

# **APPLICATIONS DE L'ANALYSE FRACTALE DANS LE CAS DE RUPTURE DYNAMIQUE**

Thèse de Doctorat pour obtenir le grade de Docteur  
Ingénieur à l'Université "Politehnica" de Timișoara,  
dans le domaine INGENIERIE MECANIQUE

et à l'Ecole Doctorale N.432, Sciences des Métiers de  
l'Ingénieur de l'Université "Arts et Métiers ParisTech",  
France, dans le domaine  
MECANIQUE ET MATERIAUX

par

**Ing. Claudia SECRIERU**

Directeurs de thèse : Prof. Dr. Ing. Ion **DUMITRU**, Université  
Polytechnique de Timișoara  
Prof. Dr. Ing. Alain **IOST**, Arts et Métiers  
ParisTech, CER Lille, France

Rapporteurs : Prof.Dr.Ing. Maxence **BIGERELLE**,  
Université de Technologie de Compiègne,  
France;  
Prof. Dr. Ing. Viorel Aurel **ȘERBAN**,  
Université Polytechnique de Timișoara;  
Maître de Conférences Dr.Math. Jean-  
Marie **NIANGA**, H.E.I. Lille, France

Journée de soutenance de la thèse: 14.X.2009

Les séries des Thèses de Doctorat de l'U.P.T. sont :

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| 1. Automatique           | 7. Ingénierie Electronique et Télécommunications |
| 2. Chimie                | 8. Ingénierie Industrielle                       |
| 3. Energétique           | 9. Ingénierie Mécanique                          |
| 4. Ingénierie Chimique   | 10. Science Des Ordinateurs                      |
| 5. Ingénierie Civile     | 11. Science et Génie des Matériaux               |
| 6. Ingénierie Electrique |  |

L'Université Polytechnique de Timișoara a initié les séries présentées ci-dessus dans le but de la dissémination de l'expertise, des connaissances et des résultats des recherches réalisées dans le cadre de l'Ecole Doctorale de l'Université. Les séries contiennent, suite H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, les thèses de Doctorat soutenues dans l'Université, en commençant le 1<sup>er</sup> octobre 2006.

Copyright © Maison d'Édition "Politehnica" – Timișoara, 2009

Cette publication est soumise à la loi sur les droits d'auteur. La multiplication de cette publication, entièrement ou partiellement, la traduction, l'édition, la réutilisation des schémas, l'exposition, la radiodiffusion, la reproduction sur microfilms ou sous une autre forme est permise seulement avec le respect des prévisions de la Loi roumaine du droit d'auteur en vigueur et la permission pour utilisation obtenue par écrit, de la partie de l'Université „Polytechnique” de Timișoara. Tous les manquements à ces droits seront pénalisés conformément au principe de la Loi roumaine des droits d'auteur.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,  
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221  
e-mail: editura@edipol.upt.ro

## REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur le Professeur **Ion Dumitru** pour m'avoir proposé ce sujet de thèse et pour la confiance qu'il m'a accordée sur toute la période de mes recherches doctorales dans le cadre de l'Université Polytechnique de Timisoara de Roumanie.

Je remercie également Monsieur le Professeur **Alain Iost**, Professeur au centre de Lille, France, de l'École Arts et Métiers ParisTech et co-directeur de cette thèse. Il m'a aidé à obtenir une bourse de la part du Gouvernement Français, pour 10 mois, afin d'effectuer un stage de recherche au sein de son équipe, dans le cadre du Laboratoire de Métallurgie Physique et Génie des Matériaux, CNRS UMR 8517. Ses compétences et son investissement tout au long de cette étude ont apporté une aide substantielle à la concrétisation de ce travail. Il a mis à ma disposition toute la documentation scientifique du domaine de l'analyse fractale la plus récente et aussi les moyens de mesure et les dispositifs de son laboratoire de recherche. Ainsi, j'ai réussi à enrichir l'étude bibliographique commencée en Roumanie et à faire des mesures de profils de rugosité avec de moyens de mesures adaptés aux éprouvettes Charpy.

Je remercie Monsieur **Jean-Marie Nianga**, responsable pédagogique du Pôle Mathématiques et responsable du pôle de recherche «Structures & Matériaux» à l'École des Hautes Etudes Industrielles de Lille (H.E.I.). Je lui remercie pour l'intérêt porté et ses conseils professionnels dans le domaine du Chaos. Il m'a aidé à définir les notions mathématiques fondamentales de l'analyse fractale, et à les formaliser; des notions qui ne sont pas très clairement définies dans la littérature.

Je remercie également Monsieur le Professeur **Maxence Bigerelle** de l'Université de Technologie de Compiègne en France. Il m'a apporté de nombreuses suggestions au cours de cet ouvrage, et spécialement, pour le traitement statistique des résultats expérimentaux. Il restera pour moi un modèle d'enthousiasme pour travailler dans le domaine magnifique du Chaos.

Dans le cadre de l'équipe de recherche en France, je voudrais spécialement remercier Monsieur le Maître de Conférences **Gildas Guillemot**, pour l'amabilité qu'il a manifesté à mon égard, lors de mon stage de recherche.

Dans le cadre du Département de Résistance des Matériaux, je remercie Messieurs les Professeurs **Nicolae Faur**, **Nicoale Neguț** et **Pavel Tripa** qui ont été rapporteurs de mes deux exposés de thèse.

Je remercie toutes les personnes ayant accepté de participer au jury: (Messieurs : Prof.Dr.Ing. **Viorel Aurel Șerban** et Prof.Dr.Ing. **Liviu Bereteu**).

Ma reconnaissance va également au professeur **Tiberiu Dimitrie Babeu**, mon ex-professeur de Résistance des Matériaux qui m'a convaincu de continuer ma formation d'ingénieur, en faisant une thèse de doctorat dans le cadre du Département de Résistance des Matériaux de l'Université Polytechnique de Timisoara.

Un grand merci à Monsieur **Alexandru Onete**, mon professeur de français.

Je remercie la **Direction** de mon Université qui a prolongé mon stage de recherche à l'Université Polytechnique de Timisoara, afin de me permettre de soutenir ma thèse, conformément à la Convention Internationale de Cotutelle signée entre U.P.T. et Arts et Métiers ParisTech.

Je tiens à exprimer ma très profonde gratitude envers le gouvernement français pour m'avoir octroyé la bourse qui m'a permis d'élaborer cette thèse dans les plus brefs délais et dans les meilleures conditions.

Timisoara, Octobre 2009

*Claudia Secrieru*

Je remercie tous les chercheurs qui ont bien voulu correspondre avec moi et qui m'ont envoyé leurs articles scientifiques, même dans la première année de Doctorat : Messieurs : Alain Iost, Benoit Mandelbrot (le fondateur de l'analyse fractale), John Mecholsky, ainsi que Madame Elisabeth Bauchaud.

Je remercie également toute ma famille, mes amies (spécialement Madame Françoise Pierron de Lille), pour leur aide sans réserve.

SECRIERU, Claudia

### **Applications de l'analyse fractale dans le cas de ruptures dynamiques**

Thèse de doctorat de l'UPT, Serie 9, No. 59, Maison d'Édition "Politehnica", 2009, 180 pages, 136 figures, 13 tableaux.

ISSN: 1842-4937

ISBN : 978-973-625-924-1

Mots clés de la thèse : Analyse Fractale, Dimension Fractale, Choc, Rupture Dynamique.

Compte Rendu de la thèse:

Pour une première fois à l'échelon national, il a été effectué une étude bibliographique basée sur les plus récentes recherches concernant l'utilisation de l'analyse fractale, pour l'évaluation des caractéristiques de matériaux sollicités de façon dynamique. Par cette étude rigoureuse, le concept de fractal et la dimension fractale ont pu être définis.

L'ouvrage contient une modalité originale d'approche des objets fractals, tant du point de vue mathématique, que du point de vue physique. De l'analyse de l'étude comparative des méthodes de calcul de la dimension fractale qui s'applique dans le cas des surfaces de rupture, on remarquera le fait que les méthodes les plus efficaces de détermination de la dimension fractale sont : la méthode Box Counting, la méthode des oscillations et la méthode de l'exposant de Hurst.

En commençant par la méthode classique des îles (Slit Island), les applications de l'interférométrie, sur la détermination de la dimension fractale des surfaces de rupture, dans le cas des éprouvettes Charpy et pour les *aciers XC 65 trempé* et *inox 316L*, sont mises en place. Cette nouvelle méthode peut mieux caractériser la topographie de la surface de rupture mesurée en interférométrie à l'aide de la dimension fractale.

Pour réaliser le traitement des données obtenues à la suite de l'analyse de l'état des surfaces des éprouvettes basées sur l'interférométrie, il a été nécessaire d'élaborer un logiciel (*Mesrug*) permettant un traitement statistique d'une base de données complexes. Ce logiciel utilisé initialement en France, et créé par Maxence Bigerelle, a été développé et réactualisé pour le calcul des paramètres de rugosité de la section de rupture, pour les éprouvettes Charpy.

Les recherches ont montré que l'énergie à la rupture par choc, varie de façon inversement proportionnelle à la dimension fractale. Cette observation constitue une contribution importante de l'ouvrage.

# TABLE DES MATIÈRES

Remerciements .....	3
Table des matières .....	5
Liste des tableaux .....	10
Liste des figures .....	11
Notations, Abréviations, Acronymes .....	17
Introduction générale .....	19
<b>1. Fondements de l'analyse fractale .....</b>	<b>25</b>
1.1. Introduction .....	25
1.2. Le concept de fractal .....	26
1.3. Définition de la dimension fractale .....	27
1.4. Types de dimensions fractales .....	28
1.4.1. Dimension d'autosimilarité $\Delta a$ .....	28
1.4.2. Dimension de boîtes $\Delta b$ .....	29
1.4.3. Dimension de Hausdorff, $\Delta H$ .....	29
1.4.4. Dimension de Minkowski-Bouligand .....	30
1.5. Mesures multi-fractales .....	30
1.6. Surfaces fractales .....	31
1.7. La notion de courbe .....	32
1.7.1. La définition d'une courbe (sens mathématique) .....	32
1.7.2. La définition d'une courbe (sens physique) .....	33
1.7.3. Courbes fractales .....	33
1.7.3.1. Dimension fractale d'une courbe .....	34
1.8. L'influence du changement de l'échelle de représentation sur une structure fractale .....	35
1.9. Conclusions du chapitre 1 .....	36
<b>2. Etude comparative des méthodes de calcul de la dimension fractale applicables aux surfaces de rupture .....</b>	<b>38</b>
2.1. La méthode de l'arpenteur (Technique de Richardson ou Méthode du compas) .....	38
2.1.1. Longueur d'une courbe rectifiable .....	39
2.1.2. Caractérisation de la rectifiabilité .....	39
2.1.3. Introduction intuitive des courbes fractales .....	40
2.1.4. Application de la technique de Richardson dans le cas des profils de rupture .....	42
2.1.5. Les limites de la méthode de l'arpenteur .....	43
2.2. La méthode de Minkowski- Bouligand .....	44
2.2.1. La dimension de Hausdorff .....	44
2.2.2. La dimension de Minkowski-Bouligand .....	45
2.2.3. Les limites de la méthode de Minkowski- Bouligand .....	47
2.3. Méthode du comptage de boîtes (angl. Box Counting). Généralités .....	47
2.3.1. Limites de la méthode du comptage de boîtes .....	48

---

2.4. La méthode des oscillations. Généralités.....	48
2.4.1. L'application de la méthode des oscillations dans le cas des surfaces de rupture.....	50
2.4.2. Les limites de la méthode des oscillations.....	51
2.5. Méthode de fonction de structure.....	51
2.6. La méthode de l'analyse spectrale.....	52
2.6.1. Transformation de Fourier.....	52
2.6.2. Transformation de Fourier discrète (TFD) et Estimation de la Densité Spectrale de Puissance (DSP).....	54
2.6.3. L'analyse spectrale par la Méthode du maximum d'Entropie (M.E.M.).....	56
2.6.3.1. Le concept d'entropie.....	56
2.6.3.2. La M.E.M.....	57
2.6.3.2.1. Définition de la fonction d'autocorrélation.....	58
2.6.3.3. Comparaison entre F.F.T. et M.E.M.....	58
2.6.4. La détermination de la dimension fractale des surfaces fissurées par la méthode de la densité spectrale de puissance.....	59
2.7. L'effet du bruit dans une analyse fractale.....	60
2.8. Méthode de la transformation en ondelettes.....	61
2.8.1. Conditions d'existence d'une ondelette.....	62
2.8.2. Transformation en ondelettes continue.....	63
2.8.3. La transformée en ondelettes discrète.....	63
2.8.4. Calcul de la dimension fractale par la méthode de la transformée en ondelettes.....	63
2.8.5. Quelques limites de la méthode de la transformation en ondelettes.....	64
2.9. Le calcul de la dimension fractale à l'aide de l'exposant de Hurst (exposant de rugosité).....	64
2.10. Conclusions du chapitre 2.....	65
<b>3. L'état actuel des recherches concernant l'application de l'analyse fractale dans le cas des surfaces de rupture.....</b>	<b>67</b>
3.1. Introduction.....	67
3.2. Ambiguïtés dans la mesure de la dimension fractale pour des surfaces de rupture.....	68
3.3. L'analyse des résultats de littérature concernant l'application de l'analyse fractale dans le cas des ruptures en régime dynamique.....	69
3.3.1. La technique de la segmentation de l'image appliquée aux éprouvettes Charpy.....	70
3.4. Techniques d'obtention des surfaces de rupture en vue d'application de l'Analyse Fractale.....	71
3.4.1. Techniques métallographiques (destructives).....	71
3.4.2. Principe de la méthode de Section Verticale.....	71
3.4.2.1. Avantages et inconvénients de la méthode de Section Verticale.....	72
3.4.2.2. Principe de la méthode Slit Island (la méthode des îles).....	72
3.4.2.2.1. Discussions concernant la méthode des îles.....	73
3.5. Techniques de mesure du profil d'une surface de rupture.....	74
3.5.1. La comparaison des techniques d'obtention des surfaces de rupture en vue d'application de l'Analyse Fractale.....	74

3.6. Corrélations entre les caractéristiques mécaniques des matériaux et la dimension fractale des surfaces de rupture en régime dynamique.....	75
3.6.1. Corrélations entre la ténacité à la rupture et la dimension fractale .....	75
3.6.2. Corrélations entre l'énergie de la surface de rupture et la dimension fractale d'une fissure.....	78
3.6.3. Corrélations entre l'énergie de rupture obtenue suite à l'essai Charpy et la dimension fractale.....	78
3.6.4. La corrélation entre la rugosité de la surface et la dimension fractale .....	80
3.6.5. Corrélations entre la ténacité à la rupture, la rugosité et la dimension fractale (Résultats analytiques).....	81
3.7. Aspects fractal des matériaux .....	81
3.7.1. Le model unitaire fractale des modes de rupture.....	85
3.7.2. La simulation des surfaces de rupture à l'aide des fonctions fractales .....	87
3.8. Conclusions du chapitre 3.....	88
<b>4. Contributions théoriques concernant les méthodes de détermination de la dimension fractale dans le cas des profils de rupture obtenus par des sollicitations dynamiques .....</b>	<b>89</b>
4.1. Surfaces de rupture fractale auto similaires par rapport aux surfaces de rupture fractale auto affines .....	89
4.1.1. Fractale ou artefact dans l'étude de surfaces de rupture ? .....	92
4.2. Discussions concernant l'application de la méthode du Box Counting.....	94
4.2.1. Le problème de la corrélation des données.....	96
4.2.2. Vérification de la robustesse de la méthode Box Counting .....	96
4.3. Particularités sur la méthode des oscillations .....	100
4.3.1. L'aspect local de la méthode .....	100
4.3.2. L'aspect global de la méthode .....	101
4.4. Conclusions du chapitre 4.....	102
<b>5. Contributions expérimentales à la détermination des profils des surfaces de rupture par sollicitations dynamiques .....</b>	<b>103</b>
5.1. Considérations générales.....	103
5.1.1. Les types de matériaux.....	103
5.1.1.1. Acier XC 65 .....	103
5.1.1.2. Acier inox de type X2CrNiMo17-12-2 (316L).....	104
5.1.1.3. Verre de silice SiO <sub>2</sub> .....	105
5.2. Fractographie des surfaces de rupture des matériaux étudiés aux différents traitements thermiques .....	105
5.2.1. Fractographie d'un faciès de rupture de l'éprouvette Charpy en acier XC 65 trempé dans l'eau salée (température d'austénitisation : 900°C, temps de maintien: 45 minutes).....	105
5.2.2. Fractographie d'un faciès de rupture de l'éprouvette Charpy en acier XC 65 après trempe et traitement thermique de revenu (T= 550 °C, t=60 min) et refroidissement lent à l'air.....	106
5.3. La fractographie des surfaces de rupture en régime dynamique des matériaux testés à la température ambiante.....	107
5.3.1. La fractographie d'un faciès de rupture de l'éprouvette Charpy en acier inox 316L .....	107
5.3.2. La fractographie d'un faciès de rupture d'un échantillon en verre ..	107

---

5.3.3. La fractographie d'un faciès de rupture de l'éprouvette Charpy en acier XC 65 non traité thermiquement .....	109
5.4. Méthodes et moyens expérimentaux utilisés pour l'investigation des profils de rupture des éprouvettes Charpy .....	110
5.4.1. Les moyens expérimentaux utilisés pour l'étude du profil de rupture des éprouvettes Charpy.....	110
5.4.1.1. Profilométrie mécanique.....	110
5.4.1.2. Interférométrie Wyko NT 9300 .....	111
5.4.1.2.1. Avantages et limites des mesures effectuées par interférométrie.....	113
5.4.2. Contributions concernant l'application de l'analyse fractale dans le cas des contours des profils de rupture obtenus par la méthode de Section Verticale .....	114
5.4.2.1. Les avantages et les inconvénients de l'application de la méthode de Section Verticale.....	117
5.4.3. Contributions concernant l'application de l'analyse fractale dans le cas du contour des profils de rupture obtenus par la méthode des îles (Slit Island) .....	118
5.4.3.1. La méthode des îles appliquée à l'éprouvette en acier XC 65 non traitée thermiquement. Le résultat du polissage avec du papier abrasif 800 .....	118
5.4.3.2. La méthode des îles appliquée à l'éprouvette en acier XC 65 non traité thermiquement. Le résultat du polissage avec du papier abrasif 4000 .....	123
5.5. Contributions à l'application de la profilométrie mécanique pour la détermination des dimensions fractales des surfaces de rupture dans le cas des éprouvettes Charpy.....	126
5.5.1. Résultats des mesures pour l'échantillon en acier XC 65, austénitisé et trempé à l'eau .....	126
5.5.2. Résultats des mesures pour l'échantillon en verre de silice .....	127
5.5.3. Estimation de la dimension fractale par la méthode de la Transformée de Fourier à l'aide du programme Origin .....	128
5.5.3.1. Spectre de Fourier du profil de rupture de l'échantillon en acier XC 65 trempé .....	129
5.5.3.2. Spectre de Fourier du profil de rupture de l'échantillon en verre de silice suite à la sollicitation à l'impact.....	129
5.6. Conclusions du chapitre 5.....	130
<b>6. Contributions concernant l'application de l'interférométrie pour la détermination des dimensions fractales des surfaces de rupture dans le cas des éprouvettes Charpy .....</b>	<b>132</b>
6.1. Le résultat des mesures pour l'échantillon en acier XC 65 non traité thermiquement .....	132
6.2. Le résultat des mesures pour l'échantillon en acier XC 65, après traitement thermique de trempé .....	133
6.3. Le résultat des mesures pour l'échantillon en acier XC 65, après trempé et traitement thermique de revenu .....	134
6.4. Le résultat des mesures pour l'échantillon en acier inox 316L .....	135
6.5. La méthode des îles en interférométrie.....	136
6.5.1. La méthode des îles appliquée suite à l'analyse de la rugosité de l'éprouvette en acier XC 65, traitement thermique de trempé.....	136

---

6.5.2. La méthode des îles appliquée suite à l'analyse de la rugosité de l'éprouvette confectionnée en acier inox 316L.....	139
6.6. Corrélation entre dimension fractale et résilience .....	140
6.6.1. Les particularités de l'essai de résilience.....	140
6.6.1.1. Le calcul de l'énergie de rupture suite de l'essai Charpy pour les éprouvettes analyses .....	142
6.6.1.2. Corrélations entre la dimension fractale et la résilience pour les éprouvettes Charpy analysées.....	143
6.7. La statistique de la mesure des paramètres de caractérisation des surfaces de rupture des éprouvettes Charpy par l'intermédiaire du programme MESRUG.....	144
6.7.1. La définition des principaux paramètres de rugosité est calculée à l'aide de l'application Mesrug .....	146
6.8. Discussions sur les résultats obtenus en interférométrie, par l'application MESRUG.....	156
6.8.1. Discussions sur l'application des différentes méthodes d'estimation de la dimension fractale.....	162
6.8.1.1. La méthode de la fonction de structure de Tricot.....	162
6.8.1.2. La méthode des oscillations .....	163
6.8.1.3. Méthode de la Transformée de Fourier.....	164
6.9. Conclusions du chapitre 6.....	165
<b>7. Principales contributions de l'ouvrage. Conclusions finales .....</b>	<b>166</b>
7.1. Principales contributions de l'ouvrage.....	166
7.2. Conclusions finales. Perspectives de recherche .....	169
<b>Bibliographie .....</b>	<b>171</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Nr.	Numéro du tableau	Titre du tableau
1.	Tableau 1.1.	La mesure de Hausdorff $H$
2.	Tableau 2.1.	Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète $X$
3.	Tableau 3.1.	Tableau concernant les méthodes de détermination de la dimension fractale pour la rupture en régime dynamique trouvées dans la littérature
4.	Tableau 5.1.	La résolution verticale du dispositif Wyko NT 9300
5.	Tableau 5.2.	Corrélations entre la dimension fractale et la résilience en fonction du caractère de rupture
6.	Tableau 6.1.	Codage des fichiers texte dans le programme Mesrug
7.	Tableau 6.2.	Fréquence d'apparition du paramètre de rugosité $Rt$
8.	Tableau 6.3.	Fréquence d'apparition du paramètre de rugosité $Ra$
9.	Tableau 6.4.	Fréquence d'apparition du paramètre de rugosité $Zmax$
10.	Tableau 6.5.	Fréquence d'apparition du paramètre de rugosité $Zmin$
11.	Tableau 6.6.	Fréquence d'apparition de la dimension fractale estimée par la méthode de la fonction de structure de Tricot
12.	Tableau 6.7.	Fréquence d'apparition de la dimension fractale estimée par la méthode des oscillations
13.	Tableau 6.8.	Fréquence d'apparition de la dimension fractale estimée par la méthode de la Transformée de Fourier

## LISTE DES FIGURES

Numéro de la figure	Titre de la figure
Figure 1.1.	Courbe de Von Koch (par six itérations)
Figure 1.2.	Partition d'un carré en unités jauge nécessaires à son pavage
Figure 1.3.	Exemple de multi-fractale
Figure 1.4.	La classification en trois catégories de surfaces fractales [Boutot A., 1993, Russ J.C., 1994] : (a) Les fractales de surface ou "le contour fractal" de type réseau (par exemple le système vasculaire et nerveux humain); (b) La fractale de masse (un réseau ou faisceaux de particules résultant d'un phénomène d'agglomération); (c) La fractale de porosité (un objet dense qui contient des pores)
Figure 1.5.	La courbe $A^{\cap}B$ [Tricot C., 1999]
Figure 2.1 a.	Générateur de la décomposition fractale autosimilaire
Figure 2.1 b.	Illustration de la méthode de Richardson pour $\eta = 1/3$ et $N=4$
Figure 2.2.	Application de la méthode du compas pour les lignes de côte
Figure 2.3.	La saucisse de Minkowski
Figure 2.4.	L'ensemble de Minkowski pour un profil de rupture [Russ J.C., 1994]
Figure 2.5.	L'oscillation $\tau$ de la fonction $z$ en $t$ [Le Méhauté A., 1990]
Figure 2.6.	Signaux et Transformées de Fourier correspondants [Tate J.N., 1998]: (A). Un signal rectangulaire dans le domaine temporel et le spectre associé. (B). Une sinusoïde infinie et son spectre associé. (C). Une sinusoïde bornée et son spectre.
Figure 2.7.	Caractéristique d'un Spectre de type Fourier pour le profil de rupture d'une surface [Cherepanov G.P. et al., 1995]
Figure 2.8.	Échantillon de bruit blanc
Figure 2.9.	Le signal dans le cas de la méthode de la transformée en ondelettes
Figure 2.10.	L'ondelette de base de Morlet
Figure 2.11.	L'évolution de l'aspérité de la surface en fonction de l'exposant de Hurst
Figure 3.1.	Technique de Segmentation de l'image appliquée aux éprouvettes Charpy [Shterenlikht A., Howard I.C., 2004]
Figure 3.2.	Schéma d'une surface de rupture, un plan de section et le profil de rupture produit par intersection du plan de section avec la surface de rupture [Gokhale A.M, 1987]
Figure 3.3.	La structure des îles après trois polissages successifs
Figure 3.4.	Exemple d'utilisation de la technique de mesure du profil [Katowski P, 2006]
Figure 3.5.	L'énergie à l'impact $E$ en fonction de la dimension fractale de la surface de rupture, $D_f$ ; les chiffres indiquent la température à laquelle le test a été effectué [Cherepanov, 1995]

Numéro de la figure	Titre de la figure
Figure 3.6.	La dimension fractale pour des surfaces de rupture en acier de carbone (DIN C45) trempé et revenu en fonction de l'énergie de rupture à l'impact (cas A) et en fonction de la température de revenu (cas B) [Imre A. et al., 1992]
Figure 3.7.	Le modèle géométrique pour la détermination d'une relation entre la dimension fractale d'une fissure et la rugosité de la surface
Figure 3.8.	Exemple d'une structure fractale dans un aérogel [Kaye B.H., 1994]
Figure 3.9.	Surface fractale invariante à la rotation pour un alliage de titane [Popescu T., Ciucă I., 1996]
Figure 3.10.	Surface fractale invariante par translation pour un alliage d'aluminium (rupture en fatigue) [Popescu T., Ciucă I., 1996]
Figure 3.11.	La forme des grains des poudres métalliques produites par divers procédés [Takayasu H., 1992]: (a) Poudre métallique produite par électrolyse (contour très rugueux) ; (b) Poudre métallique produite par un processus de dissolution et broyage; (c) Poudre métallique produite par un processus de "pulvérisation du métal" (atomisation)
Figure 3.12.	Le modèle unitaire fractal des modes de rupture microscopique [Yan Su, Lei Wei-Sheng, 2000]: (a) générateur fractal (b) rupture inter-granulaire; (c) clivage trans-granulaire; (d) rupture formée par la coalescence des micropores; (e) clivage trans-granulaire avec rupture inter-granulaire
Figure 3.13.	Surfaces fractales imitant la rupture [Popescu T., Ciucă I., 1996]
Figure 4.1.	Fractale auto similaire
Figure 4.2.	Fractale auto affine
Figure 4.3.	Schéma de la rupture fractale
Figure 4.4.	Génération de la courbe "tapis du Sierpinski"
Figure 4.5.	Structure linéaire à analyser avec l'algorithme du Box Counting
Figure 4.6.	L'algorithme du Box Counting appliqué à une structure linéaire: (a). Simulation de la méthode du Box Counting pour N=7 ; (b). Simulation de la méthode du Box Counting pour N=19 ; (c). Simulation de la méthode du Box Counting pour N= 34 ; (d). Simulation de la méthode du Box Counting pour N= 57
Figure 4.7.	La dimension fractale de la fissure $\Delta=1,18$ dans le programme Image J
Figure 4.8.	La dimension fractale de la fissure $\Delta=1,20$ , coefficient de corrélation $R=0,99$ dans le programme Harfa
Figure 5.1.	L'aspect de la surface de l'éprouvette Charpy en acier XC 65 trempé à l'eau salée (rupture intergranulaire) observée au MEB HITACHI S-520: a). Grossissement x220, longueur de mesure : 136 $\mu\text{m}$ ; b). Grossissement x350, longueur de mesure : 86 $\mu\text{m}$
Figure 5.2.	Aspect de la surface de l'éprouvette Charpy en acier XC 65 revenu (rupture ductile) observé au MEB HITACHI S-520: a). Grossissement x6000, longueur de mesure : 5 $\mu\text{m}$ ;

Numéro de la figure	Titre de la figure
Figure 5.3.	<p>b). Grossissement x500, longueur de mesure : 60 <math>\mu\text{m}</math>;  c). Grossissement x700, longueur de mesure : 43 <math>\mu\text{m}</math>;  d). Grossissement x2.50K, longueur de mesure : 12 <math>\mu\text{m}</math></p> <p>La microfractographie des surfaces de rupture dans le cas de l'éprouvette en acier inox 316L (rupture ductile), observée au MEB HITACHI S-520 :</p>
Figure 5.4.	<p>a). Grossissement x300, longueur de mesure : 100 <math>\mu\text{m}</math>;  b). Grossissement x3000, longueur de mesure : 10 <math>\mu\text{m}</math></p> <p>Microfractographie des surfaces de rupture d'un verre (rupture fragile) observée au MEB HITACHI S-520 :</p>
Figure 5.5.	<p>a). Grossissement x250, longueur de mesure : 120 <math>\mu\text{m}</math>;  b). Grossissement x248, longueur de mesure : 125 <math>\mu\text{m}</math>;  c). Grossissement x35, longueur de mesure : 860 <math>\mu\text{m}</math></p> <p>Microfractographie des surfaces de rupture pour l'acier XC 65 non traité thermiquement (rupture mixte), observée au MEB HITACHI S-520</p>
Figure 5.6.	a) Aspect mixte, Grossissement x25, longueur de mesure : 1200 $\mu\text{m}$ ;
Figure 5.7.	b) Aspect fragile, Grossissement x6000, longueur de mesure : 5 $\mu\text{m}$ ;
Figure 5.8.	c) Aspect ductile, Grossissement x700, longueur de mesure: 43 $\mu\text{m}$ ;
Figure 5.9.	d) Aspect fragile, Grossissement x3000, longueur de mesure: 10 $\mu\text{m}$
Figure 5.10.	Profilomètre mécanique KLA-Tencor P-10
Figure 5.11.	Le dispositif Wyko NT9300
Figure 5.12.	L'éprouvette Charpy analysée au microscope interférométrique (objectif 5x)
Figure 5.13.	L'échantillon Charpy enrobé de résine suite à l'application de la technique de Section Verticale
Figure 5.14.	Scie mécanique utilisée pour l'opération de coupe de l'échantillon en vue de l'application de la Méthode de Section Verticale
Figure 5.15.	Machine de polissage Knuth-Rotor
Figure 5.16.	Contour du profil obtenu par la méthode de Section Verticale sur l'éprouvette en acier XC 65, après traitement thermique de trempe, (grossissement 400x)
Figure 5.17.	Calcul de la dimension fractale du profil de rupture $\Delta=1,97$ avec le programme Image J
Figure 5.18.	Contour du profil obtenu par la méthode de Section Verticale sur l'éprouvette en acier XC 65, après traitement thermique de trempe (grossissement 200x)
Figure 5.19.	Calcul de la dimension fractale du profil de rupture : $\Delta=1,93$ avec le programme Image J
Figure 5.20.	Contour du profil obtenu par la méthode de Section Verticale sur l'éprouvette en acier inox 316L, (grossissement 50)
Figure 5.21.	Calcul de la dimension fractale du profil de rupture : $\Delta= 1,85$ avec le programme Image J
Figure 5.22.	Contour du profil obtenu par la méthode de Section Verticale sur l'éprouvette en acier inox 316L, (grossissement 100)
Figure 5.23.	Calcul de la dimension fractale du profil de rupture : $\Delta= 1,88$ avec le programme Image J
Figure 5.24.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 50x)
Figure 5.25.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J: $\Delta=1,27$

Numéro de la figure	Titre de la figure
Figure 5.22.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 50x)
Figure 5.23.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,39$
Figure 5.24.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)
Figure 5.25.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,14$
Figure 5.26.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)
Figure 5.27.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,77$
Figure 5.28.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)
Figure 5.29.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,57$
Figure 5.30.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)
Figure 5.31.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,39$
Figure 5.32.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)
Figure 5.33.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,77$
Figure 5.34.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)
Figure 5.35.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,65$
Figure 5.36.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)
Figure 5.37.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,59$
Figure 5.38.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 200x)
Figure 5.39.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,68$
Figure 5.40.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 200x)
Figure 5.41.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,71$
Figure 5.42.	Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 200x)
Figure 5.43.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,63$
Figure 5.44.	Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 50x)
Figure 5.45.	Dimension fractale obtenue dans le programme Image J : $\Delta = 1,54$
Figure 5.46.	Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 50x)
Figure 5.47.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta = 1,20$
Figure 5.48.	Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 100x)
Figure 5.49.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta = 1,14$
Figure 5.50.	Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 100x)
Figure 5.51.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,53$
Figure 5.52.	Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 100x)
Figure 5.53.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta=1,53$
Figure 5.54.	Polissage avec disque abrasif par le programme Image J : $\Delta = 1,42$
Figure 5.56.	Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 200x)
Figure 5.57.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $\Delta = 1,82$
Figure 5.58.	Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 200x)
Figure 5.59.	Dimension fractale obtenue par le programme Image J : $1,72$
Figure 5.60.	Principe du choc Charpy
Figure 5.61.	Mouton de Charpy
Figure 5.62.	Eprouvettes Charpy standardisées
Figure 5.63.	Représentation 3D de la surface de l'échantillon en acier XC 65 à l'aide du Tencor P10
Figure 5.64.	Profil de rugosité de la surface de rupture pour l'échantillon en acier XC 65, traitement thermique de trempe
Figure 5.65.	Dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture dans le programme Image J : $\Delta=1,98$
Figure 5.66.	Profil de la rugosité de la surface de rupture pour l'échantillon en fibre de verre
Figure 5.67.	Dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture dans le programme Image J: $\Delta=1,99$

Numéro de la figure	Titre de la figure
Figure 5.68.	Spectre de Fourier pour l'échantillon en acier XC 65 non traité thermiquement (coefficient du spectre Fourier $\beta=0,62$ )
Figure 5.69.	Spectre de Fourier pour l'échantillon en fibre de verre (coefficient du spectre Fourier $\beta=0,61$ )
Figure 6.1.	Profil de rugosité de la surface de rupture de l'éprouvette en XC 65 non traité thermique, réalisé par le mode de scannage VSI, (grossissement 50x)
Figure 6.2.	Dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture de l'échantillon en XC 65 non traité thermique dans le programme <i>Image J</i> : $\Delta=1,18$
Figure 6.3.	Profil de rugosité de la surface de rupture de l'éprouvette en XC 65 trempé, (grossissement 5x), mode VSI, filtre PSI Hi Mag
Figure 6.4.	Dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture de l'échantillon en XC 65 trempé dans le programme <i>Image J</i> : $\Delta=1,99$
Figure 6.5.	Profil de rugosité de la surface de rupture de l'éprouvette en XC 65 trempé et revenu, réalisé par le mode de scannage VSI, (grossissement 50X)
Figure 6.6.	Dimension fractale du profil de la rugosité de la surface de rupture de l'éprouvette en XC 65 trempé et revenu par le programme <i>Image J</i> : $\Delta=1,23$
Figure 6.7.	Profil de la surface de rupture de l'échantillon en acier inox 316L, mode VSI, (grossissement 50X)
Figure 6.8.	La dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture dans le programme <i>Image J</i> : $\Delta=1,20$
Figure 6.9.	L'aspect de la surface de rupture de l'éprouvette confectionnée en acier XC 65 trempé; mode de scannage VSI, filtre PSI Hi Mag, grossissement 5x
Figure 6.10.	Méthode du Box Counting dans le programme <i>Harfa</i> : $\Delta=1,84$ , coefficient de corrélation $R=0,99$ )
Figure 6.11.	L'aspect de la surface de rupture, mode de scannage VSI, filtre VSI Low Mag, grossissement 5x
Figure 6.12.	Méthode du Box Counting dans le programme <i>Harfa</i> : $\Delta=1,73$ , coefficient de corrélation $R=0,99$
Figure 6.13.	L'aspect de la surface de rupture, de l'éprouvette confectionnée en acier inox 316L, le mode de scannage VSI, (grossissement 50X)
Figure 6.14.	Méthode du Box Counting dans le programme <i>Harfa</i> : $\Delta=1,50$ , coefficient de corrélation $R=0,99$
Figure 6.15.	Principe du choc Charpy
Figure 6.16.	Mouton de Charpy
Figure 6.17.	Eprouvettes Charpy normalisées
Figure 6.18.	Triangulation de Delaunay et le polygone de Voronoi
Figure 6.19.	L'influence du matériau sur la dimension fractale obtenue par la méthode de la fonction de structure de Tricot sur l'intervalle [1, 22, 1, 29]
Figure 6.20.	L'influence du matériau sur la dimension fractale obtenue par la méthode des oscillations sur l'intervalle [1,18 ; 1,23]
Figure 6.21.	L'influence du matériau sur la dimension fractale obtenue par la méthode de la Transformée de Fourier dans l'intervalle [1,57 ; 1,70]

<b>Numéro de la figure</b>	<b>Titre de la figure</b>
Figure 6.22.	L'influence du matériau et du grossissement par le microscope (zoom) du dispositif <i>Wyko NT9300</i> sur la dimension fractale obtenue par la méthode de fonction de structure de Tricot
Figure 6.23.	L'influence du matériau et du grossissement (le zoom) du microscope du dispositif <i>Wyko NT9300</i> sur la dimension fractale obtenue par la méthode des oscillations
Figure 6.24.	L'influence du matériau et de la puissance d'augmentation (le zoom) du microscope du dispositif <i>Wyko NT9300</i> sur la dimension fractale obtenue par la méthode de Transformée de Fourier
Figure 6.25.	L'influence de la puissance d'augmentation (le zoom) du microscope du dispositif <i>Wyko NT9300</i> sur le paramètre $f_3$ du spectre Fourier
Figure 6.26.	L'influence de la puissance d'augmentation (le zoom) du microscope du dispositif <i>Wyko NT9300</i> sur le paramètre $f_4$ du spectre de Fourier

## NOTATIONS, ABRÉVIATIONS, ACRONYMES

$\beta$	Pente dans un diagramme log-log (coefficient du spectre Fourier)
$\delta$	Pas de la grille qui sert au pavage d'un objet
$\Delta_0$	Dimension fractale intrinsèque
$\Delta_m$	Dimension fractale mesurée
$\Delta_a$	Dimension d'autosimilarité
$\Delta_b$	Dimension de la boîte (dimension du box counting)
$\Delta_c$	Dimension du compas
$\Delta_H$	Dimension de Hausdorff
$\Delta_{MB}$	Dimension Minkowski-Bouligand
$\Delta_p$	Dimension fractale du profil
$\Delta_s$	Dimension fractale de la surface
$\Delta_T$	Dimension topologique
$\gamma$	Énergie de surface
$\lambda(P)$	Longueur de la ligne polygonale inscrite sur un profil de rupture ou une courbe continue quelconque
$\eta(N)$	Facteur d'échelle
$\zeta$	Indice de la rugosité
$\psi$	Onde de base
$\omega$	Pulsation
$OSC_\tau$	Oscillation $\tau$
$VAR_\tau$	variation d'une fonction
$W(X)$	fonction de Weierstrass
" $\approx$ "	"Similaire à"
" $\equiv$ "	"Équivalent statistique à"
$a_0$	Constante qui dépend de matériau et de la structure atomique et peut être interprétée comme étant la zone située le long de la pointe de la fissure
$B$	Paramètre du matériau
$D_i$	Incrément de la dimension fractale
$DSP$	Densité spectrale de puissance
$E$	Module d'élasticité longitudinal (module d'Young)
$E_k$	Paramètre d'aplatissement de la courbe des amplitudes (paramètre défini dans le logiciel <i>Mesrug</i> )
$f$	Fréquence fondamentale
$f3, f4$	Paramètres spectraux (paramètre défini dans le logiciel <i>Mesrug</i> )

18 Notations, abréviations, acronymes

$g$	Rapport du nombre de points d'inflexion du profil au nombre total de points du profil (paramètre défini dans le logiciel Mesrug)
$F$	Objet
$FFT$	Transformée Rapide de Fourier "Fast Fourier Transform"
$G$	Longueur du côté du polygone ou de l'unité de mesure
$H$	Exposant de Hurst
$H(f)$	Transformée de Fourier
$\vec{k}$	Vecteur d'onde
$K0$	Ténacité d'un matériau sous l' hypothèse d'un matériau présentant un profil plan de rupture
$KIc$	Facteur d'intensité de la contrainte en mode I
$I$	Algorithme d'interpolation de type spline
$L(G)$	Longueur de la ligne polygonale du contour de divers pays
$L0$	Projection de la rugosité d'un profil
$M.E.M.$	Méthode du maximum d'entropie
$N\delta$	nombre d' unités jauge
$P$	Périmètre
$r$	Longueur caractéristique dite jauge de mesure
$Ra$	Moyenne arithmétique des rugosités
$Rq$	Moyenne quadratique des rugosités
$RL$	Rugosité du profil
$(Rv1...Rv5)$	Amplitude minimale de la rugosité sur 5 plages contiguës d'égales amplitude (paramètre défini dans le logiciel Mesrug)

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Comme il est aujourd'hui reconnu l'existence d'une loi fractale dans les systèmes physiques; ce qui fait d'ailleurs dire à Barnsley [Barnsley, 1988], que l'on peut parler de « fractals partout », la caractérisation des structures fractales par Mandelbrot en 1975, fut alors, avec la naissance de la relativité et de la mécanique quantique, l'une des découvertes majeures de la physique du XXème siècle.

S'agissant, en particulier, de surfaces de rupture, la dimension fractale est associée au mécanisme de rupture, et est influencée par la microstructure. Toutefois, on ne saurait corréler la dimension fractale à une microstructure spécifique, dans la mesure où, les surfaces de rupture ne sont fractales que statistiquement, c'est à dire, en moyenne sur un grand nombre de leurs réalisations, et que leurs profils ne constituent nullement des objets rigoureusement fractals, comme l'est, par exemple, la célèbre Courbe de Von Koch présentée ci-dessous.

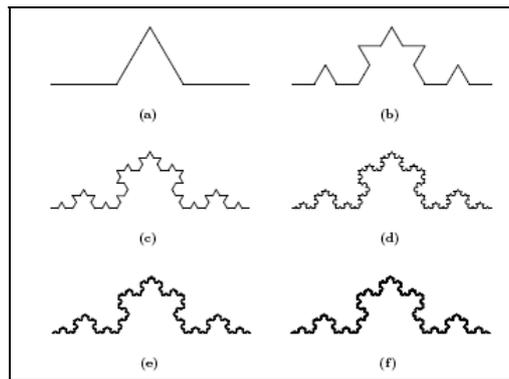


Fig.1.1. Courbe de Von Koch (par six itérations)

On comprend alors pourquoi, des méthodes analytiques différentes, renvoient souvent à des valeurs de la dimension fractale distinctes, pour une même surface.

C'est ainsi également, que la comparaison des valeurs fractales de deux surfaces de rupture, n'est justifiée qu'à condition d'avoir utilisé une même méthode d'analyse.

De plus, le degré d'irrégularité d'une surface rugueuse étant plus facilement perceptible avec le grossissement de l'image, la valeur de la dimension fractale dépend donc du domaine d'échelle auquel cette surface est considérée comme fractale, c'est-à-dire du domaine correspondant à une certaine grandeur caractéristique de la microstructure.

Ces effets de la microstructure sont d'ailleurs d'autant plus importants, que les dimensions d'éventuelles fissures sont comparables à ceux de la microstructure elle-même.

De plus, la dimension fractale des surfaces de rupture, mesurée en fonction d'une microstructure spécifique, peut être corrélée aux propriétés mécaniques de la surface.

Toutefois, bien qu'on ne puisse aisément corréler la valeur de la dimension fractale aux mécanismes de rupture, l'analyse fractale des surfaces de rupture peut, cependant, fournir de nombreuses indications sur l'initiation et la propagation de fissures.

Par ailleurs, du point de vue de l'ingénierie, l'importance de la prise en compte de la dimension fractale comme unique paramètre de forme, dépasse de loin le sens physique de qu'on pourrait lui attribuer.

Dans le cadre de cette thèse, nous avons estimé la rugosité des surfaces de rupture, auxquelles nous avons appliqué une analyse fractale en régime dynamique.

Rappelons que la rugosité représente un paramètre de forme dépendant de l'échelle d'observation, et permettant de mesurer la hauteur moyenne d'une surface donnée; tandis que la dimension fractale représente, indépendamment de l'échelle d'observation, la complexité géométrique de la surface, en tant qu'objet supposé rigoureusement fractal.

L'utilisation conjointe de ces deux paramètres nous a permis d'obtenir beaucoup plus d'informations détaillées sur une surface de rupture donnée, que celles fournies par une analyse, uniquement basée sur l'utilisation de la dimension fractale.

Il a été présenté pour la première fois [Secrieru C., Sebeș, Roumanie 2006], [Secrieru C., Dumitru I., Timișoara, Roumanie, 2006], [Secrieru C., Dumitru I., Târgoviște, Roumanie, 2006]., une analyse critique de l'application des méthodes fractales de caractérisation des matériaux, à travers leur ténacité à la rupture, obtenue par des essais Charpy.

La complexité du comportement des matériaux soumis aux grandes vitesses de déformation, en comparaison avec leur comportement sous sollicitations statiques, fait désormais, à ce titre, l'objet de recherches récentes, auxquelles nous contribuons par ce travail.

Au départ, nous nous sommes intéressés à l'analyse fractale d'une série de types de rupture, sous sollicitations dynamiques.

En concordance avec les quelques résultats présentés ci-dessus, la présente thèse apporte une série de contributions expérimentales et théoriques de l'analyse fractale, applicables aux sollicitations à grandes vitesses de déformation et, notamment, aux ruptures dynamiques.

Cette thèse est structurée en **7** chapitres.

Dans le **chapitre 1** est présentée une mise à jour des études bibliographiques sur les notions de base de l'analyse fractale: le concept de fractal, les mesures multifractales, les surfaces fractales, la notion de courbe (dans le sens mathématique et dans le sens physique), les courbes fractales.

Différentes modalités de définition de la dimension fractale sont analysées, dans la mesure où il n'existe, à ce jour, aucun point de vue qui soit unanimement accepté.

Dans cette thèse, nous présentons cependant, une approche originale des objets fractals, des points de vue mathématique et physique. On présente les conditions qui sont à la base de l'analyse fractale, en insistant sur le fait que la

dimension fractale des surfaces de rupture, est liée, à la fois, à l'échelle de d'observation, qu'aux méthodes de mesure.

Le **Chapitre 2** présente une étude comparative des méthodes classiques d'estimation de la dimension fractale, dans le cas des surfaces de rupture. Les limites et avantages de chaque méthode ont, ainsi, été mis en évidence.

La technique de Richardson, encore dite méthode du compas, s'utilise exclusivement dans le cas des objets fractals auto-similaires, alors que la méthode de l'exposant de Hurst, par exemple, s'utilise plutôt, dans le cas des surfaces de rupture auto-affines.

La méthode de la fonction de structure de Tricot et la méthode des oscillations sont spécifiques aux profils de rupture.

Il est par ailleurs établi, que l'algorithme de la Transformée de Fourier ne s'applique exclusivement qu'aux signaux stationnaires, alors que la technique de la transformée en ondelletes, peut, quant à elle, s'appliquer aux signaux non stationnaires.

Dans le même temps, ont été analysées, les erreurs d'estimation de la dimension fractale, dépendant elle-même, de la longueur estimée du profil de rupture, de la jauge de mesure d'espace, ainsi que de l'effet de bruit dû au dispositif de mesure.

Sur la base d'études récentes, nous avons pu établir, que les méthodes du Box Counting, de la fonction de structure de Tricot, méthode des oscillations, ainsi que celle de l'exposant Hurst, figurent parmi les méthodes de détermination de la dimension fractale, les plus efficaces.

Le **Chapitre 3** est consacré l'analyse fractale des surfaces de ruptures, sous régime dynamique. On analyse la dimension fractale, en fonction de la méthode de calcul, du type de sollicitation (choc ou fatigue) et de la température à laquelle la sollicitation a eu lieu, a été rigoureusement réalisée. Il a, ainsi, été mis en évidence, que la technique de segmentation de l'image, quelquefois appliquée aux éprouvettes Charpy dans de nombreux travaux, n'est en réalité, applicable qu'aux matériaux à comportement fragile.

Dans les paragraphes suivants, ont été présentées, par comparaison, des techniques d'obtention des surfaces de rupture, en vue d'une analyse fractale: la méthode des îles, la méthode de la Section Verticale et la profilométrie tactile; avec une attention particulière pour la méthode des îles, dont la mise en œuvre conduit à une corrélation, entre la longueur d'un périmètre et l'aire qu'il contient.

La conclusion qui en découle, est que la meilleure méthode de détermination des caractéristiques fractales d'une surface de rupture, est la méthode de la Section Verticale.

Ceci, en raison de la possibilité d'une observation simultanée du profil de rupture et de la microstructure. Le profil de rupture peut ainsi, être corrélé à la microstructure.

Dans le paragraphe 3.6, en particulier, nous avons étudié les corrélations existant entre les caractéristiques mécaniques des matériaux et la dimension fractale des surfaces de rupture; posant ainsi les bases des recherches expérimentales synthétisées dans les chapitres 5 et 6.

Un résultat de base a été l'obtention d'une corrélation entre l'énergie de rupture au choc et la dimension fractale. Cette corrélation sera effectivement détaillée dans le chapitre 6.

Le dernier paragraphe de ce chapitre analyse quelques aspects fractals des matériaux : le model unitaire fractal des modes de rupture et les fonctions avec lesquelles on peut simuler les surfaces de rupture.

**Le Chapitre 4** présente une contribution théorique aux méthodes de détermination de la dimension fractale, dans le cas des profils de rupture obtenues sous sollicitations dynamiques. Une contribution importante de la thèse consiste dans la stabilisation d'une compatibilité entre les surfaces de ruptures fractales auto-similaires, et les surfaces de ruptures fractales auto-affines.

Le chapitre 4.2. présente quelques erreurs dues à l'application de l'algorithme du Box Counting. Nous avons ainsi effectué une étude spécifique sur les erreurs relevant de la topographie de la forme de l'objet étudié, et sur celles causées par la résolution de l'appareil de mesure du profil.

Dans le paragraphe 4.2.1., nous avons analysé le problème de la corrélation des données, lié à l'application de cette méthode. Nous avons, par application de la méthode de la régression linéaire, mis en évidence une corrélation entre l'échelle d'observation et le nombre de boîtes interceptant l'objet. L'influence de la croissance de ce nombre sur l'échelle, a également été analysée.

Dans le paragraphe 4.2.2., nous testons l'applicabilité de la méthode du Box Counting, dans le cas des surfaces de ruptures. Une comparaison entre la dimension fractale théorique de la courbe dite "tapis du Sierpinski", et les dimensions fractales obtenues par les logiciels Image J et Harfa, a été réalisée.

L'analyse effectuée avec les deux logiciels, a conduit à la détermination d'intervalles censés contenir la valeur de la dimension fractale théorique ( $\Delta=1.89$ ). C'est ainsi que par le programme Image J, cet intervalle est estimé à  $[\Delta-0.03, \Delta+0.03]$ .

Le paragraphe 4.3 présente, quant à lui, une analyse sur la méthode des oscillations, applicable aux profils de rupture. Cette méthode qui est basée sur l'intégration des oscillations locales, est en général, idéalement adaptée aux graphes des fonctions continues.

Dans le sous-paragraphe 4.3.1., en particulier, sont présentées des contributions mathématiques originales à la méthode des oscillations, pour les cas de courbes de longueur finie ou courbe infinie (courbe fractale). Nous y proposons une généralisation de la méthode des oscillations.

**Le Chapitre 5** propose une contribution expérimentale à la détermination des profils des surfaces de rupture, sous sollicitations dynamiques.

Nos recherches ont montré que les éprouvettes Charpy présentant une rupture fragile, ont une dimension fractale élevée, contrairement à celles présentant une rupture ductile.

En appliquant la méthode des îles calculée par interférométrie pour les aciers XC65 et 316L, nous avons réussi à mieux caractériser la topographie de la surface de rupture mesurée par interférométrie, à l'aide de la dimension fractale.

L'utilisation, par ailleurs, des paramètres de rugosité  $Ra$  et  $Rt$  fournis par le logiciel Vision du profilomètre optique Wyko NT9300, nous a permis d'obtenir une information beaucoup plus détaillée sur une surface de rupture donnée, par comparaison avec une analyse qui serait exclusivement basée sur l'utilisation de la dimension fractale.

Dans les paragraphes suivants, nous avons analysé la fractographie des surfaces de rupture, pour l'acier XC65 soumis à différents traitements thermiques (trempe dans l'eau salé et revenu), ainsi que la fractographie de la surface de

rupture des matériaux testés à la température ambiante (acier 316L et un matériau fragile de type verre).

Dans le paragraphe 5.4., sont décrites en particulier, les méthodes expérimentales de mise en œuvre des profils de rupture des éprouvettes Charpy.

Le sous-paragraphe 5.4.1. présente quant à lui, des résultats expérimentaux de détermination du profil de rupture des éprouvettes Charpy : profilométrie mécanique et interférométrie Wyko NT 9300. On souligne, du reste, les avantages et les limites des mesures effectuées par interférométrie.

Le sous-chapitre 5.5 contient une série des contributions avec référence à l'application de la profilométrie mécanique pour la détermination de la dimension fractale des surfaces de rupture dans le cas des éprouvettes Charpy et donne une nouvelle base pour les techniques d'essais Charpy.

On a relevé le fait que, la dimension fractale, dans le cas de l'échantillon de fibre de verre, possède une valeur semblable à celle relative au profil de l'échantillon de l'acier XC65 trempé, présentant une rupture fragile. Ce résultat a été obtenu, tant par l'utilisation de la méthode du Box Counting, que par celle de la méthode de la Transformée de Fourier.

Le **chapitre 6** apporte une contribution originale à l'application de l'interférométrie, à la détermination de la dimension fractale des surfaces de rupture, dans le cas des éprouvettes Charpy. Une analyse de la méthode des îles, appliquée en interférométrie, pour les aciers XC65 trempé et 316L, a ainsi été réalisée pour la première fois .

Pour le traitement des données obtenues à la suite de l'analyse de l'état de surface des éprouvettes étudiées en interférométrie, l'utilisation du logiciel (*Mesrug*), permettant le traitement statistique d'une base de données complexes, a été nécessaire.

Ce logiciel utilisé initialement en France, a été développé et réactualisé, pour le calcul des paramètres de rugosité de la section de rupture des éprouvettes Charpy. Trois aciers : acier XC65, acier inoxydable 316L et acier XC65 trempé et revenu, ont ainsi été analysés.

Dans le sous-chapitre 6.6. on étudie l'influence de la dimension fractale sur la résilience.

Nos recherches ont également établi que l'énergie à la rupture par un seul choc, varie d'une manière inversement proportionnelle à la dimension fractale. Cette observation constitue une des contributions majeures de ce travail.

Dans le paragraphe 6.6.1., nous avons défini les principaux paramètres de rugosité, à savoir, le paramètre d'amplitude, le paramètre de portance et le paramètre hybride correspondant aux surfaces de ruptures.

Le paragraphe 6.6.2. est, par contre, consacré à la présentation sous forme tabellaire, des principaux paramètres de rugosité, pour chacun de trois aciers. Les données obtenues ont été confrontées aux résultats issus de l'application de la méthode de fonction de structure de Tricot, de l'algorithme de la Transformation de Fourier, et de la méthode des oscillations.

Dans le dernier paragraphe, est présentée, sur la base des résultats obtenus, une série de conclusions concernant l'évolution des paramètres de rugosité, par rapport à la dimension fractale. Sur la base des corrélations observées, on a pu faire des prédictions, sur la ténacité à la rupture dynamique de la surface de rupture étudiée.

Le **chapitre 7** concerne principalement, les conclusions finales et principales contributions de l'auteur. A la suite des travaux réalisés, la dimension fractale est ainsi apparue, comme un paramètre, pouvant différencier, à travers des essais réalisés sur des éprouvettes Charpy, les comportements ductile et fragile.

Plus largement, cette thèse a mis en évidence, le fait que, la méthode d'évaluation du périmètre des sections de rupture, n'est pas recommandée dans le cas des éprouvettes Charpy et que cette caractéristique ne permet nullement de mettre en évidence le paramètre de ténacité dynamique.

Dans le cadre de la thèse on donne une application originale pour la méthode des îles par interférométrie avec référence directe à la technique Box Counting. On a analysé deux aciers: XC65 trempé et 316L.

Dans le cadre de la thèse, on donne une application originale pour la méthode des îles par interférométrie, avec une référence directe à la technique du Box Counting. Les aciers XC65 trempé et 316L ont ainsi été analysés.

Nos recherches ont pu mettre en évidence le fait que l'énergie à la rupture par un seul choc, varie de façon inversement proportionnelle à la dimension fractale.

Les résultats présentés ci-dessus constituent une base de recherche applicable aux essais des éprouvettes Charpy, pour la mise en évidence de la transition ductile -fragile.

Les essais expérimentaux et l'étude de la documentation ont été effectués d'une part, en Roumanie, dans le cadre du Laboratoire de Résistance des Matériaux, et d'autre part, en France, au sein du laboratoire de Métallurgie Physique et Génie des Matériaux, équipe « Caractérisation et Propriétés de la Pêrisurface » de l'Ecole Arts et Métiers ParisTech, au centre d'Etudes et de Recherche de Lille.

# 1. FONDEMENTS DE L'ANALYSE FRACTALE

## 1.1. Introduction

C'est en 1975, avec la parution de son illustre ouvrage, intitulé "Les Objets fractals - Forme, hasard et dimension", que le mathématicien Benoît Mandelbrot apporta une avancée significative dans le domaine de la géométrie non euclidienne. Il faut toutefois noter, que c'est dans les années 60, que Mandelbrot inventa la géométrie fractale.

Au coeur de ses préoccupations, figurait l'incapacité pour la géométrie classique, de modéliser et de concevoir la rugosité ou la fragmentation des objets naturels. L'introduction de la géométrie fractale, a ainsi permis la description et l'analyse d'objets fragmentés et à structure invariante par changement d'échelle.

L'analyse de la morphologie des surfaces de rupture, initiée par Mandelbrot, dans son ouvrage intitulé: "Fractal character of fracture surfaces of metals." [Mandelbrot, B. B. et al, 1984], suscite, de nos jours, l'intérêt très marqué de nombreux chercheurs.

C'est ainsi, que Bouchaud [Bouchaud E., 1997] a pu observer l'universalité des propriétés des surfaces de rupture, en dépit de la différence des mécanismes de rupture à l'échelle microscopique, lorsqu'on passe d'un matériau à l'autre.

Il faut noter que la notion de "structure fractale " introduite pour la première fois par Mandelbrot en 1975, repose sur l'adjectif latin, *fractus*, du verbe, *frangere*, voulant dire: briser, présenter des irrégularités, fragmenter à toutes les échelles, fractionner à l'infini.

C'est le domaine d'échelles d'observation de la structure analysée, qui caractérise le principe des mesures utilisées dans l'analyse fractale, avec une forte corrélation des résultats relevant des différentes échelles.

La structure fractale est, cependant, traduite par des résultats dépendant de l'échelle d'observation, selon une loi de type puissance, avec un exposant caractéristique de ces derniers.

Une structure sera dite fractale, si elle présente des irrégularités à toutes ses échelles d'observation, tant au niveau macroscopique, que microscopique.

En régime dynamique, en particulier, le caractère de la rupture d'une structure relève d'un examen de type fractographique. Il consiste en une inspection visuelle de la surface de rupture, lorsqu'on est à l'échelle macroscopique, en un examen stéréoscopique, plutôt aux échelles réduites, et en une visualisation par un microscope électronique, lorsqu'on se trouve à des échelles d'observation très grandes.

L'effort réalisé par Mandelbrot, pour l'unification dans une même science, des courbes de longueur infinie et des surfaces présentant des irrégularités à toutes leurs échelles d'observation, a été et demeure, d'un très grand intérêt scientifique, comme en témoigne, l'organisation pendant plusieurs années, au Canada, du congrès sur "L'ingénieur et les fractals ".

L'analyse fractale a ouvert de nouveaux champs de prospection et d'investigation en ingénierie, autour de questions, notamment centrées sur:

- la rugosité de certaines surfaces élaborées par des techniques aléatoires de finissage (sablage, rodage);
- le transfert de matière pendant les essais de frottement et d'usure qui libèrent des particules dont la forme et la distribution de surface est fractale;
- les phénomènes non linéaires ou turbulents qui présentent une évolution temporaire classique ;
- le phénomène de croissance fractale qui apparaît généralement, dans le cas de substances organiques ou de dépôts sur électrolytes [Vicsek T., 1989], [Barabási A.L.1995].

## 1.2. Le concept de fractal

Falconer K. ***affirmait que nous ne devons pas essayer de définir strictement les fractales, mais nous devons considérer comme fractal, toute structure qui possède un certain nombre de caractéristiques minimales*** [Falconer K., 1990].

Plus généralement, une fractale est définie comme "une figure dont la dimension de Hausdorff est plus grande que la dimension topologique" [Mandelbrot B., 1982].

Il n'existe, cependant, aucune définition du concept de fractal qui soit unanimement acceptée. Les définitions de la dimension fractale, les propriétés d'autosimilarité et d'autoaffinité, aident à la compréhension de ce concept.

Les conditions de base en vertu desquelles, une surface de rupture peut être reconnue comme fractale sont les suivantes [Falconer, 1990] :

a). La surface doit avoir une "structure fine", c'est à-dire qu'elle doit présenter " des détails à toutes les échelles". Plus l'échelle est petite, et plus on doit pouvoir remarquer plusieurs éléments.

b). La structure d'une surface doit être "trop irrégulière pour être décrite dans le langage de la géométrie euclidienne ".

Les surfaces de rupture par ses formes diverses, manifestent des représentations qui ne peuvent être comprises et expliquées, selon les critères de la géométrie classique euclidienne.

c). Autosimilarité et autoaffinité. Les proportions de la structure sont modifiées par le même facteur d'échelle, à divers niveaux d'observation. Les microstructures autosimilaires ont été, respectivement mises en évidence sur le métal, par Mandelbrot [Mandelbrot et al., 1984], sur les composites, les roches poreuses, le béton et le mortier par Carpinteri [Carpinteri, 1994].

Bien que les profils des sections verticales des surfaces réelles soient statistiquement autosimilaires, ils devraient, cependant, être analysés aux échelles différentes de représentation, tant sur la direction verticale, que sur la direction du plan de la surface nominale, introduisant ainsi la notion d'autoaffinité.

d). La priorité accordée à la dimension fractale, par rapport à la dimension topologique. Notons que la dimension fractale du profil d'une surface de rupture en caractérise l'aspect bruité.

e). S'agissant exclusivement de fractales mathématiques, l'existence de règles simples, éventuellement récursives, pour la description des formes structurales.

La dimension fractale ne suffit nullement à caractériser une surface de rupture.

On peut également lui associer la lacunarité, qui en est la mesure de la présence de trous [Gouyet JF, 1992].

La propriété de lacunarité des fractals peut être prise en considération pour comparer des structures de même dimension, mais n'admettant pas une même distribution de trous (défauts, microfissures) [Secrieru C, 2007]. Il a été en effet observé, que des matériaux présentant différentes distributions de trous, ont généralement des comportements mécaniques différents, comme l'attestent des recherches menées sur le béton.

### 1.3. Définition de la dimension fractale

Les concepts de fractal et de dimension fractale peuvent être davantage mis en oeuvre, par l'exercice consistant à mesurer la longueur de côtes (mesures effectuées par Richardson, dans le cadre de l'établissement de cartes géographiques) (voir Chapitre 2). Richardson a ainsi proposé de préciser, dans le cas de la mesure de corps réels, la valeur numérique trouvée, ainsi que l'identification d'une échelle propre à l'objet analysé, dont la mesure ne peut être effectuée en  $m$ ,  $m^2$ ,  $m^3$ ,... mais plutôt, dans une unité de mesure propre.

L'importance de l'échelle d'observation (longueur de la jauge) a été particulièrement mise en évidence dans ce processus de mesure, dans le sens où: la longueur  $L$  mesurée avec une jauge de mesure plus petite, est plus grande que la longueur obtenue avec une jauge plus grande.

Dans son ouvrage "*How Long Is the Coast of Britain?*", Mandelbrot a étudié des courbes autosimilaires, dont la dimension de Hausdorff s'est trouvée comprise entre 1 et 2. Ces courbes étaient déjà des exemples très significatifs de structures fractales, bien que Mandelbrot n'ait utilisé ce terme, que bien plus tard, en 1975.

Dans cet ouvrage, Mandelbrot a passé en revue les résultats des études menées par Richardson L.F, concernant la longueur mesurée de la Côte de Grande Bretagne. D'une manière plus générale, Richardson avait, en effet, observé que la longueur mesurée des contours de différents pays, dépend de l'échelle de mesure envisagée, selon une loi dite de puissance, mettant en évidence la dimension fractale  $\Delta$  de la côte considérée. C'est ainsi qu'il obtint pour  $\Delta$ , respectivement pour les Côtes d'Afrique du Sud et de la de Grande Bretagne, 1,02 et 1,25.

Pour Mandelbrot,  $\Delta$  est, dans un sens plus large, un "nombre qui quantifie le degré d'irrégularité ou de fragmentation d'une structure géométrique ou d'un objet naturel; nombre qui, dans le cas d'objets géométriques euclidiens, se réduit à la dimension traditionnelle" [Mandelbrot B., 1982], tandis qu'il correspond, dans le cas particulier des surfaces de rupture, à une mesure de la rugosité.

## 1.4. Types de dimensions fractales

La dimension fractale est une généralisation de la notion de dimension entière, propre à la géométrie euclidienne.

Il en existe divers types: la dimension d'autosimilarité  $\Delta_a$ , la dimension du Box Counting  $\Delta_b$ , la dimension du compas  $\Delta_C$ , la dimension de Hausdorff  $\Delta_H$  et la dimension de Minkowski-Bouligand  $\Delta_{MB}$ .

Pour une structure fractale donnée, ces dimensions fournissent en général des valeurs proches de la valeur théorique de la dimension fractale.

### 1.4.1. Dimension d'autosimilarité $\Delta_a$

La dimension d'autosimilarité caractérise l'irrégularité d'objets décomposables en  $N_\delta$  parties de dimension  $d$ , obtenues à partir du tout, par une homothétie de rapport  $\delta=1/n$  donné. Ainsi par exemple, peut on réaliser, une partition:

- d'un segment de droite en  $N_\delta=n$  sous-segments, avec  $N_\delta=1/\delta$ ;
- d'un carré en  $N_\delta=n^2$  petits carrés, avec  $N_\delta=1/\delta^2$
- d'un cube en  $N_\delta=n^3$  petits cubes, avec  $N_\delta=1/\delta^3$

D'une manière générale, on observe que pour un objet simple et classique, l'exposant de  $\delta$  correspond à la dimension topologique; ce qui nous permet d'écrire, pour un objet quelconque de dimension  $d$ :

$$N_\delta = \left(\frac{1}{\delta}\right)^d \quad (1.1.)$$

Ce qui peut encore s'écrire:

$$d = \frac{\ln(N_\delta)}{\ln\left(\frac{1}{\delta}\right)} \quad (1.2.)$$

Lorsque la dimension  $d$  prend des valeurs  $\Delta_a$ , non entières, l'objet considéré est, du fait de sa structure autosimilaire, fractal de dimension d'autosimilarité  $\Delta_a$ .

**Remarques.** La dimension topologique est une dimension associée au nombre de degrés de liberté d'un point qui se déplacerait à l'intérieur d'un objet; c'est ainsi qu'un point, une courbe, une surface et un volume, ont respectivement pour dimensions: 0, 1, 2 et 3.

Pour toute structure fractale, la dimension fractale est strictement plus grande que la dimension topologique.

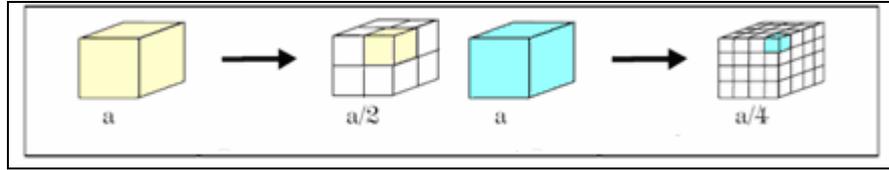


Fig.1.2. Partition d'un carré en unités jauge nécessaires à son pavage

### 1.4.2. Dimension de boîtes $\Delta_b$

Cette dimension, notée  $\Delta_b$ , a la particularité d'être définie à partir du comptage du nombre  $N_\delta$  de pavés d'une grille interceptant un objet, et non pas, à partir de la mesure de ces pavés. Elle coïncide dans de nombreux cas, avec la dimension de Hausdorff:

$$\Delta_b(F) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N_\delta(F)}{\log \frac{1}{\delta}} \quad (1.3.)$$

$\delta$  – le pas de la grille qui de pavage de l'objet.

### 1.4.3. Dimension de Hausdorff, $\Delta_H$

La dimension de Hausdorff,  $\Delta_H$ , est la plus ancienne des dimensions fractales. Elle a la particularité d'être applicable, notamment, aux objets non rigoureusement autosimilaires. Elle est, de ce fait, plus étendue que la dimension d'autosimilarité. Par ailleurs, elle vient, théoriquement, pallier l'impossibilité de comparaison de courbes, pour lesquelles, la longueur estimée par la méthode de Richardson (voir chapitre 2), tend vers l'infini, lorsque la jauge de mesure d'espace utilisée tend vers 0.

La dimension  $\Delta_H$  est définie par:

$$\Delta_H = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N_\eta}{\ln \left( \frac{1}{\eta} \right)} \quad (1.4.)$$

où  $N_\eta$  est le nombre minimal de boules de diamètre  $\eta$ , nécessaires au pavage de l'objet.

Elle est par ailleurs, telle que:

si  $d < \Delta_H$ , le contenu de l'objet est infini;

si  $d > \Delta_H$ , le contenu de l'objet est infini.

Cette dimension n'a pas d'application pratique dans l'étude des courbes qui relèvent des sciences telles que la physique, la biologie et l'ingénierie [Tricot, 1995].

Il est, par ailleurs, à noter que la dimension du Box Counting n'est pas toujours égale à la dimension de Hausdorff; et on a:

$$\Delta_H \leq \Delta_b \quad (1.5.)$$

#### 1.4.4. Dimension de Minkowski-Bouligand

La dimension de Minkowski-Bouligand  $\Delta_{MB}$  est le rapport logarithmique au rapport des rayons, du volume minimal  $N_{\eta,\gamma}$  de boules nécessaires au recouvrement d'un objet pouvant lui-même, être contenu dans une boule de rayon  $r$ ; soit:

$$\Delta_{MB} = \frac{\ln(N_{\eta,\gamma})}{\ln\left(\frac{r}{\eta}\right)} \quad (1.6.)$$

où  $r$  est le rayon de la boule extérieure, elle-même recouverte de boules de rayon  $\eta$  ( $\eta < r$ ).

Nous reviendrons, plus en détails, sur cette dimension, à travers sa modalité la plus fréquente, dans le chapitre 2.

#### 1.5. Mesures multi-fractales

La description de la structure géométrique non homogène d'un objet, peut nécessiter plusieurs dimensions fractales; on parle alors de multi- fractalité.

Ainsi, d'une structure fractale donnée, on peut extraire des sous-structures fractales de dimension fractale bien définie, en discriminant les ensembles de points présentant les mêmes propriétés d'autosimilarité [Botet R., dossier AF 4500].

Le fait que deux ensembles soient identiques par translation, ne préjuge nullement de l'homogénéité de leurs masses respectives. Par ailleurs, il est nécessaire, pour passer des ensembles fractals aux mesures multi-fractales, de bien spécifier la distribution de la mesure utilisée [Dubois J.& Chaline J.,2006], [Mandelbrot B., 1975].

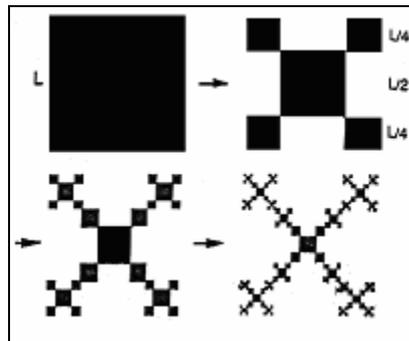


Fig.1.3. Exemple de multi-fractale

La structure de la figure 1.3. est complexe et appartient à la catégorie des multi-fractales.

## 1.6. Surfaces fractales

L'extension aux surfaces, du concept de dimension fractale, relève généralement de la modification de la forme d'une surface, par un processus physique d'actions locales.

Il existe trois catégories de surfaces fractales [Boutot A., 1993, Russ J.C., 1994]:

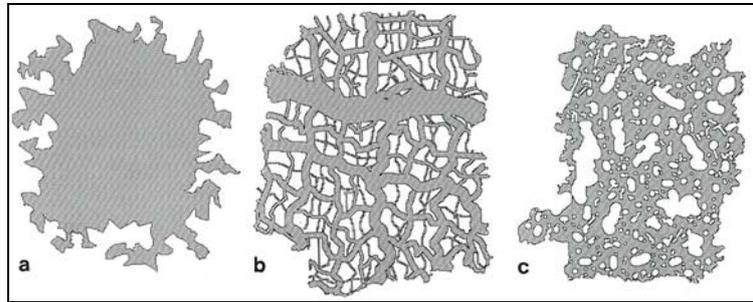


Fig.1.4. La classification en trois catégories, de surfaces fractales [Boutot A., 1993, Russ J.C., 1994] :

- (a) Les fractales de surface ou "contour fractal" de type réseau (par exemple les systèmes vasculaire et nerveux humains);
- (b) La fractale de masse (un réseau ou faisceaux de particules résultant d'un phénomène d'agglomération);
- (c) La fractale de porosité (un objet dense qui contient des pores)

a) *Les fractales de surface ou "contour fractal"* peuvent être de type réseau de fibres (par exemple le système vasculaire et nerveux humain), ou plutôt sous la forme d'un ensemble de différents types de fibres, comme le serait par exemple, l'ensemble de celles utilisées pour filtrer les matériaux absorbants. La perméabilité, la capacité d'absorption et d'autres propriétés de telles structures sont liées probablement à la structure fractale. Toutefois, cette classe d'objets n'a pas de surface (dans le sens commun de l'ingénierie) qui puisse être mesurée.

Par contre, les faisceaux de particules agglomérées par des processus de diffusion, engendrent le même type de réseau ramifié, et peuvent être décrits par la géométrie fractale.

(b). *Les fractales de masse* représentent, quant à elles, une structure dans laquelle différentes surfaces présentent une invariance au changement de l'échelle de représentation. Ces surfaces peuvent être *autosimilaires*, lorsqu'elles peuvent résulter, dans un grand nombre de cas, de l'addition ou de l'éloignement de matériaux), ou *autoaffines*, lorsqu'elles résultent de la suite de processus industriels.

La notion d'autosimilarité ou d'autosimilitude régissant certaines fractales est particulièrement importante. Elle signifie, comme d'ailleurs pour certaines courbes fractales, que toute partie de la surface, excepté sa taille, a la même forme que le tout; par contre, l'autoaffinité traduit, pour la surface étudiée, un agrandissement égal dans toutes les directions.

Du fait de sa lacunarité, une fractale de masse doit vérifier la relation :  $1 < \Delta < 3$ . Plus il est lacunaire, plus sa dimension fractale est petite, tout en restant supérieure à 1, parce que l'objet est continu.

Si la structure est discontinue, celle-ci pourra être assimilée à un ensemble de points de dimension fractale  $\Delta > 0$ .

(c). *La fractale de porosité* représente un objet dense contenant des pores, comme par exemple, les céramiques poreuses, les sols sédimentaires et les pierres qui contiennent des réserves souterraines de pétrole.

Ce sont les caractéristiques fractales de son réseau de pores qui déterminent sa perméabilité.

Il est à noter, que les mesures sur la surface, bien que parfaitement définie, d'une fractale de porosité, n'en dévoilent nullement l'aire totale, encore moins, l'importance de la typologie tridimensionnelle, ni les dimensions de la structure du pore.

## 1.7. La notion de courbe

Les notions de mesure et de dimension sont à la base de la formalisation mathématique des objets dits irréguliers, notamment, par l'introduction du concept de dimension fractale.

En 1872, alors que les mathématiciens pensaient que toutes les courbes continues étaient différentiables, le mathématicien Karl Weierstrass (1815 -1897) provoqua un profond bouleversement dans l'histoire des mathématiques, en exprimant une affirmation contraire.

Ce n'est que bien plus tard, près de soixante dix ans après, que le mathématicien français Benoît Mandelbrot, réussit à établir l'importance d'une telle pathologie mathématique, dans la compréhension de la géométrie de l'Univers [Mandelbrot B., 1975], [Mandelbrot B., 1982].

Intéressons nous aux deux modalités de définition d'une courbe: la définition mathématique et la définition au sens physique.

### 1.7.1. La définition d'une courbe (sens mathématique)

a) Définition algébrique :

Une courbe est un ensemble de points  $(x,y)$  du plan vérifiant une équation cartésienne de la forme :  $F(x,y)=0$ , où  $F$  est une fonction de  $x$  et de  $y$ ;

b) Définition géométrique :

Une courbe représente l'intersection de deux surfaces.

### 1.7.2. La définition d'une courbe (sens physique)

Une courbe, dans son acception physique, est l'image, dans le plan ou dans l'espace, d'un intervalle  $[a,b]$  de nombre réels  $t$ , par une application continue  $\gamma$ .

Le paramètre  $t$  représente la variable temps, lorsqu'il s'agit du mouvement d'un mobile sur une trajectoire.

L'exemple d'une telle courbe est illustré dans la figure 1.5.

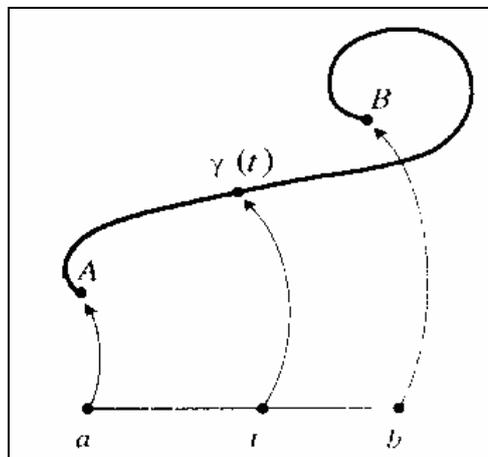


Figure 1.5. La courbe  $A\hat{\ }B$  [Tricot C., 1999]

La courbe  $A\hat{\ }B$  est paramétrée par le temps, au moyen d'une application  $\gamma$ , qui fait correspondre la position  $A$  au temps  $a$ , et la position  $\gamma(t)$ , au temps  $t$  [Tricot C., 1999].

### 1.7.3. Courbes fractales

Les deux premières caractéristiques d'une courbe fractale sont la continuité et la non rectifiabilité, c'est à dire l'impossibilité qu'elle a, d'être finement approximée par une ligne polygonale de longueur finie. Une autre caractéristique est son invariance à tout changement de son échelle de représentation.

