	-0,027	+1,530
	1:1:0	—	—	—
	1:5:5	-0,065	-0,036	+7,848
	1:5:0	—	—	—

Expresiile se determină după relaţiile 5.1-15,16,17, avînd valorile :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = X_1^\circ - X_2^\circ (1 - \cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = X_2^\circ \cos\varphi \qquad (5.2\text{-}7)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = X_2^\circ \sin\varphi$$

- pentru $y \in (0, h_0) \Rightarrow u \in (0,1)$

$$\frac{M_y}{q_0 \cdot r^2} = X_1^\circ - X_2^\circ (1 + u \cdot u_0)$$

$$\frac{N_y}{q_0 \cdot r} = 0 \qquad \frac{T_y}{q_0 \cdot r} = X_2^\circ \qquad (5.2\text{-}8)$$

- pentru $x \in (0, r) \Rightarrow \vartheta (-0, 1)$

$$\frac{M_x}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2}\vartheta^2 + X_1^\circ - (1+u_0) X_2^\circ \qquad \frac{N_x}{q_0 \cdot r} = -X_2^\circ \qquad \frac{T_x}{q_0 \cdot r} = \vartheta.$$

Valorile numerice ale eforturilor sînt calculate (pentru $i_y : i_\varphi : i_x = 1 : 1 : 1$) în tabelul 5.2-2 şi reprezentate în fig.5.2-2.

Valorile eforturilor M, N, T Tabel 5.2-2

u_0	$i_\varphi : i_y : i_x$		φ 0°	45°	90°	u 0,0	0,5	0,7	1,0	ϑ 0	0,5	1,0
1,5	1:1:1	$M/q_0 r^2$	-0,032	-0,016	0,021	0,021	0,061	0,076	0,101	0.101	-0,024	-0,399
		$N/q_0 r$	-0,053	-0,037	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,053	0,053	0,053
		$T/q_0 r$	0,000	-0,037	-0,053	-0,053	-0,053	-0,053	-0,053	0,000	0,500	+1,000

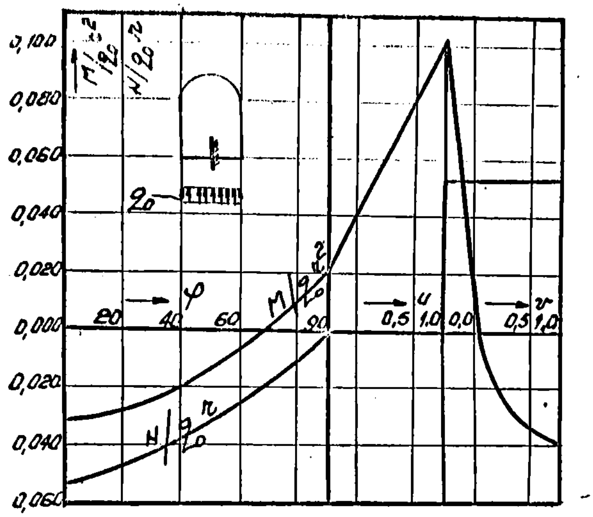


Fig. 5.2-2 Reacţiunea uniformă

Deformaţia la nivelul orizontal are expresia :

$$\delta_H^o = +\frac{1}{6} u_o \cdot i_x - \left(\frac{1}{2} u_o^2 i_y + u_o \cdot i_x\right) X_1^o + \left[\left(\frac{1}{2} u_o^2 + \frac{1}{3} u_o^3\right) i_y + (u_o^2 + u_o)\, i_x\right] X_2^o \quad (5.2\text{-}9)$$

Valorile δ_H^o sînt calculate în tabelul 5.2-1.

2.- Reacţiunea terenului distribuită hiperbolic

Distribuţia încărcării (fig.5.2-3) se face după legea :

$$q_t = q_o \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{t}{r})^2}} \qquad (5.2\text{-}10)$$

mărimea q_o rezultă din condiţia de echilibru static după verticală :

$$P = \int_0^r q_o \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{t}{r})^2}}\, dt. \qquad (5.2\text{-}11)$$

BUPT

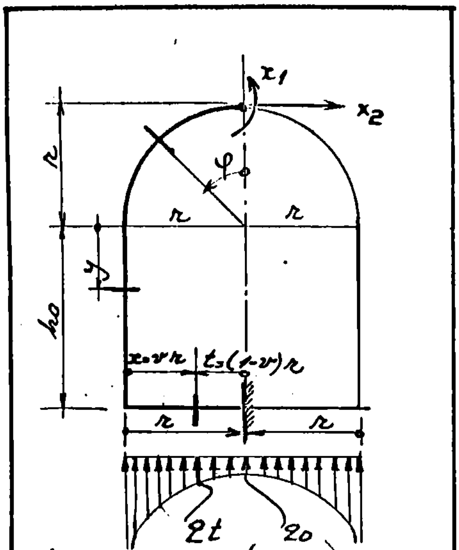


Fig. 5.2-3 Reacțiunea hiperbolică

unde :

- P reprezintă încărcarea verticală pe jumătatea secțiunii.

Efectuînd integrala din 5.2-11, rezultă :

$$q_0 = \frac{2}{\pi}\frac{P}{r} \tag{5.2-12}$$

Eforturile pe schema de bază se scriu :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$M_\varphi^0 = 0 \quad N_\varphi^0 = 0 \quad T_\varphi^0 = 0 \tag{5.2-13}$$

- pentru $y \in (0, h_0)$

$$M_y^0 = 0 \quad N_y^0 = 0 \quad T_y^0 = 0 \tag{5.2-14}$$

- pentru $x \in (0, r) \Longrightarrow v \in (0,1) \Longrightarrow t \in (1,0)$

$$\frac{M_x^0}{q_0 \cdot r^2} = -\int_t^1 \frac{u-t}{\sqrt{1-u^2}}\,du = -\left[\sqrt{1-t^2} - t\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin t\right)\right]$$

$$N_x^0 = 0$$

$$\frac{T_x^0}{q_0 \cdot r} = \int_t^1 \frac{1}{\sqrt{1-(t)^2}}\,dt = \frac{\pi}{2} - \arcsin t$$

In relațiile de mai sus se face schimbarea de variabilă:

$$t + v = 1$$

și se obține :

$$\frac{M_x^0}{q_0 \cdot r^2} = -\left[\sqrt{1-(1-v)^2} - (1-v)\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(1-v)\right)\right]$$

$$\frac{N_x^0}{q_0 \cdot r} = 0 \tag{5.2-15}$$

$$\frac{T_x^0}{q \cdot r} = \frac{\pi}{2} - \arcsin(1-v)$$

BUPT

Ridicarea nedeterminării se obţine calculînd în prealabil valorile :

$$\Delta_{1q}^{\circ} = (\Delta_{1q})_x = \int_0^1 -\left[\sqrt{1-t^2} - t\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin t\right)\right] dt$$

$$\Delta_{2q}^{\circ} = (\Delta_{2q}^{\circ})_x = -(1+u_o)\int_0^1 -\left[\sqrt{1-t^2} - t\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin t\right)\right] dt \qquad (5.2\text{-}16)$$

Efectuarea integralelor între limitele indicate conduce la următoarele rezultate :

$$\Delta_{1q}^{\circ} = -\frac{\pi}{8}$$
$$\Delta_{2q}^{\circ} = \frac{\pi}{8}(1+u_o) \qquad (5.2\text{-}17)$$

Expresiile necunoscutelor se obţin din relaţiile (6.2-6) ţinînd cont de tabelul 5.1-1. Valorile X_1°, X_2° sînt calculate pentru cîteva cazuri particulare în tabelul 5.2-3.

Valorile necunoscutelor x_1°, x_2° şi deformaţiei δ_H°

Tabel 5.2-3

u_o	$i_\varphi:i_y:i_x$	x_1^o	x_2^o	δ_H^o
1:5	1:1:1	-0,075	-0,123	+0,124
	1:1:0	—	—	—
	1:5:5	-0,182	-0,175	+0,998
	1:5:0	—	—	—
3	1:1:1	-0,069	-0,064	+0,097
	1:5:0	—	—	—
	1:5:5	-0,150	-0,085	+0,682
	1:5:0	—	—	—

Eforturile totale pe întreaga structură se scriu în conformitate cu relaţiile (5.1-15, 16,17) după cum urmează :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M_\varphi}{q_o \cdot r^2} = X_1^{\circ} - X_2^{\circ}(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_o \cdot r} = X_2^{\circ}\cos\varphi \qquad \frac{T_\varphi}{q_o \cdot r} = X_2^{\circ}\sin\varphi \qquad (5.2\text{-}18)$$

- pentru $y \in (0, h_o) \Rightarrow u \in (0,1)$

$$\frac{M_y}{q_o \cdot r^2} = X_1^{\circ} - X_2^{\circ}(1 + u \cdot u_o)$$

$$\frac{N_y}{q_o \cdot r} = 0 \qquad \frac{T_y}{q_o \cdot r} = X_2^{\circ} \qquad (5.2\text{-}1$$

- pentru $x \in (0, r) \Rightarrow v \in (0,1)$

$$\frac{M_x}{q_o \cdot r^2} = -\left[\sqrt{1-(1-v)^2} - (1-v)\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(1-v)\right)\right] + X_1^o - (1+u_o)X_2^o$$

$$\frac{N_x}{q_o \cdot r} = -X_2^o$$

$$\frac{T_x}{q_o \cdot r} = \frac{\pi}{2} - \arcsin(1-v) \qquad (5.2\text{-}20)$$

Calculul eforturilor pentru cazul momentelor de inerţie constante este condus în tabelul 5.2-4 şi reprezentate grafic în diagrama din fig.5.2-4.

Eforturile M, N, T — Tabel 5.2-4

u_o	$i_\varphi : i_y : i_x$		φ în grade 0°	45°	90°	u 0	0,5	0,7	1,0	v 0,0	0,5	1,0
		$M/q_o r^2$	-0,075	-0,039	+0,048	+0,048	0,140	0,177	0,233	0,233	-0,342	-0,767
1,5	1:1:1	$N/q_o r$	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		$T/q_o r$	0,000	-0,007	-0,125	-0,125	-0,125	0,125	-0,125	[illegible]	1,070	1,570

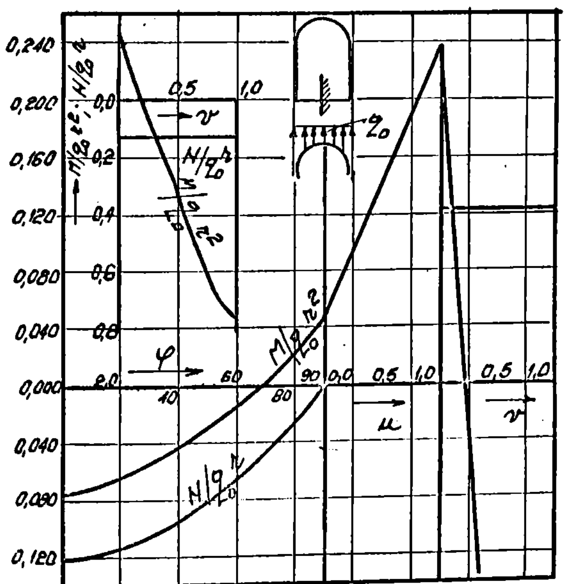


Fig. 5.2-4 Diagrama eforturilor

BUPT

Deplasarea adimensională în orizontala arcului se obține din (5.1-26) cu substituțiile impuse de 5.2-17. Se obține :

$$\delta_H^o = +\frac{\pi}{8} u_o \cdot i_x - \left(\frac{1}{2} u_o^2 \cdot i_y + u_o \cdot i_x\right) X_1^o + \left[\left(\frac{1}{2} u_o^2 + \frac{1}{3} u_o^3\right) i_y + (u_o^2 + u_o)\, i_x\right] X_2^o \tag{5.2-21}$$

Valorile acestei expresii sînt calculate, pentru cîteva cazuri particulare, în tabelul 5.2-3.

§ 5.3.- Incărcări din împingerea muntelui

Pentru roci cu duritate mare se admite o împingere verticală a muntelui, uniform distribuită fig.5.3-1.

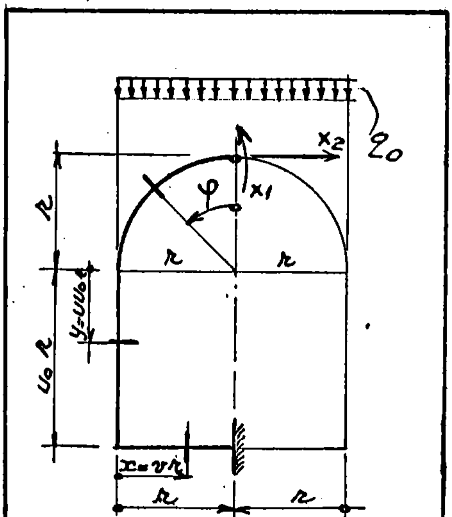


Fig.5.3-1 Împingerea uniformă a rocii

Eforturile pe schema de bază se pot scrie cu ușurință, avînd în vedere forma încărcării. Se obține :

- pentru $\varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{M_\varphi^o}{q_o \cdot r^2} = -\frac{1}{2} \sin^2\varphi$$

$$\frac{N_\varphi^o}{q_o \cdot r} = -\sin^2\varphi \tag{5.3-1}$$

$$\frac{T_\varphi^o}{q_o \cdot r} = \sin\varphi \cdot \cos\varphi$$

La limita intervalului $\varphi = \frac{\pi}{2}$, eforturile au valorile :

$$\frac{M_{\pi/2}^o}{q_o \cdot r^2} = -\frac{1}{2} \qquad \frac{N_{\pi/2}^o}{q_o \cdot r} = -1 \qquad \frac{T_{\pi/2}^o}{q_o \cdot r} = 0. \tag{5.3-2}$$

In funcție de aceste valori se poate scrie :

BUPT

- pentru $U \in (0,1) \Rightarrow y \in (0, h_0)$

$$\frac{M_y^\circ}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2} \qquad \frac{N_y^\circ}{q_0 \cdot r} = -1 \qquad \frac{T_y^\circ}{q_0 \cdot r} = 0 \tag{5.3-3}$$

- pentru $v \in (0,1) \Rightarrow x \in (0, r)$

$$\frac{M_x^\circ}{q_0 r^2} = -\frac{1}{2} + v \qquad \frac{N_x^\circ}{q_0 \cdot r} = 0 \qquad \frac{T_x^\circ}{q_0 \cdot r} = -1 \tag{5.3-4}$$

Ridicarea nedeterminării se poate face dacă se calculează :

$$I_{1\varphi} = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right) d\varphi = \int_0^{\pi/2} \left(-\frac{1}{2} \sin^2\varphi\right) d\varphi = -0,3925$$

$$I_{2\varphi} = \int_0^{\pi/2} \frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} \cos\varphi \, d\varphi = \int_0^{\pi/2} -\frac{1}{2} \sin^2\varphi \cos\varphi \, d\varphi = -0,167 \tag{5.3-5}$$

In mod analog se găsește :

$$I_{1y} = u_0 \int_0^1 \frac{M_y^\circ}{q_0 \cdot r^2} du = -\frac{1}{2} u_0$$

$$I_{2y} = u_0^2 \int_0^1 \frac{M_y^\circ}{q_0 \cdot r^2} u \cdot du = -\frac{1}{4} u_0^2 \tag{5.3-6}$$

$$I_{1x} = \int_0^1 \frac{M_x^\circ}{q_0 r^2} dv = \int_0^1 \left(v - \frac{1}{2}\right) dv = 0$$

$$I_{2x} = 0$$

Relațiile 5.3-5 , 6 permit calculul deplasărilor pe direcțiile necunoscutelor. Conform relațiilor 5.1-13 se obține :

$$\Delta_{1q}^\circ = -0,3925 \, i_\varphi - \frac{1}{2} u_0 i_y + 0,000 \, i_x \tag{5.3-7}$$

$$\Delta_{2q}^\circ = 0,2255 \, i_\varphi + \left(\frac{1}{2} u_0 + \frac{1}{4} u_0^2\right) i_y + 0,000 \, i_x .$$

Necunoscutele adimensionale X_1° , X_2° pot fi calculate cu expresiile 5.1-14. Valorile numerice ale eforturilor din cheie pentru cîteva cazuri uzuale sînt calculate în tabelul 5.3-1.

Valorile necunoscutelor şi deformaţiei δ_H° Tabel 5.3-1

u_0	$i_\varphi : i_y : i_x$	X_1°	X_2°	δ_H°
1,5	1:1:1	0.305	0,017	-0,451
	1:1:0	0,182	-0,184	-0,067
	1:5:5	0,534	0,125	-3,171
	1:5:0	0256	-0,132	-0,169
3,0	1:1:1	0,365	0,012	-0,182
	1:1:0	0.263	-0,091	-0,163
	1:5:5	0,571	0,089	+1,185
	1:5:0	0.373	0,052	-0,652

Eforturile pe întreaga structură se vor calcula ţinînd cont de relaţiile :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2}\sin^2\varphi + X_1^\circ - X_2^\circ(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = -\sin^2\varphi + X_2^\circ \cos\varphi \qquad (5.3\text{-}8)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = \sin\varphi \cdot \cos\varphi + X_2^\circ \sin\varphi$$

- pentru $y \in (0, h_0) \Rightarrow u \in (0,1)$

$$\frac{M_y}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2} + X_1^\circ - X_2^\circ(1 + u \cdot u_0)$$

$$\frac{N_y}{q_0 \cdot r} = -1 \qquad (5.3\text{-}9)$$

$$\frac{T_y}{q_0 \cdot r} = X_2^\circ .$$

- pentru $x \in (0, r) \Rightarrow \vartheta \in (0,1)$

$$\frac{M_x}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2} + \vartheta + X_1^\circ - (1+u_0) X_2^\circ$$

$$\frac{N_x}{q_0 \cdot r} = -X_2^\circ \qquad (5.3\text{-}10)$$

$$\frac{T_x}{q_0 \cdot r} = -1$$

Pentru cazul momentelor de inerţie constante în lungul structurii au fost calculate eforturile în tabelul 5.3-2 şi reprezentate în fig.5.3-2 a,b .

Valorile eforturilor M, N, T Tabel 5.3-2

u_0	$i_\varphi;i_y;i_x$		φ 0°	φ 45°	φ 90°	μ 0	μ 0,5	μ 0,7	μ 1,0	ν 0	ν 0,5	ν 1,0
1:5	[illegible]	M/q_0r^2	0,305	0,052	-0,219	-0,219	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0,235	[illegible]	[illegible]
		N/q_0r	0,017	[illegible]	-1,000	-1,000	-1,000	[illegible]	-1,000	-0,017	-0,017	-0,017
		T/q_0r	0,000	-0,488	+0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	-1,000	-1,000	-1,000
	1:1:0	M/q_0r^2	0,182	-0,014	-0,134	-0,134	+0,004	0,059	0,142	—	—	—
		N/q_0r	-0,184	-0,630	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	—	—	—
		T/q_0r	0,000	0,370	-0,184	-0,184	-0,184	-0,184	-0,184	—	—	—

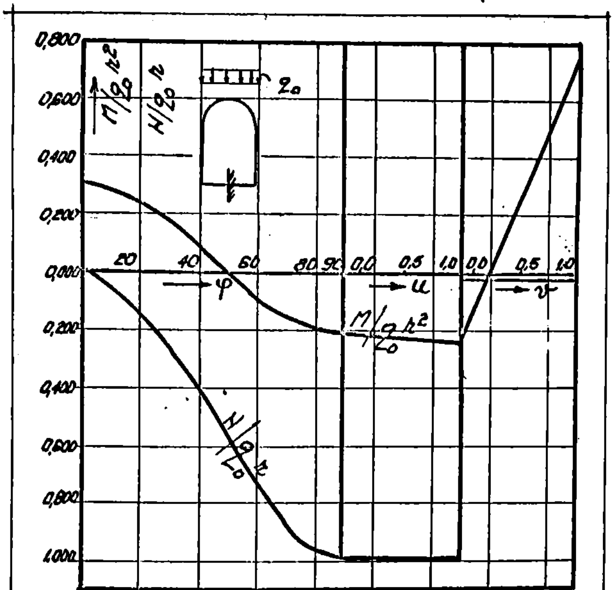


Fig.5.3-2a. Diagrama eforturilor

Deplasarea adimensională δ_H^0 **se calculează din expresia 5.1-29.**

$$\delta_H^0 = \frac{1}{4} U_0^2 \cdot i_y + \Delta_{1p}^0 X_1^0 + \Delta_{2p}^0 X_2^0 \qquad (5.3-1)$$

unde :

$$\Delta_{1p}^0 = -\left(\frac{1}{2} U_0^2 \cdot i_y + U_0 \cdot i_x\right) \qquad (5.3$$

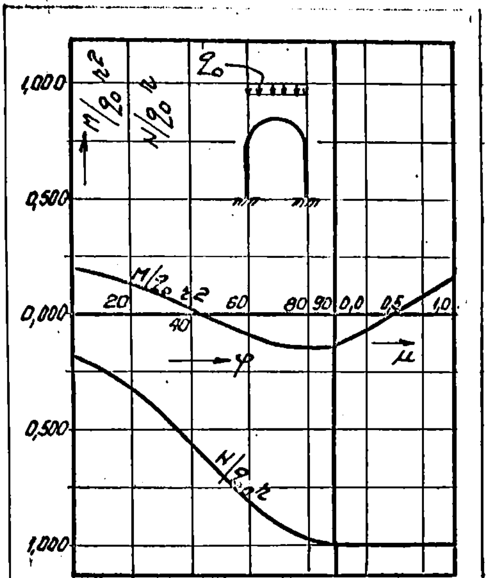


Fig.5.3-2b Diagrama eforturilor

2.- Impingerea verticală, distribuită parabolic

In cazul terenurilor cu tărie slabă se ia în calcul după o formă parabolică fig.5.3-3

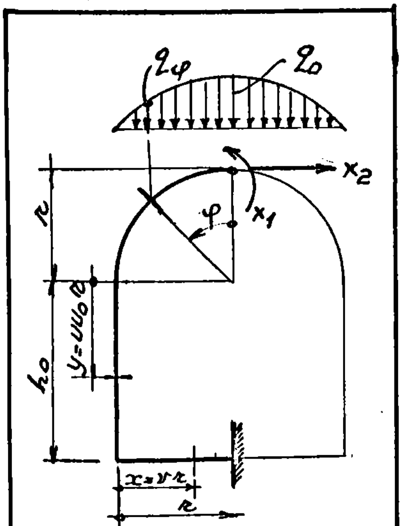


Fig. 5.3-3 Împingerea muntelui

$$q = q_0 (1-\sin^2\varphi) \qquad (5.3\text{-}13)$$

Eforturile pe schema de bază se obțin prin integrarea efectului încărcării. Se obțin relațiile :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M_\varphi^\circ}{q_o\cdot r^2} = -\sin^2\varphi\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{12}\sin^2\varphi\right)$$

$$\frac{N_\varphi^\circ}{q_o\cdot r} = -\sin^2\varphi\left(1-\frac{1}{3}\sin^2\varphi\right)$$

$$\frac{T_\varphi^\circ}{q_o\cdot r} = \sin\varphi\cdot\cos\varphi\left(1-\frac{1}{3}\sin^2\varphi\right) \tag{5.3-14}$$

La limita intervalului ($\varphi=\frac{\pi}{2}$) se obţin următoarele valori :

$$\frac{M_{\pi/2}^\circ}{q_o\cdot r^2} = -\frac{5}{12} \qquad \frac{N_{\pi/2}^\circ}{q_o\cdot r} = -\frac{2}{3} \qquad \frac{T_{\pi/2}^\circ}{q_o\cdot r} = 0 \tag{5.3-15}$$

In funcţie de aceste valori se pot calcula eforturile în celelalte intervale :

- pentru $y\in(0,L_o) \Rightarrow u\in(0,1)$

$$\frac{M_y^\circ}{q_o\cdot r^2} = -\frac{5}{12} \qquad \frac{N_y^\circ}{q_o\cdot r} = -\frac{2}{3} \qquad \frac{T_y^\circ}{q_o\cdot r} = 0 \tag{5.3-16}$$

- pentru $x\in(0,r) \Rightarrow \vartheta\in(0,1)$

$$\frac{M_x^\circ}{q_o\cdot r^2} = -\frac{5}{12}+\frac{2}{3}\vartheta \qquad \frac{N_x^\circ}{q_o\cdot r} = 0 \qquad \frac{T_x^\circ}{q_o\cdot r} = -\frac{2}{3} \tag{5.3-17}$$

Necunoscutele adimensionale se pot explicita dacă se calculează după relaţiile 5.1-15 valorile :

$$I_{1\varphi} = \int_0^{\pi/2}\left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_o\cdot r^2}\right)d\varphi = \int_0^{\pi/2} -\sin^2\varphi\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{12}\sin^2\varphi\right)d\varphi = -0,3925$$

$$I_{2\varphi} = \int_0^{\pi/2}\left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_o\cdot r^2}\right)\cos\varphi\, d\varphi = \int_0^{\pi/2} -\sin^2\varphi\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{12}\sin^2\varphi\right)\cos\varphi\, d\varphi = -0,15 \tag{5.3-18}$$

$$I_{1y} = u_o\int_0^1\left(\frac{M_y^\circ}{q_o\cdot r^2}\right)du = u_o\int -\frac{5}{12}\,du = -\frac{5}{12}\,u_o$$

$$I_{2y} = U_o^2\int_0^1 -\frac{5}{12}\, u\, du = -\frac{5}{24}\, U_o^2$$

$$I_{1x} = \int_0^1 \frac{M_x^o}{q_o \cdot r^2}\, d\vartheta = \int_0^1 \left(-\frac{1}{12} + \frac{2}{3}\vartheta\right) d\vartheta = -0{,}124$$

Valorile deplasărilor adimensionale se explicitează din 5.1-14 sub forma :

$$\Delta_{1q}^o = -0{,}15 \cdot i_\varphi - \frac{5}{12}\, U_o \cdot i_y - 0{,}124\, i_x$$

$$\Delta_{2y}^o = 0{,}242 \cdot i_\varphi + \left(\frac{5}{12}\, U_o + \frac{5}{24}\, U_o^2\right) \cdot i_y + (1+U_o)\, 0{,}124 \cdot i_x \qquad (5.3\text{-}19)$$

Necunoscutele adimensionale X_1^o ; X_2^o se obțin din 5.1-14. Valorile uzuale ale necunoscutelor sînt prezentate în tabelul 5.3-3.

Valorile necunoscutelor X_1^o, X_2^o, δ_H^o Tabel 5.3-3

U_o	$i_\varphi : i_y : i_x$	X_1^o	X_2^o	δ_H^o
1,5	1:1:1	0,068	-0,111	-2,473
	1:1:0	-0,035	-0,277	-0,115
	1:5:5	0,279	-0,003	-1,870
	1:5:0	0,076	-0,128	-1,220
3,0	1:1:1	0,408	0,062	1,512
	1:1:0	0,401	0,049	0,732
	1:5:5	0,955	0,235	9,105
	1:5:0	1,045	0,282	4,897

Eforturile totale pe structură se pot scrie prin însumarea efectelor conform relațiilor 5.1-15,16,17. Se obțin relațiile :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M_\varphi}{q_o \cdot r^2} = -\sin^2\varphi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\sin^2\varphi\right) + X_1^o - X_2^o(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_o \cdot r} = -\sin^2\varphi\left(1 - \frac{1}{3}\sin^2\varphi\right) + X_2^o\cos\varphi \qquad (5.3\text{-}20)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_o \cdot r} = \sin\varphi \cdot \cos\varphi\left(1 - \frac{1}{3}\sin 2\varphi\right) + X_2^o \sin\varphi$$

- pentru $y \in (0, h_o) \Longrightarrow u \in (0,1)$

$$\frac{M_y}{q_o \cdot r^2} = -\frac{5}{12} + X_1^o - X_2^o(1 + u \cdot U_o)$$

$$\frac{N_y}{q_o \cdot r} = -\frac{2}{3} \qquad (5.3\text{-}21)$$

$$\frac{T_y}{q_o \cdot r} = X_2^o$$

- pentru $x \in (0, r) \Longrightarrow \vartheta \in (0,1)$

$$\frac{M_x}{q_o \cdot r^2} = -\frac{5}{12} + \frac{2}{3}\vartheta + X_1^o - (1 + U_o)\, X_2^o$$

$$\frac{N_x}{q_o \cdot r} = -X_2^o$$

$$\frac{T_x}{q_o \cdot r} = -2,3 \qquad (5.3\text{-}22)$$

Valorile eforturilor pentru cazul momentelor de inerție constante sînt calculate în tabelul 5.3-4 și reprezentate în fig.5.3-4 a,b)

Valorile eforturilor Tabel 5.3-4

U_o	$i_\varphi:i_y:i_x$		φ			μ				ν		
			0	45	90	0	0,5	0,7	1,0	0	0,5	1
1,5	1:1:1	$M/q_o r^2$	0,068	-0,128	-0,238	-0,238	-0,155	-0,121	-0,071	-0,071	0,262	0,595
		$N/q_o r$	-0,111	-0,495	-0,666	-0,666	-0,666	-0,666	-0,666	-0,111	-0,111	-0,111
		$T/q_o r$	0,000	0,337	-0,111	-0,111	-0,111	-0,111	-0,111	—	—	—
	1:1:0	$M/q_o r^2$	-0,035	-0,183	-0,175	-0,175	0,033	0,116	0,241	—	—	—
		$N/q_o r$	-0,277	-0,614	-0,666	-0,666	-0,666	-0,666	-0,666	—	—	—
		$T/q_o r$	0,000	0,219	-0,277	-0,277	-0,277	-0,277	-0,277	—	—	—

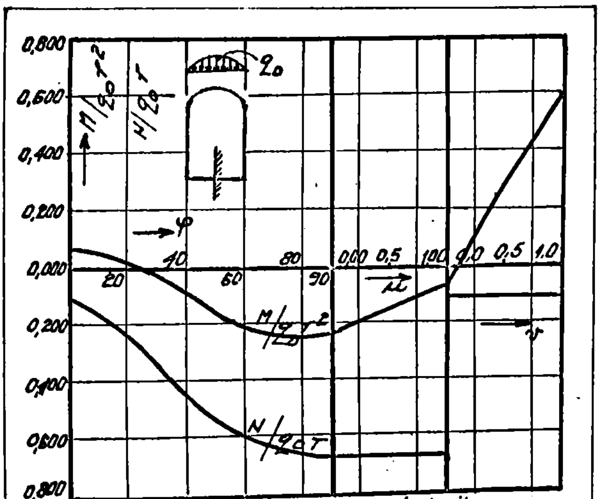


Fig.5.3-4 a Diagrama eforturilor

Deformația δ_H^o se calculează după relația :

$$\delta_H^o = \mathcal{J}_2 + \Delta_{1p}^o X_1^o + \Delta_{2p}^o X_2^o \qquad (5.3\text{-}23)$$

unde :

$$\mathcal{J}_2 = -(i_y \cdot I_{2y} + i_x \cdot I_{2x})$$

$$I_q = -(i_y \cdot I_{2y} + i_x \cdot I_{2x}) \qquad (5.3\text{-}24)$$

Valorile Δ°_{1p}, Δ°_{2p} se obţin din 5.1-28 sau se transcriu din tabelul 5.1-2.

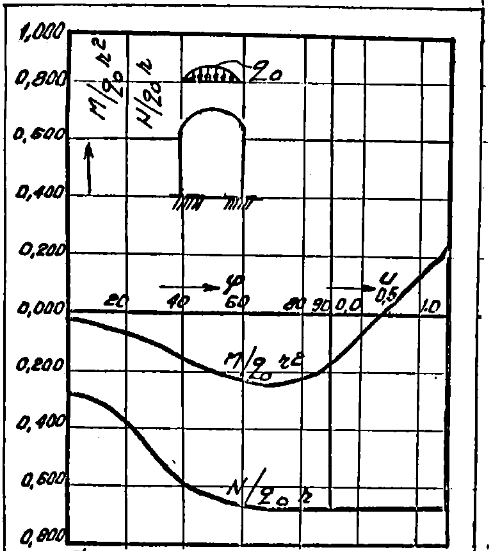


Fig.5.3-4b Diagrama eforturilor

Valoarea numerică a relaţiei 5.3-24 se obţine prin substituţia expresiilor I_{2y}, I_{2x} pentru acest gen de încărcare. Se obţine :

$$I_q = \frac{5}{24} U_0^2 \cdot i_y + 0{,}124\, U_0 \cdot i_x \qquad (5.3\text{-}25)$$

Valorile numerice ale deplasării elastice sînt calculate în tabelul 5.3-3.

3.- Impingerea laterală, distribuită uniform

Impingerea orizontală a terenului se ia în calcule /66/ sub forma unui procent (1/3 - 1/5) din valoarea împingerii maxime verticale fig.5.3-5.

Valorile eforturilor pe arcul de bază se obţin prin integrarea încărcărilor pînă în secţiunea de calcul. Efectuînd calculele se obţine :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M^{\circ}_{\varphi}}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2}(1-\cos\varphi)^2$$

BUPT

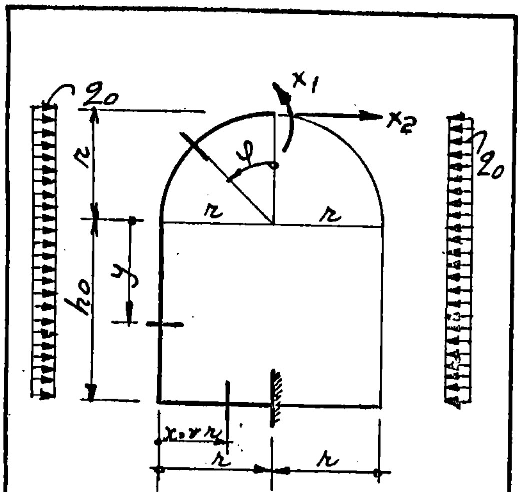


Fig. 5.3-5 Împingerea laterală

$$\frac{N_\varphi^o}{q_o \cdot r} = (1-\cos\varphi)\cos\varphi$$

$$\frac{T_\varphi^o}{q_o \cdot r} = (1-\cos\varphi)\cdot\sin\varphi$$

(5.3-26)

La limita intervalului ($\varphi = \frac{\pi}{2}$) se obţin valorile :

$$\frac{M_{\pi/2}^o}{q_o \cdot r^2} = -\frac{1}{2} \qquad \frac{N_{\pi/2}^o}{q_o \cdot r} = 0 \qquad \frac{T_{\pi/2}^o}{q_o \cdot r} = 1 + U_o \qquad (5.3\text{-}27)$$

In funcţie de valorile de mai sus şi de aportul încărcării pe fiecare porţiune în parte se obţine :

- pentru $y \in (0, h_o)$ $\Rightarrow$ $u \in (0,1)$

$$\frac{M_y^o}{q_o \cdot r^2} = -\left[\frac{1}{2} + U_o \cdot u + \frac{1}{2} U_o^2 \cdot u^2\right]$$

$$\frac{N_y^o}{q_o \cdot r} = 0 \qquad \frac{T_y^o}{q_o \cdot r} = 1 + U_o \cdot u \qquad (5.3\text{-}28)$$

- pentru $x \in (0, r)$ $\Rightarrow$ $\vartheta \in (0,1)$

$$\frac{M_x^o}{q_o \cdot r^2} = -\left[\frac{1}{2} + U_o + \frac{1}{2} U_o^2\right]$$

$$\frac{N_x^o}{q_o \cdot r} = -(1 + U_o) \qquad \frac{T_x^o}{q_o \cdot r} = 0 \qquad (5.3\text{-}29)$$

Necunoscutele adimensionale se pot obţine după ce s-au calculat din relaţiile (5.1-15) valorile integralelor :

$$I_{1\varphi}=\int_0 \left(\frac{M_\varphi}{q_0\cdot r^2}\right)d\varphi=\int_0 -\frac{1}{2}(1-\cos\varphi)^2 d\varphi=-0,178$$

$$I_{2\varphi}=\int_0^{\pi/2}\left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0\cdot r^2}\right)\cos\varphi\, d\varphi=\int_0^{\pi/2}-\frac{1}{2}(1-\cos\varphi)^2\cos\varphi\, d\varphi=-0,048$$

$$I_{1y}=\int_0^1\frac{M_y^\circ}{q_0\cdot r^2}\,U_0\cdot dU=\int_0^1-U_0\left(\frac{1}{2}+U_0\cdot U+\frac{1}{2}U_0^2U^2\right)dU=-\left[\frac{1}{2}U_0+\frac{1}{2}U_0^2+\frac{1}{6}U_0^3\right]$$

$$I_{2y}=\int_0^1\frac{M_y^\circ}{q_0\cdot r^2}\,U_0^2 U\cdot dU=-\left[\frac{1}{4}U_0^3+\frac{1}{3}U_0^4+\frac{1}{8}U_0^6\right]$$

(5.3-30)

$$I_{1x}=\int_0^1\frac{M_x^\circ}{q_0\cdot r^2}d\vartheta=-\int_0^1\left(\frac{1}{2}+U+\frac{1}{2}U_0^2\right)d\vartheta=-\left[\frac{1}{2}+U_0+\frac{1}{2}U_0^2\right]$$

Ţinînd cont de relaţiile (5.3-30) se calculează deplasările adimensionale cu ajutorul relaţiilor (5.1-14). Se obţine după efectuarea calculelor :

$$\Delta_{1q}^\circ=-\left[0,178\,i_\varphi+\left(\frac{1}{2}U_0+\frac{1}{2}U_0^2+\frac{1}{6}U_0^3\right)i_y+\left(\frac{1}{2}+U_0+\frac{1}{2}U_0^2\right)i_x\right]$$

(5.3-31)

$$\Delta_{2q}^\circ=0,130\cdot i_\varphi+\left(\frac{1}{2}U_0+\frac{1}{2}U_0^2+\frac{3}{8}U_0^3+\frac{1}{3}U_0^4+\frac{1}{8}U_0^5\right)i_y^\circ+(1+U_0)\left(\frac{1}{2}+U_0+\frac{1}{2}U_0^2\right)i_x$$

Necunoscutele adimensionale se vor obţine din relaţiile:

$$X_1^\circ=k_{12}^\circ\,\Delta_{2q}^\circ-k_{22}^\circ\,\Delta_{1q}^\circ$$

(5.3-32)

$$X_2^\circ=k_{12}^\circ\,\Delta_{1q}^\circ-k_{11}^\circ\,\Delta_{2q}^\circ$$

Valorile k_{ij}° se obţin din tabelul 5.1-1. Pentru cazul încărcării studiate mai sus valorile X_1°, X_2° sînt calculate în tabelul 5.3-5, pentru cîteva cazuri des folosite în practică.

Expresiile eforturilor pe întreaga structură se obţin prin însumarea efectelor, după cum urmează :

BUPT

Valorile necunoscutelor X_1^o, X_2^o, δ_H^o Tabel 5.3-5

U_o	$i_\varphi:i_y:i_x$	X_1^o	X_2^o	δ_H^o
1,5	1:1:1	-0,851	-1,643	1,392
	1:1:0	-0,887	-1,674	0,708
	1:5:5	-2,115	-2,243	11,879
	1:5:0	-2,503	-2,554	2,739
3	1:1:1	-9,222	-5,799	22,915
	1:1:0	-11,221	-7,739	23,647
	1:5:5	-21,650	-9,326	130,935
	1:5:0	-28,374	-13,853	91,462

- pentru $\varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{M_\varphi}{q_o \cdot r^2} = -\frac{1}{2}(1-\cos\varphi)^2 + X_1^o - X_2^o(1-\cos\varphi)$$

(5.3-33)

$$\frac{N_\varphi}{q_o \cdot r} = (1-\cos\varphi)\cos\varphi + X_2^o \cos\varphi$$

$$\frac{T_\varphi}{q_o \cdot r} = (1-\cos\varphi)\sin\varphi + X_2^o \sin\varphi$$

- pentru $y \in (0, h_o) \Longrightarrow u \in (0,1)$

$$\frac{M_y}{q_o \cdot r^2} = -\left[\frac{1}{2} + U_o \cdot u + \frac{1}{2} U_o^2 \cdot u^2\right] + X_1^o - X_2^o(1 + u \cdot U_o) \qquad (5.3\text{-}34)$$

$$\frac{N_y}{q_o \cdot r} = 0 \qquad \frac{T_y}{q_o \cdot r} = 1 + u \cdot U_o + X_2^o$$

- pentru $x \in (0, r) \Longrightarrow v \in (0,1)$

$$\frac{M_x}{q_o \cdot r^2} = -\left[\frac{1}{2} + U_o + \frac{1}{2} U_o^2\right] + X_1^o - (1 + U_o) X_2^o \qquad (5.3\text{-}35)$$

$$\frac{N_x}{q_o \cdot r} = -(1+U_o) - X_2^o \qquad \frac{T_x}{q_o \cdot r} = 0$$

Valorile eforturilor, pentru cazul unei structuri cu moment de inerție constant sînt calculate în tabelul 5.3-6 și reprezentate grafic în fig.5.3-6 a,b.

Valorile eforturilor Tabel 5.3-6

U_o	$i_\varphi:i_y:i_x$		φ = 0	φ = 45	φ = 90	u = 0	u = 0,5	u = 0,7	u = 1,0	v = 0	v = 0,5	v = 1,0
1,5	1:1:1	$M/q_o r^2$	-0,853	-0,413	+0,292	0,292	0,493	0,405	0,199	0,199	0,199	0,199
		$N/q_o r$	-1,643	-0,869	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,857	-0,857	-0,857
		$T/q_o r$	0,000	-0,955	-0,643	-0,643	0,107	0,407	0,857	0,000	0,000	0,000
	1:1:0	$M/q_o r^2$	-0,887	-0,440	0,287	0,287	0,512	0,433	0,173	—	—	—
		$N/q_o r$	-1,674	-0,891	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	—	—	—
		$T/q_o r$	0,000	-0,977	-0,674	0,674	0,076	0,376	0,826	—	—	—

BUPT

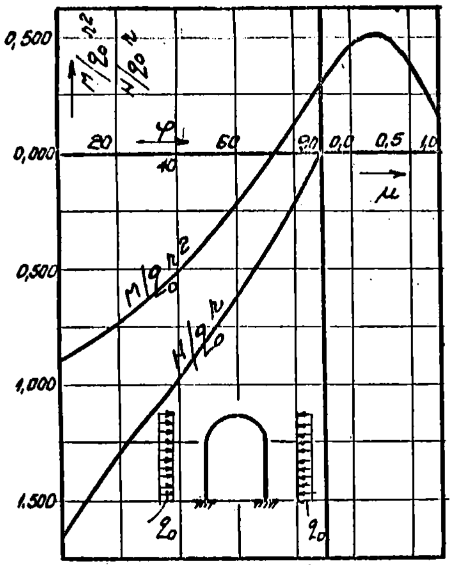


Fig. 5.3-6a Diagrama eforturilor

Deformaţia specifică δ_H° se calculează din expresia :

$$\delta_H^\circ = I_q + \Delta_{1p}^\circ X_1^\circ + \Delta_{2p}^\circ X_2^\circ \qquad (5.3\text{-}36)$$

Termenul I_q reprezintă efectul încărcării. In cazul de faţă are valoarea :

$$I_q = \left(\frac{1}{4} u_0^3 + \frac{1}{3} u_0^4 + \frac{1}{8} u_0^5\right) i_y + u_0\left(\frac{1}{2} + u_0 + \frac{1}{2} u_0^2\right) i_x \qquad (5.3\text{-}37)$$

Valorile Δ_{1p}° ; Δ_{2p}° se obţin din expresiile 5.1-28.

In tabelul 5.3-5 sînt calculate mărimile δ_H° pentru cîteva cazuri, întîlnite des în practică.

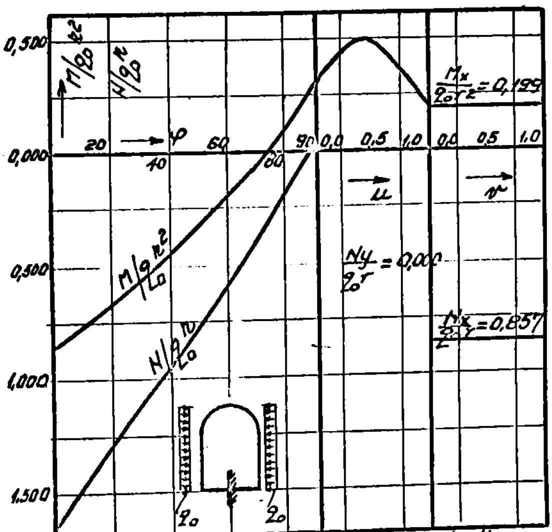


Fig. 5.3-6b. Diagrama eforturilor

4.- Impingerea pasivă a muntelui

Se acceptă o încărcare /66/ avînd forma din fig.5.3-7.

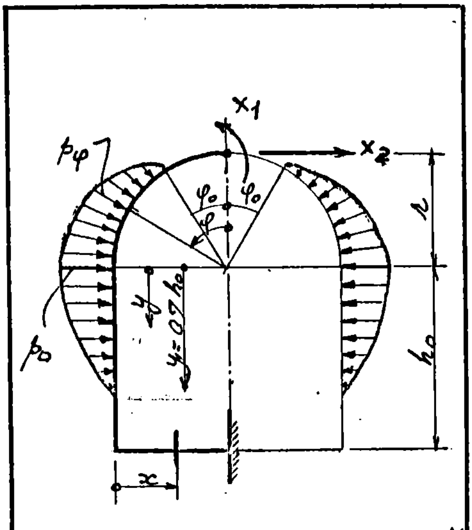


Fig 5.3-7 Presiunea pasivă

In literatură se recomandă $\varphi_0 \in (40-50^\circ)$ .Variaţia încărcării se scrie sub forma:

- pentru $\varphi \in (\varphi_0 ; \frac{\pi}{2})$

$$p_\varphi = p_0 m(\sin\varphi - \sin\varphi_0) \qquad (5.3-37)$$

unde : $m = \frac{1}{1-\sin\varphi_0}$

- pentru $y \in (0,y_1) \Rightarrow u \in (0;u_1)$

$$p_y = p_0\left(1 - \frac{u^2}{u_1^2}\right) \qquad (5.3-38)$$

Eforturile pe schema de bază se găsesc prin intermediul unei variabile intermediare u :

- pentru $\varphi \in (0,\varphi_0)$

$$\frac{M_\varphi^0}{p_0 r^2} = 0 \; ; \quad \frac{N_\varphi^0}{p_0 r} = 0 \; ; \quad \frac{T_\varphi^0}{p_0 r} = 0 \qquad (5.3-39)$$

- pentru $\varphi \in (\varphi_0 ; \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M_\varphi^0}{p_0 r^2} = -m\int_{\varphi_0}^{\varphi}(\sin u - \sin\varphi_0)\sin(\varphi - u)\,du$$

$$\frac{N_\varphi}{p_0 r} = \frac{M_\varphi^0}{p_0 r^2} \; ; \quad \frac{T_\varphi^0}{p_0 r} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} m(\sin u - \sin\varphi_0)\cos(\varphi - u)\,du$$

Efectuînd calculele se găseşte :

$$\frac{M^0_\varphi}{p_0 r^2} = -m\left[-\frac{1}{2}(\varphi-\varphi_0)\cos\varphi + \frac{1}{2}\cos\varphi_0 \sin(\varphi-\varphi_0) - \sin\varphi_0 + \sin\varphi_0 \cos(\varphi-\varphi_0)\right]$$

$$\frac{N^0_\varphi}{p_0 r} = \frac{M^0_\varphi}{p_0 r^2} \; ; \; \frac{T^0_\varphi}{p_0 r} = m\left[\frac{1}{2}(\varphi-\varphi_0)\sin\varphi - \frac{1}{2}\sin\varphi_0 \sin(\varphi-\varphi_0)\right]$$

(5.3-40)

Acceptînd pentru $\varphi_0 = 45^\circ$ o valoare medie în intervalul recomandat de literatură, eforturile la limita intervalului sînt:

- pentru $\varphi_0 = 45^\circ$; $\varphi = 90^\circ$

$$\frac{M^0_{I\!I}}{p_0 r^2} = -0{,}147 \; ; \; \frac{N^0_{I\!I}}{p_0 r} = -0{,}147 \; ; \; \frac{T^0_{I\!I}}{p_0 r} = 0{,}486 \qquad (5.3\text{-}41)$$

Valorile de mai sus permit scrierea eforturilor în celelalte domenii. Astfel :

- pentru $y \in (0, h_1) \Rightarrow u \in (0;0{,}7)$

$$\frac{M^0_y}{p_0 r^2} = -\left[0{,}147 + 0{,}486\, u u_0 + \frac{1}{12}\left(6 - \frac{u^2}{0{,}7^2}\right)u_0^2 u^2\right] \qquad (5.3\text{-}42)$$

$$\frac{N^0_y}{p_0 r} = -0{,}147 \; ; \quad \frac{T^0_y}{p_0 r} = 0{,}486 + \left(1 - \frac{1}{3}\,\frac{u^2}{0{,}7^2}\right)u u_0$$

- pentru $y \in (h_1 , h_0) \Rightarrow u \in (0{,}7 ; 1)$

$$\frac{M^0_y}{p_0 r} = -\left[0{,}147 + 0{,}340 u_0 + 0{,}204 u_0^2\right] - (0{,}486 + 0{,}467 u_0)(u - 0{,}7)u_0$$

(5.3-43)

$$\frac{N^0_y}{p_0 r} = -0{,}147 \; ; \quad \frac{T^0_y}{p_0 r} = 0{,}486 + 0{,}467 u_0$$

- pentru $x \in (0; r) \Rightarrow v \in (0;1)$

$$\frac{M^0_x}{p_0 r^2} = -\left[0{,}147 + 0{,}486 u_0 + 0{,}344 u_0^2\right] + 0{,}147 v$$

(5.3-44)

$$\frac{N^0_x}{p_0 r} = -\left[0{,}486 + 0{,}467 u_0\right] \; ; \quad \frac{T^0_x}{p_0 r} = -0{,}147$$

Deplasările adimensionale se obțin din relațiile (5.1-1?) U (5.1-15) U (5.3-39 , 40 , 42, 43, 44).

Se obține , după efectuarea calculelor :

$$\Delta^0_{1q} = -\left[0{,}031 i_\varphi + (0{,}147 u_0 + 0{,}243 u_0^2 + 0{,}133 u_0^3) i_y + (0{,}074 + 0{,}486 u_0 + 0{,}344 u_0^2) i\right.$$

(5.3-

$$\Delta^0_{2q} = \left[0{,}024 i_\varphi + (0{,}147 u_0 + 0{,}316 u_0^2 + 0{,}295 u_0^2 + 0{,}098 u_0^4) i_y + \right.$$

$$\left. + (1 + u_0)(0{,}074 + 0{,}486 u_0 + 0{,}344 u_0^2) i_x\right]$$

BUPT

In funcţie de aceste deplasări se calculează necunoscutele din relaţiile 5.1-14. In tabelul (5.3-7) sînt calculate necunoscutele pentru cîteva cazuri particulare :

Valorile X_1^0, X_2^0, δ_H^0 Tabel 5.3-7

μ_0	$i_\varphi . i_y i_x$	X_1^0	X_2^0	δ_H^0
1,5	1:1:1	-0,275	-0,697	0,387
	1:1:0	-0,221	-0,604	0,095
	1:5:5	-0,491	-0,816	2,292
	1:5:0	-0,415	-0,719	0,278
3,0	1:1:1	-0,776	-1,258	0,594
	1:1:0	-0,634	-1,159	0,175
	1:5:5	-1,647	-1,363	14,745
	1:5:0	-1,298	-1,5[illegible]	0,225

Eforturile totale se scriu sub forma :

$$\frac{M}{p_0 r^2} = \frac{M^0}{p_0 r^2} + X_1^0 + A X_2^0$$

$$\frac{N}{p_0 r} = \frac{N^0}{p_0 r} + X_2^0 B \qquad (5.3-46)$$

$$\frac{T}{p_0 r} = \frac{T^0}{p_0 r} + X_2^0 C$$

unde : $\frac{M^0}{p_0 r^2}$; $\frac{N^0}{p_0 r}$; $\frac{T^0}{p_0 r}$ se găsesc calculate în relaţiile (5.3-39 , 40, 42, 43, 44) în funcţie de domeniul variabilei . Mărimile A, B, C se găsesc în relaţiile (5.1-21), de asemenea, în funcţie de domeniul în care se calculează efortul.

Pentru unele cazuri particulare, eforturile sînt calculate în tabelul 5.3-8 şi reprezentate grafic în fig.5.3-8 a,b.

Eforturile din împingerea pasivă a rocii Tabel 5.3-8

U_0	$i_\varphi ; i_y ; i_x$		φ 0	φ 45	φ 90	u 0	u 05	u 07	u 1,0	ν 0	ν 05	ν 1,0
1,5	1:1:1	$M/p_0 r^2$	-0,275	-0,071	0,275	0,275	0,176	0,037	-0,182	-0,182	-0,109	-0,035
		$N/p_0 r$	-0,697	-0,493	-0,147	-0,147	-0,147	-0,147	-0,147	-0,489	[illegible]	[illegible]
		$T/p_0 r$	0,000	-0,493	-0,211	-0,211	0,312	0,489	0,489	-0,147	-0,147	-0,147
	1:1:0	$M/p_0 r^2$	-0,221	-0,044	0,236	0,236	0,067	-0,100	-0,351	—	—	—
		$N/p_0 r$	-0,604	-0,427	-0,147	-0,147	-0,147	-0,147	-0,147	—	—	—
		$T/p_0 r$	0,000	-0,427	-0,118	-0,118	0,405	0,582	0,582	—	—	—

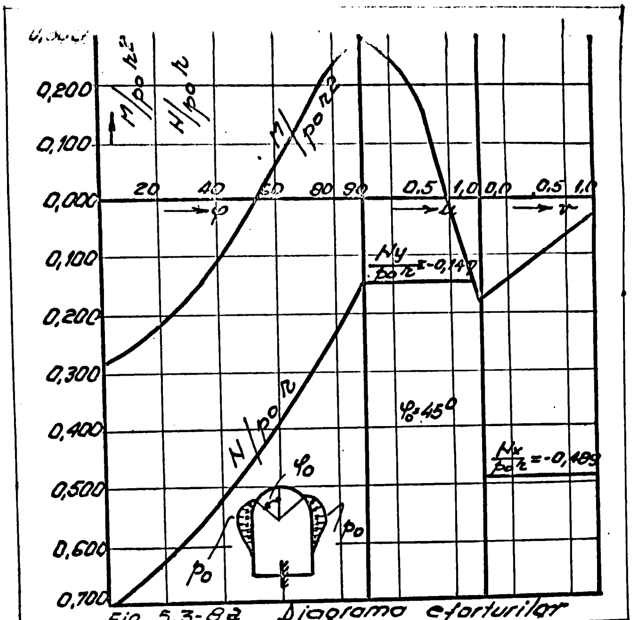


Fig. 5.3-8a Diagrama eforturilor

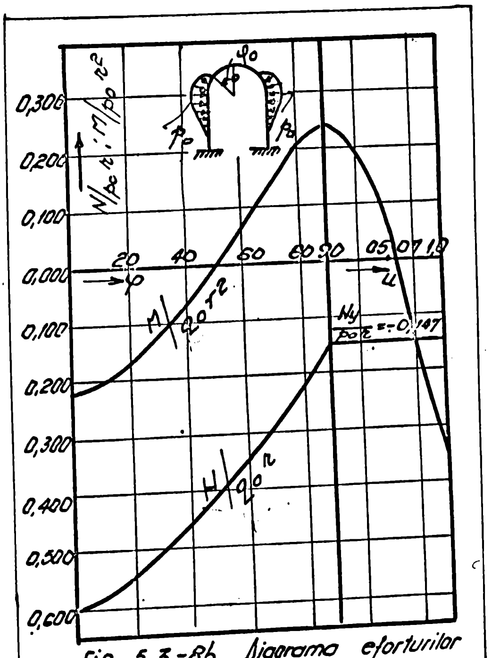


Fig. 5.3-8b Diagrama eforturilor

Deplasarea adimensională are expresia :

$$\delta_H^\circ = J_\varphi + \Delta_{1P}^\circ X_1^\circ + \Delta_{2P}^\circ X_2^\circ \qquad (5.3-47)$$

unde :

$$J_\varphi = (0{,}073\,u_o^2 + 0{,}162\,u_o^3 + 0{,}098\,u_o^4)\,i_y + (0{,}074\,u_o + 0{,}486\,u_o^2 + 0{,}344\,u_o^3)\,i_x \qquad (5.3-48)$$

Δ_{1P}° ; Δ_{2P}° se calculează din relaţiile 5.1-28.

Valorile δ_H° sînt calculate din tabelele 5.3-7.

