

CONTRIBUȚII LA ANALIZA ȘI SINTEZA MECANISMELOR AVÂND CUPLE CINEMATICE DE TIP CENTROIDAL

Teză destinată obținerii
titlului științific de doctor inginer
la
Universitatea "Politehnica" din Timișoara
în domeniul INGINERIE MECANICĂ
de către

Ing. Cristian Emil Moldovan

Conducător științific: prof.dr.ing. Dan Perju
Referenți științifici: prof.dr.rer.nat.habil. DHC Karl-Heinz Modler
prof.dr.ing. Ianici Sava
conf.dr.ing. Erwin Christian Lovasz

Ziua susținerii tezei: 17.11.2011

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- | | |
|---|--|
| 1. Automatică | 8. Inginerie Industrială |
| 2. Chimie | 9. Inginerie Mecanică |
| 3. Energetică | 10. Știința Calculatoarelor |
| 4. Ingineria Chimică | 11. Știința și Ingineria Materialelor |
| 5. Inginerie Civilă | 12. Ingineria sistemelor |
| 6. Inginerie Electrică | 13. Inginerie energetică |
| 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații | 14. Calculatoare și tehnologia informației |

Universitatea „Politehnica” din Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2011

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității „Politehnica” din Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221
e-mail: editura@edipol.upt.ro

Cuvânt înainte

Teza de doctorat a fost elaborată pe parcursul activității mele în cadrul Facultății de Mecanică, la Departamentul de Mecatronică a Universității „Politehnica” din Timișoara.

Alese mulțumiri și profundă recunoștință se cuvin adresate conducătorului de doctorat **prof.dr.ing. Dan Perju** pentru consilierea permanentă și îndrumarea atentă pe tot parcursul realizării lucrării.

Adresez mulțumiri deosebite domnului **conf. dr. ing. Erwin-Christian Lovasz** pentru ajutorul competent și susținerea constantă pe parcursul elaborării acestui material, cât și pentru calitatea de referent al tezei de doctorat.

Mulțumesc, de asemenea membrilor comisiei de doctorat, în persoanele domnilor **prof. dr. rer. nat. habil DHC Karl-Heinz Modler** de la Universitatea Tehnică din Dresda și **prof. dr. ing. Ianici Sava** de la Universitatea Eftimie Murgu din Reșița în calitate de referenți ai lucrării și domnului **prof. dr. ing. Inocențiu Maniu**, Prodecan al Facultății de Mecanică în calitate de președinte al comisiei de doctorat.

Respect și mulțumiri colectivului Departamentului de Mecatronică din Facultatea de Mecanică a Universității Politehnica din Timișoara pentru sprijinul acordat pe perioada elaborării tezei.

Aduc mulțumiri familiei mele și tuturor celor care mi-au oferit susținere morală și profesională.

Timișoara, noiembrie 2011

Cristian Emil MOLDOVAN

Moldovan, Cristian Emil

Contribuții la analiza și sinteza mecanismelor având cuple cinematice de tip centroidal

Teze de doctorat ale UPT, Seria 9, Nr. 105, Editura Politehnica, 2011, 172 pagini, 103 figuri, 8 tabele.

ISSN: 1842-4937

ISBN: 978-606-554-389-8

Cuvinte cheie:

mecanism, cuplă cinematică, generarea mișcării cu ajutorul centroidelor, evolventă, evolută, rostogolire fără alunecare, cuplă de rostogolire, cuplă de înfășurare, mecanism de tip centroidal

Rezumat,

Lucrarea se adresează tuturor celor interesați a cunoaște aspectele principale legate de analiza și sinteza mecanismelor care au în structura lor cuple cinematice altele decât cele uzuale (rotație, translație, cama sau roata dințată) anume cuple de tip centroidal (rostogolire sau înfășurare). Se prezintă metode de sinteză a unei cuple cinematice de tip centroidal, metode de sinteză a unui mecanism care are în structura sa o cuplă cinematică de tip centroidal și de asemenea se prezintă metode de analiză a acestor tipuri de mecanisme. Există de asemenea un capitol unde sunt expuse o serie de aplicații care pot fi rezolvate folosind mecanisme de tip centroidal, de exemplu linearizarea scării de citire a unui aparat de măsură, compensarea de forțe, transmisii de precizie, oscilații pe unghiuri mai mari de 360° .

Lucrarea se încheie cu contribuțiile personale ale autorului alături de câteva concluzii legate de acest tip de mecanisme.

CUPRINS

	pag.
Introducere _____	9
Cap 1. Stadiul actual al cercetărilor în domeniul mecanismelor centroidale ____	11
1.1 Generarea mișcării plane cu ajutorul centroidelor _____	13
1.2 Stadiul actual al cercetării în cazul mecanismelor cu cuple de tip centroidal _____	15
1.3 Aprecieri generale. Contribuții _____	27
Cap 2. Structura și sistematizarea mecanismelor de tip centroidal _____	29
2.1 Sistematizarea mecanismelor patruleter cu bare rulante _____	34
2.2 Sistematizarea mecanismelor patruleter cu element flexibil și inextensibil _____	38
2.3 Metode de tensionare a firului flexibil și inextensibil _____	40
Cap 3. Sinteza cuplelor cinematice de tip centroidal _____	43
3.1 Metode analitice de sinteză a cuplelor de tip centroidal _____	43
3.1.1 Curbe de profil circulare _____	47
3.1.2 Curbe de profil rectilinii _____	52
3.2 Metode numerice de sinteză a cuplelor de tip centroidal _____	59
3.2.1 Sinteza cuplelor cinematice de rostogolire cu curbe profil circulare prin metoda creșterilor finite _____	59
3.2.2 Prezentarea programului care realizează sinteza cuplelor cinematice de rostogolire cu curbe profil circulare prin metoda creșterilor finite _____	63
Cap 4. Sinteza mecanismelor de tip centroidal _____	73
4.1 Sinteza mecanismelor de poziționare _____	73
4.1.1 Condițiile de poziționare relativă a două elemente. Curbe suport. _____	73
4.1.2 Sinteza mecanismelor de tip centroidal de poziționare. Cazul patruleterului articulat de tip centroidal RRRRo(c) și RRRI(d) _____	78
4.2. Sinteza mecanismelor de tip centroidal generatoare de traiectorie.	

6 Cuprins

Cazul patrulaterului articulat de tip centroidal RRRRo(c) și RRRI(d) generatoare de traiectorie _____	81
4.3. Sinteza mecanismelor de tip centroidal generatoare de funcții. Cazul patrulaterului articulat de tip centroidal RRRoR(a) și RRIR(a) _____	84
Cap 5. Analiza cinematică a mecanismelor de tip centroidal _____	89
5.1 Metode de analiză cinematică a mecanismelor _____	89
5.1.1 Analiza cinematică a mecanismelor prin metoda ecuațiilor vectoriale _____	89
5.1.2 Analiza cinematică a mecanismelor prin metoda conturilor _____	90
5.2 Analiza cinematică a mecanismelor de tip centroidal _____	94
5.2.1 Metoda analitică pentru analiza mecanismelor de tip centroidal _____	94
5.2.2 Metoda de analiză a mecanismelor de tip centroidal bazată pe un mecanism patrulater instantaneu izocinetic _____	97
5.2.3 Metoda de analiza a mecanismelor de tip centroidal bazată pe un mecanism cu cama fictivă instantaneu izocinetic _____	103
5.2.3.1 Metoda geometrică _____	103
5.2.3.2 Metoda vectorială grafo-analitică _____	106
5.2.3.3 Analiza cinematică a mecanismului cu cuple de tip centroidal generator de funcțiuni cu element profilat condus _____	108
Cap 6. Aplicații ale mecanismelor de tip centroidal _____	113
6.1 Mecanism generator de traiectorii cu parametrii elementelor de intrare corelați _____	113
6.2 Mecanism coaxial generator de funcțiuni _____	115
6.3 Aplicație în agricultura a mecanismelor de tip centroidal _____	116
6.4 Aplicație din domeniul textil a mecanismelor de tip centroidal – Mecanismul de bătaie a mașinilor de țesut _____	116
6.5 Aplicație în domeniul mecanicii fine a mecanismelor de tip centroidal, Tahometru centrifugal, Balanta semiautomata cu cadran _____	118
6.6 Aplicație a mecanismelor de tip centroidal în domeniul tehnicii de calcul _____	123
6.7. Cric de mașină conținând un mecanism cu element flexibil _____	123
6.8. Transmisie de precizie _____	125

6.9. Echilibrarea forțelor _____	125
6.10 Oscilații pe unghi mai mare de 360 de grade cu ajutorul unui mecanism centroidal _____	126
6.11 Manipulator auto-echilibrat cu cuple de tip centroidal - Conco- balancer manipulator with band mechanism _____	126
6.12 Mecanism cu cuple de tip centroidal pentru compensarea efectului arhimedic _____	130
Cap 7. Contribuții personale și concluzii _____	133
Bibliografie _____	137
Anexa 1. Cod program pentru generarea unei drepte _____	141
Anexa 2. Cod program pentru generarea unei parabole _____	153
Anexa 2a. Generarea unei parabole $R=2$ $q=6$ _____	159
Anexa 2b. Generarea unei parabole $R=3$ $q=5$ _____	161
Anexa 2c. Generarea unei parabole $R=4$ $q=4$ _____	163
Anexa 2d. Generarea unei parabole $R=5$ $q=3$ _____	165
Anexa 3. Cod program pentru generarea unei elipse _____	167
Anexa 3a. Generarea unei elipse $R=2$ $q=6$ _____	173
Anexa 3b. Generarea unei elipse $R=3$ $q=5$ _____	175
Anexa 3c. Generarea unei elipse $R=4$ $q=4$ _____	177
Anexa 4. Generarea unei ortocicloide _____	179
Anexa 5. Metode numerice _____	181

INTRODUCERE

Dezvoltarea societății umane evoluează în direcția electronicii și calculatoarelor. Practic se face trecerea de la sisteme de control mecanice la sisteme de control electrice, cu logică pe bază de cablaj, și mai departe la sisteme computerizate cu logică programabilă. Cu toate acestea pe lângă partea de control există și partea de acționare unde predomină componenta mecanică care asigură transmiterea mișcării în mod favorabil. Definiția spune că mecanismul este o parte a unui sistem mecanic (mașină sau aparat) cu rolul de a transmite/transforma mișcarea și/sau forța.

Așadar mecanismele sunt o parte componentă pentru orice tip de mecanizare sau automatizare a unui proces sau flux tehnologic.

Pentru a dezvolta sisteme mecanice noi, cu precizie mai bună, cu costuri mai mici sau cu fiabilitate mai ridicată este necesar ca proiectantul să cunoască temeinic posibilitățile pe care le oferă anumite tipuri de mecanisme.

De asemenea „uneltele” de care dispune proiectantul pentru a crea mecanisme noi, sau a dezvolta mecanisme existente trebuie să fie de așa natură încât acestea să permită precizie maximă și timp de realizare minim. În acest sens s-a observat o orientare accentuată a proiectării către sisteme CAD (Computer Aided Design) și FEA (Finite Element Analysis). Aceste „unelte” software împreună cu alte programe de calcul numeric pot produce un rezultat bun în un timp scurt.

Cu toate acestea nu este de neglijat fenomenul fizic, adică ce se întâmplă în realitate, pentru că aceste programe de calculator prelucrează doar datele introduse de către proiectant. De aceea este imperios necesară și o bună cunoaștere a modelului matematic după care funcționează mecanismul.

Dacă de multe ori modelul matematic care simulează funcționarea mecanismului, sau ecuațiile analitice care descriu unele curbe sunt foarte complicate se pot folosi metode numerice, iterative pentru simularea și rezolvarea cu precizie suficient de mare acestor probleme.

Așadar, folosind mijloacele de calcul actuale se pot rezolva pe cale numerică majoritatea problemelor de analiză-sinteză pe care le ridică orice mecanism.

10 Introducere

Urmatoarea lucrare își propune să rezolve unele aspecte legate de analiza și sinteza mecanismelor care au în componență cuple de tip centroidal folosind metode numerice.

În cazul ecuațiilor care descriu aceste mecanisme cu cuple de tip centroidal (înfășurare sau rostogolire) apar integrale datorită condițiilor de rostogolire pură între două elemente.

Lucrarea va demonstra că este mult mai ușor de a folosi metode numerice decât manipularea unor ecuații integro-diferențiale pentru a rezolva problemele de analiză sau sinteză.

1. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR ÎN DOMENIUL MECANISMELOR CENTROIDALE

Mecanismele cu cuple de tip centroidal au apărut ca o „evoluție” a mecanismului patrulater articulat Fig 1.1 în care una sau mai multe din cuplele de rotație a fost înlocuită cu cuple de înfașurare sau de rostogolire.

Cauza principală a acestei „evoluii” este faptul că unui element al unui mecanism patrulater articulat i se poate impune trecerea printr-un număr de maximum de 5 puncte/pozitii de precizie. Bazându-se pe următoarea teorema, enunțată de Perju în teza sa de doctorat [P1], conform căreia

„Orice curbă plană poate fi aproximată printr-un număr oricât de mare de puncte de o curbă ruletă a altor două curbe plane, dintre care una poate fi aleasă în mod convenabil,,

un mecanism care are cuple centroidale în construcția sa, ar putea reproduce o curbă în un număr oricât de mare de puncte de precizie.

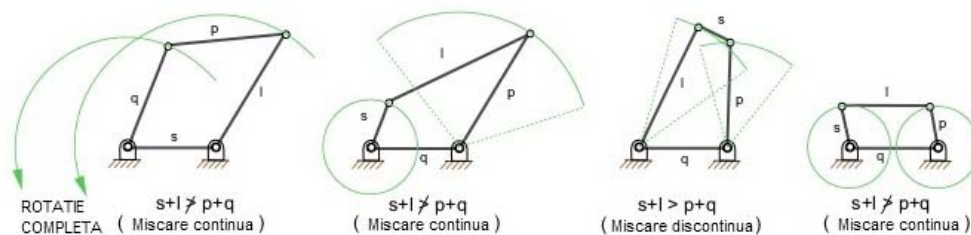


Fig 1.1 Mecanism patrulater cu element motor rotativ sau oscilant
(l=elementul cel mai lung; s=elementul cel mai scurt; p,q=elementele intermediare conform Teoremei lui Grashof)

Astfel de mecanisme cu cuple centroidale sunt prezentate în Fig 1.2, caz în care apare o cupla centroidală de rostogolire, și în Fig 1.3, caz în care apare o cuplă centroidală de înfașurare. Mecanismele care contin în structura lor cuple centroidale de rostogolire sunt denumite și mecanisme cu bare rulante. Legătura între cuplele centroidale de înfașurare și cuplele centroidale de rostogolire este faptul că dacă se consideră unul dintre cele doua profile, care se rostogolesc, o linie dreaptă se obtine o cupla de înfașurare. Linia dreapta se materializează prin o bandă sau un fir flexibil și inextensibil întins, tensionat care se înfașoară și respectiv desfășoară pe/de pe elementul profilat. În cazul cuplelor de rostogolire contactul dintre cele doua profile se menține prin două benzi sau fire flexibile și inextensibile fixate în diagonală pe cele doua profile. De asemenea benzile au rolul de a asigura eliminarea alunecării dintre cele doua profile. O cuplă cinematică centroidală este considerată o cuplă superioară de clasa a V-a alta decât cupla de rotație sau de translație.

Miscarea de rostogolire pură a centroidei mobile (c) peste cea fixă (c_0) conduce la reproducerea teoretică de către punctul M al centroidei mobile a oricărei curbe date într-un anumit domeniu printr-o curba de ruletă (m).

Desigur apar și restricții din considerente tehnologice de realizare a profilului uneia dintre centroide, una dintre ele fiind impusă. Rostogolirea pură între cele două profile este asigurată prin intermediul unor fire (f), care sunt solidarizate de capetele opuse ale profilelor, iar contactul lor trebuie să fie asigurat de sistemul de forțe. Modificarea permanentă a centrului instantaneu de rotație, cât și a lungimii instantanee variabilă (în cazul prezentat (fig 1.2) sunt variabile lungimile elementelor 1 și 4). Existența unor elemente de lungime instantanee variabilă în structura unui mecanism, oferă posibilitatea reproducerii oricărei traiectorii sau funcții într-un anumit domeniu. Aceste mecanisme au avantajul că frecarea și uzura dintre centroida mobila (c) și centroida fixă (c_0) sunt mici și deci mecanismul își păstrează în timp precizia geometrică [L3].

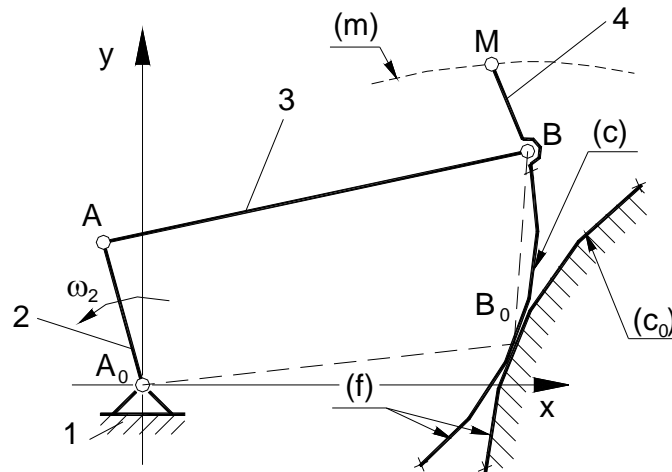


Fig 1.2 Mecanism patrulater articulat cu bare rulante (cuple de rostogolire)

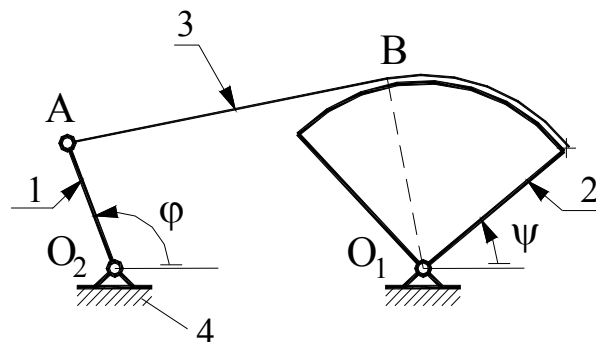


Fig 1.3 Mecanism patrulater articulat cu element flexibil și inextensibil (cuple de înfășurare)

O structură reprezentativă a mecanismelor cu element de lungime variabilă o reprezintă mecanismul cu element flexibil de lungime instantanee variabilă (fig 1.3). Acest mecanism este un mecanism patrulater, care conține ca element condus un element de tip roată necirculară (3) și ca bielă un element flexibil și inextensibil (2). Elementul flexibil se va înfașura/desfașura pe/de pe roata necirculară formând o cuplă cinematică de clasa a-V-a superioară.

Aceste mecanisme sunt relativ ușor de realizat. Tensionarea firului flexibil, respectiv asigurarea contactului dintre centroida mobilă de tip dreaptă cu centroida fixă trebuie realizată pe cale constructivă sau cu ajutorul unor forțe auxiliare. Datorită acestei condiții se obține un mecanism fără jocuri în cuplele cinematice.

1.1 Generarea mișcării plane cu ajutorul centroidelor [M1]

Se consideră doua plane în mișcare P_1 și P_2 . Centrul instantaneu de rotație al mișcării (1,2) este I^{12} , identic cu centrul instantaneu de rotație I^{21} al mișcării inverse (2,1).

În timpul mișcării cu un parametru, coordonatele punctului I, față de fiecare dintre cele doua plane P_1 și P_2 , sunt în funcție de un singur parametru. Punctul I descrie deci o curbă (Γ_1) în planul P_1 și o curbă (Γ_2) în planul P_2 . Aceste curbe se numesc centroide.

Deoarece, așa cum se va demonstra mai jos, cele doua centroide se rostogolesc fără alunecare una pe alta, se obișnuiește în mecanică, unde unul din plane este fix, să fie denumite bază și rostogolitoare.

Se consideră planul 3 legat de punctul A, care coincide în orice moment cu centrul instantaneu de rotație I. Punctul A este fix în planul 3 și va purta indicele 3, adică se scrie A_3 .

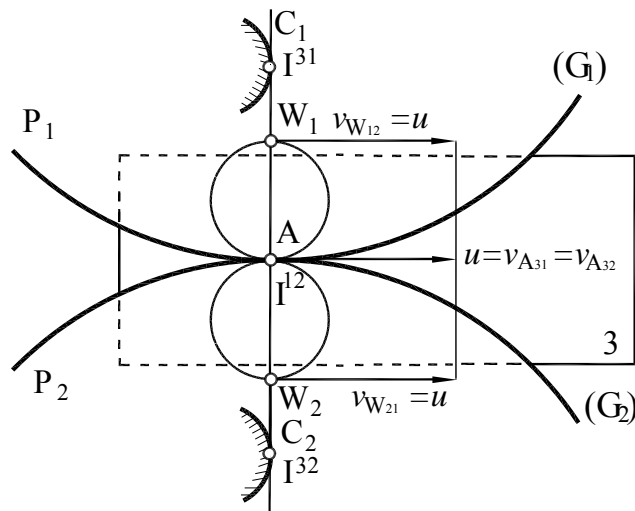


Fig. 1.4 Generarea mișcării plane cu ajutorul centroidelor

14 Cap.1 Stadiul Actual al cercetărilor în domeniul mecanismelor centroidale

În timpul mișcării celor trei plane, punctul A_3 descrie față de planul 1 centroida (Γ_1) cu viteza

$$\vec{v}_{A_{31}} = \vec{\omega}_{A_{31}} \times \overline{I^{31}A}$$

și față de planul 2, centroida (Γ_2) cu viteza

$$\vec{v}_{A_{32}} = \vec{\omega}_{A_{32}} \times \overline{I^{32}A}.$$

Scriind relația dintre vitezele unghiulare

$$\vec{\omega}_{31} = \vec{\omega}_{32} + \vec{\omega}_{12}$$

și luând momentele în A, rezultă:

$$\vec{\omega}_{A_{31}} \times \overline{I^{31}A} = \vec{\omega}_{A_{32}} \times \overline{I^{32}A}$$

adică

$$\vec{v}_{A_{31}} = \vec{v}_{A_{32}} = \vec{u}$$

Egalitatea vitezelor arată că cele două centroide se rostogolesc fără alunecare una peste alta, deoarece arcele parcurse în timpuri egale sunt egale. [M1]

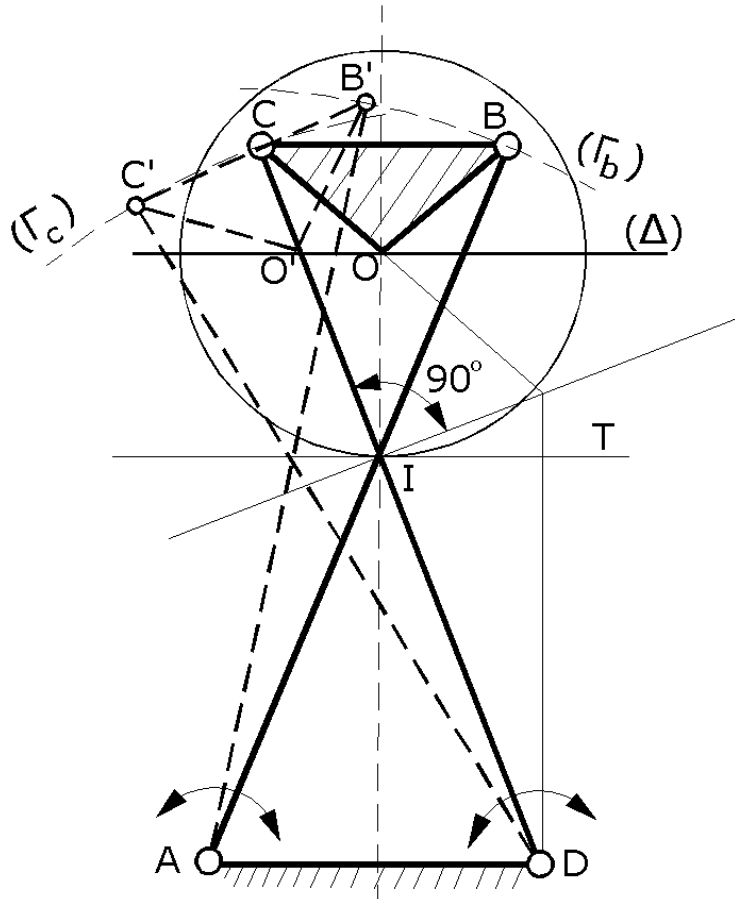


Fig.1.5 Mecanism cicloidal pentru ghidaj rectiliniu tip Cebisev

Dacă centroida mobilă este un cerc (Γ), iar centroida fixă o dreaptă (T), punctele planului mobil B și C descriu cicloidele scurtate (Γ_b) și (Γ_c), iar punctul O descrie o dreaptă, Fig.1.5.

Realizarea mișcării rectilinii a punctului O se poate obține facând ca bara BC să se sprijine pe punctele B și C pe cicloidele scurtate (Γ_b) și (Γ_c).

Deoarece cicloidele (Γ_b) și (Γ_c) se pot înlocui cu suficientă aproximație pe o oarecare porțiune cu două arce de cerc având centrele în A și D, se realizează un mecanism patrulater ABCD, la care punctul O, mijlocul laturii BC, descrie practic o dreaptă. [M1]

În cazul mecanismului antiparalelogram din Fig.1.6, centroida fixa și centroida mobilă sunt două elipse egale. În timpul funcționării mecanismului cele două elipse se rostogolesc una peste alta fără alunecare [M1].

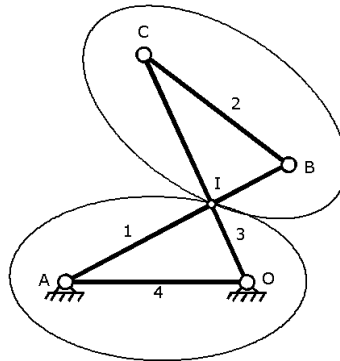


Fig.1.6 Mecanism antiparalelogram

1.2 Stadiul actual al cercetării în cazul mecanismelor cu cuple de tip centroidal

Cercetători reprezentativi în acest domeniu sunt Hain, Luck, Perju, Modler, Mesaros, Lovasz, Wadewitz. Datorită faptului că aceste mecanisme presupun existența unor elemente de lungime instantanee variabile, iar aparatul matematic care descrie fenomenul este destul de greu de prelucrat, în forma analitică, odată cu apariția metodelor numerice s-a dezvoltat și domeniul mecanismelor de tip centroidal. Majoritatea lucrărilor sunt apărute în a doua jumătate a secolului XX și începutul de secol XXI.

Astfel în [H1] și [H2], lucrări apărute în 1953 respectiv 1954, Hain propune folosirea de mecanisme cu 6 elemente în care să apară elemente de tip bandă. El specifică despre acestea ca sunt „Zugmittel” adică elemente de tracțiune. În fig 1.7 Hein prezintă o sistematizare a mecanismelor cu 6 elemente bazată pe mecanismul tip Watt.

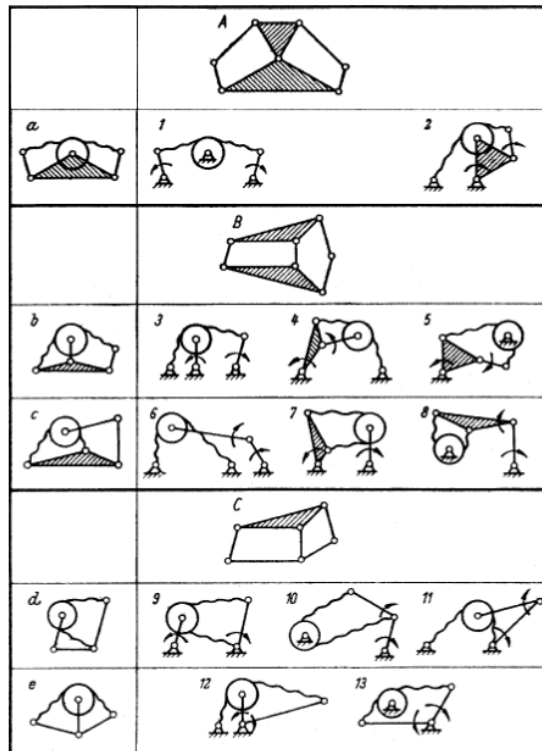


Fig 1.7 Sistemizarea a mecanismelor cu bare și elemente flexibile cu 6 elemente [dupa Hain]

De asemenea Hain susține folosirea acestui tip de mecanisme în domenii precum agricultura din cauza ușurinței de materializare a cuplelor, mecanismul totodată realizând mișcări complexe. Datorită existenței elementului de tip bandă erorile de manufacturare precum paralelismul sau perpendicularitatea se elimină cu ușurință.

Un alt aspect pe care îl sugerează Hain este faptul că sinteza acestui tip de mecanisme se poate realiza folosind mecanisme echivalente ale căror procedură de sinteză să fie cunoscută, de exemplu mecanisme cu bare sau mecanisme cu camă.

În [H3] și [H4] Hain propune echilibrarea momentului produs de o greutate cu momentul produs de forță elastică din un arc, ca aplicație pentru mecanismele cu cuple de tip centroidal așa cum este ilustrat în Fig1.8. Acest lucru se realizează prin profilarea corespunzătoare a elementului de înfășurare.

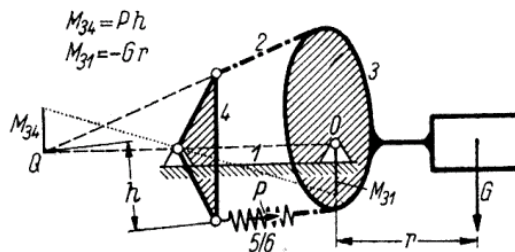


Fig 1.8 Echilibrarea momentelor cu un mecanism de tip centroidal

În [H8] Hain propune două mecanisme de tip patrulater în care se înlocuiesc două cuple de rotație cu cuple de înfașurare. Cele două mecanisme sunt proiectate în așa fel încât ele să conducă un punct pe o dreaptă. În cazul primului mecanism se folosește un profil circular pentru cupla neadiacentă elementului fix, așa cum este ilustrat în Fig 1.9.

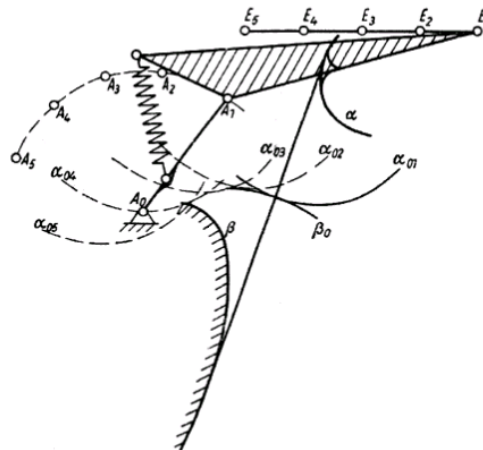


Fig 1.9. Mecanism centroidal pentru conducerea unui punct pe o curbă dată (o dreaptă) cu profilul neadiacent elementului fix un cerc.

În Fig. 1.9 s-a notat cu

- α profilul circular neadiacent elementului fix,
- $\alpha_{01..05}$ evolventa curbei α în pozițiile 01..05
- β profilul necircular aparținând elementului fix
- β_0 evolventa curbei β

Datorită faptului că banda constituie un element de tracțiune, mecanismul se menține desmodrom datorită existenței unui arc elicoidal între manivelă și bielă.

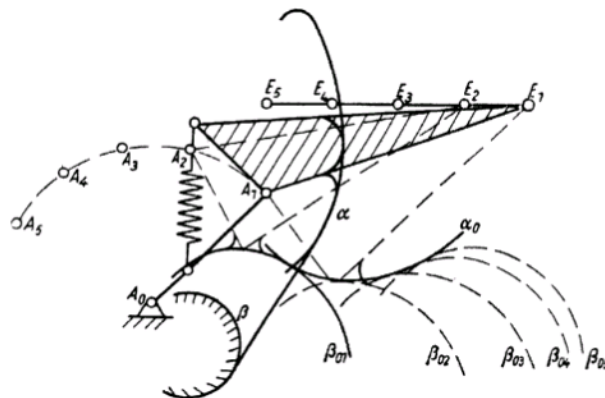


Fig 1.10 Mecanism centroidal pentru conducerea unui punct pe o curbă dată (o dreaptă) cu profilul aparținând elementului fix un cerc.

În cazul celui de-al doilea mecanism propus de Hain în [H8] profilul neadiacent elementului fix este o curbă necirculară, iar profilul aparținând bazei este circular. Acesta este prezentat în Fig 1.10 și se notează cu

- α profilul necircular neadiacent elementului fix,
- α_0 evolventa curbei α
- β profilul circular aparținând elementului fix
- $\beta_{01..05}$ evolventa curbei β în pozițiile 01..05

În [L1] se tratează problema mecanismelor de tip centroidal prin prisma teoriei lui Burmester. Se demonstrează că un mecanism centroidal poate asigura trecerea prin mai multe puncte de precizie dacă se profilează în mod corespunzător elementul necircular. De asemenea se demonstrează că un mecanism centroidal este un caz particular al unui mecanism patruleter articulată.

În [L2] se prezintă o posibilă aplicație a mecanismelor de tip centroidal, o macara la care, cu ajutorul unui mecanism centroidal, se asigura retragerea cârligului pe o linie dreaptă, v. Fig 1.11. Punctul caracteristic este notat cu K_1 în poziția extins și cu K_2 în poziția retras. Acesta descrie o linie dreaptă cu aproximație.

Se putea realiza și o linie dreaptă cu precizie mai mare doar că în cazul acesta s-a folosit un profil circular cu centrul în A_j . Poziția extinsă demonstrează poziția de lucru, iar poziția retrasă reprezintă poziția în care se va afla cârligul atunci când vehiculul se deplasează de la o locație la alta.

În Fig 1.12 se prezintă aspecte legate de sinteza unui mecanism patruleter centroidal folosind o diada deschisă. Apar doua ipostaze, prima ilustrată în Fig 1.12 a) când de diada se leagă elementul profilat care la rândul sau este legat de elementul fix prin un element de tip bandă, și cea de-a doua ipostaza ilustrata in Fig1.12 b) când

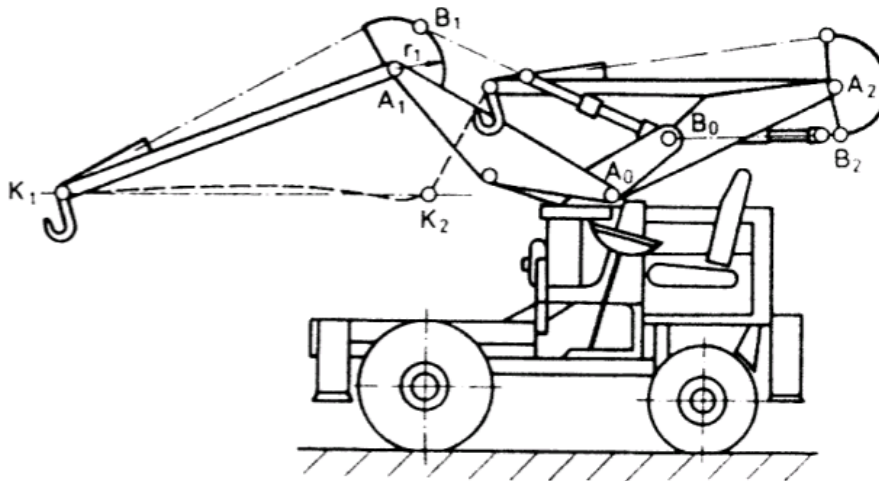


Fig 1.11 Mecanism centroidal care generează o linie dreaptă la cârligul unei macarale

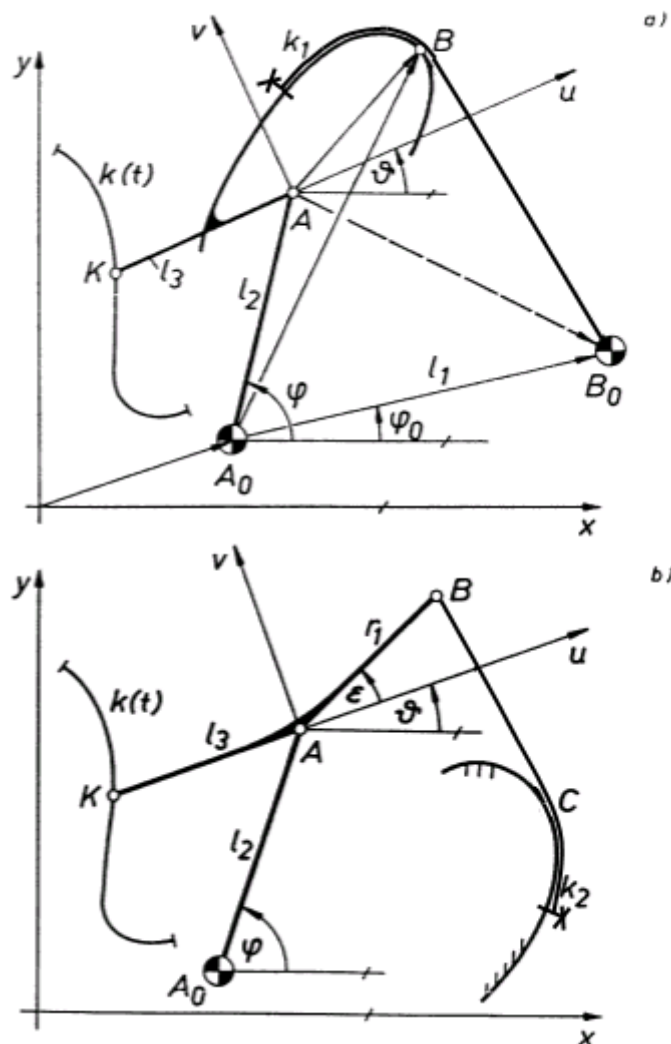


Fig 1.12 Aspecte legate de sinteza mecanismului patrulater centroidal

elementul profilat este legat de elementul fix, legatura între elementul profilat și diadă facându-se prin un element de tip bandă.

O altă lucrare în care se prezintă aspecte despre conducerea unui punct pe o traiectorie este [M1].

O primă metodă ar fi folosirea cilindrilor hidraulici controlați de un calculator, situație prezentată în Fig 1.13a. În cazul acesta există mai multe configurații în care se pot instala cilindrii pe o diadă deschisă, cazuri ilustrate în aceeași figură.

A doua metodă, când se folosesc elemente profilate pentru realizarea traiectoriei. Se montează un element profilat în articulația M a diadei, și un element profilat pe elementul fix, legatura dintre ele fiind realizată prin intermediul unui fir flexibil și inextensibil, caz prezentat în Fig 1.13b.

A treia metodă este dacă se elimina elementul profilat de pe elementul fix, legatura dintre elementul fix și elementul profilat legat de diadă realizându-se prin intermediul unui fir flexibil. Această situație este prezentată în Fig 1.13c.

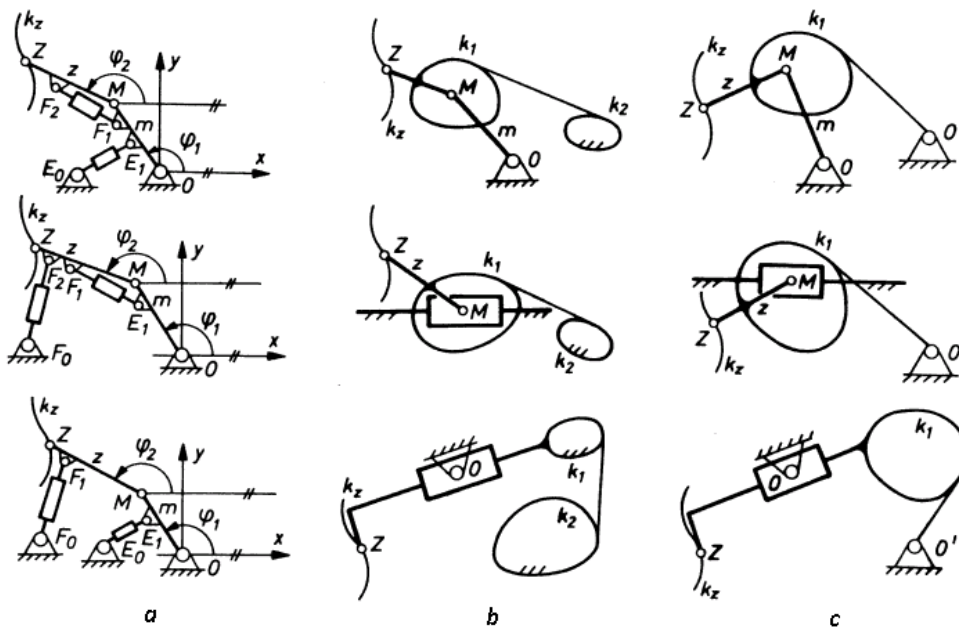


Fig 1.13 Metode de conducere a unui punct pe o traiectorie

O abordare asemanatoare o are Modler și Luck în [M2] pentru realizarea unui mecanism care conduce un element în mai multe poziții impuse.

În [P3] se prezintă o metodă de sinteză a mecanismelor cu element flexibil utilizate ca mecanisme generatoare de funcții. Se arată că mecanismul cu element flexibil rezultă ca un transformat izocinetic al unui „mecanism primar” care conține o cuplă cinematică superioară de cls. IV (de tip mecanism cu camă) desenat cu linie punctată în Fig 1.14.

Prima etapă a sintezei mecanismului cu element flexibil, desenat în Fig 1.14 cu linie continuă, o constituie sinteza mecanismului primar care se realizează prin metode clasice. În cea de-a doua se determină evoluțiile curbelor-profil ale cuplei cinematice de cls. IV din mecanism.

Mecanismul cu element flexibil generator de funcțiuni se poate obține sub forma unui mecanism patrulater articulată având una din cuple realizată sub forma unei cuple cinematice superioare de clasa V.

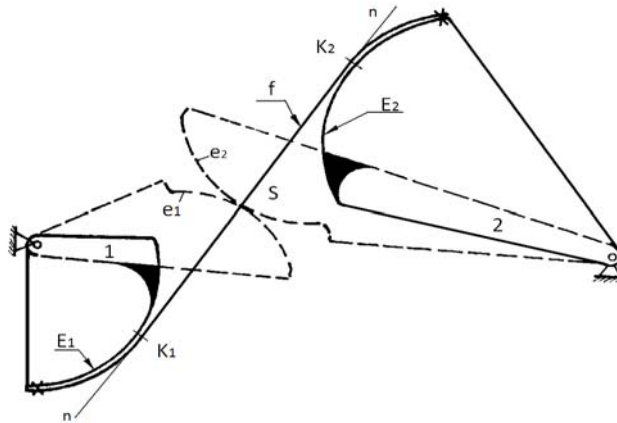


Fig.1.14 Mecanism izocinetic al unui mecanism cu cuplă de cls IV superioară

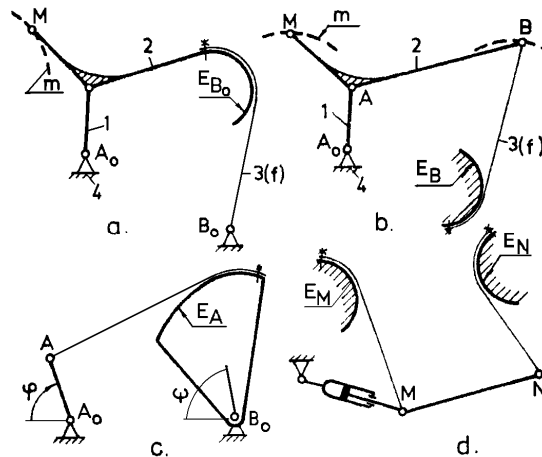


Fig 1.15 Variante de mecanisme de tip centroidal
 a,b – mecanisme generatoare de traiectorie
 c – mecanism generator de funcțiuni
 d – mecanism de poziționare

Lucrarea [P4] este o continuare a lucrării [P3]. Se prezintă diferite modalități de realizare a mecanismelor cu elemente de lungime instantaneu variabilă, care au în structură cuple cinematice de clasa a V-a superioare. Aceste mecanisme pot reproduce orice lege de mișcare, asemănător mecanismelor cu camă. Ele pot fi folosite ca mecanisme generatoare de traiectorii Fig.1.15 a și b, mecanisme generatoare de funcțiuni Fig. 1.15 c sau mecanisme de poziționare Fig.1.15 d. Numărul de puncte de precizie în care aceste mecanisme pot reproduce o lege de mișcare este mai mare decât în cazul mecanismului patrulater articulată. Totodată mecanismul patrulater articulată este un caz particular al mecanismului de tip centroidal, când evolventa E se reduce la un punct, adică evolventa e este un cerc. De asemenea în lucrare se prezintă modelul matematic pentru sinteza mecanismului. Forma ecuațiilor obținute în mod analitic este dificil de prelucrat, de

aceea autorul propune o abordare bazată pe metode numerice și calcul computerizat.

Lucrarea [P6] prezintă o metodă de analiză a mecanismelor cu cuple de tip centroidal. Autorul susține că o rezolvare analitică a problemelor de analiză este realizabilă doar în unele cazuri specifice. Problema analizei poziționale se face folosind mișcarea inversă a mecanismului, la fel cum se face și în cazul mecanismelor cu camă. Din cauza dificultăților întâmpinate în determinarea ecuațiilor evolventelor roților necirculare se poate folosi metoda creșterilor finite, așa cum se arată în lucrare. Pentru aceasta trebuie cunoscută poziția de start. Procesul este neliniar iar soluțiile nepotrivite trebuie eliminate folosind un eventual program de calcul automatizat. Distribuția de viteze și accelerații poate fi determinată cu ușurință, pe bază de un mecanism instantaneu izocinetic, sau folosind o camă fictivă izocinetică. Prin această metodă apar ecuații lineare care se rezolvă relativ ușor. În Fig.1.16 se prezintă cama fictivă după care se face analiza mecanismului cu cuplă de tip centroidal.

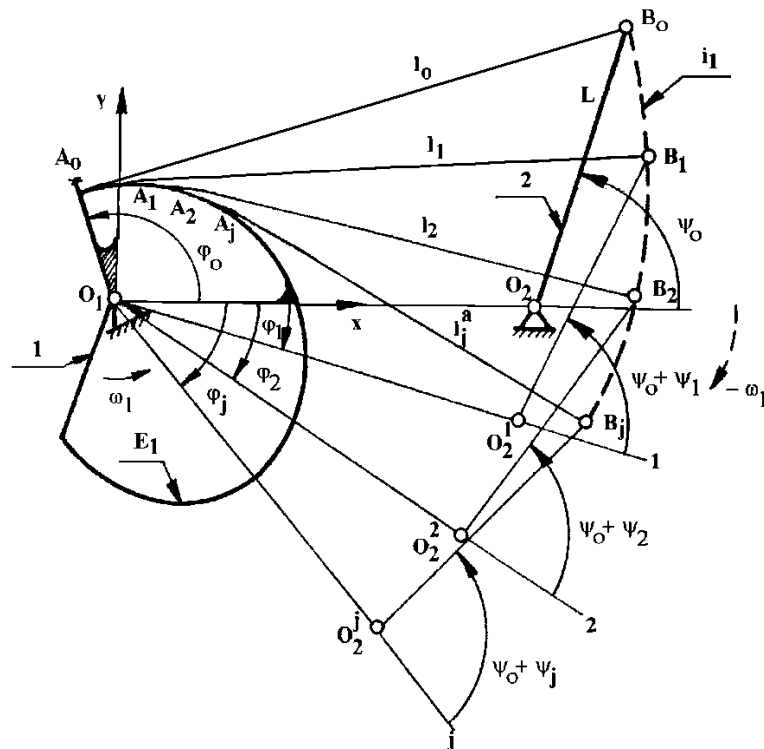


Fig.1.16 Construcția camei fictive

Se notează cu 1 elementul profilat care împreună cu firul l care se înfășoară/desfășoară pe elementul profilat formează cupla de înfășurare care se notează cu A. Astfel se formează mecanismul patrulater cu cupla de înfășurare notat cu O_1ABO_2 . Dacă se imprimă o mișcare inversă mecanismului și se observă traiectoria punctului B, atunci acesta descrie o curbă evolventă a curbei profilului elementului 1, obținându-se curba trasată cu linie punctată și notată cu i_1 .

În același timp se poate considera mecanismul virtual cu camă în forma următoare: O_2B este considerat drept tachet, iar profilul camei este descris de curba i_1 , curbă a carei evolută este E_1 , adică profilul necircular din cupla centroidală. Se observă că în ambele cazuri punctul B descrie aceeași curbă i_1 deci mecanismele sunt echivalente dacă se ia în considerare traiectoria pe care o descrie punctul B.

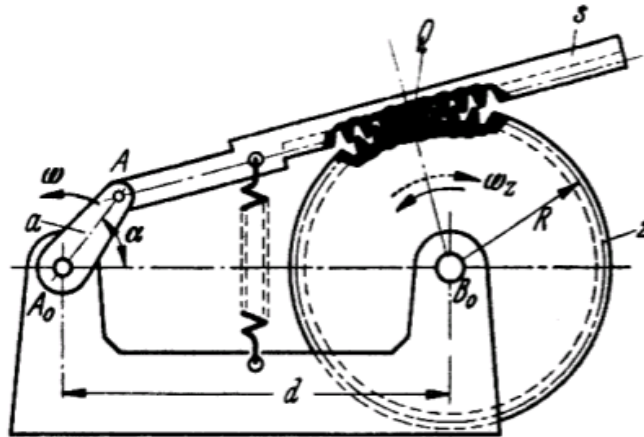


Fig.1.17 Mecanism Roată dințată – cremalieră

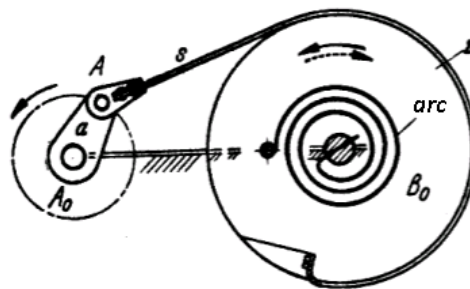


Fig.1.18 Mecanism cu element flexibil echivalent

În [M8] autorul propune înlocuirea unui mecanism roată dințată – cremalieră, ilustrat în Fig.1.17 cu un mecanism cu element flexibil de înfășurare, ilustrat în Fig.1.18. În cazul mecanismului cu roata dințată rostogolirea pură se asigură prin existența dinților iar în cazul mecanismului echivalent, rostogolirea pură se asigură prin o cuplă de înfășurare. Avantajele unei asemenea cuple constau în faptul că uzura scade, și astfel mecanismul efectuează corect funcția de transmitere. Un alt avantaj al cuplei de înfășurare constă în faptul că se elimină jocul dintre flancul dinților roții dințate și flancul dinților cremalierii.

De asemenea mecanismele cu fir flexibil și inextensibil se pot folosi cu succes în robotică, așa cum arată Soetebier în lucrarea sa [S1]. Se pornește de la mișcarea în plan așa cum se arată în Fig.1.19, și pentru a asigura cele trei mișcări în plan, două translații după axe reciproc perpendiculare și o rotație după o axă

perpendiculară pe planul determinat de axele de translație, se folosesc 4 role de înfășurare. Un panou de comanda pe bază de calculator/PLC/microcontroler este folosit la controlul mișcărilor celor patru role.

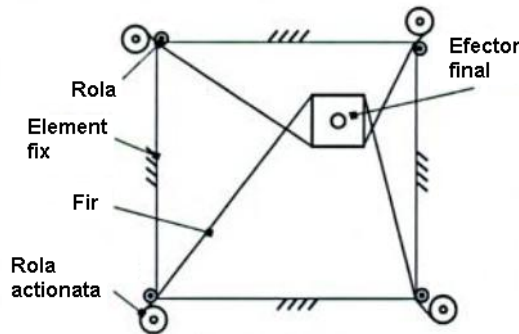


Fig.1.19 Robot paralel plan cu 3 grade de libertate

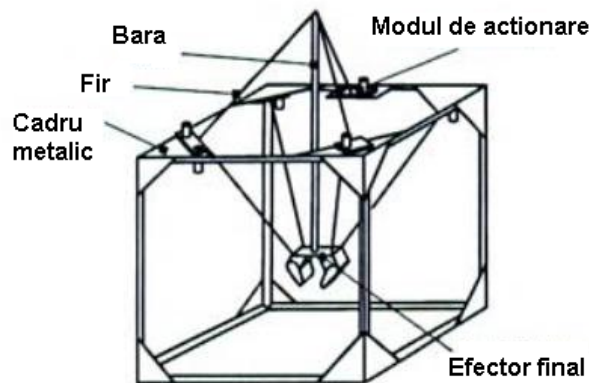


Fig.1.20 Robot paralel cu fire de tip FALCON

În Fig.1.20 se trece la o structură care asigură poziționare în spațiu, folosind aceleași role acționate și controlate de un panou de comandă. Pentru a asigura mișcarea în cele 3 plane și menținerea tensionată a firelor se folosește un element de tip bară, rezistent la solicitare de tip compresiune.

O mare problemă a firelor este rezistența la compresiune care tinde la zero, sau cu alte cuvinte „e imposibil să împingi un fir de ață”. Pentru a rezolva această problemă în [S1] se prezintă o soluție pe bază de „țevi înfășurabile” sau *Lapprohr*, în limba germană de specialitate, *Storable Tubular Extendible Member* sau STEM în limba engleză de specialitate. Acestea sunt benzi late și subțiri din oțel sau alte materiale care dacă se desfășoară își schimbă forma realizând un tub, sau țeava, așa cum se arată în Fig.1.21. În mod normal, ele se depozitează sub formă de rolă de bandă înfășurată. Odată desfășurate aceste benzi devin rezistente la compresiune, tocmai datorită noii structuri pe care o realizează, adică tub.

Inițial acest tip de structură a fost dezvoltat pentru industria aerospațială, și anume pentru construirea antenelor la un satelit canadian numit *Alouette*, antenele erau de fapt țevi înfășurabile înfășurate, pentru a încapă în spațiul compact pe care îl oferea racheta purtătoare, care au fost ulterior desfășurate, două antene ajungând

la lungimea de 22m. În Fig.1.21 se prezintă două tipuri de țevi înfășurabile, cu înfășurare pe interiorul sau pe exteriorul benzii sau cu desfășurare din interiorul rolei cu bandă.