Deux propriétés caractéristiques essentielles d'une courbe fractale, sont l'autosimilarité et l'autoaffinité.

L'autosimilarité statistique pour les matériaux réels, ou exacte pour les structures représentant des modèles mathématiques, traduit leur invariance sous une dilatation ou une contraction isotropique; l'autoaffinité traduisant plutôt une

invariance, sous une dilatation ou une contraction anisotropique. On peut illustrer l'autosimilarité exacte, par l'examen de cas suivants:

### a) Cas d'un segment de ligne

Bien qu'un segment de ligne ne possède d'invariance par translation, sa transformation par une  $\eta$ -similitude ( $\eta < 1$ ) représentant une réduction d'échelle, fournit une image qui lui est géométriquement semblable. On en déduit, au facteur d'échelle  $\eta$ , que la ligne est autosimilaire à elle-même, et que le segment de départ peut donc être totalement recouvert par  $N$  segments identiques, obtenus par la réduction d'échelle mise en oeuvre.

### b) Cas d'une surface plane rectangulaire et d'un volume

Dans le cas d'une surface plane rectangulaire ou d'un volume, le mode opératoire basé sur la même  $\eta$ -similitude, peut conduire à la mise en oeuvre d'une autosimilarité, par utilisation cette fois, de pavés ou de cubes, présentant des facteurs d'échelle correspondant.

### c) Cas d'un espace fractal de dimension d'autosimilarité $\Delta_a$

En effet, dans le cas d'un espace de dimension d'autosimilarité  $\Delta_a$ , le facteur d'échelle est lié au nombre  $N_\eta$  d'éléments du pavage, par la loi d'échelle suivante:

$$\eta(N) \sim \left( \frac{1}{N_\eta} \right)^{1/\Delta_a} \quad (1.7.)$$

On a trouvé trois définitions de la courbe fractale [Le Méhauté A., 1990, Tricot, 1999]:

- a) Courbe qui vérifie une loi d'échelle ;
- b) Courbe qui présente des singularités en tous les points;
- c) Courbe nulle part dérivable

Nous pouvons ainsi conclure que la fractale représente une courbe continue nulle part dérivable, ni différentiable.

#### 1.7.3.1. Dimension fractale d'une courbe

La dimension fractale d'une courbe est l'extension à des nombres non entiers, de la dimension classiquement utilisée en géométrie euclidienne.

C'est ainsi que pour une courbe irrégulière, la dimension fractale est un nombre fractionnaire, tendant vers 2; traduisant ainsi, intuitivement, une sorte d'évolution des courbes lisses, et faisant dire à certains auteurs, au risque d'une certaine confusion entre les géométries fractale et euclidienne, que la dimension fractale d'un objet, exprime la manière plus ou moins dense, dont celui-ci remplit l'espace.

Selon *Le Méhauté* [Le Méhauté A., 1990] , la dimension fractale peut-être considérée comme une valeur de coupure  $\gamma$ , dans l'ensemble des nombres réels, entre deux comportements limites relatifs à la "mesure" de la ligne polygonale d'approximation d'une courbe, lorsque la jauge de mesure tend vers 0.

### 1.8. L'influence du changement de l'échelle de représentation sur une structure fractale

Les travaux de Mandelbrot sur la mesure de la côte de la Bretagne, ont mis en évidence l'influence particulière de l'instrument de mesure utilisée, dans le sens où, il a été observé une augmentation de la longueur mesurée de la côte, avec le grossissement ou la finesse de l'image.

A l'échelle microscopique, en effet, cette longueur va jusqu'à tendre vers l'infini; alors qu'à l'échelle atomique, la question d'une telle méthode de mesure, reste très sérieusement posée.

Très probablement, que l'étape la plus importante dans l'histoire du changement de l'échelle de représentation, a été franchie, pour la première fois, par Griffith, en 1921, lorsqu'il a posé les bases de la Mécanique de la Rupture Linéaire Élastique.

Galileo Galilei a ensuite étudié l'effet de ce changement, en Résistance des Matériaux [Carpinteri A. et al., 2004].

D'une manière générale, l'invariance au changement d'échelle implique le fait que les objets conservent leur géométrie, à toute échelle d'observation.

Pour mieux illustrer l'influence du changement de l'échelle de représentation sur une structure fractale, envisageons le cas élémentaire d'une courbe rectifiable [Le Méhauté, 1984], tout en nous inspirant des notations du sous-paragraphe 1.7.3. Si l'on désigne par  $\lambda_\eta$ , la longueur de la ligne polygonale d'approximation de cette courbe à l'échelle  $\eta$ , on peut écrire:

$$\lim_{\eta \rightarrow 0}(\lambda_\eta) = \lim_{\eta \rightarrow 0}(N_\eta \cdot \eta) = L \quad (1.8.)$$

Pour une aire et un volume, le volume étant pris dans un espace de dimension  $d$ , on a, respectivement:

$$\lim_{\eta \rightarrow 0}(A_\eta) = \lim_{\eta \rightarrow 0}(N_\eta \cdot \eta^2) = S \quad (1.9.)$$

et,...

$$\lim_{\eta \rightarrow 0}(V_\eta) = \lim_{\eta \rightarrow 0}(N_\eta \cdot \eta^d) = V \quad (1.10)$$

Considérons à présent, un changement de l'échelle de représentation, en introduisant une nouvelle échelle  $\eta/\alpha$ .

On peut écrire, pour les longueurs approximatives de l'objet mesuré:

$$\begin{cases} \lambda_\eta \sim \eta^{1-\Delta} \\ \lambda_{\eta/b} \sim (\eta/b)^{1-\Delta} = (1/b)^{1-\Delta} \cdot \eta^{1-\Delta} \end{cases} \quad (1.11.)$$

et par suite,

$$\frac{\lambda_\eta}{\lambda_{\eta/b}} \sim (b)^{1-\Delta} \quad (1.12.)$$

De la même manière, l'on obtient, pour les surfaces:

$$\begin{cases} A_\eta \sim \eta^{2-\Delta} \\ A_{\eta/b} \sim (\eta/b)^{2-\Delta} = (1/b)^{2-\Delta} \cdot \eta^{2-\Delta} \end{cases} \quad (1.13.)$$

et par suite,

$$\frac{A_\eta}{A_{\eta/b}} \sim (b)^{2-\Delta} \quad (1.14.)$$

En généralisant ce raisonnement aux volumes considérés dans un espace de dimension  $d$ , on peut écrire:

$$\frac{V_\eta}{V_{\eta/b}} = (b)^{d-\Delta} \quad (1.15.)$$

La surface apparaît ainsi comme un épaississement de la ligne polygonale, et le même mode de raisonnement peut, alors, très facilement se généraliser.

Remarques :

Les lois d'échelle peuvent donc admettre une puissance dérivant, soit de  $\Delta$ , soit de  $d-\Delta$ , avec  $d = 2$  et  $d = 3$ , respectivement en dimension 2 et 3.

Une telle différence s'explique, notamment, par le support de l'interface fractale.

## 1.9. Conclusions du chapitre 1

Ce chapitre propose une modalité originale d'approche des objets fractals, tant du point de vue mathématique, que du point de vue physique.

Dans ce chapitre est présentée, une mise à jour des études bibliographiques, concernant les notions de base de l'analyse fractale: le concept de fractal, les mesures multifractales, les surfaces fractales, la notion de courbe (dans le sens mathématique et au sens physique), les courbes fractales.

Différentes modalités de définition de la dimension fractale (dimension topologique, dimension d'autosimilarité, dimension de Hausdorff, dimension de

Minkowski-Bouligand, dimension de boîtes), ont été passées en revue, en raison de l'inexistence, de nos jours, d'un point de vue qui soit unanimement accepté. Nous avons, notamment, présenté les courbes fractales comme étant des courbes continues, nulle part différentiables.

La dépendance de la dimension fractale, à la fois, de l'échelle de représentation et des méthodes de mesure, a bien été mise en évidence.

Le calcul de la dimension fractale s'appliquant aux courbes, nous avons élucidé les propriétés générales des courbes fractales (continuité, non rectifiabilité et invariance au changement de l'échelle de représentation), ainsi que des propriétés plus spéciales, comme l'autosimilarité et l'autoaffinité.

Certaines dimensions fractales, comme la dimension de Hausdorff et la dimension d'autosimilarité, sont moins fréquemment utilisées.

La difficulté d'une traduction numérique ou expérimentale de la dimension de Hausdorff, a également, été mise en oeuvre. Cette dimension peut, néanmoins, être appliquée aux courbes pures, d'un point de vue mathématique.

Il est apparu, que la dimension d'autosimilarité, n'est utilisable que pour des objets fractals présentant une similitude interne, que la dimension du Box Counting et la dimension de Minkowski-Bouligand donnent des valeurs semblables.

La dimension topologique  $\Delta t$  représente, quant à elle, la dimension de référence à laquelle, la dimension fractale  $\Delta$  est comparée; il est ainsi établi, que la dimension fractale est toujours strictement supérieure à la dimension topologique.

Une estimation optimale de la dimension fractale, dans le cas des surfaces de rupture, est notamment influencée par les propriétés du matériau et par l'amplitude de l'échelle de représentation. La dimension fractale mesure, en effet, le degré de fragmentation ou de non régularité, aux différentes échelles de représentation.

La notion de longueur n'ayant aucun sens pour une courbe fractale, c'est davantage la notion de dimension fractale qui devient, pour ce type de courbe, la caractéristique véritablement pertinente.

## 2. ETUDE COMPARATIVE DES MÉTHODES DE CALCUL DE LA DIMENSION FRACTALE APPLICABLES AUX SURFACES DE RUPTURE

Les méthodes de calcul de la dimension fractale  $\Delta$  sont nombreuses et ont été largement discutées dans la littérature [Charkaluk E. et al, 1998], [Cherepanov G.P. et al, 1995], [Katowski P., 2006], [Tricot C. et al, 1988], [Tricot C. et al, 2001].

Trois caractéristiques conditionnent la fiabilité de telles méthodes. Pour qu'en effet, une méthode de calcul de la dimension fractale soit fiable, elle doit être: robuste (peu sensible aux erreurs de mesures), convergente (apporte en moyenne les mêmes résultats sous l'invariance des conditions expérimentales), et de faible dispersion (elle permet la construction des estimateurs à faible dispersion) [Bigerelle M., 1999].

Pour déterminer la dimension fractale d'un objet plongé dans un espace euclidien de dimension  $d$ , on en définit intuitivement un recouvrement par  $N(l)$   $d$ -boules de taille linéaire  $l$ , puis l'on déduit la dimension fractale  $\Delta$ , pour  $l$  tendant vers 0, via l'interpolation linéaire, à partir de la relation de proportionnalité suivante [Le Méhauté A., 1990]:

$$N(l) \sim l^{-\Delta} \quad (2.1.)$$

où  $\Delta_t < \Delta < d$ , avec  $\Delta_t$  la dimension topologique de l'objet.

Une fois trouvée, la dimension  $\Delta$  permettra de dire si l'objet considéré, possède ou non une structure fractale : en effet, pour  $\Delta$  très proche de 1 ou de 2, l'objet analysé sera considéré comme étant de structure euclidienne; par contre, pour  $1 < \Delta < 2$ , tout en étant très éloigné de ces deux valeurs, la structure sera dite fractale, et la droite de régression introduite par la relation de proportionnalité (2,1), pourra alors se déterminer avec une erreur acceptable.

La dimension fractale est une dimension attachée à une structure analysée. Elle est une caractéristique pouvant aider à la différenciation entre deux formes, deux objets ou deux profils apparemment semblables.

### 2.1. La méthode de l'arpenteur (Technique de Richardson ou Méthode du compas)

La côte bretonne dont Richardson fut, en 1950, le premier à vouloir mesurer la longueur dans les moindres détails, a été la première expérience ayant, par la suite, conduit à la définition de la dimension fractale.

La méthode utilisée consistait, intuitivement, à arpenter la côte, en reportant périodiquement la jauge de mesure d'espace  $\eta$ , représentée par la longueur constante du pas posé au sol.

Les irrégularités de la côte n'étant véritablement perceptibles qu'à des échelles microscopiques de mesure, Richardson en vint à la conclusion que la valeur de la longueur ainsi mesurée est d'autant plus grande que la jauge est petite; et qu'en particulier, la longueur  $L(\eta)$  de la côte bretonne tend vers l'infini, pour des valeurs  $\eta$  de la jauge tendant vers zéro.

Plus généralement, Richardson permit ainsi de mettre en évidence, pour un objet fractal mesuré, une relation entre la longueur de la jauge, d'une part, et le nombre de ses reports d'autre part. La taille d'un objet dépend, par conséquent, de l'unité de mesure ou de la jauge utilisée: c'est la loi d'échelle.

### 2.1.1. Longueur d'une courbe rectifiable

Soit  $f : [a, b] \rightarrow R^2$

$t \rightarrow f(t) = (x(t), y(t))$ , l'expression analytique d'une courbe  $C$ .

Une ligne polygonale  $P$  inscrite sur cette courbe est donnée par ses sommets  $M_j = f(t_j) = (x(t_j), y(t_j))$ , où :  $t_0 = a < t_1 < t_2 < \dots < t_n = b$ , et admet pour longueur le réel  $\lambda(P)$  défini par:

$$\lambda(P) = \sum_{j=0}^{n-1} M_j M_{j+1} \quad (2.2.)$$

La courbe  $C$  est dite rectifiable, s'il existe un réel  $\lambda$  indépendant des  $t_j$ , tel que:

$$L = \text{Sup}_{\sigma[a,b]} |\lambda(p)| \leq \lambda \quad (2.3.)$$

où  $\sigma[a,b]$  représente l'ensembles des subdivisions de l'intervalle  $[a,b]$ .  $L$  est la longueur estimée de la courbe  $C$ .

### 2.1.2. Caractérisation de la rectifiabilité

a) Avec une jauge de mesure d'espace  $\eta$  constante, si l'on pose:

$$\begin{aligned} t_{j+1} - t_j = \delta(t), \delta(t) = \text{const} \\ \text{ante, } \forall j = 0, 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (2.4.)$$

où  $\delta(t)$  représente la jauge de temps. La longueur  $\lambda(P)$  de la courbe  $C$ , ne dépendrait finalement, plus que du nombre  $q$ , de pas nécessaires à sa mesure, soit:

$$\lambda(P) = \lambda(q) \quad (2.5.)$$

En considérant, pour des raisons de commodités, une durée de mesure unitaire; on obtiendrait ainsi, pour le temps  $t = 1$ , nécessaire à la mesure de la longueur  $\lambda(q)$ ,

$$1 = q\delta(t) \quad (2.6.)$$

puisqu'on a désormais:

$$t_0 = 0; t_j = \delta(t) = \frac{1}{q}, \forall j = 1, \dots, n-1; t_n = 1 \quad (2.7.)$$

Si l'on faisait, cette fois, varier le nombre  $q$  de pas de mesure, en posant [Le Méhauté, ]:

$$q = p\alpha, \forall \alpha \in \mathbb{R}_+^* \quad (2.8.)$$

où  $p$  est une fréquence généralisée; on pourrait ainsi écrire:

$$\begin{aligned} \lambda(q) = \lambda(p) = N(p)\eta(p), \text{ avec} \\ N(p) \sim p \end{aligned} \quad (2.9.)$$

$N(p)$  représentant le nombre de reports de la jauge  $\eta(p)$  d'espace, nécessaire à la mesure de la longueur  $\lambda(q)$  d'une ligne polygonale inscrite sur la courbe  $C$ .

b) On dira alors que la courbe  $C$  est rectifiable, pour exprimer que:

$$\lim_{\eta(p) \rightarrow 0} \lambda(p) \equiv \lim_{p \rightarrow +\infty} \lambda(p) \equiv \lim_{\substack{\delta(t) \rightarrow 0 \\ t \text{ fixé}}} \lambda(p) = L < +\infty, L \in \mathbb{R} \quad (2.10.)$$

La représentation graphique de la longueur  $\lambda(p)$ , dans un système cartésien de coordonnées  $x$  et  $y$ , et en fonction de la fréquence généralisée  $p$ , fait ainsi apparaître, s'agissant d'une courbe rectifiable, une asymptote horizontale d'équation  $y = L$ .

### 2.1.3. Introduction intuitive des courbes fractales

Intuitivement, s'appuyant sur la remarque b) précédente, et à contrario, on dirait de la courbe  $C$  qu'elle est fractale, pour exprimer que:

$$\lim_{\eta(p) \rightarrow 0} \lambda(p) \equiv \lim_{p \rightarrow +\infty} \lambda(p) \equiv \lim_{\substack{\delta(t) \rightarrow 0 \\ t \text{ fixé}}} \lambda(p) = +\infty \quad (2.11.)$$

pour toute ligne polygonale de longueur  $\lambda(p)$ , inscrite sur  $C$ ; soit :

$$\lim_{Ln(\eta(p)) \rightarrow -\infty} Ln(\lambda(p)) = +\infty \quad (2.12.)$$

Cette relation est notamment vérifiée par tout graphe  $(Ln(\eta(p)), Ln(\lambda(p)))$  admettant une expression analytique de la forme:

$$Ln(\lambda(p)) = (1 - \Delta)Ln(\eta(p)) + \gamma; \quad (\Delta, \gamma) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R} \quad (2.13.)$$

D'où:

$$\lambda(p) \sim [\eta(p)]^{(1-\Delta)} \quad (2.14.)$$

Ceci permettant par la suite, de vérifier la célèbre formule introduite par Mandelbrot, en 1975 [Mandelbrot, 1975]:

$$N(p)[\eta(p)]^\Delta = L_0^\Delta \quad (2.15)$$

$L_0^\Delta$  étant une longueur caractéristique.

Remarques:

- Pour  $\Delta=1$ ,  $L_0$  apparaît comme étant la longueur d'une ligne polygonale dont les  $N(p)$  segments constitutifs, sont de longueur uniforme  $\eta(p)$ ;
- Pour  $\Delta=2$ ,  $L_0^2 \cdot L_0^2$  apparaît comme étant la surface d'un objet subdivisé en  $N(p)$  carrés de côté  $\eta(p)$ ;
- Toute valeur entière de  $\Delta$  correspond donc ici, à la dimension, prise dans son sens mathématique traditionnel.

Par ailleurs, sous l'hypothèse  $L_0=1$ , le réel  $\Delta$  peut s'écrire sous la forme:

$$\Delta = \frac{Ln(N(p))}{Ln\left(\frac{1}{\eta(p)}\right)} \quad (2.16)$$

C'est ainsi qu'un objet subdivisé en  $N(p) = 4$  éléments de même longueur  $\eta(p) = \frac{1}{3}$ , admettrait comme valeur correspondante de  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{Ln4}{Ln3} = 1.262 \quad (2.17)$$

Il s'agit de la courbe de Von Koch, représentée ci-dessous:

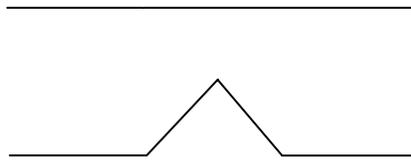


Fig. 2.1 a. Générateur de la décomposition fractale autosimilaire

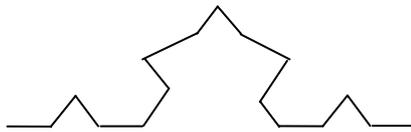


Fig. 2.1 b. Illustration de la méthode de Richardson pour  $\eta = 1/3$  et  $N=4$

Lorsque la valeur de  $\Delta$  est non entière, elle traduit le degré d'irrégularité de l'objet considéré, et correspond par conséquent à sa dimension fractale.

#### 2.1.4. Application de la technique de Richardson dans le cas des profils de rupture

S'inspirant de la relation de Richardson développée ci-dessus, quelques auteurs [Dlouhý I. & Strnadel B., 2008], [Underwood E.E. & Banerji K, 1992], ont pu relier la rugosité  $R_L$  d'un profil de rupture, à la longueur de la jauge d'espace ayant permis d'en mesurer la longueur approchée par approximation polygonale :

$$R_L = R_0 \cdot \eta^{(1-\Delta)} \quad (2.18.)$$

où  $\eta$  est la longueur de la jauge,  $R_0$  une constante, et  $\Delta$  la dimension fractal;  $R_L$  représentant la rugosité du profil, définie comme le rapport de la longueur  $L$  de la ligne polygonale approximant le profil, à sa projection  $L_0$  sur l'axe des abscisses du repère Oxy, soit :

$$R_L = L / L_0 \quad (2.19.)$$

La détermination de la dimension fractale du profil, à partir de l'équation (2.18.), requiert une analyse par séparation de cas:

**1er cas.**  $R_0$  est supposé inconnu :

Prenant le logarithme membre à membre de l'équation (2.18.), il vient :

$$\log R_L = \log R_0 + (1 - \Delta) \log \eta \quad (2.20.)$$

$$\Delta = 1 - \frac{d(\log R_L)}{d(\log \eta)} \quad (2.21)$$

**2ème cas.**  $R_0$  est supposé connu :

De l'équation (2.20), la dimension fractale  $\Delta$  est déterminée par régression linéaire de  $\log R_L$  sur  $\log \eta$ , à partir de différentes mesures de la jauge d'espace  $\eta$ .

La longueur de cette jauge a été bien évidemment obtenue par segmentation du profil de la surface de rupture, et également à partir des dimensions morphologiques caractéristiques de la microstructure associée.

Des analyses fractographiques issues de la littérature [Dlouhý I. & Strnadel B., 2008], il découle que la longueur de la jauge d'espace est généralement choisie entre  $8,6 \mu\text{m}$  et  $34,3 \mu\text{m}$ , et en particulier, entre  $3,4 \mu\text{m}$  et  $13,6 \mu\text{m}$ , dans les régions à rupture ductile.

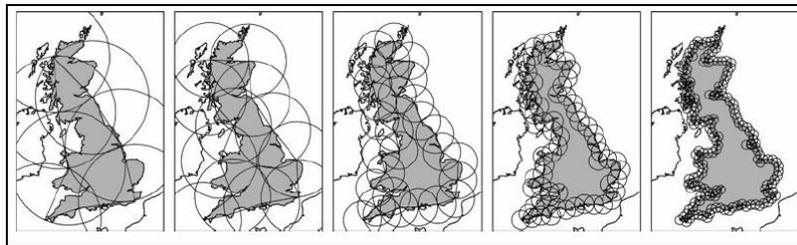


Fig. 2.2. Application de la méthode du compas pour les lignes de côte

### 2.1.5. Les limites de la méthode de l'arpenteur

Le profil d'une surface de rupture étant fortement irrégulière, son approximation, pas à pas, par interpolation linéaire, conduit nécessairement à des erreurs ayant un effet certain sur la détermination de la dimension fractale.

Un inconvénient d'utilisation de la méthode apparaît également, lorsqu'on est obligé de changer le pas de la jauge pour mesurer la longueur de la dernière portion de la courbe, alors que le calcul de la dimension fractale par la méthode de l'arpenteur nécessite la constance de la jauge. Cette difficulté peut cependant, être contournée, en choisissant des jauges de mesure très petites par rapport à la longueur de la ligne polygonale d'approximation.

Par ailleurs, cette méthode est complètement inadaptée aux courbes ne présentant aucune structure de similitude interne, comme l'atteste l'exemple issu des travaux de Tricot [Tricot C., 1999, page 239, paragraphe 16.1].

## 2.2. La méthode de Minkowski- Bouligand

Cette méthode vient pallier les insuffisances de la méthode de l'arpenteur, notamment pour le calcul de la dimension fractale des structures autoaffines, ou plus généralement anisotropes.

Cette fois, l'approximation du profil n'est plus réalisée par une ligne polygonale, mais plutôt obtenue par un recouvrement de celui-ci par des boules de même diamètre  $r$ , inférieur à un seuil  $\eta$  donné. L'empilement de boules ainsi obtenu, constitue ce que l'on appelle *la saucisse* de Minkowski (voir figure 2.3.). Notons que dans le cas particulier d'une courbe  $\Gamma$  du plan, un tel recouvrement se fait par des disques de diamètre  $\eta$ , centrés en des points de  $\Gamma$ .

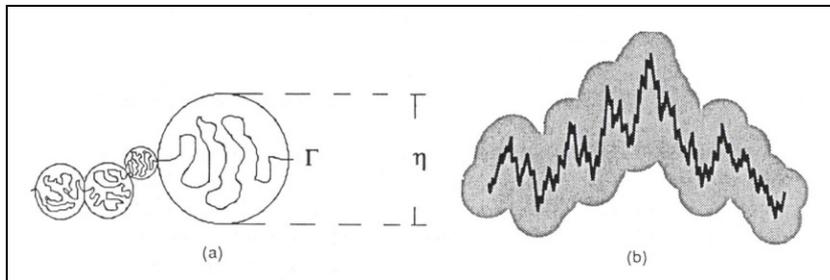


Fig. 2.3. La saucisse de Minkowski

L'introduction de cette méthode nécessite cependant un bref rappel de la dimension dite de Hausdorff.

### 2.2.1. La dimension de Hausdorff

On considère ici, un recouvrement minimal d'une courbe  $\Gamma$  par des disques de diamètre  $r_j < \eta$ , et de surface totale:

$$\mu_\eta(\Gamma) = \inf \left\{ \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{\pi r_j^2}{4}, r_j < \eta \right\} \quad (2.22)$$

Pour des disques devenant infiniment petits, la mesure  $\mu(\Gamma)$  de recouvrement ainsi obtenue, est dite *mesure de Lebesgue*, et est analytiquement définie par:

$$\mu(\Gamma) = \lim_{\eta \rightarrow 0} \mu_\eta(\Gamma) \quad (2.23)$$

Cependant, dans le cas d'une courbe fractale, la mesure  $H_{\alpha,\eta}$  adaptée est celle de Hausdorff; elle-même obtenue à partir de la mesure de *Lebesgue*, en substituant  $\pi_j^\alpha$  à  $\frac{\pi_j^2}{4}$  [Le Méhauté A., 1990], soit:

$$H_{\alpha,\eta}(\Gamma) = \inf \left\{ \sum_{j=1}^{+\infty} \pi_j^\alpha, r_j < \eta \right\} \quad (2.24)$$

où  $\alpha$  est un paramètre positif d'ajustement de la mesure, représentant plus largement, la dimension de l'espace dans lequel la mesure est effectuée; avec:

$$H_\alpha(\Gamma) = \lim_{\eta \rightarrow 0} H_{\alpha,\eta}(\Gamma) \quad (2.25.)$$

### 2.2.2. La dimension de Minkowski-Bouligand

Les boules sont désormais de diamètres identiques, et soit  $N_\eta(\Gamma)$  leur nombre minimum, on a [Le Méhauté A., 1990]:

$$H_{\alpha,\eta}(\Gamma) \leq \eta^\alpha N_\eta(\Gamma) \quad (2.26.)$$

Ainsi, pour toutes les valeurs de  $\alpha$  tels que:

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} H_{\alpha,\eta}(\Gamma) = +\infty \quad (2.27.)$$

on a également :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \eta^\alpha N_\eta(\Gamma) = +\infty \quad (2.28.)$$

soit :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \ln\left(\frac{1}{\eta}\right) \times \lim_{\eta \rightarrow 0} \left[ \frac{\ln(N_\eta(\Gamma))}{\ln\left(\frac{1}{\eta}\right)} - \alpha \right] = +\infty \quad (2.29.)$$

Mais comme  $\lim_{\eta \rightarrow 0} \ln\left(\frac{1}{\eta}\right) = +\infty$ , le réel :

$$\Delta_{MB}(\Gamma) = \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\ln(N_\eta(\Gamma))}{\ln\left(\frac{1}{\eta}\right)} \quad (2.30.)$$

vérifiant nécessairement  $\Delta_{MB}(\Gamma) \geq \alpha$ , est dit: dimension de Minkowski-Bouligand.

Remarque:

L'expression mathématique de la dimension de Minkowski-Bouligand est, paradoxalement, analogue à celle correspondant à la dimension obtenue selon la méthode de l'arpenteur (paragraphe 2.1.3), dont elle est censée pallier les insuffisances.

En réalité, dans le cas particulier où la courbe  $\Gamma$  est plongée dans un espace de dimension 2, le recouvrement qui est réalisé par des disques  $B_\eta$  de même diamètre  $\eta$ , constitue une surface  $A_2(\eta)$ , vérifiant la relation:

$$\frac{A_2(\eta)}{\eta^2} \sim N(\eta) \quad (2.31.)$$

Aussi, peut-on écrire:

$$\Delta_{MB}(\Gamma) = \lim_{\eta \rightarrow 0} \left[ 2 - \frac{\ln(A_2(\eta))}{\ln(\eta)} \right] \quad (2.32.)$$

Tout se passe intuitivement, comme si la saucisse de Minkowski- Bouligand avait été obtenue par la méthode de l'arpenteur, en ayant tout simplement épaissi, avec pour épaisseur  $\eta$ , une ligne polygonale d'approximation.

Plus généralement, lorsque l'objet étudié est plongé dans un espace de dimension  $d$  quelconque, la dimension de Minkowski-Bouligand peut alors se mettre sous la forme :

$$\Delta_{MB} = \lim_{\eta \rightarrow 0} \left[ d - \frac{\ln(A_d(\eta))}{\ln(\eta)} \right] \quad (2.33.)$$

où  $A_d(\eta)$  désigne le volume  $d$ -dimensionnel de la saucisse correspondante.

Dans le cas particulier où l'espace de référence est de dimension 2, la dimension de Minkowski- Bouligand peut donc, par analogie avec la dimension de l'arpenteur, être estimée par régression linéaire de  $\ln(A_2(\eta))$  en fonction de  $\ln(\eta)$ ; la pente étant donnée par  $(2 - \Delta_{MB})$ .

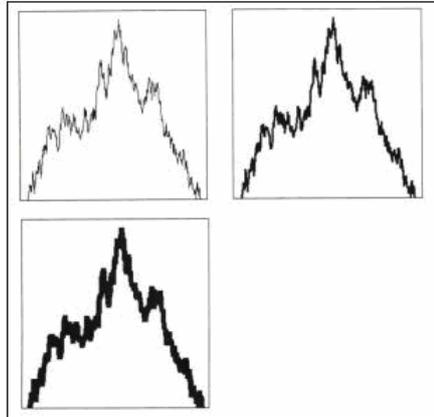


Fig.2.4. L'ensemble de Minkowski pour un profil de rupture [Russ J.C., 1994]

La dilatation d'un profil auto-affine exécutée dans la direction horizontale produit une "saucisse de Minkowski" [Russ J.C., 1994].

### 2.2.3. Les limites de la méthode de Minkowski- Bouligand

Bien qu'attrayante d'une certaine manière, et facile à mettre en œuvre, la méthode de Minkowski-Bouligand ne se prête pas naturellement à la régression linéaire; les points du diagramme  $\left( \ln\left(\frac{1}{\eta}\right), \ln(N_{\eta}(\Gamma)) \right)$  pouvant présenter de fortes irrégularités locales, entraînant alors, une certaine imprécision de la méthode.

## 2.3. Méthode du comptage de boîtes (angl. Box Counting). Généralités

L'analyse d'image est loin de fournir la méthode la plus aisée et la plus fiable lorsqu'il nous importe d'examiner le caractère fractal d'un objet. A la condition de connaître l'ensemble qui va en déterminer la réponse, il peut être beaucoup plus pertinent de réaliser une interaction physique avec celui-ci et d'en tirer les dimensions fractales. D'une certaine manière l'ensemble de Minkowski est trop épais pour permettre de bons ajustements.

La méthode la plus connue pour déterminer alors les valeurs de  $\Delta_{MB}$  est la méthode des boîtes.

La méthode peut être appliquée dans des structures manquant la propriété d'autosimilarité stricte. Cette méthode peut être aussi utilisée pour une analyse multi fractale.

Une modalité pour améliorer l'algorithme Box Counting est l'utilisation d'un programme informatique.

L'objet dont on cherche à calculer la dimension fractale est recouvert par un  $\delta$  pavage où  $\delta$  représente le diamètre des pavés.

Il s'agit de construire une suite  $\delta_n$  décroissante ayant pour objet de recouvrir  $\Gamma$  par un réseau de mailles carrées de côté  $\delta_n$ .

La valeur de la dimension fractale est obtenue par décompte du nombre  $N_\delta$  de carrés rencontrant un point de  $\Gamma$ . La dimension est alors:

$$\Delta_{MB} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N_\delta}{\ln(1/\delta_n)} \quad (2.34.)$$

Pour chaque valeur de  $\delta$ , soit  $N_\delta$  le nombre de pavés du  $\delta$ -pavage interceptés par l'objet. En considérant que  $N_\delta$  suit une loi de puissance du type  $\left(\frac{1}{\delta}\right)^\Delta$ , ce que nous noterons  $N_\delta \propto \left(\frac{1}{\delta}\right)^\Delta$ . Pour obtenir une approximation de la dimension de boîte  $\Delta_b$  on effectue une régression linéaire sur le diagramme  $(\log \frac{1}{\delta}, \log N_\delta)$ . La pente de cette droite fournit un estimateur  $\Delta_b$  de la dimension fractale  $\Delta$ .

### 2.3.1. Limites de la méthode du comptage de boîtes

Cette méthode, classiquement utilisée en une ou deux dimensions engendre des difficultés lors de son application en trois dimensions. L'objet à analyser par la méthode Box Counting doit être digitalisé ou généré de façon à être utilisable. Les objets en trois dimensions sont en général un ensemble de formes paramétriques qui sont triangulaires.

Pour obtenir l'estimateur de la dimension de boîte  $\Delta_b$ , il suffit de récupérer pour chaque échelle  $\delta$ , le nombre  $N_\delta$  de voxels de notre structure de grilles multi échelle interceptés par l'objet.  $\Delta_b$  est la pente de la régression linéaire sur le diagramme  $(\log \frac{1}{\delta}, \log N_\delta)$ .

Observation: le voxel (élément de volume) représente un élément de l'espace 3D. Cet espace tridimensionnel est ainsi découpé en cubes élémentaires, et chaque objet est décrit par les cubes qui le composent.

## 2.4. La méthode des oscillations. Généralités

Nous avons vu dans les méthodes précédentes de détermination de la dimension de Minkowski-Bouligand  $\Delta_{MB}$  que la couverture d'un ensemble  $\Gamma$  pouvait être effectuée de façon homogène par la réunion des "boules" de diamètre  $\eta_n$ .

Il pourrait en être de même en remplaçant les cercles et les carrés par des figures géométriques plus diverses, mais dont la dimension caractéristique (le diamètre) serait toujours de l'ordre de  $\eta_n$ .

Il est facile de comprendre qu'une mesure de type Minkowski-Bouligand est inadaptée à de tels ensembles puisqu'ils présentent des propriétés d'échelle distinctes selon les deux axes du graphe.

Il convient donc dans ce cas de trouver des méthodes plus adaptées, comme par exemple la méthode des oscillations, proposée par Tricot [Tricot. C.,

1999], [Tricot. C., 2001], [Tricot. C., 2003].

La méthode des oscillations est une méthode assez fiable tant du point analytique qu'expérimental. Elle est particulièrement adaptée au calcul numérique car il n'y a plus d'erreur de discrétisation sur  $y$ .

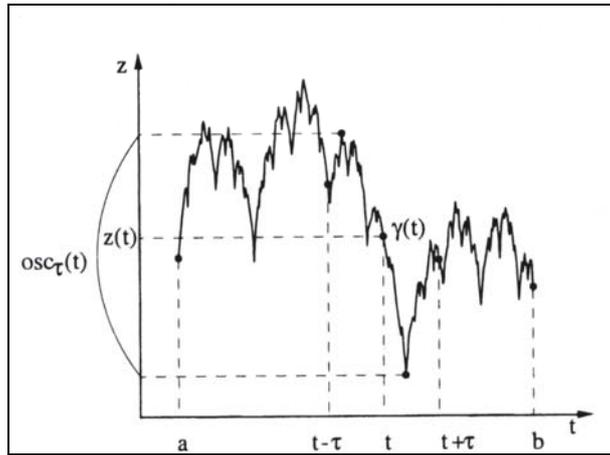


Fig.2.5. L'oscillation  $\tau$  de la fonction  $z$  dans  $t$  [Le Méhauté A., 1990]

La courbe  $\Gamma$  est le graphe d'une fonction continue  $z(t)$ . La paramétrisation  $\gamma$  est la fonction qui, à tout  $t$ , fait correspondre le point  $(t, z(t))$  du plan. L'arc local  $\gamma(t-\tau) \cap \gamma(t+\tau)$  a pour projection sur  $Ot$  l'intervalle  $[t-\tau, t+\tau]$ , et pour projection sur  $Oz$  l'intervalle  $\left[ \inf_{|t-t'| \leq \tau} z(t'), \sup_{|t-t'| \leq \tau} z(t') \right]$ .

Pour ce type particulier de courbe paramétrée, la partie  $\gamma(t-\tau) \cap \gamma(t+\tau)$  correspond aux abscisses prises dans l'intervalle  $[t-\tau, t+\tau]$ .

Lorsque l'abscisse  $t$  représente le temps, la courbe  $\Gamma$  est une trajectoire. On définit l'oscillation  $\tau$  de la fonction  $z$  en  $t$  :

$$OSC_{\tau}(f, x) = \left| \max_{|x-t| < \tau} (f(t)) - \min_{|x-t| < \tau} (f(t)) \right| \quad (2.35.)$$

On introduit la notion de "variation d'une fonction". La fonction de  $z(t)$  sur  $[a, b]$  est l'intégrale des oscillations. On la note  $Var_{\tau}(z)$ , ou  $Var_{\tau}$ .

Ainsi :

$$Var_{\tau} = (b-a) \overline{osc_{\tau}} = \int_a^b osc_{\tau}(t) dt \quad (2.36.)$$

$$VAR_{\tau}(f, a, b) = \frac{1}{(b-a)} \int_a^b osc_{\tau}(f, x) dx \quad (2.37.)$$

La dimension fractale associée au graphe de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[a, b]$ :

$$\Delta(f, a, b) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( 2 \cdot \frac{\log VAR_{\tau}(f, a, b)}{\log \tau} \right) \quad (2.38.)$$

L'un des avantages de la méthode des oscillations est de substituer aux mesures géométriques l'intégrale d'une fonction à valeurs réelles, rendant l'estimation numérique plus précise.

La méthode peut être appliquée pour des graphes auto-affines. Par diverses simulations, [Bigerelle M. et al., 2007], [Charkaluk E. et al., 1998], [Dubuc B. et al., 1989], [Tricot C. et al., 1988], [Tricot C., 1999], [Tricot C., 2001], [Tricot C., 2003] ont montré que la méthode des oscillations est la mieux adaptée pour le calcul de la dimension fractale de graphes issues de fonctions du type  $y=f(x)$ .

#### 2.4.1. L'application de la méthode des oscillations dans le cas des surfaces de rupture

L'oscillation est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de  $z$  dans l'espace carré de centre  $(x, y)$  de côté  $2\tau$ . Il s'agit en fait du  $Rt$  local de rugosité [Bigerelle M. et al., 2007].

La  $\tau$ -oscillation de la fonction bidimensionnelle  $f$  en  $x, y$  pour une surface est définie par :

$$f : [a, b] \times [c, d] \rightarrow R \quad (2.39.)$$

$$OSC_{\tau}(f, x, y) = \left| \max_{\substack{|x-t| < \tau \\ |y-t| < \tau}} (f(t)) - \min_{\substack{|x-t| < \tau \\ |y-t| < \tau}} (f(t)) \right| \quad (2.40.)$$

Et en prenant la moyenne des oscillations  $OSC_{\tau}(f, x, y)$  définie sur la surface  $[a, b] \times [c, d]$  on obtient :

$$VAR_{\tau}(f, a, b, c, d) = \frac{1}{(b-a)} \frac{1}{(d-c)} \int_a^b \int_c^d OSC_{\tau}(f, x, y) dx dy \quad (2.41.)$$

Alors, la dimension fractale de la surface s'écrit :

$$\Delta(f, a, b, c, d) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( 3 - \frac{\log \text{VAR} \tau(f, a, b, c, d)}{\log \tau} \right) \quad (2.42.)$$

Observation : la technique de mesure pour cette méthode est pratiquement indépendante d'un changement de l'amplification.

La dimension fractale estimée par la méthode des oscillations est généralement plus grande que celle évaluée par la méthode Box Counting [Tanaka M. et al., 2004].

#### 2.4.2. Les limites de la méthode des oscillations

Le problème majeur de la méthode est la sensibilité aux valeurs extrêmes.

### 2.5. Méthode de fonction de structure

La fonction de structure  $S_2$  est un outil bien connu pour l'analyse de l'irrégularité.

Soit  $a < b$  deux réels donnés,  $f$  de classe  $C^0$  tel que :

$$\begin{aligned} f : [a - \tau, b + \tau] &\rightarrow R \\ x &\rightarrow f(x) \end{aligned} \quad (2.43.)$$

Nous pouvons définir la fonction de structure  $S_2(f, \tau, a, b)$  de la manière suivante :

$$S_2(f, \tau, a, b) = \int_a^b [f(t + \tau) - f(t - \tau)]^2 dt \quad (2.44.)$$

Une modification de cette fonction qui donne des résultats plus efficaces en vue d'estimation de la dimension fractale a été proposée par le mathématicien français Claude Tricot [Tricot C., 1993] :

$$S_2(f, \tau, a, b) = \int_a^b \left[ \frac{1}{\tau} \int_{t'=0}^{t'=\tau} [f(t+t') - f(t-t')]^2 dt' \right]^{\frac{1}{2}} dt \quad (2.45.)$$

La dimension fractale dans le cas des profils de rupture est calculée avec la relation:

$$\Delta(f, a, b) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( 2 - \frac{\log S_2(f, \tau, a, b)}{\log \tau} \right) \quad (2.46.)$$

## 2.6. La méthode de l'analyse spectrale

L'analyse spectrale est un ensemble de méthodes de description de la variabilité statistique d'une série de données dans le champ fréquentiel, par le biais d'ondes sinusoïdales ou harmoniques. Elle permet, sur la base du théorème de Fourier, et pour des ondes, au demeurant, non périodiques et non sinusoïdales, une décomposition en une somme de fonctions sinusoïdales de fréquence et d'amplitude connues.

Toutefois, une analyse spectrale peut être synthétisée sous la forme d'une densité spectrale de puissance (*DSP*), définie, à partir de l'identité de Parseval, par :

$$\frac{1}{\lambda |H(f)|^2} \quad (2.47.)$$

où  $\lambda$  représente la longueur d'onde du signal étudié, et  $H(f)$  sa Transformée de Fourier.

Par ailleurs, l'ajustement d'un modèle linéaire au spectre de puissance, dans un repère log-log, est une des méthodes les plus couramment utilisées, pour la détermination de la dimension fractale. Quelques petites difficultés relèvent cependant, de l'estimation du spectre de puissance, en raison de la forme discrétisée des données. Toutefois, une alternative mieux adaptée à la détermination de la dimension fractale peut être fournie par la méthode du maximum d'entropie (M.E.M).

En effet, lorsqu'il s'agit de l'appliquer à un ensemble de données spectrales présentant une très forte variabilité dans des régions à très basses fréquences, cette méthode apparaît comme une méthode d'analyse haute résolution, nettement plus précise que les méthodes traditionnellement basées sur la *FFT*.

### 2.6.1. Transformation de Fourier

La Transformation de Fourier est l'un des principaux outils de l'analyse spectrale, notamment adapté à l'étude de signaux non périodiques. Elle s'exprime sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions sinusoïdales; associant au signal analysé, et à l'image des développements en séries de Fourier, un spectre de fréquences.

Pour un signal numérisé  $x(k)$ , la transformée de Fourier est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} X(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) e^{-jwk} \\ w = 2\pi f \end{array} \right. \quad (2.48.)$$

où  $X$  est une fonction complexe continue de la variable réelle  $f$ ;  $\omega = 2\pi f$  désignant la pulsation.

Cette quantité existe, dès lors que la série (2.51.) converge. Tel est le cas, lorsque le signal  $x(k)$  est absolument sommable. L'énergie que celui-ci transporte, possède alors une valeur finie, et est donnée par [Kunt M. et al., 1991] :

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |x(k)|^2 \quad (2.49.)$$

Notons que pour un signal réel  $x(k)$ , les parties réelle et imaginaire de sa transformée de Fourier sont définies par :

$$R[X(f)] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) \cos 2\pi fk \quad (2.50.)$$

$$I[X(f)] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) \sin 2\pi fk \quad (2.51.)$$

Il est important de remarquer que pour un signal réel, la partie réelle de la transformée de Fourier est une fonction paire et que la partie imaginaire est plutôt une fonction impaire.

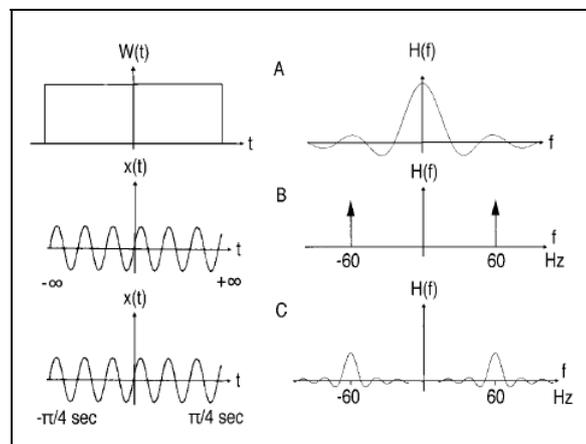


Fig. 2.6. Signaux et Transformées de Fourier correspondants [Tate J.N., 1998]:

- (A). Un signal rectangulaire dans le domaine temporel et le spectre associé.
- (B). Une sinusoïde infinie et son spectre associé.
- (C). Une sinusoïde bornée et son spectre.

### 2.6.2. Transformation de Fourier discrète (TFD) et Estimation de la Densité Spectrale de Puissance (DSP)

Pour un signal discret  $x(k)$ , la transformation de Fourier discrète est définie par :

$$X(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)e^{-j2\pi fk} \quad (2.52.)$$

La Transformée de Fourier discrète est donc 1-périodique.

Toutefois, pour son évaluation numérique, il convient dans un premier temps, de discrétiser la fréquence  $f$  et dans un second, de limiter la durée du signal [Kunt M. et al., 1991].

En effectuant, en effet, le changement de la variable  $f$  en  $n$  ( $n \in Z$ ), sur l'intervalle  $[-1/2, 1/2]$ , lui-même discrétisé avec un pas  $\Delta f = \frac{1}{N}$ , la relation (2.55.) peut alors se mettre sous la forme :

$$X(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)e^{-j2\pi \frac{n}{N}k} \quad (2.53.)$$

Notons que  $X(n)$  est  $N$ -périodique. Ainsi pour un signal de durée inférieure ou égale à  $N$ , soit pour  $k = 0, 1, \dots, N-1$ ,  $k$  entier, on a :

$$\begin{aligned} X(n) &= \sum_{k=0}^{N-1} x(k)W_N^{nk}; \quad W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}} \\ x(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} X(n)e^{j\frac{2\pi nk}{N}} \end{aligned} \quad (2.54.)$$

En pratique, la *TFD* se calcule sur la base d'un échantillon d'un signal  $x(t)$ , se présentant sous la forme discrétisée suivante:

$$x_n = x(n\Delta t), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.55.)$$

La *TFD* correspondante est alors définie par :

$$H(f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{j2\pi f n \Delta t}; f = \frac{k}{N\Delta t}; N\Delta t = \lambda; \quad (2.56.)$$

$H(f)$  est ici estimée par un algorithme FFT d'ordre 2, sous l'hypothèse que  $N$  soit une puissance de 2. La DSP  $I(f)$  correspondante, est ainsi définie par:

$$I(f) = \frac{1}{N\Delta t} |H(f)|^2 \quad (2.57.)$$

En pratique, cette relation engendre des biais (dispersions très fortes) pouvant être réduits en évaluant (2.60) selon les deux méthodes suivantes:

a)  $I(f)$  est estimée par la moyenne  $S(f)$  de ses observations dans le champ fréquentiel.

C'est l'estimation dite de Daniell, généralement utilisée pour des données dont l'effectif est supérieur à 2000 points et définie par :

$$S(f) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m I(f_j); \quad (2.58.)$$

les  $f_j$  étant symétriques par rapport à  $f$ . La transformée de Fourier Rapide (FFT) n'est, quant à elle, rien d'autre qu'une procédure de calculs rapides de la TFD.

Il existe ainsi un grand nombre d'algorithmes FFT, dont les plus couramment utilisés sont ceux de Cooley (FFT partagée dans le temps) et de Sand (FFT partagée dans les fréquences) [Egon H. et al., 2000].

Selon la FFT partagée dans le temps, on subdivise la suite  $X(k)$  en deux suites de  $N/2$  valeurs chacune, en supposant  $n$  pair. La TFD définie par :

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) W_N^{nk} \quad (2.59.)$$

peut alors se décomposer sous la forme :

$$\begin{aligned}
 X(n) &= \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2i)W_N^{2ni} + \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2i+1)W_N^{n(2i+1)} \\
 &= \underbrace{\sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2i)W_N^{ni}}_{X_1(n)} + W_N^n \underbrace{\sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2i+1)W_N^{ni}}_{X_2(n)} \quad (2.60.) \\
 &= X_1(n) + W_N^n \times X_2(n)
 \end{aligned}$$

Si l'on choisit  $N = 2r$ , chacune des TFD  $X_1(n)$  et  $X_2(n)$  peut elle-même être subdivisée en deux TFD d'ordre 4, et ainsi de suite.

b) Après avoir réalisé une segmentation dans le champ temporel de la série de données,  $I(f)$  est estimée par la moyenne des valeurs  $I(f_j)$  correspondant respectivement aux valeurs de la DSP calculées sur chacun des segments ainsi obtenus. C'est l'estimation dite de Bartlett.

### 2.6.3. L'analyse spectrale par la Méthode du maximum d'Entropie (M.E.M.)

#### 2.6.3.1. Le concept d'entropie

Considérons un système émettant  $M$  signaux de probabilités de transmission respectives  $p_i (i=1...M)$ . Lorsque le système est susceptible d'émettre  $M$  fois le même signal, il est évident que la quantité d'informations éventuellement apportée par une information supplémentaire sera nulle.

Dans le cas plus large d'une émission de signaux de probabilités d'émission distinctes, lorsqu'a priori un signal est émis avec une probabilité  $p_j (j = 1, 2, \dots, M)$  pouvant être déterminée, une certaine quantité d'informations sur le système est alors disponible, et peut être mesurée par un indicateur dit entropie de Shannon.

D'une manière générale, l'entropie d'une variable aléatoire discrète  $X$  de loi de probabilité :

Tableau 2.1. Loi de probabilité d'une d'une variable aléatoire discrète  $X$

$x_i$	$x_1$	$x_2$	.....	$x_M$
$P(X = x_i)$	$P_1$	$P_2$	.....	$P_M$

est définie par :

$$H_M = \sum_{i=1}^M p_i \log\left(\frac{1}{p_i}\right) \quad (2.61.)$$

### 2.6.3.2. La M.E.M.

La M.E.M est une méthode d'analyse spectrale haute résolution, nettement plus précise que les méthodes traditionnellement basées sur la FFT, et applicables aux données présentant une très forte variabilité dans les régions du spectre présentant de basses fréquences. Elle est particulièrement adaptée, lorsqu'on ne dispose que d'un nombre limité d'échantillons du signal, et consiste par ailleurs à choisir comme spectre associé, celui correspondant au signal d'entropie maximum. De plus, elle semble être une bonne méthode d'estimation de la DSP.

Selon Ables [Ables, 1974], pour un signal donné, le gain d'entropie  $\Delta H$ , en fonction de la quantité  $S(f)$  définie en (2.61), peut s'exprimer comme suit:

$$\Delta H = \int_{-f_c}^{f_c} \log S(f) df; -f_c \leq f \leq +f_c \quad (2.62.)$$

où les limites  $\pm f_c$  définissent l'étendue de la fréquence critique de Nyquist [Tate J.N., 1998].

Par ailleurs, pour maximiser l'entropie, toujours selon Ables, il convient de choisir  $S(f)$  maximisant  $\Delta H$ , et vérifiant la relation:

$$\int_{-f_c}^{f_c} \log S(f) e^{-2\pi i f k} df = \phi(k) \quad (2.63.)$$

où  $\phi(k)$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$  est la fonction d'auto corrélation du signal étudié.

Une formulation discrétisée de cette équation peut-être obtenue sous la forme suivante [Tate J.N., 1998] :

$$S(f) = \frac{1}{2f_c} \sum_{k=1}^L \phi(k) e^{2\pi i f k \Delta t} \quad (2.64.)$$

L'extrapolation de ce résultat au-delà des données disponibles, nécessite pour la relation (2.58.), une réécriture sous la forme suivante, toujours selon Tate :

$$S(f) = \frac{a_0}{\left| 1 + \sum_{j=1}^L a_j e^{2\pi i f k \Delta t} \right|} = \sum_{k=-L}^L \phi(k) e^{2\pi i f k \Delta t} \quad (2.65.)$$

où  $a_0$  est un réel, et où les  $a_j$  ( $j=1, 2, \dots, L$ ) sont les composantes estimées d'un vecteur de filtre d'erreur de prédiction. Les valeurs de  $L$  sont, en pratique, choisies plus petites que  $N$ , bien qu'elles puissent en théorie en être supérieures. En réalité, les coefficients  $a_j$  suggèrent pour les données  $x(t) (= x_n)$ , une régression suivant le modèle :

$$x_t = \sum_{j=1}^L \alpha_j x_{t-j} + Z_t \quad (2.66.)$$

où  $Z_t$  représente le bruit ou l'erreur d'estimation par le modèle. Par conséquent, une exigence de la *M.E.M.* consiste en l'estimation des coefficients  $a_j$ , et en la définition de la longueur du filtre d'erreur, sachant qu'il n'existe aucune méthode objective de détermination d'une telle longueur. Certains auteurs proposent, en effet, le choix de  $N/3$  comme longueur maximale. D'autres méthodes sont cependant suggérées et détaillées par Tate [Tate J.N., 1998].

#### 2.6.3.2.1. Définition de la fonction d'autocorrélation

Pour un processus aléatoire  $x(t)$  supposé stationnaire au second ordre et de moyenne nulle, la fonction d'autocorrélation est définie comme suit [Kunt M. et al., 1991] :

$$\phi(\tau) = E[x(t) \times (t + \tau)] \quad (2.67.)$$

La DSP correspondante en est alors tout simplement la Transformée de Fourier.

#### 2.6.3.3. Comparaison entre F.F.T. et M.E.M.

Des études antérieures [Tate J.N., 1998] ont établi, sur la base des résultats d'analyse de données simulées sur des réponses fréquentielles à la loi de puissance, que :

- L'estimation spectrale par la M.E.M est plus précise que celle obtenue sur la base du spectre F.F.T, en particulier pour des données présentant une structure à bruit rouge (diminution de la densité de puissance avec l'augmentation de la fréquence).

- L'estimation de l'exposant de la loi de puissance par le spectre FFT coïncide avec celle du spectre M.E.M.

Certaines études ont cependant recommandé un usage prudent de l'estimation spectrale par la M.E.M., préférant l'application directe de la FFT.

Toutefois, s'agissant du calcul de la dimension fractale, et sachant qu'elle dérive de l'exposant de la loi de puissance du spectre de puissance [Tate J.N., 1998], certaines études ont montré un meilleur intérêt pour la M.E.M. Le problème de la méthode basée sur la FFT est qu'elle pourrait sous-estimer cet exposant et ainsi fausser l'évaluation de la dimension fractale.

#### 2.6.4. La détermination de la dimension fractale des surfaces fissurées par la méthode de la densité spectrale de puissance

Pour les surfaces de rupture statistiquement auto-similaires, la détermination de la dimension fractale, par la méthode de la densité spectrale de puissance, est basée sur la représentation du spectre de puissance du profil de rupture, et est fournie par l'équation suivante [Cherepanov G.P. et al., 1995]:

$$S(\bar{k}) \approx (\bar{k})^{-\beta} \quad (2.68.)$$

où  $\bar{k}$  représente le vecteur d'onde et  $\beta$  la pente dans un diagramme log-log.

La caractéristique d'un tel spectre de type Fourier, pour le profil de rupture d'une surface, est présentée ci-dessous, dans la figure (2.7):

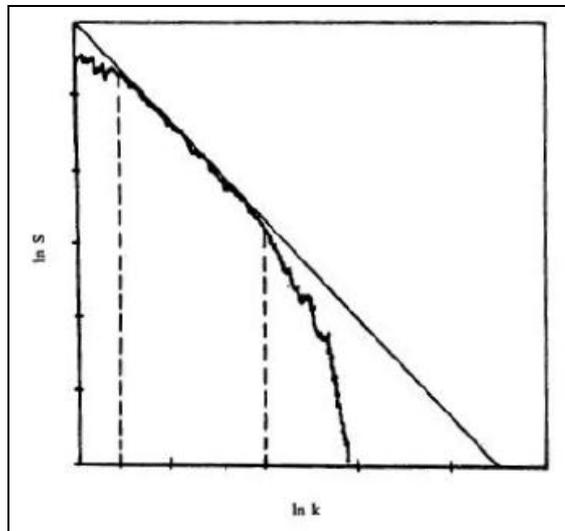


Fig. 2.7. Caractéristique d'un Spectre de type Fourier pour le profil de rupture d'une surface [Cherepanov G.P. et al., 1995]

La dimension fractale d'un ensemble bidimensionnel peut alors être déterminée par régression linéaire de  $\log S(k)$  sur  $\log k$  [Cherepanov G.P. et al., 1995].

La *DSP*,  $S(f)$  peut ainsi être définie comme une fonction puissance de la fréquence  $f$ , par la relation :

$$S(f) = cf^b \quad (2.69)$$

$c$  est une constante positive et  $b \in (1,3)$

Le spectre avec  $b > 0$  est un bruit rouge, et la dimension fractale  $\Delta$  peut alors être déterminée comme suit, [Tate J.N., 1998]:

$$\Delta = 2 + \frac{3-b}{2} \quad (2.70)$$

Une estimation de  $b$  est évidemment obtenue par régression linéaire de  $\log S(f)$  sur  $\log f$ , selon la méthode des moindres carrés.

D'autre part, pour une surface fissurée, la dimension fractale  $\Delta$  peut-être envisagée comme une fonction périodique de la distance  $x$  évaluée à partir de la pointe d'une fissure, de la manière suivante [Dlouhý I. & Strnadel B., 2008]:

$$\Delta(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n [a_k \sin(\lambda_k x) + b_k \cos(\lambda_k x)] \quad (2.71)$$

$a_k$  et  $b_k$  sont estimés par la méthode de moindre carrés ordinaire, et les  $\lambda_k$  représentent des fréquences.

L'évaluation de la dimension fractale basée sur le spectre de puissance a été ainsi utilisée, pour la caractérisation fractale des profils de rupture d'une surface.

## 2.7. L'effet du bruit dans une analyse fractale

Un bruit est un phénomène parasite (interférence, bruit de fond, etc.) pouvant perturber l'analyse d'un signal. Il est ainsi dénommé, par analogie aux nuisances sonores du même nom. L'analyse de ses effets sur la caractérisation fractale des surfaces, tout comme l'explication de ses origines, notamment dans le domaine de la profilométrie et de la microscopie à effet tunnel, constituent une préoccupation scientifique majeure.

Pour des images prises à l'aide d'un microscope à effet tunnel, le bruit le plus caractéristique est le bruit de la forme  $1/f^\beta$ , où  $f$  désigne la fréquence générée par de hautes amplifications de l'impédance d'entrée et par la forme typique de l'intégrateur des circuits de réaction.

Un bruit similaire est trouvé en profilométrie et en microscopie à force atomique, même si cela n'est encore pas répertorié dans la littérature. En même temps, l'ordre de grandeur du paramètre  $\beta$  demeure un sujet de discussions et une

première approche d'explication semblerait le définir, non pas comme étant fonction du profil de surface du signal mesuré, mais plutôt comme étant dépendant de l'équipement.

Un bruit particulièrement caractéristique des courbes fractales, est le bruit blanc. Il est une réalisation d'un processus aléatoire, pour lequel la densité spectrale de puissance est constante à toutes les fréquences.

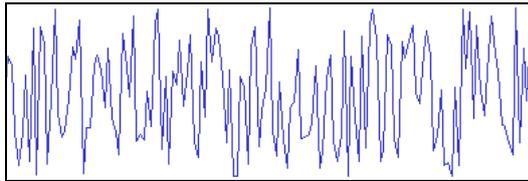


Fig. 2.8. Échantillon de bruit blanc

Il apparaît ainsi, comme une fractale "pure" de dimension 2, par le fait de son invariance à tout changement de son échelle de représentation. Il est par ailleurs, couramment observé sur les appareils de mesure.

Sa puissance spectrale étant constante à toute fréquence, sa dimension fractale est par conséquent, supérieure à la dimension de l'espace euclidien de la courbe (2,5 pour un profil).

## 2.8. Méthode de la transformation en ondelettes

L'analyse de Fourier est essentiellement destinée à l'analyse spectrale des signaux stationnaires, c'est-à-dire des signaux dont le contenu en fréquences est invariable dans le temps. Elle atteint cependant ses limites d'application, lorsqu'il s'agit notamment, d'analyser des signaux transitoires ou d'événements imprévisibles.

En effet, alors que pour ces derniers, l'analyse de Fourier ne traite que de la décomposition fréquentielle sans tenir compte de la localisation temporelle, la transformation en ondelettes fournit, quant à elle, une analyse à la fois en temps et en fréquence.

S'agissant du profil de rupture, on définit un spectre de décomposition en ondelettes, dont chaque point correspond: en abscisse à la position sur le profil, et en ordonnée, à la fréquence correspondant à la dilatation de l'ondelette mère.

La transformation en ondelettes, ou représentation « temps-échelle », est la description de l'évolution d'un signal, relativement à une échelle d'observation. Elle est une technique d'analyse de signaux, introduite au début des années 80 par le géophysicien Morlet, avec comme principe, la représentation d'un signal, à des échelles différentes et autour de toutes ses positions spatiales.

Celui-ci est ainsi projeté sur une base de fonctions dites ondelettes, et caractérisées, à la fois, par leur position  $b$  dans l'espace, et leur échelle de représentation  $a$ .

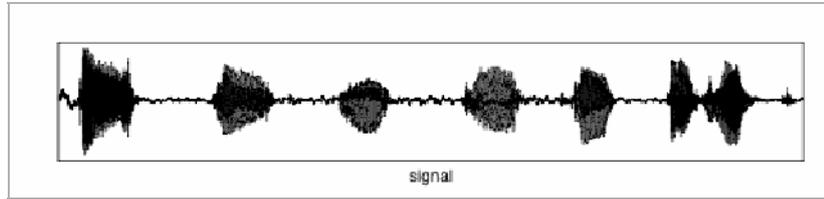


Fig.2.9. Le signal dans le cas de la méthode de la transformée en ondelettes

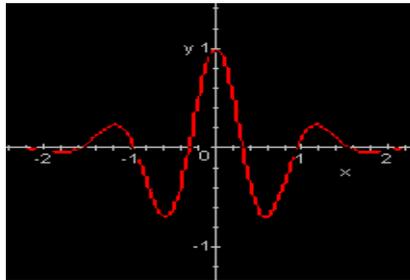


Fig.2.10. L' ondelette de base de Morlet

### 2.8.1. Conditions d'existence d'une ondelette

Une fonction  $\psi(x)$  est dite ondelette analysante, si elle:

- continue, absolument intégrable et de carrée intégrable (c'est-à-dire, à énergie finie);

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(x) dx < \infty \quad (2.72.)$$

- analytique : sa transformée de Fourier doit être nulle pour  $f < 0$ ;
- admissible, soit :  $\psi(0) = 0$

Cette dernière condition implique pour  $\psi(x)$ , une moyenne nulle; soit:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = 0 \quad (2.73.)$$

Ces conditions dans leur ensemble, suggèrent la vibration de  $\psi(x)$  telle une onde, et sa décroissance rapide lorsque  $|x|$  augmente.

Les transformées en ondelettes peuvent être divisées en deux catégories: les transformées en ondelettes continues et les transformées en ondelettes discrètes.

### 2.8.2. Transformation en ondelettes continue

La transformée en ondelettes continue est définie par:

$$W[f](a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.74.)$$

où  $\psi$  est dite ondelette mère;  $a$  représentant un facteur d'échelle ou de dilatation, et  $b$  un facteur de translation.

L'utilité de la famille des fonctions  $\psi_{a,b}$  dites ondelettes, générées par l'ondelette mère  $\psi$ , et définies par:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.75.)$$

sera notifiée par la suite.

Par la transformation en ondelettes, la sinusoïde représentant généralement la Transformée de Fourier dans le champ fréquentiel est ainsi remplacée par une famille de translations et dilatations d'une même fonction dite ondelette [Egon H. et al., 2000].

Notons que La transformée en ondelettes  $W[f](a,b)$  est ainsi parfaitement caractérisée par ces deux paramètres de translation et dilatation.

### 2.8.3. La transformée en ondelettes discrète

Sous réserve d'un choix convenable de l'ondelette mère, et à l'image des algorithmes de la Transformée de Fourier Rapide (FFT), on peut associer à la transformée en ondelettes, des algorithmes (FWT) beaucoup plus efficaces que de ceux de la FFT, et ayant comme principe, la mise en évidence pour le signal, d'une part de son allure générale décrite par les basses fréquences, et d'autre part de ses détails représentés par les hautes fréquences.

Le filtre passe-bas ou passe-haut ainsi mis en œuvre, correspond à une ondelette associée à une échelle dépendant des fréquences à récupérer.

Telle est l'idée essentielle de cette méthode.

### 2.8.4. Calcul de la dimension fractale par la méthode de la transformée en ondelettes

Si  $\psi_{k,n}(x)$  est une base d'ondelettes de Daubechies et  $f$  une fonction continue et bornée appartenant à  $C^\alpha$ , espace complexe continu de Hölder d'exposant  $\alpha$ , alors les spectres  $\{d_{k,n}\}$  de la transformée en ondelettes, vérifient l'inégalité suivante [Wang A.L. et al, 2003]:

$$|d_{k,n}| \leq E 2^{-k(\alpha+0.5)} \quad (2.76.)$$

où  $N \in \mathbb{N}$  ;  $k=N-1, N-2, \dots, 1$  ;  $n=1,2,\dots,2^k$  ; ( $0 < \alpha < 1$ ), avec  $\alpha$  représentant l'exposant de Lipschitz, et  $E$  une constante.

La dimension fractale de la fonction  $f$  est ainsi définie par:

$$\Delta = 2 - \alpha \quad (2.77)$$

### 2.8.5. Quelques limites de la méthode de la transformation en ondelettes

Lorsque le facteur d'échelle est grand ( $a > 1$ ), l'ondelette a une fréquence plus petite, et se trouve donc plus étalée; correspondant par conséquent, à une bonne résolution en fréquence, et à une bien mauvaise en temps. Par contre, pour de petites valeurs de  $a$ , l'ondelette est plus contractée et peut ainsi correspondre à une fréquence bien plus élevée que celle de l'ondelette mère. Par ailleurs, le calcul de la transformée en ondelettes, notamment par la *FFT*, peut comporter des problèmes de bords pour des signaux non périodiques.

## 2.9. Le calcul de la dimension fractale à l'aide de l'exposant de Hurst (exposant de rugosité)

Dans plusieurs études, l'autoaffinité de la surface de rupture a été caractérisée par un exposant, dit de Hurst (exposant de rugosité) [Balankin et al., 2000; Bouchaud et al, 2002, Schmittbuhl et al., 2003].

Si  $h(x)$  est une fonction autoaffine décrivant le profil d'une surface de rupture, on a :

$$h(x) \equiv \lambda^{-H} h(\lambda x); \lambda \in R \quad (2.78.)$$

Le symbole " $\equiv$ " peut être interprété comme étant "équivalent statistiquement à", et la fonction  $h$  est telle que:  $h(x)=0$  pour  $x=0$ .

$H$  représente l'exposant de Hurst, encore dit exposant de rugosité. Il caractérise la morphologie de la surface (fig.2.11), et vérifie, lorsque celle-ci présente une homogénéité et une isotropie dans les directions latérales ( $X$ ), la relation:  $0 \leq H \leq 1$ .

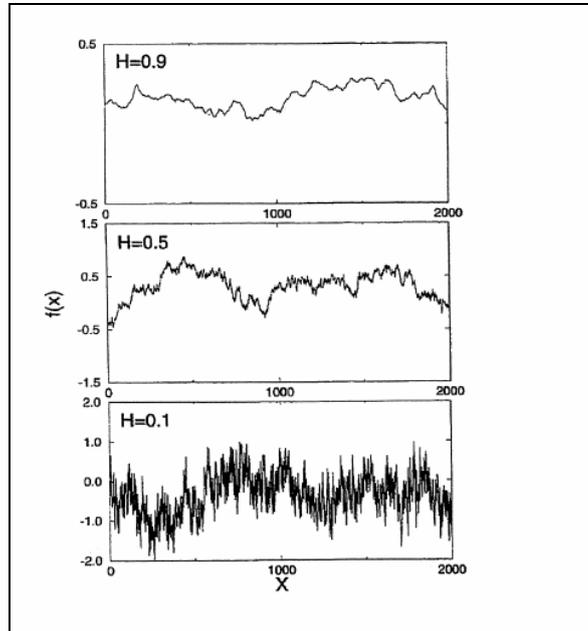


Fig.2.11. L'évolution de l'aspérité de la surface en fonction de l'exposant de Hurst

Il apparaît que la dimension fractale, et donc la rugosité d'une surface évoluent de manière inversement proportionnelle à l'exposant de Hurst.

La relation entre  $H$ , la dimension fractale  $\Delta$  et l'espace euclidien  $E$  (lorsque  $E$  est de dimension 2, soit  $\dim(E) = 2$ ), est telle que:

$$\Delta = \dim(E) - H = 2 - H \quad (2.79.)$$

L'exposant  $H$  apparaît ainsi comme une dimension complémentaire à la dimension fractale  $\Delta$ . Elle est alors dite *codimension fractale*.

Toutefois, la dimension fractale estimée par la méthode du Box-Counting est plutôt liée à l'exposant de Hurst  $H$ , par la relation:  $H = 3 - \Delta$ . [Falconer, 1990]

## 2.10. Conclusions du chapitre 2

Le chapitre 2 présente quelques généralités de l'analyse fractale. Les avantages et inconvénients d'un certain nombre de méthodes d'estimation de la dimension fractale, dans le cas des surfaces de rupture, ont ainsi été mis en oeuvre:

La technique de Richardson et la méthode du compas sont très semblables comme principes de calcul, et s'utilisent exclusivement dans le cas de structures fractales auto-similaires.

La méthode de Minkowski-Bouligand et celle du Box Counting sont également basées sur des principes similaires : en effet, pour le recouvrement de l'objet (carrées ou cubes, en fonction de l'espace 2D ou 3D) analysé, la méthode du

Box Counting utilise des boîtes, alors que celle de Minkowski- Bouligand utilise des cercles.

Il est apparu que la méthode de la fonction de structure de Tricot et celle des oscillations sont spécifiquement adaptées aux profils de rupture.

On a également observé que l'algorithme de la Transformée de Fourier ne s'applique exclusivement qu'aux signaux stationnaires, tandis que la technique de la transformée en ondelettes est très bien adaptée aux cas non stationnaires.

La méthode de l'exposant de Hurst, a quant à elle, une utilisation appropriée sur les surfaces de rupture auto-affines.

Par ailleurs, nous avons analysé les erreurs d'estimation de la dimension fractale en fonction des incertitudes liées au dispositif de mesure, de la longueur d'évaluation du profil de rupture, ainsi que du nombre de points de discrétisation associés.

***Sur la base d'études récentes, il apparaît que les méthodes les plus fiables, pour la détermination de la dimension fractale sont le Box Counting, la méthode de la fonction de structure de Tricot, la méthode des oscillations et celle de l'exposant de Hurst.***

### 3. L'ETAT ACTUEL DES RECHERCHES CONCERNANT L'APPLICATION DE L'ANALYSE FRACTALE DANS LE CAS DES SURFACES DE RUPTURE

#### 3.1. Introduction

Mandelbrot et al. furent les premiers à utiliser la notion de fractale pour décrire les surfaces métalliques rompues en mode ductile [Mandelbrot B. et al., 1984].

Une façon d'aborder l'étude de la durabilité des structures consiste à examiner les surfaces de rupture, c'est-à-dire les surfaces qui séparent les morceaux d'un échantillon brisé, dans l'espoir que cette étude permettra de mieux comprendre les mécanismes physiques mis en jeu lors de la rupture.

L'exemple le plus connu pour la rupture fragile est celle du verre, lequel se casse sans se déformer. A l'opposé, un matériau qui casse de façon ductile, est capable de se déformer considérablement avant de céder.

Ces surfaces de rupture constituent, en effet, la trace du chemin de fissuration le plus facile dans le matériau. Le relief irrégulier de ces surfaces de rupture peut être caractérisé géométriquement par une dimension fractale qui mesure l'irrégularité de la surface.

Pour les structures obtenues suite à un processus de rupture, l'invariance au changement de l'échelle de représentation n'a de valeur qu'au sens statistique.

Un profil de rupture est considéré comme étant une courbe fractale dans le plan, et la dimension fractale  $\Delta$  d'une courbe est comprise entre 1 (dimension Euclidienne d'une courbe) et 2 (dimension Euclidienne d'une surface) ( $1 < \Delta < 2$ ).

La dimension fractale peut être mesurée en pratiquant une série de coupes parallèles à la surface de rupture après que la partie rompue ait été recouverte de nickel, ceci afin de permettre le polissage, sans altérer la surface [Bouchaud E., 1997, Bouchaud E., 2003].

Les surfaces de rupture des matériaux hétérogènes sont des objets fractals auto affines dans un domaine d'échelles de longueur qui dépend fortement de la microstructure. L'exposant de rugosité, lié à la dimension fractale de la surface, est indépendant du matériau et du mode de rupture et est proche de 0,8, selon les auteurs précédents.

Dans tous les cas, les conditions expérimentales (tensions appliquées anisotropes et éprouvette préfissurées) sont telles que la surface de rupture possède une symétrie auto affine.

Les dimensions fractales dans des plans parallèles à la surface de rupture peuvent être mesurées soit par la méthode du Box Counting, soit par la relation entre le périmètre et l'aire ( $P \propto S^{(\Delta-1)/2}$ ).

Malheureusement, toutes ces études sont, pour le moment, essentiellement descriptives : la dimension physique de la fractalité des fissures est loin d'être explicitée, spécialement en 3D, et aucune relation claire et générale entre la dimension fractale et les propriétés mécaniques n'est valablement établie pour l'ensemble des matériaux et des conditions expérimentales. La difficulté principale provient du fait que, pour un matériau homogène idéal, se développe un champ complexe de tensions non locales [Gouyet JF, 1992], lorsque le matériau commence à se rompre.

La dimension fractale d'une surface ne représente pas une mesure de la rugosité dans le sens classique du paramètre de rugosité moyen  $R_a$ , ou d'autres paramètres de rugosité utilisés pour caractériser les profils ou les surfaces. Plusieurs

paramètres de rugosité tels que le  $Ra$  et le  $Rt$  qui définissent, respectivement, la hauteur moyenne d'une surface donnée et la différence maximale entre les pics et les creux dépendent de l'échelle de représentation. Par l'utilisation de ces paramètres de rugosité et de la dimension fractale on pourra obtenir une information plus détaillée concernant une surface de rupture donnée, en comparaison avec l'analyse qui utilise uniquement la dimension fractale ou les paramètres de rugosité classiques.

La dimension fractale ne peut généralement pas être estimée pour une surface de rupture, mais pour un profil tracé à la surface de celle-ci. Les méthodes les plus répandues pour la génération du profil de rupture sont les techniques de sections transversales et les techniques de mesure du profil basées sur la profilométrie [P. Katowski, 2006, J.C. Russ, 1994].

La dimension fractale d'une surface de rupture représente un indicateur du profil de rupture qui, par définition de la dimension fractale, doit être indépendant de l'échelle de représentation.

La partie entière de la dimension fractale indique le fait que le profil analysé représente une surface bidimensionnelle ou tridimensionnelle. La partie fractionnaire de la dimension fractale contient l'information la plus importante. Généralement, plus la partie fractionnaire de la dimension fractale est grande, plus la surface est rugueuse.

Le terme de rugosité est utilisé dans le langage commun pour décrire ce qui représente dans le langage fractal, l'irrégularité de la surface.

Nous nous posons la question suivante :

Existe-t-il une quelconque corrélation entre la dimension fractale des surfaces de rupture et leur ténacité à la rupture du matériau ?

Les nombreuses études menées sur les matériaux céramiques suggèrent une réponse affirmative [Mecholsky J.J. et al., 1989], mais des expériences récentes sur des verres et de la porcelaine, il semblerait qu'aucune relation quantitative n'ait été valablement établie [Gouyet J.F.].

### 3.2. Ambiguïtés dans la mesure de la dimension fractale pour des surfaces de rupture

Dans un premier temps, Mandelbrot a postulé qu'une mesure de longueur n'a de sens que si cette mesure est effectuée avec un étalon de longueur déterminée (jauge de mesure). Ainsi la mesure de la longueur d'une courbe dépend de cette longueur déterminée.

Mandelbrot et al. ont proposé d'utiliser cette méthode pour déterminer la dimension fractale de la surface de rupture et l'ont appliquée pour établir une corrélation entre la dimension fractale et la ténacité d'un acier Maraging [Mandelbrot B. 1984].

Pour les surfaces de rupture, apparaît le problème concernant la capacité des méthodes de mesure à calculer de façon correcte la dimension fractale. Également, se pose le problème de l'échelle de mesure sur laquelle la dimension fractale doit être calculée : Il existe une échelle de dimension caractéristique minimale sous laquelle la dimension fractale cesse d'être valable, tout autant qu'il existe aussi, une dimension supérieure pour l'objet considéré.

La détermination de la dimension fractale s'obtient par exemple à l'aide la méthode « Box Counting » qui consiste à mesurer la pente de la droite de régression linéaire des points de coordonnées  $\{\log 1/r, \log N(r)\}$ , où  $r$  peut prendre des valeurs, allant de la dimension minimale caractéristique, à la dimension de l'objet.

La méthode de détermination choisie, l'existence d'une dynamique fractale insuffisante (objet fractal sur une échelle ayant au moins deux ordres de grandeur), l'existence des corrections des lois de l'échelle d'observation, ne sont souvent pas suffisamment précises pour une détermination correcte basée sur une régression sur l'échelle  $\log\text{-}\log$ .

L'analyse fractale des surfaces de rupture a été basée sur les modes de rupture fragiles qui, pour beaucoup des matériaux, peuvent produire des surfaces de rupture transgranulaires ou intergranulaires. [Russ J.C, 1994].

Par contre, pour certains auteurs [Russ J.C, 1994], la rupture ductile n'est pas considérée apte à produire une surface fractale, à cause de la déformation locale qui modifie la géométrie de surface.