Impingerea pasivă a muntelui este una dintre cele mai importante încărcări deoarece intervine ca o reacţiune a muntelui corespunzătoare fiecărei încărcări primare q_o. Valoarea p_o se calculează din ecuaţia :

$$\frac{q_o r^4}{E J_\varphi}\left(\delta_H^\circ\right)_q + \frac{q_{or} r^4}{E J_\varphi}\left(\delta_H^\circ\right)_{q_{or}} + \frac{p_o r^4 (\delta_H^\circ)_{p_o}}{E I_\varphi} = 2\frac{p_o}{k} \qquad (5.3-49)$$

unde :

- q_o - încărcarea primară ;
- q_{or} - reacţiunea din încărcarea primară ;
- P_o - presiunea pasivă ;
- $(\delta_H^\circ)_q$; $(\delta_H^\circ)_{q_{or}}$; $(\delta_H^\circ)_p$ deplasările adimensionale din încărcările enumerate.

Diagrama finală a eforturilor se obţine prin suprapunerea acestor efecte sub forma :

$$M = M_{q_o} + M_{q_{or}} + M_{P_o} \qquad (5.3-50)$$

§ 5.4.- Incărcări din presiunea apei

1.- Presiunea uniformă a apei

Presiunea uniformă a apei apare la galeriile "miner de coş", în cazul creşterii presiunii peste cea de umplere. Valorile acestor suprapresiuni sînt, spre deosebire de cazul galeriilor de formă circulară, relativ mici.

In cazul încărcării uniforme fig.5.4-1, expresiile eforturilor static determinate sînt :

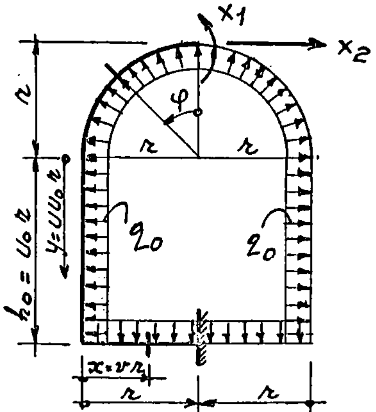


Fig. 5.4-1 Presiunea uniformă a ape

- pentru $\varphi \in (0;1)$

$$\frac{M^{\circ}_{\varphi}}{q_0 r^2} = \int_0^{\varphi} \sin\varphi \, d\varphi = 1-\cos\varphi$$

$$\frac{N^{\circ}_{\varphi}}{q_0 r} = 1-\cos\varphi \qquad (5.4\text{-}1)$$

$$\frac{T^{\circ}_{\varphi}}{q_0 r} = -\sin\varphi$$

- pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$ se obține :

$$\frac{M_{\frac{\pi}{2}}}{q_0 r^2} = 1 \; ; \quad \frac{N_{\frac{\pi}{2}}}{q_0 r} = 1 \; ; \quad \frac{T_{\frac{\pi}{2}}}{q_0 r} = -1 \qquad (5.4\text{-}2)$$

Eforturile în celelalte domenii sînt :

- pentru $y \in (0, h_0) \Rightarrow u \in (0;1)$

$$\frac{M^{\circ}_{y}}{q_0 r^2} = 1 + u_0 u + \frac{1}{2} u_0^2 u^2$$

$$\frac{N^{\circ}_{y}}{q_0 r} = 1{,}0 \; ; \quad \frac{T^{\circ}_{y}}{q_0 r} = -(1 + u_0 u) \qquad (5.4.3)$$

- pentru $x \in (0;r) \Rightarrow v \in (0;1)$

$$\frac{M^{\circ}_{x}}{q_0 r^2} = 1 + u_0 + \frac{1}{2} u_0^2 - \left(v - \frac{1}{2} v^2\right)$$

$$\frac{N^{\circ}_{x}}{q_0 r} = 1 + u_0 \; ; \quad \frac{T^{\circ}_{x}}{q_0 r} = 1 - v \qquad (5.4\text{-}4)$$

Ridicarea nedeterminării se face după ce, în prealabil, se calculează integralele :

$$I_{1\varphi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 r^2}\right) d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos\varphi)\, d\varphi = 0{,}570$$

$$I_{2\varphi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 r^2}\right) \cos\varphi\, d\varphi = 0{,}215$$

$$I_{1y} = u_0 \int_0^1 \left(\frac{M_y}{q_0 r^2}\right) du = u_0 + \frac{1}{2}u_0^2 + \frac{1}{6}u_0^3$$

$$I_{2y} = u_0^2 \int_0^1 \left(\frac{M_y^\circ}{q_0 r^2}\right) u\, du = \frac{1}{2}u_0^2 + \frac{1}{3}u_0^3 + \frac{1}{8}u_0^4$$

$$I_{1x} = \int_0^1 \left(\frac{M_x^\circ}{q_0 r^2}\right) dv = \frac{2}{3} + u_0 + \frac{1}{2}u_0^2 \qquad (5.4\text{-}5)$$

Deplasările adimensionale se calculează în funcție de relațiile de mai sus, după cum urmează :

$$\Delta_{1\varphi}^\circ = 0{,}570\, i_\varphi + \left(u_0 + \frac{1}{2}u_0^2 + \frac{1}{6}u_0^3\right) i_y + \left(\frac{2}{3} + u_0 + \frac{1}{2}u_0^2\right) i_x$$

$$\Delta_{2\varphi}^\circ = -\left[0{,}355\, i_\varphi + \left(u_0 + u_0^2 + \frac{1}{2}u_0^3 + \frac{1}{8}u_0^4\right) i_y + (1+u_0)\left(\frac{2}{3} + u_0 + \frac{1}{2}u_0^2\right) i_x\right] \qquad (5.4\text{-}6)$$

Necunoscutele adimensionale au expresiile :

$$X_1^\circ = K_{12}^\circ \Delta_{2\varphi}^\circ - K_{22}^\circ \Delta_{1\varphi}$$

$$X_2^\circ = K_{12}^\circ \Delta_{1\varphi}^\circ - K_{11}^\circ \Delta_{2\varphi}^\circ \qquad (5.4\text{-}7)$$

Valorile lor sînt calculate pentru cîteva cazuri particulare în tabelul 5.4-1.

Valorile X_1°, X_2° δ_H° Tabel 5.4-1

u_0	$i_\varphi, i_y\, i_x$	X_1°	X_2°	δ_H°
1,5	1:1:1	0,172	1,371	-0,851
	1:1:0	0,149	1,322	-0,708
	1:5:5	0,386	1,497	-4,354
	1:5:0	0,342	1,426	-3,459
3,0	1:1:1	0,849	2,004	-13,515
	1:1:0	0,627	1,956	-10,166
	1:5:5	1,773	2,222	-74,433
	1:5:0	1,343	2,242	-47,633

Expresiile eforturilor pe întreaga structură, ținînd cont și de valorile necunoscutelor sînt :

– pentru $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

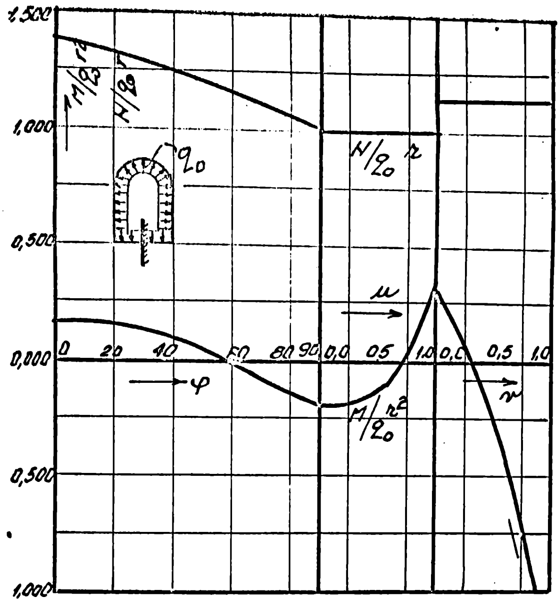


Fig.5.4-2a. Diagrama eforturilor

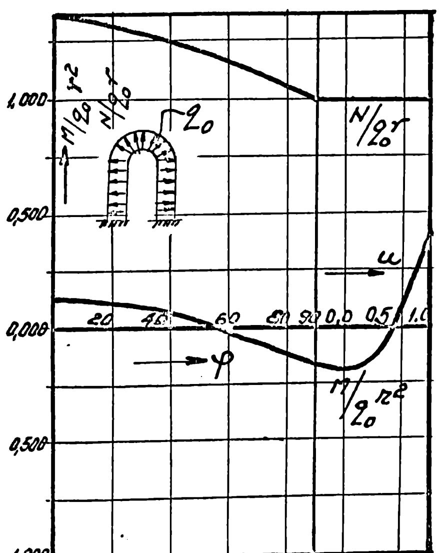


Fig. 5.4-2 b Diagrama eforturilor

$$\frac{M\varphi}{q_0 r^2} = 1-\cos\varphi + X_1^\circ - X_2^\circ(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N\varphi}{q_0 r} = 1-\cos\varphi + X_2^\circ \cos\varphi \qquad (5.4\text{-}8)$$

$$\frac{T\varphi}{q_0 r} = -\sin\varphi + X_2^\circ \sin\varphi$$

- pentru $y \in (0, h_0) \Rightarrow u \in (0;1)$

$$\frac{My}{q_0 r^2} = 1 + u u_0 + \frac{1}{2}u^2 u_0^2 + X_1^\circ - X_2^\circ(1+u u_0)$$

$$\frac{Ny}{q_0 r} = 1 \; ; \; \frac{Ty}{q_0 r} = -(1+u u_0) + X_2 \qquad (5.4\text{-}9)$$

- pentru $y \in (0; r) \Rightarrow v \in (0,1)$

$$\frac{Mx}{q_0 r^2} = 1 + u_0 + \frac{1}{2}u_0^2 - (v - \frac{1}{2}v^2) + X_1^\circ - (1+u_0)X_2^\circ$$

$$\frac{Nx}{q_0 r} = 1 + u_0 - X_2^\circ \; ; \; \frac{Tx}{q_0 r} = 1 - v \qquad (5.4\text{-}10)$$

In tabelul 5.4-2 sînt calculate eforturile date în relațiile de mai sus și sînt reprezentate în diagramele din fig. 5.4-2 a,b.

Valorile eforturilor — Tabel 5.4-2

u_0	$i_\varphi : i_y : i_x$		φ 0	45	90	u 0	0,5	0,7	1,0	v 0	0,5	1,0
1,5	1:1:1	M/q_0r^2	0,172	0,063	-0,199	-0,199	-0,137	-0,038	0,369	0,369	-0,256	-1,303
		N/q_0r	1,371	1,262	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	+1,129	1,129	1,129
		T/q_0r	0,000	0,262	0,371	0,371	-0,379	-0,79	-1,129	1,000	0,500	0,000
	1:1:0	M/q_0r^2	0,149	0,055	-0,150	-0,150	-0,133	0,040	0,469	—	—	—
		N/q_0r	1,371	1,228	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	—	—	—
		T/q_0r	0,000	0,228	+0,322	0,322	-0,428	-0,728	-1,278	—	—	—

Deplasarea adimensională δ_H° (vezi tabela 5.1-2) se calculează din relația :

$$\delta_H = J_q + X_1^\circ \Delta_{1P}^\circ + X_2^\circ \Delta_{2P}^\circ \qquad (5.4\text{-}11)$$

unde :

$$J_q = -[I_{2y} i_y + I_{2x} i_x]$$

$$I_{2y} = \frac{1}{2}u_0^2 + \frac{1}{3}u_0^3 + \frac{1}{4}u_0^4 \; ; \qquad I_{2x} = u_0\left(\frac{2}{3} + u_0 + \frac{1}{2}u_0^2\right)$$

Δ_{1P}°, Δ_{2P}° se dau în relațiile 5.1-28 și calculate în tab.5.1-2.

2.- Presiunea apei care umple galeria

Această încărcare este importantă la galeriile de fugă ale centralelor subterane şi la transportul apei pentru necesităţi industriale sau potabile (fig.5.4-3).

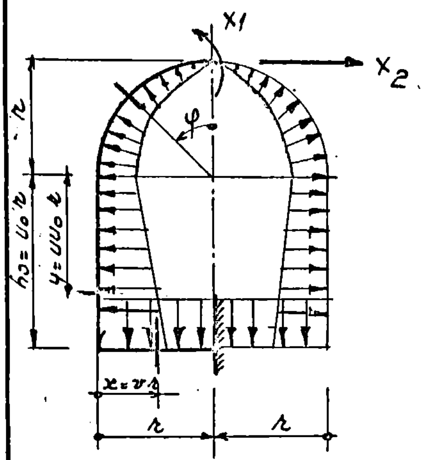


Fig. 5.4-3 Presiunea apei care umple galeria

Incărcarea va avea, pe diferite domenii de variaţie, următoarea formă :

- pentru $\varphi \in (0; \frac{\pi}{2})$

$$p_\varphi = p_0(1-\cos\varphi) \qquad (5.4\text{-}12)$$

- pentru $y \in (0,h)$; $u \in (0;1)$

$$p_y = p_0(1+u\,u_0) \qquad (5.4\text{-}13)$$

- pentru $x \in (0;r) \Rightarrow v \in (0;1)$

$$p_n = p_0(1+ u_0) \qquad (5.4\text{-}14)$$

In relaţiile de mai sus s-a folosit notaţia :

$$p_0 = \gamma r \qquad (5.4\text{-}15)$$

Eforturile pe structura de bază se obţin prin integrarea efectului încărcării pînă într-o secţiune curentă definită de variabilele φ , u , v . Operaţia de integrare se face recurgînd la o variabilă intermediară u . Se obţine :

- pentru $\varphi \in (0; \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M^0_\varphi}{p_0 r^2} = \int_0^\varphi p_u\, r\, du\, r \sin(\varphi-u) = p_0 r^2 \int_0^\varphi (1-\cos u)\sin(\varphi-u)\,du$$

$$N^0_\varphi = \int_0^\varphi p_u\, r\, du \sin(\varphi-u) = p_0 r \int_0^\varphi (1-\cos u)\sin(\varphi-u)\,du \qquad (5.4\text{-}16)$$

BUPT

$$T_\varphi^\circ = \int_0^\varphi - p_u\, r\, du \cos(\varphi-u) = -p_o r \int_0^\varphi (1-\cos u)\cos(\varphi-u)\, du$$

Efectuînd calculele, se obțin eforturile adimensionale :

$$\frac{M_\varphi^\circ}{p_o r^2} = 1-\cos\varphi - \frac{1}{2}\varphi\sin\varphi$$

$$\frac{N_\varphi^\circ}{p_o r} = \frac{M_\varphi^\circ}{p_o r^2}\ ; \quad \frac{T_\varphi^\circ}{p_o r} = -\left(\frac{1}{2}\sin\varphi - \frac{1}{2}\varphi\sin\varphi\right) \tag{5.4-17}$$

La limita intervalului, pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$ se găsește :

$$\frac{M_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{p_o r^2} = 0{,}215\ ; \quad \frac{N_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{p_o r} = 0{,}215\ ; \quad \frac{T_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{q_o r} = -0{,}50 \tag{5.4-18}$$

– pentru $y \in (0, h_o) \Rightarrow u \in (0;1)$

$$\frac{M_y^\circ}{p_o r^2} = \frac{M_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{p_o r^2} - \frac{T_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{q_o r}\, u u_o + \int_0^u (1+t u_o) u_o\, du\, u_o (u-t)$$

$$\frac{N_y^\circ}{p_o r} = \frac{N_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{p_o r} = 0{,}215 \tag{5.4-19}$$

$$\frac{T_y^\circ}{p_o r} = \frac{T_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{q_o r} - \int_0^u (1+t u_o) u_o\, dt$$

După efectuarea calculelor se poate scrie :

$$\frac{M_y^\circ}{q_o r^2} = 0{,}215 + 0{,}500 u_o u + 0{,}500 u_o^2 u^2 + 0{,}167 u_o^3 u^3$$

$$\frac{N_y^\circ}{q_o r} = 0{,}215\ ; \quad \frac{T_y^\circ}{q_o r} = -(0{,}500 + u_o u + 0{,}5 u_o^2 u^2) \tag{5.4-20}$$

– pentru $x \in (0; r) \Rightarrow v \in (0;1)$

$$\frac{M_x^\circ}{p_o r^2} = 0{,}215 + 0{,}500 u_o + 0{,}500 u_o^2 + 0{,}167 u_o^3 - 0{,}215 v + \frac{1}{2}(1+u_o) v^2$$

$$\frac{N_x^\circ}{q_o r} = 0{,}500 + u_o + 0{,}500 u_o^2\ ; \quad \frac{T_x^\circ}{q_o r} = 0{,}215 - (1+u_o) v \tag{5.4-21}$$

Pentru ridicarea nedeterminării se calculează :

$$I_{1\varphi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M_\varphi^\circ}{p_o r^2}\right) d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1-\cos\varphi - \frac{1}{2}\varphi\sin\varphi\right) d\varphi = 0{,}070$$

$$I_{2\varphi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M_\varphi^\circ}{p_o r^2}\right)\cos\varphi\, d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1-\cos\varphi - \frac{1}{2}\varphi\sin\varphi\right)\cos\varphi\, d\varphi = 0{,}018$$

BUPT

$$
\begin{aligned}
I_{1y} &= \int_0^1 u_0\left(\frac{M_y^\circ}{p_0 r^2}\right) du = 0{,}215u_0 + 0{,}250u_0^2 + 0{,}167u_0^3 + 0{,}042u_0^4 \\
I_{2y} &= \int_0^1 u_0^2\left(\frac{M_y^\circ}{p_0 r^3}\right) u\,du = 0{,}108u_0^2 + 0{,}167u_0^3 + 0{,}125u_0^4 + 0{,}033u_0^5 \\
I_{1x} &= \int_0^1 \left(\frac{M_x}{q_0 r^2}\right) dv = 0{,}275 + 0{,}667u_0 + 0{,}500u_0^2 + 0{,}167u_0^3 \\
I_{2x} &= u_0 I_{1x}
\end{aligned}
\qquad (5.4\text{-}21)
$$

Deplasările adimensionale pe direcţiile necunoscutelor se obţin prin (5.4-21) U (5.1-13) U (5.1-14) :

$$
\begin{aligned}
\Delta_{1P}^\circ &= 0{,}070 i_\varphi + (0{,}215u_0 + 0{,}250u_0^2 + 0{,}167u_0^3 + 0{,}042u_0^4) i_y + \\
&+ (0{,}275 + 0{,}667u_0 + 0{,}500u_0^2 + 0{,}167u_0^3) i_x \\
\Delta_{2P}^\circ &= -[0{,}052 i_\varphi + (0{,}215u_0 + 0{,}358u_0^2 + 0{,}334u_0^3 + 0{,}167u_0^4 + 0{,}033u_0^5) i_y + \\
&+ (1+u_0)(0{,}275 + 0{,}667u_0 + 0{,}500u_0^2 + 0{,}167u_0^3) i_x]
\end{aligned}
\qquad (5.4\text{-}22)
$$

Necunoscutele adimensionale se obţin prin (5.4-22) U (5.1-14). In tabelul (5.4-3) se dau cîteva valori X_1° , X_2° calculate în ipotezele înscrise în tabel.

Valorile X_1°, X_2° δ_H° Tabel 5.4-3

u_0	$i_\varphi i_y i_x$	X_1°	X_2°	δ_H°
1,5	1:1:1	0,379	1,054	-1,186
	1:1:0	0,171	0,708	-0,290
	1:5:5	0,633	1,201	-6,130
	1:5:0	0,148	0,711	-1,288
3,0	1:1:1	2,115	2,809	-1,712
	1:1:0	1,374	2,165	-0,580
	1:5:5	4,290	3,250	-33,900
	1:5:0	2,835	2,719	-3,800

Eforturile pentru întreaga structură se pot scrie sub forma :

– pentru $\varphi \in (0; \frac{\pi}{2})$

$$
\begin{aligned}
\frac{M_\varphi}{q_0 r^2} &= \frac{M_\varphi}{p_0 r^2} + X_1^\circ - X_2(1-\cos\varphi) \\
\frac{N_\varphi}{q_0 r} &= \frac{N_\varphi^\circ}{p_0 r} + X_2\cos\varphi \\
\frac{T_\varphi}{q_0 r} &= \frac{T_\varphi^\circ}{p_0 r} + X_2\sin\varphi
\end{aligned}
\qquad (5.4\text{-}23)
$$

In relaţiile 5.4-23 se vor introduce valorile $\frac{M\varphi^{\circ}}{p_o r^2}$; $\frac{N\varphi^{\circ}}{p_o r}$; $\frac{T\varphi^{\circ}}{p_o r}$ din relaţiile 5.4-17.

- pentru $y \in (0, h_o) \Rightarrow u \in (0;1)$

$$\frac{My}{p_o r^2} = \frac{My^{\circ}}{p_o r^2} + X_1^{\circ} - X_2^{\circ}(1 + u\, u_o)$$

$$\frac{Ny}{p_o r} = \frac{Ny^{\circ}}{p_o r} \quad ; \quad \frac{Ty}{p_o r} = \frac{Ty^{\circ}}{p_o r} + X_2^{\circ} \qquad (5.4\text{-}24)$$

unde : $\frac{My^{\circ}}{p_o r^2}$; $\frac{Ny^{\circ}}{p_o r}$; $\frac{Ty^{\circ}}{p_o r}$ se obţin din (5.4-20)

- pentru $x \in (0, r) \Rightarrow v \in (0;1)$

$$\frac{Mx}{p_o r^2} = \frac{Mx^{\circ}}{p_o r^2} + X_1^{\circ} - (1 + u_o) X_2^{\circ}$$

$$\frac{Nx}{p_o r} = \frac{Nx^{\circ}}{p_o r} - X_2^{\circ} \qquad (5.4\text{-}25)$$

$$\frac{Tx}{p_o r} = \frac{Tx^{\circ}}{p_o r}$$

analog , expresiile pentru $\frac{Mx^{\circ}}{p_o r^2}$; $\frac{Nx^{\circ}}{p_o r}$; $\frac{Tx^{\circ}}{p_o r}$ se obţin din 5.4-21.

Valorile eforturilor descrise de relaţiile 5.4-23 ; 24 ; 25 sînt trecute în tabelul (5.4-4) şi în diagramele din fig. 5.4-4 a,b.

Valorile numerice ale eforturilor — Tabel 5.4-4

u_o	i_φ, i_y, i_x		φ 0	45	60	90	μ 0	0,5	0,7	1,0	v 0	0,5	1,0
1,5	1:1:1	$M/p_o r^2$	0,379	0,085	-0,101	-0,460	-0,460	-0,539	-0,423	-0,001	-0,001	+0,205	0,451
		$N/p_o r$	1,054	0,760	0,574	0,215	0,215	0,215	0,215	0,215	2,071	2,071	2,071
		$T/p_o r$	0,000	0,669	0,742	0,554	+0,554	-0,477	-1,047	-2,071	0,215	0,215	0,215
	1:1:0	$M/p_o r^2$	0,171	-0,021	-0,136	-0,322	-0,322	-0,141	0,068	0,658	—	—	—
		$N/p_o r$	0,708	0,516	0,401	0,215	0,215	0,215	0,215	0,215	—	—	—
		$T/p_o r$	0,000	0,325	0,442	0,208	0,208	-0,823	-1,393	-2,417	—	—	—

Deplasarea δ_H se va calcula dacă în prealabil se cunoaşte valoarea :

$$J_P = -(i_y I_{2y} + i_x I_{2x} \qquad (5.4\text{-}2?)$$

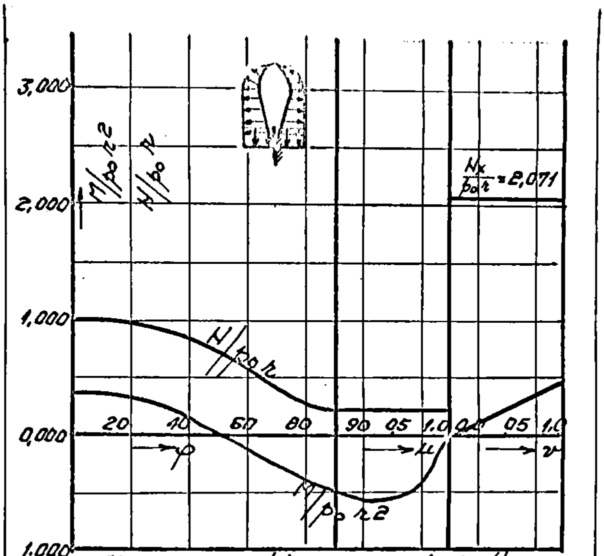


Fig. 5.4-4a Diagrama eforturilor

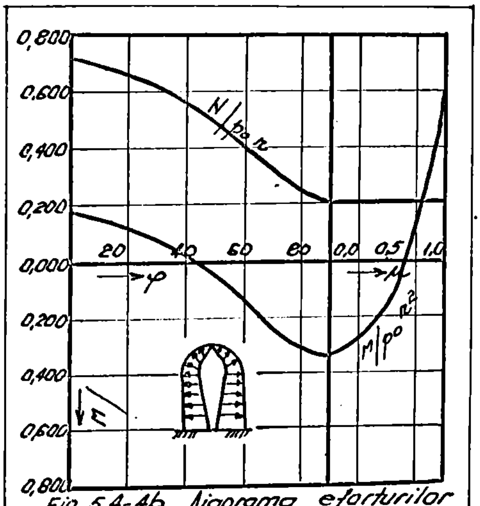


Fig. 5.4-4b Diagrama eforturilor

Introducînd din expresiile 5.4-21 valorile algebrice

I_{2y} , I_{2x} se obține :

$$J_p = -[(0,108u_o^2 + 0,167u_o^3 + 0,125u_o^4 + 0,033u_o^5)i_y + + u_o(0,275 + 0,667u_o + 0,500u_o^2 + 0,167u_o^3)i_x] \quad (5.4\text{-}27)$$

cu aceste precizări, se poate scrie :

$\delta^\circ = T_0 + X_1^\circ \Delta^\circ_{1p} + X_2^\circ \Delta^\circ_{2p}$

unde Δ_{1P} , Δ_{2P} sînt explicitate în 5.1-28.

Valorile numerice δ_H° sînt trecute în tabela 5.4-3.

§ 5.5.- Incărcarea din greutatea proprie

Se consideră încărcarea pe unitatea de lungime a liniei mediane fig.5.5-1.

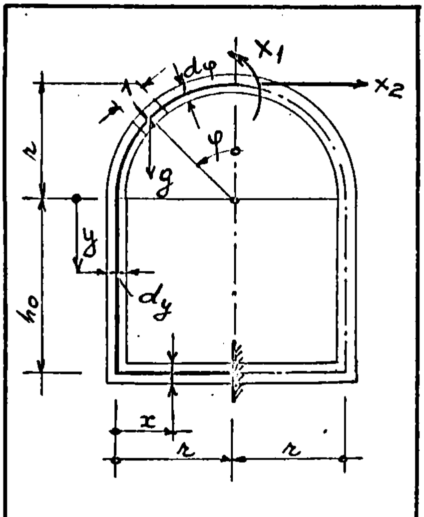


Fig. 5.5-1 Incărcarea din greutatea proprie

$$g_\varphi = \gamma \cdot d_\varphi \cdot 1 = g$$

$$g_y = \gamma \cdot d_y \cdot 1 = g \frac{d_x}{d_\varphi}$$

$$g_x = \gamma \cdot d_x \cdot 1 = g \frac{d_x}{d_\varphi} \qquad (5.5\text{-}1)$$

In cele ce urmează calculele sînt conduse în ipoteza variației grosimii căptușelii în lungul liniei mediane.

Eforturile pe arcul de bază :

- pentru $\varphi \in (0; \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M_\varphi^\circ}{g r^2} = -\int_0^\varphi -(\sin\varphi - \sin u)\,du = -(\varphi\sin\varphi - 1 + \cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi^\circ}{g r} = -\int_0^\varphi \sin\varphi\, du = -\varphi\sin\varphi \qquad (5.5\text{-}2)$$

$$\frac{T_\varphi^\circ}{g r} = +\int_0^\varphi \cos\varphi\, du = \varphi\cos\varphi$$

- pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$ se obține :

$$\frac{M_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{g r^2} = -0{,}570 \; ; \; \frac{N_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{g r} = [illegible]1{,}570 \; ; \; [illegible] = 0 \qquad (5.5\text{-}[illegible])$$

In funcţie de eforturile din secţiunea $\varphi = \frac{\pi}{2}$ se obţine:

- pentru $y \in (0, h_o) \Rightarrow u \in (0; 1)$

$$\frac{M_y^o}{gr^2} = -0{,}570 \;; \qquad \frac{T_y^o}{gr} = 0$$

$$\frac{N_y^o}{gr} = -1{,}570 - \left(\sqrt[3]{\frac{i_y}{i_\varphi}}\right) u\, u_o \qquad (5.5\text{-}4)$$

- pentru $x \in (0; r)$; $v \in (0; 1)$

$$\frac{M_x^o}{gr^2} = -0{,}570 + \left(1{,}570 + \sqrt{\frac{i_y}{i_\varphi}}\, u_o\right) v + \sqrt[3]{\frac{i_x}{i_\varphi}} \cdot \frac{1}{2} v^2$$

$$\frac{N_x^o}{gr} = 0 \;; \quad \frac{T_y^o}{gr} = -\left[\left(1{,}57 + \sqrt[3]{\frac{i_y}{i_\varphi}}\, u_o\right) + \sqrt[3]{\frac{i_x}{i_\varphi}} \cdot v\right] \qquad (5.5\text{-}5)$$

integralele ce intervin în deplasările datorită încărcărilor interioare sînt :

$$I_{i\varphi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_\varphi^o}{gr^2} d\varphi = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\varphi \sin\varphi - 1 + \cos\varphi)\, d\varphi = -0{,}430$$

$$I_{2\varphi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M_\varphi}{gr^2}\right) \cos\varphi\, d\varphi = -0{,}178$$

$$I_{1y} = u_o \int_0^1 \frac{M_y^o}{gr^2}\, du = -0{,}570\, u_o \qquad (5.5\text{-}6)$$

$$I_{2y} = u_o^2 \int \frac{M_y^o}{gr^2}\, u\, du = -0{,}285 u_o^2$$

$$I_{1x} = \int_0^1 u_o \frac{M_x^o}{gr^2}\, dv = \left(0{,}215 + 0{,}167 \sqrt{\frac{i_x}{i_\varphi}}\right) u_o + \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{i_y}{i_\varphi}}\, u_o^2$$

Deplasările au valorile :

$$\Delta_{1g}^o = -0{,}430\, i_\varphi - 0{,}570\, u_o\, i_y + \left[\left(0{,}215 + 0{,}167 \sqrt[3]{\frac{i_x}{i_\varphi}}\right) u_o + \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{i_y}{i_\varphi}}\, u_o^2\right] i_x$$

$$(5.5\text{-}7)$$

$$\Delta_{2g}^o = 0{,}252\, i_\varphi + \left(0{,}570\, u_o + 0{,}285\, u_o^2\right) i_y - (1+u_o)\left[0{,}215 + 0{,}167 \sqrt[3]{\frac{i_x}{i_\varphi}}\right) u_o + \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{i_y}{i_\varphi}}\, u_o^2\right] i_x$$

Necunoscutele adimensionale se obţin din (5.1-14) ţinînd cont de relaţiile (5.5-7). Valorile numerice ale necunoscutelor se găsesc în tabelul 5.5-1.

BUPT

Eforturile totale pentru întreaga structură se scriu sub forma :

Valorile x_1^o, x_2^o, δ_H^o Tabel 5.5-1

u_o	$i_\varphi : i_y : i_x$	x_1^o	x_2^o	δ_H^o
1,5	1:1:1	-0,031	+0,032	-1,634
	1:1:0	+0,195	-0,216	-0,063
	1:5:5	-2,207	-0,868	-17,151
	1:5:0	+0,281	-0,155	-0,118
3,0	1:1:1	+1,313	+0,861	-2,265
	1:1:0	+0,289	-0,107	-0,181
	1:5:5	+4,007	+1,994	-21,153
	1:5:0	+0,420	-0,062	-0,910

– pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M\varphi}{g r^2} = -[\varphi \sin\varphi - 1 + \cos\varphi] + x_1^o - x_2^o(1 - \cos\varphi)$$

$$\frac{N\varphi}{g r} = -\varphi \sin\varphi + x_2^o \cos\varphi \; ;$$

$$\frac{T\varphi}{g r} = \varphi \cos\varphi + x_2^o \sin\varphi \qquad (5.5\text{-}8)$$

– pentru $y \in (0; h_o) \Rightarrow u \in (0; 1)$

$$\frac{My}{g r^2} = -0{,}570 + x_1^o - x_2^o(1 + u\, u_o)$$

$$\frac{Ny}{g r} = -1{,}570 - \sqrt[3]{\frac{i_y}{i_\varphi}}\, u\, u_o \; ; \qquad \frac{Ty}{g r} = x_2^o \qquad (5.5\text{-}9)$$

– pentru $x \in (0; r) \Rightarrow v \in (0; 1)$

$$\frac{Mx}{g r^2} = -0{,}570 + \left(1{,}570 + \sqrt[3]{\frac{i_y}{i_\varphi}}\, u_o\right) v + \sqrt[3]{\frac{i_x}{i_\varphi}}\, v + x_1^o - (1 + u_o) x_2^o$$

$$\frac{Nx}{g r} = -x_2^o \; ; \qquad \frac{Tx}{g r} = -\left[\left(1{,}570 + \sqrt[3]{\frac{i_y}{i_\varphi}}\right) u_o + \sqrt[3]{\frac{i_x}{i_\varphi}}\, v\right] \qquad (5.5\text{-}10)$$

In tabelul 5.5-2 sînt calculate valorile eforturilor $\frac{M}{g r^2}$, $\frac{N}{g r}$, $\frac{T}{g r}$ şi reprezentate grafic în fig.5.5-2 a,b , pentru cîteva cazuri uzuale :

Deplasarea adimensională δ_H^o se calculează cu relaţia:

Valorile : eforturilor Tabel 5.5-2

u_o		φ			u				v		
		0	45	90	0	05	07	1,0	0	05	1,0
1,5	$M/g r^2$	-0,031	0,222	-0,635	-0,633	-0,657	-0,667	-0,681	-0,661	+0,979	+2,[illegible]
	$N/g r$	0,032	-0,532	-1,570	-1,570	-2,[illegible]	-2,620	-3,070	-0,032	-0,032	-0,032
	$T/g r$	0,000	0,578	0,032	0,032	0,[illegible]	0,032	0,032	-3,070	-3,570	-4,070
	$M/g r^2$	0,195	0,520	-0,159	-0,159	+0[illegible]	0,068	0,165	—		—
	$N/g r$	-0,215	-0,708	-1,[illegible]	-1,678	-[illegible]	-3,063	-3,610	—		
	[illegible]						[illegible]	[illegible]	—		

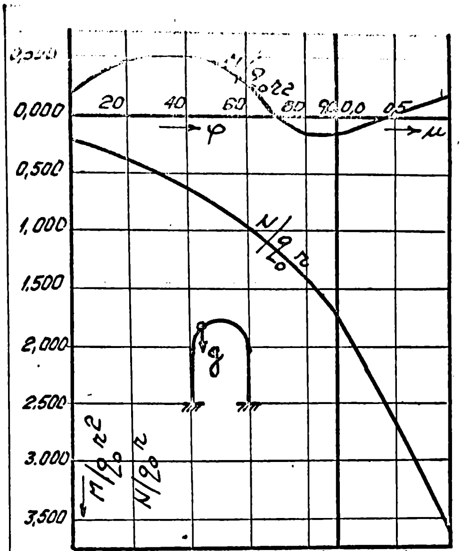


Fig.5.5-2a Diagrama eforturilor

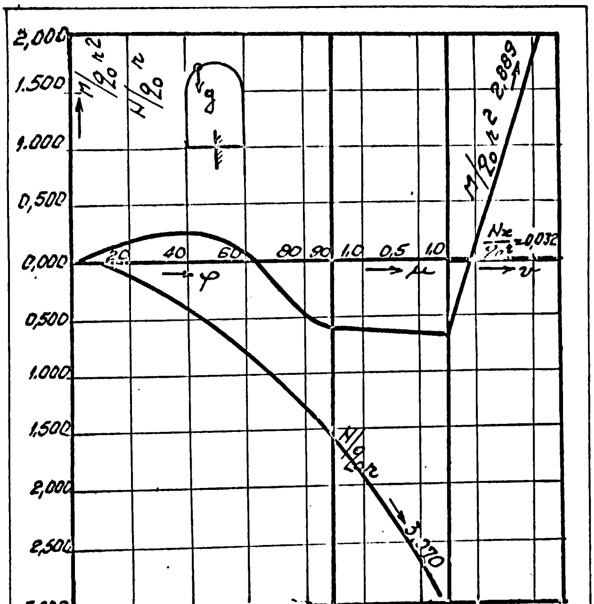


Fig.5.5-2b Diagrama eforturilor

$$\delta_H^\circ = J_g + X_1^\circ \Delta_{1P}^\circ + X_2^\circ \Delta_{2P}^\circ \qquad (5.5\text{-}11)$$

unde : $J_g = -[i_y I_{2y} + i_x I_{2x}]$

Explicitînd integralele I_{2y} şi I_{2x} se găseşte :

BUPT

$$J_g = 0{,}285 u_o^2 i_y - \left[\left(0{,}215 + 0{,}167 \sqrt[3]{\frac{i_x}{i_\varphi}}\right) u_o^2 + \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{i_y}{i_\varphi}}\, u_o^3\right] i_x \qquad (5.5\text{-}13)$$

Valorile numerice X_1^o , X_2^o se găsesc în tabelul 5.5-1
Δ_{1P}^o , Δ_{2P}^o în tabelul 5.1-2.

§ 5.6.- Incărcări tehnologice

1.- Incărcarea din presiunea injecţiilor

Incărcarea se consideră /77/ pe zona în care se fac injecţiile (fig.5.6-1).

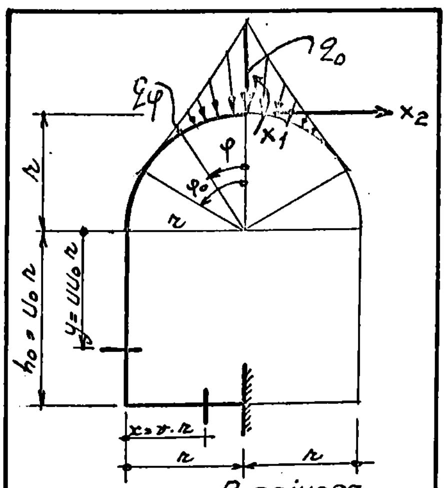


Fig.5.6-1 Presiunea injecţiilor de umplutură

Expresia încărcării se accceptă sub forma :

- pentru $\varphi \in (0, \varphi_0)$

$$q_P = q_0 \left(1 - \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_0}\right) \qquad (5.6\text{-}1)$$

Unghiul φ_0 se adoptă în funcţie de numărul punctelor în care se face injecţia şi este cuprins între 45^0 ; 60^0.

Eforturile pe schema de bază se obţin prin însumarea efectului încărcării pînă într-o secţiune curentă φ . Scriind însumarea efectelor sub forma unor integrale (prin intermediul unei variabile intermediare "u") se obţine :

- pentru $\varphi \in (0; \varphi_0)$

$$M_{0}^{o} = -\int^{\varphi}\left(1 - \frac{\sin u}{\sin\varphi}\right) \sin \ldots\, du \qquad \frac{N_\varphi^o}{q_0 r} = \frac{M_\varphi^o}{q_0 r^2} ;$$

$$\frac{T_\varphi^0}{q_0 r} = \int \left(1 - \frac{\sin u}{\sin\varphi_0}\right)\cos(\varphi - u)\,du$$

Efectuînd operațiile impuse de relațiile 5.6-2 se obține:

$$\frac{M_\varphi^0}{q_0 r^2} = -\left[1 - \cos\varphi + \frac{1}{2\sin\varphi_0}(\varphi\cos\varphi - \sin\varphi)\right]$$

$$\frac{N_\varphi^0}{q_0 r} = \frac{M_\varphi^0}{q_0 r^2}\ ; \quad \frac{T_\varphi^0}{q_0 r} = \left[\sin\varphi - \frac{1}{2\sin\varphi_0}\varphi\sin\varphi\right] \tag{5.6-3}$$

– pentru $\varphi \in (\varphi_0\ \frac{\pi}{2})$, eforturile se scriu în funcție de cele din punctul $\varphi = \varphi_0$. Acestea se vor nota cu $M_{\varphi_0}^0$; $N_{\varphi_0}^0$ $T_{\varphi_0}^0$.

$$\frac{M_\varphi^0}{q_0 r^2} = \frac{N_{\varphi_0}^0}{q_0 r}\cos(\varphi - \varphi_0) - \frac{T_{\varphi_0}^0}{q_0 r}\sin(\varphi - \varphi_0)\ ; \quad \frac{N_\varphi^0}{q_0 r} = \frac{M_\varphi^0}{q_0 r}\ ;$$

$$\frac{T_\varphi^0}{q r} = \frac{N_{\varphi_0}^0}{q_0 r}\sin(\varphi - \varphi_0) + \frac{T_{\varphi_0}^0}{q_0 r}\cos(\varphi - \varphi_0) \tag{5.6-4}$$

La limita intervalului, pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$ se obțin eforturile $M_{\frac{\pi}{2}}^0$; $N_{\frac{\pi}{2}}^0$; $T_{\frac{\pi}{2}}^0$. Acestea au expresiile :

$$\frac{M_{\frac{\pi}{2}}^0}{q_0 r^2} = -\frac{1}{2}\sin\varphi_0\ ; \quad \frac{N_{\frac{\pi}{2}}^0}{q_0 r} = -\frac{1}{2}\sin\varphi_0$$

$$\frac{T_{\frac{\pi}{2}}^0}{q_0 r} = 1 - \frac{1}{2}\cos\varphi_0 - \frac{1}{2}\frac{\varphi_0}{\sin\varphi_0} \tag{5.6-5}$$

Pentru ușurarea calculelor, în diferite cazuri particulare, au fost calculate eforturile adimensionale în punctele φ_0 și $\frac{\pi}{2}$ (vezi tabela 5.6-1).

Valorile eforturilor pe schema de bază Tabela 5.6-1

φ_0	$M_{\varphi_0}^0/q_0 r^2$	$N_{\varphi_0}^0/q_0 r$	$T_{\varphi_0}^0/q_0 r$	$M_{\frac{\pi}{2}}^0/q_0 r^2$	$N_{\frac{\pi}{2}}^0/q_0 r$	$T_{\frac{\pi}{2}}^0/q_0 r$
45°	-0,195	-0,185	0,315	-0,354	-0,354	0,092
60°	-0,302	-0,302	0,343	-0,433	-0,433	0,146
90°	-0,500	-0,500	0,215	-0,500	-0,500	0,215

In celelalte domenii expresiile eforturilor sînt :

– pentru $y \in (0; h_0) \Rightarrow u \in (0,1)$

BUPT

$$\frac{M_y^\circ}{q_0 r^2}=\frac{M_{\mathrm{II}}}{q_0 r^2}-\frac{T_{\frac{\mathrm{II}}{2}}}{q_0 r}u u_0\,;\quad \frac{N_y^\circ}{q_0 r}=\frac{N_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r}$$

$$\frac{T_y^\circ}{q_0 r}=\frac{T_{\frac{\mathrm{II}}{2}}}{q_0 r} \tag{5.6-6}$$

– pentru $x\in(0;r)\Rightarrow v\in(0;1)$

$$\frac{M_x^\circ}{q_0 r^2}=\frac{N_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r^2}-\frac{T_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r}u_0-\frac{N_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r}v\,;\quad \frac{N_x^\circ}{q_0 r}=-\frac{T_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r}\,;$$

$$\frac{T_x^\circ}{q_0 r}=\frac{N_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r} \tag{5.6-7}$$

Calculul necunoscutelor se poate face relativ ușor, dacă în prealabil se calculează integralele :

$$I_{1\varphi}=\int\left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 r^2}\right)d\varphi=-\left[\varphi_0+\frac{1}{\sin\varphi_0}(\varphi_0-1+\cos\varphi_0)-1+\frac{1}{2}\cos\varphi_0\right]$$

$$I_{2\varphi}=\int_\varphi\left(\frac{M_\varphi}{q_0 r^2}\right)\cos\varphi\, d\varphi=-\left[\frac{5}{8}\sin\varphi_0+\frac{1}{8}\left(\frac{\varphi_0}{\sin\varphi}\right)^2\sin\varphi_0-\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)\left(1-\frac{1}{2}\cos\varphi_0-\frac{1}{2}\frac{\varphi_0}{\sin\varphi_0}\right)\right]$$

$$I_{1y}=\int_0^1 u_0\left(\frac{M_y^\circ}{q_0 r^2}\right)du=u_0\left(\frac{M_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r^2}\right)-\frac{1}{2}u_0^2\left(\frac{T_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r}\right)$$

$$I_{2y}=\int_0^1 u_0^2\left(\frac{M_y^\circ}{q_0 r^2}\right)u\,du=\frac{1}{2}u_0^2\left(\frac{M_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r^2}\right)-\frac{1}{3}u_0^3\left(\frac{T_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r}\right)$$

$$I_{1x}=\int_0^1\left(\frac{M_x}{q_0 r^2}\right)dv=\left(\frac{M_{\frac{\mathrm{II}}{2}}^\circ}{q_0 r^2}\right)-u_0\left(\frac{T_{\frac{\mathrm{II}}{2}}}{q_0 r}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{N_{\frac{\mathrm{II}}{2}}}{q_0 r}\right) \tag{5.6-8}$$

$$I_{2x}=u_0 I_{1x}$$

Deplasările adimensionale au expresiile :

$$\Delta_{1q}^\circ=I_{1\varphi}i_\varphi+I_{1y}i_y+I_{1\alpha}i_x$$

$$\Delta_{2q}=(I_{2\varphi}-I_{1\varphi})-(I_{1y}+I_{2y})i_y-(1+u_0)I_{1x}i_x \tag{5.6-9}$$

Necunoscutele adimensio[illegible]e se calculează [illegible] relațiile

Valorile eforturilor

Tabel 5.6-3

U_0	$i_y:i_y:i_z$	φ_0		φ 0	45	60	90	μ 0	05	07	1.0	ν 0	05	1
1,5	1:1:1	45	M/q_0r^2	0,161	0,005	-0,049	-0,091	0,091	-0,082	-0,080	-0,075	-0,075	+0,102	0,279
			N/q_0r	-0,102	-0,257	-0,312	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	0,011	0,011	0,011
			T/q_0r	0,000	0,243	0,168	-0,011	-0,011	-0,011	-0,011	-0,011	-0,354	-0,354	-0,35[illegible]
		60	M/q_0r^2	0,173	0,016	-0,051	-0,105	-0,105	-0,101	-0,095	-0,091	-0,091	0,[illegible]	[illegible]
			N/q_0r	-0,155	-0,312	-0,380	-0,433	-0,433	-0,433	-0,433	-0,433	0,004	0,[illegible]	[illegible]
			T/q_0r	0,000	0,279	0,209	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,433	-0,433	-0,433
		90	M/q_0r^2	0,195	0,027	-0,027	-0,144	-0,144	-0,185	-0,201	-0,225	-0,225	+0,025	0,275
			N/q_0r	-0,161	-0,329	-0,384	-0,500	-0,500	-0,500	-0,500	-0,500	-0,054	-0,054	-0,054
			T/q_0r	0,000	0,319	0,334	0,054	0,054	0,054	0,054	0,054	-0,500	-0,500	-0,500
	1:1:0	45	M/q_0r^2	0,114	-0,019	-0,058	-0,053	-0,063	0,002	0,027	0,066	—	—	—
			N/q_0r	-0,177	-0,310	-0,350	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	—	—	—
			T/q_0r	0,000	+0,190	0,103	-0,086	-0,086	-0,086	-0,086	-0,086	—	—	—
		60	M/q_0r^2	0,115	-0,015	-0,064	-0,072	-0,072	+0,001	0,033	0,078	—	—	—
			N/q_0r	-0,246	-0,376	-0,425	-0,433	-0,433	-0,433	-0,433	-0,433	—	—	—
			T/q_0r	0,000	0,215	0,130	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	—	—	—
		90	M/q_0r^2	0,092	-0,027	-0,047	-0,080	-0,080	+0,004	0,038	0,089	—	—	—
			N/q_0r	-0,329	-0,447	-0,467	-0,500	-0,500	-0,600	-0,500	-0,500	—	—	—
			T/q_0r	0,000	0,200	0,190	-0,113	-0,113	-0,113	-0,113	-0,113	—	—	—

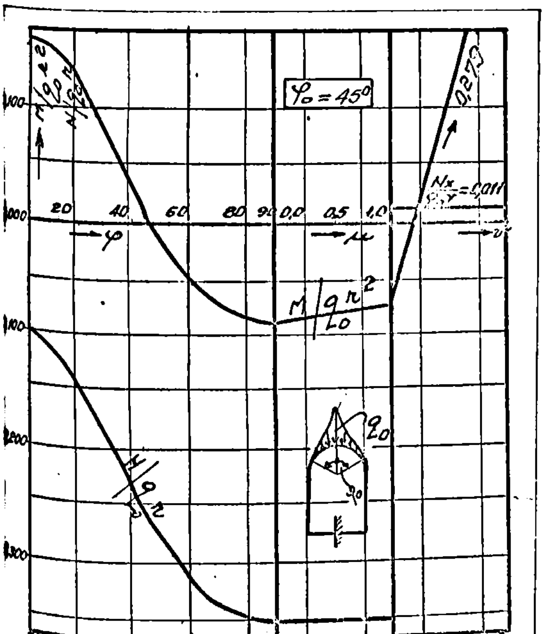


Fig. 5.6-2a Diagrama eforturilor

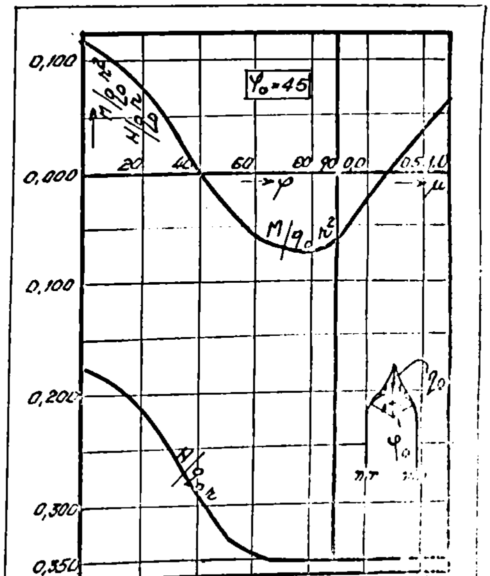


Fig. 5.6-2b Diagrama eforturilor

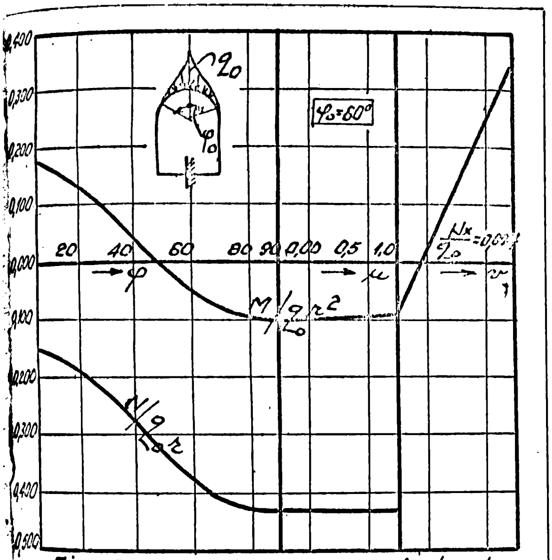


Fig. 5.6-3a Diagrama eforturilor

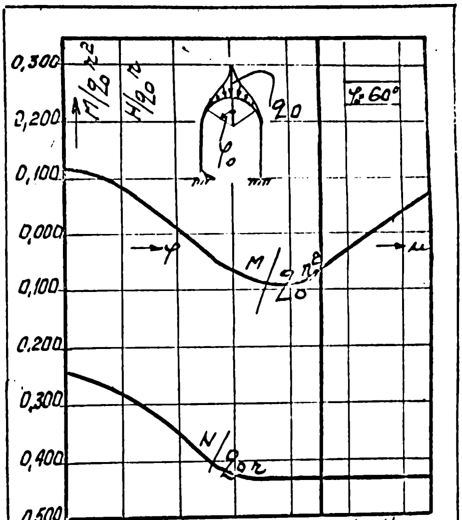


Fig. 5.6-3b Diagrama eforturilor

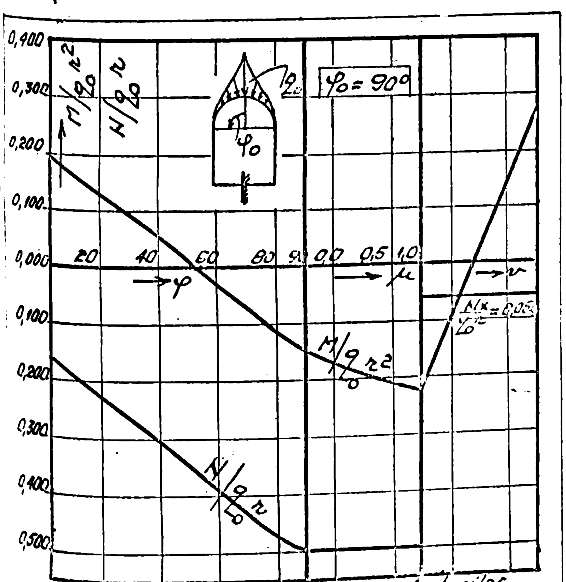


Fig. 5.6-4a Diagrama eforturilor

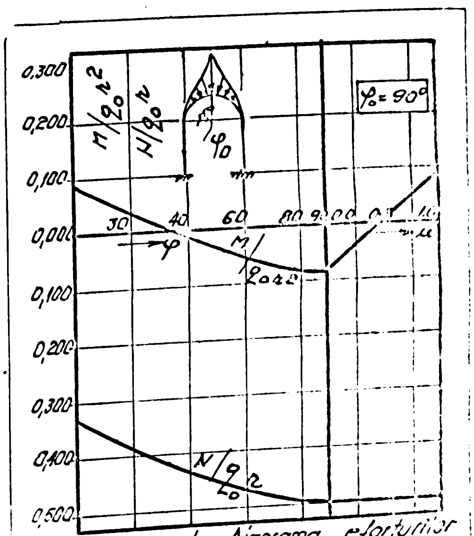


Fig. 5.6-4b Diagrama eforturilor

BUPT

In tabelul 5.6-2 se calculează X_1^0 şi X_2^0 pentru $\varphi_0 = 45°, 60°, 90°$

Valorile X_1^0, X_2^0, δ_H^0 Tabel 5.6-2

μ_0	$i_\varphi : i_y : i_x$	φ_0	X_1^0	X_2^0	δ_H^0
1,5	1:1:1	45	0,161	-0,102	2,378
		60	0,173	-0,155	2,017
		90	0,195	-0,161	1,901
	1:1:0	45	0,114	-0,177	1,477
		60	0,115	-0,246	2,681
		90	0,092	-0,328	0,366
	1:5:5	45	0,258	-0,059	8,835
		60	0,284	-0,105	7,034
		90	0,415	-0,058	6,070
	1:5:0	45	0,153	-0,149	0,964
		60	0,156	-0,217	0,182
		90	0,192	-0,260	-0,504
3,0	1:1:1	45	0,187	-0,097	23,267
		60	0,206	-0,148	21,979
		90	0,469	-0,092	21,265
	1:1:0	45	0,151	-0,138	10,426
		60	0,163	-0,197	9,575
		90	0,095	-0,303	8,432
	1:5:5	45	0,265	-0,054	117,442
		60	0,298	-0,095	111,052
		90	0,932	+0,079	109,388
	1:5:0	45	0,199	-0,122	52,132
		60	0,219	-0,183	47,564
		90	0,062	-0,320	41,850

Eforturile pe întreaga secţiune vor fi de forma :

$$\frac{M}{q_0 r^2} = F_M(\varphi; u; v)$$

$$\frac{N}{q_0 r} = F_N(\varphi; u; v)$$

$$\frac{T}{q_0 r} = F_T(\varphi; u; v) \qquad (5.6\text{-}10)$$

Valorile funcţiilor eforturilor sînt calculate în tabela 5.6-3 după relaţiile (5.1-15) U (5.1-16) U (5.1-17), în care s-au introdus eforturile de pe schema de bază din relaţiile (5.6-3, 4, 6).

Diagramele eforturilor sînt reprezentate în fig.5.6-2 a,b fig.5.6-3 a,b ; fig.5.6-4 a,b

Deplasările adimensionale se pot calcula din :

$$\delta_H^0 = J_q + X_1^0 \Delta_{1P} + X_2^0 \Delta_{2P} \qquad (5.6\text{-}11)$$

unde : $$J_q = -(i_y I_{2y} + i_x I_{2x}) = (0{,}073 u_0^2 + 0{,}162 u_0^3 + 0{,}098 u_0^4)\, i_y + (0{,}074 u_0 + 0{,}486 u_0^2 + 0{,}344 u_0^3)\, i_x \qquad (5.6\text{-}12)$$

Δ_{1P}^0 , Δ_{2P}^0 se calculează din 5.1-28. Valorile δ_H^0 sînt calculate în tabelul 5.6-3.

