

INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE CONSTRUCTII

ING.EUGEN CUTEANU

INFLUENTA PARAMETRIILOR DE REZEMARE ASUPRA
STABILITATII BARELOR CU PERETI SUBTIRI
COMPRIIMATE CENTRIC

T E Z A

pentru obtinerea titlului stiintific de

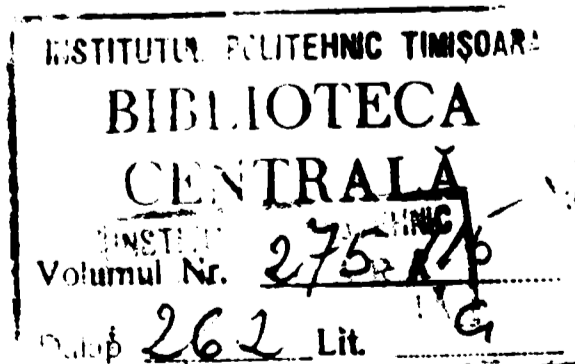
DOCTOR INGINER

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

Conducător științific

Prof.emerit ing.D.Mateescu

- TIMISOARA 1973 -



Autorul ține să mulțumească pe această cale conducătorului științific prof.emerit ing. D.Mateescu, pentru îndrumarea permanentă și prețiosul sprijin acordat în tot timpul elaborării acestei lucrări.

De asemenea autorul își exprimă mulțumirea aceluia care prin discuțiile purtate cu el , i-au înlesnit munca.

E.Cuteanu

Timișoara, 25.VIII.1973

C U P R I N S

	<u>Pag.</u>
Introducere	1
Partea I.	
I.1. Definirea mecanică a problemei	8
I.2. Metoda de rezolvare	
I.2.1. Integrarea sistemului de ecuații	31
I.2.2. Metoda de integrare Runge-Kutta	35
I.2.3. Integrarea sistemului de ecuații cu metoda Runge-Kutta.	44
I.2.4. Integrarea sistemului de ecuații (1-2) transcris sub o formă adimensională cu metoda Runge-Kutta-Gill.	53
Partea II.	
II.1. Influența condițiilor de rezemare asupra stabilității unei bare realizate dintr-un profil \square .	
II.1.1. Precizări asupra secțiunii transversale alese.	58
II.1.2. Calculul automat al forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire (FLAGEN-Anexa Nr.1) și discuția rezultatelor.	64
II.1.3. Influența elasticității reazemelor și a nivelurilor de rezemare asupra forței critice.	79
II.1.4. Grade de încăstrare. Definirea și utilizarea lor.	91

BIBLIOTECA
UNIVERSITĂȚII
BUCUREȘTI

	<u>Pag.</u>
II.1.5. Exemplu de calcul.	109
II.2. Studiul influenței condițiilor de rezemare în formulare adimensională.	
II.2.1. Domeniul de variație al parametrilor ξ_1, ξ_2, ξ_3 .	112
II.2.2. Expresiile adimensionale ale gradelor de încăstrare introduse în programul STABIL.	116
II.2.3. Calculul automat al parametrului critic (STABIL-Anexa Nr.2) și discuția rezultatelor.	121
II.2.4. Îmbunătățirea coeficienților β din formula Gol'denvejzer-Březina.	135
II.2.5. Cîteva aspecte privind stabilitatea stîlpilor de hală industrială.	152
Sinteză și concluzii	162
Bibliografie	171
Anexa Nr.1	A1.1...A1.33
Anexa Nr.2	A2.1...A2.94
Anexa Nr.3	A3.1...A3. 7

INTRODUCERE

Dezvoltarea în etapa actuală a construcțiilor metalice în general și a celor realizate din bare cu pereți subțiri formate la rece în particular, necesită studii teoretice și experimentale deosebite, pentru ca prin corelarea cât mai bună a modelului de calcul cu comportarea reală, să se asigure, în baza unei proiectări mai raționale, o reducere sporită a consumului de oțel. Astfel, în studiul de sinteză [1] privind analiza stadiului actual al metodelor de calcul în domeniul construcțiilor metalice, alături de alte aspecte, ca alegerea rațională a structurilor, studiul probabilistic al siguranței și optimizarea structurilor, îmbunătățirea criteriilor pentru alegerea materialului etc., și cele legate de stabilitatea barelor ridică o serie de probleme a căror cercetare se impune cu stringență. În acest context, verificarea la stabilitate a stîlpilor structurilor în cadre prin considerarea structurii în ansamblu, este subiect de studiu în mai multe țări în ultima perioadă.

Este cunoscut că exceptînd cadrele ideale cu simetrie geometrică și mecanică, instabilitatea cadrelor în domeniul elastico-plastic se produce prin divergența echilibrului. O analiză detaliată a acestui fenomen este făcută în [2] separînd cadrele cu noduri fixe de cele cu noduri deplasabile. Clasificînd metodele de calcul existente, se subliniază totodată dificultățile care însoțesc un calcul exact, motiv pentru

care aceste procedee nu au putut intra încă în practica proiectării, și se prezintă de asemenea procedee și formule aproximative pentru determinarea încărcării critice de divergență. În aceeași lucrare se subliniază faptul că formulele de tip Iasinski din diferite prescripții (de ex.: STAS 763/1-71 [48], DIN 4114 [51]) verifică în mod aproximativ divergența echilibrului prin intermediul lungimii de flambaj prin bifurcare. Cu toate că în general prescripțiile nu precizează caracterul special al acestor lungimi de flambaj, în [2] se arată că ele trebuie să fie stabilite pe schema barei izolate și nu prin recurență din încărcarea critică de bifurcare a cadrului întreg, prin care se pierde semnificația geometrică a lungimii de flambaj supraestimând totodată condițiile de solicitare ale barelor mai puțin încărcate. În schimb izolarea barei din structură, presupune stabilirea condițiilor ei de rezemare, operație care devine foarte complexă atunci când afară de geometria structurii intervine și modul de încărcare al acesteia. Totuși, problema este rezolvabilă, așa cum o demonstrează, de exemplu, studiile din [3] sau [4] pentru cazul flambajului prin încovoiere în planul cadrului transversal. În [5] și [6] se reduce de asemenea problema pierderii stabilității structurii la pierderea stabilității unei singure bare din structură integrând ecuația diferențială a fibrei medii deformată.

În cazul construcțiilor metalice obișnuite și în special la cele realizate din elemente laminate la rece, barele supuse la compresiune centrică sau compresiune cu încovoiere impun de multe ori verificări în planul cadrului longitudinal în urma flambajului acestora prin încovoiere-răsucire. De altfel,

imperfecțiunile barelor reale afectează atât deformata prin încovoiere cât și cea prin răsucire astfel încât bara prezintă de la început o comportare spațială. (In [12] mărimea săgeților și a rotațiilor inițiale s-a determinat prin intermediul razei de rotație a secțiunii transversale cu racordare la curba coeficienților de flambaj din norme). O rezolvare directă și riguroasă a acestei probleme nu s-a făcut încă, motiv pentru care metodele aproximative rămân singurele metode accesibile. O asemenea rezolvare aproximativă se găsește în [10], prin efectuarea unui calcul de rezistență de ordinul doi (limitat în principiu la curgerea de fibră), considerând atât imperfecțiunile inevitabile ale barelor reale cât și efectul deformației prin încovoiere-răsucire a barelor cu pereți subțiri.

Menținerea și în cazul flambajului prin încovoiere-răsucire, a procedurii de aproximare a divergenței echilibrului prin formule de tip Iasinski necesită determinarea coeficientului de flambaj φ prin intermediul coeficientului de zveltețe de comparație, calculat la rândul lui cu ajutorul forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire. În ce privește influența deformațiilor primare din planul de încovoiere asupra forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire, în [7], [8] și [9] se arată că aceasta este neglijabilă pentru majoritatea cazurilor semnificative în practică, iar de imperfecțiunile barelor se poate ține seama prin înglobarea lor în coeficientul de siguranță. Exemplul de calcul din [43] ilustrează acest procedeu, verificând stabilitatea tălpii superioare a unei grinzi cu zăbrele realizate din bare cu pereți subțiri formate la rece, după ce în prealabil au fost determinați parametrii de rezemare

corespunzători. Studiile teoretice și încercările experimentale întreprinse pentru a extinde acest calcul și la zăbrelele comprimate, sînt rezumate în [11] și valorificate în cadrul instrucțiunilor de calcul [36].

În cadrul unor formulări ale relațiilor de interacțiune (între efectul forței axiale și cel al momentului încovoietor) pentru aproximarea divergenței echilibrului, unul din parametri esențiali este valoarea critică a forței de compresiune centrică a barei ideale (lipsită de orice fel de imperfecțiuni). Într-o accepțiune mai largă a acestor relații, se impune cunoașterea forței critice corespunzătoare flambajului prin încovoiere-răsucire în ipoteza unor rezemări elastice.

Ideile ultimelor două alineate au fost argumente care au determinat studiarea de către autor, în această teză, a compresiunii centrice a barelor cu pereți subțiri în lumina pierderii stabilității prin încovoiere-răsucire, cu atît mai mult cu cît relațiile cunoscute, de calcul a acestor valori critice, au un domeniu restrîns de aplicabilitate în urma aproximațiilor acceptate, respectiv prezintă neajunsul de a furniza, în unele situații, rezultate imposibile.

În prezenta lucrare sînt abordate numai barele cu secțiuni transversale simplu conexe și avînd o singură axă de simetrie. În cazul secțiunilor transversale dublu conexe sau mixte, ecuațiile diferențiale ale problemei sînt mai complexe și studiul lor trebuie să aibă în vedere și caracteristici geometrice specifice acestor secțiuni. (În partea I-a lucrării formularea adimensională a flambajului prin încovoiere-răsucire a pus în evidență trei parametri geometrici; în cazul barelor

cu secțiuni transversale dublu conexe sau mixte, intervin încă doi asemenea parametri în a căror expresie apare momentul de inerție dirijat al secțiunii transversale). În ce privește valoarea rigidității roazomelor, acestea au fost considerate cunoscute (prin alegerea valorii lor în mod direct sau prin intermediul unor grade de încastrare care se definesc în lucrare), scopul studiilor efectuate fiind acela al influenței lor asupra stabilității barelor cu pereți subțiri. Problema determinării acestor rigidități din structură, pentru cazul barelor care flambează prin încovoiere-răsucire (nerozolvată în literatura mondială) nu a constituit ca atare obiect de studiu în această lucrare decât în măsura în care a apărut în cadrul exemplelor alese de autor.

Metoda de rezolvare preconizată este cea a integrării numerice a sistemului de ecuații diferențiale a problemei cu ajutorul calculatorului electronic, tratarea clasică a problemei printr-un procedeu energetic devenind extrem de laborioasă. În [42] se arată de altfel că rezultatele calculelor pot fi mult alterate prin considerarea unui număr insuficient de termeni în dezvoltarea în serie a deformatelor corespunzătoare echilibrului indiferent și aceasta cu atât mai mult cu cât condițiile de rezemare la cele două extremități diferă între ele. În calculul automat este deosebit de avantajos de a trata problema de stabilitate nu ca o problemă cu condiții marginale (la limită) ci ca o problemă cu valori inițiale. Procedeu de calcul sistematizat sub o formă matriceală este cunoscut sub denumirea de metoda matricii de transfer (Übertragungsmatrizen-Verfahren sau Reduktionsverfahren respectiv Transfer-Matrix-

Method sau Matrix-Progression-Techniques) și utilizată în abordarea stabilității grinzilor continue supuse la forțe axiale și încărcări transversale [27], a grinzilor suspendate [14], a barelor cotite [15], etc. Prin considerarea soluției ecuației diferențiale de ordinul $2n$ ca fiind o combinație liniară de $2n$ soluții particulare liniar independente, este creat avantajul de a introduce în cadrul calculelor condițiile geometrice sau mecanice suplimentare corespunzătoare unor asemenea reazeme intermediare. Spre deosebire de această tratare, în prezenta lucrare soluția ecuației diferențiale este privită ca o combinație liniară de numai n soluții particulare liniar independente și se extinde, pentru cazul flambajului prin încovoiere răsucire, metoda legată de numele lui Holzer-Tolle respectiv Myklestad [25], în cazul unor rezenări elastice la extremități. Operația de integrare propriu-zisă este făcută cu ajutorul metodei Runge-Kutta utilizând un pas constant respectiv cu ajutorul algoritmului îmbunătățit de S.Gill utilizând un pas variabil în funcție de eroarea sistematică atinsă în secțiunea curentă. Programele de calcul automat utilizate în teză (scrise în limbaj FORTRAN IV pentru calculatorul electronic IRIS-50) sînt redactate detaliat în cadrul anexei.

Toate rezultatele obținute sînt în curs de a fi valorificate în cadrul contractului de cercetare științifică încheiat între Institutului politehnic "Traian Vuia" din Timișoara și INCERC București privind studiul stabilității barelor cu pereți subțiri cu profil deschis solicitate axial, temă care are drept scop îmbunătățirea, cu ocazia unei noi redactări, a prevederilor corespunzătoare din cadrul "Instrucțiunilor tehnice pentru proiectarea construcțiilor metalice din profile cu pereți subțiri".

PARTEA I-a

I.1. DEFINIREA MECANICA A PROBLEMEI

Studiul instabilității barelor ideale (lipsite de imperfecțiuni geometrice, mecanice și structurale) se face pe schema așa numitei bifurcări a echilibrului. Folosind noțiunea de deformată proprie fundamentală (deformată barei în funcție de modul de rezemare care corespunde primului echilibru indiferent și frecvenței proprii fundamentale de vibrație) bifurcarea echilibrului se definește în general pe baza criteriului Klöppel-Lie astfel: Dacă deformarea barei corespunzătoare încărcărilor aplicate, nu cuprinde în planul în care se va produce devierea, deformată proprie fundamentală, apare posibilitatea bifurcării echilibrului [16]. În cazul compresiunii centrice, neglijând de obicei scurtarea prin compresiune, bara nu prezintă nici o deformare primară, astfel încât în dreptul forței critice, echilibrul indiferent se caracterizează prin posibilitatea unor forme de echilibru infinitezimal deformată pe lângă forma de echilibru dreaptă. Formele de echilibru deformată menționate, depind atât de forma și dimensiunile secțiunii cât și de lungimea barei. Astfel, dacă secțiunea transversală prezintă două sau mai multe axe de simetrie (când centrul de greutate coincide cu cel de răsucire) forma de echilibru infinitezimal deformată poate fi aceea printr-o încovoiere în planul definit de axa barei și axa de inerție maximă a secțiunii sau aceea printr-o răsucire a barei în jurul axei sale. În acele situații când secțiunea transversală prezintă o singură axă de simetrie

forma deformată corespunzătoare echilibrului indiferent este complexă, bara prezentând o deformație de încovoiere într-un plan perpendicular pe planul de simetrie longitudinal al barei și o deformație de răsucire în jurul axei de răsucire (axa paralelă cu axa geometrică a barei care înțeapă secțiune transversală în centrul de răsucire). Din acest motiv literatura tehnică de specialitate denumește acest mod de pierdere a stabilității: flambaj prin încovoiere-răsucire. Lungimea barei este și ea unul din acei parametri (pe lângă alții care se referă la secțiunea transversală) care, în cazul secțiunilor transversale dublu simetrice, influențează natura formei deformație a echilibrului indiferent (o deformație de încovoiere sau răsucire).

În cazul barelor cu secțiune transversală constantă, fenomenul flambajului prin încovoiere-răsucire este guvernat de următorul sistem de ecuații diferențiale [17] , [18] .

$$\begin{aligned} B\bar{u}'' + N\bar{u}'' - N\bar{y}_G\psi'' &= 0 \\ C_G\psi'' - (C - Ni_c^2)\psi'' - N\bar{y}_G\bar{u}'' &= 0 \end{aligned} \quad (1 - 2)$$

unde s-a notat cu:

\bar{u} deplasarea centrului de răsucire C în direcția axei x a secțiunii transversale (fig.1)

ψ rotația secțiunii transversale în jurul centrului de răsucire C

\bar{y}_G ordonata centrului de greutate în raport cu centrul de răsucire C (fig.1)

i_c raza de inerție polară a secțiunii transversale în raport cu centrul de răsucire C

N forța de compresiune contrică

iar

$$B = EI_y, \quad C = GI_r, \quad C_\omega = EI_\omega \quad (3...5)$$

sînt modulul de rigiditate la încovoiere într-un plan perpendicular pe planul de simetrie, la răsucire liberă (tip Saint-Venant) respectiv împiedecată. Se poate observa ușor că în

cazul secțiunilor transversale dublu sau polar simetrice sistemul (1 - 2) se decuplează obținîndu-se:

$$\begin{aligned} B \bar{u}'''' + N \bar{u}'' &= 0 \\ C_\omega \bar{\varphi}'' - (C - Ni_c^2) \bar{\varphi}' &= 0 \quad (6 - 7) \end{aligned}$$

corespunzător flambajului prin încovoiere respectiv răsucire.

Integrarea sistemului (1 - 2) reclamă cunoașterea condițiilor de rezemare ale barei la capete. În vederea unei generalizări s-a presupus o rezemare elas-

tică la ambele extremități atît din punctul de vedere al deformațiilor specifice încovoierii (în planul \bar{x} c \bar{z}) cît și din punctul de vedere al răsucirii barei (în jurul axei \bar{z}). Aceste rezemări sînt reprezentate prin resorturi și exprimă diferitele rigidități pe care le prezintă structura din care face parte bara în dreptul secțiunilor ei de capăt. Astfel bara ij din figura 2 poate fi schematizată ca în figura 3. Constantele elastice din figura 3 au următoarele semnificații:

k [daN/cm] rigiditatea structurii în punctul i respectiv j corespunzătoare unei deplasări a punctului respectiv în direcția definită de axa \bar{x} a barei

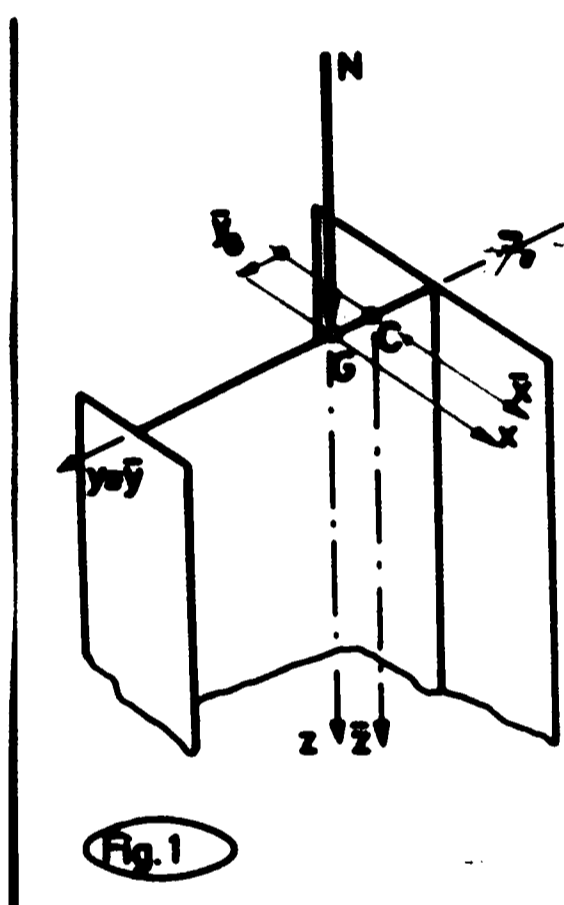
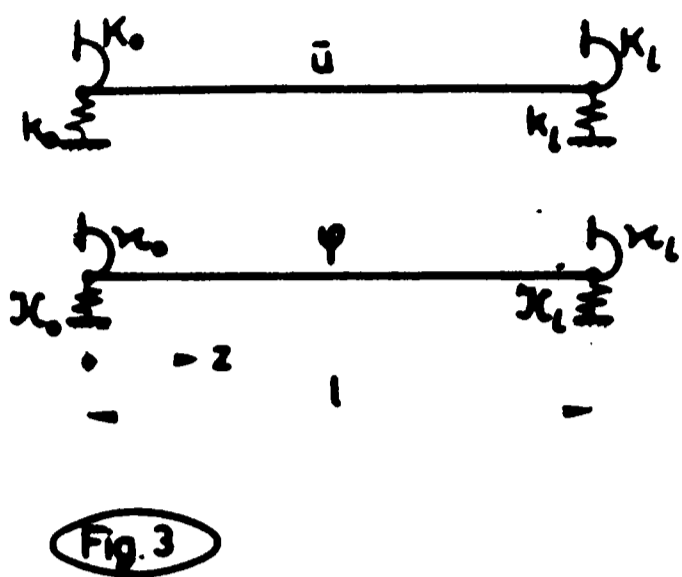
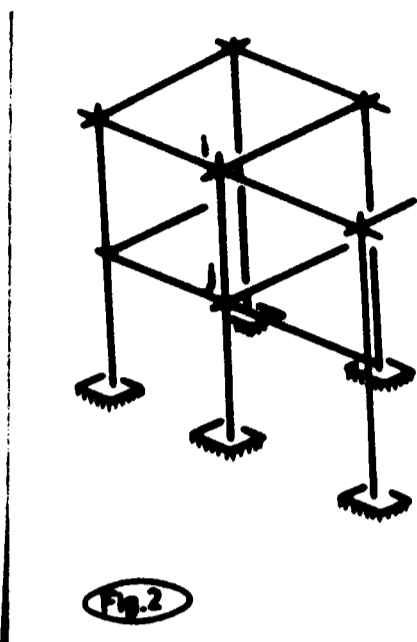


Fig. 1



K [daN/cm/rad] rigiditatea structurii în punctul i respectiv j corespunzătoare unei rotiri în jurul direcției definite de axa \bar{y} a barei.

ν [daNcm²/cm⁻¹] rigiditatea structurii în punctul i respectiv j corespunzătoare unei deformații identice cu cea a strîmbării liniei mediane a secțiunii de capăt a barei.

\mathcal{K} [daNcm/rad] rigiditatea structurii în punctul i respectiv j corespunzătoare unei rotiri în jurul direcției definite de axa \bar{z} a barei.

Date fiind o serie de considerații constructive privind legarea barelor în structuri, s-a considerat că legătura elastică privind deplasarea din încovoiere este aplicată la nivelul \bar{a} de centrul de răsucire, respectiv că centrul de greutate al legăturii elastice privind rotirea din încovoiere se găsește la un nivel \bar{b} (fig.4).

Condițiile la limită necesare integrării sistemului de ecuații diferențiale (1-2) se obțin prin scrierea ecuațiilor de echilibru ale câte unui element diferențial decupat în

INSTITUTUL POLITEHNIC
TIMIȘOARA
BIBLIOTECA CENTRALĂ

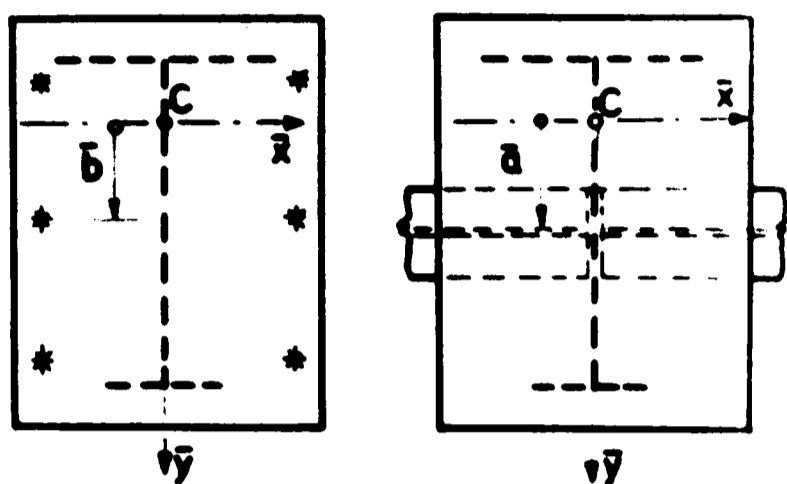


Fig. 4

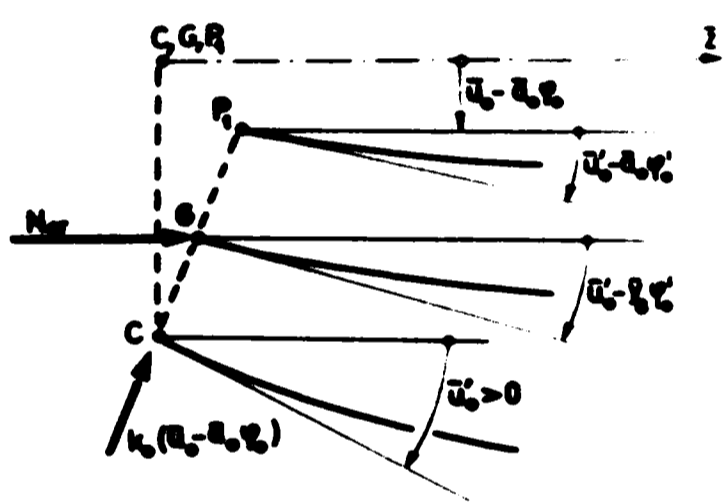


Fig. 5

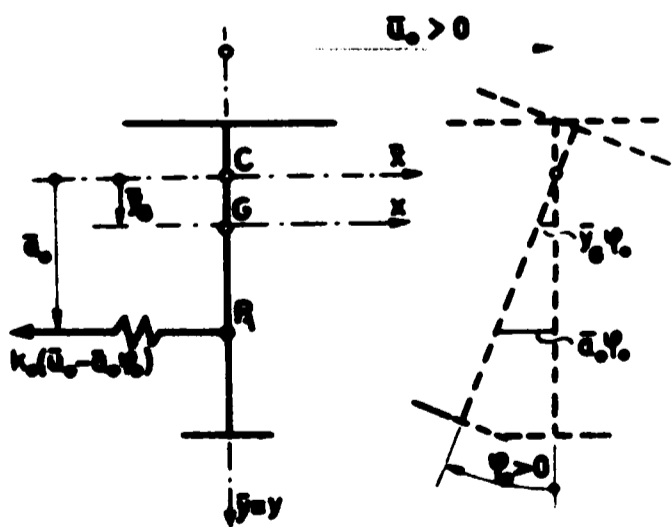


Fig. 6

vocinătatea reazemelor din bara deformată în starea de echilibru indiferent. Proporțional cu deformațiile de la capetele barei, afară de forța de compresiune centrică avînd valoarea critică N_{cr} , la cele două extremități va mai acționa o forță transversală elastică $k(\bar{u} - \bar{a} \cdot \psi)$, un moment de încovoiere elastic $K(\bar{u}' - \bar{b} \cdot \psi')$, un bimoment elastic $\kappa \cdot \psi' - \bar{b}K(\bar{u}' - \bar{b} \psi')$ și un moment de răsucire elastic $\mathcal{K} \cdot \psi - k(\bar{u} - \bar{a} \cdot \psi) \bar{a}$. Figura 5 reprezintă forma deformată a fibrelor longitudinale corespunzător nivelului centrului de răsucire, centrului de greutate și de rezomare elastică (resortul k). Impreună cu fig. 6, cele două desene precizează convențiile de semne referitor la deplasarea \bar{u} , la rotația \bar{u}' din încovoiere respectiv rotația ψ din răsucire.

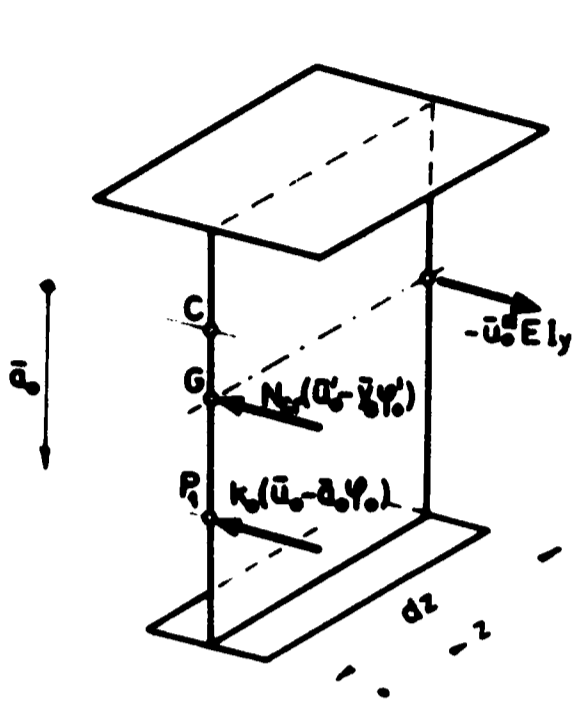


Fig. 7

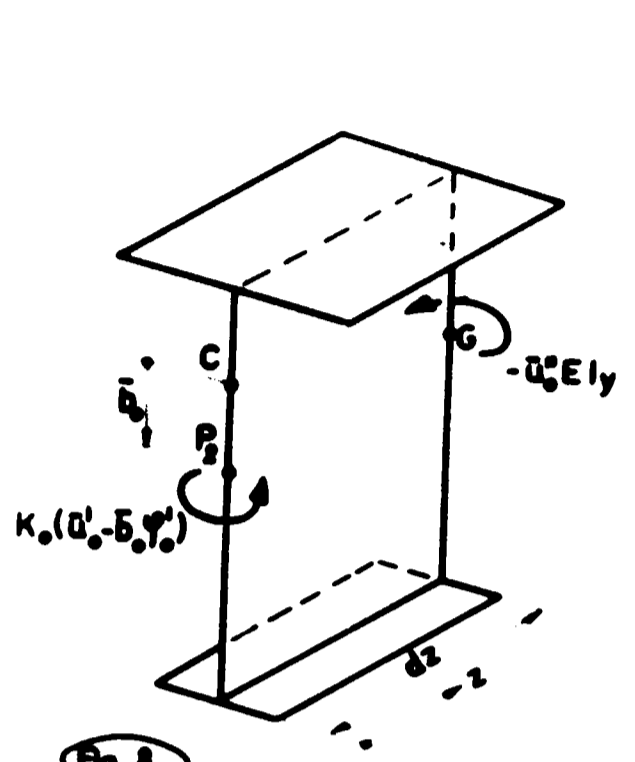


Fig. 8

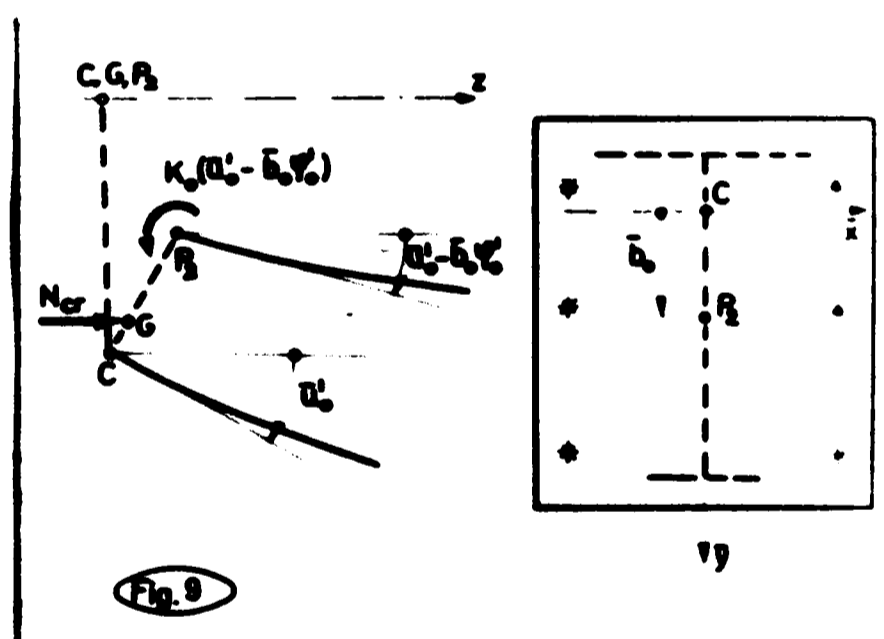


Fig. 9

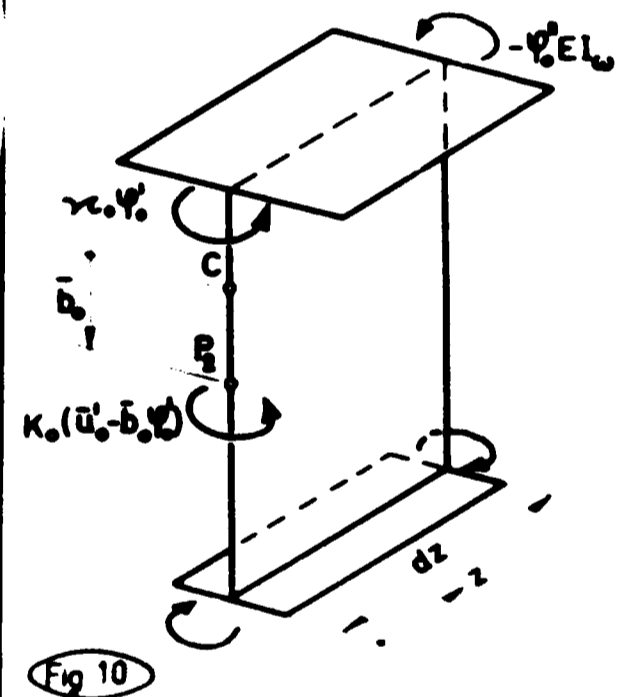


Fig. 10

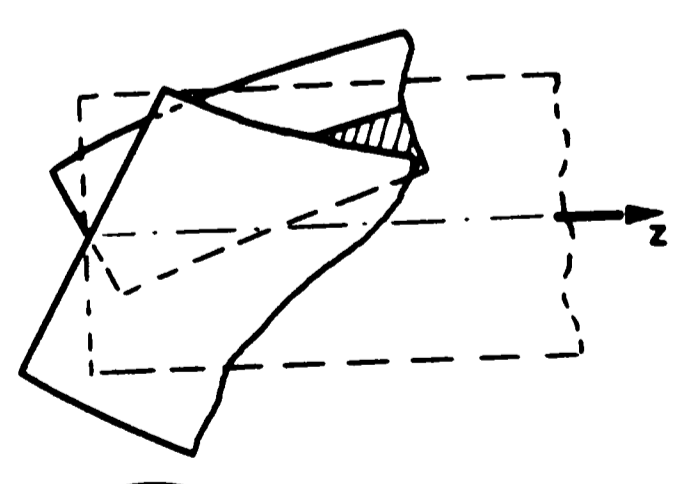
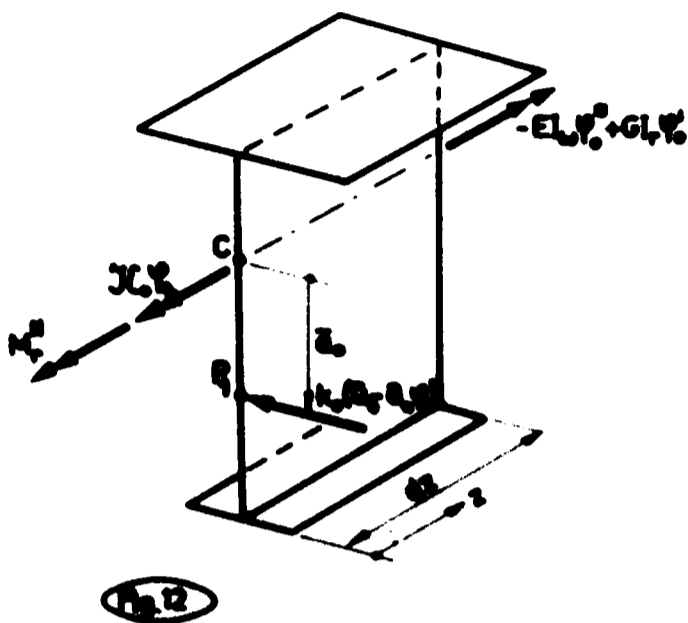


Fig. 11



Scriind ecuația de echilibru al elementului diferentia-
l din figura 7 prin proiecțiile forțelor pe direc-
ția axei \bar{x} , rezultă:

$$k_0(\bar{u}_0 - \bar{a}_0 \psi_0) + N_{cr}(\bar{u}'_0 - \bar{y}_G \psi'_0) + \bar{u}_0'' EI_y = 0 \quad (8)$$

unde $k_0(\bar{u}_0 - \bar{a}_0 \psi_0)$ reprezintă forța transversală elastică care se dezvoltă în urma deplasării punctului de rezemare P_1 .

În (8) s-a admis $\cos(\bar{u}'_0 - \bar{y}_G \psi'_0) \approx 1$ și

$$\sin(\bar{u}'_0 - \bar{y}_G \psi'_0) \approx \bar{u}'_0 - \bar{y}_G \psi'_0$$

datorită deformațiilor mici corespunzătoare echilibrului indif-
ferent.

Figura 8 ilustrează momentele de încovoiere care acțio-
nează asupra elementului diferentia-
l izolat și care conduc prin scrierea ecuației de momente la următoarea egalitate:

$$K_0(\bar{u}'_0 - \bar{b}_0 \psi'_0) - \bar{u}_0'' EI_y = 0 \quad (9)$$

primul termen reprezentînd momentul de încovoiere elastic care se naște în urma deformației la echilibru indiferent măsurată în dreptul centrului de greutate al prinderii P_2 (fig.9).

După natura rezomării, strîmbarea liniei mediane a sec-
țiunii transversale de capăt poate fi parțial împiedecată ceea ce
face ca în cazul general, la extremități să existe bimomente
de încovoiere proporționale cu răsucirea. Totodată momentul
-răsucire specifică ψ'

de încovoiere care se dezvoltă la nivelul \bar{b} dă naștere unui bimoment astfel încât ecuația de echilibru al bimomentelor care acționează pe elementul diferențial izolat (fig.10) se scrie:

$$\kappa_0 \psi'_0 - \bar{b}_0 \kappa_0 (\bar{u}'_0 - \bar{b}_0 \psi'_0) - EI_w \psi''_0 = 0 \quad (10)$$

În figura 11 se arată convenția adoptată pentru strîmbare pozitivă.

Rigiditatea structurii reprezentată prin \mathcal{K} și k intervine direct în ecuația de echilibru al momentelor de răsucire care acționează asupra elementului diferențial de bară (fig.12). Pentru a introduce în această ecuație și efectul forței de compresiune centrică (M_x^N), s-a ținut seama de faptul că la barele cu pereți subțiri principiul lui B. de Saint-Venant nu totdeauna este aplicabil. Astfel, forța de compresiune N_{cr} dă naștere la un moment de răsucire datorită deformației prin încovoiere a barei într-un plan perpendicular pe planul de simetrie longitudinal al barei. Figura 13 ilustrează axa deformată a elementului care se presupune că nu suferă deformații prin răsucire. Întrucât forța de compresiune este presupusă conservativă, componenta ei în planul secțiunii transversale dă un moment de răsucire egal cu

$$M_x = - N \bar{u}'_0 \cdot \bar{y}_G \quad (11),$$

semnul minus precizînd sensul vectorului moment (Prin convenție un moment de răsucire pozitiv are sensul vectorului orientat astfel încît acesta iese din material; ca în fig.12).

În urma răsucirii barei (caracterizată atît prin rotirea relativă a secțiunilor transversale în jurul axei \bar{z} cît și prin strîmbarea liniei mediane a acestora) forța axială N_{cr} mai

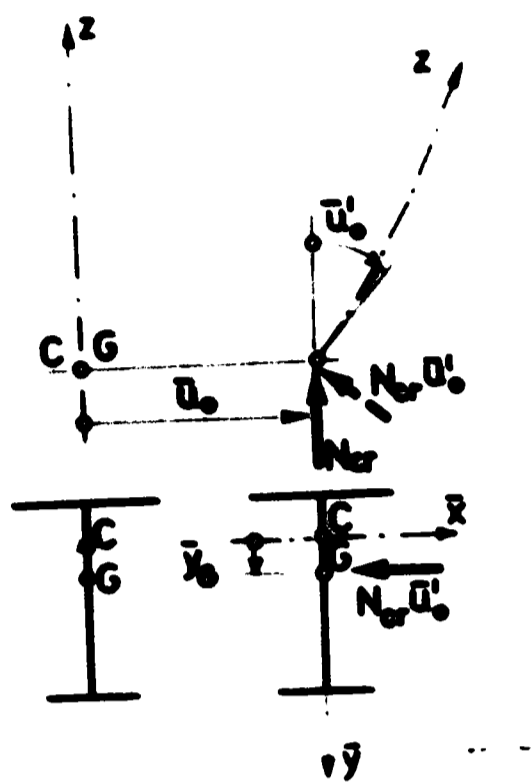


Fig. 13

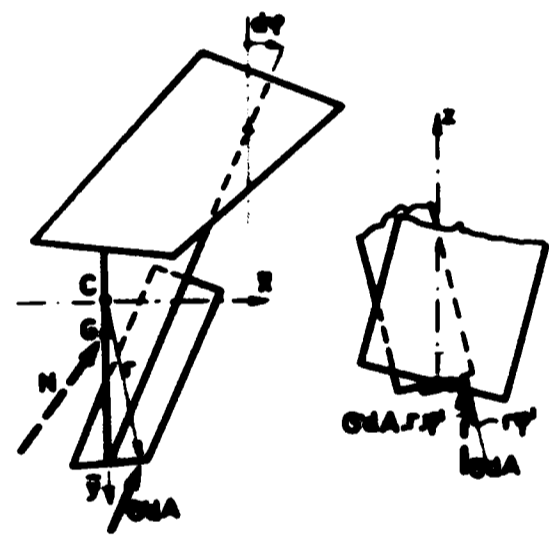


Fig. 14

dă naștere la un moment de răsucire. Acesta nu poate fi calculat decât prin intermediul eforturilor distribuite. Astfel efortul elementelor δdA dintr-un punct de rază vectorie r (fig.14) fiind dirijat după direcția axei \bar{z} (ca și forța axială conservativă N), se descompune în două componente. Cea cuprinsă în planul secțiunii transversale are valoarea $\delta dA r \psi'$, $r \frac{d\psi}{dz} = r \psi'$ fiind unghiul între direcția axei \bar{z} și direcția înclinată a fibrei longitudinale curente. Momentul de răsucire se scrie în consecință

$$M_{r2} = \int_A (\delta dA \cdot r \psi') r \quad (12)$$

Punînd în (12) $\delta = \frac{N}{A}$, $r^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2$

și folosind definiția razei de inerție polare a secțiunii transversale în raport cu centrul de răsucire C

$$i_c^2 = \frac{\int_A (\bar{x}^2 + \bar{y}^2) dA}{A} \quad (13),$$

se obține: $M_{r2} = N \cdot \psi'_0 i_c^2 \quad (14),$

momentul de răsucire dat de forța de compresiune fiind deci

$$M_r^N = N \psi'_0 i_c^2 - N \bar{u}'_0 \bar{y}_G \quad (15).$$

Cu (15), ecuația de echilibru al momentelor de răsucire se scrie (fig.12):

$$\mathcal{X}_0 \psi_0 - k_0 (\bar{u}_0 - \bar{a}_0 \psi_0) \bar{a}_0 + N_{cr} (\psi'_0 i_c^2 - \bar{u}'_0 \bar{y}_G) + EI_\omega \psi_0''' - GI_r \psi_0' = 0 \quad (16)$$

Indicii 0 din ecuațiile (8), (9), (10) și (16) atrag atenția că mărimile respective se referă la $\bar{z}=0$.

Se scriu aceleași condiții de echilibru pentru elementul diferențial de bară izolat în vecinătatea celeilalte extremități ($z=l$). Astfel proiecția forțelor pe direcția axei \bar{x} (fig. 15) conduce la condiția

$$-k_1(\bar{u}_1 - \bar{a}_1 \psi'_1) + N_{cr}(\bar{u}'_1 - \bar{y}_G \psi'_1) + \bar{u}_1'' EI_y = 0 \quad (17)$$

Orientarea forțelor din figura 15 respectă aceleași convenții de semne, după cum rezultă din figura 16 care indică forma deformată a fibrelor longitudinale de la nivelul centrului de răsucire, de greutate și de rezemare elastică, la extremitatea $z=l$.

Ecuația de echilibru scrisă pentru momentele de încovoiere din figura 17 este asemănătoare cu (9) și anume:

$$K_1(\bar{u}'_1 - \bar{b}_1 \psi'_1) + \bar{u}_1'' EI_y = 0 \quad (18)$$

sensul de acționare al momentului de încovoiere elastic fiind determinat, așa cum se vede în figura 18, de înclinația tangentei la fibra longitudinală de la nivelul punctului P_2 .

Condiția de echilibru a bimomentelor de încovoiere-răsucire care sînt aplicate elementului diferențial din figura 19 este:

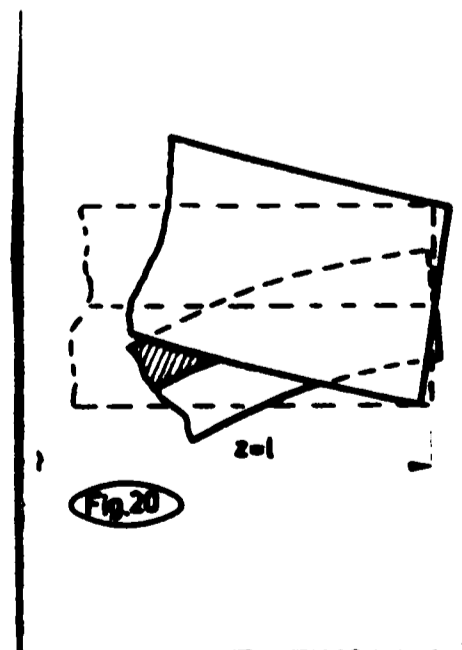
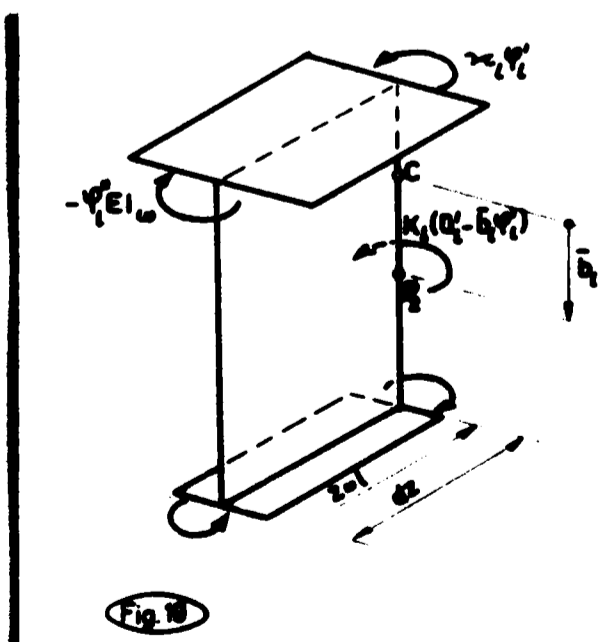
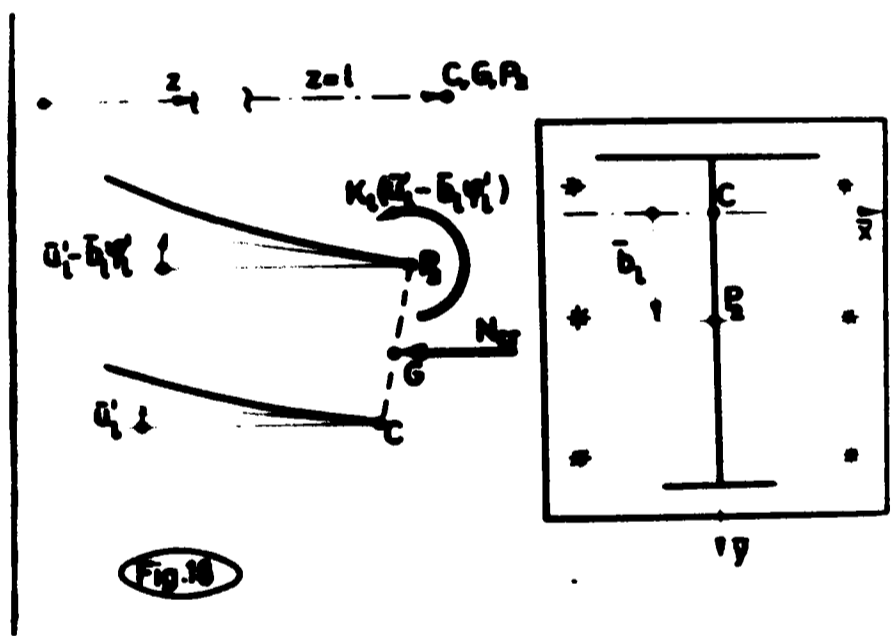
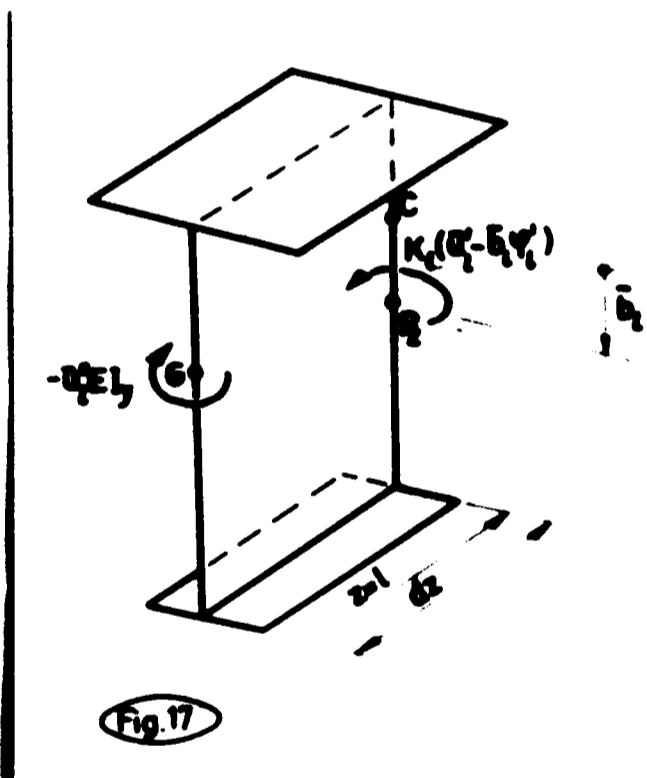
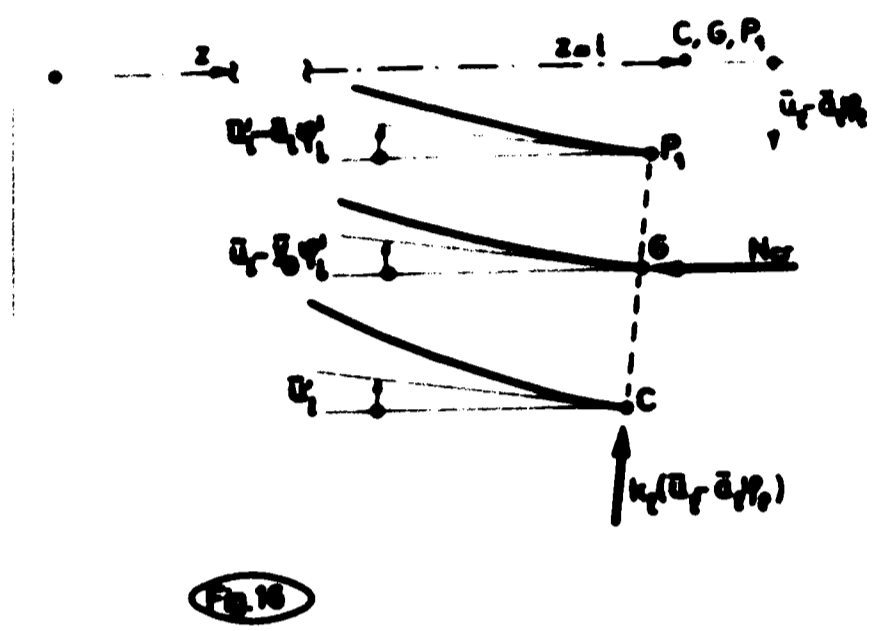
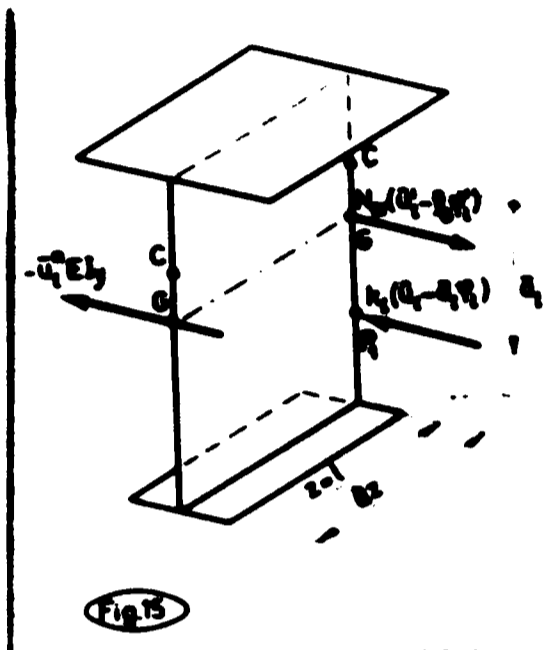
$$-K_1 \psi'_1 + K_1(\bar{u}'_1 - \bar{b}_1 \psi'_1) \bar{b}_1 - \psi_1'' EI_\omega = 0 \quad (19)$$

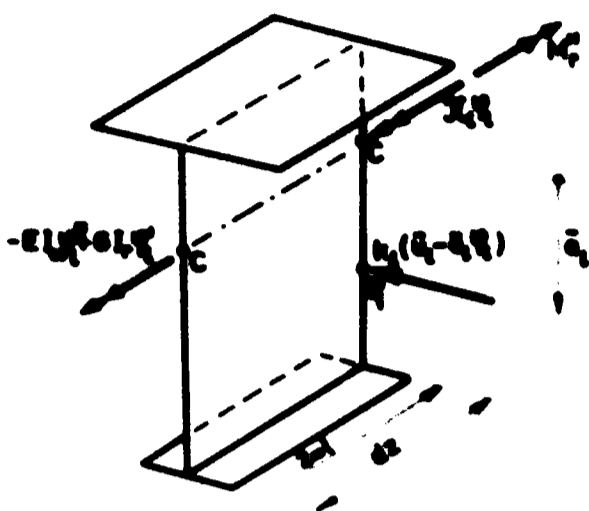
care presupune că la această extremitate ($z=l$) strîmbarea liniei mediane a secțiunii transversale se produce ca în figura 20. În sfîrșit ecuația

$$K_1 \psi_1 - k_1(\bar{u}_1 - \bar{a}_1 \psi_1) \bar{a}_1 - N_{cr}(\psi_1^2 - \bar{u}_1 \bar{y}_G) - EI_\omega \psi_1'' + GI_T \psi_1' = 0 \quad (20)$$

s-a scris cu momentele de răsucire reprezentate în figura 21 și al căror sens este pus în concordanță cu sensul convențional

pozitiv ales pentru deformata corespunzătoare echilibrului indiferent, așa cum s-a arătat mai sus. Indicele l din ecuațiile (17), (18), (19) și (20) atrage atenția că mărimile respective se referă la $\bar{z}=l$.





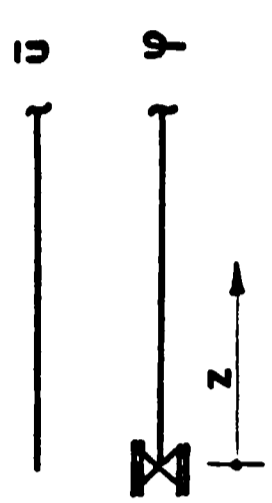
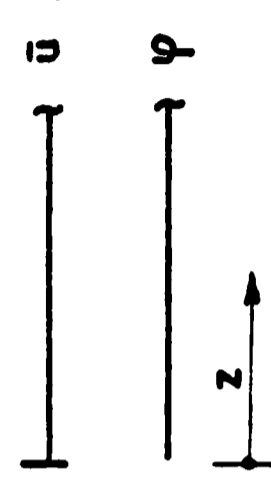
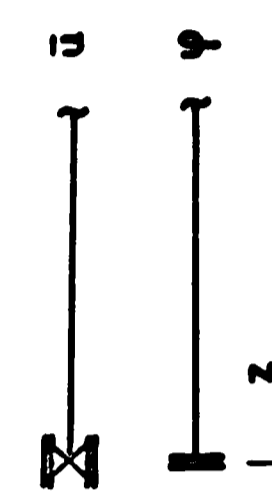
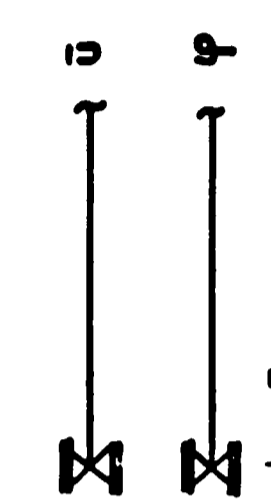
Valoarea constantelor k, K, γ și X poate varia teoretic de la valoarea zero, când rezemarea corespunzătoare lipsește, pînă la infinit cînd rigiditatea acelei rezemări este infinită. Denumind aceste situații extreme "cazuri de re-

zemare omogene", în tabelul 1 sînt prezentate toate rezemările de acest tip și condițiile la limită corespunzătoare, care sînt posibile din punct de vedere teoretic. Condițiile la limită aferente unor rezeme similare la extremitatea $\bar{z}=l$ sînt identice cu cele din tabelul 1, fiind necesar doar substituirea indicelui 0 cu l . Pentru acele situații, mai generale, cînd valoarea constantelor rămase finite sînt diferite de zero, tabelele 2 respectiv 3 cuprind rezemările și condițiile la limită pentru cele două extremități ale barei.

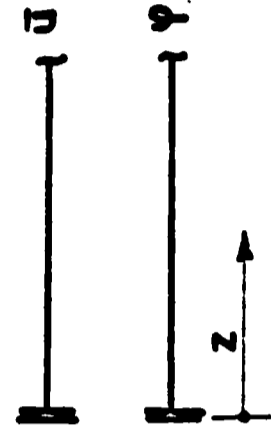
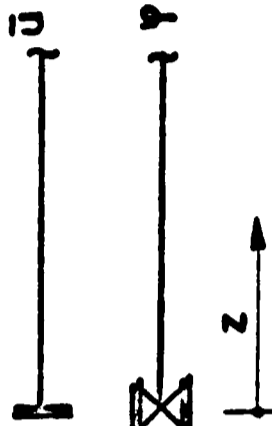
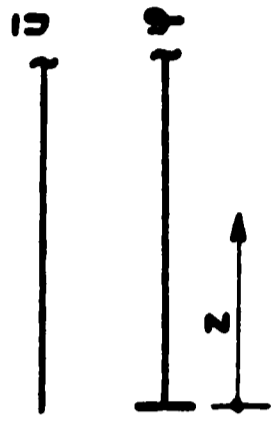
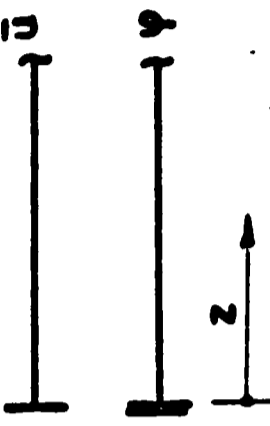
Tabelul 1.

Nr. crt.	Constantele elastice			CONDIȚIILE LA LIMITA z=0	TIPUL REZEMĂRII
	k _o	K _o	λ _o K _o		
1	0	0	0	$N_{cr}(\bar{u}'_o - \bar{\gamma}_o \varphi'_o) + \bar{u}''_o EI_y = 0$ $\bar{u}''_o = 0$ $\varphi''_o = 0$ $-EI_y \varphi'''_o + GI_T \varphi'_o - N_{cr}(\varphi''_o i_c^2 - \bar{u}'_o \bar{\gamma}_o) = 0$	
2	∞	0	0	$\bar{u}_o - \bar{\alpha}_o \varphi_o = 0$ $\bar{u}''_o = 0$ $\varphi''_o = 0$ $-EI_y \varphi'''_o + GI_T \varphi'_o - N_{cr}[\bar{u}'_o \bar{\gamma}_o \varphi'_o + \varphi''_o i_c^2 - \bar{u}'_o \bar{\gamma}_o] - \bar{u}''_o EI_y \bar{\alpha}_o = 0$	
3	0	∞	0	$N_{cr}(\bar{u}'_o - \bar{\gamma}_o \varphi'_o) + \bar{u}''_o EI_y = 0$ $\bar{u}'_o - \bar{b}_o \varphi'_o = 0$ $\bar{b}_o EI_y \bar{u}''_o + EI_y \varphi''_o = 0$ $-EI_y \varphi'''_o + GI_T \varphi'_o - N_{cr}(\varphi''_o i_c^2 - \bar{u}'_o \bar{\gamma}_o) = 0$	
4	0	0	∞	$N_{cr} \bar{u}'_o + \bar{u}''_o EI_y = 0$ $\bar{u}''_o = 0$ $\varphi'_o = 0$ $-EI_y \varphi'''_o + N_{cr} \bar{u}'_o \bar{\gamma}_o = 0$	

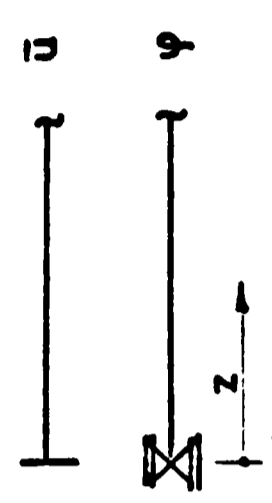
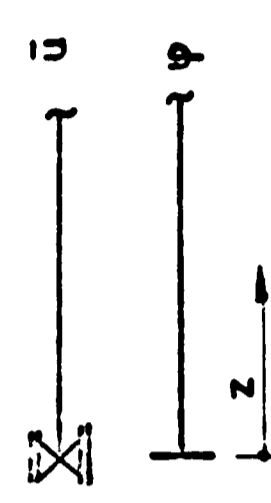
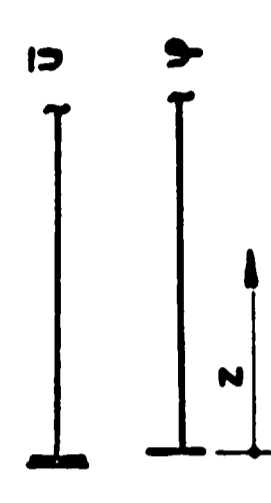
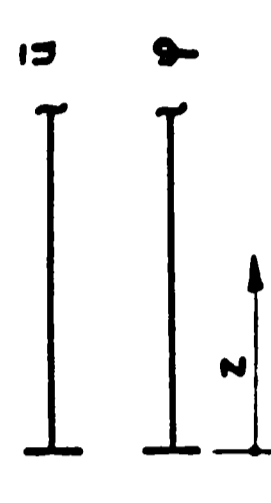
Tabelul 1
(continuare)

Nr. crt.	Constantele elastice			CONDITIIILE LA LIMITA $z=0$	TIPUL REZEMĂRII
	k_0	K_0	\mathcal{X}_0		
5	0	0	∞	$N_{cr}(\bar{u}'_0 - \bar{y}_0 \psi'_0) + \bar{u}''_0 EI_y = 0$ $\bar{u}''_0 = 0$ $\psi''_0 = 0$ $\psi_0 = 0$	
6	∞	∞	0	$\bar{u}_0 - \bar{a}_0 \psi_0 = 0$ $\bar{u}'_0 - \bar{b}_0 \psi'_0 = 0$ $\bar{b}_0 EI_y \bar{u}''_0 + EI_{\omega} \psi''_0 = 0$ $-EI_{\omega} \psi''_0 + GI \psi'_0 - N_{cr} [\bar{a}'_0 \bar{y}_0 \psi'_0 \bar{a}_0 + \psi_0 i^2 - \bar{u}'_0 \bar{y}_0] - \bar{u}''_0 EI_y \bar{a}_0 = 0$	
7	∞	0	∞	$\bar{u}_0 - \bar{a}_0 \psi_0 = 0$ $\bar{u}''_0 = 0$ $\psi'_0 = 0$ $-EI_{\omega} \psi''_0 + N_{cr} \bar{u}'_0 (\bar{y}_0 - \bar{a}_0) - \bar{u}''_0 EI_y \bar{a}_0 = 0$	
8	∞	0	∞	$\bar{u}_0 = 0$ $\bar{u}''_0 = 0$ $\psi''_0 = 0$ $\psi_0 = 0$	

Tabelul 1
(continuare)

Nr. crt.	Constantele elastice				CONDIȚIILE LA LIMITA $z=0$	TIPUL REZEMĂRII
	k_0	K_0	γ_0	\mathcal{K}_0		
9	0	∞	∞	0	$\bar{u}_0''''=0$ $\bar{u}'_0=0$ $\varphi'_0=0$ $\varphi_0''''=0$	
10	0	∞	0	∞	$N_{cr}(\bar{u}'_0 - \gamma_G \varphi'_0) + \bar{u}_0'''' E I_y = 0$ $\bar{u}_0 - \bar{b}_0 \varphi_0'' = 0$ $\bar{b}_0 E I_y \bar{u}_0'' + E I_{\omega} \varphi_0'' = 0$ $\varphi_0 = 0$	
11	0	0	∞	∞	$N_{cr} \bar{u}'_0 + \bar{u}_0'''' E I_y = 0$ $\bar{u}_0'' = 0$ $\varphi'_0 = 0$ $\varphi_0 = 0$	
12	∞	∞	∞	0	$\bar{u}_0 - \bar{a}_0 \varphi_0 = 0$ $\bar{u}'_0 = 0$ $\varphi'_0 = 0$ $-E I_{\omega} \varphi_0'' - \bar{u}_0'''' E I_y \bar{a}_0 = 0$	

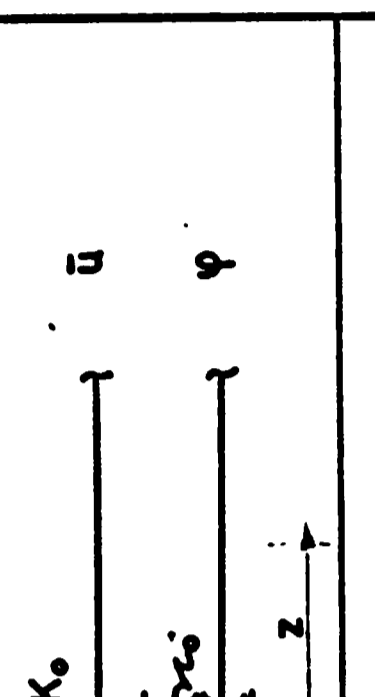
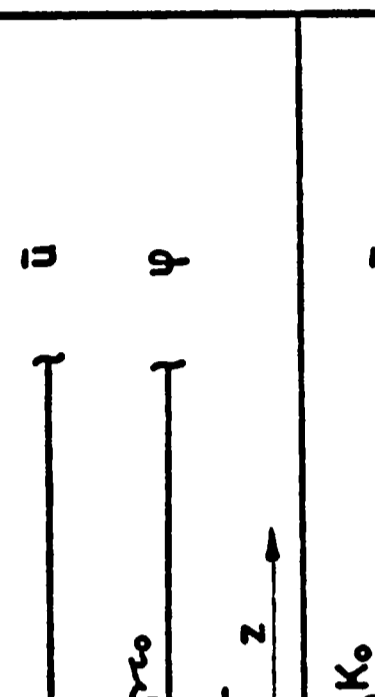
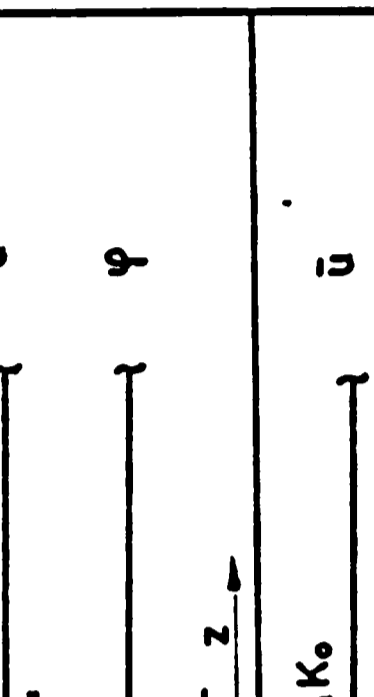
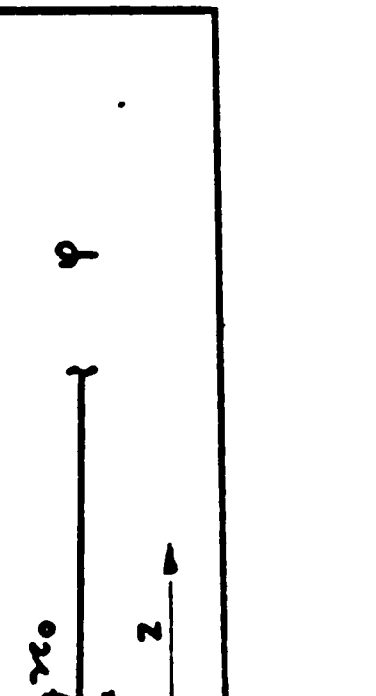
(continuare)

Nr. crt.	Constantele elastice				CONDITIILE LA LIMITA $z=0$	TIPUL REZEMĂRII
	k_0	K_0	γ_0	\mathcal{K}_0		
13	∞	∞	0	∞	$\bar{u}_0=0$ $\bar{u}'_0 - \bar{b}_0 \varphi'_0=0$ $\bar{b}_0 EI_y \bar{u}''_0 + EI_\omega \varphi''_0=0$ $\varphi_0=0$	
14	∞	0	∞	∞	$\bar{u}_0=0$ $\bar{u}''_0=0$ $\varphi'_0=0$ $\varphi_0=0$	
15	0	∞	∞	∞	$\bar{u}'''_0=0$ $\bar{u}'_0=0$ $\varphi'_0=0$ $\varphi_0=0$	
16	∞	∞	∞	∞	$\bar{u}_0=0$ $\bar{u}'_0=0$ $\varphi'_0=0$ $\varphi_0=0$	

Tabelul 2

Nr. crt.	Constantele elastice			CONDIȚIILE LA LIMITA z=0	TIPUL REZEMĂRII
	k _o	κ _o	χ _o		
1	k _o	κ _o	χ _o	$k_o(\bar{u}_o - \bar{a}_o \varphi) + N_{cr}(\bar{u}'_o - \bar{y}_o \varphi'_o) + \bar{u}''_o EI_y = 0$ $K_o(\bar{u}'_o - \bar{b}_o \varphi'_o) - \bar{u}''_o EI_y = 0$ $\chi_o \varphi'_o - \bar{b}_o K(\bar{u}'_o - \bar{b}_o \varphi'_o) - EI_\omega \varphi''''_o = 0$ $-EI_\omega \varphi''''_o + GI_T \varphi''_o - \chi_o \varphi''_o + k_o(\bar{a}_o - \bar{a}_o \varphi) \bar{a}_o - N_{cr}(\varphi''_o i_c^2 - \bar{u}'_o \bar{y}_o) = 0$	
2	∞	κ _o	χ _o	$\bar{u}_o - \bar{a}_o \varphi_o = 0$ $K_o(\bar{u}'_o - \bar{b}_o \varphi'_o) - \bar{u}''_o EI_y = 0$ $\chi_o \varphi'_o - \bar{b}_o K_o(\bar{a}'_o - \bar{b}_o \varphi'_o) - EI_\omega \varphi''''_o = 0$ $-EI_\omega \varphi''''_o + GI_T \varphi''_o - \chi_o \varphi''_o - [N_{cr}(\bar{a}'_o - \bar{y}_o \varphi'_o) + \bar{u}''_o EI_y] \bar{a}_o - N_{cr}(\varphi''_o i_c^2 - \bar{u}'_o \bar{y}_o) = 0$	
3	k _o	∞	κ _o	$k_o(\bar{u}_o - \bar{a}_o \varphi) + N_{cr}(\bar{u}'_o - \bar{y}_o \varphi'_o) + \bar{u}''_o EI_y = 0$ $\bar{u}'_o - \bar{b}_o \varphi'_o = 0$ $\chi_o \varphi'_o - EI_\omega \varphi''''_o - \bar{b}_o \bar{u}''_o EI_y = 0$ $-EI_\omega \varphi''''_o + GI_T \varphi''_o - \chi_o \varphi''_o + k_o(\bar{a}_o - \bar{a}_o \varphi) \bar{a}_o - N_{cr}(\varphi''_o i_c^2 - \bar{u}'_o \bar{y}_o) = 0$	
4	k _o	κ _o	∞	$k_o(\bar{u}_o - \bar{a}_o \varphi) + N_{cr} \bar{u}'_o + \bar{u}''_o EI_y = 0$ $K_o \bar{u}'_o - \bar{u}''_o EI_y = 0$ $\varphi''_o = 0$ $-EI_\omega \varphi''''_o - \chi_o \varphi''_o + k_o(\bar{u}_o - \bar{a}_o \varphi) \bar{a}_o + N_{cr} \bar{y}_o \bar{u}'_o = 0$	

Tabelul 2
(continuare)

Nr. crt.	Constantele elastice			CONDIȚIILE LA LIMITA z=0	TIPUL REZEMĂRII
	k ₀	κ ₀	K ₀		
5	k ₀	κ ₀	∞	$K_0 \bar{u}_0 + N_{cr}(\bar{u}_0' - \bar{\gamma}_0 \bar{\psi}_0') + \bar{u}_0'' EI_y = 0$ $K_0(\bar{u}_0' - \bar{b}_0 \bar{\psi}_0') - \bar{u}_0'' EI_y = 0$ $\kappa_0 \bar{\psi}_0' - \bar{b}_0 K_0(\bar{u}_0' - \bar{b}_0 \bar{\psi}_0') - EI_y \bar{\psi}_0'' = 0$ $\bar{\psi}_0 = 0$	
6	∞	κ ₀	K ₀	$\bar{u}_0 - \bar{a}_0 \bar{\psi}_0 = 0$ $\bar{u}_0' - \bar{b}_0 \bar{\psi}_0' = 0$ $\kappa_0 \bar{\psi}_0' - \bar{b}_0 \bar{u}_0'' EI_y - EI_y \bar{\psi}_0'' = 0$ $-EI_y \bar{\psi}_0'' + GI_y \bar{\psi}_0' - \kappa_0 \bar{\psi}_0 [N_0(\bar{u}_0' - \bar{\gamma}_0 \bar{\psi}_0') + \bar{u}_0'' EI_y] \bar{a}_0 - N_{cr}(\bar{\psi}_0' - \bar{u}_0' \bar{\gamma}_0) = 0$	
7	∞	K ₀	κ ₀	$\bar{u}_0 - \bar{a}_0 \bar{\psi}_0 = 0$ $K_0 \bar{u}_0' - \bar{u}_0'' EI_y = 0$ $\bar{\psi}_0 = 0$ $-EI_y \bar{\psi}_0'' - \kappa_0 \bar{\psi}_0 + N_{cr} \bar{u}_0'(\bar{\gamma}_0 - \bar{a}_0) - \bar{u}_0'' EI_y \bar{a}_0 = 0$	
8	∞	K ₀	κ ₀	$\bar{u}_0 = 0$ $K_0(\bar{u}_0' - \bar{b}_0 \bar{\psi}_0') - \bar{u}_0'' EI_y = 0$ $\kappa_0 \bar{\psi}_0' - \bar{b}_0 K_0(\bar{u}_0' - \bar{b}_0 \bar{\psi}_0') - EI_y \bar{\psi}_0'' = 0$ $\bar{\psi}_0 = 0$	

Nr. crt.	Constantele elastice				CONDIȚIILE LA LIMITA $z=0$	TIPUL REZEMĂRII
	k_0	K_0	γ_0	\mathcal{K}_0		
9	k_0	∞	∞	\mathcal{K}_0	$k_0(\bar{u}_0 - \bar{\alpha}_0 \varphi_0) + \bar{u}_0'' E I y = 0$ $\bar{u}_0' = 0$ $\varphi_0' = 0$ $-E I \omega_0^{IV} - \mathcal{K}_0 \varphi_0 + k_0(\bar{u}_0 - \bar{\alpha}_0 \varphi_0) \bar{\alpha}_0 = 0$	
10	k_0	∞	γ_0	∞	$k_0 \bar{u}_0 + N_{cr}(\bar{u}_0' - \bar{\gamma}_0 \varphi_0') + \bar{u}_0'' E I y = 0$ $\bar{u}_0' - \bar{b}_0 \varphi_0' = 0$ $\gamma_0 \varphi_0' - \bar{b}_0 \bar{u}_0'' E I y - E I \omega_0^{IV} = 0$ $\varphi_0 = 0$	
11	k_0	K_0	∞	∞	$k_0 \bar{u}_0 + N_{cr} \bar{u}_0' + \bar{u}_0'' E I y = 0$ $K_0 \bar{u}_0' - \bar{u}_0'' E I y = 0$ $\varphi_0' = 0$ $\varphi_0 = 0$	
12	∞	∞	∞	\mathcal{K}_0	$\bar{u}_0 - \bar{\alpha}_0 \varphi_0 = 0$ $\bar{u}_0' = 0$ $\varphi_0' = 0$ $E I \omega_0^{IV} + \mathcal{K}_0 \varphi_0 + \bar{u}_0'' E I y \bar{\alpha}_0 = 0$	

Tabelul 2
(continuare)

Nr. crt.	Constantele elastice				CONDIȚIILE LA LIMITA $z=0$	TIPUL REZEMĂRII
	k_0	K_0	γ_0	\mathcal{X}_0		
13	∞	∞	γ_0	∞	$\bar{u}_0 = 0$ $\bar{u}'_0 - \bar{b}_0 \varphi'_0 = 0$ $\gamma_0 \varphi'_0 - \bar{b}_0 \bar{u}''_0 EI_y - EI \omega^2 \varphi_0 = 0$ $\varphi_0 = 0$	
14	∞	K_0	∞	∞	$\bar{u}_0 = 0$ $k_0 \bar{u}'_0 - \bar{u}'' EI_y = 0$ $\varphi'_0 = 0$ $\varphi_0 = 0$	
15	k_0	∞	∞	∞	$k_0 \bar{u}_0 + \bar{u}'' EI_y = 0$ $\bar{u}'_0 = 0$ $\varphi'_0 = 0$ $\varphi_0 = 0$	
16	∞	∞	∞	∞	$\bar{u}_0 = 0$ $\bar{u}'_0 = 0$ $\varphi'_0 = 0$ $\varphi_0 = 0$	

Nr. crt.	Constantele elastice			CONDIȚIILE LA LIMITA z=l	TIPUL REZEMĂRII
	k ₁	K ₁	γ ₁ X ₁		
1	k ₁	K ₁	γ ₁ X ₁	$-k_1(\bar{u}_1 - \bar{\alpha}_1 \varphi_1) + N_{cr}(\bar{u}_1 - \bar{\gamma}_0 \varphi_1) + \bar{\sigma}_1^m E I_y = 0$ $K_1(\bar{u}_1' - \bar{b}_1 \varphi_1') + \bar{\sigma}_1^m E I_y = 0$ $-\gamma_1 \varphi_1' + K_1(\bar{u}_1' - \bar{b}_1 \varphi_1') \bar{b}_1 - E I_y \omega_1^m = 0$ $-E I_y \omega_1^m + G I_T \varphi_1' + \gamma_1 \varphi_1 - k_1(\bar{u}_1 - \bar{\alpha}_1 \varphi_1) \bar{\alpha}_1 - N_{cr}(\varphi_1'^2 - \bar{u}_1' \bar{\gamma}_0) = 0$	
2	∞	K ₁	γ ₁ X ₁	$\bar{u}_1 - \bar{\alpha}_1 \varphi_1 = 0$ $K_1(\bar{u}_1' - \bar{b}_1 \varphi_1') + \bar{\sigma}_1^m E I_y = 0$ $-\gamma_1 \varphi_1' + K_1(\bar{u}_1' - \bar{b}_1 \varphi_1') \bar{b}_1 - E I_y \omega_1^m = 0$ $-E I_y \omega_1^m + G I_T \varphi_1' + \gamma_1 \varphi_1 - [N_{cr}(\bar{u}_1 - \bar{\gamma}_0 \varphi_1) + \bar{\sigma}_1^m E I_y] \bar{\alpha}_1 - N_{cr}(\varphi_1'^2 - \bar{u}_1' \bar{\gamma}_0) = 0$	
3	k ₁	∞	γ ₁ X ₁	$-k_1(\bar{u}_1 - \bar{\alpha}_1 \varphi_1) + N_{cr}(\bar{u}_1 - \bar{\gamma}_0 \varphi_1) + \bar{\sigma}_1^m E I_y = 0$ $\bar{u}_1' - \bar{b}_1 \varphi_1' = 0$ $\gamma_1 \varphi_1' + \bar{\sigma}_1^m E I_y \bar{b}_1 + E I_y \omega_1^m = 0$ $-E I_y \omega_1^m + G I_T \varphi_1' + \gamma_1 \varphi_1 - k_1(\bar{u}_1 - \bar{\alpha}_1 \varphi_1) \bar{\alpha}_1 - N_{cr}(\varphi_1'^2 - \bar{u}_1' \bar{\gamma}_0) = 0$	
4	k ₁	K ₁	∞ X ₁	$-k_1(\bar{u}_1 - \bar{\alpha}_1 \varphi_1) + N_{cr} \bar{u}_1' + \bar{\sigma}_1^m E I_y = 0$ $K_1 \bar{u}_1' + \bar{\sigma}_1^m E I_y = 0$ $\varphi_1' = 0$ $-E I_y \omega_1^m + \gamma_1 \varphi_1 - k_1(\bar{u}_1 - \bar{\alpha}_1 \varphi_1) \bar{\alpha}_1 + N_{cr} \bar{u}_1' \bar{\gamma}_0 = 0$	

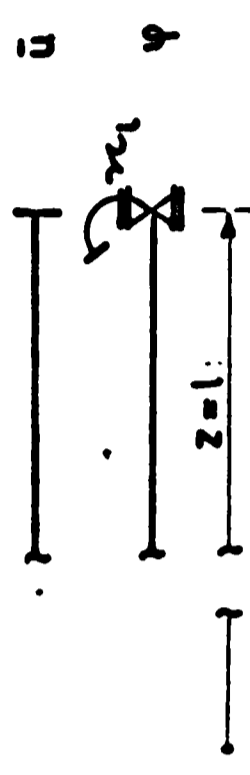
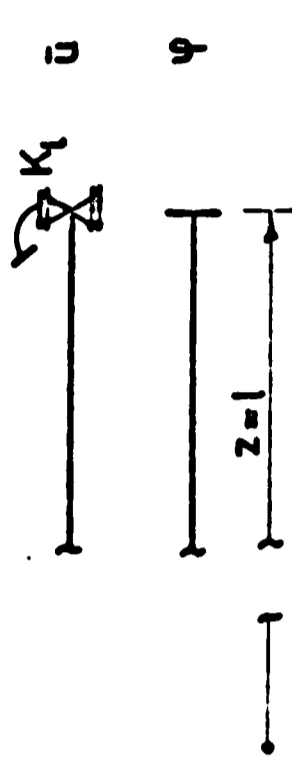
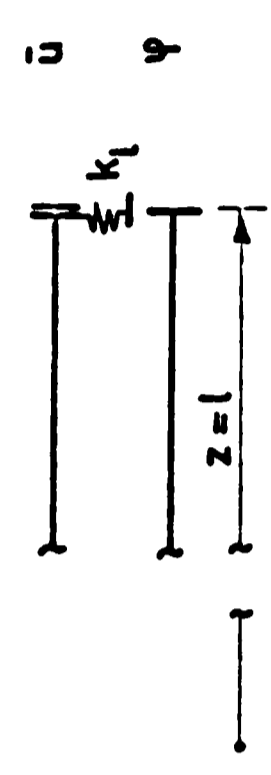
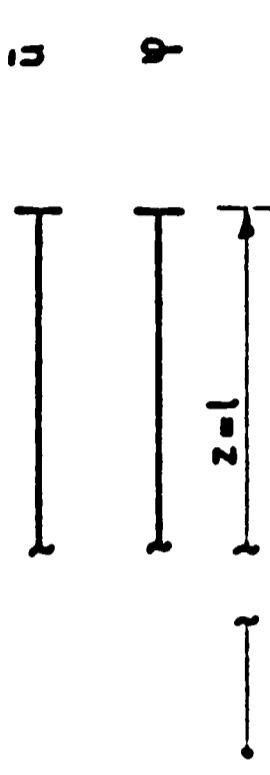
Tabelul 3
(continuare)

Nr. crt.	Constantele elastice				CONDIȚIILE LA LIMITA $z=l$	TIPUL REZEMĂRII
	k_1	K_1	γ_1	\mathcal{K}_1		
5	k_1	K_1	γ_1	∞	$-k_1 \bar{u}_1 + N_d(\bar{u}'_1 - \gamma_0 \bar{\psi}'_1) + \bar{u}''_1 EI_y = 0$ $K_1(\bar{u}'_1 - \bar{b}_1 \bar{\psi}'_1) + \bar{u}''_1 EI_y = 0$ $-\gamma_1 \bar{\psi}'_1 + K_1(\bar{u}'_1 - \bar{b}_1 \bar{\psi}'_1) \bar{b}_1 - EI_\omega \bar{\psi}''_1 = 0$ $\bar{\psi}_1 = 0$	
6	∞	∞	γ_1	\mathcal{K}_1	$\bar{u}_1 - \bar{a}_1 \bar{\psi}_1 = 0$ $\bar{u}'_1 - \bar{b}_1 \bar{\psi}'_1 = 0$ $\gamma_1 \bar{\psi}'_1 + \bar{u}''_1 EI_y \bar{b}_1 + EI_\omega \bar{\psi}''_1 = 0$ $-EI_\omega \bar{\psi}''_1 + GI_T \bar{\psi}'_1 + \gamma_1 \bar{\psi}'_1 [N_d(\bar{u}'_1 - \gamma_0 \bar{\psi}'_1) + \bar{u}''_1 EI_y] \bar{a}_1 - N_d(\gamma_1 \bar{\psi}'_1 - \bar{u}'_1 \gamma_0) = 0$	
7	∞	K_1	∞	\mathcal{K}_1	$\bar{u}_1 - \bar{a}_1 \bar{\psi}_1 = 0$ $K_1 \bar{u}'_1 + \bar{u}''_1 EI_y = 0$ $\bar{\psi}'_1 = 0$ $-EI_\omega \bar{\psi}''_1 + \gamma_1 \bar{\psi}'_1 + N_d \bar{u}'_1 (\gamma_0 - \bar{a}_1) - \bar{u}''_1 EI_y \bar{a}_1 = 0$	
8	∞	K_1	γ_1	∞	$\bar{u}_1 = 0$ $K_1(\bar{u}'_1 - \bar{b}_1 \bar{\psi}'_1) + \bar{u}''_1 EI_y = 0$ $-\gamma_1 \bar{\psi}'_1 + \bar{b}_1 K_1(\bar{u}'_1 - \bar{b}_1 \bar{\psi}'_1) - EI_\omega \bar{\psi}''_1 = 0$ $\bar{\psi}_1 = 0$	

Tabelul 3
(continuare)

Nr. crt.	Constantele elastice				CONDIȚIILE LA LIMITA $z=l$	TIPUL REZEMĂRII
	k_l	K_l	γ_l	\mathcal{X}_l		
9	k_l	∞	∞	\mathcal{X}_l	$-k_l(\bar{u}_l - \bar{\alpha}_l \varphi_l) + \bar{u}_l'' E I y = 0$ $\bar{u}_l' = 0$ $\varphi_l' = 0$ $-E I \omega_l^m \varphi_l'' + \mathcal{X}_l \varphi_l - k_l(\bar{u}_l - \bar{\alpha}_l \varphi_l) \bar{\alpha}_l = 0$	
10	k_l	∞	γ_l	∞	$-k_l \bar{u}_l + N_{\alpha}(\bar{u}_l - \bar{\gamma}_l \varphi_l) + \bar{u}_l'' E I y = 0$ $\bar{u}_l' - \bar{b}_l \varphi_l' = 0$ $\gamma_l \varphi_l' + \bar{b}_l \bar{u}_l'' E I y + E I \omega_l^m \varphi_l'' = 0$ $\varphi_l = 0$	
11	k_l	K_l	∞	∞	$-k_l \bar{u}_l + N_{\alpha} \bar{u}_l' + \bar{u}_l'' E I y = 0$ $K_l \bar{u}_l' + \bar{u}_l'' E I y = 0$ $\varphi_l' = 0$ $\varphi_l = 0$	
12	∞	∞	∞	\mathcal{X}_l	$\bar{u}_l - \bar{\alpha}_l \varphi_l = 0$ $\bar{u}_l' = 0$ $\varphi_l' = 0$ $-E I \omega_l^m \varphi_l'' + \mathcal{X}_l \varphi_l - \bar{u}_l'' E I y \bar{\alpha}_l = 0$	

Tabelul 3
(continuare)

Nr. crt.	Constantele elastice				CONDITIILE LA LIMITA $z=l$	TIPUL REZEMĂRII
	k_1	K_1	γ_1	χ_1		
13	∞	∞	γ_1	∞	$\bar{u}_l = 0$ $\bar{u}_l' - \delta_1 \psi_l' = 0$ $\gamma_1 \psi_l' + \delta_1 \bar{u}_l'' EI_y + EI \omega_1^2 \bar{u}_l = 0$ $\psi_l = 0$	
14	∞	K_1	∞	∞	$\bar{u}_l = 0$ $K_1 \bar{u}_l' + \bar{u}_l'' EI_y = 0$ $\psi_l' = 0$ $\psi_l = 0$	
15	k_1	∞	∞	∞	$-k_1 \bar{u}_l + \bar{u}_l'' EI_y = 0$ $\bar{u}_l' = 0$ $\psi_l' = 0$ $\psi_l = 0$	
16	∞	∞	∞	∞	$\bar{u}_l = 0$ $\bar{u}_l' = 0$ $\psi_l' = 0$ $\psi_l = 0$	

I.2. METODA DE REZOLVARE

I.2.1. Integrarea sistemului de ecuații (1-2)

Explicitînd din (1) a doua derivată a funcției φ și utilizînd-o în (2), se obține

$$\varphi'' = \frac{B}{N\bar{y}_G} \bar{u}'' + \frac{1}{\bar{y}_G} \bar{u}' \quad (21)$$

respectiv

$$\bar{u}'' + \frac{NC_\omega - B(C - N1_C^2)}{B C_\omega} \bar{u}' - \frac{N^2 \bar{y}_G^2 + N(C - N1_C^2)}{B C_\omega} \bar{u} = 0 \quad (22)$$

prin care e posibilă o integrare succesivă. Astfel, soluția \bar{u} a ecuației diferențiale (22) se scrie cu ajutorul următoarelor 6 rădăcini ale ecuației caracteristice corespunzătoare:

$$r_{1,2} = 0$$

$$r_{3,4,5,6} = \pm \sqrt{\frac{-C_\omega N + B(C - N1_C^2) \pm \sqrt{[N(C_\omega - B1_C^2) + BC]^2 + 4BC_\omega N^2 \bar{y}_G^2}}{2BC_\omega}} \quad (23...28),$$

iar soluția φ rezultă din (21) prin două integrări succesive.