### 3.3. L'analyse des résultats de littérature concernant l'application de l'analyse fractale dans le cas des ruptures en régime dynamique

Tableau 3.1. Tableau concernant les méthodes de détermination de la dimension fractale pour la rupture en régime dynamique trouvées dans la littérature

No.	Référence bibliographique	Matériau	Sollicitation mécanique	Température [°C]	Dimension fractale $\Delta$	Méthode de calcul pour la dimension fractale
1.	Bigerelle et al, 2007	aluminium	fatigue	20°	$\Delta = 1,68$	Méthode des oscillations
2.	Hsiung J.C., 1998	acier ASTM A710	choc	-20°, -100°, -145°	$\Delta = (1.12 \div 1.24)$	Relation entre aire et périmètre (technique Slit Island)
3.	Hui Su, 1995	acier ferritique-perlitique	choc	-40°	$\Delta = (1,16 \div 1,3)$	Relation entre aire et périmètre (technique Slit Island)
4.	Imre A , 1992	acier carbon (DIN C45)	choc	200°-600° trempé + revenu (30')	$\Delta = (2,1 \div 2.2)$	Transformée de Fourier (technique de répliques)
5.	Mandelbrot ., 1984	acier Maraging 300 degrés	choc	20°, 300°	$\Delta_s = (1.1 \div 1.3)$	Relation entre aire et périmètre (technique Slit Island)
6.	Tanaka, 1994	SiC	choc	20°	$\Delta_s = 2.18;$ $\Delta_p = 1.16$	Méthode Box Counting
		alumine	choc	20°	$\Delta_s = 2.13;$ $\Delta_p = 1.15 \div 1.19$	
		Cu-Be	fatigue stade I	20°	$\Delta_s = 2.16;$ $\Delta_p = 1.210$	Méthode des oscillations
			fatigue stade II	20°	$\Delta_s = 2.11;$ $\Delta_p = 1.16$	
7.	Tanaka et al., 2006	acier austénitique SUS 316	fatigue	20°	$\Delta_p = 2.2$	Méthode Box Counting
8.	Wiecek K. et al, 2001	acier avec 1% de C	choc	20°, -20°, -45°, -196°	$\Delta_s = 1,2$	Méthode de comptage de segments

où:  $\Delta s$  représente la dimension fractale de la surface de rupture et  $\Delta p$ , la dimension fractale du profil de rupture.

D'après le tableau ci-dessus on pourra observer que la méthode des boîtes (Box Counting) [Tanaka et al., 1994], [Tanaka et al., 2006] et la méthode des oscillations [Tanaka et al., 1994], [Bigerelle et al., 2007] sont fréquemment utilisées en dans la bibliographie pour mesurer la dimension fractale des profils de rupture obtenus en régime dynamique.

La méthode de comptage des segments dérive de la méthode du Box Counting [Wiencek K.].

Imre A. a appliqué la méthode de la Transformée de Fourier pour estimer la dimension fractale d'un acier au carbone (DIN C45), ayant subi un traitement thermique de trempe suivi ensuite d'un revenu de 30 minutes, à des températures comprises entre 200° et 600° C. Cet auteur a utilisé une technique de répliques pour déterminer le profil de rupture, et a obtenu pour la dimension fractale, les valeurs situées dans l'intervalle  $\Delta p=2,1 \div 2,2$  [Imre A, 1992].

La technique du Slit Island utilisée en littérature [Hui Su, 1995], [Hsiung J.C., 1998], [Mandelbrot, 1984] est basée sur la relation entre l'aire et le périmètre des îles.

### 3.3.1. La technique de la segmentation de l'image appliquée aux éprouvettes Charpy

D'un point de vue expérimental, la distinction entre les régions de rupture ductile et fragile d'une surface de rupture, peut être facilement identifiée à partir de la réflexion de la lumière par la surface. La rupture fragile est dite à grains, et est brillante; tandis que le faciès de rupture ductile est dit à nerf, et réfléchit beaucoup moins la lumière.

Dans la littérature, une technique de mesure des caractéristiques de la surface de rupture des éprouvettes Charpy rompues, utilise un algorithme de traitement numérique de l'image digitale, appelé "Split and Merge" (division et fusion) a été proposée par Shterenlikht et al. [Shterenlikht A., Howard I.C., 2004].

La méthode utilise le rapport des dimensions des régions par rapport au centre de gravité. Par cette méthode, les éprouvettes entièrement ductiles ne peuvent pas être reconnues.

Par l'intermédiaire de l'algorithme *Split and Merge*, on peut distinguer les zones brillantes par rapport aux zones mates (ternes). La rupture ductile a un aspect terne, sans aucune brillance.

Si il y a coexistence deux zones brillantes (fragiles), on ne peut estimer qu'un seul domaine, le plus brillant ; en ce sens l'algorithme n'est pas efficace.

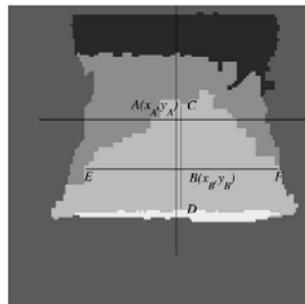


Fig.3.1. Technique de la segmentation de l'image appliquée sur les éprouvettes Charpy [Shterenlikht A., Howard I.C., 2004]

Cette méthode représente une opération classique de segmentation de l'image, comme le fait le logiciel *Image J*, que nous avons utilisé dans nos recherches expérimentales (binarisation d'une image); alors que le logiciel *Split and Merge* opère la segmentation par rapport au centre de gravité de la pièce.

### **3.4. Techniques d'obtention des surfaces de rupture en vue d'application de l'Analyse Fractale**

Les méthodes les plus utilisées en vue de l'obtention des surfaces de rupture pour une application de l'Analyse Fractale sont les techniques de section transversale et les techniques de mesure du profil.

Les techniques de section transversale sont des techniques métallographiques (destructives). Le sectionnement de la surface peut être soit horizontale et parallèle à la surface de rupture, constituant dans ce cas, la méthode Slit Island (méthode des îles); soit verticale, perpendiculairement à la surface de rupture, définissant ainsi, la méthode de Section Verticale.

Parmi les techniques de mesure du profil, la méthode la plus couramment utilisée pour caractériser la rugosité du profil de rupture, consiste à utiliser un profilométrie mécanique.

#### **3.4.1. Techniques métallographiques (destructives)**

Parmi les techniques métallographiques destructives que nous allons utiliser par la suite en vue de déterminer la dimension fractale d'une surface de rupture se trouve la méthode de Section Verticale et la méthode des îles. Nous verrons que la première de ces deux méthodes est la mieux adaptée à notre problème.

#### **3.4.2. Principe de la méthode de Section Verticale**

Par cette technique métallographique, les éprouvettes ont été sectionnées perpendiculairement au plan de la surface de rupture, en produisant des sections verticales. Chaque profil est poli par les moyens classiques de la métallographie, jusqu'à une suspension d'alumine. Pour l'analyse de la longueur du profil on peut utiliser différentes méthodes d'estimation de la dimension fractale, par exemple la technique de Richardson.

On peut évaluer des caractéristiques de surface de rupture à partir des mesures effectuées sur des profils verticaux de section de rupture.

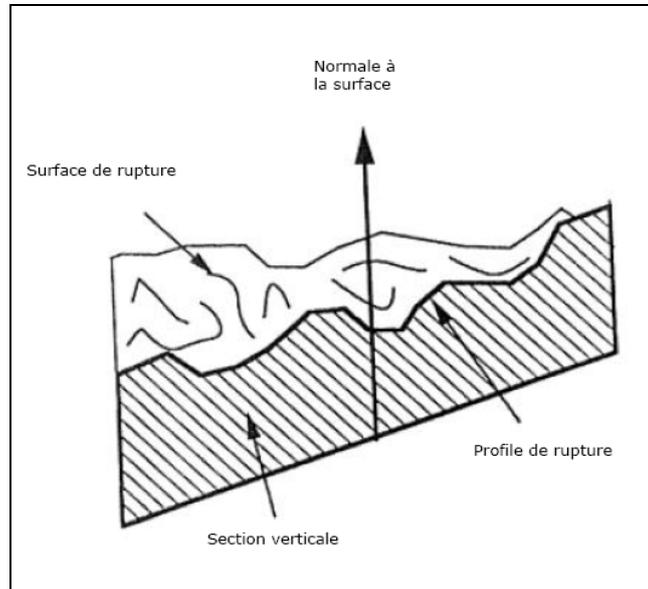


Fig. 3.2. Schéma d'une surface de rupture, un plan de section et le profil de rupture produit par intersection du plan de section avec la surface de rupture [Gokhale A.M, 1987]

#### 3.4.2.1. Avantages et inconvénients de la méthode de Section Verticale

La méthode de Section Verticale nécessite beaucoup de temps de préparation pour sa réalisation, et sa précision est limitée par la résolution du microscope optique. Par contre, cette technique métallographique présente un avantage important, puisque le profil de rupture et la microstructure fondamentale, peuvent être observés simultanément; ce qui peut ainsi permettre de corréler la trajectoire de rupture avec la microstructure.

#### 3.4.2.2. Principe de la méthode Slit Island (la méthode des îles)

La méthode des îles est devenue la méthode la plus populaire pour l'examen de la dimension fractale de rupture de matériaux métalliques, depuis les premiers travaux de Mandelbrot [Mandelbrot, 1994]. Elle l'est également pour les matériaux fragiles, tels que les céramiques et les verres [Mecholsky, 1989], [Mecholsky, 2005].

Hui Su et ses collaborateurs ont appliqué cette technique pour des microstructures d'aciers ferrito-perlitique [Hui Su et al., 1995]. Dans cette microstructure, les îlots de perlites présentent des microstructures fractales et la dimension fractale de la perlite a pu en caractériser les contours et les dimensions.

Ces auteurs ont constaté que la dimension fractale de la perlite a une influence sur la dimension fractale de la surface de rupture produite après un impact. Plus la dimension fractale des îlots de structure perlitique est grande, et plus la dimension fractale de la surface de rupture sollicitée au choc est également grande.

Dans le cas de la dimension fractale des surfaces de rupture analysées, la perlite isolée est apparue sous la forme d’"îles" de couleur noires et la ferrite sous la forme d’un "lac", plus clair. Une série des périmètres ( $P$ ) et des aires ( $A$ ) des îles ont été mesurées par les méthodes d’analyse d’image. La dépendance entre le logarithme du périmètre et celui de l’aire, s’est avéré linéaire.

Le contour des îles obtenues par cette méthode représente en effet des courbes qui sont plus faciles à étudier que les surfaces de rupture. Pour le contour des îles, on a appliqué, soit la méthode de Richardson [Mecholsky, 2005], [Mandelbrot, 1984], soit la technique du comptage des boîtes (Box Counting) [Kayama A., Tanaka M., 2000].

L’une des conditions d’application de la méthode des îles, est que le côté du carré utilisé dans la méthode du Box Counting soit assez petit, en comparaison avec les dimensions des îles utilisées [Kayama A., Tanaka M., 2000].

La méthode des îles a été, par ailleurs, appliquée à l’évaluation de la dimension fractale des surfaces de ruptures des aciers [Mandelbrot, 1984], [Bouchaud, 1997], des céramiques [Mecholsky, 2005], [Hill Thomas J. et al., 2000], [Chen Z. & Mecholsky John J. Jr., 1997].

#### 3.4.2.2.1. Discussions concernant la méthode des îles

Dans les ouvrages de Mandelbrot ou de Bouchaud [Mandelbrot B. et al., 1984], [Bouchaud, 1997], [Bouchaud, 2003], la dimension fractale est mesurée en pratiquant une série de coupes parallèles à surface de la rupture, après que la partie rompue ait été recouverte de nickel, dans le but de permettre le polissage, sans altération.

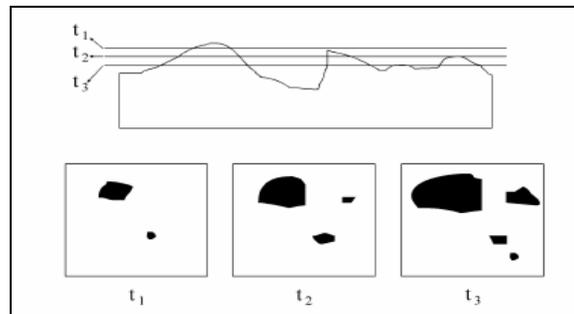


Fig. 3.3. La structure des îles après trois polissages successifs

La relation entre le périmètre  $P$  et l’aire  $S$  des îles est décrite par les relations (3.1.) et (3.2.) :

$$P^{1/\Delta} \approx S^{1/2} \quad (3.1.)$$

Le symbole  $\approx$  peut être interprété comme étant "similaire avec" :

$$\log P = 0.5 \cdot \Delta \cdot \log S + C \quad (3.2.)$$

où  $\Delta$  représente la dimension fractale,  $C$  est une constante.

### 3.5. Techniques de mesure du profil d'une surface de rupture

Après l'obtention du profil d'une surface de rupture, celui-ci est enregistré comme une image numérique dans l'ordinateur (par l'intermédiaire de l'utilisation d'un microscope métallographique optique et d'une caméra).

Après le traitement numérique, on calcule la dimension fractale pour un tel profil. Et finalement on peut évaluer la dimension fractale pour la surface de rupture.

Parmi les techniques de mesure du profil, la méthode la plus couramment utilisée pour la mesure de la rugosité du profil de rupture, est la méthode de scannage de la surface de rupture à l'aide du profilomètre mécanique.

On pourrait, ainsi, calculer la dimension fractale, non pas directement pour une rupture, mais plutôt, pour un profil de rupture [Mandelbrot B. et al., 1984]. Il est bien connu que pour la plupart des surfaces et plus précisément pour les surfaces dites isotropes, une méthode de calcul de  $\Delta$ , consiste à chercher la dimension d'un profil ( $D_p$ ) et à ajouter 1 au résultat ( $\Delta = D_p + 1$ ). Pour préciser cela, il faut s'entendre sur le profil en question, puis sur la notion d'isotropie.

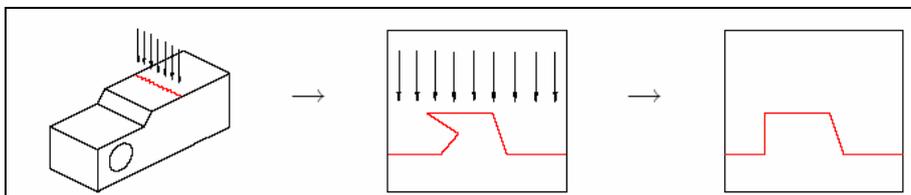


Fig. 3.4. Exemple d'utilisation de la technique de mesure du profil [Katowski P, 2006]

#### 3.5.1. La comparaison des techniques d'obtention des surfaces de rupture en vue d'application de l'Analyse Fractale

Section Verticale ne peut analyser seulement que des profils de surface 2D et les techniques de mesure du profil ne permettent pas d'obtenir directement une image 3D. La dimension fractale déterminée pour la même surface peut différer significativement, en fonction de l'utilisation de l'une ou de l'autre de ces techniques. Il semblerait que la méthode la plus efficace pour la détermination des caractéristiques fractales d'une surface de rupture soit la méthode de Section Verticale. Toutefois, comme nous l'avons dit précédemment, cette méthode nécessite beaucoup de temps.

### **3.6. Corrélations entre les caractéristiques mécaniques des matériaux et la dimension fractale des surfaces de rupture en régime dynamique**

Nous présentons les résultats de la bibliographie concernant les relations entre les caractéristiques mécaniques des matériaux et la dimension fractale [Charkaluk E. et al., 1998], [Hill Thomas J et al., 2000], [Mandelbrot B. et al., 1984], [Mecholsky John J.Jr. et al., 1989], [Mecholsky John J.Jr., 2005], [Mishnaevsky L. Jr & Schmauder S., 1999].

Mandelbrot et ses collaborateurs ont été les premiers qui à corréler l'énergie de rupture obtenue par un essai Charpy à l'incrément de la dimension fractale  $\Delta_j$ . Ces auteurs ont conclu qu'une augmentation de la ténacité a comme corollaire, une diminution de la dimension fractale [Mandelbrot B. et al., 1984]. Suite à ce travail, différentes études théoriques ont été menées pour anticiper une éventuelle corrélation entre la dimension fractale et la ténacité à la rupture, ou entre la rugosité et l'énergie à la rupture.

Dans la littérature, on trouve des tentatives pour corréler la dimension fractale d'une surface de rupture avec les propriétés des matériaux, comme par exemple la ténacité ou l'exposant de rugosité. [Mandelbrot B. et al., 1984], [Bouchaud E. et al., 1990], [Bouchaud E. et al., 1991].

Néanmoins, il paraît qu'il n'existe aucune relation simple et généralisée, entre la dimension fractale et la ténacité à la rupture, ou l'énergie à la rupture, et aucune relation, entre la dimension fractale et la longueur caractéristique du matériau (longueur et largeur de la zone du processus de rupture).

#### **3.6.1. Corrélations entre la ténacité à la rupture et la dimension fractale**

Dans la bibliographie on peut trouver les tendances suivantes :

a). La dimension fractale du faciès de rupture est reliée à la ténacité du matériau [Chen Z. et al., 1997], [Hill Thomas J et al., 2000], [Mandelbrot B. et al., 1984], [Mecholsky John J.Jr. et al., 1989], [Mecholsky John J.Jr., 2005], [Mishnaevskv L. Jr, S.Schmauder, 1999].

b). La dimension fractale est une constante universelle qui ne dépend pas du mode de propagation de la fissure [Bouchaud E., 2003].

La ténacité est l'aptitude que possède un matériau à absorber l'énergie et à se déformer plastiquement avant de se rompre ; la quantité de l'énergie absorbée, tant pendant la déformation, que pendant la rupture, est une mesure de la ténacité du matériau. La ténacité devient alors une propriété importante quand l'élément de construction doit être capable d'absorber une certaine énergie mécanique sans l'apparition de rupture. Il y a deux paramètres principaux de la ténacité à la rupture : la ténacité en présence d'une entaille et la ténacité à la rupture.

La ténacité du matériau en présence d'une entaille est l'aptitude de celui-ci à résister à l'impact, quand il contient un ou plusieurs concentrateurs de contraintes, comme des défauts de fabrication ou de forme. Habituellement, elle se définit comme étant la quantité d'énergie nécessaire pour rompre une éprouvette à une certaine température.

La ténacité à la rupture d'un matériau métallique est aussi sa capacité de résister à la propagation d'une fissure existante. Habituellement, elle est mesurée par l'intensité de la contrainte nécessaire au sommet de la fissure, pour produire la propagation de celle-ci. La ténacité d'un matériel métallique est influencée par sa composition chimique et par une multitude de facteurs physiques. Par exemple, pour les aciers, les facteurs chimiques sont représentés par le contenu en carbone, la nature et la quantité des inclusions non métalliques, les éléments d'alliage etc.

Les facteurs physiques incluent la microstructure, la taille des grains ou de la microstructure, la dimension de la section de la pièce, les températures d'usinage à chaud et à froid, ainsi que l'orientation des éprouvettes. En même temps, on présente l'importance des phénomènes de décarburation ou de carburation de la surface. La ténacité des matériaux métalliques est, d'habitude, évaluée par l'essai de choc des éprouvettes à une température constante, à l'aide d'une machine d'impact de type mouton, pendule. Les méthodes le plus utilisées sont les essais Charpy ou Izod.

Basée sur la Mécanique de la Rupture, la ténacité à la rupture peut aussi être mesurée par le facteur d'intensité de contrainte critique  $K_C$ , lié à la propagation brutale de la rupture, par l'énergie  $G_C$ , nécessaire à la propagation de celle-ci. La relation de liaison entre ces deux grandeurs est la suivante:

$$EG_C = K_C^2 \quad (3.3.)$$

où  $E$  est le module d'élasticité longitudinal du matériau

Divers auteurs ont obtenu pour des matériaux fragiles, la relation suivante [Mecholsky John J.Jr., 2005] pour des céramiques, [Chen Z. et al., 1997] pour du nitride de silicium  $Si_3N_4$ , et [Mecholsky J.J et al., 1989] pour de l'alumine et du verre :

$$K_{IC} = Ea_0D_i^{1/2} + K_0 \quad (3.4.)$$

où:

$K_{IC}$  représente le facteur d'intensité de contrainte en mode de déformation I ;

$E$  est le module d'Young ;

$a_0$  est une constante qui dépend du matériau et de la structure atomique et qui peut être interprétée comme caractérisant la zone le long de la pointe de la fissure ;

$D_i$  représente l'incrément de la dimension fractale;

$K_0$  correspond à la ténacité du matériau dans le cas d'un matériau présentant un profil de rupture lisse,  $K_0$  dépend, quant à lui, de la classe de matériaux étudiés.

Nagahama H. a proposé une relation généralisée entre la dimension fractale des surfaces de rupture et la ténacité à la rupture dans le cas des ruptures fragiles et ductiles [Nagahama H. 1994] sous la forme :

$$\log K_C = a + b\Delta \quad (3.5.)$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes, et  $\Delta$  représente la dimension fractale

Si  $b < 0$ , la rupture sera ductile et dans le cas où  $b > 0$ , la rupture sera fragile. Conformément à l'équation (3.5.) les valeurs de la dimension fractale  $\Delta$  peuvent être perçues, comme une mesure de la ténacité à la rupture.

La dimension fractale des surfaces de rupture pour des matériaux fragiles augmente avec l'accroissement de la ténacité à la rupture [Mecholsky, 1989], [Mecholsky, 2005]. La corrélation d'entre la ténacité à la rupture du matériau et la dimension fractale des surfaces de rupture peut dépendre du pas de mesure choisi pour le calcul du périmètre et de l'aire, dans le cadre de la méthode Slit Island.

Jiang et ses collaborateurs ont modélisé la rugosité des surfaces de rupture ductiles, par l'introduction du coefficient  $M$ , sur la base des principes de la géométrie fractale [Charkaluk et al., 1998] :

$$M = h/W \quad (3.6.)$$

où :  $h$  est le profondeur, et  $W$  représente la largeur des cavités de petites dimensions.

À cause du fait que la ténacité  $J_{IC}$  est liée à  $M$ , Thomson et Ashby ont trouvé une relation entre  $J_{IC}$  et la dimension fractale  $D_f$  de la surface [Charkaluk et al., 1998]:

$$J_{IC} = \frac{\sigma_0}{3} \ln \left[ \frac{4^{(1-D_f^{-1})} - 1}{12f_p} \right] l^*_{0} \quad (3.7.)$$

où :  $\sigma_0$  représente la résistance à la rupture du matériau,  $f_p$  est la fraction volumique des cavités et  $l^*_{0}$  représente une distance caractéristique.

Cette relation prouverait que la ténacité augmente avec l'augmentation de la dimension fractale.

Les études plus récentes effectuées par Baran et ses collaborateurs ne précisent pas l'existence d'une corrélation entre la ténacité à la rupture des verres et des porcelaines et la dimension fractale [Baran et al., 1995].

Zhang Z.X. et al. ont montré que la ténacité à la rupture pour la roche magmatique "gabbro" augmente avec l'augmentation de l'incrément fractal de sa surface de rupture, c'est-à-dire que la ténacité à la rupture croît avec l'augmentation de la rugosité des surfaces de rupture [Zhang Z.X. et al., 2001]. Ce résultat est similaire à celui obtenu par Mecholsky et al. [Mecholsky John J.Jr. et al., 1989]. Il est donc possible que cette roche ait des propriétés mécaniques similaires à celles des matériaux fragiles étudiés par Mecholsky [Mecholsky, 1989].

Par ailleurs, la dimension fractale des surfaces rompues de la roche gabbro, sous chargement dynamique, augmente avec l'augmentation des vitesses de chargement. En plus, les dimensions fractales des surfaces de rupture pour cette roche augmentent avec la valeur de la ténacité à la rupture.

### 3.6.2. Corrélations entre l'énergie de la surface de rupture et la dimension fractale d'une fissure

Basée sur la Mécanique de la Rupture, la ténacité est mesurée par le facteur d'intensité de contrainte critique  $K_c$ , nécessaire à l'initiation d'une fissure, ainsi que par l'énergie nécessaire à la propagation de celle-ci,  $G_c$ .

Selon l'approche d'Irwin, l'énergie de propagation de la fissure est donnée par :

$$G_{IC,0} = 2\gamma \quad (3.8.)$$

Avec :  $\gamma = \gamma_s + \gamma_p$ , où  $\gamma_s$  est l'énergie de surface, et  $\gamma_p$ , l'énergie de déformation plastique.

Si la rupture est fractale, alors la surface créée  $a_f$  est plus importante que la surface apparente  $a_0$  :

$$a_f = a_0 r^{1-\Delta} \quad (3.9.)$$

où  $r$  est une longueur caractéristique appelée jauge de mesure et  $\Delta$  la dimension fractale.

L'énergie de rupture devient donc :

$$G_{IC,f} = 2\gamma(a_f / a_0) = G_{IC,0} r^{1-\Delta} \quad (3.10.)$$

et par suite:

$$K_{IC,f} = K_{IC,0} r^{(1-\Delta)/2} \quad (3.11.)$$

### 3.6.3. Corrélations entre l'énergie de rupture obtenue suite à l'essai Charpy et la dimension fractale

Mandelbrot et ses collaborateurs ont corrélié l'énergie d'impact obtenue par l'essai à l'impact Charpy et la dimension fractale. Pour des éprouvettes Charpy en acier martensitique (Maraging) traitées thermiquement entre 300 et 430 °C et testées à la température ambiante (20 °C), ils ont obtenu une relation entre l'énergie de rupture et l'incrément de la dimension fractale  $D_i$ : l'énergie décroît lorsque la dimension fractale croît. [Mandelbrot B. et al., 1984], [Cherepanov, 1995].

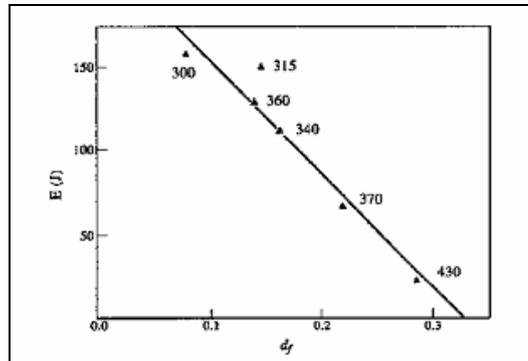


Fig.3.5. L'énergie à l'impact  $E$  en fonction de la dimension fractale de la surface de rupture,  $d_f$ . Les chiffres indiquent la température à laquelle l'essai a été effectué [Cherepanov, 1995]

Les résultats de Mandelbrot et de ses collaborateurs ont prouvé qu'une énergie de rupture plus élevée correspond à une dimension fractale plus petite, c'est-à-dire une surface à faible rugosité.

Par exemple, la rupture fragile du verre, de faible énergie, produit généralement des surfaces plus lisses [Bouchaud E., 1991].

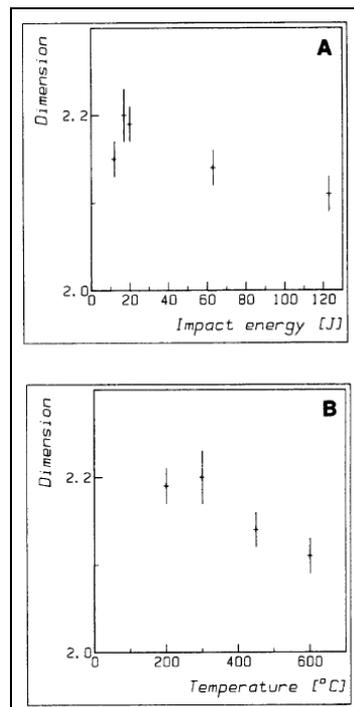


Fig. 3.6. La dimension fractale pour des surfaces de rupture en acier au carbone (DIN C45) trempés et revenus en fonction de l'énergie de rupture à l'impact (cas A) et en fonction de la température de revenu (cas B) [Imre A. et al., 1992]

La dimension fractale diminue s'il existe une dépendance entre la dimension fractale et la température de revenu ou l'énergie de rupture à l'impact. Pour le contour de rupture la technique des répliques métallographiques a été utilisée [Imre A. et al., 1992].

### 3.6.4. La corrélation entre la rugosité de la surface et la dimension fractale

Le profil de la surface de rupture représente un objet fractal. Conformément à la définition des surfaces fractales, si la longueur du profil maximal  $L_p$  est mesurée à une certaine résolution  $a$ , la longueur est égale à :

$$L_p = a(S_m / a)^\Delta \quad (3.12.)$$

où:

$\Delta$  représente la dimension fractale de la surface;

$a$  est un paramètre caractéristique du matériau comme par exemple le diamètre moyen du grain;

$S_m$  est la largeur de la pointe du profil de rugosité

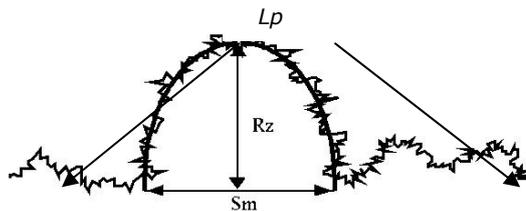


Fig.3.7. Le modèle géométrique pour la détermination d'une relation entre la dimension fractale d'une fissure et la rugosité de la surface [Mishnaevsky L.Jr, Schmauder S, 1999]

La largeur de la trajectoire de la fissure, correspond à la surface de rupture formée par la hauteur des pointes de rugosité de la surface (la moyenne de hauteur des pointes est la valeur  $R_z$ ) [Mishnaevsky L.Jr, Schmauder S, 1999]. La longueur  $L_p$  de la partie de la surface du profil de la figure 3.6. croit avec la valeur de  $S_m$ . L'interdépendance entre  $L_p$  et  $S_m$  dépend de la forme de la pointe de la fissure. Si on suppose que la pointe de la fissure a la forme d'un arc de cercle ou de triangle,  $L_p$  est proportionnel à  $S_m$ . Il est obtenu la relation suivante :

$$L_p = kS_m \quad (3.13.)$$

D'où la détermination de la dimension fractale d'une fissure calculée à l'aide du modèle fractale :

$$\Delta = [1 + \ln(k)] / [\ln S_m - \ln d] \quad (3.14.)$$

où :

$\Delta$  représente la dimension fractale de la fissure,  $k$  est le paramètre de la pointe de la fissure;

$$k^2 = (R_z)/(S_m - 1);$$

$d$  est le diamètre moyen du grain;

$R_z$  et  $S_m$  sont les paramètres de la rugosité de la surface (hauteur et largeur de la pointe du profil de la rugosité).

### 3.6.5. Corrélations entre la ténacité à la rupture, la rugosité et la dimension fractale (Résultats analytiques)

Les recherches expérimentales ont prouvé que la ténacité à la rupture diminue avec la décroissance de la rugosité de la surface. La ténacité à la rupture des aciers croît avec la croissance de la largeur de la fissure propagée (ou avec la croissance de hauteur de la surface de rupture) [Mishnaevsky L. Jr, Schmauder S., 1999].

Si nous utilisons la relation dérivée entre la dimension fractale d'une fissure et les paramètres de la rugosité de la surface, nous obtenons la relation suivante :

$$K_{Ic} \sim (R_z/S_m + 1) \cdot 0.5 \cdot B \cdot \ln(d/L_0) \quad (3.15.)$$

où:  $B$  représente un paramètre de matériau ;

La ténacité à la rupture des aciers augmente avec la croissance de la largeur de la fissure propagée (ou avec la croissance de hauteur de la surface de rupture).

## 3.7. Aspects fractal des matériaux

Mandelbrot a été le premier à prouver que la surface de rupture de l'acier possède des caractéristiques fractales.

Ces résultats ont été aussi confirmés dans le cas de la rupture des autres matériaux comme par exemple le molybdène, les roches naturelles, le béton).

La structure de nombreux matériaux naturels ou synthétisés relève aussi de la géométrie fractale. Tel est le cas de matériaux polymères, de certaines surfaces rugueuses ou de corps poreux. La structure fractale de certains matériaux nouveaux leur confère des propriétés exceptionnelles. Les chimistes ont pu récemment synthétiser des matériaux de structure extrêmement ténue, tels que des gels de silice, dont la densité est de l'ordre de  $50 \text{ kg/m}^3$ . Cette densité est intermédiaire entre celle d'un gaz (de l'ordre de  $1 \text{ kg/m}^3$ ) et celle d'un liquide ou d'un solide (de l'ordre de  $1000 \text{ kg/m}^3$ ). De tels matériaux, ultra légers, sont appelés *aérogels*. Leurs propriétés surprenantes (faible densité, très grand pouvoir d'isolation thermique) sont liées à leur structure fractale.

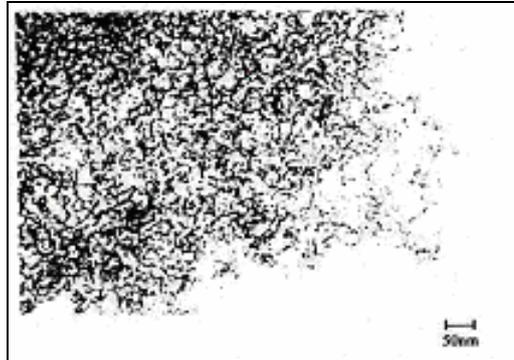


Fig.3.8. Exemple de structure fractale dans un aérogel [Kaye B.H., 1994]

La géométrie fractale a été utilisée pour la caractérisation des formes irrégulières des matériaux rompus par l'utilisation d'une discipline qui s'appelle la fractographie quantitative. La rupture signifie l'interruption de la liaison atomique et la fractographie établit la corrélation entre le processus de l'interruption de la liaison atomique et la topographie de la surface de rupture.

La fractographie quantitative est aujourd'hui une méthode très utile pour la compréhension des mécanismes de rupture des matériaux, en particulier quasi fragiles (par exemple : le bois, le mortier), où les mécanismes de rupture sont assez faciles à exploiter (du  $\mu\text{m}$  à plusieurs dizaines de mm). La rupture signifie l'interruption des liaisons atomiques et la topographie de la surface de rupture.

Le concept de "fractal" peut de plus expliquer comment se produit les processus de rupture au niveau atomique, ainsi que le processus d'usure. L'énergie de la surface mesurée au niveau macroscopique est plus grande que celle calculée pour l'interruption de la liaison atomique. Les règles du changement de l'échelle de représentation pour cette énergie n'ont pas encore été élucidées.

L'analyse fractale ne conduit pas à la conclusion que les céramiques alumineux et les matériaux fragiles présentent, en général, une porosité plus grande au niveau atomique, que l'aluminium allié ou d'autres matériaux ductiles.

Dans le cas idéal, on considère que les matériaux métalliques sont homogènes et isotropes. L'isotropie est une caractéristique des systèmes matériels qui ne peut s'expliquer que si on s'analyse des propriétés physiques vectorielles d'un système, en fonction de leur direction. Les propriétés vectorielles sont des propriétés qui ne se définissent pas seulement par une valeur numérique, mais nécessitent une direction et un sens, et on peut les représenter par un vecteur.

Si les propriétés vectorielles sont indépendantes de la direction, le système est isotrope, et si les valeurs numériques de ces propriétés sont une fonction de la direction, le système est anisotrope. Les phases avec homogénéité statistique (les phases amorphes) sont isotropes. Dans l'espace occupé par une phase avec homogénéité statistique, tous les points sont identiques entre eux. On dit que le système se transforme en lui-même par certains déplacements, ou qu'il est invariant par n'importe quel déplacement.

En analysant ces microstructures, on pourrait dire au premier regard que la structure d'un matériau métallique est non uniforme, et ne respecte aucune loi; c'est-à-dire qu'il s'agit d'une "structure chaotique".

Malgré cela, ces structures respectent certaines orientations et directions cristallographiques [Popescu T., Ciucă I., 1996].

Récemment, dans l'étude des microstructures, on a utilisé les propriétés "des ensembles fractals". Pour une phase à homogénéité statistique, on dit qu'il y'a une symétrie infinie. Dans les phases à distribution ordonnée des particules, les points de l'espace ont des rôles différentiels et, dans le cas général, ceux-ci ne sont invariants que par rapport à la translation. Entre les deux cas limites de symétrie (symétrie infinie et symétrie réduite seulement à la translation) existe une série de situations intermédiaires (symétrie partielle).

Même dans le cas d'une même composition chimique, chaque type d'arrangement correspond a une phase solide distincte. En réalité, la structure des matériaux est très complexe. Même si un certain matériau est considéré à un moment donné comme isotrope et homogène, après une déformation elasto-plastique, comme par exemple une torsion ou le forgeage, il apparait des hétérogénéités ou (et) anisotropies.

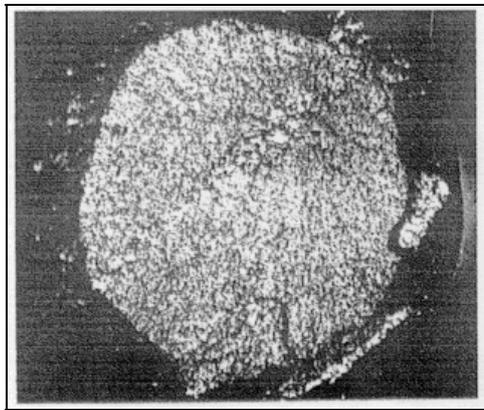


Fig.3.9. Surface fractale invariante par rotation pour un alliage de titane [Popescu T., Ciucă I., 1996]

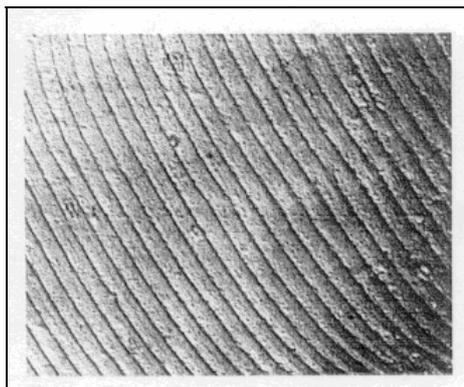


Fig.3.10. Surface fractale invariante par translation pour un alliage d'aluminium rupture en fatigue) [Popescu T., Ciucă I., 1996]

#### **a). Matériaux poreux**

Feder a mentionné que la dimension fractale d'un matériau est directement proportionnelle à sa porosité [Feder J, 1988].

Cette manière d'analyser un matériau est de grande importance dans l'ingénierie, et peut être comprise en détails par l'utilisation du concept fractal. Un matériau avec une dimension fractale plus grande est plus "friable". Ainsi, peut-on observer que les discontinuités de l'intérieur de sa structure sont plus petites, en permettant que l'eau soit aisément captée, grâce à l'effort de surface.

Les céramiques poreuses, les sols sédimentaires et les pierres qui contiennent des réserves souterraines de pétrole présentent de fortes caractéristiques fractales.

Ces matériaux peuvent avoir une surface très bien définie, mais les mesures sur cette surface là ne sont pas représentatives de leur aire totale; d'où l'importance de la topologie tridimensionnelle et des dimensions de la structure du pore.

La perméabilité de ces matériaux est étroitement liée au caractère fractal donné par le réseau de porosité.

Ainsi:

- les matériaux ductiles (aluminium) n'ont pas une grande porosité;
- Certains matériaux fragiles (céramiques alumineuses, comme le diamant ou le verre, ont une porosité plus grande au niveau atomique, ou au niveau microstructural.

#### **b). Les poudres métalliques**

Le frittage est un processus par lequel on réalise le compactage d'un matériau solide à partir de poudres, par chauffage à une température inférieure à celle de fusion des différents composants. La technologie qui est à la base de ce procédé est la métallurgie des poudres. Les matériaux obtenus par cette technologie différente sont dits matériaux frittés. Ils représentent une nouvelle catégorie de matériaux.

La métallurgie des poudres a trouvé principalement comme applications, la production de petites pièces et de pièces à formes complexes, difficiles à réaliser par le moulage. D'autres applications portent également sur la réalisation de matériaux poreux, l'obtention de certains matériaux dont les composants ne s'allient pas normalement, ainsi que sur celle de métaux et alliages difficilement fusibles à l'état pur.

Les poudres métalliques sont produites par quelques processus différents. La modalité de fabrication de celles-ci détermine la structure des grains et leur énergie de surface.

La forme des grains des poudres métalliques produits par divers procédés a un aspect fractal. Ceci est influencé par le processus de production comme dans la figure (3.11).

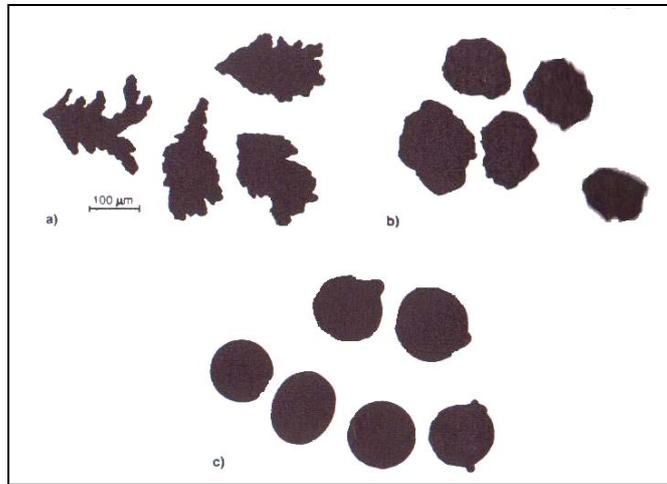


Fig.3.11. La forme des grains des poudres métalliques produites par divers procédés [Takayasu H., 1992]:

- (a) Poudre métallique produite par électrolyse (contour très rugueux)
- (b) Poudre métallique produite par un processus de dissolution et de broyage
- (c) Poudre métallique produite par un processus de pulvérisation du métal (atomisation)

En réalité la structure des matériaux est très complexe. Même si, à un moment donné, un certain matériau peut être considéré comme isotrope et homogène, après une déformation élasto-plastique simple comme par exemple la torsion ou le forgeage, il apparaît des hétérogénéités ou une anisotropie.

Le type de poudre de figure 3.10.a) produite par électrolyse, a une énergie de surface élevée. La forme des particules est dendritique.

Le type de poudre de la figure 3.10.c) est produit par atomisation (pulvérisation) du métal et possède une surface beaucoup plus lisse.

Le type de poudre de la figure 3.10.b) peut être obtenue par la dissolution d'un mélange de cuivre. Son état de surface est intermédiaire entre les deux cas précédents.

### 3.7.1. Le model unitaire fractale des modes de rupture

Les processus de rupture dans les matériaux polyphasiques comme le béton, les roches, les céramiques et celui des matériaux homogènes, comme le verre et le métal sont différents [Borodich, 1999].

Su et al. ont supposé qu'un échantillon lisse en acier peut être représenté par un ensemble d'hexagones droits congruents, puis ont supposé qu'une fissure est propagée le long des côtés des hexagones [Yan Su, Lei Wei-Sheng, 2000].

La grandeur de chaque hexagone est supposée égale à la taille d'un grain du matériau.

Par définition, la dimension fractale  $\Delta$  peut être estimée par la relation :

$$\Delta = \log(N)/\log(1/r) = \log(9)/\log(5 - 4 \cdot \cos \theta) \quad (3.16.)$$

où :

$N=3$  et  $r = \overline{AB} / \overline{AD} = 1/\sqrt{5-4\cos\theta}$  représentent, respectivement, le nombre des fragments et le rapport de similitude du générateur fractal des modes de rupture microscopiques de la figure 3.12

$\overline{AB}$  et  $\overline{AD}$  définissent la valeur algébrique des segments [AB] et [AD]; et  $\theta$  représente, quant à lui, l'angle entre les fragments adjacents comme dans la figure 3.12. (a).

La figure 3.12(d) montre le schéma de la section transversale d'une surface de rupture avec des dislocations. On définit les dimensions  $M$  et  $W$  qui peuvent être utilisées pour simuler la rupture ductile, par la coalescence des micropores et d'autres modes locaux de rupture ductile.

La rugosité de la surface de rupture à l'échelle microscopique  $M$  a été défini par la relation :  $M=H/W$ .

La dimension fractale a pu être estimée par l'équation suivante :

$$M = H / W = 1/[2 \cdot \text{tg}(\theta/2)] \sqrt{(9 - 9^{1/\Delta}) / [4 \cdot (9^{1/\Delta} - 1)]} \quad (3.17)$$

Il peut être remarqué que si l'angle  $\theta$  est plus grand, alors les paramètres  $\Delta$  et  $M$  sont plus petits. La surface de rupture est alors plus lisse, si l'angle est plus grand. Ainsi nous pouvons considérer la dimension fractale comme une mesure de la rugosité de la surface de rupture  $M$ , pour une surface de rupture réelle d'un matériau utilisé dans l'ingénierie.

Il est vrai que l'ensemble des hexagones ne représente pas un objet fractal et l'application formelle du concept de fractal dans le cas des objets non fractals n'est pas justifiée [Yan Su, Lei Wei-Sheng, 2000].

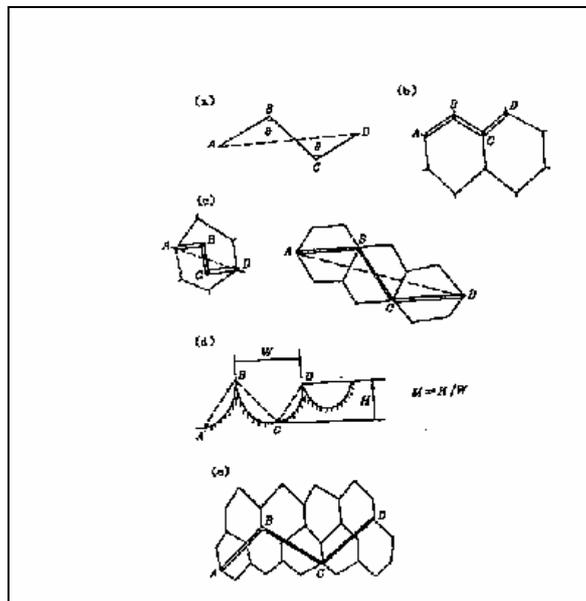


Fig.3.12. Le modèle unitaire fractal des modes de rupture microscopique [Yan Su, Lei Wei-Sheng, 2000]  
 (a) générateur fractal;  
 (b) rupture inter-granulaire;  
 (c) clivage trans-granulaire;  
 (d) rupture formée par la coalescence des micropores;  
 (e) clivage trans-granulaire avec rupture inter-granulaire

Vue au microscope, une fissure se propage en zigzag, avec une longueur minimale pour son pas de croissance. Le générateur en forme de Z, tel que présenté dans la fig. (3.12.) est proposé comme modèle fractal unitaire des différents modes de rupture, examinés au microscope: rupture inter-granulaire, clivage trans-granulaire, rupture formée par la coalescence des micropores et la jonction entre le clivage trans-granulaire avec la rupture inter-granulaire, tel que cela est illustré de la figure 3.12.(b) à la figure 3.12.(e).

### 3.7.2. La simulation des surfaces de rupture à l'aide des fonctions fractales

La géométrie fractale décrit des systèmes dans lesquels on trouve des structures données à différentes échelles d'observation, et dont les paramètres caractéristiques ne sont dérivables en aucun point. La dimension fractale est, alors, l'un des paramètres les plus importants pour la description d'une courbe fractale.

Pour la détermination des surfaces fractales de rupture, on utilise la famille des fonctions de Weierstrass  $W$ . Les caractéristiques de cette fonction sont similaires aux fractales, dans le sens où cette fonction a une complexité uniforme et infinie, indépendamment du facteur d'échelle auquel on la considère.

La forme des surfaces de rupture n'est pas du tout aléatoire, mais elle présente certaines caractéristiques des ensembles fractales. Pour l'imitation des surfaces fractales de rupture, on utilise la famille de fonctions de Weierstrass,  $W(X)$  :

$$W_{(a,b)}(X) = \sum_{n=0}^{\infty} b^{-n} \cos(a^n \pi x) w \quad (3.18.)$$

où :

$b$  est un entier naturel impair,  $a \in (0,1)$ , avec la condition que  $ab > 1 + \frac{3\pi}{2}$ .

La famille  $W$  a la propriété de contenir des fonctions continues qui n'ont de tangente en aucun point.



Fig.3.13. Surfaces fractales qui imitent la rupture [Popescu T., Ciucă I., 1996]

### 3.8. Conclusions du chapitre 3

Le chapitre 3 contient une série de contributions concernant l'application de l'analyse fractale dans le cas des surfaces de ruptures en régime dynamique. Dans le tableau 3.1, est analysée la dimension fractale en fonction de la méthode de calcul, du type de la sollicitation (choc ou fatigue) et de la température à laquelle la sollicitation a eu lieu.

On a mis en évidence que la technique de segmentation de l'image, utilisée quelquefois dans la littérature pour la rupture des éprouvettes Charpy, est applicable pour distinguer les zones fragiles des zones ductiles.

Dans les paragraphes suivants on a discuté des différentes techniques d'obtention des surfaces de rupture en vue de l'application de l'analyse fractale : la méthode des îles, la méthode de Section Verticale et la profilométrie tactile.

La conclusion qui peut être prise sur la base des travaux présentés ci-dessus est que la méthode optimale pour la détermination des caractéristiques fractales d'une surface de rupture est la méthode de Section Verticale, due au fait que le profil de rupture et la microstructure peuvent être étudiés simultanément.

Aussi, le contour de la rupture peut être corrélé à la microstructure. On a étudié les corrélations qui existent entre les caractéristiques mécaniques des matériaux et la dimension fractale des surfaces de rupture : corrélations entre la ténacité à la rupture et la dimension fractale; corrélation entre l'énergie de la surface de rupture et la dimension fractale d'une fissure; corrélations entre l'énergie de rupture obtenue suite à l'essai Charpy et la dimension fractale; corrélations entre la ténacité à la rupture, la rugosité et la dimension fractale (résultats analytiques). La rugosité a une grande influence sur la dimension fractale, et ces deux paramètres donnent une information plus détaillée sur la topographie d'une surface de rupture.

Une conclusion importante de ce chapitre est que l'énergie de rupture suite à l'essai Charpy varie de manière inversement proportionnelle à la dimension fractale.

On a analysé une autre tendance rencontrée en littérature : l'aspect fractal des matériaux. Les matériaux poreux et les poudres métalliques par leur aspect possèdent de fortes propriétés fractales.

Dans le dernier paragraphe du chapitre nous avons présenté une fonction fractale qui pourrait imiter les surfaces de rupture, la fonction Weierstrass.

## **4. CONTRIBUTIONS THÉORIQUES CONCERNANT LES MÉTHODES DE DÉTERMINATION DE LA DIMENSION FRACTALE DANS LE CAS DES PROFILS DE RUPTURE OBTENUS PAR DES SOLLICITATIONS DYNAMIQUES**

Puisqu'ils présentent des rapports de contraction différents selon la direction, les profils de rupture des éprouvettes Charpy possèdent donc la propriété d'auto affinité. Toutefois, ils peuvent être auto affines à l'échelle de petites observations, et auto similaires à une échelle plus grande. Deux illustrations de telles fractales sont fournies par la fonction de Weierstrass (chapitre 3.7.2.) et le mouvement brownien fractionnaire.

### **4.1. Surfaces de rupture fractale auto similaires par rapport aux surfaces de rupture fractale auto affines**

Ce sous-chapitre qui se rapporte essentiellement aux caractères auto affine et auto similaire des surfaces de rupture, a fait l'objet d'une publication présentée lors de la Conférence Chaos 2008, qui s'est tenue du 3 au 6 Juin 2008, en Grèce: Secrieru C. Bigerelle M. and Iost A., [Self similar versus self-affine in fractal fracture](#) [Secrieru C. Bigerelle M. and Iost A, 2008]

Premièrement, nous répertorions les résultats de la littérature sur les conditions, les matériaux, les méthodes et les sollicitations mécaniques contribuant à la détermination du caractère auto similaire ou auto affine des surfaces de rupture. Nous établissons ensuite, selon la mesure de rugosité du profil, les conditions effectives d'auto similarité ou d'auto affinité d'une surface rugueuse.

Différents matériaux ont été utilisés, afin d'en analyser l'influence sur le caractère auto affine de leurs surfaces de rupture. Nous nous sommes, par ailleurs, particulièrement intéressés au fait de savoir, si nous mesurons effectivement, pour une surface de rupture, l'auto similarité existante ou l'auto affinité.

Expérimentalement, il a été observé que les surfaces des matériaux ne sont généralement fractales que sur une certaine zone; la plus grande échelle possible étant déterminée par la taille du spécimen, tandis que la plus petite est déterminée par la dimension atomique.

Les objets fractals sont invariants au changement de l'échelle de représentation et sont caractérisés par des dimensions non entières. Il apparaît cependant, que certaines données ou conditions expérimentales peuvent exercer une influence sur la valeur de la dimension fractale. C'est ainsi que l'on peut observer des propriétés de changement de l'échelle de représentation sur une amplitude de plus de cinq décades de grandeurs d'échelle, lorsqu'on utilise simultanément un microscope électronique à balayage (SEM) et un microscope à force atomique (AFM).

La dimension fractale d'une surface de rupture en représente la complexité géométrique, indépendamment de l'échelle de représentation.

Sa partie entière indique seulement si les données analysées représentent une trace (bidimensionnelle) ou une surface (tridimensionnelle). Elle n'est véritablement pas importante.

La partie fractionnaire contient, quant à elle, l'information la plus importante. Et en général, plus elle est grande, plus la surface est rugueuse.

Il y a actuellement dans la littérature, une certaine polémique au sujet de la nature auto similaire ou auto affine des surfaces rompues.

Le concept d'autosimilarité développé par Mandelbrot a été, par ailleurs, étendu à l'explication de l'anisotropie, via la notion de symétrie auto affine.

Les surfaces de rupture s'avèrent être auto affines avec un exposant bien défini et, de surcroît, peu sensible au matériau ainsi qu'au mode de rupture.

L'évidence de l'auto similarité des microstructures est a été mise en œuvre dans les métaux [Mandelbrot B. et al, 1984], les roches poreuses, le béton et le mortier [Bažant Z.P., 2005], [Carpinteri A., 1994], [Carpinteri A. et al., 1995].

L'autosimilarité est, par ailleurs, évaluée en analysant certaines caractéristiques géométriques, et en les mesurant à différentes grandeurs d'échelle.

La microscopie électronique à balayage est particulièrement utile dans l'établissement de l'étendue d'autosimilarité dans la surface de rupture.

La dimension fractale de surfaces de rupture auto-similaires peut, quant à elle, être mesurée en utilisant la méthode du Slit Island [Mandelbrot B. et al., 1984].

Selon la littérature, les surfaces de rupture qui sont formées dans les matériaux isotropes, sont considérées comme autosimilaires (verres, matériaux fragiles polycristallins à grains fins).

Et, bien qu'il n'y ait aucune règle générale, le bon sens suggère, tout de même, que l'autosimilarité sur moins de deux à trois ordres de grandeur, ne soit pas une indication de phénomènes physiques importants, et doive, de ce fait, être négligée [Bažant Z.P., 2005].

Par ailleurs, il est bien connu que la dimension fractale des surfaces de rupture est associée au mécanisme de rupture et est généralement affectée par des microstructures telles que les microfissures. Cependant, nous ne pouvons corrélérer une valeur donnée de la dimension fractale avec une microstructure spécifique, parce que les surfaces de rupture ne sont "fractales" qu'au sens statistique, et que par conséquent, leurs profils ne correspondent pas mathématiquement, à des figures rigoureusement fractales. Il se pose alors la question d'une estimation par intervalles de confiance, de la dimension fractale des surfaces de rupture.

La valeur de la dimension fractale peut ainsi dépendre de l'étendue dans laquelle celle-ci est estimée, parce que l'étendue de l'analyse fractale est associée à l'étendue de la microstructure caractéristique.

Il est également à noter, qu'une surface auto similaire, vue au microscope sous différents grossissements, produit des statistiques identiques à celle d'une surface rugueuse ; puisqu'en réalité, l'autosimilarité est indépendante de l'échelle de représentation.

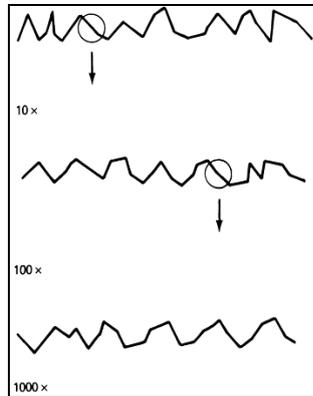


Figure 4.1. Fractale auto similaire

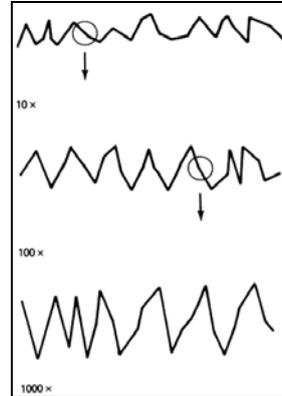


Figure 4.1. Fractale auto affine

Une fractale auto affine est, quant à elle, seulement auto similaire lorsque qu'elle est plus étirée dans une direction que dans une autre [Whitenton E.P., 1992]: la taille verticale augmente, alors que la taille latérale reste constante. L'auto-similarité est ainsi obtenue, par compression de l'échelle verticale. Les figures 4.1 et 4.2 en sont une illustration.

La notion d'auto affinité a été utilisée, pour la première fois, pour caractériser le relief fractionnaire brownien, présenté par Mandelbrot. Elle est caractérisée par la transformation anisotropique suivante:

$$(x, y, z) \rightarrow (bx, by, b^{\zeta} z) \quad (4.1.)$$

où  $b$  est le facteur d'échelle,  $x$  et  $y$  les coordonnées d'un point quelconque du plan perpendiculaire à la direction portée par la hauteur  $z$ ; et  $\zeta$ , l'indice de rugosité local, encore dit, exposant de Hurst. Ce dernier est lié aux dimensions fractale et topologique de la surface, respectivement notées  $\Delta$  et  $d$ , par la relation:

$$\Delta = d + 1 - \zeta \quad (4.2.)$$

Il a été proposé que cet exposant  $\zeta$  puisse être universel, et indépendant du mode de rupture, ainsi que du matériau [Balankin A.S., 1997], [Bouchaud E., 1997], [Katowski P., 2006].

Pour Wang, cela reviendrait à dire, que des matériaux différents posséderaient ainsi, une même dimension fractale universelle; ce qui ne paraît pas possible [Wang S.G, 2003].

Toutefois, la caractérisation d'une structure auto affine est faite par l'estimation de la dimension fractale de son profil, selon deux classes de méthodes expérimentales, [Katowski P., 2006] basées sur la mesure de l'exposant de rugosité:

**Les méthodes classiques** où l'exposant auto affine est calculé sur la base de la dimension fractale : Box Counting, méthode de l'arpenteur, relation entre périmètre-aire, analyse du spectre de puissance.

**Les méthodes directes** : méthode de la bande de largeur variable (angl. variable band-width method) [Schmittbuhl J. et al., 1995], méthode de la probabilité de retour [Katowski P, 2006], analyse du spectre de puissance, transformation en ondelettes [Katowski P, 2006].

Selon la méthode de la bande de largeur variable, par exemple, la rugosité peut représenter l'écart type des fluctuations de la hauteur d'un échantillon du profil, prélevé à travers une fenêtre de largeur donnée. Ainsi, pour un comportement fractal auto affine, cette largeur de bande est négligeable par rapport à la taille du motif fractal; et lorsqu'il n'en est pas le cas, la mesure de la rugosité de l'échantillon, se ramène alors, à celle d'un certain nombre de motifs similaires; on dit alors que la rugosité sature.

L'indice de rugosité local, s'obtient ainsi, comme étant la pente, dans un diagramme log-log, du graphe de la rugosité en fonction de l'échelle d'observation, c'est à dire en fonction de la largeur de la fenêtre.

Une définition de la rugosité basée sur la différence des hauteurs respectives, sur la fenêtre, entre le point le plus haut et le point le plus bas, est également applicable à cette méthode.

La méthode d'analyse du spectre de puissance, quant à elle, présente l'avantage de pouvoir mesurer les surfaces anisotropes, par la détermination de leur dimension fractale, en fonction de la direction.

Le diagramme log-log du grossissement, en fonction de la fréquence, de la transformée de Fourier, est une ligne droite, dont la pente est liée à la dimension fractale.

#### 4.1.1. Fractale ou artefact dans l'étude de surfaces de rupture ?

La rugosité d'une surface est un paramètre de forme, pouvant mesurer la taille moyenne d'une surface donnée. Elle dépend de l'échelle de mesure.

Toutefois, la dimension fractale d'une surface n'est pas clairement une mesure de rugosité, au sens du paramètre moyen de rugosité  $R_a$ , ou au sens de l'un des autres paramètres classiques de rugosité, utilisés pour la description des irrégularités des profils ou des surfaces.

Mandelbrot et al. ont étudié six échantillons d'acier auxquels des traitements thermiques différents ont conféré des énergies de rupture différentes, mesurées à travers des essais Charpy [Mandelbrot B. et al, 1984]. Pour analyser les surfaces de rupture résultantes, ils ont appliqué la méthode des îles, avec pour contours, les intersections de la surface de rupture avec un plan d'équation  $z=\text{constante}$ . Alors que la surface est, elle-même, auto affine de dimension  $\Delta$ , ils ont obtenu, pour les îles qui sont des objets bidimensionnels denses, une dimension  $\Delta-1$ .

Par ailleurs, la corrélation entre l'exposant de rugosité et la ténacité à la rupture n'étant pas établie, Bouchaud a ainsi proposé l'universalité de l'exposant de Hurst, avec une valeur fixée à  $\zeta = 0.8 \pm 0.05$ , indépendamment du mode de rupture, de la ténacité à la rupture et du matériau [Bouchaud E., 1997].

Il n'y aurait donc pas de corrélation entre l'indice de rugosité et n'importe quel autre paramètre physique du matériau [Secrieru et al., 2008].

Effectivement, en effectuant juste un choc sur une éprouvette entaillée du matériau étudié dans le cas d'un essai Charpy, on a observé une fissuration brutale, et obtenu un indice de rugosité  $\zeta$  d'environ 0,8.

Par contre, les essais de fatigue oligocycliques qui peuvent être considérés comme un processus plus lent, ont conduit à un indice de rugosité d'une valeur plus petite, et approximativement égal à 0,6.

Toutefois, les valeurs enregistrées par le microscope à l'effet tunnel (STM), étaient significativement plus petites que l'exposant universel, et généralement comprises entre 0,4 et 0,6. [Whitenton E.P., 1992]

Selon d'autres chercheurs [Balankin A.S., 1997], l'exposant de rugosité ne peut dépendre de la microstructure du matériau.

D'un point de vue purement mathématique, une courbe ou une surface fractale est définie comme un objet statistiquement auto similaire, à n'importe quelle échelle dimensionnelle. On observe ainsi, beaucoup d'objets fractals sur une certaine plage d'échelles d'observation, dont la limite supérieure correspond typiquement à la taille maximale de l'objet, et la limite inférieure, à une valeur pouvant être fixée par la résolution disponible de l'image ou par un certain changement de la physique qui produit la ligne ou la surface.

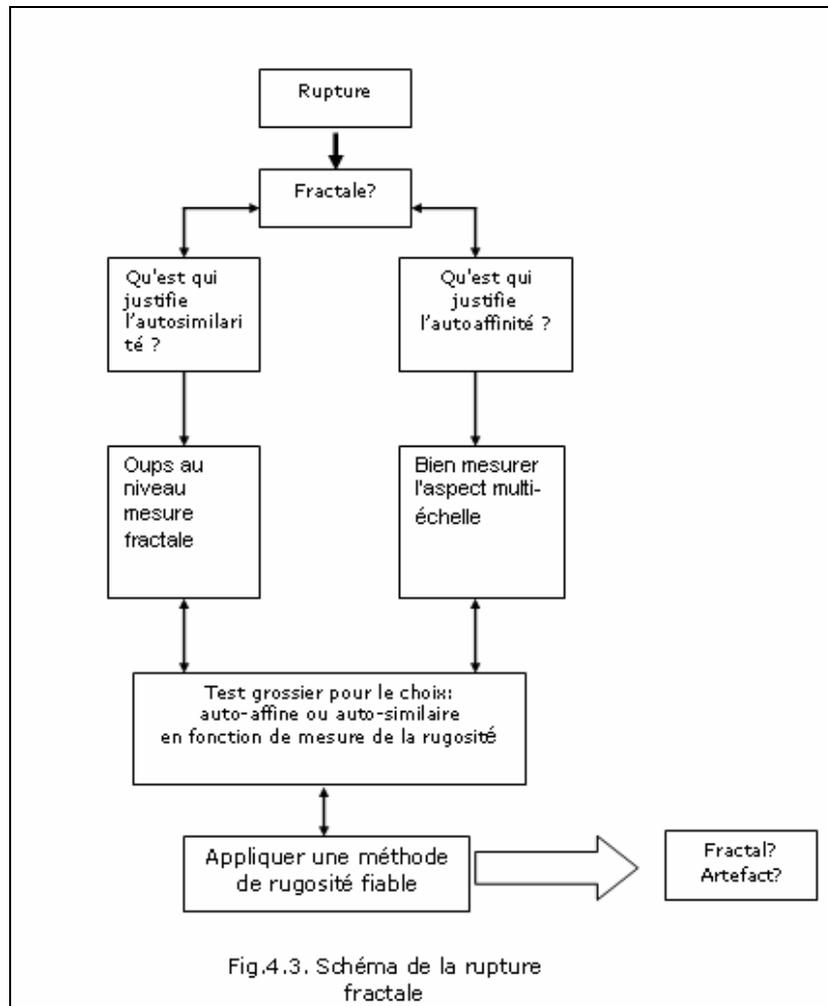
Par exemple, aux très petites dimensions, comme dans le cas de forces atomiques, la cristallographie et la tension superficielle pourraient intervenir pour créer le comportement euclidien.

Rappelons, par ailleurs, que l'intersection d'une surface auto affine avec le plan ( $z=0$ ), est un objet auto similaire de dimension  $\Delta-1$  [Bouchaud E., 1997].

Une des méthodes les plus utilisées pour caractériser une structure auto affine est l'estimation de la dimension fractale du profil de la surface de rupture (par l'intermédiaire de la profilométrie tactile ou de la profilométrie optique). La dimension fractale pour un profil de rupture:

$$D_s = D_p + 1 \quad (4.3.)$$

où  $D_s$  représente la dimension fractale du profil de rupture, et  $D_p$ , celle du profil obtenu par la coupe verticale de la surface de rupture.



On constate que les mesures relatives à l'auto affinité correspondent également à celles relatives à l'autosimilarité; sans pour autant que l'inverse soit vraie.

Il apparaît, en définitive, que la dimension fractale d'une surface n'est pas explicitement une mesure de rugosité, puisqu'elle ne dépend pas du changement de l'échelle de représentation.

#### 4.2. Discussions concernant l'application de la méthode du Box Counting

Pour l'estimation de la dimension fractale par la méthode du *Box Counting* il faut respecter les étapes suivantes :

- a). le recouvrement de l'image avec des carrées de différentes grandeurs
- b). le comptage des carrés

- c). la représentation d'un diagramme en coordonnées log - log en fonction du nombre de carrés  
 Pour différentes longueurs  $r$ , on compte  $N(r)$ , le nombre le plus petit de carrés de côté  $r$ , nécessaires pour couvrir un objet.

La dépendance  $N(r)$  en fonction de  $r$ :

- a). Pour un contour unidimensionnel (segment de droite), on a :

$$N(r) = 1/r \quad (4.3.)$$

- b). Pour un contour bidimensionnel, on a plutôt :

$$N(r) = (1/r)^2 \quad (4.4.)$$

- c). et, pour un contour tridimensionnel, la relation correspondante s'écrit :

$$N(r) = (1/r)^3 \quad (4.5.)$$

Pour des formes plus complexes, la relation entre  $N(r)$  et  $1/r$  est plus difficile à formaliser.

Pour des images binaires il est plus convenable de choisir comme côté des carrés, le nombre de pixels.

En général, il y a trois types d'ensembles, du point de vue des propriétés fractales et de l'utilisation de la méthode du Box Counting [Górski, A.Z., 2001]:

- les fractales mathématiques, qui sont des ensembles bien définis, avec une formulation rigoureuse des propriétés fractales (sans approximation numérique), à l'image du triadique de Cantor ;

- les fractales physiques qui sont des ensembles finis, exprimant des représentations informatiques de fractales mathématiques.

Dans ce cas, on pourrait obtenir une régression linéaire convenable pour la détermination de la dimension fractale, en utilisant la méthode Box du Counting;

- les structures pseudo fractales, qui sont des ensembles finis, ne représentant pas des fractales mathématiques.

De très nombreux résultats de la littérature sont controversés, du fait d'une mauvaise application de l'algorithme de régression linéaire [Grau J. et al., 2006], [Górski, A.Z., Skrzat J, 2006], [Gonzato G. et al., 1998], [Wendt U. et al., 2002].

Un nombre adéquat d'étapes (au moins 15 à 20) sont nécessaires pour l'application de la technique de régression linéaire, du point de vue des propriétés fractales et de la méthode du Box Counting [Gonzato G. et al., 1998].

La longueur, l'orientation et le placement d'une image par rapport à la boîte initiale, sont les causes potentielles des erreurs qui peuvent se propager, lors de l'évaluation de la dimension fractale. Le processus de numérisation lui-même est une cause majeure d'erreur.

Dans le cadre de la méthode du Box Counting, les boîtes utilisées sont carrées, dans le cas de surfaces auto similaires, et rectangulaires, lorsqu'il s'agit d'objets fractals auto affines.

Tanaka et al., ont mis en application la méthode du Box Counting pour l'étude de la surface de rupture de métaux et céramiques, après l'essai de fatigue,

en utilisant des images obtenues par micrographies de la surface de rupture, à l'aide du microscope électronique à balayage. [Tanaka M. et al., 2004].

La méthode du Box Counting peut être utilisée seulement après que la fissure entière se soit propagée [L.M.Alvez, 2005].

Usov V.V. et Shkatulyak N.M. ont examiné l'effet des changements, à l'échelle de la grille, de la dimension fractale des frontières choisies. Dans ce but, ils ont agrandi 4 à 16 fois l'image, et ont ainsi établi, avec de tels changements de la taille de boîtes élémentaires de la grille, avec un nombre limité de points expérimentaux, qu'il est possible de calculer la dimension fractale avec une erreur d'environ 5 % [Usov V.V., Shkatulyak N.M., 2005].

Perret J.S. a, quant à lui, utilisé la méthode du Box Counting, pour des objets de dimension 3, afin de caractériser la dimension  $\Delta_b$  de réseaux de macrospores. Dans ce but, les réseaux de macrospores dans quatre grandes colonnes de sol, ont été visualisés puis quantitativement évalués, en deux et trois dimensions, par le biais de la tomographie X. Il a comparé les résultats de cette méthode avec les co-dimensions obtenues en dimension 2; obtenant des valeurs différentes, pouvant être justifiées par le faible nombre de données [Perret J.S., 2003].

#### 4.2.1. Le problème de la corrélation des données

Une autre erreur classique d'évaluation de la dimension fractale à l'aide de la méthode des boîtes, porte sur la trop grande taille de celles-ci, comparée à celle de l'objet. L'erreur est engendrée par les boîtes positionnées sur les bords, dans la mesure où, elles sont susceptibles d'intercepter le vide.

La perturbation du résultat est d'autant plus sensible, que le nombre de ces boîtes est non négligeable par rapport au total des boîtes.

S'agissant de l'application de la méthode de régression linéaire, ainsi que des erreurs qui s'en suivent, un développement très détaillé a été fait dans le chapitre 2.

#### 4.2.2. Vérification de la robustesse de la méthode Box Counting

Dans le cas du fameux "tapis du Sierpinski", le facteur d'échelle est 3. C'est-à-dire, que partant d'un carré plein, on en fait une subdivision en 9 parties égales, puis on élimine la partie centrale qui en résulte; générant ainsi un rapport de masse égal à 8, dans le sens où, seuls les 8 carrés noirs restés éloignés du milieu, demeurent. On reproduit ensuite indéfiniment ce procédé sur chacun de ces carrés.

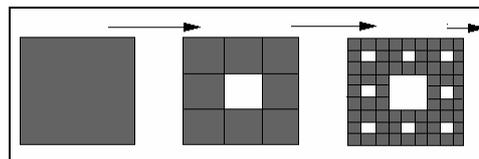


Fig.4.4. Génération de la courbe "tapis du Sierpinski"

Pour tester l'applicabilité de la méthode du Box Counting aux surfaces de rupture, nous avons, dans un premier temps, fait une comparaison entre la dimension fractale théorique du tapis, et les dimensions fractales obtenues par le biais des logiciels *Image J* et *Harfa*.

*Image J* est une application Java, en vue de l'analyse des images et de leur traitement, par utilisation des principes de la méthode du Box Counting, pour l'estimation de la dimension fractale. Cet algorithme est basé sur le comptage des pixels, par la variation de la résolution et de la position. *Image J* peut ainsi filtrer une image 2048 x 2048 en 0,1 seconde, soit 40 millions de pixels par seconde. Cependant, ce logiciel ne peut traiter que des images binaires (blanc et noir); d'où une segmentation de l'image, qui permettra, par la suite, de bien distinguer l'objet (le profil de rupture) par rapport au fond de l'image.

Le programme *Harfa* est, quant à lui, un programme produit par *l'Institute of Physical and Applied Chemistry de l'Université Technologique Brno de Cehia*, et par lequel, il a été réalisé une modification de la méthode du Box Counting de détermination de la dimension fractale. D'où les trois dimensions fractales suivantes:

- *BW*, qui caractérise les propriétés noires de la figure;
- *B+ BW* qui présente les caractéristiques du contour de l'objet, et représente la dimension fractale du contour de la surface de rupture;
- *W+BW* qui caractérise les parties blanches de l'objet.

L'analyse effectuée avec les deux logiciels, a conduit à la détermination d'intervalles contenant la dimension fractale, et centrés sur sa valeur théorique ( $\Delta=1,89$ ). C'est ainsi que par le programme *Image J*, le résultat obtenu est situé dans l'intervalle  $[\Delta-0,03, \Delta+0,03]$ ; en justifiant ainsi, l'application systématique.

Pour suivre le procédé du Box Counting en détail, nous avons étudié une surface simple représentée par une portion fissurée d'une vis en acier OLC 15.



Fig.4.5. Structure linéaire à analyser avec l'algorithme du Box Counting

Nous essayons, dans un premier temps, d'appliquer l'algorithme du Box Counting, en faisant une simulation de la fissure comme dans la figure 4.6, sans utiliser un quelconque logiciel de traitement de l'image.

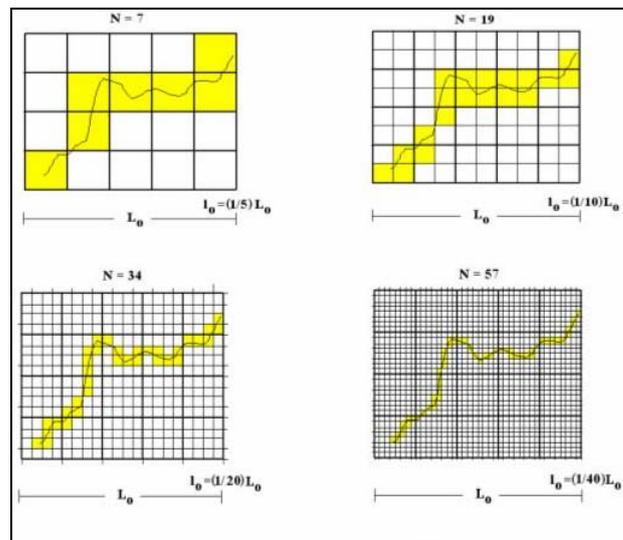


Fig.4.6. L'algorithme du Box Counting appliqué dans le cas d'une structure linéaire:

- (a). Simulation de la méthode du Box Counting dans le cas dans lequel  $N=7$
- (b). Simulation de la méthode du Box Counting dans le cas dans lequel  $N=19$
- (c). Simulation de la méthode du Box Counting dans le cas dans lequel  $N=34$
- (d). Simulation de la méthode du Box Counting dans le cas dans lequel  $N=57$

Nous avons, par ailleurs, suivi le mode, par lequel, le nombre de grilles ( $N$ ) nécessaires au recouvrement de la structure mesurée, varie en fonction de leur côté  $L_0$ . La dimension fractale a pu être obtenue à l'aide de la relation suivante:

$$\Delta = -\frac{\ln N}{\ln(l_0/L_0)} \quad (4.6)$$

L'application de l'algorithme du *Box Counting* (fig.4.4.), conduit, en effet, à:

$$\Delta = -\frac{\ln 57}{\ln(1/40)} = 1.096 \quad (4.7)$$

On obtient ainsi, pour une fissure, une dimension fractale comprise entre 1 et 2. (figure 4.5).

Par la suite, nous tentons d'améliorer l'efficacité de l'algorithme du Box Counting, en utilisant les programmes *Image J* et *Harfa*. Dans la figure 4.7, la dimension fractale est estimée, à l'aide du programme *Image J*.

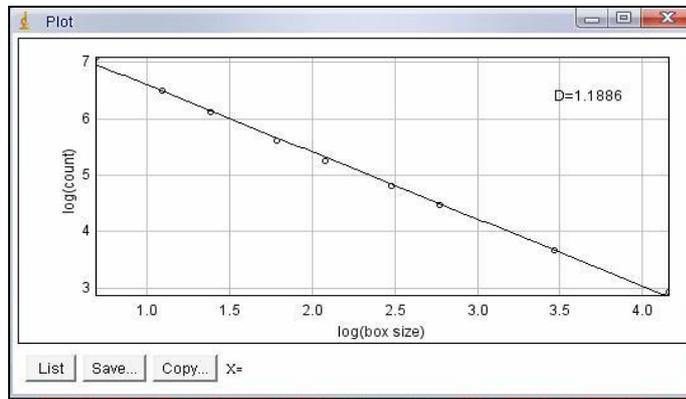


Fig.4.7. La dimension fractale de la fissure:  $\Delta=1,18$  (Programme *Image J*)

La dimension fractale,  $\Delta=1,19$ , du profil de fissure, est représentée par la pente du graphe de la figure 4.7. Dans la figure 4.8 on a estimé la dimension fractale à l'aide du programme *Harfa*.

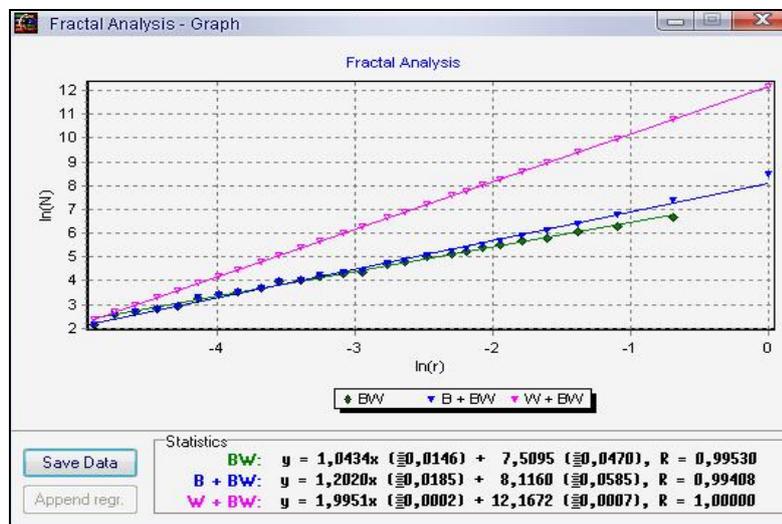


Fig.4.8. La dimension fractale de la fissure  $\Delta=1,20$  , coefficient de corrélation  $R=0,99$ ) dans le programme *Harfa*

Nous pouvons observer que le programme *Harfa* nous donne une valeur plus élevée de la dimension fractale par rapport au logiciel *Image J* ( $\Delta=1,20$ , avec un coefficient de corrélation  $R=0,99$ ).

