

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIȘOARA  
FACULTATEA DE AUTOMATICĂ ȘI CALCULATOARE



inf. Marius-Lucian Tomescu

**Contribuții la analiza și dezvoltarea  
sistemelor cu regulatoare fuzzy aplicate  
în conducerea proceselor neliniare**

**Teză de doctorat**

**Conducător științific  
prof. dr. ing. Ștefan Preitl**

Timișoara, 2008

# Cuprins

<b>Lista de notații și abrevieri</b>	<b>iv</b>
<b>Lista de figuri</b>	<b>vi</b>
<b>Lista de tabele</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de teoreme</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introducere</b>	<b>1</b>
1.1 O scurtă sinteză asupra evoluției și a aplicațiilor cu sisteme bazate pe logica fuzzy . . . . .	2
1.2 Structura și conținutul tezei . . . . .	5
<b>2 Conceptele de bază în teoria sistemelor fuzzy</b>	<b>8</b>
2.1 Conceptul de mulțime fuzzy . . . . .	9
2.2 Variabile și termeni lingvistici . . . . .	10
2.3 Propoziții fuzzy . . . . .	14
2.4 Operatorii logici fuzzy . . . . .	15
2.4.1 Negația logică fuzzy . . . . .	15
2.4.2 Disjuncția și conjuncția logică fuzzy . . . . .	15
2.4.3 Disjuncția și conjuncția logică fuzzy de mai multe variabile . . . . .	17
2.4.4 Implicația logică fuzzy . . . . .	18
2.5 Proiectarea sistemelor de conducere automată cu regulatoare fuzzy . . . . .	19
2.5.1 Regulate de tip Mamdani . . . . .	20
2.5.2 Regulate de tip Takagi-Sugeno . . . . .	21
2.5.3 Mecanismul de inferență fuzzy . . . . .	22
2.5.4 Regulate fuzzy versus regulate clasice. Puncte de vedere . . . . .	27
2.6 Concluzii relative la capitolul 2 . . . . .	29

<b>3</b>	<b>Analiza stabilității și metode de stabilizare a sistemelor de reglare automată cu regulatoare fuzzy de tip Takagi-Sugeno</b>	<b>32</b>
3.1	Aspecte preliminare . . . . .	32
3.2	Principalele concepte și rezultate din teoria stabilității folosite în teză . . .	35
3.2.1	Metode de analiză a stabilității proceselor neliniare cu regulatoare fuzzy de tip Takagi-Sugeno . . . . .	40
3.2.2	Metode de stabilizare a sistemelor cu reglare automată cu regulatoare fuzzy de tip Takagi-Sugeno . . . . .	43
3.3	Metoda de analiză a stabilității unui sistem cu reglare automată cu regulator fuzzy bazată pe inegalități matriceale liniare . . . . .	44
3.3.1	Avantajele și dezavantajele metodei de analiză a stabilității unui sistem cu reglare automată cu regulator fuzzy bazată pe inegalități matriceale liniare . . . . .	47
3.4	Metoda Wong-Leung-Tam de analiză a stabilității unui sistem cu reglare automată cu regulator fuzzy. . . . .	48
3.4.1	Prezentarea structurii sistemului de reglare fuzzy propus în metoda Wong-Leung-Tam . . . . .	48
3.4.2	Prezentarea metodei de analiză a stabilității . . . . .	50
3.4.3	Algoritmul de stabilizare rezultat din metoda Wong-Leung-Tam . . . . .	52
3.4.4	Avantajele și dezavantajele metodei Wong-Leung-Tam . . . . .	53
3.5	Prima metodă propusă de analiză a stabilității unei clase de sisteme cu reglare automată cu regulator fuzzy de tip Takagi-Sugeno . . . . .	54
3.5.1	Prezentarea structurii sistemului de reglare fuzzy . . . . .	55
3.5.2	Prezentarea și demonstrarea primei metode de analiză a stabilității . . . . .	56
3.5.3	Utilizarea algoritmului 1 de analiză a stabilității în proiectarea unui regulator fuzzy de tip Takagi-Sugeno . . . . .	59
3.5.4	Avantajele și dezavantajele primei metode propuse. Analiza comparativă în raport cu celelalte metode de analiză a stabilității . . . . .	60
3.6	A doua metodă propusă de analiză a stabilității . . . . .	61
3.6.1	Prezentarea și demonstrarea celei de a doua metode de analiză a stabilității . . . . .	62
3.6.2	Utilizarea algoritmului 2 de analiză a stabilității în proiectarea unui regulator fuzzy de tip Takagi-Sugeno . . . . .	65
3.6.3	Avantajele și dezavantajele celei de-a doua metode propuse. Analiza comparativă în raport cu celelalte metode de analiză a stabilității . . . . .	66

3.7	Concluzii și sinteza contribuțiilor . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Aplicații ale metodelor de analiză a stabilității sistemelor cu regulatoare fuzzy de tip Takagi-Sugeno</b>	<b>69</b>
4.1	Modelarea matematică a proceselor considerate în studiile de caz . . . . .	69
4.1.1	Modelarea matematică a procesului de reglare a nivelului lichidului într-un rezervor sferic (one Spherical Tank System, 1STS) . . . . .	70
4.1.2	Modelarea matematică a procesului de reglare a nivelului lichidului într-un rezervor cilindric (one Cilindrical Tank System, 1CTS) . . . . .	73
4.1.3	Modelarea matematică a procesului de reglare a nivelului lichidului în trei rezervoare sferice (three Spherical Tank System, 3STS) . . . . .	76
4.1.4	Modelarea matematică a procesului de reglare a nivelului lichidului în trei rezervoare cilindrice (three Cilindrical Tank System, 3CTS) . . . . .	83
4.1.5	Sistemul de tip Liénard . . . . .	87
4.1.6	Sistemul mecanic compus din masă, amortizor și arc (caz particular al sistemului Liénard) . . . . .	88
4.2	Studii de caz relativ la utilizarea primei metode de analiză a stabilității propuse . . . . .	91
4.2.1	Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic (1STS) . . . . .	91
4.2.2	Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric (1CTS) . . . . .	99
4.2.3	Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un sistem cu trei rezervoare sferice (3STS) . . . . .	107
4.2.4	Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un sistem cu trei rezervoare cilindrice (3CTS) . . . . .	121
4.2.5	Stabilizarea unui sistem de tip Liénard . . . . .	134
4.2.6	Asigurarea stabilității sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc (caz particular al sistemului Liénard) . . . . .	137
4.3	Studii de caz relativ la utilizarea celei de-a doua metode de analiză a stabilității propuse . . . . .	144
4.3.1	Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic (1STS) . . . . .	144
4.3.2	Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric (1CTS) . . . . .	152
4.3.3	Stabilizarea unui sistem de tip Liénard . . . . .	159

---

4.3.4	Asigurarea stabilității sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc (caz particular al sistemului Liénard) . . . . .	162
4.4	Concluzii . . . . .	168
<b>5</b>	<b>Concluzii. Contribuții aduse prin teză</b>	<b>170</b>
5.1	Principalele rezultate prezentate . . . . .	170
5.2	Contribuții aduse prin teză . . . . .	172
5.3	Publicarea rezultatelor de cercetare din teză . . . . .	173
5.4	Direcții de cercetare posibile . . . . .	175
	<b>Bibliografie</b>	<b>177</b>

# Lista de notații și abrevieri

$\bar{\mu}_{\tilde{A}}$  - negația fuzzy , pag. 15

$\Omega$  - spațiul universal , pag. 9

$\alpha_k(\mathbf{x})$  - nivelul de activare al regulei  $k$  , pag. 24

$\mathbf{d} = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_n]^T$  - perturbațiile externe procesului, pag. 50

$\dot{V}$  - derivata totală a funcției lui Lyapunov în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriilor unui sistem dinamic , pag. 39

$AND(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$  - conjuncția a  $n$  mulțimi fuzzy , pag. 17

$AND(\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}})$  - conjuncția mulțimilor fuzzy  $\mu_{\tilde{A}}$  și  $\mu_{\tilde{B}}$  , pag. 16

$e$  - eroarea de reglare, pag. 93

$F$  - mulțimea tuturor funcțiilor de apartenență , pag. 9

$I(\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}})$  - implicația a două mulțimi fuzzy , pag. 18

$I_A$  - reprezintă mulțimea regulilor active pentru un  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$  dat , pag. 52

$OR(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$  - disjuncția a  $n$  mulțimi fuzzy , pag. 17

$OR(\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}})$  - disjuncția mulțimilor fuzzy  $\mu_{\tilde{A}}$  și  $\mu_{\tilde{B}}$  , pag. 16

$P$  - matrice pozitiv definită , pag. 49

$S$  - t-conormă , pag. 16

$T$  - t-normă , pag. 16

$u_i$  - mărimea de comandă a regulei  $i$ , pag. 58

$u_{max}$  - valoarea limită superioară a comenzii  $u$ , pag. 51

- $u_{min}$  - valoarea limită inferioară a comenzii  $u$ , pag. 51
- $V$  - funcție pozitiv definită, pag. 58
- $V(x) = x^T P x$  - funcția pătratică de tip Lyapunov, pag. 49
- $X_i^A$  - regiunea activă a regulei fuzzy  $i$ , pag. 64
- $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$  - vectorul mărimilor de stare, pag. 49
- $\mathbf{x}(0)$  - condițiile inițiale ale procesului, pag. 50
- $\mathbf{x}_e$  - punct sau stare de echilibru asociat / asociată unui sistem dinamic, pag. 37
- $\mu_{\tilde{A}}$  - funcția de apartenență asociată mulțimii fuzzy  $\tilde{A}$ , pag. 9
- $\tilde{A}$  - mulțimea fuzzy  $A$ , pag. 9
- 1CTS - sistemul cu un rezervor cilindric, pag. 74
- 1STS - sistemul cu un rezervor sferic, pag. 71
- 3CTS - sistemul cu trei rezervoare cilindrice, pag. 84
- 3STS - sistemul cu trei rezervoare sferice, pag. 77
- $r$  - mărime / semnal de referință, pag. 50
- $u$  - mărimea / semnal de comandă a procesului, pag. 50
- PC - procesul condus, pag. 19
- RG-F - regulator fuzzy, pag. 2
- RG-F-TS - regulator fuzzy de tip Takagi-Sugeno, pag. 5
- SRA - sistem de reglare automată, pag. 19
- TL - termen lingvistic, pag. 8
- VL - variabilă lingvistică, pag. 8
- W-L-T - Wong-Leung-Tam, pag. 6

# Lista de figuri

2.1	Mulțime clasică versus mulțime fuzzy. . . . .	10
2.2	Structura unei variabile lingvistice. . . . .	12
2.3	Funcțiile de apartenență asociate termenilor lingvistici "FR", ..., "DC", pentru fiecare subiect (A, B, C). . . . .	13
2.4	Schema de principiu aferentă unui SRA cu RG-F. . . . .	20
2.5	Structura unui regulator fuzzy. . . . .	23
2.6	Reprezentarea rezultatului mai multor metode de defuzificare. . . . .	27
3.1	Structura sistemului de reglare după stare cu RG-F, folosit în metoda W-L-T. . . . .	48
3.2	Schema de principiu aferentă unui SRA cu RG-F după stare, utilizat în prima metodă. . . . .	55
3.3	Structura SRA cu RG-F-TS descompusă după reguli. . . . .	57
4.1	Schema bloc de principiu a sistemului cu un rezervor sferic. . . . .	70
4.2	Reprezentarea funcției $\mu(t) = U(t, 9, 10, 12, 13, 0.20)$ . . . . .	72
4.3	Schema bloc de principiu a sistemului cu un rezervor cilindric. . . . .	74
4.4	Schema bloc de principiu a sistemului cu trei rezervoare sferice. . . . .	77
4.5	Propagarea unui lichid printr-un tub oarecare. . . . .	78
4.6	Exemplu de caracterizare a gradului de deschidere al unui ventil de golire. . . . .	81
4.7	Schema bloc principială a sistemului cu trei rezervoare cilindrice. . . . .	83
4.8	Sistemului cu trei rezervoare cilindrice (instalația de laborator DTS200 produsă de Amira GmbH Duisburg, Germany). . . . .	84
4.9	Sistem mecanic compus din masă amortizor și arc. . . . .	88
4.10	Schema bloc de principiu aferentă sistemului fuzzy cu un rezervor sferic. . . . .	91
4.11	Funcțiile de apartenență ale TL: N, Z, și P asociate erorii de reglare $e$ a sistemului 1STS. . . . .	92
4.12	Modelarea perturbației utilizată în simulările comportamentului sistemu- lui 1STS. . . . .	95



4.13	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.9 m$ , $h(0) = 0.1 m$ . . . . .	95
4.14	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.1 m$ , $h(0) = 0.9 m$ . . . . .	96
4.15	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.5 m$ , $h(0) = 0.9 m$ . . . . .	97
4.16	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.5 m$ , $h(0) = 0.1 m$ . . . . .	98
4.17	Schema bloc principală a sistemului fuzzy cu un rezervor cilindric. . . . .	99
4.18	Funcțiile de apartenență ale TL: N, Z, și P asociate erorii de reglare $e$ a sistemului 1CTS. . . . .	100
4.19	Modelarea perturbației utilizată în simulările comportamentului sistemului 1CTS. . . . .	102
4.20	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.9 m$ , $h(0) = 0 m$ . . . . .	103
4.21	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.1 m$ , $h(0) = 1 m$ . . . . .	104
4.22	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.5 m$ , $h(0) = 1 m$ . . . . .	105
4.23	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.5 m$ , $h(0) = 0 m$ . . . . .	106
4.24	Schema bloc de principiu a sistemului fuzzy cu trei rezervoare sferice. . . . .	107
4.25	Funcțiile de apartenență ale TL: N, Z, și P asociate erorilor de reglare $e_i$ ale sistemului 3STS. . . . .	109
4.26	Evoluția perturbațiilor în cazul procesului 3STS. . . . .	113
4.27	Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale $h_1(0) = 0.3 m$ , $h_2(0) = 1.7 m$ , $h_3(0) = 1 m$ cu referințele $h_{r1} = 1 m$ și $h_{r2} = 1 m$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor $h_1$ , $h_2$ și $h_3$ sub acțiunea comenzilor $u_{c1}$ și $u_{c2}$ prezentate în figurile (d) și (e). . . . .	114
4.28	Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale $h_1(0) = 1.7 m$ , $h_2(0) = 0.3 m$ , $h_3(0) = 1 m$ cu referințele $h_{r1} = 1 m$ și $h_{r2} = 1 m$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor $h_1$ , $h_2$ și $h_3$ sub acțiunea comenzilor $u_{c1}$ și $u_{c2}$ prezentate în figurile (d) și (e). . . . .	116
4.29	Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale $h_1(0) = 0.3 m$ , $h_2(0) = 0.3 m$ , $h_3(0) = 1 m$ cu referințele $h_{r1} = 1.7 m$ și $h_{r2} = 1.7 m$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor $h_1$ , $h_2$ și $h_3$ sub acțiunea comenzilor $u_{c1}$ și $u_{c2}$ prezentate în figurile (d) și (e). . . . .	118

- 4.30 Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 1.7 m$ ,  $h_2(0) = 1.7 m$ ,  $h_3(0) = 1 m$  cu referințele  $h_{r1} = 0.3 m$  și  $h_{r2} = 0.3 m$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e). . . . . 120
- 4.31 Evoluția perturbațiilor în cazul procesului 3CTS. . . . . 125
- 4.32 Evoluția sistemului 3CTS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 0.3 m$ ,  $h_2(0) = 1.7 m$ ,  $h_3(0) = 1 m$  cu referințele  $h_{r1} = 1 m$  și  $h_{r2} = 1 m$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e). . . 126
- 4.33 Evoluția sistemului 3CTS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 1.7 m$ ,  $h_2(0) = 0.3 m$ ,  $h_3(0) = 1 m$  cu referințele  $h_{r1} = 1 m$  și  $h_{r2} = 1 m$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e). . . 128
- 4.34 Evoluția sistemului 3CTS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 0.3 m$ ,  $h_2(0) = 0.3 m$ ,  $h_3(0) = 1 m$  cu referințele  $h_{r1} = 1.7 m$  și  $h_{r2} = 1.7 m$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e). . . . 130
- 4.35 Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 1.7 m$ ,  $h_2(0) = 1.7 m$ ,  $h_3(0) = 1 m$  cu referințele  $h_{r1} = 0.3 m$  și  $h_{r2} = 0.3 m$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e). . . . 132
- 4.36 Funcțiile de apartenență asociate variabilelor de stare  $x_1$  și  $x_2$  ale sistemului de tip Liénard. . . . . 134
- 4.37 Suprafața de comandă generată de regulatorul fuzzy. . . . . 139
- 4.38 Traiectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 1$  și  $x_2(0) = 1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b). . . . . 139
- 4.39 Traiectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = -1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b). . . . . 140
- 4.40 Traiectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 1$  și  $x_2(0) = 0$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b). . . . . 140
- 4.41 Traiectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 0$  și  $x_2(0) = 1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b). . . . . 141
- 4.42 Traiectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 0$  și  $x_2(0) = -1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b). . . . . 141
- 4.43 Traiectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = 0$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b). . . . . 142

4.44	Traietoriile lui $x_1$ și $x_2$ pentru valorile inițiale $x_1(0) = -1$ și $x_2(0) = 1$ (a), sub acțiunea semnalului de comandă $u$ generat de RG-F (b). . . . .	142
4.45	Traietoriile lui $x_1$ și $x_2$ pentru valorile inițiale $x_1(0) = 1$ și $x_2(0) = -1$ (a), sub acțiunea semnalului de comandă $u$ generat de RG-F (b). . . . .	143
4.46	Schema bloc de principiu a sistemului fuzzy cu un rezervor sferic. . . . .	144
4.47	Funcțiile de apartenență ale TL: N, Z, și P asociate erorii de reglare $e$ a sistemului 1STS. . . . .	145
4.48	Modelarea perturbației utilizată în simulările comportamentului sistemu- lui 1STS. . . . .	148
4.49	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.8 m$ , $h(0) =$ $0.1 m$ . . . . .	148
4.50	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.1 m$ , $h(0) =$ $0.8 m$ . . . . .	149
4.51	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.5 m$ , $h(0) =$ $0.8 m$ . . . . .	150
4.52	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.5 m$ , $h(0) =$ $0.1 m$ . . . . .	151
4.53	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.8 m$ , $h(0) =$ $0.1 m$ . . . . .	155
4.54	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.1 m$ , $h(0) =$ $0.8 m$ . . . . .	156
4.55	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.5 m$ , $h(0) =$ $0.9 m$ . . . . .	157
4.56	Evoluția nivelului $h$ (a) și a comenzii $u_c$ (b), pentru $h_r = 0.5 m$ , $h(0) =$ $0.1 m$ . . . . .	158
4.57	Traietoriile lui $x_1$ și $x_2$ pentru valorile inițiale $x_1(0) = 1$ și $x_2(0) = 1$ (a), sub acțiunea semnalului de comandă $u$ generat de RG-F (b). . . . .	164
4.58	Traietoriile lui $x_1$ și $x_2$ pentru valorile inițiale $x_1(0) = -1$ și $x_2(0) = -1$ (a), sub acțiunea semnalului de comandă $u$ generat de RG-F (b). . . . .	164
4.59	Traietoriile lui $x_1$ și $x_2$ pentru valorile inițiale $x_1(0) = 1$ și $x_2(0) = 0$ (a), sub acțiunea semnalului de comandă $u$ generat de RG-F (b). . . . .	165
4.60	Traietoriile lui $x_1$ și $x_2$ pentru valorile inițiale $x_1(0) = 0$ și $x_2(0) = 1$ (a), sub acțiunea semnalului de comandă $u$ generat de RG-F (b). . . . .	165
4.61	Traietoriile lui $x_1$ și $x_2$ pentru valorile inițiale $x_1(0) = 0$ și $x_2(0) = -1$ (a), sub acțiunea semnalului de comandă $u$ generat de RG-F (b). . . . .	166

- 4.62 Traectoria comenzii pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = 0$  (a),  
sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b). . . . . 166
- 4.63 Traectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = 1$   
(a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b). . . . . 167
- 4.64 Traectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 1$  și  $x_2(0) = -1$   
(a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b). . . . . 167

# Lista de tabele

2.1	Exemple de variabile lingvistice și termenii lingvistici aferenți acestora. . . . .	11
4.1	Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic, determinată cu ajutorul algoritmului 1. . . . .	93
4.2	Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric, determinată cu ajutorul algoritmului 1. . . . .	101
4.3	Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat în reglarea nivelului lichidului dintr-un sistem 3STS, determinată cu ajutorul algoritmului 1. . . . .	111
4.4	Baza de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului de tip Liénard. . . . .	135
4.5	Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului de tip Liénard, determinată cu ajutorul algoritmului 1. . . . .	136
4.6	Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc, determinată cu ajutorul algoritmului 1. . . . .	138
4.7	Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic, determinată cu ajutorul algoritmului 2. . . . .	146
4.8	Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric, determinată cu ajutorul algoritmului 2. . . . .	154
4.9	Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului de tip Liénard, determinată cu ajutorul algoritmului 2. . . . .	161

---

4.10 Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc, determinată cu ajutorul algoritmului 2. . . . .	163
--	-----

# Lista de teoreme

3.1	Teorema de existență a lui Cauchy . . . . .	36
3.2	Teorema de unicitate . . . . .	36
3.3	Metoda directă a lui Lyapunov pentru sisteme neliniare . . . . .	38
3.4	Teorema Barbashin-Krasovskii . . . . .	39
3.5	Teorema lui LaSalle . . . . .	40
3.6	Teorema de stabilitate a lui Tanaka și Sugeno . . . . .	45
3.7	Teorema de stabilitate dată de Tanaka și Wang . . . . .	46
3.8	Teorema de stabilitate Wong-Leung-Tam . . . . .	51
3.9	Prima teoremă de stabilitate propusă . . . . .	58
3.10	A doua teoremă de stabilitate propusă . . . . .	63

# Capitolul 1

## Introducere

Raționamentul fuzzy reprezintă conceptul central care stă la baza sistemelor de conducere cu regulatoare pe bază de reguli fuzzy. Chiar dacă înțelesul lexical al cuvântului *fuzzy* înseamnă vag, imprecis sau confuz, acesta trebuie privit ca un adjectiv tehnic. Sistemele fuzzy sunt sisteme bine definite iar comanda fuzzy este un tip special de comandă neliniară bine definită.

Justificarea pentru utilizarea sistemelor fuzzy este aceea că procesele reale sunt complexe și / sau incomplete în practică iar obținerea unui model formal exact al acestora este dificilă și uneori imposibilă. Introducerea sistemelor fuzzy este folosită pentru obținerea unui model formal care să descrie cât mai fidel evoluția sistemului real.

Sușinerea utilizării / aplicării sistemelor fuzzy este bazată pe o teorie care să sistematizeze cunoștințele umane și să le pună într-un sistem ingineresc împreună cu alte informații cum ar fi modelele matematice și măsurătorile din proces. Problema care se ridică este cum poate fi transformată această informație din limbaj natural într-o formulare matematică. În acest sens, experiența operatorului uman este încorporată în proiectarea reguletoarelor fuzzy, printr-un set de reguli fuzzy (de tip **IF-THEN**) care descriu relațiile de intrare-ieșire ale proceselor.

Cele două aspecte menționate pot fi suficiente pentru a include teoria sistemelor fuzzy printre celelalte domenii ingineresti. De fapt, toate teoriile ingineresti caracterizează procesele reale într-o manieră aproximativă. De exemplu, cele mai multe sisteme reale sunt neliniare, dar cu toate acestea s-a pus un accent foarte mare pe studierea sistemelor liniare care oferă metode elegante și unitare de analiză și sinteză a sistemelor de conducere. Astfel, multe din studiile analitice existente în literatura de specialitate se



realizează pe procese liniare simple sau liniarizate, atingând chiar și în aceste cazuri un grad de complexitate ridicat fapt pentru care în anumite situații sunt greu de aplicat.

Teoria sistemelor fuzzy constituie o altă modalitate de tratare a fenomenelor reale cu neliniarități. Teoria mulțimilor fuzzy ("fuzzy sets theory") s-a dezvoltat în decursul anilor în mai multe direcții.

Logica fuzzy este una dintre aceste direcții și se ocupă cu extinderea operatorilor logicii clasice la operatorii logici fuzzy definiți pe intervalul unitate. Se amintesc în acest sens lucrările (Zimmermann, 1991), (Dubois and Prade, 1980).

Teoria măsurii fuzzy și a integralei fuzzy a fost inițiată de Michio Sugeno în teza sa de doctorat (Sugeno, 1974).

În domeniul conducerii automate a proceselor, Ebrahim Mamdani construiește în 1975 unul dintre primele sisteme de conducere automată cu reglatoare fuzzy aplicat în inginerie, care se bazează pe un mecanism de inferență construit cu ajutorul regulilor de tip Mamdani.

În 1985 T. Takagi și M. Sugeno au propus un alt tip de regulator care le poartă numele (Takagi and Sugeno, 1985). După anul 1980, în Japonia și SUA, și ceva mai târziu în Europa au avut loc implementări ale sistemelor fuzzy în mai toate domeniile ingineresti.

## **1.1 O scurtă sinteză asupra evoluției și a aplicațiilor cu sisteme bazate pe logica fuzzy**

Ideea de *mulțime fuzzy* a fost introdusă de către Lotfi A. Zadeh (Zadeh, 1965) care a extins *teoria posibilității* într-un sistem formal de logică matematică. În acest cadru, au fost definiți *operatorii logici fuzzy* cu ajutorul cărora se pot face operații cu termeni nuanțați ai limbajului natural, definind astfel *logica fuzzy*. O altă contribuție majoră a lui Lotfi A. Zadeh a constat în introducerea, într-o lucrare publicată în 1973 (Zadeh, 1973) a termenilor "*variabilă lingvistică*" și "*termenii lingvistici*" aferenți acestora.

În 1970, Ebrahim H. Mamdani utilizează noțiunea de variabilă lingvistică în sistemele de comandă (reglare), și realizează astfel, în 1974 primul *regulator fuzzy* (RG-F) aplicat unui proces real (Mamdani, 1974) și (Mamdani and Assilian, 1975).

Prima aplicație industrială importantă care a folosit reglatoare fuzzy pentru controlul prelucrării cimentului, a fost implementată în 1980 de către corporația F. L. Smidth

& Corp.'s. din Danemarca ([Holmblad and Ostergaard, 1982](#)). În prezent aproape jumătate dintre fabricile de producere a cimentului folosesc pentru controlul procesului de producție soluții cu regulatoare fuzzy.

O altă aplicație de conducere de renume bazată pe utilizarea regulatoarelor fuzzy a fost proiectată și implementată în Sendai, Japonia în 1985, pentru controlul automat al metroului ([Yasunobu and Miyamoto, 1985](#)). Echipa de ingineri de la Hitachi a proiectat și dezvoltat un regulator fuzzy bazat pe cunoștințele acumulate prin experiența operatorului metroului de a controla viteza în timpul deplasării și frânarea în apropierea de stațiile de metrou. Prin folosirea regulatoarelor fuzzy în controlul automat al mersului metroului, s-a reușit creșterea indicelui de confort (la dublu) și reducerea energiei consumate cu 10 procente. Această aplicație a demonstrat convingător aplicabilitatea conceptelor fuzzy în conducerea proceselor.

Un alt domeniu în care se folosesc regulatoare fuzzy sunt aplicațiile de pe aparatele electrocasnice: aspiratoare, mașini de spălat, frigidere, aparate de aer condiționat, controlul automat al focalizării camerelor foto și video ([Apronix, 1992d](#)), ([Apronix, 1992c](#)), ([Apronix, 1992b](#)), ([Apronix, 1992a](#)).

Un alt domeniu interesant de aplicare l-a constituit sistemul de control vocal al elicopterului dezvoltat de către Michio Sugeno ([Sugeno, 1985](#)). Elicopterul a fost controlat prin comenzi vocale simple cum ar fi "hover", "forward", "up" și "land", unde fiecare dintre aceste funcții sunt complet susținute prin sisteme de conducere fuzzy.

Primul mecanism de inferență fuzzy a fost implementat într-un chip în anul 1980 de către Masaki Togai (Japonia) și Hiroyuke Watanabe de la AT & T Bell Laboratories(USA) ([Togai and Watanabe, 1986b](#)), ([Togai and Watanabe, 1986a](#)).

În 1987 a fost înființată prima companie de produse proiectate pe baza conceptelor sistemelor fuzzy, Togai InfraLogic Inc. în Irvine (USA).

În 1989 a fost creat Laboratory for International Fuzzy Engineering Research LIFE în Japonia.

Dintre aplicațiile de anvergură dar și spectaculoase care folosesc în reglarea automată a proceselor regulatoare fuzzy, se amintesc:

- ▷ conducerea automată a hidrocentralei din Tokyo aflată sub patronajul Tokyo Electric

Power (Rahinan, 2007),

- ▷ conducerea automată a unor roboți industriali, pusă în practică de către companiile Hirota, Fuji Electric, Toshiba, Omron (Yen *et al.*, 1995), (Verbruggen and Babuska, 1999),
- ▷ controlul automat al focalizării camerelor de luat vederi și al camerelor foto, dezvoltat și folosit de companiile Hirota și Sony (Yen *et al.*, 1995),
- ▷ controlul funcționării stabile a motoarelor cu ardere internă folosite la mașinile Nissan (Yen *et al.*, 1995), (Asai *et al.*, 1994),
- ▷ controlul navigației la automobilele Nissan și Subaru (Yen *et al.*, 1995), (Asai *et al.*, 1994),
- ▷ evaluarea și dirijarea schimburilor de mărfuri la companiile Yamaichi și Hitachi (Kahraman, 2006),
- ▷ sisteme de arhivare a documentelor folosite de Mitsubishi Electric (Kahraman, 2006),
- ▷ sistemul de predicție al producerii cutremurelor (Seismology Bureau of Metrology, Japan) (Sugeno, 1985),
- ▷ recunoașterea motivelor în picturi folosind camera video (Cannon, Minolta) (Bai *et al.*, 2006),
- ▷ controlul automat al aspiratoarelor care recunosc tipurile de suprafețe și denivelările solului (Matsushita) (Bai *et al.*, 2006),
- ▷ corporația Mitsubishi Heavy Industries din Japonia a introdus o structură hibridă de comandă fuzzy - comandă convențională pentru controlul proceselor dintr-un reactor nuclear. Comanda fuzzy a fost necesară pentru completarea soluției convenționale care dădea rezultate imprecise din cauza timpilor morți specifici procesului (Kahraman, 2006),
- ▷ în Shanghai - China s-a implementat un regulator fuzzy combinat cu o rețea neuronală pentru optimizarea consumurilor energetice la sistemul de canalizare. Regulatorul fuzzy controlează numărul de pompe active și puterea solicitată în scopul optimizării consumului de energie electrică, iar rețeaua neuronală dictează încărcarea sistemului pe baza unor parametrii dați (Sugeno, 1985),

- ▷ compania General Electric a introdus un sistem cu comandă fuzzy pentru preîncălzirea turbinelor cu abur după perioade lungi de inactivitate. Acest proces era controlat până atunci în regim manual (Kahraman, 2006).

## 1.2 Structura și conținutul tezei

Obiectivele prezentei teze de doctorat au urmărit contribuții în domeniul analizei și dezvoltării sistemelor fuzzy cu aplicații în conducerea proceselor. Rezultatele cercetărilor au fost finalizate prin contribuții legate de susținerea teoretică a noi metode de analiză a stabilității unor clase de procese neliniare și extinderea acestora în vederea sintezei unor structuri de conducere cu regulatoare fuzzy de tip Takagi-Sugeno (RG-F-TS). În acest context au fost elaborate metode de proiectare a algoritmilor de reglare fuzzy care pot asigura stabilitatea SRA a procesele neliniare din clasa analizată.

Metodele de analiză și sinteză a sistemelor de conducere bazate pe reguli fuzzy extind avantajele sistemelor de conducere clasice.

Analiza stabilității sistemelor de conducere a proceselor neliniare este o problemă spinoasă deoarece caracterul neliniar, incertitudinile aferente și complexitatea procesului nu permit întotdeauna dezvoltări analitice acoperitoare din punctul de vedere al aplicabilității. Multe din abordările din literatura de specialitate referitoare la analiza stabilității proceselor neliniare, se bazează pe liniarizarea procesului, atingând chiar și în acest caz un grad ridicat de complexitate (de exemplu liniarizarea pe porțiuni).

În comparație cu metodele clasice de conducere, conducerea fuzzy poate prezenta cel puțin două avantaje majore. Primul, conducerea fuzzy poate fi mai puțin sensibilă la perturbații și la schimbarea parametrilor (Braae and Rutherford, 1979). Al doilea avantaj, constă în faptul că, conducerea fuzzy poate fi aplicată unor clase de procese neliniare unde metodele conducerii clasice nu pot fi folosite. În lucrarea (Lee, 1990) metodele de conducere fuzzy se dovedesc a fi foarte utile atunci când procesele conduse sunt complexe sau când sursa de informații este incompletă, puțin inexactă sau incertă.

Aria mare de aplicații ale sistemelor fuzzy în domeniul conducerii proceselor neliniare necesită elaborarea de metode de analiză a stabilității sistemelor cu regulatoare fuzzy. Analiza stabilității și apoi garantarea stabilității SRA a unui proces neliniar (inclusiv stabilizarea, după caz) este, în general, o sarcină foarte dificilă.

Metodele de analiză a stabilității prezentate în teza se referă la *stabilitatea globală asimptotică în sensul lui Lyapunov*. Ideea de bază de la care se pornește este extinderea metodei directe a lui Lyapunov la stabilizarea sistemelor fuzzy neliniare.

Teza de doctorat este structurată în cinci capitole, dintre care două capitole de bază care conțin contribuțiile aduse, un capitol introductiv (prezent), un capitol de sinteză asupra noțiunilor de bază ale teoriei reguletoarelor fuzzy și un capitol final de concluzii finale.

În capitolul doi se prezintă succint conceptele de bază din teoria sistemelor fuzzy. Este prezentat conceptul de mulțime fuzzy și sunt enunțate noțiunile de *variabilă și termen lingvistic fuzzy*. Tot în acest capitol sunt definite propozițiile fuzzy împreună cu operatorii logicii fuzzy cu ajutorul cărora sunt create propozițiile fuzzy compuse. În acest capitol este prezentată apoi și structura de bază a unui RG-F-TS.

În finalul acestui capitol sunt prezentate principale diferențe dintre reguletoarele clasice și cele fuzzy, precum și principalele beneficii ale acestora din urmă.

Capitolul al treilea prezintă patru metode de analiză de stabilitate și de sinteză a sistemelor cu reguletoare fuzzy (sisteme fuzzy), din acestea sunt două cunoscute din literatură: metoda bazată pe inegalități matriceale liniare (LMI) și metoda Wong-Leung-Tam (W-L-T). În cazul metodei W-L-T este prezentată o metodologie și un algoritm de aplicare pentru proiectarea reguletoarelor fuzzy bazate pe această tehnică. Apoi se introduc două noi metode de analiză și sinteză a stabilității; acestea se constituie în principalele contribuții personale aduse prin teza de doctorat. Una dintre aceste metode este o generalizare a metodei W-L-T.

Fiecare dintre cele două metode noi au la bază câte o teoremă de stabilitate care reprezintă fundamentul teoretic al metodei respective. După prezentarea fiecărei metode de analiză a stabilității este prezentată o metodologie și un algoritm de aplicare pentru proiectarea reguletoarelor fuzzy bazate pe metoda respectivă. Pentru fiecare metodă, sunt enumerate principalele avantaje și respectiv dezavantaje ale acestora, și este efectuată o analiză comparativă în raport cu cele două metode de analiză a stabilității prezentate la începutul capitolului (LMI și W-L-T).

În capitolul al patrulea sunt descrise în detaliu modelarea matematică a aplicațiilor neliniare care constituie suportul verificării metodelor de analiză a stabilității. Tot în acest

capitol este făcută testarea viabilității metodelor de stabilitate propuse.

Concluziile finale, principalele contribuții personale, publicarea rezultatelor de cercetare din teză precum și direcțiile de cercetare ulterioară sunt prezentate în capitolul cinci.

Pentru elaborarea tezei au fost referite 126 titluri dintre care 16 aparțin autorului ca unic autor sau coautor. Peste 80% dintre lucrări sunt din ultimii ani.

## Capitolul 2

# Conceptele de bază în teoria sistemelor fuzzy

În acest capitol sunt prezentate conceptele și noțiunile care stau la baza teoriei sistemelor fuzzy și care vor fi folosite în enunțarea și demonstrarea rezultatelor din capitolele 3 și 4.

Conceptul de mulțime fuzzy este definit / utilizat în sensul definiției date de H. J. Zimmermann (Zimmermann, 1991). Tot în acest capitol sunt rezumate noțiunile de "variabilă lingvistică" (VL) și "termen lingvistic" (TL) . Termenii lingvistici reprezintă caracterizarea lingvistică a variabilelor de stare, iar modelarea matematică a acestora se face cu ajutorul funcțiilor de apartenență, noțiune care este definită în acest capitol. Sunt definite noțiunile de propoziție fuzzy, operatori logici fuzzy și reguli fuzzy, noțiuni cu ajutorul cărora se pot construi bazele de reguli fuzzy și implicit mecanismul de inferență fuzzy. În finalul capitolului se prezintă structura și mecanismul de funcționare al RG-F-TS.

Identificarea situațiilor în care regulatoarele fuzzy sunt mai performante decât cele clasice, precum și a situațiilor inverse, pot conduce la îmbunătățirea performanțelor de proiectare. În acest sens în paragraful 2.5.4 al acestui capitol se face o analiză comparativă între regulatoarele clasice și regulatoarele fuzzy, fiind prezentate în finalul paragrafului principalele avantaje ale utilizării reguletoarelor fuzzy.

## 2.1 Conceptul de mulțime fuzzy

O variabilă (văzută aici ca descriptor al proprietăților unei mărimi fizice) de stare poate fi caracterizată, în funcție de partiționarea spațiului valorilor luate, prin mai multe denumiri lingvistice. De exemplu, variabila de stare  $t$  - "temperatură",  $t \in [-20, 40] C^0$ , poate fi caracterizată prin "temperatură joasă" dacă  $t \in [-20, 10] C^0$ , "temperatură medie" dacă  $t \in [8, 25] C^0$  și "temperatură ridicată" pentru  $t \in [20, 40] C^0$ . Aceste caracterizări lingvistice atașate proprietăților unei variabile (mărimi) de stare pot fi modelate matematic folosind conceptul de *mulțime fuzzy*.

În continuare se definește noțiunea de mulțime fuzzy și se dau câteva exemple.

**Definiția 2.1 (Zimmermann, 1991)** Dacă  $X$  este o mulțime clasică de obiecte (denumită și *mulțime de bază*) ale cărei elemente sunt notate generic cu  $x$ , atunci o mulțime fuzzy  $\tilde{A}$  în  $X$  este o mulțime de perechi ordonate:  $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$  unde  $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow M$  se numește funcția de apartenență prin care se caracterizează gradul de apartenență (în unele cazuri gradul de compatibilitate sau gradul de adevăr) al lui  $x$  la  $\tilde{A}$ . Această funcție îi atribuie fiecărui element  $x$  din  $X$  o valoare dintr-un spațiu al valorilor de apartenență notat cu  $M$ .

**Observație:** Dacă  $M$  conține numai valorile 0 și 1 atunci  $\mu_{\tilde{A}}$  va fi funcția caracteristică:

$$\mu_A : X \rightarrow \{0, 1\} \text{ cu } \mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{daca } x \in A \\ 0 & \text{daca } x \notin A \end{cases} . \quad (2.1)$$

În această lucrare se consideră spațiul valorilor de apartenență  $M = [0, 1]$ .

Dacă avem două mulțimi clasice de obiecte  $X$  și  $Y$  atunci  $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$  și  $\tilde{B} = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) \mid y \in Y\}$  vor fi două mulțimi fuzzy, prima în  $X$  iar cea de-a doua în  $Y$ .

Se va nota cu  $\Omega$  spațiul universal și cu  $F$  mulțimea tuturor funcțiilor de apartenență, adică

$$F = \{\mu \mid \mu : \Omega \rightarrow [0, 1]\} . \quad (2.2)$$

În contrast cu mulțimea definită în sens clasic, o mulțime fuzzy exprimă gradul în care un element aparține unei anumite colecții de obiecte. În felul acesta, funcția caracteristică atașată elementelor unei mulțimi fuzzy poate avea valori în întregul interval  $[0, 1]$ , indicând gradul de apartenență al fiecărui element la acea colecție.



Diferența dintre o mulțime clasică și o mulțime fuzzy este prezentată în figura 2.1.

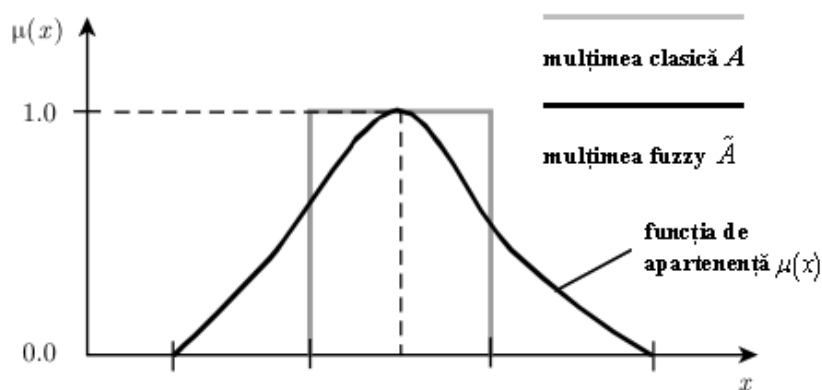


Figura 2.1 Mulțime clasică versus mulțime fuzzy.

## 2.2 Variabile și termeni lingvistici

Caracterizarea fuzzy a mărimilor se face printr-o formulare lingvistică adecvată care permite ulterior definirea convenabilă a regulilor care formează baza de reguli a unui sistem fuzzy. Pentru caracterizarea lingvistică a informației primare se utilizează terminologia de *variabile lingvistice* (VL) și de *termeni lingvistici* (TL) aferenți acestora.

În (Zadeh, 1965) este definită variabila lingvistică după cum urmează:

**Definiția 2.2 (Zadeh, 1965)** *Printr-o variabilă lingvistică înțelegem o variabilă ale cărei valori sunt cuvinte sau propoziții într-un limbaj natural sau artificial. De exemplu, "vârstă" este o variabilă lingvistică dacă valorile sale sunt date mai degrabă prin formulări lingvistice decât prin valori numerice, adică, "foarte tânăr", "tânăr", "bătrân", "foarte bătrân", etc., în loc de 10, 35, 55, 90, etc.*

În conducerea automată a proceselor, datele de intrare referitoare la procesul condus sunt, în general, disponibile sub forma unor valori ferme ale unor variabile (mărimi fizice). În conducerea automată bazată pe logica fuzzy, aceste valori ferme vor avea atașată o caracterizare fuzzy. Procesul prin care o mărime fermă este transformată într-o mărime fuzzy se numește *fuzificare*.

Definiția formală a variabilei lingvistice este dată de Zimmermann în forma:

**Definiția 2.3 (Zimmermann, 1991)** O variabilă lingvistică (VL) este caracterizată prin  $(\nu, TL(\nu), X, G, \tilde{M})$  în care:

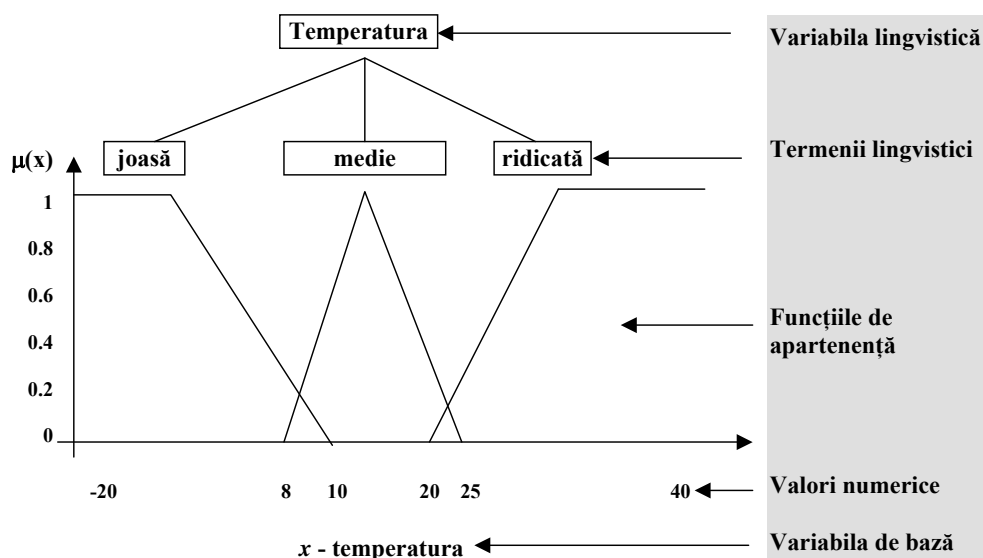
- $\nu$  este numele simbolic al variabilei lingvistice;
- $TL(\nu)$  reprezintă mulțimea termenilor lingvistici (TL) ai lui  $\nu$ ;
- $X$  este o mulțime de obiecte și reprezintă mulțimea de bază sau domeniul de bază al variabilei lingvistice (VL);
- $G$  este un algoritm de generare a numelor termenilor lingvistici.  $G$  se mai numește și regula sintactică de generare a numelor termenilor lingvistici. În general numele termenilor lingvistici sunt definite direct de către experții care concep mecanismul de inferență fuzzy;
- $\tilde{M}$  este regula semantică care atașează fiecărui TL mulțimea fuzzy (funcția de apartenență) prin care este reprezentat.

În sensul definiției sunt date câteva exemplificări care pot fi concludente:

**Tabelul 2.1** Exemple de variabile lingvistice și termenii lingvistici aferenți acestora.

$\nu$	$TL(\nu)$	$X$	$G$	$\tilde{M}$
viteză	viteză mică	$x \in [0, 200]$ km/h	-	$(x, \mu_{\text{viteză\_mică}})$
	viteză medie			$(x, \mu_{\text{viteză\_medie}})$
	viteză mare			$(x, \mu_{\text{viteză\_mare}})$
temperatură	temperatură joasă	$x \in [-100, 100]$ $C^0$	-	$(x, \mu_{\text{temperatură\_joasă}})$
	temperatură medie			$(x, \mu_{\text{temperatură\_medie}})$
	temperatură ridicată			$(x, \mu_{\text{temperatură\_ridicăată}})$
presiune	presiunea joasă	$x \in [0, 10]$ Bar	-	$(x, \mu_{\text{presiune\_joasă}})$
	presiune medie			$(x, \mu_{\text{presiune\_medie}})$
	presiune ridicată			$(x, \mu_{\text{presiune\_ridicăată}})$

Următorul exemplu grafic ilustrează structura variabilei lingvistice "temperatură".



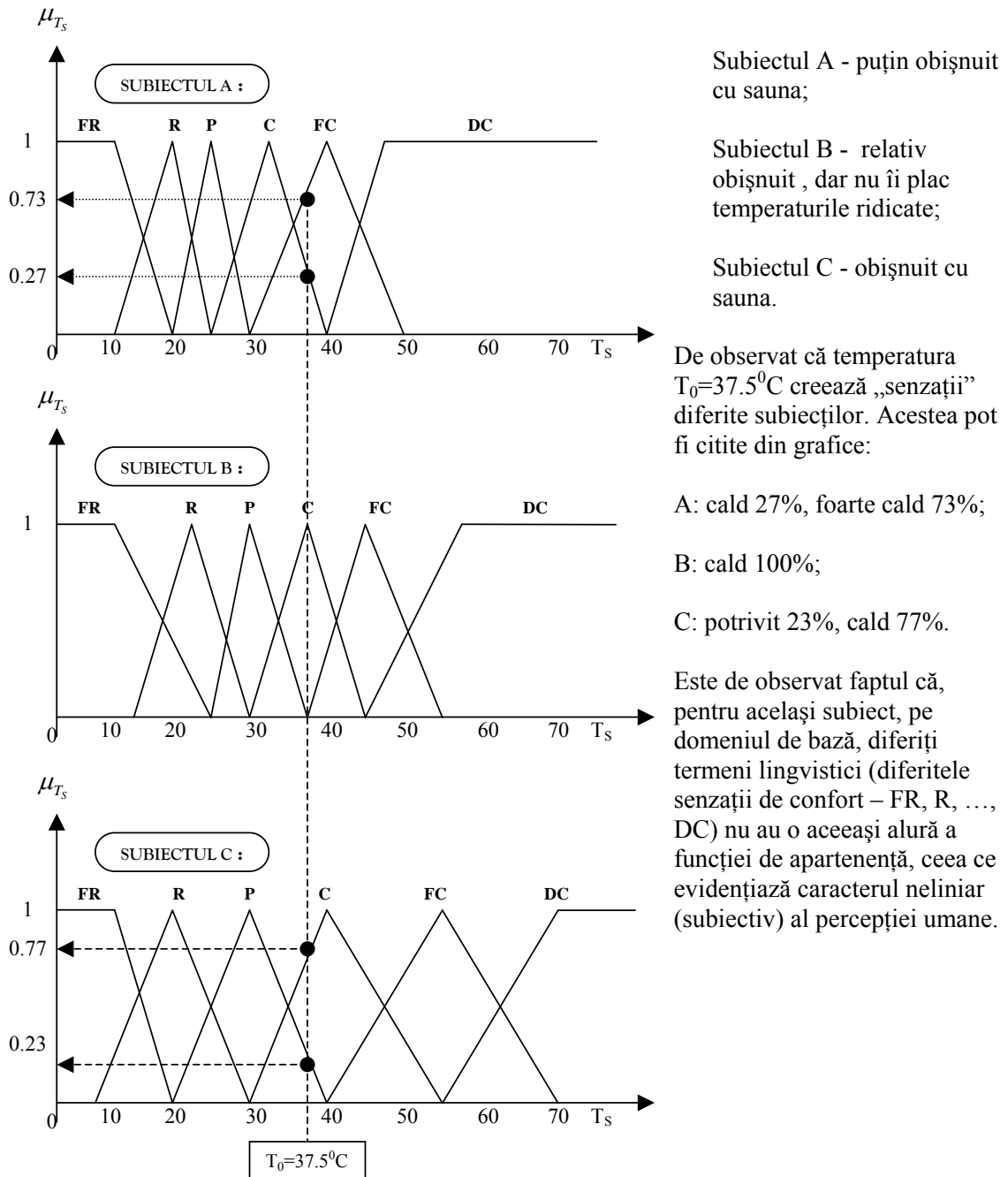
**Figura 2.2** Structura unei variabile lingvistice.

O altă particularitate a modelării fuzzy este subiectivitatea. Pentru explicarea acesteia se consideră exemplul 2.1 (Preitl and Precup, 1997):

**Exemplul 2.1** Se va modela fuzzy, relativ la trei subiecți  $A, B, C$ , temperatura  $TS$  dintr-o saună definită pe domeniul  $[30, 80]^{\circ}C$ . În acest caz temperatura  $TS$  reprezintă mărimea fizică căreia  $i$  se asociază variabila lingvistică "temperatură" care poate fi caracterizată fuzzy pe baza senzației de confort în saună prin următorii termeni lingvistici:

- foarte rece ( $FR$ ),      - cald ( $C$ ),
- rece ( $R$ ),              - foarte cald ( $FC$ ),
- potrivit ( $P$ ),          - deosebit de cald ( $DC$ ).

Deoarece fiecare subiect percepe senzațiile de "FR", ..., "DC" în felul său, o valoare dată  $T_0$  a temperaturii va fi caracterizată lingvistic diferit de către subiecții în cauză, altfel spus, aceași termeni lingvistici folosiți de subiecți vor "acoperi" domenii de temperaturi diferite. În figura 2.3 sunt exemplificate grafic funcțiile de apartenență asociate termenilor lingvistici "FR", ..., "DC", pentru fiecare subiect în parte:



**Figura 2.3** Funcțiile de apartenență asociate termenilor lingvistici "FR", ..., "DC", pentru fiecare subiect (A, B, C).

## 2.3 Propoziții fuzzy

Raționamentul aproximativ este folosit pentru a opera cu informații (cunoștințe) sub formă de primitive atomice logice fuzzy. Acestea sunt propoziții fuzzy simple care sunt exprimate în limbaj natural cum sunt, de exemplu:

"Eroarea ia o valoare negativă mare"

"Presiunea este foarte mare"

"Umiditatea este foarte mică"

"Temperatura este foarte mică"

...

Pe baza primitivelor atomice logice fuzzy și a operatorilor logici fuzzy (AND, OR, NOT, IF-THEN) se pot forma propoziții fuzzy compuse cum ar fi:

$x$  este  $\tilde{A}$  **AND**  $y$  este  $\tilde{B}$  ,

$x$  este  $\tilde{A}$  **OR**  $y$  este  $\tilde{B}$  ,

$x$  este **NOT**  $\tilde{A}$  **AND**  $y$  este  $\tilde{B}$  ,

**IF**  $x$  este  $\tilde{A}$  **THEN**  $y$  este  $\tilde{B}$

Pentru a putea opera cu propoziții fuzzy compuse trebuie definită noțiunea de *propoziție fuzzy simplă*:

**Definiția 2.4** (Driankov et al., 1996) O propoziție fuzzy  $p$  este definită simbolic prin:

$$p : \nu \text{ este } \tilde{A}$$

unde  $\nu$  este numele variabilei lingvistice iar  $\tilde{A}$  este mulțimea fuzzy prin care este reprezentat un termen lingvistic al variabilei lingvistice  $\nu$ . Expresia matematică a valorii de adevăr a unei propoziții fuzzy  $p$  este dată de funcția de apartenență  $\mu_{\tilde{A}}$ .

**Notă:** Pe întreg parcursul tezei se va folosi expresia "funcție de apartenență a mulțimii fuzzy  $\tilde{A}$ " în locul expresiei "valoarea de adevăr a propoziției fuzzy  $p$ ", și se va considera fiecare mulțime fuzzy ca fiind expresia matematică a unui termen lingvistic ce modelează o variabilă de stare.

O propoziție fuzzy condițională sau o regulă fuzzy de tip IF-THEN este reprezentată sub forma:

**IF** (propoziție fuzzy) **THEN** (propoziție fuzzy).

## 2.4 Operatorii logici fuzzy

În acest paragraf este prezentat conceptul de operatori ai logicii fuzzy. În modelarea fuzzy a conducerii proceselor se prelucrează informațiile primare relative la mărimi transpuse în variabile lingvistice. Pentru a putea modela comportamentul sistemelor de conducere a proceselor, este necesară definirea operatorilor logici care modelează legăturile între informațiile primare cât și între acestea și informațiile de ieșire.

Una dintre cele mai importante teme din teoria sistemelor fuzzy este definirea operatorilor logici fuzzy. Definirea operatorilor logici fuzzy este abordată în mai multe moduri ce depind de conceptele de la care pleacă autorii și de tipul aplicației modelate.

În acest paragraf se va prezenta o formă generalizată a operațiilor logice cu mulțimi fuzzy: *complementul (negația), disjuncția, conjuncția și implicația*. Pentru definirea disjuncției și a conjuncției fuzzy se apelează teoria *t-normelor* și a *t-conormelor*.

Operațiile cu mulțimile fuzzy constituie o extindere a operațiilor logice clasice. Dacă mulțimile fuzzy implicate au gradele de apartenență 0 și 1, semnificația operațiilor este aceeași cu cea din teoria clasică a mulțimilor.

### 2.4.1 Negația logică fuzzy

Fie propoziția fuzzy "*x este  $\tilde{A}$* ". Pentru a putea modela fuzzy negarea acestei propoziții (afirmații), adică "*x nu este  $\tilde{A}$* ", se apelează operatorul de negație.

Fie  $X \subseteq \Omega$  o mulțime nevidă,  $\tilde{A}$  o mulțime fuzzy în  $X$  și  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  gradul de apartenență a unui element  $x \in X$  la  $\tilde{A}$ .

**Definiția 2.5** (*Negația fuzzy*) Se numește negație fuzzy o funcție  $\bar{\mu}_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0, 1]$ , cu proprietatea că  $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x)$

Complementara mulțimii fuzzy  $\tilde{A}$  se definește prin  $C\tilde{A} = \{x, 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in X\}$ .

### 2.4.2 Disjuncția și conjuncția logică fuzzy

În lucrările de specialitate (Butnariu and Klement, 1993), (Fodor and Roubens, 1994), (Fodor, 1993), (Kai et al., 2006) disjuncția respectiv conjuncția fuzzy sunt definite cu ajutorul *t-conormelor* și respectiv al *t-normelor* pe  $[0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  pentru mulțimi fuzzy cu aceeași mulțime de bază.

În cadrul tezei se definește disjuncția respectiv conjuncția fuzzy pe  $F \times F \rightarrow F$  pentru două mulțimi fuzzy cu mulțimea de bază diferită.

**Definiția 2.6** (*t-conormă*) O funcție  $S : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  este numită *t-conormă* (*t-conormă triunghiulară*) dacă satisface următoarele condiții:

1.  $S(x, 0) = x$
2.  $S(x, y) \leq S(x, z)$  pentru  $y \leq z$
3.  $S(x, y) = S(y, x)$
4.  $S(x, S(y, z)) = S(S(x, y), z)$

Fie  $A, B, C \subseteq \Omega$ . În cazul mulțimilor fuzzy vom defini disjuncția fuzzy astfel:

**Definiția 2.7** (*Disjuncția fuzzy*) Dacă avem două mulțimi clasice de obiecte  $X, Y \subseteq \Omega$  atunci funcția de apartenență a disjuncției (pe scurt disjuncția) a două mulțimi fuzzy  $\tilde{A}$  în  $X$  și  $\tilde{B}$  în  $Y$  este specificată printr-o funcție de forma:

$$OR : F \times F \rightarrow F \quad (2.3)$$

$$OR(\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}) : X \times Y \rightarrow [0, 1] \quad (2.4)$$

$$OR(\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}})(x, y) \stackrel{d}{=} S(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (2.5)$$

unde pe  $S$  o vom numi **generatoarea disjuncției fuzzy OR**.