BUPT

2.- Incărcarea provenită din aderența betonului cu roca

In acest caz se consideră o încărcare tangentă la contur fig.5.6-5 . Unghiul φ_0 se ia în calcule 45^0. Distribuția încărcării este dată de expresiile:

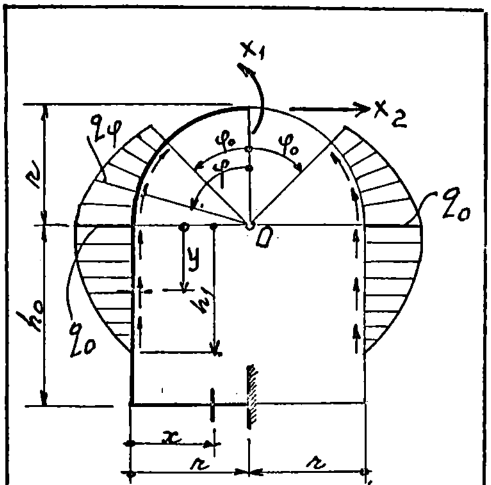


Fig.5.6-5 Aderența betonului cu roca.

- pentru $\varphi \in (\varphi_0 ; \frac{\pi}{2})$

$$q_\varphi = q_0 \sin\varphi \tag{5.6-13}$$

- pentru $y \in (0, h_1)$

$$q_y = q_0\left(1 - \frac{y^2}{h_1^2}\right) \tag{5.6-14}$$

Eforturile pe schema static determinată se pot obține prin integrarea efectului încărcării cu ajutorul unei variabile intermediare. Se obține :

- pentru $\varphi \in (0; \varphi_0)$

$$M_\varphi^0 = 0 \; ; \quad N_\varphi^0 = 0 \; ; \quad T_\varphi^0 = 0 \tag{5.6-15}$$

- pentru $\varphi \in (\varphi_0; \frac{\pi}{2})$

$$\frac{M_\varphi^0}{q_0 r^2} = -\frac{1}{2}\left[2(\cos\varphi_0 - \cos\varphi) - (\varphi - \varphi_0)\sin\varphi - \sin\varphi_0 \sin(\varphi - \varphi_0)\right]$$

$$\frac{N_\varphi^0}{q_0 r} = \frac{1}{2}\left[(\varphi - \varphi_0)\sin\varphi + \sin\varphi_0 \sin(\varphi - \varphi_0)\right] \tag{5.6-16}$$

$$\frac{T_\varphi^0}{q_0 r} = -\frac{1}{2}\left[(\varphi - \varphi_0)\cos\varphi - \sin(\varphi - \varphi_0)\cos\varphi_0\right]$$

BUPT

Punînd în relațiile (5.6-16) $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$ se obține :

$$\frac{M^{\circ}_{\frac{\pi}{2}}}{q_0 r^2} = -0{,}065 \; ; \quad \frac{N^{\circ}_{\frac{\pi}{2}}}{q_0 r} = 0{,}642 \; ; \quad \frac{T^{\circ}_{\frac{\pi}{2}}}{q_0 r} = 0{,}25$$

In funcție de aceste valori se scriu eforturile în celelalte domenii, după cum urmează :

- pentru $y \in (0; h_1) \Rightarrow u \in (0; 0{,}70)$

$$\frac{M^{\circ}_y}{q_0 r^2} = -\left[0{,}065 + 0{,}25\, u\, u_0\right] ; \quad \frac{N^{\circ}_y}{q_0 r} = 0{,}642 + \left[1 - \tfrac{1}{3}\left(\tfrac{u}{u_1}\right)^2\right] u\, u_0$$

$$\frac{T^{\circ}_y}{q_0 r} = 0{,}25 \tag{5.6-17}$$

- pentru $y \in (h_1, h_0) \Rightarrow u \in (0{,}7; 1)$

$$\frac{M^{\circ}_y}{q_0 r^2} = -\left[0{,}065 + 0{,}175\, u_0 + 0{,}25(u - 0{,}7) u_0\right]$$

$$\frac{N^{\circ}_y}{q_0 r} = 0{,}642 + 0{,}466\, u_0 \; ; \quad \frac{T^{\circ}_y}{q_0 r} = 0{,}25 \tag{5.6-18}$$

- pentru $x \in (0; r) \Rightarrow v \in (0; 1)$

$$\frac{M^{\circ}_x}{q_0 r^2} = -\left[0{,}065 + 0{,}25\, u_0 + (0{,}642 + 0{,}466\, u_0)\, v\right]$$

$$\frac{N^{\circ}_x}{q_0 r} = -0{,}25 \; ; \quad \frac{T^{\circ}_x}{q_0 r} = 0{,}642 + 0{,}466\, u_0 \tag{5.6-19}$$

Deplasările pe direcțiile necunoscutelor se calculează în funcție de următoarele integrale :

$$I_{1\varphi} = \int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M^{\circ}_{\varphi}}{q_0 r^2}\right) d\varphi = -\left[\left(\tfrac{\pi}{2} - \varphi_0\right)\cos\varphi_0 - \tfrac{3}{2} + \sin\varphi_0 + \tfrac{1}{2}\sin^2\varphi_0\right]$$

$$I_{2\varphi} = \int_0^{\varphi_0} \left(\frac{M^{\circ}_{\varphi}}{q_0 r^2}\right)\cos\varphi\, d\varphi = -\left[\cos\varphi_0 - \tfrac{5}{8}\sin\varphi_0\cos\varphi_0 + \tfrac{1}{4}\left(\tfrac{\pi}{2} - \varphi_0\right)\sin^2\varphi_0 - \tfrac{5}{8}\left(\tfrac{\pi}{2} - \varphi_0\right)\right] \tag{5.6-20}$$

- pentru $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$ rezultă :

$$I_{1\varphi} = -0{,}012 \; ; \quad I_{2\varphi} = -0{,}002$$

BUPT

$$I_{1y} = u_0 \int_0^1 \frac{M_y^0}{q_0 r^2} du = -\left[0{,}065 u_0 + 0{,}115 u_0^2\right]$$

$$I_{2y} = u_0 \int_0^1 \frac{M_y^0}{q_0 r^2} u\, du = -\left[0{,}028 u_0^2 + 0{,}075 u_0^3\right]$$

$$I_{1x} = \int_0^1 \frac{M_x^0}{q_0 r^2} dr = -\left[0{,}386 + 0{,}483 u_0\right] \qquad (5.6\text{-}21)$$

$$I_{2x} = u_0 I_{1x}$$

Introducînd relaţiile (5.6-20) ; (5.6-21) în relaţiile 5.1-13 se obţine :

$$\Delta^0_{1q} = -\left[0{,}012\, i_\varphi + (0{,}065 u_0 + 0{,}115 u_0^2) i_y + (0{,}386 + 0{,}483 u_0) i_x\right]$$

$$\Delta^0_{2q} = 0{,}01\, i_\varphi + (0{,}065 u_0 + 0{,}143 u_0^2 + 0{,}075 u_0^3) i_y + (1 + u_0)(0{,}386 + 0{,}483 u_0) i_x \qquad (5.6\text{-}22)$$

Valorile X_1^0 ; X_2^0 δ_H^0 Tabel 5.6-4

u_0	$i_\varphi i_y i_x$	Δi_q	Δi_q	X_1^0	X_2^0	δ_H^0
1,5	1:1:1	-1,478	+3,459	-0,190	-0,398	0,659
	1:1:0	-0,368	+0,682	-0,043	-0,157	0,578
	1:5:5	-7,342	+17,255	-0,399	-0,504	2,461
	1:5:0	-1,792	+3,370	-0,051	-0,164	2,857
3,0	1:1:1	-3,077	+10,857	-0,255	-0,372	0,209
	1:1:0	-1,242	+3,517	-0,052	-0,188	+0,127
	1:5:5	-15,337	+54,245	-0,505	-0,418	5,553
	1:5:0	-6,162	+17,545	-0,058	-0,193	11,407

Necunoscutele adimensionale se obţin din relaţiile (5.1-14). Valorile lor sînt calculate în tabelul 5.6-4.

Eforturile totale se obţin prin însumarea efectelor necunoscutelor X_1^0 , X_2^0 cu cele scrise din efectul încărcării pe schema de bază conform relaţiilor (5.6-15 , 16 , 17 , 18 , 19). Valorile numerice ale eforturilor sîn calculate în tabela (5.6-5) şi reprezentate grafic în fig.5.6-6 a,b .

Valorile eforturilor

Tabel 5.6-5

fig.		0	45	90	0	0,5	0,7	1,0	0	0,5	1,0
	$M/q_0 r^2$	-0,190	-0,073	0,143	0,143	0,254	0,298	0,365	0,365	-0,305	-0,976
	$N/q_0 r$	-0,398	-0,281	0,642	0,642	1,265	1,341	1,341	0,148	0,148	0,149
	$T/q_0 r$	0,000	-0,281	-0,148	-0,148	-0,148	-0,148	-0,148	1,341	1,341	1,341
	$M/q_0 r^2$	-0,043	+0,003	0,049	0,049	-0,021	-0,049	-0,090	—	—	—
	$N/q_0 r$	-0,157	-0,111	0,642	0,642	1,265	1,341	1,341	—	—	—
	$T/q_0 r$	0,000	-0,111	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	—	—	—

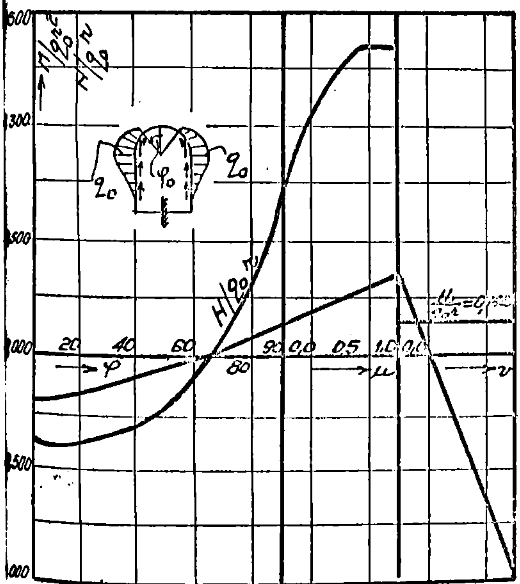


Fig. 5.6-6a. Diagrama eforturilor

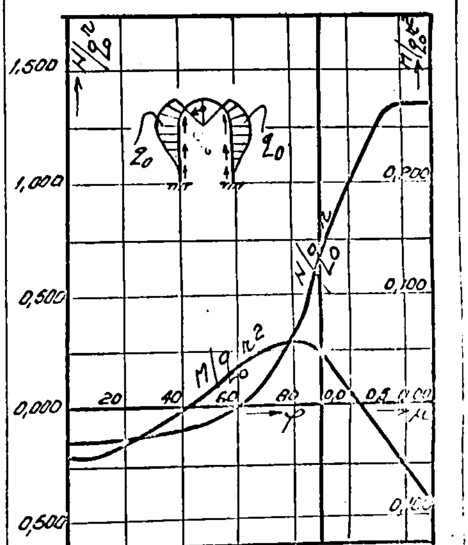


Fig. 5.6-6b. Diagrama eforturilor

Deplasarea adimensională are expresia :

$$\delta_H^\circ = J_q + X_1^\circ \Delta_{1P}^\circ + X_2^\circ \Delta_{2P}^\circ \qquad (5.6\text{-}23)$$

unde :

$$J_q = -[i_y I_{2y} + i_x I_{2x}] \qquad (5.6\text{-}24)$$

explicitînd J_q se obţine :

$$J_q = (0{,}028 u_0^2 + 0{,}075 u_0^3) i_y + (0{,}386 u_0 + 0{,}483 u_0^2) i_x \qquad (5.6\text{-}25)$$

Valorile numerice ale deplasării sînt calculate în tabelul 5.6-4.

BUPT

Capitolul 6 - CAPTUŞELI DE FORMĂ CIRCULARĂ

§ 6.1.- Determinarea eforturilor şi deformaţiilor pentru o încărcare oarecare

1.- Determinarea eforturilor

Secţiunea de formă circulară se foloseşte la galeriile sub presiune, galerii verticale . şi în general în lucrările executate cu un grad mare de mecanizare.

Simetria secţiunii şi uneori a încărcării preponderente (presiunea uniformă a apei) fac să se preconizeze secţiuni cu moment de inerţie constant.

Se consideră drept structură static determinată a secţiunii circulare (fig.6.1-1), o consolă curbă, încastrată la partea inferioară şi liberă la partea superioară a intersecţiei conturului circular cu planul vertical ce trece prin centrul galeriei.

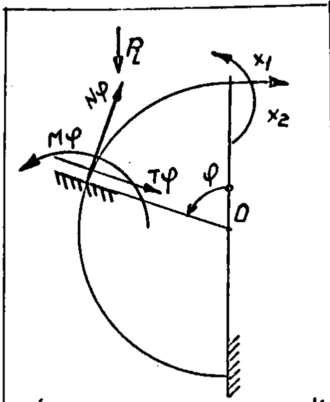


Fig. 6.1-1 Forma circulară Secţiunea de bază

Adoptînd convenţia de semne anterioară, se poate scrie :

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M_\varphi^0}{q_0 \cdot r^2} + X_1^0 - X_2^0(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{N_\varphi^0}{q_0 \cdot r} + X_2^0 \cos\varphi \qquad (6.1\text{-}1)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{T_\varphi^0}{q_0 \cdot r} + X_2^0 \sin\varphi$$

BUPT

Eforturile din încărcările necunoscutelor unitare se obţin imediat de pe figură :

$$m_1 = 1$$
$$m_2 = -r(1-\cos\varphi) \qquad (6.1\text{-}2)$$

Se calculează succesiv :

$$\delta_{11}^{\circ} = \int_0^{\pi} m_1^2 d\varphi = \pi$$
$$\delta_{12}^{\circ} = \int_0^{\pi} m_1 \left(\frac{m_2}{r}\right) d\varphi = \int_0^{\pi} -(1-\cos\varphi) d\varphi = -\pi$$
$$\delta_{22}^{\circ} = \int_0^{\pi} \left(\frac{m_2}{r}\right)^2 d\varphi = \int_0^{\pi} (1-\cos\varphi)^2 d\varphi = 1{,}5\pi \qquad (6.1\text{-}3)$$

Termenii care depind de încărcare vor fi de forma :

$$\Delta_{1q}^{\circ} = \int_{\varphi} \left(\frac{M_{\varphi}^{\circ}}{q_o \cdot r^2}\right) d\varphi = I_{1\varphi}$$
$$\Delta_{2q}^{\circ} = \int_{\varphi} -\frac{M_{\varphi}^{\circ}}{q_o \cdot r^2} (1-\cos\varphi) d\varphi = -I_{1\varphi} + I_{2\varphi} \qquad (6.1\text{-}4)$$

In relaţiile de mai sus s-au folosit notaţiile :

$$I_{1\varphi} = \int_{\varphi} \frac{M_{\varphi}^{\circ}}{q_o \cdot r^2} d\varphi \qquad I_{2\varphi} = \int_{\varphi} \frac{M_{\varphi}^{\circ}}{q_o \cdot r^2} \cos\varphi \cdot d\varphi \qquad (6.1\text{-}5)$$

M_{φ}° , N_{φ}° , T_{φ}° sînt eforturile din încărcarea exterioară pe arcul de bază şi se pot calcula integrînd efectul încărcării . Notaţiile de mai sus permit determinarea necunoscutelor adimensionale din sistemul (3.1-9).

$$X_1^{\circ} = -\frac{1}{\pi}(I_1 + 2I_2)$$
$$X_2^{\circ} = -\frac{1}{\pi}(2I_2) \qquad (6.1\text{-}6)$$

In acest fel expresiile generale ale eforturilor se pot pune sub forma generală :

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} + X_1^\circ + A\, X_2^\circ$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{N_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} + B \cdot X_2^\circ \qquad (6.1\text{-}7)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{T_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} + C \cdot X_2^\circ$$

Coeficienţii A , B şi C sînt intabulaţi şi pot fi luaţi din diagrama (fig.4.1-13). Relaţiile 6.1-7 sînt foarte generale şi pot fi intabulate pentru diferite tipuri de încărcări.

Ordinea de execuţie a calculelor :

- Se calculează, prin integrarea încărcării :

  M_φ° ; N_φ° ; T_φ°

- Se calculează valorile :

$$I_{1\varphi} = \int_\varphi \frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\, d\varphi$$

$$I_{2\varphi} = \int_\varphi \frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} \cos\varphi\, d\varphi$$

- Se calculează X_1° ; X_2°

- Se intabulează expresiile (6.1-7) pentru diferite valori φ sau se trasează variaţia eforturilor adimensionale în raport cu variabila.

2.- Determinarea deformaţiilor

Calculul deformaţiilor secţiunilor galeriilor hidrotehnice are un scop în sine şi reprezintă, în acelaş timp, o fază intermediară pentru determinarea încarcării din presiunea pa-

BUPT

sivă a rocii /77/. Pentru secțiunea de formă circulară, calculul presiunii pasive se face pornind de la deformația pe direcția diametrului orizontal δ_H^q (fig.6.1-2) dintr-o încărcare q. Mărimea presiunii pasive în acest punct se obține dintr-o ecuație de deformații, de forma :

$$\delta_H^q(q) + \delta_H^p\left(\frac{p}{p_o}\right) = \frac{2p_o}{k} \tag{6.1-8}$$

unde :

- δ_H^q, deformația orizontală cauzată de încărcarea q (cunoscută).
- $\delta_H^p(p)$ – deformația orizontală produsă de încărcarea pasivă (cunoscută numai ca formă de distribuție, mărimea p_o este necunoscută)
- p_o mărimea presiunii pasive în punctul $\varphi = 90°$. (urmează a fi determinată din relația (6.1-8)

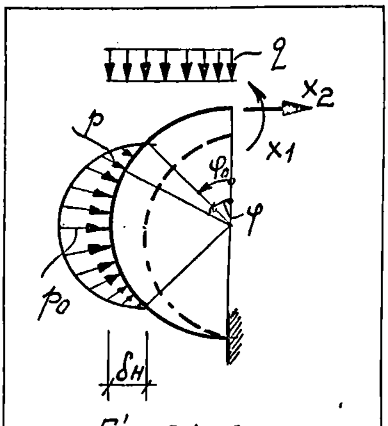


Fig. 6.1-2

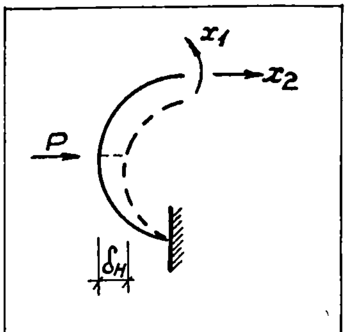


Fig. 6.1-3

Determinarea deformației δ_H se face prin metoda Mohr /70/ (fig.6.1-3). Momentul corespunzător unei încărcări oarecare este :

$$M_\varphi = M_\varphi^o + X_1 - X_2(1 - \dots\varphi) \tag{6.1-9}$$

In mod asemănător se calculează momentul datorat unei forțe unitare pe direcția δ_H :

$$m = m_\varphi^o + x_1 - x_2(1-\cos\varphi) \qquad (6.1\text{-}10)$$

Efectuînd calculele pentru ridicarea nedeterminării din încărcarea P = 1 se obține :

Pentru : $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2}) \qquad m_\varphi^o = 0$

$\varphi \in (\frac{\pi}{2}, \pi) \qquad m_\varphi^o = \cos\varphi$

$x_1^o = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \qquad x_2^o = -\frac{1}{2}$

Valoarea deformației se poate calcula cu ajutorul expresiei :

$$\delta_H = \int_s \frac{1}{EI} \frac{M}{q_o \cdot r^2} \varphi \frac{m_\varphi}{\delta} \frac{ds}{r}$$

$$\delta_H = \delta_H^o \frac{q_o \cdot r^4}{EI} \qquad (6.1\text{-}11)$$

Relația 6.1-11 se explicitează cu ajutorul relațiilor (6.1-9) ; (6.1-10) . După efectuarea calculelor deformația adimensională se poate pune sub una din formele :

$$\delta_H^o = 0{,}215\, X_2^o - X_1 - J_1$$

$$\delta_H^o = 1{,}785\, X_2^o - X_1^o + J_2 \qquad (6.1\text{-}12)$$

unde s-a făcut notația :

$$J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_\varphi^o}{q_o \cdot r^2} \cos\varphi \cdot d\varphi$$

$$J_2 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{M_\varphi^o}{q_o \cdot r^2} \cos\varphi \cdot d\varphi \qquad (6.1\text{-}13)$$

Expresiile din 6.1-13 satisfac relația 6.1-14 :

$$J_1 + J_2 = I_2$$

§ 6.2.- Încărcări din reacțiunea terenului

1.- Reacțiunea terenului, uniform distribuită

Fie o secțiune circulară (fig.6.2-1) de lungime unitară a cărei încărcare 2 P , simetrică față de axa verticală, determină o reacțiune uniform distribuită a terenului de fundație a cărei intensitate este :

$$q_0 = \frac{2P}{2r \sin\varphi_0}$$

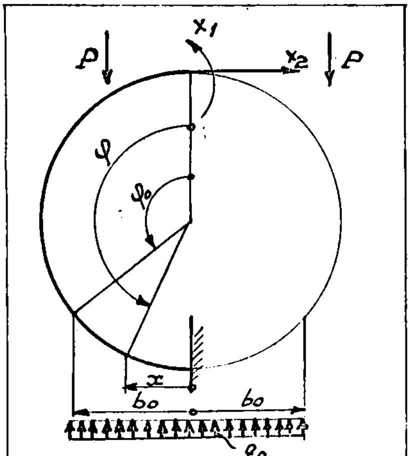


Fig.6.2-1 Reacțiunea uniform distribuită

Expresiile solicitărilor pe structura static determinată au valorile : $\varphi \in (\varphi_0, \pi)$

$$M_\varphi^\circ = -\frac{q_0}{2}(b-x)^2 = -\frac{1}{2}\, q_0 \cdot r^2 (\sin\varphi_0 - \sin\varphi)^2$$

$$N_\varphi^\circ = q_0 (b-x)\sin\varphi = q_0 \cdot r (\sin\varphi_0 - \sin\varphi)\sin\varphi \qquad (6.2\text{-}1)$$

$$T_\varphi^\circ = -q_0 (b-x)\cos\varphi = -q_0 \cdot r (\sin\varphi_0 - \sin\varphi)\cos\varphi$$

Pentru ridicarea nedeterminării se calculează :

$$I_1 = \int_\varphi \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right) d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\pi} -\frac{1}{2}(\sin\varphi_0 - \sin\varphi)^2\, d\varphi \qquad (6.2\text{-}2)$$

$$I_2 = \int_\varphi \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right)\cos\varphi\, d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\pi} -\frac{1}{2}(\sin\varphi_0 - \sin\varphi)^2 \cos\varphi\, d\varphi$$

Efectuînd c … ele s … ţine :

BUPT

$$I_1 = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(\pi-\varphi_0) + (\pi-\varphi_0)\sin^2\varphi_0 - 2\sin\varphi_0 - \frac{3}{4}\sin 2\varphi_0\right]$$

$$I_2 = \frac{1}{6}\sin^3\varphi_0$$

(6.2.3)

Substituind relațiile de mai sus în (6.1-6) rezultă necunoscutele adimensionale :

$$X_1^0 = \frac{1}{2\pi}\left[(\pi-\varphi_0)\left(\sin^2\varphi_0+\frac{1}{2}\right) - 2\sin\varphi_0 - \frac{3}{4}\sin 2\varphi_0 - \frac{2}{3}\sin^3\varphi_0\right]$$

$$X_2^0 = -\frac{1}{2\pi}\,\frac{2}{3}\sin^3\varphi_0 \qquad (6.2\text{-}4)$$

Valorile necunoscutelor au fost calculate în tabelul 6.2-1 și reprezentate în diagrama de variație din fig.6.2-2

Valorile necunoscutelor Tabel 6.2-1

	φ_0 în grade sexazecimale				
	90°	120°	135°	150°	180°
x_1^0	-0,049	-0,032	-0,018	-0,005	0,000
x_2^0	-0,106	-0,069	-0,038	-0,013	0,000
δ_H^0	0,026	0,017	0,010	0,003	0,000

Expresiile eforturilor, provenite din această încărcare se pot scrie ținînd cont de relațiile : (6.2-4) ∪ (6.2-1) ∪ (6.1-7) - pentru :

$$\varphi \in (0, \varphi_0)$$

(6.2-5)

$$\left(\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2}\right) = X_1^0 - X_2^0(1-\cos\varphi)$$

$$\left(\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r}\right) = X_2^0 \cos\varphi$$

$$\left(\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r}\right) = X_2^0 \sin\varphi$$

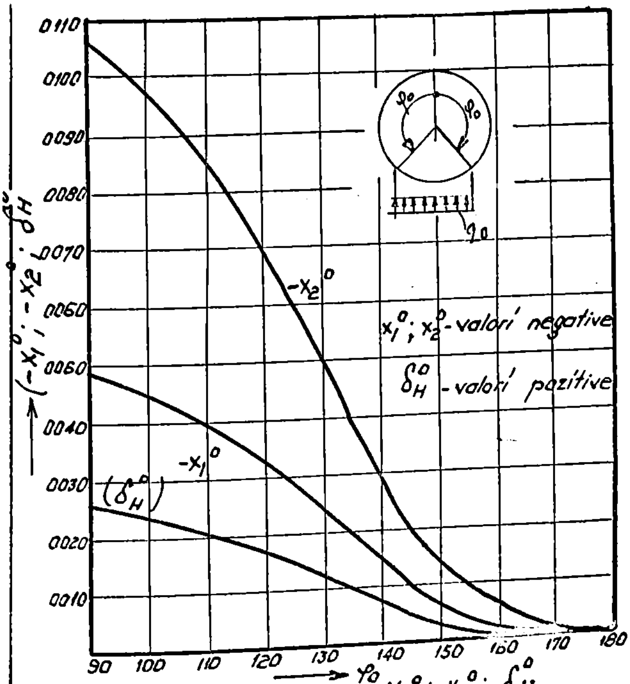


Fig. 6.2-2 Valorile x_1^0; x_2^0; δ_H^0

– pentru $\varphi \in (\varphi_0 ; \pi)$

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2}(\sin\varphi_0 - \sin\varphi)^2 + X_1^0 - X_2^0(1-\cos\varphi)$$

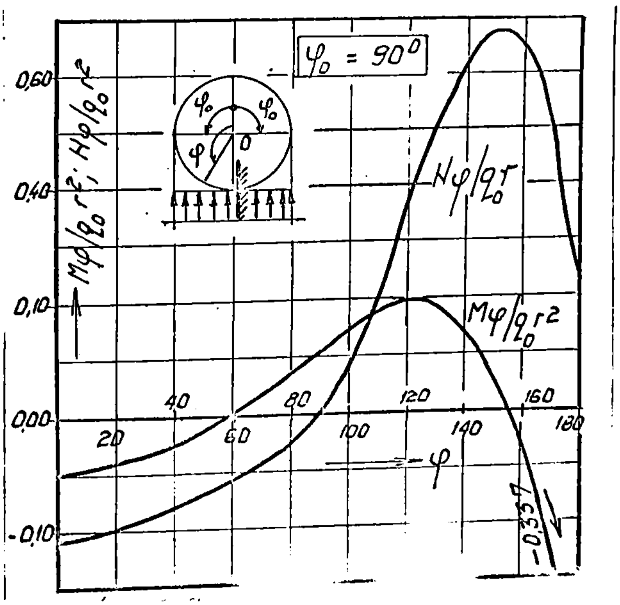
$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = (\sin\varphi_0 - \sin\varphi)\sin\varphi + X_2^0 \cos\varphi$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = -(\sin\varphi_0 - \sin\varphi)\cos\varphi + X_2^0 \sin\varphi \tag{6.2-5}$$

Variația acestor eforturi în raport cu variabila φ pentru o secțiune cu moment de inerție constant este calculată în tabela 6.2-2 și reprezentată în fig.(6.2-3,4,5) .

Valorile solicitărilor M, N, T Tabel 6.2-2

φ_0	S	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
90°	$M\varphi/q_0r^2$	-0,049	-0,035	-0,018	0,004	0,057	0,101	0,09	0,024	-0,337
	$N\varphi/q_0r$	-0,106	-0,092	-0,075	-0,053	0,000	0,169	0,282	0,342	0,106
	$T\varphi/q_0r$	0,000	-0,053	-0,075	-0,092	-0,106	-0,025	0,132	0,38	1,000
120°	$M\varphi/q_0r^2$	-0,033	-0,023	-0,012	0,002	0,036	0,0615	0,079	0,03	-0,269
	$N\varphi/q_0r$	-0,069	-0,06	-0,049	-0,035	0,000	0,016	0,161	0,243	+0,069
	$T\varphi/q_0r$	0,000	-0,035	-0,049	-0,06	-0,069	-0,06	-0,049	0,282	0,866
135°	$M\varphi/q_0r^2$	-0,018	-0,013	-0,007	0,0007	0,0195	0,039	0,046	0,031	-0,193
	$N\varphi/q_0r$	-0,0375	-0,033	-0,027	-0,019	0,000	0,019	0,027	0,167	0,0375
	$T\varphi/q_0r$	0,000	-0,018	-0,027	-0,033	-0,375	-0,033	-0,027	0,16	0,707



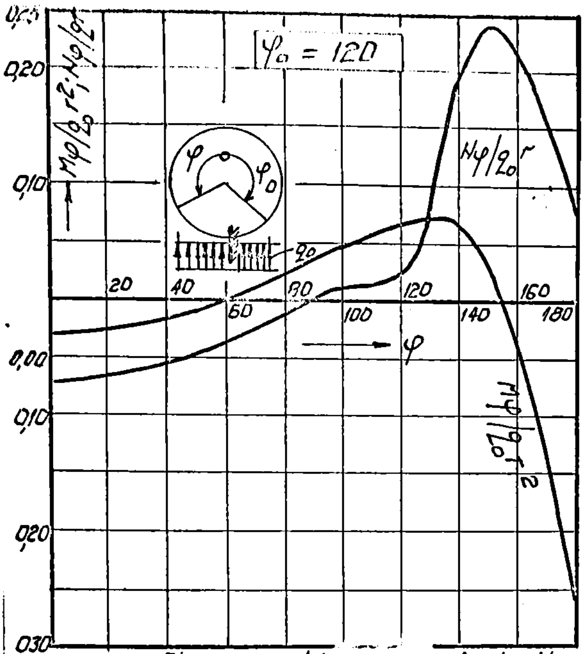


Fig.6.2-4 [illegible] eforturilor

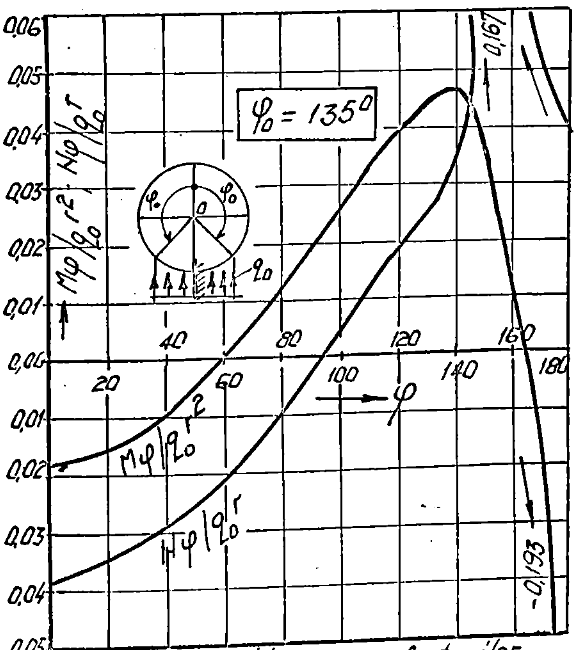


Fig. 6.2-5 Diagrama eforturilor

Deformația adimensională δ_H° din această încărcare se calculează cu una din relațiile (6.1-12). In cazul de față este avantajoasă folosirea relației :

$$\delta_H^\circ = 0216\, X_2^\circ - X_1^\circ - J_1$$

unde :

$$J_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{\ldots}{q_0 \ldots}$$

deoarece în porțiunea $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$ valoarea $\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} = 0$ rezultă :

$$J_1 = 0$$

și deci :

$$\delta_H^\circ = 0216\, X_2^\circ - X_1$$

Valorile δ_H° și variația acestui parametru sînt calculate în tabela 6.2-1 și diagrama 6.2.2.

2.- Reacțiunea terenului, distribuită cosinusoidal

Se admite o încărcare totală 2 P distribuită după legea din fig.6.2-6.

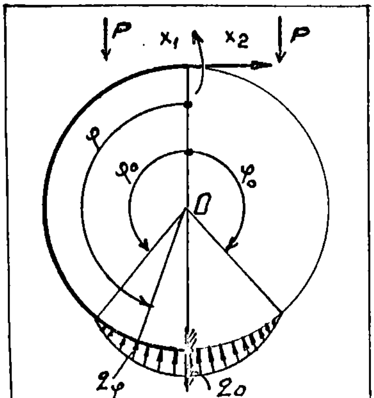


Fig. 6.2-6 Reacțiunea terenului distribuită cosinusoidal

$$q_\varphi = q_0 \frac{\cos\varphi_0 - \cos\varphi}{1+\cos\varphi_0} \qquad (6.2\text{-}7)$$

Valoarea q_0 poate fi calculată conform relației (2.3-31) :

$$q_0 = \frac{P}{r}\,\frac{1+\cos\varphi_0}{(\pi-\varphi_0)\cos\varphi_0 + \sin\varphi_0}$$

Admițînd o secțiune $\theta \in (\varphi_0 , \varphi)$ se scriu expresiile eforturilor pe schema de bază sub forma :

– pentru $\varphi \in (\varphi_0 , \pi)$

$$M_\varphi^0 = -\int_{\varphi_0}^{\varphi} q_\theta \cdot r \sin(\varphi-\theta) r\, d\theta = -\int_{\varphi_0}^{\varphi} q_0 \cdot r \cdot m(\cos\varphi_0 - \cos\theta)\sin(\varphi-\theta) r \cdot d\theta$$

$$N_\varphi^0 = \frac{1}{r} M_\varphi^0 \qquad (6.2\text{-}8)$$

$$T_\varphi^0 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} q_0 \cdot m(\cos\varphi_0 - \cos\theta)\cos(\varphi-\theta)\, r \cdot d\theta$$

Efectuînd calculele impuse de relațiile (6.2-8) se obțin eforturile pe structura de bază :

$$\frac{M_\varphi^0}{q_0 \cdot r^2} = -m\left[\cos\varphi_0(1-\cos(\varphi-\varphi_0)) - \frac{1}{2}(\varphi-\varphi_0)\sin\varphi + \frac{1}{2}\sin\varphi_0 \sin(\varphi-\varphi_0)\right]$$

$$\frac{N_\varphi^0}{q_0 \cdot r} = \frac{1}{r}\left(\frac{M_\varphi^0}{q_0 \cdot r^2}\right) \qquad (6.2\text{-}9)$$

$$T_\varphi^0 = q_0 \cdot r \cdot m\left[\frac{1}{2}\cos\varphi_0 \sin(\varphi-\varphi_0) - \frac{1}{2}(\varphi \quad \cos\varphi\right]$$

In relațiile de mai sus s-a făcut notația :

$$m=\frac{1}{1+\cos\varphi_0} \tag{6.2-10}$$

Pentru ridicarea nedeterminării se calculează :

$$I_1=\int_{\varphi_0}^{\pi}\frac{M_\varphi^0}{q_0\cdot r^2}\,d\varphi$$

$$I_2=\int_{\varphi_0}^{\pi}\frac{M_\varphi^0}{q_0\cdot r^2}\cos\varphi\cdot d\varphi \tag{6.2-11}$$

Integralele definite de relațiile 6.2-11 se efectuează în raport cu (6.2-9). Se obține, după efectuarea calculelor :

$$I_1=-m\left[(\pi-\varphi_0)(\cos\varphi_0-\tfrac{1}{2})+\sin\varphi_0(1-\tfrac{1}{2}\cos\varphi_0)\right]$$

$$I_2=m\left[(\pi-\varphi_0)(\tfrac{1}{8}+\tfrac{1}{4}\cos^2\varphi_0)+\tfrac{3}{8}\sin\varphi_0\cdot\cos\varphi_0\right] \tag{6.2-12}$$

Expresiile necunoscutelor adimensionale se calculează după relațiile 5.1-5 . Se obține în acest mod :

$$X_1^0=-\frac{m}{\pi}\left[(\pi-\varphi_0)(\tfrac{3}{4}-\cos\varphi_0+\tfrac{1}{2}\cos^2\varphi_0)+\tfrac{5}{4}\sin\varphi_0\cos\varphi_0-\sin\varphi_0\right]$$

$$X_2^0=-\frac{m}{\pi}\left[(\pi-\varphi_0)(\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{2}\cos^2\varphi_0)+\tfrac{3}{4}\sin\varphi_0\cos\varphi_0\right] \tag{6.2-13}$$

Valorile necunoscutelor adimensionale calculate după relațiile 6.2-13 sînt date în tabela 6.2-3 și sînt reprezentate în fig.6.2-7. Expresiile eforturilor după relațiile 5.1-7 sub forma generală :

Valorile necunoscutelor Tabel 6.2-3

	φ_0 în grade				
	90°	120°	135°	150°	180
X_1^0	-0,056	-0,019	-0,0054	-0,00012	0,000
X_2^0	-0,125	-0,0426	-0,013	-0,00039	0,000
δ_H^0	0,029	0,0099	0,0016	0,00004	0,000

BUPT

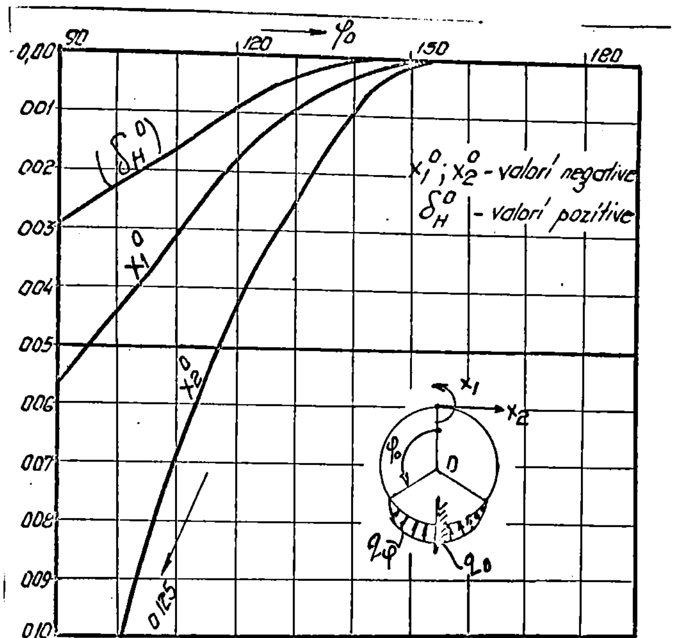


Fig. 6.2 - 7 Valorile X_1^0 ; X_2^0 ; δ_H^0

$$\left(\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2}\right) = \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right) + X_1^\circ - X_2^\circ (1-\cos\varphi)$$

$$\left(\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r}\right) = \left(\frac{N_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r}\right) + X_2^\circ \cos\varphi$$

$$\left(\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r}\right) = \left(\frac{T_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r}\right) + X_2^\circ \sin\varphi \qquad (6.2\text{-}14)$$

Valorile $\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}$; $\frac{N_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r}$; $\frac{T_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r}$ sînt nule pentru $\varphi \in (0, \varphi_0)$ şi au valorile dictate de (6.2-9) pentru $\varphi \in (\varphi_0, \pi)$. Expresiile lor sînt calculate în tabelul 6.2-4, şi sînt reprezentate în diagramele din fig.6.2 - 8, 9, 10 .

BUPT

Valorile eforturilor   Tabel 6.2-4

φ_0		ψ în grade sexazecimale								
		0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
90°	M^0_φ/q_0r^2	-0,056	-0,0393	-0,0194	+0,0055	0,069	+0,1075	+0,081	+0,004	-0,306
	N^0_φ/q_0r	-0,125	-0,108	-0,088	-0,0525	0,000	+0,0386	0,0123	-0,064	-0,375
	T^0_φ/q_0r	0,000	-0,0625	-0,088	-0,108	-0,125	0,022	0,188	0,39	0,785
120°	M^0_φ/q_0r^2	-0,019	-0,0123	-0,0055	+0,0033	0,0246	0,0459	0,0987	0,0215	-0,185
	N^0_φ/q_0r	-0,0426	-0,0369	-0,0301	-0,0213	0,000	+0,0213	+0,075	-0,002	-0,200
	T^0_φ/q_0r	0,000	-0,0213	-0,0301	-0,0369	-0,0426	-0,0369	0,051	0,18	0,624
135°	M^0_φ/q_0r^2	-0,0054	-0,003	-0,0013	+0,0036	+0,0134	0,0216	0,0251	0,0956	-0,082
	N^0_φ/q_0r	-0,018	-0,0155	-0,0127	-0,009	0,000	0,009	0,0127	0,084	-0,084
	T^0_φ/q_0r	0,000	-0,009	-0,0127	-0,0156	-0,018	-0,0156	-0,0127	+0123	0,48

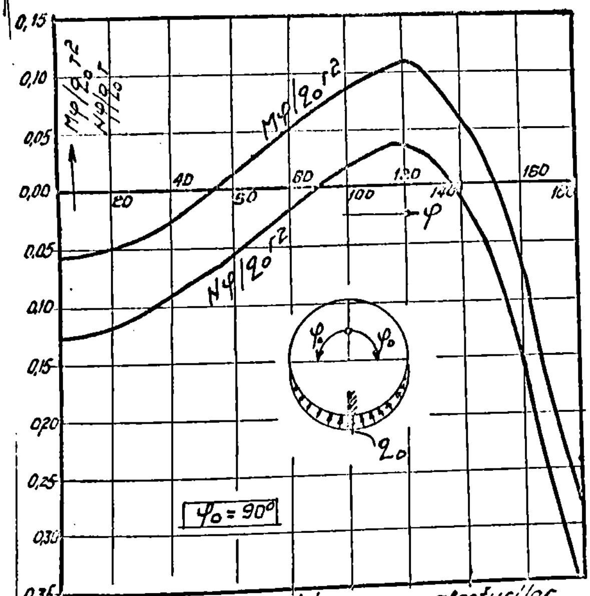


Fig. 6.2-8 Diagrama eforturilor

Deformaţia adimensională δ_H^0 poate fi obţinută din relaţia :

$$\delta_H^0 = 0216\, X_2^0 - X_1 - J_1$$

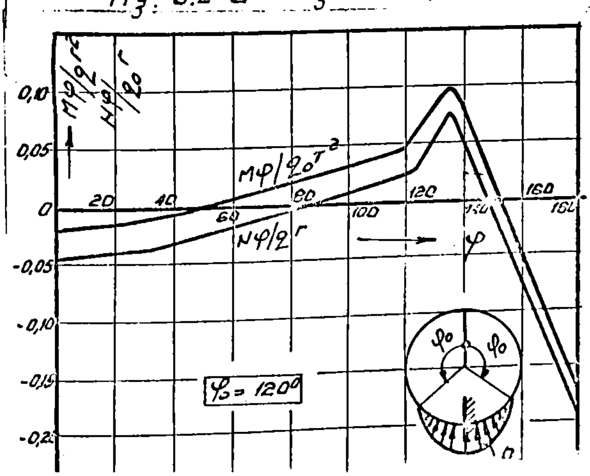
integrala :

$$J_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{M_\varphi}{q_0 r^2} \cos\varphi \, d\varphi = 0$$

şi deci :

$$\delta_H^0 = 0215\, X_2^0 - X_1^0$$

Valorile acestei mărimi sînt calculate în tabelul 6.2-3 şi diagrama 6.2.7.



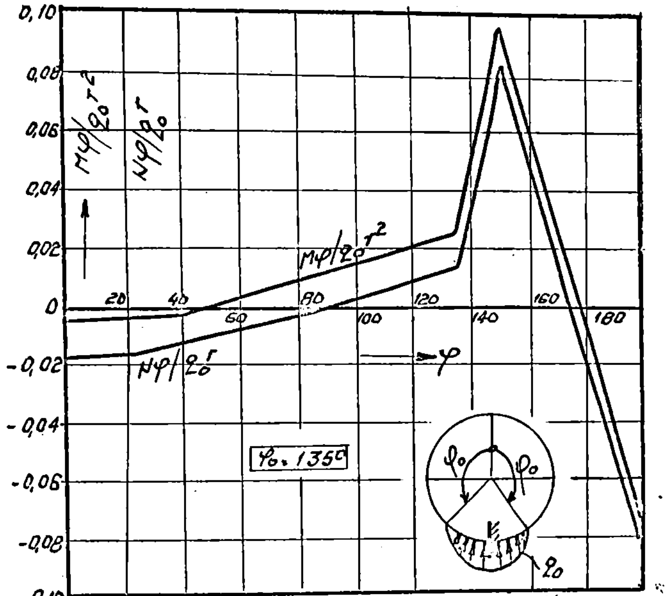


Fig. 6.2- 10 Diagrama eforturilor

5.- Reacţiunea terenului, distribuită după o lege hiperbolică

Pentru anumite categorii de terenuri /77/ se acceptă în calcule reacţiuni fig.6.2-11 distribuite după legea :

$$q_x = q_0 \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{b_0}\right)^2}} \tag{6.2-15}$$

$$q_x = q_0 \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_0}\right)^2}}$$

Valoarea q_0 se obţine din echivalenţa statică a încărcării şi a reacţiunii :

$$q_0 = \frac{2}{\pi}\frac{P}{b_0} \tag{6.2-16}$$

BUPT

Eforturile pe structura de bază se obțin din efectul încărcării pentru o secțiune curentă x . In acest scop se acceptă o variabilă de tranziție $u \in (b_0 ; x)$

$$M_\varphi^\circ = -\int_x^{b_0} q_u (u-x)\,du$$

$$N_\varphi^\circ = \left[\int_x^{b_0} q_u \cdot du\right] \sin\varphi \qquad (6.2\text{-}17)$$

$$T_\varphi^\circ = -\left[\int_x^{b_0} q_u \cdot du\right] \cos\varphi$$

Efectuînd integralele, se obțin eforturile pe structura de bază :

- pentru : $\varphi \in (\varphi_0 ; \pi)$

$$\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} = \sin\varphi_0 \left[\sqrt{\sin^2\varphi_0 - \sin^2\varphi} - \sin\varphi \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_0}\right)\right] \qquad (6.2\text{-}18)$$

$$\frac{N_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} = \sin\varphi_0 \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_0}\right] \sin\varphi$$

$$\frac{T_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} = -\sin\varphi_0 \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_0}\right] \cos\varphi$$

Necunoscutele static nedeterminate pot fi obținute efectuînd operațiile dictate de relațiile de mai jos :

$$X_1^\circ = -\frac{1}{\pi}\left[\int_{\varphi_0}^{\pi} \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right) d\varphi + 2\int_{\varphi_0}^{\pi} \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right) \cos\varphi \cdot d\varphi\right]$$

$$X_2^\circ = -\frac{1}{\pi}\, 2 \int_{\varphi_0}^{\pi} \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right) \cos\varphi \cdot d\varphi \qquad (6.2\text{-}19)$$

O parte a integralelor de mai sus provin din integrale de tip Euler. Valorile lor se obțin din tabele. Valorile X_1°

BUPT

şi δ_H^0 sînt calculate în tabela 6.2-5 şi sînt trecute în diagrama din fig.6.2-12

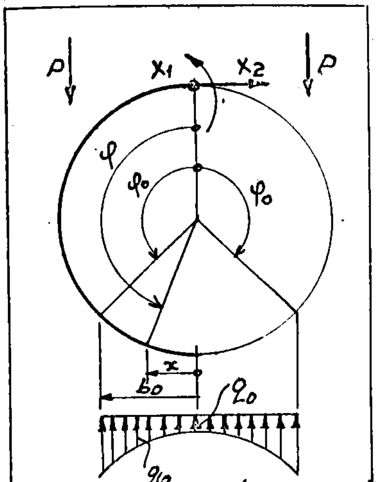


Fig. 6.2-11 Reacţiune hiperbolică

Valorile $X_1^0; X_2^0; \delta_H^0$ Tabel 6.2-5

	φ_0 în grade sexazecimale				
	90°	120°	130°	150°	180°
X_1^0	-0,095	-0,069	-0,043	-0,016	0,000
X_2^0	-0,175	-0,136	-0,095	-0,031	0,000
δ_H^0	0,057	0,039	0,022	0,0093	0,000

Eforturile totale se exprimă sub forma :

- pentru $\varphi \in (0, \varphi_0)$

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = X_1^0 - X_2^0 (1 - \cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = X_2^0 \cos\varphi \qquad (6.2\text{-}20)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = X_2^0 \sin\varphi$$

- pentru $\varphi \in (\varphi_0 ; \pi)$

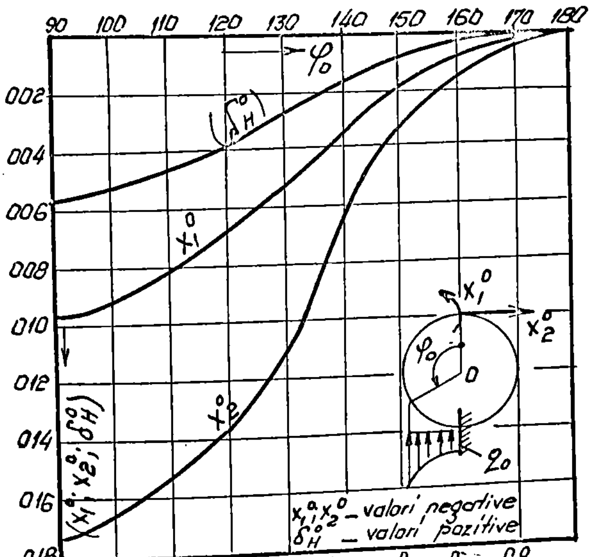


Fig. 6.2-12 Valorile X_1^0; X_2^0; δ_H^0

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M_\varphi^0}{q_0 \cdot r^2} + X_1^0 - X_2^0 (1 - \cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{N_\varphi^0}{q_0 \cdot r} + X_2^0 \cos\varphi \qquad (6.2\text{-}21)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{T_\varphi^0}{q_0 \cdot r} + X_2^0 \sin\varphi$$

BIBLIOTECA CENTRALĂ
BUPT

Valorile eforturilor $\frac{M_\varphi}{q_0 r^2}$, $\frac{N_\varphi}{q_0 r}$, $\frac{T_\varphi}{q_0 r}$ sunt calculate în tabela 6.2-6 şi sint reprezentate în fig. 6.2-13 a, b, c.

Valorile eforturilor — Tabel 6.2-6

φ_0		φ în grade sexazecimale								
		0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
90°	$M_\varphi/q_0 r^2$	-0,095	-0,072	-0,044	-0,0075	+0,08	+0,1175	+0,051	-0,112	-0,745
	$N_\varphi/q_0 r$	-0,175	-0,152	-0,124	-0,0875	0,000	0,54	0,679	0,675	0,175
	$T_\varphi/q_0 r$	0,000	-0,0875	-0,124	-0,152	-0,175	+0,11	+0,43	+0,819	+1,5707
120°	$M_\varphi/q_0 r^2$	-0,069	-0,051	-0,029	-0,001	+0,067	+0,135	+0,078	-0,012	-0,547
	$N_\varphi/q_0 r$	-0,136	-0,118	-0,096	-0,068	0,000	+0,068	+0,474	+0,633	+0,136
	$T_\varphi/q_0 r$	0,000	-0,068	-0,096	-0,118	-0,136	-0,118	+0,281	+0,65	+1,36
135°	$M_\varphi/q_0 r^2$	-0,043	-0,03	-0,015	+0,0045	+0,052	+0,1425	+0,119	+0,058	-0,353
	$N_\varphi/q_0 r$	-0,095	-0,0823	-0,0672	-0,0475	0,000	+0,0475	+0,0672	+0,36	+0,095
	$T_\varphi/q_0 r$	0,000	-0,0475	-0,0672	-0,0823	-0,095	-0,0823	-0,0672	+0,435	+1,1105

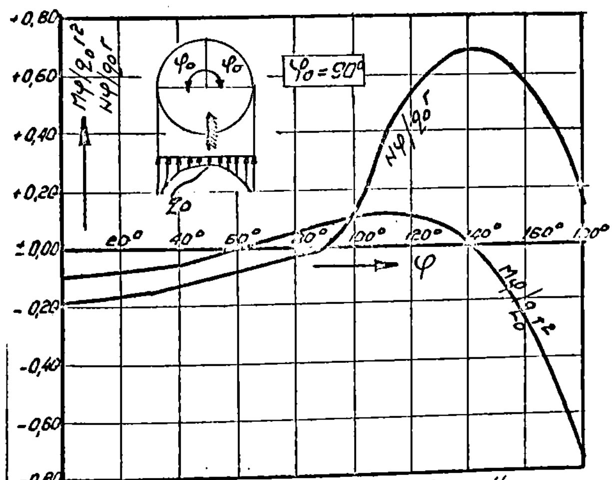


Fig. 6.2-13a Diagrama eforturilor

Deformaţia adimensională în dreptul diametrului orizontal are valoarea :

$$\delta_H^\circ = 0{,}215 X_2^\circ - X_1^\circ - J_1$$

In cazul acestei încărcări $J_1 = 0$ şi deci

$$\delta_H^\circ = 0{,}215 X_2^\circ - X_1^\circ$$

Relaţia de mai sus este intabulată în tabela 6.2-5 şi diagrama 6.2-12.