Nous pouvons observer que le programme *Harfa* nous donne une valeur plus élevée de la dimension fractale par rapport au logiciel *Image J* ( $\Delta=1,20$ , avec un coefficient de corrélation  $R=0,99$ ).

Nous pouvons conclure que le logiciel *Image J* est plus avantageux à être utilisé, par rapport au logiciel *Harfa* ou dans le cas d'application de l'algorithme *Box Counting* sans utiliser un logiciel de calcul.

### 4.3. Particularités sur la méthode des oscillations

On a, ensuite, analysé l'applicabilité de la méthode des oscillations aux profils de rupture. Cette méthode est, théoriquement, conçue pour les graphes de fonctions continues, donc applicable à ce type de profils. Elle est, de plus, comme cela a été souligné dans le chapitre 2, basée sur l'intégration des oscillations locales.

#### 4.3.1. L'aspect local de la méthode

La méthode des oscillations permet d'obtenir la dimension Minkowski-Bouligand  $\Delta_{MB}$  par l'intégrale des oscillations locales.

Nous pensons à créer un modèle correspondant au cas dans lequel la continuité n'est pas vraisemblable en utilisant la théorie des distributions.

Nous discutons les deux cas qui peuvent exister pour la longueur d'une courbe:

a). La courbe est de longueur finie :

Dans le cas de longueur finie, la fonction  $z(t)$  est presque partout dérivable et il existe donc, presque partout, une vitesse instantanée  $v(t)$  ayant la forme :

$$v(t) = \sqrt{1 + z'(t)^2} \quad (4.8.)$$

Pour le calcul de la dérivée de  $z$  on mesure la pente :

$$z'(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{z(t+\tau) - z(t)}{\tau} \quad (4.9)$$

La longueur de la courbe est définie par :

$$L(\Gamma) = \int_a^b \sqrt{1 + z'(t)^2} dt \quad (4.10.)$$

Plus l'oscillation de  $z$  en  $t$  est grande, plus la vitesse de  $z$  en  $t$  est grande.

b). La courbe est de longueur infinie (fractale) :

La courbe  $\Gamma$  est fractale si :

$$\frac{osc_{\tau}(t)}{\tau} \rightarrow_{\tau \rightarrow 0} +\infty \quad (4.11)$$

uniformément par rapport à  $t$ .

Est-ce qu'on peut trouver des courbes presque partout dérivables ?

Pour envisager une courbe de longueur finie, il faut imaginer une interpolation du genre rectifiable entre les données : les points successifs sont reliés par des segments, ou par des fonctions de type spline, de façon que la courbe théorique admette une tangente presque partout.

Les courbes de longueur infinie peuvent être classées en deux familles : celles qui sont localement rectifiables, telles les spirales et celles qui ne sont rectifiables nulle part, dont tout sous-arc est de longueur infinie et qui peuvent alors être appelées *fractales*.

Si la courbe est de longueur infinie,  $z'(t)$  n'a plus de sens, la notion dérivée disparaît et on ne peut que mesurer des oscillations locales (autour d'un point).

L'étude des oscillations en tout point de  $[a,b]$  nécessite l'étude des cas où :

$$\begin{cases} t - \tau < a \\ t + \tau > b \end{cases} \quad (4.12)$$

$z$  est désormais défini sur l'intervalle :

$$z: [a - \tau_0, b + \tau_0], \tau_0 > 0 \quad (4.13)$$

#### 4.3.2. L'aspect global de la méthode

La méthode des oscillations est essentiellement déduite de la méthode de Minkowski. En effet on part toujours d'un recouvrement de la courbe initiale. Ici, cela revient à effectuer un recouvrement par des segments de longueur égale, à  $t$  donné, à  $osc_{\tau}$ .

Ce qui nous intéresse donc, c'est la somme des oscillations sur une courbe  $\Gamma$  [Secrieru, Jean-Marie Nianga, Iost Alain, 2008], [Tricot, 1994].

$$Var_{\tau} = \int_a^b osc_{\tau}(t) dt \quad (4.14.)$$

La  $\tau$  variation va correspondre à une aire, semblable à une saucisse. On déduit la dimension fractale de ce calcul de  $\tau$  variation par :

$$\Delta(\Gamma) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( 2 - \frac{\log \text{VAR} \tau(z)}{\log(\tau)} \right) \quad (4.15.)$$

#### 4.4. Conclusions du chapitre 4

Dans ce chapitre, une première étape a consisté en la mise en œuvre de critères théoriques de détermination et de différenciation des caractères auto similaire et auto affine d'une structure fractale. Il s'en est finalement déduit, à toute échelle de représentation, l'auto similarité statistique des surfaces de rupture.

Nous avons, ensuite, étudié les principales erreurs relevant de l'application de l'algorithme du *Box Counting*; erreurs notamment causées par la topographie de la forme de l'objet étudié, et/ou par la résolution de l'appareil de mesure du profil soumis à l'étude.

Nous avons, par ailleurs, fait une comparaison entre la dimension fractale théorique du "tapis de Sierpinski" et les dimensions fractales obtenues par le biais des logiciels *Image J* et *Harfa*. L'analyse effectuée avec ces deux logiciels a conduit à la détermination de quelques intervalles de confiance de la dimension fractale; intervalles centrés autour de la valeur théorique ( $\Delta=1,89$ ). Ainsi, par le biais du programme *Image J*, le résultat obtenu est situé dans l'intervalle  $[\Delta-0,03, \Delta+0,03]$ ; faisant porter notre choix pratique, sur une utilisation soutenue de ce programme.

Par ailleurs, pour expérimenter la méthode du *Box Counting*, nous avons étudié une surface simple, consistant en une portion fissurée d'une vis en acier OLC 15.

Pour cet exemple, le logiciel *Image J* s'est, à nouveau, avéré plus avantageux que le logiciel *Harfa*, ou une application stricte et exclusive de l'algorithme du *Box Counting*.

Nous avons, également, rappelé, en nous inspirant de nos deux premiers chapitres, la méthode mathématique des oscillations.

## 5. CONTRIBUTIONS EXPÉRIMENTALES À LA DÉTERMINATION DES PROFILS DES SURFACES DE RUPTURE PAR SOLLICITATIONS DYNAMIQUES

### 5.1. Considérations générales

Le chapitre 5 étudie l'influence du traitement thermique pour des éprouvettes Charpy entaillées en U, et qui ont été confectionnées en acier XC 65. Pour ces éprouvettes, il a été appliqué des traitements thermiques différents qui conduisent, soit à un comportement ductile, soit à un comportement fragile après rupture sous sollicitation dynamique.

Les résultats obtenus pour cet acier sont comparés au caractère fractal de la surface de rupture d'une éprouvette Charpy en acier inoxydable 316 L et d'un échantillon de verre de silice ( $SiO_2$ ), soumis à une sollicitation par impact.

L'observation des faciès de rupture a été effectuée par l'analyse fractographique des surfaces de rupture des éprouvettes Charpy, sous différents grossissements d'un microscope électronique à balayage, et sur des sections perpendiculaires à la surface de rupture, en microscopie optique et en microscopie électronique à balayage. L'analyse fractale est effectuée sur la base de profils mesurés par les différentes techniques destructives et non destructives.

Nous avons comparé les résultats de l'analyse fractale en fonction des méthodes d'obtention du profil de rupture et de détermination de la dimension fractale. La méthode des îles (Slit Island) [Mandelbrodt B. et al., 1984] s'applique seulement dans le cas des contours de rupture auto-similaires. La méthode de Section Verticale et les techniques non destructives (profilométrie mécanique et interférométrie) s'appliquent, quant à elles, dans le cas des profils de rupture auto-affine.

Les faciès de rupture des éprouvettes Charpy ont été analysés au microscope, immédiatement après le processus de rupture, pour ne pas faire intervenir le phénomène de corrosion de la microstructure du matériau.

Nous avons présenté les dispositifs avec lesquels, nous avons mesuré la rugosité du profil de rupture en fonction du caractère de la rupture. Nous avons implanté deux méthodes d'estimation de la dimension fractale : la méthode du Box Counting et celle de la Transformée de Fourier. La première a été implantée par l'intermédiaire du programme *Image J*. Celle de la Transformée de Fourier a été, par contre, implantée par l'intermédiaire du programme *Origin*.

#### 5.1.1. Les types de matériaux

##### 5.1.1.1. Acier XC 65

Le XC 65 est un acier au carbone pour traitements thermiques, d'après la norme française NF A 35-590. La désignation européenne correspondante est C60E selon la norme NF EN 10132-3. Les autres normes correspondant à ce type d'acier, sont les suivantes : DIN CK60 (Allemagne) et AISI 1065 (U.S.A.). Il est utilisé pour la réalisation de pièces d'usure, de moules pour matière plastique, de ressorts, de butées, d'engrenages, et de cames.

La composition chimique de l'acier XC65 [Norme NF A 35-590, 1992] est la suivante:

C: 0,60 à 0,68%  
Mn: 0,50 à 0,80%  
Si: 0,10 à 0,40%  
Al : 0,015 à 0,035 %  
Cr : < 0,20 %  
Ni: < 0,20 %  
Cu : < 0,30 %  
Mo : < 0,06%  
P : < 0,035 %  
S : < 0,035 %  
Sn : < 0,030 %

avec comme caractéristiques mécaniques:

Re > 650 N/mm<sup>2</sup>  
Rm = 900 à 1200 N/mm<sup>2</sup>  
HB=285

#### 5.1.1.2. Acier inox de type X2CrNiMo17-12-2 (316L)

L'acier inox de type X2CrNiMo17-12-2 (1.4404) représente un acier austénitique, conformément à la norme européenne EN 10250-4. Les standards correspondant à ce type d'acier inox, sont les suivants : AISI 316L (U.S.A.), Z2CND17-12 (France) et DIN X2CrNiMo18-10 (Allemagne). C'est un acier inoxydable utilisé dans les industries chimiques, pharmaceutique, pétrolières, agro-alimentaires, ainsi qu'en milieu nautique, de manière intensive.

La composition chimique de l'acier inox 316L [Norme EN 10250-4, 1999]:

C : < 0.030 %  
Si : < 1 %  
Mn : < 2 %  
P : < 0,045 %  
S : < 0,030 %  
N : ≤0.11 %  
Cr : < 16.50 à 18.50 %  
Mo : < 2 à 2.5 %  
Ni : 10 à 13 %

avec comme caractéristiques mécaniques, à la température ambiante [Norme EN 10088-3, 1995]:

a) Pour une épaisseur :  $d \leq 160$   
Dureté HB (estimatif) : <215  
Limite d'élasticité 0.2%  $R_{p0.2} = 200-235$  N/mm<sup>2</sup> ;  
Résistance à la traction  $R_m = 500-700$  N/mm<sup>2</sup> ;  
Allongement A = 40 %  
Energie de rupture absorbée par choc KV <100 J

## 5.2 – Fractographie des surfaces de rupture des matériaux 105

Résistance à la corrosion inter-granulaire : oui à l'état de livraison  
oui après traitement de sensibilisation

b) Pour une épaisseur :  $160 < d \leq 250$

Dureté HB (estimatif) :  $> 215$

Limite d'élasticité 0,2%  $R_{p0.2} = 200-235 \text{ N/mm}^2$  ;

Résistance à la traction  $R_m = 500-700 \text{ N/mm}^2$  ;

Allongement A = 30 %

Energie de rupture absorbée par choc (ISO-V) KV  $< 60 \text{ J}$

Résistance à la corrosion inter-granulaire : oui à l'état de livraison

oui après traitement de sensibilisation

### 5.1.1.3. Verre de silice $\text{SiO}_2$

La silice  $\text{SiO}_2$  est la composante principale du verre. Elle représente approximativement 70% de la masse de celui-ci. Son point de fusion est de 1730 °C. Et plus le pourcentage en  $\text{SiO}_2$  est élevé, plus le coefficient de dilatation est faible. Ainsi, le verre est plus résistant.

## 5.2. Fractographie des surfaces de rupture des matériaux étudiés aux différents traitements thermiques

### 5.2.1. Fractographie d'un faciès de rupture de l'éprouvette Charpy en acier XC 65 trempé dans l'eau salée (température d'austénitisation : 900°C, temps de maintien : 45 minutes)

L'éprouvette entaillée en U a été trempée dans l'eau salée après austénitisation à 900°C pendant 45 minutes.

La microstructure de la surface de rupture a été suivie au microscope de balayage de type MEB HITACHI S-520, aux grossissements 220x et 350x.

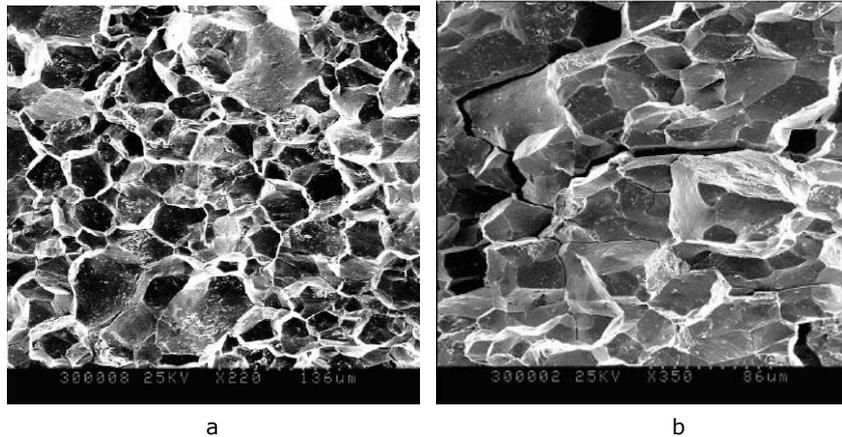


Fig.5.1. L'aspect de la surface de l'éprouvette Charpy en acier XC 65 trempée à l'eau salée (rupture intergranulaire) observée au MEB HITACHI S-520:

a). Grossissement x220, longueur de mesure : 136 µm;

a). Grossissement x350, longueur de mesure : 86 µm;

Sur les figures (5.1.a) et (5.1.b) nous pouvons remarquer le fait que la rupture a un caractère fragile. La rupture inter-granulaire a été produite entre deux grains dont la structure, observée par ailleurs en microscopie optique, est martensitique.

### 5.2.2. Fractographie d'un faciès de rupture de l'éprouvette Charpy en acier XC 65 après trempe et traitement thermique de revenu ( $T= 550\text{ °C}$ , $t=60\text{ min}$ ) et refroidissement lent à l'air

Dans les conditions thermiques de revenu ( $T= 550\text{ °C}$ ,  $t=60\text{ min}$ ) et de refroidissement à l'air, la surface de rupture de l'éprouvette en acier XC 65 a un aspect ductile.

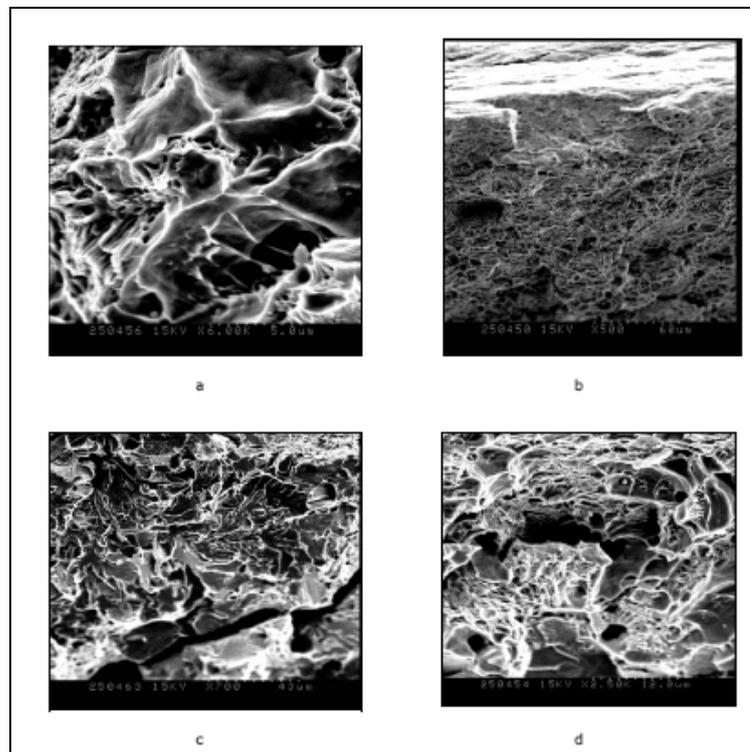


Fig. 5.2. L'aspect de la surface de l'éprouvette Charpy en acier XC65 revenu (rupture ductile), observé au MEB HITACHI S-520:

- a). Grossissement x6000, longueur de mesure : 5  $\mu\text{m}$ ;
- b). Grossissement x500, longueur de mesure : 60  $\mu\text{m}$ ;
- c). Grossissement x700, longueur de mesure : 43  $\mu\text{m}$ ;
- d). Grossissement x2.50K, longueur de mesure : 12  $\mu\text{m}$

### 5.3. La fractographie des surfaces de rupture en régime dynamique des matériaux testés à la température ambiante

Les éprouvettes Charpy testées à la température ambiante, ont été confectionnées en acier inox 316L et acier XC 65 non traité thermiquement. Suite à l'impact, une fragilité a été décelée sur l'échantillon en verre rompu.

#### 5.3.1. La fractographie d'un faciès de rupture de l'éprouvette Charpy en acier inox 316L

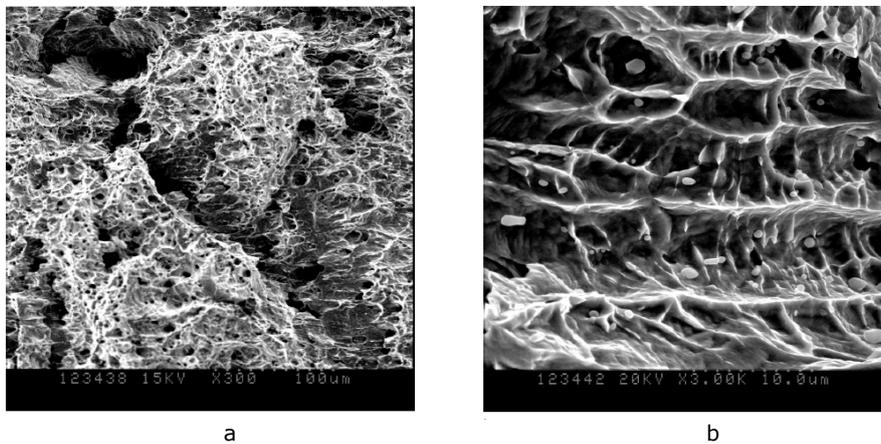


Fig.5.3. La microfractographie des surfaces de rupture dans le cas de l'éprouvette en acier inox 316L (rupture ductile) observée au MEB HITACHI S-520 :

- a). Grossissement x300, longueur de mesure : 100 µm;
- b). Grossissement x3000, longueur de mesure : 10 µm;

Sur la figure (5.3.) nous pouvons remarquer le caractère ductile de la surface de rupture, avec des déformations plastiques importantes et des cupules. Avec un grossissement plus important, nous pouvons observer sur la figure (5.3.b) les cupules et les impuretés qui ont favorisé la rupture dans la zone de rupture ductile d'une éprouvette en acier inox 316L.

#### 5.3.2. La fractographie d'un faciès de rupture d'un échantillon en verre

Le verre est un matériau fragile se fissurant seulement dans le 1er mode.

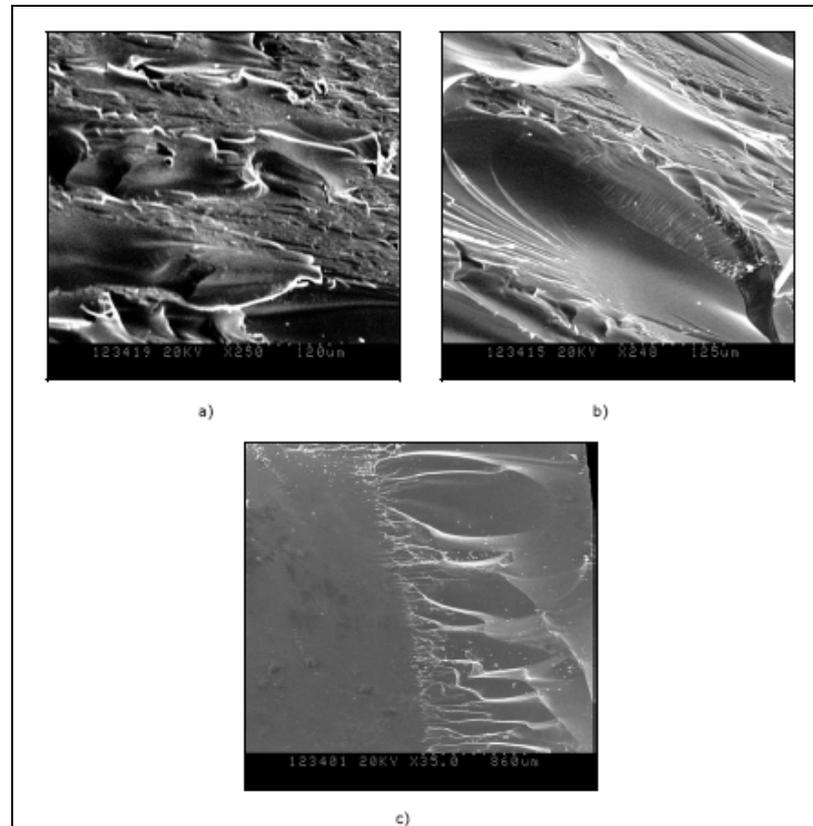


Fig.5.4. Microfractographie des surfaces de rupture pour verre (rupture fragile) observée au MEB HITACHI S-520 :

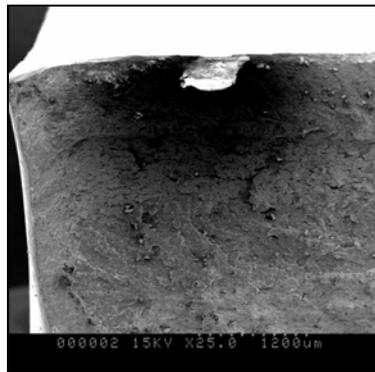
- a). Grossissement x250, longueur de mesure : 120 μm;
- b). Grossissement x248, longueur de mesure : 125 μm;
- c). Grossissement x35, longueur de mesure : 860 μm

L'origine de la rupture est sur la partie concave des lignes de Wallner et ces lignes s'utilisent pour la détermination de la direction de propagation et le positionnement de l'origine de la fissure.

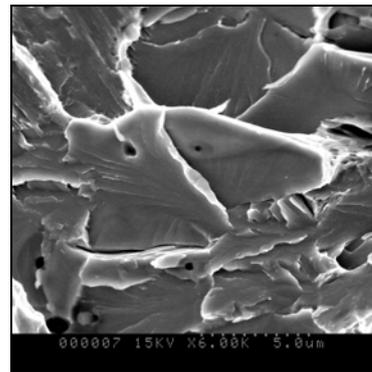
Ces lignes, dénommées selon le nom du chercheur qui a expliqué leur formation, sont situées sur la surface de rupture et sont causées par le dérangement du front de la surface de rupture par des ondes sonores.

Le phénomène est semblable à celui qui consiste à jeter une pierre dans l'eau.

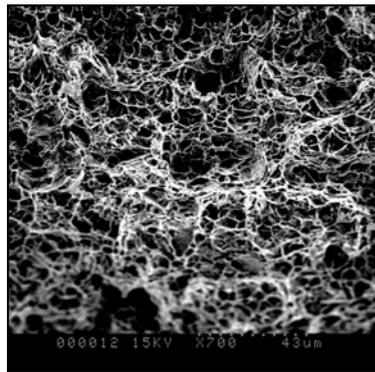
### 5.3.3. La fractographie d'un faciès de rupture de l'éprouvette Charpy en acier XC 65 non traité thermiquement



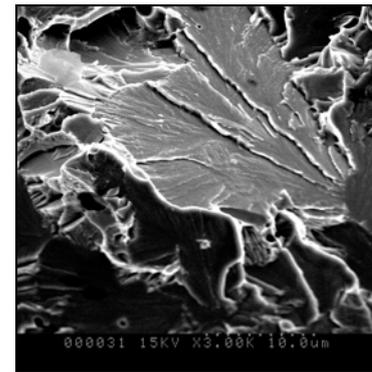
a.



b.



c.



d.

Fig. 5.5. Microfractographie des surfaces de rupture pour l'acier XC65 non traité thermiquement (rupture mixte), observée au MEB HITACHI S-520:

- a) Aspect mixte, Grossissement x25, longueur de mesure : 1200  $\mu\text{m}$ ;
- b) Aspect fragile, Grossissement x6000, longueur de mesure : 5  $\mu\text{m}$ ;
- c) Aspect ductile, Grossissement x700, longueur de mesure: 43  $\mu\text{m}$ ;
- d) Aspect fragile, Grossissement x3000, longueur de mesure: 10  $\mu\text{m}$ .

Nous pouvons remarquer l'existence de deux zones fragiles au centre de la pièce et autour de cette zone, une région ductile est visible. Ces zones fragiles sont caractérisées par la présence de clivages et de rivières. Le fait que la rupture fragile soit au centre de l'éprouvette, est en accord avec la triaxialité des contraintes plus importantes vers la surface de la pièce; ce qui correspond à une rupture ductile.

## **5.4. Méthodes et moyens expérimentaux utilisés pour l'investigation des profils de rupture des éprouvettes Charpy**

Pour la détermination du profil de rupture des éprouvettes Charpy, deux techniques distinctes sont utilisées : la méthode de Section Verticale et la méthode des îles, ainsi que des techniques non destructives, comme la méthode du palpement mécanique (par l'intermédiaire du profilomètre mécanique *KLA-Tencor P-10*) et la méthode du palpement optique (par l'intermédiaire du profilomètre optique *Wyko NT9300*).

Les profils de rupture résultants, suite aux mesures effectuées à l'aide de la profilométrie mécanique ou profilométrie optique (l'interférométrie) ont pu être déterminés par l'intermédiaire du programme Mountains Profile, conçu par la compagnie *Digital Surf* de Besançon, France.

### **5.4.1. Les moyens expérimentaux utilisés pour l'étude du profil de rupture des éprouvettes Charpy**

#### **5.4.1.1. Profilométrie mécanique**

Récemment, plusieurs auteurs ont utilisé la technique de la profilométrie mécanique pour l'étude des profils de rupture qui présentent un caractère fractal et pour l'analyse de la rugosité des surfaces [Russ J.C., 1994], [Bigerelle M. et al., 2007], [Gautier A. et al., 2007].

Le dispositif utilisé pour les recherches expérimentales est le profilomètre *KLA-Tencor P-10*. Celui-ci est composé par une pointe de stylet en diamant, un capteur qui se déplace sur l'axe  $z$ , et deux plaques de montage qui translatent les axes  $x$  et  $y$ .

La force appliquée par le stylet sur la surface est inférieure à 50 mN, afin de préserver l'intégrité de la surface. Après chaque mesure, les surfaces ont été vérifiées, et aucun dommage n'a été observé.

Les résolutions sont différentes pour les axes  $x$ ,  $y$  et l'axe  $z$  : 0,075 nm pour l'axe  $z$  et 0,2  $\mu\text{m}$  pour les axes  $x$  et  $y$ . La résolution latérale est limitée par le rayon de la pointe du stylet (2  $\mu\text{m}$ ).

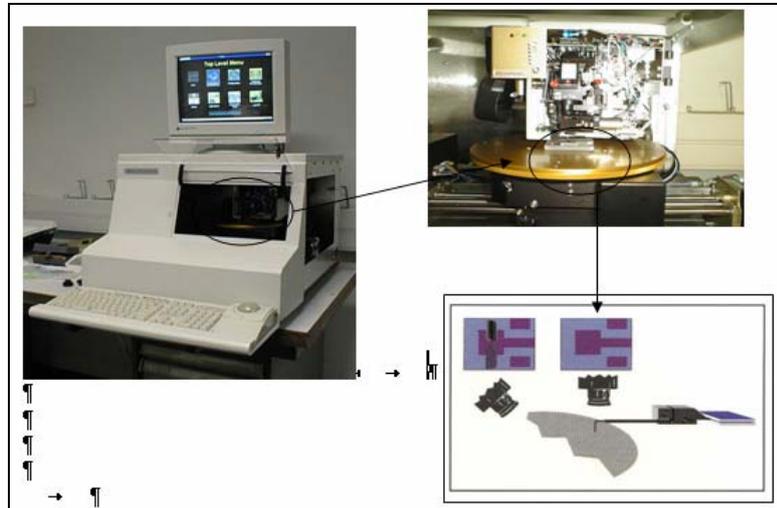


Fig.5.6. Profilomètre tactile KLA-Tencor P-10

Pour les éprouvettes Charpy qui présentent une rupture ductile, il est recommandé de mesurer le profil des surfaces de rupture à l'aide du microscope interférométrique.

#### 5.4.1.2. Interférométrie Wyko NT 9300

Nos recherches ont été réalisées sur un profilomètre optique *Wyko NT 9300* produit par l'entreprise *Veeco*. Le dispositif *Wyko NT 9300* utilise le logiciel *Vision* qui calcule quelques paramètres de surface en donnant des informations sur la rugosité et le profil de la surface. Ce logiciel est connecté à *Matlab* et permet le choix de l'intensité lumineuse pour obtenir la focalisation correspondante et pour l'enregistrement des mesures.

L'interférométrie est basée sur le déphasage des radiations lumineuses. Les informations concernant le contour d'un objet sont toujours comprises dans la phase d'une onde lumineuse réfléchie par l'objet. Si deux faisceaux lumineux d'une radiation cohérente parcourent des distances différentes et ultérieurement interfèrent, il apparaît des franges d'interférence.

L'information concernant la phase est transformée par le mécanisme d'interférence de deux ondes, en variation d'intensité lumineuse. Cette méthode est destinée à mesurer la rugosité, sans le contact de la surface.

Ce microscope interférométrique permet d'effectuer les observations avec trois objectifs : x5, x20 et x50 pour caractériser la topographie de la surface.

L'objectif x5 présente les caractéristiques suivantes:

- distance de travail : 6,7 mm
- résolution optique :  $2,5 \mu\text{m}^3$
- champ de vision:  $1,27 \times 0,95 \text{ mm} \times \text{mm}^5$

L'objectif x20 présente les caractéristiques suivantes:

- distance de travail : 4,7 mm
- résolution optique :  $0,75 \mu\text{m}^3$
- champ de vision:  $0,32 \times 0,24 \text{ mm} \times \text{mm}^5$

L'objectif x50 présente les caractéristiques suivantes:

- distance de travail : 3,4 mm
- résolution optique :  $0,55 \mu\text{m}^3$
- champ de vision:  $0,13 \times 0,10 \text{ mm} \times \text{mm}^5$

Le dispositif Wyko NT 9300 utilise le programme Vision pour enregistrer les mesures. Ceci fonctionne sous Matlab.



Fig. 5.7. Le dispositif Wyko NT9300

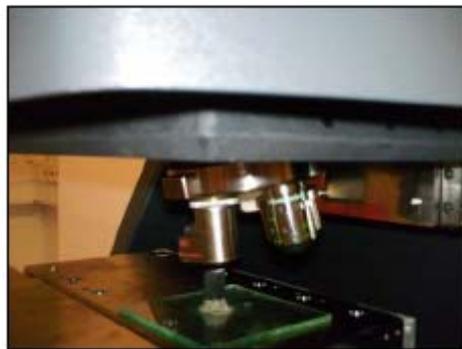


Fig. 5.8. L'éprouvette Charpy analysée au microscope interférométrique (objectif 5x)

Le système de mesure *Wyko NT 9300* est basé sur deux modes de mesure standard : PSI et VSI. Le mode VSI comporte un filtre de densité neutre pour des lumières blanches. La longueur de mesure maximale, dans ce cas, est de 10 mm. Le mode de mesure utilisé pour les faciès de rupture des éprouvettes Charpy qui comportent des rugosités plus élevées et celles comportant une différence

supérieure à un quart de longueur d'onde utilisée ( $\lambda/4$ ) est le mode VSI (vertical scanning interferometry). La longueur maximale de mesure pour ce mode est de 10 mm.

Si on utilise le mode PSI pour mesurer des surfaces avec des variations importantes de rugosité entre les pixels adjacents, le programme ne peut intégrer les données de phase pour reconstruire le front d'onde mesuré. Les changements abrupts de hauteur de la surface sont des erreurs d'intégration. Le mode de scannage PSI (Phase-Shifting Interferometry) produit la lumière rouge qui représente une lumière filtrée sur une portion étroite. Ce mode est très précis pour les surfaces de rupture planes.

Le filtre *PSI High Mag* peut être utilisé pour des mesures sous le mode VSI, trois fois plus grandes que la vitesse de scannage.

Pour éviter les erreurs d'intégration, il faut utiliser le mode VSI, si les changements de hauteur sont plus abrupts pour une résolution sous le mode PSI.

Tab.5.1. La résolution verticale du dispositif Wyko NT 9300

Le mode	La résolution verticale	
	une seule mesure	mesures multiples (moyens)
PSI	3 Å	1 Å
VSI	3 nm	< 1 nm

Nous pouvons déduire du tableau (5.1.), que la meilleure résolution s'obtient, quand on fait la moyenne des mesures moyennes en mode VSI.

#### 5.4.1.2.1. Avantages et limites des mesures effectuées par interférométrie

Les mesures effectuées par l'intermédiaire du microscope interférométrique représentent de véritables mesures 3D. Le procédé s'applique aisément dans le cas de surfaces planes.

Dans le cas des pièces à aspérités importantes (pentes importantes dans le profil de rugosité) il existera des points non mesurables.

Cette méthode peut être plus rapide, en comparaison avec d'autres techniques de mesure du profil de rupture, dans le cas où la surface entière peut être mesurée en une seule fois, avec une précision latérale correspondante à la résolution d'un microscope classique ou plus grande que 1  $\mu\text{m}$ .

Les changements de la puissance de réflexion de la surface sont dus aux changements dans la composition du matériau de la pièce à analyser, ou aux problèmes de scannage locale.

Toutefois, la plus grande difficulté résulte des variations dans l'altitude des surfaces de rupture des éprouvettes Charpy; celles-ci ne pouvant réfléchir la lumière dans l'oculaire du microscope interférométrique.

#### 5.4.2. Contributions concernant l'application de l'analyse fractale dans le cas des contours des profils de rupture obtenus par la méthode de Section Verticale

Le profil de la surface de rupture est généré par l'intersection du plan de section avec la surface de rupture [A.M.Gokhale, 1987]. Du point de vue expérimental, cette méthode a été appliquée en sectionnant l'éprouvette perpendiculairement avec le plan de la surface de rupture, à l'aide d'une scie circulaire ( $v=3500$  tr/min), en produisant des sections verticales.

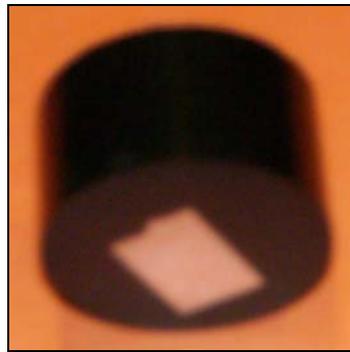


Fig. 5.9. L'échantillon Charpy enrobé en résine suite à l'application de la technique de Section Verticale

L'opération de coupe de l'échantillon a été effectuée par l'intermédiaire de la machine de tronçonnage sous jet d'eau *Discotom*, à l'aide d'un disque de diamant de dimensions  $235 \times 3 \times 32$  [mm], destiné aux aciers durs. La vitesse de rotation de la meule est de  $3500$  tr/min.

Cette opération est effectuée avec précaution (faible vitesse d'avancement, arosage important), de façon à minimiser au maximum, l'élévation de température et les contraintes résiduelles en surface. La portion sectionnée qui contient le profil de la surface de rupture va être enrobée à chaud dans de la résine et ensuite observée au microscope optique. Après l'enrobage, l'échantillon doit être poli et attaqué métallographiquement en vue de l'analyse du profil de rupture au microscope optique métallographique.



Fig. 5.10. Scie mécanique utilisée pour l'opération de coupe de l'échantillon en vue de l'application de la Méthode de Section Verticale



Fig. 5.11. Machine de polissage *Knuth-Rotor*

Le polissage a été exécuté mécaniquement sous jet d'eau à l'aide de la polisseuse *Knuth-Rotor* et de papiers métallographiques à particules abrasives en carbure de silicium (SiC). Au polissage, nous avons successivement utilisé des papiers 80, 120, 180, 220, 320, 500, 800, 1000, 1200, 2400 et 4000. Le chiffre indiqué correspond au nombre de grains de carbure de silicium par unité de surface. Pour le papier 80, le diamètre moyen des grains est de 200  $\mu\text{m}$ ; et pour le papier 4000, ce diamètre est de 5  $\mu\text{m}$ . Entre chaque passage d'un papier à un autre de granulation plus fine, l'échantillon est tourné de 90°, et on vérifie que toutes les rayures obtenues à l'aide du papier précédent sont enlevées.

Les échantillons sont ensuite lavés et dégraissés à l'acétone, par passage dans une cuve à ultrasons, puis séchés dans un courant d'air chaud.

L'attaque métallographique a été réalisée par l'immersion dans du *Nital* (5%  $\text{HNO}_3$  et alcool éthylique), substance réactive qui permet de révéler la structure, avant de rincer l'échantillon à l'alcool, le sécher et ensuite l'examiner au microscope optique.

La méthode de Section Verticale a été appliquée, d'abord sur une éprouvette en acier XC 65, selon un traitement thermique par trempe et sur un échantillon en acier inox 316L.

#### a). Echantillon en acier XC65, traitement thermique de trempe

On a estimé la dimension fractale sous la base de l'algorithme du Box Counting par l'intermédiaire du programme *Image J*.



Fig.5.12. Contour du profil obtenu par la méthode de Section Verticale sur l'éprouvette en acier XC 65, après traitement thermique de trempé, (grossissement 400x)

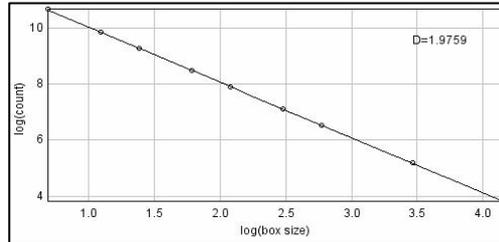


Fig.5.13. Calcul de la dimension fractale du profil de rupture  $\Delta=1,97$  avec le programme Image J

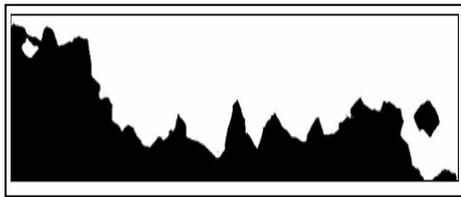


Fig.5.14. Contour du profil obtenu par la méthode de Section Verticale sur l'éprouvette en acier XC 65, après traitement thermique de trempé, (grossissement 200x)

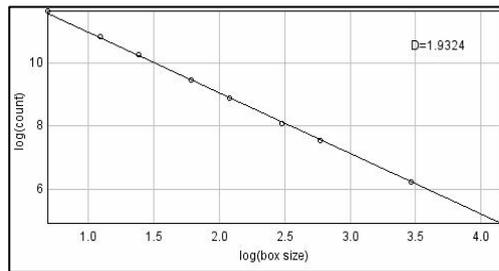


Fig.5.15. Calcul de la dimension fractale du profil de rupture :  $\Delta=1,93$  avec le programme Image J

Les pentes des diagrammes de figures (5.13.) et (5.15.) représentent la dimension fractale de la rugosité du profil. Nous pouvons remarquer le bon alignement des points. Ainsi, la dimension fractale est validée sur la longueur d'évaluation, le fort caractère fractal ( $\Delta=1,97$  et  $\Delta=1,93$ ) est dû à l'aspect fragile de la surface de rupture de l'échantillon en XC 65 trempé.

## b). Echantillon en acier inox 316L



Fig. 5.16. Contour du profil obtenu par la méthode de Section Verticale sur l'éprouvette en acier inox 316L, (grossissement 50X)

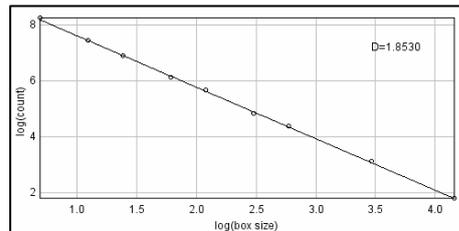


Fig. 5.17. Calcul de la dimension fractale du profil de rupture :  $\Delta = 1,85$  avec le programme *Image J*



Fig. 5.18. Contour du profil obtenu par la méthode de Section Verticale sur l'éprouvette en acier inox 316L, (grossissement 100X)

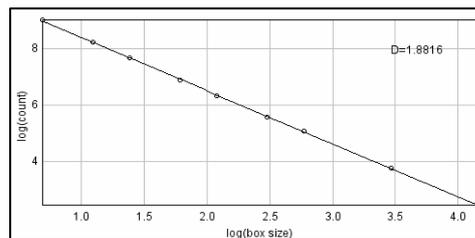


Fig. 5.19. Calcul de la dimension fractale du profil de rupture :  $\Delta = 1,88$  avec le programme *Image J*

Mandelbrot mentionnait que les surfaces verticales d'un relief ne sont pas isotropes [Mandelbrot, 1985]. On pourra associer cette idée avec les surfaces obtenues suite à l'application de la méthode de Section Verticale. Les contours des surfaces de rupture ainsi obtenues représentent des courbes fractales auto affines.

#### 5.4.2.1. Les avantages et les inconvénients de l'application de la méthode de Section Verticale

La méthode de Section Verticale nécessite beaucoup du temps pour être mise en pratique, et la résolution de la camera digitale n'a pas une valeur assez grande.

Un avantage important de cette technique métallographique est, cependant, que le profil de rupture et la microstructure fondamentale peuvent être

observés simultanément, et que par ailleurs, le contour de rupture peut être corrélé à la microstructure.

#### 5.4.3. Contributions concernant l'application de l'analyse fractale dans le cas du contour des profils de rupture obtenus par la méthode des îles (Slit Island)

L'échantillon en acier XC 65 non traité thermiquement a été enrobé dans de la résine et ensuite sectionné parallèlement à la surface de rupture. Les îles ont pu être mises en évidence après l'opération de polissage à l'aide de la microscopie optique.

Après avoir observé la première insertion du matériau en résine, on a arrêté le polissage. On a, ensuite, poli avec des disques en papier recouverts d'abrasif SiC 800 et SiC 4000. Pour la détermination de la dimension fractale, on a utilisé l'algorithme du Box Counting du programme *Image J*.

L'image observée à la microscopie optique a pu être transformée par le programme *Image J* en une image digitalisée de taille 376X282 pixels (8 bits). La méthode de Box Counting est la technique la plus fiable d'estimation de la dimension fractale, dans le cas de l'application de la technique métallographique Slit Island.

On a calculé la dimension fractale moyenne du contour des îles sur 20 photos.

##### 5.4.3.1. La méthode des îles appliquée à l'éprouvette en acier XC 65 non traitée thermiquement. Le résultat du polissage avec du papier abrasif 800

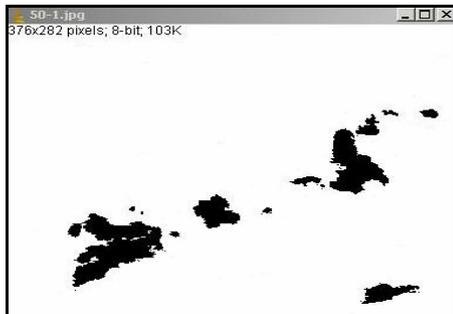


Fig. 5.20. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 50x)

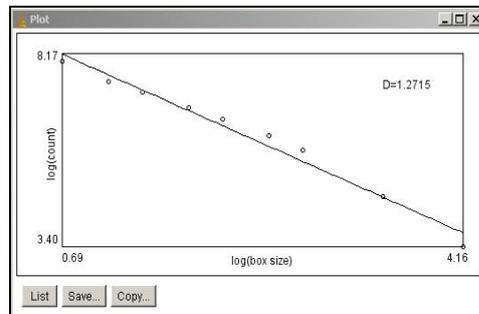


Fig. 5.21. Dimension fractale obtenue dans le programme *Image J* :  $\Delta=1,27$

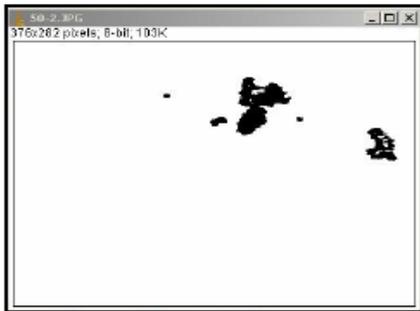


Fig. 5.22. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 50x)

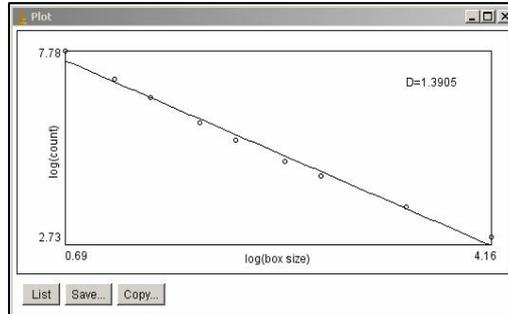


Fig. 5.23. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,39$

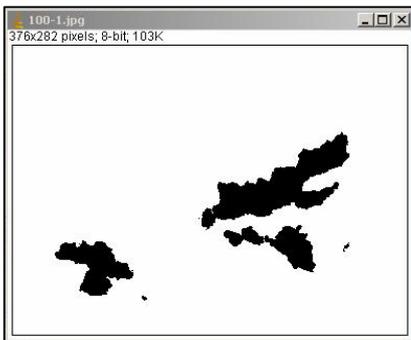


Fig. 5.24. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)

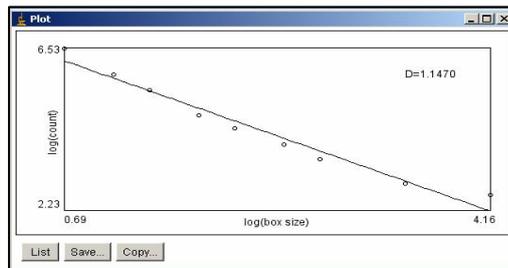


Fig. 5.25. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,14$

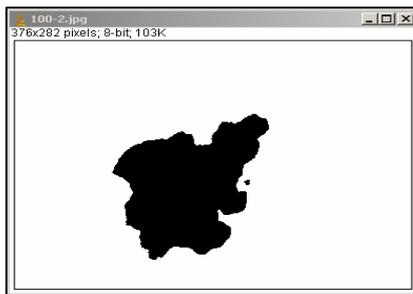


Fig. 5.26. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)

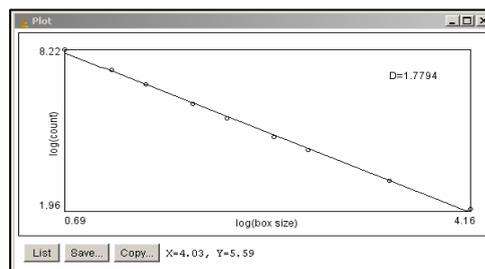


Fig. 5.27. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,77$

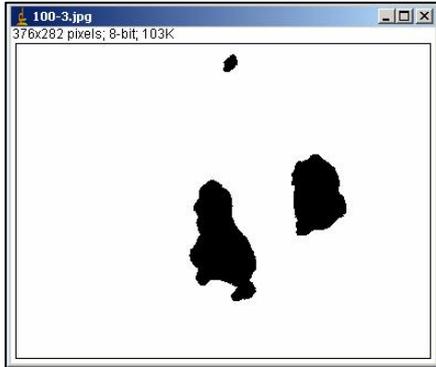


Fig. 5.28. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)

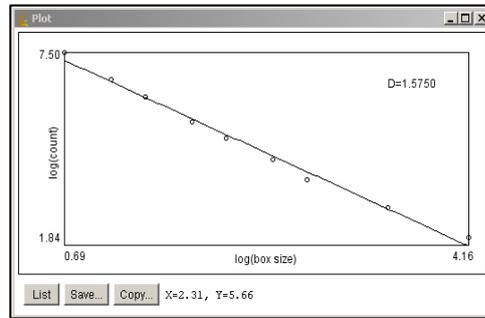


Fig. 5.29. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,57$

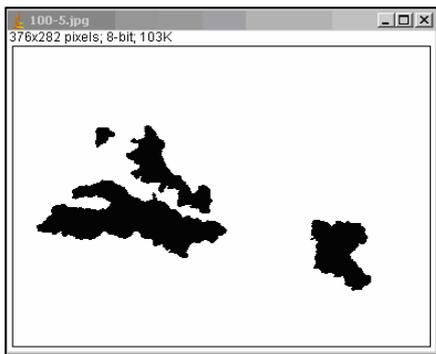


Fig. 5.30. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)

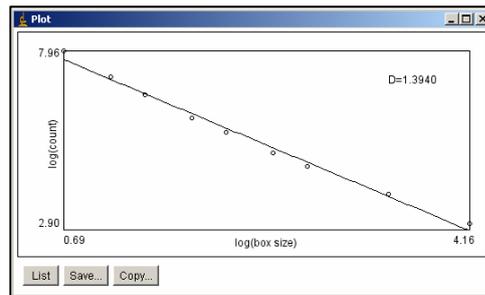


Fig. 5.31. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,39$

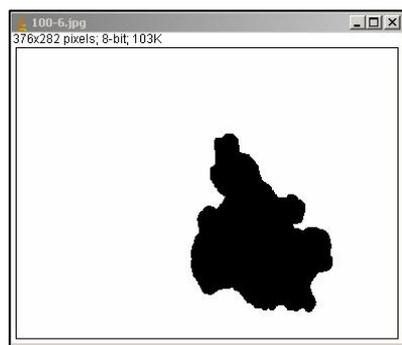


Fig. 5.32. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)

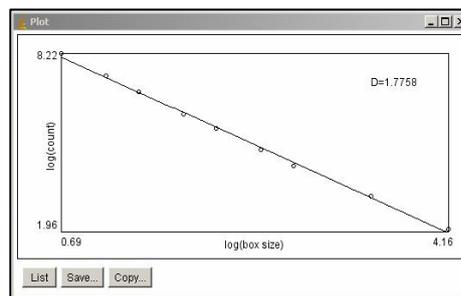


Fig. 5.33. Dimension fractale obtenue dans le programme *Image J* :  $\Delta=1,77$

Dans les figures (5.26.) et (5.32.) il est observé une seule île de contour différente, obtenue dans les mêmes conditions (par polissage avec disque abrasif 800, grossissement 100x), pour lesquels, on a obtenu la même valeur  $\Delta=1,77$ , pour la dimension fractale.

**Observation:**

Au début du polissage avec disque abrasif 800, nous avons observé au grossissement 50x des îles de petite taille, avec des dimensions fractales petites:

- $\Delta=1,14$  dans le cas de la figure 5.24 ;
- $\Delta=1,27$  dans le cas de la figure 5.20 ;
- $\Delta=1,39$  dans le cas de la figure 5.22.

Au grossissement 100x, nous avons observé une seule île de dimension fractale  $\Delta=1,77$ .

La dimension fractale représente ici un paramètre unique de la forme d'un objet.

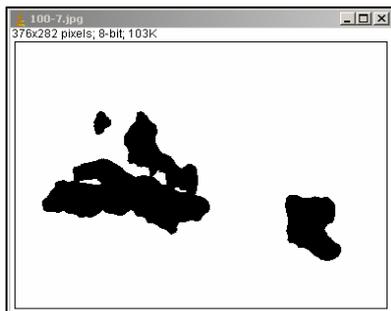


Fig.5.34. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)

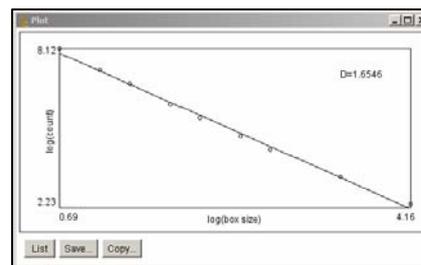


Fig.5.35. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,65$

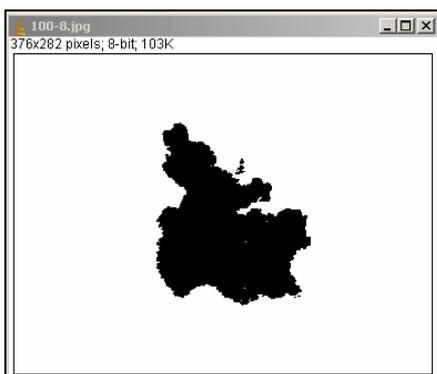


Fig.5.36. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 100x)

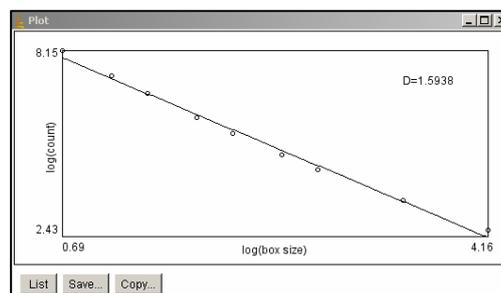


Fig.5.37. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,59$

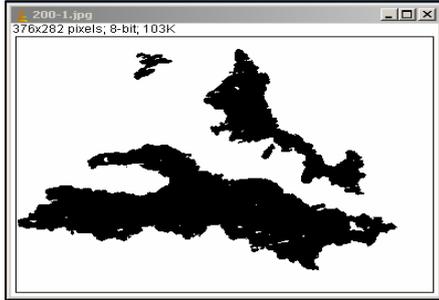


Fig.5.38. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 200x)

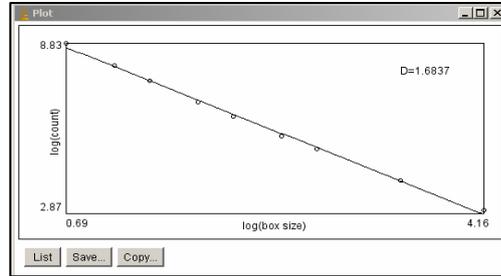


Fig.5.39. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,68$

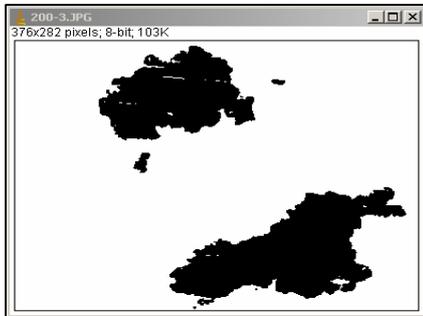


Fig.5.40. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 200x)

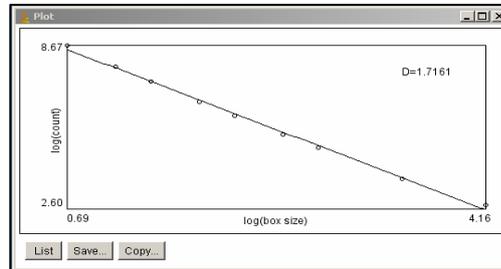


Fig.5.41. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,71$

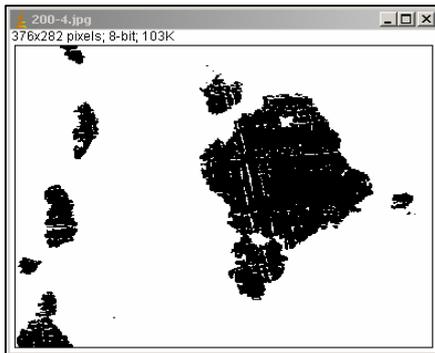


Fig.5.42. Polissage avec disque abrasif 800, (grossissement 200x)

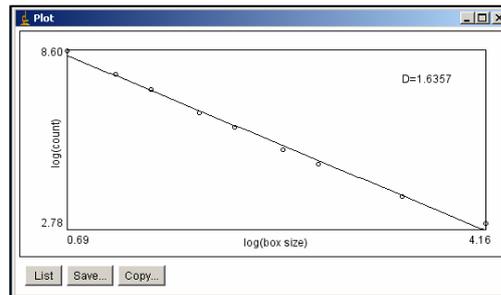


Fig.5.43. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,63$

La dimension fractale moyenne dans le cas du polissage avec disque abrasif 800 est  $\Delta = 1,53.\pm 0,19$ .

**Observation:** l'écart type a été calculé à l'aide de la fonction *STDEV* du programme EXCEL.

**5.4.3.2. La méthode des îles appliquée à l'éprouvette en acier XC 65 non traité thermiquement. Le résultat du polissage avec du papier abrasif 4000**

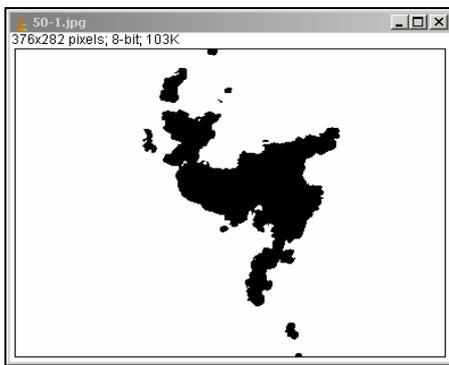


Fig.5.44. Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 50x)

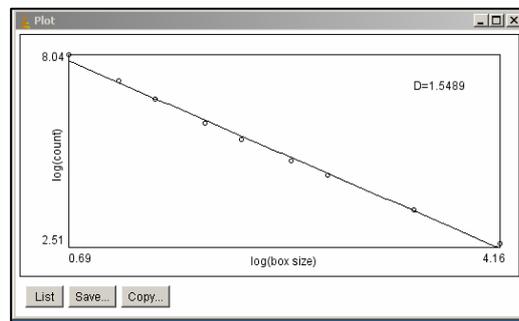


Fig.5.45. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta = 1,54$

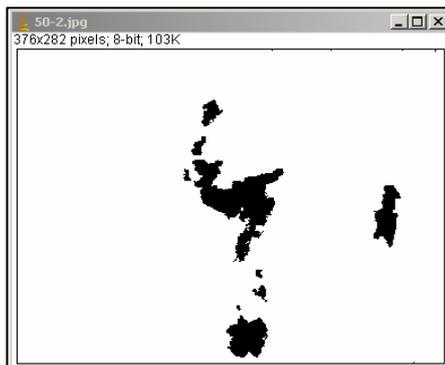


Fig.5.46. Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 50x)

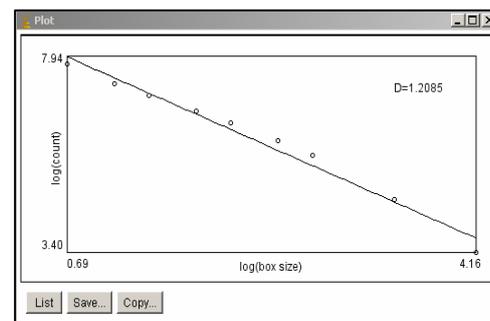


Fig.5.47. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta = 1,20$

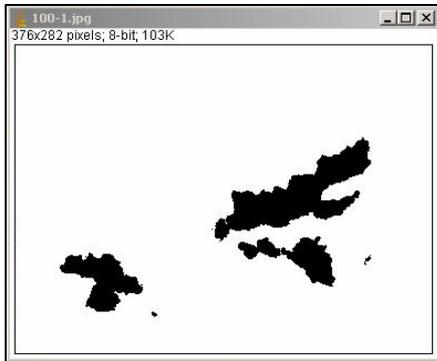


Fig.5.48. Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 100x)

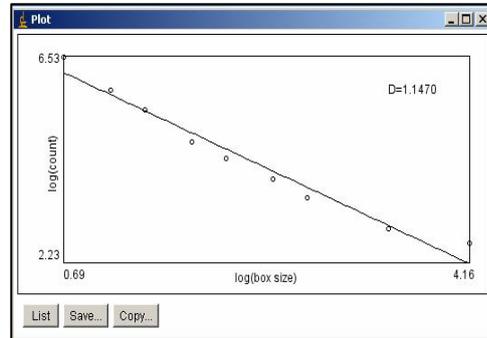


Fig.5.49. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta = 1,14$

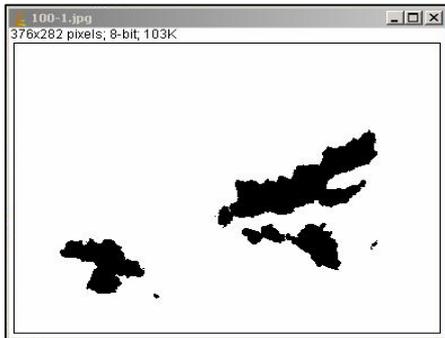


Fig.5.50. Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 100x)

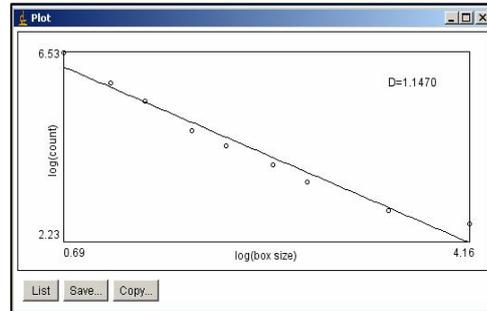


Fig. 5.51. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,53$

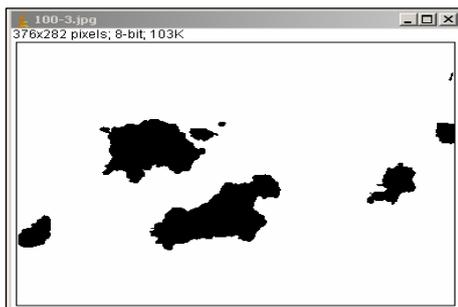


Fig. 5.52. Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 100x)

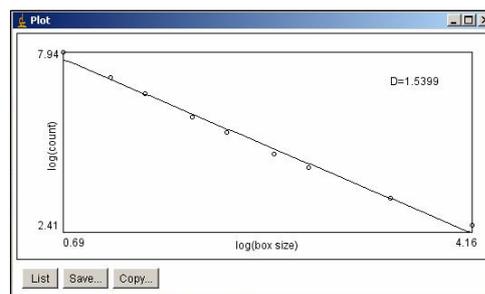


Fig. 5.53. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta=1,53$

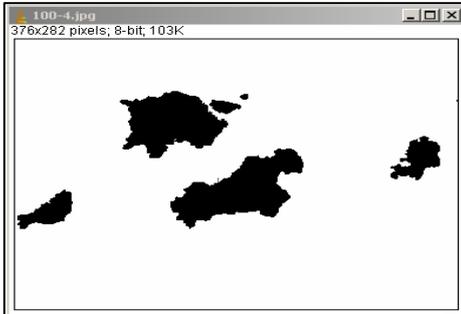


Fig. 5.54. Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 100x)

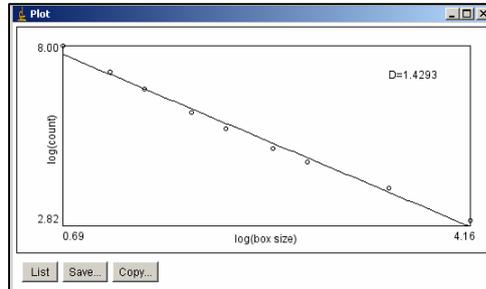


Fig. 5.55. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta = 1,42$

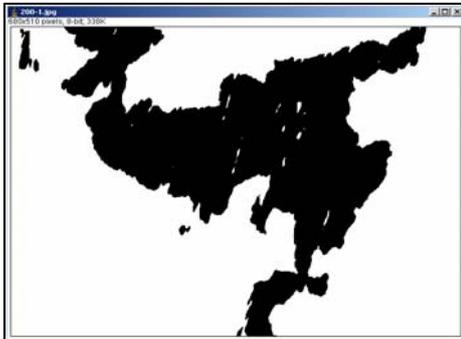


Fig. 5.56. Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 200x)

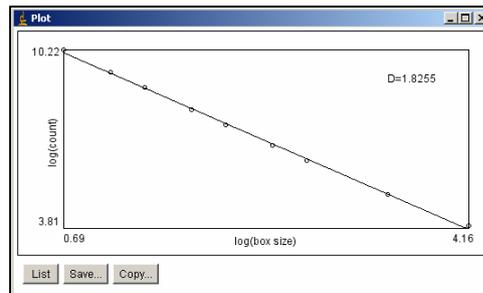


Fig. 5.57. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta = 1,82$

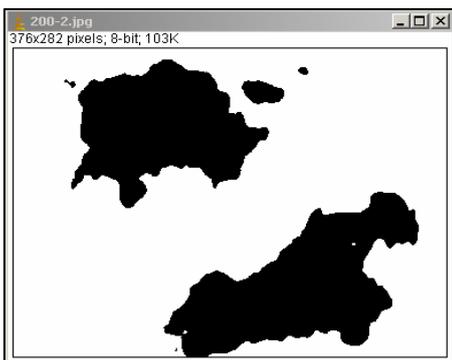


Fig. 5.58. Polissage avec disque abrasif 4000, (grossissement 200x)

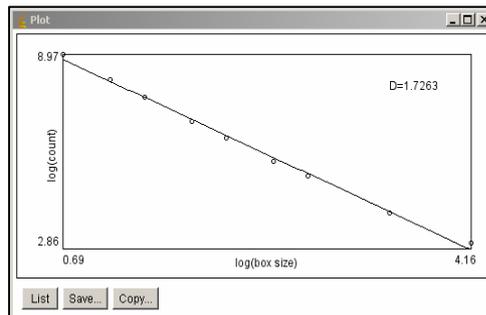


Fig. 5.59. Dimension fractale obtenue par le programme *Image J* :  $\Delta = 1,72$

La dimension fractale moyenne dans le cas du polissage avec un disque abrasif 4000 est  $\Delta = 1,54. \pm 0,21$ .

**Observation:** l'écart type a été calculé à l'aide de la fonction STDEV du program EXCEL.

Nous pouvons remarquer que, l'augmentation du grossissement améliore la résolution de la mesure, mais n'a pas d'effet net sur la mesure de la dimension fractale.

Il n'y a pas de différence entre les résultats obtenus sur les échantillons polis avec les papiers 800 et 4000, malgré le fait que le contour soit plus net, lorsque le polissage est effectué avec le 4000. Ainsi, la dimension fractale moyenne dans le cas du polissage avec un disque abrasif 800, est  $\Delta = 1,53 \pm 0,19$ . Elle est de  $\Delta = 1,54 \pm 0,21$ , pour du papier 4000.

### **5.5. Contributions à l'application de la profilométrie mécanique pour la détermination des dimensions fractales des surfaces de rupture dans le cas des éprouvettes Charpy**

Nous avons effectué une analyse fractale sur les profils de rupture obtenus dans le cas des surfaces de rupture fragiles, à l'aide de la profilométrie mécanique.

#### **5.5.1. Résultats des mesures pour l'échantillon en acier XC 65, austénitisé et trempé à l'eau**

Pour obtenir le profil de rupture de l'échantillon Charpy en acier XC 65, suite au traitement de trempage, on a utilisé le profilomètre *Tencor P10*, avec les paramètres suivants : longueur de palpage : 2000  $\mu\text{m}$ , vitesse de scannage : 100  $\mu\text{m/s}$  et la charge appliquée: 5 mg. La grandeur de la surface mesurée a été de 2 mm x 2 mm (1000 pixels x 1000 pixels).

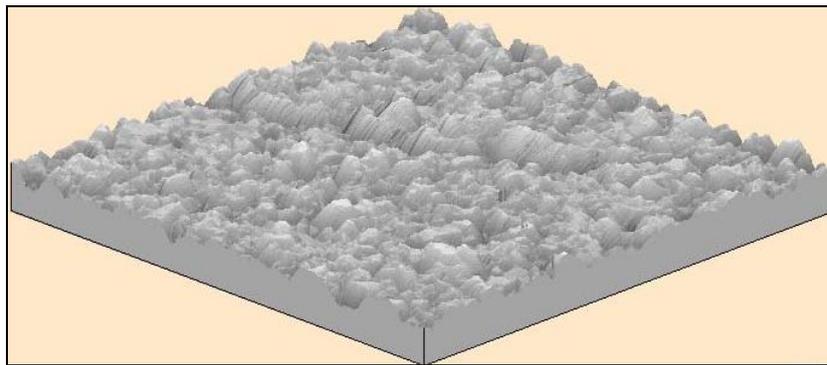


Fig. 5.60. Représentation 3D de la surface de l'échantillon en acier XC65 à l'aide du profilomètre tactile *Tencor P10*

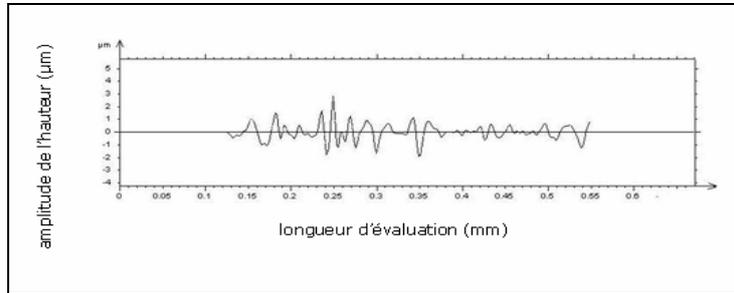


Fig. 5.61. Profil de rugosité de la surface de rupture pour l'échantillon en acier XC 65; traitement thermique de trempe

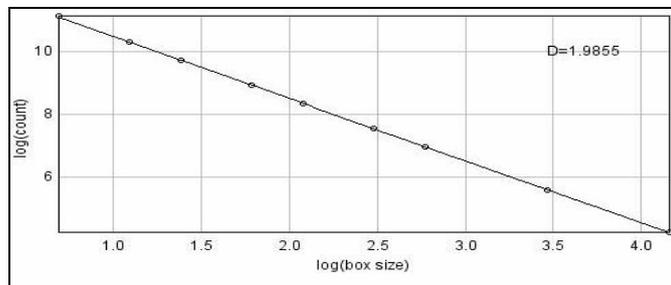


Fig. 5.62. Dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture dans le programme *Image J* :  $\Delta=1,98$

La pente du diagramme de figure 5.65. représente la dimension fractale de la rugosité du profil. Nous pouvons remarquer l'alignement des points. Ainsi la dimension fractale est valable sur la longueur d'évaluation. Le fort caractère fractal ( $\Delta=1,98$ ) est dû à l'aspect fragile de la surface de rupture de l'échantillon en XC 65 trempé.

### 5.5.2. Résultats des mesures pour l'échantillon en verre de silice

Dans le cas de l'échantillon de verre de silice, les possibilités de mesure pour la détermination du profil de rupture sont pratiquement limitées à la profilométrie mécanique. La longueur mesurée sur laquelle sont pris 459 points de mesure, a été de 1,84 mm.

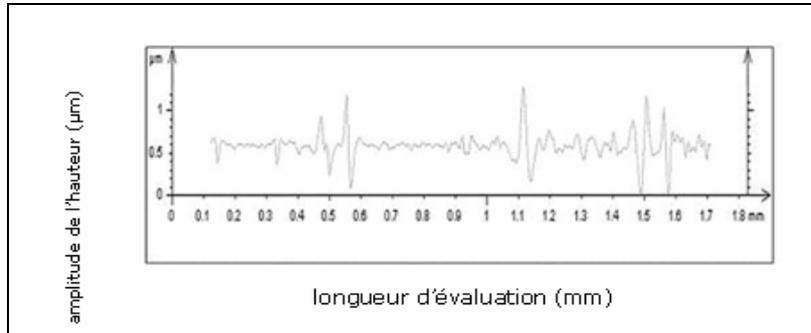


Fig. 5.63. Profil de la rugosité de la surface de rupture pour l'échantillon en verre de silice

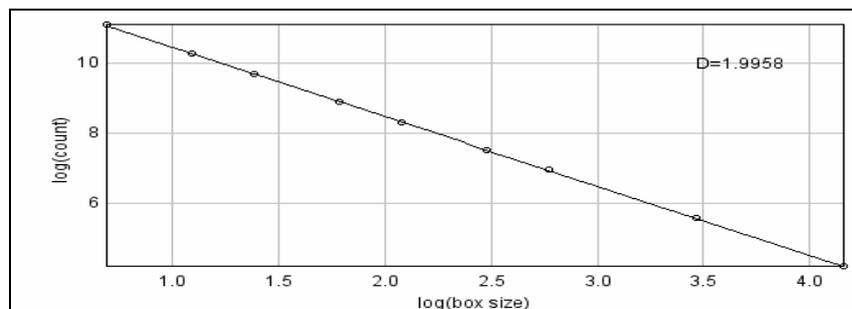


Fig. 5.64. Dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture dans le programme *Image J* :  $\Delta=1,99$

La pente du diagramme de figure 5.67 représente la dimension fractale de la rugosité du profil. Nous pouvons remarquer l'alignement des points. Ainsi, la dimension fractale est valable sur toute la longueur d'évaluation.

On remarque le fait que la dimension fractale dans le cas de l'échantillon en verre de silice a une valeur ( $\Delta=1,99$ ), proche de celle obtenue pour le profil de l'échantillon en acier XC 65 trempé ( $\Delta=1,98$ ); ce qui confirme l'aspect fragile de la rupture.

### 5.5.3. Estimation de la dimension fractale par la méthode de la Transformée de Fourier à l'aide du programme Origin

La méthode de la Transformée de Fourier pour l'estimation de la dimension fractale peut être appliquée seulement dans le cas de profils de rupture continus. Ces profils ont été obtenus par l'intermédiaire du profilomètre mécanique *Tencor P-10* dans le cas de surfaces de rupture des éprouvettes Charpy présentant un

caractère fragile (l'éprouvette confectionnée en XC 65 trempé et l'échantillon de verre).

Nous avons utilisé l'algorithme FFT (Fast Fourier Transform) du logiciel *Origin 7*, en vue de déterminer le spectre de puissance des profils de rupture.

Par la représentation du spectre de puissance (log (puissance) par rapport à log (fréquence)), nous obtenons une droite à *pente négative*. La valeur positive du module de cette pente est dite exposant spectral de corrélation, et il est noté  $\beta$ .

### 5.5.3.1. Spectre de Fourier du profil de rupture de l'échantillon en acier XC 65 trempé

Dans le cas du profil continu obtenu suite aux mesures réalisées par l'intermédiaire de la profilométrie mécanique *Tencor P-10*, le profil de rupture a été, d'abord, sauvegardé dans le programme *Image J*, puis inséré dans le programme *Origin*, pour le calcul du coefficient du spectre de Fourier,  $\beta$ . Nous avons, ainsi, obtenu graphiquement le filtrage linéaire du spectre Fourier (fig. 5.65).

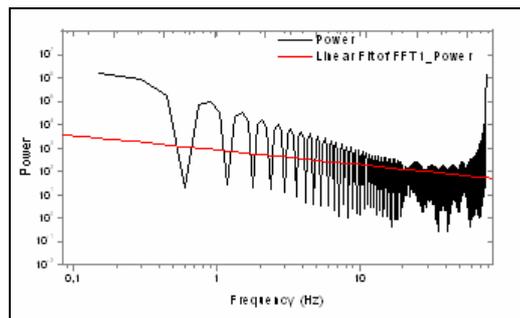


Fig. 5.65. Spectre de Fourier pour l'échantillon en acier XC 65 non traité thermiquement (coefficient du spectre Fourier  $\beta=0,62$ )

En utilisant la relation  $\Delta = \frac{5-\beta}{2}$  on a obtenu la valeur 2,19 pour la dimension fractale.

### 5.5.3.2. Spectre de Fourier du profil de rupture de l'échantillon en verre de silice suite à la sollicitation à l'impact

Le profil de rupture de l'échantillon en fibre de verre a été sauvegardé d'abord dans le programme *Image J*, puis inséré dans le programme *Origin* pour le calcul du coefficient du spectre de Fourier,  $\beta$ . Nous avons obtenu graphiquement le filtrage linéaire du Spectre Fourier comme il est présenté dans la figure (5.66).

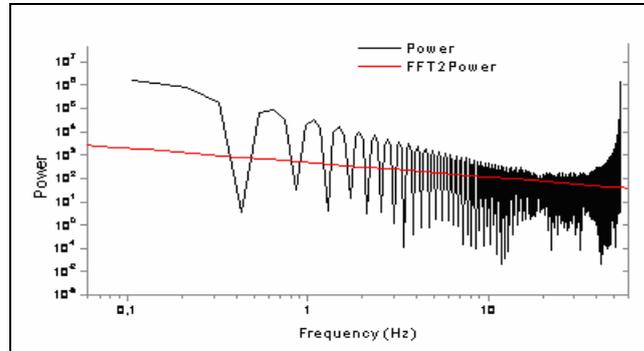


fig. 5.66. Spectre Fourier pour l'échantillon en verre de silice (coefficient du spectre Fourier  $\beta=0,61$ )

Pour le spectre de la figure ci-dessus, il s'en est résulté un coefficient du spectre Fourier  $\beta=0,61$ , qui a déterminé la même valeur pour la dimension fractale, que dans le cas de la figure 5.65.

La dimension fractale pour les profils de rupture doit être comprise dans l'intervalle  $[1,2]$ .

Dans le cas de l'application de la méthode de la Transformée de Fourier aux surfaces de rupture fragiles, on a pu remarquer une faible augmentation de la dimension fractale ( $\Delta=2,19$ ), par rapport à la limite maximale admissible. Cette valeur supérieure à 2 de la dimension fractale est relative à la limite de la méthode de la transformation de Fourier, pour le calcul de la dimension fractale.

## 5.6. Conclusions du chapitre 5

Les recherches expérimentales ont mis en évidence le fait que la dimension fractale représente un paramètre qui peut différencier le comportement ductile fragile par des essais utilisant des éprouvettes Charpy.

On a analysé les appareils expérimentaux pour l'investigation du profil de rupture des éprouvettes Charpy: la profilométrie mécanique et l'interférométrie *Wyko NT 9300*. On a, ensuite, souligné les avantages et les limites des mesures effectuées en interférométrie.

L'application de la profilométrie mécanique pour la détermination de la dimension fractale des surfaces de rupture, dans le cas des éprouvettes Charpy, donne une nouvelle base aux techniques d'essais Charpy.

La méthode d'évaluation du périmètre des sections de rupture n'est pas recommandée dans le cas des éprouvettes Charpy et, dans le même temps, par cette caractéristique, on ne peut mettre en évidence le paramètre de ténacité dynamique.

Nous avons utilisé la méthode du Box Counting qui est généralement recommandée, afin d'estimer la dimension fractale des contours de matériaux obtenus par l'intermédiaire de la technique métallographique Slit Island. Cette méthode s'est également montrée efficace, pour la comparaison des dimensions fractales des échantillons de divers matériaux, dont le profil de rugosité a été obtenu en profilométrie tactile.

En appliquant la méthode des îles pour l'acier XC 65 non traité thermiquement, on a pu remarquer qu'avec un disque abrasif 800, la dimension fractale moyenne résultante a une valeur de  $\Delta=1,53$ .

Dans le cas de polissage avec un disque abrasif 4000, nous pouvons remarquer une meilleure résolution du contour des îles, ce qui n'entraîne pas d'influence sur la dimension fractale puisque celle-ci a une valeur moyenne de 1,54, très proche de la valeur précédente.