**Definiția 2.8** (*t-normă*) O funcție  $T : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  este numită *t-normă* (*normă triunghiulară*) dacă satisface următoarele condiții:

1.  $T(x, 1) = x$
2.  $T(x, y) \leq T(x, z)$  pentru  $y \leq z$
3.  $T(x, y) = T(y, x)$
4.  $T(x, T(y, z)) = T(T(x, y), z)$

Fie  $A, B, C \subseteq \Omega$ . În cazul mulțimilor fuzzy conjuncția fuzzy se definește astfel:

**Definiția 2.9** (*Conjuncția fuzzy*) Dacă avem două mulțimi clasice de obiecte  $X, Y \subseteq \Omega$  atunci funcția de apartenență conjuncției (pe scurt conjuncția) a două mulțimi fuzzy  $\tilde{A}$  în  $X$  și  $\tilde{B}$  în  $Y$  este specificată printr-o funcție de forma:

$$AND : F \times F \rightarrow F \quad (2.6)$$

$$AND(\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}) : X \times Y \rightarrow [0, 1] \quad (2.7)$$

$$AND(\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}})(x) \stackrel{d}{=} T(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.8)$$

unde pe  $T$  o vom numi **generatoarea conjuncției fuzzy AND**.

### 2.4.3 Disjuncția și conjuncția logică fuzzy de mai multe variabile

În caracterizarea matematică a proceselor reale sunt implicate mai multe variabile de stare. Prin urmare, construirea unei reguli fuzzy poate depinde de un număr considerabil de variabile lingvistice (variabile de stare) și deci, este nevoie de definirea disjuncției respectiv a conjuncției fuzzy de  $n$  variabile. Acest lucru se face inductiv prin folosirea proprietății de asociativitate:

**Definiția 2.10** Dacă avem  $n$  mulțimi clasice de obiecte  $X_1, \dots, X_n \subseteq \Omega$ , atunci funcția de apartenență a disjuncției a  $n$  mulțimi fuzzy reprezentate prin funcțiile lor de apartenență  $\mu_1, \dots, \mu_n$  este definită prin

$$OR : F^n \rightarrow F \quad (2.9)$$

$$OR(\mu_1, \dots, \mu_n) : X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow [0, 1] \quad (2.10)$$

$$OR(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \stackrel{d}{=} OR(\mu_1, OR(\mu_2, \dots, \mu_n)) = OR(OR(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{n-1}), \mu_n). \quad (2.11)$$

Dacă se notează cu

$$S : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1], \quad (2.12)$$

$$\bigvee_{i=1}^n x_i \stackrel{d}{=} S(x_1, \dots, x_n) \quad (2.13)$$

$t$ -conorma de  $n$  variabile, atunci

$$OR(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \stackrel{d}{=} S(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n), \forall n \in \mathbb{N}, \mu_n \in F. \quad (2.14)$$

**Definiția 2.11** Dacă avem  $n$  mulțimi clasice de obiecte  $X_1, \dots, X_n \subseteq \Omega$ , atunci funcția de apartenență a conjuncției a  $n$  mulțimi fuzzy reprezentate prin funcțiile lor de apartenență  $\mu_1, \dots, \mu_n$  este definită prin

$$AND : F^n \rightarrow F \quad (2.15)$$

$$AND(\mu_1, \dots, \mu_n) : X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow [0, 1] \quad (2.16)$$

$$AND(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \stackrel{d}{=} AND(\mu_1, AND(\mu_2, \dots, \mu_n)) = AND(AND(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{n-1}), \mu_n). \quad (2.17)$$



Dacă se notează cu

$$T : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1], \quad (2.18)$$

$$\underset{i=1}{\overset{n}{T}} x_i \stackrel{d}{=} T(x_1, \dots, x_n) \quad (2.19)$$

*t*-norma de *n* variabile, atunci

$$AND(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \stackrel{d}{=} T(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n), \forall n \in \mathbb{N}, \mu_n \in F. \quad (2.20)$$

Mecanismul de generare al disjuncției respectiv al conjuncției logice fuzzy de mai multe variabile este prezentat și în lucrările (Tomescu, 2003), și (Tomescu, 2005b).

### 2.4.4 Implicația logică fuzzy

Implicația logică joacă un rol esențial în teoria raționamentelor fuzzy și în special în mecanismul de inferență al sistemelor de conducere cu regulatoare fuzzy. În general implicațiile sunt folosite pentru a modela dependența, corelațiile sau conexiunile dintre variabile, cantități sau atribute. Implicațiile fuzzy sunt folosite pentru reprezentarea și înțelegerea funcționării reguletoarelor fuzzy care descriu o conexiune fuzzy între mărimile de intrare și cele de ieșire.

**Definiția 2.12** Fie  $X, Y \subseteq \Omega$  și  $\tilde{A}, \tilde{B}$  mulțimi fuzzy în  $X$ , și respectiv  $Y$ . Implicația logică fuzzy  $I$  este o funcție de forma

$$I : F \times F \rightarrow F \quad (2.21)$$

$$I(\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}) : X \times Y \rightarrow [0, 1] \quad (2.22)$$

care, pentru valorile de adevăr  $\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}$  ale propozițiilor fuzzy  $p, q$ , de exemplu, definește valoarea de adevăr, reprezentată prin funcția  $I(\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}})$  a propoziției condiționale "dacă  $p$  atunci  $q$ ".

Această funcție este o extensie a implicației clasice,  $p \Rightarrow q$ , de la domeniul restrâns  $\{0, 1\}$  la intervalul  $[0, 1]$  al valorilor de adevăr din logica fuzzy.

În același timp implicația fuzzy constituie suportul pentru conectarea informațiilor fuzzy și evaluarea pe bază de reguli a conexiunilor. În acest context trebuie menționat că din punct de vedere al aplicațiilor tehnice o implicație fuzzy poate fi enunțată numai dacă între termenii lingvistici reprezentați cu ajutorul mulțimilor fuzzy se pot stabili anumite legături.

Există o varietate mare de clase de implicații fuzzy. Definiția acestora și proprietățile lor sunt prezentate în (Klir and Tina, 1988) și (Tomescu, 2004a).

Operatorii logici fuzzy sunt folosiți în proiectarea SRA cu RG-F, prezentată în paragraful 2.5.

## 2.5 Proiectarea sistemelor de conducere automată cu regulatoare fuzzy

Metodele tradiționale de modelare și analiză a sistemelor neliniare se pot folosi numai atunci când se pot determina relații între variabilele de intrare și de ieșire ale sistemului, ca de exemplu ecuațiile diferențiale (neliniare) sau ecuațiile de stare ale sistemului (Dorf and Bishop, 2004). Pe de altă parte, intervenția factorului uman în sistemele analizate impune analiza unor variabile care nu au valori numerice concrete, fiind variabile lingvistice, definite prin mulțimi fuzzy. Sistemele fuzzy sunt o alternativă de proiectare pentru procesele și sistemele foarte complexe. Astfel, variabilele lingvistice nu descriu nemijlocit datele numeric, ci prin intermediul funcției de apartenență care este scalată între zero și unu.

Operațiile executate cu variabilele fuzzy și regulile fuzzy aferente nu pornesc de la modele precise ale procesului, ci de la înțelegerea fenomenelor fizice, ca de exemplu:

IF (temperatura este mare) THEN (eroarea este negativă)

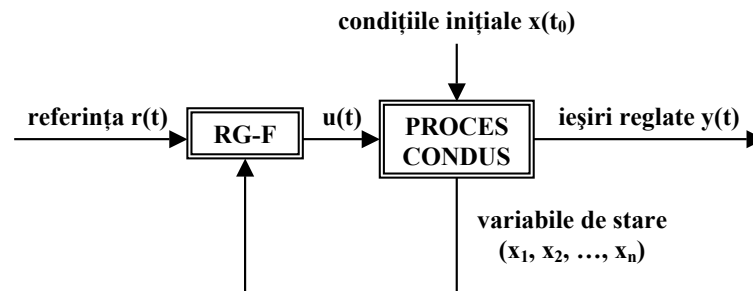
Sistemele de conducere automată cu regulatoare fuzzy sunt mai flexibile decât sistemele convenționale, deoarece modificarea regulilor de deducție a mărimii de comandă (regulile fuzzy) se poate face prin adăugarea de noi variabile lingvistice. Prin urmare, regulatoarele fuzzy sunt mai flexibile în proiectare decât cele clasice. Deoarece proiectarea sistemelor de conducere automată a proceselor cu regulatoare fuzzy se poate face pentru un model general al procesului studiat, rezultă că aceste sisteme ar putea fi mai robuste, având performanțe acceptabile într-o gamă relativ largă de variație a parametrilor procesului.

Proiectarea sistemelor de reglare automată cu regulatoare fuzzy (SRA cu RG-F) depinde, în principal, de experiența "expertului de proces" și a "proiectantului sistemului de reglare automată". Consecința aplicativă a acestui fapt este concentrarea spre dezvoltarea regulatoarelor fuzzy orientate pe aplicații și acordarea unei atenții reduse metodelor generale de analiză și proiectare a lor.

În continuare se definește un sistem de reglare automată (SRA) cu regulator fuzzy:

**Definiția 2.13** *Se numește sistem de reglare cu regulator fuzzy, prescurtat SRA cu RG-F, un sistem compus dintr-un regulator fuzzy (RG-F) și procesul condus (PC).*

Schema de principiu aferentă unui SRA cu RG-F este prezentată în figura 2.4.



**Figura 2.4** Schema de principiu aferentă unui SRA cu RG-F.

### 2.5.1 Reglatoare de tip Mamdani

Reglatoarele de tip Mamdani au fost dezvoltate în 1975 de către E. Mamdani în (Mamdani and Assilian, 1975) și se bazează pe o idee mai generală a lui Zadeh publicată în (Zadeh et al., 1996). Reglatoarele de tip Mamdani se bazează pe un set finit de reguli fuzzy de tip *if-then* de forma:

$$R_k : \mathbf{IF} \ x_1(t) \text{ este } \tilde{X}_{k,1} \ \mathbf{AND} \ x_2(t) \text{ este } \tilde{X}_{k,2} \ \mathbf{AND, \dots, AND} \ x_n(t) \text{ este } \tilde{X}_{k,n} \\ \mathbf{THEN} \ u(t) \text{ este } \tilde{U}_k \quad (2.23)$$

unde:

- $R_k$  reprezintă regula cu numărul  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k \geq 2$ ;
- $\tilde{X}_{k,i}$  sunt mulțimile fuzzy din cadrul premisei care au asociate funcțiile de apartenență  $\mu_{\tilde{X}_{k,i}}$ . Fiecare mulțime fuzzy  $\tilde{X}_{k,i}$  descrie termenul lingvistic  $TL_{k,i}$  al variabilei lingvistice (variabilei de stare)  $VL_i$ , care are ca mulțime de bază a valorilor, mulțimea  $X_i$ ;
- $x_i \in X_i$  reprezintă datele (variabilele) de intrare ale regulatorului,  $i = \overline{1, n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ;
- $\tilde{U}_k$  sunt mulțimi fuzzy care definesc termenii lingvistici ai concluziei fiecărei reguli fuzzy și care au asociate funcțiile de apartenență  $\mu_{\tilde{U}_k}$ .

- $u \in U$  reprezintă variabila de comandă iar  $U$  mulțimea de bază a valorilor de comandă;

Modul corect de interpretare al regulilor fuzzy este esențial pentru înțelegerea funcționării regulatorului fuzzy. În acest sens se precizează faptul că formularea în termeni de if-then ai regulilor fuzzy nu trebuie înțeleasă ca o implicație logică clasică. Dacă baza de reguli fuzzy constă din  $R_1, \dots, R_r$  reguli, aceasta este interpretată ca o funcție fuzzy definită pe porțiuni, adică

$$f(x_1, \dots, x_p) \approx \begin{cases} \mu_{\tilde{U}_1} \text{ dacă } x_1 \text{ este } \tilde{X}_1^1 \text{ and...and } x_p \text{ este } \tilde{X}_n^1 \\ \vdots \\ \mu_{\tilde{U}_r} \text{ dacă } x_1 \text{ este } \tilde{X}_1^r \text{ and...and } x_p \text{ este } \tilde{X}_n^r \end{cases} \quad (2.24)$$

unde  $\mu_{\tilde{U}_i}$  sunt funcțiile de apartenență care modelează comenzile parțiale  $U_i$  iar  $\tilde{X}_i^j$  sunt mulțimile fuzzy care modelează TL ce caracterizează variabilele de stare  $x_j$ .

## 2.5.2 Regulatele de tip Takagi-Sugeno

Istoria regulatelelor fuzzy de tip Takagi-Sugeno a început în urmă cu mai bine de două decenii. Acest tip de regulator a fost definit de către Takagi și Sugeno în lucrarea (Takagi and Sugeno, 1985). Regulatele de tip Takagi-Sugeno (Sugeno, 1985), folosesc reguli care au următoarea structură:

$$R_k : \mathbf{IF} x_1(t) \text{ este } \tilde{X}_{k,1} \mathbf{AND} x_2(t) \text{ este } \tilde{X}_{k,2} \mathbf{AND} , \dots , \mathbf{AND} x_n(t) \text{ este } \tilde{X}_{k,n} \\ \mathbf{THEN} \mathbf{u} = \mathbf{u}_k(\mathbf{x}(t)) \quad (2.25)$$

unde:

- $R_k$  reprezintă regula cu numărul  $k \in IN, k \geq 2$ ;
- $\tilde{X}_{k,i}, i = \overline{1, n}$  sunt mulțimile fuzzy din cadrul premisei care au asociate funcțiile de apartenență  $\mu_{\tilde{X}_{k,i}}$ . Fiecare mulțime fuzzy  $\tilde{X}_{k,i}$  descrie termenul lingvistic  $TL_{k,i}$  al variabilei lingvistice (variabilei de stare)  $VL_i$ , care are ca mulțime de bază a valorilor, mulțimea  $X_i$ ,
- $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]$  reprezintă vectorul variabilelor de stare ale sistemului,
- $\mathbf{u}_k(\mathbf{x}(t))$  reprezintă concluzia regulei  $k$  și este o funcție a cărei argumente sunt mărimile de intrare.

Concluzia unei reguli fuzzy este reprezentată prin semnalul de comandă  $u_k$  corespunzător regiunii fuzzy descrisă în partea de premisă a regulei.

**Definiția 2.14** Se definește nivelul de activare al unei reguli prin formula:

$$\alpha_k(\mathbf{x}) = \text{AND} \left( \mu_{\tilde{X}_{k,1}}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{X}_{k,n}}(x_n) \right), \quad (2.26)$$

unde  $k$  indică numărul regulei fuzzy.

**Definiția 2.15** Dacă  $\alpha_k(\mathbf{x}) > 0$  atunci se spune că regula  $k$  este activă, în caz contrar se spune că regula este inactivă.

Semnalul de comandă generat de RG-F-TS este dat de formula:

$$u = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i u_i}{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i}, \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1, \quad (2.27)$$

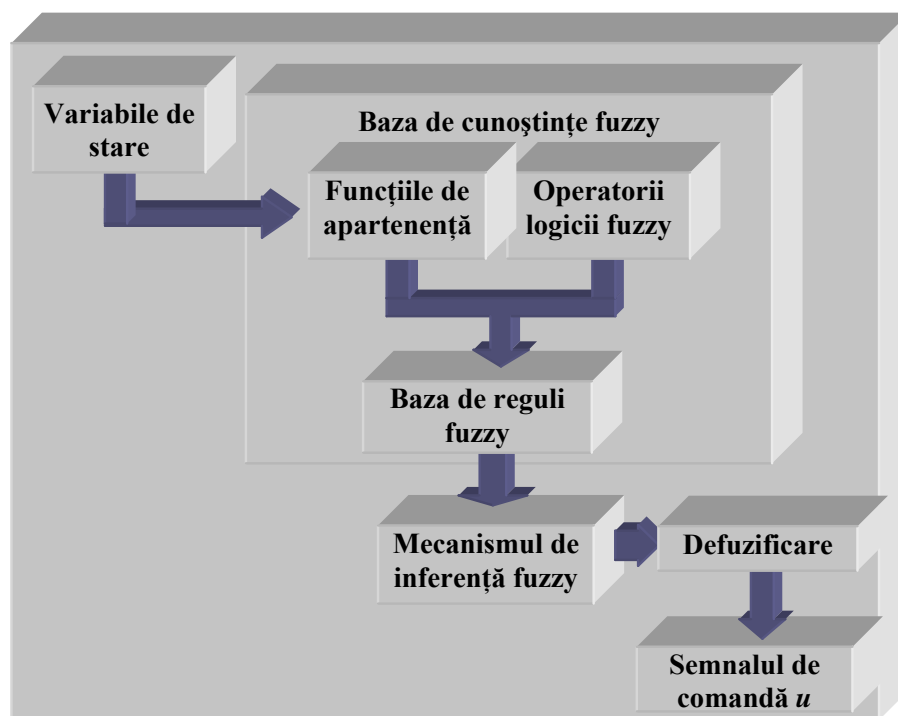
în care  $u_i$  reprezintă semnalul de comandă din concluzia regulei fuzzy  $i$ ,  $1 \leq i \leq n_r$  iar  $n_r$  numărul de reguli fuzzy.

### 2.5.3 Mecanismul de inferență fuzzy

Mecanismul de inferență fuzzy modelează matematic cunoștințele unui fenomen studiat și relațiile logice dintre acestea. Modulele care alcătuiesc un mecanism de inferență fuzzy sunt prezentate schematic în figura 2.5, care reprezintă structura unui regulator fuzzy. Prin mecanismul de inferență fuzzy se determină o relație între mulțimea valorilor de intrare (stările sistemului la un moment dat de timp) și valoarea semnalului de comandă  $u$ .

Mecanismul de inferență fuzzy este compus din următoarele module:

- **Modulul de fuzificare** al datelor de intrare.
- **Baza de date** este compusă din mulțimea funcțiilor de apartenență ale mulțimilor fuzzy care reprezintă termenii lingvistici de intrare. Operatorii logici fuzzy împreună cu baza de date alcătuiesc **baza de reguli fuzzy**. Baza de date, funcțiile logice fuzzy și baza de reguli fuzzy alcătuiesc **baza de cunoștințe** a mecanismului de inferență fuzzy.
- **Inferența globală** este definită prin funcția de agregare (de combinare a regulilor fuzzy).



**Figura 2.5** Structura unui regulator fuzzy.

- **Modulul de defuzificare** este definit prin metodele de defuzificare.

În continuare sunt sintetizate elementele principale privind componentele mecanismului de inferență fuzzy precum și relațiile dintre ele.

**Fuzificarea datelor de intrare (modulul de fuzificare).** Prin fuzificarea unei informații de intrare care aparține mulțimii  $X = X_1 \times \dots \times X_n$ , se definește gradul de apartenență al acesteia la unul sau mai mulți termeni lingvistici definiți în prealabil. Ca efect, valoarea de intrare se apreciază prin intermediul (valorilor) funcțiilor de apartenență a termenilor lingvistici afectați. În funcție de numărul de variabile de stare implicate în premiza unei reguli fuzzy și de tipul funcțiilor de apartenență care le modelează, pot rezulta câteva proprietăți importante ale modulului de fuzificare. Astfel de proprietăți au fost publicate de autor în referatul (Tomescu, 2004b).

**Aplicarea operatorilor logici fuzzy pentru determinarea valorii premizei.** Odată ce intrările au fost fuzificate, cunoaștem gradul cu care fiecare componentă (TL) a premizei este satisfăcută pentru fiecare regulă fuzzy în parte. Dacă premiza unei reguli conține mai mulți termeni lingvistici conectați prin operatori fuzzy logici AND, atunci operatorii logici fuzzy sunt aplicați pentru a obține un singur rezultat care reprezintă

valoarea premizei regulei respective (nivelul de activare al regulei  $k$ ) definită prin (2.26).

**Evaluarea fiecărei reguli fuzzy.** Concluzia unei reguli fuzzy este o funcție a cărei argumente sunt valorile mărimilor de intrare. Evaluarea unei reguli fuzzy se face prin aplicarea operatorului de implicație fuzzy asupra valorii premizei și a semnalului de comandă al regulei respective. Procesul de evaluare al unei reguli se numește *inferență locală*.

**Cuplarea (combinarea) regulilor fuzzy în cazul RG-F de tip Mamdani.** La construirea funcției de ieșire (comenzii finale) trebuie să contribuie toate regulile fuzzy din baza de reguli. Cuplarea (combinarea) tuturor regulilor reprezintă procesul prin care mulțimile fuzzy care reprezintă rezultatul implicației fiecărei reguli (ieșirea fiecărei reguli) sunt combinate (agregate) într-o singură mulțime fuzzy.

Procesul de agregare al tuturor regulilor unei baze de reguli se numește *inferență globală*.

Cele mai frecvente metode de inferență folosite sunt:

1. Inferența MIN-MAX. Evaluarea bazei de reguli se face utilizând următorii operatori:
  - conectori în premiză: AND  $\rightarrow$  MIN, OR  $\rightarrow$  MAX
  - concluzionare: MIN
  - conectarea regulilor: MAX
2. Inferența PROD-MAX. Evaluarea bazei de reguli se face utilizând următorii operatori:
  - conectori în premiză: AND  $\rightarrow$  MIN, OR  $\rightarrow$  MAX
  - concluzionare: PROD asupra TL de ieșire activat
  - conectarea regulilor: MAX
3. Inferența PROD-SUM. Evaluarea bazei de reguli se face utilizând următorii operatori:
  - conectori în premiză: AND  $\rightarrow$  PROD, OR  $\rightarrow$  SUM
  - concluzionare: PROD asupra TL de ieșire activat
  - conectarea regulilor: SUM

4. Inferența MIN-SUM. Evaluarea bazei de reguli se face utilizând următorii operatori:

- conectori în premiză: AND  $\rightarrow$  MIN, OR  $\rightarrow$  MAX
- concluzionare: MIN asupra TL de ieșire activat
- conectarea regulilor: SUM

**Defuzificarea comenzii fuzzy.** Ultimul pas în procesul de inferență fuzzy este defuzificarea. Defuzificarea în cazul regulilor de tip Mamdani, unde rezultatul inferenței globale este o mulțime fuzzy, este descrisă în continuare:

Se consideră vectorul de intrare  $x = (x_1, \dots, x_n)$  și  $X = X_1 \times \dots \times X_n$ . Mulțimea fuzzy rezultată în urma inferenței globale are asociată funcția de apartenență  $\mu_{output} : X \times U \rightarrow [0, 1]$ , iar rezultatul defuzificării se va nota cu  $u^{def}$  unde *Def* este metoda de defuzificare.

În continuare sunt prezentate cele mai utilizate metode de defuzificare. Se consideră un regulator fuzzy cu  $r$  reguli.

**Metoda centroidului (CoG-Centre of Gravity).** Această metodă găsește centrul de greutate al ariei funcției  $\mu_{output}(x, u)$ . Matematic acesta se exprimă astfel:

pentru cazul continuu

$$u^{COG}(x) = \frac{\int_U u \cdot \mu_{output}(x, u) \, du}{\int_U \mu_{output}(x, u) \, du} \quad (2.28)$$

pentru cazul discret

$$u^{COG}(x) = \frac{\sum_{u \in U} u \cdot \mu_{output}(x, u)}{\sum_{u \in U} \mu_{output}(x, u)}. \quad (2.29)$$

**Metoda Centre-of-Sums (CoS).** Această metodă este similară cu metoda COG dar mult mai eficientă în raport cu complexitatea calculului. În această metodă nu mai este nevoie de calculul funcției  $\mu_{output}(x, u)$  Metoda ia în considerare fiecare mulțime fuzzy rezultată din inferența locală  $\mu_{output}^k(x, u)$ ,  $k \in IN$ ,  $k \geq 2$ . Pentru cazul continuu metoda este exprimată prin formula matematică

$$u^{COS}(x) = \frac{\int_U u \sum_{k=1}^r \mu_{output}^k(x, u) \, du}{\int_U \sum_{k=1}^r \mu_{output}^k(x, u) \, du} \quad (2.30)$$



iar pentru cazul discret

$$u^{COS}(x) = \frac{\sum_{u \in U} u \sum_{k=1}^r \mu_{output}^k(x, u)}{\sum_{u \in U} \sum_{k=1}^r \mu_{output}^k(x, u)}. \quad (2.31)$$

**Metoda înălțimilor (HM - Height Method).** Metoda ia în considerare fiecare mulțime fuzzy rezultată din inferența locală. Se ia în considerare supremul fiecărei funcții de apartenență a mulțimilor  $\tilde{U}_k$  și supremul funcțiilor de apartenență a mulțimilor fuzzy rezultate din inferența locală  $\mu_{output}^k(x, u)$ .

$$u^{HM}(x) = \frac{\sum_{k=1}^r \sup_{u \in U} \{\mu_{\tilde{U}_k}(u)\} \cdot \sup_{u \in U} \{\mu_{output}^k(x, u)\}}{\sum_{k=1}^r \sup_{u \in U} \{\mu_{output}^k(x, u)\}}. \quad (2.32)$$

**Metoda centrului celei mai mari arii (Centre-of-Largest Area - CoLA).** Această metodă este utilizată în cazul în care  $\mu_{output}(x, u)$  nu este convexă. Așa cum se știe  $\mu_{output}(x, u)$  este o combinație a funcțiilor de apartenență a mulțimilor fuzzy rezultate în urma inferenței locale. Dacă funcțiile de apartenență a mulțimilor fuzzy rezultate în urma inferenței locale sunt convexe iar  $\mu_{output}(x, u)$  nu este convexă, atunci metoda determină cea mai mare arie convexă care intră în compunerea graficului funcției  $\mu_{output}(x, u)$  și îi calculează centrul de greutate. Deoarece calculele pentru a găsi centrul de greutate al acestei arii sunt complicate și pot fi făcute în mai multe moduri, nu putem da o formulă de calcul generală.

**Metoda primului maxim (First-of-Maxima - FoM).** Această metodă alege cea mai mică valoare din domeniul  $U$  pentru care  $\mu_{output}(x, u)$  este maximă:

$$u^{FoM}(x) = \inf \left\{ u \in U \mid \mu_{output}(x, u) = \sup_{u \in U} \{\mu_{output}(x, u)\} \right\} \quad (2.33)$$

Versiunea alternativă la această metodă se numește **metoda ultimului maxim (Last-of-Maxima - LoM):**

$$u^{LoM}(x) = \sup \left\{ u \in U \mid \mu_{output}(x, u) = \sup_{u \in U} \{\mu_{output}(x, u)\} \right\}. \quad (2.34)$$

**Metoda maximelor mediate (Middle-of-Maxima - MoM).** Se face media tuturor  $u \in U$  pentru care  $\mu_{output}(x, u)$  este maxim. Matematic se definește prin :

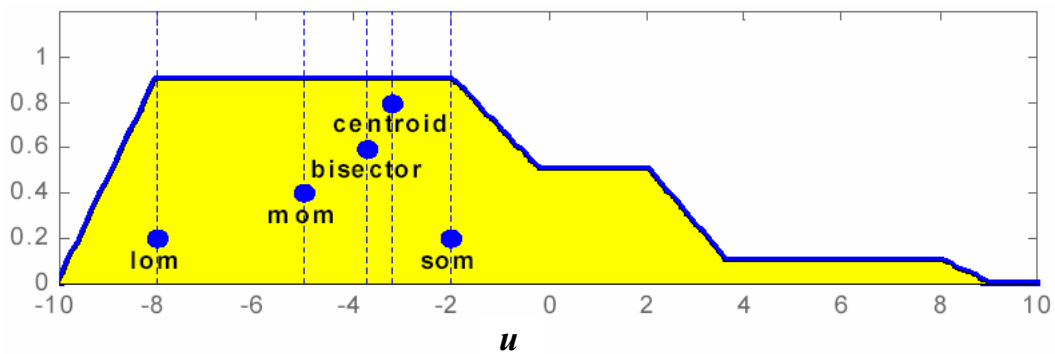
$$u^{MOM}(x) = \frac{\int_Z u \, du}{\int_Z du} \quad (2.35)$$

unde  $Z = \{u \mid \mu_{output}(x, u) = \mu^*\}$  și  $\mu^*$  este valoarea maximă a funcției  $\mu_{output}(x, u)$  (pentru cazul continuu), și

$$u^{MoM}(x) = \frac{1}{2} \left( \inf \left\{ u \in U \mid \mu_{output}(x, u) = \sup_{u \in U} \{\mu_{output}(x, u)\} \right\} + \sup \left\{ u \in U \mid \mu_{output}(x, u) = \sup_{u \in U} \{\mu_{output}(x, u)\} \right\} \right) \quad (2.36)$$

pentru cazul discret.

Câteva dintre metodele descrise mai sus sunt reprezentate grafic în figura de mai jos, ca rezultat al aplicării lor pe o bază de reguli fuzzy:



**Figura 2.6** Reprezentarea rezultatului mai multor metode de defuzificare.

În cazul SRA cu RG-F-TS valoarea finală comenzii se calculează pe baza mediei ponderate (*weighted-sum defuzzification method*) a comenzilor parțiale, definită prin (2.27).

#### 2.5.4 Regulate fuzzy versus regulate clasice. Puncte de vedere

În acest paragraf se vor evidenția puncte de vedere referitoare la avantajele și dezavantajele regulatelor fuzzy versus regulatele clasice, precum și domeniul de aplicație al acestora.

- A. Câteva dintre limitările regulatelor clasice sunt enumerate în continuare (Passino and Yurkovich, 1997), (Kai *et al.*, 2006):

- ▷ Utilizarea în cazul conducerii proceselor puternic neliniare. Modelele liniarizate ale proceselor sunt adeseori restrictive. Utilizarea modelelor neliniare necesită adeseori calcule intensive și probleme complexe de stabilitate,
- ▷ Incertitudinea în modelarea proceselor. Se referă la încrederea care i se acordă informației (dacă sursa de informație, instrumentul de măsură sau expertul sunt complet siguri, demni de încredere, informația este certă). Modelarea incertitudinii cu regulatoare convenționale este dificilă,
- ▷ Imprecizia proceselor. Imprecizia se referă la conținutul informațional (informația este precisă dacă mulțimea valorilor specificate în enunțul corespunzător este singleton, adică are o valoare unică). Modelarea impreciziei cu regulatoare convenționale necesită modele matematice complicate.

Ca și în cazul reguletoarelor clasice (analitice), în cazul reguletoarelor fuzzy mărimile de ieșire obținute în urma defuzificării depind în mod strict de variabilele de intrare. Diferențele esențiale dintre reguletoarele clasice și reguletoarele fuzzy constau în spiritul, în structura și în metodele de proiectare ale acestora. În cazul reguletoarelor clasice caracterul aproximativ al modelului rezultat din liniarizare este compensat de robustețea sistemului de reglare. În contrast, analiza stabilității sistemelor de reglare automată cu reguletoare fuzzy este un domeniu relativ nou în care se fac cercetări intense începând din anii '80.

#### B. Dezavantaje:

- ▷ Un dezavantaj al reguletoarelor fuzzy constă în creșterea complexității și volumului calculului în cazul în care există un număr mare de variabile de intrare și, implicit un număr mare de reguli fuzzy,
- ▷ În cazul proceselor în timp real timpul de calculare a valorii actuale a comenzii poate devenii critic. Pentru a rezolva problema restricțiilor legate de timpul de calcul al semnalului de comandă (în cazul reguletoarelor fuzzy cu multe intrări) se vor salva valorile semnalului de comandă pentru un număr suficient de valori de intrare, sub formă de suprafață caracteristică. După acest pas, în timpul funcționării reguletorului fuzzy, cu ajutorul interpolării valorilor salvate se obține semnalul de comandă aferent valorii de intrare specificate (Dale, 2006).

În contrast cu reguletoarele clasice, proiectarea reguletoarelor fuzzy se poate baza pe cunoștințele rezultate din experiențele practice acumulate din studierea și conducerea

procesului ce urmează a fi automatizat. În astfel de cazuri intervine timpul necesar acumulării acestor experiențe.

O ultimă comparație se poate face între claritatea și simplitatea proiectării modulelor unui regulator. În cazul reguletoarelor fuzzy structura unei reguli fuzzy este clară, simplă - chiar și pentru nespecialiști - și prin urmare mult mai ușor de înțeles decât funcția de transfer pentru un regulator PI.

### C. Avantajele utilizării reguletoarelor fuzzy

- ▷ Reguletoarele fuzzy pot fi aplicate la o arie mult mai mare de condiții de operare decât reguletoarele PID, și pot opera cu diverse tipuri de zgomote și perturbații;
- ▷ Dezvoltarea reguletoarelor fuzzy este relativ mai ușoară decât dezvoltarea reguletoarelor clasice, deoarece sunt alcătuite din baze de reguli fuzzy care modelează comportamentul procesului condus;
- ▷ Reguletoarele fuzzy sunt mai ușor de modificat deoarece baza de reguli este alcătuită din informații euristice (experiența operatorului uman) exprimate în termeni lingvistici naturali. Prin urmare, modificarea comportamentului unui regulator fuzzy se face prin modificarea uneia sau a mai multor reguli fuzzy;
- ▷ Este ușor de înțeles cum operează un regulator fuzzy, cum trebuie proiectat și aplicat unui proces concret deoarece mecanismul de inferență fuzzy este relativ ușor de înțeles;
- ▷ Sistemele fuzzy sunt sisteme bine definite iar regulatorul fuzzy este un tip special de regulator neliniar, care este de asemenea bine definit. Toate teoriile ingineresti caracterizează procesele reale într-o manieră aproximativă. De exemplu, cele mai multe sisteme reale sunt neliniare, dar inginerii pun mare accent pe studiul liniarizării sistemelor neliniare. Sistemele fuzzy nu necesită, în mod special, liniarizarea procesului condus. Ca și principiu general, o teorie inginerescă bună trebuie să fie capabilă să utilizeze toate informațiile disponibile.

## 2.6 Concluzii relative la capitolul 2

Deoarece există o arie foarte mare de procese care trebuie modelate, pot exista un număr foarte mare de clase de funcții de apartenență cu ajutorul cărora pot fi exprimați

termenii lingvistici aferenți variabilelor de stare. (paragraful 2.1)

Principalele aspecte de la care se pornește în proiectarea unui regulator fuzzy sunt definirea (identificarea) corectă a variabilelor și termenilor lingvistici. Aceștia modelează, prin intermediul funcțiilor de apartenență, valorile variabilelor de stare definite pe un domeniu dat. Definirea variabilelor și a termenilor lingvistici se face euristic (depind de cunoștințele expertului care administrează procesul). (paragraful 2.2)

Un regulator fuzzy constă dintr-o serie de propoziții fuzzy (simple sau compuse) condiționate sau necondiționate. O propoziție fuzzy stabilește o relație între o valoare a unei variabile de stare și una sau mai multe regiuni fuzzy (partiții fuzzy). Mai multe propoziții fuzzy condiționate sau necondiționate contribuie, prin gradul lor de activare, la valoarea finală a comenzii unui regulator fuzzy. (paragraful 2.3)

În acest capitol au fost prezentați operatorii logici fuzzy, cu ajutorul cărora se pot construi propoziții fuzzy simple sau compuse. Aceștia joacă un rol principal în elaborarea comenzii unui regulator fuzzy și sunt fundamentali pentru proiectarea bazei de reguli fuzzy.

Tot în acest capitol a fost făcută o formulare generală a definițiilor funcțiilor logice fuzzy. Astfel, disjuncția, conjuncția și implicația fuzzy sunt definite pe  $F \times F \rightarrow F$  folosind t-norme și t-conorme iar negația fuzzy pe  $F \rightarrow F$ , unde  $F$  este mulțimea funcțiilor de apartenență. Funcțiile logice fuzzy sunt definite în această lucrare pentru mulțimi fuzzy a căror mulțimi de bază sunt diferite.

Un alt rezultat important prezentat în acest capitol este extinderea operatorilor logici fuzzy, pe baza proprietății de asociativitate, la operatori logici fuzzy de mai multe variabile. (paragraful 2.4)

Tot în cursul acestui capitol a fost prezentată structura de bază a unui regulator fuzzy și detaliate toate modulele acestuia. A fost prezentată, detaliat, structura regulilor fuzzy de tip Mamdani și Takagi-Sugeno și descris mecanismul de inferență locală și respectiv globală. (paragraful 2.5)

□ Principalele cazuri în care se folosesc regulatoare fuzzy sunt atunci când ([Passino and Yurkovich, 1997](#)), ([Kai et al., 2006](#)):

- ▷ controlul proceselor este prea complex pentru a fi detaliat prin metode și tehnici convenționale cantitative;

- ▷ sursele de informații disponibile sunt interpretate calitativ, uneori incomplet sau incert.
- Principalele avantaje ale reguletoarelor fuzzy ([Passino and Yurkovich, 1997](#)), ([Kai et al., 2006](#)):
  - ▷ comanda bazată pe caracterizări lingvistice (prin termeni lingvistici) a proprietăților procesului și sistemului de conducere, care înglobează cunoștințele expertului uman;
  - ▷ comandă "robustă": aici în sensul că valoarea comenzii finale este generată prin agregarea rezultatului (comenzii) mai multor reguli fuzzy, ceea ce poate susține faptul că eroarea unei singure reguli nu este fatală.
- Principalele metode de proiectare a regulilor fuzzy pot fi:
  - ▷ pe baza acțiunilor operatorului care controlează procesele: observarea acțiunilor controlului uman în termeni de operații cu date de intrare-ieșire;
  - ▷ pe baza experienței expertului și a inginerului de cunoștințe: manualul de operare și chestionarele;
  - ▷ pe baza analizei comportamentului proceselor conduse;
  - ▷ bazate pe modelul fuzzy al proceselor: se folosește descrierea lingvistică a caracteristicilor dinamice ale proceselor;
  - ▷ bazate pe învățare: abilitatea modificării regulilor astfel încât regulatorul fuzzy să se autoorganizeze.
- Principalele proceduri de proiectare a unui regulator fuzzy, prezentat în figura 2.5, se bazează pe parcurgerea următorilor pași:
  1. determinarea modelului matematic al procesului, al variabilelor de stare și al variabilelor pe baza cărora se realizează controlul procesului;
  2. determinarea variabilelor lingvistice și a termenilor lingvistici aferenți fiecărei variabile lingvistice;
  3. alegerea formei funcțiilor de apartenență asociate termenilor lingvistici;
  4. fuzificarea valorilor de intrare;
  5. alegerea operatorilor logici fuzzy, construcția bazei de reguli fuzzy;
  6. implementarea soluției cu RG-F presupune o atentă testare și ajustare/reajustare a primilor pași.

# Capitolul 3

## Analiza stabilității și metode de stabilizare a sistemelor de reglare automată cu reglatoare fuzzy de tip Takagi-Sugeno

### 3.1 Aspecte preliminare

Stabilitatea este o proprietate calitativă (structurală) a sistemelor reflectată în comportarea dinamică a acestora. Problema stabilității este de importanță foarte mare atât din punct de vedere a analizei prezentate, cât și pentru proiectarea sistemelor de reglare automată. Problema stabilității sistemelor (automate) și, în particular a stabilității sistemelor (automate) neliniare, este una dintre cele mai importante domenii de cercetare a sistemelor dinamice. În sensul matematic, problema stabilității este în final o problemă de teorie calitativă a ecuațiilor diferențiale, integrale sau cu diferențe finite. Analiza stabilității sistemelor liniare nu ridică probleme deosebite deoarece acestea se supun criteriilor de stabilitate binecunoscute: metoda indirectă a lui Lyapunov, metoda directă a lui Lyapunov, criteriul algebrice (Routh-Hurwitz), criteriul cercului, criteriul de frecvență (Nyquist), etc.

Stabilitatea sistemelor neliniare este supusă adeseori particularului, teoriile generale (Lyapunov, Popov, ...) găsind soluții elegante pentru neliniarități cu forme particulare (Popov, 1964), (Belea, 1983), (Voicu, 1986), (Isidori, 1995), (Răzvan, 1995), (Isidori, 1999).

Una dintre direcțiile de dezvoltare recente în domeniul teoriei stabilității sistemelor

dinamice neliniare, are la bază teoria sistemelor fuzzy.

Metodele de conducere bazate pe RG-F au obținut numeroase succese în aplicațiile industriale (Leondes, 1999), (Precup *et al.*, 2003), (Nedjah and Mourelle, 2005), (Kovacic and Bogdan, 2005), (Precup and Preitl, 2007). Analiza stabilității și a metodelor de stabilizare a SRA cu RG-F, a rămas o problemă de actualitate. Comentariile critice asupra reglajului fuzzy sunt făcute, în general, asupra dificultăților de găsim a metodelor de analiză a stabilității, și în special asupra lipsei metodelor de stabilizare a SRA cu RG-F.

Pentru analiza stabilității SRA cu RF se pot utiliza metodele de stabilitate folosite la sistemele neliniare (Slotine and Li, 1991), (Vidyasagar, 1992), (Sontag, 1998), (Khalil, 2000), (Zak, 2003), (Anthony *et al.*, 2008). Alegerea metodei depinde de structura clasei procesului neliniar și de tipul de informație folosit (completă sau incompletă).

În literatura de specialitate, majoritatea metodelor de analiză a stabilității sistemelor neliniare conduse cu ajutorul RG-F-TS, sunt bazate pe liniarizarea respectiv liniarizarea pe porțiuni a procesului condus (Tanaka and Sugeno, 1990), (Tanaka and Sugeno, 1992), (Tanaka and Wang, 2001), (Lam and Leung, 2007), (Sala and Ariño, 1993), (Yoneyama, 2007).

Metodele de analiză a stabilității care nu apelează liniarizarea procesului neliniar condus sunt relativ puține; una dintre acestea este cunoscută sub denumirea *metoda Wong-Leung-Tam* (W-L-T) (Wong *et al.*, 1997a), (Wong *et al.*, 1997b), (Wong *et al.*, 1998a), (Wong *et al.*, 1998b), (Wong *et al.*, 2000a), (Wong *et al.*, 2000b), (Wong *et al.*, 2001), (Wong *et al.*, 2002).

În ultimele decenii, pe baza metodei directe a lui Lyapunov s-au enunțat mai multe teoreme de stabilitate dintre care se amintesc: teorema lui LaSalle, teorema lui Barbashin și a lui Krasovskii (Khalil, 2000). În literatura de specialitate s-au publicat numeroase studii asupra analizei stabilității pe baza metodei directe a lui Lyapunov, aceasta fiind considerată una dintre principalele metode de analiză, în special pentru cazul sistemelor neliniare (Slotine and Li, 1991), (Khalil, 2000), (Bacciotti and Rosier, 2005), (Dumitrache, 2005).

În acest context, capitolul 3 își propune dezvoltarea la nivel teoretic a unor metode de analiză a stabilității și respectiv de stabilizare a sistemelor neliniare conduse cu ajutorul



RG-F-TS, cu aplicabilitate cât mai largă. În acest sens în cadrul tezei sunt prezentate două metode de analiză a stabilității SRA cu RG-F dezvoltate de autor (Tomescu and Petrov, 2006), (Precup *et al.*, 2007a), (Precup *et al.*, 2007b), și (Precup *et al.*, 2008b). Metodele introduse sunt derivate din metoda directă de stabilitate a lui Lyapunov și se bazează pe *principiul de invarianță* enunțat de J. P. LaSalle în lucrarea (LaSalle, 1960). Metodele de analiză a stabilității SRA cu RG-F pot fi considerate variante fuzzy ale *teoremei lui LaSalle* enunțate în (Slotine and Li, 1991).

În paragraful 3.2 este prezentată o sinteză asupra principalelor concepte și rezultate din teoria stabilității folosite în teză.

În acest capitol sunt prezentate, pentru comparație, două metode de stabilitate globală asimptotică (în sensul lui Lyapunov), aplicate SRA cu RG-F:

- ▷ Prima utilizează liniarizarea pe porțiuni a procesului neliniar condus, pe care îl modelează cu ajutorul unui sistem fuzzy de tip Takagi-Sugeno. Stabilitatea sistemului astfel proiectat este analizată prin prisma teoriei **inegalităților matriceale liniare (LMI)**. În acest sens paragraful 3.3 prezintă metoda Kazuo Tanaka. Prezentarea metodei constituie un model de comparație și analiză cu metodele de stabilitate propuse în această lucrare.
- ▷ Cea de a doua metodă se referă la tehnici de stabilitate bazate pe neliniarizarea procesului condus. În acest sens este prezentată, în paragraful 3.4, cea mai cunoscută metodă din literatura de specialitate, *metoda W-L-T*. Prezentarea metodei constituie un model de comparație și analiză cu metodele de stabilitate propuse în această lucrare.

În paragraful 3.5 este prezentată prima metodă de stabilitate propusă. Această metodă se poate aplica proceselor neliniare conduse cu ajutorul RG-F-TS de tip Multi - Input Multi - Output (MIMO). Metoda este o generalizare a *metodei W-L-T*, propunând condiții de stabilitate mai relaxate.

În paragraful 3.6 este prezentată cea de a doua metodă de stabilitate propusă. Această metodă se poate aplica proceselor neliniare conduse cu ajutorul RG-F-TS de tip Multi - Input Single - Output (MISO).

O notă aparte a celor două metode propuse în această teză constă din faptul că analiza stabilității procesului condus nu necesită liniarizarea respectiv liniarizarea pe porțiuni a

procesului condus.

Pe baza celor două metode de stabilitate prezentate în teză se vor elabora, pentru fiecare în parte, un algoritm (o metodă) de stabilizare a unui proces neliniar condus de un regulator fuzzy.

Avantajele și dezavantajele primei metode propuse, respectiv a celei de-a doua metode propuse, precum și analiza comparativă în raport cu celelalte metode sunt prezentate la finalul paragrafelor care le descriu.

În paragraful 3.7 sunt sintetizate concluziile și rezultatele obținute în cadrul celui de-al treilea capitol.

## 3.2 Principalele concepte și rezultate din teoria stabilității folosite în teză

Se consideră următoarea clasă de procese neliniare modelate printr-un set de ecuații diferențiale neliniare de forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t)), \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (3.1)$$

unde  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  reprezintă vectorul de stare și  $\mathbf{f} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  este o funcție vectorială de variabilă vectorială cu componentele

$$f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad i = \overline{1, n} \quad (3.2)$$

Dacă  $f_i$  sunt continue și au derivatele parțiale de ordinul întâi continue atunci soluția sistemului neliniar (3.1) există și este unică. Această soluție se notează cu  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t; t_0, \mathbf{x}_0)$ .

Dacă  $f_i$  nu depind explicit de  $t$ , atunci procesul caracterizat de  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t)) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$  se numește **autonom**, altfel acesta se numește **neautonom**.

**Definiția 3.1 (Slotine and Li, 1991)** O soluție  $\mathbf{x}(t)$  a procesului neliniar dat de ecuațiile (3.1) corespunde, de obicei, unei curbe în spațiul stărilor și se numește **traiectoria stărilor procesului** sau pe scurt **traiectoria procesului**.

**Definiția 3.2 (Zak, 2003)** Un **punct de echilibru** sau **stare de echilibru** asociat / asociată procesului dat de ecuațiile (3.1) este definit / definită ca un vector constant notat cu  $\mathbf{x}_e$ , pentru care

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{x}_e) = 0, \quad \forall t \geq 0. \quad (3.3)$$

Dacă  $\mathbf{x}_e$  este un punct de echilibru diferit de originea lui  $\mathbb{R}^n$ , atunci acesta poate fi translatat în origine folosind o nouă variabilă, astfel:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_e.$$

### Existența și unicitatea soluțiilor.

În următoarele două teoreme sunt enunțate condițiile pentru existența și unicitatea soluțiilor unui sistem de ecuații diferențiale neliniare. Prima dată este enunțată o condiție simplă și suficientă pentru ca un sistem de ecuații diferențiale neliniare să admită o soluție, apoi sunt enunțate condiții suficiente pentru ca această soluție să fie unică.

În continuare se folosește norma Euclidiană standard a unui vector. Astfel, dacă  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  atunci

$$\|\mathbf{x}\| = (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{1/2}. \quad (3.4)$$

**Teorema 3.1 (Teorema de existență a lui Cauchy) (Slotine and Li, 1991)** *Se consideră ecuația neliniară (3.1). Dacă funcția  $\mathbf{f}$  este continuă în regiunea închisă*

$$|t - t_0| \leq T, \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\| \leq R \quad (3.5)$$

*unde  $T$  și  $R$  sunt constante strict pozitive, atunci ecuația (3.1) are cel puțin o soluție  $\mathbf{x}(t)$  care satisface condițiile inițiale și este continuă peste o perioadă de timp  $[t_0, t_1]$  (unde  $t_1 > t_0$ ).*

Prin urmare condiția de continuitate a lui  $\mathbf{f}$  este suficientă pentru garantarea soluției, dar nu garantează unicitatea sa.

Următoarea teoremă enunță condiții suficiente pentru unicitatea soluției ecuației (3.1).

**Teorema 3.2 (Teorema de unicitate) (Slotine and Li, 1991)** *Dacă funcția  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$  este continuă în  $t$  și dacă există o constantă strict pozitivă  $L$  astfel încât*

$$\|\mathbf{f}(\mathbf{x}_2, t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, t)\| \leq L \|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1\|, \quad (3.6)$$

*pentru toți  $\mathbf{x}_1$  și  $\mathbf{x}_2$  dintr-o vecinătate finită a originii și toți  $t$  din intervalul  $[t_0, t_0 + T]$  (cu  $T$  o constantă strict pozitivă), atunci ecuația (3.1) are o soluție unică  $\mathbf{x}(t)$  pentru stări inițiale suficient de mici și într-un interval de timp suficient de mic.*

Condiția (3.6) este cunoscută ca și *condiția lui Lipschitz* iar constanta  $L$  este cunoscută ca și *constantă lui Lipschitz*. Condiția pentru existența soluțiilor dată de teorema lui Cauchy este relativ ușor de îndeplinit, pe când condiția impusă pentru garantarea unicității este destul de tare și conservativă.

În multe aplicații ale proceselor neliniare se presupune că  $f$  este suficient de netedă pentru garantarea existenței și unicității soluțiilor (Slotine and Li, 1991). (Funcția  $f$  este o *funcție netedă* dacă admite derivate de ordinul  $n$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ).

Următoarea definiție introduce noțiunea de **stabilitate în sens Lyapunov**.

**Definiția 3.3 (Khalil, 2000)** O stare de echilibru  $\mathbf{x}_e$  a sistemului (3.1) este definită ca

- *stabilă* dacă, pentru orice  $t_0$  dat și pentru oricare  $\varepsilon > 0$  există  $\delta = \delta(t_0, \varepsilon)$  astfel încât

$$\|\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}_e\| < \delta \Rightarrow \|\mathbf{x}(t; t_0, \mathbf{x}_0) - \mathbf{x}_e\| < \varepsilon, \quad \forall t \geq t_0, \quad (3.7)$$

- *instabilă* dacă nu este stabilă,
- *asimptotic stabilă*, dacă este stabilă și în plus, pentru orice  $t_0$  dat există  $\delta_1 = \delta_1(t_0) > 0$  astfel încât

$$\|\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}_e\| < \delta_1 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t; t_0, \mathbf{x}_0) = \mathbf{x}_e. \quad (3.8)$$

**Definiția 3.4 (Khalil, 2000)** O funcție scalară  $V : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  se numește *funcție pozitiv definită* pe întreg spațiul stărilor, dacă

$$V(0) = 0 \text{ și } V(\mathbf{x}) > 0, \quad \forall \mathbf{x} \in D - \{0\}. \quad (3.9)$$

Dacă  $V(\mathbf{x}) \geq 0, \forall \mathbf{x} \in D - \{0\}$ , atunci funcția  $V$  se numește **pozitiv semi-definită**.

**Definiția 3.5 (Khalil, 2000)** O funcție scalară  $V : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  se numește *funcție negativ definită* pe întreg spațiul stărilor, dacă

$$V(0) = 0 \text{ și } V(\mathbf{x}) < 0, \quad \forall \mathbf{x} \in D - \{0\}. \quad (3.10)$$

Dacă  $V(\mathbf{x}) \leq 0, \forall \mathbf{x} \in D - \{0\}$ , atunci funcția  $V$  se numește **negativ semi-definită**.

Se consideră următoarea clasă de procese neliniare definite de modelul neliniar (3.11):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{G}(\mathbf{x}(t)) \mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n,$$

în care:

- $t$  este variabila de timp iar  $t_0$  momentul inițial. (Pentru simplificarea scrierii variabila timp va fi omisă),
- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$  este vectorul stărilor,
- $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dots \ \dot{x}_n]^T$  este derivata în raport cu timpul a vectorului de stare,
- $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \dots \ f_n(\mathbf{x})]^T$  și  $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = [\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) \ \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) \ \dots \ \mathbf{g}_n(\mathbf{x})]^T$ ,  $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}) = [g_{i1}(\mathbf{x}) \ g_{i2}(\mathbf{x}) \ \dots \ g_{im}(\mathbf{x})]$ ,  $i = \overline{1, n}$  sunt funcții vectoriale de variabilă vectorială, continue, care descriu dinamica procesului condus iar  $g_{ij} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,
- $\mathbf{d} = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_n]^T$  este un vector care descrie eventuale perturbații externe. Se consideră componentele vectorului continue în raport cu timpul și mărginite,
- $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T$  reprezintă vectorul mărimilor de comandă generate de regulatorul fuzzy și se presupune continuu în raport cu timpul.

Se consideră o funcție  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  de clasă  $C^1$  definită pe un domeniu  $D \subset \mathbb{R}^n$  care conține originea. Derivata lui  $V$  în raport cu timpul de-a lungul traiectoriilor sistemului (3.1), este dată de:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \dot{x}_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} f_i(\mathbf{x}) = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial x_1} & \frac{\partial V}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial V}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Următoarele două teoreme reprezintă rezultate importante în teoria stabilității asimptotice a sistemelor autonome neliniare, și reprezintă metode de analiză a stabilității pentru modelul neliniar (3.11).

**Teorema 3.3 (Metoda directă a lui Lyapunov pentru sisteme neliniare) (Khalil, 2000)**

Fie  $\mathbf{x}_e$  un punct de echilibru pentru procesul neliniar modelat de ecuațiile de stare (3.1) și  $D \subset \mathbb{R}^n$  un domeniu care conține punctul  $\mathbf{x}_e$ . Fie  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  cu derivatele parțiale continue, astfel încât

$$V(\mathbf{x}_e) = 0 \text{ și } V(\mathbf{x}_e) > 0 \text{ în } D - \{\mathbf{x}_e\}, \quad (3.13)$$

$$\dot{V}(\mathbf{x}_e) \leq 0 \text{ în } D. \quad (3.14)$$

Atunci, punctul de echilibru  $\mathbf{x}_e$  este stabil. Mai mult, dacă

$$\dot{V}(\mathbf{x}) < 0 \text{ în } D - \{\mathbf{x}_e\}, \quad (3.15)$$

atunci punctul de echilibru  $\mathbf{x}_e$  este asimptotic stabil.

**Definiția 3.6 (Khalil, 2000)** O funcție  $V(x)$  de clasă  $C^1$  care satisface condițiile (3.13) și (3.14) este denumită **funcție Lyapunov**.

**Teorema 3.4 (Teorema Barbashin-Krasovskii) (Khalil, 2000)** Fie  $\mathbf{x}_e$  un punct de echilibru pentru procesul neliniar modelat de ecuațiile de stare (3.1). Fie  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție de clasă  $C^1$ , astfel încât

$$V(\mathbf{x}_e) = 0 \text{ și } V(\mathbf{x}) > 0, \forall \mathbf{x} \neq \mathbf{x}_e, \quad (3.16)$$

$$\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty \text{ (radial nemărginită)}, \quad (3.17)$$

$$\dot{V}(\mathbf{x}) < 0, \forall \mathbf{x} \neq \mathbf{x}_e, \quad (3.18)$$

atunci punctul de echilibru  $\mathbf{x}_e$  este global asimptotic stabil.

Relațiile dintre existența funcției lui Lyapunov pentru un sistem dat și existența și unicitatea soluțiilor sistemului au fost enunțate și demonstrate în lucrările (Yoshizawa, 1966) și (Yoshizawa, 1975).

O altă metodă de analiză a stabilității asimptotice a unui sistem dinamic neliniar autonom, se bazează pe **principiul de invarianță al lui LaSalle**. Conceptul central în teorema de stabilitate, ce rezultă din acest principiu, este noțiunea de mulțime invariantă pentru un sistem neliniar, care este o generalizare a conceptului de punct de echilibru.

**Definiția 3.7 (Slotine and Li, 1991)** O mulțime  $G$  este o mulțime invariantă pentru un sistem neliniar dacă fiecare traiectorie a sistemului care pornește dintr-un punct din  $G$  rămâne în  $G$  pentru oricare  $t \geq 0$ .

**Teorema 3.5 (Teorema lui LaSalle) (Khalil, 2000)** Fie  $\mathbf{x}_e$  un punct de echilibru pentru modelul neliniar (3.1). Fie  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție de clasă  $C^1$ , radial nemărginită, pozitiv definită astfel încât  $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0$  pentru toți  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ . Fie

$$S = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \dot{V}(\mathbf{x}) = 0 \right\}. \quad (3.19)$$

Dacă  $M = \{\mathbf{x}_e\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S$ , atunci punctul de echilibru  $\mathbf{x}_e$  este global asimptotic stabil.

**Observație:** expresia "cea mai largă mulțime invariantă" trebuie înțeleasă în sensul teoriei mulțimilor, adică,  $M$  este reuniunea tuturor mulțimilor invariante din  $S$  (Slotine and Li, 1991).