Se poate deci scrie în general

$$\bar{u} = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2 + C_3 \bar{u}_3 + C_4 \bar{u}_4 + C_5 \bar{u}_5 + C_6 \bar{u}_6 \quad \text{și}$$

$$\varphi = \frac{B}{N\bar{y}_G} \int dz \left(\bar{u}'' dz + \frac{1}{\bar{y}_G} \right) \int dz \left(\bar{u}' dz + C_7 \bar{z} + C_8 \right) \quad (29-30)$$

unde $C_1 \dots C_8$ reprezintă constantele de integrare, determinarea lor necesitînd opt condiții. Teoria ecuațiilor diferențiale [19] arată că dacă pentru determinarea constantelor se impun condiții la limită într-un singur punct, soluțiile (29-30) sînt univoc determinate. Dacă, însă, condițiile la limită se impun în mai mulze puncte, alături de soluția banală a sistemului de

ecuații diferențiale ($\bar{u} = \varphi = 0$), există și soluții nebanale ($\bar{u} \neq 0, \varphi \neq 0$) care corespund unor anumite valori ale parametrului N (N_1, N_2, \dots) numite valori proprii. Funcțiile \bar{u} și φ care corespund valorilor proprii N se numesc funcțiile proprii ale sistemului de ecuații diferențiale și depind de câte un factor constant nedeterminat.

Scriind cele patru condiții la $\bar{z}=0$ respectiv la $\bar{z}=1$, rezultă un sistem de opt ecuații liniare omogene în care necunoscutele sînt constantele $C_1 \dots C_8$. Eliminarea soluției banale ($C_1=C_2=\dots=C_8=0$) pretinde anularea determinantului coeficienților necunoscutelor sistemului de ecuații, prin care se condiționează deci existența unor deformații \bar{u} și φ numite deformate critice. Dezvoltarea determinantului sus amintit conduce în general la o ecuație transcendentă complexă (numită ecuație de echilibru critic) greu de rezolvat. Dintre soluțiile ei (valorile proprii), teoretic o infinitate, interes practic prezintă valoarea încărcării critice minime [20].

În cazul problemei de față, rezolvarea este îngreunată și de expresia rădăcinilor ecuației caracteristice (25...28) care determină în ultimă instanță forma soluțiilor particulare din (29).

Astfel cu notațiile:

$$r_{3,4,5,6} = \pm \sqrt{A \pm B}$$

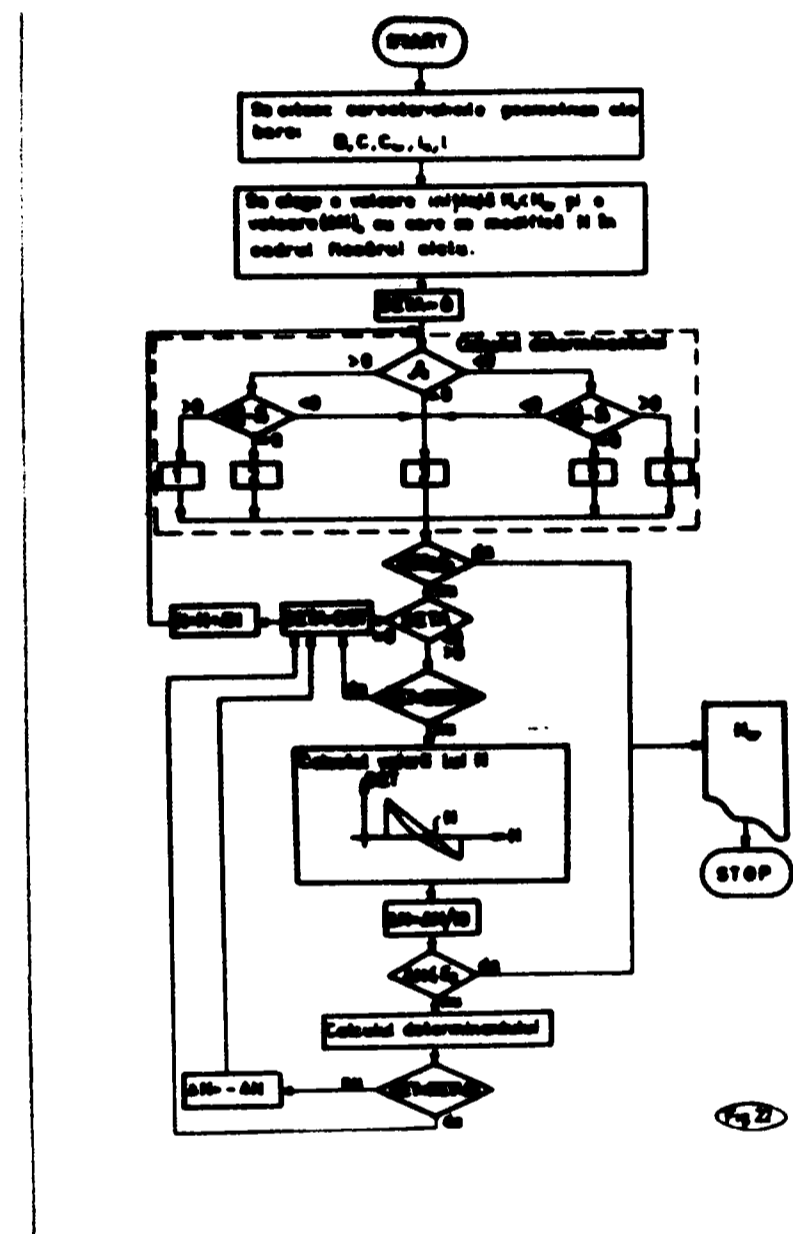
$$A = \frac{-C_\omega \cdot N + B(C - N i_c^2)}{2BC_\omega} = \frac{-N(C_\omega + B i_c^2) + BC}{2BC_\omega} \quad (31)$$

$$B = \frac{\sqrt{[N(C_\omega - B i_c^2) + BC]^2 + 4BC_\omega \cdot N^2 \bar{y}_G^2}}{2BC_\omega} \quad (32)$$

În tabelul 4 sînt trecute soluțiile \bar{u} în funcție de natura

rădăcinilor r . Din tabel se observă că pot exista cinci forme distincte ale soluției \bar{u} . Alegerea uneia sau alteia trebuie făcută în așa fel încât aceasta să corespundă raportului în care se află valoarea proprie minimă căutată față de caracteristicile geometrice ale barei (E, C, C_ω, I_c^2 și l).

În lucrarea de față nu este urmată această cale de rezolvare a problemei. Totuși, se arată succint în cele de mai jos, că o organizare a calculului, oferă posibilitatea de a utiliza cele arătate în scopul determinării forței critice, printr-un calcul iterativ cu ajutorul calculato- rului electronic. În acest scop se scriu condițiile la limită de la extremitățile barei succesiv cu ajutorul celor cinci forme ale soluțiilor \bar{u} și φ , și se formează determinantul coefi-



cienților necunoscutelor C_i . În continuare calculul se desfășoară conform organigramei din figura 22, unde căsuțele numerotate cu 1...5 reprezintă cele cinci forme de scriere ale determinantului.

Calculul poate fi completat cu stabilirea alurii deforma- telor critice. În acest scop, avînd forța critică stabilită, șapte din cele opt constante de integrare se pot determina în funcție de una aleasă arbitrar și astfel alura funcțiilor \bar{u} și φ este cunoscută.

I.2.2. Metoda de integrare Runge-Kutta (Gill).

În teză, calculul încărcării critice s-a făcut numeric folosind metoda de integrare Runge-Kutta respectiv o variantă a ei datorată îmbunătățirilor aduse de S.Gill. Din acest motiv, în paragraful de față se prezintă metoda ca atare sub o formă generală, renunțând la demonstrațiile matematice mai laborioase și la acele considerații care se referă la analiza erorilor sistematice intrinseci metodei, acestea depășind scopul prezentei lucrări. Controlul erorii sistematice care se transmite pas cu pas în cursul integrării se face de altfel automat, așa cum se va arăta mai jos, conform [21], [22].

Scopul metodei Runge-Kutta este acela de a obține o soluție numerică aproximativă a unei ecuații diferențiale ordinare. Cele prezentate în continuare în cazul unei ecuații unice rămân valabile și în cazul sistemelor de ecuații. Fiind deci, dată ecuația

$$\frac{dy}{dx} = y' = f(x,y) = f \quad (33)$$

cu condiția inițială

$$y(x_0) = y_0 \quad (34)$$

se caută valoarea

$$y(x_0 + h) \quad (35)$$

unde h este creșterea variabilei independente x . Rezultatul calculului este valoarea aproximativă $\bar{y}(x_0 + h)$, obținut cu ajutorul unui algoritm care aproximează suma dezvoltării în serie Taylor

$$y(x_0 + h) = y_0 + hy'_0 + \frac{h^2}{2!} y''_0 + \frac{h^3}{3!} y'''_0 + \dots \quad (36)$$

prin intermediul derivatei de ordinul întâi definit în mai multe feluri [22], [23], [24].

Derivând (33) succesiv față de x , se obține:

$$y'' = f_x + f f_y$$

$$y''' = f_{xx} + 2f f_{xy} + f^2 f_{yy} + f_y (f_x + f f_y)$$

⋮

Introducînd în calcule operatorul diferențial

$$D = \frac{\partial}{\partial x} + f \frac{\partial}{\partial y} \quad (37)$$

se obține:

$$y' = f$$

$$y'' = Df$$

$$y''' = D^2 f + f_y Df$$

⋮

⋮

⋮

în care (36) se scrie:

$$\begin{aligned} y(x_0+h) - y(x_0) = & h \left\{ hf + \frac{h^2}{2!} Df + \frac{h^3}{3!} (D^2 f + f_y Df) + \right. \\ & + \frac{h^4}{4!} (D^3 f + f_y D^2 f + f_y^2 Df + 3Df Df_y) + \\ & + \frac{h^5}{5!} [D^4 f + 6Df D^2 f_y + 4D^2 f Df_y + D^2 f f_y^2 + Df f_y^3 + 3(Df)^2 f_{yy} + \\ & \left. + D^3 f f_y + 7f_y Df Df_y] + \dots \right\}_0 \end{aligned} \quad (36')$$

Rezultatul care se caută, se poate scrie sub forma

integrală

$$y(x_0+h) = y(x_0) + \int_{x_0}^{x_0+h} f [x, y(x)] \cdot dx \quad (38)$$

Pe de altă parte, pe baza teoremei mediei se poate afirma că

$$\int_{x_0}^{x_0+h} f [x, y(x)] \cdot dx = hf [x_0 + \theta h, y(x_0 + \theta h)] \quad (39)$$

unde $0 < \theta < 1$. Cu (39), (38) devine

$$y(x_0+h) - y(x_0) = hf [x_0 + \theta h, y(x_0 + \theta h)] \quad (40)$$

In vederea evitării calculului derivatelor de ordin superior care ar apare prin explicitarea egalității (40), se introduc parametri

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_0, y_0) \\ k_2 &= hf(x_0 + \alpha h, y_0 + \beta k_1) \\ k_3 &= hf(x_0 + \alpha_1 h, y_0 + \beta_1 k_1 + \gamma_1 k_2) \\ k_4 &= hf(x_0 + \alpha_2 h, y_0 + \beta_2 k_1 + \gamma_2 k_2 + \delta_2 k_3) \end{aligned} \quad (41 \dots 44)$$

și considerind că

$$\bar{y}(x_0 + h) - y_0 = \bar{k} = \mu_1 k_1 + \mu_2 k_2 + \mu_3 k_3 + \mu_4 k_4 \quad (45)$$

este valoarea căutată, urmează determinarea valorilor α , β , γ , δ_2 și μ astfel ca dezvoltarea în serie Taylor a expresiei (45) să fie identică cu (36') pînă la termenul în h^4 inclusiv. In acest scop se știe că dezvoltarea în serie Taylor a unei funcții de două variabile

$$f(x + \alpha_r, y + \beta_r)$$

in vecinătatea unui punct de coordonate (x_0, y_0) se scrie:

$$f(x_0 + \alpha_r, y_0 + \beta_r) = \left[f(x, y) + D_r f(x, y) + \frac{D_r^2 f(x, y)}{2!} + \frac{D_r^3 f(x, y)}{3!} + \dots \right]_0 \quad (46)$$

unde α_r , β_r sînt doi scalari, iar

$$D_r = \alpha_r \frac{\partial}{\partial x} + \beta_r \frac{\partial}{\partial y} \quad (r=1, 2, 3) \quad (47)$$

respectiv

$$D_r^1 f = \left(\alpha_r \frac{\partial}{\partial x} + \beta_r \frac{\partial}{\partial y} \right)^1 f$$

Cu (46) și (47) respectiv cu operatorii

$$D_1 = \alpha \frac{\partial}{\partial x} + \beta \frac{\partial}{\partial y}$$

$$D_2 = \alpha_1 \frac{\partial}{\partial x} + (\beta_1 + \gamma_1) f_0 \frac{\partial}{\partial y}$$

$$D_3 = \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x} + (\beta_2 + \gamma_2 + \delta_2) f_0 \frac{\partial}{\partial y} \quad (48\dots 50),$$

în [21] se deduc expresiile pentru k_1, k_2, k_3, k_4 . Introducându-le în (45), ordonând termenii și identificându-i cu cei corespunzători din (36') pînă la termenii în h^4 inclusiv, se obțin opt relații între cei treisprezece parametri care caracterizează algoritmul și anume:

$$\begin{aligned} k_1 + k_2 &+ k_3 &+ k_4 &= 1 \\ k_2 D_1 f &+ k_3 D_2 f &+ k_4 D_3 f &= \frac{1}{2!} D f \\ k_2 D_1^2 f &+ k_3 D_2^2 f &+ k_4 D_3^2 f &= \frac{2!}{3!} D^2 f \\ k_2 D_1^3 f &+ k_3 D_2^3 f &+ k_4 D_3^3 f &= \frac{3!}{4!} D^3 f \\ &k_3 \gamma_1 D_1 f &+ k_4 (\gamma_2 D_1 + \delta_2 D_2) f &= \frac{1}{3!} D f \\ &k_3 \gamma_1 D_1^2 f &+ k_4 (\gamma_2 D_1^2 f + \delta_2 D_2^2 f) &= \frac{2!}{4!} D^2 f \\ &k_3 \gamma_1 D_1 f D_2 f_y + k_4 (\gamma_2 D_1 f + \delta_2 D_2 f) D_3 f_y &= \frac{3}{4!} D f D f_y \\ &k_4 \gamma_1 \delta_2 D_1 &= \frac{1}{4!} D f \quad (51\dots 58) \end{aligned}$$

Pentru ca relațiile (51...58) să fie independente de f , trebuie ca raportul

$$\frac{D_r^i f}{D^i f}, \quad (r, i=1, 2, 3)$$

să fie constant, adică

$$\begin{aligned} \alpha &= \beta \\ \alpha_1 &= \beta_1 + \gamma_1 \\ \alpha_2 &= \beta_2 + \gamma_2 + \delta_2 \end{aligned} \quad (59\dots 61)$$

sau ceea ce este acelaș lucru

$$D_1 = \alpha \cdot D, \quad D_2 = \alpha_1 \cdot D, \quad D_3 = \alpha_2 \cdot D \quad (62\dots 64)$$

Tinând astfel cont de (62...64) ecuațiile (51...58)

devin:

$$\begin{aligned}
 k_1 + k_2 + k_3 + k_4 &= 1 \\
 k_2\alpha + k_3\alpha_1 + k_4\alpha_2 &= \frac{1}{2} \\
 k_2\alpha^2 + k_3\alpha_1^2 + k_4\alpha_2^2 &= \frac{1}{3} \\
 k_2\alpha^3 + k_3\alpha_1^3 + k_4\alpha_2^3 &= \frac{1}{4} \\
 k_3\alpha\delta_1 + k_4(\alpha\delta_2 + \alpha_1\delta_2) &= \frac{1}{6} \\
 k_3\alpha^2\delta_1 + k_4(\alpha^2\delta_2 + \alpha_1^2\delta_2) &= \frac{1}{12} \\
 k_3\alpha\alpha_1\delta_1 + k_4(\alpha\delta_2 + \alpha_1\delta_2)\alpha_2 &= \frac{1}{8} \\
 k_4\alpha\delta_1\delta_2 &= \frac{1}{24} \quad (65...72)
 \end{aligned}$$

Sistemul (5...72) de opt ecuații și zece necunoscute, $k_1, k_2, k_3, k_4, \alpha, \alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2$ și δ_2 posedă două grade de libertate. Impunând o combinație arbitrară, soluțiile pot fi exprimate în funcție de o singură necunoscută. În tabelul 5 se arată două variante propuse de Kutta.

Alegând pentru $\delta_2 = 1$ în soluția I, se obțin formulele clasice ale lui Runge:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= hf(x_0, y_0) \\
 k_2 &= hf\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right) \\
 k_3 &= hf\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right) \\
 k_4 &= hf(x_0 + h, y_0 + h) \\
 \bar{k} &= \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (73...77),
 \end{aligned}$$

iar $\alpha = \frac{1}{2}$ în soluția II conduce la formulele lui Kutta:

Tabelul 5

Soluția I ($\alpha = \frac{1}{2}$) δ_2 arbitrar	Soluția II ($\alpha=1-\alpha_1$) α arbitrar
$\alpha = \frac{1}{2}$	$\alpha = \alpha$
$\alpha_1 = \frac{1}{2}$	$\alpha_1 = 1 - \alpha$
$\alpha_2 = 1$	$\alpha_2 = 1$
$\beta = \frac{1}{2}$	$\beta = \alpha$
$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \delta_2$	$\beta_1 = \frac{1}{2\alpha}(1-\alpha)(2\alpha-1)$
$\beta_2 = 0$	$\beta_2 = \frac{1-(3\alpha-1)}{2\alpha[6\alpha(1-\alpha)-1]}$
$\delta_1 = \frac{1}{2} \delta_2$	$\delta_1 = \frac{1-\alpha}{2\alpha}$
$\delta_2 = 1 - \delta_2$	$\delta_2 = \frac{(1-\alpha)(2\alpha-1)}{2\alpha[6\alpha(1-\alpha)-1]}$
$\delta_2 = \delta_2$	$\delta_2 = \frac{\alpha}{6\alpha(1-\alpha)-1}$
$k_1 = \frac{1}{6}$	$k_1 = \frac{6\alpha(1-\alpha)-1}{12\alpha(1-\alpha)}$
$k_2 = \frac{1}{3}(2-\delta_2)$	$k_2 = \frac{1}{12\alpha(1-\alpha)}$
$k_3 = \frac{1}{3} \delta_2$	$k_3 = \frac{1}{12\alpha(1-\alpha)}$
$k_4 = \frac{1}{6}$	$k_4 = \frac{6\alpha(1-\alpha)-1}{12\alpha(1-\alpha)}$

$$k_1 = hf(x_0, y_0)$$

$$k_2 = hf(x_0 + \frac{h}{3}, y_0 + \frac{k_1}{3})$$

$$k_3 = hf(x_0 + \frac{2}{3}h, y_0 - \frac{k_1}{3} + k_2)$$

$$\begin{aligned} k_4 &= hf(x_0+h, y_0+k_1-k_2+k_3) \\ \bar{k} &= \frac{1}{8}(k_1+3k_2+3k_3+k_4) \end{aligned} \quad (78\dots82)$$

Luind în considerare posibilitățile de reducere la minimum a numărului de cuvinte de calculator necesare calculului mărimilor (41...45), S.Gill a stabilit pentru parametrul arbitrar δ_2 din cadrul soluției I valorile

$$\delta_2 = 1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Alegind valoarea corespunzătoare semnului pozitiv (care conduce la erori sistematice mai mici decât cealaltă valoare) și introducînd mărimile auxiliare q (prin care se ameliorează erorile de rotunjire făcute la fiecare pas de integrare), S.Gill a stabilit următoarele formule:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_0, y_0) & y_1 &= y_0 + \frac{1}{2}(k_1 - 2q_0) \\ k_2 &= hf(x_0 + \frac{h}{2}, y_1) & y_2 &= y_1 + (1 - \sqrt{\frac{1}{2}})(k_2 - q_1) \\ k_3 &= hf(x_0 + \frac{h}{2}, y_2) & y_3 &= y_2 + (1 + \sqrt{\frac{1}{2}})(k_3 - q_2) \\ k_4 &= hf(x_0 + h, y_3) & y_4 &= y_3 + \frac{1}{6}(k_4 - 2q_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_1 &= q_0 + 3\left[\frac{1}{2}(k_1 - 2q_0)\right] - \frac{1}{2}k_1 \\ q_2 &= q_1 + 3\left[(1 - \sqrt{\frac{1}{2}})(k_2 - q_1)\right] - (1 - \sqrt{\frac{1}{2}})k_2 \\ q_3 &= q_2 + 3\left[(1 + \sqrt{\frac{1}{2}})(k_3 - q_2)\right] - (1 + \sqrt{\frac{1}{2}})k_3 \\ q_4 &= q_3 + 3\left[\frac{1}{6}(k_4 - 2q_3)\right] - \frac{1}{2}k_4 \end{aligned} \quad (83\dots94)$$

în care valoarea inițială a lui q_0 este zero. Dacă rezultatele calculelor nu ar fi afectate de erorile de rotunjire, q_4 ar rezulta nul. În realitate valoarea q_4 reprezintă aproximativ de trei ori eroarea făcută asupra lui y_4 datorită erorilor de rotunjire. Compensarea acumulării acestor erori se face utilizînd în pasul următor în locul lui q_0 pe q_4 .

In ce privește eroarea sistematică comisă în fiecare punct

$$E = k - \bar{k} , \quad \text{în}$$

[21] , [22] , [25] , [26] , sînt deduse condițiile care precizează pasul

h prin care erorile, care se transmit de la un pas la altul, se pot menține sub o valoare dată. Un procedeu practic de estimare a erorilor sistematice dintr-un punct, aparține lui L.F. Richardson, prezentat în [21], care se bazează pe rezultatele integrării numerice efectuate cu pasul h și apoi cu un pas înjumătățit. Astfel, dacă se notează cu

- $C_1 h_1^{r+1}$ eroarea sistematică făcută prin integrarea cu un procedeu de ordinul r , utilizînd pasul $h_1 = h$
- $C_2 h_2^{r+1}$ idem, utilizînd pasul $h_2 = \frac{h}{2}$
- $y^{(1)}$ valoarea obținută în punctul $x_0 + h$ utilizînd pasul h_1
- $y^{(2)}$ valoarea obținută în punctul $x_0 + h$ utilizînd pasul h_2
- Y valoarea exactă a funcției în punctul $x_0 + h$

rezultă:

$$\begin{aligned} Y - y^{(1)} &= C_1 h_1^{r+1} \\ Y - y^{(2)} &\cong 2 C_2 h_2^{r+1} \end{aligned} \quad (95-96)$$

In cazul unui pas h mic, $C_1 \cong C_2$ și astfel din (95-96) rezultă:

$$Y - y^{(2)} \cong \frac{y^{(2)} - y^{(1)}}{2^r - 1} \quad (97)$$

care se poate introduce în cadrul unui program, mărind evident timpul de calcul respectiv cantitatea de memorie folosită.

Notînd cu

$$\delta = Y - y^{(2)}$$

eroarea comisă, condiția care trebuie satisfăcută la fiecare

pas se scrie

$$\delta \leq \xi \quad (98)$$

unde ξ se alege de utilizator în funcție de precizia dorită.

În cazul particular al procedurii de ordinul patru (având eroarea de ordinul de mărime a lui h^5), condiția (98) se scrie explicit:

$$\delta = \frac{1}{15} \left[y^{(2)} - y^{(1)} \right] \leq \xi \quad (98')$$

Dacă se integrează un sistem de n ecuații diferențiale de ordinul întâi, condiția (98') se completează în felul următor:

$$\delta = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^n a_i |y_i^{(2)} - y_i^{(1)}| \leq \xi \quad (98'')$$

unde a_i sînt coeficienți de ponderare care se precizează de utilizator.

I.2.3. Integrarea sistemului de ecuații (1-2) cu metoda Runge-Kutta.

Sistemul de ecuații diferențiale (1-2) se substituie în prealabil cu un sistem echivalent de ecuații diferențiale de ordinul întâi, deoarece așa cum se arată în [25] sau [27], studiile lui H.Rutishauser demonstrează că sistemul echivalent de ecuații diferențiale de ordinul întâi este mult mai puțin sensibil la cumulara erorilor în cadrul integrării, decât sistemul corespunzător de ecuații de ordin superior. Această operație se efectuează ușor obținându-se succesiv:

$$\begin{cases} \bar{\mu}'' = \beta \\ \psi'' = \alpha \\ B\beta'' + N\beta - N\bar{y}_G\alpha = 0 \\ C_\omega\alpha'' - (C - N1_C^2)\alpha - N\bar{y}_G\beta = 0 \end{cases} \quad (99\dots102)$$

respectiv

$$\begin{cases} \bar{\mu}' = \vartheta \\ \vartheta' = \beta \\ \beta' = \delta \\ \delta' = N \frac{\bar{y}_G}{B} \alpha - N \frac{1}{B} \beta \\ \psi' = \gamma \\ \gamma' = \alpha \\ \alpha' = \tau \\ \tau' = \frac{C - N1_C^2}{C_\omega} \alpha + N \frac{\bar{y}_G}{C_\omega} \beta \end{cases} \quad (103\dots110)$$

Integrarea acestui sistem de ecuații diferențiale se face tratând problema de stabilitate, nu ca o problemă cu condiții marginale ci ca o problemă cu valori inițiale. Procedeu este utilizat în diferite domenii [25], [28], [29], [30], datorită posibilităților pe care le oferă calculatoarele electronice.

In acest sens, soluțiile sistemului (103...110) se consideră scrise sub forma

$$\begin{aligned} \bar{u} &= C_1 \bar{u}_1^* + C_2 \bar{u}_2^* + C_3 \bar{u}_3^* + C_4 \bar{u}_4^* \\ \vartheta &= C_1 \vartheta_1^* + C_2 \vartheta_2^* + C_3 \vartheta_3^* + C_4 \vartheta_4^* \\ &\vdots \\ \delta &= C_1 \delta_1^* + C_2 \delta_2^* + C_3 \delta_3^* + C_4 \delta_4^* \end{aligned} \quad (111...118)$$

unde $(\bar{u}_1^*, \vartheta_1^*, \dots, \delta_1^*)_{i=1,2,3,4}$ sînt patru seturi de soluții particulare liniar independente care satisfac condițiile la limita de la $\bar{z}=0$ (numite în cele ce urmează condiții inițiale) și sistemul de ecuații diferențiale. Aceste soluții particulare se obțin prin integrare numerică, iar valorile numerice se memorează într-un număr suficient de puncte.

Condițiile inițiale necesare în acest procedeu de calcul se stabilesc prin precizarea vectorilor liniar independenți $(\bar{u}_0, \bar{u}'_0, \dots, \vartheta_0, \vartheta'_0)$ de la $\bar{z}=0$. Astfel de exemplu în cazul condițiilor de rezemare Nr.1 din tabelul 2, mărimile $\bar{u}_0, \bar{u}'_0, \vartheta_0$ și ϑ'_0 putînd fi exprimate în funcție de mărimile $\bar{u}_0, \bar{u}'_0, \vartheta_0$ și ϑ'_0 cele patru soluții particulare liniar independente se stabilesc cu ajutorul următorilor vectori liniar independenți:

$$\text{I} \quad \bar{u}_0 = 1, \quad \vartheta_0 = 0, \quad \bar{u}'_0 = 0, \quad \vartheta'_0 = 0$$

și celelalte conform condițiilor de la $\bar{z}=0$ (tab.2).

$$\text{II} \quad \bar{u}_0 = 0, \quad \vartheta_0 = 1, \quad \bar{u}'_0 = 0, \quad \vartheta'_0 = 0$$

și celelalte conform condițiilor de la $\bar{z}=0$ (tab.2).

$$\text{III} \quad \bar{u}_0 = 0, \quad \vartheta_0 = 0, \quad \bar{u}'_0 = 1, \quad \vartheta'_0 = 0$$

și celelalte conform condițiilor de la $\bar{z}=0$ (tab.2).

$$\text{IV} \quad \bar{u}_0 = 0, \quad \vartheta_0 = 0, \quad \bar{u}'_0 = 0, \quad \vartheta'_0 = 1$$

și celelalte conform condițiilor de la $\bar{z}=0$ (tab.2).

Casa nr. 1

Tabelul 6

	6	9	8	5	4	7	2	1
Nr. crt.	6	9	8	5	4	7	2	1
I	1	0	0	-	0	0	0	$\frac{1}{2}$
II	0	1	+	-	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
III	0	0	0	+	1	0	0	$\frac{1}{2}$
IV	0	2	-	+	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Casa nr. 2

Tabelul 7

	6	9	8	5	4	7	2	1
Nr. crt.	6	9	8	5	4	7	2	1
I	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$
II	0	1	+	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
III	2	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$
IV	0	0	-	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Casa nr. 3

Tabelul 8

	6	9	8	5	4	7	2	1
Nr. crt.	6	9	8	5	4	7	2	1
I	1	0	0	-	0	0	0	$\frac{1}{2}$
II	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0
III	0	0	0	+	1	0	0	$\frac{1}{2}$
IV	0	2	0	-	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Cazul nr. 4

Tabelul 9

	6	9	8	6	9	7	2	5
Nr crt.	6.	9.	8.	6.	9.	7.	2.	5.
I	1	0	0	- $\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$
II	0	1	$\frac{1}{2}$	- $\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$
III	0	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0	0	$\frac{1}{2}$
IV	0	0	0	0	0	0	1	0

Cazul nr. 5

Tabelul 10

	2	9	8	6	9	7	2	5
Nr crt.	2.	9.	8.	6.	9.	7.	2.	5.
I	1	0	0	- $\frac{1}{2}$	0	0	0	0
II	0	1	$\frac{1}{2}$	- $\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0
III	0	0	0	0	0	0	0	1
IV	0	0	- $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{1}{2}$	0

Cazul nr. 6

Tabelul 11

	6	9	8	6	9	7	2	5
Nr crt.	6.	9.	8.	6.	9.	7.	2.	5.
I	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$
II	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0
III	2	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$
IV	0	2	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Casul nr. 7

Tabelul 12

	u	g	p	s	v	z	a	r
Nr crt.	u.	g.	p.	s.	v.	z.	a.	r.
I	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{s}$
II	0	1	$\frac{1}{p}$	0	0	0	0	$\frac{1}{p}$
III	u.	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{v}$
IV	0	0	0	0	0	0	1	0

Casul nr. 8

Tabelul 13

	u	g	p	s	v	z	a	r
Nr crt.	u.	g.	p.	s.	v.	z.	a.	r.
I	0	0	0	1	0	0	0	0
II	0	1	$\frac{1}{p}$	0	0	0	$\frac{1}{v}$	0
III	0	0	0	0	0	0	0	1
IV	0	0	$\frac{1}{p}$	0	0	1	$\frac{1}{v}$	0

Casul nr. 9

Tabelul 14

	u	g	p	s	v	z	a	r
Nr crt.	u.	g.	p.	s.	v.	z.	a.	r.
I	1	0	0	$\frac{1}{s}$	0	0	0	$\frac{1}{s}$
II	0	0	1	0	0	0	0	0
III	0	0	0	$\frac{1}{s}$	1	0	0	$\frac{1}{s}$
IV	0	0	0	0	0	0	1	0

Casal nr. 10

Tabelul 15

	0	1	2	3	4	5	6	7
Nr. crt.	0	1	2	3	4	5	6	7
I	1	0	0	1	0	0	0	0
II	0	0	1	0	0	0	1	0
III	0	0	0	0	0	0	0	1
IV	0	1	0	1	0	1	1	0

Casal nr. 11

Tabelul 16

	0	1	2	3	4	5	6	7
Nr. crt.	0	1	2	3	4	5	6	7
I	1	0	0	1	0	0	0	0
II	0	1	1	1	0	0	0	0
III	0	0	0	0	0	0	0	1
IV	0	0	0	0	0	0	1	0

Casal nr. 12

Tabelul 17

	0	1	2	3	4	5	6	7
Nr. crt.	0	1	2	3	4	5	6	7
I	0	0	0	1	0	0	0	1
II	0	0	1	0	0	0	0	0
III	1	0	0	0	1	0	0	1
IV	0	0	0	0	0	0	1	0

Ceșul nr. 13

Tabelul 16

	8	9	0	8	9	7	6	5
Nr. crt.	8	9	0	8	9	7	6	5
I	0	0	0	1	0	0	0	0
II	0	0	1	0	0	0	0	0
III	0	0	0	0	0	0	0	1
IV	0	0	0	0	0	1	0	0

Ceșul nr. 14

Tabelul 19

	8	9	0	8	9	7	6	5
Nr. crt.	8	9	0	8	9	7	6	5
I	0	0	0	1	0	0	0	0
II	0	1	0	0	0	0	0	0
III	0	0	0	0	0	0	0	1
IV	0	0	0	0	0	0	1	0

Ceșul nr. 15

Tabelul 20

	8	9	0	8	9	7	6	5
Nr. crt.	8	9	0	8	9	7	6	5
I	1	0	0	0	0	0	0	0
II	0	0	1	0	0	0	0	0
III	0	0	0	0	0	0	0	1
IV	0	0	0	0	0	0	1	0

Cazul nr. 10.

Tabelul 21

	h	g	p	δ	φ	z	α	Γ
nr. p.	h	g	p	δ	φ	z	α	Γ
I	0	0	0	1	0	0	0	0
II	0	0	1	0	0	0	0	0
III	0	0	0	0	0	0	0	1
IV	0	0	0	0	0	0	1	0

În tabelele 6...21 sînt trecute valorile vectorilor liniar independenți necesari obținerii celor patru soluții particulare, pentru cazurile de rezemare înserate în tabelul 2.

Efectuînd cele patru integrări numerice, valorile funcțiilor (111-118) la $\bar{z}=1$ sînt:

$$\begin{aligned}\bar{u}_1 &= C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + C_3 a_{13} + C_4 a_{14} \\ \bar{u}_2 &= C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + C_3 a_{23} + C_4 a_{24} \\ &\vdots \\ \bar{u}_4 &= C_1 a_{81} + C_2 a_{82} + C_3 a_{83} + C_4 a_{84}\end{aligned}\tag{119...126}$$

$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{83}, a_{84}$ fiind valorile numerice ale soluțiilor particulare $\bar{u}_1^*, \bar{u}_2^*, \dots, \delta_3^*, \delta_4^*$ în secțiunea $\bar{z}=1$

Cu (119...126) se impune satisfacerea condițiilor și la cealaltă extremitate ($\bar{z}=l$) după tipul rezemării (tab.3), obținându-se un sistem de patru ecuații liniare omogene în care necunoscutele sînt constantele C_1, C_2, C_3 și C_4 . Eliminarea soluției banale ($C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 0$) care ar corespunde formeii nedeformate a barei, pretinde anularea determinantului format cu coeficienții acestor necunoscute, forța de compresiune corespunzătoare fiind egală cu valoarea critică căutată. Această operațiune se efectuează iterativ începînd calculele cu o valoare N_0 apreciată care se modifică succesiv cu ΔN . Valoarea N_{cr} se va afla între două valori succesive ale lui N care determină o schimbare a semnului determinantului. Pentru a grăbi convergența calculului, la prima schimbare a semnului determinantului se aplică metoda coardei, stabilind astfel abscisa punctului 3 (fig.23). Se micșorează pasul ΔN de zece ori și se schimbă sensul de înaintare pe abscisă (de la punctul

3 spre origine), pînă cînd semnul determinantului se schimbă din nou. Operațiunea se repetă de atîtea ori pînă ce o modificare

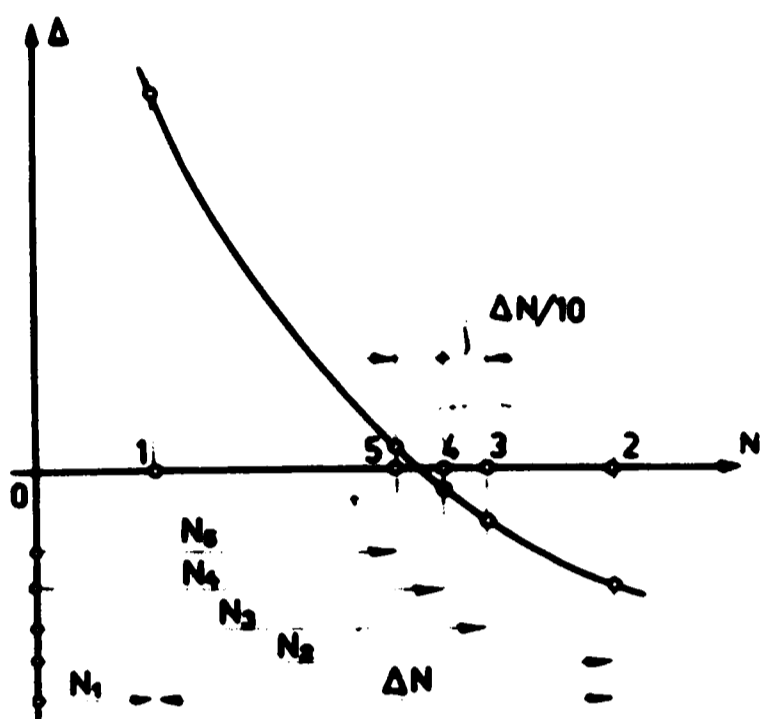


Fig.23

a lui N cu $\Delta N \leq \epsilon$ înregistrează o schimbare a semnului determinantului.

Pentru obținerea unor rezultate corecte, este absolut necesar ca valoarea inițială a forței critice $N_0 < N_{cr}$. Aceasta se poate realiza ușor luînd pentru N_0 o valoare foarte mică. Intrucît această măsură de precauție extrem de severă

mărește timpul de calcul, este recomandabil să se aprecieze în prealabil cel puțin ordinul de mărime al forței critice pentru a se putea porni calculul cu o valoare N_0 cît mai apropiată de N_{cr} .

Timpul de calcul este influențat și de mărimea pasului ΔN . Totuși, din calculele efectuate a rezultat că un pas prea mare poate conduce la rezultate false datorită faptului că se sare peste valoarea N_{cr} minimă și se determină o valoare proprie superioară neinteresantă.

În unele situații curba $\Delta - N$ (fig.23) poate intersecta abscisa foarte aproape de origine (cazul forțelor critice mici). Dacă pasul ΔN se alege prea mare, forța critică obținută poate rezulta negativă (valoare și semn greșite) în urma trecerii dincolo de origine. Evitarea acestei situații se poate face prin controlul semnului lui N care nu poate fi niciodată negativ.

În anexa Nr.1 este prezentat modul de organizare al unui program de calcul pentru calculatorul electronic IRIS-50 care să

ofere posibilitatea calculului forței critice N_{cr} în orice condiții de rezemare, care sînt date în tabelul 1 sau tabelele 2 și 3.

I.2.4. Integrarea sistemului de ecuații (1-2) transcris sub o formă adimensională cu metoda Runge-Kutta-Gill.

Dacă în (23...28) forța axială se scrie sub forma

$$N = \frac{B}{l^2} n \quad (119)$$

se pun în evidență următorii factori:

$$\varepsilon_1 = \frac{Cl^2}{C_c} \quad \varepsilon_2 = \frac{C_c}{B i_c^2} \quad \varepsilon_3 = \frac{\bar{y}_G}{i_c} \quad (120...122)$$

Fiind intrinseci problemei, sistemul de ecuații diferențiale (1-2) poate fi rescris sub formă adimensională cu ajutorul acestor mărimi astfel:

$$\begin{cases} \tilde{u}'' + \tilde{u}'' n - \varepsilon_3 n \varphi'' = 0 \\ \varphi'' - (\varepsilon_1 - \frac{n}{\varepsilon_2}) \varphi'' - n \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \tilde{u}'' = 0 \end{cases} \quad (123-124)$$

În aceste ecuații, datorită abscisei adimensionale ($\varphi = \frac{\bar{z}}{l}$) introduse, apar cei trei factori geometrici (120...122) definiți mai sus, factorul mecanic n din (119) și mărimea

$$\tilde{u} = \frac{\bar{u}}{i_c} \quad (125)$$

Ca și în paragraful I.2.3. sistemul (123-124) se substituie cu sistemul său echivalent de ecuații diferențiale de ordinul întâi și anume:

$$\begin{cases} \tilde{u}' = \varrho \\ \varrho' = \beta \\ \beta' = \delta \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta' = \varepsilon_3 n \alpha - \beta n \\ \psi' = \gamma \\ \gamma' = \alpha \\ \alpha' = \delta \\ \delta' = (\varepsilon_1 - \frac{n}{\varepsilon_2}) \alpha + n \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \beta \end{array} \right. \quad (126..133)$$

Integrarea acestui sistem se poate face la fel cu procedeul descris în paragraful 1.2.3 rescriind și condițiile la limită sub o formă adimensională. Astfel de exemplu condițiile Nr.1 din tabelul 2 se scriu pentru $\psi = 0$:

$$\begin{aligned} \tilde{k}_0 (\tilde{\mu}'_0 - \tilde{a}_0 \psi'_0) + n (\tilde{\mu}'_0 - \varepsilon_3 \psi'_0) + \tilde{\mu}''_0 &= 0 \\ \tilde{K}_0 (\tilde{\mu}'_0 - \tilde{b}_0 \psi'_0) - \tilde{\mu}''_0 &= 0 \\ \tilde{\kappa}_0 \psi'_0 - \tilde{b}_0 \frac{1}{\varepsilon_2} \tilde{K}_0 (\tilde{\mu}'_0 - \tilde{b}_0 \psi'_0) - \psi''_0 &= 0 \\ -\psi''_0 + \varepsilon_1 \psi'_0 - \tilde{K}_0 \psi_0 + \tilde{k}_0 \frac{1}{\varepsilon_2} (\tilde{\mu}'_0 - \tilde{a}_0 \psi_0) \tilde{a}_0 - \frac{n}{\varepsilon_2} (\psi'_0 - \tilde{\mu}'_0 \varepsilon_3) &= 0 \quad (134..137) \end{aligned}$$

iar condițiile Nr.1 din tabelul 3 se scriu pentru $\psi = 1$:

$$\begin{aligned} -\tilde{k}_1 (\tilde{\mu}'_1 - \tilde{a}_1 \psi'_1) + n (\tilde{\mu}'_1 - \varepsilon_3 \psi'_1) + \tilde{\mu}''_1 &= 0 \\ \tilde{K}_1 (\tilde{\mu}'_1 - \tilde{b}_1 \psi'_1) + \tilde{\mu}''_1 &= 0 \\ -\tilde{\kappa}_1 \psi'_1 + \tilde{b}_1 \frac{1}{\varepsilon_2} \tilde{K}_1 (\tilde{\mu}'_1 - \tilde{b}_1 \psi'_1) - \psi''_1 &= 0 \\ -\psi''_1 + \varepsilon_1 \psi'_1 + \tilde{K}_1 \psi_1 - \tilde{k}_1 \frac{1}{\varepsilon_2} (\tilde{\mu}'_1 - \tilde{a}_1 \psi_1) \tilde{a}_1 - \frac{n}{\varepsilon_2} (\psi'_1 - \tilde{\mu}'_1 \varepsilon_3) &= 0 \quad (138..141) \end{aligned}$$

unde s-a notat cu

$$\tilde{k} = \frac{k l^3}{B}, \quad \tilde{K} = \frac{K \cdot l}{B}, \quad \tilde{\kappa} = \frac{\kappa \cdot l}{C_\omega}, \quad \tilde{X} = \frac{X l^3}{C_\omega} \quad (142..145)$$

rigiditățile adimensionale ale reazemelor iar

$$\tilde{a} = \frac{\bar{a}}{i_c}, \quad \tilde{b} = \frac{\bar{b}}{i_c} \quad (146-147)$$

cotele adimensionale la care sînt aplicate legăturile elastice de la cele două extremități ale barei.

Cazul nr. 1

Tabelul 22

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	-1	0	0	0	$\frac{1}{2}$
2	0	1	0	-1	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3	0	0	0	1	1	0	0	$\frac{1}{2}$
4	0	0	-1	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Cazul nr. 14

Tabelul 23

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	1	0

Cazul nr. 16

Tabelul 24

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	1	0

PARTEA II-a

II.1. INFLUENTA CONDITIILOR DE REZEMARE ASUPRA STABILITATII UNEI BARE REALIZATE DINTR-UN PROFIL \sqcap

II.1.1 Precizări asupra secțiunii transversale alese.

În comparație cu barele alcătuite din elemente laminate la cald, la cele formate la rece domeniul în care este semnificativ flambajul prin încovoiere-răsucire crește. Aceasta se explică prin rigiditatea la răsucire foarte mică a acestor profile, proporțională cu puterea a treia a grosimii de perete. Din acest motiv, încărcarea critică la flambajul prin încovoiere-răsucire este mult mai mult influențată de condițiile de rezemare ale barei, decât la barele obișnuite. În [31] se arată că în cazul împiedecării totale a strâmbării liniei mediane a secțiunilor transversale de capăt, încărcarea critică poate să crească cu peste 100%.

Atât forma secțiunii transversale cât și lungimea barei joacă un rol hotărâtor în ceea ce privește delimitarea flambajului prin încovoiere-răsucire de flambajul prin încovoiere. Astfel în [32], [33], [34] sînt trasate diagrame orientative pentru diferite secțiuni transversale mai des folosite. O astfel de diagramă este cea din figura 24 corespunzătoare unui profil \sqcap , în ipoteza unor condiții de rezemare care asigură aceeași lungime de flambaj prin încovoiere respectiv prin răsucire. În comparație cu diagrama tipică din figura 25, se poate constata lipsa zonei 3 care corespunde flambajului

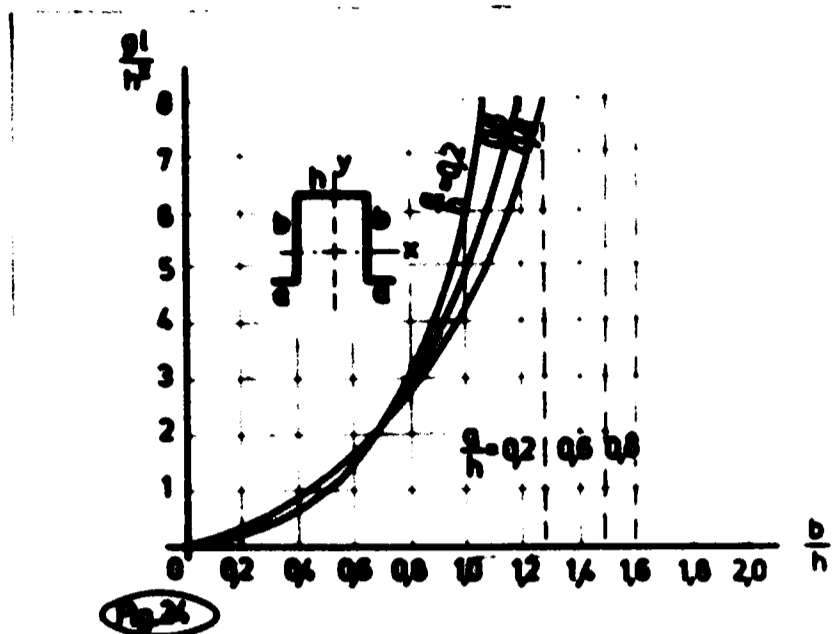


Fig. 24

le care pot interveni din punct de vedere practic, astfel încât

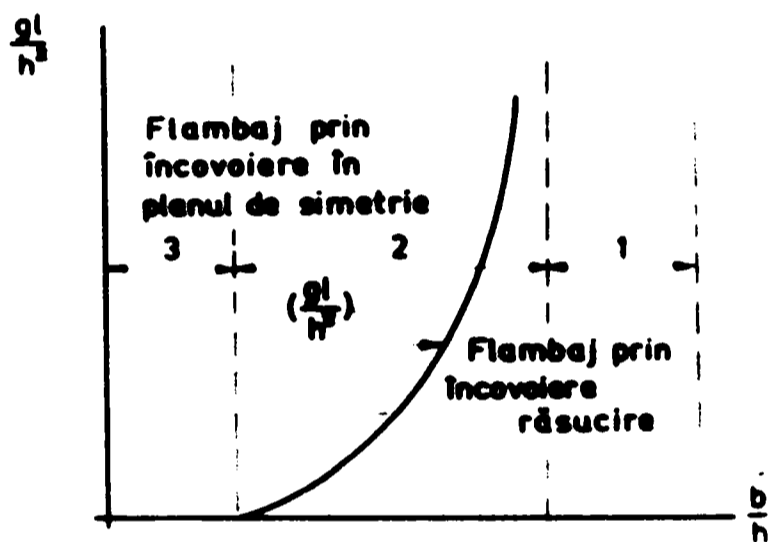


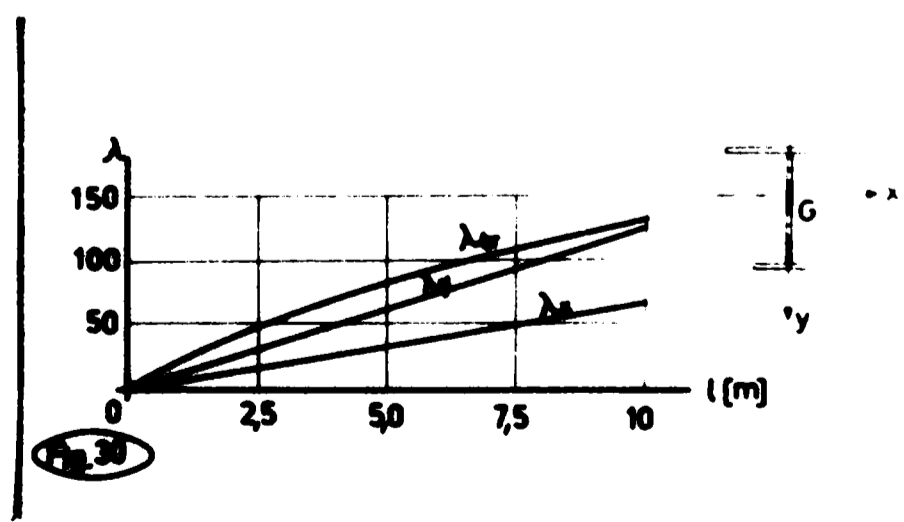
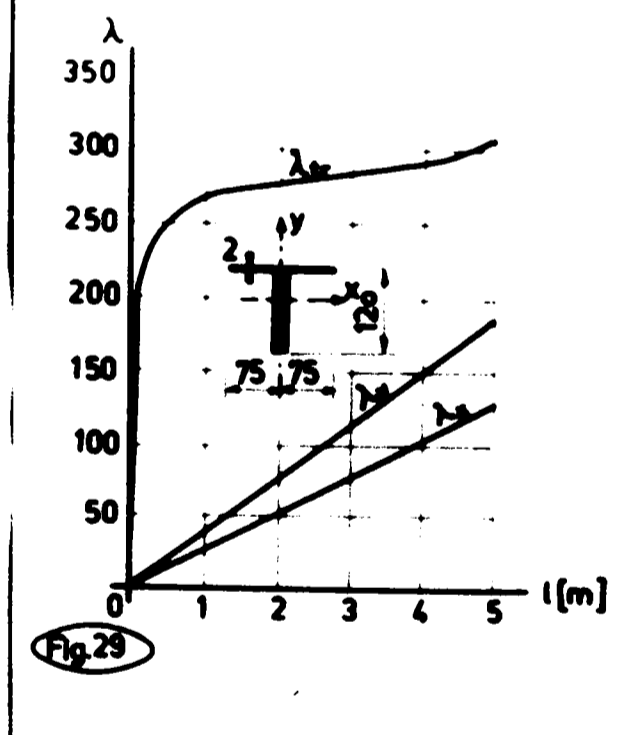
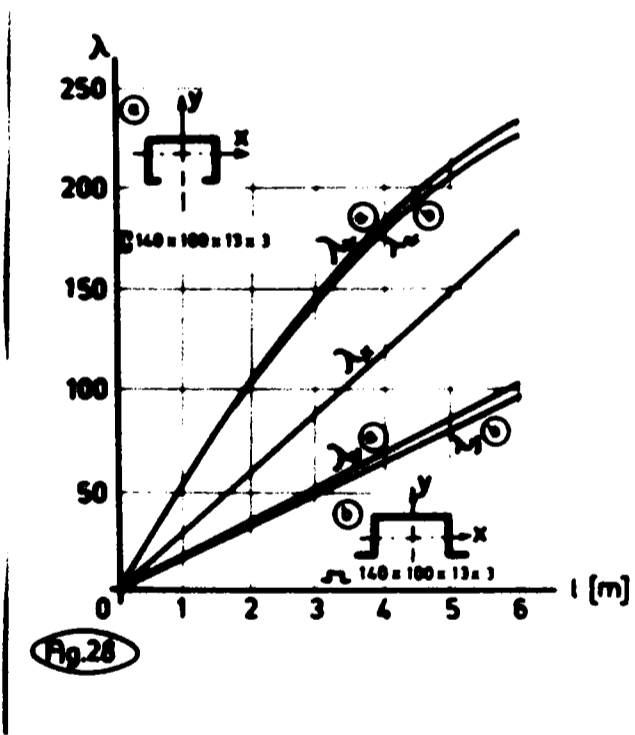
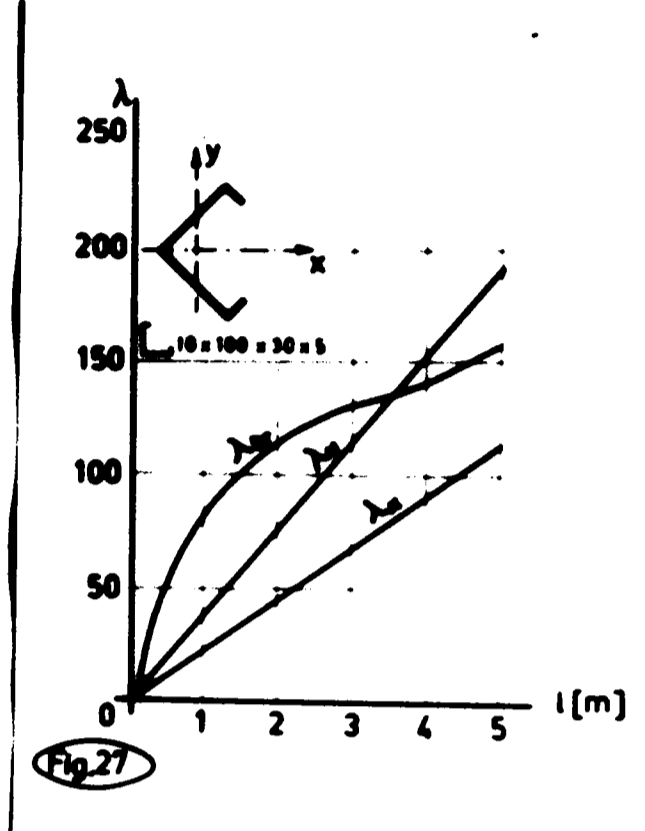
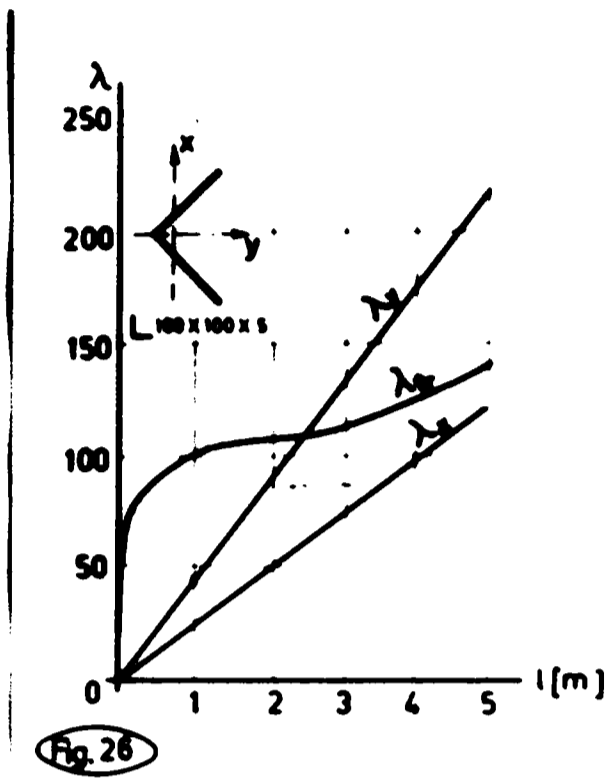
Fig. 25

26...30 în care s-a reprezentat pentru diferite secțiuni variația coeficienților de zveltețe λ_x , λ_y și λ_{tr} , în funcție de lungimea barei [32], [38], [20] (λ_{tr} fiind zveltețea transformată corespunzătoare flambajului prin încovoiere-răsucire).

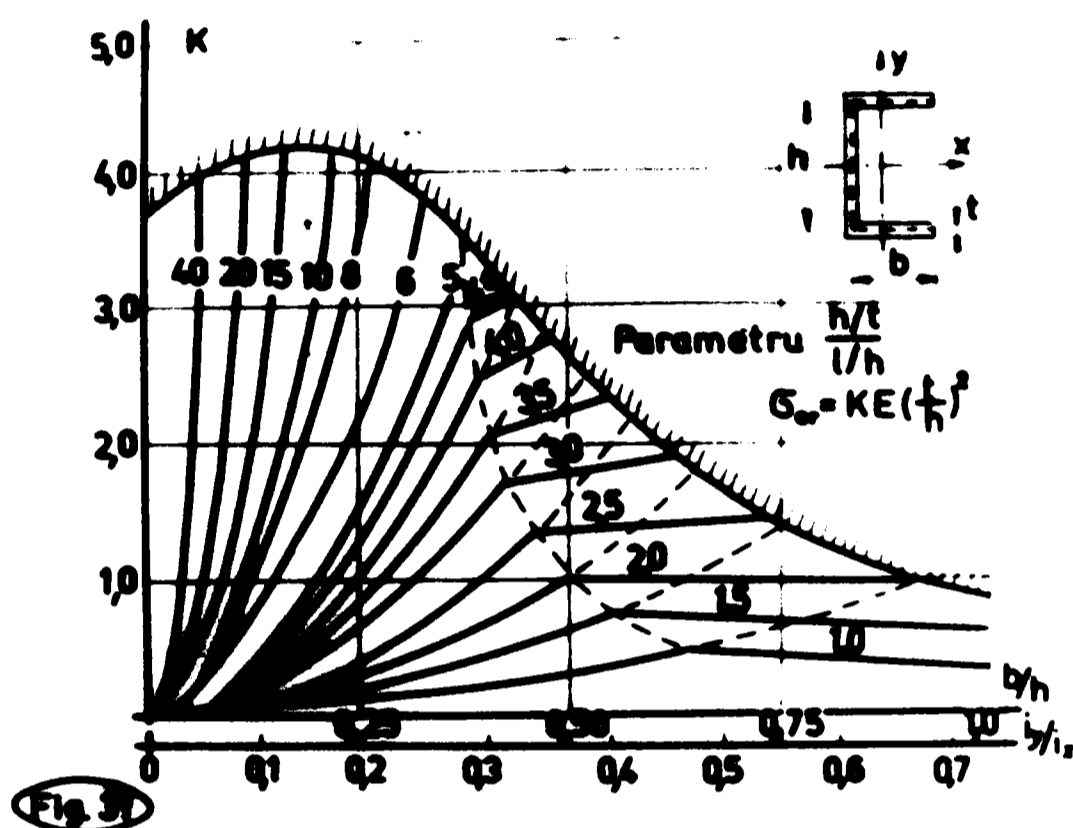
Se poate vedea că pentru profilul \square respectiv \sqcap (fig.28), diferența între λ_{tr} și λ_x crește cu lungimea barei.

Intrucât flambajul prin încovoiere-răsucire reduce capacitatea portantă a barelor comprimate, este indicat să se adopte măsuri constructive pentru a-l evita [36]. Astfel în cazul secțiunilor \square printr-o alegere adecvată a dimensiunilor secțiunii transversale, forța critică a flambajului prin

prin încovoiere, independent de valorile parametrului $\frac{ql}{N}$. Profilele propuse în [35] și adoptate în [36] se situează la limita dreaptă a zonei 2 rămânând sub curbela delimitatoare pentru toate lungimile care pot interveni din punct de vedere practic, astfel încât flambajul lor se produce prin încovoiere-răsucire. Importanța flambajului prin încovoiere-răsucire, în comparație cu flambajul prin încovoiere, rezultă și din diagramele din figurile



încovoiere-răsucire poate rezulta mai mare decât forța critică a flambajului prin încovoiere în planul de simetrie. În figura 31 s-a redat diagrama lui H. Hortol [38] pentru profilul



[, care în funcție de raportul b/h (sau i_y/i_x) și $\frac{ht}{lh}$ indică atât natura deformației prin care bara își pierde stabilitatea echilibrului, cât și mărimea efortului unitar critic σ_{cr} .

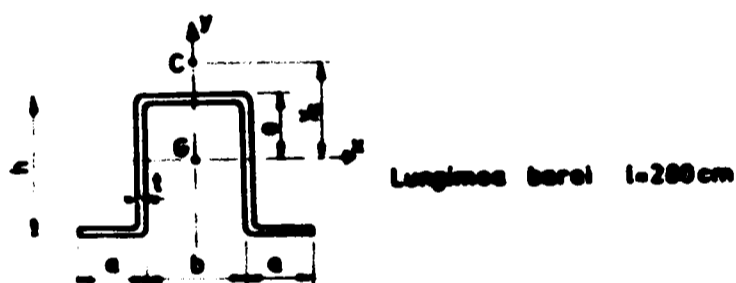
Astfel, zona nehașurată reprezintă flambajul prin încovoiere, zona hașurată instabilitatea prin voalarea pereților, iar cea punctată flambajul prin încovoiere-răsucire. La profilele C și mai ales la profilele J în cele mai multe cazuri nu se poate însă evita flambajul prin încovoiere-răsucire numai prin alegerea dimensiunilor secțiunii transversale. De aceea, în situațiile în care nu există restricții din punct de vedere economic (manoperă suplimentară) sau estetic, în [36] se recomandă solidarizări cu plăcuțe sau zăbrelețe. Lipsa solidarizărilor obligă la o verificare a barei la flambaj prin încovoiere-răsucire.

Considerentele de mai sus dar mai ales sensibilitatea pronunțată la flambajul prin încovoiere-răsucire al barelor

cu secțiunea transversală Γ (dată fiind distanța mare între centrul de greutate și centrul de răsucire al secțiunii transversale) au determinat ca studiul influenței condițiilor de rezemare asupra forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire să se facă cu ajutorul profilului Γ 100x80x32x3 considerat ca un profil de dimensiuni medii din șirul de profile Γ date în [36]. Caracteristicile geometrice ale acestui profil sînt trecute în tabelul 25.

Caracteristici geometrice pentru profilul Γ Tabelul 25

h	b	e	t	A	e	x_c	L_x	i_x	I_x	I_y	I_{xy}	L_y	i_y	I_{cy}	L_c
mm	mm	mm	mm	cm ²	cm	cm	cm ²	cm	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm	cm	cm ⁴	cm
100	80	32	3	8,78	4,87	8,71	138	3,75	188	4,15	0,283	1211	1,07	104	



Dimensiunile geometrice satisfac condițiile lui Pflüger [39] în sensul că flambajul general poate fi tratat separat de voalarea pereților componenți.

În ceea ce privește secțiunile de tipul L și T acestea au fost excluse din discuție datorită formei specifice pe care o are linia lor mediană. În urma valorii practic nule a momentului de inerție sectorial, flambajul prin răsucire al unei bare avînd secțiunea L este aproape identic cu voalarea

aripilor cornierei într-o singură semiundă pe lungimea barei [38], [20] iar diagrama din figura 26 arată că în cazul zvelteților mai mari, hotărâtor devine flambajul prin încovoiere. De asemenea secțiunea T este și ea deosebit de sensibilă din punctul de vedere al flambajului general astfel încît și la lungimi mici, capacitatea portantă este neînsemnată.

II.1.2. Calculul automat al forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire (FLAGEN-Anexa Nr.1) și discuția rezultatelor.

Programul de calcul automat al forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire (FLAGEN-Anexa Nr.1) pentru diferite rezemări la extremități, a trebuit să fie verificat, prin compararea rezultatelor obținute, cu valorile corespunzătoare ale forțelor critice obținute pe altă cale. În acest scop s-a folosit formula:

$$N_{cr} = \frac{N_y + N_\omega - \sqrt{(N_y + N_\omega)^2 - 4N_y N_\omega \left(1 - \beta \frac{\bar{y}_G^2}{i_c^2}\right)}}{2\left(1 - \beta \frac{\bar{y}_G^2}{i_c^2}\right)} \quad (173)$$

din [40], unde:

$$- N_y = \frac{\pi^2 B}{l_y}$$

este forța critică de flambaj prin încovoiere într-un plan perpendicular pe planul de simetrie longitudinal al barei, l_y fiind lungimea de flambaj corespunzătoare.

$$- N_\omega = \frac{1}{i_c^2} \left(\frac{\pi^2 C_\omega}{l_\omega^2} + C \right)$$

este forța critică de flambaj prin răsucire, l_ω fiind lungimea de flambaj corespunzătoare

- β este un coeficient care se alege din tabelul 26 în funcție de modul de rezemare al barei din punctul de vedere al încovoierii (în planul perpendicular pe planul de simetrie longitudinal) și răsucirii.

În tabelul 27 sînt trecute cazurile de rezemare și lungimile de flambaj (l_y respectiv l_ω) la care se referă valorile din tabelul 26. Așa cum rezultă și din tabelul 26 în cazul unor reze-

nări care să asigure o afinitate a deformatelor încovoierii și răsucirii, $\beta = 1$ iar formula (173) este exactă [34], [41], [42] [43]. Celelalte valori ale coeficientului β au fost stabilite de A.L.Gol'denvojzer utilizând metoda variațională B.G.Galerkin, formula (173) devenind aproximativă.

In tabelul 28 sînt inserate valorile forțelor critice calculate pentru toate combinațiile de rezemări date în tabelul 27 atît cu formula (173) (cu rigla de calcul) cît și automat cu ajutorul programului descris în anexa

Tabelul 26

TIPUL REZEMĂRII	1	2	2'	3	3'	4	4'	5	5'	6	LONG DE FLAMBAJ
	V-V	V-V'	V'-V	V-K	K-V	V-O	O-V	V-K	K-V'	K-K	
1 V-V	1	0,01	0,01	0,77	0,77	-0,11	-0,11	0,13	0,13	0,78	0,51
2 V-V'	0,01	1	0,34	0,48	0,01	-0,08	-2,05	7,40	0,78	0,11	1
2' V'-V	0,01	0,34	1	0,01	-0,48	-2,05	-0,08	0,78	7,40	0,11	1
3 V-K	0,77	0,48	0,01	1	1,45	1,47	-0,07	0,12	0,23	0,42	0,71
3' K-V	0,77	0,48	-0,01	1,45	1	-0,07	1,47	0,23	0,12	0,42	0,71
4 V-O	-0,11	-0,08	-2,05	1,47	-0,07	1	0,08	1	0,63	1,32	21
4' O-V	-0,11	-0,08	-0,08	1,47	0,08	1	0,08	1	1,32	21	21
5 V-K	0,13	7,40	0,01	0,12	0,23	1	0,03	1	0,41	0,72	21
5' K-V'	0,13	0,78	7,40	0,12	0,23	1	0,41	1	0,72	21	21
6 K-K	0,78	0,11	0,11	0,42	0,42	1,32	1,32	0,72	0,72	1	1
	0,51	1	1	0,71	0,71	21	21	21	21	1	

l în ipoteza că rezemările sînt aplicate la nivelul centrului de răsucire al secțiunilor transversale de capăt, adică $\bar{a}_0 = \bar{b}_0 = \bar{a}_l = \bar{b}_l = 0$. In tabel s-au înscris pentru fiecare caz de rezemare, atît valoarea forței critice de flambaj prin încovoiere N_y cît și cel prin răsucire N_w . Pentru a putea urmări mai ușor influența diferitelor condiții de rezemare asupra forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire, combinațiile de rezemări alese s-au grupat în cîte patru cazuri (numerotate de la 1 la 56) astfel ca pe lîngă aceleași condiții de rezemare corespunzătoare deformațiilor specifice încovoierii (schema superioară notată cu \bar{u}) și aceleași condiții de rezemare la capătul $\bar{z}=0$, să se modifice în mod succesiv

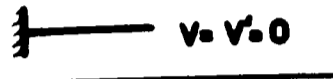
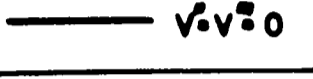
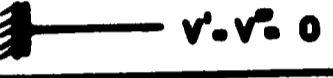

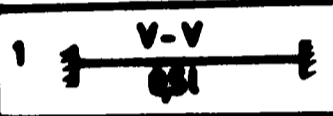
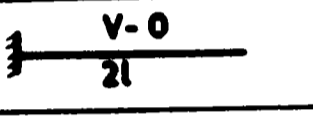
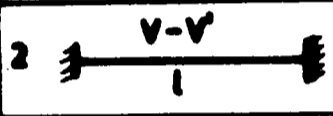
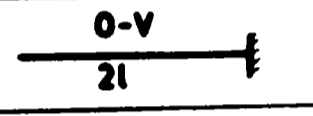
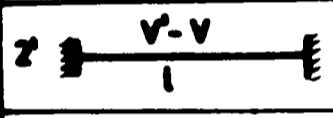
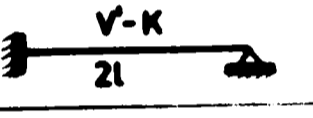
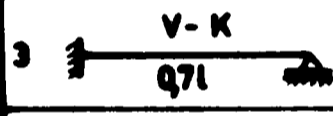
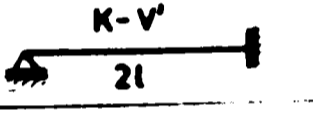
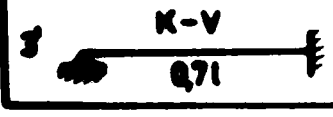
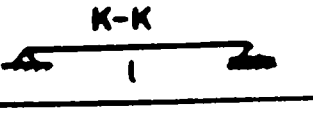
numai condițiile de rezemare corespunzătoare deformațiilor

specifice răsucirii (schema inferioară notată cu ψ) de la capătul $\bar{z}=l$.

Din analiza valorilor forțelor critice calculate și înscrise în tabelul 28 se pot desprinde următoarele concluzii:

- În toate cazurile valoarea forței critice de flambaj prin încovoiește-răsucire calculată prin programul FLAGEN rezultă mai mică decât cea mai mică din valorile N_y și N_w în timp ce aplicarea formulei (173) conduce în unele situații la anomalii. Astfel, ex-

Tabelul 27

Tipul rezemării, condiția matematică	
Încăstrare fixă V  $v-v=0$	Capăt liber 0  $v-v=0$
Încăstrare mobilă V'  $v'-v=0$	Simplă rezemare K  $v-v=0$
Combinații de rezemări, lungimi de flambaj	
1  $V-V$ 071	4  $V-0$ 2l
2  $V-V'$ l	4'  $0-V$ 2l
2'  $V'-V$ l	5  $V'-K$ 2l
3  $V-K$ 071	5'  $K-V'$ 2l
3'  $K-V$ 071	6  $K-K$ l

cludînd erorile introduse de calculul cu rigla de calcul, există cazuri cînd valoarea obținută este mult mai mare decât cea mai mică dintre mărimile N_y și N_w (vezi Nr.crt.20, CAZ 14-6 din tabelul 28), rezultă valori mai mari odată cu suprimarea unor legături din reazeme, ca de exemplu în cazul de sub Nr.crt.5 (CAZ 16-15) față de cazul de sub Nr.crt.1 (CAZ 16-16) sau se obțin valori imaginare (Nr.crt,8,13,15,53 din tabelul 28).

- Eșalonînd cazurile de rezemare în grupe de câte patru, așa cum s-a precizat mai sus, în tabelul 28 au apărut și situații pentru care formula (173) nu poate fi aplicată din cauza

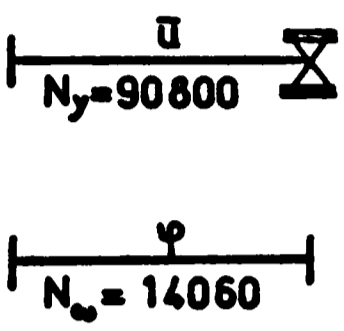
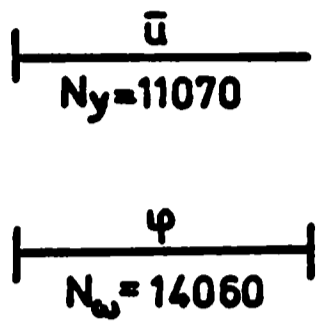
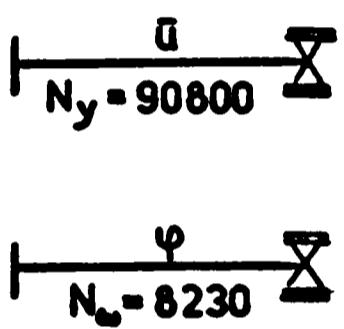
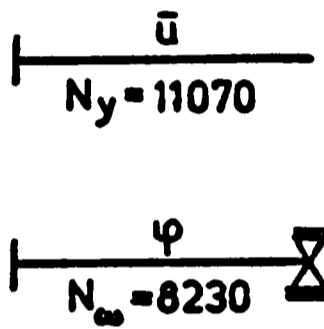
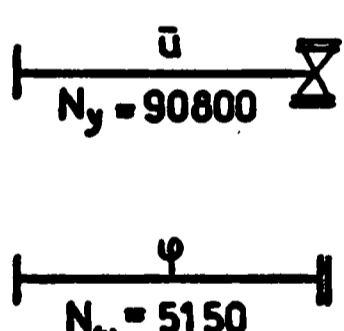
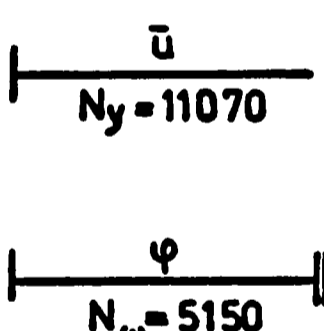
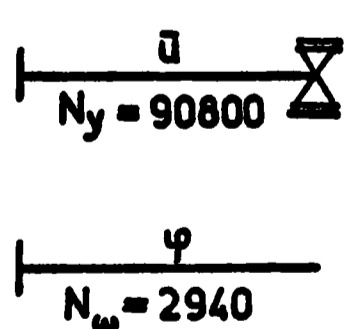
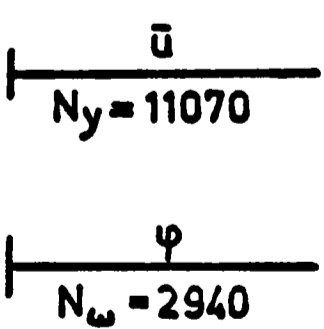
Tabelul 28

Nr crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII ♦♦	Ncr [daN]***	Nr crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	Ncr [daN]
$\frac{1}{16-16}$		13281,360 (13760)	$\frac{5}{16-15}$		13281,360 (14030)
$\frac{2}{16-13}$		8048,765 (8400)	$\frac{6}{16-10}$		8005,759 (7700)
$\frac{3}{16-12}$		5148,061 (5400)	$\frac{7}{16-9}$		4754,423 (4700)
$\frac{4}{16-6}$		2921,877 (3000)	$\frac{8}{16-3}$		2831,582 (Imag.)

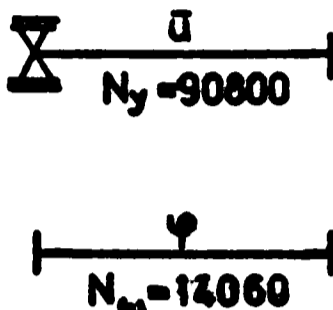
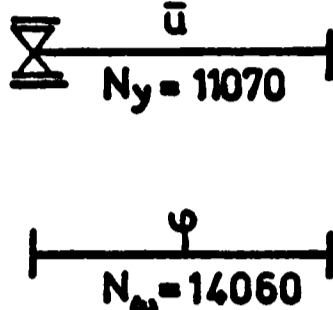
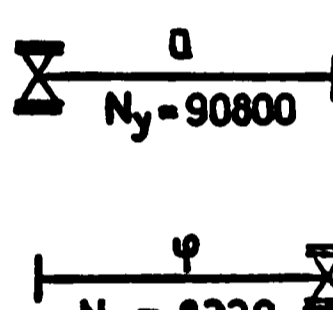
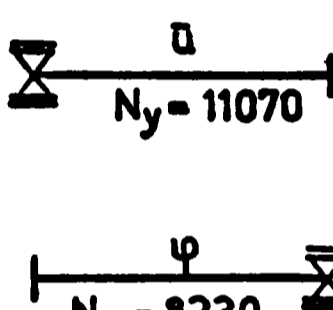
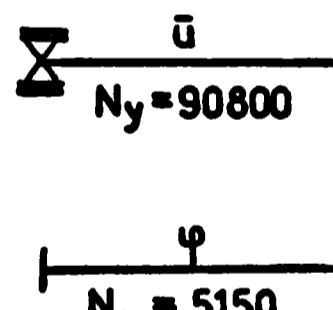
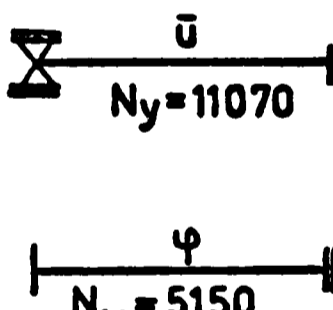
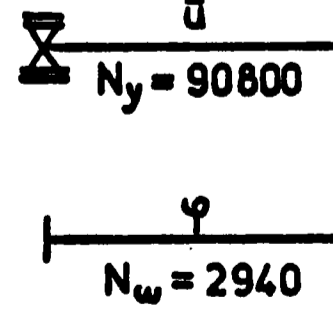
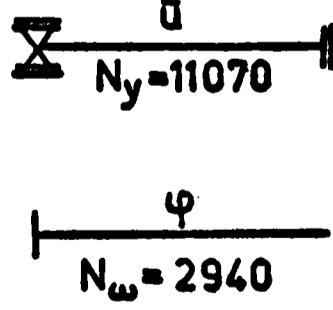
*) Numerotarea cazului rezolvat este făcută conform tabelului 1.

**) Schema superioară se referă la încovoiere iar cea inferioară la răsucire.

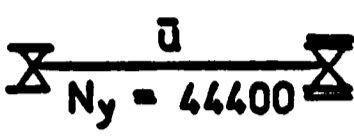
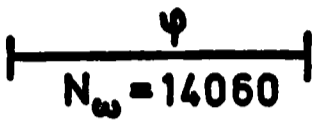
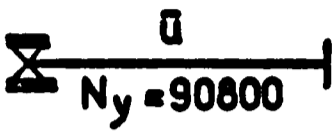
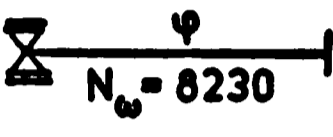
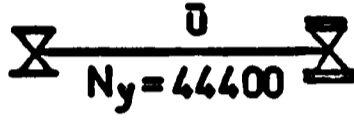
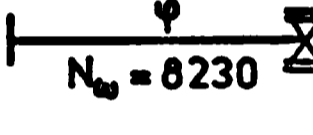
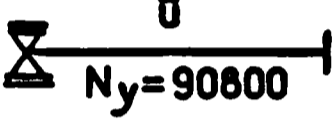
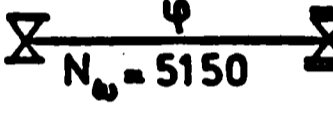
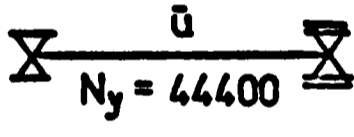
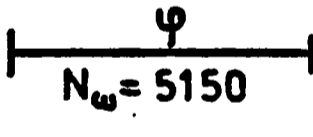
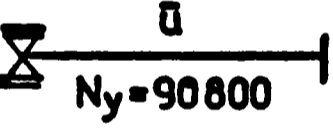
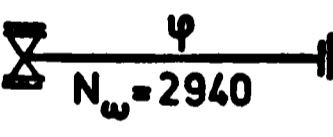
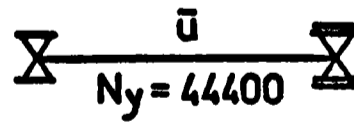
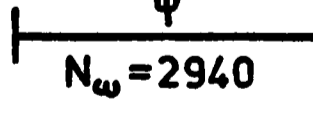
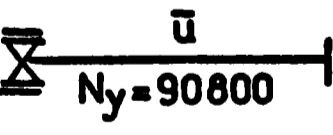
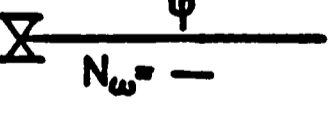
***) Valorile din paranteză sînt calculate cu rigla de calcul cu formula (173).

Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	Ncr [daN]	Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	Ncr [daN]
$\frac{9}{16-14}$		12894,280 (15300)	$\frac{13}{16-11}$		9364,170 (imag.)
$\frac{10}{16-8}$		7743,748 (7500)	$\frac{14}{16-5}$		7016,060 (5180)
$\frac{11}{16-7}$		5137,710 (4500)	$\frac{15}{16-4}$		3978,716 (imag)
$\frac{12}{16-2}$		2926,097 (3000)	$\frac{16}{16-1}$		2448,409 (2500)

Tabelul 28
(continuare)

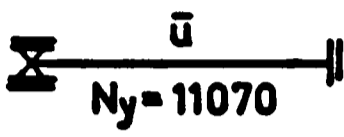
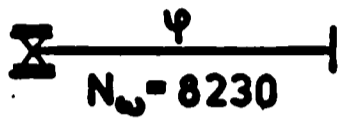
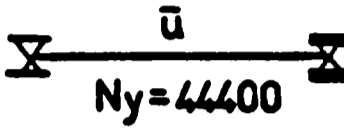
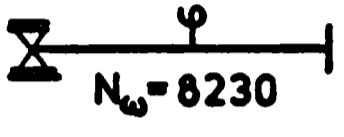
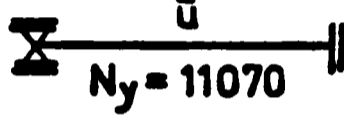
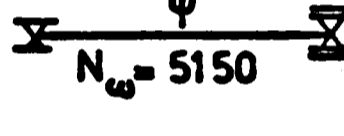
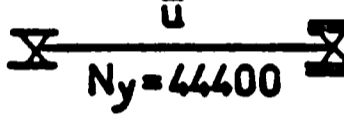
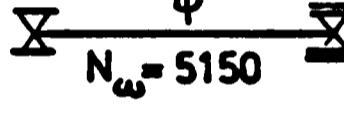
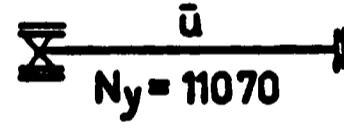
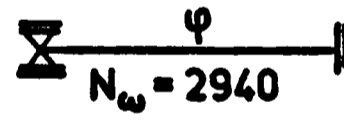
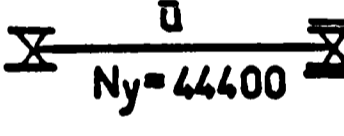
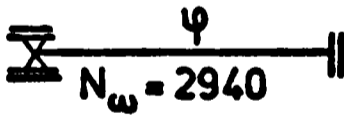
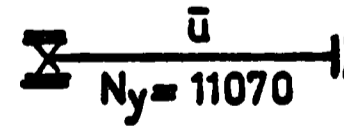
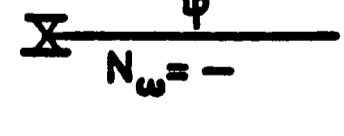
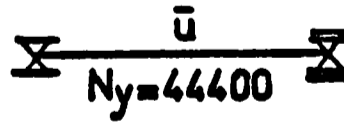
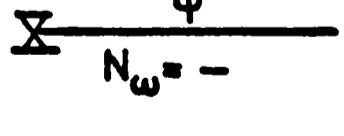
Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	Ncr [daN]	Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	Ncr [daN]
$\frac{17}{14-16}$		12894,280 (15300)	$\frac{21}{14-15}$		9364,197 (9320)
$\frac{18}{14-13}$		7992,048 (6070)	$\frac{22}{14-10}$		6848,652 (6730)
$\frac{19}{14-12}$		5137,707 (5170)	$\frac{23}{14-9}$		3978,713 (3980)
$\frac{20}{14-6}$		2922,794 (6170)	$\frac{24}{14-3}$		2663,725 (2620)

Tabelul 28
(continuare)

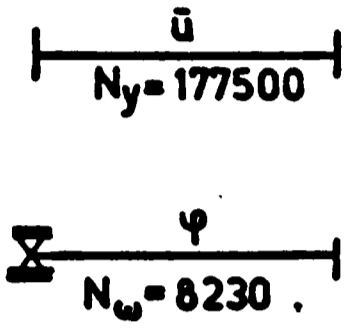
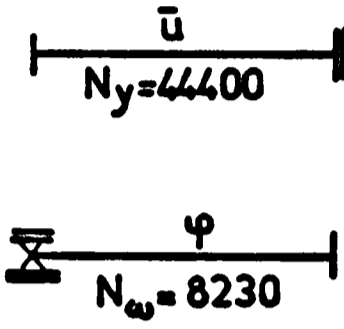
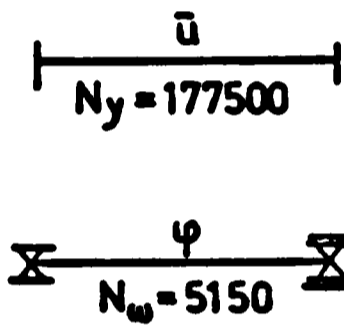
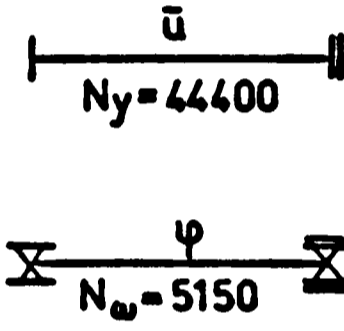
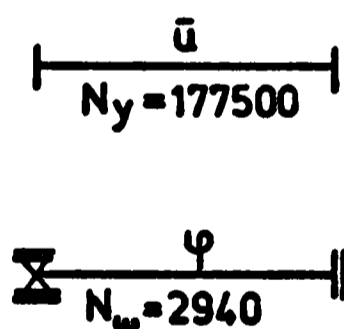
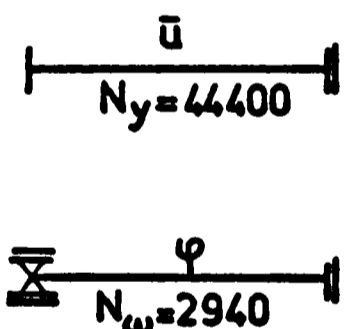
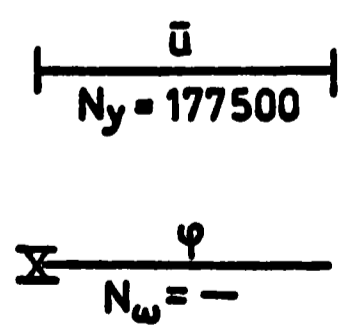
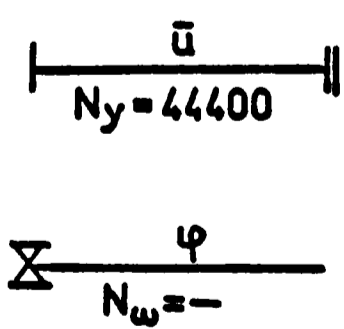
Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	N _{cr} [daN]	Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	N _{cr} [daN]
$\frac{25}{14-14}$	 $N_y = 44400$  $N_w = 14060$	11792,480 (11600)	$\frac{29}{8-16}$	 $N_y = 90800$  $N_w = 8230$	7743,748 (7500)
$\frac{26}{14-8}$	 $N_y = 44400$  $N_w = 8230$	7405,928 (7430)	$\frac{30}{8-13}$	 $N_y = 90800$  $N_w = 5150$	4990,870 (5110)
$\frac{27}{14-7}$	 $N_y = 44400$  $N_w = 5150$	5134,640 (5020)	$\frac{31}{8-12}$	 $N_y = 90800$  $N_w = 2940$	2926,097 (2970)
$\frac{28}{14-2}$	 $N_y = 44400$  $N_w = 2940$	2907,850 (2940)	$\frac{32}{8-6}$	 $N_y = 90800$  $N_w = -$	2194,249 (-) = ***

****)Nu se poate utiliza formula (173)

Tabelul 28
(continuare)

Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	N _{cr} [daN]	Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	N _{cr} [daN]
$\frac{33}{8-15}$	 	7016,068 (7125)	$\frac{37}{8-14}$	 	7405,928 (7430)
$\frac{34}{8-10}$	 	4635,202 (4320)	$\frac{38}{8-8}$	 	4754,422 (4700)
$\frac{35}{8-9}$	 	2448,410 (2500)	$\frac{39}{8-7}$	 	2907,851 (2860)
$\frac{36}{8-3}$	 	1951,267 (-)	$\frac{40}{8-2}$	 	2194,249 (-)

Tabelul 28
(continuare)

Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	N _{cr} [daN]	Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	N _{cr} [daN]
$\frac{41}{13-16}$		8048,765 (8400)	$\frac{45}{13-15}$		8005,756 (8230)
$\frac{42}{13-13}$		5074,919 (5120)	$\frac{46}{13-10}$		5074,919 (5090)
$\frac{43}{13-12}$		2936,836 (3270)	$\frac{47}{13-9}$		2831,580 (2580)
$\frac{44}{13-6}$		2194,249 (-)	$\frac{48}{13-3}$		2132,197 (-)

Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	N _{cr} [daN]	Nr. crt. Caz	TIPUL REZEMĂRII	N _{cr} [daN]
$\frac{49}{13-14}$		7992,051 (6070)	$\frac{53}{13-11}$		6848,654 (imag)
$\frac{50}{13-8}$		4990,870 (5110)	$\frac{54}{13-5}$		4635,202 (3940)
$\frac{51}{13-7}$		2922,795 (3010)	$\frac{55}{13-4}$		2663,727 (2600)
$\frac{52}{13-2}$		2194,249 (-)	$\frac{56}{13-1}$		1951,267 (-)

nedeterminării lungimii de flambaj l_w (vezi Nr.crt.32, 36, 40, 44, 48, 52, 56 din tabelul 28). Fără a judeca aspectul practic al acestor cazuri, valorile corespunzătoare ale forțelor critice se încadrează foarte bine în șirul de valori corespunzător setului din care face parte cazul respectiv aceasta fiind încă o dovadă că algoritmul și programul de calcul automat (FLAGEN) furnizează valori corecte.

- Comparînd valorile N_{cr} corespunzătoare cazurilor de sub Nr.crt. 1 și 5 (CAZ 16-16) și (CAZ 16-15) rezultă că modificarea condițiilor de rezemare din punctul de vedere al deformațiilor specifice încovoierii la $\bar{z}=l$ (de la o încastrare fixă la una mobilă) nu influențează valoarea forței critice. Aceeași observație este valabilă și pentru cazurile de sub Nr.crt. 42 și 46 (CAZ 13-13 și CAZ 13-10). Si în cadrul celorlalte condiții de rezemare din tabelul 28 se poate observa că, modificări aduse numai legăturilor privind deplasarea (\bar{u}) sau rotația (\bar{u}') din încovoiere nu influențează atît de mult valoarea forței critice ca atunci cînd aceste modificări se referă la legăturile privind rotația (ψ) sau deplanarea (ψ') din răsucire. Astfel, comparînd de exemplu scăderea valorii forței critice de la cea corespunzătoare cazului de sub Nr.crt.1 (CAZ 16-16) la cea corespunzătoare cazului de sub Nr.crt.4 (CAZ 16-6) pe de o parte și la cea corespunzătoare cazului de sub Nr.crt.13 (CAZ 16-11) pe de altă parte, se poate vedea sensibilitatea deosebită la răsucire a ~~unei~~ ~~unei~~ studiate. Aceeași observație se poate face și cazurilor de sub Nr.crt. 7,8,15 sau 10,12,14 din acelaș tabel.

- Exceptînd cazurile semnalate mai sus pentru care formula (173) conduce la rezultate greșite, analiza comparativă a valori-

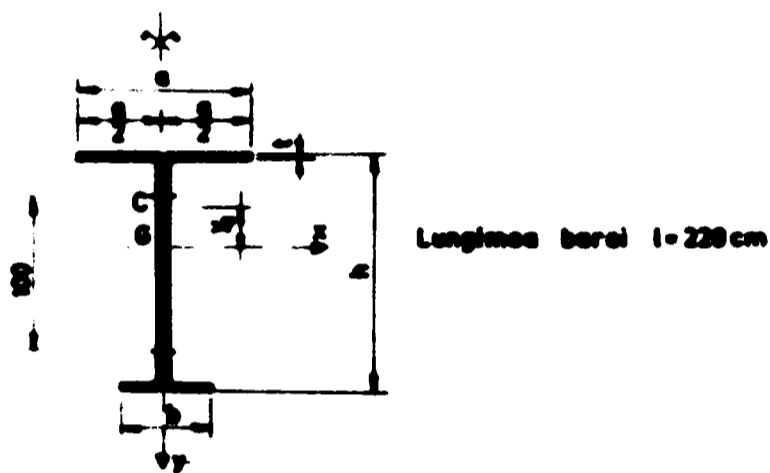
lor calculate cu ajutorul acestei formule și a rezultatului calculului automat, ar putea duce la concluzia că afară de cazurile de rezemare cu deformată afine ($\beta = 1$), mai există multe cazuri la care aplicarea formulei (173) s-ar dovedi satisfăcătoare. Totuși, la ora actuală în [36] au fost asimilate numai cazurile de sub Nr.crt. 25 (CAZ 14-14) și Nr.crt.38 (CAZ 8-8) din tabelul 28. Această se datorește pe de o parte aspectului practic pe care cele două cazuri îl reprezintă în special în domeniul structurilor executate din bare cu pereți subțiri formate la rece (de ex. grinzi cu zăbrele) dar pe de altă parte și rezerva motivată față de valorile coeficienților β . Intr-adevăr A.L. Gol'denvejzer utilizând metoda variațională B.G.Galerkin, a considerat doar un singur termen din dezvoltarea în serie Fourier a deformatelor corespunzătoare echilibrului indiferent, ceea ce în cazurile când deformatele încovoierii și răsucirii au forme foarte diferite este insuficient. Așa pot fi de altfel explicate și anomaliile semnalate mai sus. De asemenea, condițiile înscrise în tabelul 27 sînt parțial incorecte. Astfel, condițiile corespunzătoare capătului liber (notat cu simbolul 0) sînt incorecte (a se compara cu condițiile de sub Nr.crt.1 din tabelul 1) iar condițiile corespunzătoare unei încastrări mobile (notate cu simbolul V') nu pot fi combinate decît cu cele ale încastrării fixe (notate cu simbolul V) (a se vedea condițiile de sub Nr.crt.9, 12, 15 pe de o parte și 7, 10 pe de altă parte din tabelul 1 în ipoteza $\bar{a}_0 = \bar{b}_0 = 0$).

Pentru a urmări efectul condițiilor de rezemare asupra valorii forței critice, s-au efectuat calcule similare și pe

cazul unei bare realizate din două profile Γ cu aripi inegale solidarizate prin sudură în puncte, alcătuiind o secțiune I monosimetrică. Caracteristicile geometrice sînt date în tabelul 29. Corespunzător lungimii alese de $l = 220$ cm, în cazul simplei

Caracteristici geometrice pentru profilul Γ Tabelul 29

h	b	e	t	A	e	x_c	I_x	i_x	I_y	i_y	I_{xy}	I_{xc}	I_{yc}
mm	mm	mm	mm	cm ²	cm	cm	cm ⁴	cm	cm ⁴	cm	cm ⁴	cm ⁶	cm ⁶
160	30	60	4	1172	7	3,97	662	3,91	64,8	1,98	2,20	1505	1,34



rezemări din punctul de vedere al încovoierii și răsucirii, această bară prezintă o forță critică de flambaj prin încovoiere N_y mai mică decît forța critică de flambaj prin răsucire N_w , adică o sensibilitate mai puțin pronunțată la răsucire ca bara realizată din profilul Γ din tabelul 25. În tabelul 30 sînt trecute cîteva din acele combinații de rezemări care apar în cazurile curente. Comparativ cu cazurile similare din tabelul 28, se constată următoarele:

- Creșterea valorii forței critice de la 19735,41 daN la 22053,63 daN și apoi la 23962,72 daN corespunzătoare cazurilor de sub Nr.crt.1, 4, 3 din tabelul 30 reprezintă creșteri procentuale de numai 11,7% respectiv 17,7% pe cînd în cazurile similare

din tabelul 28 (Nr.crt. 38, 26 și 25) se înregistrează sporuri

de 60% respectiv 148%. Aceasta demonstrează că în cazul barei cu secțiunea transversală Γ este mai puțin eficientă sporirea rigidității legăturilor privind deformațiile din răsucire. Aceeași observație este valabilă și cazurilor de sub Nr.crt. 6 și 3 din tabelul 30 pe de o parte și celor de sub Nr.crt. 27 și 25 din tabelul 28 pe de altă parte (0,004% respectiv 128%). În schimb comparând forțele critice corespunzătoare cazurilor de sub Nr.crt. 3 și 2 din tabelul 30 pe de o parte și cazurile similare din ta-

Nr. crt.	TIPUL REZEMĂRII	K_{eff} (20000)	$\frac{K_{\text{eff}}}{K_{\text{ref}}}$	TIPUL REZEMĂRII	K_{eff} (20000)
1		10720,41 (10000)	1,072		20000
2		20000,00 (20000)	1,000		20000
3		20000,00 (20000)	1,000		20000

*) Numararea cazului rezolvat este făcută conform tabelului 1.
 **) Schema suportelor se referă la încovoiere iar cea inferioară la răsucire.
 ***) Valorile din paranteză sînt calculate cu rigla de calcul cu formula (28)

belul 28 (Nr.crt. 25 și 1) pe de altă parte, se constată un spor de 117% față de numai 12,6% în cazul profilului Γ , adică o eficiență sporită a majorării rigidității legăturilor privind deformațiile din încovoiere. În paragraful II.2 al lucrării acest aspect al problemei se rezolvă prin formularea adimensională a problemei (valorile $g_1=27,4$, $g_2=0,375$ și $g_3=0,633$ corespunzătoare acestei bare, o situează în acel domeniu în care modificări aduse rigidităților legăturilor privind deformațiile din încovoiere sînt mai eficiente).

- Formula (173) se dovedește inaplicabilă și în cazul de sub Nr.crt. 5(CAZ 16-4) din tabelul 30. De asemenea, dacă valorile obținute cu ajutorul acestei formule pentru cazurile de sub Nr.crt. 25 (CAZ 14-14) și 27 (CAZ 14-7) din tabelul 28 pot fi considerate satisfăcătoare, în cazurile similare din tabelul 30 (Nr.crt. 3 și 6) formula conduce la o anomalie deja semnalată, în sensul că în urma suprimării unei legături în reazem, valoarea forței critice crește. Constatările de mai sus dovedesc că precizia formulei (173) adică valorile coeficienților β din tabelul 26 în ultimă instanță, depind nu numai de condițiile de rezemare ci și de geometria barei (lungimea ei, forma și dimensiunile secțiunii transversale). Menținând structura formulei (173), în paragraful II.2.4 al lucrării se arată modul în care se pot îmbunătăți coeficienții β și se dau aceste valori respectiv diagrame de calcul, care țin cont de observația de mai sus.

Intrucât o bară a unei structuri oarecare, poate fi privită ca fiind rezemată elastic la cele două extremități, în paragraful următor se prezintă rezultatele efectuate în această direcție.

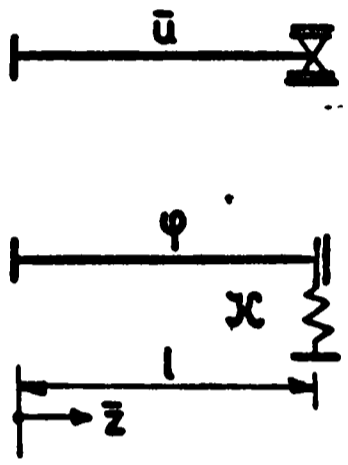
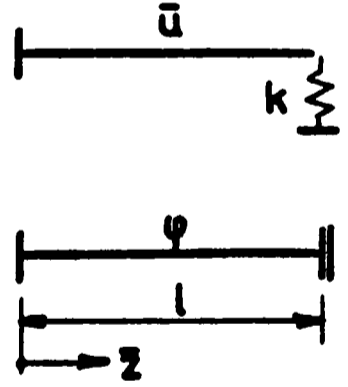
II.1.3. Influența elasticității reazemelor și a nivelurilor de rezemare asupra forței critice.

Influența elasticității reazemelor și a nivelurilor de aplicare a reazemelor asupra stabilității barei având secțiunea transversală Γ (tab.25) s-a urmărit prin intermediul forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire calculată cu ajutorul programului FLAGEN.

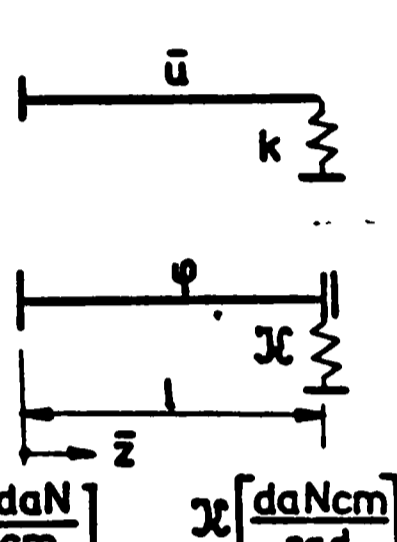
Ținând seama de faptul că numărul combinațiilor de rezemare poate să fie foarte mare, cele opt constante elastice putând varia în limite foarte largi (de la valoarea zero la infinit) cât și de faptul că acest număr se majorează datorită posibilității de a considera diferite niveluri de aplicare a rezemărilor (câte două valori destinate la fiecare extremitate a barei), o abordare completă ar fi depășit cadrul acestei lucrări. Din acest motiv s-a restrâns câmpul de investigații, prin considerarea cazurilor de rezemare din tabelele 31...33, urmărind efectul modificării al câte unui singur parametru de rezemare. Domeniul de variație a constantelor elastice k , K , α și χ s-a ales între 0 și 10^5 , iar pentru nivelurile de aplicare ale rezemărilor s-au considerat următoarele valori:

$\bar{a} = \bar{b} = 0$ când rezemările sînt aplicate la nivelul centrului de răsucire, $\bar{a} = 4,04$ cm respectiv $\bar{a} = 14,04$ cm pentru constanta elastică k aflată la nivelul tălpii superioare respectiv inferioare și $\bar{b} = 9,60$ cm respectiv $\bar{b} = 11,60$ cm pentru constanta elastică K , provenite din rigiditatea la încovoiere respectiv răsucire, a unui element introdus între inimile profilului Γ (fig. 32), la o adîncime de 90 mm respectiv 50 mm. În toate ca-

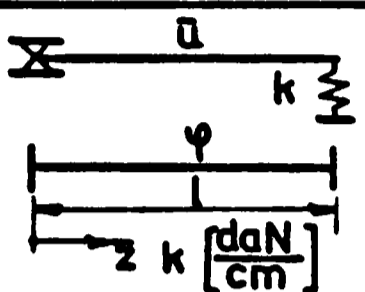
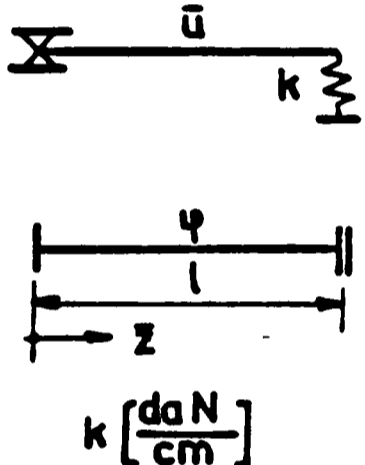
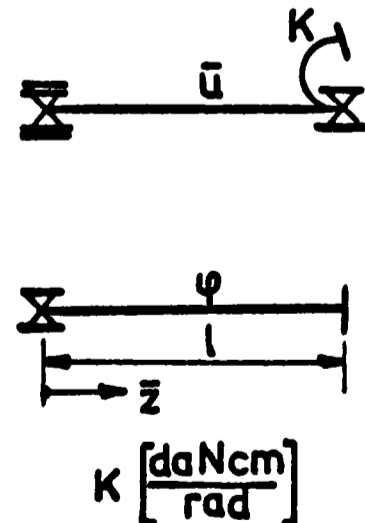
Tabelul 31

CAZ	TIPUL REZEMĂRII	Nr. crt	Constanta elastică	Nivelul de rezemare		FORȚA CRITICĂ (daN)
				\bar{a}_l (cm)	\bar{b}_l (cm)	
16 - 14	 $x \left[\frac{\text{daN}\cdot\text{cm}}{\text{rad}} \right]$	1	∞	0	-	12894,280
		2	100000	0	-	12894,040
		3	10000	0	-	12890,450
		4	10000	4,04	-	12774,720
		5	1000	0	-	7189,153
		6	100	0	-	5345,685
		7	0,1	0	-	5137,914
		8	0,1	4,04	-	10193,680
		9	0	0	-	5137,710
16 - 4	 $k \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}} \right]$	10	∞	0	-	5137,710
		11	100000	0	-	5137,121
		12	100000	4,04	-	10191,590
		13	100000	14,04	-	11621,950
		14	500	0	-	5030,631
		15	500	4,04	-	9784,738
		16	500	14,04	-	11617,640
		17	100	0	-	4742,978
		18	100	4,04	-	8094,974
		19	100	14,04	-	11594,180
		20	0,1	0	-	3980,876
		21	0,1	4,04	-	3986,939
		22	0,1	14,04	-	4018,747
		23	0,01	0	-	3978,930
		24	0	0	-	3978,716

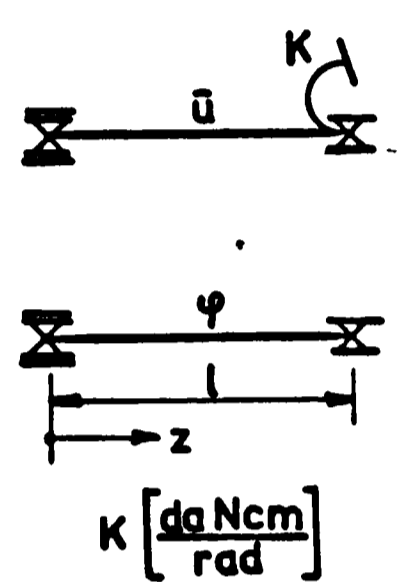
Tabelul 31
(continuare)

Caz	TIPUL REZEMĂRII	Nr crt	Constanta elastica	Nivelul de rezemare		FORȚA CRITICĂ (daN)
				\bar{a}_l (cm)	\bar{b}_l (cm)	
16 - 4	 <p> $k \left[\frac{\text{daN}}{\text{cm}} \right]$ $X \left[\frac{\text{daNcm}}{\text{rad}} \right]$ </p>	25	∞	0	-	12894,280
		26	10000	0	-	12885,770
		27	1000	0	-	7082,673
		28	10	0	-	4175,612
		29	0,1	0	-	3980,996
		30	0,01	0	-	3978,944

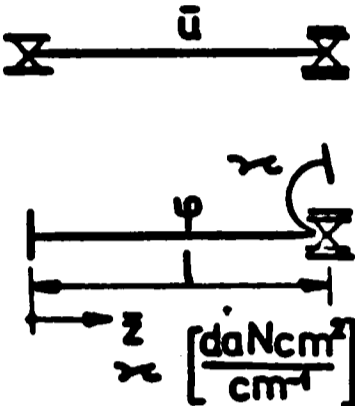
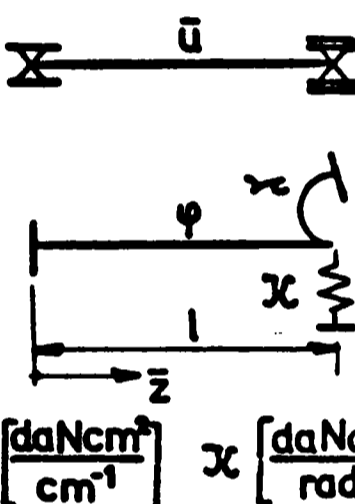
Tabelul 32

Caz	TIPUL REZEMĂRII	Nr crt	Constanta elastică	Nivelul de rezemare		FORȚA CRITICĂ (daN)
				\bar{a}_r (cm)	\bar{b}_r (cm)	
14 - 11		1	8 ... 100	Indiferent	-	11792,480
		2	0,1	0	-	28
14 - 6		3	∞	0	-	5134,640
		4	100000	0	-	5134,109
		5	500	0	-	5028,962
		6	500	4,04	-	8302,952
		7	500	14,04	-	7704,494
		8	100	0	-	4618,686
		9	100	4,04	-	7702,736
		10	100	14,04	-	7099,361
		11	1	0	-	2712,388
		12	0,5	0	-	137,7978
		13	0,2	0	-	55,64654
		14	0,15	0	-	41,80108
		15	0,1	0	-	27,91155
		6 - 14		16	∞	0
17	100000			0	7414,948	
18	1000			0	7406,020	
19	100			0	7405,941	
20	10			0	7405,930	
21	0			0	7405,928	

Tabelul 32
(continuare)

Caz	TIPUL REZEMĂRII	Nr crt	Constanța elastica	Nivelul de rezemare		FORȚA CRITICĂ (da N)
				\bar{a}_1 (cm)	\bar{b}_1 (cm)	
0 1 0	 <p>$K \left[\frac{\text{daNcm}}{\text{rad}} \right]$</p>	22	∞	-	-	4990,870
		23	100000	0	0	4760,381
		24	1000	0	9,6	4760,070
		25	1000	0	11,6	4762,536
		26	100	0	9,6	4754,987
		27	100	0	11,6	4755,235
		28	10	0	9,6	4754,478
		29	10	0	11,6	4754,504
		30	0,1	0	9,6	4754,422
		31	0,1	0	11,6	4754,422
		32	0	0	-	4754,422

Tabelul 33

Caz	TIPUL REZEMĂRII	Nr crt	Constanta elastică	Nivelul de rezemare		FORȚA CRITICĂ (daN)
				\bar{a}_l (cm)	\bar{b}_l (cm)	
14 - 8		1	∞	0	-	11792,480
		2	100000	0	-	7413,987
		3	1000	0	-	7406,007
		4	10	0	-	7405,931
		5	0	0	-	7405,928
14 - 2		6	∞	0	-	11792,480
		7	100000	0	-	7400,961
		8	1000	0	-	4772,454
		9	10	0	-	2928,309
		10	0,01	0	-	2907,869
		11	0	0	-	2907,850

influențată de nivelul de aplicare al legăturii elastice (Nr.crt. 20...22).

- Valorile de sub Nr.crt. 25...30 din tabelul 31 au fost obținute pentru cazul unei rezemări elastice atât din punctul de vedere al deplasării din încovoiere cât și din punctul de vedere al rotirii din răsucire, rigiditățile acestor legături avînd simultan aceeași valoare numerică. O comparație a forțelor critice calculate astfel, cu cele corespunzătoare cazului 16-14 de sub Nr.crt.1,3,5 și 7 din acelaș tabel, arată sporul de stabilitate pe care îl asigură un reazem rigid la deplasări.

Tabelul 34

CAZ	Nr. crt.	Forța critică daN	Spor relativ %
16-14	3	12890,450	0,0388
16-4	26	12885,770	
16-14	5	7189,153	1,49
16-4	27	7082,673	
16-14	7	5137,914	22,5
16-4	29	3980,996	

Acest spor relativ crește pe măsură ce rigiditatea la răsucire a rezemării scade așa cum se arată în tabelul 34.

- In tabelul 32 cazurile 14-11, 14-4 și 14-8 ilustrează câteva din schemele care pot fi luate în discuție la calculul stabilității unui stîlp de cadru într-un plan perpendicular pe planul cadrului transversal. Valoarea de sub Nr.crt. 1 s-a obținut pentru o gamă largă de rigidități ale reazemului de la $\bar{z}=1$, împiedicarea rotirii la răsucire a acestei secțiuni făcînd

ca valoarea forței critice să nu fie influențată de nivelul de aplicare a legăturii de rigiditate k . La valoarea $k=0,1$, bara flambează rigid (deviind lateral fără a se încovoia și răsuci) la valoarea forței $N_{cr} = k \cdot l = 0,1 \cdot 280 = 28 \text{ daN}$ (Nr.crt.2). Această valoare se regăsește și în cazul 14-4 (Nr.crt.15) cu o foarte mică diferență datorită posibilității de rotire a secțiunii transversale de capăt. În ambele situații se constată că o valoare relativ mică a rigidității k a reazemului, este suficientă pentru a se putea conta pe acest reazem ca și cum ar fi absolut rigid la deplasări.

- Spre deosebire de observația legată de nivelul de aplicare a legăturii elastice privind deplasarea din încovoiere (\bar{a}) făcută asupra valorilor din tabelul 31, de această dată valorile din tabelul 32 semnaleză existența unui nivel optim din punctul de vedere al stabilității barei (a se compara de exemplu valorile de sub Nr.crt. 14, 15, 16 din tabelul 31 cu valorile de sub Nr.crt. 5, 6, 7 din tabelul 32). (În partea II.2 a lucrării acest aspect este reluat în formulare adimensională pe o schemă de rezemare mai cuprinzătoare). Comparînd de asemenea valorile de sub Nr.crt. 9 și 3 rezultă că amplasarea unei rezemări elastice de o rigiditate relativ mică ($k = 100 \frac{\text{daN}}{\text{cm}}$) la nivelul tălpii superioare poate ridica valoarea forței critice a aceleiași bare rezemate rigid ($k \rightarrow \infty$) dar în dreptul centrului de răsucire, cu 50%.

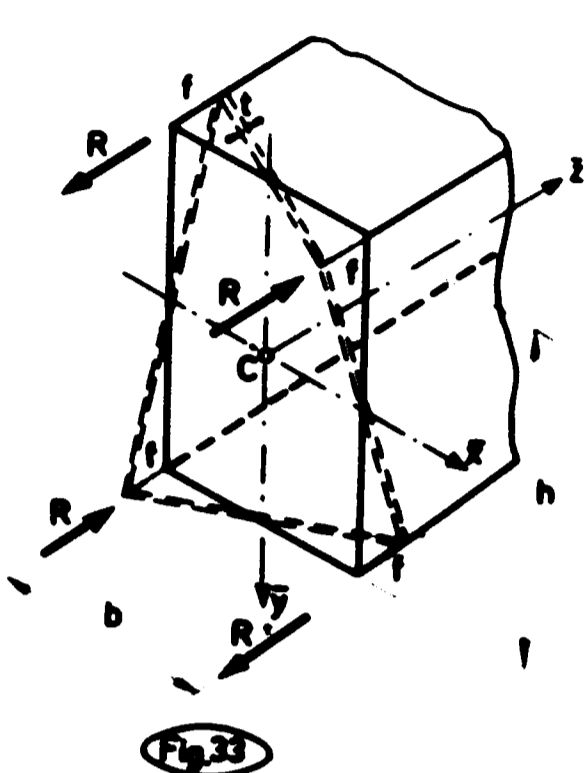
- Dacă se ține seama și de elasticitatea rezemării din punctul de vedere al rotirii secțiunii transversale de la baza stîlpului așa cum indică schema cazului 8-14 din tabelul 32, rezultă că în cazul barei considerate a cărei sensibilitate la răsucire (și față de elementele geometrice și mecanice legate

de răsucire) este mai pronunțată, așa cum s-a mai arătat, forța critică este puțin influențată de valorile constantei K . Pe de altă parte valorile lui K sînt oarecum limitate dacă se iau în seamă și aspectele constructive prin care baza unui stîlp are dimensiuni reduse în direcție perpendiculară pe planul cadrului.

- Intrucît în cazul 8-14 (Nr.crt.16...21) din tabelul 32 valorile forțelor critice sînt independente de nivelul \bar{b} la care se află centrul de greutate al legăturii elastice privind rotirea din încovoiere, în același tabel a mai fost considerat cazul etalon 8-8 al simplei rezemări. Așa cum rezultă din valorile de sub Nr.crt.22...32 atît modificarea rigidității legăturii elastice cît și a nivelului ei de aplicare modifică foarte puțin valoarea forței critice.

- Cazurile 14-8 și 14-2 din tabelul 33 completează observațiile făcute asupra cazurilor 14-11 și 14-4 din tabelul 32 variînd de această dată valoarea rigidității acelor legături față de care bara studiată prezintă o sensibilitate sporită, adică legăturile elastice care se referă la deformația din răsucire. Valoarea maximă $\nu = 10000$ este totuși prea mică pentru a imprima o creștere semnificativă valorii forței critice, așa cum se vede din șirul de valori de sub Nr.crt. 1...5. Intr-adevăr dacă se consideră că împiedecarea parțială a deplanării liniei mediane a secțiunii transversale de capăt provine în urma dispunerii unei diafragme de grosime t și se admite în mod aproximativ că suprafața deformată a acesteia este un paraboloid hiperbolic înscris într-un patrulater strîmb avînd dimensiunile b și h , se poate scrie că deplasarea elastică a unui punct al diafragmei în

direcția axei \bar{z} (fig.33) este:



$$w = \frac{4f}{bh} x \cdot y \quad (174)$$

iar pe de altă parte, din teoria barelor cu pereți subțiri că deplasarea elastică după aceeași direcție a unui punct de pe linia mediană a secțiunii transversale, este

$$w = -\psi' \cdot \omega \quad (175)$$

ω fiind coordonata sectorială a punctului curent. Admițând de asemenea aproximația $\omega \approx x \cdot y$, din identificarea expresiilor (174) și (175) rezultă

$$\psi' = -\frac{4f}{bh} \quad (176)$$

Pe de altă parte bimomentul de încovoiere-răsucire elastic poate fi scris prin intermediul mărimii κ așa cum s-a arătat în partea I-a a lucrării, adică

$$B = \kappa \cdot \psi' \quad (177)$$

respectiv prin intermediul forțelor elastice reacțiune care se dezvoltă în diafragma deformată. În acest scop se determină întâi reacțiunea de colț

$$R = 2m_{xy} = -2D(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -\frac{8f}{bh} D(1-\mu) \quad (178)$$

în care μ este coeficientul lui Poisson iar

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \quad (179)$$

este rigiditatea cilindrică a diafragmei.



Cu valorile (178) și (179), bimomentul reacțiune se scrie

$$B = R \cdot bh = - \frac{Et^3}{1+\mu} \frac{8}{12} f \quad (180)$$

care identificată cu (177) în care se folosește valoarea (176) conduce la valoarea aproximativă

$$\kappa = \frac{Et^3 bh}{6(1+\mu)} \quad (181)$$

Utilizând (181), rezultă pentru valoarea $\kappa = 10^5 \frac{\text{daNcm}^2}{\text{cm}^{-1}}$ o grosime $t \approx 0,05$ mm care justifică rezultatele obținute în tabelul 33 sub Nr.crt 1...5. Comparând aceste valori cu cele de sub Nr.crt. 6...11 din același tabel rezultă importanța pe care o câștigă pentru stabilitatea barei, un reazem cât mai rigid la deformațiile de rotire din răsucire.

Toate observațiile semnalate mai sus rămân totuși particulare barei considerate și nu pot avea firește pretenția de valabilitate generală. Este evident necesară o investigație mai amplă pe diferite bare având forme de secțiuni diferite și o gamă largă de zvelteți (studiu care este prezentat în paragraful II.2 al lucrării). În asemenea situații alegerea convenabilă a constantelor elastice de rezemare în vederea studierii influenței lor asupra stabilității barei devine o operație dificilă. Din acest motiv s-a găsit oportun introducerea noțiunii de "grad de încastrare" care să se refere în mod direct la legătura elastică al cărui efect se studiază. Valoarea gradelor de încastrare variază între 0 și 1 ușurând urmărirea fenomenului iar pe de altă parte expresiile acestora dau posibilitatea stabilirii chiar și automate (program STABIL-Anexa 2) a constantelor elastice atașate gradului de încastrare ales. În paragraful următor sînt deduse expresiile tuturor gradelor de încastrare.

II.1.4. Grade de încastrare. Definierea și utilizarea lor.

În studiul barelor încovoiate, gradul de încastrare ϱ al unui capăt de bară, încastrată elastic, se definește ca raportul dintre momentul de încastrare parțială și momentul de încastrare perfectă din acel reazem:

$$\varrho = \frac{M}{\mathcal{M}} \quad (182)$$

în care \mathcal{M} este momentul de încastrare perfectă iar M momentul de încastrare elastică. Fără a ține seama de influența forțelor axiale asupra rigidității barei, în [44] definiția (182) este utilizată în studiul stabilității barelor încastrate elastic. Astfel, pentru scopuri practice s-au calculat rădăcinile minime pozitive ale ecuațiilor (transcendente) de stabilitate pentru diferite valori ale gradului de încastrare .

În cazul barelor cu pereți subțiri rezemate elastic la extremități, atât din punctul de vedere al deformațiilor de încovoiere în plan perpendicular pe planul de simetrie longitudinal cât și din punctul de vedere al deformațiilor specifice răsucirii (care le însoțesc pe cele dintâi în cadrul flambajului prin încovoiere-răsucire), fiecărui tip de legătură i se poate atașa un grad de încastrare care să indice în ce măsură legătura elastică respectivă asigură o rezemare mai mult sau mai puțin rigidă. Astfel, definiția (182) se poate scrie mai general:

$$\varrho_i = \frac{S_i}{\varphi_i} \quad (182')$$

în care φ_i este valoarea solicitării atașată legăturii respective "i" când aceasta are o rigiditate infinită iar S_i , valoarea aceleiași solicitări corespunzătoare legăturii "i"

avînd o rigiditate finită. În mod explicit se poate deci scrie:

$$\rho_k = \frac{T}{J} \quad \rho_K = \frac{M}{\mathcal{K}} \quad \rho_{\mathcal{K}} = \frac{B}{\mathcal{B}} \quad \rho_{\mathcal{K}_r} = \frac{M_r}{\mathcal{K}_r} \quad (183...186)$$

în care

- ρ_k măsoară gradul de încastrare (impropriu spus) asigurat de legătura de rigiditate k la deplasări laterale din încovoiere, T respectiv J fiind forțele tăietoare introduse de legătură, în ipoteza unei rigidități k respectiv infinite,
- ρ_K măsoară gradul de încastrare asigurat de legătura de rigiditate K la rotiri din încovoiere (definiție identică cu 182),
- $\rho_{\mathcal{K}}$ măsoară gradul de încastrare asigurat de legătura de rigiditate \mathcal{K} la deplasarea liniei mediane a secțiunii transversale, B respectiv \mathcal{B} fiind bimomentele de încovoiere-răsucire introduse de legătură, în ipoteza unei rigidități \mathcal{K} respectiv infinite,
- $\rho_{\mathcal{K}_r}$ măsoară gradul de încastrare asigurat de legătura de rigiditate \mathcal{K} la rotiri din răsucire, M_r respectiv \mathcal{K}_r fiind momentele de răsucire introduse de legătură, în ipoteza unei rigidități \mathcal{K} respectiv infinite.

Explicitarea mărimilor (183...186) în funcție de elementele geometrice ale barei, de caracteristicile mecanice ale materialului ei cît și de rigiditatea legăturilor elastice s-a făcut separat pentru încovoiere respectiv răsucire. Întrucît expresiile depind de modul de rezomare al capătului opus, acesta a fost considerat articulat, încastrat parțial (elastic) și încastrat perfect pentru încovoiere, respectiv articulat și încas-

trat pentru răsucire, alternative considerate suficiente pentru necesitățile ulterioare de studiu privind influența condițiilor de rezemare asupra forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire. La deducerea lor s-a făcut uz de un raționament bazat pe metoda generalizată a eforturilor ca și în [44] și anume:

Se notează cu δ (care poate fi una din valorile \bar{u} , \bar{u}' , ψ sau ψ') deplasarea pe care o imprimă la capătul barei în direcția legăturii elastice respective de rigiditate \mathcal{R} (care poate fi k , K , κ sau \mathcal{K}), în lipsa acesteia, o anumită acțiune exterioară. În legătura elastică, în urma aceleiași acțiuni se naște solicitarea S (care poate fi T , M , B sau M_T). Aceasta, considerată la rîndul ei ca acțiune exterioară, deformează bara cu valoarea $\bar{\delta} S$, $\bar{\delta}$ fiind deformația corespunzătoare valorii $S=1$. Condiția de continuitate se scrie

$$\delta - \bar{\delta} S = \frac{S}{\mathcal{R}} \quad (187)$$

Dacă rigiditatea legăturii respective tinde către infinit, condiția (187) devine

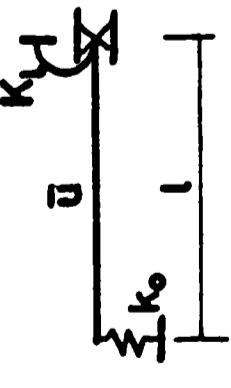
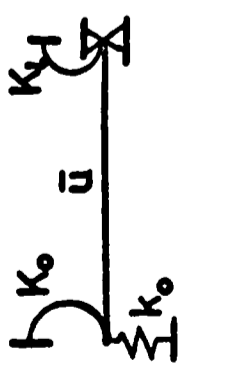
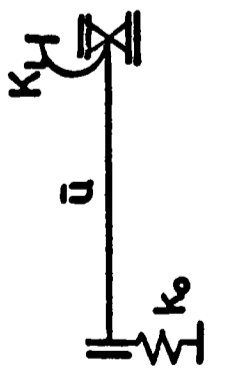
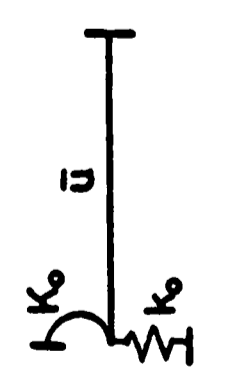
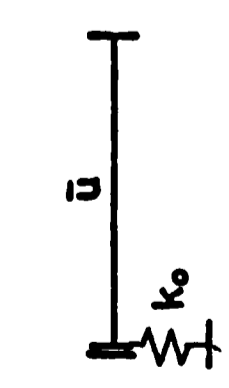
$$\delta - \bar{\delta} S = 0 \quad (188)$$

ϑ avînd semnificația din (182'). Impărțind cele două ecuații între ele și folosind notația (182') se obține

$$\vartheta = \frac{1}{1 + \frac{1}{\mathcal{R}\bar{\delta}}} \quad (188)$$




Expresiile obținute pe această cale sînt intabulate în tabelele 35 și 36 corespunzător schemelor de rezemare reprezentate.

Tabelul 35

Nr. crt.	Tipul rezemării	S	R	δ	Observații
1		S_{k_0}	k_0	$\frac{l^2}{k_1} + \frac{l^3}{3EI_y}$	NU S-A INTRODUS IN PROGRAMUL „STABIL”
2		S_{k_0}	k_0	$\frac{l^2}{k_1} + \frac{l^3}{3EI_y} - \frac{k_0 \left(\frac{l}{k_1} + \frac{l^2}{2EI_y} \right)^2}{1 + \frac{k_0}{k_1} + \frac{k_1}{EI_y}}$	IDEM
3		S_{k_0}	k_0	$\frac{l^2}{k_1} + \frac{l^3}{3EI_y} - \frac{\left(\frac{l}{k_1} + \frac{l^2}{2EI_y} \right)^2}{\frac{l}{k_1} + \frac{l}{EI_y}}$	IDEM
4		S_{k_0}	k_0	$\frac{l^3}{3EI_y} - \frac{k_0 l^4}{4EI_y(EI_y + K_0 l)}$	IDEM
5		S_{k_0}	k_0	$\frac{l^3}{12EI_y}$	IDEM

Toate legaturile din rezeme sînt aplicate în dreptul centrului de răsucire al secțiunilor transversale.

Tabelul 35
(continuare)

Nr. crt.	Tipul rezemării	S	R	δ	Observații
6		S_{K_0}	R	$\frac{1}{3EI_y}$	INTRODUS ÎN PROGRAMUL , STABIL "
7		S_{K_0}	K_0	$\frac{1}{3EI_y} - \frac{K_1 \cdot l^2}{12EI_y(3EI_y + K_1 l)}$	IDEM
8		S_{K_0}	K_0	$\frac{1}{4EI_y}$	IDEM

Nr. crt.	Tipul rezemării	S	R	δ	Observații
1		S_{x_0}	x_0	$\frac{GI_r}{l}$	NU S-A INTRODUS ÎN PROGRAMUL „STABIL”
2		S_{x_0}	x_0	$\frac{kl - thkl}{kGI_r}$ *)	IDEM
3		S_{x_0}	x_0	$\frac{k}{GI_r} \cdot \frac{1}{thkl}$	IDEM
4		S_{x_0}	x_0	$\frac{1}{GI_r} \left(\frac{k}{thkl} - \frac{1}{l} \right)$	IDEM
5		S_{x_0}	x_0	$\frac{kl - thkl}{kGI_r}$	INTRODUS ÎN PROGRAMUL „STABIL”

*) $k = \sqrt{\frac{GI_r}{EI}}$

INSTITUTUL POLITEHNIC
TIMISOARA
BIBLIOTECA CENTRALA

Tabelul 36
(continuare)

Nr. crt.	Tipul rezemării	S	R	δ	Observații
6	$\sum_{\varphi} x_0$	$\sum x_0$	x_0	$\frac{kl - 2th \frac{kl}{2}}{kG_{I_r}}$	IDEM
7	$\sum_{\varphi} x_0$	$\sum x_0$	x_0	$\frac{k}{G_{I_r}} thkl$	IDEM
8	$\sum_{\varphi} x_0$	$\sum x_0$	x_0	$\frac{k}{G_{I_r}} \frac{kl shkl - 2(chkl - 1) \cdot shkl - kl chkl}{shkl - kl chkl}$	IDEM
9	$\sum_{\varphi} x_0$	$\sum x_0$	x_0	$\frac{chkl - 1}{G_{I_r} chkl + x_0 k shkl} \left[\frac{shkl}{k} - \frac{x_0}{G_{I_r}} (1 - chkl) \right] + \frac{kl - shkl}{kG_{I_r}}$	IDEM
10	$\sum_{\varphi} x_0$	$\sum x_0$	x_0	$\frac{k}{G_{I_r}} \frac{shkl \left[x_0 (kl - shkl) - kG_{I_r} \right] - x_0 (1 - chkl)^2}{chkl \left[x_0 thkl (1 - chkl) + x_0 (kl - shkl) - kG_{I_r} \right]}$	IDEM

Cu ajutorul gradelor de încastrare astfel stabilite, constantele elastice se pot calcula din relația (188) pentru valoarea ξ impusă. Pentru bara realizată dintr-un profil \sqcap 100x80x32x3 și analizată în paragraful precedent s-au calculat constantele κ și \mathcal{K} corespunzătoare unor grade de încastrare $\rho_{\kappa} = \rho_{\mathcal{K}} = 0,5$ rezultând valorile din tabelul 37. În ce privește valorile κ , ele pot fi asigurate, în ipoteza dispunerii unor diafragme de capăt, numai dacă acestea au o grosime de $t=10...13$ mm, așa cum rezultă cu formula (181), dovedindu-se astfel pentru un profil \sqcap ca fiind noraționale nu numai din punct de vedere constructiv ci și din punctul de vedere al sporului de stabilitate pe care îl pot aduce în cazul unor grosimi comparabile cu cele ale peretelui barei, așa cum se arată și în [45].

Alegând valoarea medie $\mathcal{K} = 1600 \frac{\text{daNcm}}{\text{rad}}$ respectiv $\tau = 330 \cdot 10^5 \frac{\text{daNcm}^2}{\text{cm}^{-1}}$ pentru toate cazurile de rezemare reprezentate, în tabelul 37 s-au înscris și valorile gradelor de încastrare efective a căror valoare este apropiată de 0,5. Cu aceste constante, calculul automat executat de programul FLAGEN a furnizat pentru forțele critice valori care s-au încadrat între valorile limită deja stabilite (tab.28) și care s-au rescris în tabelul 38 pentru a ușura comparațiile. Datorită sensibilității scăzute a acestei bare la modificarea rigidității legăturilor privind deplasarea (\bar{u}) și rotația (\bar{u}') din încovoiere, condițiile de rezemare din aceste puncte de vedere s-au păstrat cele din tabelul 28.

nr crt	TIPUL REZEMARII	β	Capot elastic p/r $\beta = 0,5$	Capot elastic utilizată în calcul	Gradul de încăstrare efectiv.
1		0,0	2000	1000	0,500
2		0,5	1000		0,500
3		0,5	1000		0,500
4		0,5	1000		0,500
5		0,5	2000	2000	0,500
6		0,5	2000		0,500
7		0,5	2000		0,500
8		0,5	2000		0,500

Reprezentînd variația valorii forței critice cu cea a gradului de încăstrare β rezultă curbe de genul celor din figurile 34...39. Cercetînd comparativ diagramele din figurile 34, 35 și 36 se poate observa că în domeniul valorilor $\beta < 0,5$ modificarea condițiilor de rezemare privind deplasările din încovoiere, influențează atît de puțin forța critică, încît practic curbele se suprapun. Aceste modificări se repercutează asupra valorii forței critice mai

mult în domeniul valorilor β mari, iar la valori $\beta > 0,750$ rămîn singurele care influențează valoarea forței critice, mărirea rigidității \mathcal{K} a legăturii fiind ineficace.

Alura curbelor din figurile 35 și 37 pune în evidență poziția mai avantajoasă din punctul de vedere al stabilității a reazemului încastrat și anume de partea reazemului elastic la rotiri din răsucire. Astfel în intervalul $0 < \beta < 0,750$, ordonatele curbei din figura 35 sînt mai mari.

Diagramele din figurile 36 și 38 ilustrează avantajele împiedicării totale a strîmbării liniei mediane față de situația cînd aceasta se poate produce liber, și care este deosebit

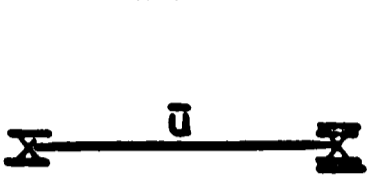
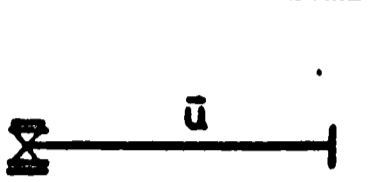
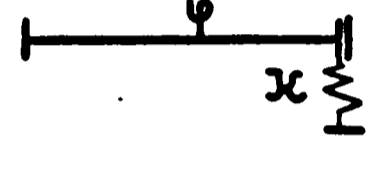
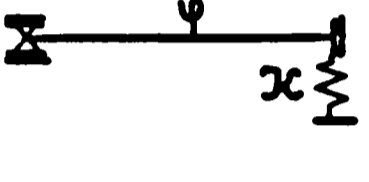
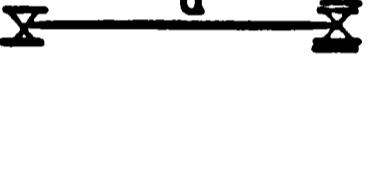
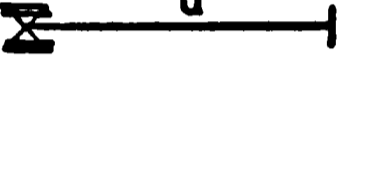
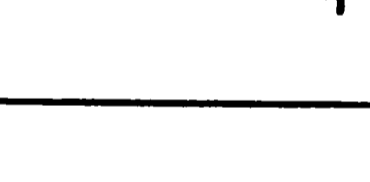
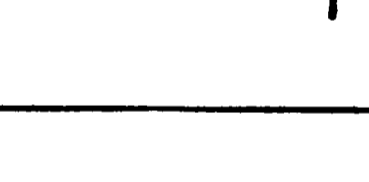
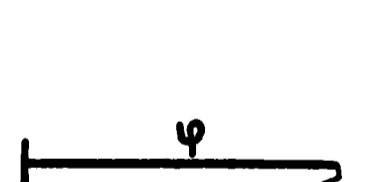
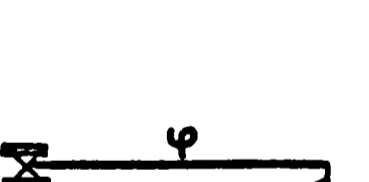
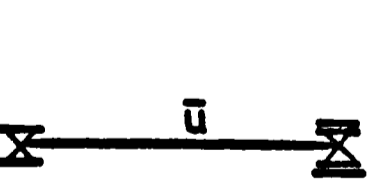
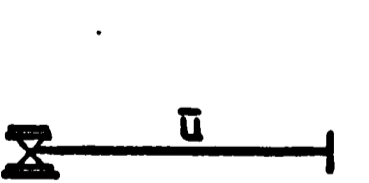
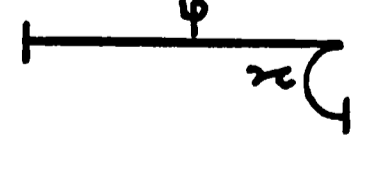
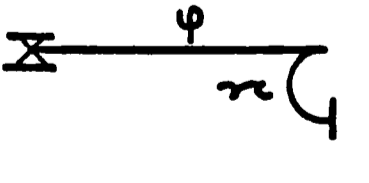




Tabelul 38

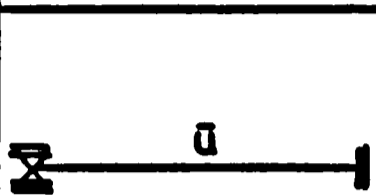
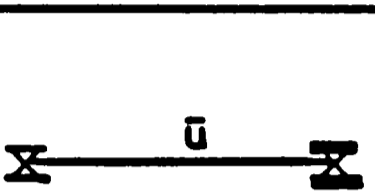


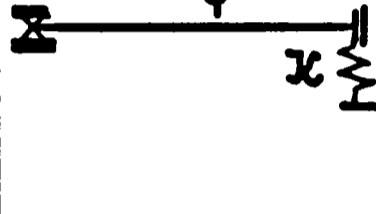
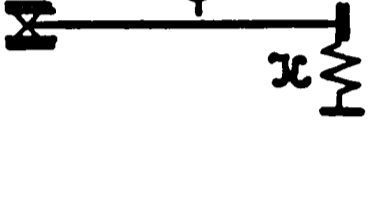

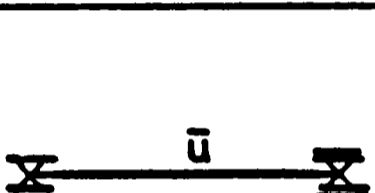


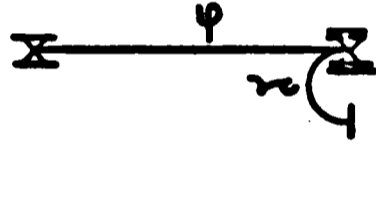
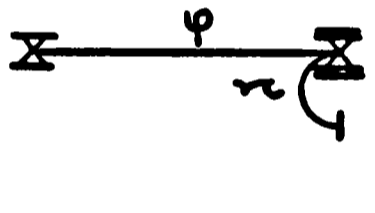
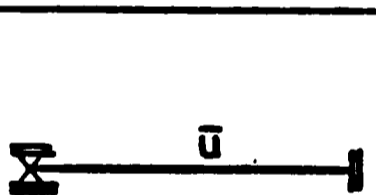
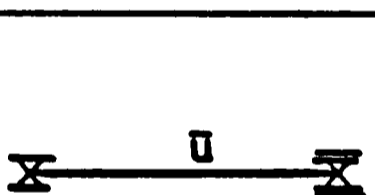


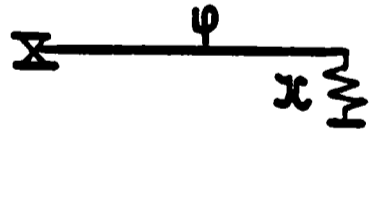
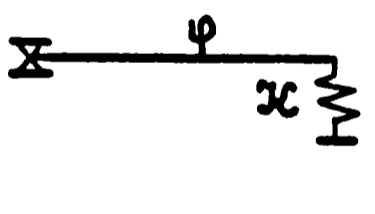
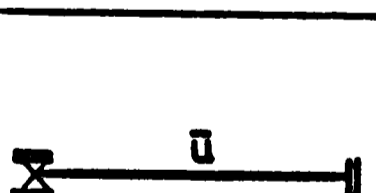
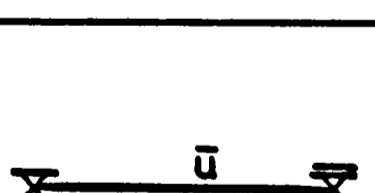

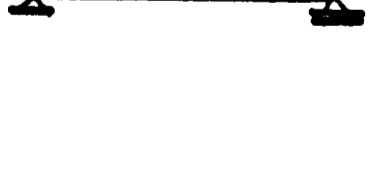
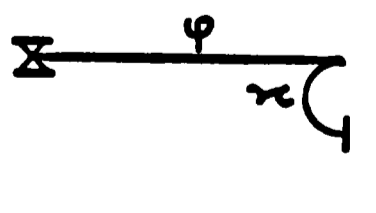
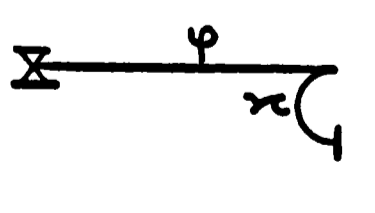
Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr [daN]	Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr [daN]
1	12 (16)		∞	13281,360	13	9 (15)		∞	13281,360
2	-		1600	8420,527	14	-		1600	7405,487
3	16		0	5148,061	15	16		0	4754,423
4	13 (16)		∞	13281,360	16	10 (15)		∞	13281,360
5	-		$330 \cdot 10^5$	10183,320	17	-		$330 \cdot 10^5$	10145,180
6	16		0	8048,765	18	16		0	8005,759
7	6 (13)		∞	8048,765	19	3 (10)		∞	8005,759
8	-		1600	5835,751	20	-		1600	5583,942
9	16		0	2929,877	21	16		0	2831,582
10	6 (12)		∞	5148,061	22	3 (9)		∞	4754,423
11	-		$330 \cdot 10^5$	4113,859	23	-		$330 \cdot 10^5$	3877,224
12	16		0	2929,877	24	16		0	2831,582

Tabelul 38
(continuare)

Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr [daN]	Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr. [daN]	
25	7 (14)		∞	12894,280	37	4 (11)		∞	9364,170	
26			1600	8385,966	38		16		1600	5529,109
27			0	5137,710	39				0	3978,716
28	8 (14)		∞	12894,280	40	5 (11)		∞	9364,170	
29			$330 \cdot 10^5$	9760,011	41		16		$330 \cdot 10^5$	8200,472
30			0	7743,748	42				0	7016,060
31	2 (8)		∞	7743,748	43	1 (5)		∞	7016,060	
32			1600	5775,253	44		16		1600	4204,893
33			0	2926,097	45				0	2448,409
34	2 (7)		∞	5137,710	46	1 (4)		∞	3978,716	
35			$330 \cdot 10^5$	4113,770	47		16		$330 \cdot 10^5$	3235,795
36			0	2926,097	48				0	2448,409

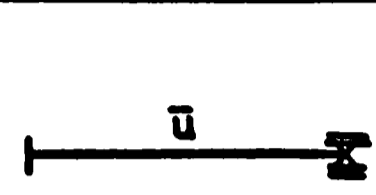
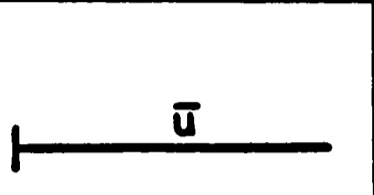
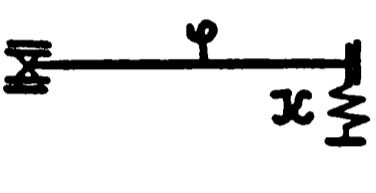
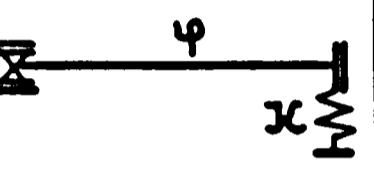
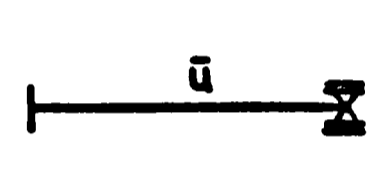
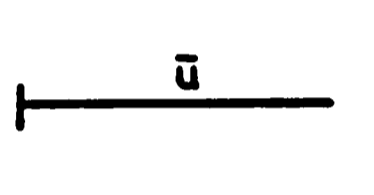
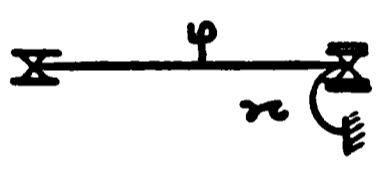
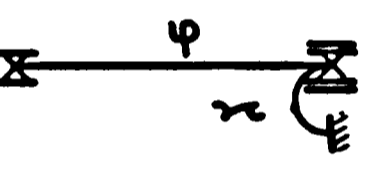
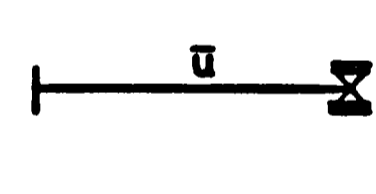
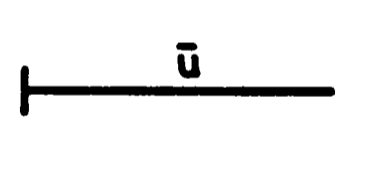
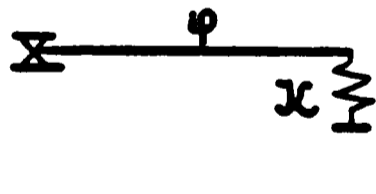
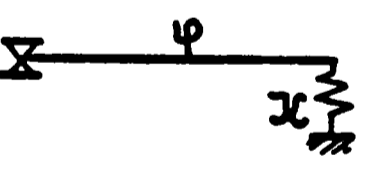
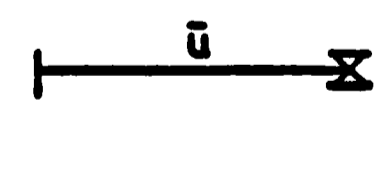
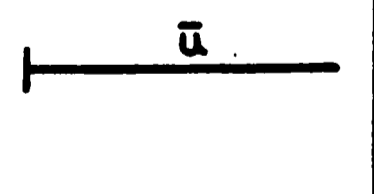
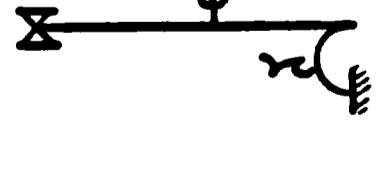
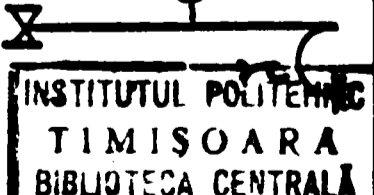
Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr [daN]	Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr [daN]
49	12 (16)		∞	12894,280	61	9 (15)		∞	9364,197
50	-		1600	8385,972	62	-		1600	5529,109
51	14		0	5137,707	63	14		0	3978,713
52	13 (16)		∞	12894,280	64	10 (15)		∞	9364,197
53	-		$330 \cdot 10^5$	10047,500	65	-		$330 \cdot 10^5$	8008,492
54	14		0	7992,048	66	14		0	6848,652
55	6 (13)		∞	7992,048	67	3 (10)		∞	6848,652
56	-		1600	5792,068	68	-		1600	5022,659
57	14		0	2922,794	69	14		0	2663,725
58	6 (12)		∞	5137,707	70	3 (9)		∞	3978,713
59	-		$330 \cdot 10^5$	4102,305	71	-		$330 \cdot 10^5$	3437,371
60	14		0	2922,794	72	14		0	2663,725

Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMARII	Const. elastica	Ncr [daN]	Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMARII	Const. elastica	Ncr [daN]
73	7 (14)		∞	11792,480	85	12 (16)		∞	7743,748
74	14		1600	8377,58	86	8		1600	5775,256
75	14		0	5134,640	87	8		0	2926,097
76	8 (14)		∞	11792,480	88	13 (16)		∞	7743,748
77	14		$330 \cdot 10^5$	9163,333	89	8		$330 \cdot 10^5$	6217,486
78	14		0	7405,928	90	8		0	4990,870
79	2 (8)		∞	7405,928	91	6 (13)		∞	4990,670
80	14		1600	5621,662	92	8		1600	4990,869
81	14		0	2907,850	93	8		0	2194,249
82	2 (7)		∞	5134,640	94	6 (12)		∞	2926,097
83	14		$330 \cdot 10^5$	4096,059	95	8		$330 \cdot 10^5$	2654,195
84	14		0	2907,850	96	8		0	2194,249

Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr [daN]	Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr [daN]
97	9 (15)		∞	7016,068	109	7 (16)		∞	7405,928
98	-		1600	4204,899	110	-		1600	5621,665
99	8		0	2448,410	111	8		0	2907,851
100	10 (15)		∞	7016,068	112	8 (16)		∞	7405,928
101	-		$330 \cdot 10^5$	5669,310	113	-		$330 \cdot 10^5$	5896,726
102	8		0	4635,202	114	8		0	4754,422
103	3 (10)		∞	4635,202	115	2 (8)		∞	4754,422
104	-		1600	4176,336	116	-		1600	4754,422
105	8		0	1951,267	117	8		0	2194,249
106	3 (9)		∞	2448,410	118	2 (7)		∞	2907,851
107	-		$330 \cdot 10^5$	2262,654	119	-		$330 \cdot 10^5$	2648,701
108	8		0	1951,267	120	8		0	2194,249

Tabelul 38
(continuare)

Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr [daN]	Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMĂRII	Const. elastică	Ncr [daN]
121	12 (16)		∞	8048,771	133	9 (15)		∞	8005,756
122	-		1600	5835,750	134	-		1600	5583,941
123	13		0	5148,051	135	13		0	2831,580
124	13 (16)		8	8048,771	136	10 (15)		∞	8005,756
125	-		$330 \cdot 10^5$	6380,287	137	-		$330 \cdot 10^5$	6376,410
126	13		0	5074,919	138	13		0	5074,919
127	6 (13)		∞	5074,919	139	3 (10)		∞	5074,919
128	-		1600	5074,919	140	-		1600	5074,919
129	13		0	2194,249	141	13		0	2132,197
130	6 (12)		8	2936,836	142	3 (9)		∞	2831,580
131	-		$330 \cdot 10^5$	2655,261	143	-		$330 \cdot 10^5$	2565,999
132	13		0	2194,249	144	13		0	2132,197

Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMARII	Const. elastică	Ncr [daN]	Nr. crt.	Caz	TIPUL REZEMARII	Const. elastică	Ncr [daN]
145	7 (14)		∞	7992,051	157	6 (11)		∞	6848,654
146	-		1600	5792,069	158	-		1600	5022,658
147	13		0	2922,795	159	13		0	2663,727
148	8 (14)		∞	7992,051	160	5 (11)		∞	6848,654
149	-		$330 \cdot 10^5$	6285,090	161	-		$330 \cdot 10^5$	5635,819
150	13		0	4990,870	162	13		0	4635,202
151	2 (8)		∞	4990,870	163	1 (5)		∞	4635,202
152	-		1600	4990,869	164	-		1600	4176,333
153	13		0	2194,249	165	13		0	1951,267
154	2 (7)		∞	2922,795	166	1 (4)		∞	2663,727
155	-		$330 \cdot 10^5$	2653,120	167	-		$330 \cdot 10^5$	2370,248
156	13		0	2194,249	168	13		0	1951,267

INSTITUTUL POLITEHNIC
TIMIȘOARA
BIBLIOTECA CENTRALĂ

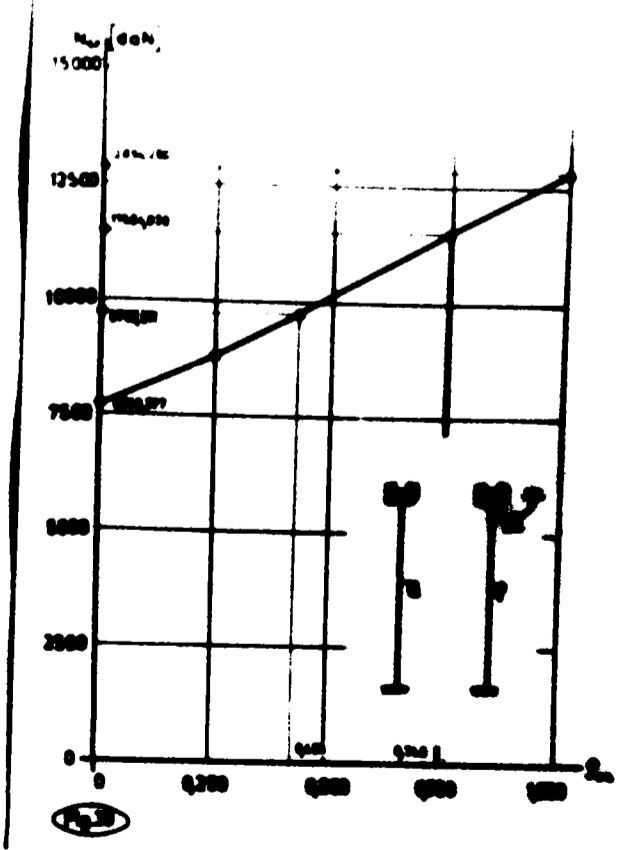
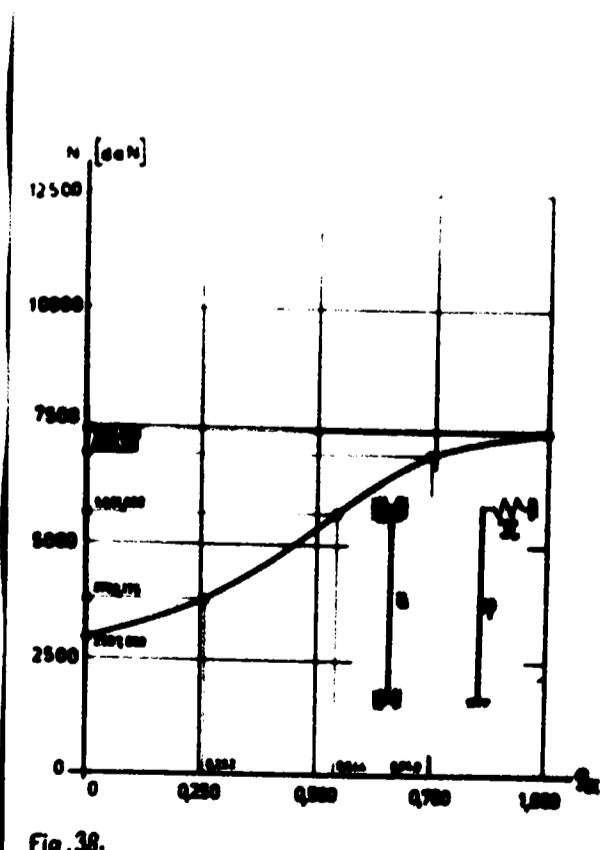
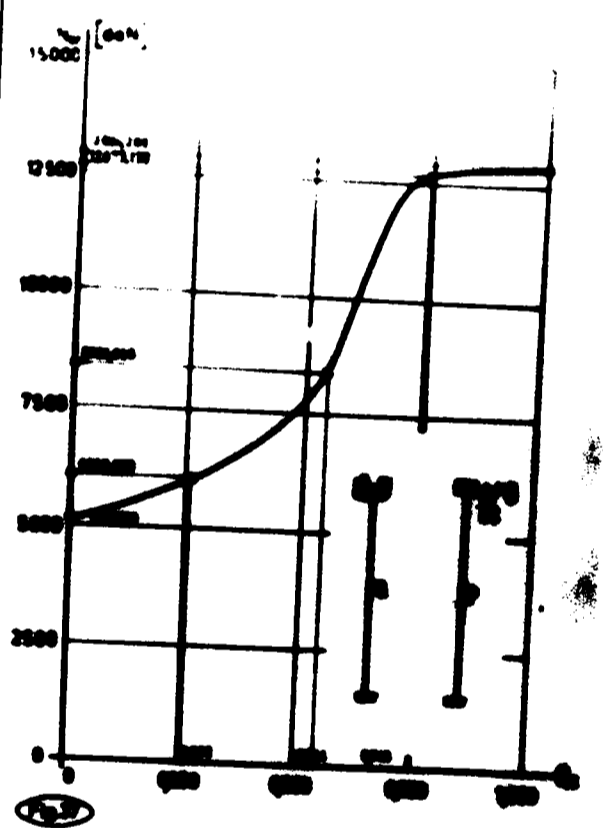
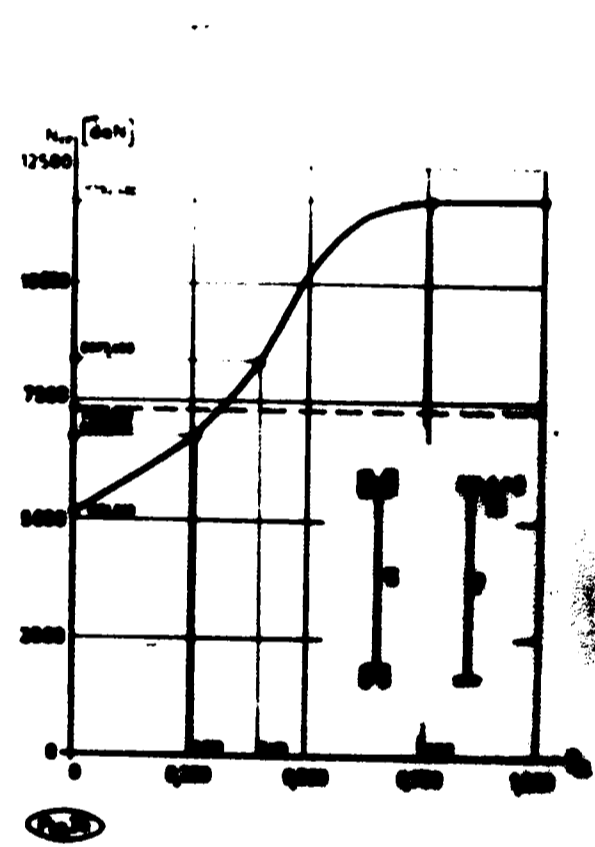
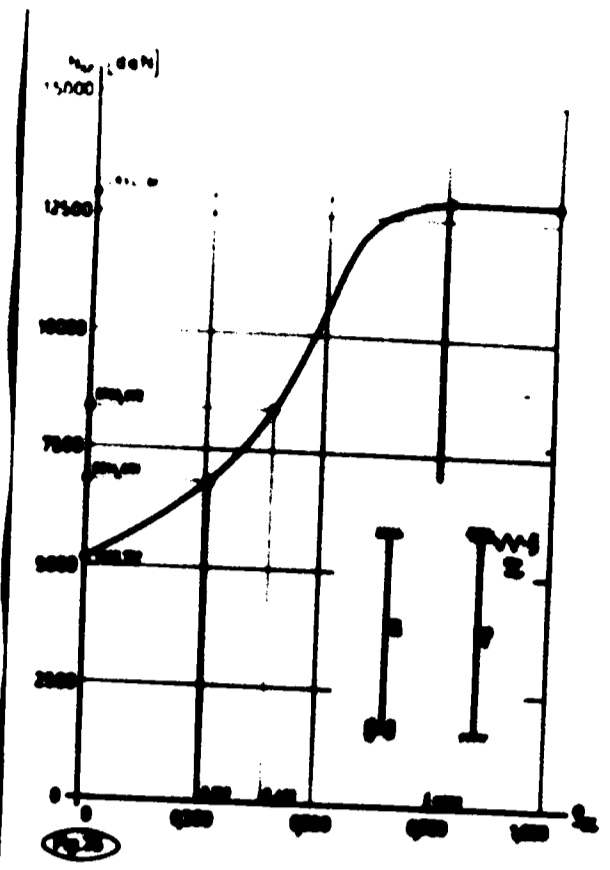
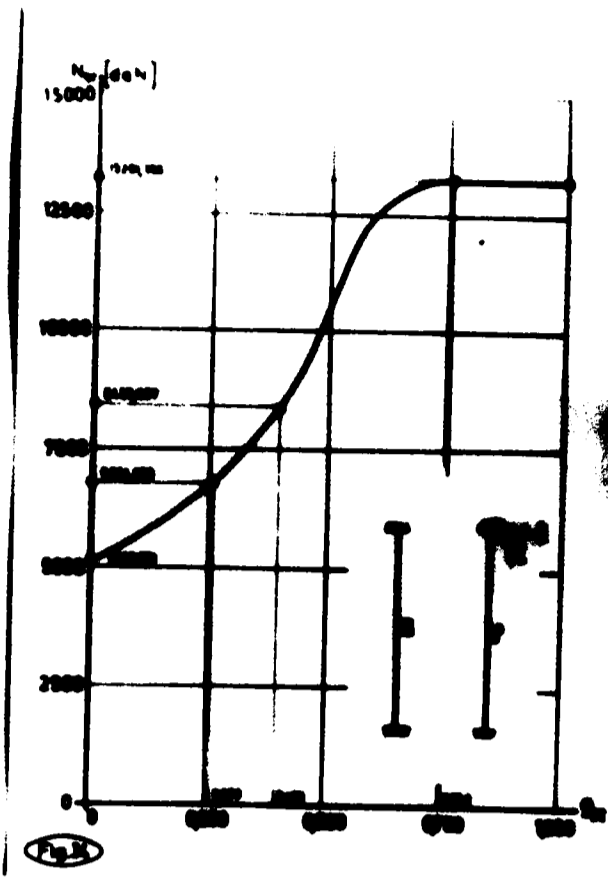
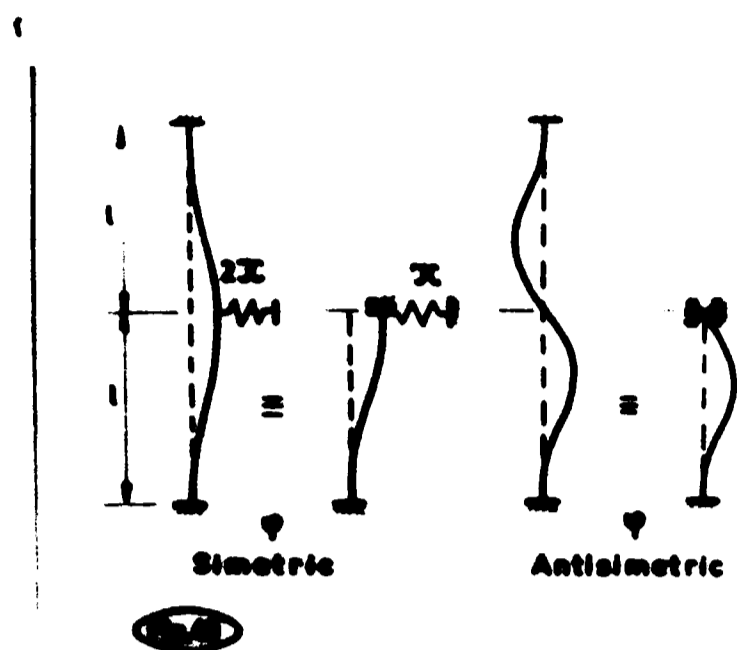


Fig. 38.



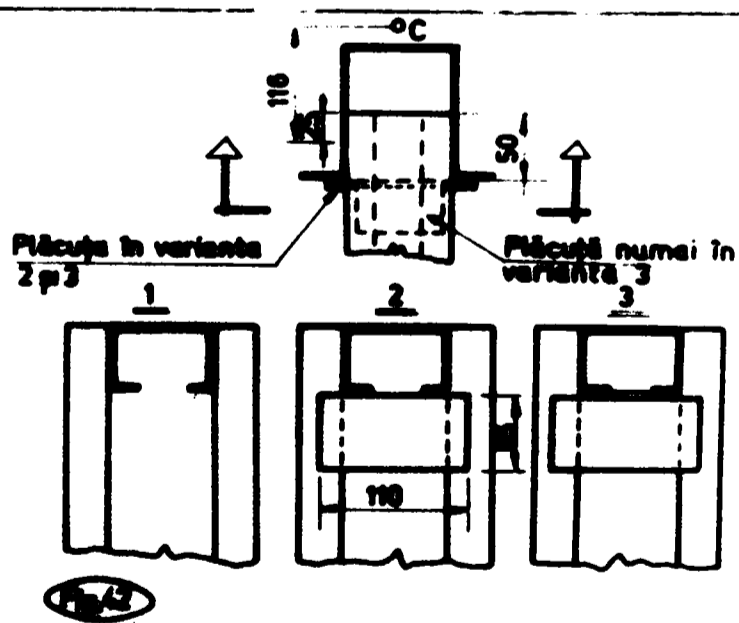
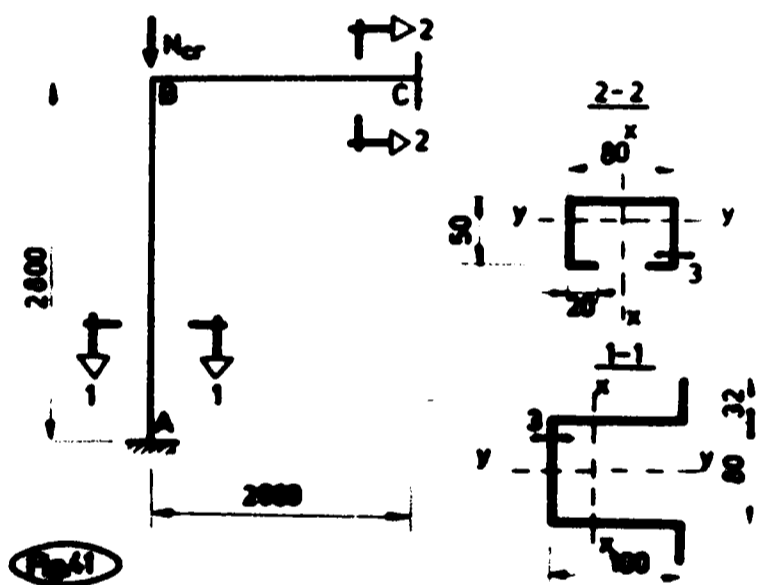
de pronunțată indiferent de gradul de încastrare ρ_K . Aceste două diagrame permit în plus și o observație asupra comportării la forțe de compresiune a unei bare continue cu două deschideri egale (fig.40), care în funcție

de rigiditatea X a reazemului central poate flamba simetric sau antisimetric din punctul de vedere al deplasărilor specifice răsucirii. Trecerea de la flambajul simetric la cel antisimetric se produce la valoarea ρ_K corespunzătoare intersecției curbei din figura 36 cu orizontala avînd ordonata egală cu valoarea $N_{cr \max}$ a curbei din figura 38, valori ρ_K mai mari determinînd totdeauna un flambaj antisimetric.

Spre deosebire de diagramele amintite, curba din figura 39 este apropiată de o dreaptă, astfel încît pentru schema de rezemare aleasă, orice majorare a rigidității X este justificată, ea ducînd la majorarea valorii forței critice.

II.1.5 Exempletu de calcul.

Din paragrafole precedente rezultă posibilitățile varia-
te pe care le prezintă procedoul de calcul expus, în privința
determinării forței critice de flambaj prin încovoire-răsucire
a barelor rezomate elastic la extremități. Cu un volum redus
de calcule pregătitoare, programul de calcul automat permite
studiul, din punctul de vedere al stabilității, al aceleeași bare
în diferite ipoteze de soluționare constructivă a conexiunilor,
dând astfel în mod indirect un răspuns și asupra rezolvării optime
a acestora.



Pentru structura simplă din
figura 41 se consideră trei
variante de prindere a celor
două bare așa cum rezultă din
figura 42. Astfel, în cazul
variantei 1, rigla introdusă
între pereții profilului \sqcap
este prinsă de aceștia numai
prin sudaro, în cazul varian-
tei 2 sub rigla BC profilul \sqcap
se întărește cu o plăcuță su-
dată de tălpile ei, iar în
varianta 3 se solidarizează
și tălpile riglei BC cu o ase-
menea plăcuță. Alogfnd în așa
fel dimensiunile plăcuțelor

de solidarizare ca inegalitatea (189) să fie satisfăcută,

$$\frac{tp}{\beta} \geq 100 \frac{I_w}{\Omega^2 l} \quad (189)$$

atunci conform [36] rigiditatea lor este suficientă pentru a asigura o încastrare perfectă din punctul de vedere al strâmbării liniei mediane (tp fiind grosimea plăcuței, β un coeficient intabulat în funcție de celelalte două dimensiuni ale plăcuței, Ω dublul arii cuprinse între liniile mediane

ale secțiunii barei întărite și ale plăcuței).

Corespunzător celor trei variante de prindere a barelor, rezultă, în urma izolării barei AB din structură, schemele de calcul reprezentate în figura 43.

Stabilirea constantelor elastice se poate urmări cu ajutorul figurii 44, mărimile k , K și \mathcal{K} rezultând dintr-un calcul de încovoiere respectiv răsucire împiedecată. Nivelurile de aplicare ale legăturilor

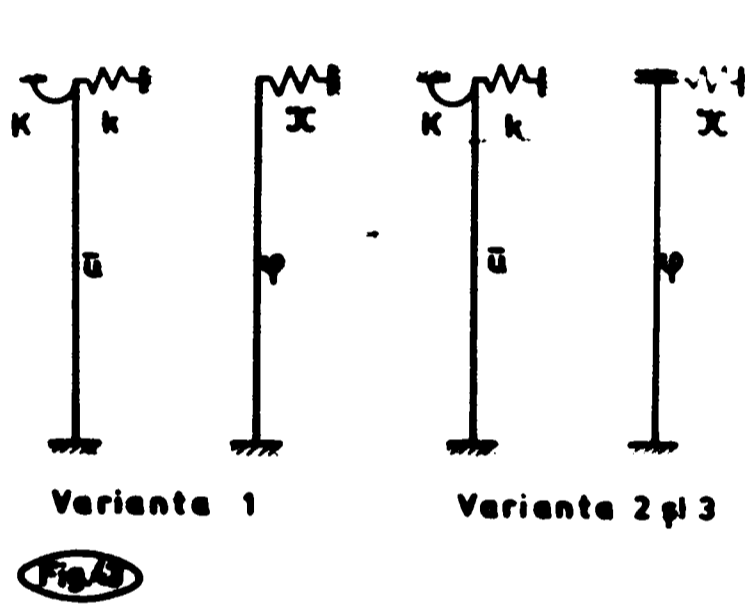


Fig. 43

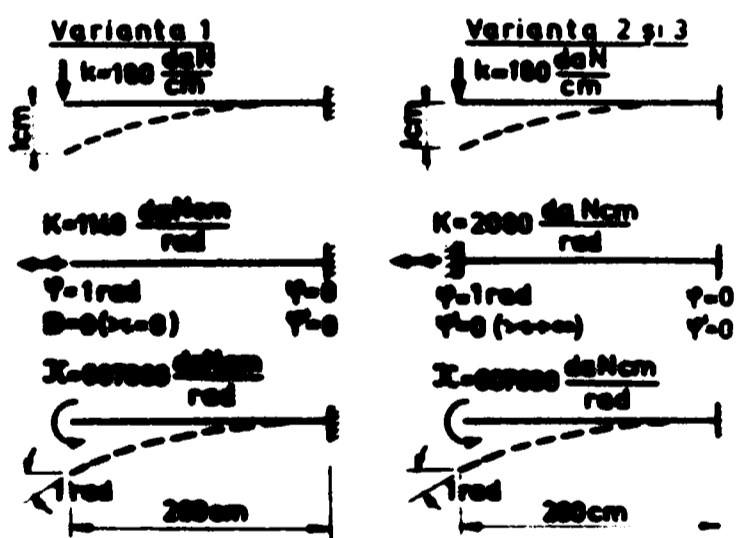


Fig. 44

lor elastice k și K se găsesc la o distanță de $\bar{a}=\bar{b}=11,6$ cm de centrul de răsucire C (fig.42). Valorile forțelor critice obținute cu ajutorul programului FLAGEN se găsesc în anexa Nr.1 (servind totodată și ca model de obținere a rezultatelor) în ordinea numerotării date celor trei variante. Aceste rezultate pun

În evidență eficiența plăcuței de solidarizare a profilului]
scoțînd în evidență avantajele variantei 2 nu numai față de
varianta 1 (ceea ce se putea aprecia calitativ de la bun înce-
put) dar și față de varianta 3 la care manopera și consumul de
oțel (chiar neînsemnat) nu sînt justificate în urma creșterii
neînsemnate a forței critice (cu 0,0197%).