Suite aux recherches expérimentales, nous avons observé que la dimension fractale mesurée par la méthode de Section Verticale est systématiquement plus élevée que celle déterminée par la méthode des îles. Nous avons trouvé une relation entre la méthode de Section Verticale et la méthode des îles sous la forme:

$$\Delta_{SIM} = \Delta_{SV} - 0.4 \quad (5.1.)$$

où  $\Delta_{SIM}$  : représente la dimension fractale obtenue par la méthode Slit Island ;

$\Delta_{SV}$  : représente la dimension fractale obtenue par la méthode de Section Verticale.

L'approximation des profils de rupture par la méthode de Section Verticale a conduit à des valeurs de la dimension fractale, proches de celles obtenues suite aux mesures par l'intermédiaire de la profilométrie mécanique.

Dans le cas de la rupture fragile, on a obtenu la même valeur pour la dimension fractale ( $\Delta=2,19$ ) des échantillons en matériaux différents, par l'utilisation de la Transformée de Fourier. Cette valeur trop élevée de la dimension fractale du profil de rupture, fait que cette méthode ne soit pas recommandée pour calculer la dimension fractale des profils.

## 6. CONTRIBUTIONS CONCERNANT L'APPLICATION DE L'INTERFÉROMÉTRIE POUR LA DÉTERMINATION DES DIMENSIONS FRACTALES DES SURFACES DE RUPTURE DANS LE CAS DES ÉPROUVETTES CHARPY

Nous ne pouvons pas, directement, calculer la dimension fractale pour une surface de rupture. Cela se fait, cependant, pour le profil de rugosité obtenu suite aux mesures effectuées à l'aide du profilomètre optique *Wyko NT 9300*. Nous utiliserons l'algorithme du Box Counting appliqué dans le programme *Image ,J* pour déterminer la dimension fractale. Ainsi nous pouvons caractériser la rugosité du profil de rupture aux différents grossissements du microscope interférométrique du dispositif *Wyko NT 9300*, et analyser la valeur de la dimension fractale.

L'interférométrie est une méthode de mesure qui exploite les interférences intervenant entre plusieurs ondes cohérentes entre elles.

### 6.1. Le résultat des mesures pour l'échantillon en acier XC 65 non traité thermiquement

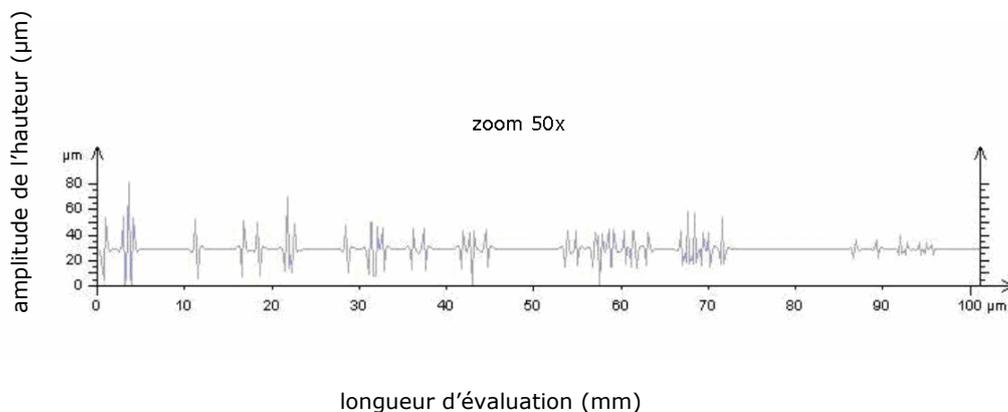


Fig. 6.1. Profil de la rugosité de la surface de rupture de l'éprouvette en XC 65 non traité thermiquement, réalisé par le mode de scannage VSI, (grossissement 50x)

La surface mesurée par l'intermédiaire du microscope interférométrique a été de: 101µm x513 points.

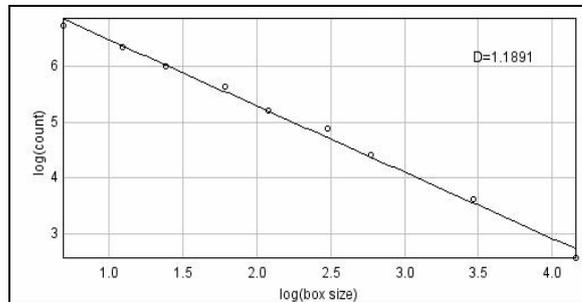


Fig. 6.2. Dimension fractale du profil de la rugosité de la surface de rupture de l'échantillon en XC 65 non traité thermiquement dans le programme *Image J* :  $\Delta=1,18$

### 6.2. Le résultat des mesures pour l'échantillon en acier XC 65, après traitement thermique de trempe

La surface mesurée par l'intermédiaire du microscope interférométrique, a été de 1,27 mm x 0,95 mm (640 pixels x 480 pixels). Le profil de rugosité de la surface de rupture a été obtenu à l'aide d'un filtre PSI Hi Mag, en mode VSI, avec un grossissement 5x.

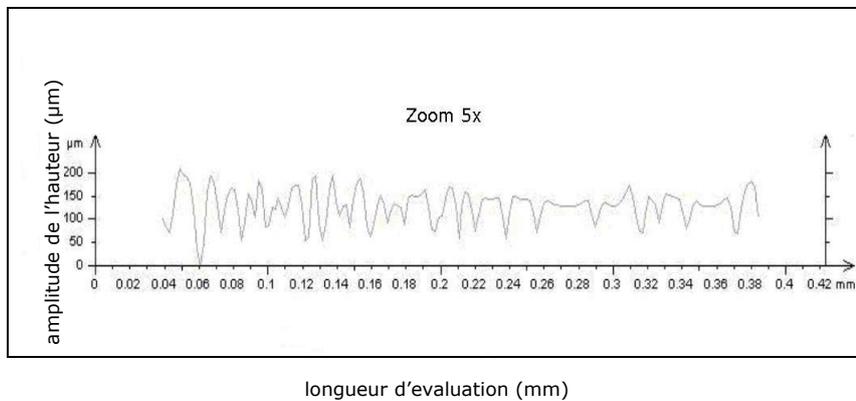


Fig. 6.3. Profil de rugosité de la surface de rupture de l'éprouvette en XC 65 trempé, (grossissement 5x), mode VSI, filtre PSI Hi Mag

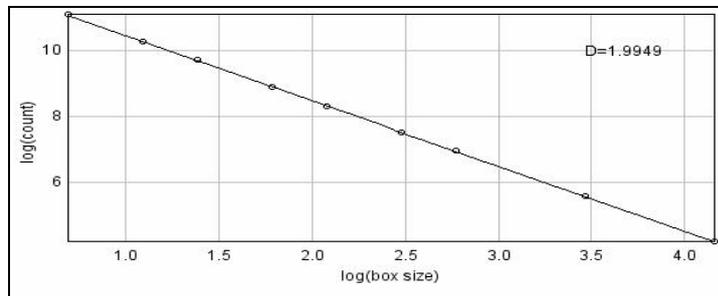


Fig. 6.4. Dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture de l'échantillon en XC 65 trempé par le programme *Image J* :  $\Delta=1,99$

La pente du diagramme de la figure 6.4. représente la dimension fractale de la rugosité du profil. Nous pouvons remarquer l'alignement des points. Ainsi la dimension fractale est valable sur la longueur d'évaluation. Le fort caractère fractal ( $\Delta=1,99$ ) est dû à l'aspect fragile de la surface de rupture de l'échantillon en XC 65 trempé. Cette dimension fractale du profil de la rugosité de l'échantillon en XC 65 trempé est très proche de la dimension 2. La dimension fractale  $\Delta=1,99$  se réfère à la déformation propre d'une surface, ou à la déformation spécifique d'une courbe linéaire dans un espace 1D.

### 6.3. Le résultat des mesures pour l'échantillon en acier XC 65, après trempé et traitement thermique de revenu

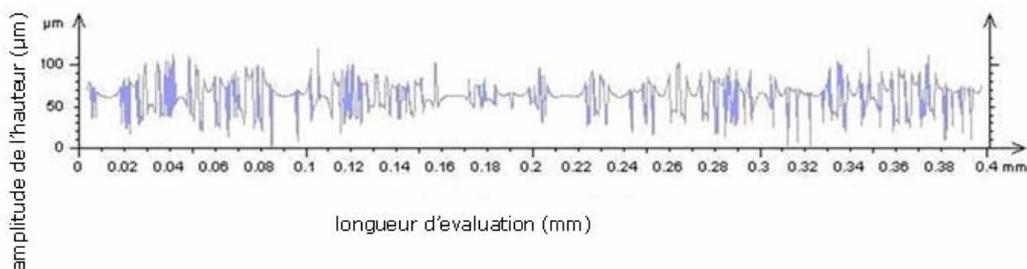


Fig. 6.5. Profil de rugosité de la surface de rupture de l'éprouvette en XC 65 trempé et revenu, réalisé par le mode de scannage VSI, (grossissement 50X)

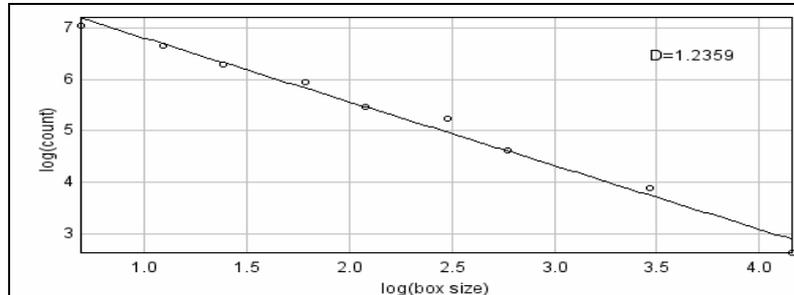


Fig. 6.6. La dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture par le programme *Image J* :  $\Delta=1,23$

La pente du diagramme de la figure 6.6. représente la dimension fractale de la rugosité du profil. Le faible caractère fractal ( $\Delta=1,23$ ) est dû à l'aspect ductile de la surface de rupture et aux portions quasi linéaires du profil de rugosité sur de petites longueurs d'évaluation.

#### 6.4. Le résultat des mesures pour l'échantillon en acier inox 316L

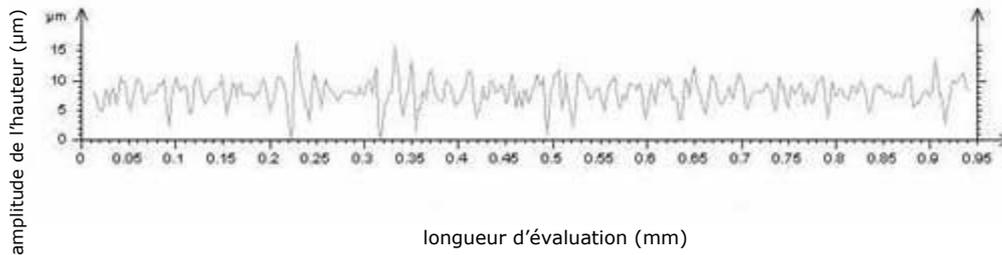


Fig. 6.7. Profil de la surface de rupture de l'échantillon en acier inox 316L, mode VSI, (grossissement 50X)

La surface mesurée par l'intermédiaire du microscope interférométrique a été de 1,27 mm x 0,95 mm (640 pixels x 480 pixels).

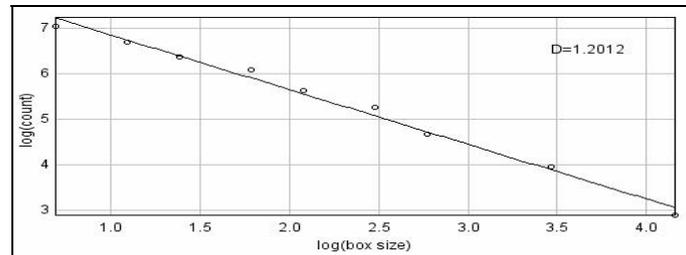


Fig.6.8. La dimension fractale du profil de rugosité de la surface de rupture par le programme *Image J* :  $\Delta=1,20$

La pente du diagramme de figure (6.8.) représente la dimension fractale de la rugosité du profil. Le faible caractère fractal est dû à l'aspect ductile de la surface de rupture. Nous pouvons remarquer le fait que la dimension fractale, dans le cas de l'acier 316L a une valeur très proche de la dimension fractale pour l'acier XC 65, à la suite du traitement thermique de revenu.

## 6.5. La méthode des îles en interférométrie

Suite à l'analyse de la rugosité des éprouvettes Charpy à l'aide du dispositif *Wyko NT9300*, il a été remarqué quelques zones de couleur noire. Ces zones représentent, en fait, les points qui n'ont pas pu être mesurés par l'intermédiaire de l'interférométrie à cause de la pente des profils trop élevée. Ces portions ont pu être associées aux îles de la méthode Slit Island classique, qui est décrite dans le paragraphe 3.4.2.2.

### 6.5.1. La méthode des îles appliquée suite à l'analyse de la rugosité de l'éprouvette en acier XC 65, traitement thermique de trempe

L'analyse de la rugosité de l'éprouvette Charpy en acier XC 65, pour laquelle il a été appliqué un traitement thermique de trempe, est déterminée par l'intermédiaire du programme *Vision* du dispositif WYKO NT9300. Ce programme figure sous l'interface MATLAB.

Nous avons choisi le programme *Harfa*, qui est recommandé pour être utilisé, dans le but d'estimer la dimension fractale. Ce programme est généralement reporté dans la littérature pour estimer au mieux, la dimension fractale moyenne des zones brillantes et foncées.

Le programme *Harfa* est un programme produit par l'*Institute of Physical and Applied Chemistry de l'Université Technologique Brno* de Cehia. Par l'intermédiaire de ce programme, il a été réalisé une modification de la méthode du Box Counting de détermination de la dimension fractale. Par cette modification, trois dimensions fractales ont été obtenues :

- BW, qui caractérise les propriétés noires de la figure ;
- B+ BW qui représente les caractéristiques du contour de l'objet. Il est considéré que B+ BW représente la dimension fractale du contour de la surface de rupture;
- W+BW qui caractérise les parties blanches de l'objet.

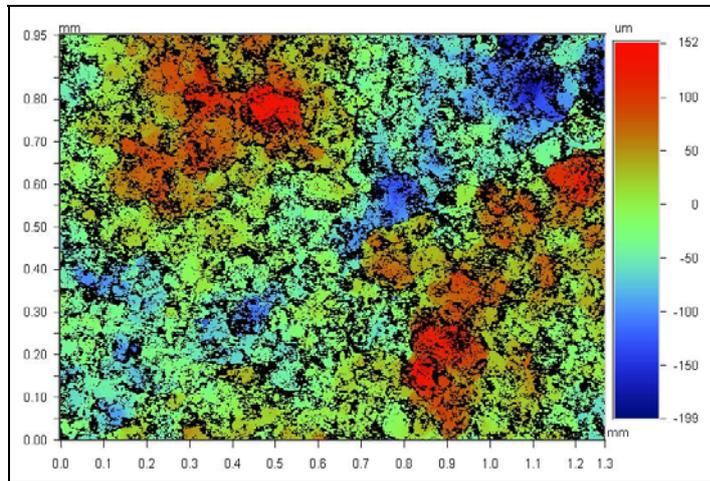
**Exemple 1:**

Fig. 6.9. L'aspect de la surface de rupture de l'éprouvette confectionnée en acier XC 65 trempé, mode de scannage VSI, filtre PSI Hi Mag, grossissement 5x

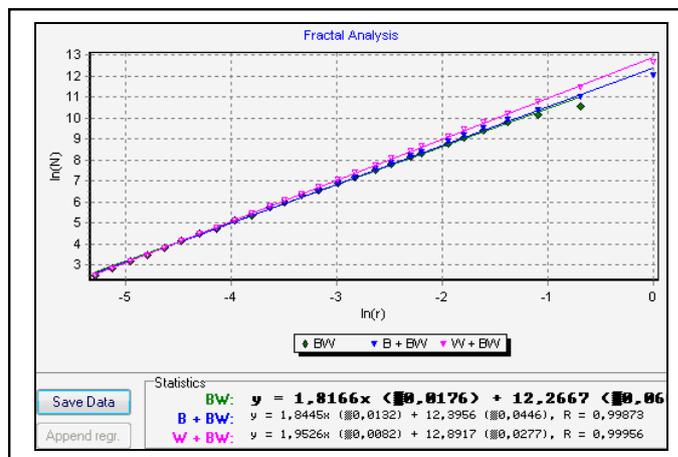


Fig. 6.10. Méthode du Box Counting par le programme *Harfa*:  $\Delta=1,84$ , (coefficient de corrélation  $R=0,99$ )

Dans ce cas, il a été enregistré les valeurs suivantes pour les paramètres de rugosité :  $Ra=44,37 \mu\text{m}$  et  $Rt=351,10 \mu\text{m}$ .

**Exemple 2:**

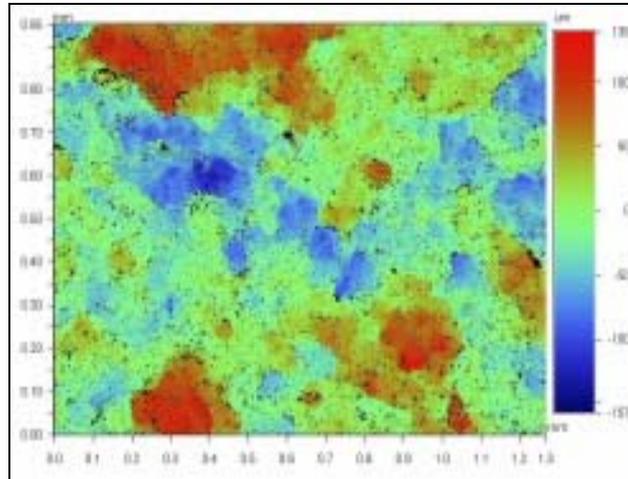


Fig. 6.11. L'aspect de la surface de rupture, mode de scannage VSI, filtre VSI Low Mag, grossissement 5x

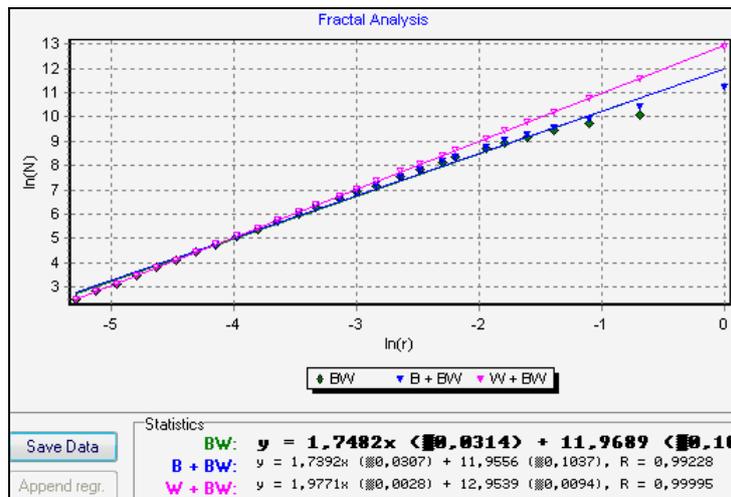


Fig. 6.12. Méthode du Box Counting dans le programme Harfa:  $\Delta=1,73$ , coefficient de corrélation  $R=0,99$

Par l'intermédiaire du programme *Vision*, on a enregistré les valeurs suivantes, pour les paramètres de rugosité :  $Ra=34,72$  et  $Rt =296,78 \mu\text{m}$ .

La dimension fractale est influencée directement proportionnelle, par le paramètre de rugosité  $Ra$  :  $Ra=44,37 \mu\text{m}$ ,  $\Delta=1,84$  (dans le cas de l'exemple 1) et  $Ra=34,72 \mu\text{m}$ ,  $\Delta=1,73$  (dans le cas de l'exemple 2).

Par l'utilisation de ces deux paramètres (rugosité et dimension fractale), on peut obtenir une information plus détaillée sur une surface de rupture donnée, en comparaison avec l'analyse qui utilise seulement la dimension fractale.

Le fort caractère fractal est dû à l'aspect fragile de la surface de rupture de l'échantillon en XC 65 trempé.

### 6.5.2. La méthode des îles appliquée suite à l'analyse de la rugosité de l'éprouvette confectionnée en acier inox 316L

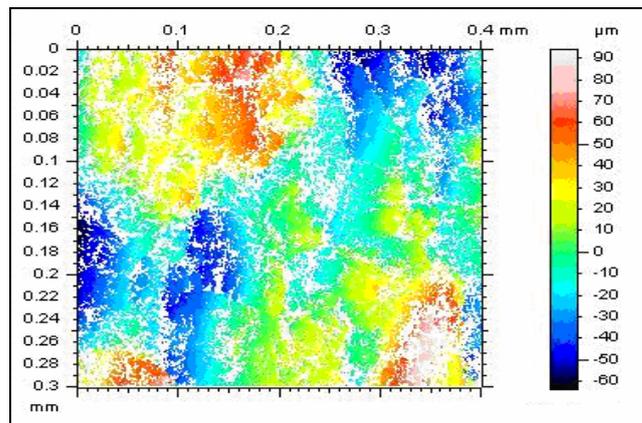


Fig. 6.13. L'aspect de la surface de rupture, de l'éprouvette confectionnée en acier inox 316L, le mode de scannage VSI, (grossissement 50X)

Dans le cas de la figure 6.13, les zones de couleurs plus foncées représentent en effet les îles de la méthode Sit Island classique.

Les valeurs des paramètres de rugosité ( $Ra=23,59 \mu\text{m}$ ,  $Rt=157,82 \mu\text{m}$ ) ont été affichées par le programme *Vision* du dispositif *Wyko NT9300*.

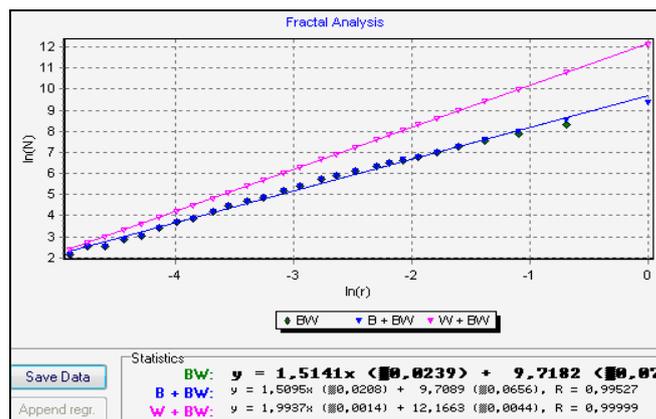


Fig. 6.14. Méthode Box Counting dans le programme Harfa:  $\Delta=1,50$ , coefficient de corrélation  $R=0,99$

Nous avons obtenu la dimension fractale par le programme *Harfa* ( $\Delta=1,50$ ), avec un coefficient de corrélation 0,99.

## 6.6. Corrélation entre dimension fractale et résilience

### 6.6.1. Les particularités de l'essai de résilience

L'essai de résilience constitue une méthode d'estimation de la ténacité des matériaux. La ténacité représente la résistance du matériau à la propagation brutale de la fissure.

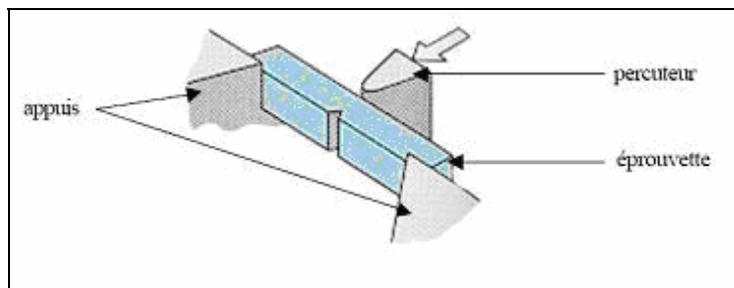


Fig. 6.15. Principe du choc Charpy

La résilience caractérise la capacité d'un matériau à absorber les chocs sans se rompre. Elle est mesurée sur des machines du type Charpy (éprouvette sur deux appuis, fig. 6.15.) ou Izod (éprouvette encastrée).

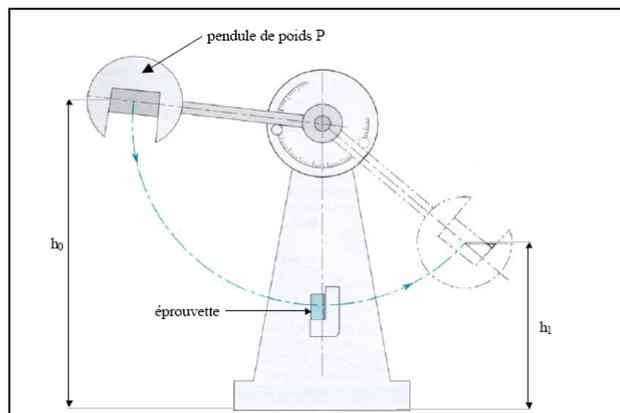


Fig. 6.16. Mouton de Charpy

Le mouton pendule Charpy (fig. 6.16.) permet la détermination de l'angle  $\alpha$  que le bras du mouton de longueur  $l$  fait avec l'axe vertical, quand il se trouve dans sa position initiale; puis celle de l'angle  $\beta$  que le bras du mouton fait avec l'axe verticale, après la rupture de l'échantillon.

En exprimant les hauteurs  $h_0$  initiale et  $h_1$  finale en fonction des angles  $\alpha, \beta$  et de la longueur  $l$ , l'énergie consommée dans le processus de rupture de l'échantillon, s'écrit sous la forme :

$$W = G \cdot l (\cos \beta - \cos \alpha) [J] \quad (6.1.)$$

Dans le cas de l'essai sur des éprouvettes entaillées en U, la résilience se définit comme le rapport entre l'énergie consommée pour la rupture de l'éprouvette et l'aire de la section transversale dans la partie droite de l'entaille. Celle-ci est symbolisée par les lettres *KCU*, et est exprimée dans  $[J/cm^2]$ .

Les valeurs de l'énergie de rupture (ou résilience) déterminée par l'essai de flexion par choc des éprouvettes d'un certain matériau, sont en corrélation directe avec le comportement à la rupture du matériau (ce sont des caractéristiques qui sont liées à la ténacité à la rupture du matériau): si le matériau présente un comportement fragile à la rupture (rupture avec aspect cristallin brillant), les valeurs de l'énergie de rupture (ou de la résilience) sont faibles; et si le matériau présente un comportement ductile à la rupture (rupture avec aspect fibreux), les valeurs de l'énergie de rupture (ou de la résilience) sont élevées (l'énergie correspond à la création de nouvelles surfaces libres, mais principalement à la déformation plastique du matériau avant la rupture).

Le comportement à la rupture peut être influencé, essentiellement, par les facteurs qui décrivent les conditions de la sollicitation mécanique :

- la température du matériau pendant la sollicitation ;
- la vitesse de sollicitation (la vitesse d'application des charges et /ou la vitesse de déformation du matériau) ;
- le degré de triaxialité des états de contrainte générés dans le matériau soumis à la sollicitation, dépendant de la complexité de la sollicitation et de la présence dans le matériau, de concentrations de tension.

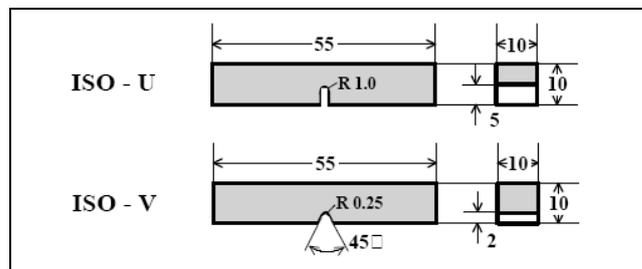


Fig. 6.17. Eprouvettes Charpy normalisées

L'effet de la forme de l'éprouvette sur l'énergie de rupture est très prononcé. La figure (6.17.) montre les formes et dimensions géométriques de 2 types d'éprouvettes normalisées. Les éprouvettes utilisées sont de forme prismatique, ayant les dimensions 10x10x55 mm et une entaille sous forme de "U" ou "V", mais se distinguent dans leur forme et leur profondeur d'entaille qui se trouve sur le côté opposé à l'endroit où le marteau frappe. Elle a pour objet de garantir un état de contrainte triaxiale, déjà lors de l'amorçage de la fissure, plutôt que de provoquer l'effet d'entaille. C'est pour cette raison que le fond de l'entaille n'est pas pointu, mais cylindrique (rayon de 0,25 ou de 1 mm selon type d'éprouvette).

### 6.6.1.1. Le calcul de l'énergie de rupture suite de l'essai Charpy pour les éprouvettes analyses

Pour l'essai Charpy nous avons utilisé des éprouvettes Charpy entaillées en U, et qui ont été soumises à l'essai de flexion par choc, sur le mouton Charpy, à énergie initiale  $W_0 = 150$  J, du Laboratoire de Métallurgie Physique et Génie des Matériaux de l'ENSAM de Lille, et sur celui à énergie initiale  $W_0 = 300$  J, du Laboratoire de Résistance des Matériaux de l'Université Polytechnique de Timișoara.

Toutes les éprouvettes Charpy entaillées ont comme dimensions (55x10x10), et un diamètre de l'entaille ( $d=2$  mm). En revanche, la profondeur de l'entaille varie d'un type à l'autre, sur la base de certaines considérations d'exécution et surtout de possibilités de fragilisation de l'acier.

Par une profondeur maximale de 5 mm, l'éprouvette ISO satisfait pleinement chaque exigence, en assurant la rupture sous les conditions maximales de fragilisation de l'acier [Norme européenne EN 10045-1, Norme européenne 10045-2].

#### a). L'échantillon confectionné en acier XC 65 non traité thermiquement, T= 20 °C

L'énergie de rupture a été mesurée à l'aide du mouton Charpy ( $W_0=150$  J) :

Angle de départ ( $\theta_i$ )= 128°, angle final ( $\theta_f$ ) = 62°;

$l=50$  cm=0.5 m ;  $m=5$  kg ;

$E_i=m g l \cos (\theta_i)$  ;

$E_f=m g l \cos (\theta_f)$  ;

$\Delta E=m g l [\cos \cdot(\theta_f) - \cos \cdot(\theta_i)]$ ,  $\theta_f < \theta_i$  ;

$\Delta E=5 \times 9,81 \times 0,5 \times [\cos (\theta_f \pi / 180) - \cos (\theta_i \pi / 180)] = 15,09$  J ;

$S_0= 0,5$  cm<sup>2</sup> ;

$$E_r = \frac{15.09}{0.5} = 30.18 \left[ \frac{J}{cm^2} \right]$$

#### b). L'échantillon confectionné en acier XC 65, austénitisé et trempé dans l'eau salée, T= 900 °C, t=45 mn

L'énergie de rupture a été mesurée à l'aide du mouton Charpy ( $W_0=150$ J):

Angle de départ ( $\theta_i$ )= 128°, angle final ( $\theta_f$ ) = 128°,

$l=50$  cm =0.5 m ;  $m=5$  kg ;

$E_i=m g l \cos (\theta_i)$  ;

$E_f=m g l \cos (\theta_f)$  ;

$\Delta E=m g l [\cos \cdot(\theta_f) - \cos \cdot(\theta_i)]$ ,  $\theta_f < \theta_i$  ;

$\Delta E=0$  J

$S_0= 0,5$  cm<sup>2</sup> ;

$$E_r = 0 \left[ \frac{J}{cm^2} \right]$$

**c). L'échantillon confectionné en acier XC 65 Trempé à l'eau et revenu, T= 550°C, t=60 mn, refroidissement à l'air**

L'énergie de rupture a été mesurée à l'aide du mouton Charpy ( $W_0=150$  J):

Angle de départ ( $\theta_i$ )= 128°, angle final ( $\theta_f$ ) = 92°;

$l=50$  cm=0.5 m ;  $m=5$  kg ;

$E_i=m g l \cos (\theta_i)$  ;

$E_f=m g l \cos (\theta_f)$  ;

$\Delta E=m g l [\cos \cdot(\theta_f) - \cos \cdot(\theta_i)]$ ,  $\theta_f < \theta_i$  ;

$\Delta E=5 \times 9,81 \times 0,5 \times [\cos (\theta_f \pi / 180) - \cos (\theta_i \pi / 180)] = 14,9$  J ;

$S_0= 0,5$  cm<sup>2</sup> ;

$$Er = \frac{14.9}{0.5} = 29.8 \left[ \frac{J}{cm^2} \right]$$

**d). L'échantillon confectionné en acier inox 316L, T= 20°C**

L'énergie de rupture a été mesurée à l'aide du mouton Charpy ( $W_0= 300$  J) :

$\Delta E=90$  J,  $S_0= 0,5$  cm<sup>2</sup> ;

$$Er = \frac{90}{0.5} = 180 \left[ \frac{J}{cm^2} \right]$$

**6.6.1.2. Corrélations entre la dimension fractale et la résilience pour les éprouvettes Charpy analysées**

Le critère le plus usuel d'appréciation de la ténacité des matériaux est assuré par les résultats des essais de résilience. Une faible résilience correspond à un matériau fragile, et à une grande résilience correspondant un matériau tenace.

Tab.6.1. Corrélations entre la dimension fractale et la résilience en fonction du caractère de rupture

No. de l'échantillon du matériau	Energie de rupture $Er$ $\left[ \frac{J}{cm^2} \right]$	Dimension fractale $\Delta$	Type de la rupture
1. acier XC 65 non traité	30,18	1,18	Rupture mixte
2. acier XC 65 trempé	0	1,99	Rupture intergranulaire
3. acier XC 65 revenu	29,8	1,20	Rupture ductile
4. acier inox 316L	180	1,23	Rupture ductile

**Observation:** la mesure du profil de rupture a été prise à l'aide d'un interféromètre; et, l'estimation de la dimension fractale, à l'aide de la méthode du Box Counting.

L'acier inox 316L, étant un matériau tenace, a une énergie de rupture  $Er=180 \left[ \frac{J}{cm^2} \right]$ , pendant que la dimension fractale calculée, a la plus petite valeur de tous les matériaux étudiés dans le cadre de ce travail :  $\Delta= 1,20$ .

L'acier XC 65 trempé, a une énergie de rupture très faible  $Er=0 \left[ \frac{J}{cm^2} \right]$ , pendant que la dimension fractale calculée a une valeur grande,  $\Delta= 1,99$ . Ces résultats sont très proches de ceux obtenus avec la méthode de Section Verticale pour l'acier XC65 trempé :  $\Delta= 1,97$ , dans le cas du grossissement 400x.

Ces résultats semblent confirmer ce que nous avons lu dans la bibliographie; c'est à dire que *l'énergie de rupture par choc, varie d'une manière inversement proportionnelle à la dimension fractale.*

### **6.7. La statistique de la mesure des paramètres de caractérisation des surfaces de rupture des éprouvettes Charpy par l'intermédiaire du programme MESRUG**

Ce programme a permis le traitement d'une base complexe de données obtenues suite à l'analyse de l'état des surfaces des éprouvettes Charpy, basée sur l'interférométrie. Nous avons développé et réactualisé le programme Mesrug utilisé initialement en France dans le cadre du *Laboratoire Roberval* de l'Université de Technologie de Compiègne et de l'équipe « Caractérisation et Propriétés de la Pêrisurface » du centre ENSAM de Lille.

Ce programme est écrit dans un langage C++.

Nous l'avons utilisé pour analyser les profils de rupture de trois aciers: XC 65 trempé, 316L et XC 65 revenu.

Nous avons mesuré 30 profils de rugosité pour chaque échantillon. Les points non mesurables de l'interférométrie ont été complétés à l'aide de 4 algorithmes d'interpolations : *F-* l'algorithme SVD -*singular value decomposition*, *I-* l'algorithme *spline interpolation* (interpolation de type spline), *S-* l'algorithme *spline derivative* et *T* – l'algorithme *triangulation Delaunay*.

L'interpolation a pour conséquence de trouver des points intermédiaires du graphique, autres que ceux donnés initialement, de telle sorte qu'il soit possible de visualiser une courbe ou une fonction qui les décrivent, en passant par ces points.

L'algorithme de décomposition en valeurs singulières SVD -F (de l'anglais, *singular value decomposition*) d'une matrice est un outil important de factorisation des matrices rectangulaires réelles ou complexes.

L'algorithme de l'interpolation de type spline -I utilise les fonctions *splines* qui sont des fonctions segmentaires polynomiales, raccordées ensemble par des nœuds numérotés de dérivés de celles ci. La notion originale des ouvrages mathématiques de l'antiquité utilisait les lignes polygonales pour le calcul des aires et des volumes [Muntean M., 2002]. Par l'algorithme de l'interpolation de type spline I, une courbe sous forme de spline est représentée par une équation cubique.

L'algorithme *spline derivative-S* calcule l'erreur standard de la dérivée d'une fonction spline donnée, par la matrice de covariance des coefficients initiaux des fonctions spline.

L'algorithme *triangulation Delaunay-T*

Une série des fonctions d'interpolation, de deux ou plusieurs dimensions utilise la triangulation Delaunay. Etant donné un ensemble de points, la triangulation Delaunay est l'ensemble des lignes qui connectent chaque point avec son point voisin, lié par le diagramme de Voronoi, dans le sens où le cercle qui délimite le triangle Delaunay a son centre dans la pointe du polygone de Voronoi, comme dans la figure (6.18.).

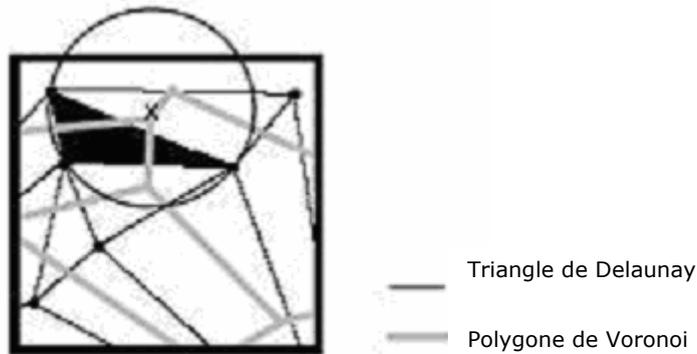


Fig. 6.18. Triangulation de Delaunay et le polygone de Voronoi

L'analyse de l'état des surfaces commence par le codage de l'information. Chaque fichier en contient une, qui soit représentative de l'importance de la surface du point de vue physique. Un tableau de codage permet le traitement simplifié des données d'un problème. La première étape nécessite un certain temps pour encoder et décoder l'information initiale. Après cette étape, il est plus facile de traiter les données plus aisément.

Le codage de l'information a été effectué selon la règle suivante :

***moyen de mesure\_grossissement du microscope\_ mode de mesure de la surface\_code de l'échantillon \_numéro de la mesure***

Par exemple, pour la première mesure dans le cas du matériau 1, le grossissement 5x peut se définir par le codage suivant : *I\_5\_VSI\_1\_1*.

Dans le tableau 6.2. nous pouvons observer le codage des fichiers texte utilisé dans le programme Mesrug.

Tab.6.2. Codage des fichiers texte dans le programme Mesrug

Moyen de mesure	L'échantillon	Le code de l'échantillon	Grossissement du microscope	Mode de scannage de la surface
Tactile: T	XC 65 trempé	1	5, 20,50	Vsi, Psi
	316 L	2	5, 20,50	Vsi, Psi
Interférométrie : I	XC 65 revenu	4	5, 20,50	Vsi, Psi

Il sera précisé le nom du dossier, le tableau de correspondance et les options de calcul des différents paramètres de rugosité dans *Mesrug* et, ensuite, il suffit de lancer le calcul des paramètres. Ce programme décrit la totalité des fichiers, il calcule les paramètres de rugosité, il crée des fichiers texte pour des analyses ultérieures (spectres,...) et crée des fichiers graphiques, en gardant le codage du tableau présenté au dessus.

Le fichier qui contient les paramètres calculés est codé pour être utilisé dans Excel, *Statistica* et sous le langage SAS (Statistical Analyses System). Le traitement statistique de la base de données a été réalisé sous ce même langage.

### 6.7.1. La définition des principaux paramètres de rugosité est calculée à l'aide de l'application Mesrug

Dans ce sous-chapitre, sont définis les principaux paramètres de rugosité traités numériquement par l'intermédiaire de l'application *Mesrug*.

Dans le cas des surfaces de rupture, il existe une série de paramètres :

- paramètres d'amplitude ( $Ra$ ,  $Rq$ ,  $Z_0$ ,  $S_{kr}$ ,  $E_{kr}$ ,  $Z_{max}$ ,  $R_t$ ,  $Rz1...Rz5$ ,  $Rp1...Rp5$ ,  $Rv1...Rv5$ ,  $Rmax$ ,  $Rv$ ,  $Rpm$ ,  $Rpm$ ,  $Rpm$ ,  $Rpm$ );
- paramètres de portance ( $S_m$ );
- paramètres hybrides ( $LO$ ,  $LR$ ,  $\Delta a$ ,  $\Delta q$ ,  $\lambda a$ ,  $\lambda q$ ,  $g$ ,  $\gamma$ ,  $Rwz$ ,  $Ro$ ).

**Ra** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la moyenne arithmétique des rugosités.

**Définition mathématique** :

$$Ra = \frac{1}{L} \int_0^L |z| dx$$

**Remarques** : Paramètre le plus employé dans la littérature et dans l'industrie.

**Rq**: paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la moyenne quadratique des rugosités.

**Définition mathématique** :

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L |z|^2 dx}$$

**Z0**: paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la moyenne des hauteurs.

**Définition mathématique** :

$$Z0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n z_i$$

**Remarques** : Ce paramètre n'est pas normalisé. Nous l'avons créé pour vérifier l'adéquation du redressement du profil. En effet le profil est redressé par rapport à une courbe (souvent une droite). Si la régression utilisée est mal adaptée alors ce chiffre devient différent de zéro. Si la régression est bien adaptée alors ce chiffre est nul.

**Sk** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la dissymétrie de la distribution des amplitudes

**Définition mathématique** :

$$Sk = \frac{\sum_{i=1}^n z_i^3}{n Rq^3}$$

**Remarques** : Ce paramètre est nul si l'amplitude est gaussienne.

**Eκ**: paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est l'aplatissement de la courbe des amplitudes

**Définition mathématique** :

$$Ek = \frac{\sum_{i=1}^n z_i^4}{n Rq^4}$$

**Zmin** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la valeur minimale de la rugosité.

**Définition mathématique** :

$$Z_{\min} = \min z_i$$

**Zmax** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la valeur maximale de la rugosité.

**Définition mathématique** :

$$Z_{\max} = \max z_i$$

**Rt** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est l'amplitude maximale de la rugosité

**Définition mathématique** :

$$R_t = Z_{\max} - Z_{\min}$$

**Rz1... Rz5** : paramètres d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est l'étendue maximale de la rugosité sur 5 plages contiguës d'égales amplitudes.

**Définition mathématique** :

$$R_{zi} = \max z_j - \min z_j$$

$$i \in [(i-1)(N_{div}5)..(i)(N_{div}5)]$$

div : division entière

**Rp1... Rp5** : paramètres d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est l'amplitude maximale de la rugosité sur 5 plages contiguës d'égale amplitude.

**Définition mathématique** :

$$R_{pi} = \max z_j$$

$$i \in [(i-1)(N_{div}5)..(i)(N_{div}5)]$$

div : division entière.

**Rv1... Rv5** : paramètres d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est l'amplitude minimale de la rugosité sur 5 plages contiguës d'égale amplitude.

**Définition mathématique :**

$$R_{vi} = \min z_j$$

$$i \in [(i-1)(N_{div5})..(i)(N_{div5})]$$

div : division entière.

**Rmax** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la plus grande valeur des  $Rz_i$ .

**Définition mathématique :**

$$R_{max} = \max(Rz_1..Rz_5)$$

**Rv** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la moyenne des  $R_{vi}$ .

**Définition mathématique :**

$$R_v = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 R_{vi}$$

**Rpm** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la moyenne des  $R_{pi}$ .

**Définition mathématique :**

$$R_{pm} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 R_{pi}$$

**Rz** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : C'est la moyenne des  $Rz_i$

**Définition mathématique :**

$$R_z = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 R_{zi}$$

**R3z** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : Le profil est divisé en 5 portions continues. Pour chaque zone, on prend les troisièmes plus hauts pics et les troisièmes creux les plus bas. On obtient donc une amplitude entre ces deux mesures, le  $rz_3$  est la moyenne de ces 5 amplitudes.

**Définition mathématique** : Assez lourd à écrire, la formule littéraire vaut mieux...

**Angle** : paramètre d'amplitude

**Définition littéraire** : c'est l'angle en degré, entre la droite des moindres carrés du profil non filtré et l'horizontale.

**Définition mathématique**: soit  $a$  la pente des moindres carrés.

$$\text{Angle} = \arctan a$$

**Sm** : paramètre de portance

**Définition littéraire** : Pas moyen des irrégularités du profil.  
Pour être considéré comme un pic, il faut que l'amplitude de rugosité soit supérieure à  $0,1 R_t$ , et que  $S_i > 1\%$  du profil palpé.

**Définition mathématique** :

$$S_m = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k S_{mi}$$

Remarques : Ce paramètre est très sensible à la longueur de palpement, du fait de l'intégration du pourcentage de ce dernier.

**LO** : paramètre hybride

**Définition littéraire** : c'est la longueur développée de la courbe.

**Définition mathématique** :

$$L_0 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n \sqrt{(y_i - y_{i-1})^2 + (x_i - x_{i-1})^2}$$

**Remarques** :

Ce paramètre peut être assez utile pour caractériser des phénomènes diffusifs (électrochimie, cémentation). En effet, les phénomènes diffusifs sont assez liés à un phénomène de transport par unité de surface. Il faut que l'unité en  $x$  soit la même que l'unité en  $z$  lors de l'acquisition.

**LR** : paramètre hybride

**Définition littéraire** : c'est le pourcentage de la longueur développée, ramené à la longueur initiale.

**Définition mathématique :**

$$LR = 100 \frac{L0}{L} = 100 \frac{\sum_{i=2}^n \sqrt{(y_i - y_{i-1})^2 + (x_i - x_{i-1})^2}}{L}$$

**Remarques:**

Ce paramètre, par opposition à  $L0$ , permet de s'abstenir de la longueur de palpement. Si nous supposons l'hypothèse de fractalité, alors ce paramètre dépend de la longueur  $L$ . De même que pour  $L0$ , il faut que l'unité en  $x$  soit la même que l'unité en  $z$  lors de l'acquisition.

**$\Delta a$**  : paramètre hybride

**Définition littéraire** : c'est la valeur moyenne arithmétique (mean slope of profile) des pentes du profil.

**Définition mathématique :**

$$\Delta_a = \frac{1}{L} \int_0^L \left| \frac{dz}{dx} \right| dx = \frac{1}{L} \sum_{i=2}^n \frac{(y_i - y_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})}$$

**Remarques :**

Il faut que l'unité en  $x$  soit la même que l'unité en  $z$  lors de l'acquisition. Ce paramètre permet de fournir une indication sur l'allure moyenne des profils. Il doit être étudié avec le paramètre  $\Delta_q$ .

Si un utilisateur désire utiliser ce paramètre, il est absolument indispensable

d'étudier la distribution des quantités  $\left| \frac{(y_i - y_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} \right|$  ainsi que celle du paramètre

$\frac{(y_i - y_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})}$ . Un des défauts de ce paramètre, est de ne faire appel qu'à deux points

qui sont les voisins les plus proches, et qui peuvent être hautement influencés par les conditions expérimentales (Rayon de palpeurs, bruit rose etc...). Ce paramètre est donc très sensible au pas d'échantillonnage.

**$\Delta q$**  : paramètre hybride

**Définition littéraire** : c'est la valeur moyenne des écarts quadratiques (*RMS slope of profile*) des pentes du profil.

**Définition mathématique:**

$$\Delta_q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L \left| \frac{dz}{dx} \right|^2 dx} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=2}^n \left| \frac{(y_i - y_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} \right|^2}$$

**Remarques :**

Il doit être étudié avec le paramètre  $\Delta_a$ .

$\lambda_a$  : paramètre hybride

**Définition littéraire :** c'est la valeur moyenne arithmétique des longueurs d'onde en fonction de leur amplitude.

**Définition mathématique :**

$$\lambda_a = \frac{2\pi \int_0^L |z| dx}{\int_0^L \left| \frac{dz}{dx} \right| dx} \cong 2\pi \frac{Ra}{\Delta_a}$$

**Remarques :**

Voir les remarques liées à  $\Delta_a$ . Ce paramètre revient à normaliser  $\Delta_a$ .

En effet, si nous multiplions  $z$  par un nombre  $\alpha$ , alors  $\Delta_a$  est également multiplié par  $\alpha$ ;  $\lambda_a$  restant inchangé.

$\lambda_q$  : paramètre hybride

**Définition littéraire :** c'est la valeur moyenne arithmétique quadratique des longueurs d'onde en fonction de leur RMS (Root Mean Square).

**Définition mathématique :**

$$\lambda_q = \frac{2\pi \sqrt{\int_0^L |z|^2 dx}}{\sqrt{\int_0^L \left| \frac{dz}{dx} \right|^2 dx}} \cong 2\pi \frac{Rq}{\Delta_q}$$

**Remarques :**

Voir les remarques liées à  $\Delta_q$ . Ce paramètre revient à normaliser  $\Delta_q$ . En effet, si nous multiplions  $z$  par un nombre  $\alpha$ , alors  $\Delta_q$  est également multiplié par  $\alpha$ ;  $\lambda_a$  restant inchangé.

**g** : paramètre hybride

**Définition littéraire:** c'est le nombre de points d'inflexion du profil ramené à nombre de points du profil.

**Définition mathématique:**

Le problème consiste à définir un principe pour compter le nombre de points d'inflexion. Nous avons donc conçu un algorithme assez simple pour trouver le point d'inflexion. Nous prenons les 4 points les plus proches voisins, par lesquels nous faisons passer une courbe polynomiale de degré 3 (Courbe de plus faible degré permettant de modéliser un point d'inflexion. la courbe peut donc être modélisée par l'équation suivante aux 4 points  $[(x_i, z_i), (x_{i+1}, z_{i+1}), (x_{i+2}, z_{i+2}), (x_{i+3}, z_{i+3})]$ ).

Le polynôme s'écrit donc  $z = a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4$ . On a donc la condition

suivante: il faut que  $\frac{d^2z}{d^2x} = 6a_1x + 2a_2$  s'annule et change de signe. En d'autres termes il y aura un point d'inflexion entre  $(x_{i+1}, z_{i+1})$  et  $(x_{i+2}, z_{i+2})$  si nous avons une des deux conditions suivantes remplies:

Condition 1 :  $6a_1x_{i+1} + 2a_2 > 0$  et  $6a_1x_{i+2} + 2a_2 < 0$

Condition 2 :  $6a_1x_{i+1} + 2a_2 < 0$  et  $6a_1x_{i+2} + 2a_2 > 0$

Le choix de calculer le point d'inflexion entre  $(x_{i+1}, z_{i+1})$  et  $(x_{i+2}, z_{i+2})$ , plutôt que sur un tout autre intervalle pris dans  $[(x_i, z_i), (x_{i+1}, z_{i+1}), (x_{i+2}, z_{i+2}), (x_{i+3}, z_{i+3})]$ , se justifie par le fait que le maximum de précision est obtenu au centre de l'intervalle  $[x_i, x_{i+3}]$ . On fait donc varier  $i$  de 1 à  $N-3$ , et on comptabilise le nombre  $n$  de points d'inflexion

Le paramètre  $g$  peut aussi être obtenu à partir de la formule  $g = \frac{n}{N-3}$ , qui représente une fraction du nombre de points d'inflexion sur le nombre total de points du profil.

**Remarques :**

Ce paramètre permet de fournir une indication sur le désordre du profil. Une valeur assez faible montre un profil très doux. Par contre une valeur anormalement élevée doit être analysée. En effet ceci peut marquer la présence d'un bruit important qui a tendance à augmenter le nombre de points d'inflexion du profil. De même, tout filtrage passe bas (mécanique ou électrique) détruira le

nombre de points d'inflexion. Ce nombre doit donc être utilisé avec prudence. De plus, il est évident que ce paramètre est directement relié au pas d'échantillonnage.

$\gamma$  : paramètre hybride (il est donné en degré)

**Définition littéraire** : Direction de la pente des profils sur l'origine (profile slope at the mean line).

**Définition mathématique** :

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^k \left| \arctan \left( \frac{dy}{dx} \right) \right|}{k}$$

**Remarques** :

Ce paramètre peut être assez sensible à une erreur en dx et dy. De même, si ce paramètre doit être utilisé couramment, il serait souhaitable de rechercher la fonction de densité représentée par:

$\arctan \left( \frac{dy}{dx} \right)$ , et de définir un paramètre de dispersion, avant de vérifier que

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^k \arctan \left( \frac{dy}{dx} \right)}{k} \approx 0. \text{ Sinon cela traduira une tendance à avoir un profil "allongé" (Des pics qui "pencheraient").}$$

On peut également définir  $\tan Y$  comme suit  $\tan \gamma = \frac{\sum_{i=1}^k \left| \left( \frac{dy}{dx} \right) \right|}{k}$  qui peut être, alors, comparé au paramètre  $\Delta_a$ .

**Rwz** : paramètre hybride

**Définition littéraire** : c'est le rayon des aspérités (radius of asperity).

**Ro** : paramètre hybride

**Définition littéraire** : c'est le rayon de courbure du profil (curvature radius of profile).

**Définition mathématique :**

$$\text{on pose } r = \frac{\left(1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2z}{d^2x}}$$

$$Ro = \frac{\sum_{i=1}^k r_i}{k}$$

où  $k$  est le nombre de points à partir desquels  $r$  est calculé.

**Remarques :**

Le calcul sera effectué comme suit. Soit trois points proches voisins :  $[(x_i, z_i), (x_{i-1}, z_{i-1}), (x_{i-2}, z_{i-2})]$ .

$$\text{On approxime } \left. \frac{d^2z}{d^2x} \right|_{x=x_{i-1}} = \frac{-2y_{i-1} + y_{i-2} + y_i}{(x_i - x_{i-1})} \text{ et } \left. \frac{dz}{dx} \right|_{x=x_{i-1}} = \frac{y_i - y_{i-2}}{2(x_i - x_{i-1})}, \text{ avec comme}$$

condition :  $-2y_{i-1} + y_{i-2} + y_i > 10^{-10}$ .

Il faut que l'unité en  $x$  soit la même que l'unité en  $z$  lors de l'acquisition. Ce paramètre peut être intéressant pour l'étude des contacts. Il est, cependant, très influencé par le rayon de courbure du palpeur lors du palpement tactile.

**Définition mathématique :**

On impose  $lx = 0.1Rt$

$$\text{et on pose } r = \frac{(l_x)^2}{8l_y} = \frac{(l_x)^2}{0.8Rt}$$

$$\text{alors } R_{wz} = \frac{\sum_{i=1}^k r_i}{k}$$

où  $k$  est le nombre de pics qui satisfont à la relation  $lx = 0.1Rt$

### 6.8. Discussions sur les résultats obtenus en interférométrie, par l'application Mesrug

D'abord, des analyses ont été faites sous formes de tableaux de fréquences correspondant aux principales variables significatives de l'analyse fractale :  $R_t$ ,  $R_a$ ,  $Z_{max}$ ,  $Z_{min}$ , la dimension fractale estimée par la méthode de la fonction de structure de Tricot, la dimension fractale estimée par la méthode des oscillations et la fréquence d'apparition de la dimension fractale estimée par la méthode de la Transformé de Fourier.

Ainsi, nous avons pu établir combien de fois apparaissait une variable dans un certain intervalle.

Ensuite, nous avons représenté graphiquement par l'intermédiaire de la méthode de l'analyse de variance *Anova* du programme *Statistica*, la dépendance entre deux variables via l'option *One Way Anova*.

Dans le tableau 6.3. on a présenté le tableau de fréquence correspondant à la variable  $R_t$  (combien de fois apparaît une valeur du paramètre de rugosité  $R_t$  dans un intervalle).

Tab.6.3. Fréquence d'apparition du paramètre de rugosité  $R_t$

Intervalle de valeurs probabilistes	Fréquence d'apparition	Valeur cumulée de la fréquence d'apparition
0,000000 < x <= 100000,0	387580	387580
100000,0 < x <= 200000,0	1	1
200000,0 < x <= 300000,0	2	2
300000,0 < x <= 400000,0	1	1
400000,0 < x <= 500000,0	0	0
500000,0 < x <= 600000,0	1	1
600000,0 < x <= 700000,0	0	0
700000,0 < x <= 800000,0	1	1
800000,0 < x <= 900000,0	0	0
900000,0 < x <= 1000000,	0	0
1000000, < x <= 1100000,	0	0
1100000, < x <= 1200000,	1	1
1200000, < x <= 1300000,	0	0

De cette analyse, nous pouvons observer qu'il existe un grand nombre de valeurs du paramètre de rugosité  $R_t$  dans l'intervalle [0, 100000].

Tab.6.4. Fréquence d'apparition du paramètre de rugosité  $R_a$ 

Intervalle de valeurs probabilistes	Fréquence d'apparition	Valeur cumulée de la fréquence d'apparition
$0,000000 < x \leq 500,0000$	360781	360781
$500,0000 < x \leq 1000,000$	13225	374006
$1000,000 < x \leq 1500,000$	4139	378145
$1500,000 < x \leq 2000,000$	2812	380957
$2000,000 < x \leq 2500,000$	1879	382836
$2500,000 < x \leq 3000,000$	1369	384205
$3000,000 < x \leq 3500,000$	1157	385362
$3500,000 < x \leq 4000,000$	916	386278
$4000,000 < x \leq 4500,000$	1115	387393
$4500,000 < x \leq 5000,000$	194	387587
$5000,000 < x \leq 5500,000$	0	387587

Dans le tableau (6.5.) il est présenté le tableau de fréquence correspondant à la variable  $R_a$  (combien de fois apparaît une valeur du paramètre de rugosité  $R_a$  dans un intervalle).

De cette analyse, nous pouvons observer qu'il existe beaucoup de valeurs du paramètre de rugosité  $R_a$  dans l'intervalle  $[0, 500]$ .

Dans le tableau (6.5.) est présenté le tableau de fréquence correspondant à la variable du paramètre de rugosité  $Z_{max}$  (combien de fois apparaît une valeur du paramètre de rugosité  $Z_{max}$  dans un intervalle).

Tab.6.5. Fréquence d'apparition du paramètre de rugosité  $Z_{max}$ 

Intervalle de valeurs probabilistes	Fréquence d'apparition	Valeur cumulée de la fréquence d'apparition
$0,000000 < x \leq 100000,0$	387585	387585
$100000,0 < x \leq 200000,0$	0	387585
$200000,0 < x \leq 300000,0$	0	387585
$300000,0 < x \leq 400000,0$	0	387585
$400000,0 < x \leq 500000,0$	0	387585
$500000,0 < x \leq 600000,0$	0	387585
$600000,0 < x \leq 700000,0$	0	387585
$700000,0 < x \leq 800000,0$	1	387586
$800000,0 < x \leq 900000,0$	0	387586
$900000,0 < x \leq 1000000,0$	0	387586
$1000000, < x \leq 1100000,$	0	387586
$1100000, < x \leq 1200000,$	1	387587
$1200000, < x \leq 1300000,$	0	387587

Nous pouvons observer qu'on a enregistré les fréquences d'apparition suivantes:

- 387585 valeurs dans l'intervalle  $[0; 100000]$ ;
- 1 valeur dans l'intervalle  $[700000; 800000]$ .

De cette analyse, nous pouvons observer qu'il existe un grand nombre de valeurs du paramètre de rugosité  $Z_{max}$  dans l'intervalle  $[0; 100000]$ .

Dans le tableau 6.6. il est présenté le tableau de fréquence correspondant à la variable du paramètre de rugosité  $Z_{min}$  (combien de fois apparaît une valeur du paramètre de rugosité  $Z_{min}$  dans un intervalle).

Tab.6.6. Fréquence d'apparition du paramètre de rugosité  $Z_{min}$ 

Intervalle de valeurs probabilistes	Fréquence d'apparition	Valeur cumulée de la fréquence d'apparition
-550000,<x<=-500000,	1	1
-500000,<x<=-450000,	0	1
-450000,<x<=-400000,	0	1
-400000,<x<=-350000,	0	1
-350000,<x<=-300000,	0	1
-300000,<x<=-250000,	1	2
-250000,<x<=-200000,	2	4
-200000,<x<=-150000,	0	4
-150000,<x<=-100000,	0	4
-100000,<x<=-50000,0	8	12
-50000,0<x<=0,000000	387575	387587
0,000000<x<=50000,00	0	387587

De cette analyse nous pouvons observer qu'il existe beaucoup de valeurs du paramètre de rugosité  $Z_{min}$  dans l'intervalle  $[-50000; 0]$ .

Dans le tableau 6.6. il est présenté le tableau de fréquence correspondant à la variable dimension fractale estimée par la méthode de la fonction de structure de Tricot (combien de fois apparaît une valeur de la dimension fractale dans un intervalle).

Tab.6.7. Fréquence d'apparition de la dimension fractale estimée par la méthode de la fonction de structure de Tricot

Intervalle de valeurs probabilistes	Fréquence d'apparition	Valeur cumulée de la fréquence d'apparition
,9000000<x<=1,000000	3105	3105
1,000000<x<=1,100000	111570	114675
1,100000<x<=1,200000	110814	225489
1,200000<x<=1,300000	48078	273567
1,300000<x<=1,400000	16670	290237
1,400000<x<=1,500000	10875	301112
1,500000<x<=1,600000	15034	316146
1,600000<x<=1,700000	30440	346586
1,700000<x<=1,800000	39141	385727
1,800000<x<=1,900000	1838	387565
1,900000<x<=2,000000	21	387586
2,000000<x<=2,100000	1	387587
2,100000<x<=2,200000	0	387587

De cette analyse, nous pouvons observer qu'il existe beaucoup de valeurs de la dimension fractale estimée par la méthode de la fonction de structure de Tricot dans l'intervalle  $[1,0; 1,1]$ .

Par la suite, nous analyserons la dépendance entre le matériau et la dimension fractale obtenue par la méthode de la fonction de structure de Tricot sur l'intervalle  $[1,22; 1,29]$  par l'intermédiaire de la méthode d'analyse de variance, selon l'option *One Way Anova* du programme *Statistica*.

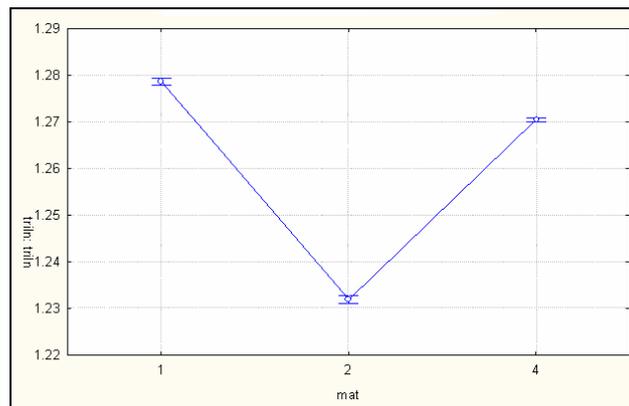


Fig. 6.19. L'influence du matériau sur la dimension fractale obtenue par la méthode de la fonction de structure de Tricot sur l'intervalle  $[1,22, 1,29]$

Nous pouvons observer que dans le cas des matériaux 1 et 4, la dimension fractale prend quasiment une même valeur. Dans la figure (6.19.) les barres horizontales indiquent un intervalle de confiance de niveau de probabilité 0,95.

Dans le tableau 6.8. il est présenté le tableau de fréquence correspondant à la variable dimension fractale estimée par la méthode des oscillations (combien de fois apparaît une valeur de la dimension fractale dans un intervalle).

Tab.6.8. Fréquence d'apparition de la dimension fractale estimée par la méthode des oscillations

Intervalle de valeurs probabilistes	Fréquence d'apparition	Valeur cumulée de la fréquence d'apparition
$,900000 < x \leq 1,000000$	1633	1633
$1,000000 < x \leq 1,100000$	97288	98921
$1,100000 < x \leq 1,200000$	124058	222979
$1,200000 < x \leq 1,300000$	62226	285205
$1,300000 < x \leq 1,400000$	31203	316408
$1,400000 < x \leq 1,500000$	43738	360146
$1,500000 < x \leq 1,600000$	23779	383925
$1,600000 < x \leq 1,700000$	3018	386943
$1,700000 < x \leq 1,800000$	516	387459
$1,800000 < x \leq 1,900000$	128	387587

Par la suite, nous analyserons la dépendance entre le matériau et la dimension fractale obtenue par la méthode des oscillations sur l'intervalle  $[1,18; 1,23]$  via la méthode d'analyse de variance, selon l'option *One Way Anova* du programme *Statistica*.

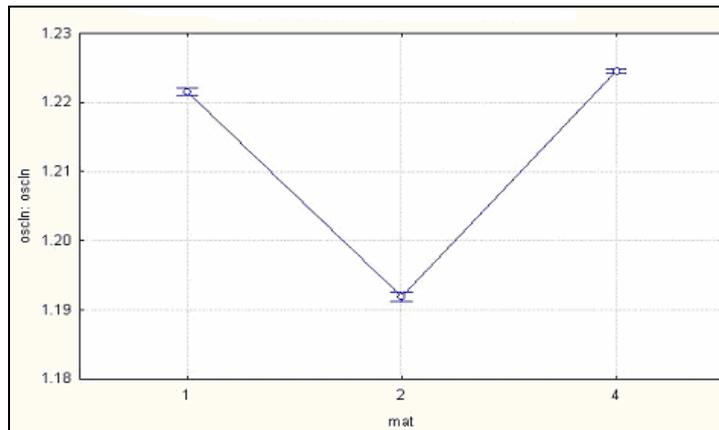


Fig. 6.20. L'influence du matériau sur la dimension fractale obtenue par la méthode des oscillations sur l'intervalle  $[1,18 ; 1,23]$

Nous pouvons observer, de la même manière, que dans le cas des matériaux 1 et 4, les dimensions fractales respectives, ont, là aussi, quasiment une valeur identique. Dans la figure 6.20, les barres horizontales indiquent un intervalle de confiance de niveau de probabilité 0,95.

Dans le tableau 6.9, il est présenté le tableau de fréquence correspondant à la variable dimension fractale estimée par la méthode de Transformée de Fourier (combien de fois apparaît une valeur de la dimension fractale dans un intervalle).

Tab.6.9. Fréquence d'apparition de la dimension fractale estimée par la méthode de la Transformée de Fourier

Intervalle de valeurs probabilistes	Fréquence d'apparition	Valeur cumulée de la fréquence d'apparition
,2000000<x<=,4000000	179	219
,4000000<x<=,6000000	829	1048
,6000000<x<=,8000000	2584	3632
,8000000<x<=1,0000000	10501	14133
1,000000<x<=1,200000	34240	48373
1,200000<x<=1,400000	69095	117468
1,400000<x<=1,600000	113807	231275
1,600000<x<=1,800000	55365	286640
1,800000<x<=2,000000	24586	311226
2,000000<x<=2,200000	30227	341453
2,200000<x<=2,400000	28834	370287
2,400000<x<=2,600000	16587	386874
2,600000<x<=2,800000	709	387583
2,800000<x<=3,000000	4	387587

De cette analyse, nous pouvons observer qu'il existe beaucoup de valeurs de la dimension fractale estimée par l'algorithme de la Transformée de Fourier supérieures à 2; ce qui n'a pas de signification.

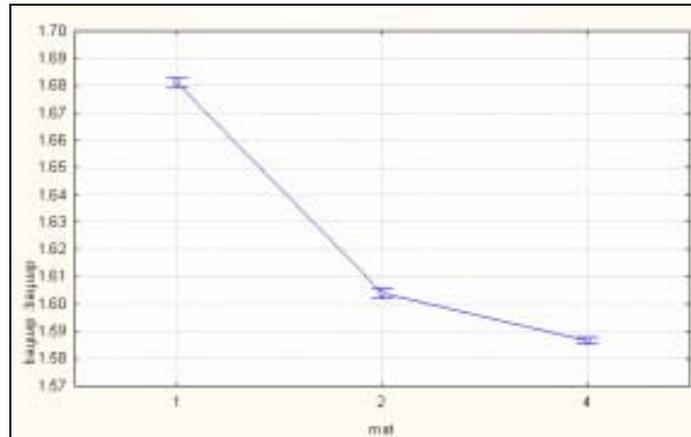


Fig. 6.21. L'influence du matériau sur la dimension fractale obtenue par la méthode de la Transformée de Fourier dans l'intervalle [1,57 ; 1,70]

Par la suite, nous analyserons la dépendance entre le matériau et la dimension fractale obtenue par la méthode de la Transformée de Fourier sur l'intervalle [1,57 ; 1,70], par l'intermédiaire du programme *Statistica*, selon l'option *One Way Anova*.

La valeur de la dimension fractale est plus grande dans le cas du matériau 1 (acier XC 65 trempé, rupture fragile), par rapport au matériau 4 (acier inox 316L).

Dans la figure 6.21, les barres verticales indiquent un intervalle de confiance, de niveau de probabilité 0,95.

Suite aux expériences effectuées sur les trois éprouvettes réalisées à partir de matériaux différents. Les mesures étant faites via l'interférométrie, suite à une sollicitation en régime dynamique, et analysés par le biais de l'application *Mesrug*; les conclusions générales suivantes ont, par conséquent, été obtenues:

-  $g$  (numéro de points d'inflexion du profil d'une surface de rupture): représente le meilleur paramètre qui caractérise une surface de rupture et qui fournit une indication sur le désordre du profil.

Nous avons obtenu 3 valeurs pour le paramètre  $g$ :

- $g_1 = 0,132 \pm 0,95$  (pour l'acier XC65 trempé) ;
- $g_2 = 0,116 \pm 0,95$  (pour l'acier 316L)
- $g_3 = 0,113 \pm 0,95$  (pour l'acier XC65 revenu)

- la dimension fractale est invariante au changement de l'échelle de représentation, parce qu'elle est indifférente au grossissement du microscope; la dimension fractale  $\Delta$  variant dans le domaine :  $\Delta \pm 0,1$ ;

- la méthode de la fonction de structure de Tricot et la méthode des oscillations représentent les méthodes d'estimation de la dimension fractale les plus efficaces, qui donnent les plus petites erreurs;

- l'influence de la puissance d'agrandissement au microscope (le zoom) se reflète sur le spectre de Fourier. Ceci est dû à l'algorithme de la Transformée de Fourier appliquée par l'intermédiaire du programme du dispositif WYKO NT900 ;

- les valeurs des paramètres spectraux ( $f3$  et  $f4$ ), calculées par l'intermédiaire du programme Mesrug croissent en fonction de la puissance d'augmentation du microscope.

Nous avons obtenu 3 valeurs différentes du paramètre  $f3$  en fonction du grossissement au microscope:

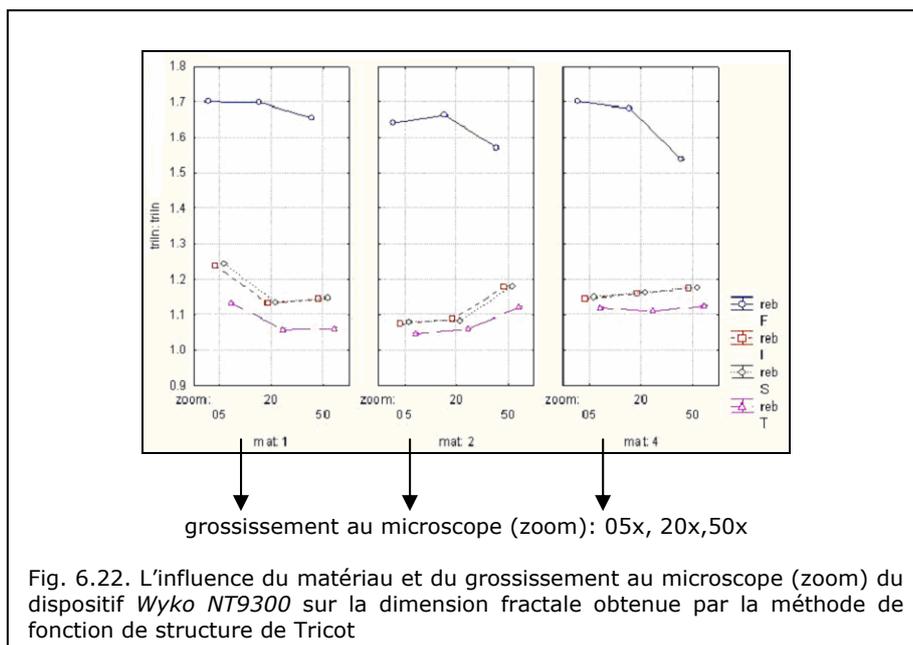
- $f3 = 0,00 \pm 0,95$  (pour le grossissement au microscope zoom 5x) ;
- $f3 = 0,01 \pm 0,95$  (pour le grossissement au microscope zoom 20x) ;
- $f3 = 0,07 \pm 0,95$  (pour le grossissement au microscope zoom 50x) ;

Nous avons obtenu 3 valeurs différentes du paramètre  $f4$  en fonction du grossissement du microscope:

- $f4 = 0,00 \pm 0,95$  (pour le grossissement au microscope zoom 5x) ;
- $f4 = 0,01 \pm 0,95$  (pour le grossissement au microscope zoom 20x) ;
- $f4 = 0,13 \pm 0,95$  (pour le grossissement au microscope zoom 50x) ;

### 6.8.1. Discussions sur l'application des différentes méthodes d'estimation de la dimension fractale

#### 6.8.1.1. La méthode de la fonction de structure de Tricot



Par l'utilisation de la fonction de structure de la figure 6.22 on peut déduire que pour une surface de rupture d'une éprouvette Charpy d'un même matériau et examinée aux différents ordres de grossissement du microscope (5x, 20x si 50x), la dimension fractale  $\Delta$  varie dans le domaine  $\Delta \pm 0,1$ .

Les profils de rupture enregistrés à l'aide de l'interféromètre, présentent donc la propriété d'invariance au changement de l'échelle de représentation, qui est la propriété la plus importante d'un objet fractal.

La méthode de la fonction de structure de Tricot est la méthode la plus efficace, pour l'estimation de la dimension fractale, dans le cas des profils de rupture. Elle fournit les erreurs, les plus petites.

### 6.8.1.2. La méthode des oscillations

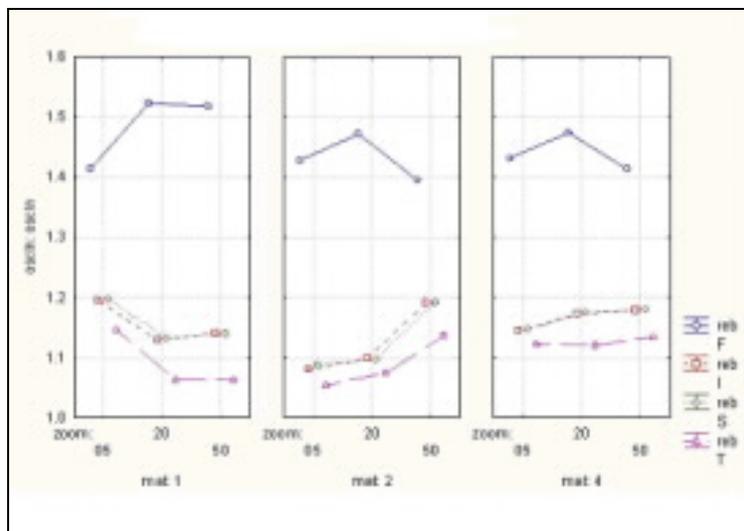


Fig. 6.23. L'influence du matériau et du grossissement (le zoom) du microscope du dispositif Wyko NT9300 sur la dimension fractale obtenue par la méthode des oscillations

Par l'utilisation de la méthode des oscillations de la figure 6.18, on peut déduire que pour une surface de rupture Charpy confectionnée en même matériau et examinée à différents grossissements du microscope (5x, 20x si 50x), la dimension fractale  $\Delta$  varie dans le domaine  $\Delta \pm 0,1$ .

Les surfaces de rupture présentent, ainsi, la propriété d'invariance au changement de l'échelle de représentation.

La méthode des oscillations est la deuxième, parmi les méthodes les plus fiables de détermination de la dimension fractale, juste après la fonction de structure de Tricot.

### 6.8.1.3. Méthode de la Transformée de Fourier

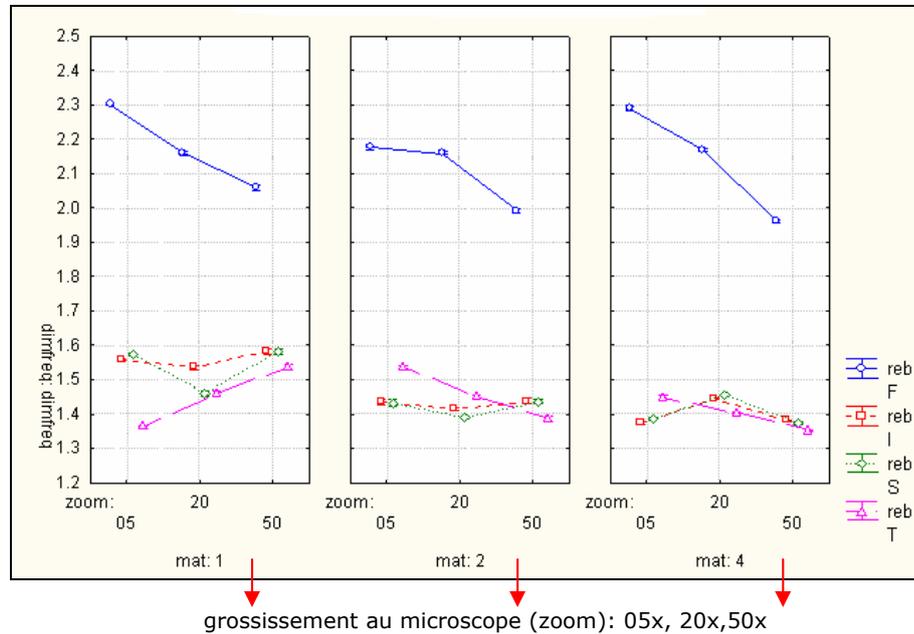


Fig. 6.24. L'influence du matériau et de la puissance d'augmentation (le zoom) du microscope du dispositif Wyko NT9300 sur la dimension fractale obtenue par la méthode de Transformée de Fourier

L'influence de la puissance d'augmentation (le zoom) se reflète sur le spectre de Fourier. Cette chose est due à l'algorithme de la méthode de la Transformée de Fourier appliquée par l'intermédiaire du programme du dispositif Wyko NT900.

Par la suite nous analyserons la dépendance entre le grossissement (le zoom) du microscope du dispositif Wyko NT9300 sur le paramètre  $f3$  du spectre de Fourier, par l'intermédiaire du programme *Statistica*, selon l'option *One Way Anova*.