**Definiția 3.8 (Bacciotti and Rosier, 2005)** Sistemul autonom neliniar caracterizat de ecuațiile

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{b}(\mathbf{x}(t))\mathbf{k}(\mathbf{x}(t)), \quad (3.20)$$

în care  $\mathbf{f}$  și  $\mathbf{b}$  sunt funcții care descriu dinamica sistemului, este **stabilizabil continuu intern (local sau global) în origine**, dacă există o reacție continuă  $\mathbf{u} = \mathbf{k}(\mathbf{x})$  astfel încât sistemul (3.20) să fie (local sau global) asimptotic stabil în origine, în sensul lui Lyapunov.

Reacția  $\mathbf{u} = \mathbf{k}(\mathbf{x})$  se mai numește **stabilizator intern**.

### 3.2.1 Metode de analiză a stabilității proceselor neliniare cu regulatoare fuzzy de tip Takagi-Sugeno

La începutul anilor 1990 prin lucrările (Tanaka and Sugeno, 1990), (Tanaka and Sugeno, 1992), (Langari and Tomizuka, 1990), (Kitamura and T, 1991), (Farinwata and Vachtsevanos, 1993) a început studiul teoriei stabilității sistemelor fuzzy aplicată proceselor neliniare. Astăzi, există o mulțime însemnată de lucrări dedicate analizei stabilității sistemelor fuzzy de tip Takagi-Sugeno (Wang and Louh, 2004), (Wang et al., 2003), (Wang and Louh, 2004), (Chen et al., 2005), (Baranyi et al., 2002), (Baranyi et al., 2003), (Baranyi et al., 2004), (Baranyi et al., 2006).

Regulatele fuzzy sunt în esență sisteme neliniare. Din această cauză analiza stabilității proceselor neliniare cu RG-F poate fi uneori dificilă. Una dintre cele mai importante cerințe ale SRA cu RG-F este analiza stabilității acestora.

Garantarea stabilității SRA cu RG-F este uneori dificilă datorită neliniarității regulatorului fuzzy și a suprapunerii acesteia peste neliniaritățile procesului condus.

În general toate metodele de analiză a stabilității prezintă anumite avantaje și dezavantaje cauzate, în principal, de neliniaritatea care induce condițiile de stabilitate. În acest sens, în continuare, se vor analiza principalele metode de analiză și verificare a stabilității proceselor neliniare cu extindere la analiza stabilității cu RG-F prezentate în literatura de specialitate.

Principalele abordări a problematicii analizei stabilității SRA cu RG-F sunt prezentate în continuare.

- **Metoda de analiză a stabilității SRA cu RG-F bazată pe metoda directă a lui Lyapunov** (Khalil, 2000), (Slotine and Li, 1991). Această metodă poate fi privită ca o extindere a unei observații fizice fundamentale: dacă energia totală a unui sistem mecanic sau electric este continuu disipată, atunci sistemul, fie acesta liniar sau neliniar, trebuie să ajungă în starea de echilibru. Astfel se poate concluziona că stabilitatea sistemului poate fi determinată examinând variația unei singure funcții scalare (funcția Lyapunov). Metoda de analiză a stabilității nu necesită liniarizarea modelului matematic în jurul punctelor de echilibru, acest fapt fiind considerat un avantaj. Dezavantajul metodei este dat de dificultatea găsirii unei funcții Lyapunov, în cazul ecuațiilor de stare puternic neliniare.
- **Metoda de analiză a stabilității SRA cu RG-F bazată pe metoda indirectă a lui Lyapunov** (Khalil, 2000). Metoda indirectă a lui Lyapunov constă din liniarizarea modelului matematic al procesului condus. În funcție de semnul părților reale ale soluțiilor ecuației caracteristice a matricei Jacobiană a lui  $f$  (din ecuația (3.1) în punctul de echilibru, se poate determina stabilitatea procesului neliniar.
- Metodele de analiză a stabilității proceselor neliniare, bazate pe **criteriul lui Popov** (Piegat, 2001), (Precup *et al.*, 2003), (Precup and Preitl, 2005), (Kai *et al.*, 2006), (Driankov *et al.*, 1996), **criteriul cercului** (Aracil *et al.*, 1989), (Opitz, 1976), (Driankov *et al.*, 1996), (Kai *et al.*, 2006), (Ban *et al.*, 2007) și **criteriul hiperstabilității** (Opitz, 1976), (Kai *et al.*, 2006), au un neajuns esențial. Aceste metode se bazează pe separarea sistemului cu RG-F în două părți: partea liniară și partea neliniară a sistemului. Având în vedere că regulatele fuzzy sunt prin



structură sisteme neliniare, separarea sistemului de reglare automată cu regulator fuzzy, într-o parte liniară și una neliniară, devine o problemă delicată care face ca în cazul reglării unor procese neliniare complexe, să fie foarte greu aplicabilă (Kai *et al.*, 2006). Pe de altă parte, dacă avem un proces simplu la care se poate găsi ușor modelul analitic, atunci se poate proiecta, relativ ușor, un regulator clasic.

- Metodele de analiză a stabilității proceselor neliniare, bazate pe **inegalități matriceale liniare (LMI - Linear Matrix Inequality)** au la bază construirea unui model fuzzy de tip Takagi-Sugeno (Takagi-Sugeno fuzzy model) (Sugeno and Kang, 1988), care să aproximeze procesul neliniar studiat (Tanaka and Wang, 2001). Modelul fuzzy propus de Takagi și Sugeno (Takagi and Sugeno, 1985) este descris prin reguli fuzzy de tip IF-THEN, care reprezintă o relație liniară locală de intrare-ieșire a procesului neliniar studiat. Altfel spus, ideea de bază a proiectării unui model fuzzy de tip Takagi-Sugeno este de a descompune spațiul de intrare într-un număr de regiuni fuzzy, în care comportamentul procesului neliniar este aproximat printr-un model liniar local. Caracteristica principală a modelului fuzzy propus de Takagi și Sugeno este de a exprima dinamica locală a fiecărei implicații (reguli) fuzzy, printr-un model de sistem liniar. Întregul model fuzzy este o combinație a modelelor liniare locale interconectate printr-o mulțime de funcții de apartenență. Prin aplicarea metodei directe de stabilitate a lui Lyapunov, stabilitatea modelului fuzzy de tip Takagi-Sugeno se reduce la găsirea unei matrici **P** pozitiv definite, (Tanaka and Sugeno, 1992) care să satisfacă un set de inegalități de tip Lyapunov. Matricea **P** poate fi găsită cu ajutorul teoriei inegalităților matriceale liniare (LMI). Unul dintre dezavantajele acestei metode de stabilitate este aproximarea procesului neliniar printr-un model fuzzy de tip Takagi-Sugeno. Un alt inconvenient al acestei metode de analiză a stabilității, este dificultatea găsirii matricii **P**, atunci când numărul de reguli este mare.
- **Metoda de analiză a stabilității Wong-Leung-Tam** este prezentată în lucrările (Wong *et al.*, 1997b), (Wong *et al.*, 1997a), (Wong *et al.*, 1998b), (Wong *et al.*, 2000b), (Wong *et al.*, 1998a), (Wong *et al.*, 2000a), (Wong *et al.*, 2002) și (Leung *et al.*, 2000). O caracteristică importantă a metodei rezultă din faptul că nu necesită liniarizarea sau liniarizarea pe porțiuni a procesului studiat. Regulatorul fuzzy este bazat pe reguli fuzzy de tip IF-THEN, a căror concluzie este reprezentată prin semnalul de comandă  $u_k$  corespunzător regiunii fuzzy descrisă în partea de premisă a regulei. Ideea de bază a metodei de stabilitate Wong-Leung-Tam este de a descompune spațiul de intrare într-un număr de regiuni fuzzy, în care

derivata funcției  $V$  în raport cu subsistemul format din regula fuzzy corespunzătoare regiunii fuzzy respective și procesul condus, să fie negativ semidefinită. Stabilitatea întregului sistem fuzzy este garantată dacă derivata lui  $V$  în raport cu fiecare subsistem fuzzy este negativ semidefinită. Această metodă de analiză a stabilității, împreună cu avantajele și dezavantajele acesteia, va fi prezentată și analizată pe larg în acest capitol.

- **Metoda de analiză a stabilității SRA cu RG-F în spațiul stărilor.** Abordarea în spațiul stărilor este o metodă geometrică de analiză a stabilității SRA cu RG-F care constă în stabilirea punctelor de echilibru stabile sau instabile ale sistemului închis, urmată de interpretarea în spațiul stărilor a tendinței de deplasare a stării sistemului către unul sau eventual altul dintre aceste puncte. Această metodă de analiză a stabilității SRA cu RG-F a fost introdusă de Braae și Rutherford în lucrarea (Braae and Rutherford, 1979), și dezvoltată pentru procese  $n$ -dimensionale la intrare de către (Driankov *et al.*, 1996). În cazul acestui tip de analiză a stabilității este necesară caracterizarea relației dintre regulile fuzzy și spațiul stărilor asociat sistemului dinamic condus. Această relație se bazează pe influența relativă a fiecărei reguli fuzzy asupra semnalului de comandă produs de regulatorul fuzzy. Stabilitatea sistemului neliniar este determinată de trei indicatori de apreciere a stabilității introduși în (Aracil *et al.*, 1989). Avantajul metodei constă în calcularea relativ ușoară a indicatorilor de apreciere a stabilității. Unul dintre dezavantajele acestei metode de analiză a stabilității SRA cu RG-F este liniarizarea modelului matematic al procesului, în jurul punctului de echilibru.

### 3.2.2 Metode de stabilizare a sistemelor cu reglare automată cu regulatoare fuzzy de tip Takagi-Sugeno

Un domeniu important al teoriei stabilității proceselor neliniare conduse cu ajutorul regulatoarelor fuzzy, este cea a dezvoltării și implementării de metode (algoritmi) de stabilizare al acestor procese.

În majoritatea cazurilor metodele (algoritmii) de stabilizare a SRA cu RG-F derivă din metodele de analiză a stabilității sistemelor neliniare (Sontag, 1998), (Aeyels *et al.*, 1999), (Slotine and Li, 1991), (Kats and Martynyuk, 2002), (Bacciotti and Rosier, 2005).

În literatura de specialitate există relativ puține studii extinse în domeniul stabilizării SRA cu RG-F (Zak, 2003), (Guerra *et al.*, 2006), (Lin *et al.*, 2006), (Yoneyama, 2007), (Lin *et al.*, 2007).

### 3.3 Metoda de analiză a stabilității unui sistem cu reglare automată cu regulator fuzzy bazată pe inegalități matriceale liniare

Metoda de analiză a stabilității bazată pe inegalități matriceale liniare (LMI) utilizează metoda directă de stabilitate a lui Lyapunov (Slotine and Li, 1991), (Khalil, 2000). Procesul neliniar considerat este aproximat (modelat) pe baza unui model fuzzy de tip Takagi-Sugeno (Takagi and Sugeno, 1985). Modelarea proceselor neliniare cu ajutorul sistemelor fuzzy se bazează pe proprietatea acestora de a fi aproximatori universali (Tanaka and Wang, 2001).

Metoda de analiză a stabilității descrisă în continuare se bazează pe lucrarea lui Tanaka și Wang (Tanaka and Wang, 2001) în domeniul stabilității sistemelor fuzzy de tip Takagi-Sugeno.

Un sistem fuzzy de tip Takagi-Sugeno este descris prin reguli fuzzy IF-THEN care reprezintă relațiile liniare locale dintre intrările și ieșirile unui proces neliniar. Caracteristica principală a unui sistem fuzzy de tip Takagi-Sugeno este că poate exprima dinamica locală a unui proces neliniar, prin modele liniare exprimate de reguli fuzzy. Un astfel de model asociat procesului neliniar condus este exprimat matematic prin

*Regula i* : **IF**  $x_1(t)$  este  $\tilde{X}_{i,1}$  **AND**  $x_2(t)$  este  $\tilde{X}_{i,2}$  **AND, ... ,AND**  $x_n(t)$  este  $\tilde{X}_{i,n}$

$$\mathbf{THEN} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), & i = \overline{1, n_r} \\ y(t) = C_i x(t), \end{cases} \quad (3.21)$$

unde,  $\tilde{X}_{i,j}$ ,  $j = \overline{1, n}$ , sunt mulțimi fuzzy;  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  este vectorul stărilor,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  reprezintă vectorul de intrare,  $y(t) \in \mathbb{R}^q$  este vectorul de ieșire,  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$  și  $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$  cu  $m, n, q \in \mathbb{N}^*$ . Fiecare ecuație liniară  $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$ , care reprezintă consecința, poartă denumirea (în acest context) de "subsistem fuzzy".

Fiind dată o pereche  $(x(t), u(t))$  ieșirile finale (calculate) ale sistemului fuzzy sunt:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(x(t))} = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)), \quad (3.22)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(x(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(x(t))} = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(x(t)) C_i x(t), \quad (3.23)$$

unde

$$h_i(x(t)) = \frac{\alpha_i(x(t))}{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(x(t))}. \quad (3.24)$$

Condițiile suficiente pentru stabilitatea sistemului liber

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(x(t)) A_i x(t), \quad (3.25)$$

au fost date de Tanaka și Sugeno în (Tanaka and Sugeno, 1990) și (Tanaka and Sugeno, 1992) și sunt asigurate de următoarea teoremă:

**Teorema 3.6 (Teorema de stabilitate a lui Tanaka și Sugeno) (Tanaka and Sugeno, 1992)**

*Stabilitatea sistemului fuzzy (3.25) este global asimptotică în origine, dacă există o matrice pozitiv definită  $P$  astfel încât:*

$$A_i^T P A_i - P < 0, \quad 1 = \overline{1, n_r} \quad (3.26)$$

*și  $P$  să existe pentru toate subsistemele.*

Condiția de stabilitate din teorema 3.6 dată este obținută folosind o funcție pătratică  $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$ . Dacă există o matrice  $P > 0$  astfel încât  $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$  să demonstreze stabilitatea sistemului (3.25), atunci sistemul (3.25) se numește pătratic stabil iar  $V(x(t))$  este numită funcție pătratică Lyapunov. Pentru modelul fuzzy (3.21) se construiește următorul regulator fuzzy:

*Regula  $i$ :*

$$\begin{aligned} &\mathbf{IF} x_1(t) \text{ este } \tilde{X}_{i,1} \mathbf{AND} x_2(t) \text{ este } \tilde{X}_{i,2} \mathbf{AND, \dots AND} x_n(t) \text{ este } \tilde{X}_{i,n} \\ &\mathbf{THEN} u(t) = -F_i x(t). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Semnalul de comandă rezultat este reprezentat prin

$$u(t) = -\frac{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(x(t)) F_i x(t)}{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(x(t))} = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(x(t)) F_i x(t). \quad (3.28)$$

Așa cum reiese din ecuația (3.28) regulatorul asociat este neliniar.

Substituind (3.28) în (3.22) se obține:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(x(t)) h_j(x(t)) (A_i - B_i F_j) x(t). \quad (3.29)$$

Aplicând teorema 3.6, sunt valabile condițiile suficiente pentru stabilitate date de teorema 3.7.

**Teorema 3.7 (Teorema de stabilitate dată de Tanaka și Wang) (Tanaka and Wang, 2001)**  
Sistemul cu regulator fuzzy (3.29) este global asimptotic stabil dacă există o matrice pozitiv definită  $P$  astfel încât:

$$\{A_i - B_i F_j\}^T P \{A_i - B_i F_j\} - P < 0 \quad (3.30)$$

pentru  $h_i(x(t)) h_j(x(t)) \neq 0, \forall t > 0, i, j = \overline{1, n_r}$ .

Problema stabilizării unui sistem fuzzy de tipul (3.29) se reduce la selectarea matricelor  $F_j$  (feedback gains) astfel încât condiția (3.30) din teorema 3.7 să fie satisfăcută pentru o matrice pozitiv definită  $P$ .

În această direcție au fost date condițiile suficiente de stabilitate de către Tanaka și Wang, prezentate în (Tanaka and Wang, 2001). H.K. Lam și F.H.F. Leung prezintă în (Lam and Leung, 2007) proiectarea unui regulator fuzzy bazat pe două grupuri de reguli fuzzy, numite reguli de stabilitate și respectiv de performanță. Și în acest caz condițiile suficiente de stabilitate sunt obținute pe baza inegalităților matriceale liniare.

Diferite moduri de aplicare a tehnicii de stabilitate bazate pe inegalități matriceale liniare (LMI) pot fi găsite în lucrările:

- în (Salaa and Ariño, 2007) s-a prezentat o aplicație a teoremei lui Polya în reglarea sistemelor fuzzy,
- (Tanaka et al., 2007) în care a fost abordată o metodă de analiză a stabilității unui sistem fuzzy polinomial, analiză bazată pe sume de pătrate (sum of squares (SOS)),
- (Lam and Leung, 2007) regulatorul fuzzy propus în această lucrare conține două grupuri de reguli fuzzy denumite reguli de stabilitate respectiv reguli de performanță,

- (Lam and Leung, 2008) în care a fost prezentată o metodă de analiză a stabilității unui model fuzzy cu timp discret.

### 3.3.1 Avantajele și dezavantajele metodei de analiză a stabilității unui sistem cu reglare automată cu regulator fuzzy bazată pe inegalități matriceale liniare

#### □ Avantajele metodei

- ▷ Principalul avantaj al metodei este posibilitatea de modelare, a proceselor neliniare, cu ajutorul sistemelor fuzzy de tip Takagi-Sugeno.
- ▷ Odată obținut, modelul fuzzy al procesului neliniar poate fi modificat cu ușurință în cazul în care comportamentul procesului se schimbă prin modificarea bazei de reguli fuzzy.
- ▷ Problema stabilizării unui sistem fuzzy de tipul (3.29) se reduce la găsirea matricelor  $P$  și  $F_j$  (feedback gains) astfel încât condiția (3.30) să fie satisfăcută.
- ▷ Folosind ecuația lui Riccati (Khalil, 2000) pentru sisteme liniare se pot determina matricele  $F_j$ .

#### □ Dezavantajele metodei

- ▷ Metoda se bazează pe un model liniarizat și deci de aproximare al proceselor neliniare. În acest sens rezultă inacuratețea modelului rezultat din liniarizare.
- ▷ În cazul în care procesul condus este complex, cu un grad mare de neliniarități, este nevoie de un set mare de reguli fuzzy pentru modelarea acestuia și prin urmare complexitatea calculelor poate deveni o problemă (în cazul proceselor în timp real, timpul de calcul a valorii semnalului de ieșire poate deveni critic).
- ▷ O altă problemă este dependența garantării stabilității, de soluțiile ecuației lui Riccati care nu există întotdeauna.
- ▷ La tehnicile de stabilitate care folosesc teoria **LMI** sunt foarte rar menționate aplicații de conducere în timp real. Majoritatea sunt verificate pentru modele abstracte.

### 3.4 Metoda Wong-Leung-Tam de analiză a stabilității unui sistem cu reglare automată cu regulator fuzzy.

Ideea de bază a metodei constă în analiza fiecărui subsistem fuzzy format dintr-o regulă fuzzy și procesul condus. Se consideră funcția  $V$  de forma

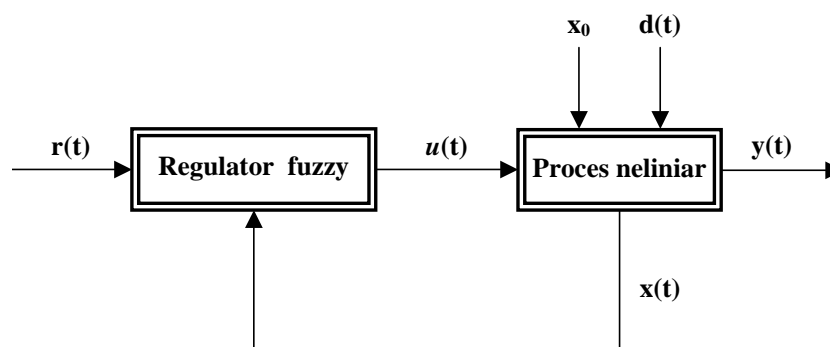
$$V(x) = x^T P x, \quad (3.31)$$

unde  $P$  este o matrice pozitiv definită. Stabilitatea SRA cu RG-F poate fi asigurată dacă fiecare regulă fuzzy, aplicată procesului neliniar va conduce la un subsistem stabil în raport cu aceeași funcție  $V$ . Metoda se referă la analiza stabilității sistemelor de reglare fuzzy aplicate unei clase de procese neliniare descrise de ecuația (3.32). Metoda nu necesită un model fuzzy al procesului și nu impune restricții asupra formei și distribuției funcțiilor de apartenență implicate în descrierea mărimilor de intrare ale regulatorului fuzzy.

În continuare, pe baza lucrărilor (Wong *et al.*, 1997b), (Wong *et al.*, 1997a), (Wong *et al.*, 1998b), (Wong *et al.*, 2000b), (Wong *et al.*, 1998a), (Wong *et al.*, 2000a), (Wong *et al.*, 2002) și (Leung *et al.*, 2000), se descriu condițiile de realizare concretă a acestei metode de stabilitate. Metoda poate fi aplicată numai regulatorilor fuzzy de tip MISO.

#### 3.4.1 Prezentarea structurii sistemului de reglare fuzzy propus în metoda Wong-Leung-Tam

Se consideră un SRA cu RG-F-TS care constă din procesul condus (PC) și regulatorul fuzzy, așa cum este prezentat în figura 3.1.



**Figura 3.1** Structura sistemului de reglare după stare cu RG-F, folosit în metoda W-L-T.

Se consideră procesul neliniar condus descris prin următoarea ecuație de stare:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{b}(\mathbf{x}(t))u(t) + \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0\end{aligned}\tag{3.32}$$

unde:

- $r(t)$  este mărimea / semnalul de referință,
- $\mathbf{x}_0$  condițiile inițiale ale procesului,
- $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$  este vectorul mărimilor de stare,
- $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) = [\mathbf{f}_1(\mathbf{x}(t)), \mathbf{f}_2(\mathbf{x}(t)), \dots, \mathbf{f}_n(\mathbf{x}(t))]^T$  și  $\mathbf{b}(\mathbf{x}(t)) = [\mathbf{b}_1(\mathbf{x}(t)), \mathbf{b}_2(\mathbf{x}(t)), \dots, \mathbf{b}_n(\mathbf{x}(t))]^T$  sunt funcții vectoriale de variabile vectoriale, care descriu dinamica procesului,
- $\mathbf{d}(t) = [d_1(t), d_2(t), \dots, d_n(t)]^T$  este un vector care descrie perturbațiile externe,
- $u(t)$  reprezintă semnalul de comandă generat de regulatorul fuzzy.

Se presupune că regulatorul fuzzy folosește o bază de reguli compusă din  $n_r$  reguli fuzzy de forma (2.25), fiecare generând o comandă  $u_k$ , unde  $k$  este numărul regulei.

Din structura unui RG-F de tip Takagi-Sugeno și din modul de funcționare al mecanismului de inferență, rezultă următoarea proprietate (Wong et al., 1998b):

**Propoziția 3.1** Pentru orice valoare de intrare  $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$  există două reguli fuzzy,  $p$  și  $q$  pentru care are loc inegalitatea:

$$u_{\min}(\mathbf{x}_0) = u_p(\mathbf{x}_0) \leq u(\mathbf{x}_0) \leq u_q(\mathbf{x}_0) = u_{\max}(\mathbf{x}_0).\tag{3.33}$$

*Demonstrație.* Fie  $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ . Atunci există două reguli  $p$  și  $q$  astfel încât  $u_p(\mathbf{x}_0) = u_{\min}(\mathbf{x}_0)$  și  $u_q(\mathbf{x}_0) = u_{\max}(\mathbf{x}_0)$ , unde  $u_{\min}(\mathbf{x}_0) = \min_{i=1..n_r} (u_i(\mathbf{x}_0))$  și  $u_{\max}(\mathbf{x}_0) = \max_{i=1..n_r} (u_i(\mathbf{x}_0))$ . Prin urmare rezultă:

$$u_{\min}(\mathbf{x}_0) = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}_0) \cdot u_{\min}(\mathbf{x}_0)}{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}_0)} \leq \frac{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}_0) \cdot u_i(\mathbf{x}_0)}{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}_0)} \leq \frac{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}_0) \cdot u_{\max}(\mathbf{x}_0)}{\sum_{i=1}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}_0)} = u_{\max}(\mathbf{x}_0)$$



și

$$u_{\min}(\mathbf{x}_0) \leq u(\mathbf{x}_0) \leq u_{\max}(\mathbf{x}_0) \Rightarrow u_{\min}(\mathbf{x}) \leq u(\mathbf{x}) \leq u_{\max}(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n. \quad (3.34)$$

În concluzie, pentru orice RG-F de tip Takagi- Sugeno relația (3.34) are loc.

### 3.4.2 Prezentarea metodei de analiză a stabilității

În continuare se prezintă metoda de analiză a stabilității denumită *Wong-Leung-Tam*. Analiza stabilității se bazează pe metoda directă a lui Lyapunov în care funcția  $V$  este de forma (3.31).

**Remarcă:** Funcția  $V$  în cazul acestei metode este, datorită formei sale pătratice, derivabilă cu derivatele parțiale continue.

**Definiția 3.9 (Wong et al., 2001)** *O regiune activă a unei reguli fuzzy  $k$  este definită prin*

$$X_k^A = \{\mathbf{x} \in X \mid \alpha_k(\mathbf{x}) \neq 0\} \subseteq \mathbb{R}^n. \quad (3.35)$$

Pentru a putea explica metoda autorii au definit noțiunea de subsistem fuzzy astfel:

**Definiția 3.10 (Wong et al., 2001)** *Un subsistem fuzzy asociat unei reguli fuzzy  $k$  este un sistem compus dintr-un proces de forma (3.32) controlat numai prin comanda  $u_k$  care reprezintă concluzia regulei fuzzy  $k$ .*

Structura SRA cu RG-F folosit în această metodă trebuie privită ca fiind compusă dintr-un număr de  $n_r$  subsisteme fuzzy. Subsistemele fuzzy sunt conectate în paralel iar comanda rezultată este dată de formula (3.36):

$$u = \frac{\sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k u_k}{\sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k}. \quad (3.36)$$

Se presupune că pentru orice intrare  $\mathbf{x} \in X$  (unde  $X$  reprezintă universul de discurs al vectorului variabilelor lingvistice de intrare  $\mathbf{x}$ ) este activată cel puțin o regulă din totalul

celor  $n_r$  reguli fuzzy existente. Comanda finală dată de relația (3.36) devine:

$$u = \frac{\sum_{i \in I_A} \alpha_i u_i}{\sum_{i \in I_A} \alpha_i}, \quad (3.37)$$

unde  $I_A = \{i \in \mathbb{N}^* \mid \alpha_i(\mathbf{x}_0) \neq 0\}$  reprezintă mulțimea regulilor active la funcționarea în punctul  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$  considerat.

În (Wong *et al.*, 2001) autorii au demonstrat cu ajutorul teoremei 3.8 prezentată în continuare, faptul că analiza stabilității întregului sistem fuzzy se reduce la analiza subsistemelor fuzzy.

**Teorema 3.8 (Teorema de stabilitate Wong-Leung-Tam) (Wong *et al.*, 2001)** *Dacă  $P$  este o matrice pozitiv definită,  $\mathbf{x}$  variabila de stare a sistemului descris de ecuația (3.32) și :*

1.  $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T P \mathbf{x} \rightarrow \infty$  când  $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$  și  $V(0) = 0$  ;
2.  $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0, \forall \mathbf{x} \neq 0, \dot{V}(0) = 0$  în fiecare regiune de activare a fiecărui subsistem fuzzy;

*atunci procesul neliniar condus, descris de ecuația (3.32), este asimptotic stabil în origine.*

Metoda W-L-T, de analiză a stabilității unui SRA cu RG-F, constă în verificarea pentru fiecare subsistem fuzzy în parte a celei de a doua condiții din teoremă, în raport cu aceeași funcție pătratică  $V$ .

Este ușor de observat că teorema 3.8 încearcă să fie o extindere a teoremei Barbashin-Krasovskii ( teorema 3.4 ) la procese neliniare conduse cu ajutorul RG-F de tip MISO.

Teorema de stabilitate 3.8, enunțată de Wong, Leung și Tam se poate aplica și proceselor liniare conduse cu RG-F-TS.

#### **Observații:**

- ▷ În cele 8 lucrări menționate autorii enunță diferit teorema de stabilitate și nu se specifică clar, în conformitate cu teoremele 3.1 și 3.6, continuitatea și / sau derivabilitatea funcțiilor  $f$  și  $b$  precum și mărginirea perturbațiilor reprezentate prin

vectorul  $\mathbf{d}$ , definite în procesul (3.32). Acest fapt produce incertitudine asupra existenței și unicității soluțiilor procesului condus.

- ▷ Calculul limitelor comenzii  $u_p = \min(u_i)$  și  $u_q = \max(u_i)$  nu se consideră necesar, demonstrarea existenței lor fiind suficientă.
- ▷ Autorii metodei nu menționează aspectul completitudinii bazei de reguli a regulatorului fuzzy.

Prin urmare, pentru ca enunțul teoremei W-L-T să fie corect trebuie specificate informații despre continuitatea și derivabilitatea funcțiilor  $f$  și  $\mathbf{b}$  precum și despre mărginirea perturbațiilor reprezentate prin vectorul  $\mathbf{p}$ . Totodată trebuie specificată completitudinea bazei de reguli fuzzy, adică baza de reguli fuzzy să acopere complet domeniul variabilelor de intrare.

Pe baza teoremei enunțate se poate implementa un algoritm de stabilizare a unui proces de tipul (3.32). Algoritmul propus în continuare poate determina comenzile parțiale ale RG-F astfel încât fiecare subsistem fuzzy în parte, să verifice condiția a doua a teoremei, implicând astfel stabilizarea procesului condus. Aplicații ale teoremei W-L-T au fost prezentate în (Tomescu, 2005a).

### **3.4.3 Algoritm de stabilizare rezultat din metoda Wong-Leung-Tam**

Metoda W-L-T, de analiză a stabilității SRA cu RG-F după stare, s-a limitat la enunțul teoremei de stabilitate 3.8 care fixează doar condiții suficiente de stabilitate asupra clasei neliniare de procese definită de ecuațiile (3.32), fără a enunța un algoritm de stabilizare derivat din această teoremă.

Existența unei metode sau a unui algoritm pentru proiectarea unui regulator fuzzy care să asigure stabilizarea procesului neliniar condus, are o importanță semnificativă în teoria sistemelor fuzzy. Algoritm de stabilizare al proceselor neliniare de tipul (3.32), conduse cu ajutorul unui regulator fuzzy de tip MISO, prezentat în continuare, se bazează pe metoda W-L-T. Algoritmul presupune parcurgerea următorilor pași:

**Pasul 1:** Determinarea modelului matematic după stare aferent procesului neliniar și implicit determinarea variabilelor de stare,

**Pasul 2:** Fixarea funcțiilor de apartenență ale termenilor lingvistici care caracterizează variabilele de stare ale procesului,

**Pasul 3:** Determinarea premisei fiecărei reguli fuzzy din baza de reguli,

**Pasul 4:** Fixarea funcției  $V$  prin alegerea matricei  $\mathbf{P}$  pozitiv definită și calculul derivatei funcției  $V$ ,

**Pasul 5:** Determinarea semnalului de comandă  $u_i$  astfel încât fiecare subsistem fuzzy să verifice condiția a doua a teoremei 3.8. Adică, pentru fiecare regulă fuzzy  $i$  trebuie determinat  $u_i$  astfel încât  $\dot{V} < 0, V(\mathbf{0}) = 0$ .

Algoritmul propus este eficient, deoarece nu necesită calcule complexe pentru determinarea expresiei matematice a semnalului de comandă al fiecărei reguli fuzzy în parte. Acest algoritm a fost prezentat de autor în lucrarea (Tomescu, 2006b).

### 3.4.4 Avantajele și dezavantajele metodei Wong-Leung-Tam

#### □ Avantajele metodei

- ▷ Procesul condus nu trebuie liniarizat.
- ▷ Metoda de analiză a stabilității propusă nu necesită un model fuzzy al procesului și nu impune o anumită formă distribuției funcțiilor de apartenență implicate în descrierea mărimilor de intrare ale regulatorului fuzzy.
- ▷ Analiza stabilității sistemului fuzzy nu este aplicată întregului sistem, ci doar subsistemelor fuzzy ce îl alcătuiesc.
- ▷ În cazul modificării comportamentului procesului condus, modificarea (adaptarea) regulatorului fuzzy se poate face foarte ușor prin modificarea regulilor fuzzy. Noile reguli trebuie să îndeplinească condițiile de stabilitate impuse de teorema 3.8.
- ▷ Funcția  $V$  poate fi găsită relativ ușor în cazul în care numărul subsistemelor fuzzy este mic.

#### □ Dezavantajele metodei

- ▷ Metoda este aplicabilă numai dacă funcția  $V$  este de forma  $x^T P x$ .
- ▷ Principalul dezavantaj provine din condiționarea și limitarea în sens Lyapunov. Astfel, găsirea unei matrici  $P$  pozitiv definite poate fi o problemă dacă numărul

regulilor fuzzy ce alcătuiesc baza de reguli a regulatorului este mare. În general, în cazul în care procesul condus este complex, cu un grad mare de neliniarități, este nevoie de un set mare de reguli fuzzy pentru proiectarea regulatorului. În acest caz complexitatea calculului poate deveni o problemă (în cazul proceselor în timp real, timpul de calculare a valorii semnalului de comandă este critic).

- ▷ În cele 8 lucrări menționate autorii enunță diferit teorema de stabilitate și nu se specifică clar, în conformitate cu teoremele 3.1 și 3.6, continuitatea și / sau derivabilitatea funcțiilor  $f$  și  $b$  precum și mărginirea perturbațiilor reprezentate prin vectorul  $d$ , definite în procesul (3.32).
- ▷ Găsirea unei funcții  $V$  pozitiv definite, a cărei derivată totală să fie strict negativă pentru toate partițiile fuzzy generate de reguli, poate fi o problemă destul de grea în cazul unui număr mare de subsisteme fuzzy.
- ▷ Un alt dezavantaj îl constituie condiția ca  $\dot{V}$  să fie negativ definită. Aceasta înseamnă că  $\dot{V}(\mathbf{x}) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{x} = 0$ . Având în vedere faptul că pentru majoritatea proceselor neliniare ecuația  $\dot{V}(\mathbf{x}) = 0$  are și soluții diferite de soluția nulă, această condiție este considerată destul de restrictivă.
- ▷ În cazul acestei metode de analiză a stabilității sunt foarte rar menționate aplicații de conducere în timp real. Majoritatea exemplelor sunt verificate pentru modele abstracte.

### **3.5 Prima metodă propusă de analiză a stabilității unei clase de sisteme cu reglare automată cu regulator fuzzy de tip Takagi-Sugeno**

În acest paragraf sunt prezentate condiții suficiente pentru stabilitatea global asimptotică a unor clase de sisteme neliniare, conduse de un regulator fuzzy de tip Takagi-Sugeno. Importanța aplicativă a metodei propuse constă în faptul că regulatorul fuzzy poate conduce procese neliniare de tip MIMO. Metoda se bazează pe *principiul invarianței mulțimilor* enunțat de J. P. LaSalle (LaSalle, 1960).

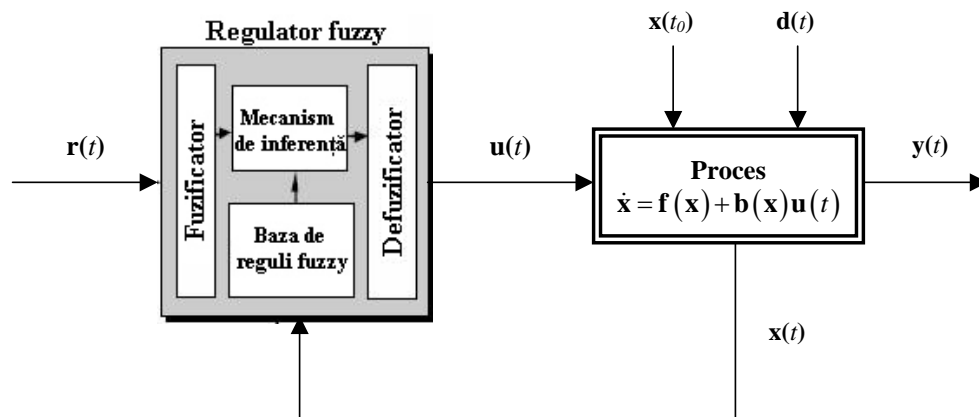
Prima metodă de analiză a stabilității se poate aplica unei clasei de SRA compusă dintr-un RG-F-TS și din procesul neliniar descris prin ecuațiile diferențiale (3.38). Metoda nu necesită un model fuzzy al procesului și nu impune o anumită formă distribuției

funcțiilor de apartenență, implicate în descrierea mărimilor de intrare ale regulatorului fuzzy.

Metoda de analiză a stabilității, împreună cu algoritmul pentru proiectarea unui regulator fuzzy în vederea stabilizării unei clase de procese neliniare au fost publicate în lucrările (Precup *et al.*, 2007a) și utilizate în lucrările (Precup *et al.*, 2007b) și (Precup *et al.*, 2008a).

### 3.5.1 Prezentarea structurii sistemului de reglare fuzzy

Se consideră SRA cu RG-F de tip MIMO prezentat în figura 3.2.



**Figura 3.2** Schema de principiu aferentă unui SRA cu RG-F după stare, utilizat în prima metodă.

Clasa de procese neliniare studiată este descrisă prin sistemul de ecuații diferențiale (3.38).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{G}(\mathbf{x}(t)) \mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t) \quad (3.38)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n,$$

în care:

- $n \in \mathbb{N}^*$ ,
- $t$  este variabila de timp iar  $t_0$  momentul inițial. Pentru simplificare variabila timp va fi omisă,

- $\mathbf{r}$  este mărime / semnal de referință,
- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$  este vectorul stărilor,
- $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dots \ \dot{x}_n]^T$  este derivata în raport cu timpul a vectorului stărilor,
- $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \dots \ f_n(\mathbf{x})]^T$  și  $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) & \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) & \dots & \mathbf{g}_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix}^T$ ,  
 $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_{i1}(\mathbf{x}) & g_{i2}(\mathbf{x}) & \dots & g_{im}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$ ,  $i = \overline{1, n}$  sunt funcții vectoriale de variabilă vectorială, continue, care descriu dinamica procesului iar  $g_{ij} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,
- $\mathbf{d} = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_n]^T$  este vectorul prin care se descriu perturbațiile externe; Componentele vectorului se consideră continue în raport cu timpul și mărginite,
- $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T$  reprezintă vectorul de comandă.

### 3.5.2 Prezentarea și demonstrarea primei metode de analiză a stabilității

Metoda prezentată în continuare constituie o generalizare a metodei de stabilitate W-L-T, astfel:

- ▷ sistemul analizat este de tip MIMO,
- ▷ funcția  $V$  nu mai este restricționată la forma pătratică,
- ▷ derivata totală a funcției  $V$  în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriilor procesului (3.38), este suficient să fie negativ semi-definită.

Mărimile de ieșire ale regulatorului fuzzy se presupune că sunt descrise prin intermediul unor funcții liniare sau neliniare care depind de variabilele de stare ale sistemului.

În cazul RG-F utilizat pentru această metodă trebuie ca pentru orice vector de intrare  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  să fie activată cel puțin o regulă din totalul de  $n_r$  reguli fuzzy utilizate. Matematic această condiție se scrie astfel:

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k(\mathbf{x}) > 0. \quad (3.39)$$

Structura de sistem fuzzy folosită în această metodă trebuie privită ca fiind compusă dintr-un număr de  $n_r$  blocuri fuzzy așa cum este prezentată în figura 3.3.

Aceste blocuri sunt conectate în paralel iar comanda rezultată este dată de formula (3.40).

$$\mathbf{u} = \frac{\sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k \mathbf{u}_k}{\sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k}, \quad (3.40)$$

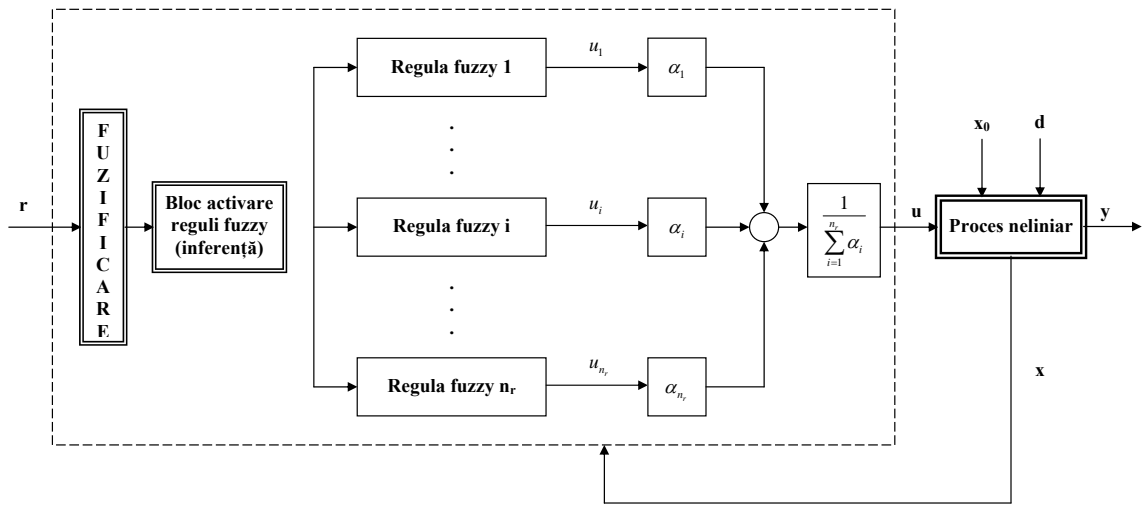


Figura 3.3 Structura SRA cu RG-F-TS descompusă după reguli.

unde  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_k(\mathbf{x})$  reprezintă vectorul de comandă obținut ca ieșire a regulei  $k$ .

Fie procesul caracterizat prin ecuațiile de stare (3.38) și fie  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $V(\mathbf{x}) > 0, \forall \mathbf{x} \neq \mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$  o funcție scalară cu derivatele parțiale continue. Derivata în raport cu timpul a lui  $V(\mathbf{x})$  de-a lungul traiectoriilor procesului (3.38) este:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} (f_i(\mathbf{x}) + \mathbf{g}_i(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{d}_i) = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} (f_i(\mathbf{x}) + \mathbf{d}_i) + \left( \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \right) \mathbf{u} = F(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \end{aligned} \quad (3.41)$$

unde:

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} (f_i(\mathbf{x}) + \mathbf{d}_i) \in \mathbb{R} \quad (3.42)$$



și

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^m. \quad (3.43)$$

Derivata în raport cu timpul a lui  $V(\mathbf{x})$  de-a lungul traiectoriilor procesului (3.38) pentru  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_k(\mathbf{x})$  este similară celei din (3.41) și este dată de:

$$\dot{V}_k(\mathbf{x}) = F(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}_k(\mathbf{x}), \quad k = \overline{1, n_r} \quad (3.44)$$

Se consideră că baza de reguli fuzzy acoperă complet domeniul variabilelor de intrare.

Următoarea teoremă reprezintă prima teoremă de stabilitate propusă și se bazează pe principiul de invarianță al lui LaSalle, definiția 3.7 și teorema 3.5.

**Teorema 3.9 (Prima teoremă de stabilitate propusă)** *Se consideră sistemul fuzzy compus dintr-un regulator fuzzy Takagi-Sugeno de tip MIMO și procesul neliniar descris prin ecuațiile de stare (3.38), cu  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  punct de echilibru. Dacă există o funcție  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  pozitiv definită și radial nemărginită, de clasă  $C^1$ , astfel încât  $\dot{V}_k(\mathbf{x}) \leq 0, \forall \mathbf{x} \in X_k^A, k = \overline{1, n_r}$ , iar mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \dot{V}(\mathbf{x}) = 0 \right\}$ , atunci punctul  $\mathbf{x} = 0$  este global asimptotic stabil.*

*Demonstrație*

Din ipoteza teoremei,  $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  se poate scrie:

$$\dot{V}_k(\mathbf{x}) = F(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}_k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad \forall \mathbf{x} \in X_k^A, \quad k = \overline{1, n_r}. \quad (3.45)$$

Înmulțind (3.45) cu  $\alpha_k(\mathbf{x})$  și efectuând suma se obține:

$$F(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k(\mathbf{x})\mathbf{u}_k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n. \quad (3.46)$$

Împărțind cu  $\sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k(\mathbf{x}) > 0$  se obține:

$$F(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x}) \frac{\sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k(\mathbf{x})\mathbf{u}_k(\mathbf{x})}{\sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k(\mathbf{x})} \leq 0. \quad (3.47)$$

Însă, în acord cu relația (3.40)

$$\mathbf{u} = \frac{\sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k \mathbf{u}_k}{\sum_{k=1}^{n_r} \alpha_k}, \quad (3.48)$$

rezultă

$$\dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n. \quad (3.49)$$

În concluzie,  $\dot{V}$  este negativ semi-definită.

Atât condiția ca mulțimea  $M = \{0\}$  să fie cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \dot{V}(\mathbf{x}) = 0 \right\}$  cât și condiția referitoare la semnul lui  $\dot{V}$ , satisfac condițiile din teorema (3.5) a lui LaSalle . Prin urmare punctul  $\mathbf{x} = 0$  este global asimptotic stabil.

Un avantaj important al acestei metode de analiză a stabilității este posibilitatea de a determina valorile sau expresia matematică a semnalului de comandă  $\mathbf{u}_k$  pentru fiecare regulă fuzzy în parte, astfel încât SRA cu RG-F-TS să fie global asimptotic stabil.

În acest sens în paragraful următor este prezentat algoritmul pentru proiectarea unui sistem fuzzy stabil.

### 3.5.3 Utilizarea algoritmului 1 de analiză a stabilității în proiectarea unui regulator fuzzy de tip Takagi-Sugeno

Se consideră clasa de SRA compusă din RG-F-TS cu reguli de tipul (2.25) și procesul neliniar descris prin sistemul de ecuații diferențiale (3.38). Teorema 3.9 oferă o metodă de analiză a stabilității unei clase de sisteme neliniare definite de ecuația (3.38) dar un important rezultat îl constituie algoritmul de proiectare al unui regulator fuzzy care să asigure stabilizarea proceselor care fac parte din această clasă.

Algoritmul următor este utilizat la calculul concluziilor regulilor din baza de reguli a RG-F-TS. Este vorba despre determinarea expresiilor comenzilor (parțiale) elaborate de fiecare regulă și calculul parametrilor aferenți.

**Pasul 1:** Fixarea modelului matematic după stare aferent procesului neliniar și implicit fixarea variabilelor de stare,

**Pasul 2:** Fixarea funcțiilor de apartenență ale termenilor lingvistici prin care se caracterizează variabilele de stare ale procesului,

**Pasul 3:** Determinarea premisei fiecărei reguli fuzzy din baza de reguli,

**Pasul 4:** Fixarea funcției  $V$ , calculul derivatei sale și a expresiilor lui  $F(\mathbf{x})$  și a lui  $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ ,

**Pasul 5:** Pentru fiecare regulă fuzzy se determină semnalul de comandă  $\mathbf{u}_k$  astfel încât  

$$\dot{V}_k(\mathbf{x}) = F(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}_k(\mathbf{x}) \leq 0, \forall \mathbf{x} \in X_k^A,$$

**Pasul 6:** Se verifică dacă mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \dot{V}(\mathbf{x}) = 0\}$ . Dacă nu, atunci se reia algoritmul de la pasul 4, altfel algoritmul se încheie.

Algoritmul propus este eficient deoarece nu necesită calcule complexe pentru determinarea expresiei matematice a semnalului de comandă al fiecărei reguli fuzzy în parte. Necondiționarea formei funcției  $V$  și condiția derivatei totale a funcției  $V$  de a fi negativ semidefinită, face ca pașii algoritmului să fie relativ ușor de executat.

Aplicarea metodei pentru trei studii de caz este prezentată în capitolul 4.

### 3.5.4 Avantajele și dezavantajele primei metode propuse. Analiza comparativă în raport cu celelalte metode de analiză a stabilității

#### □ Avantajele metodei

În comparație cu metodele de stabilitate bazate pe inegalități matriceale liniare, prima metodă propusă de analiză a stabilității nu necesită liniarizarea procesului condus și nici modelul fuzzy al acestuia.

În raport cu metoda de stabilitate W-L-T, prima metodă de stabilitate propusă are următoarele avantaje:

- ▷ Poate fi aplicată la o clasă mai generală de procese neliniare.
- ▷ Metoda se poate aplica proceselor neliniare de tip MIMO.
- ▷ Lărgirea ariei de alegere (selectare) a funcției  $V$ :  

$$\{V \mid V(x) = x^T P x, P \text{ pozitiv definită}\} \subset$$

$$\subset \{V \mid V(x) > 0, \forall x \in D \subseteq \mathbb{R}^n \setminus \{0\}, V(0) = 0\}.$$
- ▷ Derivata totală a funcției  $V$  în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriilor procesului (3.38) poate fi negativ semi-definită.

- ▷ Metoda de stabilitate propusă nu necesită un model fuzzy al procesului și nu impune o anumită formă distribuției funcțiilor de apartenență implicate în descrierea mărimilor de intrare ale regulatorului fuzzy.
- ▷ Și în cazul acestei metode de analiză a stabilității, regulatorul fuzzy poate fi adaptat modificării comportamentului procesului condus. Modificarea (adaptarea) regulatorului fuzzy se poate face foarte ușor prin modificarea regulilor fuzzy astfel încât noile reguli să îndeplinească condițiile de stabilitate impuse de teorema 3.9.

#### □ Dezavantajele metodei

- ▷ Principalul dezavantaj provine din condiționarea și limitarea funcției  $V$ . Găsirea unei funcții pozitiv definite poate fi o problemă dacă numărul regulilor fuzzy ce alcătuiesc baza de reguli fuzzy a regulatorului este mare.
- ▷ În general, în cazul în care procesul condus este complex, cu un grad mare de neliniarități, este nevoie de un set mare de reguli fuzzy pentru proiectarea regulatorului. În acest caz, complexitatea calculului poate deveni o problemă (în cazul proceselor în timp real, timpul de calcul a valorii comenzii poate deveni critic).

## 3.6 A doua metodă propusă de analiză a stabilității

În acest paragraf este prezentată cea de a doua metodă de analiză a stabilității bazată pe principiul *invarianței mulțimilor* al lui LaSalle și pe verificarea unor inegalități impuse comenzii  $u_k$ , care reprezintă ieșirea blocului fuzzy asociat regulei fuzzy  $k$ . Metoda de analiză a stabilității se poate aplica unei clase de SRA compusă dintr-un RG-F-TS și procesul neliniar descris de ecuațiile diferențiale (3.50).

Metoda de analiză a stabilității propusă nu necesită un model fuzzy al procesului și nu impune o anumită formă distribuției funcțiilor de apartenență implicate în descrierea mărimilor de intrare ale regulatorului fuzzy. Restricționările impuse ieșirii fiecărui bloc fuzzy asociat, fac parte din condițiile suficiente pentru asigurarea stabilității global asimptotice a sistemului cu RG-F prezentat în figura 3.1.

Metoda de analiză a stabilității împreună cu algoritmul pentru proiectarea unui regulator fuzzy în vederea stabilizării clasei de procese neliniare descrise de ecuația de stare (3.50), au fost publicate în lucrarea (Tomescu and Petrov, 2006) și utilizate în

lucrările (Precup *et al.*, 2008b), (Precup *et al.*, 2008c) și (Precup *et al.*, 2008d).

Procesul condus este descris de ecuația de stare (3.50).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{b}(\mathbf{x}(t))u(t) + \mathbf{d}(t) \quad (3.50)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n.$$

unde

- $n \in \mathbb{N}^*$ ,
- $t$  este variabila de timp iar  $t_0$  momentul inițial,
- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$  este vectorul mărimilor de stare,
- $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dots \ \dot{x}_n]^T$  este derivata în raport cu timpul a vectorului de stare,
- $f(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \dots \ f_n(\mathbf{x})]^T$  și  $b(\mathbf{x}) = [b_1(\mathbf{x}) \ b_2(\mathbf{x}) \ \dots \ b_n(\mathbf{x})]^T$ , sunt funcții vectoriale de variabilă vectorială, continue, care descriu dinamica procesului,
- $\mathbf{d} = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_n]^T$  este un vector care descrie perturbațiile externe. Se consideră componentele vectorului continue în raport cu timpul și mărginite,
- $u$  reprezintă semnalul de comandă generat de regulatorul fuzzy și se presupune continuu în raport cu timpul.

În continuare, pentru simplificarea scrierii, variabila timp va fi omisă.

### 3.6.1 Prezentarea și demonstrarea celei de a doua metode de analiză a stabilității

În această secțiune se formulează și se demonstrează o teoremă (3.10) care asigură condiții suficiente ce garantează stabilitatea SRA cu RG-F-TS de tip MISO, utilizate în conducerea unor procese neliniare descrise de ecuația (3.50)

Considerăm funcția  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $V(\mathbf{x}) > 0, \forall \mathbf{x} \neq 0$ , de clasă  $C^1$  pe  $\mathbb{R}^n$ . Derivata totală a lui  $V$  în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriilor soluțiilor modelului matematic neliniar (3.50) este dată de ecuația (3.51).

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = F(\mathbf{x}) + B(\mathbf{x})u, \quad (3.51)$$

în care

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} (f_i(\mathbf{x}) + d_i), \quad (3.52)$$

și

$$B(\mathbf{x}) = \left( \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} b_i(\mathbf{x}) \right) u. \quad (3.53)$$

Pentru analiza stabilității descrise în acest paragraf se definesc următoarele mulțimi:

$$B^0 = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid B(\mathbf{x}) = 0 \}, \quad (3.54)$$

$$B^+ = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid B(\mathbf{x}) > 0 \}, \quad (3.55)$$

$$B^- = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid B(\mathbf{x}) < 0 \}. \quad (3.56)$$

Se presupune că pentru orice  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  există cel puțin o regulă activă și se consideră că baza de reguli fuzzy acoperă complet domeniul variabilelor de intrare. Principalul rezultat al acestei secțiuni este dat de următoarea teoremă prin care se propune o nouă metodă de analiză a stabilității pentru sistemele fuzzy de tip Takagi-Sugeno.

**Teorema 3.10 (A doua teoremă de stabilitate propusă)** *Se consideră SRA compus dintr-un regulator fuzzy de tip Takagi-Sugeno și procesul neliniar descris prin ecuațiile de stare (3.50), cu  $\mathbf{x} = 0$  punct de echilibru. Dacă există o funcție  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , pozitiv definită, de clasă  $C^1$  astfel ca:*

1.  $F(\mathbf{x}) \leq 0, \forall \mathbf{x} \in B^0$ ,
2.  $u_i(\mathbf{x}) \leq -\frac{F(\mathbf{x})}{B(\mathbf{x})}$  pentru  $\mathbf{x} \in X_i^A \cap B^+ \neq \emptyset$  și  
 $u_i(\mathbf{x}) \geq -\frac{F(\mathbf{x})}{B(\mathbf{x})}$  pentru  $\mathbf{x} \in X_i^A \cap B^- \neq \emptyset, i = \overline{1, n_r}$ ,
3. mulțimea  $S = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \dot{V}(\mathbf{x}) = 0 \right\}$  să nu conțină alte traiectorii ale procesului (3.50) exceptând traiectoria trivială,  $\mathbf{x}(t) \equiv 0$  pentru  $t \geq 0$ ,

atunci sistemul compus din regulatorul fuzzy de tip Takagi-Sugeno și procesul neliniar descris de ecuația de stare (3.50), este global asimptotic stabil în origine.

*Demonstrație*

Prin  $X_i^A$  este notată regiunea activă a regulei fuzzy  $i$ , în acord cu definiția 3.9. Prin urmare trebuie demonstrat că  $\dot{V}$  este negativ semi-definită în raport cu procesul neliniar

(3.50).

Considerăm o intrare arbitrară  $\mathbf{x}' \in \mathbb{R}^n$ . În funcție de semnul lui  $B$  există trei cazuri posibile, analizate în continuare:

**Cazul 1:** Dacă  $\mathbf{x}' \in X_i^A \cap B^+ \neq \emptyset$  atunci  $B(\mathbf{x}')$  este strict pozitivă și din condiția a doua a teoremei rezultă:

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{x}') \leq -\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')} &\Rightarrow u(\mathbf{x}') = \frac{\sum_{i=1, \alpha_i \neq 0}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}') u_i(\mathbf{x}')}{\sum_{i=1, \alpha_i \neq 0}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}')} \leq \\ &\leq \frac{\sum_{i=1, \alpha_i \neq 0}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}') \left(-\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')}\right)}{\sum_{i=1, \alpha_i \neq 0}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}')} = -\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \dot{V}(\mathbf{x}') = F(\mathbf{x}') + B(\mathbf{x}') u(\mathbf{x}') \leq F(\mathbf{x}') + B(\mathbf{x}') \left(-\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')}\right) = 0. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Prin urmare,

$$u_i(\mathbf{x}') \leq -\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')} \Rightarrow \dot{V}(\mathbf{x}') \leq 0, \quad (3.58)$$

pentru orice  $\mathbf{x}' \in X_i^A \cap B^+ \neq \emptyset$ .