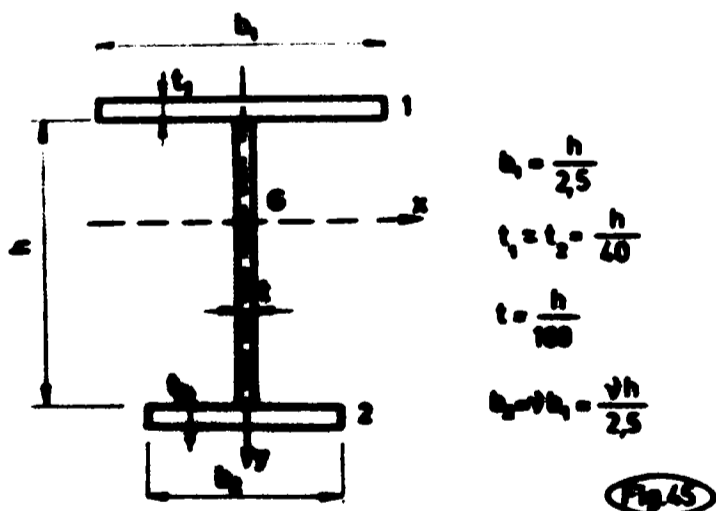
INSTITUTUL NAȚIONAL
DE RECHERȚĂ ȘI ÎNCALCARE
TEHNICĂ GENERALĂ

II.2 STUDIUL INFLUENȚEI CONDIȚIILOR DE REZEMARE IN FORMULARE ADIMENSIONALĂ

II.2.1 Domeniul de variație al parametrilor ξ_1, ξ_2 și ξ_3 .

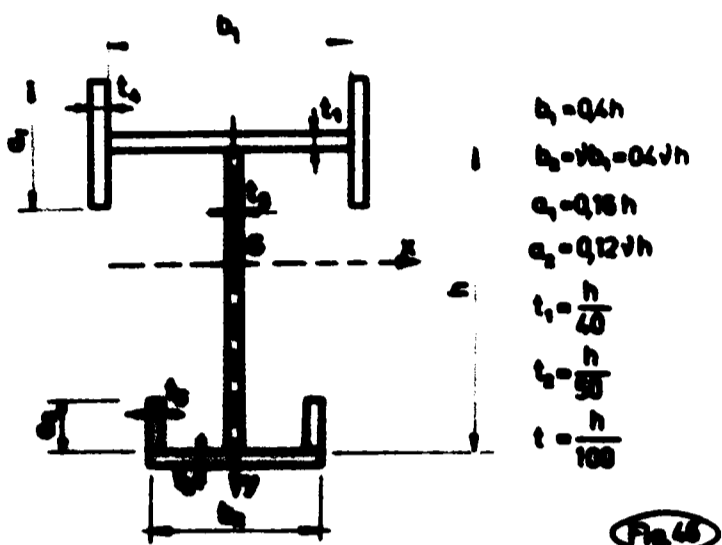
Așa cum s-a arătat în paragraful II.1.3 al lucrării, aceleași modificări operate asupra condițiilor de rezemare ale barei, pot influența mai mult sau mai puțin stabilitatea acesteia în funcție atât de lungimea ei cât și de forma și mărimea secțiunii transversale. Din acest motiv, procedeul de calcul s-a rescris într-o formulare adimensională (integrarea sistemului de ecuații diferențiale ale problemei - în paragraful I.2.4, programul de calcul automat - în anexa No.2) ceea ce a permis ca numărul de parametri să fie redus de la șase ($l, I_y, I_w, I_x, i_c, \bar{y}_G$) la trei (ξ_1, ξ_2, ξ_3) și deci să fie simplificat studiul domeniilor de variație al acestora.

În acest scop ca și în [46] s-a studiat secțiunea tip a lui Pettersson [47] (fig.44). Prin varierea raportului $\gamma = \frac{b_2}{b_1}$



între 0,25 și 1 s-au obținut pentru $l = 10h$ valorile din tabelul 39. Întrucât secțiunea tip Pettersson modelează mai mult secțiunea unei rigle, în [46] s-a făcut uz și de secțiunea tip a unui stîlp

de hală industrială cu pod rulant (fig.46). Utilizînd-o în calculul parametrilor geometrici ξ_1, ξ_2 și ξ_3 au rezultat valorile din tabelul 40 (considerînd de asemenea $l = 10h$).



Tabelul 39

γ	0,25	0,50	0,75	1,00
g_1	550	89,50	34,80	25,90
g_2	0,080	0,362	1,056	1,220
g_3	0,633	0,567	0,098	0

$$g_1 = \frac{GI_p l^2}{EI_w} \quad g_2 = \frac{EI_w}{EI_y i_c^2} \quad g_3 = \frac{y_c}{i_c}$$

Tabelul 40

γ	0,50	0,75	1,00
g_1	15,600	5,800	3,420
g_2	0,300	0,800	1,190
g_3	0,505	0,243	0,214

$$g_1 = \frac{GI_p l^2}{EI_w} \quad g_2 = \frac{EI_w}{EI_y i_c^2} \quad g_3 = \frac{y_c}{i_c}$$

Pentru a putea scopori și necesitățile de calcul în domeniul barelor cu pereți subțiri formate la rece, au fost considerate cele 16 profile din [36]. Așa cum rezultă din tabelul 41, valorile parametrilor g_2 și g_3 sînt aproximativ constante pentru întreaga gamă de profile. Se remarcă de asemenea că valorile parametrului g_3 rezultă mai mari decît în cazul secțiunilor din figurile 45 și 46, ca urmare a sensibilității pronunțate la răsucire a profilelor Γ , pe care acest parametru îl măsoară prin intermediul distanței dintre centrul de greutate și de răsucire al secțiunii transversale. În ce privește valoarea parametrului g_1 în a cărei expresie intervine și lungimea geometrică a barei, s-au considerat lungimi maxime egale cu $150i_{\min}$ (presupunînd că lungimea geometrică este egală cu

Tabela 41

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0

lungimea de flambaj prin încovoiere și că coeficientul de zveltețe este de maximum 150, conform [48] pct.6.2.1) pentru obținerea unor valori ξ_1 maxime, iar prin admiterea valorii ξ_1 minime ca fiind egală cu 1, lungimile minime obținute cu (120) au fost apreciate ca satisfăcătoare din punctul de vedere al considerentelor constructive referitoare la executarea de construcții metalice din profile din tablă subțire.

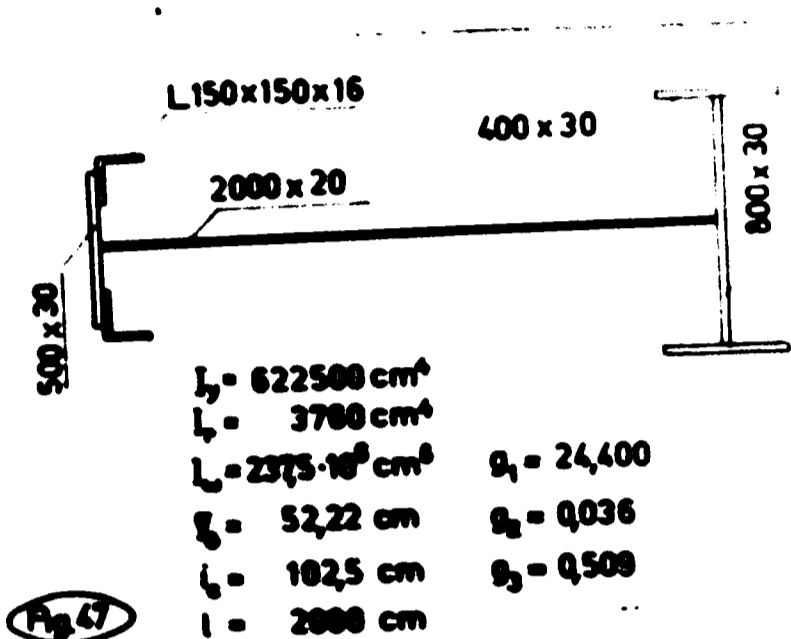
Domeniul de variație al parametrilor geometrici ξ_1 și ξ_2 și ξ_3 conturat astfel prin valorile intabulate în tabelele 39, 40 și 41 a fost definitivat în urma verificărilor numerice ale unor cazuri concrete (ca de exemplu secțiunea transversală din figura 47 a stîlpului unei oțelării în zona melanjorului, sau alte elemente realizate cu profile din tablă subțire) prin următoarele valori extreme:

$$\xi_1 = 1 \div 120$$

$$\xi_2 = 0,02 \div 1,2$$

$$\xi_3 = 0,1 \div 1,0$$

Verificările numerice efectuate au dovedit necesitatea considerării unor valori g_2 mai mici (până la 0,02) respectiv inutilitatea unor valori g_1 mai mari decât 120, valoarea 550 din tabelul 39 rezultând pe schema unei secțiuni mai puțin adecvate elementelor comprimate.



În stabilirea limitelor nivelurilor de aplicare a reazemelor elastice (\tilde{a} și \tilde{b} definite sub 146 și 147) s-a avut în vedere posibilitatea aplicării rezemărilor în dreptul tălpilor secțiunii, rezultând pentru tipurile de secțiuni transversale studiate valorile din tabelul 42. Pe baza acestor rezultate, valorile extreme pot fi considerate -1 respectiv +2 prin rotunjirea cifrelor încadrate din tabel.

Tabelul 42

Tipul secțiunii	c		c		h		h		h	
	\tilde{a}	\tilde{b}	\tilde{a}	\tilde{b}	\tilde{a}	\tilde{b}	\tilde{a}	\tilde{b}	\tilde{a}	\tilde{b}
	20x50x20x2	120x80x22x4	70x40x10x2	720x40x22x4	$\nu=0,75$	$\nu=0,50$	$\nu=1,00$	$\nu=0,75$	$\nu=0,50$	
l_c (cm)	0,23	12,3	4,0	12,97	0,470h	0,522h	0,405h	0,470h	0,400h	
a, b (cm)	2,40	5,04	2,05	4,00	-0,304h	-0,114h	-0,413h	-0,224h	-0,077h	
	0,40	17,04	0,05	15,00	0,721h	0,910h	0,600h	0,700h	0,845h	
\tilde{a}, \tilde{b}	0,300	0,410	0,422	0,304	-0,005	-0,210	-0,000	-0,400	-0,154	
	1,300	1,305	1,200	1,200	1,510	1,940	1,310	1,070	1,000	

e) Poziția valorilor numerice pe verticală corespunde cu poziția săgeții indicatoare din schiță.

CENTRAL

II.2.2 Expresiile adimensionale ale gradelor de încastrare introduse în programul STABIL

Programul STABIL (prezentat detaliat în anexa Nr.2)

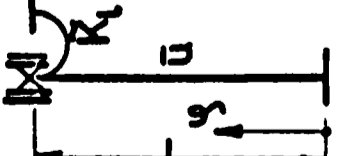
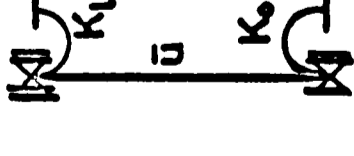
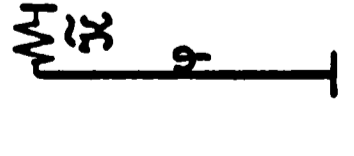
poate servi calculului forței critice de flambaj prin încovoiere
răsucire, în două alternative:

a) În situații când utilizatorul cunoscând valorile
rigidităților reazemelor (k , K , ν și \mathcal{K}) le introduce ca date
inițiale. În această variantă programul poate rezolva acele
cazuri pentru care tipul rezemării la $\varphi = 0$ este unul din cele
numerotate cu 1, 14 sau 16 din tabelul 2, iar la $\varphi = 1$ din cele
numerotate cu 1, 2, 4, 6, 7, 8, 12, 13, 14 sau 16 din tabelul 3.

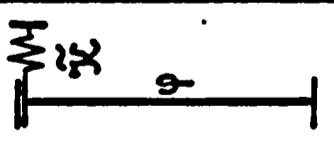
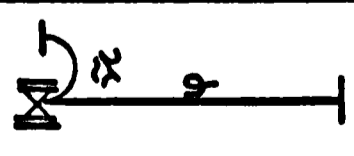
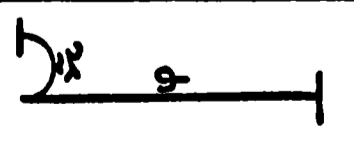
b) În situații când stabilirea exactă a rigidității reaze-
melor devine o operație laborioasă și se preferă utilizarea gra-
delor de încastrare, a căror valoare se impune. Controlând va-
riația forței critice cu modificarea gradului de încastrare
respectiv, se pot trage concluzii asupra ponderii pe care o
reprezintă acea legătură elastică în stabilitatea barei. Aseme-
nea date, completate cu un calcul, chiar aproximativ, al rigi-
dității reazemelor, pot deveni utile în rezolvarea mai rațio-
nală a conexiunilor elementelor din punctul de vedere al sta-
bilității. În această variantă programul poate rezolva acele
cazuri pentru care tipul rezemării la $\varphi = 0$ poate fi ca și la
punctul a), iar la $\varphi = 1$ unul din cele numerotate cu 2, 6, 7, 8,
12, 13, 14 sau 16 din tabelul 3, reținând deci numai acele ca-
zuri în care sînt anulate deplasările laterale ale cîte unui
punct al secțiunilor transversale de capăt ($k \rightarrow \infty$).

Pentru cea de a doua variantă, în programul STABIL sînt incluse expresiile de calcul automat ale rigidității reazemului de la $\varphi = 1$ în funcție de gradul de încăstrare pentru situațiile consemnate și în tabelele 35 și 36. Pentru a înlesni urmărirea programului din acest punct de vedere, în tabelul 43 sînt intabulate aceste expresii sub formă adimensională, utilizînd definiția (188) cu mărimile corespunzătoare din tabelele 35 și 36 și notațiile (120), (142 ...145) din partea I-a a lucrării. Ultimele două expresii sînt folosite succesiv printr-un calcul iterativ în cazul cînd se impun valori finite ambelor grade de încăstrare (φ_x și φ_y).

Tabelul 43

Tipul rezemării	VALOAREA RIGIDITĂȚII DE LA $\vartheta=1$	Notația FORTRAN	Eticheta în programul principal „STABIL”
	$\tilde{K}_1 = \frac{4}{\frac{1}{S_K} - 1}$	BK2	20
	$K_1 = \frac{4(K_0 + 3)}{(\frac{1}{S_K} - 1)(K_0 + 4)}$	BK2	17
	$\tilde{K}_1 = \frac{1}{\frac{1}{S_K} - 1} \frac{g_1^{3/2}}{\sqrt{g_1} - \text{th}\sqrt{g_1}}$	BK4	36

Tabelul 43
(continuare)

Tipul rezemării	V A L O A R E A R I G I D I T Ă Ţ I I D E L A $\varphi=1$	Notația	Eticheta în programul principal „STABIL”
	$\tilde{x} = \frac{1}{\frac{1}{g_x} - 1} \cdot \frac{g_1^{3/2}}{\sqrt{g_1} - 2 \operatorname{th} \frac{\sqrt{g_1}}{2}}$	BK4	34
	$\tilde{x} = \frac{1}{\frac{1}{g_x} - 1} \sqrt{g_1} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{g_1} - \sqrt{g_1} \operatorname{ch} \sqrt{g_1}}{2(\operatorname{ch} \sqrt{g_1} - 1) - \sqrt{g_1} \operatorname{sh} \sqrt{g_1}}$	BK3	30
	$\tilde{x} = \frac{1}{\frac{1}{g_x} - 1} \frac{\sqrt{g_1}}{\operatorname{th} \sqrt{g_1}}$	BK3	40

Tabelul 43
(continuare)

Tipul rezemării	V A L O A R E A R I G I D I T Ă T I I D E L A $\vartheta = 1$	Notăția FORTRAN	Eticheta în programul principal „STABIL”
$\begin{matrix} \varphi \\ \tilde{x} \\ \varphi \end{matrix} \left[\begin{matrix} \text{---} \\ \tilde{x} \\ \text{---} \end{matrix} \right]$	$\tilde{x} = \frac{1}{\frac{1}{\tilde{x}} - 1} \cdot \frac{\text{ch}\sqrt{g_1} - 1}{\sqrt{g_1} \text{ch}\sqrt{g_1} + \tilde{x} \text{sh}\sqrt{g_1}} \left[\sqrt{g_1} \text{sh}\sqrt{g_1} - \tilde{x}(1 - \text{ch}\sqrt{g_1}) \right] + \sqrt{g_1} - \text{sh}\sqrt{g_1}$	BK4	030
$\begin{matrix} \varphi \\ \tilde{x} \\ \varphi \end{matrix} \left[\begin{matrix} \text{---} \\ \tilde{x} \\ \text{---} \end{matrix} \right]$	$\tilde{x} = \frac{1}{\frac{1}{\tilde{x}} - 1} \sqrt{g_1} \frac{\text{ch}\sqrt{g_1} \left[\tilde{x} \text{th}\sqrt{g_1} (\text{ch}\sqrt{g_1} - 1) + \tilde{x} (\text{sh}\sqrt{g_1} - \sqrt{g_1}) + g_1^{3/2} \right]}{\text{sh}\sqrt{g_1} \left[\tilde{x} (\text{sh}\sqrt{g_1} - \sqrt{g_1}) + g_1^{3/2} \right] + \tilde{x} (\text{ch}\sqrt{g_1} - 1)^2}$	BK3	Între 030 - 020

II.2.3 Calculul automat al parametrului critic

(STABIL - Anexa Nr.2) și discuția rezultatelor.

Pentru a urmări influența condițiilor de rezemare asupra valorii parametrului critic a flambajului prin încovoiere-răsucire, valoarea parametrilor geometrici s-a ales în așa fel, ca să corespundă unei bare sensibile la acest mod de pierdere a stabilității, cum sînt barele cu pereți subțiri formate la rece avînd secțiunea transversală \sqcap . Astfel valorile $g_2=0,07$ și $g_3=0,8$ corespund satisfăcător unui asemenea profil cu dimensiuni medii din gama de profile care se laminează în mod curent, iar pentru g_1 care depinde și de lungimea geometrică a barei au fost alese patru valori: 2, 25, 50 și 100.

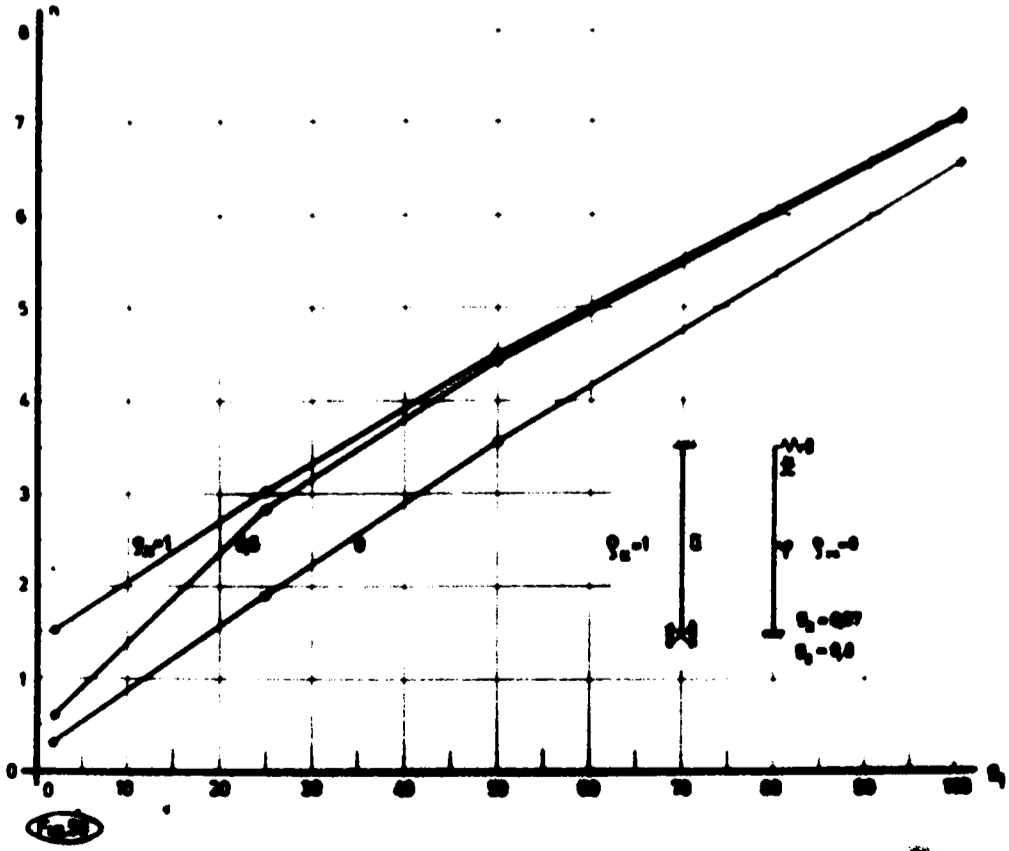
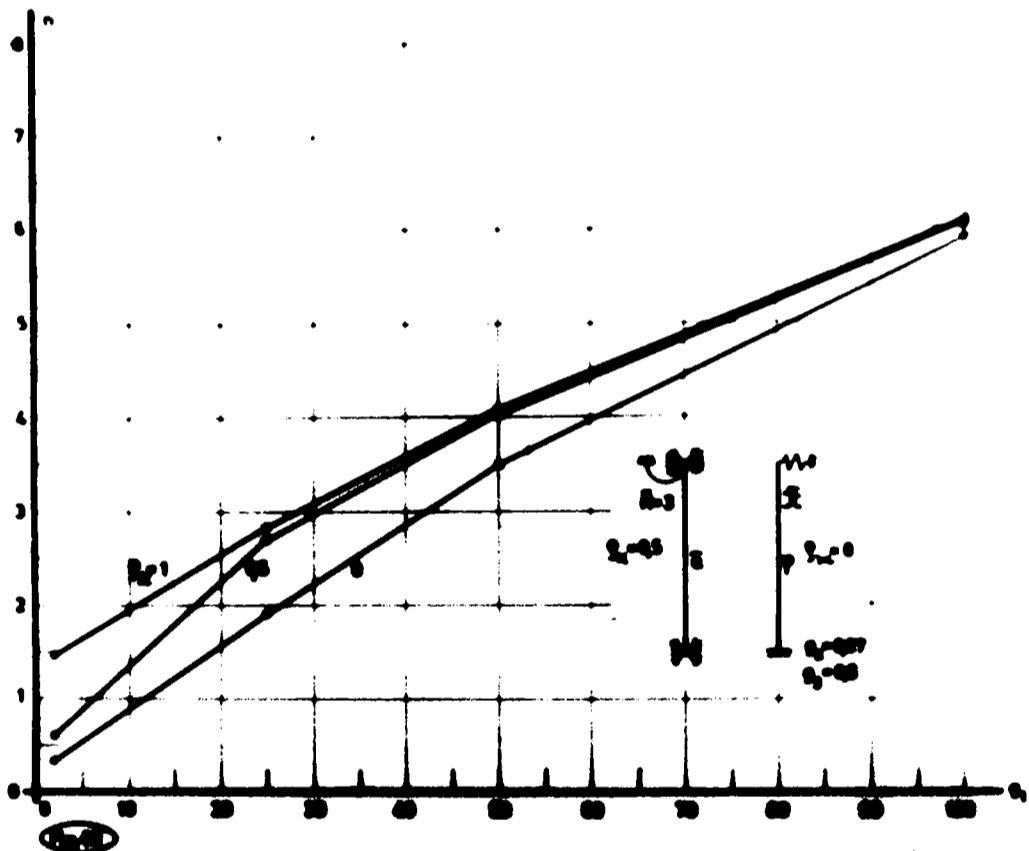
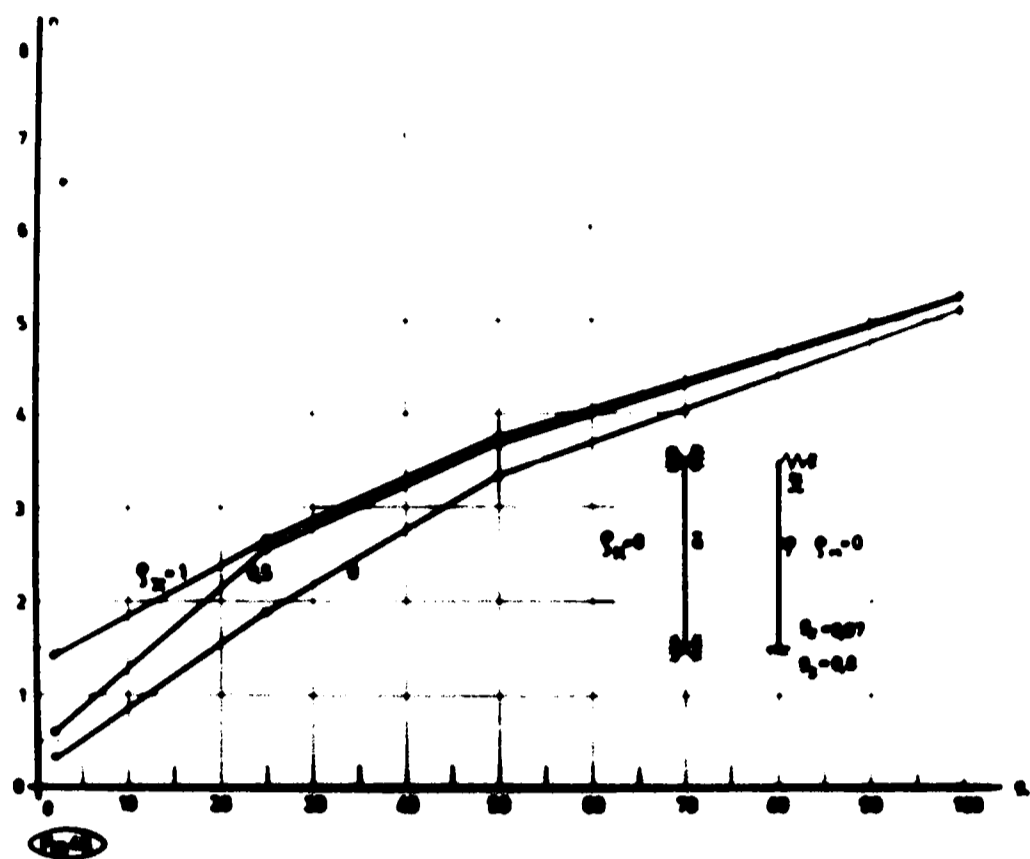
Condițiile de rezemare au fost astfel alese încît să modeleze un stîlp de cadru. În mod obișnuit, partea inferioară a stîlpului se consideră articulată din punctul de vedere al încovoierii (în direcția perpendiculară pe planului cadrului), iar din punctul de vedere al răsucirii, care însoțește încovoierea laterală, alcătuirea constructivă a capucului acestuia îndreptățește considerarea acestei extremități ca fiind încastrate ($\psi = \psi' = 0$). La partea superioară condițiile de rezemare pot fi diferite în funcție de restul structurii din care face parte bara studiată. În ce privește valoarea constantei elastice \tilde{k} , aceasta a fost aleasă infinită, considerînd că rigiditatea contravînturilor longitudinale se încadrează în observația făcută în paragraful II.1.3 al lucrării referitoare la rezultatele intabulate în tabelul 32. Nr.crt.1...10. Pentru celelalte trei constante elastice (\tilde{K} , $\tilde{\alpha}$ și $\tilde{\chi}$) afară de valorile lor extreme

(0 și ∞), au mai fost considerate și acelea care rezultă în expresiile din tabelul 43 în ipoteza $\varrho_K = \varrho_m = \varrho_x = 0,5$.

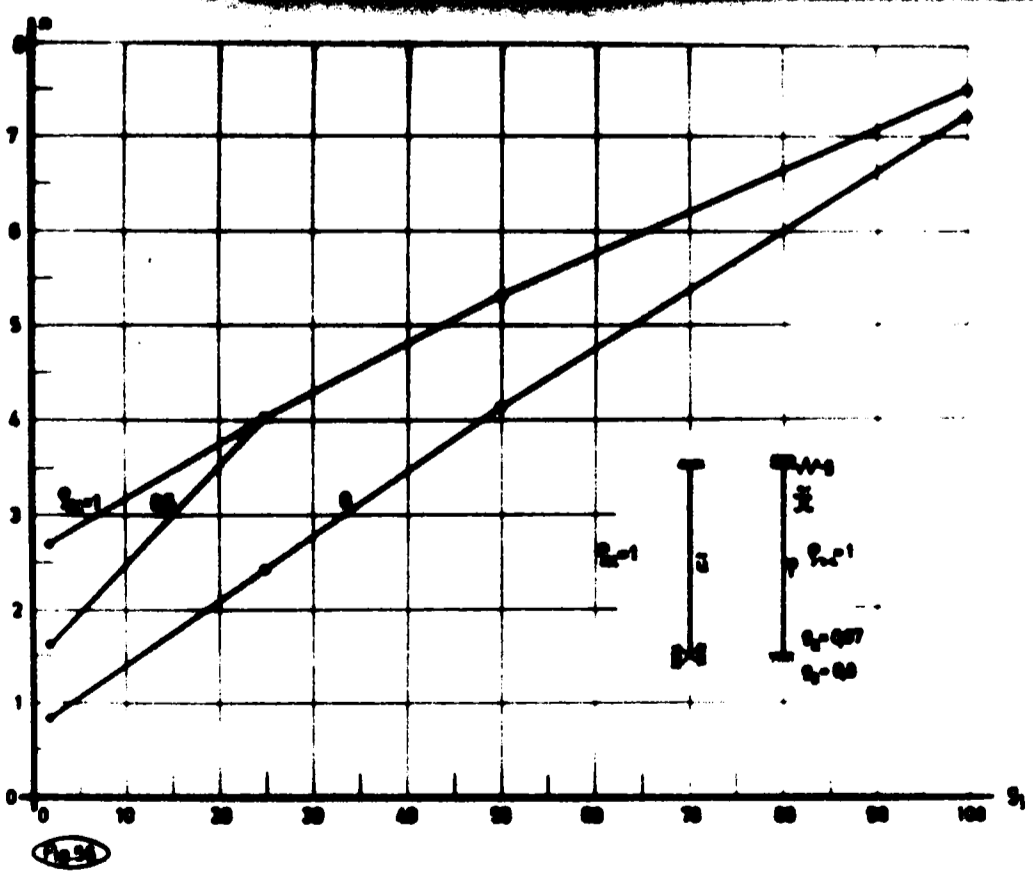
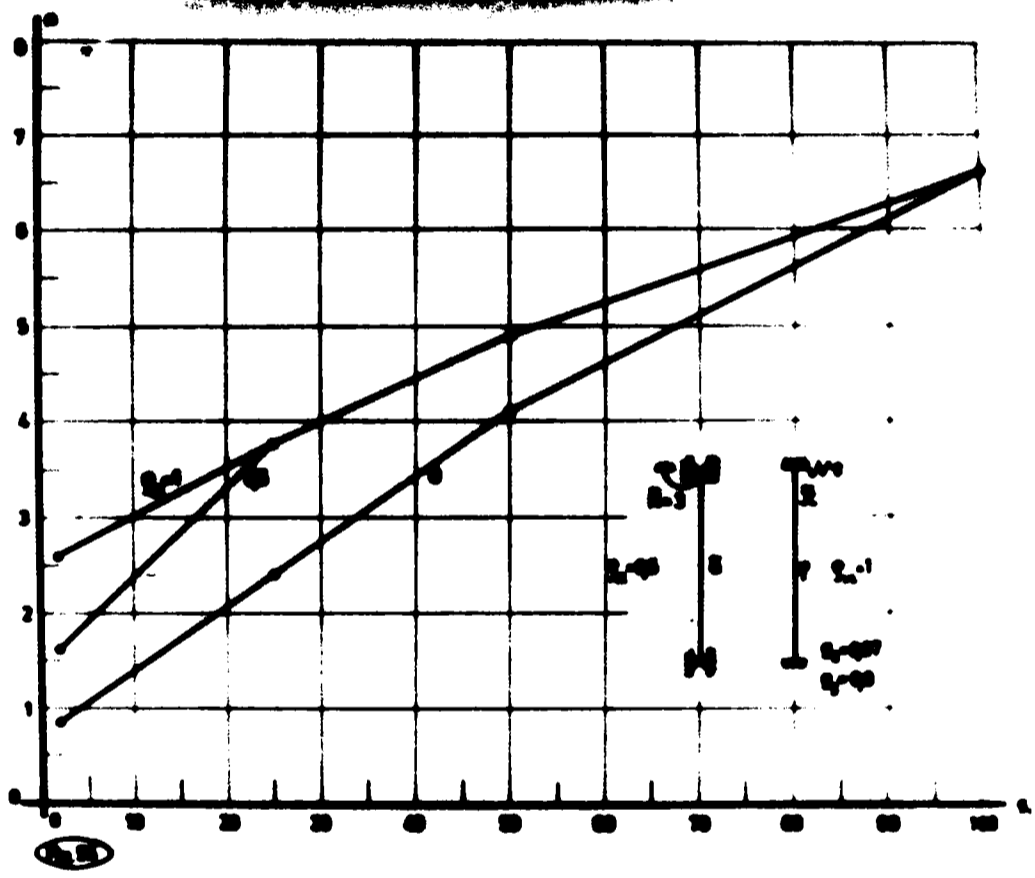
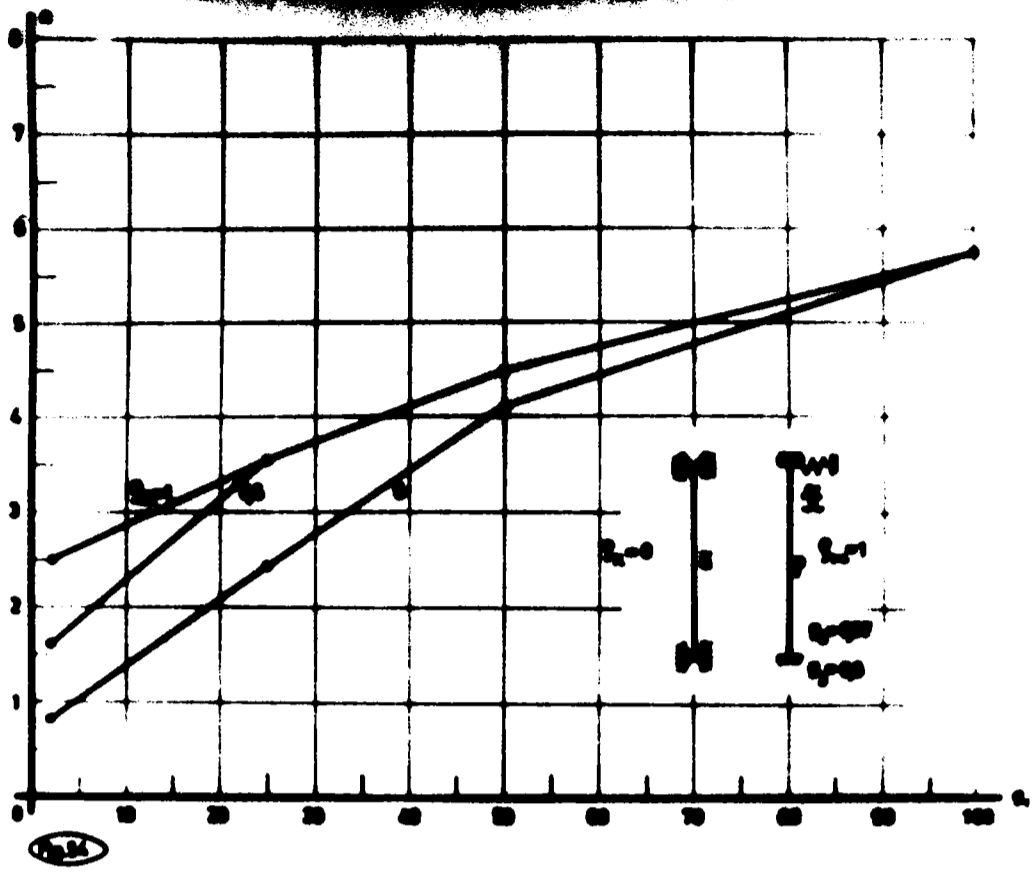
Rezultatele astfel obținute (comunicate parțial la Colocviul internațional din 23-24 noiembrie 1972 de la Paris, cu privire la stâlpii comprimați centric [34] sînt prezentate prin diagramele din figurile 48 ... 56 care ilustrează (în ipoteza $\tilde{a} = \tilde{b} = 0$) efectele celor trei componente \tilde{K} , \tilde{r} și \tilde{K} care definesc rigiditatea reazemului în ansamblu. Pe fiecare figură sînt reprezentate cîte trei curbe corespunzătoare celor trei valori ale gradului de încastrare (ϱ_x) a rotirii din răsucire a secțiunii transversale superioare. Modificarea rigidității \tilde{K} se poate urmări pe trei figuri consecutive, în primul grup de trei figuri (fig. 48 ... 50) strîmbarea liniei mediane a secțiunii de capăt fiind liberă ($\varrho_m = 0$), în al doilea grup (fig. 51 ... 53) parțial împiedicată ($\varrho_m = 0,5$) și în cel de al treilea grup de figuri (fig. 54 ... 56) fiind total împiedicată ($\varrho_m = 1$).

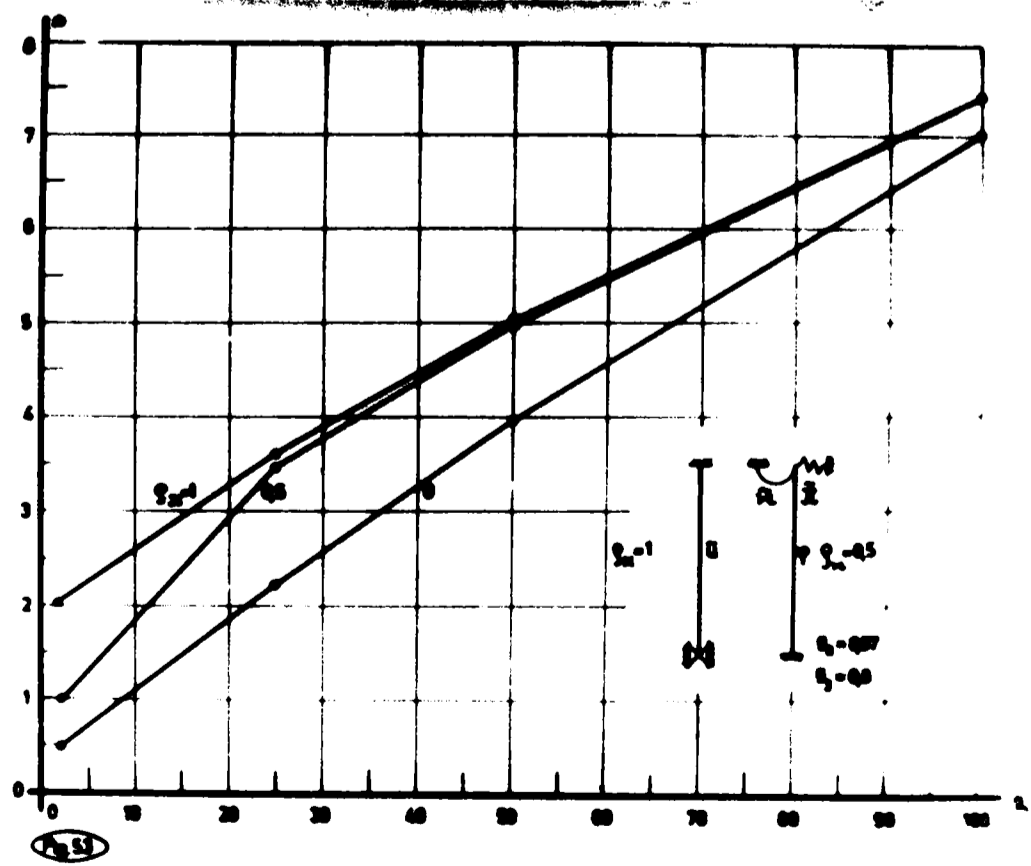
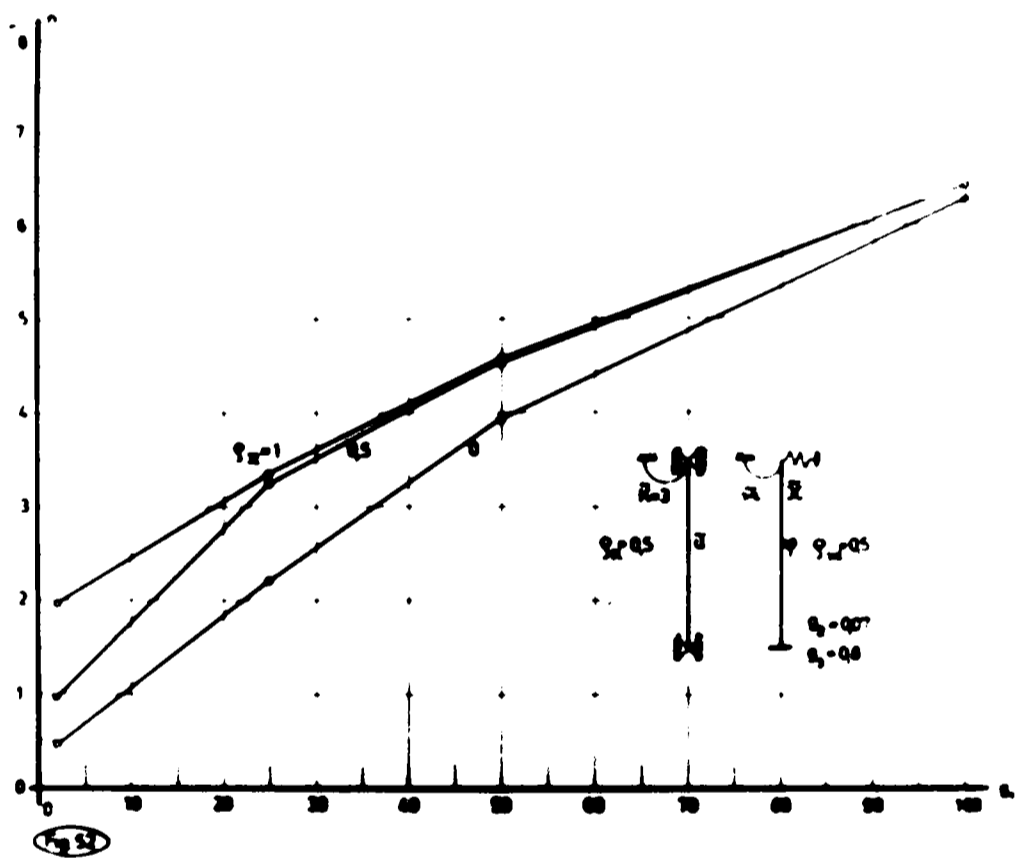
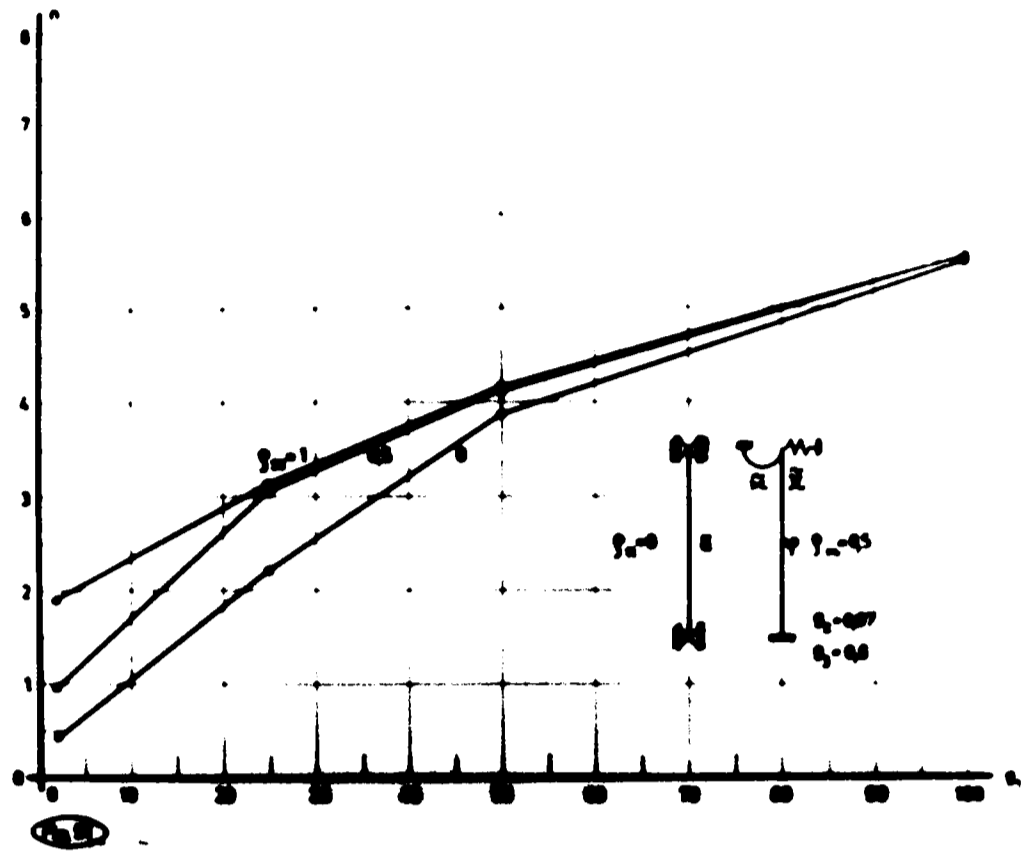
Pentru a putea trage concluzii directe din aceste diagrame, dat fiind faptul că parametrul g_1 conține în expresia lui pe lîngă caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale și pătratul lungimii (l^2) diagramele din figura 50 s-au retrasat în așa fel încît s-a menținut ca variabilă numai lungimea geometrică a barei. Se observă că în domeniul $g_1 \leq 25$ variația gradului de încastrare ϱ_x are un efect mult mai mare (figura 57).

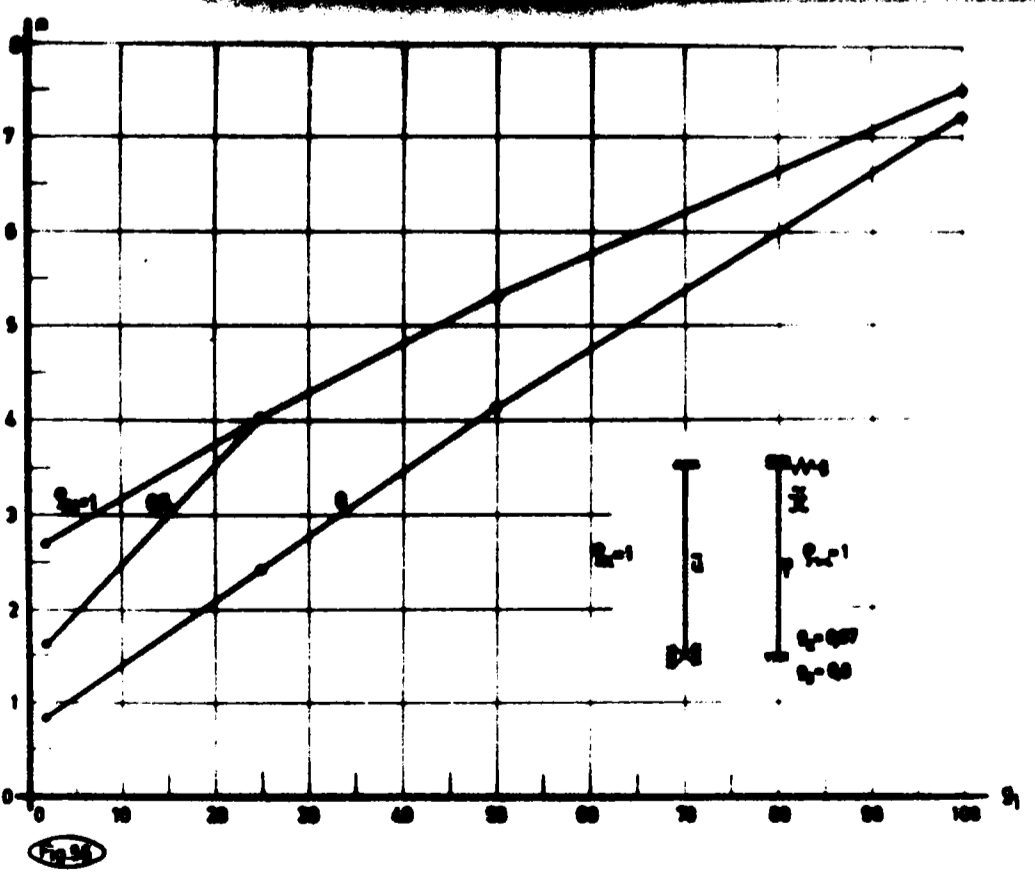
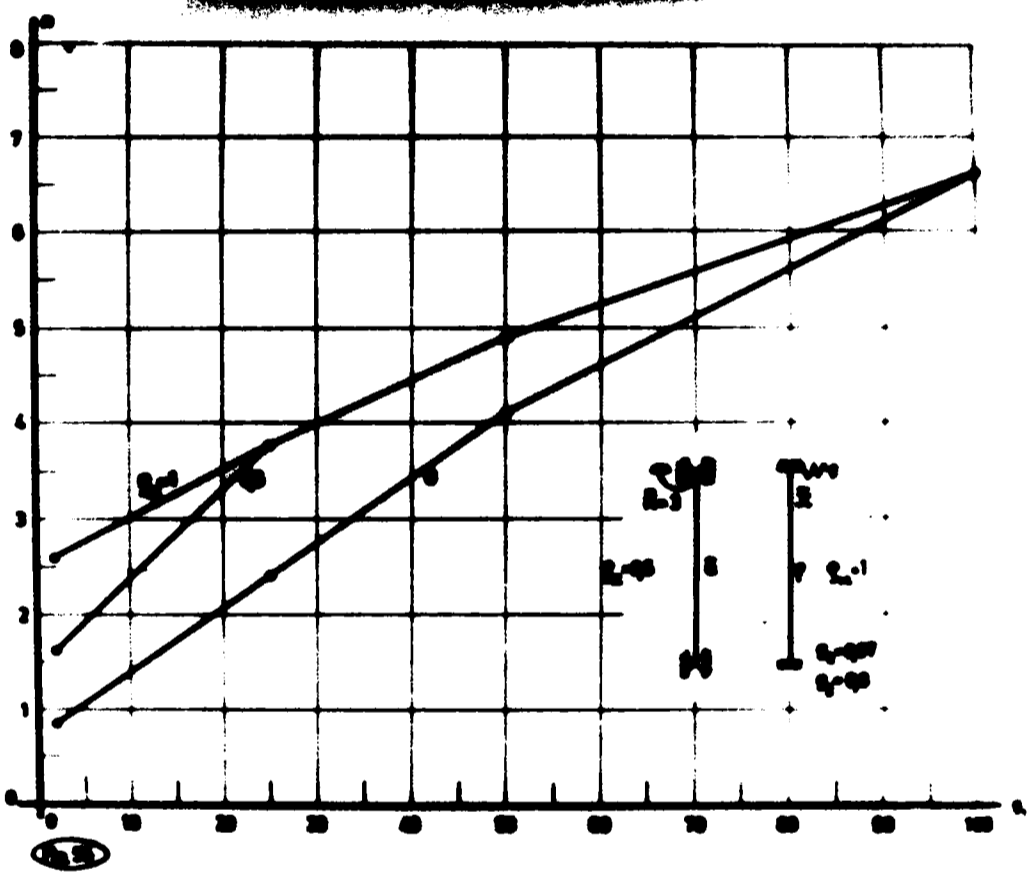
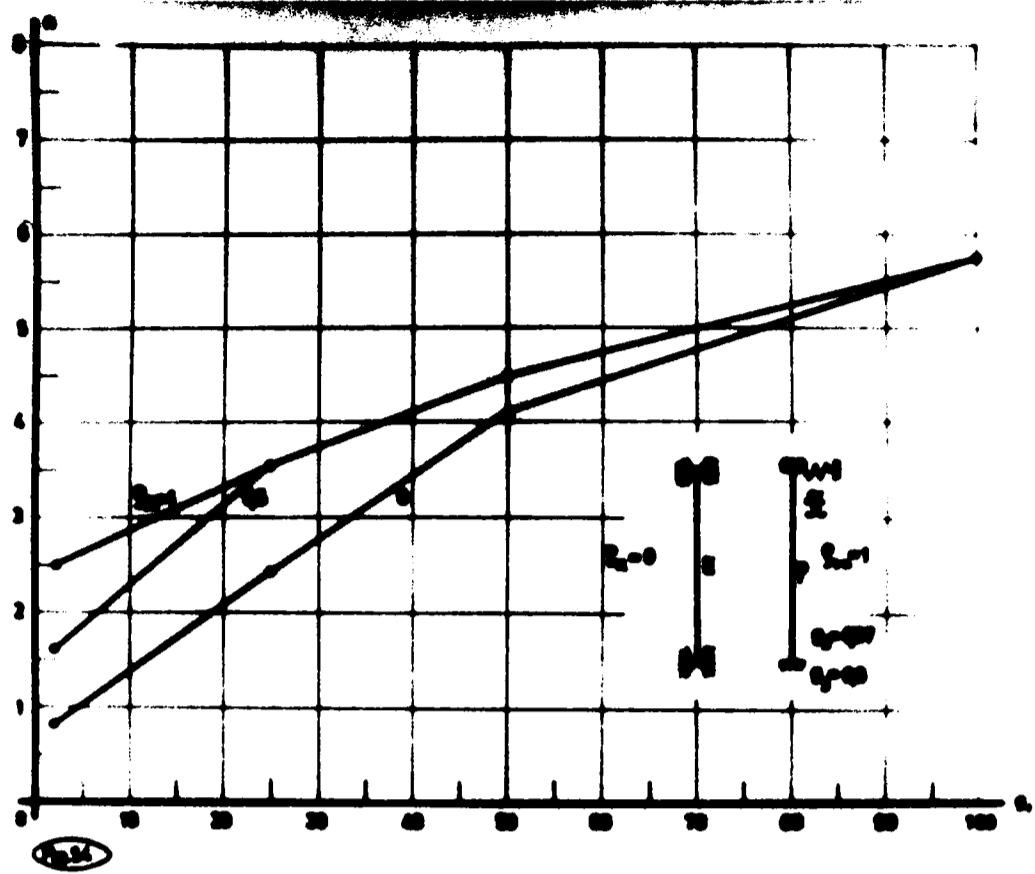
Din aceste diagrame se poate observa că pentru $g_1 \geq 25$ un grad de încastrare $\varrho_x = 0,5$ face ca valoarea parametrului critic n să se apropie simțitor de cea corespunzătoare unui grad de încastrare limită $\varrho_x = 1$ (de exemplu fig. 48 ... 50),



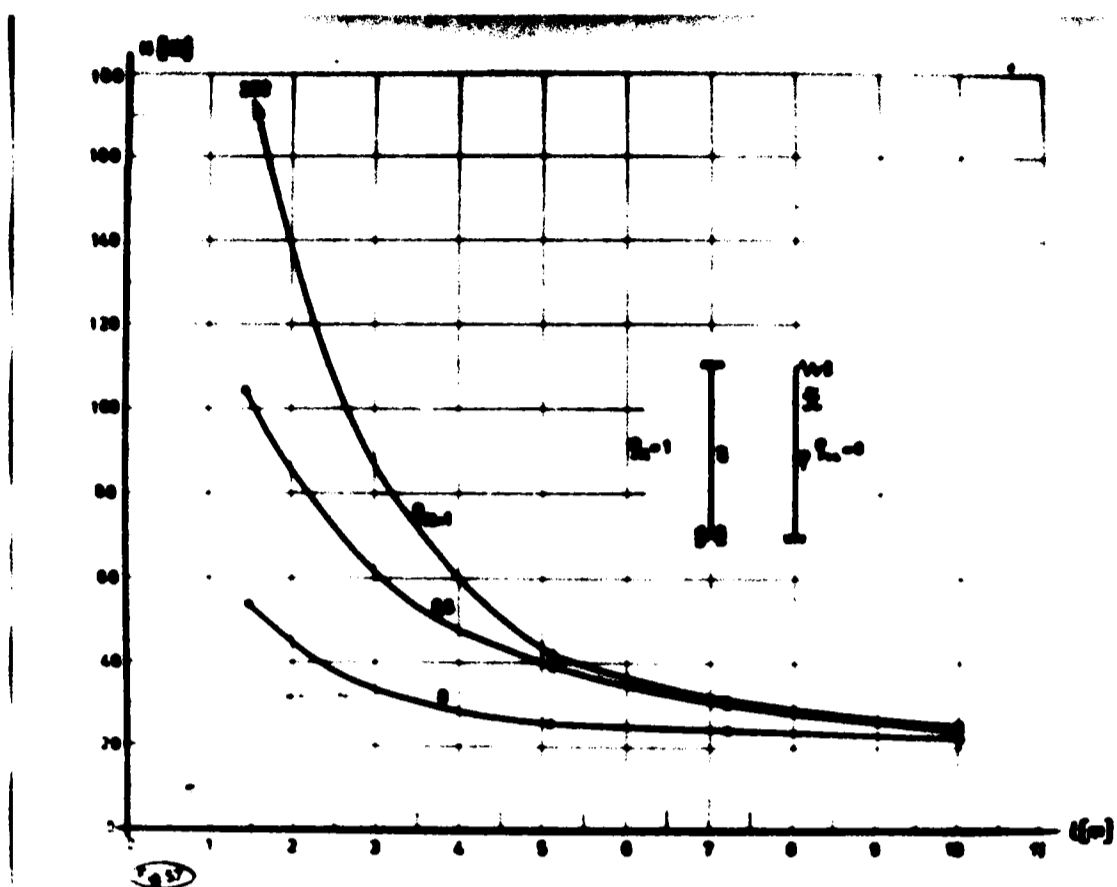
INSTITUT
TIA
BIBLIOTECA CENTRALA







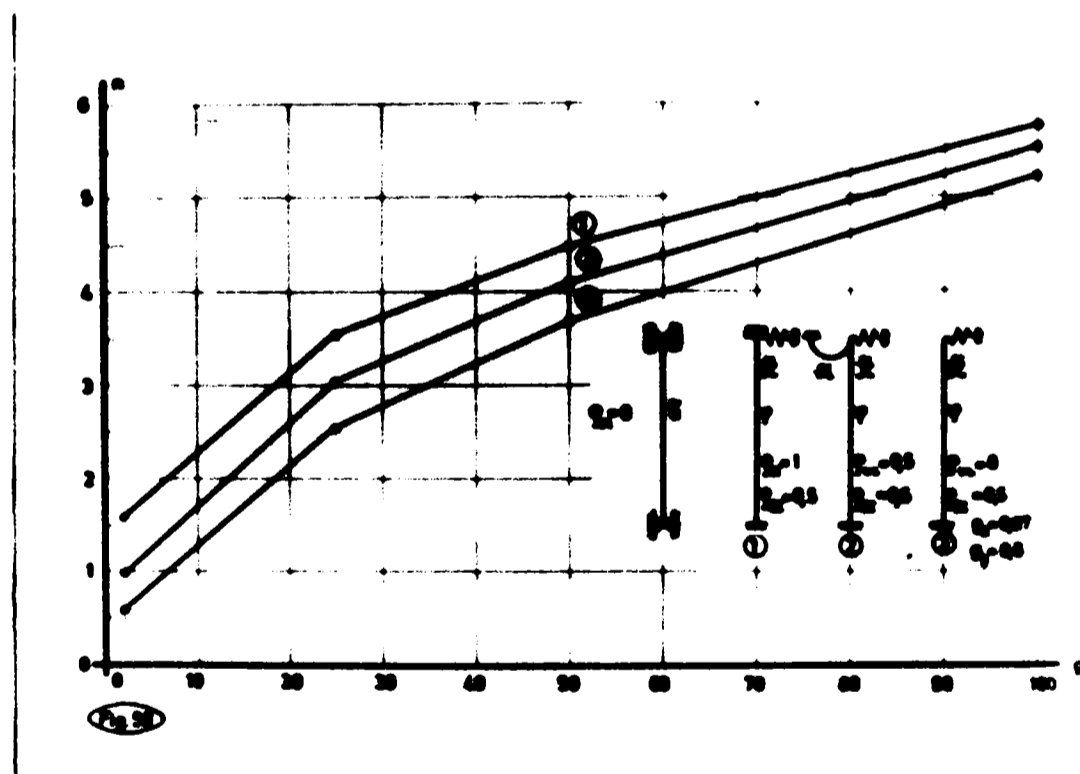
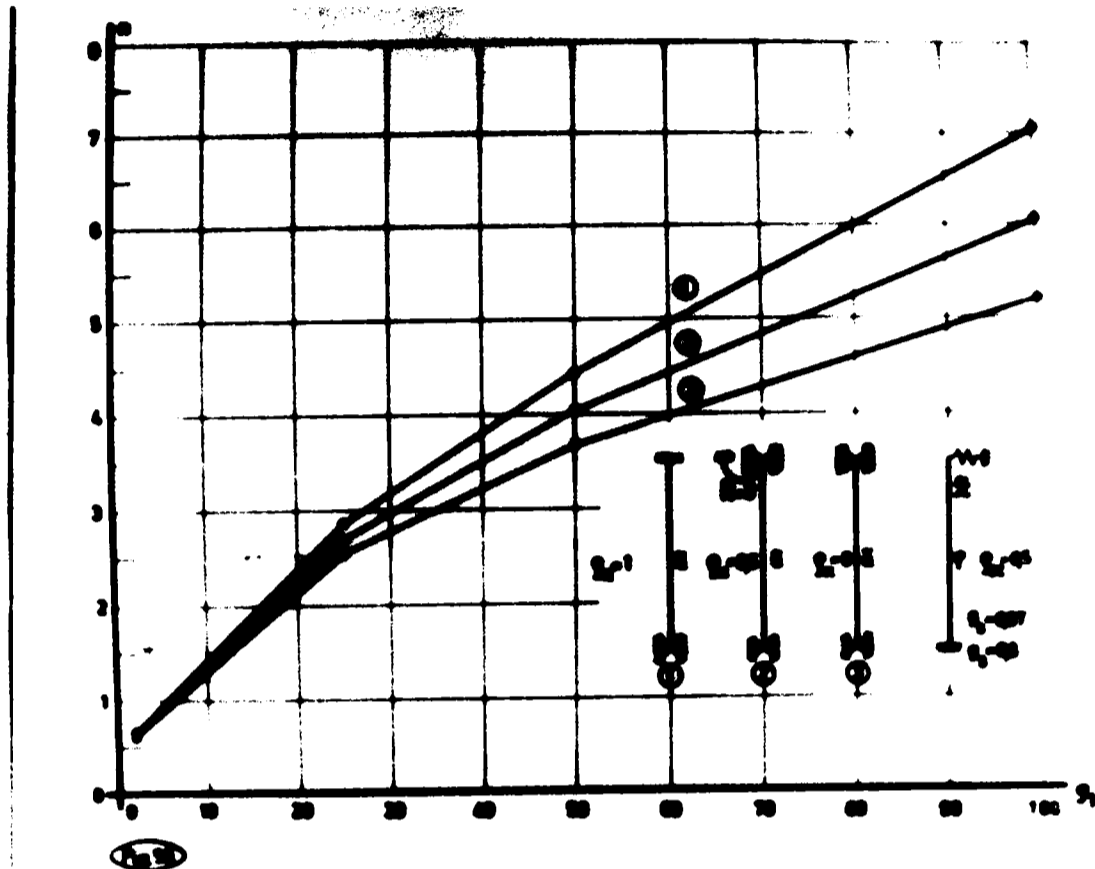
și aceasta cu atât mai mult cu cât gradul de încastrare la



strîmbare φ_{κ} este mai mare (de exemplu diagramele din primul grup de figuri în comparație cu cele din al treilea grup). Se poate deci trage concluzia că în domeniul $g_1 \gg 25$ este inutil ca rigiditatea acestor legături ($\tilde{\mathcal{K}}$) să fie excesiv de mare. (Ținînd seama de alura reală a curbelor intermediare observația poate fi valabilă și pentru valori mai mici decît 25).

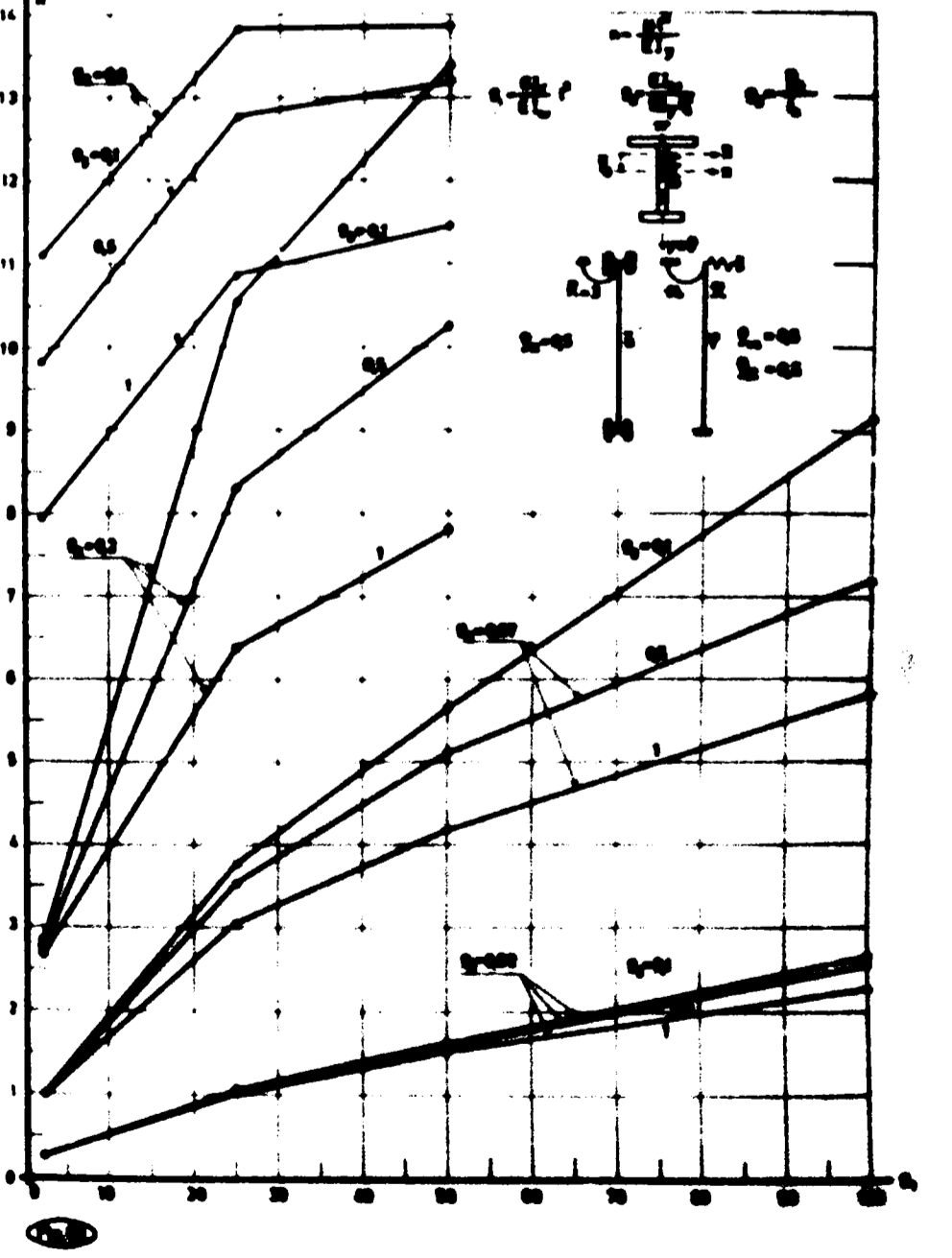
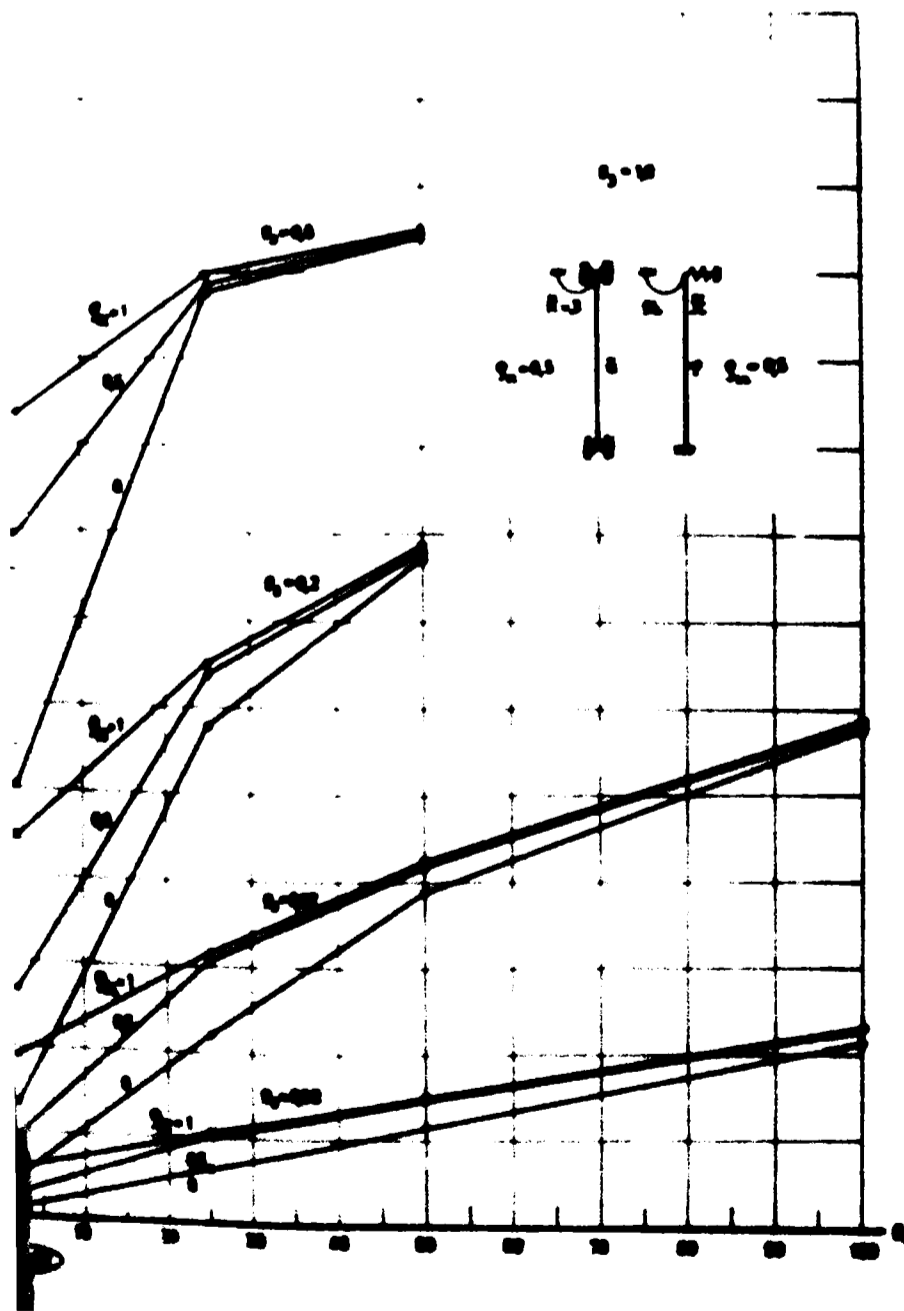
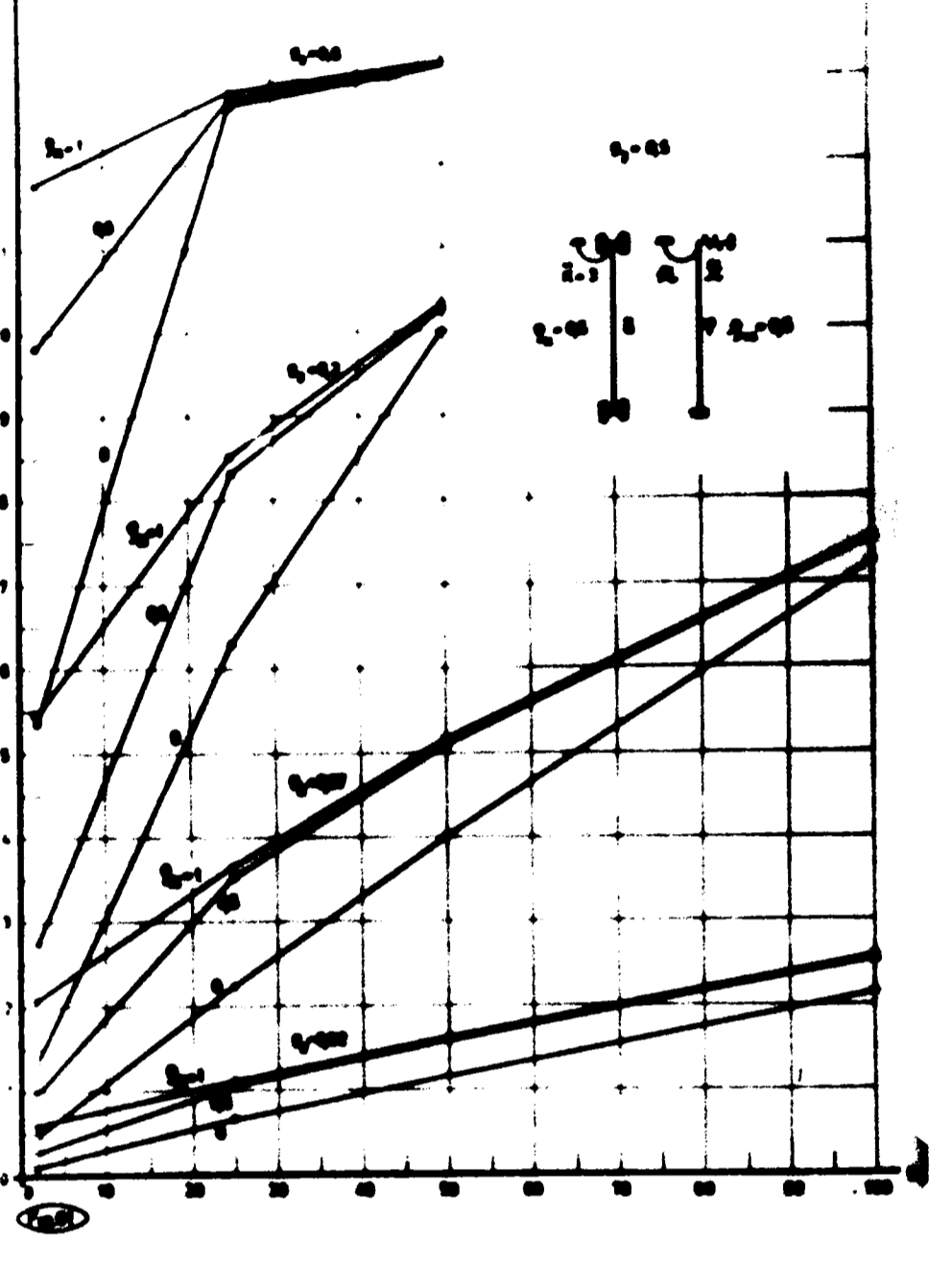
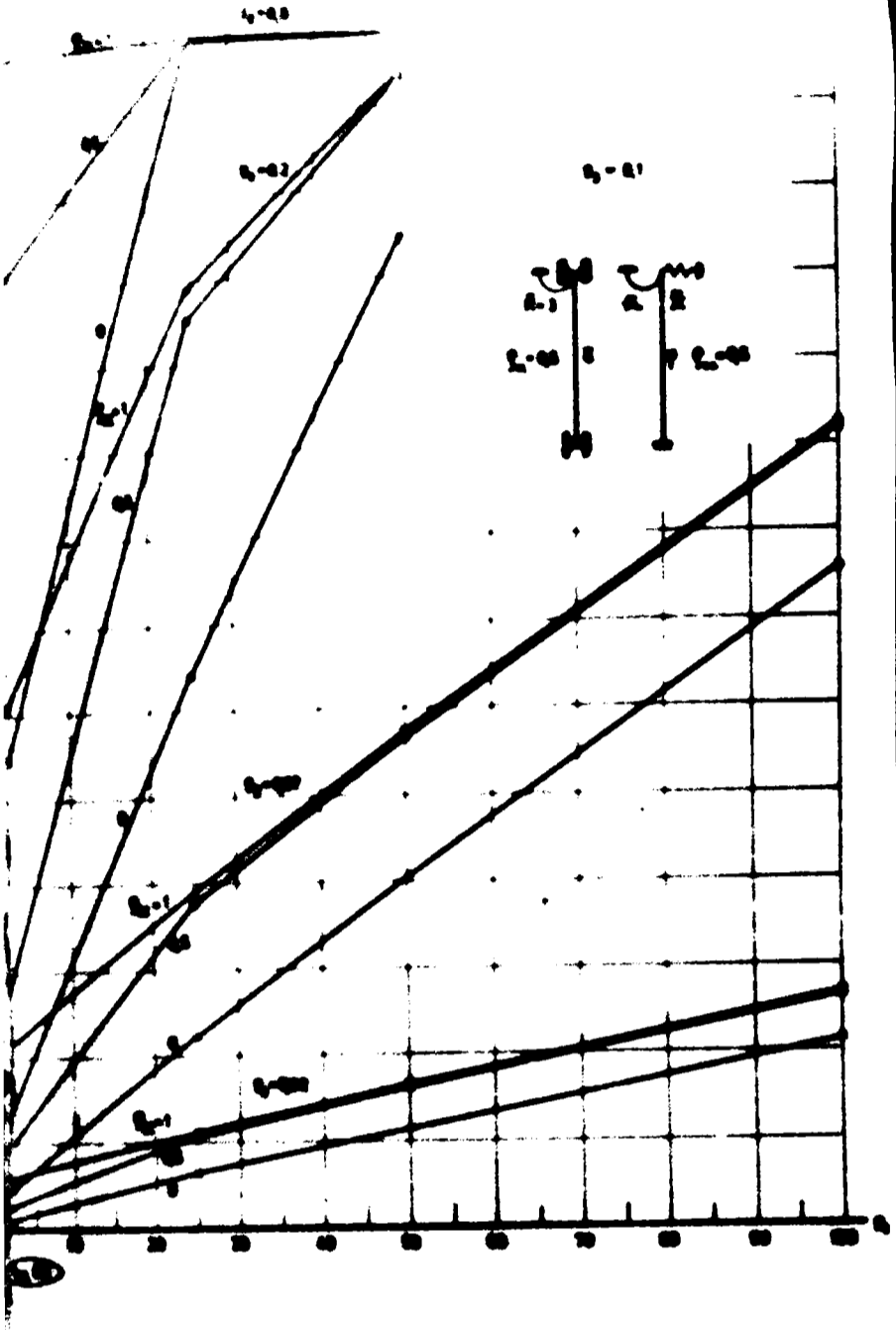
De asemenea, o analiză comparativă a diagramelor din figurile 48, 49, 50 pe de o parte respectiv 48, 51, 54 pe de altă parte, arată că în acole situații cînd se mărește rigiditatea legăturilor privind rotația din încovoiere ($\tilde{\mu}'$), creșterea procentuală a parametrului critic n este mai mare în domeniul valorilor g_1 mari, unde predomină flambajul prin încovoiere, în timp ce în privința creșterii rigidității legăturilor privind cealaltă componentă a fenomenului și anume rotirea și strîmbarea din răsucire (φ, φ'), creșterea procentuală mai mare a parametrului critic se înregistrează în domeniul valorilor reduse

ale lui ξ_1 . Pentru a urmări mai ușor acest aspect al problemei au fost trasate curbele din figura 58, în cazul când se variază



rigiditatea legăturii privind rotația din încovoiere, și curbele din figura 59 corespunzătoare varierii rigidității privind strîmbarea liniei mediane a secțiunii transversale.

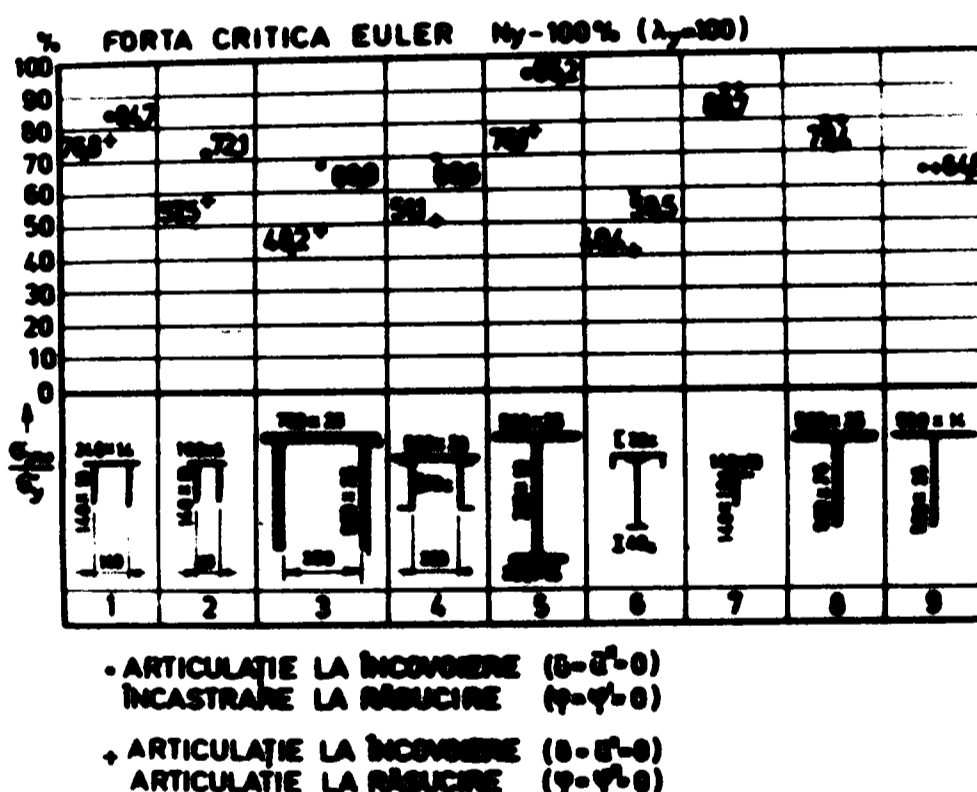
Influența celorlalți doi parametri geometrici g_2 și g_3 a fost urmărită pentru patru valori g_2 (0,02; 0,07; 0,2; 0,8) și trei valori g_3 (0,1; 0,5; 1,0), cu ajutorul schemei de rezemare din figura 52, pentru fiecare combinație de valori g_1 , g_2 și g_3 considerând trei valori ale gradului de încăstrare ξ_x (0; 0,5; și 1). Reprezentând valorile parametrului critic pentru o valoare g_3 constantă, în funcție de g_1 și parametric cu g_2 se obțin curbele din figurile 60 ... 62. Rezultă că pentru valori g_3 din ce în ce mai mari, parametrul critic n își micșorează valoarea. Figura 63 ilustrează patru grupe de curbe, extrase din diagramele de mai sus, prin care se poate urmări mai ușor această corelație. Explicația rezidă în semnificația geometrică a parametrului g_3 care este proporțional cu distanța între cele două centre semnificative ale secțiunii transversale. Dacă această distanță crește, forța de compresiune centrică dă, prin componenta ei transversală în deformată secundară a echilibrului indiferent, un efect nefavorabil mai pronunțat. De asemenea, valori mari ale acestui parametru se pot interpreta ca o reducere a rigidității barei la răsucire, astfel încât o legătură de capăt mai rigidă din punctul de vedere a răsucirii nu poate influența prea mult valoarea parametrului critic (fig. 60 ... 62). Din figura 63 rezultă de asemenea, că aprecierea sensibilității unei bare la flambajul prin încovoiere-răsucire nu poate fi făcută doar prin intermediul parametrului g_3 (a cărei expresie înlesnește raționamentul mecanic) ci în ansamblul celorlalți parametri geometrici. Astfel de exemplu, la valori mici ale parametrului geometric g_1 (corespunzătoare unor bare scurte sau având o rigiditate la răsucire liberă redusă) și valori mari ale parametrului geometric



g_2 (corespunzătoare unor rigidități la încovoiere reduse) parametrul critic n poate fi mult influențat de modificări ale celui de-al treilea parametru g_3 ; tot astfel, importanța acestuia din urmă crește procentual dacă bara este caracterizată prin valori g_1 mari și g_2 mici, ceea ce rezultă direct din aspectul curbelor (fig.63). (La valori g_2 mici curbele coresponzătoare diferitelor valori g_3 sînt divergente cu creșterea valorii parametrului g_1 pe cînd la valori mari ale parametrului g_2 acestea devin convergente).

In contextul acestor remarci, valorile numerice din tabelul 44 extras din [40], referitoare la sensibilitatea barei

Tabelul 44



la flambajul prin încovoiere-răsucire pe de o parte și la influența împiedicării strîmbării liniei mediane a secțiunilor transversale de capăt pe de altă parte, pot fi interpretate și justificate direct prin intermediul celor trei parametri geometrici g_1 , g_2 și g_3 . In acest fel nu mai este necesară clasi-

ficarea formelor secțiunilor transversale sau urmărirea rapoartelor dintre lățimea și grosimea platbenzilor care compun secțiunea, prin care autorul din [40] încearcă să motiveze valorile numerice înscrise în tabel, criterii care de altfel sînt insuficiente pentru a putea cuprinde fenomenul complex al flambajului prin încovoiere-răsucire.