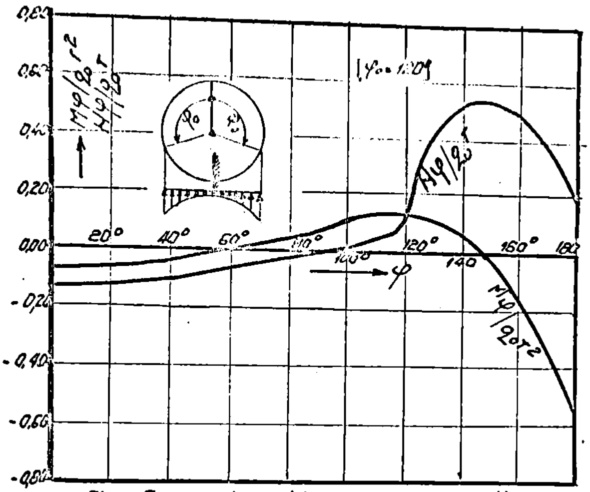


Fig. 6.2-13b Diagrama eforturilor

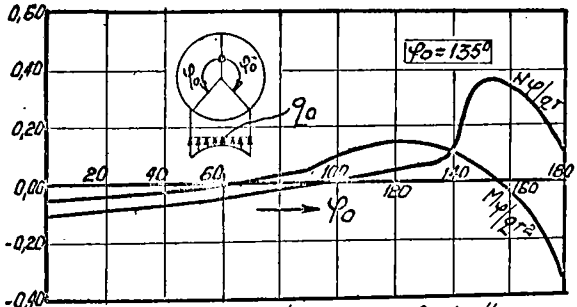


Fig. 6.2-13c Diagrama eforturilor

§ 6.3.- Incărcări din împingerea muntelui

1.- Împingerea verticală, uniform distribuită

În rocile dure /66/, împingerea pământului se ia în calcule (fig.6.3-1) uniform distribuită în proiecție orizontală. Eforturile pe schema static determinată au expresiile :

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$M_\varphi^0 = -q_0 r^2 \frac{1}{2} \sin^2\varphi$$

$$N_\varphi^0 = -q_0 r \sin^2\varphi$$

$$T_\varphi^0 = q_0 r \sin\varphi \cos\varphi$$

la limita intervalului, eforturile primare, se pot obține sub-

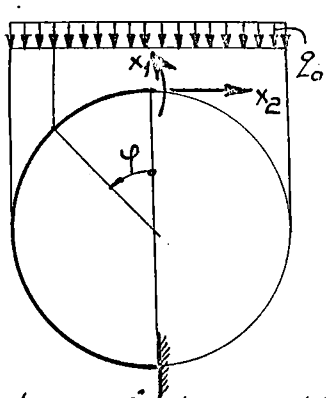


Fig. 6.3-1 Împingerea muntelui, uniform distribuită

stituind în 6.3-1 $\varphi=\frac{\pi}{2}$:

$$M^{o}_{\frac{\pi}{2}} = -q_o \cdot r^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$N^{o}_{\frac{\pi}{2}} = -q_o \cdot r \qquad (6.3\text{-}2)$$

$$T^{o}_{\frac{\pi}{2}} = 0$$

Expresiile eforturilor în porțiunea $\varphi \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ se scriu sub o formă ce urmează unele calcule (fig.6.3-2):

- Pentru $\varphi \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$

$$M^{o}_{\varphi} = M^{o}_{\frac{\pi}{2}} - N^{o}_{\frac{\pi}{2}} \cdot r(1-\sin\varphi) - T^{o}_{\frac{\pi}{2}} \cdot r\cdot\cos\varphi + N^{o}_{\varphi q} \qquad (6.3\text{-}3)$$

$$N^{o}_{\varphi} = N^{o}_{\frac{\pi}{2}} \cdot \sin\varphi + T^{o}_{\frac{\pi}{2}} \cdot \cos\varphi + N^{o}_{\varphi q}$$

$$T^{o}_{\varphi} = -N^{o}_{\frac{\pi}{2}} \cdot \cos\varphi + T^{o}_{\frac{\pi}{2}} \cdot \sin\varphi$$

substituind în relațiile (6.3-3) valorile din (6.3-2) se obține

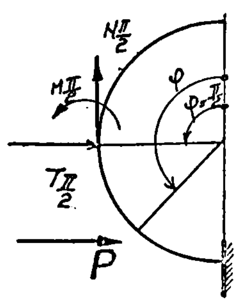


Fig. 6.3-2

$$M^{o}_{\varphi} = -q_o \cdot r^2 (\sin\varphi - \frac{1}{2})$$

$$N^{o}_{\varphi} = -q_o \cdot r \cdot \sin\varphi \qquad (6.3\text{-}4)$$

$$T^{o}_{\varphi} = q_o \cdot r \cdot \cos\varphi$$

Ridicarea nedeterminării se face ținînd cont de forma diferită a funcțiilor de efort în diferite porțiuni ale variabilei φ. Integralele intermediare se calculează după expresiile de mai jos :

$$I_1=\int_{\varphi}\left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0\cdot r^2}\right)d\varphi=\int_0^{\frac{\pi}{2}}-0{,}5\sin^2\varphi\cdot d\varphi+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}-\left(\sin\varphi-\frac{1}{2}\right)d\varphi$$

$$I_2=\int_{\varphi}\left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0\cdot r^2}\right)\cos\varphi\cdot d\varphi=\int_0^{\frac{\pi}{2}}-0{,}5\sin^2\varphi\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}-(\sin\varphi-0{,}5)\cos\varphi\cdot d\varphi$$

(6.3-5)

Efectuînd calculele se obține :

$$I_1=-\left(1-\frac{\pi}{8}\right)\qquad I_2=-\frac{1}{6}$$

Necunoscutele adimensionale au valorile :

$$X_1^\circ=-\frac{1}{\pi}(I_1+2I_2)=0{,}299$$

$$X_2^\circ=-\frac{1}{\pi}2I_2=0{,}106 \qquad (6.3-6)$$

Eforturile pot fi scrise prin însumarea efectelor. Expresiile lor sînt :

- pentru $\varphi\in(0,\frac{\pi}{2})$

$$\frac{M_\varphi}{q_0\cdot r^2}=-\frac{1}{2}\sin^2\varphi+X_1^\circ-X_2^\circ(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0\cdot r}=-\sin^2\varphi+X_2^\circ\cos\varphi \qquad (6.3-7)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0\cdot r}=\sin\varphi\cdot\cos\varphi+X_2^\circ\sin\varphi$$

- pentru $\varphi\in(\frac{\pi}{2},\pi)$

$$\frac{M_\varphi}{q_0\cdot r^2}=-\left(\sin\varphi-\frac{1}{2}\right)+X_1^\circ-X_2^\circ(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0\cdot r}=-\sin\varphi+X_2^\circ\cos\varphi \qquad (6.3-8)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0\cdot r}=\cos\varphi+X_2^\circ\cdot\sin\varphi$$

Valorile eforturilor sînt calculate în tabelul 6.3-1 și sînt reprezentate grafic în fig.6.3-3

Valorile solicitărilor — Tabel 6.3-1

	φ grade sexazecimale								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
M_φ/q_0r^2	0,299	0,035	-0,232	-0,123	-0,807	-0,225	-0,082	0,102	0,000
N_φ/q_0r	0,106	-0,159	-0,425	-0,69[illegible]	[illegible]000	-0,919	-0,782	-0,592	-0,106
T_φ/q_0r	0,000	0,525	[illegible]129	0,5[illegible]	[illegible]06	-0,408	-0,632	-0,813	-1,000

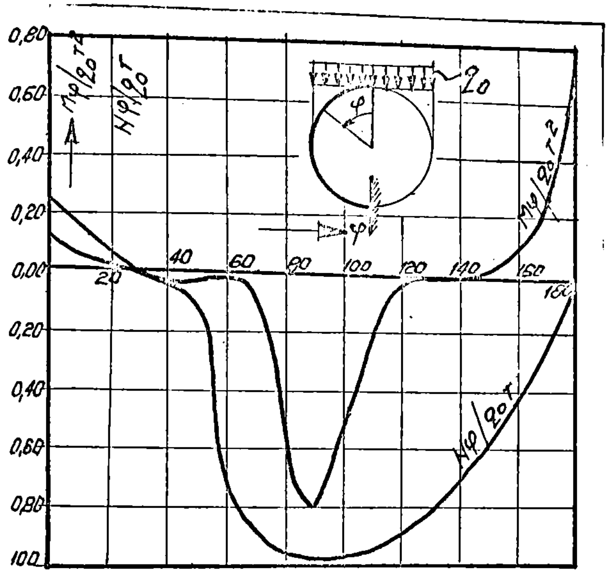


Fig. 6.3-3 Diagramele eforturilor

Deplasarea adimensională are valoarea :

$$\delta_H^\circ = 0{,}215\, X_2^\circ - X_1^\circ - J_1$$

unde :

$$J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_\varphi^\circ}{q_o r^2}\cos\varphi \, d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\frac{1}{2}\sin^2\varphi \cos\varphi \, d\varphi = -0{,}167$$

Ţinînd cont de valorile necunoscutelor adimensionale, se găseşte :

$$\delta_H^\circ = 0215 \times 0106 - 0299 - (-0167)$$

$$\delta_H^\circ = -0109$$

2.- Împingerea verticală, distribuită parabolic

Teoria împingerii muntelui /66/ pune în evidenţă pentru terenuri slabe o distribuţie parabolică a muntelui fig.6.3-4.

Intensitatea încărcării poate fi descrisă de o relaţie de forma :
$$q_x = q_o\left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) \qquad (6.3\text{-}9)$$

Valoarea q_0 este dată în funcţie de natura rocelor şi a fost calculată în cap.2.

Expresiile eforturilor pe structura de bază se calculează prin intermediul unei variabile intermediare $u \in (x, r)$

- pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$

$$M_{\varphi}^{o} = -\int_{0}^{x} q_u (x-u)\,du = -\int_{0}^{x} q_0 \left(1-\frac{u^2}{r^2}\right)(x-u)\,du$$

$$N_{\varphi}^{o} = -\sin\varphi \int_{0}^{x} q_u\,du = -\sin\varphi\, q_0 \int_{0}^{x} \left(1-\frac{u^2}{r^2}\right) du$$

$$T_{\varphi}^{o} = \cos\varphi \int_{0}^{x} q_u\,du = \cos\varphi \cdot q_0 \int_{0}^{x} \left(1-\frac{u^2}{r^2}\right) du$$

(6.3-10)

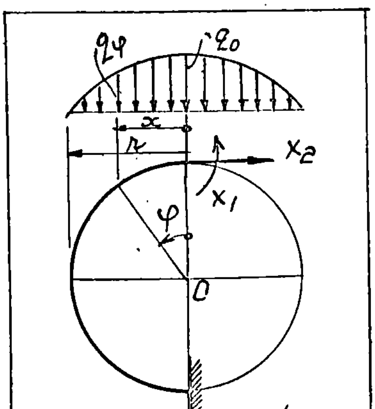


Fig. 6.3-4 Presiunea parabolică a muntelui

Efectuînd operațiile impuse de relațiile 6.3-10 și făcînd schimbarea de variabilă $x = r\cdot\sin\varphi$ se obține forma integrată a eforturilor :

$$M_{\varphi}^{o} = -q_0 \cdot r^2 \sin^2\varphi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\sin^2\varphi\right)$$

$$N_{\varphi}^{o} = -q_0 \cdot r \cdot \sin^2\varphi \left(1 - \frac{1}{3}\sin^2\varphi\right)$$

$$T_{\varphi}^{o} = q_0 \cdot r \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi \left(1 - \frac{1}{3}\sin^2\varphi\right)$$

(6.3-11)

- pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$ se obține :

$$M_{\frac{\pi}{2}}^{o} = -\frac{5}{12} q_0 \cdot r^2$$

$$N_{\frac{\pi}{2}}^{o} = -\frac{2}{3} q_0 \cdot r$$

$$T_{\frac{\pi}{2}}^{o} = 0$$

(6.3-12)

Expresiile eforturilor pe schema de bază în intervalul $\varphi \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ se obțin, utilizînd relațiile 6.3-3 :

- pentru $\varphi \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

BUPT

$$\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} = \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \sin\varphi$$

$$\frac{N_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} = -\frac{2}{3} \sin\varphi$$

$$\frac{T_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} = \frac{2}{3} \cos\varphi \tag{6.3-13}$$

Ridicarea nedeterminării se obține prin calculul integralelor :

$$I_1 = \int_\varphi \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\sin^2\varphi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\sin^2\varphi\right) d\varphi + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\sin\varphi\right) d\varphi$$

$$I_2 = \int_\varphi \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right)\cos\varphi \cdot d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\sin^2\varphi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\sin^2\varphi\right)\cos\varphi \, d\varphi + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\sin\varphi\right)\cos\varphi \cdot d\varphi \tag{6.3-14}$$

Efectuînd calculele se obține :

$I_1 = -0{,}620$ $\qquad$ $I_2 = -0{,}0676$

Necunoscutele adimensionale au valorile :

$$X_1^\circ = -\frac{1}{\pi}\left(I_1 + 2 I_2\right) = 0{,}239$$

$$X_2^\circ = -\frac{1}{\pi} 2 I_2 = 0{,}042 \tag{6.3-15}$$

Expresiile eforturilor totale se scriu sub forma generală :

- pentru $\varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = -\sin^2\varphi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\sin^2\varphi\right) + X_1^\circ - X_2^\circ\left(1 - \cos\varphi\right)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = -\sin^2\varphi\left(1 - \frac{1}{3}\sin^2\varphi\right) + X_2^\circ \cos\varphi \tag{6.3-16}$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = \sin\varphi\cos\varphi\left(1 - \frac{1}{3}\sin^2\varphi\right) + X_2^\circ \sin\varphi .$$

BUPT

- pentru $\varphi \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

$$\frac{M_\varphi}{q_o \cdot r^2} = \frac{1}{4} - \frac{2}{3}\sin\varphi + X_1^o - X_2^o(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_o \cdot r} = -\frac{2}{3}\sin\varphi + X_2^o \cos\varphi \qquad (6.3\text{-}17)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_o \cdot r} = \frac{2}{3}\cos\varphi + X_2^o \sin\varphi$$

Valorile acestor eforturi sînt calculate în tabela 6.3-2 şi sînt reprezentate grafic în diagrama 6.3-5.

Valorile solicitărilor Tabel 6.3-2

	φ								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$M_\varphi/q_o r^2$	0,239	0,113	0,002	-0,110	-0,219	-0,151	-0,054	0,080	0,405
$N_\varphi/q_o r$	0,042	-0,192	0,387	-0,541	-0,660	-0,598	-0,501	-0,366	-0,042
$T_\varphi/q_o r$	0,000	0,376	0,387	0,283	0,042	-0,293	-0,411	-0,556	-0,660

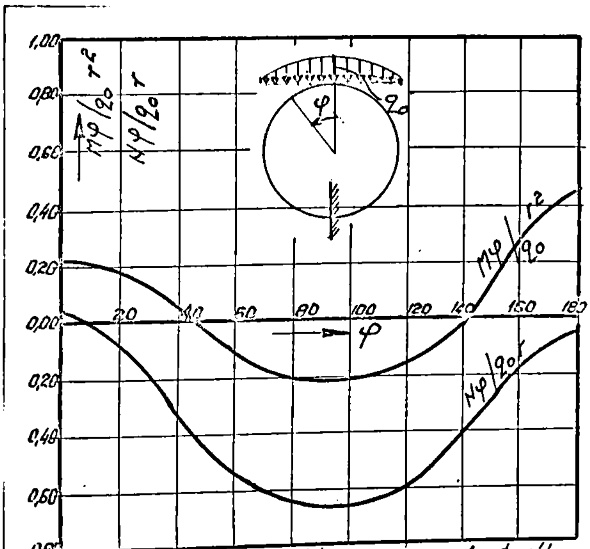


Fig. 6.3-5 Diagrama eforturilor

Deformaţia adimensională se poate scrie, calculînd în prealabil integrala :

$$J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_\varphi}{q_o \cdot r^2}\cos\varphi \, d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\varphi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\sin^2\varphi\right)\cos\varphi \, d\varphi$$

Efectuînd calc[illegible] ine :

Deformaţia are valoarea :

$$J_1 = -0{,}150 \qquad \delta_H^{\circ} = 0{,}215\,X_2^{\circ} - X_1^{\circ} - J_1$$

$$\delta_H^{\circ} = 0{,}216 \times 0{,}042 - 0{,}239 - (-0{,}150)$$

$$\delta_H^{\circ} = -0{,}080$$

3.- <u>Impingerea laterală, distribuită uniform</u>

Impingerea laterală a muntelui, pentru roci dure, poate fi luată în calcule /77/ sub forma unei încărcări distribuită uniform fig.6.3-6 . Intensitatea încărcării este dată în funcţie de tăria rocii /66/. Eforturile pe structura static determinată se vor scrie :

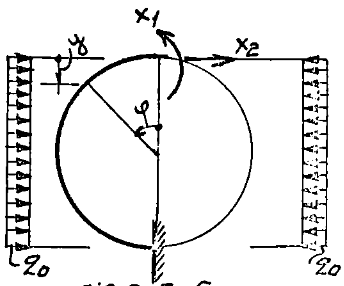


Fig. 6.3-6 Impingerea laterală a muntelui

$$M_\varphi^{\circ} = -\frac{1}{2} q_0 y^2 = -q_0 \frac{r^2}{2}(1-\cos\varphi)^2$$

$$N_\varphi^{\circ} = q_0 y \cos\varphi = q_0 r (1-\cos\varphi)\cos\varphi$$

$$T_\varphi^{\circ} = q_0 \cdot y \cdot \sin\varphi = q_0 r (1-\cos\varphi)\sin\varphi \qquad (6.3\text{-}18)$$

Ridicarea nedeterminării se face calculînd :

$$I_1 = \int_0^{\pi} \frac{M_\varphi^{\circ}}{q_0 \cdot r^2}\, d\varphi = -\frac{1}{2}\int_0^{\pi} (1-\cos\varphi)\, d\varphi = -\frac{3\pi}{4}$$

$$I_2 = \int_0^{\pi} \frac{M_\varphi^{\circ}}{q_0 \cdot r^2} \cos\varphi \cdot d\varphi = -\frac{1}{2}\int_0^{\pi} (1-\cos\varphi)^2 \cos\varphi \cdot d\varphi = \frac{\pi}{2} \qquad (6.3\text{-}19)$$

Necunoscutele au expresiile :

$$X_1^{\circ} = -\frac{1}{\pi}(I_1 + 2 I_2) = -0{,}250$$

$$X_2^{\circ} = -\frac{1}{\pi} 2 I_2 = -1{,}000 \qquad (6.3\text{-}20)$$

Expresiile eforturilor se pot calcula substituind valorile 6.3-18 , 6.3-20 în 6.1-1. Se obține : $\varphi \in (0,\pi)$

- pentru $\varphi \in (0,\pi)$

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{4}(2\cos^2\varphi - 1)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = -\cos^2\varphi \qquad (6.3\text{-}21)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = -\sin\varphi \cdot \cos\varphi$$

Valorile eforturilor au fost calculate în tabelul 6.3-3 și trecute în diagrama din fig.6.3-7.

Valorile eforturilor Tabel 6.3-3

	φ în grade sexazecimale								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$M\varphi/q_0r^2$	-0,250	-0,125	0,000	+0,125	+0,25	0,125	0,000	-0,125	-0,250
$N\varphi/q_0r$	-1,000	-0,750	-0,500	-0,125	0,000	-0,125	-0,500	-0,750	-1.000
$T\varphi/q_0r$	0,000	-0,433	-0,500	-0,433	0,000	+0,433	+0,500	0,433	0,000

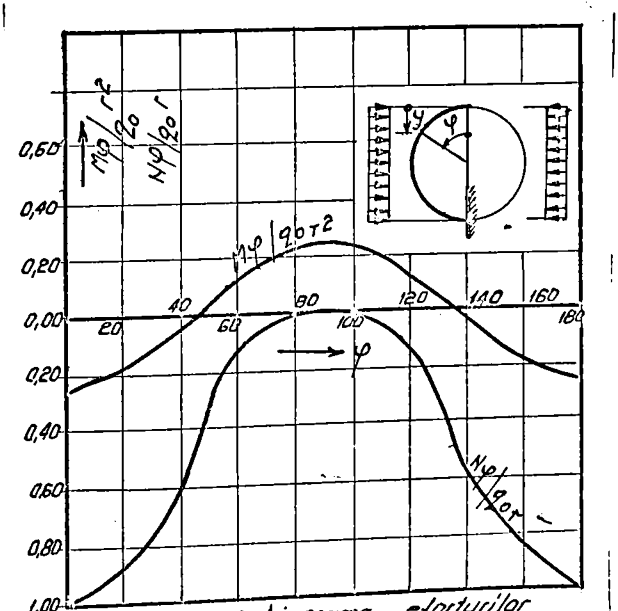


Fig. 6.3-7 Diagrama eforturilor

Valoarea deformaţiei adimensionale δ_H° se poate obţine scriind :

$$\delta_H^\circ = 0{,}215\, X_2^\circ - X_1^\circ - J_1$$

$$J_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} \cos\varphi \, d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\frac{1}{4}(2\cos^2\varphi - 1)\cos\varphi \, d\varphi = -0{,}083$$

Introducînd în expresia lui δ_H° toate valorile calculate anterior se găseşte :

$$\delta_H^\circ = 0{,}118$$

4.- <u>Împingerea pasivă a muntelui</u>

Încărcarea apare la rezistenţa elastică a rocii datorită unei încărcări oarecare, aflată în echilibru static.

Se consideră că presiunea pasivă este distribuită după legea (fig.6.3-8) /77/ :

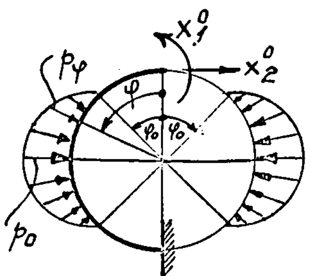


Fig. 6.3-8 Presiunea pasivă a rocii

$$q_\varphi = q_0 \cdot m(\sin\varphi - \sin\varphi_0) \qquad (6.3\text{-}22)$$

unde s-au folosit notaţiile :

$$m = \frac{1}{1-\sin\varphi_0} \qquad p_0 = k \cdot \delta_H \qquad (6.3\text{-}23)$$

Expresiile eforturilor static determinate se scriu pe porţiuni :

- pentru : $\varphi \in (0, \varphi_0)$

$$M_\varphi^\circ = 0 \qquad N_\varphi^\circ = 0 \qquad T_\varphi^\circ = 0 \qquad (6.3\text{-}24)$$

- pentru $\varphi \in (\varphi_0, \pi - \varphi_0)$

$$M_\varphi^\circ = -\int_{\varphi_0}^{\varphi} p_0 \cdot r \cdot d\theta \, \sin(\varphi - \theta) \qquad (6$$

$$N_\varphi^\circ = \frac{1}{r} M_\varphi^\circ$$

$$T_\varphi^\circ = \int^{\varphi} p \cdot r \cdot d\theta \cdot \cos(\varphi - \theta)$$

BUPT

după efectuarea calculelor, se găsește :

$$\frac{M_\varphi^\circ}{p_0 r^2} = -m\left[(\sin\varphi - \sin\varphi_0) - \frac{1}{2}(\varphi-\varphi_0)\cos\varphi - \frac{1}{2}\cos\varphi_0 \sin(\varphi-\varphi_0)\right]$$

$$\frac{N_\varphi^\circ}{p_0 r} = \frac{1}{r}\left(\frac{M_\varphi^\circ}{p_0 r^2}\right) \qquad (6.3\text{–}25)$$

$$\frac{T_\varphi^\circ}{p_0 r} = \frac{m}{2}\left[(\varphi-\varphi_0)\sin\varphi - \sin\varphi_0 \sin(\varphi-\varphi_0)\right]$$

– pentru $\varphi \in (\pi-\varphi_0\ ;\ \pi)$

$$M_\varphi^\circ = H\cdot r\cdot\cos\varphi$$

$$N_\varphi^\circ = H\cos\varphi \qquad (6.3\text{–}26)$$

$$T_\varphi^\circ = H\sin\varphi$$

unde H reprezintă integrala încărcării pe direcția orizontală

$$H = \int_{\varphi_0}^{\pi-\varphi_0} p_0 \cdot r\cdot m(\sin\varphi - \sin\varphi_0)\sin\varphi\, d\varphi$$

efectuînd calculele se obține :

$$H = \frac{1}{2} p_0 \cdot r\cdot m\cdot\left[(\pi-2\varphi_0) - \sin(\pi-2\varphi_0)\right]$$

introducînd valoarea lui H în 6.3–26 se obține :

$$\frac{M_\varphi^\circ}{p_0\cdot r^2} = \frac{1}{2} m\left[(\pi-2\varphi_0) - \sin(\pi-2\varphi_0)\right]\cos\varphi$$

$$\frac{N_\varphi^\circ}{p_0\cdot r} = \frac{1}{2} m\left[(\pi-2\varphi_0) - \sin(\pi-2\varphi_0)\right]\cos\varphi \qquad (6.3\text{–}27)$$

$$\frac{T_\varphi^\circ}{p_0\cdot r} = \frac{1}{2} m\left[(\pi-2\varphi_0) - \sin(\pi-2\varphi_0)\sin\varphi\right]$$

Pentru ridicarea nedeterminării se calculează :

$$I_1 = \int_\varphi\left(\frac{M_\varphi^\circ}{p_0\cdot r^2}\right)d\varphi = I_{1a} + I_{1b} + I_{1c} \qquad (6.3\text{–}2\ )$$

valorile integralei pe porțiunile de variație a momentului sîn

$$I_{1a}=\int_0^{\varphi_0}\frac{M_\varphi^0}{\rho_0\cdot r^2}\,d\varphi=0$$

$$I_{1b}=\int_{\varphi_0}^{\pi-\varphi_0}\frac{M_\varphi^0}{\rho_0\cdot r^2}=-m\left[\frac{6}{2}\cos\varphi_0-\frac{1}{2}\cos\varphi_0\cos2\varphi_0+\left(3\varphi_0-\frac{3\pi}{2}\right)\sin\varphi_0\right]$$

$$I_{1c}=\frac{1}{\rho_0\cdot r^2}\int_{\pi-\varphi_0}^{\pi}H\cdot r\cdot\cos\varphi\,d\varphi=-\frac{1}{2}\,m\cdot\sin\varphi_0\left[\pi-2\varphi_0-\sin(\pi-2\varphi_0)\right]$$

prin însumare se găsește :

$$I_1=-2\cdot m\left[-\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)\right] \qquad (6.3\text{-}29)$$

In mod analog se calculează :

$$I_2=\int_\varphi\frac{M_\varphi^0}{\rho_0\cdot r^2}\cos\varphi\cdot d\varphi=I_{2a}+I_{2b}+I_{2c} \qquad (6.3\text{-}30)$$

Integralele parțiale au valorile :

$$I_{2a}=\int_0^{\varphi_0}\frac{M_\varphi^0}{\rho_0\cdot r^2}\cos\varphi\cdot d\varphi=0$$

$$I_{2b}=\int_{\varphi_0}^{\pi-\varphi_0}\frac{M_\varphi^0}{\rho_0\cdot r^2}\cos\varphi\cdot d\varphi=\frac{1}{8}\,m\left[(\pi-2\varphi_0)-\sin(\pi-2\varphi_0)\right]^2$$

$$I_{2c}=\int_{\pi-\varphi_0}^{\pi}\frac{M_\varphi^0}{\rho_0\cdot r^2}\cos\varphi\,d\varphi=\frac{1}{8}\,m\left[(\pi-2\varphi_0)-\sin(\pi-2\varphi_0)\right]\left[2\varphi_0+\sin2\varphi_0\right]$$

înlocuind expresiile de mai sus în 6.3-30 se găsește :

$$I_2=\frac{\pi}{8}\,m\left[(\pi-2\varphi_0)-\sin(\pi-2\varphi_0)\right] \qquad (6.3\text{-}31)$$

BUPT

Necunoscutele adimensionale se calculează din relațiile

$$X_1^{\circ} = -\frac{1}{\pi}(I_1 + 2I_2)$$

$$X_2^{\circ} = -\frac{1}{\pi}(2I_2)$$

In literatură /77/ se indică pentru φ_0 valori cuprinse între 40° și 50°. In lucrarea de față de admite φ_0 = 45°. In acest caz : $I_1 = -1{,}038$ $\quad I_2 = 0{,}766$

$$X_1 = -0{,}157 \qquad X_2 = -0{,}488$$

Expresiile eforturilor totale pe diferite porțiuni sînt:

$$\frac{M\varphi}{p_0 \cdot r^2} = \frac{M_\varphi^{\circ}}{p_0 \cdot r^2} + X_1^{\circ} - X_2^{\circ}(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N\varphi}{p_0 \cdot r} = \frac{N_\varphi^{\circ}}{p_0 \cdot r} + X_2^{\circ}\cos\varphi \qquad (6.3\text{-}32)$$

$$\frac{T\varphi}{p_0 \cdot r} = \frac{T_\varphi^{\circ}}{p_0 \cdot r} + X_2^{\circ}\sin\varphi$$

unde valorile $\frac{M_\varphi^{\circ}}{p_0 \cdot r^2}$; $\frac{N_\varphi^{\circ}}{p_0 r}$; $\frac{T_\varphi^{\circ}}{p_0 r}$ au expresii diferite pe domeniile $(0, \varphi_0)$; $(\varphi_0, \pi-\varphi_0)$; $(\pi-\varphi_0, \pi)$, conform relațiilor (6.3-24) ; (6.3-25) ; (6.3-26).

Valorile eforturilor, pentru φ = 45°, sînt calculate în tabela 6.3-4 și sînt reprezentate în diagrama din fig.6.3-9.

Tabel 6.3-4

Valorile eforturilor

	φ în grade sexazecimale								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$M\varphi/q_0 r^2$	-0,157	-0,092	-0,015	+0,077	+0,181	+0,077	-0,013	-0,088	[illegible]
$N\varphi/q_0 r$	-0,488	-0,422	-0,345	-0,254	-0,150	-0,254	-0,344	-0,419	[illegible]
$T\varphi/q_0 r$	0,000	-0,244	-0,345	-0,347	±0,000	+0,344	+0,342	+0,242	0,000

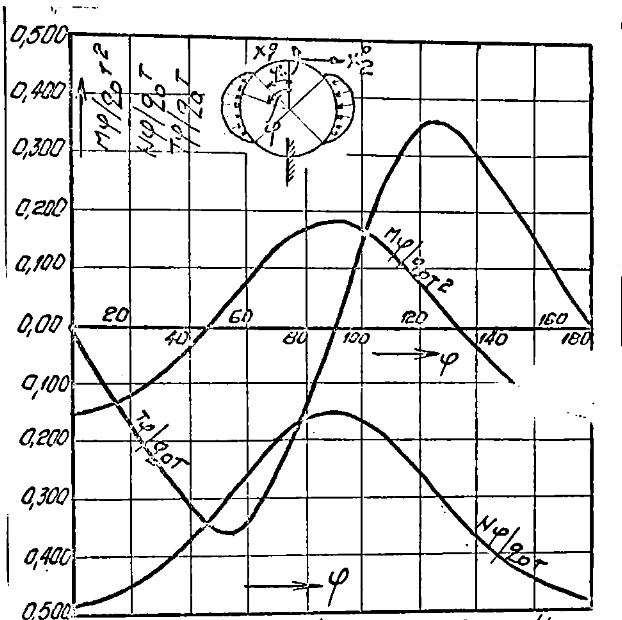


Fig. 6.3-9 Diagrama eforturilor

Deplasarea pe direcţia orizontală are valoarea :

$$\delta_H^0 = 0{,}215 X_2^0 - X_1^0 - J_1$$

unde :

$$J_1 = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{M_\varphi^0}{q_0 \cdot r^2} \right) \cos\varphi \cdot d\varphi$$

introducînd valorile momentului pe diferite porţiuni se obţine:

$$J_1 = -m \int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \left[\sin\varphi \cdot \cos\varphi - \sin\varphi_0 \cdot \cos\varphi - \frac{1}{2}(\varphi-\varphi_0)\cos^2\varphi_0 - \frac{1}{2}\cos\varphi_0 \cos\varphi \sin(\varphi-\varphi_0) \right] d\varphi$$

$$J_1 = m \left[\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)\sin(\pi-2\varphi_0) + \cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right) + \frac{3}{8}\cos^2\varphi_0 - 1 \right]$$

pentru $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$ rezultă : $J_1 = -0{,}433$

$$\delta_H^0 = 0{,}215(-0{,}488) - (-0{,}157) - (-0{,}433)$$

$$\delta_H^0 = 0{,}485.$$

BUPT

§ 6.4.- Incărcări din presiunea apei

1.- Presiunea uniformă a apei

Presiunea uniformă a apei, pentru galerii de grosime mică dă naștere doar la eforturi axiale. In condițiile conlucrării elastice a îmbrăcămintei de beton cu rezistența muntelui se scrie egalitatea săgeții după direcția razei sub forma :

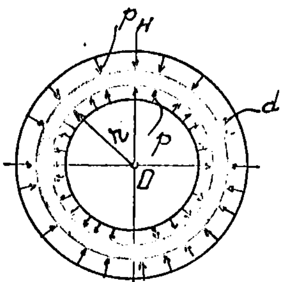


Fig. 6.4-1 Presiunea uniformă a apei

$$\delta_{rb} = \delta_{rt} \qquad (6.4\text{–}1)$$

Săgeata produsă de îmbrăcăminte respectiv de presiunea rocii are valorile :

$$\delta_{rb} = \frac{(p - p_H)\, r^2}{E d} \qquad (6.4\text{–}2)$$

$$\delta_{rt} = \frac{p_H}{K}$$

substituind expresiile de mai sus în 6.4.1 se obține :

$$p_H = \frac{1}{1 + \frac{E}{K \cdot r} \cdot \frac{1}{\lambda}}\, p \qquad (6.4\text{–}3)$$

unde :

- E, modulul de elasticitate al betonului ;
- K, coeficientul de pat kgf/cm^3 ; (daN/cm^3) ;
- $\lambda = \frac{r}{d}$, grosimea relativă a betonului ;
- d , grosimea betonului .

Valoarea efortului axial are expresia :

$$\frac{N}{p \cdot r} = \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{E}{k \cdot r} \cdot \frac{1}{\lambda}}\right) \qquad (6.4\text{-}4)$$

Relaţia 6.4-4 poate fi pusă sub o altă formă dacă se introduce valoarea :

$$k = \frac{E_{rocă}}{r \cdot (1+1/\mu)}$$

unde μ este coeficientul lui Poisson.

$$\frac{N}{p \cdot r} = \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{E_b}{E_r(1+1/\mu)} \cdot \frac{1}{\lambda}}\right) \qquad (6.4\text{-}5)$$

Se vede că : - pentru $E_r \to 0$, adică atunci cînd nu se contează pe rezistenţa rocii, rezultă $\frac{N}{p \cdot r} = 1$

- pentru $E_r \to \infty$ adică rigiditate foarte mare a rocii rezultă $\frac{N}{p \cdot r} = 0$, adică betonul neavînd posibilitatea să se deformeze, nu preia încărcare.

Situaţiile reale se găsesc între aceste două extreme.

Relaţia ce exprimă efortul axial poate fi reprezentată grafic dacă se aduce la forma :

$$\frac{N}{p \cdot r} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{\beta}{\lambda}} \qquad (6.4\text{-}6)$$

unde :

$$\beta = \frac{E_{beton}}{E_{rocă}\,(1+1/\mu)}$$

Valorile $\frac{N}{p \cdot r}$ sînt calculate în tabelul 6.4-1 şi sînt reprezentate grafic în fig.6.4-2.

Valorile efortului $\frac{N}{pr}$ Tabel 6.4-1

λ	$\beta = E_b / E_r\,(1+\mu)$					
	0,00	1	3	5	8	10
3	0,000	0,250	0,500	0,625	0,727	0,769
5	0,000	0,167	0,375	0,500	0,615	0,667
8	0,000	0,111	0,273	0,385	0,500	0,556
10	0,000	0,091	0,231	0,333	0,444	0,500

BUPT

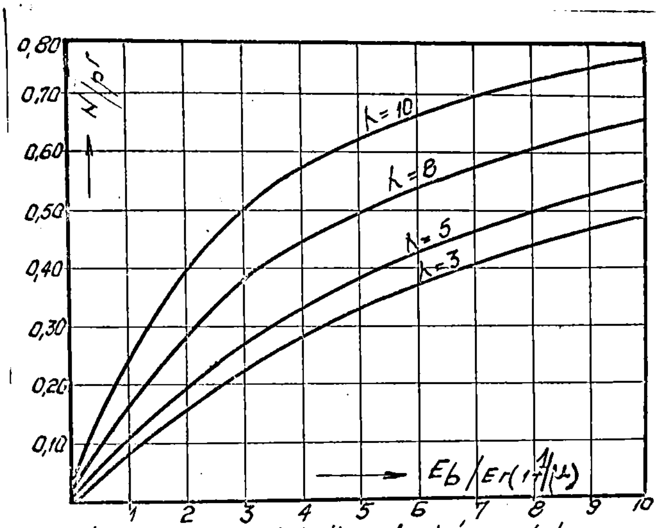


Fig. 6-4-2 Valorile forței axiale

2.- Presiunea apei care umple galeria

Incărcarea din presiunea apei ce umple galeria apare în calculele galeriilor de fugă de la centralele hidroelectrice (fig.6.4-3).

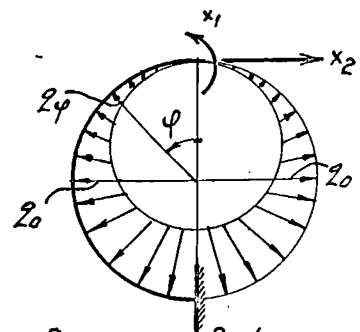


Fig. 6.4-3 Presiunea apei care umple galeria

Legea de variație a încărcării se poate pune sub forma :

$$q_\varphi = q_0(1-\cos\varphi) \qquad (6.4\text{-}7)$$

unde : $q_0 = \gamma \cdot r$.

Eforturile pe arcul de bază se pot obține prin integrarea efectului încărcării pînă într-o secțiune curentă φ luînd o variabilă intermediară $\theta \in (0, \varphi)$. In acest fel poate scrie :

$$M_\varphi^\circ=\int_0^\varphi q_\theta\cdot r\cdot\sin(\varphi-\theta)d\theta=q_o\cdot r^2\left(1-\frac{1}{2}\varphi\cdot\sin\varphi-\cos\varphi\right)$$

$$N_\varphi^\circ=\int_0^\varphi q_\theta\sin(\varphi-\theta)d\theta=q_o\cdot r\left(1-\frac{1}{2}\varphi\sin\varphi-\cos\varphi\right)$$

$$T_\varphi^\circ=-\int_0^\varphi q_\theta\cos(\varphi-\theta)d\theta=-\frac{1}{2}(\sin\varphi-\varphi\cos\varphi) \qquad (6.4\text{-}8)$$

Pentru ridicarea nedeterminării se calculează

$$I_1=\int_0^\pi\frac{M_\varphi^\circ}{q_o\cdot r^2}d\varphi=\int_0^\pi\left(1-\frac{1}{2}\varphi\cdot\sin\varphi-\cos\varphi\right)d\varphi=\frac{\pi}{2}$$

$$(6.4\text{-}9)$$

$$I_2=\int_0^\pi\frac{M_\varphi^\circ}{q_o\cdot r^2}\cos\varphi d\varphi=\int_0^\pi\left(\cos\varphi-\frac{1}{2}\varphi\cdot\sin\varphi\cdot\cos\varphi-\cos^2\varphi\right)d\varphi=-\frac{3\pi}{8}$$

Valorile necunoscutelor sînt :

$$X_1^\circ=-\frac{1}{\pi}(I_1+2I_2)=0{,}250$$

$$(6.4\text{-}10)$$

$$X_2^\circ=-\frac{1}{\pi}(2I_2)=0{,}750$$

Expresiile eforturilor totale se obţin ţinînd cont de relaţiile 6.1-1 sub forma :

$$\frac{M_\varphi}{q_o\cdot r^2}=\frac{1}{2}\left(1-\varphi\cdot\sin\varphi-\frac{1}{2}\cos\varphi\right)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_o\cdot r}=1-\frac{1}{2}\varphi\cdot\sin\varphi-\frac{1}{4}\cos\varphi \qquad (6.4\text{-}11)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_o\cdot r}=\frac{1}{4}\sin\varphi+\frac{1}{2}\varphi\cos\varphi$$

Valorile eforturilor sînt calculate în tabelul 6.4-2 şi reprezentate în fig.6.4-4.

Expresia deplasării adimensionale se poate obţine dacă se calculează :

$$I_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{M_\varphi^\circ}{q_o\cdot r^2}\cos\varphi\, d\varphi=-\frac{5\pi}{16}$$

Valoarea deplasării va fi :

$$\delta_H^0 = 0{,}215\, X_1^0 - X_2^0 - J_1 = 0{,}215 \times 0{,}250 - 0{,}750 + 0{,}982$$

$$\delta_H^0 = 0{,}286$$

Valorile eforturilor Tabel 6.4-2

	φ								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$M\varphi^0/q_0 r^2$	0,250	0,153	0,047	-0,0708	-0,285	-0,281	-0,156	0,063	0,750
$N\varphi^0/q_0 r$	0,750	0,653	0,546	0,422	0,215	0,218	0,344	0,562	1,250
$T\varphi^0/q_0 r$	0,000	0,352	0,454	0,478	0,250	0,307	0,649	0,884	-1,570

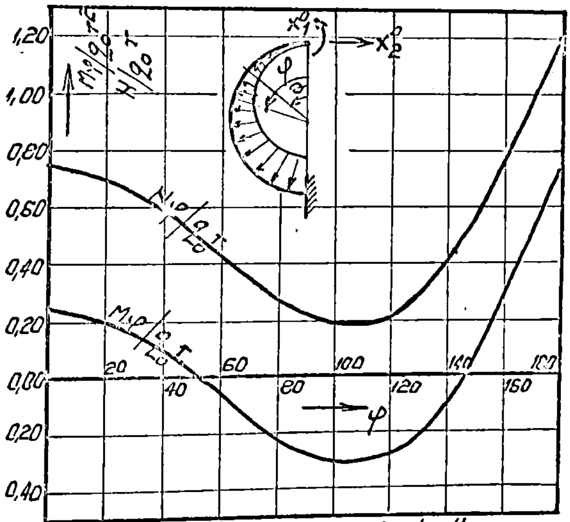


Fig. 6.4-4 Diagrama eforturilor

§ 6.5.- Incărcarea provenită din greutatea proprie

Greutatea proprie a căptuşelii poate avea o pondere importantă la calculul cofrajelor şi este una din încărcările importante ale tunelurilor cu faţa liberă fig.6.5-1.

Valoarea încărcării pe unitatea de lungime este :

$$g = \gamma\, \ell \times 1 \tag{6.5-1}$$

Eforturile pe sistemul static determinat se obţin prin intermediul unei variabile intermediare u :

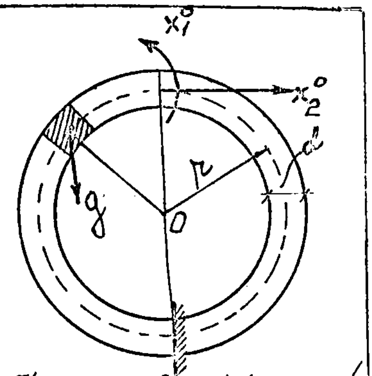


Fig. 6.5-1 Greutatea proprie

$$M_\varphi^o = -\int_0^\varphi g\cdot ds\cdot r(\sin\varphi - \sin u)du$$

$$N_\varphi^o = -\sin\varphi\int_0^\varphi g\cdot ds$$

$$T_\varphi^o = \cos\varphi\int_0^\varphi g\cdot ds \qquad (6.4\text{-}2)$$

Efectuînd integralele se obţine :

$$\frac{M_\varphi^o}{g\cdot r^2} = -(\varphi\cdot\sin\varphi - 1 + \cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi^o}{g\cdot r} = -\varphi\sin\varphi \qquad (6.5\text{-}3)$$

$$\frac{T_\varphi^o}{g\cdot r} = \varphi\cdot\cos\varphi$$

Pentru ridicarea nedeterminării se calculează succesiv

$$I_1 = \int\frac{M_\varphi^o}{\varphi\cdot g\cdot r^2}d\varphi = -\int_0^\pi(\varphi\cdot\sin\varphi + \cos\varphi - 1)d\varphi = 0$$

$$I_2 = \int_\varphi\frac{M_\varphi^o}{g\cdot r^2}\cos\varphi\cdot d\varphi = -\int_0^\pi(\varphi\cdot\sin\varphi + \cos\varphi - 1)\cos\varphi\cdot d\varphi = -\frac{\pi}{4}$$

Inlocuind valorile I_1 şi I_2 în expresiile necunoscutelor se obţine :

$$X_1^o = 0{,}500 \qquad X_2^o = 0.500$$

Eforturile totale se obţin prin însumarea efectelor :

$$\frac{M_\varphi}{g\cdot r^2} = 1 - \frac{1}{2}\cos\varphi - \varphi\cdot\sin\varphi$$

$$\frac{N_\varphi}{g\cdot r} = -\varphi\cdot\sin\varphi + \frac{1}{2}\cos\varphi \qquad (6.5\text{-}4)$$

$$\frac{T_\varphi}{\quad} = \varphi\cos\varphi + 0{,}5\sin\varphi$$

BUPT

Valorile 6.5-4 sînt calculate în tabela 6.5-1 şi trecute în diagrama din Fig.6.5-2.

Valorile solicitărilor Tabel 6.5-1

	φ în grade sexazecimale								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$M\varphi/g_0 r^2$	0,500	0,306	0,093	-0,176	-0,570	-0,311	0,025	0,025	0,50
$N\varphi/g_0 r$	0,500	0,172	0,201	-0,676	-1,57	-2,017	-1,741	-1,741	-0,500
$T\varphi/g_0 r$	0,000	0,808	0,907	0,958	0,500	-1,311	-2,010	-2,010	-3,141

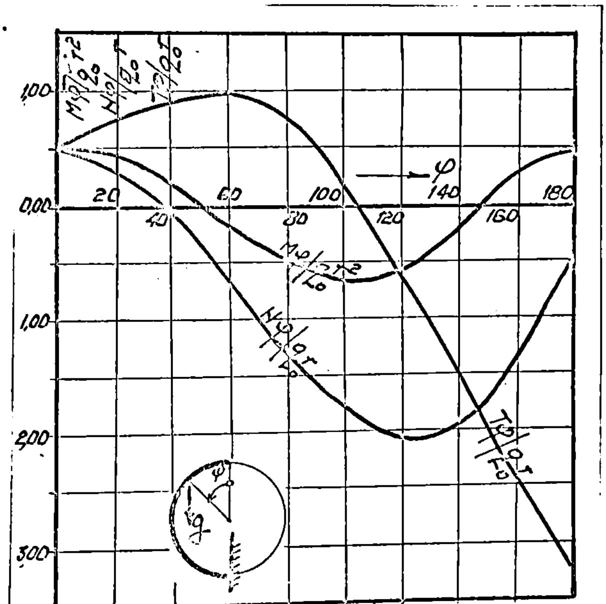


Diagrama eforturilor Fig. 6.5-2

Pentru determinarea deplasării adimensionale se calculează :

$$I_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{M_\varphi^0}{g \cdot r^2} \cos\varphi \cdot d\varphi = \int_0^{\pi/2} (1 - \cos\varphi - \varphi \cdot \sin\varphi)\cos\varphi \, d\varphi = 1 - \frac{3\pi}{8}$$

Valoarea deplasării este :

$$\delta_{11}^0 = 0{,}215\, X_1^0 - X_2^0 - J_1 = 0{,}215 \times 0{,}500 - 0{,}500 + 0{,}179$$

$$\delta_{11}^0 = -0{,}214$$

§ 6.6.- Incărcări tehnologice

1.- Presiunea injecţiilor de umplutură,

reprezintă o încărcare importantă ce apare în procesul tehnologie de realizare a cămăşuielilor tunelurilor din beton. In literatură /77/ încărcarea este dată sub forma a două legi distincte :

- Legea de distribuţie parabolică :

$$q_{\varphi} = q_0 \frac{\cos\varphi - \cos\varphi_0}{1 - \cos\varphi_0} \tag{6.6-1}$$

- Legea de distribuţie hiperbolică :

$$q_{\varphi} = q_0 \frac{\sin\varphi_0 - \sin\varphi}{\sin\varphi_0} = q_0 \cdot m(\sin\varphi_0 - \sin\varphi) \tag{6.6-2}$$

Valoarea q_0 se accepta în funcţie de presiunea de injectare şi este mărită uneori pînă la dublu din cauza efectului de umflare a rocelor după execuţia betonării.

In cele ce urmează se acceptă legea descrisă de relaţia 6.6-2, fiind mai defavorabilă în calcule deoarece provoacă o concentrare mai mare a încărcării spre cheia bolţii fig.6.6-1.

Expresiile eforturilor vor fi diferite pe porţiunea $\varphi \in (0, \varphi_0)$ respectiv $\varphi \in (\varphi_0, \pi)$.

Pentru prima porţiune (notată cu a) se pot scrie eforturile pe schema de bază prin integrarea încărcării între 0 şi φ luînd o variabilă intermediară u :

- pentru $\varphi \in (0, \varphi_0)$

BUPT

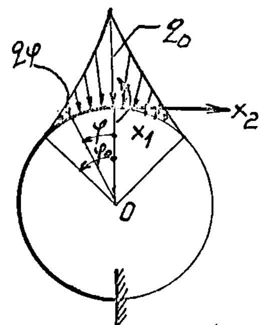


Fig. 6.6-1 Presiunea injectiilor de umplutură

$$M_\varphi^0 = -q_0 \cdot r^2 \int_0^\varphi \left(1 - \frac{\sin u}{\sin \varphi_0}\right) \sin(\varphi - u) \cdot du$$

$$N_\varphi^0 = \frac{1}{r} M_\varphi^0 \qquad (6.6\text{-}3)$$

$$T_\varphi^0 = q_0 \cdot r \int_0^\varphi \left(1 - \frac{\sin u}{\sin \varphi_0}\right) \cos(\varphi - u)\, du$$

prin integrare se găsesc relațiile :

$$\frac{M_\varphi^0}{q_0 \cdot r^2} = -\left[1 - \cos\varphi + \frac{1}{2 \cdot \sin\varphi_0} (\varphi \cdot \cos\varphi - \sin\varphi)\right]$$

$$\frac{N_\varphi^0}{q_0 \cdot r} = \frac{M_\varphi^0}{q_0 r^2} \qquad (6.6.4)$$

$$\frac{T_\varphi^0}{q_0 \cdot r} = \sin\varphi - \frac{1}{2 \sin\varphi_0} \varphi \cdot \sin\varphi$$

Eforturile în secțiunea φ_0 se obțin din relațiile 6.6.4 , punînd $\varphi = \varphi_0$. In funcție de eforturile $M_{\varphi_0}^0$; $N_{\varphi_0}^0$; $T_{\varphi_0}^0$; din secțiunea $\varphi = \varphi_0$ se găsesc eforturile într-o secțiune

- pentru $\varphi \in (\varphi_0, \pi)$

$$M_\varphi^0 = M_{\varphi_0}^0 - N_{\varphi_0}^0 \cdot r\left[1 - \cos(\varphi - \varphi_0)\right] - T_{\varphi_0}^0 \cdot r \cdot \sin(\varphi - \varphi_0)$$

$$N_\varphi^0 = N_{\varphi_0}^0 \cos(\varphi - \varphi_0) - T_{\varphi_0}^0 \sin(\varphi - \varphi_0) \qquad (6.6\text{-}5)$$

$$T_\varphi^0 = N_{\varphi_0}^0 \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) + T_{\varphi_0}^0 \cos(\varphi - \varphi_0)$$

BIBLIOTECA CENTRALĂ

BUPT

Pentru ridicarea nedeterminării se calculează succesiv:

$$I_1 = \int_{\varphi} \frac{M_{\varphi}^{o}}{\rho_0 \cdot r^2}\, d\varphi = I_{1a} + I_{1b}$$

unde:

$$I_{1a} = -\int_0^{\varphi_0} \left[1 - \cos\varphi + \frac{1}{2 \cdot \sin\varphi_0}\left(\varphi \cdot \cos\varphi - \sin\varphi\right)\right] d\varphi$$

$$I_{1b} = \int_{\varphi_0}^{\pi} \left\{\frac{M_{\varphi_0}^{o}}{\rho_0 \cdot r^2} - \frac{N_{\varphi_0}^{o}}{\rho_0 \cdot r}\left[1 - \cos(\varphi - \varphi_0)\right] - \frac{T_{\varphi_0}^{o}}{\rho_0 \cdot r} \sin(\varphi - \varphi_0)\right\} d\varphi$$

Efectuînd calculele se obţine :

$$I_1 = \frac{1}{\sin\varphi_0}\left(1 - \cos\varphi_0\right) - \left(\varphi_0 + \frac{1}{2}\sin\varphi_0\right) \qquad (6.6\text{-}6)$$

In mod analog se calculează :

$$I_2 = \int_{\varphi} \frac{M_{\varphi}^{o}}{\rho_0 \cdot r^2} \cos\varphi \cdot d\varphi = I_{2a} + I_{2b}$$

unde:

$$I_{2a} = -\int_0^{\varphi_0} \left[1 - \cos\varphi + \frac{1}{2 \sin\varphi_0}\left(\varphi \cdot \cos\varphi - \sin\varphi\right)\right] \cos\varphi \cdot d\varphi$$

$$I_{2b} = \int_{\varphi_0}^{\pi} \left\{\frac{M_{\varphi_0}^{o}}{\rho_0 \cdot r^2} - \frac{N_{\varphi_0}^{o}}{\rho_0 \cdot r}\left[1 - \cos(\varphi - \varphi_0)\right] - \frac{T_{\varphi_0}^{o}}{\rho_0 \cdot r} \sin(\varphi - \varphi_0)\right\} \cos\varphi \cdot d\varphi$$

Efectuînd calculele se obţine în final :

$$I_2 = \frac{\pi}{2}\left[1 - \frac{1}{2}\cos\varphi_0 - \frac{1}{2 \sin\varphi_0}\varphi_0\right] + \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\varphi_0 \cdot \cos\varphi_0 - \frac{3}{4}\sin\varphi_0 + \frac{1}{4 \sin\varphi_0}\varphi_0^2\right] \qquad (6.6\text{-}7)$$

BUPT

Valorile necunoscutelor adimensionale se calculează cu relațiile :

$$X_1^\circ = -\frac{1}{\pi}\left(I_1 + 2I_2\right)$$
$$X_2^\circ = -\frac{1}{\pi}\left(2I_2\right) \qquad (6.6\text{-}8)$$

Valorile acestor expresii sînt calculate în tabelul 6.6-1 și reprezentate grafic în fig.6.6-2.

Valorile necunoscutelor și deformațiilor Tabel 6.6-1

φ_0	30°	45°	60°	90°
X_1°	0,159	0,165	0,160	0,095
X_2°	-0,001	-0,064	-0,127	-0,246
δ_H°	0,133	0,221	0,299	0,415

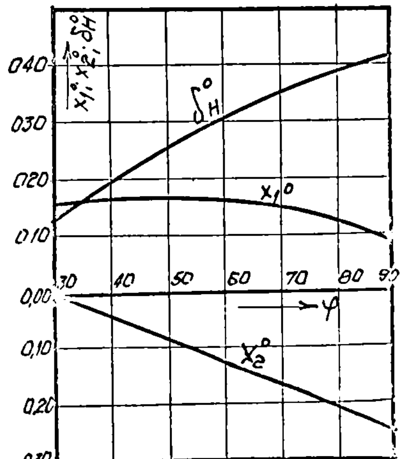


Fig.6.6-2 Eforturi și deformații

Expresiile eforturilor totale au valorile :

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} + X_1^\circ - X_2^\circ(1-\cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{N_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} + X_2^\circ \cos\varphi$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{T_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} + X_2^\circ \sin\varphi \qquad (6.6\text{-}9)$$

In relațiile 6.6-9 se introduc valorile din 6.6-4 pentru $\varphi(0,\varphi_0)$ și valorile din 6.6-5 pentru $\varphi \in (\varphi_0, \pi)$

Calculul numeric pentru diferite valori ale variabilei este intabulat în tabela 6.6.2 a, b, c.

Diagrama eforturilor este arătată în fig.6.6-3 a, b, c.

φ_0 = [illegible] Valorile eforturilor Tabel 6.6-2a

	0°	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
$M\varphi/q_0 r^2$	0,165	0,007	-0,004	-0,065	-0,127	-0,092	-0,041	0,029	0,203
$N\varphi/q_0 r$	-0,064	-0,222	-0,233	-0,295	-0,356	-0,321	-0,270	-0,200	-0,026
$T\varphi/q_0 r$	0,000	0,284	0,270	0,200	0,026	-0,156	-0,233	-0,295	-0,356

$\varphi_0 = 60°$ Valorile eforturilor Tabel 6.6-2b

	φ grade hexazecimale								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$M\varphi/q_0 r^2$	0,160	0,016	-0,008	-0,078	-0,158	-0,054	0,034	0,144	0,385
$N\varphi/q_0 r$	-0,127	-0,271	-0,255	-0,356	-0,455	-0,340	-0,253	-0,143	0,098
$T\varphi/q_0 r$	0,000	0,286	0,297	0,233	-0,097	-0,313	-0,392	-0,445	-0,[illegible]

$\varphi_0 = 90°$ Valorile eforturilor Tabel 6.6-2c

	φ grade hexazecimale								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$M\varphi/q_0 r^2$	0,095	-0,029	-0,050	-0,111	-0,159	0,128	0,300	0,476	0,789
$N\varphi/q_0 r$	-0,246	-0,370	-0,391	-0,452	-0,500	-0,213	-0,041	+0,135	0,447
$T\varphi/q_0 r$	0,000	0,246	0,256	0,200	-0,031	-0,640	-0,574	-0,672	-0,505

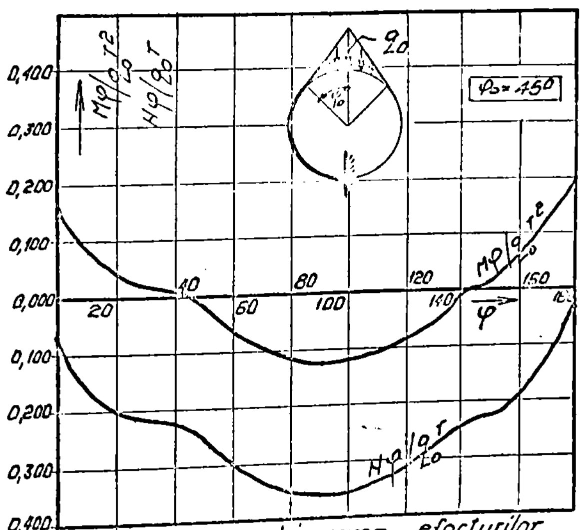


Fig. 6.6-3a Diagrama eforturilor

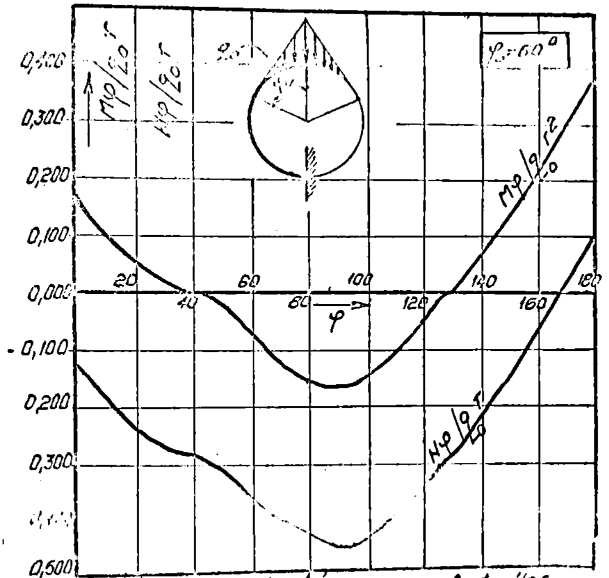


Fig. 6.6-3b Diagrama eforturilor

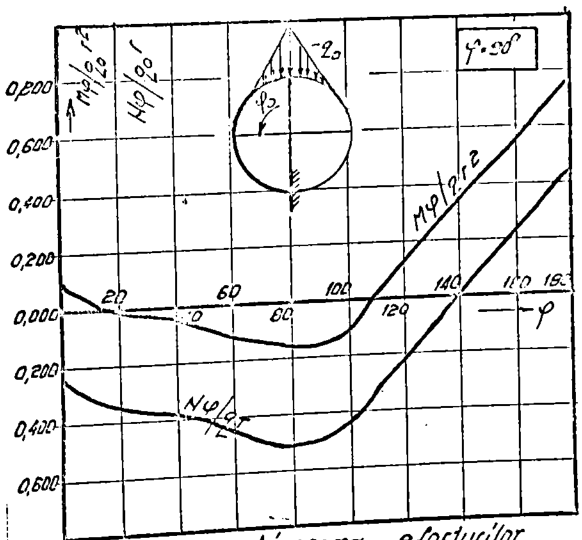


Fig. 6.6-3c Diagrama eforturilor

Deplasarea radială se calculează în funcţie de valoarea expresiei :

$$J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_\varphi^o}{q_o \cdot r^2} \cos\varphi \, d\varphi = J_{1a} + J_{1b}$$

$$J_{1a} = I_{2a} = \frac{1}{2}\varphi_o - \frac{5}{8}\sin\varphi_o + \frac{1}{2}\sin\varphi_o \cdot \cos\varphi_o - \frac{1}{4}\varphi_o \cdot \cos\varphi_o - \frac{1}{8}\frac{\varphi_o^2}{\sin\varphi_o}$$

$$J_{1b} = \int_{\varphi_o}^{\pi/2} \frac{M_\varphi^o}{q_o \cdot r^2}\cos\varphi \, d\varphi = \frac{1}{2}\frac{N_{\varphi_o}^o}{q_o \cdot r}\left[\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_o\right)\cos\varphi_o\right] + \frac{1}{2}\frac{T_{\varphi_o}^o}{q_o \cdot r}\left[\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_o\right)\sin\varphi_o - \cos\varphi_o\right]$$

Insumînd cele două valori, calculate mai sus, se obţine:

$$J_1 = \frac{\pi}{4}\left[1 - \frac{1}{2}\cos\varphi_o - \frac{1}{2}\frac{\varphi_o}{\sin\varphi_o}\right] + \left[\frac{1}{4}\varphi_o\cos\varphi_o + \frac{1}{8}\frac{\varphi_o^2}{\sin\varphi_o} - \frac{5}{8}\sin\varphi_o\right]$$

Expresia deplasării se obţine din :

$$\delta_H^o = 0{,}215\, X_1^o - X_2^o - J_1$$

Valorile numerice ale deplasării δ_H^o sînt calculate în tabela 6.6-1 şi reprezentate grafic în fig.6.6-2.