**Cazul 2:** Dacă  $\mathbf{x}' \in X_i^A \cap B^- \neq \emptyset$  atunci  $B(\mathbf{x}')$  este strict negativă și din condiția a doua a teoremei rezultă:

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{x}') \geq -\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')} &\Rightarrow u(\mathbf{x}') = \frac{\sum_{i=1, \alpha_i \neq 0}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}') u_i(\mathbf{x}')}{\sum_{i=1, \alpha_i \neq 0}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}')} \geq \\ &\geq \frac{\sum_{i=1, \alpha_i \neq 0}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}') \left(-\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')}\right)}{\sum_{i=1, \alpha_i \neq 0}^{n_r} \alpha_i(\mathbf{x}')} = -\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \dot{V}(\mathbf{x}') = F(\mathbf{x}') + B(\mathbf{x}') u(\mathbf{x}') \leq F(\mathbf{x}') + B(\mathbf{x}') \left(-\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')}\right) = 0. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Prin urmare,

$$u_i(\mathbf{x}') \geq -\frac{F(\mathbf{x}')}{B(\mathbf{x}')} \Rightarrow \dot{V}(\mathbf{x}') \leq 0, \quad (3.60)$$

pentru orice  $\mathbf{x}' \in X_i^A \cap B^- \neq \emptyset$ .

**Cazul 3:** Dacă  $\mathbf{x}' \in B^0$ , atunci din condiția unu a teoremei rezultă că  $F(\mathbf{x}') \leq 0$ .

Prin urmare, și în acest caz se obține

$$\dot{V}(\mathbf{x}') = F(\mathbf{x}') + B(\mathbf{x}')u(\mathbf{x}') = F(\mathbf{x}') \leq 0. \quad (3.61)$$

Din cele trei cazuri analizate obținem:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n. \quad (3.62)$$

Condiția trei din teoremă asigură pentru mulțimea  $S$  respectarea principiului de invarianță al lui LaSalle, și împreună cu rezultatul (3.62) obținut anterior, satisfac condițiile teoremei lui LaSalle (Khalil, 2000), rezultând astfel că originea este global asimptotic stabilă.

Un avantaj important al acestei metode de stabilitate este posibilitatea de determinare a expresiei matematice a semnalului de comandă  $u_k$  pentru fiecare regulă fuzzy în parte, astfel încât SRA cu RG-F-TS să fie global asimptotic stabil.

În acest sens, în următorul paragraf este prezentat algoritmul aferent metodei de analiză a stabilității propuse, cu ajutorul căruia se pot proiecta regulatoare fuzzy în vederea stabilizării proceselor neliniare de tipul (3.50).

### 3.6.2 Utilizarea algoritmului 2 de analiză a stabilității în proiectarea unui regulator fuzzy de tip Takagi-Sugeno

Se consideră clasa de SRA compusă din RG-F-TS cu reguli de tipul (2.25) și din procesul neliniar descris prin sistemul de ecuații diferențiale (3.50). Pașii următorului algoritm sunt determinați pe baza teoremei 3.10 și conduc la calculul concluziilor regulilor din baza de reguli a RG-F-TS. Este vorba despre determinarea expresiilor comenzilor (parțiale) elaborate de fiecare regulă și calculul parametrilor aferenți.

**Pasul 1:** Fixarea modelului matematic după stare aferent procesului neliniar și implicit fixarea variabilelor de stare,



- Pasul 2:** Fixarea funcțiilor de apartenență ale termenilor lingvistici prin care se caracterizează variabilele de stare ale procesului,
- Pasul 3:** Determinarea premisei fiecărei reguli fuzzy din baza de reguli,
- Pasul 4:** Fixarea funcției  $V$ , calculul derivatei sale și a expresiilor lui  $F(x)$  și  $B(x)$  precum și determinarea mulțimilor  $B^0$ ,  $B^+$  și  $B^-$ ,
- Pasul 5:** Dacă  $F(x) \leq 0, \forall x \in B^0$  atunci **go to** pasul 6. Altfel **go to** pasul 4,
- Pasul 6:** Determinarea semnalului de comandă  $u_k$  astfel încât condiția a doua din teorema 3.10 să fie satisfăcută,
- Pasul 7:** Se verifică dacă mulțimea  $S = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \dot{V}(\mathbf{x}) = 0 \right\}$  conține și alte traiectorii ale procesului (3.50) în afară de traiectoria trivială,  $\mathbf{x}(t) \equiv \mathbf{0}$ . Dacă conține atunci se reia algoritmul de la pasul 4, altfel algoritmul se încheie.

Aplicarea metodei pentru două studii de caz este prezentată în capitolul 4.

### 3.6.3 Avantajele și dezavantajele celei de-a doua metode propuse. Analiza comparativă în raport cu celelalte metode de analiză a stabilității

#### □ Avantajele metodei

În comparație cu metodele de stabilitate bazate pe inegalități matriceale liniare, cea de a doua metodă propusă de analiză a stabilității unei clase de SRA cu RG-F-TS, nu necesită liniarizarea procesului condus și nici modelul fuzzy al acestuia.

În raport cu metoda de stabilitate W-L-T, a doua metodă de stabilitate propusă are următoarele avantaje:

- ▷ Un avantaj semnificativ rezultă din faptul că aria de alegere (selectare) a funcției  $V$  este mult mai mare decât în cazul metodei W-L-T, datorită faptului că aceasta nu este restricționată la o formă pătratică ( $V = x^T P x$ ).
- ▷ Al doilea avantaj rezultă din faptul că derivata totală a funcției  $V$  poate fi negativ semi-definită; în cazul metodei W-L-T condiția este să fie negativ definită. O condiție impusă în alegerea funcției  $V$  este ca derivata sa totală în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor procesului neliniar condus, să fie negativ semi-definită pe toate partițiile fuzzy. În cazul în care funcția  $V$  este periodică, de

exemplu, este posibil ca derivata lui  $V$  să aibe soluții multiple diferite de 0. În aceste cazuri metoda W-L-T nu poate fi aplicată.

- ▷ Metoda de stabilitate propusă nu necesită un model fuzzy al procesului și nu impune o anumită formă distribuției funcțiilor de apartenență implicate în descrierea mărimilor de intrare ale regulatorului fuzzy.
- ▷ Și în cazul acestei metode de analiză a stabilității, regulatorul fuzzy poate fi adaptat modificării comportamentului procesului condus. RG-F se poate modifica relativ ușor prin adăugarea de noi reguli fuzzy care să îndeplinească condițiile de stabilitate impuse de teorema 3.10.

Diferența principală între cele două tehnici propuse constă în tipul de regulatoare fuzzy folosite și respectiv tipul de procese la care se aplică metodele: la prima metodă se pot folosi regulatoare MIMO (în cazul proceselor neliniare de tip MIMO) iar la cea de a doua numai regulatoare MISO (numai pentru procese neliniare de tip SISO). O altă diferență rezultă din metoda (algoritmul) de analiză a stabilității folosit în cazul fiecăreia dintre ele. În cazul primei tehnici de stabilitate propuse trebuie verificate anumite condiții impuse lui  $V_i$  iar în cazul celei de-a doua tehnici trebuie verificate anumite condiții impuse funcției de comandă  $u_i$ .

#### □ Dezavantajele metodei

- ▷ Principalul dezavantaj constă în alegerea unei funcții  $V$ , care poate constitui o problemă dacă numărul regulilor fuzzy ce alcătuiesc baza de reguli fuzzy a regulatorului este relativ mare.
- ▷ În general, în cazul în care procesul condus este complex, baza de reguli fuzzy este alcătuită dintr-un număr relativ mare de reguli. În acest sens timpul de calcul poate deveni o problemă; astfel dacă procesul este rapid, timpul de calcul al comenzii finale poate deveni critic.
- ▷ O altă problemă poate apărea când numărul de variabile de stare ale sistemului condus este relativ mare. Astfel, în cazul în care numărul variabilelor de stare este mai mare de cinci, mulțimile  $B^0$ ,  $B^+$  și  $B^-$  pot fi formate din reuniunea a mai mult de cinci a submulțimi, ceea ce îngreunează verificarea celei de-a doua condiții din teoremă pentru fiecare regulă fuzzy.

### 3.7 Concluzii și sinteza contribuțiilor

Oricare ar fi metoda folosită de analiză a stabilității unui SRA cu RG-F-TS, aceasta are avantaje și dezavantaje în raport cu celelalte metode existente. Rezultatele de cercetare, relative la metodele de analiză a stabilității SRA cu RG-F-TS, prezentate în cadrul acestui capitol sunt concretizate de cele două metode.

Fiecare metodă de analiză a stabilității a fost demonstrată și descrisă. În acest sens teoremele de stabilitate asociate fiecărei metode au fundamentat tehnica respectivă.

O altă contribuție majoră prezentată în acest capitol este dată de cei doi algoritmi (unul pentru fiecare metodă propusă) pentru proiectarea unui SRA cu RG-F-TS stabil.

În cadrul prezentărilor au fost evidențiate avantajele și dezavantajele metodelor de analiză a stabilității propuse .

Metodele propuse sunt comparate cu metoda Kazuo Tanaka și metoda W-L-T, acestea fiind cele mai cunoscute și utilizate metode de analiză a stabilității SRA cu RG-F-TS.

Alegerea aplicării unei metode de stabilitate este strâns legată de modelul matematic al ecuației de stare a procesului condus. De exemplu, dacă vectorul de intrare este compus din mai mult de cinci variabile de stare, atunci expresia mulțimilor  $B^0$ ,  $B^-$  și  $B^+$  poate fi destul de greu calculată, și prin urmare, aplicabilitatea celei de-a doua metode nu este avantajoasă.

Din punct de vedere al analizei stabilității SRA cu RG-F-TS, pe baza celor două teoreme de stabilitate prezentate, se pot dezvolta diferite metode de stabilitate pentru sisteme fuzzy de tip Mamdani. O astfel de tehnică, bazată pe prima teoremă de analiză a stabilității propusă, este prezentată în (Precup *et al.*, 2007b). Metoda este însoțită de o aplicație ce vizează stabilizarea sistemului compus din masă, resort și amortizor.

# Capitolul 4

## Aplicații ale metodelor de analiză a stabilității sistemelor cu reglatoare fuzzy de tip Takagi-Sugeno

### 4.1 Modelarea matematică a proceselor considerate în studiile de caz

Pentru confirmarea validității celor două metode de analiză a stabilității prezentate în paragrafele 3.5 și 3.6, în cadrul tezei au fost abordate trei procese:

1. Sistemul cu un rezervor sferic (paragraful 4.1.1) și sistemul cu trei rezervoare sferice (paragraful 4.1.3),
2. Sistemul cu un rezervor cilindric (paragraful 4.1.2) și sistemul cu trei rezervoare cilindrice (paragraful 4.1.4),
3. Sistemul de tip Liénard (paragraful 4.1.5) și sistemul mecanic compus din masă amortizor și arc (paragraful 4.1.6).

Întrucât modelarea matematică a sistemelor este relativ exactă, studiul fenomenelor de reglare prin simulare poate fi considerat convingător.

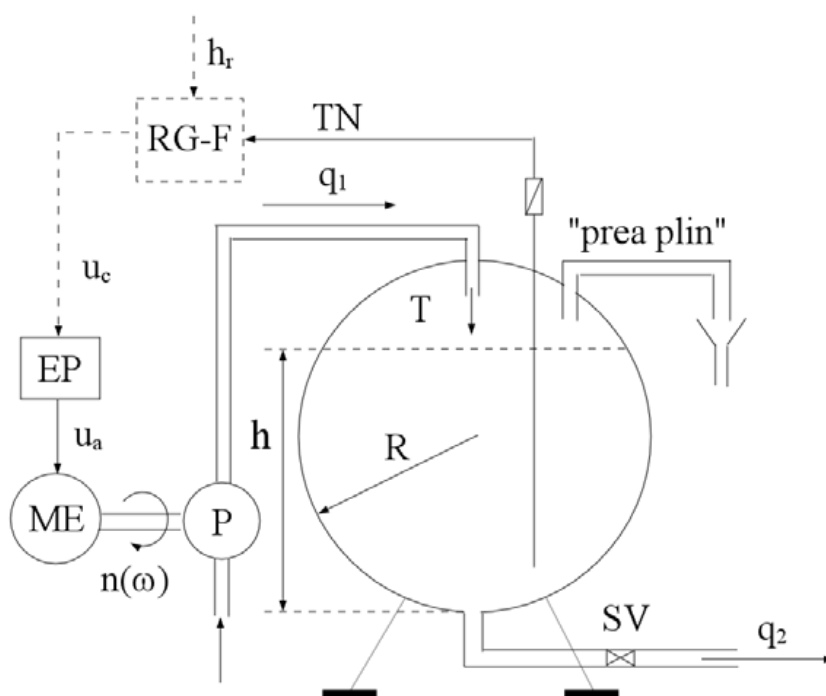
### 4.1.1 Modelarea matematică a procesului de reglare a nivelului lichidului într-un rezervor sferic (one Spherical Tank System, 1STS)

Rezervoarele sferice sunt utilizate cu precădere în industria chimică la depozitarea unor volume foarte mari de fluide (Berné and Cordonnier, 1995), (Geyer, 2000).

#### A. Prezentarea problemei de reglare

Obiectivul de bază al conducerii îl constituie reglarea nivelului  $h$  din rezervorul sferic **T** de rază **R**, prin intermediul debitului de umplere  $q_1$ . Modificarea acestuia se asigură prin modificarea turației  $n$  a pompei de alimentare. Modificarea turației este asigurată prin modificarea tensiunii de comandă  $u_c$  a motorului electric (ME) al pompei (P). Nivelul din rezervor va depinde de modificarea debitului  $q_2$  care se scurge prin ventilul de golire SV, de secțiune  $S_V$ . Perturbația procesului este caracterizată de modificarea debitului  $q_2$ . Nivelul din rezervor este măsurat prin traductorul **TN**. Mărimea de intrare a procesului este comanda  $u_c$  a ME, iar mărimea de ieșire este nivelul  $h$ .

Schema bloc de principiu a procesului cu un rezervor sferic (1STS - 1 Sferic Tank System) este prezentată în figura 4.1.



**Figura 4.1** Schema bloc de principiu a sistemului cu un rezervor sferic.

## B. Construcția modelului matematic neliniar aferent procesului din cadrul sistemului 1STS

În vederea modelării matematice a procesului trebuie caracterizate fenomenele fizice ce au loc în cadrul sistemului.

Pentru simplificare, se va considera că raportul dintre secțiunea unui ventil ( $S_V$ ) și secțiunea unui rezervor ( $A$ ) este foarte mic:

$$\frac{S_V}{A} \ll 1, \quad (4.1)$$

viteza de scurgere a fluidului va fi dată de relația (4.2), numită (*ecuația lui Toricelli*):

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (4.2)$$

Volumul lichidului din rezervor se calculează cu relația:

$$V_T = \frac{\pi h^2}{3} (3R - h). \quad (4.3)$$

Bilanțul volumetric al lichidului din rezervor este dat de relația:

$$\dot{V}_T = q_1 - q_2. \quad (4.4)$$

Pe de altă parte, variația de volum poate fi explicitată în funcție de variația de nivel:

$$\dot{V}_T = \pi \cdot h \cdot \dot{h} (2R - h), \quad (4.5)$$

Ca urmare (4.4) se rescrie sub forma:

$$\dot{h} = \frac{1}{\pi \cdot h (2R - h)} (q_1 - q_2), \quad (4.6)$$

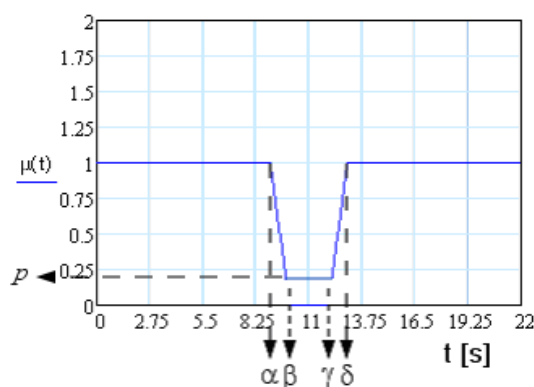
în care:

- $q_1 = ku_c$ ,
- $k$  caracterizează liniaritatea comenzii dată către ME și debitul de alimentare.  $\langle k \rangle = \left\langle \frac{m^3}{V \cdot s} \right\rangle$ ,
- $q_2 = \mu \cdot S_V \cdot \sqrt{2gh}$ , reprezintă debitul de evacuare (mărimă de perturbație),
- $\mu \in [0, 1]$  caracterizează gradul de deschidere a ventilului SV.

Exemplificare pentru modul de caracterizare a unei perturbații simulate ca funcție de timp,  $\mu(t)$ :

$$\mu(t) = U(t, \alpha, \beta, \gamma, \delta, p) = \begin{cases} 1 & \text{dacă } t < \alpha \\ \frac{-x+\beta}{-\alpha+\beta} & \text{dacă } \alpha \leq t < \beta \\ p & \text{dacă } \beta - p(\beta - \alpha) \leq t \leq \gamma - p(\gamma - \delta) \\ \frac{\gamma-x}{\gamma-\delta} & \text{dacă } \gamma - p(\gamma - \delta) < t \leq \delta \\ 1 & \text{dacă } x > \delta \end{cases} \quad (4.7)$$

$\mu(t)$  modelează închiderea \ deshiderea ventilului de golire SV,  $\mu = 0 \Rightarrow$  ventil complet închis și  $\mu = 1 \Rightarrow$  ventil complet deschis. Parametrul  $p$  reprezintă minimumul funcției  $U$  și deci implicit al funcției  $\mu$ . Funcția  $U$  are reprezentarea grafică descrisă în figura 4.2.



**Figura 4.2** Reprezentarea funcției  $\mu(t) = U(t, 9, 10, 12, 13, 0.20)$ .

**Observație:** Se consideră  $p > 0$ . În caz contrar modelul matematic al procesului 1STS este altul.

Notând cu  $A(h)$  aria secțiunii transversale a sferei calculată la înălțimea  $h$

$$A(h) = \pi \cdot h \cdot (2R - h), \quad (4.8)$$

unde  $0 < h < 2R$ , ecuația (4.6) se rescrie:

$$\dot{h} = \frac{1}{A(h)} \left( ku_c - \mu S_V \sqrt{2gh} \right). \quad (4.9)$$

Relația reprezintă ecuația de stare aferentă sistemului cu un rezervor sferic. În sinteză

modelul matematic aferent procesului este:

$$\dot{h} = -\frac{1}{A(h)} \left( \mu S_V \sqrt{2gh} \right) + \frac{k}{A(h)} u_c, \quad (4.10)$$

$$y = h$$

în care  $h = x$  reprezintă starea sistemului iar  $y$  - nivelul, mărimea reglată.

#### 4.1.2 Modelarea matematică a procesului de reglare a nivelului lichidului într-un rezervor cilindric (one Cylindrical Tank System, 1CTS)

Rezervoarele cilindrice sunt utilizate cu precădere în industria petrochimică la depozitarea unor volume foarte mari de fluide (Berné and Cordonnier, 1995) și în procese industriale de tratare a apei (Geyer, 2000).

##### A. Prezentarea problemei de reglare

Obiectivul de bază al conducerii, fenomenele fizice care caracterizează procesul precum și notațiile sunt identice cu cele de la procesul 1STS, diferența constă în forma geometrică a rezervorului.

Schema bloc de principiu a sistemului cu un rezervor cilindric este prezentată în figura 4.3.

##### B. Construcția modelului matematic neliniar aferent procesului din cadrul sistemului 1CTS

În vederea modelării matematice a procesului trebuie caracterizate fenomenele fizice ce au loc în cadrul sistemului.

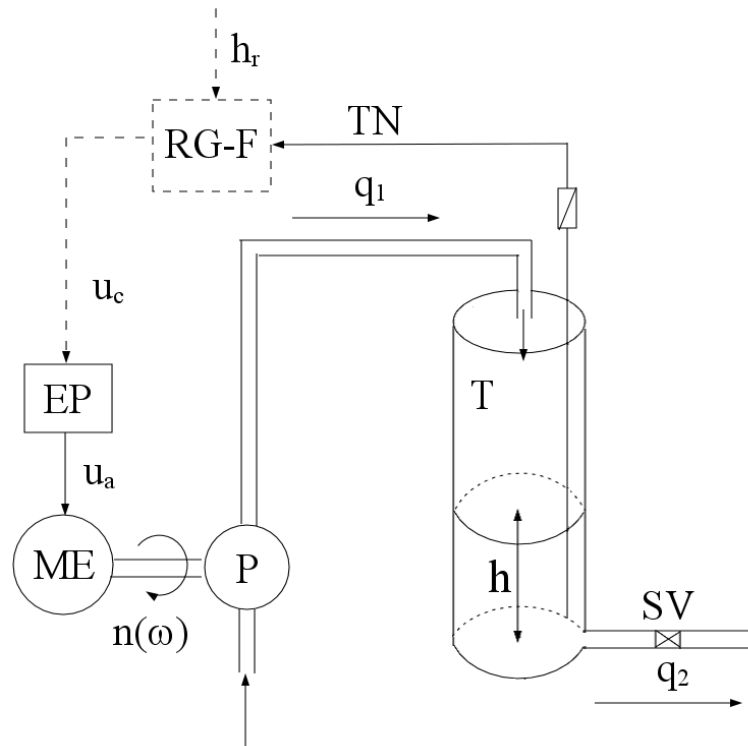
Pentru simplificare, se va considera că raportul dintre secțiunea unui ventil ( $S_V$ ) și secțiunea unui rezervor ( $A$ ) este foarte mic:

$$\frac{S_V}{A} \ll 1, \quad (4.11)$$

viteza de scurgere a fluidului va fi dată de relația (4.12), ecuația lui Toricelli:

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (4.12)$$





**Figura 4.3** Schema bloc de principiu a sistemului cu un rezervor cilindric.

Bilanțul volumetric al lichidului din rezervorul cilindric este dat de relația (4.13):

$$\dot{V}_T(t) = q_1 - q_2. \quad (4.13)$$

Pe de altă parte, variația de volum poate fi explicată în funcție de variația de nivel:

$$\dot{V}_T(t) = \pi R^2 \dot{h}(t). \quad (4.14)$$

Notând cu

$$A = \pi R^2,$$

aria secțiunii transversale a rezervorului cilindric la înălțimea  $h$ , relația (4.13) se rescrie sub forma (pentru simplificare, variabila timp nu mai este scrisă):

$$\dot{h} = \frac{1}{A}[q_1 - q_2], \quad (4.15)$$

în care:

- $q_1 = k u_c$ ,
- $k$  caracterizează liniaritatea comenzii dată către ME și debitul de alimentare.  $\langle k \rangle =$

$$\left\langle \frac{m^3}{V \cdot s} \right\rangle,$$

- $q_2 = \mu \cdot S_V \cdot \sqrt{2gh}$ , reprezintă debitul de evacuare (mărime de perturbație),
- $\mu \in [0, 1]$  caracterizează gradul de deschidere a ventilului SV.  $\mu = 0 \Rightarrow$  ventil complet închis și  $\mu = 1 \Rightarrow$  ventil complet deschis. Parametrul  $p$  reprezintă minimumul funcției  $U$  și deci implicit al funcției  $\mu$ . Funcția  $U$  are reprezentarea grafică descrisă în figura 4.2.

**Observație:** Se consideră  $p > 0$ . În caz contrar modelul matematic al procesului ICTS este altul.

Relația

$$\dot{h} = \frac{1}{A} \left( k u_c - \mu S_V \sqrt{2gh} \right) \quad (4.16)$$

reprezintă ecuația de stare aferentă sistemului cu un rezervor cilindric.

În sinteză modelul matematic aferent procesului este

$$\dot{h} = -\frac{1}{A} \left( \mu S_V \sqrt{2gh} \right) + \frac{k}{A} u_c, \quad (4.17)$$

$$y = h$$

în care  $h = x$  reprezintă starea sistemului iar  $y$  - nivelul, mărimea reglată.

### 4.1.3 Modelarea matematică a procesului de reglare a nivelului lichidului în trei rezervoare sferice (three Spherical Tank System, 3STS)

#### A. Prezentarea problemei de reglare

Obiectivul de bază al conducerii îl constituie reglarea nivelurilor  $h_1$  și  $h_2$  din rezervoarele sferice **T1** și **T2** de rază **R**, prin intermediul debitelor de umplere  $q_{p1}$  și  $q_{p2}$  și prin intermediul rezervorului tampon **T3**. Modificarea nivelurilor  $h_1$  și  $h_2$  se asigură prin modificarea turațiilor  $n_1$  și  $n_2$  a pompelor de alimentare **P1** și **P2**. Modificarea celor două turații este asigurată prin modificarea tensiunilor de comandă  $u_{c1}$ , a motorului electric (**ME1**) al pompei **P1**, și  $u_{c2}$ , a motorului electric (**ME2**) al pompei **P2**.

Nivelurile de lichid din rezervoare vor depinde de modificarea debitelor:

- $q_{13}$ ,  $q_{32}$  care se scurg prin ventilele **SV<sub>13</sub>** și **SV<sub>23</sub>** de secțiune  $S_T$ , asigurând schimbul de fluid între rezervoarele sferice **T1** și **T2** și care au aceeași secțiune  $S_T$ ,
- de golire  $q_{g1}$ ,  $q_{g3}$ ,  $q_{g2}$ , și  $q_{20}$  care se scurg prin ventilele de golire **SV<sub>1</sub>**, **SV<sub>3</sub>**, **SV<sub>2</sub>** și **SV<sub>20</sub>**.

Efectele perturbatoare considerate sunt:

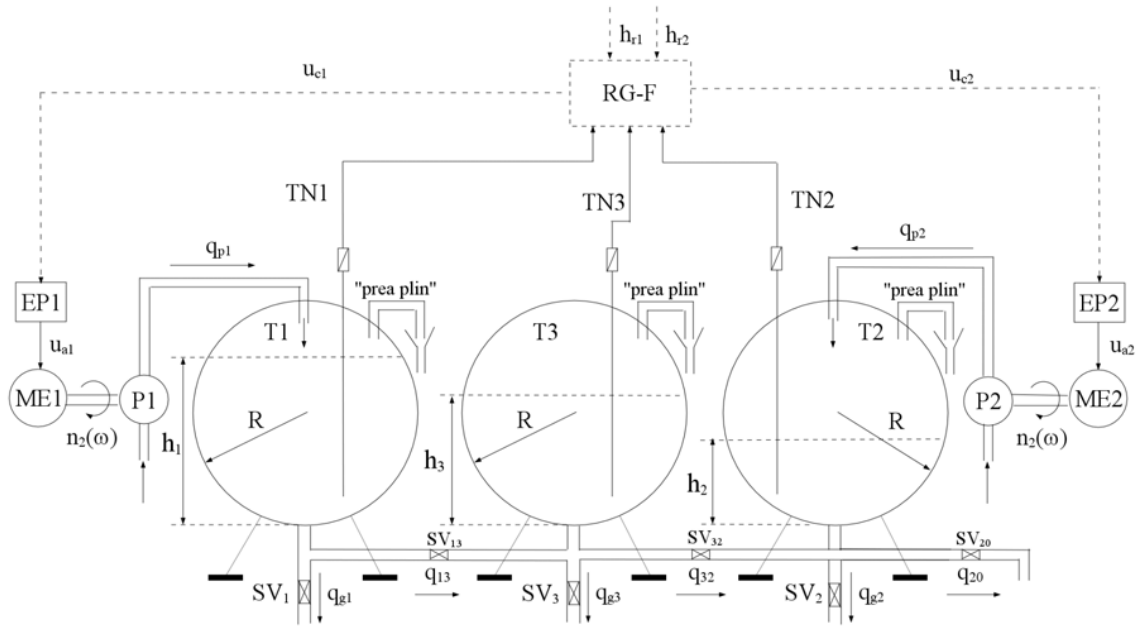
- nivelul în rezervorul tampon **T3**,
- scurgerea de fluid prin ventilele de golire **SV<sub>1</sub>**, **SV<sub>3</sub>**, **SV<sub>2</sub>** și **SV<sub>20</sub>** care au aceeași secțiune  $S_V$ .

Debitele de golire  $q_{g1}$ ,  $q_{g3}$ ,  $q_{g2}$ , și  $q_{20}$  sunt proporționale cu gradul de deschidere al ventilelor.

Schema bloc de principiu a sistemului cu trei rezervoare sferice (3STS- 3 Spherical Tank System) este prezentată în figura 4.4.

Debitele de schimb  $q_{13}$  și  $q_{32}$  sunt orientate după cum urmează:

$$\begin{aligned} q_{13} > 0, \text{ dacă } h_1 > h_3 & \quad \text{respectiv} \quad q_{13} < 0, \text{ dacă } h_1 < h_3; \\ q_{32} > 0, \text{ dacă } h_3 > h_2 & \quad \text{respectiv} \quad q_{32} < 0, \text{ dacă } h_3 < h_2. \end{aligned}$$



**Figura 4.4** Schema bloc de principiu a sistemului cu trei rezervoare sferice.

**B. Construcția modelului matematic neliniar aferent procesului din cadrul sistemului 3STS**

În vederea modelării matematice a procesului trebuie caracterizate fenomenele fizice ce au loc în cadrul sistemului. Ecuația lui Bernoulli reprezintă ecuația de bază a sistemului 3STS și reprezintă relația dintre viteza și presiunea unui fluid aflat în mișcare. Ea are la bază legea conservării masei și energiei aplicată asupra scurgerii unui lichid într-un tub de curent (figura 4.5), în care fluidul are pe o secțiune A1 viteza  $v_1$ , iar pe o secțiune A2 viteza  $v_2$ .

Prin ecuația lui Bernoulli se precizează bilanțul energetic între cele trei forme de energie: statică, dinamică și de poziție, a căror sumă este constantă în oricare punct de curgere al unui lichid sau gaz printr-un tub. Se poate scrie legea de variație a energiei cinetice:

$$\Delta E_c = L_G + L_{F1} + L_{F2}, \tag{4.18}$$

în care:

$$L_G = \Delta m \cdot g \cdot (h_1 - h_2), \tag{4.19}$$

$$L_{F1} = F_1 \cdot \Delta x_1 = p_1 A_1 \cdot \Delta x_1 = p_1 \cdot \Delta V, \tag{4.20}$$

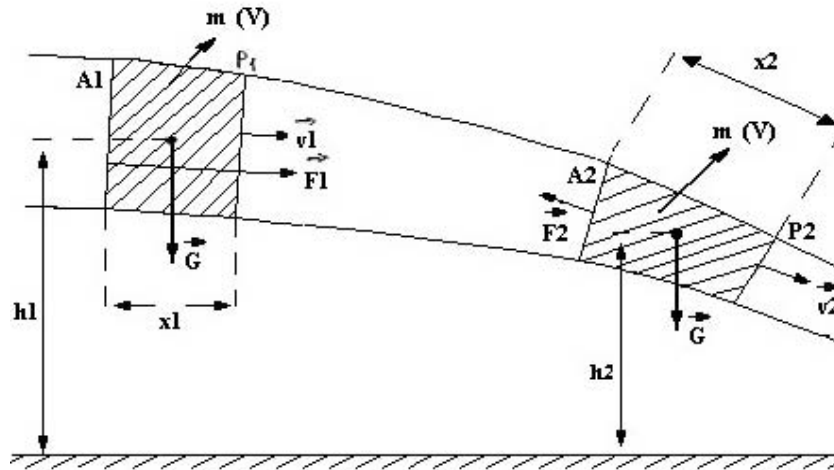


Figura 4.5 Propagarea unui lichid printr-un tub oarecare.

$$L_{F_1} = -F_2 \cdot \Delta x_2 = -p_2 A_2 \cdot \Delta x_2 = -p_2 \cdot \Delta V, \quad (4.21)$$

$$\Delta E_c = \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \frac{\Delta m v_2^2}{2}. \quad (4.22)$$

Prin urmare se obține:

$$\frac{\Delta m v_1^2}{2} - \frac{\Delta m v_2^2}{2} = \Delta m g (h_1 - h_2) + p_1 \Delta V - p_2 \Delta V. \quad (4.23)$$

Simplificând cu  $\Delta V$  ( $\Delta m = \delta \cdot \Delta V$ ) relația (4.23) conduce la :

$$\frac{\delta v_2^2}{2} - \frac{\delta v_1^2}{2} = \delta g h_1 - \delta g h_2 + p_1 - p_2, \quad (4.24)$$

sau altfel scris:

$$p_1 + \frac{\delta v_1^2}{2} + \delta g h_1 = p_2 + \frac{\delta v_2^2}{2} + \delta g h_2. \quad (4.25)$$

Ecuția (4.25) reprezintă *ecuația lui Bernoulli*, care precizează că în oricare punct de curgere al lichidului prin tub, bilanțul energetic (suma) între cele trei forme de energie:

- statică  $\{p_1, p_2\}$ ,
- dinamică  $\{v_1, v_2\}$ ,
- de poziție  $\{h_1, h_2\}$ ,

este constantă.

În ecuația (4.25) s-au utilizat notațiile:

- $p_1, p_2$  - presiunea la nivelurile de analiză din tub;
- $v_1, v_2$  - vitezele de scurgere la cele două niveluri din tub;
- $h_1, h_2$  - înălțimile celor două puncte de analiză a lichidului.

**Observație:** Relația (4.25) lui Bernoulli este valabilă numai în situația în care pierderile datorate curgerii fluidului nu sunt luate în considerare și scurgerea este laminară (Çengel and Cimbala, 2006).

Pentru câte două rezervoare interconectate (T1-T3 respectiv T3-T2) ecuația (4.25) a lui Bernoulli se particularizează sub forma:

$$v_{13} = \text{sign}(h_1 - h_2) \sqrt{2g|h_1 - h_2|} \quad (4.26)$$

cu  $v_{13} > 0$  pentru  $h_1 > h_3$  (scurgere T1  $\rightarrow$  T3)

sau  $v_{13} < 0$  pentru  $h_1 < h_3$  (scurgere T3  $\rightarrow$  T1), respectiv:

$$v_{32} = \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|}, \quad (4.27)$$

cu  $v_{32} > 0$  pentru  $h_3 > h_2$  (scurgere T3  $\rightarrow$  T2)

sau  $v_{32} < 0$  pentru  $h_3 < h_2$  (scurgere T2  $\rightarrow$  T3).

Volumul lichidului din rezervor se calculează cu relația:

$$V_T(t) = \frac{\pi h^2(t)}{3} (3R - h(t)). \quad (4.28)$$

În ceea ce privește bilanțul volumetric al lichidului în fiecare dintre rezervoare aceasta este dat de relația (4.29):

$$\dot{V}_T(t) = \sum [q_{iin} - q_{iout}]. \quad (4.29)$$

Dar cum

$$\dot{V}_T(t) = \pi \cdot h(t) \cdot \dot{h}(t) (2R - h(t)), \quad (4.30)$$

relația (4.29) devine:

$$\dot{h} = \frac{1}{\pi \cdot h (2R - h)} \sum [q_{iin} - q_{iout}]. \quad (4.31)$$

În particular pentru fiecare rezervor relația (4.31) se poate scrie:

$$\mathbf{T1:} \dot{h}_1 = \frac{1}{\pi \cdot h_1 (2R - h_1)} [q_{p1} - q_{13} - q_{g1}], \quad (4.32)$$

$$\mathbf{T2:} \dot{h}_2 = \frac{1}{\pi \cdot h_2 \cdot (2R - h_2)} [q_{p2} + q_{32} - q_{g2} - q_{20}], \quad (4.33)$$

$$\mathbf{T3:} \dot{h}_3 = \frac{1}{\pi \cdot h_3 \cdot (2R - h_3)} [q_{13} - q_{32} - q_{g3}], \quad (4.34)$$

în care

- $q_{13} = \mu_{SV_{13}} \cdot S_T \cdot \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|}$ ,
- $q_{32} = \mu_{SV_{32}} \cdot S_T \cdot \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|}$ ,
- $q_{20} = \mu_{SV_{20}} \cdot S_V \cdot \sqrt{2gh_2}$ ,
- $q_{gi} = \mu_{SV_i} \cdot S_V \cdot \sqrt{2gh_i}, i = \{1, 2, 3\}$ ,
- $q_{pi} = k_i \cdot u_{ci}, i = \{1, 2\}$ ,
- $k_i$  caracterizează liniaritatea comenzii dată către MEi și debitul de alimentare.  
 $\langle k_i \rangle = \left\langle \frac{m^3}{V \cdot s} \right\rangle$ ,

#### Observații:

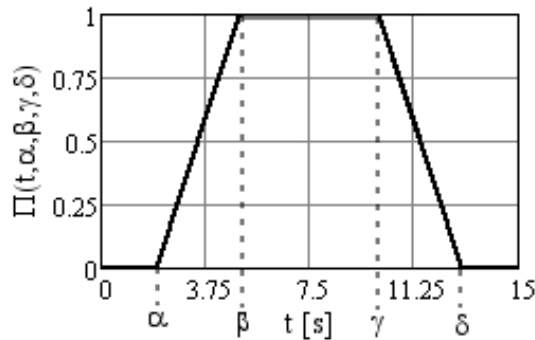
1. Scurgerile  $q_{gi}$  pot fi tratate ca și "defecțiuni" în sistem. Factorii  $\mu_{SV_{13}}, \mu_{SV_{32}}, \mu_{SV_{20}}, \mu_{SV_1}, \mu_{SV_2}, \mu_{SV_3}$  reprezintă coeficienți de proporționalitate cu  $\mu \in [0, 1]$ ,  $\mu = \Pi(t, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$ , unde:

- $\mu = 0 \Rightarrow$  ventil complet închis,
- $\mu = 1 \Rightarrow$  ventil complet deschis.

În cazul sistemului propus considerăm  $\mu_{SV_{13}} = 1$  și  $\mu_{SV_{32}} = 1$ .

Factorul  $\mu = \Pi(t, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$  caracterizează gradul de deschidere a ventilelor de golire,  $\mu = 0 \Rightarrow$  ventil complet închis și  $\mu = 1 \Rightarrow$  ventil complet deschis. Funcția  $\Pi$  este definită de relația (4.35) și reprezentată grafic în figura 4.6. Exemplificare pentru modul de caracterizare a gradului de deschidere al ventilelor de golire, simulat ca funcție de timp,  $\mu(t)$ :

$$\mu(t) = \Pi(t, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \begin{cases} 0 & \text{dacă } t < \alpha \\ \frac{t-\alpha}{\beta-\alpha} & \text{dacă } \alpha \leq t < \beta \\ 1 & \text{dacă } \beta \leq t \leq \gamma \\ \frac{\delta-t}{\delta-\gamma} & \text{dacă } \gamma < t \leq \delta \\ 0 & \text{dacă } t > \delta \end{cases} \quad (4.35)$$



**Figura 4.6** Exemplu de caracterizare a gradului de deschidere al unui ventil de golire.

2. Pentru simplificarea calculului se vor considera produsele  $\mu_i \cdot S_T = u_i$ , unde  $i = \{SV_{13}, SV_{32}\}$  și  $\mu_i \cdot S_V = u_i$ , unde  $i = \{SV_{20}, SV_1, SV_2, SV_3\}$ .

Dacă notăm cu  $A(h_i) = \pi \cdot h_i \cdot (2R - h_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , aria secțiunii transversale a sferei calculată la înălțimea  $h_i$ , atunci modelul matematic neliniar aferent sistemului 3STS este:

**T1:**

$$\dot{h}_1 = \frac{1}{A(h_1)} \left[ -u_{SV_{13}} \cdot \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} - u_{SV_1} \cdot \sqrt{2gh_1} + k_1 u_{c1} \right] \quad (4.36)$$

**T2:**

$$\dot{h}_2 = \frac{1}{A(h_2)} \left[ u_{SV_{32}} \cdot \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|} - u_{SV_2} \cdot \sqrt{2gh_2} - u_{SV_{20}} \cdot \sqrt{2gh_2} + k_2 u_{c2} \right] \quad (4.37)$$

**T3:**

$$\dot{h}_3 = \frac{1}{A(h_3)} \left[ u_{SV_{13}} \cdot \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} - u_{SV_{32}} \cdot \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|} - u_{SV_3} \sqrt{2gh_3} \right], \quad (4.38)$$

cu condițiile  $0 < h_i < 2R$ .



### C. Determinarea constantelor elementului de execuție

Se presupune că modelul simulat caracterizează o instalație reală pentru care, comenzile către elementele de execuție pot fi date, în regim "manual" de către un operator uman iar în regim automat de către un dispozitiv de conducere, reprezentat aici prin regulatorul RG (în particular RG-F-TS).

Având în vedere că rolul elementului de execuție este de a da o comandă de pompare către cele două pompe pe baza comenzii de tensiune primită de la calculator, relația de calcul și unitatea de măsură ale acestor constante sunt:

$$k_i = \frac{q_{pi}}{u_{ci}} \left[ \frac{Volum}{tensiune \cdot timp} \right] = \left[ \frac{m^3}{V \cdot sec} \right]. \quad (4.39)$$

Prin urmare, se pot măsura experimental, în modul de lucru "Manual", timpii prin care se realizează creșterea nivelurilor în rezervoarele 1 și 2 în trepte constante de tensiune (patru seturi de măsurări). Tensiunea de comandă dată către pompe poate varia în intervalul de  $[0, 10]$  V.

Pe baza tabelului relației generale a debitului pot fi determinate debitele de pompare pentru fiecare dintre cele două rezervoare:

$$q_p = \frac{V_T}{t} = \frac{A \cdot h}{t} \left[ \frac{m^3}{sec} \right]. \quad (4.40)$$

Pe baza rezultatelor astfel obținute se pot trasa caracteristicile de sarcină  $q_{pi} = f(u_{ci})$ , ( $i = \{1, 2\}$ ), prin care se pot determina constantele elementelor de execuție.

### D. Determinarea constantelor elementului de măsură

Rolul elementului de măsură este de a converti nivelul măsurat al lichidului de către cele trei transductoare de presiune într-un semnal de tensiune transmis apoi spre calculator. Prin urmare relația de calcul și unitatea de măsură ale acestor constante este:

$$K_m = \frac{u_i}{h_i} = \left[ \frac{V}{m} \right]. \quad (4.41)$$

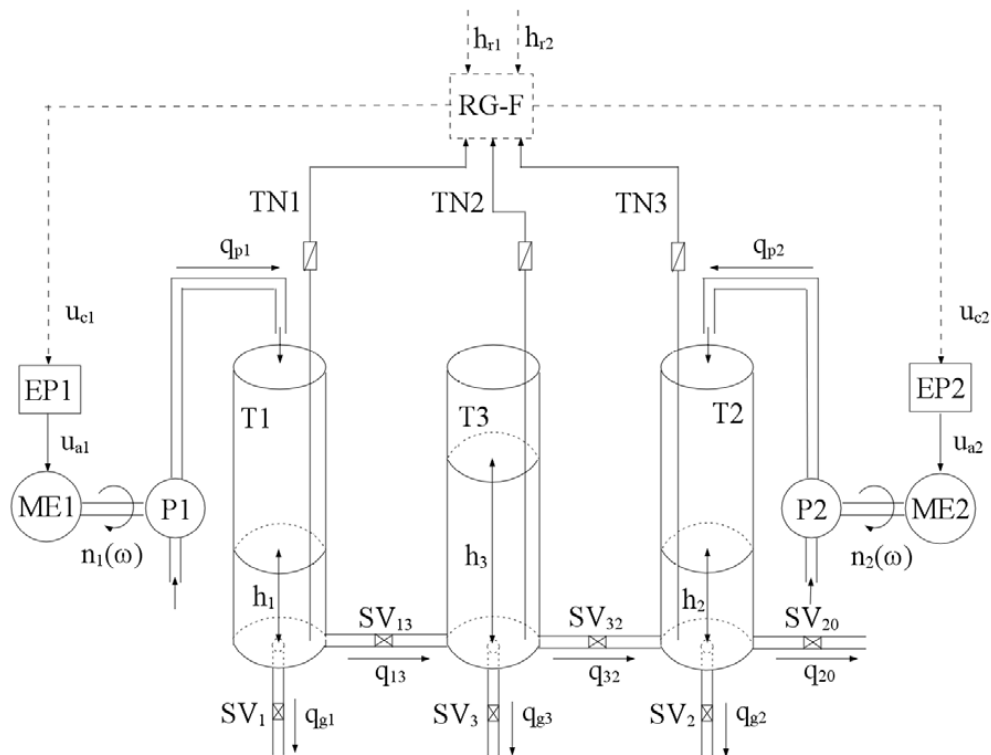
Determinarea constantelor elementelor de măsură se poate face din nou pe cale experimentală, în modul de lucru "Manual", măsurându-se la niveluri egale de lichid în toate cele trei rezervoare valoarea de tensiune corespunzătoare. Astfel se obține, pe baza determinării experimentale ale constantelor elementelor de execuție, caracteristicile statice  $u_i = f(h_i)$  ( $i = \{1, 2, 3\}$ ).

#### 4.1.4 Modelarea matematică a procesului de reglare a nivelului lichidului în trei rezervoare cilindrice (three Cylindrical Tank System, 3CTS)

##### A. Prezentarea problemei de reglare

Obiectivul de bază al conducerii, fenomenele fizice care caracterizează procesul precum și notațiile sunt identice cu cele de la 3STS, diferența constă în forma geometrică a rezervoarelor.

Schema bloc principală a sistemului cu trei rezervoare cilindrice (3CTS - 3 Cylindrical Tank System) este prezentată în figura 4.7 iar instalația de laborator în figura 4.8. Datele tehnice ale sistemului 3CTS pot fi găsite în (Amira, 2000).



**Figura 4.7** Schema bloc principală a sistemului cu trei rezervoare cilindrice.

Considerentele de bază relative la sistem, obiectivul de bază al reglării precum și caracterizarea fenomenelor fizice ce au loc în cadrul sistemului, rămân aceleași cu cele de la sistemul cu trei rezervoare sferice.



**Figura 4.8** Sistemului cu trei rezervoare cilindrice (instalația de laborator DTS200 produsă de Amira GmbH Duisburg, Germany).

### B. Construcția modelului matematic neliniar aferent procesului din cadrul sistemului 3CTS

Și în acest caz (real) raportul dintre secțiunea unui ventil ( $S_V$ ) și secțiunea unui rezervor ( $A$ ) este foarte mic:

$$\frac{S_V}{A} \ll 1, \quad (4.42)$$

viteza de scurgere a fluidului va fi dată de relația (4.43), *ecuația lui Toricelli*:

$$v = \sqrt{2g\Delta h}, \quad (4.43)$$

în care  $\Delta h$  reprezintă diferența de nivel între rezervoarele interconectate.

Pentru câte două rezervoare interconectate (**T1-T3** respectiv **T3-T2**) ecuația (4.25) a lui Bernoulli se particularizează sub forma:

$$v_{13} = \text{sign}(h_1 - h_2) \sqrt{2g|h_1 - h_2|}, \quad (4.44)$$

cu  $v_{13} > 0$  pentru  $h_1 > h_3$  (scurgere T1  $\rightarrow$  T3),

sau  $v_{13} < 0$  pentru  $h_1 < h_3$  (scurgere T3  $\rightarrow$  T1), respectiv:

$$v_{32} = \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|}, \quad (4.45)$$

cu  $v_{32} > 0$  pentru  $h_3 > h_2$  (scurgere T3  $\rightarrow$  T2),

sau  $v_{32} < 0$  pentru  $h_3 < h_2$  (scurgere T2  $\rightarrow$  T3).

Volumul lichidului din rezervor se calculează cu relația:

$$V(t) = \pi R^2 h(t), \quad (4.46)$$

în care  $R$  este raza secțiunii transversale a unui rezervor cilindric. Bilanțul volumetric al lichidului în fiecare dintre rezervoare este dat de relația (4.47):

$$\dot{V}_T(t) = \sum [q_{iin} - q_{iout}]. \quad (4.47)$$

Dar cum

$$\dot{V}_T(t) = \pi R^2 \dot{h}(t), \quad (4.48)$$

relația (4.47) devine (pentru simplificarea, variabila timp nu mai este scrisă):

$$\dot{h}_i = \frac{1}{A_i} \sum [q_{iin} - q_{iout}], i = \{1, 2, 3\}. \quad (4.49)$$

În particular pentru fiecare rezervor relația (4.49) se poate scrie (se consideră aria secțiunii rezervoarelor  $A_1 = A_2 = A_3 = A$ ):

$$\mathbf{T1:} \quad \dot{h}_1 = \frac{1}{A} [q_{p1} - q_{13} - q_{g1}] \quad (4.50)$$

$$\mathbf{T2:} \quad \dot{h}_2 = \frac{1}{A} [q_{p2} + q_{32} - q_{g2} - q_{20}] \quad (4.51)$$

$$\mathbf{T3:} \quad \dot{h}_3 = \frac{1}{A} [q_{13} - q_{32} - q_{g3}] \quad (4.52)$$

în care

$$- q_{13} = \mu_{SV_{13}} \cdot S_T \cdot \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|},$$

$$- q_{32} = \mu_{SV_{32}} \cdot S_T \cdot \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|},$$

$$- q_{20} = \mu_{SV_{20}} \cdot S_V \cdot \sqrt{2gh_2},$$

- $q_{gi} = \mu_{SV_i} \cdot S_V \cdot \sqrt{2gh_i}$ ,  $i = \{1, 2, 3\}$ ,
- $q_{pi} = k_i \cdot u_{ci}$ ,  $i = \{1, 2\}$ ,
- $k_i$  caracterizează liniaritatea comenzii dată către MEi și debitul de alimentare.  
 $\langle k_i \rangle = \left\langle \frac{m^3}{V \cdot s} \right\rangle$ ,

### Observații:

1. Scurgerile  $q_{gi}$  pot fi tratate ca și "defecțiuni" în sistem. Factorii  $\mu_{SV_{13}}$ ,  $\mu_{SV_{32}}$ ,  $\mu_{SV_{20}}$ ,  $\mu_{SV_1}$ ,  $\mu_{SV_2}$ ,  $\mu_{SV_3}$  reprezintă coeficienți de proporționalitate cu  $\mu \in [0, 1]$ ,  $\mu = \Pi(t, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$ , unde:

- $\mu = 0 \Rightarrow$  ventil complet închis,
- $\mu = 1 \Rightarrow$  ventil complet deschis.

În cazul sistemului propus considerăm  $\mu_{SV_{13}} = 1$  și  $\mu_{SV_{32}} = 1$ .

Factorul  $\mu = \Pi(t, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$  caracterizează gradul de deschidere a ventilelor de golire,  $\mu = 0 \Rightarrow$  ventil complet închis și  $\mu = 1 \Rightarrow$  ventil complet deschis. Funcția  $\Pi$  este definită de relația (4.35) și reprezentată grafic în figura 4.6.

2. Pentru simplificarea calculelor se vor considera produsele  $\mu_i \cdot S_T = u_i$ , unde  $i = \{SV_{13}, SV_{32}\}$  și  $\mu_i \cdot S_V = u_i$ , unde  $i = \{SV_{20}, SV_1, SV_2, SV_3\}$ .

Modelul matematic neliniar aferent sistemului 3CTS este:

**T1:**

$$\dot{h}_1 = \frac{1}{A} \left[ -u_{SV_{13}} \cdot \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} - u_{SV_1} \cdot \sqrt{2gh_1} + k_1 u_{c1} \right], \quad (4.53)$$

**T2:**

$$\dot{h}_2 = \frac{1}{A} \left[ u_{SV_{32}} \cdot \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|} - u_{SV_2} \cdot \sqrt{2gh_2} - u_{SV_{20}} \cdot \sqrt{2gh_2} + k_2 u_{c2} \right], \quad (4.54)$$

**T3:**

$$\dot{h}_3 = \frac{1}{A} \left[ u_{SV_{13}} \cdot \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} - u_{SV_{32}} \cdot \text{sign}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|} - u_{SV_3} \sqrt{2gh_3} \right]. \quad (4.55)$$

Determinarea constantelor ce caracterizează elementele de execuție și elementele de măsură este identică cu cea de la sistemul cu trei rezervoare sferice.

### 4.1.5 Sistemul de tip Liénard

#### A. Caracterizarea sistemului

Multe circuite oscilante pot fi modelate cu ajutorul următoarei ecuații diferențiale de ordinul al doilea, cunoscută sub denumirea de ecuația lui Liénard (Khalil, 2000), (Singiresu, 2007).

$$\ddot{y} + h(y, \dot{y}) \dot{y} + g(y) = u, \quad (4.56)$$

unde funcțiile  $h$  și  $g$  sunt derivabile cu derivatele parțiale continue, și au următoarele proprietăți:

- $h(y, \dot{y}) > 0, \forall \dot{y} \neq 0, h(y, 0) = 0, \forall y \in \mathbb{R},$
- $g(y) \neq 0, \forall y \neq 0,$
- $\Lambda(y) := \int_0^y g(y) dy > 0, \forall y \neq 0,$
- $\lim_{y \rightarrow \infty} \Lambda(y) = \infty.$

Se consideră că variabila de stare  $y$  reprezintă distanța față de originea sistemului iar variabila de stare  $\dot{y}$  viteza sistemului.

**Obiectivul de bază al reglării** în aplicația considerată poate fi aducerea sistemului în punctul de echilibru, într-un timp mai mic decât timpul de relaxare.

Observație: în cazul aplicațiilor concrete obiectivul poate fi atins și prin schimbarea coeficientului de frecare.

Ecuația lui Liénard reprezintă ecuația generalizată a sistemului mecanic compus din masă, arc și amortizor (mass-damper-spring system, figura 4.9). Componenta  $h(y, \dot{y})$  reprezintă disipația sau amortizarea neliniară iar componenta  $g(y)$  reprezintă neliniaritatea arcului.

#### B. Construcția modelului matematic neliniar aferent procesului din cadrul sistemului Liénard

Variabilele de stare necesare descrierii sistemului sunt  $y$  și  $\dot{y}$ . Se face următoarea substituție:

$$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2, x_1(t) = y(t), x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt}. \quad (4.57)$$

Ecuția de stare rezultată în urma substituției este:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x})u, \quad (4.58)$$

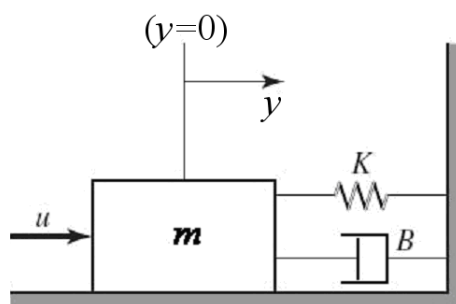
unde:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -h(x_1, x_2)x_2 - g(x_1) \end{bmatrix} \text{ și } \mathbf{b}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.59)$$

#### 4.1.6 Sistemul mecanic compus din masă, amortizor și arc (caz particular al sistemului Liénard)

Se consideră următorul exemplu (figura 4.9) de sistem mecanic compus din masă, amortizor și arc (Khalil, 2000), descris de ecuația diferențială (4.60). Sistemul propus este un caz particular al sistemului Liénard, în care:

$$h(y, \dot{y}) = \frac{b}{m} |\dot{y}|, \text{ și } g(y) = \frac{k_0}{m}y + \frac{k_1}{m}y^3.$$



**Figura 4.9** Sistem mecanic compus din masă, amortizor și arc.

Ecuția diferențială care descrie evoluția sistemului este:

$$m\ddot{y} + b\dot{y}|\dot{y}| + k_0y + k_1y^3 = u \quad (4.60)$$

unde:

- $y$  este deplasarea masei față de punctul de echilibru ( $y = 0, \dot{y} = 0$ ),
- $m$  este masa atașată de arc,
- $B = b\dot{y}|\dot{y}|$  disipația neliniară sau amortizarea,  $b > 0$ ,
- $K = k_0y + k_1y^3$  descrie comportamentul neliniar al arcului,

-  $u$  reprezintă forța externă aplicată masei care poate fi mărimea de comandă.

**Obiectivul de bază al reglării** este identic cu cel de la sistemul de tip Liénard.

Se presupune că masa este îndepărtată de punctul ( $y = 0$ ), după care este lăsată liberă. Energia mecanică totală a sistemului este suma dintre energia cinetică și energia potențială a sistemului:

$$V(y) = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \int_0^y (k_0y + k_1y^3) dy = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}k_0y^2 + \frac{1}{4}k_1y^4. \quad (4.61)$$

Între energia mecanică a sistemului și stabilitatea acestuia există următoarele relații:

- ▷ energia zero corespunde punctului de echilibru ( $y = 0, \dot{y} = 0$ ),
- ▷ stabilitatea asimptotică implică convergența energiei mecanice la 0,
- ▷ instabilitatea este indicată de creșterea energiei mecanice.

Variația energiei în timpul mișcării masei sistemului se obține prin diferențierea în raport cu timpul, de-a lungul oricărei traiectorii a stărilor sistemului (4.60), a primei egalități din (4.61):

$$\dot{V}(y) = m\dot{y}\ddot{y} + (k_0y + k_1y^3)\dot{y} = \dot{y}(-b\dot{y}|\dot{y}|) = -b|\dot{y}|^3 \quad (4.62)$$

Ecuția (4.62) arată că energia sistemului măsurată la un moment inițial dat este disipată continuu de către amortizor, până când masa se oprește, adică până când  $\dot{y} = 0$ .

### **Construcția modelului matematic neliniar aferent procesului din cadrul sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc.**

Variabilele de stare necesare descrierii evoluției sistemului sunt poziția  $y$  și viteza masei  $\dot{y}$ .

Se face următoarea substituție:

$$\mathbf{x} \in [-1, 1] \times [-1, 1], x_1(t) = y(t), x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt}. \quad (4.63)$$

Ecuția de stare rezultată în urma substituției este:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x})u, \quad (4.64)$$



unde:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m}(-bx_2|x_2| - k_0x_1 - k_1x_1^3) \end{bmatrix} \text{ și } \mathbf{b}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.65)$$

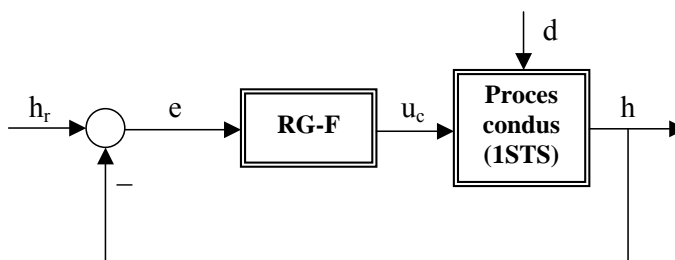
## 4.2 Studii de caz relativ la utilizarea primei metode de analiză a stabilității propuse

### 4.2.1 Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic (1STS)

În acest paragraf se propune realizarea unui RG-F-TS pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic (1STS). Considerentele de bază relative la sistem, obiectivul de bază al reglării precum și caracterizarea fenomenelor fizice ce au loc în cadrul sistemului, au fost descrise în paragraful 4.1.1.