Tabelul 45

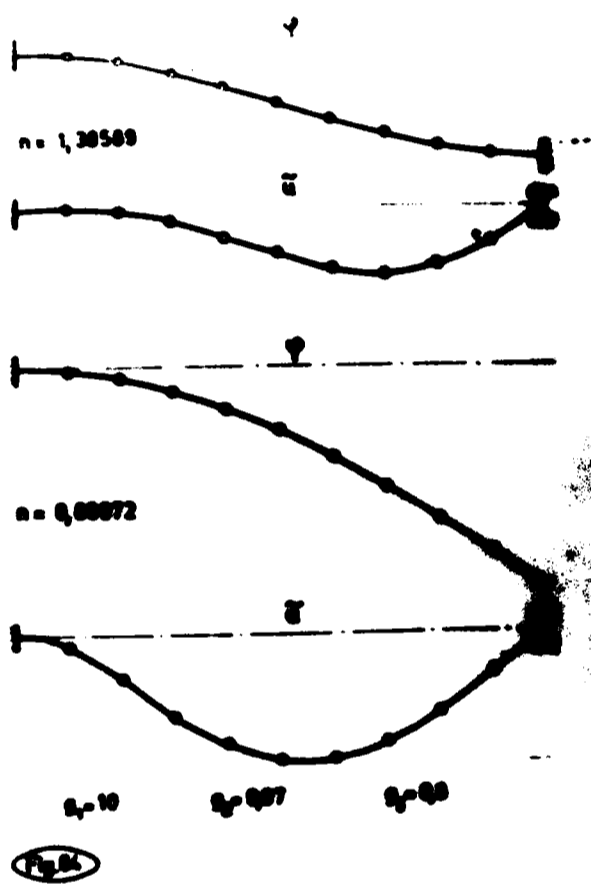
Sect. nr.	g_1	g_2	g_3
1	96,30	0,101	0,640
2	55,30	0,102	0,805
3	31,00	0,105	0,755
5	0,15	0,593	0,376

Calculînd valorile parametrilor g_1 , g_2 și g_3 pentru barele avînd secțiunea Nr.1, 2, 3 și 5 din tabelul 44 (menținînd condiția $\lambda_y=100$) se obțin valorile din tabelul 45. Pentru barele Nr. 1,2 și 3 parametrul g_2 este practic același iar valorile g_3 mari,

relevă faptul că este vorba de secțiuni sensibile la flambajul prin încovoiere-răsucire. Totuși, reducerea procentuală a încărcării critice, datorită efectului nefavorabil al răsucirii față de valoarea critică corespunzătoare flambajului prin încovoiere, este cu atît mai mare cu cît valoarea parametrului g_1 este mai mică (76,8 - 57,5 respectiv 48,2%). În ce privește bara cu secțiune Nr.5, cu avantajul de a avea un parametru g_3 mai mic, prin valoarea deosebit de scăzută a parametrului g_1 și o valoare g_2 mai mare față de cea a barelor anterioare, înregistrează în tabelul 44 procentul de 76,1%. Valorile înscrise în tabel, care corespund cazului cînd se împiedică complet strîmbarea liniei mediane au de asemenea, justificarea în valorile parametrilor geometrici, în lumina celor arătate referitor la diagramele din figurile 48...59.

(Datorită formei particulare a secțiunilor Nr.7, 8 și 9 acestea au fost excluse din discuția de mai sus).

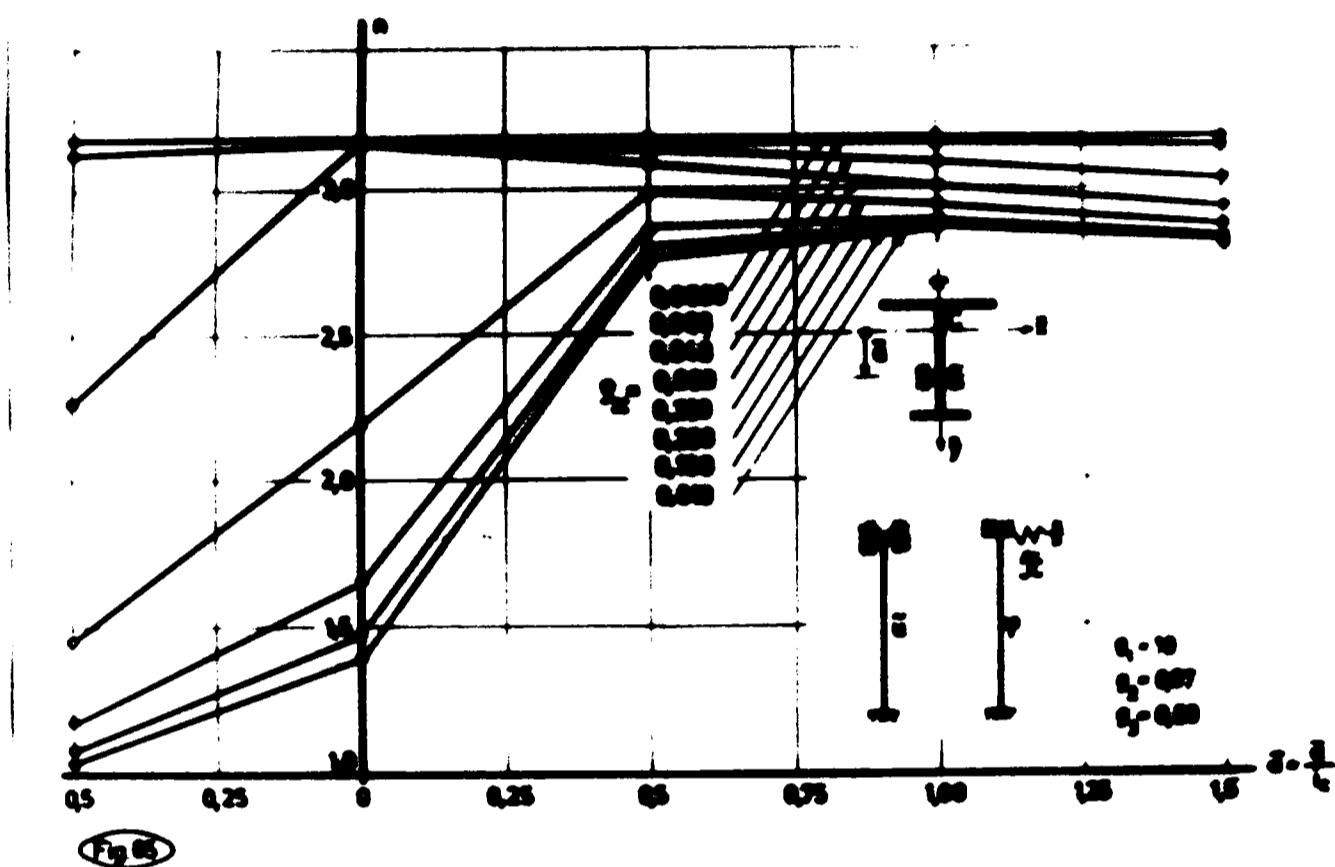
Cu posibilitatea de a obține automat deformatele corespunzătoare echilibrului indiferent s-a putut studia cu ajutorul acestora, aspectul calitativ al influenței diferiților parametri. Astfel de exemplu în figura 64, se poate remarca diferența



în alura axei \bar{z} deformate, în cazul unei bare la care strîmbarea liniei mediane a unei secțiuni transversale este împiedicată și apoi liberă. În cel de al doilea caz, rigiditatea în ansamblu a barei a scăzut și axa deformată reflectă această "înmuiere" în comparație cu primul caz. În completarea observațiilor făcute în paragraful II.1.3 al lucrării, privitoare la influența nivelurilor de aplicare a rezemărilor, s-au efectuat în plus și câteva calcule în formulare adimen-

sională, pe două scheme de rezemare, pentru valorile $g_1=10$, $g_2=0,07$ și $g_3=0,8$. Curbele din figura 65 ridicate pentru 8 valori ale gradului de încastrare ρ_x , arată că nivelul optim de plasare a reazemului simplu superior, depinde de rigiditatea la rotiri din răsucire a acestui reazem, și care cu scăderea acestei rigidități tinde spre poziția $\tilde{a}=+1$. În figurile 66...68, s-a reprezentat de asemenea variația parametrului critic în funcție de nivelul adimensional \tilde{a} , pentru următoarele valori ale constantelor elastice: $k=1000$; 100 și $1 \frac{\text{daN}}{\text{cm}}$ (sau $\tilde{k}=106,500$;

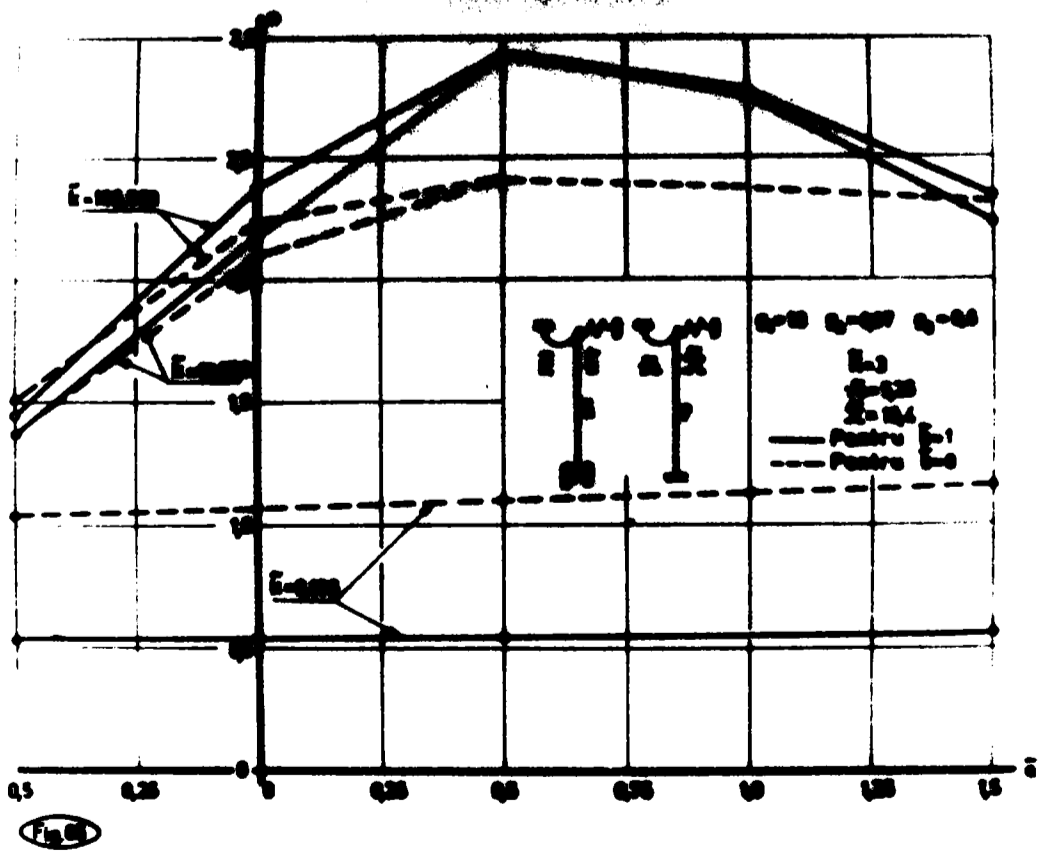
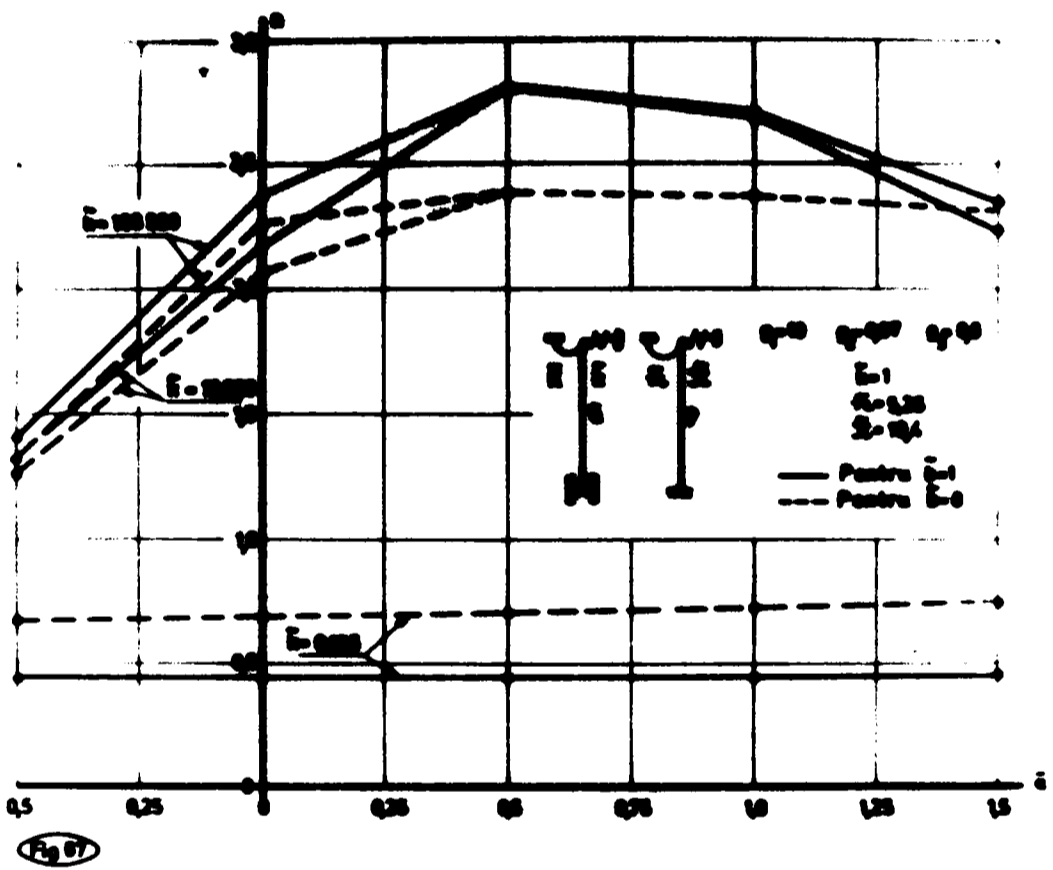
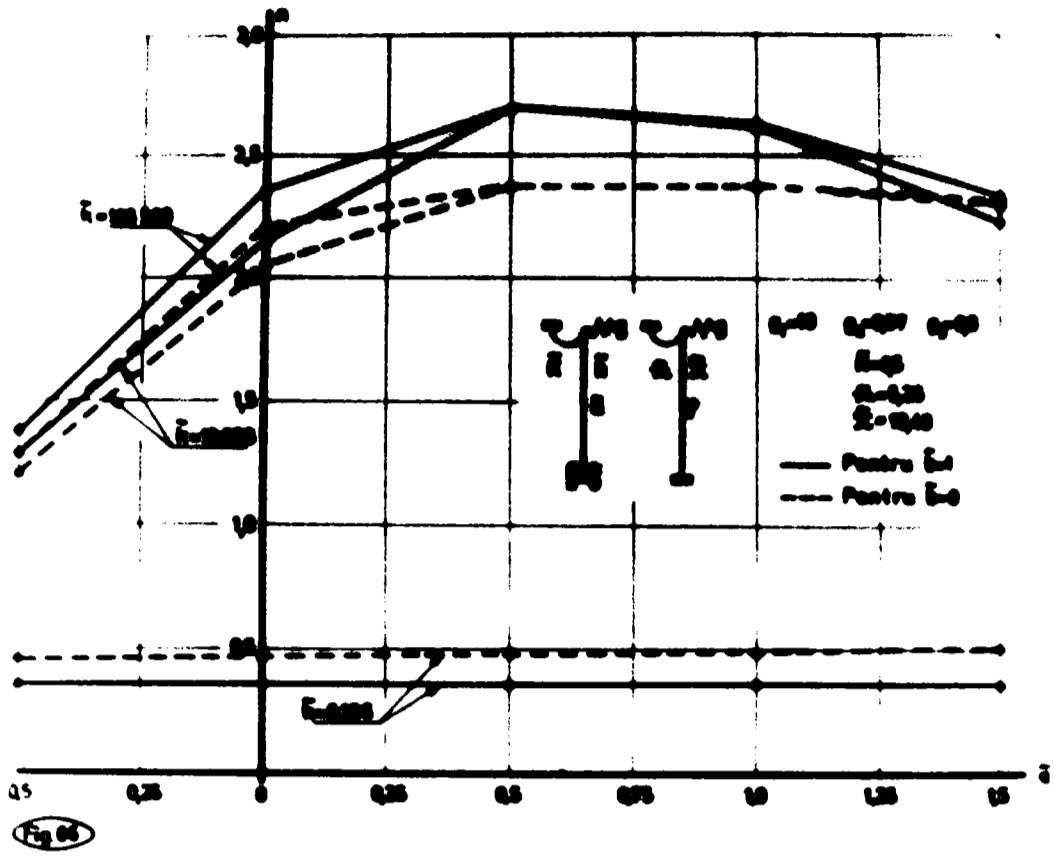
10,656 și 0,106), $K=3160 \cdot 10^3$; $1050 \cdot 10^3$ și $525 \cdot 10^3 \frac{\text{daNcm}}{\text{rad}}$
 (sau $\tilde{K} = 3$; 1 și 0,5), $\tilde{\kappa} = 5,26$ și $\tilde{\chi} = 19,40$, ultimele două



valori corespunzând unui grad de încastrare $\xi_{\kappa} = \xi_{\chi} = 0,5$. Pentru centrul de greutate al legăturii elastice K au fost considerate două poziții definite prin $\tilde{b}=0$ și $\tilde{b}=1$.

În condițiile acestui mod de rezemare, nivelul la care legătura elastică k devine mai eficientă este corespunzătoare valorii $\tilde{a}=+0,5$. Această poziție favorabilă nu este modificată nici de variația rigidității legăturii elastice K și nici de schimbarea poziției centrului de greutate al acestei legături. Pentru valoarea $k=1 \frac{\text{daN}}{\text{cm}}$, forța critică scade evident foarte mult și rămâne practic aceeași, indiferent de nivelul \tilde{a} .

Rezultă prin urmare că din punctul de vedere al stabilității unei bare comprimate, un rol important îl joacă și locul pe care îl ocupă pe axa de simetrie centrul de greutate al celor două legături elastice care privesc deplasările și rotirile din încovoiere (k și K), poziția optimă fiind dependentă de condițiile de rezemare de la extremități, dar fiind totdeauna de partea y-cilor pozitivi.



FOOTER
S U A R
K E M B A

II. 2.4 Imbunătățirea coeficienților β din formula Gol'denvojzer-Brezina.

În urma observațiilor făcute în paragraful II.12 al lucrării în legătură cu valorile forțelor critice obținute cu formula (173) s-a găsit necesar să se verifice precizia formulei prin considerarea unui număr cât mai mare de forme și dimensiuni de secțiuni transversale, de zvelteți de bară și condiții de rezemare. În acest scop formula (173) a fost transcrisă într-o formă adimensională, punându-se în evidență pe de o parte parametri definiți sub (119 ... 122) și pe de altă parte multiplicatorii lungimilor de flambaj la încovoiere μ_1 și răsucire μ_2 . Astfel cu definițiile amintite, cu

$$N_y = \frac{B}{(\mu_1 l)^2} \quad (190)$$

și

$$N_c = \frac{1}{i_c^2} \left[\frac{\pi^2 C_w}{(\mu_2 l)^2} + C \right] \quad (191)$$

formula (173) se poate scrie:

$$n_{cr} = \frac{\left(\frac{\pi}{\mu_1}\right)^2 + g_2 \left[\left(\frac{\pi}{\mu_2}\right)^2 + g_1\right] - \sqrt{\left\{\left(\frac{\pi}{\mu_1}\right)^2 + g_2 \left[\left(\frac{\pi}{\mu_2}\right)^2 + g_1\right]\right\}^2 - 4 \left(\frac{\pi}{\mu_1}\right)^2 g_2 \left[\left(\frac{\pi}{\mu_2}\right)^2 + g_1\right] (1 - \beta g_3^2)}}{2(1 - \beta g_3^2)} \quad (192)$$

Cele 1512 valori n_{cr} corespunzătoare combinațiilor posibile a 7 valori g_1 , 8 valori g_2 și 3 valori g_3 în 9 cazuri de rezemare a barei, au fost obținute cu ajutorul programului prezentat în Anexa Nr.3. Rezultatele listate de calculator sînt date în tabelul 46. Pentru a urmări mai ușor aceste valori se dă schema de mai jos, în baza formatului de tipărire utilizat de program.

Aşa cum rezultă din program, valorile încadrate (egale cu $0,1 \cdot 10^7$) corespund acelor combinații de parametrii geometrice pentru care rezultă o valoare n_{cr} imaginară.

Schemă pentru citirea valorilor n_{cr} din tabelul 46

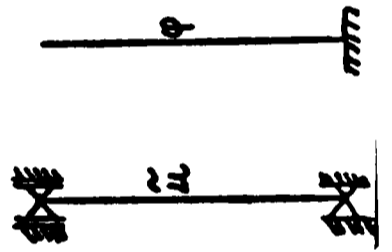
G1(1)	G3(1)	G3(2)	G3(3)	G3(1)	G3(2)	G3(3)	G3(1)	G3(2)	G3(3)
	G3(1)	G3(2)	G3(3)	G3(1)	G3(2)	G3(3)	G3(1)	G3(2)	G3(3)
							—	—	—
G1(2)									
							—	—	—
G1(7)	G2(1)			G2(2)			G2(3)		
	G2(4)			G2(5)			G2(6)		
	G2(7)			G2(8)			—	—	—

Reprezentînd grafic valorile parametrului critic în funcție de g_1 și parametric cu g_2 , se constată că alurile curbelor sînt în general asemănătoare cu cele din figurile 60 ... 62, oferind valori satisfăcătoare în cadrul unor estimări ale forțelor critice. Pentru cazurile de rezemare corespunzătoare valorilor $\beta = -0,07$ și $\beta = -6,88$ formula (173) conduce și la valori imaginare. Pentru a o putea utiliza și în asemenea situații a fost necesar să se corecteze valoarea coeficienților β . Această operație s-a făcut prin explicitarea lui β din (173) și calculul acestuia prin intermediul parametrului critic n_{cr} calculat separat prin procedul automat descris în partea I-a a lucrării, adică

Tabelul 46

MIU1= 1.0 .7 2.0
 MIU2= 2.0 .7 .5 1.0
 BETA= 1.32 .82 .78 .11 .07 1.45 .77 .01 .6.88

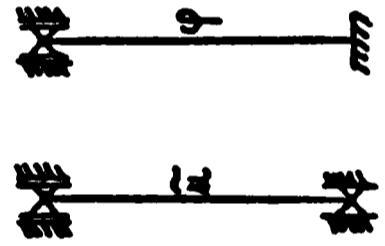
	G1=	2.00	25.00	50.00	75.00	100.00	125.00	150.00	1.20	
•89337E+01	•89082E+01	•8295E+01	•2233CE+00	•22169E+00	•21693E+00	•33490E+00	•33126E+00	•32083E+00		
44646E+00	•43997E+00	•42187E+00	•89231E+00	•86599E+00	•80027E+00	•13375E+01	•12775E+01	•11427E+01		
25674E+01	•24208E+01	•20054E+01	•52807E+01	•42796E+01	•32518E+01	•0000E+00	•0000E+00	•0000E+00		
54892E+00	•53907E+00	•51232E+00	•13705E+01	•13075E+01	•11669E+01	•20529E+01	•19090E+01	•16328E+01		
27329E+01	•24737E+01	•20422E+01	•54070E+01	•43570E+01	•33020E+01	•78404E+01	•56876E+01	•41818E+01		
36873E+01	•76679E+01	•57687E+01	•62147E+01	•88093E+01	•72072E+01	•0000E+00	•0000E+00	•0000E+00		
10477E+01	•10113E+01	•92351E+00	•20110E+01	•23750E+01	•19728E+01	•39014E+01	•33619E+01	•26505E+01		
51716E+01	•42120E+01	•32078E+01	•50914E+01	•64584E+01	•47338E+01	•96665E+01	•75621E+01	•56650E+01		
95110E+01	•87562E+01	•71214E+01	•98455E+01	•93345E+01	•82342E+01	•0000E+00	•0000E+00	•0000E+00		
15456E+01	•14651E+01	•12923E+01	•38411E+01	•33186E+01	•26216E+01	•57062E+01	•45366E+01	•34186E+01		
74450E+01	•54839E+01	•40432E+01	•96586E+01	•75248E+01	•56232E+01	•97759E+01	•83326E+01	•65171E+01		
95348E+01	•91326E+01	•77958E+01	•93542E+01	•95118E+01	•86875E+01	•0000E+00	•0000E+00	•0000E+00		
20423E+01	•18999E+01	•16260E+01	•50534E+01	•41377E+01	•31596E+01	•73937E+01	•54574E+01	•40253E+01		
90064E+01	•63853E+01	•4790E+01	•97527E+01	•81144E+01	•62498E+01	•98089E+01	•87277E+01	•70764E+01		
98448E+01	•93201E+01	•22226E+01	•92583E+01	•96013E+01	•89436E+01	•0000E+00	•0000E+00	•0000E+00		
25378E+01	•23152E+01	•19300E+01	•62324E+01	•48381E+01	•36151E+01	•87030E+01	•61681E+01	•45197E+01		
95023E+01	•70243E+01	•51226E+01	•97591E+01	•84763E+01	•67079E+01	•98248E+01	•89639E+01	•74734E+01		
98504E+01	•94318E+01	•84757E+01	•98606E+01	•96550E+01	•91083E+01	•0000E+00	•0000E+00	•0000E+00		
130316E+01	•27107E+01	•22087E+01	•73419E+01	•54308E+01	•40074E+01	•93255E+01	•67158E+01	•49320E+01		
195500E+01	•74864E+01	•55928E+01	•96082E+01	•87178E+01	•70610E+01	•98341E+01	•91201E+01	•77705E+01		
198539E+01	•95058E+01	•66711E+01	•98622E+01	•96907E+01	•92233E+01	•0000E+00	•0000E+00	•0000E+00		



$\beta=1,32$

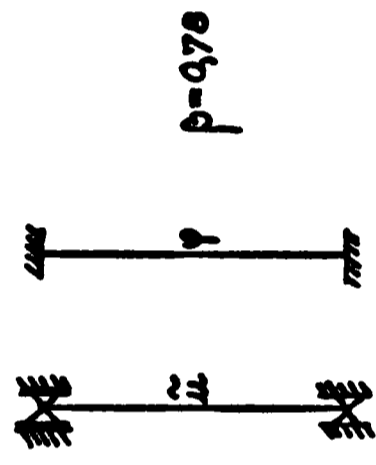
Tabelul 46 (continuare)

4267E+00	43856E+00	42701E+00	11060E+01	10799E+01	10122E+01	16579E+01	15974E+01	14545E+01
2090E+01	20981E+01	18600E+01	43994E+01	39045E+01	31845E+01	65375E+01	53468E+01	41590E+01
96587E+01	76966E+01	59367E+01	98224E+01	89402E+01	74723E+01	66666E+00	66666E+00	66666E+00
90210E+00	88497E+00	83897E+00	22516E+01	21361E+01	18900E+01	33713E+01	30956E+01	26137E+01
48336E+01	39675E+01	32279E+01	65666E+01	64835E+01	49484E+01	96715E+01	77469E+01	59843E+01
98232E+01	85613E+01	75083E+01	98517E+01	94594E+01	85542E+01	66666E+00	66666E+00	66666E+00
14009E+01	13524E+01	12533E+01	34914E+01	31939E+01	26846E+01	52123E+01	44916E+01	35844E+01
55841E+01	55513E+01	42971E+01	96920E+01	78365E+01	60712E+01	97996E+01	86369E+01	70041E+01
98450E+01	93254E+01	82294E+01	92569E+01	96154E+01	89884E+01	66666E+00	66666E+00	66666E+00
18991E+01	18126E+01	16362E+01	47216E+01	41428E+01	33479E+01	69960E+01	56158E+01	43409E+01
53694E+01	66677E+01	50844E+01	97847E+01	84746E+01	67856E+01	98273E+01	90162E+01	76047E+01
22522E+01	94824E+01	86143E+01	98620E+01	96855E+01	92074E+01	66666E+00	66666E+00	66666E+00
23565E+01	22646E+01	19905E+01	59337E+01	49722E+01	39073E+01	85544E+01	64765E+01	49433E+01
95636E+01	74168E+01	56842E+01	98140E+01	88208E+01	72772E+01	98393E+01	92195E+01	79988E+01
98568E+01	95693E+01	88532E+01	98637E+01	97254E+01	93392E+01	66666E+00	66666E+00	66666E+00
28930E+01	26953E+01	23189E+01	71072E+01	56792E+01	43841E+01	93873E+01	71159E+01	54323E+01
97058E+01	79138E+01	61544E+01	98263E+01	90330E+01	76352E+01	98460E+01	93460E+01	82767E+01
98593E+01	96245E+01	90152E+01	98647E+01	97510E+01	94272E+01	66666E+00	66666E+00	66666E+00
33883E+01	31096E+01	26232E+01	81819E+01	62692E+01	47941E+01	96271E+01	75879E+01	58361E+01
97619E+01	82676E+01	65319E+01	98368E+01	91752E+01	79070E+01	98503E+01	94314E+01	84831E+01
28610E+01	26625E+01	21337E+01	98655E+01	97690E+01	94902E+01	66666E+00	66666E+00	66666E+00



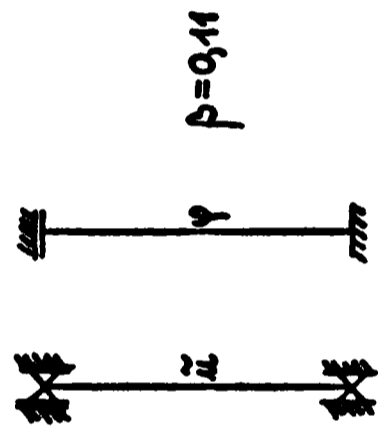
Tabelul 46 (continuare)

82898E+00	•81525E+00	•77768E+00	•20696E+01	•19773E+01	•17716E+01	•30998E+01	•23796E+01	•24686E+0
41247E+01	•37116E+01	•30682E+01	•80237E+01	•62238E+01	•47845E+01	•96147E+01	•75732E+01	•58404E+0
98197E+01	•89027E+01	•74150E+01	•98506E+01	•94389E+01	•85031E+01	•66000E+00	•00000E+00	•00000E+0
12881E+01	•12540E+01	•11674E+01	•32118E+01	•29738E+01	•25384E+01	•48004E+01	•42209E+01	•34207E+0
63581E+01	•52702E+01	•41300E+01	•96463E+01	•76722E+01	•59307E+01	•97913E+01	•85492E+01	•68930E+0
98434E+01	•92962E+01	•81656E+01	•98584E+01	•96042E+01	•89553E+01	•66000E+00	•00000E+00	•00000E+0
17865E+01	•17189E+01	•15609E+01	•44455E+01	•39574E+01	•32394E+01	•66066E+01	•54220E+01	•42324E+0
85259E+01	•65011E+01	•49834E+01	•97777E+01	•84138E+01	•67190E+01	•98254E+01	•89875E+01	•75587E+0
98523E+01	•94738E+01	•85925E+01	•98618E+01	•96825E+01	•91975E+01	•00000E+00	•00000E+00	•00000E+0
22842E+01	•21703E+01	•19255E+01	•55644E+01	•48244E+01	•38298E+01	•82563E+01	•63508E+01	•48748E+0
95065E+01	•73280E+01	•56269E+01	•98122E+01	•87987E+01	•72496E+01	•98388E+01	•92113E+01	•79836E+0
98567E+01	•95677E+01	•84889E+01	•98637E+01	•97251E+01	•93384E+01	•66000E+00	•00000E+00	•00000E+0
27811E+01	•26071E+01	•22639E+01	•65525E+01	•55083E+01	•43315E+01	•92925E+01	•70417E+01	•59330E+0
96971E+01	•78768E+01	•61265E+01	•98279E+01	•90274E+01	•76294E+01	•98460E+01	•93455E+01	•82774E+0
98593E+01	•96257E+01	•90197E+01	•98648E+01	•97519E+01	•94304E+01	•66000E+00	•00000E+00	•00000E+0
32769E+01	•30232E+01	•25784E+01	•79643E+01	•61915E+01	•47616E+01	•96060E+01	•75486E+01	•58183E+0
97586E+01	•82504E+01	•65241E+01	•98369E+01	•91772E+01	•79140E+01	•98504E+01	•94347E+01	•84925E+0
98611E+01	•96650E+01	•91416E+01	•98656E+01	•97704E+01	•94953E+01	•66000E+00	•00000E+00	•00000E+0
37714E+01	•34326E+01	•28710E+01	•88643E+01	•67045E+01	•51336E+01	•97065E+01	•79229E+01	•61726E+0
7880E+01	•85146E+01	•68473E+01	•98427E+01	•92824E+01	•81351E+01	•98535E+01	•94980E+01	•86566E+0
523E+01	•96934E+01	•92331E+01	•98661E+01	•97838E+01	•95435E+01	•66000E+00	•00000E+00	•00000E+0



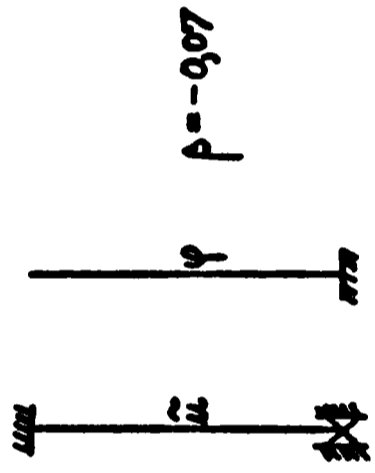
Tabelul 46 (continuare)

23739E+00	•23723E+00	•23675E+00	•59344E+00	•59244E+00	•58936E+00	•9012E+00	•88781E+00	•88073E+00
11868E+01	•11825E+01	•11697E+01	•23731E+01	•23537E+01	•22973E+01	•35587E+01	•35077E+01	•33688E+01
71017E+01	•67260E+01	•60609E+01	•98454E+01	•93735E+01	•84910E+01	•69996E+01	•69896E+01	•68666E+01
69733E+00	•69594E+00	•69166E+00	•17431E+01	•17333E+01	•17043E+01	•26142E+01	•25899E+01	•25202E+01
34849E+01	•34365E+01	•33041E+01	•69557E+01	•66062E+01	•59691E+01	•97277E+01	•86936E+01	•76206E+01
98509E+01	•96429E+01	•90992E+01	•98663E+01	•97874E+01	•95883E+01	•69995E+01	•69895E+01	•68665E+01
11972E+01	•11929E+01	•11798E+01	•29920E+01	•29586E+01	•28646E+01	•44861E+01	•43933E+01	•41574E+01
9769E+01	•97644E+01	•97077E+01	•98203E+01	•90843E+01	•80516E+01	•98564E+01	•95695E+01	•89060E+01
98655E+01	•97633E+01	•94944E+01	•98679E+01	•98268E+01	•97029E+01	•69995E+01	•69895E+01	•68665E+01
16970E+01	•16878E+01	•16604E+01	•42400E+01	•41601E+01	•39530E+01	•63526E+01	•60946E+01	•55710E+01
84325E+01	•77229E+01	•68147E+01	•98546E+01	•95337E+01	•85201E+01	•98627E+01	•97052E+01	•92536E+01
98670E+01	•98053E+01	•96230E+01	•98684E+01	•98407E+01	•97559E+01	•69995E+01	•69895E+01	•68665E+01
21967E+01	•21804E+01	•21327E+01	•54859E+01	•53222E+01	•49467E+01	•81961E+01	•75598E+01	•66910E+01
97822E+01	•88569E+01	•77862E+01	•98608E+01	•96611E+01	•91512E+01	•98650E+01	•97568E+01	•94516E+01
98677E+01	•98223E+01	•96861E+01	•98687E+01	•98477E+01	•97834E+01	•69995E+01	•69895E+01	•68665E+01
26963E+01	•26702E+01	•25955E+01	•67276E+01	•64158E+01	•53222E+01	•96497E+01	•85665E+01	•75014E+01
98404E+01	•93012E+01	•83661E+01	•98634E+01	•97191E+01	•93273E+01	•98661E+01	•97838E+01	•95454E+01
98681E+01	•98322E+01	•97235E+01	•98689E+01	•98520E+01	•98001E+01	•69995E+01	•69895E+01	•68665E+01
31957E+01	•31566E+01	•30476E+01	•79571E+01	•73884E+01	•65617E+01	•98207E+01	•90873E+01	•80555E+01
8522E+01	•94886E+01	•87190E+01	•98648E+01	•97519E+01	•94351E+01	•98668E+01	•98004E+01	•96050E+01
884E+01	•98387E+01	•97483E+01	•98690E+01	•98549E+01	•98114E+01	•69995E+01	•69895E+01	•68665E+01



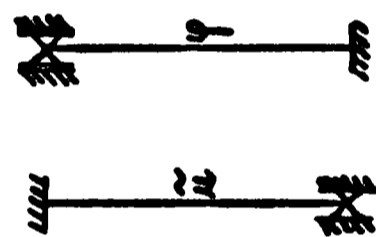
Tabelul 46 (continuare)

19354E+01	•89356E+01	•89378E+01	•22338E+00	•22342E+00	•22355E+00	•33506E+00	•33516E+00	•33545E+00
14675E+00	•44692E+00	•44745E+00	•89351E+00	•89421E+00	•89640E+00	•13403E+01	•13419E+01	•13470E+01
26807E+01	•26877E+01	•27099E+01	•53622E+01	•53954E+01	•55059E+01	•20602E+01	•20642E+01	•20768E+01
54936E+00	•54962E+00	•55043E+00	•13734E+01	•13751E+01	•13805E+01	•82442E+01	•83435E+01	•87038E+01
27470E+01	•27544E+01	•27779E+01	•20164E+02	•20760E+02	•17000E+07	•39357E+01	•39519E+01	•40046E+01
16533E+02	•10000E+07	•10000E+07	•26236E+01	•26303E+01	•25515E+01	•15780E+02	•10000E+07	•10000E+07
10494E+01	•10504E+01	•10534E+01	•10501E+02	•10706E+02	•11594E+02	•20866E+02	•20866E+02	•20866E+02
52480E+01	•52736E+01	•53843E+01	•20149E+02	•20311E+02	•20866E+02	•58117E+01	•58520E+01	•59273E+01
20167E+02	•20859E+02	•10000E+07	•38740E+01	•38897E+01	•37405E+01	•20236E+02	•10000E+07	•10000E+07
15494E+01	•15516E+01	•15588E+01	•15530E+02	•10000E+07	•10000E+07	•66666E+02	•66666E+02	•66666E+02
77501E+01	•78340E+01	•81322E+01	•20146E+02	•20211E+02	•20550E+02	•76884E+01	•77705E+01	•80616E+01
20153E+02	•20422E+02	•21424E+02	•51244E+01	•51544E+01	•52531E+01	•20169E+02	•20922E+02	•10000E+07
20495E+01	•20534E+01	•20659E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•95661E+01	•97166E+01	•10319E+02
10254E+02	•10444E+02	•11240E+02	•20145E+02	•20212E+02	•20427E+02	•20158E+02	•20560E+02	•22339E+02
20149E+02	•20318E+02	•20595E+02	•63754E+01	•64261E+01	•65934E+01	•20144E+02	•20361E+02	•20361E+02
25496E+01	•25559E+01	•25759E+01	•20196E+02	•20196E+02	•20196E+02	•79913E+01	•11721E+02	•13183E+02
12762E+02	•13184E+02	•10000E+07	•76266E+01	•77070E+01	•79913E+01	•20153E+02	•20431E+02	•21472E+02
20147E+02	•20270E+02	•20671E+02	•20170E+02	•20946E+02	•10000E+07	•20866E+02	•20866E+02	•20866E+02
10497E+01	•30589E+01	•20885E+01	•20144E+02	•20186E+02	•20320E+02	•20866E+02	•20866E+02	•20866E+02
5280E+02	•16618E+02	•10000E+07						
146E+02	•20243E+02	•20559E+02						



Tabelul 46 (continuare)

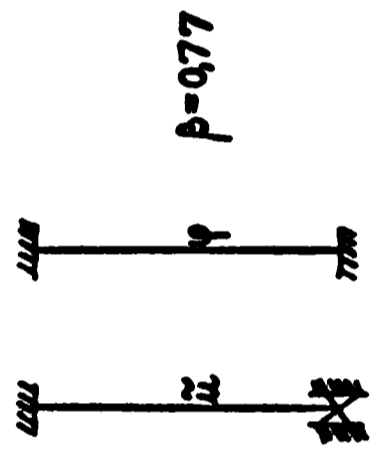
4270E+00	•43930E+00	•42928E+00	•11062E+01	•10847E+01	•10271E+01	•16585E+01	•16100E+01	•14884E+0
2103E+01	•21235E+01	•19207E+01	•44105E+01	•40574E+01	•34165E+01	•65960E+01	•57943E+01	•46344E+0
2947E+02	•98589E+01	•72898E+01	•19384E+02	•14214E+02	•10413E+02	•66065E+00	•66065E+00	•30000E+0
0223E+00	•88799E+00	•4871E+00	•22530E+01	•21028E+01	•19530E+01	•33758E+01	•31709E+01	•27534E+0
4955E+01	•41284E+01	•34682E+01	•89254E+01	•74456E+01	•57279E+01	•13181E+02	•99847E+01	•73719E+0
19427E+02	•14319E+02	•10501E+02	•19973E+02	•17229E+02	•13568E+02	•66065E+00	•66065E+00	•30000E+0
14013E+01	•12668E+01	•12774E+01	•34965E+01	•32764E+01	•28342E+01	•52340E+01	•47335E+01	•39016E+0
9609E+01	•60664E+01	•48179E+01	•13616E+02	•10216E+02	•75237E+01	•18339E+02	•12845E+02	•93364E+0
9884E+02	•16367E+02	•12494E+02	•20051E+02	•18299E+02	•15250E+02	•66065E+00	•66065E+00	•30000E+0
2000E+01	•18361E+01	•16809E+01	•47360E+01	•43278E+01	•36124E+01	•70800E+01	•61542E+01	•48767E+0
3951E+01	•77545E+01	•59286E+01	•17415E+02	•12212E+02	•88790E+01	•19529E+02	•14600E+02	•10742E+0
9986E+02	•17383E+02	•13782E+02	•20060E+02	•18799E+02	•16238E+02	•66065E+00	•66065E+00	•30000E+0
23981E+01	•22958E+01	•20619E+01	•59706E+01	•53161E+01	•43078E+01	•69082E+01	•74341E+01	•57205E+0
11774E+02	•92054E+01	•68654E+01	•19076E+02	•13644E+02	•99488E+01	•19792E+02	•15728E+02	•11803E+0
20030E+02	•17977E+02	•14690E+02	•20095E+02	•19086E+02	•14892E+02	•66065E+00	•66065E+00	•30000E+0
38958E+01	•27457E+01	•24226E+01	•71990E+01	•62413E+01	•49349E+01	•10709E+02	•85786E+01	•64611E+0
4045E+02	•10441E+02	•76714E+01	•19557E+02	•14688E+02	•10820E+02	•19899E+02	•16495E+02	•12642E+0
0055E+02	•18363E+02	•15367E+02	•20104E+02	•19273E+02	•17357E+02	•66065E+00	•66065E+00	•30000E+0
3929E+01	•31859E+01	•27649E+01	•84194E+01	•71040E+01	•55050E+01	•12467E+02	•95957E+01	•71186E+0
0895E+02	•11487E+02	•83740E+01	•19746E+02	•15469E+02	•11545E+02	•19956E+02	•17044E+02	•13321E+0
01E+02	•18634E+02	•15893E+02	•20110E+02	•19403E+02	•17705E+02	•66065E+00	•66065E+00	•30000E+0



UNIVERSITATEA POLITEHNICĂ
TAMISOARA
BIBLIOTECA CENTRALĂ

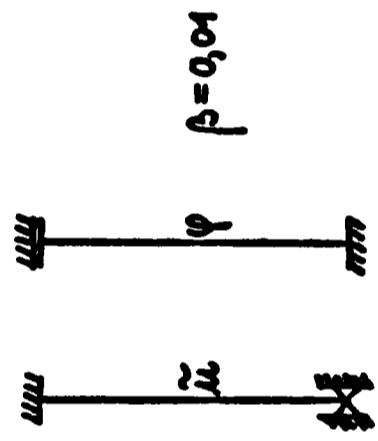
Tabelul 46 (continuare)

•82930E+00	•82282E+00	•80384E+00	•20721E+01	•20301E+01	•19184E+01	•31065E+01	•30091E+01	•27706E+0
•41396E+01	•39612E+01	•35595E+01	•82516E+01	•74530E+01	•61851E+01	•12295E+02	•10342E+02	•81619E+0
•19585E+02	•15367E+02	•11849E+02	•20039E+02	•18140E+02	•15088E+02	•5000E+02	•0000E+02	•0000E+0
•12889E+01	•12730E+01	•12282E+01	•32192E+01	•31143E+01	•25596E+01	•45242E+01	•45768E+01	•40507E+0
•64247E+01	•59648E+01	•51102E+01	•12727E+02	•10617E+02	•83472E+01	•18105E+02	•13713E+02	•10511E+0
•19978E+02	•17403E+02	•14014E+02	•20069E+02	•18958E+02	•16634E+02	•5000E+02	•6000E+02	•6000E+0
•17882E+01	•17572E+01	•16725E+01	•44641E+01	•42546E+01	•37954E+01	•66853E+01	•61836E+01	•52718E+0
•8937E+01	•79500E+01	•65330E+01	•17142E+02	•13144E+02	•10092E+02	•19722E+02	•15795E+02	•12241E+0
•20050E+02	•18316E+02	•15384E+02	•20106E+02	•19326E+02	•17514E+02	•5000E+02	•6000E+02	•6000E+0
•22873E+01	•22358E+01	•21011E+01	•57065E+01	•53512E+01	•46495E+01	•5375E+01	•75760E+01	•63419E+0
•11335E+02	•97087E+01	•77349E+01	•19334E+02	•14357E+02	•11411E+02	•19930E+02	•16958E+02	•13461E+0
•20078E+02	•18741E+02	•16250E+02	•20114E+02	•19520E+02	•12042E+02	•5000E+02	•6000E+02	•6000E+0
•27861E+01	•27036E+01	•25136E+01	•69458E+01	•64001E+01	•54304E+01	•10376E+02	•90477E+01	•72838E+0
•13722E+02	•11227E+02	•87587E+01	•19772E+02	•16000E+02	•12437E+02	•20001E+02	•17660E+02	•14362E+0
•20093E+02	•15060E+02	•16865E+02	•20121E+02	•19639E+02	•13393E+02	•5000E+02	•6000E+02	•6000E+0
•32846E+01	•31752E+01	•29105E+01	•61808E+01	•73974E+01	•61459E+01	•12192E+02	•10276E+02	•81170E+0
•15976E+02	•12506E+02	•96381E+01	•19907E+02	•16779E+02	•13255E+02	•20037E+02	•18118E+02	•15053E+0
•20102E+02	•15245E+02	•17309E+02	•20124E+02	•19721E+02	•18644E+02	•5000E+02	•6000E+02	•6000E+0
•37828E+01	•36354E+01	•32938E+01	•94104E+01	•83396E+01	•68027E+01	•13968E+02	•11372E+02	•88575E+0
•12567E+02	•12564E+02	•10400E+02	•19971E+02	•17331E+02	•13920E+02	•20058E+02	•18436E+02	•15599E+0
•20109E+02	•19376E+02	•17646E+02	•20127E+02	•19779E+02	•18833E+02	•5000E+02	•6000E+02	•6000E+0



Tabelul 46 (continuare)

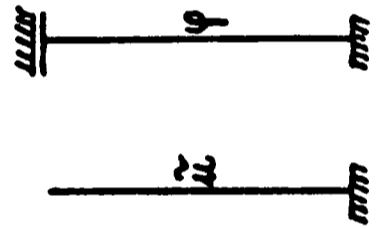
23739E+00	•23739E+00	•23737E+00	•59343E+00	•59330E+00	•89022E+00	•89012E+00	•88981E+00
11870E+01	•11868E+01	•11862E+01	•23731E+01	•23708E+01	•35606E+01	•35590E+01	•35533E+01
71214E+01	•71121E+01	•70833E+01	•14240E+02	•13931E+02	•66005E+02	•66005E+02	•66005E+02
69739E+00	•69733E+00	•69714E+00	•17435E+01	•17418E+01	•26152E+01	•26142E+01	•26113E+01
34869E+01	•34851E+01	•34797E+01	•69647E+01	•69375E+01	•10460E+02	•10433E+02	•10351E+02
20093E+02	•19483E+02	•18625E+02	•20140E+02	•20096E+02	•66005E+02	•66005E+02	•66005E+02
11974E+01	•11972E+01	•11966E+01	•29922E+01	•29883E+01	•44901E+01	•44870E+01	•44774E+01
59867E+01	•59807E+01	•59619E+01	•11972E+02	•11807E+02	•17946E+02	•17649E+02	•17029E+02
20139E+02	•20078E+02	•19895E+02	•20141E+02	•20064E+02	•66005E+02	•66005E+02	•66005E+02
16974E+01	•16970E+01	•16958E+01	•42434E+01	•42322E+01	•63649E+01	•63579E+01	•63361E+01
84863E+01	•84716E+01	•84264E+01	•16965E+02	•16286E+02	•20134E+02	•19961E+02	•19504E+02
20141E+02	•20109E+02	•20012E+02	•20142E+02	•20093E+02	•66005E+02	•66005E+02	•66005E+02
21974E+01	•21957E+01	•21947E+01	•54933E+01	•54731E+01	•82397E+01	•82260E+01	•81842E+01
10986E+02	•10954E+02	•10860E+02	•20120E+02	•18953E+02	•20139E+02	•20064E+02	•19842E+02
20141E+02	•20120E+02	•20054E+02	•20142E+02	•20106E+02	•66005E+02	•66005E+02	•66005E+02
26974E+01	•26964E+01	•26932E+01	•67431E+01	•67100E+01	•10114E+02	•10090E+02	•10016E+02
13484E+02	•13420E+02	•13233E+02	•20136E+02	•19999E+02	•20140E+02	•20092E+02	•19948E+02
20141E+02	•20125E+02	•20076E+02	•20142E+02	•20113E+02	•66005E+02	•66005E+02	•66005E+02
31973E+01	•31959E+01	•31914E+01	•79930E+01	•79804E+01	•11988E+02	•11947E+02	•11822E+02
581E+02	•5841E+02	•58474E+02	•20139E+02	•20058E+02	•20141E+02	•20106E+02	•19999E+02
0142E+02	•20129E+02	•20089E+02	•20142E+02	•20118E+02	•66005E+02	•66005E+02	•66005E+02



Tabelul 46 (continuare)

•32539E+00	•10000E+07	•83429E+00	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•13093E+01	•10000E+07	•10000E+07
10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•27040E+01	•10000E+07	•10000E+07
25291E+01	•10000E+07	•24928E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•66695E+00	•10000E+07	•10000E+07
30915E+00	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07
10000E+07	•10000E+07	•25525E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•25146E+01	•10000E+07	•10000E+07
24e77E+01	•35636E+01	•24769E+01	•27653E+01	•27653E+01	•27653E+01	•66695E+00	•10000E+07	•10000E+07
14119E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•27076E+01	•10000E+07	•10000E+07
25580E+01	•10000E+07	•29094E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•24933E+01	•10000E+07	•10000E+07
24792E+01	•24636E+01	•24731E+01	•26272E+01	•26272E+01	•39021E+01	•66695E+00	•10000E+07	•10000E+07
10000E+07	•10000E+07	•27884E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•25789E+01	•10000E+07	•10000E+07
25369E+01	•10000E+07	•24954E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•24849E+01	•10000E+07	•10000E+07
24757E+01	•10000E+07	•24714E+01	•25749E+01	•25749E+01	•31073E+01	•66695E+00	•32320E+01	•10000E+07
10000E+07	•10000E+07	•26206E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•25413E+01	•10000E+07	•10000E+07
25164E+01	•10000E+07	•24884E+01	•36941E+01	•36941E+01	•10000E+07	•24807E+01	•27438E+01	•10000E+07
24738E+01	•24511E+01	•24705E+01	•25507E+01	•25507E+01	•27938E+01	•66695E+00	•10000E+07	•10000E+07
10000E+07	•10000E+07	•25712E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•25228E+01	•10000E+07	•10000E+07
25053E+01	•10000E+07	•24842E+01	•31673E+01	•31673E+01	•10000E+07	•24782E+01	•23146E+01	•10000E+07
24726E+01	•26126E+01	•24700E+01	•25346E+01	•25346E+01	•27948E+01	•66695E+00	•10000E+07	•10000E+07
10000E+07	•10000E+07	•25462E+01	•10000E+07	•10000E+07	•10000E+07	•25117E+01	•10000E+07	•10000E+07
24583E+01	•10000E+07	•24814E+01	•29749E+01	•29749E+01	•10000E+07	•24764E+01	•27465E+01	•10000E+07
24718E+01	•25875E+01	•24696E+01	•25238E+01	•25238E+01	•27318E+01	•66695E+00	•23086E+01	•10000E+07

9P*



ψ = -6,86

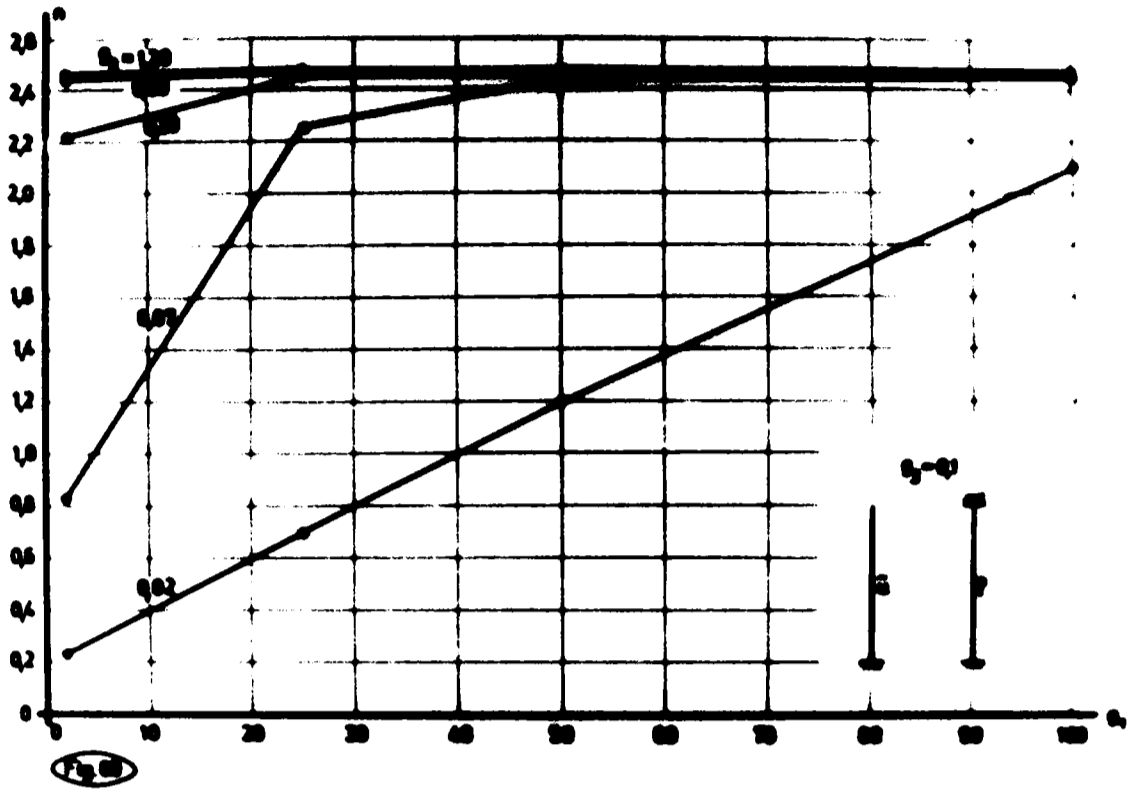


Fig 66

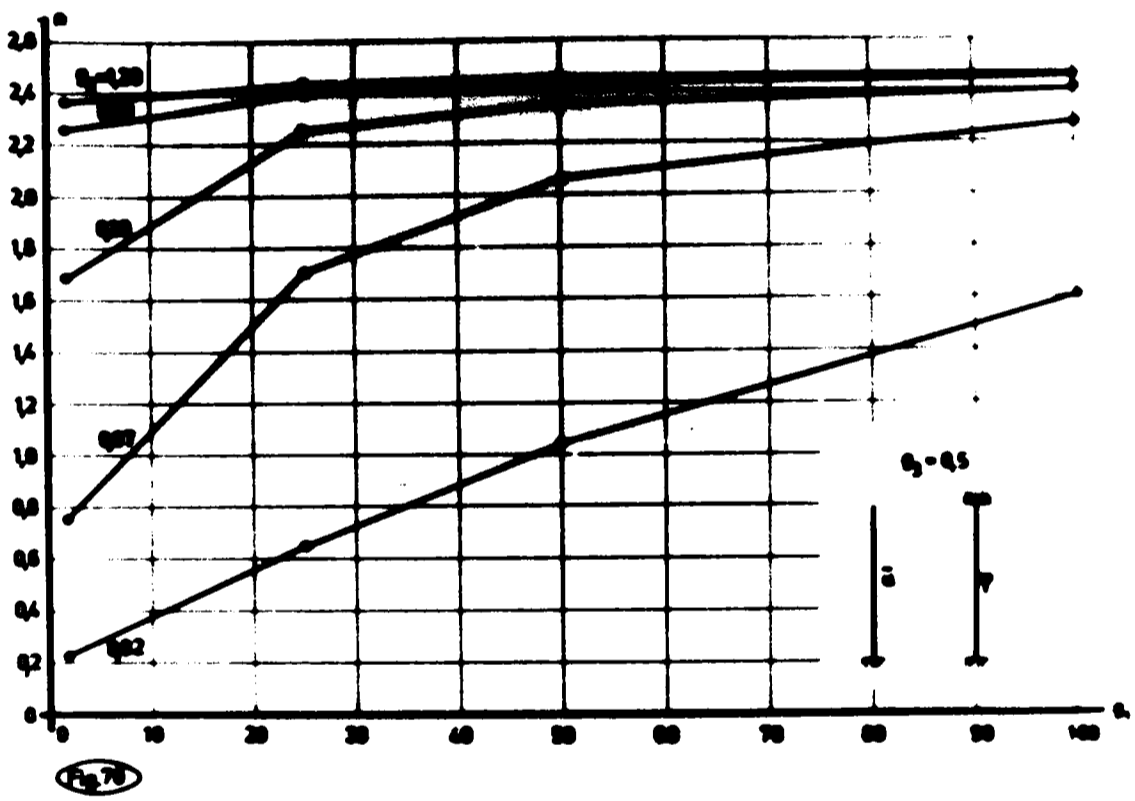


Fig 70

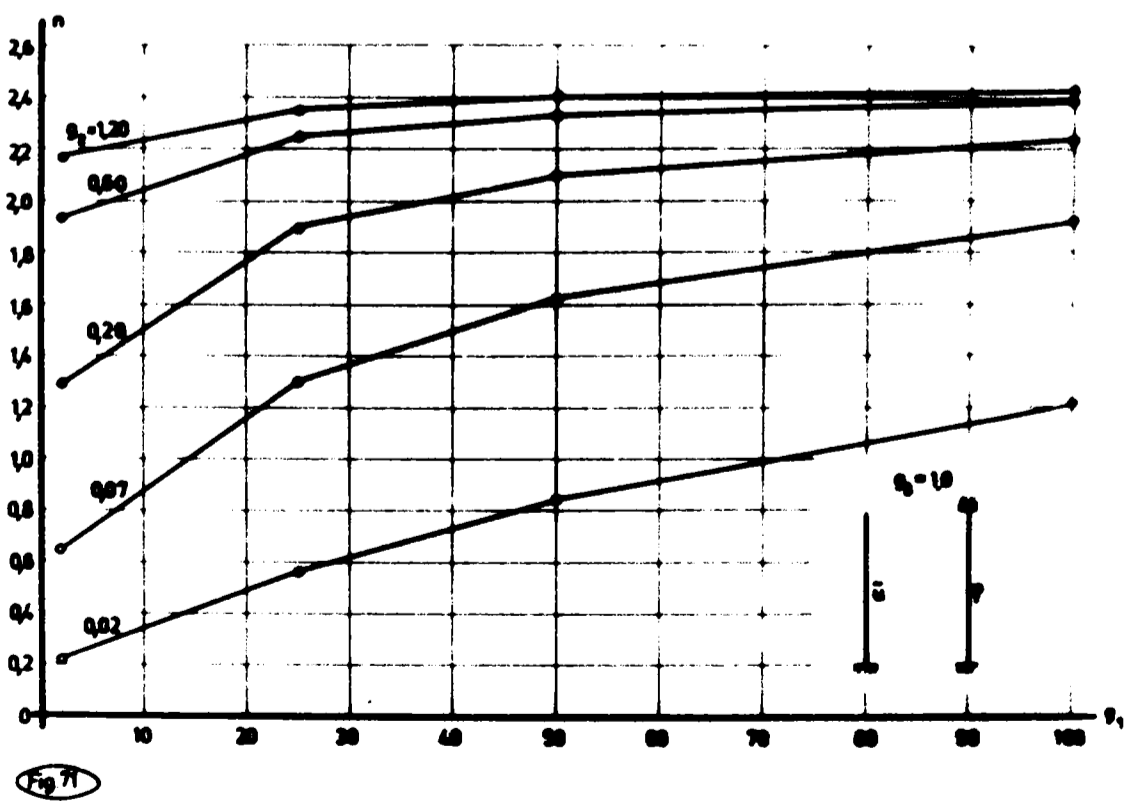


Fig 71

$$\beta = \frac{1}{(n_{cr}\varepsilon_3)^2} \left[n_{cr}^2 - n_{cr} \left(\frac{\bar{x}^2}{\mu_1} + \frac{\bar{x}^2 \varepsilon_2}{\mu_2} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \right) + \frac{\bar{x}^4}{\mu_1} \left(\frac{\bar{x}^2}{\mu_2} \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \right) \right] \quad (193)$$

Apreciind că ultimul caz de rezemare din tabelul 46 poate prezenta interes în practică (pentru care tabelul 26 indică $\beta = -6,88$), s-au recalculat coeficienții β cu (193) obținându-se valorile din tabelul 47. Pentru a acoperi un domeniu cât mai mare se propune valoarea medie $\beta = 0,795$.

Tabelul 47

Coeficienții β

ε_3	$\varepsilon_2 \backslash \varepsilon_1$	2	25	50	100
0,1	0,02	0,75730	0,80309	0,82934	0,86246
	0,07	0,75155	0,80249	0,83061	0,86251
	0,20	0,72690	0,78768	0,82206	0,85702
	0,60	0,73707	0,73449	0,79217	0,84453
	1,20	0,72933	0,74099	0,73798	0,74386
0,5	0,02	0,75857	0,80446	0,83169	0,86426
	0,07	0,75413	0,80192	0,83033	0,86091
	0,20	0,74416	0,79090	0,82322	0,85542
	0,60	0,74486	0,76613	0,80302	0,84708
	1,20	0,74758	0,75078	0,76333	0,80470
1,0	0,02	0,76095	0,80510	0,83203	0,86278
	0,07	0,75907	0,80313	0,83076	0,86339
	0,20	0,75497	0,79613	0,82541	0,85648
	0,60	0,75190	0,78300	0,81371	0,85038
	1,20	0,75033	0,76499	0,78858	0,82870

Valorile parametrului critic n_{cr} care s-au calculat cu această ocazie (cu programul STABIL) au fost reprezentate grafic în figurile 69 ... 71, putînd servi de asemenea pentru obținerea forțelor critice de compresiune.

S-a încercat în aceeași manieră, extinderea posibilităților de aplicare a formulei (192) și pentru cazurile când bara este rezemată elastic. În acest scop s-a preferat scrierea implicită a formulei, sub forma unei relații de interacțiune, dată și în [34] și care se poate scrie sub forma adimensională

$$\frac{n_{cr}}{n_y} + \frac{n_{cr}}{n_\omega} - K \frac{n_{cr}^2}{n_y \cdot n_\omega} = 1 \quad (194)$$

unde n_y și n_ω sînt parametrii critici ai flambajului prin încovoiere respectiv răsucire (utilizați în anexa Nr.3), iar

$$K = 1 - \beta \cdot \varepsilon_3^2 \quad (195)$$

Dacă în (194) se cunosc cei doi multiplicatori ai lungimii de flambaj μ_1 și μ_2 problema se reduce la calculul coeficienților β prin intermediul valorilor n_{cr} calculate prin procedeul descris în partea I-a a lucrării.

S-a abordat cazul de rezemare reprezentat în figura 54. În acest caz $\mu_1 = 1$ și deci $n_y = \bar{\lambda}^2$. Valoarea lui μ_2 s-a obținut din expresia parametrului critic n_ω (anexa Nr.3) după ce în prealabil acesta a fost obținut prin integrarea numerică a ecuației diferențiale a răsucirii

$$C_\omega \psi^{IV} + (N_1^2 - C) \psi'' = 0 \quad (196)$$

scrisă sub forma adimensională:

$$\psi^{IV} + \left(\frac{n}{\varepsilon_2} - \varepsilon_1 \right) \psi'' = 0 \quad (196')$$

Pentru integrare, ecuația (196') s-a substituit cu sistemul echivalent de patru ecuații de ordinul întâi, și anume:

$$\begin{cases} \psi' = \gamma \\ \gamma' = \alpha \\ \alpha' = \delta \\ \delta' = \left(\varepsilon_1 - \frac{n}{\varepsilon_2} \right) \alpha \end{cases} \quad (196'')$$

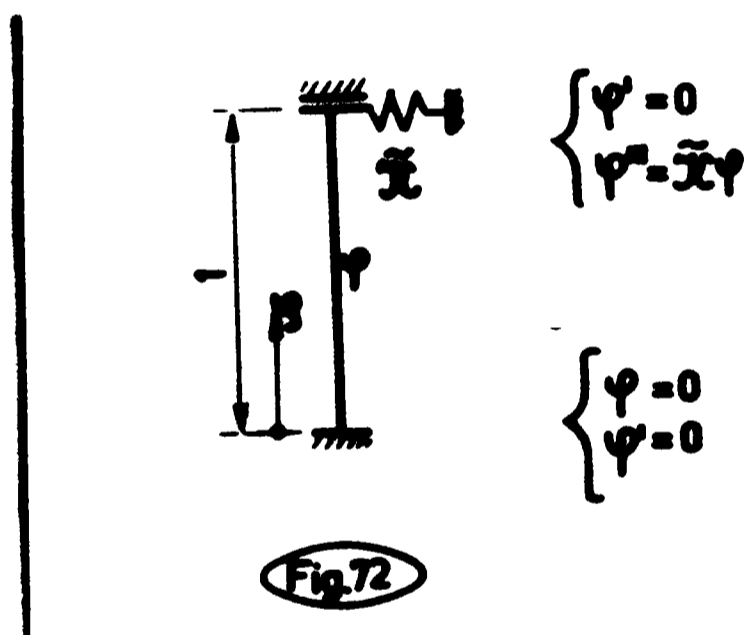
condițiile la limită fiind înscrise în figura 72. Apelînd și de această dată la metoda de integrare Runge-Kutta-Gill și folosind în cele două integrări necesare condițiile inițiale din tabelul 48 s-au obținut valorile n_w pentru un număr de

Tabelul 48

Nr.crt.	Funcția			
	ψ	η	α	δ
1	0	0	1	0
2	0	0	0	1

șapte grade de încastrare ρ_x și apoi valorile μ_2 corespunzătoare. În figura 73 s-a reprezentat variația multiplicatorului lunginii de flambaj μ_2 cu parametrul geometric ϵ_1

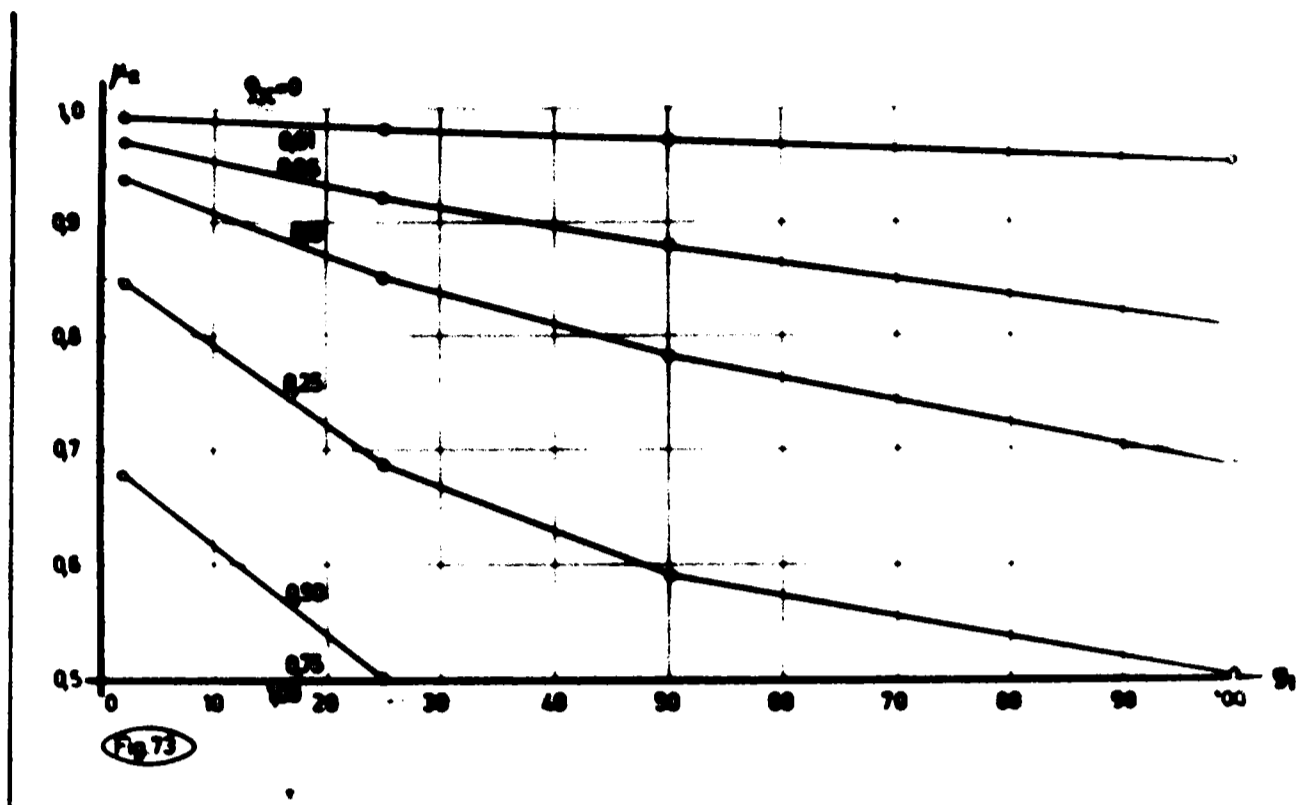
pentru gradelo de încastrare considerate (Se remarcă faptul că μ_2 este independent de ϵ_2).



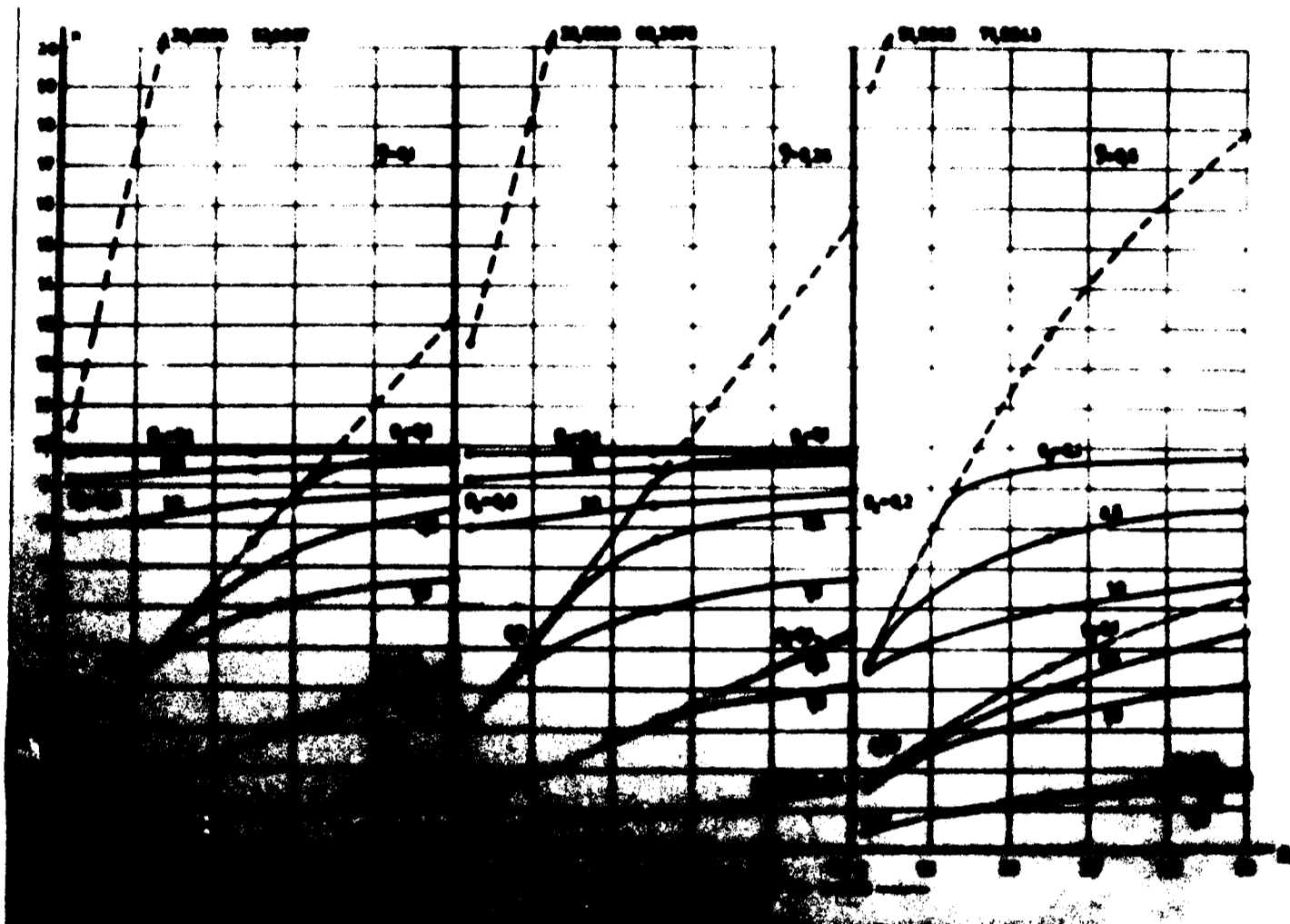
Totuși, valorile β respectiv K calculate în această manieră, nu au permis conturarea unor legi de variație exprimabile relativ simplu prin parametrii problemei ($\rho_x, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$), ceea ce dovedește că structura formulei de interacțiune,

chiar și cu corecția adusă prin introducerea coeficientului β este limitată și nu poate cuprinde în această formă cazul barelor rezemate elastic. Din acest motiv, rezultatul calculelor se prezintă sub formă de diagrame pentru trei grade de încastrare ρ_x (fig.74). Cu linie întreruptă s-au reprezentat valorile n_w corespunzătoare.

Afară de utilitatea directă a acestor diagrame, ele învederează raportul în care se găsesc cei trei parametri critici



n_y , n_ω și n_{cr} la diferite grade de încastrare ξ_k . Astfel, se poate constata că $n_y = \bar{n}^2$ este limita superioară la care pot ajunge valorile parametrului critic, iar în situațiile când $n_\omega < n_y$, valorile $n_{cr} \leq n_\omega$. Această ultimă inegalitate devine cu atât mai pronunțată cu cât valorile g_2 sau ξ_k sînt mai mari. Intr-adevăr, dacă valoarea parametrului g_2 este mică (momente de inerție axiale I_y mari) flambajul se produce practic la valoarea n_ω și aceasta cu atât mai mult cu cât gradul de încastrare ξ_k este mai redus. Acesta este și motivul că în asemenea situații distanța dintre centrul de greutate și cel de răsucire nu mai joacă un rol atât de important. (În expresia lui n_ω nici nu intervine parametrul geometric g_3). Cu creșterea gradului de încastrare ξ_k , ponderea în descrierea fenomenului de flambaj, a celor două mărimi n_y și n_ω se schimbă (în favoarea



+
lui n_y) astfel încît parametrul ε_3 cîștigă în importanță în urma efectului nefavorabil dat de forța axială. Acelaș lucru rămîne valabil în domeniul valorilor ε_2 mari. Intregul fenomen este mai pronunțat în cazul valorilor ε_1 mari unde diferența între mărimile n_y și n_w este mai redusă.

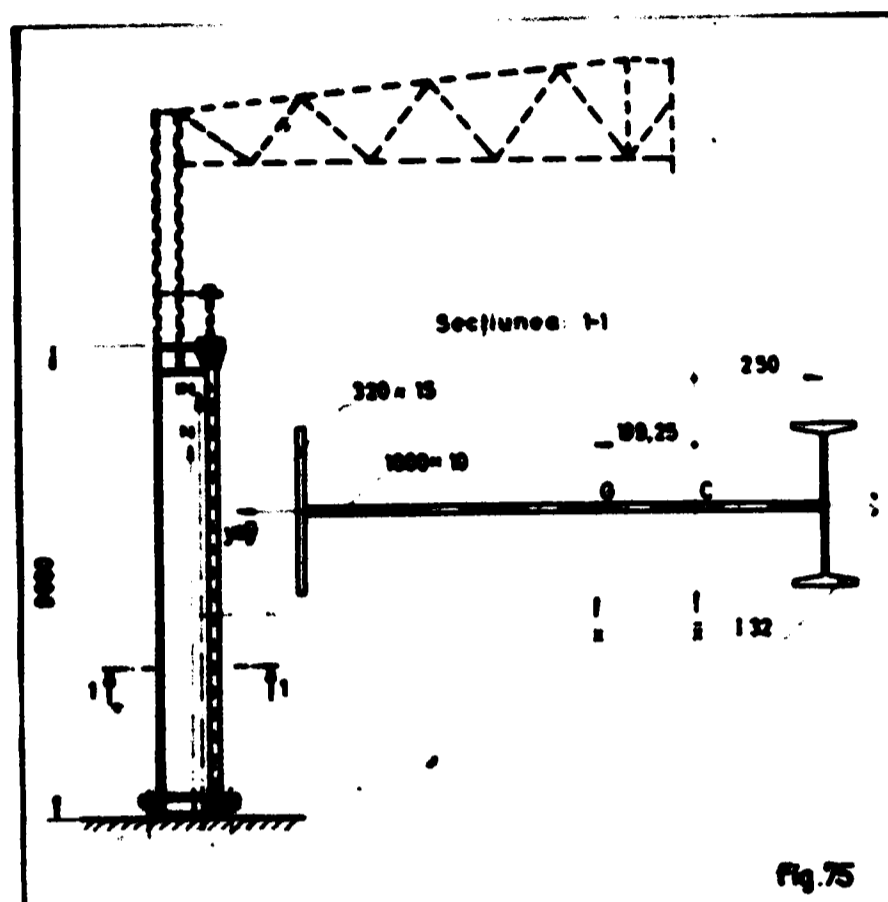
II.2.5 Cîteva aspecte privind stabilitatea stîlpilor de hală industrială.

În acele situații în care stîlpii halelor industriale susțin căi pentru poduri rulante de capacitate mare, aceștia se fac în trepte, secțiunea transversală a ramurii inferioare fiind în general monosimetrică. Existența contravîntuirii verticale ale șirurilor longitudinale de stîlpi, asigură pe înălțimea acestora puncte a căror deplasare în sens longitudinal este practic împiedicată. În acest sens un rol deosebit îl joacă portalul de frînare dispus sub grindă cîii de rulare.

Verificarea la flambaj a ramurii inferioare a unui asemenea stîlp necesită cunoașterea coeficientului de zveltețe maxim. În acest scop în [48] se indică modul în care să se stabilească lungimile de flambaj. În ce privește lungimea de flambaj a stîlpului, într-un plan perpendicular pe planul său longitudinal de simetrie, conform STAS ea corespunde cu "distanța dintre legăturile care împiedică deplasarea în această direcție" (pct.6.1.6). Această prevedere presupune în mod tacit că flambajul în direcția longitudinală este tot un flambaj eulerian, excluzîndu-se prin urmare efectul defavorabil al răsucirii care apare în mod inevitabil, datorită formei secțiunii transversale (centrul de greutate și de răsucire al secțiunii transversale nu coincid).

Considerînd stîlpul reprezentat în figura 75, în [50] s-a urmărit efectul defavorabil al deformației de răsucire care însoțește deformația de încovoiere laterală a acestuia, prin

intermediul forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire. In acest scop, ramura inferioară s-a detașat din structură și



s-au preciza condițiile de rezemare ținând cont de următoarele:

a) la partea inferioară stîlpul s-a considerat articulat din punctul de vedere al încovoierii laterale (așa cum se consideră și conform STAS 763/1-71), deci $k_0 \rightarrow \infty$ și $K_0 = 0$;

b) alcătuirea constructivă a papucului stîlpului asigurînd o deplanare total împiedicată a liniei mediane a secțiunii, s-a ales $\chi_0 \rightarrow \infty$;

c) portalul de frînare fixînd extremitatea superioară (a ramurii inferioare) a stîlpilor respectivi, prin intermediul grinzilor căii de rulare și ceilalți stîlpi vor avea aceste puncte fixate la deplasări din încovoiere și astfel $k_1 \rightarrow \infty$. Alcătuirea constructivă a grinzilor căii de rulare sub forma grinzilor simplu rezemate cît și rigiditatea la încovoiere redusă a ramurii superioare, au îndreptățit considerarea acestei extremități ca fiind simplu rezemată din punctul de vedere al

incovoierii laterale (aşa cum se consideră şi conform STAS 763/1-71), deci $K_1 = 0$. Calculele efectuate au avut în vedere două poziţii de aplicare a rezomării: în dreptul centrului de răsucire respectiv sub grinda căii de rulare;

d) rezolvarea constructivă a zonei de schimbare a secţiunii, poate influenţa foarte mult deformaţiile de strîmbare a liniei mediane a secţiunii acestei extremităţi. Intrucît o tratare analitică ar fi devenit extrem de laborioasă (depăşind cadrul lucrării), au fost considerate cazurile extreme care corespund unei deplanări libere (cazul mai defavorabil) deci $\chi_1 = 0$ respectiv acela al deplanării total împiedecate, adică $\chi_1 \rightarrow \infty$.

e) rigiditatea structurii în dreptul căii de rulare, din punctul de vedere al unei rotiri în jurul axei de răsucire a stîlpului (măsurat prin χ_1) a fost stabilit automat prin program prin intermediul gradului de încastrare ρ_{χ} , pentru care s-au considerat următoarele cinci valori: 0,001; 0,250; 0,500; 0,750 şi 0,999.

TABELUL 49

Caracteristicile geometrice ale secţiunii transversale									Parametrii adimensionali necesari în calculul automat		
A	I_x	I_y	I_w	I_t	i_x	i_y	t	\bar{y}_0	$\rho_1 = \frac{C_1}{C_w}$	$\rho_2 = \frac{C_2}{B_1^2}$	$\rho_3 = \frac{B_2}{i_c}$
cm	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁶	cm ⁴	cm	cm	cm	cm	—	—	—
225,0	396300	16600	31770000	126,18	41,0	0,37	46,0	10,925	1,24	0,075	0,405

În tabelul 49 sînt trecute valorile numerice ale caracteristicilor geometrice necesare efectuării calculelor iar în figurile 76 ... 89, care ilustrează deformatele \tilde{u} şi ψ corespunzătoare echilibrului indiferent, sînt înscrise atît valoarea parametrului

critic corespunzător gradului de încastrare ρ_x considerat, valoarea rigidității adimensionale \tilde{K} cît și mărimea k_t . Aceasta rezultă din egalitatea evidentă

$$N_{or} = \frac{B}{l^2} n_{cr} = \frac{\tilde{K} B}{(k_t l)^2} \quad (197)$$

adică

$$k_t = \frac{\tilde{K}}{\sqrt{n_{cr}}} \quad (198)$$

fiind un multiplicator transformat al lunginii de flambaj. Lungimile de flambaj calculate cu acest multiplicator vor ține seama atît de condițiile de rezemare cît și de efectul defavorabil al deformațiilor de răsucire.

Valorile numerice ale ordonatelor \tilde{u} și ψ cît și mărimile \tilde{K} respectiv n_{cr} se găsesc în anexa Nr.3, unde ele servesc totodată și model de obținere a rezultatelor în cazul utilizării programului STABIL.

Cercetarea rezultatelor obținute, a condus la următoarele concluzii:

1. Aspectele deformatelor corespunzătoare echilibrului indiferent ilustrează influența favorabilă a unui grad de încastrare ρ_x cît mai mare asupra deformației de răsucire. Astfel, cu creșterea acestui grad de încastrare (care ridică din ce în ce mai mult valoarea forței critice de flambaj prin răsucire) ponderea forței critice de flambaj prin încovoiere laterală crește, ceea ce în geometria deformatei se traduce prin creșterea progresivă a ordonatelor deplasărilor laterale (rezemul simplu superior fiind aplicat în dreptul centrului de răsucire C, adică $\bar{a}_l = 0$) așa cum se poate vedea în figurile 76 ... 80.