2.- Aderenţa betonului cu roca

Considerarea în calcule a fenomenului de aderenţă dintre beton şi rocă este recomandat în literatură /77/ sub forma unei încărcări tangenţiale variind (fig.6.6-4) după legea :

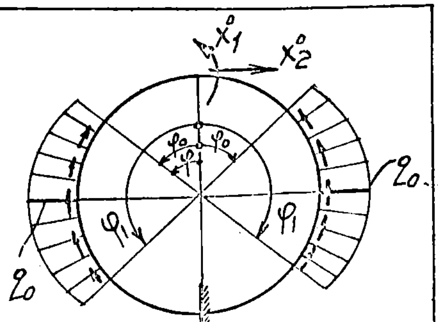


Fig. 6.6-4 Aderenţa betonului cu rocă

$$q_\varphi = q_o \cdot \sin\varphi \qquad (6.6\text{-}1c)$$

Unghiul pe care are loc această variaţie variază între $\varphi_o \cong 45^o$ şi $\varphi_1 \cong 135$. Mărimea încărcării q_o se admite :

$$q_o = f \cdot k \cdot \delta_H .$$

unde :

f = coeficientul de frecare între beton şi rocă $\in$ (0,5 - 0,9), cu valori mai mari la roce dure ;

k σ_H - presiunea normală.

Pe diferite porţiuni, expresiile eforturilor pe schema de bază au valorile :

- pentru $\varphi \in (0, \varphi_0)$

$$M_\varphi^\circ = 0 \qquad N_\varphi^\circ = 0 \qquad T_\varphi^\circ = 0 \tag{6.6-11}$$

- pentru $\varphi \in (\varphi_0, \varphi_1)$

$$M_\varphi^\circ = -\int_{\varphi_0}^{\varphi} q_u \cdot r \cdot du \cdot r\left[1 - \cos(\varphi - u)\right]$$

$$N_\varphi^\circ = \int_{\varphi_0}^{\varphi} q_u \cdot r \cdot du \cdot \cos(\varphi - u) \tag{6.6-12}$$

$$T_\varphi^\circ = \int_{\varphi_0}^{\varphi} q_u \cdot r \cdot du \cdot \sin(\varphi - u)$$

Efectuînd integralele dictate de relaţiile de mai sus se obţine :

$$\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} = -\frac{1}{2}\left[2(\cos\varphi_0 - \cos\varphi) - (\varphi - \varphi_0)\sin\varphi - \sin\varphi_0 \cdot \sin(\varphi - \varphi_0)\right]$$

$$(6.6\text{-}13)$$

$$\frac{N_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} = \frac{1}{2}\left[(\varphi - \varphi_0)\sin\varphi + \sin\varphi_0 \cdot \sin(\varphi - \varphi_0)\right]$$

$$\frac{T_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} = -\frac{1}{2}\left[(\varphi - \varphi_0)\cos\varphi - \sin(\varphi - \varphi_0)\cos\varphi_0\right].$$

INSTITUTUL POLITEHNIC
TIMIŞOARA
BIBLIOTECA CENTRALĂ

BUPT

- pentru $\varphi \in (\varphi_1, \pi)$

Se calculează în prealabil eforturile în secțiunea
$\varphi = \varphi_1 = 135^\circ$

Dacă se acceptă $\varphi_0 = 45^\circ$, din 6.6-13 rezultă :

$$\frac{M^\circ_{\varphi_1}}{q_0 \cdot r^2} = -0,506$$
$$\frac{N^\circ_{\varphi_1}}{q_0 \cdot r} = 0,909 \qquad (6.6\text{-}13_a)$$
$$\frac{T^\circ_{\varphi_1}}{q_0 \cdot r} = 0,909$$

$$\frac{M^\circ_{\varphi}}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M^\circ_{\varphi_1}}{q_0 \cdot r^2} - \frac{N^\circ_{\varphi_1}}{q_0 \cdot r}\left[1 - \cos(\varphi - \varphi_1)\right] - \frac{T^\circ_{\varphi}}{q_0 \cdot r} \sin(\varphi - \varphi_1)$$
$$\frac{N^\circ_{\varphi}}{q_0 \cdot r} = \frac{N^\circ_{\varphi_1}}{q_0 \cdot r} \cos(\varphi - \varphi_1) - \frac{T^\circ_{\varphi_1}}{q_0 \cdot r} \sin(\varphi - \varphi_1) \qquad (6.6\text{-}14)$$
$$\frac{T^\circ_{\varphi}}{q_0 \cdot r} = \frac{N^\circ_{\varphi_1}}{q_0 \cdot r} (\sin \varphi - \varphi_1) + \frac{T^\circ_{\varphi_1}}{q_0 \cdot r} \cos(\varphi - \varphi_1)$$

Relațiile 6.6-14 se pun sub o formă mai simplă substituindu-se valorile 6.6-13. Se obține :

$$\frac{M^\circ_{\varphi}}{q_0 \cdot r^2} = -1,415 + 0,909 \cos(\varphi - \varphi_1) - 0,909 \sin(\varphi - \varphi_1)$$
$$\frac{N^\circ_{\varphi}}{q_0 \cdot r} = 0,909 \cos(\varphi - \varphi_1) - 0,909 \sin(\varphi - \varphi_1) \qquad (6.6\text{-}15)$$
$$\frac{T^\circ_{\varphi}}{q_0 \cdot r} = 0,909 \sin(\varphi - \varphi_1) + 0,909 \cos(\varphi - \varphi_1)$$

Ridicarea nedeterminării se face calculînd în prealabil valorile integralelor :

$$I_1 = \int_\varphi \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right) d\varphi = I_{1a} + I_{1c} + I_{1b}$$

$$I_2 = \int_\varphi \left(\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}\right) \cos\varphi \cdot d\varphi = I_{2a} + I_{2b} + I_{2c}$$

(6.6-15)

a, b, c reprezintă domeniile de variație ale momentelor. Executînd calculele impuse de (6.6-16) și utilizînd relațiile :

$$X_1^\circ = -\frac{1}{\pi}(I_1 + 2I_2)$$

$$X_2^\circ = -\frac{1}{\pi}(2I_2)$$

se găsește :

$$X_1^\circ = -0{,}192$$

$$X_2^\circ = -0{,}515 \qquad (6.6\text{-}17)$$

Expresiile eforturilor totale se scriu sub forma :

$$\frac{M_\varphi}{q_0 \cdot r^2} = \frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2} + X_1^\circ - X_2^\circ(1 - \cos\varphi)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{N_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} + X_2^\circ \cos\varphi \qquad (6.6\text{-}18)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_0 \cdot r} = \frac{T_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r} + X_2^\circ \sin\varphi$$

Valorile $\frac{M_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r^2}$; $\frac{N_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r}$; $\frac{T_\varphi^\circ}{q_0 \cdot r}$ se calculează diferit pe domeniile $\varphi \in (0, \varphi_0) \cup (\varphi_0, \varphi_1) \cup (\varphi_1, \pi)$ din relațiile 6.6-11 ; 6.6-13 ; 6.6-15.

Tabela 6.6-3 și diagrama din fig.6.6-5.

Valorile eforturilor — Tabele 6.6-3

	φ în grade sexazecimale								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$M_\varphi/q_0 r^2$	-0,192	-0,124	-0,041	0,063	0,258	0,281	0,181	-0,03	-0,577
$N_\varphi/q_0 r$	-0,515	-0,446	-0,354	-0,052	0,643	1,155	1,273	1,069	0,515
$T_\varphi/q_0 r$	0,000	-0,257	-0,354	-0,420	[illegible]	0,223	0,545	0,856	1,286

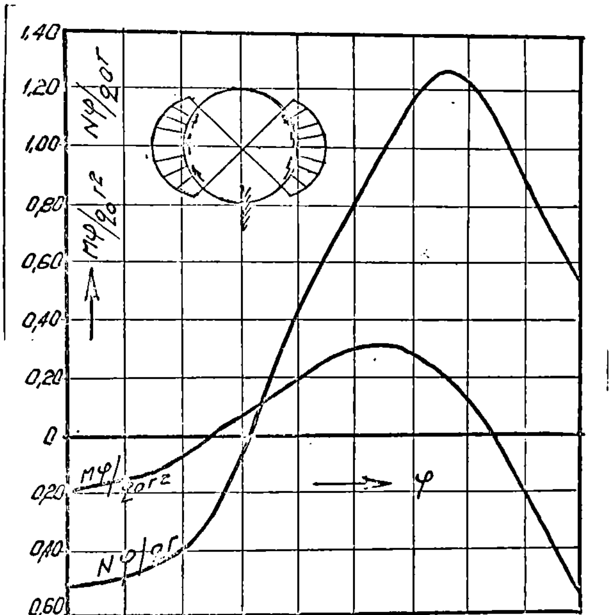


Fig. 6.6-5 Diagrama eforturilor

§ 6.7.- Incărcarea din variația de temperatură

Se consideră îmbrăcămintea din beton a cărei închidere la boltă s-a făcut la o temperatură t_0. In timpul exploatării pot apărea variații de temperatură față de t_0 fig.6.7-1. [78] ; [79] In cazul creșterii temperaturilor la valorile t_1 și t_2 se consideră că a avut loc :

- Variația uniformă a temperaturii medii în secțiune :

$$\Delta t_m = \frac{t_1 + t_2}{2} - t_0 \tag{6.7-1}$$

- Variația temperaturilor de pe extrados și intrados :

$$\Delta t = t_2 - t_1 \tag{6.7-2}$$

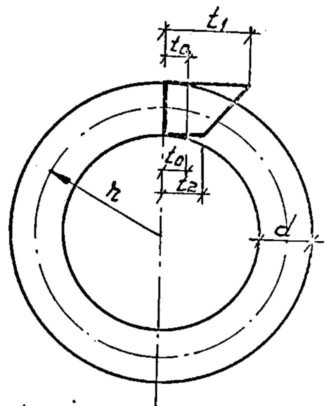


Fig. 6.7-1 Variația de temperatură

1.- Variația uniformă de temperatură, dă naștere la eforturi axiale. In condițiile conlucrării betonului cu roca se poate scrie analog relației 6.4-1 :

$$\delta_{rb} = \delta_{rt} \qquad (6.7\text{-}3)$$

explicitînd cei doi termeni se obține :

$$\delta_{rb} = (E_b \cdot \alpha \cdot \Delta t_m \cdot d - p_H \cdot r)\frac{r}{E_b \cdot d} \qquad (6.7\text{-}4)$$

$$\delta_{rt} = \frac{p_H}{k}$$

unde :

- $\alpha = 10.10^{-6}$, coeficientul de dilatație al betonului;
- E_b = 200 000 daN/cm^2 ; /kgf/cm^2/ ;
- p_H , presiunea pasivă a rocii ;
- k , coeficientul de pat al rocii daN/cm^3 ; (kgf/cm^3) ;
- d , grosimea betonului ;
- r , raza galeriei ;
- $\lambda = r/d$.

Explicitînd relația (6.7-3) se obține :

$$p_H = \frac{E\alpha \cdot \Delta t_m}{\lambda + \frac{E}{kr}} \qquad (6.7\text{-}5)$$

Efortul axial N se scrie :

$$N = E\alpha \cdot \Delta t_m \cdot d - \frac{E\alpha \cdot \Delta t_m}{\lambda + \frac{E}{kr}}$$

efectuînd calculele se obține :

$$\frac{N}{(E_b \cdot \alpha \cdot \Delta t_m)d} = \frac{\lambda}{\lambda \;\; ?} = f(\lambda, \beta) \quad cu \qquad (6.7\text{-}$$

BUPT

notația : $$\beta = \frac{\frac{E_{beton}}{E_{rocă}}}{1+\frac{1}{\mu}}$$

funcția $f(\lambda,\beta)$, se obține, pentru diferite valori λ,β din tabelul 6.4-1 sau diagrama din fig.6.4-2.

Substituind în 6.7-6 valorile :

$$E_b = 2\cdot 10^5 \quad daN/cm^2 \quad [kgf/cm^2]$$
$$\alpha = 10^{-5}$$

se găsește :

$$N = 2\cdot d\cdot \Delta t_m \cdot f(\lambda,\beta) \tag{6.7-7}$$

forța axială rezultă în daN (kgf) dacă d se introduce în cm și Δt_m în grade Celsius.

Efortul unitar preluat de îmbrăcăminte are valoarea :

$$\sigma_b = 2\cdot \Delta t_m \cdot f(\lambda,\beta) \tag{6.7-8}$$

Se observă că eforturile pot deveni întindere pentru o creștere a temperaturii față de temperatura de turnare (închidere a bolții) și compresiune pentru o scădere a temperaturii . Valorile eforturilor unitare pot deveni relativ mari.

2.- Variația neuniformă a temperaturii , produce momente încovoietoare a căror valoare poate fi calculată dacă se consideră că fibrele se deformează respectînd legea lui Bernoulli :

$$\sigma_{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta ds}{2}}{ds} E_b = \frac{1}{2} E_b\, \alpha \cdot \Delta t \tag{6.7-9}$$

pentru : $E_b = 200\,000 \ daN/cm^2$

$\alpha = 10^{-5}$

rezultă :

$$\sigma_{\Delta t} = \Delta t \quad daN/cm^2 . \tag{6.7-10}$$

momentul încovoietor are valoarea :

$$M_{\Delta t} = \frac{1}{12} E_b \alpha \cdot d^2 \Delta t \qquad (6.7\text{-}11)$$

Expresia 6.7-11 se poate scrie sub formă adimensională:

$$\frac{M_{\Delta t}}{E_b \cdot d^2} = \frac{1}{12} \alpha \cdot \Delta t \qquad (6.7\text{-}12)$$

<u>Concluzii</u>

- Calculele pentru obținerea eforturilor în secțiunile circulare din încărcările specifice tunelurilor se conduce ținînd cont de caracterul rocii în care este executată galeria.

- Pentru fiecare tip de încărcare, se pot obține diagramele de eforturi în coordonate generalizate, ce ușurează mult calculele.

- Reacțiunea se alege diferențiat pentru fiecare tip de rocă .

- Diagramele de eforturi pentru o încărcare dată se obțin prin însumarea următoarelor efecte :

$$S = S_q + S_r + S_{pq} + S_{pr} + S_a$$

unde :

- S , efortul (M_f ; N_f ; T_f) total datorat unei încărcări q ;

- S_q , efortul primar datorat încărcării q ;

- S_r , efortul creiat de reacțiunea muntelui calculată în funcție de componenta verticală P a încărcării. Valoarea totală P a încărcării poate fi citită din tabelă, ca fiind forța tăietoare a încărcării primare q în punctul $\varphi = \pi$

- S_{pq} , S_{pr} , eforturile datorate presiunii pasive a încărcării primare q şi a reacţiunii corespunzătoare. Încărcarea din presiunea pasivă se obţine din relaţia :

$$\delta_{Hq}^{\circ} + \delta_{Hr}^{\circ} + \delta_{Hp}^{\circ} = 2\frac{p_H}{k \cdot r}$$

- S_a , eforturile datorate aderenţei betonului cu roca.

- Eforturile datorate fenomenului de umflare a rocii pot fi luate în calcule ca o presiune uniformă din exteriorul excavaţiei.

- Eforturile din temperatură pot devenii importante dacă execuţia închiderii cheii bolţii nu a fost făcută la temperatură corespunzătoare sau dacă tunelul se goleşte brusc permiţînd pătrunderea aerului în lungul tunelului.

BUPT

Capitolul 7 – CĂPTUŞELI DE FORMA "ARC DE CERC"

§ 7.1.– Determinarea eforturilor

1.– Reazeme rigide

Structura sub formă arc de cerc (fig.7.1-1) se foloseşte în execuţia galeriilor tunelurilor executate în roci dure cînd pereţii laterali nu au nevoie de sprijiniri precum şi la bolţile centralelor subterane cu deschidere mare. Secţiunea se realizează cu moment de inerţie constant sau variabil în funcţie de mărimea încărcărilor şi a deschiderii ℓ .

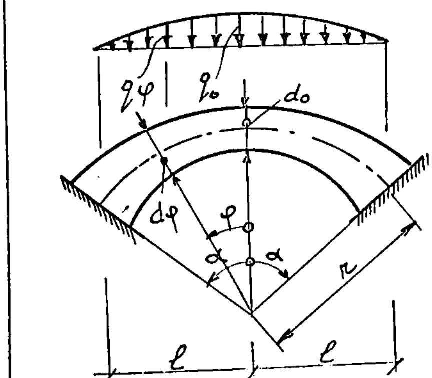


Fig. 7.1-1 Geometria reacţiunii

Pentru cazul momentelor de inerţie variabile [80] se foloseşte legea :

$$d_\varphi = \frac{d_o}{\cos a\varphi} \qquad (7.1\text{-}1)$$

In acest caz variaţia momentului de inerţie este dată de legea :

$$i_\varphi = \left(\frac{I_o}{I_\varphi}\right) = \cos^3 a\varphi \qquad (7.1\text{-}2)$$

Mărimea "a" se determină impunînd creşterea procentuală a grosimii la naşteri şi la cheie $\frac{d_\alpha}{d_o}$, folosind tabela 2.2-1 şi diagrama 2.2-4 sau impunînd [81] arcului condiţii de rezistenţă sau deformaţie.

Ecuaţiile ce determină necunoscutele problemei luate în cheia arcului fig.7.1-2 sînt analoage celor stabilite în cap.3.

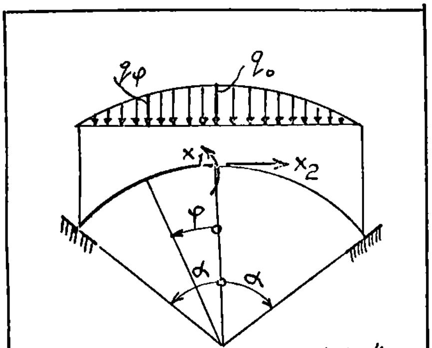


Fig. 7.1-2 Schema statică

Deplasările adimensionale pe direcţiile necunoscutelor se calculează conform relaţiilor (3.1-4) :

$$\delta_{11}^{\circ} = \int_{\varphi} i_{\varphi}(m_1)(m_1)\,d\varphi = \int_0^{\alpha} \cos^3 a\varphi\,d\varphi = \frac{C}{4}$$

$$\delta_{12}^{\circ} = \int_{\varphi} i_{\varphi}(m_1)\left(\frac{m_2}{T}\right)d\varphi = \int_0^{\alpha} -\cos^3 a\varphi(1-\cos\varphi)\,d\varphi = -\left(\frac{C}{4} - \frac{B}{8}\right) \qquad (7.1-3)$$

$$\delta_{22}^{\circ} = \int_{\varphi} i_{\varphi}\left(\frac{m_2}{T}\right)^2 d\varphi = \int_0^{\alpha} (1-\cos\varphi)^2 \cos^3 a\varphi\,d\varphi = \frac{C}{4} - 2\frac{B}{8} + \frac{A}{8}$$

In relaţiile de mai sus s-au folosit notaţiile [82] ; [83]

$$A = 8\int_0^{\alpha} \cos^2\varphi \cos^3 a\varphi\,d\varphi = \frac{\sin 3a\alpha}{3a} + \frac{1}{2}\,\frac{\sin(2+3a)\alpha}{2+3a} + \frac{1}{2}\,\frac{\sin(2-3a)\alpha}{2-3a} + 3\frac{\sin a\alpha}{a} + \frac{3}{2}\,\frac{\sin(2+a)\alpha}{2+a} + \frac{3}{2}\,\frac{\sin(2-a)\alpha}{2-a}$$

$$B = 8\int_0^{\alpha} \cos\varphi \cos^3 a\varphi\,d\varphi = \frac{\sin(1+3a)\alpha}{1+3a} + \frac{\sin(1-3a)\alpha}{1-3a} + 3\frac{\sin(1+a)\alpha}{1+a} + 3\frac{\sin(1-a)\alpha}{1-a}$$

(7.1-4)

$$C = 4\int_0^{\alpha} \cos^3 a\varphi\,d\varphi = \frac{\sin 3a\alpha}{3a} + 3\frac{\sin a\alpha}{a}$$

Valorile numerice ale integralelor din (7.1-4) se dau în tabelul 7.1-1.

Pentru $a = 0$ se obţin deplasările adimensionale în ca-

BUPT

Valorile integralelor A, B, C Tabel 7.1-1

	α \ a	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
A	0°	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	10°	1,380	1,380	1.380	1.375	1.370	1.360	1.355
	20°	2,680	2,675	2,655	2,625	2,585	2.530	2,470
	30°	3,830	3,805	3,150	3,660	3,535	3,385	3,215
	40°	4,760	4,725	4.605	4.420	4.180	3,900	3.600
	50°	5,460	5,395	5,210	4.915	4.550	4.155	3,750
	60°	5,920	5,830	5,575	5,190	4.730	4.245	3.785
	70°	6,170	6,065	5,760	5,310	4.790	4.265	3.790
	80°	6,270	6,150	5.820	5,345	4.800	4.270	3,790
B	0°	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	10°	1.390	1,390	1.385	1.380	1.375	1.370	1.360
	20°	2.735	2,730	2,710	2,680	2,635	2,580	2.520
	30°	4,000	3,980	3,920	3,820	3,685	3,520	3,335
	40°	5,145	5,095	4.960	4.750	4,470	4.150	3,810
	50°	6,130	6,050	5,810	5,445	4.995	4.500	4,015
	60°	6,930	6,808	6,450	5,920	5,295	4.660	4.075
	70°	7.520	7.350	6,880	6,195	5,435	4.705	4.080
	80°	7,875	7,675	7,115	6,330	5,485	4,740	4,080
C	0°	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	10°	0,700	0,700	0,695	0.690	0,690	0,690	0,685
	20°	1.400	1.395	1.385	1.370	1.345	1.315	1.280
	30°	2.095	2.085	2.050	1.995	1.925	1.835	1.735
	40°	2.795	2.765	2,690	2,565	2.400	2,220	2,025
	50°	3,490	3,440	3,290	3.055	2,770	2.465	2,165
	60°	4.190	4,100	3,845	3,470	3,035	2,600	2,275
	70°	4.890	4.745	4.350	3,795	3,195	2.655	2,225
	80°	5,595	5,375	4.800	4.045	3,275	2.665	2,230

zul unei structuri cu moment de inerţie constanţ. Prin trecere la limită se obţine :

$$\delta_{11}^{\circ} = \alpha \quad ; \quad \delta_{12}^{\circ} = -(\alpha - \sin\alpha);$$

$$\delta_{22}^{\circ} = \frac{3}{2}\alpha - 2\sin\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha\cos\alpha \qquad (7.1\text{-}4a)$$

Inversarea elementelor matricei necunoscutelor se face după relaţiile : (7.1-5)

$$K_{11}^{\circ} = \frac{\delta_{11}^{\circ}}{\Delta^{\circ}} ; \quad K_{12}^{\circ} = \frac{\delta_{12}^{\circ}}{\Delta^{\circ}} ; \quad K_{22}^{\circ} = \frac{\delta_{22}^{\circ}}{}$$

BUPT

undo : $\Delta^{\circ} = \delta_{11}^{\circ}\delta_{12}^{\circ} - (\delta_{12}^{\circ})^2$

Valorile K_{ij}° sînt calculate în tabelul 8.1-

Deplasările din încărcarea exterioară se scriu sub forma:

$$\Delta_{1P}^{\circ} = \int_0^{\alpha} i\varphi \left(\frac{M_{\varphi}^{\circ}}{q_0 r^2}\right) d\varphi = I_{1\varphi}$$

(7.1-6)

$$\Delta_{2P}^{\circ} = \int_0^{\alpha} -(1-\cos\varphi)\left(\frac{M_{\varphi}^{\circ}}{q_0 r^2}\right) i\varphi \, d\varphi = -(I_{1\varphi} - I_{2\varphi})$$

Necunoscute se obţin din expresiile :

$$X_1^{\circ} = K_{12}^{\circ}\Delta_{2P}^{\circ} - K_{22}^{\circ}\Delta_{1P}^{\circ}$$

(7.1-7)

$$X_2^{\circ} = K_{12}^{\circ}\Delta_{1P}^{\circ} - K_{11}^{\circ}\Delta_{2P}^{\circ}$$

Eforturile pentru un unghi curent se obţin prin însumarea efectelor :

$$\frac{M_{\varphi}}{q_0 r^2} = \frac{M_{\varphi}^{\circ}}{q_0 r^2} + X_1^{\circ} - X_2^{\circ}(1-\cos\varphi)$$

(7.1-8)

$$\frac{N_{\varphi}}{q_0 r} = \frac{N_{\varphi}^{\circ}}{q_0 r} + X_2^{\circ}\cos\varphi$$

$$\frac{T_{\varphi}}{q_0 r} = \frac{T_{\varphi}^{\circ}}{q_0 r} + X_2^{\circ}\sin\varphi$$

2.- Reazeme elastice

In cazul cînd bolţile au deschideri mari şi sînt realizate în terenuri cu coeficient de elasticitate relativ mic se ia în considerare şi cedarea reazemelor. Se acceptă drept deplasări în reazemul $\varphi = \alpha$ valorile pozitive (fig.7.1-3) :

ε - în sensul necunoscutei X_1 ;

Δ - în sensul necunoscutei X_2 .

In urma deplasărilor din cedarea reazemelor, necunoscutele se determină din :

$$\delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \Delta_{1P} + \varepsilon = 0$$

$$\delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \Delta_{2P} + \Delta - \varepsilon r(1 - \cos\alpha) = 0$$

(7.1-9)

Deplasările ε și Δ în punctul $\varphi = \alpha$ se pot obține în funcție de coeficientul de pat "k" al terenului și se exprimă [77] sub forma :

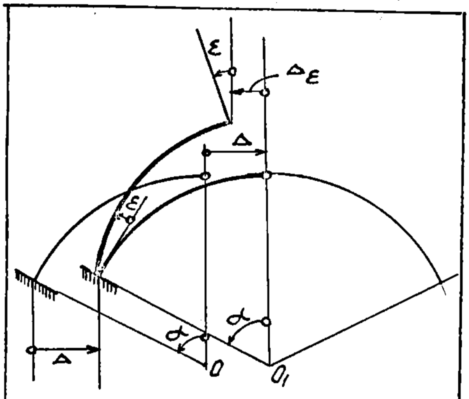


Fig. 7.1-3 Calculul deplasărilor

$$\varepsilon = \frac{M_\alpha}{I_\alpha k}$$

(7.1-10)

$$\Delta = \frac{N_\alpha}{A_\alpha K}\cos\alpha$$

Explicitînd în (7.1-10) valorile M_α, N_α din (7.1-8) pentru $\varphi = \alpha$ se obține :

$$\varepsilon = \frac{1}{I_\alpha K}\left[M^\circ_\alpha + X_1 - X_2 r(1 - \cos\alpha)\right]$$

(7.1-11)

$$\Delta = (N^\circ_\alpha + X_2\cos\alpha)\frac{1}{A_\alpha K}\cos\alpha$$

Relațiile 7.1-9 se explicitează cu ajutorul expresiilor (7.1-11) după ce în prealabil se transformă în ecuații adimensionale. Pentru aceasta este suficient să se împartă ecuațiile cu respectiv

Efectuînd calculele se obține :

$$(\delta_{11})_e X^\circ_1 + (\delta_{12})_e X^\circ_2 + (\Delta_{1q})_e = 0$$

(7.1-12)

$$(\delta_{21})_e X^\circ_1 + (\delta^\circ_{22})_e X^\circ_2 + (\Delta^\circ_{2q})_e = 0$$

unde :

$$(\delta^\circ_{11})_e = \delta^\circ_{11} + \beta i \alpha$$

BUPT

$$(\delta_{12})_e = \delta_{12}^{\circ} - \beta i_{\alpha}(1-\cos\alpha)$$

$$(\delta_{22})_e = \delta_{22}^{\circ} + \beta i_{\alpha}(1-\cos\alpha)^2 + \beta \frac{1}{12\lambda^2} \sqrt[3]{i_{\alpha}} \cos^2\alpha$$

(7.1-13)

In relaţiile (7.1-13), $(\delta_{ij}^{\circ})_e$ simbolizează deplasarea elastică luînd în calcule şi efectul cedării reazemelor simbolizat prin coeficienţii :

$$\beta = \frac{E_{beton}}{K r} = \frac{E_{beton}\left(1+\frac{1}{\mu_{rocă}}\right)}{E_{rocă}}$$

$$i_{\alpha} = \frac{J_o}{J_{\alpha}} = \cos^3 q\, \alpha \qquad (7.1\text{-}14)$$

$$\lambda = \frac{r}{d_o}$$

Modificarea deplasărilor datorită încărcării exterioare rezultă sub forma :

$$(\Delta_{1q}^{\circ})_e = \Delta_{1q}^{\circ} + \beta i_{\alpha}\left(\frac{M_{\alpha}^{\circ}}{q_o r^2}\right)$$

$$(\Delta_{2q}^{\circ})_e = \Delta_{2q}^{\circ} + \beta \frac{1}{12\lambda^2} \cdot \sqrt[3]{i_{\alpha}} \left(\frac{N_{\alpha}^{\circ}}{q_o r}\right)\cos\alpha - \beta i_{\alpha}\left(\frac{M_{\alpha}^{\circ}}{q_o r^2}\right)(1-\cos\alpha) \qquad (7.1\text{-}15)$$

In acest fel ecuaţiile generale (7.1-12) rămîn, ca formă, neschimbate. In cazul introducerii efectului cedării reazemelor se calculează deplasările după relaţiile 7.1-13 ; 7.1-14.

In concluzie, urmărind relaţiile în care se introduce efectul cedării reazemelor, se vede că modificările eforturilor depind de :

- geometria secţiunilor prin i_{α} , α , λ
- mărimea eforturilor $\left(\frac{M_{\alpha}^{\circ}}{q_o r^2}\right)$; $\left(\frac{N_{\alpha}^{\circ}}{q_o r}\right)$ pe arcul static determinat ;
- $\beta = \frac{E_{beton}\left(1+\frac{1}{\mu_{rocă}}\right)}{E_{rocă}}$, reportul modulelor de rezistenţă a materialului îmbrăcăminţii faţă de cel al rocii.

Pentru un arc dat şi un sistem de încărcare cunoscut veloarea β este singurul parametru care influențează distribuția eforturilor în arce.

Studiul arcelor, ținînd seama și de cedarea reazemelor se poate face pornind de la relațiile 7.1-13 respectiv 7.1-15.

Astfel, determinantul necunoscutelor $(\Delta^\circ)_e$ se poate scrie :

$$\Delta^\circ_e = \Delta^\circ + \beta i S \tag{7.1-16}$$

unde :

$$S = \delta_{11}^\circ (1-\cos\alpha)^2 + 2\delta_{12}(1-\cos\alpha) + \delta_{22}^\circ \tag{7.1-17}$$

Inversarea matricei necunoscutelor se face după relațiile

$$(K_{11}^\circ)_e = \frac{\delta_{11}^\circ + \beta i_\alpha}{\Delta^\circ + \beta i_\alpha S}$$

$$(K_{12}^\circ)_e = \frac{\delta_{12}^\circ - \beta i_\alpha (1-\cos\alpha)}{\Delta^\circ + \beta i_\alpha S} \tag{7-1-18}$$

$$(K_{22}^\circ)_e = \frac{\delta_{22}^\circ + \beta i_\alpha (1-\cos\alpha)^2}{\Delta^\circ + \beta i_\alpha S}$$

Relațiile de mai sus interesează în mod deosebit prin limitele lor $\beta \to 0$ respectiv $\beta \to \infty$. In primul caz încastrarea se consideră perfectă pe cînd în cazul doi se consideră că roca are elasticitate foarte mică și nu se poate conta în calcule pe ea.

Se vede că :

- pentru $\beta \to 0$ rezultă :

$$(K_{ij}^\circ)_e \to K_{ij}^\circ \tag{7.1-19}$$

- pentru $\beta \to \infty$ rezultă :

$$(K_{11}^\circ)_e = \frac{1}{S} \; ; \quad (K_{12}^\circ)_e = -\frac{1-\cos\alpha}{S} \; ; \quad (K_{22}^\circ)_e = \frac{(1-\cos\alpha)^2}{S} \tag{7.1-20}$$

Efectuînd calculele, în mod analog se obține :

$$X_1^\circ = \frac{\delta_{12}^\circ \Delta_{2q}^\circ - \delta_{22}^\circ \Delta_{1q}^\circ + \beta i_\alpha R}{\Delta^\circ + \beta i_\alpha S} \tag{7.1-21}$$

$$X_2 = \frac{\delta_{12}^{\circ}\Delta_{1q}^{\circ} - \delta_{11}^{\circ}\Delta_{2q}^{\circ} + \beta i_{\alpha} Q}{\Delta^{\circ} + \beta i_{\alpha} S}$$

unde :

$$R = -(1-\cos\alpha)\Delta_{2q}^{\circ} - (1-\cos\alpha)^2\Delta_{1q} + \left(\frac{M_{\alpha}}{q_0 r^2}\right)\left[\delta_{22}^{\circ} + \delta_{12}^{\circ}(1-\cos\alpha)\right]$$

$$Q = -\left[\Delta_{2q} + (1-\cos\alpha)\Delta_{1q}^{\circ}\right] + \left(\frac{M_{\alpha}^{\circ}}{q_0 r^2}\right)\left[\delta_{12}^{\circ} + \delta_{11}(1-\cos\alpha)\right] \qquad (7.1\text{-}22)$$

Relațiile de mai sus arată că pentru $\beta \to \infty$ eforturile X_1, X_2 tind asimptotic către valorile :

$$X_{1\,\beta\to\infty}^{\circ} \to \frac{R}{S}\,; \qquad X_{2\,\beta\to\infty}^{\circ} \to \frac{Q}{S} \qquad (7.1\text{-}23)$$

Eforturile totale se vor scrie după relațiile 7.1-8.

Arcele cu moment de inerție variabil se impun adesea de așa formă [48] prin alegerea parametrului "a" astfel încît efortul normal maxim la cheie și nașterea arcului să fie acelaș:

$$\sigma_{\varphi=0} = \sigma_{\varphi=\alpha} \qquad (7.1\text{-}24)$$

Impunînd arcelor această condiție rezultă economii de material față de arcul cu moment de inerție constant, ce pot ajunge pînă la 15 %. Din acest punct de vedere apare justificată folosirea acestor tipuri de arce la centrale cu volum important de lucrări.

§ 7.2.- Calculul eforturilor din încărcări curente

Tehnica de calcul este asemănătoare capitolelor anterioare astfel că se conduc calculele numai pentru încărcarea provenită din împingerea muntelui fig.7.2-1, urmînd ca în celelalte cazuri să se exprime deplasările în raport cu valoarea integralelor 7.1.4 sau a altora ce po[illegible] în funcție [illegible]

BUPT

Pentru cazul din figură :

Se scriu eforturile static determinate într-o secțiune curentă

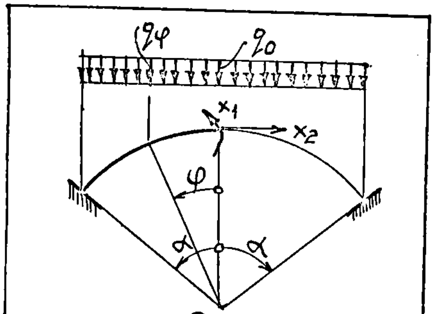


Fig. 7.2-1 Schema statică

$$\frac{M_\varphi^o}{q_o r^2} = -\frac{1}{2}\sin^2\varphi$$

$$\frac{N_\varphi^o}{q_o r} = -\sin^2\varphi \qquad (7.2\text{-}1)$$

$$\frac{T_\varphi}{q_o r} = \sin\varphi\cos\varphi$$

– Se calculează integralele definite de (7.1-6) :

$$I_{1\varphi} = \int_0^\alpha i_\varphi\left(\frac{M_\varphi^o}{q_o r^2}\right)d\varphi = \int_0^\alpha -\frac{1}{2}\sin^2\varphi\cos^3 a\varphi\, d\varphi$$

$$I_{2\varphi} = \int_0 -\frac{1}{2}\sin^2\varphi\cos\varphi\cos^3 a\varphi = -\int_0 \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}(\cos\varphi - \cos 3\varphi)\left(\frac{1}{4}\cos 3a\varphi + \frac{3}{4}\cos a\varphi\right)d\varphi \qquad (7.2\text{-}2)$$

Efectuînd calculele se obține :

$$I_{1\varphi} = -\frac{1}{2}\left(\frac{C}{4} - \frac{A}{8}\right)$$

$$I_{2\varphi} = -\frac{1}{8}\left[\frac{B}{8} - \frac{1}{4}\,\frac{L}{2} - \frac{3}{4}\,\frac{0}{6}\right] \qquad (7.2\text{-}2)$$

In relațiile 7.2-2 s-au folosit notațiile 7.1-4 și s-au introdus integralele definite sub forma :

$$0 = 6\int_0^\alpha \cos a\varphi\cos 3\varphi\, d\varphi = 3\frac{\sin(a+3)\alpha}{3+a} + 3\frac{\sin(3-a)\alpha}{3-a}$$

$$L = 2\int_0^\alpha \cos 3a\varphi\cos 3\varphi\, d\varphi = \frac{\sin(3+3a)\alpha}{3+3a} + \frac{\sin(3-3a)\alpha}{3-3a} \qquad (7.2\text{-}3)$$

Integralele din (7.2-3) pot fi ușor calculate și intoau-

BUPT

late analog valorilor A,B,C.

Deplasările din încărcare au valorile :

$$\Delta^{\circ}_{1\varphi} = I_{1\varphi} = -\frac{1}{2}\left(\frac{C}{4} - \frac{A}{8}\right)$$

$$\Delta^{\circ}_{2\varphi} = I_{2\varphi} - I_{1\varphi} = -\frac{1}{8}\left(\frac{B}{32} - \frac{D}{8} - \frac{C}{2} + \frac{A}{4}\right) \qquad (7.2\text{-}4)$$

Necunoscutele adimensionale se scriu cu ajutorul relațiilor 7.1-7 iar solicitările totale cu ajutorul relațiilor 7.1-8.

In concluzie :

- Bolțile galeriilor subterane efectuate în scopul execuției centralelor hidroelectrice vor trebui calculate ținînd cont de raportul modulului de elasticitate al betonului și al rocii. Mărimea eforturilor variază foarte mult în raport cu valoarea ce caracterizează acest raport.

- Pentru deschideri mari ale bolților se pot pune condiții suplimentare privitoare la alegerea variației momentului de inerție, obținîndu-se economii ale volumului lucrării pînă la 15 %.

BUPT

Capitolul VIII - LINII DE INFLUENTA ALE EFORTURILOR PENTRU STRUCTURILE FOLOSITE LA GALERII SUBTERANE

§ 8-1.- Linii de influență ale necunoscutelor pentru secțiunea de formă specială

1.- Bazele de calcul

Pentru încărcări ce nu au fost luate în considerare în capitolele precedente se pot scrie ușor solicitările dacă se cunosc liniile de influență /84/ ale necunoscutelor adimensionale X_1^o ; X_2^o (fig.8.1) pentru o poziție oarecare a forței, definită de un unghi curent $\theta(\varphi;\alpha;\beta)$ ce poate fi în zonele de variație φ , α sau β . În cele ce urmează se determină liniile de influență pentru o schemă simetrică, considerată încastrată la partea inferioară și încărcată simetric /85/. Deoarece încărcările acestor construcții [illegible] chiar simetric, în cele ce urmează, linia de influență se construiește pentru cazul cînd forța unitară are poziție simetrică.

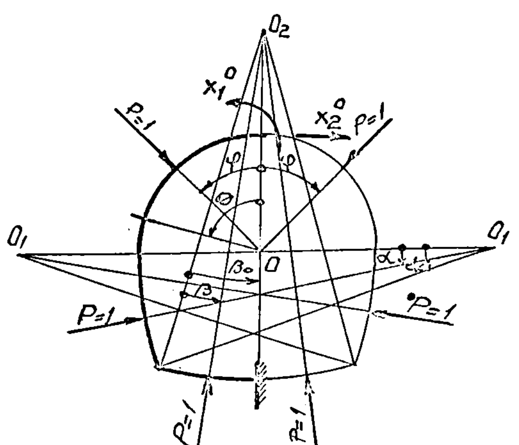


Fig 8.1-1 Schema statică

Ordonatele liniei de influență depind de direcția forței pe contur.

In cazul cînd forța calcă într-o poziție $\varphi \in (0; \frac{\pi}{2})$ expresiile solicitărilor pe schema static nedeterminată (adoptînd convenția de semne din cap.III) se pot scrie după cum urmează (vezi fig.8-1) :

- pentru

$$\theta \in (0, \varphi) \;; \quad \frac{M_\theta^0}{\varphi_r} = 0 \;; \quad \frac{N_\theta^0}{P} = 0 \;; \quad \frac{T_\theta^0}{P} = 0 \qquad (8.1\text{-}1)$$

- pentru $\theta \in (\varphi; \frac{\pi}{2})$

$$\left(\frac{M_\theta^0}{P}\right) = -\sin(\theta-\varphi); \quad \left(\frac{N_\theta^0}{P}\right) = -\sin(\theta-\varphi); \quad \left(\frac{T_\theta}{P}\right) = \cos(\theta-\varphi) \qquad (8.1\text{-}2)$$

La limita intervalului, pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rezultă :

$$\frac{M^0_{\frac{\pi}{2}}}{P} = -\cos\varphi \;; \quad \frac{N^0_{\frac{\pi}{2}}}{P} = -\cos\varphi \;; \quad \frac{T^0_{\frac{\pi}{2}}}{P} = \sin\varphi \qquad (8.1\text{-}3)$$

In funcție de aceste elemente conform relațiilor 4.1-32 ; 4.1-33 se pot scrie eforturile în zonele $\alpha(0;\alpha_0)$ respectiv $\beta \in (0;\beta_0)$

- pentru $\alpha \in (0, \alpha_0)$

$$\left(\frac{M_\alpha}{P_r}\right) = \left(\frac{M^0_{\frac{\pi}{2}}}{P_r}\right) - \left(\frac{N^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) K_1(1-\cos\alpha) - \left(\frac{T^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) K_1 \sin\alpha$$

$$\left(\frac{N_\alpha^0}{P}\right) = \left(\frac{N^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)\cos\alpha - \left(\frac{T^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)\sin\alpha \qquad (8.1\text{-}4)$$

$$\left(\frac{T_\alpha^0}{P}\right) = \left(\frac{N^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)\sin\alpha + \left(\frac{T^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)\cos\alpha$$

la limita intervalului făcînd $\alpha = \alpha_0 = 19°25'$ și $K_1 = K_2 = 1$ se obțin valorile :

$$\left(\frac{M^0_{\alpha_0}}{P_r}\right) = \left(\frac{M^0_{\frac{\pi}{2}}}{P_r}\right) - 0{,}171\left(\frac{N^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) - \left(\frac{T^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right); \quad \left(\frac{N^0_{\alpha_0}}{P}\right) = 0{,}943\left(\frac{N^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) - 0{,}333\left(\frac{T^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)$$

$$\left(\frac{T^0_{\alpha_0}}{P}\right) = 0{,}333\left(\frac{N^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) + 0{,}943\left(\frac{T^0_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) \qquad (8.1\text{-}4')$$

In funcție de acestea se calculează eforturile în intervalul următor.

- pentru $\beta \in (0, \beta_0)$

$$\left(\frac{M_\beta^0}{P_r}\right) = \left(\frac{M^0_{\alpha_0}}{P_r}\right) - \left(\frac{N_{\alpha_0}}{P}\right) K_2\left[\sin(\alpha_0+\beta_0) - \sin(\alpha_0+\beta_0-\beta)\right] - \frac{T^0_{\alpha_0}}{P} K_2\left[\cos(\alpha_0+\beta_0-\beta) - \cos(\alpha_0+\beta_0)\right]$$

BUPT

$$\left(\frac{N^\circ_\beta}{P}\right)=\left(\frac{N_{\alpha_0}}{P}\right)\sin(\alpha_0+\beta_0-\beta)-\left(\frac{T^\circ_{\alpha_0}}{P}\right)\cos(\alpha_0+\beta_0-\beta)$$

$$\left(\frac{T^\circ_\beta}{P}\right)=\left(\frac{N^c_{\alpha_0}}{P}\right)\cos(\alpha_0+\beta_0-\beta)+\left(\frac{T^\circ_{\alpha_0}}{P}\right)\sin(\alpha_0+\beta_0-\beta)$$

(8.1-5)

Deplasările dimensionale se fac după relațiile 4.1-11 după cum urmează :

$$\Delta^\circ_{1P}=I_{1\varphi}i_\varphi+K_1I_{1\alpha}+K_2I_{1\beta}i_\beta$$

$$\Delta^\circ_{2P}=-(I_{1\varphi}-I_{2\varphi})i_\varphi-(K_1I_{1\alpha}+K_1^2I_{2\alpha})i_\alpha-[K_2(1+K_1\sin\alpha_0-K_2\cos\beta_0)I_{1\beta}+K_2^2I_{2\beta}]$$

(8.1-6)

unde : $I_{1\alpha}=\int_0^{\alpha_0}\left(\frac{M^\circ_\alpha}{P\cdot r}\right)d\alpha$; $I_{2\alpha}=\int_0^{\alpha_0}\left(\frac{M^\circ_\alpha}{P\cdot r}\right)\sin\alpha\, d\alpha$

$$I_{1\beta}=\int_0^{\beta_0}\left(\frac{M^\circ_\beta}{P\cdot r}\right)d\beta\ ;\qquad I_{2\beta}=\int_0^{\beta_0}\left(\frac{M^\circ_\beta}{P\cdot r}\right)\cos(\beta_0-\beta)\,d\beta$$

(8.1-7)

Necunoscutele adimensionale se vor obține din relațiile:

$$X^\circ_1=K^\circ_{12}\Delta^\circ_{2P}-K^\circ_{22}\Delta_{1P}$$

$$X^\circ_2=K^\circ_{12}\Delta^\circ_{1P}-K^\circ_{11}\Delta_{2P}$$

(8.1-8)

Relațiile (8.1-8) permit trasarea liniei de influență a necunoscutelor adimensionale pentru cazul cînd forța calcă în zona $\varphi\in(0;\frac{\pi}{2})$

Pentru cazul cînd forța calcă în zona $\varphi\in(0;\frac{\pi}{2})$ se modifică expresiile momentelor astfel :

- pentru $\varphi\in(0;\frac{\pi}{2})$

$$M^\circ_\varphi=0\ ;\quad N^\circ_\varphi=0\ ;\quad T^\circ_\varphi=0$$

(8.1-9)

- pentru $\theta\in(0,\alpha_0)$

$$\left(\frac{M^\circ_\theta}{P\cdot r}\right)=-K_1\sin(\theta-\alpha)$$

$$\left(\frac{N^\circ_\theta}{P}\right)=-\sin(\theta-\alpha)$$

(8.1-10)

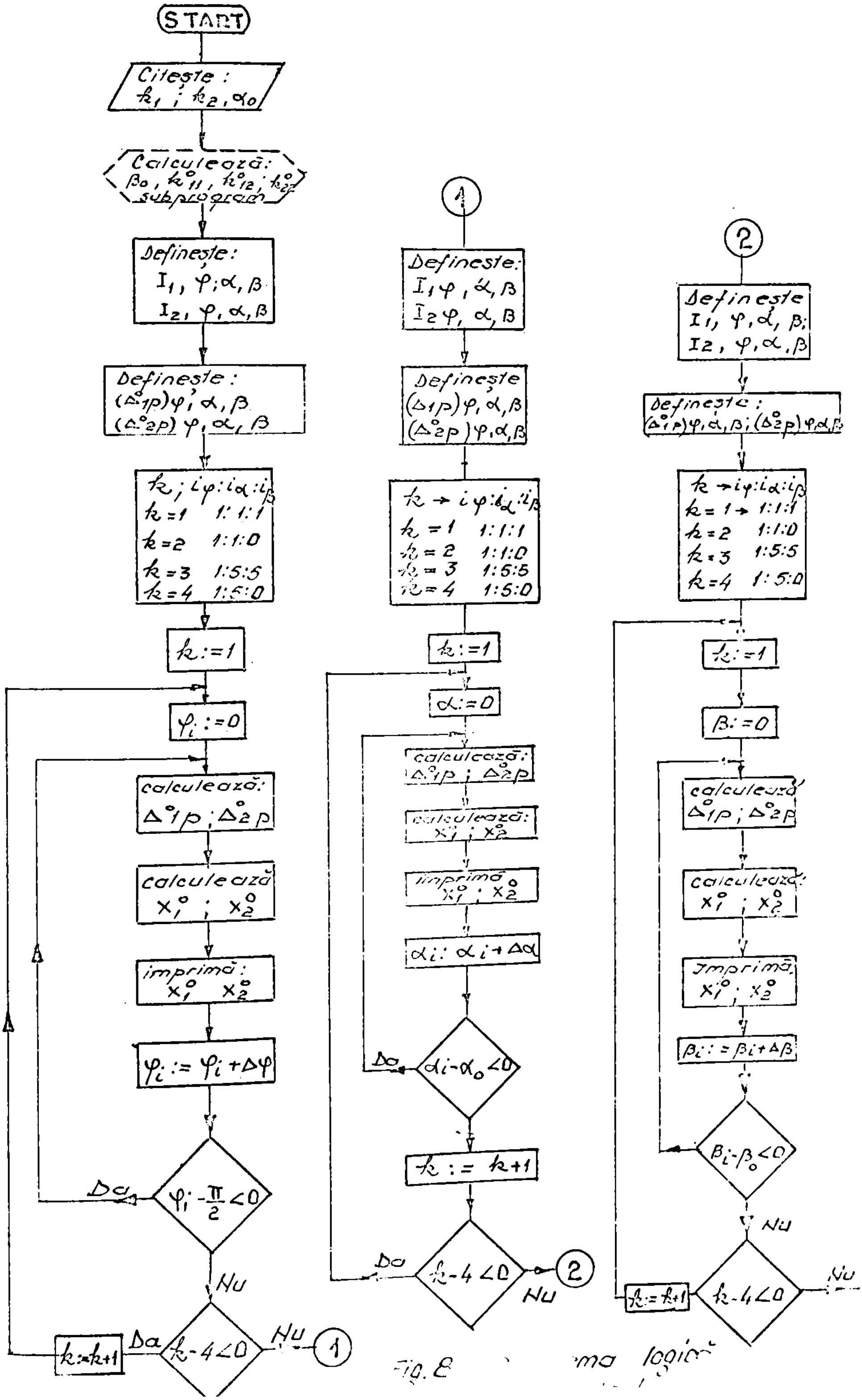


Fig. 8 ... ma logic...

BUPT

La limita intervalului pentru $\theta = \alpha_0$

$$\left(\frac{M^{o}_{\alpha_0}}{P\cdot r}\right) = -k_1 \sin(\alpha - \alpha_0)\;;\quad \left(\frac{N_{\alpha_0}}{P}\right) = -\sin(\alpha_0 - \alpha)$$

$$\left(\frac{T^{o}_{\alpha_0}}{P}\right) = \cos(\alpha_0 - \alpha) \qquad (8.1\text{-}11)$$

- pentru $\theta \in (0;\beta_0)$ relațiile sub formă generală rămîn cele scrise sub numărul (8.1-5), de asemenea relațiile 8.1-6 ; 8.1-7; 8.1-8 rămîn valabile în noile condiții.

Pentru cazul cînd forța calcă în porțiunea $\theta \in (0;\beta_0)$ se obțin eforturile :

- pentru $\varphi \in (0;\frac{\pi}{2})$

$$M^{o}_{\varphi} = N^{o}_{\varphi} = T^{o}_{\varphi} = 0 \qquad (8.1\text{-}12)$$

- pentru $\alpha \in (0;\frac{\pi}{2}$

$$M^{o}_{\alpha} = N^{o}_{\alpha} = T^{o}_{\alpha} = 0 \qquad (8.1\text{-}13)$$

$$\theta \in (0;\beta_0)$$

$$\frac{M^{o}_{\theta}}{P r} = -k_2 \sin(\theta - \beta)$$

$$\frac{N^{o}_{\theta}}{P} = -\sin(\theta - \beta) \qquad (8.1\text{-}14)$$

$$\frac{T^{o}_{\theta}}{P} = \cos(\theta - \beta)$$

Relațiile 8.1-6 ; 8.1-7 ; 8.1-8 rămîn valabile sub formă generală.

Calculul valorilor liniilor de influență pentru cazul cînd forța calcă pe rînd în toate zonele poate fi programată după următoarea schemă logică [86, 87] fig.8.1-2. Schema poate fi aplicată și pentru cazul cînd forța calcă orizontal sau vertical de-a lungul conturului.