#### A. Proiectarea regulatorului fuzzy

Principial, funcționarea sistemului are loc după schema bloc prezentată în figura 4.10.



**Figura 4.10** Schema bloc de principiu aferentă sistemului fuzzy cu un rezervor sferic.

Pentru proiectarea regulatorului fuzzy se utilizează algoritmul 1 bazat pe teorema 3.9.

**Pasul 1:** Ecuația procesului nominal (Khalil, 2000) (fără perturbații) este dată de relația:

$$\dot{e} = -\frac{1}{A(h_r - e)} \left[ u_{RGF} - S_V \sqrt{2g(h_r - e)} \right], \quad (4.66)$$

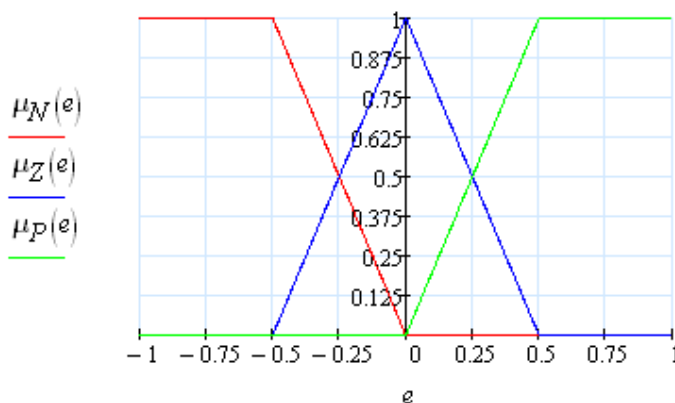
în care  $S_V > 0$ ,  $A(e) = \pi(h_r - e)(2R - h_r + e)$  reprezintă aria secțiunii rezervorului sferic,  $e = h_r - h$  reprezintă eroarea de reglare,  $u_{RGF}$  este comanda generată de RG-F și  $h_r$  este referința, adică nivelul la care trebuie stabilizat lichidul în rezervorul sferic. Se notează  $u_c = \frac{u_{RGF}}{k}$ .

Ecuația procesului cu perturbație ( $d = \mu$ ) este dată de:

$$\dot{e} = -\frac{1}{A(h_r - e)} \left[ u_{RGF} - \mu S_V \sqrt{2g(h_r - e)} \right], \quad (4.67)$$

unde  $\mu$  este definită de funcția (4.7).

**Pasul 2:** Funcțiile de apartenență ce definesc termenii lingvistici ai variabilei lingvistice "eroare de reglare" sunt date de către "expertul de proces" și sunt reprezentate în figura 4.11. Termenii lingvistici reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notați prin P, Z și respectiv N.



**Figura 4.11** Funcțiile de apartenență ale TL: N, Z, și P asociate erorii de reglare  $e$  a sistemului 1STS.

**Observație:** schimbarea funcțiilor de apartenență conduce de regulă la schimbarea regimului tranzitoriu. Simulările efectuate (neprecizate în teză) au evidențiat acest lucru.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este:

Regula 1: **If**  $e \in P$  **Then**  $u_{RGF} = u_1$ ,

Regula 2: **If**  $e \in N$  **Then**  $u_{RGF} = u_2$ ,

Regula 3: **If**  $e \in Z$  **Then**  $u_{RGF} = u_3$ ,

$u_1$ ,  $u_2$  și  $u_3$  urmând a fi determinate pe baza teoremei 3.9, la pasul 5.

**Pasul 4:** Se alege funcția  $V$  pozitiv definită,

$$V(e) = \frac{1}{2}e^2 \quad (4.68)$$

cu derivata în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor sistemului (4.66):

$$\dot{V}(e) = -\frac{e}{A(h_r - e)} \left[ u_{RGF} - S_V \sqrt{2g(h_r - e)} \right]. \quad (4.69)$$

Astfel, termenii  $F(x)$  și  $B(x)$  din relațiile (3.42) și (3.43) au expresiile:

$$F(e) = \frac{e}{A(h_r - e)} S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \quad (4.70)$$

și respectiv

$$B(e) = -\frac{e}{A(h_r - e)}. \quad (4.71)$$

**Pasul 5:** Pentru fiecare regulă fuzzy  $i$  trebuie determinate semnalele de comandă  $u_i$  astfel încât:

$$\dot{V}_i(e) = \frac{e}{A(h_r - e)} S_V \sqrt{2g(h_r - e)} - \frac{e}{A(h_r - e)} u_i \leq 0, \quad \forall e \in X_i^A, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (4.72)$$

În consecință se obține următorul tabel în care sunt specificate expresiile pentru  $u_i$ :

**Tablelul 4.1** Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic, determinată cu ajutorul algoritmului 1.

$e$	$u_i$
N	$-2S_V \sqrt{gR}$
P	$2S_V \sqrt{gR}$
Z	$S_V \sqrt{2g(h_r - e)} + e$

**Pasul 6:** Se demonstrează în continuare că mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S = \left\{ e \in \mathbb{R} \mid \dot{V}(e) = 0 \right\}$ .

Presupunem că mulțimea  $M$  conține un punct  $e_1 \neq 0$ . Avem două cazuri:

1. cazul când  $e_1 > 0$ . În acest caz sunt active regulile 2 și 3, prin urmare:

$$u_{RGF} = \frac{\alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3}{\alpha_2 + \alpha_3} = \frac{\alpha_2 2S_V \sqrt{gR} + \alpha_3 \left( S_V \sqrt{2g(h_r - e_1)} + e_1 \right)}{\alpha_2 + \alpha_3}, \quad (4.73)$$

de unde rezultă

$$\dot{V}(e_1) = -\frac{e_1}{A(h_r - e_1)} \frac{\alpha_2(e_1) S_V \left( 2\sqrt{gR} - \sqrt{2g(h_r - e_1)} \right) + \alpha_3(e_1) e_1}{\alpha_2(e_1) + \alpha_3(e_1)} < 0. \quad (4.74)$$

2. cazul când  $e_1 < 0$ . În acest caz sunt active regulile 1 și 3, prin urmare

$$u_{RGF} = \frac{-\alpha_1 2S_V \sqrt{gR} + \alpha_3 \left( S_V \sqrt{2g(h_r - e_1)} + e_1 \right)}{\alpha_1 + \alpha_3}, \quad (4.75)$$

de unde rezultă

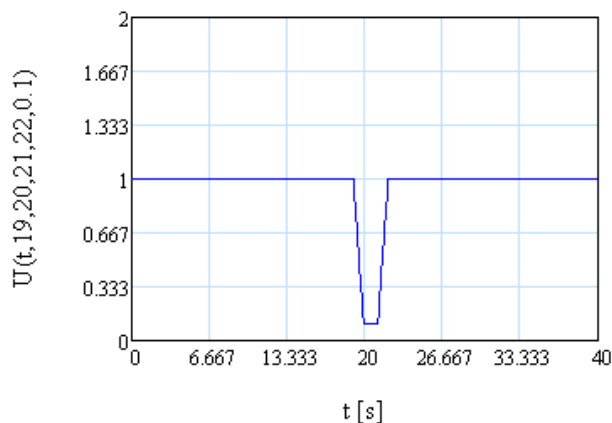
$$\dot{V} = -\frac{e_1}{A(h_r - e_1)} \left[ \frac{-\alpha_1 2S_V \sqrt{gR} - \alpha_2 \left( S_V \sqrt{2g(h_r - e_1)} + e_1 \right)}{\alpha_1 + \alpha_3} \right] < 0. \quad (4.76)$$

Ambele cazuri contrazic presupunerea făcută. În concluzie mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S$ .

**Observație:** În instalația reală comanda către pompa de alimentare se dă între  $[V_{\min}, V_{\max}]$  ( $V_{\min}$  - valoarea minimă respectiv  $V_{\max}$  - valoarea maximă a voltajului dat pompei), ceea ce corespunde unui debit de alimentare între 0 și debitul maxim,  $q_{\max}$ . Trebuie menționat că în regimurile normale (variații de  $\pm 25\%$  în domeniul  $h_{\min} - h_{\max}$ ), regulatorul nu intră în limitări. Aceste limitări nu sunt incluse în analiza stabilității.

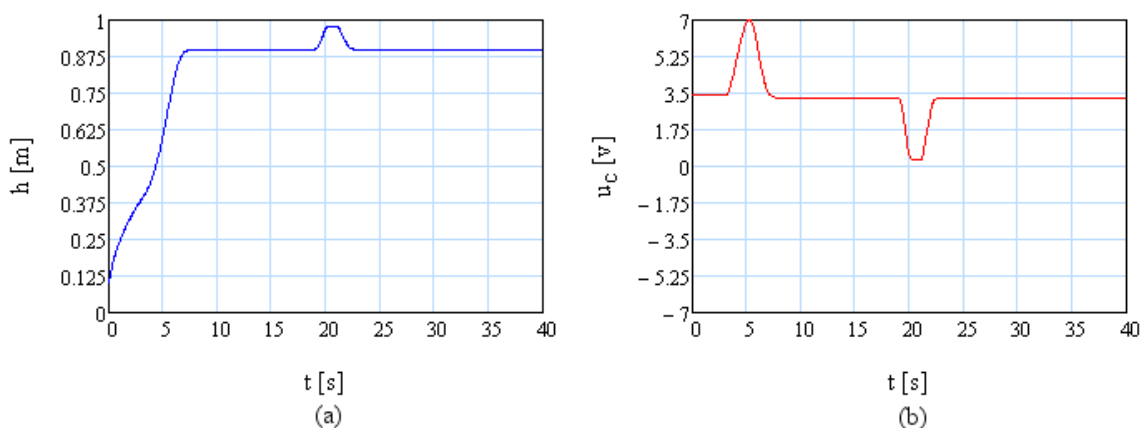
### B. Simularea comportării sistemului de reglare cu regulator fuzzy pentru aplicația considerată

Regulatorul fuzzy proiectat este particularizat procesului descris de ecuația (4.67), pentru  $S_V = 0.025 \text{ m}^2$ ,  $R = 0.5 \text{ m}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $k = 0.032 \text{ m}^3/\text{V} \cdot \text{s}$  și  $\mu(t) = U(t, 19, 20, 21, 22, 0.1)$  (figura 4.12). Pentru fiecare simulare se vor specifica referința și condițiile inițiale. Comanda dată de RG-F-TS este reprezentată în figurile 4.13 - 4.16 prin  $u_c = u_{RGF}/k$ .



**Figura 4.12** Modelarea perturbației utilizată în simulările comportamentului sistemului 1STS.

### Simularea 1

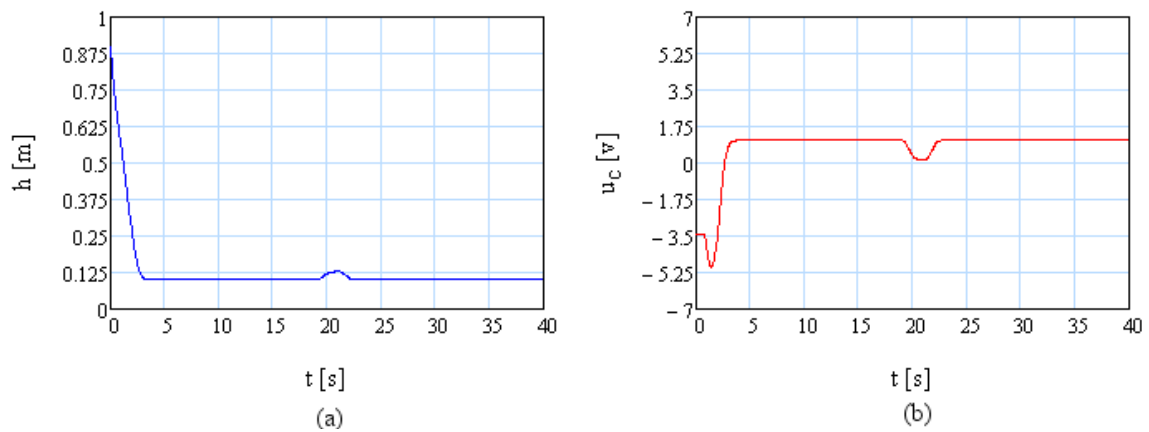


**Figura 4.13** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.9$  m,  $h(0) = 0.1$  m.

### Interpretarea datelor de simulare

- valoarea comenzii pornește de la 3.5 V după care crește la 7 V, fapt datorat acțiunii (activării) simultane a regulilor fuzzy 2 și 3 și a valorilor comenzii date de fiecare,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 3 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

### Simularea 2

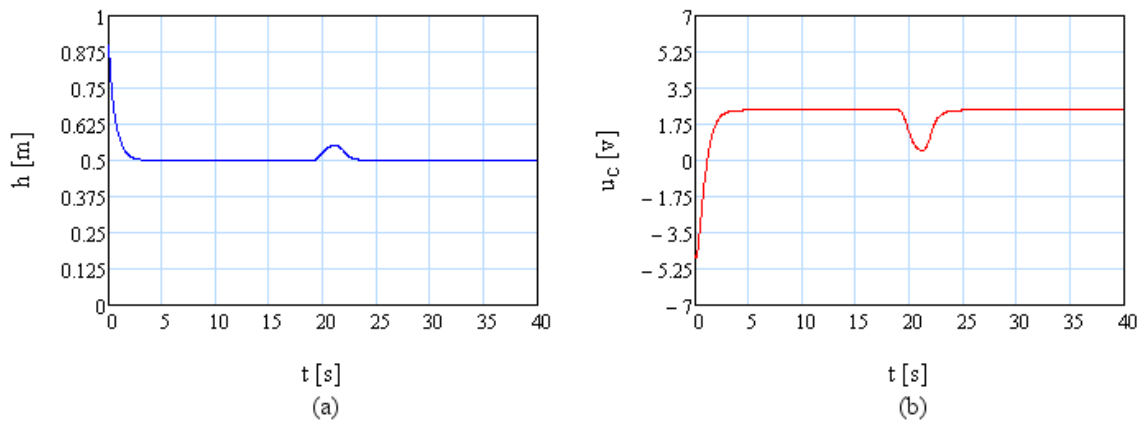


**Figura 4.14** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.1$  m,  $h(0) = 0.9$  m.

#### Interpretarea datelor de simulare

- valoarea comenzii pornește de la  $-3.5$  V după care scade la  $-5$  V datorită activării simultane a regulelor 1 și 3 și a valorilor comenzii date de fiecare,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 3 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

### Simularea 3



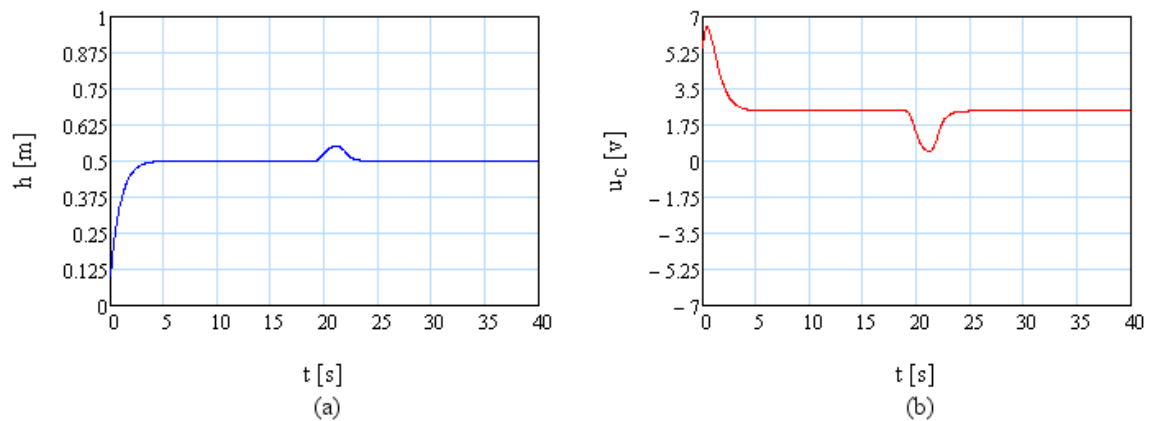
**Figura 4.15** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.5 \text{ m}$ ,  $h(0) = 0.9 \text{ m}$ .

#### Interpretarea datelor de simulare

- valoarea comenzii pornește de la -5 V după care crește la 2.4 V (valoarea la care procesul se stabilizează) datorită activării simultane a regulilor 1 și 3 și a valorilor comenzii date de fiecare,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 3 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).



### Simularea 4



**Figura 4.16** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.5$  m,  $h(0) = 0.1$  m.

#### Interpretarea datelor de simulare

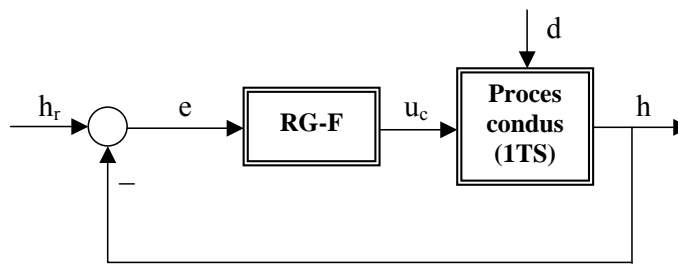
- valoarea comenzii pornește de la 5.4 V crescând până la 6.4 V, datorită activării simultane a regulelor 2 și 3 și a valorilor comenzii date de fiecare, după care scad până la valoarea la care procesul se stabilizează,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 3 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

### 4.2.2 Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric (1CTS)

În acest paragraf se propune realizarea unui RG-F-TS pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric (1CTS). Considerentele de bază relative la sistem, obiectivul de bază al reglării precum și caracterizarea fenomenelor fizice ce au loc în cadrul sistemului, au fost descrise în paragraful 4.1.2.

#### A. Proiectarea regulatorului fuzzy

Principial, funcționarea sistemului are loc după schema bloc prezentată în figura 4.17.



**Figura 4.17** Schema bloc principală a sistemului fuzzy cu un rezervor cilindric.

Pentru proiectarea regulatorului fuzzy se utilizează algoritmul 1 bazat pe teorema 3.9.

**Pasul 1:** Ecuația procesului nominal (fără perturbații) este dată de relația:

$$\dot{e} = -\frac{1}{A} \left[ u_{RGF} - S_V \sqrt{2g(h_r - e)} \right], \quad (4.77)$$

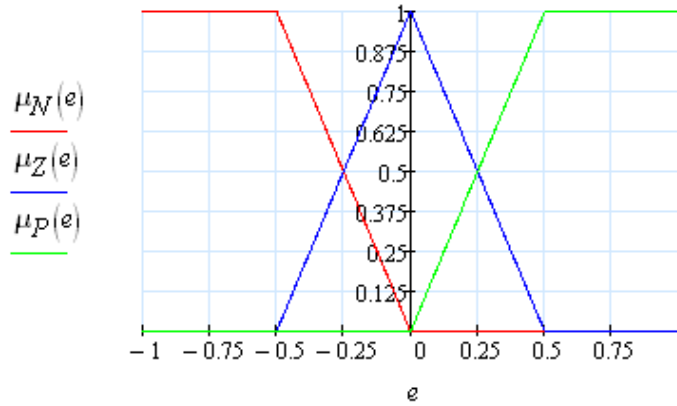
în care  $S_V > 0$ ,  $A = \pi R^2$  reprezintă aria secțiunii rezervorului cilindric,  $e = h_r - h$  reprezintă eroarea de reglare,  $u_{RGF}$  este comanda generată de RG-F și  $h_r$  este referința, adică nivelul la care trebuie stabilizat lichidul în rezervorul cilindric. Se notează  $u_c = \frac{u_{RGF}}{k}$ .

Ecuația procesului cu perturbație ( $d = \mu$ ) este dată de:

$$\dot{e} = -\frac{1}{A} \left( u_{RGF} - \mu S_V \sqrt{2g(h_r - e)} \right), \quad (4.78)$$

unde  $e = h_r - h$  reprezintă eroarea și  $h_r$  referința, adică nivelul la care trebuie stabilizat lichidul în rezervorul cilindric. Perturbația  $\mu$  este modelată de ecuația (4.7).

**Pasul 2:** Considerăm variabila lingvistică "eroare de reglare" definită matematic prin  $e = h_r - h$ . Funcțiile de apartenență ce definesc TL ai VL "eroare de reglare" sunt date de către "expertul de proces" și sunt reprezentate în figura 4.18. TL reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notați prin P, Z și respectiv N.



**Figura 4.18** Funcțiile de apartenență ale TL: N, Z, și P asociate erorii de reglare  $e$  a sistemului ICTS.

**Observație:** schimbarea funcțiilor de apartenență conduce de regulă la schimbarea regimului tranzitoriu. Simulările efectuate (neprecizate în teză) au evidențiat acest lucru.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este:

Regula 1: **If**  $e \in P$  **Then**  $u_{RGF} = u_1$ ,

Regula 2: **If**  $e \in N$  **Then**  $u_{RGF} = u_2$ ,

Regula 3: **If**  $e \in Z$  **Then**  $u_{RGF} = u_3$ ,

$u_1, u_2$  și  $u_3$  urmând a fi determinate pe baza teoremei 3.9, la pasul 5.

**Pasul 4:** Se alege funcția  $V$  pozitiv definită,

$$V(e) = \frac{1}{2}e^2, \tag{4.79}$$

având derivata în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor sistemului (4.77):

$$\dot{V}(e) = -\frac{e}{A} \left[ u_{RGF} - S_V \sqrt{2g(h_r - e)} \right]. \tag{4.80}$$

Astfel, termenii  $F(x)$  și  $B(x)$  din relațiile (3.42) și (3.43) au expresiile:

$$F(e) = \frac{e}{A} S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \tag{4.81}$$

și respectiv

$$B(e) = -\frac{e}{A}. \quad (4.82)$$

**Pasul 5:** Determinarea semnalelor de comandă  $u_i$  astfel încât pentru fiecare regulă fuzzy  $i$ ,  $i = \overline{1,3}$ , să fie satisfăcută următoarea relație:

$$\dot{V}_i(e) = \frac{e}{A} S_V \sqrt{2g(h_r - e)} - \frac{e}{A} u_i \leq 0, \forall e \in X_i^A. \quad (4.83)$$

Astfel rezultă următorul tabel în care sunt specificate expresiile pentru  $u_i$ :

**Tabelul 4.2** Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric, determinată cu ajutorul algoritmului 1.

$e$	$u_i$
<b>N</b>	0
<b>P</b>	$8S_V\sqrt{R}$
<b>Z</b>	$S_V\sqrt{2g(h_r - e)} + e$

**Pasul 6:** Se demonstrează că mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S = \left\{ e \in \mathbb{R} \mid \dot{V}(e) = 0 \right\}$ , demonstrația se bazează pe același raționament aplicat în cazul sistemului cu un rezervor sferic.

Presupunem că mulțimea  $M$  conține un punct  $e_1 \neq 0$ . Sunt posibile următoarele două cazuri:

1. cazul când  $e_1 > 0$ . În acest caz sunt active regulile 2 și 3, prin urmare

$$u_{RGF} = \frac{\alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3}{\alpha_2 + \alpha_3} = \frac{\alpha_2 8S_V\sqrt{R} + \alpha_3 \left( S_V\sqrt{2g(h_r - e_1)} + e_1 \right)}{\alpha_2 + \alpha_3}, \quad (4.84)$$

de unde rezultă

$$\dot{V}(e_1) = -\frac{e_1}{A} \frac{\alpha_2(e_1) S_V \left( 8\sqrt{R} - \sqrt{2g(h_r - e_1)} \right) + \alpha_3(e_1) e_1}{\alpha_2(e_1) + \alpha_3(e_1)} < 0. \quad (4.85)$$

2. cazul când  $e_1 < 0$ . În acest caz sunt active regulile 1 și 3, prin urmare

$$u_{RGF} = \frac{\alpha_3 \left( S_V\sqrt{2g(h_r - e_1)} + e_1 \right)}{\alpha_1 + \alpha_3}, \quad (4.86)$$

de unde rezultă

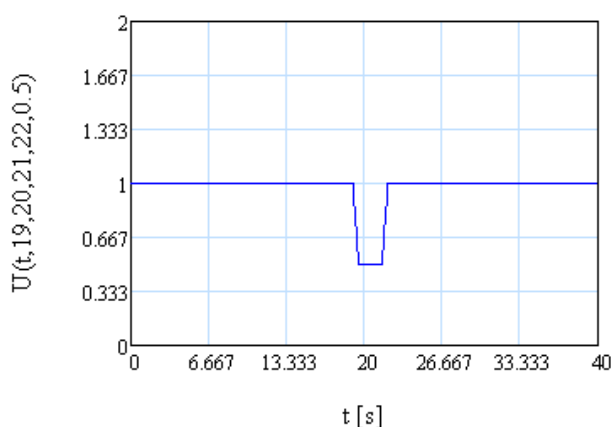
$$\dot{V}(e_1) = -\frac{e_1 \alpha_3(e_1) e_1 - \alpha_1(e_1) S_V \sqrt{2g(h_r - e_1)}}{A(\alpha_1(e_1) + \alpha_3(e_1))} < 0. \quad (4.87)$$

Ambele cazuri contrazic presupunerea făcută. În concluzie mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S$ .

**Observație:** În instalația reală comanda către pompa de alimentare se dă între  $[V_{\min}, V_{\max}]$  ( $V_{\min}$  - valoarea minimă respectiv  $V_{\max}$  - valoarea maximă a voltajului dat pompei), ceea ce corespunde unui debit de alimentare între 0 și debitul maxim,  $q_{\max}$ . Trebuie menționat că în regimurile normale (variații de  $\pm 25\%$  în domeniul  $h_{\min} - h_{\max}$ ), regulatorul nu intră în limitări. Aceste limitări nu sunt incluse în analiza stabilității.

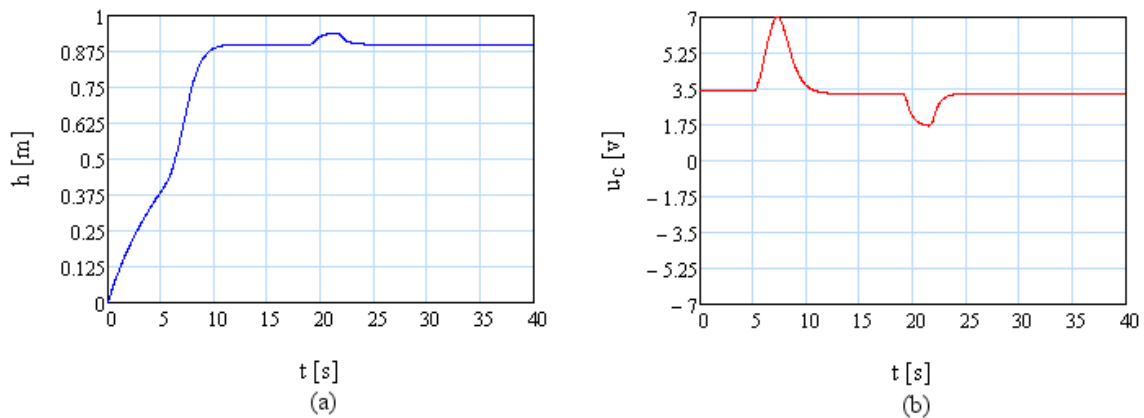
## B. Simularea comportării sistemului de reglare cu regulator fuzzy pentru aplicația considerată

Regulatorul fuzzy proiectat este particularizat procesului descris de ecuația (4.78), pentru  $S_V = 0.025 \text{ m}^2$ ,  $R = 0.5 \text{ m}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $k = 0.032 \text{ m}^3/\text{V} \cdot \text{s}$  și  $\mu(t) = U(t, 19, 20, 21, 22, 0.5)$  (figura 4.19). Pentru fiecare simulare se vor specifica referința și condițiile inițiale. Comanda dată de RG-F-TS este reprezentată în figurile 4.20 - 4.23 prin  $u_c = u_{RGF}/k$ .



**Figura 4.19** Modelarea perturbației utilizată în simulările comportamentului sistemului 1CTS.

## Simularea 1

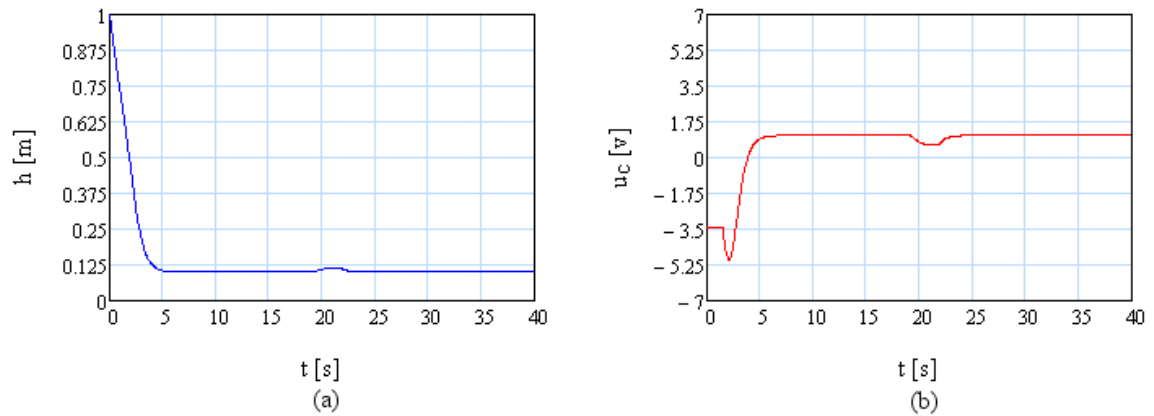


**Figura 4.20** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.9 \text{ m}$ ,  $h(0) = 0 \text{ m}$ .

## Interpretarea datelor de simulare

- valoarea comenzii pornește de la 3.5 V după care crește la 7 V, fapt datorat acțiunii (activării) simultane a regulilor fuzzy 2 și 3 și a valorilor comenzii date de fiecare,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 5 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 2

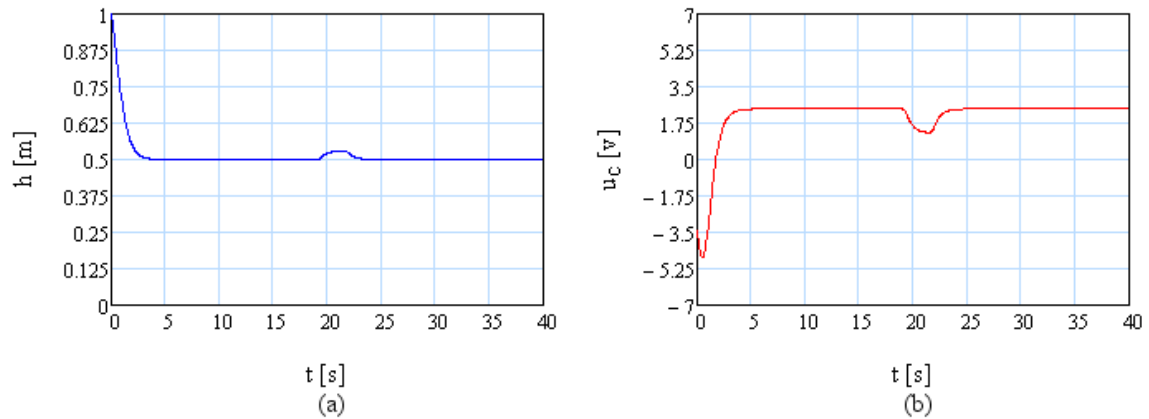


**Figura 4.21** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.1$  m,  $h(0) = 1$  m.

## Interpretarea datelor de simulare

- valoarea comenzii pornește de la  $-3.5$  V după care scade la  $-5$  V datorită activării simultane a regulelor 1 și 3 și a valorilor comenzii date de fiecare,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 5 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 3



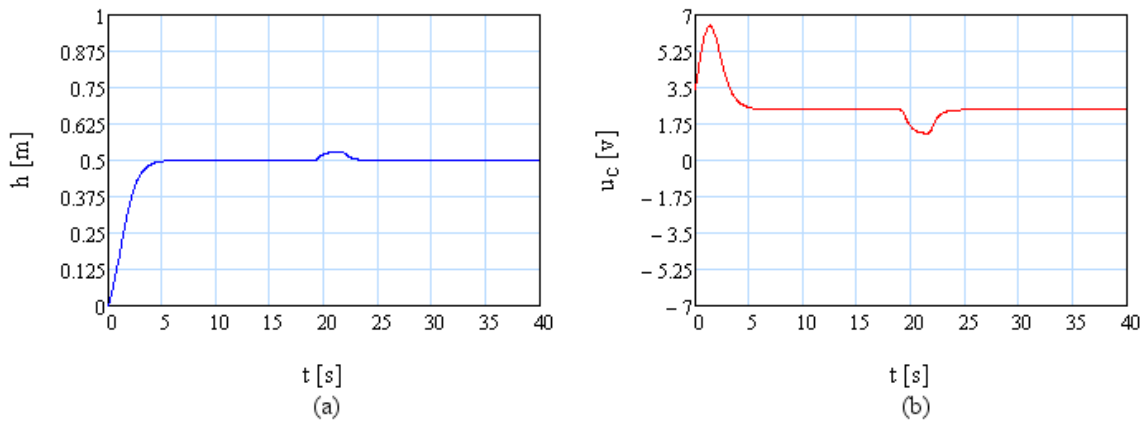
**Figura 4.22** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.5$  m,  $h(0) = 1$  m.

## Interpretarea datelor de simulare

- valoarea comenzii pornește de la -3.5 V după care scade la -5 V datorită activării simultane a regulelor 1 și 3 și a valorilor comenzii date de fiecare,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 5 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).



## Simularea 4



**Figura 4.23** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.5$  m,  $h(0) = 0$  m.

## Interpretarea datelor de simulare

- valoarea comenzii pornește de la 3.4 V crescând până la 6.4 V, datorită activării simultane a regulelor 2 și 3 și a valorilor comenzii date de fiecare, după care scade până la valoarea la care procesul se stabilizează,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 5 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

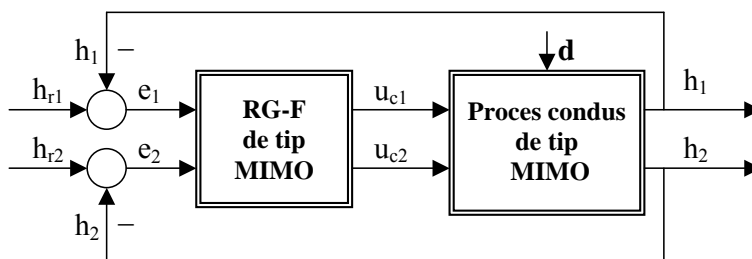
### 4.2.3 Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un sistem cu trei rezervoare sferice (3STS)

În acest paragraf se propune realizarea unui RG-F-TS pentru reglarea nivelului lichidului în două din cele trei rezervoare ale sistemului cu trei rezervoare sferice (3STS - 3 Spherical Tank System). Cel de-al treilea rezervor este considerat rezervor tampon. Considerentele de bază relative la sistem, obiectivul de bază al reglării precum și caracterizarea fenomenelor fizice ce au loc în cadrul sistemului, au fost descrise în paragraful 4.1.3.

#### A. Proiectarea regulatorului fuzzy

Se observă ușor că acest sistem este de tip MIMO. Controlul nivelurilor lichidului în cele două rezervoare sferice, T1 respectiv T2, se face cu ajutorul unui RG-F-TS de tip MIMO.

Principial, funcționarea sistemului are loc după schema bloc prezentată în figura 4.24.



**Figura 4.24** Schema bloc de principiu a sistemului fuzzy cu trei rezervoare sferice.

Elementele din figura 4.24 reprezintă:

- $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T$  vectorul nivelurilor actuale din rezervoarele T1 și T2,
- $\mathbf{h}_r = \begin{bmatrix} h_{r1} & h_{r2} \end{bmatrix}^T$  vectorul referințelor,
- $\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix}^T$  vectorul erorilor de reglaj, unde  $e_1 = h_{r1} - h_1$  și  $e_2 = h_{r2} - h_2$ ,
- $\mathbf{d} = \begin{bmatrix} u_{SV_1} & u_{SV_2} & u_{SV_3} \end{bmatrix}^T$  vectorul prin care se descriu perturbațiile externe,
- $\mathbf{u}_c = \begin{bmatrix} u_{c1} & u_{c2} \end{bmatrix}^T$  reprezintă vectorul de comandă al procesului.

Pentru proiectarea SRA cu RG-F se utilizează algoritmul 1 bazat pe teorema 3.9.

În continuare se parcurg pașii algoritmului pentru proiectarea regulatorului fuzzy precizați în paragraful 3.5.3.

**Pasul 1:** Se consideră erorile de reglare definite,  $e_i = h_{ri} - h_i$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , unde  $h_{ri}$  este referința, adică nivelul la care trebuie reglat lichidul în rezervorul  $T_1$  respectiv  $T_2$ .

În continuare se notează  $u_{ci} = \frac{u_{RGFi}}{k_i}$ ,  $i = 1, 2$ .

Ecuțiile procesului nominal (fără perturbații, în situația de funcționare normală când se consideră ventilele  $SV_{13}$ ,  $SV_{32}$  și  $SV_{20}$  deschise iar  $S_T = \text{constantă}$ ,  $S_V > 0$ ,  $S_T > 0$ ), sunt următoarele:

**ET1:**

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{A(h_{r1} - e_1)} \left[ -S_T \text{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} + u_{RGF1} \right], \quad (4.88)$$

**ET2:**

$$\dot{e}_2 = -\frac{1}{A(h_{r2} - e_2)} \left[ S_T \text{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} + u_{RGF2} \right], \quad (4.89)$$

**ET3:**

$$\begin{aligned} \dot{h}_3 = & \frac{1}{A(h_3)} \left[ S_T \text{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} \right] + \\ & + \frac{1}{A(h_3)} \left[ -S_T \text{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} \right]. \end{aligned} \quad (4.90)$$

Ecuțiile procesului având perturbațiile descrise prin vectorul  $\mathbf{d}$ , sunt următoarele:

**ET1:**

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{A(h_{r1} - e_1)} \left[ -S_T \text{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} - u_{SV_1} \sqrt{2g(h_{r1} - e_1)} + u_{RGF1} \right], \quad (4.91)$$

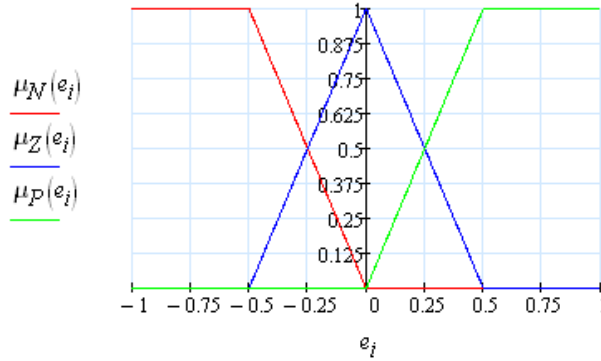
**ET2:**

$$\dot{e}_2 = -\frac{1}{A(h_{r2} - e_2)} \left[ S_T \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV_2} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} \right] - \frac{1}{A(h_{r2} - e_2)} \left[ -u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} + u_{RGF2} \right], \quad (4.92)$$

**ET3:**

$$\dot{h}_3 = \frac{1}{A(h_3)} \left[ S_T \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} \right] + \frac{1}{A(h_3)} \left[ -S_T \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV_3} \sqrt{2gh_3} \right]. \quad (4.93)$$

**Pasul 2:** Funcțiile de apartenență ce definesc TL ai VL "eroare de reglare" sunt date de către "expertul de proces" și sunt reprezentate în figura 4.25. TL reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notați prin P, Z și respectiv N.



**Figura 4.25** Funcțiile de apartenență ale TL: N, Z, și P asociate erorilor de reglare  $e_i$  ale sistemului 3STS.

**Observație:** schimbarea funcțiilor de apartenență conduce de regulă la schimbarea regimului tranzitoriu. Simulările efectuate (neprecizate în teză) au evidențiat acest lucru.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este:

- Regula 1: **If**  $e_1 \in P$  **AND**  $e_2 \in P$  **Then**  $\mathbf{u}_{RGF} = \mathbf{u}_{RGF}^1$
- Regula 2: **If**  $e_1 \in N$  **AND**  $e_2 \in N$  **Then**  $\mathbf{u}_{RGF} = \mathbf{u}_{RGF}^2$
- Regula 3: **If**  $e_1 \in N$  **AND**  $e_2 \in P$  **Then**  $\mathbf{u}_{RGF} = \mathbf{u}_{RGF}^3$
- Regula 4: **If**  $e_1 \in P$  **AND**  $e_2 \in N$  **Then**  $\mathbf{u}_{RGF} = \mathbf{u}_{RGF}^4$
- Regula 5: **If**  $e_1 \in P$  **AND**  $e_2 \in Z$  **Then**  $\mathbf{u}_{RGF} = \mathbf{u}_{RGF}^5$

Regula 6: **If**  $e_1 \in Z$  **AND**  $e_2 \in P$  **Then**  $\mathbf{u}_{RGF} = \mathbf{u}_{RGF}^6$

Regula 7: **If**  $e_1 \in N$  **AND**  $e_2 \in Z$  **Then**  $\mathbf{u}_{RGF} = \mathbf{u}_{RGF}^7$

Regula 8: **If**  $e_1 \in Z$  **AND**  $e_2 \in N$  **Then**  $\mathbf{u}_{RGF} = \mathbf{u}_{RGF}^8$

Regula 9: **If**  $e_1 \in Z$  **AND**  $e_2 \in Z$  **Then**  $\mathbf{u}_{RGF} = \mathbf{u}_{RGF}^9$

unde  $\mathbf{u}_{RGF} = \begin{bmatrix} u_{RGF1} & u_{RGF2} \end{bmatrix}$  și  $\mathbf{u}_{RGF}^i = \begin{bmatrix} u_{RGF1}^i & u_{RGF2}^i \end{bmatrix}$ ,  $i = \overline{1, 9}$  urmează a fi determinate pe baza teoremei 3.9, la pasul 5.

**Pasul 4:** Se alege funcția pozitiv definită  $V : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , de forma:

$$V(\mathbf{e}) = \frac{(e_1^2 + e_2^2)}{2}. \quad (4.94)$$

Derivata acesteia în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor sistemului nominal compus din ecuațiile (4.88) - (4.90) este dată de expresia:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}) &= e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 = \\ &= \frac{-e_1}{A(h_{r1} - e_1)} \left[ -S_T \cdot \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} + u_{RGF1} \right] - \\ &- \frac{e_2}{A(h_{r2} - e_2)} \left[ S_T \cdot \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} + u_{RGF2} \right]. \end{aligned} \quad (4.95)$$

Astfel, termenii  $F(\mathbf{x})$  și  $B(\mathbf{x})$  din relațiile (3.42) și (3.43) au expresiile:

$$\begin{aligned} F(\mathbf{e}) &= -\frac{e_1}{A(h_{r1} - e_1)} \left[ -S_T \cdot \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} \right] - \\ &- \frac{e_2}{A(h_{r2} - e_2)} \left[ S_T \cdot \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} \right], \end{aligned} \quad (4.96)$$

și

$$\mathbf{B}(\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} -\frac{e_1}{A(h_{r1} - e_1)} & -\frac{e_2}{A(h_{r2} - e_2)} \end{bmatrix}. \quad (4.97)$$

**Pasul 5:** Semnalele de comandă din concluzia regulilor fuzzy trebuie determinate astfel încât să respecte condiția:

$$\dot{V}_i(\mathbf{e}) = F(\mathbf{e}) + \mathbf{B}(\mathbf{e}) \mathbf{u}_{RGF}^i \leq 0, \quad i = \overline{1, 9}, \quad \forall \mathbf{e} \in X_i^A. \quad (4.98)$$

Semnalele de comandă pentru cele două pompe sunt generate pe baza relației (2.27) și sunt date de relațiile:

$$u_{RGF1} = \frac{\sum_{i=1}^9 (\alpha_i \cdot u_{RGF1}^i)}{\sum_{i=1}^9 \alpha_i} \quad (4.99)$$

și

$$u_{RGF2} = \frac{\sum_{i=1}^9 (\alpha_i \cdot u_{RGF2}^i)}{\sum_{i=1}^9 \alpha_i}. \quad (4.100)$$

Semnalele de comandă pentru fiecare regulă fuzzy, determinate pe baza condiției (4.98), sunt prezentate explicit în următoarea bază de reguli fuzzy:

**Tabelul 4.3** Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat în reglarea nivelului lichidului dintr-un sistem 3STS, determinată cu ajutorul algoritmului 1.

Regula	Premiza		Consecința	
	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	$u_{RGF1}$	$u_{RGF2}$
1	P	P	$2S_T \sqrt{gR}$	$2S_T \sqrt{gR} + u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)}$
2	N	N	$-2S_T \sqrt{gR}$	$-2S_T \sqrt{gR} + u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)}$
3	N	P	$-2S_T \sqrt{gR}$	$2S_T \sqrt{gR} + u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)}$
4	P	N	$2S_T \sqrt{gR}$	$-2S_T \sqrt{gR} + u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)}$
5	P	Z	$2S_T \sqrt{gR}$	$e_2 - S_T \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g h_3 - h_{r2} + e_2 } + u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)}$
6	Z	P	$e_1 + S_T \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g h_{r1} - e_1 - h_3 }$	$2S_T \sqrt{gR} + u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)}$
7	N	Z	$-2S_T \sqrt{gR}$	$e_2 - S_T \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g h_3 - h_{r2} + e_2 } + u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)}$
8	Z	N	$e_1 + S_T \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g h_{r1} - e_1 - h_3 }$	$-2S_T \sqrt{gR} + u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)}$
9	Z	Z	$e_1 + S_T \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g h_{r1} - e_1 - h_3 }$	$e_2 - S_T \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g h_3 - h_{r2} + e_2 } + u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)}$

**Pasul 6:** Notăm cu  $M$  cea mai largă mulțime invariantă din  $S = \{e \in \mathbb{R}^2 \mid \dot{V}(e) = 0\}$ . Presupunem că există  $e' \in M$  cu  $e' = \begin{bmatrix} e'_1 & e'_2 \end{bmatrix} \neq 0$ . În aceste condiții se disting 6 cazuri:

**cazul 1:**  $e'_1 > 0$ ,  $e'_2 > 0$ , din care rezultă expresia semnalelor de comandă

$$u_{RGF1} = \frac{\alpha_1 u_{RGF1}^1 + \alpha_5 u_{RGF1}^5 + \alpha_6 u_{RGF1}^6 + \alpha_9 u_{RGF1}^9}{\alpha_1 + \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_9}$$

și

$$u_{RGF2} = \frac{\alpha_1 u_{RGF2}^1 + \alpha_5 u_{RGF2}^5 + \alpha_6 u_{RGF2}^6 + \alpha_9 u_{RGF2}^9}{\alpha_1 + \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_9},$$

**cazul 2:**  $e'_1 < 0$ ,  $e'_2 > 0$ , din care rezultă expresia semnalelor de comandă

$$u_{RGF1} = \frac{\alpha_3 u_{RGF1}^3 + \alpha_6 u_{RGF1}^6 + \alpha_7 u_{RGF1}^7 + \alpha_9 u_{RGF1}^9}{\alpha_3 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_9}$$

și

$$u_{RGF2} = \frac{\alpha_3 u_{RGF2}^3 + \alpha_6 u_{RGF2}^6 + \alpha_7 u_{RGF2}^7 + \alpha_9 u_{RGF2}^9}{\alpha_3 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_9},$$

**cazul 3:**  $e'_1 < 0$ ,  $e'_2 < 0$ , din care rezultă expresia semnalelor de comandă

$$u_{RGF1} = \frac{\alpha_2 u_{RGF1}^2 + \alpha_7 u_{RGF1}^7 + \alpha_8 u_{RGF1}^8 + \alpha_9 u_{RGF1}^9}{\alpha_2 + \alpha_7 + \alpha_8 + \alpha_9}$$

și

$$u_{RGF2} = \frac{\alpha_2 u_{RGF2}^2 + \alpha_7 u_{RGF2}^7 + \alpha_8 u_{RGF2}^8 + \alpha_9 u_{RGF2}^9}{\alpha_2 + \alpha_7 + \alpha_8 + \alpha_9}$$

**cazul 4:**  $e'_1 > 0$ ,  $e'_2 < 0$ , din care rezultă expresia semnalelor de comandă

$$u_{RGF1} = \frac{\alpha_4 u_{RGF1}^4 + \alpha_5 u_{RGF1}^5 + \alpha_8 u_{RGF1}^8 + \alpha_9 u_{RGF1}^9}{\alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_8 + \alpha_9}$$

și

$$u_{RGF2} = \frac{\alpha_4 u_{RGF2}^4 + \alpha_5 u_{RGF2}^5 + \alpha_8 u_{RGF2}^8 + \alpha_9 u_{RGF2}^9}{\alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_8 + \alpha_9}.$$

În fiecare caz, dintre cele patru prezentate, înlocuind valorile lui  $u_{RGF1}$  și  $u_{RGF2}$  în ecuația (4.95) rezultă că  $\dot{V}(\mathbf{e}') < 0, \forall e'_1 \neq 0, e'_2 \neq 0$ .

**cazul 5:** Dacă  $e'_1 = 0$  și  $e'_2 \neq 0$  atunci  $\dot{V}(\mathbf{e}') = e'_2 \dot{e}'_2$ . Din condiția  $e'_2 \neq 0$  și din expresiile lui  $u_{RGF2}$  pentru fiecare regulă fuzzy, rezultă  $\dot{V}(\mathbf{e}') = e'_2 \dot{e}'_2 \neq 0$ .

**cazul 6:** Dacă  $e'_1 \neq 0$  și  $e'_2 = 0$  atunci  $\dot{V}(\mathbf{e}') = e'_1 \dot{e}'_1$ . Din condiția  $e'_1 \neq 0$  și din expresiile lui  $u_{RGF1}$  pentru fiecare regulă fuzzy, rezultă  $\dot{V}(\mathbf{e}') = e'_1 \dot{e}'_1 \neq 0$ .

Calcululele sunt exemplificate pentru cazul 6: expresia lui  $\dot{V}(\mathbf{e}')$ , în acest caz, este:

$$\dot{V}(\mathbf{e}') = e'_1 \dot{e}'_1 = -\frac{e'_1}{A(h_{r1} - e'_1)} \left[ -S_T \operatorname{sgn}(h_{r1} - e'_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e'_1 - h_3|} + u_{RGF1} \right].$$

Deoarece  $e'_1 \neq 0$  și  $u_{RGF1} \neq S_T \operatorname{sgn}(h_{r1} - e'_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e'_1 - h_3|}$ ,  $\forall e'_1 \neq 0$ , rezultă  $\dot{V}(e') \neq 0$ ,  $\forall e'_1 \neq 0$ ,  $e'_2 = 0$ .

În concluzie, pentru fiecare caz dintre cele patru prezentate, înlocuind valorile lui  $u_{RGF1}$  și  $u_{RGF2}$  în ecuația (4.95) rezultă că  $\dot{V}(e') < 0$ ,  $\forall e' \neq 0$ , și deci mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S = \left\{ e \in \mathbb{R}^n \mid \dot{V}(e) = 0 \right\}$ .

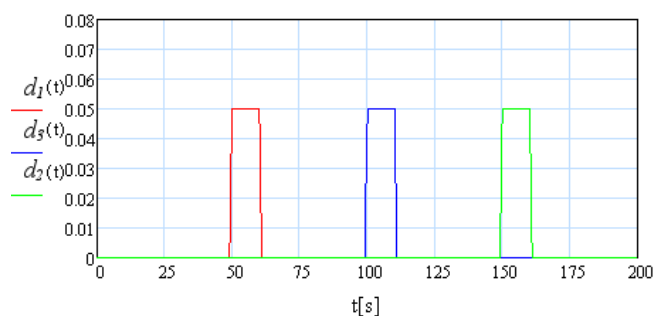
**Observație:** În instalația reală comanda către pompa de alimentare se dă între  $[V_{\min}, V_{\max}]$  ( $V_{\min}$  - valoarea minimă respectiv  $V_{\max}$  - valoarea maximă a voltajului dat pompei), ceea ce corespunde unui debit de alimentare între 0 și debitul maxim,  $q_{\max}$ . Trebuie menționat că în regimurile normale (variații de  $\pm 25\%$  în domeniul  $h_{\min} - h_{\max}$ ), regulatorul nu intră în limitări. Aceste limitări nu sunt incluse în analiza stabilității.

## B. Simularea comportării sistemului de reglare cu regulator fuzzy pentru aplicația considerată

Regulatorul fuzzy proiectat este particularizat procesului descris de ecuațiile (4.91) - (4.93), pentru  $S_V = 0.005 \text{ m}^2$ ,  $S_T = 0.005 \text{ m}^2$ ,  $R = 1 \text{ m}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $k_1 = 0.054 \text{ m}^3/\text{V} \cdot \text{s}$ ,  $k_2 = 0.094 \text{ m}^3/\text{V} \cdot \text{s}$  și perturbațiile externe de tip sarcină definite în relația (4.101):

$$\begin{aligned} d_1 &= S_V \Pi(t, 49, 50, 60, 61), \\ d_3 &= S_V \Pi(t, 99, 100, 110, 111), \\ d_2 &= S_V \Pi(t, 149, 150, 160, 161), \end{aligned} \quad (4.101)$$

în care funcția  $\Pi$  este definită prin relația (4.35). Formele de evoluție a perturbațiilor sunt ilustrate în figura 4.26.

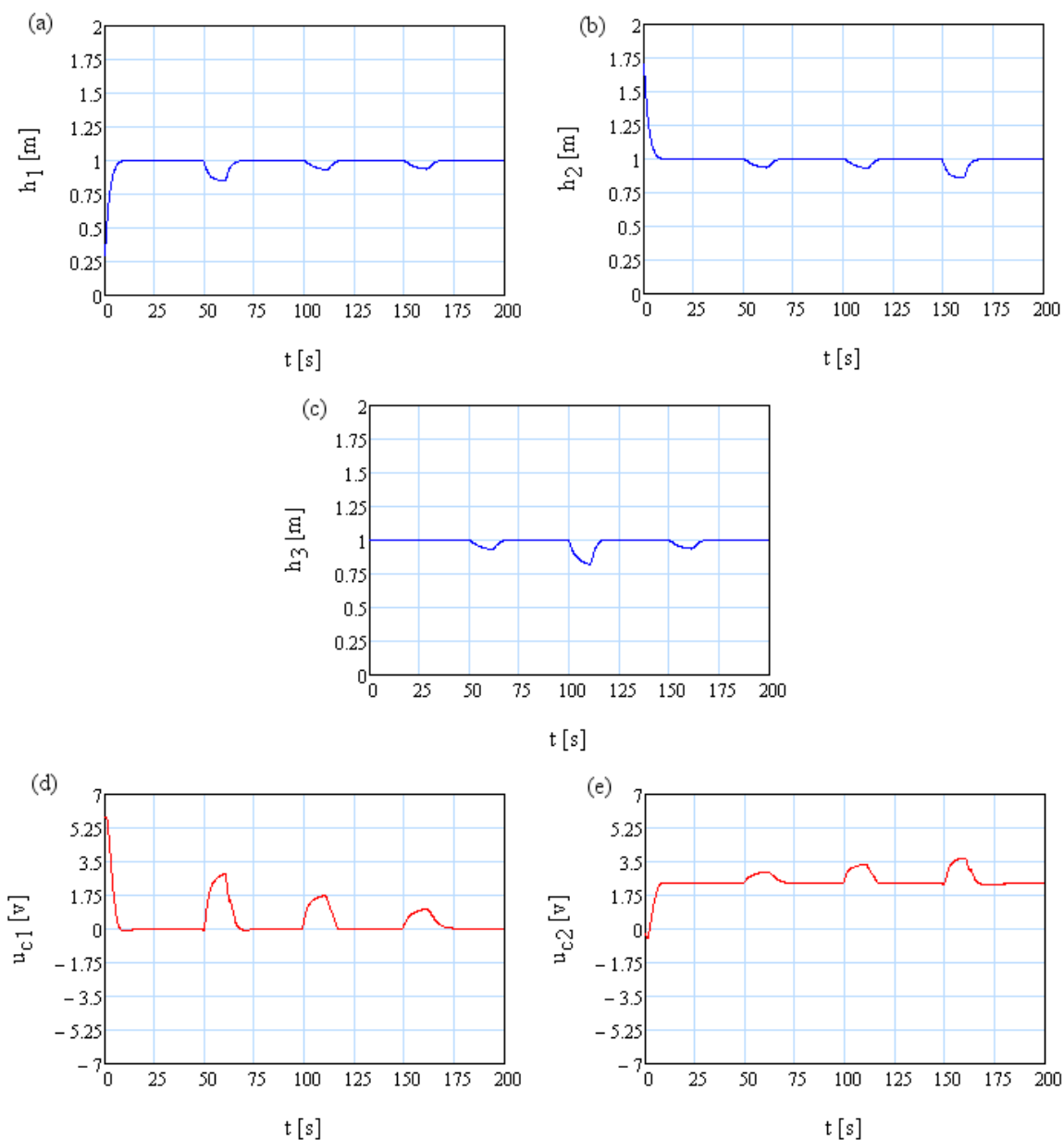


**Figura 4.26** Evoluția perturbațiilor în cazul procesului 3STS.

Pentru fiecare simulare se vor specifica referința și condițiile inițiale. Comanda dată de RG-F-TS este reprezentată în figurile 4.27 - 4.30 prin  $u_{c1} = \frac{u_{RGF1}}{k_1}$  respectiv  $u_{c2} = \frac{u_{RGF2}}{k_2}$ .