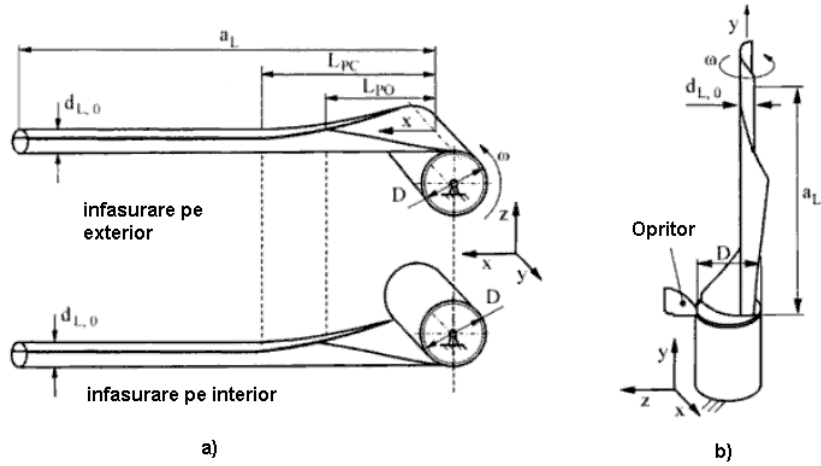


Fig.1.21 Modalitati de formare a STEM

DOF	Structura plana	Structura spatiala
$F = 4$	<p>Doua structuri plane cu $F=2$</p>	
$F = 6$	<p>Trei structuri plane cu $F=2$</p>	

Fig.1.22 Robot paralel cu elemente STEM

În Fig.1.22 se prezintă două soluții pentru un robot paralel pe baza de STEM. În ambele cazuri se folosește o structură plană formată din două role motoare care determina poziționarea corespunzătoare a punctului caracteristic C. În primul caz se folosesc două astfel de structuri plane rezultând un grad de mobilitate $F=4$. În cel de-al doilea caz se folosesc 3 structuri plane rezultând un grad de mobilitate $F=6$.

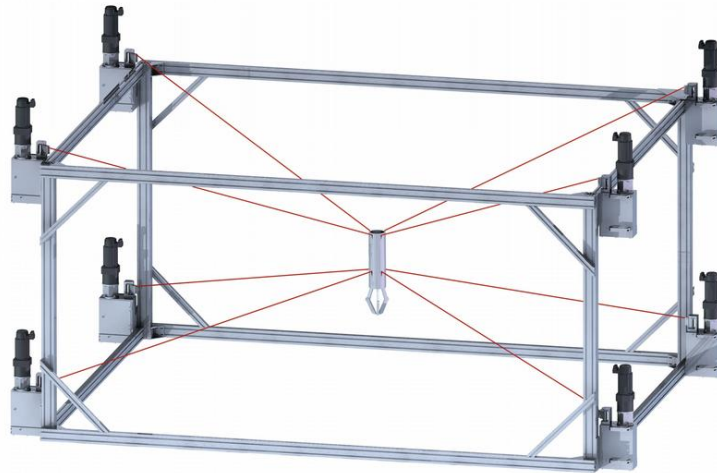


Fig.1.23 Robot paralel IPAnema

În [I1] se prezintă un robot paralel dezvoltat de Fraunhofer IPA din Stuttgart. Robotul este ilustrat în Fig.1.23. Acesta are 6 grade de libertate la efectorul final. Acționarea acestuia se face cu ajutorul a 8 motoare cuplate cu role pe care sunt înfășurate elemente de tip fir flexibil și inextensibil.

Un alt cercetător cu preocupări în domeniu este Wadewitz. Acesta prezintă în teza sa de doctorat [W1] exemple de mecanisme patrulatere articulate de tip centroidal și metode de analiză pentru acestea.

De asemenea Lovasz desfășoară cercetări în domeniul mecanismelor cu cuple de tip centroidal. Acestea sunt materializate în teza sa de doctorat [L3] dar și în lucrări științifice. Printre altele acesta realizează o sistematizare a mecanismelor patrulatere articulate care au în componență cuple cinematice de tip centroidal, generalizarea teoremei lui Grashof sau diverse aplicații care se pretează a fi rezolvate prin intermediul mecanismelor de tip centroidal.

1.3 Aprecieri generale. Obiective

În general soluționarea oricărei probleme de sinteză se caută să se facă cu un mecanism cu o structură cât mai simplă. Din familia mecanismelor plane cu elemente articulate, mecanismul patrulater articulată satisface aceasta condiție, sinteza dimensională a acestuia constituind obiectul preocupărilor multor cercetători, astfel că astăzi s-a ajuns să se dispună de metode de sinteză eficiente și expeditiv pentru mecanismele patrulater cu diferite destinații funcționale.

Structura unui mecanism patrulater articulată clasic include cuple de rotație sau/și de translație. Aceste cuple de rotație și/sau de translație care intră în alcătuirea mecanismului pot fi înlocuite cu cuple superioare de clasa a V-a, numite în continuare cuple cinematice centroidale. Cuplele cinematice de tip centroidal pot fi împărțite în două categorii, de rotstogolire (Ro) sau de înfășurare (I).

Teza își propune următoarele obiective:

- sinteza structurală a mecanismelor cu cuple de tip centroidal, sistematizarea mecanismelor cu bare rulante, respectiv sistematizarea mecanismelor cu cuple de înfășurare;
- studiul soluțiilor constructive pentru asigurarea contactului între centroida fixă și centroida mobilă în cazul mecanismelor cu bare rulante;
- studiul mecanismelor cu cuple cinematice de tip centroidal folosind metode de calcul numeric iterative;
- sinteza mecanismelor de tip centroidal utilizând curbele suport;
- verificarea algoritmului de sinteză pentru cazul teoremei lui Cardano când curba de generat este o dreaptă sau o ortocicloidă;
- elaborarea unui algoritm de calcul computerizat pentru determinarea centroidei fixe, când se cunoaște centroida mobilă și o traiectorie de generat (curbă de ruletă).
- realizarea de programe de calcul computerizat pentru generarea profilului centroidei fixe pentru curbe de ruletă particulare: o dreaptă, o parabolă sau o elipsă;
- dezvoltarea metodei de analiză cinematică a mecanismelor de tip centroidal folosind metoda contururilor;

28 Cap.1 Stadiul Actual al cercetărilor în domeniul mecanismelor centroidale

- dezvoltarea unei metode de analiză a unui mecanism cu cuple de tip centroidal folosind un mecanism patrulater instantaneu izocinetic;
- elaborarea unei metode de analiză cinematică a unui mecanism de tip centroidal RRIR cu profil circular montat excentric;
- prezentarea unor aplicații în care mecanismele de tip centroidal sunt utilizate în aparate și transmisii de precizie în domeniul de mecanică fină;
- dezvoltarea unei aplicații a mecanismului de tip centroidal în robotică, pentru echilibrarea unor forțe de manipulare.

Lucrarea se încheie cu câteva considerații ale autorului despre oportunitatea folosirii mecanismelor cu cuple de tip centroidal.

2. STRUCTURA ȘI SISTEMATIZAREA MECANISMELOR DE TIP CENTROIDAL

Analiza și sinteza structurală sau sistematizarea mecanismelor constituie o primă etapă în cadrul sintezei mecanismelor. Plecând de la lucrările lui Reuleaux [R1] în cercetarea structurii mecanismelor, acest domeniu s-a dezvoltat considerabil.

Rolul analizei și sintezei structurale în cadrul sintezei mecanismelor nu este deloc de neglijat pentru că oferă proiectantului o primă imagine despre configurația mecanismului care urmează să fie conceput.

Acest capitol își propune să realizeze sistematizarea mecanismelor plane incluzând aici și mecanismele de tip centroidal. Sistematizarea se va face doar în cazul mecanismelor cu număr minim de elemente.

Din punct de vedere structural, un mecanism, poate fi definit ca fiind un lanț cinematic închis, care conține un element fix, un element condus, un element motor și un număr de elemente care să închidă lanțul cinematic. Dacă este vorba de un mecanism plan atunci toate axele de rotație trebuie să fie paralele între ele respectiv perpendiculare pe direcțiile de translație, astfel mișcarea relativă între elemente are loc în plane paralele. Ca rezultat al sintezei structurale se va obține structura mecanismului, numărul de elemente, respectiv numărul și tipul cuplelor cinematice astfel încât să rezulte un mecanism desmodrom.

Toate mecanismele plane conțin în structura lor elemente și cuple cinematice, lucru arătat și în Fig.2.1

Mecanisme plane			
Elemente		Cuple cinematice	
Elemente rigide	Elemente flexibile și inextensibile	Cuple cinematice de clasa a 5-a	Cuple cinematice de clasa a 4-a

Fig.2.1 Structura mecanismelor plane

Conform definiției date de Franz von Reuleaux în [R1], toate elementele care intra în structura unui mecanism sunt rigide. Cu toate acestea putem introduce aici și elementele flexibile și inextensibile pentru că acestea prezintă rigiditate după o direcție [L4].

Cupla cinematică reprezintă legătura directă și mobilă între două elemente [P2]. Având în vedere definiția elementului dată mai sus, putem include în categoria cuplelor și legătura cu un element flexibil și inextensibil.

Cuplele cinematice se împart după mai multe criterii. Unul dintre aceste criterii îl constituie clasa cuplei cinematice. Astfel, în cazul mecanismelor plane,

cuplele pot fi de clasa a V-a, inferioare sau superioare, sau de clasa a IV-a. Clasa cuplei cinematice fiind dată de numărul gradelor de libertate suprimate în mișcarea relativă a celor două elemente pe care le leagă.

De asemenea un alt criteriu după care se pot împărți cuplele cinematice este forma zonei de contact, și numărul gradelor de libertate suprimate între cele două elemente. În principiu există următoarele **tipuri de zona de contact**:

- zona de contact **punctiformă**, de exemplu contactul sferă-plan,
- zona de contact **lineară**, de exemplu contactul cilindru-plan
- zona de contact **după o suprafață**, care se realizează dacă un cilindru plin se introduce în un cilindru gol.

Alte aspecte în cercetarea și clasificarea tipurilor de cuple cinematice îl constituie:

- comportamentul din zona de contact a celor două elemente în mișcarea relativă: alunecare (Fig.2.2 a), rostogolire (Fig.2.2 b) sau combinația dintre cele două (Fig.2.2 c și d).

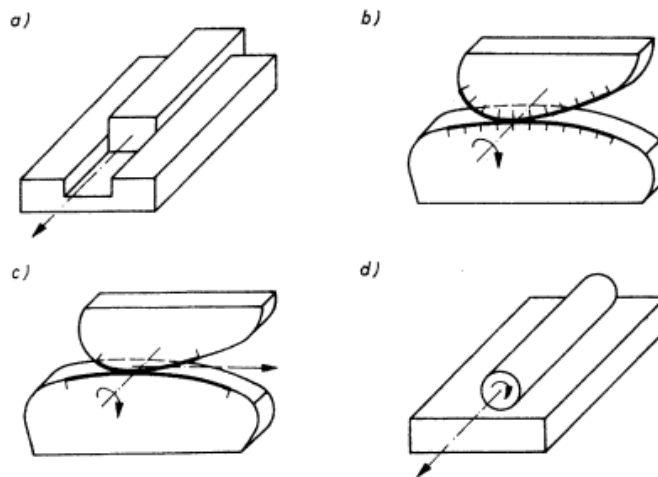


Fig.2.2 Comportament în zona de contact [M9]

- tipul mișcării relative între cele două elemente care alcătuiesc cupla cinematică: rotație (Fig 2.3 a), translație (Fig 2.3 b), sau roto-translație (Fig 2.3 c)

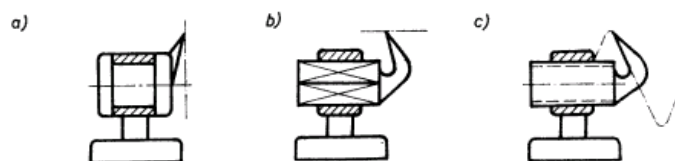


Fig.2.3 Mișcări elementare ale cuplelor cinematice [M9]

- modul în care se asigură sau se menține legătura dintre cele două elemente care formează cupla cinematică (de exemplu cazul mecanismului cu camă): asigurarea contactului prin forță (de exemplu cu ajutorul unui arc Fig.2.4 a

și b) și asigurarea contactului prin formă (de exemplu un canal pe care să evolueze tachmentul Fig.2.4.c) sau construirea unui mecanism conjugat Fig.2.4.d)

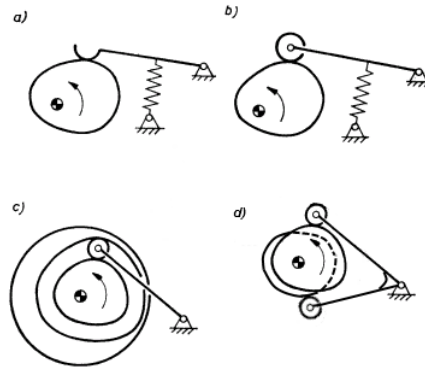


Fig.2.4 Metode de asigurare a contactului între cele 2 elemente care compun o cuplă cinematică superioară de clasa a IV-a

În Fig.2.5 sunt prezentate unitar toate tipurile de cuple cinematice cunoscute în funcție de forma zonei de contact [L4].

Grade de libertate	f=5	f=4	f=4	f=4	f=3	f=3
Denumire	Cupla sfera-plan	Cupla sfera-jgheab	Cupla cilindru-plan	Cupla sfera-jgheab-plan	Cupla prisma-plan	Cupla sferica
Contact punctiform						
Contact linear						
Contact dupa o suprafata						
Grade de libertate	f=2	f=2	f=2	f=1	f=1	f=1
Denumire	Cupla cu dubla rotatie	Cupla plana	Cupla de rototranslatie	Cupla de rotatie	Cupla de translatie	Cupla elicoidala
Contact punctiform						
Contact linear						
Contact dupa o suprafata						

Fig 2.5 Clasificarea cuplelor cinematice dupa forma zonelor de contact

O mărime fizică ce caracterizează o cuplă cinematică este gradul de libertate. Gradul de libertate al unei cuple cinematice se poate defini astfel:

„Gradul de libertate, notat f , al cuplei cinematice reprezintă, din punct de vedere cinematic, numărul mișcărilor simple permise în mișcarea relativă dintre cele două elemente care formează cupla cinematică”

Având în vedere că se discută despre un mecanism plan, numărul maxim de mișcări permise este de 3, adică translație după axa Ox , translație după axa Oy și o rotație după axa Oz . Analitic se poate scrie următoarea relație:

$$f = 3 - i$$

unde i reprezintă numărul gradelor de libertate suprimate în mișcarea relativă dintre cele două elemente care formează cupla.

În concluzie, la mecanismele plane, putem discuta despre cuple cinematice cu grad de libertate $f=1$ și clasa a V-a sau de cuple cinematice cu grad de libertate $f=2$ și clasa a IV-a, așa cum este ilustrat și în Fig.2.6.

	Denumirea.	Simbol
Cuple de clasa a V-a	Cupla de Rotație R	
	Cupla de Translație T	
	Cupla de Rostogolire Ro	
	Cupla de Înfașurare I	
Cuple de clasa a IV-a	Cupla plană superioară	

Fig.2.6. Simbolizarea cuplelor cinematice plane

Cuplele cinematice de clasa a V-a ale mecanismelor plane, generează în mișcarea relativă dintre elementele componente o zonă de contact după o suprafață sau după o linie. Aceste cuple cinematice de clasa a V-a sunt: cupla de rotație, cupla de translație, cupla de rostogolire și cupla de înfășurare.

Cuplele de rotație respectiv de translație generează o mișcare de rotație respectiv de translație cu alunecare între elementele care concură la formarea cuplei (v. fig.2.6). Zonele de contact sunt suprafețe de formă cilindru respectiv plan. Deoarece traiectoriile relative descrise de două puncte de pe zonele de contact sunt identice, aceste cuple se vor denumi cuple cinematice de clasa a V-a "inferioare".

Cuplele de rostogolire generează o mișcare relativă de rostogolire fără alunecare între elementele profilate (cilindri oarecare) care concură la formarea cuplei (v. fig.2.6). Zona de contact dintre elementele profilate este lineară. Mișcarea de rostogolire fără alunecare a celor două elemente profilate este asigurată prin forță, folosind două fire sau benzi flexibile și inextensibile (metalice), respectiv prin formă, danturând profilele și realizând o forță de apăsare pentru menținerea contactului prin utilizarea unor arcuri.

Cuplele de înfășurare generează o mișcare relativă fără alunecare prin înfășurarea unui element flexibil și inextensibil pe un element profilat (v. fig.2.6). Zona de contact dintre elementul profilat și elementul flexibil și inextensibil este lineară.

Fiindcă traiectoriile relative descrise de două puncte de pe zonele de contact sunt diferite, aceste cuple se vor denumi cuple cinematice de clasa a V-a "superioare".

Cuplele cinematice de clasa a V-a "superioare" sunt cuple cinematice de clasa a V-a generalizate. Prin transformări structurale și constructive sau forme particulare se pot deduce din acestea cuplele cinematice plane de clasa a V-a "inferioare".

Cuplele cinematice de clasa a IV-a ale mecanismelor plane generează în mișcarea relativă dintre elementele componente o zona de contact lineară.

Cupla plană superioară este o cuplă cinematică de clasa a IV-a. Aceasta generează o mișcare relativă de rostogolire cu alunecare între elementele profilate care concură la formarea cuplei.[L4]

Condiția fundamentală din punct de vedere structural a unui mecanism pentru ca acesta să poată realiza mișcări bine determinate este denumită desmodromie și este definită după [P2], [L2] s.a. astfel:

"Un mecanism este desmodrom dacă în timpul funcționării acestuia toate elementele sale au mișcări univoc determinate".

Analitic, condiția de desmodromie se poate scrie sub forma:

$$M = 3 \cdot (n - 1) - c_4 - 2 \cdot c_5 \quad (2.2)$$

în care:

c_5 - numărul cuplelor cinematice de clasa a V-a,

c_4 - numărul cuplelor cinematice de clasa a IV-a,

n - numărul de elemente,

M - gradul de mobilitate al mecanismului.

Dacă condiția de desmodromie (2.2) este satisfăcută, toate elementele mecanismului au mișcări bine determinate în timpul funcționării. Suplimentar este necesar ca pentru fiecare cuplă cinematică să fie asigurat prin formă sau forță contactul dintre zonele de contact.

Un mecanism este desmodrom din punct de vedere geometric sau cinematic, dacă gradul de mobilitate M este egal cu numărul elementelor motoare, n_m adică:

$$M = n_m. \quad (2.3)$$

Numărul elementelor motoare în cazul mecanismelor plane cu un număr minim de elemente este:

$$n_m = M + 1. \quad (2.4)$$

Pentru sistemizarea mecanismelor plane se vor utiliza următoarele simboluri pentru notarea cuplelor cinematice de clasa a V-a [L4] (notari care provin din denumirea acestora):

- R - cupla de rotație,
- T - cupla de translație,
- Ro - cupla de rostogolire,
- I - cupla de înfășurare.

În denumirea mecanismelor se începe cu simbolul aferent cuplei cinematice conducătoare (motoare), care reprezintă cupla de legătură dintre elementul conducător și elementul fix. Din considerente practice pot fi cuple conducătoare doar cuplele cinematice de clasa a V-a inferioare: cupla de rotație și cupla de translație, asadar se elimina cuplele de rostogolire sau infasurare ca si cuple motoare. Pentru a fi univoc determinat tipul mecanismului, denumirea acestuia va conține în continuare simbolurile aferente cuplelor de legătură dintre elementul conducător și elementul intermediar (biela mecanismului), elementul intermediar și elementul condus respectiv elementul condus și elementul fix, în sensul închiderii lanțului cinematic. Suplimentar se va indica în paranteză denumirea elementului considerat fix din lanțul cinematic care stă la baza transformării cinematice. În cadrul sistemizării se pot întâlni mecanisme care pot fi acționate teoretic de la oricare dintre cuplele cinematice legate de elementul fix. Acestea mecanisme vor conține ambele denumiri.

În continuare se va realiza sistemizarea mecanismelor plane de tip centroidal în funcție de tipul elementelor și cuplelor cinematice componente.

2.1 Sistemizarea mecanismelor patrulateră cu bare rulante

Mecanismul patrulater cu bare rulante este un mecanism care conține pe lângă cuplele cinematice de clasa a V-a inferioare (de translație și de rotație) și cuple cinematice de rostogolire (v. Fig.2.1.). Elementele acestuia sunt elemente rigide. Mecanismul patrulater cu bare rulante poate fi de construcție simplă, caz în care mecanismul conține o cuplă de rostogolire sau de construcție generală caz în care mecanismul conține două sau mai multe cuple de rostogolire.

Sistemizarea acestora așează la origine cele patru lanțuri cinematice de baza derivate din mecanismul patrulater articulat. Lanțurile cinematice ale mecanismelor cu cuple de rostogolire patrulateră se vor deduce prin introducerea succesivă a uneia sau a mai multor cuple de rostogolire [L3].

În figura 2.7 se prezintă sistemizarea mecanismelor patrulateră cu bare rulante. Mecanismele patrulateră cu bare rulante din figura 2.7 sunt:

a) Mecanism patrulater articulat cu bare rulante de construcție simplă - RRRoR(a), RRoRR(a), RRoRR(b), RRRoR(b) și RRRRo(c);

b) Mecanism patrulater articulat cu bare rulante de construcție generală - RRoR(a) și RRRRo(b);

	RRRR	RRRT		TRRT	TRTR	
Lant cinem.						
Elem. fix a	RRRoR(a) RRoRR(a) 	RRRoT(a) TRoRR(a) 	RRoRT(a) TRRoR(a) 	TRRoR(a) 	TRRoT(a) TRoRT(a) 	TRRo(a)
	RRoRoR(a) 	RRoRoT(a) TRoRoR(a) 	TRRoRo(a) 	TRoR(a) 	TRoRoT(a) 	TRoTRo(a)
Elem. fix b	RRoRR(b) RRRoR(b) 	RRoTR(b) RTRoR(b) 	RTRRo(b) 	RRTRo(b) 	RRoTT(b) TTRoR(b) 	
	RRRoRo(b) 	RTRoRo(b) 		RRoTRo(b) 		
Elem. fix c	RRRoR(c) 	RRTRo(c) 	RTRRo(c) 	RRoTR(c) 	RTRRo(c) 	TRoTR(c)
			RTRoRo(c) 	RRoTRo(c) 		

Fig.2.7 Sistematizarea mecanismelor patrulatere cu bare rulante (după [L3])

c) Mecanismul manivela-piston sau piston-balansier cu bare rulante de construcție simplă - RRRoT(a), TRoRR(a), RRoRT(a), TRRoR(a), TRRo(a);

- d) Mecanismul manivelă-piston sau piston-balansier cu bare rulante de construcție generală - RRoRoT(a), TRoRoR(a), TRRoRo(a) și TRoRRo(a);
- e) Mecanismul cu culișă oscilantă sau rotativă cu bare rulante de construcție simplă - RRoTR(b), RTRoR(b), RTRRo(b) și RRTRo(b);
- f) Mecanismul cu culișă oscilantă sau rotativă cu bare rulante de construcție generală - RTRoRo(b), RTRoRo'(c) și RRoTRo(b);
- g) Mecanismul cu piston oscilant sau rotitor cu bare rulante de construcție simplă - RRTRo(c), RTRRo(c) și RRoTR(c);
- h) Mecanismul cu piston oscilant sau rotitor cu bare rulante de construcție generală - RRoTRo(c);
- i) Mecanismul dublu piston cu bare rulante de construcție simplă - TRRoT(a) și TRoRT(a) (cu axele de translație perpendiculare sau nu);
- j) Mecanismul dublu piston cu bare rulante de construcție generală - TRoRoT(a) (care poate avea axele de translație perpendiculare sau nu);
- k) Mecanismul manivelă-culișă de translație cu bare rulante de construcție simplă - RRoTT(b) și TTRoR(b);
- l) Mecanismul dublu culișă rotativă cu bare rulante de construcție simplă - RTTRo(c);
- m) Mecanismul piston-piston oscilant cu bare rulante de construcție simplă - TRRo(a) și TRoTR(c) (care poate fi simplu sau dublu excentric);
- n) Mecanismul piston-piston oscilant cu bare rulante de construcție simplă - TRoTRo(a).

	RRRR	RRRT		TRRT	TRTR	
Lant cinem.						
Elem. fix a	RRRoR(a) RRoRR(a)	RRRoT(a) TRoRR(a)	RRoRT(a) TRRoR(a)	TRRRo(a)	TRRoT(a) TRoRT(a)	TRTRo(a)
Elem. fix b	RRoRR(b) RRRRo(b)	RRoTR(b) RTRoR(b)	RTRRo(b)	RRTRo(b)	RRoTT(b) TTRoR(b)	
Elem. fix c	RRRRo(c)	RRTRo(c)	RTRRo(c)	RRoTR(c)	RTTRo(c)	TRoTR(c)

Fig.2.8 Sistemizarea mecanismelor patrulatere cu bare rulante cu variante tehnic favorabile

Teorema generalizată după Grashof [L5] permite verificarea existenței manivelei rotitoare în cazul mecanismelor patrulatero cu bare rulante, care conțin elemente rigide de lungime instantanee variabilă.

Mecanismele deduse în Fig.2.7, care au ca element conducător culisa sau piatra de culisă nu au semnificație practică. Acestea nu satisfac criteriul evitării autoblocării respectiv nu pot transmite în bune condiții mișcarea și forțele.

De asemenea autorul propune eliminarea structurilor care conțin 2 cuple de rostogolire având în vedere că prezența celei de-a doua cuple de rostogolire complică foarte mult mecanismul matematic care este folosit în procesul de sinteză și analiză. Astfel rezulta Fig.2.8 în care sunt reprezentate doar mecanismele care au în structură o singură cuplă de rostogolire.

Pentru asigurarea desmodromiei trebuie menținut în permanență contactul dintre cele două profile. Acest lucru se poate realiza prin construcții ajutătoare. În Fig.2.9 se arată o metodă de menținere a contactului dintre cele două profile cu ajutorul unei benzi flexibile și inextensibile care se fixează în diagonală pe cele două profile.

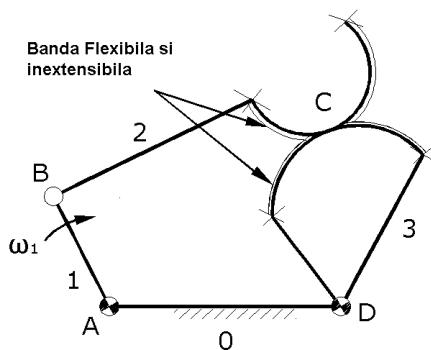


Fig.2.9 Metodă de asigurare a contactului între cele două profile rostogolitoare cu ajutorul unor benzi flexibile și inextensibile

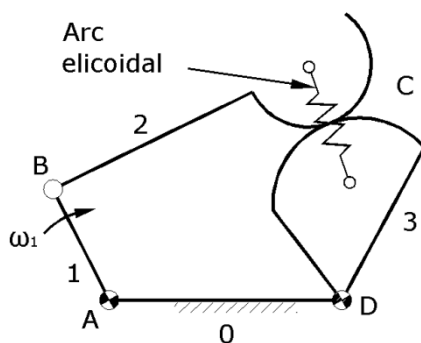


Fig.2.10 Metodă de asigurare a contactului între cele două profile rostogolitoare cu ajutorul unui arc elicoidal

O altă soluție pentru asigurarea contactului dintre cele două profile ar fi folosirea unui arc elicoidal și danturarea adițională a profilelor, asemanator unor roți dințate necirculare. Danturarea este necesară pentru asigurarea rostogolirii fără

alunecare Fig.2.10. Eventual se poate pretensiona arcul și alege materiale cu coeficient foarte mare de frecare.

2.2 Sistematizarea mecanismelor patrulare cu element flexibil și inextensibil

Mecanismele patrulare cu element flexibil și inextensibil sau mecanisme patrulare cu elemente de lungime instantanee variabilă sunt mecanisme care pe lângă cuplele de rotație și de translație conțin și cuple de înfășurare (v.Fig.2.1.). Elementele acestuia conțin pe lângă elementele rigide și elemente flexibile și inextensibile. Mecanismul patrular cu element flexibil poate fi de construcție simplă sau de construcție generală. Mecanismul patrular cu element flexibil de construcție simplă conține un element flexibil care se înfășoară respectiv desfășoară pe/de pe un element profilat de tip roată necirculară și două elemente rigide de tip bară (de lungime constantă). Mecanismul patrular cu element flexibil de construcție generală conține un element flexibil care se înfășoară respectiv desfășoară pe/de pe două elemente profilate și un element rigid de tip bară (de lungime constantă).

Sistematizarea acestora așează la origine cele patru lanțuri cinematice de bază derivate din mecanismul patrular articulat. Lanțurile cinematice ale mecanismelor cu cuple de înfășurare patrulare se vor deduce prin introducerea succesivă a uneia sau a mai multor cuple de înfășurare (I) [L3].

În figura 2.11 se prezintă sistematizarea mecanismelor patrulare cu element flexibil. Mecanismele patrulare cu element flexibil din figura 2.8 sunt:

- a) Mecanism patrular articulat cu element flexibil de construcție simplă - RRIR(a), RIRR(a), RIRR(b), RRRI(c) și RRRI (d);
- b) Mecanism patrular articulat cu element flexibil de construcție generală - RIIR(a) și RRRI (b);
- c) Mecanismul manivelă-piston sau piston-balansier cu element flexibil de construcție simplă - RRIT(a), TIRR(a), RIRT(a), TRIR(a) și TRRI(a);
- d) Mecanismul manivelă-piston sau piston-balansier cu element flexibil de construcție generală - RIIT(a), TIIR(a) și TRII(a);
- e) Mecanismul cu culisă oscilantă sau rotativă cu element flexibil de construcție simplă - RITR(b), RTRI(b) și RRRI(c);
- f) Mecanismul cu culisă oscilantă sau rotativă cu element flexibil de construcție generală - RTII(b);
- g) Mecanismul cu piston oscilant sau rotitor cu element flexibil de construcție simplă - RTIR(b), RRRI'(c) și RTRI(c)
- h) Mecanismul cu piston oscilant sau rotitor cu element flexibil de construcție generală - RTII'(b);
- i) Mecanismul dublu piston cu element flexibil de construcție simplă - TRIT(a) și TIRT(a) (care poate avea axele de translație perpendiculare sau nu);
- j) Mecanismul dublu piston cu element flexibil de construcție generală - TIIT(a) (care poate avea axele de translație perpendiculare sau nu);
- k) Mecanismul piston-balansier cu element flexibil de construcție simplă - TTIR(b);
- l) Mecanismul piston-piston oscilant cu element flexibil de construcție simplă - RTTI(c);

2.2 Sistematizarea mecanismelor patruleter cu element flexibil și inextensibil 39

	RRRR	RRRT		TRRT
Lant cinem.				
Elem. fix a	RRIR(a) RIRR(a) 	RRIT(a) TIIR(a) 	RIRT(a) TRIR(a) 	TRRI(a) TRIT(a) TIRT(a)
	RIIR(a) 	RIIT(a) TIIR(a) 		TRII(a) TIIT(a)
Elem. fix b	RIRR(b) 	RTIR(b) 	RTRI(b) 	RTIR(b)' TTIR(b)
	RRII(b) 	RTII(b) 		RTII(b)'
Elem. fix c	RRRI(c) 	RRTI(c) 	RTRI(c) 	RRTI(c)' RTTI(c)
Elem. fix d	RRRI(d) 			

Fig. 2.11 Sistematizarea mecanismelor patruleter cu element flexibil (după [L3])

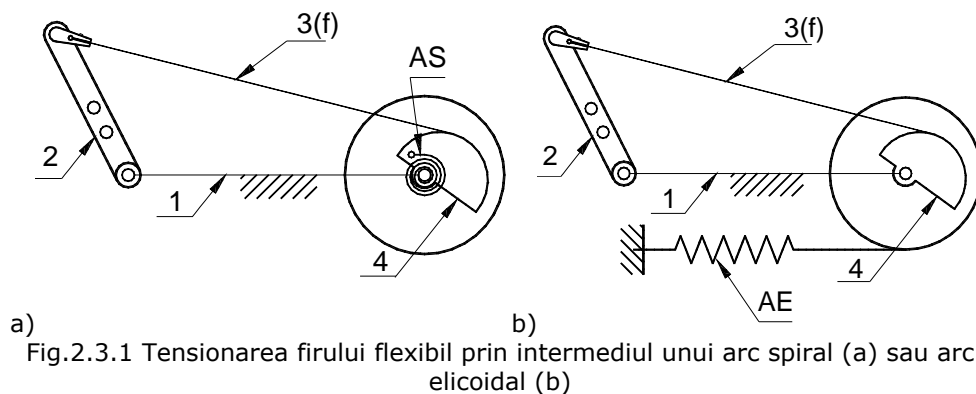
Posibilitatea rotirii complete a unui element al lanțului cinematic al mecanismului patruleter cu element flexibil în raport cu un element învecinat se poate verifica cu ajutorul teoremei generalizate după Grashof [L5]. Ținând cont de

criteriul evitării autoblocării respectiv a transmiterii în bune condiții a mișcării și a forței, variantele RTRI(b), RTIR(b), RTII(b), RTII'(b) și RTRI(c) sunt necorespunzătoare.

Pentru asigurarea desmodromiei mecanismului trebuie menținut în permanență contactul dintre elementul (elementele) profilate și elementul flexibil și rectilinitatea acestuia (având în vedere că este vorba de un element de tracțiune, acesta trebuie menținut întins). Aceasta se poate asigura prin intermediul unor construcții speciale.

2.3 Metode de tensionare a firului flexibil și inextensibil

Mecanismele de tip centroidal cu element flexibil conțin după cum reiese din denumirea acestora cel puțin un element flexibil și inextensibil. În cazul aplicațiilor practice, pentru realizarea funcțiunii dorite, firul flexibil trebuie să fie mereu tensionat. Tensionarea permanentă a firului flexibil se poate asigura prin forță (moment) sau prin formă (constructiv). Tensionarea firului prin forță (moment) implică asigurarea unui moment rezistent la elementul condus (v. fig.2.12-2.13). Acest moment rezistent se poate realiza cu ajutorul unui arc spiral (v. fig.2.12a), unui arc elicoidal (v. fig.2.12b) sau pe cale gravitațională (v. fig.2.13).



a) Fig.2.3.1 Tensionarea firului flexibil prin intermediul unui arc spiral (a) sau arc elicoidal (b)

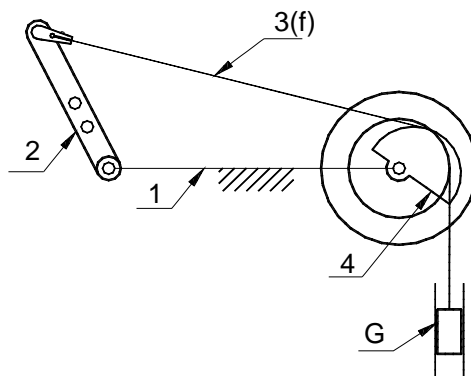


Fig.2.3.2 Tensionarea firului flexibil pe cale gravitațională

Tensionarea firului flexibil pe cale constructivă se poate asigura utilizând două mecanisme cu element flexibil montate simetric (v. fig.2.14) sau prin utilizarea unui mecanism auxiliar atașat mecanismului de bază (v. fig.2.15). În cazul utilizării ca mecanism auxiliar a unei transmisii prin curea încrucișată, cureaua va aluneca pe una dintre roțile de curea în porțiunea activă a cursei (porțiunea în care se generează funcțiunea, traiectoria sau poziția impusă) dând naștere la un moment rezistent care asigură tensionarea elementului flexibil, respectiv va genera momentul de revenire a elementului condus spre poziția inițială în porțiunea pasivă a cursei.

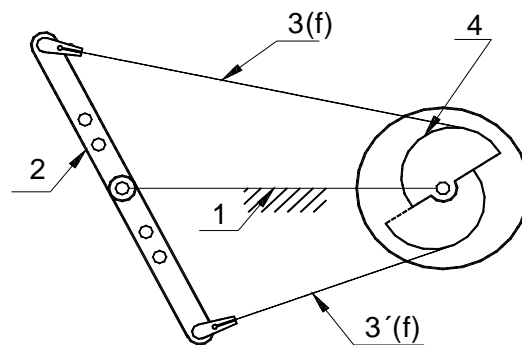


Fig.2.14 Tensionarea firului flexibil pe cale constructivă utilizând un montaj simetric

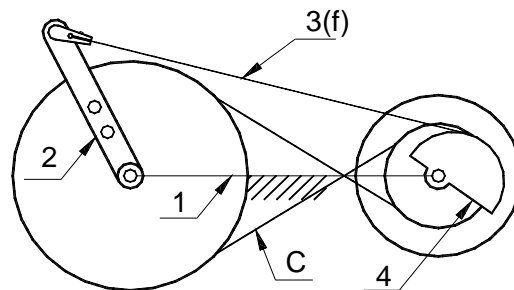


Fig.2.15 Tensionarea firului flexibil pe cale constructivă utilizând un mecanism auxiliar

Momentul rezistent în cazul utilizării arcurilor de torsiune se află într-o dependență lineară cu cursa unghiulară a elementului condus, respectiv are o valoare constantă în cazul realizării acestuia pe cale gravitațională. În cazul utilizării ca mecanism auxiliar a mecanismului cu curea [L4], momentul rezistent depinde de coeficientul de frecare dintre curea și roata de curea, unghiul de înfășurare și de tensionarea curelei. Frecarea apare datorită faptului că există o diferență între raportul de transmitere al mecanismului cu curea (acesta având o valoare constantă) și raportul de transmitere al mecanismului cu cuplă de înfășurare (acesta având o valoare variabilă după o anumită funcție).

3. SINTEZA CUPLELOR CINEMATICE DE TIP CENTROIDAL

Așa cum s-a arătat în capitolele anterioare, mecanismele de tip centroidal sunt mecanisme care au în structura lor cuple cinematice de tip centroidal, mai exact cuple de rostogolire sau cuple de înfășurare. Aceste cuple de clasa a V-a superioare permit mecanismului de tip centroidal să reproducă fidel în un domeniu a unei funcțiuni sau a unor puncte/poziții impuse.

Elementele de lungime instantaneu variabile din structura mecanismului de tip centroidal, a caror puncte de articulație își schimbă în mod continuu poziția, îi conferă acestuia posibilitatea teoretică de a urmări orice funcție, poziție sau traiectorie.

3.1 Metode analitice de sinteză a cuplelor de tip centroidal

Pentru a se rezolva problema de sinteză a mecanismelor de tip centroidal generator de funcțiuni sau traiectorii trebuie cunoscute trei curbe adică centroida fixă (c_0), centroida mobilă sau rostogolitoarea (c), și curba de generat sau curba de ruletă (m). De obicei curba de ruletă (m) este impusă prin tema de proiectare, urmând să se determine celelalte două curbe, anume centroida fixă și centroida mobilă, astfel încât să rezulte curba de ruletă (m). Sinteza acestei categorii de mecanisme se bazează pe următoarea teoremă [P1]:

Orice curbă plană poate fi aproximată printr-un număr oricât de mare de puncte de o curbă ruletă a altor două curbe plane, dintre care una poate fi aleasă în mod convenabil.

Pentru a simplifica algoritmul de calcul se poate lua în considerare ca una dintre cele două centroide să fie o curbă de gradul 2 maxim.

Se dorește reproducerea curbei (m) trasată de un punct M al structurii mecanismului, iar centroida fixă (c_0) ori centroida mobilă (c) este cunoscută, așa cum se arată în Fig.3.1

Se presupun cunoscute curbele (m) și (c) (conform teoremei anterior enunțate) prin ecuațiile lor față de cele două sisteme de referință:

$$(m): \quad y = F(x) \quad (3.1)$$

$$(c): \quad v = f(u) \quad (3.2)$$

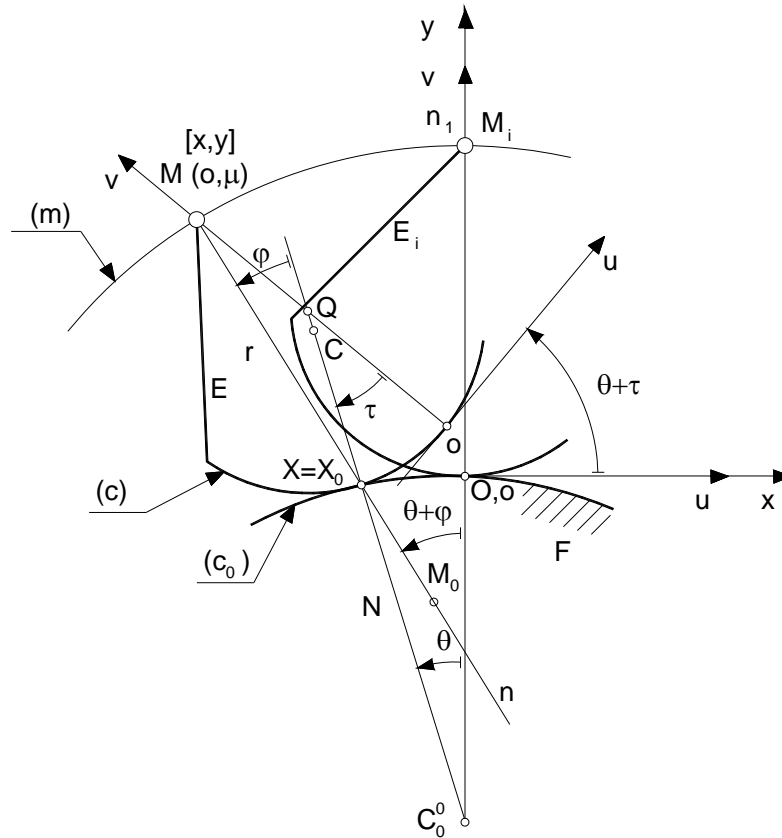


Fig.3.1. Sinteza cuplei cinematice de tip centroidal – cazul general

Cele două sisteme de referință, cel fix xOy și cel mobil uov , s-au admis astfel ca în poziția inițială să coincidă. Drept poziție inițială s-a ales acea poziție în care normala la curba de generat și cea a centroidelor coincide.

În cadrul sintezei cuplei cinematice de tip centroidal se pune problema determinării curbei (c_0) – baza sau centroida fixă – peste care rostogolindu-se curba (c) – rostogolitoarea sau centroida mobilă aparținând planului mobil E – un punct al acesteia să traseze curba de generat (m) , care aparține planului fix F . Cu alte cuvinte se caută ecuația curbei (c_0) :

$$(c_0): \quad \Phi(x, y) = 0 \quad . \quad (3.3)$$

Dependența dintre cele două variabile independente a celor două sisteme de referință se stabilește pornind de la condiția rostogolirii pure a curbelor (c) și (c_0) , adică:

$$s = s_0 \quad (3.4)$$

în care:

$$s = \int_0^u \sqrt{1 + f'(u)^2} du \quad (3.5)$$

reprezintă arcul de rostogolire pe curba (c) de ecuație (3.2), iar

$$s_0 = \int_0^x \sqrt{1 + y'^2} dx = \int_0^x \left[\frac{\sqrt{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2}}{\frac{\partial\Phi}{\partial y}} \right] dx \quad (3.6)$$

este arcul de rostogolire pe curba (c_0) de ecuație (3.3).

Cu aceste valori, din (3.4) se obține o dependență funcțională de forma:

$$\varphi\left(u, x, \frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) = 0 \quad (3.7)$$

Unghiul dintre normalele la (c_0) într-o poziție oarecare și poziția de referință se determină cu relația:

$$\theta = \arctan\left(-\frac{\frac{\partial\Phi}{\partial x}}{\frac{\partial\Phi}{\partial y}}\right) \quad (3.8)$$

iar normalele la (c) în cele două poziții închid unghiul τ , care se obțin eliminând parametrul u între ecuația (3.7) și ecuația:

$$\tan \tau = -f'(u) \quad (3.9)$$

rezultând:

$$\tau = \tau\left(x, \frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) \quad (3.10)$$

Unghiul φ dintre normala la curba de generat (m) și normala la centroide în momentul considerat se poate găsi din relația:

$$\tan(\theta + \varphi) = F'(x) \quad (3.11)$$

căreia i se asociază relația (3.8), obținându-se:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\frac{\partial\Phi}{\partial x} + \frac{\partial\Phi}{\partial y} F'(x)}{\frac{\partial\Phi}{\partial y} - \frac{\partial\Phi}{\partial x} F'(x)}\right) \quad (3.12)$$

Razele de curbură ale celor trei curbe în momentul considerat sunt:

- pentru curba (m):

$$\rho = \frac{[1 + F'(x)]^{3/2}}{F''(x)} \quad (3.13)$$

- pentru curba (c_0):

$$R_0 = \frac{\left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right]^{3/2}}{2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2} \quad (3.14)$$

- pentru curba (c):

$$R = \frac{[1 + f'(u)]^{3/2}}{f''(u)} \quad (3.15)$$

care, cu ajutorul relației de legătură (3.7), se poate exprima sub forma:

$$R = R \left(x, \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \quad (3.15')$$

Distanța $r = MX$, a punctului generator de curbă de ruletă față de punctul de tangență a centroidelor (CIR) se poate determina aplicând teorema sinusului în triunghiul MXQ:

$$\frac{r}{\sin \tau} = \frac{QM}{\sin \varphi} \quad (3.16)$$

în care:

$$QM = \mu - \left[f(u) + \frac{u}{f'(u)} \right] \quad (3.17)$$

s-a obținut intersectând axa oy cu normala în X la centroida mobilă (c).

Ținând seama de ecuația de legătură (3.7), relația (3.17) se poate scrie sub forma:

$$QM = q \left(x, \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \quad (3.17')$$

astfel că din (3.16) se poate obține:

$$r = \frac{\sin \tau}{\sin \varphi} \cdot q \left(x, \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \quad (3.16')$$

Curba căutată (c_0) se determină înlocuind valorile de mai sus în ecuația Euler-

Savary:

$$\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho - r}\right) \cdot \cos \varphi = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_0} \quad (3.18)$$

obținând o ecuație integro-diferențială cu derivate parțiale a bazei.

Ecuația integro-diferențială cu derivate parțiale a bazei reprezintă o legătură neolonomă scleronomă în sens Vrânceanu [V1].

În general ecuația nu este integrabilă prin cuadraturi, soluția sub formă finită putându-se obține prin metoda creșterilor finite așa cum se va arăta mai departe pentru un caz concret. Ecuație integro-diferențială cu derivate parțiale a bazei mai sus amintită este de forma:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} F'(x) \right] \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} F'(x) \right]^2 \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} R \left(x, \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) - \\ & - \left\{ \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right]^{3/2} + \left[2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\ & \cdot R \left(x, \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \left. \right\} \left\{ \left[1 + F'(x)^2 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} F'(x) \right] - \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \right. \right. \\ & \left. \left. F''(x) \cdot q \left(x, \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \sin \tau \left(x, \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \right\} q \left(x, \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \sin \tau \left(x, \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

În mod analog se poate obține ecuația curbei (c) -rostogolitoarea, dacă se presupun cunoscute curba de ruletă (m) și curba (c_0) -baza.

Din punct de vedere tehnic prezintă interes mecanismele cu cuple cinematice de tip centroidal la care măcar una dintre curbele profil ale cuplei cinematice de tip centroidal se poate realiza în modul cel mai simplu. În acest sens se vor studia în continuare cazurile în care una dintre centroide are ca profil un cerc sau o dreaptă.

3.1.1 Curbe profil circulare

Vom considera cazul în care curba de generat (m) este dată sub forma (3.1) și se impune ca rostogolitoarea să fie un cerc de rază R (v. fig.3.2). Acest caz particular este frecvent utilizat în construcția cuplelor cinematice de rostogolire. Se va urmări determinarea curbei profil (c_0) a centroidei fixe - baza în expresie analitică în forma (3.3).

Condiția rostogolirii fără alunecare (3.4) se scrie în acest caz particular sub forma:

$$R \cdot \tau = \int_0^x \sqrt{1 + y'^2} dx, \quad (3.20)$$

de unde:

$$\tau = \frac{1}{R_0} \int_0^x \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2} \frac{\partial \Phi}{\partial y} dx \quad (3.20')$$

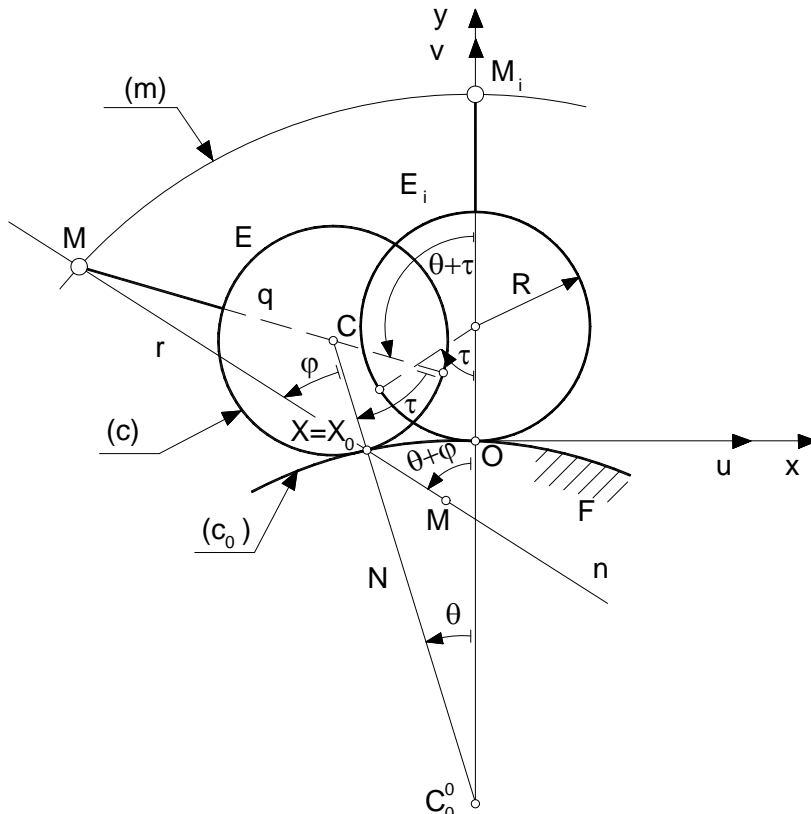


Fig.3.2. Sinteza cuplelor cinematice de tip centroidal de rostogolire cazul curbei profil circulare

Unghiul φ dintre normala la curba de generat (m) și normala la centroide în momentul considerat se determină cu ajutorul relației (3.12).

Razele de curbură ale curbei de generat și a curbei profil a centroidei fixe se determină cu relațiile (3.13) și (3.14), respectiv în cazul centroidei mobile $R=ct.$ (în locul relației (3.15)). Avându-se în vedere că $QM=CM=q=ct.$ distanța punctului generator la CIR, ținând cont și de relația (3.20'), se va scrie sub forma:

$$r = \frac{q}{\sin \varphi} \sin \left[\frac{1}{R_0} \int_0^x \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2}}{\frac{\partial \Phi}{\partial y}} dx \right] \quad (3.21)$$

Înlocuind aceste mărimi în ecuația Euler-Savary (3.18) se obține ecuația integro-diferențială cu derivate parțiale a curbei profil (c_0) – centroida fixă, pentru cazul în care centroida mobilă este un cerc sub forma:

$$\begin{aligned} & R \cdot \left[\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} F'(x) \right] \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} F'(x) \right]^2 \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} - \\ & - q \left\{ \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right]^{3/2} + R \left[2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 \right] \right\} \\ & \cdot \left\{ \left[1 + F'(x)^2 \right] \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} F'(x) \right] - q \cdot F''(x) \cdot \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}. \quad (3.22) \\ & \cdot \sin \tau \left[\frac{1}{R_0} \int_0^x \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2}}{\frac{\partial \Phi}{\partial y}} dx \right] \cdot \sin \tau \left[\frac{1}{R_0} \int_0^x \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2}}{\frac{\partial \Phi}{\partial y}} dx \right] = 0 \end{aligned}$$

Ecuția (3.22) reprezintă o ecuație integro-diferențială cu derivate parțiale ale curbei profil (c_0) – baza, când rostogolitoarea este un cerc. Soluționarea ecuației (3.22) nu este posibilă prin integrarea prin cuadraturi, soluția urmând să se obțină prin metoda creșterilor finite.

Sinteza cuplelor cinematice de rostogolire care utilizează o curbă profil circulară poate fi descrisă și în numere complexe.

Astfel, se vor alege două sisteme de coordonate: sistemul de coordonate x, y , considerat un sistem de coordonate fix (legat de elementul fix) și sistemul de coordonate u, v , solidar cu elementul care poartă curba profil circulară – rostogolitoarea. Un punct M al rostogolitoarei descrie în mișcarea relativă o curbă (m) dată sub forma parametrică:

$$(m): \begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t). \end{cases} \quad (3.23)$$

în sistemul de coordonate fix x, y . De asemenea este cunoscută curba profil circulară (c) în sistemul de coordonate mobil u, v :

$$(c) : \begin{cases} u = R \cdot \cos \tau, \\ v = R \cdot (1 + \sin \tau). \end{cases} \quad (3.24)$$

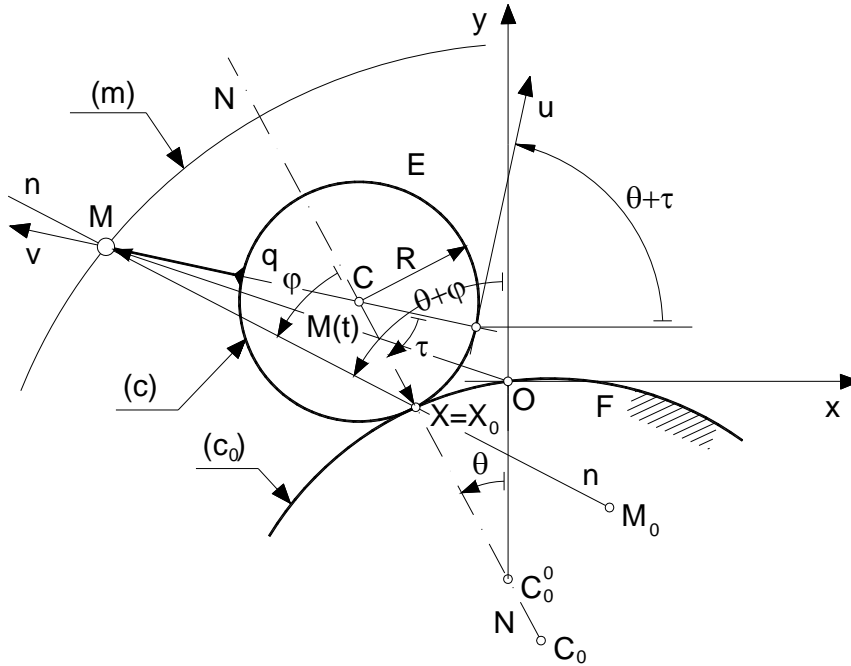


Fig.3.3. Sinteza cuplei cinematice de rostogolire de tip centroidal în planul complex

Sinteza cuplei cinematice de rostogolire constă în determinarea coordonatelor centroidei fixe $X_0(x_0, y_0)$ în sistemul de coordonate fix x, y ca înfășurătoarea unui fascicol de cercuri de rază R .