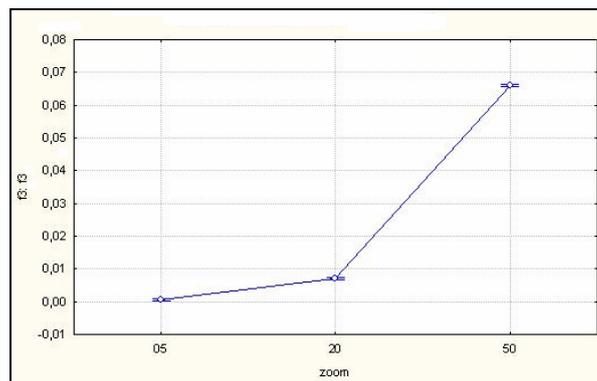


Fig. 6.25. L'influence de la puissance d'augmentation (le zoom) du microscope du dispositif Wyko NT9300 sur le paramètre  $f3$  du spectre de Fourier

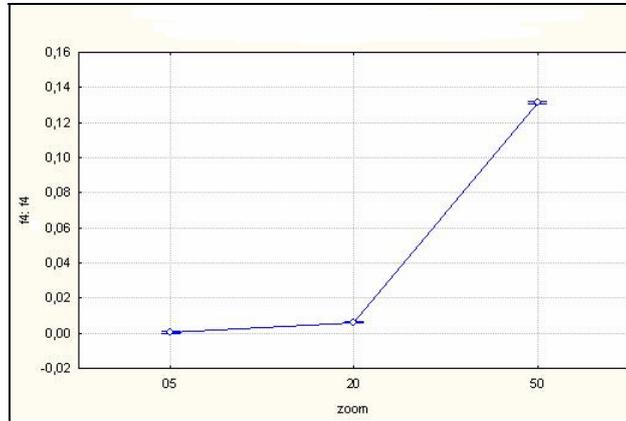


Fig. 6.26. L'influence de la puissance d'augmentation (le zoom) du microscope du dispositif Wyko NT9300 sur le paramètre  $f4$  du spectre de Fourier

Les valeurs des paramètres spectraux ( $f3$  et  $f4$ ) calculés par l'intermédiaire du programme *Mesrug* augmentent en fonction du grossissement du microscope, comme cela peut être observé dans les figures (6.25) et (6.26.) À un grossissement de 50x, le paramètre du spectre  $f4$  a la valeur la plus grande; faisant ainsi apparaître un phénomène de bruit.

## 6.9. Conclusions du chapitre 6

Suite aux recherches expérimentales présentées dans le cadre du chapitre 6, nous avons observé le fait que le mécanisme de rupture a une influence sur la valeur de la dimension fractale. Ainsi, il a pu être observé que les éprouvettes Charpy qui présentaient une rupture fragile ont eu une dimension fractale élevée ( $\Delta = 1,99$ ), tandis que les éprouvettes Charpy qui présentaient une rupture ductile, n'ont pas du tout, un fort caractère fractal.

La dimension fractale est influencée directement par la rugosité du profil de rupture. Comme, il a pu être observé dans le cas de l'application de la méthode des îles en interférométrie, une dimension fractale élevée correspond à des valeurs plus grandes des paramètres de rugosité  $Ra$  et  $Rt$ , dans le cas de l'acier XC 65 trempé.

L'influence du grossissement au microscope (le zoom) se reflète sur le spectre de Fourier. Ceci est dû à l'algorithme de la Transformée de Fourier appliquée par l'intermédiaire du programme du dispositif WYKO NT900.

La méthode de la fonction de structure de Tricot et la méthode des oscillations représentent les méthodes d'estimation de la dimension fractale les plus efficaces. Elles donnent les plus petites erreurs par l'intermédiaire de l'application du dispositif Mesrug.

## 7. PRINCIPALES CONTRIBUTIONS DE L'OUVRAGE. CONCLUSIONS FINALES

### 7.1. Principales contributions de l'ouvrage

1) Pour une première à l'échelon national, il a été effectué une étude bibliographique basée sur les plus récentes recherches de l'utilisation de l'analyse fractale à l'évaluation des caractéristiques de matériaux sollicités de façon dynamique. Par cette étude rigoureuse, les concepts de fractal et de la dimension fractale ont pu être définis.

Le calcul de la dimension fractale est basé sur la notion de courbe.

Il existe deux cas de base, en vertu desquels, il est possible de définir une courbe : dans le sens mathématique et dans le sens physique.

Nous avons étudié les propriétés générales des courbes fractales (continuité, non rectifiabilité et invariance au changement de l'échelle de représentation) et également les propriétés spéciales (auto-similarité et auto-affinité).

*Dans les chapitres 5 et 6, les profils de rupture des éprouvettes Charpy obtenues suite aux mesures effectuées, respectivement, en profilométrie mécanique, selon la technique de Section Verticale et celle des îles (Slit Island) représentent des courbes continues, non rectifiables et invariantes au changement de l'échelle de représentation, propriétés spécifiques aux courbes fractales. Il a été remarqué le fait que ces profils de rupture présentent la propriété d'auto-affinité.*

2) Une étude comparative des méthodes de calcul de la dimension fractale, a été réalisée relativement aux surfaces de rupture.

Ainsi les similitudes, les différences, les avantages et les limites de ces méthodes ont vu le jour.

Sur la base de récentes études, nous avons pu observer que les méthodes les plus efficaces de détermination de la dimension fractale sont : la méthode du Box Counting, la méthode de la fonction de structure de Tricot, la méthode des oscillations et la méthode de l'exposant de HURST.

Une attention spéciale est portée aux techniques d'obtention du profil et du contour de rupture, à l'image de la méthode de Section Verticale et celle des îles.

3) Les corrélations qui existent entre les caractéristiques mécaniques des matériaux et la dimension fractale des surfaces de rupture, ont permis d'acquérir des connaissances sur la base de recherches expérimentales. Le problème de base a été l'obtention d'une corrélation entre l'énergie de rupture au choc et la dimension fractale. Les recherches ont montré que l'énergie de rupture par un seul choc varie d'une manière inversement proportionnelle à la dimension fractale; Ceci constituant une contribution importante de cette thèse.

4) Il a été établi une compatibilité entre les surfaces de rupture fractale auto-similaires et les surfaces de rupture fractales auto-affines.

5) Il a été réalisé une étude sur les erreurs qui pourraient apparaître à l'application de l'algorithme du Box Counting, en raison de la topographie de la forme de l'objet et des erreurs dues à la résolution du dispositif de mesure du profil de la surface de rupture.

6). Une autre contribution importante de l'ouvrage a été la vérification de l'application de la méthode du Box COUNTING dans le cas des surfaces de rupture.

Dans le sous-chapitre 4.2.2, nous avons fait une comparaison entre la dimension fractale théorique de la courbe "tapis de Sierpinsky" et la dimension fractale obtenue par les programmes *Image J* et *Harfa*.

7) Quelques éléments mathématiques nouveaux de la méthode des oscillations ont été établis dans deux cas : courbe de longueur finie et courbe de longueur infinie (fractale), ce qui nous a permis une généralisation de la méthode des oscillations.

8) Les recherches expérimentales ont montré le fait que les éprouvettes Charpy qui présentaient une rupture fragile ont une dimension fractale élevée, pendant que celles présentant une rupture ductile, n'ont pas un fort caractère fractal.

9) Des analyses au stade expérimental sur l'investigation du profil de rupture des éprouvettes Charpy ont été réalisées à l'aide du profilomètre mécanique et l'interféromètre *Wyko* NT 9300. Nous avons ainsi souligné les avantages et les limites pour ces mesures effectuées en interférométrie.

L'application de la profilométrie mécanique pour la détermination de la dimension fractale des surfaces de rupture dans le cas des éprouvettes Charpy donne une nouvelle base aux techniques d'essais Charpy.

10) En commençant par la méthode classique des îles (Slit Island), les applications de l'interférométrie à la détermination de la dimension fractale des surfaces de rupture, dans le cas des éprouvettes Charpy et pour l'acier XC 65 trempé et l'acier inox 316L, est mise en oeuvre.

*Cette nouvelle méthode peut mieux caractériser la topographie de la surface de rupture mesurée en interférométrie à l'aide de la dimension fractale. Par l'utilisation des paramètres de rugosité, Ra et Rt, fournis par le logiciel Vision du profilomètre optique Wyko NT9300, nous pouvons obtenir une information plus détaillée sur une surface de rupture donnée, en comparaison avec l'analyse basée sur la seule utilisation de la dimension fractale.*

*La rugosité représente un paramètre de forme, qui mesure les hauteurs moyennes d'une surface donnée et dépend de l'échelle d'observation. Par contre, un objet fractal sera le même, de point de vue statistique et à chaque ordre de manifestation.*

11) Une autre contribution originale représente le développement et la réactualisation du programme Mesrug utilisé initialement en France. Ce programme a permis l'adaptation d'une base complexe de données obtenues suite à l'analyse de l'état de surface des éprouvettes Charpy, sur la base de l'interférométrie. Trois aciers ont été analysés : XC 65 trempé, 316L et XC 65 revenu. Cette analyse a été

présentée sous forme de tableaux synthétisant les principaux paramètres de rugosité pour chacun de ces trois aciers, avec un grand nombre de profils de rupture.

12) Par l'utilisation de la méthode du Box Counting et l'algorithme de la Transformée de Fourier, nous avons pu mettre en évidence le fait que la dimension fractale dans le cas de l'échantillon en fibre de verre a une valeur proche de celle obtenue pour le profil de l'échantillon en XC65 trempé et présentant une rupture fragile.

13) Par l'application des techniques métallographiques de détermination du contour de rupture : la méthode de Section Verticale et la méthode des îles (Slit Island) il a été établi une relation entre ces deux techniques, sous la forme :

$$\Delta_{SIM} = \Delta_{SV} - 0.4$$

où  $\Delta_{SIM}$  représente la dimension fractale obtenue par la méthode Slit Island ;

$\Delta_{SV}$  représente la dimension fractale obtenue par la méthode de Section Verticale.

## 7.2. Conclusions finales. Perspectives de recherche

Cette thèse de Doctorat présente, pour la première fois, dans la littérature de notre pays une analyse critique de l'application des méthodes fractales en vue de mettre en évidence des caractéristiques de matériaux en mode de rupture dynamique, sur la base de plus nouvelles références bibliographiques.

Suite aux recherches expérimentales, nous avons remarqué le fait que les profils de rupture des éprouvettes Charpy représentent des courbes fractales auto-affines; la propriété de l'invariance au changement de l'échelle de représentation se conservant sur au moins deux ordres d'augmentation du microscope.

De l'analyse comparative des méthodes de calcul de la dimension fractale qui s'applique aux surfaces de rupture, on remarquera le fait que les plus efficaces sont : la méthode du Box Counting, la méthode des oscillations et la méthode de l'exposant de Hurst.

Parmi les techniques d'obtention du contour de la surface de rupture, la méthode de Section Verticale s'est avérée plus efficace que la méthode des îles (Slit Island), dans la mesure où, le profil de rupture et la microstructure peuvent être observés simultanément.

Par ailleurs, les recherches théoriques et expérimentales ont permis de mettre en évidence le fait que la dimension fractale représente un paramètre qui peut différencier les comportements ductile et fragile, par des essais, et en utilisant des éprouvettes Charpy. Une grande dimension fractale correspond à un matériau fragile et à une plus faible résilience.

Une conclusion importante de l'ouvrage fait apparaître que l'énergie de rupture par un seul choc varie d'une manière inversement proportionnelle à la dimension fractale.

En appliquant la méthode des îles en interférométrie pour l'acier XC65, de l'utilisation des paramètres de rugosité ( $Ra$  et  $Rt$ ) et de la dimension fractale dans le cas des profils de rupture, on peut obtenir plusieurs informations détaillées sur une surface de rupture donnée.

Par l'intermédiaire du programme Mesrug, on a pu calculer les paramètres de rugosité de la section de rupture pour des éprouvettes Charpy, pour trois matériaux : acier XC65 trempé, acier inox 316L et acier XC65 revenu.

On a également pu remarquer le fait que la méthode de la fonction de structure de Tricot est la méthode la plus efficace pour l'estimation de la dimension fractale. Suite aux recherches expérimentales, on a pu remarquer le fait que dans le cas de ruptures ductiles, il est convenable d'appliquer seulement la méthode de Section Verticale et l'interférométrie. Pour les éprouvettes en acier qui présentent une rupture fragile, nous pouvons appliquer, tant la profilométrie tactile et l'interférométrie, que les techniques métallographiques: la méthode de Section Verticale et la méthode des îles (Slit Island).

Par cette thèse de Doctorat, la méthode d'évaluation du périmètre des sections de rupture a été mise en évidence, excepté pour des éprouvettes Charpy. Dans le même temps, cette particularité ne peut s'appliquer aux paramètres de ténacité dynamique.

Cet ouvrage ouvre un grand champ de recherche concernant l'application de l'analyse fractale pour l'étude des surfaces de rupture et des corrélations de celles-ci avec d'autres caractéristiques mécaniques.

Les résultats de recherche obtenus dans le cadre de cette thèse, a fait l'objet de :

**4 ouvrages scientifiques publiés à l'occasion de quelques manifestations scientifiques de Roumanie, dont 1 article dans une revue cotée ISI:**

- Secrieru C., Probleme de baza în analiza fractală, A VI-a Conferință Națională multidisciplinară- cu participare internațională, "Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești", Sebeș, pp.193-198, volumul 10, Știință și Inginerie, Editura Agir, București, 2006;

- Secrieru C., Dumitru I., Some Considerations regarding the application of fractal analysis in the study of materials' fracture, Scientific Bulletin of the "Politehnica" University of Timișoara, Transactions on Mechanics, Tom 51(65), Fascicola 4, pp.7-14, 2006

- Secrieru C., Dumitru I., Considerations concerning the application of the fractals in fracture mechanics, Universitatea Valahia din Targoviște, Lucrările celui de-al XII-lea simpozion național de Mecanica Ruperii, pp. 57-64, 3-4 noiembrie 2006, Targoviște, România

- Secrieru C., Dumitru I., Fractal analysis of fracture surfaces of steel Charpy specimens, Strength of Materials Laboratory at 85 years Conference, 21-22 November 2008, Key Engineering Materials Vol.399 Trans Tech Publications, Switzerland, pp.43-49, 2009

**3 ouvrages scientifiques publiées en langue étrangère, dont 1 article paru dans le volume Topics on Chaotic Systems Selected papers from Chaos 2008 International Conference, May 2009, qui est répertorié dans la base de données World Scientific.**

- Secrieru C., Dumitru I., Fractal approaches to fracture, Proceedings of the International Conference Research people and actual tasks on multidisciplinary sciences, Volume 2, Printing House "Angel Kunchev" University of Russe, pp.282-286, 6-8 June 2007, Lozenec, Bulgaria;

- Secrieru C., Bigerelle M., Iost A., Self similar versus self-affine in fractal fracture, Book of Abstracts Chaotic Modeling and Simulation International Conference, 3-6 June, 2008, pp.72-73  
<http://www.asmda.net/chaos2008/>

- Secrieru C., Nianga J.-M. and Iost A., Some remarks concerning the application of the Variation Method in the study of fractal curves, Topics on chaotic systems Selected papers from Chaos 2008 International Conference, May 2009, pp. 294-298  
<http://www.worldscibooks.com/chaos/7251.html>

## BIBLIOGRAPHIE

- [1]. Ables J. Maximum entropy spectral analysis, *Astronomy and Astrophysics Supp.*, 15:383-393, 1974
- [2]. Alvez, L.M., Fractal geometry concerned with stable and dynamic fracture mechanics, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 44, 44-57, 2005
- [3]. Balankin A.S., Physics of fracture and mechanics of self-affine cracks. *Engineering Fracture Mechanics* 57: 135-203, 1997
- [4]. Balankin A., Morales D., Mancilla G., Fractal properties of fracture surfaces in steel 1045, *International Journal of Fracture* 106: L21-L26, 2000
- [5]. Barabási A.L., H.E.Stanley, *Fractal concepts in surface growth*, Cambridge University Press, 1995
- [6]. Barnsley M.F., *Fractals Everywhere*, Academic Press, San Diego, 1988.
- [7]. Bažant Z.P., Scaling of quasibrittle fracture: asymptotic analysis, *International Journal of Fracture* 83: 19-40, 1997
- [8]. Bažant Z.P., Size effect on structural strength: a review, *Archive of Applied Mechanics* 69, 703-725, Springer-Verlag, 1999
- [9]. Bažant Z.P., Yavari A., Is the cause of size effect on structural strength fractal or energetic-statistical? *Engineering Fracture Mechanics* 72: 1-31, 2005
- [10]. Bigerelle M., *Caractérisation géométrique des surfaces et interfaces- Applications en Métallurgie*, Thèse, ENSAM, Lille, 1999.
- [11]. Bigerelle M., Najjar D., Correvits T., Iost A., *Caractérisation fractale du transfert de rugosité lors du laminage à froid*, Matériaux, 2002
- [12]. Bigerelle M., Iost A., Statistical artefacts in the determination of the fractal dimension by the Slit Island Method, *Engineering Fracture Mechanics* 71, 1081-1105, 2004
- [13]. Bigerelle M., Dalla-Costa M., Najjar D., Multiscale similarity characterization of abraded surfaces, *Proc.IMechE Vol.221, Part B: J.Engineering Manufacture*, 2007
- [14]. Bigerelle M., Gautier A., Iost A., Roughness characteristic length scales of micro-machined surfaces: A multi-scale modeling, *Sensors and Actuators B* 126: 126-137, 2007
- [15]. Bonamy D., Ponson L., Prades S., Bouchaud E., Guillot C., Scaling Exponents for Fracture Surfaces in Homogeneous Glass and Glassy Ceramics, *Physical Review Letters*, PRL 97, 135504, 2006
- [16]. Borodich F.M., Some fractal models of fracture, *J.Mech.Phys.Solids*, Vol.45, No.2, 239-259, 1997
- [17]. Borodich F.M., Fractals and fractal scaling in fracture mechanics, *International Journal of Fracture* 95: 239-259, 1999
- [18]. Borri-Brunetto M, Carpinteri A. and Chiaia B, Scaling phenomena due to fractal contact in concrete and rock fractures, *Int. Journal of Fracture*, July 1998
- [19]. Bouchaud E.; Lapasset G. and Planés J., Fractal dimension of fractured surfaces: a universal value? *Europhysics Letters*, vol. 13, n. 1, p. 73-79, 1990
- [20]. Bouchaud E., Les fractales dans la rupture des matériaux, *La Recherche* 233, volume 22, 808, juin 1991

- [21]. Bouchaud E., The morphology of fracture surfaces: a tool for understanding crack propagation in complex materials, *Surface Review and Letters*, Vol.10, No.5, 797-814, 2003
- [22]. Bouchaud E., Chiaia B., Hansen A., Herrmann H., Kalia R., Marder M., Jan van Mier, *Physics and Scaling of Fracture*, *Int J Fract*, 140: 1-2, 2006
- [23]. Botet R., *Les fractales en Physique*, *Techniques de l'Ingénieur*, traité Sciences fondamentales, dossier AF 4500
- [24]. Botvina L.R., Ioffe A.V., Tetyueva T.V., Effect of the zone of plastic deformation on the fractal properties of a fracture surface, *Metal Science and Heat Treatment*, Vol.39., Nos.7-8, 1997
- [25]. Boutot A., *Inventarea formelor, traducere din limba franceză de Florin Munteanu*, Ed. Nemira, București, 1997
- [26]. Borri-Brunetto M., Carpinteri A., Chiaia B., Scaling Phenomena due to fractal contact in concrete and rock fractures, *Int. Journal of Fracture (Workshop on Fracture Scaling)*, july 1998
- [27]. Breslin M.C., Belward J.A., Fractal dimensions for rainfall time series, *Mathematics and Computers in Simulation* 48, 437-446, 1999
- [28]. Brewer J., Larry Di Girolamo, Limitations of fractal dimension estimation algorithms with implications for cloud studies, *Atmospheric Research* 82 433-454, 2006
- [29]. Brow C.A., Charles P.D., Johnsen W.A., Chesters S., Fractal Analysis of Topographic Data by the Patchwork Method, *Wear*, Vol. 161, 61-67, 1993
- [30]. Bunde A., S.Havlin, *Fractals and Disordered Systems*, Springer, 2<sup>nd</sup> Edition
- [31]. Carpinteri A., Scaling laws and renormalization groups for strength and toughness of disordered materials. *Int J Solid Struct* 31(3):291-302, 1994
- [32]. Carpinteri A., Chiaia B., Maradei F., Experimental determination of the fractal dimension of disordered fracture surfaces in *Advanced technology for design and fabrication of composite materials and structures*, Kluwer, New York, 269-292, 1995
- [33]. Carpinteri A., Puzzi S., Multi-scaling approach in the mechanics of disordered materials, XXI ICTAM, Warsaw, Poland, 15-21 August 2004
- [34]. Carpinteri A., Puzzi S., The crack surface anomalous scaling and its connection with the size-scale effects, *International Journal of Fracture*, 133:43-60, 2005
- [35]. Carpinteri A., Puzzi S., A fractal approach to indentation size effect, *Engineering Fracture Mechanics* 73, 2110-2122, 2006
- [36]. Cetera A., The Minkowski dimension and critical effects in fractal evolution of defects, *Chaos, Solitons and Fractals* 12, 475-482, 2001
- [37]. Charkaluk E., Bigerelle M., Iost A., *Fractals and fracture*, *Engineering Fracture Mechanics* 61, 119-139, 1998
- [38]. Chen Z., Mecholsky J.J.Jr., Joseph T. & Beatty C.L., The fractal geometry of  $\text{Si}_3\text{N}_4$  wear and fracture surfaces, *Journal of Materials Science* 32, 6317-6323, 1997
- [39]. Cherepanov G.P., Balankin A.S., Ivanova V. S., *Fractal Fracture Mechanics - A review*, *Engineering Fracture Mechanics* Vol. 51, No. 6, 997-1033, 1995
- [40]. Cheng Q., The gliding box method for multifractal modelling, *Computers & Geosciences*, Volume 25, Issue 9, November 1999, 1073-1079
- [41]. Ciccotti M., Mulargia F., Pernicious effect of physical cutoffs in fractal analysis, *Physical Review E*, Volume 65, 037201
- [42]. Da Silva David, Evaluation des caractéristiques géométriques d'une structure végétale dans le cadre de l'analyse fractale, Rapport de stage DEA, Montpellier (2005)

- 
- [43]. Della Bona A., Hill T.J., Mecholsky J.J., The effect of contour angle on fractal dimension measurements for brittle materials, *Journal of Materials Science* 36, 2645-2650, 2001
- [44]. Djordjevic Z.V., Feng Li X., Won Soo Shin, Wunder S. L. and Baran G.R., Fractal and topological characterization of branching patterns on the fracture surface of cross-linked dimethacrylate resins, *Journal of Materials Science* 30, 2968-2980, 1995
- [45]. Dlouhý I. & Strnadel B., The effect of crack propagation mechanism on the fractal dimension of fracture surfaces in steel, *Engineering Fracture Mechanics* 75, 726-738, 2008
- [46]. Drazer G., Auradou H., Koplik J., Hulin J.P., Self-affine fronts in self-affine fractures: large and small-scale structure, *Physical Review Letters*, Volume 92, number1, 2004
- [47]. Dubois J., Chaline J., *Le Monde des fractales, La géométrie cachée de la nature*, Ellipses Édition Marketing S.A., 2006
- [48]. Dubuc B., Quiniou J.F. Tricot C., Zucker S.W., Evaluating the fractal dimension of profiles, 39, *Physical Review A*, 3: 1500-1511, 1989
- [49]. Dyskin A.V., Effective characteristics and stress concentrations in materials with self-similar microstructure, *International Journal of Solids and Structures* 42, 477-502, 2005
- [50]. Dumitru I, Marşavina L., *Introducere în Mecanica Ruperii*, Editura Mirton Timișoara, 2001
- [51]. Egon H., Marie M., Porée P., *Traitement du signal et automatique*, Collection Méthodes, Paris 2000
- [52]. Falconer K., *Fractal Geometry*, New York, Wiley, 1990
- [53]. Feder J., *Fractals*, New York, London Plenum Press, 1988
- [54]. Fernández E., Bolea J.A., Ortega G., Louis E., Are neurons multifractals, *Journal of Neuroscience Methods* 89 151-157, 1999
- [55]. Gautier A., Revel P., Mazeran P.-E. and Bigerelle M., Pertinence de techniques de mesures morphologiques de surfaces usinées par usinage de haute précision, *Matériaux Techniques* 95, 37-46, 2007
- [56]. Gerald E., *Measure, Topology, and Fractal Geometry*, Springer New York, 2008
- [57]. Gokhale A.M., *Failure Analysis and Prevention: Quantitative Fractography*, Volume 12 ASM Handbook, 1987
- [58]. Gokhale A.M., Underwood E.E., A general method for estimation of fracture surface roughness: Part.I. Theoretical Aspects, *Metallurgical Transactions A*, Volume 21A, May 1990-1193
- [60]. Gonzato G., Mulargia F., Marzocchi W., Practical application of fractal analysis: problems and solutions, *Geophysical Journal International*, Volume 132, Issue 2, pp.275-282, 1998
- [61]. Gonzato G., Mulargia F., Ciccotti M., Measuring the fractal dimension of ideal and actual objects: implications for application in geology and geophysics, *Geophys.J.Int.*, 142, 108-116, 2000
- [62]. Górski, A.Z., Pseudofractals and the Box Counting algorithm, *J.Phys.A: Math.Gen.*34, pp.7933-7940, 2001
- [63]. Górski, A.Z. and Skrzat J., Error estimation of the fractal dimension measurements of cranial sutures, *J.Anat.* 208, pp.353-359, 2006
- [64]. Gouyet JF, *Physique et structures fractals*, Masson, 1992
- [65]. Grau J., Méndez V., Tarquis A.M., Diaz M.C. & Saa A., Comparison of gliding box and box-counting methods in soil image analysis, *Geoderma*, 134, pp.349-359, 2006

- [66]. Heping Xie, Jin-an Wang, E. Stein, Direct fractal measurement and multifractal properties of fracture surfaces, *Physics Letters A* 242, 41-50, 1998
- [67]. Hilders O.A., Ramos M., Peña N.D., Fractal geometry of fracture surfaces of a duplex stainless steel, *J Mater Sci*, 41:5739-5742, 2006
- [68]. Hill T.J., Mecholsky John J. Jr. & Anusavice Kenneth J., Fractal Analysis of Toughening Behavior in 8 BaO·5SiO<sub>2</sub> Glass-Ceramics, *J.Am.Ceram.Soc.*, 83 [3], 545-552, 2000
- [69]. Hill T.J., Della Bona A., Mecholsky J.J., Establishing a protocol for measurements of fractal dimensions in brittle materials, *Journal of materials science* 36, 2651-2657, 2001
- [70]. Horovistiz A.L., Hein L.R.O., Fractal analysis along stretch zone for an aluminium alloy, *Materials Letters* 59, 790-794, 2005
- [71]. Hui Su, Zhenqi Yan, Stanley J.T., Fractal analysis of microstructure and properties of HSLA steels, *Journal of Materials Science Letters* 14, 1436-1439, 1995
- [72]. Hyslip J.P., Vallejo L.E., Fractal analysis of the roughness and size distribution of granular materials, *Engineering Geology* 48, 231-244, 1997
- [73]. Ikeshoji T.T., Suzumura A., Fractal dimension of ductile-fractured surface of copper-brazed steel calculated from its dimple size distribution, *JSME International Journal, Series A, Vol.46, No.3*, 2003
- [74]. Imre A., Pajkossy T., Nyikos L., Electrochemical Determination of the fractal dimension of fractured surfaces, *Acta metall.mater.* Vol.40, No.8, pp.1819-1826, 1992
- [75]. Katowski P., Fractal dimension of metallic fracture surface. *International Journal of Fracture*, 141: 269-286, 2006
- [76]. Kayama A., Tanaka M., Kato R., Application of Slit Island method to the evaluation of the fractal dimension of the grain-boundary fracture in high-temperature creep, *Journal of Materials Science Letters* 19, 565-567, 2000
- [77]. Kaye B.H., *A random walk through Fractal dimensions*, VCH, Weinheim, 1994
- [78]. Khezzzadeh H., Mofid M., Tensile fracture behavior of heterogeneous materials based on fractal geometry, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 46, 46-56, 2006
- [79]. Kolibal J., Monde J., Fractal image error analysis, *Computers & Geosciences* Vol.24, No.8, 785-795, 1998
- [80]. Kunt M., Bellanger M., Frédéric de Coulon, Gueguen C., Hasler M., Moreau N & Vetterli M., *Techniques modernes de traitement numérique des signaux*, Edition Presses Polytechniques et universitaires romandes, 1991
- [81]. Lapique F., Meakin P., Feder J., Jossang T., Self-affine fractal scaling in fracture surfaces generated in ethylene and propylene polymers and copolymers, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol.86, 973-983, 2002
- [82]. Le Méhauté A., *Les géométries fractales*, Hermès, Paris, 1990
- [83]. Lévy-Véhel J., Lutton E., *Fractals in Engineering: New Trends in Theory and Applications*, Springer, 2005
- [84]. Mandelbrot B., Fractal geometry-what is it and what does it do, *Proceedings of the Royal Society of London, series A*, 423, 3-16, 1964
- [85]. Mandelbrot B., How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension, *Science*, 156, 636-638, 1967
- [86]. Mandelbrot B., *Les objets fractals : forme, hasard et dimension*, Paris : Flammarion, 1975
- [87]. Mandelbrot B., *The Fractal Geometry of Nature*, New York: Freeman, 1982

- [88]. Mandelbrot B., Passoja DE, Paullay AJ. Fractal character of fracture surfaces of metals. *Nature*, 308: 721, 1984
- [89]. Mandelbrot B., Fractal analysis and synthesis of fracture surface roughness and related forms of complexity and disorder, *International Journal of Fracture* , 138: 13-17, 2006
- [90]. Matsuzaki R., Todoroki A., Stacking-sequence optimization using fractal branch-and-bound method for unsymmetrical laminates, *Composite Structures* 78 537-550, 2007
- [91]. Mecholsky J.J., Freimein S.W., Relationship between Fractal Geometry and Fractography, *J.Am.Ceram.Soc.*, 74 (12), 3136-3138, 1991
- [92]. Mecholsky J.J., Passoja D.E. & Feinberg-Ringel K.S., Quantitative Analysis of Brittle Fracture Surfaces using Fractal Geometry, *J.Am.Ceram.Soc.*, 72 [1], 60-65, 1989
- [93]. Mecholsky John J.Jr., Fractography and fractal geometry: what can we learn?, in *Fractography of Glasses and Ceramics* , Ceramic Transactions, V.199, J.Wiley&Sons, 53-65, 2005
- [94]. Mezghani S., *Approches multi-échelles de caractérisation tridimensionnelle des surfaces. Applications aux procédés d'usinage - École Centrale de Lyon*, 2005
- [95]. Milman V.Y., Stelmashenko N.A., Blumenfeld R., Fracture Surfaces: a critical review of fractal studies and a novel morphological analysis of scanning tunneling microscopy measurements, *Progress in Materials Science* Vol.38, pp.423-474, 1994
- [96]. Mishnaevsky L. Jr, Methods of the theory of complex systems in modelling of fracture: a brief review, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.56, No.1, pp.47-56, 1997
- [97]. Mishnaevsky L. Jr, Determination of the time-to-fracture of solids, *International Journal of Fracture* 79: 341-350, 1996
- [98]. Mishnaevsky L. Jr and S.Schmauder, Optimization of Fracture Resistance of Ledeburitic Tool Steels: a Fractal Approach, *Proceedings of EUROMAT-99*
- [99]. Nagahama H., A fractal criterion for ductile and brittle fracture, *J.Appl. Phys.* 75 (6), 15, March 1994
- [100]. Peitgen H.O., Richter P.H., *The beauty of fractals*, Springer-Verlag, New York, 1986
- [101]. Perret J.S., Mass fractal dimension of soil macropores using computed tomography: from the box-counting to the cube-counting algorithm, *European Journal of Soil Science* 54 (3), pp.569-579, 2003
- [102]. Ponson L., Bonamy D., Auradou H., Mourot G., Morel S., Bouchaud E., Guillot C., Hulin J.P., Anisotropic self-affine properties of experimental fracture surfaces, *International Journal of Fracture*, 140: 27-37, 2006
- [103]. Ponson L., Bonamy D., Bouchaud E., Two-Dimensional Scaling Properties of Experimental Fracture Surfaces, *Physical Review Letters* PRL 96, 035506, 2006
- [104]. Popescu T., Ciucă I.și alții, Considerații geometrice privind studiul materialelor metalice. Proprietăți fractale, *Metalurgia* 48, pag.61-66, 1996
- [105]. Ray K.K., Mandal G., Study of correlation between fractal dimension and impact energy in a high strength low alloy steel, *Acta metal.mater.*Vol.40, No.3, 463-469, 1992
- [106]. Richards L.E., Dempsey B.D., Fractal characterization of fractured surfaces in Ti-4.5 Al-5 Mo-1.5 Cr (Corona 5), *Scripta Metallurgica*, Vol.22, 687-689, 1988
- [107]. Rittel D., Tanguy B., Pineau A., Thomas T., Impact fracture of a ferritic steel in the lower shelf regime, *International Journal of Fracture* 117: 101-112, 2002

- [108]. Rodrigues J.A., Pandolfelli V.C., Insights on the Fractal-Fracture behaviour relationship, *Materials Research*, Vol.1, No.1, 47-52, 1998
- [109]. Russ J.C., *Fractal surfaces*, Plenum Press, New York, 1994
- [110]. Saether E., Ta'asan, A Hierarchical Approach to Fracture Mechanics, Technical Memorandum, NASA/TM-2004-213499, November 2004
- [111]. Schepers H.E., Johannes H.G.M. van Beek, Bassingthwaight James B., Four Methods to estimate the fractal dimension from self-affine signals, *IEEE Engineering in Medicine and Biology*, June 1992
- [112]. Schmittbuhl J., Vilotte J.P., Roux S., Reliability of self-affine measurements, *Physical Review E*, Volume 51, number 1, January 1995
- [113]. Secrieru C., Probleme de baza in analiza fractala, A VI-a Conferinta Nationala multidisciplinara- cu participare internationala, "Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești", Sebeș, pp.193-198, volumul 10, Stiinta si Inginerie, Editura Agir, Bucuresti, 2006
- [114]. Secrieru C., Dumitru I., Some Considerations regarding the application of fractal analysis in the study of materials' fracture, *Scientific Bulletin of the "Politehnica" University of Timisoara, Transactions on Mechanics*, Tom 51(65), Fascicola 4, pp.7-14, 2006
- [115]. Secrieru C., Dumitru I., Considerations concerning the application of the fractals in fracture mechanics, *Universitatea Valahia din Targoviste, Lucrarile celui de-al XII-lea simpozion national de Mecanica Ruperii*, pp. 57-64, 3-4 noiembrie 2006, Targoviste, Romania
- [116]. Secrieru C., Dumitru I., Fractal approaches to fracture, *Proceedings of the International Conference Research people and actual tasks on multidisciplinary sciences*, Volume 2, Printing House "Angel Kunchev" University of Russe, pp.282-286, 6-8 June 2007, Lozenec, Bulgaria
- [117]. Secrieru C., Bigerelle M., Iost A., Self similar versus self-affine in fractal fracture, *Book of Abstracts Chaotic Modeling and Simulation International Conference*, 3-6 June, 2008, pp.72-73  
<http://www.asmda.net/chaos2008/>
- [118]. Secrieru C., Nianga J.-M. and Iost A., Some remarks concerning the application of the Variation Method in the study of fractal curves, *Topics on chaotic systems Selected papers from Chaos 2008 International Conference*, May 2009, pp. 294-298  
<http://www.worldscibooks.com/chaos/7251.html>
- [119]. Secrieru C., Dumitru I., Fractal analysis of fracture surfaces of steel Charpy specimens, *Strength of Materials Laboratory at 85 years Conference*, 21-22 November 2008, *Key Engineering Materials Vol.399 Trans Tech Publications*, Switzerland, pp.43-49, 2009
- [120]. Serban V.A., Codrean C., Raduta A., Utu I.D., *Materiale si tehnologii primare in experimente*, Ed. Politehnica, Timisoara, 2007
- [121]. Shterenlikht A., Howard I.C., Partition of Charpy fracture surface with digital image processing, *International Journal of Fracture* 129: 39-50, 2004
- [122]. Stach S., Cybo J., Multifractal description of fracture morphology: theoretical basis, *Materials Characterization* 51, 79-86, 2003
- [123]. Takayasu H., *Fractals in the physical sciences*, Manchester University Press, Manchester and New York, 1990.
- [124]. Tanaka M., Kimura Y., Kayama A., Kato R. & Taguchi J., Fractal Analysis of Three-dimensional Fracture Surfaces in Metals and Ceramics, *ISIJ International*, Vol. 44, No. 7, pp. 1250–1257, 2004

- [125]. Tanaka M., Kimura Y., Taguchi J., Fracture surface topography and fracture mechanism in austenitic SUS316 steel plates fatigued by repeated bending, *J.Mater Sci* 41 (2006), 2885-2893;
- [126]. Tate J.N., Maximum entropy spectral analysis for the estimation of fractals in topography, *Earth Surf.Process.Landforms* 23, 1197-1217, 1998
- [127]. Tricot C., Ferland P., Baran G., Fractal analysis of worn surfaces, *Wear* 172, 127-133, 1994
- [128]. Tricot C. Quiniou J.F. Wehbi D, Roques-Carmes C & Dubuc B., *Evaluation de la dimension fractale d'un graph*, *Revue Phys. Appl.* 23, 111-124, 1988
- [129]. Tricot C., Méthodes pour l'évaluation de la dimension fractale de surfaces, *Technique et science informatique*, Volume 20, pp.1201-1218, 2001
- [130]. Tricot C., A model for rough surfaces, *Composites Science and Technology*, 63, 1089-1096, 2003
- [131]. Tricot. C., *Courbes et dimension fractale*, Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [132]. Underwood EE, Banerji K, *Fractals in Fractography*, *Mater Sci Eng* 80: 1-14, 1986.
- [133]. Underwood E.E. & Banerji K., *Fractal Analysis of Fracture Surface*, Volume 12, *Fractography*, ASM Handbook, New York, 211-215, 1992.
- [134]. Usov V.V. & Shkatulyak N.M., Fractal nature of the brittle fracture surfaces of metal, *Materials Science*, Vol.41, no.1, pp.58-62, 2005
- [135]. Vicsek T., *Fractal Growth Phenomena*, World Scientific, 1989
- [136]. Wang A.L., Yang C.X., Yuan X.G., Evaluation of the wavelet transform method for machined surface topography I: methodology validation, *Tribology International* 36, 517-526, 2003
- [137]. Wang SG, The dependence of the fractal dimension of crack on material for brittle fracture in two dimensions. *Phys Lett A*, 308: 455-460, 2003
- [138]. Weisheng Lei, Chen B., Fractal characterization of some fracture phenomena, *Engineering Fracture Mechanics* Vol.50, No.2, pp.149-155, 1995
- [139]. Wendt U., Stiebe-Lange K & Smid M., On the influence of imaging conditions and algorithms on the quantification of surface topography, *Journal of Microscopy*, Vol. 207, pp.169-179, 2002
- [140]. Whittenton E.P., *Surface Topography and Image Analysis (Area): Fractals, Trees, and Future Investigations in ASM Handbook 18: Friction, Lubrication and Wear Technology*, New York, 1992
- [141]. Wiencek K, Czarski A.et Skowronek T., Fractal characterization of fractured surfaces of a steel containing dispersed Fe<sub>3</sub>C carbide phase, *Materials Characterization* Volume 46, Issues 2-3, February-March 2001, Pages 235-238
- [142]. Su Yan, Wei-Sheng Lei, Relationship between fracture toughness and fractal dimension of fracture surface of steel, *International Journal of Fracture* 106: L41-L46, 2000
- [143]. Yavari A., Shahram S., Moyer E. T. Jr., The mechanics of self-similar and self-affine fractal cracks. *International Journal of Fracture* 114: 1-27, 2002
- [144]. Zhang Z.X., Yu J., Kou S.Q., Lindqvist P.-A., On study of Influences of Loading Rate on Fractal Dimensions of Fracture Surfaces in Gabbro, *Rock Mech. Rock Engng.* 34(3), 235 - 242, 2001

**Normes:**

- [145]. Le courrier technique de l'OTUA (Office Technique pour l'utilisation de l'acier), n°30, code 10.030, Paris
- [146]. Norme européenne EN 10088-1, Aciers inoxydables- Partie 1: Liste des aciers inoxydables, Avril, 1995
- [147]. Norme européenne EN 10250-4, Pièces forgées en acier pour usage général- Partie 4: Aciers inoxydables, Octobre 1999
- [148]. Norme européenne EN 10088-3, Aciers inoxydables-Partie 3 : Conditions techniques de livraison pour les demi-produits, barres, fils machine et profils pour usage général, Avril, 1995
- [149]. Produits sidérurgiques, Tome 5, Aciers inoxydables, collection Mécanique-Métallurgie- Normes, AFNOR, Paris
- [150]. Norme français NF A 35-590, Aciers à outils, décembre 1992

**Sites web :**

- [151]. [www.rsbweb.nih.gov/ij](http://www.rsbweb.nih.gov/ij), pour le programme *Image J* ;
- [152]. [http://www.fch.vutbr.cz/lectures/imagesci/includes/harfa\\_download.inc.php](http://www.fch.vutbr.cz/lectures/imagesci/includes/harfa_download.inc.php) pour le programme *Harfa*

**REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT:**

**APLICAȚII ALE ANALIZEI FRACTALE  
ÎN CAZUL RUPERII DINAMICE**

Teză destinată obținerii  
titlului științific de doctor inginer  
la  
Universitatea "Politehnica" din Timișoara  
în domeniul INGINERIE MECANICĂ  
și la Școala Doctorală N.432, Științe Inginerești a  
Universității "Arts et Métiers ParisTech", Franța  
în domeniul MECANICĂ ȘI MATERIALE

de către

**Ing. Claudia SECRIERU**

Conducători științifici: Prof.Dr.Ing. Ion **DUMITRU**  
Universitatea Politehnica din Timișoara  
Prof. Dr. Ing. Alain **IOST**  
Arts et Métiers ParisTech, CER Lille,  
Franța

Referenți științifici: Prof. Dr.Ing. Maxence **BIGERELLE**  
Universitatea Tehnică din Compiègne,  
Franța  
Prof. Dr. Ing. Viorel **ȘERBAN**,  
Universitatea Politehnica din Timișoara  
Conf.Dr.Mat. Jean-Marie **NIANGA**,  
H.E.I., Facultatea de Inginerie din Lille,  
Franța

Ziua susținerii tezei: 14.X.2009

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- |                        |   |
|------------------------|---|
| 1. Automatică          | 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații |
| 2. Chimie              | 8. Inginerie Industrială                    |
| 3. Energetică          | 9. Inginerie Mecanică                       |
| 4. Ingineria Chimică   | 10. Știința Calculatoarelor                 |
| 5. Inginerie Civilă    | 11. Știința și Ingineria Materialelor       |
| 6. Inginerie Electrică |   |

Universitatea „Politehnica” din Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2009

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității „Politehnica” din Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,  
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221  
e-mail: editura@edipol.upt.ro

## CUVÂNT ÎNAINTE

Mulțumesc domnului profesor **Ion Dumitru** pentru propunerea acestui subiect de teză, pentru încrederea și sprijinul pe care mi le-a acordat de-a lungul perioadei cercetărilor mele doctorale în cadrul Universității Politehnica din Timișoara.

De asemenea, mulțumesc domnului **Alain Iost**, profesor la Arts et Métiers ParisTech, Centrul din Lille, Franța și conducătorul științific în cotutelă a acestei teze. Domnia sa m-a ajutat să obțin o bursă de 10 luni din partea Guvernului Francez, în vederea realizării unui stagiu de cercetare în cadrul echipei sale din Laboratorul de Metalurgie Fizică și Știința Materialelor, CNRS UMR 8517. Competențele sale și implicarea sa de-a lungul acestui studiu au adus un ajutor substanțial la concretizarea acestei lucrări. Domnia sa mi-a pus la dispoziție toată documentația științifică din domeniul analizei fractale cele mai recente și de asemenea mijloacele de măsură și dispozitivele din laboratorul său de cercetare. În același timp am reușit să dezvolt studiul bibliografic început în România și să fac măsurători pentru profilele de rugozitate cu mijloace de măsurare adaptate epruvetelor Charpy.

Mulțumesc domnului **Jean-Marie Nianga**, responsabil pedagogic în cadrul Pôle Mathématiques al Catedrei de Matematică și responsabil al centrului de cercetare «Structuri & Materiale» al Facultății de Inginerie H.E.I. Îi mulțumesc pentru interesul pe care mi l-a acordat precum și pentru sfaturile profesionale în domeniul Haosului.

Domnia sa m-a ajutat să definesc noțiunile matematice fundamentale ale analizei fractale și să le formalizez, noțiuni care nu sunt foarte clar definite în literatură.

De asemenea, mulțumesc domnului profesor **Maxence Bigerelle** de la Universitatea de Tehnologie din Compiègne, Franța. Domnia sa mi-a adus numeroase sugestii pe parcursul acestei lucrări și în special în analiza statistică a rezultatelor experimentale; va rămâne pentru mine un model de entuziasm pentru studiul în domeniul magnific al Haosului.

În cadrul Catedrei de Rezistența Materialelor, le mulțumesc domnilor profesori Nicolae Faur, Nicolae Neaguț și Pavel Tripa, care au fost referenții primelor mele rapoarte de teză.

Mulțumesc tuturor persoanelor care au acceptat să participe în juriu, Domnii : **Prof.Dr.Ing. Viorel Aurel Șerban** și **Prof.Dr.Ing. Liviu Bereteu**.

Aduc pe această cale mulțumiri profesorului Tiberiu Dimitrie Babeu, fostul meu profesor de Rezistența Materialelor, care m-a convins să îmi continui pregătirea de inginer, realizând o teză de doctorat în cadrul Catedrei de Rezistența Materialelor a Universității Politehnica din Timișoara.

De asemenea, mulțumesc domnului Alexandru Onete, profesorul meu de limbă franceză.

Mulțumesc Rectoratului Universității Politehnica din Timișoara, care a prelungit stagiul meu de cercetare în cadrul acestei universități, în vederea susținerii tezei, conform Convenției Internaționale de Cotutelă semnată între U.P.T. și Arts et Métiers ParisTech.

Exprim profundele mele mulțumiri Guvernului Francez, care mi-a acordat o bursă ce mi-a permis să realizez această teză în cel mai scurt timp și în cele mai bune condiții.

Timișoara, Octombrie 2009

*Claudia Secrieru*

*Mulțumesc tuturor cercetătorilor care au binevoit să corespundeze cu mine și care mi-au trimis articolele lor științifice, încă din primul an de Doctorat : Domnii Alain Iost, Benoit Mandelbrot (fondatorul analizei fractale), John Mecholsky, precum și Doamna Elisabeth Bauchaud.*

*În egală măsură mulțumesc întregii familii, prietenilor mei (în special Doamnei Françoise Pierron din Lille), pentru încrederea și sprijinul acordat pe parcursul elaborării tezei.*

SECRIERU, Claudia

### **Aplicații ale analizei fractale în cazul ruperii dinamice**

Teze de doctorat ale UPT, Seria 9, Nr. 59, Editura Politehnica, 2009,  
180 pagini, 136 figuri, 13 tabele.

ISSN: 1842-4937

ISBN : 978-973-625-924-1

Cuvinte cheie: Analiză Fractală, Dimensiune Fractală, Șoc, Rupere dinamică.

Rezumat:

S-a efectuat pentru prima dată la nivel național un studiu bibliografic bazat pe cele mai noi cercetări privind utilizarea analizei fractale pentru evaluarea unor caracteristici de material la solicitări dinamice. Prin acest studiu riguros s-a definit conceptul de fractal și dimensiune fractală.

Lucrarea conține o abordare originală a obiectelor fractale, atât din punct de vedere matematic, cât și din punct de vedere fizic.

Din analiza studiului comparativ al metodelor de calcul ale dimensiunii fractale care se aplică în cazul suprafețelor de rupere, se observă că cele mai eficiente metode de determinare a dimensiunii fractale sunt: metoda numărării căsuțelor (Box Counting), metoda oscilațiilor și metoda exponentului Hurst.

S-au prezentat aplicațiile interferometriei asupra determinării dimensiunii fractale a suprafețelor de rupere în cazul epruvetelor Charpy, începând cu metoda clasică a insulelor (Slit Island) și pentru oțelurile XC 65 călit și oțel inoxidabil 316L. Această nouă metodă poate caracteriza mai bine topografia suprafeței de rupere măsurată în interferometrie cu ajutorul dimensiunii fractale.

Pentru a putea prelucra datele obținute în urma analizei stării suprafețelor epruvetelor bazate pe interferometrie, a fost necesară dezvoltarea unui program (Mesrug). Acest program folosit inițial în Franța și creat de către Maxence Bigerelle, a fost dezvoltat și reactualizat pentru calculul parametrilor de rugozitate ai secțiunii de rupere pentru epruvetele Charpy.

Cercetările au arătat că energia de rupere prin șoc variază invers proporțional cu dimensiunea fractală. Această observație constituie o contribuție importantă a lucrării.

# CUPRINS

<b>Cuvânt înainte</b> .....	3
<b>Cuprins</b> .....	5
<b>Listă de tabele</b> .....	8
<b>Listă de figuri</b> .....	9
<b>1. Fundamente de analiză fractală</b> .....	11
1.1. Introducere .....	11
1.2. Conceptul de fractal.....	12
1.3. Definiția dimensiunii fractale.....	13
1.4. Tipuri de dimensiuni fractale .....	13
1.5. Măsurări multifractale .....	14
1.6. Suprafețe fractale .....	14
1.7. Noțiunea de curbă .....	15
1.7.1. Definiția unei curbe (sens matematic) .....	15
1.7.2. Definiția unei curbe (sens fizic) .....	16
1.7.3. Curbe fractale .....	16
1.7.3.1. Dimensiunea fractală a unei curbe .....	17
1.8. Influența schimbării scării de reprezentare asupra unei structuri fractale .....	17
1.9. Concluzii la capitolul 1 .....	18
<b>2. Studiu comparativ al metodelor de calcul ale dimensiunii fractale care se aplică în cazul suprafețelor de rupere</b> .....	19
2.1. Tehnica Richardson sau metoda compasului .....	19
2.1.4. Aplicarea tehnicii Richardson în cazul profilelor de rupere.....	19
2.1.5. Limitele tehnicii Richardson .....	20
2.2. Metoda Minkowski- Bouligand .....	20
2.2.1. Limitele metodei Minkowski-Bouligand .....	22
2.3. Metoda numărării căsuțelor (Box Counting). Generalități.....	22
2.3.1. Limitele metodei Box Counting.....	22
2.4. Metoda oscilațiilor. Generalități .....	23
2.4.2. Limitele metodei oscilațiilor .....	24
2.5. Metoda funcției de structură .....	24
2.6.4. Determinarea dimensiunii fractale a suprafețelor fisurate prin metoda densității spectrale de putere .....	24
2.7. Efectul zgomotului în analiza fractală .....	26
2.8. Metoda transformatei în undișoare (engl. wavelets).....	26
2.8.5. Limitele metodei transformatei în undișoare.....	27
2.9. Calculul dimensiunii fractale cu ajutorul exponentului Hurst (exponent de rugozitate).....	27
2.10. Concluzii la capitolul 2.....	28
<b>3. Stadiul actual al cercetărilor privind aplicarea analizei fractale în cazul suprafețelor de rupere</b> .....	29
3.1. Introducere .....	29
3.2. Ambiguități în măsurarea dimensiunii fractale pentru suprafețele de rupere .....	30

3.3. Analiza rezultatelor din literatura privind aplicarea analizei fractale în cazul ruperilor în regim dinamic .....	30
3.3.1. Tehnica segmentării imaginii aplicată epruvetelor Charpy.....	30
3.4. Tehnici de obținere ale suprafețelor de rupere în vederea aplicării Analizei Fractale.....	31
3.4.1. Tehnici metalografice (destructive) .....	31
3.4.2. Principiul metodei Secționării Verticale .....	32
3.4.2.1. Avantajele și inconvenientele metodei Secționării Verticale .....	32
3.4.2.2. Principiul metodei insulelor (Slit Island) .....	33
3.4.2.2.1. Discuții privind metoda insulelor .....	33
3.5. Tehnicile de măsurare a profilului unei suprafețe de rupere .....	34
3.5.1. Compararea tehnicilor de obținere ale suprafețelor de rupere în vederea aplicării Analizei Fractale.....	34
3.6. Corelații între caracteristicile mecanice ale materialelor și dimensiunea fractală a suprafețelor de rupere în regim dinamic.....	34
3.6.1. Corelații între tenacitatea la rupere și dimensiunea fractală .....	35
3.6.2. Corelații între energia suprafeței de rupere și dimensiunea fractală a unei fisuri .....	36
3.6.3. Corelații între energia de rupere obținută în urma încercării Charpy și dimensiunea fractală .....	36
3.6.4. Corelația între rugozitatea suprafeței și dimensiunea fractală.....	37
3.6.5. Corelații între tenacitatea la rupere, rugozitatea și dimensiunea fractală (Rezultate analitice) .....	37
3.7. Aspecte fractale ale materialelor.....	37
3.7.1. Modelul fractal unitar al modurilor de rupere .....	38
3.8. Concluzii la capitolul 3 .....	38
<b>4. Contribuții teoretice privind metodele de determinare a dimensiunii fractale în cazul profilelor de rupere obținute prin solicitări dinamice ....</b>	<b>39</b>
4.1. Suprafețele de rupere fractale autosimilare în raport cu suprafețele de rupere fractale autoafine .....	39
4.1.1. Fractal sau artefact în studiul suprafețelor de rupere?.....	40
4.2. Discuții asupra aplicării metodei Box Counting .....	42
4.2.2. Testarea robusteții metodei Box Counting.....	43
4.3. Particularități asupra metodei oscilațiilor.....	44
4.3.1. Aspectul local al metodei.....	44
4.3.2. Aspectul global al metodei.....	45
4.4. Concluzii la capitolul 4 .....	45
<b>5. Contribuții experimentale asupra determinării profilelor suprafețelor de rupere prin solicitări dinamice.....</b>	<b>46</b>
5.1. Considerații generale .....	46
5.1.1. Tipuri de materiale .....	47
5.1.1.1. Oțel XC65 .....	47
5.1.1.2. Oțel inox de tip X2CrNiMo17-12-2 (316L) .....	47
5.1.1.3. Sticla de siliciu SiO <sub>2</sub> .....	47
5.2. Fractografia suprafețelor de rupere a materialelor studiate la diferite tratamente termice .....	47
5.2.1. Fractografia unei suprafețe de rupere dintr-o probă Charpy din oțel XC 65 călit în apă sărată (temperatura de austenitizare: 900°C, timpul de menținere : 45 minute) .....	47
5.2.2. Fractografia unei fațete de rupere a unei epruvete Charpy din oțel XC 65 după călire și tratament termic de revenire (T= 550°C, t=60 min) și răcire lentă în aer .....	48

5.3. Fractografia suprafețelor de rupere în regim dinamic a materialelor testate la temperatura ambiantă .....	49
5.3.1. Fractografia unei fațete de rupere a unei epruvete Charpy din oțel inox 316L.....	49
5.3.2. Fractografia unei fațete de rupere a unei probe din sticlă .....	50
5.3.3. Fractografia unei fațete de rupere a unei epruvete Charpy din oțel XC 65 netratat termic.....	52
5.4. Metode și mijloace experimentale utilizate pentru investigarea profilelor de rupere ale epruvetelor Charpy.....	53
5.4.1. Mijloacele experimentale utilizate pentru studiul profilului de rupere al epruvetelor Charpy .....	53
5.4.1.1. Profilometria mecanică .....	53
5.4.1.2. Interferometria Wyko NT 9300 .....	54
5.4.1.2.1. Avantajele și limitele măsurărilor efectuate în interferometrie.....	55
5.4.2. Contribuții privind aplicarea analizei fractale în cazul contururilor profilelor de rupere obținute prin metoda Secționării Verticale.....	56
5.4.3. Contribuții privind aplicarea analizei fractale în cazul contururilor profilelor de rupere obținute prin metoda insulelor (Slit Island) .....	58
5.4.3.1. Metoda insulelor aplicată epruvetei din oțel XC65 netratat termic. Rezultatul șlefuirii cu hârtie abrazivă 800 .....	59
5.6. Concluzii la capitolul 5 .....	60
<b>6. Contribuții privind aplicarea interferometriei pentru determinarea dimensiunilor fractale ale suprafețelor de rupere în cazul epruvetelor Charpy .....</b>	<b>61</b>
6.1. Rezultatul măsurărilor pentru proba din oțel XC 65 netratat termic .....	61
6.2. Rezultatul măsurărilor pentru proba din oțel XC65, în urma tratamentului termic de călire.....	62
6.3. Rezultatul măsurărilor pentru proba din oțel XC65, tratament termic de revenire .....	63
6.4. Rezultatul măsurărilor pentru proba din oțel inox 316L.....	63
6.5. Metoda insulelor în interferometrie .....	64
6.5.1. Metoda insulelor aplicată în urma analizei rugozității epruvetei din oțel XC65 , tratament termic de călire.....	64
6.5.2. Metoda insulelor aplicată în urma analizei rugozității epruvetei din oțel inox 316L .....	65
6.6. Corelație între dimensiunea fractală și reziliență .....	66
6.6.1. Particularitățile încercării de reziliență .....	66
6.6.1.2. Corelații între dimensiunea fractală și reziliență pentru epruvetele Charpy analizate.....	67
6.7. Statistica măsurării parametrilor de caracterizare a suprafețelor de rupere ale epruvetelor Charpy prin intermediul programului MESRUG .....	67
6.7.1. Definirea principalilor parametri de rugozitate calculați cu ajutorul aplicației Mesrug .....	69
6.9. Concluzii la capitolul 6 .....	69
<b>7. Principalele contribuții ale lucrării. Concluzii finale.....</b>	<b>70</b>
7.1. Principalele contribuții ale lucrării .....	70
7.2. Concluzii finale. Perspective de viitor.....	70
<b>Bibliografie .....</b>	<b>74</b>

## LISTĂ DE TABELE

<b>Nr. crt.</b>	<b>Numărul tabelului</b>	<b>Titlul tabelului</b>
1.	Tabelul 6.1.	Corelații între dimensiunea fractală și reziliență în funcție de caracterul ruperii
2.	Tabelul 6.2.	Codarea fișierelor text în programul Mesrug

## LISTĂ DE FIGURI

Nr. crt.	Numărul figurii	Titlul figurii
1.	Fig. 1.3.	Exemplu de multifractal
2.	Fig. 1.4.	Clasificarea celor trei categorii de suprafețe fractale [Boutot A., 1993, Russ J.C., 1994]
3.	Fig. 1.5.	Curba $A^{\wedge}B$ [Tricot C., 1999]
4.	Fig. 2.3.	Mulțimea lui Minkowski
5.	Fig. 2.4.	Multimea lui Minkowski pentru un profil de rupere [Russ J.C., 1994]
6.	Fig. 2.5.	Oscilația $\tau$ a funcției $z$ în $t$ [Le Méhauté A., 1990]
7.	Fig. 2.7.	Spectru Fourier caracteristic pentru profilul unei suprafețe de rupere [Cherepanov G.P. ș.a., 1995]
8.	Fig. 2.8.	Model de zgomot alb
9.	Fig. 2.9.	Semnalul în cazul metodei transformatei în undișoare
10.	Fig. 2.10.	Undișoara de bază a lui Morlet
11.	Fig. 3.1.	Tehnica segmentarii imaginii aplicate epruvetelor Charpy [Shterenlikht A., Howard I.C., 2004]
12.	Fig. 3.2.	Schema unei suprafețe de rupere, unui plan de secțiune și profilului de rupere produs prin intersecția planului de secțiune cu suprafața de rupere [Gokhale A.M, 1987]
13.	Fig. 3.3.	Structura insulelor după trei șlefuiuri succesive
14.	Fig. 3.4.	Exemplu de utilizare a tehnicii de măsurare a profilului [Katowski P, 2006]
15.	Fig. 4.1.	Fractal autosimilar
16.	Fig. 4.2.	Fractal autoafin
17.	Fig. 4.3.	Schema ruperii fractale
18.	Fig. 5.1.	Aspectul suprafeței epruvetei Charpy confecționată din oțel XC65 călit în apă sărată (rupere intergranulară) observată prin intermediul microscopului electronic de baleiaj HITACHI S-520
19.	Fig. 5.2.	Aspectul suprafeței epruvetei Charpy din oțel XC65 revenit (rupere ductilă) obervată prin intermediul microscopului electronic de baleiaj MEB HITACHI S-520
20.	Fig. 5.3.	Microfractografia suprafețelor de rupere în cazul epruvetei confecționate din oțel inox 316L (rupere ductilă) observată prin intermediul microscopului electronic de baleiaj HITACHI S-520
21.	Fig. 5.4.	Microfractografia suprafețelor de rupere pentru sticlă (rupere fragilă) observată la microscopul electronic de baleiaj MEB HITACHI S-520
22.	Fig. 5.5.	Microfractografia suprafețelor de rupere pentru oțel XC65 netratat termic (rupere mixtă) observată prin intermediul microscopului electronic de baleiaj HITACHI S-520
23.	Fig. 5.6.	Profilometria mecanică KLA-Tencor P-10
24.	Fig. 5.8.	Epruveta Charpy analizată la microscopul interferometric (obiectiv 5x)
25.	Fig. 5.9.	Proba Charpy înglobată în rășină în urma aplicării tehnicii Secționării Verticale

<b>Nr. crt.</b>	<b>Numărul figurii</b>	<b>Titlul figurii</b>
26.	Fig. 5.12.	Conturul profilului obținut prin metoda Secționării Verticale pe epruveta din oțel XC65, după tratamentul termic de călire, (puterea de mărire la microscop : 400x)
27.	Fig. 5.13.	Calculul dimensiunii fractale a profilului de rupere $\Delta=1.97$ , cu ajutorul programului Image J
28.	Fig. 5.14.	Conturul profilului obținut prin metoda Secționării Verticale pe epruveta din oțel XC65, după tratamentul termic de călire, (puterea de mărire la microscop: 200x)
29.	Fig. 5.15.	Calculul dimensiunii fractale a profilului de rupere: $\Delta=1.93$ cu programul Image J
30.	Fig. 5.16.	Conturul profilului obținut prin metoda Secționării Verticale pe epruveta din oțel inox 316L, (puterea de mărire la microscop: 50x)
31.	Fig. 5.17.	Calculul dimensiunii fractale a profilului de rupere: $\Delta=1.85$ cu programul Image J
32.	Fig. 5.18.	Conturul profilului obținut prin metoda Secționării Verticale pe epruveta din oțel inox 316L (puterea de mărire la microscop 100x)
33.	Fig. 5.19.	Calculul dimensiunii fractale a profilului de rupere: $\Delta=1.88$ cu programul Image J
34.	Fig. 5.28.	Șlefuire cu disc abraziv 800, (putere de marire: 100x)
35.	Fig. 5.29.	Dimensiunea fractală obținută în programul Image J : $\Delta=1,57$
36.	Fig. 5.44.	Șlefuire cu disc abraziv 4000, (putere de mărire: 50x)
37.	Fig. 5.45.	Dimensiunea fractală obținută în programul Image J : $\Delta=1,54$
38.	Fig. 6.1.	Profilul rugozității suprafeței de rupere a epruvetei din oțel XC 65 netratat termic, realizat prin modul de scanare VSI, (puterea de mărire la microscop 50x)
39.	Fig. 6.2.	Dimensiunea fractală a profilului rugozității suprafeței de rupere a probei din oțel XC 65 netratat termic în programul Image J : $\Delta=1,18$
40.	Fig. 6.3.	Profilul rugozității suprafeței de rupere a epruvetei din oțel XC călit (puterea de marire 5x), modul de scanare VSI, filtru PSI Hi Mag
41.	Fig. 6.4.	Dimensiunea fractală a profilului rugozității suprafeței de rupere a probei din oțel XC 65 călit în programul Image J: $\Delta=1,99$
42.	Fig. 6.5.	Profilul rugozității suprafeței de rupere a epruvetei din XC revenit realizat prin modul de scanare VSI, puterea de marire 50x
43.	Fig. 6.6.	Dimensiunea fractală a profilului rugozității suprafeței de rupere în programul Image J: $\Delta=1,23$
44.	Fig. 6.7.	Profilul suprafeței de rupere a probei din oțel inox 316L , modul de scanare VSI, (puterea de mărire: 50x)
45.	Fig. 6.8.	Dimensiunea fractală a profilului rugozității suprafeței de rupere în programul Image J: $\Delta=1,20$
46.	Fig. 6.9.	Aspectul suprafeței de rupere a epruvetei confecționate din oțel XC 65 călit, modul de scanare VSI, filtru PSI Hi Mag, puterea de mărire: 5x
47.	Fig. 6.10.	Metoda Box Counting în programul Harfa: $\Delta=1,84$ (coeficient de corelare R=0,99)
48.	Fig. 6.13.	Aspectul suprafeței de rupere a epruvetei din oțel inox 316L, modul de scanare VSI, (puterea de mărire: 50x)
49.	Fig. 6.14.	Metoda Box Counting în programul Harfa: $\Delta=1.50$ , coeficientul de corelare R=0,99
50.	Fig. 6.17.	Epruvete Charpy normalizate

# 1. FUNDAMENTE DE ANALIZĂ FRACTALĂ

## 1.1. Introducere

Studiul morfologiei suprafețelor de rupere, inițiate de către Mandelbrot în lucrarea numită "Fractal character of fracture surfaces of metals." [Mandelbrot, B. B. și colectivul, 1984], a devenit un domeniu de cercetare foarte activ.

La baza preocupărilor sale a stat incapacitatea geometriei clasice de a modela și de a concepe rugozitatea sau fragmentarea obiectelor naturale.

Pentru o mare varietate de materiale heterogene, s-a putut remarca de către Bouchaud E. [Bouchaud E., 1997] faptul că suprafețele de rupere prezintă proprietăți universale, cu toate că mecanismele de rupere la scară microscopică sunt foarte diferite de la un material la altul.

Termenul de "structură fractală" introdus pentru prima dată de către Mandelbrot în anul 1975 este fondat pe adjectivul latin **fractus**, derivat din verbul **frangere**, care semnifică a sparge, a prezenta neregularități, a fragmenta la toate scările, a fracționa la infinit.

Se spune despre un obiect că are o structură fractală dacă prezintă structuri, neregularități la diverse scări de observație, de la nivel microscopic, la nivel microscopic.

Pentru a studia caracterul ruperii **în regim dinamic** se face un examen de tip fractografic care constă în inspectarea vizuală a suprafeței de rupere a structurii. Examenul fractografic poate fi efectuat la scară microscopică prin inspectare vizuală, la o scară de observație redusă, prin examen stereoscopic sau chiar la scări de observație foarte mari, prin intermediul microscopului electronic.

Efortul realizat de către Mandelbrot pentru a conduce la o știință unică curbele de lungime infinită și suprafețele care prezintă neregularități la toate scările de observație a fost foarte apreciat de către comunitatea științifică. Ani de-a rândul s-a desfășurat în Canada congresul "Inginerul și fractalii", la care conceptele dezvoltate de către Mandelbrot au făcut numeroși discipoli.

Noi aplicații în inginerie se bazează pe analiza fractală. Printre acestea se pot aminti:

- rugozitatea anumitor suprafețe elaborate prin tehnici aleatoare de finisare (sablare, rodare);
- transferul materiei în timpul testelor de frecare și uzură care eliberează particule a cărei formă și distribuție de suprafață este fractală;
- fenomenele non liniare sau turbulente care prezintă o evoluție temporară clasică;
- fenomenul de creștere fractală, care apare în general la substanțele organice sau la depuneri pe electroliți [Vicsek T., 1989], [Barabási A.L.1995].

## 1.2. Conceptul de fractal

K. Falconer afirma că **nu trebuie să încercăm o definiție prea strictă a fractalilor, ci ne vom mulțumi să numim fractal o structură care are un anumit număr de caracteristici minimale** [Falconer K., 1990].

În general, un fractal se poate defini ca o "figură a cărei dimensiune Hausdorff este mai mare decât dimensiunea topologică" [Mandelbrot B., 1982].

Totuși nu există nici o definiție a conceptului de fractal care să fie unanim acceptată. Definițiile dimensiunii fractale, proprietățile de autosimilaritate și autoafinitate ajută la înțelegerea acestui concept.

Condițiile de bază în virtutea cărora o suprafață de rupere poate fi recunoscută ca și fractal sunt următoarele [Falconer, 1990] :

a). Suprafața trebuie să aibe o structură fină, adică să prezinte "detalii la toate scările de observație". Cu cât se ia o scară mai mică, cu atât se pot observa mai multe elemente.

b). Structura unei suprafețe trebuie să fie "prea neregulată pentru a putea fi descrisă în limbajul geometriei euclidiene". Suprafețele de rupere prin formele sale diverse, provoacă reprezentări care nici pe departe nu pot fi înțelese și explicate după criteriile geometriei clasice euclidiene.

c). Autosimilaritatea și autoafinitatea

Autosimilaritatea reprezintă proprietatea unui obiect fractal de a păstra o anumită simetrie.

Proporțiile structurii sunt modificate prin același factor de scară, la diverse nivele de observație. Microstructurile autosimilare s-au putut evidenția pe metal [Carpinteri, 1994], [Mandelbrot ș.a., 1984], compozite, roci poroase, beton și mortar.

Pentru ca profilele secțiunilor verticale ale suprafețelor reale să fie statistic autosimilare, acestea trebuie să fie analizate la diferite scări de reprezentare, atât pe direcție verticală, cât și pe direcția planului suprafeței nominale, introducând astfel noțiunea de autoafinitate.

d). Predomină dimensiunea fractală în raport cu cea topologică. Se observă faptul că dimensiunea fractală a profilului unei suprafețe de rupere caracterizează aspectul ei neregulat.

e). Cea de-a cincea condiție, presupune existența obligatorie a regulilor simple, eventual recursive, necesare pentru descrierea formelor structurale.

*Observație: Aceasta este o caracteristică exclusivă a fractalilor matematici.*

Dimensiunea fractală nu este suficientă pentru a caracteriza o suprafață de rupere. Ea se mai poate caracteriza și prin **lacunaritate**. Această proprietate măsoară prezenta găurilor [Gouyet JF, 1992].

Proprietatea de lacunaritate a fractalilor poate fi luată în considerație pentru a compara structurile care au aceeași dimensiune fractală, dar distribuții diferite a găurilor (defecte, microfisuri) [Secieru C, 2007]. S-a putut observa că materialele care prezintă diferite distribuții ale găurilor au în general comportări mecanice diferite, după cum o dovedesc și cercetările pe beton.

### 1.3. Definiția dimensiunii fractale

Dimensiunea fractală reprezintă un număr care măsoară gradul de complexitate a unei forme geometrice.

Conceptele de fractal și de dimensiune fractală pot fi înțelese mai bine printr-un exercițiu de măsurare a lungimii țărmurilor (măsurătorile făcute de către Richardson în cadrul hărților geografice). În capitolul 2 se va prezenta detaliat acest aspect.

Richardson a propus să se menționeze de asemenea, în cazul măsurătorilor unor corpuri reale, pe lângă valoarea numerică găsită, și identificarea unei scări proprii obiectului analizat, ce nu se lăsa măsurat cu  $m, m^2, m^3$  ci, cu o unitate de măsură specifică lui.

Importanța scării de observație (lungimea etalonului de măsurare) a fost evidențiată în procedeul de măsurare, în sensul că: lungimea  $L$  măsurată cu un etalon de măsurare mai mic este mai mare decât lungimea obținută cu un etalon de măsurare mai mare.

În lucrarea *How Long Is the Coast of Britain?*, Mandelbrot a studiat curbele autosimilare care au dimensiunea Hausdorff cuprinsă între 1 și 2. Aceste curbe au reprezentat exemple elocvente de structuri fractale, cu toate că Mandelbrot nu a utilizat acest termen decât în anul 1975.

În această lucrare, Mandelbrot a discutat rezultatele studiilor începute de către Richardson L.F., cu privire la lungimea măsurată a țărmului Marii Britanii.

Richardson a observat că lungimea măsurată a conturilor diferitelor țări depinde de scara de măsurare utilizată, după o lege de tip putere, evidențind dimensiunea fractală  $\Delta$  a liniei de coastă considerate.

Astfel, Richardson a obținut pentru țărmul Africii de Sud  $\Delta=1.02$ , iar pentru țărmul Marii Britanii,  $\Delta =1.25$ . Mandelbrot a interpretat parametrul  $\Delta$  că reprezintă "dimensiunea fractală" [Mandelbrot, 1975].

Pentru Mandelbrot,  $\Delta$  reprezintă un "număr care cuantifică gradul de neregularitate și de fragmentare al unei structuri geometrice sau al unui obiect din natură, număr care, în cazurile obiectelor geometrice euclidiene, se reduce chiar la dimensiunea lor obișnuită" [Mandelbrot B., 1982], iar în cazul suprafețelor de rupere, acesta reprezintă o măsură a rugozității.

### 1.4. Tipuri de dimensiuni fractale

S-au analizat diferite tipuri de dimensiuni: dimensiunea de autosimilaritate  $\Delta_a$ , dimensiunea Box Counting  $\Delta_b$ , dimensiunea compas  $\Delta_C$ , dimensiunea Hausdorff  $\Delta_H$  și dimensiunea Minkowski-Bouligand  $\Delta_{MB}$ .

Pentru o structură fractală dată, aceste dimensiuni furnizează în general valori apropiate ale dimensiunii fractale.

### 1.5. Măsurări multifractale

Descrierea structurii geometrice neomogene a unui obiect poate necesita mai multe dimensiuni fractale. În acest caz este vorba de multifractalitate. De asemenea, unei structuri fractale date i se poate extrage substructuri fractale de dimensiune fractală bine definită, discriminând ansamblurile de puncte care prezintă aceleași proprietăți de autosimilaritate [Botet R., dossier AF 4500].

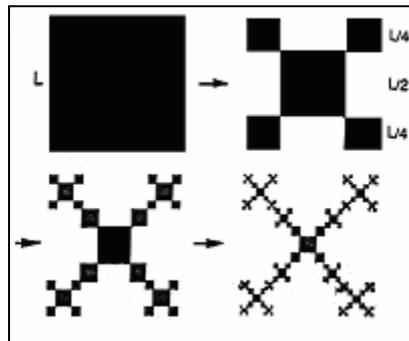


Fig.1.3. Exemplu de multifractal

Structura din figura 1.3. este complexă și aparține categoriei multifractalilor.

### 1.6. Suprafețe fractale

Conceptul de dimensiune fractală se poate extinde și la suprafețe. Orice proces fizic care modifică forma unei suprafețe prin acțiune locală va crea de obicei o suprafață fractală.

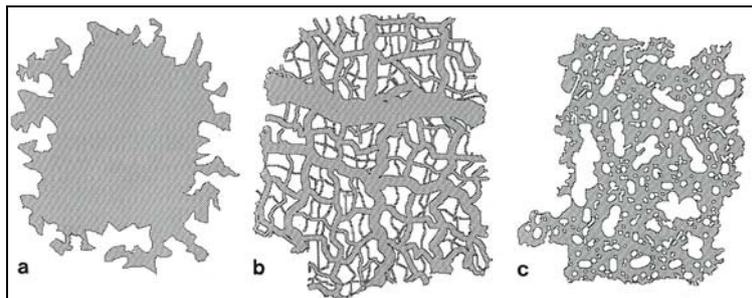


Fig.1.4. Clasificarea celor trei categorii de suprafețe fractale [Boutot A., 1993, Russ J.C., 1994]:

- (a) Fractal de suprafață sau conturul fractal de tip rețea (de exemplu, sistemul vascular și nervos uman);
- (b) Fractal de masă (o rețea sau fascicule de particule rezultate dintr-un fenomen de aglomerare);
- (c) Fractal de porozitate (un obiect dens care conține pori)

(a) **Fractalii de suprafață** sau **conturul fractal** poate fi de tip rețea de fibre (cum ar fi de exemplu sistemul vascular și nervos uman) sau un ansamblu de tipuri de fibre diferite, cum ar fi de exemplu cele utilizate pentru filtre și materiale absorbante. Permeabilitatea, capacitatea absorbantă și alte proprietăți ale acestor structuri sunt legate probabil de structura fractală, dar această clasă de obiecte nu are o suprafață (în sensul obișnuit din inginerie) care să poată fi măsurată. Fascicule de particule aglomerate prin procese de difuzie produc același tip de rețea ramificată și pot fi descrise prin geometria fractală.

(b) **Fractalii de masă** reprezintă o structură în care diferitele suprafețe luate în studiu prezintă invarianță la schimbarea scării de reprezentare. Suprafețele pot fi autosimilare (de exemplu, acele suprafețe care pot fi rezultate prin adăugare sau îndepărtare de material) sau auto-afine (de exemplu, acele suprafețe rezultate în urma proceselor industriale). Un fractal de masă trebuie să verifice relația:  $1 < \Delta < 3$  din cauză că este lacunar, factor ce determină o scădere a dimensiunii fractale. Cu cât este mai găunos, cu atât dimensiunea fractală este mai mică, dar mai mare decât 1 pentru că este conex (nu este rupt). Dacă această structură ar fi discontinuă, aceasta ar putea fi asimilată cu un set de puncte, care știm că are dimensiunea fractală  $\Delta > 0$ .

(c) **Fractalii de porozitate** reprezintă un obiect dens care conține pori, cum ar fi de exemplu ceramicele poroase, solurile sedimentare și pietrele care conțin rezerve subterane de petrol. Permeabilitatea acestor materiale este legată puternic de caracteristicile fractale ale rețelei porului. Materialele pot avea o suprafață foarte bine definită, însă măsurătorile pe acea suprafață nu determină aria lor totală sau importanța topologiei tridimensionale și dimensiunile structurii porului.

## 1.7. Noțiunea de curbă

Noțiunile de măsurătoare și de dimensiune stau la baza conceptelor matematice ale obiectelor care au un contur neregulat, în special prin introducerea conceptului de dimensiune fractală.

În anul 1872, în vreme ce matematicienii credeau că toate curbele continue ar fi fost diferențiabile, matematicianul Karl Weierstrass (1815-1897) a provocat o criză în istoria matematicii, exprimând o afirmație contrară. Aproape șaizeci de ani mai târziu, matematicianul Benoît Mandelbrot a reușit să stabilească importanța unei asemenea patologii matematice în înțelegerea geometriei universului [Mandelbrot B., 1975], [Mandelbrot B., 1982].

Am studiat două modalități de definire a unei curbe: definiția matematică și definiția în sens fizic.

### 1.7.1. Definiția unei curbe (sens matematic)

a) Definiția algebrică:

O curbă este un ansamblu de puncte  $(x, y)$  din plan care verifică ecuația carteziană de forma:  $F(x, y) = 0$ , unde  $F$  reprezintă o funcție de  $x$  și de  $y$ ;

b) Definiția geometrică:

O curbă reprezintă intersecția a două suprafețe

### 1.7.2. Definiția unei curbe (sens fizic)

O curbă, în sens fizic, reprezintă imaginea, în plan sau în spațiu, a unui interval  $[a,b]$  de numere reale  $t$ , printr-o aplicație continuă  $\gamma$ . Parametrul  $t$  reprezintă timpul în cazul mișcării pe o traiectorie.

O astfel de curbă este ilustrată în figura (1.5.).