2.- Linia de influență pentru cazul forței normale

- Pentru $\varphi \in (0;\frac{\pi}{2})$ rezultă prin (8.1-7) U (8.1-2) :

$$I_{1\varphi}=\int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{M_\theta}{P_T}\right)d\theta=\int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}}-\sin(\theta-\varphi)d\theta=-(1-\sin\varphi)$$

$$I_{2\varphi}=\int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{M_\theta^\circ}{P_T}\right)\cos\theta\, d\theta=-\frac{1}{2}\left[\cos\varphi-\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\sin\varphi\right]$$

(8.1-15)

– pentru $\alpha\in(0;\alpha_0)$ rezultă prin (8.1-7) U (8.1-4)

$$I_{1\alpha}=\left(\frac{M^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P\cdot T}\right)\alpha_0-\left(\frac{N^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)K_1(\alpha_0-\sin\alpha_0)-\left(\frac{T^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)K_1(1-\cos\alpha_0)$$

$$I_{2\alpha}=\left(\frac{M^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P_T}\right)(1-\cos\alpha_0)-\left(\frac{N^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)K_1\left(1-\cos\alpha_0-\frac{1}{2}\sin^2\alpha_0\right)-$$
$$-\left(\frac{T^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)K_1\,\frac{1}{2}(\alpha_0-\sin\alpha_0\cos\alpha_0)$$

(8.1-15)

Pentru cazul particular, studiat în cap.4, în care :

; $K_1=3$; $K_2=3$; $K_1\sin\alpha_0=1$ relațiile de mai sus devin :

$$I_{1\alpha}=0{,}339\left(\frac{M^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P\cdot T}\right)-0{,}0165\left(\frac{N^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)-0{,}171\left(\frac{T^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)$$
$$I_{2\alpha}=0{,}057\left(\frac{M^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P_T}\right)-0{,}004\left(\frac{N^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)-0{,}037\left(\frac{T^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)$$

(8.1-15 a)

– pentru $\beta\in(0;\beta_0)$

Se calculează în prealabil :

$$\left(\frac{M^\circ_{\alpha_0}}{P\cdot T}\right)=\left(\frac{M^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P\cdot T}\right)-\left(\frac{N^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)K_1(1-\cos\alpha_0)-\left(\frac{T^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)K_1\sin\alpha_0$$

(8.1-16)

pentru cazul studiat :

$$\left(\frac{M^\circ_{\alpha_0}}{P_T}\right)=\left(\frac{M^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P_T}\right)-0{,}171\left(\frac{N^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)-\left(\frac{T^\circ_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)$$

(8.1-16 a)

In funcție de relațiile de mai sus se calculează :

$$I_{1\beta}=\int_0^{\beta_0}\frac{M^\circ_\beta}{P_T}d\beta=\left(\frac{M^\circ_{\alpha_0}}{P_T}\right)\beta_0-\left(\frac{N^\circ_{\alpha_0}}{P}\right)K_2\left[\beta_0\sin(\alpha_0+\beta_0)+\cos(\alpha_0+\beta_0)-\cos\alpha_0\right]+$$
$$+\left(\frac{T^\circ_{\alpha_0}}{P}\right)K_2\left[\beta_0\cos(\alpha_0+\beta_0)+\sin\alpha_0-\sin(\alpha_0+\beta_0)\right]$$

$$I_{2\beta}=\int_0^{\beta_0}\left(\frac{M^\circ_\beta}{P_T}\right)\cos(\beta_0-\beta)d\beta=\left(\frac{M^\circ_{\alpha_0}}{P_T}\right)\sin\beta_0-\left(\frac{N_{\alpha_0}}{P}\right)\frac{K_2}{2}\left[\sin(\alpha_0+\beta_0)\sin\beta_0-\beta_0\sin\alpha_0\right]-$$
$$-\left(\frac{T^\circ_{\alpha_0}}{P}\right)\frac{K_2}{2}\left[\beta_0\cos\alpha_0-\sin\beta_0\cos(\alpha_0+\beta_0)\right]$$

(8.1-17)

BUPT

pentru $K_1 = K_2 = 3$; $K_1 \sin\alpha_o = 1$ rezultă :

$$I_{1\beta} = 0{,}280\left(\frac{M^o_{\alpha_o}}{Pr}\right) - 0{,}102\left(\frac{N^o_{\alpha_o}}{P}\right) - 0{,}054\left(\frac{T^o_{\alpha_o}}{P}\right)$$

$$I_{2\beta} = 0{,}277\left(\frac{M^o_{\alpha_o}}{Pr}\right) - 0{,}101\left(\frac{N^o_{\alpha_o}}{P}\right) - 0{,}057\left(\frac{T^o_{\alpha_o}}{P}\right) \qquad (8.1\text{-}17a)$$

Cu aceste date se poate calcula ordonatele lunci de influență

- pentru $\varphi \in (0; \frac{\pi}{2})$

$$\Delta^o_{1\varphi} = I_{1\varphi} = -(1-\sin\varphi)$$

$$\Delta^o_{2\varphi} = -(I_{1\varphi} - I_{2\varphi}) = -\left\{\left[1-\tfrac{1}{2}\left(\tfrac{\pi}{2}-\varphi\right)\right]\sin\varphi - \left(1-\tfrac{1}{2}\cos\varphi\right)\right\}$$

$$\Delta^o_{1\alpha} = 3I_{1\alpha} = 1{,}017\left(\frac{M^o_{\frac{\pi}{2}}}{Pr}\right) - 0{,}049\left(\frac{N^o_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) - 0{,}513\left(\frac{T^o_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)$$

$$\Delta^o_{2\alpha} = -(3I_{1\alpha} + 9I_{2\alpha})\,i_\alpha = -\left[1{,}530\left(\frac{M^o_{\frac{\pi}{2}}}{Pr}\right) - 0{,}085\left(\frac{N^o_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) - 0{,}846\left(\frac{T^o_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right)\right.$$

(8.1-1.)

$$\Delta^o_{1\beta} = 3I_{1\beta} = 0{,}840\left(\frac{M^o_{\alpha_o}}{Pr}\right) - 0{,}306\left(\frac{N^o_{\alpha_o}}{P}\right) - 0{,}162\left(\frac{T^o_{\alpha_o}}{P}\right)$$

$$\Delta^o_{2\beta} = (-2{,}649 I_{1\beta} + 9I_{2\beta}) = -1{,}751\left(\frac{M^o_{\alpha_o}}{Pr}\right) + 0{,}639\left(\frac{N^o_{\alpha_o}}{P}\right) + 0{,}335\left(\frac{T^o_{\alpha_o}}{P}\right)$$

- pentru $\alpha \in (0; \alpha_o)$

(8.1-1.)

Celelalte valori se pot calcula ținînd cont de relațiile (8.1-10)

$$I_{1\alpha} = \int_\alpha^{\alpha_o}\left(\frac{M^o_\theta}{Pr}\right)d\theta = \int_\alpha^{\alpha_o} -K_1\sin(\theta-\alpha)\,d\theta = -K_1\left[1-\cos(\alpha_o-\alpha)\right]$$

(8.1-2.)

$$I_{2\alpha} = \int_\alpha^{\alpha_o}\left(\frac{M^o_\theta}{Pr}\right)\sin\theta\,d\theta = -K_1\int_\alpha^{\alpha_o}\sin(\theta-\alpha)\sin\theta = -\frac{K_1}{2}\left[-\sin(\alpha_o-\alpha)\cos\alpha_o + (\alpha_o-\alpha)\cos\alpha\right]$$

Expresiile eforturilor la limita intervalului $\alpha = \alpha_o$ se scriu după relația 8.1-10

$$\left(\frac{M^\circ_{\alpha_0}}{P\cdot r}\right) = -K_1 \sin(\alpha_0-\alpha)$$

$$\left(\frac{N^\circ_{\alpha_0}}{P}\right) = -\sin(\alpha_0-\alpha)$$

$$\left(\frac{T^\circ_{\alpha_0}}{P}\right) = \cos(\alpha_0-\alpha) \tag{8.1-21}$$

Valorile $I_{1\beta}$; $I_{2\beta}$ se iau conform relaţiilor (8.1-17) .
Deplasările adimensionale sînt :

$$\Delta^\circ_{1\varphi} = 0 \; ; \qquad \Delta^\circ_{2\varphi} = 0$$

$$\Delta^\circ_{1\alpha} = -K_1^2\left[1-\cos(\alpha_0-\alpha)\right] = -9\left[1-\cos(\alpha_0-\alpha)\right]$$

$$\Delta^\circ_{2\alpha} = -\left[K_1 I_{1\alpha} + K_2^2 I_{2\alpha}\right] = -\Big\{-9\left[1-\cos(\alpha_0-\alpha)\right] - \tag{8.1-22}$$

$$-\frac{27}{2}\left[-\sin(\alpha_0-\alpha)\cos\alpha_0 + (\alpha_0-\alpha)\cos\alpha\right]\Big\}$$

$\Delta^\circ_{1\beta}$; $\Delta^\circ_{2\beta}$ sînt analoage celor din 8.1-18

– pentru $\beta \in (0, \beta_0)$

$$\left(\frac{M^\circ_\theta}{Pr}\right) = -K_2 \sin(\theta-\beta) \tag{8.1-23}$$

Prin integrare se obţine :

$$I_{1\beta} = \int_\beta^{\beta_0}\left(\frac{M^\circ_\theta}{Pr}\right) d\theta = \int_\beta^{\beta_0} -K_2 \sin(\theta-\beta)\,d\theta = -K_2\left[1-\cos(\beta_0-\beta)\right] \tag{8.1-24}$$

$$I_{2\beta} = \int_\beta^{\beta_0} -K_2 \sin(\theta-\beta)\cos(\beta_0-\theta)\,d\theta = -\frac{K_2}{2}\left[(\beta_0-\beta)\sin(\beta_0-\beta)\right]$$

Valorile deplasărilor :

$$\Delta^\circ_{1\varphi} = 0 \; ; \qquad \Delta^\circ_{1\alpha} = 0 \; ; \qquad \Delta^\circ_{1\beta} = -K_2^2\left[1-\cos(\beta_0-\beta)\right]$$

$$\Delta^\circ_{2\varphi} = 0 \; ; \qquad \Delta^\circ_{2\alpha} = 0 \; ; \qquad \Delta^\circ_{2\beta} = -\left(-2{,}649 I_{1\beta} + 9 I_{2\beta}\right) \tag{8.1-25}$$

In toate cazurile se calculează :

$$\Delta^\circ_{1p} = \Delta^\circ_{1\varphi}\, i_\varphi + \Delta^\circ_{1\alpha}\, i_\alpha + \Delta^\circ_{1\alpha}\, i_\beta$$

$$\Delta^\circ_{2p} = \Delta^\circ_{2\varphi}\, i_\varphi + \Delta^\circ_{2\alpha}\, i_\alpha + \Delta^\circ_{2\alpha}\, i_\beta \tag{8.1-2}$$

şi în final :

BUPT

$$X_1^{\circ} = K_{12}^{\circ} \Delta_{2P}^{\circ} - K_{22}^{\circ} \Delta_{1P}$$

$$X_2^{\circ} = K_{12}^{\circ} \Delta_{1P}^{\circ} - K_{11}^{\circ} \Delta_{2P} \qquad (8.1-27)$$

In tabelul 8.1-1 sînt calculate valorile liniei de influenţă . Reprezentarea grafică este dată în fig.8.1-3 ; 8.1-4 ; 8.1-5 ; 8.1-6 .

Pentru alte tipuri de încărcări, ridicarea ordonatelor liniei de influenţă este analoagă.

In situaţia în care trebuie calculată o structură la mai multe situaţii de încărcări este de preferat să se ridice linia de influenţă. Calculul eforturilor, avînd linia de influenţă, devine foarte simplu.

BUPT

Valorile liniilor de influență $x_1^o; x_2^o$. Încărcare radială Tabel 8.1-1

φ;γ;i		φ în grade sexagesimale							α în grade sexagesimale					β în grade sexagesimale			
		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	0°	5°	10°	15°	19°25'	0°	5°	10°	16°2'
1:1	x_1^o	0,631	0,410	0,214	0,055	-0,056	-0,123	-0,152	-0,152	-0,138	-0,099	-0,058	-0,029	-0,085	-0,046	-0,018	0,000
	x_2^o	-0,042	-0,257	-0,423	-0,532	-0,577	-0,565	-0,504	-0,504	-0,385	-0,259	-0,146	-0,069	-0,166	-0,084	-0,029	0,000
1:0	x_1^o	-0,464	0,210	0,013	-0,127	-0,191	-0,202	-0,168	-0,168	-0,120	-0,053	-0,006	0,000	—	—	—	—
	x_2^o	0,355	-0,603	-0,743	-0,795	-0,741	-0,620	-0,452	0,452	-0,285	-0,125	-0,020	0,000	—	—	—	—
1:5:5	x_1^o	+0,763	0,578	0,386	0,202	0,037	-0,095	-0,210	-0,210	-0,241	-0,186	-0,114	-0,060	-0,195	-0,114	-0,049	0,000
	x_2^o	+0,076	-0,118	-0,285	-0,413	-0,497	-0,529	-0,519	-0,519	-0,428	-0,298	-0,172	-0,083	-0,222	-0,117	-0,043	0,000
1:5:0	x_1^o	0,506	0,192	-0,058	-0,260	-0,370	-0,411	-0,390	-0,390	-0,326	-0,144	-0,008	0,000	—	—	—	—
	x_2^o	-0,298	-0,582	-0,772	-0,881	-0,878	0,789	-0,626	-0,625	-0,438	-0,193	-0,022	0,000	—	—	—	—

BUPT

Fig. 8.1-3 Liniile de influență x_1^0; x_2^0

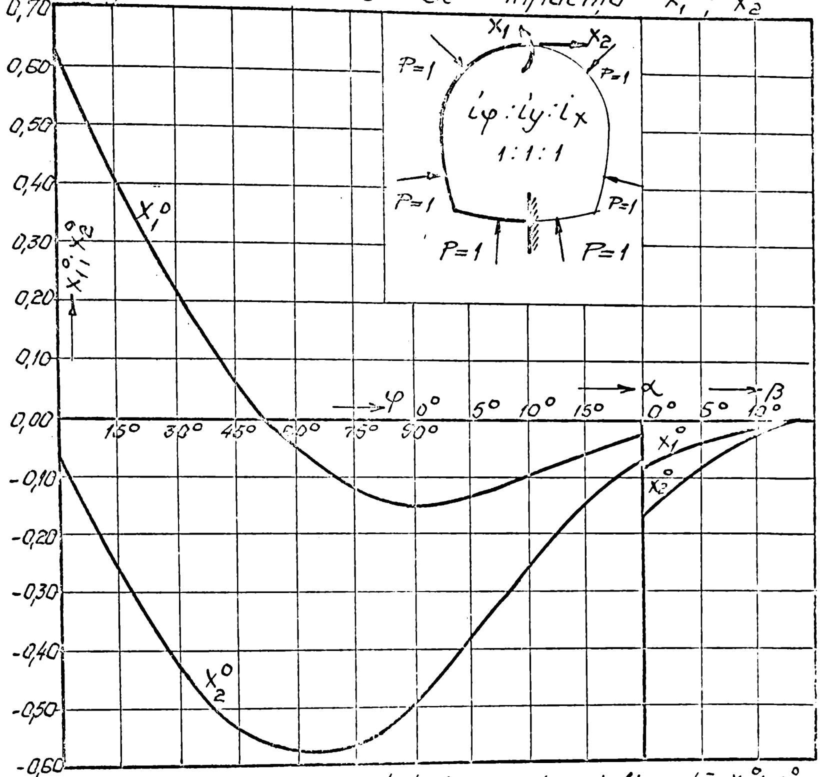
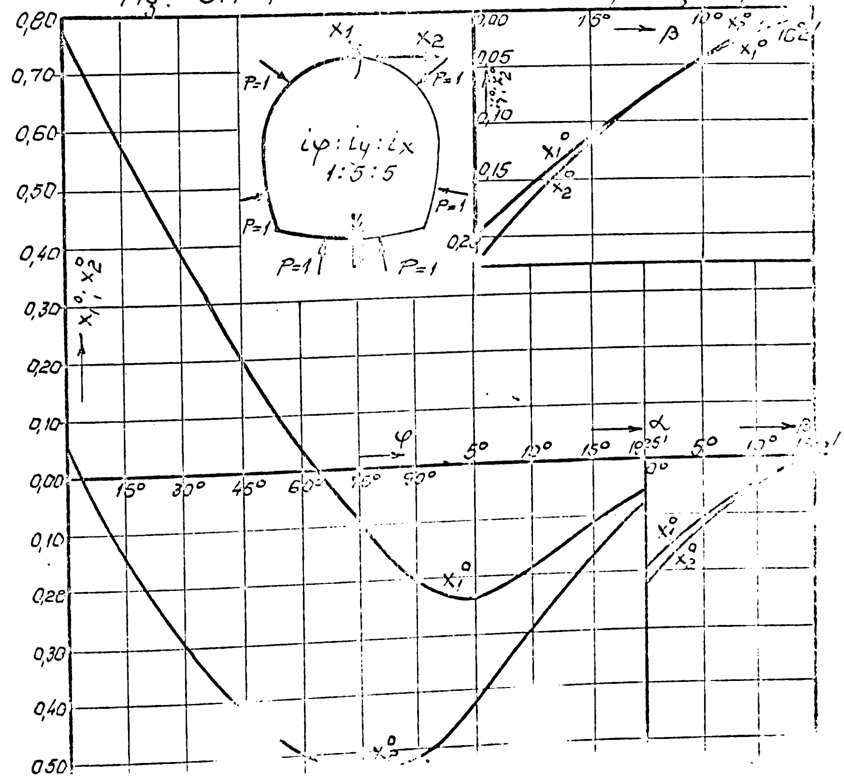


Fig. 8.1-4 Liniile de influență x_1^0; x_2^0



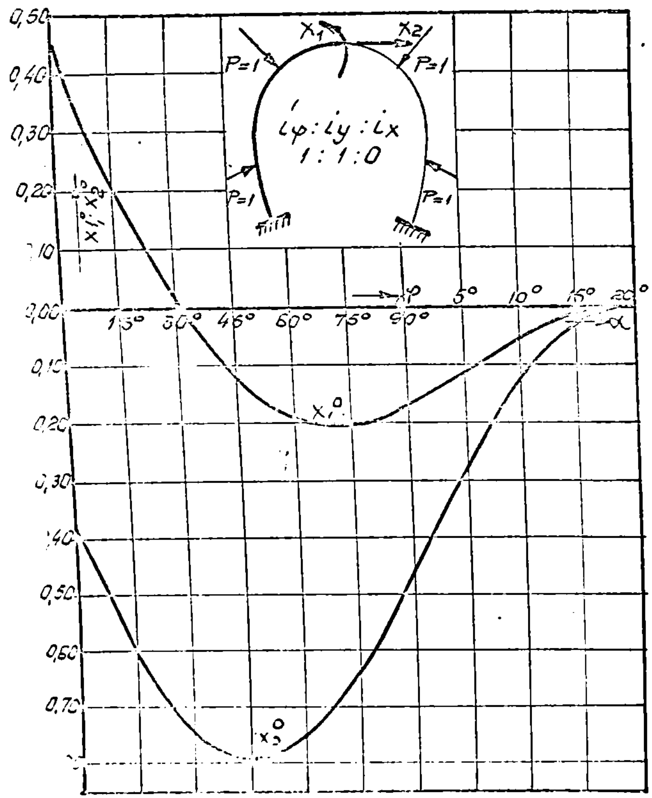


Fig. 8.1-5 Liniile de influență X_1^o, X_2^o

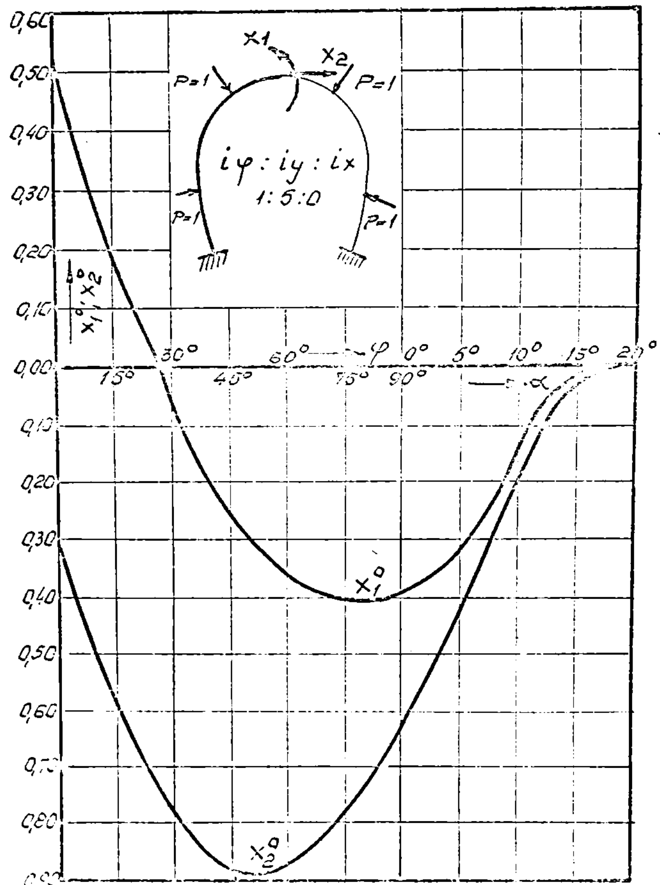


Fig. 8.1-6 Liniile de influență X_1^o, X_2^o

BUPT

§ 8-2 .- Linii de influenţă ale necunoscutelor pentru secţiunea "Ţîner de coş"

1.- Bazele de calcul

Incărcările acestei structuri fiind simetrice se va lua în discuţie linia de influenţă a unei încărcări simetrice în raport cu axa verticală . Schema statică se consideră încastrată la partea inferioară şi liberă la cheie fig.8.2-1.

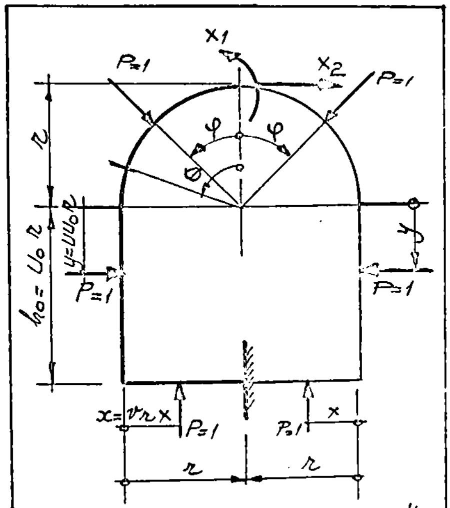


Fig. 8-2-1 Schema statică

Pentru o linie a forţelor oarecare mărimea necunoscutelor adimensionale depinde de poziţia forţei faţă de centru. Calculele sînt prezentate sub formă generală pentru un caz oarecare de încărcare, urmînd ca în cazuri concrete să fie păstrată metodica cu referire la particularităţile respective.

Linia de influenţă se poate obţine din expresiile :

$$X_1^o = K_{12}^o \Delta_{2P}^o - K_{22}^o \Delta_{1P} \qquad (8.2-1)$$

$$X_2^o = K_{12}^o \Delta_{1P}^o - K_{11}^o \Delta_{2P}$$

unde :

$$\Delta_{1P}^o = I_{1\varphi} i_\varphi + I_{1y} i_y + I_{1x} i_x \qquad (8.2-2)$$

$$\Delta_{2P}^o = -(I_{1\varphi} - I_{2\varphi}) i_\varphi - (I_{1y} + I_{2y}) i_y - (1 + u_o) I_{1x} i_x$$

BUPT

Expresiile (8.2-2) conțin valorile : $I_{1;\varphi;y;x}$, $I_{2;\varphi;y;x}$ ce se calculează în moduri diferite în funcție de poziția forței după cum urmează :

a.- pentru cazul cînd forța cade în intervalul $\varphi \in (0;\frac{\pi}{2})$ se pot scrie momentele într-o secțiune curentă $\theta > \varphi$ sub forma :

$$\left(\frac{M_\theta^\circ}{Pr}\right) = f_1(\theta;\varphi) \; ; \left(\frac{N_\theta^\circ}{P}\right) = f_2(\theta;\varphi) \; ; \left(\frac{T_\theta^\circ}{P}\right) = f_3(\theta;\varphi) \qquad (8.2\text{-}3)$$

Expresiile integralelor ce intră în relațiile (8.2-2) sînt :

$$I_{1\varphi} = \int_\varphi^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M_\theta^\circ}{Pr}\right) d\theta \quad ; \qquad I_{2\varphi} = \int_\varphi^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M_\theta^\circ}{Pr}\right) \cos\theta \, d\theta \qquad (8.2\text{-}4)$$

Celelalte integrale se pot explicita dacă în prealabil se calculează valorile eforturilor la limita intervalelor :

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \left(\frac{M_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{Pr}\right) = f_1\left(\frac{\pi}{2};\varphi\right) ; \quad \left(\frac{N_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{P}\right) = f_2\left(\frac{\pi}{2};\varphi\right) ; \quad \left(\frac{T_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{P}\right) = f_3\left(\frac{\pi}{2};\varphi\right) \qquad (8.2\text{-}5)$$

Cu aceste valori se scriu valorile solicitărilor în intervalul $y \in (0;h_0) \Rightarrow u \in (0;1)$

$$\left(\frac{M_y^\circ}{Pr}\right) = \left(\frac{M_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{Pr}\right) - \left(\frac{T_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{P}\right) u u_0$$
$$\left(\frac{N_y^\circ}{P}\right) = \left(\frac{N_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{P}\right) \quad ; \quad \left(\frac{T_y^\circ}{P}\right) = \left(\frac{T_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{P}\right) \qquad (8.2\text{-}6)$$

Pornind de la (8.2-6) se calculează :

$$I_{1y} = u_0 \int_0^1 \left(\frac{M_y}{Pr}\right) du \quad ; \qquad I_{2y} = u_0^2 \int_0^1 \left(\frac{M_y^\circ}{Pr}\right) u \, du$$
$$I_{1x} = \int_0^1 \left(\frac{M_x}{Pr}\right) dv \quad ; \qquad I_{2x} = u_0 I_{1x} \qquad (8.2\text{-}7)$$

cu notația : $\left(\frac{M_x^\circ}{Pr}\right) = \left(\frac{M_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{Pr}\right) - \left(\frac{T_{\frac{\pi}{2}}^\circ}{P}\right) u_0 - \left(\frac{N_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) v$ (8.2-8)

b.- Pentru cazul cînd forța cade în intervalul $y \in (0;h_0) \Rightarrow u \in (0;1)$, solicitările pe cadrul de bază sînt ... până secțiunea unde ... [illegible] :

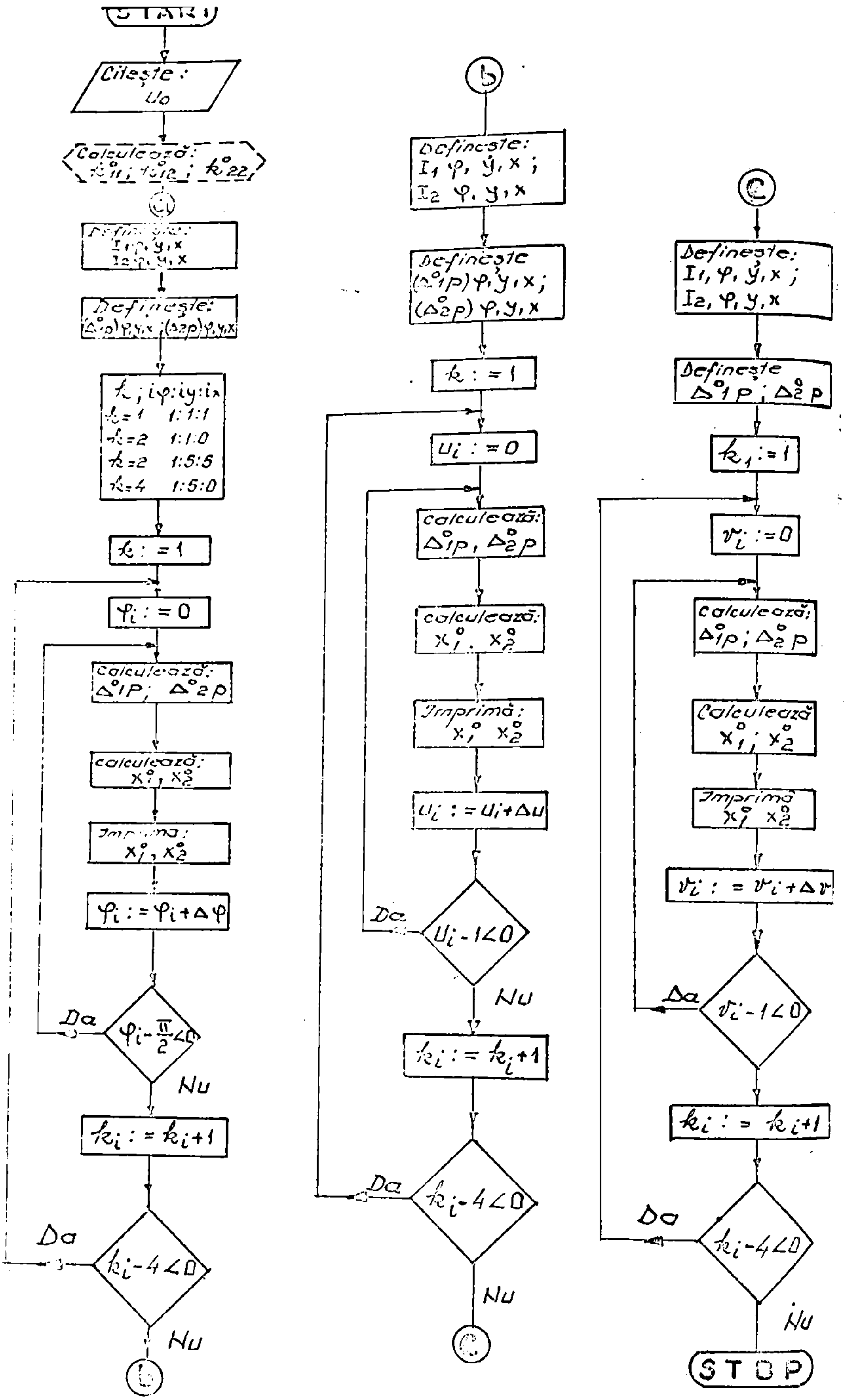


Fig. 8.2–2 ...chema logica ...ntru calculul lini...
de influenta la secțiune ...miner cos...

BUPT

$$I_{1\varphi}=0\ ;\qquad I_{2\varphi}=0 \tag{8.2-8}$$

Solicitările pentru o valoare curentă $\eta>y$ se pot scrie sub forma :

$$\left(\frac{M^{\circ}_{\eta}}{Pr}\right)=g_1(\eta;y)\ ;\ \left(\frac{N^{\circ}_{\eta}}{Pr}\right)=g_2(\eta,y);\ \left(\frac{T^{\circ}_{\eta}}{P}\right)=g_3(\eta;y) \tag{8.2-9}$$

In funcţie de aceste expresii se calculează :

$$I_{1y}=\int_u^1\left(\frac{M^{\circ}_{\eta}}{Pr}\right)d\eta;\ I_{2y}=\int_u^1\left(\frac{M^{\circ}_{\eta}}{Pr}\right)\eta\,d\eta;\ I_{1x}=\int_0^1\left(\frac{M^{\circ}_{x}}{Pr}\right)d\sigma;\ I_{2x}=u_0 I_{1x} \tag{8.2-10}$$

unde :

$$\left(\frac{M^{\circ}_{x}}{Pr}\right)=\left(\frac{M^{\circ}_{u_0}}{Pr}\right)-\left(\frac{T^{\circ}_{u_0}}{P}\right)\sigma \tag{8.2-11}$$

Valorile : $\left(\frac{M^{\circ}_{u_0}}{Pr}\right)=g_1(1;y)$; $\left(\frac{T_{u_0}}{P}\right)=g_2(1;y)$ se obţin din (8.2-9) făcînd $\eta=1$

c.- Pentru cazul cînd forţa cade în intervalul $x\in(0;r)$ $\Rightarrow \sigma\in(0;1)$ se găseşte :

$$I_{1\varphi}=0;\quad I_{2\varphi}=0;\quad I_{1y}=0;\quad I_{2y}=0 \tag{8.2-12}$$

$$I_{1x}=\int_{\sigma}^{1}\left(\frac{M^{\circ}_{\xi}}{Pr}\right)d\sigma\ ;\quad I_{2x}=u_0 I_{1x} \tag{8.2-13}$$

unde :

$$\left(\frac{M^{\circ}_{\xi}}{Pr}\right)=h(\xi,\sigma) \tag{8.2-14}$$

se poate scrie prin considerente statice.

Schema logică de calcul pentru programare la o maşină este reprezentată în fig.8.2-2.

2.- Uncărcare normală pe axa elementului

a.- Pentru cazul cînd poziţia forţei se află pe porţiu- $\varphi\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, fig.8.2-1, eforturile au valorile :

- pentru intervalul $\varphi\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$$\left(M^{\circ}_{\theta}\right)=-\sin(\theta-\varphi);\ \left(N_{\theta}\right)=-\sin(\theta-\varphi);\ \frac{T^{\circ}_{\theta}}{P}=\cos($$

BUPT

unde : $\theta > \varphi$

La limita intervalului pentru $\theta = \frac{\pi}{2}$ rezultă eforturile

$$\left(\frac{M^{\circ}_{\frac{\pi}{2}}}{Pr}\right) = -\cos\varphi\,;\ \left(\frac{N^{\circ}_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) = -\cos\varphi\,;\ \left(\frac{T^{\circ}_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) = \sin\varphi \qquad (8.2\text{-}16)$$

– pentru intervalul $y \in (0, h_0) \Rightarrow u \in (0;1)$ conform relațiilor (8.2-6) rezultă :

$$\left(\frac{M^{\circ}_y}{Pr}\right) = -\left[\cos\varphi + u\,u_0 \sin\varphi\right];\ \left(\frac{N^{\circ}_y}{P}\right) = -\cos\varphi\,;\ \left(\frac{T^{\circ}_y}{P}\right) = \sin\varphi \qquad (8.2\text{-}17)$$

– pentru intervalul $x \in (0, r) \Rightarrow v \in (0;1)$ se obține după (8.2-8) :

$$\left(\frac{M^{\circ}_x}{Pr}\right) = -\cos\varphi - u_0\sin\varphi + v\cos\varphi\,;\ \left(\frac{N^{\circ}_x}{P}\right) = -\sin\varphi\,;\ \left(\frac{T^{\circ}_x}{P}\right) = -\cos\varphi \qquad (8.2\text{-}18)$$

Integralele ce intră în calculul deplasărilor pot fi explicitate ușor dacă se ține cont de (8.2-15) ; (8.2-17) ; (8.2-18) după care urmează :

$$I_{1\varphi} = \int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M^{\circ}_{\theta}}{Pr}\right) d\theta = -(1-\sin\varphi)$$

$$I_{2\varphi} = \int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M^{\circ}_{\theta}}{Pr}\right) \cos\theta\, d\theta = -\frac{1}{2}\left[\cos\varphi - \left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\sin\varphi\right]$$

$$I_{1y} = u_0 \int_0^1 \left(\frac{M^{\circ}_y}{Pr}\right) du = -u_0\left(\cos\varphi + \frac{1}{2}u_0\sin\varphi\right)$$

$$I_{2y} = u_0^2 \int_0^1 \left(\frac{M^{\circ}_y}{Pr}\right) u\, du = -u_0^2\left(\frac{1}{2}\cos\varphi + \frac{1}{3}u_0\sin\varphi\right) \qquad (8.2\text{-}19)$$

$$I_{1x} = \int_0^1 \left(\frac{M^{\circ}_x}{Pr}\right) dv = -\left[\frac{1}{2}\cos\varphi + u_0\sin\varphi\right]$$

$$I_{2x} = u_0 I_{1x}$$

BUPT

Expresiile deplasărilor se vor calcula după relațiile 8.2-2 iar necunoscutele din relațiile 8.2-1.

Relațiile sînt valabile atîta timp cît forța este în intervalul $\varphi \in (0,\varphi)$

b.- Pentru cazul cînd forța cade în intervalul $y\in(0;h_0)$ $\Rightarrow u\in(0;1)$ se scriu eforturile :

- pentru $\varphi\in(0;\frac{\pi}{2})$

$$M^o_\varphi = 0\,;\quad N^o_\varphi = 0\,;\quad T_\varphi = 0 \qquad (8.2\text{-}20)$$

- pentru $y\in(0,h_0)\Rightarrow u\in(0;1)$ se alege o variabilă

$$\eta<y \quad \frac{M^o_\eta}{Pr} = -(\eta-u)u_0;\quad \left(\frac{N^o_\eta}{P}\right)=0\;;\quad \left(\frac{T^o_\eta}{P}\right)=1 \qquad (8.2.21)$$

- pentru $\sigma\in(0;1)$ rezultă eforturile :

$$\frac{M^o_x}{Pr} = -(1-u)u_0\,;\quad \left(\frac{N^o_x}{P}\right)=-1\,;\quad \left(\frac{T^o_x}{P}\right)=0 \qquad (8.2\text{-}22)$$

Expresiile integralelor se calculează ținînd cont de (8.2-20) ; (8.2-21) ; (8.2-22)

$$\begin{aligned}
&I_{1\varphi}=0\,;\quad I_{2\varphi}=0\\
&I_{1y}=\int_u^1\left(\frac{M^o_\eta}{Pr}\right)d\eta = -\frac{1}{2}u_0^2(1-u)^2\\
&I_{2y}=\int_u^1\left(\frac{M^o_\eta}{Pr}\right)\eta\,d\eta = -u_0^3\left[\frac{1}{3}(1-\eta)^3+\frac{1}{2}\eta(1-\eta)^2\right]\\
&I_{1x}=\int_0^1\left(\frac{M^o_x}{r}\right)d\sigma = -(1-\eta)u_0\,;\\
&I_{2x}=u_0\,I_{1x}
\end{aligned} \qquad (8.2\text{-}23)$$

Deplasările și necunoscutele se vor calcula după relațiile 8.2-2 respectiv 8.2-1.

c.- Pentru cazul cînd forța se găsește în intervalul $x\in(0;r)\Rightarrow\sigma\in(0;1)$, eforturile sînt distincte numai în ultimul interval : $\left(\frac{M^o_\xi}{Pr}\right)=-(\xi-\sigma)\,;\ \left(\frac{N^o_\xi}{P}\right)=0\,;\ \left(\frac{T^o_\xi}{P}\right)=0$ (8.2-25)

astfel că se pot ... din ... valorile deplas...

Ordonatele liniei de influență $X_1^0 : X_2^0$ Încărcare radială. Tabel 8.2-1

U_0			φ în grade sexazecimale							u						v					
			0	15	30	45	60	75	90	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,00	0,0	0,2	0,4	0,5	0,8	1,0
1,5	1:1:1	X_1^0	0,658	0,413	0193	-0,005	-0,161	-0,239	-0,220	[illegible]	-0,254	-0,203	-0,137	-0,063	0,000	-0,096	-0,051	-0,035	-0,016	-0,004	0,000
		X_2^0	-0,053	-0,298	-0,490	-0,634	-0,712	[illegible]	-0,665	[illegible]	-0,515	-0,376	-0,236	-0,105	0,000	-0,157	-0,101	-0,057	-0,025	-0,006	0,000
	1:1:0	X_1^0	0,529	0,232	0,005	-0,081	[illegible]	[illegible]	-0,223	[illegible]	-0,159	-0,124	-0,062	-0,017	0,000	—	—	—	—	—	—
		X_2^0	-0,276	-0,507	-0,658	-0,752	-0,762	[illegible]	-0,567	[illegible]	[illegible]	-0,245	-0,121	-0,031	0,000	—	—	—	—	—	—
	1:5:5	X_1^0	0,944	0,672	0,417	0,122	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0,520	-0,450	-0,322	-0,150	0,000	-0,233	[illegible]	[illegible]	-0,037	-0,009	[illegible]
		X_2^0	0,075	-0,181	-0,395	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0,784	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0,327	-0,145	0,000	-0,224	-0,145	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	1:5:0	X_1^0	0,039	0,378	0,172	-0,070	[illegible]	[illegible]	-0,410	[illegible]	[illegible]	-0,259	-0,171	-0,044	0,000	—	—	—	—	—	—
		X_2^0	-0,134	-0,434	[illegible]	-0,743	[illegible]	[illegible]	-0,681	[illegible]	[illegible]	-0,345	-0,181	-0,046	0,000	—	—	—	—	—	—
3,0	1:1:1	X_1^0	0,751	0,499	0,227	0,009	[illegible]	[illegible]	-0,437	[illegible]	-0,471	-0,408	-0,278	-0,125	0,000	-0,087	-0,057	[illegible]	-0,014	-0,003	0,000
		X_2^0	-0,021	-0,272	-0,491	-0,665	[illegible]	[illegible]	-0,822	[illegible]	-0,654	-0,471	-0,265	-0,127	0,000	-0,082	-0,052	[illegible]	-0,013	-0,003	0,000
	1:1:0	X_1^0	0,656	0,401	0,164	-0,043	[illegible]	[illegible]	-0,378	[illegible]	-0,380	-0,297	-0,166	-0,044	0,000	—	—	—	—	—	—
		X_2^0	-0,135	-0,383	-0,563	-0,735	[illegible]	[illegible]	-0,789	[illegible]	-0,583	-0,375	-0,185	-0,049	0,000	—	—	—	—	—	—
	1:5:5	X_1^0	1,012	0,721	0,339	0,071	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0,927	-0,847	-0,591	-0,269	0,000	-0,190	-0,122	[illegible]	-0,030	-0,005	[illegible]
		X_2^0	[illegible]	[illegible]	-0,377	-0,570	[illegible]	[illegible]	-0,847	[illegible]	-0,741	-0,570	-0,362	-0,157	0,000	-0,108	-0,059	-0,039	-0,017	[illegible]	0,000
	1:5:0	X_1^0	0,816	0,547	0,264	-0,012	[illegible]	[illegible]	-0,652	[illegible]	-0,775	-0,649	-0,375	-0,150	0,000	—	—	—	—	—	—
		X_2^0	-0,080	-0,335	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0,732	-0,505	-0,262	[illegible]	0,000	—	—	—	—	—	—

$$\Delta^{o}_{1P} = -\frac{1}{2}(1-v)^2 i_x$$

$$\Delta^{o}_{2P} = (1+u_o)\frac{1}{2}(1-v)^2 i_x \qquad (8.2\text{-}25)$$

In baza relaţiilor de mai sus conform schemei logice din fig.8.2-2 s-au calculat elementele liniei de influenţă din tabelo 8.2-1 pentru cazul a două înălţimi u_o = 1,5 folosită la galerii cu faţa liberă şi u_o = 3 folosită mai ales la centrale subterane. Calculele sînt conduse în patru ipoteze de variaţie a momentelor de inerţie.

Diagramele liniilor de influenţă sînt reprezentate în fig.8.2-3 ; 4 ; 5 ; 6 pentru u_o = 1,5 şi fig.8.2-7 ; 8 ; 9 ; 10 pentru u_o = 3.

Avantajele conducerii calculelor la o maşină electronică sînt evidente avînd în vedere numărul variantelor ce pot fi analizate.

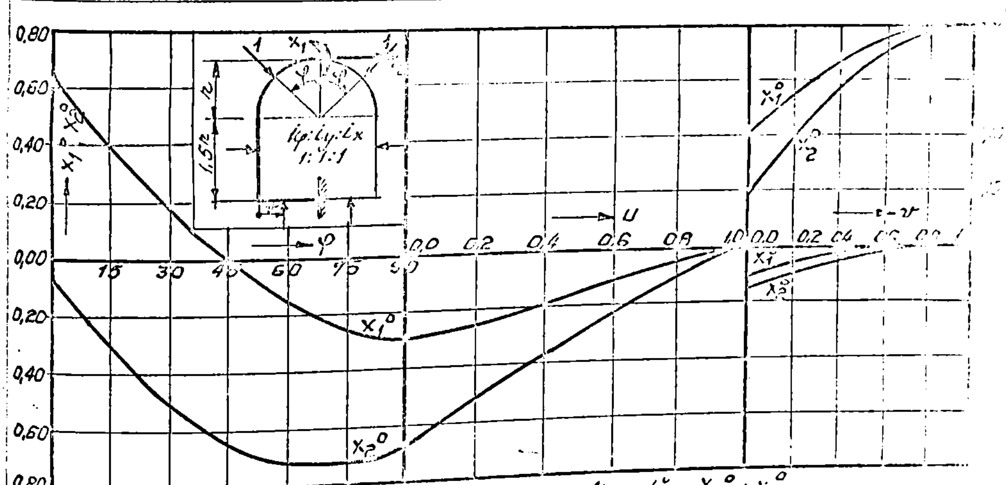


Fig. 8.2-3 Liniile de influenţă X_1^o ; X_2^o

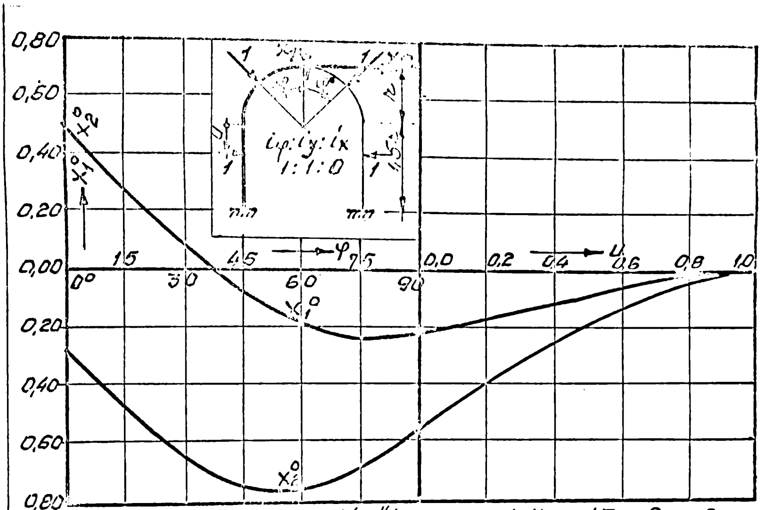


Fig. 8.2-4 Liniile de influență x_1^0; x_2^0

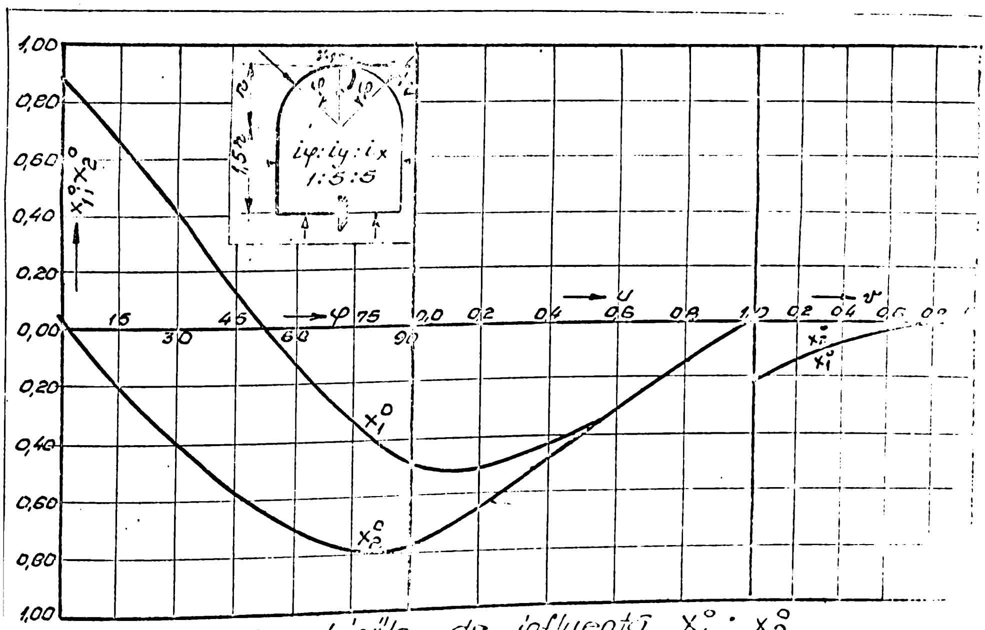
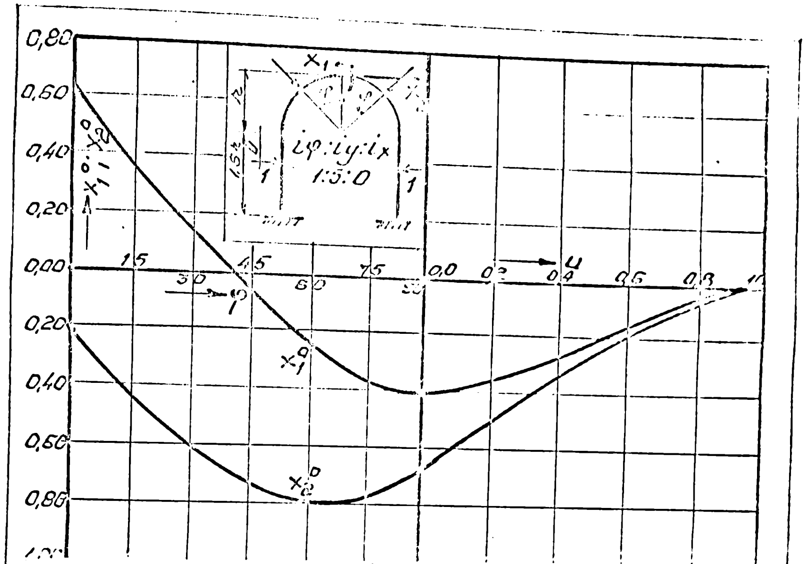


Fig. 8.2-5 Liniile de influență x_1^0; x_2^0



Liniile de influență x_1^o; x_2^o

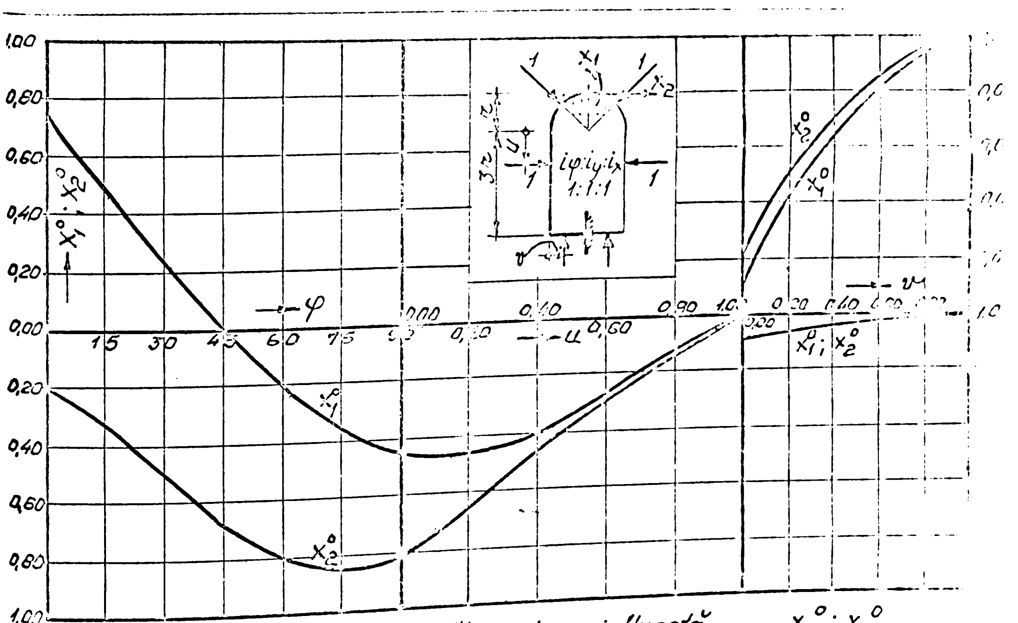


Fig. 8.2-7 Liniile de influență x_1^o; x_2^o

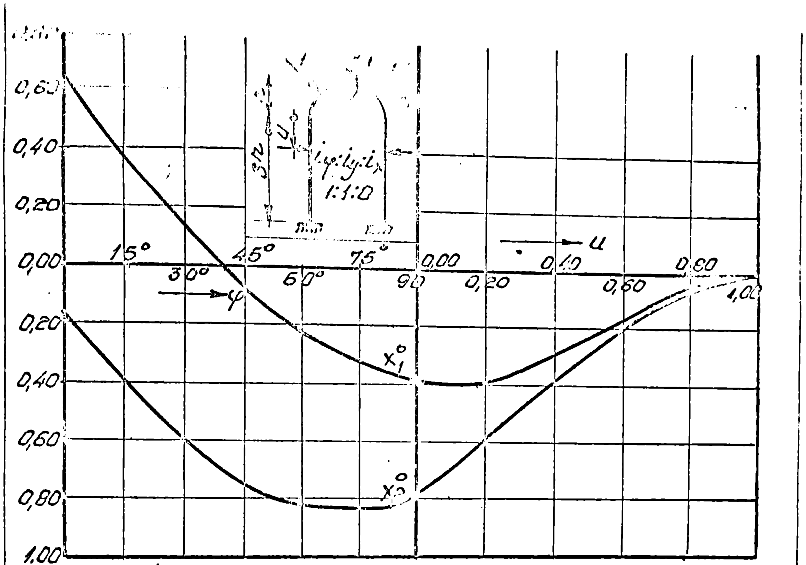


Fig. 8.2-8 Liniile de influență x_1^0; x_2^0

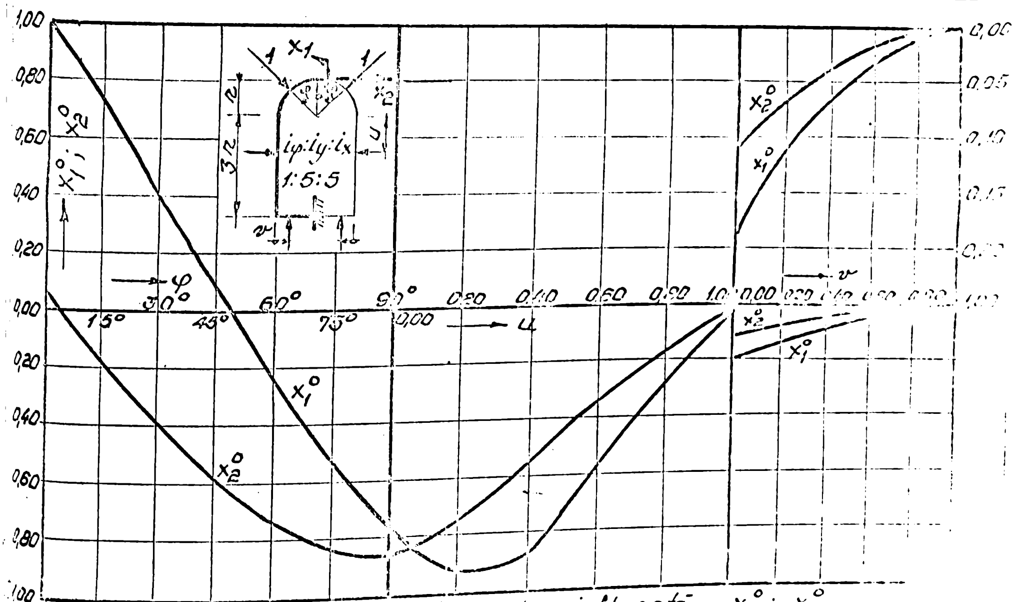


Fig. 8.2-9 Liniile de influență x_1^0; x_2^0

BUPT

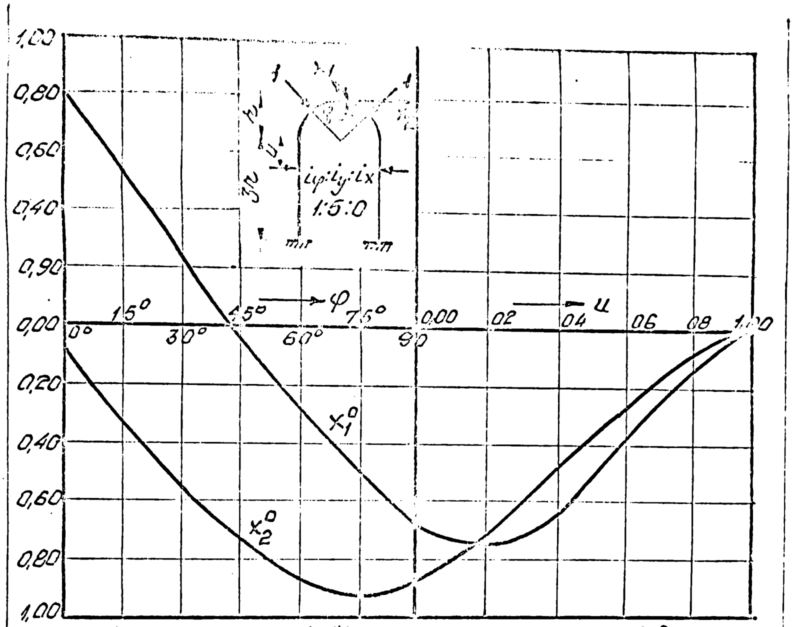


Fig. 8.2-10. Liniile de influență x_1^0; x_2^0

BUPT

3.- Încărcarea verticală pe boltă

a.- Pentru cazul cînd poziţia forţei se află în porţiunea $\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ fig.8.2-11 eforturile pe schema de bază se scriu prin intermediul unei variabile intermediare θ

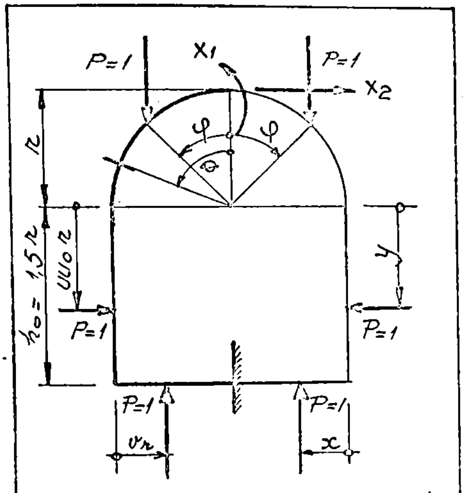


Fig. 8.2-11 Schema statică

$$\left(\frac{M_\theta^0}{Pr}\right)=-\left(\sin\theta-\sin\varphi\right)$$

$$\left(\frac{N_\theta^0}{P}\right)=-\sin\theta \qquad (8.2-26)$$

$$\left(\frac{T_\theta^0}{P}\right)=\cos\theta$$

La limita intervalului pentru $\theta=\frac{\pi}{2}$ se obţin eforturile : $\left(\frac{M_{\frac{\pi}{2}}^0}{Pr}\right)=-\left(1-\sin\varphi\right)$

$$\left(\frac{N_{\frac{\pi}{2}}^0}{P}\right)=-1\ ;\quad \left(\frac{T_{\frac{\pi}{2}}^0}{P}\right)=0 \qquad (8.2-27)$$

In zona $y\in(0,h_0)\Rightarrow u(0,1)$ eforturile au expresiile :

$$\left(\frac{M_y^0}{Pr}\right)=-\left(1-\sin\varphi\right);\quad \left(\frac{N_y^0}{P}\right)=-1\ ;\quad \left(\frac{T_y^0}{P}\right)=0 \qquad (8.2-28)$$

In intervalul $x\in(0;r)\Rightarrow v\in(0;1)$ se găseşte analog :

$$\left(\frac{M_x^0}{Pr}\right)=-\left(1-\sin\varphi\right)+v\ ;\quad \left(\frac{N_x^0}{P}\right)=0\ ;\quad \left(\frac{T_x^0}{P}\right)=-1 \qquad (8.2-29)$$

Integralele ce intră în calculul deplasărilor se calculează după relaţiile (8.2-15) ; (8.2-17) ; (8.2-18) :

$$I_{1\varphi}=\int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{M_\theta^0}{Pr}\right)d\theta=-\left[\cos\varphi-\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\sin\varphi\right]$$

$$I_{2\varphi}=\int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{M_\theta^0}{Pr}\right)\cos\theta\, d\theta=-\frac{1}{2}\left(1-\sin\varphi\right)^2$$

BUPT

$$I_{1y} = u_o \int_0^1 \left(\frac{M_y^o}{Pr}\right) du = -u_o(1-\sin\varphi)$$

$$I_{2y} = u_o^2 \int_0^1 \left(\frac{M_y^o}{Pr}\right) u\,du = -\frac{1}{2} u_o^2 (1-\sin\varphi)$$

$$I_{1x} = \int_0^1 \left(\frac{M_x^o}{Pr}\right) dv = -\left(\frac{1}{2} - \sin\varphi\right) \qquad (8.2-30)$$

$$I_{2x} = u_o I_{1x}$$

Expresiile deplasărilor se calculează din relațiile 8.2-...

$$\Delta_{1P}^o = -\left[\cos\varphi - \left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\sin\varphi\right] i_\varphi - (1-\sin\varphi) u_o i_y - \left(\frac{1}{2} - \sin\varphi\right) i_x$$

$$\Delta_{2P}^o = \left[\cos\varphi - \left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\sin\varphi - \frac{1}{2}(1-\sin\varphi)^2\right] i_\varphi + (1-\sin\varphi)\left(u_o + \frac{1}{2}u_o^2\right) i_y + \qquad (8.2-31)$$
$$+ (1+u_o)\left(\frac{1}{2} - \sin\varphi\right) i_x$$

Coeficienții $i_\varphi : i_y : i_x$ permit luarea în considerare a variației momentelor de inerție.