Analog cazului general, în poziția inițială se vor considera sistemele de coordonate xoy și uov suprapuse (conform fig. 3.2).

Vectorul $M(t)$ care descrie curba de ruletă (m) se poate scrie în numere complexe sub forma:

$$M(t) = x(t) + i \cdot y(t). \quad (3.25)$$

Unghiul dintre normala la (c_0) într-o poziție oarecare și poziția inițială se determină cu relația:

$$\theta(t) = \arctan\left(-\frac{x'_0(t)}{y'_0(t)}\right), \quad (3.26)$$

iar normalele în cele două poziții formează între ele un unghiul τ , care se determină din condiția rostogolirii pure (3.4), astfel:

$$\tau \cdot R = \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt, \quad (3.27)$$

de unde:

$$\tau = \frac{1}{R_0} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt, \quad (3.27')$$

Vectorul C , care descrie traiectoria centrului profilului circular al centroidei mobile (c), este dat în numere complexe sub forma:

$$C(t) = M(t) - i \cdot q \cdot e^{i(\theta(t) + \tau(t))}, \quad (3.28)$$

În sistemul de coordonate fix profilul centroidei fixe (c_0) este echidistant față de traiectoria descrisă de centrului profilului circular. Coordonatele centroidei fixe se vor determina din relația:

$$X_0(t) = C(t) - i \cdot R \cdot \frac{C'(t)}{|C'(t)|}. \quad (3.29)$$

unde:

$$C'(t) = M'(t) - i \cdot q \left(\frac{x'_0(t) \cdot y''_0(t) - x''_0(t) \cdot y'_0(t) + \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} + \frac{\sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{R} \right) e^{i \left(\arctan \frac{x'_0(t)}{y'_0(t)} + \frac{1}{R} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt \right)}, \quad (3.30)$$

Înlocuind relația (3.30) în (3.29) se va obține un sistem de ecuații integro-diferențial de forma:

$$\begin{aligned} x_0(t) = & x(t) + q \cdot \sin \left(\arctan \frac{x'_0(t)}{y'_0(t)} + \frac{1}{R} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt \right) + \\ & y'(t) - q \cdot \left(\frac{x'_0(t) \cdot y''_0(t) - x''_0(t) \cdot y'_0(t) + \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} + \frac{\sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{R} \right) \cdot \\ & \cos \left(\arctan \frac{x'_0(t)}{y'_0(t)} + \frac{1}{R} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt \right) \\ + R & \sqrt{ \left(x'(t) + q \cdot \left(\frac{x'_0(t) \cdot y''_0(t) - x''_0(t) \cdot y'_0(t) + \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} + \frac{\sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{R} \right) \right)^2 + \\ & \left(\sin \left(\arctan \frac{x'_0(t)}{y'_0(t)} + \frac{1}{R} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt \right) \right)^2 + \\ & \left(y'(t) - q \cdot \left(\frac{x'_0(t) \cdot y''_0(t) - x''_0(t) \cdot y'_0(t) + \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} + \frac{\sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{R} \right) \right)^2 + \\ & \left(\cos \left(\arctan \frac{x'_0(t)}{y'_0(t)} + \frac{1}{R} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt \right) \right)^2 } \end{aligned}, \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}
y_0(t) = & y(t) - q \cdot \cos\left(\arctan \frac{x'_0(t)}{y'_0(t)} + \frac{1}{R_0} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt\right) + \\
& x'(t) + q \cdot \left(\frac{x'_0(t) \cdot y''_0(t) - x''_0(t) \cdot y'_0(t) + \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} + \frac{\sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{R} \right) \cdot \\
& \cdot \sin\left(\arctan \frac{x'_0(t)}{y'_0(t)} + \frac{1}{R_0} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt\right) \\
+ R & \sqrt{\left(x'(t) + q \cdot \left(\frac{x'_0(t) \cdot y''_0(t) - x''_0(t) \cdot y'_0(t) + \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} + \frac{\sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{R} \right) \right)^2 + \\
& \left(\sin\left(\arctan \frac{x'_0(t)}{y'_0(t)} + \frac{1}{R_0} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt\right) \right)^2} + \\
& \sqrt{\left(y'(t) - q \cdot \left(\frac{x'_0(t) \cdot y''_0(t) - x''_0(t) \cdot y'_0(t) + \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} + \frac{\sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2}}{R} \right) \right)^2 + \\
& \left(\cos\left(\arctan \frac{x'_0(t)}{y'_0(t)} + \frac{1}{R_0} \int_0^t \sqrt{x'_0(t)^2 + y'_0(t)^2} dt\right) \right)^2}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Coordonatele centroidei fixe se vor determina în urma rezolvării sistemului de ecuații integro-diferențială cu derivate parțiale ale curbei profil (c_0) – baza (3.31), când rostogolitoarea este un cerc. Soluționarea ecuației (3.31), analog cu (3.22) nu este posibilă prin integrarea prin cuadraturi, soluția urmând să se obțină prin metoda creșterilor finite.

3.1.2 Curbe profil rectilinii

Un alt caz particular al cuplelor cinematice de tip centroidal îl constituie cel la care una dintre curbele profil este o dreaptă. Acest caz corespunde atât cazului cuplelor cinematice de rostogolire cât și cazului cuplelor de înfășurare. Dacă se admite ca rostogolitoarea să fie o dreaptă, atunci curba descrisă de un punct al acestuia reprezintă o evolventă generală a curbei bază – centroida fixă și invers baza va fi evoluta curbei de ruletă.

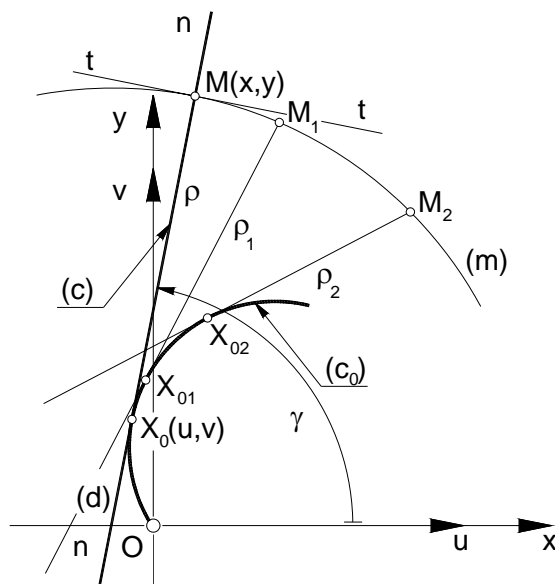


Fig.3.4 Sinteza cuplei cinematice de tip centroidal – cazul curbei profil rectilinii

Pentru a obține soluții realizabile din punct de vedere practic, curba de ruletă trebuie să aibă aceeași concavitate în intervalul considerat.

Fie (c_0) baza – centroida fixă și (m) o evolventă – curba de ruletă a acesteia trasată de punctul M al dreptei (d) (v. Fig 3.4). Normala la curba (m) este tangentă la curba (c_0) , adică aceasta apare ca înfășurătoarea normalelor curbei (m) .

Se admite ca variabilă independentă arcul $s = OX_0$ al curbei (c_0) față de o origine arbitrară O situată pe aceasta. Între coordonatele punctelor M și X_0 există relațiile:

$$\begin{aligned} x &= u + \rho \cdot \cos \gamma \\ y &= v + \rho \cdot \sin \gamma \end{aligned} \quad (3.32)$$

în care:

$\rho = X_0M$ este raza de curbură a curbei (m) în momentul considerat.

γ - unghiul dreptei (d) cu axa Ox .

Ținând seama de faptul că:

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \frac{dx}{ds} = u' \\ \sin \gamma &= \frac{dy}{ds} = v' \end{aligned} \quad (3.24)$$

relațiile (3.23) devin:

$$\begin{aligned} x &= u + \rho \cdot u' \\ y &= v + \rho \cdot v' \end{aligned} \quad (3.25)$$

Coefficienții unghiulari ai direcțiilor tangentelor la curbele (m) și (c_0) sunt respectiv egali cu:

$$K = \frac{dy}{dx} = \frac{y'}{x'} \quad (3.26)$$

și

$$k = \frac{dv}{du} = \frac{v'}{u'} \quad (3.27)$$

Din condiția de perpendicularitate a acestor tangente

$$K \cdot k = -1 \quad (3.28)$$

rezultă:

$$y' \cdot v' + x' \cdot u' = 0 \quad (3.29)$$

Prin derivarea relațiilor (3.25), în raport cu elementul de arc al curbei (c_0), se obține:

$$\begin{aligned} x' &= u' \cdot (1 + \rho') + \rho \cdot u'' \\ y' &= v' \cdot (1 + \rho') + \rho \cdot v'' \end{aligned} \quad (3.30)$$

cu ajutorul căreia ecuația (3.29) se poate scrie sub forma:

$$(u'^2 + v'^2)(1 + \rho') + \rho \cdot (u' \cdot u'' + v' \cdot v'') = 0 \quad (3.31)$$

Primul factor al primului termen este egal cu unitatea deoarece:

$$u'^2 + v'^2 = \left(\frac{du}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dv}{ds}\right)^2 = \frac{du^2 + dv^2}{ds^2} = 1 \quad (3.32)$$

Prin derivarea acestei expresii rezultă:

$$u' \cdot u'' + v' \cdot v'' = 0 \quad (3.33)$$

Cu valorile date de (3.32) și (3.33), ecuația diferențială (3.31) devine:

$$1 + \frac{d\rho}{ds} = 0 \quad (3.34)$$

prin integrarea căreia între pozițiile oarecare 1 și 2 se obține:

$$s_2 - s_1 = \rho_2 - \rho_1 \quad (3.35)$$

adică variația arcului pe curbă (c_0) Δs_{12} este egală cu variația razei de curbură a evolventei acesteia $\Delta \rho_{12}$ și deci dreapta d se rostogolește fără alunecare peste curba (c_0) obținută ca înfășurătoare a normalelor curbei (m).

În aceste condiții, ecuația centroidei fixe – evoluta curbei date (m) – poate fi dedusă după cum urmează:

a) Dacă curba (m) este dată parametric sub forma:

$$\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \end{aligned} \quad (3.36)$$

Notând cu u și v coordonatele unui punct al normalei, ecuația acesteia va fi:

$$(u - x) \cdot x' + (v - y) \cdot y' = 0, \quad (3.37)$$

care reprezintă o familie de drepte depinzând de parametrul t . Prin derivarea în raport cu t a ecuației (3.37) se obține:

$$(u - x) \cdot x'' + (v - y) \cdot y'' - (x'^2 + y'^2) = 0. \quad (3.38)$$

Explicitând pe u și v din (3.37) și (3.38) se obțin ecuațiile parametrice ale evolutei curbei date (3.36), sub forma:

$$\begin{aligned} u &= x - y' \frac{(x'^2 + y'^2)}{x' \cdot y'' - x'' \cdot y'} \\ v &= y + x' \frac{(x'^2 + y'^2)}{x' \cdot y'' - x'' \cdot y'} \end{aligned} \quad (3.39)$$

care reprezintă tocmai coordonatele centrului de curbură al curbei date (m).

Eliminând parametrul t din ecuațiile (3.39) se poate obține ecuația centroidei fixe (evoluta) sub formă explicită.

b) Dacă curba (m) este dată explicit prin ecuația:

$$y = F(x) \quad (3.40)$$

În acest caz se admite ca parametru argumentul x astfel că ecuația (3.40) se va exprima parametric prin:

$$\begin{aligned} y &= y(x) \\ x &= x \end{aligned} \quad (3.41)$$

având evident $x' = 1$ și $x'' = 0$, cu care ecuațiile (3.39) devin:

$$\begin{aligned}
 u &= x - \frac{y'(1+y'^2)}{y''} \\
 v &= y + \frac{1+y'^2}{y''}
 \end{aligned}
 \tag{3.42}$$

acestea fiind ecuațiile parametrice (în x) ale evolutei curbei date. Și în acest caz, prin eliminarea parametrului x se poate obține ecuația explicită a curbei căutate (C_0).

c) Dacă traiectoria punctului M din mecanism trebuie să treacă printr-un număr de $(n+1)$ puncte date prin coordonatele lor $M_j(x_j, y_j)$, $j=0,1,2,\dots,n$ atunci curba (m) poate fi reprezentată printr-o funcție polinomială de gradul n , funcție ce poate fi găsită printr-o interpolare. Aplicând metoda de interpolare Lagrange, funcția polinomială se scrie sub forma:

$$\begin{aligned}
 y &= y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\dots(x_0-x_n)} + \\
 &+ y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\dots(x_1-x_n)} + \\
 &+ \dots + \\
 &+ y_i \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_0-x_n)} + \\
 &+ \dots + \\
 &+ y_n \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\dots(x_n-x_{n-1})}
 \end{aligned}
 \tag{3.43}$$

Cu ecuația curbei astfel stabilită, ecuația evolutei se determină apoi ca la punctul b , fiind vorba de o funcție explicită. Curba dată și evoluta sa sunt în general de aceeași natură, adică curbele algebrice au ca evolute tot curbe algebrice, iar evolutele curbelor transcendente se exprimă tot sub forma unor ecuații transcendente.

Sinteza cuplelor cinematice de rostogolire care utilizează o curbă profil dreaptă și a cuplelor cinematice de înfășurare poate fi descrisă și în numere complexe. Acest mod de abordare a fost dezvoltat de Lovasz în lucrarea sa [L3]. În fapt, cuplele de înfășurare reprezintă un caz particular al cuplelor de rostogolire, când centroida mobilă este tangentă continuu la centroida fixă.

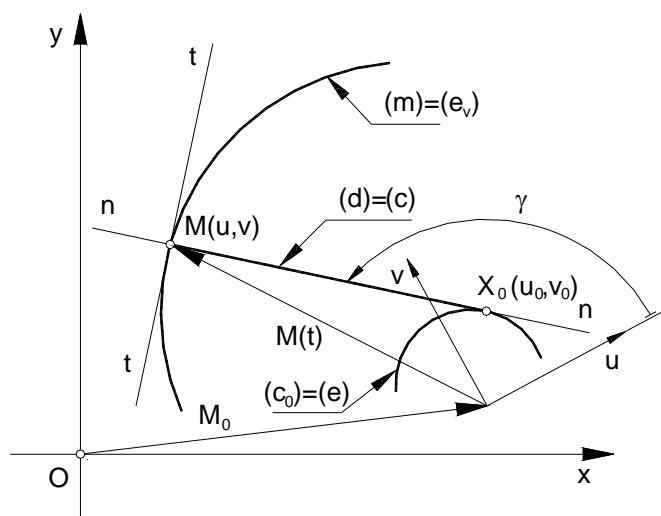


Fig. 3.5 Sinteză cuplurilor cinematice de tip centroidal cu curbe profil rectilinii în planul complex

Pentru simplificarea algoritmului de calcul se vor alege două sisteme de coordonate. Sistemul de coordonate x, y va fi considerat un sistem de coordonate fix (legat de elementul fix) și un sistem de coordonate mobil u, v solidar cu elementul profilat de determinat. Punctul M al curbei profil rectilinii $(d) -$ centroida mobilă (c) descrie în mișcarea inversă curba de ruletă (m) , care reprezintă evolventa generalizată (e_v) a elementului profilat - centroidă fixă (c_0) (care urmează a fi determinat) în sistemul de coordonate propriu u, v . Curba profil rectilinie sau elementul flexibil (în cazul cuplurilor de înfășurare) va fi în totdeauna normal la curba de ruletă (evolventa) și tangent la elementul profilat - centroidă fixă (elementul profilat va reprezenta evolventa (e)).

Prima problemă de bază a sintezei dimensionale constă în determinarea evolventei (e) ca centroidă fixă în sistemul de coordonate mobil u, v ca înfășurătoarea unui fascicul de drepte normale la evolventa (e_v) .

Coordonatele curbei de ruletă $M(u, v)$ se vor determina în urma impunerii mișcării inverse (fig. 3.5).

Vectorul $M(t)$ care descrie evolventa (e_v) se poate scrie în numere complexe sub forma:

$$M(t) = u(t) + i \cdot v(t). \quad (3.44)$$

Panta normalei $n-n$ într-un punct oarecare M aparținând evolventei (e_v) este dată după [L9] prin relația:

$$e^{i\gamma} = -i \cdot \frac{M'(t)}{\sqrt{(M'(t), M'(t))}}. \quad (3.45)$$

Coordonatele evolutei (elementul profilat) se vor obține din următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} [X_0 - M(t), e^{i\gamma}] = 0 \\ [-M'(t), e^{i\gamma}] + [X_0 - M(t), (e^{i\gamma})'] = 0, \end{cases} \quad (3.46)$$

în care

$$X_0 = u_0 + i \cdot v_0 \quad (3.47)$$

și u_0, v_0 sunt coordonatele evolutei (e).

Înlocuind (3.45) în (3.46) și transformând produsul extern în produs intern după regula numerelor complexe (v. Anexa 1) se va putea scrie sistemul de ecuații (3.46) în următoarea formă:

$$\begin{cases} (M(t) - X_0, M'(t)) = 0 \\ (M'(t), M'(t)) + (M(t) - X_0, M''(t)) = 0. \end{cases} \quad (3.48)$$

După înlocuirea relației (3.44) și (3.47) în sistemul de ecuații (3.48) și calcularea produselor interne, sistemul de ecuații (3.48) devine

$$\begin{cases} a_1(t) \cdot u_0 + b_1(t) \cdot v_0 - c_1(t) = 0 \\ a_2(t) \cdot u_0 + b_2(t) \cdot v_0 - c_2(t) = 0' \end{cases} \quad (3.49)$$

unde coeficienții celor două ecuații (3.49) sunt:

$$\begin{aligned} a_1(t) &= u'(t), & b_1(t) &= v'(t), \\ c_1(t) &= u'(t) \cdot u(t) + v'(t) \cdot v(t), \\ a_2(t) &= u''(t), & b_2(t) &= v''(t), \\ c_2(t) &= u'^2(t) + u''(t) \cdot u(t) + v''(t) \cdot v(t) + v'^2(t). \end{aligned} \quad (3.50)$$

Coeficienții (3.50) depind de structura mecanismului cu bare rulante sau cu element flexibil.

Prin rezolvarea sistemului de ecuații lineare (3.49) se vor obține coordonatele elementului profilat (evoluta (e)):

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{b_1(t) \cdot c_2(t) - b_2(t) \cdot c_1(t)}{b_1(t) \cdot a_2(t) - b_2(t) \cdot a_1(t)}, \\ v_0 &= \frac{a_1(t) \cdot c_2(t) - a_2(t) \cdot c_1(t)}{a_1(t) \cdot b_2(t) - a_2(t) \cdot b_1(t)}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Cea de-a doua problemă a sintezei dimensionale o reprezintă determinarea lungimii curente a elementului profilat rectiliniu respectiv a elementului flexibil în

același sistem de coordonate mobil u, v . Lungimea curentă a elementului flexibil reprezintă tocmai raza de curbură a curbei de ruletă respectiv a evolventei (e_v). Raza de curbură $l(t)$ se poate determina de îndată cu relația specifică:

$$l(t) = \frac{(M'(t), M''(t))^{3/2}}{[M'(t), M''(t)]} = \frac{((u'^2(t) + v'^2(t))^{3/2})}{u'(t) \cdot v''(t) - u''(t) \cdot v'(t)} \quad (3.52)$$

sau ca și corelația geometrică dintre punctele $M(t)$ și X_0 cunoscute cu relația:

$$l(t) = \sqrt{(M(t) - X_0, M(t) - X_0)} \quad (3.53)$$

Lungimea totală (maximă) a elementului flexibil este dată de suma dintre lungimea curentă (3.52) și lungimea înfășurată a elementului flexibil.

3.2 Metode numerice de sinteză a cuplelor de tip centroidal

3.2.1 Sinteza cuplelor cinematice de rostogolire cu curbe profil circulare prin metoda creșterilor finite

Fie (m) curba de ruletă dată sub forma $y = F(x)$ și M_j ($j=1,2,\dots,n$) un număr de puncte pe curba dată (v. Fig.3.6). Cunoscându-se centroida mobilă (c) – un cerc de rază R – în poziția inițială admisă astfel ca axa Oy a sistemului de coordonată să coincidă cu direcția normalei la curba de ruletă (m) în primul punct ales de pe acesta M_1 , se poate determina centrul de curbură al centroidei fixe (c_0) cu ajutorul ecuației Euler-Savary (3.18) în care:

$$\begin{aligned} r_1 &= R + q = X_1 M_1 \\ \varphi_1 &= 0 \end{aligned} \quad (3.54)$$

rezultând:

$$R_1^0 = \frac{R \cdot (R + q) \cdot (\rho - R - q)}{(R + q)^2 - \rho \cdot q} \quad (3.55)$$

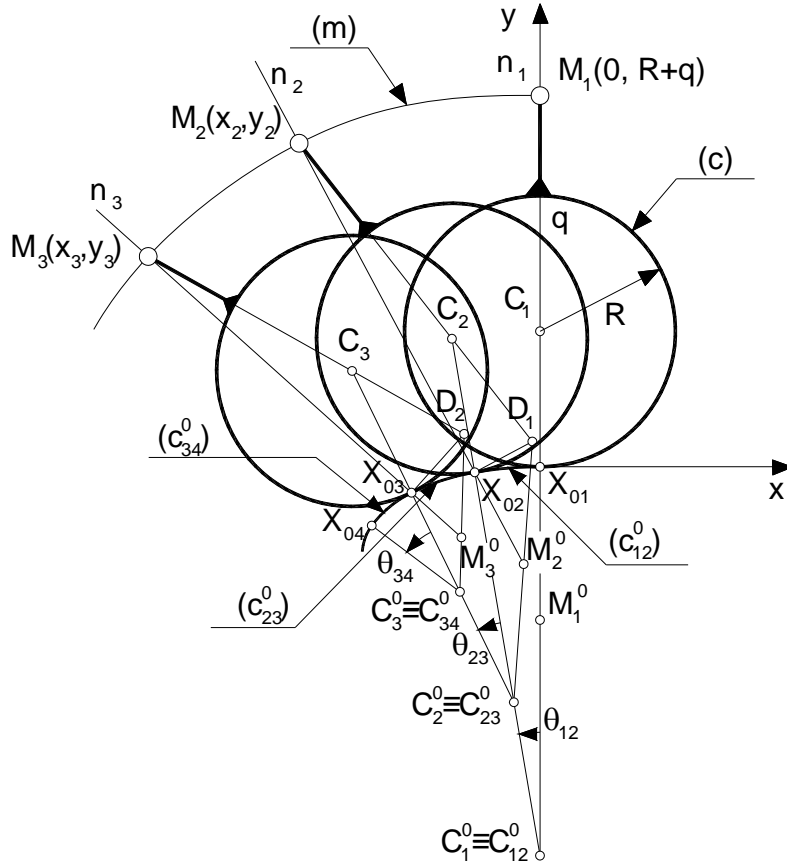


Fig.3.6. Construcția centroidei fixe prin metoda creșterilor finite
Raza de curbură a curbei date în punctul $M_1(0, R + q)$ se obține cu relația:

$$\rho_1 = \frac{(1 + F'(0))^{3/2}}{F''(0)} = \frac{1}{F''(0)} \quad (3.56)$$

Curba (c_0) se aproximează în vecinătatea punctului $X_{01}(0,0)$ cu cercul său de curbură, astfel că trecerea din poziția 1 și 2 a planului mobil se va face prin rostogolirea cercului de rază R peste cercul de bază de rază $R_{12}^0 = R_1^0$, până la contactul acestora în punctul X_{02} . Acest punct se obține la intersecția cercului de rază R_1^0 și cu centrul în punctul $C_1^0(0, R_1^0)$, cu normala la curba de ruletă (m) dusă în cel de al doilea punct admis M_2 . Cu începere din punctul X_{02} curba (c_0) se va aproxima cu cercul de curbură al centroidei fixe determinat în această poziție, având raza $R_2^0 = R_{23}^0$ și centrul în punctul $C_2^0 = C_{23}^0$ de pe dreapta $X_{02}C_1^0$.

În continuare se procedează la fel, curba (c_0) aproximându-se cu arce de cerc din aproape în aproape. Este evident că în acest caz curba dată se aproximează cu

arce de trohoide, acestea intersectându-se în punctele M_j ($j=1,2,\dots,n$) cu curba dată (m). Aproximarea curbei de ruletă date (m) va fi cu atât mai exactă cu cât punctele M_j se admit mai aproape unul de altul, numărul acestora putând fi oricât de mare.

Curba (c_0) se poate trasa și prin centrele instantanee de rotație, care reprezintă punctele de tangență a două cercuri de curbură consecutive. Centrele de curbură ale centroidei fixe $C_j^0 = C_{j,j+1}^0$ ($j=1,2,\dots,n-1$) se pot obține pe cale grafică sau analitică cu ajutorul construcției Savary, după cum urmează:

1. Se determină coordonatele centrelor de curbură ale curbei (m), în punctele considerate ale acesteia $M_j(x_j, y_j)$:

$$\begin{aligned} x_{M_j}^0 &= x_j - \frac{F'(x_j) \cdot [1 + F'(x_j)^2]}{F''(x_j)} \\ y_{M_j}^0 &= y_j + \frac{1 + F'(x_j)^2}{F''(x_j)} \end{aligned} \quad (3.57)$$

2. Se determină punctul X_{0j} de pe centroida fixă la intersecția dintre normala la curba de ruletă (m) într-un punct al acesteia $M_j(x_j, y_j)$ de ecuație:

$$(n_j): \quad x + F'(x_j) \cdot y - [F'(x_j)y_j + x_j] = 0 \quad (3.58)$$

și cercul de ecuație:

$$(c_{j,j+1}^0): \quad (x - x_{C_j^0})^2 + (y - y_{C_j^0})^2 = (R_j^0)^2. \quad (3.59)$$

Rezultă două puncte de intersecție, având coordonatele:

$$\begin{aligned} (x_{X_{0,j+1}})_{1,2} &= a_{j+1} - b_{j+1}(y_{X_{0,j+1}})_{1,2} \\ (y_{X_{0,j+1}})_{1,2} &= \frac{1}{1 + b_{j+1}^2} \left\{ a_{j+1} \cdot b_{j+1} - b_{j+1}x_{C_j^0} + y_{C_j^0} \pm \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{(a_{j+1} \cdot b_{j+1} - b_{j+1}x_{C_j^0} + y_{C_j^0})^2 - (a_{j+1}^2 - 2a_{j+1}x_{C_j^0} + d_j)(1 + b_{j+1}^2)} \right\} \end{aligned} \quad (3.60)$$

unde:

$$\begin{aligned} a_{j+1} &= F'(x_{j+1})y_{j+1} + x_{j+1} \\ b_{j+1} &= F'(x_{j+1}) \\ d_j &= 2(x_{X_{0,j}}x_{C_j^0} + y_{X_{0,j}}y_{C_j^0}) - (x_{X_{0,j}}^2 + x_{X_{0,j}}^2) \end{aligned} \quad (3.61)$$

Dintre cele două soluții se va alege soluția care respectă relația:

$$\left| y_{X_{0,j+1}} \right| = \min \left[\left| (y_{X_{0,j+1}} - y_{X_{0,j}})_1 \right|, \left| (y_{X_{0,j+1}} - y_{X_{0,j}})_2 \right| \right] \quad (3.62)$$

3. Se determină coordonatele centrului cercului centoidel mobile (C) cu relația:

$$\begin{aligned} x_{C_{j+1}} &= x_{C_j^0} + (x_{C_j} - x_{C_j^0}) \cos \theta_{j,j+1} - (y_{C_j} - y_{C_j^0}) \sin \theta_{j,j+1} \\ y_{C_{j+1}} &= y_{C_j^0} + (x_{C_j} - x_{C_j^0}) \sin \theta_{j,j+1} + (y_{C_j} - y_{C_j^0}) \cos \theta_{j,j+1} \end{aligned} \quad (3.63)$$

unde $\theta_{j,j+1}$ reprezintă unghiul dintre două normale consecutive la centroida fixă, fiind dată de relația:

$$\theta_{j,j+1} = \arctan \frac{(x_{X_{0,j}} - x_{C_{j-1}^0})(y_{X_{0,j+1}} - y_{C_j^0}) - (y_{X_{0,j}} - y_{C_{j-1}^0})(x_{X_{0,j+1}} - x_{C_j^0})}{(x_{X_{0,j}} - x_{C_{j-1}^0})(x_{X_{0,j+1}} - x_{C_j^0}) + (y_{X_{0,j}} - y_{C_{j-1}^0})(y_{X_{0,j+1}} - y_{C_j^0})} \quad (3.64)$$

4. Se construiește dreapta paralelă cu tangenta la curba de ruletă prin punctul $X_{0,j+1}$, care intersectează linia care unește punctele M_{j+1} și C_{j+1} în punctul D_{j+1} de coordonate:

$$\begin{aligned} x_{D_{j+1}} &= \frac{(x_{j+1} - x_{C_{j+1}})[y_{X_{0,j+1}} - x_{X_{0,j+1}} \cdot F'(x_{j+1})] + y_{j+1}x_{C_{j+1}} - y_{C_{j+1}}x_{j+1}}{(y_{j+1} - y_{C_{j+1}}) - (x_{j+1} - x_{C_{j+1}}) \cdot F'(x_{j+1})} \\ y_{D_{j+1}} &= \frac{(y_{j+1} - y_{C_{j+1}})[y_{X_{0,j+1}} - x_{X_{0,j+1}} \cdot F'(x_{j+1})] + (y_{j+1}x_{C_{j+1}} - y_{C_{j+1}}x_{j+1}) \cdot F'(x_{j+1})}{(y_{j+1} - y_{C_{j+1}}) - (x_{j+1} - x_{C_{j+1}}) \cdot F'(x_{j+1})} \end{aligned} \quad (3.65)$$

5. Se construiește noul centru de curbură C_{j+1}^0 la intersecția dintre liniile $C_j^0 X_{0,j+1}$ și $D_{j+1} M_{j+1}^0$. Coordonatele centrului de curbură în poziția $j+1$ cu care se aproximează centroida fixă la trecerea din poziția $j+1$ în poziția $j+2$ sunt:

$$\begin{aligned} x_{C_{j+1}^0} &= \frac{(x_{D_{j+1}} - x_{M_{j+1}^0}) \cdot (x_{X_{0,j}} y_{C_j^0} - y_{X_{0,j}} x_{C_j^0}) + (x_{X_{0,j+1}} - x_{C_j^0}) \cdot (y_{D_{j+1}} y_{M_{j+1}^0} - x_{D_{j+1}} y_{M_{j+1}^0})}{(y_{D_{j+1}} - y_{M_{j+1}^0}) \cdot (x_{X_{0,j+1}} - x_{C_j^0}) + (x_{M_{j+1}^0} - x_{D_{j+1}}) \cdot (y_{X_{0,j+1}} - y_{C_j^0})} \\ y_{C_{j+1}^0} &= \frac{(y_{D_{j+1}} - y_{M_{j+1}^0}) \cdot (x_{X_{0,j}} y_{C_j^0} - y_{X_{0,j}} x_{C_j^0}) + (y_{X_{0,j+1}} - y_{C_j^0}) \cdot (y_{D_{j+1}} y_{M_{j+1}^0} - x_{D_{j+1}} y_{M_{j+1}^0})}{(y_{D_{j+1}} - y_{M_{j+1}^0}) \cdot (x_{X_{0,j+1}} - x_{C_j^0}) + (x_{M_{j+1}^0} - x_{D_{j+1}}) \cdot (y_{X_{0,j+1}} - y_{C_j^0})} \end{aligned} \quad (3.66)$$

3.2.2 Prezentarea programului care realizează sinteza cuplelor cinematice de rostogolire cu curbe profil circulare prin metoda creșterilor finite

Pentru a demonstra corectitudinea algoritmului s-a realizat un program de calculator care simulează o cuplă de rostogolire. Acest program a fost realizat în limbajul Microsoft Visual Basic 6.0. În acest sens s-a ales ca metodă de verificare rezolvarea problemei lui Cardano. Aceasta presupune că dacă un cerc de raza R , considerat elementul mobil, se rostogolește în interiorul unui cerc de raza $2R$, considerat elementul fix, atunci curba generată de un punct de pe elementul mobil este o dreaptă, Fig.3,7. În cazul în care nu se respecta proporțiile pentru cele două cercuri, curba rezultată este o curbă de tip hipocicloida. Dacă se notează cu a raza cercului fix și cu b raza cercului mobil, atunci se obțin curbele din Fig.3,8, anume dreapta, deltoida, astroida și hipocicloida cu cinci vârfuri, etc.

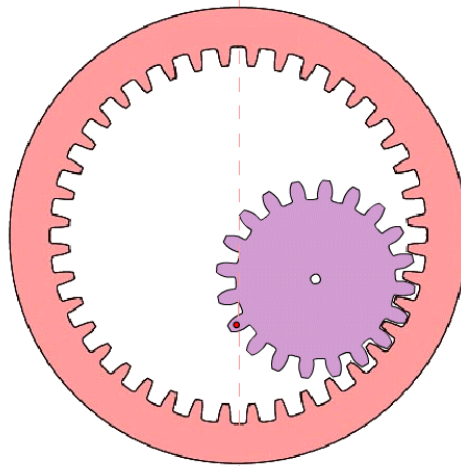


Fig.3.7. Angrenaj tip Cardano pentru conducerea unui punct pe o linie dreaptă

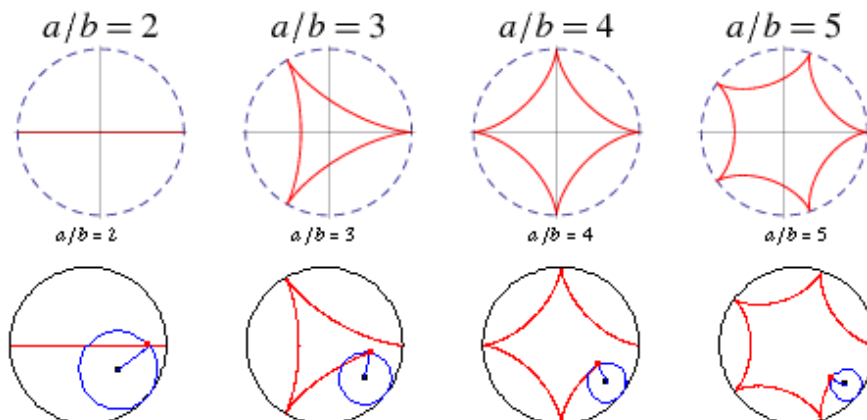


Fig.3.8. Tipuri de hipocicloida

Programul funcționează după algoritmul prezentat la Cap.3.2.1. Se presupune cunoscute ecuația curbei de ruletă (m) în un număr de puncte M_j ($j=1..n$) și ecuația centroidei mobile, un cerc de rază cunoscută. Se dorește determinarea centroidei fixe c_0 . Acest lucru este realizat prin metoda creșterilor finite. Programul are ca element de bază o interfață între calculator și utilizator.

Interfața permite introducerea mai multor parametri:

- raza centroidei mobile – R
- distanța punctului trasor față de centrul centroidei mobile – q (dacă $q=R$ atunci punctul se află pe cerc)
- numărul de puncte în care se va face calculul - k
- factorul de scară care ține de reprezentarea corectă în interfață
- se poate alege curba de ruletă
- se poate alege domeniul baleat
- se poate muta originea sistemului de coordonate
- se poate vizualiza lista de date calculate de către program
- se pot face mai multe reprezentări, cu diverși parametri modifi cați, ecranul curățându-se la comandă

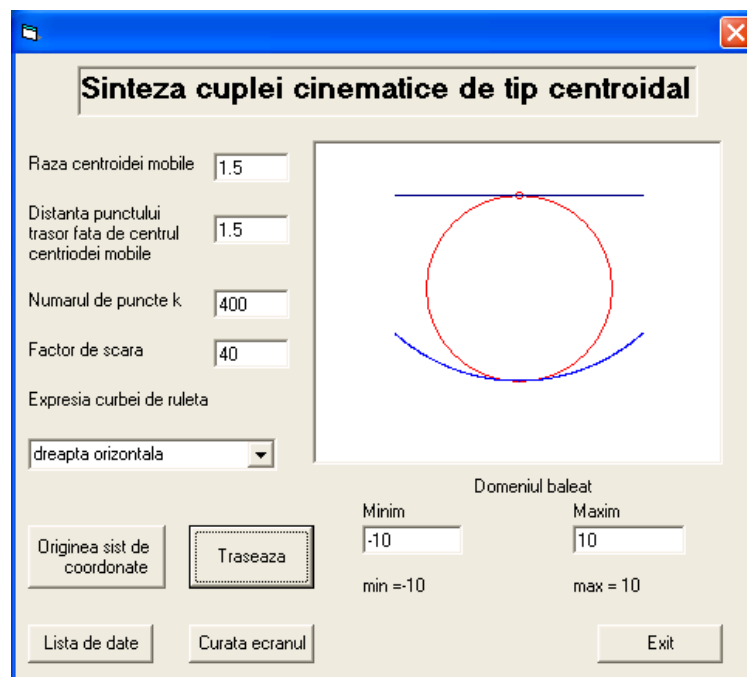


Fig 3.9 Panoul frontal al interfeței grafice

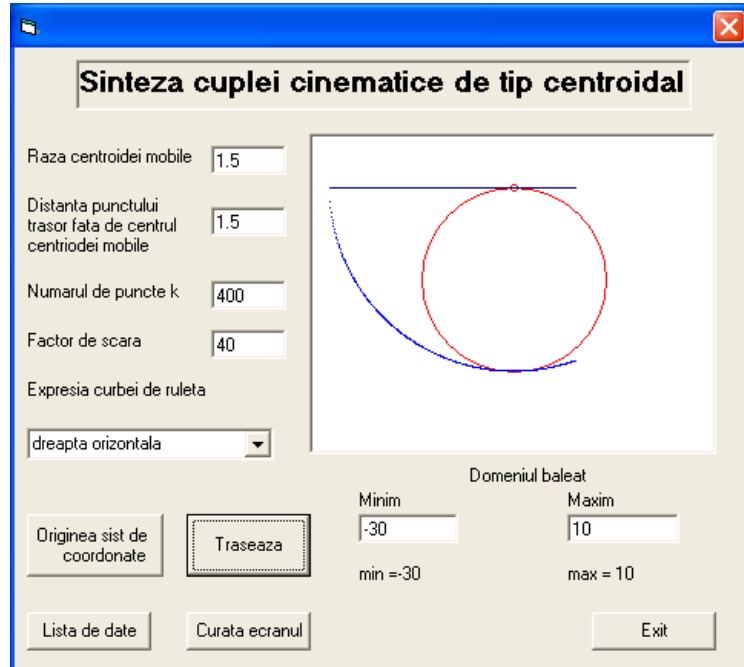


Fig 3.10 Panoul frontal al interfeței grafice cu domeniu mărit

În Fig 3.10 s-a mărit domeniul pe care se face reprezentarea, punctul trasor fiind pe cerc. S-a ales un domeniu între -30 și 10 pentru reprezentare.

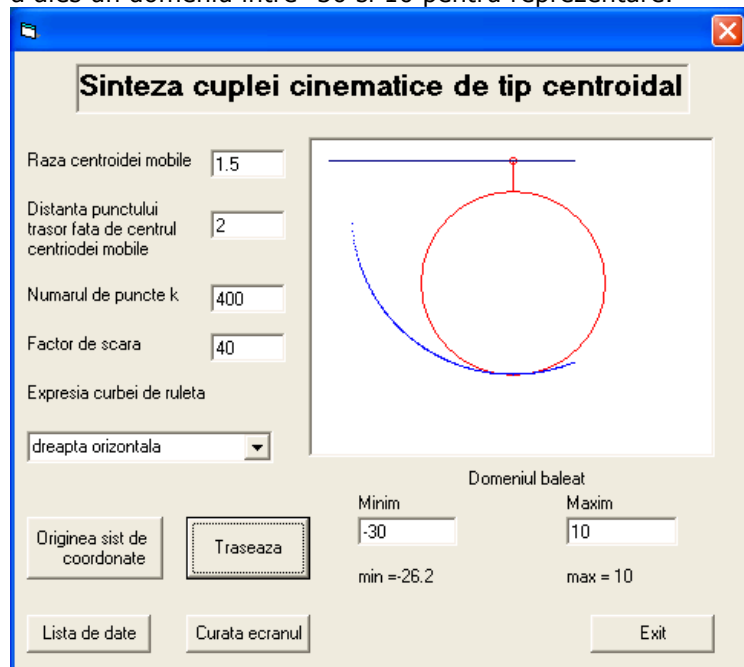


Fig 3.11 Cupla centroidala cu punct trasor excentric

Se observă că problema este rezolvată și în cazul în care se alege punctul trasor în exteriorul centroidei mobile, centroidă fixă nemaifiind un cerc.

În urma realizării acestui program s-a demonstrat că algoritmul de generare al centroidei este corect și că se poate aplica și în alte cazuri.

Un alt exemplu care folosește algoritmul de la capitolul 3.2.1 și care dovedește corectitudinea acestuia se exemplifică și pentru cazul când curba de reprodus (m) este o parabolă. Astfel, fiind date centroidă mobilă (c), un cerc de rază R și un punct trasor M aflat pe centroidă mobilă la distanța q de centru, și curba de reprodus (m) de către punctul trasor, se caută profilul centroidei fixe (c_0).

Există unele constrângeri impuse de algoritmul de obținere al centroidei fixe, anume, în poziția inițială axa Oy a sistemului de coordonate trebuie să coincidă cu direcția normalei la curba de ruletă (m) în primul punct ales de pe acesta M_1 iar originea sistemului de coordonate xOy să fie pe centroidă mobilă și să coincidă cu primul punct al centroidei fixe.

Luând în considerare aceste restrângeri se definește curba de ruletă de tip parabolă astfel:

Ecuția generală a unei parabole:

$$y = ax^2 + bx + c \quad (3.67)$$

Din condițiile impuse dacă

$$x = 0 \Rightarrow y = R + q \Rightarrow c = R + q \quad (3.68)$$

De asemenea, având în vedere că Oy trebuie să fie confundată cu normala în primul punct ($x=0$),

$$y' = 2ax + b = 0 \quad (3.69)$$

$$\text{dar } x = 0 \Rightarrow b = 0 \quad (3.70)$$

În concluzie parabola va avea următoarea formă:

$$y = ax^2 + (R + q) \quad (3.71)$$

În funcție de parametrul "a" se determină forma parabolei. Acesta stabilește orientarea cât și deschiderea parabolei. Dacă parametrul a este negativ atunci parabola are vârful orientat în sus și brațele orientate în jos, iar dacă a este pozitiv, situația se schimbă, vârful fiind orientat în jos și brațele orientate în sus.

În altă ordine de idei, cu cât parametrul a scade, cu atât brațele parabolei sunt mai depărtate. Dacă acest parametru devine 0 atunci se obține o dreaptă, brațele fiind infinit depărtate.

Se determină coordonatele unor puncte echidistante pe parabolă. Acest lucru se face intersectând parabola cu cercuri de rază constantă dar care își schimbă centrul dintr-un punct în următorul.

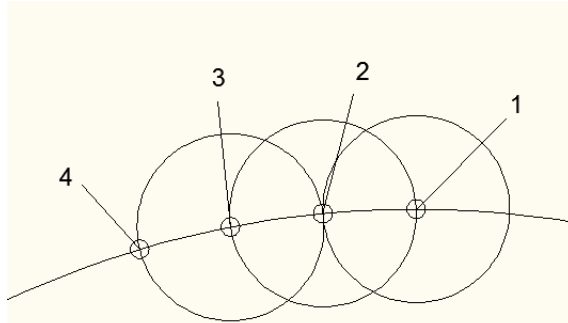


Fig 3.12 Obținerea de puncte echidistante pe o curbă

Pentru a determina coordonatele punctelor pe parabolă este necesar să se rezolve următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} y = ax^2 + (R + q) \\ (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \end{cases} \quad (3.72)$$

cu x_0, y_0 reprezentând coordonatele centrului cercului de împărțire al parabolei iar r fiind raza aceluiași cerc.

Acest sistem de ecuații poate fi rezolvat de calculator folosind metode numerice. Ecuația pentru care trebuie găsită soluție este următoarea:

$$a^2 x^4 + x^2(2ac - 2y_0 a + 1) - 2xx_0 + c^2 - 2y_0 c + y_0^2 + x_0^2 - r^2 = 0 \quad (3.73)$$

unde $c = R + q$

În programul din Anexa2, pentru rezolvarea acestei ecuații se folosește funcția f1 și rezultă coordonatele punctelor de pe parabolă $M_i(x_{M_i}, y_{M_i})$

În mod analog se notează cu f2 funcția de rezolvare a sistemului format pentru determinarea punctului de intersecție între cercul centru $C_i^0(0, R_i^0)$ și rază R_i^0 cu normala în punctul curent de pe parabolă.

Panta normalei:

$$n = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{2ax} \quad (3.74)$$

Ca urmare rezultă sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} y - y_M = n(x - x_M) \\ (x - x_{C_i^0})^2 + (y - y_{C_i^0})^2 = R_i^{02} \end{cases} \quad (3.75)$$

Aplicând metoda substituției pentru sistemul de ecuații (3.75) se obține ecuația (3.76). Aceasta este notată în program cu f2.

$$(x - x_{C_i^0})^2 + (y_M + n(x - x_M) - y_{C_i^0})^2 - R_i^{02} = 0 \quad (3.76)$$

Se observă că această ecuație nu este ordonată canonic, cu toate acestea, folosind metode numerice se găsesc soluțiile relativ ușor.

Rezultă în urma rezolvării ecuației coordonatele noului punct de pe centroida fixă $I_{i+1}(x_{I_2}, y_{I_2})$.

Pasul următor, conform algoritmului prezentat în cap.3.2.1 îl reprezintă determinarea punctului unde se află centrul cercului centroidei mobile. Practic se intersectează dreapta $C_i^0 I_{i+1}$ cu cercul de centru $I_{i+1}(x_{I_2}, y_{I_2})$ și rază R rezultând noua poziție a centrului centroidei mobile.

$$\begin{cases} (x - x_{I_{i+1}})^2 + (y - y_{I_{i+1}})^2 = R^2 \\ y - y_{C_i^0} = \frac{y_{I_{i+1}} - y_{C_i^0}}{x_{I_{i+1}} - x_{C_i^0}} (x - x_{C_i^0}) \end{cases} \quad (3.77)$$

Folosind metoda substituției rezultă următoarea ecuație, notată în program cu f3:

$$(x - x_{I_2})^2 + \left(\frac{y_{I_2} - y_{C_i^0}}{x_{I_2} - x_{C_i^0}} (x - x_{C_i^0}) + y_{C_i^0} - y_{I_2} \right)^2 - R^2 = 0 \quad (3.78)$$

Dacă se rezolvă această ecuație se obține noul centru al centroidei mobile $C_{i+1}(x_{C_{i+1}}, y_{C_{i+1}})$

Se determină coordonatele punctului $D_{i+1}(x_{D_{i+1}}, y_{D_{i+1}})$. Acesta se află la intersecția dintre dreapta $[M_{i+1}C_{i+1}]$ și perpendiculara în I_{i+1} pe $[M_{i+1}C_{i+1}]$

$$m = 2ax_{M_{i+1}} \quad (3.79)$$

notăm cu m panta tangentei la parabola în punctul M_{i+1}

$$\begin{cases} y - y_{M_{i+1}} = \frac{y_{M_{i+1}} - y_{C_{i+1}}}{x_{M_{i+1}} - x_{C_{i+1}}} (x - x_{M_{i+1}}) \\ y - y_{I_{i+1}} = m(x - x_{I_{i+1}}) \end{cases} \quad (3.80)$$

rezultă ecuația

$$m(x - x_{I_{i+1}}) + y_{I_{i+1}} - y_{M_{i+1}} - \frac{y_{M_{i+1}} - y_{C_{i+1}}}{x_{M_{i+1}} - x_{C_{i+1}}} (x - x_{M_{i+1}}) = 0 \quad (3.81)$$

și se notează cu f4 în program. Soluțiile acestei ecuații dau coordonatele punctului $D_{i+1}(x_{D_{i+1}}, y_{D_{i+1}})$

Se determină centrul de curbură $M_{i+1}^0(x_{M_{i+1}^0}, y_{M_{i+1}^0})$ folosind relațiile prezentate la cap 3.2.1

Se determină centrul de curbură al centroidei fixe, la intersecția dintre dreptele $D_{i+1}M_{i+1}^0$ și $C_i^0I_2$ rezolvând sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} y - y_{M_{i+1}^0} = \frac{y_{D_{i+1}} - y_{M_{i+1}^0}}{x_{D_{i+1}} - x_{M_{i+1}^0}} (x - x_{M_{i+1}^0}) \\ y - y_{C_i^0} = \frac{y_{I_{i+1}} - y_{C_i^0}}{x_{I_{i+1}} - x_{C_i^0}} (x - x_{C_i^0}) \end{cases} \quad (3.82)$$

din care rezultă ecuația:

$$\frac{y_{D_{i+1}} - y_{M_{i+1}^0}}{x_{D_{i+1}} - x_{M_{i+1}^0}} (x - x_{M_{i+1}^0}) + y_{M_{i+1}^0} - y_{C_i^0} - \frac{y_{I_{i+1}} - y_{C_i^0}}{x_{I_{i+1}} - x_{C_i^0}} (x - x_{C_i^0}) = 0 \quad (3.83)$$

notată în program cu f5 și în urma căreia rezultă punctul $C_{i+1}^0(x_{C_{i+1}^0}, y_{C_{i+1}^0})$

Se determină lungimea segmenului $[I_{i+1}C_{i+1}^0]$ care reprezintă în același timp raza de curbură a centroidei fixe, notată cu R_{i+1}^0

Pentru a verifica corectitudinea funcționării programului s-au făcut unele construcții folosind programul de proiectare AutoCAD 2010. Aceste construcții s-au realizat impunând, pentru parabolă să intersecteze axa Ox la -16 și 16, iar vârful parabolei să fie la coordonatele (0,8), iar pentru centroida mobilă s-a impus în felul următor:

- în anexa 2a raza=2, distanța de la centru la punctul trasor, q=6
- în anexa 2b raza=3, distanța de la centru la punctul trasor, q=5
- în anexa 2c raza=4, distanța de la centru la punctul trasor, q=4
- în anexa 2d raza=5, distanța de la centru la punctul trasor, q=3

În urma acestor verificări s-a concluzionat că valorile coordonatelor punctelor obținute prin construcția din programul de proiectare AutoCAD și valorile obținute prin programul construit de autor sunt comparabile diferite apărând după a 3-a zecimală. Diferențele apar datorită preciziei cu care au fost calculate soluțiile ecuațiilor f1,f2,f3,f4,f5 folosindu-se metode numerice. Dacă este necesar această precizie de calcul se poate modifica cu ușurință în program, ea fiind reglată la o valoare mai mare pentru a obține rezultatele mult mai rapid.

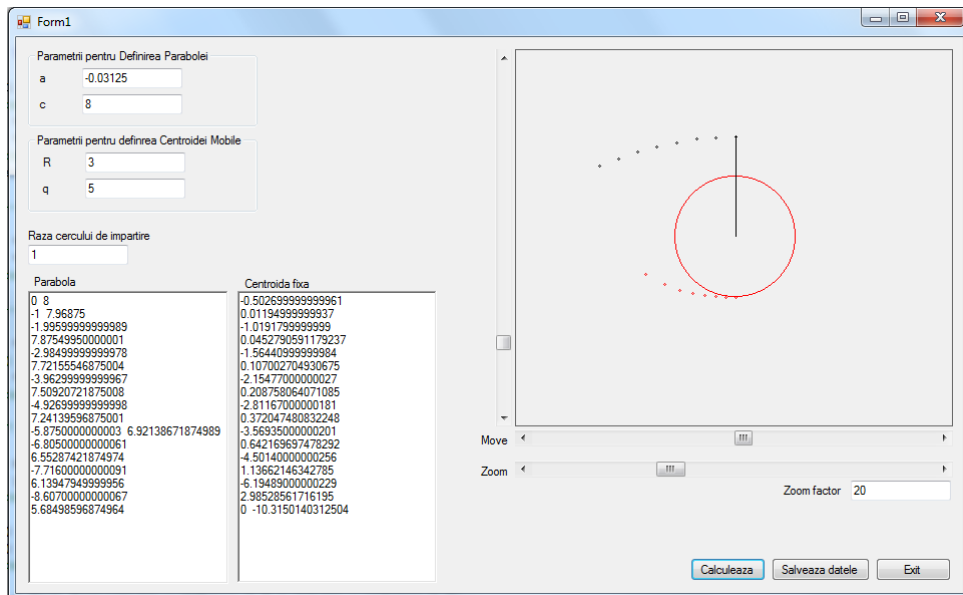


Fig 3.13 Panoul frontal al interfeței programului pentru generarea unei parabole cu $R=3, q=5$

În Fig 3.13 se poate observa zona de configurare a parametrilor care definesc forma parabolei (coeficientii a și c). De asemenea se poate observa zona de configurare a parametrilor care definesc forma centroidei mobile, anume parametrii R – raza cercului și q – distanța de la centrul cercului la punctul trasor. Un alt parametru care poate fi configurat prin această interfață este raza cercului de împărțire al parabolei.