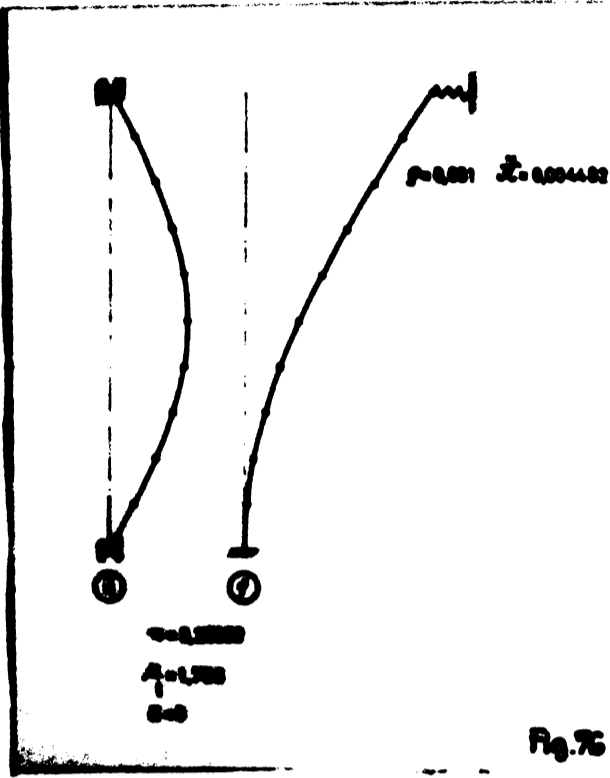


Fig. 76

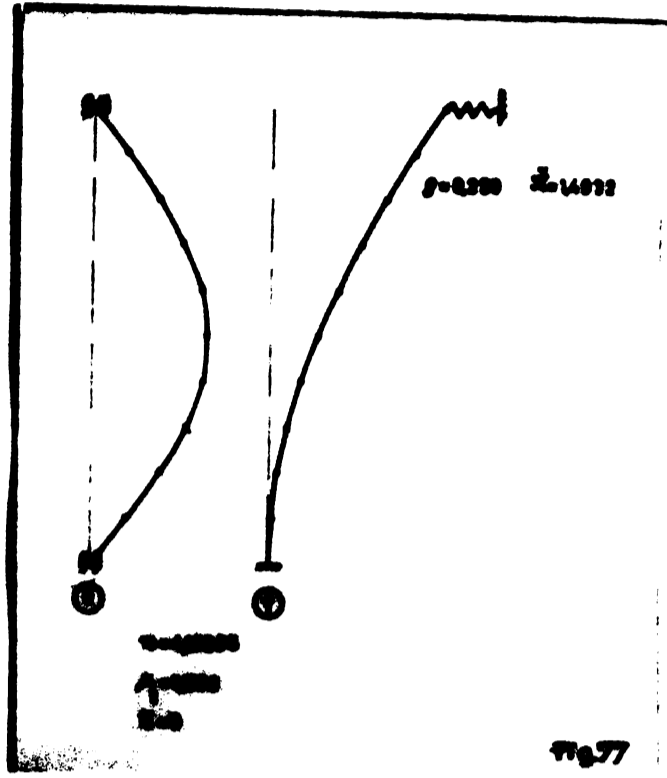


Fig. 77

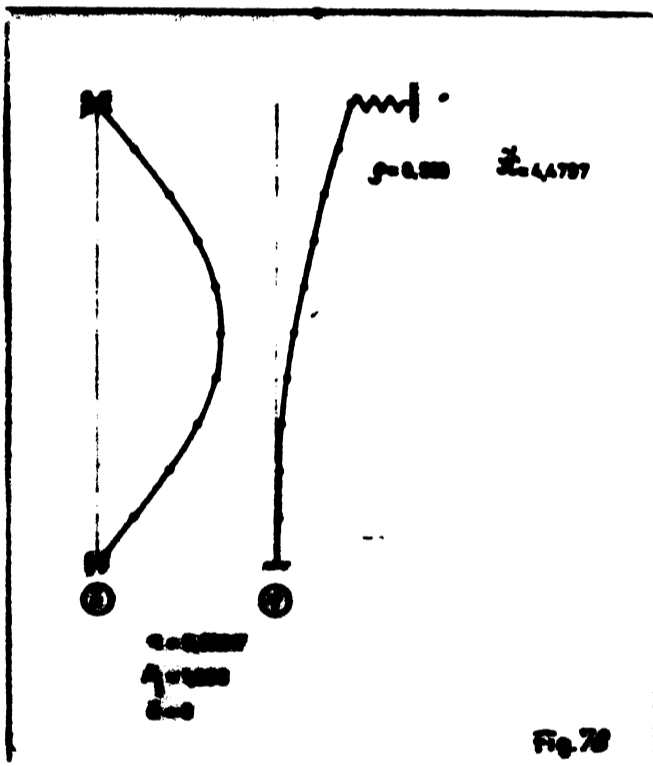


Fig. 78

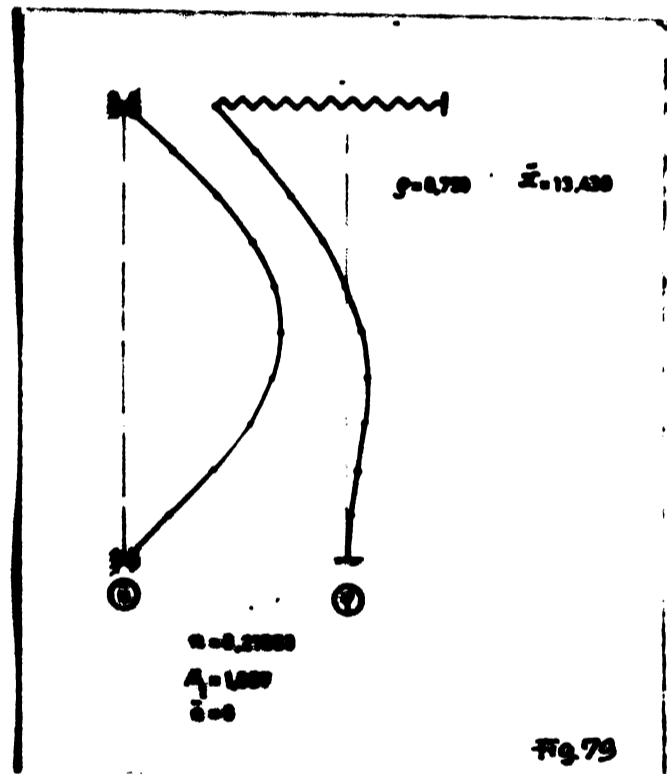


Fig. 79

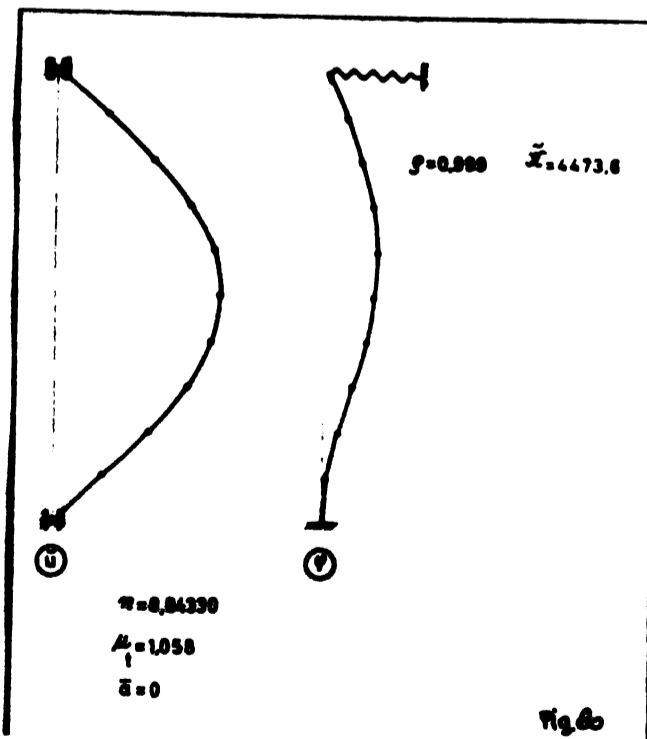


Fig. 80

INSTITUTE OF PHYSICS
TUMINGOAN
CENTRAL

2. Pentru ca alura deformată φ a echilibrului indiferent corespunzătoare valorii $\rho_x = 0,001$ (fig.76) să ajungă prin creșterea valorii ρ_x la alura corespunzătoare valorii $\rho_x = 0,999$ (fig.80), se înregistrează o schimbare calitativă a alurii acestei deformată, la o valoare $\rho_x > 0,500$ (fig.79).

3. Valoarea parametrului critic $n_{cr} = 8,84330$ corespunzătoare unui grad de încastrare $\rho_x = 0,999$ este o valoare maximă (fig.80), care nu poate fi depășită decât în situația când alcătuirea constructivă asigură o împiedicare a strîmbării liniei mediane a secțiunii transversale a stîlpului de sub calea de rulare (fig.86).

Astfel, în varianta deplanării libere, pe lîngă un grad de încastrare $\rho_x = 0,999$ rezultă succesiv:

$$l_f = k_t \cdot l = 1,058 \cdot 900 = 952 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{l_f}{i_{\min}} = \frac{952}{8,57} = 111$$

cea ce față de calculul condus cu $l_f = 900$ cm, reprezintă un spor în tensiunea convențională de:

$$\frac{0,521}{0,467} \cdot 100 = 11,5\%$$

În ipoteza deplanării împiedecate:

$$l_f = k_t \cdot l = 1,023 \cdot 900 = 922 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{l_f}{i_{\min}} = \frac{922}{8,57} = 107,5$$

cea ce față de calculul condus cu $l_f = 900$ cm, reprezintă un spor în tensiunea convențională numai de:

$$\frac{0,521}{0,502} \cdot 100 = 3,8\%$$

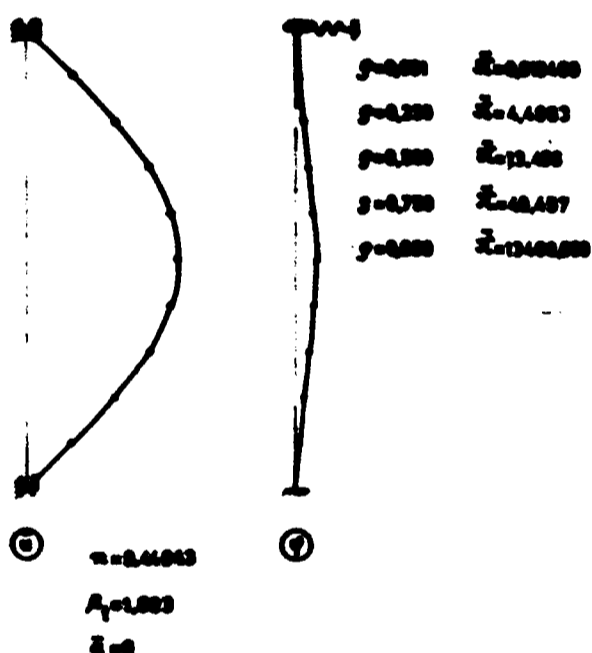
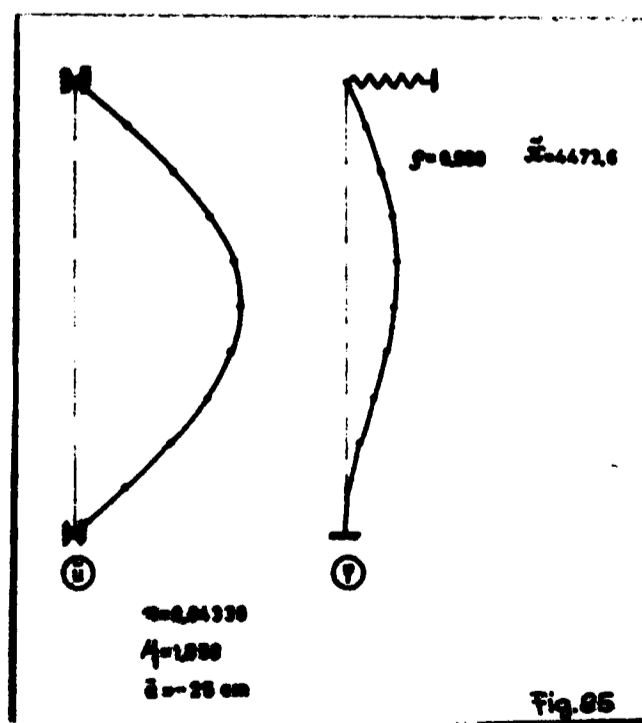
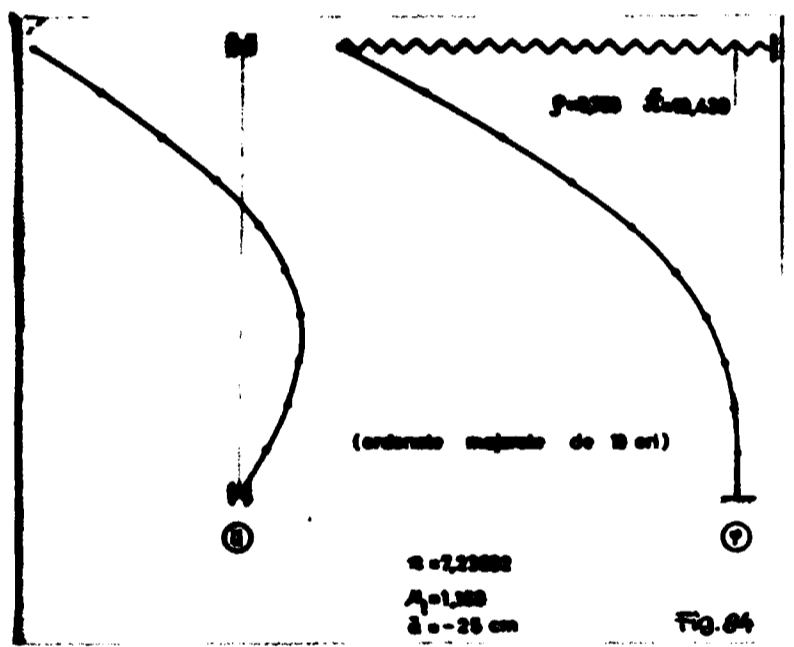
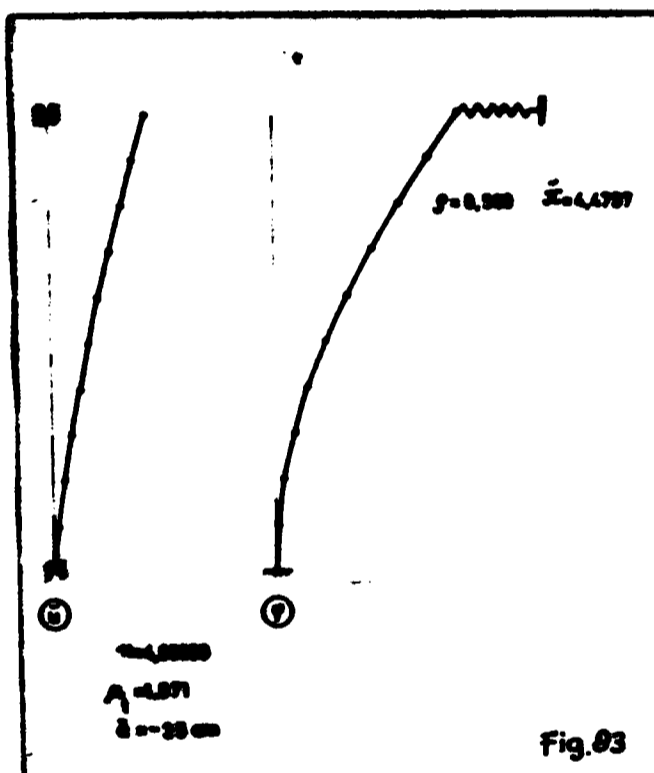
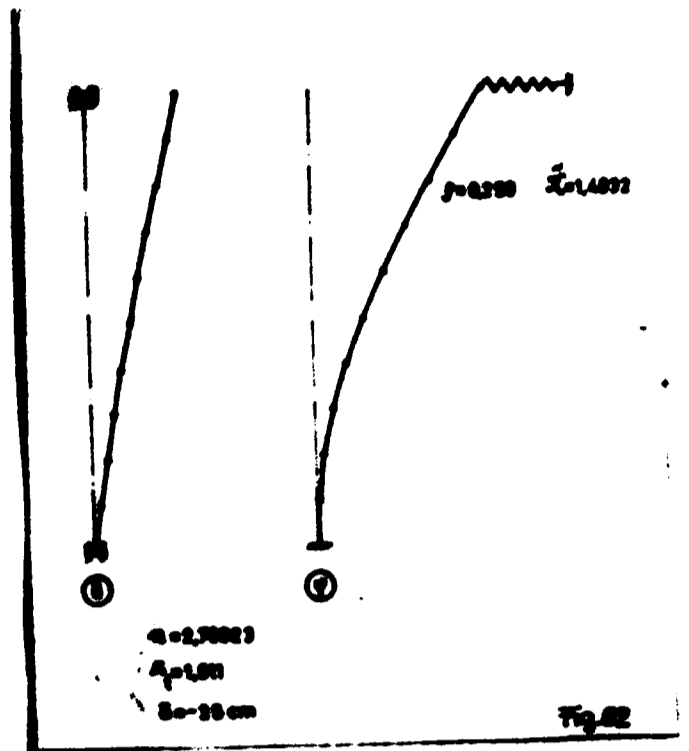
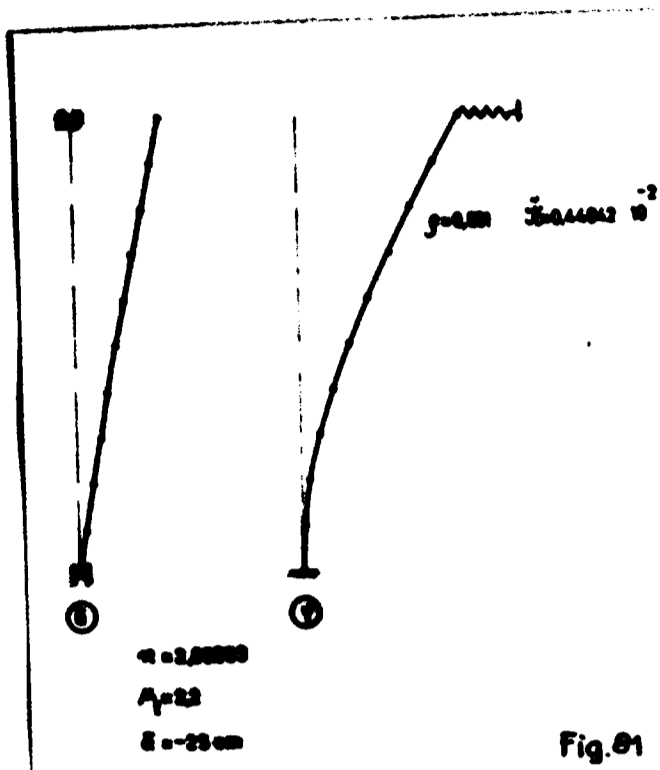


Fig.86

Rezultă prin urmare eficiența din punctul de vedere al stabilității, al acelor soluționări constructive care asigură o împiedecare cât mai pronunțată a strîmbării liniei mediane a secțiunii transversale a stîlpului de sub calea de rulare.

4. Figurile 81 ... 85 ilustrează deformatеле corespunzătoare echilibrului indiferent în situația cînd reazemul superior este aplicat în planul grinzii căii de rulare, adică la o distanță de $\bar{a} = - 25$ cm. măsurată în sistemul de referință \bar{x} c \bar{y} : și deplanarea secțiunii transversale superioare este liberă, iar figurile 87 ... 89 cînd aceasta este total împiedicată. Comparatia celor două grupe de valori ale multiplicatorului transformat al lungimii de flambaj μ_t înscrise în figurile menționate mai sus, arată că și de această dată împiedicarea strîmbării liniei mediane a secțiunii transversale a stîlpului de sub calea de rulare este avantajoasă, astfel că deja la valori relativ reduse ale gradului de încastrare ρ_x (fig.89) se anulează complet efectul defavorabil al rezemării superioare decalate în sens negativ față de centrul de răsucire (fig.87 și 83).

5. Impiedicarea strîmbării liniei mediane a secțiunii transversale de sub calea de rulare este de cele mai multe ori asigurată prin regulile constructive care stau la baza alcătuirii acestei părți a stîlpului. De asemenea se poate afirma cu certitudine că rigiditatea elementelor halei, de care se leagă stîlpul la nivelul acestei secțiuni, asigură valori \mathcal{K} și deci valori ρ_x suficient de mari. Astfel, șirul de valori din figurile 86 și 89 demonstrează posibilitatea de a putea considera în calculele practice, că din punctul de vedere al răsucirii, ramura inferioară a stîlpului este dublu încastrată,



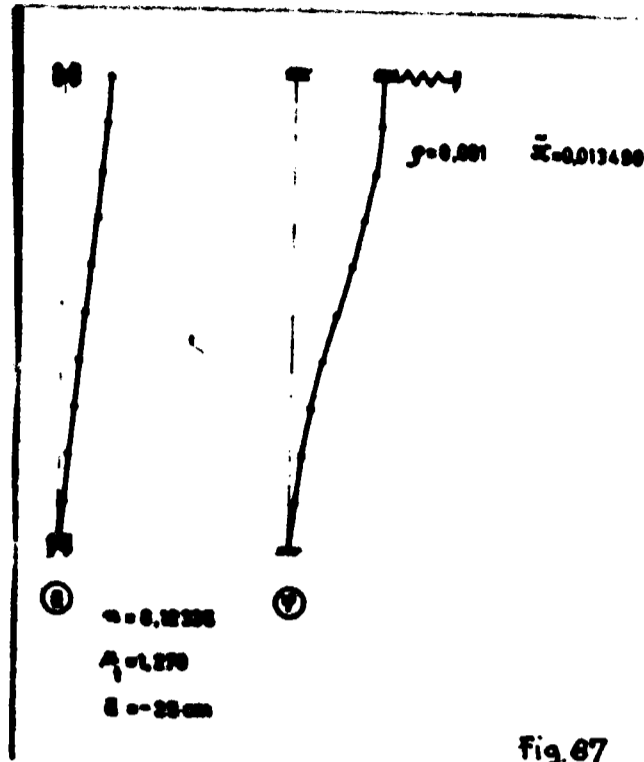


Fig. 67

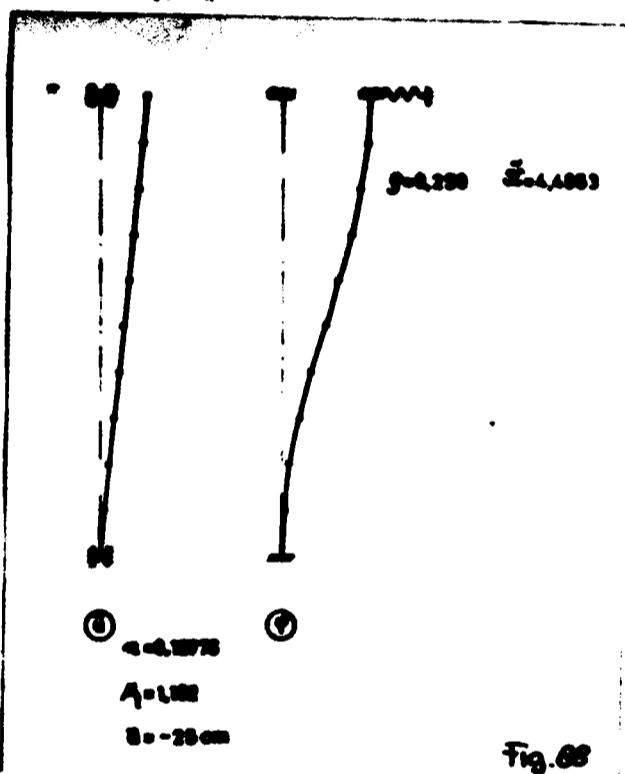


Fig. 68

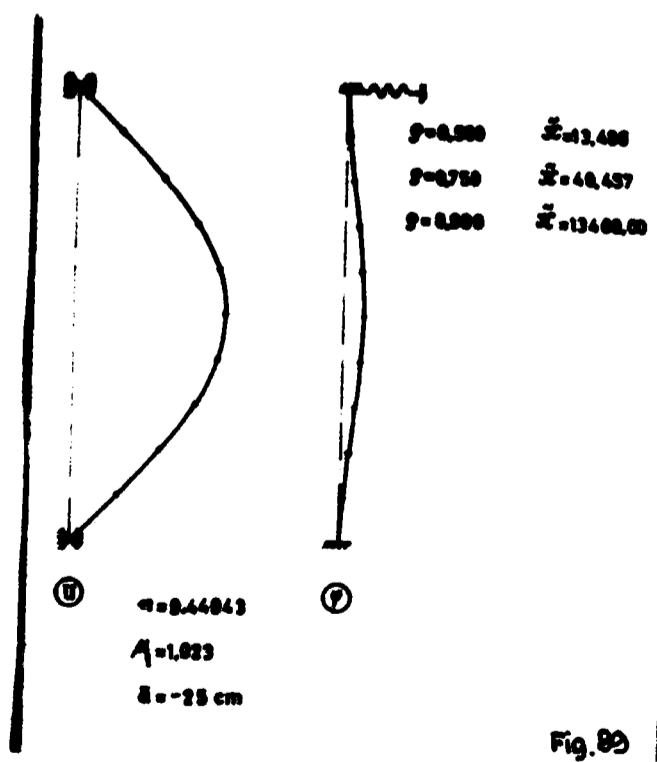


Fig. 69

și în consecință formula (173) (cu $\beta = 0,78$) conduce la valori corecte.

În baza aceleiași observații, alegerea valorii $\beta_0 = 0,5$ în cadrul recomandărilor DIN 4114 [51], este justificată, obținându-se de asemenea valori corecte pentru forța admisibilă de compresiune. (Coeficientul de zveltețe de comparație rezultă după DIN 4114 $\lambda_{\text{cr}} = 107$, valoare care se obține și prin intermediul parametrului critic calculat și anume:

$$\lambda = \bar{\lambda} \cdot l \sqrt{\frac{A}{I_y n_{\text{cr}}}} = \bar{\lambda} \cdot 900 \sqrt{\frac{225,8}{16600 \cdot 9,44943}} = 107$$

SINTEZA SI CONCLUZII

In prezent preocuparea de a reduce cit mai mult posibil greutatea proprie a constructiilor, conduce in mod firesc la proiectarea si executia unor structuri ale caror elemente componente inregistreaza zvelteți din ce in ce mai mari. In asemenea conditii, verificarea stabilității structurilor cistigă in importantă.

Calculul la stabilitate care reflectă cel mai fidel comportarea reală a unei structuri este calculul la divergență. Un asemenea calcul condus pe ansamblu, este extrem de laborios si in prezent greu abordabil. Avind însă in vedere faptul că pierderea stabilității structurii prin divergență poate fi cauzată de un singur element al acesteia, in practica actuală verificările la stabilitate se fac aproape exclusiv prin izolarea barelor din structură. Astfel, formulole de tip Iasinski din diferite prescripții verifică in mod aproximativ divergența echilibrului prin intermediul lungimii de flambaj prin bifurcare, stabilită pe schema barei izolate (ideale).

Tinind seama de cazul frecvent intilnit al barelor cu secțiunea transversală monosimetrică, apare posibilitatea flambajului prin încovoiere-răsucire. Menținerea și in acest caz a procedului de aproximare a divergenței prin formula de tip Iasinski, reclamă utilizarea unor coeficienți de flambaj ψ care să fie determinați in funcție de un coeficient de zveltețe de comparație, stabilit la rîndul lui cu ajutorul forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire. Acest parametru este prezent și in cadrul unor formulări ale relațiilor de interacțiune

(între efectul forței axiale și cel al momentului încovoietor) pentru aproximarea divergenței echilibrului. Lărgind accepțiunea acestor relații, trebuie cunoscută valoarea forței critice de flambaj prin încovoire-răsucire în ipoteza rezemărilor elastice.

În lucrare se descrie un procedeu de integrare numerică a sistemului de ecuații diferențiale a problemei cu ajutorul metodei Runge-Kutta-Gill și se studiază influența diferitelor condiții de rezemare asupra valorii forței critice de flambaj (prin bifurcarea echilibrului) prin încovoire-răsucire. Astfel, în paragraful I.1 problema este definită mecanic stabilindu-se și condițiile la limită (de rezemare) cele mai generale (atât din punctul de vedere al rigidității reazemelor cât și al nivelurilor lor de aplicare). Considerând și valorile extreme ale rigidității reazemelor (zero și infinit), în tabelul 1 sînt prezentate toate rezemările de acest tip și condițiile la limită corespunzătoare.

Integrarea sistemului de ecuații diferențiale a problemei este făcută în paragraful I.2.1, schițându-se totodată o modalitate de abordare automată a calculului cu ajutorul calculatoarelor electronice (fig.22). Descrierea mai detaliată a metodei de integrare Runge-Kutta-Gill (utilizată în lucrare) este făcută în paragraful I.2.2, arătînd și modul în care se supraveghează eroarea sistematică dintr-un punct (relația 98"). Metoda este aplicată sistemului echivalent de ecuații de ordinul I (103 ... 110) stabilit în paragraful I.2.3. Tratănd problema de stabilitate ca o problemă cu valori inițiale, în

același paragraf sînt intabulate valorile vectorilor liniar independenți necesari obținerii celor patru soluții particulare (tab. 6...21) și se arată în detaliu modul în care se determină valoarea forței critice. În anexa Nr.1 se dă organigrama și programul de calcul al forței critice de flambaj prin încovoiere-răsucire în cazul condițiilor de rezemare din tabelole 1 sau 2 și 3. Rezultatele calculelor efectuate cu acest program (FLAGEN) și concluziile corespunzătoare sînt cuprinse în partea II.1 a lucrării.

Procedoul de calcul este rescris într-o formulare adimensională în paragraful I.2.4, calculul fiind completat cu stabilirea alurii deformatelor corespunzătoare echilibrului indiferent. Prin această transcriere, calculul devine independent atît de forma și dimensiunile secțiunii transversale cît și de lungimea barei, dînd posibilitatea obținerii unor rezultate și concluzii mai cuprinzătoare. În anexa Nr.2 se dă organigrama și programul de calcul al parametrului critic și al deformatelor corespunzătoare echilibrului indiferent pentru cazurile de rezemare care pot modela un stîlp de cadru. Rezultatele calculelor efectuate cu acest program (STABIL) și concluziile corespunzătoare sînt cuprinse în partea II.2 a lucrării.

Programul FLAGEN (anexa Nr.1) a fost rulat pentru toate cazurile de rezemare, alegînd în acest scop o bară realizată dintr-un profil \square . Alegerea acestei bare este justificată în paragraful II.1.1 prin sensibilitatea ei pronunțată la flambajul prin încovoiere-răsucire, înlesnind punerea în evidență a aspectelor specifice acestui mod de pierdere a stabilității.

In continuare, în paragraful II.1.2, se analizează rezultatele inserate în tabelul 28 și se trag o serie de concluzii dintre care trebuie subliniate următoarele:

- Formula (173) cunoscută în literatură [40] conduce în unele situații la anomalii în sensul că prin suprimarea unor legături din reazeme, conduce la valori mai mari ale forței critice, sau se obțin valori imaginare.

- Compararea rezultatelor obținute cu formula (173) respectiv prin calculul automat și pe cazul unei bare realizate din două profile Γ , cu aripi inegale solidarizate prin sudură în puncte, alcătuind o secțiune I monosimetrică, pune în evidență faptul că precizia formulei (173) adică valorile coeficienților β din tabelul 26 în ultimă instanță depind nu numai de condițiile de rezemare ci și de geometria barei (lungimea ei, forma și dimensiunile secțiunii transversale). Acesta a fost motivul pentru care cazurile de rezemare specifice stâlpilor de cadru au fost tratate în formulare adimensională în partea II.2 a lucrării.

- Modificarea condițiilor de rezemare afectând deformațiile din încovoiere (\bar{u}, \bar{u}') respectiv cele din răsucire (φ, φ') au efecte deosebite asupra barei realizate din profilul Γ (tab.25) respectiv asupra barei realizate cu profile Γ cu aripi inegale (tab.29). Se arată în acest sens, la care din legăturile existente în reazeme se justifică sporirea rigidității.

Influența elasticității reazemelor și a nivelurilor de rezemare asupra forței critice este prezentată în paragraful

II.1.3. Rezultatele calculelor, intabulate in tabelole 31 ... 33, au permis formularea unor concluzii legate de valoarea rigidității legăturilor din reazeme și influența acestora în ipoteza plasării lor la diferite niveluri în raport cu centrul de răsucire al secțiunilor transversale de capăt. Aceste concluzii au servit foarte mult în cadrul studiilor efectuate mai târziu, în formulare adimensională. Astfel, trebuie remarcate cel puțin următoarele:

- Plasarea legăturii privind deplasările din încovoiere la un anumit nivel \bar{a} de centrul de răsucire poate fi favorabil în ceea ce privește stabilitatea barei, existînd un nivel optim din acest punct de vedere.

- Valori relativ mici ale rigidității legăturilor sînt suficiente pentru a putea conta pe acestea ca fiind absolut rigide, avînd posibilitatea stabilirii valorilor lor minime.

- Influența modificării rigidității legăturii privind rotirile din încovoiere (K) și a nivelului ei de aplicare (\bar{b}) este redusă, în timp ce modificări aduse rigidităților legăturilor privind deformațiile din răsucire, influențează pronunțat valoarea forței critice, întregindu-se astfel constatarea deja făcută în paragraful precedent.

- Toate observațiile făcute fiind particulare barei studiate, deci neavînd valabilitate generală, conduc încă odată la concluzia necesității unui studiu adimensional.

- Alegerea rigidității legăturilor din reazeme devine dificilă în lipsa unui criteriu, astfel încît în paragraful II.1.4 se definesc și se dau expresiile gradelor de încastrare

în baza căreia această operațiune este mult ușurată. Tabelul 38 cuprinde pe lângă valorile N_{cr} corespunzătoare unor rigidități limită (zero respectiv infinit) și cele corespunzătoare unor rigidități aferente unor grade de încastrare $\eta \approx 0,5$ (tab. 37), iar diagramele din figurile 34 ... 39 au permis ca prin intermediul gradelor de încastrare η să se întregească concluziile trase anterior.

Exemplul de calcul rezolvat în paragraful II.1.5 servind ca model de obținere a datelor a fost ales pentru a ilustra utilitatea constructivă a acestor calcule oferind posibilitatea raționalizării conexiunilor și deci a siguranță sporită în proiectare.

Pentru a putea efectua calculul în formularea adimensională s-a studiat mai întâi domeniul de variație al parametrilor geometrici ε_1 , ε_2 și ε_3 considerînd atât secțiuni transversale compuse cît și secțiuni ale profilelor cu pereți subțiri formate la rece (paragraful II.2.1). În același paragraf se stabilesc și limitele nivelurilor adimensionale de aplicare ale reazemelor elastice (\tilde{a} și \tilde{b}). Transcriind sub formă adimensională și expresiile gradelor de încastrare care au fost introduse în programul de calcul STABIL (paragraful II.2.2) se trece în cadrul paragrafului II.2.3 la discuția rezultatelor obținute; concluziile fiind prezentate pe parcurs se consemnează aici doar cîteva dintre cele mai importante:

- Parametrii geometrici ε_1 , ε_2 și ε_3 fiind intrinseci problemei dau posibilitatea caracterizării barei din punctul de vedere al flambajului prin încovoiere-răsucire. Sînt astfel justificate și valorile obținute în [40] și redată în tabelul 44.

- Diagramele din figurile 48 ... 56 ilustrează influența parametrului g_1 ; în domeniul valorilor g_1 mari (> 25) predomină flambajul prin încovoiere fiind eficientă sporirea rigidității legăturilor privind deformațiile din încovoiere iar în domeniul valorilor g_1 mici (< 25) predomină flambajul prin răsucire (cealaltă componentă a fenomenului) și devin eficiente legăturile rigide privind deformațiile din răsucire.

- Diagramele din figurile 60 ... 63 scot în evidență influența celorlalți doi parametri; valori mari ale parametrului g_3 (proporțional cu distanța între cele două centre semnificative ale secțiunii transversale) micșorează valoarea parametrului critic. Parametrul g_2 (invers proporțional cu rigiditatea la încovoiere B) prin valoarea sa poate accentua sau diminua influența parametrului g_3 ; o accentuare a acestei influențe se produce atunci când se asociază valori g_1 mici cu g_2 mari sau invers.

- Poziția optimă de plasare a legăturilor elastice privind deformațiile din încovoiere (k și K) este dependentă de condițiile de rezemare de la extremități dar se găsește totdeauna de partea y -cilor pozitivi.

- Deformatele corespunzătoare echilibrului indiferent vizualizează influența diferiților parametri permițând un studiu calitativ al fenomenului; de asemenea aceste deformate pot servi într-un calcul de rezistență de ordinul II în ceea ce privește distribuția imperfecțiunilor în lungul barei (care este cea mai dezavantajoasă când coincide cu alura deformatei corespunzătoare flambajului prin bifurcare).

În paragraful II.2.4 prin transcrierea adimensională a formulei (173) se depistează domeniile g_1 , g_2 , g_3 în care ea

nu mai este aplicabilă; pentru ultimul din cazurile de rezemare cuprinse în tabelul 46, coeficientul β este corectat dînd astfel posibilitatea de a utiliza formula (173) și în acest caz, care de altfel poate prezenta un interes practic destul de pronunțat. În același paragraf se arată că relația de interacțiune (194) dată și în [34] [care de altfel conduce și la formula (173)] are o structură limitată neputînd cuprinde și cazul barelor rezemate elastic, motiv pentru care rezultatele au fost date sub formă de diagrame (fig.74).

Lucrarea se încheie cu cîteva considerații privind verificarea stabilității stîlpilor de hală industrială (paragraful II.2.5), stabilind pentru diferite condiții de modelare a legăturilor dintre ramura inferioară a stîlpului și restul structurii un multiplicator transformat al lungimii de flambaj. Se pune în evidență influența favorabilă a împiedicării strîmbării liniei mediane a secțiunii transversale; astfel pe lîngă rigidități relativ scăzute ale legăturilor privind rotirile din răsucire, se anulează complet efectul defavorabil al rezemării superioare decalate în sens negativ față de centrul de răsucire (fig. 87 și 88). De asemenea, în baza observațiilor făcute, se arată că alegerea valorii $\beta_0 = 0,5$ în cadrul recomandărilor DIN 4114 [51], este justificată.

Tema lucrării este axată pe o problemă de mecanică aplicată rezolvînd o problemă complexă de stabilitate, calculele numerice fiind alese din domeniul construcțiilor metalice. Conturînd aspectele semnificative ale fenomenului și punînd în evidență parametrii intrinseci problemei cercetate s-au trasat o serie de diagrame care reflectă corelațiile dintre aceștia. Posibilitățile

autorului în cadrul acestei lucrări au permis determinarea câtorva puncte semnificative de pe curbele trasate, ele fiind însă suficiente pentru a se putea trage concluziile din lucrare. În cazul unei îndesiri a acestor puncte, diagramele pot deveni utilizabile direct în proiectare.

Lucrarea prezintă o utilitate sub aspect calitativ și cantitativ. Astfel, prin stabilirea efectelor diferitelor rigidități ale legăturilor și a nivelurilor lor de aplicare asupra stabilității barei s-au scos în evidență o serie de aspecte care permit proiectantului să cîntărească calitativ rolul acestor parametri în cadrul flambajului prin încovoiere-răsucire oferindu-i o siguranță în proiectare. Utilitatea cantitativă constă în programele întocmite cît și prin unele din diagramele trasate, utilizabile direct în proiectare. Programele din anexele 1 și 2 permit studiul detaliat al influenței parametrilor de rezemare asupra stabilității barei, operație care devine pe deplin justificată cu ocazia proiectării unor construcții de serie.

Procedeul de calcul este aplicabil și barelor cu secțiunea transversală dublu conexă respectiv în cazul reazemelor intermediare. De asemenea în aceeași manieră se poate rezolva și cazul compresiunii excentrice sau al încovoierii (dată de încărcări transversale) cu forță axială. Aceste probleme sînt în atenția autorului, unele din rezultatele acestor cercetări urmînd să fie valorificate în cadrul aceluiași contract de cercetare științifică încheiat între Institutul politehnic "Traian Vuia" din Timișoara și I N C E R C București amintit în introducerea acestei lucrări.

B I B L I O G R A F I E

1. x x x Fundamentarea perfecționării metodelor de calcul a elementelor și structurilor metalice. Studiu de sinteză elaborat de I.P.T. Catedra de Construcții metalice și I.C.B. Catedra Construcții de beton armat și construcții metalice. Timișoara-București 1973.
2. Appeltauer I. Contribuții la calculul de stabilitate al cadrelor de oțel. Teză de doctorat. Timișoara 1970.
3. Kollár L., Dulácska E. Keretszerkezetek és oszloprendszerok stabilitása. Budapesti városépítési tervező vállalat műszaki osztály. 1972.
4. Edmonds D., Medland I. Approximate determination of Frame Critical Loads. Journal of the Structural Division Vol.98 No. ST3. Mar.1972.
5. Hangan M.D., Poduri industriale din beton armat. Editura tehnică București, 1967.
6. Hangan M. Die Bestimmung der Säulenknicklänge bei Stockwerkrahmen durch schrittweise Näherung. Bautechnik (35), 1958/8.
7. Ciuvikin G.M. Ob ustoiçivosti za predelom uprugosti vneșentrennovo sjaťih tonkostonnih sterjnei otkrıtovo profilia. In lucrarea: Issledovania po stalnim konstrukcijam. Gostroiizdat, Moscova, 1962.
8. Pekoz T.E., Winter G. Torsional-Flexural Buckling of Thin-Walled Sections under Eccentric Load. Journal of the Structural Division Vol.95, No.ST5, May 1969.



9. Băluț N., Gioncu V. Calculul la flambaj prin încovoiere-răsucire al barelor cu pereți subțiri solicitate la compresiune cu încovoiere. INCERC, Studii și cercetări. București 1971/7.
 10. Appeltauer I., Gioncu V., Cuteanu E. Metodă pentru calculul la stabilitate al cadrelor de oțel. INCERC, Studii și cercetări. București 1966/1.
 11. Băluț N., Dănețiu Gh., Gioncu V., Appeltauer I., Cuteanu E. Calculul aproximativ al barelor comprimate la grinzi cu zăbrele din profile cu pereți subțiri. Revista construcțiilor și a materialelor de construcții, 1969/11.
 12. Appeltauer I., Cuteanu E. Contribuții la problema rezemării intermediare a barelor cu pereți subțiri¹⁾. Studii și cercetări de mecanică aplicată, 18, 1 (1965).
 13. x x x Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. 1968 Edition.
 14. Unger B. Elastisches Kippen von beliebig gelagerten und aufgehängten Durchlaufträgern mit einfachsymmetrischen, in Trägerachse veränderlichen Querschnitt und einer Abwandlung des Reduktionsverfahrens als Lösungsmethode. Dissertation. Darmstadt 1969.
 15. Klöppel K., Möll R. Das räumliche Stabilitätsproblem beliebig gelagerter, gebrochener Stabzüge mit doppelt-oder einfachsymmetrischen, offenem dünnwandigen Querschnitt unter feldweise konstanter Momenten - und Normalkraftbeanspruchung. Der Stahlbau 1963/10.
-
- 1) Publicată în "Rev.roum.sci.tech. - Mécanique appliquée, 10,1 (1965) (în lb. germană).

16. Klöppel K., Lie K.H. Das hinreichende Kriterium für den Verzweigungspunkt des elastischen Gleichgewichts. Der Stahlbau 16 1943/6,7.
17. Vlasov V.Z. Tonkostennije uprugie sterjni. Fizmatgiz. Moscova 1959.
18. Kollbrunner C.F., Meister M. Knicken, Biegedrillknicken, Kippen. Springer Verlag Berlin 1961.
19. Smirnov V. Kurs višsei matematiki Vol.III/1. Moskva, Gosudarstvennoe Izdatelstvo Tehniko-teoreticeski Literaturi, 1953.
20. Bleich F. Buckling Strength of Metal Structures. Mc.Graw-Hill Book Company, Inc. New-York 1952.
21. Ralston A., Wilf H.S. Méthodes mathématique pour calculateurs arithmétiques. Dunod. Paris 1965.
22. Collatz L. Numerische Behandlung von Differentialgleichungen. Springer Verlag. Berlin 1951.
23. Salvadori M.G., Baron M.L. Metode numerice în tehnică. Editura tehnică București 1972.
24. Ping-Chun Wang Metode numerice și matriciale în mecanica construcțiilor. Editura tehnică București 1970.
25. Zurmühl R. Pratische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Springer Verlag. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961.
26. Brücker-Steinkuhl K., Degering V. Zur automatischen Steuerung der Schrittweite beim Runge-Kutta Verfahren. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 1964/10,11.

27. Reuschling D. Beitrag zur Berechnung mehrfeldriger, beliebig gelagerter dünnwandiger Stäbe mit einfach-oder unsymmetrischem offenem Querschnitt unter Normalkraft - und Querbelastung als Verzweigungsproblem oder Spannungsproblem II. Ordnung nach dem Übertragungsmatrizen-Verfahren. Dissertation. Darmstadt 1969.
28. Goldberg J.E., Bogdanoff J.L., Glauz W.D. General Computer Analysis of Beams. Journal of the Engineering Mechanics Division Vol.90, No.EM3, June 1964.
29. Ebner A.M. Billington D.P. Steady State Vibration of Damped Timoshenko Beams. Journal of the Structural Division Vol.94, No. ST3, Mar. 1968.
30. Huddleston J.V. A Numerical Technique for Elastic Problems. Journal of the Engineering Mechanics Division. Vol.94, No.EM5, Oct.1968.
31. Csellár Ö., Halász O., Réti V. Vékonyfalú acélszerkezetek. Műszaki Könyvkiadó Budapest 1965.
32. Bródka I., Lubinski N. Lekkie konstrukcje stalowe. Warszawa 1961.
33. Chajis A., Fang P.J., Winter G. Torsional-Flexural Buckling, Elastic and Inelastic, of Cold Formed Thin-Walled Columns. Cornell Engineering Research Bulletin 66-1, Aug.1965.
34. Chajes A., Winter G. Torsional-Flexural Buckling of Thin-Walled Members. Journal of the Structural Division Vol.91, No.ST4, Aug. 1965.
35. Appeltauer I., Bota V., Gioncu V. Problema stabilirii sortimentului minim al profilelor cu pereți subțiri formate la rece

pentru elemente de construcții. Revista construcțiilor și a materialelor de construcții. 1966/8.

36. x x x Instrucțiuni tehnice pentru proiectarea construcțiilor metalice din profile cu pereți subțiri. Indicativ P.54 - 69.

37. Popescu M., Otescu I. Profile metalice cu pereți subțiri în construcții. Editura tehnică. București 1963.

38. Hertel H. Leichtbau. Springer Verlag. Berlin 1960

39. Pflüger A. Thin-Walled Compression Members. Mitteilungen des Instituts für Statik der Technischen Hochschule Hannover (Teil I - Mitteilung Nr.2 - Ianuar 1959; Teil II - Mitteilung Nr.3 - Iuli 1959; Teil III - Mitteilung Nr.5 - März 1961).

40. Eřezina V. Vzpěrna únosnost kovových prutů a nosníků . Praha 1962.

41. Kollbrunner C.F., Meister M. Knicken. Springer-Verlag. Berlin 1955.

42. Appeltauer I., Cavaropol R., Cuteanu E., Gioncu V. Contribuții la calculul la stabilitate al barelor cu pereți subțiri rezemate diferit la capete. Buletinul științific și tehnic al Institutului politehnic Timișoara. Tom 15(29), fasc.2, iulie-dec.1970.

43. Appeltauer I., Băluț N., Gioncu V., Cuteanu E. Calculul aproximativ al tălpii superioare din profil omega, la grinzi cu zăbrele din bare cu pereți subțiri formate la rece. Revista construcțiilor și a materialelor de construcții 1967/8.

44. Beschea N. Rezistența materialelor - capitole speciale-. Editura didactică și pedagogică. București 1971.
45. Appeltauer I., Băluț N., Gioncu V. Calculul elementelor de construcții din profile metalice cu pereți subțiri formate la rece- INCERC. Studii și cercetări 1967/1.
46. Appeltauer I., Cuteanu E., Gioncu V. ș.a. Flambajul prin încovoiere-răsucire al barelor de oțel cu secțiune monosimetrică solicitate de momente încovoietoare cu variație liniară. Studii și cercetări de mecanică aplicată, 26,5 (1967).
47. Pettersson O. Combined Bending and Torsion of I Beams of Monosymmetrical Cross-Section, Stockholm, 1952.
48. x x x STAS 763/1-71 "Construcții civile, industriale și agricole. Prescripții pentru proiectarea construcțiilor metalice".
49. Mateescu D., Cuteanu E. Flexural-Torsional Buckling of axially compressed Members with elastic End-bearings. Sub tipar în raportul final al Colocviului stâlpilor comprimați centric, Paris 1972.
50. Mateescu D., Cuteanu E. Calculul lungimii transformate de flambaj a ramurii inferioare a stâlpilor halelor industriale cu pod rulant având secțiunea transversală monosimetrică. Sub tipar în Buletinul științific și tehnic al Institutului politehnic "Traian Vuia" Timișoara.
51. x x x DIN 4114 Berechnungsgrundlage für Stabilitätsfälle im Stahlbau (Knickung, Kippung, Beulung).

Anexa Nr.1

Programul de calcul al forței critice, a avut în vedere de a oferi posibilitatea obținerii forței critice pentru orice mod de rezemare al barei la extremități. În acest scop, vectorii liniar independenți prezentați în tabelele 6 ... 21 se rescriu cu ajutorul expresiilor E_1 și tabloului EX(I) sub forma unui tablou TC(J) (tabelul A1). Se scriu mai jos expresiile E_1 iar în tabelul A2 se dau valorile EX(I).

$$\begin{aligned}
 E_1 &= -\frac{k_0}{B} & E_{13} &= -\frac{\chi_0}{C_\omega} \\
 E_2 &= \frac{k_0 \bar{a}_0}{C} & E_{14} &= \bar{b}_0 \\
 E_3 &= -\frac{B \bar{a}_0}{C_\omega} & E_{15} &= -\frac{K_0 \bar{b}_0}{B} \\
 E_4 &= \frac{K_0}{B} & E_{16} &= \frac{N_{cr} \bar{y}_G}{B} \\
 E_5 &= -\frac{N_{cr}}{B} & E_{17} &= -\frac{N_{cr} (\bar{b}_0 - \bar{y}_G)}{B} \\
 E_6 &= -\frac{K_0 \bar{b}_0}{C_\omega} & E_{18} &= \frac{\chi_0 + K_0 \bar{b}_0^2}{C_\omega} \\
 E_7 &= -\frac{B \bar{b}_0}{C_\omega} & E_{19} &= \frac{\chi_0}{C_\omega} \\
 E_8 &= \frac{N_{cr} \bar{y}_G}{C_\omega} & E_{20} &= \frac{C - N_{cr} i_c^2}{C_\omega} \\
 E_9 &= \frac{N_{cr} (\bar{y}_G - \bar{a}_0)}{C_\omega} & E_{21} &= \frac{C + N_{cr} (\bar{y}_G \bar{a}_0 - i_c^2)}{C_\omega} \\
 E_{10} &= \bar{a}_0 & E_{22} &= \frac{C + N_{cr} (\bar{y}_G \bar{b}_0 - i_c^2)}{C} \\
 E_{11} &= \frac{k_0 \bar{a}_0}{B} & E_{23} &= \frac{C + N_{cr} [(\bar{y}_G - \bar{b}_0) \bar{a}_0 + \bar{y}_G \bar{b}_0 - i_c^2]}{C_\omega} \\
 E_{12} &= -\frac{\chi_0 + k_0 \bar{a}_0^2}{C_\omega} & &
 \end{aligned}$$

Valorile vectorilor liniar independenți pentru cazurile de rezemare
din tabelul 2

Nr. crt.	$\bar{\mu}$	ϑ	β	δ	φ	η	α	τ
I	$\bar{\mu}_0$	$\bar{\mu}_0^I$	$\bar{\mu}_0^II$	$\bar{\mu}_0^III$	ψ_0	ψ_0^I	ψ_0^II	ψ_0^III
	TC(11)	TC(12)	TC(13)	TC(14)	TC(15)	TC(16)	TC(17)	TC(18)
II	TC(21)	TC(22)	TC(23)	TC(24)	TC(25)	TC(26)	TC(27)	TC(28)
III	TC(31)	TC(32)	TC(33)	TC(34)	TC(35)	TC(36)	TC(37)	TC(38)
IV	TC(41)	TC(42)	TC(43)	TC(44)	TC(45)	TC(46)	TC(47)	TC(48)

Valorile EX(I), I=1,22

Tabelul A2

EX ⁰ CAZ	EX(1)	EX(2)	EX(3)	EX(4)	EX(5)	EX(6)	EX(7)	EX(8)	EX(9)	EX(10)	EX(11)	EX(12)	EX(13)	EX(14)	EX(15)	EX(16)	EX(17)	EX(18)	EX(19)	EX(20)	EX(21)	EX(22)
1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
2	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
3	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
4	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
6	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
8	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
9	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
12	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
13	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
14	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
16	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Cu expresiile E_j și valorile $EX(I)$ date mai sus, vectorii liniar independenți $TC(11) \dots TC(48)$ se scriu în mod explicit după cum urmează:

$$\begin{aligned}
 TC(11) &= EX(1) & TC(21) &= 0 \\
 TC(12) &= 0 & TC(22) &= EX(5) \\
 TC(13) &= 0 & TC(23) &= EX(5)E_4 + EX(6) \\
 TC(14) &= EX(1)E_1 + EX(2) & TC(24) &= EX(7)E_5 \\
 TC(15) &= 0 & TC(25) &= 0 \\
 TC(16) &= 0 & TC(26) &= 0 \\
 TC(17) &= 0 & TC(27) &= EX(8)E_6 + EX(9)E_7 \\
 TC(18) &= EX(3)E_2 + EX(4)E_3 & TC(28) &= EX(10)E_8 + EX(11)E_9 \\
 \\
 TC(31) &= EX(5)E_{10} & TC(41) &= 0 \\
 TC(32) &= 0 & TC(42) &= EX(11)E_{14} \\
 TC(33) &= 0 & TC(43) &= EX(10)E_{15} \\
 TC(34) &= EX(4)E_{11} & TC(44) &= EX(14)E_{16} + EX(15)E_{17} \\
 TC(35) &= EX(12) & TC(45) &= 0 \\
 TC(36) &= 0 & TC(46) &= EX(16) \\
 TC(37) &= 0 & TC(47) &= EX(17)E_{18} + EX(11)E_{19} + EX(18) \\
 TC(38) &= EX(4)E_{12} + EX(5)E_{13} + EX(13) & \\
 TC(48) &= EX(19)E_{20} + EX(20)E_{21} + EX(21)E_{22} + EX(22)E_{23}
 \end{aligned}$$

După efectuarea integrării numerice, cu ajutorul valorilor $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{83}, a_{84}$ obținute, se formează succesiv termenii determinantului, care se memorează într-un tablou de dimensiuni 4×4 elemente. Pentru a avea posibilitatea de a dispune de toate condițiile de rezemare prezentate în tabelul 2, termenii determinantului se scriu cu ajutorul expresiilor F_j și tabloului $DX(I)$. Se dau mai jos expresiile F_j iar în tabelul A3 sînt trecute valorile $DX(I)$.

- A1.5 -

$$\begin{aligned}
 F_j &= -k_l(a_{1i} - \bar{a}_l a_{5i}) + N_{cr}(a_{2i} - \bar{y}_G a_{6i}) + B a_{4i} & i=1,4 \quad (j=1,4) \\
 F_j &= K_l(a_{2i} - \bar{b}_l a_{6i}) + B a_{3i} & i=1,4 \quad (j=5,8) \\
 F_j &= -\gamma_l a_{6i} + K_l(a_{2i} - \bar{b}_l a_{6i}) \bar{b}_l - C_\omega a_{7i} & i=1,4 \quad (j=9,12) \\
 F_j &= -C_\omega a_{8i} + C a_{6i} + \mathcal{K}_l a_{5i} - k_l(a_{1i} - \bar{a}_l a_{5i}) \bar{a}_l - N_{cr}(i_c^2 a_{6i} - \bar{y}_G a_{2i}) & i=1,4 \quad (j=13,16) \\
 F_j &= a_{1i} - \bar{a}_l a_{5i} & i=1,4 \quad (j=17,20) \\
 F_j &= -C_\omega a_{8i} + C a_{6i} + \mathcal{K}_l a_{5i} + N_{cr} \left[\bar{y}_G (\bar{a}_l a_{6i} + a_{2i}) - \bar{a}_l a_{2i} - i_c^2 a_{6i} \right] - B \bar{a}_l a_{4i} & i=1,4 \quad (j=21,24) \\
 F_j &= a_{2i} - \bar{b}_l a_{6i} & i=1,4 \quad (j=25,28) \\
 F_j &= \gamma_l a_{6i} + B \bar{b}_l a_{3i} + C_\omega a_{7i} & i=1,4 \quad (j=29,32) \\
 F_j &= -k_l(a_{1i} - \bar{a}_l a_{5i}) + N_{cr} a_{2i} + B a_{4i} & i=1,4 \quad (j=33,36) \\
 F_j &= K_l a_{2i} + B a_{3i} & i=1,4 \quad (j=37,40) \\
 F_j &= a_{6i} & i=1,4 \quad (j=41,44) \\
 F_j &= -C_\omega a_{8i} + \mathcal{K}_l a_{5i} - k_l(a_{1i} - \bar{a}_l a_{5i}) \bar{a}_l + N_{cr} \bar{y}_G a_{2i} & i=1,4 \quad (j=45,48) \\
 F_j &= -k_l a_{1i} + N_{cr}(a_{2i} - \bar{y}_G a_{6i}) + B a_{4i} & i=1,4 \quad (j=49,52) \\
 F_j &= a_{5i} & i=1,4 \quad (j=53,56) \\
 F_j &= -C_\omega a_{8i} + \mathcal{K}_l a_{5i} + N_{cr}(\bar{y}_G - \bar{a}_l) a_{2i} - B \bar{a}_l a_{4i} & i=1,4 \quad (j=57,60) \\
 F_j &= a_{1i} & i=1,4 \quad (j=61,64) \\
 F_j &= -k_l(a_{1i} - \bar{a}_l a_{5i}) + B a_{4i} & i=1,4 \quad (j=65,68) \\
 F_j &= a_{2i} & i=1,4 \quad (j=69,72) \\
 F_j &= -C_\omega a_{8i} + \mathcal{K}_l a_{5i} - k_l(a_{1i} - \bar{a}_l a_{5i}) \bar{a}_l & i=1,4 \quad (j=73,76) \\
 F_j &= -k_l a_{1i} + N_{cr} a_{2i} + B a_{4i} & i=1,4 \quad (j=77,80) \\
 F_j &= -C_\omega a_{8i} + \mathcal{K}_l a_{5i} - B \bar{a}_l a_{4i} & i=1,4 \quad (j=81,84) \\
 F_j &= -k_l a_{1i} + B a_{4i} & i=1,4 \quad (j=85,88)
 \end{aligned}$$

Valoriile DX(I), I=1,17
Tabelul A3

DX(I)	DX(1)	DX(2)	DX(3)	DX(4)	DX(5)	DX(6)	DX(7)	DX(8)	DX(9)	DX(10)	DX(11)	DX(12)	DX(13)	DX(14)	DX(15)	DX(16)	DX(17)
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
8	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
9	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
14	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
16	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0

Cu expresiile F_j ($j=1,88$) și valorile $DX(I)$ date mai sus, termenii determinantului notați cu $D(I,J)$, se scriu în felul următor:

$$D(1,1) = DX(1)F_1 + DX(2)F_{17} + DX(3)F_{35} + DX(4)F_{49} + DX(5)F_{61} + DX(6)F_{68} + DX(7)F_{77} + DX(8)F_{88}$$

$$D(1,2) = F_2 \quad F_{18} \quad F_{34} \quad F_{50} \quad F_{62} \quad F_{66} \quad F_{78} \quad F_{86}$$

$$D(1,3) = F_3 \quad F_{19} \quad F_{35} \quad F_{51} \quad F_{69} \quad F_{67} \quad F_{79} \quad F_{87}$$

$$D(1,4) = F_4 \quad F_{20} \quad F_{36} \quad F_{52} \quad F_{64} \quad F_{68} \quad F_{80} \quad F_{88}$$

$$D(2,1) = DX(9)F_5 + DX(10)F_{25} + DX(11)F_{37} + DX(12)F_{69}$$

$$D(2,2) = F_6 \quad F_{26} \quad F_{38} \quad F_{70}$$

$$D(2,3) = F_7 \quad F_{27} \quad F_{39} \quad F_{71}$$

$$D(2,4) = F_8 \quad F_{28} \quad F_{40} \quad F_{72}$$

$$D(3,1) = DX(9)F_9 + DX(10)F_{29} + DX(13)F_{41}$$

$$D(3,2) = F_{10} \quad F_{30} \quad F_{42}$$

$$D(3,3) = F_{11} \quad F_{31} \quad F_{43}$$

$$D(3,4) = F_{12} \quad F_{32} \quad F_{44}$$

$$D(4,1) = DX(1)F_{13} + DX(14)F_{21} + DX(3)F_{45} + DX(15)F_{53} + DX(16)F_{57} + DX(6)F_{73} + DX(17)F_{84}$$

$$D(4,2) = F_{14} \quad F_{21} \quad F_{46} \quad F_{54} \quad F_{58} \quad F_{74} \quad F_{82}$$

$$D(4,3) = F_{15} \quad F_{23} \quad F_{47} \quad F_{55} \quad F_{59} \quad F_{75} \quad F_{83}$$

$$D(4,4) = F_{16} \quad F_{24} \quad F_{48} \quad F_{56} \quad F_{60} \quad F_{76} \quad F_{84}$$

(În fiecare grupă de valori $D(I,J)$, factorii $DX(I)$ s-au scris o singură dată pentru a nu repeta scrierea lor, în schimb s-au precizat expresiile F_j care vor substitui cele din prima linie a grupului).

Termenii astfel definiți ocupă următoarele poziții în matricea determinantului:

- A1.8 -

D(1,1)	D(1,2)	D(1,3)	D(1,4)
D(2,1)	D(2,2)	D(2,3)	D(2,4)
D(3,1)	D(3,2)	D(3,3)	D(3,4)
D(4,1)	D(4,2)	D(4,3)	D(4,4)

Integrarea numerică se face cu metoda Runge-Kutta (formulele 73...77) utilizând un pas h constant. Programul FLAGEN utilizează pentru variabile notațiile din tabelul A4 și are următoarea structură:

- PROGRAMUL PRINCIPAL.

Are rolul de a transfera datele inițiale ale problemei între memoria internă și echipamentul periferic, introducându-se datele prin cititorul de cartele și apoi tipărindu-se la imprimantă principalele date ale problemei. De asemenea se apelează subrutina "DETERM" și se îmbunătățește valoarea N_0 inițială a forței de compresiune, pînă ce condițiile de precizie prevăzute sînt respectate. Acest calcul se efectuează considerînd succesiv cîte un pas h de integrare din ce în ce mai mic și se compară valorile N_{cr} obținute. Calculul se repetă (maximum de cinci ori) pînă cînd diferența procentuală a două valori consecutive nu diferă cu 0,1%.

- SUBRUTINA "DETERM"

În funcție de valorile EX și DX corespunzătoare cazului de rezemare care se rezolvă, se inițializează funcțiile $Y(S)$ prin intermediul tabloului TC(48), se apelează subrutina "RKT" și cu valorile furnizate de aceasta din urmă, se stabilesc termenii și valoarea determinantului.

- SUBRUTINA "RKT" apelează subrutina "SRK", controlează ca integrarea să se efectueze în mod strict între zero și lungimea barei și determină cu valorile obținute de la subrutina "SRK" func-

Tabelul A4

Notarea variabilelor utilizate în programul
FLAGEN

Nr.	Notăția comună	Notăția FORTRAN	Observații
1	\bar{y}_G	YG	Coordonatele centrului de greutate
2	B	B	Modulul de rigiditate EI_y
3	C_ω	CØ	Modulul de rigiditate EI_ω
4	C	C	Modulul de rigiditate GJ_r
5	l	DL	Lungimea geometrică a barei
6	i_c^2	IRG	Pătratul razei de inerție i_c
7	k_0	AK ₁	Rigiditatea reazomelor conform definițiilor date la I.1.
8	K_0	AK ₂	
9	γ_0	AK ₃	
10	\mathcal{K}_0	AK ₄	
11	k_l	BK ₁	
12	K_l	BK ₂	
13	γ_l	BK ₃	
14	\mathcal{K}_l	BK ₄	
15	\bar{a}_0	AO	

Nr.	Notăția comună	Notăția FORTRAN	Observații
16	\bar{b}_0	BO	Niveluri de aplicare ale reazemelor conform precizărilor de la I.1
17	\bar{a}_l	AL	
18	\bar{b}_l	BL	
19	$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{84}$	A(1,1); A(1,2), ..., A(8,4)	Valorile soluțiilor particulare
20	-	D(1,1); D(1,2); ..., D(4,4)	Termenii determinantului
21	-	DET	Valoarea determinantului
22	-	DETA	Valoarea anterioară a determinantului
23	N_0	VNO	Valoarea inițială respectiv curentă a forței de compresiune
24	N	VN	
25	$(\Delta N)_0$	DN0	Valoarea inițială respectiv curentă a pasului de corecție a lui N
26	ΔN	DN	
27	h	H	Pasul utilizat în integrare
28	-	NUMCAZ	Numărul cazurilor care se rezolvă
29	-	EX(22)	Tabele de valori 0 respectiv 1 date în anexa A1
30	-	DX(17)	
31	$\bar{u}_0, \bar{u}'_0, \dots, \bar{\psi}_0, \bar{\psi}'_0$	YO(8)	Valorile inițiale ale funcțiilor

Nr.	Notatia comună	Notatia FORTRAN	Observatii
32	$\bar{u}, \bar{u}', \dots, \psi, \psi''$	Y(8)	Valorile curente ale functiilor
33	-	R(8), RK(8), Z(8)	Tablouri de lucru in RKT si SRK
34	ϵ_1, ϵ_2	EPS1, EPS2	Valori numerice de comparatie
35	-	TVN(5)	Tabloul in care se memorează valorile N_{cr} corespunzătoare calculului efectuat cu H1...H5

țiile în punctul de coordonată $z+h$.

- SUBRUTINA "SRK" calculează valorile k (formulele 73 ... 77).

Introducerea datelor se face cu ajutorul unui număr de șase cartele care se repetă în aceeași succesiune de atâtea ori, câte cazuri se rezolvă la rularea respectivă a programului. Aceste cartele sînt următoarele:

1. O cartelă conținînd un text, referitor la datele care se prelucrează, extins pe primele 32 coloane ale cartelei (FORMAT 8A4).

2. O cartelă care conține în ordinea YG, B, CO, C, PRG, DL, date referitoare la geometria secțiunii transversale și lungimea barei (FORMAT 8F10.0).

3. O cartelă care conține în ordinea VNO, DNO, ^{EPS2} KPS1, AO, BO, AL, BL, date referitoare la valoarea inițială a forței de compresiune și a pasului de iterare, a valorilor cu care se compară valoarea determinantului respectiv a pasului de iterare (așa cum rezultă din organigrama și programul anexate), respectiv cotele de aplicare a rezemărilor de la extremitățile barei (FORMAT 8F10.0).

4. O cartelă care conține în ordinea AK1, AK2, AK3, AK4, BK1, BK2, BK3, BK4 valorile rigidităților rezemărilor (FORMAT 8F10.0). (Se precizează că pentru cazurile de rezemare mai particulare unde aceste valori sînt nule ^{sau} tind către infinit, cartela poate rămîne neperforată.)

5. O cartelă care conține valorile EX (FORMAT 22 F2.0)

6. O cartelă care conține valorile DX (FORMAT 22 F2.0)



Înainte de primul pachet de cartele se va introduce o cartelă conținând numărul de cazuri care se calculează (FORMAT I3).

Dacă au fost introduse în calculator toate datele necesare, lista furnizată de imprimantă va conține următoarele înregistrări de rezultate:

1. Titlul problemei de rezolvat.

Sînt imprimate caracterele alfa-numerice perforate în primele 32 coloane ale cartelei.

2. Datele inițiale introduse.

3. Valorile forțelor critice calculate cu diferiți pași de integrare h , inclusiv aceea care față de valoarea N_{cr} procentajă diferă mai puțin cu 0,1%.

4. Valoarea și semnul ultimului și penultimului determinant respectiv valoarea pasului de iterare DN (putîndu-se astfel controla schimbarea de semn a determinantului și valoarea pasului de iterare).

Observații:

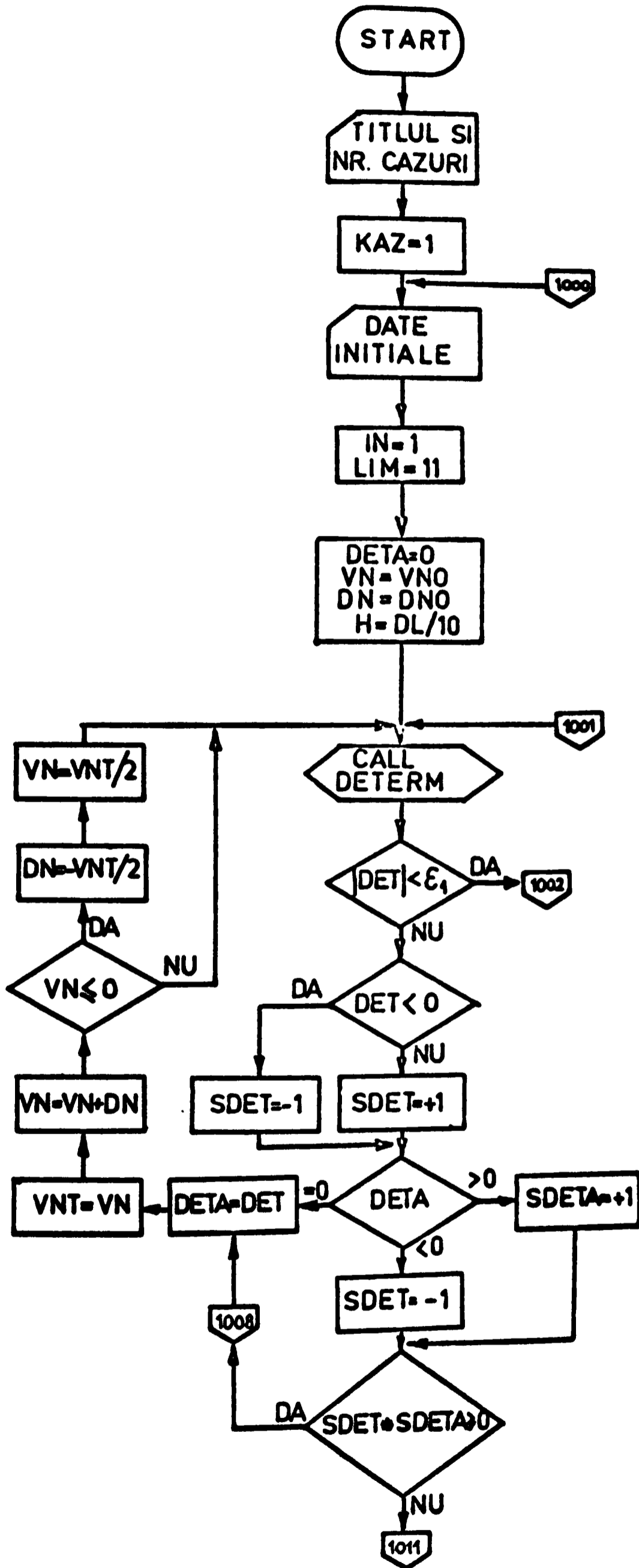
a) Rezultatul (N_{cr}) este furnizat în aceeași unitate de măsură ca N , KH , etc care s-a folosit și la stabilirea modurilor de rigiditate.

b) În general calculul forței critice se repetă de maximum două ori obținîndu-se deja un rezultat corect. În caz contrar, rezultatele obținute sînt susceptibile de erori, urînd să se corecteze valorile inițiale VNO , DNO .

c) În acele situații cînd cazurile calculate nu diferă decât prin condițiile de rezonanță, eticheta 1000 din programul principal se dispune în locul convenit, iar repetarea cartelelor de date se corelează cu modificarea făcută.

ORGANIGRAMA PROGRAMULUI
FLAGEN

A1-16



Înainte de primul pachet de cartele se va introduce o cartelă conținând numărul de cazuri care se calculează (FORMAT I3). Dacă au fost introduse în calculator toate datele necesare, lista furnizată de imprimantă va conține următoarele înregistrări de rezultate:

1. Titlul problemei de rezolvat.

Sînt imprimate caracterele alfa-numerice perforate în primele 32 coloane ale cartelei.

2. Datele inițiale introduse.

3. Valorile forțelor critice calculate cu diferiți pași de integrare h , inclusiv aceea care față de valoarea N_{cr} precedentă diferă mai puțin cu 0,1%.

4. Valoarea și semnul ultimului și penultimului determinant respectiv valoarea pasului de iterare DN (putîndu-se astfel controla schimbarea de semn a determinantului și valoarea pasului de iterare).

Observații:

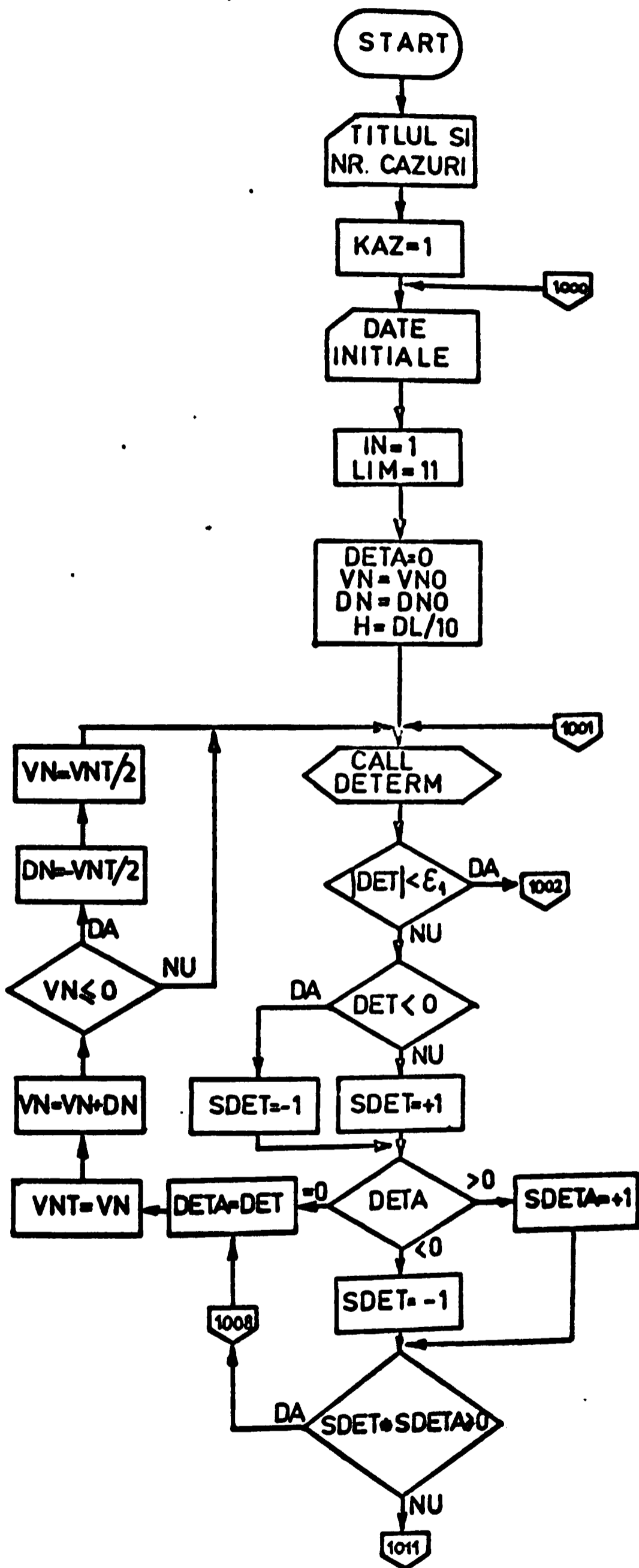
a) Rezultatul (N_{cr}) este furnizat în aceeași unitate de măsură daN, kN, etc care s-a folosit și la stabilirea modurilor de rigiditate.

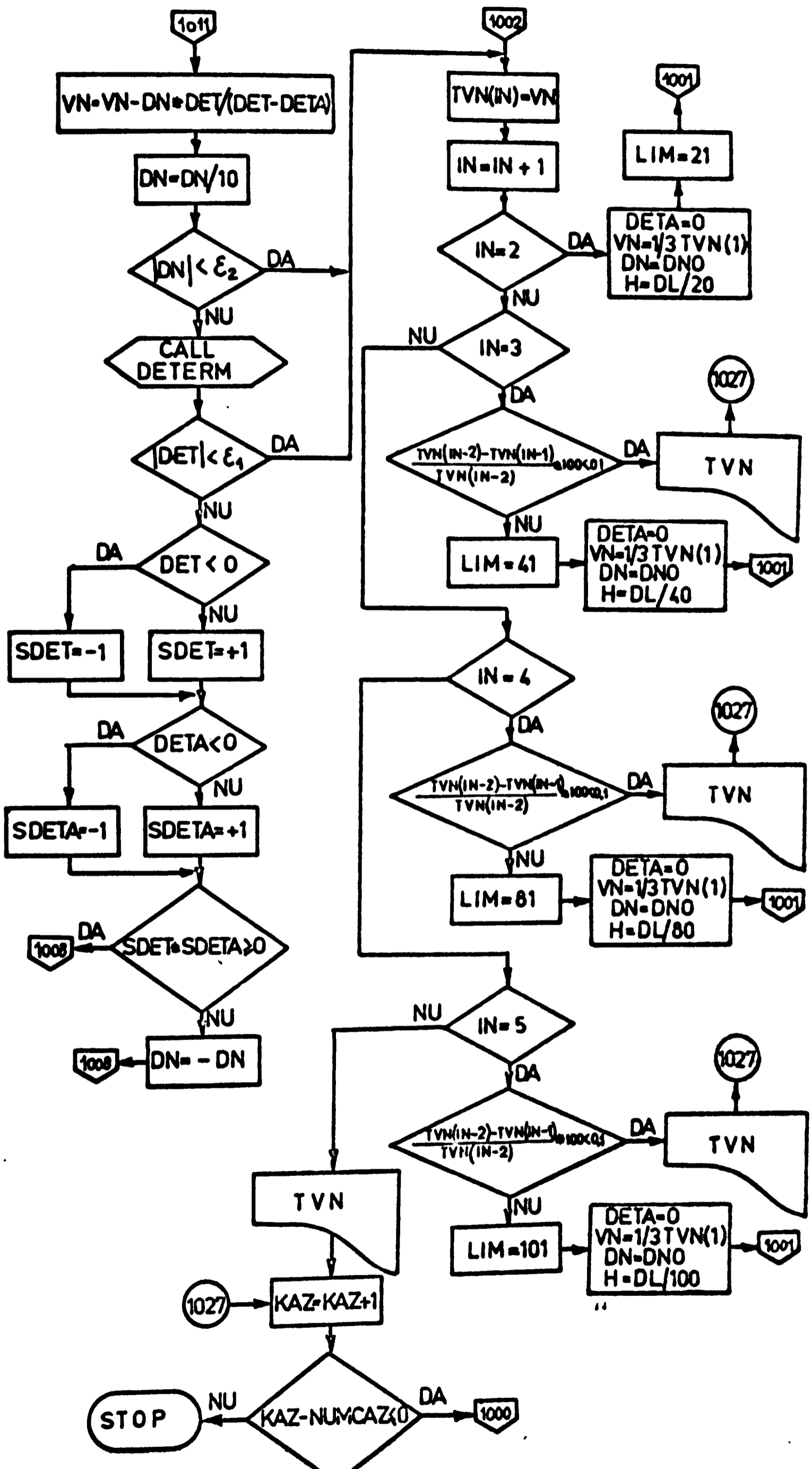
b) În general calculul forței critice se repetă de maximum două ori obținîndu-se deja un rezultat corect. În caz contrar, rezultatele obținute sînt susceptibile de erori, urmînd să se corecteze valorile inițiale VNO , DNO .

c) În acele situații cînd cazurile calculate nu diferă decît prin condițiile de rezemare, eticheta 1000 din programul principal se dispune în locul cuvenit, iar repetarea cartelelor de date se corelează cu modificarea făcută.