## Simularea 1



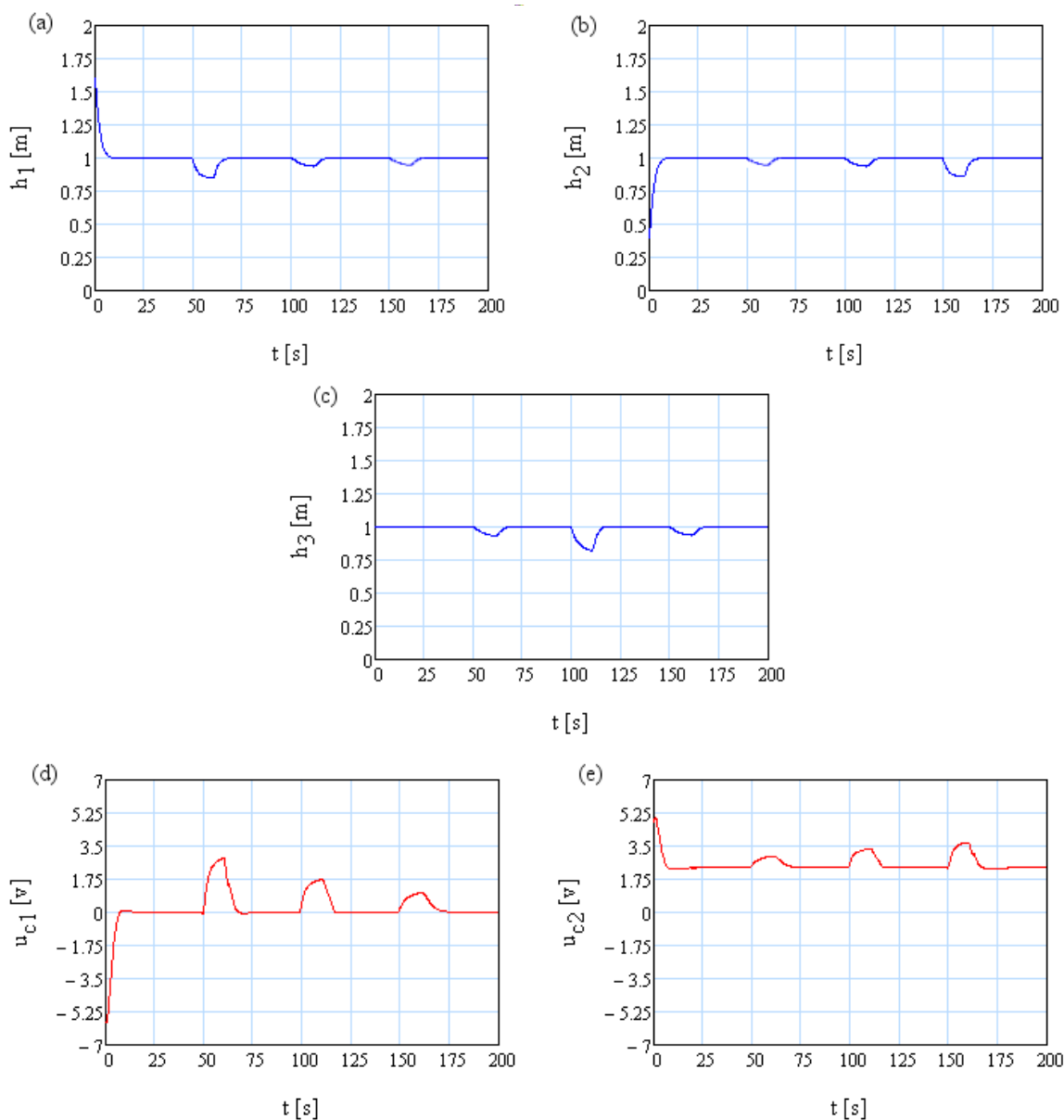
**Figura 4.27** Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 0.3 \text{ m}$ ,  $h_2(0) = 1.7 \text{ m}$ ,  $h_3(0) = 1 \text{ m}$  cu referințele  $h_{r1} = 1 \text{ m}$  și  $h_{r2} = 1 \text{ m}$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e).

## Interpretarea datelor de simulare

- pentru condițiile inițiale date prima regulă fuzzy activată este regula 4 ( $e_1$  este P și  $e_2$  este N), caz în care comanda  $u_{c1}$  ia valoarea +6 V iar comanda  $u_{c2}$  valoarea -1 V,

- suprareglajele care apar în mărimile de ieșire  $h_1$  și respectiv  $h_2$  sunt relativ reduse, circa 3.5% - 12.5%, iar nivelurile dorite sunt asigurate în circa 15 s (timp de reglare),
- perturbațiile externe de tip sarcină (definite în (4.101)) aplicate procesului astfel: în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s, în cazul rezervorului T3 la  $t = 99$  s și în cazul rezervorului T2 la  $t = 149$  s, au aceeași amplitudine maximă iar influența acestora asupra evoluției procesului este diferită:
  - ▷ efectele perturbației  $d_1$ , care apare în cazul rezervorului T1, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprareglaj de circa 12.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 6.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 3.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_3$ , care apare în cazul rezervorului T3, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprareglaj de circa 6.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 12.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 6.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_2$ , care apare în cazul rezervorului T2, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprareglaj de circa 3.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 6.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 12.5% în  $h_2$ ,
- efectele perturbațiilor care apar în proces în rezervorul T1 la  $t = 49$  s, în rezervorul T3 la  $t = 99$  s și în rezervorul T2 la  $t = 149$  s, pot fi vizualizate atât în evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_3$  și  $h_2$  (figura 4.27 a, b și c), cât și în evoluția comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  (figura 4.27 d și e).
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 2



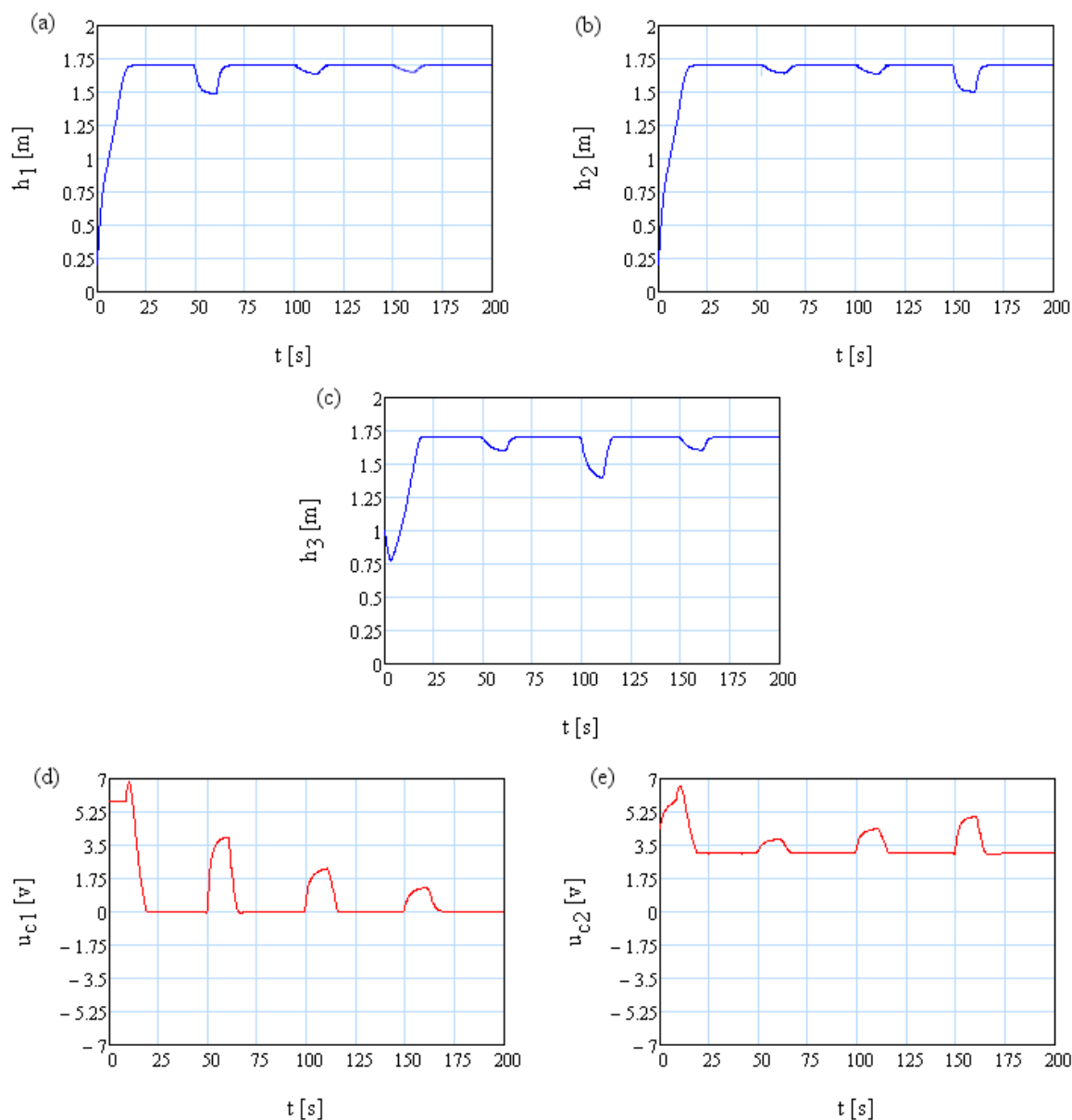
**Figura 4.28** Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 1.7 \text{ m}$ ,  $h_2(0) = 0.3 \text{ m}$ ,  $h_3(0) = 1 \text{ m}$  cu referințele  $h_{r1} = 1 \text{ m}$  și  $h_{r2} = 1 \text{ m}$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e).

## Interpretarea datelor de simulare

- pentru condițiile inițiale date prima regulă fuzzy activată este regula 3 ( $e_1$  este N și  $e_2$  este P), caz în care comanda  $u_{c1}$  ia valoarea -6 V iar comanda  $u_{c2}$  valoarea +5 V,

- suprareglajele care apar în mărimile de ieșire  $h_1$  și respectiv  $h_2$  sunt relativ reduse circa 3.5% - 12.5% iar nivelurile dorite sunt asigurate în circa 15 s (timp de reglare),
- perturbațiile externe de tip sarcină (definite în (4.101)) aplicate procesului astfel: în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s, în cazul rezervorului T3 la  $t = 99$  s și în cazul rezervorului T2 la  $t = 149$  s, au aceeași amplitudine maximă iar influența acestora asupra evoluției procesului este diferită:
  - ▷ efectele perturbației  $d_1$ , care apare în cazul rezervorului T1, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprareglaj de circa 12.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 6.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 3.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_3$ , care apare în cazul rezervorului T3, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprareglaj de circa 6.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 12.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 6.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_2$ , care apare în cazul rezervorului T2, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprareglaj de circa 3.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 6.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 12.5% în  $h_2$ ,
- efectele perturbațiilor care apar în proces în rezervorul T1 la  $t = 49$  s, în rezervorul T3 la  $t = 99$  s și în rezervorul T2 la  $t = 149$  s, pot fi vizualizate atât în evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_3$  și  $h_2$  (figura 4.27 a, b și c), cât și în evoluția comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  (figura 4.27 d și e),
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 3



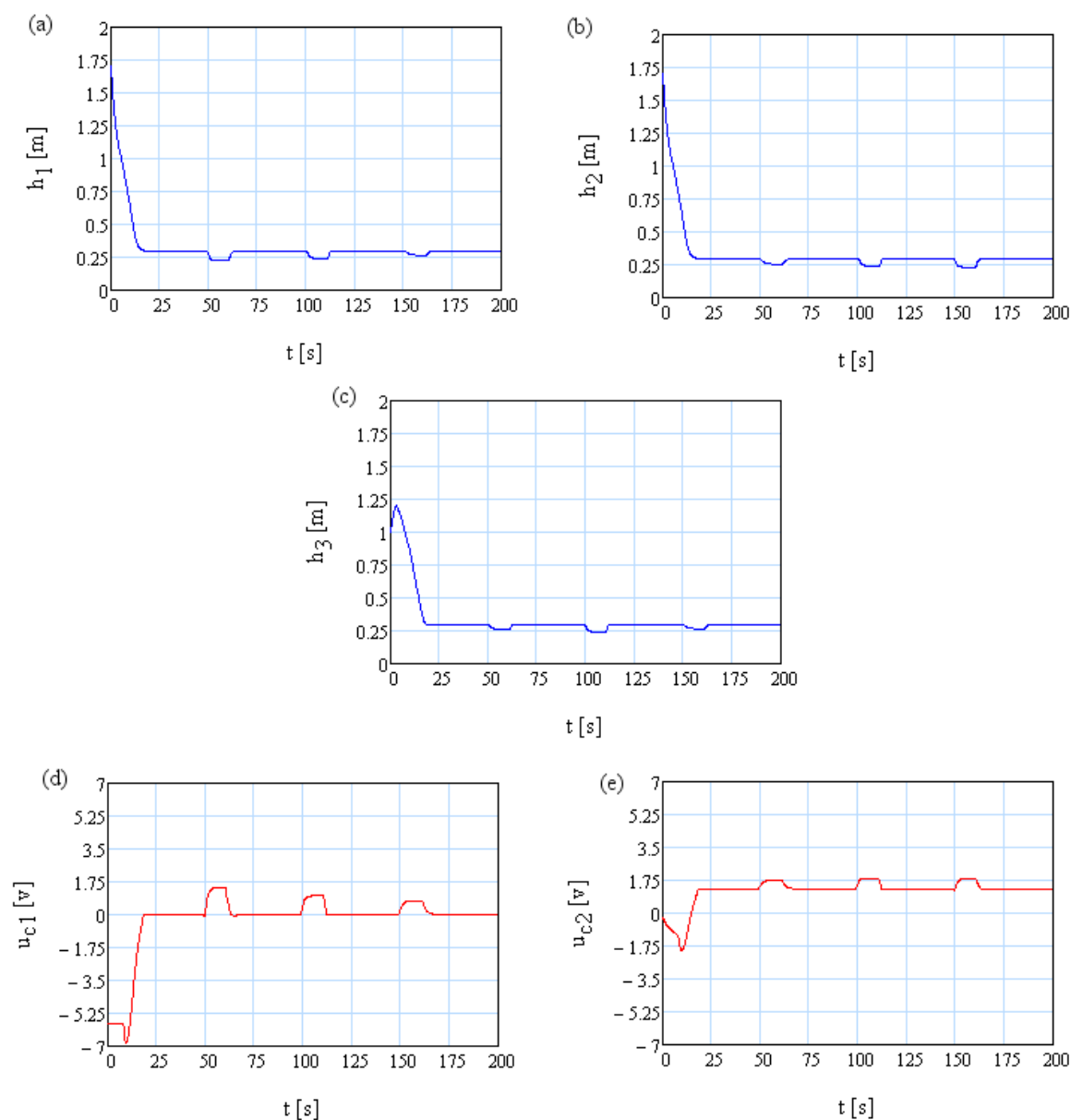
**Figura 4.29** Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 0.3 \text{ m}$ ,  $h_2(0) = 0.3 \text{ m}$ ,  $h_3(0) = 1 \text{ m}$  cu referințele  $h_{r1} = 1.7 \text{ m}$  și  $h_{r2} = 1.7 \text{ m}$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e).

## Interpretarea datelor de simulare

- pentru condițiile inițiale date prima regulă fuzzy activată este regula 1 ( $e_1$  este P și  $e_2$  este P), caz în care comanda  $u_{c1}$  ia valoarea +6 V iar comanda  $u_{c2}$  valoarea +5 V,

- suprareglajele care apar în mărimile de ieșire  $h_1$  și respectiv  $h_2$  sunt relativ reduse circa 3.5% - 17% iar nivelurile dorite sunt asigurate în circa 15 s (timp de reglare),
- perturbațiile externe de tip sarcină (definite în (4.101)) aplicate procesului astfel: în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s la  $t = 49$  s, în cazul rezervorului T3 la  $t = 49$  s la  $t = 99$  s și în cazul rezervorului T2 la  $t = 49$  s la  $t = 149$  s, au aceeași amplitudine maximă iar influența acestora asupra evoluției procesului este diferită:
  - ▷ efectele perturbației  $d_1$ , care apare în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprareglaj de circa 15% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 7.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 3.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_3$ , care apare în cazul rezervorului T3 la  $t = 49$  s, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprareglaj de circa 3.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 17% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 3.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_2$ , care apare în cazul rezervorului T2 la  $t = 49$  s, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprareglaj de circa 3,5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 6.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 12% în  $h_2$ ,
- efectele perturbațiilor care apar în proces în rezervorul T1 la  $t = 49$  s la  $t = 49$  s, în rezervorul T3 la  $t = 49$  s la  $t = 99$  s și în rezervorul T2 la  $t = 49$  s la  $t = 149$  s, pot fi vizualizate atât în evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_3$  și  $h_2$  (figura 4.27 a, b și c), cât și în evoluția comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  (figura 4.27 d și e),
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 4



**Figura 4.30** Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 1.7 \text{ m}$ ,  $h_2(0) = 1.7 \text{ m}$ ,  $h_3(0) = 1 \text{ m}$  cu referințele  $h_{r1} = 0.3 \text{ m}$  și  $h_{r2} = 0.3 \text{ m}$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e).

## Interpretarea datelor de simulare

- pentru condițiile inițiale date prima regulă fuzzy activată este regula 2 ( $e_1$  este N și  $e_2$  este N), caz în care comanda  $u_{c1}$  ia valoarea -6 V iar comanda  $u_{c2}$  valoarea -1 V,

- suprareglajele care apar în mărimile de ieșire  $h_1$  și respectiv  $h_2$  sunt relativ reduse circa 1.5% - 3.5% iar nivelurile dorite sunt asigurate în circa 15 s (timp de reglare),
- perturbațiile externe de tip sarcină (definite în (4.101)) aplicate procesului astfel: în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s la  $t = 49$  s, în cazul rezervorului T3 la  $t = 49$  s la  $t = 99$  s și în cazul rezervorului T2 la  $t = 49$  s la  $t = 149$  s, au aceeași amplitudine maximă iar influența acestora asupra evoluției procesului este diferită:
  - ▷ efectele perturbației  $d_1$ , care apare în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprageglaj de circa 3.5% în  $h_1$ , suprageglaj de circa 2.5% în  $h_3$  și suprageglaj de circa 1.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_3$ , care apare în cazul rezervorului T3 la  $t = 49$  s, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprageglaj de circa 2.5% în  $h_1$ , suprageglaj de circa 3.5% în  $h_3$  și suprageglaj de circa 2.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_2$ , care apare în cazul rezervorului T2 la  $t = 49$  s, definită în relația (4.101) și figura 4.26, sunt suprageglaj de circa 1.5% în  $h_1$ , suprageglaj de circa 2.5% în  $h_3$  și suprageglaj de circa 3.5% în  $h_2$ ,
- efectele perturbațiilor care apar în proces în rezervorul T1 la  $t = 49$  s la  $t = 49$  s, în rezervorul T3 la  $t = 49$  s la  $t = 99$  s și în rezervorul T2 la  $t = 49$  s la  $t = 149$  s, pot fi vizualizate atât în evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_3$  și  $h_2$  (figura 4.27 a, b și c), cât și în evoluția comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  (figura 4.27 d și e),
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

#### 4.2.4 Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un sistem cu trei rezervoare cilindrice (3CTS)

În acest paragraf se realizează stabilizarea nivelului lichidului dintr-un sistem cu trei rezervoare cilindrice (3CTS - 3 Tank System). Considerentele de bază relative la sistem, obiectivul de bază al reglării precum și caracterizarea fenomenelor fizice ce au loc în cadrul sistemului, au fost descrise în paragraful 4.1.4.

##### A. Proiectarea regulatorului fuzzy

La fel ca la sistemul cu trei rezervoare sferice, sistemul 3CTS este de tip MIMO. Controlul nivelurilor lichidului în cele două rezervoare cilindrice, T1 respectiv T2, se face cu ajutorul unui RG-F-TS de tip MIMO.



Principial, funcționarea sistemului are loc după schema bloc prezentată în figura 4.24. Elementele prezentate în figură sunt folosite cu aceeași semnificație și în cadrul sistemului 3CTS. Astfel că singura diferență dintre sistemul 3CTS și sistemul 3STS o reprezintă formula de calcul a volumului cilindrului respectiv a sferei, ecuațiile (4.46) și (4.28).

Pentru proiectarea SRA cu RG-F se utilizează algoritmul 1 bazat pe teorema 3.9. În continuare se parcurg pașii algoritmului pentru proiectarea regulatorului fuzzy precizați în paragraful 3.5.3.

**Pasul 1:** Se considerăm erorile de reglare definite,  $e_i = h_{ri} - h_i$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , unde  $h_{ri}$  este referința, adică nivelul la care trebuie reglat lichidul în rezervorul T1 respectiv T2.

În continuare se notează  $u_{ci} = \frac{u_{RGFi}}{k_i}$ ,  $i = 1, 2$ .

Ecuațiile procesului nominal (fără perturbații, în situația de funcționare normală când se consideră ventilele  $SV_{13}$ ,  $SV_{32}$  și  $SV_{20}$  deschise iar  $S_T = \text{constantă}$ ,  $S_V > 0$ ,  $S_T > 0$ ), sunt următoarele:

**ET1:**

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{\pi R^2} \left[ -S_T \text{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} + u_{RGF1} \right], \quad (4.102)$$

**ET2:**

$$\dot{e}_2 = -\frac{1}{\pi R^2} \left[ S_T \text{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV_{20}} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} + u_{RFG2} \right], \quad (4.103)$$

**ET3:**

$$\begin{aligned} \dot{h}_3 = & \frac{1}{\pi R^2} \left[ S_T \text{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} \right] + \\ & + \frac{1}{\pi R^2} \left[ -S_T \text{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} \right]. \end{aligned} \quad (4.104)$$

Ecuațiile procesului având perturbațiile descrise prin vectorul  $\mathbf{d}$ , sunt următoarele:

**ET1:**

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{\pi R^2} \left[ -S_T \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} - u_{SV1} \sqrt{2g(h_{r1} - e_1)} + u_{RGF1} \right], \quad (4.105)$$

**ET2:**

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = & -\frac{1}{\pi R^2} \left[ S_T \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV2} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} \right] - \\ & -\frac{1}{\pi R^2} \left[ -u_{SV20} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} + u_{RGF2} \right], \end{aligned} \quad (4.106)$$

**ET3:**

$$\begin{aligned} \dot{h}_3 = & \frac{1}{\pi R^2} \left[ S_T \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} \right] + \\ & + \frac{1}{\pi R^2} \left[ -S_T \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV3} \sqrt{2gh_3} \right]. \end{aligned} \quad (4.107)$$

**Pasul 2:** Funcțiile de apartenență ce definesc termenii lingvistici ai variabilei lingvistice "eroare de reglare" sunt date de către "expertul de proces" și sunt reprezentate în figura 4.25. TL reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notați prin P, Z și respectiv N.

**Observație:** schimbarea funcțiilor de apartenență conduce de regulă la schimbarea regimului tranzitoriu. Simulările efectuate (neprecizate în teză) au evidențiat acest lucru.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este identică cu cea de la pasul 3 al algoritmului pentru proiectarea SRA cu RG-F utilizat la procesul 3STS.

**Pasul 4:** Alegem funcția pozitiv definită  $V : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$V(\mathbf{e}) = \frac{(e_1^2 + e_2^2)}{2}. \quad (4.108)$$

Derivata acesteia în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor sistemului nominal compus din ecuațiile (4.102) - (4.104) este dată de expresia:

$$\dot{V}(\mathbf{e}) = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 =$$

$$= \frac{-e_1}{\pi R^2} \left[ -S_T \cdot \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} + u_{RGF1} \right] -$$

$$- \frac{e_2}{\pi R^2} \left[ S_T \cdot \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV20} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} + u_{RGF2} \right]. \quad (4.109)$$

Astfel, termenii  $F(\mathbf{x})$  și  $B(\mathbf{x})$  din relațiile (3.42) și (3.43) au expresiile:

$$F(\mathbf{e}) = -\frac{e_1}{\pi R^2} \left[ -S_T \cdot \operatorname{sgn}(h_{r1} - e_1 - h_3) \sqrt{2g|h_{r1} - e_1 - h_3|} \right] -$$

$$- \frac{e_2}{\pi R^2} \left[ S_T \cdot \operatorname{sgn}(h_3 - h_{r2} + e_2) \sqrt{2g|h_3 - h_{r2} + e_2|} - u_{SV20} \sqrt{2g(h_{r2} - e_2)} \right], \quad (4.110)$$

și

$$\mathbf{B}(\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} -\frac{e_1}{\pi R^2} & -\frac{e_2}{\pi R^2} \end{bmatrix}. \quad (4.111)$$

**Pasul 5:** Semnalele de comandă din concluzia regulilor fuzzy trebuie determinate astfel încât să fie respectată condiția:

$$\dot{V}_i(\mathbf{e}) = F(\mathbf{e}) + \mathbf{B}(\mathbf{e}) \mathbf{u}_{RGF}^i \leq 0, \forall \mathbf{e} \in X_i^A, i = \overline{1,9}. \quad (4.112)$$

Semnalele de comandă pentru cele două pompe sunt date de relațiile:

$$u_{RGF1} = \frac{\sum_{i=1}^9 (\alpha_i \cdot u_{RGF1}^i)}{\sum_{i=1}^9 \alpha_i} \quad (4.113)$$

și

$$u_{RGF2} = \frac{\sum_{i=1}^9 (\alpha_i \cdot u_{RGF2}^i)}{\sum_{i=1}^9 \alpha_i} \quad (4.114)$$

Semnalele de comandă pentru fiecare regulă fuzzy, determinate pe baza condiției (4.112), sunt identice cu cele de la 3STS și sunt prezentate explicit în tabelul 4.3.

**Pasul 6:** Acest pas este identic cu pasul 6 de la proiectarea regulatorului sistemului cu trei rezervoare sferice și se referă la faptul că mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S = \left\{ \mathbf{e} \in \mathbb{R}^n \mid \dot{V}(\mathbf{e}) = 0 \right\}$ .

**Observație:** În instalația reală comanda către pompa de alimentare se dă între  $[V_{\min}, V_{\max}]$  ( $V_{\min}$  - valoarea minimă respectiv  $V_{\max}$  - valoarea maximă a voltajului dat

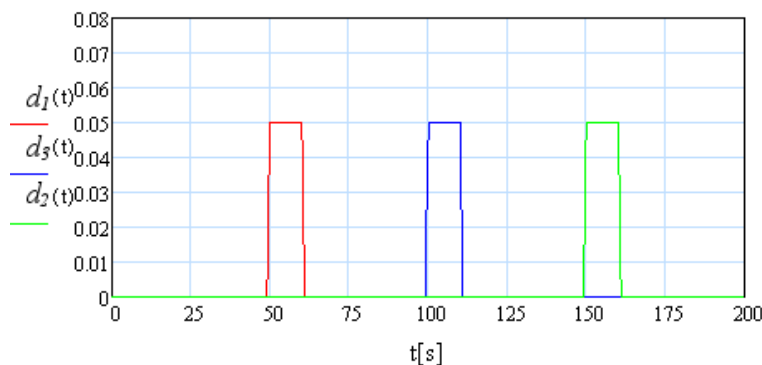
pompei), ceea ce corespunde unui debit de alimentare între 0 și debitul maxim,  $q_{max}$ . Trebuie menționat că în regimurile normale (variații de  $\pm 25\%$  în domeniul  $h_{min} - h_{max}$ ), regulatorul nu intră în limitări. Aceste limitări nu sunt incluse în analiza stabilității.

## B. Simularea comportării sistemului de reglare cu regulator fuzzy pentru aplicația considerată

Regulatorul fuzzy proiectat este particularizat procesului descris de ecuațiile (4.105) - (4.107), pentru  $S_V = 0.005 \text{ m}^2$ ,  $S_T = 0.005 \text{ m}^2$ ,  $R = 1 \text{ m}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $k_1 = 0.054 \text{ m}^3/\text{V} \cdot \text{s}$ ,  $k_2 = 0.094 \text{ m}^3/\text{V} \cdot \text{s}$  și perturbațiile externe de tip sarcină definite în relația (4.115):

$$\begin{aligned} d_1 &= S_V \Pi(t, 49, 50, 60, 61), \\ d_3 &= S_V \Pi(t, 99, 100, 110, 111), \\ d_2 &= S_V \Pi(t, 149, 150, 160, 161), \end{aligned} \quad (4.115)$$

în care funcția  $\Pi$  este definită prin relația (4.35). Formele de evoluție a perturbațiilor sunt ilustrate în figura 4.31.

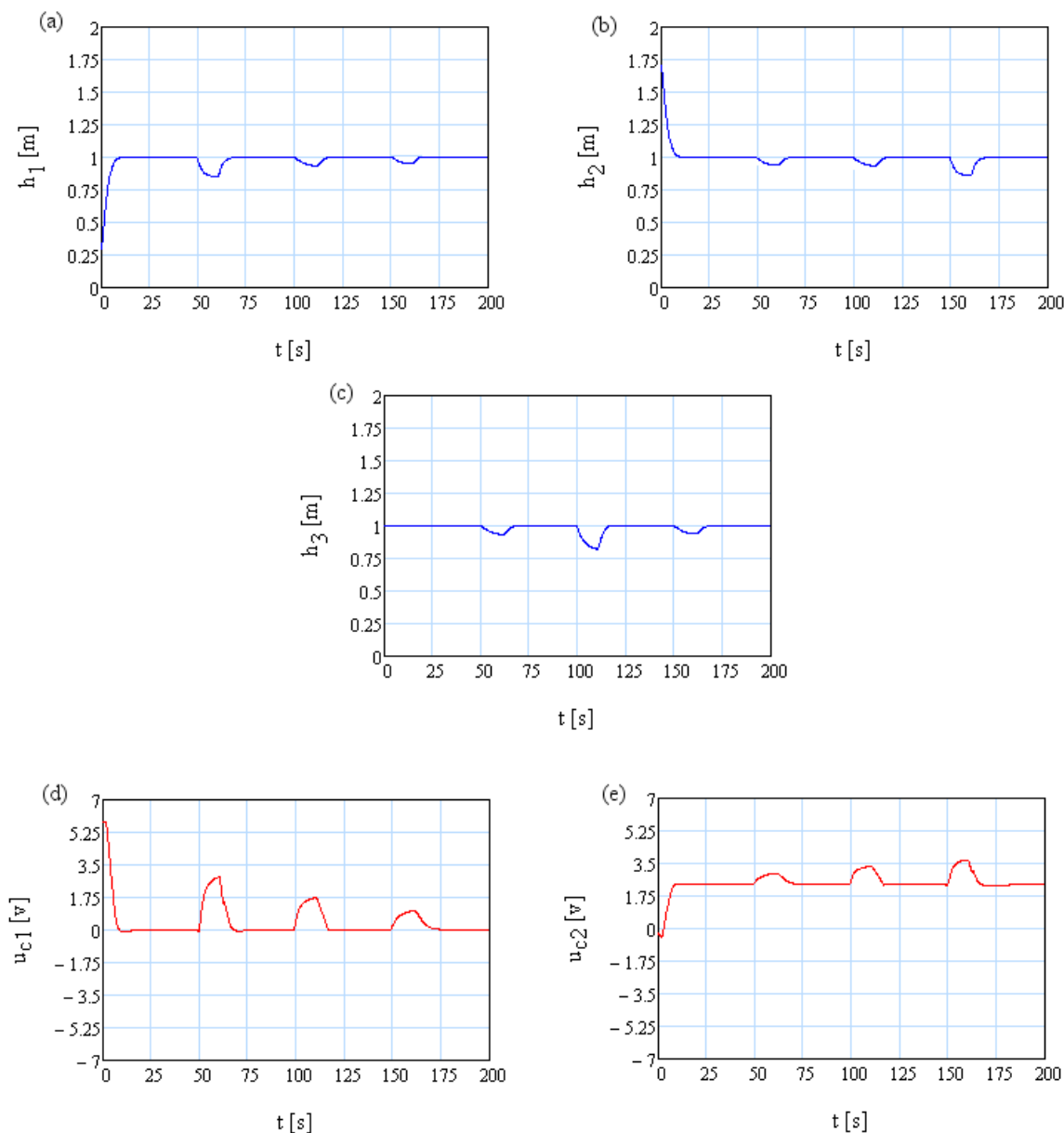


**Figura 4.31** Evoluția perturbațiilor în cazul procesului 3CTS.

Pentru fiecare simulare se vor specifica referința și condițiile inițiale. Comanda dată de RG-F-TS este reprezentată în figurile 4.32 - 4.35 prin  $u_{c1} = \frac{u_{RGF1}}{k_1}$  respectiv  $u_{c2} = \frac{u_{RGF2}}{k_2}$ .

Rezultatele simulărilor în cazul aplicației 3CTS sunt, pentru aceeași parametrii, aproape identice cu rezultatele simulărilor pentru aplicația 3STS.

## Simularea 1

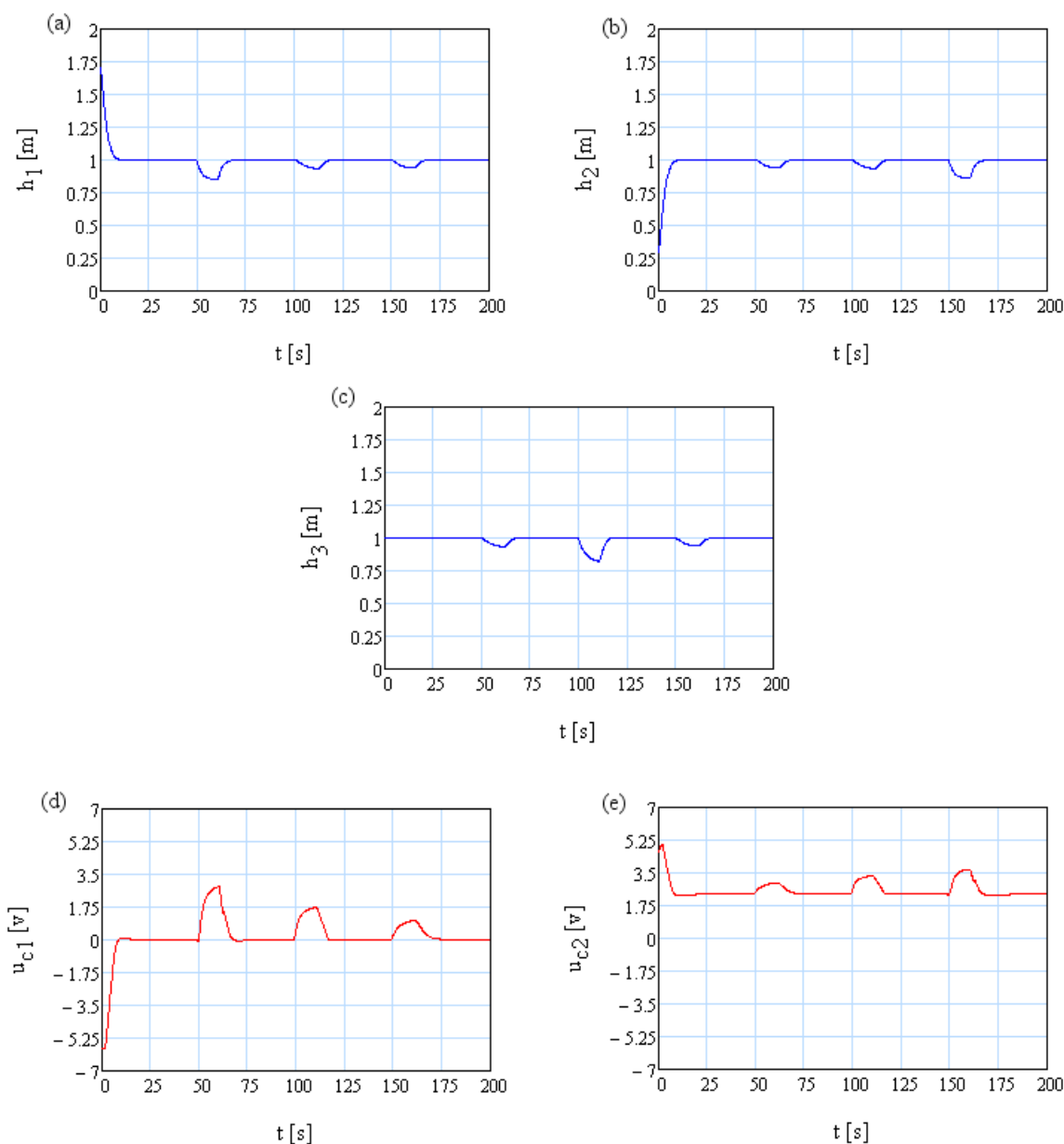


**Figura 4.32** Evoluția sistemului 3CTS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 0.3 \text{ m}$ ,  $h_2(0) = 1.7 \text{ m}$ ,  $h_3(0) = 1 \text{ m}$  cu referințele  $h_{r1} = 1 \text{ m}$  și  $h_{r2} = 1 \text{ m}$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e).

## Interpretarea datelor de simulare

- pentru condițiile inițiale date prima regulă fuzzy activată este regula 4 ( $e_1$  este P și  $e_2$  este N), caz în care comanda  $u_{c1}$  ia valoarea +5.7 V iar comanda  $u_{c2}$  valoarea -0.4 V,
- suprareglajele care apar în mărimile de ieșire  $h_1$  și respectiv  $h_2$  sunt relativ reduse, circa 3.5% - 10%, iar nivelurile dorite sunt asigurate în circa 15 s (timp de reglare),
- perturbațiile externe de tip sarcină (definite în (4.115)) aplicate procesului astfel: în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s, în cazul rezervorului T3 la  $t = 99$  s și în cazul rezervorului T2 la  $t = 149$  s, au aceeași amplitudine maximă iar influența acestora asupra evoluției procesului este diferită:
  - ▷ efectele perturbației  $d_1$ , care apare în cazul rezervorului T1, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 10% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 5.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 3.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_3$ , care apare în cazul rezervorului T3, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 5.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 10% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 5.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_2$ , care apare în cazul rezervorului T2, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 3.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 5.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 10% în  $h_2$ ,
- efectele perturbațiilor care apar în proces în rezervorul T1 la  $t = 49$  s, în rezervorul T3 la  $t = 99$  s și în rezervorul T2 la  $t = 149$  s, pot fi vizualizate atât în evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_3$  și  $h_2$  (figura 4.32 a, b și c), cât și în evoluția comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  (figura 4.32 d și e).
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 2



**Figura 4.33** Evoluția sistemului 3CTS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 1.7 \text{ m}$ ,  $h_2(0) = 0.3 \text{ m}$ ,  $h_3(0) = 1 \text{ m}$  cu referințele  $h_{r1} = 1 \text{ m}$  și  $h_{r2} = 1 \text{ m}$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e).

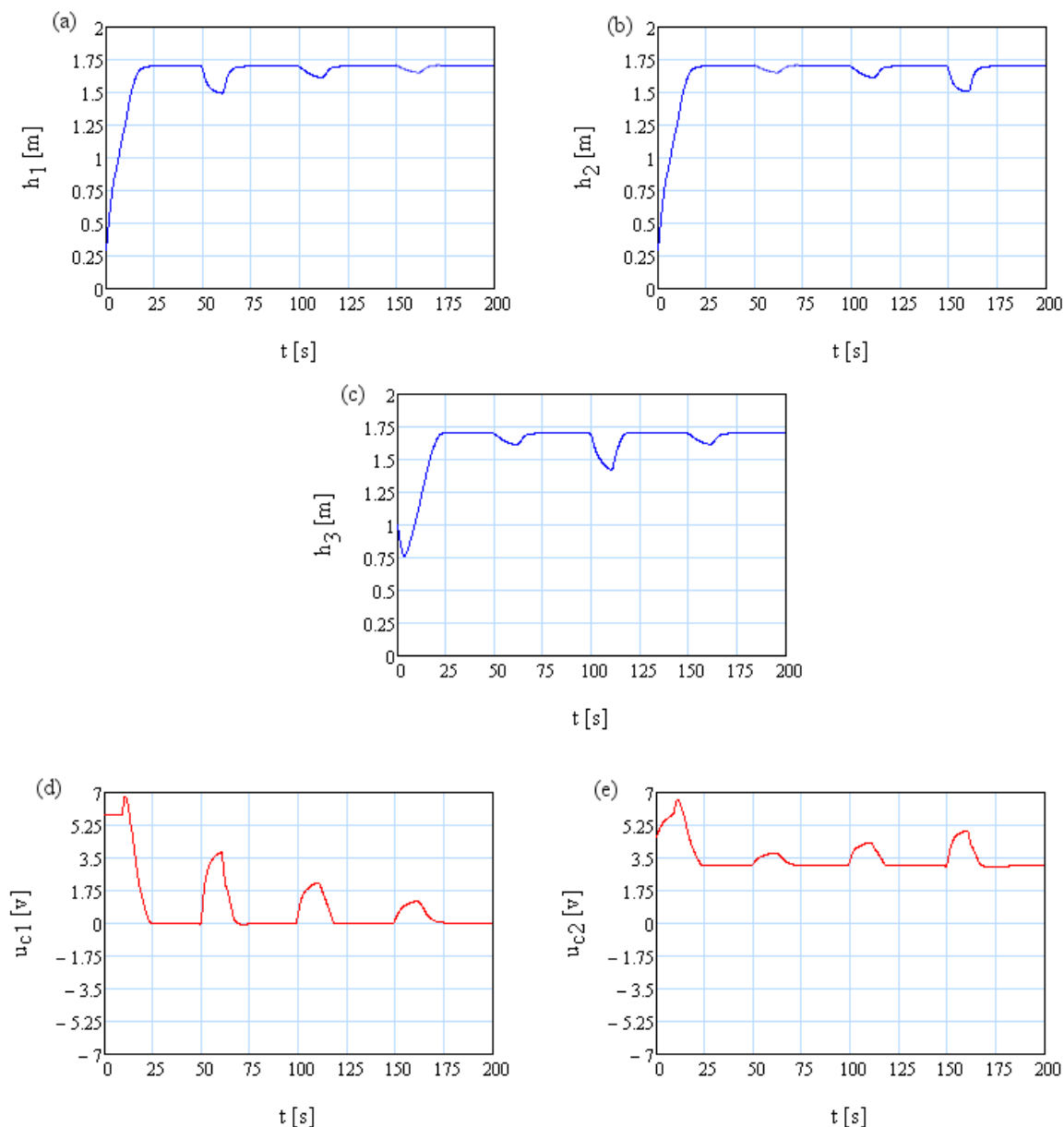
## Interpretarea datelor de simulare

- pentru condițiile inițiale date prima regulă fuzzy activată este regula 3 ( $e_1$  este N și  $e_2$  este P), caz în care comanda  $u_{c1}$  ia valoarea -5.7 V iar comanda  $u_{c2}$  valoarea +5 V,

- suprareglajele care apar în mărimile de ieșire  $h_1$  și respectiv  $h_2$  sunt relativ reduse circa 3.5% - 10% iar nivelurile dorite sunt asigurate în circa 15 s (timp de reglare),
- perturbațiile externe de tip sarcină (definite în (4.115)) aplicate procesului astfel: în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s, în cazul rezervorului T3 la  $t = 99$  s și în cazul rezervorului T2 la  $t = 149$  s, au aceeași amplitudine maximă iar influența acestora asupra evoluției procesului este diferită:
  - ▷ efectele perturbației  $d_1$ , care apare în cazul rezervorului T1, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 10% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 5.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 3.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_3$ , care apare în cazul rezervorului T3, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 5.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 10% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 5.5% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_2$ , care apare în cazul rezervorului T2, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 3.5% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 5.5% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 10% în  $h_2$ ,
- efectele perturbațiilor care apar în proces în rezervorul T1 la  $t = 49$  s, în rezervorul T3 la  $t = 99$  s și în rezervorul T2 la  $t = 149$  s, pot fi vizualizate atât în evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_3$  și  $h_2$  (figura 4.33 a, b și c), cât și în evoluția comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  (figura 4.33 d și e),
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).



## Simularea 3



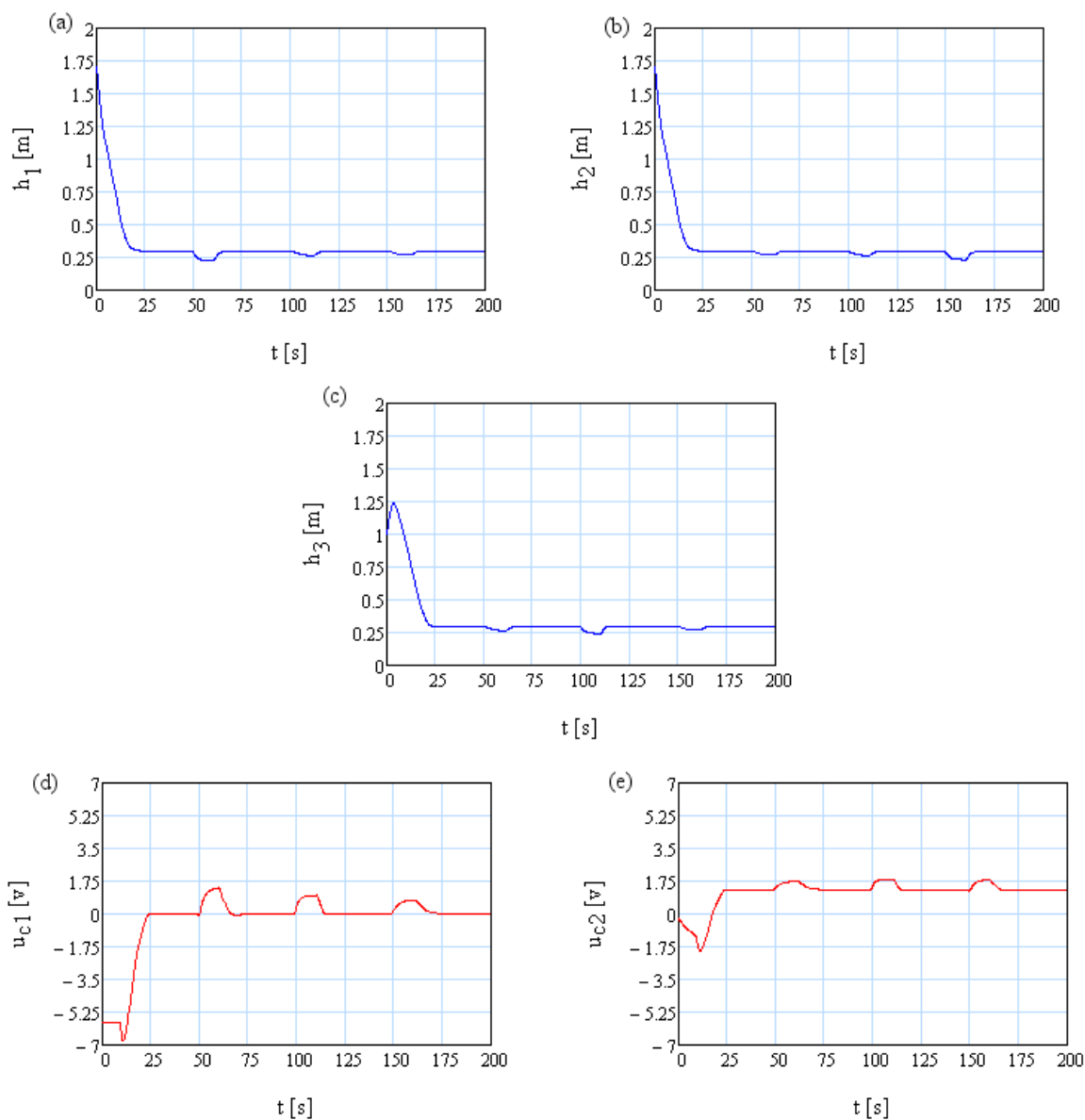
**Figura 4.34** Evoluția sistemului 3CTS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 0.3 \text{ m}$ ,  $h_2(0) = 0.3 \text{ m}$ ,  $h_3(0) = 1 \text{ m}$  cu referințele  $h_{r1} = 1.7 \text{ m}$  și  $h_{r2} = 1.7 \text{ m}$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e).

## Interpretarea datelor de simulare

- pentru condițiile inițiale date prima regulă fuzzy activată este regula 1 ( $e_1$  este P și  $e_2$  este P), caz în care comanda  $u_{c1}$  ia valoarea +5.7 V iar comanda  $u_{c2}$  valoarea +5 V,

- suprareglajele care apar în mărimile de ieșire  $h_1$  și respectiv  $h_2$  sunt relativ reduse circa 3% - 17% iar nivelurile dorite sunt asigurate în circa 15 s (timp de reglare),
- perturbațiile externe de tip sarcină (definite în (4.115)) aplicate procesului astfel: în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s, în cazul rezervorului T3 la  $t = 99$  s și în cazul rezervorului T2 la  $t = 149$  s, au aceeași amplitudine maximă iar influența acestora asupra evoluției procesului este diferită:
  - ▷ efectele perturbației  $d_1$ , care apare în cazul rezervorului T1, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 15% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 7% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 3% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_3$ , care apare în cazul rezervorului T3, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 3% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 17% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 3% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_2$ , care apare în cazul rezervorului T2, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 3% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 6% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 10% în  $h_2$ ,
- efectele perturbațiilor care apar în proces în rezervorul T1 la  $t = 49$  s, în rezervorul T3 la  $t = 99$  s și în rezervorul T2 la  $t = 149$  s, pot fi vizualizate atât în evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_3$  și  $h_2$  (figura 4.34 a, b și c), cât și în evoluția comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  (figura 4.34 d și e),
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 4



**Figura 4.35** Evoluția sistemului 3STS pornind de la condițiile inițiale  $h_1(0) = 1.7 \text{ m}$ ,  $h_2(0) = 1.7 \text{ m}$ ,  $h_3(0) = 1 \text{ m}$  cu referințele  $h_{r1} = 0.3 \text{ m}$  și  $h_{r2} = 0.3 \text{ m}$ . Figurile (a), (b) și (c) prezintă evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_2$  și  $h_3$  sub acțiunea comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  prezentate în figurile (d) și (e).

## Interpretarea datelor de simulare

- pentru condițiile inițiale date prima regulă fuzzy activată este regula 2 ( $e_1$  este N și  $e_2$  este N), caz în care comanda  $u_{c1}$  ia valoarea -5.7 V iar comanda  $u_{c2}$  valoarea -1.4 V,

- suprareglajele care apar în mărimile de ieșire  $h_1$  și respectiv  $h_2$  sunt relativ reduse circa 1% - 3% iar nivelurile dorite sunt asigurate în circa 15 s (timp de reglare),
- perturbațiile externe de tip sarcină (definite în (4.115)) aplicate procesului astfel: în cazul rezervorului T1 la  $t = 49$  s, în cazul rezervorului T3 la  $t = 99$  s și în cazul rezervorului T2 la  $t = 149$  s, au aceeași amplitudine maximă iar influența acestora asupra evoluției procesului este diferită:
  - ▷ efectele perturbației  $d_1$ , care apare în cazul rezervorului T1, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 3% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 2% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 1% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_3$ , care apare în cazul rezervorului T3, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 2% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 3% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 2% în  $h_2$ ,
  - ▷ efectele perturbației  $d_2$ , care apare în cazul rezervorului T2, definită în relația (4.115) și figura 4.31, sunt suprareglaj de circa 1% în  $h_1$ , suprareglaj de circa 2% în  $h_3$  și suprareglaj de circa 3% în  $h_2$ ,
- efectele perturbațiilor care apar în proces în rezervorul T1 la  $t = 49$  s, în rezervorul T3 la  $t = 99$  s și în rezervorul T2 la  $t = 149$  s, pot fi vizualizate atât în evoluția nivelurilor  $h_1$ ,  $h_3$  și  $h_2$  (figura 4.35 a, b și c), cât și în evoluția comenzilor  $u_{c1}$  și  $u_{c2}$  (figura 4.35 d și e),
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

### 4.2.5 Stabilizarea unui sistem de tip Liénard

#### Proiectarea regulatorului fuzzy pentru stabilizarea sistemului de tip Liénard

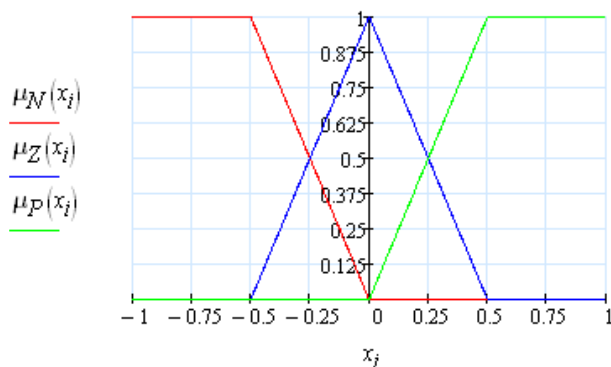
Considerentele de bază relative la sistem, obiectivul de bază al reglării precum și caracterizarea fenomenelor fizice ce au loc în cadrul sistemului, au fost descrise în paragraful 4.1.5.

Pentru realizarea regulatorului fuzzy care să asigure aducerea sistemului în punctul de echilibru ( $y = 0$ ,  $\dot{y} = 0$ ), într-un timp cât mai scurt, se vor urma pașii algoritmului 1 propus pentru proiectarea unui regulator fuzzy stabil.

**Pasul 1:** Modelul matematic al procesului neliniar și variabilele de stare sunt descrise de relațiile (4.56) și (4.59).

**Pasul 2:** Funcțiile de apartenență ale TL implicați în proces sunt date de către "expertul de proces" și sunt prezentate în figura 4.36, TL reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notați prin P, Z și respectiv N.

**Observație:** schimbarea funcțiilor de apartenență conduce de regulă la schimbarea regimului tranzitoriu. Simulările efectuate (neprecizate în teză) au evidențiat acest lucru.



**Figura 4.36** Funcțiile de apartenență asociate variabilelor de stare  $x_1$  și  $x_2$  ale sistemului de tip Liénard.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este dată în tabelul 4.4.

**Tabelul 4.4** Baza de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului de tip Liénard.

Nr. regulă	$x_1$	$x_2$	comanda
1	P	P	$u_1$
2	N	N	$u_2$
3	P	N	$u_3$
4	N	P	$u_4$
5	P	Z	$u_5$
6	Z	P	$u_6$
7	N	Z	$u_7$
8	Z	N	$u_8$
9	Z	Z	$u_9$

**Pasul 4:** Se alege funcția  $V$ :

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}x_2^2 + \int_0^{x_1} g(x_1)dx_1. \quad (4.116)$$

Derivata a lui  $V$  în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor sistemului (4.58) este:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= x_2\dot{x}_2 + g(x_1)\dot{x}_1 = x_2\dot{x}_2 + g(x_1)x_2 = x_2(\dot{x}_2 + g(x_1)) = \\ &= x_2(u - h(x_1, x_2)x_2) = x_2u - x_2^2h(x_1, x_2). \end{aligned} \quad (4.117)$$

Astfel, termenii  $F(\mathbf{x})$  și  $B(\mathbf{x})$  din relațiile (3.42) și (3.43) au expresiile:

$$F(\mathbf{x}) = -x_2^2h(\mathbf{x}), \quad (4.118)$$

$$B(\mathbf{x}) = x_2, \quad (4.119)$$

**Pasul 5:** Determinăm semnalul de comandă  $u_i$ ,  $i = \overline{1,9}$  astfel încât  $\dot{V}_i(\mathbf{x}) = F(\mathbf{x}) + B(\mathbf{x})u_i \leq 0$ ,  $\forall \mathbf{x} \in X_i^A$ . Analizăm fiecare regulă fuzzy:

- Regula 1:  $x_1$  este  $P$  și  $x_2$  este  $P$ . Pentru  $\mathbf{x} \in [0, 1] \times [0, 1]$  trebuie ca  $u_1(\mathbf{x}) \leq x_2h(\mathbf{x})$ . În acest sens se alege  $u_1 = -2x_2h(\mathbf{x})$ .
- Regula 2:  $x_1$  este  $N$  și  $x_2$  este  $N$ . Pentru  $\mathbf{x} \in [-1, 0] \times [-1, 0]$  trebuie ca  $u_2(\mathbf{x}) \geq x_2h(\mathbf{x})$ . În acest sens se alege  $u_2 = +2x_2h(\mathbf{x})$ .

- Regula 3:  $x_1$  este  $P$  și  $x_2$  este  $N$ . Pentru  $\mathbf{x} \in [0, 1] \times [-1, 0]$  trebuie ca  $u_3(\mathbf{x}) \geq x_2 h(\mathbf{x})$ . În acest sens se alege  $u_3 = 0$ .
- Regula 4:  $x_1$  este  $N$  și  $x_2$  este  $P$ . Pentru  $\mathbf{x} \in [-1, 0] \times [0, 1]$  trebuie ca  $u_4(\mathbf{x}) \leq x_2 h(\mathbf{x})$ . În acest sens se alege  $u_4 = 0$ .
- Regula 5:  $x_1$  este  $P$  și  $x_2$  este  $Z$ . Prin urmare  $\mathbf{x} \in [0, 1] \times [-0.5, 0.5]$ , de unde rezultă :  $u = x_2 h(\mathbf{x})$ .
- Regula 6:  $x_1$  este  $Z$  și  $x_2$  este  $P$ . Pentru  $\mathbf{x} \in [-0.5, 0.5] \times [0, 1]$  trebuie ca  $u_6(x) \leq x_2 h(\mathbf{x})$ . În acest sens se alege  $u_6 = 0$ .
- Regula 7:  $x_1$  este  $N$  și  $x_2$  este  $Z$ . Prin urmare  $\mathbf{x} \in [-1, 0] \times [-0.5, 0.5]$ . De unde rezultă  $u = x_2 h(\mathbf{x})$ .
- Regula 8:  $x_1$  este  $Z$  și  $x_2$  este  $N$ . Pentru  $\mathbf{x} \in [-0.5, 0.5] \times [-1, 0]$  trebuie ca  $u_8(\mathbf{x}) \geq x_2 h(\mathbf{x})$ . În acest sens se alege  $u_8 = 0$ .
- Regula 9:  $x_1$  este  $Z$  și  $x_2$  este  $Z$ . Prin urmare  $\mathbf{x} \in [-0.5, 0.5] \times [-0.5, 0.5]$ . Astfel, rezultă  $u = x_2 h(\mathbf{x})$ .