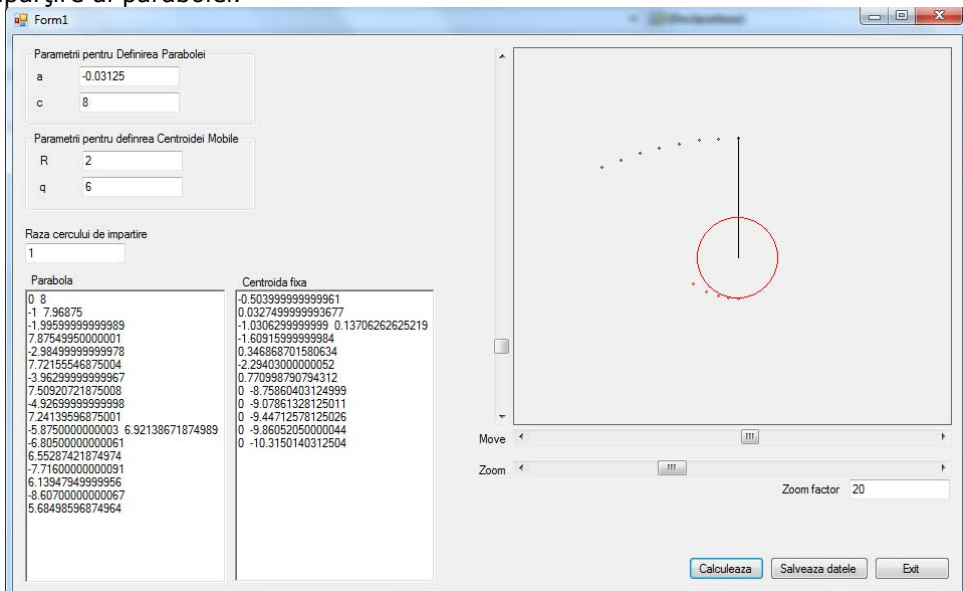


Fig 3.14 Panoul frontal al interfeței programului pentru generarea unei parabole cu $R=2, q=6$

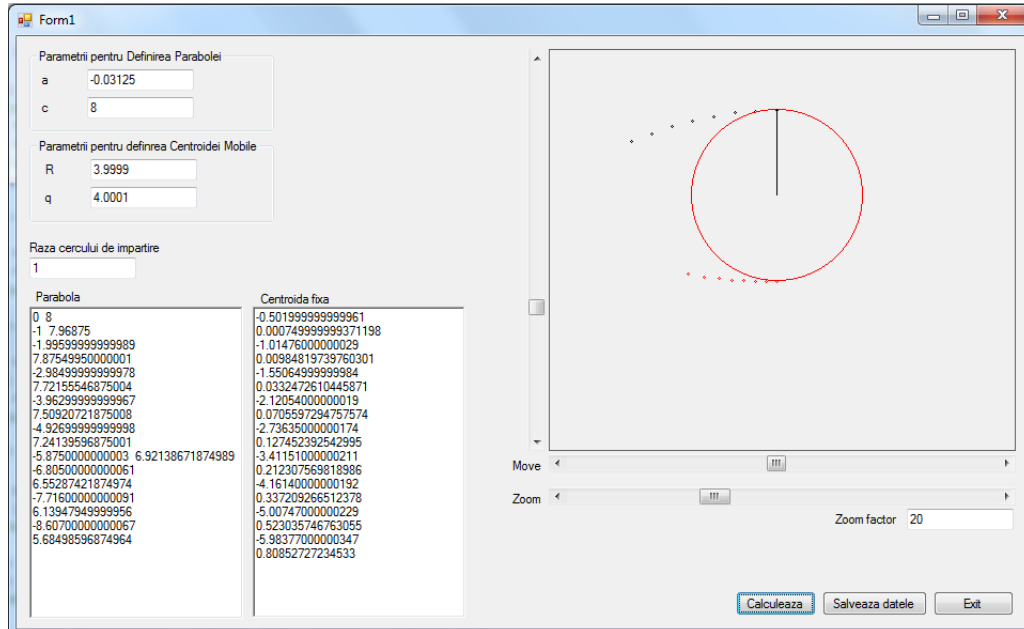


Fig 3.15 Panoul frontal al interfeței programului pentru generarea unei parabole cu $R=3.9999, q=4.0001$

După ce se introduc parametrii, programul poate fi rulat apăsând pe butonul "Calculează". În urma acestei comenzi apar coordonatele calculate ale parabolei, coordonatele calculate pe bază de algoritm ale centroidei fixe. De asemenea apare în zona de desenare o reprezentare grafică a parabolei, centroidei fixe și centroidei mobile. Se folosește culoarea neagră pentru a desena parabola și culoarea roșu pentru desenarea centroidei fixe și a celei mobile.

Pentru o mai bună vizualizare a zonei grafice se pot folosi două bare de derulare (ScrollBar) pentru a deplasa graficul pe orizontală respectiv pe verticală, și o bară de derulare pentru mărire, factorul de marire fiind afișat.

De asemenea există un buton pentru a memora datele obținute, pentru a putea fi ulterior folosite în diverse scopuri.

În Fig 3.16 se prezintă panoul frontal al interfeței programului pentru generarea unei elipse. Acesta s-a construit pentru a fi asemănător cu panoul frontal pentru programul de generare al unei parabole, diferența apărând în zona în care se face definirea parametrilor curbei de ruletă, în cazul acesta fiind vorba despre o elipsa.

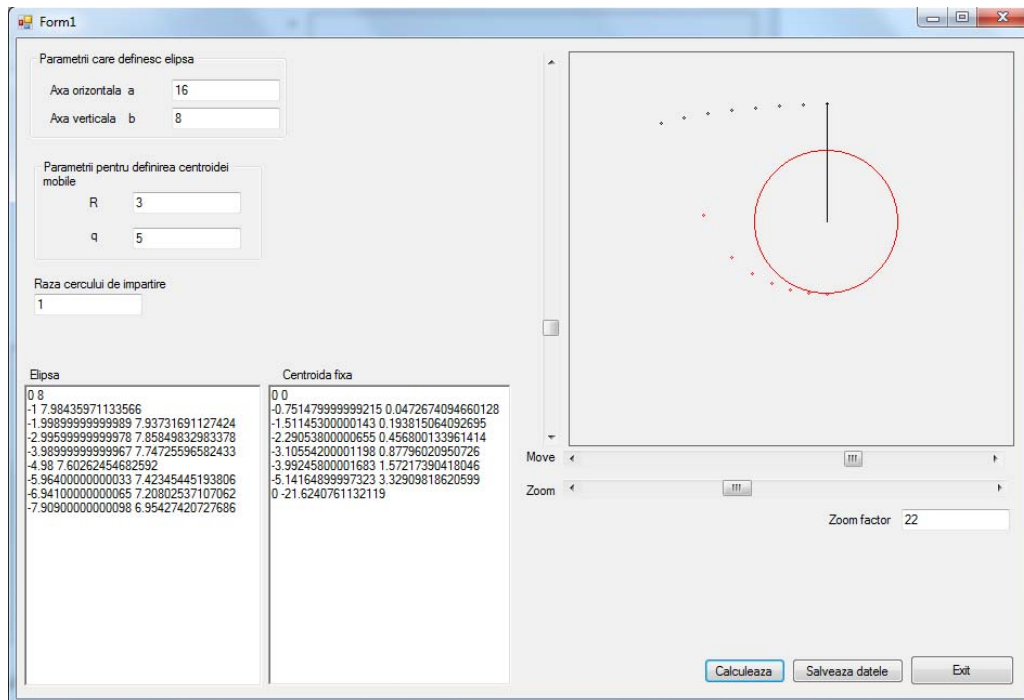


Fig 3.16 Panoul frontal al interfeței programului pentru generarea unei elipse cu $R=3, q=5$

Programul care realizează determinarea punctelor de pe centroida fixa în condițiile când curba de generat e o elipsa este anexat prezentei lucrări în anexa 3. De asemenea, pentru verificarea corectitudinii programului s-au atasat cateva modele CAD și foi de calcul Excel prezentei lucrări în felul urmator:

- în anexa 3a raza=2, distanța de la centru la punctul trasor, $q=6$
- în anexa 3b raza=3, distanța de la centru la punctul trasor, $q=5$
- în anexa 3c raza=4, distanța de la centru la punctul trasor, $q=4$

4. SINTEZA MECANISMELOR DE TIP CENTROIDAL

Sinteza mecanismelor are ca scop stabilirea dimensiunilor geometrice caracteristice ale elementelor și zonelor de contact astfel ca să se respecte anumite condiții funcționale date/impuse prin tema de proiectare.

4.1 Sinteza mecanismelor de poziționare

Această problemă de sinteză, cunoscută sub numele de sinteza pozițională a mecanismelor, are ca obiectiv poziționarea unui element mobil E în raport cu altul F fix sau considerat fix în conformitate cu anumite cerințe impuse. Această condiție este echivalentă cu impunerea ocupării succesive a mai multor poziții de către trei puncte ale elementului E în raport cu F în cazul mecanismelor spațiale sau de către două puncte în cazul mecanismelor plane. La mecanismele cu bare și cu cuple de clasa a 5-a inferioare numărul pozițiilor relative ce pot fi impuse este finit și depinde de structura mecanismului. Dacă în structura mecanismului se introduce o cuplă de clasa a 5-a superioară, numărul de poziții impuse poate deveni oricât de mare, fiind limitat doar din punct de vedere constructiv.

În cele ce urmează se tratează cazul sintezei mecanismelor plane acestea fiind cele mai răspândite în construcția de mașini și aparate. Unele dintre metodele de sinteză se pot adapta sintezei mecanismelor spațiale.

4.1.1 Condițiile de poziționare relativă a doua elemente. Curbe suport.

În cazul mecanismelor plane starea de mișcare a elementului mobil E este univoc determinată, în raport cu un alt element F fix sau considerat fix, dacă se respectă condiția ca două puncte să se sprijine pe doua curbe. Punctele și curbele pe care acestea se sprijină trebuie să aparțină fiecare altui element(plan). Curbele de sprijin poartă numele de curbe suport.[P2]

Cele trei cazuri posibile sunt prezentate în fig.4.1. În cazul a, punctele A și B ale elementului E se găsesc pe curbele (a) respectiv (b) aparținând elementului fix F. În mișcarea relativă (E/F) elementul E are un singur grad de libertate (în raport cu F), deoarece punctele A și B găsindu-se fiecare pe câte o curba data au câte un grad de libertate, iar între coordonatele lor subzista relația ce decurge din condiția indeformabilității elementelor, adică:

$$(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 = AB^2 = ct. \quad (4.1)$$

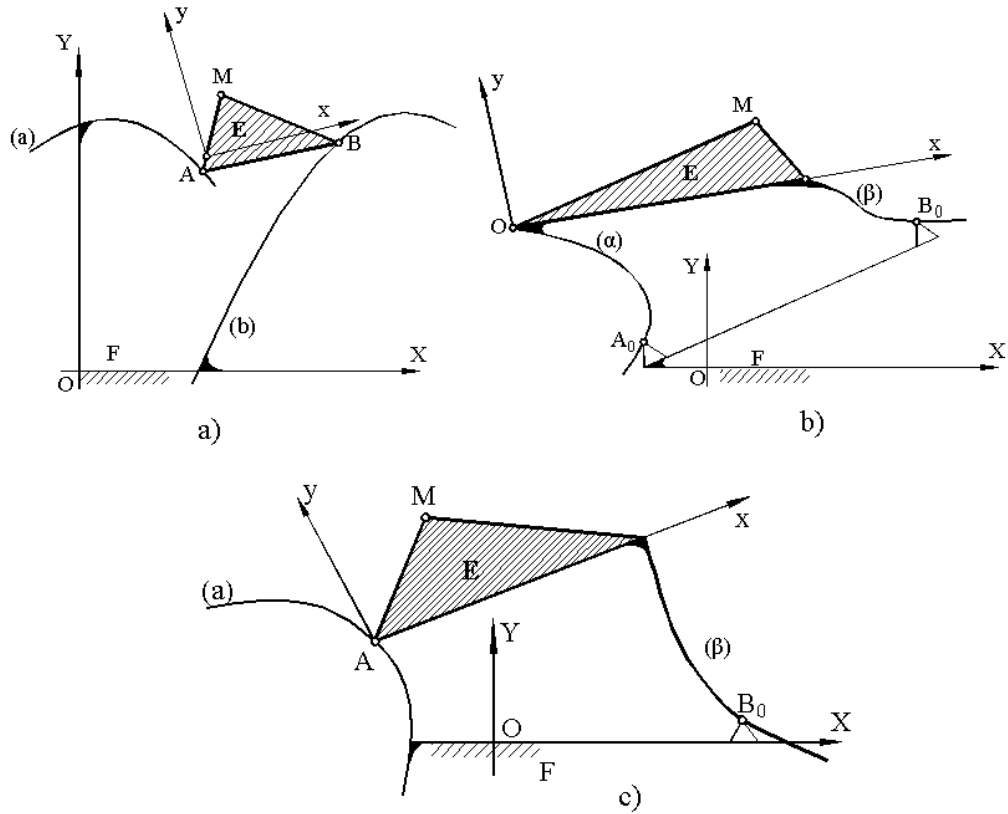


Fig. 4.1 Definirea pozițiilor relative a două elemente cu ajutorul curbelor suport

De exemplu, dacă curbele (a) și (b) sunt cercuri rezulta un mecanism patrulater articulată, elementul E fiind biela lui. fig 4.2

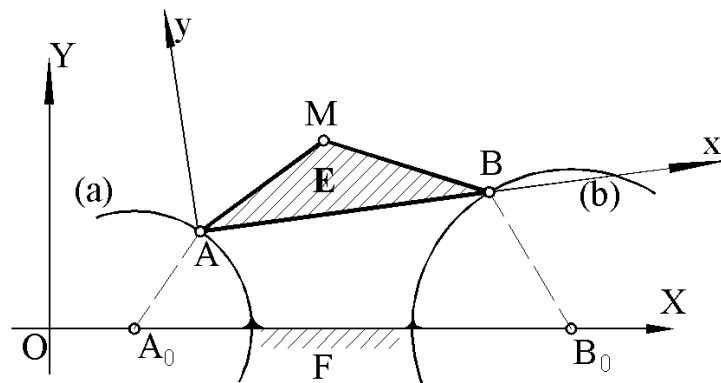


Fig. 4.2 Sinteza pozițională a mecanismului patrulater articulată - curbe suport cercuri legate de elementul fix.

În fig. 4.1.b este prezentat cazul în care curbele (α) și (β) aparținând elementului mobil E se sprijină pe doua puncte A_0 și B_0 aparținând elementului fix F. Evident că și în cazul acesta mișcarea relativă a celor doua elemente este univoc determinată, situația fiind identică cu precedenta considerând mișcarea inversă (F/E). Un exemplu în acest sens îl reprezintă mecanismul dublu piston oscilant la care curbele (α) și (β) sunt drepte. fig 4.3

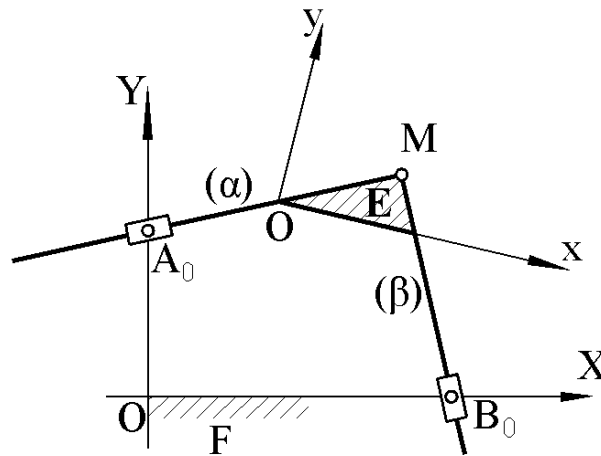


Fig. 4.3 Mecanism dublu piston oscilant - curbele suport sunt drepte legate de elementul mobil (E)

În cazul reprezentat în fig 4.1.c cele doua curbe aparțin fiecare altui element, de exemplu $(\alpha) \in F$ și $(\beta) \in E$. Pe curba (α) se sprijina un punct $A \in E$, iar curba $(\beta) \in E$ trece mereu printr-un punct $B_0 \in F$. Un exemplu pentru acest caz îl constituie mecanismul cu cilindru oscilant la care curba (α) este un cerc iar curba (β) este o dreaptă. fig. 4.4

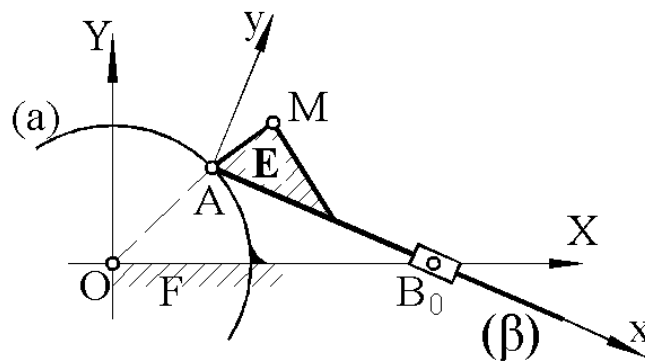


Fig.4.4 Mecanism cilindru oscilant – curba suport fixă este cerc, curba suport mobilă este dreapta β

Pe baza noțiunii de curbă suport problema sintezei mecanismelor de poziționare se poate formula astfel:

Să se găsească punctele dintr-un element (plan) care în p poziții relative ale acestuia în raport cu un alt element se află pe anumite curbe conținute în acestea din urmă. [P2]

În cazul mecanismelor cu bare curbele suport sunt algebrice iar realizarea (reproducerea) acestora urmează să fie făcută cu ajutorul unor „mecanisme parțiale”. Pe aceasta cale sinteza mecanismelor se face în cascadă prin intermediul unor mecanisme parțiale din ce în ce mai simple, cel mai simplu fiind mecanismul cu un singur element mobil.

Înainte de efectuarea sintezei dimensionale a mecanismului se impune determinarea structurii (complexității) mecanismului. Este evident că un număr mai mare de condiții (în cazul de față poziții) pot fi realizate cu un mecanism mai complex. Structura mecanismului se va determina astfel ca în limitele preciziei impuse, să se satisfacă condițiile de proiectare cât mai economic, adică mecanismul cu structura cea mai simplă. Determinarea structurii mecanismului se poate face pornind de la structura algebrică admisă pentru curbele suport.

Se poate demonstra că dacă q este numărul de parametri independenți care definesc curbele suport atunci planului mobil E i se pot impune cel mult:

$$p = q + 2 \quad (4.2)$$

poziții.

Dacă cele două curbe, de exemplu (a) și (b) din fig. 4.1 sunt de structuri algebrice diferite ($q_a \neq q_b$), atunci numărul de poziții care pot fi impuse elementului mobil va fi dat de curba care are cel mai mic număr de parametri independenți care o definesc, adică

$$p = \min(q_a, q_b) + 2 \quad (4.3)$$

De exemplu, în cazul unui mecanism patrulater articulat la care cele două curbe (a) și (b) sunt cercuri ($q_a = q_b = 3$) se obține $p=5$, iar în cazul unui mecanism manivelă piston având drept curbe suport un cerc ($q_a = 3$) și o dreaptă ($q_b = 2$) se obține $p=4$.

Curbele suport de tipul celor din fig.4.1 urmează să fie reproduse fiecare de câte un mecanism parțial, elementul mobil E făcând legătura dintre cele două cuple cinematice de clasa a 5-a localizate în punctele A respectiv B . Considerând elementul E și cuplele cinematice A și B împreună, acestea formează o conexiune de tip $K_{B(-1)}$ având $L_E = -1$.

Mecanismele parțiale care trasează curbele suport se consideră desmodrome cu gradele de mobilitate M_a și respectiv M_b . În acest caz gradul de mobilitate al mecanismului rezultat va fi:

$$M = M_a + M_b + L_E = M_a + M_b - 1 \quad (4.4)$$

Pentru $M_a = M_b = 1$, rezultă $M = 1$ – cazul cel mai des întâlnit.

De exemplu dacă se dorește ca una din curbele suport, anume curba (b), să

fie o curbă specială, de exemplu concoida dreptei (Nicomede), aceasta se poate realiza fizic prin intermediul unui mecanism parțial așa cum se arată în fig. 4.5. În acest caz punctul B descrie curba dorită.

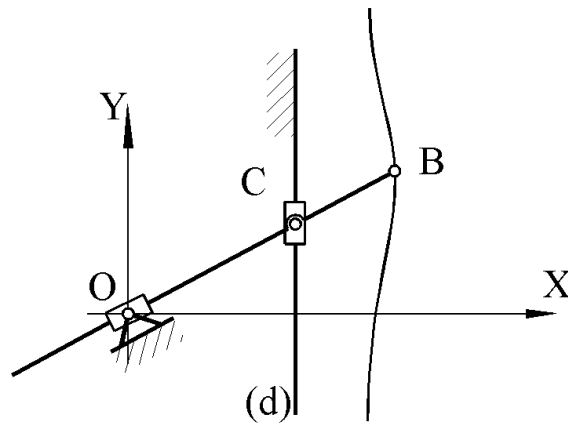


Fig.4.5 Mecanism pentru generarea curbei concoida dreptei

Această curbă poate fi aproximată cu ortocicloidă scutată a cercului. Această curbă poate fi generată cu ușurință prin intermediul unei cuple de tip centroidal în care centroida fixă este o dreaptă, centroida mobilă un cerc cu centrul în punctul C iar punctul trasor B este fixat pe centroida mobilă, așa cum se arată în fig 4.6. Cele două curbe sunt comparabile doar în un interval definit.

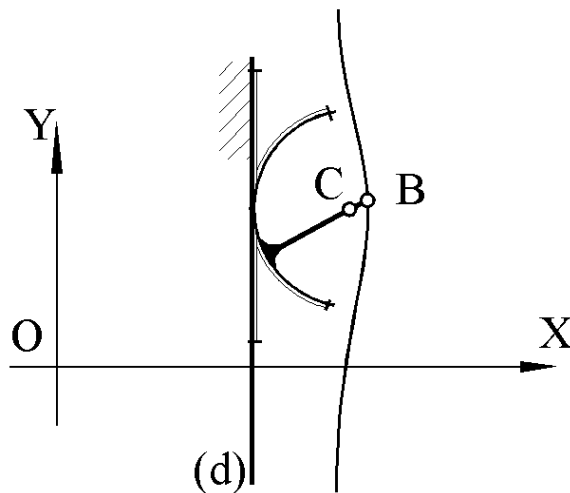


Fig. 4.6 Mecanism centroidal pentru generarea unei ortocicloide scurtate

Se poate face analogie și între concoida cercului și o epicicloida lungită sau între o semi-elipsă și ortocicloidă.

S-au ales ortocicloida și epicloida din cauza că acestea pot fi reproduse folosind cerc sau dreaptă, elemente geometrice ușor de materializat în realitate.

4.1.2 Sinteza mecanismelor de tip centroidal de poziționare

Mecanismele de poziționare de tip centroidal permit unui element mobil solidar cu biela mecanismului, având ca parametri de poziție coordonatele unui punct $x_K(t)$, $y_K(t)$ cât și unghiul $\beta(t)$ pe care elementului mobil îl formează față de o direcție dată definiți, să descrie o traiectorie impusă (k), care depinde de parametrul problemei de sinteză t. Dimensiunile elementelor grupei cinematice (ex. A_0AK) care poartă elementul mobil (E) în pozițiile stabilite sunt impuse sau determinate funcție de domeniul admis traiectoriei punctului K (v. fig.4.7).

Între pozițiile impuse elementului mobil, date de $x_K(t)$, $y_K(t)$, $\beta(t)$ și parametrul pozițional al elementului de intrare $f(t)$ respectiv parametrului pozițional al bielei $g(t)$ se pot determina dependențe funcționale de forma:

$$\begin{aligned} f(t) &= f(x_K(t), y_K(t), \beta(t)), \\ g(t) &= g(x_K(t), y_K(t), \beta(t)), \end{aligned} \quad (4.5)$$

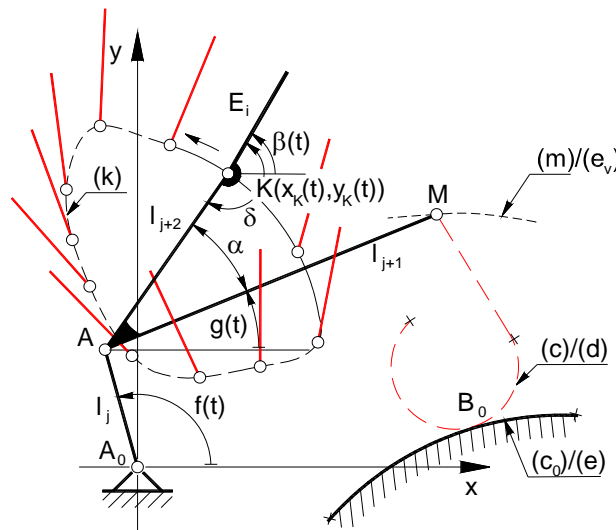


Fig.4.7 Sinteza mecanismului de poziționare de tip centroidal (generator de poziții)

În funcție de parametrii poziționali ai elementului conducător $f(t)$, intermediar $g(t)$, unghiurile α , δ respectiv lungimile l_j prescrise ale structurii mecanismului se poate determina traiectoria punctului M a bielei mecanismului, care reprezintă curba de ruletă (m) pentru cupla de tip centroidal în sistemul de axe fix sub forma:

$$M(t) = u(f(t), g(t), \beta(t), l_j, l_{j+1}, l_{j+2}, \alpha, \delta) + i \cdot v(f(t), g(t), \beta(t), l_j, l_{j+1}, l_{j+2}, \alpha, \delta) \quad (4.6)$$

Determinarea coordonatelor elementului profilat se va realiza conform sintezei cuplelor cinematice de tip centroidal prezentate în capitolul 3.

Pentru explicitarea algoritmului de sinteză se va prezenta sinteza dimensională pentru câteva structuri reprezentative de mecanisme de tip centroidal generatoare de poziții.

Cazul patrulaterului articulată de tip centroidal RRRo(c) și RRRI(d) de poziționare

Mecanismele patrulater articulate de tip centroidal RRRo(c) și RRRI(d) pot fi utilizate și ca mecanisme generatoare de poziții.

Pentru sinteza acestora, se consideră poziția elementului mobil definită prin traiectoria de generat (k) de punctul K și unghiul de poziție $\beta(t)$ al elementului mobil. Cupla de rotație motoare A_0 poate fi aleasă convenabil, iar lungimea manivelei l_2 și a segmentului bielei $AK = l_5$ pot fi determinate.

Dependențele funcționale de generat pentru elementul conducător și intermediar ale mecanismelor patrulater articulate de tip centroidal mai sus menționate vor fi date în forma:

$$\begin{aligned} f(t) &= \varphi(t), \\ g(t) &= \mathcal{G}(t). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Dependența funcțională dintre unghiul manivelei (2) φ și parametrul t va fi dată de relația

$$\varphi(t) = -\varphi_0 + 2 \arctan \frac{2l_2 y_K(t) \pm \sqrt{4l_2^2 (x_K(t)^2 + y_K(t)^2) - [x_K(t)^2 + y_K(t)^2 + l_2^2 - l_5^2]^2}}{2 \cdot l_2 x_K(t) + x_K(t)^2 + y_K(t)^2 + l_2^2 - l_5^2} \quad (4.8)$$

și depinde de coordonatele traiectoriei punctului K al elementului mobil.

Dependența funcțională dintre unghiul bielei mecanismului și parametrul t se va determina în funcție de unghiul de poziție $\beta(t)$ al elementului mobil și geometria elementului intermediar, biela mecanismului. Astfel se poate scrie relația:

$$\mathcal{G}_0 + \mathcal{G}(t) + \alpha + (\pi - \delta) = \beta(t) \quad (4.9)$$

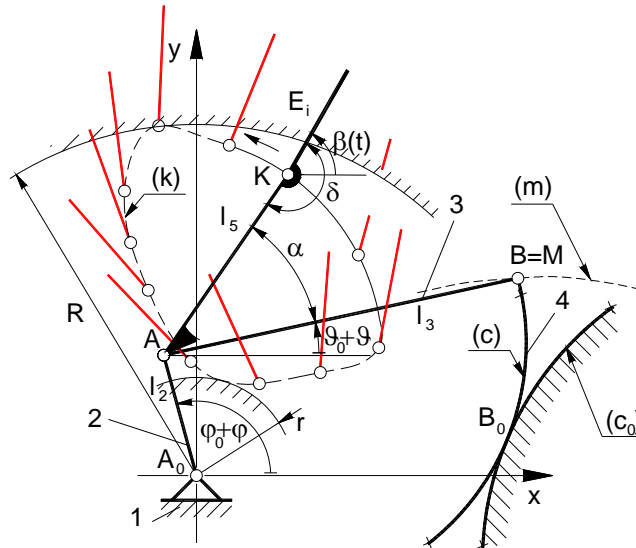


Fig.4.8 Sinteza mecanismului patrulater articulat cu bare rulante RRRRo(c)

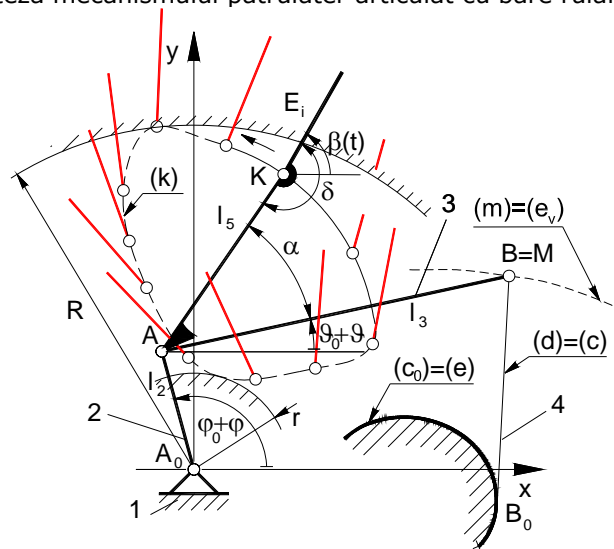


Fig.4.9 Sinteza mecanismului patrulater articulat cu element flexibil RRRI(d)

de unde rezultă dependența funcțională:

$$\mathcal{G}(t) = \beta(t) - \alpha - (\pi - \delta) - \vartheta_0 \quad (4.10)$$

unde unghiurile α și δ sunt alese sau impuse.

Coordonatele traiectoriei punctului M se determină după alegerea lungimii l_3 a bieii mecanismului cu relația (4.11)

$$\begin{aligned} x(t) &= l_2 \cdot \cos(\varphi_0 + \varphi(t)) + l_3 \cdot \cos(\mathcal{G}_0 + \mathcal{G}(t)), \\ y(t) &= l_2 \cdot \sin(\varphi_0 + \varphi(t)) + l_3 \cdot \sin(\mathcal{G}_0 + \mathcal{G}(t)). \end{aligned} \tag{4.11}$$

Această traiectorie reprezintă curba de ruletă (m) (fig. 4.8), pentru cazul mecanismelor cu cuple centroidale de rostogolire, sau evolventa (ev) (fig. 4.9) pentru cazul mecanismelor cu cuple centroidale de infasurare, în formă parametrică în funcție de parametrul t al curbei de generat. Sinteza cuplei cinematice de tip centroidal de rostogolire sau de înfășurare se va realiza conform celor prezentate în capitolul 3.

4.2. Sinteza mecanismelor de tip centroidal generatoare de traiectorie

În acest subcapitol se va prezenta sinteza dimensională a mecanismelor patrulatere de tip centroidal generatoare de traiectorii. Acest tip de mecanism permite unui punct aparținând bielei să descrie o traiectorie impusă (k), care depinde de parametrul problemei de sinteză t al mecanismelor generatoare de traiectorie. Dacă sunt cunoscute dimensiunile elementelor grupei cinematice (ex. A_0AK) care descrie traiectoria impusă (k), (v. fig.4.10). Pornind de la elementul de intrare, între coordonatele traiectoriei de generat $x_K(t), y_K(t)$ și parametrul pozițional al elementului de intrare $f(t)$ respectiv parametrului pozițional al bielei $g(t)$ se pot determina dependențe funcționale de forma:

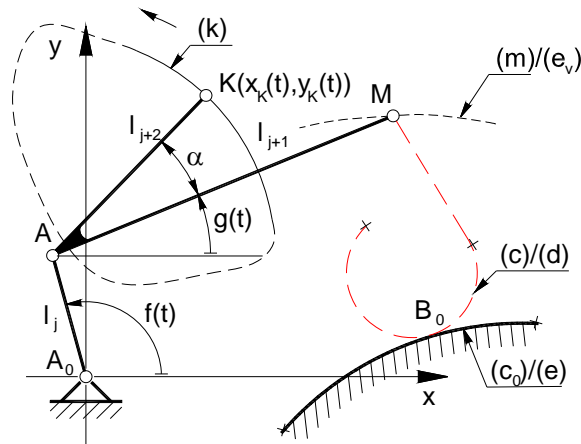


Fig.4.10 Sinteza mecanismului de tip centroidal generator de traiectorie

$$\begin{aligned} f(t) &= f(x_K(t), y_K(t)), \\ g(t) &= g(x_K(t), y_K(t)), \end{aligned} \tag{4.12}$$

Parametrul pozițional al elementului de intrare va fi în cazul mișcării de rotație $\varphi(t)$ respectiv în cazul mișcării de translație $s(t)$ respectiv parametrul

pozițional al elementului intermediar $\mathcal{G}(t)$ și $s_c(t)$.

Traectoria punctului M al bielei mecanismului, care generează curba de ruletă (m), se poate determina în sistemul de axe fix în funcție de parametrii poziționali ai elementului conducător $f(t)$ și intermediar $g(t)$, respectiv unghiul α și lungimile l_j prescrise ale structurii mecanismului ales sub forma:

$$M(t) = u(f(t), g(t), l_j, l_{j+1}, l_{j+2}, \alpha) + i \cdot v(f(t), g(t), l_j, l_{j+1}, l_{j+2}, \alpha) \quad (4.13)$$

Determinarea coordonatelor elementului profilat (în general centroidă fixă în sistemul de axe xOy) se va realiza conform sintezei cuplelor cinematice de tip centroidal prezentate în capitolul 3.

Pentru explicitarea algoritmului de sinteză se va prezenta sinteza dimensională pentru câteva structuri reprezentative de mecanisme de tip centroidal generatoare de traiectorii.

Cazul patrulaterului articulat de tip centroidal RRRRo(c) și RRRI(d) generatoare de traiectorie

Structurile mecanismelor patrulater articulate de tip centroidal RRRRo(c) și RRRI(d) utilizează cupla de rostogolire respectiv înfășurare între elementul condus și elementul fix. Elementul conducător fiind de tip manivelă.

Pentru sinteza mecanismelor de tip centroidal RRRRo(c) și RRRI(d) provenite din lanțul cinematic al mecanismului patrulater articulat, se consideră (k) traiectoria de generat într-o anumită direcție între punctele K_i (inițial) și K_f (final) de către un punct K a bielei unui mecanism. Curba de generat poate fi închisă (k) sau deschisă (k') ca în figura 4.11. Cupla de rotație motoare A_0 poate fi aleasă convenabil, iar lungimea manivelei l_2 și a segmentului bielei $AK = l_5$ pot fi determinate în funcție de cercurile cu centrul în A_0 care circumscriu curba de generat (k) sau (k').

Pornind de la relațiile:

$$R = l_5 + l_2, \quad r = l_5 - l_2, \quad (4.14)$$

se pot determina lungimile elementelor l_2 și l_5 astfel:

$$l_2 = \frac{1}{2}(R - r), \quad l_5 = \frac{1}{2}(R + r) \quad (4.15)$$

Dependențele funcționale de generat pentru elementul conducător și intermediar ale mecanismelor patrulater articulate de tip centroidal mai sus menționate vor fi:

$$\begin{aligned} f(t) &= \varphi(t), \\ g(t) &= \mathcal{G}(t). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Ecuția traiectoriei de generat (k) scrisă în formă complexă în raport cu sistemul de coordonate xA_0y va fi:

$$K(t) = x_K(t) + i \cdot y_K(t) \tag{4.17}$$

Poziția punctului de K aparținând bielei mecanismului va fi dată de expresia:

$$K(t) = l_2 \cdot e^{i(\varphi_0 + \varphi(t))} + l_5 \cdot e^{i(\vartheta_0 + \vartheta(t) + \alpha)} \tag{4.18}$$

unde mărimile care intervin în relația (4.18) reprezintă:

$\varphi_0 = F(t_0)$ - unghiul inițial al elementului conducător,

$\vartheta_0 = G(t_0)$ - unghiul inițial al elementului intermediar (biela).

Condiția ca punctul K al bielei să descrie traiectoria de generat (k) se obține egalând relațiile (4.17) cu (4.18) sub forma:

$$x_K(t) + i \cdot y_K(t) = l_2 \cdot e^{i(\varphi_0 + \varphi(t))} + l_5 \cdot e^{i(\vartheta_0 + \vartheta(t) + \alpha)} \tag{4.19}$$

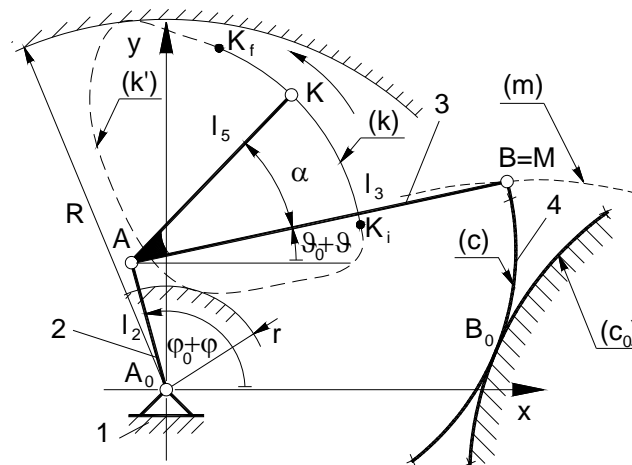


Fig.4.11 Sinteza mecanismului patruleter articulată cu bare rulant RRRRo(c)

Prin separarea termenului $l_5 e^{i(\vartheta_0 + \vartheta(t) + \alpha)}$ și multiplicarea cu termenul complex conjugat al acestuia, se va obține ecuația:

$$2l_2 x_K(t) \cdot \cos(\varphi_0 + \varphi(t)) + 2l_2 y_K(t) \cdot \sin(\varphi_0 + \varphi(t)) - [x_K(t)^2 + y_K(t)^2 + l_2^2 - l_5^2] = 0 \tag{4.20}$$

din care rezultă dependența funcțională dintre unghiul manivelei (2) φ și parametrul t al traiectoriei de generat (k):

$$\varphi(t) = -\varphi_0 + 2 \arctan \frac{2l_2 y_K(t) \pm \sqrt{4l_2^2(x_K(t)^2 + y_K(t)^2) - [x_K(t)^2 + y_K(t)^2 + l_2^2 - l_5^2]^2}}{2 \cdot l_2 x_K(t) + x_K(t)^2 + y_K(t)^2 + l_2^2 - l_5^2} \quad (4.21)$$

Prin multiplicarea ecuației (4.19) cu ecuația complex conjugată a acesteia, se va obține dependența funcțională dintre unghiul bieii (3) \mathcal{G} și parametrul t al traiectoriei de generat (k):

$$\mathcal{G}(t) = -\mathcal{G}_0 + \varphi(t) + \varphi_0 - \alpha - \arccos \frac{x_K(t)^2 + y_K(t)^2 - l_2^2 - l_5^2}{2 \cdot l_2 \cdot l_5}, \quad (4.22)$$

unde unghiul α se va alege sau este impus.

Prin alegerea lungimii l_3 a bieii mecanismului, coordonatele punctului M se poate scrie sub forma:

$$\begin{aligned} x(t) &= l_2 \cdot \cos(\varphi_0 + \varphi(t)) + l_3 \cdot \cos(\mathcal{G}_0 + \mathcal{G}(t)), \\ y(t) &= l_2 \cdot \sin(\varphi_0 + \varphi(t)) + l_3 \cdot \sin(\mathcal{G}_0 + \mathcal{G}(t)). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Relațiile (4.23) descriu curba de ruletă (m) sau evolventa (ev) în formă parametrică în funcție de parametrul t al curbei de generat. Sinteza cuplei cinematice de tip centroidal de rostogolire sau de înfășurare se va realiza conform celor prezentate în capitolul 3.

4.3. Sinteza mecanismelor de tip centroidal generatoare de funcții

În cele ce urmează se va prezenta sinteza dimensională a mecanismelor patrulare de tip centroidal generatoare de funcții. La aceste mecanisme parametrul pozițional al elementului conducător reprezintă chiar parametrul problemei de sinteză, adică $f(t) \equiv t$ și dependența funcțională de realizat a parametrului pozițional al elementului condus $h(t)$ are forma $f = f(t)$, $g = g(t)$, $h = h(t)$.

Această dependență funcțională reprezintă funcția de generat. Parametrul pozițional al elementului motor va fi în cazul mișcării de rotație $t = \varphi$ și în cazul mișcării de translație $t = s$ respectiv parametrul pozițional al elementului condus $h(t) = \psi(t)$ și $h(t) = s_c(t)$.

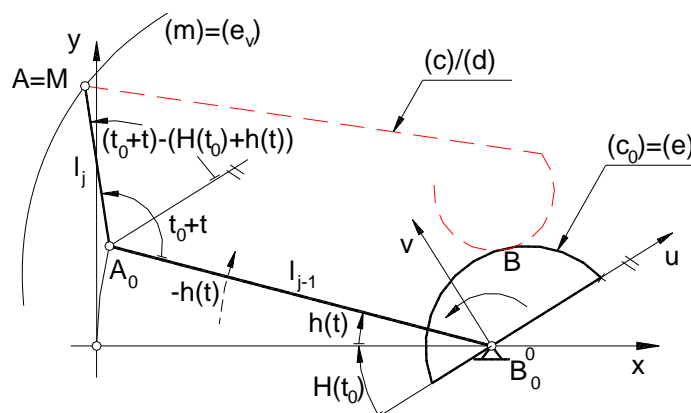


Fig.4.12 Sinteza mecanismului de tip centroidal generator de funcții

Punctul M identic în cazul mecanismelor generatoare de funcții cu cupla mobilă a manivelei A sau al balansierului B descrie în mișcarea inversă o curbă de ruletă (m), care se poate determina în sistemul de axe mobil în funcție de parametrii poziționali ai elementului conducător și condus, respectiv lungimile l_j și dimensiunile elementelor u_i, v_i prescise ale structurii mecanismului ales sub forma:

$$M(t) = u(f(t), h(t), l_j, u_i, v_i) + i \cdot v(f(t), h(t), l_j, u_i, v_i) \quad (4.24)$$

Determinarea coordonatelor elementului profilat (în general centroida fixă) se va realiza conform sintezei cuplelor cinematice de tip centroidal prezentate în capitolul 3.

Pentru explicitarea algoritmului de sinteză se va prezenta sinteza dimensională pentru câteva structuri reprezentative de mecanisme de tip centroidal generatoare de funcții.

Cazul patrulaterului articulat de tip centroidal RRRoR(a) și RRIR(a) generator de funcții

Mecanismul patrulater articulat cu bare rulante de construcție simplă având la bază structura RRRoR(a) conține un element profilat solidarizat cu biela și cel de-al doilea element profilat solidarizat cu balansierul mecanismului. Manivela este considerată elementul de intrare (conducător) (v. fig.4.13).

Funcția de generat ce trebuie să fie realizată de balansierul mecanismului patrulater articulat de construcție simplă RRRoR(a) va fi:

$$h(t) = \psi(\varphi) \quad (4.25)$$

Domeniul de variație a parametrului pozițional motor va fi:

$$\varphi \in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}] \quad (4.26)$$

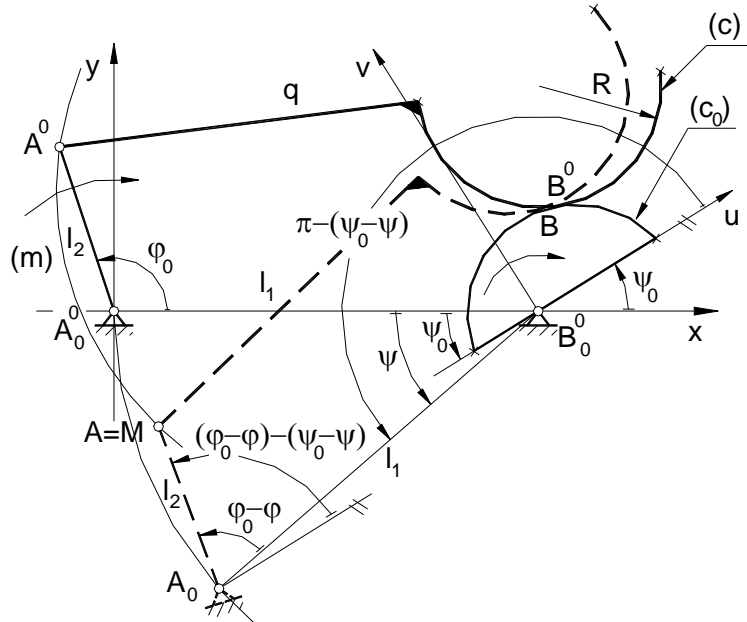


Fig.4.13 Sinteza mecanismului patrulater articulat cu bare rulante RRRoR(a)

Vectorul $M(\varphi)$, care descrie curba de ruletă (m) (v. fig.4.13), va fi determinat în raport cu sistemul de coordonate mobil u, v , în scrierea cu numere complexe pentru o funcție de generat (4.25), prin relația:

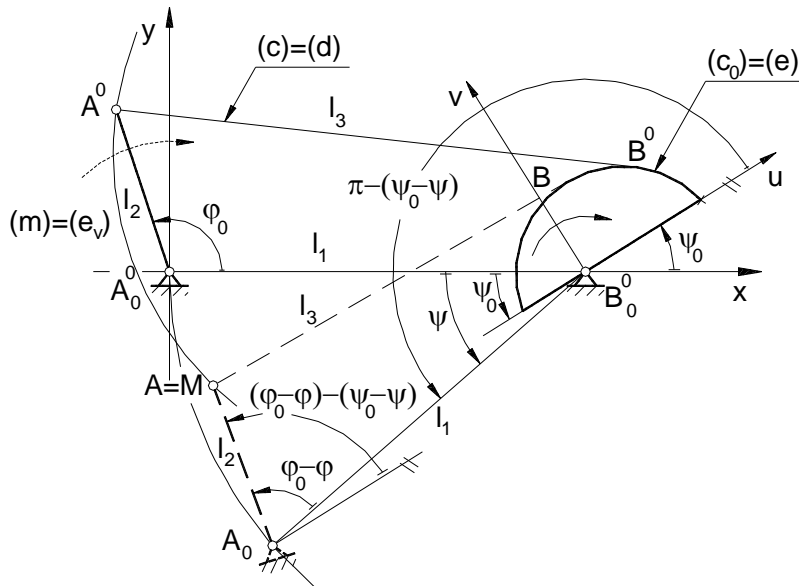


Fig.4.14 Sinteza mecanismului patrulater articulat cu element flexibil RRIR(a)

$$M(\varphi) = l_1 \cdot e^{i[\pi - (\psi_0 + \psi(\varphi))]} + l_2 \cdot e^{i[(\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi(\varphi))]} \quad (4.27)$$

sau

$$M(\varphi) = -l_1 \cdot e^{-i(\psi_0 + \psi(\varphi))} + l_2 \cdot e^{i[(\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi(\varphi))]} \quad (4.27')$$

Mărimile care intervin în relația (4.27) reprezintă:

$\varphi_0 = t_0$ - unghiul inițial al elementului conducător,

$\psi_0 = H(t_0)$ - unghiul inițial al elementului condus,

l_1 - lungimea elementului fix,

l_2 - lungimea manivelei.

Pentru vectorul $M(\varphi)$, care descrie curba de ruletă (4.27), se va separa partea imaginară de partea reală și se vor obține componentele acestuia sub forma:

$$\begin{aligned} u(\varphi) &= -l_1 \cdot \cos[\psi_0 + \psi(\varphi)] + l_2 \cdot \cos[(\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi(\varphi))] \\ v(\varphi) &= l_1 \cdot \sin[\psi_0 + \psi(\varphi)] + l_2 \cdot \sin[(\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi(\varphi))] \end{aligned} \quad (4.28)$$

Dacă se va impune profilul centroidei mobile ca fiind un cerc de rază R articulat la distanța q de centrul cercului, determinarea profilului centroidei fixe se va realiza conform § 3.1.1. pe cale analitică sau § 3.2.1. prin metode numerice (de recomandat).

Mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de construcție simplă având la bază structura RRIR(a) conține un element flexibil ca bielă și elementul profilat ca balansierul mecanismului. Manivela este deasemenea considerată ca element motor (v. fig.4.14).

Sinteza acestui tip de mecanism patrulater articulat cu element flexibil se realizează identic cu cazul mecanismului patrulater cu bare rulante RRRoR(a) pentru cazul particular când un profil este rectiliniu (dreaptă).

Vectorul $M(\varphi)$ descrie aceeași curba de ruletă (4.27). Curba de ruletă reprezintă în acest caz o evolventă (e_v) și are coordonatele date de relațiile (4.28).

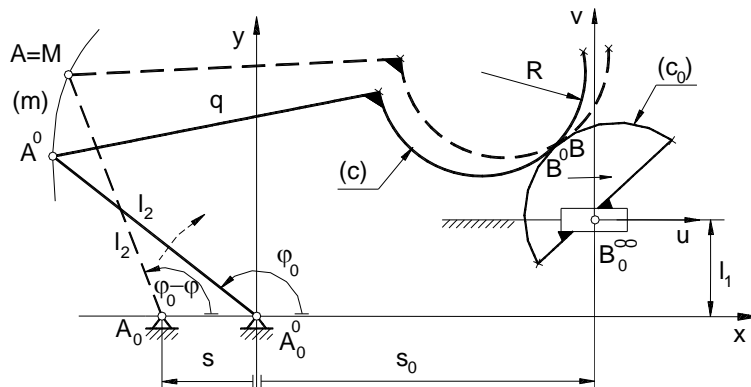


Fig.4.15 Sinteza mecanismului manivelă-piston cu bare rulante RRRoT(a)

Coordonatele evolutei (e) sunt:

$$\begin{aligned}
 u_0 = l_1 l_2 & \frac{-\psi'(1-\psi') \cos(\varphi_0 + \varphi) (l_1 \cos(\psi_0 + \psi) + l_2 \cos((\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi))) -}{l_2^2 (1-\psi')^3 - l_1 l_2 (\psi'' \sin(\varphi_0 + \varphi) - \psi'(1-\psi')(1-2\psi') \cos(\varphi_0 + \varphi)) - l_1^2 \psi'^3} \\
 & - (l_1 \cdot \psi'^2 \cos((\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi)) + l_2 (1-\psi')^2 \cos(\psi_0 + \psi)) + \\
 & + \psi'' \sin(\varphi_0 + \varphi) (l_1 \cos(\psi_0 + \psi) - l_2 \cos((\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi))) \\
 v_0 = l_1 l_2 & \frac{\psi'(1-\psi') \cos(\varphi_0 + \varphi) (l_1 \sin(\psi_0 + \psi) - l_2 \sin((\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi))) -}{l_2^2 (1-\psi')^3 - l_1 l_2 (\psi'' \sin(\varphi_0 + \varphi) - \psi'(1-\psi')(1-2\psi') \cos(\varphi_0 + \varphi)) - l_1^2 \psi'^3} \\
 & - (l_1 \cdot \psi'^2 \sin((\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi)) - l_2 (1-\psi')^2 \sin(\psi_0 + \psi)) - \\
 & - \psi'' \sin(\varphi_0 + \varphi) (l_1 \sin(\psi_0 + \psi) - l_2 \sin((\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi)))
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

si lungimea curenta a elementului flexibil este

$$l_3(\varphi) = \frac{(l_1^2 \psi'^2 + 2l_1 l_2 \psi'(1-\psi') \cos(\varphi_0 + \varphi) + l_2^2 (1-\psi')^2)^{3/2}}{l_2^2 (1-\psi')^3 - l_1 l_2 (\psi'' \sin(\varphi_0 + \varphi) - \psi'(1-\psi')(1-2\psi') \cos(\varphi_0 + \varphi)) - l_1^2 \psi'^3} \tag{4.30}$$

Lungimea curentă a elementului flexibil (v. (4.30)) nu depinde de poziția inițială a elementului condus pentru o funcție dată.

Valorile extreme ale parametrului pozițional al elementului motor φ_{\min} și φ_{\max} în cazul mecanismului patruleter articulată cu element flexibil de construcție simplă RRIR(a) se vor determina din ecuația:

$$l_2^2 (1-\psi')^3 - l_1 l_2 (\psi'' \sin(\varphi_0 + \varphi) - \psi'(1-\psi')(1-2\psi') \cos(\varphi_0 + \varphi)) - l_1^2 \psi'^3 = 0 \tag{4.31}$$

Algoritmul sintezei mecanismelor patruleter de tip centroidal RRoRR(a) și RIRR(a) este analog cu cel prezentat mai sus pentru mecanismele patruleter de tip centroidal RRRoR(a) respectiv RRIR(a).

5. ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMELOR DE TIP CENTROIDAL

Analiza cinematică are ca scop determinarea stării de mișcare a unui element sau a unor puncte ale mecanismului fără a se ține seama de forțele care acționează asupra mecanismului, presupunându-se cunoscută starea de mișcare a elementului sau elementelor conducătoare (de intrare).

Starea de mișcare a unui punct este definită prin poziția, viteza, și accelerația lui.

Starea de mișcare a unui element este determinată prin poziția, viteza și accelerația tuturor punctelor care sunt necesare pentru a defini în mod univoc poziția elementului considerat (3 la mecanismele spațiale și 2 la mecanismele plane).

Traectoria unui punct dintr-un mecanism este locul geometric al pozițiilor succesive pe care le ocupă acel punct într-un ciclu de mișcare.

Analiza cinematică a unui mecanism se poate face prin metode analitice, grafice sau grafo-analitice. Metodele analitice au avantajul unei precizii ridicate a determinărilor, dar sunt mai laborioase. Metodele grafice și grafo-analitice sunt mai puțin precise dar mai expeditiv iar rezultatele obținute se interpretează mai ușor.

Analiza cinematică a unui mecanism se poate face prin două metode de bază:

- metoda ecuațiilor vectoriale și
- metoda contururilor.

5.1 Metode de analiză cinematică a mecanismelor

5.1.1 Analiza cinematică a mecanismelor prin metoda ecuațiilor vectoriale

Deoarece un mecanism este desmodrom rezultă că starea de mișcare a oricărui element (punct) aparținând mecanismului este univoc determinată, adică numărul ecuațiilor care se pot scrie este egal cu cel al necunoscutelor.

Pozițiile tuturor elementelor mecanismului se determină prin metoda locurilor geometrice în funcție de poziția elementului (elementelor) de intrare și de dimensiunile geometrice caracteristice ale elementelor mecanismului. Determinarea poziției mecanismului (adică a poziției tuturor elementelor sale) se poate face într-un singur mod, pe baza unor construcții geometrice, pornindu-se de la elementul de intrare și punctele și direcțiile fixe. Aceste construcții se fac în o anumită succesiune (unică) care marchează un „itinerar”. Pentru determinarea vitezelor și accelerațiilor punctului/elementului de ieșire se aplică ecuațiile lui Euler sau cele ale mișcării relative urmând același itinerar.

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{\omega}_1 \times \overline{l}_{AB} \quad (5.1)$$

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A - \overline{\omega}_1^2 \cdot \overline{l}_{AB} + \overline{\varepsilon}_1 \times \overline{l}_{AB} \quad (5.1')$$

$$\overline{V}_{B_3} = \overline{V}_{B_2} + \overline{V}^r_{B_2B_3} \quad (5.2)$$

$$\overline{a}_{B_3} = \overline{a}_{B_2} + \overline{a}^c_{B_3B_2} + \overline{a}^r_{B_3B_2} \quad (5.2')$$

$$\overline{a}^c_{B_3B_2} = 2(\overline{\omega}_2 \times \overline{V}_{B_3B_2}) \quad (5.2'')$$

Soluționarea ecuațiilor care definesc stările de mișcare ale punctelor/elementelor mecanismului se poate face prin metode analitice sau prin metode grafice. Ecuațiile corespunzătoare pozițiilor sunt în general nelineare, iar cele pentru viteze și accelerații sunt întodeauna lineare în raport cu vitezele și accelerațiile necunoscute.