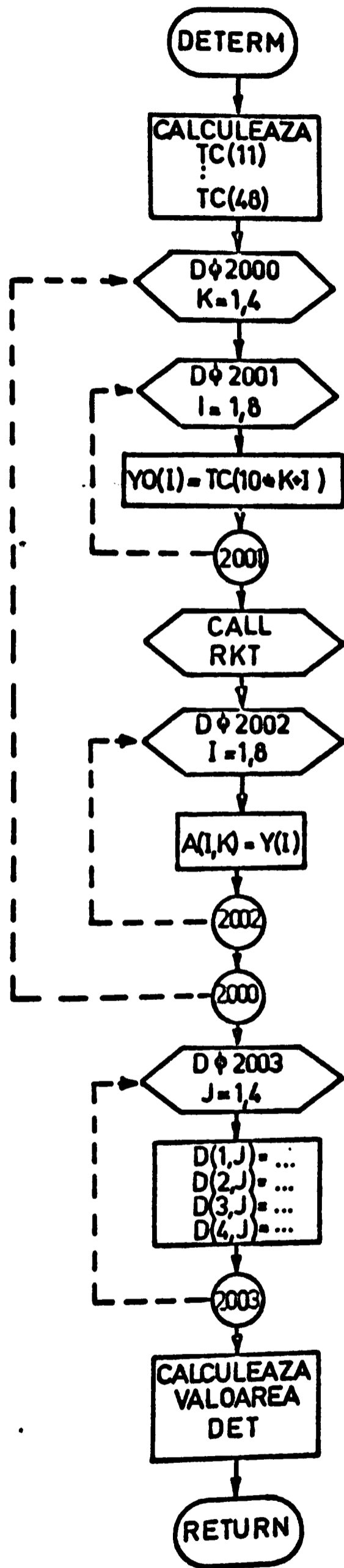
ORGANIGRAMA PROGRAMULUI
FLAGEN

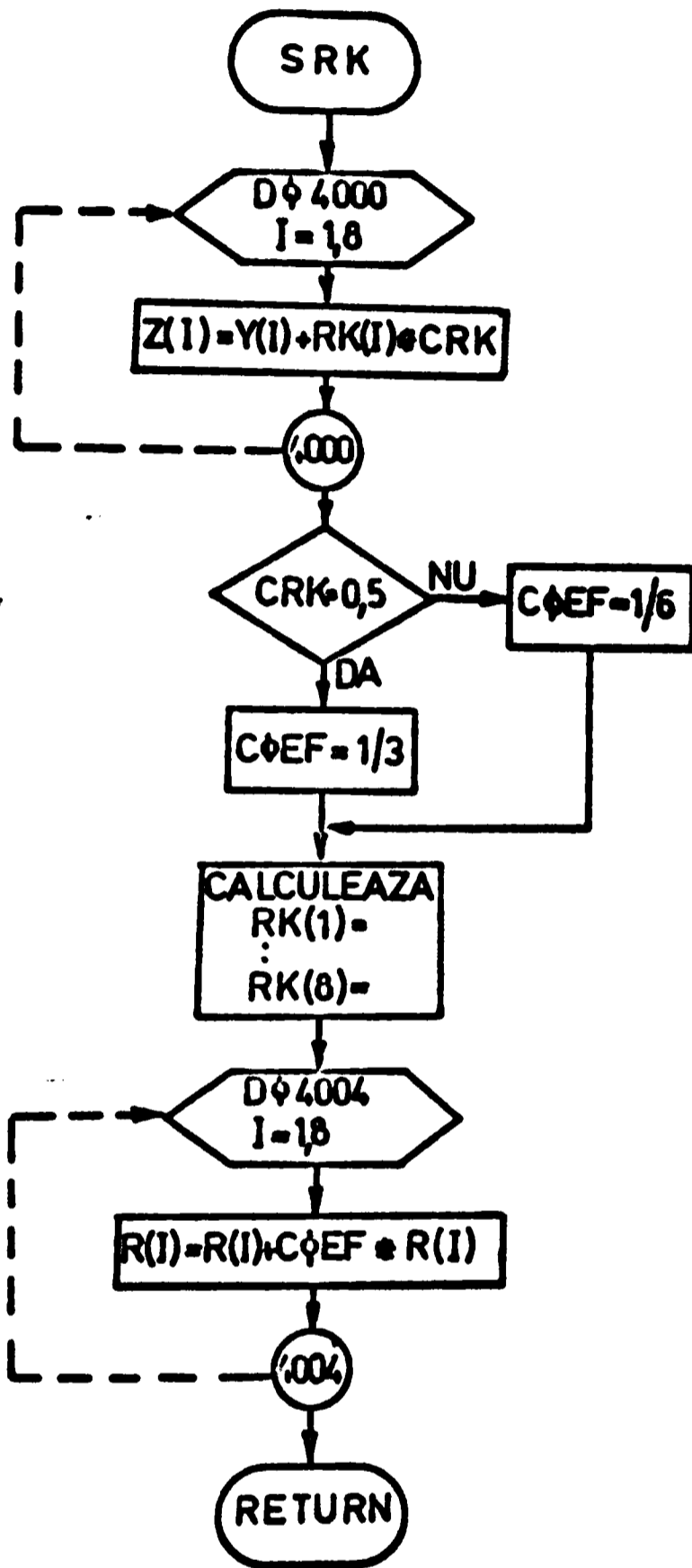
A1-14





A1.16





• - JOB FLAGEN, AN: 4040, PN: CUTEANU
• COMPILE FORTRAN
FORTRAN STARTED

FORTRAN 13.09

FLAGEN 17/04/73 05.43.36

```

COMMON D,DET,Y0,Y,DL,H,AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4,VN,YG,B,C0,
C,PRG,EX,DX,A,A0,B0,AL,BL,CRK,K,R,LIM
DIMENSION D(4,4),TC(4R),Y0(R),Y(8),EX(22),DX(17),A(8,4),R(8),Z(6),
PRK(8),TVN(5),PR0BL(8)
DOUBLE PRECISION D,DET
READ(105,100) NUMCAZ
KAZ=1
1000 READ(105,101) PR0BL
READ(105,102) YG,B,C0,C,PRG,DL
READ(105,102) VNO,DNO,EPS1,EPS2,A0,B0,AL,BL
READ(105,102) AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4
READ(105,103) (EX(I),I=1,22)
READ(105,103) (DX(I),I=1,17)
IN=1
H=DL/10.
DETA=0.
VN=VNO
DN=DNO
LIM=11
1001 CALL DETERM
IF(DABS(DET)=EPS1) 1002,1003,1003
1003 IF(DET) 1004,1005,1005
1004 SDET=-1.
GO TO 1006
1005 SDET=1.
1006 IF(DETA) 1007,1008,1009
1007 SDETA=-1.
GO TO 1010
1009 SDETA=1.
1010 IF(SDET*SDETA) 1011,1008,1008
1008 DETA=DET
VNT=VN
VN=VN+DN
IF(VN) 1012,1012,1001
1012 DN=-VNT/2.
VN=VNT/2.
GO TO 1001
1011 VN=VN-DN*DET/(DET-DETA)
DN=DN/10.
IF(ABS(DN)=EPS2) 1002,1014,1014
1014 CALL DETERM
IF(DABS(DET)=EPS1) 1002,1015,1015
1015 IF(DET) 1016,1017,1017
1016 SDET=-1.
GO TO 1018
1017 SDET=1.
1018 IF(DETA) 1019,1020,1020

```

FLAGEN 17/04/73 05.43.36

```

1019 SDETA=1.
      GO TO 1021
1020 SDETA=1.
1021 IF(SDET=SDETA) 1022,1008,1008
1022 DN=DN
      GO TO 1008
1002 TVN(IN)=VN
      IN=IN+1
      IF(IN.EQ.2) GO TO 1023
      IF(IN.EQ.3) GO TO 1024
      IF(IN.EQ.4) GO TO 1025
      IF(IN.EQ.5) GO TO 1026
      WRITE(108,104) PROBL
      WRITE(108,105) YG,B,CB,C,PRG,DL
      WRITE(108,106) AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4
      WRITE(108,107) AO,BO,AL,BL
      WRITE(108,108) (TVN(IN),IN=1,5),DET,DETA,DN
      GO TO 1027
1023 DETA=0.
      H=DL/20.
      LIM=21
      VN=1./3.*TVN(1)
      DN=DNO
      GO TO 1001
1024 IF((ABS(TVN(IN=2)-TVN(IN=1))/TVN(IN=2))*100.0.LT.0.1) GO TO 1028
      DETA=0.
      H=DL/40.
      LIM=41
      VN=1./3.*TVN(1)
      DN=DNO
      GO TO 1001
1025 IF((ABS(TVN(IN=2)-TVN(IN=1))/TVN(IN=2))*100.0.LT.0.1) GO TO 1029
      DETA=0.
      H=DL/80.
      LIM=81
      VN=1./3.*TVN(1)
      DN=DNO
      GO TO 1001
1026 IF((ABS(TVN(IN=2)-TVN(IN=1))/TVN(IN=2))*100.0.LT.0.1) GO TO 1030
      DETA=0.
      H=DL/100.
      LIM=101
      VN=1./3.*TVN(1)
      DN=DNO
      GO TO 1001
1028 WRITE(108,104) PROBL
      WRITE(108,105) YG,B,CB,C,PRG,DL

```

FLAGEN 17/04/73 05.43.36

```

WRITE(108,106) AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4
WRITE(108,107) AO,BO,AL,BL
WRITE(108,109) (TVN(IN),IN=1,2),DET,DETA,DN
GO TO 1027
1029 WRITE(108,104) PRHBL
WRITE(108,105) YG,B,CR,C,PRG,DL
WRITE(108,106) AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4
WRITE(108,107) AO,BO,AL,BL
WRITE(108,110) (TVN(IN),IN=1,3),DET,DETA,DN
GO TO 1027
1030 WRITE(108,104) PRHBL
WRITE(108,105) YG,B,CO,C,PRG,DL
WRITE(108,106) AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4
WRITE(108,107) AO,BO,AL,BL
WRITE(108,111) (TVN(IN),IN=1,4),DET,DETA,DN
1027 KAZ=KAZ+1
IF(KAZ=NUMCAZ) 1000,1000,1031
100 FORMAT(I3)
101 FORMAT(8A4)
102 FORMAT(8F10.0)
103 FORMAT(22F2.0)
104 FORMAT(1H1,5(/),50X,8A4)
105 FORMAT(//T31,'YG' 1,F12.7,T52,'B' 1,E12.7,T74,'CO' 1,E12.7//T31,
1'IC' 1,E12.7,T52,'PRG' 1,F12.7,T74,'DL' 1,E12.7)
106 FORMAT(//T21,'AK1' 1,E12.5,T43,'AK2' 1,E12.5,T65,'AK3' 1,E12.5,T87,
1'AK4' 1,E12.5/T21,'BK1' 1,E12.5,T43,'BK2' 1,E12.5,T65,'BK3' 1,E12.
25,T87,'BK4' 1,E12.5)
107 FORMAT(//T21,'AO' 1,E12.5,T43,'BO' 1,E12.5,T65,'AL' 1,E12.5,T87,
1'BL' 1,E12.5)
108 FORMAT(//T50,'FORTELE CRITICE SINT :1//9X,5(E16.7,5X)//T49,'DET' 1,
1'E16.7/T49,'DETA' 1,F16.7/T49,'DN' 1,E16.7)
109 FORMAT(//T50,'FORTELE CRITICE SINT :1//40X,2(E16.7,5X)//T49,'DET' 1,
1'E16.7/T49,'DETA' 1,F16.7/T49,'DN' 1,E16.7)
110 FORMAT(//T50,'FORTELE CRITICE SINT :1//29X,3(E16.7,5X)//T49,'DET' 1,
1'E16.7/T49,'DETA' 1,F16.7/T49,'DN' 1,E16.7)
111 FORMAT(//T50,'FORTELE CRITICE SINT :1//19X,4(E16.7,5X)//T49,'DET' 1,
1'E16.7/T49,'DETA' 1,E16.7/T49,'DN' 1,E16.7)
1031 STOP
END

```

FORTRAN 13.09

FLAGEN 17/04/73 05.43.36

ERREURS DETECTEES PAR L'ANALYSEUR SYNTAXIQUE :

** VARIABLES NON REFERENCEES :
TC Z RK

FORTRAN 13.09

FLAGEN 17/04/73 05.43.36

A1.23

MODULE	FZBLK	TYPE	C	LONGUEUR	0260 (00608)
MODULE	FZMDATA	TYPE	P	LONGUEUR	1068 (04200)

***** FIN DE COMPILATION (PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE = 0)
*
05.44.06

FLAGEN 17/04/73 05.44.07

```

SUBROUTINE DETFRM
COMMON D,DET,Y0,Y,DL,H,AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4,VN,YG,B,C0,
iC,PRG,EX,DX,A,A0,B0,AL,BL,CRK,K,R,LIM
DIMENSION D(4,4),TC(48),Y0(8),Y(8),EX(22),DX(17),A(8,4),R(8),Z(8),
PRK(8),TVN(5),PROBL(8)
DOUBLE PRECISION D,DET
TC(11)=EX(1)
TC(12)=0.
TC(13)=0.
TC(14)=EX(1)*(-AK1)/B+EX(2)
TC(15)=0.
TC(16)=0.
TC(17)=0.
TC(18)=EX(3)*AK1*A0/C0+EX(4)*(-B)*A0/C0
TC(21)=0.
TC(22)=EX(5)
TC(23)=EX(5)*AK2/B+EX(6)
TC(24)=EX(7)*(-VN)/B
TC(25)=0.
TC(26)=0.
TC(27)=EX(8)*(-B0)*AK2/C0+EX(9)*(-B0)*B/C0
TC(28)=EX(10)*VN*YG/C0+EX(11)*VN*(YG-A0)/C0
TC(31)=EX(5)*A0
TC(32)=0.
TC(33)=0.
TC(34)=EX(4)*AK1*A0/B
TC(35)=EX(12)
TC(36)=0.
TC(37)=0.
TC(38)=EX(4)*((-AK4)-AK1*A0*A0)/C0+EX(5)*(-AK4)/C0+EX(13)
TC(41)=0.
TC(42)=EX(11)*B0
TC(43)=EX(10)*(-AK2)*R0/B
TC(44)=EX(14)*VN*YG/C+EX(15)*(-VN)*(B0-YG)/B
TC(45)=0.
TC(46)=EX(16)
TC(47)=EX(17)*(AK3+AK2*B0*B0)/C0+EX(11)*AK3/C0+EX(18)
TC(48)=EX(19)*(C-VN*PRG)/C0+EX(20)*(C+VN*(YG-A0-PRG))/C0+EX(21)*(C
+VN*(YG*B0-PRG))/C0+EX(22)*(C+VN*((YG-B0)*A0+YG*B0-PRG))/C0
DO 2000 K=1,4
DO 2001 I=1,8
2001 Y0(I)=TC(10*K+I)
CALL RKT
DO 2002 I=1,8
2002 A(I,K)=Y(I)
2000 CONTINUE
DO 2003 J=1,4

```


FLAGEN 17/04/73 05.44.07

```

D(1,J)=DX(1)*((-BK1)*(A(1,J)-AL*A(5,J))+VN*(A(2,J)-YG*A(6,J)))
N(1,J)=D(1,J)+DX(1)*P*A(4,J)+DX(2)*(A(1,J)-AL*A(5,J))
N(1,J)=N(1,J)+DX(3)*((-BK1)*(A(1,J)-AL*A(5,J)))
N(1,J)=D(1,J)+DX(3)*(VN*A(2,J)+B*A(4,J))
N(1,J)=D(1,J)+DX(4)*((-BK1)*A(1,J)+VN*(A(2,J)-YG*A(6,J))+B*A(4,J))
N(1,J)=D(1,J)+DX(5)*A(1,J)
D(1,J)=D(1,J)+DX(6)*((-BK1)*(A(1,J)-AL*A(5,J))+B*A(4,J))
N(1,J)=D(1,J)+DX(7)*((-BK1)*A(1,J)+VN*A(2,J)+B*A(4,J))
D(1,J)=D(1,J)+DX(8)*((-BK1)*A(1,J)+B*A(4,J))
D(2,J)=DX(9)*(BK2*(A(2,J)-BL*A(6,J))+B*A(3,J))
D(2,J)=D(2,J)+DX(10)*(A(2,J)-BL*A(6,J))
N(2,J)=D(2,J)+DX(11)*(BK2*A(2,J)+B*A(3,J))+DX(12)*A(2,J)
N(3,J)=DX(9)*((-BK3)*A(6,J)+BK2*(A(2,J)-BL*A(6,J))+BL*CB*A(7,J))
D(3,J)=D(3,J)+DX(10)*(BK3*A(6,J)+B*BL*A(3,J)+CB*A(7,J))
N(3,J)=D(3,J)+DX(13)*A(6,J)
D(4,J)=DX(1)*((-CB)*A(8,J)+C*A(6,J)+BK4*A(5,J))
N(4,J)=D(4,J)+DX(1)*((-BK1)*(A(1,J)-AL*A(5,J))*AL)
D(4,J)=D(4,J)+DX(1)*((-VN)*(PRG*A(6,J)-YG*A(2,J))
N(4,J)=D(4,J)+DX(14)*((-CB)*A(8,J)+C*A(6,J)+BK4*A(5,J))
N(4,J)=D(4,J)+DX(14)*(VN*(YG*(AL*A(6,J)+A(2,J))-AL*A(2,J)))
N(4,J)=D(4,J)+DX(14)*((-VN)*PRG*A(6,J)-B*AL*A(4,J))
N(4,J)=D(4,J)+DX(3)*((-CB)*A(8,J)+BK4*A(5,J))
D(4,J)=D(4,J)+DX(3)*((-BK1)*(A(1,J)-AL*A(5,J))*AL+VN*YG*A(2,J))
N(4,J)=D(4,J)+DX(15)*A(5,J)+DX(16)*((-CB)*A(8,J)+BK4*A(5,J))
D(4,J)=D(4,J)+DX(16)*(VN*(YG-AL)*A(2,J)-B*AL*A(4,J))
N(4,J)=D(4,J)+DX(6)*((-CB)*A(8,J)+BK4*A(5,J))
D(4,J)=D(4,J)+DX(6)*((-BK1)*(A(1,J)-AL*A(5,J))*AL
EN03 N(4,J)=D(4,J)+DX(17)*((-CB)*A(8,J)+BK4*A(5,J)-B*AL*A(4,J))
NFT=(D(3,3)*D(4,4)-D(4,3)*D(3,4))*(D(1,1)*D(2,2)-D(1,2)*D(2,1))+D
1(3,2)*D(4,4)-N(4,2)*D(3,4))*(D(1,3)*D(2,1)-D(1,1)*D(2,3))+D(3,1)*
2N(4,4)-D(4,1)*D(3,4))*(D(1,2)*D(2,3)-D(1,3)*D(2,2))+D(3,2)*D(4,3)
3-D(4,2)*D(3,3))*(D(1,1)*D(2,4)-D(1,4)*D(2,1))+D(3,1)*D(4,3)-D(4,1
4)*D(3,3))*(D(1,4)*D(2,2)-N(1,2)*D(2,4))+D(3,1)*D(4,2)-D(4,1)*D(3,
52))*(D(2,4)*D(1,3)-D(2,3)*D(1,4))
RETURN
END

```


FLAGFN 17/04/73 05.44.48

```

SUBROUTINE RKT
COMMON D,DET,Y0,Y,DL,H,AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4,vN,YG,B,C0,
1C,PRG,EX,DX,A,A0,B0,A1,BL,CRK,K,R,LIM
DIMENSION D(4,4),TC(4R),Y0(8),Y(8),EX(22),DX(17),A(A,4),R(8),Z(8),
PRK(8),TVN(5),PROBL(6)
DOUBLE PRECISION D,DET
DO 3000 I=1,8
3000 Y(I)=Y0(I)
M=1
3003 CRK=0.
DO 3001 I=1,8
3001 R(I)=0.
CALL SRK
CRK=0.5
CALL SRK
CALL SRK
CRK=1.
CALL SRK
DO 3002 I=1,8
3002 Y(I)=Y(I)+R(I)
M=M+1
IF(M=LIM) 3003,3004,3004
3004 RETURN
END

```

FORTRAN 13.09

FLAGEN 17/04/73 05.44.48

ERREURS DETECTEES PAR L'ANALYSEUR SYNTAXIQUE :

** VARIABLES NON REFERENCEES : RK
TC 2

TVN PREBL

FORTRAN 13.09

FLAGEN 17/04/73 05.44.48

A1-28

MEDULF	FXBLK	TYPE	C	LONGUEUR
MEDULF	RKT	TYPE <td>P</td> <td>LONGUEUR</td>	P	LONGUEUR

0260	(00608)
0268	(00616)

..... FIN DE COMPILATION (PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE = 0)
..... COMPILER FORTRAN 05.45.00

FLAGEN 17/04/73 05.45.01

```

SUBROUTINE SRK
COMMON D,DET,Y0,Y,DL,H,AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4,VN,YG,B,C0,
1C,PRG,EX,DX,A,A0,B0,AL,BL,CRK,K,R,LIM
DIMENSION D(4,4),TC(48),Y0(8),Y(8),EX(22),DX(17),A(8,4),R(8),Z(8),
2RK(8),TVN(5),PROBL(8)
DOUBLE PRECISION D,DET
DO 4000 I=1,8
4000 Z(I)=Y(I)+RK(I)*CRK
IF(CRK=0.5) 4001,4002,4001
4001 COEF=1./6.
GO TO 4003
4002 COEF=1./3.
4003 RK(1)=H*Z(2)
RK(2)=H*Z(3)
RK(3)=H*Z(4)
RK(4)=H*(YG*Z(7)-Z(3))*VN/R
RK(5)=H*Z(6)
RK(6)=H*Z(7)
RK(7)=H*Z(8)
RK(8)=H*((C-VN*PRG)/C0*Z(7)+YG*VN/C0*Z(3))
DO 4004 I=1,8
4004 R(I)=R(I)+COEF*RK(I)
RETURN
END

```

F0RTRAN 13.09

FLAGEN 17/04/73 05.45.01

ERREURS DETECTEES PAR L'ANALYSEUR SYNTAXIQUE :

** VARIABLES NON REFERENCEES : PRBEL
TC TVN

F0RTRAN 13.09

FLAGEN 17/04/73 05.45.01

A1.80

MODULE	FBLK	TYPE	C	LONGUEUR	0260 (00608)
MEDULE	SRK	TYPE	P	LONGUEUR	02A0 (00672)

***** FIN DE COMPILATION (PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE = 0) 05.45.14

A1.31

0210 FLAGEN AN = 4040 PH = 0001 DATE = 17/04/73
 HODER = 05M 47M 23S HOFIN = 05M 45M 18S TIME = 00005440
 LGP = 00036 MEM = 00011 LB = 00002 IN = OUT = 00000
 RD = 01 MT = 01 PR = 01 CP = 01

LINK LINK
 LINK STARTED

E-D-L 40.F517/04/73
 EDITION DES LIENS

SEGMENT	F%BLK	NO	1	IMPLANTATION	0
MODULE	F%BLK			IMPLANTATION	58
MODULE	F%MDATA			IMPLANTATION	288
MODULE	DETERM			IMPLANTATION	1320
MODULE	RKT			IMPLANTATION	2728
MODULE	SRK			IMPLANTATION	2990
MODULE	I%INIT			IMPLANTATION	2C30
MODULE	I%USAI			IMPLANTATION	2F00
MODULE	I%STOP			IMPLANTATION	3170
MODULE	I%IOI			IMPLANTATION	3280
MODULE	I%ENDIAL			IMPLANTATION	3350
MODULE	I%READ			IMPLANTATION	3378
MODULE	I%PRINT			IMPLANTATION	3570
MODULE	F%ERR1			IMPLANTATION	3788
MODULE	I%ECRARI			IMPLANTATION	3808
MODULE	I%FORMA			IMPLANTATION	FFF8
MODULE	I%LECARI			IMPLANTATION	5290
MODULE	I%DONNEE			IMPLANTATION	5580
					LONGUEUR DU SEGMENT 55F8

A4.32

E-D-L 40.F517/04/73

IMPLANT. APRES TRAITEMENT OPTION FMS

SEGMENT FXBLK NO 1 IMPLANTATION 0
LONGUEUR DU SEGMENT 6280

E-D-L 40.F517/04/73

0 ERREUR FN EDITION DE LIENS
ADRESSE DE LANCMENT 91A
LONGUEUR PLUS GRANDE BRANCHE 6280
LONGUEUR DU PROGRAMME EDITE 6280

PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE No0 (PAS D'ERREUR)

0210 FLAGEN AN = 4040 PH = 0002 DATE = 17/04/73

H.DEB = 05H 45M 19S H.FIN = 05H 46M 09S TIME = 00000695

LGP = 00036 MEM = 00012 LB = 00001 IN = OUT = 00000

RD = 01 MT = 01 PR = 01 CP = 01

RUN NL:2000, TIME:20
STARTED

E X E M P L U N U M E R I C 1

YG* 0871000E+01 B * 0352800E+06 C0* 02543100E+07
 C * 0237330E+03 PRG* 0108160E+03 DL* 0280000E+03
 AK1* 01000E+05 AK2* 01000E+05 AK3* 01000E+05 AK4* 01000E+05
 BK1* 018000E+01 BK2* 01100E+01 BK3* 00000E+00 BK4* 06070E+03
 AN * 00000E+00 BO * 00000E+00 AL * 011600E+02 BL * 011600E+02

F O R T E L E C R I T I C E S I N T 1

07352246F+01 07349416E+01
 DET * 07056566E+22
 DELTA* 01937831E+21
 DN * 0100000E+04

E X E M P L U N U M E R I C 2

YG= .871000E+01 B = .352800E+06 CG= .2543100E+07
 C = .2373300E+03 PRG= .1081600E+03 DL= .2800000E+03
 AK1= .10000E+05 AK2= .10000E+05 AK3= .10000E+05 AK4= .10000E+05
 BK1= .18000E+01 BK2= .11400E+01 BK3= .10000E+05 BK4= .60700E+03
 AO = .00000E+00 BO = .00000E+00 AL = .11600E+02 BL = .11600E+02

FORTELE CRITICE SINT :

.1093867E+02 .1092939E+02

DET = .5521843E+17
 DELTA= .2685598E+16
 DN = .1000000E+04

E X E M P L U N U M E R I C 3

YG= .8710000E+01 B = .3523000E+06 C= .2543100E+07
 C = .2373300E+03 PRG= .1021600E+03 DL= .2800000E+03
 AK1= .10000E+05 AK2= .10000E+05 AK3= .10000E+05 AK4= .10000E+05
 BK1= .18000E+01 BK2= .20000E+01 BK3= .10000E+05 BK4= .60700E+03
 A0 = .00000E+00 B0 = .00000E+00 AL = .11600E+02 BL = .11600E+02

F O R T E L E C R I T I C E S I N T :

.1094083E+02 .1093154E+02
 DET = .5305789E+17
 CETA= .5794276E+15
 DV = .1000000E+04

0210 FLAGEN AN = 4040 PH = 0003 DATE = 17/04/73
 H O D E R = 05M 44M 10S H O F I N = 05L 474 11S T I M E = 00005122
 L G P = 00034 M E M = 00013 L 9 = 00001 I N = O U T = 00000 *ST9P*
 M T = 01 P 2 = 01 C 2 = 01

Anexa Nr.2

Pentru a se putea urmări mai ușor efectul diferiților parametri asupra valorii forței critice adimensionale n_{cr} , s-a întocmit un program numit STABIL^{x)} în care s-a prevăzut posibilitatea abordării următoarelor cazuri de rezemare: la $\varphi=0$ cele numerotate cu 1, 14 și 16 (Taboulul 2) și la $\varphi=1$ cele numerotate cu 1, 2, 4, 6, 7, 8, 12, 13, 14 și 16 (Taboulul 3). În cadrul programului, rigiditatea rezemelor elastice poate fi stabilită și automat în funcție de gradele de încastrare definite în partea II-a a lucrării.

Organizând calculul ca și la programul FLAGEN (Anexa Nr.1) se dau mai jos expresiile E_i și valorile $EX(I)$ care precizează vectorii liniari independenți $TC(J)$ necesari integrării, respectiv elementele care definesc termenii determinantului $D(I,J)$ a cărui valoare și semn se testează.

Expresiile E_i utilizate în programul STABIL sînt:

$$\begin{array}{ll}
 E_1 = -\tilde{k}_0 & E_7 = \tilde{k}_0 \tilde{a}_0 \\
 E_2 = \tilde{k}_0 \frac{\tilde{a}_0}{E_2} & E_8 = -\tilde{K}_0 - \tilde{k}_0 \frac{\tilde{a}_0^2}{E_2} \\
 E_3 = \tilde{K}_0 & E_9 = -\tilde{K}_0 \tilde{b}_0 \\
 E_4 = -n & E_{10} = n E_3 \\
 E_5 = -\tilde{K}_0 \frac{\tilde{b}_0}{E_2} & E_{11} = \tilde{K}_0 + \frac{\tilde{b}_0^2}{E_2} \tilde{K}_0 \\
 E_6 = n \frac{E_3}{E_2} & E_{12} = E_1 - \frac{n}{E_2}
 \end{array}$$

^{x)} Programul STABIL a fost prezentat în cadrul cursului "Programe de calcul în construcții cu ajutorul ordinaoarelor" organizat la București, septembrie 1972 de către Institutul de construcții București.

iar valorile EX(I) sînt trecute în tabelul A5. Astfel, expresiile care definesc elementele tabloului TC(J) sînt:

$$\begin{aligned}
 TC(11) &= EX(1) & TC(31) &= 0 \\
 TC(12) &= 0 & TC(32) &= 0 \\
 TC(13) &= 0 & TC(33) &= 0 \\
 TC(14) &= EX(1)E_1 + EX(2) & TC(34) &= EX(1)E_7 \\
 TC(15) &= 0 & TC(35) &= EX(1) \\
 TC(16) &= 0 & TC(36) &= 0 \\
 TC(17) &= 0 & TC(37) &= 0 \\
 TC(18) &= EX(1)E_2 & TC(38) &= EX(1)E_8 + EX(2) \\
 \\
 TC(21) &= 0 & TC(41) &= 0 \\
 TC(22) &= EX(3) & TC(42) &= 0 \\
 TC(23) &= EX(3)E_3 + EX(4) & TC(43) &= EX(1)E_9 \\
 TC(24) &= EX(1)E_4 & TC(44) &= EX(1)E_{10} \\
 TC(25) &= 0 & TC(45) &= 0 \\
 TC(26) &= 0 & TC(46) &= EX(1) \\
 TC(27) &= EX(1)E_5 & TC(47) &= EX(1)E_{11} + EX(2) \\
 TC(28) &= EX(1)E_6 & TC(48) &= EX(1)E_{12}
 \end{aligned}$$

Tabelul A5

Valorile EX(I), I=1,4

Nr.	EX(I)				
	CAZ	EX(1)	EX(2)	EX(3)	EX(4)
1	1	1	0	1	0
2	14	0	1	1	0
3	16	0	1	0	1

- A2.3 -

Expresiile F_j sînt următoarele:

$$\begin{aligned}
 F_j &= -\tilde{k}_1(a_{1i} - \tilde{a}_1 a_{5i}) + n(a_{2i} - \varepsilon_3 a_{6i}) + a_{4i} & i=1,4 \quad (j=1,4) \\
 F_j &= \tilde{K}_1(a_{2i} - \tilde{b}_1 a_{6i}) + a_{3i} & i=1,4 \quad (j=5,8) \\
 F_j &= -\tilde{\chi}_1 a_{6i} + \frac{\tilde{b}_1}{\varepsilon_2} \tilde{K}_1(a_{2i} - \tilde{b}_1 a_{6i}) - a_{7i} & i=1,4 \quad (j=9,12) \\
 F_j &= -a_{8i} + \varepsilon_1 a_{6i} + \tilde{\chi}_1 a_{5i} - \tilde{k}_1 \frac{1}{\varepsilon_2} (a_{1i} - \tilde{a}_1 a_{5i}) \tilde{a}_1 - \frac{n}{\varepsilon_2} (a_{6i} - a_{2i} \varepsilon_3) & i=1,4 \quad (j=13,16) \\
 F_j &= a_{1i} - \tilde{a}_1 a_{5i} & i=1,4 \quad (j=17,20) \\
 F_j &= -a_{8i} + \varepsilon_1 a_{6i} + \tilde{\chi}_1 a_{5i} - [n(a_{2i} - \varepsilon_3 a_{6i}) + a_{4i}] \frac{\tilde{a}_1}{\varepsilon_2} - \frac{n}{\varepsilon_2} (a_{6i} - a_{2i} \varepsilon_3) & i=1,4 \quad (j=21,24) \\
 F_j &= -\tilde{k}_1(a_{1i} - \tilde{a}_1 a_{5i}) + n a_{2i} + a_{4i} & i=1,4 \quad (j=25,28) \\
 F_j &= \tilde{K}_1 a_{2i} + a_{3i} & i=1,4 \quad (j=29,32) \\
 F_j &= a_{6i} & i=1,4 \quad (j=33,36) \\
 F_j &= -a_{8i} + \tilde{\chi}_1 a_{5i} - \tilde{k}_1 \frac{1}{\varepsilon_2} (a_{1i} - \tilde{a}_1 a_{5i}) + n \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} a_{2i} & i=1,4 \quad (j=37,40) \\
 F_j &= a_{2i} - \tilde{b}_1 a_{6i} & i=1,4 \quad (j=41,44) \\
 F_j &= \tilde{\chi}_1 a_{6i} + \tilde{b}_1 \frac{1}{\varepsilon_2} a_{3i} + a_{7i} & i=1,4 \quad (j=45,48) \\
 F_j &= -a_{8i} + \tilde{\chi}_1 a_{5i} - (n a_{2i} + a_{4i}) \frac{\tilde{a}_1}{\varepsilon_2} + n \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} a_{2i} & i=1,4 \quad (j=49,52) \\
 F_j &= a_{1i} & i=1,4 \quad (j=53,56) \\
 F_j &= a_{5i} & i=1,4 \quad (j=57,60) \\
 F_j &= a_{2i} & i=1,4 \quad (j=61,64) \\
 F_j &= -a_{8i} + \tilde{\chi}_1 a_{5i} - a_{4i} \frac{\tilde{a}_1}{\varepsilon_2} & i=1,4 \quad (j=65,68)
 \end{aligned}$$

- A7.5 -

Cu valorile DX(I) din tabelul A6, termenii determinantului D(I,J) sînt:

$$D(1,1) = DX(1)F_{17} + DX(2)F_{18} + DX(11)F_1 + DX(12)F_{25}$$

$$D(1,2) = F_{18} \quad F_{34} \quad F_2 \quad F_{26}$$

$$D(1,3) = F_{19} \quad F_{35} \quad F_3 \quad F_{27}$$

$$D(1,4) = F_{20} \quad F_{36} \quad F_4 \quad F_{28}$$

$$D(2,1) = DX(3)F_5 + DX(4)F_{41} + DX(5)F_{29} + DX(6)F_{61}$$

$$D(2,2) = F_6 \quad F_{42} \quad F_{30} \quad F_{62}$$

$$D(2,3) = F_7 \quad F_{43} \quad F_{31} \quad F_{63}$$

$$D(2,4) = F_8 \quad F_{44} \quad F_{32} \quad F_{64}$$

$$D(3,1) = DX(3)F_9 + DX(4)F_{45} + DX(7)F_{33}$$

$$D(3,2) = F_{10} \quad F_{46} \quad F_{34}$$

$$D(3,3) = F_{41} \quad F_{47} \quad F_{35}$$

$$D(3,4) = F_{42} \quad F_{48} \quad F_{36}$$

$$D(4,1) = DX(8)F_{21} + DX(9)F_{49} + DX(2)F_{57} + DX(10)F_{65} + DX(11)F_{73} + DX(12)F_{37}$$

$$D(4,2) = F_{22} \quad F_{50} \quad F_{58} \quad F_{66} \quad F_{44} \quad F_{38}$$

$$D(4,3) = F_{23} \quad F_{51} \quad F_{59} \quad F_{67} \quad F_{45} \quad F_{39}$$

$$D(4,4) = F_{24} \quad F_{52} \quad F_{60} \quad F_{68} \quad F_{46} \quad F_{40}$$

Integrarea numerică se face cu metoda Runge-Kutta-Gill utilizînd un pas variabil de integrare. Programul STABIL utilizează pentru variabile notațiile din tabelul A7 și are următoarea structură:

- A2.6 -

- PROGRAMUL PRINCIPAL

Are rolul de a transfera datele inițiale ale problemei între memoria internă și echipamentul periferic. Mai întâi este efectuată introducerea datelor de către cititorul de cartele, după care ele se rotipăresc la imprimantă. S-au prevăzut două posibilități de introducerea datelor după cum rigiditățile reazemelor elastice sînt cunoscute sau urmează să fie stabilite automat prin intermediul unor grade de încastrare impuse. Pentru a elimina eventuale depășiri binare datorate unor introduceri incorecte a datelor s-au prevăzut o serie de teste suplimentare și mesaje de eroare de date. Se apelează subrutina "DETERM", îmbunătățind valoarea inițială n_0 a parametrului critic pînă cînd condițiile de precizie cerute sînt satisfăcute. Prin modul de introducere a datelor, programul principal poate apela subrutina "DEFORM" pentru a calcula alura echilibrului indiferent.

- SUBRUTINA DETERM

Are rolul de a stabili valorile vectorilor liniar independenți TC(48) (ca și în cadrul programului FLAGEN prezentat în Anexa Nr.1), de a apela subrutina RUNKG și de a calcula valoarea determinantului.

- SUBRUTINA RUNKG

Are rolul de a apela subrutina "CVI" și de ^asupraveghea condiția de a nu depăși erorile sistematice peste valoarea adoptată în calcule (valoarea folosită $\epsilon = 0,001$ satisface precizia rezultatelor finale obținute) micșorînd pasul de integrare

- A2.7 -

prin înjumătățire. Pasul inițial fiind de $h=0,05$ subrutina dă posibilitatea ca numărul de biseccionări să fie de maximum cinci. (In cadrul calculului efectuate nu s-a atins această cifră, pasul inițial ales fiind satisfăcător).

- SUBRUTINA CVI

Furnizează subrutinei care o apelează (RUNKG) valorile k care se calculează cu ajutorul formulelor 83 ... 94.

- SUBRUTINA DEFØRM

Odată calculat parametrul critic n_{cr} , această subrutină face ce operațiile descrise la I.2.4 privitor la determinarea alurii deformată corespunzătoare echilibrului indiferent. In acest scop pentru a evita o eventuală împărțire cu un număr foarte mic in cadrul calculului constantelor (158 ... 160), se stabilește întâi determinantul minor maxim $(\Delta)_{max}$ iar constantele de integrare se determină in consecință, considerând sistemul corespunzător de ecuații. Constanta corespunzătoare coloanei eliminate se consideră egală cu unu. Multiplicând valorile vectorilor TC(48) cu constantele astfel calculate și însumând aceste mărimi se obține un set de valori inițiale, care prin integrare vor conduce la soluții care să satisfacă simultan condițiile la $\psi = 0$ și $\psi = 1$, deci la soluțiile căutate similare cu (165 ... 172). Subrutina a fost alcătuită pentru a furniza valorile raportate (la constanta arbitrară) \tilde{u} și ψ in fiecare zecime a domeniului de integrare prin tipărirea lor.

- SUBRUTINA MIN

Este apelată de subrutina DEFØRM cu scopul de a întocmi

- A2.8 -

minorul corespunzător liniei I (respectiv L) și coloanei J (respectiv M) eliminate.

- FUNCTIA V3

Calculează valoarea minorului precizat de subrutina DEF0RM.

Introducerea datelor se face în două feluri după cum rigiditățile reazemelor sînt cunoscute sau urmează să fie stabilite automat prin intermediul gradelor de încastrare. Indiferent de modul în care se conduce calculul, pachetul de cartele de date va începe cu următoarele:

1) O cartelă conținînd valorile EXT (FORMAT 12F2.0) în succesiunea dată în tabelul A5.

2) Zece cartele conținînd valorile DXT (FORMAT 12F2.0) în succesiunea dată în tabelul A6.

3) O cartelă conținînd un text, referitor la datele care se prelucrează, extins pe primele 32 coloane ale cartelei (FORMAT 8A4).

4) O cartelă conținînd valoarea variabilei MACAZ (FORMAT 40I2). Aceasta poate lua valoarea 0 sau 1.

Dacă MACAZ=0, cartelele de date se succed în continuare în felul următor:

5a) O cartelă conținînd valoarea variabilei NUMCAZ (FORMAT 40I2)

6a) O cartelă conținînd în ordine mărimile VNO, DNO, KPS1, EPS2 (FORMAT 4E8.4)

7a) O cartelă conținînd în ordine mărimile AO, BO, AL, RL (FORMAT 8F10.0)

8a) O cartelă conținînd în ordine mărimile AK1, AK2, AK3, AK4, BK1, BK2, BK3, BK4 (FORMAT 8F10.0).

9a) O cartelă conținând în ordine valoarea variabililor KAREZS, KAREZD, LINIA (FØRMAT 40I2)

10a) O cartelă conținând în ordine mărimile G1, G2, G3 (FØRMAT 16F5.0)

Cartelele numerotate cu 6a,7a,8a,9a,10a se repetă în această ordine de NUMCA% ori.

Dacă MACAZ=1, în locul cartolilor numerotate cu 5a,6a,7a, 8a,9a,10a se vor introduce următoarele:

5b) O cartelă conținând în ordine mărimile VNO, VNO, EPS1, EPS2 (FØRMAT 4E3.4)

6b) O cartelă conținând în ordine mărimile NINC, NINC1, NINC2, NRAS1, NRAS2, NRAS3, NSTR1, NSTR2, NSTR3, NG1, NG2, NG3, II1, II2, II3, JJ1, JJ2, JJ3, K11, K12, K13, K21, K22, K23, K31, K32, K33, NAO, NBO, NAL, NBL, LINIA (FØRMAT 40I2)

7b) O cartelă conținând valorile din tabloul GT1 (FØRMAT 16F5.0).

8b) O cartelă conținând valorile din tabloul GT2 (FØRMAT 16F5.0).

9b) O cartelă conținând valorile din tabloul GT3 (FØRMAT 16F5.0)

Dacă NINC 1 \neq 0 :

10 b) O cartelă conținând valorile din tabloul RØINC 1 (FØRMAT 16 F 5.0)

Dacă NINC 2 \neq 0 :

11 b) O cartelă conținând valorile din tabloul RØINC 2 (FØRMAT 16 F 5.0).

Dacă NRAS 1 \neq 0 :

12 b) O cartelă conținând valorile din tabloul RØRAS 1 (FØRMAT 16 F 5.0)

Dacă NRAS 2 \neq 0 :

13b) O cartelă conținând valorile din tabloul RØRAS 2 (FØRMAT 16 F 5.0)

Dacă NRAS 3 \neq 0 :

14 b) O cartelă conținând valorile din tabloul RØRAS 3 (FØRMAT 16 F.5.0)

Dacă NSTR 1 \neq 0 :

15 b) O cartelă conținând valorile din tabloul RØSTR 1 (FØRMAT 16 F 5.0)

Dacă NSTR 2 \neq 0 :

16 b) O cartelă conținând valorile din tabloul RØSTR 2 (FØRMAT 16 F 5.0)

Dacă NSTR 3 \neq 0 :

17 b) O cartelă conținând valorile din tabloul RØSTR 3 (FØRMAT 16 F 5.0)

18b) O cartelă conținând valorile tabloului TAK2
(FORMAT 1OF8.0).

19b) O cartelă conținând valorile tablourilor TAO, TBO
(FORMAT 1OF8.0).

20b) O cartelă conținând valorile tablourilor TAL, TBL,
(FORMAT 1OF8.0).

Dacă au fost introduse în calculator toate datele necesare, lista furnizată de imprimantă va conține următoarele înregistrări de rezultate:

A) În ipoteza că $MACAZ=0$ se obține:

1. Titlul problemei de rezolvat

Sînt imprimate caracterele alfa-numerice perforate în primele 32 coloane ale cartelei.

2. Datele inițiale introduse

3. Valoarea parametrului critic corespunzătoare cazurilor de rezemare considerate la cele două extremități ale barei.

4. Valoarea și semnul ultimului și penultimului determinant respectiv valoarea pasului de iterare DN (putîndu-se astfel controla schimbarea de semn a determinantului și valoarea pasului de iterare).

5. În caz că $LINIA=1$, se tipăresc și valorile \bar{u} și ψ în 11 secțiuni echidistante (inclusiv cele de capăt).

B) În ipoteza că $MACAZ=1$ se obține:

1. Titlul problemei de rezolvat

2. Toate datele inițiale introduse

3. În caz că s-au introdus valori nule sau unitare pentru gradele de încadrare, acestea sînt semnalate prin

mesaje și se trece automat la rezolvarea cazului următor din șirul de date.

4. Corespunzător modului de rezomare și al parametrilor geometrici aleși se tipărește valoarea parametrului critic n_{cr} , valorile și semnul ultimului și penultimului determinant și valoarea pasului de iterație.

5. În caz că LINIA=1, se tipăresc și valorile \tilde{u} și ψ în 11 secțiuni echidistante (inclusiv cele de capăt).

Tabelul A7

Notarea variabililor utilizate în programul STABIL

Nr.crt.	Notația comună	Notația FORTRAN	Observații
1	-	PROBL	Denumirea problemei
2	-	NACAZ	Precizează modul de introducere a datelor
3	n_0	VNO	Valoarea inițială a forței de compresiune
4	n	VN	Valoarea curentă (critică) a forței de compresiune
5	$(\Delta n)_\sigma$	DNO	Valoarea inițială a pasului de corecție a lui n
6	ϵ_1, ϵ_2	KPS1, KPS2	Valori numerice de comparație
7	\tilde{k}_0	AK1	Rigiditățile reazemelor conform definițiilor date la I.1 și I.2.4
8	\tilde{K}_0	AK2	
9	$\tilde{\kappa}_0$	AK3	
10	$\tilde{\chi}_0$	AK4	
11	\tilde{k}_1	BK1	
12	\tilde{K}_1	BK2	
13	$\tilde{\kappa}_1$	BK3	
14	$\tilde{\chi}_1$	BK4	
15	\tilde{a}_0	AO	Niveluri de aplicare ale reazemelor con- form precizărilor de la I.1 și I.2.4
16	\tilde{b}_0	BO	
17	\tilde{a}_1	AL	
18	\tilde{b}_1	EL	

Nr.ort.	Notația comună	Notația FORTRAN	Observații
19	-	TAO(8)	Tabele cuprinzind câte 8 valori ale nivelurilor de aplicare $\tilde{a}_0, \tilde{b}_0, \tilde{z}_1$ respectiv \tilde{b}_1
20	-	TBO(8)	
21	-	TAL(8)	
22	-	TBL(8)	
23	-	TAK2(10)	Tabel cuprinzind 10 valori ale rigidității \tilde{K}_0
24	$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	G1, G2, G3	Parametrii geometrici definiți în I.2.4
25	-	GT1(16)	Tabele cuprinzind câte 16 valori a parametrilor $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ respectiv ε_3
26	-	GT2(16)	
27	-	GT3(16)	
28	ϑ_{K_1}	RØINC1(8)	Tabel cuprinzind cel mult 8 valori ale gradului de încăstrare la încovoieră a barei în dreptul reazemului de la $\vartheta=1$, când la $\vartheta=0$ bara este încăstrată perfect din punctul de vedere al încovoierii ($\tilde{K}_0 \rightarrow \infty$)
29	ϑ_{K_2}	RØINC2(8)	Tabel cuprinzind cel mult 8 valori ale gradului de încăstrare la încovoieră a barei în dreptul reazemului de la $\vartheta=1$, când de la $\vartheta=0$ bara este încăstrată elastic din punctul de vedere al încovoierii

Nr.ort.	Notația comună	Notația FORTRAN	Observații
30	ρ_{x_1}	RØRAS1(8)	Tabelul cuprinzînd cel mult 8 valori ale gradului de încăstrare la răsucire a secțiunii transversale a barei în dreptul rezemului de la $\xi=1$, pe lîngă o strîmbare liberă a liniei mediane a secțiunii transversale.
31	ρ_{x_2}	RØRAS2(8)	Tabel cuprinzînd cel mult 8 valori ale gradului de încăstrare la răsucire a secțiunii transversale a barei în dreptul rezemului de la $\xi=1$, pe lîngă o strîmbare complet împiedecată a liniei mediane a secțiunii transversale.
32.	ρ_{x_3}	RØRAS3(8)	Tabel cuprinzînd cel mult 8 valori ale gradului de încăstrare la răsucire a secțiunii transversale a barei în dreptul rezemului de la $\xi=1$, pe lîngă o strîmbare împiedecată parțial a liniei mediane a secțiunii transversale.
33	ρ_{x_4}	RØSTR1(8)	Tabel cuprinzînd cel mult 8 valori ale gradului de încăstrare a

Nr.ort.	Notăția comună	Notăția FORTAN	Observații
			strimbării liniei mediane a secțiunii transversale a barei în dreptul reazemului $\varphi = 1$, pe lângă o rotire liberă a secțiunii în jurul centrului de răsucire (natural sau impus de modul de rezemare).
34	S_{r2}	RØSTR2(8)	Tabel cuprinzând cel mult 8 valori ale gradului de încastrare a strimbării liniei mediane a secțiunii transversale a barei în dreptul reazemului $\varphi = 1$, pe lângă o rotire complet împiedecată a secțiunii în jurul centrului de răsucire (natural sau impus de modul de rezemare)
35	S_{r3}	RØSTR(8)	Tabel cuprinzând cel mult 8 valori ale gradului de încastrare a strimbării liniei mediane a secțiunii transversale a barei în dreptul reazemului $\varphi = 1$, pe lângă o rotire parțial împiedecată a secțiunii transversale în jurul centrului de răsucire (natural sau impus de modul de rezemare)

Nr.ort.	Notația comună	Notația FORTRAN	Observații
36	-	NINC	Primele NINC valori K_0 din tabelul TAK2 considerate succesiv în calculul parametrului critic
37	-	NINC1	Primele NINC1 valori din tabelul RØINC1 considerate succesiv în calculul parametrului critic.
38	-	NINC2	Primele NINC2 valori din tabelul RØINC2 considerate succesiv în calculul parametrului critic.
39	-	NRAS1	Primele NRAS1 valori din tabelul RØRAS1 considerate succesiv în calculul parametrului critic
40	-	NRAS2	Primele NRAS2 valori din tabelul RØRAS2 considerate succesiv în calculul parametrului critic
41	-	NRAS3	Primele NRAS3 valori din tabelul RØRAS3 considerate succesiv în calculul parametrului critic
42	-	NSTRI	Primele NSTRI valori din tabelul RØSTRI considerate succesiv în calculul parametrului critic

Nr.crt.	Notația comună	Notația FORTRAN	Observații
43	-	NSTR2	Primele NSTR2 valori din tabelul RSTR2 considerate succesiv în calculul parametrului critic
44	-	NSTR3	Primele NSTR3 valori din tabelul RSTR3 considerate succesiv în calculul parametrului critic
45	-	NG1	Primele NG1 valori β_1 din tabelul GT1 considerate succesiv în calculul parametrului critic
46	-	NG2	Primele NG2 valori β_2 din tabelul GT2 considerate succesiv în calculul parametrului critic
47	-	NG3	Primele NG3 valori β_3 din tabelul GT3 considerate succesiv în calculul parametrului critic
48	-	NAO	Primele NAO valori $\tilde{\alpha}_0$ din tabelul TAO considerate succesiv în calculul parametrului critic
49	-	NBO	Primele NBO valori $\tilde{\beta}_0$ din tabelul TBO considerate succesiv în calculul parametrului critic
50	-	NAL	Primele NAL valori $\tilde{\alpha}_1$ din tabelul TAL considerate succesiv în calculul parametrului critic

Nr.crt.	Notația comună	Notația FORTRAN	Observații
51	-	NBL	Primele NBL, valori \tilde{b}_1 din tabelul TBL considerate succesiv în calculul parametrului critic
52	-	III,II2,II3	Variabilele de tip INTEGER reprezentând valoarea inițială, finală și rația de creștere a contorului II care precizează tipul de rezervare la $\varphi = 1$ din punctul de vedere al încovoierii (tab.A8)
53	-	JJ1,JJ2,JJ3	Variabile de tip INTEGER reprezentând valoarea inițială, finală și rația de creștere a contorului JJ care precizează parțial tipul de rezervare la $\varphi = 1$ din punctul de vedere al răsucirii (tab.A9)
54	-	K11,K12,K13	Variabile de tip INTEGER reprezentând valoarea inițială, finală și rația de creștere a contorului K1 care precizează pentru JJ=1 tipul de rezervare la $\varphi = 1$ din punctul de vedere al răsucirii (tab.A 9)

Nr.ort.	Notăția comună	Notăția FORTRAN	Observații
55	-	K21, K22, K23	Variabile de tip INTGRI reprezentind valoarea inițială, finală și rația de creștere a contorului K2 care precizează pentru JJ=2 tipul de rezervare la $\varphi=1$ din punctul de vedere al răsucirii (tab.A 9)
56	-	K31, K32, K33	Variabile de tip INTGRI reprezentind valoarea inițială, finală și rația de creștere a contorului K3 care precizează pentru JJ=3 tipul de rezervare la $\varphi=1$ din punctul de vedere al răsucirii (tab.A 9)
57	-	NUMCAZ	Numărul de valori n_{cr} care se calculează în varianta NACA7=0
58	-	KARKZS	Numărul de ordine al cazului de rezervare în dreptul extremității $\varphi=0$ conform numerotării date în tabelul A5
59	-	KAREZD	Numărul de ordine al cazului de rezervare în dreptul extremității $\varphi=1$ conform numerotării date în tab.A6

Nr.crt.	Notația comună	Notația DORTAN	Observații
60	-	LJNIA	Variabilă de tip INTEGER egală cu 1 sau 0 prin care se face sau nu apel la subrutina DEFOR in vederea obți- nerii alurii echilibru- lui indiferent

Tabelul A8

Cazul	a	b	c
Tipul rezemării la $\psi=1$	<p> M $\bar{K}_1 \rightarrow \infty$ $\bar{K}_2 = 0$ </p>	<p> M $\bar{K}_1 \rightarrow \infty$ </p>	<p> M $\bar{K}_1 \rightarrow \infty$ $\bar{K}_2 \rightarrow \infty$ </p>

II1	II2	II3	Se rezolva cazul:
1	1	1	a
1	2	1	a+b
1	3	1	a+b+c
2	2	1	b
2	3	1	b+c
3	3	1	c
1	3	2	a + c

Tabelul A9

CAZ	d	e	f	g	h	i	j	k	l
Tipul rezemării la $\varphi=1$									
	$\tilde{x}_1=0$ $\tilde{x}_2=0$	$\tilde{x}_1=0$	$\tilde{x}_1=0$ $\tilde{x}_2 \rightarrow \infty$	$\tilde{x}_1=0$		$\tilde{x}_1 \rightarrow \infty$	$\tilde{x}_1 \rightarrow \infty$ $\tilde{x}_2=0$	$\tilde{x}_1 \rightarrow \infty$	$\tilde{x}_1 \rightarrow \infty$ $\tilde{x}_2 \rightarrow \infty$

A2-22

JJ=1

K11	K12	K13	Se rezolva cazul:
1	1	1	d
1	2	1	d+e
1	3	1	d+e+f
2	2	1	e
2	3	1	e+f
3	3	1	f
1	3	2	d+f

JJ=2

K21	K22	K23	Se rezolva cazul:
1	1	1	g
1	2	1	g+h
1	3	1	g+h+i
2	2	1	h
2	3	1	h+i
3	3	1	i
1	3	2	g+i

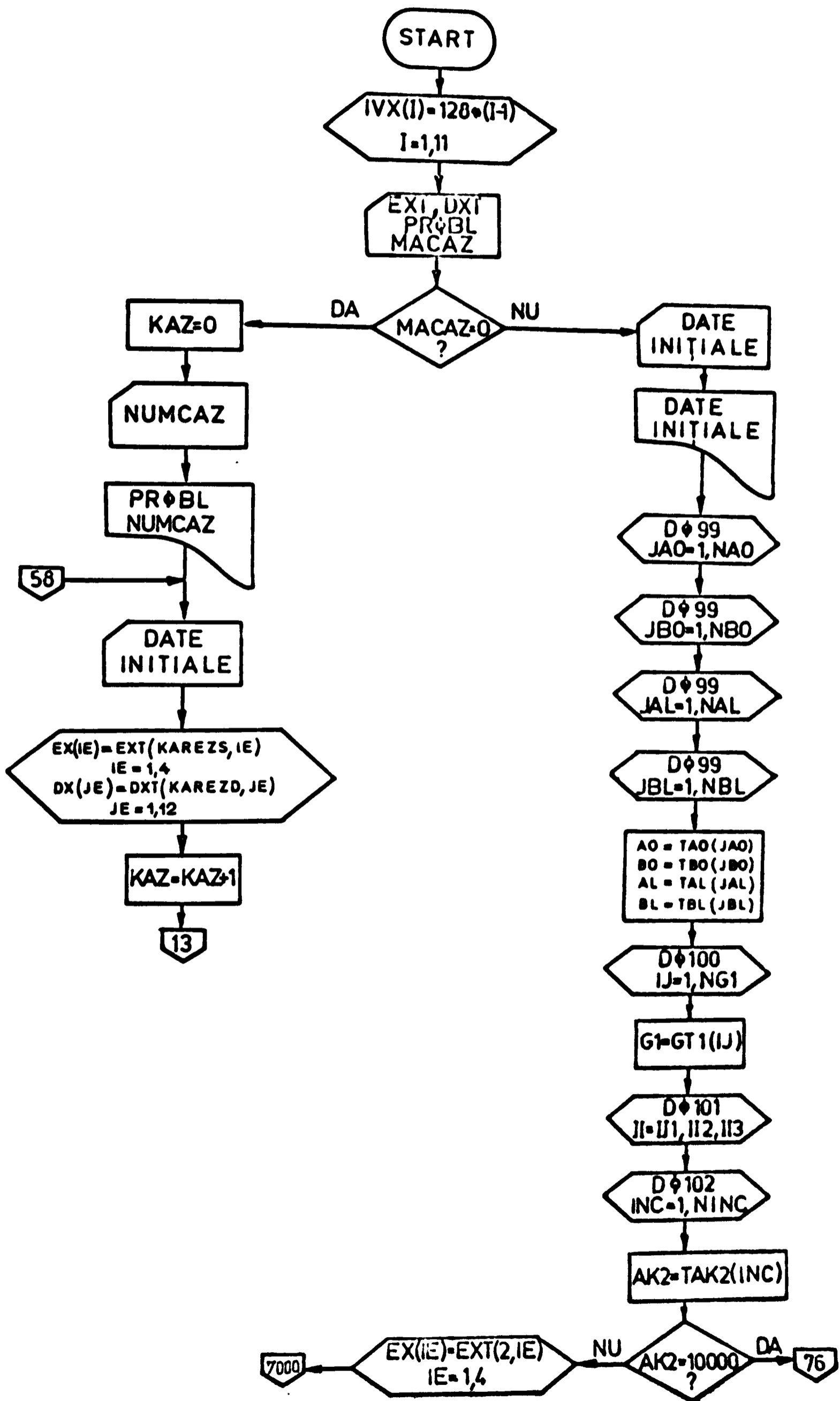
JJ=3

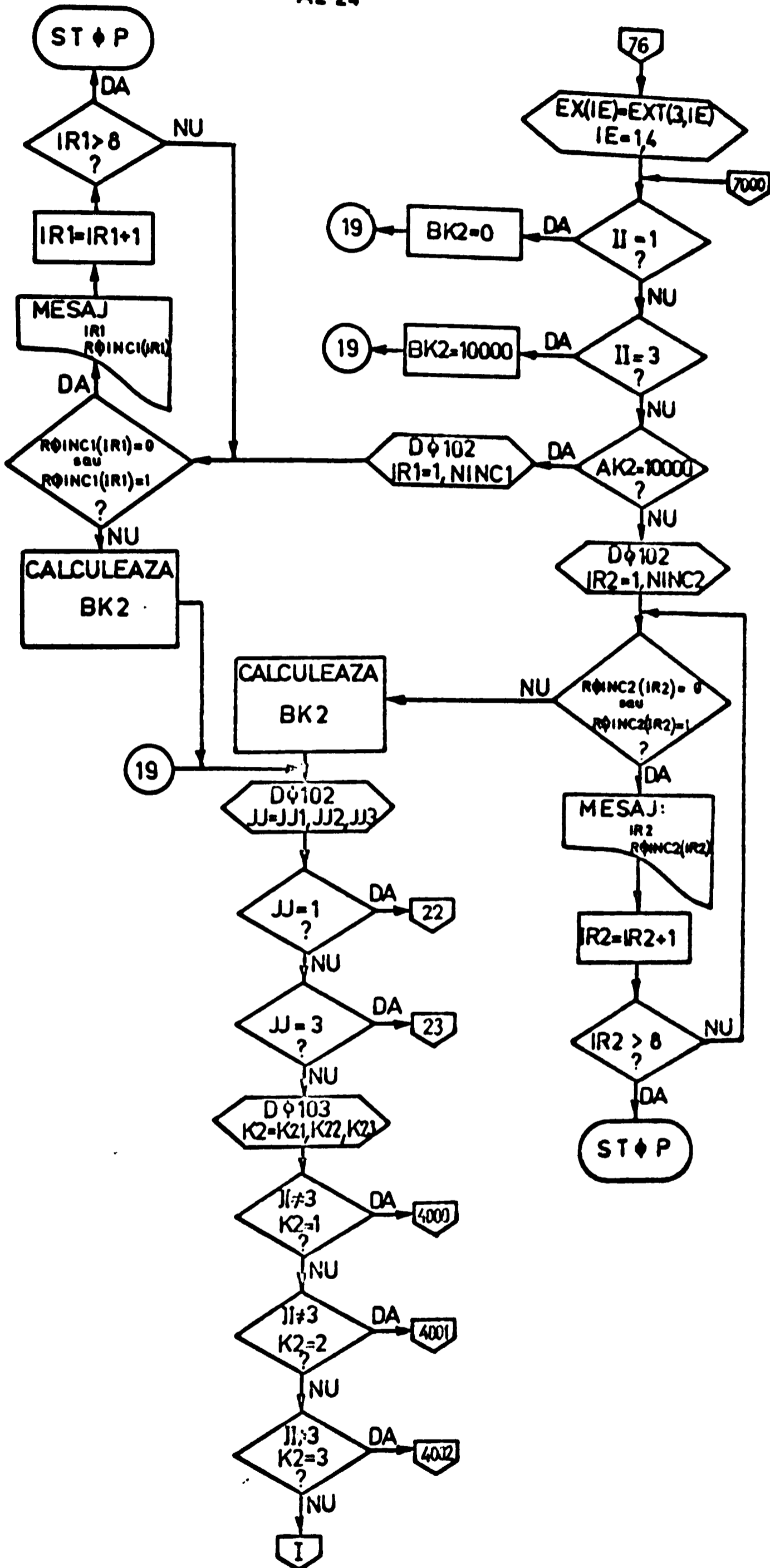
K31	K32	K33	Se rezolva cazul:
1	1	1	j
1	2	1	j+k
1	3	1	j+k+l
2	2	1	k
2	3	1	k+l
3	3	1	l
1	3	2	j+l

Observatie: Grupele de cazuri (d,e,f),(g,h,i) și (j,k,l) se pot rezolva separat sau în combinațiile dorite punând pentru JJ1, JJ2 și JJ3 valori 1,2,3 după modul indicat în tabelul A8.

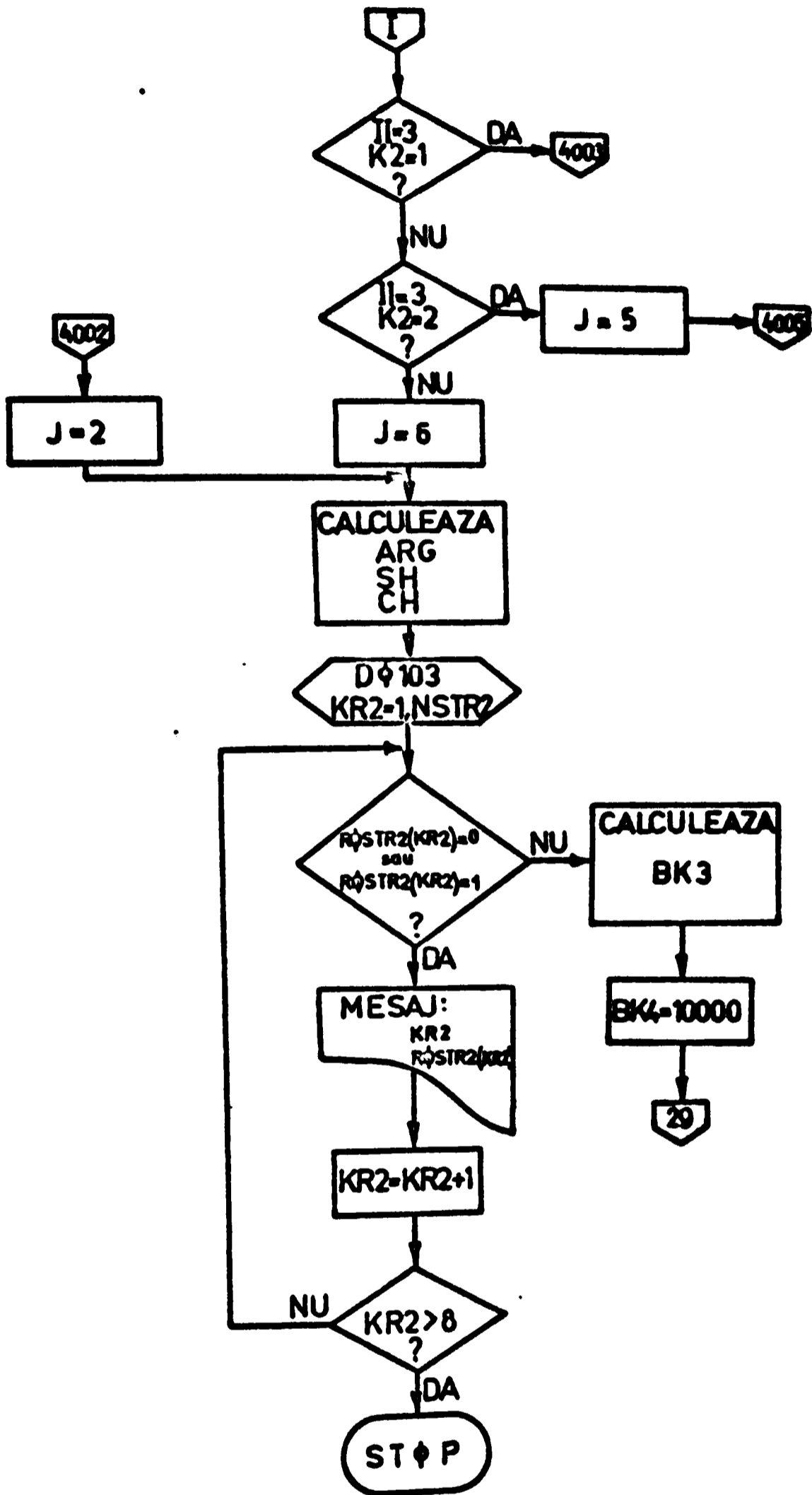
ORGANIGRAMA PROGRAMULUI
STABIL

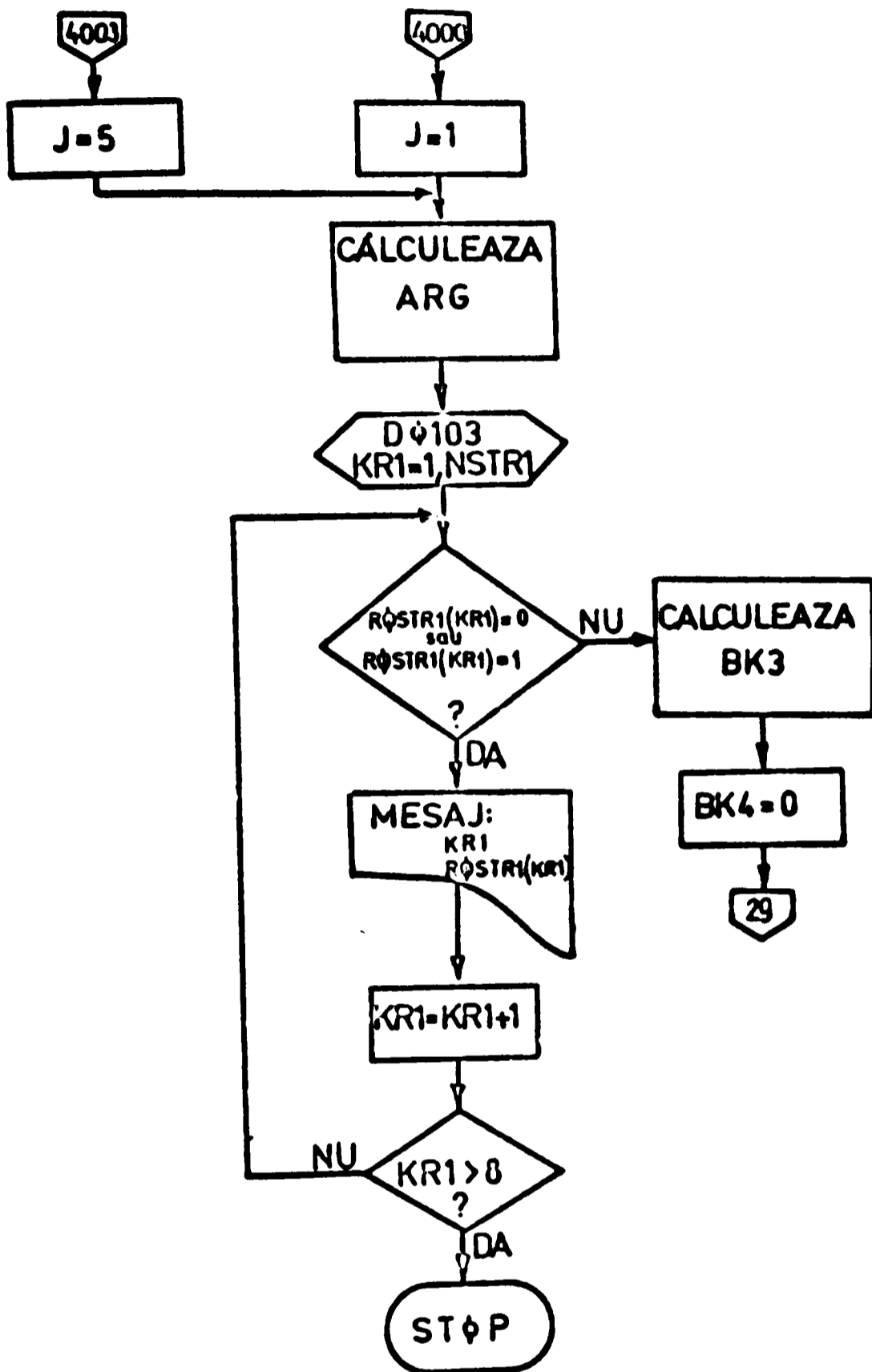
A2-23

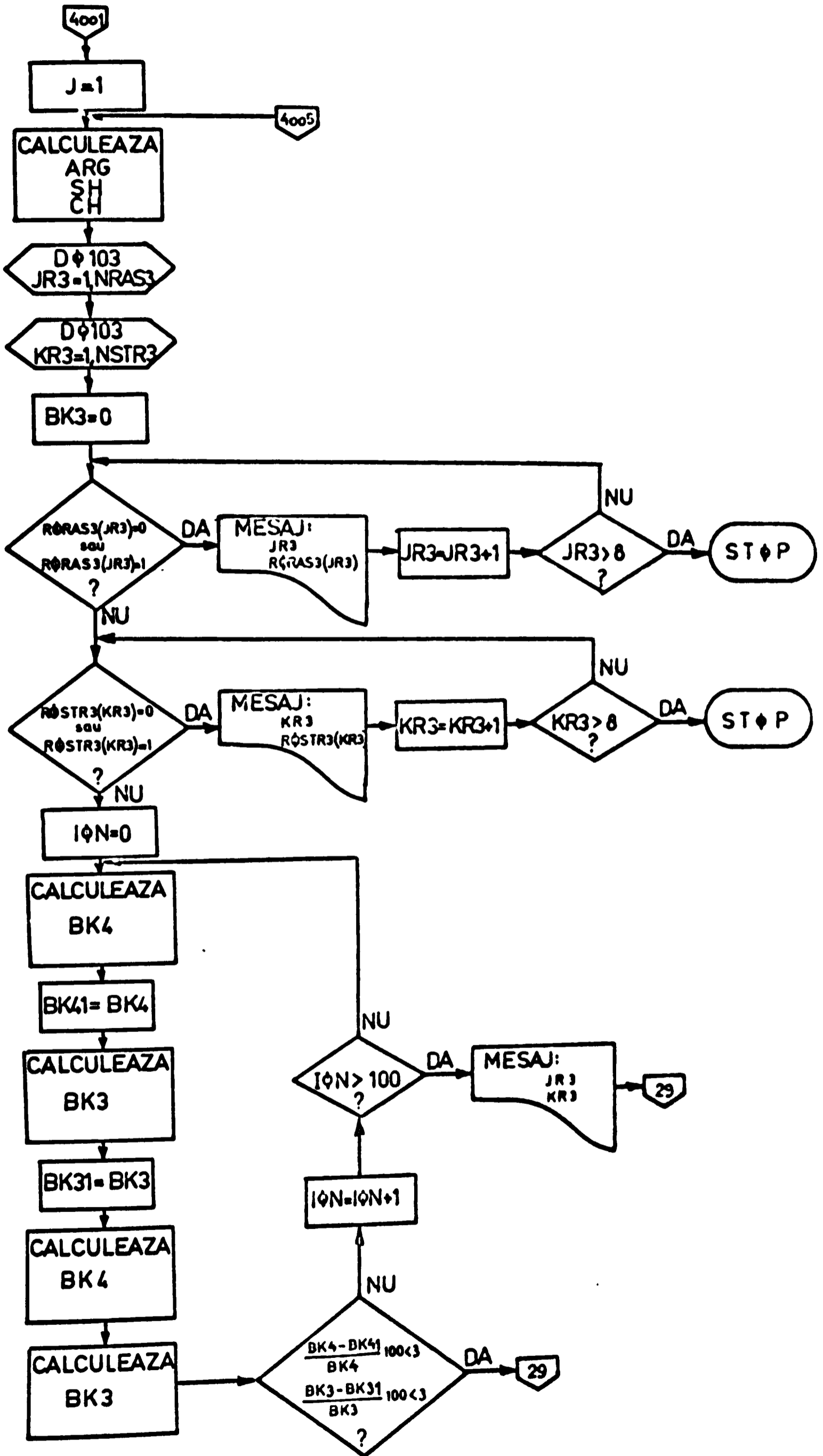


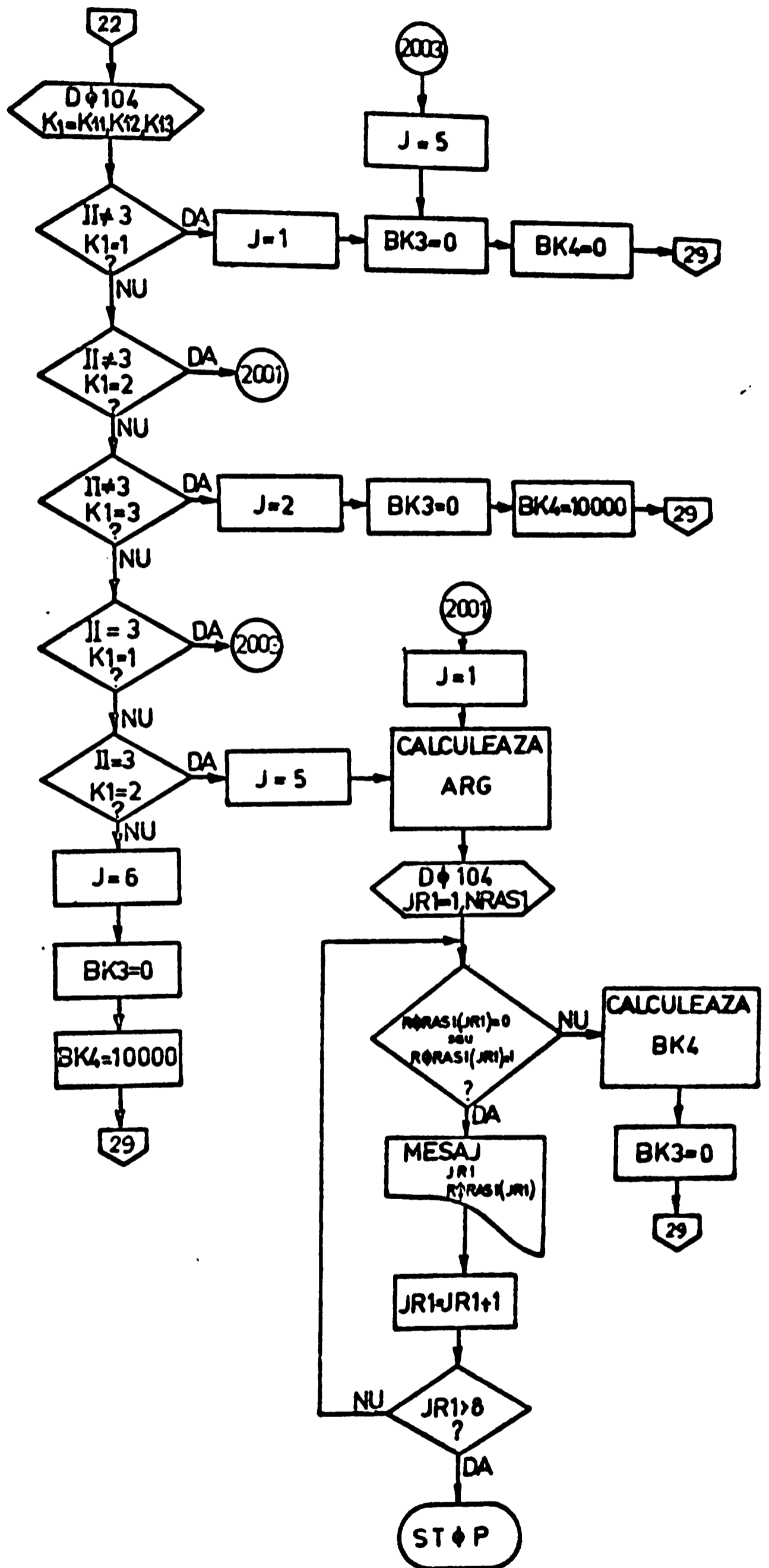


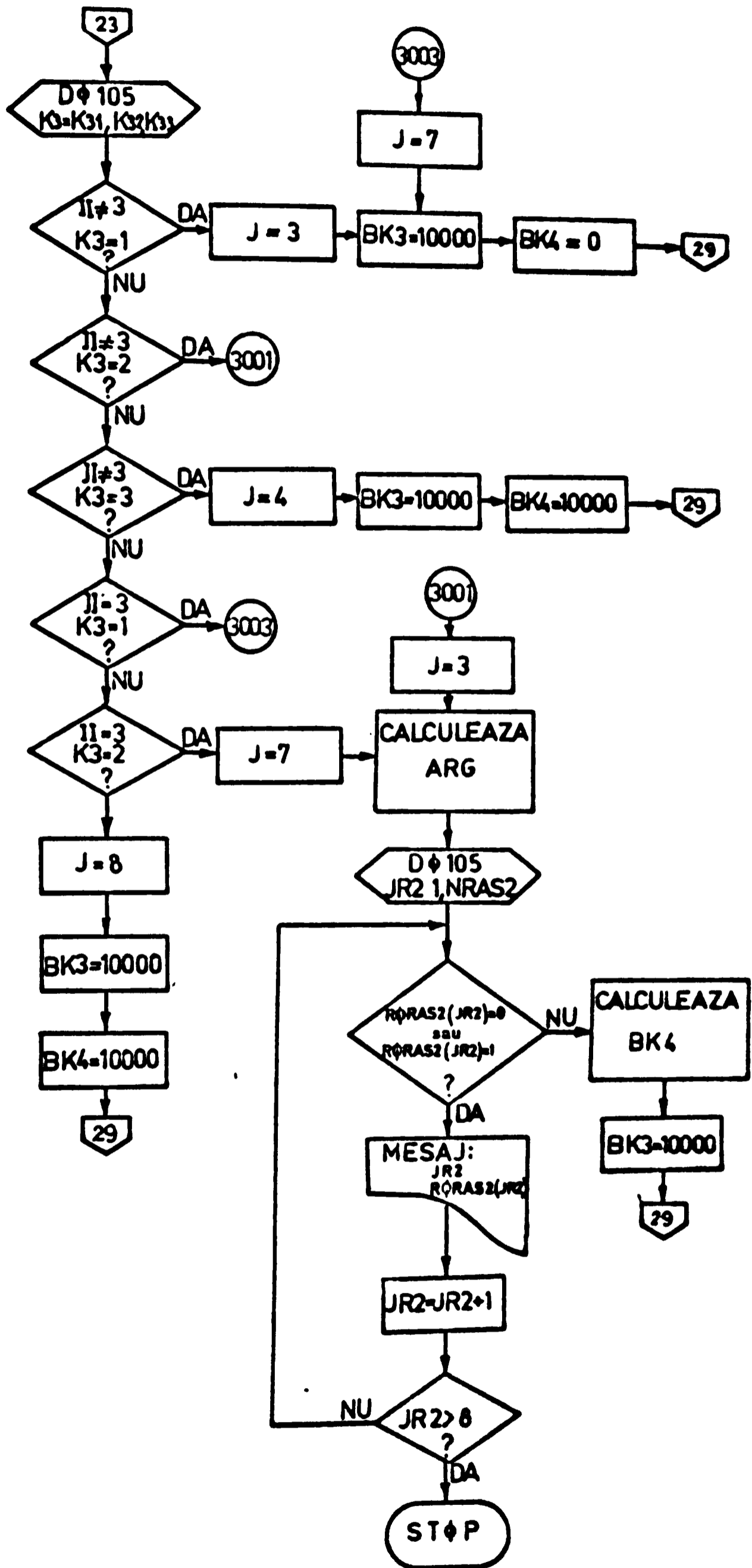
A2.25

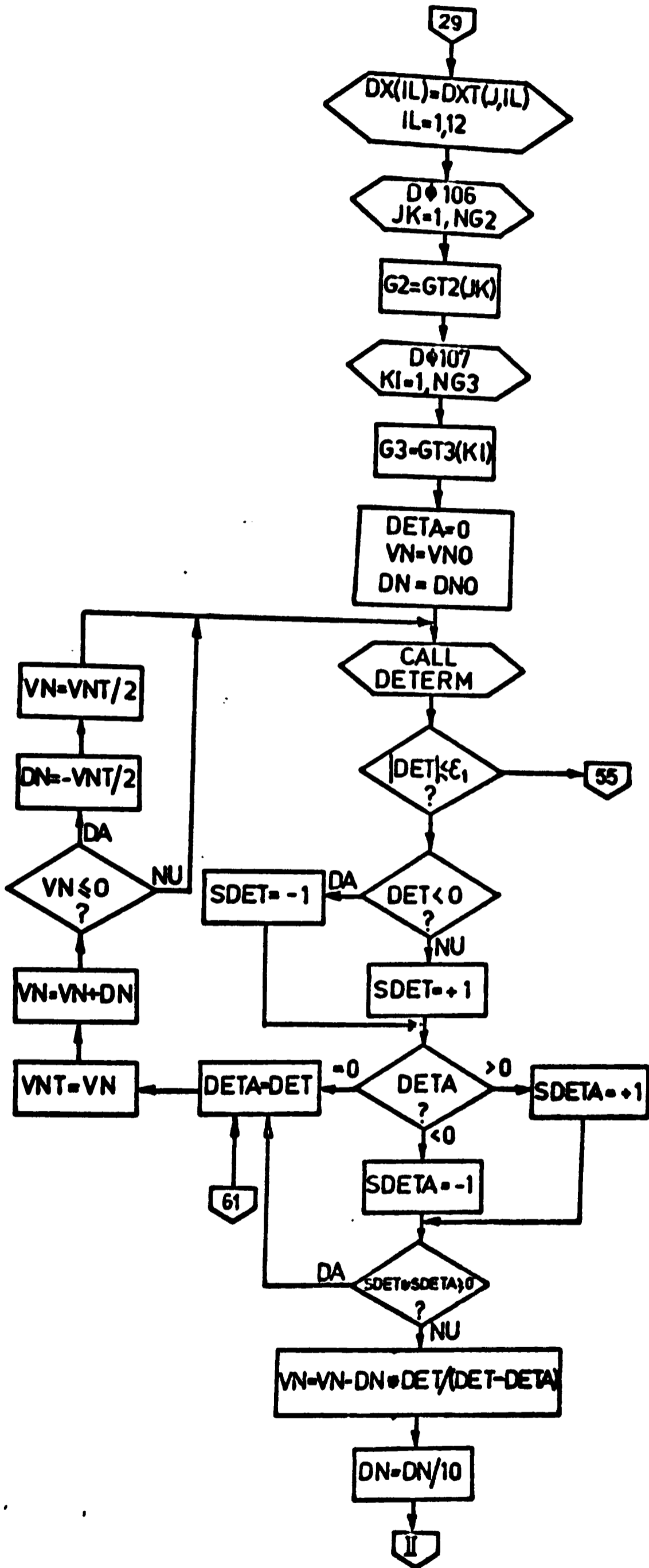


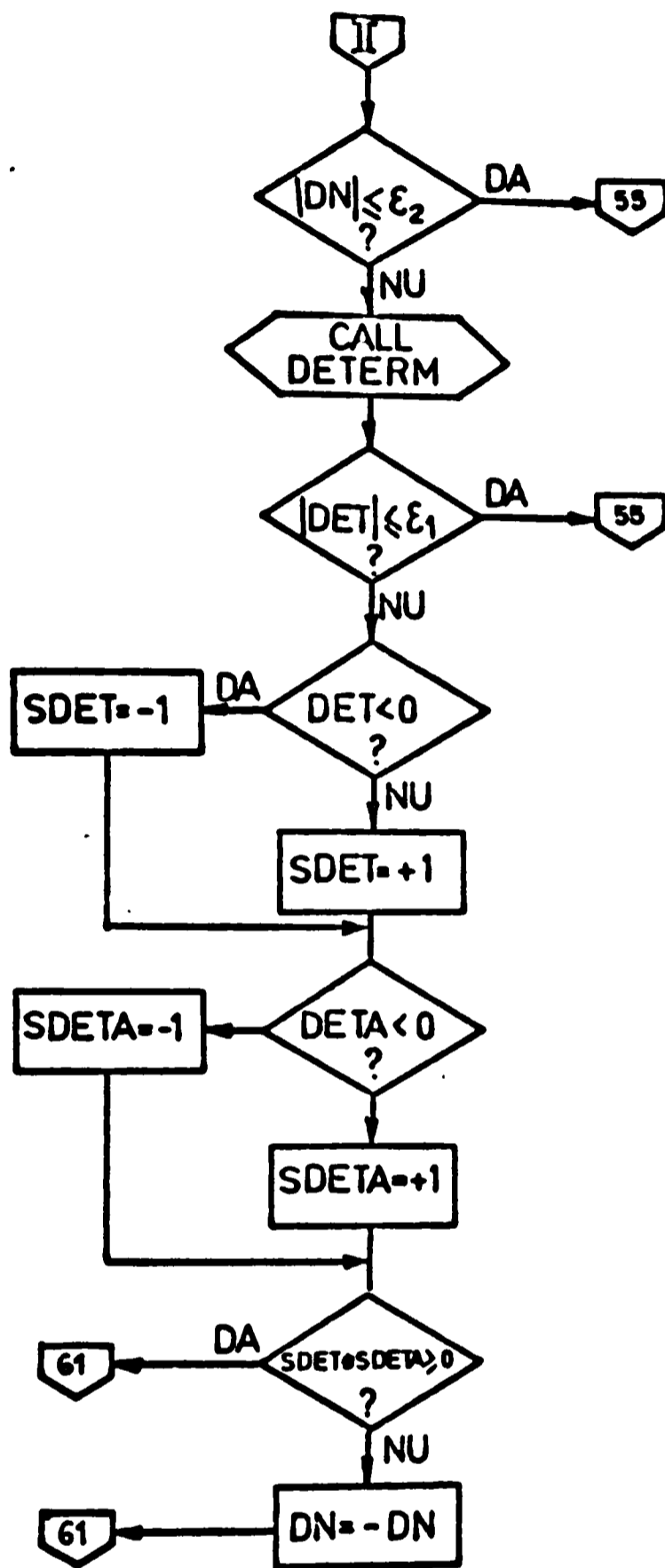


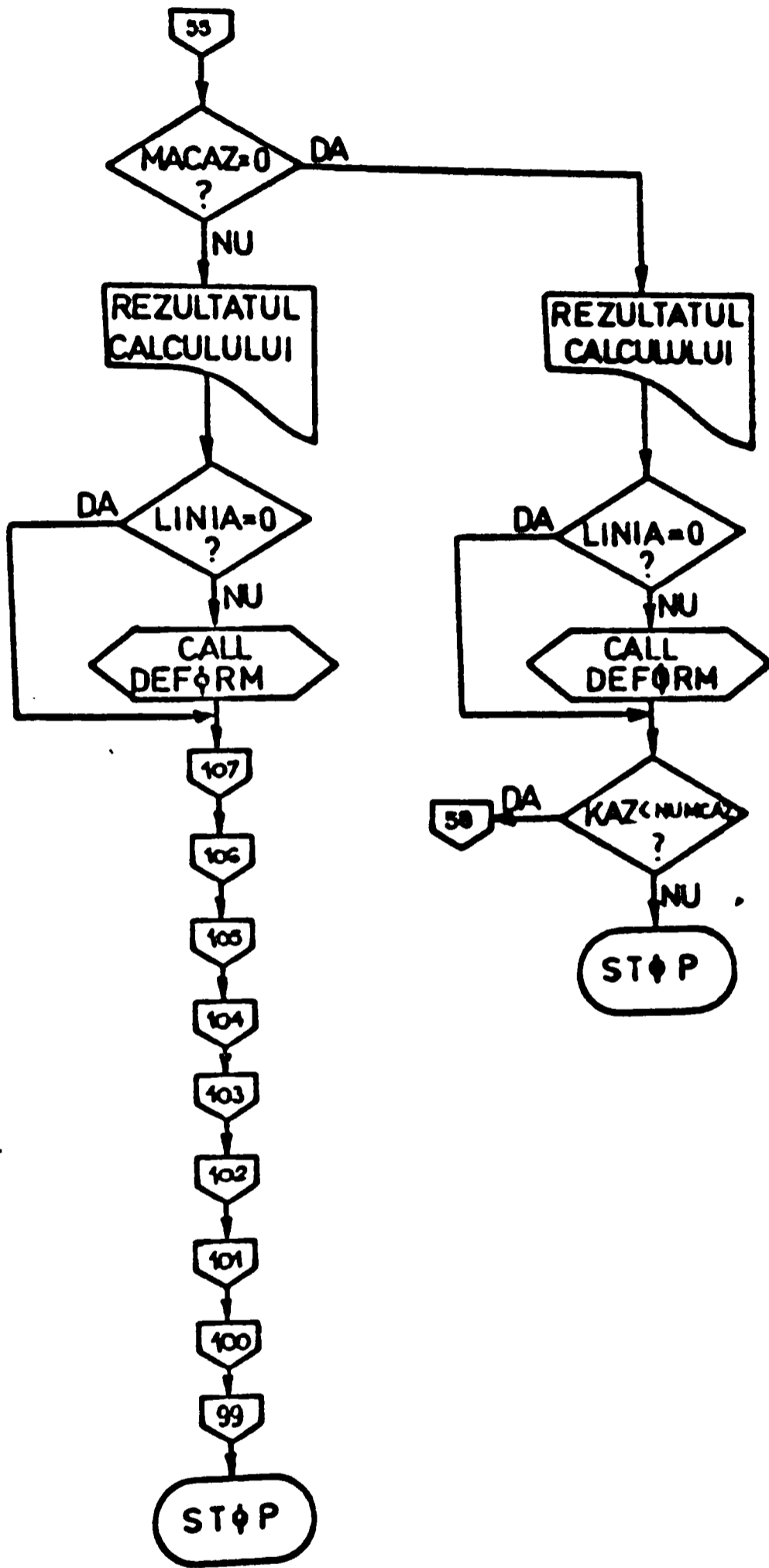


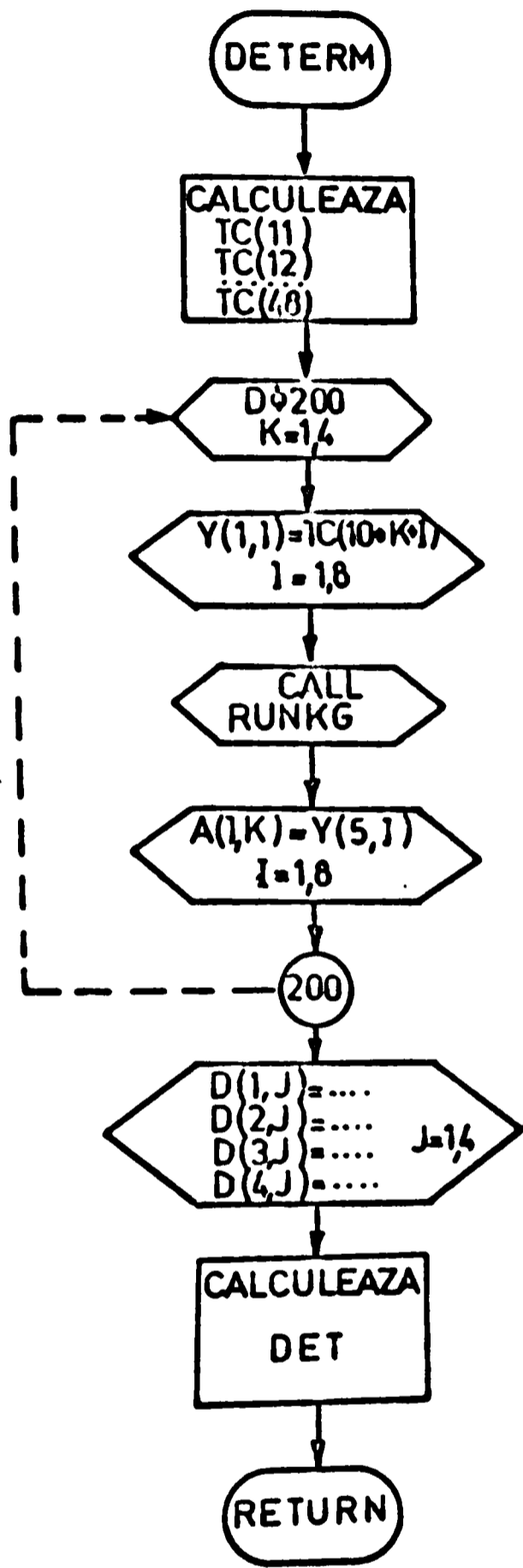




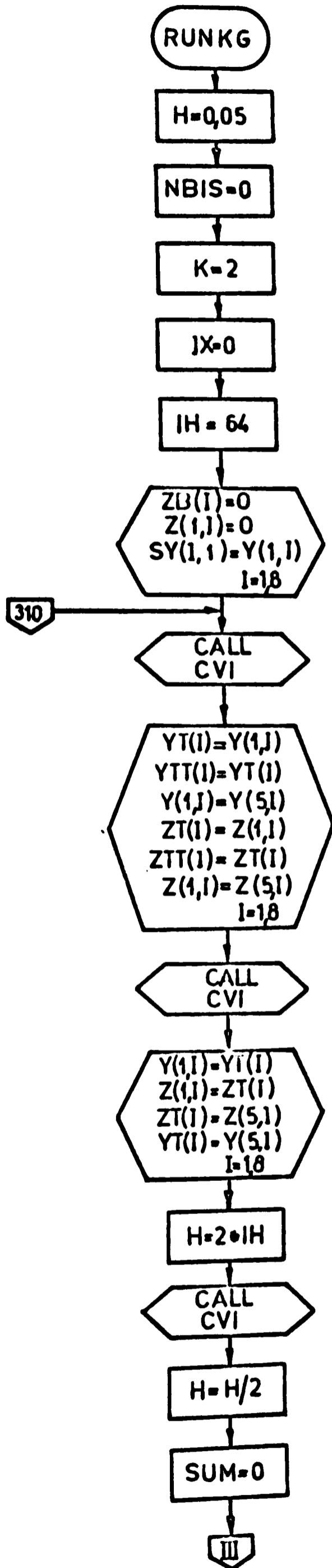


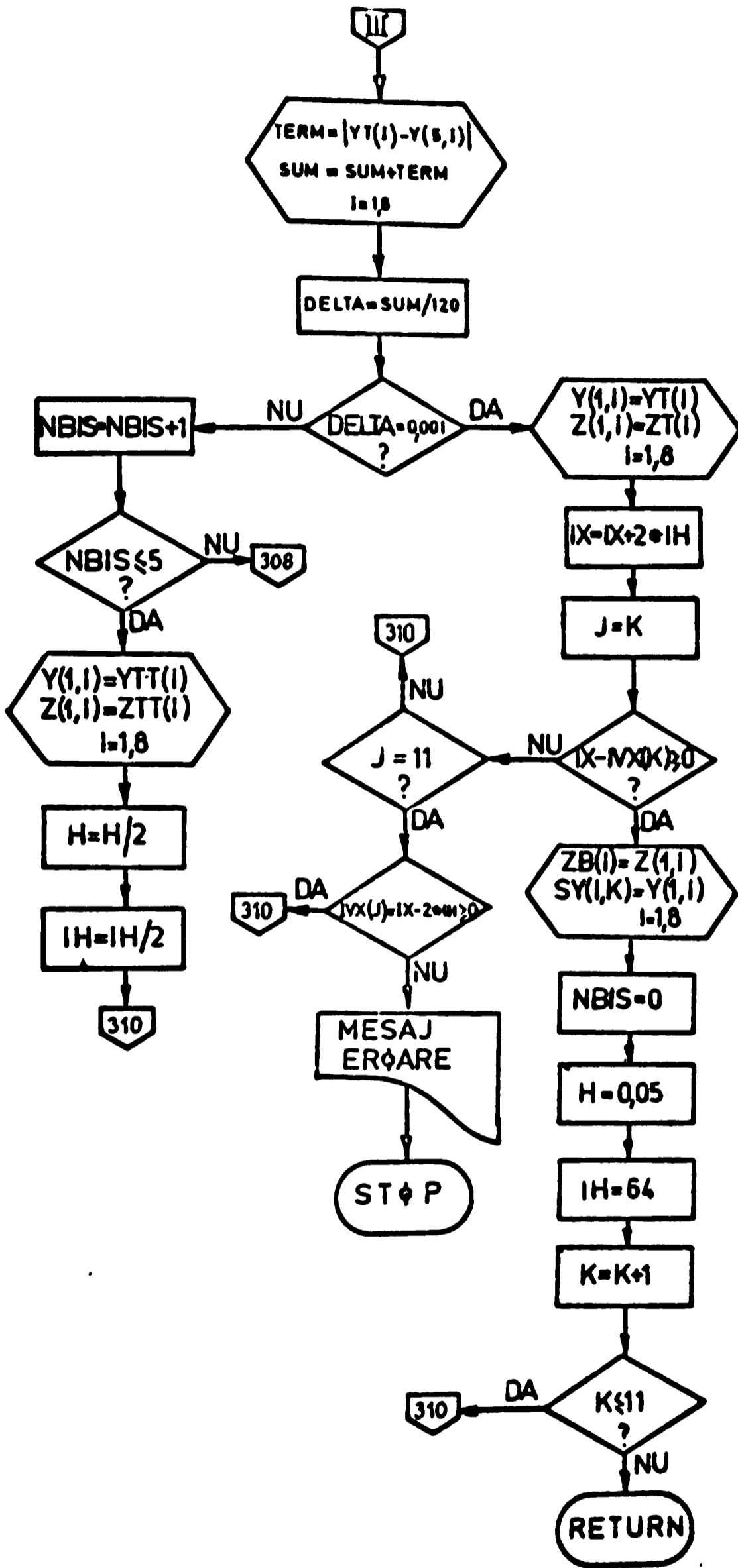


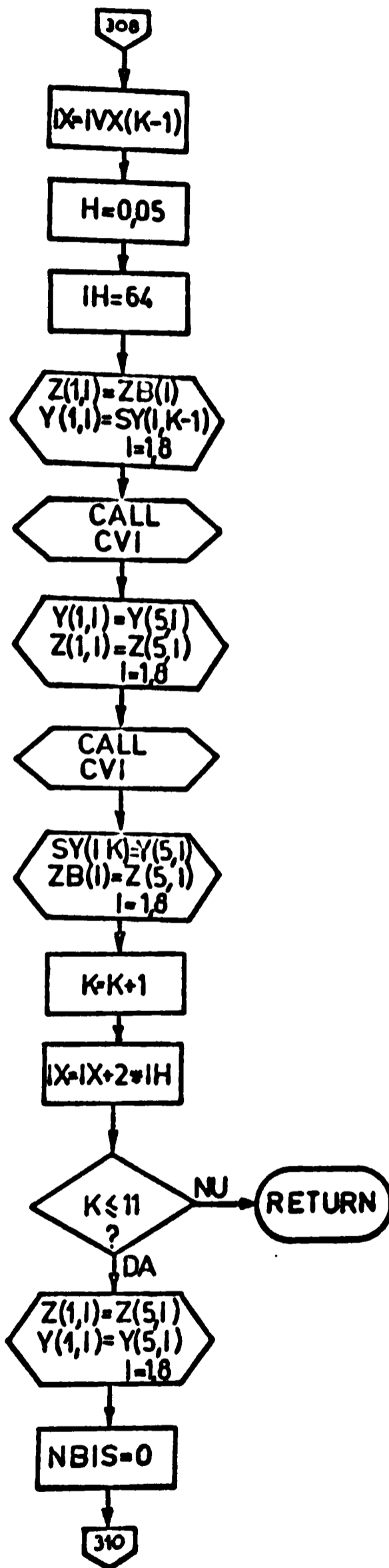




A2.34







A2.37

CVI

$RK(1) = H * Y(1,2)$
 $RK(2) = H * Y(1,3)$
 $RK(3) = H * Y(1,4)$
 $RK(4) = H * (G3 * Y(1,7) - Y(1,3)) * VN$
 $RK(5) = H * Y(1,6)$
 $RK(6) = H * Y(1,7)$
 $RK(7) = H * Y(1,8)$
 $RK(8) = H * ((G1 - VN / G2) * Y(1,7) + VN * G3 * Y(1,3) / G2)$