Baza de reguli fuzzy, rezultată în urma realizării pasului 5 al algoritmului, este dată în următorul tabel:

**Tablelul 4.5** Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului de tip Liénard, determinată cu ajutorul algoritmului 1.

Nr. regulă	$x_1$	$x_2$	comanda
1	P	P	$-2x_2 h(\mathbf{x})$
2	N	N	$2x_2 h(\mathbf{x})$
3	P	N	0
4	N	P	0
5	P	Z	$x_2 h(\mathbf{x})$
6	Z	P	0
7	N	Z	$x_2 h(\mathbf{x})$
8	Z	N	0
9	Z	Z	$x_2 h(\mathbf{x})$

**Pasul 6:** Se demonstrează că mulțimea  $S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R} \mid \dot{V}(\mathbf{x}) = 0\}$  nu conține alte traiectorii ale procesului (4.56) în afară de traiectoria trivială  $\mathbf{x}(t) \equiv 0$ .

Presupunem că  $S$  conține un punct de poziție nenulă  $(x_1, 0)$ ,  $x_1 \neq 0$ , atunci accelerația în acest punct este

$$\dot{x}_2 = -g(x_1) + u. \quad (4.120)$$

Dar cum  $g(\mathbf{x}) \neq 0, \forall \mathbf{x} \neq \mathbf{0}$  și

$$u = x_2 h \frac{\alpha_5 + \alpha_7 + \alpha_9}{\sum_{i=1}^9 \alpha_i} = 0, \quad (4.121)$$

rezultă

$$\dot{x}_2 = -g(x_1) + x_2 h(x_1, x_2) = -g(x_1) \neq 0. \quad (4.122)$$

Dar din  $x_2(t) \equiv 0 \Rightarrow \dot{x}_2(t) \equiv 0$  și deci presupunerea că  $S$  conține un punct de poziție nenulă  $(x_1, 0)$ ,  $x_1 \neq 0$  este falsă. Prin urmare  $S = \{\mathbf{0}\}$ .

## 4.2.6 Asigurarea stabilității sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc (caz particular al sistemului Liénard)

### A. Proiectarea regulatorului fuzzy pentru stabilizarea sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc.

Sistemul mecanic compus din masă, amortizor și arc este un caz particular al sistemului de tip Liénard. Pentru realizarea regulatorului fuzzy se vor urma pașii algoritmului 1 propus pentru proiectarea unui regulator fuzzy stabil.

**Pasul 1:** Ecuația procesului neliniar și variabilele de stare sunt descrise de (4.60) și respectiv (4.64).

**Pasul 2:** Funcțiile de apartenență ale termenilor lingvistici implicați în proces sunt date în figura 4.36. TL reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notați prin P, Z și respectiv N.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este dată în tabelul 4.4.

**Pasul 4:** Se alege funcția  $V$ :

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}x_2^2 + \int_0^{x_1} g(x_1)dx_1, \quad (4.123)$$

unde  $g(x_1) = \frac{k_0}{m}x_1 + \frac{k_1}{m}x_1^3$ . Derivata a lui  $V$  în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor sistemului (4.64) este:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = x_2\dot{x}_2 + g(x_1)\dot{x}_1 = x_2\dot{x}_2 + g(x_1)x_2 = x_2(\dot{x}_2 + g(x_1)) =$$



$$= x_2 (u - h(x_1, x_2) x_2) = x_2 u - x_2^2 h(x_1, x_2), \quad (4.124)$$

unde  $h(\mathbf{x}) = \frac{b}{m} |x_2|$ . Astfel, termenii  $F(\mathbf{x})$  și  $B(\mathbf{x})$  din relațiile (3.42) și (3.43) au expresiile:  $F(\mathbf{x}) = -x_2^2 \frac{b}{m} |x_2|$  și  $B(\mathbf{x}) = x_2$ .

**Pasul 5:** Determinăm semnalele de comandă  $u_i, i = \overline{1, 9}$  astfel încât

$$\dot{V}_i(\mathbf{x}) = F(\mathbf{x}) + B(\mathbf{x}) u_i \leq 0, \forall \mathbf{x} \in X_i^A.$$

În urma determinării semnalelor de comandă  $u_i$  rezultă baza de reguli fuzzy dată în tabelul 4.6.

**Tabelul 4.6** Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc, determinată cu ajutorul algoritmului 1.

Nr. regulă	$x_1$	$x_2$	comanda
1	P	P	$-2 \frac{b}{m}  x_2 $
2	N	N	$2 \frac{b}{m}  x_2 $
3	P	N	0
4	N	P	0
5	P	Z	$x_2 \frac{b}{m}  x_2 $
6	Z	P	0
7	N	Z	$x_2 \frac{b}{m}  x_2 $
8	Z	N	0
9	Z	Z	$x_2 \frac{b}{m}  x_2 $

**Pasul 6:** Este identic cu pasul 6 de la sistemul de tip Liénard.

Suprafața de comandă generată de regulatorul fuzzy este reprezentată în figura 4.37.

### B. Simularea comportării sistemului de reglare cu regulator fuzzy pentru aplicația considerată

Următoarele simulări sunt făcute pentru valorile:  $m = 1 \text{ Kg}$ ,  $b = 0.5 \text{ Ns} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $k_0 = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  și  $k_1 = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ . Valorile inițiale ale variabilelor de stare,  $x_1$  și  $x_2$ , sunt specificate pentru fiecare simulare.

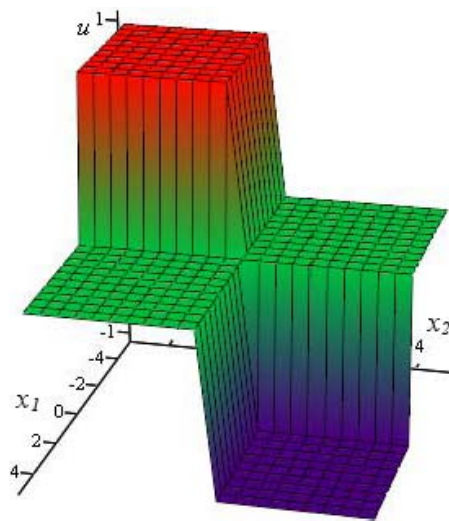


Figura 4.37 Suprafața de comandă generată de regulatorul fuzzy.

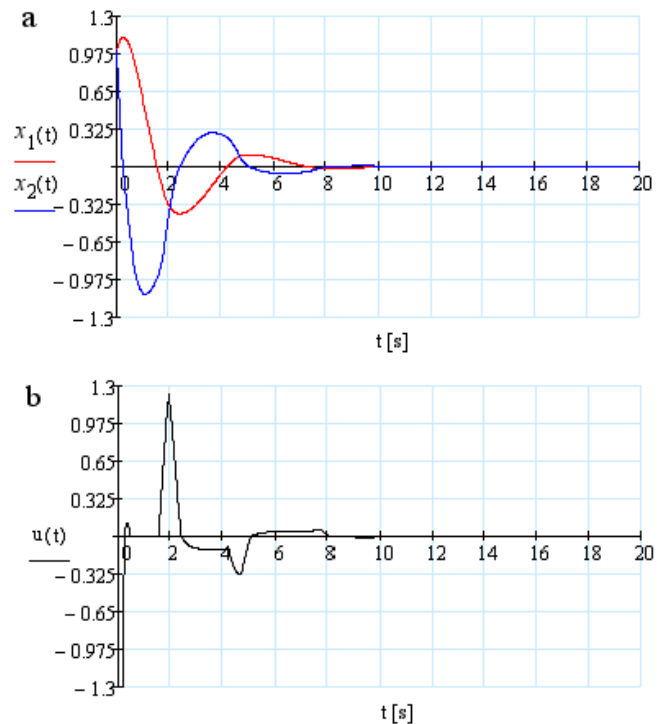
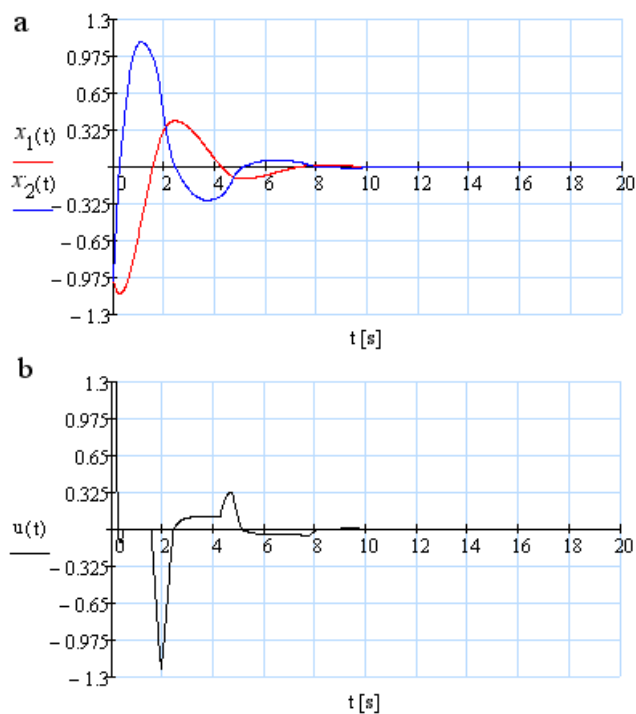
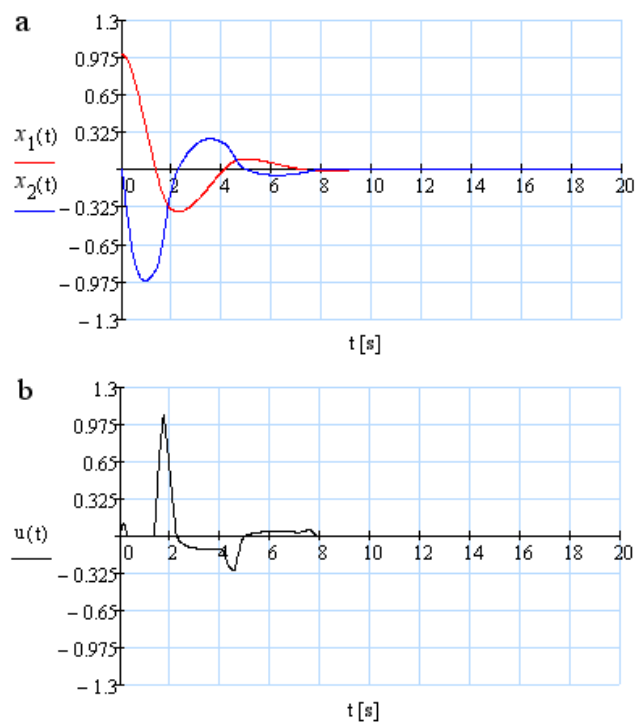


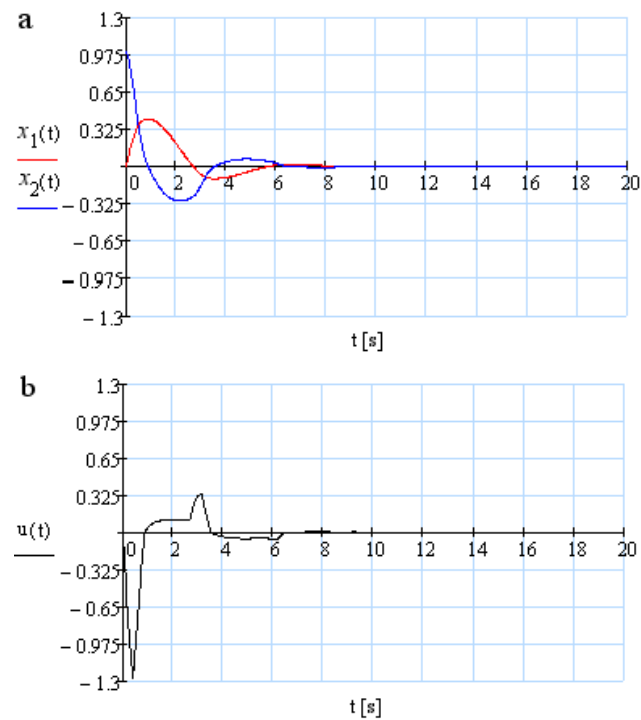
Figura 4.38 Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 1$  și  $x_2(0) = 1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



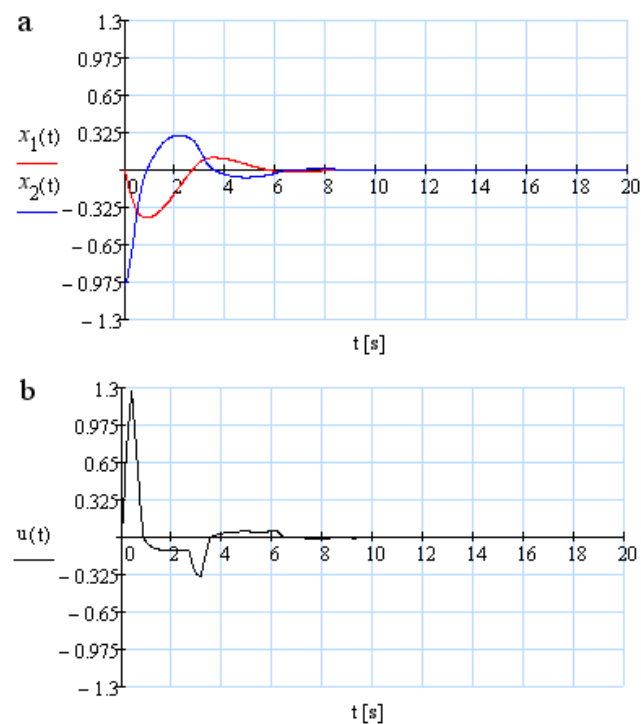
**Figura 4.39** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = -1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



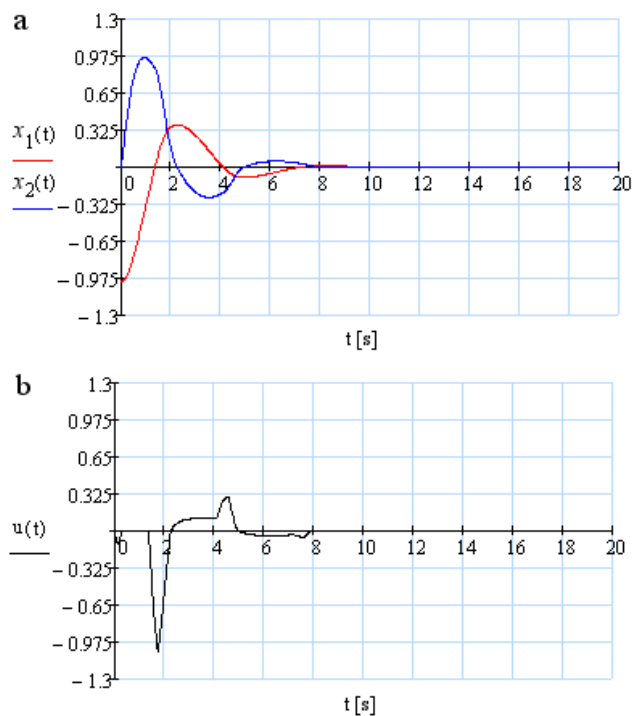
**Figura 4.40** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 1$  și  $x_2(0) = 0$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



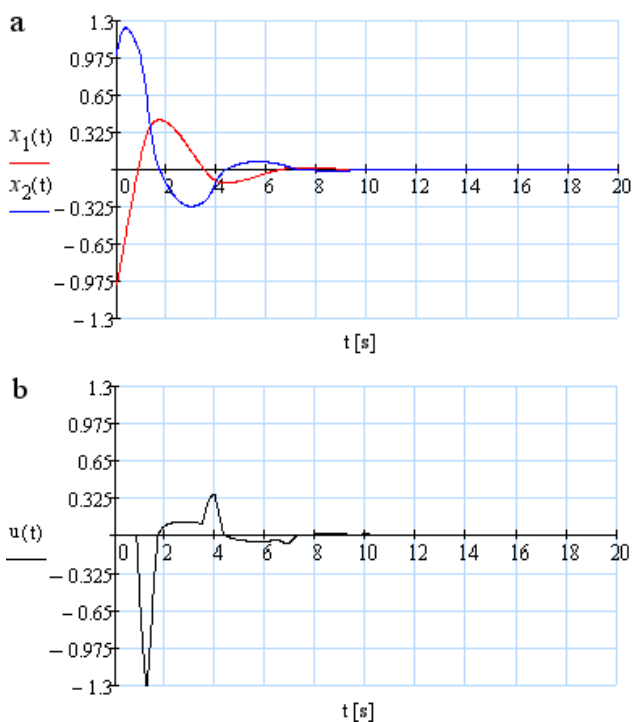
**Figura 4.41** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 0$  și  $x_2(0) = 1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



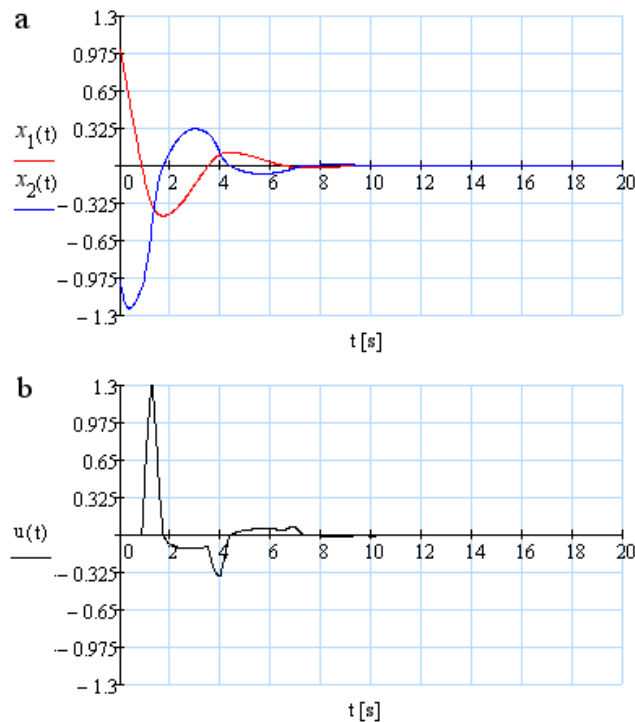
**Figura 4.42** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 0$  și  $x_2(0) = -1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



**Figura 4.43** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = 0$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



**Figura 4.44** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = 1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



**Figura 4.45** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 1$  și  $x_2(0) = -1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).

Sistemele mecanice de tip masă-amortizor-arc (Mass-damper-spring sistem) sunt foarte des folosite la mecanismele de suspensie (Tomescu, 2006a), (Tomescu, 2006c). Combinarea lor cu alte tipuri de mecanisme cum ar fi electromagnetice, cu fluid magnetizabil, suspensii active sau semiactive (D'Amato and Viassolo, 2000), (Liu *et al.*, 2008), etc., conduc la o îmbunătățire a acestora. Aplicația prezentată, împreună cu metoda de stabilitate folosită a fost publicată în (Tomescu and Petrov, 2006).

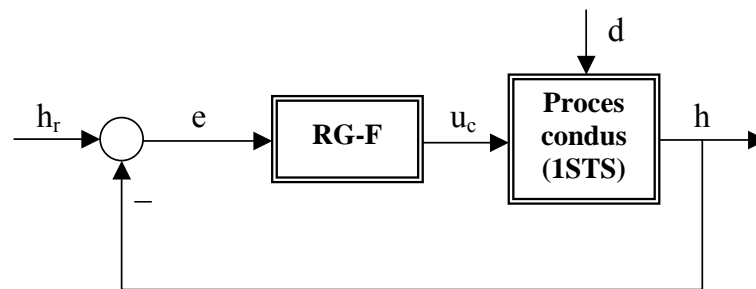
## 4.3 Studii de caz relativ la utilizarea celei de-a doua metode de analiză a stabilității propuse

### 4.3.1 Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic (1STS)

În acest paragraf se realizează stabilizarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic (1STS), aplicând a doua metodă de stabilizare. Considerentele de bază relative la sistem, obiectivul de bază al reglării precum și caracterizarea fenomenelor fizice ce au loc în cadrul sistemului, au fost descrise în paragraful 4.1.1.

#### A. Proiectarea regulatorului fuzzy

Principial, funcționarea sistemului are loc după schema bloc prezentată în figura 4.46.



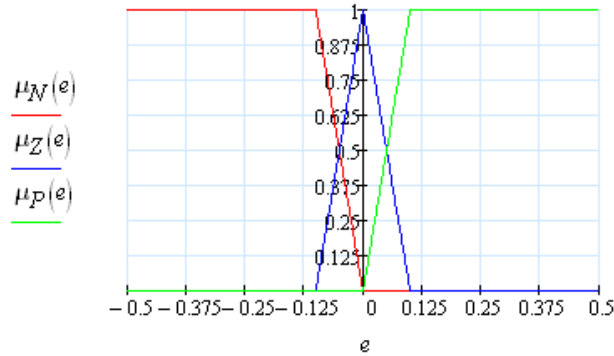
**Figura 4.46** Schema bloc de principiu a sistemului fuzzy cu un rezervor sferic.

Pentru proiectarea regulatorului fuzzy se utilizează algoritmul 2 bazat pe teorema 3.10.

**Pasul 1:** Ecuația procesului nominal este dată de ecuația (4.66) iar ecuația procesului cu perturbație de ecuația (4.67).

**Pasul 2:** Se consideră VL "eroare de reglare" definită matematic prin  $e = h_r - h$ . Funcțiile de apartenență ce definesc TL ai VL "eroare de reglare" sunt date de către "expertul de proces" și sunt reprezentate în figura 4.47. TL reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notați prin P, Z și respectiv N.

**Observație:** schimbarea funcțiilor de apartenență conduce de regulă la schimbarea regimului tranzitoriu. Simulările efectuate (neprecizate în teză) au evidențiat acest lucru.



**Figura 4.47** Funcțiile de apartenență ale TL: N, Z, și P asociate erorii de reglare  $e$  a sistemului 1STS.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este:

Regula 1: **If**  $e \in P$  **Then**  $u_{RGF} = u_1$

Regula 2: **If**  $e \in N$  **Then**  $u_{RGF} = u_2$

Regula 3: **If**  $e \in Z$  **Then**  $u_{RGF} = u_3$ ,

$u_1, u_2$  și  $u_3$  urmând a fi determinate pe baza teoremei 3.10, la pasul 6.

**Pasul 4:** Alegem funcția  $V$  pozitiv definită,

$$V(e) = \frac{1}{2}e^2 \quad (4.125)$$

cu derivata în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor sistemului (4.66):

$$\dot{V}(e) = -\frac{e}{A(h_r - e)} \left[ u_{RGF} - S_V \sqrt{2g(h_r - e)} \right]. \quad (4.126)$$

Astfel, termenii  $F(x)$  și  $B(x)$  din relațiile (3.52) și (3.53) au expresiile:

$$F(e) = \frac{e}{A(h_r - e)} S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \quad (4.127)$$

$$B(e) = -\frac{e}{A(h_r - e)}. \quad (4.128)$$

În consecință, mulțimile (3.54), (3.55) și (3.56) au expresiile:

$$B^0(e) = \{0\}, B^+ = \{e \in \mathbb{R} | e < 0\}, B^- = \{e \in \mathbb{R} | e > 0\}$$



iar

$$-\frac{F(e)}{B(e)} = S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \forall e \notin B^0.$$

**Pasul 5:**  $F(e) = 0, \forall e \in B^0$ .

**Pasul 6:** Determinarea semnalelor de comandă  $u_i$  astfel încât

$$u_i(e) \leq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \forall e \in X_i^A \cap B^+ \quad (4.129)$$

și

$$u_i(e) \geq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \forall e \in X_i^A \cap B^-, i = \overline{1, 3}. \quad (4.130)$$

Analizăm fiecare regulă fuzzy:

- Regula 1:  $e$  este P și  $X_1^A = [0, 2]$ ,  $X_1^A \cap B^+ = \emptyset$ ,  $X_1^A \cap B^- = (0, 2]$ . Pentru  $e \in X_1^A \cap B^-$  trebuie ca  $u_1(e) \geq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .
- Regula 2:  $e$  este N și  $X_2^A = [-2, 0]$ ,  $X_2^A \cap B^+ = [-2, 0)$ ,  $X_2^A \cap B^- = \emptyset$ . Pentru  $e \in X_2^A \cap B^+$  trebuie ca  $u_2(e) \leq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .
- Regula 3:  $e$  este Z și  $X_3^A = [-0.5, 0.5]$ ,  $X_3^A \cap B^+ = [-0.5, 0)$ ,  $X_3^A \cap B^- = (0, 0.5]$ .

Considerăm două cazuri:

- a) Pentru  $e \in X_3^A \cap B^+$  trebuie ca  $u_3(e) \leq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .
- b) Pentru  $e \in X_3^A \cap B^-$  trebuie ca  $u_3(e) \geq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .

Din cele două cazuri rezultă că  $u_3(e) = S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .

În urma acestei analize rezultă următorul tabel în care sunt specificate expresiile pentru  $u_i$ :

**Tabelul 4.7** Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor sferic, determinată cu ajutorul algoritmului 2.

$e$	$u_i$
P	$u_1(e) = S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$
N	$u_2(e) = 0$
Z	$u_3(e) = S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$

**Pasul 7:** Demonstrăm în continuare că mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S = \left\{ e \in \mathbb{R} \mid \dot{V}(e) = 0 \right\}$ .

Presupunem că mulțimea  $M$  conține un punct  $e_1 \neq 0$ . Avem două cazuri:

1. cazul când  $e_1 > 0$ . În acest caz sunt active regulile 1 și 3, prin urmare:

$$u_{RGF} = \frac{\alpha_1 u_1 + \alpha_3 u_3}{\alpha_1 + \alpha_3} = \frac{\alpha_1 2S_V \sqrt{gR} + \alpha_3 \left( S_V \sqrt{2g(h_r - e_1)} \right)}{\alpha_1 + \alpha_3}, \quad (4.131)$$

de unde rezultă

$$\dot{V}(e_1) = -\frac{e_1}{A(h_r - e_1)} \frac{\alpha_1(e_1) S_V \left( 2\sqrt{gR} - \sqrt{2g(h_r - e_1)} \right)}{\alpha_1(e_1) + \alpha_3(e_1)} < 0. \quad (4.132)$$

2. cazul când  $e_1 < 0$ . În acest caz sunt active regulile 2 și 3, prin urmare

$$u_{RGF} = \frac{\alpha_3 \left( S_V \sqrt{2g(h_r - e_1)} \right)}{\alpha_2 + \alpha_3}, \quad (4.133)$$

de unde rezultă

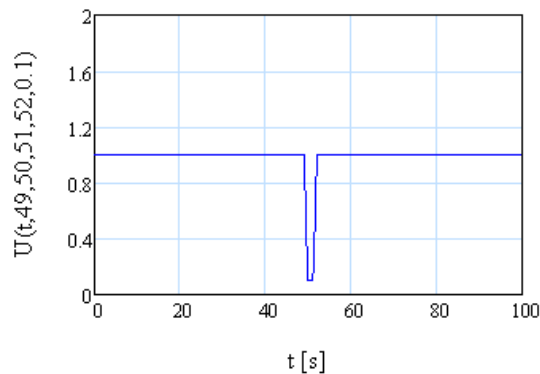
$$\dot{V}(e_1) = -\frac{e_1}{A(h_r - e_1)} \frac{-\alpha_1 S_V \sqrt{2g(h_r - e_1)}}{\alpha_2 + \alpha_3} < 0. \quad (4.134)$$

Ambele cazuri contrazic presupunerea făcută. În concluzie mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S$ .

**Observație:** În instalația reală comanda către pompa de alimentare se dă între  $[V_{\min}, V_{\max}]$  ( $V_{\min}$  - valoarea minimă respectiv  $V_{\max}$  - valoarea maximă a voltajului dat pompei), ceea ce corespunde unui debit de alimentare între 0 și debitul maxim,  $q_{max}$ . Trebuie menționat că în regimurile normale (variații de  $\pm 25\%$  în domeniul  $h_{\min} - h_{\max}$ ), regulatorul nu intră în limitări. Aceste limitări nu sunt incluse în analiza stabilității.

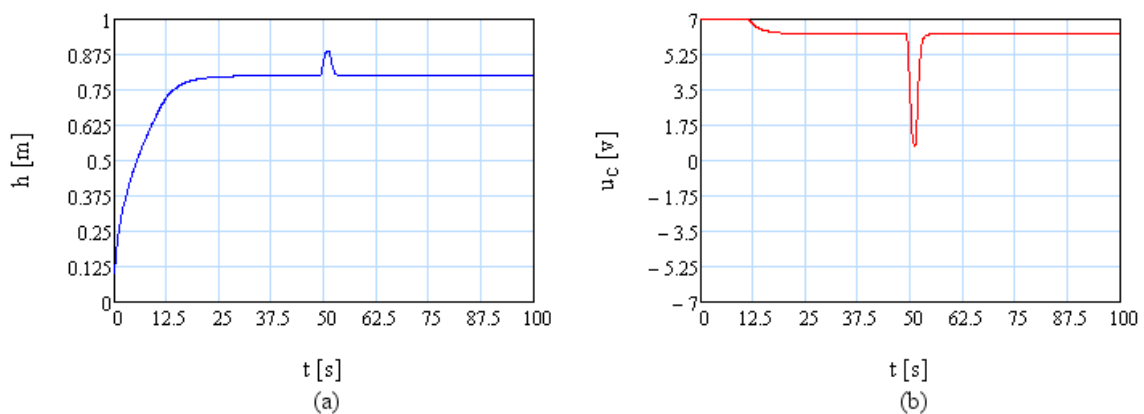
## B. Simularea comportării sistemului de reglare cu regulator fuzzy pentru aplicația considerată

Regulatorul fuzzy proiectat este particularizat procesului descris de ecuația (4.67), pentru  $S_V = 0.025 \text{ m}^2$ ,  $R = 0.5 \text{ m}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $k = 0.016 \text{ m}^3/V \cdot s$  și  $\mu(t) = U(t, 49, 50, 51, 52, 0.1)$  (figura 4.48). Pentru fiecare simulare se vor specifica referința și condițiile inițiale. Comanda dată de RG-F-TS este reprezentată în figurile 4.49 - 4.52 prin  $u_c = u_{RGF}/k$ .



**Figura 4.48** Modelarea perturbației utilizată în simulările comportamentului sistemului 1STS.

### Simularea 1

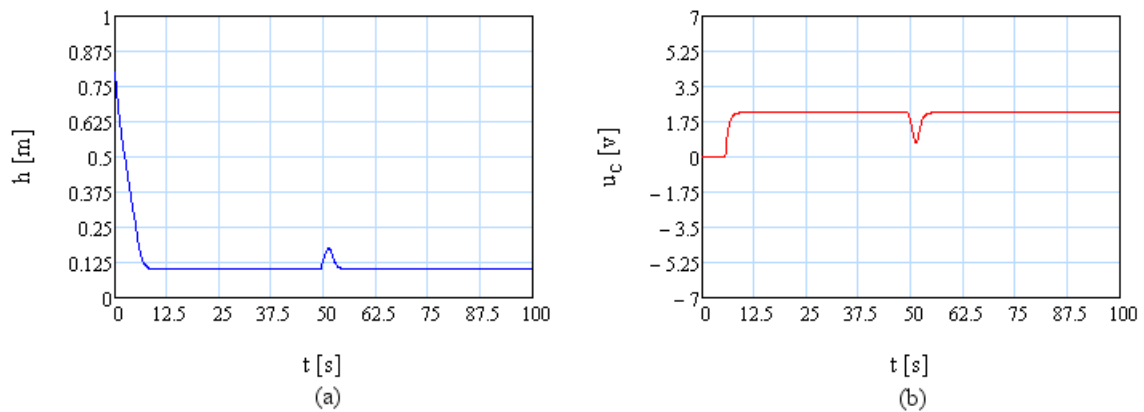


**Figura 4.49** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.8 \text{ m}$ ,  $h(0) = 0.1 \text{ m}$ .

### Interpretarea datelor de simulare

- pentru valoarea inițială a lui  $h$  valoarea comenzii atinge maximul (fapt datorat acțiunii regulilor fuzzy 1 și 3) după care descrește până la valoarea necesară stabilizării procesului în condițiile date,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 4 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

### Simularea 2

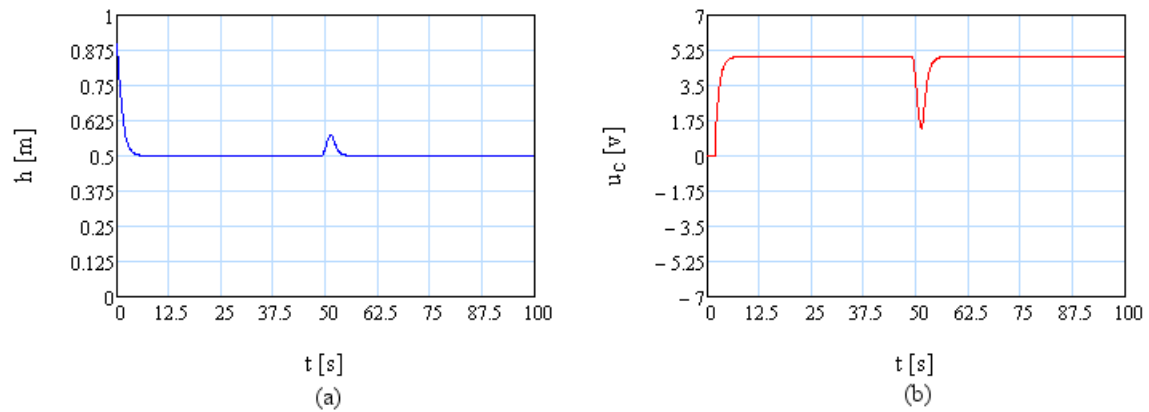


**Figura 4.50** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.1 m$ ,  $h(0) = 0.8 m$ .

#### Interpretarea datelor de simulare

- valoarea negativă inițială a erorii de reglaj determină ca valoarea comenzii să rămână la valoarea inițială până când mărimea de ieșire  $h$  ajunge la nivelul dorit. În acest interval de timp valoarea comenzii rezultă din activarea regulilor fuzzy 2 și respectiv 3,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 4 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 3

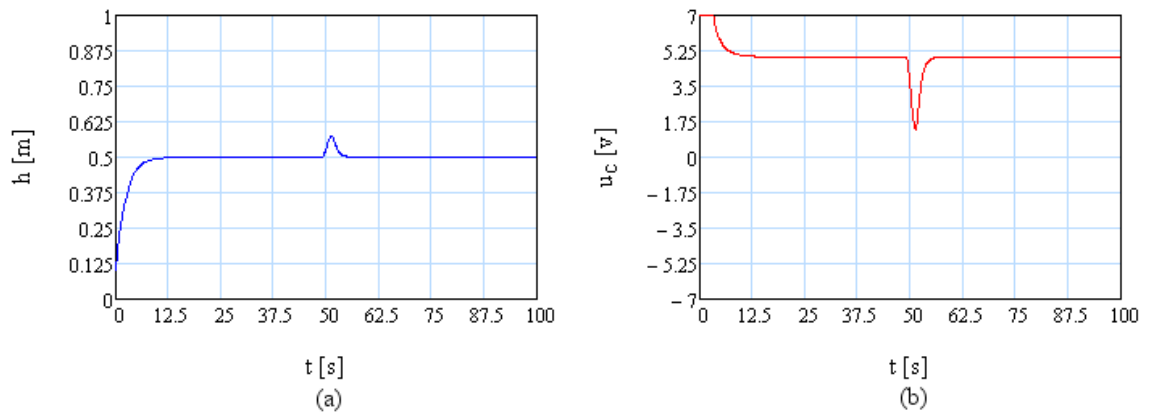


**Figura 4.51** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.5$  m,  $h(0) = 0.8$  m.

## Interpretarea datelor de simulare

- valoarea negativă inițială a erorii de reglaj determină ca valoarea comenzii să rămână la valoarea inițială până când mărimea de ieșire  $h$  ajunge la nivelul dorit. În acest interval de timp valoarea comenzii rezultă din activarea regulilor fuzzy 2 și respectiv 3,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 4 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 4



**Figura 4.52** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.5$  m,  $h(0) = 0.1$  m.

## Interpretarea datelor de simulare

- pentru valoarea inițială a lui  $h$  valoarea comenzii atinge maximum (fapt datorat acțiunii regulilor fuzzy 1 și 3) după care descrește până la valoarea necesară stabilizării procesului în condițiile date,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 4 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

### 4.3.2 Realizarea unui regulator fuzzy pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric (1CTS)

În acest paragraf se realizează stabilizarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric (1CTS) aplicând a doua metodă de stabilizare. Considerentele de bază relative la sistem, obiectivul de bază al reglării precum și caracterizarea fenomenelor fizice ce au loc în cadrul sistemului, au fost descrise în paragraful 4.1.2.

#### A. Proiectarea regulatorului fuzzy

Principial, funcționarea sistemului are loc după schema bloc prezentată în figura 4.17. Pentru proiectarea regulatorului fuzzy se utilizează algoritmul 2 bazat pe teorema 3.10.

**Pasul 1:** Ecuația procesului nominal este dată de ecuația (4.77) iar ecuația procesului cu perturbație de ecuația (4.78).

**Pasul 2:** Considerăm variabila lingvistică "eroare de reglare" definită matematic prin  $e = h_r - h$ . Funcțiile de apartenență ce definesc termenii lingvistici ai variabilei lingvistice "eroare de reglare" sunt date de către "expertul de proces" și sunt reprezentate în figura 4.47. Valorile lingvistice reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notate prin P, Z și respectiv N.

**Observație:** schimbarea funcțiilor de apartenență conduce de regulă la schimbarea regimului tranzitoriu. Simulările efectuate (neprecizate în teză) au evidențiat acest lucru.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este:

Regula 1: **If**  $e \in P$  **Then**  $u_{RGF} = u_1$

Regula 2: **If**  $e \in N$  **Then**  $u_{RGF} = u_2$

Regula 3: **If**  $e \in Z$  **Then**  $u_{RGF} = u_3$ ,

$u_1$ ,  $u_2$  și  $u_3$  urmând a fi determinate pe baza teoremei 3.10, la pasul 6.

**Pasul 4:** Alegem funcția  $V$  pozitiv definită,

$$V(e) = \frac{1}{2}e^2 \quad (4.135)$$

cu derivata în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor sistemului (4.77):

$$\dot{V}(e) = -\frac{e}{A} \left[ u_{RGF} - S_V \sqrt{2g(h_r - e)} \right]. \quad (4.136)$$

Astfel, termenii  $F(x)$  și  $B(x)$  din relațiile (3.52) și (3.53) au expresiile:

$$F(e) = \frac{e}{A} S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \quad (4.137)$$

$$B(e) = -\frac{e}{A}. \quad (4.138)$$

În consecință, mulțimile (3.54), (3.55) și (3.56) au expresiile:

$$B^0(e) = \{0\}, B^+ = \{e \in \mathbb{R} | e < 0\}, B^- = \{e \in \mathbb{R} | e > 0\}$$

iar

$$-\frac{F(e)}{B(e)} = S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \forall e \notin B^0.$$

**Pasul 5:**  $F(e) = 0, \forall e \in B^0$ .

**Pasul 6:** Determinarea semnalelor de comandă  $u_i$  astfel încât

$$u_i(e) \leq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \forall e \in X_i^A \cap B^+ \quad (4.139)$$

și

$$u_i(e) \geq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}, \forall e \in X_i^A \cap B^-, i = \overline{1, 3}. \quad (4.140)$$

Analizăm fiecare regulă fuzzy:

- Regula 1:  $e$  este P și  $X_1^A = [0, 2]$ ,  $X_1^A \cap B^+ = \emptyset$ ,  $X_1^A \cap B^- = (0, 2]$ . Pentru  $e \in X_1^A \cap B^-$  trebuie ca  $u_1(e) \geq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .
- Regula 2:  $e$  este N și  $X_2^A = [-2, 0]$ ,  $X_2^A \cap B^+ = [-2, 0)$ ,  $X_2^A \cap B^- = \emptyset$ . Pentru  $e \in X_2^A \cap B^+$  trebuie ca  $u_2(e) \leq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .
- Regula 3:  $e$  este Z și  $X_3^A = [-0.5, 0.5]$ ,  $X_3^A \cap B^+ = [-0.5, 0)$ ,  $X_3^A \cap B^- = (0, 0.5]$ .

Considerăm două cazuri:

a) Pentru  $e \in X_3^A \cap B^+$  trebuie ca  $u_3(e) \leq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .

b) Pentru  $e \in X_3^A \cap B^-$  trebuie ca  $u_3(e) \geq S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .

Din cele două cazuri rezultă că  $u_3(e) = S_V \sqrt{2g(h_r - e)}$ .



În urma acestei analize rezultă următorul tabel în care sunt specificate expresiile pentru  $u_i$ :

**Tabelul 4.8** Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat pentru reglarea nivelului lichidului dintr-un rezervor cilindric, determinată cu ajutorul algoritmului 2.

$e$	$u_i$
P	$u_1(e) = 2S_V\sqrt{gR}$
N	$u_2(e) = 0$
Z	$u_3(e) = S_V\sqrt{2g(h_r - e)}$

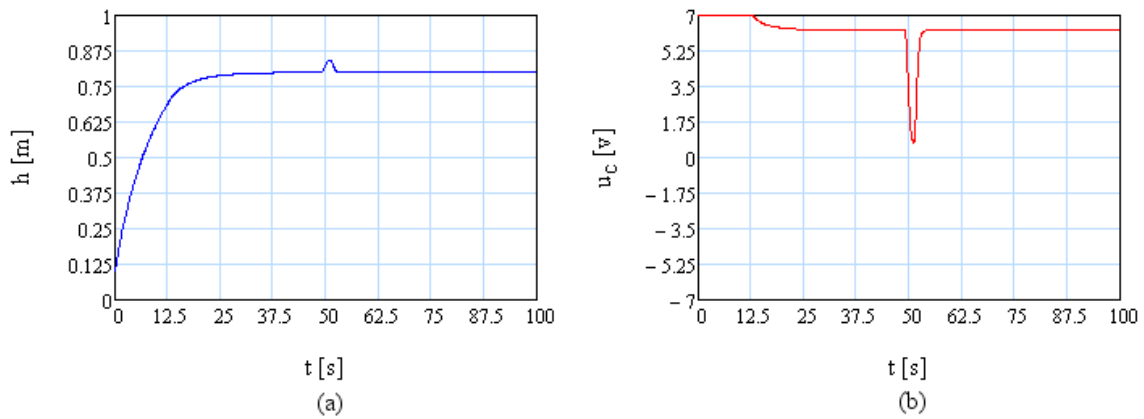
**Pasul 7:** Demonstrația că mulțimea  $M = \{0\}$  este cea mai largă mulțime invariantă conținută în  $S = \{e \in \mathbb{R} \mid \dot{V}(e) = 0\}$  este similară cu cea de la pasul 7 al studiului de caz anterior.

**Observație:** În instalația reală comanda către pompa de alimentare se dă între  $[V_{\min}, V_{\max}]$  ( $V_{\min}$  - valoarea minimă respectiv  $V_{\max}$  - valoarea maximă a voltajului dat pompei), ceea ce corespunde unui debit de alimentare între 0 și debitul maxim,  $q_{max}$ . Trebuie menționat că în regimurile normale (variații de  $\pm 25\%$  în domeniul  $h_{\min} - h_{\max}$ ), regulatorul nu intră în limitări. Aceste limitări nu sunt incluse în analiza stabilității.

### B. Simularea comportării sistemului de reglare cu regulator fuzzy pentru aplicația considerată

Regulatorul fuzzy proiectat este particularizat procesului descris de ecuația (4.67), pentru  $S_V = 0.025 \text{ m}^2$ ,  $R = 0.5 \text{ m}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $k = 0.016 \text{ m}^3/V \cdot \text{s}$  și  $\mu(t) = U(t, 49, 50, 51, 52, 0.1)$  (figura 4.48). Pentru fiecare simulare se vor specifica referința și condițiile inițiale. Comanda dată de RG-F-TS este reprezentată în figurile 4.53 - 4.56 prin  $u_c = u_{RGF}/k$ .

## Simularea 1

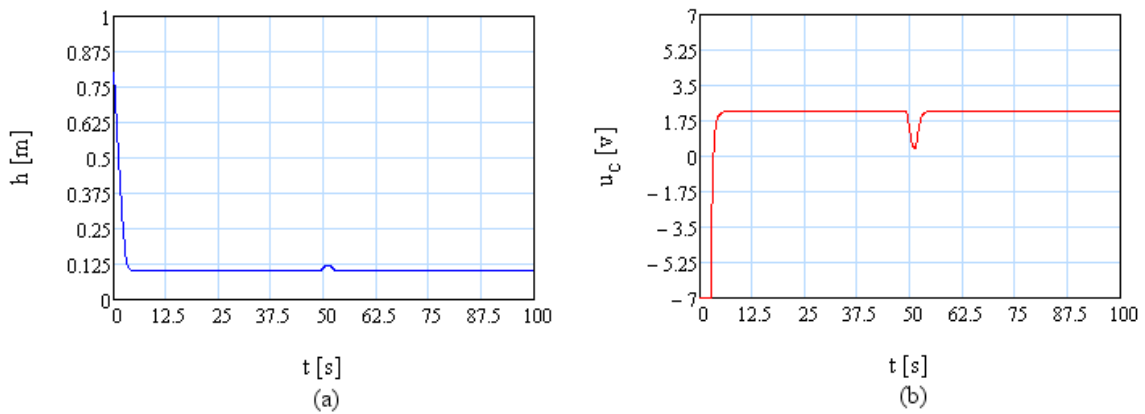


**Figura 4.53** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.8$  m,  $h(0) = 0.1$  m.

## Interpretarea datelor de simulare

- pentru ca valoarea mărimii de ieșire  $h$  să ajungă la nivelul dorit, inițial valoarea comenzii este maximă (datorită activării regulilor fuzzy 1 și 3) după care descrește până la valoarea necesară stabilizării procesului în condițiile date,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 4 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 2

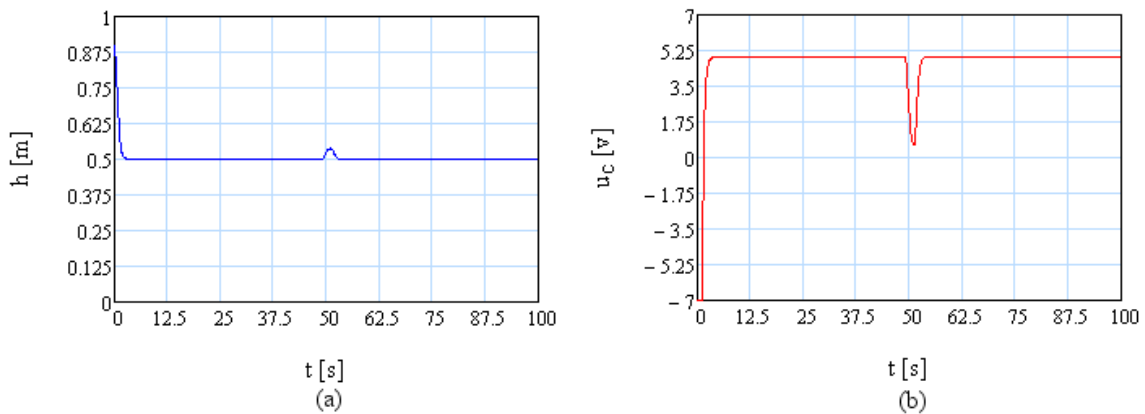


**Figura 4.54** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.1$  m,  $h(0) = 0.8$  m.

## Interpretarea datelor de simulare

- valoarea negativă inițială a erorii de reglaj determină ca valoarea comenzii să fie minimă până când mărimea de ieșire  $h$  ajunge la nivelul dorit. În acest interval de timp valoarea comenzii rezultă din activarea regulilor fuzzy 2 și respectiv 3,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 4 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

## Simularea 3

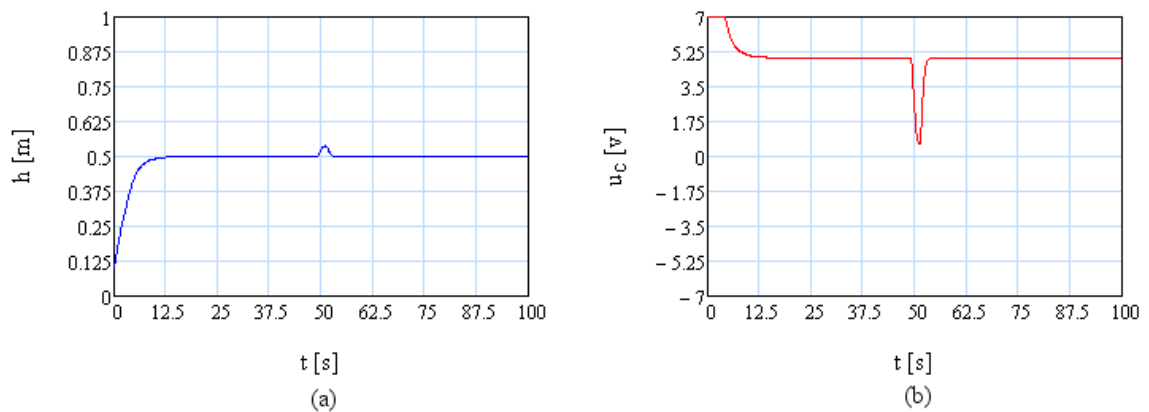


**Figura 4.55** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.5$  m,  $h(0) = 0.9$  m.

## Interpretarea datelor de simulare

- valoarea negativă inițială a erorii de reglaj determină ca valoarea comenzii să rămână la valoarea inițială până când mărimea de ieșire  $h$  ajunge la nivelul dorit. În acest interval de timp valoarea comenzii rezultă din activarea regulilor fuzzy 2 și respectiv 3,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 4 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

### Simularea 4



**Figura 4.56** Evoluția nivelului  $h$  (a) și a comenzii  $u_c$  (b), pentru  $h_r = 0.5$  m,  $h(0) = 0.1$  m.

#### Interpretarea datelor de simulare

- pentru valoarea inițială a lui  $h$  valoarea comenzii atinge maximum (fapt datorat acțiunii regulilor fuzzy 1 și 3) după care descrește până la valoarea necesară stabilizării procesului în condițiile date,
- suprareglajul care apare în mărimea de ieșire  $h$  este relativ redus iar nivelul dorit este asigurat în circa 4 secunde,
- comanda rămâne între limitele minim și maxim (nu se intră în limitare).

### 4.3.3 Stabilizarea unui sistem de tip Liénard

#### Proiectarea regulatorului fuzzy pentru stabilizarea sistemului de tip Liénard

Pentru realizarea regulatorului fuzzy care să asigure aducerea sistemului în punctul de echilibru ( $y = 0$ ,  $\dot{y} = 0$ ), într-un timp cât mai scurt se vor urma pașii algoritmului 2 propus pentru proiectarea unui regulator fuzzy stabil.

**Pasul 1:** Ecuația procesului neliniar și variabilele de stare sunt descrise de (4.57)-(4.59).

**Pasul 2:** Funcțiile de apartenență ale TL implicați în proces sunt date de către "expertului de proces" și sunt prezentate în figura 4.36. TL reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notați prin P, Z și respectiv N.

**Observație:** schimbarea funcțiilor de apartenență conduce de regulă la schimbarea regimului tranzitoriu. Simulările efectuate (neprecizate în teză) au evidențiat acest lucru.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este dată în tabelul 4.4.

**Pasul 4:** Se alege funcția lui Lyapunov:

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}x_2^2 + \int_0^{x_1} g(x_1)dx_1. \quad (4.141)$$

Derivata a lui  $V$  în raport cu timpul, de-a lungul traiectoriei soluțiilor sistemului (4.58) este:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= x_2\dot{x}_2 + g(x_1)\dot{x}_1 = x_2\dot{x}_2 + g(x_1)x_2 = x_2(\dot{x}_2 + g(x_1)) = \\ &= x_2(u - h(x_1, x_2)x_2) = x_2u - x_2^2h(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (4.142)$$

Astfel, termenii  $F(\mathbf{x})$  și  $B(\mathbf{x})$  din relațiile (3.52) și (3.53) au expresiile:

$$F(\mathbf{x}) = -x_2^2h(\mathbf{x}), \quad (4.143)$$

$$B(\mathbf{x}) = x_2. \quad (4.144)$$

În consecință, mulțimile (3.54), (3.55) și (3.56) au expresiile:

$$B^0 = \{(x_1, 0) \in \mathbb{R} \mid x_1 \in [-1, 1]\}, \quad (4.145)$$

$$B^+ = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R} \mid x_2 > 0\}, \quad (4.146)$$

$$B^- = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R} \mid x_2 < 0\}, \quad (4.147)$$

iar

$$-\frac{F(x)}{B(x)} = x_2 h(\mathbf{x}), \forall B(x) \neq 0, \quad (4.148)$$

**Pasul 5:**  $F(\mathbf{0}) = 0, \forall \mathbf{x} \in B^0$ .

**Pasul 6:** Se determină semnalul de comandă  $u_i, i = \overline{1,9}$  astfel încât condiția a doua din teorema 3.10 să fie satisfăcută. Analizăm fiecare regulă fuzzy:

- Regula 1:  $x_1$  este  $P$  și  $x_2$  este  $P$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_1^A \cap B^+ = (0, 1] \times (0, 1]$  trebuie ca  $u_1(x) \leq x_2 h(x_1, x_2)$ . În acest sens se alege  $u_1 = -2$ .
- Regula 2:  $x_1$  este  $N$  și  $x_2$  este  $N$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_2^A \cap B^- = [-1, 0) \times [-1, 0)$  trebuie ca  $u_2(x) \geq x_2 h(x_1, x_2)$ . În acest sens se alege  $u_2 = +2$ .
- Regula 3:  $x_1$  este  $P$  și  $x_2$  este  $N$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_3^A \cap B^- = (0, 1] \times [-1, 0)$  trebuie ca  $u_3(x) \geq x_2 h(x_1, x_2)$ . În acest sens se alege  $u_3 = 0$ .
- Regula 4:  $x_1$  este  $N$  și  $x_2$  este  $P$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_4^A \cap B^+ = [-1, 0) \times (0, 1]$  trebuie ca  $u_4(x) \leq x_2 h(x_1, x_2)$ . În acest sens se alege  $u_4 = 0$ .
- Regula 5:  $x_1$  este  $P$  și  $x_2$  este  $Z$ . Prin urmare  $x_1 \in [0, 1], x_2 \in [-0.5, 0.5]$ , de unde rezultă două cazuri:
  - a)  $x_1 \in [0, 1]$  și  $x_2 \in [0, 0.5]$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_5^A \cap B^+ = (0, 1] \times (0, 0.5]$  trebuie să avem  $u_5(x) \leq x_2 h(x_1, x_2)$ .
  - b)  $x_1 \in [0, 1]$  și  $x_2 \in [-0.5, 0]$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_5^A \cap B^- = (0, 1] \times (-0.5, 0)$  trebuie să avem  $u_5(x) \geq x_2 h(x_1, x_2)$ .

Din cele două cazuri rezultă că  $u_5(x) = x_2 h(x_1, x_2)$ .

- Regula 6:  $x_1$  este  $Z$  și  $x_2$  este  $P$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_7^A \cap B^+ = (-0.5, 0.5) \times (0, 1]$  trebuie ca  $u_6(x) \leq x_2 h(x_1, x_2)$ . În acest sens se alege  $u_6 = 0$ .
- Regula 7:  $x_1$  este  $N$  și  $x_2$  este  $Z$ . Prin urmare  $x_1 \in [-1, 0], x_2 \in [-0.5, 0.5]$ . De unde rezultă două cazuri:
  - a)  $x_1 \in [-1, 0]$  și  $x_2 \in [0, 0.5]$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_7^A \cap B^+ = [-1, 0] \times (0, 0.5]$  trebuie să avem  $u_7(x) \leq x_2 h(x_1, x_2)$ .

b)  $x_1 \in [-1, 0]$  și  $x_2 \in [-0.5, 0]$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_7^A \cap B^- = [-1, 0) \times (-0.5, 0)$  trebuie să avem  $u_7(x) \geq x_2 h(x_1, x_2)$ .

Din cele două cazuri rezultă  $u_7(x) = x_2 h(x_1, x_2)$ .

– Regula 8:  $x_1$  este  $Z$  și  $x_2$  este  $N$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_8^A \cap B^- = (-0.5, 0.5) \times [-1, 0)$  trebuie ca  $u_8(x) \geq x_2 h(x_1, x_2)$ . În acest sens se alege  $u_8 = 0$ .

– Regula 9:  $x_1$  este  $Z$  și  $x_2$  este  $Z$ . Prin urmare  $x_1, x_2 \in [-0.5, 0.5]$ . De unde rezultă două cazuri:

a)  $x_1 \in [-0.5, 0.5]$  și  $x_2 \in [0, 0.5]$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_9^A \cap B^+ = (-0.5, 0.5) \times (0, 0.5)$  trebuie să avem  $u_9(x) \leq x_2 h(x_1, x_2)$ .

b)  $x_1 \in [-0.5, 0.5]$  și  $x_2 \in [-0.5, 0]$ . Pentru  $\mathbf{x} \in X_9^A \cap B^- = (-0.5, 0.5) \times (-0.5, 0)$  trebuie să avem  $u_9(x) \geq x_2 h(x_1, x_2)$ . Din cele două cazuri rezultă  $u_9(x) = x_2 h(x_1, x_2)$ .

Baza de reguli fuzzy, rezultată în urma realizării pasului 6 al algoritmului, este dată în următorul tabel:

**Tabelul 4.9** Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului de tip Liénard, determinată cu ajutorul algoritmului 2.