Se menționează faptul că la mecanismele de clasa a II-a metoda ecuațiilor vectoriale se poate aplica direct, iar pentru cele de clasă superioară (III,IV, etc) cu unele particularități.

5.1.2 Analiza cinematică a mecanismelor prin metoda conturilor

Dacă fiecărui element al unui mecanism i se asociază un vector, ca de exemplu \overline{l}_j pentru elementul j , și știind că orice mecanism are la bază un lanț cinematic închis, rezultă că se formează contururi vectoriale închise asociate mecanismului. Numarul conturilor vectoriale posibile va fi egal cu cu numărul de contururi ale mecanismului.

Pentru fiecare contur se poate scrie câte o ecuație de forma:

$$\sum \overline{l}_j = \overline{0} \quad (5.3)$$

Deoarece mecanismul este desmodrom, înseamnă că, cu ajutorul unui sistem de ecuații de forma (5.3) se pot determina pozițiile tuturor elementelor mecanismului, în mod univoc, în funcție de parametrul de poziție al elementului de intrare (sau al elementelor de intrare pentru mecanisme cu $M \geq 2$). Evident că sistemul de ecuații menționat trebuie să fie linear independent, fapt care se realizează în mod automat dacă ecuațiile de forma (5.3) se scriu numai pentru conturile independente ale mecanismului. Numărul acestora este:

$$N = \sum_{i=1}^5 c_i - n + 1 \quad (5.4)$$

De exemplu, pentru mecanismul plan din Fig. 5.1 a având $n = 6$ elemente și $c_5 = 7$, din relația de mai sus rezultă $N = 2$ contururi independente.

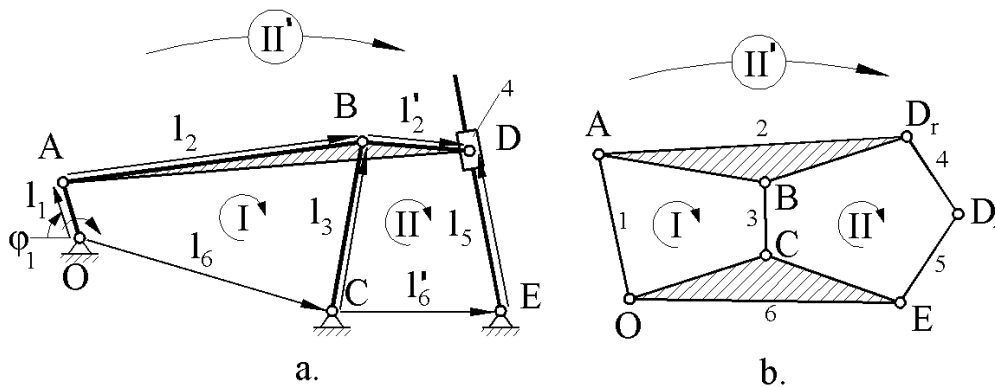


Fig. 5.1 Identificarea contururilor independente ale unui mecanism. a. direct pe schema cinematică a mecanismului; b. cu ajutorul schemei structurale a mecanismului

Drept contururi independente se pot admite oricare 2 dintre cele 3 marcate pe figură, pentru care corespund următoarele ecuații vectoriale de contur:

$$\begin{aligned}
 I: \vec{l}_1 + \vec{l}_2 - \vec{l}_3 - \vec{l}_6 &= \vec{0} \\
 II: \vec{l}_3 + \vec{l}_2' - \vec{l}_5 - \vec{l}_6' &= \vec{0} \\
 III: \vec{l}_1 + (\vec{l}_2 + \vec{l}_2') - \vec{l}_5 - (\vec{l}_6 + \vec{l}_6') &= \vec{0}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Se observă ușor că, de exemplu, ecuația pentru conturul II' este o consecință a primelor două rezultând din însumarea lor și deci este linear dependentă de acestea. De aici rezultă și o altă posibilitate de identificare a independenței unui contur și anume: într-o ecuație de forma (5.3) trebuie să existe cel puțin un vector (asociat unui element al mecanismului) neconținut într-o altă ecuație de contur din sistem.

Poziția fiecărui element mobil al unui mecanism plan este determinată de câte un parametru scalar. De exemplu, pentru mecanismul din Fig. 5.1 a pozițiile celor 5 elemente mobile sunt univoc determinate dacă se cunosc:

- unghiurile φ_1 , φ_3 și φ_5 pe care le formează elementele adiacente bazei (1, 3 și 5) cu o direcție convenabilă fixă;
- unghiul elementului 2 cu elementul 1 sau 3 sau cu direcția fixă menționată;
- distanța punctului $D \in 4(l_5)$ pe direcția definită deja prin unghiul φ_5 .

Deci numărul de necunoscute scalare de poziție va fi egal cu numărul de elemente mobile mai puțin numărul gradelor de mobilitate al mecanismului (M),

deoarece pozițiile elementelor de intrare ($n_i = M$) sunt cunoscute, adică

$$(nr.nc.) = (n-1) - M \quad (5.6)$$

Pentru mecanismele plane cu bare ($c_4 = 0$) gradul de mobilitate are expresia:

$$M = 3(n-1) - 2c_5 \quad (5.7)$$

iar relația numărului de contururi independente (5.4) devine:

$$N = c_5 - (n-1) \quad (5.8)$$

Înlocuind pe (5.7) în (5.6) și având în vedere relația (5.8) se obține:

$$(nr.nc.) = 2N \quad (5.9)$$

adică numărul de necunoscute scalare este egal cu dublul numărului contururilor independente.

Cum fiecare ecuație vectorială de contur de forma (5.3) scrisă în plan este echivalentă cu două ecuații scalare, proiecțiile acesteia pe un sistem de axe convenabil ales, se obține un sistem de $2N$ ecuații cu $2N$ necunoscute.

În mod similar se poate raționa și pentru un mecanism spațial caz în care se obține un sistem de $3N$ ecuații cu $3N$ necunoscute.

Rezultă că se pot determina toți parametrii de poziție ai tuturor elementelor mecanismului, concluzie firească având în vedere faptul că mecanismul este desmodrom, așa cum s-a menționat mai sus.

Din sistemul de $2N$ ecuații cu $2N$ necunoscute (pentru mecanismele plane) se pot elimina $(2N - 1)$ necunoscute, făcând de exemplu eliminantul sistemului, și rezultând o funcție de forma:

$$\tau_0(x_i, x_e) = 0 \quad (5.10)$$

sau

$$x_e = f(x_i) \quad (5.11)$$

în care:

x_i este parametrul de intrare (dacă $M=1$), o deplasare lineară sau unghiulară (coordonate generalizate de intrare)

x_e parametrul pozitional al elementului de iesire (coordonate generalizate de iesire), elementul de iesire putând fi oricare dintre elementele mecanismului.

Funcția τ_0 poartă numele de funcție de transmitere de ordinul 0, iar forma (5.10) se numește funcția de poziție, ambele reprezentând implicit sau explicit

dependența dintre parametrii poziționali de intrare și ieșire. Structura matematică a acestor funcții depinde de tipul mecanismului iar constantele (coeficienții) lor depind de parametrii constanți ai mecanismului (lungimi și unghiuri invariabile).

Prin derivarea în raport cu timpul a relației (5.10) se obține:

$$\dot{x}_e = \tau_1(x_i, x_e)x_i \quad (5.12)$$

În care:

$$\tau_1 = -\frac{\frac{\partial \tau_0}{\partial x_i}}{\frac{\partial \tau_0}{\partial x_e}} \quad (5.13)$$

care se numește funcție de transmitere de ordinul 1.

Facând aceeași operație cu expresia (5.11) se obține

$$\dot{x}_e = \dot{f}(x_i) = f_v(x_i, \dot{x}_i) \quad (5.14)$$

care se numește funcția viteză a mecanismului.

Derivând de două ori în raport cu timpul expresia (5.10) se obține:

$$\ddot{x}_e = \tau_2(x_i, x_e)x_i^2 + \tau_1(x_i, x_e)\ddot{x}_i \quad (5.15)$$

în care:

$$\tau_2(x_i, x_e) = -\frac{\frac{\partial^2 \tau_0}{\partial x_i^2} + 2\tau_1 \frac{\partial^2 \tau_0}{\partial x_i \partial x_e} + \tau_1^2 \frac{\partial^2 \tau_0}{\partial x_e^2}}{\frac{\partial \tau_0}{\partial x_e}} \quad (5.16)$$

reprezintă funcția de transmitere de ordinul 2.

Prin derivarea funcției de viteză (5.14) rezultă:

$$\ddot{x}_e = \ddot{f}(x_i) = \dot{f}_v(x_i, \dot{x}_i) = f_a(x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i) \quad (5.17)$$

care se numește funcția de accelerație.

Pe această cale, pornind de la ecuațiile de contur se poate determina starea de mișcare a oricărui element al mecanismului (considerat ca element de ieșire/conduc), în funcție de starea de mișcare a elementului de intrare ($x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i$).

În mod similar se pot determina dependențele funcționale pentru mecanismele plane sau spațiale având mai multe elemente de intrare ($M \geq 2$).

5.2 Analiza cinematică a mecanismelor de tip centroidal

5.2.1 Metoda analitică pentru analiza mecanismelor de tip centroidal

Analiza cinematică a mecanismelor patrulatere de tip centroidal se realizează după un procedeu de calcul invers sintezei dimensionale și conduce la determinarea parametrilor geometrici și cinematici ai mecanismului sintetizat sau existent.

Mărimile de intrare (date) în cazul analizei cinematice sunt: structura mecanismului patrulater de tip centroidal, lungimile elementelor și geometria elementului profilat. În cazul structurilor mecanismelor patrulatere de tip centroidal de construcție generală (v. capitolul 2) sunt date configurațiile geometrice ale ambelor elemente profilate.

Analiza cinematică a mecanismelor patrulatere de tip centroidal se va realiza pe baza unui algoritm de calcul general, care este independent de structura mecanismului de tip centroidal. Mărimile de ieșire, ca rezultate ale analizei cinematice, sunt funcțiile de transmitere (FT) de ordinul ν ($\nu = 0,1,2$) și parametrii cinematici (PC) ai mecanismului de tip centroidal analizat.

Conform celor prezentate sintetic, scopul analizei cinematice a mecanismelor patrulatere de tip centroidal îl reprezintă determinarea funcțiilor de transmitere de ordinul ν ($\nu = 0,1,2$). Elementul profilat de tip centroidă fixă (c_0)/(e_0) este solidar cu sistemul de axe mobil u,v și este descris în acest sistem de axe prin relația:

$$X_0(t) = u_0(t) + i \cdot v_0(t) . \quad (5.18)$$

Elementul profilat de tip centroidă mobilă este în contact cu elementul profilat de tip centroidă fixă, iar punctul trasor al său descrie în sistemul de axe u,v al elementului profilat de tip centroidă fixă o traiectorie (curbă de ruletă). Această traiectorie va trebui să fie descrisă, prin închiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v , și pe calea care definește structura mecanismului de tip centroidal. Vectorul rezultat al vectorilor asociați elementelor care definesc tipul structurii mecanismului de tip centroidal se va nota în continuare cu $X(t)$. Elementul profilat (c)/(d) trebuie să fie mereu tangent la elementul profilat cunoscut (c_0)/(e_0). Panta acestuia în sistemul de axe atașat elementului profilat este dată de relația:

$$\gamma(t) = \arctan \frac{v'_0(t)}{u'_0(t)} \quad (5.19)$$

Lungimea curentă a elementului profilat de tip centroidă mobilă având curba profil rectilinie se determină cu relația (5.20), situație ilustrată în fig. 5.2a:

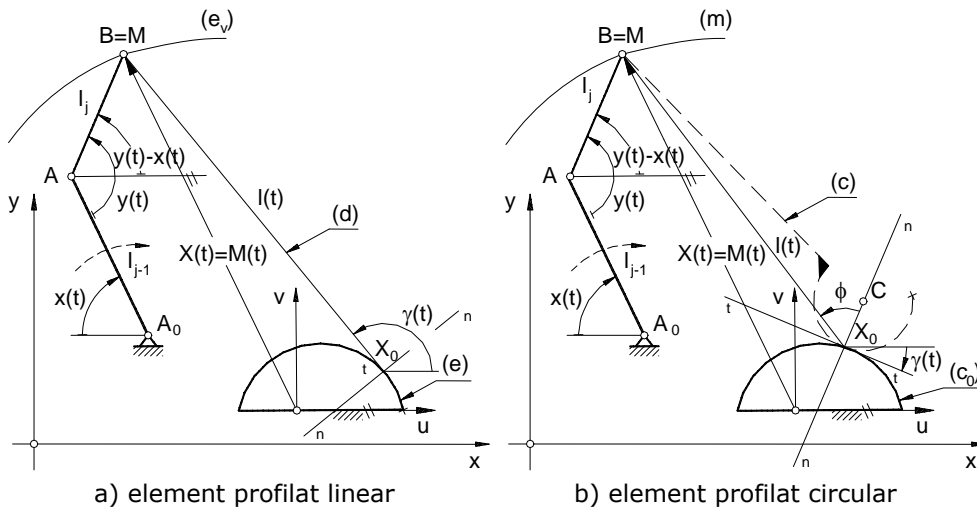


Fig. 5.2 Analiza cinematică a mecanismelor de tip centroidal

$$l(t) = l - \int_0^t \sqrt{u'_0(t)^2 + v'_0(t)^2} dt, \quad (5.20)$$

respectiv lungimea curentă a elementului profilat de tip centroidă mobilă având curba profil circulară (fig. 5.2b):

$$l(t) = r(t) = \frac{q}{\sin \phi(t)} \sin \left[\frac{1}{R} \int_0^t \frac{\sqrt{u'_0(t)^2 + v'_0(t)^2}}{v'_0(t)} dt \right] \quad (5.21)$$

unde l reprezintă lungimea maximă a elementului profilat linear, respectiv q și R sunt parametrii geometrici ai elementului profilat circular. Unghiul de rotație $\phi(t)$ se determină conform § 3.1. Termenii care intervin sub semnul integrală reprezintă:

$$\begin{aligned} u'_0(t) &= \frac{du_0(t)}{dt}, \\ v'_0(t) &= \frac{dv_0(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Vectorul $M(t)$, care descrie poziția punctului trasor în sistemul de axe mobil u, v are, în scrierea cu numere complexe, pentru cazul elementului profilat de tip centroidă mobilă având curba profil rectilinie, următoarea formă:

$$M(t) = [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l(t) \cdot e^{i\gamma(t)}, \quad (5.23)$$

respectiv pentru elementului profilat de tip centroidă mobilă având curba profil circulară

$$M(t) = [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l(t) \cdot e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \gamma(t) + \phi(t)\right)}, \quad (5.24)$$

Vectorul rezultat $X(t)$ dependent de sturctura mecanismului urmează a avea forma:

$$X(t) = u_x(t) + i \cdot v_x(t). \quad (5.25)$$

Ecuția de închidere a poligonului vectorial în scrierea cu numere complexe conduce în cazul mecanismelor de tip centroidal la ecuația:

$$[u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l(t) \cdot e^{i\sigma(t)} = u_x(t) + i \cdot v_x(t), \quad (5.26)$$

unde pentru o tratare unitară s-a notat cu $\sigma(t)$ unghiul de poziție al elementului profilat de tip centroidă mobilă de lungime variabilă $l(t)$. Unghiul de poziție este:

$$\sigma(t) = \pi/2 - \gamma(t) + \phi(t) \quad (5.27)$$

în cazul mecanismului de tip centroidal având curba profil circulară, respectiv:

$$\sigma(t) = \gamma(t), \quad (5.28)$$

în cazul mecanismului de tip centroidal cu curbă profil rectilinie.

Ecuția de transmitere de ordinul 0 se va obține prin multiplicarea ecuației (5.26) cu ecuația complex conjugată a acesteia. Ecuția de transmitere de ordinul 0 se va obține sub forma:

$$\mathbf{F}(x(t), y(t)) = 0. \quad (5.29)$$

Parametrii poziționali ai elementului conducător (motor) și cei ai elementului condus se vor obține într-o formă parametrică din ecuația (5.26) după cum urmează:

$$\begin{aligned} x &= x(t), \\ y &= y(t). \end{aligned} \quad (5.30)$$

unde parametrul t aparține elementului profilat.

Funcția de transmitere de ordinul 0 - funcția de poziție $y(x)$ se va obține prin eliminarea parametrului t al elementului profilat între parametrii poziționali ai elementului conducător $x(t)$ și ai elementului condus $y(t)$ (v. fig.5.3).

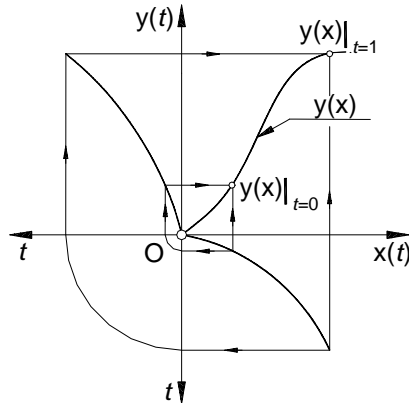


Fig. 5.3 Funcția de transmitere de ordinul 0

Prin derivarea parametrului pozițional al elementului condus din (5.30) în raport cu parametrul t (se obține $y'(t)$) și prin eliminarea acestuia între $y'(t)$ și $x(t)$ se va obține funcția de transmitere de ordinul 1 $y'(x)$.

Analog se obține și funcția de transmitere de ordinul 2 $y''(x)$.

În urma derivării funcției de transmitere de ordinul 0 în raport cu timpul t ($t \neq t$) se va obține viteza elementului condus

$$\dot{y}(t) = y'(x) \cdot \dot{x}, \quad (5.31)$$

iar prin derivarea relației (5.31) în raport cu t se va obține accelerația elementului condus

$$\ddot{y}(t) = y''(x) \cdot \dot{x}^2 + y'(x) \cdot \ddot{x}, \quad (5.32)$$

în care:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}, \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}. \quad (5.33)$$

sunt viteza și accelerația elementului conducător (motor).

5.2.2 Metodă de analiză a mecanismelor de tip centroidal bazată pe un mecanism patrulater instantaneu izocinetic

În continuare se prezintă o metodă iterativă pentru analiza mecanismelor de tip centroidal. Aceasta metodă a fost dezvoltată în vederea elaborării unui program de calculator, care pe baza datelor de intrare să determine funcția de transmitere între elementul conducător și cel condus, pentru un mecanism de tip centroidal. Pentru aceasta s-a ales un mecanism în configurația RRIR (conform cu fig. 2.2 Sistematizarea mecanismelor patrulatere cu element flexibil). Un astfel de

mecanism este prezentat în figura 5.4 a.

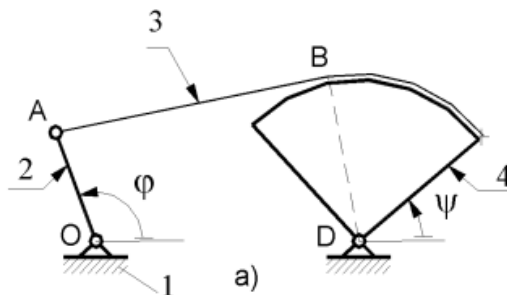


Fig. 5.4 a) Mecanism de tip centroidal RRIR, cu profil oarecare

În Fig 5.4 a) s-a notat cu 1 elementul fix, 2 elementul de tip manivelă, 3 elementul flexibil și inextensibil, 4 elementul profilat pe care se înfășoară pe elementul 3. Având în vedere că manufacturarea elementului 4 prezintă unele dificultăți din punct de vedere tehnologic, profilul fiind neregulat și având o formă ce rezultă în urma procesului de sinteza, acesta se poate realiza cel mai ușor cu ajutorul unei freze cu comandă numerică.

Pentru a ușura și facilita manufacturarea acestor tipuri de mecanisme s-a înlocuit elementul 4 profilat oarecare cu un element de tip cerc excentric. Un astfel de mecanism este prezentat în figura 5.4 b).

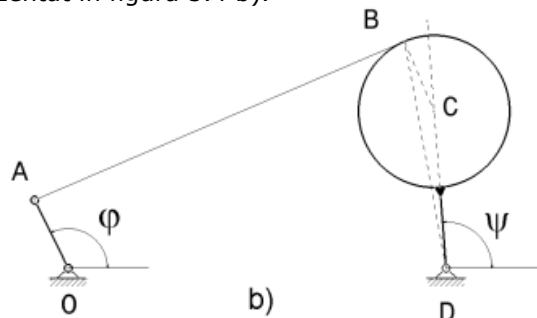


Fig. 5.4 b) Mecanism de tip centroidal RRIR, cu profil cerc excentric

Pentru această configurație se determină funcția de transmitere prin metoda iterativă.

Problema cea mai mare în analiza acestui tip de mecanisme este că, spre deosebire de mecanismul patrulater clasic unde elementele au lungime constantă, la mecanismul din Fig. 5.4 a) și 5.4 b) datorită cuplei de înfășurare elementele AB și BD au lungime instantanee variabilă. Problema se poate rezolva impunând trei poziții :

- o poziție de extrem (minim), în sensul că unghiul dintre elementele OA și AB este π , fig. 5.5
- a doua poziție de extrem (maxim), în sensul că unghiul dintre elementele OA și AB este 0, fig. 5.6
- o poziție oarecare în care unghiul dintre elementele OA și AB nu este cunoscut, fig. 5.7

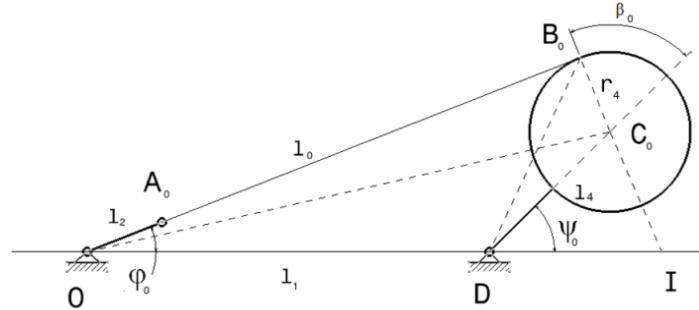


Fig 5.5 Pozitia de extrem – minim

Pentru prima poziție, ilustrată în fig 5.5 se determina segmentul OC_0 în două feluri, din $\triangle OC_0D$ și $\triangle OB_0C_0$ rezultând următoarea relație:

$$(l_2 + l_0)^2 + r^2 = l_1^2 + l_4^2 + 2l_1l_4 \cos \psi_0 \quad (5.34)$$

De asemenea se determină lungimea segmentului B_0D din $\triangle OB_0D$ și $\triangle B_0C_0D$ rezultând următoarea relație:

$$l_4^2 + r_4^2 - 2r_4l_4 \sin(\psi_0 - \varphi_0) = l_1^2 + (l_2 + l_0)^2 - 2l_1(l_2 + l_0) \cos \varphi_0 \quad (5.35)$$

Având în vedere că se face analiza unui mecanism, se cunoaște poziția inițială a acestui mecanism, deci mărimea unghiului ψ_0 este impusă. Se formează un sistem de două ecuații cu două necunoscute și se determină mărimea elementului flexibil și inextensibil de înfășurare l_0 și unghiul pe care îl are elementul motor față de elementul fix φ_0 :

$$l_0 = \sqrt{l_1^2 + l_4^2 + 2l_1l_4 \cos \psi_0} - l_2 \quad (5.36)$$

$$(\cos \varphi_0)_{1,2} = \frac{a(b \sin \psi_0 - c) \pm \sqrt{\Delta}}{b^2 + c^2 - 2bc \sin \psi_0} \quad (5.37)$$

În care:

$$\begin{aligned} \Delta &= a^2(b \sin \psi_0 - c)^2 - (b^2 + c^2 - 2bc \sin \psi_0)(a^2 - b^2 \cos^2 \psi_0) \\ a &= l_4^2 + r_4^2 - l_1^2 - (l_2 + l_0)^2 \\ b &= 2r_4l_4 \\ c &= 2l_1(l_2 + l_0) \cos \varphi_0 \end{aligned} \quad (5.38)$$

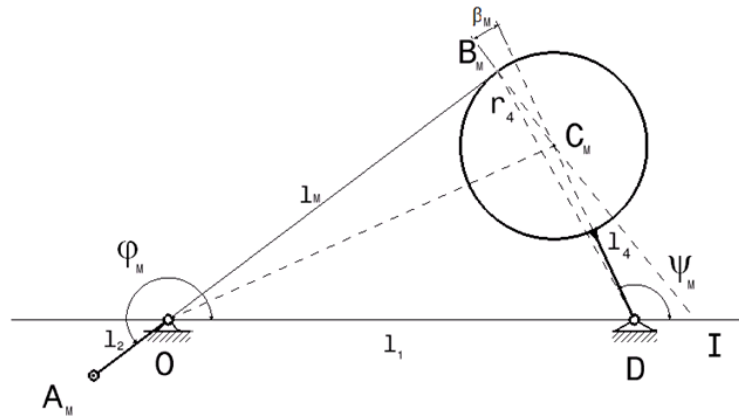


Fig 5.6 Poziția de extrem - maxim

Se trece la cea de-a doua poziție de extrem (v.fig 5.6), în care unghiul dintre elementele OA și AB este 0. Se calculează lungimea elementului OC_M din $\Delta OC_M D$ și $\Delta OB_M C_M$ rezultând relația:

$$(l_M - l_2)^2 = l_1^2 + l_4^2 - r_4^2 + 2l_1 l_4 \cos \psi_M \quad (5.39)$$

Se determină lungimea elementului $B_M D$ din $\Delta OB_M D$ și $\Delta B_M C_M D$ rezultând relația:

$$r_4^2 + l_4^2 - 2r_4 l_4 \cos \beta_M = l_1^2 + (l_M - l_2)^2 + 2l_1 (l_M - l_2) \cos \varphi_M \quad (5.40)$$

Aceste două relații formează un sistem de două ecuații cu trei necunoscute, anume lungimea elementului de înfășurare l_M , unghiul pe care îl face elementul motor în raport cu elementul fix φ_M , unghiul pe care s-a desfășurat firul de pe elementul profilat β_M .

Este necesară încă o relație pentru determinarea acestor trei parametri. Această relație este între unghiul sub care este înfășurat elementul flexibil în poziția 0 și unghiul sub care ajunge înfășurat elementul flexibil în poziția M, după cum urmează:

$$l_M = l_0 + r_4 \theta_M \quad (5.41)$$

unde l_M - lungimea elementului de înfășurare în poziția M

l_0 - lungimea elementului de înfășurare în poziția 0, determinată anterior

r_4 - raza cercului excentric al profilului

θ_M - unghiul pe care s-a desfășurat firul

$$\theta_M = \beta_0 - \beta_M \quad (5.42)$$

$$\beta_0 = \frac{\pi}{2} - (\psi_0 - \varphi_0) \quad (5.43)$$

din relațiile de mai sus se determină β_M

$$\beta_M = \frac{1}{r_4} (l_0 + r_4 \beta_0 - l_M) \quad (5.44)$$

Cu aceste relații se determină cei 3 parametri în funcție de poziția de start și dimensiunile fiecărui element.

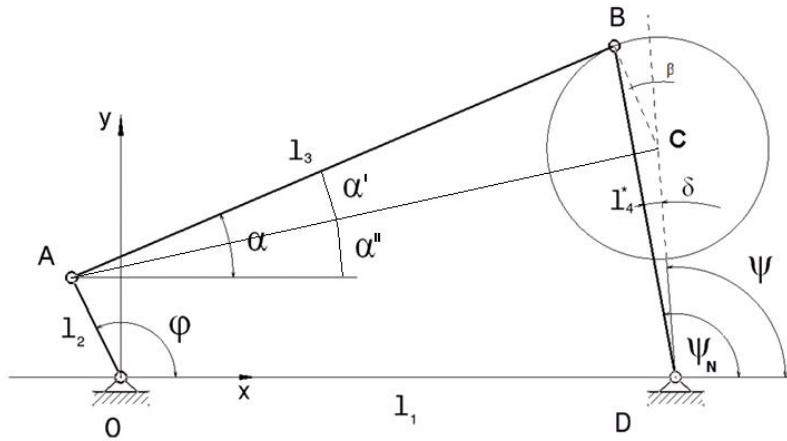


Fig 5.7 Poziția oarecare

Pentru soluționarea celei de-a treia poziții (v.fig.5.7) se recurge la construirea unui mecanism patrulater articulată echivalent, notat $OABD$. La acest mecanism echivalent nu se cunosc lungimile elementelor AB și BD .

Se notează cu l_4^* elementul BD și se determină lungimea acestuia din $\triangle BCD$.

$$l_4^* = \sqrt{r_4^2 + l_4^2 + 2r_4 l_4 \cos \beta} \quad (5.45)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - (\psi - \alpha) \quad (5.46)$$

$$\alpha = \alpha' + \alpha'' \quad (5.47)$$

$$\alpha' = \arctan \left(\frac{l_4 \sin \psi - l_2 \sin \varphi}{l_1 + l_4 \cos \psi - l_2 \cos \varphi} \right) \quad (5.48)$$

$$\alpha'' = \arctan \left(\frac{r_4}{l_1^2 + l_4^2 + l_2^2 - r_4^2 - 2l_2 l_4 \cos(\varphi - \psi) + 2l_1 l_4 \cos \psi - 2l_1 l_2 \cos \varphi} \right) \quad (5.49)$$

$$\alpha = \arctan \left(1 - \frac{(l_4 \sin \psi - l_2 \sin \varphi) r_4}{(l_1 + l_4 \cos \psi - l_2 \cos \varphi)(l_1^2 + l_4^2 + l_2^2 - r_4^2 - 2l_2 l_4 \cos(\varphi - \psi) + 2l_1 l_4 \cos \psi - 2l_1 l_2 \cos \varphi)} \right)$$

De asemenea se determină unghiul dintre elementul BD și elementul fix, ψ_N

$$\psi_N = \psi + \delta \quad (5.50)$$

unde ψ - unghiul pe care îl face elementul profilat cu elementul fix

δ - unghiul BDC

Pentru determinarea lui δ , se aplică teorema sinusului în $\triangle BCD$ și rezultă:

$$\delta = \arcsin \left(\frac{r_4 \sin \beta}{\sqrt{r_4^2 + l_4^2 + 2r_4 l_4 \cos \beta}} \right) \quad (5.51)$$

Dacă se proiectează elementele mecanismului pe cele două axe, Ox și Oy rezultă următorul sistem de de ecuații:

$$\begin{cases} l_2 \cos \varphi + l_3 \cos \alpha = l_1 + l_4^* \cos \psi_N \\ l_2 \sin \varphi + l_3 \sin \alpha = l_4 \sin \psi_N \end{cases} \quad (5.52)$$

Din acest sistem de ecuații se elimină parametrul α și se obține:

$$\psi_N = 2 \arctg \frac{-B + \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \quad (5.53)$$

cu

$$\begin{aligned} A &= 2l_4^2(l_1 - l_2 \cos \varphi) \\ B &= 2l_2 l_4^* \sin \varphi \\ C &= l_3^2 + 2l_1 l_2 \cos \varphi - (l_2^2 + l_4^{*2} + l_1^2) \end{aligned} \quad (5.54)$$

Cu ψ_N , δ determinate și φ impus (pentru că se cunoaște poziția curentă) putem să calculăm ψ în o poziție oarecare:

$$\psi = \psi_N - \delta \quad (5.55)$$

$$\psi = 2 \arctg \frac{-B + \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} - \arcsin \left(\frac{r_4 \sin \beta}{\sqrt{r_4^2 + l_4^2 + 2r_4 l_4 \cos \beta}} \right) \quad (5.56)$$

În urma acestui algoritm de calcul putem concluda ca funcția de transmitere depinde atât de dimensiunile elementelor cât și de poziția inițială (de start) a mecanismului.

5.2.3 Metoda de analiza a mecanismelor de tip centroidal bazată pe un mecanism cu camă instantaneu izocinetic

5.2.3.1 Metoda geometrica

Această metodă are la bază construcția unui mecanism cu camă izocinetic[P5].

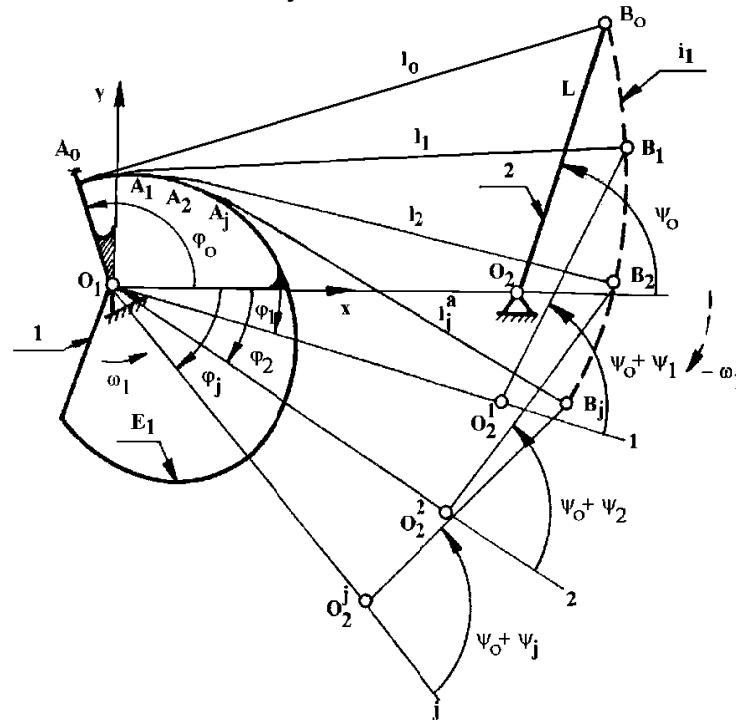


Fig.5.8 Generarea funcției de transmitere

Fie mecanismul din Fig.5.8 având elementul profilat ca element de intrare cu viteza unghiulară ω_1 și pozițiile de inițializare (poziții de start) φ_0 și ψ_0 .

Se cunosc:

$l_0 = A_0B_0$, $a = O_1O_2$, $L = O_2B$, și ecuația care descrie forma elementului profilat definită în raport cu un sistem de axe legat de elementul de intrare 1:

$$E_1 : F(x, y) = 0 \quad (5.57)$$

Pentru a determina funcția de transmitere $\psi = \psi(\varphi)$, se imprimă mecanismului o mișcare inversă cu viteza unghiulară $-\omega_1$ și având punctul de origine O_1 fixat. În acest fel elementul profilat rămâne staționar, iar punctul B descrie evolventa i_1 a elementului profilat E_1 . Dacă se consideră cunoscute punctele $B_j \in i_1$, și cunoscând lungimea elementului de ieșire L , se poate determina poziția cuplei O_2

pe cercul cu rază a și centrul în O_1 . Rezultă astfel perechile de unghiuri $O_2O_1O_2^j = \varphi_j$ și $jO_2^jB = \psi_0 + \psi_j$ pe baza cărora se poate determina funcția de transmitere $\psi = \psi(\varphi)$.

Soluția pe cale analitică presupune rezolvarea unor ecuații integro-diferențiale și de aceea se propune folosirea unei metode de rezolvare prin creșteri finite.

Elementul profilat E_1 , descris de ecuația (5.57), se împarte în arce de curbă de lungime, de preferat, constantă începând cu punctul A_0 , apoi $A_1, A_2, \dots, A_j, \dots$ lungimea arcului fiind dată de relația $\Delta s = A_{j-1}A_j$. Dacă Δs este destul de mic, atunci acel arc de curbă oarecare poate fi aproximat cu coarda sa. Punctele $A_j(x_j, y_j)$ sunt obținute ca urmare a intersecției dintre curba E_1 și cercul de rază Δs și centru A_{j-1} , după cum urmează:

$$\begin{cases} E_1 : F(x, y) = 0 \\ c_{j-1} : (x - x_{j-1})^2 + (y - y_{j-1})^2 = \Delta s^2, j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (5.58)$$

Ecuația tangentei în punctul $A_j(x_j, y_j)$ la curba E_1 este:

$$(y - y_j) \frac{\partial F}{\partial y} + (x - x_j) \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (5.59)$$

Pe tangentă se găsește punctul $B_j(x_{Bj}, y_{Bj})$ la distanța l_j de A_j astfel încât punctul B_j se poate determina prin intersecția tangentei, descrisă cu ecuația (5.59), și cercul de rază $l_j = (l_0 - j\Delta s)$ și centru în A_j , astfel rezultând:

$$(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 = (l_0 - j\Delta s)^2 \quad (5.60)$$

Punctul $O_2^j(x_{2j}, y_{2j})$ se află la intersecția următoarelor două cercuri:

$$(x - x_{Bj})^2 + (y - y_{Bj})^2 = L^2 \quad (5.61)$$

și

$$x^2 + y^2 = a^2 \quad (5.62)$$

Unghiul de intrare corespunzător poziției j va fi:

$$\varphi_j = -\arctan \frac{y_{2j}}{x_{2j}} \quad (5.63)$$

iar unghiul de ieșire $(\psi_0 + \psi_j)$ este unghiul între dreptele $O_{2j}O_1$ și $O_{2j}B_j$, și este descris de următoarea relație:

$$\psi_j = \arctan \frac{x_{Bj}y_{2j} - x_{2j}y_{Bj}}{x_{Bj}x_{2j} + y_{Bj}y_{2j} - a^2} - \psi_0 \quad (5.64)$$

Fiind cunoscute aceste unghiuri se poate determina funcția de transmitere $\psi = \psi(\varphi)$.

Viteza unghiulară a elementului de ieșire se poate determina din raportul de transmitere după cum urmează:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d\varphi/dt}{d\psi/dt} = \frac{d\varphi}{d\psi} = \frac{1}{\tau} \quad (5.65)$$

scris pentru fiecare interval:

$$\tau_{j-1,j} = \frac{\Delta\psi_{j-1,j}}{\Delta\varphi_{j-1,j}} \quad (5.66)$$

unde:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{j-1,j} &= \varphi_j - \varphi_{j-1} \\ \Delta\psi_{j-1,j} &= \psi_j - \psi_{j-1} \end{aligned}$$

Din relațiile (5.65) și (5.66) se obține:

$$\omega_2 = \tau_{j-1,j} \omega_1 = \frac{\Delta\psi_{j-1,j}}{\Delta\varphi_{j-1,j}} \omega_1 \quad (5.67)$$

Accelerația unghiulară în intervalul $(j-1, j)$ se determină derivând ecuația (5.67) în raport cu timpul:

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d\tau}{dt} \omega_1 + \tau \frac{d\omega_1}{dt} \quad (5.68)$$

cu:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dt} &= \frac{d\tau}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\tau}{d\varphi} \omega_1 \\ \frac{d\tau}{d\varphi} &\cong \frac{\Delta\tau_{j-1,j}}{\Delta\varphi_{j-1,j}} \end{aligned} \quad (5.69)$$

Aceste valori se înlocuiesc în relația (5.68) și se obține:

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta \tau_{j-1,j}}{\Delta \varphi_{j-1,j}} \omega_1^2 + \tau_{j-1,j} \varepsilon_1 \quad (5.70)$$

5.2.3.2 Metoda Vectorială grafo-analitică

Pentru o poziție oarecare j , se poate determina starea de mișcare a elementului de ieșire (ω_2 și ε_2) cu ajutorul metodei vectoriale fie folosind patrulaterul instantaneu izocinetic $O_1A_jB_jO_2$ fie folosind mecanismul instantaneu izocinetic cu camă. Profilul camei fictive este dat de evolventa i_1 iar tchetul este elementul de ieșire O_2B , vezi fig 5.9.

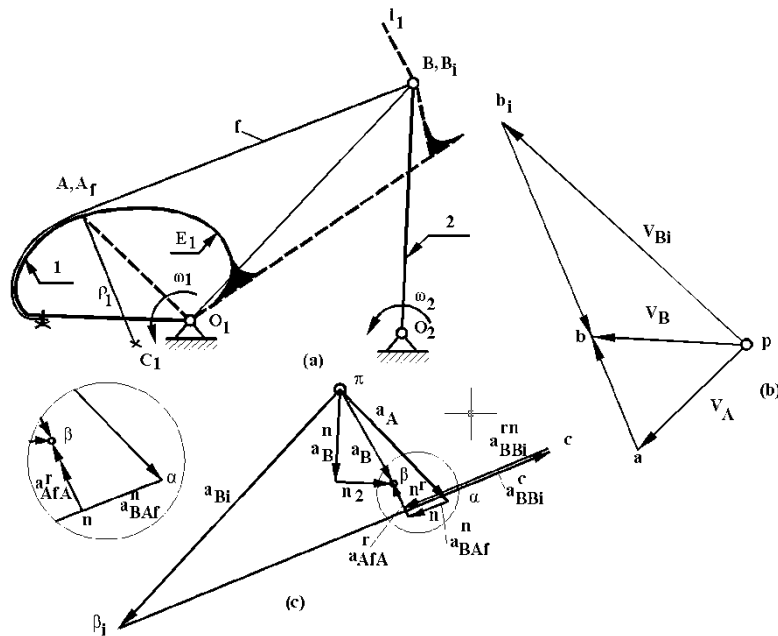


Fig 5.9 Poziție curentă a mecanismului izocinetic cu camă (a); Poligonul vitezelor (b); Poligonul accelerațiilor (c);

Relațiile vectoriale pentru mecanismul instantaneu izocinetic sunt:

$$\begin{aligned} \vec{V}_A &= \vec{\omega}_1 \times \vec{O_1A} \\ \vec{V}_B &= \vec{V}_{Af} + \vec{\omega}_f \times \vec{A_fB} \\ \vec{V}_B &= \vec{\omega}_2 \times \vec{O_2B} \end{aligned} \quad (5.71)$$

unde: $\vec{V}_{Af} = \vec{V}_A$ deoarece $A \equiv A_f$ este centru instantaneu de rotație

Pentru mecanismul instantaneu izocinetic cu camă relațiile sunt următoarele:

$$\begin{aligned}
\vec{V}_{Bi} &= \vec{\omega}_1 \times \vec{O_1B_i} \\
\vec{V}_B &= \vec{V}_{Bi} + \vec{V}_{BBi} \\
\vec{V}_B &= \vec{\omega}_2 \times \vec{O_2B}
\end{aligned}
\tag{5.72}$$

Unde \vec{V}_{BBi} este viteza relativă între punctul B al „tachetului”, și punctul B_i corespunzător „camei” i_1 . Această viteză este paralelă cu tangenta în punctul B_i de pe curba i_1 , și desigur perpendiculară pe linia AB .

Cele două triunghiuri de viteză sunt prezentate în fig 5.9b și produc același rezultat.

Ecuțiile accelerațiilor care descriu mecanismul patruleter înlocuitor sunt:

$$\begin{aligned}
\vec{a}_A &= -\omega_1^2 \vec{O_1A} + \varepsilon_1 \times \vec{O_1A} \\
\vec{a}_{Af} &= \vec{a}_A + \vec{a}_{AfA} \\
\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_{Af} - \omega_f^2 \vec{A_fB} + \varepsilon_f \times \vec{A_fB} \\ \vec{a}_B = -\omega_2^2 \vec{O_2B} + \varepsilon_2 \times \vec{O_2B} \end{cases}
\end{aligned}
\tag{5.73}$$

unde a_{AfA}^r este accelerația Centrului Instantaneu de Rotatie (CIR) în mișcarea relativă dintre elementul flexibil f și roata necirculară 1 la un moment dat. Elementele f și 1 sunt centroidele mișcării relative. Folosind relațiile din teorema Euler-Savary, valoarea accelerației rezultă după cum urmează:

$$a_{AfA}^r = u\omega_{f1} = (\omega_{f1}d)\omega_{f1} = \omega_{f1}^2 d = \omega_{f1}^2 \frac{\rho_1}{2}$$

unde: u - este viteza de mutare a CIR

$\omega_{f1} = (\omega_f - \omega_1)$ - viteza unghiulară relativă

$d = \rho_1/2$ - diametrul cercului de inflexiune

ρ_1 - raza de curbura în punctul A al curbei E_1

Direcția vectorului a_{AfA}^r este opusă versorului normalei \vec{v}_1 la curba E_1 .

Cu aceste valori se poate determina accelerația punctului B (v.fig 3c), cât și accelerația unghiulară:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_B^t}{O_2B} \tag{5.74}$$

Ecuțiile pentru accelerații în mecanismul fictiv izocinetic cu camă sunt:

$$\vec{a}_{Bi_1} = -\omega_1^2 \vec{O_1B_i} + \varepsilon_1 \times \vec{O_1B_i}$$

$$\begin{cases} \overline{a_B} = \overline{a_{Bi}} + \overline{a_{BBi}^c} + \overline{a_{BBi}^m} + \overline{a_{BBi}^{rt}} \\ \overline{a_B} = -\omega_2^2 \overline{O_2B} + \varepsilon_2 \times \overline{O_2B} \end{cases} \quad (5.75)$$

unde $\overline{a_{BBi}^c} = 2(\overline{\omega_1} \times \overline{V_{BBi}})$ - este acceleratia Coriolis

$\overline{a_{BBi}^m} = \frac{V_{BBi}^2}{AB}$ - componenta normală a accelerației relative

$\overline{v_{i_1}} = \frac{\overline{BA}}{BA}$ - versorul normalei la curba i_1 în punctul B_i

Poligonul accelerațiilor este ilustrat în fig 5.9c.

Din toate ecuațiile vectoriale ale analizei cinemate rezultă ecuații scalare corespunzătoare, astfel se pot găsi soluții prin metode analitice folosind un program de calcul computerizat.

5.2.3.3 Analiza cinematică a mecanismului cu cuple de tip centroidal generator de funcțiuni cu element profilat condus

Dacă elementul condus este roata necirculară atunci procedura de analiză cinematică este la fel ca și în cazul în care elementul profilat este element conductor, doar că se imprimă o mișcare relativă inversă având ca pivot pe $O_2(-\omega_2)$, vezi fig 5.10

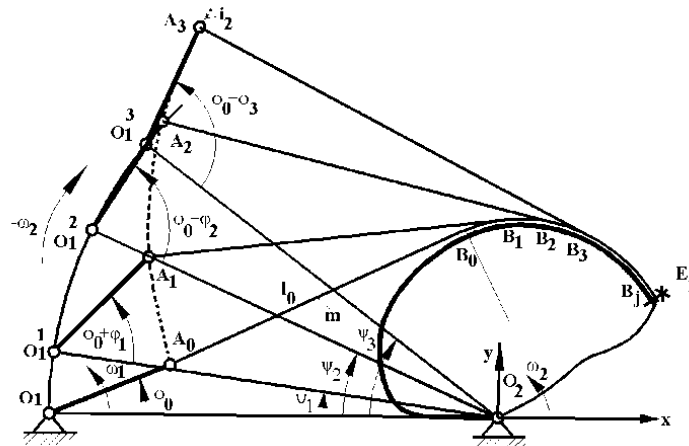


Fig.5.10 Determinarea funcției de transmitere pentru un mecanism cu cuple de tip centroidal la elementul de ieșire

Pentru mecanismul instantaneu izocinetic cu bare prezentat în fig. 5.10 ecuațiile vectoriale pentru viteze sunt:

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_A &= \vec{\omega}_1 \times \vec{O_1A} \\
 \vec{V}_B &= \vec{V}_{B_f} = \vec{V}_A + \vec{\omega}_f \times \vec{AB}_f \\
 \vec{V}_B &= \vec{\omega}_2 \times \vec{O_2B}
 \end{aligned} \tag{5.76}$$

Pentru mecanismul instantaneu izocinetic cu camă cu tchetul O_1A ca element conducător relațiile pentru viteză sunt:

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_A &= \vec{\omega}_1 \times \vec{O_1A} \\
 \begin{cases} \vec{V}_{Ai_2} = \vec{V}_A + \vec{V}_{Ai_2A} \\ \vec{V}_{Ai_2} = \vec{\omega}_2 \times \vec{O_2A}_{i_2} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.77}$$

Din fig. 5.11 rezultă aceeași valoare pentru vitezele unghiulare:

$$\omega_2 = \frac{V_B}{O_2B} = \frac{V_{Ai_2}}{O_2A_{i_2}} \tag{5.78}$$

deoarece $\Delta pba_{i_2} \approx \Delta O_2BA_{i_2}$

Ecuțiile de accelerații pentru mecanismul patrulater instantaneu izocinetic sunt:

$$\begin{aligned}
 \vec{a}_A &= -\omega_1^2 \vec{O_1A} + \varepsilon_1 \times \vec{O_1A} \\
 \begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A - \omega_f^2 \vec{AB}_f + \vec{a}_{BB_f}^r + \varepsilon_f \times \vec{AB}_f \\ \vec{a}_B = -\omega_2^2 \vec{O_2B} + \varepsilon_2 \times \vec{O_2B} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.79}$$

unde: $\vec{a}_{BB_f}^r = -\vec{v}_2 \left(\omega_{2f}^2 \frac{\rho_2}{2} \right)$ este accelerația CIR ($B \equiv B_f$) în mișcarea relativă a elementului condus 2 față de elementul flexibil f.

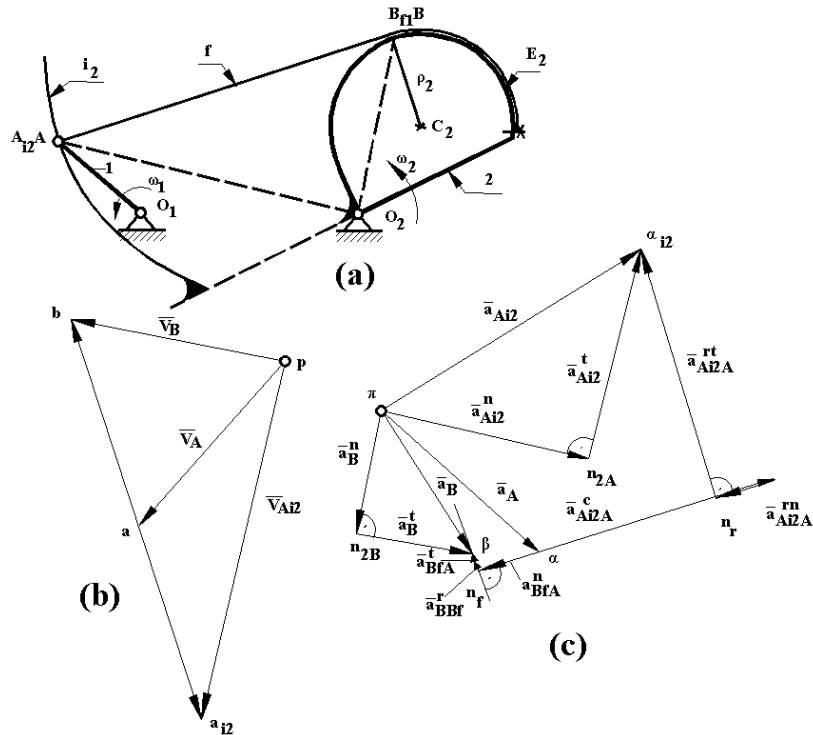


Fig. 5.11 Poziție curentă a mecanismului izocinetic (a) împreună cu poligonul vitezelor (b) și poligonul accelerațiilor (c)

Accelerația unghiulară a elementului condus este:

$$\varepsilon_2 = \frac{|\overline{\varepsilon_2 \times O_2 B}|}{O_2 B} = \frac{a_B^t}{O_2 B} \quad (5.80)$$

Ecuțiile accelerațiilor în cazul mecanismului izocinetic cu camă sunt:

$$\begin{cases} \overline{a_A} = -\omega_1^2 \overline{O_1 A} + \overline{\varepsilon_1 \times O_1 A} \\ \overline{a_{Ai_2}} = \overline{a_A} + \overline{a_{Ai_2 A}^c} + \overline{a_{Ai_2 A}^m} + \overline{a_{Ai_2 A}^{rt}} \\ \overline{a_{Ai_2}} = -\omega_2^2 \overline{O_2 A_{i_2}} + \overline{\varepsilon_2 \times O_2 A_{i_2}} \end{cases} \quad (5.81)$$

cu:

$$\overline{a_{Ai_2 A}^c} = 2(\overline{\omega_2 \times \overline{V_{Ai_2 A}}})$$

$$\overline{a_{Ai_2 A}^m} = -V_{2i}^2 \frac{V_{Ai_2 A}^2}{BA}$$

$$v_{2i} = \frac{\overline{AB}}{AB}$$

Accelerația unghiulară a elementului de ieșire este:

$$\varepsilon_2 = \frac{|\overline{\varepsilon_2 \times O_2 A_{i2}}|}{O_2 A_{i2}} \quad (5.82)$$

și este egală cu valoarea rezultată din relația (5.80) deoarece $\Delta\pi_{2A}\alpha_{i2} \approx \Delta\pi_{2B}\beta$ vezi fig 5.11c.

Această metodă a fost dezvoltată de Perju în [P5]. În analiza cinematică a mecanismelor cu cuple de tip centroidal determinarea poziției elementelor este cel mai greu de realizat. Aceasta se poate rezolva în mod analitic în câteva cazuri particulare, sau folosind un mecanism izocinetic cu o cama fictivă și considerând mișcarea inversă. Din cauza că ecuația evolventei nu se poate obține în mod explicit, se poate folosi o metodă bazată pe creșteri finite așa cum s-a arătat mai sus, în acest caz fiind necesar să se cunoască poziția inițială (de start) a mecanismului. Procedura este neliniară, iar soluțiile neconvenabile trebuie eliminate. Distribuția de viteze și accelerații se poate stabili cu ușurință folosind metoda vectorială, aplicată, fie la mecanismul instantaneu izocinetic cu bare, fie la mecanismul izocinetic cu camă.

6. APLICAȚII ALE MECANISMELOR DE TIP CENTROIDAL.

6.1 Mecanism generator de traiectorii cu parametrii elementelor de intrare corelați.

În robotică, orice traiectorie plană poate fi generată, într-un anumit spațiu de lucru, având două intrări independente. Mecanismul poate fi un lanț cinematic deschis, cu actuatore în articulațiile O și A (fig 6.1)

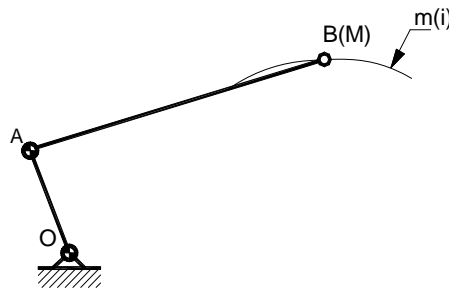


Fig 6.1 Mecanism generator de traiectorii cu actuatore înseriate

Dacă e impusă o singură traiectorie, pentru un mecanism, apare o corelare între cele două elemente de intrare. Aceasta este ideea care stă la baza sintezei mecanismelor pornind de la o structură pentagonală.

O modalitate de corelare a mișcărilor de intrare este folosirea unui mecanism de tip centroidal (fig 6.2) [P9] contactul permanent între centroida fixă și fir asigurându-se printr-un arc s.