$VAL1 = (RK(1) - Z(1,1)) / 2$
 $Y(2,1) = Y(1,1) + VAL1$
 $Z(2,1) = Z(1,1) + 3 * VAL1 - RK(1) / 2$
 $I = 1, 8$

$RK(1) = H * Y(2,2)$
 $RK(2) = H * Y(2,3)$
 $RK(3) = H * Y(2,4)$
 $RK(4) = H * (G3 * Y(2,7) - Y(2,3)) * VN$
 $RK(5) = H * Y(2,6)$
 $RK(6) = H * Y(2,7)$
 $RK(7) = H * Y(2,8)$
 $RK(8) = H * ((G1 - VN / G2) * Y(2,7) + VN * G3 * Y(2,3) / G2)$

$VAL1 = 0.29289 * (RK(1) - Z(2,1))$
 $Y(3,1) = Y(2,1) + VAL1$
 $Z(3,1) = Z(2,1) + 3 * VAL1 - 0.29289 * RK(1)$
 $I = 1, 8$

$RK(1) = H * Y(3,2)$
 $RK(2) = H * Y(3,3)$
 $RK(3) = H * Y(3,4)$
 $RK(4) = H * (G3 * Y(3,7) - Y(3,3)) * VN$
 $RK(5) = H * Y(3,6)$
 $RK(6) = H * Y(3,7)$
 $RK(7) = H * Y(3,8)$
 $RK(8) = H * ((G1 - VN / G2) * Y(3,7) + VN * G3 * Y(3,3) / G2)$

$VAL1 = 1.70711 * (RK(1) - Z(3,1))$
 $Y(4,1) = Y(3,1) + VAL1$
 $Z(4,1) = Z(3,1) + 3 * VAL1 - 1.70711 * RK(1)$
 $I = 1, 8$

IV

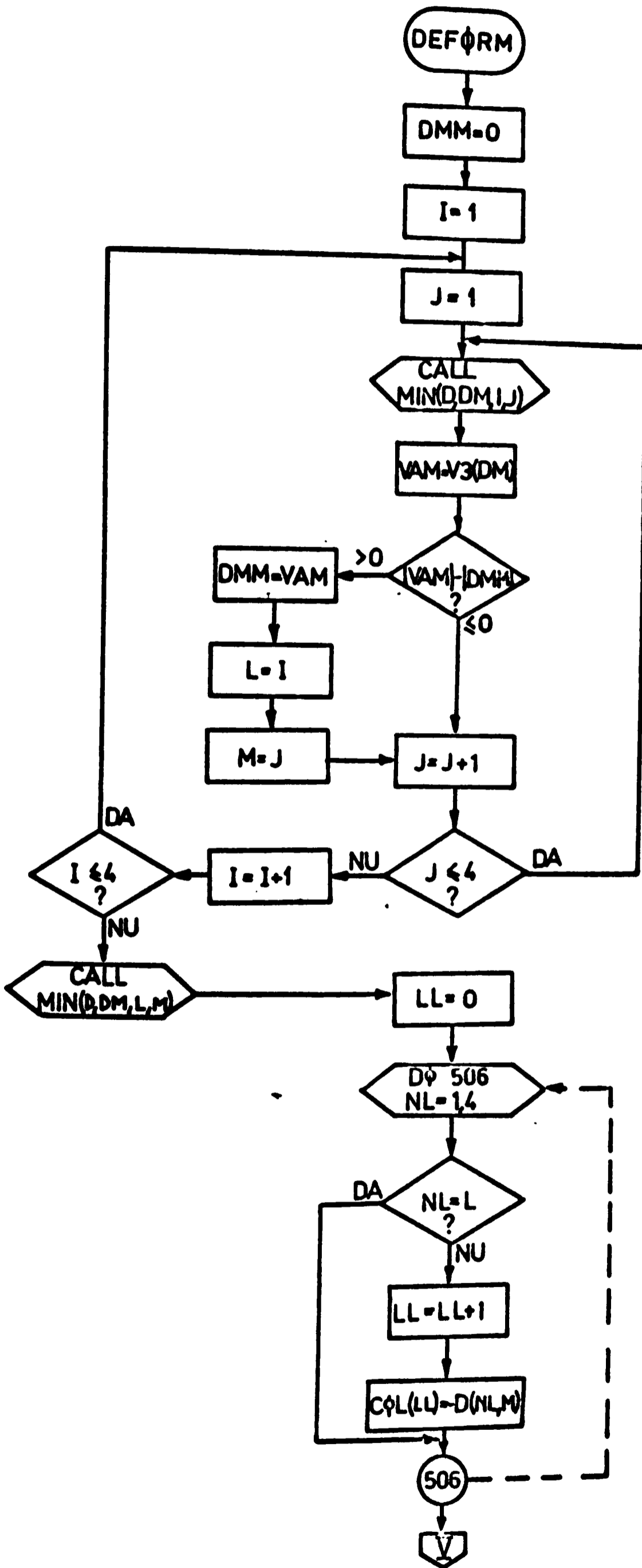
A2-38

IV

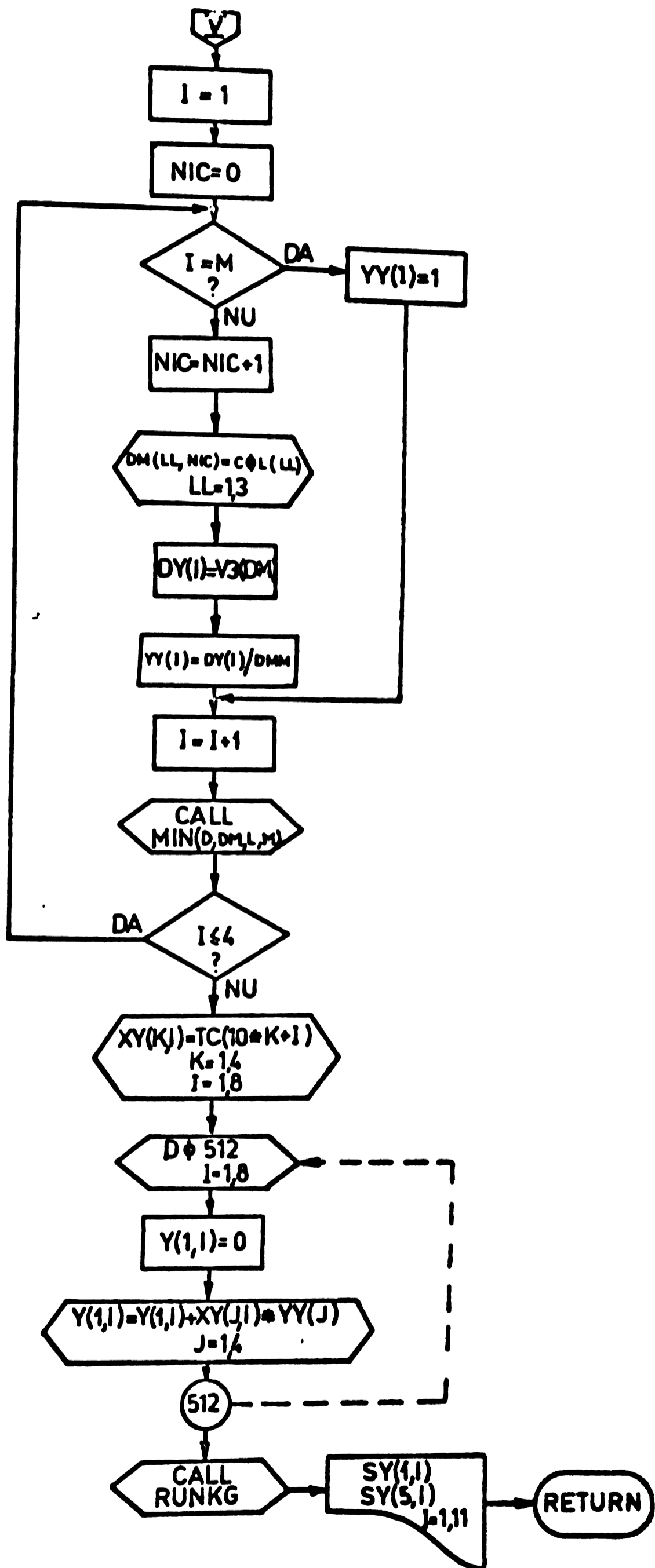
$RK(1) = H \cdot Y(4,2)$
 $RK(2) = H \cdot Y(4,3)$
 $RK(3) = H \cdot Y(4,4)$
 $RK(4) = H \cdot (G3 \cdot Y(4,7) - Y(4,3)) \cdot VN$
 $RK(5) = H \cdot Y(4,6)$
 $RK(6) = H \cdot Y(4,7)$
 $RK(7) = H \cdot Y(4,8)$
 $RK(8) = H \cdot ((G1 - VN/G2) \cdot Y(4,7) + VN \cdot G3 \cdot Y(4,3)) / (G2)$

$VALI = (RK(1) - 2 \cdot Z(4,1)) / 6$
 $Y(5,1) = Y(4,1) + VALI$
 $Z(5,1) = Z(4,1) + 3 \cdot VALI - RK(1) / 2$
 $I = 1, 8$

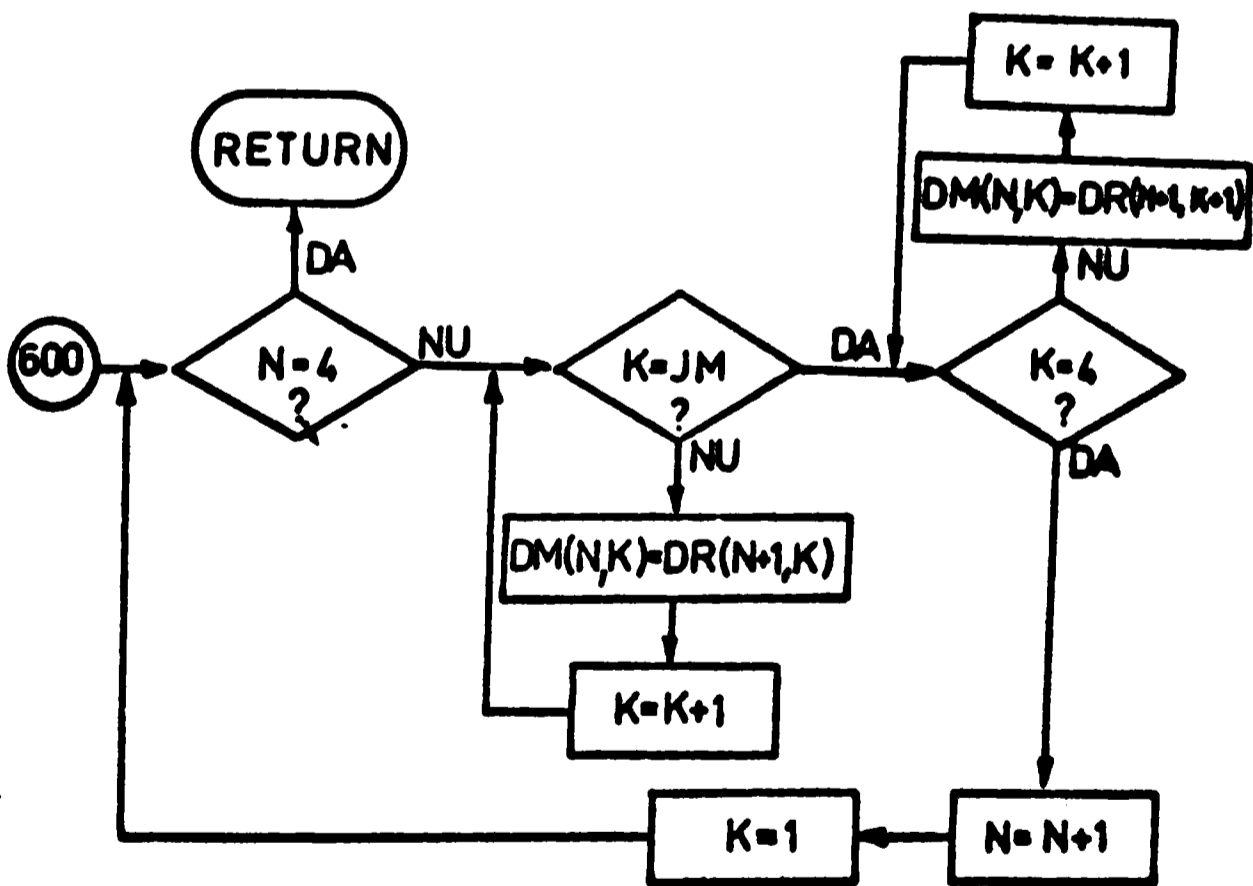
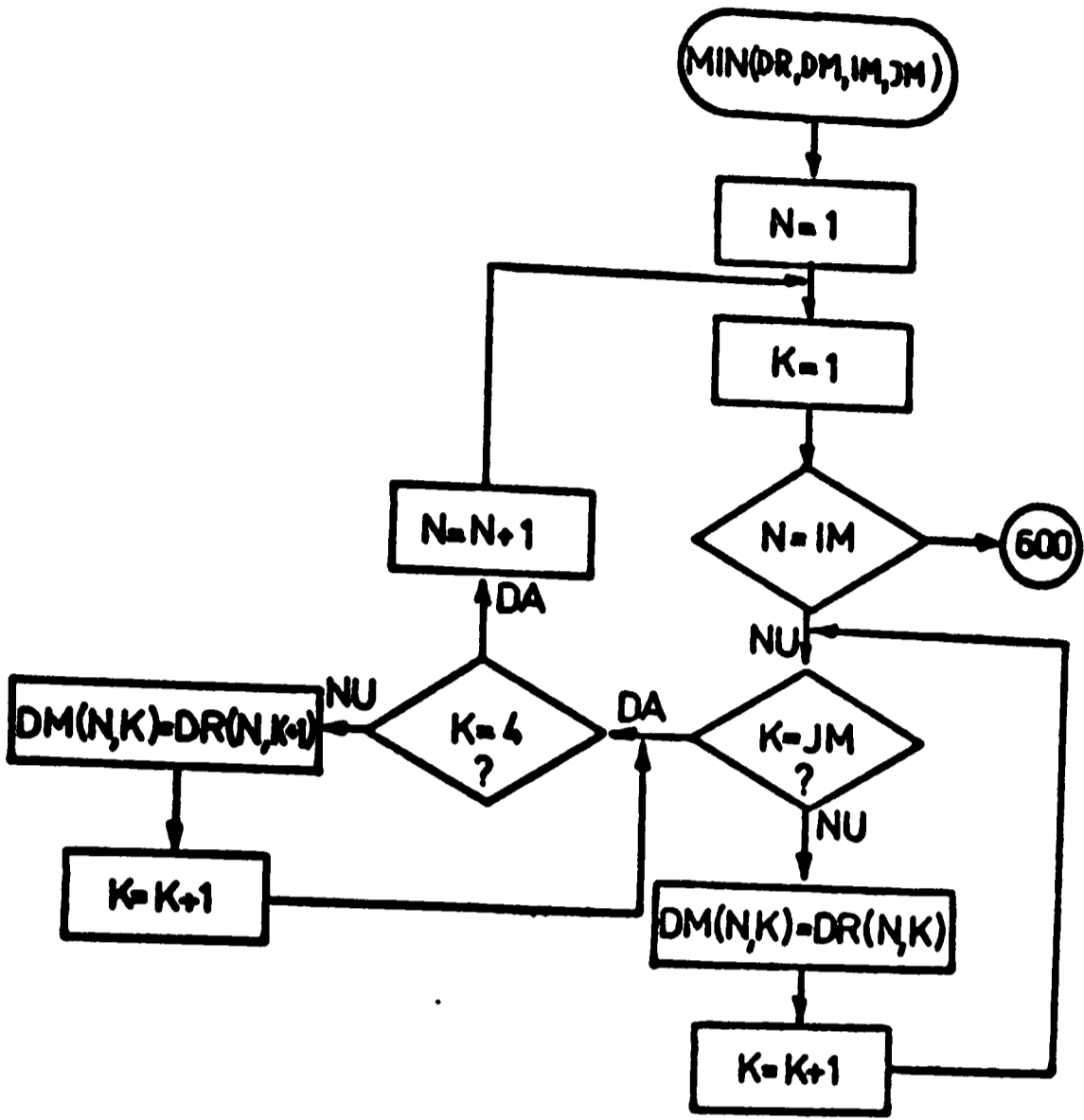
RETURN



A2.40

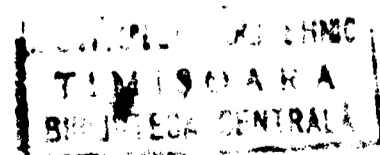


A2-41



• JOB STABIL, AL: 4 140, FII: CUTEANU
• COMPILE FORTRAN
FORTRAN STARTED

FORTRAN 13.03



STABIL 05/06/73 12:30:25

FORTRAN IV-13

PROGRAM PENIRI CALCULUL FORTEI CRITICE SI AL DEFOMATEI
 CORESPUNZATOARE ECHILIBRULUI INDIFERENT IN CAZUL
 FLAMBAJULUI PRIN INCENDIERE-FASUCIRE AL BARFLOP CU
 PERETI SUTIRI COORDINATE CENTRIC SI REZEMATE ELASTIC
 LA EXTREMITATI.

DOUBLE PRECISION DET,DETA

DIMENSION GT1(16),GT2(16),GT3(16),IVX(11),EX(4),DX(12),EXT(3,4),UX
 -T(1,12),TAK2(10),MINC1(8),MINC2(8),NRAS1(8),NRAS2(8),NRAS3(8
 -),NSTR1(8),NSTR2(8),NSTR3(8),TAO(8),THO(8),TAL(8),TBL(8),PRBL(8)
 COMMON /BL0C1/G1,G2,G3,VN/BL0C2/DET,EX,DX,AD,BO,AL,BL,AK1,AK2,AK3,
 -AK4,BK1,BK2,BK3,BK4/BL0C6/IX

DO 10 I=1,11

```

10 IVX(I)=1000000*(I-1)
   READ(105,1003) ((EXT(I,J),J=1,4),I=1,3)
   READ(105,1003) ((DXT(I,J),J=1,12),I=1,10)
   READ(105,1000) PRBL
   READ(105,1001) MACAZ
   IF(MACAZ.EQ.0) GO TO 11
   READ(105,1002) VN0,UNC,EP01,EP02
   READ(105,1001) MINC,MINC1,MINC2,NRAS1,NRAS2,NRAS3,NSTR1,NSTR2,NSTR
-3,NG1,NG2,NG3,II1,II2,II3,JJ1,JJ2,JJ3,K11,K12,K13,K21,K22,K23,K31,
-4,K32,K33,NAD,NPC,NAL,NBL,LITIA
   READ(105,1004) (GT1(I),I=1,16)
   READ(105,1004) (GT2(I),I=1,16)
   READ(105,1004) (GT3(I),I=1,16)
   IF(MINC1.EQ.0) GO TO 5000
   READ(105,1004) (MINC1(I),I=1,MINC1)
5000 IF(MINC2.EQ.0) GO TO 5001
   READ(105,1004) (MINC2(I),I=1,MINC2)
5001 IF(NRAS1.EQ.0) GO TO 5002
   READ(105,1004) (NRAS1(I),I=1,NRAS1)
5002 IF(NRAS2.EQ.0) GO TO 5003
   READ(105,1004) (NRAS2(I),I=1,NRAS2)
5003 IF(NRAS3.EQ.0) GO TO 5004
   READ(105,1004) (NRAS3(I),I=1,NRAS3)
5004 IF(NSTR1.EQ.0) GO TO 5005
   READ(105,1004) (NSTR1(I),I=1,NSTR1)
5005 IF(NSTR2.EQ.0) GO TO 5006
   READ(105,1004) (NSTR2(I),I=1,NSTR2)
5006 IF(NSTR3.EQ.0) GO TO 5007
   READ(105,1004) (NSTR3(I),I=1,NSTR3)
5007 READ(105,1005) (TAK2(I),I=1,10)
   READ(105,1005) (TAO(I),I=1,NAO),(THO(I),I=1,NBO)
   READ(105,1005) (TAL(I),I=1,NAL),(TBL(I),I=1,NBL)

```

STABIL 05/06/73 12.30.25

GO TO 12

CALCULUL CU VARIANTA MACAZ=.

```

11 KAZ=0
   READ(105,1001) NUMCAZ
   WRITE(108,1007) PROBL
   WRITE(108,1017) NUMCAZ
58 READ(105,1019) AQ,EG,AL,BL
   READ(105,1019) AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,BK4
   READ(105,1001) KAREZS,KAREZU,LINIA
   READ(105,1002) VPO,BPO,EPS1,EPS2
   READ(105,1004) G1,G2,G3
   DO 80 IE=1,4
80 EX(IE)=EXT(KAREZS,IE)
   DO 81 JE=1,12
81 DX(JE)=DXT(KAREZU,JE)
   KAZ=KAZ+1
   GO TO 13
12 WRITE(108,1007) PROBL
   WRITE(108,1008) VPO,BPO,EPS1,EPS2
   WRITE(108,1009) ((EXT(I,J),J=1,4),I=1,3)
   WRITE(108,1010) ((DXT(I,J),J=1,12),I=1,10)
   WRITE(108,1111) (TAQ(I),I=1,KAQ)
   WRITE(108,1211) (THQ(I),I=1,HPO)
   WRITE(108,1311) (TAL(I),I=1,KAL)
   WRITE(108,1411) (TEL(I),I=1,NBL)
   IF(I-INC1.EQ.0) GO TO 5008
   WRITE(108,1112) (RINFC1(I),I=1,INC1)
5008 IF(I-INC2.EQ.0) GO TO 5009
   WRITE(108,1212) (RINFC2(I),I=1,INC2)
5009 IF(NRAS1.EQ.0) GO TO 5010
   WRITE(108,1312) (RRAS1(I),I=1,NRAS1)
5010 IF(NRAS2.EQ.0) GO TO 5011
   WRITE(108,1412) (RRAS2(I),I=1,NRAS2)
5011 IF(NRAS3.EQ.0) GO TO 5012
   WRITE(108,1512) (RRAS3(I),I=1,NRAS3)
5012 IF(NSTR1.EQ.0) GO TO 5013
   WRITE(108,1612) (RSTR1(I),I=1,NSTR1)
5013 IF(NSTR2.EQ.0) GO TO 5014
   WRITE(108,1712) (RSTR2(I),I=1,NSTR2)
5014 IF(NSTR3.EQ.0) GO TO 5015
   WRITE(108,1812) (RSTR3(I),I=1,NSTR3)
5015 WRITE(108,1013) (TAQ(I),I=1,KAQ)
   WRITE(108,1014) INCL1,INCL2,NRAS1,NRAS2,NRAS3,NSTR1,NSTR2,NSTR3,NI
-NC
   WRITE(108,1115) (GT1(I),I=1,NO1)

```

STABIL 05/06/73 12.30.25

```

WRITE(103,1215) (G12(I),I=1,N02)
WRITE(103,1315) (G13(I),I=1,N03)
WRITE(103,1016) N01,N02,N03,I11,I12,I13,JJ1,JJ2,JJ3,K11,K12,K13,K2
-1,K22,K23,K31,K32,K33

```

CALCULUL CU VARIANTA MACAZ=1

```

DO 99 JAO=1,NAO
DO 99 JBO=1,NBO
DO 99 JAL=1,NAL
DO 99 JBL=1,NBL

```

```

AO=TAO(JAO)
BO=TBO(JBO)
AL=TAL(JAL)
BL=TBL(JBL)
DO 100 IJ=1,N01
G1=GT1(IJ)
DO 101 II=I11,I12,I13
DO 102 INC=1,NINC
AK2=TAK2(INC)

```

SE ALEG VALORILE EX CORESPUNZATOARE LUI ZITA=0

```

IF(AK2.EQ.10000.) GO TO 76.
DO 42 IE=1,4
42 EX(IE)=EXT(2,IE)
GO TO 7600
76 DO 44 IF=1,4
44 EX(IF)=EXT(3,IF)
000 IF(II.EQ.1) GO TO 14
IF(II.EQ.3) GO TO 15
IF(AK2.EQ.10000.) GO TO 16
DO 102 IR2=1,NINC2
18 IF(ROINC2(IR2).EQ.0.AND.ROINC2(IR2).NE.1.) GO TO 17
WRITE(103,1024) IR2,ROINC2(IR2)
IR2=IR2+1
IF(IR2.GT.8) STOP
GO TO 18
17 BK2=4.*(AK2+3.)/(1./ROINC2(IR2))/(AK2+4.)
GO TO 19
16 DO 102 IR1=1,NINC1
21 IF(ROINC1(IR1).EQ.0.AND.ROINC1(IR1).NE.1.) GO TO 20
WRITE(103,1025) IR1,ROINC1(IR1)
IR1=IR1+1
IF(IR1.GT.8) STOP
GO TO 21
20 BK2=4./(1./ROINC1(IR1)-1.)

```


STABIL 05/06/73 12.30.25

```

GO TO 19
14 BK2=0.
GO TO 19
15 BK2=10000.
19 DO 102 JJ=JJ1, JJ2, JJ3
IF (JJ.EQ.1) GO TO 22
IF (JJ.EQ.3) GO TO 25
DO 103 K2=K21, K22, K23
IF (II.NE.3.AND.K2.EQ.1) GO TO 4000
IF (II.NE.3.AND.K2.EQ.2) GO TO 4001
IF (II.NE.3.AND.K2.EQ.3) GO TO 4002
IF (II.EQ.3.AND.K2.EQ.1) GO TO 4003
IF (II.EQ.3.AND.K2.EQ.2) GO TO 4004
J=6
GO TO 4005
000 J=1
007 ARG=SQRT(G1)
DO 103 KR1=1, NSTR1
41 IF (RPOSTR1(KR1).EQ.0.0.AND.RPOSTR1(KR1).NE.1.0) GO TO 40
WRITE(108,1031) KR1, RPOSTR1(KR1)
KR1=KR1+1
IF (KR1.GT.8) STOP
GO TO 41
40 BK3=ARG/TANH(ARG)/(1./RPOSTR1(KR1)-1.0)
BK4=J.
GO TO 29
001 J=1
005 ARG=SQRT(G1)
SH=(EXP(ARG)-EXP(-ARG))/2.
CH=(EXP(ARG)+EXP(-ARG))/2.
DO 103 JR3=1, NRAS3
DO 103 KR3=1, NSTR3
RF3=0.
27 IF (RFRAS3(JR3).NE.0.0.AND.RFRAS3(JR3).NE.1.0) GO TO 26
WRITE(108,1026) JR3, RFRAS3(JR3)
JR3=JR3+1
IF (JR3.GT.8) STOP
GO TO 27
26 IF (RPOSTR3(KR3).EQ.0.0.AND.RPOSTR3(KR3).NE.1.0) GO TO 28
WRITE(108,1027) KR3, RPOSTR3(KR3)
KR3=KR3+1
IF (KR3.GT.8) STOP
GO TO 26
28 ION=0
030 BK4=(SQRT(G1**3)/(((CH-1.0)/(ARG*CH+BK3*SH))+(ARG*SH-BK3*(1.-CH)))*A
-RG-SH))/(1./RFRAS3(JR3)-1.0)
BK41=BK4

```

A2-47

STABL 05/06/73 12.30.25

```
PK3=(ARG*CH*(BK4*TANH(ARG)*(CH-1.))+BK4*(SH-ARG)+SQRT(G1**3))/(SH*(
-BK4*(SH-ARG)+SQRT(G1**3))+BK4*(CH-1.)*2)/(1./RSTR3(KK3)-1.)
PK31=BK3
BK4=(SQRT(G1**3)/(((CH-1.)/(ARG*CH+BF3*SH))*(ARG*SH-BK3*(1.-CH))+A
-R3-SH))/(1./RSTR3(JF3)-1.)
LK3=(ARG*CH*(BK4*TANH(ARG)*(CH-1.))+BK4*(SH-ARG)+SQRT(G1**3))/(SH*(
-BK4*(SH-ARG)+SQRT(G1**3))+BK4*(CH-1.)*2)/(1./RSTR3(KK3)-1.)
IF(ABS(BK4-BK41)/BK4*100.0.LT.3.0.AND.AHS(BK3-BK31)/BK3*100.0.LT.3
.0) GO TO 29
ION=ION+1
IF(ION=100) 830,830,828
828 WRITE(108,829) JF3,KP3,ION
STOP
002 J=2
006 ARG=SQRT(G1)
SH=(EXP(ARG)-EXP(-ARG))/2.
CH=(EXP(ARG)+EXP(-ARG))/2.
DO 103 KR2=1,NSTR2
31 IF(RSTR2(KR2).NL.0.0.AND.RSTR2(KR2).NE.1.) GO TO 30
WRITE(108,1028) KR2,RSTR2(KR2)
KR2=KR2+1
IF(KR2.GT.8) STOP
GO TO 31
30 LK3=(ARG*(SH-ARG*CH)/2.+(CH-1.)*ARG*SH)/(1./RSTR2(KR2)-1.)
PK4=10000.
GO TO 29
003 J=5
GO TO 4007
004 J=5
GO TO 4005
22 DO 104 K1=K11,K12,K13
IF(II.NE.3.AND.K1.EQ.1) GO TO 2000
IF(II.NE.3.AND.K1.EQ.2) GO TO 2001
IF(II.NE.3.AND.K1.EQ.3) GO TO 2002
IF(II.EQ.3.AND.K1.EQ.1) GO TO 2003
IF(II.EQ.3.AND.K1.EQ.2) GO TO 2004
J=6
GO TO 2006
2000 J=1
2007 BK3=0.
BK4=J.
GO TO 29
2001 J=1
2005 ARG=SQRT(G1)
DO 104 JR1=1,NFAS1
39 IF(PSTR1(JR1).NL.0.0.AND.PSTR1(JR1).NE.1.) GO TO 38
WRITE(108,1030) JR1,PSTR1(JR1)
```

A2.48

STABIL 05/06/73 12.30.25

```
JR1=JR1+1
IF(JR1.GT.8) STOP
GO TO 39
38 BK4=(SQRT(G1**3)/(ARG-TANH(ARG)))/(1./RORAS1(JR1)-1.)
BK3=0.
GO TO 29
2002 J=2
2006 BK3=0.
BK4=10000.
GO TO 29
2003 J=5
GO TO 2007
2004 J=5
GO TO 2005
23 DO 105 K3=BK31,BK32,BK33
IF(II.NE.3.AND.K3.EQ.1) GO TO 3000
IF(II.NE.3.AND.K3.EQ.2) GO TO 3001
IF(II.NE.3.AND.K3.EQ.3) GO TO 3002
IF(II.EQ.3.AND.K3.EQ.1) GO TO 3003
IF(II.EQ.3.AND.K3.EQ.2) GO TO 3004
J=8
GO TO 3006
2001 J=3
2005 ARG=SQRT(G1)/2.
DO 105 JR2=1,NPAS2
35 IF(RORAS2(JR2).NE.0.0.AND.RORAS2(JR2).NE.1.) GO TO 34
WRITE(105,1029) JR2,RORAS2(JR2)
JR2=JR2+1
IF(JR2.GT.8) STOP
GO TO 35
34 BK4=(SQRT(G1**3)/(2.*(ARG-TANH(ARG)))/(1./RORAS2(JR2)-1.)
BK3=10000.
GO TO 29
3000 J=3
3007 BK3=10000.
BK4=0.
GO TO 29
3002 J=4
3006 BK3=10000.
BK4=10000.
GO TO 29
3003 J=7
GO TO 3007
3004 J=7
GO TO 3005
SE ALEG VALORILE DX CORESPUNZATORULUI ZITA=1
```

STABIL 05/06/73 12.30.25

```

29 DO 54 IL=1,12
   PX(IL)=DXT(J,IL)
54 CONTINUE
   DO 106 JK=1,NG2
   G2=GT2(JK)
   DO 107 KI=1,NG3
   G3=GT3(KI)
13 DETA=0.
   VN=VNO
   DN=DN0
65 CALL DETERM
   IF (ABS(DET)-EPS1) 55,56,56
56 IF (DET) 57,77,77
57 SDET=-1.
   GO TO 59
77 SDET=1.
59 IF (DETA) 60,61,62
60 SDETA=-1.
   GO TO 63
62 SDETA=1.
63 IF (SDET*SDETA) 64,61,61
61 DETA=DET
   VNT=VN
   VN=VN+DN
   IF (VN) 66,66,65
66 DN=-VNT/2.
   VN=VNT/2.
   GO TO 65
64 VN=VN-DN*DET/(DET-DETA)
   DN=DN/10.
   IF (ABS(DN)-EPS2) 55,67,67
67 CALL DETERM
   IF (ABS(DET)-EPS1) 55,68,68
68 IF (DET) 69,70,70
69 SDET=-1.
   GO TO 71
70 SDET=1.
71 IF (DETA) 72,73,73
72 SDETA=-1.
   GO TO 74
73 SDETA=1.
74 IF (SDET*SDETA) 75,61,61
75 DN=-DN
   GO TO 61
55 IF (MACAZ.EQ.0) GO TO 79
   WRITE(108,1020) AK2,PK2,BK3,PK4,A0,B0,AL,BL

```

STABIL 05/06/73 12.30.25

```

WRITE(103,1021) G1,G2,G3
WRITE(108,1022) VNO,DN,DET,DETA
IF(LINIA.EQ.0) GO TO 107
CALL DEFORM
107 CONTINUE
106 CONTINUE
105 CONTINUE
104 CONTINUE
103 CONTINUE
102 CONTINUE
101 CONTINUE
100 CONTINUE
99 CONTINUE
STOP
79 WRITL(108,1009) W10,DN0,EP51,EP52
WRITL(108,1023) KAZ,AK1,AK2,AK3,AK4,BK1,BK2,BK3,HK4,A0,B0,AL,BL
WRITE(108,1121) G1,G2,G3
WRITL(108,1122) DN,VL,DET,DETA
IF(LINIA.EQ.0) GO TO 158
CALL DEFORM
158 IF(KAZ.LE.NUMCAZ) GO TO 50
STOP
229 FORMAT(/15X,' ATENTIUNE ',10X,'UR3=',11,3X,'KR3=',11//15X,'ITERA
-TIE SLAN CONVERGENTA IUN=',14)
000 FORMAT(3A4)
001 FORMAT(40I2)
002 FORMAT(4E8.4)
003 FORMAT(12F2.0)
004 FORMAT(16F5.0)
005 FORMAT(10F8.0)
007 FORMAT(1H1,5(/),5)X,1A4)
008 FORMAT(/40X,' D A T E L E I N I T I A L E I N T R O U D U S E : '
-//36X,' VALORILE INITIALE A PORTEI CRITICE VNO = //E11.5//36X,'
-VALORILE INITIALE A PASULUI DN0 = //E11.5//36X,' COEFICI
-ENT DE PRECIZIE //17X,' EP51 = //E11.5//47X,' IDEII //24X,' EP52 = //E11.5
-//)
009 FORMAT(///36X,' COEFICIENTII Lx',27X,'413'(/80X,'413))
010 FORMAT(///36X,' COEFICIENTII Dx',5X,'1213'(/56X,'1213))
111 FORMAT(///36X,' NIVELUL DE APLICARE AL REZAMARII ELASTICE A0 = //F7
-.4,7(/84X,'F7.4))
211 FORMAT(/80X,' H0 = //F7.4,7(/24X,'F7.4))
311 FORMAT(/30X,' AL = //F7.4,7(/24X,'F7.4))
411 FORMAT(/30X,' HL = //F7.4,7(/24X,'F7.4))
112 FORMAT(///36X,' GRADELE DE INCADRARE INTRHOUSE: //36X,' R0 INC1 = //F
-(F5.3,1X))
212 FORMAT(/36X,' R0 INC2 = //3(F5.3,1X))
312 FORMAT(/36X,' R0 PAS1 = //8(F5.3,1X))

```

STABIL 05/06/73 12.30.25

```

412 FORMAT(/36X,'POFAS2' = 1.8(F5.3,1X))
512 FORMAT(/36X,'POR/53' = 1.8(F5.3,1X))
612 FORMAT(/36X,'POSTR1' = 1.8(F5.3,1X))
712 FORMAT(/36X,'RUSTR2' = 1.8(F5.3,1X))
812 FORMAT(/36X,'ROSTR3' = 1.8(F5.3,1X))
017 FORMAT(/50X,'NUMARUL DE CAZURI REZOLVATE 1',12/)
020 FORMAT(/44X,'AK2' = 1.5,2X,'BK2' = 1.5,2X,'BK3' = 1.5,2X,'BK4' =
-,F11.5//44X,'AO' = 1.5,2X,'HO' = 1.5,2X,'AL' = 1.5,2X,'ML' =
-,E11.5)
021 FORMAT(/18X,23(' '),3X,'G1' = 1.5,2X,'G2' = 1.5,2X,'G3' = 1.5,
-5,2(/18X,' ',21X,' '))
022 FORMAT(/18X,' * VU' = 1.5,2X,' * DN' = 1.5,2X,'DET' = 1.5,2X
-, 'DETA' = 1.5,2X,'/18X,' ',21X,' ' //18X,23(' '))
023 FORMAT(/26X,'KAZ' = 1.5,2X,'K1' = 1.5,2X,'K2' = 1.5,2X,'K3' = 1.5,2X,
-11.5,2X,'K4' = 1.5,2X,'/44X,'K1' = 1.5,2X,'K2' = 1.5,2X,'K3' = 1.5,2X,
-11.5,2X,'K4' = 1.5,2X,'/44X,'AO' = 1.5,2X,'HO' = 1.5,2X,'AL' = 1.5,2X,
-11.5,2X,'BL' = 1.5,2X)
024 FORMAT(/15X,' * ATENTIUNE' = 1.5,10X,'IR2' = 1.5,3X,'RINC2(IR2)' = 1.5,3//
-15X,' * ERORARE DATE' = 1.5,15X,' * SE REZOLVA CAZUL URMATOR' = 1)
025 FORMAT(/15X,' * ATENTIUNE' = 1.5,10X,'IR1' = 1.5,3X,'RINC1(IR1)' = 1.5,3//
-15X,' * ERORARE DATE' = 1.5,15X,' * SE REZOLVA CAZUL URMATOR' = 1)
026 FORMAT(/15X,' * ATENTIUNE' = 1.5,10X,'JR3' = 1.5,3X,'RORAS3(JR3)' = 1.5,3//
-15X,' * ERORARE DATE' = 1.5,15X,' * SE REZOLVA CAZUL URMATOR' = 1)
027 FORMAT(/15X,' * ATENTIUNE' = 1.5,10X,'KR3' = 1.5,3X,'RUSTR3(KR3)' = 1.5,3//
-15X,' * ERORARE DATE' = 1.5,15X,' * SE REZOLVA CAZUL URMATOR' = 1)
028 FORMAT(/15X,' * ATENTIUNE' = 1.5,10X,'KR2' = 1.5,3X,'ROSTR2(KR2)' = 1.5,3//
-15X,' * ERORARE DATE' = 1.5,15X,' * SE REZOLVA CAZUL URMATOR' = 1)
029 FORMAT(/15X,' * ATENTIUNE' = 1.5,10X,'JR2' = 1.5,3X,'RORAS2(JR2)' = 1.5,3//
-15X,' * ERORARE DATE' = 1.5,15X,' * SE REZOLVA CAZUL URMATOR' = 1)
030 FORMAT(/15X,' * ATENTIUNE' = 1.5,10X,'JR1' = 1.5,3X,'RORAS1(JR1)' = 1.5,3//
-15X,' * ERORARE DATE' = 1.5,15X,' * SE REZOLVA CAZUL URMATOR' = 1)
031 FORMAT(/15X,' * ATENTIUNE' = 1.5,10X,'KR1' = 1.5,3X,'ROSTR1(KR1)' = 1.5,3//
-15X,' * ERORARE DATE' = 1.5,15X,' * SE REZOLVA CAZUL URMATOR' = 1)
1019 FORMAT(3F10.0)
1013 FORMAT(/36X,'RIGIDITATELE ADIMENSIONALE -AK2- INTRODUSE'//36X,'AK
-2 = 1.5(F9.3,1X)/43X,5(F9.3,1X))
1014 FORMAT(/36X,'PRIMELE 10 VALORI ALE GRADELOR DE INCASTR. CONSIDER
-ATE:'//41X,'RINC1' = 1.5,11,9X,'RINC2' = 1.5,11,9X,'RORAS1' = 1.5,11,9X,'ROR
-AS2' = 1.5,11,9X,'RORAS3' = 1.5,11,9X,'RUSTR1' = 1.5,11,9X,'RUSTR2' = 1.5,11,9X,
-RUSTR3' = 1.5,11,9X,'RINC' = 1.5,11,9X)
1115 FORMAT(/36X,'PARAMETRUL GEOMETRICI INTRODUS:'//36X,'G1' = 1.5,8(F6.3
-,1X)/40X,8(F6.3,1X))
1215 FORMAT(/36X,'G2' = 1.5,8(F6.3,1X)/40X,8(F6.3,1X))
1315 FORMAT(/36X,'G3' = 1.5,8(F6.3,1X)/40X,8(F6.3,1X))
1016 FORMAT(/36X,'PRIMELE 10 VALORI ALE PARAMETRILOR GEOM. CONSIDERATI
-E:'//43X,'ING1' = 1.5,12,10X,'ING2' = 1.5,12,10X,'ING3' = 1.5,12,10X,'VALPANE
-A INITIALA,FINALA SI RATIA CONTINUTULUI'//43X,'I11' = 1.5,12,10X,'I11

```

A2-52

STABIL 03/06/73 12.30.25

```
-? = 'I2,10X,I13 = 'I2/43,IJ1 = 'I2,10X,IJ2 = 'I2,10X,IJ3
- = 'I2/43X,K11 = 'I2,10X,K12 = 'I2,10X,K13 = 'I2/43X,K21 =
-'I2,10X,K22 = 'I2,10X,K23 = 'I2/43X,K31 = 'I2,10X,K32 = '
-I2,10X,K33 = 'I2/29X,70(') //4RX,ISE TIPARESC REZULTATELE CALCU
-LELOR :'/)
1121 FORMAT(/44X,I01 = 'E11.5,2X,I02 = 'E11.5,2X,I03 = 'E11.5/)
1122 FORMAT(/42X, 'DN = 'E11.5/22X, 'VN = 'E12.6,5X, 'DET = 'E11.5/21X, '
-*****'/42X, 'DETA = 'E11.5/)
END
```

STABIL 05/06/73 12.30.25

MODULE	EL909	TYPE C	LONGUEUR	002C (00044)
MODULE	EL902	TYPE C	LONGUEUR	0078 (00120)
MODULE	EL901	TYPE C	LONGUEUR	0010 (00016)
MODULE	EL900	TYPE P	LONGUEUR	3028 (13854)

A2.53

..... FIN DE COMPILATION (PLUS HAUT NIVEAU D'EFFEUX RENCONTRE • 0)
•
• COMPILER FORTRAN

12.31.43

STABIL 05/06/73 12.31.41

SUBROUTINE DETERM

FORMAREA SI CALCULUL DETERMINANTULUI DE CONDITIE

```

DOUBLE PRECISION D,DET
DIMENSION D(4,4),EX(4),DX(17),TC(48),SY(8,11),A(8,4),Y(5,8)
COMMON /BLOC1/G1,G2,G3,VN/BLOC2/DET,EX,DX,A0,B0,AL,BL,AK1,AK2,AK3,
- AK4,BK1,BK2,BK3,BK4/BLOC3/Y/BLOC4/SY/BLOC5/D,TC
TC(11)=EX(1)
TC(12)=0.
TC(13)=0.
TC(14)=EX(1)*(-AK1)+EX(2)
TC(15)=0.
TC(16)=0.
TC(17)=0.
TC(18)=EX(1)*AL1*A0/G2
TC(21)=0.
TC(22)=EX(3)
TC(23)=EX(3)*AK2+EX(4)
TC(24)=EX(1)*(-VN)
TC(25)=0.
TC(26)=0.
TC(27)=EX(1)*(-AK2)*B0/G2
TC(28)=EX(1)*VN*B3/G2
TC(31)=0.
TC(32)=0.
TC(33)=0.
TC(34)=EX(1)*AK1*A0
TC(35)=EX(1)
TC(36)=0.
TC(37)=0.
TC(38)=EX(1)*(-AK4-AK1*A0*A0/G2)+EX(2)
TC(41)=0.
TC(42)=0.
TC(43)=EX(1)*(-AL2)*B0
TC(44)=EX(1)*VN*B3
TC(45)=0.
TC(46)=EX(1)
TC(47)=EX(1)*(AK3+B0*B0*AK2/G2)+EX(2)
TC(48)=EX(1)*(G1-VN/G2)
DO 200 K=1,4
DO 201 I=1,8
201 Y(I,I)=TC(10*K+I)
CALL RUMKB
DO 202 I=1,8
202 A(I,K)=SY(I,11)
200 CONTINUE

```

STABIL 05/06/73 12.31.41

D0 203 J=1,4

$$D(1,J) = DX(1) * (A(1,J) - AL * A(5,J)) + UX(2) * A(1,J) + DX(11) * (-BK1 * (A(1,J) - AL * A(5,J)) + VN * (A(2,J) - G3 * A(6,J)) + A(4,J)) + DX(12) * (-BK1 * (A(1,J) - AL * A(5,J)) + VN * A(2,J) + A(4,J))$$

$$D(2,J) = DX(3) * (BL2 * (A(2,J) - BL * A(6,J)) + A(3,J)) + UX(4) * (A(2,J) - BL * A(6,J)) + [X(5) * (BK2 * A(2,J) + A(3,J)) + UX(6) * A(2,J)]$$

$$D(3,J) = DX(3) * (-BK2 * A(6,J) + BL * BL2 * (A(2,J) - BL * A(6,J)) / G2 - A(7,J)) + UX(-4) * (BK3 * A(6,J) + BL * A(3,J) / G2 + A(7,J)) + EX(7) * A(6,J)$$

$$D(4,J) = DX(8) * (-A(8,J) + G1 * A(1,J) + BK4 * A(5,J) - (VN * (A(2,J) - G3 * A(6,J)) + A(4,J)) * AL / G2 - VN * (A(6,J) - A(2,J) * G3) / G2) + DX(9) * (-A(8,J) + BK4 * A(5,J) - (VN * A(2,J) + A(4,J)) * AL / G2 + VN * A(2,J) * G3 / G2) + DX(2) * A(5,J) + UX(10) * (-A(3,J) + BK4 * A(5,J) - A(4,J) * AL / G2) + DX(11) * (-A(8,J) + G1 * A(6,J) + BK4 * A(5,J) - BK1 * (A(1,J) - AL * A(5,J)) * AL / G2 - VN * (A(6,J) - A(2,J) * G3) / G2) + DX(12) * (-A(8,J) + BK4 * A(5,J) - BK1 * (A(1,J) - AL * A(5,J)) / G2 + VN * G3 * A(2,J) / G2)$$

203 CONTINUE

$$DET = (D(3,3) * D(4,4) - D(4,3) * D(3,4)) * (D(1,1) * D(2,2) - D(1,2) * D(2,1)) + (D(-3,2) * D(4,4) - D(4,2) * D(3,4)) * (D(1,3) * D(2,1) - D(1,1) * D(2,3)) + (D(3,1) * D(4,4) - D(4,1) * D(3,4)) * (D(1,2) * D(2,3) - D(1,3) * D(2,2)) + (D(3,2) * D(4,3) - D(4,2) * D(3,3)) * (D(1,1) * D(2,4) - D(1,4) * D(2,1)) + (D(3,1) * D(4,3) - D(4,1) * D(3,3)) * (D(1,4) * D(2,2) - D(1,2) * D(2,4)) + (D(3,1) * D(4,2) - D(4,1) * D(3,2)) * (D(2,4) * D(1,3) - D(2,3) * D(1,4))$$

RETURN

END

STABIL 05/06/73 12.31.41

A2.58

MODULE	BLOC5	TYPE	C	LONGUEUR	0140 (00320)
MODULE	BLOC4	TYPE	C	LONGUEUR	0160 (00352)
MODULE	BLOC3	TYPE	C	LONGUEUR	0040 (00160)
MODULE	BLOC2	TYPE	C	LONGUEUR	0078 (00120)
MODULE	BLOC1	TYPE	C	LONGUEUR	0010 (00016)
MODULE	DETRON	TYPE	P	LONGUEUR	0A60 (02656)

***** FIN DE COMPILATION (PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE = 0)
.

12.32.13

STABIL 05/06/73 12.32.11

SUBROUTINE RUNKL

SUBROUTINA DE INTEGRARE A SISTEMULUI DE ECuatii Diferentiale

```

DIMENSION IVX(11),SY(8,11),Y(5,8),Z(5,8),YT(8),YTT(8),ZT(8),ZTT(8)
ZE(8)
COMMON /BLOC6/IVX/BLOC4/SY/BLOC3/Y/BLOC7/H,Z
H=0.05
NBIS=0
K=2
IX=0
IH=500000
DO 300 I=1,8
  Z(I)=0.
300 Z(1,I)=0.
  DO 301 I=1,8
301 SY(I,1)=Y(1,I)
310 CALL CVI
  DO 302 I=1,8
  YT(I)=Y(1,I)
  YTT(I)=YT(I)
  Y(1,I)=Y(5,I)
  ZT(I)=Z(1,I)
  ZTT(I)=ZT(I)
302 Z(1,I)=Z(5,I)
  CALL CVI
  DO 303 I=1,8
  Y(1,I)=YT(I)
  Z(1,I)=ZT(I)
  ZT(I)=Z(5,I)
303 YT(I)=Y(5,I)
  H=2.*H
  CALL CVI
  H=H/2.
  SUM=0.
  DO 304 I=1,8
  TERM=ABS(YT(I)-Y(5,I))
304 SUM=SUM+TERM
  DELTA=SUM/120.
  IF (DELTA=0.001) 305,305,306
306 NBIS=NBIS+1
  IF (NBIS=5) 307,307,308
307 DO 309 I=1,8
  Y(1,I)=YTT(I)
309 Z(1,I)=ZTT(I)
  H=H/2.
  IH=IH/2

```

STABIL 05/06/73 12.32.11

```

GO TO 310
308 IX=IVX(K-1)
H=0.05
IH=500000
DO 323 I=1,8
Z(1,I)=ZR(I)
323 Y(1,I)=SY(I,K-1)
CALL CVI
DO 324 I=1,5
Y(1,I)=Y(5,I)
324 Z(1,I)=Z(5,I)
CALL CVI
DO 325 I=1,8
SY(I,K)=Y(5,I)
325 ZR(I)=Z(5,I)
K=K+1
IX=IX+2*IH
IF(K=11) 326,326,328
326 DO 327 I=1,8
Z(1,I)=Z(5,I)
327 Y(1,I)=Y(5,I)
NBIS=0
GO TO 310
305 DO 312 I=1,8
Y(1,I)=YT(I)
312 Z(1,I)=ZT(I)
IX=IX+2*IH
J=K
IF(IX-IVX(K)) 317,313,313
313 DO 314 I=1,8
ZR(I)=Z(1,I)
314 SY(I,K)=Y(1,I)
NBIS=0
H=0.05
IH=500000
K=K+1
IF(K=11) 310,310,328
317 IF(J.EG.11) GO TO 310
GO TO 310
319 IF(IVX(J)-IX=2*IH) 321,310,310
321 WRITE(109,320) IVX(J),IX,IH
320 FORMAT(52X,'DEPASIT COMPTUL DE INTEGRARE',/20X,3(2X,I10))
STOP
328 RETURN
END

```


A2.60

STABIL 05/06/73 12.32.34

SUBROUTINE LVI

SE CALCULEAZA VALORILE INTERMEDIARE NECESARE IN SUBROUTINA ROKKS

DIMENSION Y(5,8),Z(5,8),RK(7)
COMMON /PLUC1/G1,G2,G3,VN/BLUC3/Y/BLUC7/H,Z
RK(1)=H*Y(1,2)
RK(2)=H*Y(1,3)
RK(3)=H*Y(1,4)
RK(4)=H*(G3*Y(1,7)-Y(1,5))*VN
RK(5)=H*Y(1,6)
RK(6)=H*Y(1,7)
RK(7)=H*Y(1,8)
RK(8)=H*((G1-VN/G2)*Y(1,7)+VN*G3*Y(1,3)/G2)

DO 400 I=1,5
VALI=(RK(I)-2.*Z(1,I))/2.
Y(2,I)=Y(1,I)+VALI
400 Z(2,I)=Z(1,I)+3.*VALI-RK(I)/2.

RK(1)=H*Y(2,2)
RK(2)=H*Y(2,3)
RK(3)=H*Y(2,4)
RK(4)=H*(G3*Y(2,7)-Y(2,5))*VN
RK(5)=H*Y(2,6)
RK(6)=H*Y(2,7)
RK(7)=H*Y(2,8)
RK(8)=H*((G1-VN/G2)*Y(2,7)+VN*G3*Y(2,3)/G2)

DO 401 I=1,5
VALI=0.27289*(RK(I)-Z(2,I))
Y(3,I)=Y(2,I)+VALI
401 Z(3,I)=Z(2,I)+3.*VALI-0.27289*RK(I)

RK(1)=H*Y(3,2)
RK(2)=H*Y(3,3)
RK(3)=H*Y(3,4)
RK(4)=H*(G3*Y(3,7)-Y(3,5))*VN
RK(5)=H*Y(3,6)
RK(6)=H*Y(3,7)
RK(7)=H*Y(3,8)
RK(8)=H*((G1-VN/G2)*Y(3,7)+VN*G3*Y(3,3)/G2)

DO 402 I=1,5
VALI=1.70711*(RK(I)-Z(3,I))
Y(4,I)=Y(3,I)+VALI
402 Z(4,I)=Z(3,I)+3.*VALI-1.70711*RK(I)

RK(1)=H*Y(4,2)
RK(2)=H*Y(4,3)
RK(3)=H*Y(4,4)
RK(4)=H*(G3*Y(4,7)-Y(4,5))*VN
RK(5)=H*Y(4,6)

STABIL 05/06/73 12.32.55

SUBROUTINE DEFORM

CALCULUL DEFORMATEI CORASPUNZATOARE ECHILIBRULUI INDIFERENT

DOUBLE PRECISION D,DY,YY,DM,VAM,DMH,XY,CBL

DIMENSION D(4,4),TC(48),SY(1,11),Y(5,8),DY(4),YY(4),DM(3,3),XY(4,8),CBL(3)

COMMON /BLOC5/D,TC/BLOC4/SY/BLOC3/Y

DMH=0.

I=1

504 J=1

502 CALL HIR(D,DM,I,J)

VAM=V3(DM)

IF (ABS(VAM)-DABS(DMH)) 500,500,501

501 DMH=VAM

L=I

P=J

500 J=J+1

IF (J=4) 502,502,503

503 I=I+1

IF (I=4) 504,504,505

505 CALL HIR(D,DM,L,P)

LL=0

DO 506 NL=1,4

IF (NL.EQ.L) GO TO 506

LL=LL+1

CBL(LL)=-D(NL,M)

506 CONTINUE

I=1

NIC=0

508 IF (I.EQ.M) GO TO 510

NIC=NIC+1

DO 507 LL=1,3

507 DM(LL,NIC)=CBL(LL)

DY(I)=V3(DM)

YY(I)=DY(I)/DMH

509 I=I+1

CALL HIR(D,DM,L,M)

IF (I=4) 508,508,513

510 YY(I)=1.

GO TO 509

513 DO 511 K=1,4

DO 511 I=1,8

XY(K,I)=TC(10*K+I)

511 CONTINUE

DO 512 I=1,8

Y(1,I)=0.

A2-64

STABIL 05/06/73 12.32.55

```
DO 512 J=1,4
Y(1,I)=Y(1,I)+XY(J,I)+YY(J)
512 CONTINUE
CALL RUMKB
WRITE(108,2000) ((SY(1,I),SY(5,I)),I=1,11)
2000 FORMAT(//T40,'U',T90,'FI'//((3X,E12.6,37X,E12.6))
RETURN
END
```

STABIL 05/06/73 12.32.55

A2.65

MODULE	ELSC3	TYPE C	LONGUEUR	0JAO (00160)
MODULE	ELSC4	TYPE C	LONGUEUR	0160 (00352)
MODULE	ELSC5	TYPE C	LONGUEUR	0140 (00320)
MODULE	DEFOR4	TYPE P	LONGUEUR	05F0 (01520)

***** FIN DE COMPILATION. (PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE = 0)
*
* COMPILER FORTRAN *

12.33.12

STABIL 05/06/73 12.33.13

SUBROUTINE MIN(DR,DI,II,JI)

CALCULUL MINORULUI MAXIM

DOUBLE PRECISION DR,DM
DIMENSION DR(4,4),DI(3,3)

N=1

604 K=1
IF(K.EQ.IM) GO TO 600

602 IF(K.EQ.JM) GO TO 601

DI(N,K)=DR(N,K)

K=K+1

GO TO 602

601 IF(K.EQ.4) GO TO 603

DI(N,K)=DR(N,K+1)

K=K+1

GO TO 601

603 I=I+1

GO TO 604

600 IF(K.EQ.4) GO TO 605

607 IF(K.EQ.JM) GO TO 606

DI(N,K)=DR(N+1,K)

K=K+1

GO TO 607

606 IF(K.EQ.4) GO TO 608

DI(N,K)=DR(N+1,K+1)

K=K+1

GO TO 606

608 I=I+1

K=1

GO TO 600

605 CONTINUE

RETURN

END

STABIL 05/06/73 12.33.13

MODULE MIN TYPE P. LONGUEUR 01C3 (00456)

A2.67

..... FIN DE COMPILATION (ELLE HAUT NIVEAU D'ERREUR RECENTRE • 3)
•
COMPILE FORTRAN

12.33.25

A2-68

STABIL 05/06/73 12.33.26

```
DOUBLE PRECISION FUNCTION V3(UD)
DOUBLE PRECISION UD(3,3)
V3=DD(1,1)*UD(2,2)*UD(3,3)+DD(2,1)*DD(3,2)*DD(1,3)+DD(3,1)*UD(1,2)
- DD(2,3)-DD(1,3)*UD(2,2)+DD(3,1)-DD(2,1)*DD(1,2)*UD(3,3)-UD(1,1)*U
- D(3,2)*DD(2,3)
RETURN
END
```

STABIL 05/06/73 12.33.26

MODULE VS TYPE P LONGUEUR 0110 (00272)

A2.69

***** FIN DE CERPILATION: (PLLE HAUT NIVEAU TRESSEUR RECENTRE - C)

12.33.30

RETO

0051 STABIL AN = 4040 PH = 0001 DATE = 05/06/73
M.DEB = 12H 30M 12S M.FIN = 12H 33M 40S TIME = 00010610
LBP = 00036 MEM = 00011 LG = 00855 IN = OUT = 00000
RD = 01 MT = 01 PR = 01 CP = 01

• LINK LINK
LINK STARTED

E-D-L 40.F505/06/73
EDITION DES LIENS

SEGMENT	MODULE	NO	1	IMPLANTATION	
	BLOC6			IMPLANTATION	0
	MODULE	BLOC6		IMPLANTATION	78
	MODULE	BLOC2		IMPLANTATION	A8
	MODULE	BLOC1		IMPLANTATION	120
	MODULE	F.INDATA		IMPLANTATION	130
	MODULE	BLOC5		IMPLANTATION	375A
	MODULE	BLOC4		IMPLANTATION	389A
	MODULE	BLOC3		IMPLANTATION	39F8
	MODULE	DEFERR		IMPLANTATION	3A98
	MODULE	BLOC7		IMPLANTATION	44F8
	MODULE	ROUIG		IMPLANTATION	45A0
	MODULE	CVI		IMPLANTATION	4F83
	MODULE	DEFERR		IMPLANTATION	54A0
	MODULE	MIR		IMPLANTATION	5A90
	MODULE	VS		IMPLANTATION	5C58
	MODULE	I. INIT		IMPLANTATION	5D68
	MODULE	F.ATAMH		IMPLANTATION	6108
	MODULE	I. STOP		IMPLANTATION	6108
	MODULE	I. IUI		IMPLANTATION	62E8
	MODULE	I. ENDIR		IMPLANTATION	63B8
	MODULE	I. PERRI		IMPLANTATION	63E0
	MODULE	I. READ		IMPLANTATION	64A0
	MODULE	I. PRINT		IMPLANTATION	6698
	MODULE	F. ASCT		IMPLANTATION	68E0
	MODULE	F. AXE		IMPLANTATION	6900
	MODULE	F. PERRI		IMPLANTATION	6A50
	MODULE	I. LCRMI		IMPLANTATION	6B70
	MODULE	I. FORNA		IMPLANTATION	6EDA
	MODULE	I. LECARI		IMPLANTATION	8523
	MODULE	F. FREF		IMPLANTATION	8818
	MODULE	I. DONNEE		IMPLANTATION	FFF8

LONGUEUR DU SEGMENT 8908

E-D-L 40.F505/06/73

IMPLANT. APRES TRAITEMENT OPTION FPS

SEGMENT BLUC6 NO 1 IMPLANTATION 0
LONGUEUR DU SEGMENT 9690

E-D-L 40.F505/06/73

0 ERREUR EN EMISSION DE LIENS
ADRESSE DE LANCEMENT 1720
LONGUEUR PLUS GRANDE BRANCHE 9690
LONGUEUR DU PROGRAMME EDITE 9690

PLUS HAUT NIVEAU D'ERREUR RENCONTRE 1160 (PAS D'ERREUR)

0051 STABIL AN = 4040 PH = 0002 DATE = 05/06/73
H.DEB = 12H 33M 41S H.FIN = 12H 34M 45S TIME = 0000993
LGP = 00036 MEN = 00012 LI = 00056 IN = OUT = 00000
RD = 01 NT = 01 PR = 01 CP = 01

RUN NL15000, TIME 115
STARTED

TIMISOARA
BIBLIOTECA CENTRALA

EXEMPLUL 1

DATELE INITIALE INTRODUSE :

VALOAREA INITIALA A FORTEI CRITICE	VN0 =	+50000E+00
VALOAREA INITIALA A PASULUI	UN0 =	+10000E+00
COEFICIENT DE PRECIZIE	EPS1 =	+10000E-59
IDEM	EPS2 =	+10000E-03

COEFICIENTII	EX	1	0	1	0
		0	1	1	0
		0	1	0	1

COEFICIENTII	DX	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
		0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
		0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
		1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
		0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
		0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
		0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1

AK2= .00001E+00 BK2= .00000E+00 BK3= .00000E+00 BK4= .14932E+01
 A0 = .00001E+00 B0 = .00000E+00 AL = .00000E+00 BL = .00000E+00
 G1 = .12401E+01 G2 = .87500E+00 G3 = .40500E+00
 VA = .41235E+01
 DE = .10001E+00 DET=.14850E+04 DELTA=.1411E+06

```

*****
*
*
*
*
*****

```

U

.00000E+00	FI	.00000E+00
.627767E+02		.402716E-02
.150450E+01		.164431E-01
.213605E+01		.375311E-01
.243222E+01		.672063E-01
.259743E+01		.105057E+00
.242205E+01		.150332E+00
.207476E+01		.201966E+00
.150174E+01		.254620E+00
.780795E+02		.319760E+00
.287656E+01		.317672E+00

AK2 = .00000E+00 BK2 = .00000E+00 BK3 = .00000E+00 BK4 = .13439E+02
 A0 = .00000E+00 BC = .00000E+00 AL = .53300E+00 BL = .00000E+00
 C1 = .12400E+01 G2 = .87500E+00 G3 = .40500E+00
 JN = .10000E+04 DET = .64319E+05 DELTA = .2766E+06

 *
 *
 *
 * VI = .723592E+01 *

FI

.00000E+00
 .42191E-04
 .45504E-03
 .249705E-02
 .673839E-02
 .137154E-01
 .236414E-01
 .364168E-01
 .516414E-01
 .696573E-01

.00000E+00
 .55214E-02
 .17507E-01
 .127273E-01
 .127953E-01
 .73176E-02
 .362357E-02
 .567497E-02
 .175708E-01
 .313703E-01

U

0051 STABIL AN = 4J00 PH = 0003 DATE = 05/06/73
 H=CEB = 12M 34F 43S M=FIN = 12M 51M 11S TIME = J0095933
 LOP = 00.36 WEA = 00019 LB = 00739 IN = 0JY = 00000
 RT = 01 PH = 01 CP = 01

EXEMPLUL 2

DATELE INITIALE INTRODUSE :

VALOAREA INITIALA A FURTEI CRITICE	VNO =	.50000E+00
VALOAREA INITIALA A PASULUI	DNO =	.10000E+00
COEFICIENT DE PRECIZIE	EPS1 =	.10000E-09
IDEF	EPS2 =	.10000E-03

COEFICIENTII	EX	1	0	1	0
		0	1	1	0
		0	1	0	1

COEFICIENTII	DX	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
		0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
		0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
		0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
		0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
		0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1

AK2# .0000E+00 BK2# .0000E+00 AK3# .1000E+05 BK# .1349E-01
 AC# .0000E+00 BC# .0000E+00 AL# .0000E+00 BL# .0000E+00
 CI# .1240E+01 G2# .8750E+00 G3# .4500E+00
 DI# .1000E+00 DET# .6343E-07 DETA# .2562E-10

42.85

1

F1

.0000E+00
 .094621E-03
 .163622E-02
 .291130E-02
 .387645E-02
 .423263E-02
 .34744E-02
 .290746E-02
 .163092E-02
 .488359E-03
 .644835E-05

.000000E+00
 .104147E-01
 .194392E-01
 .273277E-01
 .321517E-01
 .434140E-01
 .521515E-01
 .673274E-01
 .819185E-01
 .104147E-01
 .273277E-01

AK2 • .00000E+00 BK2 • .00000E+00 BK3 • .10000E+05 BK4 • .40457E+02
 A0 • .00000E+00 B1 • .00000E+00 AL • .00000E+00 BL • .00000E+00
 G1 • .12400E+01 G2 • .87500E+00 G3 • .40500E+00

DN • .10000E+00 DET • .10144E+04 DELTA • .5168E-07

```

.....
*
*
*
* V • .944943E+01
*
.....

```

F1

• .00000E+00
 • .494793E-03
 • .163668E-02
 • .291271E-02
 • .387879E-02
 • .423597E-02
 • .337870E-02
 • .291267E-02
 • .143681E-02
 • .494671E-03
 • .189600E-06

U

• .00000E+00
 • .104150E-01
 • .193377E-01
 • .273204E-01
 • .321925E-01
 • .332149E-01
 • .321870E-01
 • .273232E-01
 • .193373E-01
 • .104145E-01
 • .567712E-06

AK2# .0000E+00 BK2# .0000E+00 BK3# .1000E+05 BK4# .13486E+02
 AQ# .0000E+00 BQ# .0000E+00 AL# .5330E+00 BL# .0000E+00
 C1# .1240E+01 G2# .2750E+00 G3# .0500E+00
 DM# .1000E+00 DFT# .14931E+05 CETA# .7634E-08

```

.....
*
*
*
*
.....

```

FI

.00000E+00
 .49480E+03
 .16369E+02
 .29127E+02
 .38789E+02
 .42361E+02
 .38790E+02
 .29129E+02
 .15371E+02
 .49499E+03
 .13781E+06

J

.00000E+00
 .10418E+01
 .19437E+01
 .27323E+01
 .32407E+01
 .33417E+01
 .32132E+01
 .27323E+01
 .19437E+01
 .10418E+01
 .33418E+06

Anexa Nr.3

In funcție de parametrii geometrici ε_1 și ε_2 definiți sub (120) și (121), parametrii critici ai flambajului prin încovoiere respectiv răsucire, sînt:

$$n_y = \left(\frac{\tilde{\lambda}}{\mu_1}\right)^2 \quad (A.1)$$

$$n = \varepsilon_2 \left[\left(\frac{\tilde{\lambda}}{\mu_2}\right)^2 + \varepsilon_1 \right] \quad (A.2)$$

Cu aceste notații expresia (192) a multiplicatorului n_{cr} a flambajului prin încovoiere-răsucire se poate scrie:

$$n_{cr} = \frac{n_y + n_w - \sqrt{(n_y + n_w)^2 - 4n_y n_w (1 - \beta \cdot \varepsilon_3^2)}}{2(1 - \beta \cdot \varepsilon_3^2)} \quad (A.3)$$

In program, se testează semnul cantității de sub radical respectiv eventuala valoare nulă a numitorului, pentru care la tipărirea rezultatelor se va rogăsi valoarea $0,1 \cdot 10^7$ respectiv 888888.

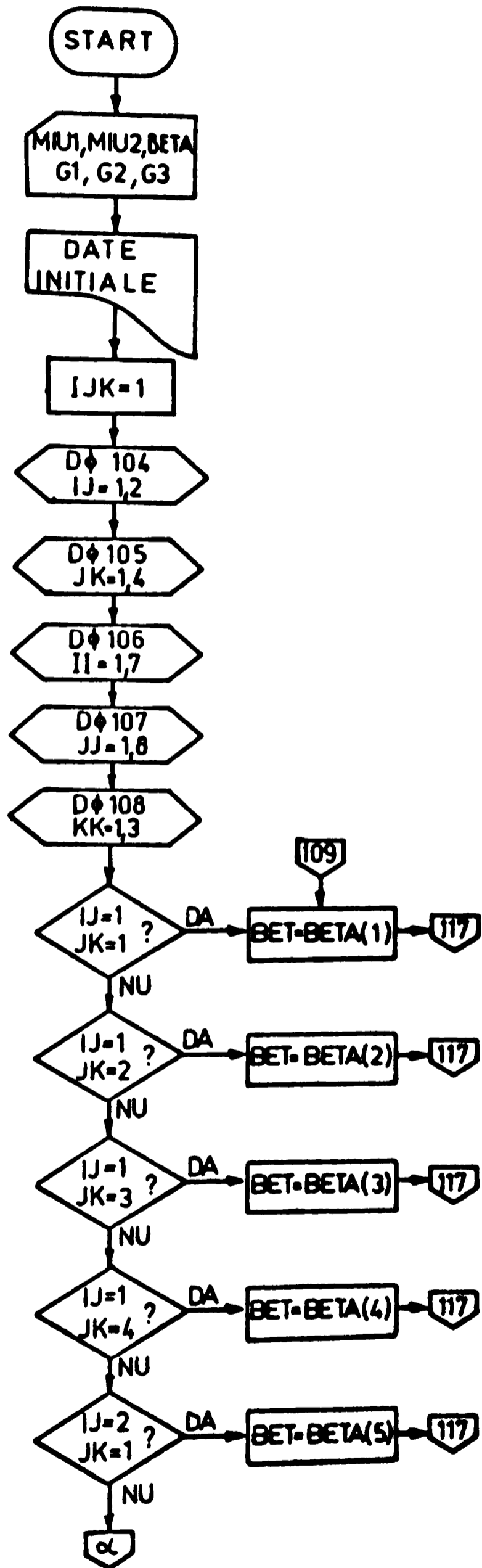
Notarea variabilelor utilizate in program

Nr.crt.	Notatia comună	Notatia FORTRAN	Observații
1	μ_1	MIU1	Multiplicat.lung.de flamb la încovoiere
2	μ_2	MIU2	Multiplicat.lung.de flamb la răsucire
3	β	BETA	Coeficient din tabelul TAB.26
4	ε_1	G1	Parametrii geometrici ai barei
5	ε_2	G2	
6	ε_3	G3	

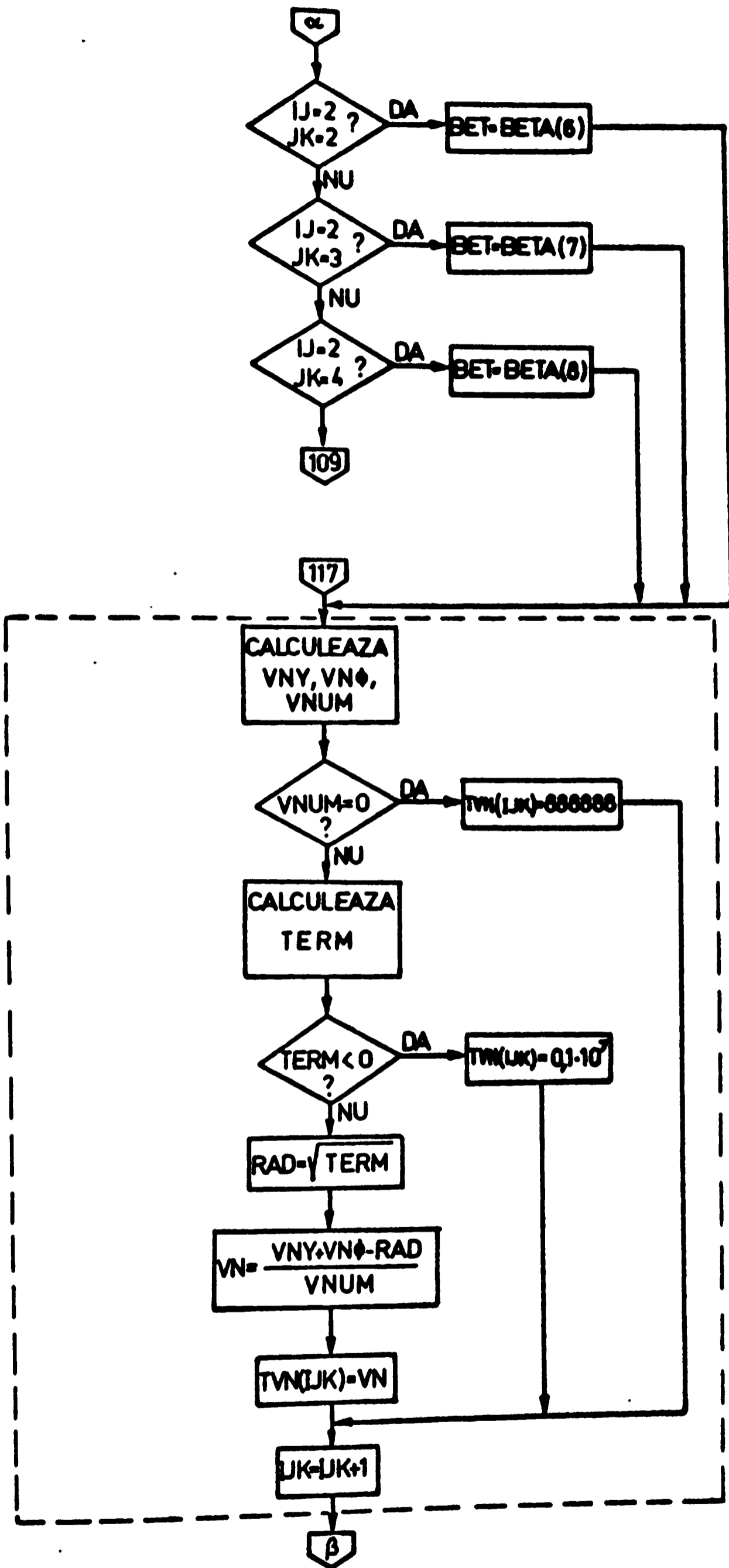
Nr.crt.	Notația comună	Notația FORTRAN	Observații
7	n_y	VNY	Parametru critic după (A.1)
8	n	VNØ	Parametru critic după (A.2)
9	-	VNUM	Valoarea numitorului din (A.3)
10	-	TERM	Valoarea cant.de sub radicalul din (A.3)
11	n_{cr}	TVN	Tabloul valorilor n_{cr} calculate

A3.3

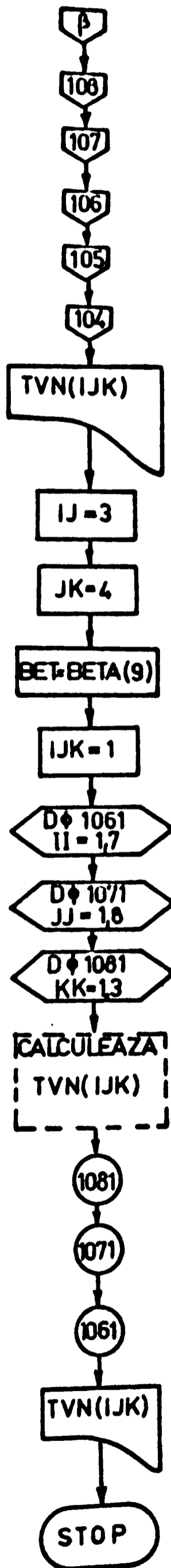
ORGANIGRAMA PROGRAMULUI



A3.4



A3.5



```

C      FORTRAN IV
C      CALCULUL FORTEI CRITICE CU FORMULA BREZINA
      REAL MIU1,MIU2
      DIMENSION MIU1(2),MIU2(4),G1(7),G2(9),G3(3),BETA(9),TVN(2000)
      IJK=1
      READ(105,100) (MIU1(I),I=1,3),(MIU2(I),I=1,4),(BETA(I),I=1,9)
100    FORMAT(16F6.3)
      READ(105,101) (G1(I),I=1,7),(G2(I),I=1,9)
101    FORMAT(16F6.3)
      READ(105,1101) (G3(I),I=1,3)
1101   FORMAT(3F6.3)
      WRITE(108,102) (MIU1(I),I=1,3),(MIU2(I),I=1,4),(BETA(I),I=1,9)
102    FORMAT(1H0,37X,'MIU1=',3(3X,F4.1)/37X,'MIU2=',4(3X,F4.1)/37X,'BETA
1=1,9(2X,F6.2))
      WRITE(108,103) (G1(I),I=1,7),(G2(I),I=1,9),(G3(I),I=1,3)
103    FORMAT(1H0,15X,'G1=',7(2X,F6.2)/15X,'G2=',9(2X,F6.2)/15X,'G3=',3(2
1X,F6.2))
      DO 104 IJ=1,2
      DO 105 JK=1,4
      DO 106 II=1,7
      DO 107 JJ=1,9
      DO 108 KK=1,3
      IF(IJ.EQ.1.AND.JK.EQ.1) GO TO 109
      IF(IJ.EQ.1.AND.JK.EQ.2) GO TO 110
      IF(IJ.EQ.1.AND.JK.EQ.3) GO TO 111
      IF(IJ.EQ.1.AND.JK.EQ.4) GO TO 112
      IF(IJ.EQ.2.AND.JK.EQ.1) GO TO 113
      IF(IJ.EQ.2.AND.JK.EQ.2) GO TO 114
      IF(IJ.EQ.2.AND.JK.EQ.3) GO TO 115
      IF(IJ.EQ.2.AND.JK.EQ.4) GO TO 116
109    RET=BETA(1)
      GO TO 117
110    RET=BETA(2)
      GO TO 117
111    RET=BETA(3)
      GO TO 117
112    RET=BETA(4)
      GO TO 117
113    RET=BETA(5)
      GO TO 117
114    RET=BETA(6)
      GO TO 117
115    RET=BETA(7)
      GO TO 117
116    RET=BETA(8)
117    CONTINUE
      VNY=9.84960/(MIU1(IJ)*MIU1(IJ))

```

```

C   FORTRAN IV
C   CALCULUL FORTEI CRITICE CU FORMULA BREZINA
REAL MIU1,MIU2
DIMENSION MIU1(2),MIU2(4),G1(7),G2(9),G3(3),BETA(9),TVN(2000)
IJK=1
READ(105,100) (MIU1(I),I=1,3),(MIU2(I),I=1,4),(BETA(I),I=1,9)
100 FORMAT(16F6.3)
READ(105,101) (G1(I),I=1,7),(G2(I),I=1,9)
101 FORMAT(16F6.3)
READ(105,1101) (G3(I),I=1,3)
1101 FORMAT(3F6.3)
WRITE(108,102) (MIU1(I),I=1,3),(MIU2(I),I=1,4),(BETA(I),I=1,9)
102 FORMAT(1H0,37X,'MIU1=',3(2X,F4.1)/37X,'MIU2=',4(2X,F4.1)/37X,'ALTA
1=1,9(2X,F6.2))
WRITE(108,103) (G1(I),I=1,7),(G2(I),I=1,9),(G3(I),I=1,3)
103 FORMAT(1H0,15X,'G1=',7(2X,F6.2)/15X,'G2=',9(2X,F6.2)/15X,'G3=',3(2
1X,F6.2))
DO 104 IJ=1,2
DO 105 JK=1,4
DO 106 II=1,7
DO 107 JJ=1,9
DO 108 KK=1,3
IF(IJ.EQ.1.AND.JK.EQ.1) GO TO 109
IF(IJ.EQ.1.AND.JK.EQ.2) GO TO 110
IF(IJ.EQ.1.AND.JK.EQ.3) GO TO 111
IF(IJ.EQ.1.AND.JK.EQ.4) GO TO 112
IF(IJ.EQ.2.AND.JK.EQ.1) GO TO 113
IF(IJ.EQ.2.AND.JK.EQ.2) GO TO 114
IF(IJ.EQ.2.AND.JK.EQ.3) GO TO 115
IF(IJ.EQ.2.AND.JK.EQ.4) GO TO 116
109 BET=BETA(1)
GO TO 117
110 BET=BETA(2)
GO TO 117
111 BET=BETA(3)
GO TO 117
112 BET=BETA(4)
GO TO 117
113 BET=BETA(5)
GO TO 117
114 BET=BETA(6)
GO TO 117
115 BET=BETA(7)
GO TO 117
116 BET=BETA(8)
117 CONTINUE
VNY=9.86960/(MIU1(IJ)*MIU1(IJ))

```

A3.7

```

VNB=G2(JJ)*(9.86960/(MIU2(JK)*MIU2(JK))+G1(II))
VNUM=2.*(1.-BFT*G3(KK)+G3(KK))
IF(VNUM.EQ.0.) GO TO 121
TERM=(VNY+VNB)*(VNY+VNB)-4.*VNY*VNB*VNUM/2.
IF(TERM.LT.0.) GO TO 118
RAD=SQRT(TERM)
VN=(VNY+VNB-RAD)/VNUM
TVN(IJK)=VN
GO TO 119
118 TVN(IJK)=999999.
    IJK=IJK+1
    GO TO 108
121 TVN(IJK)=888888.
119 IJK=IJK+1
108 CONTINUE
107 CONTINUE
106 CONTINUE
105 CONTINUE
104 CONTINUE
WRITE(108,120) (TVN(IJK),IJK=1,1512)
120 FORMAT(1H0,(9(2X,E11.5)))
    IJ=3
    JK=4
    BET=BETA(9)
    IJK=1
    DA 1061 II=1,7
    DB 1071 JJ=1,9
    DC 1081 KK=1,3
    VNY=9.86960/(MIU1(IJ)*MIU1(IJ))
    VNB=G2(JJ)*(9.86960/(MIU2(KJ)*MIU2(KJ))+G1(II))
    VNUM=2.*(1.-BFT*G3(KK)+G3(KK))
    IF(VNUM.EQ.0.) GO TO 1211
    TERM=(VNY+VNB)*(VNY+VNB)-4.*VNY*VNB*VNUM/2.
    IF(TERM.LT.0.) GO TO 1181
    RAD=SQRT(TERM)
    VN=(VNY+VNB-RAD)/VNUM
    TVN(IJK)=VN
    GO TO 1191
1181 TVN(IJK)=999999.
    IJK=IJK+1
    GO TO 1081
1211 TVN(IJK)=888888.
1191 IJK=IJK+1
1081 CONTINUE
1071 CONTINUE
1061 CONTINUE
WRITE(108,1201) (TVN(IJK),IJK=1,189)

1201 FORMAT(1H0,(9(2X,E11.5)))
STOP
END

```