Ordonatele liniei de influență se calculează din relațiile :

$$X_1^o = K_{12}^o \Delta_{2P}^o - K_{22}^o \Delta_{1P}^o$$
$$X_2^o = K_{12}^o \Delta_{1P}^o - K_{11}^o \Delta_{2P}^o \qquad (8.2-32)$$

b., c.- Pentru cazul în care poziția forței se găsește în intervalul $y \in (0, h_o)$ respectiv $x \in (0; r)$ valorile ordonatelor se păstrează aceleași ca în cadrul încărcării radiale.

Folosind schema logică din fig.8.2-2 au fost calculate ordonatele liniilor de influență pentru X_1^o ; X_2^o în cazul a două tipuri de secțiuni (caracterizate de u_o = 1,5 ; u_o = 3) în patru ipoteze de variație a momentelor de inerție :

$$i_\varphi : i_y : i_x = \begin{matrix} 1:1:1 \\ 1:1:0 \\ 1:5:5 \\ 1:5:0 \end{matrix}$$

Ordonatele liniei de influență sînt calculate în tabele (8.2-2) și sînt reprezentate grafic în fig.8.2-12 ; 13 ; 14 ; 15 pentru u_o = 1,5 și fig.8.2-16 ; 17 ; 18 ; 19 pentru u_o = 3 .

Ordonatele liniei de influență X_1^0; X_2^0. Încărcare verticală pe boltă Tabel 8.2-2

f_0	$i_\varphi:i_y:i_x$	X	φ în grade sexazecimale 0	15	30	45	60	75	90	α 0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,00	ν 0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
	1:1:1	X_1^0	0,563	0,435	0,269	0,165	0,114	0,098	0,096	-0,280	-0,254	-0,203	-0,137	-0,063	0,000	-0,096	-0,061	-0,035	-0,015	-0,004	0,000
		X_2^0	-0,055	-0,038	-0,001	0,050	0,103	0,142	0,157	-0,655	-0,515	-0,375	-0,235	-0,106	0,000	-0,157	-0,101	-0,357	-0,025	-0,005	0,000
	1:1:0	X_1^0	0,529	0,300	0,142	0,050	0,009	-0,001	0,000	-0,223	-0,169	-0,124	-0,062	-0,017	0,000	—	—	—	—	—	—
		X_2^0	-0,276	-0,257	-0,205	-0,138	-0,069	-0,019	0,000	-0,557	-0,386	-0,245	-0,121	-0,031	0,000	—	—	—	—	—	—
	1:5:5	X_1^0	0,944	0,702	0,510	0,373	0,287	0,246	0,232	-0,405	-0,525	-0,459	-0,322	-0,150	0,000	-0,235	-0,149	-0,084	-0,037	-0,009	[illegible]
		X_2^0	0,075	0,087	0,132	0,150	0,185	0,213	0,224	-0,751	-0,643	-0,495	-0,327	-0,149	0,000	-0,244	-0,143	-0,091	-0,035	-0,009	[illegible]
	1:5:0	X_1^0	0,930	0,403	0,225	0,107	0,037	0,008	0,000	-0,410	-0,354	-0,233	-0,171	-0,044	0,000	—	—	—	—	—	—
		X_2^0	-0,195	-0,183	-0,148	-0,100	-0,052	-0,015	0,000	-0,661	-0,495	-0,345	-0,181	-0,046	0,000	—	—	—	—	—	—
[illegible]0	1:1:1	X_1^0	0,761	0,522	0,354	0,207	0,131	0,095	0,087	-0,437	-0,471	-0,403	-0,278	-0,125	0,000	-0,087	-0,057	-0,031	-0,014	-0,005	0,000
		X_2^0	-0,022	-0,015	0,011	0,028	0,053	0,074	0,082	-0,822	-0,654	-0,471	-0,286	-0,127	0,000	-0,082	-0,052	-0,029	-0,015	-0,003	0,000
	1:1:0	X_1^0	0,656	0,415	0,255	0,109	0,033	0,006	0,000	-0,376	-0,380	-0,297	-0,166	-0,044	0,000	—	—	—	—	—	—
		X_2^0	-0,135	-0,126	-0,089	-0,069	-0,036	-0,010	0,000	-0,723	-0,585	-0,375	-0,185	-0,049	0,000	—	—	—	—	—	—
	1:5:5	X_1^0	1,012	0,767	0,566	0,395	0,277	0,210	0,190	-0,753	-0,927	-0,847	-0,691	-0,269	0,000	-0,190	-0,122	-0,068	-0,033	-0,008	0,000
		X_2^0	0,083	0,085	0,087	0,090	0,098	0,105	0,109	-0,847	-0,741	-0,570	-0,362	-0,157	0,000	-0,108	-0,069	-0,039	-0,017	-0,004	0,000
	1:5:0	X_1^0	0,916	0,565	0,358	0,193	0,092	0,019	0,000	-0,652	-0,775	-0,649	-0,375	-0,160	0,000	—	—	—	—	—	—
		X_2^0	-0,080	-0,073	-0,055	-0,030	-0,020	-0,006	0,000	-0,909	-0,732	-0,505	-0,262	-0,090	0,000	—	—	—	—	—	—

BUPT

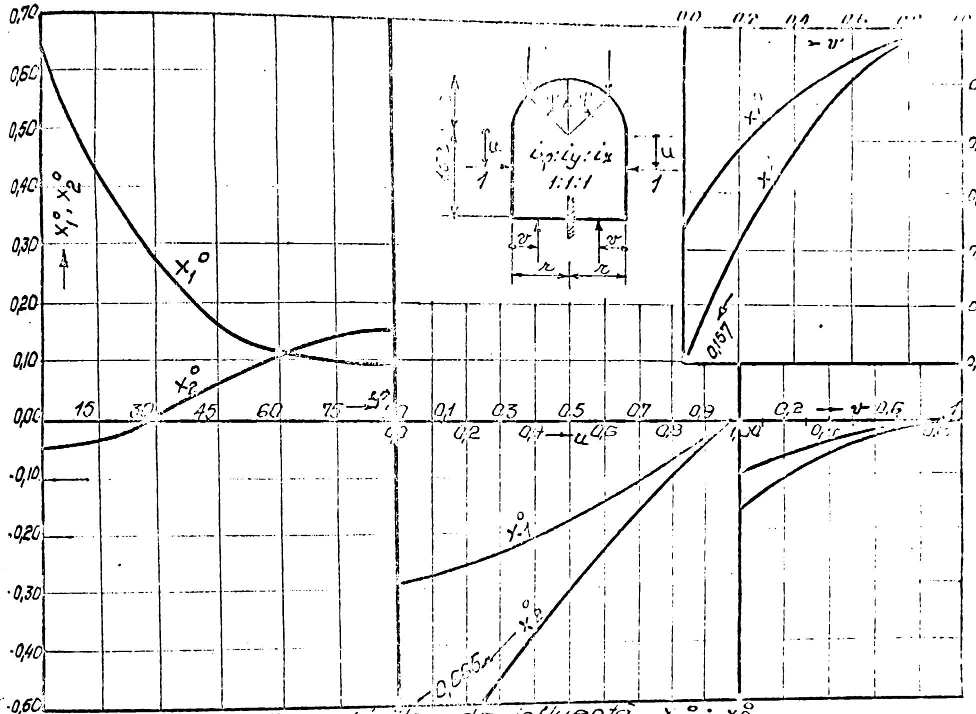


Fig. 8.2 – 12 Liniile de influență X_1^o; X_2^o

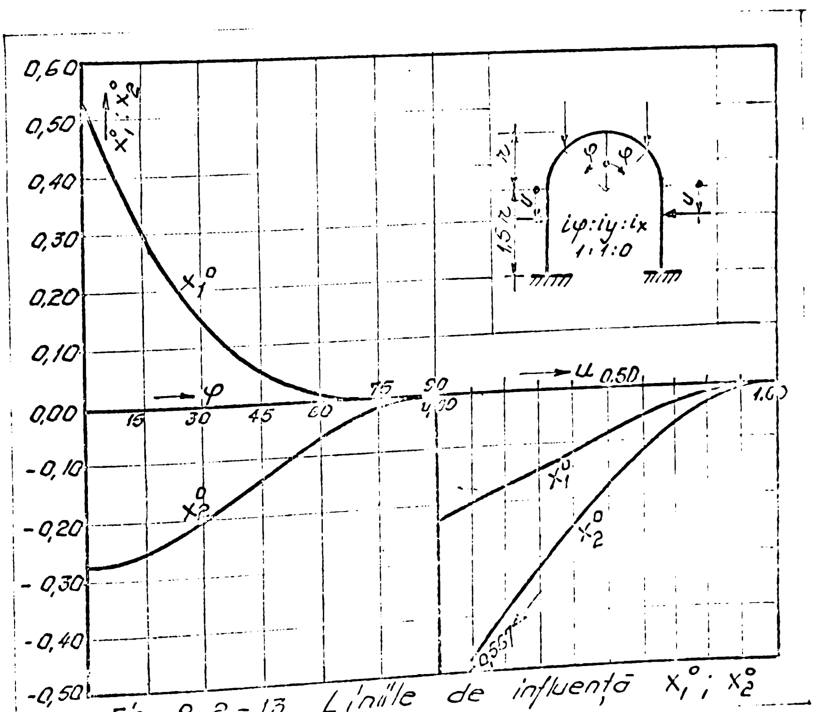


Fig. 8.2 – 13 Liniile de influență X_1^o; X_2^o

BUPT

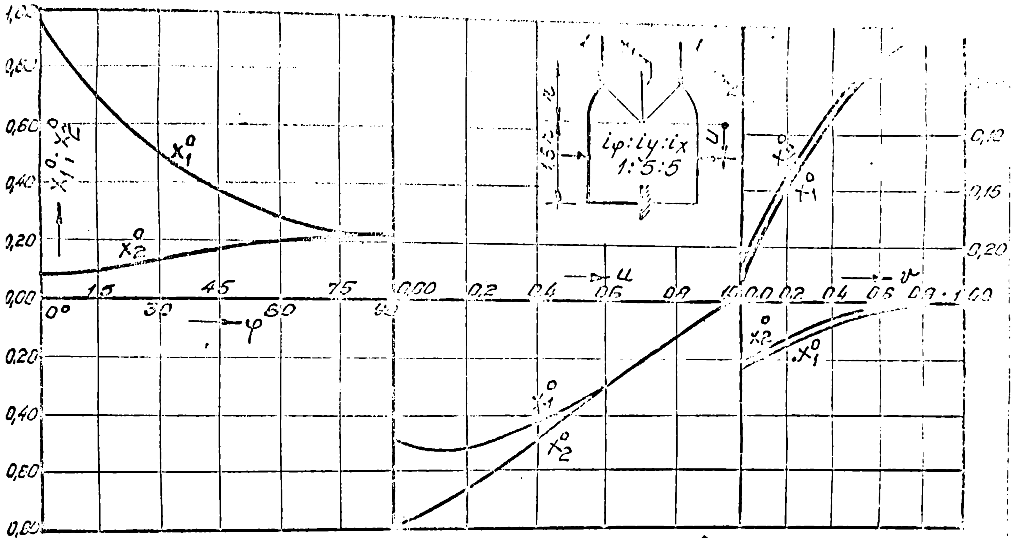


Fig. 8.2-14 Liniile de influență x_1^o ; x_2^o

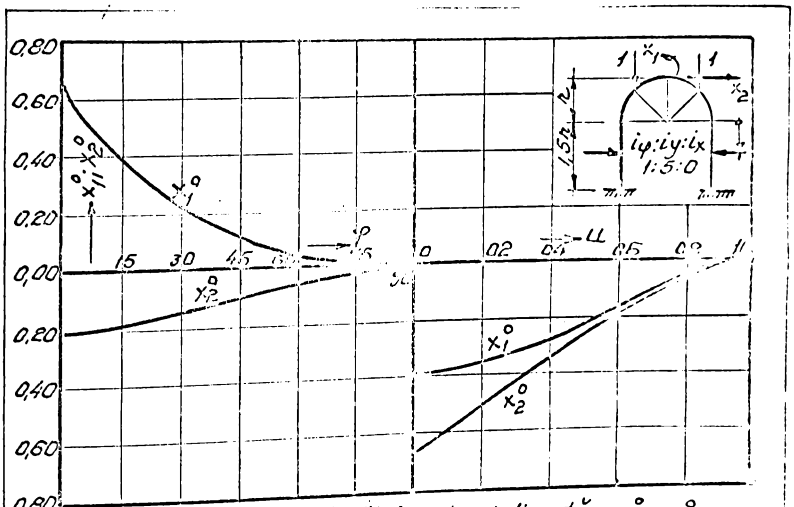


Fig. 8.2-15 Liniile de influență x_1^o ; x_2^o

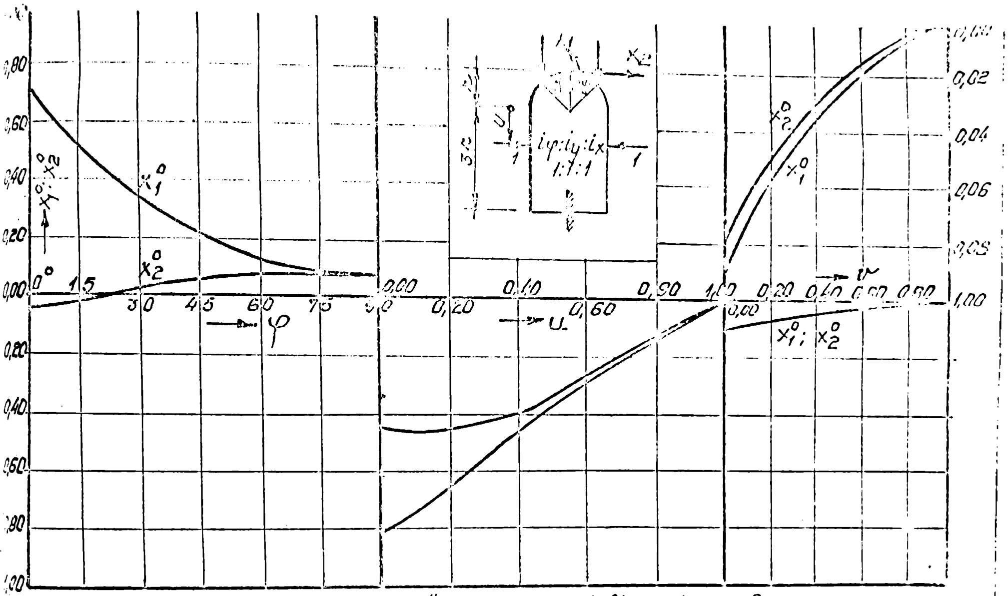


Fig. 8.2 - 16 Liniile de influență X_1^0; X_2^0

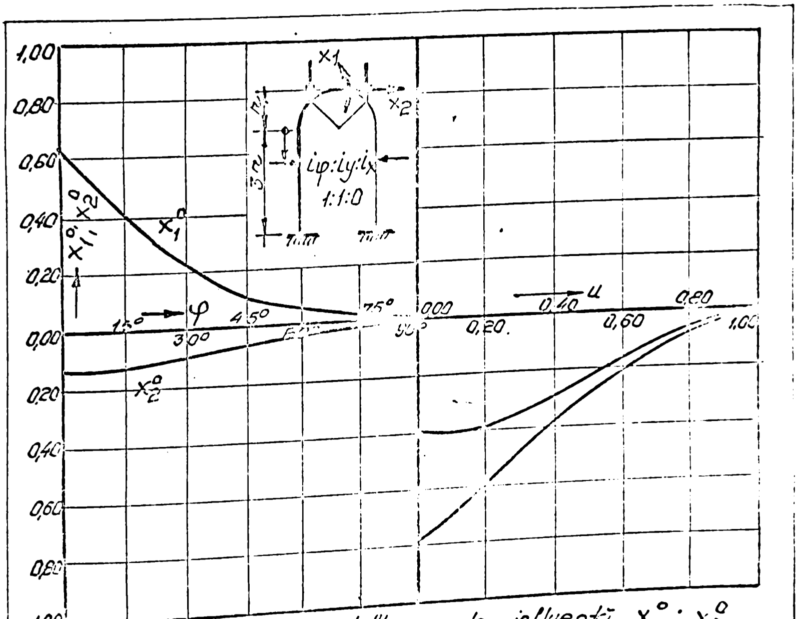


Fig. 8.2 - 17 Liniile de influență X_1^0; X_2^0

BUPT

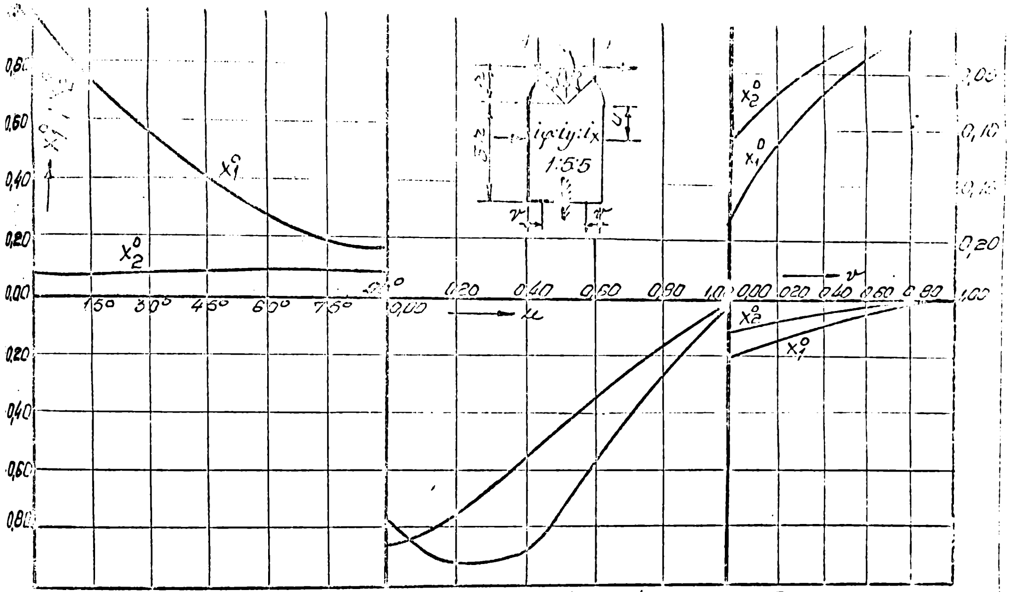


Fig. 8.2-18 Liniile de influență X_1^o; X_2^o

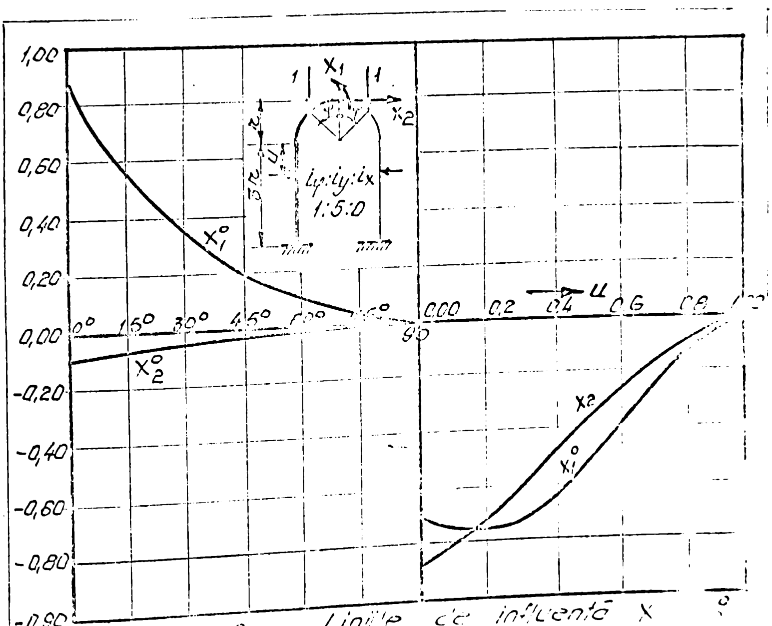


Fig. 8.2-19 Liniile de influență X^o

4.– Încărcare orizontală pe boltă

Linia de influență este utilă pentru încărcări orizontale provenite din împingerea uniformă sau neuniformă a muntelui.

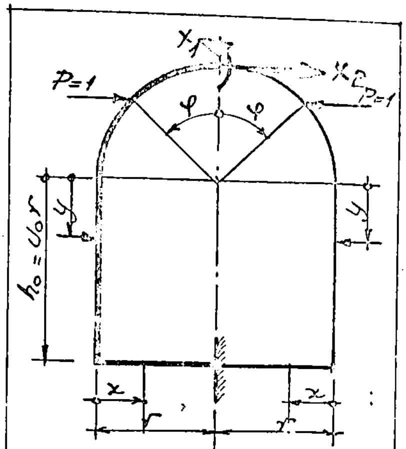


Fig. 8.2-20 Schema statică

a.– Pentru cazul cînd forța se află în zona $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$ (fig. 8.2-20) eforturile de alungul conturului pot fi scrise după cum urmează :

– pentru $\theta \in (0; \frac{\pi}{2})$ și $\theta > \varphi$

$$\left(\frac{M^{o}_{\theta}}{Pr}\right) = -(\cos\varphi - \cos\theta)$$

$$\left(\frac{N^{o}_{\theta}}{P}\right) = \cos\theta ; \left(\frac{T^{o}_{\theta}}{P}\right) = \sin\theta \qquad (8.2-33)$$

la limita intervalului pentru $\theta = \frac{\pi}{2}$ se găsește :

$$\left(\frac{M^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{Pr}\right) = -\cos\varphi ; \left(\frac{N_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) = 0 ; \left(\frac{T^{o}_{\frac{\pi}{2}}}{P}\right) = 1 \qquad (8.2-34)$$

In funcție de aceste valori se pot scrie eforturile în celelalte zone :

– pentru $y \in (0, h_0) \Rightarrow u \in (0; 1)$

$$\left(\frac{M^{o}_{y}}{Pr}\right) = -[\cos\varphi + u u_0] ; \left(\frac{N^{o}_{y}}{P}\right) = 0 ; \left(\frac{T^{o}_{P}}{P}\right) = 1 \qquad (8.2-35)$$

– pentru $x \in (0, r) \Rightarrow \sigma \in (0; 1)$

$$\left(\frac{M^{o}_{x}}{Pr}\right) = -(\cos\varphi + u_0) ; \left(\frac{N^{o}_{x}}{P}\right) = -1 ; \left(\frac{T^{o}_{x}}{P}\right) = 0 \qquad (8.2-36)$$

Expresiile eforturilor permit calculul integralelor ce

BUPT

intră în componența deplasărilor pornind de la relațiile lor de definiție :

$$I_{1\varphi}=\int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{M_\theta^o}{P_r}\right)d\theta=-\left[\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\cos\varphi-(1-\sin\varphi)\right]$$

$$I_{2\varphi}=\int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{M_\theta^o}{P_r}\right)\cos\theta\, d\theta=-\left[\cos\varphi-\frac{1}{2}\sin\varphi\cos\varphi-\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\right]$$

$$I_{1y}=u_o\int_0^1\left(\frac{M_y^o}{P_r}\right)du=-u_o\left(\cos\varphi+\frac{1}{2}u_o\right)$$

$$I_{2y}=u_o^2\int_0^1\left(\frac{M_y^o}{P_r}\right)u\,du=-u_o^2\left(\frac{1}{2}\cos\varphi+\frac{1}{3}u_o^2\right)$$

$$I_{1x}=\int_0^1\left(\frac{M_x^o}{P_r}\right)d\sigma=-(u_o+\cos\varphi) \qquad (8.2\text{-}37)$$

$$I_{2x}=u_o\, I_{1x}$$

Expresiile deplasărilor totale pentru cazul cînd forța se află în intervalul $\varphi\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ au forma :

$$\Delta_{1P}^o=-\left[\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\cos\varphi-(1-\sin\varphi)\right]i_\varphi+\left(u_o\cos\varphi+\frac{1}{2}u_o^2\right)i_y+(u_o+\cos\varphi)i_x$$

$$\Delta_{2P}^o=\left[\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\cos\varphi-(1-\sin\varphi)-\cos\varphi+\frac{1}{2}\sin\varphi\cos\varphi+\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\right]i_y+$$
$$+\left[u_o\cos\varphi+\frac{1}{2}u_o^2(1+\cos\varphi)+\frac{1}{3}u_o^3\right]i_y+(1+u_o)(u_o+\cos\varphi)i_x \qquad (8.2\text{-}38)$$

Valorile liniei de influență se obțin din relațiile 8.1-8. In tabelul 8.2-3 sînt calculate valorile X_1^o, X_2^o și sînt reprezentate în fig.8.2-21 ; 22 ; 23 ; 24 pentru u_o= 1,5 și fig.8.2-25 ; 26 ; 27 ; 28 pentru u_o = 3. Pentru celelalte zone linia de influență este analoagă celor precedente.

BUPT

[illegible]

Tabel 8.2-3

u_0	$\gamma_1:\gamma_2:\gamma_3$		φ în grade sexagezimale						
			0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
1,50	1:1:1	x_1^0	0,004	-0,0[illegible]5	-0,094	-0,171	-0,236	-0,275	-0,[illegible]80
		x_2^0	-1,005	-1,002	-0,997	-0,946	-0,877	-0,781	-0,665
	1:1:0	x_1^0	0,001	-0,025	-0,092	-0,161	-0,212	-0,233	-0,223
		x_2^0	-1,002	-0,998	-0,976	-0,922	-0,832	-0,709	-0,567
	1:5:5	x_1^0	0,017	-0,015	-0,093	-0,197	-0,307	-0,410	-0,495
		x_2^0	-1,023	-1,021	-1,010	-0,982	-0,934	-0,866	-0,784
	1:5:0	x_1^0	-0,007	-0,037	-0,109	-0,200	-0,289	-0,360	-0,410
		x_2^0	-1,000	-0,999	-0,993	-0,946	-0,881	-0,790	-0,681
3,00	1:1:1	x_1^0	0,009	-0,022	-0,098	-0,196	-0,295	-0,378	-0,437
		x_2^0	-0,995	-0,994	-0,987	-0,967	-0,933	-0,883	-0,822
	1:1:0	x_1^0	0,030	-0,001	-0,075	-0,169	-0,260	-0,332	-0,378
		x_2^0	-1,010	-1,008	-0,995	-0,972	-0,927	-0,864	-0,788
	1:5:5	x_1^0	-0,049	-0,081	-0,168	-0,294	-0,443	-0,602	-0,758
		x_2^0	-0,902	-0,902	-0,902	-0,897	-0,887	-0,870	-0,847
	1:5:0	x_1^0	0,030	-0,003	-0,090	-0,213	-0,358	-0,508	-0,652
		x_2^0	-1,027	-1,026	-1,019	-1,005	-0,980	-0,944	-0,900

BUPT

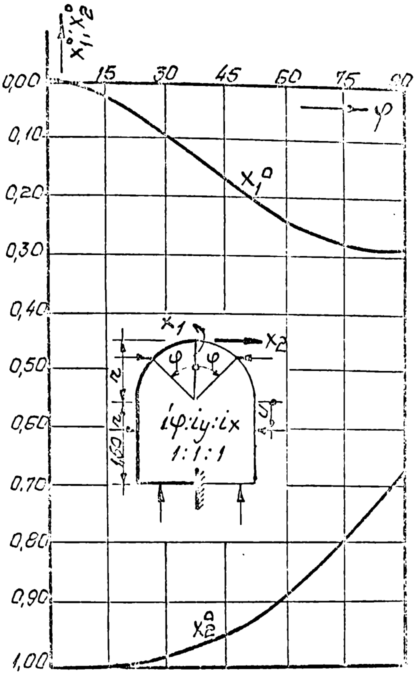


Fig 8.2-21 Liniile de influență x_1^o, x_2^o

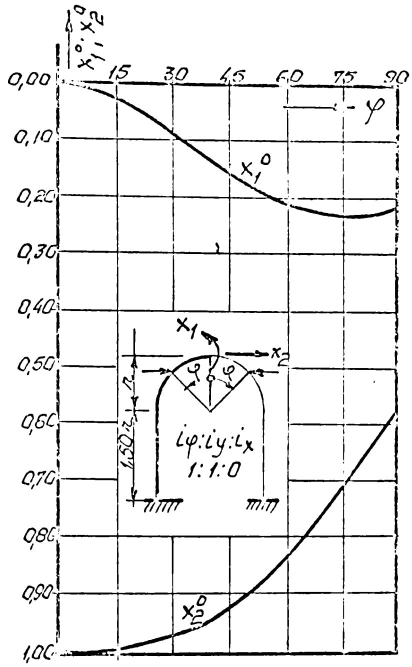


Fig. 8.2-22 Liniile de influență x_1^o, x_2^o

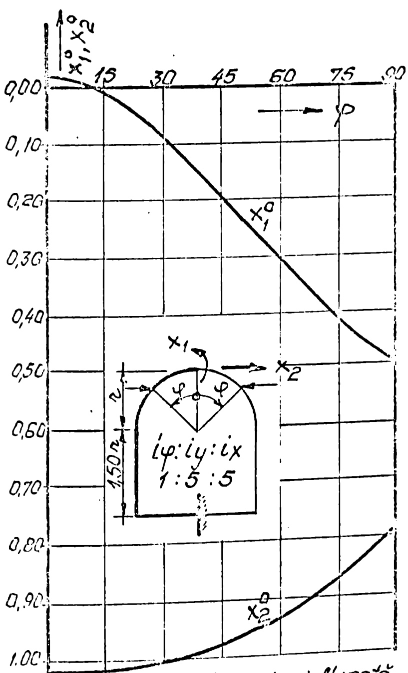


Fig 8.2-23 Liniile de influență x_1^o ; x_2^o

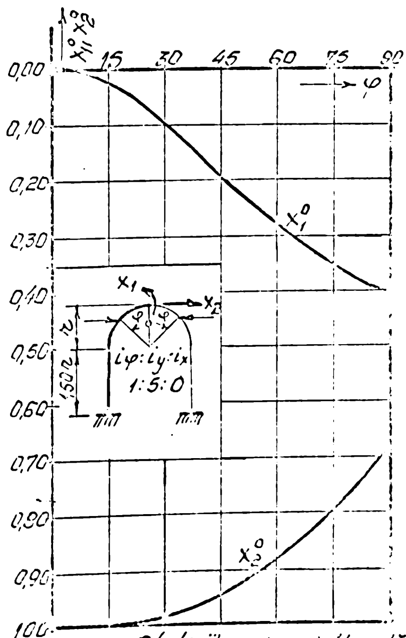


Fig 8.2-24 Liniile de influență x_1^o, x_2^o

BUPT

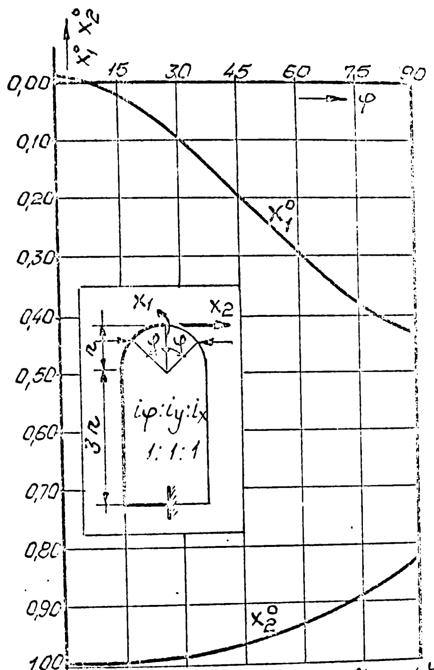


Fig. 8.2-25 Liniile de influență x_1^o; x_2^o

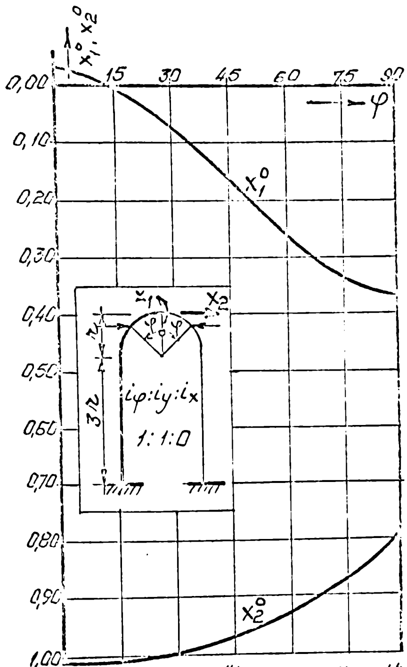


Fig. 8.2-25 Liniile de influență x_1^o, x_2^o

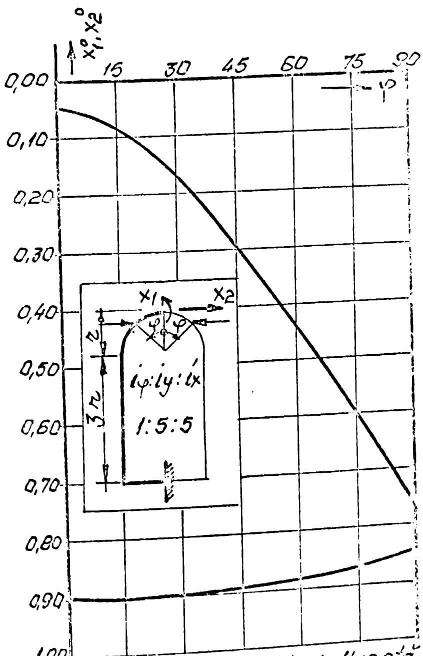


Fig. 8.2-27 Liniile de influență x_1^o, x_2^o

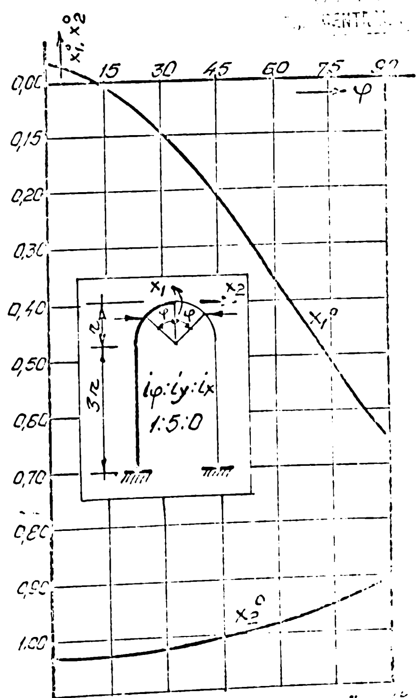


Fig. 8.2-28 Liniile de influență x_1^o, x_2^o

§ 8.3.- Linii de influenţă ale necunoscutelor pentru structura sub formă de cerc

1.- Bazele de calcul

In calcule se adoptă secţiunea simetrică, încărcată simetric fig.8.3-1. Deoarece secţiunea este folosită la presiuni mari, se va lua în calcule numai ipoteza secţiunii cu moment de inerţie constant.

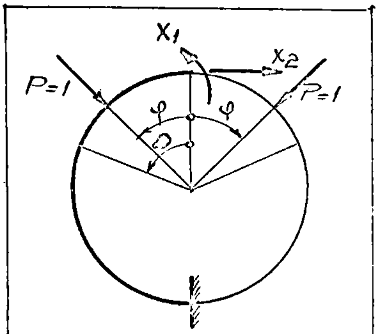


Fig. 8.3-1 Schema statică

Valoarea necunoscutelor poate fi determinată conform relaţiilor (6.1-6)

$$X_1^\circ = -\frac{1}{\pi}(I_1 + 2I_2)$$

$$X_2^\circ = -\frac{1}{\pi}(2I_2) \qquad (8.3\text{-}1)$$

unde :

$$I_1 = \int_{\varphi}^{\pi} \left(\frac{M_\theta^\circ}{Pr}\right) d\theta \; ; \qquad I_2 = \int_{\varphi}^{\pi} \left(\frac{M_\theta^\circ}{Pr}\right) \cos\theta \, d\theta \qquad (8.3\text{-}2)$$

momentul încovoietor $\left(\frac{M_\theta^\circ}{Pr}\right)$ se scrie pentru o secţiune curentă $\theta > \varphi$ având forma : $\left(\frac{M_\theta^\circ}{Pr}\right) = f(\theta,\varphi)$

(8.3-3)

Funcţia $f(\theta,\varphi)$ se scrie în mod diferit în funcţie de direcţia forţei unitare în raport cu conturul secţiunii.

2.- Incărcare normală

In acest caz momentul încovoietor într-o secţiune curentă are valoarea :

$$\frac{M_\theta^\circ}{Pr} = -\sin(\theta - \varphi) \qquad (8.3\text{-}4)$$

BUPT

Valoarea integralelor 8.3-2 se calculează din relațiile:

$$I_1 = \int_{\varphi}^{\pi} \left(\frac{M_\theta^o}{P r}\right) d\theta = -(1-\cos\varphi)$$

$$I_2 = \int_{\varphi}^{\pi} \left(\frac{M_\theta^o}{P r}\right) \cos\theta \, d\theta = \frac{1}{2}(\pi-\varphi)\sin\varphi \qquad (8.3\text{-}5)$$

Necunoscutele adimensionale se scriu după relațiile 8.3-1. Se obține:

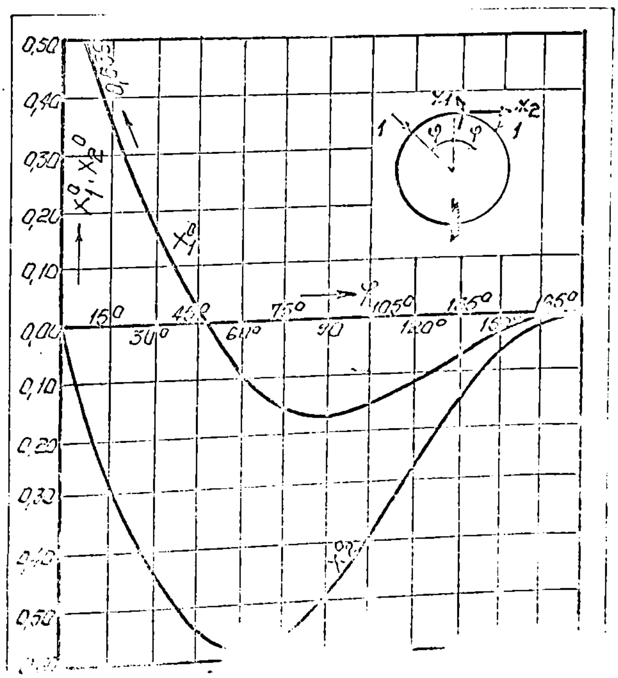
$$x_1^o = \frac{1}{\pi}(1+\cos\varphi) - \left(1-\frac{\varphi}{\pi}\right)\sin\varphi$$

$$x_2^o = -\left(1-\frac{\varphi}{\pi}\right)\sin\varphi \qquad (8.3\text{-}6)$$

Valorile necunoscutelor sînt calculate în tabelul 8.3-1 și reprezentate în fig. 8.3-2.

Ordonatele liniei de influență X_1^o; X_2^o — Tabel 8.3-1

φ	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°
x_1^o	0,636	0,389	0,177	0,013	-0,100	-0,163	-0,182	-0,167	-0,130	-0,08[illegible]	-0,041	-0,0[illegible]	0,0[illegible]
x_2^o	0,000	-0,237	-0,417	-0,530	-0,57[illegible]	-0,56[illegible]	-0,500	-0,[illegible]03	-0,289	-0,17[illegible]	-0,0[illegible]	-0,0[illegible]	0,0[illegible]



BUPT

3.– Încărcare verticală

Momentul încovoietor se scrie într-o secţiune curentă $\theta > \varphi$ (fig.8.3-3)

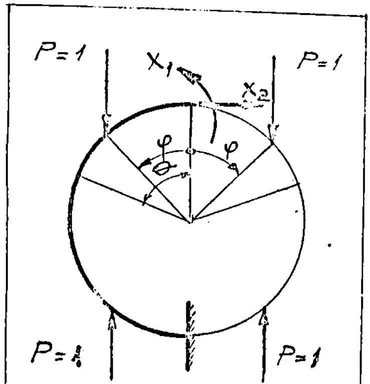


Fig. 8.3-3 Schema statică

$$\frac{M_\theta^o}{Pr} = -(\sin\theta - \sin\varphi) \qquad (8.3\text{-}7)$$

Expresia integralelor rezultă din relaţiile :

$$I_1 = \int_\varphi^\pi \left(\frac{M_\theta^o}{Pr}\right) d\theta = -[1 + \cos\varphi - (\pi - \varphi)\sin\varphi]$$

$$I_2 = \int_\varphi^\pi \left(\frac{M_\theta^o}{Pr}\right) \cos\theta \, d\theta = -\frac{1}{2}\sin^2\varphi \qquad (8.3\text{-}8)$$

Expresiile necunoscutelor au valorile :

$$X_1^o = -\frac{1}{\pi}[-1 - \cos\varphi + (\pi - \varphi)\sin\varphi - \sin^2\varphi]$$
$$X_2^o = \frac{1}{\pi}\sin^2\varphi \qquad (8.3\text{-}9)$$

Valorile numerice ale liniilor de influenţă au fost calculate în tabelul 8.3-2 şi reprezentate grafic în fig.8.3.4. În aceste calcule s-a considerat că forţa are sensul în jos pentru $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$ şi are sensul în sus pentru $\varphi \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$

Tab. 8.3-2

Ordonatele liniei de influenţă X_1^o; X_2^o

φ	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	90°	105°	120°	135°	[illegible]	[illegible]
X_1^o	0,636	0,410	0,257	0,172	0,139	0,134	0,136	-0,136	[illegible]	-0,109	-0,079	[illegible]	[illegible]
X_2^o	0,000	0,021	0,080	0,159	0,239	0,297	0,319	-0,319	[illegible]	-0,232	-0,159	[illegible]	

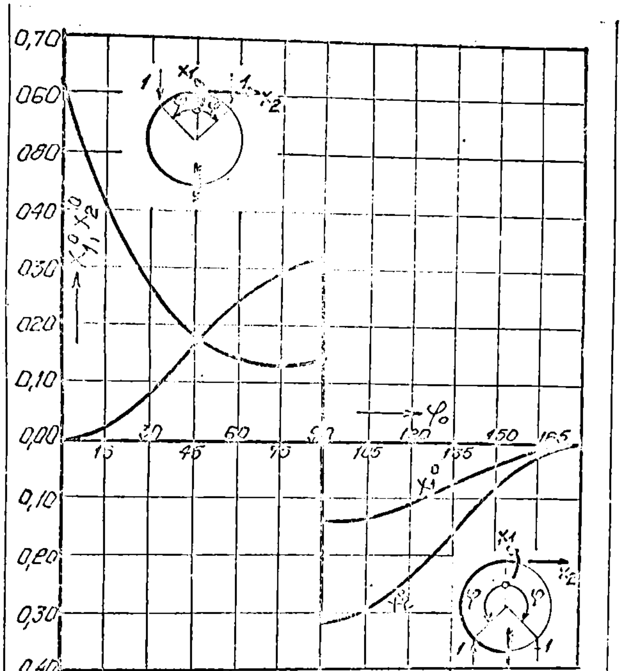


Fig. 8.3-4 Liniile de influență X_1^o; X_2^o

4.- Încărcare orizontală

Momentul încovoietor pe structura static determinată se scrie sub forma (fig. 8.3-5).

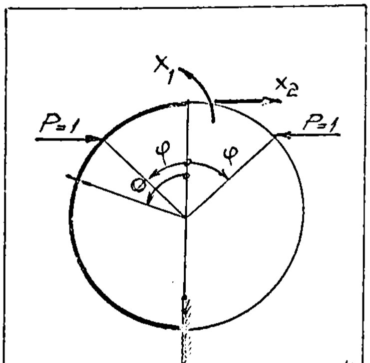


Fig. 8.3-5 Schema statică

$$\left(\frac{M_\theta^o}{Pr}\right) = -(\cos\varphi - \cos\theta) \qquad (8.3-1c)$$

Expresiile integralelor ce intră în componența necunoscutelor au valorile:

$$I_1 = \int_\varphi^\pi \left(\frac{M_\theta^o}{Pr}\right) d\theta = -[(\pi-\varphi)\cos\varphi + \sin\varphi]$$

$$I_2 = \int_\varphi^\pi \left(\frac{M_\theta^o}{Pr}\right) \cos\theta\, d\theta = [\sin\varphi\cos\varphi + (\pi-\varphi)] \qquad (8.3-1d)$$

Necunoscutele adimensionale se exprimă sub forma :

$$X_1^0 = -\frac{1}{\pi}\left[(\pi-\varphi)(1-\cos\varphi) - \sin\varphi(1-\cos\varphi)\right]$$

$$x_2^0 = -\frac{1}{\pi}\left[\sin\varphi\cos\varphi + (\pi-\varphi)\right] \qquad (8.3-12)$$

Valorile necunoscutelor sînt calculate în tabelul 8.3-3 şi reprezentate grafic în fig.8.3-6.

Ordonatele liniei de influenţă x_1^0; x_2^0 Tabel 8.3-3

φ^0	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°
x_1	0,000	-0,[illegible]	[illegible]	-0,141	-0,195	[illegible]	[illegible]	-0,137	-0,087	-0,043	[illegible]	[illegible]	[illegible]
x_2	-1,00	-0,996	[illegible]	-0,909	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0,196	-0,091	-0,029	[illegible]	[illegible]

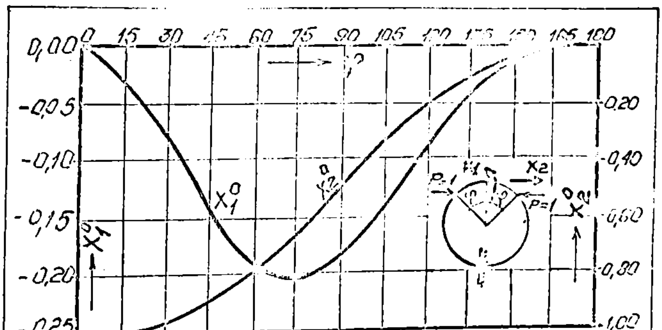


Fig. 8.3-6 Liniile de influenţă x_1^0; x_2^0

§ 8.4.- Linii de influenţă ale necunoscutelor pentru o structură în formă de arc de cerc

1.- Bazele de calcul

Structura sub formă de arc de cerc se foloseşte la bolţile centralelor subterane, galerii canalelor, galeriile de acces precum şi la galerii subterane cu roci foarte bună. Execuţia bolţii se face cu moment de inerţie constant sau variabil. Cintrele metalice se execută cu moment de inerţie constant.

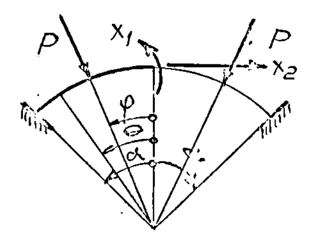


Fig. 8.4-1 Schema statică

Necunoscutele adimensionale, în cheia arcului fig.8.4-1 se obţin din relaţiile :

$$X_1^\circ = K_{12}^\circ \Delta_{2P} - K_{22}^\circ \Delta_{1P}^\circ$$
$$X_2^\circ = K_{12}^\circ \Delta_{1P} - K_{11}^\circ \Delta_{2P} \qquad (8.4-1)$$

unde :

- Δ_{iP} sînt deplasările adimensionale din cheia arcului
- K_{ij} sînt elementele matricii inverse a necunoscutelor şi depind numai de forma arcului.