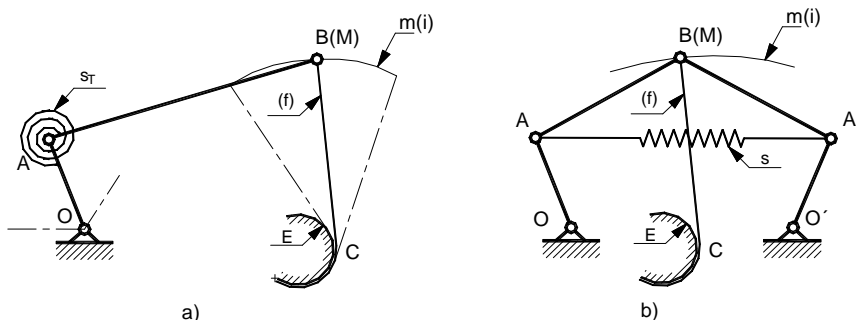


Fig. 6.2 Soluții posibile pentru mecanisme de tip centroidal la care contactul permanent se asigură printr-un arc

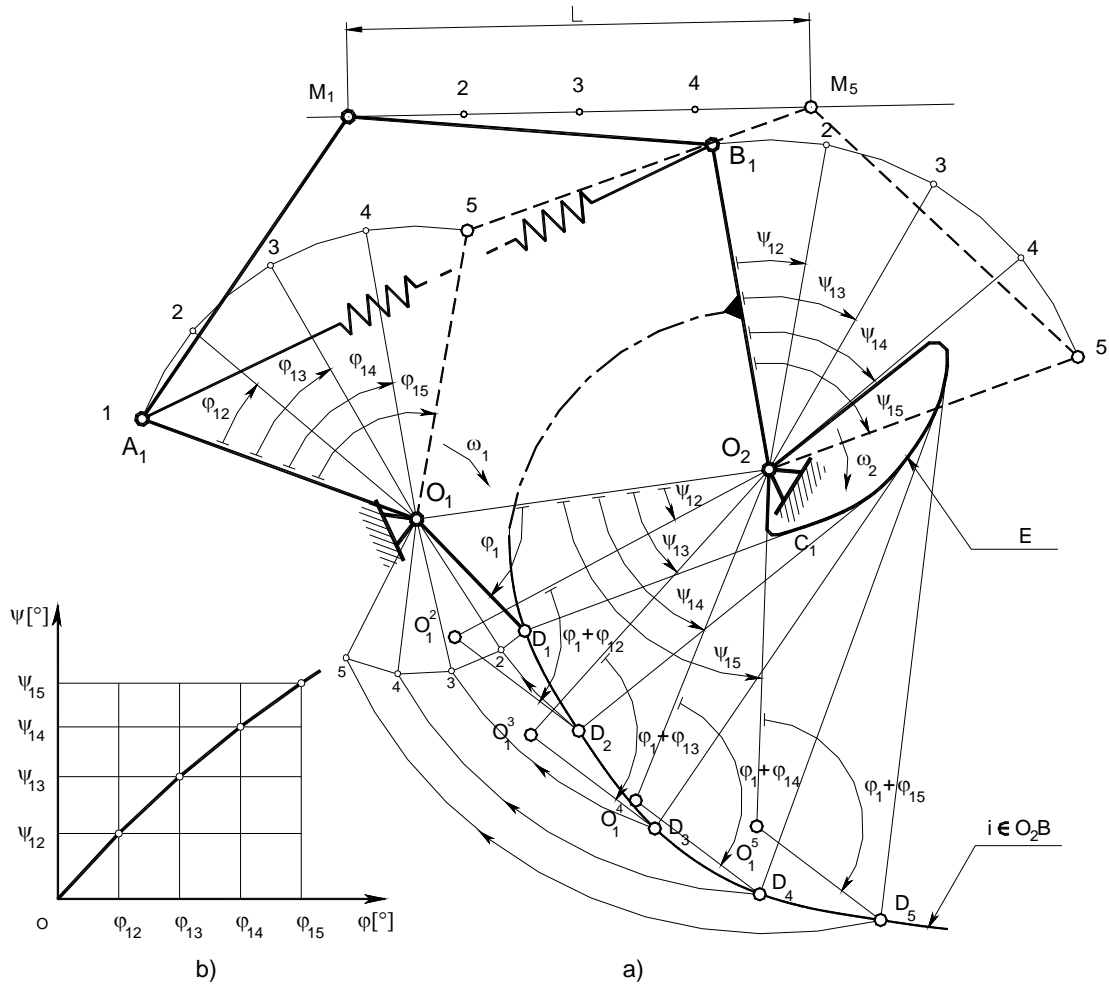


Fig. 6.3 Exemplu de sinteza a unui mecanism generator de traiectorie cu miscarile de intrare corelate [P9]

În (fig 6.3) se prezintă un astfel de mecanism. Fie traiectoria m , o linie dreaptă de lungime L . Articulațiile fixe O_1 și O_2 , dimensiunile r, a, b, R fiind alese astfel încât mecanismul să poată funcționa în condițiile de spațiu impuse. Pe curba m , se impun punctele de precizie, pentru simplitate considerăm 5 puncte de precizie. Cunoscând aceste puncte de precizie, și cunoscând lanțurile cinematice deschise (O_1AM și O_2BM), se pot deduce pozițiile articulațiilor A și B , deci implicit funcția cu care se face corelarea $\psi = \psi(\varphi)$ cum se arată în figura 6.3b, funcția aceasta fiind realizată de mecanismul generator de funcțiuni, adică un mecanism de tip centroidal.

Dupa cum se observă, funcția are un raport de transmitere pozitiv $\frac{d\varphi}{d\psi} > 0$

pe întreg domeniul de lucru.

Dacă se folosește un arc pentru închiderea circuitului de forțe, atunci mecanismul generator de funcțiuni trebuie amplasat sub linia centrelor O_1O_2 .

Pentru a maximiza valoarea unghiului de transmitere, în domeniul de lucru, e necesar ca bisectoarea unghiului $D_1O_1D_5$ să fie perpendiculară pe linia centrelor, de aici rezultând poziția inițială a lui $D_1O_1(\varphi_1)$, dimensiunea lui $r' = OD$ fiind de asemenea aleasă.

Acum se poate realiza sinteza mecanismului generator de funcțiuni. Aceasta se realizează cu o mișcare imaginară inversă în raport cu articulația fixă O_2 . Rezultă că elementul O_2B rămâne fix. Poziția lui D în raport cu planul elementului 2 este pe o curbă notată cu i. Aceasta este o camă imaginară care are pe OD ca tachtet.

Într-un sistem de coordonate xO_2y , aparținând elementului 2 (O_2B), cu sensul pozitiv al axei x pe direcția O_2O_1 , și O_2y în jos, rezultă ecuațiile parametrice ale curbei imaginare i (profilul camei imaginare):

$$(i): \begin{cases} x = d \cos \psi - r_1 \cos(\varphi - \psi) \\ y = d \sin \psi + r_1 \sin(\varphi - \psi) \end{cases} \quad (6.1)$$

unde: $d = O_1O_2$; $r_1 = r' = O_1D$

6.2 Mecanism coaxial generator de funcțiuni

O variantă a mecanismelor pentalateră cu elemente de intrare corelate sunt mecanismele pentalateră degenerate, la care cuplele de rotație care fac legătura cu elementul fix sunt coaxiale așa cum se arată în figura 6.4 [P9]. Rezultă un mecanism de tip romboidal convex sau concav.

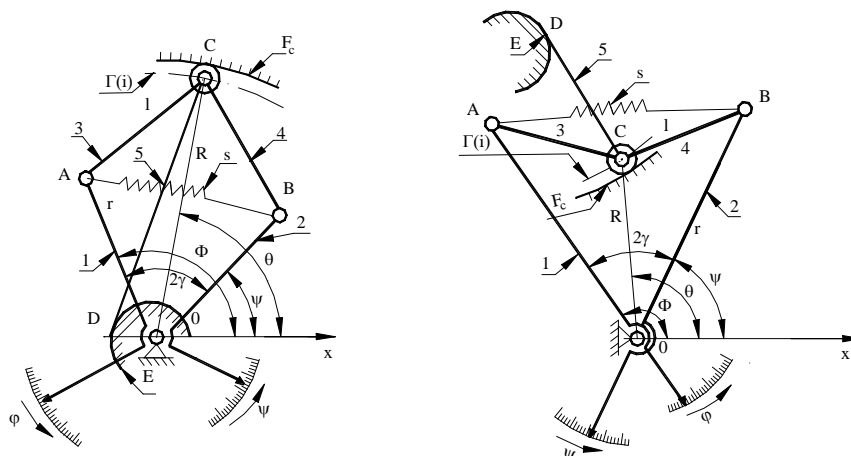


Fig.6.4 Mecanism romboidal convex(stanga),concav(dreapta)

Funcția de generat, $\psi = \psi(\varphi)$, este realizată între elementul de intrare 1(OA), și elementul de ieșire 2(OB) prin modificarea corespunzătoare a unghiului 2γ între acestea. Astfel, cupla C a mecanismului descrie o traiectorie impusă, anume curba Γ , deci problema de generare a funcțiilor devine o problemă de generare de traiectorie.

O primă soluție posibilă constă în materializarea curbei Γ ca și profilul teoretic al unei came fixe F_c .

O a doua soluție ar putea fi un mecanism de tip centroidal, cu un element 5 flexibil și inextensibil (cablu, curea). În cazul acesta, curba Γ devine evolventa (i) a unei curbe (E) necunoscută, problema de sinteză consistând în definirea profilului (E) al unei roți necirculare care este evoluta curbei Γ .

Contactul permanent între elementele mecanismului trebuie asigurat prin amplasarea corespunzătoare a unui arc s în structura sa.

6.3 Aplicație în agricultură a mecanismelor de tip centroidal

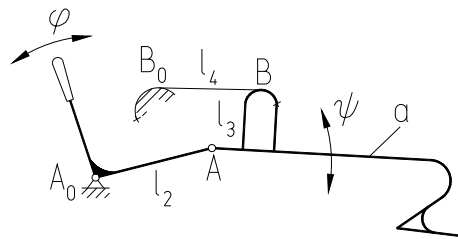


Fig.6.5 Mecanism cu element flexibil pentru comanda plugului [H7]

O aplicație în agricultură ar fi acționarea plugului cu ajutorul unui mecanism cu element flexibil de lungime instantaneu variabilă. Mecanismul funcționează în felul următor, dacă plugul nu este în brazdă, plugul poate oscila liber fiind susținut de elementul flexibil. Plugul se introduce în brazdă prin mișcarea în stânga a manetei. Firul rămâne tensionat din cauza diminuării lungimii instantanee a elementului flexibil.

6.4 Aplicație din domeniul textil a mecanismelor de tip centroidal - Mecanismul de bătaie a mașinilor de țesut [D1]

O aplicație din domeniul textil ar fi mecanismul cu element flexibil utilizat ca mecanism de bătaie a mașinilor de țesut. Suveica este lansată alternativ în rost de sabia de bătaie (a unuia dintre mecanismele de bătaie). Aceasta trebuie să aibă la ieșirea din casetă o viteză maximă inițială. Pentru a rezulta forțe de inerție minime se dorește ca suveica să se deplaseze uniform decelerat pe toată cursa acesteia (în rost dintr-o casetă în alta) și respectiv viteza maximă inițială să fie limitată. În cazul în care forțele de inerție sunt prea mari există pericolul ca suveica să sară din rost

(după ce rostul este rodat), ruperii firului de bătătură, apare un consum energetic crescut și se transmit vibrații către batiul mașinii de țesut.

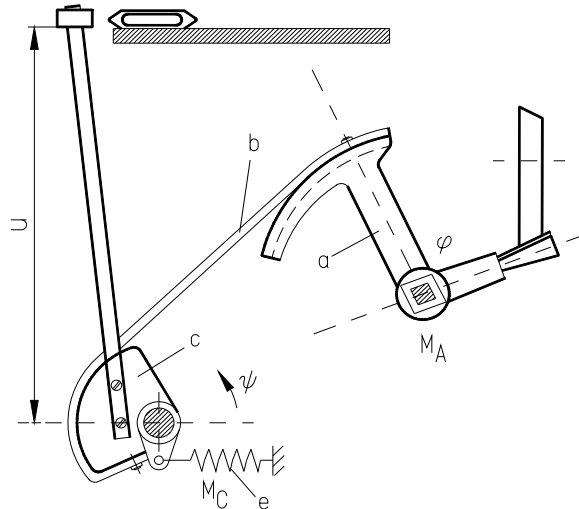


Fig.6.6 Mecanismul unui război de țesut

Alungirea elementului flexibil conform legii lui Hooke va fi dată de relația:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{R}{l}(\psi^* - \psi) \quad (6.2)$$

iar tensiunea (forța) din elementul flexibil b (conform Fig.6.6) va fi:

$$P = \frac{E \cdot f}{l} R(\psi^* - \psi) \quad (6.3)$$

Unde:

- E - elasticitatea elementului flexibil
- f - aria secțiunii transversale a firului
- l - lungimea firului flexibil
- ψ^* - deplasarea unghiulară a elementului condus c în cazul unui element flexibil și inextensibil (funcția de transmitere ideală)
- ψ - deplasarea unghiulară a elementului condus c

Ecuatia diferențială a mișcării mecanismului este:

$$J_c \frac{d^2 \psi}{dt^2} = \frac{R^2 E \cdot f}{l} (\psi^* - \psi) - W(\psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}) \quad (6.4)$$

cu condițiile inițiale:

$$\psi = 0, \frac{d\psi}{dt} = 0 \quad \text{pentru } t = 0, \quad (6.5)$$

unde: J_c - momentul de inerție al elementului condus c,

$W(\psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi})$ - momentul rezistent variabil al elementului condus c.

Momentul rezistent variabil al elementului condus c are urmatoarea forma:

$$W = W(\psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}) = \bar{W} + A \cdot \psi + B \cdot \dot{\psi} + C \cdot \ddot{\psi} \quad (6.5)$$

In (6.5) \bar{W} este componenta momentului rezistent datorata fortelor de frecare si A, B, C sunt marimi constante. Astfel (6.4) devine:

$$(J_c + C) \frac{d^2\psi}{dt^2} + B \frac{d\psi}{dt} + (A + k_c) \cdot \psi = k_c \cdot \psi^* - \bar{W} \quad (6.6)$$

cu: $k_c = \frac{R^2 E \cdot f}{l}$.

Pentru o solutie particulara $S(t)$ a ecuatiei (7.30), se va obtine solutia generala sub forma:

$$\psi = S(t) - S'(0) \cdot \frac{\sin pt}{p} - S(0) \cdot \cos pt \quad (6.7)$$

Viteza unghiulara si acceleratia unghiulara a elementului condus c vor fi:

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \frac{d\psi}{dt} = S'(t) - S'(0) \cdot \cos pt + p \cdot S(0) \cdot \sin pt \\ \ddot{\psi} &= \frac{d^2\psi}{dt^2} = S''(t) + p \cdot S'(0) \cdot \sin pt + p^2 \cdot S(0) \cdot \cos pt \end{aligned} \quad (6.8)$$

Daca membrul drept al ecuatiei (6.6) tinde catre zero (0+) pentru $t = t^*$ si respectiv este $(\ddot{\psi})_{t=t^*} < 0$, se va obtine o valoare maxima pentru viteza unghiulara a elementului condus c.

Dupa analiza dinamica cu functia de transmitere cunoscuta se poate face si o sinteza a mecanismului cu element flexibil de lungime instantaneu variabila.

6.5 Aplicatie in domeniul mecanicii fine a mecanismelor de tip centroidal [P11]

Tahometru centrifugal

O aplicatie a mecanismelor de tip centroidal din domeniul mecanicii fine ar fi linearizarea scarii de citire pentru un tahometru centrifugal. Misccarea acului indicator (7) trebuie sa fie de asa natura incat el sa indice o dependenta lineara

între mărimea de intrare, anume viteza unghiulară (ω) și mărimea de ieșire, anume unghiul pe care acul îl face față de un reper de referință (φ).

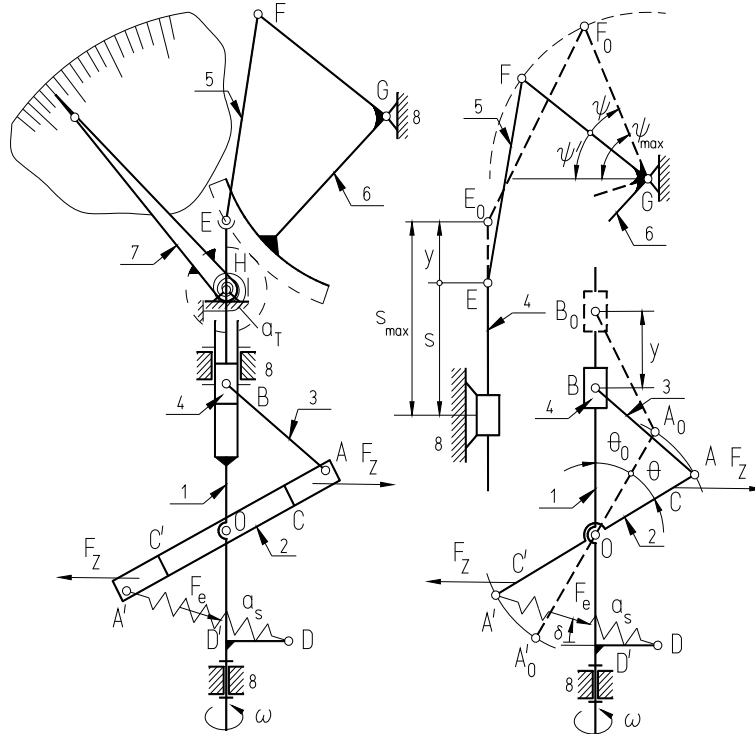


Fig. 6.7 Schema cinematică a unui tahometru centrifugal

Viteza unghiulară a elementului motor este transformată în o mișcare de translație. Din egalitatea dintre momentul produs de forța elastică din arc și momentul produs de forța centrifugă ce produce deplasarea acului indicator:

$$M(F_e) = M(F_z) \quad (6.9)$$

rezultă dependența dintre viteza unghiulară (ω) și unghiul la indicator (φ), aceasta fiind:

$$y = r \cdot \left\{ \cos \theta_0 - \cos(\theta_0 + \theta) + \frac{1}{\lambda} \left[\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \theta_0} - \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_0 + \theta)} \right] \right\} \quad (6.10)$$

Unde:

$$\lambda = \frac{r}{l}$$

Legătura dintre unghiul (θ) și viteza unghiulară (ω) rezultă din ecuația:

$$m \cdot \omega^2 \cdot r_f^2 \cdot \sin 2(\theta_0 + \theta) - [F_e + k \cdot (L_a - L_{a0})] \cdot r \cdot \cos(\theta_0 + \theta - \delta) = 0 \quad (6.11)$$

Unde:

- m – Masa elementului (2),
- r_f - poziția centrului de greutate în raport cu cupla de rotație O,
- F_{e0} - forța de pretensionare a arcului,
- L_a - elongația produsă în urma acțiunii forțelor
- L_{a0} - lungimea arcului nesolicitat,
- k – constanta de elasticitate a arcului

Mișcarea de translație se transformă în o mișcare de rotație prin un mecanism bielă-manivelă. Legătura dintre mișcarea de translație și cea de rotație este de forma:

$$\psi = \psi_{\max} - \arcsin \left[\frac{s}{R} \cdot \left(1 - \frac{s^3}{8 \cdot R^2 \cdot L} \right) \right] \quad (6.12)$$

În continuare mișcarea de rotație se amplifică printr-un mecanism cu roți dinate. Ecuația de legătură este:

$$\varphi = \frac{z_6}{z_7} \cdot \psi \quad (6.13)$$

Toată funcția de transmitere a tahometrului centrifugal se rezumă în următoarea relație:

$$\varphi = \varphi\{\psi[\theta(\omega)]\} \quad (6.14)$$

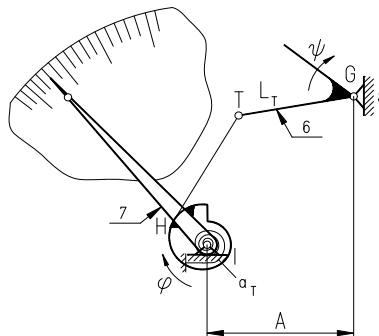


Fig.6.8 Mecanism cu element flexibil înlocuitor

Pentru a obține o funcție lineară de transmitere între parametrul motor (ω) și parametrul de ieșire, anume unghiul (φ) la acul indicator, trebuie îndeplinită condiția:

$$\varphi = C(\omega - \omega_{\min}) \quad (6.15)$$

Aceasta se poate realiza dacă se înlocuiește mecanismul cu roți dințate cu un mecanism de tip centroidal cu element flexibil așa cum se arată în figura 6.8.

Balanța semiautomată cu cadran

O alta aplicație a mecanismului de tip centroidal folosit în mecanica fină este linearizarea scalei la un cântar semiautomat.

Mișcarea acului indicator trebuie să fie astfel încât el să realizeze o dependență lineară între parametrul de intrare, adică masa m , și unghiul φ_e pe care îl realizează acul indicator față de un reper dat. Din relația de egalitate între momente:

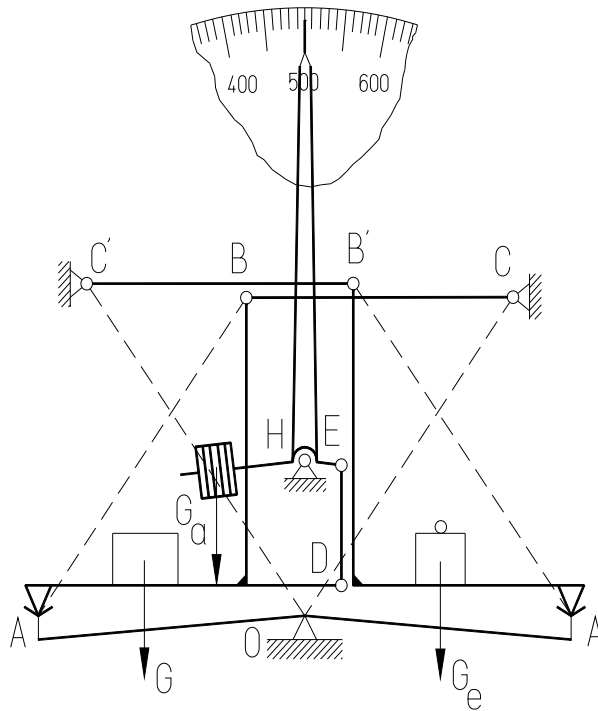


Fig.6.9 Schema cinematică a unui cântar semiautomat

$$M_H(G_a) = M_H(T) \quad (6.16)$$

$$T = G - G_e$$

Rezulta relația de legătură dintre unghiul de ieșire φ_e și masa m . Aceasta are următoarea formă:

$$\varphi_e = \arctan \left[\frac{a \cdot (m - m_e) \cdot \cos \varphi'}{m_a \cdot b - a \cdot (m - m_e) \cdot \sin \varphi'} \right] \quad (6.17)$$

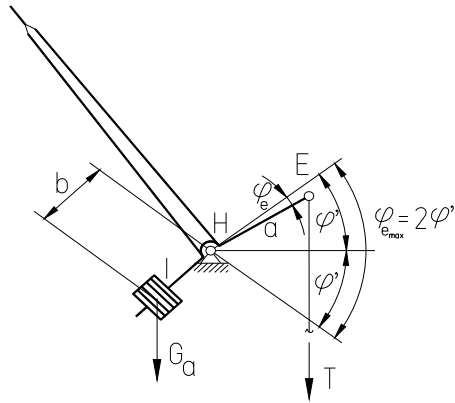


Fig.6.10 Element indicator

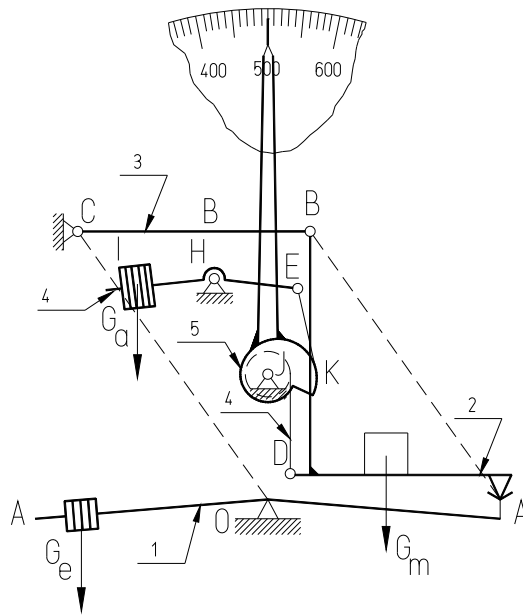


Fig.6.11 Schema cinematică propusă

Unde

m_e - greutate etalon,

m_a - greutate de echilibrare,

a, b - lungimile elementelor

Pentru a realiza o funcție lineară între parametrul de intrare M și parametrul de ieșire φ trebuie îndeplinită următoarea relație:

$$\psi = C \cdot M \quad (6.18)$$

Aceasta se poate realiza prin introducerea unui mecanism de tip centroidal ca în figura 6.11.

6.6 Aplicație a mecanismelor de tip centroidal în domeniul tehnicii de calcul.

O altă aplicație a mecanismelor de tip centroidal este în domeniul calculatoarelor [L3]. În unitățile floppydisk mișcarea de oscilație a capului de citire/scriere se realizează prin intermediul a două mecanisme de tip centroidal cu element flexibil. Roțile necirculare sunt legate de elementul fix, și sunt conectate prin intermediul a două fire de oțel de capul de citire/scriere. Mișcarea de translație a capului de citire/scriere este direct dependentă de unghiul de rotație al bielei. Din figură se impune o dependență de forma:

$$b(\varphi) = k \cdot \varphi \quad (6.19)$$

Traectoria pe care capul de citire/scriere trebuie să se afle/deplaseze, este definită în raport cu sistemul de coordonate x, y :

$$Z = -a + i \cdot b(\varphi) \quad (6.20)$$

Iar poziția punctului Z se determină în raport cu structura mecanismului prin ecuația:

$$Z = l_1 \cdot e^{i\varphi} + l_3 \cdot e^{i(\pi+\vartheta)} \quad (6.21)$$

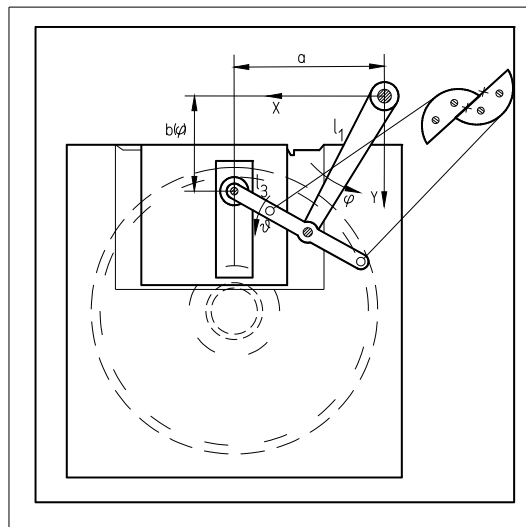


Fig.6.12 Unitate Floppydisk

Din ecuațiile de mai sus rezultă legătura dintre unghiul de intrare al elementului motor ϑ și unghiul φ la elementul condus. Această relație se poate exprima sub forma:

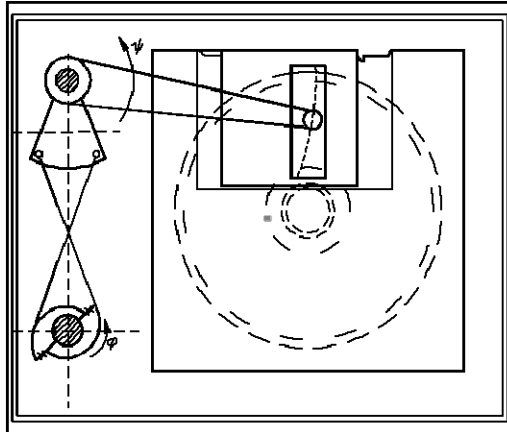


Fig.6.13 Unitate Floppydisk - variantă

$$\vartheta = 2 \cdot \arctan \left(\frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - B} \right) \quad (6.22)$$

Unde mărimile

$$A = 2 \cdot l_3 \cdot k \cdot \varphi$$

$$B = 2 \cdot l_3 \cdot a$$

$$C = l_2^2 - l_3^2 - a^2 - k^2 \cdot \varphi^2$$

se pot identifica din figura 6.12.

6.7. Cric de masina conținând un mecanism cu element flexibil

O lucrare recentă arată o aplicație a unui mecanism patrulater articulată cu element flexibil RRRI(c) [L3], la care elementul flexibil se poate considera în mișcarea relativă element fix (v. Fig.6.14). Elementul flexibil al mecanismul se poate înfășura pe un element profilat circular (4). Elementul profilat circular este solidar cu una dintre roțile cricului. Astfel, la mersul înapoi (pe o scurtă distanță) cu mașina, elementul flexibil se va înfășura pe elementul profilat circular și va conduce la ridicarea mașinii.

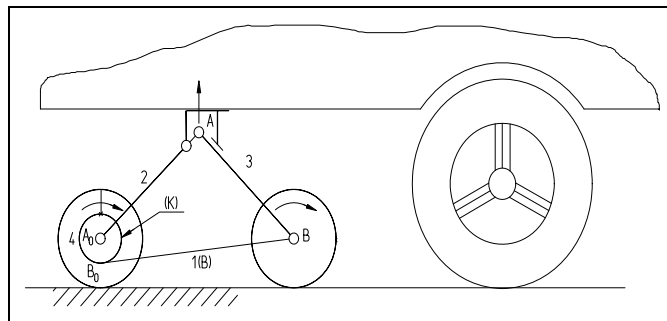


Fig.6.14. Cric de mașină ca mecanism cu element flexibil RRRI(c)

6.8. Transmisie de precizie

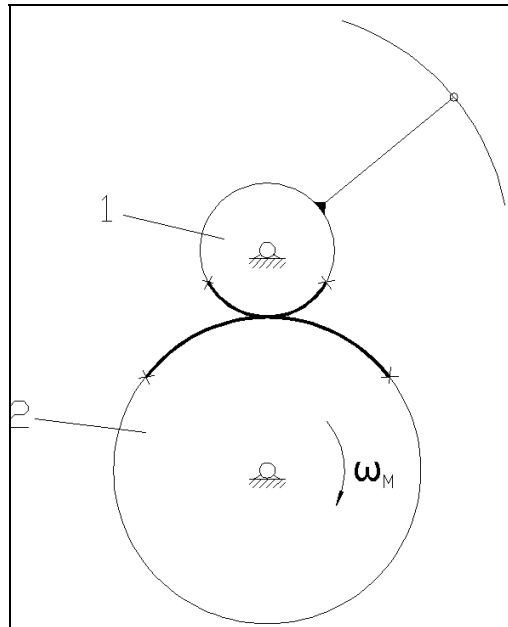


Fig 6.15 Transmisie de precizie

Acest exemplu ilustrează o altă aplicație a mecanismelor de tip centroidal, în special a mecanismelor cu bare rulante.

La acest tip de transmisie se elimină jocurile dintre dinți dacă s-ar folosi o transmisie cu roți dințate, de asemenea se elimină fenomenul de alunecare dintre roți prin existența firelor flexibile și inextensibile, dacă s-ar folosi o transmisie prin roți de fricțiune. Această configurație putem spune că se comporta bine și în regim dinamic.

6.9. Echilibrarea forțelor

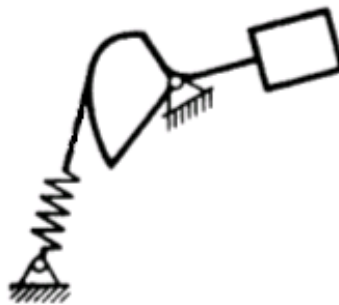


Fig 6.16 Exemplu de Echilibrare a forțelor

Acesta este un exemplu de folosire a unei cuple de tip centroidal pentru echilibrarea forțelor. Greutatea ar putea ocupa orice poziție, aceasta fiind contrabalansată de forța elastică din arc, care își modifică brațul din cauza profilului roții necirculare.

6.10 Oscilații pe un unghi mai mare de 360 de grade cu ajutorul unui mecanism centroidal

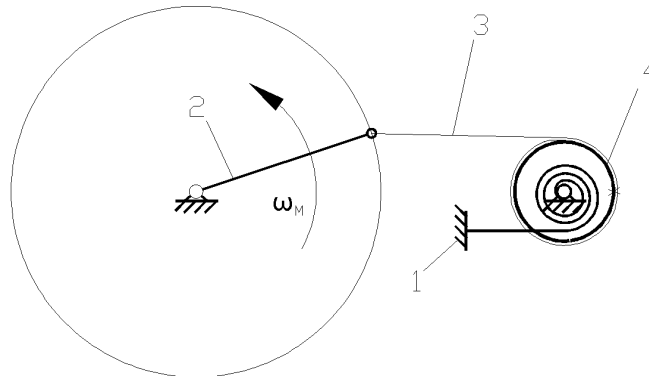


Fig 6.17 Mecanism centroidal în care se pot obține oscilații mai mari de 360°

La mecanismul prezentat în fig 6.17 elementul flexibil 3 se înfășoară pe elementul condus 4, mecanismul fiind astfel construit încât să permită oscilații mai mari de 360°. De exemplu, dacă există o aplicație în acest sens se folosește un motor de curent continuu care după o oscilație pe un unghi mai mare de 360° e nevoie să își schimbe sensul de rotație. Acest lucru implică frânare și accelerare în sens opus, toate cu consum sporit de energie, fără să mai punem în calcul electronica de comandă. Această problemă se poate rezolva elegant cu un mecanism centroidal.

6.11 Manipulator auto-echilibrat cu cuple de tip centroidal - Conco-Balancer Manipulator

Un manipulator folosit la deplasarea diferitelor obiecte sau dispozitive în aplicații industriale trebuie să fie auto-echilibrat pentru a compensa diferitele sarcini la care este supus în spațiul de lucru. Soluțiile tehnice cunoscute folosesc contragreutăți, actuatoare, arcuri, acestea putând fi înlocuite de un mecanism cu cuple de tip centroidal.

Conco-balancer este un manipulator pneumatic, folosit în diverse aplicații, de exemplu: manipularea de mărfuri în departamentele de logistica, suport/alimentare la diverse procese industriale, fiind foarte versatil. Pentru a fi ușor de manevrat, este necesar ca manipulatorul să fie auto-echilibrat. Se prezintă în Fig.6.18 modalitatea de echilibrare gravitațională, greutatea G_b compensând sarcina apărută în partea opusă a manipulatorului. Rolul operatorului este unul de ghidare a sistemului.

Punctul caracteristic al manipulatorului – cârligul (7) este încărcat cu greutatea de manipulat W . Operatorul crește presiunea în cilindrul pneumatic (4) până când greutatea W este compensată (echilibrată) de forța pneumatică F_c și de greutatea de echilibrare G_b . Sistemul de supape pneumatice permite operatorului să regleze cilindrul pneumatic pentru a modifica poziția punctului caracteristic în spațiul de lucru. Manipulatorul ajuns în poziția de echilibru, se poate ghida de către

operator prin intermediul propriei sale forțe musculare. Schema cinematică a manipulatorului conco-balancer este prezentată în Fig.6.19.



Fig.6.18 Conco-Balancer

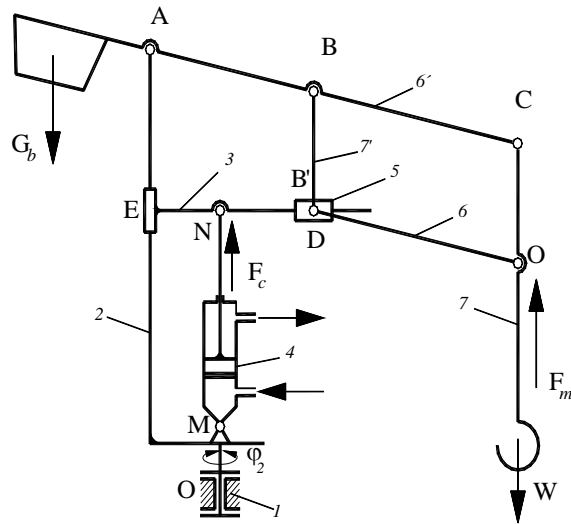


Fig.6.19. Schema cinematica a Conco-Balancer

În mod uzual se folosesc pentru echilibrare soluții bazate pe forța gravitațională (contragreutăți), arcuri sau actuatoare. În continuare se propune o soluție de echilibrare folosind un mecanism de tip centroidal. Profilul necircular al cuplei centroidale permite modificarea momentului de echilibrare generat de forța de echilibrare variabilă F_e , astfel încât obiectul să fie ușor de manipulat de către operator. În acest sens se prezintă în Fig.6.20 o soluție de compensare cu mecanism de tip centroidal cu roată necirculară. Tensionarea firului se realizează folosind un arc spiral, un capăt al arcului fiind rigidizat de elementul 2, celalalt capăt al arcului fiind înfășurat și fixat pe elementul profilat.

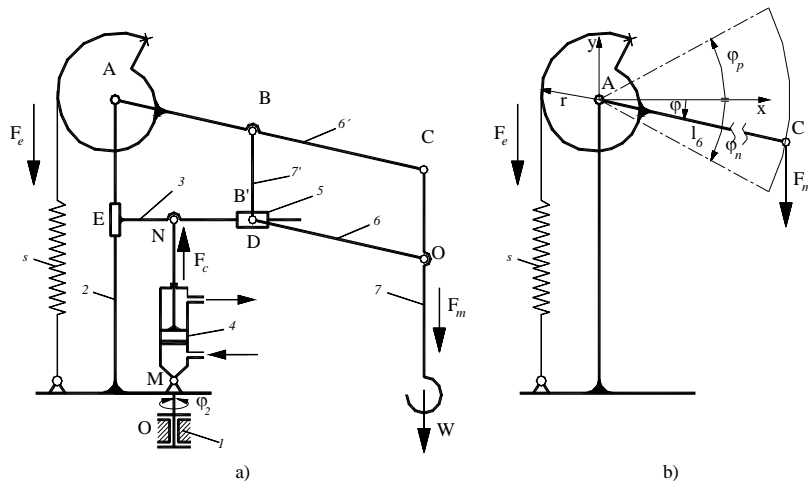


Fig.6.20. Schema cinematica a Conco-Balancer cu echilibrare pe bază de mecanism centroidal

Dacă se ajunge la înălțimea dorită, manipulatorul devine static balansat în poziția $\varphi_m = (\varphi_p + \varphi_n)/2$ (v Fig.6.20 b). În această poziție asupra brațului manipulatorului acționează un moment variabil generat de forța elastică din arc, F_e , și de forța operatorului, F_m . Manipulatorul este echilibrat dacă se satisface condiția de echilibru:

$$F_m \cdot l_6 \cdot \cos \varphi = F_e \cdot r \quad (6.23)$$

unde: F_m - forța dezvoltată de operator,

F_e - forța elastică din arc,

l_6 - lungimea brațului manipulatorului (elementul 6'),

r - raza variabilă a roții necirculare.

În ecuația (6.23) se neglijează greutatea elementelor care intra în structura manipulatorului. Forța elastică variază linear după relația:

$$F_e = F_{e0} - k \cdot s \quad (6.24)$$

unde: F_{e0} - forța de pretensionare a arcului,

k - constanta elastică a arcului,

s - elongația.

Sinteza mecanismului de înfășurare presupune detrmnarea razei roții necirculare $r = r(\varphi)$ pentru un arc ales în așa fel încât să se satisfacă ecuația (6.23). Din (6.23) și (6.24) rezultă:

$$F_m \cdot l_6 \cdot \cos \varphi = (F_{e0} - k \cdot s) \cdot r \quad (6.25)$$

Folosind condiția de înfășurare:

$$r \cdot d\varphi = ds \quad (6.26)$$

ecuația (6.25) devine:

$$F_m \cdot l_6 \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi = (F_{e0} - k \cdot s) \cdot ds \quad (6.27)$$

Prin integrarea ecuației diferențiale (6.27) se obține:

$$k \cdot s^2 - 2 \cdot F_{e0} \cdot s - 2 \cdot F_m \cdot l_6 \cdot \sin \varphi = 0 \quad (6.28)$$

ecuație din care se poate determina lungimea arcului curent pentru roata necirculară:

$$s = \frac{1}{k} (\sqrt{F_{e0}^2 + 2F_m \cdot l_6 \cdot k \cdot \sin \varphi} + F_{e0}). \quad (6.29)$$

derivând ecuația (6.29) în raport cu unghiul de rotație φ se obține ecuația în coordonate polare a roții necirculare:

$$r = \frac{ds}{d\varphi} = \frac{F_m \cdot l_6 \cdot \cos \varphi}{\sqrt{F_{e0}^2 + 2F_m \cdot l_6 \cdot k \cdot \sin \varphi}} \quad (6.30)$$

Dacă se ia în considerare poziția de mijloc pe direcția orizontală, $\varphi_n = -\varphi_p$, rezultă următoarea condiție de echilibru în o poziție limită:

$$r_n \cdot F_{e\max} = r_p \cdot F_{e\min} = C, \quad (6.31)$$

unde:

$$F_{e\min} = F_{e0}, \quad (6.32)$$

$$C = F_m \cdot l_6 \cdot \cos \varphi_p, \quad (6.33)$$

$$r_n = r|_{\varphi=\varphi_n}, \quad r_p = r|_{\varphi=\varphi_p}. \quad (6.34)$$

Dacă se cunosc una dintre cele două variabile: lungimea de înfășurare s_{\max} sau constanta elastică k , cea de-a doua rezultă din ecuația (6.27) pentru $\varphi \in (-\varphi_n, \varphi_p)$ și $s \in (0, s_{\max})$:

$$k \cdot s_{\max}^2 + 2F_{e0} \cdot s_{\max} - 2F_m \cdot l_6 \cdot (\sin \varphi_p + \sin \varphi_n) = 0. \quad (6.35)$$

Se consideră următoarele date inițiale:

$$F_m = 50N, \quad k = 20N/m, \quad F_{e0} = 100N, \quad W = 1500N,$$

$$l_6 = 1,20m, \quad \varphi_n = -60^\circ, \quad \varphi_p = 60^\circ, \quad \varphi_m = 0^\circ.$$

Forța operatorului uman se consideră constantă (v Fig.6.21 a) în domeniul $\varphi \in (-\varphi_n, \varphi_p)$. Momentul rezultat $M(\varphi)$ produs de forța de manipulare F_m este reprezentat în Fig.6.21 b.

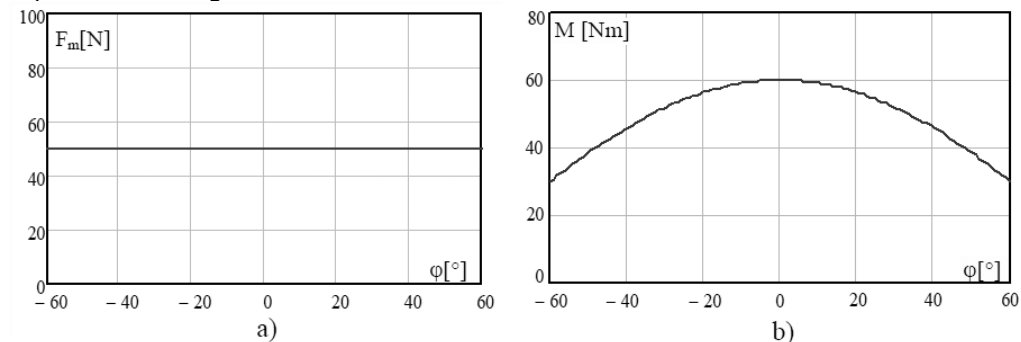


Fig.6.21 Forța de manipulare a operatorului (a) și momentul rezultat $M(\varphi)$ (b)

În Fig.6.22 a se prezintă elongația arcului în raport cu unghiul φ iar în Fig.6.22 b se reprezintă profilul necircular de înfășurare în coordonate polare, $r = r(\varphi)$.

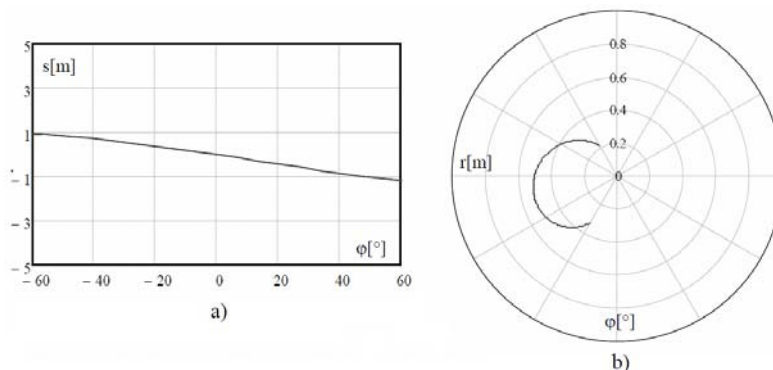


Fig.6.22 Elongația arcului (a) și profilul necircular (b)

Forțele de frecare sunt neglijate, iar soluția prezentată este una în condiții ideale impuse. În general prezența forțelor de frecare induce în mecanism o extindere a domeniului de echilibru făcând ca aceste forțe să ajute scopului propus. Cum s-a menționat și anterior, pe lângă forțele de frecare s-a neglijat și greutatea elementelor manipulatorului.

6.12 Mecanism cu cuple de tip centroidal pentru compensarea efectului arhimedic

Există unele aplicații în care este necesară menținerea constantă a presiunii în condițiile în care volumul recipientului (camerei) poate varia, de exemplu rezervoare de biogaz, sau în cazul calibrării contoarelor de gaz. De obicei incinta ermetică e formată din un clopot și un recipient cu lichid. Presiunea de sub clopot depinde de greutatea sa și de adâncimea de imersiune a pereților clopotului. Pentru a se obține o presiune constantă este necesar ca greutatea aparentă a clopotului să fie constantă. Aceasta înseamnă că efectul forței arhimedice trebuie compensat. În continuare se propune un mecanism de compensare având în structură cuple de tip centroidal.

În Fig.6.23 se prezintă o cameră izobarică formată dintr-un colpot închis ermetic prin imersiune în lichid. Valoarea presiunii în interiorul clopotului este:

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad (6.35)$$

unde ρ este densitatea lichidului, iar g accelerația gravitațională locală.

Greutatea aparentă a clopotului este:

$$F_b = G - F_p - F_a \quad (6.36)$$

unde, G este greutatea clopotului,

$F_p = p \cdot \pi \cdot D^2 / 4$ este forța activă datorată presiunii în interiorul clopotului

$$F_a = A_i \cdot \rho \cdot g \cdot (y_0 + y) \quad (6.37)$$

este forța arhimedica (ascensională) cauzată de imersiunea clopotului în lichid cu $(y_0 + y)$ imersiune, y_0 fiind imersiunea inițială, iar A_i - aria inelara imersată a clopotului, s - grosimea peretelui clopotului.

$$A_i = \pi \cdot D_m \cdot s = \pi(D + s)s \quad (6.38)$$

Condiția de echilibru a celor 2 roți ale mecanismului compensator (masa firului se neglijează) se poate scrie astfel:

$$r_0 \cdot F_b = r \cdot G_c \quad (6.39)$$

unde:

- G_c - greutatea contragreutății de echilibrare
- r - raza roții necirculare
- r_0 - raza roții circulare

Corelarea între deplasarea verticală a clopotului și unghiul de rotație al celor două roți e dată de următoarea relație:

$$y = r_0 \cdot \varphi \tag{6.40}$$

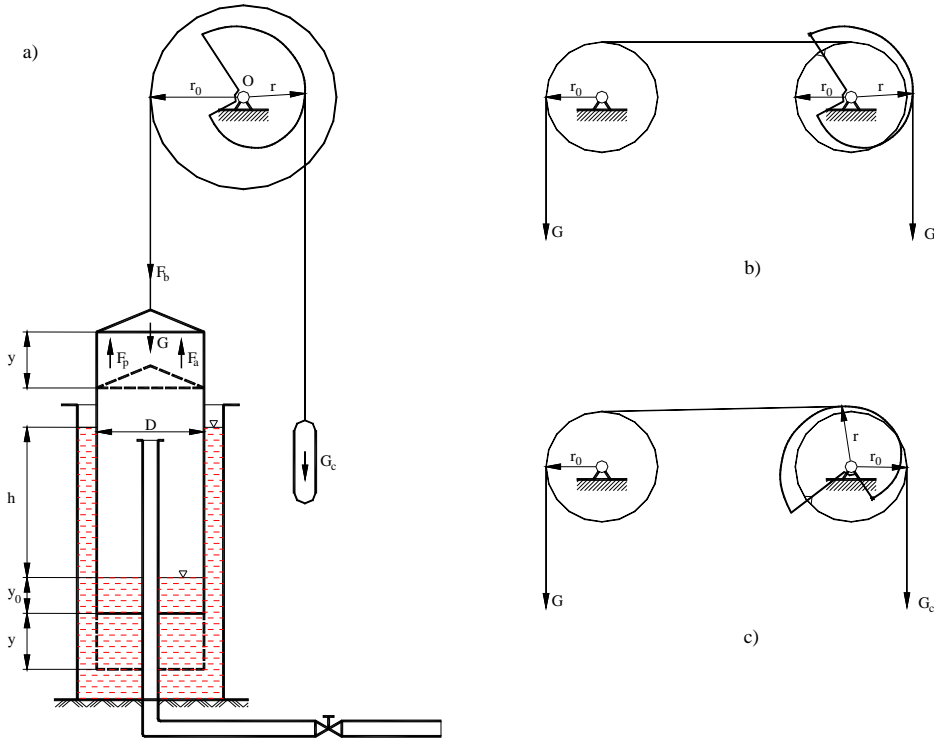


Fig.6.23 Mecanism de tip centroidal compensator al efectului Arhimedic

Folosind aceste valori și înlocuind în relația (6.39) rezultă ecuația care descrie profilul roții necirculare în coordonate polare:

$$r = r_0 \cdot \frac{F_b}{G_c} = r_0 \cdot \frac{G - F_p - A_i \cdot \rho \cdot g \cdot (y_0 + r_0 \varphi)}{G_c} = r_0 (k_1 + k_0 \cdot \varphi) \tag{6.41}$$

rezultatul acestei ecuații fiind o spirală arhimedica.

Ecuația (6.41) trebuie să satisfacă următoarea condiție: $r \geq 0$ chiar și când deplasarea clopotului este maximă (y_{\max}) :

$$G - F_p - A_i \cdot \rho \cdot g \cdot (y_0 + y_{\max}) \geq 0 \tag{6.42}$$

Dacă se notează

$$G - F_p - A_i \cdot \rho \cdot g \cdot y_0 = G_c \tag{6.43}$$

atunci (6.42) devine:

$$G_c \geq A_i \cdot \rho \cdot g \cdot y_{\max} (= A_i \cdot \rho \cdot g \cdot r_0 \cdot \varphi_{\max}) \tag{6.44}$$

iar ecuația (6.41) va avea următoarea formă:

$$r = r_0 \cdot \left(1 - \frac{A_i \cdot \rho \cdot g \cdot r_0}{G_c} \cdot \varphi \right) \quad (6.45)$$

În cazul în care se folosește un clopot cu diametru D mare, soluțiile prezentate în Fig.6.23a nu sunt practice. În acest caz se propune folosirea soluțiilor prezentate în Fig.6.23b sau Fig.6.23c. Fig.6.23c are avantajul că contragreutatea se deplasează pe o dreaptă verticală. În acest caz, contragreutatea poate fi ghidată în un tub, pentru a preveni eventuale oscilații.

Fie un clopot cu $D = 0,5 \text{ m}$, $s = 5 \text{ mm}$, și un lichid (ulei) cu $\rho = 0,88 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ și un volum de gaz $V = 200 \text{ l} = 0,2 \text{ m}^3$

În acest caz cursa clopotului y_{\max} va rezulta din relația:

$$V = \pi \cdot D^2 \cdot y_{\max} / 4 \quad (6.46)$$

rezultând $y_{\max} \cong 1,02 \text{ m}$

Ecuția profilului roții necirculare (6.45) se poate scrie sub forma:

$$r = r_0(1 - k\varphi) \quad (6.47)$$

Fie $r_0 = 300 \text{ mm} = 0,3 \text{ m}$, unghiul maxim de rotație al celor două roți va fi:

$$\varphi_{\max} = y_{\max} / r_0 = 1,02 / 0,3 = 3,4 \text{ rad} = 194,9^\circ$$

Folosind pentru roata necirculara $r_{\max} = r_0$ pentru $\varphi = 0$ și $r_{\min} = 1/2 \cdot r_0$, ecuația (6.47) devine:

$$r = 300 \cdot (1 - 0,147 \cdot \varphi) \quad [\text{mm}] \quad (6.47')$$

φ crește în direcție invers trigonometrică.

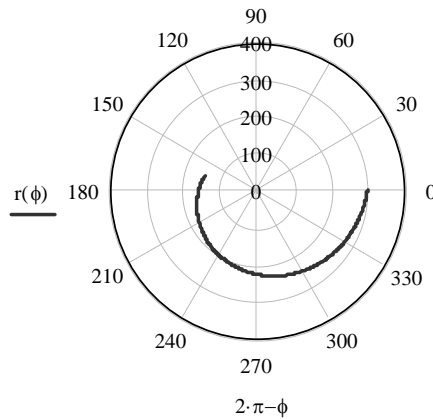


Fig.6.24. Profilul roții necirculare pentru mecanismul compensator de tip centroidal

În Fig.6.24 se prezintă profilul roții necirculare rezultat în urma calculelor. Un aspect interesant este faptul că profilul rezultat al roții necirculare are formă de spirală arhimedică pentru compensarea efectului arhimedic.

CAP. 7 CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE

Timpurile în care trăim au o dinamică deosebită din punct de vedere al dezvoltării tehnicii. Aproape zilnic apar produse noi care să înlocuiască produsele existente deja pe piață. Dacă privim doar în domeniul automobilistic, realizăm că în un ritm de 2-3 ani apare o variantă nouă a aceluiași model de automobil.

Pentru a susține acest ritm de dezvoltare, proiectanții depun eforturi considerabile, de aceea au nevoie și de unelte performante. Aceste unelte, în cazul construcției de mecanisme, sunt metodele de analiză și sinteză care trebuie să fie cât mai precise și cât mai rapide.

Mecanismele cele mai folosite în construcția de mașini sunt cele de tip mecanism cu bare, mecanism cu camă sau mecanism cu roți dințate. Pentru aceste tipuri de mecanisme există deja metode consacrate de analiză și sinteză dimensională.