Nr. regulă	$x_1$	$x_2$	comanda
1	P	P	-2
2	N	N	2
3	P	N	0
4	N	P	0
5	P	Z	$x_2 h(\mathbf{x})$
6	Z	P	0
7	N	Z	$x_2 h(\mathbf{x})$
8	Z	N	0
9	Z	Z	$x_2 h(\mathbf{x})$

**Pasul 7:** Se demonstrează că mulțimea  $S = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R} \mid \dot{V}(\mathbf{x}) = 0 \}$  nu conține alte traiectorii ale procesului

$$\dot{x}_2 + h(x_1, x_2) \dot{x}_2 + g(x_1) = u \quad (4.149)$$

în afară de traiectoria trivială  $x(t) \equiv 0$ .

Presupunem că  $S$  conține un punct de poziție nenulă  $(x_1, 0)$ ,  $x_1 \neq 0$ , atunci



acelerația în acest punct este

$$\dot{x}_2 = -g(x_1) + u. \quad (4.150)$$

Dar cum  $g(\mathbf{x}) \neq 0, \forall \mathbf{x} \neq \mathbf{0}$  și

$$u = x_2 h \frac{\alpha_5 + \alpha_7 + \alpha_9}{\sum_{i=1}^9 \alpha_i} = 0, \quad (4.151)$$

rezultă

$$\dot{x}_2 = -g(x_1) + x_2 h(x_1, x_2) = -g(x_1) \neq 0. \quad (4.152)$$

Dar din  $x_2(t) \equiv 0 \Rightarrow \dot{x}_2(t) \equiv 0$  și deci presupunerea că  $S$  conține un punct de poziție nenulă  $(x_1, 0), x_1 \neq 0$  este falsă. Prin urmare  $S = \{0\}$ .

Aplicația împreună cu metoda de stabilitate folosită a fost publicată în lucrarea (Tomescu, 2007).

#### 4.3.4 Asigurarea stabilității sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc (caz particular al sistemului Liénard)

##### A. Proiectarea regulatorului fuzzy pentru stabilizarea sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc (caz particular al sistemului Liénard).

Pentru realizarea regulatorului fuzzy se vor urma pașii algoritmului 2 propus pentru proiectarea unui regulator fuzzy stabil.

**Pasul 1:** Ecuația procesului neliniar și variabilele de stare sunt descrise de (4.60) și respectiv (4.64).

**Pasul 2:** Funcțiile de apartenență ale TL implicați în proces sunt date de către "expertul de proces" și sunt prezentate în figura 4.36. VL reprezentând valorile Pozitiv, Zero și Negativ sunt notați prin P, Z și respectiv N.

**Pasul 3:** Baza de reguli fuzzy este dată în tabelul 4.4.

**Pasul 4:** Acest pas este identic cu pasul 4 din paragraful 4.3.3.

**Pasul 5:**  $F(0) = 0, \forall \mathbf{x} \in B^0$ .

**Pasul 6:** Se determină semnalul de comandă  $u_i$ , înlocuind  $h(\mathbf{x}) = \frac{b}{m} |x_2|$  în tabelul 4.9. Astfel rezultă baza de reguli fuzzy prezentată în tabelul 4.10.

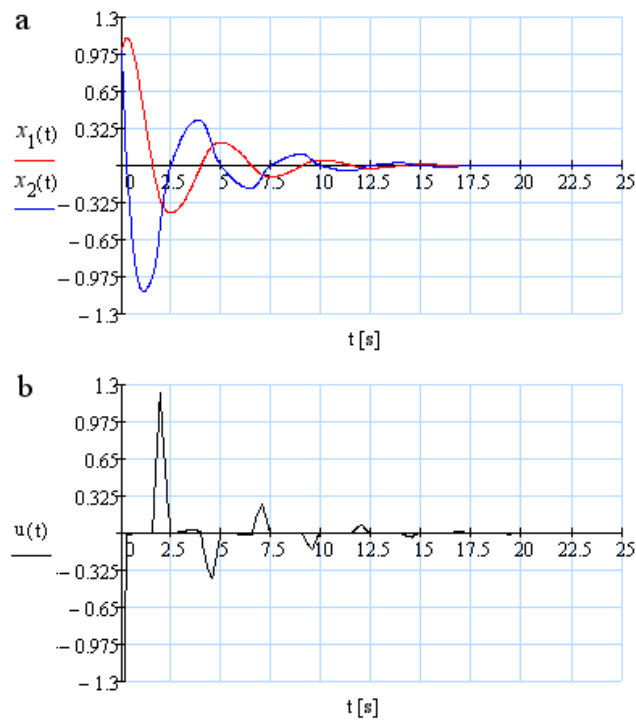
**Tabelul 4.10** Particularizarea bazei de reguli fuzzy a RG-F-TS utilizat la stabilizarea sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc, determinată cu ajutorul algoritmului 2.

Nr. regulă	$x_1$	$x_2$	comanda
1	P	P	-2
2	N	N	2
3	P	N	0
4	N	P	0
5	P	Z	$x_2 \frac{b}{m}  x_2 $
6	Z	P	0
7	N	Z	$x_2 \frac{b}{m}  x_2 $
8	Z	N	0
9	Z	Z	$x_2 \frac{b}{m}  x_2 $

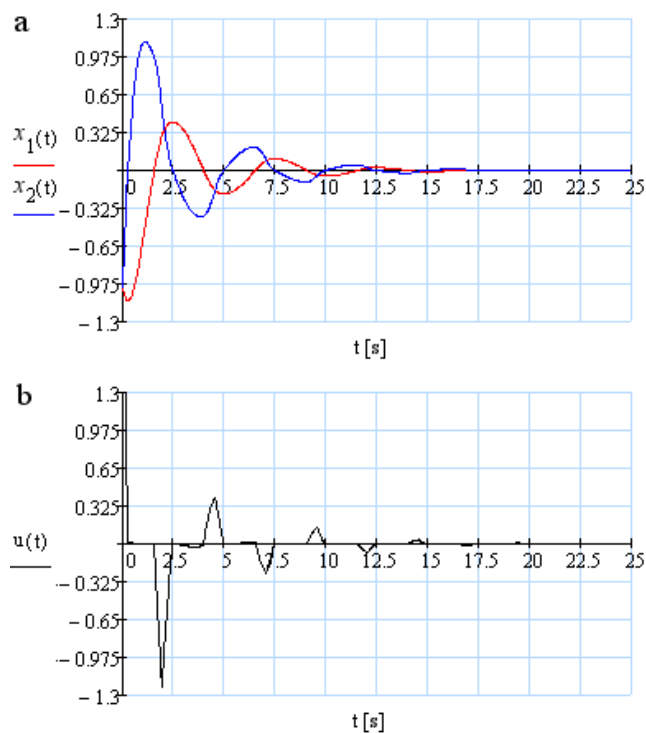
**Pasul 7:** Acest pas este demonstrat în cadrul pasului 7 din paragraful 4.3.3.

### B. Simularea comportării sistemului de reglare fuzzy din cadrul exemplului

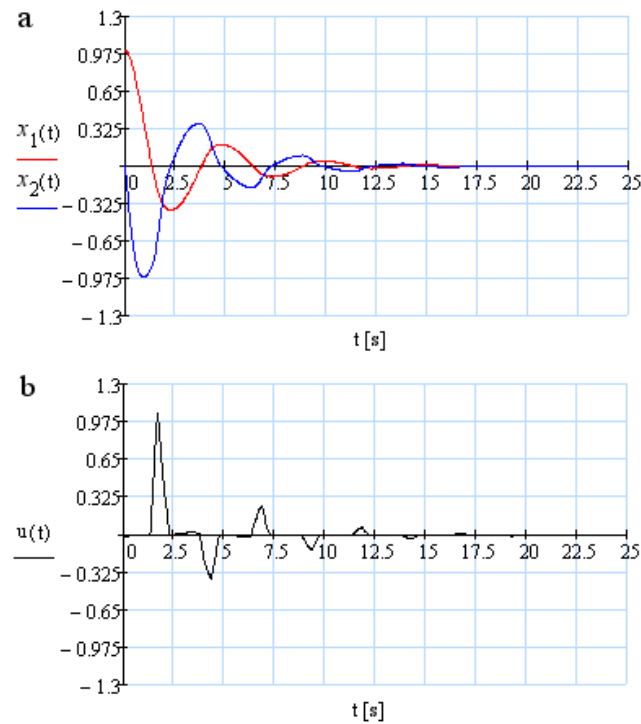
Următoarele simulări sunt făcute pentru valorile:  $m = 1 \text{ Kg}$ ,  $b = 0.5 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $k_0 = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  și  $k_1 = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ . Valorile inițiale ale variabilelor de stare,  $x_1$  și  $x_2$ , sunt specificate pentru fiecare simulare.



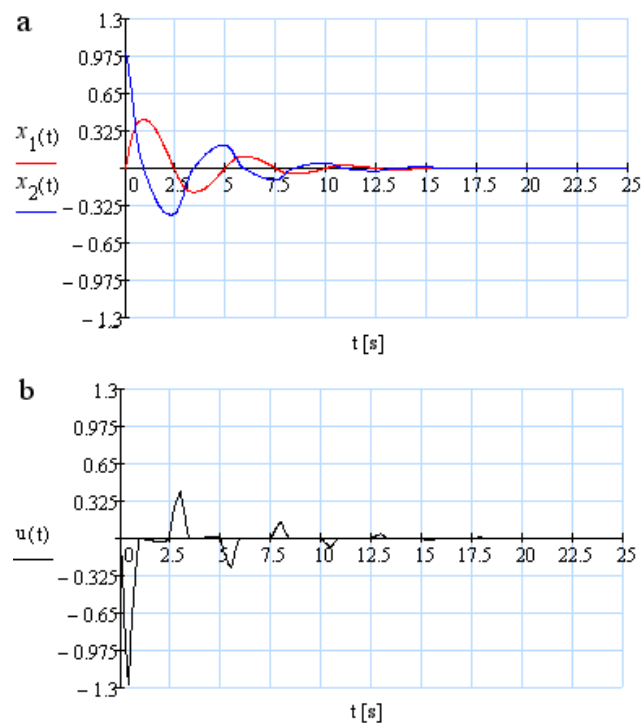
**Figura 4.57** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 1$  și  $x_2(0) = 1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



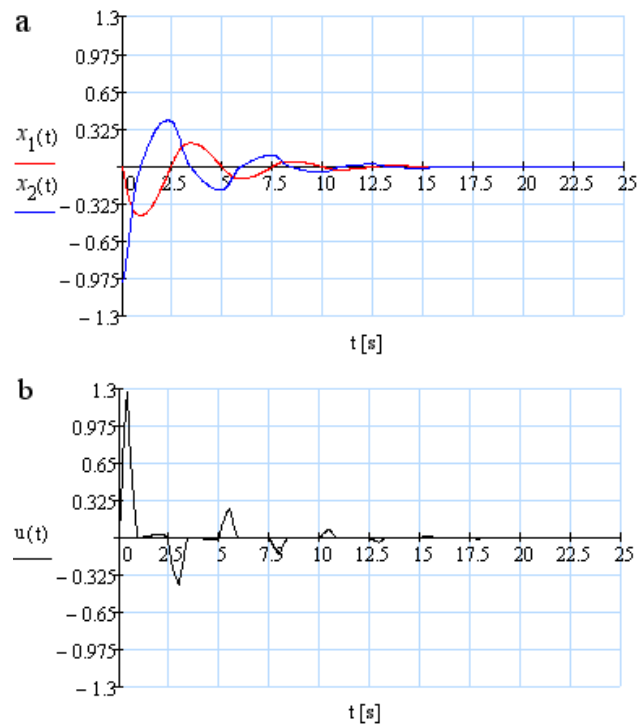
**Figura 4.58** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = -1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



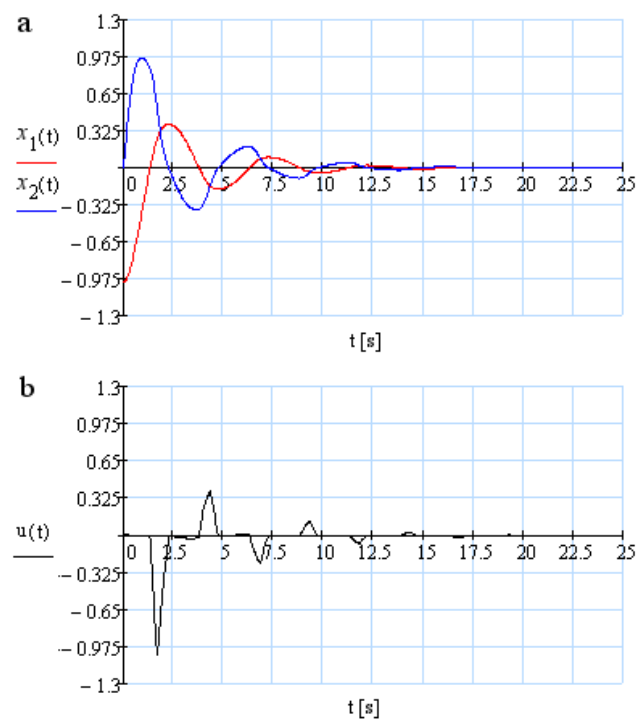
**Figura 4.59** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 1$  și  $x_2(0) = 0$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



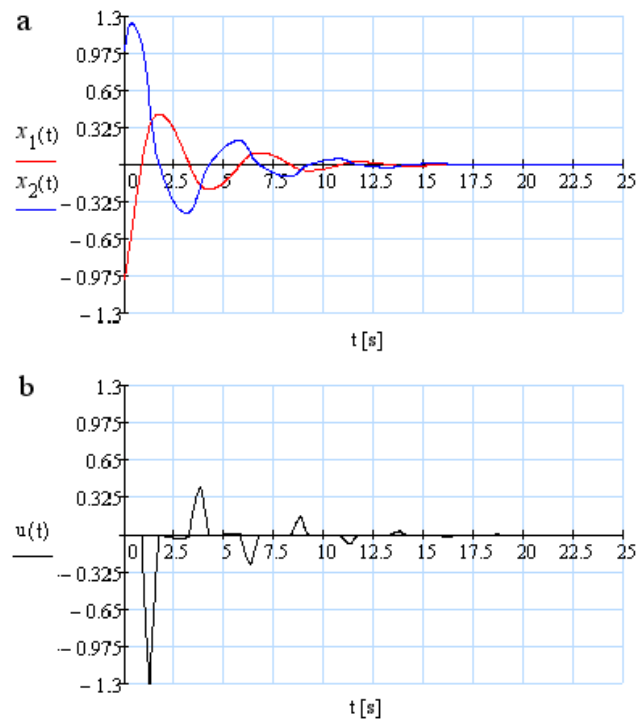
**Figura 4.60** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 0$  și  $x_2(0) = 1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



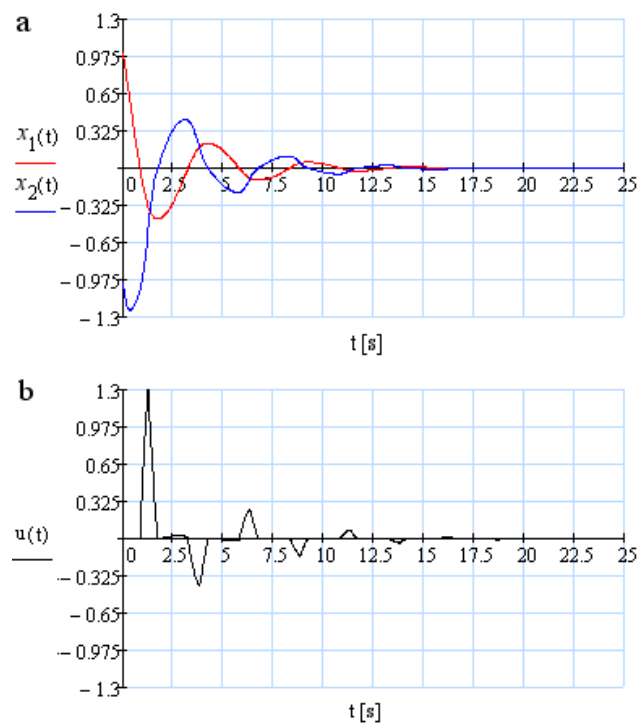
**Figura 4.61** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 0$  și  $x_2(0) = -1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



**Figura 4.62** Trajectoria comenzii pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = 0$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



**Figura 4.63** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = -1$  și  $x_2(0) = 1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).



**Figura 4.64** Trajectoriile lui  $x_1$  și  $x_2$  pentru valorile inițiale  $x_1(0) = 1$  și  $x_2(0) = -1$  (a), sub acțiunea semnalului de comandă  $u$  generat de RG-F (b).

## 4.4 Concluzii

În acest capitol au fost aplicate metodele de analiză a stabilității unui SRA cu RG-F-TS, descrise în paragrafele 3.5 și respectiv 3.6, la proiectarea reguletoarelor fuzzy pentru stabilizarea proceselor neliniare descrise în capitolul 4.

Pentru toate aplicațiile abordate au fost explicitate modelul matematic neliniar și condițiile generale de validitate a lor.

Pe baza primei metode de analiză a stabilității, cu ajutorul primului algoritm de stabilizare s-au determinat / calculat valorile parametrilor din concluziile reguletoarelor fuzzy utilizate pentru următoarele studii de caz: reglarea nivelului lichidului dintr-un sistem cu un rezervor sferic sau cilindric respectiv cu trei rezervoare sferice sau cilindrice. Parametrii astfel determinați asigură stabilizarea proceselor prezentate în studiile de caz. Procesul cu 3STS este o aplicație netratată în literatura de specialitate. Tot cu ajutorul primului algoritm de stabilizare s-a proiectat un SRA cu RG-F în vederea stabilizării unui proces de tip Liénard precum și a procesului mecanic compus din masă, amortizor și arc.

Al doilea algoritm de proiectare a unui SRA stabil cu RG-F, a fost utilizat în cazul proceselor neliniare de tipul (3.50) pe următoarele studii de caz: procesul cu un rezervor sferic (1STS), procesul cu un rezervor cilindric (1CTS), procesul de tip Liénard și cazul particular al acestuia, procesul mecanic compus din masă, amortizor și arc. Algoritmul nu a fost aplicat proceselor de stabilizare a nivelului lichidului dintr-un sistem cu trei rezervoare sferice sau cilindrice, deoarece acestea folosesc reguletoare fuzzy de tip MIMO.

Procesele studiate în acest capitol sunt prin natura lor neliniare. Reguletoarele fuzzy au fost proiectate fără a liniariza modelul matematic al proceselor, spre deosebire de majoritatea studiilor din literatura de specialitate în care procesul este liniarizat (modelul fuzzy al procesului). Astfel s-a obținut apropierea cât mai fidelă de cazurile reale.

Comportamentul (evoluția) neliniară a proceselor studiate a fost modelată cu ajutorul TL, obținându-se astfel baza de reguli fuzzy. Semnalul de comandă pentru fiecare subsistem fuzzy a fost obținut în urma aplicării uneia dintre cele două teoreme de analiză a stabilității prezentate în teză.

Aplicațiile propuse corespund în majoritatea lor unor aplicații reale; în general în literatură tehnicile de analiză a stabilității sistemelor fuzzy sunt verificate pentru modele abstracte.

Sistemele de reglare al nivelului lichidului în unul sau trei rezervoare sferice sunt folosite pentru: stocarea produselor petroliere în rafinării cu capacități de 100 - 50 000  $m^3$ , stocarea gazelor lichefiate, instalațiile de preparare a hidrogenului sulfurat, reglarea debitului în instalațiile de irigații, etc (Berné and Cordonnier, 1995), (Geyer, 2000).

Conducerea fuzzy a sistemelor de tip Liénard poate fi aplicată în ingineria vibrațiilor (Ayyub *et al.*, 1997), (Inman, 2007), suspensii active inteligente (controlate) (Sapinski, 2005).



# Capitolul 5

## Concluzii. Contribuții aduse prin teză

În acest capitol sunt prezentate principalele rezultate și contribuții personale din cadrul tezei, cu specificarea capitolelor în care au fost menționate.

### 5.1 Principalele rezultate prezentate

În cadrul capitolului 2 se face o sinteză a principiilor fundamentale care stau la baza analizei și proiectării sistemelor de conducere automată cu regulatoare fuzzy:

- ✓ prezentarea, definirea și exemplificarea conceptului de mulțime fuzzy ;
- ✓ enunțarea definițiilor legate de noțiunile de variabile și termeni lingvistici;
- ✓ definirea conceptului de propoziție logică fuzzy;
- ✓ definirea operatorilor logici fuzzy precum și prezentarea structurii regulilor fuzzy;
- ✓ prezentarea și descrierea modulelor necesare proiectării sistemelor de conducere automată cu regulatoare fuzzy:
  - ▷ modulul de fuzzificare a informației;
  - ▷ inferența fuzzy locală și globală;
  - ▷ baza de reguli fuzzy.

Tot în acest capitol este prezentată succint o comparație între regulatoarele fuzzy și cele clasice.

În capitolul 3 se prezintă la nivel teoretic, procedural și de implementare metode de analiză a stabilității și de stabilizare a sistemelor cu regulatoare fuzzy (sisteme fuzzy)

(Precup *et al.*, 2007a), (Precup *et al.*, 2007b), (Precup *et al.*, 2008a), (Tomescu and Petrov, 2006), (Precup *et al.*, 2008b), (Precup *et al.*, 2008c) și (Precup *et al.*, 2008d). În acest context:

- ✓ Pentru comparație sunt prezentate tehnica de analiză a stabilității bazată pe inegalități matriceale liniare (metoda Kazuo Tanaka) și tehnica de analiză a stabilității bazată pe metoda Wong-Leung-Tam;
- ✓ Sunt prezentate completări la enunțul metodei de analiză a stabilității datorată lui Wong-Leung-Tam în legătură cu continuitatea și derivabilitatea funcțiilor care descriu dinamica procesului (**f** și **b**), despre mărginirea perturbațiilor reprezentate prin vectorul **p** precum și despre completitudinea bazei de reguli fuzzy;
- ✓ Sunt introduse cele două *noi tehnici de analiză a stabilității sistemelor fuzzy*, pentru clase particulare de procese neliniare;
- ✓ Sunt enunțate și demonstrate două teoreme de stabilitate care stau la baza celor două tehnici de analiză a stabilității propuse;
- ✓ Pentru fiecare tehnică de stabilitate propusă este prezentată o analiză comparativă în raport cu alte tehnici de analiză a stabilității utilizate;
- ✓ Pe baza celor două metode noi de analiză a stabilității sunt elaborați algoritmi pentru proiectarea reguletoarelor fuzzy, capabile să asigure funcționarea stabilă a sistemului de reglare a parametrilor procesului neliniar condus (stabil sau instabil).

Capitolul 4 este dedicat exemplificării aplicării și confirmării validității metodelor de analiză a stabilității SRA cu RG-F enunțate în capitolul 3.

- ✓ Sistemul cu un rezervor sferic;
- ✓ Sistemul cu un rezervor cilindric;
- ✓ Sistemul cu trei rezervoare sferice;
- ✓ Sistemul cu trei rezervoare cilindrice;
- ✓ Stabilizarea unui sistem de tip Liénard;
- ✓ Asigurarea stabilității sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc.

## 5.2 Contribuții aduse prin teză

În cadrul tezei au fost aduse următoarele contribuții personale, din cadrul cărora sunt evidențiate în primul rând următoarele:

- ▷ Corectarea enunțului metodei de analiză a stabilității datorată lui Wong-Leung-Tam prin specificarea proprietății de continuitate și derivabilitate a funcțiilor care descriu dinamica procesului și prin specificarea mărginirii perturbațiilor.
- ▷ Elaborarea unui algoritm de stabilizare a funcționării unui sistem de reglare cu regulator fuzzy, rezultat din teorema de stabilitate a lui Wong-Leung-Tam,
- ▷ Enunțarea primei teoreme de analiză a stabilității unei clase de procese neliniare conduse cu ajutorul reguletoarelor fuzzy de tip MIMO,
- ▷ Elaborarea unui algoritm pentru proiectarea reguletoarelor fuzzy în vederea stabilizării sistemului de reglare pentru o clasă de procese neliniare de tip MIMO; algoritm bazat pe prima teoremă de stabilitate propusă,
- ▷ Enunțarea celei de-a doua teoreme de analiză a stabilității unei clase de procese neliniare conduse cu ajutorul reguletoarelor fuzzy de tip MISO,
- ▷ Elaborarea unui algoritm pentru proiectarea reguletoarelor fuzzy în vederea stabilizării sistemului de reglare pentru o clasă de procese neliniare de tip SISO; algoritm bazat pe cea de-a doua teoremă de stabilitate propusă,
- ▷ Implementarea, pe baza primului algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării nivelului în sistemul cu un rezervor sferic,
- ▷ Implementarea, pe baza primului algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării nivelului în sistemul cu un rezervor cilindric,
- ▷ Implementarea, pe baza primului algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării nivelurilor în sistemul cu trei rezervoare sferice,
- ▷ Implementarea, pe baza primului algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării nivelurilor în sistemul cu trei rezervoare cilindrice,
- ▷ Implementarea, pe baza primului algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării poziției sistemului de tip Liénard,
- ▷ Implementarea, pe baza primului algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării poziției sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc,

- ▷ Implementarea, pe baza celui de-al doilea algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării nivelului în sistemul cu un rezervor sferic,
- ▷ Implementarea, pe baza celui de-al doilea algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării nivelului în sistemul cu un rezervor cilindric,
- ▷ Implementarea, pe baza celui de-al doilea algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării poziției sistemului de tip Liénard,
- ▷ Implementarea, pe baza celui de-al doilea algoritm propus, a unui SRA cu RG-F-TS în vederea reglării poziției sistemului mecanic compus din masă, amortizor și arc.

### 5.3 Publicarea rezultatelor de cercetare din teză

O mare parte din rezultatele prezentate în teză au constituit obiectul unor lucrări științifice elaborate de autor în calitate de unic autor, prim autor sau de coautor. Ele se referă, deopotrivă, la aspecte teoretice și la aspecte practice, de implementare. Sunt enumerate în continuare principalele lucrări publicate:

- 2 lucrări cotate ISI (prezentate la punctul A),
- 4 lucrări publicate în reviste de specialitate indexate în baze de date internaționale și CNCSIS (prezentate la punctul B),
- 7 lucrări prezentate la conferințe internaționale cu referenți (prezentate la punctul C).

#### A. Lucrări publicate în reviste de specialitate cu cotație ISI:

- ▷ R. -E. Precup, St. Preitl, I. J. Rudas, **M. -L. Tomescu**, J. K. Tar, *Design and Experiments for a Class of Fuzzy Controlled Servo Systems*, IEEE / ASME Transactions on Mechatronics, 2008 - (ISSN 1083-4435) ([Precup et al., 2008b](#)),
- ▷ R.-E. Precup, St. Preitl, J. K. Tar, **M. -L. Tomescu**, M. Takács, P. Korondi, P. Baranyi, *Fuzzy Control System Performance Enhancement by Iterative Learning Control*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, (ISSN 1557-9948) - ([Precup et al., 2008c](#)) - lucrare acceptată, în curs de publicare.

**B. Lucrări publicate în reviste de specialitate (indexate în baze de date internaționale și CNCSIS):**

- ▷ R. -E. Precup, **M.-L. Tomescu**, St. Preitl, J. K. Tar, A. S. Paul, *Stability Analysis Approach For Fuzzy Logic Control Systems With Mamdani Type Fuzzy Logic Controllers*, Control Engineering and Applied Informatics, 2007 - (ISSN 1454-8658) ([Precup et al., 2007b](#)) (lucrare recunoscută CNCSIS, catalogată B+),
- ▷ R. -E. Precup, **M. -L. Tomescu**, St. Preitl, *Lorenz System Stabilization Using Fuzzy Controllers*, International Journal of Computers, Communications & Control, 2007 - (ISSN 1841-9836; E-ISSN 1841-9844) ([Precup et al., 2007a](#)),
- ▷ **M. -L. Tomescu**, St. Preitl, R. -E. Precup, J. K. Tar, *Stability Analysis Method for Fuzzy Control Systems Dedicated Controlling Nonlinear Processes*, Acta Polytechnica Hungarica - Journal of Applied Sciences at Budapest Tech Hungary, - Journal of Applied Sciences at Budapest Tech Hungary, 2007 - (ISSN 1785-8860) ([Tomescu et al., 2007](#)),
- ▷ R.-E. Precup, **M. -L. Tomescu**, St. Preitl, *Stable Fuzzy Control Solution For Lorenz Chaotic System Stabilization*, International Journal of Artificial Intelligence (IJAI), 2008 - (ISSN 0974-0635) ([Precup et al., 2008a](#)).

**C. Lucrări prezentate la conferințe internaționale (cu referenți):**

- ▷ **M. -L. Tomescu**, *Properties of Fuzzy Disjunction of n-arity*, Proceedings of 5<sup>th</sup> International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC03), Timișoara, Romania, 1-4 October, 2003 - (ISBN 973-661-104-3 ) ([Tomescu, 2003](#)),
- ▷ **M. -L. Tomescu**, *Some properties of fuzzy conjunction*, Proceedings of 6<sup>th</sup> International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC04), Timișoara, Romania, 26-30 October 2004 - (ISSN 1224-970X) ([Tomescu, 2004c](#)),
- ▷ **M. -L. Tomescu**, *Some properties of fuzzy conjunction useful to fuzzy rules*, Proceedings of 2<sup>nd</sup> Romanian - Hungarian Joint Symposium on Applied Computational Intelligence (SACI 2005), Timișoara, Romania, May 5-7, 2005 - (ISBN 963-7154-39-6) ([Tomescu, 2005b](#)),

- ▷ **M. -L. Tomescu**, G. Petrov, *A Stability Analysis Method for Nonlinear Systems with Fuzzy Logic Controller*, Proceedings of 8<sup>th</sup> International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC 2006), Timisoara, Romania, September 26-29, 2006 - (ISBN 0-7695-2740-X) ([Tomescu and Petrov, 2006](#)) (lucrare publicată în post-proceedings editat de IEEE Computer Society Press),
- ▷ **M. -L. Tomescu**, *An Algorithm for Stability of Takagi - Sugeno Fuzzy Logic Controller*, Proceedings of 3<sup>rd</sup> Romanian-Hungarian Joint Symposium on Applied Computational Intelligence (SACI 2006), May 25-26, Timisoara, Romania, 2006 - (963-7154-46-9) ([Tomescu, 2006b](#)),
- ▷ **M. -L. Tomescu**, *Fuzzy logic controller for the Liénard system*, Proceedings of 4<sup>th</sup> International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI 2007), May 17 - 18, 2007, Timișoara, Romania, 2007 - (1-4244-1234-X) ([Tomescu, 2007](#)) (lucrare indexată INSPEC și ISI Proceedings),
- ▷ R.-E. Precup, St. Preitl, **M. -L. Tomescu**, E. M. Petriu, J. K. Tar, C. Bărbulescu, *Stable Iterative Feedback Tuning-based Design of Takagi-Sugeno PI-Fuzzy Controllers*, Conference on Human System Interaction, Krakow, Poland, May 25-27, 2008 - ([Precup et al., 2008d](#)) - format electronic, proceedings în curs de publicare.

## 5.4 Direcții de cercetare posibile

Sistemele de reglare automată cu regulatoare fuzzy sunt folosite pe scară largă în mai toate domeniile industriale. Domeniul analizei stabilității sistemelor neliniare cu regulatoare fuzzy, este deschis atât pentru cercetări teoretice cât și pentru aplicații de reglare concretă. Fiecărui studiu de caz îi poate corespunde o aplicație concretă.

Din perspectiva prezentei teze de doctorat, prezintă importanță validarea pe procese reale a celor două tehnici de analiză a stabilității și respectiv de stabilizare a unor clase de procese neliniare conduse cu ajutorul reguletoarelor fuzzy.

Adaptarea celor două tehnici de stabilitate la sisteme neautonome ar deschide calea spre un domeniu larg de aplicații.

Tot în acest context, o utilitate deosebită poate avea dezvoltarea unui software bazat pe cei doi algoritmi pentru proiectarea reguletoarelor fuzzy în vederea stabilizării procesului

condus. Acesta ar urma să determine condițiile pentru comenzile fiecărei reguli fuzzy, astfel încât sistemul fuzzy să fie stabil. Elaborarea unui mediu de dezvoltare de aplicații sub MATLAB-SIMULINK cu ajutorul cărora se implementează algoritmi din capitolul 3, ar constitui un ajutor semnificativ dat celor care se ocupă de proiectarea și stabilizarea sistemelor fuzzy neliniare.

Din punct de vedere al analizei stabilității SRA cu RG-F, pe baza celor două teoreme prezentate în capitolul 3, se pot dezvolta tehnici de stabilitate pentru sisteme fuzzy de tip Mamdani. Utilizarea primei teoreme de analiză a stabilității a fost prezentată în referatul (Tomescu, 2005a).

# Bibliografie

- Aeyels, D., F. L. Lagarrigue and A. Schaft (1999). *Stability and Stabilization of Nonlinear Systems*. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag. Springer Berlin / Heidelberg. [3.2.2](#)
- Amira (2000). *DTS200 - Laboratory Setup Three Tank System*, Amira GmbH, Duisburg. [4.1.4](#)
- Anthony, M. N., H. Ling and L. Derong (2008). *Stability of Dynamical Systems Continuous, Discontinuous, and Discrete Systems*. Systems & Control: Foundations & Applications. Birkhäuser. Boston. [3.1](#)
- Apronix (1992a). Apronix inc., autofocus camera, fide application, note 002-920803. [1.1](#)
- Apronix (1992b). Apronix inc., automatic transmission, fide application, note 007-920929. [1.1](#)
- Apronix (1992c). Apronix inc., temperature control, fide application, note 004-920827. [1.1](#)
- Apronix (1992d). Apronix inc., washing machine, fide application, note 001-920727. [1.1](#)
- Aracil, J., A. Ollero and A. G.Cerezo (1989). Stability indices for the global analysis of expert control systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* **19**(5), 998–1007. [3.2.1](#)
- Asai, K., T. Terano and M.Sugeno (1994). *Applied Fuzzy Systems*. Morgan Kaufmann Pub. [1.1](#)
- Ayyub, B. M., A. Guran and A. Haldar (Editors) (1997). *Uncertainty Modeling in Vibration, Control and Fuzzy Analysis of Structural Systems*. Vol. 10 of *Stability, Vibration and Control of Systems*. World Scientific Publishing. [4.4](#)



- Bacciotti, A. and L. Rosier (2005). *Liapunov Functions and Stability in Control Theory 2<sup>nd</sup> Edition*. Communications and Control Engineering. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg. 3.1, 3.8, 3.2.2
- Bai, Y., H. Zhuang and D. Wang (2006). *Advanced Fuzzy Logic Technologies in Industrial Applications*. Advances in Industrial Control. Springer-Verlag. London. 1.1
- Ban, Xiaojun, X.Z. Gao, Xianlin Huang and A.V. Vasilakos (2007). Stability analysis of the simplest Takagi-Sugeno fuzzy control system using circle criterion. *Information Sciences* 7(1), 38–45. 3.2.1
- Baranyi, P., L. Szeidl and P. Varlaki (2006). Numerical reconstruction of the HOSVD based canonical form of polytopic dynamic models. *INES '06. Proceedings. International Conference on Intelligent Engineering Systems* 51(2), 196–201. 3.2.1
- Baranyi, P., Y. Yam, A. R. Várkonyi-Kóczy and R. J. Patton (2003). SVD based reduction to MISO TS fuzzy models. *Transaction on Industrial Electronics* 50(1), 232–242. 3.2.1
- Baranyi, P., Y. Yam, A. R. Várkonyi-Kóczy and R. J. Patton (2004). TP model transformation as a way to LMI based controller design. *Transaction on Industrial Electronics* 51(2), 387–400. 3.2.1
- Baranyi, P., Y. Yam, A. R. Várkonyi-Kóczy, R. J. Patton, P. Michelberger and M. Sugiyama (2002). SVD based reduction to ts fuzzy models. *IEEE Transaction on Industrial Electronics* 49(2), 433–443. 3.2.1
- Belea, C. (1983). *Automatică neliniară. Teorie exemple și aplicații*. Editura Tehnică. București. 3.1
- Berné, F. and J. Cordonnier (1995). *Industrial Water Treatment in Refineries and Petrochemical Plants*. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Gulf Professional Publishing. Huston. 4.1.1, 4.1.2, 4.4
- Braae, M. and D.A. Rutherford (1979). Theoretical and linguistic aspects of the fuzzy logic controller. *Automatica* 5, 553–577. 1.2, 3.2.1
- Butnariu, D. and E. P. Klement (1993). *Triangular Norm Based Measures and Games With Fuzzy Coalitions*. Kluwer Academic Publishers. Boston, Dordrecht, London. 2.4.2
- Chen, S. S., Y. C. Chang, S. F. Su, S. L. Chung and T. T. Lee (2005). Robust static output-feedback stabilization for nonlinear discrete-time systems with time delay via fuzzy control approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 13(2), 263–272. 3.2.1

- Dale, S. (2006). *Contribuții la studiul sistemelor de reglare cu reglatoare de tip interpolativ*. Vol. 1 of *Automatică*. Editura Politehnica Timișoara. 2.5.4
- D'Amato, F. J. and D. E. Viassolo (2000). Fuzzy control for active suspensions. *Journal of Sound and Vibration* **314**(1-2), 39–52. 4.2.6
- Dorf, R. C. and R. H. Bishop (2004). *Modern Control Systems (10 th Edition)*. Prentice Hall. 2.5
- Driankov, D., H. Hellendoorn and M. Reinfrank (1996). *An Introduction to Fuzzy Control. Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, New York. 2.4, 3.2.1
- Dubois, D. and H. Prade (1980). *Fuzzy sets and systems - Theory and applications*. Academic press. New York. 1
- Dumitrache, I. (2005). *Ingineria reglării automate*. Politehnica Press. București, Romania. 3.1
- Çengel, Y. A. and J. M. Cimbala (2006). *Fluid Mechanics : Fundamentals and Applications*. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering. McGraw-Hill Science. New York. 4.1.3
- Farinwata, S. S. and G. Vachtsevanos (1993). Stability analysis of the fuzzy logic controller designed by the phase portrait assignment algorithm. *Proceedings of Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems, San Francisco* **2**, 1377 – 1382. 3.2.1
- Fodor, J. (1993). A new look at fuzzy connectives. *Fuzzy Sets and Systems* (57), 141–148. 2.4.2
- Fodor, J. and M. Roubens (1994). *Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Support*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht. 2.4.2
- Geyer, W. A. (2000). *Handbook of Storage Tank Systems: Codes: Regulations and Designs*. Marcel Dekker Inc.. New York. 4.1.1, 4.1.2, 4.4
- Guerra, T.M., A. Kruszewski, L. Vermeiren and H. Tirmant (2006). Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno's form. *Fuzzy Sets and Systems* **157**(9), 1248–1259. 3.2.2
- Holmblad, L. P. and J. J. Ostergaard (1982). *Control of cement kiln by fuzzy logic*. In: *Fuzzy Information and Decision Processes*. Vol. 6 of (M.M. Gupta, E. Sanchez, eds.). Elsevier. North-Holland, Amsterdam. 1.1

- Inman, D. J. (2007). *Engineering Vibration (3rd Edition)*. Prentice Hall. 4.4
- Isidori, A. (1995). *Nonlinear Control Systems, Third Edition*. Vol. Nonlinear Control Systems of *Communications and Control Engineering*. Springer-Verlag. London. 3.1
- Isidori, A. (1999). *Nonlinear Control Systems II*. Vol. Nonlinear Control Systems of *Communications and Control Engineering*. Springer-Verlag. London. 3.1
- Kahraman, C. (2006). *Fuzzy Applications in Industrial Engineering*. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg. 1.1
- Kai, M., F. Klawonn, R. Kruse and A. Nürnberger (2006). *Fuzzy Control: Fundamentals, Stability and Design of Fuzzy Controllers*. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Springer-Verlag New York, Inc. 2.4.2, 2.5.4, 2.6, 3.2.1
- Kats, I. Y. and A. A. Martynyuk (2002). *Stability and Stabilization of Nonlinear Systems with Random Structures*. Vol. 18 of *Stability and Control: Theory, Methods and Applications*. Tylor & Francis. London. 3.2.2
- Khalil, H. K. (2000). *Nonlinear Systems, Third Edition*. Prentice-Hall. Englewood Cliffs, NJ. 3.1, 3.3, 3.4, 3.5, 3.3, 3.6, 3.4, 3.5, 3.2.1, 3.3, 3.3.1, 3.6.1, 4.1.5, 4.1.6, 4.2.1
- Kitamura, S. and T. Kurozumi T (1991). Extended circle criterion, and stability analysis of fuzzy control systems. *Proceedings of the International Fuzzy Eng. Symp.'91, Yokohama* 2, 634–643. 3.2.1
- Klir, G. and A. Tina (1988). *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*. Prentice Hall. Upper Saddle River, NJ, USA. 2.4.4
- Kovacic, Z. and S. Bogdan (2005). *Fuzzy Controller Design: Theory and Applications*. Automation and Control Engineering. CRC Press. New York. 3.1
- Lam, H. K. and F. H. F. Leung (2008). Stability analysis of discrete-time fuzzy-model-based control systems with time delay: Time delay-independent approach. *Fuzzy Sets and Systems* 159(8), 990–1000. 3.3
- Lam, H.K. and F.H.F. Leung (2007). Fuzzy controller with stability and performance rules for nonlinear systems. *Fuzzy Sets and Systems* 158(2), 147–163. 3.1, 3.3
- Langari, R. and M. Tomizuka (1990). Analysis and synthesis of fuzzy linguistic control systems. *Proceedings of 1990 Winter Annual Meeting, Dallas, TX, Nov.* pp. 35–42. 3.2.1

- LaSalle, J. (1960). Some extensions of Liapunov's second method. *IRE Transaction on Circuit Theory* **7**(4), 520–527. [3.1](#), [3.5](#)
- Lee, C. C. (1990). Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* **20**, 404–435. [1.2](#)
- Leondes, C. T. (1999). *Fuzzy Theory Systems. Techniques and Applications*. Academic Press. [3.1](#)
- Leung, F. H. F., L. K. Wong and P. K. S. Tam (2000). *Design of stable T-S fuzzy model based systems*. Stability Issues in Fuzzy Control. Springer-Verlag. Berlin, Germany. [3.2.1](#), [3.4](#)
- Lin, C., G. Wang, T. H. Lee and Y. He (2007). *LMI Approach to Analysis and Control of Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Time Delay*. Vol. 351 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer Verlag. Berlin Heidelberg, New York. [3.2.2](#)
- Lin, C., Q.-G. Wang and T. H. Lee (2006). Delay-dependent LMI conditions for stability and stabilization of T-S fuzzy systems with bounded time-delay. *Fuzzy Sets and Systems* **157**(9), 1229–1247. [3.2.2](#)
- Liu, H., K. Nonami and T. Hagiwara (2008). Active following fuzzy output feedback sliding mode control of real-vehicle semi-active suspensions. *Mechatronics* **10**(8), 897–920. [4.2.6](#)
- Mamdani, E. H. (1974). Application of fuzzy algorithm for control of simple dynamic plant. *Proceedings of IEEE* **121**, 1585–1888. [1.1](#)
- Mamdani, E. H. and S. Assilian (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal Man Machine Studies* **7**(1), 1–13. [1.1](#), [2.5.1](#)
- Nedjah, N. and L. M. Mourelle (2005). *Fuzzy Systems Engineering: Theory and Practice*. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Springer - Verlag. Berlin, Heidelberg. [3.1](#)
- Opitz, H. (1976). Fuzzy control and stability criteria. *Proceedings of 1st European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies - EUFIT'93, Aachen, Germany* **1**(93), 130–136. [3.2.1](#)
- Passino, K. M. and S. Yurkovich (1997). *Fuzzy Control*. Addison Wesley Publishing Company. [2.5.4](#), [2.6](#)

- Piegat, A. (2001). *Fuzzy Modeling and Control*. Vol. 69 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Physica-Verlag, Heidelberg. 3.2.1
- Popov, V. M. (1964). *Stabilitatea și Hiperstabilitatea Sistemelor Dinamice*. Ed. Academiei. București. 3.1
- Precup, R.-E. and St. Preitl (2005). *On the Stability and Sensitivity Analysis of Fuzzy Control Systems for Servo-Systems*. Vol. 181/2005 of *Fuzzy Systems Engineering, Theory and Practice*. Springer. New York. 3.2.1
- Precup, R.-E. and St. Preitl (2007). PI-Fuzzy controllers for integral plants to ensure robust stability. *Information Sciences* **177**(20), 4410–4429. 3.1
- Precup, R.-E., M.-L. Tomescu and St. Preitl (2007a). Lorenz system stabilization using fuzzy controllers. *International Journal of Computers, Communications & Control* **II**(3), 279 – 287. 3.1, 3.5, 5.1, 5.3
- Precup, R.-E., M. L. Tomescu and St. Preitl (2008a). Stable fuzzy control solution for Lorenz chaotic system stabilization. *International Journal of Artificial Intelligence (IJAI) - lucrare acceptată, în curs de publicare* **1**(A08), 23–33. 3.5, 5.1, 5.3
- Precup, R.-E., M.-L. Tomescu, St. Preitl, J. K. Tar and A. S. Paul (2007b). Stability analysis approach for fuzzy logic control systems with Mamdani type fuzzy logic controllers. *Control Engineering and Applied Informatics* **9**(1), 3–10. 3.1, 3.5, 3.7, 5.1, 5.3
- Precup, R.-E., St. Preitl and G. Faur (2003). PI predictive fuzzy controllers for electrical drive speed control: methods and software for stable development. *Computers in Industry* **52**(3), 253–270. 3.1, 3.2.1
- Precup, R.-E., St. Preitl, I. J. Rudas, M.-L. Tomescu and J. K. Tar (2008b). Design and experiments for a class of fuzzy controlled servo systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **13**(1), 22 – 35. 3.1, 3.6, 5.1, 5.3
- Precup, R.-E., St. Preitl, J. K. Tar, M. L. Tomescu, M. Takács, P. Korondi and P. Baranyi (2008c). Fuzzy control system performance enhancement by iterative learning control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics - lucrare acceptată, în curs de publicare*. 3.6, 5.1, 5.3
- Precup, R.-E., St. Preitl, M. L. Tomescu, E. M. Petriu, J. K. Tar and C. Bărbulescu (2008d). Stable iterative feedback tuning-based design of Takagi-Sugeno PI-Fuzzy

- controllers. *Conference on Human System Interaction, Krakow, Poland, May 25-27, 2008 -lucrare acceptată, în curs de publicare.* 3.6, 5.1, 5.3
- Preitl, St. and R.-E. Precup (1997). *Introducere în conducerea fuzzy.* Tehnică. București. 2.2
- Rahinan, S. (2007). Asymptotically necessary and sufficient conditions for stability and performance in fuzzy control: Applications of polya's theorem. *Fuzzy Sets and Systems* **158**(24), 2671–2686. 1.1
- Răzvan, V. (1995). *Teoria stabilității.* Ed. Științifică și enciclopedică. București. 3.1
- Sala, A. and C. Ariño (1993). Artificial intelligence in electric power systems. *IEEE Transactions on Power System* **8**(3), 1211–1218. 3.1
- Salaa, A. and C. Ariño (2007). Asymptotically necessary and sufficient conditions for stability and performance in fuzzy control: Applications of Polya's theorem. *Fuzzy Sets and Systems* **158**(24), 2671–2686. 3.3
- Sapinski, B. (2005). Experimental semi-active control for a driver's seat suspension with a MR damper. *Proceedings of 6<sup>th</sup> International Carpathian Control Conference - ICC'2005, Miskolc-Lillafüred, Hungary* **2**, 23–28. 4.4
- Singiresu, S. R. (2007). *Vibration of Continuous Systems.* Wiley. New York. 4.1.5
- Slotine, J.-J. E. and W. Li (1991). *Applied Nonlinear Control.* Prentice-Hall. Englewood Cliffs, NJ. 3.1, 3.1, 3.1, 3.2, 3.2, 3.7, 3.2, 3.2.1, 3.2.2, 3.3
- Sontag, E. D. (1998). *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems.* Vol. 6 of *Texts in Applied Mathematics.* Springer-Verlag. New York. 3.1, 3.2.2
- Sugeno, M. (1974). *Theory of fuzzy integrals and its application.* Doctorial Thesis. Tokyo Institute of Technology. 1
- Sugeno, M. (1985). *Industrial Applications of Fuzzy Control.* Elsevier Science Ltd. North-Holland, Amsterdam. 1.1, 2.5.2
- Sugeno, M. and G. T. Kang (1988). Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems* **28**(1), 15–33. 3.2.1
- Takagi, T. and M. Sugeno (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics* **15**(1), 116–132. 1, 2.5.2, 3.2.1, 3.3

- Tanaka, K. and H. O. Wang (2001). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. Wiley-Interscience. New York. 3.1, 3.2.1, 3.3, 3.7, 3.3
- Tanaka, K. and M. Sugeno (1990). Stability analysis of fuzzy systems using Lyapunov's direct method. *Proc. NAPFIPS'90, Toronto, Ontario* (1), 133–136. 3.1, 3.2.1, 3.3
- Tanaka, K. and M. Sugeno (1992). Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems* 45(2), 135–156. 3.1, 3.2.1, 3.3, 3.6
- Tanaka, K., H. Yoshida, H. Ohtake and H. O. Wang (2007). A sum of squares approach to stability analysis of polynomial fuzzy systems. *American Control Conference, 2007. ACC apos;07* pp. 4071 – 4076. 3.3
- Togai, M. and H. Watanabe (1986a). Expert system on a chip: an engine for real-time approximate reasoning. *Proceedings of the ACM SIGART international symposium on Methodologies for intelligent systems, Knoxville, Tennessee, United States* 38(2), 147 – 154. 1.1
- Togai, M. and H. Watanabe (1986b). A vlsi implementation of a fuzzy-inference engine: toward a expert system on a chip. *Information Sciences: an International Journal* 38(2), 147–163. 1.1
- Tomescu, M.-L. (2003). Properties of fuzzy disjunction of n-arity. *Proceedings of 5<sup>th</sup> International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC03), Timișoara, Romania, 1-4 October* pp. 289 – 296. 2.4.3, 5.3
- Tomescu, M. L. (2004a). *Proprietățile operatorilor fuzzy*. Referat la doctorat. Universitatea Politehnica Timișoara. 2.4.4
- Tomescu, M. L. (2004b). *Sisteme de inferență fuzzy*. Referat la doctorat. Universitatea Politehnica Timișoara. 2.5.3
- Tomescu, M.-L. (2004c). Some properties of fuzzy conjunction. *Proceedings of 6<sup>th</sup> International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC04), Timișoara, Romania, 26-30 October 2004* pp. 20 – 21. 5.3
- Tomescu, M. L. (2005a). *Aplicații ale mecanismelor fuzzy în conducerea proceselor*. Referat la doctorat. Universitatea Politehnica Timișoara. 3.4.2, 5.4
- Tomescu, M.-L. (2005b). Some properties of fuzzy conjunction useful to fuzzy rules. *Proceedings of 2<sup>nd</sup> Romanian - Hungarian Joint Symposium on Applied Computational Intelligence (SACI 2005), Timișoara, Romania, May 5-7* pp. 169 – 177. 2.4.3, 5.3



- Tomescu, M.-L. (2006a). Active suspension control based on fuzzy systems. *Proceedings of International Symposium Research and Education in Innovation Era, "Aurel Vlaicu" University, Arad, 2006* pp. 229 – 236. 4.2.6
- Tomescu, M.-L. (2006b). An algorithm for stability of Takagi - Sugeno fuzzy logic controller. *Proceedings of 3<sup>rd</sup> Romanian-Hungarian Joint Symposium on Applied Computational Intelligence (SACI 2006), May 25-26, Timisoara, Romania* pp. 125 – 135. 3.4.3, 5.3
- Tomescu, M.-L. (2006c). Fuzzy logic control of vehicle suspensions with dry friction nonlinearity. *Proceedings of International Symposium Research and Education in Innovation Era, "Aurel Vlaicu" University, Arad, 2006* pp. 237 – 245. 4.2.6
- Tomescu, M.-L. (2007). Fuzzy logic controller for the Liénard system. *Proceedings of 4<sup>th</sup> International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI 2007), May 17 - 18, 2007, Timișoara, Romania* pp. 129 – 135. 4.3.3, 5.3
- Tomescu, M.-L. and G. Petrov (2006). A stability analysis method for nonlinear systems with fuzzy logic controller. *Proceedings of 8<sup>th</sup> International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC 2006), Timisoara, Romania, September 26-29, 2006* pp. 141 – 148. 3.1, 3.6, 4.2.6, 5.1, 5.3
- Tomescu, M.-L., St. Preitl, R.-E. Precup and J. K. Tar (2007). Stability analysis method for fuzzy control systems dedicated controlling nonlinear processes. *Acta Polytechnica Hungarica - Journal of Applied Sciences at Budapest Tech Hungary* 4(3), 127–141. 5.3
- Verbruggen, H. B. and R. Babuska (1999). *Fuzzy Logic Control: Advances in Applications*. Vol. 23 of *World Scientific Series in Robotics and Intelligent Systems*. World Scientific Publishing Company. SUA. 1.1
- Vidyasagar, M. (1992). *Nonlinear systems analysis (2nd ed.)*. Prentice-Hall, Inc.. Upper Saddle River, NJ, USA. 3.1
- Voicu, M. (1986). *Tehnici de analiză a stabilității sistemelor automate*. Editura Tehnică. București. 3.1
- Wang, R.-J., W.-W. Lin and Wen-June Wang (2003). Stabilizability of linear quadratic state feedback for uncertain fuzzy time-delay systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics - Part B* 34(2), 1288 – 1292. 3.2.1
- Wang, Wen-June and L. Louh (2004). Stability and stabilization of fuzzy large-scale systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 12(3), 309–315. 3.2.1



- Wong, L. K., F. H. F. Leung and P. K. S. Tam (1997a). The design of stable fuzzy logic controllers with combination of conventional controllers. *Proc. IEEE Int. Symposium Ind. Electronics ISIE'97, Portugal* pp. 993–997. [3.1](#), [3.2.1](#), [3.4](#)
- Wong, L. K., F. H. F. Leung and P. K. S. Tam (1997b). Lyapunov function based design of heuristic fuzzy logic controllers. *Proc. 6th IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst., Barcelona, Spain* pp. 281–285. [3.1](#), [3.2.1](#), [3.4](#)
- Wong, L. K., F. H. F. Leung and P. K. S. Tam (1998a). An improved Lyapunov function based stability analysis method for fuzzy logic control systems. *Proc. 9th IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst., San Antonio, Texas, USA* **1**, 429–434. [3.1](#), [3.2.1](#), [3.4](#)
- Wong, L. K., F. H. F. Leung and P. K. S. Tam (1998b). Lyapunov-function-based design of fuzzy logic controllers and its application on combining controllers. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **45**(3), 502–509. [3.1](#), [3.2.1](#), [3.4](#), [3.4.1](#)
- Wong, L. K., F. H. F. Leung and P. K. S. Tam (2000a). Improved stability analysis method for fuzzy logic control systems. *Electronics Letters* **36**(12), 1085–1086. [3.1](#), [3.2.1](#), [3.4](#)
- Wong, L. K., F. H. F. Leung and P. K. S. Tam (2000b). *Stability analysis on fuzzy logic control systems*. Stability Issues in Fuzzy Control. Springer-Verlag. Berlin, Germany. [3.1](#), [3.2.1](#), [3.4](#)
- Wong, L. K., F. H. F. Leung and P. K. S. Tam (2001). A fuzzy sliding controller for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **48**(1), 32–37. [3.1](#), [3.9](#), [3.10](#), [3.4.2](#), [3.8](#)
- Wong, L. K., F. H. F. Leung and P. K. S. Tam (2002). Design of fuzzy logic controllers for Takagi-Sugeno fuzzy model based system with guaranteed performance. *International Journal of Approximate Reasoning* **30**(1), 41–55. [3.1](#), [3.2.1](#), [3.4](#)
- Yasunobu, S. and S. Miyamoto (1985). *Automatic train operation system by predictive fuzzy logic control*. Industrial Applications of Fuzzy Control. Elsevier Science Publishers B. V. North-Holland. [1.1](#)
- Yen, J., R. Langari and L. A. Zadeh (1995). *Industrial Applications of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*. Vol. 201. Institute of Electrical & Electronics Engineer Press. Piscataway, NJ, USA. [1.1](#)
- Yoneyama, J. (2007). New robust stability conditions and design of robust stabilizing controllers for Takagi-Sugeno fuzzy time-delay systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **15**(5), 828–839. [3.1](#), [3.2.2](#)

- Yoshizawa, T. (1966). *Stability Theory by Liapunov's Second Method*. The Mathematical Society of Japan, Tokio. 3.2
- Yoshizawa, T. (1975). *Stability theory and the existence and periodic solutions and almost periodic solutions*. Springer - Verlag. New York. 3.2
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control* (8), 338 – 353. 1.1, 2.2, 2.2
- Zadeh, L. A. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex system and decision process. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC* 3(1), 28–44. 1.1
- Zadeh, L. A., George J. Klir and Bo Yuan (1996). *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Systems: Selected Papers by Lotfi A. Zedeh*. Vol. 6 of *Advances in Fuzzy Systems - Applications and Theory*. World Scientific Publishing Co., Inc.. River Edge, NJ, USA. 2.5.1
- Zak, S. H. (2003). *Systems and Control*. Oxford University Press. Oxford New York. 3.1, 3.2, 3.2.2
- Zimmermann, H. J. (1991). *Fuzzy Set Theory and its applications*. Kluwer Academic. Dordrecht. 1, 2, 2.1, 2.3