Deplasările adimensionale se calculează din relaţiile :

$$\Delta_{1P}^\circ = \int_\varphi^\alpha \left(\frac{M_\theta^\circ}{Pr}\right) i_\theta \, d\theta \qquad (8.4-2)$$

$$\Delta_{2P}^\circ = \int_\varphi^\alpha -\frac{M_\theta}{Pr}(1-\cos\theta)\, i_\theta \, d\theta$$

In relaţiile 8.4-2 i_θ este raportul între momentul de inerţie la cheia arcului J_0 şi unul curent J_θ. Acest coeficient poate fi constant, variabil [illegible] continuu s-au în [illegible] forma : $$i_\theta = \frac{J_0}{J_\theta}$$

(8.4-3)

2.- Linia de influenţă pentru cintre metalice cu moment de inerţie constant

Coeficienţii matricei necunoscutelor au valorile :

$$\delta_{11}^{\circ} = \int_0^{\alpha} 1 \cdot 1 \cdot d\varphi = \alpha$$

$$\delta_{12}^{\circ} = \int_0^{\alpha} 1(1-\cos\varphi)\, d\varphi = -(\alpha - \sin\alpha)$$

$$\delta_{22}^{\circ} = \int_0^{\alpha} (1-\cos\varphi)^2 d\varphi = \frac{3}{2}\alpha - 2\sin\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha\cos\alpha \qquad (8.4\text{-}3)$$

Elementele matricei inverse a cărei elemente sînt K_{11}° ; K_{12}° ; K_{22}° au fost calculate în tabelul 8.4.1 pentru deschideri $\alpha = 45^{\circ}$, 60°, 90°.

k_{11}°; k_{12}°; k_{22}° tabel 8.4-1

α	k_{11}°	k_{12}°	k_{22}°
$\alpha=45^{\circ}$	163,650	-16,318	2,[illegible]
$\alpha=60^{\circ}$	41,844	-7,239	2,207
$\alpha=90^{\circ}$	6,722	-2,443	1,5[illegible]

Linia de influenţă se va determina în funcţie de direcţia forţei. Se iau în studiu trei cazuri posibile.

a.- Încărcare radială

Momentul încovoietor pe structura de bază, pentru o secţiune $\theta > \varphi$ fig.8.4-1 are expresia :

$$\left(\frac{M_\theta^{\circ}}{P_T}\right) = -\sin(\theta-\varphi) \qquad (8.4\text{-}4)$$

Deplasările adimensionale se pot calcula din (8.4-2) şi (8.4-4) pentru $i_\theta = 1$. Se obţine :

$$\Delta_{1P}^{\circ} = \int_{\varphi}^{\alpha} \left(\frac{M_\theta^{\circ}}{P_T}\right) d\theta = -[1-\cos(\alpha-\varphi)] \qquad (8.4\text{-}5)$$

$$\Delta_{2P}^{\circ} = \int_{\varphi}^{\alpha} -\left(\frac{M_\theta^{\circ}}{P_T}\right)(1-\cos\theta)\, d\theta = [1-\cos(\alpha-\varphi) - \frac{1}{2}\sin\alpha\,\sin(\alpha-\varphi) + \frac{1}{2}(\alpha-\varphi)\sin\varphi$$

BUPT

[illegible]

In tabolul 8.4-2 sînt calculate aceste elemente și sînt reprezentate grafic în fig.8.4-2 pentru X_1^o și fig.8.4-3 pentru X_2^o

Liniile de influență X_1^o ; X_2^o Tabel 8.4-2

		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
45°	X_1^o	+0,[illegible]	-0,0[illegible]	[illegible]	0,[illegible]	—	—	—
	X_2^o	-2,357	-1,987	-0,754	0,000	—	—	—
60°	X_1^o	0,193	0,035[illegible]	-0,[illegible]	-0,035[illegible]	0,000	—	—
	X_2^o	-1,610	-1,559	-1,033	0,349	0,000	—	—
90°	X_1^o	0,303	0,039	-0,039	-0,084	-0,06[illegible]	-0,0215	0,000
	X_2^o	-0,918	-1,050	-1,000	-0,742	-0,4[illegible]	-0,113	0,000

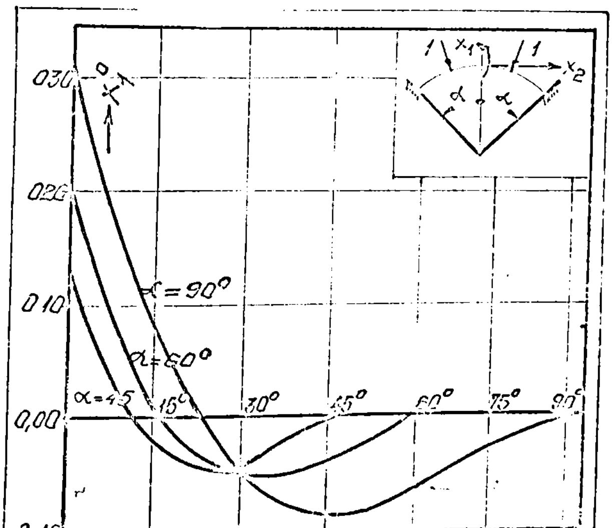


Fig. 8.4-2 Liniile de influență X_1^o

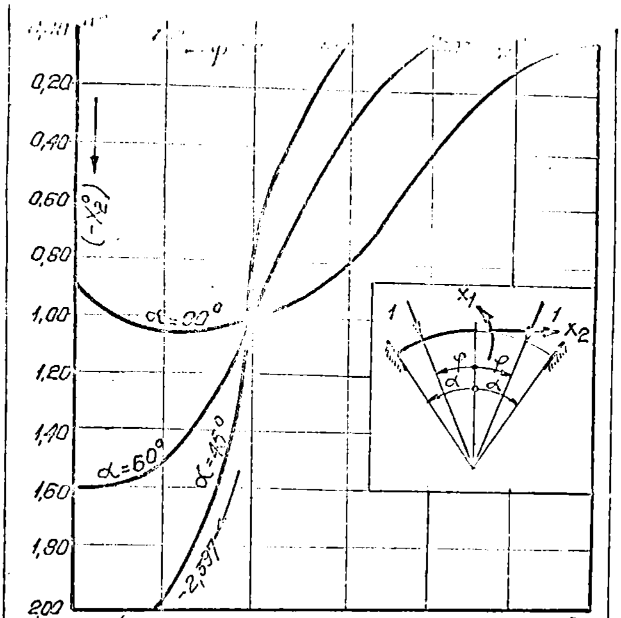


Fig. 8.4-3 Liniile de influenţă X_2^o

b.– Încărcare verticală

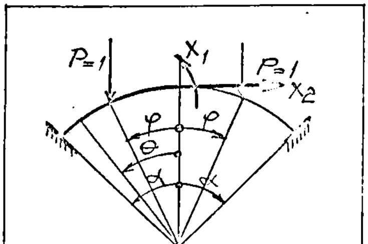


Fig. 8.4-4 Schema statică

Momentul încovoietor se scrie în raport cu un unghi $\theta>\varphi$ fig.8.4-4.

$$\left(\frac{M_\theta^o}{P_T}\right) = -(\sin\theta - \sin\varphi) \qquad (8.4-6)$$

Deplasările se obţin rezolvînd integralele impuse de ecuaţii- le :

$$\Delta_{1P} = \int_\varphi^\alpha \left(\frac{M_\theta^o}{P_T}\right) d\theta = -\left[(\cos\varphi - \cos\alpha) - (\alpha-\varphi)\sin\varphi\right]$$

$$\Delta_{2P} = \int_\varphi^\alpha -\left(\frac{M_\theta^o}{P_T}\right)(1-\cos\theta)\, d\theta = \left[(\cos\varphi - \cos\alpha) - (\alpha-\varphi)\sin\varphi - \frac{1}{2}(\sin\alpha - \sin\varphi)^2\right] \qquad (8.4-7)$$

Relaţiile 8.4-1 permit calculul ordonatelor liniilor de influenţă. Valorile X_1^o ; X_2^o sînt calculate în tabelul 8.4.3 şi

BUPT

şi reprezentate grafic în fig.8.4-5 pentru X_1^o şi fig.8.4-6 pentru X_2^o

α		φ = 0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
45°	X_1^o	0,143	-0,0[illegible]	-0,0[illegible]	0,000	—	—	—
	X_2^o	-2,35[illegible]	-1,907	-0,6[illegible]	0,000	—	—	—
60°	X_1^o	0,1[illegible]	0,003	-0,04[illegible]	-0,026	0,000	—	—
	X_2^o	-1,61[illegible]	-1,430	-0,6[illegible]	-0,265	0,000	—	—
90°	X_1^o	0,[illegible]	0,050	-0,00[illegible]	-0,0[illegible]	-0,024	-0,0[illegible]	0,000
	X_2^o	-0,9[illegible]	-0,802	-0,627	-0,[illegible]	-0,14[illegible]	[illegible]	0,000

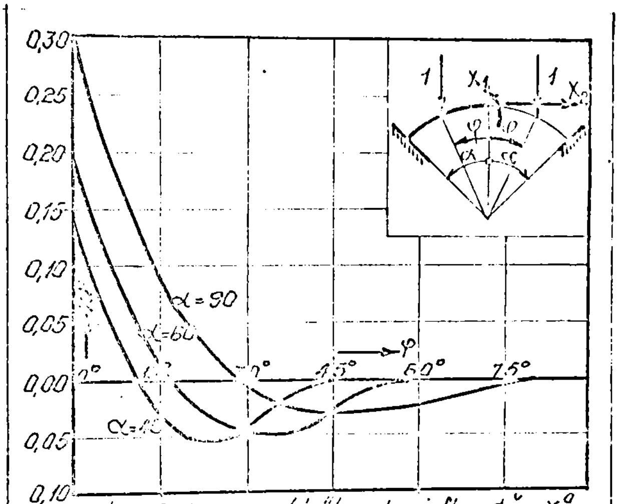
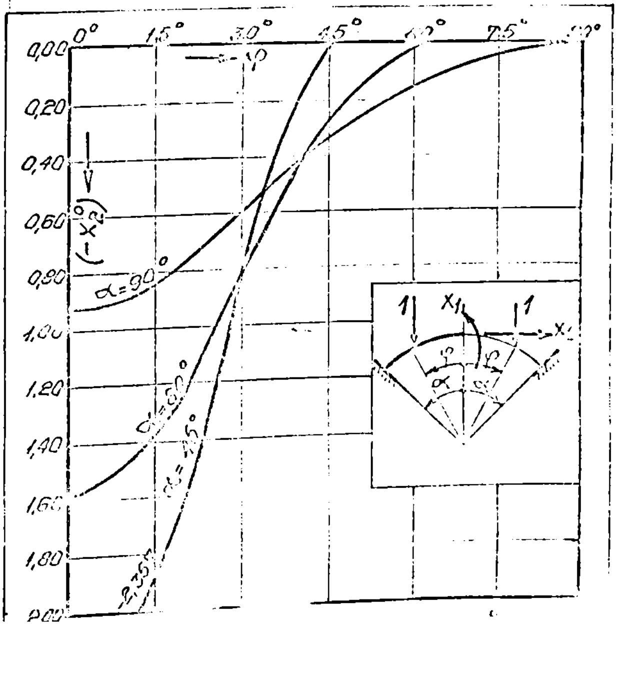


Fig. 8.4-5 Linii de influenţă X_1^o



c.- [illegible]

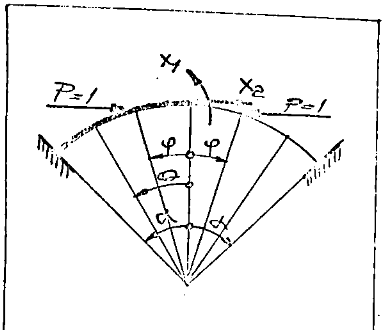


Fig. 8.4-7 Schema statică

Momentul încovoietor pe arcul de bază se scrie pentru secțiunea curentă $\theta > \varphi$, fig.8.4-7 :

$$\left(\frac{M_\theta^\circ}{P_T}\right) = -(\cos\varphi - \cos\theta) \qquad (8.4-8)$$

Valorile deplasărilor se calculează după cum urmează :

$$\Delta_{1P}^\circ = \int_\varphi^\alpha \left(\frac{M_\theta^\circ}{P_T}\right) d\theta = \int_\varphi^\alpha -(\cos\varphi - \cos\theta)\, d\theta = -[(\alpha-\varphi)\cos\varphi - (\sin\alpha - \sin\varphi)]$$

$$\Delta_{2P}^\circ = \int_\varphi^\alpha -\left(\frac{M_\theta^\circ}{P_T}\right)(1-\cos\theta)\, d\theta = [(\alpha-\varphi)\cos\varphi - (\sin\alpha - \sin\varphi) - \sin\alpha\cos\varphi] + \qquad (8.4-9)$$
$$+ [\sin\varphi\cos\varphi + \tfrac{1}{2}(\alpha-\varphi) + \tfrac{1}{2}\sin(\alpha-\varphi)\cos(\alpha+\varphi)]$$

Liniile de influență au expresiile :

$$X_1^\circ = K_{12}^\circ \Delta_{2P}^\circ - K_{22}^\circ \Delta_{1P}^\circ$$
$$X_2^\circ = K_{12} \Delta_{1P}^\circ - K_{11}^\circ \Delta_{2P}^\circ \qquad (8.4-10)$$

Valorile lor au fost calculate în tabelul 8.4-4 și reprezentate grafic în fig.8.4-8 pentru X_1° și în fig.8-4-9 pentru X_2°.

Liniile de influență X_1°, X_2° Tabel 8.4-4

		φ în grade sexazecimale						
		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
45°	X_1°	0,000	-0,012	-0,010	0,000	—	—	—
	X_2°	-1,000	-0,855	-0,445	0,000	—	—	—
60°	X_1°	0,000	-0,016	-0,044	-0,020	0,000	—	—
	X_2°	-1,000	-0,910	-0,720	-0,200	0,000	—	—
90°	X_1°	0,000	-0,021	-0,065	[illegible]	-0,055	-0,025	0,000
	X_2°	-1,000	[illegible]	[illegible]	-0,650	-0,400	-0,150	0,000

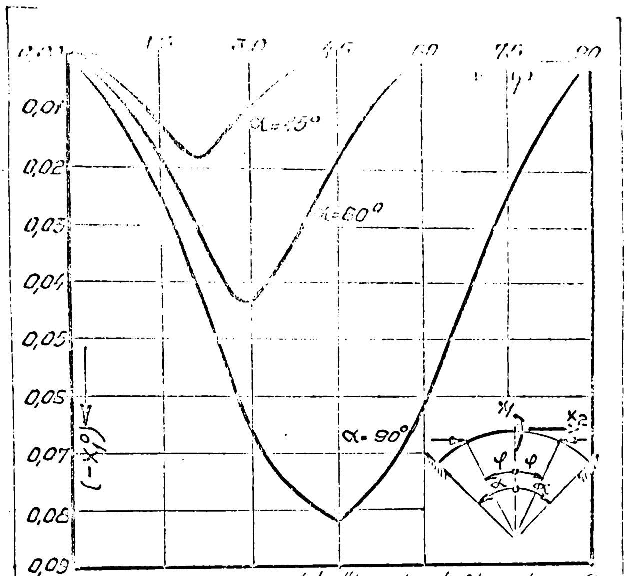


Fig 8.4−8 Liniile de influență X_1^0

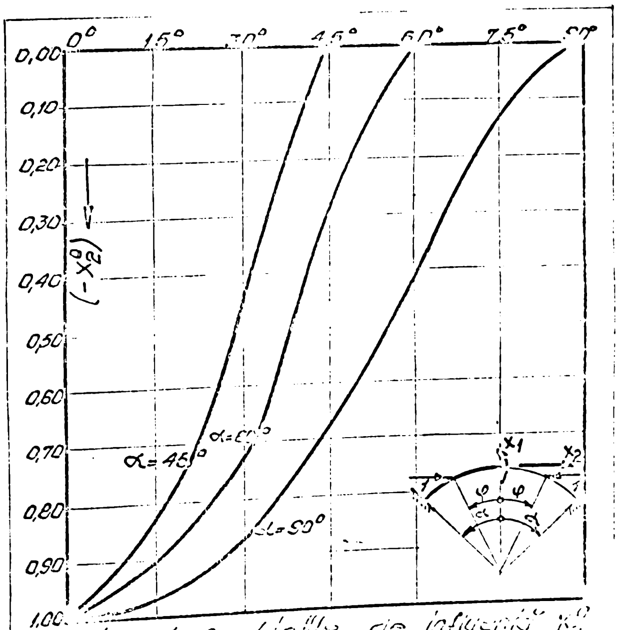


Fig 8.4−9 Liniile de influență X_2^0

BUPT

3.- Linia de influență pentru îmbrăcăminți cu moment de inerție variabil

Legea de variație se acceptă sub forma :

$$i_\theta = \frac{J_0}{J_\theta} = \cos^3 a\theta \qquad (8.4-10)$$

Coeficienții matricei necunoscutelor se exprimă analog relațiilor 7.1-3, valorile lor sînt :

$$\begin{aligned} \delta_{11}^{\circ} &= \frac{C}{4} \\ \delta_{12}^{\circ} &= -\left(\frac{C}{4} - \frac{B}{8}\right) \\ \delta_{22}^{\circ} &= \frac{C}{4} - \frac{B}{4} + \frac{A}{8} \end{aligned} \qquad (8.4-11)$$

A,B,C sînt explicitate în 7.1-4 și calculate în tabelul 7.1-1.

Pentru a = 0 se ajunge la cazul momentelor de inerție constante studiat anterior. Inversarea elementelor matricei necunoscutelor se face după relațiile 7.1-5.

a.- Încărcarea radială

Momentul încovoietor pe structura de bază fig.8.4-1 este scris în relația 8.4-4. Se calculează deplasările arcului static determinat :

$$\begin{aligned} \Delta_{1P}^{\circ} &= \int_{\varphi}^{\alpha} i_\theta \left(\frac{M_\theta^{\circ}}{Pr}\right) d\theta = -\int_{\varphi}^{\alpha} \sin(\theta-\varphi)\cos^3 a\theta \, d\theta \\ \Delta_{2P}^{\circ} &= \int_{\varphi}^{\alpha} -i_\theta \left(\frac{M_\theta^{\circ}}{Pr}\right) d\theta (1-\cos\theta) d\theta = -\Delta_{1P}^{\circ} + \int_{\varphi}^{\alpha} i_\theta \left(\frac{M_\theta^{\circ}}{Pr}\right) \cos\theta \, d\theta \end{aligned} \qquad (8.4-12)$$

Relațiile de mai sus pot fi ușor explicitate dacă se introduc următoarele integrale :

$$\begin{aligned} B' &= -8\int_0^{\alpha} \sin\varphi \cos^3 a\varphi \, d\varphi \\ D' &= -16\int_0^{\alpha} \sin\varphi \cos\varphi \cos^3 a\varphi \, d\varphi \end{aligned} \qquad (8.4-$$

Valorile mărimilor B',D' sînt calculate în tabelul 8.4-5.

Valorile integralelor D', B' Tabel 8.4-5

	φ \ α	0	0,2	0,4	0.6	0,8	1.0	1,2
D'	0°	4,000	4.150	4.680	8,570	1.300	3,200	4.245
	10°	3,760	3,590	4.460	6,320	1.060	2,965	4,010
	20°	3,070	3,200	3,765	7.660	0,415	2,345	3,420
	30°	2,000	2,145	2,750	6,700	-0,465	1.560	2,735
	40°	0,695	0,870	1,560	5,640	-1.360	0,845	2,200
	50°	-0,695	-0,470	0,365	4.660	-2,095	0,350	1.915
	60°	-2,000	-1.705	-0,680	3,885	-2.585	0,100	1.020
	70°	-3,055	-2,690	-1.455	3,305	-2,840	0,015	1.810
	80°	-3,760	-3,315	-1.903	3,135	-2,930	0,000	1.810
B'	0°	8,000	9,375	2,600	8,485	16,250	∞+1,250	-13,835
	10°	7,880	9,245	2,490	8,360	16,130	∞+1,135	-13,925
	20°	7,520	8,835	2,120	8,015	15,795	∞+0,810	-14,230
	30°	6,930	8,315	1,560	7,490	15,305	∞+0,375	-14,605
	40°	6,130	7,530	0,830	6,840	14,760	∞-0,055	-14,9[illegible]
	50°	5,145	6,500	-0,015	6,145	14,240	∞-0,410	-15,130
	60°	4.000	5,500	-0,925	5,470	13,815	∞-0,625	-15,210
	70°	2,740	4,330	-1,845	4,830	13,520	∞-0,725	-15,2[illegible]
	80°	1.390	3,120	-2,715	4.400	13,350	∞-0,74[illegible]	-15,2[illegible]

Dezvoltînd relaţiile 8.4-12 şi ţinînd cont de integralele 7.1-4 respectiv 8.4-13 se obţine :

$$\Delta^{\circ}_{1P} = -\left[-\left|\frac{B'}{8}\right|_{\varphi}^{\alpha}\cos\varphi - \left|\frac{B}{8}\right|_{\varphi}^{\alpha}\sin\varphi\right] = \frac{1}{8}\left[(B'_{\alpha}-B'_{\varphi})\cos\varphi + (B_{\alpha}-B_{\varphi})\sin\varphi\right]$$

$$\Delta^{\circ}_{2P} = -\Delta^{\circ}_{1P} - \int_{\varphi}^{\alpha}\sin(\theta-\varphi)\cos\theta\cos^{3}\alpha\,\theta\,d\theta = \left[\frac{1}{8}(B'_{\alpha}-B'_{\varphi}) + \frac{1}{16}(D'_{\alpha}-D'_{\varphi})\right]\cos\varphi + \qquad (8.4-1\ldots)$$

$$+\left[\frac{1}{8}(B_{\alpha}-B_{\varphi}) + \frac{1}{8}(A_{\alpha}-A_{\varphi})\right]\sin\varphi$$

In final, liniile de influenţă pentru încărcarea ...

se obţin din relaţiile :

$$X^{\circ}_{1} = K^{\circ}_{12}\,\Delta^{\circ}_{2P} - K^{\circ}_{22}\,\Delta^{\circ}_{1P}$$
$$X^{\circ}_{2} = K^{\circ}_{12}\,\Delta^{\circ}_{1P} - K^{\circ}_{11}\,\Delta_{2P} \qquad (8.4-\ldots)$$

BUPT

unde :

$-K_{ij}^{o}$ sînt constante pentru un arc dat ;

$-\Delta_{2P}^{o}, \Delta_{1P}^{o}$ se calculează din relațiile 8.4-13 pentru diferite valori ale unghiului φ. Variabila φ intră în relațiile 8.4-13 atît direct cît și prin intermediul integralelor definite în relațiile 8.4-13 și 7.1-4. Făcînd a = 0 se obține arcul cu moment de inerție constant.

b.- Incărcarea verticală

Momentul pe arcul static determinat (fig.8.4-4) este dat în relația (8.4-6) :

$$\left(\frac{M_\theta^o}{Pr}\right) = -(\sin\theta - \sin\varphi) \tag{8.4-15}$$

Deplasările au valorile :

$$\Delta_{1P}^{o} = \int_{\varphi}^{\alpha} i_\theta \left(\frac{M_\theta^o}{Pr}\right) d\theta = -\int_{\varphi}^{\alpha} (\sin\theta - \sin\varphi)\cos^3 a\theta \, d\theta$$

$$\Delta_{2P}^{o} = \int_{\varphi}^{\alpha} - i_\theta (1-\cos\theta)\left(\frac{M_\theta^o}{Pr}\right) d\theta = \int_{\varphi}^{\alpha} (\sin\theta - \sin\varphi)(1-\cos\theta)\cos^3 a\theta \, d\theta \tag{8.4-16}$$

Utilizînd definiția integralelor introduse anterior se poate scrie :

$$\Delta_{1P}^{o} = \frac{1}{8}\left|B'\right|_{\varphi}^{\alpha} + \frac{1}{4}\sin\varphi \left|C\right|_{\varphi}^{\alpha} = \frac{1}{8}(B'_\alpha - B'_\varphi) + \frac{1}{4}(C_\alpha - C_\varphi)\sin\varphi$$

$$\Delta_{2P}^{o} = \frac{1}{16}(D'_\alpha - D'_\varphi) - \frac{1}{8}(B'_\alpha - B'_\varphi) + \left[\frac{1}{8}(B_\alpha - B_\varphi) - \frac{1}{4}(C_\alpha - C_\varphi)\right]\sin\varphi \tag{8.4-17}$$

Analiza relațiilor 8.4-17 arată că Δ_{1P}^{o} ; Δ_{2P}^{o} sînt funcții de φ prin mărimile B'_φ , C_φ , D'_φ și prin sin φ

Linia de influență se obține din 8.4-15 dînd lui φ valori cuprinse între 0 și α .

c.- Incărcarea orizontală

Momentul încovoietor pe arcul static determinat are valoarea (fig.8.4-7) :

$$\left(\frac{M_\theta^o}{Pr}\right) = -(\cos\varphi - \cos\theta) \tag{8.4-18}$$

Deplasările din încărcare vor fi :

$$\Delta^{\circ}_{1P}=\int_{\varphi}^{\alpha} i_{\theta}\left(\frac{M_{\theta}}{P_r}\right)d\theta=-\int_{\varphi}^{\alpha}(\cos\varphi-\cos\theta)\cos^3 a\theta\, d\theta$$

$$\Delta^{\circ}_{2P}=\int_{\varphi}^{\alpha}-(1-\cos\theta)\, i_{\theta}\left(\frac{M^{\circ}_{\theta}}{P_r}\right)d\theta=\int_{\varphi}^{\alpha}(1-\cos\theta)(\cos\varphi-\cos\theta)\cos^3 a\theta\, d\theta$$

(8.4-19)

Utilizînd definițiile anterioare ale unor integrale se poate scrie :

$$\Delta^{\circ}_{1P}=\frac{1}{8}(B\alpha-B\varphi)-\frac{1}{4}(C\alpha-C\varphi)\cos\varphi$$

$$\Delta^{\circ}_{2P}=\frac{1}{8}\left[(A\alpha-A\varphi)-(B\alpha-B\varphi)\right]+\left[\frac{1}{4}(C\alpha-C\varphi)-\frac{1}{8}(B\alpha-B\varphi)\right]\cos\varphi \quad (8.4-20)$$

Valorile 8.4-20 sînt funcții numai de variabila φ . Ordonatele liniei de influență se obțin cu ajutorul relațiilor 8.4-14.

<u>In concluzie</u> :

- Existența liniilor de influență permite calculul solicitărilor pentru orice tip de încărcare.
- Lucrarea conține toate elementele necesare construirii întregii game a liniilor de influență, ceea ce ușurează în mod considerabil posibilitățile de rezolvarea problemelor ce apar în toate domeniile de folosire a structurilor folosite în general.
- Legea de variație adoptată conținînd un parametru a poate să acopere orice altă lege de variație a secțiunii cu o ficientă exactitate. Expresiile deduse deci cu un caracter general, valabile pentru orice variație a secțiunii.
- Tabelele coeficienților prezentate în lucrare ușurează determinarea liniilor de influență, cu toate că relațiile prezentate la prima vedere par complic

Capitolul 9 – CONCLUZII

Prezenta lucrare face un studiu asupra calculului cintrelor metalice plane şi a îmbrăcăminţii galeriilor subterane. Materialul este împărţit în opt capitole tratînd în aceeaşi viziune principalele probleme ce apar la :

- alegerea formei cea mai adecvată a secţiunii galeriei
- mărimea şi forma de distribuţie a încărcărilor ce solicită elementele cintrelor metalice şi îmbrăcămintea galeriei
- calculul static al structurilor galeriilor în baza unor scheme logice ce pot analiza rapid mai multe variante tehnice de alcătuire a structurilor.

In capitolul 1 se evidenţiază amploarea lucrărilor subterane ce urmează a fi executate în ţara noastră ca urmare a realizării creşterii ponderii energiei electrice obţinută pe cale hidro precum şi necesitatea execuţiei acestor lucrări într-un timp scurt şi cu maximum de eficienţă economică. Căile de realizare a acestor obiective urmăresc concentrarea atît a debitelor cît şi a căderilor, ambele ţeluri conduc la un volum mare de lucrări subterane. De aici decurge şi necesitatea unui studiu asupra formei, încărcărilor şi calculului static rapid a acestor obiecte. Capitolul prezintă şi o parte din bibliografia ce se referă la aceste tipuri de lucrări. Galeria subterană fiind din acest punct de vedere un element din ce în ce [illegible] important este necesar să fie tratat cu cea mai mare atenţie, tocmai în această direcţie studiile şi experienţa de proiectare nu se găsesc la nivelul altor obiecte hidrotehnice ca baraje, conducte, [illegible], etc.

Studii amănunţite, tehnologii moderne de execuţie, [illegible] luţii tehnice îndrăzneţe asupra galeriilor au fost abordate abia în ultimii ani.

Lucrarea de faţă doreşte să contribuie la necesitatea de a cunoaşte modul de lucru a acestor construcţii astfel ca proiectarea şi execuţia lor să se facă în baza unor metode de calcul cît mai apropiate de realitate.

In cadrul capitolului 2 "Studiul formei şi a încărcării galeriilor subterane" se prezintă studiul geometriei secţiunilor pornind de la definirea sub forma generală a unui tip de bază de la care, prin particularizare, se obţine o gamă foarte mare de secţiuni ce pot satisface toate necesităţile practice de alcătuire a secţiunilor. Prin descrierea tuturor secţiunilor pornind de la una generală se dă o metodă unitară de studiu a parametrilor geometrici, de încărcare şi statici.

Diagramele şi tabelele originale date în cadrul acestui paragraf înlesnesc conducerea calculului şi permit alegerea rapidă a parametrilor celor mai potriviţi unei situaţii date. Se reuşeşte, în urma studiului tuturor parametrilor, să se definească nu o secţiune particulară ci o familie de secţiuni caracteristice care au proprietatea de a avea aceeaşi formă (definită de un număr minim necesar de parametrii) urmînd ca mărimea unei secţiuni din grupul de aceeaşi formă să fie aleasă printr-un parametru geometric.

In cadrul unui alt paragraf se studiază variaţia momentelor de inerţie a diferitelor forme de secţiuni. Se propun secţiuni cu moment de inerţie constant precum şi variabil în trepte sau continuu. Variaţia continuă a momentelor de inerţie este dată printr-o lege ce conţine un parametru a cărui alegere potrivită acoperă toate necesităţile practice de alcătuire a secţiunilor. In lucrare sînt date diagrame care ușurează alegerea convenabilă a variaţiei momentelor de inerţie cu avantajul de a putea pune condiţii suplimentare pentru alegerea grosimii arcului.

Concluziile acestui paragraf sînt rezumate pe scurt sub forma :

- Pentru galerii în roci stîncoase precum şi la galeriile sub presiune de formă circulară, se preconizează îmbrăcăminţi cu grosime constantă.

- In rocile degradate, şistoase, fără coeziune sînt indicate îmbrăcăminţile cu variaţii discontinue a grosimilor.

- Galeriile centralelor hidroelectrice subterane şi bolţile tunelurilor cu mare deschidere se recomandă a fi executate cu variaţia continuă a grosimii bolţii.

Ultimul paragraf este rezervat încărcărilor ce acţionează asupra îmbrăcăminţilor şi cintrelor de sprijinire a bolţilor. Sînt analizate separat legile de distribuţie a celor mai ... tipuri de încărcări. O parte a acestui paragraf analizează fenomenele ce produc încărcări şi nu pot fi prinse în calcul ... forma unor legi de distribuţie. Acţiunea lor se introduce în calcul majorînd mărimea ... încărcări. Concluzia acestui paragraf subliniază :

- introducerea î... calcul a încărcărilor, trebuie să ţină cont de conlucrarea rocii cu îmbrăcămintea, în acest ... determinarea presiunii pasive corespunzătoare fiecărei ... cări prezintă un element de bază al calculului static .

Aprecierea coeficientului de pat, a modulului de ... ticitate, a coeficientului împingerii active, etc., trebuie ... cută cu atenţie ... . In cele mai multe situaţii, ... caracteristici se determină pe ... ce se execută ... ... funcţie de ...

cu maximum de operativitate.

In lucrare se demonstrează importanţa deosebită a raportului dintre modulele de elasticitate a structurii de rezistenţă şi modulul de elasticitate al rocii cu care vine în contact. Se găseşte de asemenea şi influenţa acestui factor asupra încărcării pe care o transmite mantale ca presiune pasivă. Astfel, pentru secţiunea circulară, la presiunea uniformă a apei rezultă din relaţia 6.4-3 valoarea presiunii pasive sub forma :

$$\frac{p_H}{p} = \frac{1}{1+\beta\frac{1}{\lambda}} \qquad (9.1)$$

unde :

- p, presiunea exterioară uniform distribuită radial
- $\beta = \frac{E(1+1/\mu_{n})}{E_{rocă}\, r}$
- $\lambda = \frac{r}{d}$, grosimea relativă a structurii.

Relaţia pune în evidenţă dependenţa presiunii pasive în raport cu β , (raportul modulelor de elasticitate).

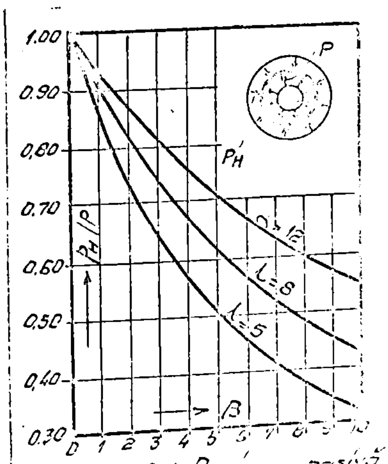


Fig. 9.1 Presiunea pasivă

Relaţia de mai sus precum şi diagrama alăturată pune în evidenţă că : - pentru o rocă dură $\beta \to 0$ rezultă $p_H \to p$. Mantaua va fi în echilibru din punctul de vedere al acestei încărcări şi eforturile vor fi nule aşa cum se vede din diagrama fig.6.4-2 ;

- pentru rocile slabe $\beta \to \infty$ rezultă $p_H \to 0$. In acest caz, îmbrăcămintea este puternic solicitată de către presiunea interioară.

Relaţia 9.1 pune în evidenţă şi influenţa grosimii relative a îmbrăcăminţii, prin intermediul parametrului λ .

Pentru alte tipuri de secţiuni se propun legile de variaţie a încărcărilor din presiunea pasivă rezultînd şi mărimea lor. Astfel pentru secţiunea mîner de coş avînd forma definită de $u_0 = 1,5$ şi încărcarea din presiunea uniformă a rocii, scriind egalitatea deformaţiilor îmbrăcăminţii şi a rocii rezultă

$$\frac{p_H}{q_0} = \frac{0,110}{0,39 + \frac{6}{\lambda^3}\beta} = f(\beta, \lambda) \qquad (9.2)$$

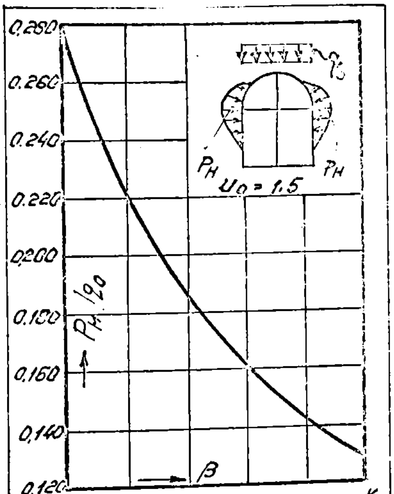


Fig. 9.2 Presiunea pasivă

Aceste diagrame pot fi construite şi pentru alte tipuri de încărcări sau pentru combinaţii de încărcări, ce pun în evidenţă mărimea presiunii pasive în raport cu factorul β . In lucrare se calculează toate elementele necesare ridicării diagramelor de tipul 9.1 şi 9.2 pentru toate situaţiile de încărcări.

Cu cît valoarea β este mai mică, cu atît presiunea pasivă este favorabilă conlucrării structurii cu muntele. Din analiza acestor curbe rezultă :

- micşorarea coeficientului β conduce la o distribuţie mai favorabilă a eforturilor în structură . Rezultă justificată realizarea injecţiilor de umplutură şi consolidare pentru mărirea lui $E_{rocă}$ şi deci micşorarea parametrului β

- Injecţiile de consolidare sînt eficiente mai ales în zona în care roca are posibilitatea să acţioneze prin încărcare pasivă deci neapărat şi lateral nu numai în boltă (cum se obişnuieşte).

Capitolul 3 "Contribuţii la calculul căptuşelilor galeriilor subterane". Se scrie matricea coeficienţilor necunoscutelor sub o formă adimensională şi se definesc necunoscutele adimensionale.

Acest mod de scriere are avantajul de a se putea generaliza atît la elementele matricei coeficienţilor cît şi necunoscutele. Coeficienţii vor fi valabili pentru întreaga serie de secţiuni, geometric asemenea, cu alte cuvinte coeficienţii nu sînt legaţi decît de forma secţiunii nu şi de mărimea ei. Calculele sînt prezentate pentru cazul unei secţiuni şi încărcări de formă oarecare. In paragrafele următoare ale acestui capitol se analizează influenţa forţei axiale şi a curburii liniei mediane a structurii în calculul deformaţiilor unitare şi deformaţiilor din încărcarea exterioară. Se precizează cu această ocazie relaţiile ce dau influenţa procentuală a acestor mărimi dîndu-se şi diagrame de calcul (fig.3.2-2, 4 pentru efectul forţei axiale respectiv fig.3.3-1, pentru efectul curburii) din care rezultă exact situaţiile cînd aceste efecte pot fi neglijate (în raport cu efectul momentului încovoietor)respectiv cînd trebue luate în considerare şi sporul lor procentual. In încheiere se dau relaţiile generale pentru calculul deformaţiilor în punctele importante ale structurii. In raport cu deformaţiile în anumite puncte se scrie ecuaţia deformaţiei liniei mediane , ecuaţie ce se foloseşte pentru stabilirea încărcării pasive a munteluí.

Capitolul se încheie cu o schemă logică pentru calculul eforturilor într-o secţiune de formă oarecare.

Capitolele 4 – 5 sînt [illegible] vate studiului c[illegible] iau naştere din diferite încărcări în secţiunile de formă specială şi mîner de coş folosite la galeriile de fugă ale centralelor hidroelectrice. Se iau în studiu formele cele mai des folosite în construcţia galeriilor. Astfel, pentru secţiunea mîner de coş se adoptă parametrii $k_1 = k_2 = 3$; $k_1 \sin\alpha_0 = 1$, rezultă o secţiune ce se poate înscrie într-un pătrat.

Pentru secţiunea mîner de coş se aleg două forme corespunzătoare unor parametrii $u_0 = 1,5$ (folosită la galeriile tunelurilor) respectiv $u_0 = 3$ (folosită la galeriile înalte ale centralelor subterane).

Se studiază mai multe tipuri de variaţie ale momentelor de inerţie astfel ca inginerul proiectant să poată alege variaţia cea mai favorabilă.

Schemele logice de calcul, tabelele şi diagramele de variaţie a eforturilor calculate pentru diferite tipuri de încărcări permit un calcul rapid al structurii, cu posibilităţi de studiu a diferitelor situaţii impuse de variaţia parametrilor fizici de alungul galeriei.

In calculul eforturilor se semnalează influenţa deosebită a conlucrării rocii cu îmbrăcămintea. Aceasta se pune în evidenţă cu atît mai mult cu cît calculele sînt conduse pentru eforturi adimensionale.

Pentru secţiunea mîner de coş spre exemplu se poate scrie valoarea momentului în cheia arcului din acţiunea presiunii uniforme : însumînd efectul încărcării q_0 , al reacţiunii (după una din legile de distribuţie a reacţiunii) şi al presiunii pasive. Se obţine : presiunea uniform distribuită

pentru $\varphi = 0$ (vezi tabela 5.3-2)

$$\frac{M\varphi}{q_0 r^2} = 0,305 \qquad \frac{N\varphi}{q_0 r} = 0,017$$

– din reacţiunea uniform distribuită q_0 (vezi tabela

5.2-2) pentru $\varphi = 0$

$$\frac{M_\varphi}{q_0 r^2} = -0{,}032 \quad ; \quad \frac{N_\varphi}{q_0 r} = -0{,}053$$

- Din presiunea pasivă, pentru $\varphi = 0$ (vezi tabela 5.3-3 și fig.9-2)

$$\frac{M_\varphi}{q_0 r^2} = -0{,}275 f(\beta;\lambda)$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 r} = -0{,}697 f(\beta;\lambda)$$

funcția $f(\beta, \lambda)$ se obține pentru orice tip de încărcare sau pentru o combinație de încărcări după modelul descris pentru obținerea relației (9.2) sau curbei din fig.9.2.

Pentru acest caz funcția $f(\lambda, \beta)$ are expresia :

$$f(\beta;\lambda) = \frac{0{,}110}{0{,}390 + \frac{6}{\lambda^3}\beta}$$

însumînd cele trei efecte se găsesc relațiile solicitărilor în cheia bolții ($\varphi = 0$)

$$\frac{M_\varphi}{q_0 r^2} = 0{,}273 - 0{,}275\,\frac{0{,}110}{0{,}390 + \frac{6}{\lambda^3}\beta}$$

$$\frac{N_\varphi}{q_0 r} = -0{,}036 - 0{,}697\,\frac{0{,}110}{0{,}390 + \frac{6}{\lambda^3}\beta} \qquad (9.3)$$

Admițînd o structură cu moment de inerție constant cu grosimea relativă $\lambda = 5$ se obțin diagramele de variație ale solicitărilor unui punct de pe structură în raport cu variația modulelor de elasticitate a materialului structurii și a rocii lui

$$\beta = \frac{E_{structură}(1 + 1/\mu_{rocă})}{E_{rocă}}$$

ridicate după datele calculate în tabelul alăturat.

Astfel de diagrame se pot obține și pentru combinații de încărcări în diferite puncte ale structurii. Analiz[illegible] lui modulului de elasticitate al rocii conduce la [illegible] momentele încovoietoare se [illegible] pentru roci [illegible] cămintea prela încărcării [illegible] în condiții de [illegible] mult mai avantajoase, [illegible] mult mai pregnant în [illegible], date de presiun[illegible] [illegible] pentru încărcare [illegible] a apoi la secțiunea circulară cînd efortul de întindere (vezi fig.6.4-2) este zero în cazul unei roci dure și tinde către o valoare foarte mare pentru roci slabe.

In cadrul capitolului 6 se conduce în detaliu calculul eforturilor pentru fiecare tip de încărcare avînd în vedere importanța acestei secțiuni la tunelurile sub presiune.

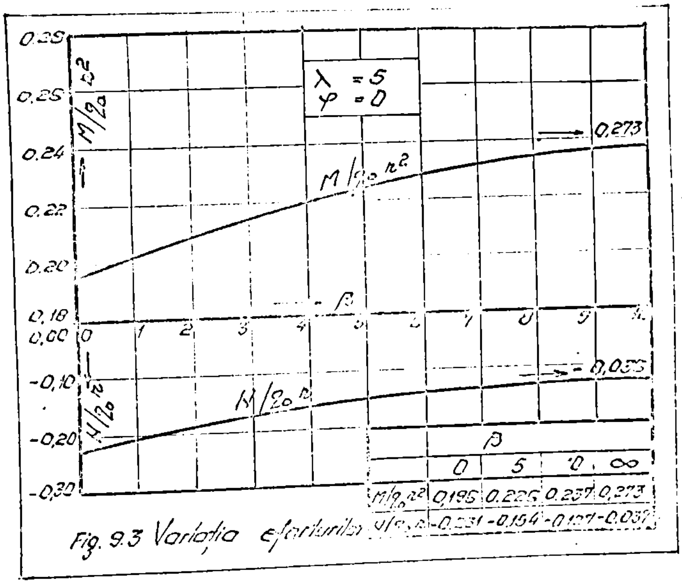


Fig. 9.3 Variația eforturilor

Se pot trage următoarele concluzii :

- Calculele pentru obținerea eforturilor în secțiuni circulare din încărcările specifice tunelurilor se conduc ținînd cont de caracterul rocii în care este executată galeria.
- Pentru fiecare tip de încărcare, se pot obține diagramele de eforturi în coordonate generalizate, ce ușurează mult calculele.
- Reacțiunea se alege diferențiat pentru fiecare tip de rocă.
- Diagramele de eforturi pentru o încărcare dată se

obțin prin însumarea următoarelor efecte

$$S = S_q + S_r + S_{pq} + S_{pr} + S_a$$

unde :

- S, efortul (M_φ , N_φ , T_φ) total datorat unei încărcări q ;

- S_q, efortul primar datorat încărcării q ;

- S_r, efortul creat de reacțiunea muntelui calculată în funcție de componenta verticală P a încărcării. Valoarea totală P a încărcării poate fi citită din tabelă, ca fiind forța tăietoare a încărcării primare q în punctul $\varphi = \pi$;

- S_{pq}, S_{pr} - eforturile datorate presiunii pasive a încărcării primare q și a reacțiunii corespunzătoare. Încărcarea din presiunea pasivă se obține din relația :

$$\delta^{\circ}_{Hq} + \delta^{\circ}_{Hr} + \delta^{\circ}_{Hp} = 2\frac{p_H}{kr}$$

- S_a, eforturile datorate aderenței betonului cu roca.

- Eforturile datorate fenomenului de umflare a rocii pot fi luate în calcule ca o presiune uniformă din exteriorul excavației.

- Eforturile din temperaturi pot deveni importante dacă execuția închiderii cheii bolții nu a fost făcută la temperatura corespunzătoare sau dacă tunelul se golește brusc permițînd pătrunderea aerului în lungul tunelului.

Capitolul 7 studiază bolțile cu mare deschidere ... te la galeriile tunelurilor săpate în roci dure precum și bolțile centralelor hidroelectrice subterane cu deschidere ...

În acest capitol se propune variația momentelor de ... ție după o lege ce conține un parametru. Legea de variație ... iel propusă dă posibilitatea impunerii unor condiții suplimentare asupra distribuțiilor eforturilor de alungul arcului. ... momentele se pun condiții de ... economică a var... ... economică de ... lor de inerție ...

INSTITUTUL ... TIM... BIBL...
INSTITUTUL ... TIMIȘOARA BIBLIOTECA CENTRALĂ

Se propune de asemenea un calcul care să țină cont de elasticitatea rocii dându-se modificările ce trebuiesc aduse atît la calculul invarianților (relațiile 7.1-13) cît și a deplasărilor din încărcare (relațiile 7.1-15).

Calculele prezentate în acest capitol dau posibilitatea analizei corecte a efectului elasticității muntelui asupra distribuției eforturilor și alegerea soluției celei mai bune în proiectarea lor. In urma acestor calcule se impun concluziile :

- Bolțile galeriilor subterane efectuate în scopul execuției centralelor hidroelectrice vor trebui calculate ținînd cont de raportul modulului de elasticitate al betonului și al rocii. Mărimea eforturilor variază foarte mult în raport cu valoarea β , ce caracterizează acest raport.

- Pentru deschideri mari ale bolților se pot pune condiții suplimentare privitoare la alegerea variației momentului de inerție, obținîndu-se economii ale volumului lucrării pînă la 15 %.

Capitolul 8, vine în ajutorul inginerului proiectant prin intermediul liniilor de influență a necunoscutelor nedeterminate pentru toate tipurile de secțiuni studiate în această lucrare. Se prezintă calcule detailate privind trasarea liniilor de influență a diferitelor tipuri de acțiune a forțelor și [illegible]rite forme de variație a momentelor de inerție. Prin acest material detaliat se dă posibilitatea inginerului proiectant să facă calculul eforturilor și pentru alte tipuri de încărcări, simetrice în raport cu axa de simetrie a structurii, ca[illegible] fost studiate în capitolele 4,5,6,7 sau să accepte alte [illegible] de distribuții decît cele clasice. In acest capitol se pre[illegible] bazele teoretice de determinare a ordonatelor liniilor de influență pentru încărcări simetrice cît și calculul efectiv al [illegible] acestor ordonate pentru o gamă foarte largă de secţiuni şi mod de a acţiona a încărcărilor. Diagramele obţinute dau sugestiv valoarea eforturilor pentru diferite tipuri de încărcări.

Cu ocazia întocmirii liniilor de influenţă pentru arce cu momente de inerţie variabile s-au calculat tabele ale unor funcţii integrale cu ajutorul maşinii electronice de calcul MECIPT 1.

In cadrul capitolului se dau şi schemele logice pentru programarea calculului liniilor de influenţă la un calculator.

In concluzie :

- materialul teoretic şi grafic precum şi tabelele calculate pentru diferite secţiuni şi situaţii de încărcare dau posibilitatea inginerului proiectant să aleagă soluţia cea mai bună şi să conducă rapid calculele statice şi de rezistenţă aşa cum o cere la ora actuală execuţia rapidă a galeriilor subterane.

- Schemele logice de calcul prezentate permit analiza mai multor soluţii astfel că alegerea unei soluţii se poate face în urma unor calcule amănunţite.

- Mărimea eforturilor este mult influenţată de conlucrarea masivului cu îmbrăcămintea structurii galeriei. Se dau în acest sens relaţii şi diagrame ce descriu acest fenomen. Variabila problemei este luat raportul modulului de elasticitate al îmbrăcămintii şi al rocii. Rezultă că este foarte necesar să se cunoască cît mai exact acest raport prin măsurători [illegible] a modulului de elasticitate al rocii.

- In lucrare se demonstrează importanţa injecţiilor de umplutură şi consolidare ce se execută la galeriile subterane [illegible] acestei injecţii se îmbunătăţeşte conlucrarea [illegible] îmbrăcămintea galeriei [illegible] te modulul de ela[illegible] rocii. Realizarea unor ancore în interiorul muntelui micşorează de asemenea împingerile muntelui asupra galeriei.

Se demonstrează de asemenea importanţa executării injecţiilor şi în părţile laterale ale galeriei pentru a se mări rezistenţa pasivă a muntelui. Această prescripţie este importantă avînd în vedere practica executării acestor injecţii numai la partea superioară a galeriei, acestea avînd mai ales rolul de injecţii de umplutură şi mai puţin de consolidare.

- Prescripţiile suplimentare ce privesc injecţiile de umplutură şi consolidare, ancore de micşorare a presiunii muntelui, cunoaşterea cît mai exactă a modulului de elasticitate a rocii devin elemente a căror cunoaştere şi aplicare judicioasă pot compensa o mărime nejustificată a grosimii îmbrăcăminţii.

- Alegerea secţiunii se face în funcţie de mărimea şi forma de distribuţie a încărcării preponderente, precum şi de calitatea rocii, astfel : pentru aducţiuni sub presiune (încărcarea principală fiind presiunea interioară a apei, uniform distribuită) rezultă secţiunea circulară ca cea mai economică din punctul de vedere al preluării încărcării, pentru aducţiuni cu faţa liberă unde încărcarea principală poate deveni împingerea muntelui se indică secţiunea uşor de coş cu boltă la partea superioară avînd momente de inerţie variabile la deschideri şi încărcări mari.

Alegerea parametrilor se face astfel încît secţiunea să aibă lăţimea mai mică decît înălţimea pentru a micşora împingerea verticală a muntelui la aceeaşi secţiune de scurgere. Dacă împingerile laterale devin mari se prevăd momente de inerţie constante pe părţile laterale. Împingerile laterale mari se preferă a fi preluate prin pereţi laterali curbi (secţiunea de formă specială). Dacă nu apar împingeri verticale pe radierul galeriei sînt indicate secțiunile cu încastrare, [illegible] (mult mai rigide după cum se poate citi din diagramele eforturilor date în capitolele 4,5). Pentru împingeri mari ale masivului pe radier sau rocă cu tendință de umflare se preferă secțiuni cu grosimi corespunzătoare sau sub forma unor bolți descendente.

BIBLIOGRAFIE

1.- Mihai Bălă - Construcții hidrotehnice și centrale hidroelectrice vol.2. Editura didactică și pedagogică București 1967

2.- Mihai Bălă, Gheorghe Popa, Michael Ion - Mecanica rocilor și tunelurí hidrotehnice. Oficiul de documentare și publicații tehnice București 1973

3.- M.M.Grişin - Construcții hidrotehnice vol.2 (traducere din limba rusă după ed.II-a revăzută și completată). Editura tehnică București 1959

4.- Dr.Ing.H.Press - [illegible] . Berlin 1954

5.- G.Lordout, P.Lenny - Construction des tunels et souterrains Paris.Eyrolles 1958

6.- Petre Teodorescu - Construcția tunelurilor. Editura căilor ferate 1960

7.- M.I.Dendurov - Tunele de căi de comunicație (traducere din limba rusă).Oficiul de documentare C.F. București 1959

8.- Ch.Adrene - Les grands souterrains transalpins. Paris Eyrolles 1956

9.- F.F.Gubin - Uzine hidroelectrice (traducere din limba [illegible]) Editura energetică București 1965

10.- E.Mosony - Water power development vol.I. Budapest [illegible]

11.- G.Dewanco et [illegible] - Aplication de [illegible] dynamique à l'étude du développement et de la [illegible] des contraintes autour des galeries. Annales [illegible] - [illegible] 1955

12.- Barth Steffen - Felsmechanische Probleme beim Entwurf der Kaverne des Pumpspeicherwerkes Waldeck II. "Bautechnik" 1972

13.- K.V.Terzaghi - Mecanique teoretique des sols. Ed.Dunod, Paris 1953

14.- Mihai Stamatiu - Mecanica rocilor.Editura didactică şi pedagogică Bucureşti 1962

15.- A.N.Dinik,A.B.Morgaevski,G.N.Sarin - Repartizarea eforturilor în jurul unor lucrări minere subterane. Bul. Academiei URSS 1955

16.- L.N.Burdzgla - Calculul static al tunelurilor hidrotehnice Moscova 1961

17.- K.S.Semşiev - Proiecte tip de căptuşeli de tunele hidrotehnice.Hidroproiect.Tbilisi 1953

18.- G.B.Galerkin - Culegere de opere vol.1 - Moscova 1962

19.- V.L.Feodorov - Calculul căptuşelilor tunelurilor hidrotehnice la presiunea interioară

20.- E.G.Zurabov şi F.O.Bugaeva - Tunele hidrotehnice a centralelor hidroelectrice . Moscova 1962

21.- A.M.Panarin - Calculul căptuşelilor tunelurilor sub influenţa temperaturii. Moscova 1950

22.- Tincelin - Susţinerea suspendată . Revue de l'Industrie Minerale 7/1955 Paris

23.- St.Bencea ş.a.- Susţinerea ancorată . Revista Minelor 11/1964

24.- O.Kuhn - Indicaţii practice pentru proiectarea susţ[illegible] galeriilor. Glückauf nr.10/1964 - RFG

25.- St.Bencea,[illegible] - Susţinerea cu ancore şi torcret. Ed.Tehnică [illegible]7

- M.Laurent - [illegible] cu beton .

27.- K.H.Fränkel - Rock bolting Handbook Atlas Copco Suedia
1969

28.- A.Gilbert, A.Mantu - Soutenements provisoires dans les
galerie des usines hidroelectriques roumaines
Travaux 1971/5

29.- Lolli Marcello - Il comportamento statico provocato dalla
pressione hidrostatica e dalla variazioni termiche
delle galerie e dei pozzi practicato attraverso rocca
fratturato - L'Energia Electrica 1/1952

30.- Fraser Hughi - Records tumble at Navajo tunnel . "West.
Constr." 1972 nr.8

31.- The Foyers project in Scotland.Part.I "Water Power" 1972

32.- Minimole drives tiny tunels in hard rock. "Eng.News-Rec"
1972

33.- Pulg Willi - Pumpspeicherwerk Waldeck II "Bauingenieur"
1972

33'.- Willott D.G. - The Churchill Falls Power Development
Part.1 . "Water Power" 1972

34.- Abraham Kurt - Heintz - Stand der Kavernenbautechnik für
Pumpspeicherwerke in Mitteleuropa "Wasserwirtschaft"
1972 nr.4

35.- Rabcewicz L.V.,Golser J.,Hackel F. - Die Bedeutung der
Messung im Hohlraumbau.Teil II.Bauingenieur 1972 nr.

36.- Arthur Harold G. - The Stillwater Tunnel Experiment
"West. Constr." 1972 nr.8

37.- J.C.Weydert - Stresses in oval tubes under internal
sure.Proceedings of the Society for experimental
analyses 1/1954

38.- M.Vasilescu, Gh.M.Lrea - Calculul căptușelilor galeriilor
de aducțiune sub presiune,privită sub un nou aspect

"Hidrotehnica" 3/48 Bucureşti

39.- A.Passek - Tunele pentru instalaţii hidrotehnice.Moscova

40.- Wiecocki Jerzy - Influence des différents modules du sol sur les contraintes dans un revêtement de tunel de forme circulaire . "Ann.Inst.Techn.batim.et trav. publics" 24/1971

41.- A.Mazur - Experienţa modernă de proiectare şi construcţie a centralelor subterane. Chidrotehniceskoe Stroitelstvo 7/1956 ; 2/1957

42.- M.Mainardis - Centralele hidroelectrice subterane. Le monde souterrain 71/1952

43.- Lewin J - Centrale subterane. Engineering 24/1950

44.- Gh.Jäeger - Tendinţele actuale în proiectarea tunelelor sub presiune şi a galeriilor blindate,la centralele subterane. Proceedings of the Institution of Civil Engineers 3/1955

45.- R.Prişcu, M.Constantinescu - Calculul barajelor arcuite prin metoda reţelelor. Studii şi cercetări de mecanică aplicată 4/1958

46.- Radu Prişcu - Le calcul triaxial des barrages-voutes par la méthode de réseaux.Energia electrică 11/1971

47.- M.Bălă,Gh.Popa,I.David - Contribuţii la calculul arcelor încastrate cu moment de inerţie variabil.Buletinul Inst.politehnic Timişoara vol.1 / 1954

48.- M.Bălă,Gh.Popa,I.David,D.Marcaş - Diagrame pentru calculul alegerea arcelor dublu încastrate cu momente de inerţie variabile pentru încărcari distribuite. Bul. Inst.politehnic Timişoara vol.1/1954

49.- M.Bălă,Gh.Popa,I.David [illegible] tecnic - Efectul curburii în calculul [illegible] secţiune variabilă la [illegible]

distribuit. Buletinul Inst. politehnic Timişoara vol. [illegible]
1965

50.- M.Bălă, Gh.Popa, I.David, D.Arsenie - Linii de influenţă ale deplasărilor pentru arce circulare, încastrate radial. Buletinul Inst. politehnic Timişoara 1/1967

51.- D.Mateescu, I.Cuteanu - Le calcul de l'anneau central de la clef d'une coupole métallique. Construction métallique, Paris 3/1969

52.- J.Talobre - La mécanique roches . Ed.Dunod, Paris 1958

53.- K.V.Terzaghi - Mécanique théorétique des sols. Ed.Dunoud , Paris 1959

54.- C.Cassado , J.M.Fernandes - Calcul des grandes ossatures. Dunod, Paris 1954

55.- R.Prişcu - Curs de construcţii hidrotehnice. Editura didactică Bucureşti 1961

56.- D.Moşu - Construcţii metalice hidrotehnice - Centrul de multiplicare a Institutului politehnic Timişoara (pentru uz intern) Timişoara 1969

57.- P.Eszto - A bányászat okozta kőzetmozgások és különleges hatásuk , In Bányászati kőzetmechanika, olin : Különleges tett Fejezetek a földalatti vasútépítés - bányászati mélyépítés Közlekedési Közlekedési Kiadó, Budapest 1952

58.- G.Grigerick - Berechnung des Grubendruckes. Montanistische Rundschau XXII nr.23/1930

59.- A.A.Popov - In legătură cu unele erori privind problema de presiune a rocilor. Ugol 1955 nr.10 (traducere)

60.- S.S.Davîdov - Rascet i proiektirovanie podzemnîh konstrukţii. Stroiizdat . Moscova 1950

61.- F.Pincolit - Les études de pressions de terrains en Tchécoslovaquie. Conf. Internat sur les pressions de terrains dans les mines. Conf. Internat sur les pressions [illegible]

BUPT

de terrains et la soutenement dans les chantiers d'exploration . Liege 1951

62.- P.Rădulescu, [illegible] - Stabilirea unor caracteristici mecanice ale rocilor prin încercări pe teren - Hidrotehnica 1/1954

63.- x x x STAS 4775/55

64.- A.Păunescu, [illegible] - Geotehnică şi procedee de fundaţii Editura Facla Timişoara 1974

65.- J.Handin, R.V.Hager jr. - Experimental deformation of sedimentary rocks under confining presure. Bull.Amer. Assoc.Petroleum Geologist 41,1,1957

66.- M.M.Protodiaconov, [illegible] - Determinarea rezistenţelor rocilor pe probe de orice formă . Ugol 32,1957, Traducere IDT.

67.- C.V.Pavlov - Săparea şi susţinerea lucrărilor miniere. Editura tehnică 1953

68.- Galeria cu formă specială

69.- P.Mazilu - Statica construcţiilor. Ed.tehnică Bucureşti 1959

70.- A.Gheorghiu - Statica construcţiilor. Ed.tehnică Bucureşti 1965

71.- R.Agent - Sisteme reticulare nedeterminate . Ed.tehnică Bucureşti 1970

72.- M.Bală, Gh.Popa, I.David, D.Arsenie - Efectul curburii în calculul arcelor cu secţiune variabilă. Bul.Institutului politehnic Timişoara 1968

73.- S.Timoshenko - Teoria plăcilor plane şi curbe. Ed.tehnică 1968 Bucureşti

74.- J.Goguel - Traité de tectonique . Masson et C-ie. Editeurs, Paris 1968

BUPT

75.- A.A.Beles, R.P.Voinea - Rezistența materialelor II. Ed.
tehnică 1958 Bucureşti

76.- H.Laursen - Matrix analisis of structures. Mc.Graw Hill,
New-York

77.- G.G.Zurabov, M.O.Bugaeva - Tunele hidrotehnice,Moscova
1970

78.- D.Anastasescu,I.Munteanu - Efectul variației temperaturii
şi a deplasării reazemelor în calculul cadrelor spa-
țiale.Studii şi încercări de mecanică aplicată.Acad.
R.S.România 1-18 1965

79.- I.N.Ponariu - Calculul căptuşelilor tunelelor sub influen-
ța temperaturii,Moscova 1968

80.- P.Charon - Le calcul pratique des construction a inertie
variabille, Eyrolles Paris 1961

81.- Contribuții la calculul arcelor cu momente de inerție
variabile - V.MIHK,Gh.Popa,I.David - Buletinul Insti-
tutului politehnic Timişoara 1964

82.- W.A.Perkins - Analysis of arch dams of variable thickness
Transaction of the A.S. of CE 1952

83.- V.Bauzil - Calcul des barrages - voutes, Travaux 1959

84.- C.Avram - Grinzi continue - Ed.tehnică Bucureşti 1959

85.- B.Prokofiev - Kurs stroitelnoi mehaniki , Moscova 1954

86.- (x x x) - Ministerul construcțiilor industriale.Proiectare
automată a construcțiilor.Programe de calcul.Ecuații
1971

87.- Fenves St.I. - Computer Methods in Civil Engineering