Pe lângă avantajele de necontestat pe care le prezintă aceste tipuri de mecanisme, apar și unele dezavantaje. De exemplu, în cazul mecanismelor cu roți dințate, precizia cu care se face transmiterea mișcării este influențată de corectitudinea profilului dinților și jocul dintre dinții roților dințate. În aceasta lucrare se prezintă o aplicație unde transmisia cu roți dințate este înlocuită cu o cuplă de tip centroidal, care transmite mișcarea mai eficient.

În cazul mecanismelor cu camă, apare frecarea dintre camă și tchet, lucru care, în timp, produce uzură, care la rândul ei determină mecanismul să nu mai reproducă fidel legea de mișcare și automat rezultă un mecanism cu precizie scăzută. Un mecanism înlocuitor ar putea fi un mecanism cu cuple de tip centroidal. Acesta având o durată mai lungă de viață (cicluri de folosire) datorită faptului că între cele două profile, din motive constructive, există rostogolire pură.

Mecanismele cu bare sunt simplu de construit, robuste, întreținerea lor este relativ ușoară, însă dacă proiectantului i se impun mai mult de un număr finit de poziții de precizie, acesta este nevoit să recurga la aproximări, de exemplu mecanismele patrulater articulate au maxim 5 poziții de precizie. Autorul prezentei lucrări sugerează folosirea unor mecanisme cu cuple de tip centroidal în cazul acesta, acest tip de mecanisme permițând un număr teoretic infinit de poziții de precizie.

De asemenea autorul dorește să atragă atenția asupra faptului că la aceste tipuri de mecanisme poziția de inițializare (configurația de start a mecanismului) este esențială pentru ca mecanismul să îndeplinească scopul pentru care a fost construit. Cupla centroidala nu funcționează corespunzător și automat nu reproduce fidel curba de ruletă dacă nu se respectă întocmai condiția de inițializare

De obicei se folosesc mecanisme clasice, cu bare, came sau roți dințate, însă există câteva zone unde aceste tipuri de mecanisme ar putea fi înlocuite cu mecanisme de tip centroidal.

În aceasta lucrare s-au prezentat metode de sinteză structurală, metode de sinteză a cuplelor de tip centroidal, metode de sinteză dimensională a unui mecanism care să conțină și cuple de tip centroidal, metode de analiză cinematică și câteva aplicații ale mecanismelor de tip centroidal.

Contribuțiile personale ale autorului sunt:

- în capitolul de structură sunt sistematizate din punct de vedere structural mecanisme cu bare rulante, respectiv mecanisme cu cuple de înfășurare variante favorabile;

- sunt prezentate o serie de soluții constructive pentru asigurarea contactului între centroidă fixă și centroidă mobilă în cazul mecanismelor cu cuple cinematice de tip centroidal;

- este prezentat un studiu al mecanismelor cu cuple cinematice de tip centroidal folosind metode de calcul numeric iterative;

- este realizată sinteza mecanismelor de tip centroidal utilizând curbele suport;

- a fost verificat algoritmul de sinteză pentru cazul teoremei lui Cardano când curba de generat este o dreaptă sau o ortocicloidă;

- a fost elaborat un algoritm de calcul computerizat pentru determinarea centroidei fixe, când se cunoaște centroidă mobilă și traiectoria de generat (curbă de ruletă).

- a fost realizat un program de calcul computerizat pentru generarea profilului centroidei fixe pentru curbe de ruletă particulare: o dreaptă, o parabolă sau o elipsă;

- a fost propusă o metodă de analiză cinematică a mecanismelor de tip centroidal folosind metoda contururilor poligonale;

- a fost dezvoltată o metodă de analiză a unui mecanism cu cuple cinematice de tip centroidal folosind un mecanism patrulater instantaneu izocinetic;

- a fost elaborată o metode de analiză cinematică a unui mecanism de tip centroidal RRIR cu profil circular montat excentric;

- au fost prezentate o serie de aplicații în care mecanismele de tip centroidal sunt utilizate în aparate și transmisii de precizie în domeniul de mecanică fină;
- dezvoltarea unor exemple de utilizarea a mecanismelor de tip centroidal în construcția unui manipulator auto-echilibrat și a compensării efectului arhimedic.

Pe lângă contribuțiile personale ale autorului, se face o prezentare a metodelor de analiza și sinteză folosite în studierea acestui tip de mecanisme.

În concluzie, autorul încearcă să își aducă aportul la dezvoltarea mecanismelor cu cuple de tip centroidal în zona sintezei cuplelor cinematice centroidale și al analizei cinematice a mecanismelor de acest tip.

Autorul dorește să mulțumească Profesorului Dr. Ing. Dan Perju, conducatorul de doctorat, pentru sprijinul acordat în realizarea acestei lucrări.

De asemenea autorul dorește să îi mulțumească pentru sprijinul acordat Directorului Departamentului de Mecatronică, Conf.Dr.Ing.Erwin-Christian Lovasz.

Autorul mulțumește celei de-a doua familii, Colectivul Departamentului de Mecatronică, pentru sprijinul și înțelegerea acordată pe parcursul redactării tezei.

“If I have seen a little further it is by standing on the shoulders of giants”

Sir Isaac Newton

BIBLIOGRAFIE

- [D1] Dizioglu, B.: Zur Dynamik des einfachen Bandgetriebes mit Anwendung auf die Synthese der Schlagmechanismen der Webstühle, VDI-Berichte 12 (1956), S. 55-62.
- [H1] Hain, K.: Periodische Bandgetriebe, VDI-Zeitschrift 95 (1953) 6, S. 192-196.
- [H2] Hain, K.: Sechsgliedrige periodische Bandgetriebe (Zugmittelgetriebe), Konstruktion 6 (1954) 4, S. 145-150.
- [H3] Hain, K.: Feder-Getriebe und Band-Getriebe für den Kraftausgleich, VDI-Zeitschrift 97 (1955) 9, S. 278.
- [H4] Hain, K.: Feder in schwingenden Getriebe , VDI-Zeitschrift 96 (1954) 8, S. 250-254.
- [H5] Hain, K.: Einfache Bandgetriebe, VDI-Forschungsheft 461, Düsseldorf, VDI Verlag 1957.
- [H6] Hain, K.: Bandgetriebe als ungleichförmige übersetzende Getriebe, Technische Rundschau 50 (1958) 11, S.17,19.
- [H7] Hain, K.: Angewandte Getriebelehre, VDI Vertrag, Düsseldorf, 1961.
- [H8] Hain, K.: Die Synthese der viergliedrigen Bandgetriebe, Verlag Technik, Berlin, 1954
- [H9] Hain, K.: Gelenkarme Bandgetriebe für den Kraftausgleich durch Federn, VDI-Verl., Düsseldorf, 1953
- [H10] Hain, K.: Entwurf von Feder-Bandgetrieben mit einfachen Getriebeelementen, Vogel Verlag, Würzburg, 1955
- [H11] Hain, K.: Bewegungsgrenzen exzentrischer Zugmittelgetriebe für Schwingbewegungen, Vogel Verlag, Würzburg, 1981
- [H12] Hain, K.: Zur Systematik der zwangläufigen, viergliedrigen Wälzkurvengetriebe mit zwei Wälzkurvenpaaren, Hanser, München, 1965
- [H12] Hain, K.: Exzentrische Zugmittelgetriebe für Hubbewegungen mit schnellem Rückgang, Vogel, Würzburg, 1981
- [H13] Hartenberg, R.S., Denavit, J.: Kinematic Synthese of Linkages, McGraw-Hill Book Company, New York-San Francisco-Toronto-London, 1964.
- [I1]http://www.ipa.fraunhofer.de/fileadmin/www.ipa.fhg.de/pdf/Robotersysteme/Industrieroboter/PB_300_354e_2010.pdf 2010.07.19
- [I2] Information to:
<http://www.positech-solutions.com/products/concoBalanceMaster.pdf>
- [L1] Luck, K., Modler, K.-H.: Burmester -Theory for Band-Mechanisms, Vol.46, pp.55-59, Mechanical Design and Synthesis ASME, New York 1992.
- [L2] Luck, K., Modler, K.-H.: Synthesis of guidance mechanisms, pp. 525-533, Pergamon Press, Oxford, United Kingdom, 1994.
- [L3] Lovasz, E.-C.: Sinteza mecanismelor generatoare de functii cu aplicatii in mecanica fina – Teza de doctorat – UPT 1998
- [L4] Lovasz, E.-C.: Mecanisme de tip centroidal UPT 2009
- [L5] Lovasz, E.-C.: Generalizarea teoremei lui Grashof, The 5th National Conference of Precision Mechanics and Mechatronics COMEFIM-5, Timisoara, 1998
- [L6] Lovasz, E.-C.: Using the helical springs for contact force optimisation at the cam mechanisms, IX MTM Liberec 2004

- [L7] Lovasz, E.-C.: On the mechanisms synthesis of centroidal type, Liberec 2000
- [L8] Lovasz, E.-C.: Geometrical Aspects as concerning the function generating belt mechanisms, WC TMM Oulu 1999
- [L9] Luck, K., Modler, K.-H.: Realisierung von Ebenlagen durch viergliedrige Bandgetriebe, Wiss.Z.d TU Dresden 41 (1992) 4, S.22-25
- [L10] Lovasz, E.-C.; Perju, D.; Dehelean, N.; Dehelean, L.-M.; Maniu, I.; **Moldovan C.**: Self-Balanced Conco-Balancer Manipulator with Band Mechanism, Solid State Phenomena (Volumes 166 - 167) - Robotics and Automation Systems, 2009, pp.259-264
- [M1] Manolescu, N.; Maros, D.; Tutunaru D.:Teoria mecanismelor si a masinilor, Editura Tehnica, 1959, Bucuresti
- [M2] Modler, K.-H., Luck, K.: Realisierung von Kurvenbahnen durch spezielle Mechanismenstrukturen, Soc. of Czechoslovak Math. and Physicists, Prague, 1991
- [M3] Modler, K.-H., Luck, K.: Realisierung von Ebenlagen durch viergliedrige Bandgetriebe, Techn. Univ., Dresden, 1992
- [M4] Modler, K.-H., Perju D., Lovasz, E.-C.: Einheitliche kinematische Analyse der Bandgetriebe, COMEFIM'5, Timisoara, 1998
- [M5] Modler, K.-H., Perju D., Lovasz, E.-C.: Grenzen und Vorteile von kreisexzentern als Kurvenscheiben, ARoTMM, 2002
- [M6] Modler, K.-H., Perju D., Lovasz, E.-C.: Verstellmöglichkeiten in Bandgetriebe, MTM 2000
- [M7] Modler, K.-H., Perju D., Lovasz, E.-C.: Viergliedrige Bandgetriebe als Übertragungsgetriebe SYROM97, 1997
- [M8] Meyer zur Capellen, W.: Der einfache Zahnstangen-Kurbeltrieb und das entsprechende Bandgetriebe, Werkstatt und Betrieb, 89 (1956), S. 67-74.
- [M9] Modler, K.-H., Luck, K.: Getriebetechnik ; Analyse - Synthese – Optimierung, Verlag Technik, Berlin, 1990
- [M10] **Moldovan, C.**; Dolga,V.: Parallel Robot with Variable Link Length Mechanisms, pp. 0897-0898, Annals of DAAAM for 2008 & Proceedings of the 19th International DAAAM Symposium, Vienna, Austria 2008
- [M11] **Moldovan, C.**; Perju, D.; Maniu, I.; Vatau, S.: On the Analysis of a Centrode Type Mechanism with Flexible and Unextensible Element, pp. 1393-1395, Annals of DAAAM for 2009 & Proceedings of the 20th International DAAAM Symposium, DAAAM International, Vienna, Austria 2009
- [M12] **Moldovan,C.**; Perju,D.; Maniu,I.; Vatau,S.: Analysis of a centrode mechanism with an eccentric element, pp.15-18, Robotica & Management International Journal, Resita, 2010
- [P1] Perju, D.: Contributii la sinteza mecanismelor plane pentru conducerea unui punct pe o curba data - Teza de doctorat, I.P. Bucuresti, 1971.
- [P2] Perju, D.: Mecanisme de mecanica fina vol I+II, Centrul de multiplicare al Institutului Politehnic „Traian Vuia” Timisoara.
- [P3] Perju, D., Asupra sintezei mecanismelor cu element flexibil, in Proceedings of SYROM` 85, Vol.I-2, Bucuresti, 1985.
- [P4] Perju, D.: Mechanisms with Variable Link Length, Proceedings of the VII IFToMM World Congress on TMM, Vol.1, Sevilla, Spain, 1987.
- [P5] Perju, D., Mesaros-Anghel, V., Lovasz, E.-C.: On the kinematik analysis of the variable links length mechanisms, Proceedings of the VII IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Design Methods Theory and Practice of Mechanisms SYROM` 97, Vol.I, pp.241-248 Bucuresti, 1997.

- [P6] Perju, D., Lovasz, E.-C., Mesaros-Anghel, V: Cu privire la sinteza optimala a mecanismelor cu element flexibil de lungime variabila generatoare de functiuni, MTM 1996.
- [P7] Perju D., Modler, K.-H., Lovasz, E.-C.: A unitary method for analysis and synthesis of the function generating belt mechanism, WC TMM, Oulu, 1999
- [P8] Perju D., Modler, K.-H., Lovasz, E.-C.: Path generating mechanism with instantaneous variable links length, ARoTMM, 2002
- [P9] Perju D., Modler, K.-H., Lovasz, E.-C., Mesaros-Anghel, V: A new Type of Function generating mechanism with variable links length, SYROM, 2001
- [P10] Perju D., Modler, K.-H., Lovasz, E.-C., Mesaros-Anghel, V: On the mechanisms synthesis of geometrical and static equilibrium conditions, MTM, 2007
- [P11] Perju, D.: Sinteza unui mecanism cu elemente de lungime variabila utilizat ca mecanism de liniarizare, Proceedings of SYROM`89, Bucuresti, 1989
- [P12] Perju, D, Modler, K.-H., Mateas, M., Lovasz, E.-C.: On the compensatory mechanisms of the archimedean effect.
- [P13] Perju,D.; Lovasz,E.-C.; Modler,K.-H.; Dehelean,L.-M.; **Moldovan,C.**; Margineanu,D.: Size Minimization of the Cam Mechanisms with Translating Roll Follower, pp.245-253, New Trends in Mechanism Science: Analysis and Design - Mechanisms and Machine Science 5, Springer 2010
- [R1] Reuleaux F.: Theoretische Kinematik, Grundzuge einer Theorie des Maschinenwesens. Verlag Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig,1875
- [S1] Soetebier, S.: Parallelroboter auf der Basis von drucksteifen Bandgetrieben, Vulkan Verlag, Essen, 2005
- [V1] Vatau, S.; Maniu, I.; **Moldovan, C.**: Design and Control Aspects for JQuadRobot, pp. 0471-0473, Annals of DAAAM for 2009 & Proceedings of the 20th International DAAAM Symposium, DAAAM International, Vienna, Austria 2009
- [V2] Vatau,S.; Ciupe,V.; **Moldovan,C.**; Maniu,I.: Mechanical design and system control of quadruped robot, pp.56-60, Mechanika, Issue:5, Kaunas Univ. Tehnol., Kaunas, Lithuania, 2010
- [W1] Wadewitz,C.: Ein Beitrag zur Analyse und Synthese von einfachen viergliedrigen Bandgetrieben, Teza de doctorat, T.U. Dresda, 1997
- [W2] http://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s_method [15.06.2010]
- [W3] http://en.wikipedia.org/wiki/Bisection_method [15.06.2010]
- [W4] <http://en.wikipedia.org/wiki/Cycloid> [12.7.2008]
- [W5] <http://en.wikipedia.org/wiki/Evolute> [1.11.2007]
- [W6] <http://en.wikipedia.org/wiki/Involute> [1.11.2007]
- [W7] http://en.wikipedia.org/wiki/Instant_centre_of_rotation [13.06.2009]
- [W8] http://en.wikipedia.org/wiki/Osculating_circle [16.06.2009]
- [W9] <http://en.wikipedia.org/wiki/Curvature> [16.06.2006]
- [W10] <http://mathworld.wolfram.com/RadiusofCurvature.html> [16.06.2006]
- [W11] <http://mathworld.wolfram.com/CurvatureCenter.html> [16.06.2006]
- [W12] <http://mathworld.wolfram.com/Involute.html> [1.11.2007]
- [W13] <http://mathworld.wolfram.com/Evolute.html> [1.11.2007]
- [W14] <http://mathworld.wolfram.com/Roulette.html> [2.03.2011]

ANEXA 1 - CODUL PROGRAMULUI PENTRU GENERAREA UNEI DREPTE

```
Dim k, k1, k2, maxx, mixx, min, max
Dim X(), Y(), Y1(), Y2(), a(), b()
Dim xc(), yc(), XCO(), YCO(), XI(), YI()
Dim M(), N(), XD(), YD(), XMO(), YMO()
Dim Te(), d(), S(), D1(), D2(), re()
Dim cx, cy, sc
Rem Dim R()

Private Sub Command1_Click()

Rem Cls
Rem Program de determinare a profilului centroidei fixe (c0)
Rem Rostogolitoare este un cerc

Me.Show
Text1.SetFocus
R = Val(Text1.Text)
q = Val(Text2.Text)
Command1.SetFocus
k = Val(Text3.Text)
sc = Val(Text4.Text)
cx = gfx.ScaleWidth / 2
cy = gfx.ScaleHeight / 2
cx = Val(Form2.Text1.Text)
cy = Val(Form2.Text2.Text)
tmin = Val(Text5.Text)
tmax = Val(Text6.Text)

ReDim X(k + 2), Y(k + 2), Y1(k + 2), Y2(k + 2), a(k + 2), b(k + 2)
ReDim xc(k + 2), yc(k + 2), XCO(k + 2), YCO(k + 2), XI(k + 2), YI(k + 2)
ReDim M(k + 2), N(k + 2), XD(k + 1), YD(k + 1), XMO(k + 2), YMO(k + 1)
ReDim Te(k + 2), d(k + 1), S(k + 2), D1(k + 2), D2(k + 2), re(k + 1)

k1 = Int((k * Abs(tmin)) / (Abs(tmax) + Abs(tmin)))
k2 = Int((k * Abs(tmax)) / (Abs(tmax) + Abs(tmin)))

'If Combo1.ListIndex = 0 Then
If True Then

Rem Curba de ruleta
For i = 0 To k1
X(i) = -0.01 * i
Y(i) = R + q
Next i
```

```

Rem Calculul derivatelor ecuatiei curbei de ruleta
For i = 0 To k1
Y1(i) = 0
Y2(i) = 0
Next i

Rem Coeficientii dreptei normale la curba de ruleta
For i = 0 To k1
a(i) = X(i) + Y1(i) * Y(i)
b(i) = Y1(i)
Next i

Rem Coordonatele centrului rostogolitoarei
xc(0) = 0
yc(0) = R

Rem Raza de curbura initiala a centroidei fixe
R0 = -R * (R + q) / q

Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)
XC0(0) = 0
YC0(0) = -R0

Rem Coordonatele initiale ale centroidei fixe (c0)
XI(0) = 0
YI(0) = 0

Rem Coordonatele primei pozitii a centroidei fixe (c0)
M(1) = ((a(1) * b(1) - R0) + Sqr((a(1) * b(1) - R0) * (a(1) * b(1) - R0) - a(1) *
a(1) * (1 + b(1) * b(1)))) / (1 + b(1) * b(1))
N(1) = ((a(1) * b(1) - R0) - Sqr((a(1) * b(1) - R0) * (a(1) * b(1) - R0) - a(1) *
a(1) * (1 + b(1) * b(1)))) / (1 + b(1) * b(1))
If Abs(M(1)) < Abs(N(1)) Then
  YI(1) = M(1)
Else
  YI(1) = N(1)
End If
XI(1) = a(1) - b(1) * YI(1)

Rem Panta normalei la curba de ruleta
Te(1) = Atn(-(XI(1) - XC0(0)) / (YI(1) - YC0(0)))

Rem Program de calcul iterativ al profilului centroidei mobile

For i = 1 To k1
  Rem Coordonatele centrelor rostogolitoarei
  xc(i) = XC0(i - 1) + (xc(i - 1) - XC0(i - 1)) * Cos(Te(i)) - (yc(i - 1) - YC0(i -
1)) * Sin(Te(i))
  yc(i) = YC0(i - 1) + (xc(i - 1) - XC0(i - 1)) * Sin(Te(i)) + (yc(i - 1) - YC0(i -
1)) * Cos(Te(i))
  Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)

```

```

XC0(i) = 0
YC0(i) = -R0

Rem Distanta d
d(i) = 2 * (X1(i) * XC0(i) + Y1(i) * YC0(i)) - X1(i) * X1(i) - Y1(i) * Y1(i)

If i = k1 Then GoTo 5

re(i + 1) = (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XC0(i) + YC0(i)) * (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XC0(i) + YC0(i)) - (a(i + 1) * a(i + 1) - 2 * XC0(i) * a(i + 1) + d(i)) * (1 + b(i + 1) * b(i + 1)))
If re(i + 1) < 0 Then GoTo 5

Rem Coordonatele centroidei fixe (c0)
M(i + 1) = ((a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XC0(i) + YC0(i)) + (Sqr(0.00000001 + (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XC0(i) + YC0(i)) * (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XC0(i) + YC0(i)) - (a(i + 1) * a(i + 1) - 2 * XC0(i) * a(i + 1) + d(i)) * (1 + b(i + 1) * b(i + 1)))))) / (1 + b(i + 1) * b(i + 1))
N(i + 1) = ((a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XC0(i) + YC0(i)) - (Sqr(0.00000001 + (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XC0(i) + YC0(i)) * (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XC0(i) + YC0(i)) - (a(i + 1) * a(i + 1) - 2 * XC0(i) * a(i + 1) + d(i)) * (1 + b(i + 1) * b(i + 1)))))) / (1 + b(i + 1) * b(i + 1))
If Abs(M(i + 1) - Y1(i)) < Abs(N(i + 1) - Y1(i)) Then
    Y1(i + 1) = M(i + 1)
Else
    Y1(i + 1) = N(i + 1)
End If
X1(i + 1) = a(i + 1) - b(i + 1) * Y1(i + 1)

Rem Panta normalelor la curba de ruleta
Te(i + 1) = Atn(((X1(i) - XC0(i - 1)) * (Y1(i + 1) - YC0(i)) - (Y1(i) - YC0(i - 1)) * (X1(i + 1) - XC0(i))) / ((X1(i) - XC0(i - 1)) * (X1(i + 1) - XC0(i)) + (Y1(i) - YC0(i - 1)) * (Y1(i + 1) - YC0(i))))

Next i

5 Rem
Label5.Caption = "min =" + Str$(i * tmin / k1)
mixx = -i

Rem Afisarea profilului centroidei fixe (c0)
Rem WINDOW (-50, -50)-(50, 50)
gfx.ScaleMode = 3 ' Set ScaleMode to pixels.
DrawWidth = 8 ' Set DrawWidth.

gfx.Circle (cx, cy - sc * R), R * sc, QBColor(12)
gfx.Line (cx, cy - 2 * R * sc)-(cx, cy - (R + q) * sc), QBColor(12)
gfx.Circle (cx, cy - (R + q) * sc), 2, QBColor(12)

```

```
For i = 0 To k1
gfx.PSet (cx + X(i) * sc, cy - Y(i) * sc), QBColor(1)
gfx.PSet (cx + XI(i) * sc, cy - YI(i) * sc), QBColor(9)
Next i

For j = 0 To k2
gfx.PSet (cx + X(j + k1 + 1) * sc, cy - Y(j + k1 + 1) * sc), QBColor(1)
gfx.PSet (cx + XI(j + k1 + 1) * sc, cy - YI(j + k1 + 1) * sc), QBColor(9)
Next j

End If

Rem -----
Rem -----

If Combo1.ListIndex = 1 Then

Rem Curba de ruleta
For i = 0 To k1
X(i) = -0.01 * i
Y(i) = R + q
Next i

Rem Calculul derivatelor ecuatiei curbei de ruleta
For i = 0 To k1
Y1(i) = 0
Y2(i) = 0
Next i

Rem Coeficientii dreptei normale la curba de ruleta
For i = 0 To k1
a(i) = X(i) + Y1(i) * Y(i)
b(i) = Y1(i)
Next i

Rem Coordonatele centrului rostogolitoarei
xc(0) = 0
yc(0) = R

Rem Raza de curbura initiala
R0 = -R * (R + q) / q

Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)
XC0(0) = 0
YC0(0) = -R0

Rem Coordonatele initiale ale centroidei fixe (c0)
XI(0) = 0
```


YI(0) = 0

Rem Coordonatele primei pozitii a centroidei fixe (c0)

M(1) = ((a(1) * b(1) - R0) + Sqr((a(1) * b(1) - R0) * (a(1) * b(1) - R0) - a(1) * a(1) * (1 + b(1) * b(1)))) / (1 + b(1) * b(1))

N(1) = ((a(1) * b(1) - R0) - Sqr((a(1) * b(1) - R0) * (a(1) * b(1) - R0) - a(1) * a(1) * (1 + b(1) * b(1)))) / (1 + b(1) * b(1))

If Abs(M(1)) < Abs(N(1)) Then

 YI(1) = M(1)

 Else

 YI(1) = N(1)

End If

XI(1) = a(1) - b(1) * YI(1)

Rem Panta normalei la curba de ruleta

Te(1) = Atn(-(XI(1) - XCO(0)) / (YI(1) - YCO(0)))

Rem Program de calcul iterativ al profilului centroidei mobile

For i = 1 To k1

Rem Coordonatele centrelor rostogolitoarei

xc(i) = XCO(i - 1) + (xc(i - 1) - XCO(i - 1)) * Cos(Te(i)) - (yc(i - 1) - YCO(i - 1)) * Sin(Te(i))

yc(i) = YCO(i - 1) + (xc(i - 1) - XCO(i - 1)) * Sin(Te(i)) + (yc(i - 1) - YCO(i - 1)) * Cos(Te(i))

Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)

XCO(i) = 0

YCO(i) = -R0

Rem Distanta d

d(i) = 2 * (XI(i) * XCO(i) + YI(i) * YCO(i)) - XI(i) * XI(i) - YI(i) * YI(i)

If i = k1 Then GoTo 15

re(i + 1) = (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XCO(i) + YCO(i)) * (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XCO(i) + YCO(i)) - (a(i + 1) * a(i + 1) - 2 * XCO(i) * a(i + 1) + d(i)) * (1 + b(i + 1) * b(i + 1))

If re(i + 1) < 0 Then GoTo 15

Rem Coordonatele centroidei fixe (c0)

M(i + 1) = ((a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XCO(i) + YCO(i)) + (Sqr(0.00000001 + (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XCO(i) + YCO(i)) * (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XCO(i) + YCO(i)) - (a(i + 1) * a(i + 1) - 2 * XCO(i) * a(i + 1) + d(i)) * (1 + b(i + 1) * b(i + 1)))))) / (1 + b(i + 1) * b(i + 1))

N(i + 1) = ((a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XCO(i) + YCO(i)) - (Sqr(0.00000001 + (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XCO(i) + YCO(i)) * (a(i + 1) * b(i + 1) - b(i + 1) * XCO(i) + YCO(i)) - (a(i + 1) * a(i + 1) - 2 * XCO(i) * a(i + 1) + d(i)) * (1 + b(i + 1) * b(i + 1)))))) / (1 + b(i + 1) * b(i + 1))

If Abs(M(i + 1) - YI(i)) < Abs(N(i + 1) - YI(i)) Then

```

    YI(i + 1) = M(i + 1)
  Else
    YI(i + 1) = N(i + 1)
  End If
  XI(i + 1) = a(i + 1) - b(i + 1) * YI(i + 1)

  Rem Panta normalelor la curba de ruleta
  Te(i + 1) = Atn(((XI(i) - XCO(i - 1)) * (YI(i + 1) - YCO(i)) - (YI(i) - YCO(i - 1)) *
  (XI(i + 1) - XCO(i))) / ((XI(i) - XCO(i - 1)) * (XI(i + 1) - XCO(i)) + (YI(i) - YCO(i -
  1)) * (YI(i + 1) - YCO(i))))

  Next i

15 Rem
Label5.Caption = "min =" + Str$(i * tmin / k1)
mixx = -i

Rem Curba de ruleta

For j = 0 To k2
  X(j + k1 + 1) = 0.01 * j
  Y(j + k1 + 1) = R + q
Next j

Rem Calculul derivatelor ecuatiei curbei de ruleta
For j = 0 To k2
  Y1(j + k1 + 1) = 0
  Y2(j + k1 + 1) = 0
Next j

Rem Coeficientii dreptei normale la curba de ruleta
For j = 0 To k2
  a(j + k1 + 1) = X(j + k1 + 1) + Y1(j + k1 + 1) * Y(j + k1 + 1)
  b(j + k1 + 1) = Y1(j + k1 + 1)
Next j

Rem Coordonatele centrului rostogolitoarei
xc(k1 + 1) = xc(0)
yc(k1 + 1) = R

Rem Raza de curbura initiala
R0 = -R * (R + q) / q

Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)
XCO(k1 + 1) = XCO(0)
YCO(k1 + 1) = YCO(0)

Rem Coordonatele initiale ale centroidei fixe (c0)
XI(k1 + 1) = XI(0)

```

$$YI(k1 + 1) = YI(0)$$

Rem Coordonatele primei pozitii a centroidei fixe (c0)

$$XI(k1 + 2) = XI(1)$$

$$YI(k1 + 2) = YI(1)$$

Rem Panta normalei la curba de ruleta

$$Te(k1 + 2) = Te(1)$$

Rem Program de calcul iterativ al profilului centroidei mobile

For j = 1 To k2

Rem Coordonatele centrelor rostogolitoarei

$$xc(j + k1 + 1) = XC0(j + k1) + (xc(j + k1) - XC0(j + k1)) * \cos(Te(j + k1 + 1)) - (yc(j + k1) - YC0(j + k1)) * \sin(Te(j + k1 + 1))$$

$$yc(j + k1 + 1) = YC0(j + k1) + (xc(j + k1) - XC0(j + k1)) * \sin(Te(j + k1 + 1)) + (yc(j + k1) - YC0(j + k1)) * \cos(Te(j + k1 + 1))$$

Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)

$$XC0(j + k1 + 1) = 0$$

$$YC0(j + k1 + 1) = -R0$$

Rem Distanta d

$$d(j + k1 + 1) = 2 * (XI(j + k1 + 1) * XC0(j + k1 + 1) + YI(j + k1 + 1) * YC0(j + k1 + 1)) - XI(j + k1 + 1) * XI(j + k1 + 1) - YI(j + k1 + 1) * YI(j + k1 + 1)$$

If j = k2 Then GoTo 20

$$re(j + k1 + 2) = (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) * (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) - (a(j + k1 + 2) * a(j + k1 + 2) - 2 * XC0(j + k1 + 1) * a(j + k1 + 2) + d(j + k1 + 1)) * (1 + b(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2)))$$

If re(j + k1 + 2) < 0 Then GoTo 20

Rem Coordonatele centroidei fixe (c0)

$$M(j + k1 + 2) = ((a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) + (\text{Sqr}(0.00000001 + (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) * (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) - (a(j + k1 + 2) * a(j + k1 + 2) - 2 * XC0(j + k1 + 1) * a(j + k1 + 2) + d(j + k1 + 1)) * (1 + b(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2)))))) / (1 + b(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2))$$

$$N(j + k1 + 2) = ((a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) - (\text{Sqr}(0.00000001 + (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) * (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) - (a(j + k1 + 2) * a(j + k1 + 2) - 2 * XC0(j + k1 + 1) * a(j + k1 + 2) + d(j + k1 + 1)) * (1 + b(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2)))))) / (1 + b(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2))$$

If Abs(M(j + k1 + 2) - YI(j + k1 + 1)) < Abs(N(j + k1 + 2) - YI(j + k1 + 1)) Then

$$YI(j + k1 + 2) = M(j + k1 + 2)$$

```

Else
  YI(j + k1 + 2) = N(j + k1 + 2)
End If
XI(j + k1 + 2) = a(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * YI(j + k1 + 2)

Rem Panta normalelor la curba de ruleta
Te(j + k1 + 2) = Atn(((XI(j + k1 + 1) - XC0(j + k1)) * (YI(j + k1 + 2) - YC0(j + k1 + 1)) - (YI(j + k1 + 1) - YC0(j + k1)) * (XI(j + k1 + 2) - XC0(j + k1 + 1)))) / ((XI(j + k1 + 1) - XC0(j + k1)) * (XI(j + k1 + 2) - XC0(j + k1 + 1)) + (YI(j + k1 + 1) - YC0(j + k1)) * (YI(j + k1 + 2) - YC0(j + k1 + 1))))))

Next j

20 Rem
Label11.Caption = "max =" + Str$(j * tmax / k2)
maxx = j + k1 + 1

Rem Afisarea profilului centroidei fixe (c0)
Rem WINDOW (-50, -50)-(50, 50)
gfx.ScaleMode = 3 ' Set ScaleMode to pixels.
DrawWidth = 8 ' Set DrawWidth.

gfx.Circle (cx, cy - sc * R), R * sc, QBColor(12)
gfx.Line (cx, cy - 2 * R * sc)-(cx, cy - (R + q) * sc), QBColor(12)
gfx.Circle (cx, cy - (R + q) * sc), 2, QBColor(12)

For i = 0 To k1
  gfx.PSet (cx + X(i) * sc, cy - Y(i) * sc), QBColor(1)
  gfx.PSet (cx + XI(i) * sc, cy - YI(i) * sc), QBColor(9)
Next i

For j = 0 To k2
  gfx.PSet (cx + X(j + k1 + 1) * sc, cy - Y(j + k1 + 1) * sc), QBColor(1)
  gfx.PSet (cx + XI(j + k1 + 1) * sc, cy - YI(j + k1 + 1) * sc), QBColor(9)
Next j

End If

Rem -----
Rem -----

If Combo1.ListIndex = 2 Then

Rem Curba de ruleta
For i = 0 To k1
  X(i) = -0.01 * i
  Y(i) = R + q
Next i

```

```

Rem Calculul derivatelor ecuatiei curbei de ruleta
For i = 0 To k1
Y1(i) = 0
Y2(i) = 0
Next i

Rem Coeficientii dreptei normale la curba de ruleta
For i = 0 To k1
a(i) = X(i) + Y1(i) * Y(i)
b(i) = Y1(i)
Next i

Rem Coordonatele centrului rostogolitoarei
xc(0) = 0
yc(0) = R

Rem Raza de curbura initiala
R0 = -R * (R + q) / q

Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)
XC0(0) = 0
YC0(0) = -R0

Rem Coordonatele initiale ale centroidei fixe (c0)
XI(0) = 0
YI(0) = 0

Rem Coordonatele primei pozitii a centroidei fixe (c0)
M(1) = ((a(1) * b(1) - R0) + Sqr((a(1) * b(1) - R0) * (a(1) * b(1) - R0) - a(1) *
a(1) * (1 + b(1) * b(1)))) / (1 + b(1) * b(1))
N(1) = ((a(1) * b(1) - R0) - Sqr((a(1) * b(1) - R0) * (a(1) * b(1) - R0) - a(1) *
a(1) * (1 + b(1) * b(1)))) / (1 + b(1) * b(1))
If Abs(M(1)) < Abs(N(1)) Then
    YI(1) = M(1)
Else
    YI(1) = N(1)
End If
XI(1) = a(1) - b(1) * YI(1)

Rem Panta normalei la curba de ruleta
Te(1) = Atn(-(XI(1) - XC0(0)) / (YI(1) - YC0(0)))

Rem Program de calcul iterativ al profilului centroidei mobile

For i = 1 To k1
Rem Coordonatele centrelor rostogolitoarei
xc(i) = XC0(i - 1) + (xc(i - 1) - XC0(i - 1)) * Cos(Te(i)) - (yc(i - 1) - YC0(i - 1)) *
Sin(Te(i))
yc(i) = YC0(i - 1) + (xc(i - 1) - XC0(i - 1)) * Sin(Te(i)) + (yc(i - 1) - YC0(i - 1)) *
Cos(Te(i))

```

Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)

$$XCO(i) = 0$$

$$YCO(i) = -R0$$

Rem Panta normalelor la curba de ruleta

$$Te(i + 1) = \text{Atn}(((XI(i) - XCO(i - 1)) * (YI(i + 1) - YCO(i)) - (YI(i) - YCO(i - 1)) * (XI(i + 1) - XCO(i))) / ((XI(i) - XCO(i - 1)) * (XI(i + 1) - XCO(i)) + (YI(i) - YCO(i - 1)) * (YI(i + 1) - YCO(i))))$$

Next i

25 Rem

$$\text{Label5.Caption} = \text{"min ="} + \text{Str}\$(i * tmin / k1)$$

$$\text{mixx} = -i$$

Rem Curba de ruleta

For j = 0 To k2

$$X(j + k1 + 1) = 0.01 * j$$

$$Y(j + k1 + 1) = R + q$$

Next j

Rem Calculul derivatelor ecuatiei curbei de ruleta

For j = 0 To k2

$$Y1(j + k1 + 1) = 0$$

$$Y2(j + k1 + 1) = 0$$

Next j

Rem Coeficientii dreptei normale la curba de ruleta

For j = 0 To k2

$$a(j + k1 + 1) = X(j + k1 + 1) + Y1(j + k1 + 1) * Y(j + k1 + 1)$$

$$b(j + k1 + 1) = Y1(j + k1 + 1)$$

Next j

Rem Coordonatele centrului rostogolitoarei

$$xc(k1 + 1) = xc(0)$$

$$yc(k1 + 1) = R$$

Rem Raza de curbura initiala

$$R0 = -R * (R + q) / q$$

Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)

$$XCO(k1 + 1) = XCO(0)$$

$$YCO(k1 + 1) = YCO(0)$$

Rem Coordonatele initiale ale centroidei fixe (c0)

$$XI(k1 + 1) = XI(0)$$

$$YI(k1 + 1) = YI(0)$$

Rem Coordonatele primei pozitii a centroidei fixe (c0)

$$X1(k1 + 2) = X1(1)$$

$$Y1(k1 + 2) = Y1(1)$$

Rem Panta normalei la curba de ruleta

$$Te(k1 + 2) = Te(1)$$

For j = 1 To k2

Rem Coordonatele centrelor rostogolitoarei

$$xc(j + k1 + 1) = XC0(j + k1) + (xc(j + k1) - XC0(j + k1)) * Cos(Te(j + k1 + 1)) - (yc(j + k1) - YC0(j + k1)) * Sin(Te(j + k1 + 1))$$

$$yc(j + k1 + 1) = YC0(j + k1) + (xc(j + k1) - XC0(j + k1)) * Sin(Te(j + k1 + 1)) + (yc(j + k1) - YC0(j + k1)) * Cos(Te(j + k1 + 1))$$

Rem Coordonatele centrului de curbura a centroidei fixe (c0)

$$XC0(j + k1 + 1) = 0$$

$$YC0(j + k1 + 1) = -R0$$

Rem Coordonatele centroidei fixe (c0)

$$M(j + k1 + 2) = ((a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) + (Sqr(0.00000001 + (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) * (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) - (a(j + k1 + 2) * a(j + k1 + 2) - 2 * XC0(j + k1 + 1) * a(j + k1 + 2) + d(j + k1 + 1)) * (1 + b(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2)))))) / (1 + b(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2))$$

$$N(j + k1 + 2) = ((a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) - (Sqr(0.00000001 + (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) * (a(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * XC0(j + k1 + 1) + YC0(j + k1 + 1)) - (a(j + k1 + 2) * a(j + k1 + 2) - 2 * XC0(j + k1 + 1) * a(j + k1 + 2) + d(j + k1 + 1)) * (1 + b(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2)))))) / (1 + b(j + k1 + 2) * b(j + k1 + 2))$$

If Abs(M(j + k1 + 2) - Y1(j + k1 + 1)) < Abs(N(j + k1 + 2) - Y1(j + k1 + 1)) Then

$$Y1(j + k1 + 2) = M(j + k1 + 2)$$

Else

$$Y1(j + k1 + 2) = N(j + k1 + 2)$$

End If

$$X1(j + k1 + 2) = a(j + k1 + 2) - b(j + k1 + 2) * Y1(j + k1 + 2)$$

Next j

30 Rem

Label11.Caption = "max =" + Str\$(j * tmax / k2)

$$maxx = j + k1 + 1$$

Rem Afisarea profilului centroidei fixe (c0)

Rem WINDOW (-50, -50)-(50, 50)

gfx.ScaleMode = 3 ' Set ScaleMode to pixels.

DrawWidth = 8 ' Set DrawWidth.

```
gfx.Circle (cx, cy - sc * R), R * sc, QBColor(12)
gfx.Line (cx, cy - 2 * R * sc)-(cx, cy - (R + q) * sc), QBColor(12)
gfx.Circle (cx, cy - (R + q) * sc), 2, QBColor(12)

For i = 0 To k1
gfx.PSet (cx + X(i) * sc, cy - Y(i) * sc), QBColor(1)
gfx.PSet (cx + XI(i) * sc, cy - YI(i) * sc), QBColor(9)
Next i

For j = 0 To k2
gfx.PSet (cx + X(j + k1 + 1) * sc, cy - Y(j + k1 + 1) * sc), QBColor(1)
gfx.PSet (cx + XI(j + k1 + 1) * sc, cy - YI(j + k1 + 1) * sc), QBColor(9)
Next j

End If
End Sub

Private Sub Command2_Click()
gfx.Refresh

End Sub

Private Sub Command3_Click()
Date.Show
For i = 1 To maxx
Date.L.AddItem (Format(i, "000.000") + " " + Format(X(i), "000.000") + " " +
+ Format(Y(i), "000.000"))
Next i
End Sub

Private Sub Command4_Click()
End
End Sub

Private Sub Command5_Click()
Form2.Show
gfx.ScaleMode = 3 ' Set ScaleMode to pixels.
DrawWidth = 8 ' Set DrawWidth.
Rem cx = gfx.ScaleWidth / 2 ' Get horizontal center.
Rem cy = gfx.ScaleHeight / 2 + 50 ' Get vertical center.
Rem Form2.Text1.Text = Str$(130.5)
Rem Form2.Text2.Text = Str$(152.5)

End Sub
```


ANEXA 2 - CODUL PROGRAMULUI PENTRU GENERAREA UNEI PARABOLE

'Program realizat in Microsoft Visual Studio 2008 Express Edition

```
Public Class Form1
    Dim a, c, x0, y0, r, ro, RR, q, n, xm0, ym0 As Double
    Dim xp(10), yp(10), r0(10), xc0(10), yc0(10), xi(10), yi(10), xc(10), yc(10),
xd(10), yd(10) As Double
    Dim i, j, panx, pany As Integer
    Dim g As Graphics
    Dim b As Bitmap
    'a c - coeficientii parabolei
    'x0 y0 r parametrii cercului de impartire a parabolei
    'xp yp parabola data sub forma de puncte echidistante
    'r0 raza de curbura a centroidei fixe
    'ro raza de curbura a parabolei

    Private Sub Button1_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.EventArgs) Handles Button1.Click
        End
    End Sub

    Public Function f1(ByVal x As Double, ByVal x0 As Double, ByVal y0 As Double)
As Double
        Return (a ^ 2) * (x ^ 4) + (x ^ 2) * (1 + 2 * a * c - 2 * a * y0) + x * (-2 *
x0) + x0 ^ 2 + c ^ 2 - 2 * c * y0 + y0 ^ 2 - r ^ 2
        'Return 1 / 0.7 * x + 1
    End Function

    Function det_x(ByVal x0 As Double, ByVal y0 As Double) As Double
        Dim x, v1, v2 As Double
        For x = x0 To x0 - r - 0.5 Step -0.001
            v1 = f1(x + 0.01, x0, y0)
            v2 = f1(x, x0, y0)
            If v1 * v2 < 0 Then
                Return x
            End If
        Next
    End Function

    Public Function f2(ByVal x As Double, ByVal xc0 As Double, ByVal yc0 As Double,
ByVal xp As Double, ByVal yp As Double, ByVal r0 As Double) As Double
        n = -1 / (2 * a * xp)
        Return (x - xc0) ^ 2 + (n * (x - xp) + yp - yc0) ^ 2 - r0 ^ 2
        'Return 1 / 0.7 * x + 1
    End Function
```

```

Function det_xi(ByVal xc0 As Double, ByVal yc0 As Double, ByVal xp As Double,
ByVal yp As Double, ByVal r0 As Double) As Double
    Dim x, v1, v2 As Double
    For x = xc0 To -16 Step -0.0001
        v1 = f2(x + 0.0001, xc0, yc0, xp, yp, r0)
        v2 = f2(x, xc0, yc0, xp, yp, r0)
        If v1 * v2 < 0 Then
            Return x
        End If
    Next
End Function

```

```

Public Function f3(ByVal x As Double, ByVal xi As Double, ByVal yi As Double,
ByVal xc0 As Double, ByVal yc0 As Double, ByVal rr As Double) As Double

    Return (x - xi) ^ 2 + (((yi - yc0) / (xi - xc0)) * (x - xc0) + yc0 - yi) ^ 2 - rr ^
2
End Function

```

```

Function det_xc(ByVal xi As Double, ByVal yi As Double, ByVal xc0 As Double,
ByVal yc0 As Double, ByVal rr As Double) As Double
    Dim x, v1, v2 As Double
    For x = 0 To -16 Step -0.00001
        v1 = f3(x + 0.00001, xi, yi, xc0, yc0, rr)
        v2 = f3(x, xi, yi, xc0, yc0, rr)
        If v1 * v2 < 0 Then
            Return x
        End If
    Next
End Function

```

```

Public Function f4(ByVal x As Double, ByVal xi As Double, ByVal yi As Double,
ByVal xp As Double, ByVal yp As Double, ByVal xc As Double, ByVal yc As Double)
As Double

```

```

    Return 2 * a * xp * (x - xi) + yi - yp - (yp - yc) / (xp - xc) * (x - xp)

```

```

End Function

```

```

' xd(2) = det_xd(xi(2), yi(2), xp(2), yp(2), xc(2), yc(2))

```

```

Function det_xd(ByVal xi As Double, ByVal yi As Double, ByVal xp As Double,
ByVal yp As Double, ByVal xc As Double, ByVal yc As Double) As Double
    Dim x, v1, v2 As Double
    For x = 0 To -16 Step -0.00001
        v1 = f4(x + 0.00001, xi, yi, xp, yp, xc, yc)
        v2 = f4(x, xi, yi, xp, yp, xc, yc)
        If v1 * v2 < 0 Then
            Return x
        End If
    Next
End Function

```

Next

End Function

```
Public Function f5(ByVal x As Double, ByVal xd As Double, ByVal yd As Double,
ByVal xm0 As Double, ByVal ym0 As Double, ByVal xi As Double, ByVal yi As
Double, ByVal xc0 As Double, ByVal yc0 As Double) As Double
```

```
Return (yd - ym0) / (xd - xm0) * (x - xm0) + ym0 - yc0 - (yi - yc0) / (xi -
xc0) * (x - xc0)
```

End Function

```
'det_xc0(xd(2), yd(2), xm0, ym0, xi(2), yi(2),xc0(1),yc0(1))
```

```
Function det_xc0(ByVal xd As Double, ByVal yd As Double, ByVal xm0 As Double,
ByVal ym0 As Double, ByVal xi As Double, ByVal yi As Double, ByVal xc0 As Double,
ByVal yc0 As Double) As Double
```

```
Dim x, v1, v2 As Double
```

```
For x = 0 To -16 Step -0.00001
```

```
v1 = f5(x + 0.00001, xd, yd, xm0, ym0, xi, yi, xc0, yc0)
```

```
v2 = f5(x, xd, yd, xm0, ym0, xi, yi, xc0, yc0)
```

```
If v1 * v2 < 0 Then
```

```
Return x
```

```
End If
```

```
Next
```

End Function

```
Private Sub HScrollBar1_Scroll(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.Windows.Forms.ScrollEventArgs) Handles HScrollBar1.Scroll
```

```
b = New Bitmap(PictureBox1.Width, PictureBox1.Height)
```

```
g = Graphics.FromImage(b)
```

```
j = HScrollBar1.Value / 3
```

```
TextBox6.Text = j
```

```
panx = HScrollBar2.Value
```

```
pany = VScrollBar1.Value
```

```
For i = 1 To 8
```

```
g.DrawEllipse(Pens.Black, CType(xp(i) * j + PictureBox1.Width / 2, Integer)
+ panx, CType(-yp(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
```

```
g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(xi(i) * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-yi(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
```

```
Next
```

```
g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(-RR * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-RR * 2 * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(2 * RR *
j, Integer), CType(2 * RR * j, Integer))
```

```
g.DrawLine(Pens.Black, CType(PictureBox1.Width / 2, Integer) + panx + 1,
CType(-RR * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(PictureBox1.Width
```

```

/ 2, Integer) + panx + 1, CType(-(RR + q) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) +
pany)
PictureBox1.Image = b
End Sub

```

```

Private Sub HScrollBar2_Scroll(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.Windows.Forms.ScrollEventArgs) Handles HScrollBar2.Scroll
    b = New Bitmap(PictureBox1.Width, PictureBox1.Height)
    g = Graphics.FromImage(b)
    j = HScrollBar1.Value / 3
    panx = HScrollBar2.Value
    pany = VScrollBar1.Value
    For i = 1 To 8
        g.DrawEllipse(Pens.Black, CType(xp(i) * j + PictureBox1.Width / 2, Integer)
+ panx, CType(-yp(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
        g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(xi(i) * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-yi(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
    Next
    g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(-RR * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-RR * 2 * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(2 * RR *
j, Integer), CType(2 * RR * j, Integer))
    g.DrawLine(Pens.Black, CType(PictureBox1.Width / 2, Integer) + panx + 1,
CType(-RR * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(PictureBox1.Width
/ 2, Integer) + panx + 1, CType(-(RR + q) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) +
pany)

    PictureBox1.Image = b
End Sub

```

```

Private Sub VScrollBar1_Scroll(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.Windows.Forms.ScrollEventArgs) Handles VScrollBar1.Scroll
    b = New Bitmap(PictureBox1.Width, PictureBox1.Height)
    g = Graphics.FromImage(b)
    j = HScrollBar1.Value / 3
    panx = HScrollBar2.Value
    pany = VScrollBar1.Value
    For i = 1 To 8
        g.DrawEllipse(Pens.Black, CType(xp(i) * j + PictureBox1.Width / 2, Integer)
+ panx, CType(-yp(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
        g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(xi(i) * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-yi(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
    Next
    g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(-RR * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-RR * 2 * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(2 * RR *
j, Integer), CType(2 * RR * j, Integer))
    g.DrawLine(Pens.Black, CType(PictureBox1.Width / 2, Integer) + panx + 1,
CType(-RR * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(PictureBox1.Width
/ 2, Integer) + panx + 1, CType(-(RR + q) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) +
pany)