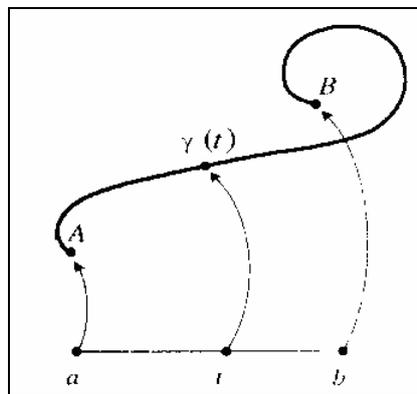


Fig.1.5. Curba  $A \hat{=} B$  [Tricot C., 1999]

Curba  $A \hat{=} B$  este parametrizată prin variabila timp  $t$ , prin intermediul unei aplicații  $\gamma$ , care face să corespundă poziției  $A$ , timpul  $a$ , iar poziției  $\gamma(t)$ , timpul  $t$  [Tricot C., 1999].

### 1.7.3. Curbe fractale

Primele două caracteristici ale unei curbe fractale sunt continuitatea și non rectificabilitatea, adică imposibilitatea ca aceasta să fie aproximată printr-o linie poligonală de lungime finită. O altă caracteristică este invarianța sa la schimbarea scării de reprezentare.

Proprietățile de bază ale unei curbe fractale sunt autosimilaritatea și autoafinitatea.

Autosimilaritatea statistică pentru materialele reale sau autosimilaritatea exactă pentru structurile care reprezintă modele matematice înseamnă invarianța lor la o dilatație sau la o contracție izotropică; autoafinitatea înseamnă mai degrabă o invarianță la dilatație sau la o contracție anizotropică.

Putem da trei definiții ale unei curbe fractale [Le Méhauté A., 1990, Tricot, 1999]:

- Curvă care verifică o lege de scară;
- Curvă care prezintă singularități în toate punctele;
- Curvă care nu este derivabilă în nici un punct

Am putea concluziona că fractalul reprezintă o curbă continuă care nu este derivabilă în nici un punct și care nici nu este diferențiabilă.

### 1.7.3.1. Dimensiunea fractală a unei curbe

*Noțiunea de lungime neavând nici un sens pentru o curbă fractală, de acum înainte noțiunea de dimensiune fractală devine pentru acest tip de curbă o caracteristică pertinentă.*

## 1.8. Influența schimbării scării de reprezentare asupra unei structuri fractale

Cercetările lui Mandelbrot asupra măsurării țărmului Marii Britanii au evidențiat influența semnificativă a instrumentului de măsură utilizat, în sensul în care s-a observat o mărire a lungimii măsurate a țărmului, cu ordinul de mărire sau cu calitatea imaginii. Într-adevar, la scară microscopică, această lungime va tinde către infinit, în timp ce la scară atomică, se pune problema metodei de măsurare.

Etapa cea mai importantă din istoria schimbării scării de reprezentare a fost marcată de către Griffith în anul 1921, primul care a pus bazele Mecanicii Ruperii Liniar Elastice.

Galileo Galilei a studiat efectul acestei schimbări a scării de reprezentare în Rezistența Materialelor [Carpinteri A. Ș.a., 2004].

În general, invarianța la schimbarea scării de reprezentare implică faptul că obiectele își păstrează geometria lor, la orice scară de reprezentare.

Pentru a ilustra mai bine influența schimbării scării de reprezentare asupra unei structuri fractale, luăm în considerare cazul elementar al unei curbe rectificabile [Le Méhauté, 1984].

Dacă se definește  $\lambda_\eta$ , lungimea liniei poligonale de aproximație a acestei curbe la scara  $\eta$ , putem scrie :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} (\lambda_\eta) = \lim_{\eta \rightarrow 0} (N_\eta \cdot \eta) = L \quad (1.8.)$$

Pentru o arie și un volum, avem :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} (A_\eta) = \lim_{\eta \rightarrow 0} (N_\eta \cdot \eta^2) = S \quad (1.9.)$$

iar :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} (V_\eta) = \lim_{\eta \rightarrow 0} (N_\eta \cdot \eta^d) = V \quad (1.10)$$

Se consideră faptul că volumul este cuprins într-un spațiu de dimensiune  $d$ .

## 1.9. Concluzii la capitolul 1

Capitolul 1 propune o abordare originală privind obiectele fractale, atât din punct de vedere matematic, cât și din punct de vedere fizic.

În acest capitol se prezintă un studiu bibliografic la zi cu referire la noțiunile de bază privind analiza fractală: conceptul de fractal, măsurări multifractale, suprafețe fractale, curbe fractale.

S-au enumerat diferite modalități de definire a dimensiunii fractale (dimensiunea topologică, dimensiunea de autosimilaritate, dimensiunea Hausdorff, dimensiunea Minkowski-Bouligand, dimensiunea casuțelor), având în vedere că până în prezent modurile de definire a dimensiunii fractale nu sunt unanim acceptate.

Am analizat proprietatile generale ale curbelor fractale (continuitatea, ne rectificabilitatea și invarianța la schimbarea scării de reprezentare), precum și proprietățile mai speciale, cum ar fi autosimilaritatea și autoafinitatea. Calculul dimensiunii fractale se aplică acestui tip de curbe.

S-a putut constata faptul că dimensiunea de autosimilaritate nu se utilizează decât în cazul obiectelor fractale care prezintă o similitudine internă, iar dimensiunea Box Counting și dimensiunea Minkowski-Bouligand dau valori asemănătoare.

Dimensiunea topologică  $\Delta t$  reprezintă dimensiunea de referință care se compară cu dimensiunea fractală  $\Delta$ . De asemenea, s-a stabilit ca valoarea dimensiunii fractale este întotdeauna strict mai mare decât dimensiunea topologică.

O estimare optimă a dimensiunii fractale, în cazul suprafețelor de rupere este influențată în special de către proprietățile materialului, precum și de amplitudinea scării de reprezentare.

Dimensiunea fractală măsoară, de fapt, gradul de fragmentare sau de neregularitate, la diferite scări de reprezentare.

## 2. STUDIU COMPARATIV AL METODELOR DE CALCUL ALE DIMENSIUNII FRACTALE CARE SE APLICĂ ÎN CAZUL SUPRAFEȚELOR DE RUPERE

Metodele de calcul ale dimensiunii fractale  $\Delta$  sunt numeroase și au fost discutate detaliat în literatură [Charkaluk E. ș.a., 1998], [Cherepanov G.P. ș.a., 1995], [Katowski P., 2006], [Tricot C. ș.a., 1988], [Tricot C. ș.a., 2001].

Eficiența aplicării unor metode este condiționată de trei caracteristici. Pentru ca o metodă să fie eficientă, aceasta trebuie să fie *robustă* (să fie puțin sensibilă la erorile de măsurare), *convergentă* (să fie puțin sensibilă la erorile de măsurare) și *de dispersie mică* [Bigerelle M., 1999].

Odată găsită valoarea dimensiunii fractale ne putem da seama dacă obiectul considerat are sau nu o structură fractală. Dacă dimensiunea fractală este foarte aproape de 1 sau de 2, atunci obiectul analizat este de tip euclidian; dacă aceasta are valoare intermediară, fracționară, atunci acel obiect este fractal, caracterizat de însăși valoarea determinată, iar dreapta de regresie poate fi determinată cu o eroare acceptabilă.

Dimensiunea fractală este o dimensiune atașată unei structuri de analizat, o caracteristică ce poate ajuta la diferențierea între două forme, obiecte, profile ce par asemănătoare.

### 2.1. Tehnica Richardson sau metoda compasului

Măsurarea Coastei Marii Britanii a fost prima încercare de a intra în detaliu asupra etapelor măsurării lungimii. Aceasta reprezintă totodată și prima incursiune de definire a dimensiunii fractale.

Richardson a ajuns la concluzia că valoarea lungimii măsurate cu ajutorul pasului unui om (se pune condiția ca pasul să fie constant) este mai mare, cu cât etalonul de măsură este mai mic și în particular lungimea  $L(\eta)$  a liniei de coastă tinde către infinit pentru valori  $\eta$  ale etalonului care tind către zero.

Richardson a remarcat faptul că dimensiunea unui obiect depinde în consecință de unitatea de măsură și de etalonul utilizat: aceasta reprezintă o lege de scară.

#### 2.1.4. Aplicarea tehnicii Richardson în cazul profilelor de rupere

Unii autori [Dlouhý I. & Strnadel B., 2008], [Underwood E.E. & Banerji K, 1992] au putut corela rugozitatea  $R_L$  a unui profil de rupere cu lungimea etalonului de măsurare a spațiului prin relația :

$$R_L = R_0 \cdot \eta^{(1-\Delta)} \quad (2.18.)$$

unde  $R_L$  este rugozitatea profilului definită prin raportul dintre lungimea aproximativă a liniei profilului  $L$  și proiecția sa  $L_0$  pe axa de abscise a reperului  $Oxy$ .

$$R_L = L/L_0 \quad (2.19.)$$

unde  $\eta$  este lungimea etalonului,  $R_0$  este o constantă, iar  $\Delta$  este dimensiunea fractală.

**Caz 1).**  $R_0$  este necunoscut:

Plecând de la ecuația (2.18.) rezultă:

$$\log R_L = \log R_0 + (1 - \Delta) \log \eta \quad (2.20.)$$

**Caz 2).**  $R_0$  este cunoscut:

Pornind de la ecuația (2.20), dimensiunea fractală  $\Delta$  este determinată prin regresia liniară a  $\log R_L / \log \eta$  obținută pentru diferite măsurători ale etalonului  $\eta$ . Lungimea acestui etalon a fost obținută plecând de la segmentarea profilului suprafeței de rupere, precum și de la dimensiunile morfologice caracteristice ale microstructurii asociate.

În cazul analizelor fractografice existente în literatură [Dlouhý I. & Strnadel B., 2008], lungimea etalonului a fost cuprinsă între  $\eta = 8.6 \mu\text{m}$  și  $\eta = 34.3 \mu\text{m}$ .

În regiunea de rupere ductilă, lungimea etalonului a fost cuprinsă între  $\eta = 3.4 \mu\text{m}$  și  $\eta = 13.6 \mu\text{m}$ .

### 2.1.5. Limitele tehnicii Richardson

Profilul unei suprafețe de rupere fiind foarte neregulat, aproximarea sa, pas cu pas, prin interpolare liniară, poate conduce la erori care pot influența valoarea dimensiunii fractale.

O dificultate de utilizare a metodei apare atunci când se schimbă pasul etalonului de măsură pentru măsurarea lungimii ultimei porțiuni a curbei; calculul dimensiunii fractale necesită un etalon de măsură constant. Această dificultate se poate înlătura alegând etaloane de măsură foarte mici față de lungimea curbei fractale.

## 2.2. Metoda Minkowski-Bouligand

Această metodă încearcă să soluționeze limitele tehnicii Richardson, în special pentru calculul dimensiunii.

Luând cazul unei curbe sau o mulțime  $\Gamma$  în spațiul de dimensiune 2 (planul paginii), se poate acoperi  $\Gamma$  prin discuri de rază  $\eta$ , ale căror centre trec prin mulțimea de puncte  $\Gamma$ .

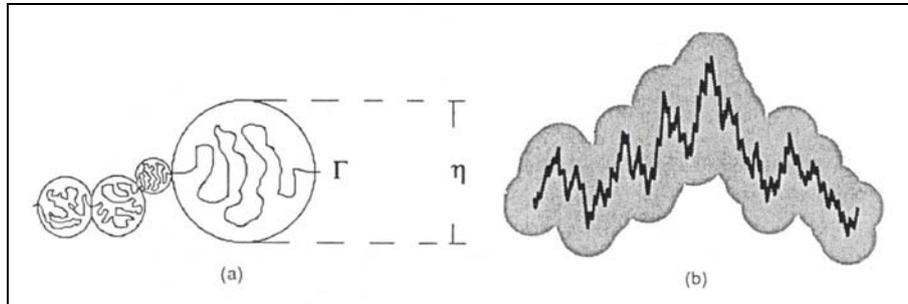


Fig.2.3. Mulțimea lui Minkowski

Reuniunea tuturor acestor discuri alcătuiește mulțimea Minkowski-Bouligand.

Observație: fiecare disc are diametrul constant  $\eta$ .

Se poate defini aria acestei mulțimi,  $A_2(\eta)$  [Le Méhauté A., 1990].

$$\frac{A_2(\eta)}{\eta^2} \sim N(\eta) \quad (2.31.)$$

Astfel se poate scrie:

$$\Delta_{MB}(\Gamma) = \lim_{\eta \rightarrow 0} \left[ 2 - \frac{\ln(A_2(\eta))}{\ln(\eta)} \right] \quad (2.32.)$$

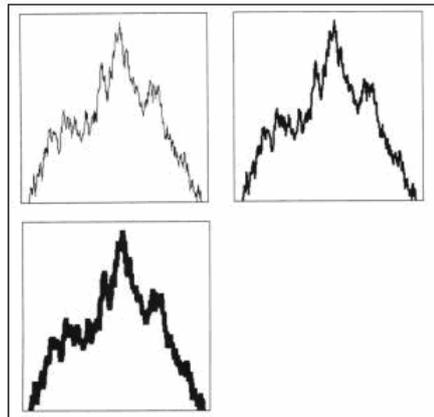


Fig.2.4. Mulțimea lui Minkowski pentru un profil de rupere [Russ J.C., 1994]

Dilatarea unui profil autoafin realizată pe direcție orizontală produce mulțimea lui Minkowski [Russ J.C., 1994].

### 2.2.1. Limitele metodei Minkowski- Bouligand

În cazul metodei Minkowski- Bouligand, e dificil de aplicat metoda regresiei liniare, din aceasta cauză, metoda prezintă o oarecare imprecizie.

### 2.3. Metoda numărării căsuțelor (Box Counting). Generalități

Metoda numărării căsuțelor încearcă să soluționeze limitele metodei Minkowski- Bouligand, în special pentru ajustarea imaginii. Această tehnică poate să fie aplicată în structurile cărora le lipsește proprietatea de autosimilaritate exactă. De asemenea, această metodă poate fi utilizată în cazul unei analize multifractale.

O modalitate de a ameliora algoritmul Box Counting este utilizarea unui program informatic.

Obiectul căruia dorim să îi calculăm dimensiunea fractală este acoperit de un pavaj  $\delta$ , unde  $\delta$  reprezintă diametrul pavajelor. Se construiește un șir  $\delta_n$  descrescător care să acopere curba  $\Gamma$  printr-o rețea de celule de formă patrată, cu latura  $\delta_n$ .

Valoarea dimensiunii fractale este obținută prin descompunerea numărului  $N_\delta$  de pătrate care întâlnește un punct de pe curba  $\Gamma$ . Dimensiunea se poate exprima prin:

$$\Delta_{MB} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N_\delta}{\ln(1/\delta_n)} \quad (2.34.)$$

Pentru fiecare valoare a lui  $\delta$ , fie  $N_\delta$  numărul de pavaje de dimensiune  $\delta$  interceptate de către obiect.

Considerând că  $N_\delta$  urmează o lege de putere de tipul  $\left(\frac{1}{\delta}\right)^\Delta$ , ceea ce notăm  $N_\delta \propto \left(\frac{1}{\delta}\right)^\Delta$ . Pentru a obține o aproximație a dimensiunii casuțelor  $\Delta_b$  se efectuează o regresie liniară pe diagrama  $(\log \frac{1}{\delta}, \log N_\delta)$ . Panta acestei drepte furnizează o estimare a dimensiunii fractale  $\Delta$ .

#### 2.3.1. Limitele metodei Box Counting

Metoda Box Counting, utilizată de obicei într-un spațiu unidimensional și bidimensional, întâmpină dificultăți în timpul aplicării sale într-un spațiu tridimensional. Obiectul de analizat prin această metodă trebuie să fie digitalizat sau să fie generat astfel încât să poată fi utilizabil. Obiectele în trei dimensiuni sunt în general o mulțime de forme parametrice triunghiulare.

Pentru a putea obține estimarea dimensiunii căsuței  $\Delta_b$ , este suficient să se recupereze pentru fiecare scară  $\delta$ , numărul  $N_\delta$  de voxelii din structura noastră de celule la mai multe scări de reprezentare interceptate de către obiect.

$\Delta_b$  este panta regresiei liniare pe diagrama  $(\log \frac{1}{\delta}, \log N_\delta)$ .

**Observație:** voxelul (elementul de volum) reprezintă un element din spațiul 3D. Acest spațiu tridimensional este astfel descompus în cuburi elementare, iar fiecare obiect este descris prin cuburile din care este alcătuit.

## 2.4. Metoda oscilațiilor. Generalități.

O măsurătoare de tipul Minkowski-Bouligand este inadapată la acele mulțimi care prezintă proprietăți de scară diferite în funcție de cele două axe ale graficului. Astfel am căutat să găsim metode mai adaptate, cum ar fi de exemplu metoda oscilațiilor, propusă de către Tricot [Tricot. C., 1999], [Tricot. C., 2001], [Tricot. C., 2003].

Metoda oscilațiilor este o metodă destul de eficientă atât din punct de vedere analitic, cât și experimental. În particular, aceasta este adaptată calculului numeric, deoarece nu mai există eroare de discretizare pe axa Oy.

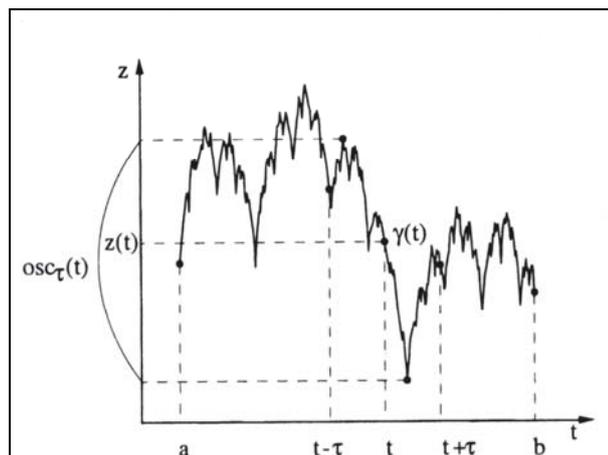


Fig. 2.5. Oscilația  $\tau$  a funcției  $z$  în  $t$  [Le Méhauté A., 1990]

Pentru acest tip special de curbă parametrizată, partea  $\gamma(t-\tau) \cap \gamma(t+\tau)$  corespunde absciselor luate pe intervalul  $[t-\tau, t+\tau]$ . Abscisa  $t$  reprezintă timpul, iar curba  $\Gamma$  reprezintă o traiectorie.

Se definește oscilația  $\tau$  a funcției  $z$  în  $t$ :

$$OSC\tau(f, x) = \left| \max_{|x-t| < \tau} (f(t)) - \min_{|x-t| < \tau} (f(t)) \right| \quad (2.35.)$$

Unul dintre avantajele metodei oscilațiilor este înlocuirea măsurătorilor geometrice prin integrala unei funcții cu valori reale, fapt ce determină o estimare numerică mai precisă.

Metoda poate fi aplicată graficelor autoafine de forma  $y=f(x)$ . [C. Tricot, 1993].

### 2.4.2. Limitele metodei oscilațiilor

Problema cea mai importantă a metodei este sensibilitatea la valorile extreme.

## 2.5. Metoda funcției de structură

Funcția de structură  $S_2$  este o metodă binecunoscută pentru analiza conturilor neregulate.

Fie  $a < b$  două numere reale date, funcția  $f$  de clasa  $C^0$  se definește pe domeniul  $f : [a-\tau, b+\tau] \rightarrow R$ ,  $x \rightarrow f(x)$ .

Funcția de structură  $S_2(f, \tau, a, b)$  poate fi definită în felul următor:

$$S_2(f, \tau, a, b) = \int_a^b [f(t + \tau) - f(t - \tau)]^2 dt \quad (2.44.)$$

O modificare a acestei funcții care dă rezultate mai eficiente în vederea estimării dimensiunii fractale a fost propusă de către matematicianul francez Claude Tricot [Tricot C., 1993] :

$$S_2(f, \tau, a, b) = \int_a^b \left[ \frac{1}{\tau} \int_{t'=\tau}^{t'=0} [f(t+t') - f(t-t')]^2 dt' \right]^{\frac{1}{2}} dt \quad (2.45.)$$

Dimensiunea fractală în cazul profilelor de rupere a fost calculată cu relația:

$$\Delta(f, a, b) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( 2 - \frac{\log S_2(f, \tau, a, b)}{\log \tau} \right) \quad (2.46.)$$

### 2.6.4. Determinarea dimensiunii fractale a suprafețelor fisurate prin metoda densității spectrale de putere

Un asemenea spectru de tip Fourier caracteristic pentru profilul unei suprafețe de rupere este prezentat în fig.(2.7).

Pentru suprafețele de rupere statistic autosimilare, determinarea dimensiunii fractale prin metoda densității spectrale de putere se bazează pe reprezentarea spectrului de putere al profilului de rupere și se determină prin relația următoare :

$$S(\bar{k}) \approx (\bar{k})^{-\beta} \quad (2.68.)$$

unde  $\bar{k}$  reprezintă vectorul de undă, iar  $\beta$  panta dintr-o diagrama *log-log*

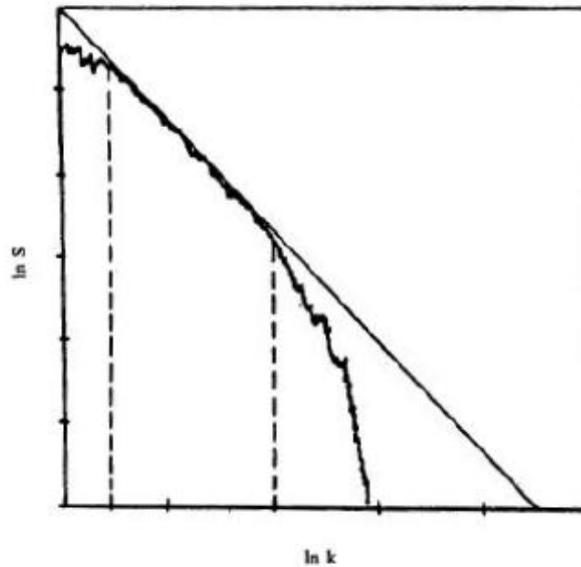


Fig. 2.7. Spectru Fourier caracteristic pentru profilul unei suprafețe de rupere [Cherepanov G.P. ș.a., 1995]

Dimensiunea fractală a unei mulțimi bidimensionale poate fi determinată prin regresia liniară ( $\log S(k)/\log k$ ) [Cherepanov G.P. ș.a., 1995].

Pe de altă parte, pentru o suprafață fisurată, dimensiunea fractală  $\Delta$  poate fi privită ca o funcție periodică de distanță  $x$ , evaluată pornind de la vârful unei fisuri, de forma următoare [Dlouhý I. & Strnadel B., 2008]:

$$\Delta(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n [a_k \sin(\lambda_k x) + b_k \cos(\lambda_k x)] \quad (2.71)$$

Parametrii  $a_k$  și  $b_k$  sunt estimați prin metoda celor mai mici pătrate clasică, iar  $\lambda_k$  reprezintă frecvențele.

De asemenea s-a utilizat și evaluarea dimensiunii fractale pe baza spectrului de putere, pentru caracterizarea fractală a profilelor de rupere a unei suprafețe.

## 2.7. Efectul zgomotului în analiza fractală

Se numește zgomot orice fenomen perturbator (interferență, zgomot de fond, etc) care ar putea obstrucționa analiza unui semnal.

Analiza efectelor sale asupra caracterizării fractale a suprafețelor, în special în domeniul profilometriei și microscopiei cu efect de tunel, constituie o preocupare științifică majoră.

Pentru imaginile înregistrate cu ajutorul microscopiei cu efect de tunel, zgomotul cel mai întâlnit este cel de forma  $1/f^\beta$ , unde  $f$  înseamnă frecvența generată prin amplificări înalte ale impedanței de intrare și prin forma tipică de integrator al circuitelor de reacție.

Un zgomot similar se întâlnește în profilometrie și în microscopia de forță atomică, deși acesta nu a fost încă studiat în literatură. În același timp, valoarea parametrului  $\beta$  începe un subiect de discuții și o primă încercare de a fi definit nu în funcție de profilul suprafeței semnalului măsurat, ci în funcție de echipament.

Un zgomot particular care este caracteristic curbilor fractale este zgomotul alb. Acesta s-a format în urma unui proces aleatoriu pentru care densitatea spectrală de putere este constantă, la orice frecvență.

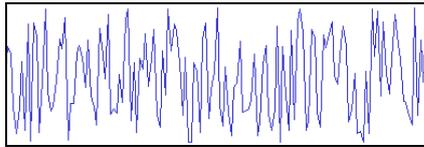


Fig.2.8. Model de zgomot alb

Zgomotul alb este el însuși un fractal "pur" de dimensiune 2, din cauza invarianței sale la schimbarea scării de reprezentare.

Acest tip de zgomot poate fi întâlnit frecvent pe aparatele de măsură.

Puterea sa spectrală fiind constantă, oricare ar fi frecvența, dimensiunea sa fractală este în consecință mai mare decât dimensiunea spațiului euclidian al curbei (2,5 pentru un profil).

## 2.8. Metoda transformatei în undișoare (engl. wavelets)

Analiza Fourier este destinată în principal analizei spectrale a semnalelor staționare, adică a semnalelor a căror conținut în frecvențe este invariabil în timp.

Pentru un semnal nestaționar, analiza Fourier nu este convenabilă.

Analiza Fourier nu se ocupă decât de descompunerea frecvențială fără a ține seama de localizarea temporală, iar transformata în *undișoare* furnizează concomitent o analiză în timp și frecvență. Transformata în undișoare este o tehnică de analiză de semnale introdusă la începutul anilor 80 de către geofizicianul Jean Morlet, având ca și principiu, reprezentarea unui semnal, la diferite scări de observație și în toate pozițiile spațiale.

Acesta este proiectat pe o bază de funcții numită *undișoară* și se caracterizează, de fapt, prin poziția lor în spațiul  $b$ , și scara lor de reprezentare  $a$ .

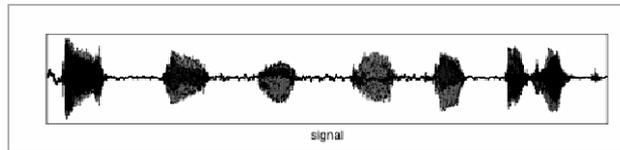


Fig. 2.9. Semnalul în cazul metodei transformatei în undișoare

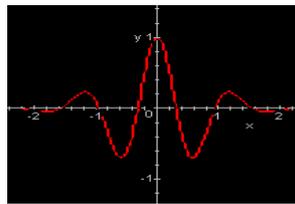


Fig.2.10. Undișoara de bază a lui Morlet

În particular, această metodă permite adesea o mai bună analiză a funcțiilor care prezintă discontinuități sau fenomene locale.

În cazul unui profil de rupere, se definește spectrul de descompunere în *undișoare* în care fiecare punct corespunde poziției asupra profilului în abscisă, iar în ordonată frecvența care corespunde dilatării *undișoarei* mame.

### 2.8.5. Limitele metodei transformatei în *undișoare*

Un rezultat deficitar a metodei este faptul că s-ar putea compromite precizia frecvenței pentru semnalele neperiodice.

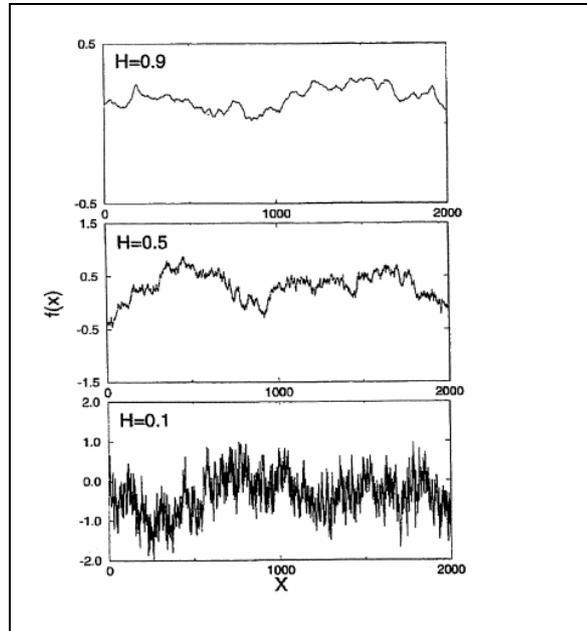
## 2.9. Calculul dimensiunii fractale cu ajutorul exponentului Hurst (exponent de rugozitate)

În multe studii, autoafinitatea suprafeței de rupere a fost caracterizată prin exponentul Hurst (exponent de rugozitate) [Balankin ș.a., 2000; Bouchaud ș.a., 2002; Schmittbuhl ș.a., 2003].

Dacă  $h(x)$  este o funcție autoafină care descrie un profil al unei suprafețe de rupere, avem următoarea relație:

$$h(x) \equiv \lambda^{-H} h(\lambda x); \lambda \in R \quad (2.78.)$$

Simbolul " $\equiv$ " poate fi interpretat ca fiind "echivalent statistic cu",  
 $h$ , funcție autoafină, ( $h(x)=0$  pentru  $x=0$ );  
 $H$  reprezintă exponentul Hurst sau exponentul de rugozitate ce caracterizează morfologia unei suprafețe ( $0 \leq H \leq 1$ )



## 2.10. Concluzii la capitolul 2

Tehnica Richardson și metoda compasului sunt foarte asemănătoare ca și principiu de calcul și se folosesc în exclusivitate în cazul obiectelor fractale autosimilare.

Metoda Minkowski-Bouligand și metoda Box Counting se bazează pe principii similare pentru a acoperi obiectul de analizat (pătrate sau cuburi, în funcție de spațiul 2D sau 3D) : metoda Box Counting utilizează căsuțe, în timp ce metoda Minkowski- Bouligand utilizează cercuri.

S-a dovedit faptul că metoda funcției de structură a lui Tricot și metoda oscilațiilor sunt metode specifice profilelor de rupere.

De asemenea s-a observat că algoritmul Transformatei Fourier nu se aplică exclusiv decât semnalelor staționare, în timp ce tehnica transformatei în *undăsoare* este o metodă eficientă în cazul semnalelor nestaționare.

Metoda exponentului Hurst se folosește în cazul suprafețelor de rupere autoafine.

De asemenea, s-au analizat erorile de estimare ale dimensiunii fractale în funcție de erorile cauzate de dispozitivul de măsură, de lungimea de evaluare a profilului de rupere și de numărul de puncte de discretizare asociate.

***Pe baza studiilor recente, se pare că metodele cele mai eficiente pentru determinarea dimensiunii fractale sunt metoda Box Counting, metoda funcției de structură a lui Tricot, metoda oscilațiilor și metoda exponentului Hurst.***

### 3. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR PRIVIND APLICAREA ANALIZEI FRACTALE ÎN CAZUL SUPRAFEȚELOR DE RUPERE

#### 3.1. Introducere

Mandelbrot și colaboratorii au fost primii care au utilizat noțiunea de fractal pentru a descrie suprafețele metalice rupte în mod ductil [Mandelbrot B.ș.a, 1984].

Pentru structurile rezultate în urma unui proces de rupere, invarianța la schimbarea scării de reprezentare are valoare numai în sens statistic.

Un profil de rupere este considerat a fi o curbă fractală în plan. Dimensiunea fractală  $\Delta$  a unei curbe este cuprinsă între 1 (dimensiunea euclidiană a unei curbe) și 2 (dimensiunea euclidiană a unei suprafețe),  $1 < \Delta < 2$ .

Dimensiunea fractală poate fi măsurată practicând o serie de secțiuni paralele la suprafața de rupere, după ce secțiunea de rupere a fost acoperită de nickel, pentru a permite șlefuirea fără alterarea suprafeței [Bouchaud E., 1997, Bouchaud E., 2003].

Suprafețele de rupere ale materialelor heterogene sunt obiecte fractale autoafine pe un domeniu de scări de lungime și depind foarte mult de microstructură. Exponentul de rugozitate, legat de dimensiunea fractală a suprafeței este independent de material, de modul de rupere și este apropiat de 0.8, după autorii amintiți precedent.

Condițiile experimentale (tensiunile aplicate anizotrope și epruvetele prefisurate) sunt acelea că suprafața de rupere posedă o simetrie autoafină.

Dimensiunile fractale în plane paralele la suprafața de rupere pot fi măsurate fie prin metoda Box Counting, fie prin relația dintre perimetru și arie ( $P \propto S^{(\Delta-1)/2}$ ).

În general, dimensiunea fractală nu poate fi estimată pentru o suprafață de rupere, ci pentru profilul acesteia [P. Katowski, 2006, J.C. Russ, 1994].

Partea întreagă a dimensiunii fractale indică faptul că profilul analizat reprezintă o suprafață bidimensională sau tridimensională. Partea fracționară a dimensiunii fractale conține informația cea mai importantă. În general, cu cât partea fracționară a dimensiunii fractale este mare, cu atât suprafața este mai rugoasă. Termenul de rugozitate este utilizat în limbajul comun pentru a descrie ceea ce reprezintă în limbajul fractal neregularitatea suprafeței.

Ne punem următoarea întrebare:

*Există o anumită corelație între dimensiunea fractală a suprafețelor de rupere și tenacitatea la rupere a materialului?*

Numeroasele studii efectuate pe materialele ceramice sugerează un răspuns afirmativ [Mecholsky J.J. ș.a, 1989], dar experiențele recente pe sticle și porțelan nu au stabilit nici o relație cantitativă [Gouyet J.F.].

### **3.2. Ambiguități în măsurarea dimensiunii fractale pentru suprafețele de rupere**

S-a pus problema capacității metodelor de măsură de a calcula corect dimensiunea fractală pentru suprafețele de rupere.

Analiza fractală a suprafețelor de rupere s-a bazat pe modurile de rupere fragile care, pentru foarte multe materiale, ar putea produce suprafețe de rupere transgranulare sau intergranulare [Russ J.C, 1994].

Din contră, pentru unii autori [Russ J.C, 1994], ruperea ductilă nu este considerată aptă să producă o suprafață fractală, din cauza deformației locale, care modifică geometria suprafeței.

### **3.3. Analiza rezultatelor din literatură privind aplicarea analizei fractale în cazul ruperilor în regim dinamic**

În literatură s-a putut observa că metoda Box Counting [Tanaka ș.a., 1994], [Tanaka ș.a., 2006] și metoda oscilațiilor [Tanaka ș.a., 1994], [Bigerelle ș.a., 2007] sunt utilizate în mod frecvent pentru măsurarea dimensiunii fractale a profilurilor de rupere obținute în regim dinamic. Metoda numărării segmentelor derivă din metoda Box Counting [Wiencek K.].

Imre A. a aplicat metoda Transformatei Fourier pentru estimarea dimensiunii fractale a unui oțel carbon (DIN C45) în urma tratamentului termic de călire la temperatura (200°-600° C), urmat de o revenire (timp : 30 minute). S-a utilizat tehnica replicilor pentru a putea determina profilul de rupere și s-a obținut dimensiunea fractală cu valori în intervalul  $\Delta p = 2,1 \div 2,2$  [Imre A, 1992].

Tehnica Slit Island utilizată în literatură [Hui Su, 1995], [Hsiung J.C., 1998], [Mandelbrot, 1984] utilizează relația dintre arie și perimetru.

#### **3.3.1. Tehnica segmentării imaginii aplicată epruvetelor Charpy**

Din punct de vedere experimental, distincția dintre regiunile de rupere ductile și fragile ale unei suprafețe de rupere poate fi identificată cu ușurință începând cu reflexia luminii pe o suprafață. Ruperea fragilă este strălucitoare, iar fațetele de rupere ductile reflectează mai puțin lumină.

În literatură s-a propus o tehnică de măsurare a caracteristicilor suprafeței de rupere ale epruvetelor Charpy care utilizează un algoritm bazat pe procesarea numerică a imaginii digitalizate numită "Split and Merge" (divizare și fuzionare). Această metodă a fost propusă de către Shterenlikht și colectivul [Shterenlikht A., Howard I.C., 2004].

Metoda utilizează raportul dintre dimensiunile regiunilor în raport cu centrul de greutate. Prin această metodă epruvetele care sunt ductile în întregime nu pot fi identificate.

Prin intermediul algoritmului *Split and Merge* se pot distinge zonele fragile de zonele mate. Ruperea ductilă are un aspect mat, fără nici o strălucire.

În cazul în care există două zone strălucitoare (fragile), nu se poate estima decât un singur domeniu, *cel mai strălucitor*; în acest sens algoritmul nu este eficient.

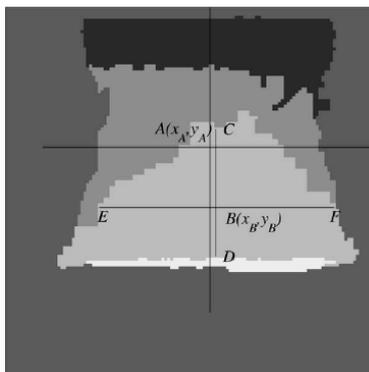


Fig.3.1. Tehnica segmentării imaginii aplicate epruvetelor Charpy  
[Shterenlikht A., Howard I.C., 2004]

Această metodă reprezintă o operație clasică de segmentare a imaginii, care se poate realiza în programul *Image J*, pe care l-am utilizat în cercetările experimentale (binarizarea unei imagini); iar programul *Split and Merge* realizează o segmentare în raport cu centrul de greutate al piesei.

### 3.4. Tehnici de obținere ale suprafețelor de rupere în vederea aplicării Analizei Fractale

Metodele cele mai utilizate în vederea obținerii suprafețelor de rupere pentru aplicarea Analizei Fractale sunt: tehnicile de secționare transversală și tehnicile de măsurare a profilului.

Tehnicile de secționare transversală sunt tehnici metalografice (destructive):

- tehnica de secționare orizontală, paralelă la suprafața de rupere: metoda insulelor (*Slit Island*);
- tehnica de secționare verticală, perpendiculară la suprafața de rupere (*metoda secționării verticale*).

Dintre tehnicile de măsurare a profilului cea mai întâlnită metodă pentru caracterizarea rugozității profilului de rupere constă în utilizarea profilometrului mecanic.

#### 3.4.1. Tehnici metalografice (destructive)

Tehnicile metalografice destructive pe care le vom utiliza în continuare pentru a determina dimensiunea fractală a unei suprafețe de rupere sunt metoda

Secționării Verticale și metoda insulelor. Am observat că prima din cele două metode se adaptează mai bine problemei noastre.

### 3.4.2. Principiul metodei Secționării Verticale

Prin această tehnică metalografică, epruvetele secționate perpendicular cu planul suprafeței de rupere au produs secțiuni verticale. Fiecare profil este șlefuit prin mijloacele clasice ale metalografiei. Pentru analiza lungimii profilului se pot utiliza diferite metode de estimare ale dimensiunii fractale, ca de exemplu tehnica Richardson.

Se pot evalua caracteristicile suprafeței de rupere plecând de la măsurătorile efectuate pe profile verticale ale secțiunii de rupere.

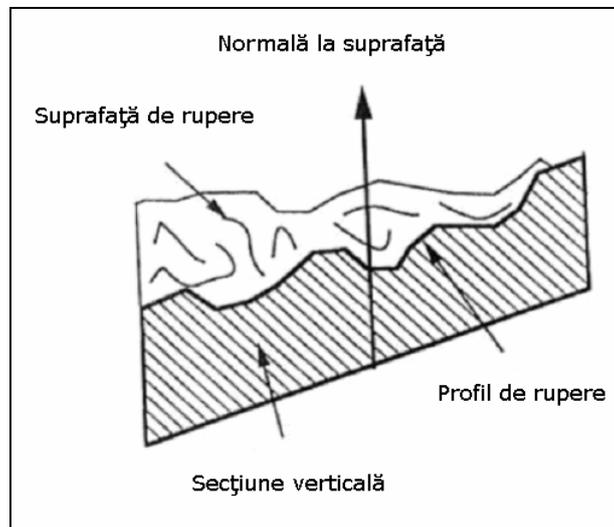


Fig.3.2. Schema unei suprafețe de rupere, unui plan de secțiune și profilului de rupere produs prin intersecția planului de secțiune cu suprafața de rupere [Gokhale A.M, 1987]

#### 3.4.2.1. Avantajele și inconvenientele metodei Secționării Verticale

Metoda Secționării Verticale necesită mult timp de pregătire pentru a putea fi aplicată, iar precizia sa este limitată de rezoluția microscopului optic.

Un avantaj important al acestei tehnici metalografice este faptul că profilul de rupere și microstructura fundamentală poate fi observată în mod simultan, iar traiectoria de rupere poate fi corelată cu microstructura.

### 3.4.2.2. Principiul metodei insulelor (Slit Island)

Metoda insulelor a devenit cea mai populară metodă pentru examinarea dimensiunii fractale de rupere a materialelor metalice odată cu primele lucrări ale lui Mandelbrot [Mandelbrot ș.a., 1994]. Ea se aplică de asemenea materialelor fragile, cum sunt ceramicele și sticlele [Mecholsky, 1989], [Mecholsky, 2005].

Hui Su și colaboratorii săi au aplicat această tehnică pentru microstructuri din oțel ferito-perlitic [Hui Su ș.a., 1995]. În această microstructură, perlitele au prezentat microstructuri fractale, iar dimensiunea fractală a perlitei a putut caracteriza contururile și dimensiunile. Acești autori au constatat că dimensiunea fractală a perlitei are o influență asupra dimensiunii fractale a suprafeței de rupere produsă în urma impactului.

Cu cât dimensiunea fractală a structurii perlitice este mare, cu atât dimensiunea fractală a suprafeței de rupere solicitate la șoc este la fel de mare.

Conturul insulelor obținute prin această metodă reprezintă de fapt curbe, care pot fi mai ușor de studiat decât suprafața de rupere. Pentru conturul insulelor, s-a aplicat, fie metoda Richardson [Mecholsky, 2005], [Mandelbrot, 1984], fie tehnica numărării căsuțelor (Box Counting) [Kayama A., Tanaka M., 2000].

#### 3.4.2.2.1. Discuții privind metoda insulelor

În lucrările lui Mandelbrot sau Bouchaud [Mandelbrot B. ș.a, 1984], [Bouchaud, 1997], [Bouchaud, 2003], dimensiunea fractală a fost măsurată practicând o serie de secțiuni paralele la suprafața de rupere, după care partea secționată a fost acoperită cu nichel, în scopul de a permite șlefuirea, fără alterarea suprafeței.

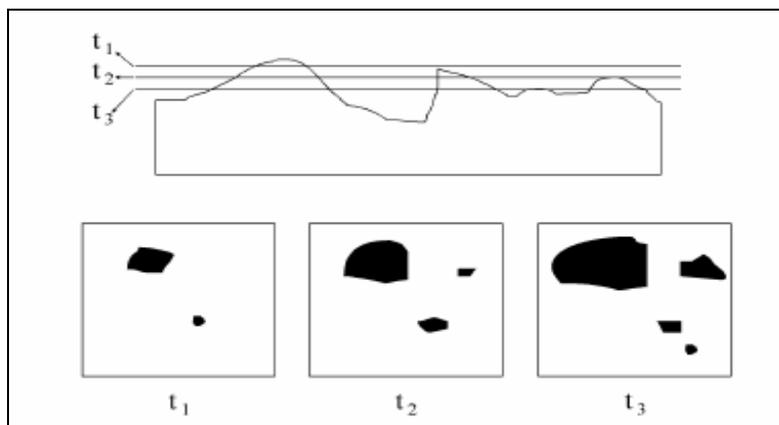


Fig.3.3. Structura insulelor după trei șlefuiuri succesive

Relația dintre perimetrul  $P$  și aria  $S$  a insulelor este descrisă prin relațiile (3.1.) și (3.2.) :

$$P^{1/\Delta} \approx S^{1/2} \quad (3.1.)$$

Simbolul  $\approx$  poate fi interpretat ca fiind "similar cu":

$$\log P = 0.5 \cdot \Delta \cdot \log S + C \quad (3.2.)$$

unde  $\Delta$  reprezintă dimensiunea fractală,  $C$  este o constantă.

### 3.5. Tehnicile de măsurare a profilului unei suprafețe de rupere

După obținerea profilului unei suprafețe de rupere, acesta este înregistrat în calculator ca și o imagine digitalizată (prin utilizarea unui microscop și o cameră). După analiza numerică, se calculează dimensiunea fractală pentru un asemenea profil, iar în final se poate evalua dimensiunea fractală pentru suprafața de rupere.

Dintre tehnicile de măsurare a profilului cea mai întâlnită metodă pentru măsurarea rugozității profilului de rupere este metoda scanării suprafeței de rupere cu ajutorul profilometrului mecanic.

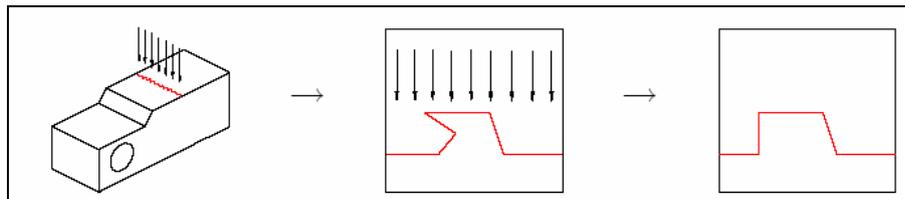


Fig. 3.4. Exemplu de utilizare a tehnicii de măsurare a profilului [Katowski P, 2006]

#### 3.5.1. Compararea tehnicilor de obținere ale suprafețelor de rupere în vederea aplicării Analizei Fractale

Tehnicile de secționare verticală nu pot analiza decât profile de suprafață 2D, iar tehnicile de măsurare ale profilului nu permit obținerea directă a unei imagini 3D. Dimensiunea fractală determinată pentru aceeași suprafață poate diferi semnificativ, în funcție de utilizarea uneia dintre cele două tehnici. Se pare că metoda cea mai eficace pentru determinarea caracteristicilor fractale pentru o suprafață de rupere este metoda Secționării Verticale, dar ea necesită mult timp.

### 3.6. Corelații între caracteristicile mecanice ale materialelor și dimensiunea fractală a suprafețelor de rupere în regim dinamic

În acest capitol vom prezenta rezultatele existente în bibliografie privind caracteristicile mecanice ale materialelor și dimensiunea fractală [Charkaluk E. ș.a, 1998], [Chen Z. ș.a, 1997], [Hill Thomas J ș.a, 2000], [Mandelbrot B. ș.a, 1984],

[Mecholsky J.J., 1989], [Mecholsky John J.Jr., 2005], [Mishnaevskv L. Jr & S.Schmauder, 1999].

### 3.6.1. Corelații între tenacitatea la rupere și dimensiunea fractală

În bibliografie putem întâlni următoarele tendințe :

a). Dimensiunea fractală a suprafețelor de rupere este în corelație cu tenacitatea materialului [Chen Z.ș.a, 1997], [Hill Thomas J ș.a, 2000], [Mandelbrot B. ș.a, 1984], [Mecholsky John J.Jr. ș.a, 1989], [Mecholsky John J.Jr., 2005], [Mishnaevskv L. Jr, S.Schmauder, 1999].

b). Dimensiunea fractală este o constantă universală care nu depinde de modul de propagare al fisurii [Bouchaud E., 2003].

Diverși autori au obținut pentru materialele fragile relația următoare [Mecholsky John J.Jr., 2005] pentru ceramice, [Chen Z. ș.a, 1997] pentru nitru de siliciu  $Si_3N_4$ , [Mecholsky J.J ș.a, 1989] pentru alumină și sticlă relația următoare:

$$K_{IC} = Ea_0D_i^{1/2} + K_0 \quad (3.4.)$$

unde :

$K_{IC}$  este factorul de intensitate al tensiunii în modul I de deformație;

$E$  este modulul lui Young;

$a_0$  este o constantă care depinde de material și de structura atomică și poate fi interpretată ca fiind zona de-a lungul vârfului fisurii;

$D_i$  reprezintă incrementul dimensiunii fractale;

$K_0$  corespunde tenacității unui material în cazul unui material care prezintă un profil neted de rupere;

$K_0$  este o constantă ce depinde de clasa de materiale studiate.

Nagahama H. a propus o relație generalizată între dimensiunea fractală a suprafețelor de rupere și tenacitatea la rupere în cazul ruperilor fragile și ductile [Nagahama H. 1994] de forma:

$$\log K_C = a + b\Delta \quad (3.5.)$$

unde  $a, b$  sunt constante,  $\Delta$  reprezintă dimensiunea fractală

Dacă  $b < 0$ , ruperea va fi ductilă, iar în cazul în care  $b > 0$ , ruperea va fi fragilă. Potrivit ecuației (3.5.), valorile dimensiunii fractale  $\Delta$  pot fi privite ca și o măsură a tenacității la rupere.

Dimensiunea fractală a suprafețelor de rupere pentru materialele fragile crește odată cu creșterea tenacității la rupere [Mecholsky, 1989], [Mecholsky, 2005]. Corelația între tenacitatea la rupere a materialului și dimensiunea fractală a suprafețelor de rupere poate depinde de pasul de măsurare ales pentru calculul perimetrului și ariei în cadrul metodei Slit Island.

Z.X.Zhang și colectivul au arătat că tenacitatea la rupere pentru roca magmatică "gabbro" crește odată cu creșterea incrementului fractal al suprafeței

sale de rupere. Cu alte cuvinte, tenacitatea la rupere crește odată cu creșterea rugozității suprafețelor de rupere [Zhang Z.X. ș.a, 2001].

Acest rezultat este similar celui obținut de către Mecholsky și colectivul în anul 1989. Deci există posibilitatea ca această rocă să aibe proprietăți mecanice similare cu cele ale materialelor fragile studiate de Mecholsky [Mecholsky, 1989].

### 3.6.2. Corelații între energia suprafeței de rupere și dimensiunea fractală a unei fisuri

Printr-o abordare din punct de vedere al Mecanicii Ruperii, tenacitatea este măsurată prin factorul de intensitate al tensiunii critice  $K_c$  necesar pentru inițierea unei fisuri și prin energia necesară pentru propagarea acesteia,  $G_c$ .

În teoria lui Irwin, energia de propagare a fisurii este exprimată prin ecuația:

$$G_{IC,0} = 2\gamma \quad (3.8.)$$

Cu:  $\gamma = \gamma_s + \gamma_p$ , unde  $\gamma_s$  este energia de suprafață, iar  $\gamma_p$ , energia de deformare plastică.

Dacă ruperea are un caracter fractal, atunci suprafața creată  $a_f$  este mai importantă decât suprafața aparentă  $a_0$ :

$$a_f = a_0 r^{1-\Delta} \quad (3.9.)$$

unde  $r$  reprezintă o lungime caracteristică numită etalon de măsură, iar  $\Delta$  reprezintă dimensiunea fractală.

Energia de rupere devine deci :

$$G_{IC,f} = 2\gamma(a_f / a_0) = G_{IC,0} r^{1-\Delta} \quad (3.10.)$$

În consecință:

$$K_{IC,f} = K_{IC,0} r^{(1-\Delta)/2} \quad (3.11)$$

### 3.6.3. Corelații între energia de rupere obținută în urma încercării Charpy și dimensiunea fractală

Mandelbrot și colaboratorii săi au fost primii care au corelat energia de rupere obținută în urma încercării Charpy și dimensiunea fractală. Pentru epruvetele Charpy

din oțel martensitic (maraging) tratate termic între 300°C și 430°C și testate la temperatura camerei (20°C) au obținut o relație între energia de rupere și incrementul dimensiunii fractale  $D_f$ : energia descrește atunci când dimensiunea fractală crește [Mandelbrot B. ș.a, 1984], [Cherepanov, 1995].

#### 3.6.4. Corelația între rugozitatea suprafeței și dimensiunea fractală

Profilul suprafeței de rupere reprezintă un obiect fractal. Conform definiției suprafețelor fractale, dacă lungimea maximă a profilului  $L_p$  este măsurată la o anumită rezoluție  $a$ , lungimea este egală cu :

$$L_p = a(S_m / a)^\Delta \quad (3.12.)$$

unde :  $\Delta$  reprezintă dimensiunea fractală a suprafeței,  
 $a$  este un parametru caracteristic de material, ca de exemplu diametrul mediu al graunțului;  
 $S_m$  reprezintă lățimea vârfului profilului rugozității

#### 3.6.5. Corelații între tenacitatea la rupere, rugozitatea și dimensiunea fractală (Rezultate analitice)

Cercetările experimentale au dovedit că tenacitatea la rupere se diminuează odată cu scăderea rugozității suprafeței. Tenacitatea la rupere a oțelurilor crește odată cu creșterea lățimii fisurii propagate (sau cu creșterea înălțimii suprafeței de rupere) [Mishnaevskv L. Jr, Schmauder S., 1999].

Dacă utilizăm relația derivată dintre dimensiunea fractală a unei fisuri și parametrii rugozității suprafeței, se obține relația de mai jos:

$$K_{Ic} \sim (Rz/S_m + 1) \cdot 0.5 \cdot B \cdot \ln(d / L_0) \quad (3.15.)$$

unde:  $B$  reprezintă un parametru de material;

Tenacitatea la rupere a oțelurilor crește odată cu creșterea lățimii fisurii propagate (sau cu creșterea înălțimii suprafeței de rupere).

### 3.7. Aspecte fractale ale materialelor

Mandelbrot a fost primul care a dovedit că suprafața de rupere a oțelului are caracteristici fractale. De asemenea, aceste rezultate au fost confirmate și în cazul ruperii altor materiale, ca de exemplu molibdenul, rocile naturale, betonul.

Structura numeroaselor materiale naturale sau sintetizate se referă de asemenea la geometria fractală. Acesta este cazul materialelor polimerice, anumitor suprafețe rugoase sau corpuri poroase. Feder afirma că dimensiunea fractală a unui material este direct proporțională cu porozitatea sa [Feder J, 1988].

Structura fractală a anumitor materiale noi le conferă proprietăți excepționale.

Chimiștii au reușit să creeze materiale foarte ușoare, numite aerogeli. Proprietățile lor surprinzătoare (densitatea scăzută, puterea foarte mare de izolare termică) sunt legate de structura lor fractală.

Conceptul de "fractal" poate explica în plus cum se produc procesele de rupere la nivel atomic, precum și procesul de uzură.

### **3.7.1. Modelul fractal unitar al modurilor de rupere**

Procesele de rupere din materialele polifazice, ca de exemplu betonul, rocile, ceramicile și cele din materialele omogene, cum ar fi sticla și metalul sunt diferite. [Borodich, 1999].

S-a presupus că o probă netedă din oțel a fost formată dintr-un ansamblu de hexagoane drepte congruente, apoi s-a presupus că o fisură se propagă de-a lungul laturilor hexagoanelor [Yan Su, Lei Wei-Sheng, 2000]. Mărimea fiecărui hexagon se presupune egală cu dimensiunea grăuntelui de material.

Este adevărat că ansamblul hexagoanelor nu reprezintă un obiect fractal și că aplicarea formală a conceptului de fractal în cazul obiectelor nefractale nu este justificată [Yan Su, Lei Wei-Sheng, 2000].

## **3.8. Concluzii la capitolul 3**

Capitolul 3 conține o serie de contribuții privind aplicarea analizei fractale în cazul suprafețelor de rupere în regim dinamic.

În tabelul 3.1. se analizează dimensiunea fractală în funcție de metoda de calcul, de tipul solicitării (șoc sau oboseală) și de temperatura la care are loc solicitarea.

S-a evidențiat faptul că tehnica segmentării imaginii, utilizată uneori în literatură pentru ruperea epruvetelor Charpy este aplicabilă pentru a distinge zonele fragile de zonele ductile.

În paragrafele următoare s-au discutat diferite tehnici de obținere ale suprafețelor de rupere în vederea aplicării analizei fractale: metoda insulelor, metoda Secționării Verticale și profilometria mecanică.

Concluzia care se desprinde pe baza lucrărilor prezentate mai sus este că metoda optimă pentru determinarea caracteristicilor fractale ale unei suprafețe de rupere este metoda Secționării Verticale, datorită faptului că profilul de rupere și microstructura ar putea să fie studiate simultan.

O concluzie importantă a acestui capitol este că energia de rupere înregistrată în urma încercării Charpy variază în mod invers proporțional cu dimensiunea fractală. S-a analizat o altă tendință întâlnită în literatură: aspectul fractal al materialelor. Materialele poroase și pudrele metalice, prin aspectul lor au proprietăți fractale puternice.

S-a presupus că o probă netedă din oțel a fost formată dintr-un ansamblu de hexagoane drepte congruente, apoi s-a presupus că o fisură se propagă de-a lungul laturilor hexagoanelor [Yan Su, Lei Wei-Sheng, 2000]. Mărimea fiecărui hexagon se presupune egală cu dimensiunea grăuntelui de material.

În ultimul paragraf al capitolului, s-a prezentat o funcție fractală care imită suprafețele de rupere, funcția Weierstrass.

## 4. CONTRIBUȚII TEORETICE PRIVIND METODELE DE DETERMINARE A DIMENSIUNII FRACTALE ÎN CAZUL PROFILELOR DE RUPERE OBȚINUTE PRIN SOLICITĂRI DINAMICE

O primă etapă în cercetarea teoretică a constat în stabilirea unei compatibilități între suprafețele de rupere fractale autosimilare în raport cu suprafețele de rupere fractale autoafine.

### 4.1. Suprafețele de rupere fractale autosimilare în raport cu suprafețele de rupere fractale autoafine

Acest sub-capitol care se referă în mod special la caracterul autoafin și auto similar al suprafețelor de rupere a făcut obiectul unei publicații prezentate în timpul conferinței **Chaos 2008**, desfășurat în perioada 3–6 iunie 2008 în Grecia: Secieru C. , Bigerelle M., Iost A., Self similar versus self-affine in fractal fracture [Secieru C., Bigerelle M. , Iost A., 2008].

Există numeroase critici în literatură în legătură cu natura suprafețelor de rupere, dacă acestea sunt autosimilare sau autoafine. Mandelbrot a fost primul care a tratat aceasta problema pentru oțel.

În primul rând, ne-am bazat pe rezultatele din literatură, asupra condițiilor, materialelor, metodelor și solicitărilor mecanice care contribuie la determinarea caracterului autosimilar sau autoafin al suprafețelor de rupere. De asemenea am stabilit, în funcție de măsurarea rugozității profilului, condițiile efective de auto similaritate sau autoafinitate ale unei suprafețe rugoase.

A doua etapă constă în analiza autosimilarității sau autoafinității existente. Din punct de vedere experimental s-a putut remarca faptul că suprafețele materialelor sunt întotdeauna obiecte fractale numai pentru un anumit interval al ordinului de mărire a scării de reprezentare.

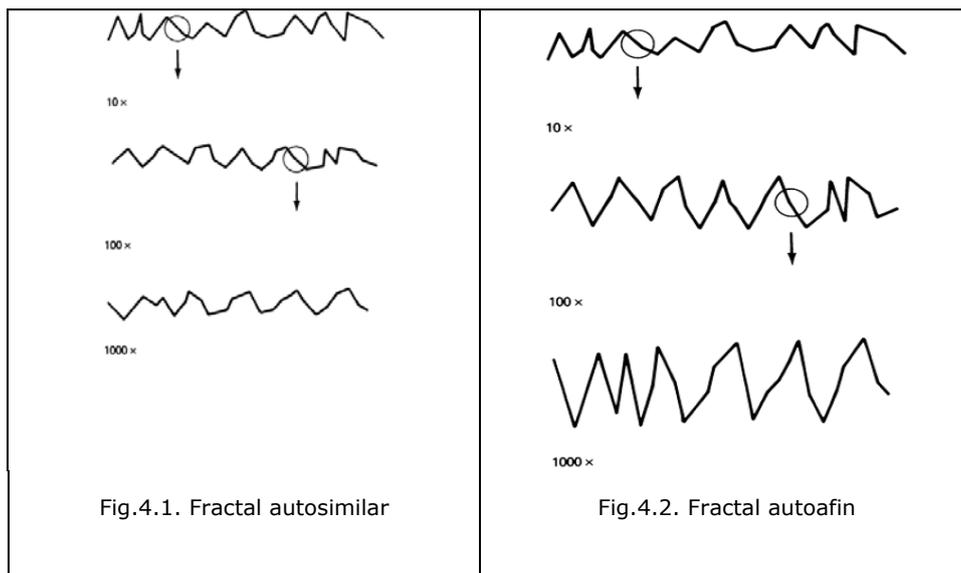
Obiectele fractale sunt invariante la schimbarea scării de reprezentare și sunt caracterizate prin dimensiuni care nu reprezintă numere întregi. Totuși, anumite date sau condiții experimentale pot exercita o influență asupra valorii dimensiunii fractale. Astfel, se pot observa proprietățile de schimbare a scării de reprezentare pe mai mult de cinci ordine de mărire a scării, prin utilizarea simultană a unui microscop electronic de baleiaj (SEM) și a unui microscop de forță atomică (AFM).

Conceptul de autosimilaritate dezvoltat de către Mandelbrot a fost aprofundat pentru a explica proprietatea de anizotropie prin noțiunea de simetrie autoafină. Au fost evidențiate microstructuri autoafine pe metale [Mandelbrot B. ș.a., 1984], beton și mortar [Bažant Z.P., Yavari A., 2005], beton și roci [Borri-Brunetto M ș.a., 1998].

Pentru materialele izotropice, suprafețele de rupere s-au presupus a fi autosimilare (sticla sau materialele fragile policristaline cu grăunți fini). Nu există nici o regulă generală, dar se consideră că autosimilaritatea pe mai puțin de două sau trei ordine de măsurare nu este reprezentativă pentru suprafețele de rupere și ar trebui să nu fie luată în calcul [Bažant Z.P., Yavari A., 2005].

Din punct de vedere experimental, s-a observat că suprafețele materialelor nu sunt în general fractali decât pe o anumită zonă; cea mai mare scară posibilă fiind determinată prin talia eșantionului, în timp ce, cea mai mică scară este caracterizată prin dimensiunea atomică.

Exemple de fractali, care să aibe proprietatea de autosimilaritate și autoafinitate sunt ilustrați în figurile (4.1.) și (4.2.).



În cazul în care autosimilaritatea se extinde mai mult pe o direcție, atunci fractalul se numește autoafin [Whitenton E.P, 1992].

Talia verticală se mărește, în timp ce talia laterală rămâne constantă. Autosimilaritatea se obține astfel prin diminuarea scării verticale.

#### 4.1.1. Fractal sau artefact în studiul suprafețelor de rupere?

Rugozitatea unei suprafețe este un parametru de formă, care poate măsura talia medie a unei suprafețe date. Ea depinde de scara de măsurare.

Totuși, dimensiunea fractală a unei suprafețe nu reprezintă în mod evident o măsură a rugozității, în sensul de parametru mediu de rugozitate  $R_a$ , sau unul dintre alți parametri clasici de rugozitate utilizați pentru descrierea neregularităților profilelor sau suprafețelor.

Mandelbrot și colectivul au studiat șase eșantioane din oțel cărora li s-au aplicat tratamente termice diferite care au conferit energii de rupere diferite, măsurate în urma încercărilor Charpy [Mandelbrot B. ș.a., 1984]. Pentru analiza suprafețelor de rupere rezultante, aceștia au aplicat metoda insulelor prin contururi, intersecțiile suprafeței de rupere cu un plan de ecuație  $z=\text{constant}$ . În acest caz, suprafața este ea însăși autoafină de dimensiune  $\Delta$ , iar insulele reprezintă obiecte bidimensionale dense, de dimensiune  $\Delta-1$ .

Nu s-a stabilit corelația dintre exponentul de rugozitate și tenacitatea la rupere. Bouchaud a propus universalitatea exponentului Hurst, cu o valoare fixă,  $\zeta = 0.8 \pm 0.05$ , independent de modul de rupere, tenacitatea la rupere și material [Bouchaud E., 1997].

Intersecția unei suprafețe autoafine cu un plan ( $z=0$ ) este un obiect autosimilar de dimensiune  $\Delta-1$  [Bouchaud E., 1997].

Una dintre metodele cele mai utilizate pentru caracterizarea unei structuri autoafine este estimarea dimensiunii fractale a profilului suprafeței de rupere (prin intermediul profilometriei mecanice sau a profilometriei optice). Dimensiunea fractală pentru un profil de rupere :

$$D_s = D_p + 1 \quad (4.3.)$$

unde  $D_s$  reprezintă dimensiunea fractală a profilului de rupere, iar  $D_p$ , cea a profilului obținut prin secționarea verticală a suprafeței de rupere.

Una dintre contribuțiile personale în cadrul cercetărilor teoretice ale lucrării o reprezintă schema ruperii fractale în funcție de caracterul autosimilar sau autoafin al profilului de rupere și aceasta este ilustrată în figura 4.3.

Pentru a studia erorile de la nivelul măsurătorilor se va face un test grosier pentru alegerea caracterului autoafin sau autosimilar în funcție de măsurătoare. Apoi se va aplica o metodă de rugozitate care să fie eficientă și se va deduce de aici dacă suprafața de rupere reprezintă un fractal sau un artefact.

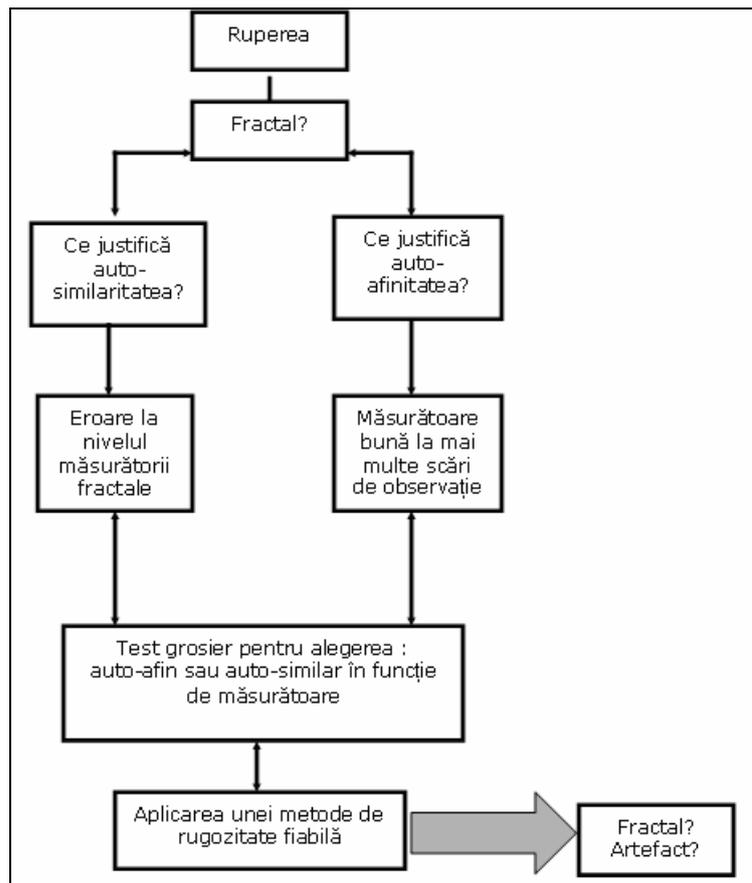


Fig.4.3. Schema ruperii fractale

Se constată că măsurătorile referitoare la autoafinitate corespund în egală măsură cu cele care se efectuează pentru studiul autosimilarității, invers nu este adevărat.

## 4.2. Discuții asupra aplicării metodei Box Counting

Pentru estimarea dimensiunii fractale prin metoda *Box Counting* trebuie să respectăm etapele următoare:

- a). acoperirea imaginii prin pătrate de diferite marimi
- b). numărarea pătratelor
- c). reprezentarea unei diagrame în coordonate log-log în funcție de numărul de pătrate

Pentru diferitele lungimi  $r$ , se numără  $N(r)$ , numărul cel mai mic de pătrate de latură  $r$ , necesare pentru a acoperi un obiect.

Dependența numărului cel mai mic de pătrate  $N(r)$  în funcție de latura  $r$ :

- a). Pentru un contur unidimensional (segment de dreaptă), avem :

$$N(r) = 1/r \quad (4.3.)$$

- b). Pentru un contur bidimensional, avem :

$$N(r) = (1/r)^2 \quad (4.4.)$$

- c). Iar, pentru un contur tridimensional, relația corespunzătoare se scrie :

$$N(r) = (1/r)^3 \quad (4.5.)$$

Pentru forme mai complexe, relația între  $N(r)$  și  $1/r$  este mai dificil de formalizat. Pentru imagini binare este mai convenabil să alegem numărul de pixeli ca și latură a pătratelor.

În general, există trei tipuri de mulțimi din punct de vedere al proprietăților fractale și ale metodei Box Counting [Górski, A.Z., 2001]:

- fractalii matematici, mulțimi care sunt bine definite, iar proprietățile lor fractale pot fi dovedite riguros (fără aproximație numerică), cum ar fi mulțimea triadică a lui Cantor;
- fractalii fizici, mulțimi finite care sunt reprezentări informatice ale fractalilor matematici. În acest caz, se obține o bună schimbare a scării de reprezentare și o regresie liniară convenabilă prin utilizarea metodei Box Counting ;
- pseudo-fractalii, mulțimi finite care nu sunt reprezentări finite ale fractalilor matematici; ele dovedesc o schimbare a scării de reprezentare și o regresie liniară convenabilă cu metoda Box Counting.

Foarte multe rezultate prezentate în literatură sunt afectate de o aplicație greșită a regresiei liniare în algoritmul Box Counting [Grau J. ș.a., 2006], [Górski, A.Z. , Skrzat J, 2006], [Gonzato G. ș.a., 1998], [Wendt U. ș.a., 2002].

Un număr suficient de etape (cel puțin 15-20) sunt necesare pentru aplicarea eficientă a tehnicii regresiei liniare din punct de vedere al proprietăților fractale ale metodei Box Counting [Gonzato G. ș.a., 1998].

Lungimea, orientarea și dispunerea unei imagini în raport cu căsuța inițială reprezintă principalele cauze ale potențialelor erori sistematice în estimarea dimensiunii fractale. De asemenea pot exista erori datorate rezoluției aparatului de măsură. Procesul de digitalizare este o cauză principală care conduce la erori.

În cadrul metodei Box Counting, casuțele utilizate sunt pătrate, în cazul suprafețelor autosimilare, respectiv dreptunghiuri, în cazul obiectelor fractale autoafine.

Tanaka și colaboratorii săi au aplicat metoda Box Counting pentru studiul suprafeței de rupere a metalelor și ceramicelor în urma încercării de oboseală, utilizând micrografii ale suprafeței de rupere obținute cu ajutorul microscopului electronic de baleiaj [Tanaka M. ș.a., 2004].

Metoda Box Counting poate fi utilizată numai după ce întreaga fisură s-a propagat [L.M.Alvez , 2005].

Usov V.V. și Shkatulyak N.M. au examinat efectul schimbării scării celulei asupra dimensiunii fractale a frontierelor alese. În acest scop, acești autori au mărit de 4-16 ori imaginea pentru analiză. S-a stabilit de asemenea, prin anumite schimbări ale taliei casuțelor elementare ale celulei și printr-un număr limitat de puncte experimentale că este posibil să se calculeze dimensiunea fractală cu o eroare de aproximativ 5% [Usov V.V. , Shkatulyak N.M., 2005].

Perret J.S. a utilizat metoda Box Counting în 3 dimensiuni pentru a caracteriza dimensiunea casuței  $\Delta_b$  a rețelelor macroporilor.

În acest scop, rețelele macroporilor din patru mari coloane de sol au fost vizualizate, apoi evaluate cantitativ atât în 2D, cât și în 3D prin utilizarea tomografiei computerizate.

El a făcut o comparație între această metodă și co-dimensiunile obținute prin metoda în 2D, constatând valori diferite, deoarece se folosiseră prea puține înregistrări

#### 4.2.2. Testarea robusteții metodei Box Counting

S-a testat aplicabilitatea metodei Box Counting în cazul suprafețelor de rupere. S-a făcut o comparație între dimensiunea fractală teoretică a curbei "covorul lui Sierpinski" și dimensiunile fractale obținute cu ajutorul programelor *Image J* și *Harfa*.

În urma aplicării algoritmului *Box Counting* prin intermediul celor două programe, abaterea a fost situată în intervalul  $[\Delta-0.03]$  (*Image J*) și  $[\Delta-0.05]$  (*Harfa*) față de valoarea dimensiunii fractale teoretice ( $\Delta=1.89$ ). Acest fapt a determinat aplicarea în continuare a programului *Image J* care este mai avantajos.

Pentru experimentarea metodei Box Counting am studiat o suprafață simplă, o porțiune fisurată dintr-un șurub din oțel OLC 15.

În cazul acestui exemplu, programul *Image J* s-a dovedit a fi mai avantajos decât programul *Harfa*, prin aplicarea algoritmului *Box Counting*.

### 4.3. Particularități asupra metodei oscilațiilor

Metoda oscilațiilor se aplică exclusiv graficelor de funcții continue, permițând obținerea dimensiunii Minkowski-Bouligand  $\Delta_{MB}$  prin integrarea oscilațiilor locale.

În acest subcapitol se prezintă câteva contribuții matematice originale ale metodei oscilațiilor pentru două cazuri: curbă de lungime finită și curbă de lungime infinită (curbă fractală). S-a propus o generalizare a metodei oscilațiilor bazată pe studiile anterioare, prezentate în capitolul 2.

#### 4.3.1. Aspectul local al metodei

Vom ține seama de cele două cazuri care pot să existe pentru lungimea unei curbe:

##### a). Curba este de lungime finită

În cazul unei curbe de lungime finită, funcția  $z(t)$  este aproape peste tot derivabilă și deci există peste tot o viteză  $v(t)$  de forma:

$$v(t) = \sqrt{1 + z'(t)^2} \quad (4.8.)$$

Pentru calculul derivatei în  $z$  se măsoară panta:

$$z'(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{z(t+\tau) - z(t)}{\tau} \quad (4.9.)$$

Se definește lungimea curbei prin:

$$L(\Gamma) = \int_a^b \sqrt{1 + z'(t)^2} dt \quad (4.10.)$$

Cu cât oscilația în  $z$  este mai mare, cu atât crește și viteza lui  $z$  la momentul  $t$ .

##### b) Curba este de lungime infinită (fractală)

Curba este fractală dacă:

$$\frac{OSC_{\tau}(t)}{\tau} \xrightarrow{\tau \rightarrow 0} +\infty \quad (4.11.)$$

în mod uniform în raport cu  $t$ .

Curbele de lungime infinită pot fi clasificate în două familii: cele care sunt rectificabile local, cum sunt spiralele și cele care nu sunt rectificabile în nici o parte, ale cărui sub-arc este de lungime infinită și care pot fi numite *fractali*.

### 4.3.2. Aspectul global al metodei

Se propune o generalizare a metodei oscilațiilor bazată pe studiile anterioare.

Metoda oscilațiilor se deduce în principal din metoda lui Minkowski. De fapt, se pleacă întotdeauna de la acoperirea curbei inițiale. Astfel se efectuează o acoperire prin segmente de lungime egală, la  $t$  dat, la  $OSC_\tau$ .

Suntem interesați de suma oscilațiilor de pe o curbă  $\Gamma$  [Secrieru ș.a., 2008; Tricot, 1994].

$$Var_\tau = \int_a^b OSC_\tau(t) dt \quad (4.14.)$$

Variația  $\tau$  va corespunde unei arii.

### 4.4. Concluzii la capitolul 4

În acest capitol, o primă etapă a fost elaborarea criteriilor teoretice de determinare și de diferențiere a caracterului autosimilar și autoafin al unei structuri fractale. S-a putut deduce proprietatea de autosimilaritate statistică a suprafețelor de rupere.

O altă etapă a fost studiul principalelor erori care relevă aplicarea algoritmului Box Counting, erori cauzate în special de către topografia formei obiectului studiat, și/sau rezoluția dispozitivului cu care se măsoară profilul unei suprafețe de rupere.

În continuare, am făcut o comparație între dimensiunea fractală teoretică a curbei "covorul lui Sierpinski" și dimensiunile fractale obținute prin utilizarea programelor *Image J* și *Harfa*. Analiza efectuată prin intermediul celor două programe a condus la determinarea unor intervale de încredere pentru dimensiunea fractală; intervale centrate în jurul valorii teoretice ( $\Delta=1,89$ ). Astfel, prin intermediul programului *Image J*, rezultatul obținut s-a situat în intervalul [ $\Delta-0,03$ ,  $\Delta+0,03$ ].

Acest program este mai avantajos și va fi utilizat în continuare în cercetările experimentale. Pentru experimentarea metodei Box Counting am studiat o suprafață simplă, pe o porțiune fisurată dintr-un oțel OLC15.

Și în cazul acestui exemplu, programul *Image J* s-a dovedit a fi mai avantajos decât programul *Harfa*, cu o aplicație strictă și exclusivă a algoritmului *Box Counting*.

De asemenea am trecut în revistă, pe baza primelor două capitole, metoda matematică a oscilațiilor.

## 5. CONTRIBUȚII EXPERIMENTALE ASUPRA DETERMINĂRII PROFILELOR SUPRAFETELOR DE RUPERE PRIN SOLICITĂRI DINAMICE

### 5.1. Considerații generale

Capitolul 5 studiază influența tratamentului termic pentru epruvetele Charpy cu creștătura în U care au fost confecționate din oțel XC65. Acestor epruvete li s-au aplicat tratamente termice diferite care au condus la un comportament ductil sau la un comportament fragil în urma solicitării dinamice.

Rezultatele obținute pentru acest oțel sunt comparate cu caracterul fractal al suprafeței de rupere a unei epruvete Charpy din oțel inoxidabil 316 L și o probă din sticlă de siliciu ( $SiO_2$ ), supusă la o solicitare la impact.

Observarea fațetelor de rupere a fost efectuată prin analiza fractografică a suprafețelor de rupere a epruvetelor Charpy, la diferite mărimi la un microscop electronic de baleiaj și pe secțiuni perpendiculare la suprafața de rupere, cu ajutorul microscopiei optice și cu ajutorul microscopiei electronice de baleiaj. Analiza fractală a fost efectuată pe baza profilelor măsurate prin diferite tehnici destructive și nedestructive.

Am comparat rezultatele analizei fractale în funcție de metodele de obținere a profilului de rupere și de determinarea dimensiunii fractale.

Metoda insulelor (Slit Island) [Mandelbrodt B. ș.a., 1984] se aplică doar în cazul contururilor de rupere autosimilare. Metoda Secționării Verticale și tehnicile non destructive (profilometria mecanică și interferometria) se aplică în cazul profilelor de rupere autoafine.

Epruvetele Charpy au fost analizate la microscop imediat după procesul de rupere, pentru a nu interveni fenomenul de coroziune în microstructura materialului.

Am prezentat dispozitivele prin intermediul cărora s-a măsurat rugozitatea profilului de rupere în funcție de caracterul ruperii. Am implementat două metode de estimare a dimensiunii fractale : metoda Box Counting și cea a Transformatei Fourier. Prima a fost implementată prin intermediul programului *Image J*.

Transformata *Fourier* a fost implementată prin programul *Origin*.

#### 5.1.1. Tipuri de materiale

##### 5.1.1.1. Oțel XC65

XC65 este un oțel pentru tratamente termice cu un conținut mic de carbon, după norma franceză *NF A 35-590*. Denumirea europeană apropiată este *C60E*, după norma *NF EN 10132-3*. Alte norme corespunzătoare pentru acest tip de oțel sunt următoarele: *DIN CK60* (Germania) și *AISI 1065* (U.S.A.). Acest oțel este utilizat pentru realizarea pieselor de uzură, angrenajelor, camelor și arcurilor.