```

```
PictureBox1.Image = b
End Sub
```

```
Private Sub Button2_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.EventArgs) Handles Button2.Click
```

```
    a = Val(TextBox1.Text)
    c = Val(TextBox2.Text)
    RR = Val(TextBox3.Text)
    q = Val(TextBox4.Text)
```

```
    x0 = 0
    y0 = RR + q
    r = Val(TextBox5.Text)
```

```
    xp(1) = x0
    yp(1) = y0
    For i = 2 To 10
        xp(i) = det_x(x0, y0)
        yp(i) = a * xp(i) ^ 2 + c
```

```
        x0 = xp(i)
        y0 = yp(i)
```

```
    Next
```

```
    For i = 1 To 10
        RichTextBox1.Text = RichTextBox1.Text & xp(i) & " " & yp(i) & vbCrLf
    Next
```

```
'2+3-----
```

```
ro = 1 / (2 * a)
ro = Math.Abs(ro)
'MsgBox(ro)
```

```
r0(1) = (RR * (RR + q) * (ro - RR - q)) / (RR * ro - (RR + q) * (ro - RR - q))
r0(1) = Math.Abs(r0(1))
'MsgBox(r0(1))
```

```
xc0(1) = 0
yc0(1) = r0(1)
If RR > q Then
    yc0(1) = -yc0(1)
End If
```

```
For i = 2 To 9
```

```
    n = -1 / (2 * a * xp(i))
    'MsgBox(n)
    xi(i) = det_xi(xc0(i - 1), yc0(i - 1), xp(i), yp(i), r0(i - 1))
    yi(i) = n * (xi(i) - xp(i)) + yp(i)
```

```

'MsgBox(xi(i) & " " & yi(i))
RichTextBox2.Text = RichTextBox2.Text & xi(i) & " " & yi(i) & vbCrLf

'4-----

xc(i) = det_xc(xi(i), yi(i), xc0(i - 1), yc0(i - 1), RR)
yc(i) = (yi(i) - yc0(i - 1)) / (xi(i) - xc0(i - 1)) * (xc(i) - xc0(i - 1)) + yc0(i -
1)

'MsgBox(xc(2) & " " & yc(2))

'5-----

xd(i) = det_xd(xi(i), yi(i), xp(i), yp(i), xc(i), yc(i))
'xd(2) = -0.0077
yd(i) = 2 * a * xp(i) * (xd(i) - xi(i)) + yi(i)
'MsgBox(xd(2) & " " & yd(2))

'6 + 7 -----

xm0 = xp(i) - (2 * a * xp(i) * (1 + (2 * a * xp(i)) ^ 2)) / (2 * a)
ym0 = yp(i) + (1 + (2 * a * xp(i)) ^ 2) / (2 * a)
'MsgBox(xm0 & " " & ym0)

xc0(i) = det_xc0(xd(i), yd(i), xm0, ym0, xi(i), yi(i), xc0(i - 1), yc0(i - 1))
yc0(i) = (yd(i) - ym0) / (xd(i) - xm0) * (xc0(i) - xm0) + ym0
'MsgBox(xc0(2) & " " & yc0(2))

r0(i) = Math.Sqrt((xi(i) - xc0(i)) ^ 2 + (yi(i) - yc0(i)) ^ 2)
'MsgBox(r0(2))

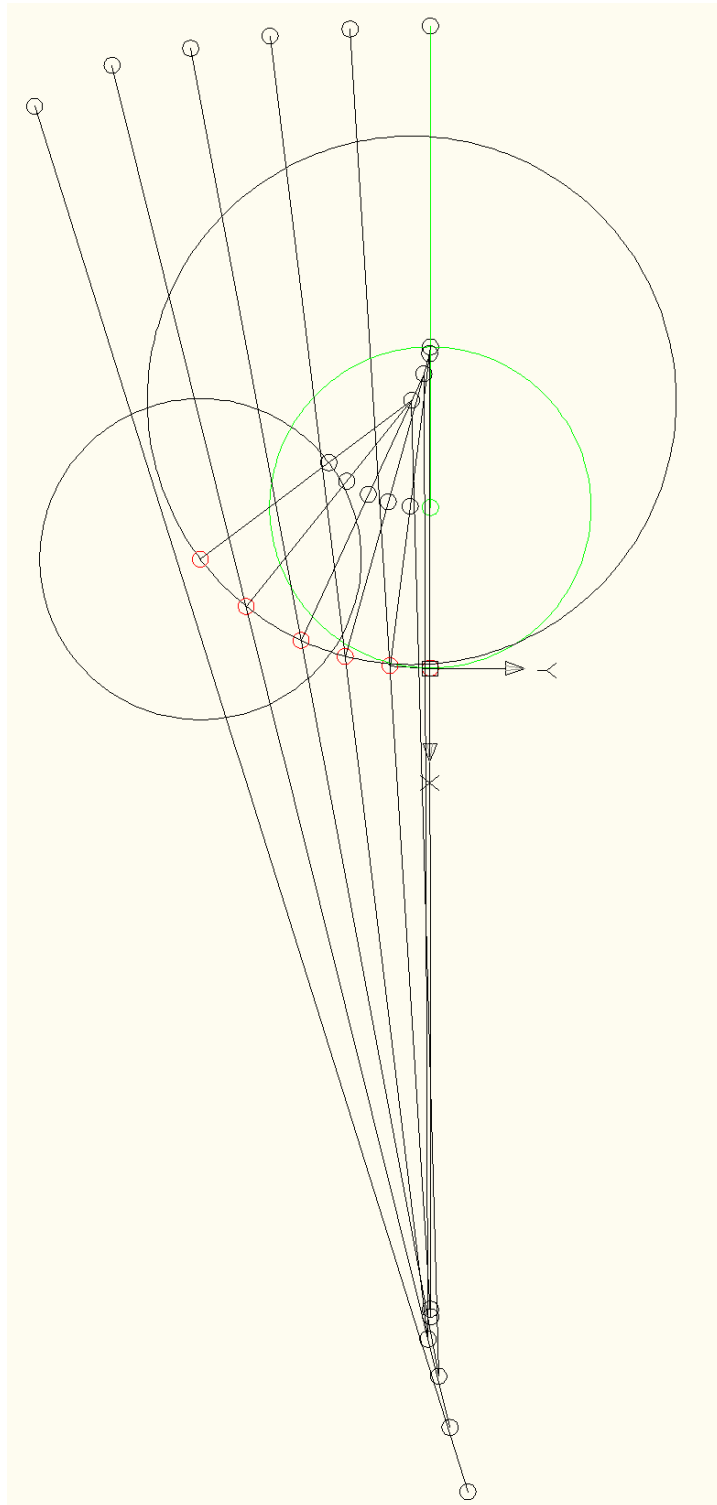
Next

xi(i) = det_xi(xc0(i - 1), yc0(i - 1), xp(i), yp(i), r0(i - 1))
yi(i) = n * (xi(i) - xp(i)) + yp(i)
'MsgBox(xi(i) & " " & yi(i))
RichTextBox2.Text = RichTextBox2.Text & xi(i) & " " & yi(i) & vbCrLf

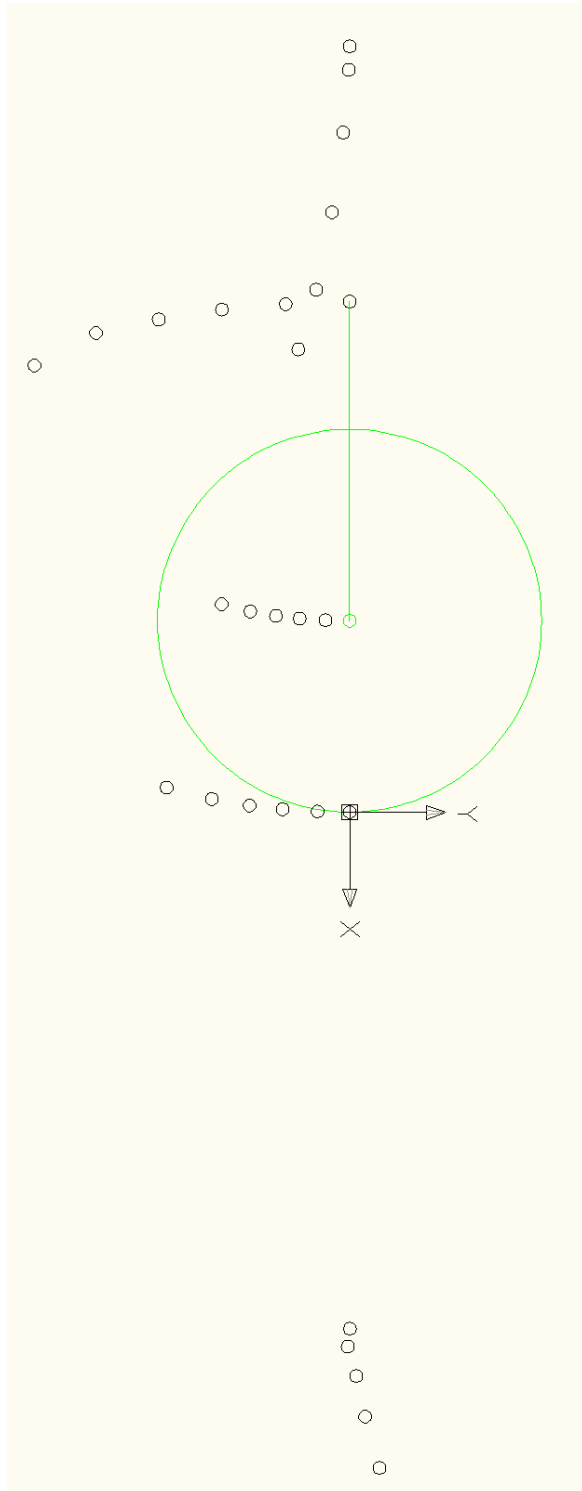
End Sub

Private Sub Button3_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.EventArgs) Handles Button3.Click
    SaveFileDialog1.ShowDialog()
    RichTextBox1.SaveFile(SaveFileDialog1.FileName)
    SaveFileDialog2.ShowDialog()
    RichTextBox2.SaveFile(SaveFileDialog2.FileName)
End Sub
End Class

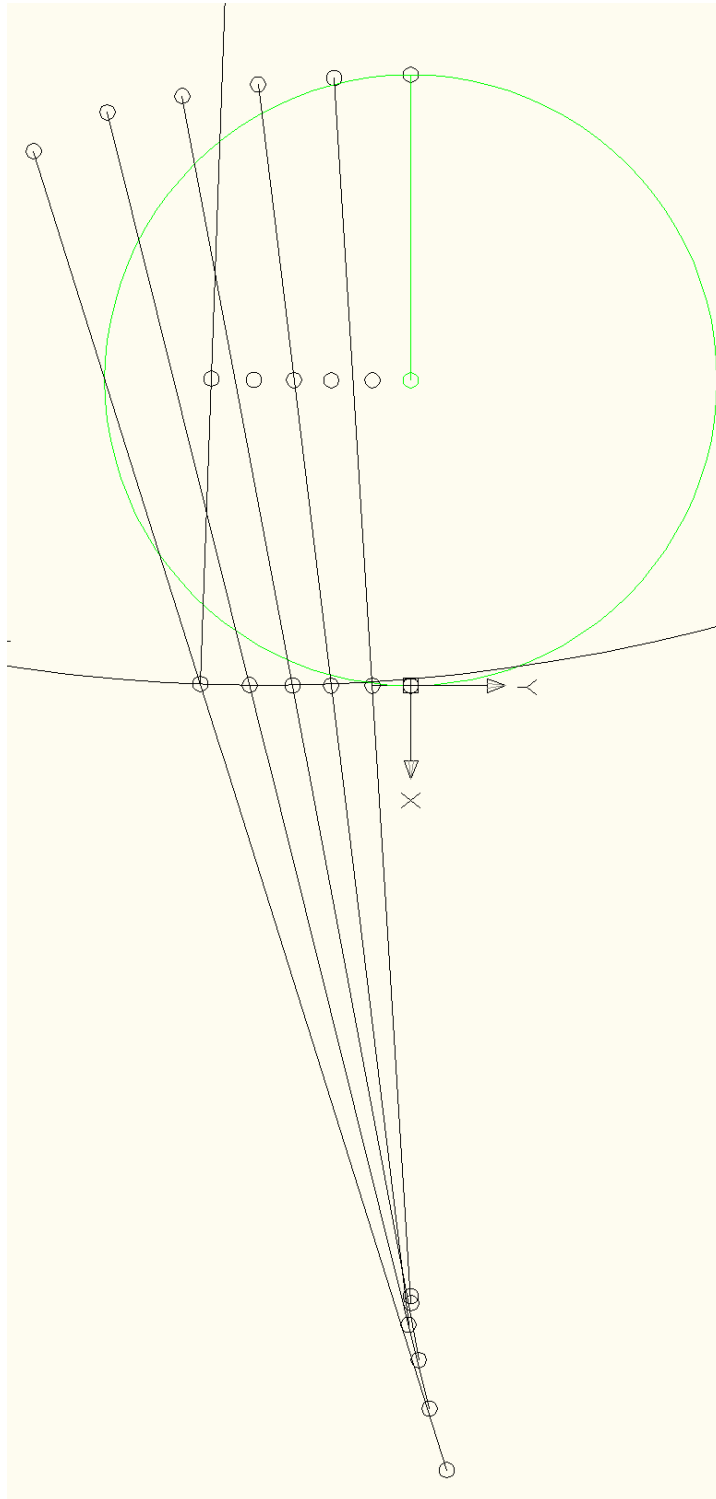
```



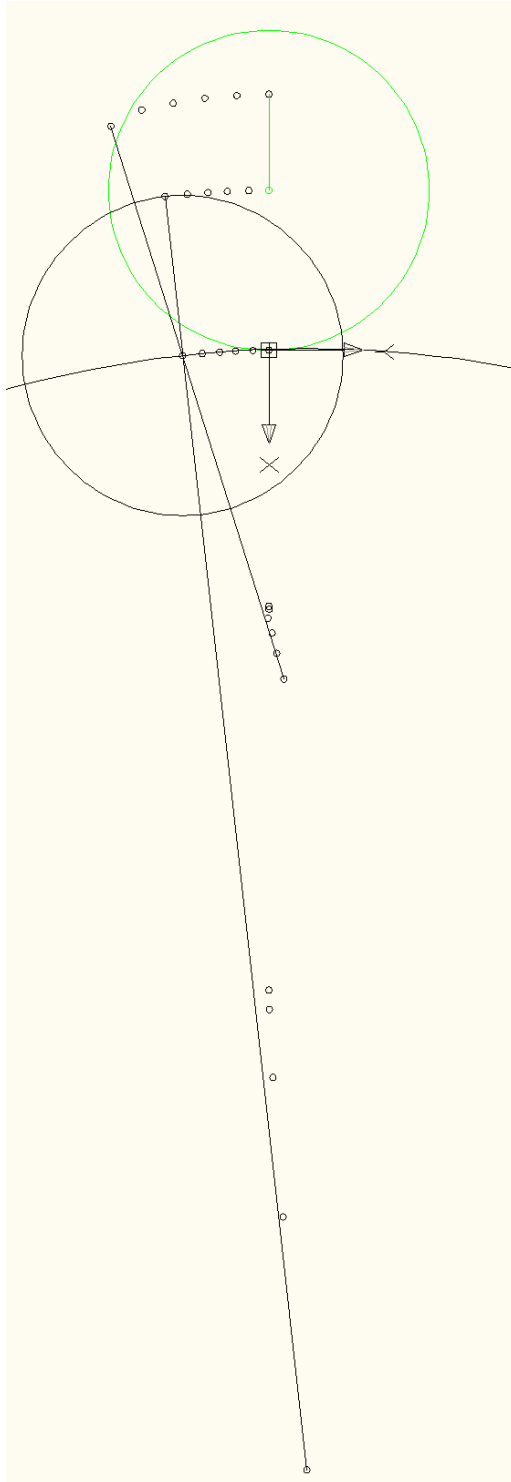
xm	ym	ym	ym'	ym''	xm0	ym0	ro	r	q	r01
0	8	8	0	-0,0625	0	-8	16	2	6	-4
-1	7,96875	7,96875	0,0625	-0,0625	0,003906	-8,09375				
-1,996	7,8755	7,8755	0,12475	-0,0625	0,031063	-8,3735				
-2,985	7,721555	7,721555	0,186562	-0,0625	0,103895	-8,83533				
-3,963	7,509207	7,509207	0,247687	-0,0625	0,243126	-9,47238				
-4,927	7,241396	7,241396	0,307937	-0,0625	0,467205	-10,2758				
-5,875	6,921387	6,921387	0,367188	-0,0625	0,792107	-11,2358				
-6,805	6,552874	6,552874	0,425313	-0,0625	1,230961	-12,3414				
-7,716	6,139479	6,139479	0,48225	-0,0625	1,794472	-13,5816				
-8,607	5,684986	5,684986	0,537938	-0,0625	2,490666	-14,945				



xm	ym	ym	ym	ym'	ym''	xm0	ym0	ro	r	q	r01
0	8	8	8	0	-0,0625	0	-8	16	5	3	20
-1	7,96875	7,96875	7,96875	0,0625	-0,0625	0,003906	-8,09375				
-1,996	7,8755	7,8755	7,8755	0,12475	-0,0625	0,031063	-8,3735				
-2,985	7,721555	7,721555	7,721555	0,186562	-0,0625	0,103895	-8,83533				
-3,963	7,509207	7,509207	7,509207	0,247687	-0,0625	0,243126	-9,47238				
-4,927	7,241396	7,241396	7,241396	0,307937	-0,0625	0,467205	-10,2758				
-5,875	6,921387	6,921387	6,921387	0,367188	-0,0625	0,792107	-11,2358				
-6,805	6,552874	6,552874	6,552874	0,425313	-0,0625	1,230961	-12,3414				
-7,716	6,139479	6,139479	6,139479	0,48225	-0,0625	1,794472	-13,5816				
-8,607	5,684986	5,684986	5,684986	0,537938	-0,0625	2,490666	-14,945				



xm	ym	ym	ym'	ym''	xm0	ym0	ro	r	q	r01
0	8	8	0	-0,0625	0	-8	16	4	4	#DIV/0!
-1	7,96875	7,96875	0,0625	-0,0625	0,003906	-8,09375				
-1,996	7,8755	7,8755	0,12475	-0,0625	0,031063	-8,3735				
-2,985	7,721555	7,721555	0,186562	-0,0625	0,103895	-8,83533				
-3,963	7,509207	7,509207	0,247687	-0,0625	0,243126	-9,47238				
-4,927	7,241396	7,241396	0,307937	-0,0625	0,467205	-10,2758				
-5,875	6,921387	6,921387	0,367188	-0,0625	0,792107	-11,2358				
-6,805	6,552874	6,552874	0,425313	-0,0625	1,230961	-12,3414				
-7,716	6,139479	6,139479	0,48225	-0,0625	1,794472	-13,5816				
-8,607	5,684986	5,684986	0,537938	-0,0625	2,490666	-14,945				



xm	ym	ym	ym'	ym''	xm0	ym0	ro	r	q	r01
0	8	8	0	-0,0625	0	-8	16	5	3	20
-1	7,96875	7,96875	0,0625	-0,0625	0,003906	-8,09375				
-1,996	7,8755	7,8755	0,12475	-0,0625	0,031063	-8,3735				
-2,985	7,721555	7,721555	0,186562	-0,0625	0,103895	-8,83533				
-3,963	7,509207	7,509207	0,247687	-0,0625	0,243126	-9,47238				
-4,927	7,241396	7,241396	0,307937	-0,0625	0,467205	-10,2758				
-5,875	6,921387	6,921387	0,367188	-0,0625	0,792107	-11,2358				
-6,805	6,552874	6,552874	0,425313	-0,0625	1,230961	-12,3414				
-7,716	6,139479	6,139479	0,48225	-0,0625	1,794472	-13,5816				
-8,607	5,684986	5,684986	0,537938	-0,0625	2,490666	-14,945				

ANEXA 3 - CODUL PROGRAMULUI PENTRU GENERAREA UNEI ELIPSE

```
Public Class Form1
    Dim a, b, r, r0, RR, qq, n, xm0, ym0, m, fprim, fsec As Double
    Dim xm(20), ym(20), r0(20), xc0(20), yc0(20), xi(10), yi(10), xc(10), yc(10),
xd(10), yd(10) As Double
    Dim i, j, panx, pany As Integer
    Dim g As Graphics
    Dim bb As Bitmap

    Function f1(ByVal x As Double, ByVal xm As Double, ByVal ym As Double) As Double
        Return (x - xm) ^ 2 + (((1 - (x ^ 2 / a ^ 2)) * b ^ 2) ^ (1 / 2)) - ym) ^ 2 -
r ^ 2
    End Function

    Function det_xm(ByVal xm As Double, ByVal ym As Double) As Double
        Dim x, v1, v2 As Double
        'Dim t As Boolean
        't = False
        For x = xm To -a Step -0.001
            v1 = f1(x + 0.001, xm, ym)
            v2 = f1(x, xm, ym)
            If v1 * v2 < 0 Then
                Return x
            End If
        Next
        MsgBox("nu s-a putut determina xm la pasul " & i)
    End Function

    Public Function f2(ByVal x As Double, ByVal xc0 As Double, ByVal yc0 As Double,
ByVal xm As Double, ByVal ym As Double, ByVal r0 As Double) As Double
        n = (a ^ 2) * ym / (b ^ 2 * xm)
        Return (x - xc0) ^ 2 + (n * (x - xm) + ym - yc0) ^ 2 - r0 ^ 2
        'Return 1 / 0.7 * x + 1
    End Function

    Function det_xi(ByVal xc0 As Double, ByVal yc0 As Double, ByVal xm As Double,
ByVal ym As Double, ByVal r0 As Double) As Double
        Dim x, v1, v2 As Double
        For x = xc0 To -a Step -0.00001
            v1 = f2(x + 0.00001, xc0, yc0, xm, ym, r0)
            v2 = f2(x, xc0, yc0, xm, ym, r0)
        Next
    End Function
End Class
```

```

        If v1 * v2 < 0 Then
            Return x
        End If
    Next

End Function

Public Function f3(ByVal x As Double, ByVal xi As Double, ByVal yi As Double,
ByVal xc0 As Double, ByVal yc0 As Double, ByVal rr As Double) As Double

    Return (x - xi) ^ 2 + (((yi - yc0) / (xi - xc0)) * (x - xc0) + yc0 - yi) ^ 2 - rr ^
2
End Function

Function det_xc(ByVal xi As Double, ByVal yi As Double, ByVal xc0 As Double,
ByVal yc0 As Double, ByVal rr As Double) As Double
    Dim x, v1, v2 As Double
    For x = 0 To -16 Step -0.00001
        v1 = f3(x + 0.00001, xi, yi, xc0, yc0, rr)
        v2 = f3(x, xi, yi, xc0, yc0, rr)
        If v1 * v2 < 0 Then
            Return x
        End If
    Next

End Function

Public Function f4(ByVal x As Double, ByVal xi As Double, ByVal yi As Double,
ByVal xm As Double, ByVal ym As Double, ByVal xc As Double, ByVal yc As Double)
As Double

    Return m * (x - xi) + yi - ym - ((ym - yc) / (xm - xc)) * (x - xm)

End Function

Function det_xd(ByVal xi As Double, ByVal yi As Double, ByVal xm As Double,
ByVal ym As Double, ByVal xc As Double, ByVal yc As Double) As Double
    Dim x, v1, v2 As Double
    For x = 0 To -16 Step -0.0001
        v1 = f4(x + 0.0001, xi, yi, xm, ym, xc, yc)
        v2 = f4(x, xi, yi, xm, ym, xc, yc)
        If v1 * v2 < 0 Then
            Return x
        End If
    Next

End Function

```



```

Public Function f5(ByVal x As Double, ByVal xd As Double, ByVal yd As Double,
ByVal xm0 As Double, ByVal ym0 As Double, ByVal xi As Double, ByVal yi As
Double, ByVal xc0 As Double, ByVal yc0 As Double) As Double

    Return (yd - ym0) / (xd - xm0) * (x - xm0) + ym0 - yc0 - (yi - yc0) / (xi -
xc0) * (x - xc0)

End Function

'det_xc0(xd(2), yd(2), xm0, ym0, xi(2), yi(2),xc0(1),yc0(1))
Function det_xc0(ByVal xd As Double, ByVal yd As Double, ByVal xm0 As Double,
ByVal ym0 As Double, ByVal xi As Double, ByVal yi As Double, ByVal xc0 As Double,
ByVal yc0 As Double) As Double
    Dim x, v1, v2 As Double
    For x = 0 To -16 Step -0.000001
        v1 = f5(x + 0.000001, xd, yd, xm0, ym0, xi, yi, xc0, yc0)
        v2 = f5(x, xd, yd, xm0, ym0, xi, yi, xc0, yc0)
        If v1 * v2 < 0 Then
            Return x
        End If
    Next
End Function

Private Sub Button1_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.EventArgs) Handles Button1.Click
    End
End Sub

Private Sub Button2_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.EventArgs) Handles Button2.Click
    a = 16
    b = 8
    r = 1
    xm(1) = 0
    ym(1) = 8
    RR = 3
    qq = 5

    RichTextBox1.Text = RichTextBox1.Text & xm(1) & " " & ym(1) & vbCrLf

    'xm(2) = det_xm(xm(1), ym(1))
    'ym(2) = ((1 - (xm(2) ^ 2) / (a ^ 2)) * (b ^ 2)) ^ (1 / 2)
    'RichTextBox1.Text = RichTextBox1.Text & xm(2) & " " & ym(2) & vbCrLf

    For i = 2 To 9
        xm(i) = det_xm(xm(i - 1), ym(i - 1))
        ym(i) = ((1 - (xm(i) ^ 2) / (a ^ 2)) * (b ^ 2)) ^ (1 / 2)

        RichTextBox1.Text = RichTextBox1.Text & xm(i) & " " & ym(i) & vbCrLf
    
```

```

    'MsgBox(xm(i) & " " & ym(i))
Next
'MsgBox(xm(2) & " " & ym(2))
ro = -(a ^ 2) * (ym(1) ^ 3) / (b ^ 4)

ro = Math.Abs(ro)
'MsgBox(ro)
r0(1) = RR * (RR + qq) * (ro - RR - qq) / (RR * ro - (RR + qq) * (ro - RR -
qq))
'MsgBox(r0(1))

xc0(1) = 0
yc0(1) = -r0(1)

i = 2
For i = 2 To 7

'2+3-----
n = (a ^ 2) * ym(i) / (b ^ 2 * xm(i))
'MsgBox(n)
xi(i) = det_xi(xc0(i - 1), yc0(i - 1), xm(i), ym(i), r0(i - 1))
yi(i) = n * (xi(i) - xm(i)) + ym(i)
'MsgBox("xi " & xi(i) & " " & yi(i))

'4-----
xc(i) = det_xc(xi(i), yi(i), xc0(i - 1), yc0(i - 1), RR)
yc(i) = (yi(i) - yc0(i - 1)) / (xi(i) - xc0(i - 1)) * (xc(i) - xc0(i - 1)) + yc0(i -
1)
'MsgBox("xc " & xc(i) & " " & yc(i))

'5-----
m = -(xm(i) * b ^ 2) / (ym(i) * a ^ 2)
'MsgBox("m " & m & " " & n)
xd(i) = det_xd(xi(i), yi(i), xm(i), ym(i), xc(i), yc(i))
'xd(i) = -0.003
yd(i) = m * (xd(i) - xi(i)) + yi(i)
'MsgBox("xd " & xd(i) & " " & yd(i))

'6 + 7 -----
fprim = -(xm(i) * b ^ 2) / (ym(i) * a ^ 2)
fsec = -b ^ 4 / (a ^ 2 * ym(i) ^ 3)
xm0 = xm(i) - (fprim * (1 + fprim ^ 2)) / fsec
ym0 = ym(i) + (1 + fprim ^ 2) / fsec
'MsgBox(i & "xm0 " & xm0 & " " & ym0 & " " & fprim & " " & fsec)

```

```

xc0(i) = det_xc0(xd(i), yd(i), xm0, ym0, xi(i), yi(i), xc0(i - 1), yc0(i - 1))
'xc0(i) = -0.0044
yc0(i) = (yd(i) - ym0) / (xd(i) - xm0) * (xc0(i) - xm0) + ym0
'MsgBox("xc0 " & xc0(i) & " " & yc0(i))

r0(i) = Math.Sqrt((xi(i) - xc0(i)) ^ 2 + (yi(i) - yc0(i)) ^ 2)
'MsgBox("r0 " & r0(i))

```

Next

```

xi(i) = det_xi(xc0(i - 1), yc0(i - 1), xm(i), ym(i), r0(i - 1))
yi(i) = n * (xi(i) - xm(i)) + ym(i)
'MsgBox("xi " & xi(i) & " " & yi(i))

```

For j = 1 To i

```
RichTextBox2.Text = RichTextBox2.Text & xi(j) & " " & yi(j) & vbCrLf
```

Next

End Sub

Private Sub HScrollBar1_Scroll(**ByVal** sender **As** System.Object, **ByVal** e **As** System.Windows.Forms.ScrollEventArgs) **Handles** HScrollBar1.Scroll

```

bb = New Bitmap(PictureBox1.Width, PictureBox1.Height)
g = Graphics.FromImage(bb)
j = HScrollBar1.Value / 3
TextBox6.Text = j
panx = HScrollBar2.Value
pany = VScrollBar1.Value
For i = 1 To 8
    g.DrawEllipse(Pens.Black, CType(xm(i) * j + PictureBox1.Width / 2,
Integer) + panx, CType(-ym(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
    g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(xi(i) * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-yi(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
Next
    g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(-RR * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-RR * 2 * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(2 * RR *
j, Integer), CType(2 * RR * j, Integer))
    g.DrawLine(Pens.Black, CType(PictureBox1.Width / 2, Integer) + panx + 1,
CType(-RR * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(PictureBox1.Width
/ 2, Integer) + panx + 1, CType(-(RR + qq) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer)
+ pany)
PictureBox1.Image = bb
End Sub

```

Private Sub HScrollBar2_Scroll(**ByVal** sender **As** System.Object, **ByVal** e **As** System.Windows.Forms.ScrollEventArgs) **Handles** HScrollBar2.Scroll

```

bb = New Bitmap(PictureBox1.Width, PictureBox1.Height)
g = Graphics.FromImage(bb)
j = HScrollBar1.Value / 3
TextBox6.Text = j
panx = HScrollBar2.Value

```

```

    pany = VScrollBar1.Value
    For i = 1 To 8
        g.DrawEllipse(Pens.Black, CType(xm(i) * j + PictureBox1.Width / 2,
Integer) + panx, CType(-ym(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
        g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(xi(i) * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-yi(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
    Next
        g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(-RR * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-RR * 2 * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(2 * RR *
j, Integer), CType(2 * RR * j, Integer))
        g.DrawLine(Pens.Black, CType(PictureBox1.Width / 2, Integer) + panx + 1,
CType(-RR * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(PictureBox1.Width
/ 2, Integer) + panx + 1, CType(-(RR + qq) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer)
+ pany)
        PictureBox1.Image = bb
    End Sub

```

```

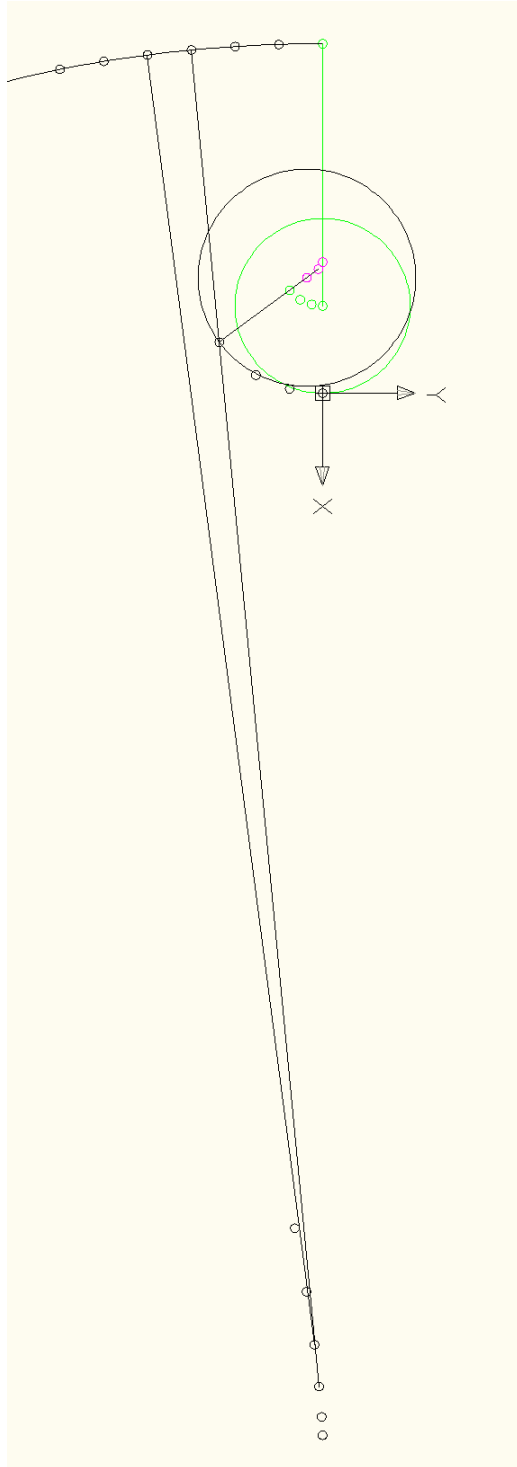
    Private Sub VScrollBar1_Scroll(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.Windows.Forms.ScrollEventArgs) Handles VScrollBar1.Scroll
        bb = New Bitmap(PictureBox1.Width, PictureBox1.Height)
        g = Graphics.FromImage(bb)
        j = HScrollBar1.Value / 3
        TextBox6.Text = j
        panx = HScrollBar2.Value
        pany = VScrollBar1.Value
        For i = 1 To 8
            g.DrawEllipse(Pens.Black, CType(xm(i) * j + PictureBox1.Width / 2,
Integer) + panx, CType(-ym(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
            g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(xi(i) * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-yi(i) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, 2, 2)
        Next
            g.DrawEllipse(Pens.Red, CType(-RR * j + PictureBox1.Width / 2, Integer) +
panx, CType(-RR * 2 * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(2 * RR *
j, Integer), CType(2 * RR * j, Integer))
            g.DrawLine(Pens.Black, CType(PictureBox1.Width / 2, Integer) + panx + 1,
CType(-RR * j + PictureBox1.Height / 2, Integer) + pany, CType(PictureBox1.Width
/ 2, Integer) + panx + 1, CType(-(RR + qq) * j + PictureBox1.Height / 2, Integer)
+ pany)
            PictureBox1.Image = bb
        End Sub

```

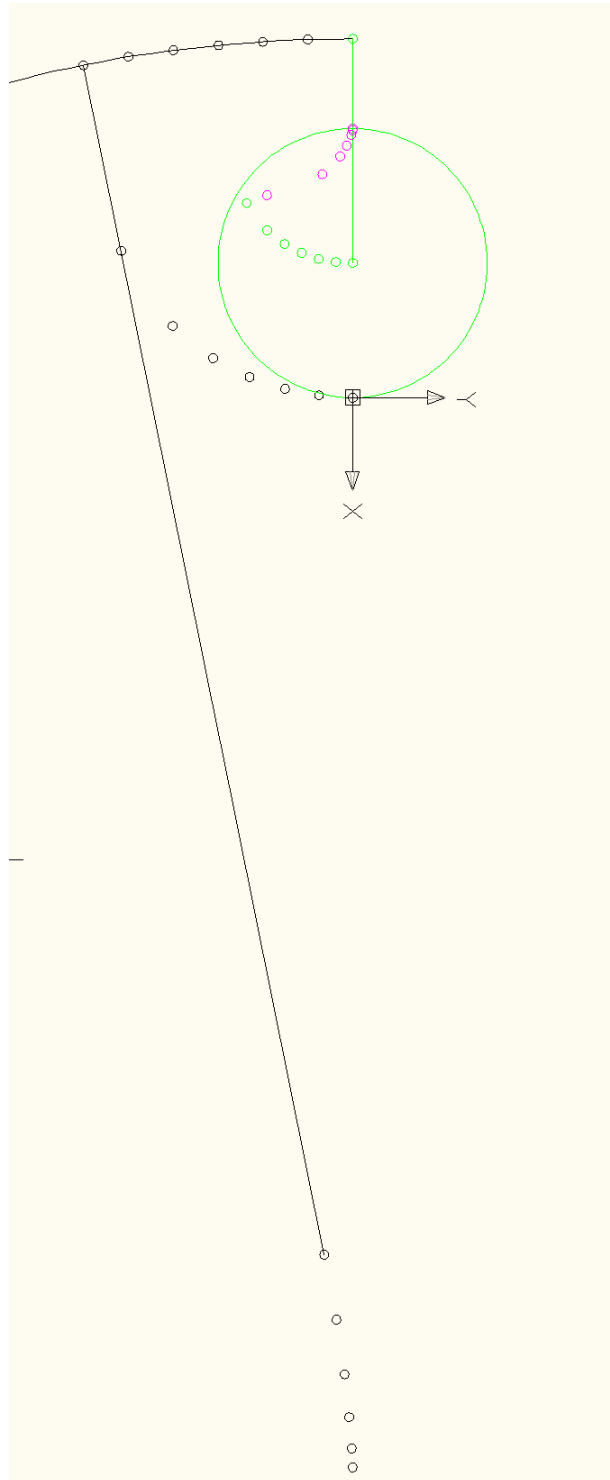
```

    Private Sub Button3_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As
System.EventArgs) Handles Button3.Click
        SaveFileDialog1.ShowDialog()
        RichTextBox1.SaveFile(SaveFileDialog1.FileName)
        SaveFileDialog2.ShowDialog()
        RichTextBox2.SaveFile(SaveFileDialog2.FileName)
    End Sub
End Class

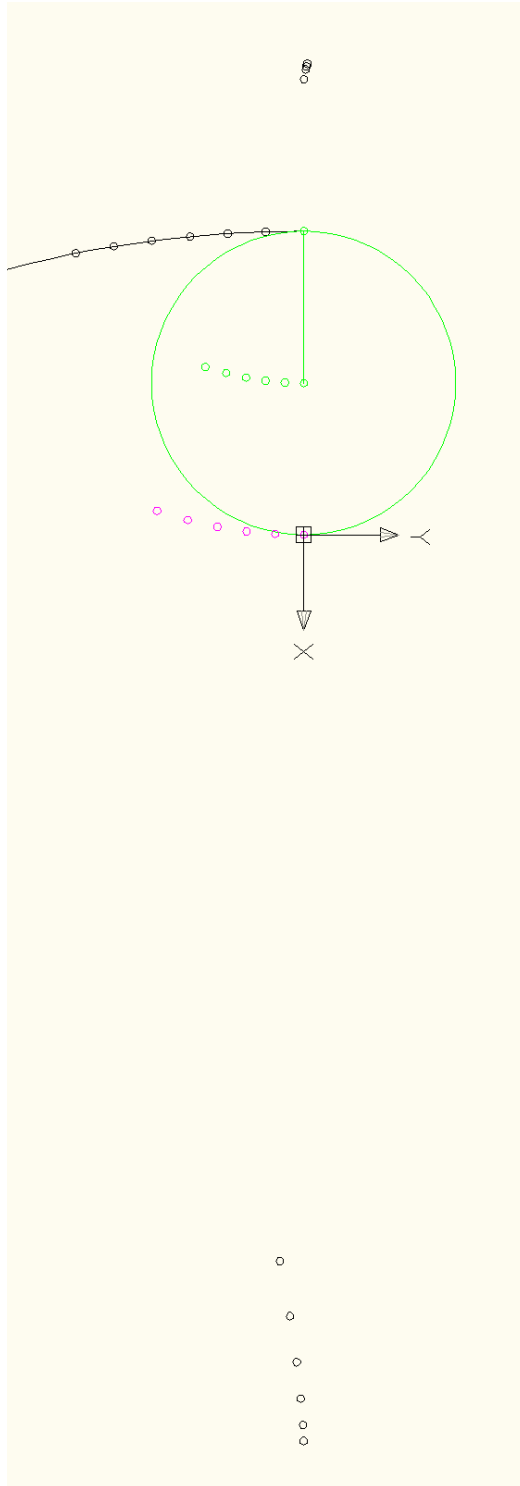
```



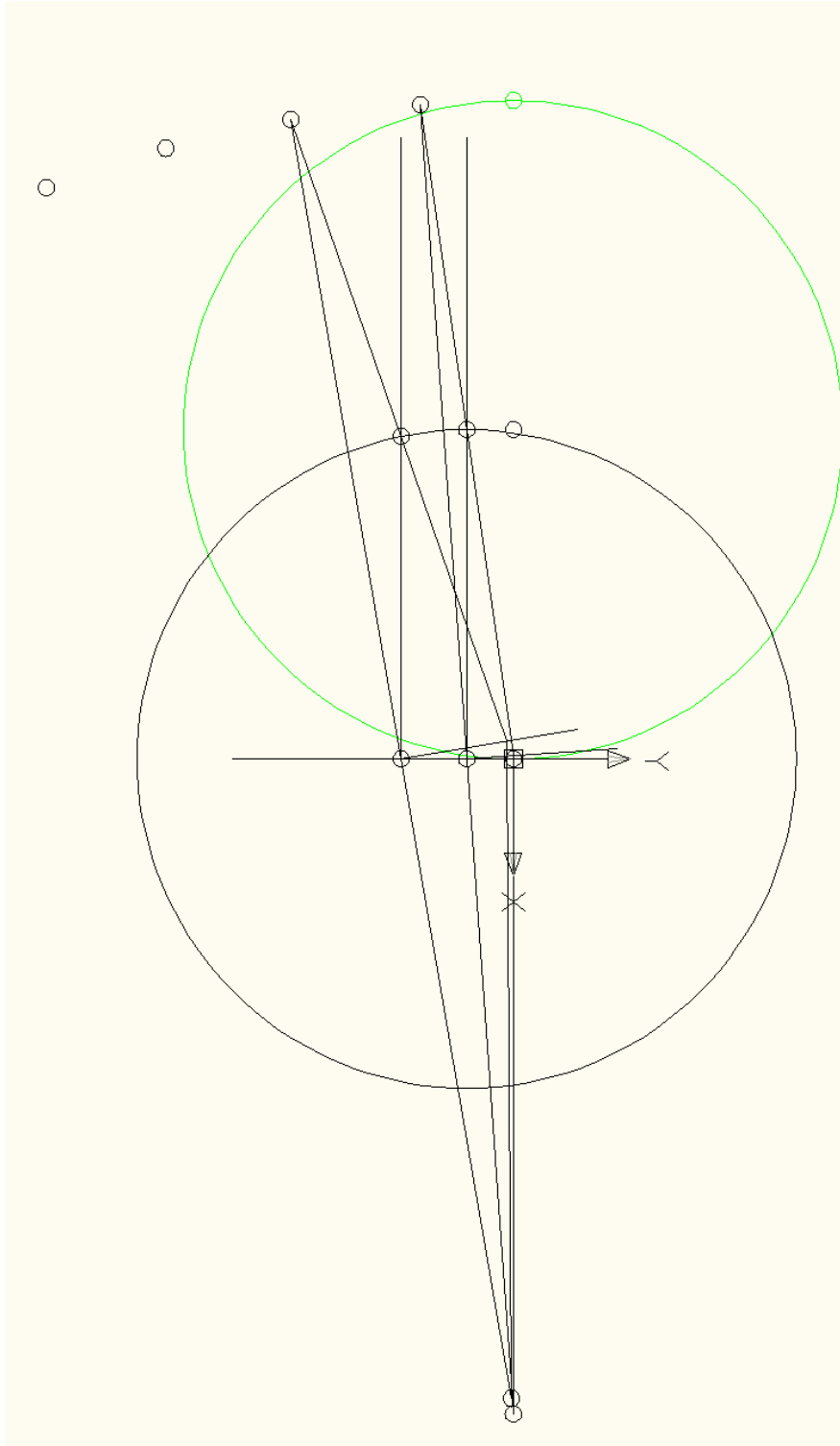
xm	ym	rr	qq	a	b	ro	r0	f'(xm)	f''(xm)	xm0	ym0
0	8	3	5	16	8	32	-6				
-1	7,98436			16	8			0,031311	-0,03143	-0,00293	-23,8595
-2	7,937254			16	8			0,062994	-0,032	-0,02344	-23,4397
-3	7,858117			16	8			0,095443	-0,03297	-0,0791	-22,7456
-4	7,745967			16	8			0,129099	-0,03443	-0,1875	-21,7855
-5	7,599342			16	8			0,164488	-0,03646	-0,36621	-20,5717
-6	7,416198			16	8			0,20226	-0,03923	-0,63281	-19,1199
-7	7,193747			16	8			0,243267	-0,04298	-1,00488	-17,4505
-8	6,928203			16	8			0,288675	-0,04811	-1,5	-15,5885
-9	6,614378			16	8			0,340168	-0,05529	-2,13574	-13,5646
-10	6,244998			16	8			0,40032	-0,06569	-2,92969	-11,4166
-11	5,809475			16	8			0,473365	-0,0816	-3,89941	-9,19077
-11,9	5,347663			16	8			0,556318	-0,10462	-4,93699	-7,16858
-12,8	4,8			16	8			0,666667	-0,14468	-6,144	-5,184
-13,7	4,132493			16	8			0,828797	-0,22672	-7,53326	-3,30809
-14,5	3,381937			16	8			1,071871	-0,41364	-8,93152	-1,81317
-15,2	2,497999			16	8			1,521217	-1,02646	-10,2885	-0,73066
-15,7	1,541914			16	8			2,545537	-4,36455	-11,3376	-0,17184
-16	1,00E-01			16	8			40	-16000	-11,9975	-6,3E-05



xm	ym	rr	qq	a	b	ro	r0	f'(xm)	f''(xm)	xm0	ym0
0	8	3	5	16	8	32	-6				
-1	7,98436			16	8			0,031311	-0,03143	-0,00293	-23,8595
-2	7,937254			16	8			0,062994	-0,032	-0,02344	-23,4397
-3	7,858117			16	8			0,095443	-0,03297	-0,0791	-22,7456
-4	7,745967			16	8			0,129099	-0,03443	-0,1875	-21,7855
-5	7,599342			16	8			0,164488	-0,03646	-0,36621	-20,5717
-6	7,416198			16	8			0,20226	-0,03923	-0,63281	-19,1199
-7	7,193747			16	8			0,243267	-0,04298	-1,00488	-17,4505
-8	6,928203			16	8			0,288675	-0,04811	-1,5	-15,5885
-9	6,614378			16	8			0,340168	-0,05529	-2,13574	-13,5646
-10	6,244998			16	8			0,40032	-0,06569	-2,92969	-11,4166
-11	5,809475			16	8			0,473365	-0,0816	-3,89941	-9,19077
-11,9	5,347663			16	8			0,556318	-0,10462	-4,93699	-7,16858
-12,8	4,8			16	8			0,666667	-0,14468	-6,144	-5,184
-13,7	4,132493			16	8			0,828797	-0,22672	-7,53326	-3,30809
-14,5	3,381937			16	8			1,071871	-0,41364	-8,93152	-1,81317
-15,2	2,497999			16	8			1,521217	-1,02646	-10,2885	-0,73066
-15,7	1,541914			16	8			2,545537	-4,36455	-11,3376	-0,17184
-16	1,00E-01			16	8			40	-16000	-11,9975	-6,3E-05



xm	ym	rr	qq	a	b	ro	r0	f'(xm)	f''(xm)	xm0	ym0
0	8	4	4	16	8	32	-12				
-1	7,98436			16	8			0,031311	-0,03143	-0,00293	-23,8595
-2	7,937254			16	8			0,062994	-0,032	-0,02344	-23,4397
-3	7,858117			16	8			0,095443	-0,03297	-0,0791	-22,7456
-4	7,745967			16	8			0,129099	-0,03443	-0,1875	-21,7855
-5	7,599342			16	8			0,164488	-0,03646	-0,36621	-20,5717
-6	7,416198			16	8			0,20226	-0,03923	-0,63281	-19,1199
-7	7,193747			16	8			0,243267	-0,04298	-1,00488	-17,4505
-8	6,928203			16	8			0,288675	-0,04811	-1,5	-15,5885
-9	6,614378			16	8			0,340168	-0,05529	-2,13574	-13,5646
-10	6,244998			16	8			0,40032	-0,06569	-2,92969	-11,4166
-11	5,809475			16	8			0,473365	-0,0816	-3,89941	-9,19077
-11,9	5,347663			16	8			0,556318	-0,10462	-4,93699	-7,16858
-12,8	4,8			16	8			0,666667	-0,14468	-6,144	-5,184
-13,7	4,132493			16	8			0,828797	-0,22672	-7,53326	-3,30809
-14,5	3,381937			16	8			1,071871	-0,41364	-8,93152	-1,81317
-15,2	2,497999			16	8			1,521217	-1,02646	-10,2885	-0,73066
-15,7	1,541914			16	8			2,545537	-4,36455	-11,3376	-0,17184
-16	1,00E-01			16	8			40	-16000	-11,9975	-6,3E-05



t	x	y	r	x'	y'	x''	y''	ro	R01	xMO	yMO
0	0	0	4	25,1	0	0	4	16	4E+15	#DIV/0!	#DIV/0!
0,2	0,00532	0,07973	4	0	0,794677	0,794677	3,92026			1,59467	-0,0797
0,4	0,04232	0,31575	4	0	1,557673	1,557673	3,68424			3,15767	-0,3157
0,6	0,1414	0,69865	4	0,698658	2,25857	2,25857	3,30134			4,6585	-0,6986
0,8	0,33057	1,21317	4	1,213173	2,869424	2,869424	2,78682			6,06942	-1,2131
1	0,63411	1,83879	4	1,838791	3,365884	3,365884	2,16120			7,36588	-1,8387
1,2	1,07184	2,55056	4	2,550569	3,728156	3,728156	1,44943			8,52815	-2,5505
1,4	1,65820	3,32013	4	3,320131	3,941799	3,941799	0,67986			9,54179	-3,3201
1,6	2,40170	4,11679	4	4,116798	3,998294	3,998294	-0,116			10,3982	-4,116
1,8	3,30460	4,90880	4	4,908808	3,895391	3,895391	-0,9088			11,0953	-4,9088
2	4,3628	5,66458	4	5,664587	3,63719	3,63719	-1,6645			11,6371	-5,6645
2,2	5,56601	6,35400	4	6,354004	3,233986	3,233986	-2,35			12,0339	-6,35
2,4	6,89814	6,94957	4	6,949575	2,701853	2,701853	-2,9495			12,3018	-6,9495
2,6	8,33799	7,42755	4	7,427555	2,062005	2,062005	-3,4275			12,4620	-7,4275
2,8	9,86004	7,76888	4	7,768889	1,339953	1,339953	-3,7688			12,5399	-7,7688
3	11,4355	7,9599	4	7,95997	0,56448	0,56448	-3,9599			12,5644	-7,9599
3,14	12,5663	8	4	8	4,9E-16	4,9E-16	-4			12,5663	-8

ANEXA 5. REZOLVAREA ECUAȚIILOR PRIN METODE NUMERICE

În cursul procesului de proiectare pot apărea diferite tipuri de ecuații care necesită rezolvare, însă nu tot timpul se pot obține soluții pe cale analitică. În aceste cazuri se pot aplica metode numerice pentru rezolvarea ecuațiilor. Metodele numerice nu oferă o soluție precisă pentru ecuație, ci oferă o soluție cu o precizie admisibilă. În majoritatea cazurilor nici nu este nevoie de o soluție precisă, fiind suficientă o soluție precisă până la a n-a zecimală motivul fiind că precizia absolută este imposibil de realizat practic.

De exemplu este suficient de aproximat coordonatele centrului de curbură al unei curbe într-un punct dat până la nivel de micron, o precizie mai bună ar fi inutilă pentru că instrumentul care ar realiza o gaură acolo nu are precizia necesară. De aceea folosind metode numerice putem obține soluții suficient de precise, precizia putând fi și ea ajustată în sensul creșterii sau scăderii.

Ecuațiile pot fi împărțite în două categorii, ecuații algebrice și ecuații transcendente. Din prima categorie fac parte ecuații precum:

$$2x = 5; \quad x^2 + x = 1; \quad x^7 = x(2x + 1)$$

iar din categoria a doua fac parte ecuații precum:

$$x + \sin(x) = 0; \quad e^{\sqrt{x}} = \pi$$

Aceste metode funcționează doar în cazul în care funcția/ecuația este continuă în domeniul considerat.

În continuare se vor prezenta două metode de rezolvare a unei ecuații prin metode numerice, metoda Newton (cunoscută și ca metoda Newton-Raphson) și metoda bisecției.

Metoda Newton

Această metodă ilustrată în Fig. funcționează în felul următor: fie o funcție $f(x)$ data,

1. se alege o valoare x_1 în apropierea soluției ecuației, alegerea ar putea fi ușurată dacă se reprezintă funcția.
2. Se calculează $f(x_1)$ și $m_{f(x_1)} = f'(x_1)$ panta funcției (tangenta la funcție) în punctul x_1
3. Se intersectează dreapta de pantă $m_{f(x_1)}$ și care trece prin punctul $(x_1, f(x_1))$ cu axa Ox și rezultă punctul x_2
4. Se repetă algoritmul cu x_2 în loc de x_1 începând cu pasul 2, până când $f(x)$ este suficient de aproape de zero.

În Fig d se observă că la pasul 4 s-a ajuns la o aproximare suficientă a soluției ecuației.

Relația de legătura între x_i și x_{i+1} este exprimată prin următoarea relație:

$$m_{f(x_i)} = f'(x_i) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - 0}{x_1 - x_{i+1}}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

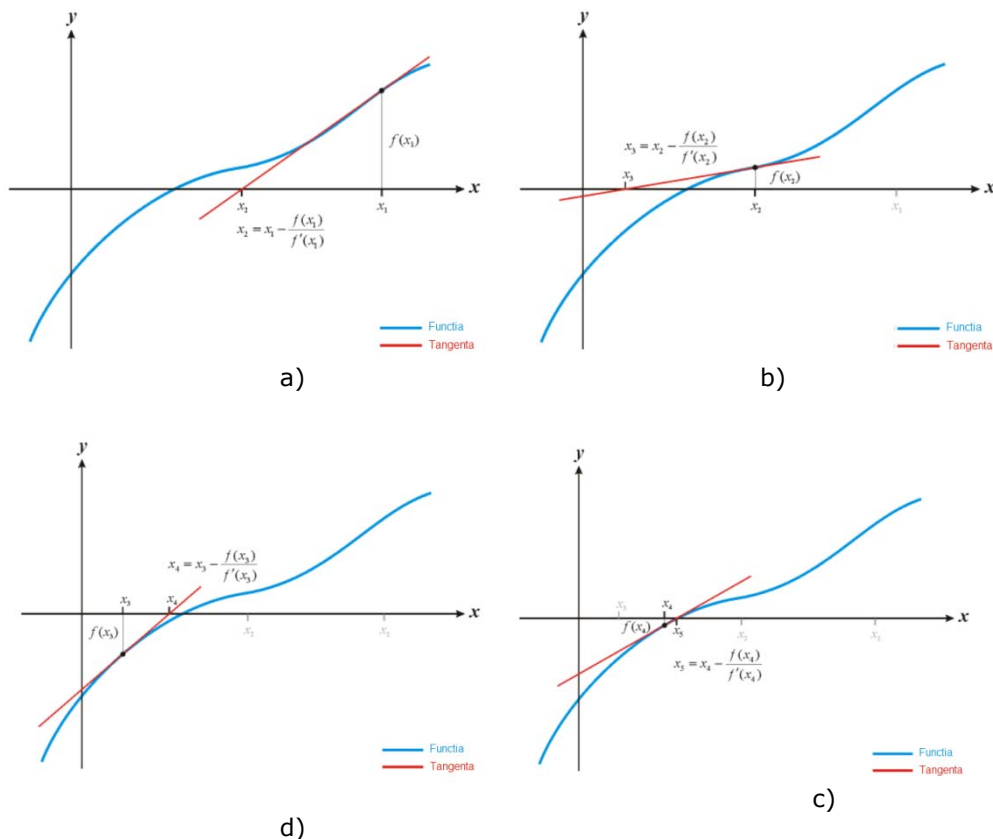


Fig. A5.1 Construcția Newton pentru determinarea soluției unei funcții
a) Pasul 1 b) Pasul 2, c) Pasul 3, d) Pasul 4

Metoda Bisecției

Această metodă ilustrată în Fig. funcționează în felul următor: fie o funcție $f(x)$ data, definită în intervalul $[a, b]$.

1. dacă $f(a) \cdot f(b) < 0$ înseamnă ca în interiorul acestui interval există o soluție pentru ecuație

2. se determină mijlocul intervalului $[a, b]$ și se notează cu m_i

3. dacă $f(a) \cdot f(m_i) < 0$ atunci $b = m_i$ altfel $a = m_i$. La acest pas se verifică practic în care jumătate se regăsește soluția și se ia în considerare intervalul acesta.

4. se reia algoritmul de la pasul 2 folosind $i = i + 1$ până când $f(x)$ este suficient de aproape de zero

În concluzie, această metodă se bazează pe împărțirea în două jumătăți a intervalului în care se caută soluția, determinarea jumătății de interval în care se regăsește soluția și repetarea algoritmului până se obține o soluție suficient de precisă.

Mai departe în aplicațiile dezvoltate s-a folosit o metodă derivată din metoda biseecției. Diferența fiind că se bazează intervalul folosind un increment constant iar dacă $f(x_i) \cdot f(x_{i-1}) < 0$ înseamnă că aici se regăsește soluția și putem considera x_i drept soluția ecuației

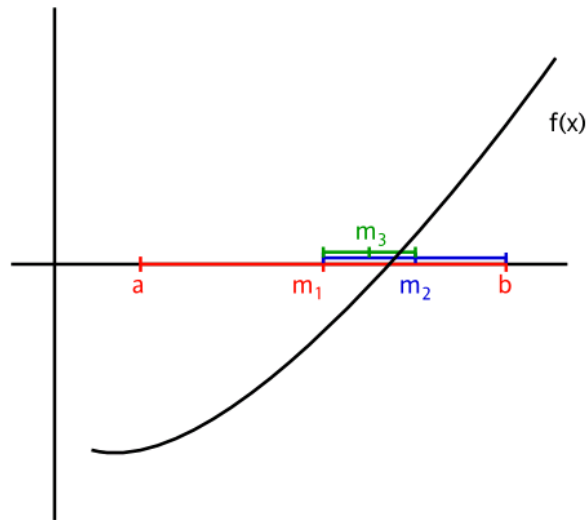


Fig.A5.2 Metoda Biseecției

Avantajul metodei biseecției față de metoda Newton este acela că nu este nevoie de prima derivată a funcției.

Dezavantajul metodei biseecției față de metoda Newton este acela că se realizează convergența (depistarea soluției) mult mai greu (durează mai mult timp).