### **5.1.1.2. Oțel inox de tip X2CrNiMo17-12-2 (316L)**

Oțelul inox de tip *X2CrNiMo17-12-2 (1.4404)* este un oțel austenitic conform normei europene *EN 10250-4*. Standardele corespunzătoare pentru acest tip de oțel inox sunt următoarele : *AISI 316L* (U.S.A.), *Z2CND17-12* (Franța) și *DIN X2CrNiMo18-10* (Germania). Este un oțel inox folosit în industria chimică, farmaceutică, petrolieră, agro-alimentară și de asemenea în mediu nautic.

### **5.1.1.3. Sticla de siliciu SiO<sub>2</sub>**

Dioxidul de siliciu, SiO<sub>2</sub> este componenta principală a sticlei și reprezintă aproximativ 70% din masa sticlei. Punctul său de topire este la 1730°C. Cu cât procentul de SiO<sub>2</sub> este mai crescut, cu atât coeficientul de dilatare este scăzut, deci, sticla este mai rezistentă.

## **5.2. Fractografia suprafețelor de rupere a materialelor studiate la diferite tratamente termice**

### **5.2.1. Fractografia unei suprafețe de rupere dintr-o probă Charpy din oțel XC 65 călit în apă sărată (temperatura de austenitizare : 900°C, timpul de menținere : 45 minute)**

Microstructura suprafeței de rupere a fost urmărită folosind microscopul electronic de baleiaj de tip *SEM HITACHI S-520* la puteri de mărire diferite (220x, 350x).

Epruveta cu creștătura în U a fost călită în apă sărată după austenitizare la temperatura de 900°C, timp de 45 de minute.

În figurile (5.1.a) și (5.1.b) am putut remarca faptul că ruperea are un caracter fragil, ruperea intergranulară producându-se între doi grăunți ale cărei structuri observate cu ajutorul microscopiei optice este martensitică.

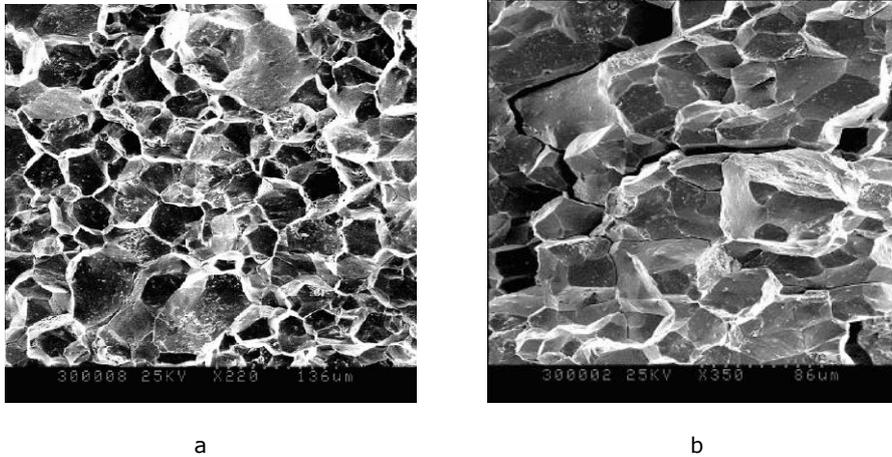


Fig.5.1. Aspectul suprafeței epruvetei Charpy confecționată din oțel XC65 călit în apă sărată (rupere intergranulară) observată prin intermediul microscopului electronic de baleiaj HITACHI S-520:

- a) puterea de mărire 220x, lungimea de măsurare : 136 μm
- b) puterea de mărire 350x, lungimea de măsurare : 86 μm

### **5.2.2. Fractografia unei fațete de rupere a unei epruvete Charpy din oțel XC 65 după călire și tratament termic de revenire (T= 550°C, t=60 min) și răcire lentă în aer**

În condițiile tratamentului termic de revenire (T= 550°C, t=60 min) și de răcire în aer, suprafața de rupere a epruvetei din oțel XC 65 are un aspect ductil.

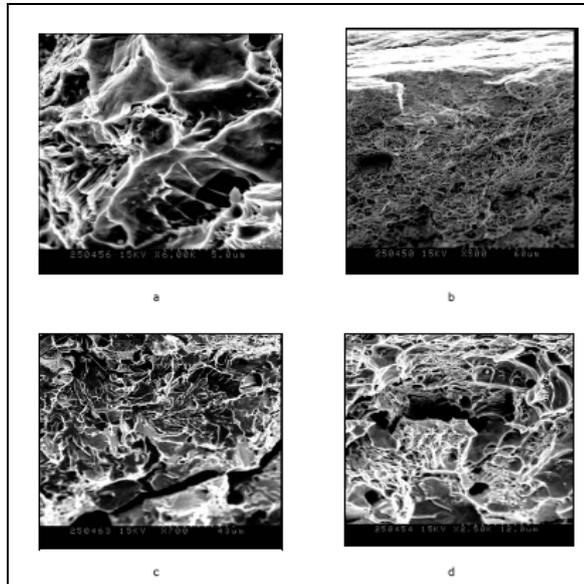


Fig.5.2. Aspectul suprafeței epruvetei Charpy din oțel XC65 revenit (rupere ductilă) observată prin intermediul microscopului electronic de baleiaj MEB HITACHI S-520:

- a) puterea de mărire x6000, lungimea de măsurare :5  $\mu\text{m}$
- b) puterea de mărire x500, lungimea de măsurare :60  $\mu\text{m}$
- c) puterea de mărire x700, lungimea de măsurare :43  $\mu\text{m}$
- d) puterea de mărire x2.50K, lungimea de măsurare :12  $\mu\text{m}$

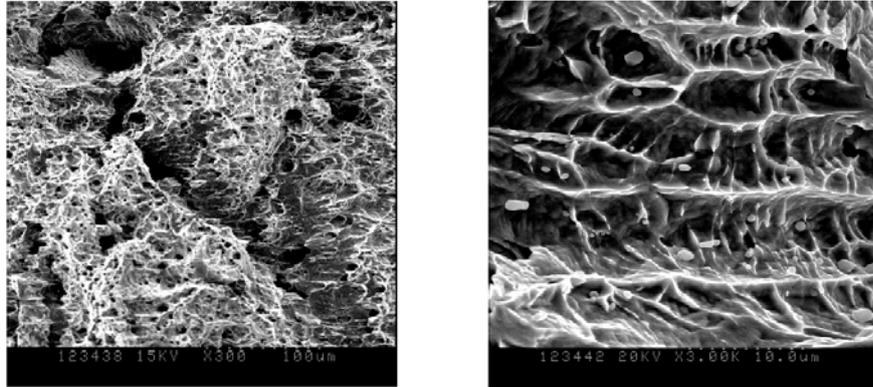
### 5.3. Fractografia suprafețelor de rupere în regim dinamic a materialelor testate la temperatura ambiantă

Epruvetele Charpy testate la temperatura ambiantă au fost confecționate din oțel inox 316L și oțel XC 65 netratat termic. Pentru proba din sticlă s-a putut observa o fragilitate în urma solicitării la impact.

#### 5.3.1. Fractografia unei fațete de rupere a unei epruvete Charpy din oțel inox 316L

În figura 5.3. putem remarca caracterul ductil al suprafeței de rupere, cu deformații plastice importante și microgoluri.

La o putere de mărire mai mare am putut observa în figura (5.3.b) microgolurile și impuritățile care au favorizat ruperea în zona de rupere ductilă a unei epruvete din oțel inox 316L.



a

b

Fig.5.3. Microfractografia suprafețelor de rupere în cazul epruvetei confecționate din oțel inox 316L (rupere ductilă) observată prin intermediul microscopului electronic de baleiaj HITACHI S-520:

- a). puterea de mărire x300, lungimea de măsurare : 100  $\mu\text{m}$
- b). puterea de mărire x3000 , lungimea de măsurare : 10  $\mu\text{m}$

### 5.3.2. Fractografia unei fațete de rupere a unei probe din sticlă

Sticla reprezintă un material fragil și se fisurează doar în modul I de rupere. Originea ruperii (fig.5.4) este pe partea concavă a liniilor lui Wallner , iar aceste linii se utilizează pentru determinarea direcției de propagare și poziționarea originii fisurii. Aceste linii, denumite după numele cercetătorului care a explicat formarea lor, sunt situate pe suprafața de rupere și sunt create prin influența frontului suprafeței de rupere prin unde sonore. Fenomenul este asemănător celui de aruncare a unei pietre în apă.

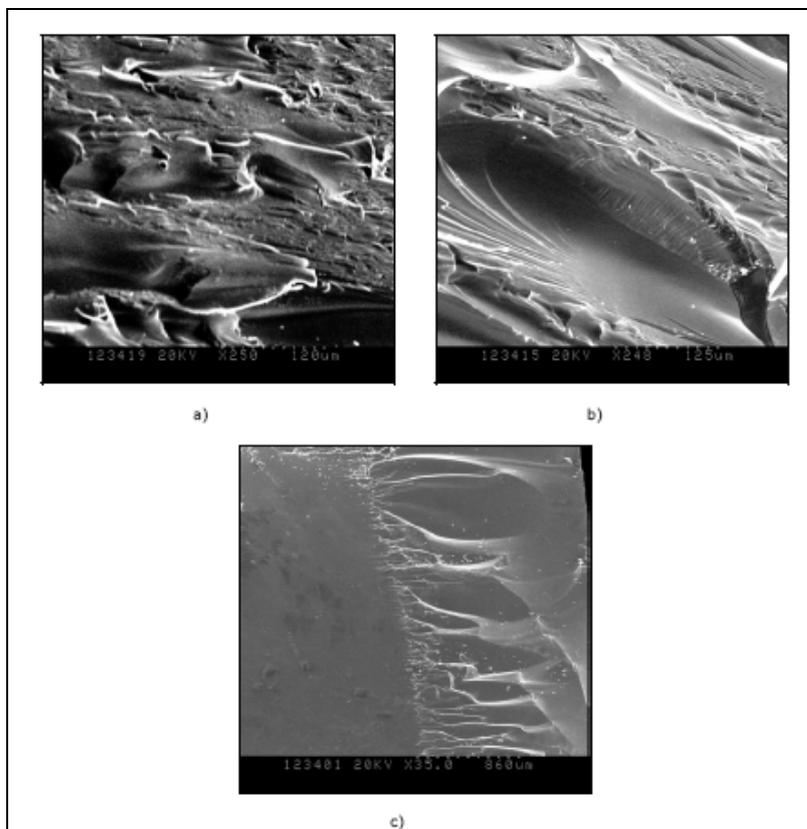


Fig.5.4. Microfractografia suprafețelor de rupere pentru sticlă (rupere fragilă) observată la microscopul electronic de baleiaj MEB HITACHI S-520 :

- a). puterea de mărire x250, lungimea de măsurare : 120 μm;
- b). puterea de mărire x248, lungimea de măsurare : 125 μm;
- c). puterea de mărire x35, lungimea de măsurare : 860 μm;

### 5.3.3. Fractografia unei fațete de rupere a unei epruvete Charpy din oțel XC 65 netratat termic

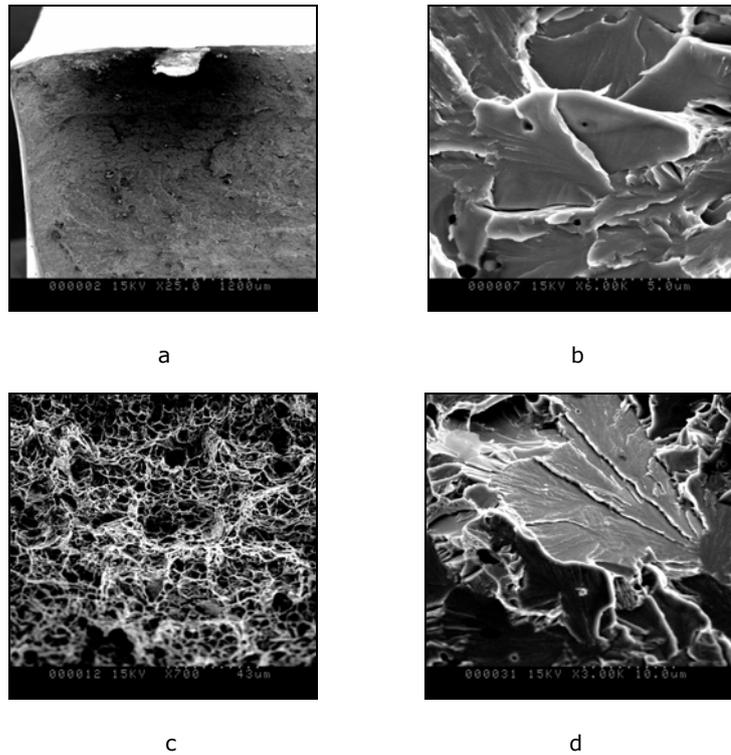


Fig. 5.5. Microfractografia suprafețelor de rupere pentru oțel XC65 netratat termic (rupere mixtă) observată prin intermediul microscopului electronic de baleiaj HITACHI S-520:

- a) Aspect mixt, puterea de mărire x25, lungimea de măsurare : 1200 μm;
- b) Aspect fragil, puterea de mărire x6000, lungimea de măsurare : 5 μm;
- c) Aspect ductil, puterea de mărire x700, lungimea de măsurare : 43 μm;
- d) Aspect fragil, puterea de mărire x3000, lungimea de măsurare : 10 μm.

Am putut remarca existența a două zone fragile în centrul piesei, iar în jurul acestei zone, o regiune ductilă. În aceste zone fragile sunt prezente plane de clivaj. Faptul că ruperea fragilă se află în centrul epruvetei este în concordanță cu triaxialitatea tensiunilor mai importante în raport cu suprafața piesei, ceea ce corespunde unei rupei ductile.

## **5.4. Metode și mijloace experimentale utilizate pentru investigarea profilelor de rupere ale epruvetelor Charpy**

Pentru determinarea profilului de rupere al epruvetelor Charpy s-au utilizat două tehnici diferite: metoda Secționării Verticale și metoda insulelor, precum și tehnici nedestructive: metoda palpării mecanice (prin intermediul profilometrului mecanic *KLA-Tencor P-10*) și metoda palpării optice (prin intermediul profilometrului optic *Wyko NT9300*).

Profilele de rupere rezultate în urma măsurătorilor efectuate cu ajutorul profilometriei mecanice sau profilometriei optice (interferometriei) au putut fi determinate prin intermediul programului Mountains Profile, conceput de către compania **Digital Surf** din Beçanson, Franța.

### **5.4.1. Mijloacele experimentale utilizate pentru studiul profilului de rupere al epruvetelor Charpy**

#### **5.4.1.1. Profilometria mecanică**

Recent, mulți autori au utilizat tehnica profilometriei mecanice pentru studiul profilelor de rupere care prezintă un caracter fractal , precum și pentru analiza rugozității suprafețelor [Russ J.C., 1994], [Bigerelle M. ș.a., 2007], [Gautier A. ș.a., 2007].

Dispozitivul utilizat pentru cercetările experimentale din cadrul prezentei lucrări este profilometrul marca *KLA-Tencor P-10*. Acesta este compus dintr-un palpator cu vârf de diamant, un captor care se deplasează pe axa z și două plăci de montare care translatează axele x și y .

Forța aplicată suprafeței prin palpator este mai mică de 50 mN și are drept scop păstrarea integrității suprafeței. După fiecare măsurătoare înregistrată, se verifică suprafețele de rupere.

Rezoluțiile sunt diferite pentru axele x,y și axa z: 0.075 nm pentru axa z și 0.2  $\mu\text{m}$  pentru axa x și y. Rezoluția laterală este limitată de raza vârfului palpatorului (2  $\mu\text{m}$ ).

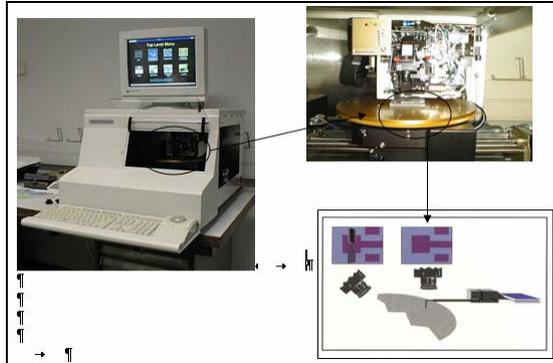


Fig. 5.6. Profilometria mecanică KLA-Tencor P-10

Pentru epruvetele Charpy care prezintă o rupere ductilă se recomandă măsurarea profilului suprafețelor de rupere cu ajutorul microscopului interferometric.

#### 5.4.1.2. Interferometria Wyko NT 9300

Cercetările experimentale au fost realizate cu ajutorul profilometrului optic *WykoNT9300*, produs de către societatea Veeco.

Dispozitivul Wyko NT 9300 utilizează programul *Vision* care calculează câțiva parametri ai suprafeței, furnizând informații asupra rugozității profilului de rupere.

Acesta este conectat la programul Matlab și permite setarea intensității luminoase pentru a obține focalizarea corespunzătoare și pentru înregistrarea măsurătorilor.

Interferometria se bazează pe defazarea radiațiilor luminoase. Informațiile privind conturul unui obiect sunt întotdeauna cuprinse în faza unei luminoase reflectate de către obiect. Dacă două fascicule luminoase ale unei radiații coerente parcurg distanțe diferite și ulterior interferează, apar franje de interferență.

Informația privind faza este transformată prin mecanismul de interferență a două unde în variație de intensitate luminoasă.

Prin intermediul acestui dispozitiv se măsoară rugozitatea, fără contactul suprafeței.

Acest microscop interferometric permite efectuarea măsurătorilor prin intermediul a trei obiective: 5x, 20x și 50x pentru caracterizarea topografiei suprafeței.

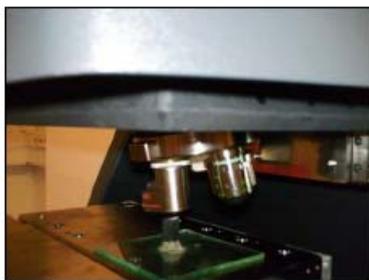


Fig.5.8. Epruveta Charpy analizată la microscopul interferometric (obiectiv 5x)

Sistemul de măsurare *Wyko NT 9300* se bazează pe două moduri de măsurare standard: *PSI* și *VSI*. Modul de scanare *VSI* (Vertical Scanning Interferometry) conține un filtru de densitate neutră pentru lumina albă. Acest mod ne permite măsurarea suprafețelor rugoase ale epruvetelor Charpy solificate în regim dinamic.

Modul de măsurare utilizat pentru fațetele de rupere ale epruvetelor Charpy cu rugozități mai ridicate are o diferență mai mare de un sfert din lungimea de undă utilizată ( $\lambda/4$ ). Lungimea maximă de măsurare în acest caz este de 10mm.

Modul de scanare *PSI* (Phase-Shifting Interferometry) produce lumină roșie care reprezintă o lumină filtrată pe o porțiune îngustă. Acest mod de scanare este foarte precis pentru suprafețele de rupere netede.

Filtrul *PSI High Mag* poate fi utilizat pentru măsurători în modul *VSI* de trei ori mai mari decât viteza de scanare.

Pentru a evita erorile de integrare trebuie să utilizăm modul *VSI* în cazul în care variațiile în înălțime ale suprafeței sunt mai însemnate pentru o rezolvare prin modul *PSI*.

#### 5.4.1.2.1. Avantajele și limitele măsurărilor efectuate în interferometrie

Măsurătorile efectuate prin intermediul microscopului interferometric reprezintă veritabile măsurători 3D. Procedeele se aplică cu ușurință în cazul suprafețelor plane.

În cazul pieselor cu asperități importante (altitudini diferite în profilul de rugozitate), vor exista puncte nemăsurabile.

Această metodă poate fi mai rapidă în comparație cu alte tehnici de măsurare a profilului de rupere, în cazul în care suprafața întreagă poate fi măsurată o singură dată, cu o precizie laterală corespunzătoare rezoluției unui microscop clasic sau mai mare decât  $1\mu\text{m}$ .

Cu toate acestea, cea mai mare dificultate rezultă din variațiile în altitudine a suprafețelor de rupere ale epruvetelor Charpy; acestea nu pot reflecta lumina în ocularul microscopului interferometric.

#### 5.4.2. Contribuții privind aplicarea analizei fractale în cazul conturilor profilelor de rupere obținute prin metoda Secționării Verticale

Profilul suprafeței de rupere este generat prin intersecția planului de secționare cu suprafața de rupere [Gokhale A.M., 1987]. Din punct de vedere experimental, această metodă s-a aplicat prin secționarea epruvetei perpendicular cu planul suprafeței de rupere, cu ajutorul unui ferăstrău circular mecanic ( $v=3500$  tr/min)

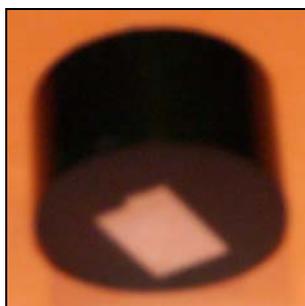


Fig. 5.9. Proba Charpy înglobată în rășină în urma aplicării tehnicii Secționării Verticale

Operația de tăiere a probei s-a produs prin intermediul mașinei de debitat sub jet de apă *Discotom*, cu ajutorul unui disc de diamant de dimensiuni 235x3x32 [mm], destinat oțelurilor dure. Viteza de debitare este de 3500 rotații/minut.

Această operație se efectuează cu precauție (viteză mică de avansare), pentru a minimiza la maxim creșterea temperaturii și tensiunile reziduale în suprafață.

Porțiunea secționată care cuprinde profilul suprafeței de rupere va fi înglobată în rășină la cald, apoi observată la microscopul optic. După înglobare în rășină, proba trebuie să fie șlefuită, lustruită și atacată metalografic în vederea analizei profilului de rupere la microscopul optic metalografic.

Șlefuirea s-a executat manual sub jet de apă cu ajutorul mașinei de șlefuit *Knuth-Rotor* cu ajutorul hârtiilor metalografice cu particule abrazive din carbură de siliciu (SiC). Probele au fost spălate și degresate în acetonă, prin menținerea într-o cuvă ultrasonică, apoi uscate într-un curent de aer cald. Atacul metalografic a fost realizat prin scufundare în *Nital* (5% HNO<sub>3</sub> și alcool etilic), substanță reactivă care permite examinarea structurii, înainte de clătirea probei în alcool, uscarea ei și apoi examinarea ei la microscopul optic.

Metoda Secționării Verticale a fost aplicată, mai întâi pe o epruvetă din oțel XC65, după un tratament termic de călire și pe o probă din oțel inox 316L.

### a). Proba din oțel XC65, tratament termic de călire

S-a estimat dimensiunea fractală pe baza algoritmului *Box Counting*, cu ajutorul programului *Image J*.



Fig.5.12. Conturul profilului obținut prin metoda Secționării Verticale pe epruveta din oțel XC65, după tratamentul termic de călire, (puterea de mărire la microscop: 400x)

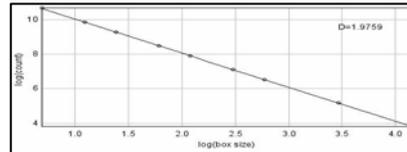


Fig.5.13. Calculul dimensiunii fractale a profilului de rupere  $\Delta=1.97$ , cu ajutorul programului *Image J*

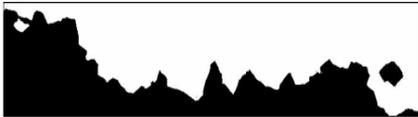


Fig.5.14. Conturul profilului obținut prin metoda Secționării Verticale pe epruveta din oțel XC65, după tratamentul termic de călire, (puterea de mărire la microscop: 200x)

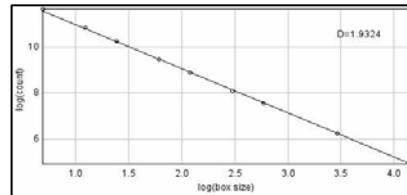


Fig.5.15. Calculul dimensiunii fractale a profilului de rupere:  $\Delta=1.93$  cu programul *Image J*

### b). Proba confecționată din oțel inox 316L



Fig.5.16. Conturul profilului obținut prin metoda Secționării Verticale pe epruveta din oțel inox 316L, (puterea de mărire la microscop: 50x)

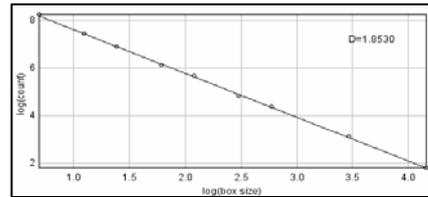


Fig.5.17. Calculul dimensiunii fractale a profilului de rupere:  $\Delta=1.85$  cu programul Image J



Fig.5.18. Conturul profilului obținut prin metoda Secționării Verticale pe epruveta din oțel inox 316L (puterea de mărire la microscop 100x)

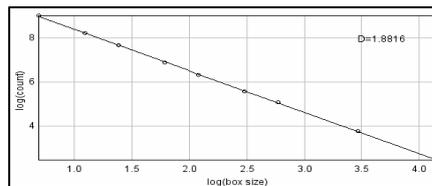


Fig.5.19. Calculul dimensiunii fractale a profilului de rupere:  $\Delta=1.88$  cu programul Image J

### 5.4.3. Contribuții privind aplicarea analizei fractale în cazul conturilor profilelor de rupere obținute prin metoda insulelor (Slit Island)

Proba din oțel XC65 netratat termic a fost înglobată în rășină, iar apoi secționată paralel cu suprafața de rupere. Insulele au putut fi puse în evidență după operația de șlefuire cu ajutorul microscopiei optice. După observarea primei inserții a metalului în rășină s-a încetat șlefuirea. S-a șlefuit apoi cu discuri din hârtie acoperită cu abraziv *SiC* 800 și *SiC* 4000.

Pentru determinarea dimensiunii fractale s-a utilizat algoritmul Box Counting din programul *Image J*.

Metoda Box Counting este tehnica cea mai eficientă de estimare a dimensiunii fractale, în cazul aplicării tehnicii metalografice *Slit Island*. Am calculat dimensiunea fractală medie a conturilor insulelor pe 20 de fotografii.

### 5.4.3.1. Metoda insulelor aplicată epruvetei din oțel XC65 netratat termic. Rezultatul șlefuirii cu hârtie abrazivă 800

Am șlefuit cu discuri din hârtie abrazivă *SiC* 800 și *SiC* 4000. Pentru determinarea dimensiunii fractale am utilizat algoritmul *Box Counting* din programul *Image J*.

Imaginea rezultată prin observarea la microscopul optic a putut fi transformată prin programul *Image J* într-o imagine digitalizată de mărimea 376X282 pixeli (8 biți).

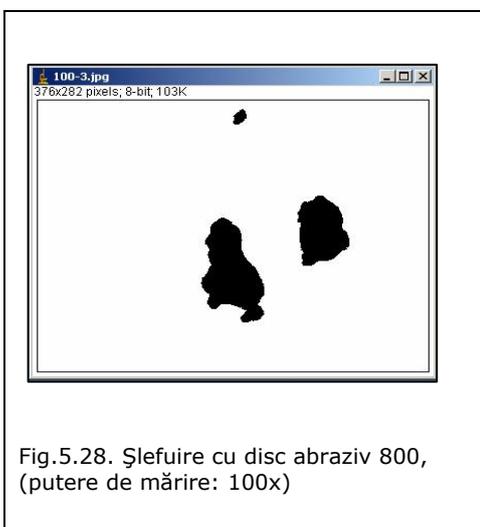


Fig.5.28. Șlefuire cu disc abraziv 800, (putere de mărire: 100x)

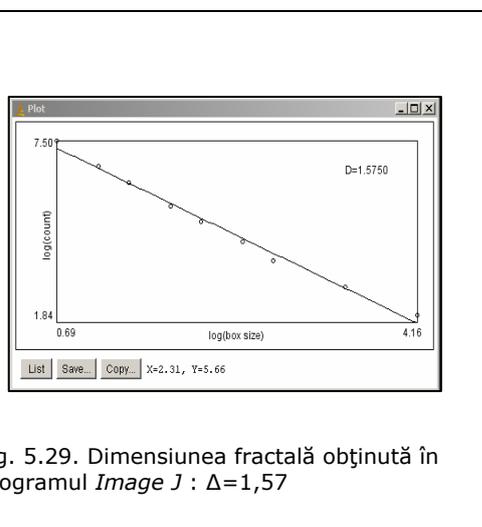


Fig. 5.29. Dimensiunea fractală obținută în programul *Image J* :  $\Delta=1,57$

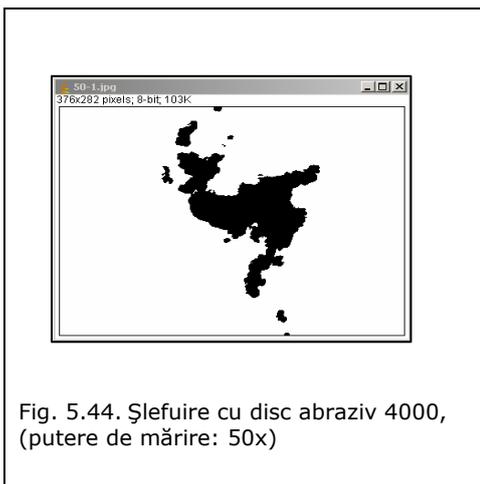


Fig. 5.44. Șlefuire cu disc abraziv 4000, (putere de mărire: 50x)

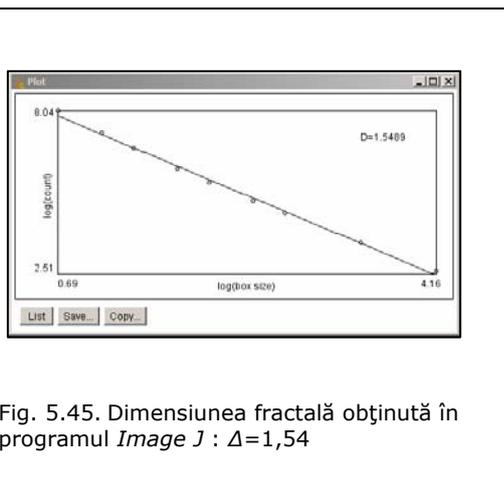


Fig. 5.45. Dimensiunea fractală obținută în programul *Image J* :  $\Delta=1,54$

S-au înregistrat circa 20 de fotografii pentru estimarea calculului dimensiunii fractale medii a conturului insulelor.

S-au obținut următoarele rezultate:

- a). Dimensiunea fractala medie în cazul polizării cu disc abraziv *SiC 800* este  $\Delta = 1.53 \pm 0.19$ .
- b) Dimensiunea fractala medie în cazul polizării cu disc abraziv *SiC 4000* este  $\Delta = 1.54 \pm 0.21$ .

Observație: abaterea standard a fost calculată cu ajutorul funcției *STDEV* din programul *Excel*.

## 5.6. Concluzii la capitolul 5

Cercetările experimentale au evidențiat faptul că dimensiunea fractală constituie un parametru ce poate diferenția comportamentul ductil-fragil prin încercări utilizând epruvete Charpy.

S-au analizat standurile experimentale pentru investigarea profilului de rupere al epruvetelor Charpy: profilometria mecanică și interferometria Wyko NT 9300. S-au subliniat avantajele și limitele măsurărilor efectuate în interferometrie.

Aplicarea profilometriei mecanice pentru determinarea dimensiunii fractale a suprafețelor de rupere, în cazul epruvetelor Charpy, dă o bază nouă tehnicilor de încercare Charpy.

Metoda Box Counting este în general recomandată pentru estimarea dimensiunii fractale a conturilor materialelor obținute prin intermediul tehnicii metalografice Slit Island. Această metodă s-a dovedit de asemenea eficace, pentru compararea dimensiunilor fractale a probelor confecționate din diverse materiale, al căror profil de rugozitate a fost obținut prin profilometria mecanică.

Aplicând metoda insulelor pentru oțelul XC 65 netratat termic, în urma șlefuirii cu un disc abraziv 800, dimensiunea fractală medie rezultantă are valoarea  $\Delta = 1,53$ .

În cazul șlefuirii cu un disc abraziv 4000, am putut remarca o mai bună rezoluție a conturilor insulelor, ceea ce nu a influențat dimensiunea fractală, deoarece aceasta are o valoare medie de  $\Delta = 1,54$ , foarte apropiată de valoarea precedentă.

În urma cercetărilor experimentale s-a găsit o relație între metoda Secționării Verticale și metoda insulelor de forma:

$$\Delta_{SIM} = \Delta_{SV} - 0.4 \quad (5.1.)$$

unde  $\Delta_{SIM}$  reprezintă dimensiunea fractală obținută prin metoda Slit Island ;

$\Delta_{SV}$  reprezintă dimensiunea fractală obținută prin metoda Secționării Verticale.

Aproximarea profilelor de rupere prin metoda Secționării Verticale a condus la rezultate ale dimensiunii fractale apropiate de cele obținute în urma măsurărilor prin intermediul profilometriei mecanice.

În cazul ruperii fragile s-a obținut aceeași valoare pentru dimensiunea fractală ( $\Delta = 2.19$ ) pentru probele confecționate din materiale diferite prin utilizarea Transformatei Fourier. Această valoare mai ridicată a dimensiunii fractale a profilului de rupere face ca această metodă să nu fie recomandată pentru calculul dimensiunii fractale a profilelor.

## 6. CONTRIBUȚII PRIVIND APLICAREA INTERFEROMETRIEI PENTRU DETERMINAREA DIMENSIUNILOR FRACTALE ALE SUPRAFEȚELOR DE RUPERE ÎN CAZUL EPRUVETELOR CHARPY

Nu se poate calcula dimensiunea fractală în mod direct pentru o suprafață de rupere, ci pentru profilul rugozității obținut în urma măsurărilor efectuate cu ajutorul profilometrului optic *Wyko NT 9300*.

Am utilizat algoritmul Box Counting aplicat în programul *Image J*, pentru determinarea dimensiunii fractale.

Astfel am putut caracteriza rugozitatea profilului de rupere la diferite ordine de mărire la microscopul interferometric al microscopului Wyko NT 9300 și analiza valoarea dimensiunii fractale.

Interferometria este o metodă de măsurare care exploatează interferențele care intervin între mai multe unde coerente între ele.

### 6.1. Rezultatul măsurărilor pentru proba din oțel XC 65 netratat termic

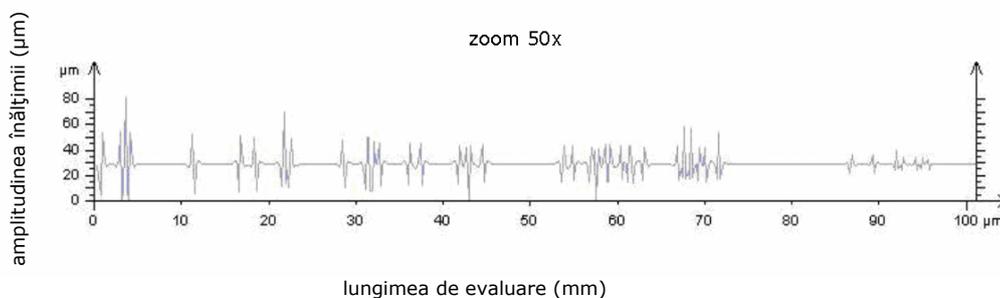


Fig. 6.1. Profilul rugozității suprafeței de rupere a epruvetei din oțel XC 65 netratat termic, realizat prin modul de scanare VSI, (puterea de mărire la microscop 50x)

Suprafața măsurată prin intermediul microscopului interferometric a fost de (101μm x513) puncte.

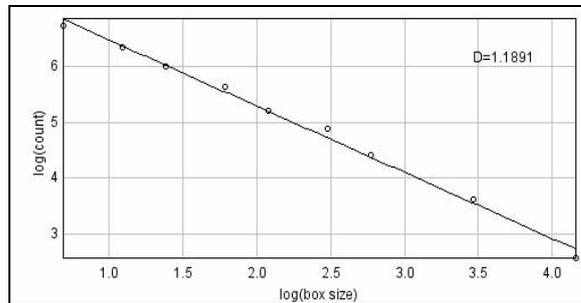


Fig. 6.2. Dimensiunea fractală a profilului rugozității suprafeței de rupere a probei din oțel XC 65 netratat termic în programul Image J :  $\Delta=1,18$

## 6.2. Rezultatul măsurătorilor pentru proba din oțel XC65, în urma tratamentului termic de călire

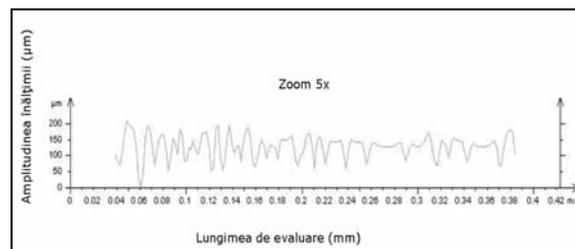


Fig. 6.3. Profilul rugozității suprafeței de rupere a epruvetei din oțel XC călit (puterea de marire 5x), modul de scanare VSI, filtru PSI Hi Mag

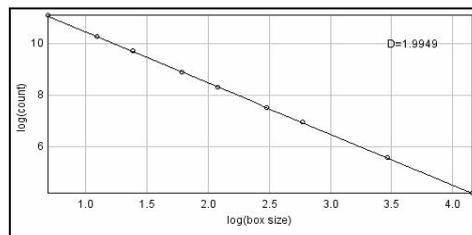


Fig. 6.4. Dimensiunea fractală a profilului rugozității suprafeței de rupere a probei din oțel XC 65 călit în programul Image J:  $\Delta=1,99$

Panta din diagrama din fig.(6.4.) reprezintă dimensiunea fractală a rugozității profilului. Se poate observa alinierea punctelor, precum și faptul că dimensiunea fractală este valabilă pe lungimea de evaluare. Caracterul fractal puternic ( $\Delta=1,99$ ) este datorat aspectului fragil al suprafeței de rupere al probei din oțel XC 65 calit. Aceasta dimensiune fractală a profilului rugozității probei din XC 65 călit este apropiat de dimensiunea 2. Dimensiune fractală  $\Delta=1,99$  se referă la deformația proprie a unei suprafețe sau la deformația specifică a unei curbe liniare într-un spațiu 1D.

### 6.3. Rezultatul măsurătorilor pentru proba din oțel XC65, tratament termic de revenire

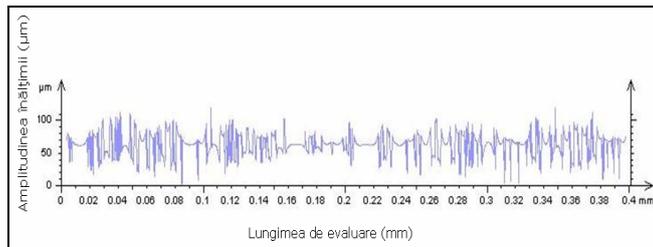


Fig. 6.5. Profilul rugozității suprafeței de rupere a epruvetei din XC revenit realizat prin modul de scanare VSI, puterea de mărire 50x

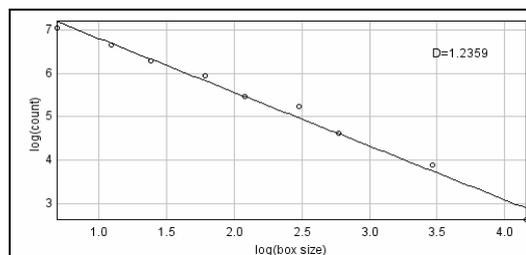


Fig. 6.6. Dimensiunea fractală a profilului rugozității suprafeței de rupere în programul Image J:  $\Delta=1,23$

Panta din fig.(6.6.) reprezintă dimensiunea fractală a rugozității profilului. Caracterul fractal scăzut ( $\Delta=1,23$ ) se datorează aspectului ductil al suprafeței de rupere și porțiunilor cvasiliniare al profilului de rugozitate pe lungimi de evaluare mici.

### 6.4. Rezultatul măsurătorilor pentru proba din oțel inox 316L

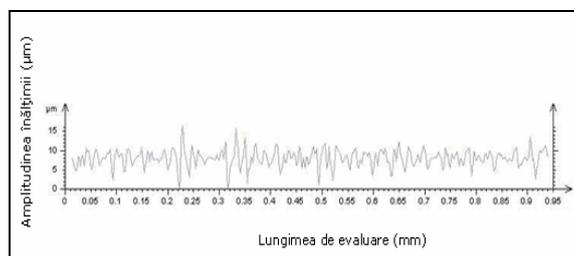


Fig. 6.7. Profilul suprafeței de rupere a probei din oțel inox 316L, modul de scanare VSI, (puterea de mărire: 50x)

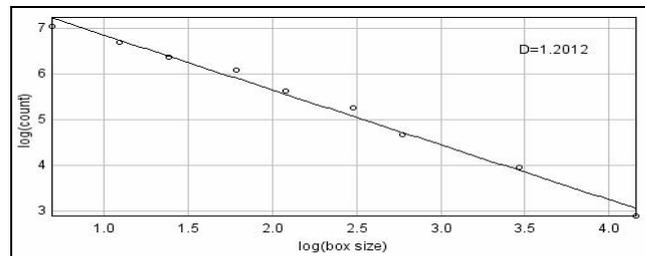


Fig.6.8 . Dimensiunea fractală a profilului rugozității suprafeței de rupere în programul Image J:  $\Delta=1,20$

Panta din diagrama din figura (6.8.) reprezintă dimensiunea fractală a rugozității profilului. Caracterul fractal scăzut se datorează aspectului ductil al suprafeței de rupere. Am putut remarca faptul că dimensiunea fractală, în cazul oțelului 316L are o valoare foarte apropiată de cea a oțelului XC65, în urma tratamentului termic de revenire.

## 6.5. Metoda insulelor în interferometrie

În urma analizei rugozității epruvetelor Charpy cu ajutorul dispozitivului Wyko NT9300 s-au putut remarca câteva zone de culoare neagră. Aceste zone reprezintă de fapt punctele care nu au putut fi măsurate prin intermediul interferometriei, din cauza diferențelor de amplitudine ale înălțimii profilului. Aceste porțiuni au putut fi asociate cu insulele din metoda Slit Island clasică, descrisă în paragraful 3.4.2.2.

### 6.5.1. Metoda insulelor aplicată în urma analizei rugozității epruvetei din oțel XC65 , tratament termic de călire

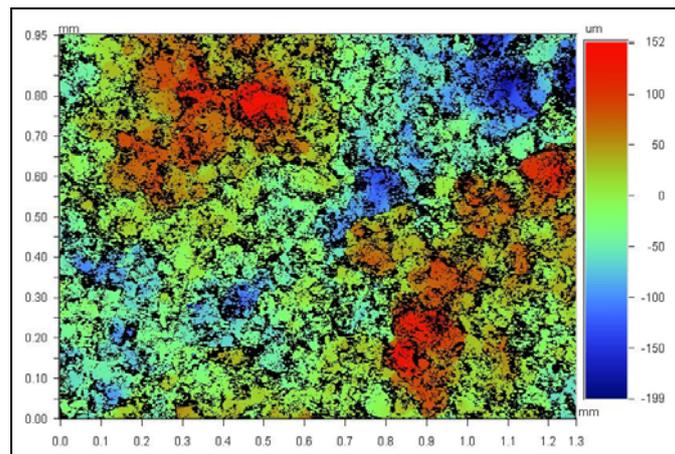


Fig. 6.9. Aspectul suprafeței de rupere a epruvetei confecționate din oțel XC 65 călit, modul de scanare VSI, filtru PSI Hi Mag, puterea de mărire: 5x

În acest caz, s-au înregistrat următoarele valori pentru parametrii de rugozitate:  $Ra=44.37\mu\text{m}$  și  $Rt=351.10\mu\text{m}$ .

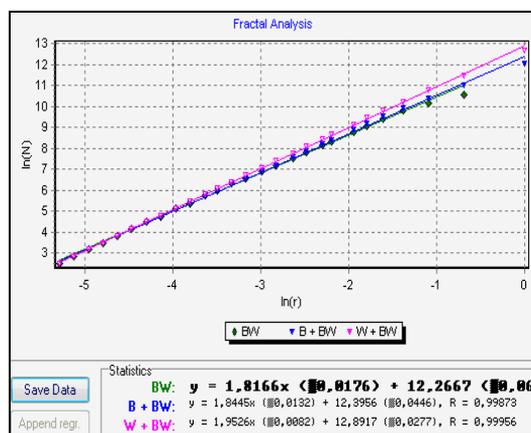


Fig. 6.10. Metoda Box Counting în programul Harfa:  $\Delta=1,84$ , (coeficient de corelare  $R=0,99$ )

Prin utilizarea celor doi parametri (rugozitate și dimensiune fractală), se pot obține informații mai detaliate asupra unei suprafețe de rupere dată, în comparație cu analiza care utilizează doar dimensiunea fractală.

Caracterul fractal puternic se datorează aspectului fragil al suprafeței de rupere al probei din oțel XC 65 călit.

### 6.5.2. Metoda insulelor aplicată în urma analizei rugozității epruvetei din oțel inox 316L

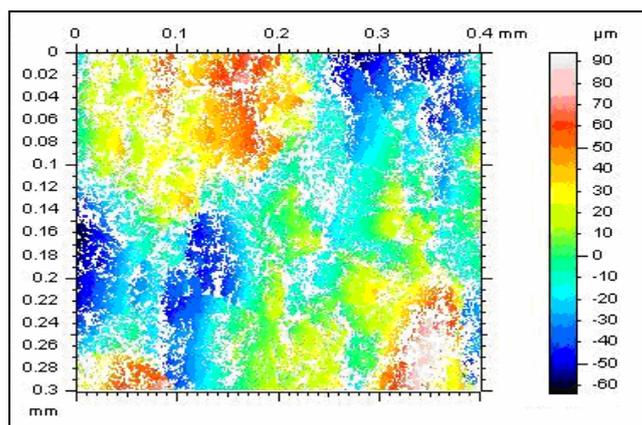


Fig. 6.13. Aspectul suprafeței de rupere a epruvetei din oțel inox 316L, modul de scanare VSI, (puterea de mărire: 50x)

În cazul din figura 6.13, zonele de culoare mai închisă reprezintă de fapt insulele din metoda insulelor clasică. Valorile parametrilor de rugozitate ( $Ra=23.59 \mu\text{m}$ ,  $Rt=157.82 \mu\text{m}$ ) au fost afișați prin programul *Vision* al dispozitivului *Wyko NT9300*.

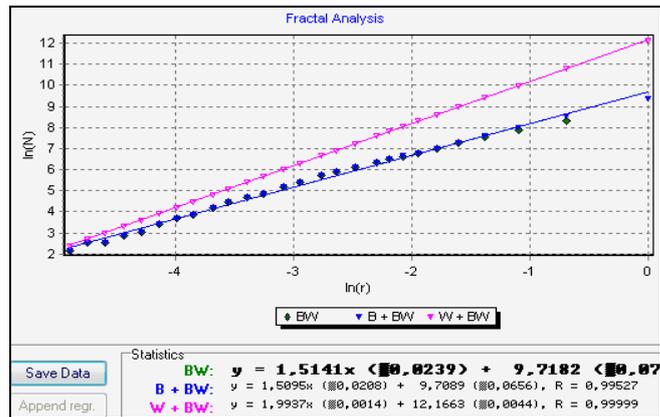


Fig. 6.14. Metoda Box Counting în programul Harfa:  $\Delta=1.50$ , coeficientul de corelare  $R=0,99$

## 6.6. Corelație între dimensiunea fractală și reziliență

### 6.6.1. Particularitățile încercării de reziliență

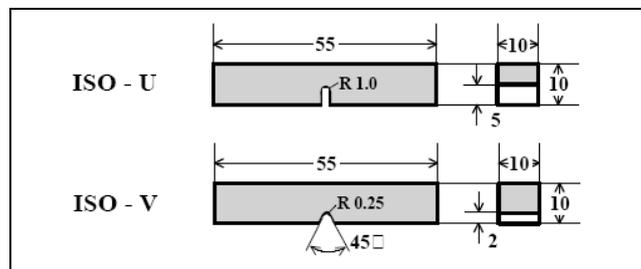


Fig. 6.17. Epruvete Charpy normalizate

Comportamentul la rupere poate fi influențat, în principal, de factorii care descriu condițiile de solicitare mecanică:

- temperatura materialului în timpul solicitării;
- viteza de solicitare (viteza de aplicare a sarcinilor și /sau viteza de deformare a materialului) ;
- gradul de triaxialitate a stărilor de tensiune generate în materialul supus la solicitare, care depinde de complexitatea solicitării și de prezența în material a concentratorilor de tensiune.

Figura (6.17.) arată formele și dimensiunile geometrice a două tipuri de epruvete normalizate. Epruvetele utilizate sunt de formă prismatică, având dimensiunile 10x10x55 mm și o creștătură în formă de "U" sau "V".

### 6.6.1.2. Corelații între dimensiunea fractală și reziliență pentru epruvetele Charpy analizate

Tab.6.1. Corelații între dimensiunea fractală și reziliență în funcție de caracterul ruperii

Nr. probei (materialului)	Energia de rupere $E_r$ $\left[ \frac{J}{cm^2} \right]$	Dimensiunea fractală $\Delta$	Tipul ruperii
1. oțel XC65 netratat	30.18	1.18	Rupere mixtă
2. oțel XC65 călit	0	1.99	Rupere intergranulară
3. oțel XC65 revenit	29.8	1.20	Rupere ductilă
4. oțel inox 316L	180	1.23	Rupere ductilă

**Observație:** măsurarea profilului de rupere a fost realizată prin interferometrie, iar estimarea dimensiunii fractale, prin metoda *Box Counting*.

Oțelul inox 316L, fiind un material tenace a determinat energia de rupere  $E_r=180 \left[ \frac{J}{cm^2} \right]$  în timp ce dimensiunea fractală calculată a avut o valoare mică,  $\Delta=1.20$ .

Oțelul XC65 călit are o energie de rupere foarte scăzută  $E_r=0 \left[ \frac{J}{cm^2} \right]$ , iar dimensiunea fractală calculată are o valoare mare,  $\Delta=1.99$ . Aceste rezultate sunt foarte apropiate de cele obținute prin metoda Secționării Verticale pentru oțelul XC65 călit:  $\Delta=1,97$ , în cazul puterii de mărire 400x.

Aceste rezultate par să confirme cele citite din bibliografie; adică *energia de rupere prin șoc variază în mod invers proporțional cu dimensiunea fractală*.

## 6.7. Statistica măsurării parametrilor de caracterizare a suprafețelor de rupere ale epruvetelor Charpy prin intermediul programului Mesrug

Acest program a permis tratarea unei baze de date complexe obținute în urma analizei stării suprafețelor epruvetelor Charpy, bazată pe interferometrie.

Am dezvoltat și reactualizat programul Mesrug, utilizat inițial în Franța în cadrul *Laboratoire Roberval* al Universității de Tehnologie din Compiègne și de către echipa « Caractérisation et Propriétés de la Pêrisurface » a centrului ENSAM din Lille. Acest program este scris într-un limbaj C++.

Programul a fost utilizat pentru analiza profilurilor de rupere a trei oțeluri: XC65 călit, 316L și XC65 revenit.

S-a măsurat un număr de 30 de profile de rugozitate pentru fiecare eșantion.

Punctele nemăsurabile din interferometrie au fost completate cu ajutorul a 4 algoritmi de interpolare: *F*-algoritmul SVD -*singular value decomposition*, *I*-algoritmul *spline interpolation* (interpolare de tip splină), *S*-algoritmul *spline derivative* și *T* – algoritmul *triangulation Delaunay*).

Interpolarea are ca și consecință găsirea punctelor intermediare ale graficului, altele decât cele date inițial, astfel încât să se poată vizualiza o curbă ce trece prin aceste puncte.

Algoritmul SVD (din engleză, *singular value decomposition*) – *F* a unei matrici este un instrument important de factorizare a matricelor dreptunghiulare reale sau complexe.

Algoritmul interpolării de tip splină- *I* utilizează funcțiile *spline* care sunt funcții segmentar polinomiale care se racordează în noduri împreună cu un anumit număr de derivate ale lor. Noțiunea își are originea în lucrările matematice din antichitate care utilizau liniile poligonale la calculul ariilor și volumelor [Muntean M., 2002]. Prin algoritmul interpolării de tip splină *I*, o curbă sub formă de splină este reprezentată printr-o ecuație cubică.

Algoritmul spline derivative-*S*, calculează eroarea standard a derivatei unei funcții *spline* dată de către matricea de covarianță a coeficienților inițiali ai funcțiilor spline.

#### Algoritmul triangulation Delaunay-*T*

O serie de funcții de interpolare, de două sau mai multe dimensiuni, utilizează triunghiularizarea Delaunay. Fiind dat un set de puncte, triunghiularizarea Delaunay este un set de linii, care conectează fiecare punct cu punctul sau vecin, fiind legată de diagrama Voronoi, în sensul că cercul care delimitează triunghiul Delaunay are centrul în vârful poligonului Voronoi.

Analiza stării suprafețelor începe prin codarea informației. Fiecare literă a numelui unui fișier conține o informație reprezentativă a importanței suprafeței din punct de vedere fizic. Un tabel de codare permite prelucrarea simplificată a datelor unei probleme. Prima etapă necesită un anumit timp pentru a coda și decoda informația inițială. După această etapă se poate prelucra datele cu ușurință.

Codarea informației s-a întocmit după următoarea regulă:

***mijloc de măsurare\_puterea de mărire la microscop\_modul de măsurare al suprafeței\_codul eșantionului\_numărul măsurătorii***

De exemplu, pentru prima măsurătoare în cazul materialului 1, puterea de mărire 5x se poate defini următoarea codare: I\_5\_VSI\_1\_1

Tab.6.2. Codarea fișierelor text în programul Mesrug

Mijloc de măsură	Denumirea eșantionului	Codul eșantionului	Puterea de mărire la microscop	Modul de scanare al suprafeței
Tactil: T	XC65 calit	1	5,20,50	VsI, Psi
	316 L	2	5,20,50	VsI, Psi
Interferometrie: I	XC65 revenit	4	5,20,50	VsI, Psi

Se va preciza numele dosarului, tabelul de corespondență și opțiunile de calcul a parametrilor de rugozitate în *Mesrug* și apoi se lansează calculul parametrilor. Acest program descrie totalitatea fișierelor, calculează parametrii de rugozitate, crează fișiere text pentru eventuale analize ulterioare (spectre, etc) și crează fișiere grafice păstrând codarea din tabelul de mai sus. Fișierul care conține parametrii calculați este codat pentru a fi utilizat în *Excel*, *Statistica* și sub limbaj SAS. Prelucrarea statistică a bazei de date se realizează sub limbaj SAS (Statistical Analyses System).

### 6.7.1. Definirea principalilor parametri de rugozitate calculați cu ajutorul aplicației Mesrug

În cazul parametrilor suprafețelor de rupere s-au definit o serie de parametri:

- de amplitudine ( $R_a$ ,  $R_q$ ,  $Z_0$ ,  $S_{kr}$ ,  $E_{kr}$ ,  $Z_{max}$ ,  $R_{t_}$ ,  $Rz1...Rz5$ ,  $Rp1...Rp5$ ,  $Rv1...Rv5$ ,  $R_{max}$ ,  $R_v$ ,  $R_{pm}$ ,  $R_{pm}$ ,  $R_{pm}$ ,  $R_{pm}$ );
- de portanță ( $S_m$ );
- parametrii hibridi ( $L_0$ ,  $L_R$ ,  $\Delta a$ ,  $\Delta q$ ,  $\lambda a$ ,  $\lambda q$ ,  $g$ ,  $\gamma$ ,  $R_{wz}$ ,  $R_o$ ).

## 6.9. Concluzii la capitolul 6

Prin intermediul cercetărilor experimentale prezentate în cadrul capitolului 6 s-a observat faptul că mecanismul de rupere are o influență asupra valorii dimensiunii fractale. Astfel, s-a putut observa faptul că epruvetele Charpy care prezentau o rupere fragilă au avut o dimensiune fractală ridicată ( $\Delta = 1,99$ ), în timp ce epruvetele Charpy care prezentau o rupere ductilă nu prezintă un caracter fractal puternic.

Dimensiunea fractală este influențată în mod direct de către profilul de rupere. S-a putut observa în cazul aplicării metodei insulelor în interferometrie faptul că dimensiunea fractală mare corespunde valorilor mai mari ale parametrilor de rugozitate  $R_a$  și  $R_t$ , în cazul oțelului XC 65 călit.

Influența puterii de mărire la microscop se reflectă asupra spectrului Fourier. Acest lucru se datorează algoritmului Transformatei Fourier aplicat prin intermediul programului dispozitivului WYKO NT900.

Metoda funcției de structură a lui Tricot și metoda oscilațiilor reprezintă metodele de estimare ale dimensiunii fractale cele mai eficiente, care dau cele mai mici erori prin intermediul aplicației Mesrug.

## **7. PRINCIPALELE CONTRIBUȚII ALE LUCRĂRII. CONCLUZII FINALE**

### **7.1. Principalele contribuții ale lucrării**

1). S-a efectuat pentru prima dată la nivel național un studiu bibliografic bazat pe cele mai noi cercetări privind utilizarea analizei fractale pentru evaluarea unor caracteristici de material la solicitări dinamice.

Prin acest studiu riguros s-a definit conceptul de fractal și dimensiune fractală. Calculul dimensiunii fractale se bazează pe noțiunea de curbă. S-au studiat două cazuri de bază în virtutea cărora se poate defini o curbă: în sens matematic și în sens fizic. S-au studiat proprietățile generale ale curbelor fractale (continuitatea, neregularitatea și invarianța la schimbarea scării de reprezentare), precum și proprietăți speciale (autosimilaritatea și autoafinitatea).

În capitolele 5 și 6, profilele de rupere ale epruvetelor Charpy obținute în urma măsurătorilor efectuate, respectiv, profilometria mecanică, tehnica Secționării Verticale și cea a insulelor (Slit Island) reprezintă curbe continue, neregulate și invariante la schimbarea scării de reprezentare, proprietăți specifice curbelor fractale. S-a remarcat faptul că aceste profile de rupere prezintă proprietatea de autoafinitate.

2). S-a realizat un studiu comparativ al metodelor de calcul ale dimensiunii fractale care se aplică în cazul suprafețelor de rupere. Astfel s-au putut analiza asemănările și deosebirile dintre metode, precum și avantajele și limitele dintre acestea.

Pe baza studiilor recente s-a apreciat că cele mai eficiente metode de determinare ale dimensiunii fractale sunt: metoda Box Counting, metoda funcției de structură a lui Tricot, metoda oscilațiilor și metoda exponentului Hurst. S-a acordat o atenție deosebită și tehnicilor de obținere a profilului sau conturului de rupere, cu referire directă la metoda Secționării Verticale și metoda insulelor.

3). S-au studiat corelațiile care există între caracteristicile mecanice ale materialelor și dimensiunea fractală a suprafețelor de rupere, punându-se astfel bazele cercetărilor experimentale. Problema de bază a fost obținerea unei corelații între energia de rupere la șoc și dimensiunea fractală. Cercetările au arătat că energia la rupere printr-un singur șoc variază invers proporțional cu dimensiunea fractală. Aceasta constituie o contribuție importantă a Tezei de Doctorat.

4). S-a stabilit o compatibilitate între suprafețele de rupere fractale autosimilare în raport cu suprafețele de rupere fractale autoafine.

5). S-a realizat un studiu asupra erorilor care apar la aplicarea algoritmului Box Counting cauzate de topografia formei obiectului și erori cauzate de rezoluția dispozitivului de măsurare a profilului suprafeței.

6). O altă contribuție importantă a lucrării a fost verificarea aplicabilității metodei Box Counting în cazul suprafețelor de rupere.

În subcapitolul 4.2.2., am făcut o comparație între dimensiunea fractală teoretică a curbei "covorul lui Sierpinski" și dimensiunea fractală obținută prin programele *Image J* și *Harfa*.

7). S-au adus unele elemente matematice noi ale metodei oscilațiilor pentru două cazuri: curbă de lungime finită și curbă de lungime infinită (fractală). S-a propus o generalizare a metodei oscilațiilor.

8). Cercetările experimentale au arătat faptul că epruvetele Charpy care prezentau o rupere fragilă aveau o dimensiune fractală ridicată, în timp ce epruvetele Charpy care prezentau o rupere ductilă nu aveau un caracter fractal puternic.

9). S-au analizat standurile experimentale pentru investigarea profilului de rupere al epruvetelor Charpy: profilometria mecanică și interferometria Wyko NT 9300. S-au subliniat avantajele și limitele măsurărilor efectuate în interferometrie.

Aplicarea profilometriei mecanice pentru determinarea dimensiunii fractale a suprafețelor de rupere în cazul epruvetelor Charpy dă o bază nouă tehnicilor de încercare Charpy.

10). Pornind de la metoda clasică a insulelor (Slit Island) s-a aplicat interferometria pentru determinarea dimensiunii fractale a suprafețelor de rupere în cazul epruvetelor Charpy pentru oțelul XC65 călit și 316L.

*Această nouă metodă poate caracteriza mai bine topografia suprafeței de rupere măsurată în interferometrie cu ajutorul dimensiunii fractale. Prin utilizarea parametrilor de rugozitate,  $R_a$  și  $R_t$ , furnizați prin programul Vision al profilometrului optic Wyko NT9300, am putut obține o informație mai detaliată asupra unei suprafețe de rupere date, în comparație cu analiza bazată doar pe utilizarea dimensiunii fractale.*

*Rugozitatea reprezintă un parametru de formă, care măsoară altitudinile medii ale suprafeței date și depind de scara de observație. Un obiect fractal va fi asemenea, din punct de vedere statistic, la orice ordin de mărire a scării.*

11). O alta contribuție originală o reprezintă dezvoltarea și reactualizarea programului Mesrug utilizat inițial în Franța. Acest program a permis adaptarea unei baze complexe de date obținute în urma analizei stării suprafeței epruvetelor Charpy pe baza interferometriei. Au fost analizate trei oțeluri: XC65 călit, 316L și XC65 revenit. S-a prezentat sub forma tabelară sintetizând principalii parametri de rugozitate pentru fiecare din cele trei oțeluri, cu un număr mare de profile de rupere.

12). Prin utilizarea metodei Box Counting și algoritmului Transformatei Fourier s-a evidențiat faptul că dimensiunea fractală în cazul probei din fibră de sticlă are o valoare apropiată de cea obținută pentru profilul probei din XC65 călit ce prezintă o rupere fragilă.

13). În urma aplicării tehnicilor metalografice de determinare a conturului de rupere : metoda Secționării Verticale și metoda insulelor (Slit Island), s-a stabilit o relație între cele două tehnici de forma:

$$\Delta_{SIM} = \Delta_{SV} - 0.4$$

unde

$\Delta_{SIM}$  reprezintă dimensiunea fractală obținută prin metoda Slit Island ;

$\Delta_{SV}$  reprezintă dimensiunea fractală obținută prin metoda Secționării Verticale.

## 7.2. Concluzii finale. Perspective de viitor

Teza de Doctorat prezintă pentru prima dată în literatura de la noi din țară o analiză critică a aplicării metodelor fractale în vederea evidențierii unor caracteristici de material la ruperea dinamică, pe baza celor mai noi referințe bibliografice.

În urma cercetărilor experimentale s-a remarcat faptul că profilele de rupere ale epruvetelor Charpy reprezintă curbe fractale autoafine. Proprietatea de invarianță la schimbarea scării de reprezentare se păstrează pe cel puțin două ordine de mărire la microscop.

Din analiza studiului comparativ al metodelor de calcul ale dimensiunii fractale care se aplică în cazul suprafețelor de rupere s-a putut remarca faptul că cele mai eficiente metode de determinare ale dimensiunii fractale sunt: metoda Box Counting, metoda oscilațiilor și metoda exponentului Hurst.

Dintre tehnicile de obținere a conturului suprafeței de rupere s-a putut observa că metoda Secționării Verticale este mai eficientă decât metoda insulelor (Slit Island) ca urmare a faptului că profilul de rupere și microstructura pot fi observate simultan.

Prin urmare, cercetarile teoretice și experimentale au evidențiat faptul că dimensiunea fractală constituie un parametru ce poate diferenția comportamentul ductil-fragil prin încercări folosind epruvete Charpy.

O dimensiune fractală mare corespunde unui material fragil și unei reziliențe mai mari.

O concluzie importantă a lucrării este că energia de rupere printr-un singur șoc variază invers proporțional cu dimensiunea fractală.

Aplicând metoda insulelor în interferometrie pentru oțelul XC65, utilizând parametrii de rugozitate ( $Ra$  și  $Rt$ ) și dimensiunea fractală în cazul profilelor de rupere, se pot obține mai multe informații detaliate despre o suprafață de rupere dată.

Prin intermediul programului Mesrug s-au putut calcula parametrii de rugozitate ai secțiunii de rupere pentru epruvetele Charpy, pentru trei materiale: oțel XC65 călit, oțel inox 316L și oțel XC65 revenit.

De asemenea s-a putut remarca faptul că metoda *funcției de structură a lui Tricot* este metoda cea mai eficientă de estimare a dimensiunii fractale.

În urma cercetărilor experimentale s-a putut remarca faptul că în cazul ruperilor ductile este convenabil să se aplice doar metoda Secționării Verticale și interferometria. Pentru epruvetele din oțel care prezintă o rupere fragilă se poate aplica atât profilometria tactilă și interferometria, cât și tehnicile metalografice : metoda Secționării Verticale și metoda insulelor (Slit Island).

Prin aceasta teză de Doctorat s-a evidențiat că metoda de evaluare a perimetrului secțiunilor de rupere nu se recomandă în cazul epruvetelor Charpy și în același timp prin această caracteristică nu se poate evidenția parametrul tenacitate dinamică.

Lucrarea deschide un vast câmp de cercetare privind aplicarea analizei fractale pentru studiul suprafețelor de rupere și corelarea acestora cu alte caracteristici mecanice.

Rezultatul cercetărilor efectuate în cadrul tezei de Doctorat a constituit obiectul a **4** lucrări științifice publicate cu ocazia unor manifestari științifice din țară, dintre care **1** articol în revistă cotate ISI și a **3** lucrări științifice publicate în străinătate, dintre care **1** articol publicat și indexat în baza de date World Scientific.

## BIBLIOGRAFIE (EXTRASE)

- [2]. Alvez, L.M., Fractal geometry concerned with stable and dynamic fracture mechanics, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 44, 44-57, 2005
- [10]. Bigerelle M., *Caractérisation géométrique des surfaces et interfaces- Applications en Métallurgie*, Thèse, ENSAM, Lille, 1999.
- [11]. Bigerelle M., Najjar D., Correvits T., Iost A., *Caractérisation fractale du transfert de rugosité lors du laminage à froid*, *Matériaux*, 2002
- [12]. Bigerelle M., Iost A., *Statistical artefacts in the determination of the fractal dimension by the Slit Island Method*, *Engineering Fracture Mechanics* 71 ,1081-1105, 2004
- [13]. Bigerelle M., Dalla-Costa M., Najjar D., *Multiscale similarity characterization of abraded surfaces*, *Proc.IMEchE Vol.221, Part B: J.Engineering Manufacture*, 2007
- [14]. Bigerelle M., Gautier A., Iost A., *Roughness characteristic length scales of micro-machined surfaces: A multi-scale modeling*, *Sensors and Actuators B* 126: 126-137, 2007
- [19]. Bouchaud E.; Lapasset G. and Planés J., *Fractal dimension of fractured surfaces: a universal value?* *Europhysics Letters*, vol. 13, n. 1, p. 73-79, 1990
- [20]. Bouchaud E., *Les fractales dans la rupture des matériaux*, *La Recherche* 233, volume 22, 808, juin 1991
- [21]. Bouchaud E., *The morphology of fracture surfaces: a tool for understanding crack propagation in complex materials*, *Surface Review and Letters*, Vol.10, No.5, 797-814, 2003
- [22]. Bouchaud E., Chiaia B., Hansen A., Herrmann H., Kalia R., Marder M., Jan van Mier, *Physics and Scaling of Fracture*, *Int J Fract*, 140: 1-2, 2006
- [25]. Boutot A., *Inventarea formelor, traducere din limba franceză de Florin Munteanu*, Ed. Nemira, București, 1997
- [30]. Bunde A., S.Havlin, *Fractals and Disordered Systems*, Springer, 2nd Edition
- [33]. Carpinteri A., Puzzi S., *Multi-scaling approach in the mechanics of disordered materials*, XXI ICTAM, Warsaw, Poland, 15-21 August 2004
- [34]. Carpinteri A., Puzzi S., *The crack surface anomalous scaling and its connection with the size-scale effects*, *International Journal of Fracture*, 133:43-60, 2005
- [35]. Carpinteri A., Puzzi S., *A fractal approach to indentation size effect*, *Engineering Fracture Mechanics* 73, 2110-2122, 2006
- [37]. Charkaluk E., Bigerelle M., Iost A., *Fractals and fracture*, *Engineering Fracture Mechanics* 61, 119-139, 1998
- [45]. Dlouhý I.& Strnadel B., *The effect of crack propagation mechanism on the fractal dimension of fracture surfaces in steel*, *Engineering Fracture Mechanics* 75, 726-738, 2008
- [46]. Drazer G., Auradou H., Koplík J., Hulin J.P., *Self-affine fronts in self-affine fractures: large and small-scale structure*, *Physical Review Letters*, Volume 92, number1, 2004
- [47]. Dubois J., Chalène J., *Le Monde des fractales, La géométrie cachée de la nature*, Ellipses Édition Marketing S.A., 2006
- [50]. Dumitru I, Marșavina L., *Introducere în Mecanica Ruperii*, Editura Mirton Timișoara, 2001

- [51]. Egon H., Marie M., Porée P., *Traitement du signal et automatique*, Collection Méthodes, Paris 2000
- [55]. Gautier A., Revel P., Mazeran P.-E. and Bigerelle M., Pertinence de techniques de mesures morphologiques de surfaces usinées par usinage de haute précision, *Matériaux Techniques* 95, 37-46, 2007
- [55]. Gerald E., *Measure, Topology, and Fractal Geometry*, Springer New York, 2008
- [58]. Gokhale A.M., Underwood E.E., A general method for estimation of fracture surface roughness: Part.I. Theoretical Aspects, *Metallurgical Transactions A*, Volume 21A, May 1990-1193
- [61]. Gonzato G., Mulargia F., Ciccotti M., Measuring the fractal dimension of ideal and actual objects: implications for application in geology and geophysics, *Geophys.J.Int.*, 142, 108-116, 2000
- [62]. Górski, A.Z., Pseudofractals and the Box Counting algorithm, *J.Phys.A: Math.Gen.*34, pp.7933-7940, 2001
- [67]. Hilders O.A., Ramos M., Peña N.D., Fractal geometry of fracture surfaces of a duplex stainless steel, *J Mater Sci* , 41:5739-5742, 2006
- [68]. Hill T.J, Mecholsky John J. Jr. & Anusavice Kenneth J., Fractal Analysis of Toughening Behavior in 8 BaO·5SiO<sub>2</sub> Glass-Ceramics, *J.Am.Ceram.Soc.*, 83 [3], 545-552, 2000
- [69]. Hill T.J., Della Bona A., Mecholsky J.J., Establishing a protocol for measurements of fractal dimensions in brittle materials, *Journal of materials science* 36, 2651-2657, 2001
- [70]. Horovistiz A.L., Hein L.R.O., Fractal analysis along stretch zone for an aluminium alloy, *Materials Letters* 59, 790-794, 2005
- [73]. Ikeshoji T.T., Suzumura A., Fractal dimension of ductile-fractured surface of copper-brazed steel calculated from its dimple size distribution, *JSME International Journal, Series A*, Vol.46,No.3, 2003
- [75]. Katowski P., Fractal dimension of metallic fracture surface. *International Journal of Fracture*, 141: 269-286, 2006
- [75]. Kayama A., Tanaka M., Kato R., Application of Slit Island method to the evaluation of the fractal dimension of the grain-boundary fracture in high-temperature creep, *Journal of Materials Science Letters* 19, 565-567, 2000
- [77]. Kaye B.H., *A random walk through Fractal dimensions*, VCH, Weinheim, 1994
- [78]. Khezzadeh H., Mofid M., Tensile fracture behavior of heterogeneous materials based on fractal geometry, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 46, 46-56, 2006
- [79]. Kolibal J., Monde J., Fractal image error analysis, *Computers & Geosciences* Vol.24, No.8, 785-795, 1998
- [80]. Kunt M., Bellanger M., Frédéric de Coulon, Gueguen C., Hasler M., Moreau N & Vetterli M., *Techniques modernes de traitement numérique des signaux*, Edition Presses Polytechniques et universitaires romandes, 1991
- [86]. Mandelbrot B., *Les objets fractals : forme, hasard et dimension*, Paris : Flammarion, 1975
- [87]. Mandelbrot B., *The Fractal Geometry of Nature*, New York: Freeman, 1982
- [88]. Mandelbrot B., Passoja DE, Paullay AJ. Fractal character of fracture surfaces of metals. *Nature*, 308: 721, 1984
- [91]. Mecholsky J.J., Freimein S.W., Relationship between Fractal Geometry and Fractography, *J.Am.Ceram.Soc.*, 74 (12), 3136-3138, 1991
- [92]. Mecholsky J.J., Passoja D.E. & Feinberg-Ringel K.S., Quantitative Analysis of Brittle Fracture Surfaces using Fractal Geometry, *J.Am.Ceram.Soc.*, 72 [1], 60-65, 1989
- [93]. Mecholsky John J.Jr., Fractography and fractal geometry: what can we learn? *J.Wiley&Sons*, 53-65, in *Fractography of Glasses and Ceramics* , *Ceramic Transactions*, V.199, J.Wiley&Sons, 53-65, 2005

- [107]. Rittel D., Tanguy B., Pineau A., Thomas T., Impact fracture of a ferritic steel in the lower shelf regime, *International Journal of Fracture* 117: 101-112, 2002
- [114]. Secieru C., Dumitru I., Some Considerations regarding the application of fractal analysis in the study of materials' fracture, *Scientific Bulletin of the "Politehnica" University of Timisoara, Transactions on Mechanics, Tom 51(65), Fascicola 4, pp.7-14, 2006*
- [115]. Secieru C., Dumitru I., Considerations concerning the application of the fractals in fracture mechanics, *Universitatea Valahia din Targoviste, Lucrarile celui de-al XII-lea simpozion national de Mecanica Ruperii, pp. 57-64, 3-4 noiembrie 2006, Targoviste, Romania*
- [116]. Secieru C., Dumitru I., Fractal approaches to fracture, *Proceedings of the International Conference Research people and actual tasks on multidisciplinary sciences, Volume 2, Printing House "Angel Kunchev" University of Russe, pp.282-286, 6-8 June 2007, Lozenec, Bulgaria*
- [117]. Secieru C., Bigerelle M., Iost A., Self similar versus self-affine in fractal fracture, *Book of Abstracts Chaotic Modeling and Simulation International Conference, 3-6 June, 2008, pp.72-73*  
<http://www.asmda.net/chaos2008/>
- [118]. Secieru C., Nianga J.-M. and Iost A., Some remarks concerning the application of the Variation Method in the study of fractal curves, *Topics on chaotic systems Selected papers from Chaos 2008 International Conférence, May 2009, pp. 294-298*  
<http://www.worldscibooks.com/chaos/7251.html>
- [119]. Secieru C., Dumitru I., Fractal analysis of fracture surfaces of steel Charpy specimens, *Strength of Materials Laboratory at 85 years Conference, 21-22 November 2008, Key Engineering Materials Vol.399 Trans Tech Publications, Switzerland, pp.43-49, 2009*
- [120]. Serban V.A. , Codrean C., Raduta A. ,Utu I.D., *Materiale si tehnologii primare in experimente, Ed. Politehnica, Timisoara, 2007*
- [120]. Shterenlikht A., Howard I.C., Partition of Charpy fracture surface with digital image processing, *International Journal of Fracture* 129: 39-50, 2004
- [122]. Takayasu H., *Fractals in the physical sciences, Manchester University Press, Manchester and New York, 1990.*
- [123]. Tanaka M., Kimura Y., Kayama A., Kato R. & Taguchi J., *Fractal Analysis of Three-dimensional Fracture Surfaces in Metals and Ceramics, ISI International, Vol. 44, No. 7, pp. 1250-1257, 2004*
- [128]. Tricot C., *Méthodes pour l'évaluation de la dimension fractale de surfaces, Technique et science informatique, Volume 20, pp.1201-1218, 2001*
- [129]. Tricot C., *A model for rough surfaces, Composites Science and Technology, 63, 1089-1096, 2003*
- [130]. Tricot. C., *Courbes et dimension fractale, Berlin: Springer-Verlag, 1999.*
- [141] Yavari A., Shahram S., Moyer E. T. Jr., The mechanics of self-similar and self-affine fractal cracks. *International Journal of Fracture* 114: 1-27, 2002
- [141] Su Yan, Wei-Sheng Lei, *Relationship between fracture toughness and fractal dimension of fracture surface of steel, International Journal of Fracture* 106: L41-L46, 2000
- [142] Yavari A., Shahram S., Moyer E. T. Jr., The mechanics of self-similar and self-affine fractal cracks. *International Journal of Fracture* 114: 1-27, 2002

**Titluri recent publicate în colecția „TEZE DE DOCTORAT”  
seria 9: Inginerie Mecanică**

---

49. **Ramona Nagy** – *Cercetări privind comportarea neliniară a unor sisteme mecanice cu discontinuități datorate ciocnirii, ISBN 978-973-625-786-5, (2008);*
50. **Radu Thuma (născut Bârzeanu)** – *Contribuții privind controlul noxelor pentru motoare diesel cu injecție directă de foarte înaltă presiune, ISBN 978-973-625-804-6, (2009);*
51. **Ferenc Volloncs** - *Cercetări privind efectele reglajelor efectuate între inspecțiile tehnice asupra performanțelor tehnico- funcționale și a nivelului noxelor pentru autovehicule rutiere urbane, ISBN: 978-973-625-805-3 (2008)*
52. **Simion Dan Stepan** - *Cercetări teoretice și experimentale privind optimizarea izolării fonice în transporturile feroviare, ISBN: 978-973-625-834-3 (2009);*
53. **Carmen Dorina Meșteroiu** - *Analiza multicriterială a circuitelor energorecuperative mono și multibuclă destinate încercării și rodării transmisiilor prin angrenaje, ISBN: 978-973-625-855-8, (2009);*
54. **Ovidiu Săftoiu** - *Studii și cercetări privind funcționarea condensatorului de abur al turbinei de 330MW, în condițiile variației parametrilor funcționali și constructivi, ISBN: 978-973-625-872-5, (2009);*
55. **Horea Nicolae Hora** - *Contribuții privind influența stării de tensiune și deformație a sistemelor optomecanice asupra calității imaginii, ISBN: 978-973-625-880-0, (2009);*
56. **Eugen Sever Zăbavă** - *Contribuții la analiza și sinteza mecanismelor cu came și bare, ISBN: 978-973-625-899-2, (2009);*
57. **Daniel Cătălin Stroiță** - *Identificarea dinamică a turbinelor cu dublu flux, ISBN: 978-973-625-902-9, (2009);*
58. **Adrian Irimescu** - *Cercetări privind influența stării amestecului carburant și a naturii combustibilului asupra performanțelor și gradului de poluare ale unui motor cu aprindere prin scânteie cu injecție în poarta supapei, ISBN: 978-973-625-913-5, (2009).*



EDITURA POLITEHNICA

